2025 北京高三一模物理汇编
压轴计算题

一、解答题

1.（2025 北京石景山高三一模）神秘宇宙散发着无尽魅力，吸引着人们不断追寻和探索。

(1)某深空探测器在远离星球的宇宙深处航行时，由于宇宙中的星体对飞船的万有引力作用很微弱，可忽略不计，此时飞船将不受外力作用而做匀速直线运动。当探测器驶入一片分布均匀、静止的宇宙尘埃区域时，为了保持原有的速率 v，必须开启发动机。若该区域单位体积内有质量为 m_0 的尘埃，尘埃碰到探测器后立即吸附在上面，探测器可视为半径为 R 的球体。求发动机的推力大小 F；

(2)科学家用天文望远镜在宇宙中发现许多双星系统。双星系统由两个星体构成，其中每个星体的线度都远小于两星体之间的距离。某双星系统中每个星体的质量都是 M，相距 $2L$。它们围绕两者连线的中点做相同周期的圆周运动。已知引力常量为 G。

a.求该双星系统的运动周期 T_1；

b.若实际观测到该双星系统的运动周期为 T_2，且 $T_2:T_1=1:\sqrt{N}$（$N>1$）。为了解释 T_2 与 T_1 的差异，科学家预言双星系统之间存在一种望远镜观测不到的特殊物质，称之为暗物质。暗物质与通常的物质有引力相互作用，并遵循万有引力定律。可以建立一种简化模型，假定在这两个星体连线为直径的球体内均匀分布着暗物质，球体内的暗物质对双星系统有引力相互作用，不考虑其它暗物质对双星系统的影响。请根据这一模型和观测结果推测双星系统间暗物质的密度。

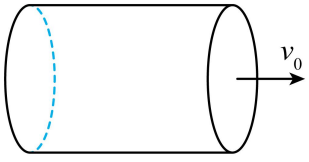
2.（2025 北京房山高三一模）构建物理模型是一种研究物理问题的科学思维方法。

(1)如图甲所示，一个质量为 0.18kg 的垒球，以 25m/s 的水平速度飞向球棒，被球棒击打后，反向水平飞回，速度的大小为 45m/s。若球棒与垒球的作用时间为 0.002s，求球棒对垒球的平均作用力大小 F。



甲

(2)我们一般认为，飞船在远离星球的宇宙深处航行时，其他星体对飞船的万有引力作用很微弱，可忽略不计。此时飞船将不受外力作用而做匀速直线运动。设想有一质量为 M 的宇宙飞船，正以速度 v_0 在宇宙中飞行。如图乙所示，飞船可视为横截面积为 S 的圆柱体。某时刻飞船监测到前面有一片尘埃云，已知尘埃云分布均匀，密度为 ρ。



乙

a。假设尘埃碰到飞船时，立即吸附在飞船表面，若不采取任何措施，飞船将不断减速。求飞船的速度由 v_0 减小 1%的过程中发生的位移大小 x。

b。假设尘埃与飞船发生的是弹性碰撞，且不考虑尘埃间的相互作用。为了保证飞船能以速度v_0匀速穿过尘埃云，在刚进入尘埃云时，飞船立即开启内置的离子加速器。已知该离子加速器是利用电场加速带电粒子，形成向外发射的高速（远大于飞船速度）粒子流，从而对飞行器产生推力。喷射粒子过程中，飞船的加速度很小，可视为惯性系。若发射的是一价阳离子，每个阳离子的质量为m，加速电压为U，元电荷为e。在加速过程中飞行器质量的变化可忽略，求单位时间内射出的阳离子数N。

3.（2025 北京朝阳高三一模）液体雾化具有广泛的应用，其本质是将液体破碎为微小液滴的过程。

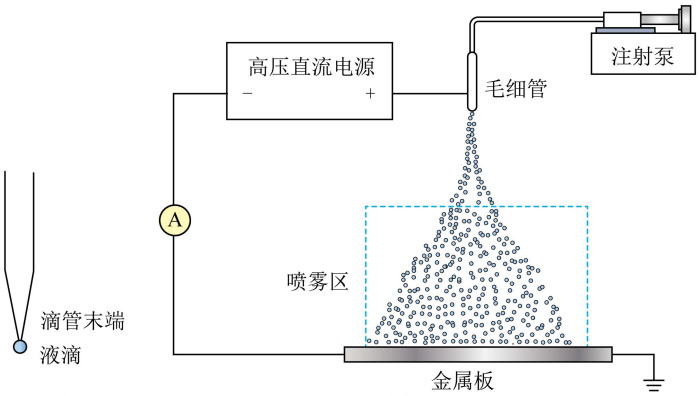


图1

图2

(1)液滴的滴落可看作雾化的最基本形态。以吸附在竖直滴管末端的液体为例，如图 1 所示，当液体所受重力超过管口处的表面张力（可认为方向向上）时，将脱离管口形成液滴。已知管口的直径为d，液体表面张力$F=\alpha l$，α为表面张力系数，l为液面分界线长度。

a．请推导表面张力系数α的单位；

b．若液滴的直径为D，请分析论证$D^3 \propto \alpha$。

(2)静电雾化是利用静电力使液体雾化的技术，可以产生微米级甚至纳米级的液滴。如图 2 所示，将高压直流电源正极浸到毛细管内液体中，使液体带电。液体从毛细管中流出时，由于电荷间的排斥作用散裂成液滴，最终形成喷雾。当管口处单位时间内流出的液体体积为Q时，电流表的示数为I。假设在喷雾区的所有液滴的半径均为r，液滴所带电荷量相同且均匀分布在液滴表面，已知静电力常量为k，忽略重力影响，忽略喷雾区液滴间的相互作用。

a．求液滴所带电荷量q；

b．对于任意一个液滴，取液滴上某一微小面元，其面积用S表示，此面元受到该液滴上其他电荷的静电力大小用F表示，求$\frac{F}{S}$。（已知均匀带电球面内电场强度处处为零，球面外电场强度可视为球面电荷量集中在球心处的点电荷所产生。）

4.（2025 北京大兴高三一模）如图 1 所示，电子感应加速器是利用变化磁场产生的电场来加速带电粒子的装置。在两个圆形电磁铁之间的圆柱形区域内存在方向竖直向下的匀强磁场，在此区域内，沿水平面固定一半径为r的圆环形光滑、真空细玻璃管，环形玻璃管中心O在磁场区域中心。一质量为m、带电量为q（q>0）的小球，在管内沿逆时针方向（从上向下看）做圆周运动，图 2 为其简化示意图。通过改变电磁铁中的电流可以改变磁场的磁感应强度B，若B的大小随时间t的变化关系如图 3 所示，图中$T_0=\frac{2\pi m}{qB_0}$。设小球在运动过程中电量保持不变，对原磁场的影响可忽略。

（1）在 $t=0$ 到 $t=T_0$ 时间内，小球不受玻璃管侧壁的作用力，求小球的速度大小 v_0；

（2）在磁感应强度增大的过程中，将产生涡旋电场，其电场线是在水平面内一系列沿逆时针方向的同心圆，同一条电场线上各点的场强大小相等。求从 $t=T_0$ 到 $t=1.5T_0$ 时间段内细管内涡旋电场的场强大小 E；

（3）某同学利用以下规律求出了 $t=2T_0$ 时电荷定向运动形成的等效电流：

根据 $I=\dfrac{q}{T}$ ①

$T=\dfrac{2\pi m}{qB}=\dfrac{\pi m}{qB_0}$ ②

得：等效电流 $I=\dfrac{q^2B_0}{\pi m}$ ③

你认为上述解法是否正确，并阐述理由。

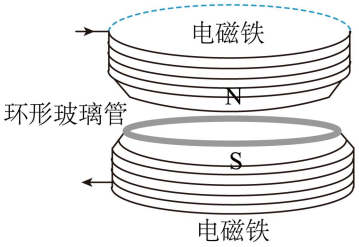


图1

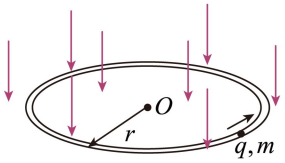


图2

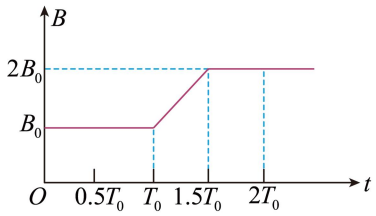


图3

5.（2025 北京顺义高三一模）通过电场和磁场我们可以控制微观带电粒子的运动（不计重力影响）。

(1)控制带电粒子的轨迹

如图 1 所示，空间中存在方向指向圆心 O_1 的径向电场，质量为 m，电荷量为 $+q$ 的粒子，垂直于电场方向射入电场，刚好做半径为 R 的匀速圆周运动，所经圆弧电场强度大小均为 E。求该粒子的速度大小 v_1。

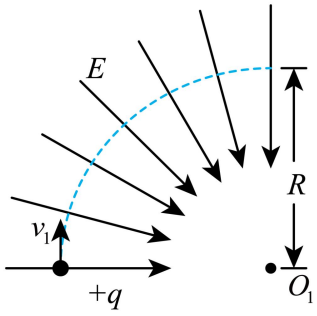


图1

(2)约束带电粒子的运动范围

如图 2 所示，某粒子源通过小孔 O_2 沿纸面向右侧各方向以速度 v_2 射出带电粒子，射出的带电粒子进入宽度为 H 的有界匀强磁场区域，该区域内磁感应强度方向垂直纸面向里，若所有带电粒子均不能从磁场右边界射出。已知带电粒子的质量为 m，带电量为 q，不考虑粒子间的相互作用，求该匀强磁场磁感应强度的最小值 B_{min}。

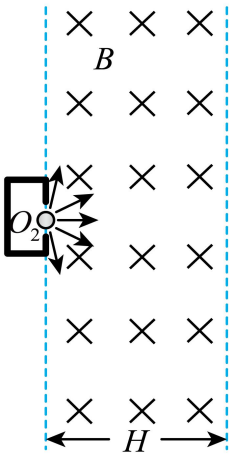


图2

(3)控制带电粒子运动位置

如图 3 所示，一束电子（电子的电荷量为 e，质量为 m）从水平放置的两极板中心轴线上的 O_3 位置以水平向右的初速度 v_3 射入两极板间电压为 u 的匀强电场，电子能全部通过极板，随后电子进入极板右侧的磁感应强度为 B_0 方向水平向右的匀强磁场区域（磁场区域足够大），最终打到荧光屏上。当 $u=0$ 时，电子打在荧光屏上的 O_4 点，以 O_4 为坐标原点，沿水平方向和竖直方向建立 x 轴和 y 轴。已知两极板长度为 L，两板间距离为 d，极板右端到荧光屏的水平距离为 $Z=\dfrac{5\pi mv_3}{2B_0e}$。

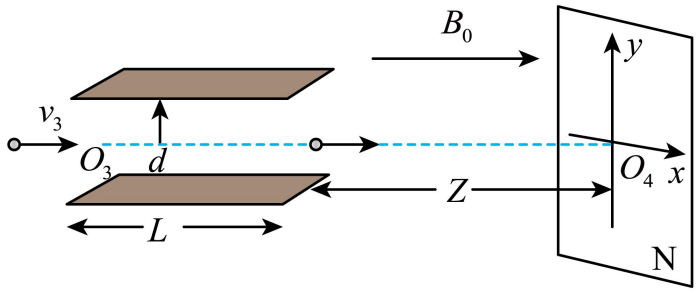


图3

a.当两极板间电压 $u=U_0$（U_0 为一定值），电场强度方向竖直向下时，求电子打在荧光屏上的位置坐标。

b.当两极板间电压 $u=U\sin\omega t$（交变电压）时，电子在两极板间发生不同程度的偏转。初速度 v_3 极大（可以认为电子穿过电场时，两极板间电压不变），随着电子不断打在荧光屏上，在图 4 中画出电子打在荧光屏上位置连线的大致形状，并简要说明理由。

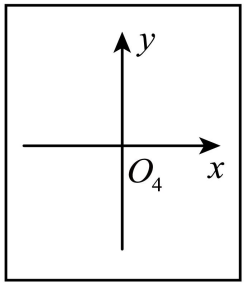


图4

6.（2025 北京延庆高三一模）国家的高质量发展离不开可靠的能源保障。

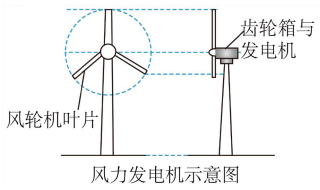


图1

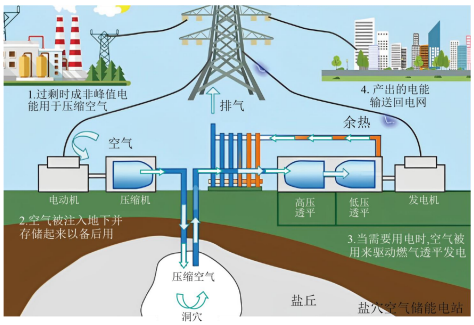


图2

(1)风能将成为 21 世纪大规模开发的一种可再生清洁能源。风力发电机是将风能（气流的动能）转化为电能的装置，其基本外形如图 1 所示。风轮机叶片旋转所扫过的面积为风力发电机可接受风能的面积。已知风力发电机的输出电功率 P 与最大接收功率 P_m 成正比。2023 年 11 月 10 日，全新一代总容量 18 兆瓦的海上直驱风电机组下线，该机组的单台风力发电机在风速 v_1=15m/s 时能够输出的电功率 P_1=2.7×10^{4}kW。我国某海域全年平均风速不低于 v_2=10m/s，若每年总时长按 6000 小时做估算。该风力发电机在该地区的年最低发电量大约是多少千瓦时？（需要的物理量可以自行设定）

(2)近年来，我国光伏产业创新发展迅速，某种新型光伏材料的光电转化效率可达 32%。设想用该材料制成的太阳能面板给某型号纯电动客车供电。若该型号纯电动客车在水平路面上以 v=72km/h 的速度匀速行驶时，驱动电机的输入电流 I=80A，输入电压 U=400V。试求此状态下能够直接驱动该电动客车的太阳能电池板的最小面积是多大？结合计算结果，简述你对该设想的思考。（已知太阳辐射的总功率 P_0=4×10^{26}W，太阳到地球的距离 r=1.5×10^{11}m，太阳光传播到达地面的过程中大约有 30%的能量损耗，计算结果保留三位有效数字。）

(3)利用地下密闭盐穴存储“空气能”是最为经济、最为安全的空气储存方式。如图 2 所示，某盐穴压缩空气储能电站在用电低谷时用电网富余的电能带动空气压缩机给地下 900 多米深处的巨大盐穴打气，同时利用换热系统将这些压缩空气的热量存至储热介质中；在用电高峰阶段，让高压气体喷入管道并吸收储热介质中的热量，最后设法用这些高能空气驱动外界发电机组发电，控制调整后将电能返送回电网，保证电网的稳定和安全。该“盐穴空气储能电站”完成一次压缩的时间为 8 小时，而发电过程可以持续 5 小时，发电量可达 30 万千瓦时。若电动机及压缩机组的机械转化效率为 90%，被压缩的气体向外界传导的热量占消耗电能的 80%，压缩结束时盐穴内被封闭的空气增加的内能为 5 万千瓦时。试求该压缩空气储能站的电能转换效率η。

7.（2025 北京丰台高三一模）牛顿运动定律适用于惯性系。相对于惯性系有加速度的参考系称为“非惯性系”，在非惯性系中，为使牛顿运动定律形式上仍然成立，可认为物体都多受一个“惯性力（$f_{惯}$）”。$f_{惯}$=-ma，m 为被研究物体的质量，a 为非惯性系相对于惯性系的加速度，“-”号表示 $f_{惯}$相与 a 反向。

(1)我国空间站所在轨道高度处的重力加速度为 g'，空间站中宇航员质量为 m。根据题干提供的信息，完成下面的表格。

参考系　　研究内容	地球（忽略自转）	空间站
对宇航员进行受力分析		

（可将宇航员视为质点）		
宇航员的运动状态（选填“平衡状态”或“非平衡状态”）		

(2)将地球和月球看作一个孤立系统，忽略地球自转。二者球心绕连线上某点作匀速圆周运动，该点可视为惯性系。地球上的“潮汐”现象是由月球引力与惯性力的合力造成，该合力称为“引潮力”。已知万有引力常量 G，地球质量和月球质量分别为 M 和 m，半径分别为 R 和 r，二者球心间距为 L，可认为 $L>R$。请写出地球上离月球最远，质量为 m_0 的质点所受“引潮力”的表达式，并判断方向。

(3)大天体对小天体的引潮力有可能将小天体“撕碎”。2024 年 12 月，科学家首次发现近地小行星“2024YR4”，并预测它大约将在 2032 年 12 月与地球相距最近。如果小行星内部物质仅由万有引力聚集在一起，半径为 r，密度$\rho_m=3\times10^3\text{kg/m}^3$，忽略小行星自转。地球的半径为 R，密度$\rho_M=5.5\times10^3\text{kg/m}^3$，请通过计算说明，小行星到达地面之前能否被引潮力撕碎？（提示：已知地球质量远大于小行星，无论小行星到达地面前能否被撕碎，都有二者球心间距远大于 r。本题可能用到的数学工具：当 $x\to0$ 时，$\frac{1}{(1+x)^n}\approx1-nx$。）

8.（2025 北京东城高三一模）简谐运动是最基本的机械振动。物体做简谐运动时，回复力 F 与偏离平衡位置的位移 x 成正比，即：$F=-kx$；偏离平衡位置的位移 x 随时间 t 的变化关系满足方程$x=A\sin(\omega t+\varphi)$,其中 A 为振幅，φ是初相位，$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$为圆频率，$m$ 为物体质量。

(1)如图 1 所示，光滑的水平面上放置一弹簧振子，弹簧的劲度系数为 k，振子的质量为 m。以弹簧原长时的右端点为坐标原点 O，水平向右为正方向建立坐标轴 Ox。在弹簧的弹性限度内，将振子沿 Ox 方向缓慢拉至某处由静止释放。

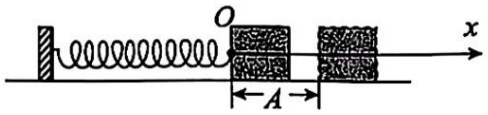


图 1

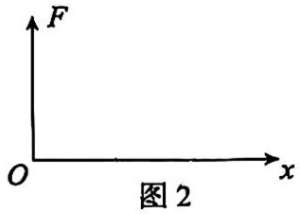


图 2

a.求该弹簧振子的振动周期 T;

b.在图 2 中画出弹簧弹力大小 F 随弹簧伸长量 x 的变化关系图线。求弹簧伸长量为 A 时系统的弹性势能 E_p。

(2)如图 3 所示，竖直平面内存在无限大、均匀带电的空间离子层，左侧为正电荷离子层，右侧为负电荷离子层，两离子层内单位体积的电荷量均为ρ，厚度均为 d。以正离子层左边缘上某点 O 为坐标原点，水平向右为正方向建立坐标轴 Ox。已知正离子层中各点的电场强度方向均沿 x 轴正方向，其大小 E 随 x 的变化关系如图 4 所示，其中 ε_0 为常量；在 $x<0$ 与 $x>2d$ 空间内电场强度均为零。某放射性粒子源 S 位于 $x=-d$ 的位置，向空间各个方向辐射速率均为 v 的电子。当入射电子速度方向与 x 轴正方向的夹角为θ时，电子刚好可以到达离子层分界面处，没有射入负电荷离子层。已知电子质量为 m，所带电荷量为 e，不计电子重力及电子间相互作用力，假设电子与离子不发生碰撞。

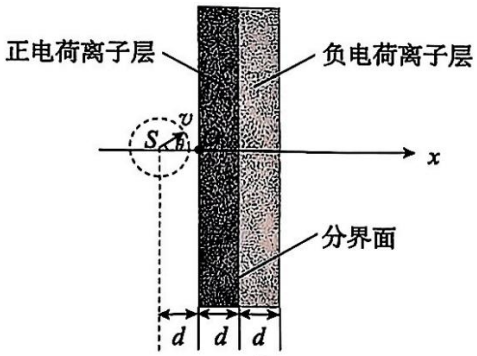


图 3

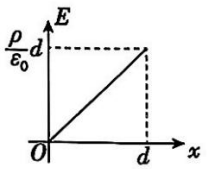


图 4

a.求θ的表达式；

b.计算电子第一次打到离子层分界面时，在分界面上形成的图形面积 S(结果中可含θ)。

9.（2025 北京海淀高三一模）寻求守恒量，是解决物理问题的重要方法。

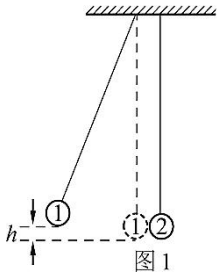


图 1

（1）如图 1 所示，用细线悬挂的两个完全相同的小球，静止时恰能接触且悬线平行、球心等高。把小球 1 向左拉起一定高度 h 后由静止释放，与小球 2 发生弹性正碰。已知重力加速度为 g，求碰后瞬间小球 2 的速度大小 v。

（2）某同学设计了一个“电磁弹射”装置，并将其简化成如图 2 所示的模型。在水平光滑导轨上，固定着两个相同的“载流线圈”，放置着三个质量均为 m 的小磁铁充当“磁性弹头”，弹头 2 和弹头 3 左侧都非常靠近无磁性的、质量均为 m 的弹性“圆柱”。弹头和圆柱可以在水平导轨上沿轴线自由移动，圆柱静止时，其左端恰好位于载流线圈圆心处。发射过程如下：弹头 1 仅受载流线圈 1 施加的磁力作用从静止开始加速运动，通过碰撞将动能传给中间的弹头 2；弹头 2 被载流线圈 2 加速，通过碰撞将动能传给弹头 3，弹头 3 最终被弹出。

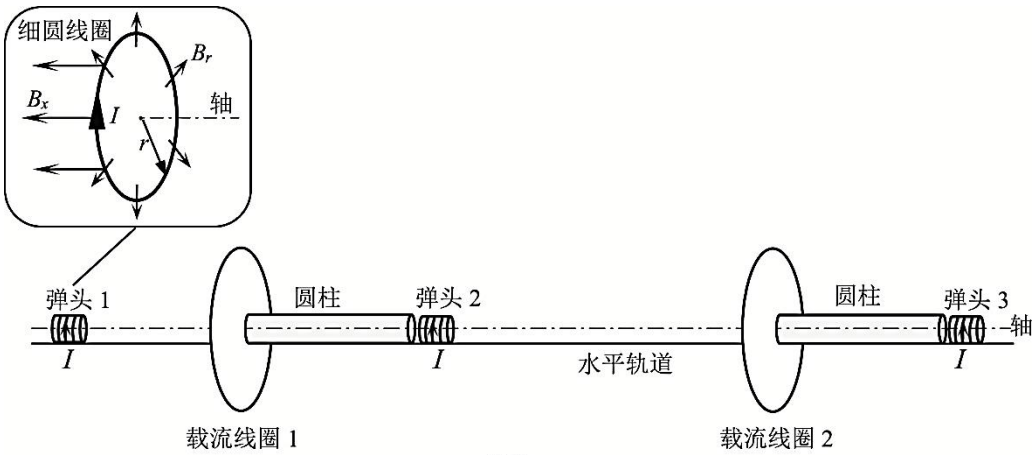


图 2

弹头可视为半径为 r，电流大小恒为 I、方向如图 2 方框中所示的单匝细圆线圈，r 远小于载流线圈半径。所有的碰撞均可视为弹性正碰，不考虑弹头之间的磁力作用；相邻两线圈之间的距离足够远，水平轨道足够长。

a．标出载流线圈 1 和载流线圈 2 中电流的方向。

b．已知载流线圈 1 在弹头 1 处产生磁场的磁感应强度的轴向分量 Bx 和径向分量 Br。求弹头 1 在图 2 方框中所示情况下受到载流线圈 1 的作用力的大小 F。

c．通过查阅资料得知：电流为 i、面积为 S 的单匝细圆线圈放入磁感应强度为 B 的外界匀强磁场中所具有

的“势能”可表示为$E_p=-iBS\cos\theta$，其中 θ 为细圆线圈在轴向上产生的磁场与外界匀强磁场之间的夹角。已知载流线圈 1 和载流线圈 2 在各自圆心处产生的磁感应强度大小均为 B0。求弹头 3 理论上能获得的速度上限 vm。

10.（2025 北京西城高三一模）图 1 为一种测量电子比荷(电荷量 e 与质量 m 之比)的实验装置。两块金属圆盘 M、N 平行放置，间距为 d，照相底片环绕圆盘，距圆盘边缘的径向距离为 L。整个装置放在真空中。在两圆盘中心连线的中央有一点状粒子源，向各个方向均匀发射速度大小不同的电子，由于 d 很小，只有速度方向平行圆盘的电子才能射出圆盘区域。

装置所在空间的匀强磁场的磁感应强度和 M、N 间的电势差按表格所示的三种模式切换，表中 B、U 均为已知。以水平向右为磁场的正方向，电场只存在于圆盘间。图 2 为装置的俯视图，定义角度 θ 为底片上某点和圆盘中心的连线与磁感应强度正方向的夹角。

	磁感应强度	M、N 间电势差
模式 1	0	0
模式 2	B	-U
模式 3	-B	U

（1）判断在 θ ＝90° 和 270° 两个方向中，哪个方向在三种模式下均会有电子从圆盘区域射出，求在模式 2、3 情况下射出电子的速度大小 v0。

（2）在（1）中有电子射出的方向上，求在模式 2、3 情况下，电子打在底片上的位置间的距离 y0 与比荷的关系。

（3）经过三种模式的反复切换，取有曝光线条的一段底片进行分析，如图 3 所示。研究人员发现，电子在磁场中运动的轨迹半径远大于 L，可将电子在偏转过程中受到的洛伦兹力视为恒力。为充分利用数据测出电子的比荷，测量不同角度 θ 及对应的上下两条曝光曲线间距 y，获取多组数据。以 y 为纵坐标轴，合理选择横坐标轴，就能将数据拟合为一条过原点的直线，使其斜率等于电子的比荷。请写出横坐标轴的表达式。

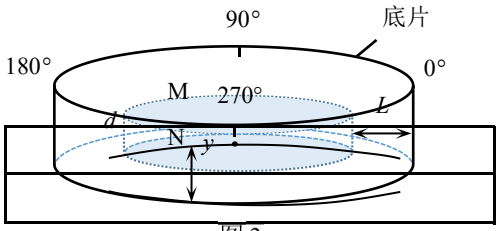


图 1

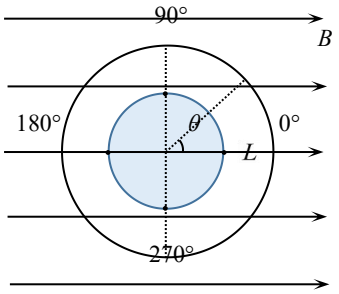


图 2

11.（2025 北京平谷高三一模）类比是研究问题的常用方法。

（1）情境 1：如图 20-1 所示，两光滑平行金属导轨固定在同一水平面内，间距为 d，其左端接阻值为 R 的定值电阻，一质量为 m 的导体棒 MN 垂直于导轨放置，整个装置处在竖直向下、磁感应强度为 B 的匀强磁场中。现给导体棒水平向右的初速度 v0，使导体棒沿导轨向右运动。导体棒运动过程中始终与导轨垂直并接触良好，不计金属导轨和导体棒 MN 的电阻。求导体棒的速度为 v1 时的加速度大小。

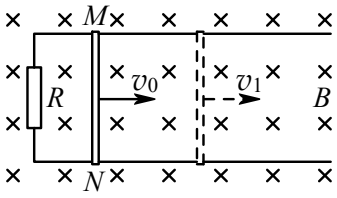


图 20-1

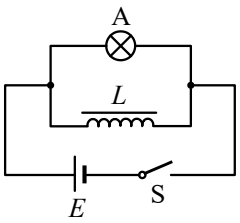


图 20-2

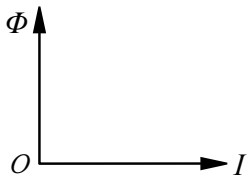


图 20-3

（2）情境 1 中导体棒的速率 v 随时间 t 的变化规律可用方程 $kv=m\frac{\Delta v}{\Delta t}$（①式）描述。式中 Δv 为 Δt 时间内导体棒速率变化的大小。

情境 2：在图 20-2 所示的电路中，闭合开关使灯泡正常发光，然后断开开关，发现灯泡不会立即熄灭，而是持续一小段时间再熄灭。灯泡持续发光的能量来源于线圈，假设线圈中储存的磁场能全部转化为电路中的电能。已知线圈的自感系数为 L，断开开关后电路的总电阻为 R（忽略灯丝电阻随温度的变化）。

a．断开开关，发现电路中电流 I 随时间 t 的变化规律与情境 1 中导体棒速率 v 随时间 t 的变化规律类似。类比①式，写出电流 I 随时间 t 变化的方程。

b．物理学中把穿过线圈的磁通量Φ与其电流 I 之比叫做自感系数，即 $L=\frac{\Phi}{I}$，它与线圈的大小、形状、匝数，以及是否有铁芯等因素有关。请在图 20-3 中作出Φ－I 图像，并利用微元思想（将研究对象或者物理过程分割成无限多个无限小的部分，先取出其中任意部分进行研究，再从局部到整体综合起来加以考虑的科学思维方法），推导线圈中的电流为 I 时储存的磁场能 E 磁。

参考答案

1．(1) $F=\pi R^2 m_0 v^2$

(2)a. $T_1=4\pi L\sqrt{\dfrac{L}{GM}}$；b. $\rho=\dfrac{3(N-1)M}{16\pi L^3}$

【详解】（1）探测器 t 时间内撞上的尘埃总质量 $\Delta m=m_0\pi R^2 vt$

由动量定理有 $Ft=\Delta mv$

解得 $F=\pi R^2 m_0 v^2$

（2）a.由万有引力定律 $G\dfrac{MM}{(2L)^2}=ML\dfrac{4\pi^2}{T_1^2}$，解得 $T_1=4\pi L\sqrt{\dfrac{L}{GM}}$

b. 设暗物质的质量为 M'，由万有引力定律 $G\dfrac{MM}{(2L)^2}+G\dfrac{MM'}{L^2}=ML\dfrac{4\pi^2}{T_2^2}$

又 T_2：T_1=1：$\sqrt{N}$，解得 $M'=\dfrac{(N-1)M}{4}$

暗物质的密度 $\rho=\dfrac{M'}{\frac{4}{3}\pi L^3}$

解得 $\rho=\dfrac{3(N-1)M}{16\pi L^3}$

2．(1)6300N

(2) $x=\dfrac{M}{99\rho S}$，$N=\sqrt{\dfrac{2}{eUm}}\rho S v_0^2$

【详解】（1）以垒球飞向球棒的方向为正方向，垒球的初动量为 $p=mv=4.5\text{kg}\cdot\text{m/s}$

末动量为 $p'=mv'=-8.1\text{kg}\cdot\text{m/s}$

由动量定理可得垒球与球棒之间的平均作用力为 $F=\dfrac{p'-p}{\Delta t}$

解得平均作用力大小为 F=6300N

（2）[1]对飞船与尘埃云，以飞船的方向为正方向，由动量守恒定律可得 $Mv_0=(M+\rho Sx)\cdot\dfrac{99}{100}v_0$

则 $x=\dfrac{M}{99\rho S}$

[2]设在很短时间 Δt 内，与飞船碰撞的尘埃质量为 m'，所受飞船的作用力为 f'，飞船与尘埃发生的是弹性碰撞，由动量守恒定律 $Mv_0=Mv_1+m'v_2$

由能量守恒定律 $\dfrac{1}{2}Mv_0^2=\dfrac{1}{2}Mv_1^2+\dfrac{1}{2}m'v_2^2$

联立解得：$v_2=\dfrac{2M}{M+m'}v_0$

由于 M 远大于 m'，则解得碰后尘埃的速度为 $v_2=2v_0$

对尘埃由动量定理：$f'\Delta t = m'v_2$

且$m' = \rho S v_0 \Delta t$

则飞船所受阻力为$f' = 2\rho S v_0^2$

设一个阳离子在电场中加速后获得的速度为v，由动能定理$eU = \frac{1}{2}mv^2$

设单位时间内射出的离子数为N，则飞船受动力为F，由动量定理$F\Delta t = N\Delta tmv$

飞船匀速运动，则由受力平衡$F = f'$

联立解得$N = \sqrt{\frac{2}{eUm}}\rho S v_0^2$

3．(1)a．N/m，b．见解析

(2)a．$q = \frac{4I\pi r^3}{3Q}$，b．$\frac{F}{S} = \frac{2\pi k I^2 r^2}{9Q^2}$

【详解】（1）a．根据$F=\alpha l$

可得$\alpha = \frac{F}{l}$

可知α的单位为N/m

b．根据平衡条件有$mg = \alpha \cdot \pi d$

又$m = \rho \cdot \frac{1}{6}\pi D^3$

联立解得 $D^3 = \frac{6d\alpha}{\rho g}$

即 $D^3 \propto \alpha$

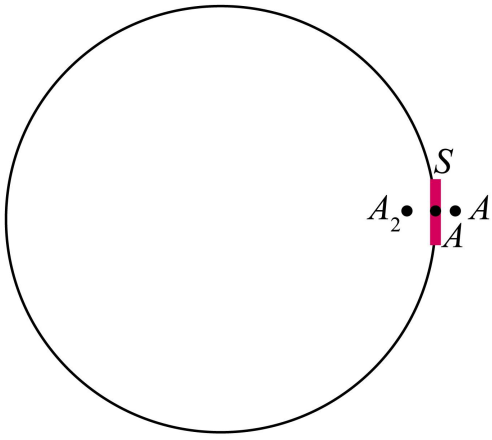
（2）a．设喷雾区底面单位时间接受的液滴个数为n，则有$Q = nV_{液滴}$

且$V_{液滴} = \frac{4}{3}\pi r^3$

由电流的定义 $I=nq$

联立解得 $q = \frac{4I\pi r^3}{3Q}$

b．如图所示



A为液滴上一微小面元上的一点，A_1为微小面元外附近的一点，

A_2为微小面元内附近的一点。面元之外的其余电荷在三个点的场强趋近相等。根据场强叠加原理，有A_1处场强为$\frac{kq}{r^2}=E_{\mathrm{S}}+E_{其余}$

A_2处场强为$0=-E_{\mathrm{S}}+E_{其余}$

面元上电荷量为$q'=q\frac{S}{4\pi r^2}$

其余电荷对面元的力$F=q'E_{其余}$

联立各式解得$F=q\frac{S}{4\pi r^2}\frac{kq}{2r^2}$

则有$\frac{F}{S}=\frac{kq^2}{8\pi r^4}$

将q代入得 $\frac{F}{S}=\frac{2\pi kI^2r^2}{9Q^2}$

4.（1）$\frac{qB_0r}{m}$；（2）$\frac{qB_0^2r}{2\pi m}$；（3）见解析

【详解】（1）从t=0到$t=T_0$时间内小球运动不受细管侧壁的作用力，因而小球所受洛伦兹力提供向心力，有

$$qv_0B=m\frac{v_0^2}{r}$$

得

$$v_0=\frac{qB_0r}{m}$$

（2）从$t=T_0$到$t=1.5T_0$时间内，细管内一周的感应电动势

$$E_{感}=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\pi r^2\frac{\Delta B}{\Delta t}=\pi r^2\frac{B_0}{0.5T_0}$$

因为同一条电场线上各点的电场强度大小相等，故电场强度

$$E=\frac{E_{感}}{2\pi r}$$

得

$$E=\frac{B_0r}{T_0}$$

将$T_0=\frac{2\pi m}{qB_0}$带入，得

$$E=\frac{qB_0^2r}{2\pi m}$$

（3）该解法不正确。理由是：周期公式$T=\frac{2\pi m}{qB}$是根据仅由洛伦兹力提供向心力得出的，而实际情况是洛仑兹力与管道侧壁对小球的作用力共同提供向心力。小球在$t=T_0$到$t=1.5T_0$时间内受到切向电场力，有

$$F=qE$$

小球切向加速度

$a=\frac{F}{m}t=1.5T_0$时小球速率

$$v=v_0+a\cdot\Delta t$$

得

$$v=\frac{3}{2}v_0=\frac{3qB_0r}{2m}$$

所需向心力

$$F_{向}=m\frac{v^2}{r}=\frac{9q^2B_0^2r}{4m}$$

而此时洛伦兹力

$$f=qvB=\frac{3q^2B_0^2r}{m}$$

可以看出两者并不相等，故该同学的解法是错误的。此外，可以求出正确的等效电流：在T_0~$1.5T_0$时间内在沿切线方向用动量定理

$$0.5EqT_0=mv-mv_0$$

得

$$v=\frac{3qB_0r}{2m}$$

因此等效电流

$$I=\frac{q}{T}=\frac{qv}{2\pi r}=\frac{3B_0q^2}{4\pi m}$$

5．(1)$v_1=\sqrt{\frac{EqR}{m}}$

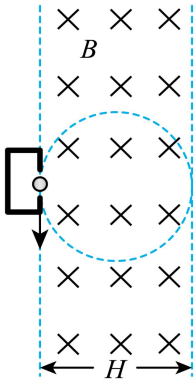
(2)$B_{\min}=\frac{2mv_2}{qH}$

(3)a. $\left(\frac{U_0L}{B_0dv_3},\frac{U_0eL^2}{2dmv_3^2}+\frac{U_0L}{B_0dv_3}\right)$；b.见解析

【详解】（1）根据题意可知，电场力提供粒子做圆周运动的向心力，则有$Eq=m\frac{v_1^2}{R}$

解得$v_1=\sqrt{\frac{EqR}{m}}$

（2）由题意可知，所有粒子在磁场中运动的半径相同，若沿左边界向下射入磁场的粒子不能从右边界射出，则所有粒子均不能从右边界射出，临界情况如图所示



由几何关系有 $H=2R$

由牛顿第二定律 $qv_2B_{\min}=m\frac{v_2^2}{R}$

解得 $B_{\min}=\frac{2mv_2}{qH}$

（3）a.根据题意可知，电子在两极板间运动时有 $L=v_3t$，$Ee=ma$，$E=\frac{U_0}{d}$，$y=\frac{1}{2}at^2$

射出电场时 $v_y=at$

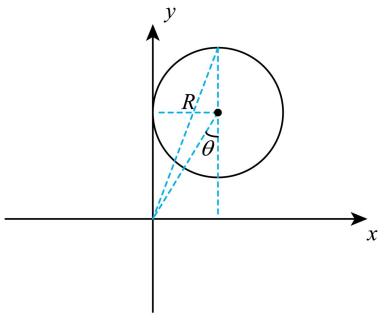
在磁场中运动的时间 $t'=\frac{Z}{v_3}$

在垂直磁场平面上，做匀速圆周运动 $B_0ev_y=\frac{mv_y^2}{R^2}$，$T=\frac{2\pi R}{v_y}$

以上各式联立可得 $y=\frac{U_0eL^2}{2dmv_3^2}$，$R=\frac{U_0L}{B_0dv_3}$，$t'=\frac{5\pi m}{2B_0e}=\frac{5}{4}T$

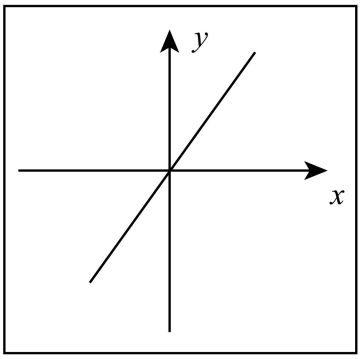
所以位置坐标为 $\left(\frac{U_0L}{B_0dv_3},\frac{U_0eL^2}{2dmv_3^2}+\frac{U_0L}{B_0dv_3}\right)$

b.电子在磁场中沿 O_3O_4 方向做匀速运动；垂直 O_3O_4 方向以 v_y 的速度做匀速圆周运动，所有电子到达屏幕所用的时间相同，转过的角度也相同，又如图所示



则有 $\tan\theta=\frac{R}{y}=\frac{2mv_3}{B_0eL}$

可知 θ 为定值，即不同位置出射的电子的圆心在同一条线上，所以所有电子在屏幕上位置在一条直线上，图形如图所示



推导函数表达式为 $y=\dfrac{eB_0L+2mv_3}{2mv_3}x$

6．(1)4.8×10^7kW·h

(2)101m^2，见解析

(3)60%

【详解】（1）当风垂直流向风轮机时，提供的风能功率最大，令此时风轮机叶片旋转扫过的面积为 S，则单位时间内垂直流向叶片旋转面积的气体质量 $m=\rho vS$

风力发电机的最大功率 $P_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{2}mv^2$

解得 $P_{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{2}\rho Sv^3$

由于风力发电机的输出电功率 P 与最大接收功率 P_m 成正比，则风力发电机的输出功率为

$$P_2=\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3P_1=\left(\frac{10}{15}\right)^3\times2.7\times10^4\mathrm{kW}=8\times10^3\mathrm{kW}$$

则最低年发电量约为 $W=P_2t=8\times10^3\times6000\mathrm{kW\cdot h}=4.8\times10^7\mathrm{kW\cdot h}$

（2）驱动电机的输出功率 $P=UI$

当阳光垂直于电池板入射时，所需板面积最小，设其为 S，距离太阳中心为 r 的球面面积 $S_0=4\pi r^2$

设太阳能电池板实际接收到的太阳能功率为 $P_{板}$，则有 $\dfrac{P_{板}}{P_0\left(1-30\%\right)}=\dfrac{S}{S_0}$

根据题意有 $P=0.32P_{板}$

所以电池板的最小面积 $S=\dfrac{4\pi r^2P}{0.32\times0.7P_0}\approx101\mathrm{m}^2$

我的思考：电池板的面积远远大于电动客车的车顶面积，所以用太阳能电池板直接驱动汽车是困难的。但可以利用太阳能给具备储能功能的电池充电，待容纳的电量足够时就可以驱动汽车对外做功。

（3）设用电低谷阶段电站消耗的总电能为 $E_{总}$，压缩机组对气体做功 $W=E_{总}\cdot90\%$

气体向外界传递的热量 $Q=E_{总}\cdot80\%$

根据热力学第一定律可知，气体增加的内能 $\Delta U=W+\left(-Q\right)$

其中 ΔU 等于 5 千瓦时，解得 $E_{总}$ 等于 50 万千瓦时。根据题意可知，当完成一次压缩时的发电量 $E_{出}$ 等于 30

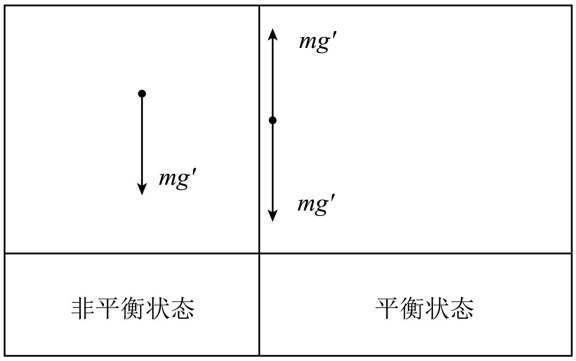
万千瓦时，则该电站输入、输出电能转化效率$\eta=\frac{E_{出}}{E_{总}}\cdot 100\%=60\%$

7．(1)见解析

(2)$G\frac{mm_0}{(L+R)^2}-G\frac{mm_0}{L^2}$，背向月球

(3)见解析

【详解】（1）表格如图所示



非平衡状态	平衡状态

（2）根据牛顿第二定律可得$G\frac{Mm}{L^2}=Ma_{\mathrm{M}}$

则地球转动的加速度为$a_{\mathrm{M}}=G\frac{m}{L^2}$

不计地球自转，质点m_0所受引潮力为$F_{引潮}=G\frac{mm_0}{(L+R)^2}-m_0a_{\mathrm{M}}$

所以$F_{引潮}=G\frac{mm_0}{(L+R)^2}-G\frac{mm_0}{L^2}$

方向背向月球；

（3）以小行星为研究对象，研究小行星离地球最远的部分所受引潮力，该部分质量为m_0，设小行星瓦解时到地球球心的距离为L，则有$G\frac{Mm}{L^2}=ma$

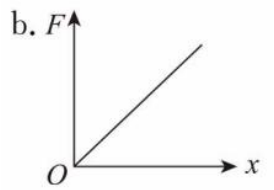
根据题意，小行星被撕碎的临界条件为$m_0a-G\frac{Mm_0}{(L+r)^2}=G\frac{mm_0}{r^2}$

联立可得$G\frac{2Mm_0r}{L^3}=G\frac{mm_0}{r^2}$

根据质量和密度的关系可得$L=\sqrt[3]{\frac{2\rho_{\mathrm{M}}}{\rho_{\mathrm{m}}}}R=1.54R>R$

由此可知，小行星在落到地球表面之前就已经被瓦解。

8.(1)$a.T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$



$E_p = \frac{1}{2}kA^2$

(2)a.电子进入正电荷离子层受力$F = -\frac{\rho e}{\varepsilon_0}x$,沿 x 轴方向做简谐运动，初速度$v_x = v\cos\theta$;垂直于 x 轴方向做匀速直线运动，速度为$v_y = v\sin\theta$。

入射角为θ的电子刚好不射入负电荷离子层

由功能关系：$-\frac{1}{2}\frac{\rho e}{\varepsilon_0}d \cdot d = \frac{1}{2}mv_y^2 - \frac{1}{2}m\left(v_x^2 + v_y^2\right)$

$\cos\theta = \frac{d}{v}\sqrt{\frac{\rho e}{m\varepsilon_0}}$

$\theta = \arccos(\frac{d}{v}\sqrt{\frac{\rho e}{m\varepsilon_0}})$。

b.电子在分界面上形成的图形为圆。

入射角为θ的电子进入离子层之前在垂直于 x 轴方向发生的位移为 y_1；

进入离子层后刚好到达界面时在垂直于 x 轴方向发生的位移为 y_2；分界面图形圆的半径为 r。

$y_1 = d\tan\theta$

$y_2 = (v\sin\theta) \cdot \frac{T}{4}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m\varepsilon_0}{\rho e}}$

$r = y_1 + y_2$

$S = \pi r^2$

综合以上各式，得：$S = \pi\left(1 + \frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{(\varepsilon_0 mv^2 - \rho e d^2)}{\rho e}$

9.（1）在小球 1 下落过程，依据动能定理

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 - 0$$

有

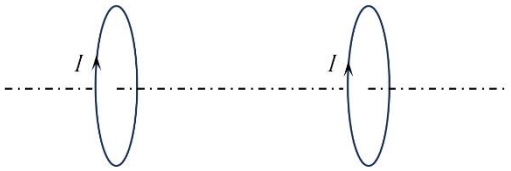
可得 $$v_0 = \sqrt{2gh}$$

弹性碰撞过程中，机械能和动量均守恒

$$\begin{cases} mv_0 = mv_1 + mv \\ \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv^2 \end{cases}$$

联立可得 $$v = v_0 = \sqrt{2gh}$$

（2）a．见答图 6



答图 6

b．可将细圆线圈视为由许多小段通电直导线组成，所有小段通电导线在径向磁场 Br 作用下安培力方向均向右，将每一小段通电导线受到的安培力求和，即为周长为$2\pi r$的细圆线圈（即弹头）受到的总安培力

可得 $$F=2\pi rIB_r$$

c．为使弹头 3 获得理论上的速度上限，应将弹头 1 放到左侧足够远处，且保证两弹性圆柱也足够长。设弹头 1 运动到载流线圈 1 处的速度大小为 v1

根据能量守恒可得 $$0+0=-\pi r^2IB_0+\frac{1}{2}mv_1^2$$

弹头 1 与弹性圆柱之间发生弹性碰撞，设碰后弹头 1 和弹性圆柱的速度大小分别为v_1'和v_2'，根据弹性碰撞过程中，机械能和动量均守恒

$$\begin{cases} mv_1=mv_1'+mv_2' \\ \frac{1}{2}mv_1^2=\frac{1}{2}mv_1'^2+\frac{1}{2}mv_2'^2 \end{cases}$$

可得 $$v_1'=0,\quad v_2'=v_1$$

即速度发生交换。同理，左侧的弹性圆柱与弹头 2 之间弹性碰撞后，速度也交换，弹头 2 获得速度 v1 继续向右运动。

与上述过程类似，设弹头 2 运动到载流线圈 2 处的速度大小为 v2，根据能量守恒可得

$$0+\frac{1}{2}mv_1^2=-\pi r^2IB_0+\frac{1}{2}mv_2^2$$

接下来弹头 2 与右侧弹性圆柱交换速度、右侧弹性圆柱与弹头 3 交换速度，弹头 3 获得的最速度上限为

$$v_m=v_2=\sqrt{\frac{4\pi r^2IB_0}{m}}$$

10.（1）三种模式下，在$\theta=90°$方向上均有电子射出

在模式 2、3 情况下，圆盘间电场的电场强度大小 $E=\frac{U}{d}$

电子在圆盘间做直线运动有 $ev_0B=Ee$ 得 $v_0=\frac{U}{Bd}$

（2）在模式 2、3 情况下，电子从圆盘间射出后，在磁场中做匀速圆周运动

设圆周运动半径为 R

根据牛顿第二定律有 $ev_0B=m\frac{v_0^2}{R}$ 得 $R=\frac{mU}{edB^2}$

由几何关系可知，在两种模式下，电子打在底片上的位置间的距离

$$y_0 = 2(R - \sqrt{R^2 - L^2}) = 2\left(\frac{mU}{edB^2} - \sqrt{(\frac{mU}{edB^2})^2 - L^2}\right)$$

（3）在模式 2、3 情况下，设从圆盘间沿θ角方向射出的电子速度的大小为 v

则有 $evB\sin\theta = \frac{U}{d}e$　　得 $v = \frac{U}{Bd\sin\theta}$

电子射出后，由题意可知，电子的偏转可视为恒力作用下的运动

则电子从圆盘边缘运动到底片的时间 $t = \frac{L}{v}$

设电子加速度的大小为 a，则 $evB\sin\theta = ma$

电子打在底片上的偏转距离 $\frac{y}{2} = \frac{1}{2}at^2$

得 $y = \frac{e}{m}\frac{dL^2B^2\sin^2\theta}{U}$

则以 $\frac{dL^2B^2\sin^2\theta}{U}$ 为横轴作出图像，图线的斜率即为电子的比荷。

11.（1）当导体棒运动的速度为 v_1 时，

电路中的感应电动势　$E = Bdv_1$

电路中的电流　$I = \frac{E}{R}$

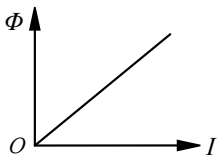
导体棒所受的安培力　$F_{安} = BId$

得　　$F = \frac{B^2d^2v_1}{R}$

根据牛顿第二定律有 $F_{安} = ma$　　解得　$a = \frac{B^2d^2v_1}{mR}$

（2）a．$IR = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$

b．Φ–I 图象如答图 4



答图 4

将线圈中的电流由 I 减小至 0 的过程划分成很多小段，可认为在每个小段中电路中的电流几乎不变，设每小段的时间为Δt。

电路中消耗的电能　　$E_{电} = \Sigma E_{感i} I_i \Delta t$

由线圈中储存的磁场能全部转化为电路中的电能可知 $E_{磁} = E_{电}$

某Δt 内线圈中产生的自感电动势　　$E_{感i} = L\frac{\Delta I_i}{\Delta t}$

由题，某Δt内　　$L=\dfrac{\Phi_i}{I_i}$

得　　$E_{磁}=\sum \Phi_i \Delta I_i$

电流为I时，线圈的磁通量为Φ，在Φ–I图像中，图线和横轴围成的面积为所储存的磁场能$E_{磁}$

$$E=\frac{1}{2}\Phi I$$

又　　$\Phi=LI$

故　　$E_{磁}=\dfrac{1}{2}LI^2$