2025~2026 学年（上）期中质量监测

高一数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置，在其他位置作答一律无效。

3．本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，$B=\{0,1,2,3\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,1,2,3\}$　　C. $\{1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

2. 命题“$\forall x>0,x^2+1>x$”的否定是

A. $\forall x\leqslant 0,x^2+1\leqslant x$　　B. $\exists x\leqslant 0,x^2+1>x$

C. $\exists x>0,x^2+1\leqslant x$　　D. $\exists x>0,x^2+1>x$

3. 设 $a>0$，则 $\sqrt[5]{a\sqrt[3]{a^2}}$ 的分数指数幂形式为

A. $a^{\frac{1}{2}}$　　B. $a^{\frac{1}{3}}$　　C. $a^{\frac{1}{5}}$　　D. $a^{\frac{2}{5}}$

4. 已知 $p:1<b<a<2$，$q:0<a-b<1$，则 p 是 q 的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

5. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$，则 $f(2)=$

A. $\frac{5}{3}$　　B. $-\frac{5}{3}$　　C. 3　　D. $-\frac{1}{3}$

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App

6. 已知偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $(-\infty,+\infty)$，对任意的 $x_1,x_2\in(-\infty,0)$，都有不等式 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 成立．设 $a=f(-2),b=f(1),c=f(\sqrt{2})$，则 a,b,c 的大小关系为

A．$a<b<c$　　B．$b<a<c$

C．$a<c<b$　　D．$c<b<a$

7. 任何一个正实数 N 可以表示成 $N=a\times10^n\ (1\leqslant a<10,n\in\mathbf{Z})$，此时 $\lg N=n+\lg a$，（$0\leqslant\lg a<1$）．当 $n>0$ 时，N 是 $n+1$ 位数，则 45^{20} 是

（参考数据：$\lg2\approx0.301$，$\lg3\approx0.477$）

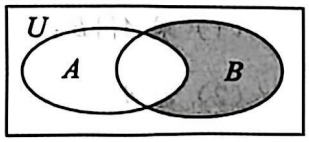
A．24 位数　　B．33 位数　　C．34 位数　　D．43 位数

8. 已知 $f(x)=x^3+5x$，若对于正数 a,b，满足 $f(2a-b)+f(2b-1)=0$，则 $\dfrac{ab}{a+b}$ 的最大值为

A．$\dfrac{1}{6}$　　B．$\dfrac{\sqrt{2}}{8}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}-1}{4}$　　D．$3-2\sqrt{2}$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 如图，已知矩形 U 表示全集，A,B 是 U 的两个子集，则阴影部分可表示为



A．$\complement_U(A\cap B)$　　B．$(\complement_U A)\cap B$

C．$\complement_B(A\cap B)$　　D．$\complement_{(A\cup B)}(A\cap B)$

10. 已知 $x>y>0$，且满足 $\log_2\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{3}=\dfrac{\log_2x+\log_2y}{4}$，则下列结论正确的是

A．$\sqrt{x}+\sqrt{y}=\dfrac{3}{4}xy$　　B．$x+y=7\sqrt{xy}$

C．$\sqrt{\dfrac{x}{y}}-\sqrt{\dfrac{y}{x}}=3\sqrt{5}$　　D．$\dfrac{1}{x}+y$ 的最小值为 $7-3\sqrt{5}$

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3x+1,x\leqslant1,\\x^2,x>1,\end{cases}$ 若 $f(x_1)=f(x_2)$，且 $x_1<x_2$，则

A．$(x_1-1)f(x_2)$ 的最小值 $-\dfrac{4}{3}$　　B．x_2-x_1 的最大值为 1

C．$\exists x_0\in\mathbf{R}$，使 $f(x_0)=f(2-x_0)$　　D．存在唯一 x_0，使 $f(x_0)+f(-x_0)=0$

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,2)$，则函数 $f(2x-1)$ 的定义域为_____.

13. 若不等式 $|x|<a$ 的一个充分不必要条件为 $\frac{2x-1}{x-2}<1$，则实数 a 的取值范围是_____.

14. 若 $\forall x\in[0,+\infty)$，$(ax+3)\left(x^2-b+1\right)\leqslant 0$，其中 $a,b\in\mathbf{Z}$，则 $a+b=$_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. （13 分）

（1）计算 $e^{-\ln 3}-\log_4 3\cdot\log_3 2+(0.125)^{\frac{2}{3}}$ 的值；

（2）已知 $a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}=2$，求 $\frac{a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}}{a^2-a^{-2}}$ 的值.

16. （15 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{(3-x)(x+1)}$，$g(x)=x^2+mx+m-1$．设 $f(x)$ 的定义域为集合 A，$f(x)$ 的值域为集合 B，集合 $C=\{x\mid g(x)\leqslant 0\}$.

（1）求 $A\cap B$；

（2）若 $A\cap C=A$，求实数 m 的取值范围.

17. （15 分）

已知函数 $f(x)=ax^2+(a-1)x+1$（$a\in\mathbf{R}$）.

（1）若不等式 $f(x)>0$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 在 $[-1,+\infty)$ 上单调递减，求 a 的取值范围；

（3）若函数 $g(x)=f(x)+(1-a)x^2$ 在 $[-1,2]$ 上的最大值为 6，求 a 的值.

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App

18. （17 分）

研究发现：函数 $f(x)=x+\frac{a}{x^n}(a>0,n\in\mathbf{N}^*)$ 在区间 $\left(0,(na)^{\frac{1}{n+1}}\right)$ 上单调递减，在区间 $\left((na)^{\frac{1}{n+1}},+\infty\right)$ 上单调递增．请根据以上结论解决下列问题：

（1）求函数 $f(x)=x+\frac{27}{x^3}$ 的值域；

（2）已知函数 $h(x)=x+\frac{4}{x^2}(x>0)$．

① 写出 $h(x)$ 的单调减区间，并用定义法证明；

② 若 $0<x_1<x_2$，满足 $h(x_1)=h(x_2)$，证明：$x_1+x_2>4$．

19. （17 分）

设集合 $A=\{a_1,a_2,\cdots,a_n\}$，$1\leqslant a_1<a_2<\cdots<a_n$．若 $\forall x,y\in A$，且 $x\leqslant y$，$xy\in A,\frac{y}{x}\in A$ 至少有一个成立，则称集合 A 为“Ω”集．

（1）已知 $A=\{1,2,4\}$，$B=\{2,4,8\}$，直接判断集合 A,B 是否为“Ω”集．

（2）若 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\}$ 为“Ω”集，$1\leqslant a_1<a_2<a_3<a_4<a_5$，$a_3=2$，求 $T=a_1a_2a_3a_4a_5$ 的值；

（3）若 $A=\{a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7\}$ 为“Ω”集，$1\leqslant a_1<a_2<a_3<a_4<a_5<a_6<a_7$，$a_2=2,a_3=4$，求 A．

扫描全能王
3亿人都在用的扫描App

2025~2026 学年（上）期中质量监测

高一数学参考答案及评分建议

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	B	A	B	C	C	D

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。

9	10	11
BC	BCD	ACD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$　　**13.** $a\geqslant 2$　　**14.** -1 或 9

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

【解】（1）原式 $=\mathrm{e}^{\ln\frac{1}{3}}-\frac{\lg 3}{\lg 4}\cdot\frac{\lg 2}{\lg 3}+(\frac{1}{8})^{\frac{2}{3}}$　　…… 3 分

$=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$.　　…… 6 分

（2）因为 $a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}=2$，所以 $a+a^{-1}=(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})^2+2=6$.　　…… 8 分

所以 $\frac{a^{\frac{3}{2}}+a^{-\frac{3}{2}}}{a^2-a^{-2}}=\frac{(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})(a+a^{-1}-1)}{(a+a^{-1})(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})}$　　……11 分

$=\frac{a+a^{-1}-1}{(a+a^{-1})(a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}})}=\frac{6-1}{6\times 2}=\frac{5}{12}$.　　……13 分

16.（15 分）

【解】（1）由 $(3-x)(x+1)\geqslant 0$，得 $-1\leqslant x\leqslant 3$，即 $A=[-1,3]$.　　…… 3 分

由 $f(x)=\sqrt{-(x-1)^2+4}$，

因为 $-1\leqslant x\leqslant 3$，所以 $0\leqslant f(x)\leqslant 2$，即 $B=[0,2]$.　　…… 6 分

所以 $A\cap B=[0,2]$.　　…… 8 分

（2）$g(x)=x^2+mx+m-1\leqslant 0$，得 $(x+1)(x+m-1)\leqslant 0$.

因为 $A\cap C=A$，所以 $A\subseteq C$， ……10 分

所以 $[-1,3]\subseteq[-1,1-m]$， ……12 分

所以 $1-m\geqslant 3$，解得 $m\leqslant -2$，

所以实数 m 的取值范围是 $m\leqslant -2$． ……15 分

17. （15 分）

【解】（1）由条件，$f(x)=ax^2+(a-1)x+1>0$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上恒成立，

当 $a=0$，$f(x)=-x+1$，不符合； …… 1 分

当 $a<0$ 时，显然也不符合，

所以 $a>0$，且 $\Delta=(a-1)^2-4a<0$， …… 3 分

解得 $3-2\sqrt{2}<a<3+2\sqrt{2}$．

综上，a 的取值范围是 $3-2\sqrt{2}<a<3+2\sqrt{2}$． …… 5 分

（2）由条件，$f(x)=ax^2+(a-1)x+1$ 在 $[-1,+\infty)$ 上单调递减，

当 $a=0$，$f(x)=-x+1$，符合； …… 6 分

当 $a>0$ 时，显然不符合，

所以 $a<0$，且 $-\dfrac{a-1}{2a}\leqslant -1$， …… 8 分

解得 $-1\leqslant a<0$．

综上，a 的取值范围是 $-1\leqslant a\leqslant 0$． ……10 分

（3）由 $g(x)=f(x)+(1-a)x^2$，即 $g(x)=x^2+(a-1)x+1$． ……11 分

由条件 $g(x)$ 在 $[-1,2]$ 上的最大值为 6，

当 $-\dfrac{a-1}{2}\geqslant\dfrac{1}{2}$，即 $a\leqslant 0$ 时，$[g(x)]_{\max}=g(-1)=3-a$，

即 $3-a=6$，解得 $a=-3$，符合； ……13 分

当 $-\dfrac{a-1}{2}<\dfrac{1}{2}$，即 $a>0$ 时，$[g(x)]_{\max}=g(2)=2a+3$，

即 $2a+3=6$，解得 $a=\dfrac{3}{2}$，符合．

所以符合条件的 a 的取值为 -3 或 $\dfrac{3}{2}$． ……15 分

18. （17 分）

【解】（1）由 $f(x)=x+\frac{27}{x^3}$，知 $a=27$，$n=3$，所以 $(na)^{\frac{1}{n+1}}=3$，

所以当 $x>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,3)$ 上单调递减，在 $(3,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $\left[f(x)\right]_{\min}=f(3)=4$． …… 3 分

又 $f(-x)=-x+\frac{27}{(-x)^3}=-(x+\frac{27}{x^3})=-f(x)$，

所以 $f(x)$ 是奇函数， …… 5 分

所以当 $x<0$ 时，$\left[f(x)\right]_{\max}=f(-3)=-4$．

所以 $f(x)$ 的值域为 $(-\infty,-4]\cup[4,+\infty)$． …… 7 分

（2）①$h(x)$ 的单调减区间为 $(0,2)$． …… 8 分

证明如下：设 $0<x_1<x_2<2$，

$$h(x_1)-h(x_2)=x_1+\frac{4}{x_1^2}-(x_2+\frac{4}{x_2^2})=x_1-x_2+\frac{4}{x_1^2}-\frac{4}{x_2^2}$$

$$=x_1-x_2+\frac{4(x_2^2-x_1^2)}{x_1^2x_2^2}=(x_1-x_2)\left[1-\frac{4(x_2+x_1)}{x_1^2x_2^2}\right]$$

$$=(x_1-x_2)\frac{x_1^2x_2^2-4(x_2+x_1)}{x_1^2x_2^2}\quad（*）$$ ……11 分

因为 $0<x_1<x_2<2$，所以 $x_1x_2<4$，$x_1+x_2<4$，

因为 $x_1x_2<(\frac{x_1+x_2}{2})^2<\frac{4}{2}\cdot\frac{x_1+x_2}{2}=x_1+x_2$（$x_1\neq x_2$），

所以 $x_1^2x_2^2-4(x_2+x_1)=(x_1x_2)\cdot(x_1x_2)-4(x_1+x_2)<4(x_1+x_2)-4(x_1+x_2)=0$．

又 $x_1-x_2<0$，所以 $h(x_1)-h(x_2)>0$，即 $h(x_1)>h(x_2)$，

所以 $h(x)$ 的单调减区间为 $(0,2)$． ……14 分

②因为 $h(x_1)=h(x_2)$，由（*）知，$x_1^2x_2^2=4(x_1+x_2)$．

又 $0<x_1<x_2$，所以 $4(x_2+x_1)=x_1^2x_2^2<\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^4$，

所以 $(x_1+x_2)^3>64$，所以 $x_1+x_2>4$． ……17 分

19. （17 分）

【解】（1）A 为“Ω”集，B 不为“Ω”集. …… 4 分

（2）因为 $a_5a_5 > a_5a_4 > a_5a_3 > a_5a_2 > a_5$，

所以 $1=\frac{a_5}{a_5},\frac{a_5}{a_4},\frac{a_5}{a_3},\frac{a_5}{a_2},a_5 \in A$. …… 6 分

又因为 $1=\frac{a_5}{a_5}<\frac{a_5}{a_4}<\frac{a_5}{a_3}<\frac{a_5}{a_2}<a_5$，

所以 $a_1=1$，$\frac{a_5}{a_4}=a_2$，$\frac{a_5}{a_3}=a_3$，$\frac{a_5}{a_2}=a_4$， …… 8 分

所以 $a_5=a_2a_4=a_3^2$.

所以 $T=a_1a_2a_3a_4a_5=a_3^5=2^5=32$. ……10 分

（3）因为 $a_7a_7 > a_7a_6 > a_7a_5 > a_7a_4 > a_7a_3 > a_7a_2 > a_7$，

所以 $1=\frac{a_7}{a_7},\frac{a_7}{a_6},\frac{a_7}{a_5},\frac{a_7}{a_4},\frac{a_7}{a_3},\frac{a_7}{a_2},a_7 \in A$.

又 $1=\frac{a_7}{a_7}<\frac{a_7}{a_6}<\frac{a_7}{a_5}<\frac{a_7}{a_4}<\frac{a_7}{a_3}<\frac{a_7}{a_2}<a_7$，

所以 $a_1=1$，$\frac{a_7}{a_6}=a_2$，$\frac{a_7}{a_5}=a_3$，$\frac{a_7}{a_4}=a$，$\frac{a_7}{a_3}=a_5$，$\frac{a_7}{a_2}=a_6$，

所以 $a_1=1$，$a_7=a_2a_6=a_3a_5=a_4^2$，同时 $\frac{a_4}{a_3}=\frac{a_5}{a_4}$，$\frac{a_4}{a_2}=\frac{a_6}{a_4}$. ……14 分

因为 $a_5a_4 > a_5a_3 = a_7$，所以 $\frac{a_4}{a_3}=\frac{a_5}{a_4}\in A$，

因为 $a_6a_4 > a_6a_2 = a_7$，所以 $\frac{a_6}{a_4}=\frac{a_4}{a_2}\in A$.

又 $1<\frac{a_4}{a_3}<\frac{a_4}{a_2}<a_4$，所以 $\frac{a_4}{a_3}=a_2,\frac{a_4}{a_2}=a_3$，

所以 $a_4=a_2a_3=8$，$a_7=a_4^2=64$，$a_5=\frac{a_7}{a_3}=16$，$a_6=\frac{a_7}{a_2}=32$，

所以 $\{1,2,4,8,16,32,64\}$. ……17 分