2025 北京高三一模物理汇编
第三道计算题

一、解答题

1.（2025 北京朝阳高三一模）用螺栓和螺母紧固构件，结构简单、连接可靠、装拆方便。

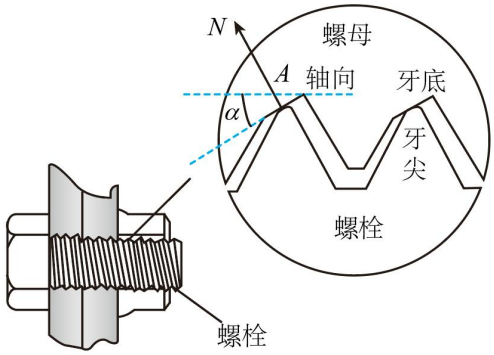


图1

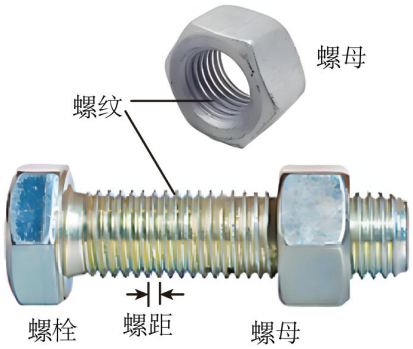


图2

(1)如图 1 所示，一种螺纹细密的新型螺母，其螺纹牙底有一个与螺栓轴向夹角为α=30°的楔形面，拧紧后，螺栓上螺纹的牙尖抵在螺母牙底楔形面上的 A 点，对 A 点施加垂直于楔形面的作用力 N，由此产生沿螺栓轴向张紧的力 F，求 N 与 F 的比值。

(2)如图 2 所示，固定的、螺距为 d 的螺栓上有一螺母。由于负荷的机械作用，螺母沿轴向平移。

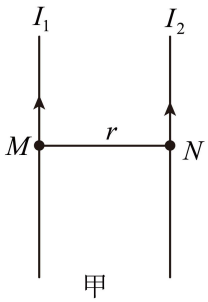
a.若螺母沿轴向匀速平移的速度为 v 时，求其绕轴转动的角速度ω；

b.把螺母简化为半径为 r 的圆筒，螺母从静止开始转动且沿轴向的加速度恒为 a_0，推导螺母内壁上的任意一点速度 v_t 与时间 t 的关系。

2.（2025 北京房山高三一模）在物理学中，我们常常采用类比的方法来研究问题。电场和磁场虽然性质不同，但它们在许多方面具有相似性，可以进行类比分析。

(1)真空中静止的点电荷，电荷量为 Q，静电力常量为 k。请利用电场强度的定义和库仑定律，推导与点电荷 Q 相距为 r 处电场强度的大小 E。

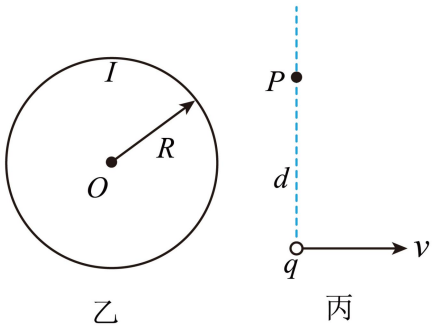
(2)电流可以产生磁场。如图甲所示，通有电流 I_1、I_2 的两根导线平行放置且电流均向上。设 I_1l_1 和 I_2l_2 分别表示导线上 M、N 两点处的电流元，M、N 两点相距为 r。两电流元间的相互作用力与库仑力相似，请写出两电流元间相互作用的磁场力大小 F。（若需常量可用μ表示）



甲

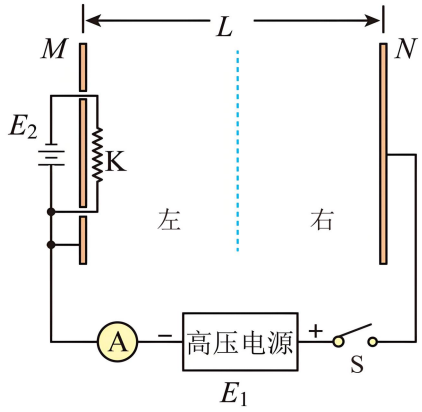
(3)环形电流也可产生磁场，如图乙所示，环形电流中心O处产生磁场的磁感应强度大小为 $B=\dfrac{\mu_0 I}{2R}$，μ_0 为常数，I 为环形电流中的电流大小，R 为环形电流半径。如图丙所示，一个电荷量为 q 的点电荷以速度 v 运动，这将在与速度垂直的方向上、与点电荷相距为 d 的 P 点产生磁场。请你利用环形电流产生磁场的规律，求

该运动点电荷在P点产生磁场的磁感应强度大小B_0。



乙　　丙

3.（2025 北京石景山高三一模）当金属的温度升高到一定程度时会向四周发射电子，这种电子称为热电子。如图所示，相距为L的两块平行正对的金属板 M、N 接在输出电压恒为U的高压电源E_1上，M、N 之间的电场视为匀强电场，K 是与 M 板距离很近的灯丝，电源E_2给 K 加热从而产生热电子。开关 S 闭合后，稳定时，电流表的示数为I。已知电子质量为m、电荷量为e，热电子的初速度可以忽略不计。求：



(1)电子从灯丝 K 出发到达 N 板所经历的时间；

(2)电路稳定的某时刻，MN 之间左半部分空间与右半部分空间的电子数之比；

(3)距离 M 板为x的空间范围内的电子数N。

4.（2025 北京丰台高三一模）2025 年 1 月 20 日，我国有“人造太阳”之称的全超导托卡马克核聚变实验装置（EAST），首次完成 1 亿摄氏度 1066 秒“高质量燃烧”。对人类加快实现聚变发电具有重要意义。EAST 通过高速运动的中性粒子束加热等离子体，需要利用将带电离子从混合粒子束中剥离出来。已知所有离子带正电，电荷量均为q，质量均为m。所有粒子的重力及粒子间的相互作用均可忽略不计。

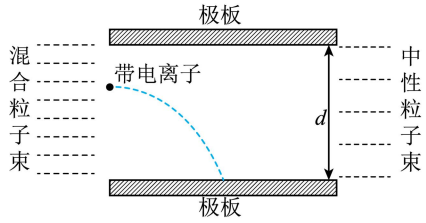


图1

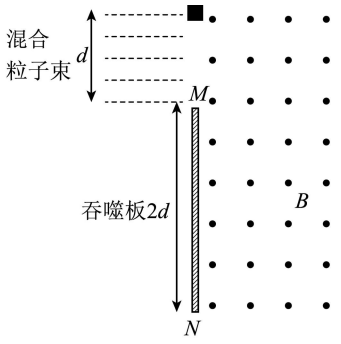


图2

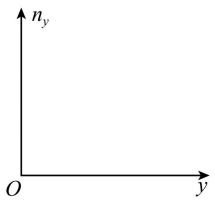


图3

(1)“偏转系统”的原理简图如图 1 所示，包含中性粒子和带电离子的混合粒子进入由一对平行带电极板构成的匀强电场区域，混合粒子进入电场时速度方向与极板平行，离子在电场区域发生偏转，中性粒子继续沿

原方向运动。已知两极板间电压为 U，间距为 d，若所有离子速度均为 v，且都被下极板吞噬，求偏转极板的最短长度 L。

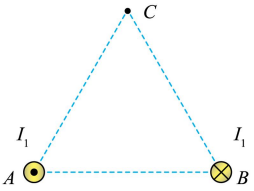
(2)“偏转系统”还可以利用磁偏转进行带电离子的剥离，如图 2 所示。吞噬板 MN 的长度为 $2d$，混合粒子束宽度为 d，垂直于吞噬板射入匀强磁场，磁感应强度大小为 B，且范围足够大。

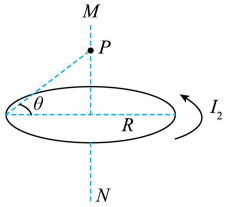
a.要使所有离子都打到吞噬板上，求带电离子速度大小的范围：

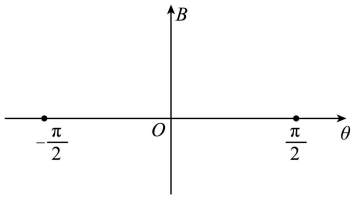
b.以吞噬板上端点为坐标原点，竖直向下为 y 轴正方向建立坐标系，如图 2 所示。单位时间内通过 y 轴单位长度进入磁场的离子数为 n。假设不同速度的离子在混合粒子束中都是均匀分布的，则落在吞噬板上的数量分布呈现一定的规律。设单位时间内落在吞噬板 y 位置附近单位长度上的离子数量为 n_y，写出 n_y 随 y 变化规律的表达式（不要求推导过程），并在图 3 中作出 n_y-y 图像。

5.（2025 北京延庆高三一模）2024 年 9 月 22 日，中国科学院合肥物质科学研究院强磁场科学中心自主研制的水冷磁体，如图所示，成功产生了 42.02 万高斯（即 42.02 特斯拉）的稳态强磁场，超越了 2017 年美国国家强磁场实验室水冷磁体保持的 41.4 万高斯的世界纪录，刷新了国际稳态强磁场领域的世界纪录。这种水冷磁体可以算做改良后的水冷磁体通电螺线管。







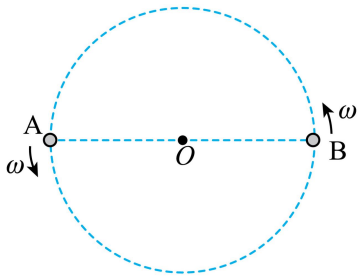


(1)无限长的通电直导线周围存在磁场，磁感应强度的大小为 $B=k\dfrac{I}{a}$，方向符合安培定则。其中 k 为已知常量，I 为电流大小，a 为空间某点到通电直导线的最短距离。若两根无限长的导线平行放置，处于边长为 l_0 的等边三角形 A、B 两个点上，通以反向等大的电流 I_1，如图所示，求：它们在 C 点产生的磁感应强度 B_C。

(2)在导线上取电流元，即 $I\Delta l$，I 为电流大小，Δl 为一段极短的长度，该电流元产生的磁场的磁感应强度可以写作 $B=k'\dfrac{I\Delta l}{r^2}$，其中 k'为已知常量，r 为某点到电流元的最短距离。若一半径为 R 的圆形单匝线圈水平放置，通以电流 I_2，MN 为垂直于线圈平面的直线，MN 上 P 点与线圈上各点的连线均与水平方向夹角为θ，如图所示。求：圆形电流在 P 处产生的磁感应强度 B。

(3)试根据（2）的结论，以线圈的圆心为坐标原点，取竖直向上为正方向，请在图中定性画出磁感应强度 B 在 MN 上随夹角θ的分布图线_____。

6.（2025 北京顺义高三一模）双星系统是指由两颗恒星组成的引力束缚系统，它们在相互的引力作用下围绕共同的质心（质量中心）做轨道运动。



(1)如图所示为某双星系统，恒星 A、B 绕其连线的中点 O 做角速度相等的匀速圆周运动，A、B 的质量均为

M_0，恒星 A、B 中心之间的距离为 L，引力常量为 G，求恒星 A 绕 O 点做圆周运动的角速度 ω。

(2)宇宙中某双黑洞系统可以看成双星模型，随着时间推移，系统会通过引力波辐射能量，导致轨道逐渐收缩，最终合并成一个黑洞。假设该双黑洞系统中，两个黑洞的质量均为 M，中心之间的距离为 r，已知此时这个系统辐射引力波的功率 $P=\dfrac{32G^4M^5}{5c^5r^4}$，其中 G 为引力常量，c 为光在真空中传播的速度。

a.该双黑洞系统到地球的距离为 D（D 远大于 r），不计传播过程中引力波能量的损失，求地球表面接收到该系统此时刻辐射引力波的能流密度 S（能流密度是指单位时间内通过垂直于能量传播方向上单位面积的能量，单位为 $\mathrm{W/m^2}$）。

b.已知质量为 m_1 和 m_2，距离为 R 的两个质点间的引力势能 $E_p=-G\dfrac{m_1m_2}{R}$。设黑洞合并过程中系统的机械能全部转化为引力波的能量，在 t 时间内该双黑洞之间的距离由 r 收缩为 $\dfrac{r}{2}$，求此过程中该双黑洞系统辐射引力波的平均功率。

7.（2025 北京大兴高三一模）在 2024 年的巴黎奥运会中，我国小将全红婵力压群芳，取得了女子 10 米跳台比赛的冠军。假设全红婵的质量为 $m=50\ \mathrm{kg}$，其体型可等效为长度 $l=1\ \mathrm{m}$、底面积 $S=0.06\ \mathrm{m^2}$ 的圆柱体，不计空气阻力，当她起跳到达最高点时，她的重心离跳台表面的高度为 0.8 m。

(1)求全红婵起跳瞬间的速度大小；

(2)全红婵落水后将受到水的浮力。若以落水点为坐标原点，竖直向下为正方向建立 x 轴，请在答题纸给出的坐标上画出她所受浮力 F 的大小随落水深度 x 变化的函数关系图像（已知物体在水中所受浮力为 $F=\rho gV$，V 为物体所排开的水的体积）；

(3)若全红婵从跳台自由下落，忽略空气阻力和她入水后受到的水的阻力，为了确保她的安全，求水池中水的深度 h 至少应等于多少？（水的密度 $\rho=1.0\times10^3\ \mathrm{kg/m^3}$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$）。

8.（2025 北京东城高三一模）两黑洞绕其连线上的某一点做匀速圆周运动，组成一个孤立的双星系统，两黑洞的质量分别为m_1、m_2,两者间距为 r，引力常量为 G。

(1)求两黑洞做匀速圆周运动的角速度的大小ω；

(2)科研人员观测到上述黑洞系统会向外辐射引力波，随着时间的推移，两个黑洞会缓慢靠近，系统的机械能 E 逐渐减小。已知机械能 E 随时间 t 的变化率为$\frac{\triangle E}{\triangle t}=\frac{Gm_1m_2}{2r^2}\cdot\frac{\triangle r}{\triangle t}(\triangle t\to0)$,其中$\frac{\triangle r}{\triangle t}$可以定义为两黑洞的靠近速度 v_r。由广义相对论可知，该系统辐射引力波的功率$P=\frac{32}{5}G^4(m_1m_2)^2(m_1+m_2)c^{-5}r^a$,其中 c 为电磁波在真空中的传播速度。当 r 较大时，靠近速度 v_r 很小，不计两黑洞各自质量的变化。

a.求α的值;

b.请推导 v_r 的表达式。

9.（2025 北京海淀高三一模）如图 1 所示，把一个质量为 m 的小球连接在劲度系数为 k 的轻质弹簧的右端，弹簧的左端固定，小球置于光滑水平面，小球和弹簧组成的系统称为弹簧振子。以弹簧原长时小球的位置为坐标原点 O，以水平向右为正方向建立坐标轴 Ox。小球在运动过程中弹簧始终在弹性限度内，忽略摩擦阻力的影响。

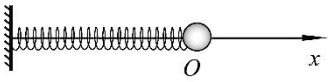


图 1

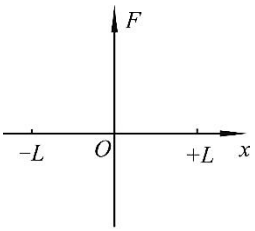


图 2

（1）把小球拉向 O 点的右方 x＝+L 处，然后由静止释放，小球沿着坐标轴做往复运动。

a．在图 2 中画出弹簧弹力 F 随 x 变化的示意图，并由此求出小球从 x＝+L 处静止释放至第一次运动到平衡位置 O 的过程中，弹簧对小球做的功 W。

b．求小球从 x＝+L 处静止释放至第一次运动到平衡位置 O 的过程中，弹簧对小球冲量的大小 I。

（2）动量 p 随位移 x 变化的图像在理论物理、近代数学分析的发展中扮演了重要的角色。如图 3 所示，小球运动过程的 p－x 图线为椭圆，已知弹簧振子系统的机械能为 E。

a．求椭圆的半长轴 a 和半短轴 b。

b．实际上，小球在运动过程中受到微小的阻力，在相当长的时间内，可近似认为其 p－x 图线是一系列面积不同的封闭椭圆。经过一段相当长的时间 T，椭圆的面积减小为原来的 90%，求这段时间内克服微小阻力做功的平均功率 P。（已知椭圆的面积 $S=\pi ab$）

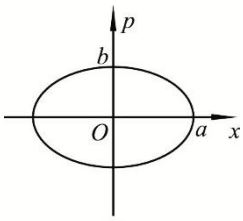


图 3

10.（2025 北京西城高三一模）火箭的飞行应用了反冲原理，借助喷出燃气的反冲作用获得推力。已知某火箭与其所载燃料的初始总质量为 M，在 $t=0$ 时刻，火箭由静止出发，竖直向上运动，如图 1 所示。火箭持续均匀向下喷射燃气，在任意的极短时间 Δt 内，喷射燃气的质量均为 Δm，喷出的燃气相对火箭的速度恒为 u。在极短时间内，火箭喷出的燃气的重力远小于火箭的推力，火箭速度的变化量远小于燃气速度的变化量。不计空气阻力，重力加速度的大小 g 视为不变。

（1）求火箭速度大小为 v 的瞬间受到燃气推力的大小 F，据此判断火箭在竖直上升阶段受到燃气的推力是否变化。

（2）若火箭在竖直上升阶段，可使用的燃料质量为 m，求该阶段火箭可获得的最大加速度的大小 a_{m}。

（3）测得火箭在竖直上升阶段，$\dfrac{1}{a+g}$ 随时间 t 变化的图像是一条直线，如图 2 所示，a 为火箭加速度的大小。已知直线的纵截距为 b，斜率的绝对值为 k，为明确其物理意义，请推导 b、k 的表达式。

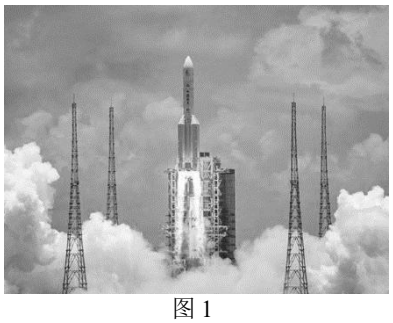


图 1

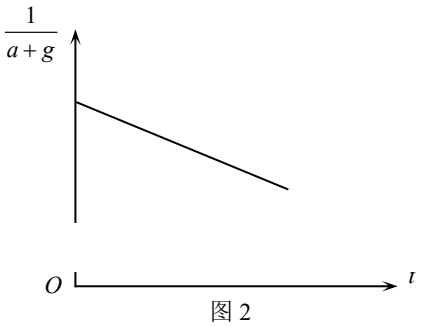


图 2

11.（2025 北京平谷高三一模）如图 19-1 所示，原长 l_0=0.30m、劲度系数 k=40N/m 的轻质弹簧上端固定，下端连接一质量 m=0.2kg 的小物块，静置时小物块位于 O 点。将小物块竖直向下拉至 A 点由静止释放后，小物块沿竖直方向在 AB 两点间往复运动。小物块在运动的过程中弹簧始终在弹性限度内，不计空气阻力，g 取 10m/s^2。

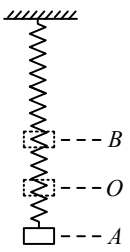


图 19-1

（1）求小物块运动至 O 点时弹簧的长度；

（2）小物块由静止释放后的运动过程中，弹簧的弹性势能大小 Ep 与弹簧的长度 l 的关系如图 19-2 所示。小物块运动至 A 点时弹簧的长度和弹性势能大小分别为 lA=0.45m 和 EPA=0.45J。

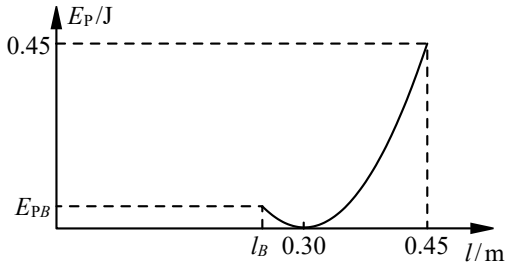


图 19-2

a．图 19-2 中 lB 和 EPB 分别指小物块运动至 B 点时弹簧的长度和弹性势能，它们对应的值分别为：lB=_____m，EPB=_____J；

b．该曲线斜率的含义是_____；

c．当弹簧的弹性势能为 0 时，小物块的动能是多少？

参考答案

1．(1)2

(2)a. $\omega=\frac{2\pi v}{d}$，b. $\frac{a_0 t\sqrt{d^2+4\pi^2r^2}}{d}$

【详解】（1）将 N 沿螺栓轴向与垂直于螺栓轴向分解，则有 $F=N\sin\alpha$

解得 $\frac{N}{F}=2$

（2）a.螺母转动一周，螺母沿轴向平移一个螺距，则有 $\frac{d}{v}=\frac{2\pi}{\omega}$

解得 $\omega=\frac{2\pi v}{d}$

b.对螺母内壁上的点，根据速度公式，在轴向上有 $v_1=a_0t$

任意时刻该点绕轴的线速度有 $v_2=\omega' r$

结合上述有 $\omega'=\frac{2\pi v_1}{d}$

则螺母内壁上的任意一点速度 $v_t=\sqrt{v_1^2+v_2^2}$

解得 $v_t=\frac{a_0 t\sqrt{d^2+4\pi^2r^2}}{d}$

2．(1) $E=\frac{kQ}{r^2}$

(2) $F=\mu\frac{I_1l_1I_2l_2}{r^2}$

(3) $B_p=\frac{\mu_0 qv}{4\pi d^2}$

【详解】（1）由库仑定律可得：$F=\frac{kQq}{r^2}$

电场强度 $E=\frac{F}{q}$

则 $E=\frac{kQ}{r^2}$

（2）类比库仑定律可得两电流元间作用力为：$F=\mu\frac{I_1l_1I_2l_2}{r^2}$

（3）环形电流中心O处产生磁场的磁感应强度 $B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

设单位长度内电荷数为 n，在中心 p 外产生磁场磁感应强度 $B=\frac{\mu_0\Delta Q}{2d\Delta t}$

且 $\Delta Q=nqv\Delta t$

则一个运动电荷在 p 点产生磁场的磁感应强度为 $B_p=\frac{B}{n\cdot 2\pi d}=\frac{\mu_0 qv}{4\pi d^2}$

3．(1) $L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$

(2) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

(3) $\frac{I}{e}\sqrt{\frac{2mLx}{eU}}$

【详解】（1）电子从速度为 0 开始做匀加速直线运动，根据牛顿第二定律，有 $eE=ma$

板间电场强度为 $E=\frac{U}{L}$

由位移时间公式，有 $L=\frac{1}{2}at^2$

联立解得 $t=L\sqrt{\frac{2m}{eU}}$

（2）设左半部分运动时间 t_1，右半部分运动时间 t_2，由位移时间公式，整个过程有 $L=\frac{1}{2}a\left(t_1+t_2\right)^2$

左半部分，有 $\frac{L}{2}=\frac{1}{2}at_1^2$

解得 $\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

稳定时，电子均匀发射，左半部分电子数量与右半部分电子数量比 $\frac{N_1}{N_2}=\frac{t_1}{t_2}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

（3）由位移时间公式，有 $x=\frac{1}{2}at^2$

电子数位 $N=\frac{It}{e}$

解得 $N=\frac{I}{e}\sqrt{\frac{2mLx}{eU}}$

4．(1) $vd\sqrt{\frac{2m}{qU}}$

(2)a. $\frac{qBd}{2m}\le v\le\frac{qBd}{m}$；b.见解析

【详解】（1）带电离子在两极板内做类平抛运动，则 $L=vt$， $d=\frac{1}{2}at^2$， $a=\frac{Eq}{m}=\frac{qU}{md}$

联立可得 $L=vd\sqrt{\frac{2m}{qU}}$

（2）a.最上沿的离子能打到吞噬板上，满足 $qv_{\min}B=m\frac{v_{\min}^2}{r}$， $2r=d$

所以 $v_{\min}=\frac{qBd}{2m}$

最下沿的离子不能超出吞噬板，满足 $qv_{\max}B=m\frac{v_{\max}^2}{r'}$， $2r'=2d$

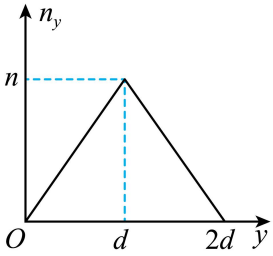
所以 $v_{max}=\frac{qBd}{m}$

所以带电离子速度大小的范围为 $\frac{qBd}{2m}\le v\le\frac{qBd}{m}$

b.①当 $y\le d$ 时，能打到 y 处的离子，源自混合粒子中居于上部宽度为 y 中的离子，所以 $n_y=\frac{y}{d}n$

②当 $d<y\le 2d$ 时，能打到 y 处的离子，源自混合粒子中居于下部宽度为 $2d-y$ 中的离子，所以 $n_y=\frac{2d-y}{d}n$

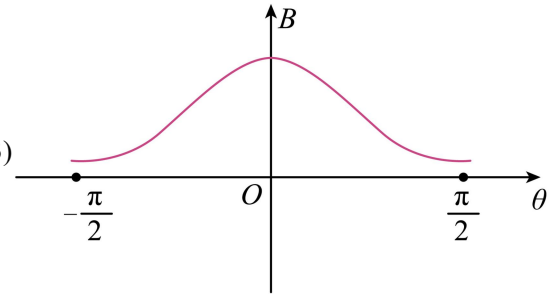
由以上分析可得，图线如图所示



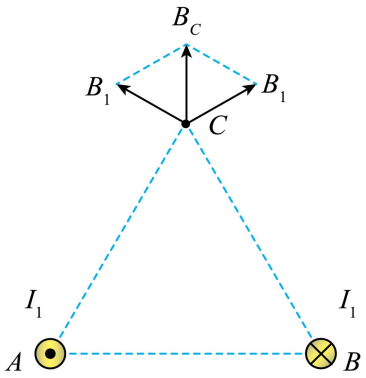
5．(1) $k\frac{I_1}{l_0}$

(2) $\frac{2\pi k'I_2}{R}\cos^3\theta$

(3)



【详解】（1）A、B 两电流产生的磁场如右图所示



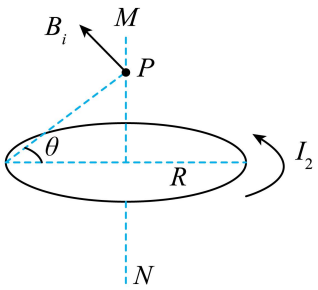
磁感应强度 $B_1=k\frac{I_1}{l_0}$

由矢量合成可知 C 点产生的磁感应强度 $B_C=2B_1\cos 60°$

可得 $B_C=B_1=k\frac{I_1}{l_0}$

方向竖直向上；

（2）如图所示



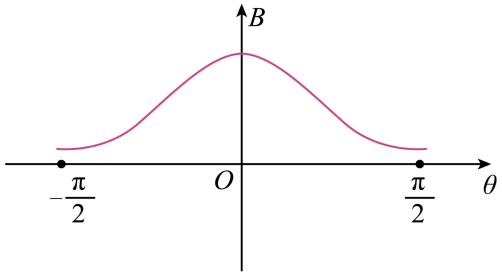
对于任意一个 $I\Delta l$，总有另一个 $I\Delta l$ 使产生的磁场水平方向抵消，所以圆形电流在 P 处产生的磁场方向为竖直向上，且每一个 $I\Delta l$ 产生的磁感应强度为 $B_i = k'\dfrac{I_2\Delta l}{(\dfrac{R}{\cos\theta})^2}$

其竖直方向分量为 $B_y = B_i\cos\theta$

则圆形电流在 P 处产生的磁感应强度为 $B = B_y\dfrac{2\pi R}{\Delta l}$

联立可得 $B = \dfrac{2\pi k' I_2}{R}\cos^3\theta$

（3）磁感应强度 B 在 MN 上随夹角θ的分布图线如图所示



6．(1) $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM_0}{L^3}}$

(2)a. $\dfrac{8G^4M^5}{5\pi c^5 r^4 D^2}$；b. $\overline{P} = \dfrac{GM^2}{2rt}$

【详解】（1）根据题意可知，由于 A、B 的质量均为 M_0，则恒星 A、B 做圆周运动的半径为 $\dfrac{L}{2}$，由万有引力提供向心力有 $\dfrac{GM_0M_0}{L^2} = M_0\omega^2\cdot\dfrac{L}{2}$

解得 $\omega = \sqrt{\dfrac{2GM_0}{L^3}}$

（2）a.根据题意可知，t 时间内引力波辐射的能量为 $\varepsilon = Pt = \dfrac{32G^4M^5t}{5c^5r^4}$

形成的面积为 $S_0 = 4\pi D^2$

则能流密度 $S = \dfrac{\varepsilon}{S_0t} = \dfrac{8G^4M^5}{5c^5r^4\pi D^2}$

b.根据题意，由万有引力提供向心力有 $\frac{GM^2}{r^2}=M\frac{v_1^2}{\frac{r}{2}}$，$\frac{GM^2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2}=M\frac{v_2^2}{\frac{r}{4}}$

系统增加的动能 $\Delta E_{\mathrm{k}}=2\times\left(\frac{1}{2}Mv_2^2-\frac{1}{2}Mv_1^2\right)$

联立解得 $\Delta E_{\mathrm{k}}=\frac{GM^2}{2r}$

系统减小的势能 $\Delta E_{\mathrm{p}}=-\frac{GM^2}{r}-\left(-\frac{GM^2}{\frac{r}{2}}\right)=\frac{GM^2}{r}$

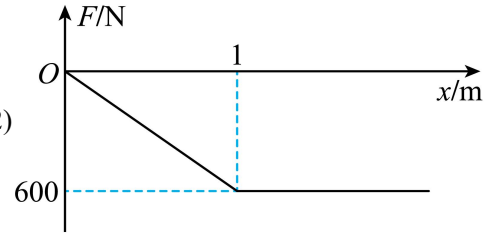
系统减小的机械能 $\Delta E=\Delta E_{\mathrm{p}}-\Delta E_{\mathrm{k}}=\frac{GM^2}{2r}$

根据能量守恒定律有 $\Delta E=\overline{P}t$

解得 $\overline{P}=\frac{GM^2}{2rt}$

7．(1)$\sqrt{6}\mathrm{m/s}$

(2)



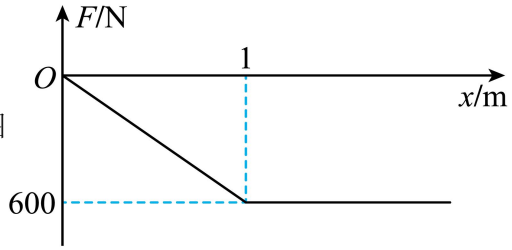
(3)53 m

【详解】（1）设全红婵起跳瞬间的速度大小 v_0，则 $0-v_0^2=2(-g)\left(h_0-\frac{l}{2}\right)$

解得 $v_0=\sqrt{6}\mathrm{m/s}$

（2）向上为正，由浮力概念可得 $F=\text{-}Sx\rho g=\text{-}600x(x\le 1\mathrm{m})$，$F=-600\mathrm{N}(x>1\mathrm{m})$

图像如图



（3）为保证安全，则运动员到达水底时速度恰减为零，则由能量关系 $mg(H+h)-W_{浮}=0$

其中 $W_{浮}=\frac{1}{2}\times 1\times 600\mathrm{J}+600(h-1)\mathrm{J}=(600h-300)\mathrm{J}$

可得 $h=53\mathrm{m}$

8. (1)两黑洞绕其质心做匀速圆周运动，设轨道半径分别为r_1、r_2

根据牛顿第二定律：$\frac{Gm_1m_2}{r^2}=m_1\omega^2r_1$,$\frac{Gm_1m_2}{r^2}=m_2\omega^2r_2$

因为$r_1+r_2=r$

得：$\omega=\sqrt{\frac{G(m_1+m_2)}{r^3}}$

(2)a.P(辐射功率)的单位是 $\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-3}}$;

$(m_1m_2)^2(m_1+m_2)$的单位是 $\mathrm{kg^5}$;

G(引力常量)的单位是 $\mathrm{kg^{-1}\cdot m^3\cdot s^{-2}}$;

r(半径)的单位是 m;

c(光速)的单位是 $\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

辐射功率的表达式为：$P=\frac{32}{5}\mathrm{G}^4(m_1m_2)^2(m_1+m_2)c^{-5}r^a$

等式左右单位应相同

$\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-3}=kg^5\cdot(ms^{-1})^{-5}\cdot(m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2})^4\cdot m^{\alpha}}$

化简即：$\mathrm{kg\cdot m^2\cdot s^{-3}=kg\cdot m^{(7+\alpha)}\cdot s^{-3}}$

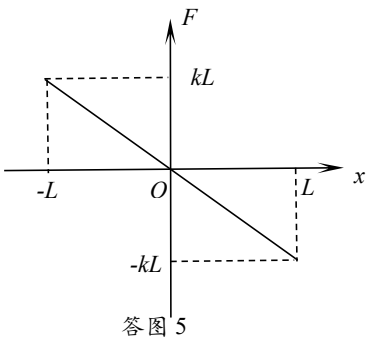
a=-5

b.双星系统的辐射功率：$P=\frac{\triangle E}{\triangle t}=\frac{Gm_1m_2}{2r^2}\cdot\frac{\triangle r}{\triangle t}$

又因为$P=\frac{32}{5}(m_1m_2)^2(m_1+m_2)c^{-5}G^4r^{-5}$

所以$v_r=\frac{64}{5}m_1m_2(m_1+m_2)c^{-5}G^3r^{-3}$

9.（1）a．见答图 5



答图 5

图像与横坐标围成的面积大小表示做功的大小

弹力对小球做功 $$W=\frac{1}{2}kL^2$$

b．由动能定理 $$W=\frac{1}{2}mv^2-0$$

有 $$\frac{1}{2}kL^2=\frac{1}{2}mv^2$$

由动量定理 $$I=mv-0$$

得 $$I=L\sqrt{mk}$$

（2）a．在 x＝a 处小球的动能为 0

有 $$E=\frac{1}{2}ka^2$$

可得半长轴 $$a=\sqrt{\frac{2E}{k}}$$

在 p＝b 处弹簧的弹性势能为 0

有 $$E=\frac{1}{2}mv^2=\frac{p^2}{2m}$$

得 $p=\sqrt{2mE}$

即半短轴 $b=\sqrt{2mE}$

b．将（2）a 结果带入椭圆面积公式

椭圆面积 $S=\pi\cdot\sqrt{\frac{2E}{k}}\cdot\sqrt{2mE}=2\pi E\sqrt{\frac{m}{k}}$

有 $E=\frac{S}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

当椭圆面积减小为 90%时

系统能量 $E'=\frac{90\%S}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}=0.9E$

由功能关系，克服阻力做功

$W=E-E'=0.1E$

平均功率 $P=\frac{W}{T}=\frac{E}{10T}$

10.（1）在火箭速度大小为 v 的瞬间，以极短时间Δt 内喷射出的燃气为研究对象

设燃气受到火箭对其作用力的大小为 F'，规定竖直向下为正方向

根据动量定理有 $F'\Delta t=\Delta m(u-v)-\Delta m\ (-v)$ 得 $F'=\frac{\Delta mu}{\Delta t}$

根据牛顿第三定律，此时火箭受到推力的大小 F=F'= $\frac{\Delta mu}{\Delta t}$

可知推力 F 的大小不变，火箭受到推力的方向竖直向上

则火箭在竖直上升阶段，受到燃气的推力不变

（2）质量为 m 的燃料燃尽时，火箭的加速度最大

根据牛顿第二定律 $a_{\mathrm{m}}=\frac{F-(M\text{-}m)g}{M\text{-}m}=\frac{\Delta mu}{(M\text{-}m)\Delta t}-g$

（3）在 t 时刻，火箭及火箭内剩余燃料的质量 $m'=M-\frac{\Delta m}{\Delta t}t$

根据牛顿第二定律有 $F-m'g=m'a$

得 $\frac{1}{a+g}=\frac{M\Delta t}{u\Delta m}-\frac{1}{u}t$

则 $k=\frac{1}{u}\quad b=\frac{M\Delta t}{u\Delta m}$

11.（1）设小物块运动至平衡位置 O 点时弹簧的长度为 l′，有

k(l′-l0)-mg=0

得 l′=0.35m

（2）a．lB=0.25m

EPB=0.05J

b．代表了弹簧的弹力

c．设弹簧的弹性势能为 0 时小物块的动能为 Ek0，取 A 点所在水平面为重力势能的参考平面，设小物块在 A 点时弹簧的长度为 lA，弹簧的弹性势能为 EPA，根据机械能守恒定律

EPA=mg(lA-l0)+Ek0

得　Ek0=0.15J