考生须知

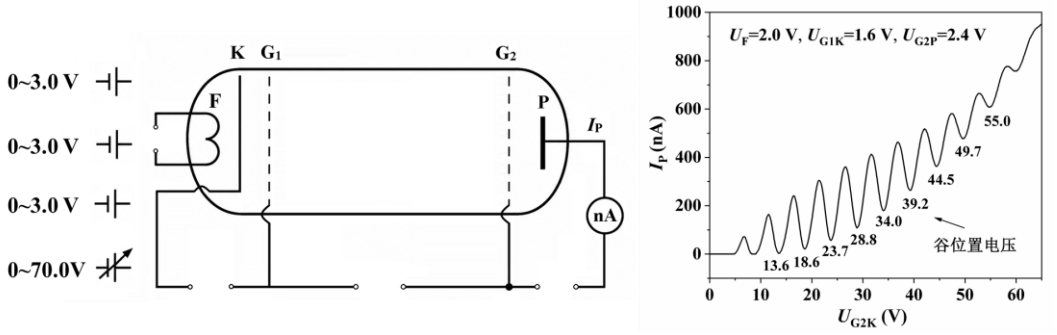
1、本试题共 2 道题，7 页，总分为 80 分。

2、如遇试题印刷不清楚的情况，请务必及时向监考老师提出。

3、解答一定要写在答题纸上指定位置，写在其它地方一律不给分。

试题一 弗兰克-赫兹实验（35 分）

弗兰克（J·Frank）与赫兹（G·Hertz）采用低速电子与原子碰撞的方法，测量得到汞原子的激发电势，为玻尔原子能级模型提供了实验证据，为此他们获得了 1925 年诺贝尔物理学奖。实验在弗兰克-赫兹（F-H）管中利用加速电子和气态原子非弹性碰撞，实现原子从基态（能量 E_0）向激发态（能量 E_n）的跃迁，同时电子损失能量 $\Delta E_n=E_n-E_0=eU_n$，其中 U_1 称为第一激发电势。典型的 F-H 装置结构如图 1（a）所示，其内部包括灯丝 F、阴极 K、靠近阴极的第一栅极 G_1、靠近板极的第二栅极 G_2和板极 P。由灯丝 F 加热阴极 K 发射电子，经过 K-G_1 区初步加速（消除空间电荷积累）后，进入 G_1-G_2 区进一步加速，并与气态原子发生碰撞。当电子能量大于原子跃迁所需能量时，有一定概率与气态原子发生非弹性碰撞并损失能量 ΔE_n。随后电子进入 G_2-P 区进行减速，使低能电子无法达到板极，因此板极电流 I_P 随加速电压 U_{G2K} 呈现周期性变化，如图 1（b）所示。非弹性碰撞损失的能量 ΔE_n 用于激发气态原子能级跃迁，故测量相邻峰（I_P 极大值）或谷（I_P 极小值）之间的加速电压差值即可获得原子能级差。



(a) (b)

图 1：（a）F-H 实验装置示意图 （b） I_P-U_{G2K} 曲线

1.1（1 分）F-H 管内充有适量的液态汞，汞的温度 T 与其饱和蒸气压 P 的关系见题表 1.1，温度升高，单位长度内电子与汞原子碰撞概率_____（增大/减小），因此测量汞的第一激发电势时选择较高温度。

表 1.1：不同温度下汞的饱和蒸气压

T/℃	120	140	160	180	200
P/Pa	99.4	246.0	558.5	1172.7	2304.7

1.2（4 分）题图 1（b）是测量第一激发电势的 I_P-U_{G2K} 曲线，其中灯丝加热电压为 U_F，G_1-K 之间电压为 U_{G1K}，G_2-K 之间电压为 U_{G2K}，G_2-P 之间电压为 U_{G2P}。将题图 1（a）中电源正确填入 F-H 管的电路图中以获得题图 1（b）曲线。

1.3（6 分）实验上改变电压 U_F，测得 I_P-U_{G2K} 曲线如题图 1.3（a）所示，当 U_F 从 1.3 V 增加到 1.5 V 时，曲线最主要的一项变化是_____，主要原因是_____。实验上改变电压 U_{G2P}，测得曲线如题图 1.3（b）所示，当 U_{G2P} 从 0.5 V 增加到 2.0 V 时，曲线最主要的两项变化是_____和_____，对应的主要原因分别是_____和_____。

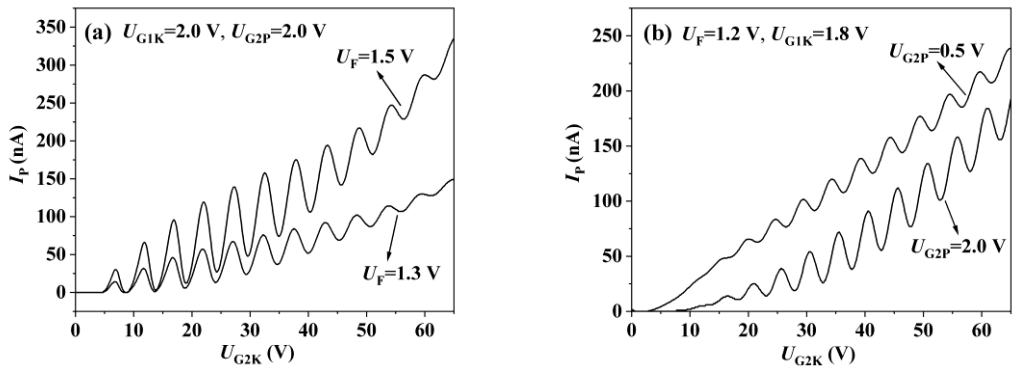
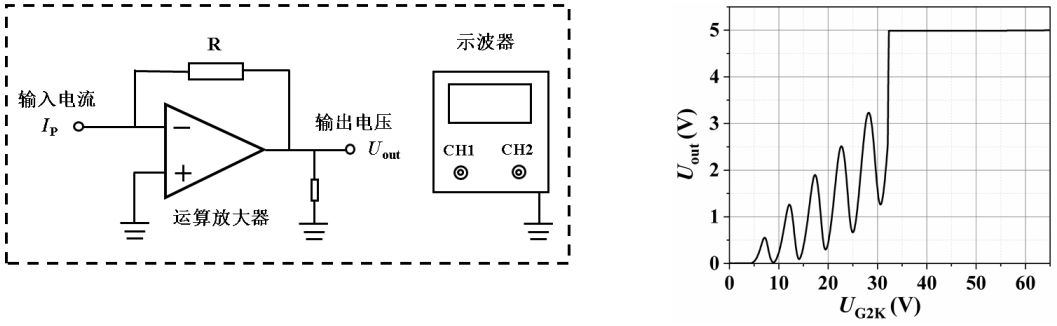


图 1.3：汞原子第一激发态曲线，改变电压（a）U_F 和（b）U_{G2P}

1.4（6 分）根据题图 1（b）中标出谷位置的 9 个电压数据，利用最小二乘法计算汞原子的第一激发电势 U_1 等于_____ V（保留三位有效数字）。曲线上第 5 个谷（电压 28.8 V）的物理意义是_____。曲线上 I_P 极小值不为零，主要原因是_____；随加速电压增加，I_P 极小值增大的主要原因是_____。随加速电压增加，曲线上相邻峰和谷之间的电流差主要变化特征是_____。

1.5（6 分）若采用题图 1.5（a）中示波器可直接观察到题图 1（b）的曲线，本实验中限定输入示波器的最大电压不超过 5 V。利用运算放大电路（题图 1.5（a）为简化电路）代替纳安表，将输入的电流信号 I_P 转换为电压信号 U_{out} 输出（$U_{out}=I_P\cdot R$，R 为反馈电阻），并接入示波器的_____通道。F-H 实验仪的输出电压 U_{G2K} 需要如何处理_____后才能接入示波器的_____通道。若要示波器显示 I_P-U_{G2K} 曲线，则示波器显示模式应设置为_____，且 U_{G2K} 应设置为锯齿波扫描电压。实验中需防止示波器出现如题图 1.5（b）的情况，则运算放大器的反馈电阻 R 最优取值为_____。

A.50 kΩ　　B.500 kΩ　　C.5 MΩ　　D.50 MΩ



(a)　　(b)

图 1.5：（a）示波器测量电路示意图　　（b）示波器显示结果

1.6（5 分）为实现高激发态测量，需要降低第一激发态激发概率，增加碰撞时电子处于高能量的概率，为此实验上需要_____（升高/降低）F-H 管的温度；同时需要对测量电路进行优化，将题图 1.6 中电源正确填入答题纸电路图中以获得高激发态曲线。

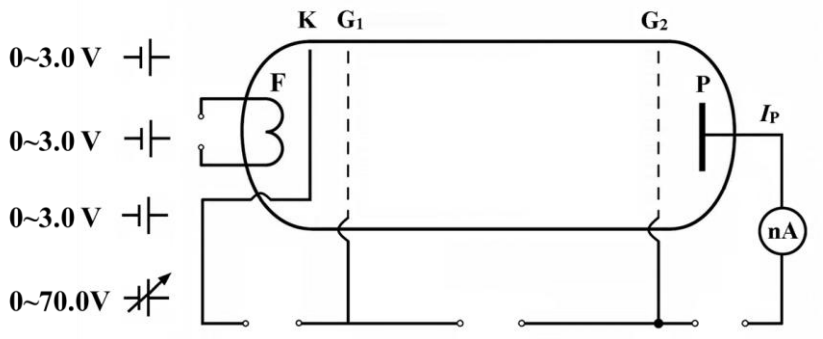


图 1.6：高激发态测量电路示意图

1.7 F-H 管是在真空电子管基础上发展而来。真空电子管结构如题图 1.7 所示，灯丝 F（热阴极）通过电流 I_f 加热发射电子，在阳极 P 上施加正向电压时，连接 F 和 P 的外电路中有电流通过。在不施加外电压时，热电子发射电流 I （零场电流）满足理查森-德西曼公式：

$$I = AST^2 \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT}\right)$$

式中，A为阴极表面化学纯度有关的系数（单位为 $A\cdot m^{-2}\cdot K^{-2}$），$S$ 为阴极金属的有效发射面积（单位为 m^2），T 为热阴极的绝对温度（单位为 K），e 是电子电量，φ 为电子逸出电势（$e\varphi$ 为电子逸出功，单位 eV），k 为玻尔兹曼常数。

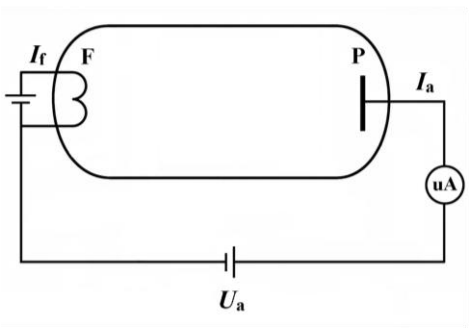
对该公式取对数可得

$$\lg\frac{I}{T^2} = \lg AS - 5.04\times10^3\varphi\frac{1}{T}$$

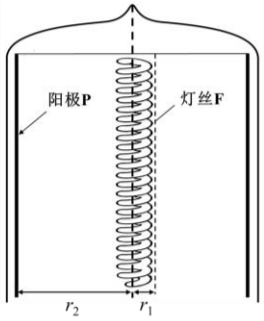
若在阴极和阳极之间施加外电压U_a，阴极发射的热电子在加速电场作用下向阳极运动，形成阳极电流 I_a，I_a 与 I 满足以下关系，

$$\lg I_a = \lg I + \frac{0.439}{2.30T}\frac{1}{\sqrt{r_1\ln(r_2/r_1)}}\sqrt{U_a}$$

其中 r_1 和 r_2 分别为共轴圆柱形阴极和阳极的半径，如题图 1.7（b）。



(a)



(b)

图 1.7：真空电子管（a）等效电路图　　（b）结构示意图

1.7.1（5 分）根据题表 1.7.1 数据，利用最小二乘法线性拟合计算不同温度的零场电流 lg$I$（I 的单位为安培 A），填入题表 1.7.2 中。（保留三位有效数字）

表 1.7.1 不同加速电压和灯丝温度下的阳极电流

U_a/V / T/K　I_a/μA	16.0	36.0	64.0	100.0	144.0
1800	2.82	3.09	3.24	3.31	3.39
1880	11.48	12.02	12.30	12.88	13.18
1960	37.15	38.90	40.74	41.69	42.66
2040	112.20	117.49	120.23	125.89	128.82
2120	323.59	331.13	346.74	354.81	363.08

表 1.7.2 不同灯丝温度下的零场电流对数 lg$I$，I 的单位为安培 A

T/K	1800	1880	1960	2040	2120
lg$I$					

1.7.2（2 分）根据题表 1.7.2 数据，利用最小二乘法线性拟合，求出电子逸出功 $e\varphi$ 为 _____ eV（保留三位有效数字）。

试题二 表面等离激元（45 分）

在金属和电介质界面上，满足一定条件下会存在一种特殊的表面电磁波模式，称为表面等离激元（SPP），对应波矢 $k_{spp}=k_0\sqrt{\varepsilon_m\varepsilon_d/(\varepsilon_m+\varepsilon_d)}$，如图 2 所示，其中 ε_m 和 ε_d 分别为金属和电介质的介电常数（忽略介电损耗），k_0 表示真空中光波矢。当入射光波矢的水平分量与金属-电介质界面处表面等离激元的波矢相等时，能量发生耦合，形成表面等离激元共振（SPR）。

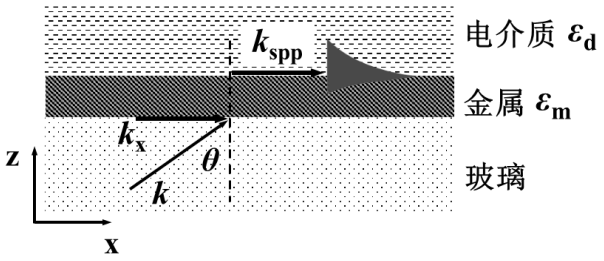


图 2：表面等离激元共振原理示意图

2.1（2 分）若要形成表面等离激元，应满足 k_{spp} 大于 $k_0\sqrt{\varepsilon_d}$（电磁波在电介质中的波矢），则金属和电介质的介电常数必须满足的条件是（ ）

A. $\varepsilon_m>0$ 且 $\varepsilon_d>0$

B. $\varepsilon_d\cdot\varepsilon_m<0$

C. $\varepsilon_d\cdot\varepsilon_m<0$ 且 $\varepsilon_d+\varepsilon_m<0$

D. $\varepsilon_d\cdot\varepsilon_m<0$ 且 $\varepsilon_d+\varepsilon_m>0$

2.2（2 分）由于 k_{spp} 一定大于 $k_0\sqrt{\varepsilon_d}$ 的水平分量，上方介质中的入射光波矢和 SPP 的波矢天然不匹配，无法直接照射金属表面激发出 SPP。经典的激发方案有棱镜全内反射的 Kretschmann-Raether 法，如题图 2.2 所示。在金属下方增加高折射率棱镜（折射率为 n_g），当棱镜中的入射光到达金属下表面并发生全反射后，在金属内部形成隐失场（倏逝波），隐失场沿 z 方向指数衰减。如果隐失场与 SPP 满足波矢匹配，则隐失场到达金属上表面后与 SPP 耦合形成 SPR。实验中使用高折射率棱镜的目的是：_____。

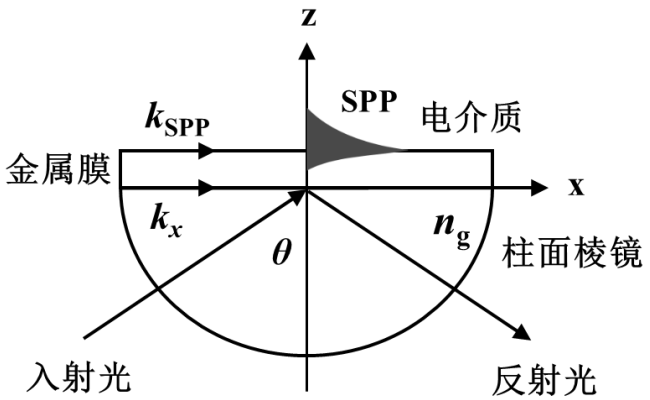


图 2.2：棱镜全内反射激发 SPP 示意图

2.3（5 分）实验中常采用半圆柱棱镜，首先需要测量棱镜折射率。可利用处于正常工作状态的分光计装置测量半圆柱棱镜在空气中的全反射临界角。实验首先调节半圆柱棱镜的圆心与载物平台的中心重合，激光水平入射半圆柱棱镜圆心，此时如何检验是否重合良好：_____。水平入射圆心的激光所在角度读数为 56°10′，临界角对应的反射光角度读数如题图 2.3（图中虚线表示游标与主尺重合位置），则临界角为_____（用度分表示），棱镜的折射率为_____（保留四位有效数字，**后续题目所用棱镜均采用此折射率数值**）。

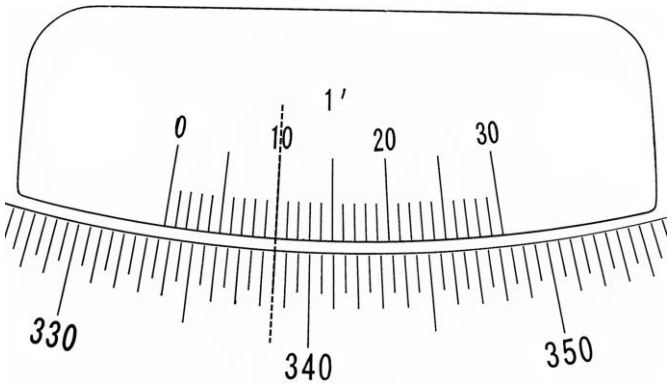


图 2.3：临界角对应的反射光角度

2.4（4 分）将题图 2.4（a）所示的半圆柱棱镜/金薄膜/样品池结构放置于分光计上，以空气为待测样品，测得不同入射角下的反射光强度如题图 2.4（b）所示。图中曲线有三个显著特征区（I、II、III），说明各自物理含义，I 区：_____，II 区：_____，III 区：_____。根据图中数据计算金薄膜/空气界面 SPP 有效折射率（k_{spp}/k_0）为_____。（保留四位有效数字）。

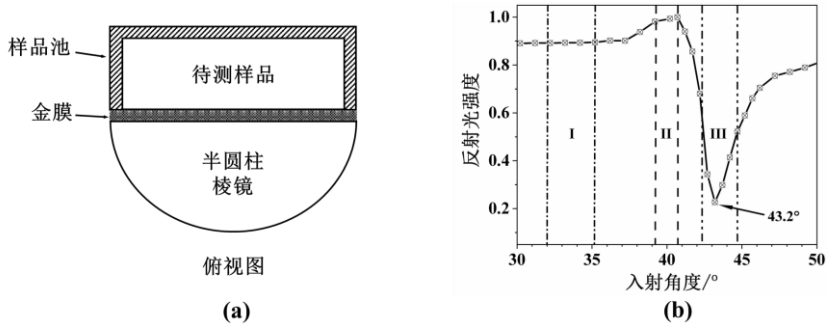


图 2.4：（a）半圆柱棱镜/金薄膜/样品池示意图 （b）反射光强度随入射角变化曲线

2.5（4 分）只有入射的电磁波为 P 偏振时才能激发 SPR，S 偏振对 SPR 没有贡献。题 2.4 中光强曲线是在纯 P 偏振光入射时获得的，将入射光偏振方向分别转动 90° 和 45°，在答题纸上画出对应的反射光强度与角度关系示意图。

2.6（2 分）将待测样品加入样品池，已知待测样品水的折射率 n_{water}=1.333，若测得共振角 θ_{SPP}=70.5°，则可算出金薄膜的介电常数 ε_{Au} 为_____（保留三位有效数字）。使用同样的实验设备，将待测样品更换为水与酒精的混合物，则 θ_{SPP}=73.5°，计算该混合物的折射率为_____（保留三位有效数字）。

2.7（3 分）不同金薄膜厚度对应的反射光强度与角度的关系如题图 2.7 所示，总结曲线随厚度增加的变化规律_____（写出三条最主要特征）。

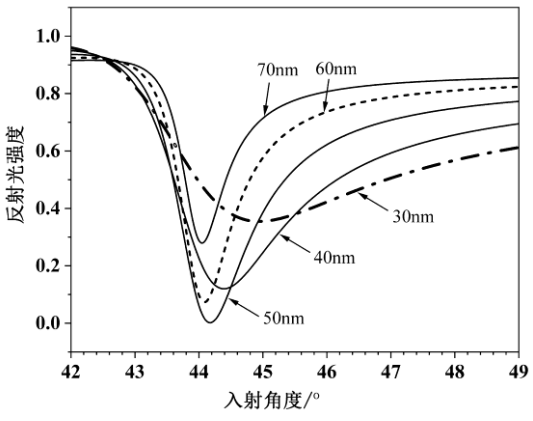


图 2.7 不同厚度金薄膜的 SPR 关系曲线

2.8（4 分）SPR 生物分子相互作用分析仪是目前生命科学和药物研发中最主要的无标记实时分析工具，如题图 2.8 所示，单色光以一定角度范围入射，利用 CCD 相机同时探测一定角度范围的反射光强度，制备在金薄膜表面的生物分子（捕获配体）可以捕获接近的特异性分子，实现对特异性分子的实时检测，说明分析仪的具体工作原理_____。图中 θ_0 对应特异性分子加入前的 SPR 共振角。在答题纸上分别画出液体中加入特异性分子（其折射率大于液体折射率）前（实线表示）、后（虚线表示）CCD 探测到的光强分布曲线。

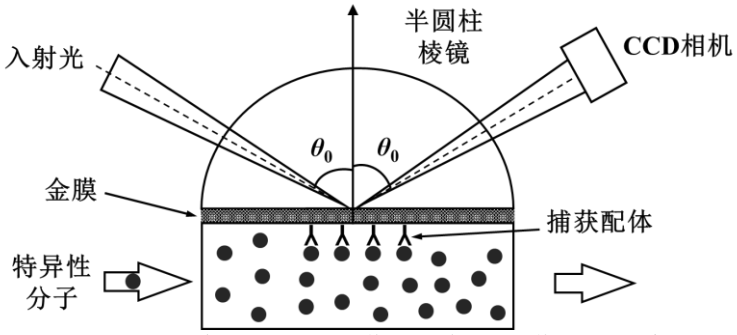
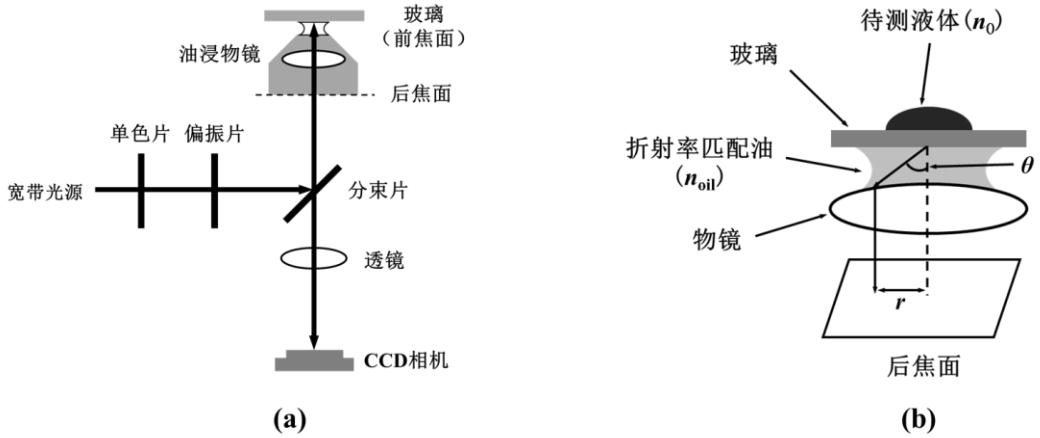
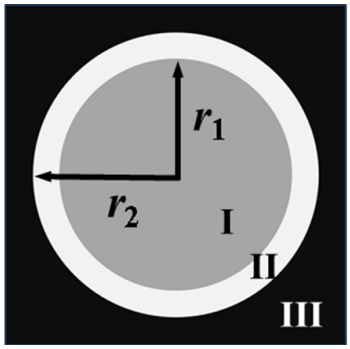


图 2.8：SPR 生物分子相互作用分析仪工作原理示意图

2.9（5 分）在科学研究中，通常自行搭建显微镜光路观察 SPP。实验中采用高数值孔径 NA=1.49 的油浸物镜（$\mathrm{NA}=n_{\mathrm{oil}}\sin\theta_{\max}$，其中 $\theta_{\max}$ 是物镜可接收光线的最大半角，油的折射率 n_{oil}=1.51 近似等于玻璃的折射率），如题图 2.9（a,b）所示，将物镜等效为一个单透镜，等效焦距为 f 。实验中所使用透镜满足正弦条件：$r=f\cdot\sin\theta$ 。可利用另一个透镜对物镜后焦面进行成像，CCD 得到的图像示意图如题图 2.9（c）所示，说明图中三个区域各自的物理含义，I 区：_____；II 区：_____；III 区：_____；利用 CCD 图像可计算待测液体的折射率，给出折射率计算公式_____。





(c)

图 2.9：后焦面成像示意图

2.10（2 分）在图 2.9 装置的玻璃上表面镀上金薄膜，可激发并观测 SPP，实验中必须使用高 NA 油浸物镜的最主要原因是（ ）。

A.高 NA 物镜能收集更多的光子，提高信噪比

B.只有当物镜的 NA 足够大时，才能提供足够大的横向波矢匹配 SPP 波矢

C.高 NA 物镜自带起偏功能，能过滤掉无用的 S 偏振光

D.避免光在匹配油与玻璃的界面发生全反射

2.11（5 分）利用图 2.9 的装置，在玻璃上表面镀上金薄膜，使用 532 nm 单色滤光片，利用黑白 CCD 对后焦面成像，结果如题图 2.11 所示。说明图中出现暗弧的物理原因_____，以及竖直方向没有出现暗弧的物理原因_____。利用该图可计算金薄膜的介电常数 $\varepsilon_{\mathrm{Au}}$，说明方法_____。如果去掉单色滤光片，说明图像的主要变化：_____。

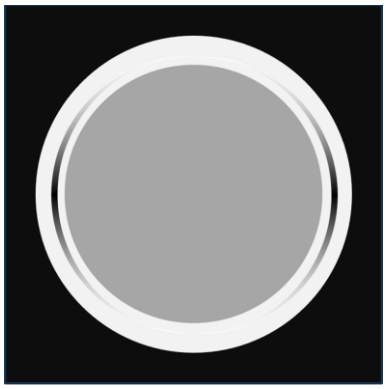


图 2.11：后焦面成像结果图

2.12（7 分）如果光线垂直入射，棱镜补偿方案失效，可利用周期性结构提供的额外倒格矢，实现波矢补偿。如题图 2.12 所示，在金薄膜上表面一定区域内制备一维周期性结构（光栅，周期为 Λ，倒格矢大小 $G=2\pi/\Lambda$），当 $k_{\mathrm{SPP}}=mG$（m 为非零整数），可激发 SPP。波长为 690 nm 光线从上方空气中垂直入射金薄膜，如果希望上方只有零级反射光，利用题 2.4 测得的 SPP 有效折射率，可算得 Λ 为_____ nm（保留三位有效数字）。被照明的周期性结构可以激发沿周期方向向外传播的 SPP，说明此时 CCD 探测到的后焦面图像主要特征_____。如果希望进一步利用该装置观察上述被激发的 SPP 离开周期性结构之后在金薄膜上表面的传播图像，应如何调整实验装置_____，为尽可能提高 SPP 成像对比度，应该对后焦面进行何种操作_____。

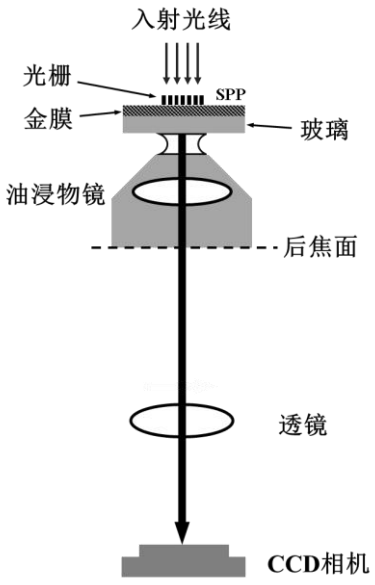


图 2.12 周期性结构激发 SPP 探测光路示意图