武汉市2025届高中毕业生四月调研考试

数 学 试 卷

武汉市教育科学研究院命制　　2025.4.16

本试题卷共4页，19题，全卷满分150分。考试用时120分钟。

★祝考试顺利★

注意事项：

1. 答题前，先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.

2. 选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效.

3. 非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效.

4. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-4x\leqslant 0\}$，$B=\{x|-3<x\leqslant 4\}$，则 $(\complement_R A)\cap B=$

A. $(0,4)$　　B. $[-3,4]$　　C. $(-3,0)$　　D. $[4,+\infty)$

2. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=2^n-11$，S_n 为其前 n 项和，则 S_n 的最小值为

A. -9　　B. -7　　C. -3　　D. -19

3. 若向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 和向量 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

4. 随着Deepseek的流行，各种AI大模型层出不穷，现有甲、乙两个AI大模型，在对甲、乙两个大模型进行深度体验后，6位评委分别对甲、乙进行打分（满分10分），得到如图所示的统计表格，则下列结论不正确的是

评委编号 / 模型名称	1	2	3	4	5	6
甲	7.0	9.3	8.3	9.2	8.9	8.9
乙	8.1	9.1	8.5	8.6	8.7	8.6

A. 甲得分的平均数大于乙得分的平均数　　B. 甲得分的众数大于乙得分的众数

C. 甲得分的中位数大于乙得分的中位数　　D. 甲得分的方差大于乙得分的方差

5. 若 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=7$，则 $\cos 2\alpha$ 的值为

A. $\frac{7}{25}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{12}{25}$　　D. $\frac{4}{5}$

6. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，且 $C=\frac{\pi}{3}$，$c=6$，$\triangle ABC$ 面积为 $\sqrt{3}$，D 为边 AB 上一点，CD 是 $\angle ACB$ 的角平分线，则 $|CD|=$

A. $\sqrt{3}$　　B. 1　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 已知正四棱锥的侧棱长为 $3\sqrt{3}$，当该棱锥的体积最大时，它的高为

A. 1　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

8. 已知连续型随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\frac{1}{2},\frac{1}{4})$，记函数 $f(x)=P(\xi\leqslant x)$，则 $f(x)$ 的图象

A. 关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称　　B. 关于直线 $x=\frac{1}{4}$ 对称

C. 关于点 $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ 成中心对称　　D. 关于点 $(\frac{1}{4},\frac{1}{4})$ 成中心对称

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，有选错的得 0 分，部分选对的得部分分。

9. 若复数 $z=\frac{3-5\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$，则

A. $\bar{z}=4-\mathrm{i}$

B. $|\bar{z}|=\sqrt{17}$

C. z 在复平面内对应的点位于第四象限

D. 复数 ω 满足 $|\omega|=1$，则 $|\omega-z|$ 的最大值为 $\sqrt{17}+1$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+\cdots+2^{n-1}a_n=n\cdot 2^n$，$a_n$ 的前 n 项和为 S_n，则

A. $a_1=2$　　B. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

C. S_n,S_{2n},S_{3n} 构成等差数列　　D. 数列 $\{\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}\}$ 前 100 项和为 $\frac{25}{51}$

11. 已知曲线 $C:\sin(x+2y)=2x-y$，$P(x_0,y_0)$ 为曲线 C 上任一点，则下列说法中正确的有

A. 曲线 C 与直线 $y=x+1$ 恰有四个公共点

B. 曲线 C 与直线 $y=2x-1$ 相切

C. y_0 是关于 x_0 的函数

D. x_0 是关于 y_0 的函数

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 2，则 $m=$_____.

13. 为了响应节能减排号召，某地政府决定大规模铺设光伏太阳能板，该地区未来第 x 年底光伏太阳能板的保有量 y（单位：万块）满足模型 $y=\frac{N}{1+(\frac{N}{y_0}-1)e^{-px}}$，其中 N 为饱和度，y_0 为初始值，p 为年增长率. 若该地区 2024 年底的光伏太阳能板保有量约为 20 万块，以此为初始值，以后每年的增长率均为 10%，饱和度为 1020 万块，那么 2030 年底该地区光伏太阳能板的保有量约_____万块.

（结果四舍五入保留到整数，参考数据：$e^{-0.5}\approx0.61$，$e^{-0.6}\approx0.55$，$e^{-0.7}\approx0.49$）

14. 在各棱长均相等的正四面体 $PABC$ 中，取棱 PC 上一点 T，使 $PT=2TC$，连接 TA，TB，三棱锥 $T-PAB$ 的内切球的球心为 M，三棱锥 $T-ABC$ 的内切球的球心为 N，则平面 MAB 与平面 NAB 的夹角的正弦值是_____.

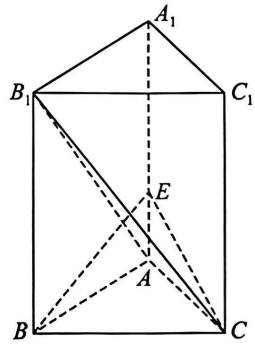
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15.（13 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AC=2$，$AA_1=4$，$AB\perp AC$，AA_1 上的点 E 满足 $BE\perp AB_1$.

（1）求证：$BE\perp$ 平面 AB_1C；

（2）求平面 CBE 与平面 ABE 夹角的余弦值.



16.（15 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{\ln x}{x}+\frac{a}{x}-1$.

（1）若在 $(1,f(1))$ 处的切线斜率为 -1，求 a；

（2）若 $f(x)\geqslant0$ 恒成立，求 a 的取值范围.

17.（15 分）

13 张大小质地完全相同的卡牌中有八张数字牌，正面标有 1～8，此外还有五张字母牌，正面标有 $A\sim E$，将这十三张牌随机排成一行.

（1）求五张字母牌互不相邻的概率；

（2）求在标有 8 的卡牌左侧没有数字牌的概率；

（3）对于给定的整数 $k(1\leqslant k\leqslant 8)$，记“在标有 k 的数字牌左侧，没有标号比 k 小的数字牌”为事件 A_k，求 A_k 发生的概率.（结果用含 k 的式子表示）

18.（17 分）

已知集合 $A=\{x\mid x=m+\sqrt{3}n,m\in\mathbf{Z},n\in\mathbf{Z}\}$，集合 B 满足 $B=\{x\mid x\in A\text{ 且}\frac{1}{x}\in A\}$.

（1）判断 $2+\sqrt{3}$，$3-\sqrt{3}$，0，$7+4\sqrt{3}$ 中的哪些元素属于 B；

（2）证明：若 $x\in B,y\in B$，则 $xy\in B$；

（3）证明：若 $x=m+\sqrt{3}n\in B$，则 $m^2-3n^2=1$.

19.（17 分）

如图，椭圆 $\Gamma_1:\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}=1(m>n>0)$，$\Gamma_2:\frac{x^2}{n}+\frac{y^2}{m}=1$，已知 Γ_1 右顶点为 $H(2,0)$，且它们的交点分别为 $P_1(1,1)$，$P_2(-1,1)$，$P_3(-1,-1)$，$P_4(1,-1)$.

（1）求 Γ_1 与 Γ_2 的标准方程；

（2）过点 P_1 作直线 MN，交 Γ_1 于点 M，交 Γ_2 于点 N，设直线 P_3M 的斜率为 k_1，直线 P_3N 的斜率为 k_2，求 $\frac{k_2}{k_1}$；（上述各点均不重合）

（3）点 Q_1 是 Γ_1 上的动点，直线 Q_1P_1 交 Γ_2 于点 Q_2，直线 Q_2P_2 交 Γ_1 于点 Q_3，直线 Q_3P_3 交 Γ_2 于点 Q_4，直线 Q_4P_4 与直线 Q_1P_1 交于点 N，求点 G 坐标，使直线 NG 与直线 NH 的斜率之积为定值.（上述各点均不重合）

