宣城市2025届高中毕业班第二次调研测试

数　学

事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将答题卡交回.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-3x\leqslant 0\}$，$B=\left\{x\left|\frac{2}{x}\leqslant 1\right.\right\}$，则 $A\cap B=$

A. $[-3,2]$　　B. $[2,+\infty)$　　C. $[-3,0)$　　D. $[2,3]$

2. 设复数 z 满足 $(1+i)z=4i$，则 $|z|=$

A. $2\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. 4

3. 陀螺是我国民间最早的娱乐工具之一（如图1），一个倒置的陀螺，上半部分为圆锥，下半部分为同底圆柱（如图2），其中总高度为7cm，圆柱的高度为5cm，该陀螺由密度为 0.8g/cm^3 的木质材料制成（密度 $=\frac{\text{质量}}{\text{体积}}$），其总质量为81.6g，，则此陀螺圆柱底面的面积为.

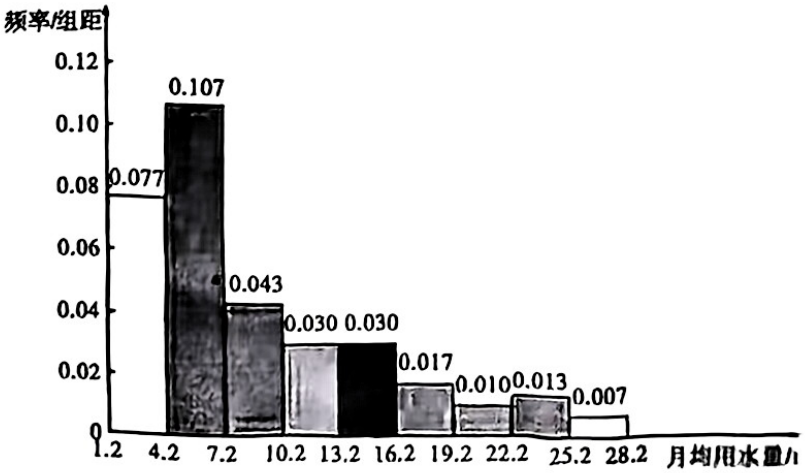


图1

A. 16cm^2　　B. 17cm^2

C. 18cm^2　　D. 19cm^2

4. 为了解某市居民用水情况，通过简单随机抽样，获得了100户居民用户的月均用水量（单位：t），将该数据按照 $[1.2,4.2)$，$[4.2,7.2)$，…，$[25.2,28.2]$，分成9组，绘制了如图所示的频率分布直方图. 政府要对节约用水的用户予以表彰，制定了一个用水量标准 x，使表彰的居民不超过15.4%，则以下比较适合作为标准 x 的为



A. 3.2　　B. 5　　C. 5.04　　D. 15.7

5. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$渐近线的斜率小于$\frac{\sqrt{5}}{5}$，则离心率 e 的取值范围为

A. $\left(0,\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$　　B. $\left(1,\frac{\sqrt{30}}{5}\right)$　　C. $\left(1,\frac{3\sqrt{5}}{5}\right)$　　D. $(\sqrt{6},+\infty)$

6. 已知各项均为整数的数列$\{a_n\}$中，$a_6=-2$，$a_9=1$，前 10 项依次成等差数列，从第 9 项起依次成等比数列，则 $a_{2025}=$

A. 2^{2013}　　B. 2^{2014}　　C. 2^{2015}　　D. 2^{2016}

7. 如图 1，为了测量两山顶 M，N 间的距离，飞机沿水平方向在 A，B 两点进行测量，A，B，M，N 在同一个铅垂平面内，其平面图形如图 2 所示．已知$\angle ABM=30°$，$\angle BAN=45°$，$\angle MAN=60°$，$\angle MBN=90°$，$AB=2\sqrt{5}$，则 $MN=$

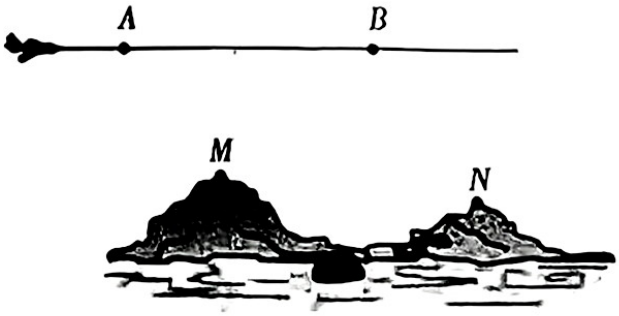


图 1

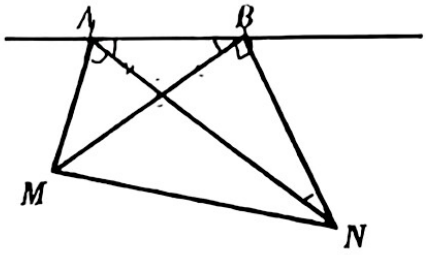


图 2

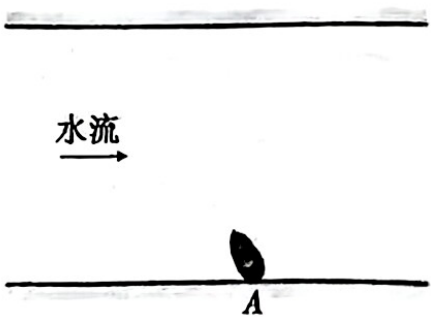
A. $5(\sqrt{3}-1)$　　B. $5\sqrt{2}$　　C. $5(\sqrt{3}+1)$　　D. 10

8. 定义方程$f(x)=f'(x)$的实数根 x 叫做函数$f(x)$的“新驻点”．若函数$f(x)=2025x$，$g(x)=\ln x$，$h(x)=x^3-1$的“新驻点”分别为 a，b，c，则 a，b，c 的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的。全部选对得 6 分，选对但不全的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 如图，一条河两岸平行，河的宽度 $d=500\text{m}$，一艘船从河岸边的 A 地出发，向河对岸航行，已知船的速度$\overrightarrow{v_1}$的大小为$|\overrightarrow{v_1}|=10\text{km/h}$，水流速度$\overrightarrow{v_2}$的大小为$|\overrightarrow{v_2}|=2\text{km/h}$，设$\overrightarrow{v_1}$和$\overrightarrow{v_2}$的夹角为$\theta(0<\theta<\pi)$，则下列说法正确的为



A. 当船的航行时间最短时，$\theta=\frac{\pi}{2}$

B. 当船的航行距离最短时，$\cos\theta=\frac{1}{5}$

C. 当$\theta=\frac{\pi}{6}$时，船的航行时间为 6 分钟

D. 当$\theta=\frac{2\pi}{3}$时，船的航行距离为$\frac{\sqrt{31}}{5}\text{km}$

已知抛物线 $C:y^2=2px$ 的焦点为 F，点 A(8,8) 在抛物线上，过点 F 作直线交抛物线于 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 两点，则

A. $|MN|$的最小值为 4

B. 以线段 MN 为直径的圆与直线 $x=-2$ 相切

C. 当$\overrightarrow{MF}=2\overrightarrow{FN}$时，则$|MN|=9$

D. $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=-12$

11. 已知$f(x)$是定义在R上的奇函数，且$f(x)$图象连续不间断，函数$f(x)$的导函数为$f'(x)$．当$x<0$时，$f'(x)\cos x-2f'(x)<f(x)\sin x$，其中e为自然对数的底数，则

A. $f(x)$在R上有且只有1个零点　　B. $f(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增

C. $f(2025)>0$　　D. $f(-\frac{\pi}{4})<f(\frac{\pi}{4})$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12. 已知函数$f(x)=\begin{cases}\log_3 x, x>0\\ f(x+3), x\leqslant 0\end{cases}$，则$f(-5)=$_____．

13. 某单位在五一假期，需要从5人中选若干人在5天假期值班（每天只需1人值班），不出现同一人连续值班2天，共有_____种不同的安排方法．

14. 已知α,β都是锐角，$2\alpha+\beta=\frac{2\pi}{3}$，$\tan\alpha\cdot\tan\frac{\beta}{2}=2-\sqrt{3}$，则$\alpha=$_____．

四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. （13分）为了解学生课余时间体育锻炼情况，某校对100名学生平均每周的体育锻炼时间进行了调查，统计数据如下表：

每周体育锻炼的时间（小时）	[0,2)	[2,4)	[4,6)	[6,8)	[8,10)	[10,12)	[12,14)	[14,16]
人数	3	4	8	11	41	20	8	5

用频率估计概率，该校学生平均每周的体育锻炼时间X近似服从正态分布$N(\mu,\delta^2)$，μ近似为样本平均数$\bar{x}$（同一组中的数据用该组区间的中间值代表），δ近似为样本标准差s，并已求得$s\approx 3$，利用所得正态分布模型解决以下问题：

（1）该校共5000人，试估计该校大约有多少学生平均每周的体育锻炼时间15小时以上（结果四舍五入）；

（2）若在该校随机抽取3位学生，设其中平均每周的体育锻炼时间在9小时以上的人数为ξ，求随机变量ξ的分布列和均值．

附：若$X\backsim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma\leqslant X\leqslant\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma\leqslant X\leqslant\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma\leqslant X\leqslant\mu+3\sigma)\approx 0.9973$．

16. （15分）平面内，动点$M(x,y)$与定点$F(\sqrt{3},0)$的距离和M到定直线$l:x=\frac{4\sqrt{3}}{3}$的距离的比是常数$\frac{\sqrt{3}}{2}$，记动点M的轨迹为曲线E．

（1）求曲线E的方程；

（2）O为坐标原点，A,B为曲线E上不同两点，经过A,B两点的直线与圆$x^2+y^2=1$相切，求$\triangle OAB$面积的最大值．

17. (15 分)如图 1，在平行四边形 $ABCM$ 中，$MC=2MA=2$，$\angle MAD=\frac{\pi}{3}$，D 为 CM 的中点，H 为 AD 的中点，$AF=\frac{1}{2}FC$，沿 AD 将 $\triangle MAD$ 翻折到 $\triangle PAD$ 的位置，使 $PF\perp AC$，如图 2.

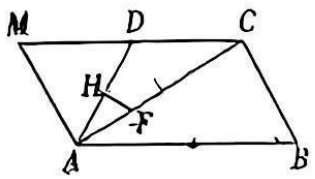


图 1

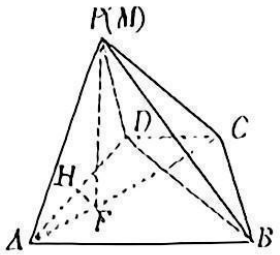


图 2

(1)证明：$BD//$平面 PHF；

(2)求平面 PBC 和平面 PAD 所成角的余弦值.

18. (17 分)已知函数 $f(x)=ae^x-2x-3\cos x+1$，其中 e 为自然对数的底数.

(1)当 $a=2$ 时，判断函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$ 上的单调性；

(2)令 $g(x)=f'(x)$，若函数 $g(x)$ 在区间 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 上存在极值，求实数 a 的取值范围；

(3)求证：当 $a\geqslant 2$ 时，$f(x)\geqslant 0$.

19. (17 分)若数列 $\{x_n\}$，$\{y_n\}$，其中 $y_n\in\mathbf{Z}$，对任意正整数 n 都有 $|x_n-y_n|<\frac{1}{2}$，则称数列 $\{y_n\}$ 为数列 $\{x_n\}$ 的“接近数列”. 已知 $\{b_n\}$ 为数列 $\{a_n\}$ 的“接近数列”，且数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n，T_n.

(1)若 $a_n=n+\frac{2}{3}$(n 是正整数)，求 b_1，b_2，b_3 的值；

(2)若数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，且 $d\in\mathbf{Z}$，求证：数列 $\{b_n\}$ 是等差数列；

(3)若 $a_n=\frac{3}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)^{n+1}$($n$ 是正整数)，判断是否存在正整数 k，使得 $S_k<T_k$？如果存在，请求出 k 的最小值，如果不存在，请说明理由.(参考数据：$\log_{\frac{5}{6}}\frac{1}{6}\approx 6.25$，$\log_{\frac{5}{6}}\frac{1}{5}\approx 4.65$)