第 43 届全国中学生物理竞赛预赛试题解答及评分标准

（2026 年 9 月 5 日 9:00-12:00）

一、选择题（本题 60 分，共 5 小题，每小题 12 分。在每小题给出的 4 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。将符合题意的选项前面的英文字母写在答题纸上相应小题题号后面的括号内。全部选对的给 12 分，选对但不全的给 6 分，有选错或不答的给 0 分。）

1.A　　2.C　　3.A　　4.D　　5.ABD

二、填空题（本题 100 分，共 5 小题，每小题 20 分，每空 10 分。把答案填在答题纸上相应题号后面的下横线上。只需给出结果，不要写出求得结果的过程。）

6. $\lambda = vT$，$\frac{\Delta t}{d}\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$；　7. $-\frac{\mu g p}{RT}$，9.8；　8. $2rC$，减小；　9. 右，$\frac{kx}{Bd}$；　10. $\frac{8}{5}h$，$\frac{4}{3}mg$

三、计算题（本题 240 分，共 6 小题，每小题 40 分。计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写最后结果的不给分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值，有单位的必须写出单位。）

11.（1）攀登者从开始坠落到绳索达到最大伸长量时，其重力势能和弹性势能的改变量分别为

$$\Delta E_g = 0 - mg(H + \Delta L) \quad ①$$

$$\Delta E_r = \frac{1}{2}\frac{C}{L}\Delta L^2 \quad ②$$

因为初末态的速度均为 0，由机械能守恒知

$$\Delta E_g + \Delta E_r = 0 \quad ③$$

由①②③式得

$$\frac{1}{2}\frac{C}{L}(\Delta L)^2 - mg\Delta L - mgH = 0 \quad ④$$

（2）由④式得

$$\Delta L = \frac{mgL}{C}\left(1 \pm \sqrt{1 + \frac{2CH}{mgL}}\right) \quad ⑤$$

由题意知

$$\Delta L > 0 \quad ⑥$$

故

$$\Delta L = \frac{mgL}{C}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2CH}{mgL}}\right) \quad ⑦$$

由胡克定律得

$$F = \left|-\frac{C}{L}\Delta L\right| \quad ⑧$$

联立⑦⑧式得

$$F = mg\left(1+\sqrt{1+\frac{2CH}{mgL}}\right) \tag{9}$$

（3）当 $H\to 0$ 时有

$$F \to 2mg \tag{10}$$

这正是竖直悬挂的弹簧振子模型的结果。由此可知此后的运动是简谐振动，绳索从最大伸长到原长所用的时间是

$$t=\frac{T}{4} \tag{11}$$

式中，T 为简谐振动的周期

$$T=2\pi\sqrt{\frac{mL}{C}} \tag{12}$$

由⑪⑫式得

$$t=\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{mL}{C}} \tag{13}$$

（4）由⑨式和冲坠系数的定义得

$$f=\frac{mg}{2C}\left[\left(\frac{F}{mg}-1\right)^2-1\right] \tag{14}$$

由⑭式及f_C的定义得

$$f_C=\frac{mg}{2C}\left[\left(\frac{F_{\max}}{mg}-1\right)^2-1\right] \tag{15}$$

代入题给数据得

$$f_C\approx 5.5 \tag{16}$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 11 分，①②③式各 3 分，④式 2 分；

第（2）问 12 分，⑤⑦⑧⑨式各 3 分；

第（3）问 10 分，⑩式 2 分；⑪⑫式各 3 分，⑬式 2 分；

第（4）问 7 分，⑭式 3 分，⑮⑯式各 2 分。

12.

（1）由题意，粒子环绕 z 轴的速度分量

$$v_\varphi \approx v_\perp \tag{1}$$

由洛伦兹力公式和牛顿第二定律以及①式得

$$qv_\perp B_z=\frac{mv_\perp^2}{r} \tag{2}$$

由②式得

$$r=\frac{mv_\perp}{qB_z} \tag{3}$$

（2）回旋轨道所包围的磁通量

$$\Phi = B_z\pi r^2 \tag{4}$$

由③④式及题给定义得

$$\mu \equiv \frac{mv_\perp^2}{2B_z} = \frac{q^2\Phi}{2\pi m} \quad ⑤$$

由题给条件知

$$\Phi \approx \text{常量} \quad ⑥$$

由⑤⑥式知

$$\mu(z) \approx \text{常量} \quad ⑦$$

（3）记平行于 z 轴的粒子速度的分量为$v_\parallel$. 洛伦兹力不做功，粒子的动能守恒

$$\frac{1}{2}mv_\perp^2(z) + \frac{1}{2}mv_\parallel^2(z) = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad ⑧$$

若要粒子在$z = L$处发生反射，有

$$v_\parallel(L) = 0 \quad ⑨$$

由⑧⑨式得

$$v_\perp^2(L) = v_0^2 \quad ⑩$$

记初速度的垂直 z 轴的分量大小为$v_{0\perp}$，

$$v_{0\perp} = v_0 \sin\theta_0 \quad ⑪$$

由⑦式及磁矩的定义得

$$\frac{v_\perp^2(L)}{B_z(L)} = \frac{v_{0\perp}^2}{B_0} \quad ⑫$$

联立⑩⑪⑫式以及题给条件 $B(L)=B_0+kL$ 可得

$$\sin\theta_0 = \sqrt{\frac{B_0}{B_0 + kL}} \quad ⑬$$

由题意知，粒子在磁场中的任意位置的磁矩都与在 O 点的磁矩近似相同

$$\frac{v_\perp^2}{B_z} = \frac{v_{0\perp}^2}{B_0} \quad ⑭$$

利用⑧⑪⑭式和题给条件得

$$v_\parallel^2 = v_0^2\cos^2\theta_0 - \frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{B_0}kz \quad ⑮$$

由⑮式知，粒子在 z 轴方向做匀减速运动。粒子初速度平行于 z 轴的分量为

$$v_{0\parallel} = v_0\cos\theta_0 \quad ⑯$$

粒子运动的加速度为

$$a_\parallel = -k\frac{v_0^2\sin^2\theta_0}{2B_0} \quad ⑰$$

设粒子从出发到反射点所用的时间为 t_1，有

$$0 - v_{0\parallel} = a_\parallel t_1 \quad ⑱$$

粒子往返所用的总时间

$$t = 2t_1 \quad ⑲$$

联立⑬⑯⑰⑱⑲式得

$$t = \frac{4B_0\cos\theta_0}{kv_0\sin^2\theta_0} = \frac{4\sqrt{L(B_0+kL)}}{v_0\sqrt{k}} \quad ⑳$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 6 分，②式 4 分，③式 2 分；

第（2）问 6 分，④⑤⑦式各 2 分；

第（3）问 28 分，⑧⑨式各 3 分, ⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳式各 2 分。

13. （1）设月球绕地球的轨道运动速度为v_{M}，有

$$v_{\mathrm{M}}=\frac{2\pi R_{\mathrm{I}}}{T_{\mathrm{I}}} \qquad ①$$

由①式和题给数据得

$$v_{\mathrm{M}}=1.02\ \mathrm{km/s} \qquad ②$$

（2）设引力常量为G，月球质量为m_{M}，月球半径为r，发射的物体质量为m_{A}。由月球第一宇宙速度定义、引力定律和牛顿第二定律知

$$\frac{Gm_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{M}}}{r^2}=\frac{m_{\mathrm{A}}v_{\mathrm{I}}^2}{r} \qquad ③$$

由月球第二宇宙速度定义和机械能守恒定律知

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v_2^2-\frac{Gm_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{M}}}{r}=0 \qquad ④$$

联立③④式得

$$v_2=\sqrt{2}v_{\mathrm{I}},\quad r=\frac{Gm_{\mathrm{M}}}{v_{\mathrm{I}}^2} \qquad ⑤$$

由⑤式的第一式和题给数据得

$$v_2=2.38\ \mathrm{km/s} \qquad ⑥$$

（3） 设地球质量为m_{E}。设在地心静止参考系中，随月球做相同轨道速度运动的物体逃逸地球引力所需速度为v_{AE}，由机械能守恒得

$$\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v_{\mathrm{AE}}^2-\frac{Gm_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{I}}}=0 \qquad ⑦$$

在地心静止参考系中，由引力定律和牛顿第二定律得

$$\frac{Gm_{\mathrm{E}}m_{\mathrm{M}}}{R_{\mathrm{I}}^2}=\frac{m_{\mathrm{M}}v_{\mathrm{M}}^2}{R_{\mathrm{I}}} \qquad ⑧$$

考虑物体从月球表面运动到距离月心适当远、且仍随月球做相同轨道速度运动的某处 P，此处近似脱离了月球引力场，但到月心的距离仍远小于它到地心的距离。在月心静止参考系中，以v_3速度发射的物体到达 P 处时速度为$v_{3\mathrm{P}}$，由机械能守恒定律得

$$-\frac{Gm_{\mathrm{M}}m_{\mathrm{A}}}{r}+\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v_3^2=\frac{1}{2}m_{\mathrm{A}}v_{3\mathrm{P}}^2 \qquad ⑨$$

为使发射速度最小，$v_{3\mathrm{P}}$的方向应沿月球绕地球公转速度的方向。由速度变换公式得

$$v_{3\mathrm{P}}=v_{\mathrm{AE}}-v_{\mathrm{M}} \qquad ⑩$$

联立①⑤⑦⑧⑨⑩式得

$$v_3=\sqrt{\frac{4(3-2\sqrt{2})\pi^2R_{\mathrm{I}}^2}{T_{\mathrm{I}}^2}+2v_{\mathrm{I}}^2} \qquad ⑪$$

由⑪式和题给数据得

$$v_3=2.41\ \mathrm{km/s} \qquad ⑫$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 6 分，①②式各 3 分；

第（2）问 12 分，③④⑤⑥式各 3 分；

第（3）问 22 分，⑦⑧⑨式各 4 分，⑩式 3 分，⑪式 4 分，⑫式 3 分。

14.

（1）由题意知，粒子在 z 方向先做变加速运动，后做变减速运动。设粒子运动到 z 坐标为 z 时，其 z 方向速度为 v_z，它所受到的的电场力为

$$F(z)=qE_0(1-az) \tag{①}$$

由动能定理得

$$\int_0^z F(z')\mathrm{d}z'=\frac{1}{2}mv_z^2-0 \tag{②}$$

由①②式得

$$v_z=\pm\sqrt{\frac{qE_0}{m}\left[\frac{1}{a}-a\left(z-\frac{1}{a}\right)^2\right]} \tag{③}$$

由③式及题给条件 $a>0$ 知，v_z 的最大值为

$$v_{z\max}=\sqrt{\frac{qE_0}{ma}} \tag{④}$$

由题意知，粒子在 xy 平面内做匀速圆周运动，速率不变。由速度的合成法则知，粒子速度的最大值为

$$v_{\max}=\sqrt{v_0^2+v_{z\max}^2} \tag{⑤}$$

联立④⑤式并代入题给数据得

$$v_{\max}=\frac{\sqrt{5}}{2}\times10^4\ \mathrm{m/s} \tag{⑥}$$

记粒子在 z 方向上达到的最大位移为 $z_{\max}$，要使③式有意义，有

$$0\le z\le\frac{2}{a},\quad z_{\max}=\frac{2}{a} \tag{⑦}$$

由⑦式和题给数据得

$$z_{\max}=1.0\ \mathrm{m} \tag{⑧}$$

（2）令

$$k=aqE_0,\quad \xi=z-\frac{1}{a} \tag{⑨}$$

由牛顿第二定律和①式知，粒子在 z 方向的运动满足

$$F=m\ddot{z}=m\ddot{\xi}=-k\xi \tag{⑩}$$

由此可知粒子在 z 方向做简谐运动，ξ 随时间变化的关系为

$$\xi(t)=A\cos(\omega_{\mathrm{E}}t+\phi),\quad \omega_{\mathrm{E}}=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{⑪}$$

联立⑦⑨⑪式得

$$z(t)=A\cos(\omega_{\mathrm{E}}t+\phi)+\frac{1}{a},\quad A=\frac{1}{a},\quad \omega_{\mathrm{E}}=\sqrt{\frac{aqE_0}{m}} \tag{⑫}$$

由⑫式和初始条件 $z(0)=0$ 得初始相位为

$$\phi=\pi \tag{⑬}$$

联立⑫⑬式得

$$z(t)=-\frac{1}{a}\sin\left(\sqrt{\frac{aqE_0}{m}}t\right)+\frac{1}{a} \tag{⑭}$$

设粒子在 xy 平面内匀速圆周运动的角速度为 ω_{B}，半径为 r，

$$v_0=\omega_{\mathrm{B}}r \tag{⑮}$$

由洛伦兹力公式和向心力公式得

$$qv_0B_0=m\omega_{\mathrm{B}}^2r \tag{⑯}$$

联立⑮⑯式得

$$\omega_{\mathrm{B}}=\frac{qB_0}{m},\quad r=\frac{mv_0}{qB_0} \tag{⑰}$$

由⑫⑰式和题给数据得

$$\omega_{\mathrm{E}}=\omega_{\mathrm{B}} \tag{⑱}$$

故可知粒子在 z 方向运动到最大位移时，在 xy 平面内运动半个圆周，对应的 x 坐标为 0，y 坐标为 $-2r$。

由⑰式和题给数据得

$$x=0,\quad y=-2.0\ \mathrm{m} \tag{⑲}$$

（3）由⑱式和题给数据知，粒子可以返回原点。 (*)

粒子从原点出发至返回原点所用时间为

$$\Delta t=\frac{2\pi}{\omega_{\mathrm{B}}}=6.3\times10^{-4}\ \mathrm{s} \tag{⑳}$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 15 分，①②③④⑤⑥⑦式各 2 分，⑧式 1 分；

第（2）问 22 分，⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲式各 2 分；

第（3）问 3 分，（*）2 分，⑳式 1 分。

15.

（1）滑块在斜面下滑时，加速度大小为

$$a=g(\sin\theta-\mu\cos\theta) \tag{①}$$

第 1 次下滑至底端的路程和时间分别为

$$S_1=L \tag{②}$$

和

$$t_1=\sqrt{\frac{2S_1}{a}}=\sqrt{\frac{2L}{g(\sin\theta-\mu\cos\theta)}} \tag{③}$$

（2）滑块沿斜面下滑阶段，加速度大小为 a；沿斜面上升阶段，加速度大小为

$$a' = g(\sin\theta + \mu\cos\theta) \quad ④$$

由于碰撞是弹性的（下同），第 1 次与挡板碰撞前后瞬间的速率

$$v_1 = at_1 \quad ⑤$$

第 1 次上升所用的时间和经过的路程分别为

$$t_1' = \frac{v_1}{a'} = \frac{a}{a'}t_1 \quad ⑥$$

和

$$S_1' = \frac{1}{2}v_1 t_1' = \frac{a^2 t_1^2}{2a'} \quad ⑦$$

第 2 次下滑的路程和所用的时间分别为

$$S_2 = S_1' = \frac{a^2 t_1^2}{2a'} \quad ⑧$$

和

$$t_2 = \sqrt{\frac{2S_2}{a}} = \sqrt{\frac{a}{a'}}t_1 \quad ⑨$$

第 2 次与挡板碰撞前、后瞬间的速率均为

$$v_2 = at_2 = \sqrt{\frac{a}{a'}}at_1 \quad ⑩$$

第 2 次上升所用的时间为

$$t_2' = \frac{v_2}{a'} = \sqrt{\frac{a}{a'}}\frac{a}{a'}t_1 \quad ⑪$$

依此类推，第n次下滑所用的时间为

$$t_n = \left(\sqrt{\frac{a}{a'}}\right)^{n-1} t_1 \quad ⑫$$

第n次上升所用的时间

$$t_n' = \left(\sqrt{\frac{a}{a'}}\right)^{n-1}\frac{a}{a'}t_1 \quad ⑬$$

因此，滑块运动的总时间

$$T_1 = t_1 + t_1' + t_2 + t_2' + \cdots = \left[1 + \sqrt{\frac{a}{a'}} + \cdots + \left(\sqrt{\frac{a}{a'}}\right)^{n-1} + \cdots\right]\left(1 + \frac{a}{a'}\right)t_1 \quad ⑭$$

由于$\sqrt{\frac{a}{a'}} < 1$，根据等比数列求和公式可得

$$T_1 = \frac{1 + \frac{a}{a'}}{1 - \sqrt{\frac{a}{a'}}}t_1 \quad ⑮$$

将①③④式代入⑮式得

$$T_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{\sin\theta - \mu\cos\theta}} + \frac{1}{\sqrt{\sin\theta + \mu\cos\theta}}\right)\frac{\tan\theta}{\mu}\sqrt{\frac{2L}{g}} \quad ⑯$$

（3） 设两滑块碰撞前的速度分别为u 、 v，碰撞后的速度分别为u' 、 v'. 由动量守恒定律有

$$mu + mv = mu' + mv' \quad ⑰$$

由能量守恒定律有

$$\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mu'^2 + \frac{1}{2}mv'^2 \quad ⑱$$

由⑰⑱式得

$$u' = v, \qquad v' = u \tag{⑲}$$

可见两个滑块发生碰撞时，正好发生速度交换；由于碰撞时间极短，可视为彼此穿透，独立运动，互不影响。由⑯式知，若仅有第一个滑块独立运动，其停止运动的时刻为 T_1。因此，若仅有第二个滑块独立运动，其停止运动的时刻为

$$T_2 = \Delta t + T_1 \tag{⑳}$$

由⑯⑳式得，两个滑块都停止运动的时刻

$$T_2 = \Delta t + \left(\frac{1}{\sqrt{\sin\theta - \mu\cos\theta}} + \frac{1}{\sqrt{\sin\theta + \mu\cos\theta}}\right)\frac{\tan\theta}{\mu}\sqrt{\frac{2L}{g}} \tag{㉑}$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 6 分，①②③式各 2 分；

第（2）问 26 分，④⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯式各 2 分；

第（3）问 8 分，⑰⑱式各 1 分，⑲⑳㉑式各 2 分。

16.

（1）由于玻璃块的入射面与出射面平行，因此入射前的光线与出射后的光线平行。光在玻璃块内行进的距离在出射面上的投影d'_{A}近似为

$$d'_{\mathrm{A}} = d_{\mathrm{A}} \tag{①}$$

设光线在玻璃块点 A 处的入射面偏转的角度表示为γ。由几何关系近似有

$$\gamma = \frac{d'_{\mathrm{A}}}{s} \tag{②}$$

由①②式得

$$\gamma = \frac{d_{\mathrm{A}}}{s} \tag{③}$$

（2）设光线在点 A 处玻璃块入射面处的入射角为γ_1及折射角为γ_2。由折射定律得：

$$n_1\sin\gamma_1 = n_2\sin\gamma_2 \tag{④}$$

由于γ_1、γ_2均很小，

$$\sin\gamma_1 \approx \gamma_1 \tag{⑤}$$

$$\sin\gamma_2 \approx \gamma_2 \tag{⑥}$$

联立④⑤⑥式得

$$n_1\gamma_1 = n_2\gamma_2 \tag{⑦}$$

由几何关系可得：

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \gamma \tag{⑧}$$

联立③⑦⑧式得，光线在进入点 A 处的玻璃块时与入射面法线的夹角为

$$\gamma_1 = \frac{n_2 d_{\mathrm{A}}}{(n_2 - n_1)s} \tag{⑨}$$

（3）在水平方向上的偏移是玻璃块摆放的小角度偏移造成的，在竖直方向上的偏移是曲面的小角度弯曲造成的。 (*)

由⑨式及几何关系得，$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$对应的圆心角

$$\theta_{\mathrm{AY}} = \frac{n_2 d_{\mathrm{AY}}}{(n_2 - n_1)s} \tag{⑩}$$

式中

$$d_{\mathrm{YA}} = d_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}} \tag{11}$$

是$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$造成的竖直方向的偏移量。由⑩⑪式得

$$\theta_{\mathrm{AY}} = \frac{n_2 d_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}}}{(n_2 - n_1)s} \tag{12}$$

同理，$\overset{\frown}{\mathrm{PB}}$对应的圆心角为

$$\theta_{\mathrm{BY}} = \frac{n_2 d_{\mathrm{B}}\cos\theta_{\mathrm{B}}}{(n_2 - n_1)s} \tag{13}$$

由⑫⑬式可得$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$对应的圆心角为

$$\theta = \theta_{\mathrm{AY}} + \theta_{\mathrm{BY}} = \frac{n_2(d_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}} + d_{\mathrm{B}}\cos\theta_{\mathrm{B}})}{(n_2 - n_1)s} \tag{14}$$

由圆心角的定义可知，$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$弧上 P 点的曲率半径为

$$R = \frac{l}{\theta} = \frac{(n_2 - n_1)sl}{n_2(d_{\mathrm{A}}\cos\theta_{\mathrm{A}} + d_{\mathrm{B}}\cos\theta_{\mathrm{B}})} \tag{15}$$

评分标准：本题 40 分。

第（1）问 8 分，①②式各 3 分，③式 2 分；

第（2）问 12 分，④式 3 分，⑤⑥式各 1 分，⑦⑧式各 2 分，⑨式 3 分；

第（3）问 20 分，（*）3 分，⑩⑪⑫式各 3 分，⑬式 2 分，⑭⑮式各 3 分。