物理星空

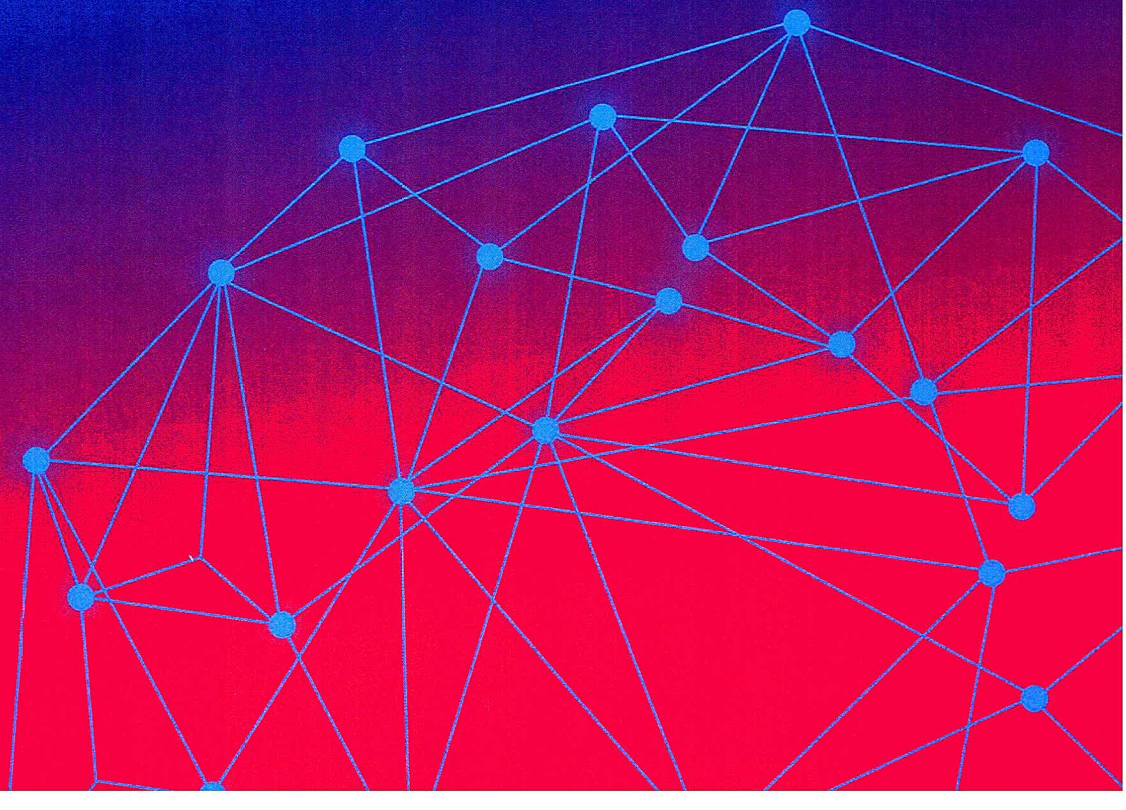
高中物理

题型全练一本通

必修第二册

拔高首选 强效提分

学生讲义册



目录

第一讲：曲线运动 7
考点一：曲线运动的条件及基本特征 7
题型一：概念辨析 7
题型二：曲线运动的速度 8
题型三：曲线运动的条件 8
考点二：运动的分解与合成 9
题型一：分运动与合运动的关系 9
题型二：两个互成角度的直线运动的合运动 10
题型三：生活中的运动合成与分解 11
考点三：小船过河 13
题型一：最短时间 13
题型二：最短位移与最小速度 13
题型三：水速变化中的过河规律 15
考点四：关联体速度分解 15
题型一：绳关联 16
题型二：杆关联 17
题型三：接触面关联 17
题型四：滑轮关联 18
第二讲：抛体运动 19
考点一：平抛运动的条件及基本特征 19
题型一：概念辨析 20
题型二：平抛运动的基本规律 20
题型三：平抛运动轨迹问题 23
题型四：平抛运动与自由落体 25
题型五：平抛运动中的相遇问题 26
考点二：有约束条件下的平抛运动 28
题型一：斜面上的平抛运动 28
题型二：弧面上的平抛运动 32
题型三：平抛运动中的竖直碰撞 35
题型四：平抛运动中的水平碰撞 37
考点三：平抛运动中的临界问题与极限问题 38
题型一：临界问题 38
题型二：极限问题 41
题型三：生活中的平抛运动 41
考点四：类平抛运动 43
题型一：基础模型 43
题型二：延伸模型 46
考点五：斜抛运动 47
题型一：概念辨析 48
题型二：基本规律 48
题型三：轨迹问题 50
题型四：逆向处理斜抛运动 51
题型五：斜抛中的极值问题 52
第三讲：探究抛体运动的特点 54
考点一：原型试验 55
题型一： 55

考点二：创新实验.....56
题型一：.....56
综合练习（一）.....60
第四讲：圆周运动.....66
考点一：认识圆周运动.....66
题型一：概念辨析.....66
题型二：圆周运动基础计算.....67
题型三：线速度与角速度.....68
考点二：传动问题.....69
题型一：定性判断.....70
题型二：定量计算.....71
题型三：钟表问题.....72
考点三：多解问题.....73
题型一：匀速直线运动与圆周结合的多解问题.....73
题型二：匀变速运动与圆周结合的多解问题.....74
题型三：闪光灯问题.....76
考点四：向心力.....77
题型一：概念辨析.....78
题型二：向心力的来源.....79
题型三：圆周运动中的动力学问题.....80
题型四：变速圆周运动和一般曲线运动.....82
考点五：向心加速度.....83
题型一：概念辨析.....83
题型二：向心加速度简单计算.....84
题型三：传动关系中得向心加速度计算.....87
题型四：圆周运动中动力学综合.....88
题型五：圆周运动与平抛运动综合问题.....89
第五讲：探究向心力的影响因素.....92
题型一：实验原型.....93
题型二：实验创新.....97
综合练习（二）.....100
第六讲：生活中的圆周运动.....104
考点一：汽车过桥模型.....104
题型一：凸形桥.....104
题型二：凹形桥.....105
考点二：车转弯模型.....106
题型一：汽车水平路面转弯.....106
题型二：汽车倾斜路面转弯.....107
题型三：火车转弯.....109
考点三：离心问题.....110
题型一：航天器中的失重现象.....111
题型二：离心运动与近心运动.....111
第七讲：竖直平面和水平面的圆周运动.....114
考点一：绳模型与单环模型.....114
题型一：绳模型.....114
题型二：绳长突变模型.....116
题型三：单环内运动.....117
题型四：单环外运动.....118

考点二：杆模型与管道模型(双环模型) 119
题型一：杆模型 119
题型二：管道模型 121
考点三：水平圆盘上的圆周运动(临界问题) 123
题型一：基础模型 123
题型二：重叠模型 125
题型三：绳连接 126
题型四：弹簧连接 128
考点四：筒模型 130
题型一：圆筒模型 130
题型二：锥筒模型 131
考点五：圆锥摆模型 133
题型一：单体圆锥摆（基础型） 133
题型二：单体连接圆锥摆（升级模型） 135
题型三：多体圆锥摆（基础模型） 137
题型四：多体圆锥摆（升级模型） 138
考点六：斜面上圆周运动模型 141
题型一：倾斜圆盘模型(摩擦力控制) 141
题型二：斜面上轻绳控制模型 143
题型三：斜面上轻杆控制模型 144
综合练习（三） 145
第八讲：万有引力定律 148
考点一：开普勒三定律 148
题型一：认识开普勒三定律 148
题型二：开普勒三定律简单应用 149
题型三：天体中的相遇问题 150
考点二：万有引力定律 152
题型一：认识万有引力定律 152
题型二：万有引力定律简单应用 153
题型三：割补法在万有引力中的应用 154
题型四：天体物理史 156
考点三：重力与万有引力的关系 157
题型一：月地检验 157
题型二：不同纬度的重力加速度 g 158
题型三：星球解体问题 160
题型四：黄金代换公式 161
题型五：星球表面的抛体运动 162
题型六：不同高度的重力加速度 g 164
考点四：万有引力定律的成就 165
题型一：发现未知天体 165
题型二：预测彗星回归 166
考点五：计算中心天体的质量 167
题型一：重力加速度法 167
题型二：环绕型 168
考点六：计算中心天体的密度 170
题型一：重力加速度法 170
题型二：环绕型 172
题型三：特殊型（已知星球半径与轨道半径的倍数关系） 173

考点七：双星问题及多星问题 174
题型一：双星问题 174
题型二：三星问题 177
题型三：其他 180
第九讲：宇宙航行 182
考点一：宇宙速度 182
题型一：了解三大宇宙速度 182
题型二：三大宇宙速度的相关计算 183
题型三：$v_2=\sqrt{2}v_1$ 185
考点二：同步卫星以及近地卫星 186
题型一：基础辨析 186
题型二：认识同步卫星 187
题型三：同步卫星综合应用 188
考点三：一般人造卫星 190
题型一：卫星轨道问题——定性分析 190
题型二：卫星轨道问题——定量计算 192
考点四：卫星发射与变轨 194
题型一：卫星变轨 194
题型二：飞船对接 196
考点五：特殊模型（高大上的纸老虎） 198
题型一：太空电梯问题 198
题型二：拉格朗日点问题 199
题型三：黑洞问题 202
题型四：潮汐问题 203
题型五：晨昏线问题 204
题型六：卫星通信盲区 205
题型七：日出、日落问题及日全食问题 209
第十讲：功及功率 211
考点一：功 211
题型一：概念辨析 211
题型二：做功与否以及做正功或做负功 212
题型三：简单计算 213
考点二：功率 215
题型一：概念辨析 215
题型二：平均功率瞬时功率定性比较 216
题型三：平均功率瞬时功率定量计算 218
题型四：图像中的功率问题 220
考点三：摩擦力做功 221
题型一：概念辨析 221
题型二：摩擦力做功的简单计算 221
题型三：斜面中的摩擦力做功 222
考点四：变力做功 224
题型一：微元法和等效法 224
题型二：平均值法 225
题型三：图像法 226
考点五：机车起动 227
题型一：恒定功率启动 227
题型二：恒定加速度启动 229

题型三：机车启动中的图像问题——常规图像 230
题型四：机车启动中的图像问题——拓展图像 232
题型五：机车起动中的突变问题 233
考点六：重力势能 235
题型一：概念辨析 235
题型二：重力做功与重力势能的关系 236
题型三：非质点及流体的重力势能 238
考点七：弹性势能 239
题型一：概念辨析 239
题型二：弹力做功与弹力势能的关系 239
第十一讲：动能定理 241
考点一：动能 241
题型一：概念辨析 241
题型二：动能的简单计算 241
题型三：动能变化量 243
考点二：动能定理 244
题型一：概念辨析 245
题型二：简单应用 245
题型三：应用动能定理解决匀变速直线运动 246
题型四：应用动能定理解决曲线运动问题 247
题型五：应用动能定理解决变力做功问题 248
题型六：应用动能定理解决机车启动问题 249
考点三：动能定理综合应用 250
题型一：应用动能定理解决多过程直线运动 250
题型二：应用动能定理解决多过程曲线运动 252
题型三：应用动能定理解决图像问题 255
题型四：应用动能定理解决传送带问题 257
题型五：应用动能定理解决往返问题 261
第十二讲：机械能守恒 262
考点一：机械能守恒 262
题型一：机械能守恒的条件 262
题型二：判断是否机械能守恒 263
考点二：单体机械能守恒 265
题型一：直线运动中的机械能守恒 265
题型二：抛体运动中的机械能守恒 266
题型三：圆周运动中的机械能守恒 266
题型四：图像中的机械能守恒 268
考点三：系统机械能守恒 269
题型一：概念辨析 269
题型二：绳连接中的机械能守恒——速度大小相等 270
题型三：绳连接中的机械能守恒——速度大小不等 271
题型四：杆连接中的机械能守恒——角速度相等 273
题型五：杆连接中的机械能守恒——角速度不等 275
题型六：弹簧中的机械能守恒 278
题型七：非质点及流体中的机械能守恒 281
第十三讲：实验：验证机械能守恒定律 284
题型一：实验原型 285
题型二：实验创新 287

第十四讲：功能关系 290
考点一：功能关系 290
题型一：概念辨析 290
题型二：简单计算 291
考点二：摩擦力做功与能量转化 292
题型一：概念辨析 292
考点三：传送带模型 293
题型一：水平传送带 293
题型二：倾斜传送带 294
考点四：板块模型 296
题型一：光滑地面中的板块问题 297
题型二：粗糙地面中的板块问题 298
题型三：子弹打木块问题 300
考点五：弹簧中的功能关系 301
题型一：基础模型 301
题型二：弹簧连接体中受恒定摩擦力模型 302
考点六：图像问题 303
题型一： 303
,综合练习（四） 306

第一讲：曲线运动

考点一：曲线运动的条件及基本特征

1.运动的分类：

按轨迹曲直分类：直线运动、曲线运动、折线运动、往返运动

$F_{合}$与 v_0 平行，做直线运动；$F_{合}$与 v_0 不平行，做曲线运动。

2.曲线运动

（1）定义：物体运动轨迹为曲线的运动。

（2）速度方向：质点在某一点的速度方向沿曲线在这一点的切线方向。

（3）条件：运动学角度：a、v 不共线；

动力学角度：$F_{合}$、v 不共线

（4）性质：做曲线运动的物体，速度的方向时刻在改变，所以曲线运动一定是变速运动。

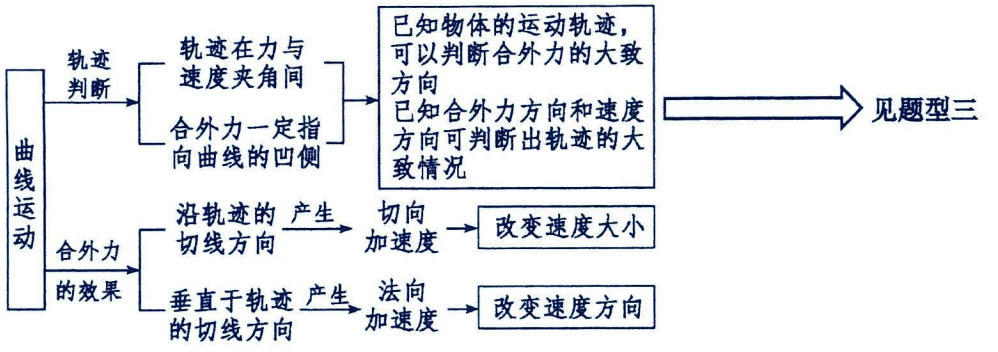
a 恒定：匀变速曲线运动；a 变化：非匀变速曲线运动.

（5）曲线运动中速率变化的判断

合力与速度方向夹角	锐角	速率增大
	钝角	速率减小
	直角	速率不变

当速度 v 与 $F_{合}$垂直时，v 取得最小值

（6）曲线运动中合外力方向、速度方向与轨迹间的关系



题型一：概念辨析

解题要点：运动轨迹由 $F_{合}$与 v 的方向关系决定，与 $F_{合}$，v 恒定与否无关。

【精选例题】

【例 1】下列说法正确的是（　　）

A．在恒力作用下，物体可能做曲线运动　　B．在变力作用下，物体不可能做曲线运动

C．做曲线运动的物体，其运动状态可能不改变　　D．物体做曲线运动时，其加速度与速度的方向可能一致

【跟踪训练】

1．关于曲线运动，下列说法正确的是（　　）

A．物体做曲线运动时，加速度可能不变　　B．物体做曲线运动，其速度可能不变

C．物体只有受到变力作用才做曲线运动　　D．物体做曲线运动时，有可能处于平衡状态

题型二：曲线运动的速度

【精选例题】

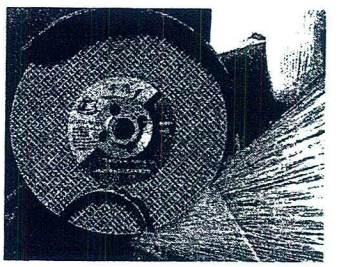
【例 1】图为砂轮边缘的微粒被打磨下来飞离砂轮时的情形，不计空气阻力，下列说法正确的（）

A．微粒随砂轮一起运动时加速度为 0

B．微粒随砂轮一起运动时速度始终不变

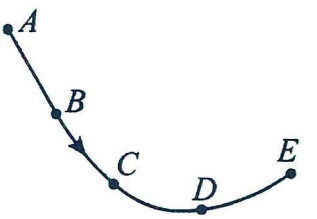
C．微粒离开砂轮瞬间的速度方向沿砂轮的切线方向

D．微粒离开砂轮后做曲线运动的加速度可能为 0



【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示为质点做匀变速曲线运动轨迹的示意图，且质点运动到 D 点时速度方向与加速度方向恰好互相垂直，则质点从 A 点运动到 E 点的过程中，下列说法中正确的是（　　）



A．质点经过 A 点时的加速度方向与速度方向的夹角大于 90°

B．质点经过 A 点时的加速度方向与速度方向的夹角小于 90°

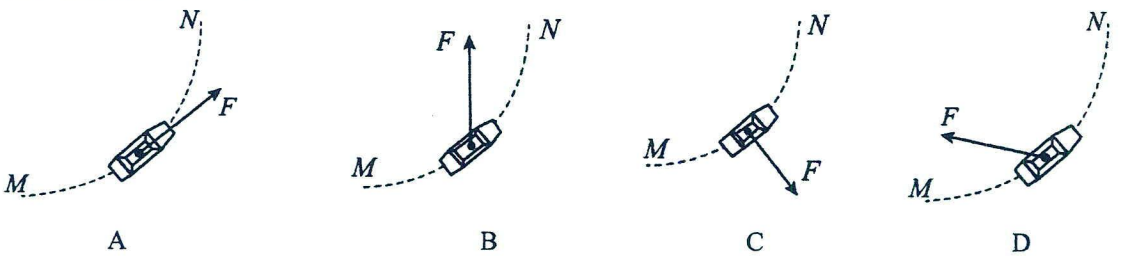
C．质点经过 D 点时的加速度比 B 点的大

D．质点从 B 到 E 的过程中加速度方向与速度方向的夹角一直减小

题型三：曲线运动的条件

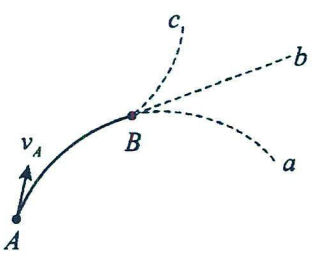
【精选例题】

【例 1】汽车在水平公路上转弯，沿曲线由 M 向 N 减速行驶，图中分别画出了汽车转弯时所受合力 F 的四种方向，正确的是（　　）



【跟踪训练】

1．如图所示，初速度为 v_A 的物体在恒力 F 作用下沿曲线从 A 点运动到 B 点，这时突然使它所受的力反向而大小不变（即由 F 变为-F），在此力作用下，物体以后的运动情况，下列说法正确的是（　　）



A．物体可能沿原曲线由 B 点返回 A 点　　B．物体可能沿曲线 Ba 运动

C．物体可能沿曲线 Bb 运动　　D．物体可能沿曲线 Bc 运动

2．第四届中国汽车摩托车运动大会于 2024 年 8 月 28 日至 9 月 1 日在大庆举办。某参赛选手在训练时沿弯曲赛道从左向右加速运动，该运动过程中，在某两位置时其所受合力均可能正确的是（　　）



考点二：运动的分解与合成

1．运动的合成与分解

(1)运动的合成：已知分运动求合运动。

(2)运动的分解：已知合运动求分运动。

2．运动的合成与分解遵循的法则

位移、速度、加速度都是矢量，故它们的合成与分解都遵循平行四边形定则。

3．运动分解的原则

根据运动的实际效果分解，也可采用正交分解法。

4．合运动与分运动的关系

(1)等时性：合运动和分运动经历的时间相等，即同时开始、同时进行、同时停止.

(2)独立性：一个物体同时参与几个分运动，各分运动独立进行，不受其他分运动的影响.

(3)等效性：各分运动的规律叠加起来与合运动的规律有完全相同的效果.

题型一：分运动与合运动的关系

【精选例题】

【例 1】关于运动的合成与分解，下列说法中正确的是（　）

A．只要两个分运动是直线运动，合运动就一定是直线运动

B．两个匀变速直线运动的合运动一定是匀变速直线运动

C．两个分运动的时间一定与它们合运动的时间相等

D．合运动的速度一定比每一个分运动的速度大

【例 2】一质点在直角坐标系 xOy 所在的平面内运动，经过 O 点时开始计时，其沿坐标轴方向的两个分速度随时间变化的图像如图 1、2 所示，下列说法正确的是（　）

A．物体在 0～3s 内做变加速曲线运动

B．物体在 3～4s 内做匀变速直线运动

C．物体在 0～3s 内的位移大小为 15m

D．物体在 0～4s 内的位移大小为 25m

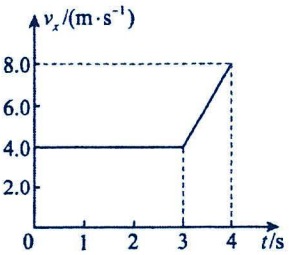


图1

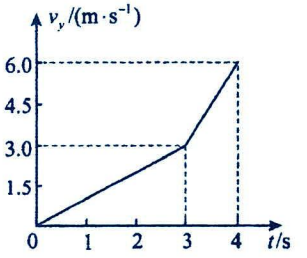


图2

【跟踪训练】

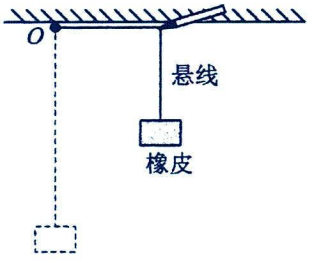
1．对于两个分运动的合运动，下列说法正确的是（　　）

A．合运动的速度一定大于两个分运动的速度　　B．合运动的速度一定大于其中一个分运动的速度

C．由两个分速度的大小就可以确定合速度的大小和方向　　D．合运动的方向就是物体实际运动的方向

2．如图所示，一块橡皮用细线悬挂于 O 点，用铅笔靠着线的左侧水平向右以速度 v 匀速移动，运动中悬线始终竖直，则橡皮的速度大小为（　）

A．v　　B．$\sqrt{2}v$　　C．$\sqrt{3}v$　　D．$2v$



题型二：两个互成角度的直线运动的合运动

解题要点：两个互成角度的直线运动的合运动性质的判断

两个互成角度的分运动	合运动的性质
两个匀速直线运动	匀速直线运动
一个匀速直线运动、一个匀变速直线运动	匀变速曲线运动
两个初速度为零的匀加速直线运动	匀加速直线运动
两个初速度不为零的匀变速直线运动	如果 $v_{合}$ 与 $a_{合}$ 共线，为匀变速直线运动
	如果 $v_{合}$ 与 $a_{合}$ 不共线，为匀变速曲线运动

【精选例题】

【例 1】下列关于运动合成的说法正确的是（　　）

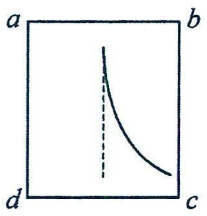
A．两个匀速直线运动的合运动可能是曲线运动

B．两个变速直线运动的合运动不可能是直线运动

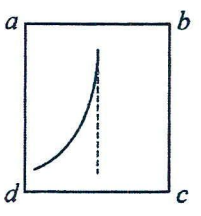
C．一个匀速直线运动和一个变速直线运动的合运动一定是曲线运动

D．一个匀速直线运动和一个变速直线运动的合运动可能是直线运动

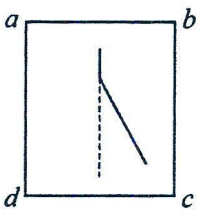
【例 2】一同学在桌面的白纸上匀速划一道竖直线，如图所示。在划线的过程中另一位同学水平向左加速抽动了白纸，白纸上的划痕图样可能是（　　）



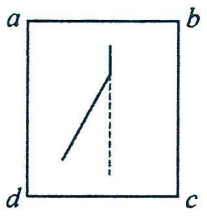
A



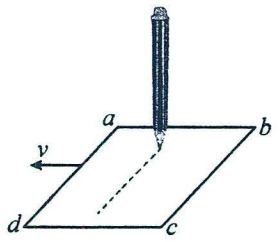
B



C



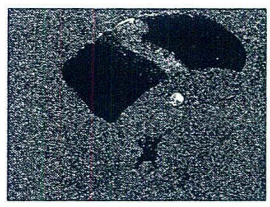
D



【跟踪训练】

1．小崇在一次跳伞过程中，竖直下降时穿越一段高度为 24m 的横风区，受到 F＝150N 的水平恒定风力作用，穿过横风区前后速度大小之比为 3:5，已知小崇和装备总质量 m＝75kg，下降过程中小崇竖直速度恒定，则小崇竖直下降时的速度大小为（　　）

A．4m/s　　B．6m/s　　C．8m/s　　D．10m/s



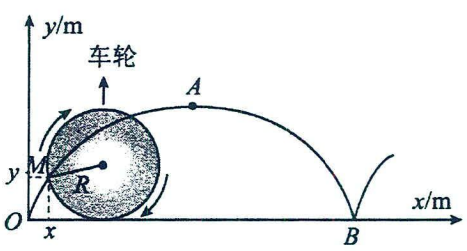
2．图为汽车在水平路面上匀速行驶时车轮边缘上 M 点的运动轨迹。已知 $t=0$ 时刻 M 点与坐标原点 O 重合，车轮半径 $R=0.3\text{m}$，汽车的速度 $v=2.0\text{m/s}$，则（　　）

A．M 点运动到最高点 A 时的速度为零

B．M 点在 OA 与 AB 的平均速度大小相同

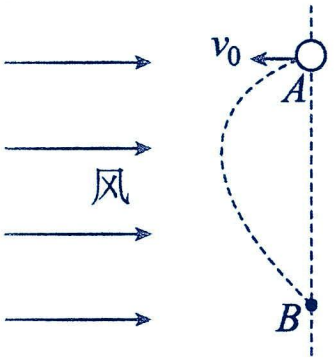
C．最高点 A 的坐标为 $(0.6\text{m},0.6\text{m})$

D．M 点从 O 运动到 B 的时间为 0.3s



3．如图所示，在风洞实验室中，从 A 点以水平速度 v_0 向左抛出一个质量为 m 的小球（可视为质点），小球抛出后所受空气作用力沿水平方向，其大小为 F，经过一段时间小球运动到 A 点正下方的 B 点处，重力加速度为 g，在此过程中，求：(1)小球离 A、B 所在直线的最远距离；

(2)A、B 两点间的距离；(3)小球到达 B 点时的速率 v_B。



题型三：生活中的运动合成与分解

解题要点：运动的合成与分解知识在人们的生产、生活中有广泛的应用，例如古代的“骑马射箭”游戏、“转台投篮”、现代的“帆板运动”、“雨中骑车打伞”等，解决这类问题的关键是分清合运动与分运动，然后根据运动的合成与分解知识解决相关问题。

【精选例题】

【例 1】趣味投篮比赛中，运动员站在一个旋转较快的大平台边缘上，相对平台静止，向平台圆心处的球筐内投篮球，箭头指向表示投篮方向，ω 表示大平台转动的角速度，下面的各俯视图中篮球可能被投入球筐内的是（）



A　　B　　C　　D

【例 2】雨滴相对伞的速度方向沿伞柄时挡雨面积最大，挡雨效果最好。一无风的下雨天，雨滴下落速度为 2.0m/s，某同学打着伞匀速行走，行进速度为 1.5m/s，以下伞柄的方向挡雨效果最好的是（　　）



A　　B　　C　　D

解题思路：当雨滴落在伞上的速度垂直于伞面时，人淋雨最少，

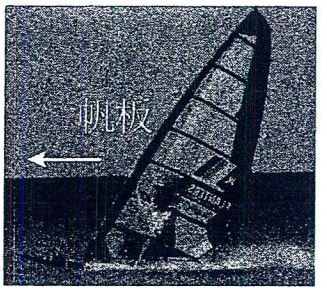
设伞柄与竖直方向的夹角为 θ，则根据速度合成关系可得 $\tan\theta=\frac{v_{人}}{v_{雨}}=\frac{1.5}{2.0}=\frac{3}{4}$；解得 $\theta=37°$

【跟踪训练】

1．如图所示，帆板在海面上以速度$\sqrt{3}$v朝正西方向运动，帆船以速度v朝正北方向航行，以帆板为参照物（　）







A．帆船朝正东方向航行，速度大小为v　　B．帆船朝正西方向航行，速度大小为v

C．帆船朝南偏东60°方向航行，速度大小为$\sqrt{3}$v　　D．帆船朝北偏东60°方向航行，速度大小为2v

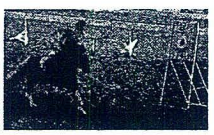
2．（多选题）民族运动会上有一骑射项目如图所示，运动员骑在奔跑的马上，弯弓放箭射击侧向的固定目标。如图甲所示，选手骑马沿如图乙所示直线O_1O_2匀速前进，速度大小为v_1，运动员静止时射出的箭速度大小为v_2，且有$v_2>v_1$，靶中心P到O_1O_2的距离为d，垂足为D，忽略箭在竖直方向的运动，下列说法正确的是（　　）

A．为保证箭能命中靶心，选手应瞄准靶心P放箭

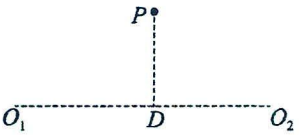
B．为保证箭能命中靶心，选手在D点放箭也可以命中靶心

C．为保证箭能命中靶心，且运动时间最短，箭射中靶心的最短时间为$\frac{d}{v_2}$

D．为保证箭能命中靶心，且运动位移最短，箭射中靶心的时间为$\frac{d}{\sqrt{v_2^2-v_1^2}}$



甲



乙

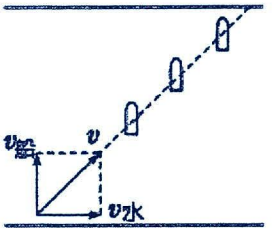
考点三：小船过河

模型概述：小船过河过程中，存在两个方向的运动：沿水向下游的运动，沿船头方向的运动。

两个运动满足：v 指船运动的合速度，即人眼看见的船身运动的方向，$v=\overrightarrow{v_{水}}+\overrightarrow{v_{船}}$；

$v_{船}$代表船头所指的方向，$v_{水}$指水流方向。

题型一：最短时间



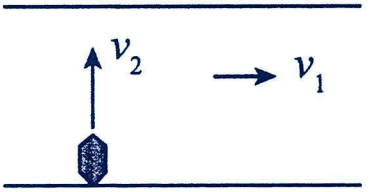
解题要点：要求过河时间最短，只需船头始终垂直于河岸即可。满足以下规律：

(1)渡河时间只与船垂直于河岸方向的分速度有关，与水流速度无关；

(2)船头正对河岸时，渡河时间最短，$t_{min}=\frac{d}{v_1}$ (d 为河宽)。

【精选例题】

【例 1】如图所示，某小船船头垂直河岸渡河，已知该段河宽 300m，河水流速 v_1=3m/s，船在静水中的速度 v_2=5m/s，下列说法确的是（　　）



A．小船做曲线运动　　B．小船渡河所用时间为 60s

C．小船的速度大小为 4m/s　　D．小船渡河的位移大小为 300m

【跟踪训练】

1．（多选题）随着我国全面进入主汛期，防汛形势十分严峻。各地区各部门坚持人民至上、生命至上，全力以赴抗洪抢险。某船积极参加抗洪，已知该船在静水中的最大速度为 5m/s。现让该船渡过某条河，假设河的两岸是平行线，河水流速恒定，河宽 $d=100$m。船以最短时间渡河，航线与岸的夹角为 60°，则（　）

A．渡河时间为 20s　　B．河水流速为 10m/s

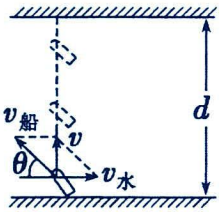
C．实际渡河位移为 $\frac{200}{3}\sqrt{3}$m　　D．调整船头斜向上游，可以到达正对岸

题型二：最短位移与最小速度

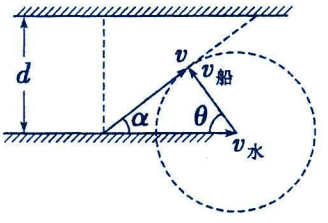
解题要点：若过河位移最短，根据水速与船速的大小关系，两种情况分析：

(1)若 $v_{船}>v_{水}$，当船头方向与上游河岸夹角θ满足 $v_{船}\cos\theta=v_{水}$时，合速度垂直河岸如图甲，

此时满足：渡河位移最短，$x_{min}=d$；渡河时间，$t=\frac{d}{v_{船}\sin\theta}$



甲



乙

(2)若 $v_{船}<v_{水}$，合速度不可能垂直于河岸，无法垂直渡河。故当船头方向(即 $v_{船}$方向)与合速度方向垂直时，如图乙，此时有：渡河位移最短，$x_{min}=\frac{d}{\cos\theta}=\frac{d}{\sin\alpha}=\frac{dv_{水}}{v_{船}}$；渡河时间，$t=\frac{d}{v_{船}\sin\theta}=\frac{d}{v_{船}\cos\alpha}$

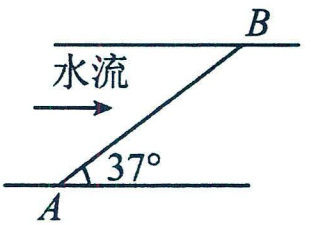
【精选例题】

【例 1】（多选题）一船在静水中的速度是 10 m/s，要渡过宽为 240 m、水流速度为 8 m/s 的河流，sin 53°＝0.8，cos 53°＝0.6.则下列说法中正确的是（　　）

A．船垂直到达正对岸的实际航行速度是 6 m/s　　B．此船过河的最短时间是 24s

C．船头的指向与上游河岸的夹角为 53°船可以垂直到达正对岸　　D．此船不可能垂直到达正对岸

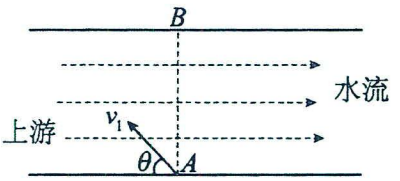
【例 2】如图所示，船从 A 处开出后沿直线 AB 到达对岸，若 AB 与河岸成 37°角，水流速度为2m/s，则船从 A 处开出的最小速度为（取 sin37°＝0.6，cos37°＝0.8）（　）



A．1.2m/s　　B．1.6m/s

C．2m/s　　D．2.5m/s

【例 3】如图所示，小船以大小为 v_1、方向与上游河岸成θ角的速度（在静水中的速度）从 A 处过河，经过 t 时间正好到达正对岸的 B 处。现要使小船在更短的时间内过河并且也正好到达正对岸 B 处，在水流速度不变的情况下，可采取下列方法中的哪种（　　）



A．在减小 v_1 的同时，也必须适当减小θ角　　B．在增大 v_1 的同时，也必须适当增大θ角

C．只要增大 v_1 的大小，不必改变θ角　　D．只要增大θ角，不必改变 v_1 的大小

【跟踪训练】

1．（多选题）一两岸平行的河流宽为 200m，水流速度为 5m/s，在一次抗洪抢险战斗中，武警战士驾船把受灾群众送到河对岸的安全地方。船相对静水的速度为 4m/s。则下列说法正确的是（　　）

A．该船不能垂直过河　　B．该船能够垂直过河

C．渡河的位移可能为 240m　　D．渡河的位移可能为 260m

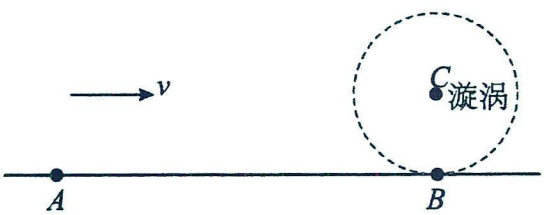
2．一小船要渡过两岸平行的河，第一次以最短的时间过河，第二次以最短的航程过河，第一次和第二次航程之比为 k。设船在静水中的速度大小为 v_1，水流的速度大小为 v_2，且 $v_2>v_1$，则 v_1：v_2 为（　　）

A．k　　B．$\sqrt{k^2-1}$　　C．$\sqrt{k^2+1}$　　D．$\sqrt{k(k-1)}$

3．如图所示，在一次救援中，某河道水流速度大小恒为 v，A 处的下游 C 处有个半径为$5L_0$的漩涡，其与河岸相切于 B 点，AB 两点距离为$12L_0$。若解放军战士驾驶冲锋舟把被困群众从河岸的 A 处沿直线避开漩涡送到对岸，冲锋舟在静水中速度的最小值为（　　）

A．$\frac{120}{169}v$　　B．$\frac{12}{13}v$

C．$\frac{5}{13}v$　　D．$\frac{5}{12}v$

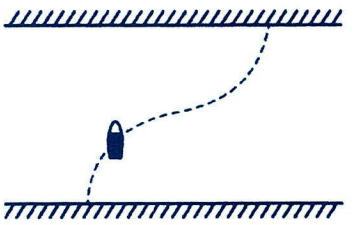


题型三：水速变化中的过河规律

解题要点：当水速变化时，说明沿河岸方向船做变速直线运动，最终船的运动轨迹为曲线，分析时两个运动方向分别求速度和位移，在进行合成。

【精选例题】

【例 1】小船横渡一条两岸平行的河流，水流速度与河岸平行，船相对于水的速度大小不变，船头始终垂直指向河岸，小船的运动轨迹如图虚线所示。则小船在此过程中（　）



A．运动的加速度不变　　B．越接近河岸速度越大

C．加速度的方向先指向下游后指向上游　　D．水流速度变化，渡河的时间也会改变

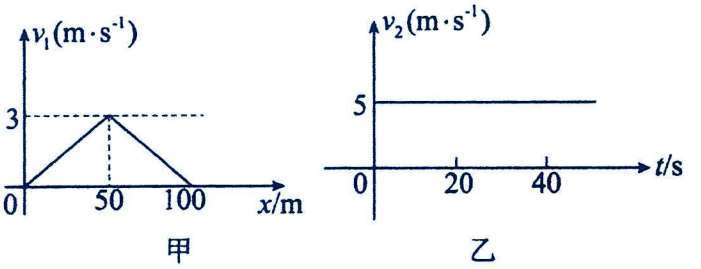
【例 2】一条船要在最短时间内渡过宽为 100m 的河，已知河水的流速 v_1 与船离河岸的距离 x 变化的关系如图甲，船在静水中的速度 v_2 与时间 t 的关系如图乙，则以下判断中正确的是（　　）

A．船渡河的最短时间是 40s

B．船运动的轨迹可能是直线

C．船运动到河宽一半用时 10s

D．船在河水中的最大速度是 5m/s



【跟踪训练】

1．（多选题）小河宽为 d，河水中各点水流速度与各点到较近河岸的距离成正比，$v_{水}=kx$，$k=\dfrac{3v_0}{d}$，x 是河中各点到较近河岸的距离。小船船头始终垂直于河岸渡河，小船在静水中的速度为 v_0，则下列说法中正确的（　　）

A．小船渡河时的轨迹是直线　　B．小船到达距河岸 $\dfrac{d}{3}$ 处时，船的速度大小为 $\sqrt{2}v_0$

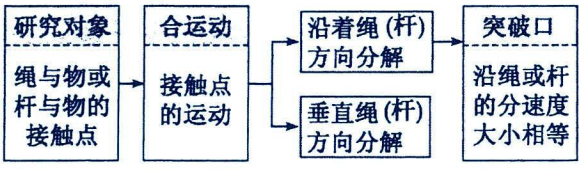
C．小船渡河时的轨迹是曲线　　D．小船到达距河岸 $\dfrac{2d}{3}$ 处时，船的速度大小为 $\sqrt{5}v_0$

考点四：关联体速度分解

1．关联速度模型

(1)模型特点：与绳(或杆)相连的物体的运动方向与绳(或杆)不在一条直线上时，物体沿绳(或杆)方向的速度分量大小相等。

(2)绳(或杆)端速度的分解思路：

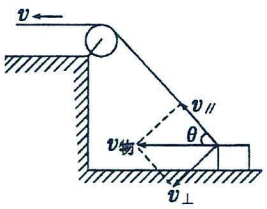


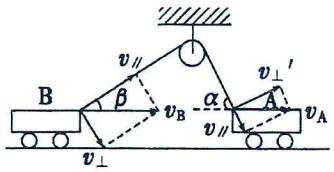
解题要点：过物体速度作绳或杆的垂线，从而将各物体实际速度分解到沿绳或杆方向和垂直于绳或杆的方向，且沿绳或杆方向速度分量相等。

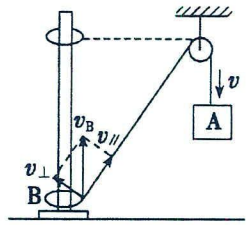
人眼看见的物体运动方向

题型一：绳关联

绳模型中，常见分解示例。

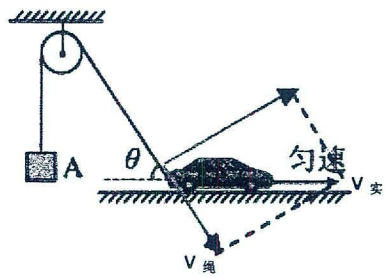






【精选例题】

【例 1】如图所示，在不计滑轮摩擦和绳子质量的条件下，当小车以速度 v 匀速向右运动，当小车运动到与水平面夹角为θ时，下列关于物体 A 说法正确的是（　　）



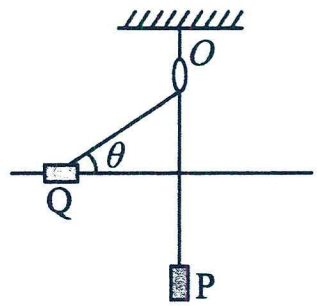
A．物体 A 此时的速度大小为$v\cos\theta$，物体 A 做减速运动

B．物体 A 此时的速度大小为$v\cos\theta$，物体 A 做加速运动

C．物体 A 此时的速度大小为$\frac{v}{\cos\theta}$，物体 A 做减速运动

D．物体 A 此时的速度大小为$\frac{v}{\cos\theta}$，物体 A 做加速运动

【例 2】如图所示，悬点 O 下方固定一光滑小圆环，水平光滑细长杆左端套有一小物块 Q。现用一轻质细绳跨过小圆环，细绳一端连接物块 Q，另一端悬挂一物块 P。现将 P、Q 由静止释放，当细绳左边部分与水平方向的夹角为θ时，下列说法正确的是（ ）



A．当$\theta=30°$时，P、Q 的速度大小之比为$2:\sqrt{3}$

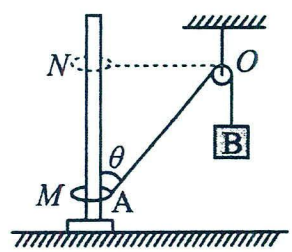
B．当$\theta=45°$时，P、Q 的速度大小之比为$\sqrt{2}:2$

C．当$\theta=90°$时，Q 的速度大小为零

D．当$\theta=90°$时，P 的加速度大小为零

【跟踪训练】

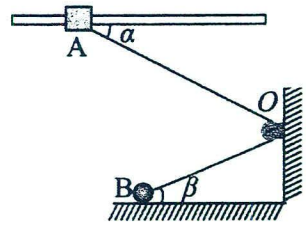
1．（多选题）如图所示，不可伸长的轻绳跨过大小不计的定滑轮 O 将重物 B 和套在竖直细杆上的轻环 A 相连。施加外为让 A 沿杆以速度 v 匀速上升，经图中 M 位置上升至 N 位置，已知 OM 与直杆成θ角，ON 与竖直杆成直角，则下列说法正确的是（　　）



A．A 运动到位置 M 时，B 的速度大小为$\frac{v}{\cos\theta}$　　B．A 匀速上升过程中，B 匀速下降

C．B 下降过程处于超重状态　　D．A 运动到位置 N 时，B 的速度最小

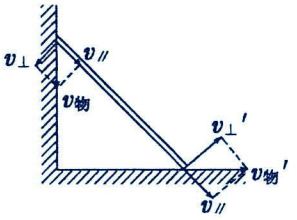
2．如图所示，轻绳通过光滑的轻质定滑轮连接滑块 A 与小球 B，滑块 A 套在水平杆上，小球 B 放在水平地面上，滑块 A 向左做匀速运动的速度大小为v_A，经过图示位置时，连接滑块 A 的轻绳与水平杆的夹角为α，连接小球 B 的轻绳与水平面的夹角为β，此时小球 B 的速度为v_B，则下列说法正确的是（ ）

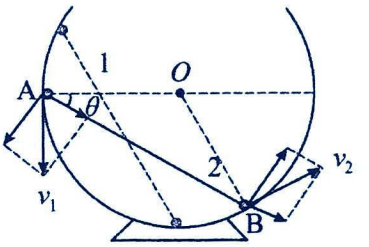


A．$v_B=v_A\cos\alpha$　　B．$v_A=v_B\cos\beta$　　C．小球 B 做加速运动　　D．小球 B 做匀速运动

题型二：杆关联

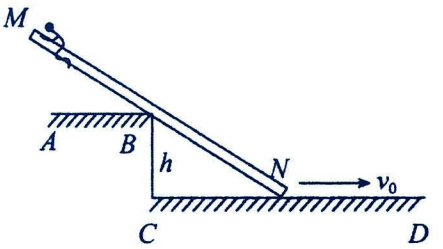
杆模型常见分解示例





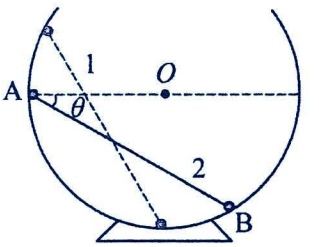
【精选例题】

【例 1】火灾逃生的首要原则是离开火灾现场，如图所示是火警设计的一种让当事人快捷逃离现场的救援方案：用一根不变形的轻杆 MN 支撑在楼面平台 AB 上，N 端在水平地面上向右以 v_0 匀速运动，被救助的人员紧抱在 M 端随轻杆一起向平台 B 端靠近，平台高为 h，当 $CN=2h$ 时，被救人员向 B 点运动的速率是（　）



A．$\frac{1}{2}v_0$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}v_0$　　C．$\frac{2\sqrt{5}}{5}v_0$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}v_0$

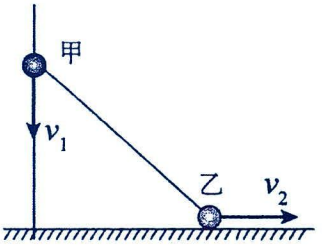
【例 2】如图所示，一轻杆两端分别固定质量为 m_A 和 m_B 的两个小球 A 和 B（均可视为质点）。将其放在一个光滑球形容器中从位置 1 开始下滑，当轻杆到达位置 2 时球 A 与球形容器球心等高，其速度大小为 v_1，已知此时轻杆与水平方向成θ=30°角，B 球的速度大小为 v_2，则 v_1 与 v_2 的关系为（　　）



A．$v_2=\sqrt{3}v_1$　　B．$v_1=\sqrt{3}v_2$　　C．$v_2=2v_1$　　D．$v_1=v_2$

【跟踪训练】

1．（多选题）甲、乙两光滑小球（均可视为质点）用铰链与轻直杆连接，乙球处于光滑水平地面上，甲球套在光滑的竖直杆上，初始时轻杆竖直，杆长为 4m。无初速度释放，使得乙球沿水平地面向右滑动，当乙球距离起点 3m 时，下列说法正确的是（　　）



A．甲、乙两球的速度大小之比为 $\sqrt{7}:3$

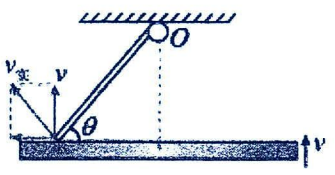
B．甲、乙两球的速度大小之比为 $3\sqrt{7}:7$

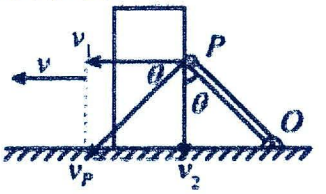
C．甲球即将落地时，乙球的速度与甲球的速度大小相等

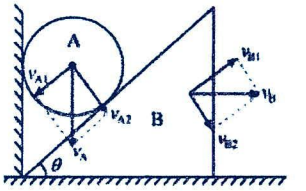
D．甲球即将落地时，甲球的速度达到最大

题型三：接触面关联

解题要点：若是面接触的速度分解，则将对应物体的实际速度分解到垂直于接触面和平行于接触面，且各物体垂直于接触面的速度分量相等，常见分解示例如图。

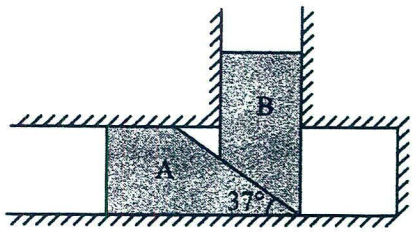






【精选例题】

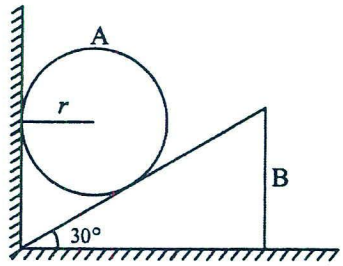
【例 1】如图所示为一种竖直门闩的原理图，当在水平槽内向右推动下方木块 A 时，使木块 B 沿竖直槽向上运动，方可启动门闩。已知 $\sin 37^\circ = 0.6$，$\cos 37^\circ = 0.8$。现以速度 v_0 向右推动下方木块 A，则木块 B 向上运动的速度大小为（　　）



A. $\frac{3v_0}{4}$　　B. $\frac{4v_0}{3}$　　C. $\frac{3v_0}{5}$　　D. $\frac{5v_0}{3}$

【跟踪训练】

1．如图所示，斜劈 B 的倾角为 30°，劈尖顶着竖直墙壁静止于水平地面上，现将一个半径为 r 的球 A 放在墙面与斜劈之间，并从图示位置由静止释放，不计一切摩擦，在 A 落地前某时刻速度为 v_A，则该时刻 B 的速度为（　　）

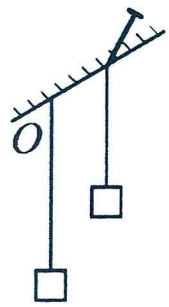


A. $\sqrt{3}v_A$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}v_A$　　C. $2v_A$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}v_A$

题型四：滑轮关联

【精选例题】

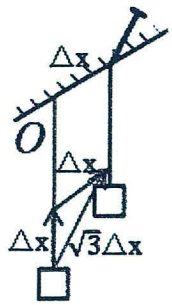
【例 1】（多选题）如图所示，一块橡皮用细线悬挂于 O 点，用铅笔靠着线的左侧，沿与水平方向成 30° 的斜面向右以速度 v 匀速移动，运动中始终保持悬线竖直，则橡皮运动的速度(　　)



A．橡皮做匀速直线运动，速度大小为 $\sqrt{3}v$　　B．橡皮做匀速直线运动，速度大小为 v

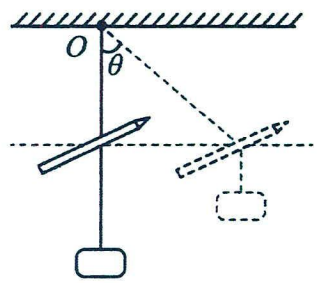
C．橡皮做匀速直线运动，速度方向和水平方向成 60°　D．橡皮做匀速直线运动，速度方向和水平方向成 30°

解题要点：采用微元法，设铅笔在极短时间 Δt 移动距离满足：Δx=v·Δt，则橡皮有两个分位移，竖直方向和沿斜面方向，位移大小均为 Δx，故合位移为 $\sqrt{3}$Δx，与水平方向呈 60°，因此合速度为 $\sqrt{3}v$。



【跟踪训练】

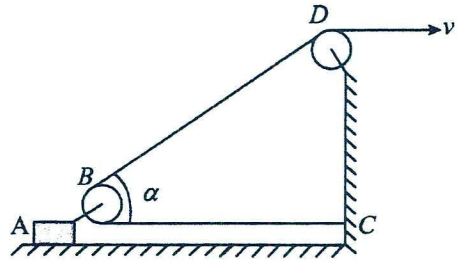
1．（多选题）如图所示，一块橡皮用细线悬挂于 O 点，现用一枝铅笔贴着细线的左侧水平向右以速度 v 匀速移动，运动过程中保持铅笔的高度不变，悬挂橡皮的那段细线保持竖直，则在铅笔未碰到橡皮前，橡皮的运动情况是（　　）



A．橡皮在水平方向上做匀速运动　B．橡皮在竖直方向上做加速运动

C．橡皮的运动轨迹是一条直线　　D．橡皮在图示虚线位置时的速度大小为 $v\sqrt{cos2\theta+1}$

2．如图所示，一个带滑轮的物体放在水平面上，一根轻绳一端固定在 C 处，另一端跨过滑轮牵引物体 A，BC 水平，现以恒定的水平速度 v 拉绳的自由端，使物体沿水平面前进，则跨过滑轮的两绳夹角为α时，物体运动的速度大小为（　　）



A. $\frac{v}{\cos\alpha}$　　B. $v\cos\alpha$　　C. $v\tan\alpha$　　D. $\frac{v}{1+\cos\alpha}$

第二讲：抛体运动

考点一：平抛运动的条件及基本特征

1．平抛运动

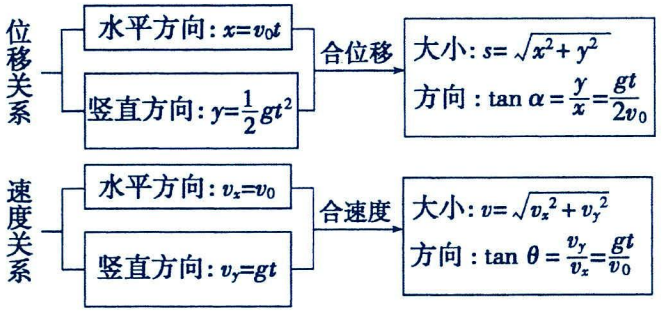
(1)定义：将物体以一定的初速度沿水平方向抛出，物体只在重力作用下的运动。

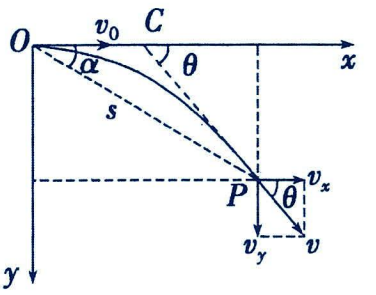
(2)性质：平抛运动是加速度为 g 的匀变速曲线运动，运动轨迹是抛物线。

(3)研究方法：化曲为直：①水平方向：匀速直线运动；②竖直方向：自由落体运动。

2．基本规律

如图所示，以抛出点 O 为坐标原点，以初速度 v_0 方向(水平方向)为 x 轴正方向，竖直向下为 y 轴正方向。



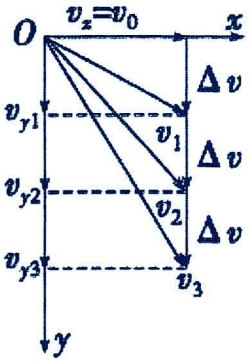


3.重要结论：

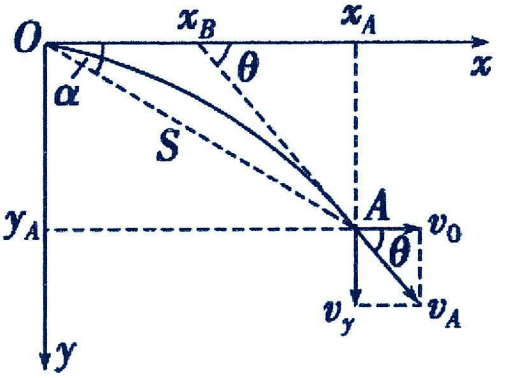
（1）平抛运动的时间 t 由下落高度 h 决定。即 $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$。（由 $h=\frac{1}{2}gt^2$推导得出）

（2）平抛运动的水平位移 x 由下落高度 h、水平初速度共同决定。即 $x=v_0\cdot\sqrt{\frac{2h}{g}}$。

（3）平抛运动物体的速度变化量的特点：在任意相等时间间隔Δt 内的速度改变量Δv＝g·Δt 是相同的，方向恒为竖直向下，如图甲所示



甲



乙

(4)平抛运动的物体在任意时刻的瞬时速度的反向延长线与初速度方向的延长线的交点一定通过对应水平位移的中点，如图乙所示，即 $x_B=\frac{x_A}{2}$ 。

(5)平抛运动的物体在任意时刻(任意位置处)的速度偏向角θ与位移偏向角α的关系一定满足：$\tan\theta=2\tan\alpha$。(如图乙所示)

（4）推导：$\left.\begin{aligned}\tan\theta&=\frac{y_A}{x_A-x_B}\\ \tan\theta&=\frac{v_y}{v_0}=\frac{2y_A}{x_A}\end{aligned}\right\}\rightarrow x_B=\frac{x_A}{2}$

（5）推导：$\left.\begin{aligned}\tan\theta&=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}\\ \tan\alpha&=\frac{y}{x}=\frac{gt}{2v_0}\end{aligned}\right\}\rightarrow\tan\theta=2\tan\alpha$

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）关于平抛运动，下列说法正确的是（　　）

A．平抛运动是一种在恒力作用下的曲线运动

B．平抛运动的轨迹为抛物线，速度方向时刻变化，加速度方向也时刻变化

C．做平抛运动的物体在相等时间内速度变化量相同，方向竖直向下

D．做平抛运动的物体，初速度越大，落地时竖直方向的速度就越大

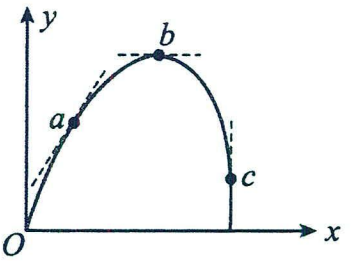
【跟踪训练】

1．关于平抛运动，下列说法正确的是（　　）

A．速度方向不断改变，不可能是匀变速运动　　B．在任意相等时间内的速度变化量都相等

C．在任意相等时间内的位移都相等　　D．加速度随时间逐渐增大

2．如图为烟花在空中的运动轨迹，虚线为轨迹上 a、b、c 三点的切线，其中最高点 b 的切线方向水平，c 点的切线方向竖直，可知该烟花（　　）



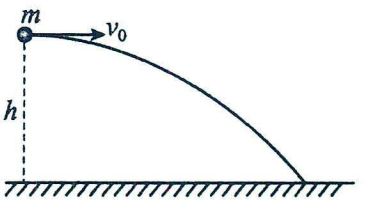
A．由 a 点运动到 c 点过程中，水平方向做匀速运动　　B．由 b 点到 c 点做平抛运动

C．在 b 点的加速度方向竖直向下　　D．在 b 点处于失重状态

题型二：平抛运动的基本规律

【精选例题】

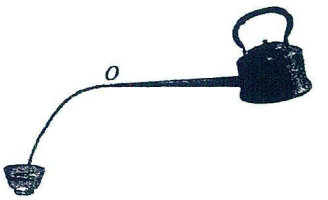
【例 1】小球在水平地面上方做平抛运动，如图，其在空中运动的时间由哪个选项中的数据决定（）



A．高度 h 和当地重力加速度 g　　B．初速度大小 v_0

C．水平射程 x　　D．小球质量 m

【例 2】“半壁山房待明月，一盏清茗酬知音”描绘了诗人以茶待友的画面。在某次茶道表演时，表演者保持如图的倒茶姿势不变，茶从长嘴铜壶壶嘴 O 点水平流出，忽略空气阻力，随着碗中水面逐渐升高，下列描述正确的（　）



A．茶水从 O 点流出时的速度不变　　B．茶水落到水面时的速度变小

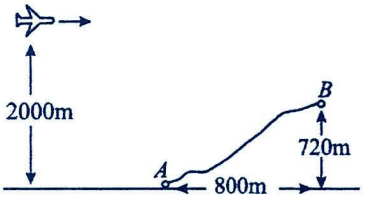
C．茶水从 O 点至水面的时间变长　　D．茶水从 O 点至水面落点的水平距离变大

【例 3】从地面上方某点，将一小球以 5m/s 的初速度沿水平方向抛出，小球经过 1s 落地，不计空气阻力，取 $g=10\text{m/s}^2$，则可求出（　　）

A．小球落地时的速度大小是 10m/s　　B．小球从抛出点到落地点的位移大小是 5m

C．小球抛出时离地面的高度是 5m　　D．小球落地时速度方向与水平地面的夹角为 30°

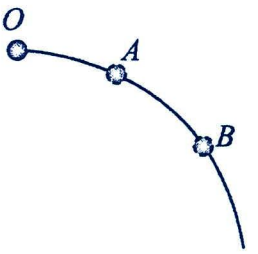
【例 4】（多选题）如图所示，一架在 2000m 高空中以 200m/s 的速度水平匀速飞行的轰炸机，要想用两颗炸弹分别炸山脚和山顶的目标 A 和 B，已知山高为 720m，山脚与山顶的水平距离为 800m 若不计空气阻力，g 取 10m/s²，则（　　）



A．击中目标 A 和 B 的时间间隔为 20s　　B．击中目标 A 和 B 的时间间隔为 4s

C．两次投弹的时间间隔为 8s　　D．两次投弹的时间间隔为 4s

【例 5】如图所示，一小球从 O 点水平抛出后途经 A、B 两点的轨迹，已知小球从 O 到 A 的时间等于从 A 到 B 的时间，不计空气阻力，下列说法正确的是（　）



A．小球从 O 到 B 的位移是从 O 到 A 位移的 4 倍

B．小球在 B 点速度的大小是 A 点速度大小的 2 倍

C．小球从 O 到 B 速度的变化量是从 O 到 A 速度的变化量的 2 倍

D．小球在 B 点速度与水平方向的夹角是 A 点速度与水平方向的夹角的 2 倍

【跟踪训练】

1．从同一高度、同时水平抛出五个质量分别为 m，2m，3m，4m，5m 的小球，它们初速度分别为 v，2v，3v，4v，5v，在小球落地前的某个时刻，小球在空中的位置关系是(　　)

A．五个小球的连线为一条直线，且连线与水平地面垂直　　B．五个小球的连线为一条抛物线，开口向上

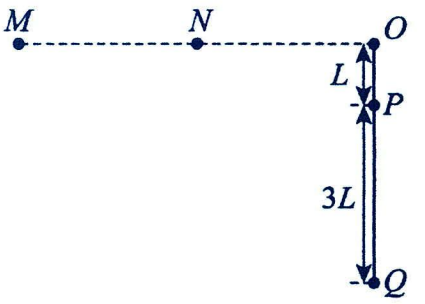
C．五个小球的连线为一条直线，且连线与水平地面平行　　D．五个小球的连线为一条抛物线，开口向下

2．（多选题）小朋友玩水枪游戏时，若水从枪口沿水平方向射出时的速度大小为 15m/s，水射出后落到水平地面上。已知枪口离地面的高度为 0.8m，重力加速度 g 取 10m/s^2，忽略空气阻力，则射出的水（　）

A．在空中的运动时间为 0.16s　　B．水平射程为 6m

C．落地时的速度大小为 19m/s　　D．落地时竖直方向的速度大小为 4m/s

3．如图所示，竖直固定靶上端为 O 点，线段 MNO 垂直于靶面，N 位于 M、O 两点的中点。某同学在练习飞镖时，第一次从 M 点水平抛出的飞镖，击中 O 点正下方的 P 点，$OP=L$；第二次从 N 点水平抛出的飞镖，击中 O 点正下方的 Q 点，$PQ=3L$。若飞镖在 M 点的初速度为 v，飞镖在 N 点的初速度为（　　）



A．$\frac{1}{4}v$　　B．$\frac{1}{3}v$　　C．$\frac{1}{2}v$　　D．v

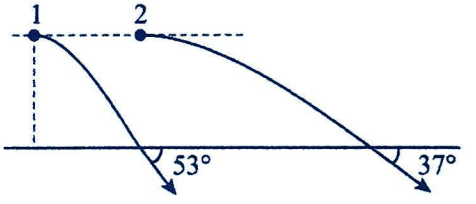
4．在某次演训中，直升机距海面上方 28.8m 处沿水平方向以大小为 2m/s^2 的加速度匀加速飞行。t_1 时刻，物资离开直升机做平抛运动，其落至水面时速度方向与水面成 53°；t_2 时刻另一物资离开直升机做平抛运动，其落至水面时速度方向与水面成 37°，如图所示。不计空气阻力，重力加速度 g 取 10m/s^2，下列说法正确的是（　）

A．物资下落所需要的时间为 3s

B．t_1 时刻直升机的速度大小为 24m/s

C．两次投送物资的时间间隔是 7s

D．t_2 时刻投放的物资接触水面时的速度大小为 32m/s



5．某同学观察一平抛小球，发现当小球抛出 0.15s 后小球的速度与水平方向成 37°角，落地时速度方向与水平方向成 45°角，小球可看作质点，已知 $\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$，$g=10m/s^2$，下列说法正确的是（　　）

A．小球初速度的大小为 4m/s　　B．小球落地时速度大小为 4m/s

C．小球抛出时距离地面的高度为 0.2m　　D．小球落地的水平位移为 2m

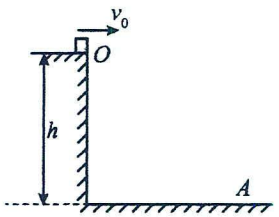
解答题

【例 1】如图所示，在距水平地面 h=0.45m 的光滑平台边缘 O 点，将质量 m=0.1kg 可视为质点的物块，以 $v_0=4m/s$ 的速度水平抛出，不计空气阻力，取重力加速度 $g=10m/s^2$。

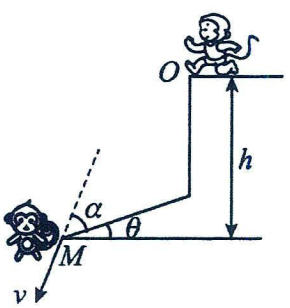
（1）求物块抛出点 O 到落地点 A 所用的时间；

（2）求物块抛出点 O 到落地点 A 之间的水平距离；

（3）求物块落到 A 点时的速度的大小和方向。



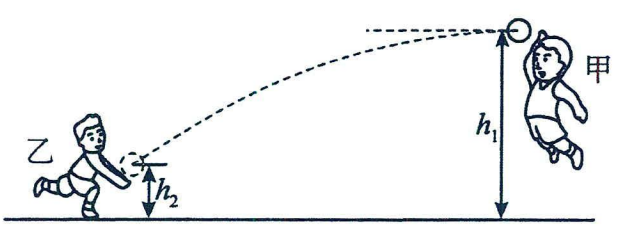
【例 2】如图所示，正在斜坡上玩耍的小猴子遇到了危险，在高处的母猴纵身一跃去救小猴子，最终落在小猴子前面的 M 点处。已知斜坡与水平面的夹角 $\theta=25°$，母猴跳离前的位置 O 点与 M 点的竖直高度 $h=20m$，母猴的初速度沿水平方向，落在 M 点时速度方向与斜坡的夹角 $\alpha=35°$，不计空气阻力，取重力加速度大小 $g=10m/s^2$。求：（1）母猴在空中的运动时间 t；（2）母猴落到斜面上时水平速度的大小 v_0，以及 O、M 之间的水平距离 x。



【例 3】体育课上，甲同学在距离地面高 $h_1=2.5m$ 处将排球击出，球的初速度沿水平方向，大小为 $v_0=8m/s$；乙同学在离地 $h_1=0.7.m$ 处将排球垫起，垫起前后球的速度大小相等，方向相反。已知排球质量 $m=0.3kg$，取重力加速度 $g=10m/s^2$。不计空气阻力。求：（1）排球被垫起前在空中飞行的时间 t；

（2）排球被垫起前在水平方向飞行的距离 x；

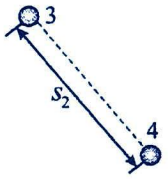
（3）排球被垫起前瞬间的速度大小 v 及速度与水平方向夹角的正切值 $\tan\theta$。



【例 4】将一小球水平抛出，使用频闪仪和照相机对运动的小球进行拍摄，频闪仪闪光频率为 20 Hz。小球在抛出瞬间频闪仪恰好闪光，拍摄的照片编辑后如图所示。图中 1 位置的小球为抛出瞬间的影像，每相邻两位置之间被删去了 3 个影像，所标出的两个线段的长度 s_1 和 s_2 之比为 2∶5。取重力加速度大小 $g = 10\ m/s^2$，忽略空气阻力。求：(1)图中相邻两位置的时间间隔 t；(2)3、4 位置小球的竖直高度差 H；

(3)抛出瞬间小球的初速度大小 v_0。





题型三：平抛运动轨迹问题

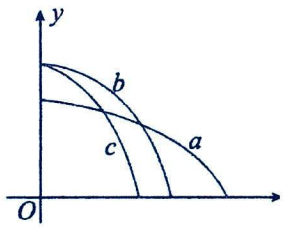
解题要点：利用竖直位移判断运动时间长短，利用水平位移判断初速度大小。

【精选例题】



【例 1】“投壶”是古代盛行的一种投掷游戏．如图，姐弟俩先后在同一地点将相同的箭水平掷出，投进了同一个壶里。已知姐姐的出手点在弟弟出手点的正上方，不计空气阻力，则姐姐投出去的箭与弟弟投出去的箭相比（　）

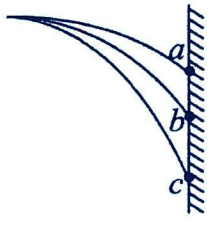
A．位移较小　　B．飞行时间较短　　C．初速度较小　　D．初速度较大



【例 2】如图，x 轴在水平地面内，y 轴沿竖直方向。图中画出了从 y 轴上沿 x 轴正向同时抛出的三个小球 a、b 和 c 的运动轨迹，其中 b 和 c 是从同一点抛出的，不计空气阻力，则（　）

A．a 的飞行时间比 b 的短　　B．a 球能在空中与 b 球和 c 球相遇

C．a 的水平速度比 b 的小　　D．b 的初速度比 c 的小



【例 3】从同一点水平抛出三个小球分别撞在竖直墙壁上 a 点、b 点、c 点，三小球撞到竖直墙壁上的速度方向与竖直墙壁的夹角分别为 60°、45°、30°，不计空气阻力，则下列说法正确的是（　　）

A．落在 a 点的小球撞在墙面的速度最小

B．三个小球撞在墙面的速度一定满足关系式 $v_a > v_c > v_b$

C．落在 c 点的小球飞行时间最短

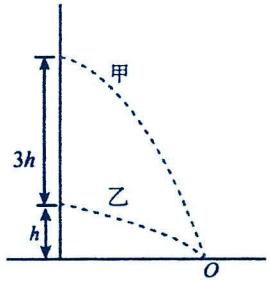
D．a、b、c 三点速度方向的反向延长线交于一点

【例 4】（多选题）如图，甲、乙两小球从同一竖直线上距地面高度分别为 4h 和 h 的位置做平抛运动。结果落在地面上的同一点 O。不计空气阻力，重力加速度为 g。下列说法正确的是（　）

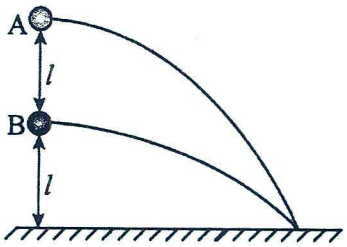
A．甲每秒钟速度的变化比乙的大　　B．乙的初速度是甲的 2 倍

C．二者落地前瞬间的速度大小可能不相等

D．由题目所给条件可求得 O 点距抛出点的水平距离



【例 5】如图所示，在同一竖直线上的小球 A、B 分别从距水平地面 2l 和 l 高度处水平抛出后，同时落在地面上的同一位置，忽略空气阻力，重力加速度大小为 g，下列说法正确的是（ ）



A．小球 A、B 落地时的速度方向可能相同

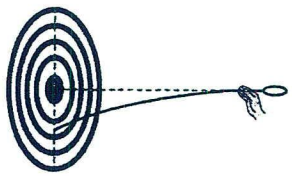
B．小球 A、B 落地时的速度大小可能相等

C．小球 A、B 抛出时的初速度之比为1:2

D．小球 A、B 抛出的时间间隔为 $\sqrt{\frac{l}{g}}$

【跟踪训练】

1．如图所示，投掷飞镖时靶盘竖直放置，将飞镖沿水平方向正对靶心掷出，经 0.25s 飞镖射中靶心正下方的某点。已知飞镖掷出前距靶心的水平距离为 3.0m，飞镖可视为质点，不计空气阻力，以下说法正确的是（ ）



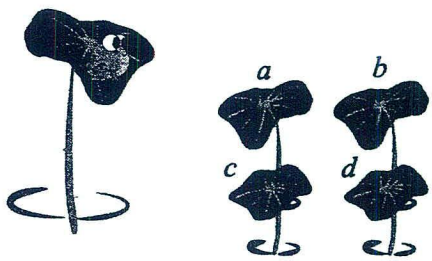
A．以地面为参考系，飞镖在空中做变加速曲线运动

B．飞镖掷出时速度的大小为 12m/s

C．为使飞镖命中靶心，可适当减小飞镖的质量

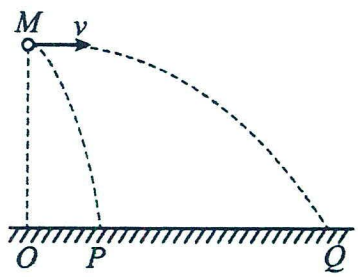
D．为使飞镖命中靶心，可适当增大掷出时的速度

2．如图所示，有五片荷叶伸出荷塘水面，一只青蛙要从高处荷叶跳到低处荷叶上，设低处荷叶 a、b、c、d 和青蛙在同一竖直平面内，a、b 高度相同，c、d 高度相同，a、b 分别在 c、d 正上方，将青蛙的跳跃视为平抛运动，若以最大的初速度完成跳跃，则它应跳到（ ）



A．荷叶 a　　B．荷叶 b　　C．荷叶 c　　D．荷叶 d

3．（多选题）如图所示，在 M 点分别以不同的速度将两小球水平抛出，两小球分别落在水平地面上的 P 点、Q 点。已知 O 点是 M 点在地面上的竖直投影，$OP:PQ=1:3$，不考虑空气阻力的影响。下列说法中正确的是（ ）



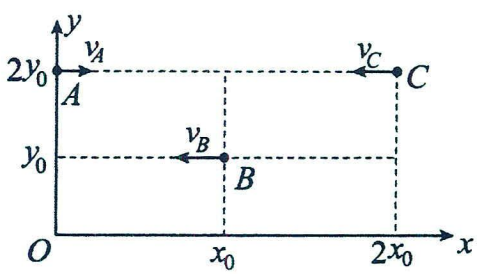
A．两小球的下落时间之比为1:1

B．两小球的下落时间之比为1:3

C．两小球的初速度大小之比为1:4

D．两小球的初速度大小之比为 1∶3

4．（多选题）在如图所示，在竖直面内的直角坐标系中，x 坐标轴在水平地面上，A、B、C 三个小球沿图示方向做平抛运动，下列表述正确的是（ ）



A．若 A、B、C 同时抛出，只需满足 $v_C>v_B>v_A$，就恰好能同时在地面相遇

B．若 A、B 能在地面相遇，则 A、B 在空中运动的时间之比为 2∶1

C．若 A、C 在（x_0，0）相遇，则一定满足 $v_A=v_C$

D．若 B、C 同时开始做平抛运动，二者绝不可能在空中相遇

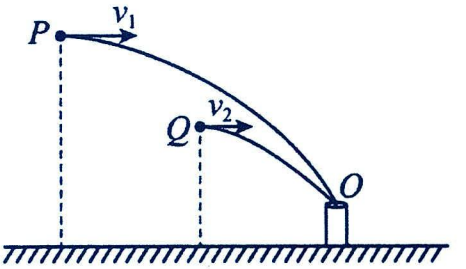
5. 学校游园会组织了投掷比赛。如图，小明将小球从较高的 P 点水平抛出，小芳将小球从较低的 Q 点水平抛出，两小球从同一 O 点落入筒中，且落入筒口时两小球的速度方向相同。两小球可看作质点，不计空气阻力。则（　）

A．两小球抛出时的速度相等

B．两小球落入筒口时的速度相等

C．两小球从抛出到落入筒口时的时间相等

D．抛出点 P、Q 与 O 共线



题型四：平抛运动与自由落体

解题要点：平抛运动竖直分运动与自由落体运动规律一致。若两者同时开始运动，则两者始终在同一水平线上，且竖直方向速度一定相同。

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图，蹲在树枝上的一只松鼠看到一个猎人正在用枪水平瞄准它，就在子弹出枪口时，开始逃跑，松鼠可能的逃跑方式有下列四种。在这四种逃跑方式中，松鼠不能逃脱厄运而被击中的是（设树枝足够高，忽略空气阻力）（　　）

A．自由落下　　B．背着枪口，沿 AC 方向水平跳离树枝

C．竖直下跳　　D．竖直上跳



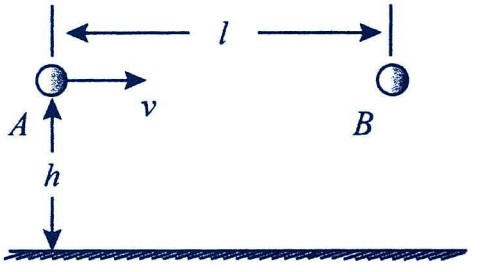
【例 2】（多选题）如图所示，相距 l 的两小球 A、B 位于同一高度 h（l、h 均为定值）。将 A 向 B 水平抛出的同时，B 自由下落。A、B 与地面碰撞前后，水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反。不计空气阻力及小球与地面碰撞的时间，则

A．A、B 在第一次落地前能否相碰，取决于 A 的初速度

B．A、B 在第一次落地前若不碰，此后就不会相碰

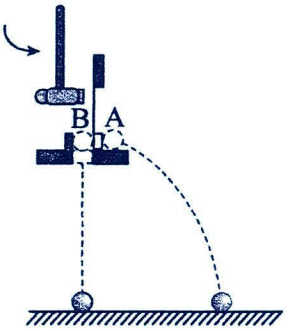
C．A、B 不可能运动到最高处相碰

D．A、B 一定能相碰



【例 3】如图所示的实验中，用小锤击打弹性金属片后，A 球沿水平方向抛出，做平抛运动；同时 B 球被释放，做自由落体运动。测得两球经过 0.4s 同时落地，A 球落地点到抛出点的水平距离为 1.2m 。忽略空气阻力对两小球运动的影响，$g=10\text{m/s}^2$ 。求：（1）B 球释放时距地面的高度 h；

（2）A 球抛出时的速度大小 v_0；（3）A 球落地的速度大小 v_A；

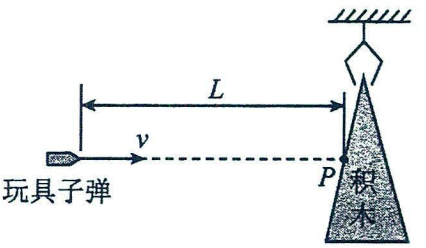


【跟踪训练】

1．如图所示，在竖直平面内，截面为三角形的小积木悬挂在离地足够高处，一玩具枪的枪口与小积木上 P 点等高且相距为 L。当玩具子弹以水平速度 v 从枪口向 P 点射出时，小积木恰好由静止释放，子弹从射出至击中积木所用时间为 t。不计空气阻力。下列关于子弹的说法正确的是（　　）

A．将击中 P 点，t 大于 $\frac{L}{v}$　　B．将击中 P 点，t 等于 $\frac{L}{v}$

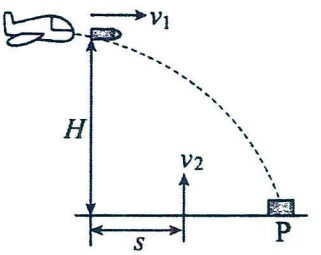
C．将击中 P 点上方，t 大于 $\frac{L}{v}$　　D．将击中 P 点下方，t 等于 $\frac{L}{v}$



2．如图所示，在一次空地演习中，离地 H 高处的飞机以水平速度 v_1 发射一颗炮弹欲轰炸地面目标 P，反应灵敏的地面拦截系统同时以速度 v_2 竖直向上发射炮弹拦截。设拦截系统与飞机的水平距离为 s，不计空气阻力。若拦截成功，则 v_1，v_2 的关系应满足（　　）

A．$v_1=v_2$　　B．$v_1=\frac{H}{s}v_2$

C．$v_1=\sqrt{\frac{H}{s}}v_2$　　D．$v_1=\frac{S}{H}v_2$



题型五：平抛运动中的相遇问题

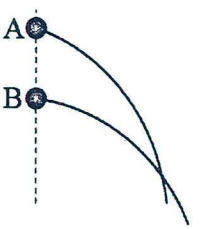
解题要点：若从同一高度抛出，必定同时抛出才会相遇；若从不同高度抛出，高处必先抛出。

【精选例题】

【例 1】在同一竖直直线上的两位置分别沿同方向水平抛出两个小球 A 和 B，其运动轨迹如图所示，不计空气阻力．要使两球在空中相遇，则必须（　　）

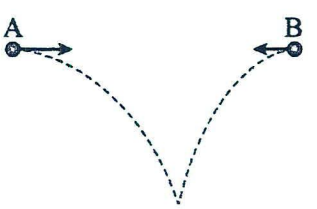
A．先抛出 A 球　　B．先抛出 B 球

C．同时抛出两球　　D．抛出 A 球的初速度大于 B 球的初速度

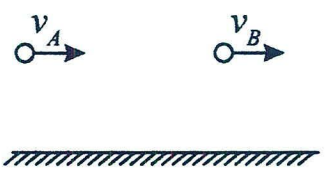


【例 2】如图，A、B 两小球从相同高度同时水平抛出，经过时间 t 在空中相遇，两球从抛出到相遇下落的高度为 h，若两球的抛出速度都变为原来的 2 倍，则两球从抛出到相遇下落的高度为（　）

A．$\frac{h}{2}$　　B．$\frac{h}{4}$　　C．h　　D．$4h$



【例 3】如图所示，相距为 d 的两小球 A、B 位于同一高度 h，将 A、B 两球以不同的初速度 v_A、v_B 同向水平抛出，A、B 与地面碰撞前后，水平分速度不变，竖直分速度大小不变、方向相反，不计空气阻力及小球与地面碰撞的时间，则（　　）



A．A、B 一定能相碰

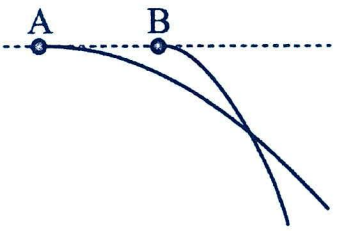
B．A、B 不可能在落地时相碰

C．A、B 在第一次落地前能否相碰，只取决于 A 和 B 的初速度大小

D．若 A、B 能相碰，则从开始到相碰所经历的时间 $t=\frac{d}{v_A-v_B}$

【跟踪训练】

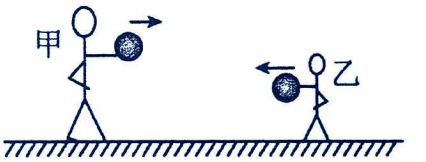
1．（多选题）从距地面某一高度处的同一水平直线上的两位置分别沿同一方向水平抛出小球 A 和 B，其运动轨迹如图所示，不计空气阻力，要使两球在空中相遇，则必须（　　）



A．同时抛出两小球　　B．先抛出 A 小球

C．B 小球的初速度比 A 大　　D．B 小球的初速度比 A 小

2．如图所示，甲、乙两人站在水平地面上玩抛球游戏，两人相向站立，各持一个可视为质点、质量相同的小球并将小球同时从不同高度水平抛出，不计空气阻力。下列说法正确的是（　）



A．两球可能同时落地

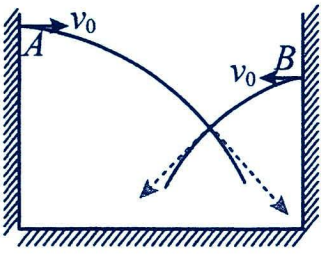
B．两球落地前不可能在空中相遇

C．两球不可能落到水平地面上的同一点

D．小球在空中的运动时间会受小球被抛出时的初速度大小和小球质量的影响

3．如图所示，将 a、b 两小球（均可视为质点）以大小为$20\sqrt{5}$m/s 的初速度分别从 A、B 两点先后相差 1s 水平相向抛出，a 小球从 A 点抛出后，经过时间 t，a、b 两小球恰好在空中相遇，且速度方向相互垂直，不计空气阻力，g 取10m/s^2，则抛出点 A、B 间的水平距离是（　）

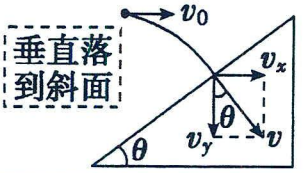
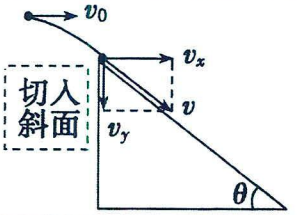
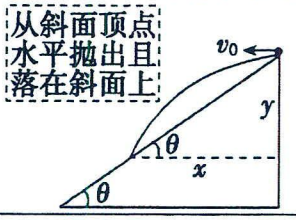
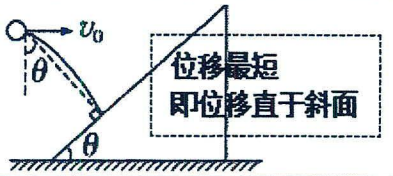
A．$60\sqrt{5}$m　　B．$100\sqrt{5}$m　　C．$140\sqrt{5}$m　　D．$180\sqrt{5}$m



考点二：有约束条件下的平抛运动

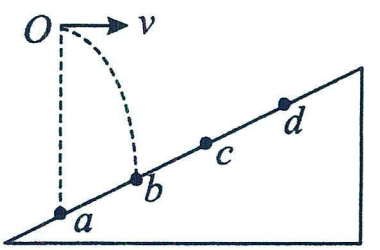
模型概述：平抛运动的物体一般是落到水平地面上，如果落点不在地面上而是有一定的约束条件，如落到斜面上、圆弧面上、竖直面上、台阶面上等，由于约束条件的不同，处理方法会有所不同。

题型一：斜面上的平抛运动

<table>
<tr><th>已知条件</th><th>情景示例</th><th>解题策略</th></tr>
<tr><td rowspan="2">已知
速度方向</td><td>从斜面外平抛，垂直落在斜面上，
如图所示，已知速度的方向垂直于斜面。

</td><td>分解速度 $\tan\theta=\frac{v_0}{v_y}=\frac{v_0}{gt}$</td></tr>
<tr><td>从斜面外平抛，恰好无碰撞地进入斜面轨道，
如图所示，已知速度方向沿该斜面的切线方向。

</td><td>分解速度 $\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">已知
位移方向</td><td>从斜面上平抛又落到斜面上，
如图所示，已知位移的方向沿斜面向下。
拓展结论：自斜面顶端抛出的物体，落在斜面上时，末速度均相互平行，即与斜面所成夹角始终相等。

</td><td>分解位移 $\tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0t}=\frac{gt}{2v_0}$</td></tr>
<tr><td>在斜面外平抛，落在斜面上位移最小，
如图所示，已知位移方向垂直斜面。

</td><td>分解位移 $\tan\theta=\frac{x}{y}=\frac{v_0t}{\frac{1}{2}gt^2}=\frac{2v_0}{gt}$</td></tr>
</table>

【精选例题】

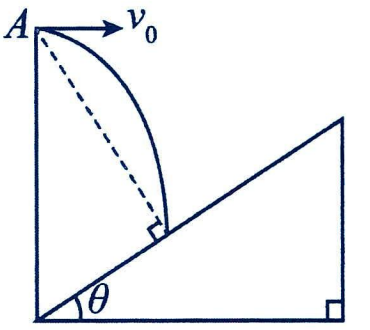
【例 1】如图所示，斜面上有 a、b、c、d 四个点，ab=bc=cd。从 a 点正上方的 O 点以速度 v 水平抛出一个小球，它落在斜面上 b 点。若小球从 O 点以速度 2v 水平抛出，不计空气阻力，则它落在斜面上的（　　）



A．b 与 c 之间某一点　　B．c 点

C．c 与 d 之间某一点　　D．d 点

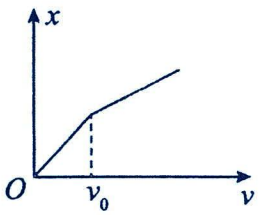
【例 2】如图所示，一固定斜面倾角为θ，在斜面底端正上方 A 点把小球以初速度v_0正对斜面水平抛出，小球恰好运动最小的位移到达斜面（即小球的抛出点和落点的连线垂直于斜面），重力加速度为 g，不计一切阻力，则小球在空中运动的时间为（　）



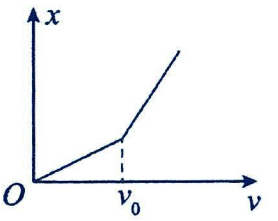
A. $\dfrac{2v_0}{g\tan\theta}$　　B. $\dfrac{2v_0\tan\theta}{g}$

C. $\dfrac{v_0}{g\tan\theta}$　　D. $\dfrac{v_0\tan\theta}{g}$

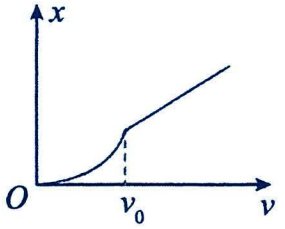
【例 3】如图所示，水平面上固定一个斜面，从斜面顶端向右平抛一只小球，当初速度为 v_0 时，小球恰好落到斜面底端．现用不同的水平初速度 v 从该斜面顶端向右平抛这只小球，以下哪个图象能正确表示平抛的水平位移 x 随 v 变化的函数关系



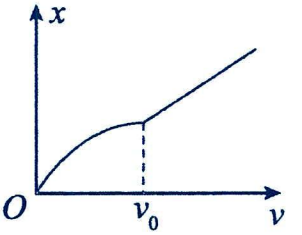
A



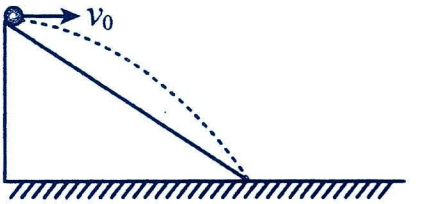
B



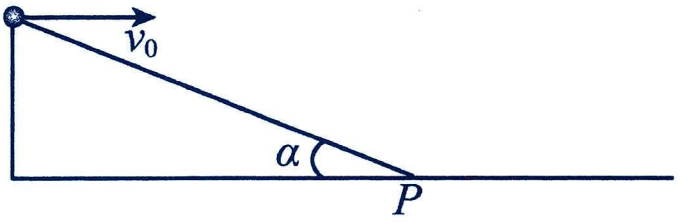
C



D



【例 4】如下图所示，斜面的高为 L，斜面倾角的正切值为 tanα=0.5，将一质量为 m 的铅球以速度 v_0 水平抛出，恰好落在斜坡的中点处，调节扔小球的初速度，则下面说法正确的是（　　）



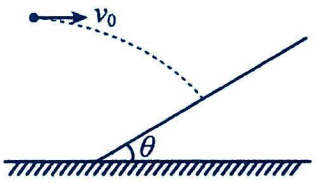
A．当$v=2v_0$时，小球恰好落在斜面末端 P 点

B．当初速度为 v_0 水平抛出，小球落到斜面时的速度与水平面夹角为 45°

C．所有落在斜面上时小球的速度方向不一样

D．当$v>\sqrt{2}v_0$时，只要小球初速度足够大，小球落地的速度有可能为 45°

【例 5】如图所示，以$v_0=3\text{m/s}$的速度水平抛出的小球，飞行一段时间后，垂直地撞在倾角θ=37°的斜面上，$g=10\,\text{m/s}^2$，以下结论中正确的是（　　）



A．物体飞行时间是$\sqrt{3}$ s　　B．物体飞行时间是 0.4s

C．物体下降的距离是 1m　　D．物体撞击斜面时的速度大小为 4m/s

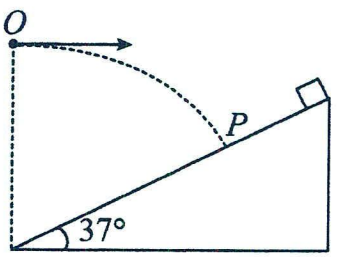
【例 6】如图所示，倾角为 37°的斜面长 l=1.9 m，在斜面底端正上方的 O 点将一小球以 $v_0=3\text{m/s}$ 的速度水平抛出，与此同时由静止释放斜面顶端的滑块，经过一段时间后，小球恰好能够以垂直于斜面的速度在斜面 P 点处击中滑块，小球和滑块均可视为质点，重力加速度 g 取 10 m/s²，sin 37°=0.6，cos 37°=0.8，则（　　）

A．小球在空中飞行的时间为 0.3s

B．小球抛出点到斜面 P 点的水平距离为 0.9m

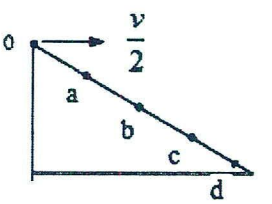
C．小滑块沿斜面下滑的加速度为 6 m/s²

D．小球抛出点到斜面底端的竖直高度为 1.7m



【跟踪训练】

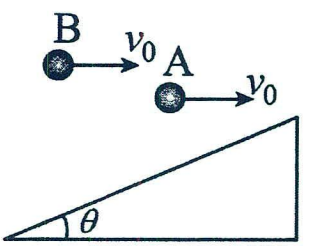
1．在一斜面顶端 O 点，将甲、乙两个小球分别以 $\frac{v}{2}$ 和 v 的速度沿同一方向水平抛出（不计空气阻力），两球都落在该斜面上，且斜面上 oa=ab=bc=cd。若甲球落点在 a 点，则乙球落在斜面上的（　　）



A．b 点　　B．b 与 c 之间某一点

C．c 与 d 之间某一点　　D．d 点

2．一斜面倾角为 θ，A、B 两个小球均以水平初速度 v_0 水平抛出，如图所示，A 球垂直撞在斜面上，B 球落到斜面上的位移最短，不计空气阻力，则 A、B 两个小球下落时间 t_A 与 t_B 之间的关系为（　　）



A．$t_A=t_B$　　B．$t_A=2t_B$　　C．$t_B=\frac{3t_A}{2}$　　D．$t_B=2t_A$

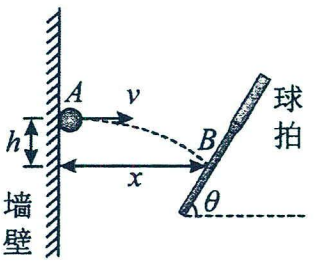
3．（多选题）如图所示，某同学对着墙壁练习打乒乓球。乒乓球（可视为质点）与竖直墙壁上的 A 点碰撞后沿水平方向弹离，并恰好垂直于球拍拍面落在 B 点。已知球拍与水平方向的夹角为 θ，A、B 两点的竖直高度差为 h，A，B 两点的水平距离为 x，忽略空气阻力。下列说法正确的是（）

A．A、B 两点的连线与球拍垂直

B．乒乓球在空中飞行的过程中，单位时间内速度的变化量相同

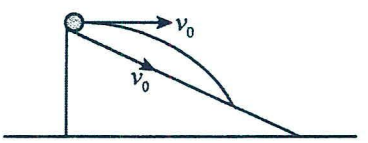
C．A、B 两点的竖直高度差 h 和水平距离 x 满足 $\tan\theta=\frac{h}{x}$

D．若乒乓球弹离速度略变小后仍能落在球拍上，则乒乓球在空中飞行的时间变长



4．从固定斜面上同一点分别沿水平和沿斜面向下抛出甲乙两小球，初速度大小均为 v_0，经一段时间后又同时经过斜面上同一位置，已知斜面倾角为 37°，sin37°=0.6 cos37°=0.8 g=10m/s² 。则乙与斜面间的摩擦因数为（　　）

A．$\mu=\frac{3}{4}$　　B．$\mu=\frac{1}{3}$　　C．$\mu=\frac{1}{4}$　　D．$\mu=\frac{1}{2}$



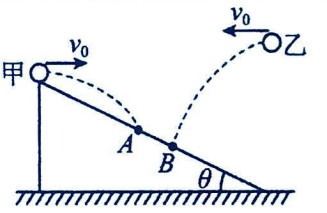
5．如图所示，倾角为θ斜面体固定在水平面上，两个可视为质点的小球甲和乙分别沿水平方向抛出，两球的初速度大小相等，已知甲的抛出点为斜甲面体的顶点，经过段时间两球落在斜面上A、B两点后不再反弹，落在斜面上的瞬间，小球乙的速度与斜面垂直。忽略空气的阻力，重力加速度为g。则下列选项正确的是（　　）

A．甲、乙两球在空中运动的时间之比为$\tan^2\theta$：1

B．甲、乙两球下落的高度之比为$2\tan^4\theta$：1

C．甲、乙两球的水平位移之比为$2\tan^2\theta$：1

D．甲、乙两球落在斜面上瞬间的速度与水平面夹角的正切值之比为$\tan^2\theta$：1



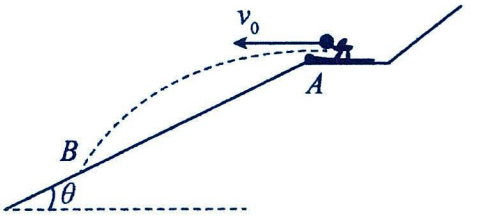
6．（多选题）如图所示为某滑雪运动员进行跳台滑雪的示意图，某时刻运动员从滑道的末端A点（即斜面的顶端）以水平速度v_0跃出，落在倾角为θ的斜面上的B点。已知重力加速度为g，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）

A．该运动员落在斜面B点瞬间，速度方向与水平方向夹角为2θ

B．该运动员在空中运动的时间为$\dfrac{2v_0\tan\theta}{g}$

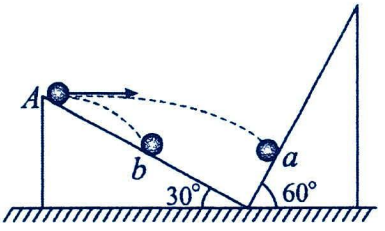
C．该运动员腾空时距斜面的最大距离为$\dfrac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

D．若该运动员从A点跃出的速度提高到$1.5v_0$，则落到斜面上的速度也相应提高1.5倍

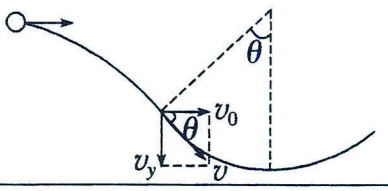
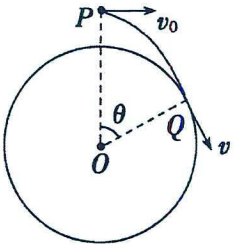
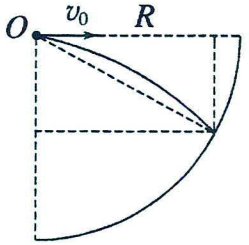
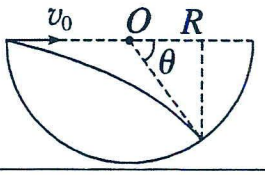


7．如图所示，固定在水平面上倾角分别为30°、60°的两斜面下端紧靠在一起，若将小球a以初速度v_0从左侧斜面顶端A点水平向右抛出，小球a落在右侧斜面上时的速度方向恰好与斜面垂直，若将小球b以某一初速度从A点水平向右抛出，小球b落在左侧斜面时与小球a的落点在同一水平面上，忽略空气阻力，重力加速度大小为g，求：(1)小球b被抛出时的初速度大小v_b；

(2)左侧斜面的高度h。

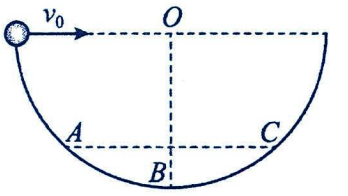


题型二：弧面上的平抛运动

<table>
<tr><th>已知条件</th><th>情景示例</th><th>解题策略</th></tr>
<tr><td rowspan="2">已知
速度方向</td><td>从圆弧形轨道外平抛，恰好无碰撞地进入圆弧形轨道，
如图所示，已知速度方向沿该点圆弧的切线方向

</td><td>分解速度：
$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}$</td></tr>
<tr><td>从圆弧外平抛，小球恰好从圆柱体 Q 点沿切线飞过，
如图所示，此时半径 OQ 垂直于速度方向，
圆心角θ与速度的偏向角相等

</td><td>分解速度：
$\tan\theta=\frac{v_y}{v_0}=\frac{gt}{v_0}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">利用
位移关系</td><td>从圆心处水平抛出，落到半径为 R 的圆弧上，
如图所示，已知位移大小等于半径 R。

</td><td>$\begin{cases}x=v_0t\\y=\frac{1}{2}gt^2\\x^2+y^2=R^2\end{cases}$</td></tr>
<tr><td>从与圆心等高的圆弧上水平抛出，落到半径为 R 的圆弧上，
如图所示，已知水平位移 x 与 R 的差的平方与竖直位移的平方之和等于半径的平方。

</td><td>$\begin{cases}x=R+R\cos\theta\\x=v_0t\\y=R\sin\theta=\frac{1}{2}gt^2\\(x-R)^2+y^2=R^2\end{cases}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">拓展结论：落点速度反向延长必不过圆心 O。（以上两种情形均适用，可尝试证明）</td></tr>
</table>

【精选例题】

【例 1】如图所示，水平固定的半球形碗的球心为 O 点，最低点为 B 点。在碗的边缘向着球心分别以初速度 v_1，v_2，v_3 平抛出三个小球，分别经过 t_1，t_2，t_3 的时间落在 A、B、C 点，抛出点及落点 A、B、C 点在同一个竖直面内，且 A、C 点等高，则下列说法正确的是（　　）



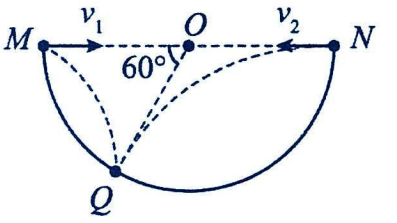
A．三个小球平抛运动时间的大小关系为 $t_1<t_2<t_3$

B．三个小球平抛初速度的大小关系为 $v_1=v_3<v_2$

C．落在 C 点的小球，在 C 点的瞬时速度可能与 C 点的切线垂直

D．落在 B 点的小球，在 B 点的瞬时速度方向与水平方向夹角大于 60°

【例 2】如图所示为一半球形的坑，其中坑边缘两点 M、N 与圆心等高且在同一竖直平面内。现甲、乙两位同学分别站在 M、N 两点，同时将两个小球以 v_1、v_2 的速度沿图示方向水平抛出，发现两球刚好落在坑中同一点 Q，已知∠MOQ=60°，忽略空气阻力。则下列说法中不正确的是（　　）



A．能够求两球抛出的速率之比

B．小球从抛出到着地过程的时间随初速度变化而变化

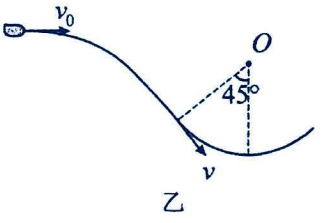
C．只要两球能够到达坑中的同一位置，两球运动的时间始终相等

D．无论怎样改变抛出的速度大小，两球都不可能垂直坑壁落入坑中

【例 3】（多选题）“刀削面”是我国传统面食制作手法之一。操作手法是一手托面，一手拿刀，将面削到开水锅里，如图甲所示。某次削面的过程可简化为图乙，面片(可视为质点)以初速度 v_0=2 m/s 水平飞出，正好沿锅边缘的切线方向落入锅中，锅的截面可视为圆心在 O 点的圆弧，锅边缘与圆心的连线与竖直方向的夹角为 45°，不计空气阻力，重力加速度大小 g=10 m/s²。下列说法正确的是（　）



甲



乙

A．面片在空中运动的水平位移为 0.2m

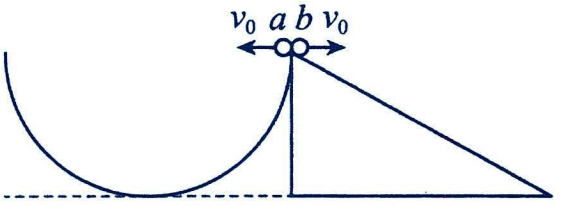
B．面片运动到锅边缘时的速度大小为 $2\sqrt{2}\,\mathrm{m/s}$

C．若面片落入锅中后可沿锅内表面匀速下滑，则面片处于超重状态

D．若面片落入锅中后可沿锅内表面匀速下滑，则所受摩擦力大小保持不变

【跟踪训练】

1．如图所示，分别从半圆轨道顶端和斜面顶端以大小相等的初速度 v_0 同时水平抛出 a、b 两小球，已知半圆轨道的半径与斜面竖直高度相等，且在同一竖直面内，斜面底边长是其竖直高度的 2 倍．若小球 b 能落到斜面上，下列说法正确的是（　　）



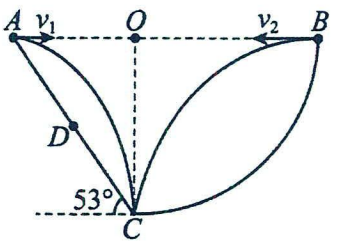
A．a、b 不可能同时分别落在半圆轨道和斜面上

B．如果 v_0 较小，a 球先落在半圆轨道上

C．如果 v_0 较大，b 球一定先落在斜面上

D．a 球可能先落在半圆轨道上

2．如图所示，同一竖直平面内有四分之一圆环 BC 和倾角为 53°的斜面 AC，A、B 两点与圆环 BC 的圆心 O 等高，现将甲、乙小球分别从 A、B 两点以初速度 v_1 、v_2 沿水平方向同时抛出，两球恰好在 C 点相碰（不计空气阻力），已知 $\sin 53°=0.8$，$\cos 53°=0.6$，下列说法正确的是（　　）



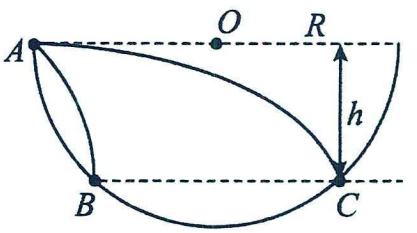
A．初速度 v_1 、v_2 大小之比为 3：4

B．若仅增大 v_2，则两球不再相碰

C．若 v_1 大小变为原来的一半，则甲球恰能落在斜面的中点 D

D．若只抛出甲球并适当改变 v_1 大小，甲球不可能垂直击中圆环 BC

3．如图所示，半球面的半径为 R，球面上 A 点与球心 O 等高，小球先后两次从 A 点以不同的速度 v_1、v_2 沿 AO 方向抛出，下落相同高度 h，分别撞击到球面上 B、C 点。设上述两过程中小球运动时间分别为 t_{AB}、t_{AC}，速度的变化量分别为 Δv_{AB}、Δv_{AC}。则（　　）



A．$t_{AB}<t_{AC}$

B．$\Delta v_{AB}<\Delta v_{AC}$

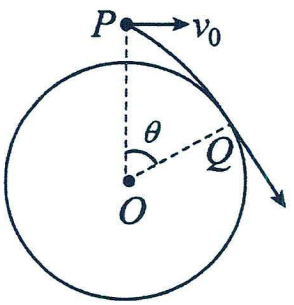
C．$v_1+v_2=2R\sqrt{\dfrac{g}{2h}}$，式中 g 为重力加速度

D．撞击 C 点时的速度方向与球面垂直

4．水平放置的圆柱体正上方有一点 P，将一个小球从 P 点以 v_0 沿垂直于圆柱体轴线方向水平抛出，其飞行一段时间后，恰由 Q 点沿切线飞过，测得圆心 O 与 Q 的连线与 OP 的夹角为θ，试求：

(1)小球从 P 运动到 Q 的时间 t；

(2)小球的初始位置 P 点到圆柱体最高点的高度 H。

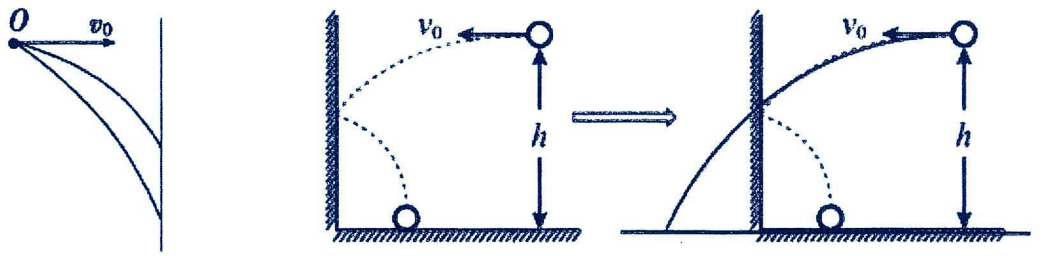


题型三：平抛运动中的竖直碰撞

解题要点：对于落点在竖直面上的平抛运动，常见两种情形：

其一：如图甲所示，如果从同一点平抛的物体，由于水平初速度 v_0 不同，导致在同一竖直面上落点不同，但其水平位移 d 相同，根据 $t=\frac{d}{v_0}$ 可知其运动时间 t 不相等。

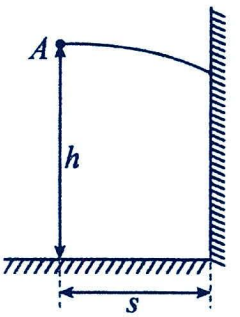
其二：如图乙所示，如果从某一点平抛的物体，与竖直面发生碰撞，水平速度反向，竖直速度不改变，导致全程看，物体轨迹并非抛物线，但利用对称关系，可以转化为完整的抛物线。其竖直位移 h 相同，根据 $h=\frac{1}{2}gt^2$ 可知其运动时间。



甲　　乙

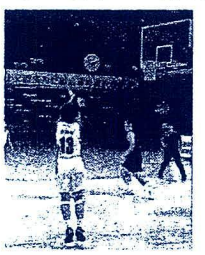
【精选例题】

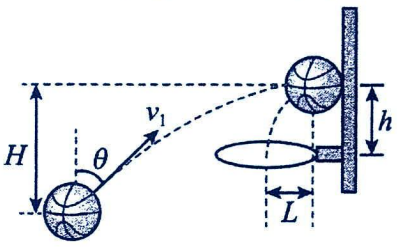
1．以与竖直墙面垂直大小为 $v_0=7.5m/s$ 的速度抛出的一个弹性小球 A，抛出点离水平地面的高度为 h=3.2m，距离墙壁的水平距离为 s，小球与墙壁发生碰撞后，竖直分速度不变，水平速度大小不变，方向反向，落在水平地面上，落地点距离墙壁的水平距离为 2s，若重力加速度取 $10m/s^2$，则 s 的大小为（ ）



A．1.8m　　B．2.0m　　C．2.2m　　D．36m

2．（多选题）巴蜀中学高中女篮勇夺 2024 年中国高中篮球联赛西区冠军，在篮球比赛中某同学以斜向上的速度将篮球抛出，与篮板撞击后落入篮筐，可得到此次篮球运动轨迹的简易图如图所示。若此次投篮中，篮球的初速度大小为 v_1，与竖直方向夹角为θ，篮球抛出后恰好垂直打在篮筐上方然后被反向弹回并且从篮筐正中央落下。已知脱手点与撞击点的竖直距离为 H，撞击点与篮筐的竖直距离为 h，忽略空气阻力，不计篮球与篮板碰撞的时间，则（ ）





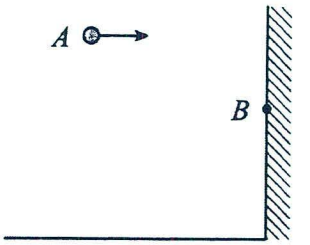
A．篮球从脱手到进入篮筐的过程中水平方向速度大小不变

B．篮球垂直打在篮板前一瞬间速度大小为 $v_1\sin\theta$

C．篮球从脱手到进入篮筐过程所经历的时间为 $\sqrt{\frac{2H}{g}}+\sqrt{\frac{2h}{g}}$

D．篮球反向弹回到进入篮筐过程中满足 $L=v_1\sin\theta\sqrt{\frac{2h}{g}}$

3．如图所示，一同学在距离竖直墙壁 d 处，将一弹性球 A（可视为质点）向着竖直墙壁水平抛出。弹性球下落 h 后在墙壁上 B 点反弹，反弹后水平速度等大反向，竖直速度不变，最终弹性球落在水平面上某一点（落地后静止）。已知反弹点距地面的高度为 H，不计空气阻力，则（ ）



A．若落点在抛出点正下方，则 $H=2h$

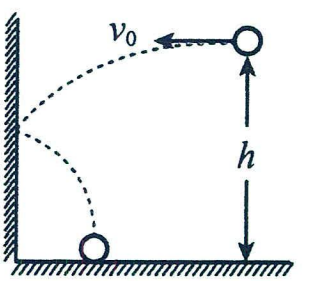
B．若落点在抛出点正下方左边，H 可能等于 $2h$

C．若落点在抛出点正下方右边，H 可能等于 $2h$

D．若落点在抛出点正下方，仅减小 d 再次抛出，H 可能等于 $2h$

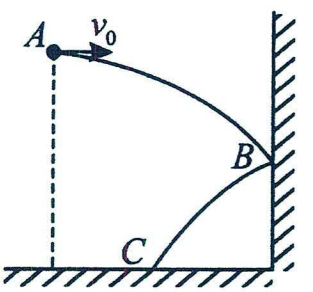
【跟踪训练】

1．在离地面离度为 h，离竖直光滑墙的水平距离为 s 处，将一小球以 v_0 的速度向墙水平抛出，如图所示，小球与墙碰撞后落地，不计碰撞时的时间和能量损失（碰撞前后竖直分速度保持不变，水平分速度大小相等，方向相反）．小球落地点到墙的水平距离 $\frac{1}{3}s$ 处，则撞击点离地面的竖直高度为（ ）



A．$\frac{1}{2}h$　　B．$\frac{1}{3}h$　　C．$\frac{7}{16}h$　　D．$\frac{9}{16}h$

2．（多选题）如图所示，从同一位置 A 点，分别以初速度 v_0、$3v_0$ 分两次水平抛出一小球。每次都仅与墙壁撞击反弹一次后，落到地面上。（设球与墙碰撞时，竖直方向速度不变，水平方向速度等大反向，图中仅画出其中一次轨迹）下列说法正确的是（　　）



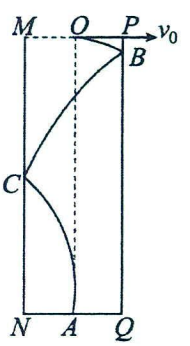
A．两次下落时间相同

B．两次均落在同一点

C．两次落地点速度方向与水平方向夹角的正切值之比为 3：1

D．两次落地时小球的速度之比为 1：3

3．有一圆柱形枯井，过其中心轴 OA 的剖面图如图所示，竖直井壁 MN、PQ 间距为 L。从离井底高度一定的 O 点垂直井壁以初速度 v_0 水平抛出一个小球，小球与井壁上 B 点、C 点各发生一次碰撞后恰好落在井底的 A 点。每次碰撞，水平分速度大小不变，方向相反，竖直分速度不变。所有摩擦和阻力均不计。小球在 OB 段、BC 段和 CA 段飞行过程中，下列说法正确的是（　　）



A．小球在 OB 段、BC 段和 CA 段速度变化量的比值为1:2:2

B．小球在 OB 段、BC 段和 CA 段竖直位移的比值为1:3:5

C．仅将间距 L 增大为原来的 2 倍仍在 O 点将小球水平抛出，则小球与井壁碰撞 2 次后落在 A 点

D．仅将初速度 v_0 增大为原来的 2 倍仍在 O 点将小球水平抛出，则小球与井壁碰撞 4 次后落在 A 点

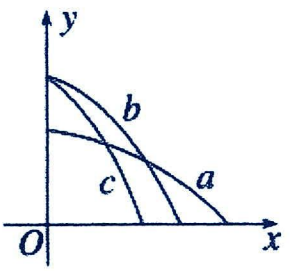
题型四：平抛运动中的水平碰撞

解题要点：对于落点在竖直面上的平抛运动，常见两种情形：

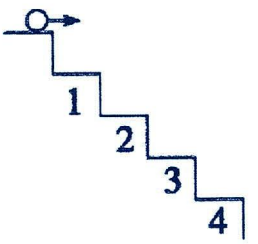
其一：如图甲所示，如果从同一点平抛的物体，由于水平初速度 v_0 不同，导致在同一水平面上落点不同，但其竖直位移 h 相同，根据 $h=\frac{1}{2}gt^2$ 可知其运动时间相同。

其二：如图乙所示，落点在台阶面上的平抛运动，由于上一层台阶的约束，对应的平抛初速度一般有一个范围；找出最小速度和最大速度对应的水平位移和竖直位移是解决该类问题的关键。

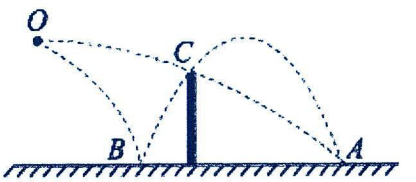
其三：如图丙所示，如果从某一点平抛的物体，与水平面发生碰撞，水平速度不改变，竖直速度反向，全程看，物体并非平抛运动，但利用对称关系和逆向思维，可以转化为多个平抛运动。其竖直位移 h 相同，根据 $h=\frac{1}{2}gt^2$ 可知其运动时间。



甲



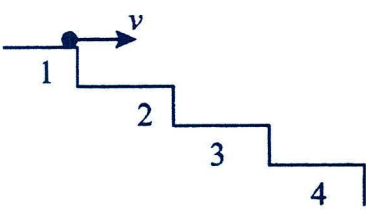
乙



丙

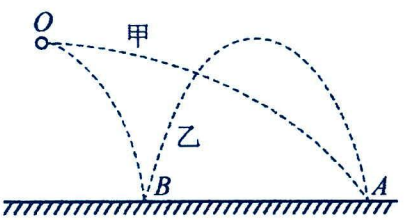
【精选例题】

【例 1】如图，每一级台阶的高为 5cm，宽为 15cm，某同学用发射器（忽略大小）从第 1 级台阶边缘向右水平弹射一个可以看作质点的小球，要使小球能落到第 4 级台阶上（小球没有与台阶顶点接触），取重力加速度为 $g=10m/s^2$，则弹射速度 v 可能是（　　）



A．2.5m/s　　B．2m/s　　C．1.5m/s　　D．1m/s

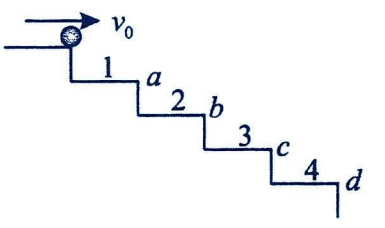
【例 2】如图所示，甲球从 O 点以水平速度 v_1 飞出，落在水平地面上的 A 点。乙球从 O 点以水平速度 v_2 飞出，落在水平地面上的 B 点反弹后恰好也落在 A 点。已知乙球在 B 点与地面碰撞反弹后瞬间水平方向的分速度不变、竖直方向的分速度方向相反大小不变，不计空气阻力。下列说法正确的是（　　）



A．$v_1:v_2=3:1$　　B．由 O 点到 A 点，甲球运动时间与乙球运动时间相等

C．$v_1:v_2=2:1$　　D．甲球由 O 点到 A 点的水平位移是乙球由 O 点到 B 点水平位移的 2 倍

【例 3】如图为一段台阶，每级台阶高度为 h，宽度为 $\sqrt{3}h$。第一次从最上一级台阶边缘以速度 v_0 水平右抛出一个小球，小球恰好落在其下方第一级台阶边缘 a 点处。第二次从相同位置以速度 $2v_0$ 水平向右抛出该小球，不计空气阻力，则下列说法错误的是（　　）



A．第二次小球会落在下方第四级台阶边缘 d 点处

B．两次小球做平抛运动时间之比为 1：2

C．两次平抛，小球落到台阶上时的速度和台阶水平面的夹角均为 60°

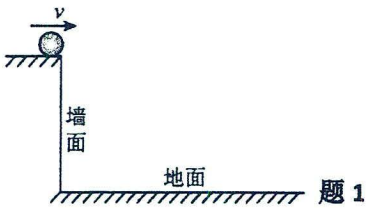
D．改变水平向右抛出小球的速度大小，则小球可以落在下方第二级台阶的正中间位置

【跟踪训练】

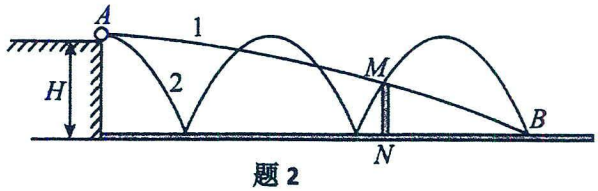
1．如图所示，小球从平台边缘以大小为 v 的速度水平飞出。若不计空气阻力，则关于小球落地之前的运动，下列说法正确的是（　　）

A．竖直墙面上垂直投影的运动是匀速运动　　B．竖直墙面上垂直投影的运动是匀加速运动

C．水平地面上垂直投影的运动速度大于 v　　D．水平地面上垂直投影的运动速度小于 v



题 1

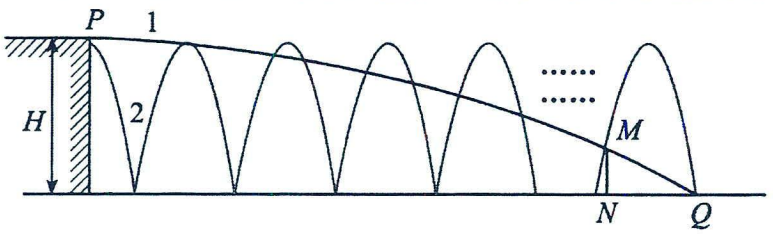


题 2

2．如图所示，从高 H 处的 A 点先后平抛两个小球 1 和 2，球 1 刚好直接越过竖直挡板 MN 落在水平地面上的 B 点，球 2 与地面碰撞两次后，刚好越过竖直挡板 MN，也落在 B 点。设球 2 每次与水平地面碰撞后竖直方向分速度大小不变方向相反，水平方向分速度大小方向都不变，空气阻力可忽略。则竖直挡板 MN 的高度 h 是（　　）

A．$\frac{5}{9}$H　　B．$\frac{4}{7}$H　　C．$\frac{3}{5}$H　　D．$\frac{4}{5}$H

3．如图，从高 H 处的 P 点先后水平抛出两个小球，球 1 刚好直接越过高为 h 的挡板 MN（h 可调节），落在水平地面上的 Q 点，球 2 与地面碰撞 N（N≥1）次后，刚好越过竖直挡板 MN 也落在 Q 点。假设球 2 每次与地面的碰撞都是弹性碰撞（碰撞前后速度大小不变，方向关于地面对称），两球所受的空气阻力均可忽略，则（　　）



A．球 1 与球 2 的初速度之比可能为 6∶1　　B．球 1 与球 2 的初速度之比可能为 21∶1

C．球 1 与球 2 的初速度之比可能为 2∶1　　D．球 1 与球 2 的初速度之比可能为 16∶1

考点三：平抛运动中的临界问题与极限问题

题型一：临界问题

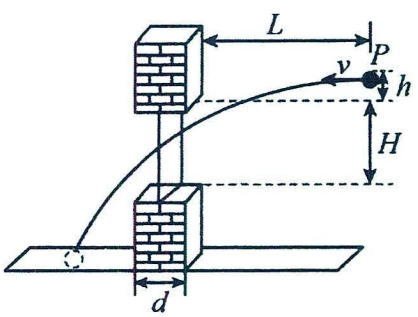
模型概述：当题文中出现“恰好”，“刚好”等字眼。

解题要点：在题中找出有关临界问题的关键字，如“恰好不出界”“刚好飞过壕沟”“速度方向恰好与斜面平行”“速度方向与圆周相切”等，然后利用平抛运动对应的位移规律或速度规律进行解题。

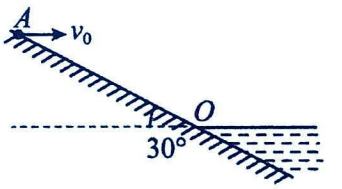
【精选例题】

【例 1】小明家建造坯房时窗户开口竖直高度 H=2.25m，已知墙壁的厚度 d=0.35m。小明在离墙壁距离 L=1.4m，距窗子上沿高 h=0.2m 处的 P 点，将可视为质点的小物体以速度 v 垂直于墙壁水平抛出，小物体恰好穿过窗口并落在水平地面上，取 g=10m/s²，则 v 的取值范围约为（　　）

A．v>2m/s　　B．v>2.5m/s　　C．2m/s<v<7m/s　　D．2.5m/s<v<7m/s



【例 2】（多选题）如图为湖边一倾角为30°的大坝的横截面示意图，水面与大坝的交点为O。一人站在A点处以速度v_0沿水平方向扔小石块，已知$AO=40\text{m}$，重力加速度$g=10\text{m/s}^2$，忽略人的身高，不计空气阻力。下列说法正确的是（　　）。



A．若$v_0>10\sqrt{3}\text{m/s}$，则石块一定落入水中

B．若$v_0<5\sqrt{3}\text{m/s}$，则石块不可以落入水中

C．若石块能落入水中，则v_0越大，落水时速度方向与水平面的夹角越大

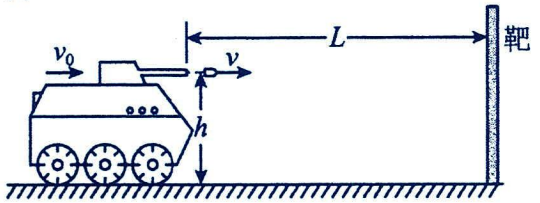
D．若石块不能落入水中，则石块落到斜面上时速度方向与斜面的夹角与v_0无关

【例 3】如图所示，装甲车在水平地面上以速度 v_0=20 m/s 沿直线前进，车上机枪的枪管水平，距地面高为 h=1.8 m．在车正前方竖直立一块高为两米的长方形靶，其底边与地面接触．枪口与靶距离为 L 时，机枪手正对靶射出第一发子弹，子弹相对于枪口的初速度为 v=800 m/s．在子弹射出的同时，装甲车开始匀减速运动，行进 s=90 m 后停下．装甲车停下后，机枪手以相同方式射出第二发子弹．(不计空气阻力，子弹看成质点，重力加速度 g=10 m/s²)

(1)求装甲车匀减速运动时的加速度大小；

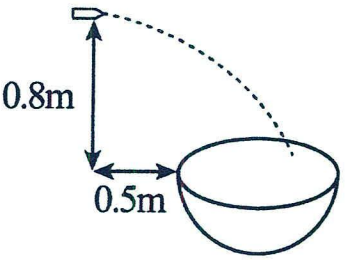
(2)当 L=410 m 时，求第一发子弹的弹孔离地的高度，并计算靶上两个弹孔之间的距离；

(3)若靶上只有一个弹孔，求 L 的范围．



【跟踪训练】

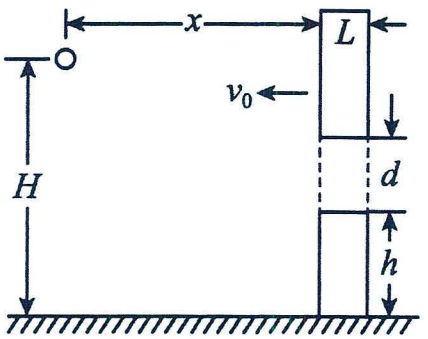
1．（多选题）刀削面是山西最有代表性的面食。削面时若面团到锅的上沿的竖直距离为 0.8m，最近的水平距离为 0.5m，锅的半径为 0.5m。要想使削出的面片落入锅中，则面片的水平速度可以是（g 取 10m/s²）（　　）



A．1m/s　　B．2m/s　　C．3m/s　　D．4m/s

2．如图，宽为 $L=0.6\text{m}$ 的竖直障碍物上开有间距 $d=0.6\text{m}$ 的矩形孔，其下沿离地高 $h=1.2\text{m}$，离地高 $H=2\text{m}$ 的质点与障碍物相距 x。在障碍物以 $v_0=4\text{m/s}$ 匀速向左运动的同时，小球（可视为质点）自由下落，取 $g=10\text{m/s}^2$，为使小球能穿过该孔，x 的取值范围是（　　）

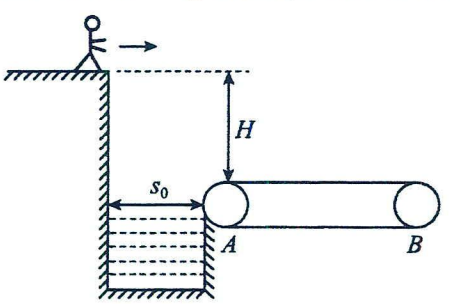
A．$0.2\text{m}\le x\le 0.8\text{m}$　　B．$0.8\text{m}\leqslant x\leqslant 1\text{m}$　　C．$0.8\text{m}\le x\le 1.6\text{m}$　　D．$1\text{m}\le x\le 1.6\text{m}$



3．如图所示，参加某电视台娱乐节目的选手从较高的平台上以水平速度跃出后，落在水平传送带上．已知平台与传送带的高度差 H＝1.8m，水池宽度 s_0＝1.2m，传送带 AB 间的距离 L_0＝20m．由于传送带足够粗糙，假设选手落到传送带上后瞬间相对传送带静止，经过△t＝1.0s 反应时间后，立刻以 a＝2m/s² 恒定向右的加速度跑至传送带最右端．

（1）若传送带静止，选手以 v_0＝3m/s 的水平速度从平台跃出，求这位选手落在传送带上距离 A 点的距离．（2）求刚才那位选手从开始跃出到跑至传送带右端所经历的时间．

（3）若传送带以 v＝1m/s 的恒定速度向左运动，选手要能到达传送带右端，则他从高台上跃出的水平速度 v_1 至少为多大？（g=10m/s²,计算结果均保留 2 位有效数字）



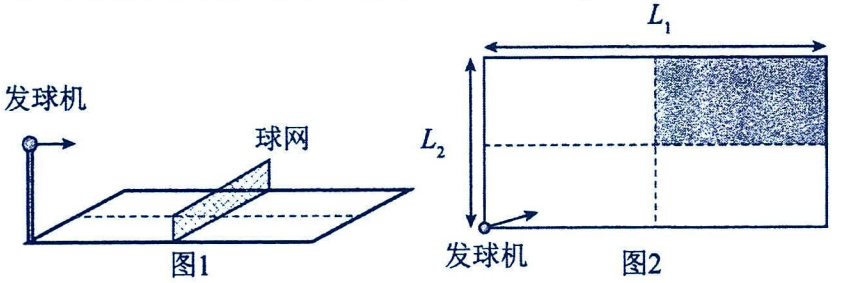
题型二：极限问题

模型概述：题文中出现“最大”，“最小”等字眼

解题要点：求解此类问题，通常会利用物理规律列等式，导出相应三角函数，二次函数或双勾函数等进行求解。

【精选例题】

【例 1】如图 1 为一个网球场的示意图，一个网球发球机固定在底角处，可以将网球沿平行于地面的各个方向发出，发球点距地面高为 1.8m，球网高 1m。图 2 为对应的俯视图，其中 L_1=12m，L_2=9m。按照规则，网球发出后不触网且落在对面阴影区域（包含虚线）内为有效发球。图中虚线为球场的等分线，则发球机有效发球时发出网球的最小速率为（忽略一切阻力 重力加速度 g=10m/s²）（　）



A. $\frac{15\sqrt{5}}{2}$m/s　　B. 12.5m/s　　C. $\frac{75}{4}$m/s　　D. $20\sqrt{2}$m/s

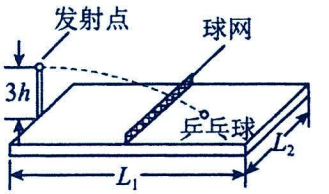
易错点：水平位移最大为网球场的对角线。

【跟踪训练】

2. 一带有乒乓球发射机的乒乓球台如图所示。水平台面的长和宽分别为 L_1 和 L_2，中间球网高度为 h。发射机安装于台面左侧边缘的中点，能以不同速率向右侧不同方向水平发射乒乓球，发射点距台面高度为 3h。不计空气的作用，重力加速度大小为 g。若乒乓球的发射速率为 v 在某范围内，通过选择合适的方向，就能使乒乓球落到球网右侧台面上，则 v 的最大取值范围是（　）

A. $\frac{L_1}{2}\sqrt{\frac{g}{6h}} \le v \le L_1\sqrt{\frac{g}{6h}}$

B. $\frac{L_1}{4}\sqrt{\frac{g}{h}} \le v \le \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left(4L_1^2+L_2^2\right)g}{6h}}$



C. $\frac{L_1\sqrt{g}}{4}\sqrt{\frac{g}{h}} \le v \le \sqrt{\frac{\left(4L_1^2+L_2^2\right)g}{6h}}$

D. $\frac{L_1\sqrt{\frac{g}{2}}}{2}\sqrt{\frac{g}{6h}} \le v \le \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\left(4L_1^2+L_2^2\right)g}{6h}}$

题型三：生活中的平抛运动

【精选例题】

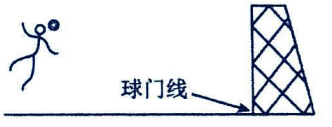


【例 1】小李将手中的易拉罐水平扔向某垃圾桶，易拉罐的轨迹如图。忽略空气阻力，为了能把易拉罐扔进垃圾桶，小李可以（　　）

A. 只增大扔易拉罐的水平初速度　　B. 只减小水平扔出易拉罐时的高度

C. 只增大水平扔出易拉罐时人与垃圾桶的水平距离　　D. 同时减小水平扔出易拉罐时的高度和水平初速度

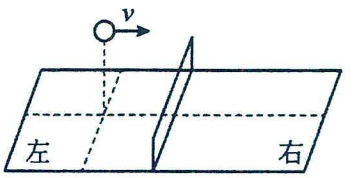
【例 2】在沂蒙“乡村足球超级联赛”中，某运动员在离球门正前方约 7.2m 处头球攻门时，跳起后头部高度约 1.8m，将足球以一定的初速度垂直球门水平顶出，恰好落在球门线上，足球视为质点，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）



A. 球在空中运动的时间约为 0.8s　　B. 球被水平顶出时的初速度大小约为10m/s

C. 球落地瞬间速度方向与初速度方向的夹角约为 30°　　D. 球落地瞬间的速度大小为$6\sqrt{5}$m/s

【例 3】如图所示为乒乓球桌面示意图，球网上沿高出桌面 H，网到桌边的水平距离为 L。在某次乒乓球训练中，从桌面左侧距网水平距离为 0.5L 处，将球沿垂直于网的方向水平击出，球恰好通过网的上沿落到桌面右侧边缘。设乒乓球的运动为平抛运动，下列判断正确的是（　　）



A．击球点的高度与网高度之比为 2：1

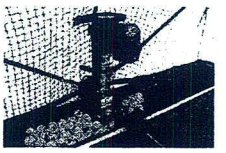
B．乒乓球在网左右两侧运动时间之比为 1：3

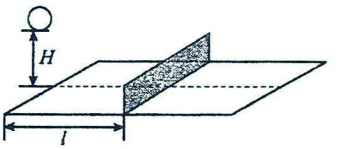
C．乒乓球过网时与落到右侧桌边缘时速率之比为 1：3

D．乒乓球在网左右两侧速度变化量之比为 1：2

【跟踪训练】

1．如图甲所示，将乒乓球发球机固定在左侧桌面边缘的中央，使乒乓球沿中线方向水平抛出，发球的高度 H 和球的初速度 v_0 可调节，忽略空气阻力，则下列说法正确的是（　）


甲



乙

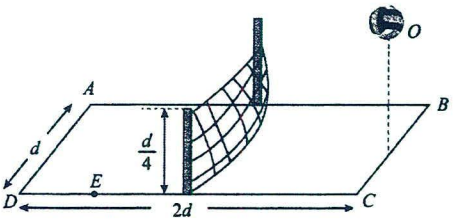
A．保持 H 不变，v_0 越大，乒乓球在空中运动的时间越小

B．保持 H 不变，v_0 越大，乒乓球落在桌面瞬间速度与水平方向的夹角越大

C．保持 v_0 不变，H 越大，乒乓球落在桌面时位移与水平方向的夹角越大

D．保持 v_0 不变，H 越大，乒乓球落在桌面瞬间的速度越小

2．（多选题）如图所示，排球场的宽为 d，长为 2d，球网高为 $\frac{d}{4}$，发球员在底线中点正上方的 O 点将排球水平击出，排球恰好擦着网落在对方场地边线上的 E 点，$ED=\frac{d}{2}$，不计空气阻力，重力加速度大小为 g，下列说法正确的是（　　）



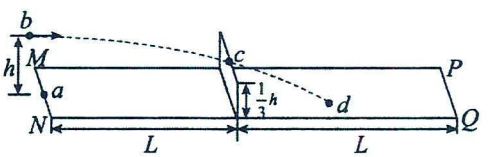
A．排球做平抛运动的时间为 $\sqrt{\frac{d}{2g}}$

B．O 点距地面的高度为 $\frac{9d}{20}$

C．排球击出时的速度大小为 $\frac{5\sqrt{gd}}{3}$

D．排球着地时的速度大小为 $\sqrt{\frac{331gd}{90}}$

3．（多选题）如图所示，球网位于球台的中间位置，球台的左、右边界分别记为 MN、PQ，边界 MN 中点 a 正上方 h 处为 b 点。某次运动员将球从 b 点垂直于 MN 水平向右击出，恰好经过网上边沿的 c 点后落在球台上 d 点，不计空气阻力。已知网高为 $\frac{1}{3}h$，MN、PQ 之间的距离为 2L，重力加速度为 g。以下说法正确的是（　　）



A．乒乓球被击出时的初速度大小为 $\frac{L}{2}\sqrt{\frac{3g}{h}}$

B．球的落点 d 与击出点 b 之间的水平距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}L$

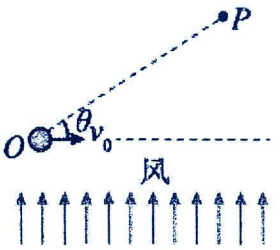
C．球在落点 d 处的速度方向与水平方向夹角的正切值为 $\frac{\sqrt{6}h}{3L}$

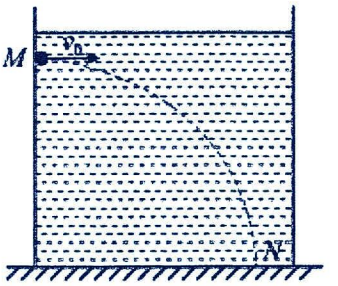
D．若只限定在 b 点水平击出，球的初速度只有不大于 $2L\sqrt{\frac{2g}{h}}$，才会落在对方台面上

考点四：类平抛运动

模型概述：某些物体某方向维持初速度不变，与之垂直的方向存在一个恒力(非重力)，此类运动称为类平抛运动。其运动规律与平抛类似，轨迹为抛物线，合力提供加速度。

解题要点：根据物体的运动情况，拆分为沿合力方向和垂直于合力方向；则物体在垂直于合力方向满足匀速直线运动规律，沿合力方向上满足匀变速直线运动规律；最后列等式求解。





题型一：基础模型

【精选例题】

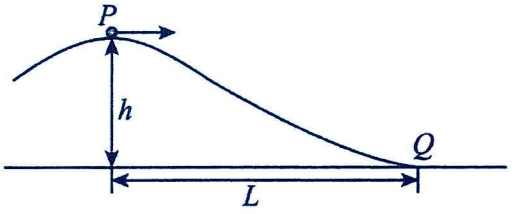
【例 1】如图，某人从高出水平地面 h 的山坡上 P 点处水平击出一个质量为 m 的高尔夫球，高尔夫球在飞行中受到恒定的水平风力作用，最终竖直落入距击球点水平距离为 L 的洞穴 Q 中，则（　　）

A．高尔夫球飞行中做的是平抛运动

B．高尔夫球飞行的时间为 $2\sqrt{\frac{h}{g}}$

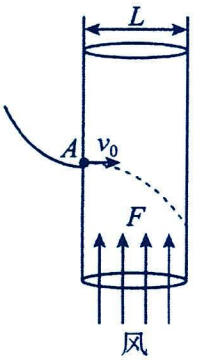
C．高尔夫球飞行中受到的水平风力大小为 $\frac{mgL}{h}$

D．高尔夫球被击出时的初速度大小为 $L\sqrt{\frac{2h}{g}}$



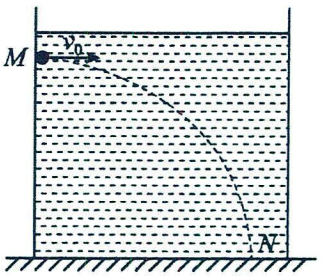
【例 2】风洞，被称为飞行器的摇篮，我国的风洞技术世界领先。如图所示，在一次实验中，风洞竖直放置且足够长，质量为 m 的小球从 A 点以速度 $v_0=10\text{m/s}$ 沿直径水平进入风洞。小球在风洞中运动时受到的风力 F 恒定，方向竖直向上，风力大小 F 可在 0~3mg 间调节。小球可视作质点，碰壁后不反弹，重力加速度 g 取 10m/s^2，风洞横截面直径 $L=10\text{m}$。求：（1）当 $F=0$ 时，求小球撞击右壁的速度大小和方向；

（2）保持 v_0 不变，调节 F 的大小，求小球撞击右壁的区域长度。



【跟踪训练】

1．如图所示，一物体在某液体中运动时只受到重力 G 和恒定的浮力 F 的作用，且 $F=\frac{2}{3}G$。如果物体从 M 点以水平初速度 v_0 开始运动，最后落在 N 点，MN 间的竖直高度为 h，M 与右壁水平间距为 L，重力加速度为 g，则下列说法正确的是（　　）



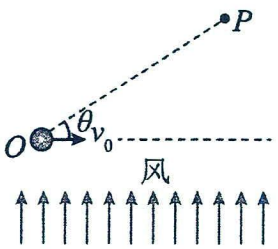
A．从 M 运动到 N 的时间为 $\sqrt{\frac{4h}{g}}$

B．M 与 N 之间的水平距离 $v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$

C．若增大初速度 v_0，物体将撞击右壁，且初速度越大，物体撞击壁速度越大

D．若 h 足够大，当初速度 $v_0=\sqrt{\frac{gL}{3}}$ 时，物体撞击壁时速度最小

2．风洞试验主要采用人工的方式产生并且控制气流，在风洞中安置飞行器或其它物体模型，研究气体流动与模型的相互作用，从而了解实际物体的空气动力学特性。某次风洞实验室中可以产生沿水平方向、大小可调节的风力。如图所示，将一个质量为 m 的小球放入风洞实验室的光滑水平地面上的 O 点，小球以初速度 v_0 水平向右抛出，此时调节水平风力的大小为恒定值 F，F 的方向始终与初速度 v_0 的方向垂直，最后小球运动到水平地面上的 P 点。已知 O、P 两点连线与初速度 v_0 方向的夹角为 θ。求：（1）小球从 O 点运动到 P 点的时间 t；（2）小球运动到 P 点时的速度大小 v；（3）小球从 O 点运动到 P 点的位移大小 L。

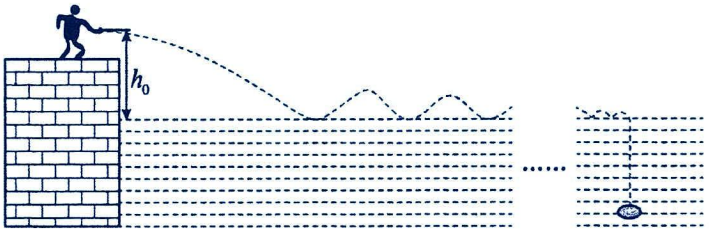


3．“打水漂”是指用扁型瓦片或石片，在手上呈水平放置后，用力飞出，石片擦水面飞行，石片碰水面后再弹起再飞，石片不断在水面上向前弹跳，直至石片速度为零后沉入水中。其原理已在航空航天领域得到了运用，我国的“嫦娥五号”返回器第一次进入大气层一定“深度”后弹起，再第二次进入大气层返回地球，这两次“水漂”会把返回器的速度降下来，让其安全穿过大气层。假设小明在离水面高度$h_0=0.8\text{m}$处，将一质量$m=20\text{g}$的小石片以水平初速度$v_0=10\text{m/s}$抛出，小石片在水面上滑行时受到的水平方向的阻力恒为$f=0.5\text{N}$，竖直方向分力未知。小石片每次均接触水面$\Delta t=0.04\text{s}$后跳起，跳起时竖直方向的速度与此时沿水面滑行的速度之比为常数$k=\frac{1}{3}$，小石片在水面上弹跳数次后沿水面滑行（水平方向）的速度减为零后开始下沉。取重力加速度$g=10\text{m/s}^2$，不计空气阻力，求小石片：(1)第一次与水面接触前水平方向的位移；

(2)第一次与水面接触过程中在竖直方向上的分加速度a_y的大小；

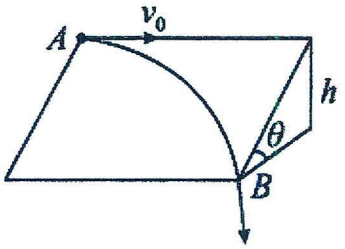
(3)小石片从抛出到开始下沉的总时间。





题型二：延伸模型

解题要点：如图可看作沿斜面向下的匀加速，加速度 a=g • sinθ，水平方向的匀速直线运动。



【精选例题】

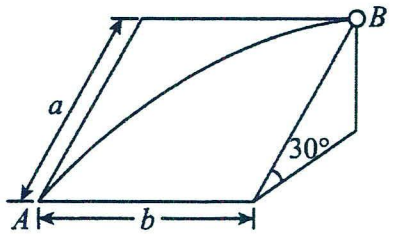
【例 1】如图所示，固定在水平面上的光滑斜面长 $a=5\text{m}$，宽 $b=4\text{m}$，倾角 $\theta=30°$，一可视为质点的小球从顶端 B 处水平向左射入，恰好从底端点 A 处射出，重力加速度 g 取 10m/s^2。则下列说法正确的是（　）

A．小球运动的加速度为 10m/s^2

B．小球从 B 运动到 A 所用时间为 2s

C．小球从 B 点水平射入时的速度为 $2\sqrt{2}\text{m/s}$

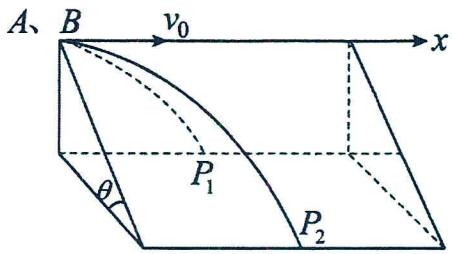
D．若小球从 B 点以 4m/s 的速度水平向左射入，则恰能从底端 A 点离开斜面



【例 2】（多选题）如图所示，A、B 两个质点以相同的水平速度 v_0 抛出，A 在竖直平面内运动，落地点为 P_1。B 沿光滑斜面运动，落地点为 P_2。不计阻力，则从抛出点到落地点（　　）

A．A 运动的时间长　　B．B 运动的时间长

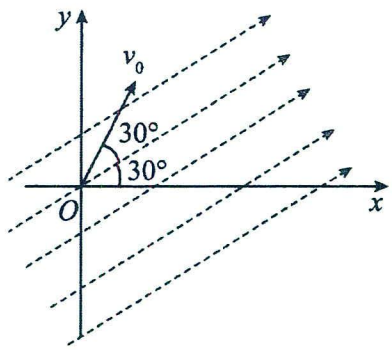
C．P_1 在 x 轴上较远　　D．P_2 在 x 轴上较远



【例 3】（多选题）如图所示，坐标系的 x 轴水平向右，质量为 $m=0.5\text{kg}$ 的小球从坐标原点 O 处，以初速度 $v_0=\sqrt{3}\text{m/s}$ 斜向右上方抛出，同时受到斜向右上方恒定的风力 $F_{风}=5\text{N}$ 的作用，风力与 v_0 的夹角为 30°，风力与 x 轴正方向的夹角也为 30°，重力加速度 g 取 10m/s^2。下列说法正确的是（　　）

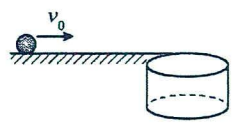
A．小球的速度先减小后增大　　B．小球的加速度方向保持不变

C．小球的加速度与初速度 v_0 的夹角为 60°　　D．小球的加速度大小为 10m/s^2



【跟踪训练】

1．一小球沿着光滑平面以 0.5m/s 的初速度滑入一中空光滑圆筒内，圆筒侧边与平面相切。已知圆筒半径为 5cm、高为 5cm，底端到地面的距离为 15cm，则（　　）

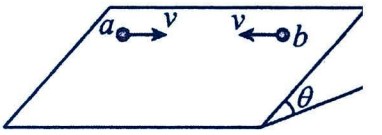


A．筒壁对小球的弹力做正功　　B．小球离开圆筒后做平抛运动

C．小球在桶内运动的时间为 0.2s

D．小球离开筒的点到最后的落点的距离为 $5\sqrt{10}\text{cm}$

2．（多选题）如图所示，在倾角$\theta=30°$的足够大的光滑斜面上，将小球 a、b 同时以相同的速率$v=3m/s$沿相对的水平方向抛出，已知初始时 a、b 在同一水平面上且相距$L=6m$，重力加速度 g 取$10m/s^2$，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）



A．抛出 0.6s 后，b 的速度大小为 5m/s　　B．抛出 0.8s 后，b 的速度大小为 5m/s

C．b 从抛出到与 a 相遇，发生的位移大小为 5m　　D．无论抛出的速率 v 为多大，a、b 总能够相遇

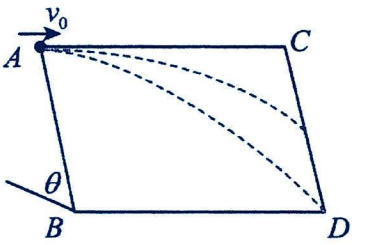
3．如图所示的光滑固定斜面 ABCD，其倾角可调节．当倾角为θ_1时，一物块（可视为质点）沿斜面左上方顶点 A 以初速度v_0水平射入，恰好沿底端 D 点离开斜面；改变倾角为θ_2时，同样将该物块沿斜面左上方顶点 A 以初速度v_0水平射入，发现物块沿 CD 边中点离开斜面，已知重力加速度为 g，下列说法正确的是（　）

A．物块离开斜面时，前后两次下落的时间之比为 2：1

B．物块离开斜面时，前后两次下落的高度之比为 4：1

C．物块前后两次运动的加速度的大小之比为 1：1

D．物块从入射到飞离斜面，前后两次速度变化量的大小之比为 1：2



考点五：斜抛运动

1．定义：将物体以初速度 v_0 斜向上方或斜向下方抛出，物体只在重力作用下的运动．

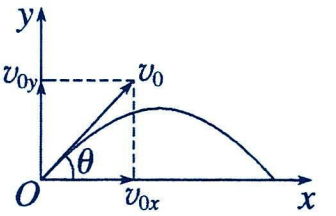
2．性质：斜抛运动是加速度为 g 的匀变速曲线运动，运动轨迹是抛物线．

3．研究方法：运动的合成与分解

(1)水平方向：匀速直线运动；(2)竖直方向：匀变速直线运动．

4．基本规律

以斜抛运动的抛出点为坐标原点 O，水平向右为 x 轴的正方向，竖直向上为 y 轴的正方向，建立如图所示的平面直角坐标系 xOy.



初速度可以分解为 $v_{0x}=v_0\cos\theta$，$v_{0y}=v_0\sin\theta$.

在水平方向，物体的位移和速度分别为：$x=v_{0x}t=(v_0\cos\theta)t$ ①　　$v_x=v_{0x}=v_0\cos\theta$ ②

在竖直方向，物体的位移和速度分别为：$y=v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2=(v_0\sin\theta)t-\frac{1}{2}gt^2$ ③　$v_y=v_{0y}-gt=v_0\sin\theta-gt$ ④

5.重要结论：

(1)斜上抛运动的飞行时间、射高、射程：

I在最高点时：$v_y=0$，由④式得到 $t=\frac{v_0\sin\theta}{g}$ ⑤

物体落回与抛出点同一高度时，有 $y=0$，由③式得飞行时间 $t_{总}=\frac{2v_0\sin\theta}{g}$ ⑥

II将⑤式代入③式得物体的射高：$H_m=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$ ⑦

III将⑥式代入①式得物体的射程：$x_m=\frac{v_0^2\sin2\theta}{g}$

注意：当θ＝45°时，射程 x_m 最大。即初速度 v_0 大小一定时，沿θ＝45°方向斜向上抛出时，射程最大。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】关于斜抛运动，下列说法中正确的是（　　）

A．斜抛运动是一种不受任何外力作用的运动

B．斜抛运动是曲线运动，它的速度方向不断改变，不可能是匀变速运动

C．任意两段时间内的速度大小变化相等

D．任意两段相等时间内的速度变化相等

【跟踪训练】

2．2023 年 10 月 2 日，杭州第十九届亚运会田径项目，中国运动员熊诗麒夺得女子跳远的第一枚亚运会金牌。跳远可拆分为助跑、起跳、腾空、落地这四个过程，如图所示，下列说法正确的是（　）



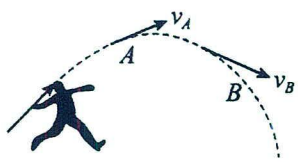
A．在腾空的最高点，运动员的速度为 0

B．在腾空上升阶段，运动员处于超重状态

C．在起跳时，运动员对地面的压力大于重力

D．在助跑过程中，地面给人脚滑动摩擦力作用，使运动员加速向前运动

3．中国选手刘诗颖在 2020 东京奥运会田径女子标枪决赛中以 66 米 34 的成绩获得金牌！刘诗颖的“冠军一投”的运动简化图如图所示。投出去的标枪做曲线运动，忽略空气阻力，关于标枪的运动及曲线运动，下列说法正确的是（　　）



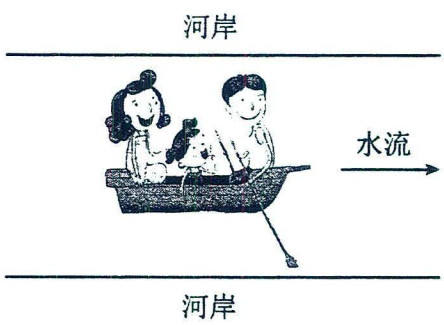
A．出手后标枪的加速度是不变的　　B．速度发生变化的运动，一定是曲线运动

C．标枪升到最高点时速度为零　　D．曲线运动不可能是匀变速运动

题型二：基本规律

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，小诺在同家人一起外出游玩时，想对所学习的高中物理知识进行检验。小诺站在跟随河水一起漂流的船上，面向一段平直的河岸，某时刻向她的正前方向，以与水平面成θ角的速度 v_0 斜向上抛出一小石头，使其落在河岸上，忽略空气阻力，小诺将发现（　　）



A．v_0 越大，小石头从抛出到落地所用的时间越长

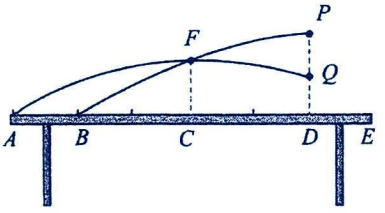
B．v_0 越大，小石头从抛出到落地所用的时间越短

C．v_0 越大，小石头从抛出到落地所发生的位移越大

D．v_0 越大，小石头从抛出到落地所发生的位移越小

【例 2】如图所示为一乒乓球台的纵截面，A、E 是台面的两个端点位置，乒乓球网的高度 CF=h_0，AC=3AB、CE=3DE，P、Q、D 在同一竖直线上。第一次在 P 点将球水平击出，轨迹恰好过球网最高点 F，落到 B 点；第二次在 Q 点将同一球击出，轨迹最高点恰好过球网最高点 F，落在 A 点。球可看做质点，不计空气阻力作用，重力加速度为 g。求：(1)P 点与 F 点的高度差 h_1；

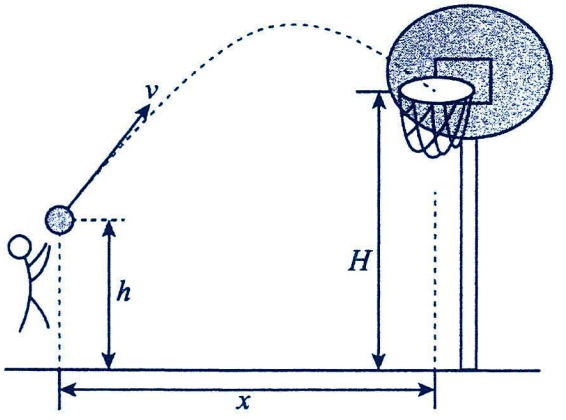
(2)球在 Q 点击出时的竖直分速度 v_y。



【例 3】据报道世界篮球球民已经超过 15 亿，中国篮球球民已达 1.25 亿，篮筐的统一标准距地面高度为 $H=3.05\text{m}$。在标准篮球场地的某次比赛中，某同学在距离篮筐中心某位置跳起投篮，该同学将球出手的瞬时速度大小 $v=4\sqrt{3}\text{m/s}$，方向与水平方向夹角为 60°，篮球到达篮筐中心时，速度与水平方向夹角为 45°，如图所示。将篮球看成质点，忽略空气阻力，取重力加速度 g=10m/s²。求：(1)篮球从出手到最高点所用的时间；

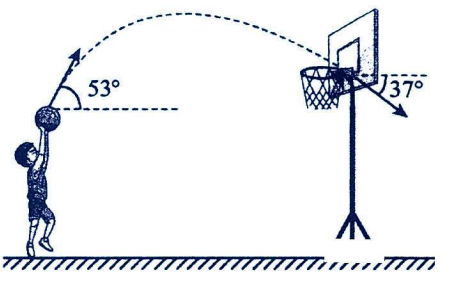
(2)篮球抛出点与篮筐中心的水平距离 x；

(3)篮球抛出点离地面的高度 h。



【跟踪训练】

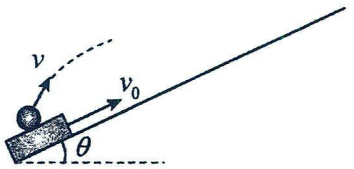
1. 如图所示，运动员在篮球场上投篮球，篮球出手时的初速度 v_0 与水平方向之间的夹角为 $\theta=53°$，篮球直接落入篮筐中心，篮球入筐瞬间速度方向与水平方向之间的夹角为 37°。已知运动员出手点到篮筐中心的竖直距离为 $h=1.4\text{m}$，重力加速度 g=10m/s²，sin53°=0.8，cos53°=0.6，忽略空气阻力，则篮球出手时的初速度 v_0 大小是（ ）



A．3.0m/s　　B．5.0m/s　　C．8.0m/s　　D．10.0m/s

2．某同学设计的抛射装置如图所示，固定倾斜长直导轨与水平面的夹角$\theta=37^{\circ}$，开始滑块和小球均位于导轨底端。某时刻滑块以v_0=14m/s的初速度沿导轨上滑，同时小球斜向上抛出，滑块滑至轨道最高点时恰好被小球击中。已知滑块与导轨间的动摩擦因数$\mu=0.125$，不计空气阻力，滑块和小球均可视为质点。重力加速度大小g=10m/s^2，sin37°=0.6，cos37°=0.8。求：(1)滑块运动到最高点的时间t与位移x的大小；

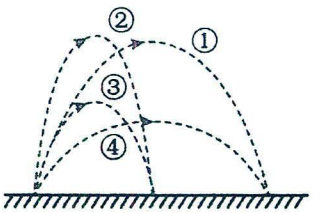
(2)小球初速度v的大小及初速度与导轨间夹角α的正切值。



题型三：轨迹问题

【精选例题】

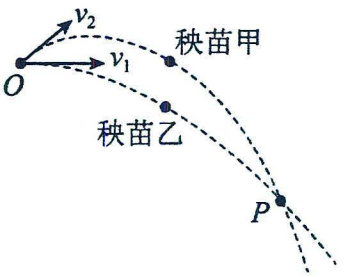
【例 1】有 A、B 两小球，B 的质量为 A 的两倍；现将它们以相同速率沿同一方向抛出，不计空气阻力．图中①为 A 的运动轨迹，则 B 的运动轨迹是（ ）



A．①　　B．②　　C．③　　D．④

【例 2】（多选题）种水稻需育苗插秧，这是传统的做法；而如今农民一改“面朝稻田背朝天”的传统手工插秧转而用水稻抛秧。水稻抛秧需要软盘育秧，抛秧时村民把手中秧苗抛向半空，挟带营养土块的秧苗，在重力作用下均匀地降落到水田中。抛秧相比传统人工插秧，具有省秧田、省劳力、省成本等很多优点。某次抛秧时秧苗甲与秧苗乙同时抛出，轨迹如图所示，抛出点均为O点，秧苗乙做平抛运动，秧苗甲做斜抛运动，两个轨迹相交于P点，不计空气阻力，则（　　）

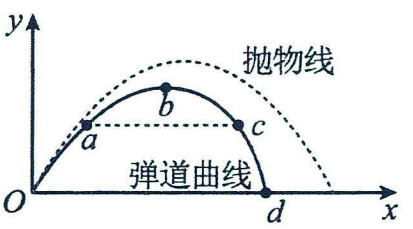




A．秧苗甲与秧苗乙同时到达P点　　B．秧苗乙先经过P点

C．只要秧苗甲的初速度足够大就可以先经过P点　　D．秧苗乙的初速度一定大于秧苗甲的初速度的水平分量

【例 3】如图所示是真实情况的炮弹飞行轨迹“弹道曲线”和理想情况抛物线的对比。O、a、b、c、d 为弹道曲线上的五点，其中 O 点为发射点，d 点为落地点，b 点为轨迹的最高点，a、c 为运动过程中经过的距地面高度相等的两点。下列说法正确的是（　　）



A．炮弹到达 b 点时，速度为零

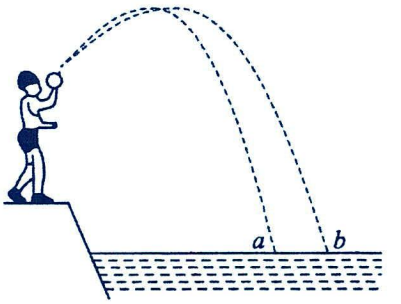
B．炮弹经过 a 点时的加速度小于经过 c 点时的加速度

C．炮弹经过 a 点时的速度等于经过 c 点时的速度

D．炮弹由 a 点运动到 b 点的时间小于由 b 点运动到 c 点的时间

【跟踪训练】

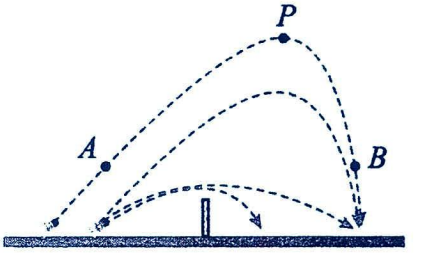
1．小明站在水池边从同一位置先后向水面扔出两个石子，第一次入水点为 a，第二次入水点为 b。两次石子达到的最大高度相同，如图所示。若不计空气阻力，两次比较，下列说法正确的是（　）



A．第一次扔出石子的速度大　　B．第一次石子入水的速度大

C．第一次石子到达最高点的速度大　　D．两次石子在空中运动的时间相等

2．羽毛球是深受大众喜爱的体育运动。如图所示是羽毛球从左往右飞行的轨迹图，图中 A、B 为同一轨迹上等高的两点，P 为该轨迹的最高点，则羽毛球在该轨迹上运动时（　　）



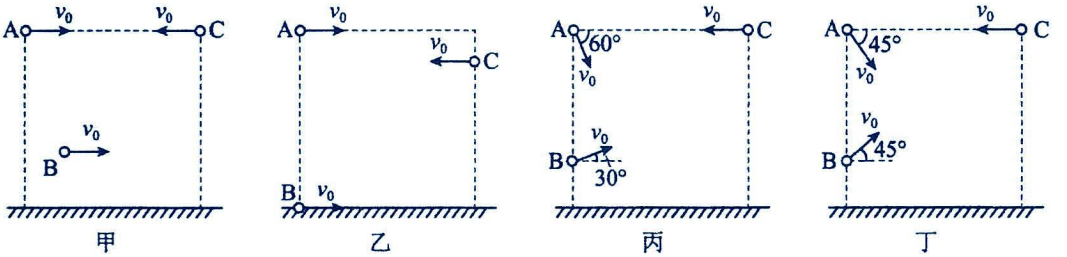
A．在 A、B 两点的速度大小相等

B．整个飞行过程中经过 P 点时的速度最小

C．AP 段的飞行时间小于 PB 段的飞行时间

D．在 AP 上升阶段，羽毛球加速度的竖直分量小于重力加速度值

3．如图所示，ABC 三个球（可视为质点）初速度大小均相同，以四种不同方式同时抛出（地面水平长度足够），不计任何阻力，乙图中 B 球与地面相比无高度。假定任意球与地面碰撞后都立即消失。则有关碰撞可能性分析中，下列说法正确的是（ ）



A．甲图中 A、B 不可能碰撞，B、C 不可能碰撞，A、C 可能碰撞

B．乙图中 A、B 一定碰撞，B、C 可能碰撞，A、C 可能碰撞

C．丙图中 A、B 可能碰撞，B、C 可能碰撞，A、C 可能碰撞

D．丁图中 A、B 可能碰撞，B、C 不可能碰撞，A、C 不可能碰撞

题型四：逆向处理斜抛运动

解题要点：对斜上抛运动，从抛出点到最高点的运动可逆过程分析，看成平抛运动，分析完整的斜上抛运动，还可根据对称性求解某些问题.

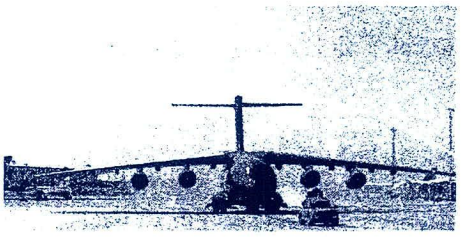
【精选例题】

【例 1】过水门仪式是国际民航中最高级别的礼仪。如图所示，“水门”是由两辆消防车喷出的水柱形成的，两条水柱形成的抛物线对称分布，且刚好在最高点水平相遇。已知水柱喷出时的速度大小为 40m/s，从喷出到在最高点相遇所用时间为 2s。重力加速度 $g=10m/s^2$，不计空气阻力和水流之间的相互作用，下列说法正确的是（　　）

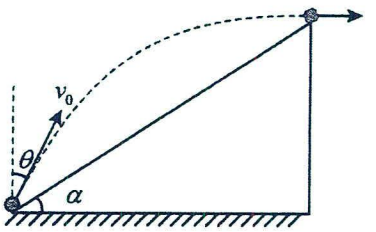
A．“水门”距喷出点的高度为 5m　　B．“水门”的宽度为 $40\sqrt{3}$m

C．在最高点相遇时，水柱的速度为 20m/s

D．水喷出的瞬间，速度与水平方向夹角为 30°



【例 2】（多选题）如图，将小球由一倾角为α的固定斜面底端沿与竖直方向夹角$\theta=30°$的速度v_0斜向上抛出，小球恰好以水平速度经过斜面顶端。小球可视为质点，不考虑空气阻力，已知重力加速度为 g。下列说法正确的（　）



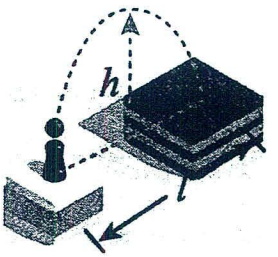
A．小球经斜面顶端飞过的速度为$\frac{v_0}{2}$

B．小球由斜面底端运动至顶端的时间为$\frac{\sqrt{3}v_0}{2g}$

C．斜面的高度为$\frac{3v_0^2}{4g}$　　D．斜面的倾角α为30°

【跟踪训练】

1．“跳一跳”游戏要求操作者通过控制一质量为 m 的“i”形小人（可视为质点）脱离平台时的速度，使其能从同一水平面上的一个平台跳到旁边另一等高的平台上。如图所示的抛物线为“i”形小人在某次跳跃过程中的运动轨迹，轨迹的最高点距平台上表面的高度为 h，两次落点间的水平距离为 l，不计空气阻力，重力加速度为 g，则下列说法正确的是（　　）



A．“i”形小人在跳跃过程中的运动时间为$2\sqrt{\frac{h}{g}}$

B．“i”形小人的水平初速度为$\frac{l}{2}\sqrt{\frac{g}{h}}$

C．“i“形小人落到另一平台上时的速度等于$\sqrt{2gh}$

D．“i”形小人落到另一平台上时速度方向与水平方向间夹角的正切值为$\frac{4h}{l}$

题型五：斜抛中的极值问题

解题要点：(1)物体的射高：$H_m=\frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$；

(2)物体的射程：$x_m=\frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}$

(3)当θ＝45°时，射程 x_m 最大。即初速度 v_0 大小一定时，沿θ＝45°方向斜向上抛出时，射程最大。

【精选例题】

【例 1】推铅球是一项体育运动，巧用物理知识及技巧可以使其射程最远、成绩最佳。如图甲所示，某同学沿着与水平方向的夹角为θ的方向以初速度v_0斜向上推出铅球，重力加速度大小为 g，不计空气阻力，忽略铅球抛出时距离地面的高度。下列说法正确的是（　　）



甲

A．铅球在空中运动的时间$\frac{2v_0}{g}$　　B．铅球在运动过程中最高点时的速度为 0

C．v_0一定时，θ越大水平射程最远　　D．v_0一定时，当$\theta=45°$时水平射程最远

【例 2】从某高处以 v_0=6m/s 的初速度、与水平方向成$\theta=30°$角斜向上抛出一石子，落地时石子的速度方向和水平方向的夹角为$\alpha=60°$，忽略空气阻力，g=10m/s^2，$\sqrt{3}=1.73$，结果均保留 2 位有效数字。求：

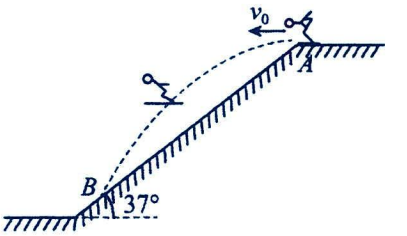
（1）石子在空中运动的时间 t；（2）石子的水平射程 x；

（3）石子抛出后，相对于抛出点能到达的最大高度H_m；

（4）抛出点离地面的高度 h。

【跟踪训练】

1．（多选题）跳台滑雪需要利用山势特点建造一个特殊跳台。一运动员穿着专用滑雪板，不带雪杖，在滑雪道上获得较高速度后从 A 点沿水平方向飞出，在空中飞行一段距离后在山坡上 B 点着陆，如图所示。已知运动员（可视为质点）从 A 点水平飞出的速度 v_0=20m/s，山坡可看成倾角为 37°的斜面，不考虑空气阻力，g=10m/s^2，sin37°=0.6，cos37°=0.8，下列说法正确的是（　　）（**提示**：沿斜面、垂直于建系分解，垂直于斜面速度分量变为零时，物体离斜面最远）



A．运动员从飞出至落在斜面上的位移大小为 75m

B．运动员落在斜面上的速度大小为 30m/s

C．经过 1.5s 运动员离斜面最远

D．运动员离斜面的最远距离为 9m

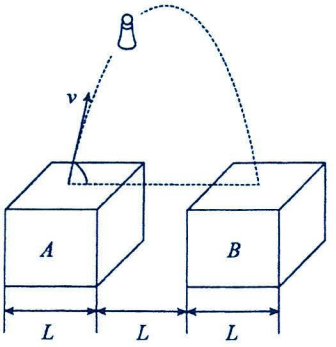
小妙招：处理物体离斜面最远这类问题，可将物体的运动分解为沿斜面和垂直与斜面，同时重力加速度 g 也需要分解，此时物体的运动可看作沿斜面的匀加速直线运动和垂直于斜面的匀减速直线运动，当垂直于斜面的速度减为零时，物体离斜面最远。

2．“跳一跳”小游戏模拟了斜抛运动．玩家通过按压屏幕时间的长短控制棋子跳动的水平距离。某次游戏中，棋子从正方体平台 A 上表面中心跳向正方体平台 B，初速度方向在过平台 A、B 中心的竖直面内。平台的边长和平台间距离均为L，空气阻力不计，棋子的大小忽略不计，重力加速度为g，（斜抛运动的轨迹关于通过最高点的竖直线对称）。

（1）若某次游戏中棋子上升的最大高度为H，求棋子从最高点落到平台 B 上表面中心的时间；

（2）求（1）情形下，棋子落到平台 B 上表面中心的速度与水平方向夹角的正切值；

（3）保持棋子初速度与水平方向夹角θ不变，为使棋子能落在平台 B 上，求棋子初速度大小的取值范围。



第三讲：探究抛体运动的特点

一、实验目的

1．用实验的方法描出平抛运动的轨迹。

2．用实验描出的轨迹求解平抛物体的初速度。

二、实验原理、器材

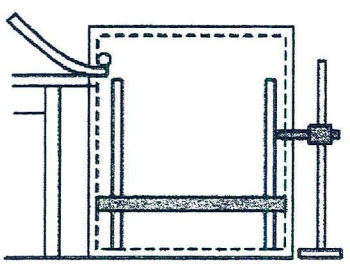
1．原理：使小球做平抛运动，利用描迹法描绘小球的运动轨迹，建立坐标系，测出轨迹曲线上某一点的坐标 x 和 y，由公式 $x=v_0t$ 和 $y=\frac{1}{2}gt^2$，可得 $v_0=x\sqrt{\frac{g}{2y}}$。

2．实验器材(以斜槽法为例

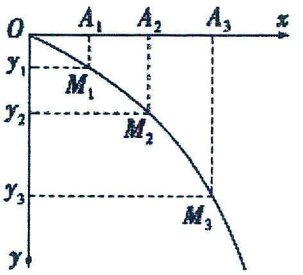
斜槽(带小球)、木板及竖直固定支架、白纸、图钉、重垂线、三角板、铅笔、刻度尺。

三、实验步骤与操作(以斜槽法为例)

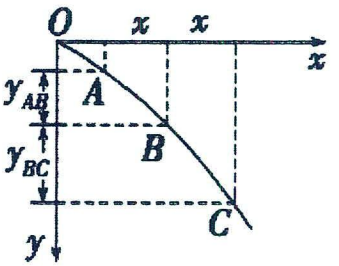
1．安装(调整)背板：将白纸放在复写纸下面，然后固定在装置背板上，并用重垂线检查背板是否竖直。



甲



乙



丙

2.安装(调整)斜槽：将固定有斜槽的木板放在实验桌上，用平衡法检查斜槽末端是否水平，也就是将小球放在斜槽末端直轨道上，小球若能静止在直轨道上的任意位置，则表明斜槽末端已调水平，如图甲所示。

3．描绘运动轨迹：让小球在斜槽的某一固定位置由静止滚下，并从斜槽末端飞出开始做平抛运动，小球落到倾斜的挡板上，挤压复写纸，会在白纸上留下印迹。取下白纸用平滑的曲线把这些印迹连接起来，就得到小球做平抛运动的轨迹。

4．确定坐标原点及坐标轴：选定斜槽末端处小球球心在白纸上的投影的点为坐标原点 O，从坐标原点 O 画出竖直向下的 y 轴和水平向右的 x 轴。

四、实验数据处理

1．判断平抛运动的轨迹是不是抛物线

如图乙所示，在 x 轴上作出等距离的几个点 A_1、A_2、A_3…，把线段 OA_1 的长度记为 l，则 $OA_2=2l$，$OA_3=3l$，由 A_1、A_2、A_3…向下作垂线，与轨迹交点分别记为 M_1、M_2、M_3…，若轨迹是一条抛物线，则各点的 y 坐标和 x 坐标之间应该满足关系式 $y=ax^2$(a 是待定常量)，用刻度尺测量某点的 x、y 两个坐标值代入 $y=ax^2$ 求出 a，再测量其他几个点的 x、y 坐标值，代入 $y=ax^2$，若在误差范围内都满足这个关系式，则这条曲线是一条抛物线。

2．计算平抛物体的初速度（**常考考点：求初速度和抛出点坐标**）

情境 1：若原点 O 为抛出点，利用公式 $x=v_0t$ 和 $y=\frac{1}{2}gt^2$，即可求出多个初速度 $v_0=x\sqrt{\frac{g}{2y}}$，最后求出初速度的平均值，这就是做平抛运动的物体的初速度。

情境 2：若原点 O 不是抛出点

(1)在轨迹曲线上取三点 A、B、C，使 $x_{AB}=x_{BC}=x$，如图丙所示。A 到 B 与 B 到 C 的时间相等，设为 T。

(2)用刻度尺分别测出 y_A、y_B、y_C，则有 $y_{AB}=y_B-y_A$，$y_{BC}=y_C-y_B$。

(3)$y_{BC}-y_{AB}=gT^2$，且 $v_0T=x$，由以上两式得 $v_0=x\sqrt{\frac{g}{y_{BC}-y_{AB}}}$。

(4)根据 $y_{BC}+y_{AB}=2T\cdot v_B$，抛出点为 O'到 B 的竖直位移 $y=\frac{v_B^2}{2g}$，则抛出点的纵坐标为$-(y-y_{OB})$；

抛出点为 O'到 B 的水平位移 $x_1=v_0\cdot t=v_0\cdot\frac{v_B}{g}$，则抛出点的纵坐标为$-(x_1-x)$。

五、误差分析

1．斜槽末端没有调节成水平状态，导致初速度不水平。

2．坐标原点不够精确等。

六、注意事项

1．固定斜槽时，要保证斜槽末端的切线水平，保证小球的初速度水平。

2．固定木板时，木板必须处在竖直平面内且与小球运动轨迹所在的竖直平面平行，固定时要用重垂线检查坐标纸竖线是否竖直。

3．小球每次从斜槽上的同一位置由静止释放，为此，可在斜槽上某一位置固定一个挡板。

4．要在斜槽上适当高度释放小球，使它以适当的水平初速度抛出，其轨迹由木板左上角到达右下角，这样可以减小测量误差。

5．坐标原点不是槽口的端点，应是小球出槽口时球心在木板上的投影点。

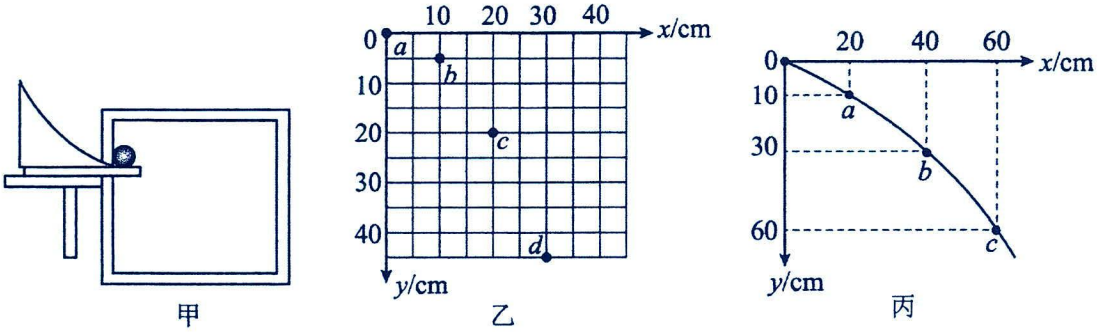
6．计算小球的初速度时，应选距抛出点稍远一些的点为宜，以便于测量和计算。

考点一：原型试验

题型一：

【精选例题】

【例 1】"银河"学习小组利用频闪数码照相机做"探究平抛运动的特点"实验，实验装置如图甲所示。



甲　　乙　　丙

(1)实验中，下列说法合理的是（　　）

A．斜槽一定要光滑，其末端必须水平　　B．每次小球都必须从同一高度自由滑下

C．平板必须竖直，斜槽末端必须水平　　D．平板竖直固定，必须取槽口处为坐标原点

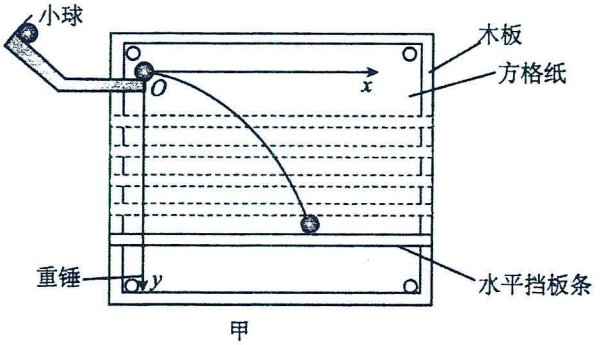
(2)某一学习小组的同学用频闪数码照相机连续拍摄，在有坐标纸的背景屏前，拍下了小球做平抛运动过程中的多张照片，合成后的照片如图乙所示。a、b、c、d 为连续四次拍下的小球位置，已知照相机闪光的频率 f = 10 Hz，图中的实际长度已标出。分析图乙可知，a 点_____（填"是"或"不是"）小球做平抛运动的起点，小球做平抛运

动的水平初速度大小 v_0 = _____m/s（结果保留一位小数）。

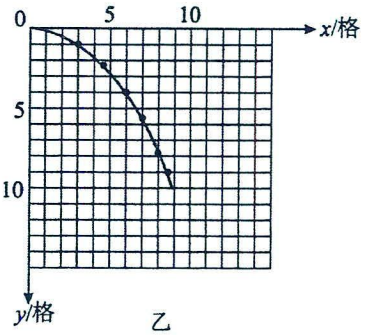
(3)另一学习小组得到小球运动过程中 O、a、b、c 四个点，以 O 为原点，以水平方向为 x 轴，竖直方向为 y 轴，其他点的坐标位置如图丙，不计空气阻力。根据图像中的数据可知，小球抛出点的坐标为（_____cm）。（$g=10m/s^2$）

【跟踪训练】

1．某同学用甲图所示装置做“研究平抛物体的运动”的实验，他先调整斜槽轨道使槽口末端切线水平，然后在方格纸上建立好直角坐标系 xOy，将方格纸上的坐标原点 O 与轨道槽口末端正上方小球球心处重合，Oy 轴与重锤线重合，Ox 轴沿水平方向。实验步骤如下：



甲



乙

I.让小球从斜槽上某一高度由静止滚下，经过一段水平轨道后抛出，并落在水平挡板条与木板之间夹层内不再弹起，记下小球在此位置时球心在方格纸上的投影点迹；

II.依次下移水平挡板条的位置，重复步骤（1），得到小球球心在方格纸上的其他投影点迹；

III.用平滑曲线将方格纸上的点迹连成小球的运动轨迹，如图乙所示。

已知图中每个方格的边长为 $L=5cm$，重力加速度为 $g=10m/s^2$。则

(1)小球平抛的初速度 v_0=_____m/s；（计算结果取两位有效数字）

(2)下列情况中，你认为会对实验结果产生误差的是_____。

A．通过小球穿过水平挡板来确定小球在轨迹上的位置，挡板是否均匀下移对实验不会产生误差，

B．在斜槽上释放小球时的位置不同

C．小球在斜槽轨道上滚动过程中有摩擦力

D．斜槽轨道槽口末端切线不够水平

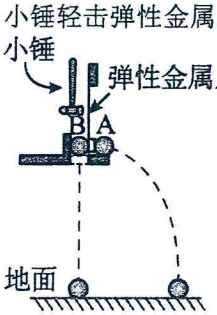
E．水平挡板有时放置不够水平（产生左右倾斜）

考点二：创新实验

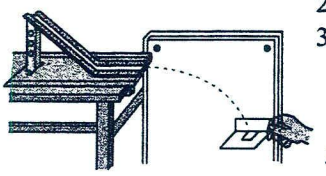
题型一：

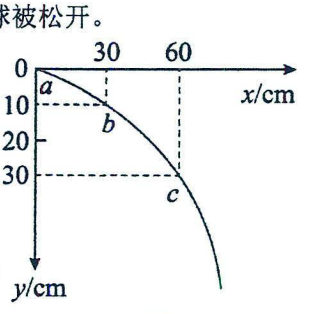
【精选例题】

【例 1】某同学用如图甲所示的装置“探究平抛运动及其特点”，实验操作是：在小球 A、B 处于同一高度时，用小锤轻击弹性金属片使 A 球水平飞出，同时 B 球被松开。

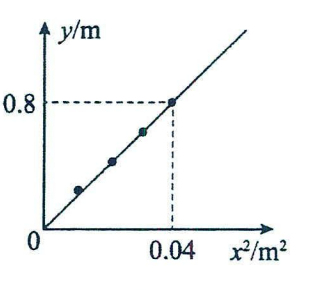


甲


乙



丙



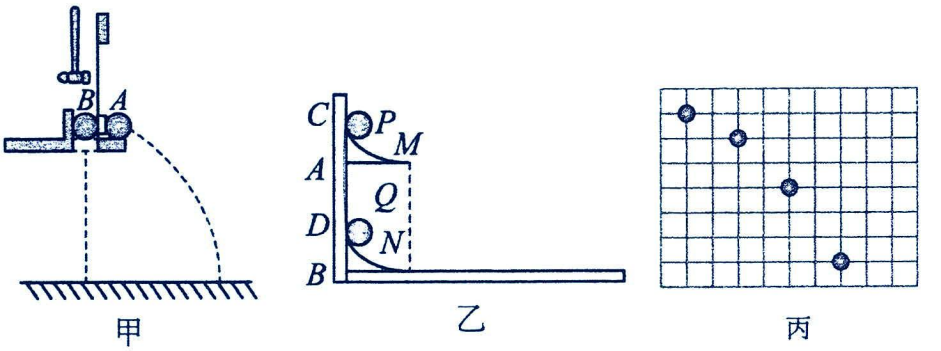
丁

(1)该同学观察到的现象是：小球 A、B_____（填“同时”或“先后”）落地。上述现象说明：平抛运动的竖直分运动是____（填“自由落体”或“匀速直线”）运动。

(2)该同学用图乙所示方法记录平抛运动的轨迹如图丙所示，a、b、c 三点表示小球运动过程中经过的三个位置，重力加速度 $g=10m/s^2$，空气阻力不计，则小球做平抛运动的初速度大小为 v_0=_____m/s。（保留两位有效数字）

(3)另一同学重新进行实验，以抛出点为坐标原点，水平向右为 x 轴正方向，竖直向下为 y 轴正方向，在轨迹上选取间距较大的几个点，确定其坐标，并在直角坐标系内绘出了 $y\text{-}x^2$ 图像如图丁所示，重力加速度 $g=10m/s^2$，则此小球平抛的初速度大小为 v_0=_____m/s。

【例 2】(一)为了探究做平抛运动的物体的运动规律，实验小组设计了下面实验。



甲　　乙　　丙

(1)如图，是两个研究平抛运动的演示实验装置，对于这两个演示实验的认识，下列说法正确的是（　　）

A．甲图中，两球同时落地，说明平抛小球在水平方向上做匀速运动

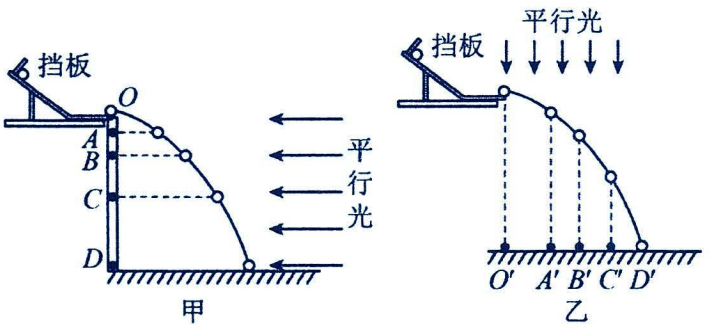
B．甲图中，两球同时落地，说明平抛小球在竖直方向上做自由落体运动

C．乙图中，两球恰能相遇，说明平抛小球在水平方向上做匀速运动

D．乙图中，两球恰能相遇，说明平抛小球在水平方向上做自由落体运动

(2)某一实验小组采用频闪照相法拍摄到如图丙的小球做平抛运动的照片，图中每个小方格的边长为 L＝1.25cm，则由图可求得拍摄时每_____s 曝光一次，该小球做平抛运动的初速度大小为_____m/s。（$g=9.8m/s^2$）

(二)另一实验小组采取如下实验操作

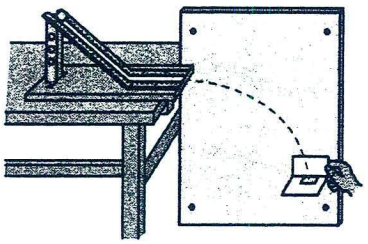


(3)如图甲所示，OD 为一竖直木板，小球从斜槽上挡板处由静止开始运动，离开 O 点后做平抛运动。右侧用一束平行光照射小球，小球在运动过程中便在木板上留下影子。用频闪照相机拍摄小球在运动过程中的位置以及在木板上留下的影子的位置，如图中 A、B、C、D 点。现测得各点到 O 点的距离分别为 5.0cm，19.8cm，44.3cm，78.6cm。根据影子的运动情况可知小球在竖直方向上的运动为_____运动。其加速度为_____m/s^2（已知照相机的闪光频率为 10Hz）（计算结果保留两位有效数字）

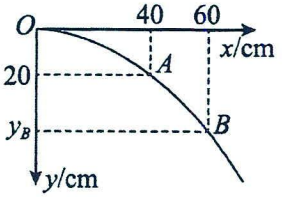
(4)若将平行光改为沿竖直方向，小球在运动过程中会在地面上留下影子，如图乙所示，用频闪照相机拍摄的影

子的位置如图中的O'、A'、B'、C'、D'点。现测得各点到O'点的距离分别为19.6cm、39.8cm、60.2cm、79.6cm。根据影子的运动情况可知小球在水平方向上的运动为_____运动。其速度为_____m/s。（计算结果保留两位有效数字）

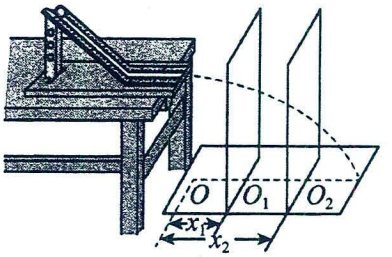
【例3】“研究平抛物体的运动”实验的装置如图甲所示。小球从斜槽上滚下，经过水平槽飞出后做平抛运动。每次都使小球从斜槽上同一位置由静止滚下，在小球运动轨迹的某处用带孔的卡片迎接小球，使小球恰好从孔中央通过而不碰到边缘，然后对准孔中央在白纸上记下一点。通过多次实验，在竖直白纸上记录小球所经过的多个位置，用平滑曲线连起来就得到小球做平抛运动的轨迹。



甲



乙



丙

(1)实验所需的器材有：白纸、图钉、平板、铅笔、弧形斜槽、小球、重垂线、有孔的卡片，除此之外还需要的一项器材是（　　）

A．天平　　B．秒表　　C．刻度尺

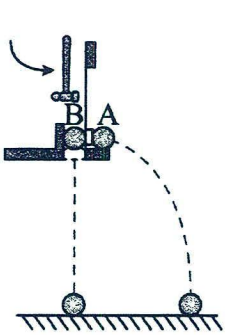
(2)如图乙是在实验中记录的一段轨迹。已知小球是从原点O水平抛出的，经测量A点的坐标为（40cm，20cm），g取10m/s^2，则小球平抛的初速度v_0=_____m/s，若B点的横坐标为x_B=60cm，则B点的纵坐标为y_B_____m。

(3)一同学在实验中采用了如下方法：如图丙所示，斜槽末端的正下方为O点。用一块平木板附上复写纸和白纸，竖直立于正对槽口前的O_1处，使小球从斜槽上某一位置由静止滚下，小球撞在木板上留下痕迹A。将木板向后平移至O_2处，再使小球从斜槽上同一位置由静止滚下，小球撞在木板上留下痕迹B。O、O_1间的距离为x_1，O、O_2间的距离为x_2，A、B间的高度差为y。则小球抛出时的初速度v_0为（　　）

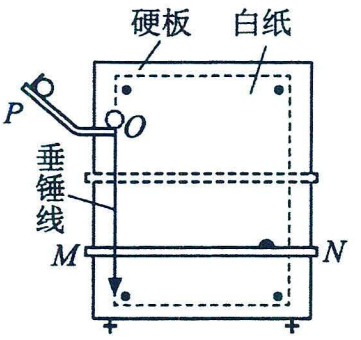
A．$\sqrt{\frac{(x_2^2-x_1^2)g}{2y}}$　　B．$\sqrt{\frac{(x_2^2+x_1^2)g}{2y}}$　　C．$\frac{x_2+x_1}{2}\sqrt{\frac{g}{2y}}$　　D．$\frac{x_2-x_1}{2}\sqrt{\frac{g}{2y}}$

【跟踪训练】

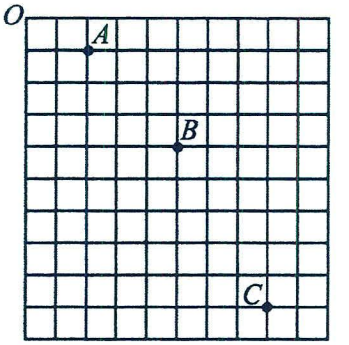
1．某位同学探究平抛运动规律时，进行如下操作，先采用甲图的方式定性研究平抛运动竖直方向的运动规律，然后再采用乙图的方式定量研究平抛运动，得到了如图丙坐标系中的几个点。



甲



图乙



图丙

(1)甲图现象说明_____。

A．平抛运动在竖直方向的分运动是自由落体运动　　B．两小球在空中运动的时间相等

C．两小球落地时速度相等

D．若地面不平，而是一个斜面，两球一定同时落地

(2)乙图所示的实验中以下操作必要的是_____。

A．实验过程中必须让斜槽光滑

B．将小球放于斜槽下方末端任意位置，看其是否滚动从而检验斜槽末端是否水平

C．同一次实验过程，小球可以不用从斜槽上同一位置静止释放

D．可以在小球上涂上墨汁，让小球平抛过程在坐标纸上与纸接触画出运动轨迹

(3)他们记录了小球在运动途中经过 A、B、C 三个位置，如图丙所示，已知实验时所用方格纸的每个格的边长 L=1.6cm，取 g 取 9.8m/s^2，则该小球做平抛运动的初速度大小 v_0=_____m/s（计算结果取三位有效数字），图中 O 点_____（填“是”或“不是”）小球做平抛运动的抛出点。

2．(一)用图 1 装置做“探究平抛运动特点”的实验时，用小锤击打弹性金属片，A 球沿水平方向抛出，同时 B 球自由落下。某次实验，频闪照相记录两小球在不同时刻的位置如图 2 所示。

（1）为了减小中空气阻力的影响，实验所用的小球应选小_____（选填“钢”或“塑料”）球。

（2）实验时，有以下两个步骤：a、用小锤击打弹性金属片，b、打开频闪仪。正确的操作顺序是_____（选填“先 a 后 b”“先 b 后 a”或“a 和 b 同时”）。

（3）利用图 2，根据任意时刻 A、B 两球_____相同，可判断 A 球竖直方向做自由落体运动，根据_____，可判断 A 球水平方向做匀速直线运动。

（4）若实验所用小球直径为 D，用刻度尺测得图 2 中小球直径为 d，B 球三个相邻时刻的竖直高度差分别为 y_1、y_2，A 球两个相邻时刻水平距离 x，重力加速度为 g。利用这些数据计算 A 球平抛初速度为_____。

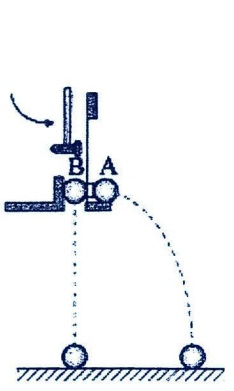


图1

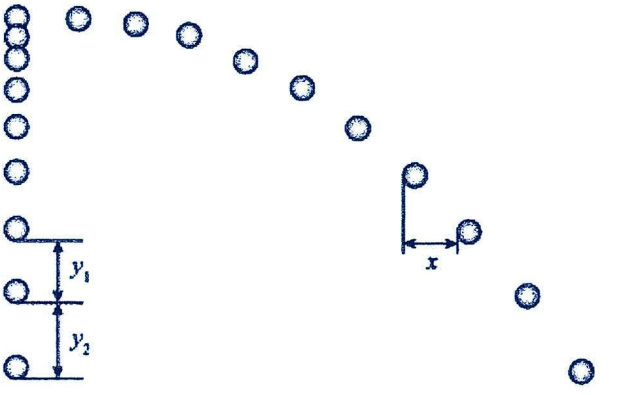


图2

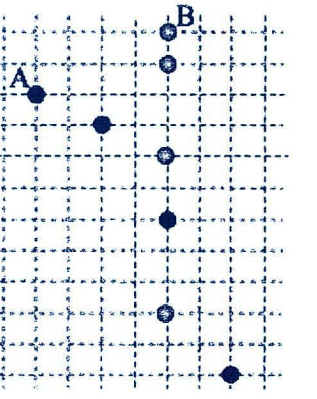


图 3

(二)另一兴趣小组的同学在实验室进行了这样一个实验：从空中的某点静止释放一个小球 B，同时从另一个点将小球 A 水平抛出，与此同时开启频闪相机，拍下第一张照片。两小球运动过程的频闪照片如图 3 所示。拍摄时，频闪相机的拍照频率为 10Hz，背景的坐标纸小方格为相同的正方形。重力加速度 g 取 10m/s^2，不计阻力。

(1)小方格的边长为 L=_____cm；

(2)根据这张照片可以确定平抛运动的水平分运动为匀速直线运动的理由是_____；

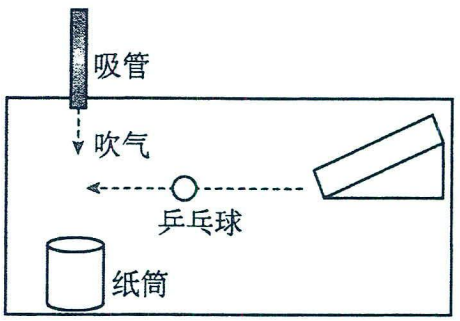
(3)小球 A 做平抛运动的初速度大小为 v_0=_____m/s；

(4)两小球相距最近时，小球 A 的速度大小为 v=_____m/s。

综合练习（一）

一、单选题

1．如图所示，乒乓球从斜面滚下后，以某一速度在水平的桌面上做直线运动。在与乒乓球路径垂直的方向上放一个直径略大于乒乓球的纸筒。当乒乓球经过纸筒正前方时，用吸管对着球横向吹气。下列说法正确的是（　　）



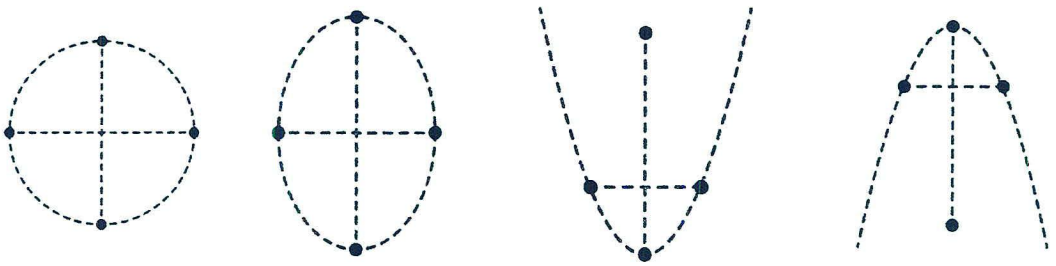
A．乒乓球仍沿着直线运动

B．乒乓球将偏离原来的运动路径，但不进入纸筒

C．乒乓球一定能进入纸筒

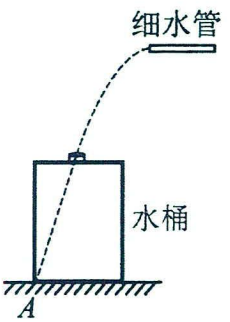
D．只有用力吹气，乒乓球才能进入纸筒

2．在同一位置同时朝着上、下、左、右四个方向抛出四个小球，小球的初速度大小均相等。不考虑空气阻力，则经过一段时间后（小球均未落地），四个小球的位置可能为（　）



A　　B　　C　　D

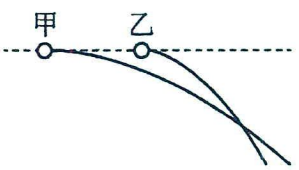
3．如图所示，某同学取水时，发现水平细水管到水平地面的高度恰好为水桶高的两倍。在地面上平移水桶，水恰好从桶口中心无阻挡地落到桶底边沿 A 点，不计空气阻力，重力加速度大小为 g，则水从细水管出水口到桶口中心的时间与从桶口中心落到 A 点的时间之比为（　　）



A．1:1　　B．$\left(\sqrt{2}+1\right):1$

C．$1:\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{2}:1$

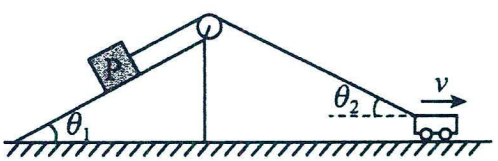
4．同一水平线上相距为 L 的两位置沿相同方向水平抛出两小球甲和乙，两球在空中相遇，运动轨迹如图所示。不计空气阻力，则下列说法正确的是（　）



A．甲球要先抛出才能相遇　　B．在任意相同时间内两球速度的变化量相同

C．两球相遇时乙球速度更大　　D．两球相遇时甲球加速度更大

5．质量为 m 的物体 P 置于倾角为 θ_1 的固定光滑斜面上，轻细绳跨过光滑定滑轮分别连接着 P 与小车，P 与滑轮间的细绳平行于斜面，小车以速率 v 水平向右做匀速直线运动，当小车与滑轮间的细绳和水平方向成夹角 θ_2 时（如图），下列判断正确的是（　　）



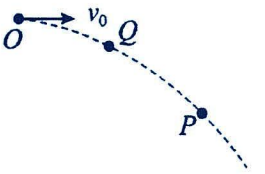
A．P 的速率为 v　　B．P 的速率为 $\dfrac{v}{\cos\theta_2}$

C．绳的拉力大于 $mg\sin\theta_1$　　D．绳的拉力等于 $mg\sin\theta_1$

6．如图甲所示，农民用手抛撒谷粒进行水稻播种。某次一颗谷粒被水平抛出的运动轨迹如图乙所示，O 为抛出点，Q、P 为轨迹上两点，且谷粒在 OQ 间与 QP 间运动的时间相等。忽略空气阻力，下列说法正确的是（　　）



甲



乙

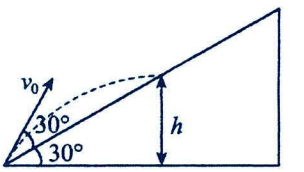
A．谷粒在 P 点时的速度大小是在 Q 点速度大小的 2 倍

B．谷粒在 OQ 间竖直方向的位移大小与 QP 间竖直方向的位移大小相等

C．谷粒在 OQ 间水平方向的位移大小与 QP 间水平方向的位移大小相等

D．谷粒在 P 点时速度与水平方向间的夹角是在 Q 点时速度与水平方向间夹角的 2 倍

7．如图所示，倾角为30°的斜面固定在水平地面上，一可视为质点的小球从斜面底端斜向上抛出，速度方向与斜面夹角为30°，落到斜面上的位置距地面高度 $h=10\text{m}$，重力加速度大小取 $g=10\text{m/s}^2$，不计空气阻力，则小球的初速度 v_0 大小为（　　）



A．20m/s　　B．$20\sqrt{3}$m/s　　C．10m/s　　D．$10\sqrt{3}$m/s

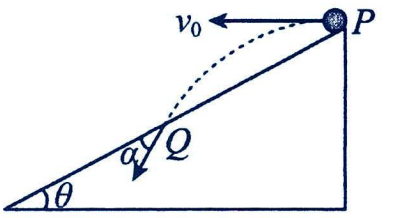
8．如图，从倾角为 θ 的足够长的斜面顶端 P 以初速度 v_0 水平抛出一个小球，落在斜面上 Q 点，小球落在斜面上的速度与斜面的夹角为 α，若把水平抛出时的初速度变为 $2v_0$，小球仍落在斜面上，则下列说法正确的是（　　）

A．小球落在斜面上的速度与斜面的夹角 α 将变大

B．PQ 间距变为原来间距的 2 倍

C．小球在斜面上做平抛运动的时间变为原来平抛运动时间的 2 倍

D．小球落在斜面上的速度大于原来落在斜面上时速度的 2 倍



二、多选题

9．物体在做平抛运动的过程中，在相等的时间内，下列物理量相等的是（　）

A．速度的增加量　　B．加速度　　C．路程　　D．平均速度

10．关于曲线运动，下列说法正确的是（　　）

A．曲线运动的加速度不可能为零

B．物体在恒力作用下不可能做曲线运动

C．相同时间内速度变化量一定不相等

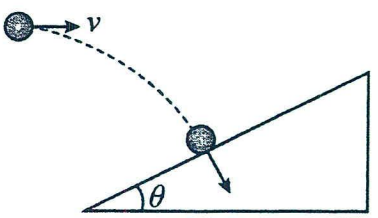
D．所有做曲线运动的物体，所受合外力方向与速度方向肯定不在一条直线上

11．小船在静水中速度为 4m/s，它在一条流速为 3m/s，河宽为 160m 的河中渡河，则（　　）

A．小船不可能垂直河岸正达对岸　　B．小船渡河时间可能为 50s

C．小船渡河时间至少需 40s　　D．小船在 40s 时间渡河，到对岸时被冲下 120m

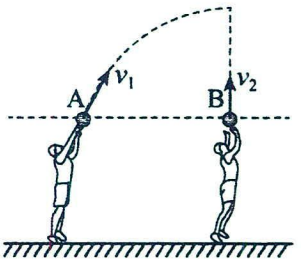
12．如图所示，以 10m/s 的水平速度抛出的物体，飞行一段时间后垂直撞在倾角为 $\theta=30°$ 的斜面上，g 取 $10m/s^2$ 以下结论正确的是（　）



A．物体的飞行时间是 $\sqrt{3}s$　　B．物体撞击斜面时的速度大小为 20m/s

C．物体飞行的时间是 2s　　D．物体下降的距离是 10m

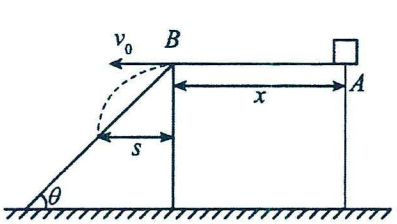
13．如图，两位同学同时在等高处抛出手中的篮球 A、B，A 以速度 v_1 斜向上抛出，B 以速度 v_2 竖直向上抛出，当 A 到达最高点时恰与 B 相遇。不计空气阻力，A、B 质量相等且均可视为质点，重力加速度为 g，以下判断正确的是（　）



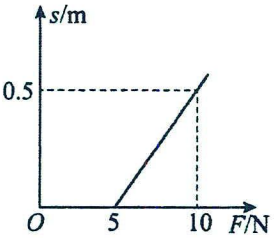
A．相遇时 A 的速度一定为零　　B．相遇时 B 的速度一定为零

C．A 从抛出到最高点的时间为 $\frac{v_2}{g}$　　D．从抛出到相遇，A、B 速度的变化量相同

14．如图甲所示，AB 为粗糙水平桌面，倾角为 θ 的斜面顶端位于 B 点，可视为质点的质量为 1kg 的物块置于 A 点。用不同的水平拉力 F 作用于物块上，使物块从 A 点由静止开始运动，当物块运动到 B 点时撤去拉力 F，测出物块在不同拉力作用下落在斜面上的水平射程 s，作出如图乙所示的 $s-F$ 图像。已知 AB 间距离为 x，$\theta=45°$，重力加速度 $g=10m/s^2$，物块与水平桌面间的动摩擦因数为 μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，可得（　）



甲



乙

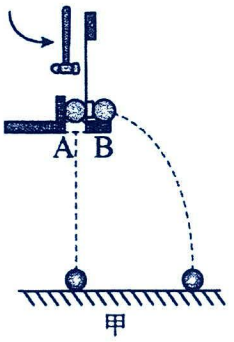
A．$\mu=0.5$　　B．$\mu=0.25$　　C．$x=0.5m$　　D．$x=0.25m$

三、实验题

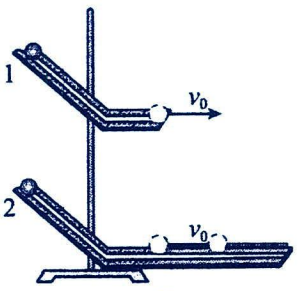
15．在“探究小球做平抛运动的特点”的实验中。

（1）如图甲所示的实验中，观察到两球同时落地，说明平抛运动在竖直方向做_____；如图乙所示的实验：将两个光滑斜轨道固定在同一竖直面内，轨道末端水平，把两个质量相等的小钢球，从斜面的相同高度由静止同时释放，观察到球 1 落到水平板上并击中球 2，这说明平抛运动在水平方向做_____。

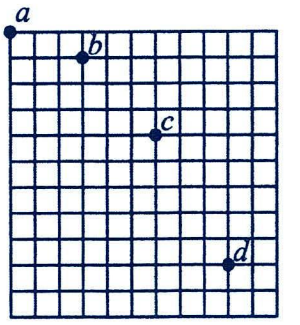
（2）该同学用频闪照相机拍摄到如图所示的小球平抛运动的照片，小球在平抛运动中的几个位置如图中的 a、b、c、d 所示，已知照相机每隔 0.1s 曝光一次，则照片中小方格的边长 $L=$_____cm，小球平抛初速度 $v_0=$___ m/s（当地重力加速度大小 $g=10m/s^2$）。



甲



乙



16．某兴趣小组为探究平抛运动的特点，做了如下几个实验：

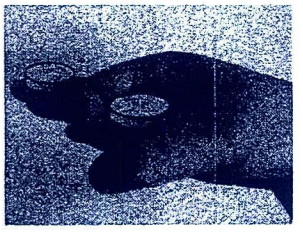


图1

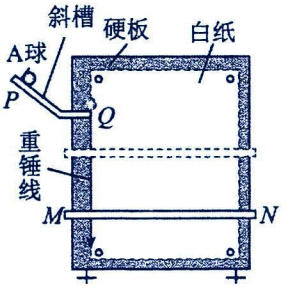


图2

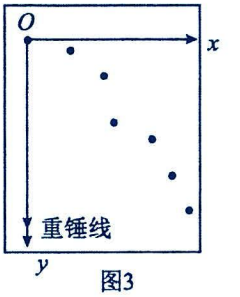


图3

(1)用象棋中的两枚棋子，一枚置于拇指与弯曲的食指之间，另一枚放于中指上，它们处于同一高度，如图 1 所示，食指弹击放于中指上的棋子使其水平飞出，同时拇指食指间的棋子被释放。由此可判断_____

A．平抛运动的水平分运动是匀速直线运动　　B．平抛运动的竖直分运动是自由落体

C．降低手所在高度，两棋子不同时落地

(2)兴趣小组利用如图 2 所示装置在白纸上“打下”一系列痕迹点，如图 3 所示，其中一个偏差较大的点产生的原因可能是该次实验_____

A．斜槽轨道不光滑　　B．挡板 MN 未水平放置

C．A 球未从静止释放　　D．A 球释放的高度偏低

(3)在图 3 上画出平抛运动的轨迹_____

(4)在图 3 上建立直角坐标系，其中 O 点为平抛运动的起点。在轨迹上任取一点，测量出其到 x 轴的距离为 a，到 y 轴的距离为 b，重力加速度为 g，小球质量为 m，则小球经过该点时的速度大小为____（用 a、b、m、g 表示）

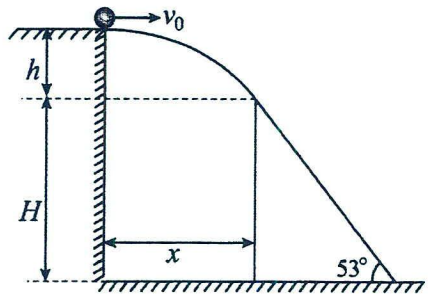
(5)根据所画轨迹，能否证明平抛运动的水平分运动是匀速直线运动？如果可以，请写出证明方案；如果不能，请写出理由。____。

四、解答题

17．如图所示，一小球自平台上水平抛出，恰好落在邻近平台的一倾角为θ=53°的光滑斜面顶端，并刚好沿光滑斜面下滑，已知斜面顶端与平台的高度差 h=0.8m，重力加速度 g=10m/s²，sin53°=0.8，cos53°=0.6，求：

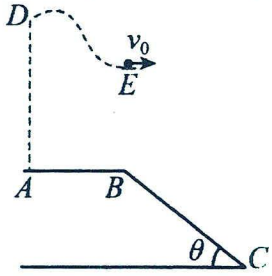
(1)小球达到斜面顶端速度大小是多少？

(2)若斜面顶端高 H=7.2m，则小球离开平台后经多长时间 t 到达斜面底端？



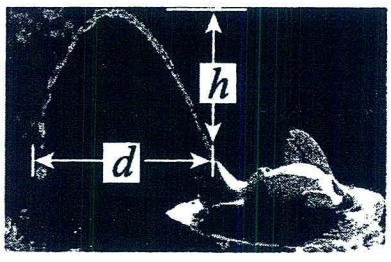
18．如图，B 是平地 AB 和斜坡 BC 的交接处，斜坡的倾角为 37°，小明站在 B 处遥控无人机。A 处的无人机获得大小为其重力 2 倍、方向竖直向上的持续升力，由静止开始上升 2s 后到达 D 处。改变飞行模式，无人机飞到 B 点正上方 17m 处的 E 点时，无人机上的摄像机脱落，摄像机以 v_0=2m/s 的速度水平向右抛出，为避免坠毁，小明立即从 B 点沿斜坡向下做匀加速直线运动去接住摄像机．设斜坡足够长，取 sin37°=0.6，cos37°=0.8，g 取 10m/s²。求：(1)D 点与 A 点的高度差 h；

(2)无人机从 E 处到达斜面上的时间。



19．如图是一个很有创意的喷泉，一只躺在荷叶上的青蛙吐出了一股水流，该水流在空中形成了一道美丽的抛物线，已知隐藏在青蛙口中的喷管截面积 S=$\sqrt{3}\times10^{-4}$m²，喷出的水流速率恒定，水密度ρ=10^3kg/m³，图示照片拍摄的时刻，水流左侧最低点刚好与青蛙嘴等高，到青蛙嘴的距离为 $d=\frac{\sqrt{3}}{5}$m，水流最高点到蛙嘴高度 h=0.15m。忽略空气阻力，喷出的水视为斜抛运动，g=10m/s²，求：(1)最高处水流的速率；

(2)空中的水的质量。



20．风洞实验室可以产生水平方向、大小可以调节的风力。如图所示，两水平面 L_1、L_2（图中虚线）的间距为 H，虚线区域存在方向水平向右、大小恒定的风力。在该区域下边界上的 O 点，将质量为 m 的小球以一定的初速度竖直向上抛出，小球从上边界的 M 点离开虚线区域，经过一段时间，小球又从上边界的 N 点再次进入虚线区域，小球再次进入虚线区域后做直线运动，最后小球从下边界的 P 点离开。已知小球从 P 点离开时，其速度为从 O 点进入时的 2 倍。不计虚线区域上方的空气阻力，重力加速度为 g。求：（计算结果可用根号表示。）

(1)从 O 点进入直到从 P 点离开，小球在竖直方向和水平方向分别做什么运动？

(2)O、M 的水平距离与 N、P 的水平距离之比；

(3)虚线区域中水平风力的大小；



第四讲：圆周运动

考点一：认识圆周运动

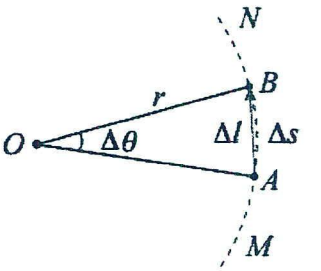
1.圆周运动：

(1)定义：物体运动轨迹为圆或圆弧的机械运动。

(2)性质：非匀变速曲线运动。

(3)）匀速圆周运动：如果物体沿着圆周运动，并且速度的大小处处相等，即为匀速圆周运动。

2.线速度：描述圆周运动的物体运动快慢的物理量。

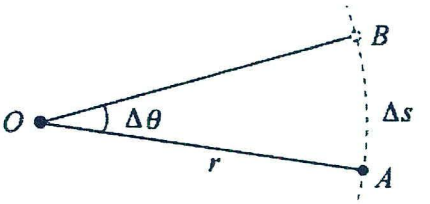


(1)定义式：$v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$；单位：m/s。

(2)矢标性：是矢量，方向和半径垂直，和圆周相切。

(3)匀速圆周运动中，$v=\frac{2\pi r}{T}$ (T 为运动一个圆周的时间，祥见下文) 。

3.角速度：描述物体绕圆心转动快慢的物理量。



（1）定义式：$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$；单位：rad/s。

（2）矢标性：是矢量.。

（3）匀速圆周运动中，$v=\frac{2\pi}{T}$ (T 为运动一个圆周的时间，祥见下文)。

（4）ω与 v 的关系：$v=\omega\cdot r$。

4.周期(T)、频率(f)、转速(n)

(1)周期与频率：

周期是物体沿圆周运动一周所用的时间；

频率是物体 1 s 内完成圆周运动的圈数，周期与频率互为倒数。

(2)转速：单位时间内物体转过的圈数。

(3)矢标性：周期、频率与转速都是标量

(4)单位：T 的单位：s；f 的单位：Hz；n 的单位：r/s、r/min。

(5)公式：$T=\frac{2\pi r}{v}=\frac{1}{f}$ **[公式中：T 的单位：s；f 的单位：Hz；n 的单位：r/s]**

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）物体受到几个恒力的作用而处于平衡状态，若再对物体施加一个恒力，则物体不可能做（　）

A．匀速直线运动　　B．匀变速直线运动　C．曲线运动　　D．圆周运动

【例 2】质点做匀速圆周运动，则（　　）

A．在任何相等的时间里，质点的位移都相等

B．在任何相等的时间里，质点通过的弧长都相等

C．在任何相等的时间里，质点运动的平均速度都相同

D．在任何相等的时间里，连接质点和圆心的半径转过的角度不相等

【跟踪训练】

1．物体做匀速圆周运动，下列说法中正确的是（　）

A．物体的速度大小始终不变，物体做的是匀速运动

B．物体的速度大小不变，但方向时刻改变，是在做匀变速曲线运动

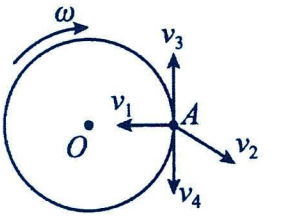
C．物体的速度大小不变，因而加速度为零，处于平衡状态

D．物体做的是变速运动，具有加速度，所受合外力不可能为零

题型二：圆周运动基础计算

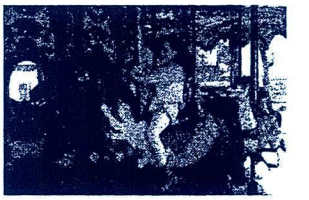
【精选例题】

【例 1】如图所示，一圆盘在纸面内以O为圆心顺时针转动，其边缘上 A 点的速度方向标示可能正确的是（　　）



A．v_1　　B．v_2　　C．v_3　　D．v_4

【例 2】游乐场的旋转木马是小朋友们非常喜欢的游玩项目。如图所示，一小孩坐在旋转木马上，绕中心轴在水平面内做匀速圆周运动，圆周运动的半径为 3.0m，小孩旋转 5 周用时 1min，则小孩做匀速圆周运动时（　　）



A．周期为 0.2s　　B．角速度为$\frac{\pi}{3}\mathrm{rad/s}$

C．线速度为$\frac{\pi}{6}\mathrm{m/s}$　　D．向心加速度为$\frac{\pi^2}{12}\mathrm{m/s^2}$

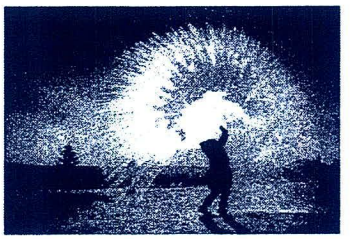
【例 3】在东北严寒的冬天，人们经常玩一项“泼水成冰”的游戏，具体操作是把一杯开水沿弧线均匀快速地泼向空中。图甲所示是某人玩“泼水成冰”游戏的瞬间，其示意图如图乙所示。泼水过程中杯子的运动可看成匀速圆周运动，人的手臂伸直，在 0.5 s 内带动杯子旋转了 210°，人的臂长约为 0.6 m。下列说法正确的是（　　）

A．泼水时杯子的旋转方向为顺时针方向

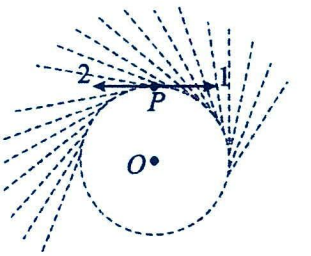
B．P 位置飞出的小水珠初速度沿 1 方向

C．杯子在旋转时的角速度大小为$\frac{7\pi}{6}\mathrm{rad/s}$

D．杯子在旋转时的线速度大小约为$\frac{7\pi}{5}\mathrm{m/s}$



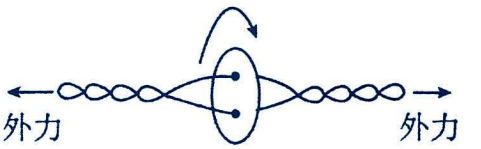
图甲



图乙

【跟踪训练】

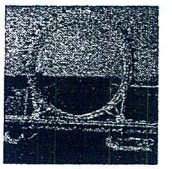
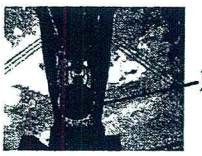
1．如图所示为“旋转纽扣”游戏。用力反复拉线两端，纽扣逆、顺转动交替，纽扣绕其中心转动。则纽扣边缘各质点（　　）



A．线速度相同，可能在变小　　B．线速度相同，一直在变大

C．角速度相同，可能在变小　　D．角速度相同，一直在变大

2．如图是世界上最大无轴式摩天轮——“渤海之眼”，摩天轮直径 180m，高 200m，有 36 个观景舱，在做匀速圆周运动时周期为 30min。下列说法正确的是（　　）

A．乘客的线速度保持不变　　B．乘客做匀变速曲线运动

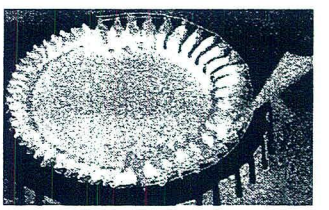
C．乘客的线速度大小约为 0.31m/s　　D．到达最低处时乘客处于失重状态

3．一质点做匀速圆周运动，其线速度大小为 4m/s，周期为 4s，则（　　）

A．角速度为 0.5rad/s　　B．转速为 0.25r/s

C．运动轨迹的半径为 1m　　D．频率为 0.5Hz

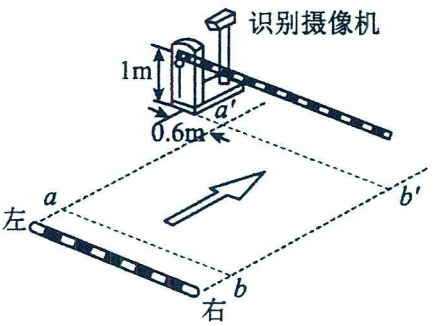
4．（多选题）劳技课上，某同学在体验糕点制作“裱花”环节时，她在绕中心匀速转动的圆盘上放了一块直径 8 英寸（20cm）的蛋糕，如图所示。若在蛋糕边缘每隔 2s 均匀“点”一次奶油（“点”奶油的时间忽略不计），蛋糕转动一周正好均匀“点”上 20 点奶油。下列说法正确的是（　　）



A．圆盘转动的周期为 40s　　B．圆盘转动的角速度大小为 $\frac{\pi}{20}$rad/s

C．蛋糕边缘的线速度大小约为 $\frac{\pi}{2}$m/s　　D．蛋糕边缘的不同点线速度是相同的

5．学校新装了一套车牌自动识别系统，如图所示。离地面高为 1m 的细直杆可绕 O 在竖直面内匀速转动。汽车从自动识别线 ab 处到达直杆处的时间为 3.0s，自动识别系统的反应时间为 1.5s；汽车可看成高 1.6m 的长方体，其左侧面底边在 aa'直线上，且 O 到汽车左侧面的距离为 0.6m，要使汽车安全通过道闸，直杆转动的平均角速度至少为（　　）

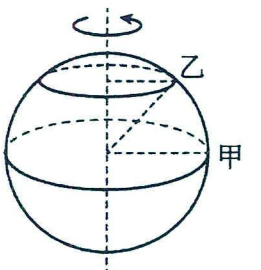


A．$\frac{\pi}{4}$rad/s　　B．$\frac{3\pi}{4}$rad/s

C．$\frac{\pi}{6}$rad/s　　D．$\frac{\pi}{12}$rad/s

题型三：线速度与角速度

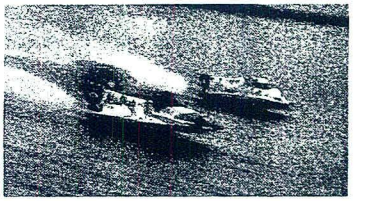
【精选例题】



【例 1】如图所示，质量相等的甲、乙两人分别站在赤道和纬度为 45° 的地面上，他们随地球一起绕地轴做匀速圆周运动，则甲、乙两人角速度之比正确的是（　　）

A．$1:\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{2}:1$　　C．1:1　　D．1:2

【例 2】如图所示，A、B 两艘快艇正在水平湖面分别做匀速圆周运动，已知在相同的时间内，A、B 通过的路程之比是 4：3，运动方向改变的角度之比是 3∶2，则以下说法正确的是（　　）



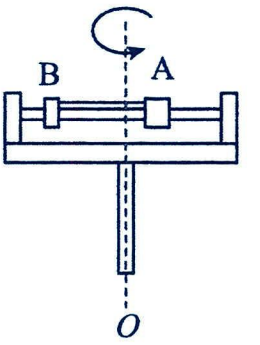
A．A、B 运动的线速度大小之比为 3∶4

B．A、B 运动的角速度大小之比为 2∶3

C．A、B 运动的周期之比为 3∶2

D．A、B 做圆周运动的半径之比为 8∶9

【跟踪训练】



1．（多选题）两个小滑块A、B用细绳相连，套在光滑轻杆上。当这一装置绕竖直轴做水平面的匀速圆周运动时，A、B两滑块恰相对杆静止，且A与圆心O点相距R，B与圆心O点相距2R。如图所示，下列说法正确的是（　　）

A．A、B转动的角速度之比为1:2　　B．A、B转动的线速度之比为1∶2

C．A、B质量之比为2∶1　　D．A、B所受合外力之比为1:1

2．A、B两个质点，分别做匀速圆周运动，在相等时间内它们通过的弧长之比Δs_A：Δs_B=4：3，转过的圆心角之比$\Delta\theta_A$：$\Delta\theta_B$=3：2.则下列说法中正确的是（　　）

A．它们的线速度大小之比为v_A：v_B=3：4　　B．它们的角速度之比为ω_A：ω_B=2：3

C．它们的周期之比为T_A：T_B=2：3　　D．它们的周期之比为T_A：T_B=3：2

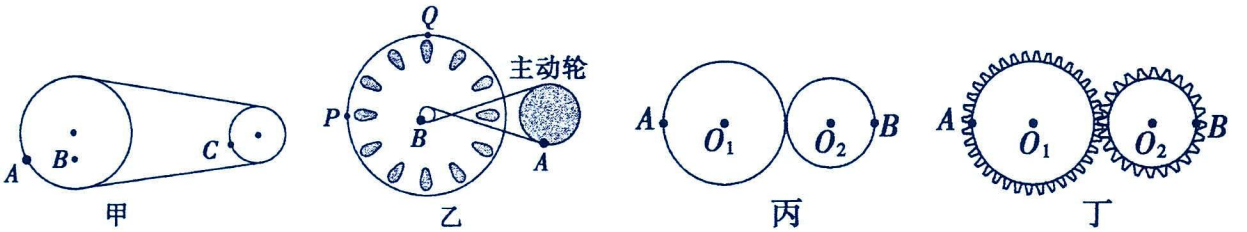
考点二：传动问题

常见的三类传动方式及特点

1 皮带传动：**边缘上各点线速度大小相等**

(1)如图甲、乙，皮带与两轮之间无相对滑动时，与皮带接触的轮子转动方向相同,且边缘上各点线速度大小相等：图甲中$v_A=v_C\neq v_B$，图乙中$v_A=v_B\neq v_P=v_Q$.

(2)角速度与半径成反比：图甲中：$\frac{\omega_A}{\omega_C}=\frac{R_C}{R_A}$；图乙中：$\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{R_B}{R_A}$。



2.摩擦传动和齿轮传动：**边缘上各点线速度大小相等**

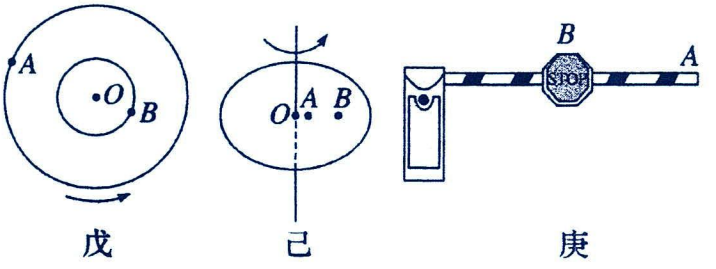
(1)如图丙、丁，两轮边缘接触，接触点无打滑现象时，两轮转动方向相反，且边缘线速度大小相等，即$v_A=v_B$。

(2)角速度与半径成反比：图丙、丁中：$\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{R_B}{R_A}$；图丁重：齿数之比满足：$\frac{N_B}{N_A}=\frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{R_B}{R_A}$。

3.同轴传动：**角速度相同**

(1)如图戊、己、庚所示，绕同一转轴转动的物体，转动方向相反，角速度相同，即$\omega_A=\omega_B$。

(2)线速度与半径成正比：$\frac{v_A}{v_B}=\frac{R_A}{R_B}$。



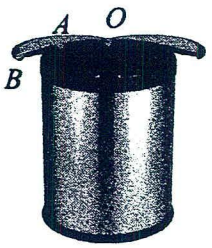
解题要点：确定传动方式→确定v或者ω相同→确定其他物理量的关系

题型一：定性判断

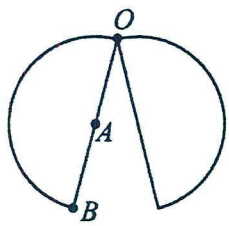
【精选例题】

【例 1】图甲是一款感应垃圾桶。手或垃圾靠近其感应区，桶盖会自动绕 O 点水平打开，如图乙所示。桶盖打开过程中其上 A、B 两点的角速度分别为ω_A、ω_B，线速度分别为v_A、v_B，则（　）

A．$\omega_A > \omega_B$　　B．$\omega_A < \omega_B$　　C．$v_A = v_B$



甲



乙

【例 2】如图 1 所示为胶片电影放映机，放完电影后需要倒胶片。图 2 为倒胶片示意图，将胶片由 b 轮倒到 a 轮上，P、Q 为图示时刻两轮边缘胶片上的两点，主动轮 a 轮转动的角速度不变，下列说法中正确的是（　　）

A．相同时间内倒到 a 轮上的胶片长度越来越长

B．从动轮 b 轮转动的角速度也不变

C．图示时刻 P、Q 两点的角速度$\omega_P < \omega_Q$

D．图示时刻 P、Q 两点的向心加速度$a_P < a_Q$

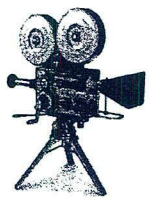


图1

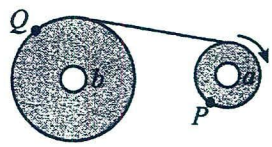
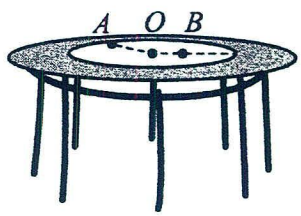


图2

【例 3】如图所示，有一个很大的圆形餐桌，水平桌面中间嵌着一可绕中心轴 O 转动的圆盘，圆盘上 A 处和 B 处各放一个菜盘，OA 大于 OB，圆盘匀速转动，两菜盘均视为质点且不打滑。下列说法正确的是（　　）

A．A 处菜盘的周期比 B 处菜盘大　　B．A 处菜盘的周期比 B 处菜盘小

C．A 处菜盘的线速度比 B 处菜盘大　　D．A 处菜盘的线速度比 B 处菜盘小

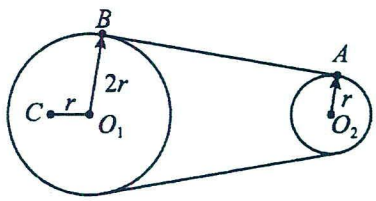


【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，两个皮带轮的转轴分别是 O_1 和 O_2，设转动时皮带不打滑，则皮带轮上 A、B、C 三点的速度和角速度关系是（　　）

A．$v_A = v_B > v_C$　　B．$v_A = v_C < v_B$

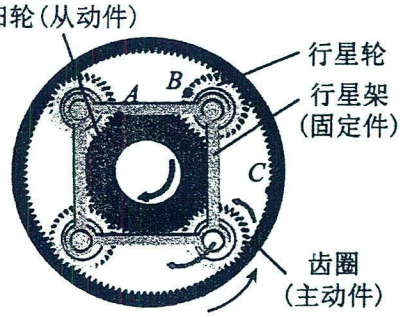
C．$\omega_A > \omega_B = \omega_C$　　D．$\omega_A = \omega_B > \omega_C$



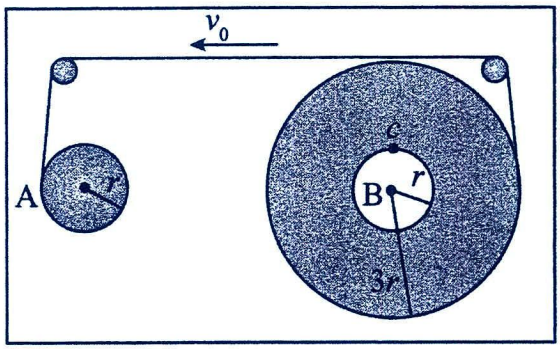
2．如图所示为“行星减速机”的工作原理图。“行星架”为固定件，中心“太阳轮”为从动件，其半径为R_1，周围四个“行星轮”的半径为R_2，“齿圈”为主动件，其中$R_1 = 2R_2$。A、B、C 分别是“太阳轮”“行星轮”“齿圈”边缘上的点。则在该状态下（　　）

A．A 点与 B 点的角速度相同　　B．A 点与 C 点的转速相同

C．B 点与 C 点的周期相同　　D．A 点与 C 点的线速度大小相同



3．磁带在生活中有较为广泛的应用，磁带盒可以简化为如图所示的结构，A、B 为缠绕磁带的两个轮子，半径均为 r。听力播放前，磁带全部绕在 B 轮上，其外缘半径为 3r；播放听力的过程中，磁带逐渐绕到 A 轮上。磁带内部通过复杂的装置，使磁带传动的速度大小 v_0 保持不变。下列说法正确的是（　　）



A．开始播放听力时，B 轮的角速度为 $\frac{v_0}{r}$

B．开始播放听力时，B 轮边缘上 c 点的线速度大小为 $\frac{1}{3}v_0$

C．听力播放的过程中，A 轮的转速不断增大

D．听力播放的过程中，B 轮的转速不断减小

题型二：定量计算

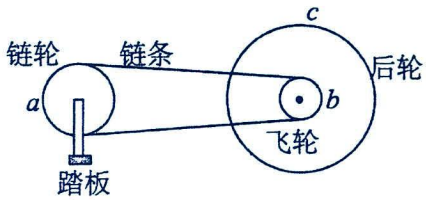
【精选例题】

【例 1】无链自行车就是用轴和齿轮组合代替链条和链轮组合，和普通链条自行车相比，其它的部件是一样的，但是改变了传动的方式。如图所示，是无链条自行车用轴和齿轮组合部分的传动原理图，圆锥齿轮 a 和圆锥齿轮 c 彼此完全咬合，a 的齿数是 40，c 的齿数是 20，则圆锥齿轮 a 和圆锥齿轮 c 的线速度之比为（　　）



A．1:1　　B．2:1　　C．1:2　　D．1:4

【例 2】绿色出行，自行车是一种不错的选择。自行车基本原理如图所示，a、b、c 分别为链轮、飞轮和后轮上的三个点，已知链轮、飞轮和后轮的半径之比为 2:1:6，将后轮悬空，匀速转动踏板时，a、b、c 三点的（　）



A．线速度大小之比为 6:6:1　　B．角速度之比为 1:6:6

C．转速之比为 2:2:1　　D．周期之比为 2:1:1

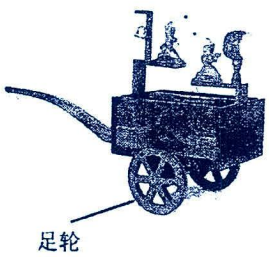
【例 3】（多选题）清华大学科学博物馆复原的记里鼓车，又名大章车，如图甲所示，晋《古今注》中记载："大章车，所以识道里也，起于西京，亦曰记里车。车上为二层，皆有木人，行一里，下层击鼓：行十里，上层击镯。"记里鼓车内部设置了三级齿轮机构，通过齿轮的啮合将车轮的转动传递给车身上的木人，从而实现每隔一段距离击鼓和击镯，类似现代车辆的里程表。其原理如图乙所示，立轮和足轮固定同一车轴上，立轮和下平轮通过齿轮啮合，下平轮和旋风轮固定在同一立轴上，旋风轮和中平轮通过齿轮啮合，中平轮带动固定在同一轴上的上凸轮转动，固定在上凸轮边缘的拨片在转动过程中拨动拉着小人手臂的细线，从而实现"击鼓记里"的目的。齿轮的齿数如图所示。下列说法正确的是（　　）

A．足轮每转动 1 圈，下平轮就转动 3 圈

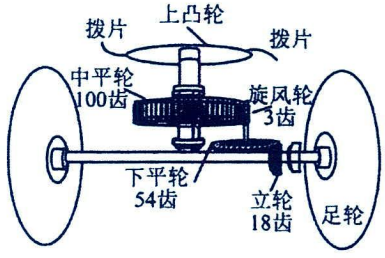
B．足轮每转动 3 圈，旋风轮就转动 1 圈

C．旋风轮每转动 100 圈，中平轮就转动 3 圈

D．足轮每转动 100 圈，上凸轮就转动 1 圈



图甲



图乙

【跟踪训练】

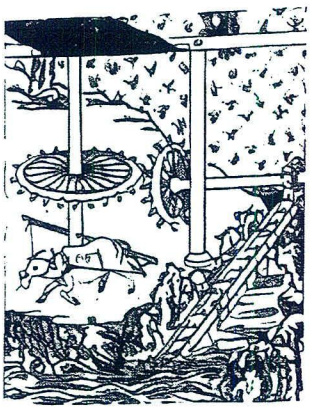
1．如图所示是一辆单车，A、B、C 三点分别为单车轮胎和两齿轮外沿上的点，其中 $R_A=2R_B=5R_C$，下列说法中正确的是（　　）

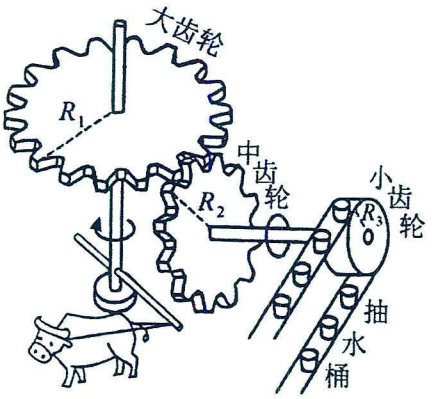


A．B 点与 C 点的角速度，$\omega_B=\omega_C$　　B．A 点与 C 点的线速度，$v_C=v_A$

C．A 点与 B 点的角速度，$2\omega_A=5\omega_B$　　D．A 点和 B 点的线速度，$v_A=2v_B$

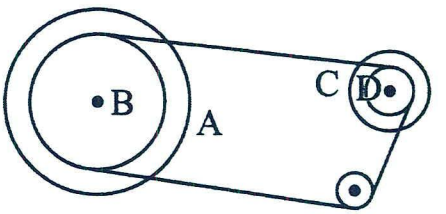
2．如图所示是《天工开物》中牛力齿轮的图画及其原理简化图，牛拉动横杆驱动半径为 R_1 的大齿轮匀速率转动，大齿轮与半径为 R_2 的中齿轮垂直咬合，中齿轮通过横轴与半径为 R_3 小齿轮相连，小齿轮驱动抽水桶抽水，已知牛拉横杆转一圈需要时间为 t，则抽水桶的运动速率约为（　　）





A．$\frac{2\pi R_1R_3}{R_2t}$　　B．$\frac{2\pi R_1}{R_2R_3t}$　　C．$\frac{R_1R_3}{2\pi R_2t}$　　D．$\frac{R_1R_3t}{2\pi R_2}$

3．变速自行车靠变换齿轮组合来改变行驶速度。如图所示是某一变速自行车齿轮传动结构示意图，图中 A、B 轮齿数为 48、42，C、D 轮齿数为 18、12，若脚踏板转速一定，下列说法不正确的有（　　）



A．该自行车可变换两种不同档挡

B．该自行车可变换四种不同档挡

C．当 B 轮与 C 轮组合时，骑行最轻松

D．若该自行车的最大行驶速度为 4m/s，则最小行驶速度为 2.33m/s

题型三：钟表问题

解题要点：假设钟表中时针、分针、秒针运动时间相同的情况下（如 1h），判断各针转过的角度，进行比较。

【精选例题】

【例 1】时钟正常工作时，时针、分针、秒针都在做匀速转动，那么（　　）

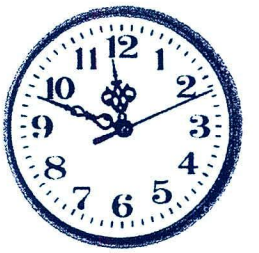
A．时针的周期为 1h，分针的周期为 1min，秒针的周期是 1s

B．时针尖端的转速最小，分针次之，秒针尖端的转速最大

C．秒针每隔 1min 与分针相遇一次

D．秒针的角速度是分针的 60 倍，分针的角速度是时针的 60 倍

【跟踪训练】

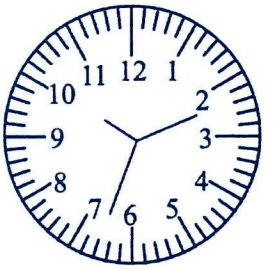


1．机械手表中的分针与秒针可视为匀速转动。请你仔细观察一下，分针与秒针从第一次重合至第二次重合，中间经历的时间最接近（　　）

A．59s　　B．60s

C．61s　　D．与分针位置有关的一个变量

2．科技小组设计了如图所示的钟表，时针、分针、秒针的长度之比是2:3:4，秒针转一圈仍是60s，分针转一圈仍是60min，时针转一圈变为24h，则关于该时钟下列说法正确的是（　　）



A．秒针、分针、时针的角速度之比为1440:60:1

B．秒针、分针、时针的周期之比为1:60:1440

C．秒针、分针、时针的针尖的线速度之比为720:45:1

D．秒针、分针、时针的针尖的向心加速度之比为4:9:16

考点三：多解问题

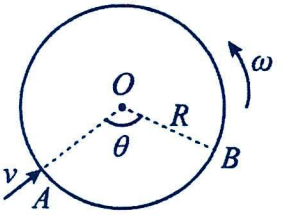
模型概述：由于圆周运动的周期性，从而出现多解问题。两物体运动类型不影响两个运动的具有等时性。

题型一：匀速直线运动与圆周结合的多解问题

解题要点：如【例1】子弹从A射入B射出，该过程中子弹作匀速直线运动，通过2R的位移，纸筒在相同时间内转过π-θ或者π-θ+n·2π，就能结合圆周运动的基本规律求解。

【精选例题】

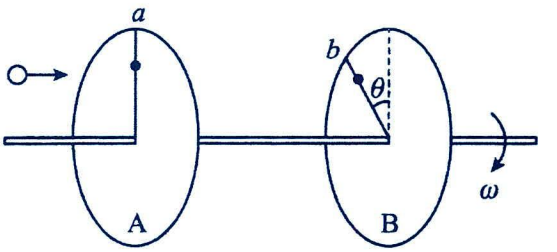
【例1】如图所示，一粒子弹沿半径AO方向由纸筒上点A打进并从纸筒上的点B高速穿出，纸筒半径为R，且绕其中心轴O匀速转动，角速度为ω，若AB弧所对的圆心角为θ。则子弹入射的最大速度v大约为（　　）



A．ωR　　B．$\frac{2\omega R}{\pi-\theta}$　　C．$\frac{2\omega R}{\theta}$　　D．$\frac{\omega R}{\theta}$

【跟踪训练】

1．为了测定子弹的飞行速度，在一根水平放置的轴杆上固定两个薄圆盘A、B，盘A、B平行且相距2m，轴杆的转速为3600r/min，子弹穿过两盘留下两弹孔a、b，测得两弹孔所在半径的夹角$\theta=30°$，如图所示。则该子弹的速度可能是（　　）



A．360m/s　　B．720m/s

C．1440m/s　　D．108m/s

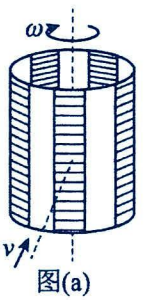
2．某射击游戏道具如图（a）所示，将圆形转筒十等分后间隔排列五片弧形薄板，其余位置留空，俯视图如图（b）所示。已知转筒直径d=1m，角速度ω=8πrad/s，小德用玩具手枪瞄准中轴线随机打出一枪，弹丸可认为做水平匀速直线运动且速度v_1=20m/s，弹丸穿过薄板后速度会减半，忽略空气阻力和弹丸穿过薄板所需时间，下列说法正确的是（　　）

A．薄板上各点线速度相同

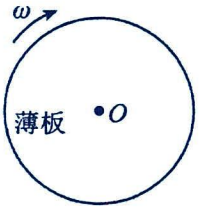
B．薄板上一定会留下一个弹孔

C．若增大角速度，薄板上至少会留下一个弹孔

D．若减小角速度，薄板上至少会留下一个弹孔



图(a)

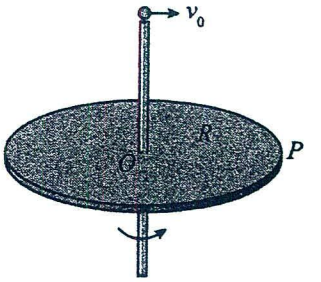


图(b)

题型二：匀变速运动与圆周结合的多解问题

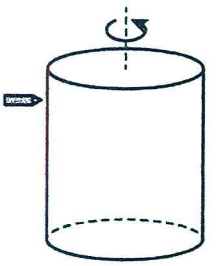
【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，水平圆盘绕过圆心 O 的竖直轴匀速转动，P 为圆盘边缘上的一点，当圆盘转动到图示位置时，在 O 点的正上方 0.8m 处将一个可视为质点的小球以速度 v_0 平行于 OP 方向水平抛出，若小球与圆盘只碰撞一次，且恰好落在 P 点，重力加速度 g 取 10m/s^2，则圆盘转动的角速度大小可能是（　　）



A．$2.5\pi\text{rad/s}$　　B．$5\pi\text{rad/s}$　　C．$7.5\pi\text{rad/s}$　　D．$10\pi\text{rad/s}$

【例 2】（多选题）如图所示，半径为 R 的竖直圆筒绕中心轴线以恒定的转速匀速转动。子弹（可视为质点）以大小为 v_0 的水平速度沿圆筒直径方向从左侧射入圆筒，从右侧射穿圆筒后发现两弹孔在同一竖直线上，不计空气阻力及圆筒对子弹运动的影响，重力加速度大小为 g，圆筒足够长，下列说法正确的是（　）



A．在圆筒中的运动时为 $\dfrac{2\pi R}{v_0}$　　B．两弹孔的高度差为 $\dfrac{2gR^2}{v_0^2}$

C．圆筒转动的周期可能为 $\dfrac{R}{v_0}$　　D．若仅改变圆筒的转速，则子弹不可能在圆筒上只打出一个弹孔

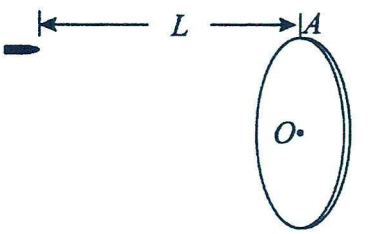
【例 3】（多选题）一位同学玩飞镖游戏，已知飞镖距圆盘为 L 对准圆盘上边缘的 A 点水平抛出，初速度为 v_0，飞镖抛出的同时，圆盘以垂直圆盘且过盘心 O 点的水平轴匀速转动。若飞镖恰好击中 A 点，下列说法正确的（　）

A．从飞镖抛出到恰好击中 A 点，A 点一定转动到最低点位置

B．圆盘转动的角速度一定满足 $\dfrac{(2k+1)}{L}\pi v_0\,(k=0,1,2\cdots)$

C．圆盘的半径为 $\dfrac{gL^2}{2v_0^2}$

D．从飞镖抛出到恰好击中 A 点的时间为 $\dfrac{2L}{v_0}$



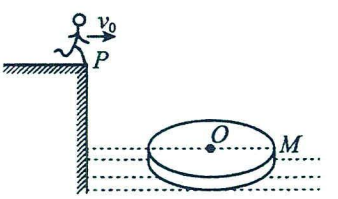
【例 4】如图所示是某闯关游戏中的一个关卡。一绕过其圆心 O 的竖直轴顺时针匀速转动的圆形转盘浮在水面上，转盘表面始终保持水平，M 为转盘边缘上一点。某时刻，一参赛者从水平跑道边缘 P 点以速度 v_0 向右跳出，初速度方向平行于 OM 方向，且运动轨迹与此时刻 OM 在同一竖直平面内，随后参赛者正好落在 M 点，不计空气阻力。下列说法正确的是（　　）

A．若跳出时刻不变，仅增大 v_0，参赛者必定落水

B．若跳出时刻不变，仅减小 v_0，参赛者一定会落在 OM 之间

C．若跳出时刻不变，仅增大转盘的角速度，参赛者仍可能落在 M 点

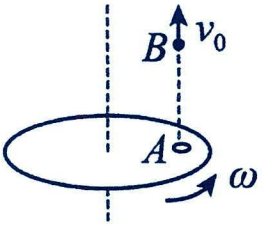
D．若跳出时刻不变，仅减小转盘的角速度，参赛者不可能落在 M 点



【跟踪训练】

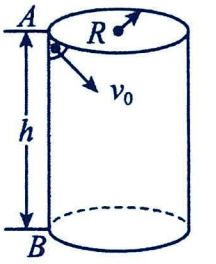
1．（多选题）如图所示，在以角速度ω转动的圆盘上有一个小孔 A，某时刻，在小孔 A 正上方高 h=1m 的 B 处有一个小球以初速度 v_0=4m/s 竖直向上抛出，最终小球刚好落进小孔 A。不计空气阻力，重力加速度 g=10m/s²。则圆盘转动的角速度可能为（　　）

A．πrad/s　　B．2πrad/s　　C．3πrad/s　　D．4πrad/s



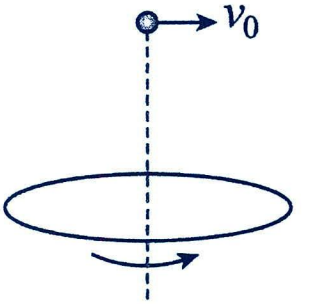
2．（多选题）如图所示，竖直薄壁圆筒内壁光滑、半径为 R，上部侧面 A 处开有小口，在小口 A 的正下方 h 处亦开有与 A 大小相同的小口 B，小球从小口 A 沿切线方向水平射入筒内，使小球紧贴筒内壁运动，要使小球从 B 口处飞出，小球进入 A 口的速度 v_0 可能为（　　）

A．$\pi R\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　B．$\pi R\sqrt{\frac{2g}{h}}$　　C．$4\pi R\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　D．$4\pi R\sqrt{\frac{2g}{h}}$



3．（多选题）如图所示，在水平匀速转动的圆盘圆心正上方一定高度处，若向同一方向以相同速度每秒抛出 N 个小球，不计空气阻力，发现小球仅在盘边缘共有 3 个均匀分布的落点，则圆盘转动的角速度可能是（　　）

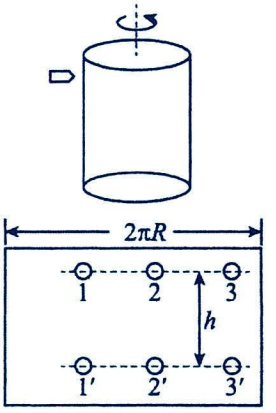
A．$\frac{2}{3}\pi N$　　B．$\frac{4}{3}\pi N$　　C．$\frac{7}{3}\pi N$　　D．$\frac{8}{3}\pi N$



4．（多选题）半径为 R 的竖直圆筒绕竖直中心轴以恒定的转速匀速转动，在某一固定位置以相同速度、相等时间间隔水平射出三颗子弹。子弹穿出圆筒后，将圆筒展开发现筒壁上留下了 6 个如图所示的弹孔，其中同一竖直线上的两弹孔为同一颗子弹留下的，两横排弹孔竖直间距为 h，同一横排两相邻弹孔间距为 $\frac{2\pi R}{3}$。重力加速度为 g。则（　　）

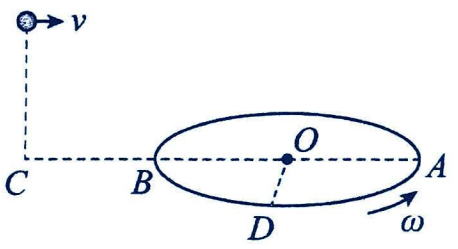
A．圆筒转动的角速度可能为 $\omega=2\pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　B．圆筒转动的角速度可能为 $\omega=7\pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$

C．子弹射出的时间间隔可能为 $\Delta t=\frac{8}{9}\sqrt{\frac{2h}{g}}$　　D．子弹射出的时间间隔可能为 $\Delta t=\frac{8}{15}\sqrt{\frac{h}{g}}$



5．如图，水平圆盘直径 AB 与 C 点共线，在 C 点正上方 h 处一可视为质点的小球，沿与 AB 平行的方向以某速度水平抛出。圆盘半径为 R，B、C 两点间距为 R，D 为圆盘边缘一点且 OD 与 AB 垂直。重力加速为 g，不计空气阻力。求：（1）当圆盘固定时，要使小球落在圆盘上，求速度大小范围；

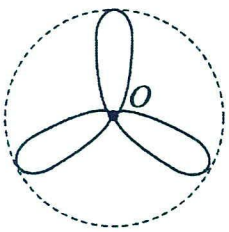
（2）若圆盘绕圆心 O 由图示位置逆时针转动，小球恰与圆盘在 D 点相遇，求圆盘转动的角速度。



题型三：闪光灯问题

模型概述：一圆盘做圆周运动，运动频率为 f_0，闪光灯闪光频率为 f_1，此时能观察到圆盘上某一质点以另一频率 f_2 做圆周运动。满足 $f_0-f_1=f_2$，正号表示与圆盘同向转动；负号表示与圆盘反向转动。

【精选例题】



【例 1】如图所示，电风扇在闪光灯下运转，闪光灯每秒闪 30 次，风扇转轴 O 上装有 3 个扇叶，它们互成 120°角，当风扇转动时，观察者感觉扇叶不动，则风扇转速不可能是（　　）

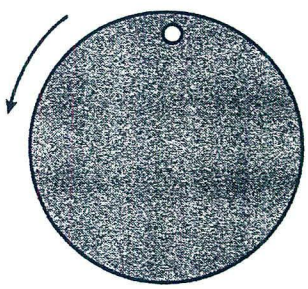
A．600 r/min　　B．900 r/min　　C．1 200 r/min　　D．3 000 r/min

解：因为电扇叶片有三个，相互夹角为 120°，现在观察者感觉扇叶不动，说明在闪光时间里，扇叶转过三分之一、或三分之二，或一周…，那么转过的角度为 $\theta=\frac{2n\pi}{3}$，n=1，2，3…

由于光源每秒闪光 30 次，所以电扇每秒转过的角度为ω=20πn，转速为 10n r/s=600n r/min

所以当 n=1 时，转速为 600 r/min；n=2 时，转速为 1 200 r/min，n=5 时，转速为 3 000 r/min；

【例 2】（多选题）带有一白点的黑色圆盘，绕过其中心且垂直于盘面的轴沿逆时针方向匀速转动，转速 $n=10$r/s。某同学在暗室中用频闪光源照射圆盘，则（　）



A．如果频闪光源每秒闪光 10 次，该同学观察到白点逆时针转动

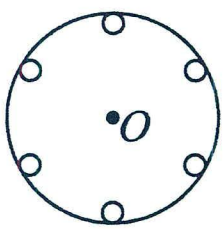
B．如果频闪光源每秒闪光 12 次，该同学观察到白点顺时针转动

C．如果频闪光源每秒闪光 15 次，该同学观察到白点顺时针转动，转速为 5r/s

D．如果频闪光源每秒闪光 20 次，该同学只能在圆盘上的两个位置观察到白点

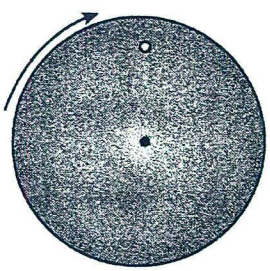
【跟踪训练】

1．一个圆柱形小物块放在水平转盘上，随着转盘一起绕 O 点匀速转动。通过频闪照相技术对其进行研究，从转盘的正上方向下拍照，得到的频闪照片如图所示，已知频闪仪的闪光频率为 24Hz，则转盘转动的最小转速是（　　）



A．4r/s　　B．8r/s　　C．12r/s　　D．16r/s

2．如图所示，带有一白点的黑色圆盘，绕过其中心且垂直于盘面的轴沿顺时针方向匀速转动，转速 n=20r/s。在暗室中用每秒闪光 25 次的频闪光源照射圆盘，则（　　）

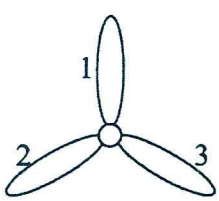


A．观察到白点始终在同一个位置　　B．观察到白点顺时针方向转动

C．观察到白点转动的周期为 0.20s　　D．观察到白点转动的周期为 0.25s

3．电风扇在相同频率的闪光灯下转动，频闪灯每秒闪光 30 次，风扇有三个均匀分布的叶片，如图所示。（1）如果风扇转动时观察不到叶片转动，则其转速为多大？

（2）如果风扇转动时观察到有稳定的六个叶片，则其转速又为多大？



考点四：向心力

1．匀速圆周运动的向心力

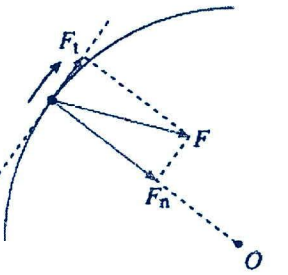
(1)作用效果：向心力产生向心加速度，只能改变速度的方向，不能改变速度的大小。

(2)大小：$F_n=ma_n=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r=m\frac{4\pi^2}{T^2}r=4m\pi^2n^2r=4m\pi^2f^2r=m\omega v$。

(3)方向：始终沿半径方向指向圆心，时刻在改变，即向心力是一个变力。

(4)来源：向心力可以由一个力提供，也可以由几个力的合力提供，还可以由一个力的分力提供；**故向心力为效果力，受力分析不画。**

2．变速圆周运动合力与向心力的特点



变速圆周运动的合力方向一般不指向圆心，可以分解为如下两个分力，如图所示。

(1)切向分力 F_t：产生切向加速度 a_t，只改变线速度的大小；当 a_t 与 v 同向时，速度增大，做加速圆周运动，反向时则速度减小，做减速圆周运动。

(2)指向圆心的分力 F_n：提供向心力，产生向心加速度 a_n，只改变线速度的方向。

3．向心力来源

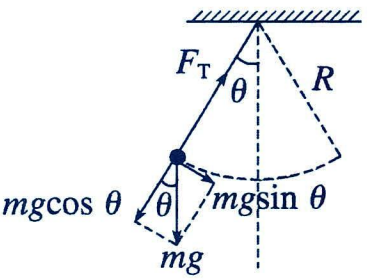
向心力是按力的作用效果命名的，可以由重力、弹力、摩擦力等各种力提供，也可以是几个力的合力或某个力的分力提供，因此在受力分析中要避免再另外添加一个向心力.

(1)常见匀速圆周运动中向心力来源

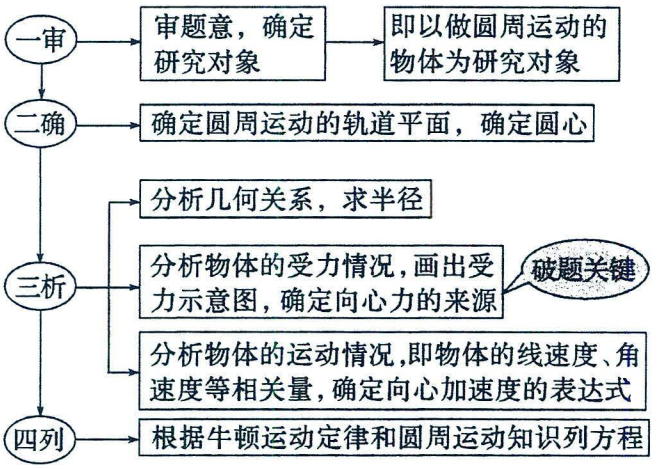
运动模型	向心力的来源图示	运动模型	向心力的来源图示
汽车在水平路面转弯	v F_f 汽车 $F_n=F_f$	飞车走壁	F_N θ F_n mg $F_n=mg\tan\theta$
水平转台(光滑)	F_T A B $F_n=F_T=m_Bg$	飞机水平转弯	F θ F_n mg $F_n=mg\tan\theta$
圆锥摆	l F_T θ F_n r mg $F_n=mg\tan\theta$ $r=l\sin\theta$	火车转弯	F_N θ F_n θ mg $F_n=mg\tan\theta$

4.变速圆周运动中向心力来源

如图所示，当小球在竖直面内摆动时，沿半径方向的合力提供向心力，$F_n=F_T-mg\cos\theta=m\frac{v^2}{R}$，如图所示.



5．圆周运动中动力学问题的分析思路



题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】下列关于运动和力的叙述中，正确的是（　　）

A．做曲线运动的物体，其加速度一定是变化的

B．物体做圆周运动，所受的合力不一定指向圆心

C．物体所受合力方向与运动方向不相同，该物体一定做曲线运动

D．物体运动的速率在增加，所受合力方向一定与运动方向相同

【例 2】（多选题）关于向心力的说法正确的有（　　）

A．做匀速圆周运动的物体，其向心力指向圆心

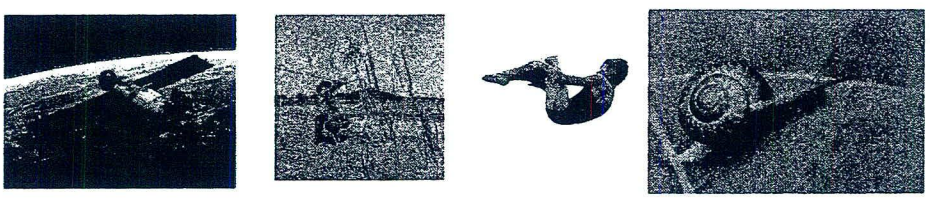
B．向心力的表达式为 $F_n=\frac{mv^2}{r}$

C．向心力的表达式为 $F_n=m\omega r$

D．向心力是根据力的性质命名的

【跟踪训练】

1．关于下列四个运动的描述，正确的是（　　）



甲　　乙　　丙　　丁

A．如图甲所示，空间站绕地球做匀速圆周运动时，速度保持不变

B．如图乙所示，在忽略空气阻力的情况下，斜向上抛出的秧苗做匀变速曲线运动

C．如图丙所示，从跳板上起跳后的运动员旋转下降时，头部的速度方向始终竖直向下

D．如图丁所示，树叶上的蜗牛做圆周运动时，受到的合力为零

2．下列关于向心力的说法中，正确的是（　　）

A．向心力总是沿半径指向圆心，且大小不变，向心力是一个恒力

B．向心力与重力、弹力、摩擦力一样，是一种特定的力，它只有在物体做圆周运动时才产生

C．向心力既能改变物体运动的方向，又能改变物体运动的快慢

D．向心力可以是重力、弹力、摩擦力等力中某一种力，也可以是这些力中某几个力的合力

题型二：向心力的来源

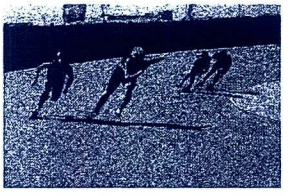
【精选例题】



【例 1】图中是用来制作豆腐的石磨。有一粒黄豆在水平石磨的上表面随石磨一起绕中心轴做匀速圆周运动，其向心力来源于（　　）

A．黄豆的重力　　B．黄豆受到的支持力

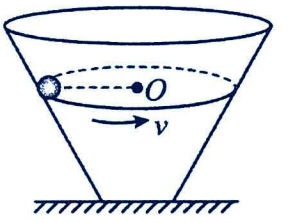
C．黄豆受到的静摩擦力　　D．黄豆的重力与其受到的支持力的合力



【例 2】如图，旱冰爱好者在地面上滑行，若他正以不变的速率沿圆弧弯道滑行，则他（　　）

A．做匀速运动　　B．所受的合力为 0

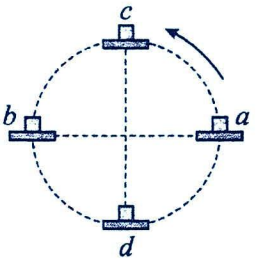
C．受到重力、摩擦力和向心力　　D．摩擦力方向始终指向圆心



【例 3】如图所示，内壁光滑的锥形圆筒固定在水平地面上，一小球沿内壁在某一水平面内做匀速圆周运动，该小球的受力情况是（　　）

A．受重力和支持力　　B．受摩擦力和向心力

C．只受支持力　　D．只受重力



【例 4】如图所示，在粗糙水平木板上放一个物块，使木板和物块一起在竖直平面内沿逆时针方向做匀速圆周运动，ab 为水平直径，cd 为竖直直径，在运动中木板始终保持水平，物块相对于木板始终静止，则（　　）

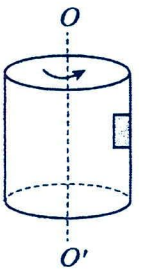
A．物块始终受到三个力作用

B．物块受到的合外力始终指向圆心

C．在 c、d 两个位置，物块所受支持力 N 相同，摩擦力 f 为零

D．在 a、b 两个位置，物块所受摩擦力提供向心力，支持力 $N=0$

【跟踪训练】

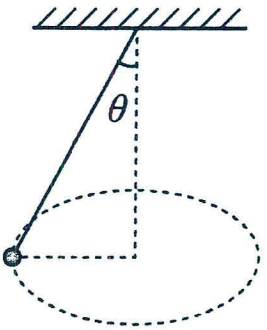


1．如图所示，在匀速转动的洗衣机脱水桶内壁上，有一件湿衣服随圆桶一起转动而未滑动，有关这件衣服的受力状况，下列说法正确的是（　　）

A．只受重力作用　　B．只受到重力和摩擦力

C．只受到重力、摩擦力和支持力　　D．只受到重力和向心力

2．（多选题）如图所示，用长为 L 的细线拴住一个质量为 M 的小球，使小球在水平面内做匀速圆周运动，细线与竖直方向的夹角为θ，重力加速度为 g，关于小球的受力情况，下列说法中正确的是（　　）



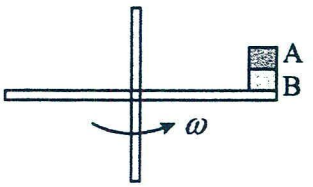
A．小球受到重力、线的拉力和向心力三个力

B．向心力是线对小球的拉力和小球所受重力的合力

C．向心力的大小等于细线对小球拉力的水平分量

D．向心力的大小等于 Mgtanθ

3.相同的物块 A、B 叠放在一起，在水平转台上随圆盘一起匀速圆周运动且和圆盘保持相对静止，正确的是（　　）



A．B 所需的向心力比 A 大

B．图中 A 对 B 摩擦力是向左的

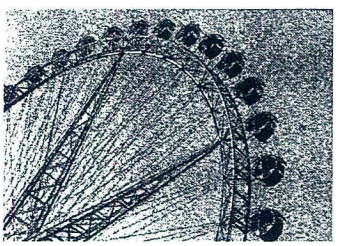
C．两物块所受的合力等大反向

D．圆盘对 B 摩擦力大小是 A 对 B 摩擦力大小的 2 倍

题型三：圆周运动中的动力学问题

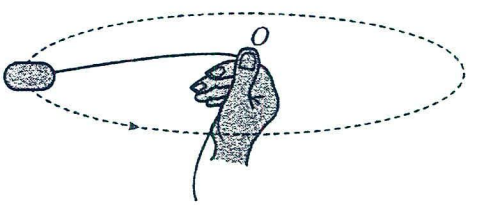
【精选例题】

【例 1】如图所示，西安欢乐谷摩天轮高达 131.4m，外观极具未来感和科幻感，在蓝天的映衬下璀璨夺目。已知当该摩天轮以某一周期做匀速圆周运动时，乘坐该摩天轮的某同学的向心力大小为 F，若在其他情况不变的情况下，仅将该摩天轮做匀速圆周运动的线速度大小变为原来的两倍，则此时该同学的向心力大小为（　　）



A．$\frac{F}{4}$　　B．$\frac{F}{2}$　　C．$2F$　　D．$4F$

【例 2】（多选题）如图所示，在地面上做感受向心力实验时，不可伸长的轻绳一端固定于 O 点，另一端系一沙袋，使其在水平面内做匀速圆周运动，沙袋所受的向心力近似等于手通过绳对沙袋的拉力。若将此实验放在绕地球做匀速圆周运动的太空实验室中进行，则下列说法正确的是（　　）



A．沙袋圆周运动的轨迹可以处于任意平面

B．手提供的拉力大小时刻发生变化

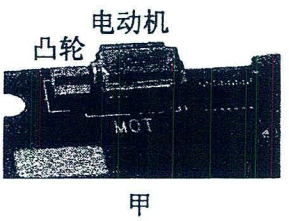
C．若保持半径不变，减小旋转周期，手提供的拉力增大

D．若保持半径不变，减小沙袋速度，手提供的拉力增大

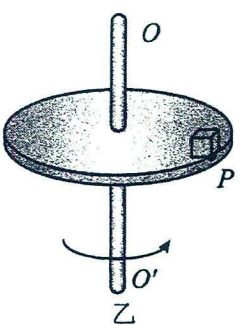
【例 3】如图甲所示，手机振动器的工作原理是在普通电动机头上安装一个重心不在转轴上的凸轮，电动机转动时运行不稳定产生振动，此装置可以简化为图乙所示模型。若飞轮半径为 1.00cm，飞轮边缘 P 点附着了一个质量为 0.01kg 的小物体，使得轮子的重心不在轴上，当轮子以转速 100r/s 匀速转动时，轮轴受到的力约为（　　）

A．0.4N　　B．4.0N

C．40N　　D．400N



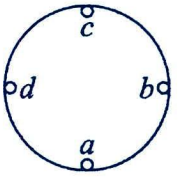
甲



乙

【例 4】某种型号的滚筒洗衣机的滚筒截面是直径为 525mm 的圆，如图所示，a、c 位置分别为最低和最高点，b、d 位置与圆心等高。洗衣机以 800r/min 的转速脱水时，有一玩具随滚筒在竖直平面内做匀速圆周运动，玩具可视为质点，重力加速度为 g。下列说法正确的是（　）


甲



乙

A．玩具在 b、d 两处的向心力相同

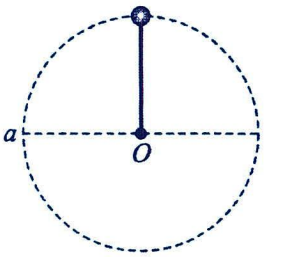
B．玩具在 b、d 两处的摩擦力相同

C．减小洗衣机转速脱水效果会更好

D．玩具在 c 处时洗衣机对地面的压力大于玩具在 a 处时洗衣机对地面的压力

【跟踪训练】

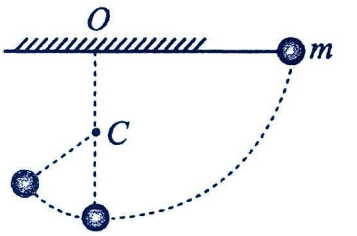
1．如图所示，一长为 l 的轻杆一端固定在水平转轴 O 上，另一端固定一个质量为 m 的小球，球随轻杆在竖直平面内做角速度为 ω 的匀速圆周运动，重力加速度为 g。当小球运动到水平位置 a 点时，杆对球的作用力为（　）



A．$m\omega^2 l$　　B．$mg+m\omega^2 l$

C．$\sqrt{(mg)^2-\left(m\omega^2 l\right)^2}$　　D．$\sqrt{(mg)^2+\left(m\omega^2 l\right)^2}$

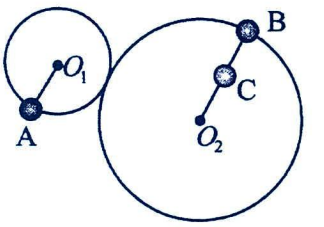
2．（多选题）如图所示，长为 L 的悬线固定在 O 点，在 O 点正下方 $\frac{L}{2}$ 处有一钉子 C，把悬线另一端质量为 m 的小球拉到跟悬点在同一水平面上无初速度释放，小球运动到悬点正下方时悬线碰到钉子的瞬间（　　）



A．小球的线速度大小不变　　B．小球的角速度突然减小

C．悬线的拉力突然减小　　D．小球的向心力突然增大

3．（多选题）如图所示，A、B 两小球分别固定在大、小轮的边缘上，小球 C 固定在大轮半径的中点，大轮的半径是小轮半径的 2 倍，它们之间靠摩擦传动，接触面上不打滑。三个小球的质量相同且均视为质点。下列说法正确的是（　）

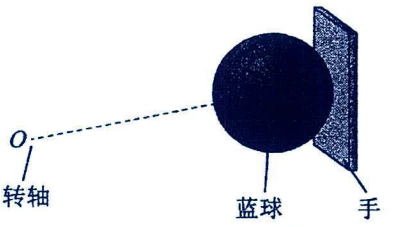


A．A、B 两小球的线速度大小之比为 2∶1　　B．B、C 两小球的角速度大小之比为 1∶1

C．A、B 两小球的周期之比为 1∶4　　D．A、C 两小球的向心力大小之比为 4∶1

4．运球转身是篮球运动中重要进攻技术之一，其中拉球转身的动作是难点。如图甲所示为运动员拉球转身的一瞬间，由于篮球规则规定手掌不能上翻，我们将此过程理想化为如图乙所示的模型。薄长方体代表手掌，转身时球紧贴竖立的手掌，绕着转轴（中枢脚所在直线）做圆周运动。假设手掌和球之间的最大静摩擦因数为 0.5，篮球质量为 600g，球心到转轴的距离为 45cm，则要顺利完成此转身动作，篮球和手至少要有多大的速度（　　）（$g=10\mathrm{m/s^2}$）


甲

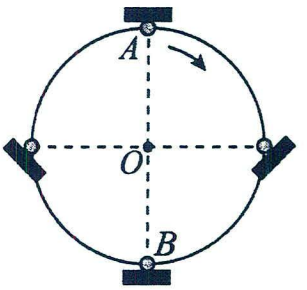


乙

A．1m/s　　B．2m/s

C．3m/s　　D．4m/s

5．（多选题）太极球是近年来在广大市民中较流行的一种健身器材。做该项运动时，健身者半马步站立，手持太极球拍，拍上放一橡胶球，健身者舞动球拍时，球却不会掉落地上。现将太极球简化成如图所示的平板和小球，熟练的健身者能让球在竖直面内始终不脱离板而做匀速圆周运动，且在运动到任何位置球与板间均无相对运动趋势。A 为圆周的最高点，B 为最低点。设球的质量为 m，圆周的半径为 R，重力加速度为 g。若运动到最高点时平板与小球间的作用力大小恰为 mg，则（　　）

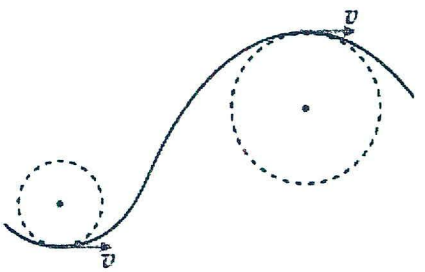


A．圆周运动的角速度大小为$\sqrt{2gR}$　　B．圆周运动的角速度大小为$\sqrt{\frac{2g}{R}}$

C．在 B 处时平板对球的作用力大小为 2mg　D．在 B 处时平板对球的作用力大小为 3mg

题型四：变速圆周运动和一般曲线运动

模型概述：运动轨迹既不是直线也不是圆周的曲线运动，可以称为一般的曲线运动,如图。此时针对某一位置或某一小段轨迹分析时，可采用圆周运动的分析方法处理。



【精选例题】

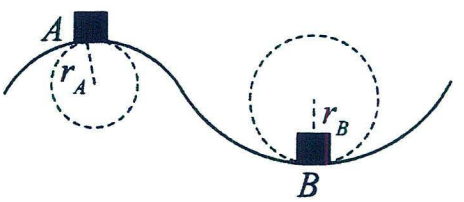
【例 1】一般的曲线运动可以分成很多小段，每小段都可以看成圆周运动的一部分，即把整条曲线用一系列不同半径的小圆弧来代替。如曲线上 A 点的曲率圆定义为：过 A 点和曲线上紧邻 A 点两侧的两点作一圆，在极限情况下，这个圆就叫作 A 点的曲率圆，其半径 r 叫作 A 点的曲率半径。如图所示，一物块（可视为质点）在竖直平面内以相同速率通过曲线轨道上的 A、B 两点，且$r_A < r_B$，下列说法正确的是（　　）

A．在 A 点，物块处于超重状态

B．在 A、B 两点，轨道对物块的支持力相等

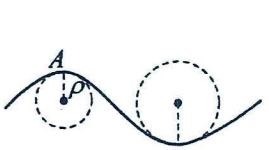
C．在 B 点，物块所受支持力大于重力

D．在 A、B 两点，物块运动的向心加速度大小相等

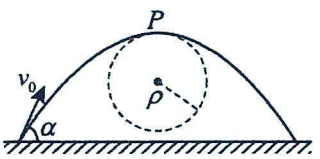


【跟踪训练】

1．一般的曲线运动可以分成很多小段，每小段都可以看成圆周运动的一部分，即把整条曲线用一系列不同半径的小圆弧来代替．如图（a）所示，曲线上的 A 点的曲率圆定义为：通过 A 点和曲线上紧邻 A 点两侧的两点作一圆，在极限情况下，这个圆就叫做 A 点的曲率圆，其半径ρ叫做 A 点的曲率半径．现将一物体沿与水平面成α角的方向已速度v_0抛出，如图（b）所示．则在其轨迹最高点 P 处的曲率半径是



图(a)

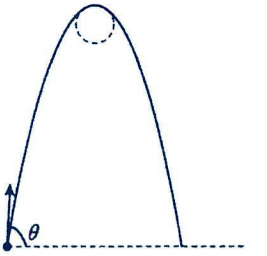


图(b)

A．$\frac{v_0^2}{g}$　　B．$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g\cos\alpha}$

C．$\frac{v_0^2\cos^2\alpha}{g}$　　D．$\frac{v_0^2\sin^2\alpha}{g}$

2．斜抛物体的运动轨迹是一条抛物线，抛物线各个位置的弯曲程度虽然不同，但我们可将抛物线分割成许多很短的小段，即物体在每小段的运动都可以看做半径为某个合适值ρ（ρ称为曲率半径）的圆周运动的一部分，进而采用圆周运动的分析方法来进行研究。如图所示，一个小球被斜向上抛出，初速度方向与水平方向成θ角，抛出点的曲率半径为ρ_0，重力加速度为g，忽略空气阻力，下列说法正确的是（　　）



A．初速度大小为$\sqrt{\rho_0 g\sin\theta}$　　B．初速度大小为$\sqrt{\rho_0 g\cos\theta}$

C．最高点的曲率半径为$\rho_0\sin^3\theta$　　D．最高点的曲率半径为$\rho_0\cos^2\theta$

考点五：向心加速度

1、定义：做匀速圆周运动的物体加速度指向圆心，这个加速度称为向心加速度

2、公式：$a_n=\frac{F_n}{m}=\frac{v^2}{r}=\omega^2 r=\frac{4\pi^2}{T^2}r=4\pi^2n^2r=4\pi^2f^2r=\omega v$

3、方向：　始终指向圆心,方向时刻改变.

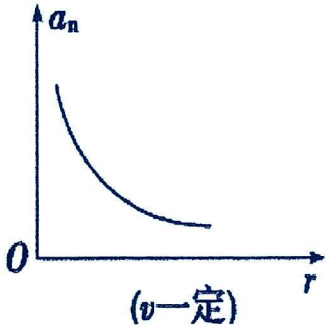
向心加速度与线速度垂直，只改变速度方向不改变速度大小。

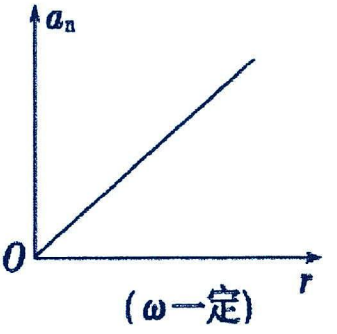
4、物理意义：描述由于速度方向变化导致速度变化的快慢,即描述速度方向变化的快慢.

5、向心加速度公式中的“悖论”

从公式$a_n=\frac{v^2}{r}$看，a_n与r成反比；从公式$a_n=r\omega^2$看，a_n与r成正比；

这两个结论看似矛盾，实际并不冲突。





6.说明：匀速圆周运动加速度的大小不变，方向在时刻改变，所以匀速圆周运动不是匀变速运动，是非匀变速运动

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例1】关于向心加速度，下列说法中正确的是（　）

A．若物体做圆周运动的向心加速度大小和半径不变，则该物体的线速度大小不变

B．物体做圆周运动的周期越长，向心加速度越大

C．不同物体做圆周运动的向心力越大，向心加速度越大

D．物体做圆周运动的线速度越大，向心加速度越大

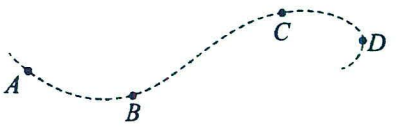
【例 2】物体在运动过程中加速度不为零，则下列说法正确的是（　　）

A．物体速率一定随时间变化　　B．物体运动的方向一定随时间变化

C．物体速度一定随时间变化　　D．物体受的合外力一定随时间变化

【跟踪训练】

1．一辆汽车在某段时间内依次经过水平面内 A、B、C、D 四点，其运动轨迹为如图所示的虚线，此过程中汽车的速度大小不变，下列说法正确的是（　　）



A．汽车处于平衡状态　　B．汽车做匀变速运动

C．汽车经过 C 点时的加速度最大　　D．汽车经过 D 点时受到的合外力最大

2．（多选题）关于向心加速度，以下说法中正确的是（　　）

A．向心加速度的方向始终与线速度方向垂直

B．向心加速度只改变线速度的方向，不改变线速度的大小

C．地球自转时，各点的向心加速度一定指向地心

D．物体做匀速圆周运动时的加速度方向始终指向圆心

题型二：向心加速度简单计算

【精选例题】

【例 1】做匀速圆周运动的物体，其加速度的下列表达式错误的是（　　）

A．$a_n=\dfrac{v^2}{r}$　　B．$a_n=\omega^2 r$

C．$a_n=\dfrac{4\pi^2 r}{T^2}$　　D．$a_n=mF_n$

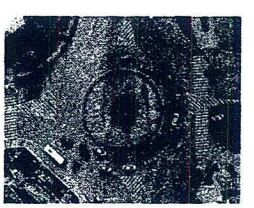
【例 2】夏天人们常用蚊香来驱除蚊虫。如图所示，蚊香点燃后缓慢燃烧，若某滑冰运动员（可视为质点）的运动轨迹与该蚊香燃点的轨迹类似，运动的速率保持不变，则该运动员（　　）



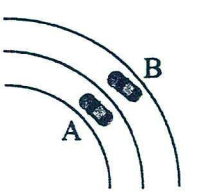
A．线速度不变　　B．角速度变小

C．向心加速度变大　　D．运动一圈（360°）所用时间保持不变

【例 3】（多选题）图甲是某市区中心的环岛路，可以简化为图乙，假设汽车与路面的动摩擦因数相同，当 A、B 两车以大小相等的线速度绕环岛运动时，下列说法正确的是（　）



甲



乙

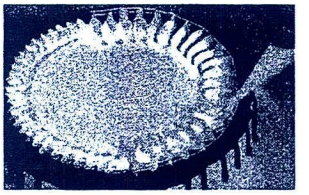
A．A、B 两车的向心加速度大小相等

B．A 车的角速度比 B 车的角速度小

C．A 车所受的合力大小可能比 B 车所受的合力大

D．若两车逐渐增加相同的速度，A 车更容易侧滑

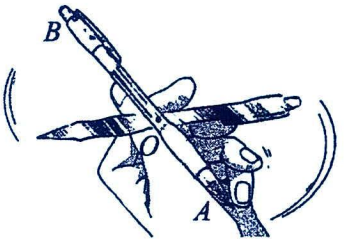
【例 4】小红同学在体验糕点制作“裱花”环节时，她在绕中心匀速转动的圆盘上放了一块直径 8 英寸（20cm）的蛋糕，如图所示，在蛋糕边缘每隔 4s 均匀“点”一次奶油，蛋糕转动一周正好均匀“点”上 15 点奶油，则下列说法正确的是（　　）



A．圆盘转动的转速为 $2\pi r/\min$　　B．圆盘转动的角速度大小为 $\frac{\pi}{60}\text{rad/s}$

C．蛋糕边缘的奶油线速度大小约为 $\frac{\pi}{30}\text{m/s}$　　D．蛋糕边缘的向心加速度约为 $\frac{\pi^2}{9000}\text{m/s}^2$

【例 5】（多选题）如图所示，转笔是大部分同学都会的一个小游戏，在转笔时，重的一端到支撑点的距离要近一点，这样才能使笔在手指上更稳定地绕该点转动。假设重的一端的尾部是 A 点，轻的一端的尾部是 B 点，支撑点为 $O, OA:OB=2:3$，笔绕支撑点匀速转动，下列说法正确的是（　　）



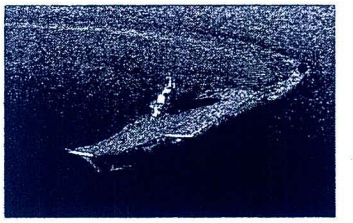
A．相同时间内 A 点和 B 点转过的角度之比为 3∶2

B．相同时间内 A 点和 B 点走过的弧长之比为 3∶2

C．A、B 两点的向心加速度之比为 2∶3

D．相同时间内 OA 和 OB 扫过的面积不相等

【例 6】辽宁舰质量约为 $6\times10^7\text{kg}$，如图是辽宁舰在海上转弯时的照片，忽略水的阻力，假设整个过程中辽宁舰做匀速圆周运动，速度大小为 20m/s，圆周运动的半径为 1000m，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，下列说法中正确的是（　）



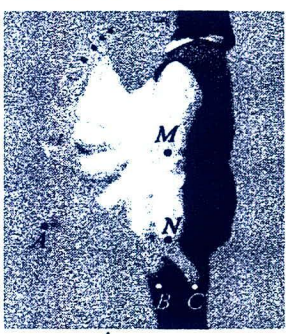
A．在 A 点时水对舰的作用力指向圆心

B．在 A 点时舰所受水的合力大小约为 $6\times10^8\text{N}$

C．在 A 点时的加速度大小为 0.2m/s^2

D．完全掉头需要 $10\pi\text{s}$

【例 7】（多选题）人们在洗手后往往有如图所示的甩手动作，这幅图片是由每秒 25 帧的摄像机拍摄视频后制作的频闪画面（相邻两帧间的时间间隔为 0.04s），图中 A、B、C 是甩手动作最后连续 3 帧照片指尖的位置。指尖从 A 到 C 的运动过程，可以看作：指尖先以肘关节 M 为圆心做圆周运动，指尖到达 B 点后又以腕关节 N（视为已经静止）为圆心做圆周运动，最终到达 C 点静止（可粗略认为指尖在 AB 间运动的平均速度大小等于指尖过 B 点的线速度大小）。测得 AB 之间的真实距离为 0.32m，AM 的真实长度为 0.40m，CN 的真实长度为 0.16m，重力加速度 g 取 10m/s^2。结合以上信息，则下列说法正确的是（　　）



A．指尖在 BC 间的平均速度大于 AB 间的平均速度

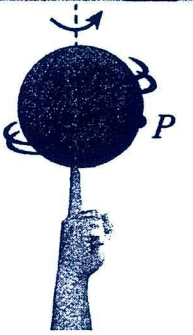
B．指尖在 AB 间的平均速度约为 8m/s

C．指尖在 AC 之间运动时向心加速度的最大值约为 400m/s^2

D．指尖在 BC 之间运动时加速度的方向始终指向 N 点

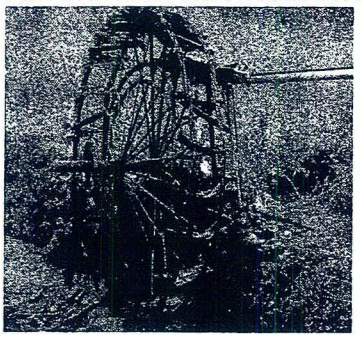
【跟踪训练】

1．“指尖转球”是花式篮球表演中常见的技巧。如图所示，球面上 P 点到转轴的距离为 10cm。当篮球在指尖上绕轴转动的转速为 3r/s 时，P 点的向心加速度大小约为（　）（取 $\pi^2=10$）

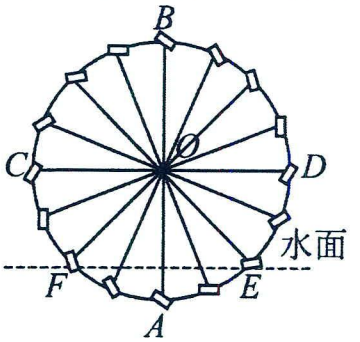


A．3.6m/s^2　　B．36m/s^2　　C．360m/s^2　　D．3600m/s^2

2．如图甲所示，筒车是利用水流带动车轮，使装在车轮上的竹筒自动水，提水上岸进行灌溉。其简化模型如图乙所示，转轴为O，C、O、D在同一高度，A、B分别为最低点和最高点，E、F为水面。筒车在水流的推动下做匀速圆周运动，竹筒做速圆周运动的半径为R，角速度大小为ω，竹筒顺时针转动，在点开始打水，从F点离开水面。从A点到B点的过程中，竹筒所装的水质量为m且保持不变，重力加速度为g下列说法正确的是（　　）



甲



乙

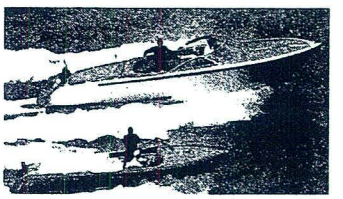
A．竹筒做匀速圆周运动的向心加速度大小为ωR

B．水轮车上装有16个竹筒，则相邻竹筒打水的时间间隔为$\frac{\pi}{16\omega}$

C．竹筒过C点时，竹筒对水的作用力大小为mg

D．竹筒从C点到B点的过程中，其重力的功率逐渐减小

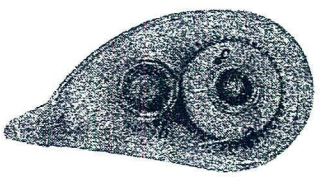
3．A、B两艘快艇在湖面上做匀速圆周运动（如图），在相同时间内，它们通过的路程之比是4∶3，运动方向改变的角度之比是3∶2，则它们（　　）



A．周期之比为2∶3　　B．角速度大小之比为3∶4

C．圆周运动的半径之比为2∶1　　D．向心加速度大小之比为1∶2

4．如图所示，修正带大、小齿轮相互咬合，图中a、b点分别位于大、小齿轮的边缘，c点为大齿轮上一点，$r_a=2r_b=2r_c=2\text{cm}$。若修正带大、小齿轮转轴固定，a点以$v=1.2\text{cm/s}$匀速转动，下列选项正确的是（　　）



A．b点线速度的大小为0.5cm/s　　B．c点角速度的大小为$0.6\pi\text{rad/s}$

C．b点向心加速度的大小为1.44cm/s^2　　D．大、小齿轮沿相同方向转动且转速之比为2:1

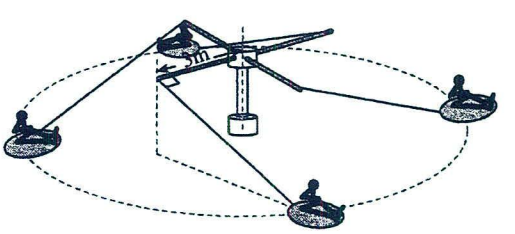
5．进入冬季后，北方的冰雪运动吸引了许多南方游客。如图为雪地转转游戏，人乘坐雪圈（尺寸大小忽略不计）绕轴以2rad/s的角速度在水平雪地上做匀速圆周运动。已知绳子悬挂在离地高为3m，半径为3m的水平转盘的边缘，且绳子长为5m。运动时，绳与水平杆垂直，则雪圈（含人）（　　）

A．线速度大小为8m/s

B．线速度大小为14m/s

C．加速度大小为16m/s^2

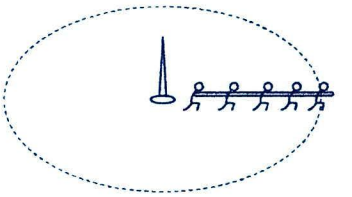
D．加速度大小为20m/s^2



题型三：传动关系中得向心加速度计算

【精选例题】

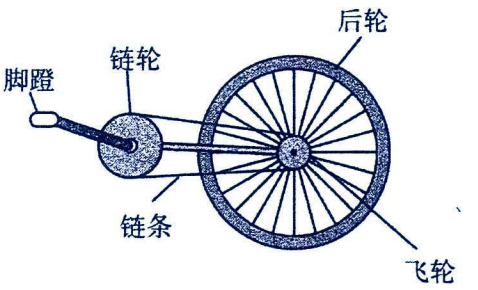
【例 1】运动会上有一个集体项目——“旋风跑”，比赛过程中，五人一组共同抬着竹竿正在以标志杆为圆心，在水平面内转圈跑，如图所示，现将五人转圈跑看做匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）



A．5 位同学的线速度相等　　B．最外侧同学的角速度最大

C．最内侧同学的向心加速度最大　　D．同一时刻五位同学所受的合外力方向相同

【例 2】如图所示为自行车的传动装置示意图，已知链轮的半径$r_1=10\text{cm}$，飞轮的半径$r_2=5\text{cm}$，后轮的半径$r_3=30\text{cm}$，A、B、C(图中未画出)分别为链轮、飞轮和后轮边缘上的点。若脚蹬匀速转动一圈所需要的时间为1s，则在自行车匀速前进的过程中，下列说法正确的是（　　）



A．A、B、C三点的向心加速度大小之比为1:2:6

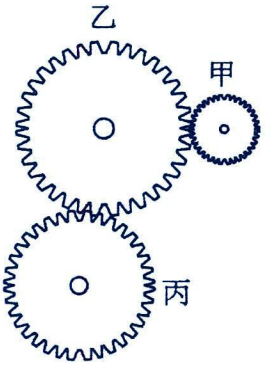
B．A、B、C三点的线速度大小之比为1:1:6

C．自行车前进的速度大小约为1.2m/s

D．链轮、飞轮和后轮的角速度大小之比为1:1:2

【跟踪训练】

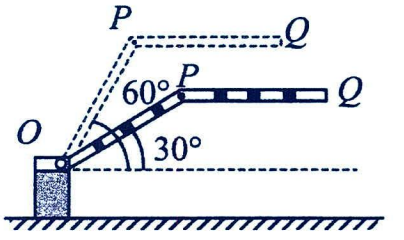
1．某变速箱中有甲、乙、丙三个齿轮，如图所示，其半径分别为r_1、r_2、r_3，若甲轮匀速转动的角速度大小为ω，三个轮相互不打滑，则丙轮边缘上各点的向心加速度大小为（　　）



A．$\dfrac{r_3^2\omega^2}{r_1}$　　B．$\dfrac{r_1^2\omega^2}{r_3}$

C．$\dfrac{r_1r_2\omega^2}{r_3}$　　D．$\dfrac{r_3^2\omega^2}{r_2}$

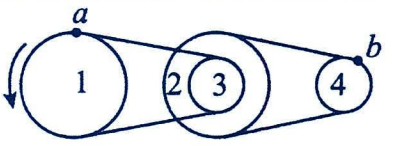
2．由于高度限制，车库出入口采用图所示的曲杆道闸，道闸由转动杆OP与横杆PQ链接而成，P、Q 为横杆的两个端点。在道闸抬起过程中，杆PQ始终保持水平。杆OP绕 O 点从与水平方向成30°匀速转动到60°的过程中，下列说法正确的是（　　）



A．P、Q 两点的加速度相同　　B．Q 点的加速度沿OQ方向

C．Q 点在竖直方向做匀速运动　　D．Q 点在水平方向做匀速运动

3．如图所示为两级皮带传动装置，转动时皮带均不打滑，中间两个轮子是固定在一起的，轮 1 的半径和轮 2 的半径相同，轮 3 的半径和轮 4 的半径相同，且为轮 1 和轮 2 半径的一半，则轮 1 边缘的 a 点和轮 4 边缘的 b 点相比（　　）



A．线速度之比为 1:4　　B．角速度之比为 4:1

C．角速度之比为 1:2　　D．向心加速度之比为 1:8

题型四：圆周运动中动力学综合

【精选例题】



【例 1】（多选题）某同学让篮球在指尖上匀速转动，指尖刚好在篮球球心的正下方，下列判断正确的是（　　）

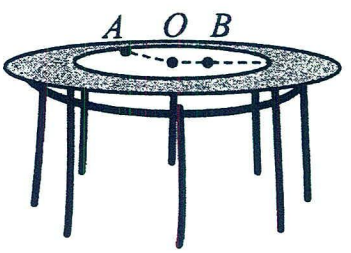
A．篮球上各点做圆周运动的角速度大小相等

B．篮球上各点做圆周运动的圆心均在篮球的球心处

C．篮球上各点做圆周运动的线速度大小相等

D．篮球上离转轴越远的点，做圆周运动的向心加速度越大

【例 2】如图所示，有一个很大的圆形餐桌，水平桌面中间嵌着一可绕中心轴 O 转动的圆盘，圆盘上 A 处放一质量为 m 的菜盘，B 处放一质量为$\frac{3}{4}m$的菜盘，$AO=2OB$，圆盘正常运转，两菜盘均视为质点且不打滑。下列说法正确的是（　　）



A．A、B 两处菜盘的周期之比为 2∶1

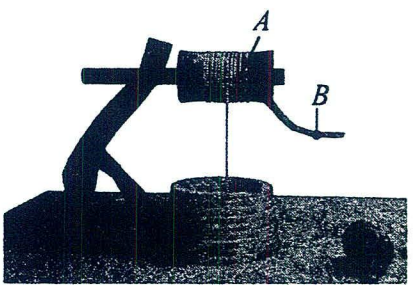
B．A、B 两处菜盘的线速度大小之比为 1∶2

C．A、B 两处菜盘的向心加速度大小之比为 4∶1

D．A、B 两处菜盘受到的静摩擦力大小之比为 8∶3

【跟踪训练】

1．诗句“辘轳金井梧桐晚，几树惊秋”中的“辘轳”是一种取水装置。如图所示，井架上装有可用手柄摇转的圆柱体，圆柱体上缠绕长绳索，长绳索一端系水桶。摇转手柄，使水桶上升，提取井水，A 是圆柱体边缘上的一质点，B 是手柄上的一质点，假设人转动手柄向上提水时，手柄绕轴转动的角速度恒定，上升过程中长绳会缠绕在圆柱体上，绳子粗细不能忽略，则（　　）



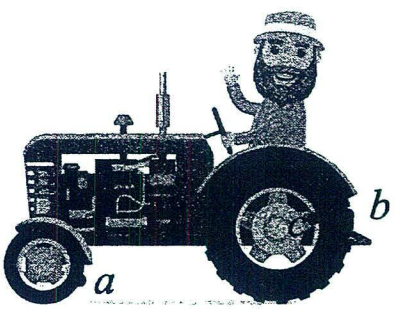
A．上升过程中重力对水桶做正功

B．向上提水过程中 A 点的向心加速度比 B 点的小

C．上升过程中水桶竖直向上做匀速直线

D．向上提水过程中 A 点的线速度比 B 点的大运动

2．如图，某种型号的拖拉机在平直的路面上匀速行驶。已知该拖拉机前轮半径为 r，后轮半径为 1.5r，a、b 分别是前、后轮边缘上的点，c 是后轮上与轮中心距离为 r 的一点。不考虑前、后轮与路面间的打滑现象，则在拖拉机行驶过程中某时刻，以运动的拖拉机为参考系，a、b、c 三点的（　　）



A．线速度大小之比为$v_a:v_b:v_c=3:3:1$

B．角速度之比为$\omega_a:\omega_b:\omega_c=3:2:2$

C．转速之比为：$n_a:n_b:n_c=2:3:3$

D．向心加速度大小之比为$a_a:a_b:a_c=3:2:1$

3．如图 1 所示为某修正带照片，图 2 为其结构示意图。修正带由出带轮、传动轮、收带轮、基带、出带口等组成。测量可知出带轮有 45 齿，半径为12mm，传动轮齿数未知，半径为2.4mm，收带轮有 15 齿，半径未知，下列选项正确的是（　）

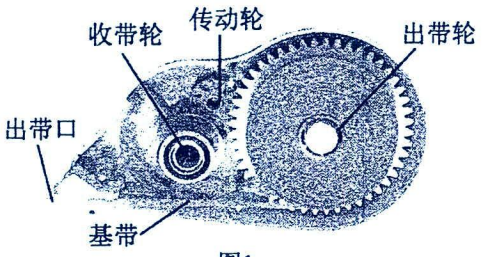


图1

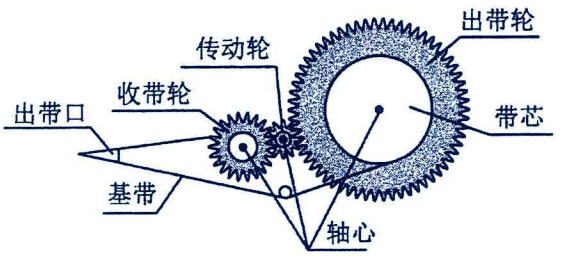


图2

A．使用时，出带轮与收带轮转动方向相反

B．根据题中信息，可以算出传动轮的齿数

C．根据题中信息，不能算出收带轮轴心到齿轮边缘的半径

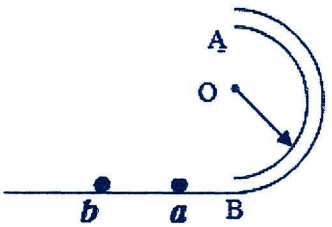
D．在纸面长时间匀速拉动修正带时，出带轮边缘某点的向心加速度大小不变

题型五：圆周运动与平抛运动综合问题

【精选例题】

【例 1】如图所示，半径为 R、内径很小的光滑半圆管固定在竖直平面内，其中 A、B 为最高、最低点、两个质量均为 m 的小球 a、b 以不同的速率水平向右从 B 点进入管内，a 球通过最高点 A 时，对管壁上部的压力为 3mg；b 通过最高点 A 时，对管壁下部的压力为 0.75mg，求：（1）a、b 两球落地点间的距离

（2）a、b 两球落地时的速率之比。

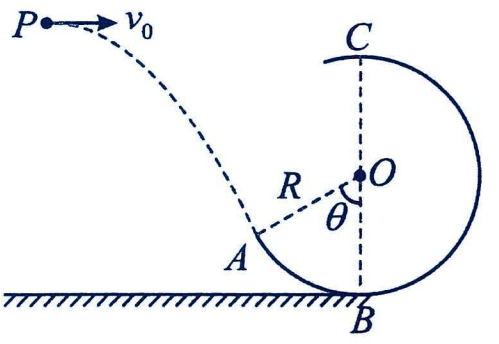


【例 2】如图，一个质量为0.6kg 的小球以某一初速度从 P 点水平抛出，恰好从光滑圆弧 ABC 的 A 点的切线方向进入圆弧（不计空气阻力，进入圆弧瞬间速度大小不变）。已知圆弧的半径 $R=0.1\text{m}$，$\theta=60°$，B 点和 C 点分别为圆弧的最低点和最高点，小球到达 A 点时的位置与 P 点间的水平距离为$\frac{\sqrt{3}}{10}\text{m}$，求：

（1）小球做平抛运动的初速度大小 v_0；

（2）若小球恰好能过 C 点，且轨道的 B 点和 C 点受到小球的压力之差为 $6mg$，求小球运动到 B 点时的速度大小；

（3）根据第（2）问，请分析小球最终能否落到与 B 点等高的水平面，若能，求出落地点与 P 点的水平距离 Δx；若不能，请说明原因。

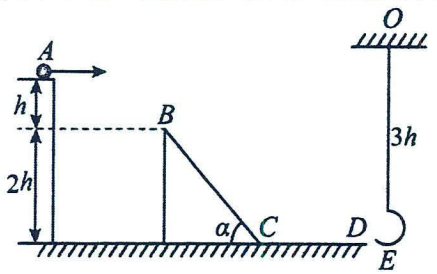


【例 3】如图所示，平台上的小球从 A 点水平抛出，运动到 B 点，并恰能无碰撞地平行于 BC 斜面继续运动，BC 斜面是光滑的，经 C 点进入光滑平面 CD 时速率不变，最后进入悬挂在 O 点并与水平面等高的弧形轻质筐内。已知小球质量为 m，A、B 两点高度差 h，BC 斜面高 2h，倾角α=45°，悬挂弧筐的轻绳长为 3h，小球看成质点，轻质筐的重量忽略不计，弧形轻质筐的大小远小于悬线长度，重力加速度为 g，试求：

(1)B 点与抛出点 A 的水平距离 x 以及小球到达 B 点的速度；

(2)小球运动至 C 点的速度 v_c 大小

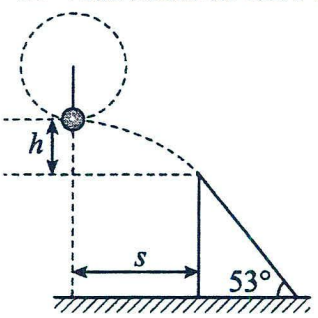
(3)小球进入轻质筐后瞬间，悬线拉力 F 的大小。



【跟踪训练】

1．小明同学站在水平地面上，手握不可伸长的轻绳一端，绳的另一端系有质量为 m = 100g 的小球（大小不计），甩动手腕，使球在竖直平面内做圆周运动。当球在某次运动到最低点时，绳恰好达到所能承受的最大拉力 F 而断掉，球飞行水平距离 s 后恰好无碰撞地落在邻近的一倾角为α = 53°的光滑固定斜面体上并沿斜面下滑。已知斜面体顶端与小球做圆周运动最低点的高度差 h = 0.8m，绳长 r = 0.3m，重力加速度 g 取 10m/s^2，sin53° = 0.8，cos53° = 0.6。求：（1）绳断时小球的速度大小 v_1 和小球在圆周最低点与斜面体的水平距离 s；

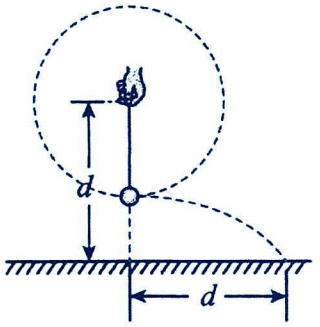
（2）绳能承受的最大拉力 F 的大小。



2．晓明站在水平地面上，手握不可伸长的轻绳一端，绳的另一端系有质量为 m 的小球，甩动手腕，使球在竖直平面内做圆周运动，当球某次运动到最低点时，绳突然断掉。球飞离水平距离 d 后落地，如图所示，已知握绳的手离地面高度为 d，手与球之间的绳长为$\frac{3}{4}d$，重力加速度为 g，忽略手的运动半径和空气阻力。

(1)求绳断时球的速度大小 v_1；(2)问绳能承受的最大拉力多大？

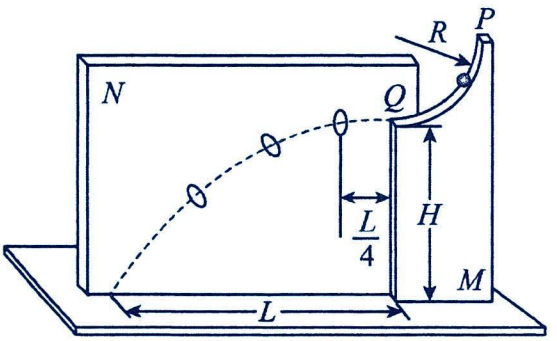
(3)改变绳长，使球重复上述运动。若绳仍在球运动到最低点时断掉，要使球抛出的水平距离最大，绳长应为多少？最大水平距离为多少？



3．同学们参照伽利略时期演示平抛运动的方法制作了如图所示的实验装置。图中水平放置的底板上竖直地固定有 M 板和 N 板，M 板上部有一半径为 R 的$\frac{1}{4}$圆弧形的粗糙轨道，P 为最高点，Q 为最低点，Q 点处的切线水平，距底板高为 H，N 板上固定有三个圆环。将质量为 m 的小球从 P 处静止释放，小球运动至 Q 飞出后无阻碍地通过各圆环中心，落到底板上距 Q 水平距离为 L 处。不考虑空气阻力，重力加速度为 g，求：

（1）小球运动到 Q 点时速度的大小以及对轨道压力；

（2）距 Q 水平距离为$\frac{1}{4}L$的圆环中心到底板的高度。



第五讲：探究向心力的影响因素

一、实验目的

1．学会使用向心力演示器。

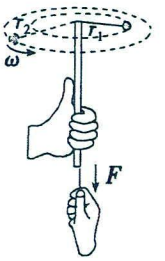
2．会用控制变量法探究向心力大小与半径、角速度、质量的关系。

二、实验原理、器材

1．探究方法：控制变量法。

2．实验设计思路

(1)定性感知实验：如图所示，细线穿在圆珠笔的杆中，一端拴住小物体，另一端用一只手牵住，另一只手抓住圆珠笔杆并用力转动，使小物体做圆周运动，可近似地认为作用在小物体上的细线的拉力提供了小物体做圆周运动所需的向心力，而细线的拉力可用牵住细线的手的感觉来判断。



(2)定量分析实验：

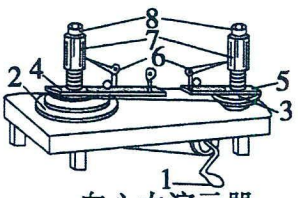
①控制小物体质量和做圆周运动的半径不变，探究向心力与角速度的关系。

②控制小物体质量和角速度不变，探究向心力与半径的关系。

③控制小物体做圆周运动的半径和角速度不变，探究向心力与质量的关系。

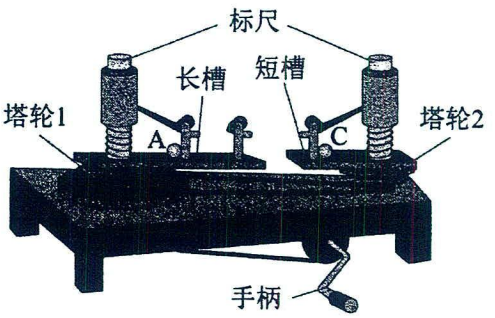
3．实验器材

质量不同的小物体若干、空心圆珠笔杆、细线(长约 60 cm)、向心力演示器。



向心力演示器

1.手柄
2&3.变速塔轮
4.长槽
5.短槽
6.横臂
7.弹簧测力套筒
8.标尺



三、实验步骤与操作

1．定性感知影响向心力大小的因素：

(1)在小物体的质量和角速度不变的条件下，改变小物体做圆周运动的半径进行实验。

(2)在小物体的质量和做圆周运动的半径不变的条件下，改变小物体的角速度进行实验。

(3)在角速度和做圆周运动的半径不变的条件下，换用不同质量的小物体进行实验。

2．定量分析向心力与质量、角速度、半径的关系：

(1)分别将两个质量相等的小球放在实验仪器的两个小槽中，且小球到转轴(即圆心)距离相同即圆周运动半径相同。将皮带放置在适当位置使两转盘转动，记录不同角速度下的向心力大小(格数)。

(2)分别将两个质量相等的小球放在实验仪器的长槽和短槽两个小槽中，将皮带放置在适当位置使两转盘转动角速度相等，小球到转轴(即圆心)距离不同即圆周运动半径不等，记录不同半径的向心力大小(格数)。

(3)分别将两个质量不相等的小球放在实验仪器的两个小槽中，且小球到转轴(即圆心)距离相同即圆周运动半径相等，将皮带放置在适当位置使两转盘转动角速度相等，记录不同质量下的向心力大小(格数)。

(4)重复几次以上实验。

(5)实验数据记录

①m、r一定时：

序号	1	2	3	4	5	6
F_n						
ω						
ω^2						

②m、ω一定时：

序号	1	2	3	4	5	6
F_n						
r						

③r、ω一定时：

序号	1	2	3	4	5	6
F_n						
m						

四、实验数据处理

1．分别作出 F_n-ω^2、F_n-r、F_n-m 的图像。

2．实验结论：

(1)在质量和半径一定的情况下，向心力的大小与角速度的平方成正比。

(2)在质量和角速度一定的情况下，向心力的大小与半径成正比。

(3)在半径和角速度一定的情况下，向心力的大小与质量成正比。

(4)可得出向心力的大小 $F_n=m\omega^2 r$ 或 $F_n=m\frac{v^2}{r}$ 。

五、注意事项

1．定性感知实验中，小物体受到的重力与拉力相比可忽略。

2．使用向心力演示器时应注意

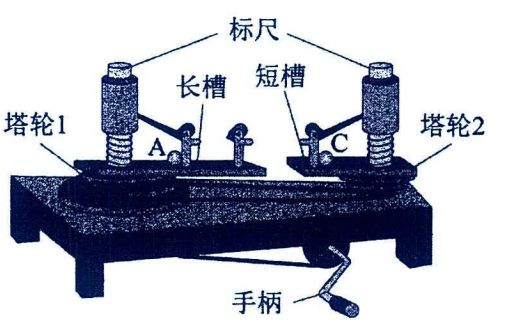
(1)将横臂紧固螺钉旋紧，以防小物体和其他部件飞出而造成事故。

(2)摇动手柄时应力求缓慢加速，注意观察其中一个测力计的格数。达到预定格数时，即保持转速均匀恒定。

题型一：实验原型

【精选例题】

【例 1】【例 1】向心力演示器是用来探究小球做圆周运动所需向心力 F 的大小与质量 m、角速度ω和半径 r 之间关系的实验装置，如图所示。两个变速塔轮通过皮带连接，匀速转动手柄使长槽和短槽分别随变速塔轮 1 和变速塔轮 2 匀速转动，槽内的钢球就做匀速圆周运动。横臂的挡板对钢球的压力提供向心力，钢球对挡板的反作用力通过横臂的杠杆作用使弹簧测力筒下降，从而露出标尺，标尺上的黑白相间的等分格显示出两个钢球所受向心力的大小关系。如图是探究过程中某次实验时装置的状态。



(1)在研究向心力 F 的大小与质量 m、角速度ω和半径 r 之间的关系时，我们要用到物理学中的_____。

A．理想实验法　　B．等效替代法

C．控制变量法　　D．演绎推理法

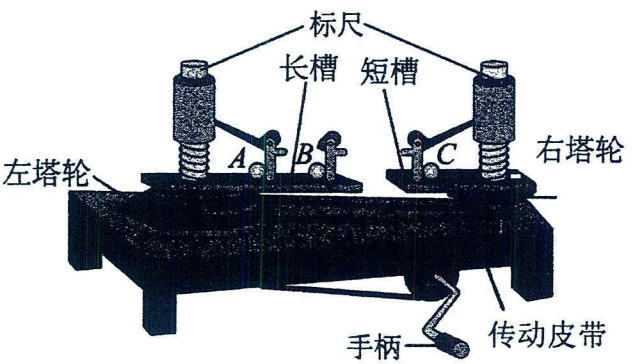
(2)图中所示，若两个钢球质量和运动半径相等，则是在研究向心力的大小 F 与_____的关系。

A．钢球质量 m　　B．运动半径 r　　C．向心加速度 a　　D．角速度ω

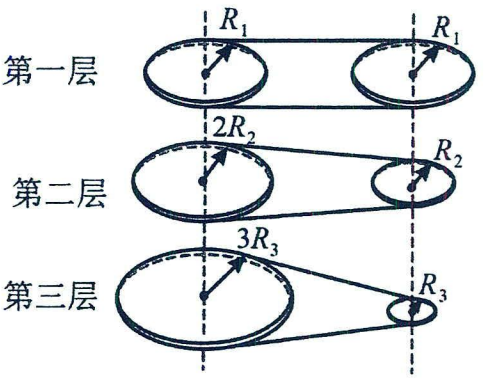
(3)图中所示，若两个钢球质量和运动半径相等，图中标尺上黑白相间的等分格显示出钢球 A 和钢球 C 所受向心力的比值为 4∶1，则与皮带连接的变速塔轮 1 和变速塔轮 2 的半径之比为_____。

A．2∶1　　B．1∶2　　C．4∶1　　D．1∶4

【例 2】用如图甲所示的装置探究影响向心力大小的因素。已知小球在槽中 A、B、C 位置做圆周运动的轨迹半径之比为 1∶2∶1，小球做圆周运动的向心力与标尺露出的格数成正比，变速塔轮自上而下按如图乙所示三种方式进行组合，每层半径之比由上至下分别为 1∶1、2∶1 和 3∶1



甲



乙

(1)本实验所采用的实验探究方法与下列哪些实验是相同的_。

A．探究平抛运动的特点　　B．探究两个互成角度的力的合成规律

C．探究加速度与物体受力、物体质量的关系

(2)在某步实验操作中，小军同学选用了乙图中的第三层，接下来他的正确操作是_____。

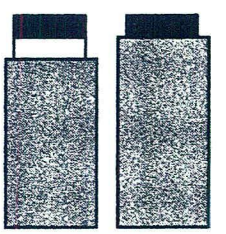
A．保持两小球质量和做圆周运动半径分别相同的情况下，探究向心力的大小与线速度大小的关系

B．保持两小球质量和做圆周运动半径分别相同的情况下，探究向心力的大小与角速度大小的关系

C．保持两小球质量和做圆周运动的角速度分别相同的情况下，探究向心力的大小与半径的关系

D．保持两小球做圆周运动的半径和角速度分别相同的情况下，探究向心力的大小与质量的关系

(3)在探究向心力大小与半径的关系时，为了控制角速度相同需要将传动皮带调至第_____（填“一”、“二”或“三”）层塔轮，然后将两个质量相等的钢球分别放在_____（填“A 和 B”、“A 和 C”或“B 和 C”）位置，匀速转动手柄，如图丙所示，左侧标尺露出 2 格，右侧标尺露出 1 格，则左右两球所受向心力大小之比为_____。



丙

(4)在记录两个标尺露出的格数时，同学们发现要同时记录两边的格数且格数又不是很稳定，不便于读取。于是有同学提出用手机拍照后再通过照片读出两边标尺露出的格数。下列对该同学建议的评价，你认为正确的是_。

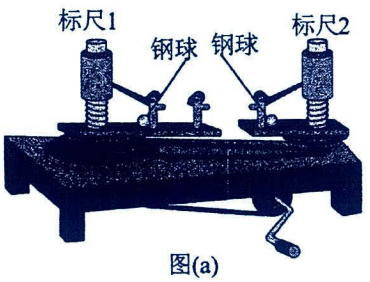
A．该方法可行，但仍需要匀速转动手柄

B．该方法可行，且不需要匀速转动手柄

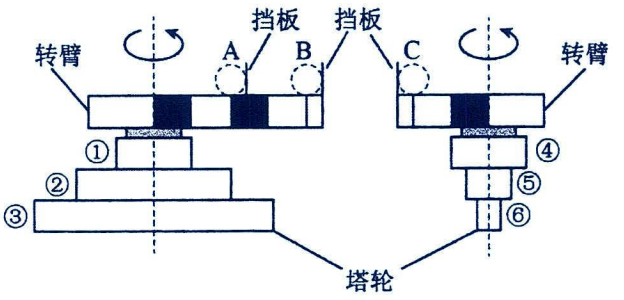
C．该方法不可行，因不能确定拍照时露出的格数是否已稳定

【跟踪训练】

1．某学习小组利用如图所示的装置“探究向心力大小的表达式”实验，所用向心力演示器如图（a）所示，待选小球是质量均为2m的球1、球2和质量为m的球3，标尺1和2可以显示出两球所受向心力的大小。图（b）是演示器部分原理示意图，其中皮带轮①、④的半径相同，轮②的半径是轮①的1.6倍，轮③的半径是轮①的2倍，轮⑤的半径是轮④的0.8倍，轮⑥的半径是轮④的0.5倍；两转臂上黑白格的长度相等；A、B、C为三根固定在转臂上的挡板可与转臂上做圆周运动的实验球产生挤压，从而提供向心力。



图(a)



图(b)

(1)在探究向心力F的大小与质量m、角速度ω和半径r之间的关系时我们主要用到了物理学中的（　　）

A．理想实验法　　B．等效替代法　　C．控制变量法　　D．演绎法

(2)若两个钢球的质量和运动半径相等，图中标尺上黑白相间的等分格显示出A、C位置两钢球所受向心力的比值为1:4，则塔轮1和塔轮2转动的角速度之比为_____。

(3)利用此装置探究向心力与角速度之间的关系，某同学测出数据后作图，为了能简单明了地观察出向心力与角速度的关系，最适合做的图像是（　　）

A．$F-\frac{1}{\omega}$　　B．$F-\omega$　　C．$F-\sqrt{\omega}$　　D．$F-\omega^2$

(4)若将球1、2分别放在挡板B、C位置，将皮带与轮①和轮④相连则是在研究向心力的大小F与_的关系。

A．转动半径r　　B．质量m　　C．角速度ω　　D．线速度v

(5)若将球1、3分别放在挡板B、C位置，转动手柄时标尺1和标尺2示数的比值为1:4，则可判断与皮带连接的变速塔轮为（　　）

A．①和④　　B．②和⑤　　C．③和⑥　　D．③和④

2．一个有一定厚度的圆盘，可以绕通过中心垂直于盘面的水平轴转动。现用电磁打点计时器、米尺、游标卡尺、纸带、复写纸来完成下述实验：

A．如图甲所示，将打点计时器固定在桌面上，将纸带的一端穿过打点计时器的限位孔，然后固定在圆盘的侧面，当圆盘转动时，纸带可以卷在圆盘侧面上；

B．接通电源，打点计时器开始打点，启动控制装置使圆盘匀加速转动，圆盘带动纸带使得纸带做匀加速运动；（忽略纸带的厚度）

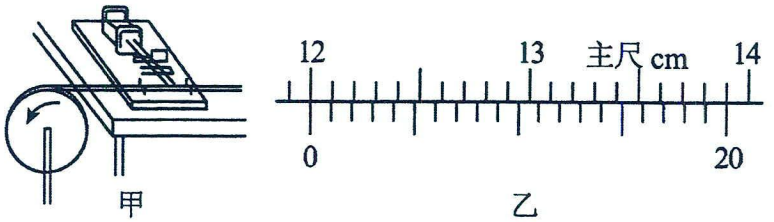
C．经过一段时间，停止转动和打点，取下纸带，进行测量。

已知打点计时器所接交流电的频率为50Hz，A、B、C、D…为计数点，相邻两计数点间有四个点未画出。

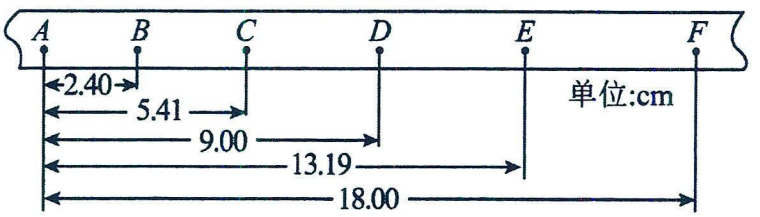
(1)用20分度的游标卡尺测得圆盘的直径如图乙所示，则圆盘的直径d为_____cm；

(2)由图丙可知，打下计数点D时，圆盘转动的角速度大小为_____rad/s（结果保留1位小数）；

(3)纸带运动的加速度大小为_____m/s^2（结果保留两位有效数字）。

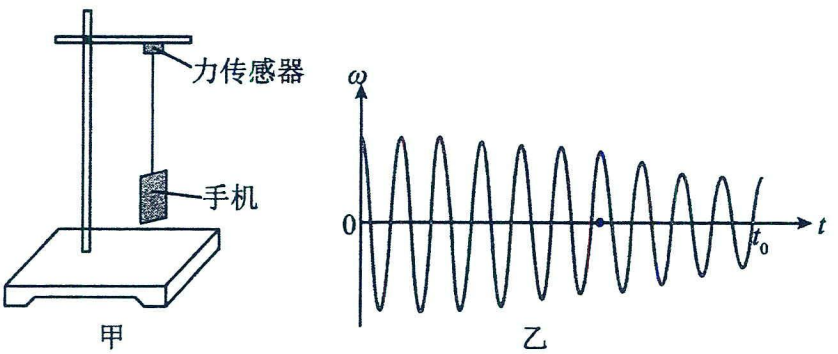


甲　　乙



丙

3．某校物理小组尝试利用智能手机对竖直面内的圆周运动进行探究。实验装置如图甲，轻绳一端连接拉力传感器，另一端连接智能手机，把手机拉开一定角度，由静止释放，手机在竖直面内摆动过程中，手机中的陀螺仪传感器可以采集角速度实时变化的数据并输出图像，同时，拉力传感器可以采集轻绳拉力实时变化的数据并输出图像。经查阅资料可知，面向手机屏幕，手机逆时针摆动时陀螺仪传感器记录的角速度为正值，反之为负值。

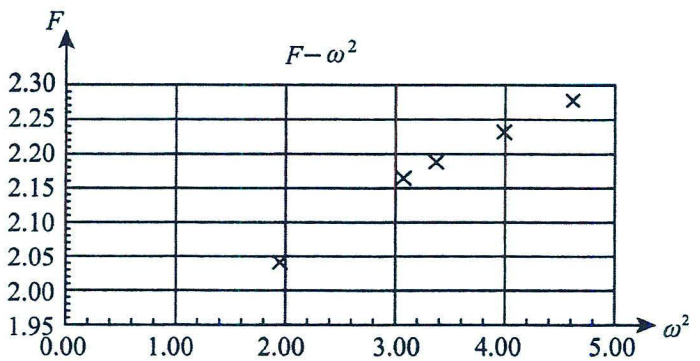


甲　　乙

(1)某次实验，手机输出的角速度随时间变化的图像如图乙所示，由此可知在 0 到t_0时间段内_____

A．手机 20 次通过最低点　　B．手机 10 次通过最低点　　C．手机在整个摆动过程中，机械能守恒

(2)为进一步拓展研究，分别从力传感器输出图和手机角速度—时间图中读取几对手机运动到最低点时的拉力和角速度的数据，并在坐标图中以 F（单位：N）为纵坐标、ω^2（单位：s^{-2}）为横坐标进行描点，请在图中作出$F-\omega^2$的图像_____。



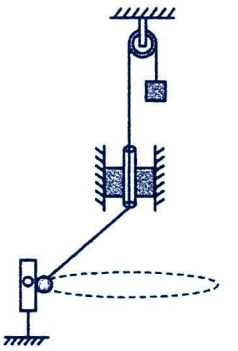
丙

根据图像求得实验所用手机的质量为_____kg，手机重心做圆周运动的半径为_____m。（结果均保留两位有效数字，重力加速度9.8m/s²）

题型二：实验创新

【精选例题】

【例 1】某实验小组用如图所示的装置来探究圆锥摆运动的规律，轻质细线穿过竖直固定的细圆管（内壁以及管口均光滑）并跨越光滑的定滑轮，一端连接物块（质量为 M），另一端连接直径为 d 的小球，让小球在水平面内做匀速圆周运动并通过光电门（小球通过光电门的时间为 Δt），物块静止不动，用秒表来记录小球做圆周运动的时间，重力加速度大小为 g，忽略空气阻力。

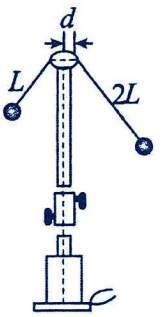


(1)小球在水平面内做匀速圆周运动的线速度大小 $v=$_____（用 d、Δt 表示），从小球某次通过光电门开始计时，若测得连续 n 次（n 从 1 开始计数）通过光电门的时间间隔为 t，则小球做圆周运动的周期 $T=$_____（用 n、t 表示），若测得细圆管下管口与圆弧轨迹圆心间的高度差为 H，圆弧轨迹的半径为 r，则小球受到的向心力 $F_n=$_____（用 H、r、M、g 表示）。

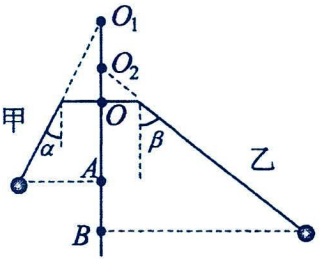
(2)实验发现当两次圆锥摆实验的圆弧半径 r 不同，而细圆管下管口与圆弧轨迹圆心间的高度差 H 相同时，两种圆周运动的周期 T 相同，这说明圆锥摆的周期 T 与 H 有关，则有 $T=$_____（用 H、g 表示）。

【例 2】某科技小组用电动机做一个电动圆锥摆，用圆锥摆验证向心力的表达式，如图（1）用薄贴片做一个圆片，中间打一个圆孔套在轴杆上，两侧对称各打一个小孔，用不可伸长的细绳穿过小球系在悬点，测得悬点到转轴的距离为 d。改变电动机的转速，可以改变小球旋转的角速度。已知重力加速度为 g。

(1)如图（1）所示，选质量分别为 m、2m 的球系在长度不同的甲、乙绳上，甲、乙摆的悬点到球心的距离分别为 L 和 2L，电动机以稳定的角速度ω匀速转动时，在转动的小球下方靠近轴的位置水平放置一根刻度尺，测出甲、乙两绳上摆球的球心到转轴的水平距离 r_1、r_2，设甲、乙绳与竖直方向夹角分别为α、β，则α、β角的大小关系与两球的质量是否相等___（填“有”或“无”）关，$\frac{d}{L\tan\beta}-\frac{d}{L\tan\alpha}=$_____（用已知量或测得的物理量符号表示）。



图(1)

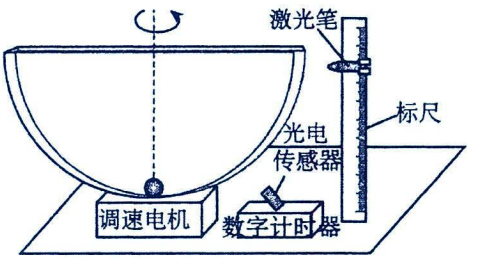


图(2)

(2)若向心力公式成立，则 g、α、ω、r_1 间应满足关系式_____

(3)有同学根据测得的数据画出图（2），O_1、O_2 分别为甲、乙摆绳延长线与中心轴的交点，A、B 分别为甲、乙两绳上摆球所在水平面与中心轴的交点，则长度 $O_1O_2=AB$_____ $\frac{g}{\omega^2}-O_2A$ （填“>”“<”或“=”）。

【例 3】一物理老师设计了一款研究向心力大小的实验装置，其简化示意图如图所示，装置固定在水平桌面上，在可调速的电机上固定一个半圆形有机玻璃凹槽（表面光滑，可忽略摩擦的影响），凹槽在电机的带动下能绕过凹槽圆心的竖直轴转动，旁边竖直固定一标尺，其上是可调高度的激光笔，激光笔发出水平方向的激光，初始时刻，凹槽与标尺在同一平面内.实验步骤如下：



（1）将钢球放入凹槽底部，上下移动激光笔对准凹槽圆心，此时激光笔所在位置读数记为 h_0.

（2）接通电源，开启电机调速开关，钢球开始随凹槽转动，当钢球到达某一高度后随凹槽做稳定的匀速圆周运动，上下移动激光笔，当激光对准钢球球心位置时，记录此时激光笔所在位置读数为$h_1(h_1>h_0)$，记$h=h_1-h_0$.

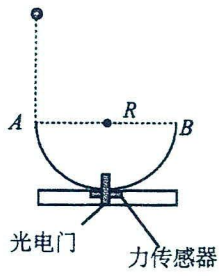
（3）利用光电传感器探测钢球运动的周期.每当激光笔发出的激光照在钢球上时，光电传感器便会接收信号计次，若第 1 次光电传感器接收到信号时数字计时器开始计时，并记录为 0 次，达到n次时计时器停止计时，记录总时间t，则钢球运动的周期$T=$_____（用题中所给字母符号表示）.

（4）若适当调大电机的转速，则激光笔应_____（填“上移”“不动”或“下移”）.

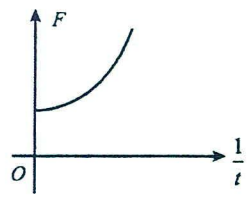
（5）改变电机转速，重复实验，将得到的多组T和h的数据记录到表格中，并绘制_____（填“$h-T^2$”或“$h-\frac{1}{T^2}$”）图像，根据图像的斜率k可以进一步求出当地重力加速度$g=$_____（用题中所给字母符号表示）.

【跟踪训练】

1. 某同学用如图甲所示装置做“探究向心力与速度的关系”的实验。半径均为 R 的半圆轨道 AB 固定在竖直面内，在圆弧轨道的最低点下面安装一个力传感器，在最低点两侧面安装一个光电门，从 A 点正上方某点处由静止释放一个质量为 m、半径为 r（r 远小于 R）的小球，小球沿圆弧轨道通过最低点时，与光电门相连的数字计时器记录小球的遮光时间，力传感器记录小球对轨道的压力，重力加速度大小为 g。



甲



乙

(1)某次实验，数字计时器记录小球经过最低点时的遮光时间为 t_0，则小球经过最低点时的线速度大小为 v=_____，加速度大小为 a=_____。

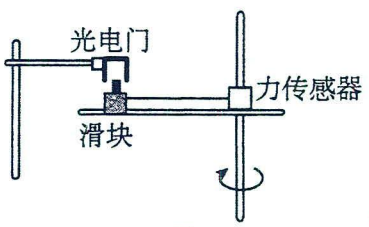
(2)多次改变小球在 A 点正上方由静止释放的位置，测出多组力传感器的示数 F 及数字计时器记录的小球遮光时间 t，为了反映向心力与速度的关系，作$F-\frac{1}{t}$图像，作出的图像如图乙所示，为了直观地反映向心力与速度的直观关系，应尝试作 F-_____（选填“t”“t^2”“$\frac{1}{\sqrt{t}}$”或“$\frac{1}{t^2}$”）图像。

(3)如果作出的图像是一条倾斜直线，在误差允许的范围内，图像与纵轴的截距等于_____（用题中所给物理量符号表示），图像的斜率等于_____（用题中所给物理量符号表示），则表明：在质量、半径一定时，向心力与_____成正比。

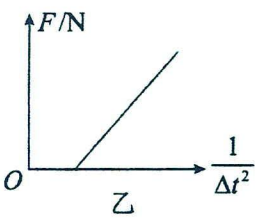
2. 在“探究向心力大小表达式”的实验中，某小组通过如图甲所示装置进行实验，将一滑块套入水平杆上，一起绕竖直杆做匀速圆周运动，力传感器通过一细绳连接滑块，用来测量向心力 F 大小。滑块上固定一遮光片宽度为 d，光电门可以记录遮光片通过的时间，测得旋转半径为 r。滑块做匀速圆周运动，每经过光电门一次，通过力传感器和光电门就同时获得一组向心力 F 和角速度ω的数据。

(1)为了探究向心力与角速度的关系，需要控制滑块质量和旋转半径保持不变，某次旋转过程中遮光片经过光电门时的遮光时间为Δt，则角速度ω=_____；

(2)以 F 为纵坐标，以$\frac{1}{\Delta t^2}$为横坐标，可在坐标纸中作一条直线，如图乙所示，直线方程为$F=k\frac{1}{\Delta t^2}-b$。写出滑块质量表达式 m=_____（用 k，r，d 表示），b 产生的原因为_____。



甲

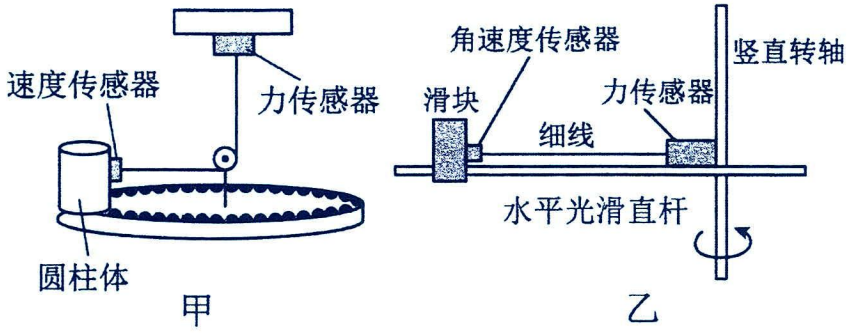


乙

3．某同学学习了匀速圆周运动相关知识后，设计了如下图甲、乙所示的实验装置，用来验证做匀速圆周运动的物体，其轨道半径、线速度大小、角速度大小、向心力各物理量是否满足课本所给的关系；

图甲：圆柱体放置在水平光滑圆盘上做匀速圆周运动。拉力传感器测量向心力F的大小，速度传感器测量圆柱体线速度v的大小，实验中通过保持圆柱体质量和运动半径恒定，来探究向心力大小F与线速度大小v的关系；

图乙：水平光滑直杆随竖直转轴一起做匀速圆周运动，将一个滑块（质量保持恒定）套在水平光滑杆上，用细线与固定在竖直转轴上的拉力传感器连接，让细绳处于水平并且伸直状态并保持长度不变，当滑块随水平光滑直杆一起做匀速圆周运动时，细绳上的拉力就是滑块做匀速圆周运动需要的向心力。拉力的大小可以直接通过拉力传感器读得，滑块做匀速圆周运动的角速度可以通过轻质角速度传感器读得。



(1)对于图甲和图乙，该同学采用的实验方法均为_____。

(2)图甲中，为了得到结论的普遍性，该同学改变了线速度进行了多次测量，并记录下了多组F、v数据；实验结束后该同学对数据进行分析时，认为只需要再测量一个物理量即可求得圆柱体的质量，则需要测量的物理量为_____。

(3)现测得甲、乙装置做圆周运动半径均为r；根据甲、乙采集的数据分别作出$F-v^2$图像，$F-\omega^2$图像，则$F-v^2$图像斜率k为_____，$F-\omega^2$图像斜率k为_____，假设圆盘与滑杆并不光滑，则根据图像得到斜率将_____。（填“增大”“不变”或“减小”）

综合练习（二）

一、单选题

1．下列关于运动的描述正确的是（　　）

A．加速度变小的运动一定是减速运动　　B．圆周运动的合力一定指向圆心

C．曲线运动的加速度不可能恒定

D．直线运动的平均速度可以不等于初末速度和的一半，但一定等于位移与时间的比值

2．下列关于圆周运动的说法正确的是（　）

A．做圆周运动的物体受到的合力方向一定指向圆心

B．做匀速圆周运动的物体的线速度不变

C．做匀速圆周运动的物体向心加速度方向始终指向圆心

D．做匀速圆周运动的物体的合力可以为恒力

3．关于匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）

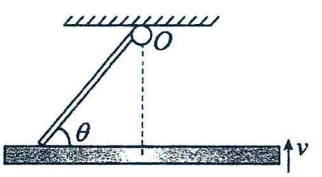
A．由$T=\frac{2\pi}{\omega}$可知，角速度越大的圆周运动，周期越小

B．由$v=\omega r$可知，半径越大的圆周运动，线速度也越大

C．由$a=\frac{v^2}{r}$可知，线速度越大的圆周运动，向心加速度也越大

D．由$a=\omega^2 r$可知，角速度越大的圆周运动，向心加速度也越大

4．如图所示，长为L的直棒一端可绕固定轴O转动，另一端搁在水平升降平台上，设棒与水平方向的夹角为θ，当升降平台以速度v匀速上升时，棒的角速度变化情况为（　　）



A．变小　　B．变大　　C．不变　　D．无法确定

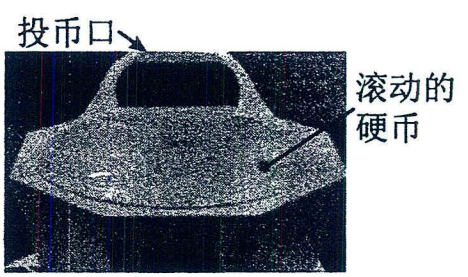
5．设计师设计了一个非常有创意的募捐箱，如图甲所示，把硬币从投币口放入，接着在募捐箱上类似于漏斗形的部位（如图乙所示，O点为漏斗形口的圆心）滑动很多圈之后从中间的小孔掉入募捐箱。如果硬币在不同位置的运动都可以看成匀速圆周运动，摩擦阻力忽略不计，则某一枚硬币在a、b两处时（　　）

A．向心加速度大小$a_a>a_b$

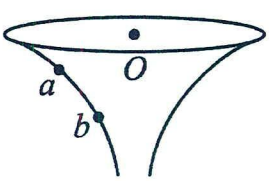
B．角速度大小$\omega_a<\omega_b$

C．线速度大小$v_a>v_b$

D．向心力大小$F_a=F_b$



甲



乙

6．如图甲所示，陀螺是深受小朋友喜爱的玩具。玩耍时，由细绳的一端开始将细绳紧紧缠绕在陀螺侧面，将陀螺竖直放置在地面上，用力水平拉动细绳另一端，使陀螺由静止开始加速转动，俯视图如图乙所示。若陀螺的半径为R，在地面上稳定转动时，其角速度至少要达到ω，缠绕在陀螺上的细绳长为l，拉动细绳时，细绳在陀螺侧面不打滑，将细绳的运动视为匀加速直线运动，为使陀螺稳定转动，细绳的加速度至少为（　　）

A. $\frac{\omega^2R^2}{l}$

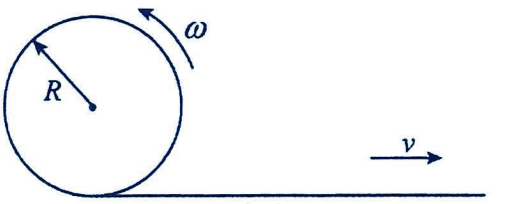
B. $\frac{\omega^2R^2}{2l}$

C. $\frac{\omega^2R^2}{3l}$

D. $\frac{\omega^2R^2}{4l}$



甲



乙

7．“旋转纽扣”是一种传统游戏。如图，先将纽扣绕几圈，使穿过纽扣的两股细绳拧在一起，然后用力反复拉绳的两端，纽扣正转和反转会交替出现。拉动多次后，纽扣绕其中心的转速可达 50r/s，此时对于纽扣上距离中心 1cm 处的点，下列说法正确的是（　　）

A．周期为 0.2s　　B．角速度约为 30rad/s

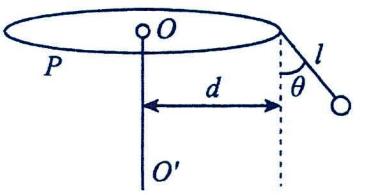
C．线速度约为 3m/s　　D．向心加速度大小约 100m/s²



8．游乐园中的“空中飞椅”可简化成如图所示的模型图，其中 P 为处于水平面内的转盘，可绕OO'轴转动，圆盘半径$d=24$m，绳长$l=10$m。假设座椅随圆盘做匀速圆周运动时，绳与竖直平面的夹角$\theta=37°$，座椅和人的总质量为 60kg，则（sin37°=0.6 cos37°=0.8 g 取10m/s²）（　　）

A．绳子的拉力大小为 650N　　B．座椅做圆周运动的线速度大小为 5m/s

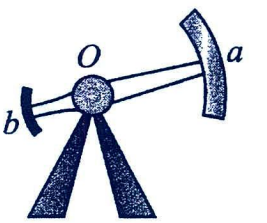
C．圆盘的角速度为 0.5rad/s　　D．座椅转一圈的时间约为 1.3s



9．大型游乐装置“大摆锤”的简图如图所示，摆锤 a 和配重锤 b 分别固定在摆臂两端，并可绕摆臂上的转轴 O 在纸面内转动。若 a、b 到 O 的距离之比为 2∶1，在摆臂匀速转动的过程中，下列说法正确的是（　）

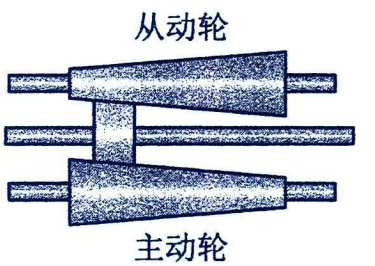
A．a、b 的线速度大小之比为 2∶1　　B．a、b 的角速度大小之比为 1∶2

C．a、b 的向心加速度大小之比为 1∶1　　D．a、b 的向心加速度大小之比为 1∶4

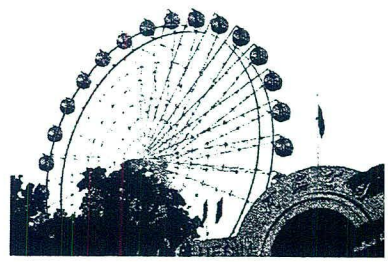


10．无级变速是在变速范围内任意连续地改变转速，性能优于传统的档挡变速器。如图是截锥式无级变速模型示意图，两个锥轮中间有一个滚轮，主动轮、滚轮、从动轮之间靠着彼此之间的摩擦力带动. 当位于主动轮与从动轮之间的滚轮从左向右移动时从动轮转速降低，滚轮从右向左移动时从动轮转速增加。当滚轮位于主动轮直径 D_1，从动轮直径 D_2 的位置上时，主动轮转速 n_1，从动轮转速 n_2 之间的关系是（　　）

A. $n_2=\sqrt{\frac{D_1}{D_2}}n_1$　　B. $n_2=\frac{D_1}{D_2}n_1$　　C. $n_2=\frac{D_2^2}{D_1^2}n_1$　　D. $n_2=\frac{D_1^2}{D_2^2}n_1$



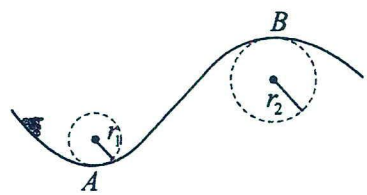
11．贵阳河滨公园内的摩天轮于 1995 年建成投入运营，2021 年 12 月至 2022 年 8 月期间，对该摩天轮改造后，其承载力和安全性能都有极大提升，回转直径由原来的 31m 升级为 46.5m，新摩天轮共有 30 台吊舱，每舱可乘坐 6 人，整体可承载 180 人，改造前坐一圈所需时间为 4min，改造后坐一圈所需时间为 8min，下列说法正确的是（　　）



A．游客在吊舱中始终处于失重状态　　B．改造前吊舱的线速度约为 0.2m/s

C．改造后吊舱的线速度约为 0.3m/s　　D．改造前、后吊舱加速度的比值约为 $\frac{3}{8}$

12．一般的曲线运动可以分为很多小段，每一小段都可以被看作是圆周运动的一部分。如图所示为一摩托车匀速率运动过程中经过高低不平的一段赛道的示意图，最低点 A 和最高点 B 两个位置对应的圆弧半径分别为 r_1、r_2，且 $r_1 < r_2$。下列说法正确的是（　　）



A．在 B 点摩托车对赛道的压力等于摩托车的重力

B．摩托车在 A、B 两点的向心加速度 $a_A > a_B$

C．摩托车在 A、B 两点的向心力 $F_A < F_B$

D．在 A 点摩托车处于失重状态

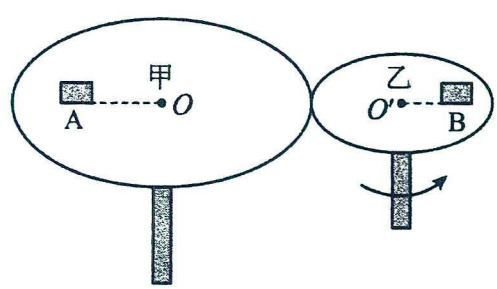
13．摩擦传动是传动装置中的一个重要模型，如图所示的两个水平放置的轮盘靠摩擦力传动，其中 O、O' 分别为两轮盘的轴心，已知两个轮盘的半径比 $r_{甲}:r_{乙}=3:1$，且在正常工作时两轮盘不打滑。今在两轮盘上分别放置两个同种材料制成的滑块 A、B，两滑块与轮盘间的动摩擦因数相同，两滑块距离轴心 O、O' 的间距 $R_A=2R_B$。若轮盘乙由静止开始缓慢地转动起来，且转速逐渐增加，则下列叙述正确的是（　　）

A．滑块 A 和 B 在与轮盘相对静止时，角速度之比为 $\omega_{甲}:\omega_{乙}=3:1$

B．滑块 A 和 B 在与轮盘相对静止时，向心加速度大小的比值为 $a_A:a_B=9:2$

C．转速增加后滑块 B 先发生滑动

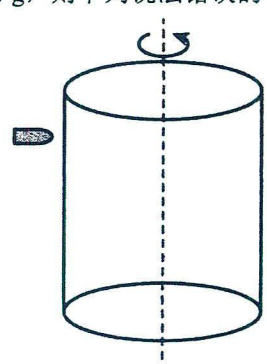
D．转速增加后两滑块一起发生滑动



14．如图所示，直径为 d 的竖直圆筒绕中心轴线以恒定的转速匀速转动。一子弹以水平速度沿圆筒直径方向从左侧射入圆筒，从右侧射穿圆筒后发现两弹孔在同一竖直线上且相距为 h，重力加速度为 g，则下列说法错误的是（　　）

A．子弹在圆筒中的水平速度为 $d\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　B．子弹在圆筒中的水平速度为 $2d\sqrt{\frac{g}{2h}}$

C．圆筒转动的角速度可能为 $\pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$　　D．圆筒转动的角速度可能为 $3\pi\sqrt{\frac{g}{2h}}$



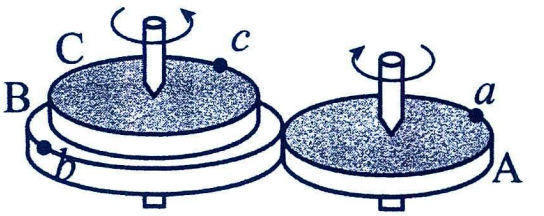
15．如图所示，B 和 C 是一组塔轮，即 B 和 C 半径不同，但固定在同一转动轴上，其半径之比为 $R_B:R_C=3:2$，A 轮的半径与 C 轮相同，它与 B 轮紧靠在一起。当 A 轮绕过其中心的竖直轴转动时，由于摩擦作用，B 轮也会随之无滑动地转动。a、b、c 分别为三个转轮 A、B、C 边缘上的三个点，在运动过程中，a、b、c 三点的（　　）

A．线速度大小之比为3:2:2

B．角速度大小之比为3:3:2

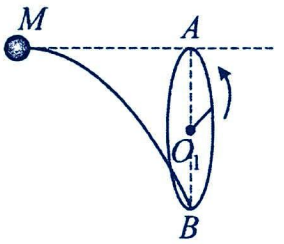
C．转速之比为2:3:2

D．向心加速度大小之比为9:6:4

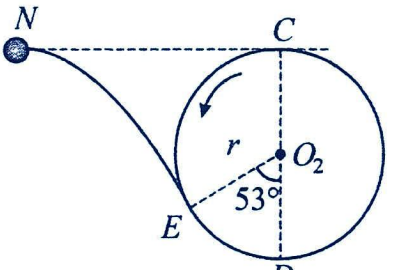


16．如图甲，小球从 M 点对准圆盘的最高点 A 水平抛出，圆盘竖直放置且与 MA 垂直，圆盘绕圆心 O_1 匀速转动，小球抛出的同时，B 正好处于圆盘的最低点，经过一段时间小球正好击中 B 点；如图乙，小球从 N 点对准竖直放置的圆盘的上边缘 C 点水平抛出，圆盘的半径为 r，绕圆心 O_2 匀速转动，小球的平抛运动正好经过圆盘的边缘 E 点，在 E 点，小球平抛运动速度与圆盘的线速度相同，D 是圆盘的最低点，$\angle EO_2D=53°$；M、B 之间与 N、E 之间两个平抛运动完全相同，重力加速度为 g，$\sin53°=0.8$、$\cos53°=0.6$，不计空气阻力。求：

(1)甲图圆盘的角速度大小；(2)乙图圆盘的角速度大小以及平抛运动的水平位移大小。



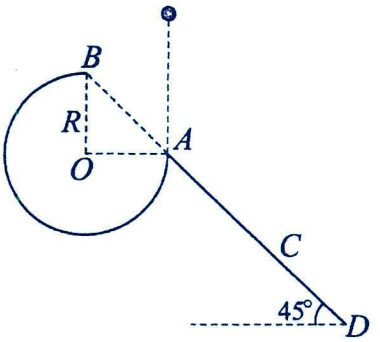
甲



乙

17．如图所示，竖直平面内的 $\frac{3}{4}$ 圆弧形光滑轨道半径为 R，A 端与圆心 O 等高，AD 为与水平方向成 45°角的斜面，B 端在 O 的正上方，一个质量为 m 的小球在 A 点正上方某处由静止开始释放，自由下落至 A 点后进入圆形轨道并能沿圆形轨道到达 B 点，最后落到斜面上 C 点，且到达 B 处时小球对圆弧轨道顶端的压力大小为 3mg（忽略空气阻力）。求：(1)小球到达 B 点时的速度 v_0 的大小；

(2)小球从 B 点运动到 C 点所用的时间 t。



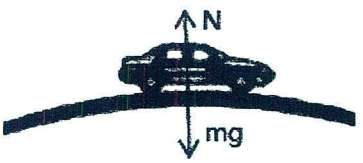
第六讲：生活中的圆周运动

考点一：汽车过桥模型

模型概述：当车辆经过水平面时，重力等于地面支持力；但当汽车通过凹凸不平的路面时，此时车的运动是曲线运动，需有指向曲率圆心的合力提供向心力，此时重力与支持力将不再相等。从而延申出下面两种模型。

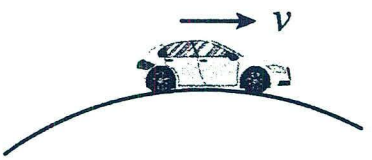
题型一：凸形桥

对车受力分析如右图，根据由牛顿第二定律：$F_{合}=mg-N=m\frac{v^2}{r}$，



由上式可得:当速度 v 增加时，支持力 N 减小

当 N=0 时，$v_m=\sqrt{gr}$,即说明当车过凸形桥时，车速过快,容易“飘”。



【精选例题】

【例 1】如图所示是汽车通过公路上的拱形桥时的示意图，汽车过桥最高点时的运动可以看做圆周运动。下列说法正确的是（　）

A．汽车过桥最高点时对桥的压力等于汽车的重力　　B．汽车过桥最高点时对桥的压力小于汽车的重力

C．汽车过桥最高点时所需要的向心力方向水平向右　　D．汽车做圆周运动所需要的向心力为零

【例 2】如图，一质量为 m 的汽车驶上半径为 R 的拱桥，到达拱桥最高点时的行驶速度为 v 且不腾空。则下列说法正确的是（　　）

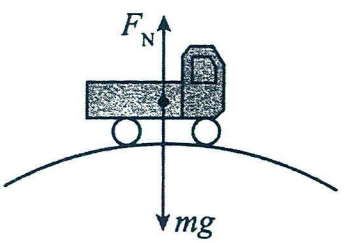


A．汽车对拱桥面的压力小于 mg　　B．汽车在拱桥最高点处于超重状态

C．拱桥对汽车的支持力为$mg+m\frac{v^2}{R}$　　D．行驶速度小于$\sqrt{gR}$时，汽车会腾空

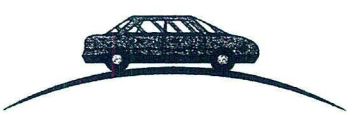
【跟踪训练】

1．（多选题）当汽车通过拱桥顶点的速度为 v 时，车对桥顶的压力为车重的$\frac{3}{4}$，如果要使汽车能安全通过该拱形桥（不脱离地面），则汽车通过桥顶的速度可以为（　）



A．$\frac{v}{2}$　　B．$\frac{v}{3}$　　C．3v　　D．4v

4．如图所示一辆质量为 1t 的汽车静止在半径为 50m 的圆弧形拱桥顶部（g = 10m/s²），求：



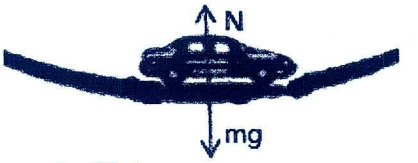
(1)此时汽车对圆弧形拱桥的压力是多大；

(2)如果汽车以 10m/s 的速度经过拱桥的顶部，则圆弧形拱桥对汽车的支持力多大；

(3)汽车以多大速度通过拱桥的顶部时，汽车对圆弧形拱桥的压力恰好为零。

题型二：凹形桥

对车受力分析如右图，根据由牛顿第二定律：$F_{合}=N-mg=m\frac{v^2}{r}$，



由上式，当速度 v 增加时，支持力 N 增加,当 $N=N_m$ 时，爆胎。

【精选例题】

【例 1】（多选题）一汽车（质量一定）通过凹形桥（曲率半径一定）最低点时的示意图，下列判断正确的是（　）



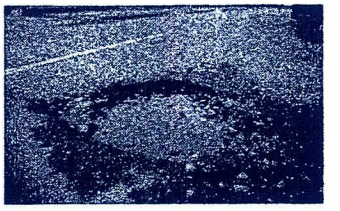
A．汽车的角速度越大，对桥底的压力越大

B．汽车的速度越大，对桥底的压力越小

C．汽车的向心加速度越大，对桥底的压力越大

D．汽车的向心加速度越大，对桥底的压力越小

【例 2】（多选题）路面的坑洼不平是导致轮胎爆胎的常见原因之一，将路面简化为右图，请善于思考的同学们结合学过的物理知识选出下列说法正确的选项（　　）





A．车辆上下颠簸过程中，某些时刻处于超重状态

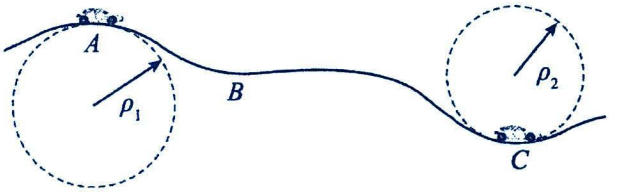
B．车辆若以相同的速率通过 A、B 两点，在行驶通过 B 点时更容易爆胎

C．爆胎的原因是因为不同路面的动摩擦因数不同

D．车辆通过凹凸路面时，应该加速通过

【跟踪训练】

1．汽车行驶中经常会经过一些凹凸不平的路面，其凹凸部分路面可以看作圆弧的一部分，如图所示的 A、B、C 处，其中 B 处的曲率半径最大，A 处的曲率半径为ρ_1，C 处的曲率半径为ρ_2，$\rho_1>\rho_2$，重力加速度为g。若有一辆可视为质点、质量为m的小汽车与路面之间各处的动摩擦因数均为μ，当该车以恒定的速率v沿这段凹凸路面行驶经过 A、B、C 三点时，下列说法正确的是（　　）



A．汽车在 A 处受到的摩擦力大小为μmg

B．汽车经过 A 处时处于失重状态，经过 C 处时处于超重状态

C．汽车在 A 点的行驶速度小于$\sqrt{g\rho_1}$时，汽车将做平抛运动

D．汽车经过 C 处时所受的向心力最小

2．胎压监测器可以实时监测汽车轮胎内部的气压，在汽车上安装胎压监测报警器，可以预防因汽车胎压异常而引发的事故。如图所示，一辆质量为 800kg 的小汽车行驶在山区的波浪形路面，路面可视为圆弧且左右圆弧半径相同，根据胎压可计算出汽车受到的支持力，当支持力达到5.8×10^4N 时检测器报警。当汽车某次在凹形路面段最低点 A 时速度为10m/s，支持力为1.0×10^4N，重力加速度 g 取$10m/s^2$。

（1）汽车在 A 点速度v_m多大时会触发报警?

（2）汽车要想不脱离路面，在最高点 B 时的最大速度v_B是多少?



考点二：车转弯模型

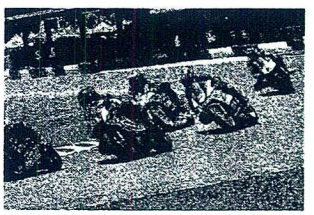
模型概述：生活中，车在行驶过程中，必不可免的需要改变运动方向，即转弯。因路面差别，可区分为水平路面和倾斜路面（弯道内低外高）。

题型一：汽车水平路面转弯

解题要点：分析可知，此时车轮与地面的摩擦力提供向心力，有 $F_{向}=F_f=m\frac{v^2}{r}=\mu mg$，解得：$v=\sqrt{\mu gr}$

【精选例题】

【例 1】如图所示是摩托车运动员在水平赛道转弯的照片，下列说法正确的是（　）



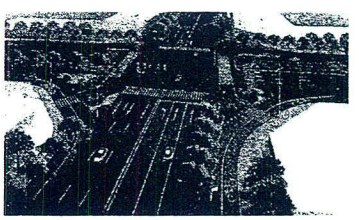
A．摩托车正在向运动员的左侧转弯

B．摩托车受到重力、地面支持力、摩擦力和向心力的作用

C．摩托车速度越大，受到的支持力越大

D．下雨天，摩托车转弯的最大限制速度应减小

【例 2】（多选题）如图所示，在温州市的某十字路口，设置有右转弯专用车道。现有一辆汽车正在水平右转弯车道上行驶，其运动可视做圆周运动，行驶过程中车辆未发生打滑。司机和副驾驶座上的乘客分别坐在左右边，且始终与汽车保持相对静止。当汽车在水平的右转弯车道上减速行驶时，下列说法正确的是（　）



A．司机和乘客具有相同的角速度　　B．汽车的合力一定指向圆心

C．汽车对乘客的作用力大于乘客所受的重力　　D．汽车对乘客的作用力小于汽车对司机的作用力

【例 3】汽车的自动泊车系统持续发展，现有更先进的“全自动泊车”。如图为某次电动汽车自动泊车全景示意图。汽车按图示路线（半径为 6m 的 1/4 圆弧与长为 5m 的直线构成）顺利停车，用时 40s。汽车与地面间的动摩擦因数为 0.3（最大静摩擦力等于滑动摩擦力），重力加速度 $g=10m/s^2$，汽车可视为质点，下列说法正确的是（　　）



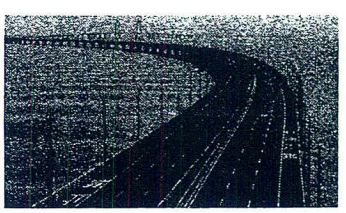
A．汽车在转弯过程中做匀变速曲线运动

B．汽车在转弯过程中的最大允许速度约为 18km/h

C．汽车泊车的平均速度约为 1.13km/h

D．汽车在泊车过程中受到的摩擦力总是与运动方向相反

【例 4】（多选题）港珠澳大桥总长约 55 公里，是世界上总体跨度最长、钢结构桥体最长、海底沉管隧道最长的跨海大桥，也是世界公路建设史上技术最复杂、施工难度最高、工程规模最庞大的桥梁。如图所示的路段是一段半径约为 120m 的圆弧形弯道，路面水平，路面对轮胎的径向最大静摩擦力为正压力的 0.8 倍，下雨时路面被雨水淋湿，路面对轮胎的径向最大静摩擦力变为正压力的 0.4 倍，若汽车通过圆弧形弯道时做匀速圆周运动，汽车可视为质点，取重力加速度 $g=10m/s^2$，下列说法正确的是（　）



A．汽车以 72km/h 的速率通过此圆弧形弯道时的向心加速度为 $43.2m/s^2$

B．汽车以 72km/h 的速率通过此圆弧形弯道时的角速度为 $0.17rad/s$

C．晴天时，汽车以 100km/h 的速率可以安全通过此圆弧形弯道

D．下雨时，汽车以 60km/h 的速率通过此圆弧形弯道时将做离心运动

【跟踪训练】

1．如图所示，一辆汽车正通过一段水平的弯道公路。若汽车的运动视为匀速圆周运动，则（　）



A．该汽车速度恒定不变

B．汽车左右两车灯的线速度大小相等

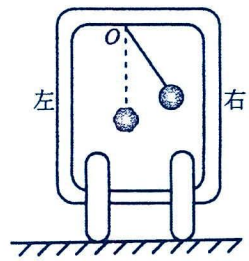
C．跟公路内道相比，汽车同速率在外道行驶时所受的摩擦力较小

D．跟晴天相比，雨天汽车在同车道同速率行驶时所受的摩擦力较小

2．汽车在水平路面上以速率v通过半径为r的弯道，地面的摩擦力已达到最大；当该汽车通过另一半径为$2r$的弯道时，汽车转弯的最大速率为（　）

A．$\sqrt{2}v$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}v$　　C．$\frac{1}{2}v$　　D．$2v$

3．某辆汽车顶部用细线悬挂一个小球P，现使该车在水平路面上做转弯测试，测试时汽车可视为在做半径为30m的匀速圆周运动。从车正后方看，车内小球的位置如图所示，此时细线与竖直方向的夹角为37°。已知车胎与路面间的径向最大静摩擦力为汽车所受重力的$\frac{4}{5}$，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$取重力加速度大小g=10m/s²，汽车可视为质点。下列说法正确的是（　）



A．汽车此时的向心加速度大小为$8m/s^2$　　B．汽车此时的线速度大小为20m/s

C．汽车此时的角速度大小为2rad/s　　D．汽车通过该弯道允许的最大速度为$4\sqrt{15}m/s$

4．当我们骑自行车在水平地面转弯时，自行车与竖直方向有一定的夹角才不会倾倒。某同学查阅有关资料得知，只有当水平地面对自行车的支持力和摩擦力的合力方向与自行车的倾斜方向相同时自行车才不会倾倒。若该运动员骑自行车时的速率为10m/s，转弯的半径为12m，重力加速度g取$10m/s^2$。则自行车与竖直方向的夹角的正切值为（　　）



A．$\frac{5}{6}$　　B．$\frac{16}{25}$　　C．$\frac{4}{5}$　　D．1

题型二：汽车倾斜路面转弯

解题要点：分析可知，当车的重力与支持力的合力提供向心力，有$F_{向}=mg\tan\alpha=m\frac{v^2}{r}$；解得$v=\sqrt{gr\tan\alpha}$。

当$v>\sqrt{gr\tan\alpha}$时，车有外滑趋势，产生指向弯道内侧摩擦力；

当$v<\sqrt{gr\tan\alpha}$时，车有内滑趋势，产生指向弯道外侧摩擦力。

【精选例题】

【例 1】公路急转弯处通常是交通事故多发地带。如图所示，某公路急转弯处是一圆弧，当汽车行驶的速率为v_0时，汽车恰好没有向公路内外两侧滑动的趋势，在该弯道处（　　）

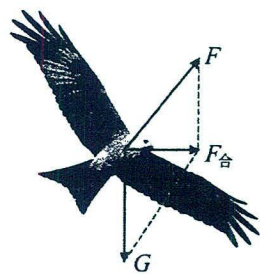


A．路面外侧低，内侧高　　B．车速只要低于v_0，汽车便会向内侧滑动

C．车速虽然高于v_0，但只要不超出某一限度，汽车便不会向外侧滑动

D．路面结冰与未结冰时相比，v_0的值变小

【例 2】鹰在空中盘旋飞翔，会受到垂直于翼面的作用力——升力。当翼面倾斜时，垂直于翼面的升力 F 和重力 G 的合力$F_{合}$提供向心力，可使鹰在空中水平面内做匀速圆周运动，如图所示。已知重力加速度大小取 g=10m/s²，$\sin 37°=0.6,\cos 37°=0.8$，当鹰翼面与水平面成$\theta=37°$并以速率$v=15$m/s在空中水平面内做匀速圆周运动时，则圆周运动的半径为（　　）



A．40m　　B．30m　　C．20m　　D．10m

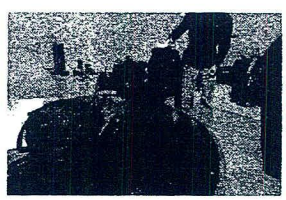
【例 3】为方便旅客随时取下行李，机场使用倾斜环状传送带运输行李箱，其实景图及简化图如图甲、图乙所示，行李箱随传送带一起在弯道时做匀速圆周运动。则（　）

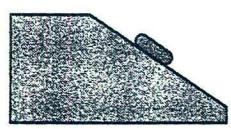
A．行李箱的向心力只由弹力提供

B．行李箱的向心力由摩擦力和重力的合力提供

C．若传送带转速减缓，行李箱受到的弹力变大

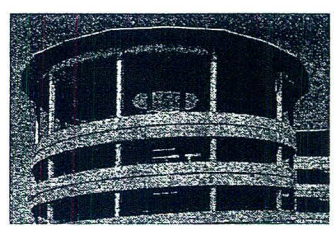
D．若传送带转速减缓，行李箱可能会沿斜面向下滑动


甲


乙

【跟踪训练】

1．（多选题）2024 年 2 月 29 日，国家统计局发布《中华人民共和国 2023 年国民经济和社会发展统计公报》，2023 年末全国民用汽车保有量 33618 万辆（包括三轮汽车和低速货车 706 万辆），其中私人汽车保有量 29427 万辆，增加 1553 万辆。城市交通拥堵，停车更是难题。如图是地上立体停车场，通道主体是螺旋结构，在汽车沿着螺旋车道向下匀速驶出停车场的过程中，下列说法正确的是（　　）



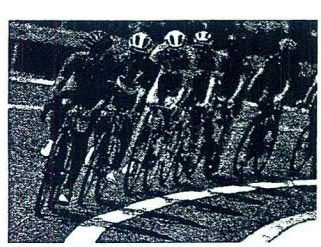
A．车内悬挂饰品的吊绳处于竖直状态

B．汽车受到地面总的摩擦力方向可能沿倾斜地面向上且偏向弯道内

C．汽车受到地面总的摩擦力大小与汽车行驶速率平方成正比

D．以相同的速率行驶，内侧车道的加速度更大

2．2023 年 9 月 26 日，在杭州亚运会上中国男、女队分别打破场地自行车比赛的亚运会纪录。场地自行车的赛道与水平面的夹角为θ，$\sin\theta=a$，$\cos\theta=b$。若运动员骑车以速度 v 做匀速圆周运动，圆轨道的半径为 R，赛道和自行车之间没有垂直前进方向的摩擦力。已知运动员与自行车的总质量为 m，重力加速度为 g，则赛道对自行车的支持力大小为（　　）

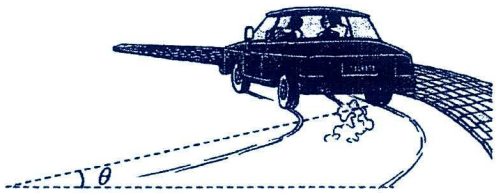


A．$\frac{mg}{a}$　　B．$\frac{mg}{b}$　　C．$m\frac{v^2}{R}$　　D．$m\sqrt{g^2-\frac{v^4}{R^2}}$

3．如图在铺设沥青的高速公路上，汽车在这种路面上行驶时，轮胎与地面的滑动摩擦因数μ=0.4，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取 g=10m/s²。

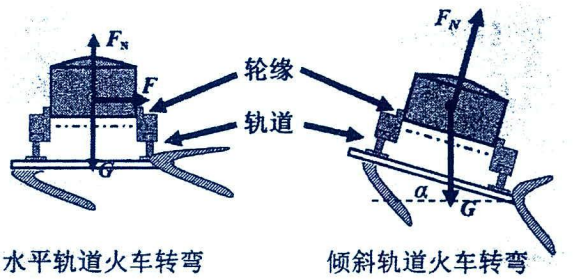
（1）在高速公路上转弯时对汽车的设计限速是 15m/s，假设汽车在这种高速路的水平弯道上拐弯，求弯道的最小半径；

（2）如果弯道的路面设计为倾斜（外高内低），弯道半径为 250m，路面倾角为θ，且$\tan\theta=0.05$，要使汽车通过此弯道时不产生侧向摩擦力，求汽车通过弯道时的速度大小。



题型三：火车转弯

解题要点：火车在不同情形下转弯的受力情况如右图：



水平轨道火车转弯　　倾斜轨道火车转弯

分析可知，(1)当轨道水平时，车轮与铁轨间的弹力提供向心力；

(2)当轨道倾斜时，车的重力与支持力的合力提供向心力，有：$F_{向}=mg\tan\alpha=m\frac{v^2}{r}$；解得：$v=\sqrt{gr\tan\alpha}$

①当 $v>\sqrt{gr\tan\alpha}$ 时，车有外滑趋势，外轨产生指向弯道内侧支持力（挤外轨）；

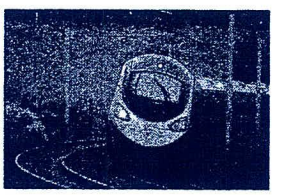
②当 $v<\sqrt{gr\tan\alpha}$ 时，车有内滑趋势，内轨产生指向弯道外侧支持力（挤内轨）。

【精选例题】

【例 1】（多选题）火车转弯时，如果铁路弯道的内、外轨一样高，则外轨对轮缘挤压的弹力提供了火车转弯的向心力，如图甲所示。但是靠这种办法得到向心力，铁轨和车轮极易受损。故在修筑铁路时，弯道处的外轨会略高于内轨，当火车以规定的行驶速度转弯时，内、外轨均不会受到轮缘的侧向挤压，如图乙所示。设此时规定的行驶速度大小为 v，重力加速度为 g，两轨所在面与水平地面的夹角为θ，则下列说法正确的是（　　）



甲



乙

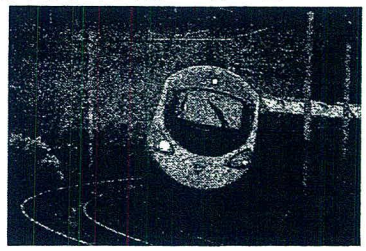
A．该弯道的半径$r=\frac{v^2}{g\tan\theta}$

B．当火车质量改变时，规定的行驶速度大小也改变

C．当火车速率小于 v 时，内轨将受到轮缘的挤压

D．当火车速率大于 v 时，内轨将受到轮缘的挤压

【例 2】摆式列车是集电脑、自动控制等高新技术于一体的新型高速列车，如图所示，当列车转弯时，在电脑控制下，车厢会自动倾斜，抵消离心力的作用。行走在直线上时，车厢又恢复原状，就像玩具“不倒翁”一样。它的优点是能够在现有线路上运行，无须对线路等设施进行较大的改造，而是靠摆动车体的先进性，实现高速行车，并速度可提高 20%~40%，最高可达 50%，摆式列车不愧为“曲线冲刺能手”。假设有一超高速列车在水平面内行驶。以 360km/h 的速度拐弯，拐弯半径为 750m，则质量为 60kg 的乘客，在拐弯过程中所受到的火车给他的作用力为（g 取 $10\mathrm{m/s^2}$）（　　）



A．600N　　B．800N　　C．1000N　　D．1400N

【跟踪训练】

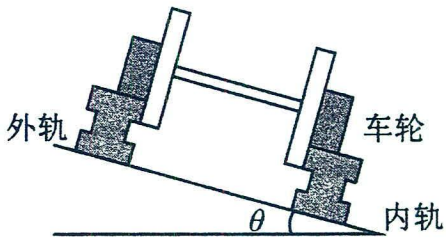
1．一满载旅客的复兴号列车以大小为 v 的速度通过斜面内的一段圆弧形铁轨时，车轮对铁轨恰好都没有侧向挤压。图为该段铁轨内、外轨道的截面图，斜面倾角为 θ。下列说法正确的是（　）

A．列车受到重力、轨道的支持力和向心力

B．若列车以大于 v 的速度通过该圆弧轨道，车轮将侧向挤压外轨

C．若列车空载时仍以 v 的速度通过该圆弧轨道，车轮将侧向挤压内轨

D．列车对轨道在与斜面垂直方向上的压力大小满足 $N=mg\cos\theta$



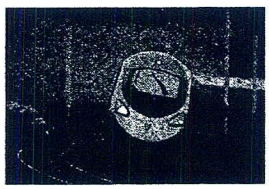
2．（多选题）如图甲所示，铺设铁路时，弯道处的外轨会略高于内轨。现有一列火车以恒定速率 v 通过一弯道（视为水平圆周运动），火车的轮缘恰好不对内、外轨道挤压。如图乙所示为转弯时一节车厢内，放在桌面上的水杯与火车保持相对静止，且杯内的水面与轨道所在平面平行，已知火车轨道所在平面与水平面间的夹角为 θ，弯道的转弯半径为 R，水杯与水的总质量为 m，重力加速度为 g。则下列说法正确的是（　　）

A．$v=\sqrt{gR\tan\theta}$

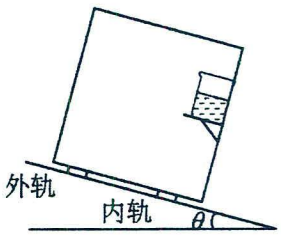
B．$v=\sqrt{\dfrac{gR}{\tan\theta}}$

C．水杯对桌面的静摩擦力大小为 0

D．水杯对车厢侧壁的压力大小为 0



甲



乙

考点三：离心问题

离心运动和近心运动

(1)离心运动：做圆周运动的物体，在所受合外力突然消失或不足以提供圆周运动所需向心力的情况下，就做逐渐远离圆心的运动。

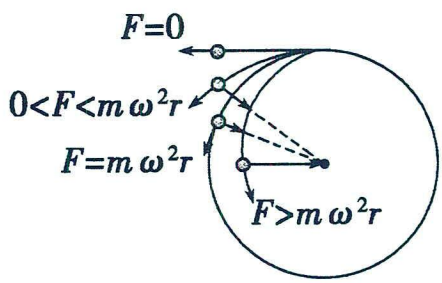
(2)近心运动：做圆周运动的物体，在所受合外力突然增大而超过圆周运动所需向心力的情况下，就做逐渐靠近圆心的运动。

(3)受力特点(如图所示)

①当 F＝0 时，物体沿切线方向飞出，做匀速直线运动。

②当 $0<F<m\omega^2r$ 时，物体逐渐远离圆心，做离心运动。

③当 $F>m\omega^2r$ 时，物体逐渐向圆心靠近，做近心运动。



(4)本质：离心运动的本质并不是受到离心力的作用，而是提供的力小于做匀速圆周运动需要的向心力；

近心运动的本质并不是受到近心力的作用，而是提供的力大于做匀速圆周运动需要的向心力。

题型一：航天器中的失重现象

【精选例题】

【例 1】（多选题）2020 年 6 月 23 日 9 时 43 分，北斗三号最后一颗全球组网卫星发射成功。在太空中，物体处于失重状态。关于失重状态，下列说法正确的是（　　）

A．航天员仍受重力的作用　　B．航天员受力平衡

C．航天员所受重力等于所需的向心力　　D．航天员不受重力的作用

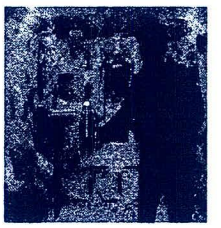
【例 2】2022 年 3 月 23 日，航天员王亚平、叶光富在中国空间站开设“天宫课堂”，课堂中演示了“水油分离”实验。如图所示，用细绳一端系住装有水和油的瓶子，叶光富手持细绳另一端，使瓶子在竖直平面内做圆周运动，已知水的密度大于油的密度。在飞船参考系中，下列说法错误的是（　）

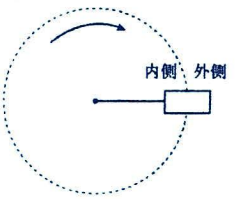
A．只要瓶子速度大于 0 就能通过圆周运动的最高点

B．瓶子的角速度一定时，油和水分离的难易程度与绳长无关

C．油水分离后，油在内侧，水在外侧

D．瓶子的角速度一定时，油水分离后，绳子张力大小不变





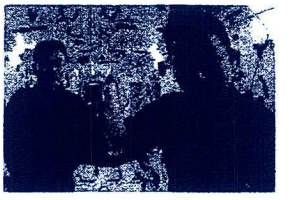
【跟踪训练】

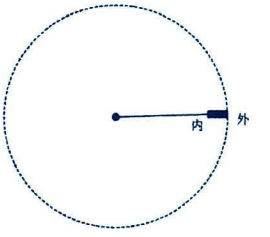
1．（多选题）下列行为不可以在绕地球做匀速圆周运动的“天宫二号”舱内完成的有（　　）

A．用台秤称量重物的质量　　B．用水杯喝水

C．用沉淀法将水与沙子分离　　D．给小球一个很小的初速度，小球就能在细绳拉力下在竖直面内做圆周运动

2．（多选题）在地面上，将水和油混合后，静置一段时间后水和油会出现分层现象，但在太空失重环境中，水和油始终呈现混合状态。2022 年 3 月 23 日的太空授课中，叶光富老师通过“甩”的方式让封闭试管内的油水混合物绕手做圆周运动，也实现了油水分离。封闭试管做圆周运动时给油水混合物提供了一种“模拟重力”的环境，“模拟重力”的方向沿试管远离转轴的方向，其大小与液体的质量以及其到转轴距离成正比。当封闭试管由静止开始绕手旋转并不断增大转速的过程中，下列说法正确的是（　　）





A．水相对试管向内侧运动，油相对试管向外侧运动

B．水相对试管向外侧运动，油相对试管向内侧运动

C．转动时“模拟重力”产生的“模拟重力加速度”沿半径方向向外逐渐变大

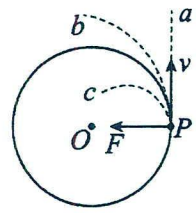
D．转动时“模拟重力”产生的“模拟重力加速度”沿半径方向各处大小相同

题型二：离心运动与近心运动

解题要点：判断物体是否满足供需平衡，即通过受力分析得到指向圆心的合外力与做圆周运动所需向心力的大小关系：供需平衡则为圆周运动；供大于求，则近心运动；供小于求，则离心运动。

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，光滑水平面上，质量为 m 的小球在拉力 F 作用下做匀速圆周运动。若小球运动到 P 点时，拉力 F 突然发生变化。下列关于小球运动情况的说法中正确的是（　）



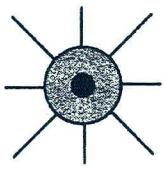
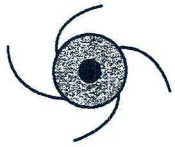
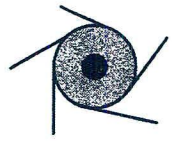
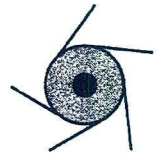
A．若拉力突然变为零，小球将沿 Pa 做匀加速直线运动

B．若拉力突然变为零，小球将沿 Pa 做匀速直线运动

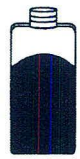
C．若拉力突然变大，小球将沿轨迹 Pb 做离心运动

D．若拉力突然变大，小球将沿轨迹 Pc 做向心运动

【例 2】下雨天有的同学会转动手中的雨伞将伞上过多的雨水清除，先将雨伞竖直握好，并绕伞柄沿逆时针方向匀速转动（俯视），则被甩出的雨水的径迹俯视图可能是下列的（　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【例 3】让矿泉水瓶绕自身中心轴转动起来，带动瓶中水一起高速稳定旋转时，水面形状接近图（　　）

A. 　B. 　C. 　D. 

【例 4】（多选题）如图所示为洗衣机脱水桶，在匀速转动的洗衣机脱水桶内壁上有一件湿衣服与圆桶一起运动，衣服相对于圆桶壁静止，则（　　）



A．衣服受到重力、弹力、摩擦力、向心力四个力的作用

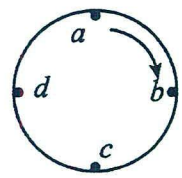
B．洗衣机脱水桶转动得越快，衣服与桶壁间的弹力就越大

C．衣服上的水滴与衣服间的附着力不足以提供所需的向心力时，水滴做离心运动

D．衣服上的水滴与衣服间的附着力大于所需的向心力时，水滴做离心运动

【例 5】如图甲是滚筒式洗衣机。洗衣机脱水完成前的某段时间内，可认为水已脱干，衣物紧贴着滚筒壁在竖直平面内做匀速圆周运动，如图乙所示。若一件小衣物在此过程中随滚筒转动经过最高位置 a、最低位置 c、与滚筒圆心等高位置 b、d，则下列说法正确的是（　　）


甲



乙

A．洗衣机能脱水是因为水滴受到离心力的作用

B．该小衣物在 a、b、c、d 四点的线速度相同

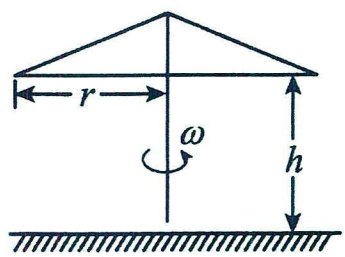
C．该小衣物在 b 位置受到的摩擦力和在 d 位置受到的摩擦力方向不同

D．该小衣物在 c 位置对滚筒壁的压力大于它在 a 位置对滚筒壁的压力

【例 6】保持伞柄竖直，将雨伞以角速度 ω 匀速旋转，雨伞边缘的半径为 r，距水平地面的高度为 h，现使雨滴自伞边缘甩出，落在地面上成一个大圆圈。不计空气阻力。求：

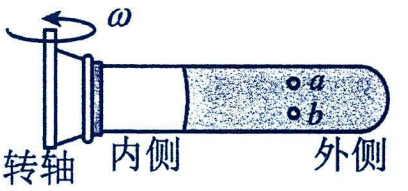
（1）大圆圈的半径是多少；

（2）雨滴落到地面时速率是多少。



【跟踪训练】

1．（多选题）无偿献血、救死扶伤的崇高行为，是文明社会的标志之一．现代献血常采用机采成分血的方式，就是指把健康人捐献的血液，通过血液分离机分离出其中某一种成分（如血小板、粒细胞或外周血干细胞）储存起来，再将分离后的血液回输到捐献者体内．分离血液成分需要用到一种叫离心分离器的装置，其工作原理的示意图如图所示，将血液装入离心分离器的封闭试管内，离心分离器转动时给血液提供一种“模拟重力”的环境，“模拟重力”的方向沿试管远离转轴的方向，其大小与血液中细胞的质量以及其到转轴距离成正比．初始时试管静止，血液内离转轴同样距离处有两种细胞 a、b，其密度分别为ρ_a和ρ_b，它们的大小与周围血浆密度ρ_0的关系为$\rho_a<\rho_0<\rho_b$．对于试管由静止开始绕轴旋转并不断增大转速的过程中，下列说法中正确的是



A．细胞 a 相对试管向内侧运动，细胞 b 相对试管向外侧运动

B．细胞 a 相对试管向外侧运动，细胞 b 相对试管向内侧运动

C．这种离心分离器“模拟重力”对应的“重力加速度”沿转动半径方向向外侧逐渐变大

D．这种离心分离器“模拟重力”对应的“重力加速度”沿转动半径方向各处大小相同

2．如图所示，将湿透的雨伞水平匀速旋转，保持伞边缘到水平地面的高度一定，水滴自雨伞边缘被甩出，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）



A．雨伞转得越快，水滴落地的时间就越长

B．水滴离开伞边缘后将沿切线方向做直线运动

C．水滴在空中运动过程中，其速度方向与水平方向的夹角越来越大

D．水滴沿雨伞边缘的切线方向被甩出是因为水滴受到离心力的作用

3．（多选题）如图所示为甩水拖把的示意图。将拖把的托盘连同周边的拖布条全部放入脱水桶，使上方的固定套杆和旋转杆竖直，手握固定套杆让把手从旋转朴的顶端向下运动，固定套杆就会给旋转杆施加驱动力，驱动旋转杆、拖把头和脱水桶一起转动，固定套杆每下降 10cm，旋转杆带动脱水桶转动 1 圈：当固定套杆静止不动或向上运动时，固定套杆对旋转杆既不施加动力、也不施加阻力。某型号的甩水拖把部件的数据为：托盘半径为 8cm，拖布条长度为 6cm，脱水桶的半径为 9cm。固定套杆从最高处沿旋转杆下降 40cm 到达最低处的过程中，旋转杆恰好转动了 4 圈。某次脱水时，固定套杆从最高处由静止匀加速持续向下运动，脱水桶从静止开始转动，历时 3s，固定套杆刚好运动到底端，此时，刚好有水从拖布条脱出。则下列说法正确的是（　　）



A．紧贴脱水桶内壁的布条处表面附着的水先被脱出

B．脱水桶内胜与托盘外缘处的向心加速度之比为 1：1

C．脱水桶内壁与托盘外缘处的向心加速度之比为 9：8

D．拖布条表面附着的水刚被脱出时，脱水桶内壁处的线速度大小为$\frac{4}{15}$m/s

第七讲：竖直平面和水平面的圆周运动

考点一：绳模型与单环模型

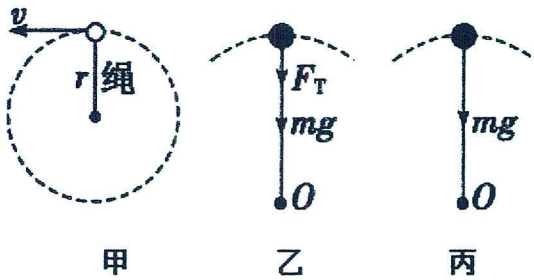
模型概述：一根细绳系住的小球在竖直方向做圆周运动，此时绳只拉不推，因此过轨迹最高点时，速度不可能为零。

题型一：绳模型

解题要点：模型如图甲，受力分析如图乙，

列出力学方程： $mg+F_T=m\frac{v^2}{r}$ ；

临界情况，恰过最高点，$F_T=0$，如图丙；即 $mg=m\frac{v^2}{r}$ **，得** $v=\sqrt{gr}$

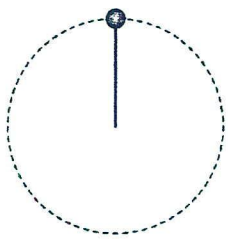


甲　　乙　　丙

关键点：绳只产生拉力，不产生支持力/推力。

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图，一质量为 0.5kg 的小球，用 0.4m 长的细线拴住在竖直面内做圆周运动，g=10m/s²，则（　）

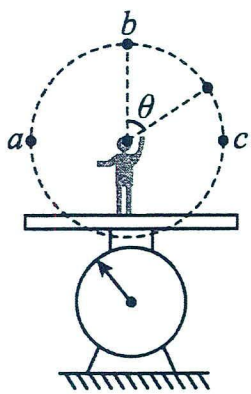


A．小球在最高点的速度至少为 0　　B．小球在最高点的速度至少为 2m/s

C．当小球在最高点速度大小为 4m/s 时，细线的拉力是 20N

D．当小球在最低点速度大小为 $4\sqrt{2}$ m/s 时，细线的拉力是 45N

【例 2】如图，一质量为 M 的人站在台秤上，一根长为 R 的悬线一端系一个质量为 m 的小球，手拿悬线另一端，小球绕悬线另一端点在竖直平面内做圆周运动，且小球恰好能通过圆轨道最高点，则下列说法正确的是（　　）



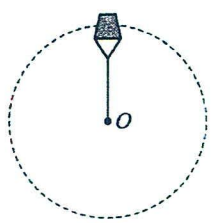
A．小球运动到最高点时，小球的速度为零

B．当小球运动到最高点时，台秤的示数最小，且为（M-m）g

C．小球在 a、b、c 三个位置时，台秤的示数相同

D．小球从最高点运动到最低点的过程中台秤的示数增大，人处于超重状态

【例 3】如图所示，杂技演员在表演“水流星”节目时，用长为 L 细绳系着的盛水的杯子，在竖直平面内做圆周运动，已知重力加速度为 g。下列说法中正确的是（　　）



A．“水流星”在最高点时，水对杯底一定有压力

B．“水流星”在最高点时，盛水杯子的速度一定不为零

C．“水流星”在最低点速度如果小于 $\sqrt{5gL}$ 时，一定会有水洒出来

D．“水流星”向下运动时处于失重状态，向上运动时处于超重状态

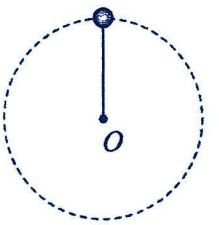
【例 4】如图甲所示，用一轻质绳拴着一质量为 m 的小球，在竖直平面内做圆周运动（不计一切阻力），小球运动到最高点时绳对小球的拉力为 T，小球在最高点的速度大小为 v，其 $T-v^2$ 图像如图乙所示，则（　　）

A．轻质绳长为 $\frac{ma}{b}$

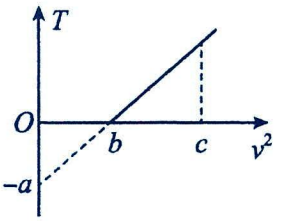
B．当地的重力加速度为 $\frac{m}{a}$

C．当 $v^2=2b$ 时，小球受到的弹力大小与重力相等

D．当 $v^2=c$ 时，轻质绳的拉力大小为 $\frac{ac}{b}+a$



甲



乙

提示：在轨道最高点受力分析，利用牛顿第二运动定律及向心力公式列出平衡等式，找出 T 与 v^2 的函数关系，再利用函数的斜率截距求解。

【跟踪训练】

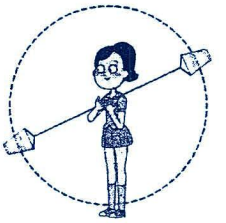
1．水流星是一项中国传统民间杂技艺术。杂技演员用一根绳子兜着两个碗，里面倒上水，迅速地旋转着做各种精彩表演，即使碗口朝下，碗里的水也不会洒出来。用可视为质点的小球替代水碗，可将水流星抽象为竖直平面内的圆周运动，轻质细绳长为 L，重力加速度为 g。若在竖直面内表演水流星，则下列说法中正确的是（　　）

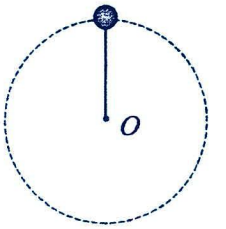
A．小球在最高点时的向心力一定等于重力

B．小球在最高点时绳子的拉力不可能为零

C．绳子越长，小球恰好通过最高点时的速度越大

D．小球质量越大，小球恰好通过最高点时的速度越大





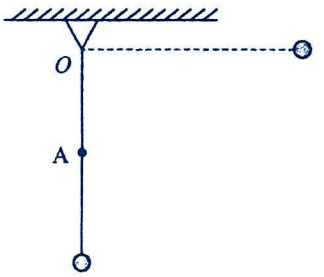
2．如图所示，不可伸长的轻质细绳一端固定在 O 点，另一端拴住一个小球（视为质点）。在 O 点正下方一半绳长的地方有一枚与竖直平面垂直的钉子 A。把小球拉起使细绳在水平方向伸直，由静止开始释放小球，当细绳碰到钉子后的瞬间（细绳未断）（　　）

A．小球的角速度增大到碰钉子前瞬间角速度的 2 倍

B．细绳对小球的拉力突然减小

C．小球的线速度突然增大到碰钉子前瞬间线速度的 2 倍

D．细绳对小球的拉力增大到碰钉子前瞬间拉力的 2 倍



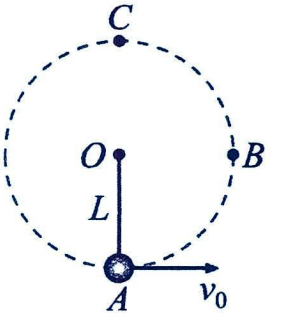
3．如图所示，用一根轻绳系着一个可视为质点的小球，轻绳的长度为 L。最初小球静止在圆轨迹的最低点 A 点，现在 A 点给小球一个初速度 v_0，使其在竖直平面内沿逆时针方向做圆周运动，已知 B 点与圆心 O 等高，C 点是圆轨迹的最高点，重力加速度为 g。不计一切阻力，下列说法正确的是（　　）

A．小球做的是匀变速曲线运动

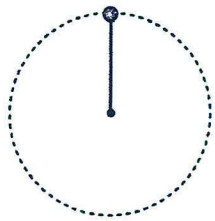
B．若要使得小球做完整的圆周运动，小球运动到 C 点的速度至少是 $\sqrt{2gL}$

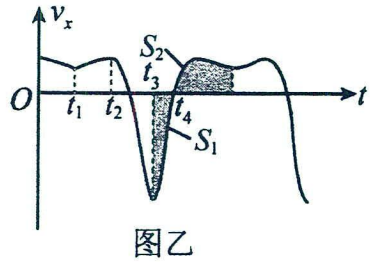
C．若小球无法做完整的圆周运动，则小球可能在 C 点脱离圆轨迹

D．若小球无法做完整的圆周运动，则小球可能在 B 点和 C 点之间的某一点脱离圆轨迹



4．（多选题）如图甲所示，轻绳一端与一小球相连，另一端固定在O点。现使小球在最低点时获得一初速度，随后小球在竖直平面内做圆周运动，小球到达某一位置时开始计时，取水平向右为正方向，小球的水平分速度v_x随时间t的变化关系如图乙所示。不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）


图甲



图乙

A．t_1、t_3时刻小球分别通过最高点、最低点

B．t_3时刻轻绳中的弹力最大，t_4时刻轻绳中的弹力为零

C．图乙中的阴影部分面积S_1等于阴影部分面积S_2

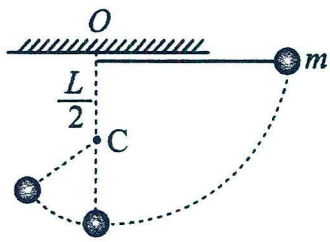
D．在小球做一次完整圆周运动的过程中，轻绳中弹力可能两次为零

题型二：绳长突变模型

解题要点：细绳碰到钉子的一瞬间，物体线速度瞬间不改变。

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，长为 L 的悬线固定在 O 点，在 O 点正下方$\frac{L}{2}$处有一钉子 C，把悬线另一端的小球 m 拉到跟悬点在同一水平面上无初速度释放，小球到悬点正下方时悬线碰到钉子，则小球的（　　）



A．线速度突然增大　　B．角速度突然减小

C．向心加速度突然增大　　D．悬线的拉力突然增大

【跟踪训练】

1．如图所示，圆柱体竖直固定于光滑水平面上，一根不可伸长的轻质细线一端连接一小球 m，另一端固定于圆柱体的底部外侧上某点。拉直细线使其水平，给小球一垂直细线的沿水平方向的初速度。则（　　）



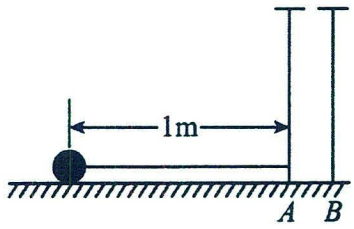
A．小球的动能会越来越大

B．半径变小，小球的角速度可能不变

C．若某时刻细线断裂，小球一定沿速度方向做匀速直线运动

D．由于线变短，小球运动半径变为原来的一半时，线对小球的拉力将变为原来的 4 倍

2．在光滑水平面上相距 20cm 的两点钉上 A、B 两个钉子，一根长 1m 的细绳一端系小球，另一端拴在 A 钉上，如图所示。已知小球质量为 0.4kg，某时刻小球开始从图示位置以 2m/s 的速度做水平匀速圆周运动，若绳所能承受的最大拉力为 3.2N，则从开始运动到绳被拉断历时为（　　）



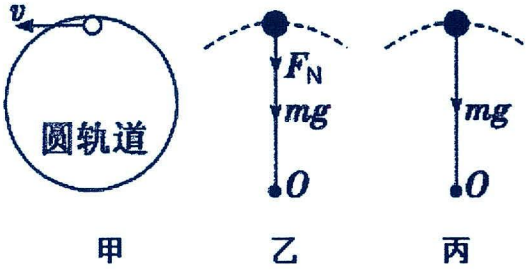
A．2.4πs　　B．1.4πs　　C．1.2πs　　D．0.9πs

题型三：单环内运动

解题要点：模型如图甲，受力分析如图乙，

列出力学方程： $mg+F_N=m\frac{v^2}{r}$ ；

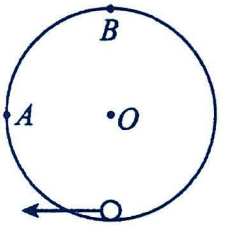
临界情况，恰过最高点， $F_N=0$**，如图丙；即** $mg=m\frac{v^2}{r}$ **，得** $v=\sqrt{gr}$



甲　　乙　　丙

【精选例题】

【例 1】如图所示，光滑竖直平面内的圆轨道半径为 R，A、B 点分别为轨道的最左侧、最高点。一小球在轨道内运动且始终未离开轨道，重力加速度为 g，则（　　）



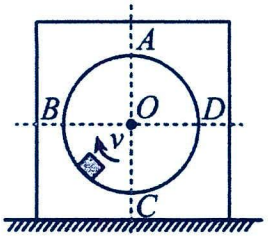
A．若小球运动到 A 点，小球在该位置所受的合力指向圆心

B．若小球运动到 A 点，小球在该位置的速度一定大于 0

C．若小球运动到 B 点，小球在该位置一定受到轨道弹力

D．若小球运动到 B 点，小球在该位置的速度一定大于等于 $\sqrt{gR}$

【例 2】（多选题）如图所示，质量为 M 的物体内有光滑圆形轨道，现有一质量为 m 的小滑块沿该圆形轨道在竖直面内做圆周运动。A、C 点为圆周的最高点和最低点，B、D 点是与圆心 O 同一水平线上的点。小滑块运动时，物体在地面上静止不动，则物体对地面的压力 F_N 和地面对物体的摩擦力有关说法正确的是（　　）



A．小滑块在 A 点时，$F_N>Mg$，摩擦力方向向左

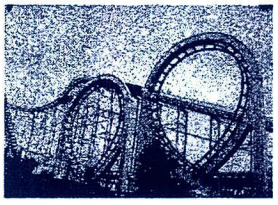
B．小滑块在 B 点时，$F_N=Mg$，摩擦力方向向右

C．小滑块在 C 点时，$F_N>Mg$，M 与地面无摩擦

D．小滑块在 D 点时，$F_N=(M+m)g$，摩擦力方向向左

【跟踪训练】

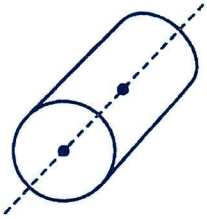
1．如图所示，过山车的轨道可视为竖直平面内半径为 R 的圆轨道。一质量为 m 的游客坐在座椅上随过山车一起匀速转动，当游客经过圆轨道最低点时，对座椅的压力恰好为自身重力的 2 倍，重力加速度大小为 g，游客及座椅整体可视为质点，则游客经过圆轨道最高点时（　）



A．速度大小为 $\sqrt{gR}$　　B．处于超重状态

C．处于平衡状态　　D．向心力大小为 2mg

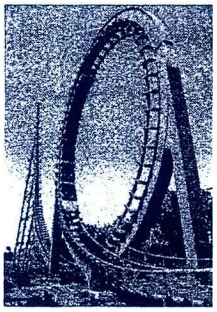
2．（多选题）某兴趣小组设计了一个滚筒式炒栗子机器，滚筒内表面粗糙，内直径为 D，工作时滚筒绕固定的水平中心轴转动。为使栗子受热均匀，要求栗子到达滚筒最高处前与筒壁脱离，则（　　）



A．滚筒的角速度应满足 $\omega<\sqrt{\frac{2g}{D}}$　　B．滚筒的角速度应满足 $\omega>\sqrt{\frac{2g}{D}}$

C．栗子脱离滚筒的位置与其质量无关　　D．若栗子到达最高点时脱离滚筒，栗子将自由下落

3．乘坐如图所示游乐园的过山车时，质量为 m 的人随车在竖直平面内沿圆周轨道运动，下列说法正确的是（　　）



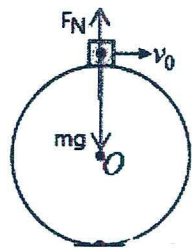
A．车在最高点时人处于倒坐状态，全靠保险带拉住，若没有保险带，人一定会掉下去

B．人在最高点时对座位的压力一定小于 mg

C．人在最低点时对座位的压力大于 mg，处于超重状态

D．人在最高点和最低点时的向心加速度大小相等

题型四：单环外运动



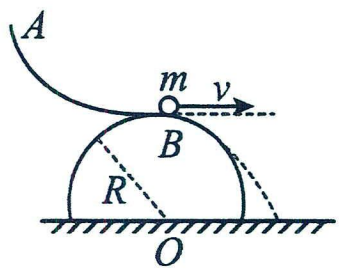
解题要点：受力分析如图，

列出力学方程： $mg-F_N=m\frac{v^2}{r}$ ；

临界情况，恰过最高点，$F_N=0$，如图丙；即 $mg=m\frac{v^2}{r}$ ，得 $v=\sqrt{gr}$

【精选例题】

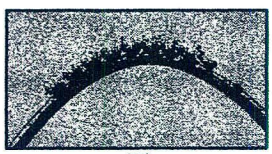
【例 1】（多选题）如图所示，光滑的半圆柱体的半径为 R，其上方有一个曲线轨道 AB，轨道底端水平并与半圆柱体顶端相切。质量为 m 的小球沿轨道滑至底端(也就是半圆柱体的顶端)B 点时的速度大小为 $v=\sqrt{gR}$，方向沿水平方向。小球在水平面上的落点为 C(图中未画出)，则（　　）

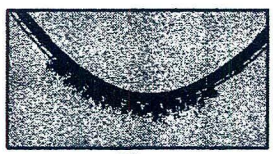


A．小球将沿圆柱体表面做圆周运动滑至 C 点　　B．小球将做平抛运动到达 C 点

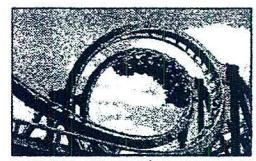
C．OC 之间的距离为 $\sqrt{2}R$　　D．OC 之间的距离为 R

【例 2】如图所示甲、乙、丙、丁是游乐场中比较常见的过山车，甲、乙两图的轨道车在轨道的外侧做圆周运动，丙、丁两图的轨道车在轨道的内侧做圆周运动，两种过山车都有安全锁（由上、下、侧三个轮子组成）把轨道车套在了轨道上，四个图中轨道的半径都为 R，下列说法正确的是（　　）


甲


乙


丙


丁

A．甲图中，当轨道车以一定的速度通过轨道最高点时，座椅一定给人向上的力

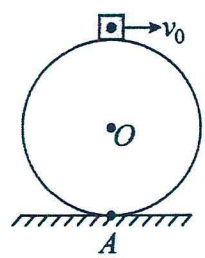
B．乙图中，当轨道车以一定的速度通过轨道最低点时，安全带一定给人向上的力

C．丙图中，当轨道车以一定的速度通过轨道最低点时，安全带一定给人向上的力

D．丁图中，轨道车过最高点的最小速度可能小于 $\sqrt{gR}$

【跟踪训练】

1．如图，在一半径为 R 的球面顶端放一质量为 m 的物块，现给物块一初速度 v_0，则下列正确的是（　　）



A．若 $v_0\geq\sqrt{gR}$，则物块落地点离 A 点至少为 2R

B．若球面是粗糙的，当 $v_0<\sqrt{gR}$ 时，物块一定会沿球面下滑一段，再斜抛离球面

C．若 $v_0<\sqrt{gR}$，则物块落地点离 A 点距离为 R

D．若 $v_0=\sqrt{gR}$，则物块在之后运动过程中相等时间内速度变化量越来越大

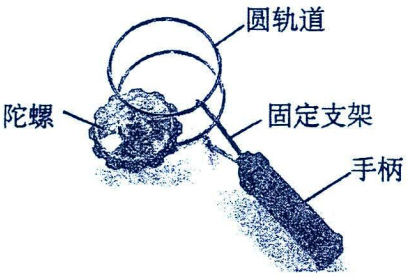
2．如图甲所示为一种叫“魔力陀螺”的玩具，其结构可简化为图乙所示。半径为 R 的铁质圆轨道用支架固定在竖直平面内，陀螺在轨道内、外两侧均可以旋转。陀螺的质量为 m（视为质点），陀螺磁芯对轨道的吸引力始终沿轨道的半径方向（指向圆心或背离圆心），大小恒为 6mg。不计摩擦和空气阻力，重力加速度为 g。下列说法正确的是（　　）

A．陀螺沿轨道可能做匀速圆周运动

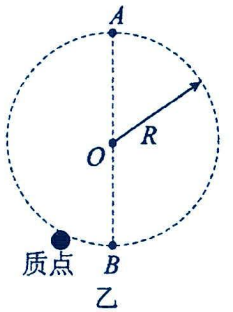
B．陀螺在轨道外侧运动，由 A 到 B 的过程中，轨道对其的支持力逐渐增大

C．陀螺在轨道外侧运动到最低点时不脱离轨道，此时的最大速度为$\sqrt{5gR}$

D．陀螺在轨道内侧运动到最高点时的速度为$\sqrt{10gR}$，其对轨道的压力大小为 3mg



甲



乙

考点二：杆模型与管道模型(双环模型)

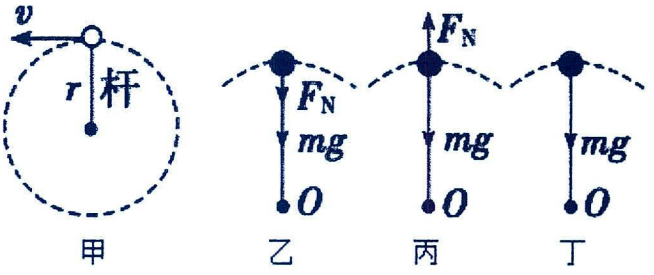
模型概述：一小球固定在轻质细杆顶端在竖直方向做圆周运动，此时杆可拉可推，因此过轨迹最高点时，速度可以为零。

题型一：杆模型

解题要点：模型如图甲，受力分析如图乙或图丙。

列力学方程：$mg+F_N=m\frac{v^2}{r}$（图乙），$mg-F_N=m\frac{v^2}{r}$（图丙）；

临界情况，$F_N=0$；即 $mg=m\frac{v^2}{r}$（如图丁），得 $v=\sqrt{gr}$ 。



综合可得：

$v=0$，即 $F_n=0$，此时 $F_N=mg$

$0<v<\sqrt{gr}$ ，此时 F_N 为小于 mg 的支持力

$v=\sqrt{gr}$ ，即 $mg=m\frac{v^2}{r}$ ，此时 $F_N=0$，

$v>\sqrt{gr}$ ，此时 F_N 为拉力

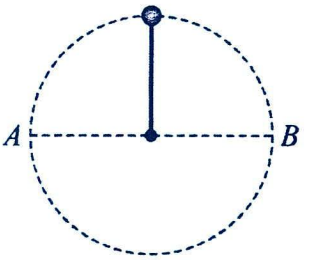
【精选例题】

【例 1】如图所示，一长为 L 的轻杆的一端固定在水平转轴上，另一端固定一质量为 m 的小球，轻杆随转轴在竖直平面内做匀速圆周运动，A、B 两点与圆心在同一高度，重力加速度为 g。则小球（　　）

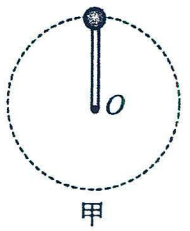
A．在最高点的最小速度为$\sqrt{gL}$　　B．在最低点受到杆的作用力可能小于 mg

C．在最低点受到杆的作用力可能比最高点小

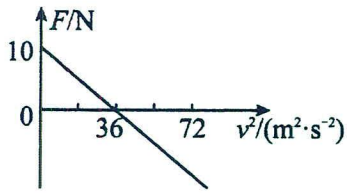
D．分别在 A、B 两位置时，受到杆的作用力大小相等



【例 2】如图甲，轻杆的一端固定一小球（可视为质点），另一端套在光滑的水平轴 O 上，水平轴的正上方有一速度传感器（图中未画出），可以测量小球通过最高点时的速度大小 v，水平轴 O 处有一力传感器（图中未画出），可以测量小球通过最高点时水平轴受到的杆的作用力 F，若取竖直向下为 F 的正方向，在最低点时给小球不同的初速度，得到的 $F-v^2$（v 为小球在最高点时的速度）图像如图乙，取重力加速度大小 g=10m/s²。下列说法正确的是（　）



甲



乙

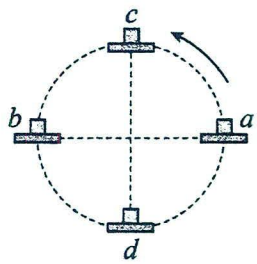
A．小球的质量为 10kg　　B．轻杆的长度为 1.8m

C．若小球通过最高点时的速度大小为 3.6m/s，则轻杆对小球的作用力大小为 6.4N

D．若小球通过最高点时的速度大小为 6m/s，则小球受到的合力为 0

【跟踪训练】

1．如图所示，在粗糙水平木板上放一个物块，使木板和物块一起在竖直平面内沿逆时针方向做匀速圆周运动，ab 为水平直径，cd 为竖直直径，在运动中木板始终保持水平，物块相对于木板始终静止，则（　　）

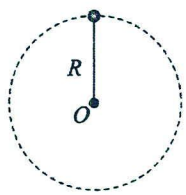


A．物块始终受到三个力作用　　B．物块受到的合外力始终指向圆心

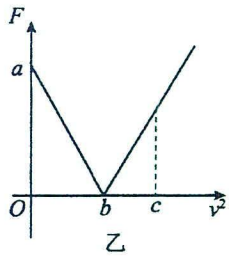
C．在 c、d 两个位置，物块所受支持力 N 相同，摩擦力 f 为零

D．在 a、b 两个位置，物块所受摩擦力提供向心力，支持力 $N=0$

2．如图甲所示，轻杆一端固定在 O 点，另一端固定一个小球，现让小球在竖直平面内做半径为 R 的圆周运动，小球运动到最高点时，杆与小球间弹力大小为 F，小球在最高点的速度大小为 v，其 $F-v^2$ 图像如图乙所示，则下列说法正确的是（　　）



甲

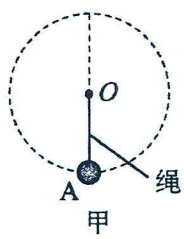


乙

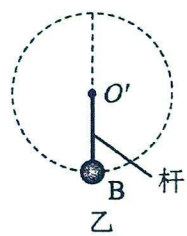
A．小球的质量为 $\frac{bR}{a}$　　B．当地的重力加速度大小为 $\frac{R}{b}$

C．$v^2=c$ 时，小球对杆的弹力方向向下　　D．$v^2=2b$ 时，小球受到的弹力与重力大小相等

3．（多选题）如图甲、乙所示，分别用长度均为 1m 的轻质细绳和轻质细杆的一端拴质量均为 1kg 的小球 A、B，另一端分别固定在 O、O' 点，现让 A、B 两小球分别绕 O、O' 点在竖直平面内做圆周运动，小球均可视为质点，不计空气阻力，重力加速度 g=10m/s²。下列说法正确的是（　　）



甲



乙

A．A 球做圆周运动到最高点的最小速度为 $\sqrt{10}$m/s

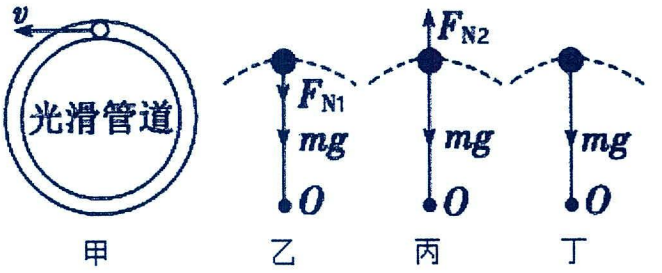
B．B 球做圆周运动到最高点的最小速度为 $\sqrt{10}$m/s

C．某次 A、B 两球运动到最高点对绳、杆的作用力大小分别为 2N、5N，则此时 A、B 两球经过最高点时的速度大小之比可能为 $2\sqrt{15}:5$

D．某次 A、B 两球运动到最高点对绳、杆的作用力大小分别为 2N、5N，则此时 A、B 两球经过最高点时的速度大小之比可能为 $2:\sqrt{5}$

题型二：管道模型

解题要点：模型如图甲，受力分析如图乙或图丙。



列力学方程：$mg+F_{N1}=m\frac{v^2}{r}$（图乙），F_{N1}指外轨支持力；

$mg-F_{N2}=m\frac{v^2}{r}$（图丙），F_{N2}指内轨支持力；

临界情况，$F_N=0$；即 $mg=m\frac{v^2}{r}$（如图丁），得 $v=\sqrt{gr}$ 。

综合可得：

$v=0$，即 $F_n=0$，此时 $F_N=mg$

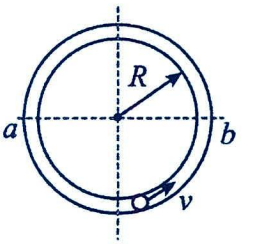
$0<v<\sqrt{gr}$ ，此时 F_N为小于 mg 的支持力

$v=\sqrt{gr}$ ，即 $mg=m\frac{v^2}{r}$ ，此时 $F_N=0$，

$v>\sqrt{gr}$ ，此时 F_N为拉力

【精选例题】

【例 1】如图所示，小球在竖直放置的光滑圆形管道内做圆周运动，内侧壁半径为 R，小球半径为 r，圆管的半径略大于小球的半径，重力加速度为 g。则下列说法正确的是（　　）



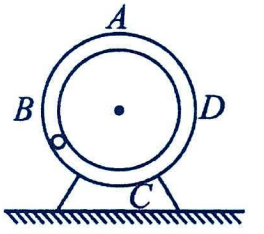
A．小球通过最高点时的最小速度 $v_{min}=\sqrt{g(R+r)}$

B．小球通过最高点时的最小速度 $v_{min}=0$

C．小球在水平线 ab 以下的管道中运动时，外侧管壁对小球一定无作用力

D．小球在水平线 ab 以上的管道中运动时，内侧管壁对小球一定有作用力

【例 2】（多选题）一竖直放置的光滑圆形轨道连同底座总质量为 M，放在水平地面上，如图所示，一质量为 m 的小球沿此轨道做圆周运动。A、C 两点分别是轨道的最高点和最低点。轨道的 B、D 两点与圆心等高。在小球运动过程中，轨道始终静止，重力加速度为 g。则关于轨道底座对地面的压力 N 的大小及地面对轨道底座的摩擦力方向，下列说法不正确的是（　　）



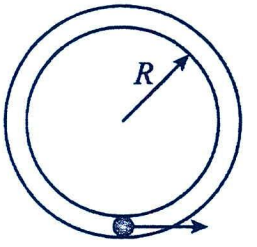
A．小球运动到 A 点时，$N>Mg$

B．小球运动到 B 点时，$N=Mg+mg$，摩擦力方向向右

C．小球运动到 C 点时，$N>Mg+mg$，地面对轨道底座无摩擦力

D．小球运动到 D 点时，$N=Mg$，摩擦力方向向右

【例 3】如图所示，可视为质点的、质量为 m 的小球，在半径为 R 的竖直放置的光滑圆形管道内做圆周运动，重力加速度为 g。下列说法中正确的是（　）



A．小球能够到达最高点时的最小速度为 0

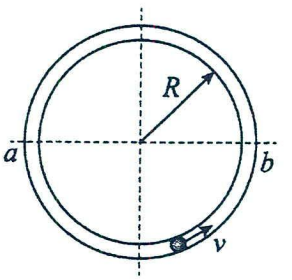
B．小球能够通过最高点时的最小速度为 $\sqrt{gR}$

C．如果小球在最低点时的速度大小为 $5\sqrt{gR}$，则小球通过最低点时对管道的外壁的作用力为 6mg

D．如果小球在最高点时的速度大小为 $2\sqrt{gR}$，则此时小球对管道的内壁的作用力为 3mg

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，小球在竖直放置的光滑圆形管道内做圆周运动，管道半径为R，小球半径为r，R远大于r，且r略小于管道内径，重力加速度为g，则下列说法正确的是（　）



A．小球通过最高点时的最小速度$v_{min}=0$

B．小球通过最高点时的最小速度$v_{min}=\sqrt{gR}$

C．小球在水平线ab以下的管道中运动时，内侧管壁对小球一定无作用力

D．小球在水平线ab以上的管道中运动时，外侧管壁对小球一定无作用力

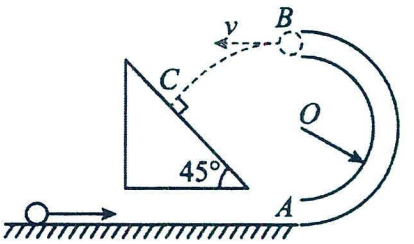
2．（多选题）如图所示，一个固定在竖直平面内的光滑半圆形管道，管道里有一个直径略小于管道内径的小球，小球在管道内做圆周运动，从B点脱离后做平抛运动，经过0.3s后又恰好与倾角为45°的斜面垂直相碰。已知半圆形管道的半径R=1m，小球可看作质点且其质量m=1kg，g取10m/s²，则（　　）

A．小球在斜面上的相碰点C与B点的水平距离是0.9m

B．小球在斜面上的相碰点C与B点的水平距离是1.9m

C．小球经过管道的B点时，受到管道的作用力F_{NB}的大小是1N

D．小球经过管道的B点时，受到管道的作用力F_{NB}的大小是2N

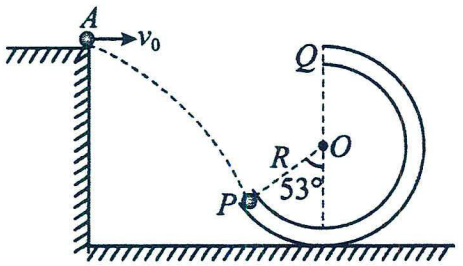


3．如图所示，竖直平面内有一圆弧管道，其半径为$R=0.5\text{m}$，质量$m=0.8\text{kg}$的小球从平台边缘的A处以初速度$v_0=3\text{m/s}$水平射出，恰能沿圆弧管道上P点的切线方向进入管道内侧，管道半径OP与竖直线的夹角为53°，$\sin 53°=0.8$，$\cos 53°=0.6$，g取10m/s^2。试求：

（1）小球从平台上的A点射出到P点的水平距离；

（2）如果小球沿管道通过圆弧的最高点Q时的速度大小为3m/s，则小球运动到Q点时对轨道的压力；

（3）如果小球与管道的摩擦不同，从最高点Q飞出速度范围为0~3m/s的小球，小球直接落在地面上最近的点为M，最远的点为N，求MN的距离.（计算结果可用根号表示）。



考点三：水平圆盘上的圆周运动(临界问题)

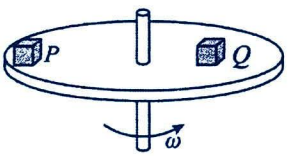
模型概述：物体在水平面内做匀速圆周运动，当转速变化时，会出现绳子张紧、绳子突然断裂、静摩擦力随转速增大而逐渐达到最大值、弹簧弹力的大小及方向发生变化等，从而出现临界问题。还可以拓展出物块重叠，绳连接，弹簧连接等模型。

题型一：基础模型

解题要点：物体在水平面内做匀速圆周运动，静摩擦力提供所需向心力。当转速变化时，静摩擦力随转速增大而逐渐达到最大值，即物体与转盘间恰好达到最大静摩擦力，此时是相对滑动的临界条件，得 μmg=mrω²，计算得出临界角速度ω；多个物体时，临界角速度小的先滑动。

【精选例题】

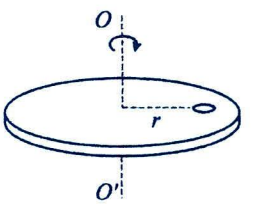
【例 1】如图，质量相等的小物块 P 和 Q 在水平圆盘上与轴距离不同，都随圆盘一起在水平面内做匀速圆周运动，小物块与圆盘间的动摩擦因数相同。下列说法中正确的是（　　）



A．小物块 P 和 Q 所受摩擦力一样大　　B．小物块 P 所受摩擦力更大些

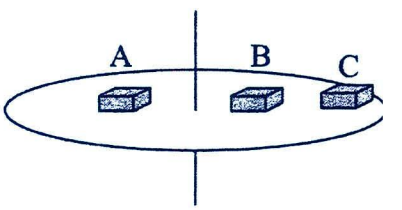
C．小物块 P 对圆盘的压力更大些　　D．小物块 P 受到重力、支持力、摩擦力和向心力的作用

【例 2】如图所示，一硬币（可视为质点）置于水平圆盘上，硬币与竖直转轴OO'的距离为r，已知硬币与圆盘之间的动摩擦因数为μ，若硬币与圆盘一起绕OO'轴匀速转动，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为g，则硬币的最大速度为（　　）



A．$\sqrt{\mu gr}$　　B．$2\sqrt{\mu gr}$　　C．$\frac{\sqrt{\mu gr}}{2}$　　D．$\sqrt{\frac{\mu gr}{2}}$

【例 3】如图所示，A、B、C 三个物体放在旋转圆台上，它们与圆台之间的动摩擦因数均为μ，A 的质量为$2m$，B、C 的质量均为 m，A、B 离轴心的距离为 R，C 离轴心的距离为$2R$，重力加速度为 g，假设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，则当圆台旋转时（设 A、B、C 都没有滑动）（　）



A．物体 A 的向心加速度最大　　B．物体 B 受到的静摩擦力最大

C．物体 C 开始滑动的临界角速度为$\sqrt{\frac{\mu g}{2R}}$　　D．当圆台转速增大时，B 比 A 先滑动

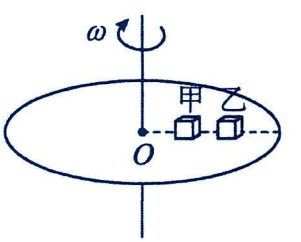
【例 4】（多选题）如图，两个完全相同的小滑块甲和乙放在水平转盘的同一条半径上，转盘的半径为 R，甲到圆心 O 的距离为$\frac{R}{3}$，乙到圆心 O 的距离为$\frac{2R}{3}$，小滑块甲、乙与转盘之间的动摩擦因数均为μ，重力加速度为 g，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力且两滑块始终在转盘内。当转盘以角速度ω转动时，下列说法正确的是（　　）

A．相对转盘滑动前，甲、乙所受摩擦力大小与转盘角速度ω成正比

B．相对转盘滑动前，同一时刻甲、乙所受静摩擦力大小之比为 1:2

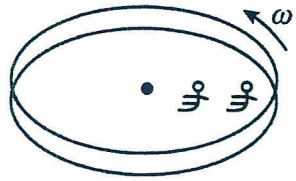
C．转盘角速度ω为$\sqrt{\frac{3\mu g}{2R}}$时，滑块甲即将开始滑动

D．转盘角速度ω为$\sqrt{\frac{7\mu g}{2R}}$时，甲、乙所受摩擦力大小相等



【跟踪训练】

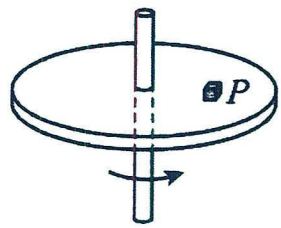
1．游乐园有一种游戏设施叫做“魔盘”，游戏规则是：缓慢增大水平魔盘角速度，谁最后被甩出去，谁就会赢得比赛；下列四位同学想赢得比赛，其它条件相同的情况下（ ）



A．甲同学认为应该抱一重物　　B．乙同学认为躺着比坐着好

C．丙同学认为靠近边缘好　　D．丁同学认为靠近中心好

2．如图所示，圆盘在水平面内以角速度ω绕中心轴匀速转动，圆盘上距轴 r 处的 P 点有一质量为 m 的小物体随圆盘一起转动。某时刻圆盘突然停止转动，小物体由 P 点滑至圆盘上的某点停止。下列说法正确的是（ ）



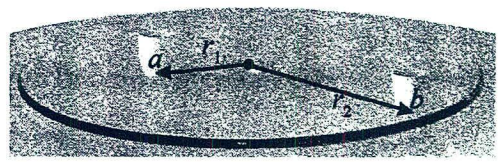
A．圆盘停止转动前，小物体所受摩擦力的方向沿运动轨迹切线方向

B．圆盘停止转动前，小物体运动一圈所受摩擦力的大小为 $m\omega^2 r$

C．圆盘停止转动后，小物体沿圆盘半径方向向外运动

D．圆盘停止转动后，小物体整个滑动过程所受摩擦力的大小为 $m\omega^2 r$

3．如图所示，a 为置于距圆桌转盘中心 r_1 处的杯子，装满水的总质量为 2m，另有一空杯子 b 质量为 m，置于距圆盘中心处 r_2，已知 $r_2 = 2r_1$，圆盘从静止开始加速转动，a、b 两杯子均未相对桌面滑动。已知两杯子与桌面间的动摩擦因数均为 μ，认为最大静摩擦力近似等于滑动摩擦力。则（　　）



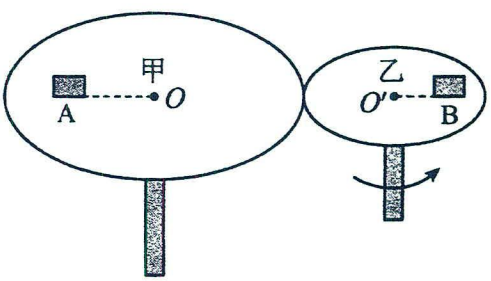
A．某时刻 a、b 两杯子角速度的大小关系为 $\omega_a < \omega_b$

B．某时刻 a、b 所受的摩擦力大小关系为 $f_a < f_b$

C．圆盘允许转动的最大角速度为 $\sqrt{\dfrac{\mu g}{r_2}}$

D．若转速逐渐增大，a、b 两杯子将同时相对圆盘滑动

4．摩擦传动是传动装置中的一个重要模型，如图所示的两个水平放置的轮盘靠摩擦力传动，其中 O、O' 分别为两轮盘的轴心，已知两个轮盘的半径比 $r_{甲}:r_{乙}=3:1$，且在正常工作时两轮盘不打滑。今在两轮盘上分别放置两个同种材料制成的滑块 A、B，两滑块与轮盘间的动摩擦因数相同，两滑块距离轴心 O、O' 的间距 $R_A = 2R_B$。若轮盘乙由静止开始缓慢地转动起来，且转速逐渐增加，则下列叙述正确的是（　　）



A．滑块 A 和 B 在与轮盘相对静止时，角速度之比为 $\omega_{甲}:\omega_{乙}=3:1$

B．滑块 A 和 B 在与轮盘相对静止时，向心加速度大小的比值为 $a_A:a_B=9:2$

C．转速增加后滑块 B 先发生滑动

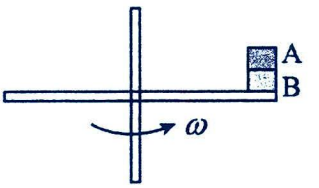
D．转速增加后两滑块一起发生滑动

题型二：重叠模型

解题要点：物体在水平面内做匀速圆周运动，静摩擦力提供所需向心力。

但由于两物块重叠，需结合板块问题分析，如【例 1】：整体分析下方物块 B 与圆盘间的静摩擦力提供向心力；隔离分析上方物块 A，AB 物块间的静摩擦力提供向心力。

【精选例题】

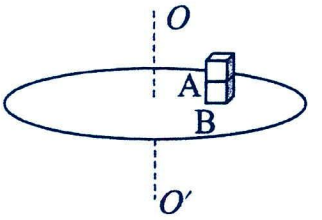


【例 1】相同的物块 A、B 叠放在一起，在水平转台上随圆盘一起匀速圆周运动且和圆盘保持相对静止，正确的是（　　）

A．B 所需的向心力比 A 大　　B．图中 A 对 B 摩擦力是向左的

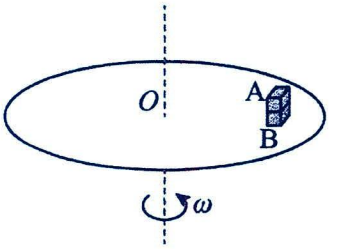
C．两物块所受的合力等大反向　　D．圆盘对 B 摩擦力大小是 A 对 B 摩擦力大小的 2 倍

【例 2】如图所示，可视为质点的木块 A、B 叠放在一起，放在水平转台上随转台一起绕固定转轴 OO' 匀速转动，木块 A、B 与转轴 OO' 的距离为 r，A 的质量为 m_A，B 的质量为 m_B．已知 A 与 B 间的动摩擦因数为 $\frac{1}{4}$，B 与转台间的动摩擦因数为 $\frac{1}{2}$，若木块 A、B 与转台始终保持相对静止，则转台角速度 ω 的最大值为（最大静摩擦力等于滑动摩擦力）（　　）



A．$\sqrt{\frac{g}{4r}}$　　B．$\sqrt{\frac{g}{2r}}$　　C．$\sqrt{\frac{m_B g}{2(m_A+m_B)\,r}}$　　D．$\sqrt{\frac{m_A g+2m_B g}{4m_B r}}$

【例 3】如图所示，粗糙水平转盘上，质量相等的 A、B 两个物块（均可视为质点）叠放在一起，随转盘一起做匀速圆周运动，它们到转轴的距离均为 r。A、B 之间的动摩擦因数为 μ_1，B 与转盘之间的动摩擦因数为 μ_2，各接触面之间最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为 g。则下列说法正确的是（　　）



A．在随转盘做匀速圆周运动过程中，B 运动所需的向心力大于 A 运动所需的向心力

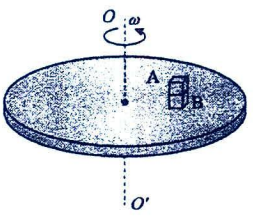
B．A、B 均未发生滑动时，A、B 之间的摩擦力和 B 与转盘之间的摩擦力大小相等

C．若 $\mu_1>\mu_2$，随着转盘角速度的增加，则 A 先相对 B 发生滑动

D．若 $\mu_1<\mu_2$，为保证 A、B 均不发生滑动，转盘转动的角速度不能大于 $\sqrt{\frac{\mu_1 g}{r}}$

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，一个圆盘在水平面内匀速转动，角速度为 4rad/s，盘面上与圆盘中轴 OO'相距 0.1m 的位置有两个质量均为 0.1kg 的物体 A、B 叠放在一起，A、B 随圆盘一起做匀速圆周运动。A、B 间，B 与圆盘间动摩擦因数均为 0.2，重力加速度 g 取 $10\mathrm{m/s^2}$。则（　　）



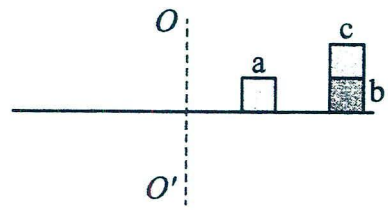
A．B 对 A 的摩擦力大小为 0.16N

B．圆盘对 B 的摩擦力大小为 0.4N

C．A 相对于 B 有背离中轴水平向外滑动的趋势

D．A、B 整体相对于圆盘有沿圆周切线向前滑动的趋势

2．（多选题）如图所示，三个质量均为 m 的木块 a、b 和 c（均可视为质点）置于水平圆盘上，a 与转轴 OO' 的距离为 l，b、c 与转轴的距离为 $2l$，木块 a、b 与圆盘之间的最大静摩擦力为木块对圆盘压力的 k 倍，木块 c 与木块 b 之间的最大静摩擦力为木块 c 所受重力的 k 倍，重力加速度大小为 g。若圆盘从静止开始绕转轴缓慢地加速转动，用 ω 表示圆盘转动的角速度，下列说法正确的是（　　）



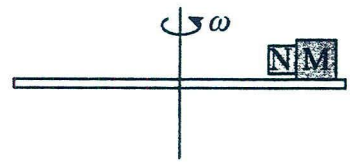
A．a 最早发生滑动

B．c 一定比 b 先开始滑动

C．滑动前，b、c 所受的摩擦力始终相等

D．$\omega < \sqrt{\dfrac{kg}{2l}}$ 时，a、b、c 三者与圆盘保持相对静止，一起随圆盘转动

3．如图，一水平圆盘绕竖直中心轴以角速度ω做匀速圆周运动，紧贴在一起的 M、N 两物体（可视为质点）随圆盘做圆周运动，N 恰好不下滑，M 恰好不滑动，两物体与转轴距离为 r，已知 M 与 N 间的动摩擦因数为μ_1，M 与圆盘面间的动摩擦因数为μ_2，最大静摩擦力等于滑动摩擦力。μ_1 与μ_2 应满足的关系式为（　　）



A．$\mu_1+\mu_2=1$　　B．$\dfrac{\mu_1}{\mu_2}=1$　　C．$\mu_1\mu_2=1$　　D．$\dfrac{\mu_1+\mu_2}{\mu_1\mu_2}=1$

题型三：绳连接

解题要点：物体在水平面内做匀速圆周运动，静摩擦力以及细绳拉力提供所需向心力。

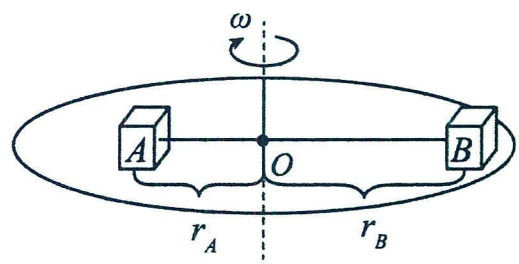
转速增大过程中，静摩擦力逐渐改变，细绳拉力也会变化（从无到有或从有到无）。

如下图，ω从ω_0=0 逐渐的增大，A、B 与水平圆盘间摩擦力逐渐增大，直至达到最大静摩擦力，此时绳中出现拉力。继续增大ω，A、B 相对于水平圆盘滑动，此时假设从 B 侧滑出，

对 B 有：$T+\mu_B m_B g = m_B r_B \omega^2$；

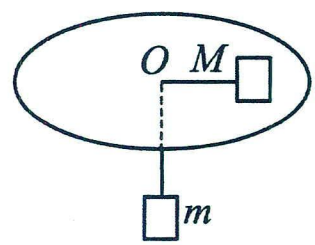
对 A 有：$T-\mu_A m_A g = m_A r_A \omega^2$；

解得 T 及ω。若无解，则从 A 侧滑出。



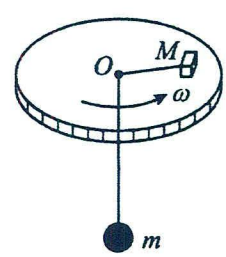
【精选例题】

【例 1】如图,在光滑的水平转台上放一质量 M=2 kg 的木块,绳的一端系着木块，通过转台的中心孔 O(孔光滑)，另一端悬挂一个质量 m=1 kg 的物体,当转台以角速度ω=5 rad/s 匀速转动时,木块相对转台静止，则木块到 O 点的距离是（　　）(g 取 10 m/s²，木块与物体可看成质点)



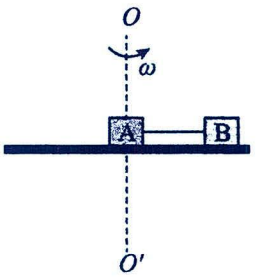
A．0.16 m　　B．0.18 m　　C．0.20 m　　D．0.22 m

【例 2】（多选题）如图所示，在水平转台上放一个质量 M=3.0kg 的木块，它与台面间的最大静摩擦力 F_m=8.0N，绳的一端系住木块，另一端穿过转台的中心孔 O(为光滑的)悬吊一质量 m=1.0kg 的小球，当转台以ω=4.0rad/s 的角速度转动时，欲使木块相对转台静止，则它到 O 孔的距离可能是（　）（g=10m/s²）



A．45cm　　B．40cm　　C．16cm　　D．32cm

【例 3】（多选题）如图所示，两个质量均为 m 的木块 A、B 用恰好伸直的轻绳相连，放在水平圆盘上，A 恰好处于圆盘中心，B 到竖直转轴 OO' 的距离为 l。已知两木块与圆盘间的动摩擦因数均为 μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为 g，两木块均可视为质点。若圆盘从静止开始绕转轴缓慢加速转动，ω 表示圆盘转动的角速度，则下列说法正确的是（　）



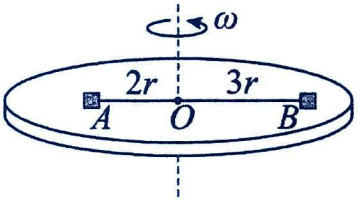
A．当 $\omega=\sqrt{\dfrac{\mu g}{3l}}$ 时，轻绳上的拉力不为零

B．当 $\omega=\sqrt{\dfrac{\mu g}{3l}}$ 时，木块 A 会相对于圆盘滑动

C．当 $\omega=\sqrt{\dfrac{5\mu g}{3l}}$ 时，木块 A 受到的摩擦力大小为 $\dfrac{2}{3}\mu mg$

D．当 $\omega=\sqrt{\dfrac{5\mu g}{3l}}$ 时，轻绳上的拉力大小为 $\dfrac{2}{3}\mu mg$

【例 4】（多选题）如图，水平圆盘可绕竖直轴转动，圆盘上放有小物体 A、B，质量分别为 m、2m，A、B 离圆心 O 距离分别为 2r、3r。A、B 之间用细线相连，圆盘静止时细线刚好伸直且无张力。已知 A、B 与圆盘间的动摩擦因数均为 μ，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为 g，现让圆盘从静止开始缓慢加速，则（　）



A．当 $\omega_1=\sqrt{\dfrac{\mu g}{3r}}$ 时，细线即将出现张力

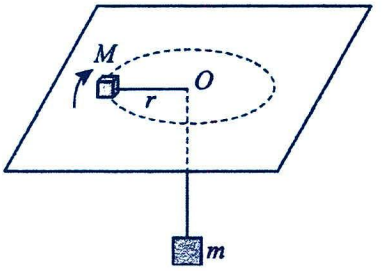
B．当 $\omega_2=\sqrt{\dfrac{2\mu g}{3r}}$ 时，圆盘对 A 的静摩擦力为零

C．圆盘对 A 的静摩擦力先增大后减小

D．当 $\omega_3=\sqrt{\dfrac{3\mu g}{4r}}$ 时，圆盘与 A、B 间的静摩擦力均达到最大值

【跟踪训练】

1．（多选题）如图，细绳一端系着质量 $M=8kg$ 的物体，静止在水平桌面上，另一端通过光滑小孔吊着质量 $m=2\text{kg}$ 的物体，M 与圆孔的距离 $r=0.5\text{m}$，已知 M 与水平面间的动摩擦因数为 0.2（设物体受到的最大静摩擦力等于滑动摩擦力），g 取 10m/s^2，现使物体 M 随转台绕中心轴转动，当 m 和转台相对静止时，转台的角速度 ω 可能为（　）

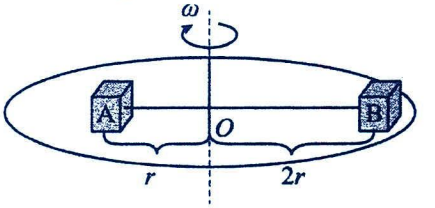


A．1rad/s　　B．2rad/s　　C．3rad/s　　D．6rad/s

2．如图所示，在匀速转动的水平圆盘上，沿直径方向放着用轻绳相连可视为质点的物体 A 和 B，A 的质量为 3m，B 的质量为 m。它们分居圆心两侧，到圆心的距离分别为 R_A=r，R_B=2r，A，B 与盘间的动摩擦因数相同，最大静摩擦力等于滑动摩擦力。A、B 与圆盘一起绕中轴线匀速转动的最大角速度为 ω_1；若只将 B 的质量增加为 2m，A、B 与圆盘一起绕中轴线匀速转动的最大角速度为 ω_2。转动过程中轻绳未断，则 $\dfrac{\omega_1}{\omega_2}$ 为（　）

A．2∶$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{5}$∶2

C．$\sqrt{2}$∶1　　D．1∶$\sqrt{2}$



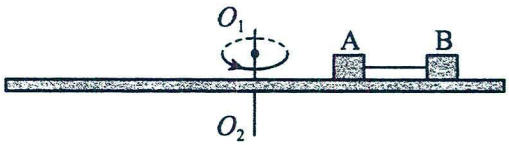
3．（多选题）如图所示，两个可视为质点的、相同的木块 A 和 B 放在转盘上且木块 A、B 与转盘中心在同一条直线上，两木块用长为 L 的细绳连接，木块与转盘的最大静摩擦力均为各自重力的 k 倍，A 放在距离转轴 L 处，整个装置能绕通过转盘中心的转轴 O_1O_2 转动，开始时，绳恰好伸直但无弹力，现让该装置从静止转动，角速度缓慢增大，以下说法正确的是（　　）

A．当ω在 $\sqrt{\frac{kg}{2L}}<\omega<\sqrt{\frac{2kg}{3L}}$ 范围内增大时，B 所受摩擦力变大

B．当 $\omega>\sqrt{\frac{kg}{2L}}$ 时，绳子一定有弹力

C．当 $\omega>\sqrt{\frac{2kg}{3L}}$ 时，A、B 会相对于转盘滑动

D．当ω在 $\omega>\sqrt{\frac{2kg}{3L}}$ 范围内增大时，A 所受摩擦力一直变大



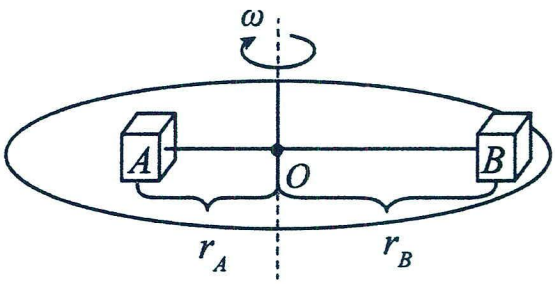
4．（多选题）如图，在匀速转动的水平盘上，沿半径方向放着用细线相连的质量相等的两个物体 A 和 B，质量都为 1kg，它们分居圆心两侧，与圆心距离分别为 r_A=1m，r_B=2m 两物体与盘间的动摩擦因数均为 0.4，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，当圆盘转速缓慢加快到两物体刚好将要发生滑动时，g=10m/s²。下列说法正确的是（　　）

A．此过程细线拉力最大为 12N

B．圆盘的最大角速度为 $2\sqrt{2}$rad/s

C．当转速最大时 A 所受摩擦力方向沿半径指向圆内

D．当转速最大时剪断细线，A 和 B 都将沿做离心运动



题型四：弹簧连接

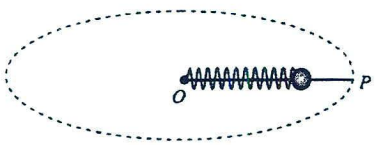
解题要点：物体在水平面内做匀速圆周运动，静摩擦力以及弹簧弹力提供所需向心力。

转速增大过程中，静摩擦力逐渐改变，弹簧弹力也可能变化，具体需结合实际分析。

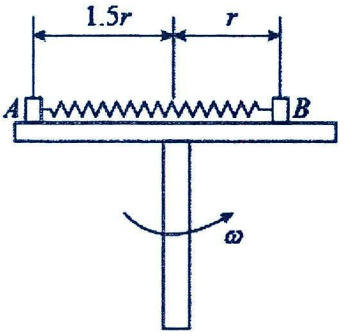
【精选例题】

【例 1】如图所示，一长度为 $\frac{3l}{2}$ 的光滑轻杆可绕 O 点在光滑水平面内做匀速圆周运动，轻杆上套有一质量为 m 的小球，原长为 $\frac{l}{2}$、劲度系数为 k 的轻质弹簧一端固定在轻杆左端，另一端与小球连接。已知在弹性限度内，轻质弹簧的最大伸长量为 $\frac{l}{2}$，转动过程中弹簧始终未超过弹性限度，轻杆右端 P 点线速度的最大值为（　）

A．$\frac{3l}{2}\sqrt{\frac{k}{2m}}$　　B．$l\sqrt{\frac{k}{2m}}$　　C．$\frac{3l}{2}\sqrt{\frac{2k}{m}}$　　D．$l\sqrt{\frac{2k}{m}}$



【例 2】如图所示，水平转台上的小物体 A、B 通过轻弹簧连接，并静止在转台上，现转台从静止开始缓慢的增大其转速（既在每个转速下可认为是匀速转动），已知 A、B 的质量分别为 m、2m，A、B 与转台的动摩擦因数均为μ，A、B 离转台中心的距离分别为 1.5r、r，已知弹簧的原长为 1.5r，劲度系数为 k，设本题中的最大静摩擦力等于滑动摩擦力，以下说法中正确的是（　　）



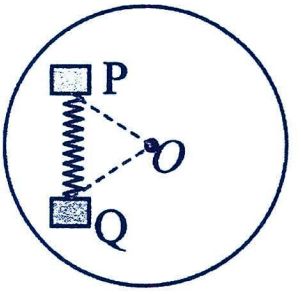
A．当 B 受到的摩擦力为 0 时，A 的摩擦力向右

B．B 先相对木板发生滑动

C．当 A、B 均相对转台静止时，允许的最大角速度为 $\sqrt{\frac{k}{2m}+\frac{\mu g}{2r}}$

D．转台转动的角速度为 $\sqrt{\frac{2k}{3m}+\frac{2\mu g}{3r}}$，则 B 不动，A 刚好要滑动

【例 3】如图（俯视图），用自然长度为 l_0，劲度系数为 k 的轻质弹簧，将质量都是 m 的两个小物块 P、Q 连接在一起，放置在能绕 O 点在水平面内转动的圆盘上，物体 P、Q 和 O 点恰好组成一个边长为 $2l_0$ 的正三角形。已知小物块 P、Q 和圆盘间的最大静摩擦力均为 $\sqrt{3}kl_0$，现使圆盘带动两个物体以不同的角速度做匀速圆周运动，则（　）



A．当圆盘的角速度为 $\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}}$ 时，P、Q 两物块受到的摩擦力最小

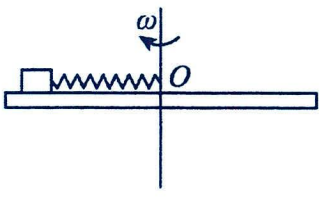
B．当圆盘的角速度为 $\omega=\sqrt{\frac{k}{3m}}$ 时，P、Q 两物块受到的摩擦力都等于弹簧弹力的大小

C．当圆盘的角速度为 $\omega=\sqrt{\frac{k}{2m}}$ 时，P、Q 两物块受到的合力大小均为 $k\frac{l_0}{2}$

D．当物体 P、Q 两物块刚要滑动时，圆盘的角速度为 $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，一可绕竖直中心轴转动的水平圆盘上面放置一劲度系数 $k=54\,\mathrm{N/m}$ 的轻弹簧。轻弹簧的一端固定于中心轴上 O 点且轻弹簧始终保持水平，另一端连接质量为 1kg 的物块（可视为质点）。圆盘未转动时弹簧未发生形变，此时物块到中心轴的距离为 0.5m。已知物块与圆盘间的动摩擦因数为 0.1，且接触面间的最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取重力加速度大小 $g=10\,\mathrm{m/s^2}$。现让圆盘以不同的角速度转动，稳定后物块随圆盘一起做匀速圆周运动，弹簧始终在弹性限度内且物块未脱离圆盘。下列说法正确的是（　　）



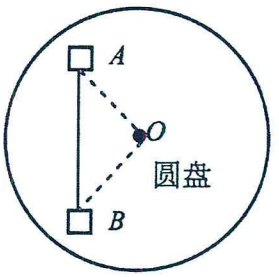
A．无论圆盘的角速度（不为零）多大，物块受到的摩擦力方向均指向中心轴

B．当圆盘的角速度大小为 1rad/s 时，物块受到的摩擦力大小为 1N

C．当圆盘的角速度大小为 2rad/s 时，物块受到的摩擦力大小为 2N

D．当圆盘的角速度大小为 2rad/s 时，弹簧上的弹力大小为 1.08N

2．（多选题）如图所示，能绕 O 点在水平面内转动的圆盘上，放置两个可视为质点且质量均为 2kg 的物块 A 和 B，它们与圆盘间动摩擦因数均为 0.5，已知最大静摩擦力等于滑动摩擦力。两物块间连接一自然长度为 11cm、劲度系数为 200N/m 的轻质弹性橡皮筋，橡皮筋的形变都在弹性限度内且遵从胡克定律；两物块 A、B 间距为 16cm，与 O 点恰好构成一顶角为106°的等腰三角形，现使圆盘带动两个物块以不同的角速度做匀速圆周运动，取 g=10m/s²，则（　）



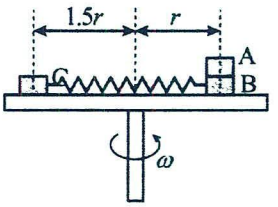
A．当圆盘的角速度为零时，物块 A 不受摩擦力

B．当圆盘的角速度为$2\sqrt{10}\text{rad/s}$时，物块 A 受到摩擦力最小

C．当圆盘的角速度为 8rad/s 时，物块 B 受到摩擦力大小为 7.5N

D．当圆盘的角速度为$4\sqrt{5}\text{rad/s}$时，物块 B 受到摩擦力最大

3．如图所示，小物块 A、B、C 与水平转台相对静止，B、C 间通过原长为 1.5r、劲度系数$k=\frac{3\mu mg}{2r}$的轻弹簧连接，已知 A、B、C 的质量均为 m，A 与 B 之间的动摩擦因数为 2μ，B、C 与转台间的动摩擦因数均为μ，A 和 B、C 离转台中心的距离分别为 r、1.5r，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，以下说法正确的是（　　）



A．逐渐增大转台角速度，B 先相对于转台滑动

B．当 B 与转台间摩擦力为零时，C 受到的摩擦力方向沿半径背离转台中心

C．当 B 与转台间摩擦力为零时，A 受到的摩擦力为$\frac{3\mu mg}{2}$

D．当 A、B 及 C 均相对转台静止时，允许的最大角速度为$\sqrt{\frac{5\mu mg}{3r}}$

考点四：筒模型

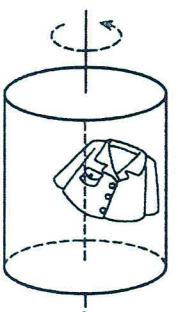
模型概述：当物体在竖直筒，圆锥筒，碗等情景下做圆周运动，此时物体得支持力或者支持力与重力得合力提供向心力。

题型一：圆筒模型

解题要点：物体在竖直面内做匀速圆周运动，所受摩擦力等于重力，侧壁弹力提供向心力。

转速增大过程中，静摩擦力不改变，弹力逐渐增大。

【精选例题】

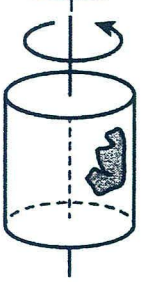


【例 1】如图所示，在洗衣机竖直圆桶内，有一件衣服贴着内壁随圆桶先以一定的角速度做匀速圆周运动，后以更大的角速度做匀速圆周运动，则角速度增大后（　　）

A．衣服受重力、弹力、摩擦力、向心力的作用　　B．衣服受到的弹力增大，摩擦力不变

C．衣服受到的弹力和摩擦力均增大　　D．衣服受到的弹力和摩擦力均减小

【跟踪训练】

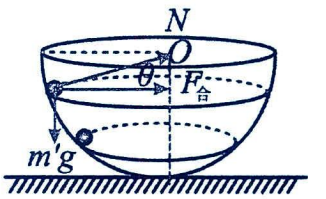


1．（多选题）如图所示，在半径为 r 的洗衣机圆桶内，有一件质量为 m 的衣服（视为质点）贴着桶壁跟随桶以角速度ω做匀速圆周运动，重力加速度大小为 g。则（　）

A．衣服受到的摩擦力大小为 mg　　B．桶壁受到的压力大小为 mω²r

C．增大角速度ω时桶壁受到的压力减小　　D．减小角速度ω时衣服受到的摩擦力也一定减小

题型二：锥筒模型



解题要点：物体在光滑倒锥形或碗形容器中作圆周运动，此时支持力与重力的合力提供向心力，对物体受力分析如右图，将支持力分解到水平和竖直方向，水平分量提供向心力，竖直方向抵消重力。

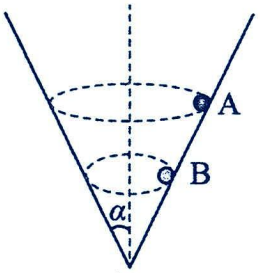
易错点：圆周运动圆心在轨迹圆的圆心，不在碗的球心 O。

【精选例题】

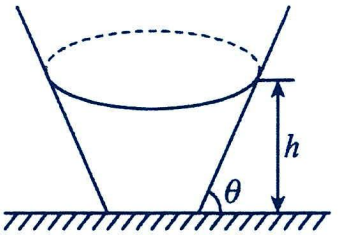
【例 1】如图，内壁光滑的圆锥漏斗固定在水平面上，其母线与竖直方向的夹角为α两个质量均为 m 的小球 A、B 紧贴着漏斗在水平面内做匀速圆周运动，重力加速度为 g。下列说法正确的是（　　）

A．A、B 两球均受到重力、支持力和向心力　　B．A、B 两球受到的支持力均指向各自圆周的圆心

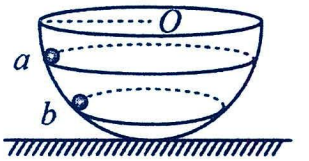
C．A 球的转动周期大于 B 球的转动周期　　D．A、B 球对漏斗壁的压力均为 $mg\sin\alpha$



例 1



例 2



例 3

【例 2】有一种杂技表演叫“飞车走壁”，由杂技演员驾驶摩托车沿内表面光滑圆台形表演台侧壁高速行驶，做匀速圆周运动。如图所示，图中虚线表示摩托车的行驶轨迹，轨迹离地面的高度为 h，下列说法中正确的是（　　）

A．h 越高，摩托车对侧壁的压力将越大　　B．h 越高，摩托车做圆周运动的线速度将越大

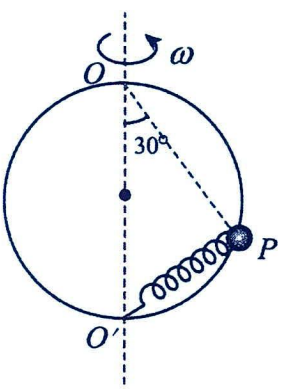
C．h 越高，摩托车做圆周运动的周期将越小　D．h 越高，摩托车做圆周运动的向心力将越大

【例 3】（多选题）如图所示，质量分别为 m 和 $2m$ 的 a、b 两小球在内壁光滑的半球形碗内做圆周运动，碗的球心为 O、半径为 0.1m，Oa、Ob 与竖直方向间的夹角分别为 53°、37°，两球运动过程中，碗始终静止在水平地面上，已知 $\sin37°=0.6$，g 取 $10m/s^2$。则下列说法正确的是（　　）

A．a、b 两球做圆周运动的线速度之比为 $8\sqrt{3}:9$　B．a、b 两球做圆周运动的角速度之比为 $2:\sqrt{3}$

C．a、b 两球所受支持力的大小之比为 4:3　　D．a、b 两球运动过程中，碗对地面始终没有摩擦力作用

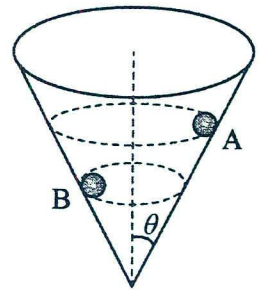
【例 4】如图所示，一半径为 R 的光滑圆环处于竖直平面内，圆环上套有质量为 m 的小球，一原长为 1.5R 的轻质弹簧一端系于球上，另一端固定于圆环最低点 O′。当圆环绕过圆心的竖直轴 OO′转动时，小球相对圆环静止在 P 点，$\angle POO'=30°$，已知弹簧的劲度系数 $k=\dfrac{mg}{2R}$，重力加速度为 g，则圆环转动的角速度大小为（　　）



A．$\sqrt{\dfrac{2g}{3R}}$　　B．$\sqrt{\dfrac{g}{R}}$　　C．$\sqrt{\dfrac{3g}{2R}}$　　D．$\sqrt{\dfrac{2g}{R}}$

【跟踪训练】

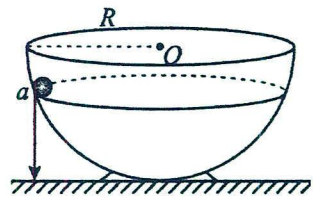
1.（多选题）一个内壁光滑的圆锥的轴线是竖直的，圆锥固定，有质量相同的两个小球A和B贴着筒的内壁在水平面内做匀速圆周运动，A的半径较大，则（　　）



A．A球的角速度小于B球　　B．A球的线速度小于B球

C．A球的周期等于B球　　D．A球对筒壁的压力大小等于B球

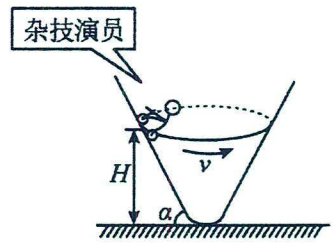
2．摩托车特技表演中的飞檐走壁让人震撼，其运动可简化为如图所示的小球在光滑的半球形容器内做圆周运动。小球的质量为m，容器的球心为O、半径为R，小球在水平面内做圆周运动，运动到a点时，Oa与竖直方向夹角为θ，运动过程中容器静止在水平地面上。半球形容器及底座的质量为M，重力加速度为g，则下列说法不正确的是（　　）



A．小球运动的角速度大小为$\sqrt{\dfrac{g}{R\cos\theta}}$　　B．小球运动的线速度大小为$\sqrt{gR\tan\theta}$

C．底座受到地面的摩擦力大小为$mg\tan\theta$　　D．底座对地面的压力等于$(M+m)g$

3．（多选题）“飞车走壁”是一项传统的杂技表演艺术，演员骑车在倾角很大的锥形桶面上做圆周运动而不掉下来．简化后的模型如图所示，若表演时杂技演员和摩托车的总质量不变，在水平面内做圆周运动的半径为R，摩托车与侧壁间沿侧壁倾斜方向的摩擦力恰好为零，轨道平面离地面的高度为H，侧壁倾斜角度α不变．则下列说法正确的是（　）



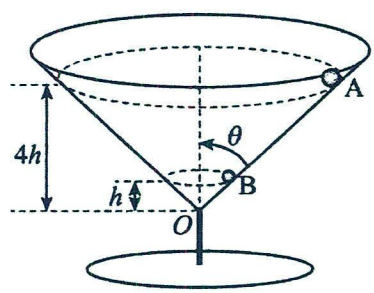
A．杂技演员和摩托车整体受力平衡

B．摩托车做圆周运动的H越高，运动的线速度越大

C．摩托车做圆周运动的H越高，摩托车对侧壁的压力越小

D．杂技演员和摩托车的角速度为$\sqrt{\dfrac{g\tan\alpha}{R}}$

4．（多选题）如图，有一竖直放置在水平地面上光滑圆锥形漏斗，圆锥中轴线与母线的夹角为$\theta=45°$。可视为质点的小球A、B在不同高度的水平面内沿漏斗内壁做同方向的匀速圆周运动，两个小球的质量$m_A=m$，$m_B=2m$，若A、B两球轨道平面距圆锥顶点O的高度分别为$4h$和h，图示时刻两球刚好在同一条母线上，下列说法正确的是（　　）



A．球A和球B的向心加速度大小分别为g和$2g$

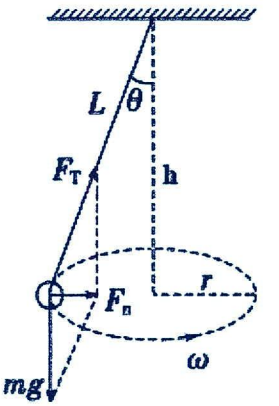
B．两球所受漏斗支持力大小之比与其所受向心力大小之比相等

C．球A和球B的线速度大小之比为4：1

D．从图示时刻开始，球B每旋转两周与球A在同一根母线上相遇一次

考点五：圆锥摆模型

模型概述：物体由细线竖直悬挂在一固定点，给物体一个水平初速度，物体在水平方向做圆周运动，即圆锥摆。



题型一：单体圆锥摆（基础型）

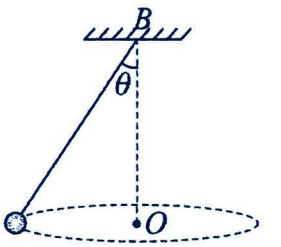
解题要点：1.如右图所示，向心力 $F_n=mg\tan\theta=m\frac{v^2}{r}=m\omega^2r$，且 $r=L\sin\theta$，

解得 $v=\sqrt{gL\tan\theta\sin\theta}$，$\omega=\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$，即$\omega^2h=g$。（角速度一样，则高度 h 一样）

2.对圆锥摆而言，稳定状态下，L 一定时，θ角越大，h 越小，

对应的角速度ω和线速度 v 就越大，小球受到的拉力 $F_T=\frac{mg}{\cos\theta}$ 和运动所需向心力也越大。

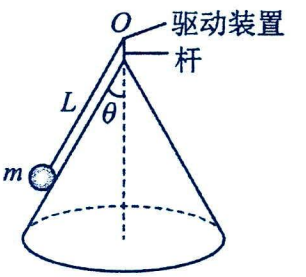
【精选例题】



【例 1】（多选题）如图所示，质量为 m 的小球用长为 l 且不可伸长的轻绳悬于 B 点，现使小球在水平面内做以 O 为圆心的匀速圆周运动，若小球稳定转动时绳子与竖直方向的夹角为θ，重力加速度为 g，则（　　）

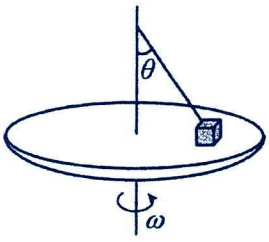
A．小球的加速度保持不变　　B．轻绳拉力大小为 mg

C．小球做匀速圆周运动的角速度为$\sqrt{\frac{g}{l\cos\theta}}$　　D．小球合力的大小为$mg\tan\theta$



【例 2】如图所示，光滑的圆锥体顶部有一根杆，一根不可伸长的轻绳一端与杆的上端相连，另一端与一个质量为$m=1\text{kg}$的小球（视为质点）相连，其中轻绳的长度为$L=0.5\text{m}$。在杆的上端安装了一个驱动装置，可以使小球绕圆锥体在水平面内做匀速圆周运动，角速度在一定范围内可以调整。圆锥体固定在水平面上，其轴线沿竖直方向，母线与轴线的夹角为θ=37°。当小球旋转的角速度为ω_0时，小球与圆锥体之间的弹力恰好为零，此时绳上的拉力为T_0，取重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，$\sin37°=0.6$，则（　　）

A．$\omega_0=10\text{rad/s}$　　B．$\omega_0=25\text{rad/s}$　　C．$T_0=12.5\text{N}$　　D．$T_0=14.5\text{N}$

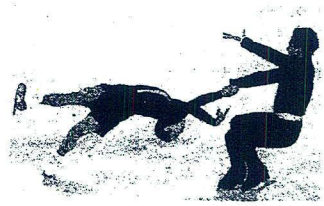


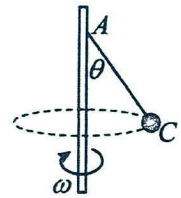
【例 3】如图所示，水平转台上有一个质量为 m 的小物块，用长为 L 的轻细绳将物块连接在通过转台中心的转轴上，细绳与竖直转轴的夹角为θ，系统静止时细绳绷直但张力为零。物块与转台间动摩擦因数为μ（$\mu<\tan\theta$），设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。物块随转台由静止开始缓慢加速转动，在物块离开转台前（　）

A．转台对物块的支持力大小保持不变　　B．绳中刚出现拉力时，转台的角速度为$\sqrt{\frac{\mu g}{L}}$

C．转台对物块的摩擦力先增大后保持不变　　D．物块能在转台上随转台一起转动的最大角速度为$\sqrt{\frac{g}{L\cos\theta}}$

【例 4】（多选题）花样滑冰项目有一项技术动作叫双人滑螺旋线，如图甲所示，以男选手为轴心，女选手围绕男选手旋转。将这一情景抽象成如图乙所示的模型：一细线一端系住一小球，另一端固定在一竖直细杆上，小球以一定大小的速度随着细杆在水平面内做匀速圆周运动。小球（可视为质点）的质量为m，细线AC的长度为L，细线与竖直方向的夹角为θ，重力加速度大小为g，不计空气阻力。下列分析正确的是（　　）


甲



乙



丙

A．小球受到重力、细线的拉力作用

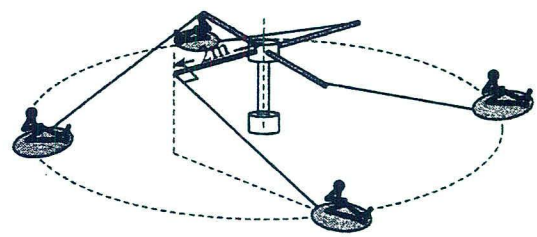
B．细线与竖直方向的夹角为θ时，小球的角速度大小为$\sqrt{\frac{L}{g}}$

C．细线与竖直方向的夹角为θ时，小球的向心加速度大小为$g\tan\theta$

D．只要小球的角速度小于$\sqrt{\frac{2L}{g}}$，细线就会缠绕在竖直杆上，如图丙所示

【跟踪训练】

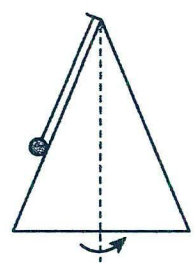
1．（多选题）进入冬季后，北方的冰雪运动吸引了许多南方游客。如图为雪地转转游戏，人乘坐雪圈（人和雪圈总质量为 80kg，大小可忽略不计）绕轴以 2rad/s 的角速度在水平雪地上匀速转动，已知水平杆长为 2m，离地高为 2m，绳长为 4m，且绳与水平杆垂直。雪圈和人一起做匀速圆周运动时（　　）

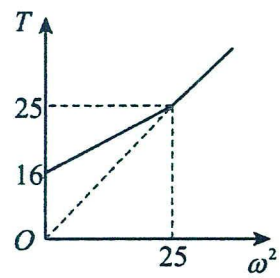


A．所受的合力不变　　B．所受绳子的拉力指向圆周运动的圆心

C．线速度大小为 8m/s　　D．所需向心力大小为 1280N

2．一根轻质细线一端系一可视为质点的小球，细线另一端固定在一光滑圆锥顶上，如图甲，设小球在水平面内做匀速圆周运动的角速度为ω，线的张力T随ω^2变化的图像如图乙，g取10m/s^2。下列说法正确的是（　）





A．细线的长度为 1m　　B．细线的长度为 0.36m

C．小球的质量为 2kg　　D．小球的质量为 3kg

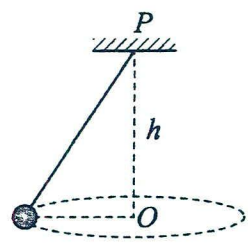
3．（多选题）如图所示，质量为 m 的小球用长为 l 的细线悬于 P 点，使小球在水平面内以角速度ω做匀速圆周运动。已知小球做圆周运动时圆心 O 到悬点 P 的距离为 h，重力加速度为 g。下列说法正确的是（　　）

A．绳对小球的拉力大小为 mω2l

B．保持 l 不变，增大角速度ω，细线与竖直方向的夹角变小

C．保持 h 不变，增大绳长 l，ω不变

D．保持 h 不变，增大绳长 l，绳对小球拉力的大小不变



4．如图 1 某人站在水平地面上，手握不可伸长的轻绳一端，绳的另一端系有质量为 m 的小球，甩动手腕，使球运动起来，最终在水平面内做匀速圆周运动。已知轻绳能承受的最大拉力为 2mg，握绳的手离地面高度为 6l，手与球之间的绳长为 l，重力加速度为 g，忽略空气阻力。

(1)当绳与竖直方向的夹角为α，且绳子的拉力小于最大值，求小球运动的周期；

(2)当小球的速度大小为 v_1 时，轻绳刚好断掉，求此时小球速度 v_1 大小和该情况下小球落地前瞬间的速度 v_2；

(3)如图 2 保持手的高度不变，改变绳长，使小球在竖直平面内做圆周运动，小球运动到最低点时绳子刚好拉断，要使小球抛出的水平距离最大，最大水平距离为多少？

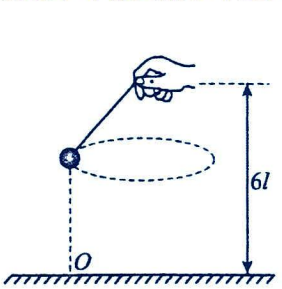


图1

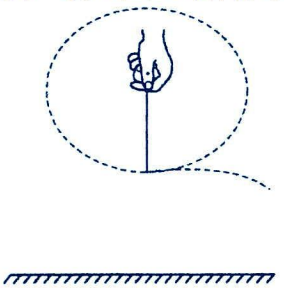


图2

题型二：单体连接圆锥摆（升级模型）

解题要点：如图 1 所示的双圆锥摆模型：a、b 随旋转圆盘绕中心轴匀速转动，则它们做圆周运动的角速度相等，故它们的线速度、向心加速度均与轨道半径成正比，且在竖直方向上受到的合力为零。

对 b 球：$T\cos\beta=mg$；$T\sin\beta=F_n=m(r+L\sin\beta)\omega^2$；解得：$\tan\beta=\frac{(r+L\sin\beta)\omega^2}{g}$；

对 b 球：$T\cos\beta=mg$；$T\sin\beta=F_n=m(r+h\tan\beta)\omega^2$；解得：$\tan\beta=\frac{(r+h\tan\beta)\omega^2}{g}$；即$h+\frac{r}{\tan\beta}=\frac{g}{\omega^2}=H$；则图 2 中 $O_1A=O_2B$。

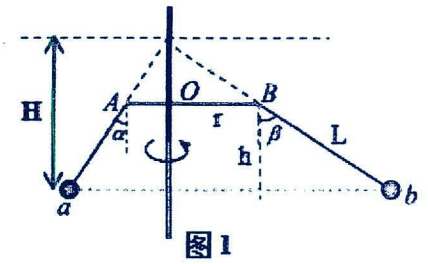


图 1

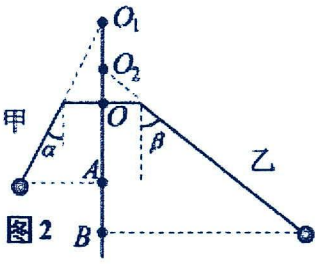
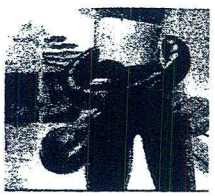
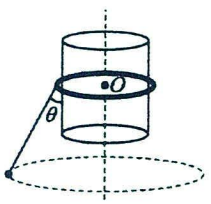


图 2

【精选例题】

【例 1】（多选题）有一种新式健身“神器”——能自动计数的智能呼啦圈深受健身者的喜爱，如图甲所示。智能呼啦圈腰带外侧有圆形光滑轨道，将安装有滑轮的短杆嵌入轨道并能沿圆形轨道自由滑动，短杆的另一端悬挂一根带有配重的轻质细绳，将腰带简化为竖直硬质圆筒，其简化模型如图乙所示，水平固定好腰带，通过人体微小扭动，使配重在水平面内以角速度ω做匀速圆周运动，已知配重（可视为质点）质量为 m，绳的拉力大小为F_T，绳与竖直方向夹角为θ，绳长一定，则下列说法正确的是（　　）


甲

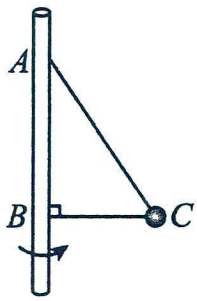


乙

A．m 一定，ω越大，F_T越大　　B．m 一定，ω越大，θ越大

C．ω一定，m 越大，F_T越大　　D．ω一定，m 越大，θ越大

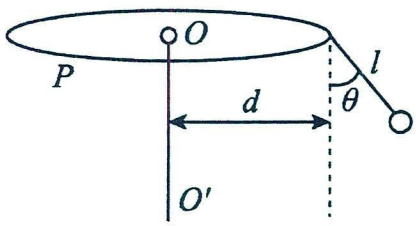
【例 2】如图所示，AB为竖直转轴，轻绳AC和BC的结点 C 系一质量为 m 的小球，两绳能承受的最大拉力均为$\sqrt{3}mg$。当AC和BC拉直时，$\angle ABC=90°$，$\angle ACB=60°$，BC绳的长为$\sqrt{3}$m。细绳AC和BC能绕竖直轴AB匀速转动，因而小球在水平面内做匀速圆周运动。当小球的线速度缓慢增大时，为保证两绳都不断裂，线速度的最大值为（重力加速度$g=10\text{m/s}^2$）（　　）



A．$\sqrt{10}$m/s　　B．$2\sqrt{10}$m/s　　C．$3\sqrt{10}$m/s　　D．$4\sqrt{10}$m/s

【跟踪训练】

1．游乐园中的“空中飞椅”可简化成如图所示的模型图，其中 P 为处于水平面内的转盘，可绕OO'轴转动，圆盘半径$d=24$m，绳长$l=10$m。假设座椅随圆盘做匀速圆周运动时，绳与竖直平面的夹角$\theta=37°$，座椅和人的总质量为 60kg，则（sin37°=0.6 cos37°=0.8 g 取10m/s²）（　　）

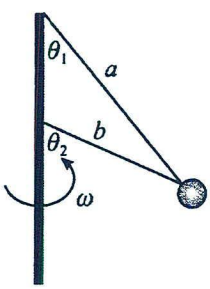


A．绳子的拉力大小为 650N　　B．座椅做圆周运动的线速度大小为 5m/s

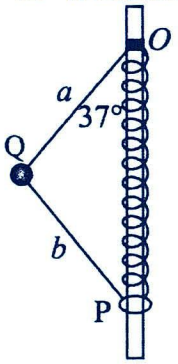
C．圆盘的角速度为 0.5rad/s　　D．座椅转一圈的时间约为 1.3s

2．（多选题）如图，小球（可视作质点）和 a、b 两根细绳相连，两绳分别固定在细杆上两点，其中 b 绳长$L_b=2$m，小球随杆一起在水平面内匀速转动．当两绳都拉直时，a、b 两绳和细杆的夹角$\theta_1=45°,\theta_2=60°,g=10\text{m/s}^2$。若 a、b 两绳始终张紧，则小球运动的线速度大小可能是（　　）

A．3.5m/s　　B．4m/s　　C．4.5m/s　　D．5m/s



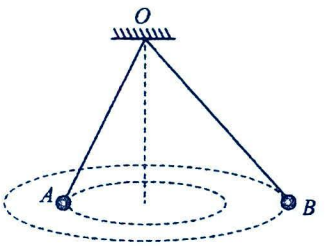
4．一离心调速装置如图所示，两根轻杆 a、b 与小球 Q 及圆环 P 通过铰链（杆可以绕铰链自由转动）连接，轻杆长均为 L，Q、P 的质量均为 m，轻杆 a 的上端通过铰链固定在竖直转轴上的 O 点，套在转轴上的轻质弹簧连接在 O 点与圆环 P 之间，弹簧原长为$\frac{7}{5}L$。装置静止时，轻杆与转轴的夹角均为 37°。绕转轴转动该装置并缓慢增大转速，圆环缓慢上升，使轻杆与转轴的夹角均变为 53°。弹簧始终在弹性限度内，忽略一切摩擦和空气阻力，重力加速度为 g，$\sin 37^\circ = 0.6$，$\cos 37^\circ = 0.8$。求：（1）装置静止时，轻杆 a 对小球 Q 弹力的大小；（2）弹簧的劲度系数；（3）轻杆与竖直方向夹角为 53°时该装置转动的角速度大小。



题型三：多体圆锥摆（基础模型）

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示为两个圆锥摆，两个质量相等、可以看做质点的金属小球 A、B 有共同的悬点，在同一水平面内做匀速圆周运动，下面说法正确的是（　　）

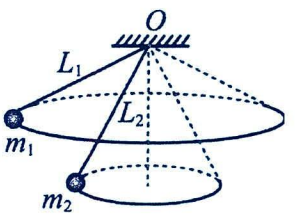


A．A 球和 B 球均受到向心力作用　　B．A 球做圆周运动所需的向心力较大

C．A 球做圆周运动的线速度比 B 球的小　　D．A 球和 B 球做圆周运动的周期一样大

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，两根长度相同的细线分别系有两个完全相同的小球，细线的上端都系于 O 点，设法让两个小球均在水平面上做匀速圆周运动。已知 L_1 跟竖直方向的夹角为（60°，L_2 跟竖直方向的夹角为 30°，下列说法正确的是（　　）



A．细线 L_1 和细线 L_2 所受的拉力之比为 $\sqrt{3}:1$　　B．小球 m_1 和 m_2 的角速度大小之比为 $\sqrt{3}:1$

C．小球 m_1 和 m_2 的向心力大小之比为 1：3　　D．小球 m_1 和 m_2 的线速度大小之比为 $\sqrt{3\sqrt{3}}:1$

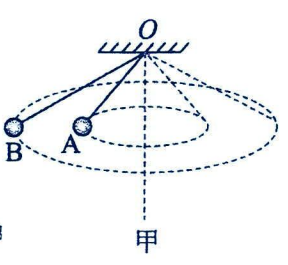
2．四个完全相同的小球 A、B、C、D 均在水平面内做圆锥摆运动。如图甲所示，小球 A、B 在同一水平面内做圆锥摆运动（连接 B 球的绳较长）；如图乙所示，小球 C、D 在不同水平面内做圆锥摆运动，但是连接 C、D 的绳与竖直方向之间的夹角相等（连接 D 球的绳较长），则下列说法错误的是（　　）

A．小球 A、B 角速度相等

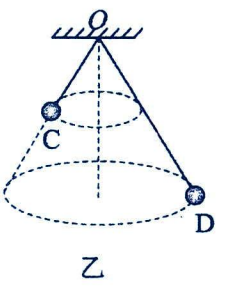
B．小球 A、B 线速度大小相等

C．小球 C、D 所需的向心加速度大小相等

D．小球 D 受到绳的拉力与小球 C 受到绳的拉力大小相等



甲



乙

题型四：多体圆锥摆（升级模型）

拓展：如图 3 甲，设两球稳定时，两球做匀速圆周运动的角速度均为ω，最上方绳子与竖直方向的夹角为θ_1，最下方绳子与竖直方向的夹角为θ_2，绳子的长度分别为 L_1、L_2，小球质量分别为 m_1、m_2。

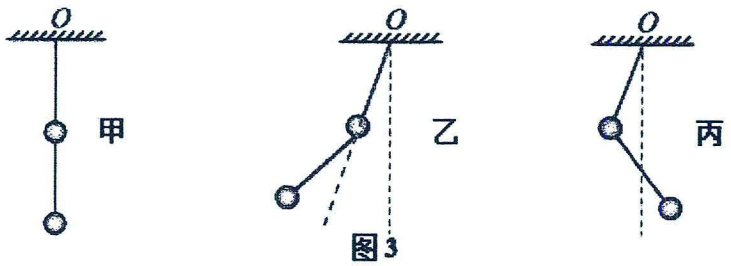


图 3

（1）对两球整体，由牛顿第二定律$F_1\sin\theta_1 = m_1\omega^2 L_1\sin\theta_1 + m_2\omega^2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)$；$F_1\cos\theta_1 = m_1 g + m_2 g$

得$tan\theta_1 = \frac{m_1\omega^2 L_1\sin\theta_1 + m_2\omega^2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{m_1 g + m_2 g} = \frac{\omega^2}{g}\cdot\frac{m_1 L_1\sin\theta_1 + m_2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{m_1 + m_2}$

（2）对下方小球，由牛顿第二定律$F_2\sin\theta_2 = m_2\omega^2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)$；$F_2\cos\theta_2 = m_2 g$

得$tan\theta_2 = \frac{m_2\omega^2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{m_2 g} = \frac{\omega^2}{g}\cdot(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)$

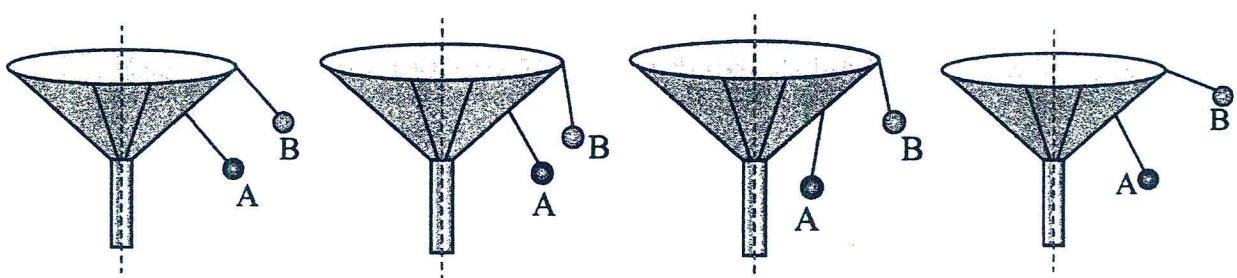
可得：$\frac{tan\theta_1}{tan\theta_2} = \frac{\frac{\omega^2}{g}\frac{m_1 L_1\sin\theta_1 + m_2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{(m_1+m_2)}}{\frac{\omega^2}{g}(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)} = \frac{m_1 L_1\sin\theta_1 + m_2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{(m_1+m_2)\cdot(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)} = \frac{m_1 L_1\sin\theta_1 + m_2(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)}{m_1\cdot(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2) + m_2\cdot(L_1\sin\theta_1 + L_2\sin\theta_2)} < 1$。

即：$tan\theta_1 < tan\theta_2$，解得，$\theta_1 < \theta_2$。

故稳定后，两球位置关系如图 3 乙、丙。

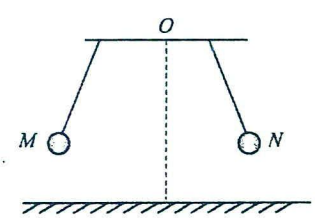
【精选例题】

【例 1】游乐园快乐的猪八戒”游戏，可等效为如图所示的示意模型，忽略空气阻力，当旋转圆盘绕竖直的中心轴匀速转动时，两个座椅 *A*、*B* 在空中的相对位置关系可能正确的是（　　）



A　　B　　C　　D

【例 2】（多选题）游乐场中“旋转飞椅”的简化模型如图，座椅都用等长的绳子悬挂在水平转盘的不同位置。质量相等的 M、N 两人坐在座椅上随转盘一起在水平面内做匀速圆周运动，M 的悬点离转盘中心 O 点更远一些。不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）

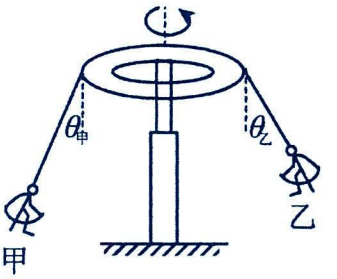


A．M 的加速度大于 N　　B．M 的加速度小于 N

C．M 绳子的拉力大于 N 绳子的拉力　　D．M 绳子的拉力小于 N 绳子的拉力

【例 3】（多选题）游乐场中的“旋转飞椅”用钢绳悬挂在水平转盘边缘的同一圆周上，转盘绕穿过其中心的竖直轴转动。甲、乙两人同时乘坐“旋转飞椅”时可简化为如图所示的模型，甲对应的钢绳长度大于乙对应的钢绳长度，当转动稳定后，甲、乙两人的加速度大小分别为 $a_{甲}$、$a_{乙}$，到转轴的距离分别为 $R_{甲}$、$R_{乙}$，到转盘的高度分别为 $h_{甲}$、$h_{乙}$，甲、乙对应的钢绳与竖直方向的夹角分别为 $\theta_{甲}$、$\theta_{乙}$，钢绳的质量不计，忽略空气阻力，下列判断正确的是（　　）

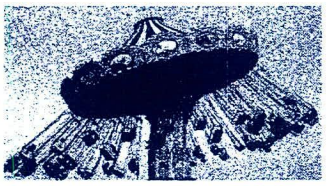
A．$a_{甲}>a_{乙}$　　B．$R_{甲}<R_{乙}$　　C．$h_{甲}<h_{乙}$　　D．$\theta_{甲}>\theta_{乙}$



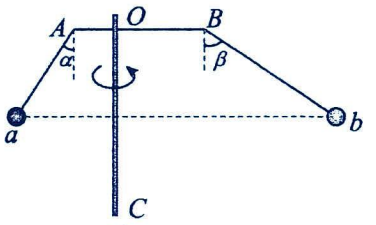
【例 4】游乐场中的“空中飞椅”项目深受欢迎，当设施开始旋转，其可以简化为如图乙所示的模型，两个完全相同的可视为质点的载人飞椅 a、b 分别用悬线悬于水平杆 A、B 两端，其中 a 的悬线长 $l_a=2m$，水平杆 $x_{OA}=1.3m$，将装置绕竖直杆匀速旋转后，a、b 在同一水平面内做匀速圆周运动，且飞椅间相对位置不变。已知两悬线与竖直方向的夹角分别为 $\alpha=37°$、$\beta=53°$，飞椅 a、b 载人后的总质量均为 40kg，（重力加速度 $g=10m/s^2$，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$）。球:（1）求 a、b 所需向心力的大小 F_{na}、F_{nb}；

（2）求 a 运动的角速度大小 ω；

（3）求 b 运动的线速度大小 v。



甲



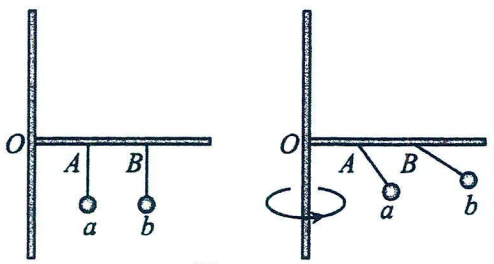
乙

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，竖直细杆 O 点处固定有一水平横杆，在横杆上有 A、B 两点，且 OA=6cm，在 A、B 两点分别用两根长度均为 5cm 的轻质细线悬挂两个大小不计的小球 a 和 b，将整个装置绕竖直杆匀速转动，当 a、b 两球稳定时 a 绳与竖直方向夹角为 37°；b 绳与竖直方向夹角为 53°，则下列说法正确的是（　　）

A．悬挂点 A、B 的距离也为 6cm　　B．若将两绳沿 aA 和 bB 方向延长，交竖直杆于同一点

C．两小球质量一定相等　　D．若将两绳沿 aA 和 bB 方向延长，交竖直杆于不同点



题 1

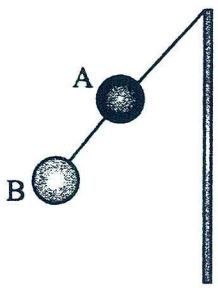


题 2

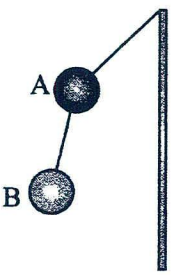


题 3

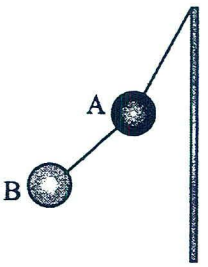
2．用两根轻绳连接两个球 A 和 B，其中一根绳的另一端固定在一个竖直转轴上，如图所示，当两球随转轴一起匀速转动时两球所处的位置可能是图中的哪一个（　）



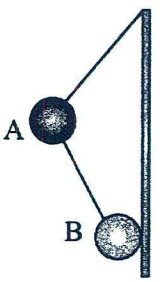
A



B

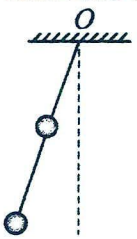


C

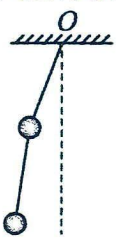


D

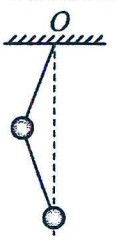
3．如图所示，质量相同的两小球分别系在一根细线的下端和中点，细线的上端悬于 O 点。现使系统绕过 O 点的竖直轴以某一角速度匀速转动，稳定时两球可能的位置是（　　）



A



B



C

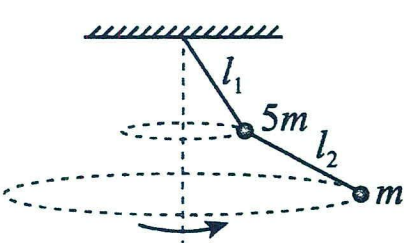


D

4．（多选题）如图所示，两条不可伸长的轻绳 l_1、l_2 分别系着质量为 $5m$ 和 m 的质点，两质点以相同的角速度绕同一竖直线做水平匀速圆周运动。已知重力加速度为 g，两绳的拉力分别为 T_1 及 T_2，两绳与竖直线夹角的正弦值分别是 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 及 $\frac{2}{\sqrt{5}}$，则（　）

A．两细绳拉力的比值 $T_1:T_2=3:1$　　B．两细绳拉力的比值 $T_1:T_2=3:2$

C．两细绳绳长的比值 $l_1:l_2=2:9$　　D．两细绳绳长的比值 $l_1:l_2=1:5$



考点六：斜面上圆周运动模型

模型概述：在斜面上做圆周运动的物体，因所受的控制因素不同，如静摩擦力控制、绳控制、杆控制等，物体的受力情况和所遵循的规律也不相同。

解题要点：物体在斜面上做圆周运动时，设斜面的倾角为θ，重力垂直斜面的分力与物体受到的支持力相等，解决此类问题时，可以按以下操作，把问题简化。

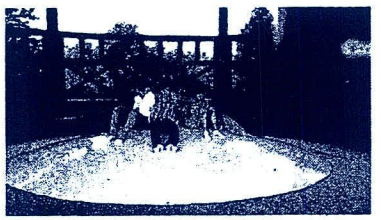


立体图　　侧视图　　正视(斜面)图

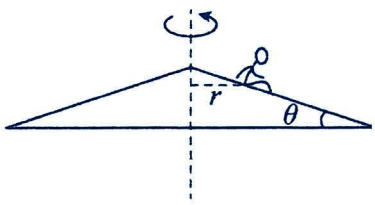
题型一：倾斜圆盘模型(摩擦力控制)

【精选例题】

【例 1】如图甲为游乐场中一种叫"魔盘"的娱乐设施简化模型如图乙，魔盘侧面与水平面的夹角为θ。质量为 m 的游客随魔盘以角速度ω一起匀速转动，半径为 r，已知重力加速度大小为 g，则（　　）



甲



乙

A．魔盘对游客的作用力沿水平方向指向转轴

B．游客受到的支持力可能等于$mg\cos\theta$

C．若魔盘角速度缓慢增加，游客受到魔盘的支持力会缓慢减小

D．若魔盘角速度缓慢增加，质量较小的游客先发生滑动

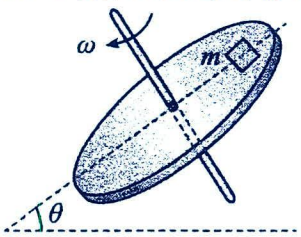
【例 2】如图所示，一倾斜的匀质圆盘可绕通过圆心、垂直于盘面的固定轴以不同的角速度匀速转动，盘面上离转轴距离为$l=5\text{cm}$处有一可视为质点的小物体始终相对静止在圆盘上。已知物块与盘面间的动摩擦因数为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，盘面与水平面的夹角$\theta=30°$，重力加速度大小为$g=10\text{m/s}^2$，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，下列说法正确的是（　　）

A．小物体运动到最高点时所受静摩擦力可能为零

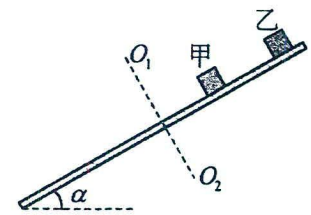
B．若要小物体与圆盘始终保持相对静止，圆盘角速度的最大值为$5\sqrt{2}\text{rad/s}$

C．圆盘做匀速圆周运动，小物体运动到与圆盘圆心等高点时摩擦力方向指向圆盘中心

D．小物体运动过程中静摩擦力方向始终都是通过圆盘中心，但不一定指向圆盘中心，也可能是背离圆盘中心



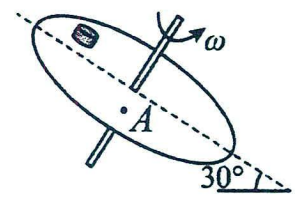
【例 3】如图所示，倾角为$\alpha=30°$的转台上有两完全相同的均可视为质点的物体甲和乙，其质量均为$m=1\text{kg}$，与转台间的动摩擦因数为$\mu=\frac{\sqrt{3}}{2}$，现让转台绕中心轴O_1O_2转动，当转台以恒定的角速度ω_0转动时，恰好没有物体与转台发生相对滑动，物体甲到转轴的距离为$x_{甲}=0.05\text{m}$，物体乙到转轴的距离为$x_{乙}=0.1\text{m}$，重力加速度为 g=10m/s². 则下列说法正确的是（　）



A．ω_0=5rad/s　　B．物体甲、乙在最高点时所受的摩擦力之比为 1∶2

C．物体甲、乙在最低点时所受的摩擦力之比为 1∶2　　D．物体甲在最低点和最高点所受的摩擦力大小相等

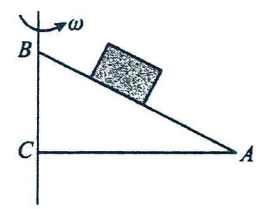
【例 4】如图，一倾斜的匀质圆盘绕垂直于盘面的图定轴以恒定角速度转动，盘面上高转轴距离 2.5m 处有一质量$m=1\text{kg}$的小物体与圆盘始终保持相对静止。物体与盘面间的动摩擦因数为$\sqrt{3}$（设最大静摩接力等于滑动摩擦力）。盘面与水平面的夹角为30°，g取10m/s^2。若转动过程中小物体在最高点受到的摩擦力方向指内圆心，则该物块转至圆心等高处A点时所受摩擦力大小可能为（　　）



A．2.5N　　B．5.5N　　C．10.5N　　D．14.5N

【跟踪训练】

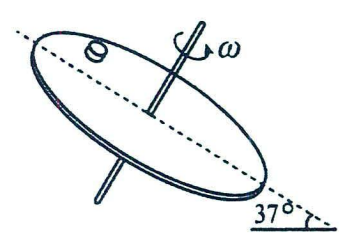
1．如图所示，一直角斜劈绕其竖直边 BC 做圆周运动，物块始终静止在斜劈 AB 上。若斜劈转动的角速度ω缓慢增大，下列说法正确的是（　　）



A．斜劈对物块的支持力逐渐增大　B．斜劈对物块的支持力保持不变

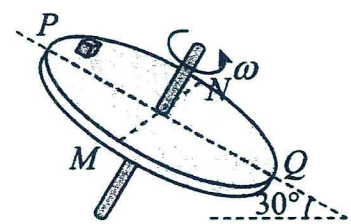
C．斜劈对物块的摩擦力保持不变　D．斜劈对物块的摩擦力与支持力的合力逐渐增大

2．如图所示，一倾斜的匀质圆盘绕垂直于盘面的固定轴以恒定角速度转动，盘面上离转轴距离 0.25m 处有一物体（视为质点）与圆盘始终保持相对静止。盘面与水平面的夹角为 37°，物体与盘面间的动摩擦因数为$\frac{7}{8}$，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，取重力加速度大小 g=10m/s²，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。当物体运动到最低点时，物体恰好不相对圆盘滑动，则圆盘转动的角速度大小为（　　）



A．0.5rad/s　　B．$\frac{\sqrt{13}}{2}\text{rad/s}$　　C．$2\sqrt{13}\text{rad/s}$　　D．2rad/s

3．（多选题）一倾角为30°的圆盘绕垂直盘面的轴以大小为$\sqrt{\frac{g}{6r}}$的角速度匀速转动，盘面上有一个离转轴距离为 r、质量为 m 的物块（可视为质点）随圆盘一起转动（相对于盘面静止）。如图所示，P 点是物块运动的轨迹圆上的最高点，Q 点是物块运动的轨迹圆上的最低点，重力加速度大小为 g，物块与圆盘间的最大静摩擦力等于滑动摩擦力。下列说法正确的是（　）



A．物块经过 Q 点时受到的静摩擦力大小为$\frac{2}{3}mg$

B．物块经过 P 点时受到的静摩擦力大小为$\frac{1}{6}mg$

C．物块与盘面间的动摩擦因数可能为$\frac{4}{9}$

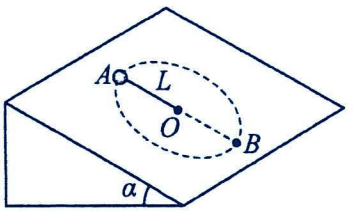
D．若圆盘的角速度继续缓慢增大，则物块最容易与圆盘发生相对滑动的位置为 Q 点

题型二：斜面上轻绳控制模型

【精选例题】

【例 1】如图所示，在倾角为$\alpha=30°$的光滑斜面上，有一根长为$L=0.8\,\mathrm{m}$的细绳，一端固定在 O 点，另一端系一质量为$m=0.2\,\mathrm{kg}$的小球，沿斜面做圆周运动，取 g=10m/s²，小球在 A 点最小速度为（　）

A．4m/s　　B．2m/s　　C．$2\sqrt{5}$m/s　　D．$2\sqrt{2}$m/s



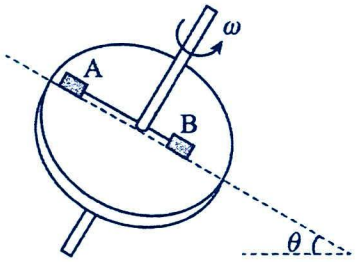
【例 2】（多选题）如图所示，倾斜圆盘圆心处固定有与盘面垂直的细轴，盘面上沿同一直径放有质量均为 m 的 A、B 两物块（可视为质点），两物块分别用两根平行圆盘的不可伸长的轻绳与轴相连，A、B 两物块与轴的距离分别为 3d 和 d，两物块与盘面的动摩擦因数μ相同，盘面与水平面夹角为θ。当圆盘以角速度ω匀速转动时，物块 A、B 始终与圆盘保持相对静止。当物块 A 转到最高点时，两根绳子拉力均为零，且 A、B 所受摩擦力均刚好等于最大静摩擦力。已知重力加速度为 g，最大静摩擦力等于滑动摩擦力。则下列说法正确的是（　）

A．$\mu=2\tan\theta$

B．$\omega=\sqrt{\dfrac{2g\sin\theta}{d}}$

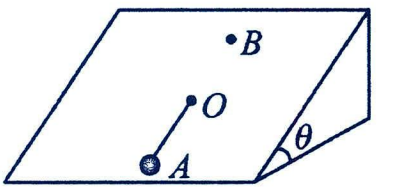
C．运动过程中绳子对 A 拉力的最大值为$2mg\sin\theta$

D．运动过程中 B 所受摩擦力最小值为$mg\sin\theta$



【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，在倾角为θ的足够大的固定斜面上，长度为 L 的轻绳一端固定在 O 点，另一端拴连质量为 m 的小球。小球在最低点 A 获得初速度 v，并开始在斜面上做圆周运动，小球可通过最高点 B．重力加速度大小为 g，轻绳与斜面平行，不计一切摩擦。下列选项正确的是（　　）



A．小球通过 B 点时，轻绳的弹力可能为 0

B．小球通过 B 点时，最小速度为$\sqrt{gL\sin\theta}$

C．小球通过 A 点时，轻绳的弹力可能为 0

D．小球通过 A 点时，斜面对小球的支持力与小球的速度无关

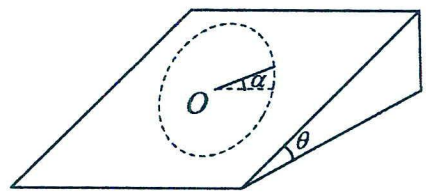
2．（多选题）如图甲所示，倾角为θ的光滑斜面固定在水平地面上，细线一端与可看成质点的质量为m的小球相连，另一端穿入小孔O与力传感器（位于斜面体内部）连接，传感器可实时记录细线拉力大小及扫过的角度。初始时，细线水平，小球位于小孔O的右侧，现敲击小球，使小球获得一平行于斜面向上的初速度v_0，此后传感器记录细线拉力T的大小随细线扫过角度α的变化图像如图乙，图中F_0已知，小球到O点距离为l，重力加速度为g，则下列说法正确的是（　　）

A．小球位于初始位置时的加速度为$\frac{v_0^2}{l}$

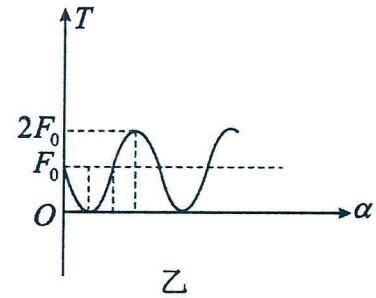
B．小球通过最高点时速度为$\sqrt{gl}$

C．小球通过最高点时速度为$\sqrt{\frac{mg\sin\theta}{F_0}}v_0$

D．小球通过最低点时速度为$\sqrt{\frac{2F_0-mg\sin\theta}{F_0}}v_0$



甲



乙

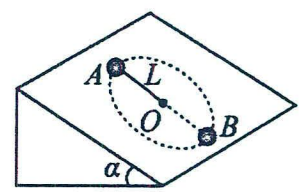
题型三：斜面上轻杆控制模型

【精选例题】

【例1】如图所示，在倾角为α=30°的光滑斜面上，有一根长为L=0.8m的轻杆，一端固定在O点，另一端系一质量为m=0.2kg的小球，沿斜面做圆周运动，取g=10m/s²，若要小球能通过最高点A，则小球在最低点B的最小速度是（　　）

A．4m/s　　B．$2\sqrt{10}$ m/s

C．0m/s　　D．$2\sqrt{2}$ m/s



【跟踪训练】

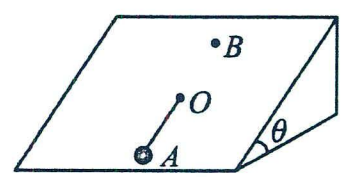
1．（多选题）如图所示，在倾角为θ的足够大的固定斜面上，一长度为L的轻杆一端可绕斜面上的O点自由转动，另一端连着一质量为m的小球（视为质点）。现使小球从最低点A以速率v开始在斜面上做圆周运动，通过最高点B。重力加速度大小为g，轻杆与斜面平行，不计一切摩擦．下列说法正确的是（　　）

A．小球通过B点时的最小速度为$\sqrt{gL\sin\theta}$

B．小球通过A点时所受轻杆的作用力大小为$mg\sin\theta+m\frac{v^2}{L}$

C．小球通过A点时的速度越大，此时斜面对小球的支持力越大

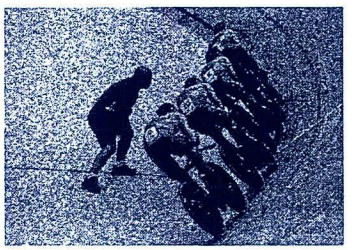
D．若小球以$\sqrt{gL\sin\theta}$的速率通过B点时突然脱落而离开轻杆，则小球到达与A点等高处时与A点间的距离为$2L$



综合练习（三）

一、单选题

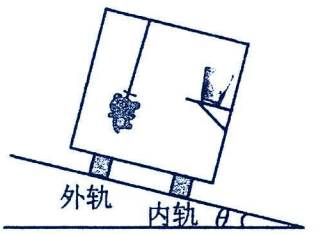
1．小轮车（BicycleMotocross，简称 BMX）是奥运会比赛项目，中国选手邓雅文在2024 年巴黎奥运会女子自由式小轮车公园赛决赛中获得金牌。如图，几位运动员正在倾斜的弯道上做匀速圆周运动，若圆周运动的轨道在同一水平面内，运动员连同各自的自行车均可视为质点，倾斜弯道可视为一个斜面，下面说法正确的是（　　）



A．质点处于平衡状态　　B．质点所受支持力竖直向上

C．质点可能不受摩擦力作用　　D．质点所受合外力沿水平方向

2．随着交通的发展，旅游才真正变成一件赏心乐事，各种“休闲游”“享乐游”纷纷打起了宣传的招牌。某次旅游中游客乘坐列车以恒定速率通过一段水平圆弧形弯道过程中，游客发现车厢顶部悬挂玩具小熊的细线稳定后与车厢侧壁平行，同时观察放在桌面(与车厢底板平行)上水杯内的水面，已知此弯道路面的倾角为 θ，不计空气阻力，重力加速度为 g，则下列判断正确的是（　　）



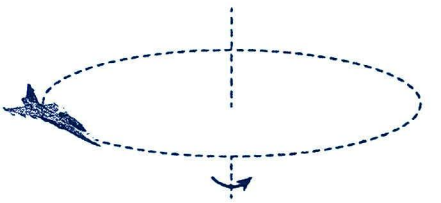
A．列车的轮缘与轨道无侧向挤压作用

B．列车转弯过程中的向心加速度为 gtan θ，方向与水平面的夹角为 θ

C．水杯与桌面间有静摩擦力

D．水杯受到桌面的支持力与水杯的重力是一对平衡力

3．某次军事演习中，甲、乙两架战斗机均在空中水平面内做匀速圆周运动，此时战斗机仅受空气对战斗机的升力（方向与机翼平面垂直）和重力。已知甲、乙做圆周运动的轨迹半径相同，且甲的速率大于乙的速率，则甲、乙两架战斗机机翼与水平面间的夹角 θ_1 与 θ_2 的大小关系为（　　）

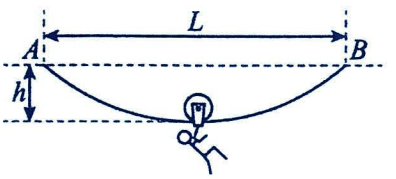


A．$\theta_1 < \theta_2$　　B．$\theta_1 = \theta_2$　　C．$\theta_1 > \theta_2$　　D．无法确定

4．近年来，珠海市全力帮扶云南省怒江州完成脱贫攻坚任务。在怒江州的部分山区，学生依然采用最原始的交通方式—溜索通过怒江。现将溜索过江简化为图乙的模型，钢索的两端点 A、B 固定在同一水平面内，间距为 L=80m；钢索的最低点与 AB 连线的垂直高度为 h=8m。将钢索视为一段圆弧，当一名质量为 52kg 的中学生借助滑轮（质量不计）过江时，滑到最低点时的速度为 10m/s，g 取 10m/s^2，则该学生（　　）



图甲



图乙

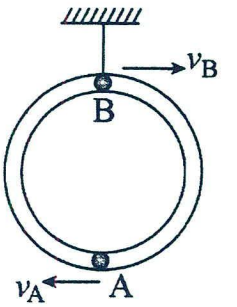
A．小学生在钢索上的运动是匀速圆周运动

B．小学生下滑到最低点时，向心加速度的值为 1.25m/s^2

C．小学生下滑到最低点时，滑轮对绳索压力的值约为 570N

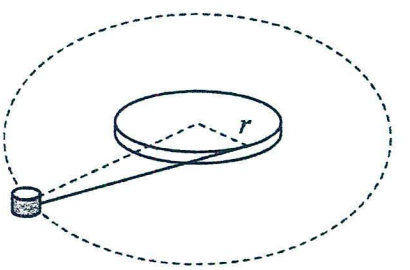
D．小学生滑到最低点时处于失重状态

5．如图所示，质量为1.6kg、半径为0.5m的光滑细圆管用轻杆固定在竖直平面内，小球A和B（均可视为质点）的直径略小于细圆管的内径（内径远小于细圆管半径）。它们的质量分别为$m_A=1\text{kg}$、$m_B=2\text{kg}$。某时刻，小球A、B分别位于圆管最低点和最高点，且A的速度大小为$v_A=3\text{m/s}$，此时杆对圆管的弹力为零。则B球的速度大小v_B为（　　）



A．2m/s　　B．4m/s　　C．6m/s　　D．8m/s

6．如图所示，在水平桌面上有一个固定竖直转轴且过圆心的转盘，转盘半径为r，边缘绕有一条足够长的细轻绳，细绳末端系住一木块。已知木块与桌面之间的动摩擦因数$\mu=\frac{\sqrt{3}}{3}$。当转盘以角速度$\omega=\sqrt{5}\text{rad/s}$旋转时，木块被带动一起旋转，达到稳定状态后，二者角速度相同。已知$r=1\text{m}$，重力加速度$g=10\text{m/s}^2$，下列说法正确的是（　　）



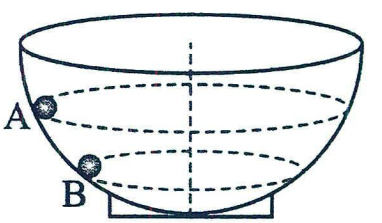
A．当$\omega=\sqrt{5}\text{rad/s}$稳定时，绳子与木块和圆心的连线夹角为60°

B．当$\omega=\sqrt{5}\text{rad/s}$稳定时，木块的线速度与圆盘边缘线速度大小之比为4：1

C．当$\omega=\sqrt{5}\text{rad/s}$稳定时，木块做圆周运动的半径为2m

D．当$\omega=\sqrt{5}\text{rad/s}$稳定时，绳子拉力大小为$\frac{\sqrt{3}}{3}mg$

7．如图所示，内壁光滑的半球形碗固定不动，其轴线垂直于水平面，两个质量相同的小球A和B紧贴着内壁分别在水平面内做匀速圆周运动，则（　　）



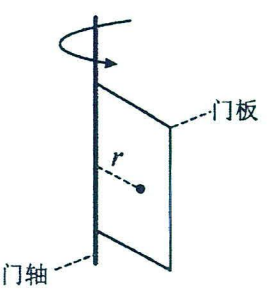
A．球A的向心加速度小于球B的向心加速度

B．球A对碗壁的压力与球B对碗壁的压力大小相等

C．球A的角速度大于球B的角速度

D．球A的线速度等于球B的线速度

8．如图所示，一个磁铁吸附在竖直的门板上保持静止，假设磁铁的质量为m，距离门轴为r，与门板之间的磁力和动摩擦因数分别为F_0和μ，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度为g。现匀速转动门板，为使磁铁不滑动，则门板转动的最大角速度为（　　）

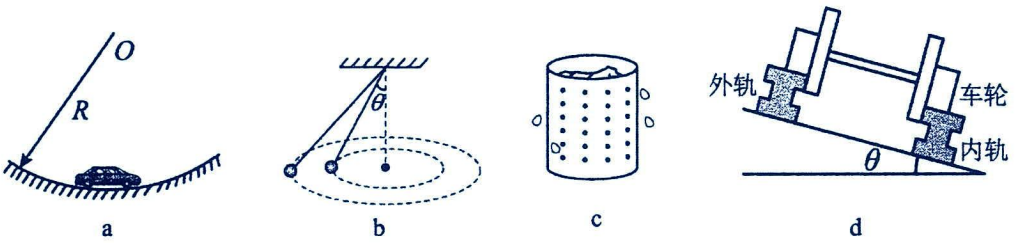


A．$\sqrt{\frac{\mu F_0}{mr}}$　　B．$\sqrt[4]{\frac{\mu^2F_0^2-m^2g^2}{m^2r^2}}$

C．$\sqrt{\frac{\mu F_0-mg}{mr}}$　　D．$\sqrt{\frac{\mu F_0-mg}{mr}}-\sqrt{\frac{\mu F_0}{mr}}$

二、多选题

9．如图所示的四幅图表示的是有关圆周运动的基本模型，下列说法正确的是（　　）



a　　b　　c　　d

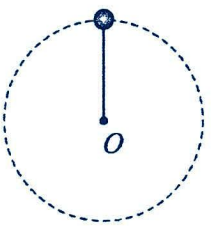
A．图 a 中汽车通过凹形桥的最低点时处于超重状态

B．图 b 两个小球处于同一水平高度上，则两个小球的角速度相同

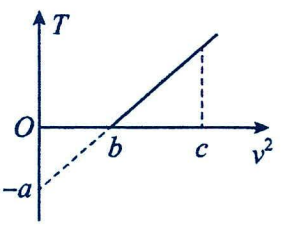
C．图 c 中脱水桶的脱水原理是水滴受到的离心力大于它所受到的向心力从而被甩出

D．图 d 中火车转弯超过规定速度行驶时会挤压内轨

10．如图甲所示，用一轻质绳拴着一质量为 m 的小球，在竖直平面内做圆周运动（不计一切阻力），小球运动到最高点时绳对小球的拉力为 F，小球在最高点的速度大小为 v，其 $F-v^2$ 图像如图乙所示，则（　　）



甲



乙

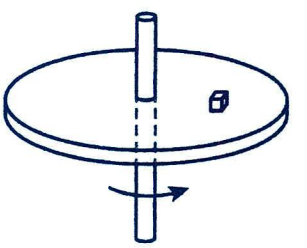
A．轻质绳长为 $\frac{b}{a}$

B．当地的重力加速度为 $\frac{a}{m}$

C．当 $v^2=c$ 时，轻质绳的拉力大小为 $\frac{ac}{b}+a$

D．只要 $v^2\geq b$，小球在最低点和最高点时绳的拉力差均为 $6a$

11．如图，半径为 r 的水平圆盘绕过盘心的竖直轴匀速转动，盘面上距转轴 $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ 的位置有一可视为质点的小物体相对圆盘静止。某时刻圆盘突然停止转动，经时间 t 小物体滑至圆盘边缘恰好停下，则（　　）

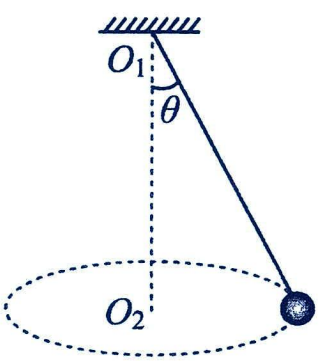


A．小物体运动的位移大小为 $\frac{1}{2}r$　　B．小物体运动的位移大小为 $\frac{\sqrt{3}}{2}r$

C．圆盘转动的角速度为 $\frac{\sqrt{3}}{3t}$　　D．圆盘转动的角速度为 $\frac{2\sqrt{3}}{3t}$

三、解答题

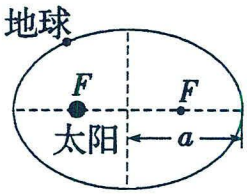
12．长为 L 的细线，一端系一质量为 m 的小球（可视为质点），另一端固定在悬点 O_1，让小球在水平面内做匀速圆周运动形成圆锥摆，如图所示，若摆线与竖直方向夹角为 θ，求：(1)求摆线对小球的拉力大小；(2)小球运动的向心加速度大小；(3)生活经验告诉我们，在线长一定的情况下，角速度越大则绳与竖直方向的夹角也越大（小于 90 度）。



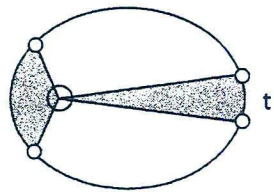
第八讲：万有引力定律

考点一：开普勒三定律

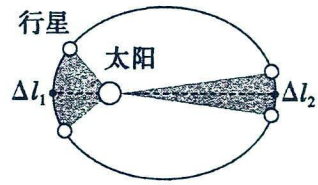
1.开普勒第一定律：所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上，如图甲。



甲



乙



丙

2.开普勒第二定律：对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等。如图乙。

如图丙，在近日点和远日点分析，可得$\frac{1}{2}\Delta l_1 r_1=\frac{1}{2}\Delta l_2 r_2$，即$\frac{1}{2}v_1\Delta t r_1=\frac{1}{2}v_2\Delta t r_2$，解得$v_1\cdot r_1=v_2\cdot r_2$；

即行星在两个位置的速度之比与到太阳的距离成反比，近日点速度最大，远日点速度最小。

3.开普勒第三定律：所有行星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比都相等，即：

a 指椭圆轨道半长轴或圆周轨道半径

$$\frac{a^3}{T^2}=k$$

k 值只与中心天体的质量有关，不同的中心天体 k 值不同。

题型一：认识开普勒三定律

【精选例题】

【例 1】（多选题）开普勒行星运动定律是学习、研究天体运动的基础。下列关于开普勒三定律的理解正确的（　）

A．所有行星绕太阳运动的轨道是标准的圆形　　B．太阳处在绕它运动的行星轨道的一个焦点上

C．所有行星与太阳的连线，在相同时间内扫过的面积相等

D．所有行星轨道半长轴的三次方与周期的平方之比都相同

【跟踪训练】

1．下列对开普勒定律的理解正确的是（　　）

A．开普勒定律只适用于行星绕太阳的运动，不适用于卫星绕地球的运动

B．所有行星绕太阳运动的轨道是同一个椭圆、有共同的焦点

C．火星与太阳的连线、地球与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等

D．火星轨道的半长轴的三次方跟它的公转周期的二次方的比等于地球轨道（可视为圆形）半径的三次方跟它的公转周期的二次方的比

2．下列有关天体运动的说法正确的是（　　）

A．绕太阳运行的行星，轨道半长轴越长，公转的周期就越小

B．在月球绕地球运动中，$\frac{r^3}{T^2}=k$ 中的 T 表示月球自转的周期

C．对于任意一个行星，它与太阳的连线在相等的时间内扫过的面积相等

D．若地球绕太阳运动的轨道半长轴为a_1，周期为T_1，月球绕地球运动轨道的半长轴为a_2，周期为T_2，则根据开普勒第三定律有：$\frac{a_1^3}{T_1^2}=\frac{a_2^3}{T_2^2}$

题型二：开普勒三定律简单应用

【精选例题】

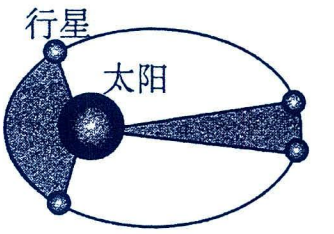
【例 1】（多选题）关于开普勒行星运动定律，下列说法正确的是（　）

A．地球绕太阳在椭圆轨道上运行，在近日点速率小于远日点运行的速率

B．所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆，太阳处在椭圆的一个焦点上

C．表达式椭圆半长轴的a与公转周期T，$\frac{a^3}{T^2}$比值为常数

D．若图中两阴影部分行星运动时间相等，则右侧面积大于左侧面积



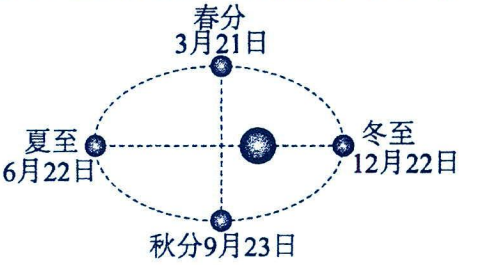
【例 2】从天体物理学可知，地球沿椭圆轨道绕太阳运动所处如图所示的四个位置分别对应我国的四个节气，以下关于地球的运行正确的说法是（　　）

A．冬至时地球公转速度最小

B．从夏至到秋分的时间大于地球公转周期的四分之一

C．地球做匀速率椭圆轨道运动

D．地球绕太阳运行方向是顺时针方向（**提示：$v_1 \cdot r_1 = v_2 \cdot r_2$**）



【跟踪训练】

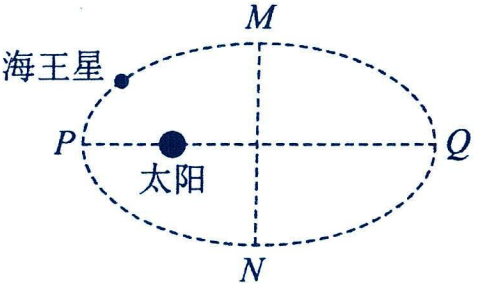
1．（多选题）如图，海王星绕太阳沿椭圆轨道运动，P 为近日点，Q 为远日点，M、N 为轨道短轴的两个端点，运行的周期为T_0，若只考虑海王星和太阳之间的相互作用，则海王星在从 P 经过 M、Q 到 N 的运动过程中（　　）

A．海王星运行轨道半长轴的三次方与其运行周期的平方之比等于月球运行轨道半长轴的三次方与其运行周期的平方之比

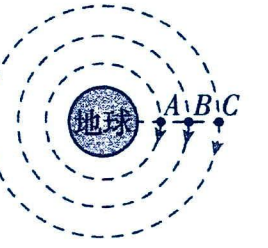
B．卫星在 Q 点的角速度大于 P 点的角速度

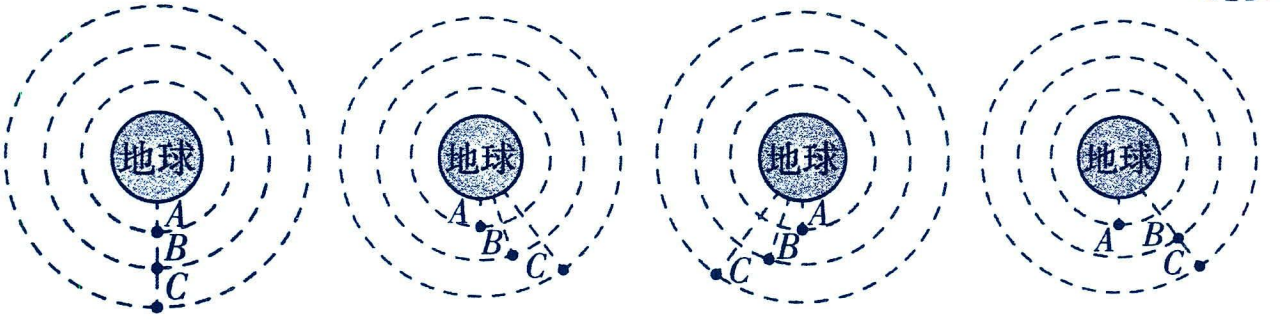
C．从 P 到 M 所用时间小于$\frac{1}{4}T_0$

D．从 P 到 Q 阶段，速率逐渐变小



2．三颗人造地球卫星 A、B、C 在同一平面内沿不同的轨道绕地球做匀速圆周运动，且绕行方向相同，已知$R_A < R_B < R_C$.若在某一时刻，它们正好运行到同一条直线上，如下图所示．那么再经过卫星 A 的四分之一周期时，卫星 A、B、C 的位置可能是下图中的（　）





A　　B　　C　　D

题型三：天体中的相遇问题

模型概述：天体运动中的“相遇”是指两天体运行过程中相距“最近”的问题。以地球和某行星“相遇”为例，也称为“冲日现象”。

（1）同一平面的“冲日现象”：如图甲、乙。

某时刻行星与地球相距“最近”时，行星、地球与太阳三者共线且行星和地球位于太阳的同侧，运转方向相同；

某时刻行星与地球相距“最远”时，行星、地球与太阳三者共线且行星和地球位于太阳的异侧，运转方向相反。

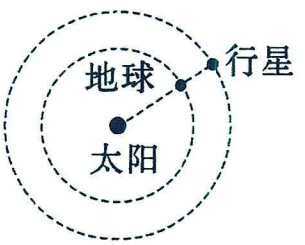
根据开普勒第三定律$\frac{a^3}{T^2}=k$可知，地球公转的轨道半径较小，运转周期小。

解题要点：从图甲开始二者转过的角度差逐渐增大，经过一定的时间：

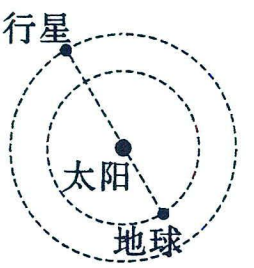
二者转过的角度差等于π时，二者第一次相距“最远”；二者转过的角度差等于2π时，第一次相距“最近”，如例1。

以后周期性的出现上述情景，可总结归纳：

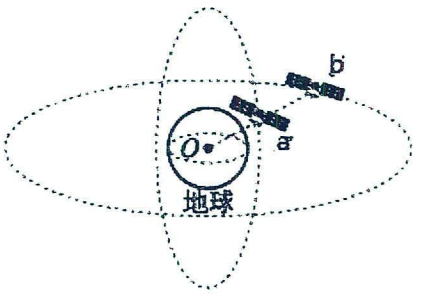
相距最近：$\omega_1 t-\omega_2 t=n\cdot 2\pi$，$\frac{t}{T_1}-\frac{t}{T_2}=n$；相距最远：$\omega_1 t-\omega_2 t=(2n-1)\pi$，$\frac{t}{T_1}-\frac{t}{T_2}=n-\frac{1}{2}$；其中n取1，2…



甲



乙



丙

（2）不同平面的“冲日现象”：如图丙，a、b两卫星，从如图位置开始，a转过m个π，b转过n个π，如例3。

①若m、n均为偶数，两者仍在起始位置相距最近，此时有：

$t=\frac{m}{2}\cdot T_a=\frac{n}{2}\cdot T_B$；$\frac{t}{T_a}-\frac{t}{T_B}=\frac{m}{2}-\frac{n}{2}=N$；$\omega_a\cdot t-\omega_b\cdot t=(\frac{m}{2}-\frac{n}{2})\cdot 2\pi=N\cdot 2\pi$；

②若m、n均为奇数，两者在关于O点对称位置相距最近，此时有：

$t=\frac{m}{2}\cdot T_a=\frac{n}{2}\cdot T_B$；$\frac{t}{T_a}-\frac{t}{T_B}=\frac{m}{2}-\frac{n}{2}=N$；$\omega_a\cdot t-\omega_b\cdot t=(\frac{m}{2}-\frac{n}{2})\cdot 2\pi=N\cdot 2\pi$；

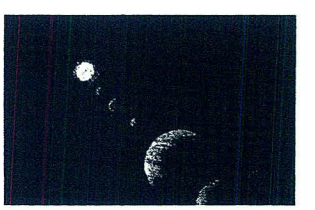
③若m、n一奇一偶，两者相距最远，此时有：

$t=\frac{m}{2}\cdot T_a=\frac{n}{2}\cdot T_B$；$\frac{t}{T_a}-\frac{t}{T_B}=\frac{m}{2}-\frac{n}{2}=N+\frac{1}{2}$；$\omega_a\cdot t-\omega_b\cdot t=(\frac{m}{2}-\frac{n}{2})\cdot 2\pi=N\cdot 2\pi+\pi$；

其中m、n、N均取1，2，3…

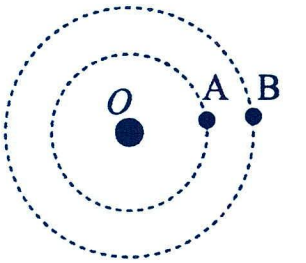
【精选例题】

【例1】“行星连珠”是指太阳系的多颗行星位于地球与太阳连线上且在太阳的同一侧，最壮观的“九星连珠”极其罕见，但“两星连珠”较为常见，设某行星的轨道半径为地球轨道半径的$n(n>1)$倍，该行星每过多少年与地球与发生一次两星连珠？（　　）



A. $\frac{\sqrt{n^3}}{\sqrt{n^3}-1}$　　B. $\frac{\sqrt{n^3}}{\sqrt{n^3}+1}$　　C. $\frac{\sqrt{n^3}-1}{\sqrt{n^3}}$　　D. $\frac{\sqrt{n^3}+1}{\sqrt{n^3}}$

【例 2】如图所示，有 A、B 两颗行星绕同一恒星 O 做圆周运动，运行方向相反。A 行星的周期为 T_A，B 行星的周期为 T_B，在某一时刻两行星相距最近，则（　　）



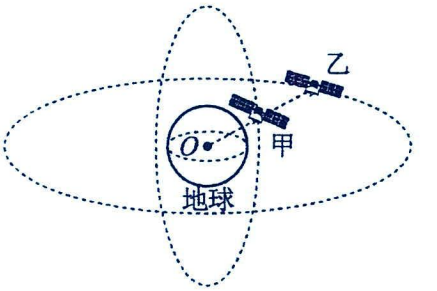
A．经过时间 $t=\dfrac{T_AT_B}{T_B+T_A}$，两行星将再次相距最近

B．经过时间 $t=\dfrac{T_AT_B}{T_B-T_A}$，两行星将再次相距最近

C．经过时间 $t=\dfrac{nT_AT_B}{2(T_B+T_A)}$（n=1，2，3，4，5，…），两行星相距最远

D．经过时间 $t=\dfrac{nT_AT_B}{2(T_B-T_A)}$（n=1，3，5，…），两行星相距最远

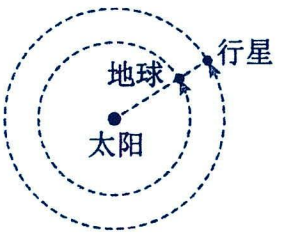
【例 3】如图，卫星甲、乙均绕地球做匀速圆周运动，轨道平面互相垂直，乙的轨道半径是甲的 $\sqrt[3]{25}$ 倍，甲做圆周运动的周期为 T。将两卫星和地心在同一直线且乙在甲正上方的位置状态称为“相遇”，则某次“相遇”后，甲、乙卫星再次“相遇”经历的最短时间为（　　）



A．5T　　B．2.5T　　C．T　　D．0.5T

【跟踪训练】

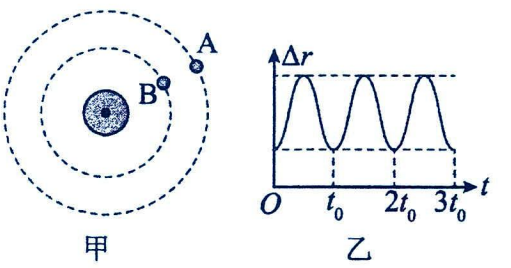
1．某行星和地球绕太阳公转的轨道均可视为圆。每过 N 年，行星会运行到日地连线的延长线上（与地球相距最近），如图所示，设该行星与地球的公转周期之比为 k_1，公转轨道半径之比为 k_2，则（　　）



A．$k_1=\dfrac{N+1}{N}$　　B．$k_1=\dfrac{N}{N-1}$

C．$k_2=\left(\dfrac{N+1}{N}\right)^{\frac{2}{3}}$　　D．$k_2=\left(\dfrac{N-1}{N}\right)^{\frac{2}{3}}$

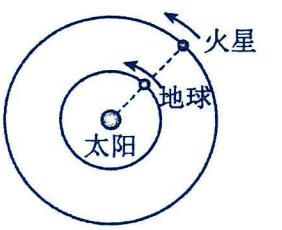
2．如图甲所示，A、B 是两颗在同一平面内围绕地球做匀速圆周运动的卫星，且绕行方向相同，B 卫星是地球的同步卫星。图乙是两颗卫星之间的距离 Δr 随时间 t 的变化图像，$t=0$ 时刻 A、B 两颗卫星相距最近。则 A 卫星运行周期为（　　）



A．$\dfrac{t_0}{t_0+1}$天　　B．$\dfrac{t_0+1}{t_0}$天

C．$\dfrac{t_0}{1-t_0}$天　　D．$\dfrac{1-t_0}{t_0}$天

3．（多选题）火星和地球绕太阳运动的轨道近似在同一个平面内，且二者绕行方向相同。如图所示，某时刻二者与太阳刚好在一条直线上且相距最近，这个现象叫“火星冲日”。已知火星绕太阳公转的轨道半径为地球公转轨道半径的 1.5 倍，忽略地球和火星的自转，$\sqrt{\dfrac{27}{8}}$ 约为1.84，$\sqrt{\dfrac{8}{27}}$ 约为 0.54，下列说法正确的是（　　）



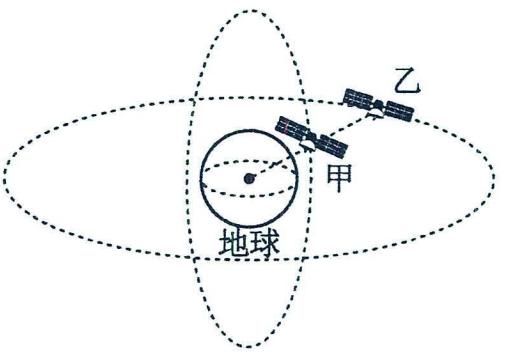
A．火星绕太阳公转的周期约为 0.54 年

B．火星、地球分别与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等

C．相邻两次“火星冲日”的时间间隔约为 2.2 年

D．地球和火星出现相对速度最大的最短时间间隔约为 1.1 年

4．如图所示，卫星甲、乙均绕地心做匀速圆周运动，轨道平面互相垂直，乙的轨道半径是甲的$\sqrt[3]{9}$倍。将两卫星和地心在同一直线且甲，乙位于地心同侧的位置称为“相遇”，则从某次“相遇”后，甲运动5圈的时间内，甲、乙卫星将“相遇”（　　）



A．2次　　B．3次　　C．4次　　D．5次

考点二：万有引力定律

1．内容：自然界中任何两个物体都相互吸引，引力的方向在它们的连线上，引力的大小与物体的质量m_1和m_2的乘积成正比、与它们之间距离r的二次方成反比。

2．表达式：$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$，G为引力常量，通常取$G=6.67\times10^{-11}\ N\cdot m^2/kg^2$，由英国物理学家**卡文迪什**测定。

3．适用条件

(1)公式适用于质点间的相互作用，当两个物体间的距离远大于物体本身的大小时，物体可视为质点。

(2)质量分布均匀的球体可视为质点，r是两球心间的距离。

4．万有引力的“两点理解”和“两个推论”

(1)两点理解

①两物体相互作用的万有引力是一对作用力和反作用力。

②地球上(两极除外)的物体受到的重力只是万有引力的一个分力。

(2)星体内部万有引力的两个推论

①推论1：在匀质球壳的空腔内任意位置处，质点受到球壳的各部分万有引力的合力为零，即$\sum F_{引}=0$。（可采用微元法证明）

②推论2：在匀质球体内部距离球心r处的质点(m)受到的万有引力等于球体内半径为r的同心球体(M′)对它的万有引力，即$F=G\frac{M'm}{r^2}$。

题型一：认识万有引力定律

【精选例题】

【例1】质量不同的两个物体间的万有引力，下列说法正确的是（　　）

A．质量大的物体受到的万有引力大

B．两个物体间的万有引力总是大小相等、方向相反的一对作用力和反作用力

C．两个物体间的距离越大，万有引力越大　　D．当两个物体间的距离趋于零时，万有引力趋于无穷大

【例2】对于质量m_1和质量m_2的两个物体间的万有引力的表达式$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$，下列说法正确的是（　　）

A．对不同两物体间的万有引力的计算，公式中引力常量G的值是不同的

B．计算太阳与地球之间的万有引力时，万有引力公式中的r指的是太阳的半径

C．当有第三个物体m_3放入之间时，m_1和m_2之间的万有引力将增大　　D．m_1和m_2所受的引力性质相同

【跟踪训练】

1．对于万有引力定律的表达式$F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$，下列说法正确的是（　　）

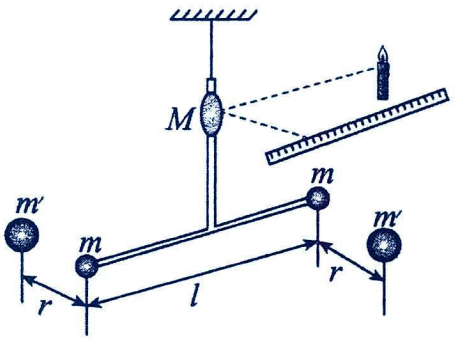
A．根据表达式 $F=G\frac{m_1m_2}{r^2}$得$G=\frac{Fr^2}{m_1m_2}$，由此可知引力常量G与F、r、m_1、m_2有关

B．牛顿发现了万有引力定律，伽利略测得了引力常量，引力常量G的单位为$N\cdot m^2/kg^2$，

C．无论m_1和m_2是否相等，它们之间的万有引力大小都相等

D．该表达式只能用来计算质点与质点间的万有引力大小

2．如图为测量万有引力常量的装置，该实验中为测量石英丝极微小的扭转角，采取“微小量放大”的主要措施是（　）



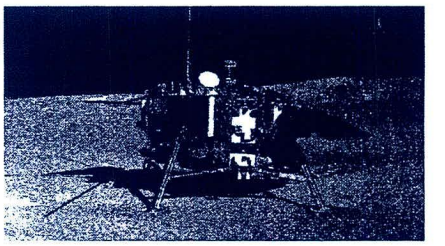
A．增大石英丝的直径　　B．增大T型架横梁的长度

C．增大光源与平面镜的距离　　D．增大刻度尺与平面镜的距离

题型二：万有引力定律简单应用

【精选例题】

【例1】如图所示，若将月球视为质量分布均匀的球体，其质量为M、半径为R，“嫦娥五号”探测器质量为m，引力常量为G，则此时月球对“嫦娥五号”探测器的万有引力大小为（　　）



A．$G\frac{Mm}{R^2}$　　B．$G\frac{Mm}{R}$　　C．$G\frac{M}{R^2}$　　D．$G\frac{M}{R}$

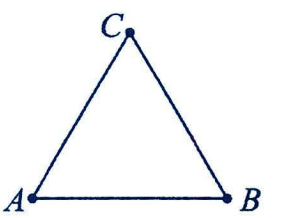
【例2】某物体在地球表面时，受到地球的引力为F，若此物体受到地球的引力减小为$\frac{F}{9}$，则该物体距地心的距离应为地球半径的（　）

A．3倍　　B．2倍　　C．$\frac{1}{3}$倍　　D．$\frac{1}{2}$倍

【例3】两个大小相同的实心匀质小铁球，紧靠在一起时它们之间的万有引力为F；若两个半径为小铁球2倍的实心匀质大铁球紧靠在一起，则它们之间的万有引力为（　　）

A．2F　　B．4F　　C．8F　　D．16F

【例4】如图所示，等边三角形ABC边长为L，在三角形的三顶点A、B、C各固定三个小球，其质量为$m_A=m_B=\frac{1}{2}m_C=m$。已知万有引力常量为G，则C点小球受A、B两点小球的万有引力的合力为（　）



A．$2G\frac{m^2}{L^2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}G\frac{m^2}{L^2}$　　C．$2\sqrt{3}G\frac{m^2}{L^2}$　　D．$\sqrt{3}G\frac{m^2}{L^2}$

【跟踪训练】

1．太阳质量是月球质量的 p 倍，地球到太阳的距离是月球到地球距离的 q 倍。则太阳和月球对地球引力大小的比值为（　）

A．$\frac{p}{q^2}$　　B．$\frac{p}{q}$　　C．q^2p　　D．qp

2．要使两质点间的万有引力减小到原来的$\frac{1}{4}$，以下不可行的是（　　）

A．使两物体的质量各减少一半，距离不变　　B．使其中一个物体的质量减小到原来的$\frac{1}{4}$，距离不变

C．使两物体间的距离和质量都减少原来的$\frac{1}{2}$　　D．使两物体间的距离增为原来的 2 倍，质量不变

3．地球质量大约是月球质量的 81 倍，一个飞行器在地球与月球之间。当地球对它的引力大小是月球对它的引力大小 4 倍时，该飞行器距地心的距离与距月心的距离之比为（　）

A．2∶9　　B．9∶2　　C．1∶9　　D．9∶11

4．如图所示，三个质量均为 M 的球分别位于$\frac{3}{4}$圆环、半圆环和完整圆环的圆心，$\frac{3}{4}$圆环、半圆环分别是由与丙图中相同的完整圆环截去$\frac{1}{4}$和一半所得，环的粗细忽略不计，若甲图中环对球的万有引力大小为 F，则乙图、丙图中环对球的万有引力大小分别为（　　）

A．$\sqrt{2}F$，$2\sqrt{2}F$　　B．$\sqrt{2}F$，0　　C．$\frac{3}{2}F$，0　　D．$\frac{2}{3}F$，$\frac{4}{3}F$

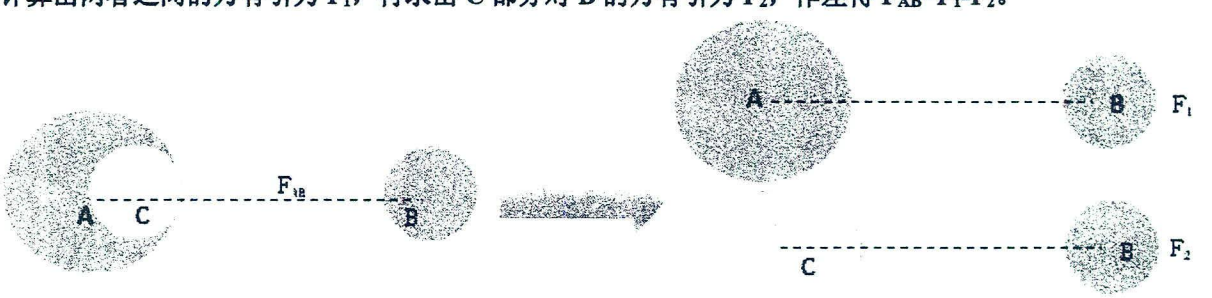


甲　　乙　　丙

题型三：割补法在万有引力中的应用

模型概述：“填补法”解题主要体现等效思想，运用“填补法”解题的关键是紧扣万有引力定律的适用条件，先填补后运算。

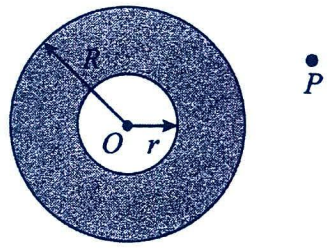
解题要点：如图，若球 A 为 C 部分空腔的空腔球，则计算球 A 对球 B 的万有引力时，可将球 A 球填补完整，计算出两者之间的万有引力 F_1，再求出 C 部分对 B 的万有引力 F_2，作差得 $F_{AB}=F_1-F_2$。



【精选例题】

【例 1】在利用探测器探测石油的过程中，遇到空腔或者其他物质时，引力会发生变化，引起该区域重力加速度的大小和方向发生微小的变化，以此来探寻石油区域的位置。简化模型如图所示，一个质量均匀分布的半径为 R 的球体对球外质点 P 的万有引力为 F，如果在球体中央挖去半径为 r 的一部分球体，且$r=\frac{R}{2}$，则原球体剩余部分对质点 P 的万有引力变为（　　）

A. $\frac{F}{2}$　　B. $\frac{F}{8}$　　C. $\frac{7F}{8}$　　D. $\frac{F}{4}$



解：设质点与原球体球心相距 l，万有引力为 F，则$F=\frac{G\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 m}{l^2}$

在球体中央挖去半径为 r 的一部分球体后，

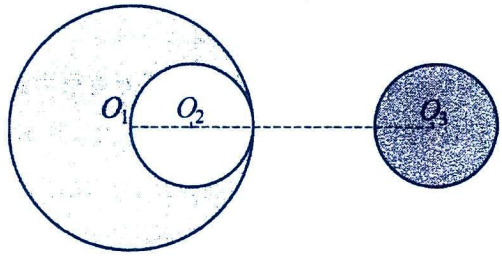
质点与原球体剩余部分之间的万有引力$F_1=\frac{G\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3-\frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{8}\right)m}{l^2}=\frac{7}{8}\frac{G\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3 m}{l^2}=\frac{7}{8}F$

故选 C。

【例 2】如图所示，一质量分布均匀的球体，半径为 R，现从其内部挖出一半径为$\frac{R}{2}$的小球体，放置于原球体右侧位置，已知O_1、O_2、O_3在一条直线上，且O_2、O_3相距 2R，引力常量为 G，挖出的小球体质量为 m。则挖出的小球体跟球体剩余部分之间的万有引力大小为（　　）

A. $\frac{28Gm^2}{25R^2}$　　B. $\frac{103Gm^2}{100R^2}$

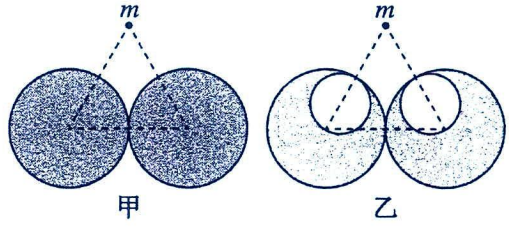
C. $\frac{7Gm^2}{R^2}$　　D. $\frac{12Gm^2}{25R^2}$



【例 3】如图甲所示，两个半径均为 R、质量均为 M 的均匀球体靠在一起，与两球心相距均为 2R 的质点 m 受到两球对它的万有引力的合力 F_1。现紧贴球的边缘各挖去一个半径为$\frac{R}{2}$的球形空穴，如图乙所示，挖去后，质点 m 受到的合引力为 F_2，则（　　）

A. $F_2=\frac{7}{9}F_1$　　B. $F_2=\frac{4}{9}F_1$

C. $F_2=\frac{5}{9}F_1$　　D. $F_2=\frac{2}{9}F_1$

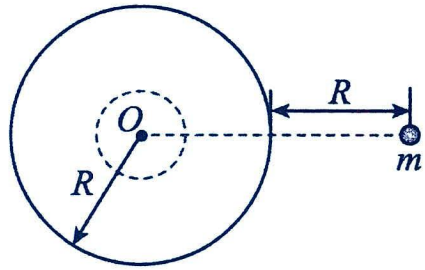


【跟踪训练】

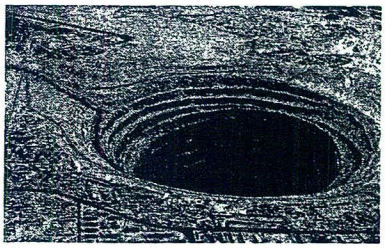
1. 如图所示，有一质量为M、半径为R、密度均匀的球体，在距球心$2R$处有一质量为m的质点。若以球心O为中心挖去一个半径为$\frac{R}{3}$的球体，则剩下部分对质点的万有引力为（　）

A. $\frac{GMm}{27R^2}$　　B. $\frac{GMm}{6R^2}$

C. $\frac{13GMm}{54R^2}$　　D. $\frac{2GMm}{9R^2}$

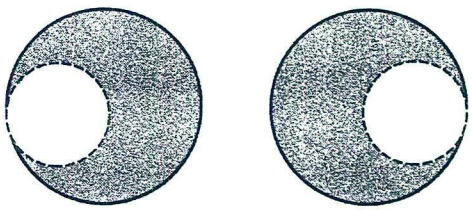


2．上世纪70年代，前苏联在科拉半岛与挪威的交界处进行了人类有史以来最大规模的地底挖掘计划。当苏联人向地心挖掘深度为d时，井底一个质量为m的小球与地球之间的万有引力为F，已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零，质量分布均匀的地球的半径为R，质量为M，万有引力常量为G，则F大小等于（　　）



A．$\frac{GMm}{(R-d)^2}$　　B．$\frac{GMm(R-d)}{R^3}$　　C．$\frac{GMmR^3}{R-d}$　　D．$\frac{GMm}{R^2}$

3．半径为R、质量分布均匀且为M的两个相同的球固定在水平面上，两个球球心之间的距离为4R，它们间的万有引力大小为 F。现在两球心的连线外侧各挖掉一个直径为 R 的小球，剩余部分放在相同位置，如图所示。则剩余部分之间的万有引力大小为（　　）



A．$\frac{73}{81}F$　　B．$\frac{719}{8100}F$　　C．$\frac{1519}{8100}F$　　D．$\frac{6581}{8100}F$

题型四：天体物理史

【精选例题】

【例1】关于物理学家和他们的贡献，下列说法中正确的是（　）

A．哥白尼提出所有行星绕太阳运动的轨道都是椭圆

B．卡文迪什在实验室里通过扭秤实验，得出了引力常量G的数值

C．伽利略用“月—地检验”证实了万有引力定律的正确性

D．牛顿通过理想斜面实验得出“物体运动不需要力来维持”

【例2】牛顿时代的科学家们围绕万有引力的研究，经历了大量曲折顽强而又闪烁智慧的科学实践。在万有引力定律的发现历程中，下列叙述不符合史实的是（　　）

A．开普勒研究了第谷的行星观测记录，得出了开普勒行星运动定律

B．牛顿将行星与太阳、地球与月球、地球与地面物体之间的引力规律推广到宇宙中的一切物体，得出了万有引力定律

C．卡文迪许首次在实验室中比较准确地得出了引力常量G的数值

D．根据天王星的观测资料，哈雷利用万有引力定律计算出了海王星的轨道

【跟踪训练】

1．（多选题）下列关于开普勒行星运动定律和万有引力的说法中正确的是（　）

A．所有的行星围绕太阳运动的轨道都是椭圆，行星运动的方向总是沿椭圆轨道的切线方向

B．对任意一个行星来说，它与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等，行星运动过程中速度大小不变

C．地球绕太阳在椭圆轨道上运行，在近日点比在远日点受到太阳的万有引力大

D．树上的苹果所受的重力与地球对月球的引力是同一性质的力

2．（多选题）物理学的发展丰富了人类对物质世界的认识，推动了科学技术的创新和革命，促进了物质生产的繁荣与人类文明的进步.关于物理学史，下列说法正确的是（　）

A．海王星是运用万有引力定律在“笔尖下发现的行星”

B．牛顿发现了万有引力定律，并测出了引力常量G的数值

C．开普勒经过多年的天文观测和记录获得大量天文数据，并通过天文数据总结提出了开普勒三大定律

D．“月——地”检验，表明了地面物体所受地球的引力、月球所受地球的引力，与太阳、行星间的引力，遵从相同的规律

考点三：重力与万有引力的关系

题型一：月地检验

【精选例题】

【例1】在万有引力定律建立的过程中，“月—地检验”证明了维持月球绕地球运动的力与地球对苹果的力是同一种力。完成“月—地检验”必须知道下列哪组物理量（　）

A．月球和地球的质量、引力常量G和月球公转周期

B．月球和地球的质量、月球公转周期和地球表面重力加速度g

C．地球半径和“月—地”中心距离、引力常量G和月球公转周期

D．地球半径和“月—地”中心距离、月球公转周期和地球表面重力加速度g

【例2】月—地检验

（1）检验目的：检验地球绕太阳运动、月球绕地球运动的力与地球对树上苹果的引力是否为_____的力。

（2）检验方法：

（a）假设地球与月球间的作用力和太阳与行星间的作用力是同一种力，它们的表达式也应该满足F=_____。

（b）根据牛顿第二定律，月球绕地球做圆周运动的向心加速度$a_{月}$=_____=_____（式中$m_{地}$是地球质量，r是地球中心与月球中心的距离）。

（c）假设地球对苹果的吸引力也是同一种力，同理可知，苹果的自由落体加速度$a_{苹}=\frac{F}{m_{苹}}=G\frac{m_{地}}{R^2}$（式中$m_{地}$是地球的质量，R是地球中心与苹果间的距离）。

（d）$\frac{a_{月}}{a_{苹}}=\frac{R^2}{r^2}$，由于r≈60R，所以$\frac{a_{月}}{a_{苹}}$=_____

（3）验证：（a）苹果自由落体加速度$a_{苹}$=g=9.8m/s^2。

（b）月球中心到地球中心的距离r=3.8×10^{8}m，月球公转周期T=27.3 d≈2.36×10^{6}s，则$a_{月}=(\frac{2\pi}{T})^2 r$≈_____m/s^2

（保留两位有效数字），$\frac{a_{月}}{a_{苹}}$≈_____（数值）≈$\frac{1}{60^2}$（比例）。

（4）结论：地面物体所受地球的引力、月球所受地球的引力，与太阳、行星间的引力遵从_____的规律。

【跟踪训练】

1．（多选题）在万有引力定律的学习中，月—地检验的内容是这样说的：地球绕太阳运动，月球绕地球运动，它们之间的作用力是同一种性质的力吗？这种力与地球对树上苹果的吸引力也是同一种性质的力吗？假设地球与月球间的作用力与太阳与行星间的作用力是同一种力，它们的表达式也应该满足$F=G\frac{m_{月}m_{地}}{r^2}$。根据牛顿第二定律，月球绕地球做圆周运动的向心加速度$a_{月}=\frac{F}{m_{月}}=G\frac{m_{地}}{r^2}$（式中$m_{地}$是地球质量，r是地球中心与月球中心的距离）。进一步，假设地球对苹果的吸引力也是同一种力，同理可知，苹果的自由落体加速度$a_{苹}=\frac{F}{m_{苹}}=G\frac{m_{地}}{R^2}$（式中$m_{地}$是地球质量，R是地球中心与苹果间的距离）。由以上两式可得$\frac{a_{月}}{a_{苹}}=\frac{R^2}{r^2}$。由于月球与地球中心的距离r约为地球半径R的60倍，所以$\frac{a_{月}}{a_{苹}}=\frac{1}{60^2}$。下列哪些数据能通过计算验证前面的假设（　）

A．月球的质量7.342×10^{22}kg　　B．自由落体加速度g为$9.8m/s^2$

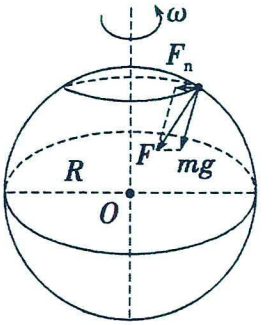
C．月球公转周期为27.3d，约2.36×10^6s　　D．月球中心距离地球中心的距离为3.8×10^8m

题型二：不同纬度的重力加速度g

模型概述，在考虑地球自转情况下，万有引力一小部分需要提供向心力，因此万有引力与重力并不完全相等的；又因纬度不同，轨迹圆半径不同，因此重力加速度g存在差异。

解题要点：地球对物体的万有引力F表现为两个效果：

一是产生重力mg；二是提供物体随地球自转的向心力F_n，如图所示.



(1)在赤道上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_1+m\omega^2R$.

(2)在两极$G\frac{Mm}{R^2}=mg_0$.

(3)在一般位置：万有引力$G\frac{Mm}{R^2}$等于重力mg与向心力F_n的矢量和.

(4)两极的重力加速度g_0与赤道重力加速度g满足：$g_0=g_1+\omega^2R$.

(5)越靠近两极，向心力越小，g值越大。即：重力加速度g随随纬度增大而增大。

【精选例题】

【例1】设地球质量为M，半径为R，万有引力常量为G，重力加速度为g，地球上的物体质量为m，关于地球表面上万有引力与重力的关系，考虑地球的自转，把地球看作质量均匀分布的球体，下列说法正确的是（　）

A．在任何地方重力都等于万有引力，方向都指向地心

B．地球两极处物体的万有引力等于重力，即$G\frac{Mm}{R^2}=mg$

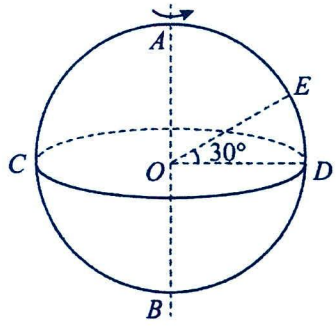
C．在地球除两极的其他位置，重力是万有引力的一个分力，重力的大小$mg>G\frac{Mm}{R^2}$

D．赤道上物体的万有引力等于物体的向心力，即$G\frac{Mm}{R^2}=m\omega^2R$

【例 2】由于地球自转的影响，地球表面的重力加速度会随纬度的变化而有所不同，已知地球表面两极处的重力加速度大小为 g_0，在赤道处的重力加速度大小为 g，地球自转的周期为 T，引力常量为 G。假设地球可视为质量均匀分布的球体，由此可知地球的半径为（　　）

A. $\frac{(g-g_0)T^2}{4\pi^2}$　　B. $\frac{(g_0-g)T^2}{4\pi^2}$　　C. $\frac{(g-g_0)T^2}{2\pi^2}$　　D. $\frac{(g_0-g)T^2}{2\pi^2}$

【例 3】我国航天科学家在进行深空探索的过程中发现有颗星球具有和地球一样的自转特征。如图所示，假设该星球绕 AB 轴自转，CD 所在的赤道平面将星球分为南北半球，OE 连线与赤道平面的夹角为 30°经测定，A 位置的重力加速度为 g，D 位置的重力加速度为 $\frac{3}{4}g$，则 E 位置的向心加速度为（　）



A. $\frac{3}{8}g$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{8}g$　　C. $\frac{1}{4}g$　　D. $\frac{1}{8}g$

【跟踪训练】

1.（多选题）用弹簧测力计称量一个相对于地球静止的质量为 m 的小物体的重力，随称量位置的变化可能会有不同的结果，已知地球质量为 M，引力常量为 G，将地球视为半径为 R、质量均匀分布的球体，下列说法正确的是（　　）

A. 在北极地面称量时，弹簧测力计示数 $F_0=\frac{GMm}{R^2}$

B. 在赤道地面称量时，弹簧测力计示数 $F_1=\frac{GMm}{R^2}$

C. 在北极地面上空高度为 h 处称量时，弹簧测力计示数 $F_2=\frac{GMm}{(R+h)^2}$

D. 粗略计算时，可以认为地面附近物体受到地球的引力等于重力

2. 火星和地球一样，不仅有南北极，而且还会自转。一质量为 m 的飞行器分别停放在火星的南北两极点时，其重力均为 mg_0。当该飞行器停放在火星赤道上时，其重力为 mg；假设火星可视为质量均匀分布的球体，半径为 R，已知引力常量为 G，则火星自转的角速度为（　　）

A. $\sqrt{\frac{g_0}{R}}$　　B. $\sqrt{\frac{g}{R}}$　　C. $\sqrt{\frac{R}{g_0-g}}$　　D. $\sqrt{\frac{g_0-g}{R}}$

3. 2024 年 5 月 3 日嫦娥 6 号发射升空，此次任务是到达月球艾特肯盆地采样返回，为了让探测器在月球艾特肯盆地安全着陆，需精确知道着陆点的重力加速度大小。假设月球是质量分布均匀的球体，由于月球的自转，月球表面上不同纬度的重力加速度有所差别，若探测器此次着陆点处于月球南纬 60°，月球南极点的重力加速度大小为 g，月球赤道的重力加速度大小为 g_0，则着陆点的重力加速度大小为（　　）

A. $\frac{\sqrt{g^2+3g_0^2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3g^2+g_0^2}}{2}$　　C. $\frac{g-g_0}{2}$　　D. $\frac{g+g_0}{2}$

题型三：星球解体问题

解题要点：在赤道上：$G\frac{Mm}{R^2}=mg_1+m\omega^2R$，随着星球自转加快，即ω增大，$g_1$减小，临界$g_1=0$时，星球解体。

【精选例题】

【例 1】地球的自转角速度最大到现在的多少倍时，赤道上的物体仍能保持在地球上而不致离开地球？已知现在赤道上物体的向心加速度约为$3.4\times10^{-2}m/s^2$，设赤道上重力加速度为$9.8m/s^2$（　　）

A．13　　B．15　　C．17　　D．19

【例 2】2021 年 11 月中国科学院上海天文台与国内外合作者利用中国天眼 FAST，发现了球状星团 NGC6712 中的首颗脉冲星，并命名为 J1853-0842A，相关研究成果发表在《天体物理学报》上，该脉冲星自转周期为$T=2.15$毫秒。假设该星体是质量分布均匀的球体，引力常量为$6.67\times10^{-11}N\cdot m^2/kg^2$。已知在宇宙中某星体自转速度过快的时候，该星体表面物质会因为缺少引力束缚而解体，则以周期 T 稳定自转的星体的密度最小值约为（　　）

A．$3\times10^{10}kg/m^3$　　B．$3\times10^{16}kg/m^3$　　C．$3\times10^{13}kg/m^3$　　D．$3\times10^{19}kg/m^3$

【跟踪训练】

1．假设地球可视为质量均匀分布的球体，地球表面重力加速度在两极的大小为g_0，在赤道的大小为 g，若要使赤道上的物体恰好“飘”起来，则地球自转的周期与原来的周期之比为（　　）

A．$\sqrt{\frac{g_0}{g_0-g}}$　　B．$\sqrt{\frac{g_0-g}{g_0}}$　　C．$\sqrt{\frac{g}{g_0}}$　　D．g_0-g

2．“FAST 精细刻画活跃重复快速射电暴”入选 2022 年度中国科学十大进展，这些快速射电暴极有可能处在超新星遗迹等环境中。假定地球的自转周期变为5000s时，则地表会缺少引力束缚而解体。若 FAST 检测到的周期为1ms的脉冲是由某种星体的自转所致，即该星的自转周期为1ms，地球的平均密度取$5.5\times10^3kg/m^3$，则这种星体的密度可能是（　　）

A．$5.5\times10^3kg/m^3$　　B．$5.5\times10^{12}kg/m^3$　　C．$1.4\times10^{15}kg/m^3$　　D．$1.4\times10^{17}kg/m^3$

3．（多选题）组成星球的物质是靠万有引力吸引在一起的，因此星球的自转角速度不能太大，否则星球将解体。则半径为 R、密度为ρ、质量为 M 且分布均匀的星球的最小自转周期为（　　）

A．$2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$　　B．$2\pi\sqrt{\frac{3R^3}{GM}}$　　C．$\sqrt{\frac{\pi}{\rho G}}$　　D．$\sqrt{\frac{3\pi}{\rho G}}$

题型四：黄金代换公式

解题要点：物体在地球附近绕地球转动，但由于物体随地球自转所需的向心力较小，常认为万有引力近似等于重力，即$\frac{GMm}{R^2}=mg$，可得 $GM=gR^2$，称为黄金代换公式。

【精选例题】

【例 1】嫦娥六号完成人类从月球背面采样的壮举，带回 1935.3 克样品。已知月球与地球质量之比为 a，半径之比为 b，则这 1935.3 克样品在月球表面与地球表面的重力之比约为（　　）

A. $\frac{a}{b}$　　B. $\frac{b}{a}$　　C. $\frac{b}{a^2}$　　D. $\frac{a}{b^2}$

【例 2】《流浪地球 2》影片中，太空电梯高耸入云，在地表与太空间高速穿梭。太空电梯上升到某高度时的重力加速度为$\frac{1}{4}g$，g为地球表面重力加速度。已知地球半径为R，不考虑地球自转，则此时电梯距离地面的高度为（　　）

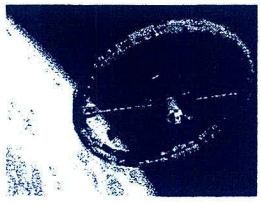


A. $2R$　　B. R　　C. $\sqrt{2}R$　　D. $\left(\sqrt{2}-1\right)R$

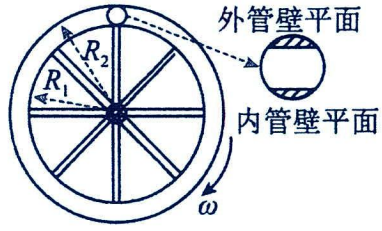
【例 3】图甲是未来空间站的构思图。在空间站中设置一个如图乙所示的绕中心轴旋转的超大型圆管作为生活区，圆管的内、外管壁平面与转轴的距离分别为 R_1、R_2。当圆管以一定的角速度ω转动时，在管中相对管静止的人（可看作质点）便可以获得一个类似在地球表面的“重力”，以此降低因长期处于失重状态对身体健康造成的影响。已知地球质量为 M，地球半径为 R，引力常量为 G，地球自转周期为 T。当空间站在地球静止同步轨道上运行时，圆管转动的角速度ω大小为（　　）

A. $\frac{2\pi}{T}$　　B. $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{GM}{R_2}}$

C. $\frac{1}{R}\sqrt{\frac{GM}{R_1}}$　　D. $\frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{1}{R_2}}$



甲



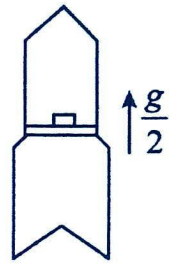
乙

【跟踪训练】

1. 火星半径约为地球半径的一半，火星质量约为地球质量的$\frac{1}{9}$。一位宇航员连同宇航服在火星表面受到的重力大小 $G_{火}=400\ \mathrm{N}$，地球表面的重力加速度大小 $g=10\ \mathrm{m/s^2}$，忽略地球和火星的自转，则宇航员连同宇航服的质量为（　　）

A. 70 kg　　B. 80 kg　　C. 90 kg　　D. 100 kg

2. 如图所示，火箭内平台上放有测试仪器，火箭从地面启动后，以 g/2 的加速度竖直向上匀加速运动，火箭升到离地面高度为R时（已知地球半径为R，g为地面附近的重力加速度）以下说法正确的是（　　）



A. 上升过程中测试仪器处于失重状态　　B. 上升过程中测试仪器不受重力

C. 测试仪器对平台的压力与启动前压力之比为$\frac{1}{4}$　　D. 测试仪器对平台的压力与启动前压力之比为$\frac{3}{4}$

3．2024年3月20日，我国探月工程四期“鹊桥二号”中继星由长征八号遥三运载火箭在文昌航天发射场成功发射升空，3月25日“鹊桥二号”顺利进入环月轨道飞行，“鹊桥二号”环月飞行运动可看作匀速圆周运动。已知月球质量为M，半径为R，“鹊桥二号”环月轨道距月球表面高度为h，引力常量为G。忽略月球的自转，只考虑月球对“鹊桥二号”的引力作用。求：（1）月球表面的重力加速度g；

（2）“鹊桥二号”的运行周期T。

题型五：星球表面的抛体运动

提醒概述：借助星球表面的重力加速度g，将万有引力定律与自由落体运动，竖直上抛运动，平抛运动等加速度为重力加速度的匀变速运动相结合的题型。

解题要点：以自由落体，抛体运动为切入点，求星球表面重力加速度g，再利用黄金代换公式$GM=gR^2$与天体运动进行连接计算。

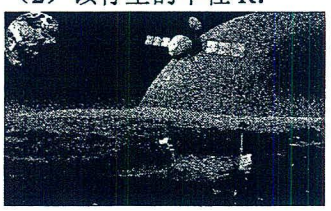
【精选例题】

【例1】我国计划在2030年前实现载人登月计划，该计划各项工作进展顺利。假设我国航天员登陆月球后，从月表以初速度v_0竖直向上抛出一颗小球（可视为质点），经过时间t小球落回到抛出点。已知月球半径为R，引力常量为G，月球无空气且不考虑月球自转。求：(1)月球表面的重力加速度$g_{月}$；

(2)月球的质量M；

【例2】根据同名科幻小说改编的电视剧《三体》上线后备受关注，点燃了人类探索未知世界的热情。假如将来某一天你成为了一名宇航员，驾驶宇宙飞船对某行星进行探测，测得宇宙飞船以匀速圆周运动绕该行星表面转2圈的时间为t。如图所示，随后登陆该行星做了平抛运动实验，以初速度v_0水平抛出一只小钢球，测得其下落高度为h，水平位移为x。假设该行星为均质球体，已知万有引力常量为G，求：（1）该行星表面的重力加速度g；

（2）该行星的半径R：



【跟踪训练】

1．一行星质量为M，半径为R，已知万有引力常量为G，不考虑行星自转的影响。

（1）求行星表面重力加速度大小g；

（2）若卫星绕行星做匀速圆周运动，卫星距行星表面的高度为h，求卫星的线速度大小v；

（3）若从行星表面以初速度v_0竖直上抛一物体，求物体上升到最高点的时间t。

2．某星球表面的重力加速度大小为$5m/s^2$，航天员登陆该星球后，在该星球表面以大小为v_0=20m/s的初速度竖直向上抛出一小球，小球可视为质点，忽略星球自转的影响，引力视为恒力，阻力可忽略，求：

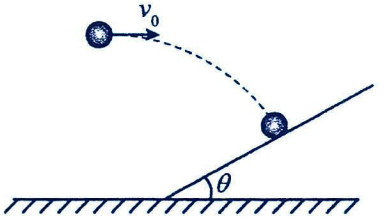
(1)到达最高点所需时间t；

(2)抛出3s时小球的速度v；

(3)抛出的小球在前6s内的位移。

3．载人登月计划是我国的“探月工程”计划中实质性的目标。假设宇航员登上月球后，以初速度v_0水平抛出一个小球，测得小球经时间t垂直落到倾角为θ的斜坡上。已知引力常量为G，月球的半径为R，不考虑月球自转的影响，求：(1)月球表面的重力加速度；(2)月球的密度；

(3)人造卫星绕月球表面做匀速圆周运动的最小周期T。



题型六：不同高度的重力加速度 g

解题要点：1.忽略地球自转情况下，星体内部的重力加速度(以地球为例)

设地球内部存在一个小球，距球心 r，此时可将地球分割成空腔和实心球。

(1)空腔对小球的万有引力合力为 0，如图甲。

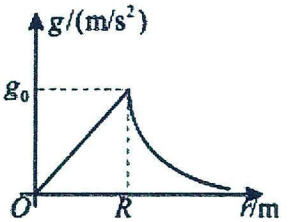
(2)实心球的质量$M_0=\frac{r^3}{R^3}M$，实心球对小球的万有引力$F=\frac{GM_0m}{r^2}=\frac{G\frac{r^3}{R^3}Mm}{r^2}=\frac{GMm}{R^2}\cdot\frac{r}{R}=g_0\cdot\frac{r}{R}$，如图乙。



甲



乙



丙

2.忽略地球自转情况下，星体表面及上空的重力加速度(以地球为例)

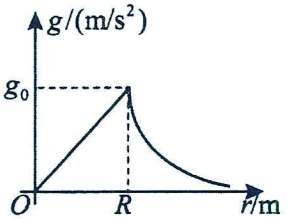
(1)地球表面附近的重力加速度 g(不考虑地球自转)：$mg_0=G\frac{Mm}{R^2}$，得$g_0=\frac{GM}{R^2}$。

(2)地球上空某高度 h 处的重力加速度 g′，由于$mg'=G\frac{Mm}{(R+h)^2}$，得$g'=\frac{GM}{(R+h)^2}=\frac{GM}{r^2}$，r 为轨道半径。

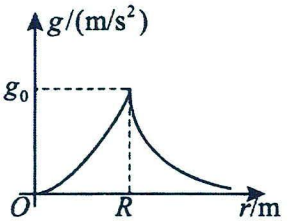
(3)综合得地球内、外部重力加速度 g 变化规律如图丙；随海拔高度高度增加而减小，随深度高度增加而减小。

【精选例题】

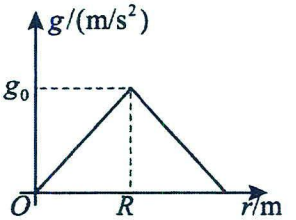
【例 1】假设地球是一半径为、质量分布均匀的球体，已知质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为零，对壳外物体的引力等于将所有质量全部集中在球心的质点对球外物体的引力，现以地心为原点 O 建立坐标轴，用 r 表示坐标轴上某点到地心的距离，地表处重力加速度为g_0，则该直线上各点的重力加速度 g 随 r 变化的图像正确的是（　　）



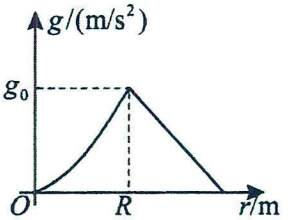
A



B



C



D

【例 2】2024 年中国航天全年预计实施 100 次左右发射任务，有望创造新的纪录。我国在某发射场成功将卫星发射升空，卫星顺利进入预定轨道。已知该卫星在距地面高度为 h 的轨道做圆周运动。将地球视为半径为 R 的球体，地球自转周期为T_0。某物体在地球北极表面时的重力加速度为 g。求：

(1)该卫星绕地球做圆周运动的向心加速度；

(2)若考虑地球自转的影响，在地球赤道处的重力加速度为多少。

【跟踪训练】

1．（多选题）假设火星为质量分布均匀的球体，已知火星质量是地球质量的 a 倍，火星半径是地球半径的 b 倍，地球表面的重力加速度为 g，质量均匀分布的球壳对其内部物体的引力为零，忽略自转影响，则（　　）

A．火星表面重力加速度为$\frac{ag}{b^2}$

B．火星表面重力加速度为$\frac{b^2g}{a}$

C．火星表面正下方距表面的距离为火星半径$\frac{1}{2}$处的重力加速度为$\frac{ag}{2b^2}$

D．火星表面正下方距表面的距离为火星半径$\frac{1}{2}$处的重力加速度为$\frac{ag}{4b^2}$

2．假定地球为均匀球体，其半径为R_0，在地球表面测得重力加速度为g_0，设 g 为离开地球表面的高度达h时的重力加速度。当h比R_0小得多时，g和g_0可能的变化关系近似式为：（　　）

A．$g=g_0$　　B．$g=g_0\left(1-\frac{h}{R_0}\right)$　　C．$g=g_0\left(1-\frac{2h}{R_0}\right)$　　D．$g=g_0\left(1-\frac{3h}{R_0}\right)$

考点四：万有引力定律的成就

题型一：发现未知天体

【精选例题】

【例 1】万有引力定律的成就之一是发现未知天体，下列被称作笔尖下发现的行星是（　　）

A．天王星　　B．海王星　　C．冥王星　　D．雅利洛-VI

【例 2】关于万有引力定律应用于天文学研究的历史事实，下列说法中正确的是（　　）

A．天王星和海王星，都是运用万有引力定律，经过大量计算以后而发现的

B．在 18 世纪已经发现的七颗行星中，人们发现第七颗行星——天王星的运动轨道总是同根据万有引力定律计算出来的结果有比较大的偏差，于是有人推测，在天王星轨道外还有一颗行星，是它的存在引起了上述偏差

C．第八颗行星，是牛顿运用自己发现的万有引力定律，经过大量计算而发现的

D．天王星是英国剑桥大学的学生亚当斯和法国年轻的天文学家勒维耶合作研究后共同发现的

【跟踪训练】

1．十八世纪，人们已经知道太阳系有七颗行星，但是第七颗行星天王星的运动轨道有些“古怪”：它的轨道与根据万有引力定律计算出来的轨道存在一些偏差，这个偏差产生的原因是（　　）

A．天文观测数据不准确　　B．万有引力定律的准确性有问题

C．离天王星较近的土星对天王星的影响　　D．天王星轨道外面还有一颗未发现的行星

2．（多选题）在未发现发现海王星之前，天文学家发现天王星实际运动的轨道与万有引力理论计算的值总存在一些偏离，且周期性地每隔时间 t_0 发生一次最大的偏离。天文学家认为形成这种现象的原因可能是天王星外侧还存在着一颗未知的行星（假设其运行轨道与天王星在同一水平面内，且与天王星的绕行方向相同），它对天王星的万有引力引起天王星轨道的偏离。每当未知行星与天王星距离最近时，发生最大的轨道偏离。（天王星公转周期的变化可以忽略）设天王星运行的轨道近似为圆，天王星轨道半径为 R_0、周期为 T_0，太阳质量为 M，万有引力常量为 G。根据上述数据计算出了未知行星的轨道半径，并在预测的轨道上成功找到了未知行星一海王星。则利用题中给出的字母，得出海王星轨道半径的表达式，正确的为（　　）

A. $\left(\frac{t_0}{t_0+T_0}\right)^{\frac{2}{3}}R_0$　　B. $\left(\frac{t_0}{t_0-T_0}\right)^{\frac{2}{3}}R_0$　　C. $\left[\frac{GM}{4\pi^2}\left(\frac{t_0T_0}{t_0-T_0}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}$　　D. $\left[\frac{GM}{4\pi^2}\left(\frac{t_0T_0}{t_0+T_0}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}$

题型二：预测彗星回归

【精选例题】

【例 1】哈雷彗星运动轨道是一个椭圆，其半长轴约等于地球公转半径的 18 倍，哈雷彗星最近出现的时间是 1986 年，可以推断出（　　）

A．计算哈雷彗星运动周期时，可以将其轨道近似认为是一个圆

B．地球实际上是位于哈雷彗星运动椭圆轨道的一个焦点上

C．哈雷彗星运动轨迹与海王星运动轨迹十分接近

D．哈雷彗星下次飞近地球的时间大约需经历 76 年



【跟踪训练】

1．人类发现并记录的首颗周期彗星——哈雷彗星在 2023 年 12 月初抵达远日点后开始掉头，踏上归途。哈雷彗星是人一生中唯一可能裸眼看见两次的短周期彗星，因英国物理学家爱德蒙·哈雷首先测定其轨道数据并成功预言回归时间而得名。已知哈雷彗星大约每 76 年环绕太阳一周，如图所示为地球、哈雷彗星绕太阳运动的示意图，哈雷彗星轨道是一个很扁的椭圆，在近日点与太阳中心的距离为 r_1，在远日点与太阳中心的距离为 r_2，若地球的公转轨道可视为半径为 R 的圆轨道，则下列说法正确的是（　　）

A．在近日点与远日点的速度大小之比为 $\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}$

B．在近日点与远日点的加速度大小之比为 $\frac{r_2^2}{r_1^2}$

C．哈雷彗星大约将在 2071 年左右再次离太阳最近

D．哈雷彗星的轨道参数与地球轨道参数间满足 $\frac{r_1+r_2}{R}\approx 18$



考点五：计算中心天体的质量

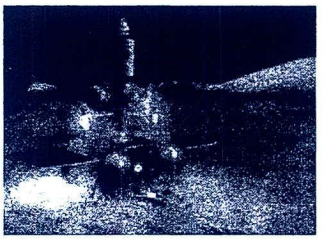
模型概述：当近似认为行星绕恒星做匀速圆周运动时，万有引力提供向心力，在已知圆周运动的相应物理量的提前下，可求得中心天体的质量。

题型一：重力加速度法

解题要点：重力加速度法：由 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$，得天体质量：$M=\frac{gR^2}{G}$ 。

【精选例题】

【例 1】“嫦娥三号”携带“玉兔”探测车在月球虹湾成功软着陆，在实施软着陆过程中，“嫦娥三号”离月球表面某高度处最后一次悬停，确认着陆点。若总质量为 M 的“嫦娥三号”在最后一次悬停时，反推发动机对其提供反推力大小为 F，方向竖直向上，引力常量为 G，月球半径为 R，则月球的质量为（　　）



A. $\frac{GM}{FR}$　　B. $\frac{GM}{FR^2}$　　C. $\frac{FR^2}{GM}$　　D. $\frac{FR}{GM}$

【例 2】2024 年 6 月 25 日，嫦娥六号返回器准确着陆于内蒙古四子王旗预定区域，工作正常，实现世界首次月球背面采样返回。据中国探月工程总设计师吴伟仁院士介绍：我国航天员有望在十年内登上月球。如果将来宇航员在月球（视为质量分布均匀的球体）表面以大小为 v_0 的初速度竖直上抛一物体（视为质点），经时间 t_0 返回手中。已知引力常量为 G，月球的半径为 R，则月球质量为（　　）

A. $\frac{v_0R^2}{Gt_0}$　　B. $\frac{Gv_0}{R^2t_0}$　　C. $\frac{2v_0R^2}{Gt_0}$　　D. $\frac{2v_0R^3}{Gt_0}$

【例 3】某星系中有一颗质量分布均匀的行星，其半径为 R，将一质量为 m 的物块悬挂在弹簧测力计上，在该行星极地表面静止时，弹簧测力计的示数为 F；在赤道表面静止时，弹簧测力计的示数为 $\frac{3}{4}F$ 。已知引力常量为 G。下列说法正确的是（　　）

A．该行星的自转周期为 $\sqrt{\frac{4\pi^2mR}{F}}$　　B．该行星的质量为 $\frac{FR^2}{4Gm}$

C．该行星赤道处的重力加速度为 $\frac{F}{4m}$　　D．该行星的密度为 $\frac{3F}{4\pi RGm}$

【跟踪训练】

1．已知地球表面重力加速度为 $g_{地}$、地球的半径为 $R_{地}$，地球的质量为 $M_{地}$，火星的半径为 $R_{火}$，某飞船飞到火星上测得火星表面的重力加速度为 $g_{火}$，由此可得火星的质量为（　）

A. $\frac{g_{火}R_{火}^2}{g_{地}R_{地}^2}M_{地}$　　B. $\frac{g_{地}R_{地}^2}{g_{火}R_{火}^2}M_{地}$　　C. $\frac{g_{火}^2R_{火}^2}{g_{地}^2R_{地}}M_{地}$　　D. $\frac{g_{火}R_{火}}{g_{地}R_{地}}M_{地}$

2．2024 年 6 月 4 日 7 时 38 分，嫦娥六号上升器携带月球样品自月球背面起飞。将上升器自静止开始竖直上升的第一阶段视为匀变速直线运动，该阶段所用的时间为 t，发动机的推力大小恒为 F，上升器的位移大小为 h，已知上升器（包括月球样品）的质量为 m，月球的半径为 R，引力常量为 G，忽略月球自转的影响，$h \ll R$。则月球的质量为（　）

A．$\frac{FR^2}{Gm}-\frac{hR^2}{Gt^2}$　　B．$\frac{hR^2}{Gt^2}-\frac{FR^2}{Gm}$　　C．$\frac{FR^2}{Gm}-\frac{2hR^2}{Gt^2}$　　D．$\frac{2hR^2}{Gt^2}-\frac{FR^2}{Gm}$

3．载人登月是中国梦的主要内容之一。我国宇航员登上月球后，在月球表面一定高度 h 处以初速度 v_0 水平抛出一小物体，物体落到月球表面上的落点距离抛出点的水平距离为 L，不计一切阻力，月球半径为 R。

（1）求月球表面处的重力加速度 g_0；（2）求月球的质量 M；

（2）宇航员乘登月舱从月球表面到绕月球做匀速圆周运动的返回舱，求登月舱离开月球表面的最小速度。

题型二：环绕型

解题要点：由 $\frac{GMm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=mr\omega^2=mr\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=mv\omega=m\frac{vT}{2\pi}\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=mg'$**（g' 指对应高度重力加速度）；**

得天体质量： $M=\frac{v^2}{Gr}=\frac{r^3\omega^2}{G}=\frac{r^3}{G}\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{v^3}{G\omega}=\frac{Tv^3}{2\pi G}$。

【精选例题】

【例 1】（多选题）要计算地球的质量,除已知的一些常数外还需知道某些数据,现给出下列各组数据,可以计算出地球质量的是（　　）

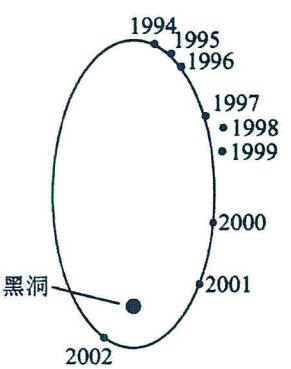
A．已知卫星绕地球做匀速圆周运动的轨道半径 r 和线速度 v　　B．已知地球半径 R

C．已知卫星绕地球做匀速圆周运动的线速度 v 和周期 T　　D．已知地球公转的周期 T′及运转半径 r′

【例 2】某人造地球卫星绕地球做匀速圆周运动的轨道半径是 r，周期是 T，已知地球的半径为 R，地球表面的重力加速度为 g，万有引力常量为 G，则地球的质量为（　　）

A．$\frac{gR}{G}$　　B．$\frac{gr^2}{G}$　　C．$\frac{4\pi^2r^3}{GT^2}$　　D．$\frac{4\pi^2r}{GT^2}$

【例 3】三位科学家因在银河系中心发现一个超大质量的黑洞而获得了诺贝尔物理学奖他们对银河系中心附近的恒星 S2 进行了多年的持续观测，给出 1994 年到 2002 年间 S2 的位置如图所示。科学家认为 S2 的运动轨迹是半长轴约为1000AU（太阳到地球的距离为1AU）的椭圆，若认为 S2 所受的作用力主要为该大质量黑洞的引力，设太阳的质量为 M，可以推测出（　）



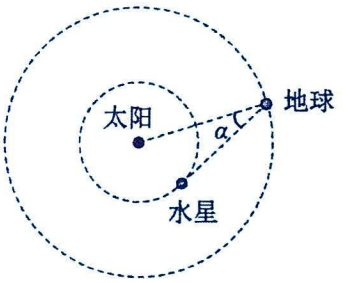
A．黑洞质量约为 4×10^4M　　B．黑洞质量约为 4×10^6M

C．恒星 S2 质量约为 4×10^4M　　D．恒星 S2 质量约为 4×10^6M

【例 4】2020 年 11 月 24 日，长征五号运载火箭将“嫦娥五号”探测器送入预定轨道，执行月面采样任务后平安归来，首次实现我国地外天体采样返回。已知“嫦娥五号”探测器在距离月球表面 h 高处环月做匀速圆周运动的周期为 T，月球半径为 R，万有引力常量为 G，据此可以求出月球的质量是（　　）

A. $\frac{4\pi^2h^3}{GT^2}$　　B. $\frac{GT^2}{4\pi^2h^3}$　　C. $\frac{GT^2}{4\pi^2(R+h)^3}$　　D. $\frac{4\pi^2(R+h)^3}{GT^2}$

【例 5】假若水星和地球在同一平面内沿不同轨道绕太阳做匀速圆周运动，如图所示，在地球上观测，发现水星与太阳可呈现的视角（把太阳和水星均视为质点，它们与眼睛连线的夹角）有最大值，已知最大视角 $\sin\alpha=k$，万有引力常量为 G，下列说法正确的是（　　）



A．地球绕太阳的运行速率大于水星绕太阳的运行速率

B．地球绕太阳运行的周期小于水星绕太阳运行的周期

C．水星的公转周期为 $k^{\frac{2}{3}}$ 年

D．若水星的公转周期为 $T_{水}$，地球与太阳之间的距离为 R，则太阳的质量为 $\frac{4\pi^2k^3R^3}{GT_{水}^2}$

【跟踪训练】

1．土星周围有美丽壮观的“光环”，组成环的颗粒是大小不等、线度从 1μm 到 10m 的岩石、尘埃，类似于卫星，它们与土星中心的距离从 7.3×10^4km 延伸到 1.4×10^5km。已知环的外缘颗粒绕土星做圆周运动的周期约为 14h，引力常量为 6.7×10^{-11}N　m^2/kg^2，则土星的质量约为（　　）（估算时不考虑环中颗粒间的相互作用）

A．9×10^{16}kg　　B．6×10^{26}kg　　C．9×10^{25}kg　　D．6×10^{17}kg

2．为研究太阳系内行星的运动，需要知道太阳的质量，已知地球半径为 R，地球质量为 m，太阳与地球中心间距为 r，地球表面的重力加速度为 g，地球绕太阳公转的周期为 T．则太阳的质量为(　)

A. $\frac{4\pi^2mr^3}{T^2R^2g}$　　B. $\frac{4\pi^2r^3}{T^2R^2g}$　　C. $\frac{4\pi^2mr^3}{gR}$.　　D. $\frac{4\pi^2R^2mg}{T^2r^3}$.

3．“嫦娥七号”探测器将于 2026 年前后发射，准备在月球南极登陆，登陆月球前假设探测器绕月球做周期为 T_1 的匀速圆周运动，轨道半径可认为等于月球半径。月球绕地球做周期为 T_2 的匀速圆周运动，其轨道半径为月球半径的 k 倍。引力常量为 G，则（　　）

A．根据题中所给信息可求出地球的质量　　B．根据题中所给信息可求出月球的质量

C．周期 T_1 和 T_2 满足 $\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{1}{k^3}$　　D．地球质量与月球质量之比 $\frac{M_{地}}{M_{月}}=\frac{T_1^2k^3}{T_2^2}$

4．有两颗人造地球卫星 A 和 B 的轨道在同一平面内，A、B 同向转动，轨道半径分别为 r 和 4r，每隔时间 t 会发生一次“相冲”现象，即地球、卫星 A 和 B 三者位于同一条直线上，且 A、B 位于地球的同侧，已知万有引力常量为 G，则地球质量可表示为（　　）

A. $\left(\frac{4}{5}\right)^2\frac{\pi^2r^3}{Gt^2}$　　B. $\left(\frac{5}{4}\right)\frac{\pi^2r^3}{Gt^2}$　　C. $\left(\frac{7}{16}\right)^2\frac{\pi^2r^3}{Gt^2}$　　D. $\left(\frac{16}{7}\right)^2\frac{\pi^2r^3}{Gt^2}$

5．（多选题）2022 年 2 月，有科学家报告了迄今观测到的最大星系—“阿尔库俄纽斯”，它离地球 30 亿光年，自身横跨 1630 万光年的距离。星系中心有一个超大质量的黑洞，若观测到绕该黑洞做圆周运动的天体 A 的角速度为 ω_A，到黑洞中心的距离为 R_A，天体 B 绕黑洞运动的周期与地球绕太阳转动的周期相同，为 T。已知地球中心到太阳中心的距离为 R，则下列说法正确的是（　　）

A．该黑洞质量是太阳质量的 $\frac{\omega_A^2 T^2 R^3}{4\pi^2 R_A^3}$ 倍　　B．该黑洞质量是太阳质量的 $\frac{\omega_A^2 R_A^3 T^2}{4\pi^2 R^3}$ 倍

C．天体 B 到该黑洞中心的距离为 $R_B = R_A\sqrt[3]{\frac{\omega_A^2 T^2}{4\pi^2}}$　　D．天体 B 到该黑洞中心的距离为 $R_B = R_A\sqrt[2]{\frac{\omega_A^2 T^2}{4\pi^2}}$

考点六：计算中心天体的密度

模型概述：在已知天体质量和半径的情况下，利用初中的质量密度公式，即可求解星球密度。

题型一：重力加速度法

解题要点： $\rho=\frac{M}{V}=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3g}{4\pi GR}$。

【精选例题】

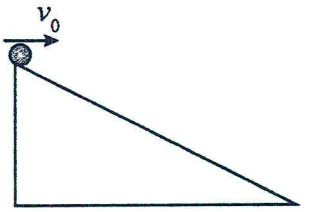
【例 1】一与地球密度相同的星球表面的重力加速度是地球表面的重力加速度的 2 倍，则该星球的质量是地球质量的（忽略其自转影响）（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．2 倍　　C．4 倍　　D．8 倍

【例 2】中国计划在 2030 年前实现载人登月。一宇航员在地球的表面上以一定的速度竖直跳起，能跳到的最大高度为 h_1，若他在另一星球 a 的表面上以相同的速度竖直跳起，能跳到的最大高度为 h_2。地球、星球 a 均视为球体，地球与星球 a 的半径之比为 k，不考虑两星球自转的影响，则地球与星球 a 的平均密度之比为（　）

A．$\frac{h_2}{kh_1}$　　B．$\frac{kh_1}{h_2}$　　C．$\frac{kh_2}{h_1}$　　D．$\frac{h_1}{kh_2}$

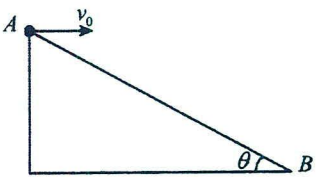
【例 3】（多选题）如图所示，在星球 A 上将一个足够长的斜面固定在水平面上，将物体 P 由斜面顶端以速度 v_0 水平抛出，物体 P 落到斜面上所用的时间为 t_1。在另一星球 B 上用相同的器材完成同样的过程，物体 P 落到斜面上的时间为 $3t_1$，将物体 P 在星球 A 上落到斜面上的竖直速度记为 v_{Ay}，物体 P 在星球 B 上落到斜面上竖直速度记为 v_{By}。假设两星球均为质量分布均匀的球体，已知星球 A 的半径是星球 B 的 3 倍，不计空气阻力，物体 P 可视为质点。下列说法正确的是（　）



A．星球 A 的密度是星球 B 的密度的 9 倍　　B．星球 A 与星球 B 的密度相等

C．$v_{Ay}=v_{By}$　　D．$v_{Ay}=\frac{1}{3}v_{By}$

【例 4】如图所示，某星球水平地面上，固定放置一个直角三角形斜面 AB，斜面的倾角 $\theta=30°$，顶点 A 高 $h=10\text{m}$。将小球从 A 点以速度 $v_0=10\text{m/s}$ 水平抛出，恰好落在 B 点，已知该星球半径 $R=3000\text{km}$，万有引力常数 $G=6.67\times10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$，求：(1)小球的飞行时间；



(2)该星球表面重力加速度；(3)该星球的平均密度。

【跟踪训练】

1．（多选题）中国科学院高能物理研究所公布：在某高海拔观测站，成功捕获了来自天鹅座万年前发出的信号。若在天鹅座内有一质量均匀分布的球形“类地球”行星，其密度为ρ，半径为R，自转周期为T，引力常量为G。则下列说法正确的是（　　）



A．该“类地球”行星质量为$\frac{4}{3}\pi\rho R^3$

B．该“类地球”行星的静止轨道卫星的轨道一定与其赤道共面

C．该“类地球”行星的静止轨道卫星运行速率为$\frac{2\pi R}{T}$

D．该“类地球”行星表面两极的重力加速度大小为$\frac{4}{3}\pi G\rho R$

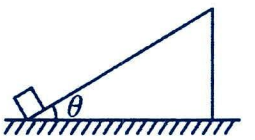
2．（多选题）如图甲所示，假设某星球表面上有一倾角为$\theta=30°$的固定斜面，一质量为m的小物块从斜面底端沿斜面向上运动，其速度-时间图像如图乙所示。已知小物块和斜面间的动摩擦因数为$\mu=\frac{\sqrt{3}}{9}$，该星球半径为$R=6\times10^4\text{km}$。引力常量$G=6.67\times10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$，则下列说法正确的是（　）

A．该星球表面重力加速度$g=15\text{m}/\text{s}^2$

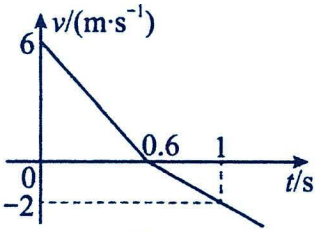
B．该星球的质量$M=8.1\times10^{26}\text{kg}$

C．该星球的自转周期$T=1.3\times10^4\text{s}$

D．该星球的平均密度$\rho=895\text{kg}/\text{m}^3$



甲

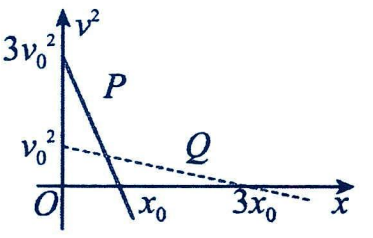


乙

3．（多选题）假设地球可视为质量均匀分布的球体。已知地球表面重力加速度在两极的大小为g_0，在赤道的大小为g；地球自转的周期为T_0；地球近地卫星的周期为T；引力常量为G。地球的密度为（　　）

A．$\frac{3\pi g_0}{GT^2(g_0-g)}$　　B．$\frac{3\pi g_0}{GT_0^2(g_0-g)}$　　C．$\frac{3\pi}{GT_0^2}$　　D．$\frac{3\pi}{GT^2}$

4．（多选题）在星球A上将一小物块P竖直向上抛出，P的速度的二次方v^2与位移x间的关系如图中实线所示；在另一星球B上用另一小物块Q完成同样的过程，Q的速度的二次方v^2与位移x间的关系如图中虚线所示。已知A的半径是B的半径的$\frac{1}{2}$，若两星球均为质量均匀分布的球体（球的体积公式为$V=\frac{4}{3}\pi r^3$，r为球的半径），两星球上均没有空气，不考虑两星球的自转，则（　　）



A．A表面的重力加速度是B表面的重力加速度的9倍

B．P抛出后落回原处的时间是Q抛出后落回原处的时间的9倍

C．A的密度是B的密度的9倍

D．A的第一宇宙速度是B的第一宇宙速度的$\frac{3\sqrt{2}}{2}$倍

题型二：环绕型

解题要点：由天体质量： $M=\frac{rv^2}{G}=\frac{r^3\omega^2}{G}=\frac{r^3}{G}\cdot\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2=\frac{v^3}{G\omega}=\frac{v^3T}{2\pi G}$；

得： $\rho=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\frac{3rv^2}{4\pi GR^3}=\frac{3r^3\omega^2}{4\pi GR^3}=\frac{3\pi r^3}{GT^2R^3}=\frac{3v^3}{4\pi\omega GR^3}=\frac{3Tv^3}{8\pi^2GR^3}$。

【精选例题】

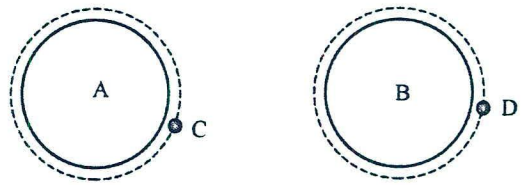
【例 1】我国未来将实行登月计划。假设登月后，宇航员通过发射一环绕月球表面做匀速圆周运动的小卫星来测量月球的密度，已知引力常量为G，月球可视为均匀球体，宇航员只需要测量的一个物理量是（　　）

A．小卫星的质量　　B．小卫星的周期　　C．月球的半径　　D．月球表面的重力加速度

【例 2】中子星是一种密度很大的特殊天体。若某中子星恰好能维持不解体，其自转的周期为 T，已知引力常量为 G，则中子星的平均密度为（　　）

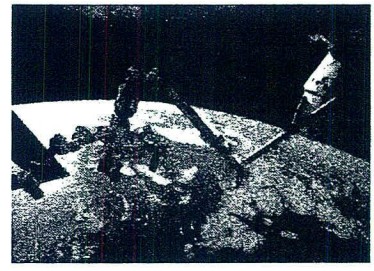
A．$\frac{\pi}{3GT^2}$　　B．$\frac{3\pi}{GT^2}$　　C．$\frac{\pi T^2}{3G}$　　D．$\frac{G\pi}{3T^2}$

【例 3】《天问》是屈原笔下的不朽诗篇，而天问”行星探索系列代表着中国人对深空物理研究的不懈追求。如图所示，半径相同的两球形行星 A、B 各有一个近表面卫星 C、D，各自绕行周期分别为T_C、T_D，已知$\frac{T_C}{T_D}=\sqrt{2}$，忽略卫星到行星表面的高度，则行星 A，B 的密度之比为（　　）



A．$\frac{1}{\sqrt{2}}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．2

【例 4】2023 年 7 月 20 日 21 时 40 分，神舟十六号航天员景海鹏、朱杨柱、桂海潮密切协同，圆满完成出舱活动全部既定任务。如图，核心舱组合体在离地高度为 h 处，绕地球做匀速圆周运动。若核心舱与地球中心的连线在单位时间内扫过的面积为S_0，已知地球半径为 R，引力常量为 G。下列说法正确的是（　　）



A．航天员相对核心舱静止时，所受合外力为零　　B．核心舱的运行周期为$\frac{\pi R^2}{S_0}$

C．核心舱处的重力加速度大小为$\frac{4S_0^2}{(R+h)^2}$　　D．地球的密度为$\frac{3S_0^2}{G\pi(R+h)R^3}$

【跟踪训练】

1．有两个行星 A、B，在这两个行星表面附近各有一颗卫星，如果这两颗卫星运行的周期相等，则行星 A、B 的密度之比（　　）

A．1∶1　　B．2∶1　　C．1∶2　　D．无法计算

2．中国新闻网宣布：在摩洛哥坠落的陨石被证实来自火星。某同学想根据平时收集的部分火星资料（如图）计算出火星的密度，再与这颗陨石的密度进行比较。下列计算火星密度的公式错误的是（引力常量 G 已知，忽略火星自转的影响）（　　）

A．$\rho=\frac{3g_0}{2\pi Gd}$　　B．$\rho=\frac{g_0T^2}{3\pi d}$　　C．$\rho=\frac{3\pi}{GT^2}$　　D．$\rho=\frac{6M}{\pi d^3}$

火星-Mars
火星的小档案
直径 d=6779km
质量 M=6.4171×10²³kg
表面的重力加速度 g_0=3.7m/s²
近地卫星的周期 T=3.4h

3．2023 年 9 月 21 日，我国神舟十六号航天员景海鹏、朱杨柱、桂海潮在天宫空间站进行第四次“天宫课堂”授课。一天文爱好者在观看“天宫课堂”第四课的同时，根据观测记录测出天宫空间站绕地球飞行相对地心转过θ角所用时间是 t。若天宫空间站运行轨道视为圆轨道，天宫空间站距地面高度为地球半径的 k 倍，引力常量为 G。则地球的密度表达式为（　　）

A．$\frac{4t^2(k+1)}{3\pi G\theta^2}$　　B．$\frac{3t^2(k+1)^3}{4\pi G\theta^2}$　　C．$\frac{3\theta^2(k+1)}{4\pi Gt^2}$　　D．$\frac{3\theta^2(k+1)^3}{4\pi Gt^2}$

4．火星成为我国深空探测的第二颗星球，假设火星探测器在着陆前，绕火星表面匀速飞行（不计周围其他天体的影响），宇航员测出飞行 N 圈用时 t，已知地球质量为 M，地球半径为 R，火星半径为 r，地球表面重力加速度为 g。则（　）

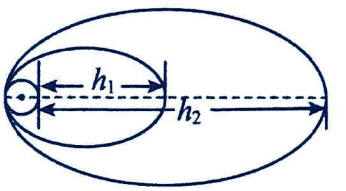
A．火星探测器匀速飞行的速度约为 $\frac{2\pi NR}{t}$　　B．火星探测器匀速飞行的向心加速度约为 $\frac{4\pi^2N^2r}{t^2}$

C．火星探测器的质量为 $\frac{4\pi N^2r^3}{gR^2t^2}$　　D．火星的平均密度为 $\frac{3\pi MN^2}{gR^2t}$

5．如图所示，有两颗卫星绕某星球做椭圆轨道运动，两颗卫星的近地点均与星球表面很近（可视为相切），卫星 1 和卫星 2 的轨道远地点到星球表面的最近距离分别为 h_1、h_2，卫星 1 和卫星 2 的环绕周期之比为 k。忽略星球自转的影响，已知引力常量为 G，星球表面的重力加速度为 g_c。则星球的平均密度为（　　）

A．$\frac{3g_c\left(1-k^{\frac{2}{3}}\right)}{2\pi G\left(h_2k^{\frac{2}{3}}-h_1\right)}$　　B．$\frac{3g_c\left(1-k^{\frac{3}{2}}\right)}{2\pi G\left(h_2k^{\frac{3}{2}}-h_1\right)}$

C．$\frac{3g_c\left(1-k^{\frac{3}{2}}\right)}{4\pi G\left(h_2k^{\frac{3}{2}}-h_1\right)}$　　D．$\frac{3g_c\left(1-k^{\frac{2}{3}}\right)}{4\pi G\left(h_2k^{\frac{2}{3}}-h_1\right)}$



题型三：特殊型（已知星球半径与轨道半径的倍数关系）

解题要点：已知卫星环绕天体表面运动的周期 T、角速度ω，轨道半径 r 与地球半径 R 的关系；

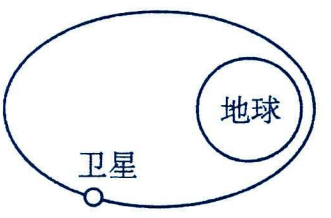
若卫星绕天体表面附近运行时，可认为轨道半径 r 等于天体半径 R，则天体密度ρ $=\frac{3\pi}{GT^2}=\frac{3\omega^2}{4\pi G}$；

若卫星绕天体运行轨道半径 r 等于天体半径 R 的 n 倍，即 r=nR，则天体密度ρ $=\frac{3\pi n^3}{GT^2}=\frac{3\omega^2n^3}{4\pi G}$。

【精选例题】

【例 1】如图，某卫星绕地球做椭圆运动，已知椭圆的长轴长度是地球直径的 3 倍，地球的平均密度为 ρ，引力常量为 G，则卫星在椭圆上运行的周期为（　　）

A．$2\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$　　B．$3\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$　　C．$3\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$　　D．$9\sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}$



【跟踪训练】

1．（多选题）某星球可视为质量均匀分布的球体，其半径为R，一卫星在距该星球球心高度为2R的圆轨道上做匀速圆周运动，周期为T，万有引力常量为G，下列说法中正确的是（　）

A．卫星运行的加速度大小为$\frac{8\pi^2R}{T^2}$　　B．该星球的质量为$\frac{32\pi^2R^3}{GT^2}$

C．该星球表面的重力加速度大小为$\frac{4\pi^2R}{T^2}$　　D．该星球的平均密度为$\frac{3\pi}{GT^2}$

2．（多选题）太空探测器来到某未知星球，贴着该星球表面做圆周运动，周期为T；在离星球表面高度为h的轨道上做圆周运动，运行周期为8T，引力常量为G，则（　　）

A．该星球的密度为$\frac{3\pi}{GT^2}$　　B．该星球的密度为$\frac{4\pi}{3GT^2}$

C．该星球的半径为3h　　D．该星球的半径为$\frac{1}{3}h$

考点七：双星问题及多星问题

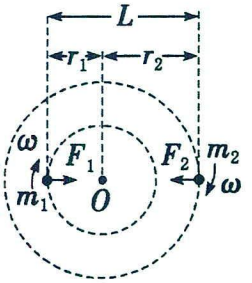
模型概述：当两个或多个星球以相同的角速度，绕同一点做稳定的匀速圆周运动，此时彼此间的万有引力的合力提供向心力。

题型一：双星问题

解题要点：（1）定义：绕公共圆心转动的两个星体组成的稳定系统，如图。

（2）规律：①转动方向、周期、角速度相同：$T_1=T_2,\omega_1=\omega_2$；运动半径一般不等，但满足：$r_1+r_2=L$。

②向心力相等：$G\frac{m_1m_2}{(r_1+r_2)^2}=m_1r_1\omega^2$；$G\frac{m_1m_2}{(r_1+r_2)^2}=m_2r_2\omega^2$。



（3）结论：①两式相比得：$m_1r_1=m_2r_2$；②两式约分相加得：$m_1+m_2=\frac{4\pi^2(r_1+r_2)^3}{GT^2}$。

（4）$r_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}(r_1+r_2)$；$r_2=\frac{m_1}{m_1+m_2}(r_1+r_2)$；$T=2\pi\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{G(m_1+m_2)}}$；$\omega=\sqrt{\frac{(r_1+r_2)^3}{G(m_1+m_2)}}$

关键点：$m_1r_1=m_2r_2$，$m_1+m_2=\frac{4\pi^2(r_1+r_2)^3}{GT^2}$，$\frac{v_1}{r_1}=\frac{v_2}{r_2}$

【精选例题】

【例1】如图所示，某双星系统由A、B两颗质量分布均匀的星球构成，此系统绕其连线上的O点在同一平面内做匀速圆周运动。若两颗星体中心到O点的距离满足$AO=2OB$，则A星体与B星体质量之比为（　　）

A．1:1　　B．2:1　　C．1:2　　D．1:4



【例2】在万有引力作用下，太空中的两个天体a、b可以做相对位置不变的匀速圆周运动，已知天体a的质量小于天体b的质量，如图所示，天体a、b间的距离为2r，a、b连线的中点为O，天体a、b的半径均远小于r。忽略其他天体的影响，下列说法正确的是（　　）

A．天体a做圆周运动所需的向心力小于天体b做圆周运动所需的向心力

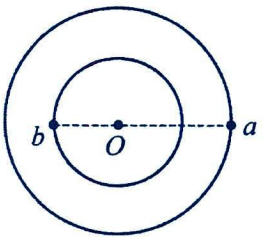
B．两个天体运动的线速度大小相等

C．天体b在一个周期内的路程为$2\pi r$

D．天体a做圆周运动的圆心在O点右侧



【例 3】随着人类对宇宙的探索，人们发现在宇宙中存在一些离其他恒星较远的双星系统，双星系统由两颗距离较近的恒星组成。如图所示，某双星系统中 a、b 两星绕连线上一点 O 做圆周运动，已知 a、b 两星中心间距离为 L，运行周期为 T，a 星的线速度大小为 v，引力常量为 G，则 a 星的质量为（　　）



A. $\frac{4\pi L^2 v}{GT}$　　B. $\frac{4\pi L^2(2\pi L-vT)}{GT^2}$　　C. $\frac{2\pi L^2 v}{GT}$　　D. $\frac{2\pi L^2(2\pi L-vT)}{GT^2}$

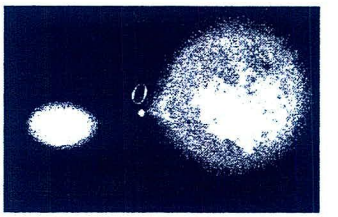
【例 4】一个国际研究小组借助于智利的天文望远镜观测到了一组双星系统，它们绕两者连线上的某点 O 做匀速圆周运动，如图。假设此双星系统中体积较小的成员能“吸食”体积较大的星体的表面物质，达到质量转移的目的，且在演变过程中两者球心之间的距离保持不变，双星平均密度可视为相同，则在最初演变的过程中（　）

A．它们做圆周运动的万有引力保持不变

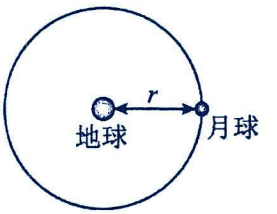
B．它们做圆周运动的角速度不断变小

C．体积较大的星体做圆周运动的轨道半径变小，线速度变小

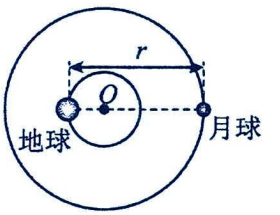
D．体积较大的星体做圆周运动的向心加速度变大，线速度变大



【例 5】如图（a）所示，可以认为地月系统是月球绕地球做匀速圆周运动，月球绕地球运动的周期为 T_1；如图（b）所示，也可以认为地月系统是一个双星系统，在相互之间的万有引力作用下绕连线上的 O 点做匀速圆周运动，月球绕 O 点运动的周期为 T_2。若地球、月球质量分别为 M、m，两球心相距为 r，万有引力常量为 G，下列说法正确的是（　）



图(a)



图(b)

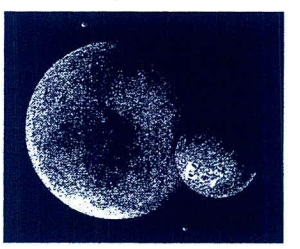
A．图（a）中若把部分月壤运回到地球，则最终月球绕地球做圆周运动的轨道半径将变小

B．图（a）月球绕地球运动的周期 T_1 等于图（b）中月球绕 O 点运动的周期 T_2

C．图（a）中，地球密度为 $\frac{3\pi}{GT_1^2}$　　D．地月双星轨道中 O 点到地心距离为 $\frac{M}{M+m}r$

【跟踪训练】

1．（多选题）冥王星是太阳系中离太阳最遥远的星星，几乎没有阳光能穿越 59 亿公里的旅程找到他。但有颗同样的矮行星距离冥王星只有地球和月球距离的十五分之一“，她一直陪着冥王星走着这一段冷清的旅程，她被命名为卡戎。冥王星与卡戎可视为双星系统，质量比约为 7:1，同时绕它们连线上某点 O 做匀速圆周运动。由此可知，冥王星绕 O 点运动的（　　）



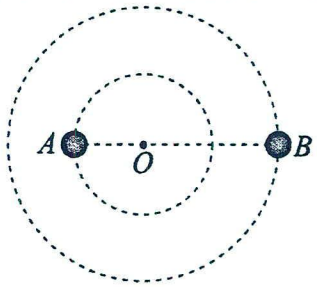
A．轨道半径约为卡戎的 $\frac{1}{7}$　　B．角速度大小约为卡戎的 $\frac{1}{7}$

C．线速度大小约为卡戎的 $\frac{1}{7}$ 倍　　D．向心力大小约为卡戎的 7 倍

2．（多选题）2017 年，人类第一次直接探测到来自双中子星合并的引力波。根据科学家们复原的过程，在两颗中子星合并前约 100s 时，它们相距约 400km，绕二者连线上的某点每秒转动 12 圈，将两颗中子星都看作是质量均匀分布的球体，由这些数据、万有引力常量并利用牛顿力学知识，可以估算出这一时刻两颗中子星（　　）

A．质量之积　　B．质量之和　　C．速率之和　　D．各自的自转角速度

3．宇宙中两颗靠得比较近的恒星，只受到彼此之间的万有引力作用而相互绕转，称之为双星系统。如图所示，某双星系统A、B绕其连线上的O点分别做匀速圆周运动，$OA<OB$。根据宇宙大爆炸理论，双星间的距离在不断缓慢增加，设双星仍做匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）



A．星球B的质量大于星球A的质量

B．星球A的向心力始终大于星球B

C．星球A的向心加速度大于星球B

D．双星做圆周运动的周期逐渐增大

4．2021年2月25日从中国科学院云南天文台获悉，近期国内多个团队合作，利用清华大学一马化腾巡天望远镜（TMTS），发现了一颗距离地球2761光年的致密双星系统-TMTS J0526，已知组成某双星系统的两颗恒星A和B，质量分别为m_1和m_2，相距为L。在万有引力作用下各自绕它们连线上的某一点，在同一平面内做匀速圆周运动，运动过程中二者之间的距离始终不变。已知引力常量为G，下列说法正确的是（　　）

A．A和B的角速度之比为$\frac{m_1}{m_2}$　　B．A和B的线速度大小之比为$\frac{m_1}{m_2}$

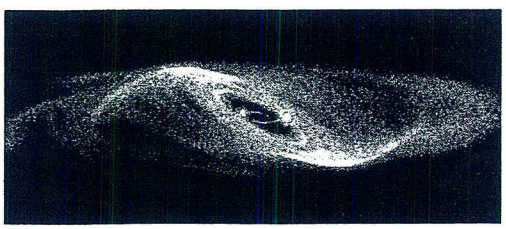
C．A和B的向心加速度大小之比为$\frac{m_1}{m_2}$　　D．A和B的运动周期均为$2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(m_1+m_2)}}$

5．假设宇宙中有一由a、b两颗星组成的双星系统，这两颗星绕它们连线上的某一点在万有引力作用下做匀速圆周运动，测得a星的周期为T，a、b两星间的距离为l，轨道半径之差为Δr，已知a星的轨道半径大于b星的轨道半径，则（　　）

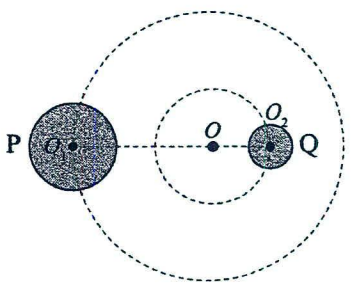
A．b星的周期为$\frac{l-\Delta r}{l+\Delta r}$T　　B．b星的向心加速度大小为$\frac{\pi(l-\Delta r)}{T}$

C．a、b两星的轨道半径之比为$\frac{l}{l-\Delta r}$　　D．a、b两星的质量之比为$\frac{l-\Delta r}{l+\Delta r}$

6．（多选题）如图甲所示，2022年7月15日，由清华大学天文系祝伟教授牵头的国际团队宣布在宇宙中发现两个罕见的恒星系统。该系统均是由两颗互相绕行的中央恒星组成，被气体和尘埃盘包围，且该盘与中央恒星的轨道成一定角度，呈现出“雾绕双星”的奇幻效果。如图乙所示为该双星模型的简化图，已知$O_1O_2=L_1$，$O_1O-OO_2=L_2>0$，假设两星球的半径远小于两星球球心之间的距离。则下列说法正确的是（　　）



甲



乙

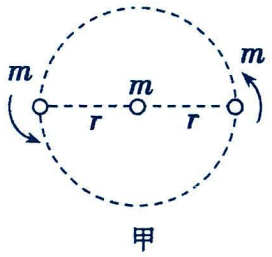
A．星球P、Q做匀速圆周运动的半径之比为$\frac{L_1}{L_2}$　　B．星球P的质量大于星球Q的质量

C．星球P、Q的线速度之和与线速度之差的比值为$\frac{L_1}{L_2}$　D．星球P、Q的质量之和与Q、P质量之差的比值为$\frac{L_1}{L_2}$

题型二：三星问题

解题要点：

1.形式一：三颗星体位于同一直线上，两颗质量相等得环绕星绕中央星在半径为 r 的圆形轨道上运行，如图甲。



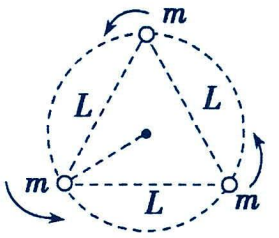
甲

规律：①周期、角速度相同：$T_1=T_2=T_3$；$\omega_1=\omega_2=\omega_3$

②向心力相等：$G\frac{mm}{4r^2}+G\frac{Mm}{r^2}=mr\omega^2$

③角速度：$\omega=\sqrt{\frac{G(m+4M)}{4r^3}}$；周期：$T=4\pi\sqrt{\frac{r^3}{G(m+4M)}}$

2.形式二：三颗质量均为 m 的星体位于边长为 L 的等边三角形的三个顶点，如图乙。



乙

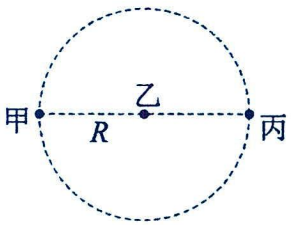
规律：①周期、角速度相同：$T_1=T_2=T_3$；$\omega_1=\omega_2=\omega_3$

②向心力相等：$\sqrt{3}\cdot G\frac{mm}{L^2}=m\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}L\cdot\omega^2$

③角速度：$\omega=\sqrt{\frac{3Gm}{4L^3}}$；周期：$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{3Gm}}$

【精选例题】

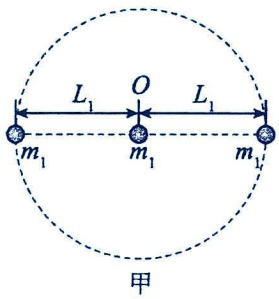
【例 1】（多选题）如图所示，甲、乙、丙是位于同一直线上的离其他恒星较远的三颗恒星，甲、丙围绕乙在半径为 R 的圆轨道上运行，若三颗星质量均为 M，万有引力常量为 G，则（　　）



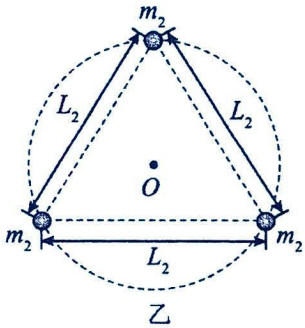
A．甲星所受合外力为$\frac{5GM^2}{4R^2}$　　B．乙星所受合外力为$\frac{5GM^2}{4R^2}$

C．甲星和丙星的线速度相同　　D．甲星和丙星的角速度相同

【例 2】宇宙中存在一些特殊的天体，这些天体离其他恒星较远，通常可忽略其他星体对它们的引力作用，这些特殊的天体常见的有双星系统、三星系统。现已观测到稳定的三星系统存在两种基本的构成形式：一种是三颗星位于同一直线上（如图甲），两颗星围绕中央星做匀速圆周运动；另一种是三颗星位于等边三角形的三个顶点上（如图乙），并沿外接于等边三角形的圆形轨道运动。设三星系统各星的质量、距离、公转轨道半径分别如图所示，引力常量为 G，则下列各表达式中正确的是（　　）



甲



乙

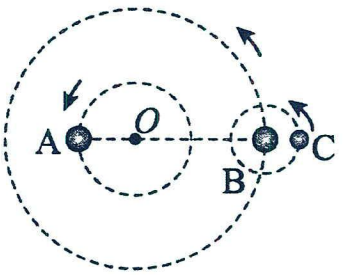
A．直线三星系统星体做圆周运动的周期为$T_1=2\pi\sqrt{\frac{L_1^3}{Gm_1}}$

B．直线三星系统星体做圆周运动的向心加速度大小为$a_1=\frac{5Gm_1}{8L_1^2}$

C．三角形三星系统中星体做圆周运动的周期为$T_2=2\pi\sqrt{\frac{L_2^3}{3Gm_2}}$

D．三角形三星系统中星体做圆周运动的向心加速度大小为$a_2=\frac{\sqrt{3}Gm_2}{2L_2^2}$

【例 3】（多选题）中国“FAST”球面射电望远镜发现一个脉冲双星系统。科学家通过脉冲星计时观测得知该双星系统由一颗脉冲星与一颗白矮星组成。如图，假设在太空中有两颗恒星 A、B 组成的双星系统绕 O 点做逆时针匀速圆周运动，它们的轨道半径分别为R_A、R_B，运动周期为T_1；C 是恒星 B 的卫星，绕 B 做逆时针匀速圆周运动，周期为T_2，且$T_2<T_1$。已知 A 与 B 之间的引力远大于 B 与 C 之间的引力，万有引力常量为 G，则（　　）



A．恒星 A 的质量小于恒星 B 的质量

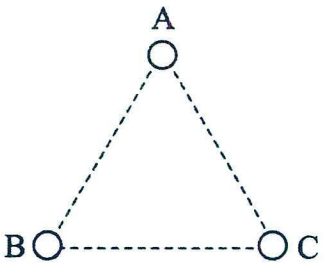
B．恒星 A 的质量为$M_A=\dfrac{4\pi^2(R_A+R_B)^3}{GT_1^2}$

C．如果已知 C 的轨道半径为 r，恒星 B 的质量为$M_B=\dfrac{4\pi^2r^3}{GT_2^2}$

D．三星 A、B、C 相邻两次共线的时间间隔为$\Delta t=\dfrac{T_1T_2}{2(T_1-T_2)}$

【跟踪训练】

1．中科院国家天文台的科学家观测到三颗星 A、B、C 保持相对静止，相互之间的距离均为l，且一起绕着某点做周期为T的匀速圆周运动。已知$m_A=m,m_B=m_C=(\sqrt{3}+1)m$，不计其它星体对它们的影响。关于这个三星系统，则（　）



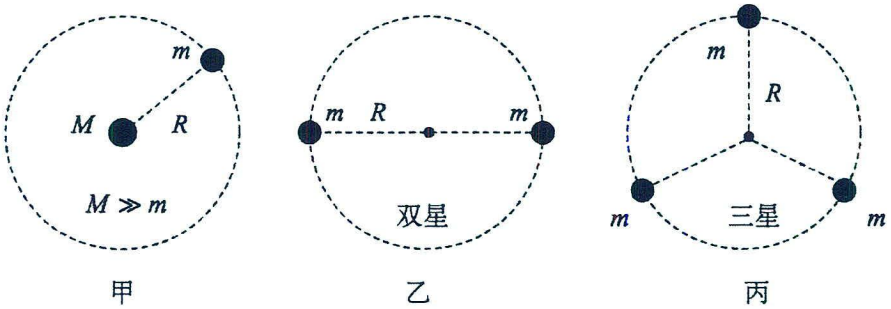
A．三颗星 A、B、C 的轨道半径之比为$1:\sqrt{2}:\sqrt{2}$

B．三颗星 A、B、C 的角速度大小之比为$\sqrt{2}:1:1$

C．若距离l均不变，A、B、C 的质量均变为原来的 3 倍，则周期变为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}T$

D．若 A、B、C 的质量不变，距离均变为$2l$，则周期变为$\sqrt{2}T$

2．（多选题）如图所示，甲、乙、丙分别为单星、双星、三星模型图，轨迹圆半径都为R，中心天体质量为M，环绕天体质量均为m，已知$M\gg m$，则（　　）



甲　　乙　　丙

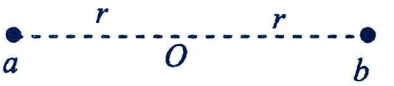
A．乙、丙图中环绕天体的周期之比为$2:\sqrt{3}$

B．乙图中环绕天体的角速度大于丙图中环绕天体的角速度

C．甲图中m的角速度大于丙图中m的角速度

D．乙、丙两图中环绕天体的线速度之比为$\sqrt[4]{3}:2$

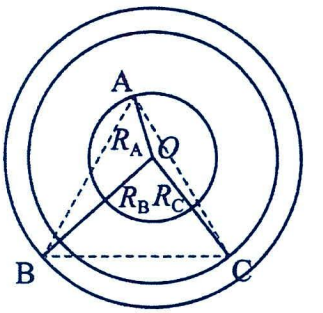
3．在万有引力作用下，太空中的某三个天体可以做相对位置不变的圆周运动，假设 a、b 两个天体的质量均为 M，相距为 2r，其连线的中点为 O，另一天体（图中未画出）质量为 m（m << M），若 c 处于 a、b 连线的垂直平分线上某特殊位置，a、b、c 可视为绕 O 点做角速度相同的匀速圆周，且相对位置不变，忽略其他天体的影响。引力常量为 G。则（　）



A．c 的线速度大小为 a 的 $\sqrt{3}$ 倍　　B．c 的向心加速度大小为 b 的一半

C．c 在一个周期内的路程为 $2\pi r$　　D．c 的角速度大小为 $\sqrt{\frac{GM}{8r^3}}$

4．（多选题）近年科学研究发现，在宇宙中，三恒星系统约占所有恒星系统的十分之一，可见此系统是一个比较常见且稳定的系统。在三恒星系统中存在这样一种运动形式：忽略其他星体对它们的作用，三颗星体在相互之间的万有引力作用下，分别位于等边三角形的三个顶点上，绕某一共同的圆心 O 在三角形所在平面内以相同角速度做匀速圆周运动。如图所示为 A、B、C 三颗星体质量 m_A、m_B、m_C 大小不同时，星体运动轨迹的一般情况。设三颗星体在任意时刻受到的万有引力的合力大小分别为 F_1、F_2、F_3，加速度大小分别为 a_1、a_2、a_3，星体轨迹半径分别为 R_A、R_B、R_C，下列说法正确的是（　　）



A．若三颗星体质量关系有 $m_A=m_B=m_C$，则三颗星体运动轨迹圆为同一个

B．若三颗星体运动轨迹半径关系有 $R_A<R_B<R_C$，则三颗星体质量大小关系为 $m_A<m_B<m_C$

C．F_1、F_2、F_3 的矢量和一定为 0，与星体质量无关

D．a_1、a_2、a_3 的矢量和一定为 0，与星体质量无关

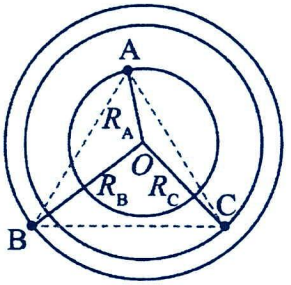
5．由三颗星体构成的系统，忽略其他星体对它们的影响，存在着一种运动形式：三颗星体在相互之间的万有引力作用下，分别位于等边三角形的三个顶点上，绕某一共同的圆心 O 在三角形所在的平面内做角速度相同的圆周运动（图示为 A、B、C 三颗星体质量不相同时的一般情况）若 A 星体的质量为 2m，B、C 两星体的质量均为 m，三角形的边长为 a，万有引力常量 G 已知，求：

（1）A 星体所受合力的大小 F_A；

（2）B 星体所受合力的大小 F_B；

（3）C 星体的轨道半径 R_C；

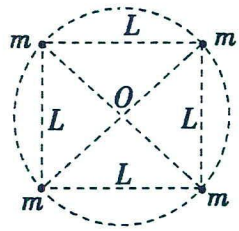
（4）三星体做圆周运动的周期 T。



题型三：其他

解题要点：

1.形式一：四颗星体位于边长为 L 的正方形的四个顶点，如图甲。



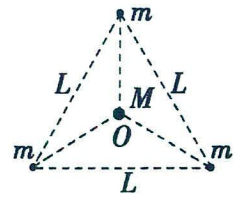
甲

规律：①周期、角速度相同：$T_1=T_2=T_3=T_4$；$\omega_1=\omega_2=\omega_3=\omega_4$

②向心力相等：$\sqrt{2}\cdot G\frac{mm}{L^2}+G\frac{mm}{2L^2}=m\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}L\cdot\omega^2$

③角速度：$\omega=\sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})\,Gm}{2L^3}}$；周期：$T=2\pi\sqrt{\frac{2L^3}{(4+\sqrt{2})\,Gm}}$

2.形式二：三颗质量均为 m 的星体位于边长为 L 的等边三角形的三个顶点，另一颗质量为 M 的星体位于中心 O 点，如图乙。



乙

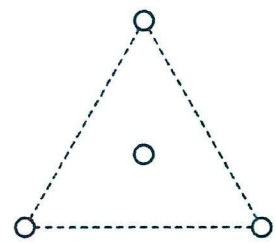
规律：①周期、角速度相同：$T_1=T_2=T_3=T_4$；$\omega_1=\omega_2=\omega_3=\omega_4$

②向心力相等：$\sqrt{3}\cdot G\frac{mm}{L^2}+G\frac{3Mm}{L^2}=m\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}L\cdot\omega^2$

③角速度：$\omega=\sqrt{\frac{3G\,(m+\sqrt{3}M)}{L^3}}$；周期：$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{3G\,(m+\sqrt{3}M)}}$

【精选例题】

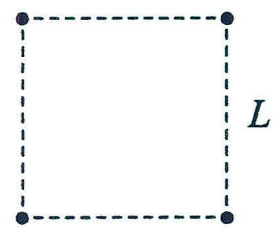
【例 1】宇宙中存在着由四颗星组成的孤立星系。如图所示，一颗母星处在正三角形的中心，三角形的顶点各有一个质量相等的小星围绕母星做圆周运动。如果两颗小星间的万有引力为 F，母星与任意一颗小星间的万有引力为 9F，则（　　）



A．每颗小星受到的万有引力为（$\sqrt{3}$+9）F　　B．每颗小星受到的万有引力为（$\frac{\sqrt{3}}{2}$+9）F

C．母星的质量是每颗小星质量的 9 倍　　D．母星的质量是每颗小星质量的 $3\sqrt{3}$ 倍

【例 2】如图为一种四颗星体组成的稳定系统，四颗质量均为 m 的星体位于边长为 L 的正方形四个顶点，四颗星体在同一平面内围绕同一点做匀速圆周运动，忽略其他星体对它们的作用，引力常量为 G。下列说法中正确的是（　　）



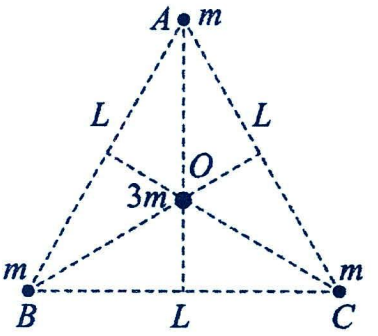
A．星体做匀速圆周运动的圆心不一定是正方形的中心

B．每颗星体做匀速圆周运动的角速度均为$\sqrt{\frac{(4+\sqrt{2})Gm}{2L^3}}$

C．若边长 L 和星体质量 m 均是原来的两倍，星体做匀速圆周运动的加速度大小是原来的两倍

D．若边长 L 和星体质量 m 均是原来的两倍，星体做匀速圆周运动的线速度大小变为原来的 4 倍

【例 3】（多选题）宇宙中存在一些离其他恒星较远的四颗星组成的系统，通常可忽略其他星体对它们的引力作用。天眼在观察中发现三颗质量均为 m 的星球 A、B、C 恰构成一个边长为 L 的正三角形，在它们的中心 O 处还有一颗质量为 3m 的星球，如图所示。已知引力常量为 G，四个星球的密度相同，每个星球的半径均远小于 L。对于此系统，若忽略星球自转，则下列说法正确的是（　）



A．A、B、C 三颗星球的线速度大小均为 $\sqrt{\frac{(1+3\sqrt{3})Gm}{L}}$

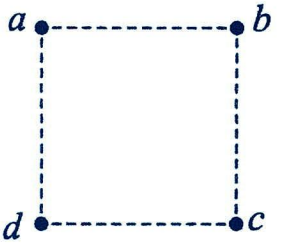
B．A、B、C 三颗星球的加速度大小均为 $\frac{(2\sqrt{3}+3)Gm}{L^2}$

C．星球 A 和中心 O 处的星球表面的重力加速度之比为 $1:\sqrt{3}$

D．若 O 处的星球被均分到 A、B、C 三颗星球上，A、B、C 三颗星球仍按原轨道运动，则 A、B、C 三颗星球运动的周期将变大

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，天文观测中观测到有质量相等的四颗天体位于边长为 l 的正方形四个顶点 a、b、c、d 上，四颗天体均做周期为 T 的匀速圆周运动，已知引力常量为 G，不计其他天体对它们的影响，关于这个四星系统，下列说法中正确的是（　　）

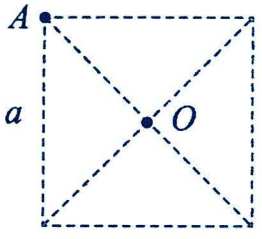


A．四颗天体线速度大小均为 $\frac{\sqrt{2}\pi l}{2T}$　　B．四颗天体线速度大小均为 $\frac{\sqrt{2}\pi l}{T}$

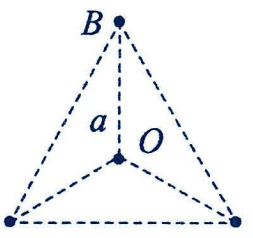
C．四颗天体的质量均为 $\frac{\pi^2 l^3}{GT^2}$　　D．四颗天体的质量均为 $\frac{4\left(4-\sqrt{2}\right)\pi^2 l^3}{7GT^2}$

2．（1）在宇宙中有两颗星组成的孤立“双星系统”，“双星系统”离其他恒星较远，通常可忽略其他星体对“双星系统”的引力作用。星 A 和星 B 的质量分别为 M_1 和 M_2，它们都绕二者连线上的某点做周期为 T 的匀速圆周运动。已知引力常量为 G，求星 A 和星 B 间的距离 L。

（2）在宇宙中也存在由质量相等的四颗星组成的“四星系统”，“四星系统”离其他恒星较远，通常可忽略其他星体对“四星系统”的引力作用。已观测到稳定的“四星系统”存在两种基本的构成形式：一种是四颗星稳定地分布在边长为 a 的正方形的四个顶点上，均围绕正方形对角线的交点做匀速圆周运动，如下图（1）所示。另一种形式是有三颗星位于等边三角形的三个顶点上，第四颗星刚好位于三角形的中心不动，三颗星沿外接于等边三角形的半径为 a 的圆形轨道运行，如下图（2）所示。假设两种形式的“四星系统”中每个星的质量均为 m，已知引力常量为 G，求这两种形式下的周期 T_1 和 T_2。



(1)



(2)

第九讲：宇宙航行

考点一：宇宙速度

1.三大宇宙速度

第一宇宙速度(环绕速度)：$v_1=7.9\ \text{km/s}$，是物体在地面附近绕地球做匀速圆周运动的最大环绕速度，也是人造地球卫星的最小发射速度，此时它的运行周期最短，$T_{min}=2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}\approx 5\,078\ \text{s}\approx 85\ \text{min}$

第二宇宙速度(脱离速度)：$v_2=11.2\ \text{km/s}$，是物体挣脱地球引力束缚的最小发射速度

第三宇宙速度(逃逸速度)：$v_3=16.7\ \text{km/s}$，是物体挣脱太阳引力束缚的最小发射速度

2．宇宙速度推导

(1)第一宇宙速度的推导

表达式一：由 $G\frac{Mm}{R^2}=m\frac{v_1^2}{R}$ 得 $v_1=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times5.97\times10^{24}}{6.4\times10^{6}}}\ \text{m/s}\approx 7.9\times10^{3}\ \text{m/s}$

表达式二：由 $mg=m\frac{v_1^2}{R}$ 得 $v_1=\sqrt{gR}=\sqrt{9.8\times6.4\times10^{6}}\ \text{m/s}\approx 7.9\times10^{3}\ \text{m/s}$

(2)第二宇宙速度 v_2 与第一宇宙速度 v_1 的关系：$v_2=\sqrt{2}\ v_1$

3．卫星的发射速度与运动轨迹的关系

(1)$v_{发}=7.9\ \text{km/s}$ 时，卫星绕地球做匀速圆周运动

(2)$7.9\ \text{km/s}<v_{发}<11.2\ \text{km/s}$，卫星绕地球运动的轨迹为椭圆

(3)$11.2\ \text{km/s}\le v_{发}<16.7\ \text{km/s}$，卫星绕太阳做椭圆运动

(4)$v_{发}\ge 16.7\ \text{km/s}$，卫星将挣脱太阳引力的束缚，飞到太阳系以外的空间

题型一：了解三大宇宙速度

【精选例题】

【例 1】下列关于宇宙速度的说法中正确的是（　　）

A．第一宇宙速度是人造地球卫星绕地球做圆周运动的最小运行速度

B．第二宇宙速度是在地面附近使物体挣脱地球引力束缚，不再绕地球运行的最小发射速度

C．人造地球卫星绕地球在圆轨道上运行时的速度介于第一宇宙速度和第二宇宙速度之间

D．我国发射的火星探测器，其发射速度大于第三宇宙速度

【跟踪训练】

1．（多选题）2024 年 7 月 19 日 11 时 3 分，我国成功将高分十一号 05 星发射升空。高分十一号 05 星的轨道高度约为 700 公里。关于卫星发射，下列说法正确的是（　）

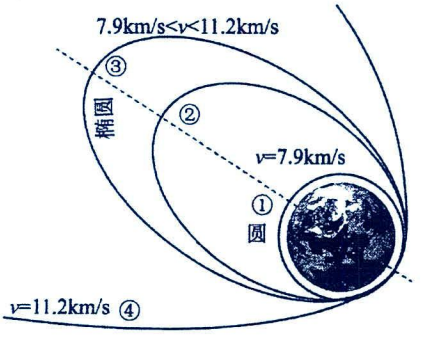
A．该卫星应该自东向西发射

B．该卫星的发射速度不大于11.2km/h

C．该卫星的发射速度大于第一宇宙速度

D．该卫星在轨道上做匀速圆周运动的周期大于同步卫星运动的周期

2．如图所示为教材中关于“天体运行中三个宇宙速度”的插图，其中有①②③④条轨道，下列说法正确的是（　）



A．轨道①对应的速度是最大发射速度，最小环绕速度

B．若卫星的发射速度 v 满足 $7.9\text{km/s} < v < 11.2\text{km/s}$，卫星将绕地球运动

C．卫星在轨道②单位时间扫过的面积等于在轨道③单位时间扫过的面积

D．卫星沿轨道④运动，将脱离太阳引力的束缚

题型二：三大宇宙速度的相关计算

【精选例题】

【例 1】科学家发现某巨大类地行星，其质量为地球的 18 倍，直径为地球的 2 倍，假设该星球与地球均可视作密度均匀的球体。已知地球表面重力加速度为 g，第一宇宙速度为 v，下列关于该巨大类地行星的说法正确的（　）

A．第一宇宙速度为 9v　　B．表面的重力加速度为 4.5g

C．人类到达该星球质量将增大　　D．人类到达该星球惯性将增大

【例 2】中俄联合实施了探测火星活动计划，由中国负责研制的“萤火一号”火星探测器与俄罗斯研制的“福布斯——土壤”火星探测器一起由俄罗斯“天顶”运载火箭发射前往火星。如果火星的质量为地球质量的$\frac{1}{9}$，火星的半径为地球半径的$\frac{1}{2}$，那么关于火星探测器，说法中正确的是（　　）

A．发射速度只要大于第一宇宙速度即可

B．发射速度应大于第二宇宙速度、小于第三宇宙速度

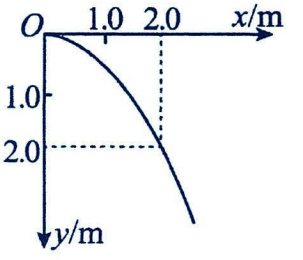
C．发射速度只有达到第三宇宙速度才可以

D．火星探测器环绕火星运动的最大速度约为地球第一宇宙速度的$\frac{1}{2}$

【例 3】在某星球表面以初速度 v_0 竖直上抛一个物体，若物体只受该星球引力作用，忽略其他力的影响，物体上升的最大高度为 H，已知该星球的直径为 D，如果要在这个星球上发射一颗绕它运行的近“地”卫星，其环绕速度为(　　)

A．$\frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{H}{D}}$　　B．$\frac{v_0}{2}\sqrt{\frac{D}{H}}$　　C．$v_0\sqrt{\frac{D}{2H}}$　　D．$v_0\sqrt{\frac{D}{H}}$

【例 4】假设航天员在某一无大气层的星球表面以初速度 2.0m/s 水平抛出一物体（不考虑星球自转的影响）并记录下物体的运动轨迹如图所示，O 为抛出点。若该星球半径为 4000km，引力常量 $G = 6.67\times10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$，地球表面重力加速度取 10m/s^2，下列说法不正确的是（　　）



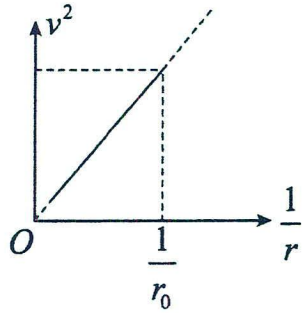
A．该星球表面的重力加速度为 4.0m/s^2

B．该星球的质量约为 10^{23}kg

C．该星球的第一宇宙速度为 4.0km/s

D．若航天员在地球上最多能举起 100kg 的重物，则在该星球上最多能举起 250kg 的重物

【例 5】（多选题）宇航员驾驶宇宙飞船绕质量分布均匀的一星球做匀速圆周运动，测得飞船线速度大小的二次方与轨道半径的倒数的关系图如图中实线所示，该图线（直线）的斜率为 k，图中 r_0（该星球的半径）为已知量。引力常量为 G，下列说法正确的是（　）

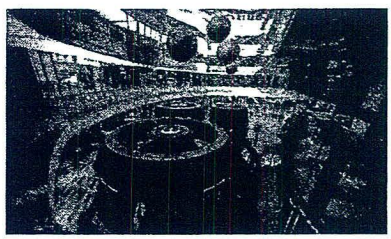


A．该星球的密度为 $\frac{3G}{4\pi kr_0^3}$　　B．该星球的自转周期为 $\sqrt{\frac{r_0^2}{k}}$

C．该星球表面的重力加速度大小为 $\frac{k}{r_0^2}$　　D．该星球的第一宇宙速度为 $\sqrt{\frac{k}{r_0}}$

【跟踪训练】

1．有一部关于星际大战的电影里有一个片段，在与地球类似的星球的“赤道”的实验室里，有一个固定的竖直光滑圆轨道，内侧有一个小球恰能做完整的圆周运动，一侧的仪器数据显示：该运动的轨道半径为 r，最高点的速度为 v。若真存在这样的星球，而且该星球的半径为 R，自转可忽略，该星球的第一宇宙速度为是（　）



A．V　　B．$\frac{vR}{r}$　　C．$v\sqrt{\frac{R}{r}}$　　D．$v\sqrt{\frac{r}{R}}$

2．若已知某星球的半径为 R，在星球表面某一高度 h 处自由下落一重物，经过 t 时间落到星表面，不计星球自转和空气阻力，引力常量为 G。则下列说法正确的是（　）

A．该星球的质量为 $\frac{hR^2}{Gt^2}$　　B．该星球的密度为 $\frac{3h}{2\pi Gt^2}$

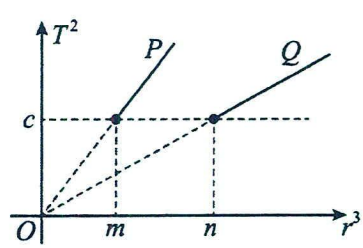
C．该星球的第一宇宙速度大小为 $\frac{\sqrt{2hR}}{t}$　　D．该星球的第一宇宙速度大于地球的第一宇宙速度

3．宇航员在离地球表面高 h 处由静止释放一小球，经时间 t 小球落到地面；若他在某星球表面同样高处由静止释放一小球，需经时间 4t 小球落到星球表面。已知该星球的半径与地球的半径之比为 $\frac{R_{星}}{R_{地}}=\frac{1}{4}$，则星球与地球的

A．表面附近的重力加速度之比 $\frac{g_{星}}{g_{地}}=\frac{1}{4}$　　B．第一宇宙速度之比为 $\frac{v_{星}}{v_{地}}=\frac{1}{3}$

C．质量之比为 $\frac{M_{星}}{M_{地}}=\frac{1}{4}$　　D．密度之比为 $\frac{\rho_{星}}{\rho_{地}}=\frac{1}{4}$

4．我国科研人员利用“探测卫星”获取了某一星球的探测数据，对该星球有了一定的认识。“探测卫星”在发射过程中，先绕地球做圆周运动，后变轨运动至该星球轨道，绕星球做圆周运动。“探测卫星”在两次圆周运动中的周期二次方 T^2 与轨道半径三次方 r^3 的关系图像如图所示，其中 P 实线部分表示“探测卫星”绕该星球运动的关系图像，Q 实线部分表示“探测卫星”绕地球运动的关系图像，“探测卫星”在该星球近表面和地球近表面运动时均满足 $T^2=c$，图中 c、m、n 已知，则（　）

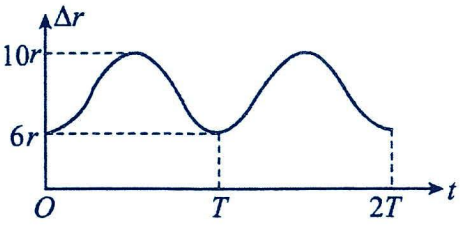


A．该星球和地球的质量之比 $n:m$　　B．该星球和地球的第一宇宙速度之比 $\sqrt[3]{m}:\sqrt[3]{n}$

C．该星球和地球的密度之比为 m：n　　D．该星球和地球表面的重力加速度大小之比为 n：m

5．A、B 两颗卫星在同一平面内沿同一方向绕某一星球做匀速圆周运动，测得它们之间的距离 Δr 随时间 t 变化的关系如图所示。已知该星球的半径 r，周期 T，万有引力常量为 G，卫星 A 的线速度大于卫星 B 的线速度，不考虑 A、B 之间的万有引力。求：(1)A、B 两颗卫星绕该星球做匀速圆周运动的轨道半径：

(2)该星球的质量；(3)该星球的第一宇宙速度。



题型三：$v_2=\sqrt{2}v_1$

【精选例题】

【例 1】星球上的物体脱离星球引力所需要的最小速度称为第二宇宙速度。星球的第二宇宙速度 v_2 与第一宇宙速度 v_1 的关系是 $v_2=\sqrt{2}v_1$。已知某星球的半径为 r，它表面的重力加速度为地球表面重力加速度 g 的 $\frac{1}{6}$。不计其他星球的影响。则该星球的第二宇宙速度为（　　）

A．$\sqrt{\frac{gr}{3}}$　　B．$\sqrt{\frac{gr}{6}}$　　C．$\frac{gr}{3}$　　D．$\sqrt{gr}$

【例 2】第一宇宙速度又叫做环绕速度，第二宇宙速度又叫做逃逸速度。理论分析表明，逃逸速度是环绕速度的 $\sqrt{2}$ 倍。若物体以光速 c 运动都不能从球形天体表面逃逸时，该天体就被称为黑洞。已知太阳的环绕速度为 v。若太阳收缩成黑洞，则其半径最多变为现在半径的（　　）

A．$\frac{2v^2}{c^2}$　　B．$\frac{2c^2}{v^2}$　　C．$\frac{\sqrt{2}c}{v}$　　D．$\frac{\sqrt{2}v}{c}$

【跟踪训练】

1．使物体脱离星球的引力束缚，不再绕星球运行，从星球表面发射所需的最小速度称为第二宇宙速度，星球的第二宇宙速度 v_2 与第一宇宙速度 v_1 的关系为 $v_2=\sqrt{2}v_1$。已知某星球的半径为 R，其表面的重力加速度大小为地球表面重力加速度大小 g 的 k（k>1）倍。不计其他星球的影响，则该星球的第二宇宙速度为（　　）

A．$\frac{\sqrt{kgR}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2kgR}}{2}$　　C．$\sqrt{kgR}$　　D．$\sqrt{2kgR}$

2．第二宇宙速度又叫逃逸速度，理论计算表明，某星球的逃逸速度为该星球第一宇宙速度的 $\sqrt{2}$ 倍。由于黑洞的逃逸速度超过了光速 c，光也无法从黑洞逸出。已知地球近地卫星周期为 T，假如有一个与地球平均密度相等的黑洞，其半径至少为（　　）

A．$\frac{cT}{\pi}$　　B．$\frac{\sqrt{2}cT}{2\pi}$　　C．$\frac{cT}{2\pi}$　　D．$\frac{\sqrt{2}cT}{4\pi}$

考点二：同步卫星以及近地卫星

1．人造地球卫星

(1)特点：人造地球卫星绕地球做匀速圆周运动的向心力由地球对卫星的万有引力提供。

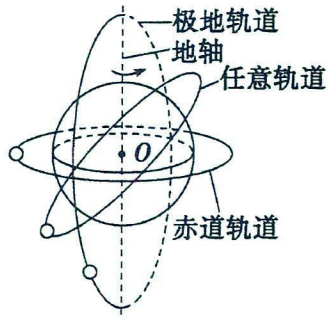
(2)轨道：卫星的轨道平面一定通过地心，一般分为赤道轨道、极地轨道和任意轨道。

①赤道轨道卫星：轨道平面与赤道平面共面；

②极地轨道卫星：轨道平面与地轴共面，经过南北两极正上方，由于地球自转；

极地卫星可以实现全球覆盖。

③任意轨道卫星：轨道平面与地轴成任意夹角。



2．近地卫星

轨道在地球表面附近的卫星，其轨道半径 r≈R(地球半径)，运行速度大小等于第一宇宙速度 v＝7.9 km/s(人造地球卫星的最大圆轨道运行速度)，T≈85 min(人造地球卫星的最小周期)。

3．地球同步卫星

(1)定义：地球同步卫星位于地面上方高度约 36000 km 处，周期与地球自转周期相同，也称静止卫星。

(2)同步(静止)卫星的六个“一定”

①轨道平面与赤道平面一定共面　　②一定与地球自转的方向相同

③周期一定，与地球自转周期相同，T＝24 h　　④角速度一定，$\omega=7.27\times10^{-5}$rad/s

⑤高度一定不变，$h==6R_{地}=3.6\times10^{7}$ m.　　⑥运行速率一定约为 v＝3.1 km/s.

题型一：基础辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）可以发射一颗这样的人造地球卫星，使其圆轨道（　　）

A．与地球表面上某一纬度线(非赤道)是共面同心圆

B．与地球表面上某一经度线所决定的圆是共面同心圆

C．与地球表面上的赤道线是共面同心圆，且卫星相对于地球表面是静止的

D．与地球表面上的赤道线是共面同心圆，但卫星相对于地球表面是运动的

【跟踪训练】

1．“千帆星座”首批组网卫星的发射仪式于 8 月 5 日在太原举行，这标志着中国版“星链”计划已全面启动。根据规划，一期将发射 1296 颗卫星，未来将构建一个由超过 1.4 万颗低轨宽频多媒体卫星组成的网络。现如今地球同步静止轨道资源利用已接近饱和，中低轨资源争夺将更趋激烈。下列有关低轨卫星与距地表约 36000 公里的同步卫星之性质比较，下列说法正确的是（　）

A．同步卫星的向心加速度比低轨卫星的向心加速度大

B．低轨卫星的通讯传输时间较长

C．同步卫星的线速度比低轨卫星的线速度大

D．在正常运行条件下，每颗低轨卫星覆盖的地表通讯面积较小

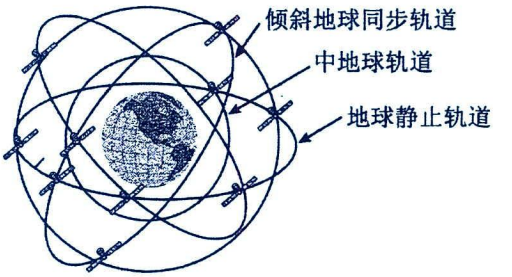
2．北斗卫星导航系统由地球同步静止轨道卫星、与同步静止轨道卫星具有相同周期的地球同步倾斜轨道卫星，以及比它们轨道低一些的中轨道卫星组成。假设它们均为圆轨道卫星，根据以上信息，下列说法正确的有（　　）

A．可以发射一颗中轨道卫星，使其轨道平面和成都所处纬线圈平面重合

B．可以发射一颗倾斜地球同步轨道卫星，每天同一时间经过北京上空

C．所有同步卫星绕地球运动的速率大于中轨道卫星绕地球运动的速率

D．中轨道卫星与同步轨道卫星相比，中轨道卫星所具有的周期较大



题型二：认识同步卫星

【精选例题】

【例 1】地球同步卫星位于地面上方高度约 36000km 处，周期与地球自转周期相同，其运动可视为绕地球做匀速圆周运动。其中一种轨道平面与赤道平面成 0 度角，运动方向与地球自转方向相同，因其相对地面静止，也称静止卫星。下列说法正确的是（　　）

A．与静止于赤道上的物体相比，静止卫星向心加速度更小 B．与近地轨道卫星相比，静止卫星的线速度更小

C．静止卫星内的物体处于平衡状态　　D．所有静止卫星受到地球的引力大小相等

【例 2】我国华为自主研发的麒麟 9010 芯片 Pura70Pro 手机，可与空中的地球静止卫星天通一号 01 实现卫星通话，则地球静止卫星（　　）

A．处于平衡状态　　B．运行速度大小为 7.9km/s

C．天通一号 01 位于江苏正上方　　D．若地球自转变慢，需要升高卫星轨道高度以保持与地球同步

【跟踪训练】

1．我国航天人发扬“两弹一星”精神砥砺前行，从“东方红一号”到“北斗”不断创造奇迹。“北斗”第 49 颗卫的发射迈出组网的关键一步。该卫星绕地球做圆周运动，运动周期与地球自转周期相同，轨道平面与地球赤道平面成一定夹角。该卫星（　　）

A．运动速度大于第一宇宙速度　　B．运动速度大小等于静止在赤道上空的同步卫星

C．轨道半径大于静止在赤道上空的同步卫星　　D．周期大于静止在赤道上的物体

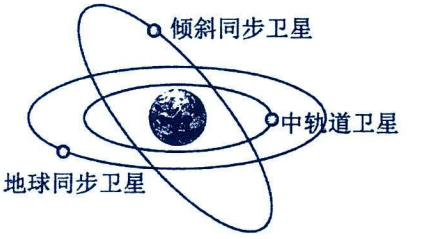
2．（多选题）2019 年 4 月 20 日，我国成功发射第 44 颗北斗导航卫星，“北斗”卫星导航定位系统由地球同步卫星，中轨道卫星和倾斜同步卫星组成．下列说法正确的是（　　）

A．地球同步卫星的运行速度大于第一宇宙速度

B．地球同步卫星的线速度比静止在赤道上物体的大

C．中轨道卫星的周期大于 24h

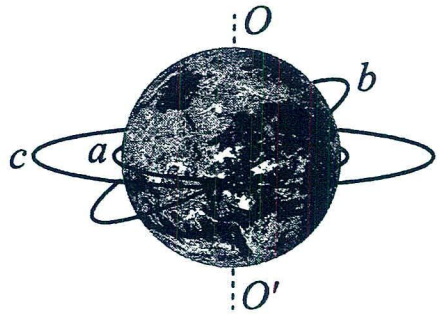
D．中轨道卫星的向心加速度比地球同步卫星的大



题型三：同步卫星综合应用

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，a 为放在赤道上相对地球静止的物体，随地球自转做匀速圆周运动，b 为沿地球表面附近做匀速圆周运动的人造卫星（轨道半径约等于地球半径），c 为地球的同步卫星。下列关于 a、b、c 的说法中正确的是（　　）



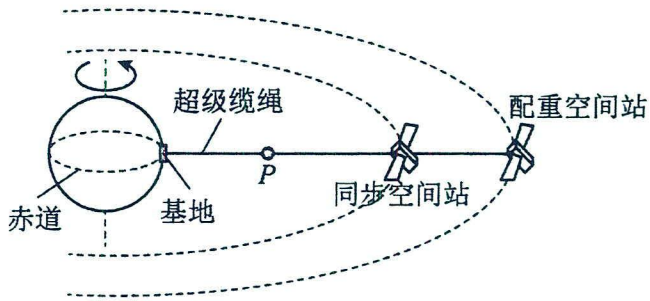
A．a、b、c 做匀速圆周运动的向心加速度大小关系为 $a_b > a_c > a_a$

B．b 卫星运行的线速度大于 7.9 km/s

C．a、b、c 做匀速圆周运动的周期关系为 $T_a=T_c<T_b$

D．在 b、c 中，b 的线速度大

【例 2】电影《流浪地球 2》中，人类建造了太空电梯直通空间站，如图为科幻电影中的太空电梯示意图。超级缆绳将地球赤道上的固定基地、同步空间站和配重空间站连接在一起，它们随地球同步旋转，P 为太空电梯。地球同步卫星的轨道在同步空间站和配重空间站之间。下列说法正确的是（　）



A．配重空间站的周期大于 24h

B．宇航员可以自由漂浮在配重空间站内

C．若太空电梯沿缆绳匀速运动，则其内部的物体受力平衡

D．若两空间站之间的缆绳断裂，配重空间站将做离心运动

【例 3】人造卫星 a 的圆形轨道离地面高度为 h，地球同步卫星 b 离地面高度为 H，$h<H$，两卫星共面且旋转方向相同。某时刻卫星 a 恰好出现在赤道上某建筑物 c 的正上方，设地球赤道半径为 R，地面重力加速度为 g 则（　　）

A．a、b 线速度大小之比为 $\sqrt{\frac{R+h}{R+H}}$

B．a、c 角速度之比为 $\sqrt{\frac{R^3}{(R+h)^3}}$

C．b、c 向心加速度大小之比 $\frac{R+H}{R}$

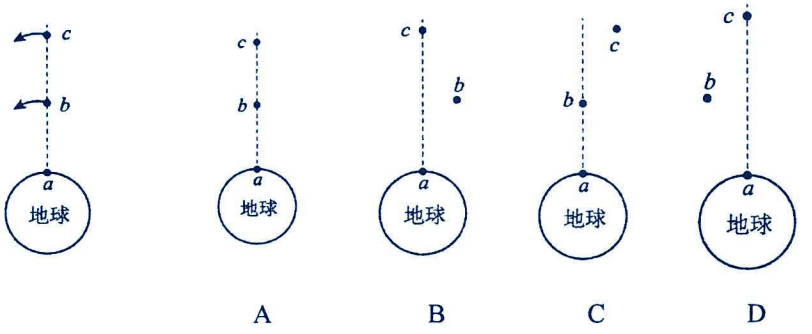
D．a 下一次通过 c 正上方所需时间等于 $\sqrt{\frac{(R+h)^3}{gR^2}}$

【跟踪训练】

1．已知火星自转周期约等于地球自转周期，火星质量约为地球质量的 $\frac{1}{10}$，若发射火星的同步卫星，则它的轨道半径与地球同步卫星的轨道半径的比值约为（　）

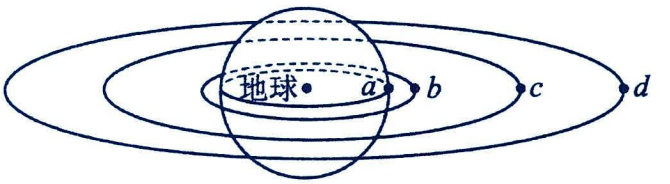
A．10　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt[3]{10}$　　D．$\sqrt[3]{\frac{1}{10}}$

2．如图所示，a 为地球赤道上的物体、b 为离地心距离约为3.3R的卫星、c 为同步卫星，b、c 沿相同方向绕地球运动．已知同步卫星 c 离地心距离约为6.6R，R 为地球半径。某一时刻 b、c 刚好位于 a 的正上方，从该时刻起经过 24 小时，a、b、c 的大致位置是（　　）



A　　B　　C　　D

3．（多选题）如图所示，有a、b、c、d四颗卫星：a还未发射，在地球赤道上随地球一起转动；b在地面附近近地轨道上正常运行；c是地球同步卫星；d是高空探测卫星。设地球半径为R，自转周期为 24 小时，地球表面重力加速度为g，所有卫星的运动均视为匀速圆周运动，则下列说法正确的是（　　）



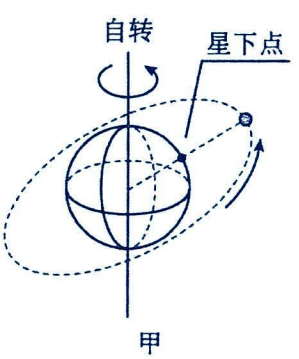
A．a的线速度小于b的运行速度

B．c在 4 小时内转过的圆心角为$\frac{\pi}{6}$

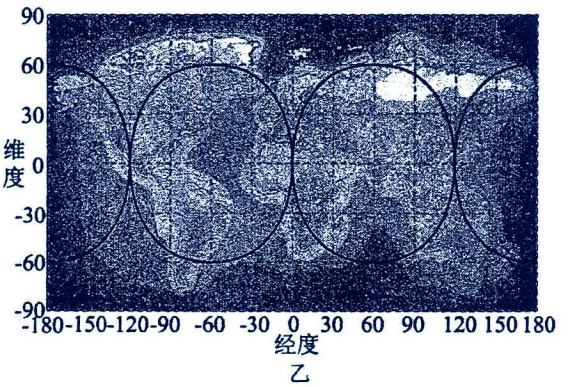
C．在相同的时间内，c与地心的连线扫过的面积等于d与地心的连线扫过的面积

D．d运动周期的平方与其轨道半径的三次方的比值为$\frac{4\pi^2}{gR^2}$

4．（多选题）如图甲，“星下点”是指卫星和地心连线与地球表面的交点。图乙中的实线是航天控制中心大屏幕上显示的北斗系统某颗卫星的“星下点”在 24 小时内的轨迹（无重叠），该卫星绕行方向与地球自转方向一致。已知地球的半径为 R，地球同步卫星的轨道半径约为 6.6R。则下列说法正确的是（　）



甲



乙

A．该卫星的周期为 16 小时　　B．该卫星的周期为 8 小时

C．该卫星离地面的距离约为 3.2R　　D．该卫星能记录到北极点的气候变化

考点三：一般人造卫星

1.两个重要关系

(1)万有引力提供向心力：$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r=m\omega^2 r=ma$。

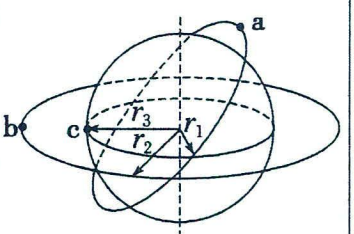
(2)近地卫星：$G\frac{Mm}{R^2}=mg$，可得：$gR^2=GM$，应用广泛，被称为“黄金代换”。(R、g 分别是地球的半径、表面重力加速度)

2.卫星各物理量随轨道半径变化的规律（**高轨低速大周期**）

$$G\frac{Mm}{r^2}=\begin{cases} ma\rightarrow a=\frac{GM}{r^2}\rightarrow a\propto\frac{1}{r^2} \\ m\frac{v^2}{r}\rightarrow v=\sqrt{\frac{GM}{r}}\rightarrow v\propto\frac{1}{\sqrt{r}} \\ m\omega^2 r\rightarrow\omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}\rightarrow\omega\propto\frac{1}{\sqrt{r^3}} \\ m\frac{4\pi^2}{T^2}r\rightarrow T=\sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}\rightarrow T\propto\sqrt{r^3} \end{cases}$$

3.如图所示，a 为近地卫星，轨道半径为 r_1；b 为地球同步卫星，轨道半径为 r_2；c 为赤道上随地球自转的物体，轨道半径为 r_3。

比较项目	近地卫星 (r_1、ω_1、v_1、a_1)	同步卫星 (r_2、ω_2、v_2、a_2)	赤道上随地球自转的物体 (r_3、ω_3、v_3、a_3)
向心力	万有引力	万有引力	万有引力的一个分力
轨道半径	$r_2>r_1=r_3$		
角速度	$\omega_1>\omega_2=\omega_3$		
线速度	$v_1>v_2>v_3$(v_1 等于第一宇宙速度)		
向心加速度	$g=a_1>a_2>a_3$		



题型一：卫星轨道问题——定性分析

【精选例题】

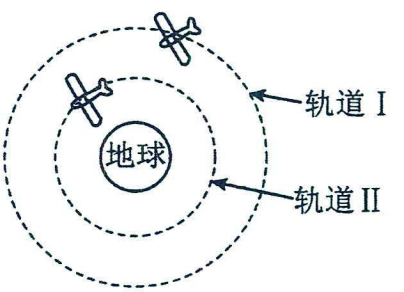
【例 1】2024 年 4 月 26 日，神舟十八号与天宫号实现在轨对接。对接前，天宫号沿轨道I运动，神舟十八号在稍低一点的轨道II上调整姿态，准备对接。当两飞行器在各自轨道上做匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）

A．神舟十八号的线速度小于天宫号的线速度

B．神舟十八号的角速度等于天宫号的角速度

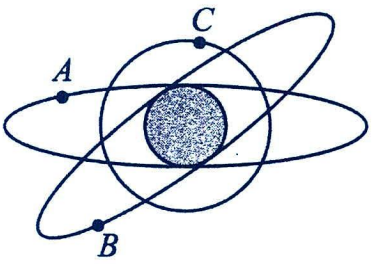
C．神舟十八号的周期小于天宫号的周期

D．神舟十八号所受地球引力大于天宫号所受地球引力



【例 2】（多选题）“北斗系统”的卫星由若干地球静止轨道卫星（如图中 A）、倾斜轨道卫星（如图中 B）和极地轨道卫星（如图中 C）三种轨道卫星组成，若它们都绕地心做匀速圆周运动，轨道半径关系为 $R_A = R_B > R_C$。

则下列说法中正确的是（　　）



A．三种卫星的线速度大小关系为 $v_A = v_B < v_C$

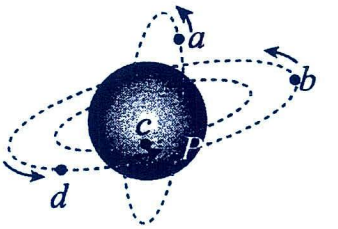
B．三种卫星的角速度大小关系为 $\omega_A = \omega_B < \omega_C$

C．三种卫星的周期大小关系为 $T_A = T_B > T_C$

D．三种卫星的加速度大小关系为 $a_A = a_B > a_C$

【跟踪训练】

1．如图所示，在地球大气层外的圆形轨道上运行的四颗人造卫星 a、b、c、d，其中 a、c 的轨道相交于 P，b、d 在同一个圆轨道上，b、c 轨道在同一平面上。对于图示时刻四颗卫星的位置及运行方向如图所示，下列说法中正确的是（　　）



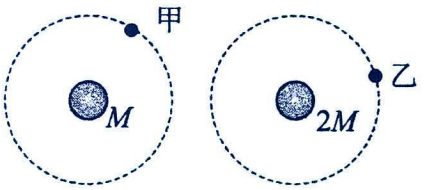
A．a、c 的加速度大小相等，且大于 b 的加速度

B．b、c 的角速度大小相等，且小于 a 的角速度

C．a、c 的线速度大小相等，且小于 d 的线速度

D．b、d 的周期相同，且小于 c 的周期

2．如图所示，甲、乙两颗卫星以相同的轨道半径分别绕质量为 M 和 2M 的行星做匀速圆周运动，下列说法正确的是（　　）



A．甲的线速度和乙的大小相同　　B．甲的线速度比乙的大

C．甲的运行周期比乙的小　　D．甲的向心加速度比乙的小

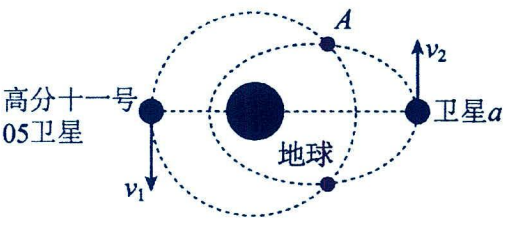
3．（多选题）2024 年 7 月 19 日，我国成功发射高分十一号 05 卫星。如图，高分十一号 05 卫星和另一颗卫星 a 分别沿圆轨道和椭圆轨道绕地球运行，圆轨道半径为 R，椭圆轨道的近地点和远地点间的距离为 2R，两轨道位于同一平面内且 A 点为两轨道的一个交点，某时刻两卫星和地球在同一条直线上，线速度方向如图，只考虑地球对卫星的引力，下列说法正确的是（　）

A．在图示位置，高分十一号 05 卫星的加速度大小小于卫星 a 的加速度大小

B．在图示位置，两卫星的线速度大小关系为 $v_1 > v_2$

C．从图示位置开始，卫星 a 先运动到 A 点

D．高分十一号 05 卫星的线速度大小始终大于卫星 a 的线速度大小



题型二：卫星轨道问题——定量计算

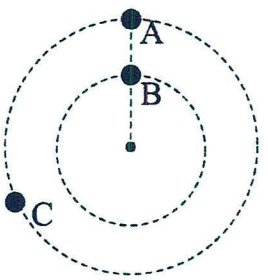
【精选例题】

【例 1】假设有 A 、B 两颗卫星围绕地球做匀速圆周运动，其中卫星 A 距地球表面的高度等于地球半径，卫星 B 距地球表面的高度等于地球半径的 3 倍，若 A 、B 两颗卫星的动能相等，则下列说法正确的是（　）

A．A 、B 两卫星线速度之比 $v_A:v_B=3:1$　　B．A 、B 两卫星角速度之比 $\omega_A:\omega_B=\sqrt{2}:1$

C．A 、B 两卫星周期之比 $T_A:T_B=1:2\sqrt{2}$　　D．A 、B 两卫星向心力之比 $F_A:F_B=4:1$

【例 2】（多选题）我国的北斗三号卫星导航系统由 24 颗中圆地球轨道卫星、3 颗地球静止轨道卫星和 3 颗倾斜地球同步轨道卫星共 30 颗卫星组成。如图所示，A、C 为地球静止轨道卫星，B 为在赤道平面的中圆地球轨道卫星，绕行方向均与地球自转方向一致。已知地球自转周期为 T_1，卫星 B 的运行周期为 T_2，图示时刻，卫星 A 与卫星 B 相距最近。下列说法正确的是（　　）



A．卫星 A、B、C 的向心加速度的大小关系为 $a_A=a_C<a_B$

B．卫星 C 向后喷气加速可沿圆轨道追上卫星 A

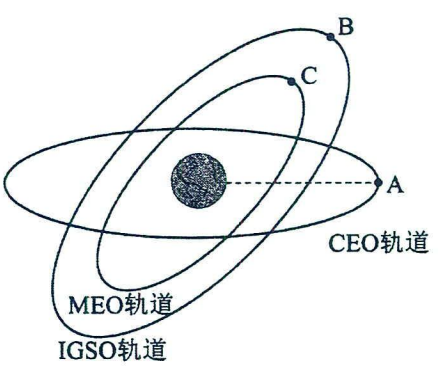
C．经过时间 $\frac{T_1T_2}{T_1-T_2}$，卫星 A 与卫星 B 又一次相距最近

D．卫星 A、C 的发射速度小于第一宇宙速度

【例 3】同步卫星离地心距离为 r，运行速率为 v_1，向心加速度为 a_1，轨道所在处的重力加速度为 g_1；地球的半径为 R，第一宇宙速度为 v_2，地球赤道上的物体随地球自转的向心加速度为 a_2，地球表面的重力加速度为 g。则下列关系式不正确的是（　　）

A．$a_1=g_1$　　B．$\frac{g_1}{g}=\frac{R^2}{r^2}$　　C．$\frac{v_1}{v_2}=\frac{r}{R}$　　D．$\frac{a_1}{a_2}=\frac{r}{R}$

【例 4】2020 年 5 月，我国航天局将组织最后一次北斗卫星发射后，北斗全球系统建设将全面完成。其中北斗三号系统首创了由 MEO 卫星（中圆地球轨道卫星）、GEO 卫星（地球静止轨道卫星）和 IGSO 卫星（倾斜地球同步轨道卫星）三种不同轨道的卫星组网。假设图中 A、B、C 分别为 GEO 卫星、IGSO 卫星、MEO 卫星，其中卫星 B、C 的轨道共面，它们都绕地球做匀速圆周运动。已知卫星 C 离地高度为 h，地球自转周期为 T，地球半径为 R，地球表面的重力加速度为 g，则下列判断正确的是（　　）



A．卫星 C 的线速度小于卫星 A 的线速度

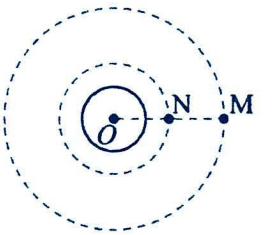
B．卫星 B 的角速度大于卫星 A 的角速度

C．卫星 C 的周期为 $\frac{2\pi(R+h)\sqrt{gR}}{gR}$

D．卫星 B 离地高度为 $\sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}-R$

【跟踪训练】

1．已知 M、N 两颗卫星为地球赤道平面内的圆轨道卫星，绕行方向均与地球自转方向一致，O 为地心，如图所示。M、N 两卫星的轨道半径之比为 2∶1，卫星 N 的运行周期为 T，图示时刻，卫星 M 与卫星 N 相距最近。则下列说法正确的是（　　）



A．卫星 M 的运行周期为 2T

B．卫星 M、N 的线速度之比为 1：$\sqrt{2}$

C．经过时间 4T，卫星 M 与卫星 N 又一次相距最近

D．M、N 分别与地心 O 连线在相等时间内扫过的面积相等

2．北斗卫星导航系统第三颗组网卫星（简称“三号卫星”）的工作轨道为地球同步轨道，设地球半径为 R，“三号卫星”的离地高度为 h，则关于地球赤道上静止的物体、地球近地环绕卫星和“三号卫星”的有关说法中错误的（）

A．赤道上物体与“三号卫星”的线速度之比为$\frac{v_1}{v_3}=\sqrt{\frac{R+h}{R}}$

B．赤道上物体与近地卫星的角速度之比为$\frac{\omega_1}{\omega_2}=\sqrt{\frac{R^3}{(R+h)^3}}$

C．赤道上物体与“三号卫星”的向心加速度之比为$\frac{a_1}{a_3}=\frac{R}{R+h}$

D．近地卫星处与“三号卫星”处的重力加速度之比为$\frac{g_2}{g_3}=\frac{(R+h)^2}{R^2}$

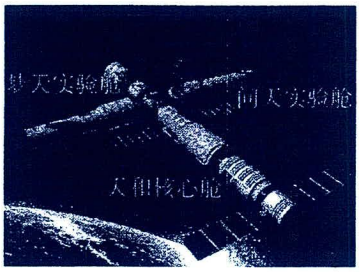
3．（多选题）2022 年 11 月 3 日 9 时 32 分，梦天实验舱顺利完成转位，标志着中国空间站“T”字型基本结构在轨组装完成，如图所示。已知空间站离地面的高度为h，这个高度低于地球同步卫星的高度。地球的半径为R，地球表面的重力加速度为 g，万有引力常量为G，忽略地球自转。若空间站可视为绕地心做匀速圆周运动，则下列说法正确的是（　　）

A．地球的质量为 $\frac{gR^2}{G}$

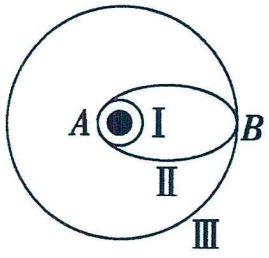
B．空间站的向心加速度大小为$\frac{gR}{R+h}$

C．空间站的运行周期大于 24 小时

D．空间站的线速度大小为$\sqrt{\frac{gR^2}{R+h}}$



考点四：卫星发射与变轨



1.卫星发射过程的变轨原理

高轨道人造卫星的发射要经过多次变轨方可到达预定轨道，如图所示。

(1)为了节省能量，在赤道上顺着地球自转方向发射卫星到圆轨道I，卫星做匀速圆周运动，有 $G\frac{Mm}{r_1^2}=m\frac{v^2}{r_1}$。

(2)在圆轨道I上 A 点点火加速，由于速度变大，万有引力不足以提供卫星做圆周运动的向心力，$G\frac{Mm}{r_1^2}<m\frac{v_A^2}{r_1}$；

卫星做离心运动进入椭圆轨道II。

(3)在椭圆轨道 B 点(远地点)将做近心运动，$G\frac{Mm}{r_2^2}>m\frac{v_B^2}{r_2}$，再次点火加速，使 $G\frac{Mm}{r_2^2}=m\frac{v'^2}{r_2}$，进入圆轨道III。

(4)两类变轨情况的分析

两类变轨	离心运动	近心运动
变轨起因	飞行器速度突然增大	飞行器速度突然减小
受力分析	$G\frac{Mm}{r^2}<m\frac{v^2}{r}$	$G\frac{Mm}{r^2}>m\frac{v^2}{r}$
变轨结果	变为椭圆轨道运动或在较大半径圆轨道上运动	变为椭圆轨道运动或在较小半径圆轨道上运动

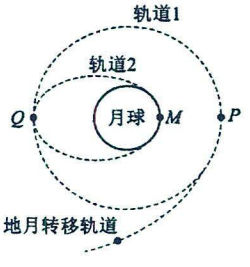
(5)变轨过程中三个运行参量的分析

速度	卫星在圆轨道I和III上运行时的速率分别为 v_1、v_3，在轨道II上过 A 点和 B 点时的速率分别为 v_A、v_B 在 A 点加速，则 $v_A>v_1$，在 B 点加速，则 $v_3>v_B$，又因 $v_1>v_3$ **故有 $v_A>v_1>v_3>v_B$**
加速度	因为在 A 点，卫星只受到万有引力的作用，故不论从轨道I还是轨道II上经过 A 点 卫星的**加速度相同**；同理，经过 **B 点加速度也相同**
周期	设卫星在I、II、III轨道上运行的周期分别为 T_1、T_2、T_3，轨道半径(半长轴)分别为 r_1、r_2、r_3 由开普勒第三定律 $\frac{r^3}{T^2}=k$ 可知 **$T_1<T_2<T_3$**

题型一：卫星变轨

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，月球探测器由地面发射后，进入地月转移轨道，经过 P 点时变轨进入圆形轨道 1，在轨道 1 上经过 Q 点时变轨进入椭圆轨道 2，轨道 2 与月球表面相切于 M 点，探测器在 M 点着陆月球。下列说法正确的是（ ）



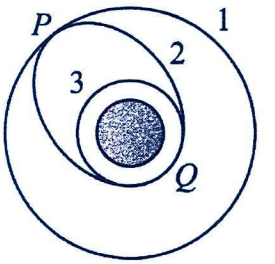
A．月球的第一宇宙速度小于探测器在轨道 1 上的速度

B．探测器在轨道 1 上经过 P 点速度大于在地月转移轨道上经过 P 点的速度

C．探测器在轨道 1 上的运动周期比在轨道 2 上的小

D．探测器在轨道 1 上经过 Q 点时的加速度等于在轨道 2 上经过 Q 点时的加速度

【例 2】嫦娥六号于 2024 年 6 月 2 日成功着陆月背南极-艾特肯盆地。如图所示，假设登月探测器在环月轨道 1 上的 P 点实施变轨，进入椭圆轨道 2，再由 Q 点进入圆轨道 3。若轨道 1 的半径为 3r，轨道 3 的半径为 r，登月探测器在轨道 3 的运行周期为 T，则下列说法正确的是（　）



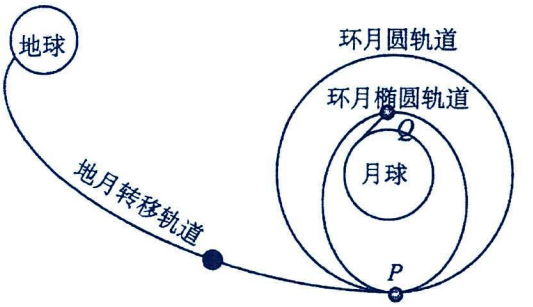
A．探测器在轨道 3 上运行时加速度不变

B．探测器在轨道 2 上运行的周期为 $2\sqrt{2}T$

C．探测器在轨道 1 和轨道 3 上运行的线速度大小之比 $v_1:v_3=1:3$

D．探测器从轨道 2 上的 Q 点进入圆轨道 3 时，需要点火加速

【例 3】2024 年 2 月，中国载人月球探测任务的新一代载人飞船命名为“梦舟”，月面着陆器命名为“揽月”。飞船运行的轨道示意图如图所示，在 P 点点火两次分别进入环月圆轨道和环月椭圆轨道，“揽月”从 Q 点与“梦舟”飞船分离实现月面软着陆。下列说法正确的是（　）



A．“揽月”与“梦舟”分离时“揽月”需要加速

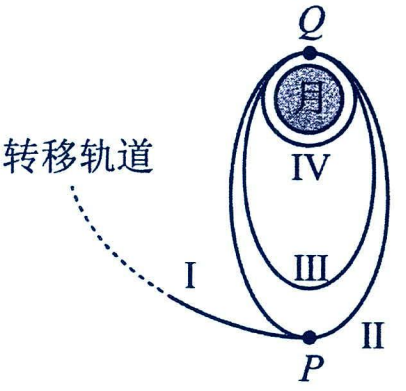
B．“梦舟”经过 P 点和 Q 点时的加速度大小相等

C．“梦舟”在环月圆轨道上的周期等于在环月椭圆轨道上的周期

D．“梦舟”由地月转移轨道进入环月圆轨道，需要在近月制动点处减速

【跟踪训练】

1．飞天揽月，奔月取壤，嫦娥五号完成了中国航天史上一次壮举。如图所示为嫦娥五号着陆月球前部分轨道的简化示意图，I是地月转移轨道，II、III是绕月球运行的椭圆轨道，IV是绕月球运行的圆形轨道。P、Q 分别为椭圆轨道II的远月点和近月点。已知圆轨道IV到月球表面的高度为 h，月球半径为 R，月球表面的重力加速度为 g，不考虑月球的自转，下列关于嫦娥五号说法正确的是（　　）



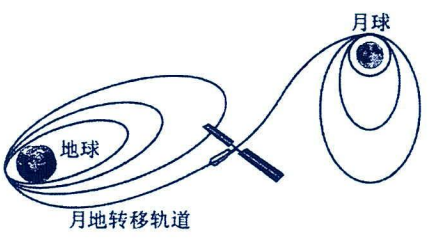
A．在IV轨道上绕月运行的速度大小为 $\sqrt{\frac{gR^2}{R}}$

B．在II轨道上稳定运行时经过 P 点的加速度大于经过 Q 点的加速度

C．在III轨道上的机械能比IV轨道上大

D．由I轨道进入II轨道需在 P 处向前喷气，由II轨道进入III轨道需在 Q 处向后喷气

2．2024 年 6 月 25 日，嫦娥六号返回器准确着陆于内蒙古四子王旗预定区域，标志着探月工程嫦娥六号任务取得圆满成功，成功实现世界首次月球背面采样返回。嫦娥六号采样返回地球，需要经过月面起飞、环月飞行、月地转移等过程。下列说法正确的是（　）



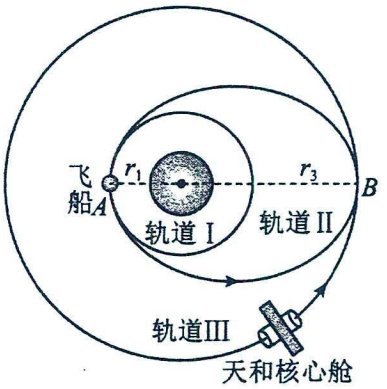
A．发射嫦娥六号的速度大于第二宇宙速度

B．返回器在月面加速起飞阶段处于超重状态

C．返回器在环月飞行时，样品所受合力为零

D．载有月壤样本的返回器在变轨进入月地转移轨道时需要点火减速

3．2022 年 11 月 30 日，神舟十五号载人飞船与“天和核心舱”完成对接，航天员费俊龙、邓清明、张陆进入“天和核心舱”。对接过程的示意图如图所示，“天和核心舱”处于半径为r_3的圆轨道III；神舟十五号飞船处于半径为r_1的圆轨道I，运行周期为T_1，通过变轨操作后，沿椭圆轨道II运动到 B 处与“天和核心舱”对接。则神舟十五号飞船（　　）



A．由轨道I进入轨道II需在 A 点减速

B．沿轨道II运行的周期为$T_2=T_1\sqrt{\left(\frac{2r_1}{r_1+r_3}\right)^2}$

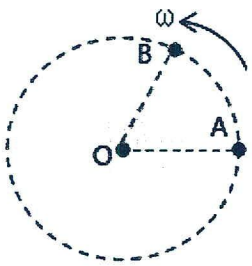
C．在轨道III上线速度小于在轨道I上线速度

D．在轨道I上 A 点的加速度大于在轨道II上 A 点的加速度

题型二：飞船对接

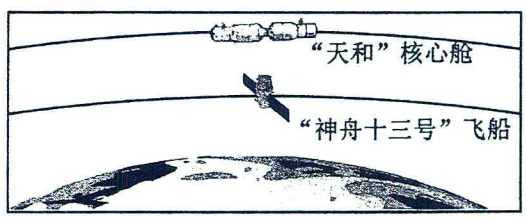
解题要点：宇宙飞船与空间站的“对接”实际上就是两个做匀速圆周运动的物体的追赶问题，本质仍然是卫星的变轨问题。对接方式一：A 卫星先减速降轨，角速度增大，当达到 B 卫星后方合适位置，加速升轨，完成对接。对接方式二：B 卫星先增速升轨，角速度减小，当达到 A 卫星前方合适位置，减速升轨，完成对接。

实际操作中，因升轨需要消耗更多能量，通常采用方式一，先降轨后升轨完成对接。



【精选例题】

【例 1】神舟十三号载人飞船从核心舱下方采用“径向对接”的方式实现对接，“径向对接”指两对接口在地球半径的延长线上，对接前两者要在间隔一定距离的位置保持相对静止一段时间，如图所示，之后飞船再向上逐步接近核心舱实现对接，则（　　）



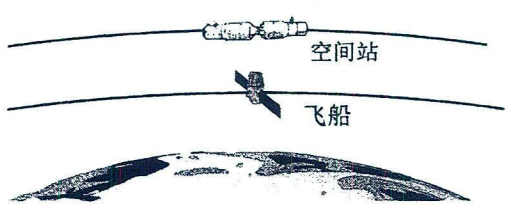
A．飞船通过加速逐步向上靠近核心舱

B．速度大于 7.9km/s 才能最终靠近核心舱

C．相对静止时，飞船的速度大于核心舱的速度

D．相对静止时，飞船的向心加速度大于核心舱的向心加速度

【例 2】2024 年 4 月 26 日，神舟十八号载人飞船与空间站采用“径向对接”方式实现自主对接。如图所示，对接前飞船在空间站下方 200 米的“保持点”，与空间站沿地球半径方向相对静止一段时间，则在此过程中（　　）



A．运行角速度大于空间站角速度

B．运行速度大于空间站运行速度

C．向心加速度大于空间站的向心加速度

D．需启动发动机提供推力

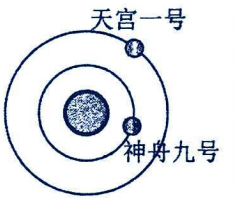
【例 3】如图所示，我国已先后成功发射了“天宫一号”飞行器和“神舟九号”飞船，并成功地进行了对接试验，若“天宫一号”能在离地面约 300 km 高的圆轨道上正常运行，则下列说法中不正确的是（　　）

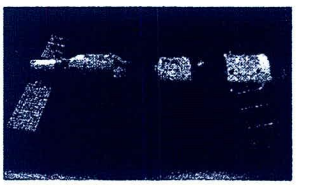
A．“天宫一号”的发射速度应大于第二宇宙速度

B．对接前，“神舟九号”的运行周期更短

C．对接前，“神舟九号”欲追上“天宫一号”，可以在低轨道上点火加速

D．对接前，“神舟九号”的加速度大于“天宫一号”的加速度





【跟踪训练】

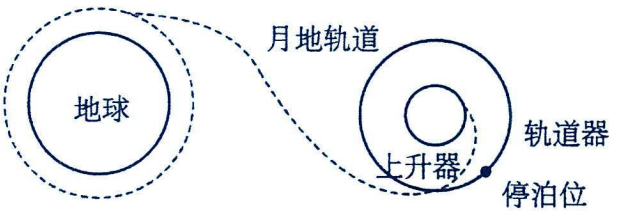
1．（多选题）北京时间 2024 年 1 月 17 日 22 时 27 分，搭载天舟七号货运飞船的长征七号遥八运载火箭，在中国文昌航天发射场点火发射，约 10 分钟后，天舟七号货运飞船与火箭成功分离并进入预定轨道，于北京时间 2024 年 1 月 18 日 1 时 46 分，成功对接于空间站天和核心舱后向端口，已在轨近三个月的神舟十七号载人飞船航天员乘组，迎来心意满满的“年货大礼包”。下列说法正确的是（　　）

A．航天员在空间站内处于平衡状态　　B．航天员在空间站内不受重力作用

C．天舟七号货运飞船加速上升阶段，飞船内的货物处于超重状态

D．天舟七号货运飞船与空间站对接后，飞船内的货物处于失重状态

2．2024 年 6 月 4 日 7 时 38 分，嫦娥六号上升器携带月球样品自月球背面起飞，起飞后经过大约 6 分钟的飞行，来到近月点约 15 公里、远月点约 180 公里的上升目标轨道。此后，再经过几次的轨道机动，进入高度约 210 公里的环月圆轨道。在这里，“轨返组合体”（轨道器）正在环月停泊轨道的停泊位等待着上升器，完成交会对接。将样本转移至轨道器后，上升器圆满完成使命与轨道器分离，在控制下撞击月球，轨道器则携带样品返回地球。已知月球半径约为地球半径$\frac{1}{4}$，月球质量约为地球质量$\frac{1}{81}$，地球的第一宇宙速度为 7.9km/s，则（　　）



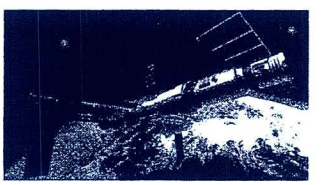
A．上升器的发射速度至少要达到 1.76km/s

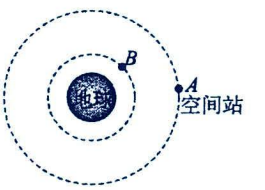
B．已在停泊轨道运行的轨道器从停泊位（如图）向后喷气加速，可实现与处在同一轨道上的上升器的对接

C．载有月壤样本的返回器在变轨进入月地转移轨道时需要反向点火减速

D．轨道器通过月地轨道返回地球时，速度会超过第二宇宙速度

3．（多选题）2024 年 4 月 25 日，神舟十八号载人飞船进入预定轨道，将按照预定程序与空间站组合体进行自主快速对接，并与神舟十七号航天员乘组进行在轨轮换。对接前，空间站、神舟十八号均绕地球沿顺时针方向转动，图乙中 A 为空间站的在轨位置。已知引力常量为 G，则下列说法正确的是（　　）


甲



乙

A．对接前，神舟十八号飞船可能先在 B 位置所在轨道绕行，再加速变轨与空间站对接

B．对接前，神舟十八号飞船的环绕速度小于空间站的环绕速度

C．对接的瞬间，神舟十八号飞船的加速度与空间站的加速度大小相等

D．对接后，由于组合体质量变大，则与地球间万有引力变大，故运行的角速度增大

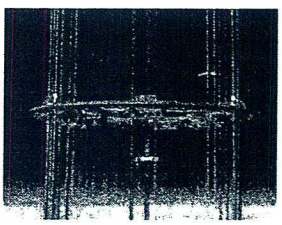
考点五：特殊模型（高大上的纸老虎）

题型一：太空电梯问题

解题要点：太空电梯线缆上各点角速度与中心天体相同。

【精选例题】

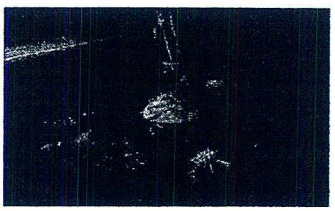
【例 1】如图所示是在《流浪地球 2》里的太空电梯。最早提出太空天梯设想的人是俄罗斯著名科学家齐奥尔科夫斯基，他提议在地球静止轨道上建设一个太空城堡，和地面用一根缆绳连接起来，成为向太空运输人和物的新捷径。由于缆绳的长度超过 36000km，这么长的缆绳有很大的自重，所以缆绳必须有足够大的抗拉强度。太空电梯的缆绳的下端固定在地面上，为了拉直缆绳，其上端固定在太空建筑物上，则关于太空电梯的缆绳下列说法正确的是（　　）



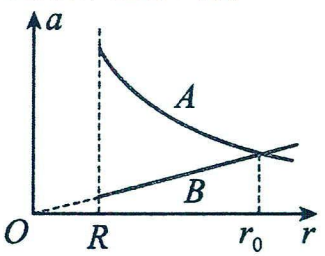
A．固定缆绳上端的太空建筑物可以是太空城堡　　B．太空建筑物的轨道一定比太空城堡高

C．太空缆绳上的张力在接近地面处最大　　D．太空缆绳上的张力在接近太空建筑物处最大

【例 2】国产科幻大片《流浪地球 2》中的“太空电梯”给观众带来了强烈的视觉震撼，图甲是电影剧照中的“天梯”。假设在赤道上建造垂直于水平面的“太空电梯”，宇航员乘坐太空舱通过“太空电梯”直通地球空间站。图乙中 r 为宇航员到地心的距离，R 为地球半径，曲线 A 为地球引力对宇航员产生的加速度大小与 r 的关系；直线 B 为宇航员由于地球自转而产生的向心加速度大小与 r 的关系，关于相对地面静止在不同高度的宇航员，下列说法正确的是（　　）



甲



乙

A．宇航员随地球自转的角速度不随 r 的增大而增大

B．宇航员在 $r=R$ 处将处于完全失重状态

C．宇航员在 $r=r_0$ 处的线速度等于第一宇宙速度

D．已知地球自转的角速度为 ω，地球表面的重力加速度为 g，那么 $r_0=\sqrt[3]{\dfrac{gR^2}{\omega^2}}-R$

【跟踪训练】

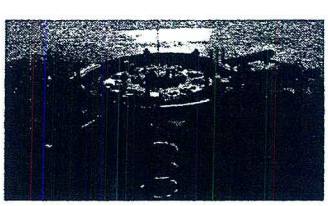
1．（多选题）建造一条能通向太空的天梯，是人类长期的梦想。如图所示，直线状天梯是由一种高强度、很轻的纳米碳管制成，图中虚线为同步卫星轨道，天梯在赤道平面内刚好沿卫星轨道半径方向。两个物体 M、N 在太空天梯上的位置如图，整个天梯及两物体相对于地球静止不动，忽略大气层的影响，分析可知（　　）

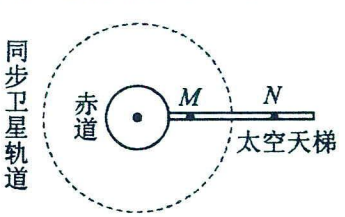
A．物体 N 的加速度大于 M 的加速度

B．物体 M 的加速度大于 N 的加速度

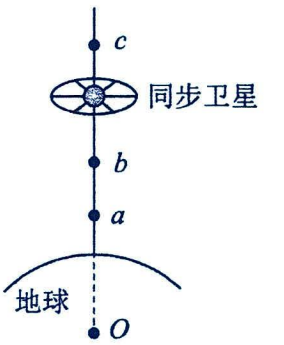
C．物体 N 所受天梯的作用力方向指向地球

D．物体 M 所受天梯的作用力方向指向地球





2．根据地球同步卫星，科学家提出了“太空天梯”的设想。“太空天梯”的主体结构为一根巨大的硬质绝缘杆，一端固定在地球赤道，另一端穿过地球同步卫星，且绝缘杆的延长线通过地心。若三个货物分别固定在“太空天梯”的 a、b、c 三个位置，三个货物与同步卫星一起以地球自转角速度绕地球做匀速圆周运动，以地心为参考系，下列说法正确的是（　）



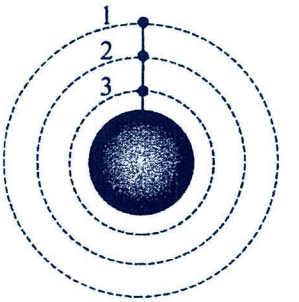
A．三个货物速度大小关系为 $v_a > v_b > v_c$

B．如果三个货物在 a、b、c 三个位置从杆上同时脱落，三个货物都将做离心运动

C．杆对 b 处货物的作用力沿 Ob 方向向上，杆对 c 处货物的作用力沿 cO 方向向下

D．若有一个轨道高度与 b 相同的人造卫星绕地球做匀速圆周运动，则其环绕地球的角速度小于位于 b 处货物的角速度

3．（多选题）格林童话《杰克与豌豆》中的神奇豌豆一直向天空生长，长得很高很高。如果长在地球赤道上的这棵豆秧上有与赤道共面且随地球一起自转的三颗果实，其中果实 2 在地球同步轨道上。已知果实 3 的加速度大小为 a，地球表面重力加速度的大小为 g，下列说法正确的是（　　）



A．果实 3 的线速度最小

B．果实 2 成熟自然脱离豆秧后，将做近心运动

C．果实 1 成熟自然脱离豆秧后，将做近心运动

D．$a < g$

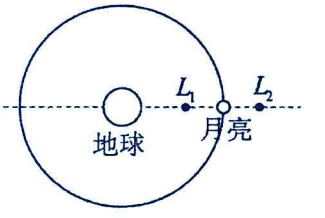
题型二：拉格朗日点问题

模型概述：两个质量相差悬殊的天体（如太阳和地球）所在同一平面上有 5 个特殊点，如图中的 L_1、L_2、L_3、L_4、L_5 所示，人们称为拉格朗日点。其他物体位于这些点上，会在太阳与地球共同引力作用下，可以几乎不消耗燃料而保持与地球同步绕太阳做圆周运动。

解题要点：$F_{大引}=F_{小引}$。

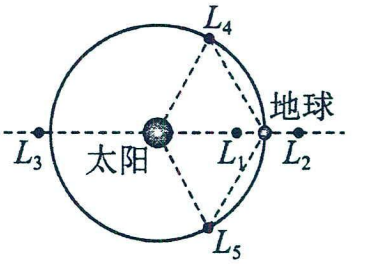
【精选例题】

【例 1】如图所示，点 L_1 和点 L_2 称为地月连线上的拉格朗日点。在拉格朗日点处的物体在地球与月球的共同作用下，可与月球同步绕地球转动。中国探月工程中的“鹊桥号”中继卫星是世界上首颗运行于地月拉格朗日点 L_2 的通信卫星，已知地球质量是月球质量的 81 倍，地月球心距离约为 L_2 点与月球球心距离的 6 倍，则地球对“鹊桥号”中继卫星的引力与月球对“鹊桥号”中继卫星的引力大小之比约为（　）



A．$\frac{9}{4}$　　B．$\frac{81}{49}$　　C．$\frac{27}{2}$　　D．$\frac{81}{7}$

【例 2】（多选题）1772 年，法籍意大利数学家拉格朗日在论文《三体问题》中指出：两个质量相差悬殊的天体（如太阳和地球）所在同一平面上有 5 个特殊点，如图中的 L_1、L_2、L_3、L_4、L_5 所示，人们称为拉格朗日点。若飞行器位于这些点上，会在太阳与地球共同引力作用下，可以几乎不消耗燃料而保持与地球同步绕太阳做圆周运动。若发射一颗卫星定位于拉格朗日 L_2 点，下列说法正确的是（　　）



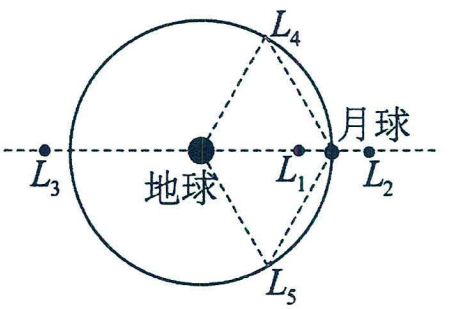
A．该卫星在 L_2 点处于平衡状态

B．该卫星绕太阳运动周期和地球公转周期相等

C．该卫星在 L_2 处所受太阳和地球引力的合力比在 L_1 处小

D．该卫星绕太阳运动的向心加速度大于地球绕太阳运动的向心加速度

【例 3】（多选题）执行探月工程任务的“嫦娥四号”中继卫星“鹊桥”成功实施了近月制动，进入月球至地月拉格朗日转移轨道。“鹊桥”在拉格朗日点 L_1、L_2、L_3、L_4、L_5 时，均可以在月球与地球的共同引力作用下，几乎不消耗燃料而保持与月球同步绕地球做圆周运动。则关于“鹊桥”在这几个可能的拉格朗日点上运动状态的说法中，正确的是（　　）



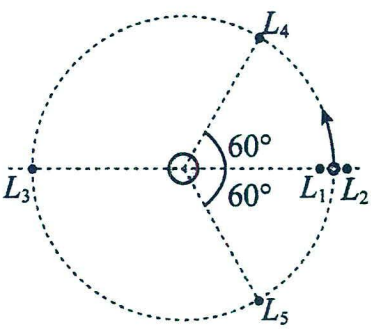
A．L_3 和 L_2 到地球中心的距离相等

B．“鹊桥”位于 L_2 点时，绕地球运动的周期和月球的公转周期相等

C．“鹊桥”在 L_2 点所受月球和地球引力的合力比在其余四个点都要大

D．“鹊桥”位于 L_3 点时，“鹊桥”绕地球运动的向心加速度等于月球绕地球运动的向心加速度

【例 4】如图所示，“鹊桥”中继星处于地月拉格朗日点 L_2 上时，会和月球、地球两个大天体保持相对静止的状态。设地球的质量为 M，“鹊桥”中继星的质量为 m，地月间距为 L，拉格朗日 L_2 点与月球间距为 d，地球、月球和“鹊桥”中继星均可视为质点，忽略太阳对“鹊桥”中继星的引力，忽略“鹊桥”中继星对月球的影响。则“鹊桥”中继星处于 L_2 点上时，下列选项正确的是（　　）



A．月球与地球质量之比为 $\frac{(L+d)d^2}{L^3}-\frac{d^2}{(L+d)^2}$

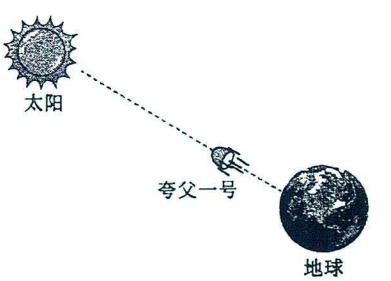
B．“鹊桥”中继星与月球的线速度之比为 $\sqrt{L}:\sqrt{L+d}$

C．“鹊桥”中继星与月球的向心加速度之比 $L:(L+d)$

D．地球对月球的引力和“鹊桥”中继星对月球的引力之比为 1∶1

【跟踪训练】

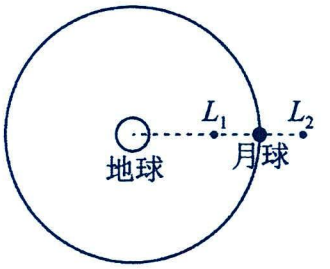
1．2022 年 10 月 9 日 43 分，我国在酒泉卫星发射中心成功将“夸父一号”卫星发射升空，开启中国综合性太阳观测的新时代。假设“夸父一号”位于日地连线上，距离地球约 150 万公里的日地系统第一拉格朗日点，在该点几乎不消耗燃料就可以和地球一起以相同的角速度绕太阳做匀速圆周运动，如图所示。则“夸父一号”（　）



A．向心力由太阳的引力提供　　B．线速度大于地球的线速度

C．周期为 24h　　D．向心加速度小于地球的向心加速度

2．拉格朗日点又称平动点，处于该点上的小物体在两个大物体的引力作用下，小物体与大物体基本保持相对静止，由瑞士科学家欧拉和法国数学家拉格朗日推算得出．这样的点在地月系统中共有五个，其中两个在地月连线上，如图所示，分别为 L_1，L_2．关于在这两个拉格朗日点上做圆周运动的两颗地球卫星，下列说法正确的是



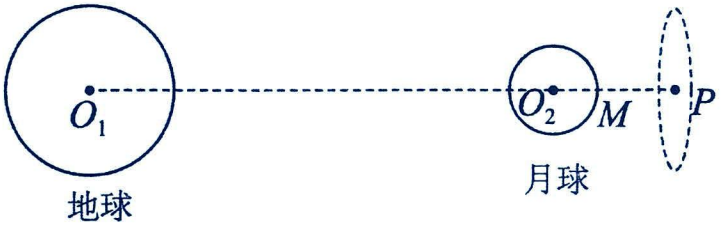
A．两颗卫星运动的周期不相等

B．两颗卫星的线速度大小相等

C．L_2 点处卫星的向心加速度最大

D．L_1 点处的卫星向心加速度比月球的向心加速度大

3．如图所示，O_1 为地球的球心、O_2 为月球的球心，图中的 P 点为地—月系统的一个拉格朗日点，在该点的物体能够保持和地球、月球相对位置关系不变，以和月球相同的角速度绕地球做匀速圆周运动。地球上的人总是只能看到月球的正面，嫦娥四号将要达到的却是月球背面的 M 点，为了保持和地球的联系，我国成功发射鹊桥一号中继通信卫星，将鹊桥一号的运动近似看做以 P 点为圆心、垂直于地月连线的圆轨道上的圆周运动。下列说法正确的是（　　）



A．鹊桥一号中继卫星绕 P 点做圆周运动的向心力仅由地球对它的万有引力提供

B．发射嫦娥四号时，发射速度要超过第二宇宙速度，让其摆脱地球引力的束缚

C．鹊桥一号中继星绕 P 点做圆周运动的周期一定等于其绕地球的公转周期

D．图中的 P 点（拉格朗日点）的位置与地球和月球的质量有关

4．如图所示，地球和月球组成“地月双星系统”，两者绕共同的圆心 C 点（图中未画出）做周期相同的圆周运动.数学家拉格朗日发现，处在拉格朗日点（如图所示）的航天器在地球和月球引力的共同作用下可以绕“地月双星系统”的圆心 C 点做周期相同的圆周运动，从而使地、月、航天器三者在太空的相对位置保持不变.不考虑航天器对“地月双星系统”的影响，不考虑其它天体对该系统的影响。已知：地球质量为 M，月球质量为 m，地球与月球球心距离为 d。则下列说法错误的是（　　）



A．位于拉格朗日点的绕 C 点稳定运行的航天器，其向心加速度大于月球的向心加速度

B．地月双星系统的周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{d^3}{G(M+m)}}$

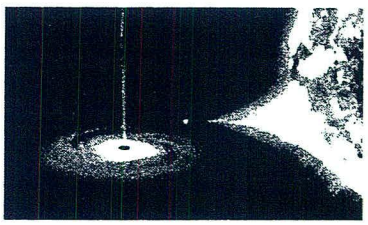
C．圆心 C 点在地球和月球的连线上，距离地球和月球球心的距离之比等于地球和月球的质量之比

D．拉格朗日点距月球球心的距离 x 满足关系式 $\dfrac{GM}{(d+x)^2}+\dfrac{Gm}{x^2}=G\dfrac{M+m}{d^3}\left(x+\dfrac{dM}{M+m}\right)$

题型三：黑洞问题

【精选例题】

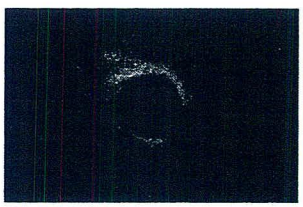
【例 1】在宇宙中当一颗恒星靠近黑洞时，黑洞和恒星可以相互绕行，从而组成双星系统。在相互绕行的过程中，质量较大的恒星上的物质会逐渐被吸入到质量较小的黑洞中，从而被吞噬掉，黑洞吞噬恒星的过程也被称之为“潮汐瓦解”。天鹅座 X-1 就是一个由质量较小的黑洞和质量较大的恒星组成的双星系统，它们以两者连线上的某一点为圆心做匀速圆周运动，如图所示。在刚开始吞噬的时间内，恒星和黑洞的距离可认为不变，不考虑其他星体的引力作用，则在这段时间内，下列说法正确的是（　）



A．恒星做圆周运动的角速度变小　　B．黑洞的轨道半径变大

C．恒星与黑洞之间的万有引力将变大　　D．恒星与黑洞做圆周运动的线速度大小之和变小

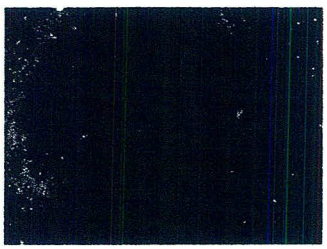
【例 2】在宇宙空间存在这样一种天体，它的引力极其强大，使得视界内的逃逸速度大于光速，这种天体称为黑洞，如图所示为人类首张面世的黑洞照片。某黑洞质量和半径之比为$\frac{c^2}{2G}$（其中 c 为光速，G 为引力常量），观测到某天体绕该黑洞以加速度 a、角速度ω做匀速圆周运动，则该黑洞的密度为（　）



A．$\frac{6a^6}{\pi Gc^3\omega^8}$　　B．$\frac{6a^{12}}{\pi Gc^6\omega^{16}}$　　C．$\frac{3c^3\omega^4}{8\pi Ga^6}$　　D．$\frac{3c^6\omega^8}{32\pi Ga^6}$

【跟踪训练】

1．（多选题）河外星系，是指在银河系以外，由大量恒星组成的星系。如图甲所示，河外星系中两黑洞 A、B 的质量分别为M_1和M_2，它们以两者连线上的某一点 O 为圆心做匀速圆周运动。为研究方便，简化为如图乙所示的示意图，黑洞 A、B 均可看成质量分布均匀的球体，$OA>OB$。下列说法正确的是（　）



甲



乙

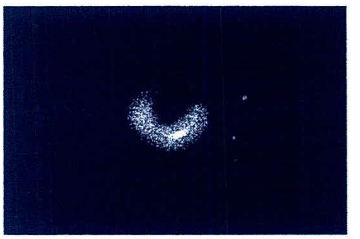
A．黑洞 A 的线速度大小大于黑洞 B 的线速度大小

B．若两黑洞间的距离一定，把黑洞 B 上的物质移到黑洞 A 上，它们之间的万有引力大小不变

C．若两黑洞间的距离一定，把黑洞 A 上的物质移到黑洞 B 上，它们的轨道周期不变

D．人类要把宇航器发射到距黑洞 A 较近的区域进行探索，发射速度只需要大于第一宇宙速度

2．2019 年 4 月 10 日，人类发布了历史上的首张黑洞照片，2022 年 5 月 12 日又发布了首张银河系黑洞照片，我国科学家也参与其中做出了巨大贡献。黑洞是存在于宇宙空间中的一种天体，黑洞的引力极其强大，使得视界内的逃逸速度大于光速。如果认为黑洞是一个密度极大的球形天体，质量为 M，半径为 R，光恰好绕黑洞做匀速圆周运动。已知光速为 c，以黑洞中心为起点，到黑洞外圈视界边缘的长度为临界半径，称为史瓦西半径。已知逃逸速度 $v=\sqrt{\frac{2GM}{r}}$（G 为引力常量，r 为圆周运动的半径），则该黑洞（　　）



A．密度为 $\frac{3c}{4\pi GR^3}$　　B．密度为 $\frac{3c^2}{4\pi GR^3}$

C．史瓦西半径最大值为 $\frac{GM}{c^2}$　　D．史瓦西半径最大值为 $\frac{2GM}{c^2}$

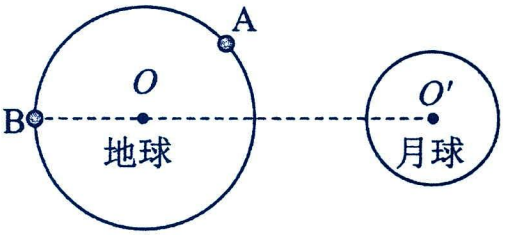
题型四：潮汐问题

【精选例题】

【例 1】海边会发生潮汐现象，潮来时，水面升高；潮退时，水面降低。有人认为这是由于太阳对海水的引力变化以及月球对海水的引力变化所造成的。太阳、月球对某一区域海水引力的周期性变化，就引起了潮汐现象。已知太阳的质量大约是月球质量的 2.7×10^7 倍，太阳到地球的距离大约是月球到地球距离的 3.9×10^2 倍，若对同一片海水来说，太阳对海水的引力为 F_1、月球对海水的引力为 F_2，则 $\frac{F_1}{F_2}$ 约为（　　）

A．178　　B．130　　C．226　　D．274

【例 2】潮汐是发生在沿海地区海水周期性涨落的一种自然现象，主要是受月球对海水的引力而形成，导致地球自转持续减速，同时月球也会逐渐远离地球。如图所示，已知地球和月球的球心分别为 O 和 O'，A 和 B 是地球上的两个海区，多年后，下列说法正确的是（　　）

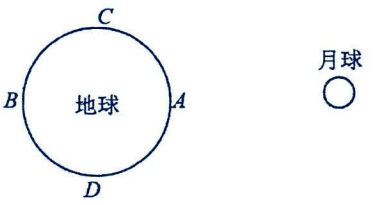


A．海区 A 的角速度小于海区 B 的角速度　　B．地球赤道上的重力加速度会减小

C．月球绕地球做圆周运动的加速度会增大　　D．地球的同步卫星距离地面的高度会增大

【跟踪训练】

1．月球对地球上的潮汐有主要影响。如图所示，下列说法中正确的是（　　）



A．A、B 两点都是高潮点　　B．C、D 两点都是高潮点

C．A 点为高潮点、B 点为低潮点　　D．C 点为高溜点、D 点为低潮点

2．太阳、月球对地球上某一区域海水引力呈周期性变化，引起潮汐现象．已知太阳质量为 2.0×10^{30}kg，太阳与地球的距离为 1.5×10^8km，月球质量为 7.3×10^{22}kg，月球与地球的距离为 3.8×10^5km。对同一片海水来说，设太阳对其引力为 F_1、月球对其引力为 F_2，则 $\frac{F_1}{F_2}$ 约为（　　）

A．2　　B．200　　C．7×10^4　　D．4×10^{13}

3．潮汐现象是指在月球和太阳引力作用下形成的海水周期性涨落现象。某同学查阅资料发现月球绕地球转动的轨道半径约为地球半径 R 的 60 倍，地球质量 M 约为月球质量的 80 倍，地球表面的重力加速度为 g，不考虑星球的自转影响，由以上数据可估算出（　　）

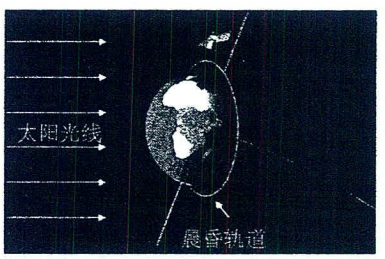
A．月球绕地球做圆周运动的加速度为$\frac{g}{60}$　　B．月球绕地球做圆周运动的线速度为地球第一宇宙速度的$\frac{1}{60}$

C．月球表面的重力加速度为$\frac{g}{80}$　　D．月球对地球海水引力产生加速度的最大值为$\frac{1}{80}\times\frac{GM}{59^2R^2}$

题型五：晨昏线问题

【精选例题】

【例 1】2022 年 10 月 9 日，我国将卫星“夸父一号”成功送入太阳同步晨昏轨道。从宇宙中看，卫星一方面可视为绕地球做匀速圆周运动，轨道平面与地球的晨昏分界线共面，卫星轨道离地高度 $h \approx 720\text{km}$，周期 T_1=100 分钟。另一方面卫星随地球绕太阳做匀速圆周运动，周期 T_2=1 年，卫星轨道平面能保持垂直太阳光线，如图所示。已知地球的半径为 R，引力常量为 G，则下列表述正确的是（　　）



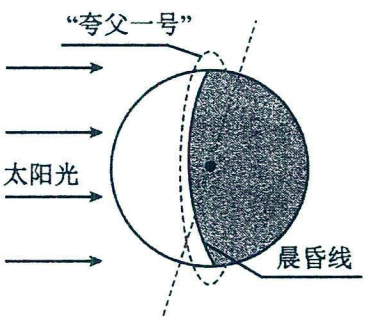
A．晨昏轨道平面与地球同步卫星轨道平面重合

B．根据以上信息可以估算出地球的质量

C．“夸父一号”的发射速度大于11.2km/s

D．根据$\frac{r^3}{T_2^2}=\frac{(R+h)^3}{T_1^2}$，可估算出地球到太阳的距离 r

【例 2】我国 2022 年发射的“夸父一号”卫星，它的运行轨道设定在距地面高度约为 $h=720\text{km}$ 的太阳同步晨昏轨道。已知地球的半径为 R，地球极地表面重力加速度为 g_0，则下列说法正确的是（　　）



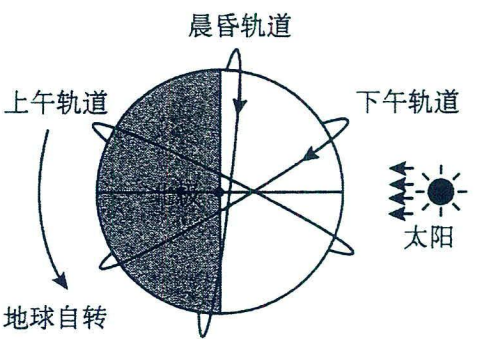
A．“夸父一号”与地球同步卫星虽然运行高度不同，但运行周期相同

B．“夸父一号”的运行线速度大小为$v=R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$

C．太空中运行的航天器处于完全失重状态，所以“夸父一号”搭载的科学仪器不再受重力作用

D．“夸父一号”所处位置的重力加速度大小为$\frac{R}{R+h}g_0$

【例 3】2021 年 7 月我国成功将全球首颗民用晨昏轨道气象卫星“风云三号 05 星”送入预定圆轨道，轨道周期约为 1.7h，被命名为“黎明星”，使我国成为国际上唯一同时拥有晨昏、上午、下午三条轨道气象卫星组网观测能力的国家，如图所示。某时刻“黎明星”正好经过赤道上 P 城市正上方，则下列说法正确的是（　　）



A．“黎明星”做匀速圆周运动的速度大于 7.9km/s

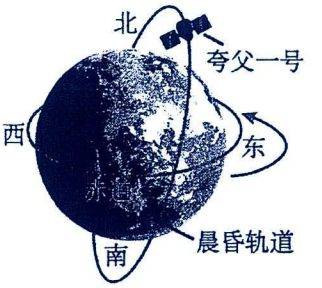
B．同步卫星轨道半径约为“黎明星”轨道半径的 10 倍

C．该时刻后“黎明星”经过 1 天能经过 P 城市正上方

D．该时刻后“黎明星”经过 17 天能经过 P 城市正上方

【跟踪训练】

1．（多选题）我国发射的“夯父一号”太阳探测卫星采用的是距地面高度720km左右、周期约为100分钟的太阳同步晨昏轨道。所谓太阳同步晨昏轨道，从宇宙中看，卫星一方面围绕地球飞行（看作匀速圆周运动）且跟随着地球绕太阳公转，另一方面轨道平面围绕太阳转动，保持这个面一直朝向太阳。下列说法正确的是（　　）



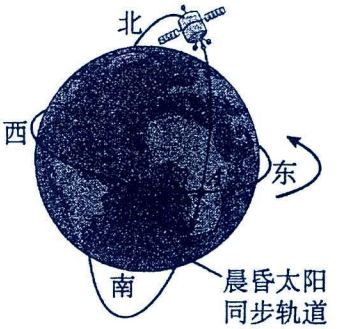
A．“夯父一号”的发射速度大于11.2km/s

B．以太阳为参考系，“夯父一号”做匀速圆周运动

C．“夯父一号”绕地球运行的角速度大于地球的自转角速度

D．“夯父一号”连续两次经过地球赤道上同一位置正上空所用的时间间隔约为120小时

2．（多选题）风云三号系列气象卫星是我国第二代极地轨道气象卫星，已经成功发射4颗卫星，其轨道在地球上空550～1500公里之间，某极地卫星在距离地面$h=600$公里高度的晨昏太阳同步轨道，某时刻卫星刚好位于赤道正上方的A点向北极运动。已知地球的半径为$R=6400\text{km}$，地球同步卫星距离地面的高度约为$H=35600\text{km}$，已知$\sqrt{6}=2.45$，则下列说法正确的是（　　）



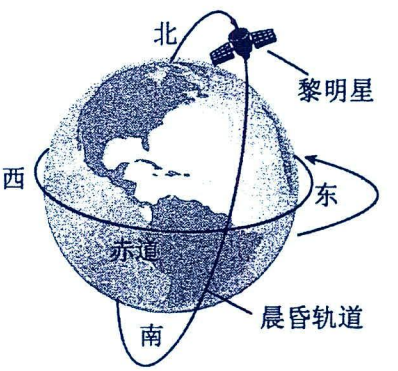
A．该卫星的环绕地球运动的速度可能大于7.9km/s

B．该极地卫星的周期为$\frac{2}{3}\sqrt{6}\text{h}$

C．相同时间内，该卫星与地心连线扫过的面积等于同步卫星与地心连线扫过的面积

D．从卫星刚好经过A点计时，一天超过12次经过北极

3．（多选题）2021年7月5日，风云三号E星（“黎明星”）在酒泉卫星发射中心成功发射，作为我国第二代极地轨道气象卫星，“黎明星”是全球首颗民用晨昏轨道气象卫星，将带动我国气象卫星应用进入成熟发展阶段。“黎明星”绕地球做匀速圆周运动的周期为1.7h，离地高度约800km，如图所示。某时刻“黎明星”正好经过赤道上某城市正上方，则（　）



A．“黎明星”的发射速度大于第一宇宙速度

B．再经过3.4h，“黎明星”正好经过该城市正上方

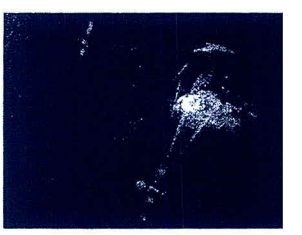
C．“黎明星”的绕行速度小于赤道上物体随地球自转的线速度

D．“黎明星”的向心加速度大于赤道上物体随地球自转的向心加速度

题型六：卫星通信盲区

【精选例题】

【例1】华为卫星通话是华为推出的一项创新技术，该技术可以通过部署在地球静止卫星轨道上的多颗“天通一号”系列卫星与外界进行联系。“天通一号”系列卫星均位于36000公里的地球同步轨道，单颗卫星可以覆盖地球的面积三分之一，其离地高度约为地球半径的5倍。关于该系列卫星，下列说法正确的是（　）

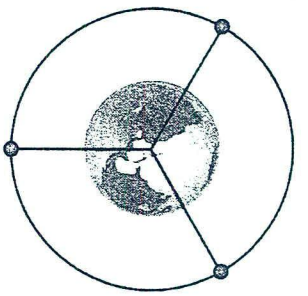


A．“天通一号”系列卫星速率大于7.9km/s　　B．“天通一号”系列卫星质量越大速率越小

C．为了实现全球通信，至少需要部署三颗卫星

D．“天通一号”系列卫星的向心加速度约为地表重力加速度$\frac{1}{25}$

【例 2】华为 mate60 手机实现了卫星通信，只要有卫星信号覆盖的地方，就可以实现通信。如图所示，三颗赤道上空的通信卫星恰好能实现环赤道全球通信，已知三颗卫星离地高度相同，地球的半径为 R，地球表面重力加速度为 g，忽略地球自转影响，下列说法正确的是（　）



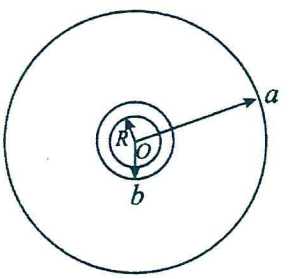
A．三颗通信卫星受到地球的万有引力的大小一定相等

B．为了提高通讯质量，该卫星可以是近地卫星

C．该卫星离地高度为 2R

D．该卫星运行的线速度大小为 $\sqrt{\frac{gR}{2}}$

【例 3】“天链一号”04 星是我国第四颗地球同步轨道数据中继卫星,它与天链一号 01 星、02 星、03 星一起组网运行,为我国神舟飞船、空间站等提供数据中继与测控服务．如图所示为“天链一号”04 星 a、赤道平面内的低轨道卫星 b、地球的位置关系示意图,O 为地心．已知 b 到 O 的距离是地球半径的 1.65 倍,a 到 O 的距离是地球半径的 6.6 倍,卫星间的通信信号视为沿直线传播,信号传输时间忽略．由于地球的遮挡,b 会进入 a 通信的盲区．取 $\arcsin 1.65=\frac{\pi}{5}$, $\arcsin 6.6=\frac{\pi}{20}$．在卫星 a、b 绕地球同向运行的情况下,以下选项正确的是（　）



A．a、b 的加速度之比为 1:2

B．a、b 的周期之比为 8:1

C．b 每次在盲育区运行行的时间与 a 运行周期之比为 1：27

D．a、b 绕地球不论是同向运行还是反向运行，b 每次在盲区运行的时间都相同

【跟踪训练】

1．（多选题）利用三颗位置适当的地球同步卫星，可使地球赤道上任意两点之间保持无线电通讯，目前地球同步卫星的轨道半径约为地球半径的 6.6 倍，假设地球的自转周期变小，若仍仅用三颗同步卫星来实现上述目的，则下列说法正确的是（　　）

A．三颗同步卫星质量必须相同

B．地球自转周期的最小值约为 4 h

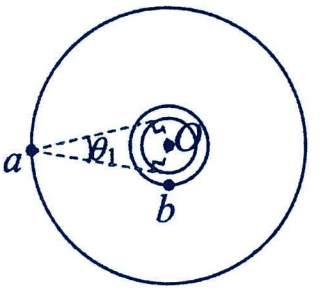
C．对应地球自转周期最小值的同步卫星，距离地面高度为地球半径的 2 倍

D．目前的同步卫星和地球自转周期最小值的同步卫星的向心加速度之比为 1∶$(3.3)^2$

2．利用三颗位置适当的地球同步卫星，可使地球赤道上任意两点之间保持无线电通讯，目前地球同步卫星的轨道半径为地球半径的 6.6 倍，假设地球的自转周期变小，同时变为由四颗地球的同步卫星来实现上述目的，则地球自转周期的最小值约为（　）

A．1h　　B．2.5h　　C．6h　　D．16h

3．（多选题）我国的“天链一号”地球同步轨道卫星，可为载人航天器及中、低轨道卫星提供数据通讯服务。如图为“天链一号”a、赤道平面内的低轨道卫星 b、地球三者的位置关系示意图，O为地心，地球相对卫星 a、b 的张角分别为θ_1和θ_2（θ_2图中未标出），卫星 a 的轨道半径是 b 的 4 倍，已知卫星 a、b 绕地球同向运行，卫星 a 周期为T，在运行过程中由于地球的遮挡，卫星 b 会进入与卫星 a 通讯的盲区。卫星间的通讯信号视为沿直线传播，忽略信号传输时间，下列分析正确的是（　）



A．张角θ_1和θ_2满足$\sin\theta_2=4\sin\theta_1$　　B．卫星 b 的周期为$\frac{T}{8}$

C．卫星 b 每次在盲区运行的时间$\frac{\theta_1+\theta_2}{14\pi}T$　　D．卫星 b 每次在盲区运行的时间为$\frac{\theta_1+\theta_2}{16\pi}T$

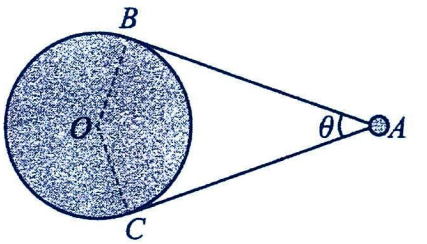
4．（多选题）如图所示，人造卫星 A 围绕地球做圆周运动，AB和AC与地球相切，$\angle BAC=\theta$，θ称为地球对卫星的张角。现有甲、乙两颗人造卫星，轨道平面相同，以相同方向绕地球公转。已知地球对甲、乙的张角分别为θ_1和θ_2，且$\theta_1>\theta_2$，甲、乙公转角速度分别为ω_1和ω_2，万有引力常量为G。则以下说法正确的是（　　）

A．由题目所给条件，可以算出地球的质量

B．由题目所给条件，可以算出地球的密度

C．每隔时间$t=\frac{\theta_2}{\omega_1-\omega_2}$，两卫星可以恢复直接通信

D．每隔时间$t=\frac{\theta_1+\theta_2}{\omega_1-\omega_2}$，两卫星可以恢复直接通信



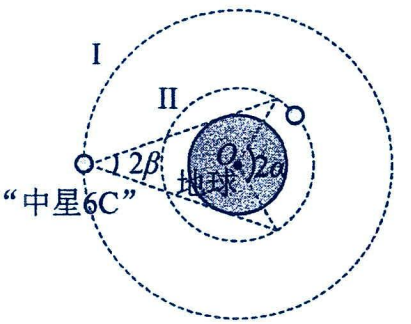
5．2019 年 3 月 10 日，长征三号乙运载火箭将“中星 6C”通信卫星（记为卫星I）送入地球同步轨道上，主要为我国、东南亚、澳洲和南太平洋岛国等地区提供通信与广播业务。在同平面内的圆轨道上有一颗中轨道卫星II它运动的每个周期内都有一段时间 t（t 未知）无法直接接收到卫星I发出的电磁波信号，因为其轨道上总有一段区域没有被卫星I发出的电磁波信号覆盖到，这段区域对应的圆心角为2α。已知卫星I对地球的张角为2β，地球自转周期为T_0，万有引力常量为 G，则下列说法正确的是（　　）

A．地球的平均密度为$\frac{3\pi}{GT_0^2}$

B．卫星I、II的角速度之比为$\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}$

C．卫星II的周期为$\sqrt{\frac{\sin\beta\cdot T_0^2}{\sin(\alpha-\beta)}}$

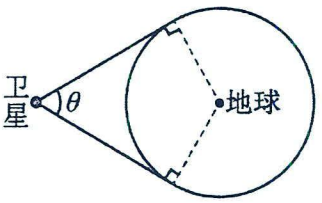
D．题中时间 t 不可能为$\sqrt{\frac{\sin^3\beta}{\sin^3(\alpha-\beta)}}\cdot\frac{\alpha}{\pi}T_0$



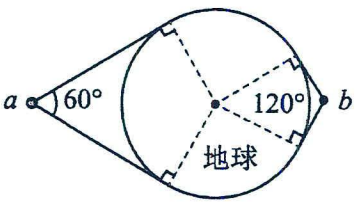
6．在地球赤道平面内绕地球运行的卫星（可视为质点），从该卫星作赤道的两条切线，两条切线之间的夹角通常称为地球对该卫星的张角θ，如图甲所示。有 a、b 两卫星在赤道平面内绕地球做匀速圆周运动，它们的绕行方向相同，地球对卫星 a 的张角 θ_a=60°，地球对卫星 b 的张角 θ_b=120°，如图乙所示。已知地球半径为 R，地球表面的重力加速度为 g。求：（1）求卫星 a 的轨道半径及其绕地球运动的周期；

（2）求卫星 b 的轨道半径及其绕地球运动的周期；

（3）若 a、b 通过激光进行通信，两卫星运行过程中，因地球的遮挡，将间歇性地出现不能直接通信的时间段，求每一次因地球遮挡不能直接通信持续的时间。



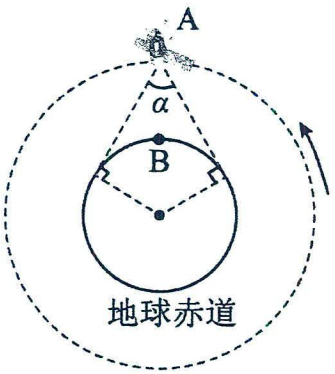
甲



乙

7. 如图所示，在地球赤道上空有一颗运动方向与地球自转方向相同的卫星 A，对地球赤道覆盖的最大张角 $\alpha = 60°$，设地球半径为 R，地球表面两极处的重力加速度为 g。求：（1）求 A 做圆周运动的角速度 ω_A；

（2）已知地球自转周期为 T，赤道上有一个航天测控站 B，求 A、B 从相距最近到开始不能直接通信的间隔时间 t（卫星信号传输时间可忽略）。



题型七：日出、日落问题及日全食问题

【精选例题】

【例 1】神舟十五号航天员乘组出舱活动，若航天员在空间站每天会看到 16 次日出和日落，已知地球半径为 R，引力常量为 G，地球表面附近的重力加速度为 g，则下列说法正确的是（　　）

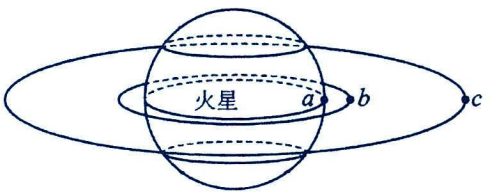
A．可估算出空间站离地面的高度

B．空间站与同步卫星的轨道半径之比为1:16

C．空间站与地心连线和同步卫星与地心连线在相同时间内扫过相同的面积

D．空间站的速度大于第一宇宙速度

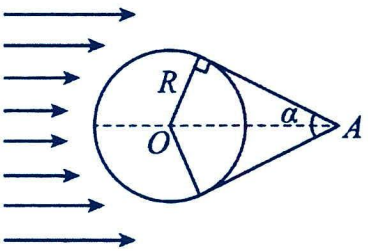
【例 2】2023 年 2 月 10 日，远在火星执行全球遥感科学探测任务的“天问一号”火星环绕器，已经在火星“上岗”满两年，不久的将来人类登上火星将成为现实。若 a 为火星表面赤道上的物体，b 为轨道在火星赤道平面内的气象卫星，c 为在赤道上空的火星同步卫星，卫星 c 和卫星 b 的轨道半径之比为 4：1，且两卫星的绕行方向相同，下列说法正确的是（　　）



A．a、b、c 的线速度大小关系为 $v_a < v_b < v_c$　　B．a、b、c 的角速度大小关系为$\omega_a < \omega_b < \omega_c$

C．在卫星 b 中一天内可看到 8 次日出　　D．a、b、c 的向心加速度大小关系为 $a_a < a_b < a_c$

【例 3】（多选题） 宇宙飞船以周期为 T 绕地球做圆周运动时，由于地球遮挡阳光，会经历“日全食”过程，如图所示。已知地球的半径为 R，地球质量为 M，引力常量为 G，地球自转周期为T_0。太阳光可看作平行光，宇航员在 A 点测出的张角为α，则（　　）



A．飞船绕地球运动的线速度为$\dfrac{2\pi R}{T\sin\dfrac{\alpha}{2}}$

B．一天内飞船经历“日全食”的次数为$\dfrac{T}{T_0}$

C．飞船每次“日全食”过程的时间为$\dfrac{\alpha T_0}{2\pi}$

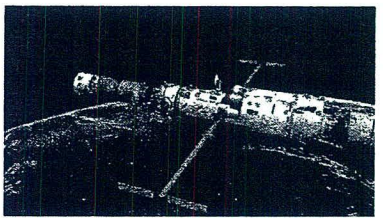
D．飞船周期为$\dfrac{2\pi R}{\sin\dfrac{\alpha}{2}}\sqrt{\dfrac{R}{GM\sin\dfrac{\alpha}{2}}}$

【跟踪训练】

1．2022 年 4 月 16 日，“神舟十三号”载人飞船返回舱安全回到地球，标志着我国空间站关键技术验证阶段任务完美收官，阶段任务目标全面实现，为中国空间站组装建造和长期运营奠定了坚实基础。空间站的运动可视为匀速圆周运动，宇航员王亚平在太空授课中说，他们一天恰好能看到 16 次日出，则地球同步卫星与空间站的半径之比为（　　）

A．$\sqrt[3]{17^2}$　　B．4　　C．$\sqrt[3]{15^2}$　　D．$\sqrt[3]{16^2}$

2．2021 年 10 月 16 日 6 时 56 分，“神舟十三号”与“天和核心舱”成功对接，翟志刚、王亚平、叶光富 3 名航天员随后进入空间实验室，三人在空间实验室中工作、生活了 6 个月，期间进行了多项科学实验和科普活动。假设组合体在距离地面 356 千米高的轨道上绕地球做匀速圆周运动，下列说法中正确的是（　　）



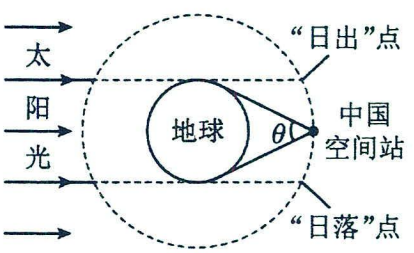
A．组合体绕地球做匀速圆周运动的速度小于 7.9km/s

B．航天员在空间站工作 180 天，共经历 180 次日出

C．对接后，由于组合体质量变大，组合体受到的万有引力变大，组合体会被地球吸引到更低的轨道上运行

D．在空间实验室中航天员可以借助重锤和羽毛演示轻重物体下落一样快的实验

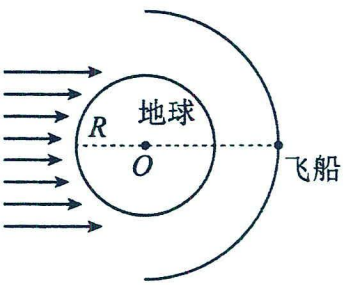
3．中国首位航天载荷专家桂海潮在中国空间站观测地球，若他观测得地球的最大张角为θ，观测到相邻两次“日落”的时间为 t，简化模型如图所示，万有引力常量为 G，由此可估算出地球的（　　）



A．质量　　B．半径

C．平均密度　　D．自转周期

4．某载人宇宙飞绕地球做圆周运动的周期为 T，由于地球遮挡，宇航员发现有$\frac{1}{6}$T 时间会经历“日全食”过程，如图所示，已知地球的半径为 R，引力常量为 G，地球自转周期为 T_0，太阳光可看作平行光，则下列说法正确的是（　　）



A．宇宙飞船离地球表面的高度为 2R

B．一天内飞船经历“日全食”的次数为$\frac{T}{T_0}$

C．宇航员观察地球的最大张角为 120°

D．地球的平均密度为$\rho=\frac{24\pi}{GT^2}$

第十讲：功及功率

考点一：功

1．定义：一个物体受到力的作用，并且在力的方向上发生了位移，即表示这个力对物体做了功。

2．做功的两个要素：①作用在物体上的力；②物体在力的方向上发生位移。

3．公式 $W=Fl\cos\alpha$。

①α是力与位移方向之间的夹角，l 为物体的对地位移；②该公式只适用于恒力做功。

4．功的正负

(1)根据力与位移的方向的夹角判断；

①当 $0\leq\alpha<\frac{\pi}{2}$时，$W>0$，力对物体做正功；

②当$\alpha=\frac{\pi}{2}$时，$W=0$，力对物体不做功；

③当$\frac{\pi}{2}<\alpha\leq\pi$时，$W<0$，力对物体做负功，或者说物体克服这个力做功。

(2)根据力与瞬时速度方向的夹角α判断：$0\leq\alpha<90°$，力做正功；$\alpha=90°$，力不做功；$90°<\alpha\leq180°$，力做负功

(3)依据能量变化判断：功是能量转化的量度，若有能量转化，则必有力对物体做功。此法常用于判断两个相互联系的物体之间的相互作用力做功的情况。

5．正负功的含义：做正功表示力促进物体的运动；做负功表示力阻碍物体的运动。

6．合外力做的功

方法一：先求合外力 $F_{合}$，再用 $W_{合}=F_{合}l\cos\alpha$求功，注意：要求 $F_{合}$为恒力。

方法二：先求各个力做的功 W_1、W_2、W_3…，再应用 $W_{合}=W_1+W_2+W_3+\ldots$求合外力做的功，注意：代入“+”“−”再求和。

7．一对作用力和反作用力做功的特点：

(1)一对作用力与反作用力可以同时做正功，也可以同时做负功，还可以都不做功,或者一个力做功,而反作用力不做功。

(2)一对作用力与反作用力一个做正功,另一个做负功时，做功的绝对值也不一定相等。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）关于功和能，下列说法正确的是（　　）

A．功有正、负之分，说明功是矢量，功的正、负表示功的方向

B．功是能量转化的量度

C．能量的单位是焦耳，功的单位是瓦特

D．功的正负不表示大小；而某些能量也有正负，却表示大小。

【例 2】（多选题）下列说法中正确的是（　）

A．物体的位移为零，该过程中外力对物体做功一定为零

B．功是标量，正、负表示外力对物体做功还是物体克服外力做功

C．力对物体做正功还是做负功，取决于力和物体位移的方向关系

D．力做功总是在某过程中完成的，所以功是一个过程量

【跟踪训练】

1．下列说法正确的是（　　）

A．一对作用力和反作用力的功一定大小相等，方向相反　　B．作用力做正功时，反作用力一定做负功

C．一对作用力和反作用力的冲量一定大小相等，方向相反　　D．滑动摩擦力一定对物体做负功

2．关于功的表述，正确的是（　　）

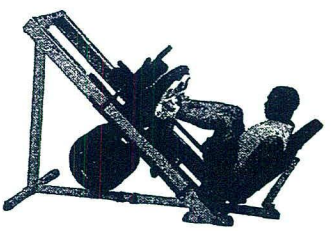
A．功的正负表示大小　　B．功有正负之分，所以功是矢量

C．一个力对物体做负功，则该力一定阻碍物体运动

D．力作用在物体上的一段时间内，物体运动了一段位移，该力一定对物体做功

题型二：做功与否以及做正功或做负功

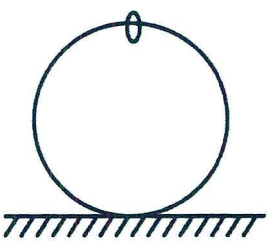
【精选例题】



【例 1】如图所示，运动员正在使用“倒蹬机”锻炼身体。当他用脚蹬踏板并使其推至最高处的过程中(忽略运动员重心的变化)，下列说法正确的是（　）

A．靠背对运动员做正功　　B．靠背对运动员做负功

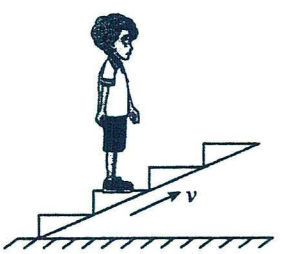
C．脚对踏板做正功　　D．脚对踏板做负功



【例 2】（多选题）如图，一光滑大圆环固定在桌面上，环面位于竖直平面内，在大圆环上套着一个小环。小环由大圆环的最高点从静止开始下滑，在小环下滑的过程中，大圆环对它的作用力（　　）

A．一直不做功　　B．一直做正功

C．一定指向大圆环圆心　　D．可能背离大圆环圆心



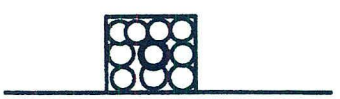
【例 3】如图为商场的智能化自动扶梯，无人乘行时，扶梯运转得很慢：有人站上扶梯时，它先缓慢加速，再匀速运转。一顾客乘扶梯上楼，恰好经历这两个过程。则（　　）

A．加速过程中摩擦力对人做负功　　B．加速过程中支持力对人做负功

C．匀速过程中摩擦力对人做正功　　D．匀速过程中支持力对人做正功

【跟踪训练】

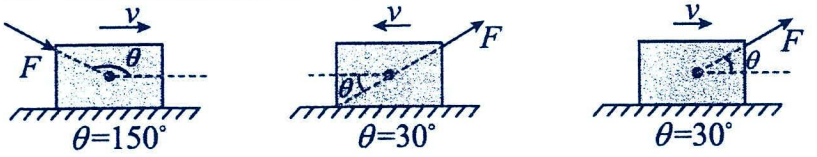
1．如图所示，一箱苹果在水平地面上向右做匀减速直线运动，对于箱子正中央的一只苹果，它周围苹果对它作用力的合力（　）



A．对这只苹果不做功　　B．对这只苹果做正功

C．对这只苹果做负功　　D．无法确定

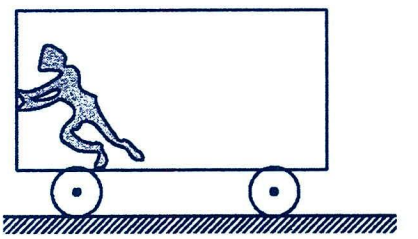
2．如图所示，三个相同物体分别在大小相同的力 F 的作用下沿水平方向发生了一段位移 l，已知位移 l 的大小相同，下列说法正确的是（　　）



A．甲图中力 F 对物体做负功　　B．乙图中力 F 对物体做正功

C．丙图中力 F 对物体做正功　　D．三种情况下，丙图中力 F 对物体做功最多

3．如图所示，在加速向左运动的车厢中，一人用力向左推车厢（人与车厢始终保持相对静止），则下列说法正确的是（ ）



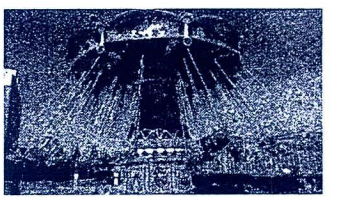
A．人对车厢做正功　　B．人对车厢做负功

C．人对车厢不做功　　D．无法确定人对车厢是否做功

题型三：简单计算

【精选例题】

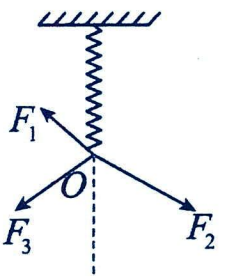
【例 1】游乐场里有一种旋转飞椅，当飞椅以一定的速度旋转时，坐在飞椅上的游客在水平面内做匀速圆周运动，重力对飞椅（包括游客）做功为 W_G，摆线对飞椅（包括游客）的拉力做功 W_T，（不计空气阻力）则（　　）



A．$W_G\neq0$，$W_T=0$　　B．$W_G=0$，$W_T=0$

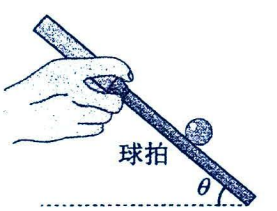
C．$W_G\neq0$，$W_T\neq0$　　D．$W_G=0$，$W_T\neq0$

【例 2】一端固定的轻质弹簧处于原长，现用互成角度的三个力 F_1、F_2、F_3 拉弹簧的另一端至 O 点，如图所示，在此过程中力 F_1、F_2、F_3 分别做了 6J、8J、-5J 的功；换用另一个力 F 仍将弹簧拉至 O 点，则该过程中 F 所做的功是（　　）



A．9J　　B．11J　　C．14J　　D．19J

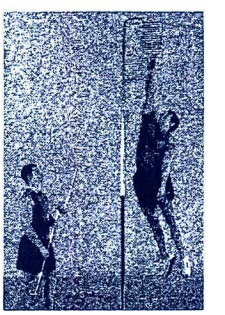
【例 3】某同学手持乒乓球拍托着乒乓球沿水平方向做匀加速直线运动，球拍面与水平方向的夹角始终保持 $\theta=45°$。乒乓球的质量为 m，重力加速度为 g，不计空气阻力，不计乒乓球与球拍间的摩擦，球向前运动距离 x 的过程中，下列说法正确的是（ ）



A．重力对球做正功　　B．合力对球做功为零

C．球拍对球做功为 mgx　　D．球拍对球做功小于合力对球做功

【例 4】如图所示，学校篮球爱好者正在进行原地纵跳摸高训练。已知质量 $m=50kg$ 的运动员原地静止站立（不起跳）摸高为 2.20m，训练过程中，爱好者先下蹲，重心下降 0.5m，经过充分调整后，发力跳起摸到了 3.20m 的高度。忽略空气阻力影响，重力加速度 $g=10m/s^2$。下列说法正确的是（ ）



A．起跳过程地面对爱好者做的功为 0　　B．起跳过程地面对爱好者做的功为 500J

C．爱好者离地后上升到最高点需要 0.8s　　D．爱好者上升过程中，始终处于超重状态

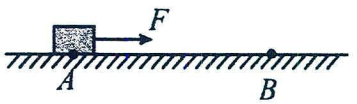
【例 5】如图甲所示，一质量 $m=1\text{kg}$ 的物块（可视为质点）静止在粗糙水平面上的 A 点，某时刻对物块施加一水平恒力 F，物块在水平恒力的作用下开始运动，运动的 $v-t$ 图像如图乙所示。已知物块与水平面 AB 段的动摩擦因数 $\mu_1=0.5$，物块与 B 点右侧水平面的动摩擦因数 μ_2 未知，重力加速度 g 取 10m/s^2，下列说法正确的是（　　）

A．水平恒力 F 的大小为 5N

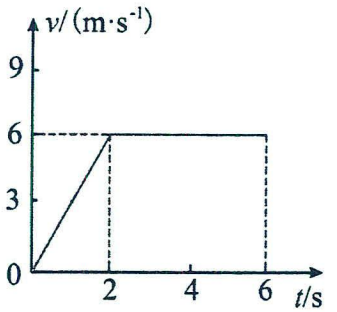
B．动摩擦因数 $\mu_2=0.8$

C．AB 段的长度为 12m

D．6s 内摩擦力对物块做功为 222J

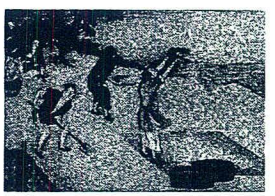


图甲



图乙

【例 6】成语“簸扬糠秕”源于如图所示的劳动场景。在恒定水平风力作用下，从同一高度静止释放米粒和糠秕，不计空气阻力，则从释放到落地的过程中（　　）



A．米粒和糠秕的运动时间相等　　B．重力对米粒和糠秕做功相等

C．风力对米粒和糠秕做功相等　　D．在同一高度处，米粒和糠秕的速度大小相等

【跟踪训练】

1．如图所示，用相同的水平推力分别在光滑水平面上和粗糙水平面上推同一木箱，如果通过的位移相同，则推力对木箱所做的功（　　）

A．在光滑水平面上较多　　B．在粗糙水平面上较多

C．在两种情况下一样多　　D．条件不足，不能确定



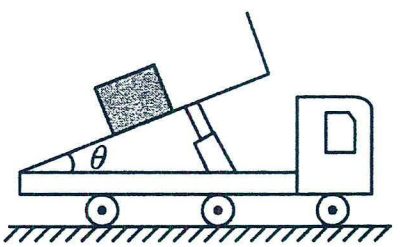
2．如图所示，自动卸货车在水平地面上匀速向右运动，车厢在液压机的作用下，与水平面夹角为θ，质量为 m 的货物相对车厢仍然静止，货车前进 L 的过程中，下列说法正确的是（　　）

A．货物受到的支持力不做功

B．货物受到的摩擦力不做功

C．货物受到的支持力对货物做的功为 $mgL\sin\theta\cos\theta$

D．货物受到的摩擦力对货物做的功为 $mgL\sin\theta\cos\theta$



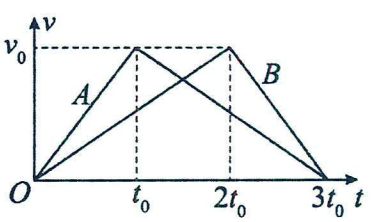
3．（多选题）质量分别为 2m 和 m 的 A、B 两个物体分别在水平恒力 F_1 和 F_2 的作用下沿水平面运动，撤去 F_1、F_2 后受到摩擦力作用减速到静止，其 $v-t$ 图像如图所示。下列说法正确的是（　）

A．A、B 两个物体受到的摩擦力大小之比为1:2

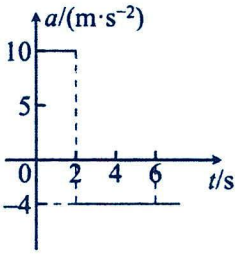
B．F_1、F_2 大小之比为2:1

C．F_1、F_2 对 A、B 两个物体做功之比为1:2

D．全过程中摩擦力对 A、B 两个物体做功之比为1:1



4．（多选题）一质量 m = 2.5 kg 的玩具车静止在水平面上，从某时刻起对玩具车施加一水平恒力 F 作用，经 2 s 撤去恒力 F，玩具车的加速度随时间变化关系如图所示。则下列说法正确的是（　　）



A．在 t = 6 s 时，玩具车静止在水平面上　　B．恒力 F = 25 N

C．拉力 F 做功 W = 700 J　　D．在 t = 6 s 时；玩具车的速度 v = 4 m/s

5．某人逆水划船，恰使船相对岸保持不动，已知水对船的阻力为 f，船桨的质量忽略不计，现考虑船桨向后划一次的过程，假设该过程船桨的位移大小为 d，方向沿水平方向，则下列说法正确的是（　　）

A．该过程水的阻力对船做功为 fd　　B．该过程水对船桨做功为 fd

C．该过程人对船做的功为 fd　　D．该过程人做的功为 fd

6．物体静止在光滑水平面上，先对物体施加一水平向右的恒力 F_1，经时间 t 后撤去 F_1，立即再对它施加一水平向左的恒力 F_2，又经时间 3t 后物体回到出发点，在这一过程中，F_1、F_2 分别对物体做的功 W_1、W_2 间的关系（）

A．$W_1 : W_2 = 1 : 1$　　B．$W_1 : W_2 = 2 : 3$　　C．$W_1 : W_2 = 9 : 5$　　D．$W_1 : W_2 = 9 : 7$

考点二：功率

1．定义：功与完成这些功所用时间之比。

2．物理意义：描述力对物体做功的快慢。

3．公式：

(1)$P = \frac{W}{t}$，P 描述时间 t 内力对物体做功的快慢。

(2)P = Fv

①v 为平均速度，则 P 为平均功率；

②v 为瞬时速度，则 P 为瞬时功率；

③当力 F 和速度 v 不在同一直线上时，可以将力 F 分解或者将速度 v 分解。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】关于功和功率，以下说法正确的是（　）

A．功率大的物理意义是做功多

B．−10J 的功比 +5J 的功多

C．某个力的功为正，说明该力的方向一定与位移方向相同

D．若某一个力对物体不做功，说明该物体一定没有发生位移

【例 2】关于功和功率，下列说法正确的是（　　）

A．力越大，力做功就越多　　B．位移越大，力做功就越多

C．做功时间越长，功率就越小　　D．功率越大，力做功就越快

【例 3】关于功率，下列说法正确的是（　　）

A．由 $P=Fv$ 可知，物体运动越快，功率越大

B．由 $P=Fv\cos\theta$ 可知，某一时刻，力大、速率也大，而功率不一定大

C．由 $P=\frac{W}{t}$ 可知，力做功越多，功率就越大

D．由 $W=Pt$ 可知，功率越大，力做功越多

【跟踪训练】

1．关于功和功率，以下说法中正确的是（　）

A．汽车的最大行驶速度只由汽车的额定功率决定

B．相互垂直的两个力分别对物体做功为 6J 和 8J，则这两个力的合力做功为 10J

C．一个力对物体做了负功，则说明这个力阻碍物体的运动

D．只要物体受力的同时又发生了位移，则一定有力对物体做功

2．（多选题）关于功率的概念，下面的说法中正确的是（　　）

A．由 $P=Fv$ 知，当汽车发动机功率一定时，牵引力与速度成反比

B．由 $P=Fv$ 知，物体运动得越快，功率越大

C．功率是反应做功快慢的物理量，数值上等于单位时间内做的功

D．只要 F 不为零，v 也不为零，这个力的功率 P 就一定不为零

题型二：平均功率瞬时功率定性比较

解题要点：

平均功率的计算方法

(1)意义:一段时间内对物体做功的平均快慢;

(2)利用 $\overline{P}=\frac{W}{t}$;

(3)利用 $\overline{P}=F\cdot\overline{v}\cos\alpha$，其中 $\overline{v}$ 为物体运动的平均速度，F 为恒力，F 与 $\overline{v}$ 的夹角α不变。

瞬时功率的计算方法

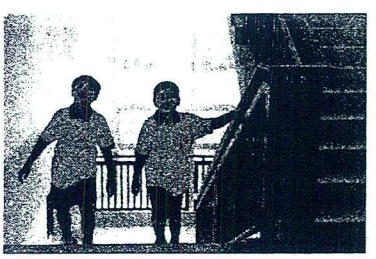
(1)意义:一段极短时间内对物体做功的快慢;

(2)利用公式 P=Fvcos α，其中 v 为 t 时刻的瞬时速度．F 可为恒力，也可为变力，α为 F 与 v 的夹角，α可以不变，也可以变化;

(3)公式 P=F·vcos α中；vcos α可认为是速度 v 在力 F 方向上的分速度。

【精选例题】

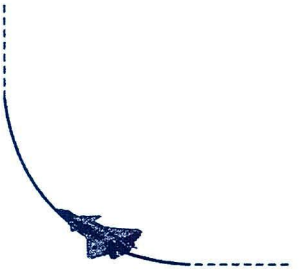
【例 1】如图所示，小明体重 600N，小亮体重 400N，两人同时从一楼出发上到三楼，小明先到达，小亮后到达，则下列说法正确的是（　　）



A．小明上楼功率大　　B．小亮上楼功率大

C．小明上楼做功少　　D．小亮上楼做功多

【例 2】一架飞机从水平平飞经一段圆弧转入竖直向上爬升，如图所示，假设飞机沿圆弧运动时速度大小不变，发动机推力方向沿轨迹切线，飞机所受升力垂直于机身，空气阻力大小不变，则飞机沿圆弧运动时（　　）



A．飞机发动机推力做功的功率逐渐增大　　B．飞机发动机推力大小保持不变

C．飞机克服重力做功的功率保持不变　　D．空气对飞机的作用力不变

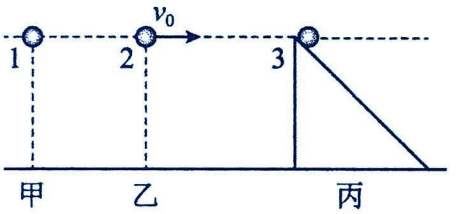
【例 3】如图，将完全相同的小球 1、2、3 分别从同一高度由静止释放（图甲和图丙）或平抛（图乙），其中图丙是一固定在地面上的光滑斜面，每个小球从开始运动到落地过程，不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）

A．3 个小球同时落地

B．1、2 两个小球落地瞬间的重力的功率相等

C．该过程中，小球 2 的重力做功最多

D．该过程中，3 个小球的重力做功的平均功率相等



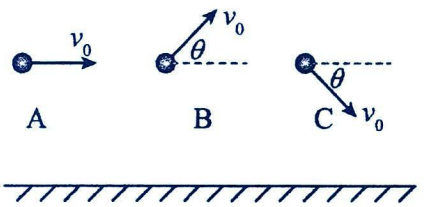
【例 4】把 A、B、C 三相同小球在离地面同一高度处以相同大小的初速度 v_0 分别沿图中所示方向抛出，不计空气阻力，则下列说法正确的是（　　）

A．三小球落地时，重力的瞬时功率都相同

B．三小球落地时，重力的瞬时功率均不同

C．从开始运动至落地，重力对三小球做功的平均功率都相同

D．从开始运动至落地，重力对三小球做功的平均功率均不同



【跟踪训练】

1．如图，用同一水平力 F 先后两次拉同一物体，第一次沿光滑水平地面移动一段距离，F 做的功和平均功率分别为 W_1、P_1；第二次沿粗糙水平地面移动相同的一段距离，F 做的功和平均功率分别为 W_2、P_2，则（　　）

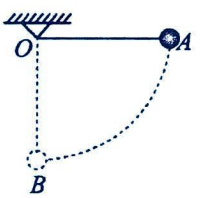
A．$W_1>W_2$、$P_1>P_2$　　B．$W_1=W_2$、$P_1<P_2$

C．$W_1=W_2$、$P_1>P_2$　　D．$W_1<W_2$、$P_1<P_2$



2．如图所示，轻绳的一端固定于 O 点，另一端与小球相连。当把小球从与 O 等高的 A 点由静止释放，则小球从 A 点摆至最低点 B 的过程中，小球所受重力的瞬时功率（　　）

A．一直变大　　B．一直变小　　C．先变大后变小　　D．先变小后变大



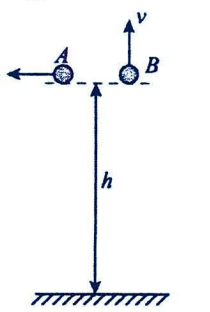
3．如图所示，两个完全相同的小球 A、B，在同一高度处以相同大小的初速度 v 分别水平抛出和竖直向上抛出，下列说法正确的是（　）

A．两小球落地时的速度相同

B．两小球落地时，重力的瞬时功率大小一样

C．从开始运动至落地，A 球速度的变化率较大

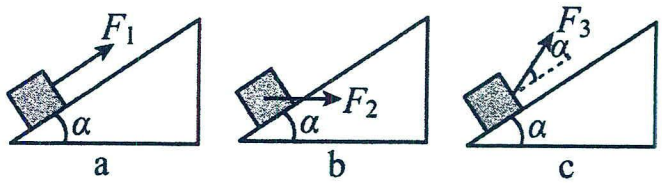
D．从开始运动至落地，重力对两球做功的平均功率 A 的大于 B 的



4．如图，分别用力 F_1、F_2、F_3 将质量为 m 的物体由静止沿同一固定粗糙的斜面以相同的加速度从斜面底端拉到斜面的顶端时，F_1、F_2、F_3 做功的功率大小关系是（　　）

A．$P_1=P_2=P_3$　　B．$P_1>P_2=P_3$

C．$P_2>P_1>P_3$　　D．$P_1>P_2>P_3$



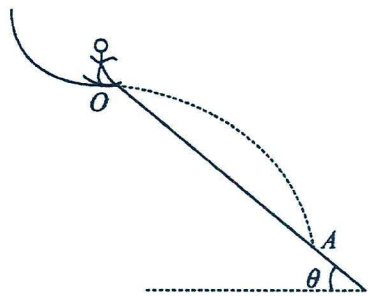
题型三：平均功率瞬时功率定量计算

【精选例题】

【例 1】一个质量 m＝2kg 的物体从静止开始自由下落，则 2s 内重力做功的平均功率是（　　）

A．400W　　B．300W　　C．200W　　D．100W

【例 2】（多选题）如图所示，一名跳台滑雪运动员从 O 点水平飞出，经过一段时间落到斜面上的 A 点。已知 O 点是斜面的起点，斜面的倾角θ=37°，运动员从 O 点飞出的初速度 v_0=10m/s，运动员的质量为 60kg，重力加速度 g 取 10m/s²，空气阻力忽略不计，sin37°=0.6，cos37°=0.8。下列说法正确的是（　　）



A．从 O 到 A 重力做功的平均功率为 6000W

B．从 O 到 A 重力做功的平均功率为 4500W

C．运动员落到斜面上重力做功的瞬时功率为 9000 W

D．运动员落到斜面上重力做功的瞬时功率为 $3000\sqrt{13}$ W

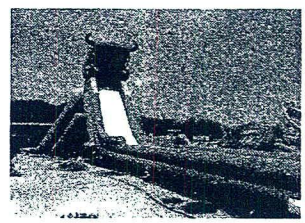
【例 3】（多选题）如图所示，一小孩从滑梯顶端由静止开始滑下，斜面底端后水平滑行一段距离后停在滑道上。已知滑梯的斜面段长度 L=5.0，倾角θ=37°水平段与斜面段平滑连接。小孩质量为 20kg，与滑梯轨道间的动摩擦因数μ=0.3，不计空气阻力。已知 sin37°=0.60，cos37°=0.80.（g 取 10m/s²）则该小孩沿斜面段下滑过程中（ ）

A．加速度的大小为 3.6m/s²

B．克服摩擦力所做的功为 300J

C．重力做功的平均功率为 360W

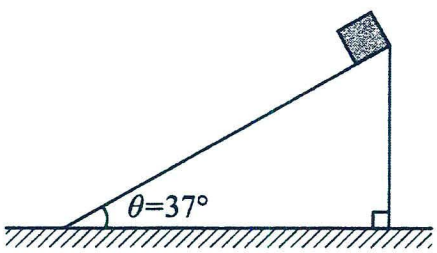
D．滑到斜面底端时重力的瞬时功率 1200W



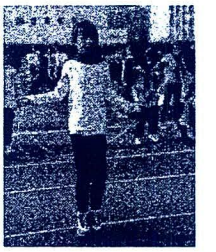
【例 4】如图所示，质量为 m＝1kg 的木块在倾角为 $\theta=37°$ 的足够长的斜面上由静止开始下滑，木块与斜面间的动摩擦因素 $\mu=0.5$，忽略空气阻力。（已知 $\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$，$g=10\,m/s^2$）。求：

（1）前 2s 内重力所做的功；（2）前 2s 内重力的平均功率；

（3）在 2s 末，重力的瞬时功率。

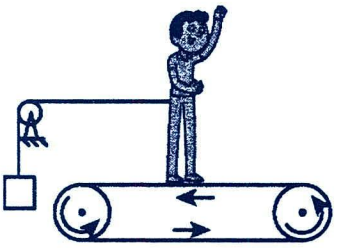


【跟踪训练】



1．如图所示，某同学正在参加跳绳比赛，若该同学的体重为40kg，一分钟跳绳120次，若每次跳绳该同学的重心上升的高度均为5cm，重力加速度为$10m/s^2$，则该同学跳绳克服重力做功的平均功率为（　　）

A．30W　　B．40W　　C．45W　　D．50W



2．（多选题）如图为测定运动员体能的装置，轻绳拴在腰间沿水平线跨过定滑轮（不计滑轮的质量与摩擦），下悬重为G的物体。设人的重心相对地面不动，人用力向后蹬传送带，使水平传送带以速率v逆时针转动。则

A．人对传送带的摩擦力大小等于G，方向水平向左

B．人对重物做功，功率为Gv

C．在时间t内人对传送带做功消耗的能量为Gvt

D．若增大传送带的速度，人对传送带做功的功率不变

3．（多选题）质量为m的物体从距地面H高处自由下落，经历时间t，则下列说法中正确的是（　　）

A．t秒内重力对物体做功为$\frac{1}{2}mg^2t^2$

B．t秒内重力的平均功率为mg^2t

C．$\frac{t}{2}$秒末重力的瞬时功率与t秒末重力的瞬时功率之比为1:2

D．前$\frac{t}{2}$秒内重力做功的平均功率与后$\frac{t}{2}$秒内重力做功的平均功率之比为1:3

4．质量为1kg的小物体做自由落体运动，历时4s落地。重力加速度取$g=10m/s^2$，不计空气阻力，下列说法错误的是（　　）

A．落地时，重力的功率为400W　　B．前2s和后2s重力做功之比为1:3

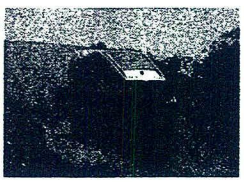
C．第4s内重力做功的平均功率为35W　　D．整个下落过程中，重力做功的平均功率为200W

题型四：图像中的功率问题

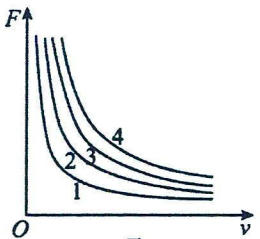
【精选例题】

【例 1】如图甲所示，汽车上坡时司机要用换挡的办法减小速度，来得到较大的牵引力。现有四辆汽车的发动机输出功率都一定时，它们的牵引力 F 与速度 v 的关系如图乙所示。从乙图中可判断输出功率最大是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

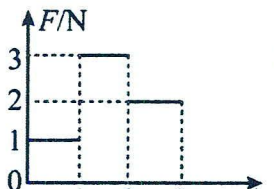


甲

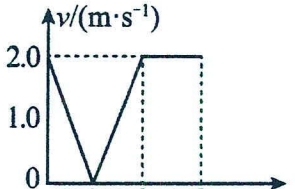


乙

【例 1】图



甲



乙

【例 2】图

【例 2】（多选题）一滑块在水平地面上沿直线滑行，$t=0$ 时其速度为 2.0m/s。从此刻开始在滑块运动方向上再施加一水平拉力 F，力 F 和滑块的速度 v 随时间 t 的变化规律分别如图甲和乙所示。设在第 1s 内、第 2s 内、第 3s 内力 F 对滑块做功的平均功率分别为 P_1、P_2、P_3，则有（　　）

A．$P_1>P_2>P_3$　　B．$P_1<P_2<P_3$

C．0~3s 内力 F 对滑块做功为 8J　　D．第 2s 内滑块克服摩擦力做功的平均功率为 2W

【跟踪训练】

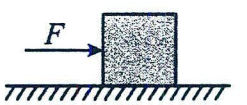
1．如图甲所示，物体受到水平推力 F 的作用，在粗糙水平面上做直线运动。通过力传感器和速度传感器监测到推力 F 和物体速度 v 随时间 t 变化的规律如图乙所示。取 g＝10m/s².则（　　）

A．物体的质量 m＝1kg

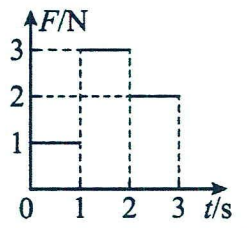
B．物体与水平面间的动摩擦因数μ＝0.2

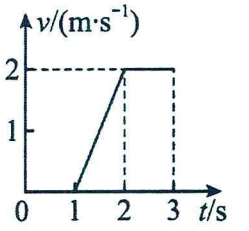
C．第 2s 内物体克服摩擦力做的功 W＝4J

D．前 2s 内推力 F 做功的平均功率 1.5W



甲





乙

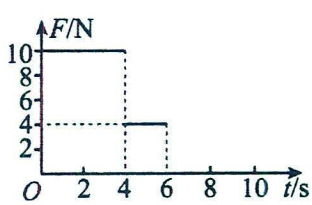
2．如图甲，质量 $m=2\text{kg}$ 的物体静止在水平面上，物体跟水平面间的动摩擦因数 $\mu=0.2$。从 $t=0$ 时刻起，物体受到一个水平力 F 的作用而开始运动，F 随时间 t 变化的规律如图乙，g 取 10m/s^2，则 F 在前 6s 的平均功率为（　　）

A．60W　　B．56W

C．28W　　D．16W



甲



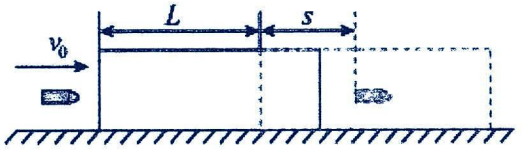
乙

考点三：摩擦力做功

1．无论是静摩擦力还是滑动摩擦力,都可以做正功,也可以做负功,还可以不做功。

2．一对互为作用力与反作用力的静摩擦力做功的绝对值相等。

3．一对互为作用力与反作用力的滑动摩擦力做功的绝对值不相等，且一定是负功大于正功，其差值等于摩擦力与相对位移的乘积。如图，子弹与木块间的摩擦力对子弹做功 $W_1=f(L+s)$，对木块做功 $W_2=fL$。



题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】关于力做功，下列说法正确的是（　　）

A．静摩擦力对物体做功一定为 0　　B．滑动摩擦力只能对物体做负功

C．一对滑动摩擦力做功的代数和一定小于零　　D．物体运动的速度越大，作用在物体上的力的功率也越大

【跟踪训练】

1．下列对功的认识，其描述正确的是（　　）

A．静摩擦力可能做正功　　B．摩擦力做功一定会产生热量

C．作用力做正功时，反作用力一定做负功　　D．一对摩擦力的总功一定为零

2．下列关于摩擦力做功的说法正确的是（　　）

A．静摩擦力发生在相对静止的物体之间，所以静摩擦力对物体一定不做功

B．滑动摩擦力对物体可能做负功，也可能做正功，但不可能不做功

C．一对相互作用的静摩擦力，若一个做正功，则另一个一定做负功

D．一对相互作用的滑动摩擦力做的功的代数和总为零

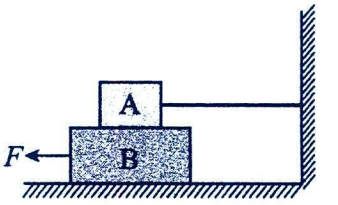
题型二：摩擦力做功的简单计算

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，B 物体在拉力 F 的作用下向左运动，在运动的过程中，A、B 之间有相互作用的摩擦力，则对力做功的情况的下列说法中正确的是（　　）

A．A、B 都克服摩擦力做功　　B．摩擦力对 A 做正功，对 B 做负功

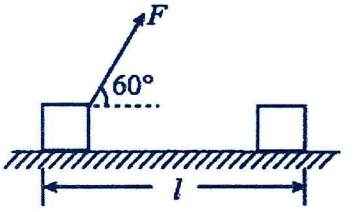
C．摩擦力对 B 做负功，对 A 不做功　　D．弹力对 A，B 均不做功



【例 2】（多选题）如图所示，将一个大小为 50N 与水平方向成 60°角的力 F 作用在一个质量为 8kg 的物体上，物体沿水平地面匀速前进了 8m，下面关于物体所受各力做功说法正确的是（　　）

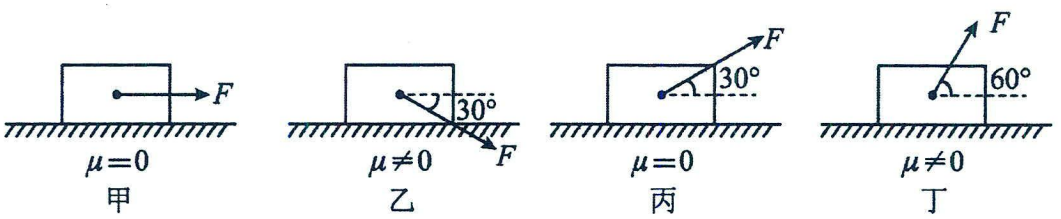
A．力 F 对物体做功为 400J　　B．摩擦力对物体做功为 200J

C．物体克服摩擦力做功 200J　　D．合力做功为 0



【跟踪训练】

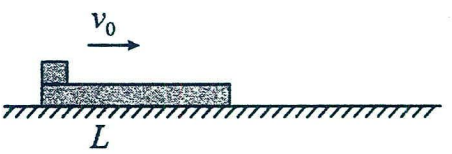
1．（多选题）下图中力 F 大小相等，物体沿水平面运动相同的位移，下列说法正确的是（　　）



A．甲图中力 F 做功最多，丁图中力 F 做功最少　　B．乙图中力 F 做功与丙图中力 F 做功一样多

C．每副图中有三个力做功　　D．乙图中物体克服摩擦力做功与丁图中物体克服摩擦力做功一样多

2．如图所示，长为 L 的平板静置于光滑的水平面上一小滑块以某一初速度冲上平板的左端，当平板向右运动 s 时，小滑块刚好滑到平板最右端。已知小滑块与平板之间的摩擦力大小为 F_f，在此过程中（　　）



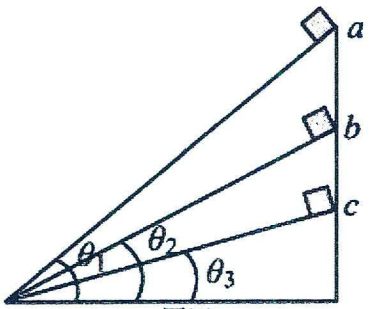
A．摩擦力对滑块做的功为 $F_f(s+L)$　　B．摩擦力对平板做的功为 $F_f s$

C．摩擦力对系统做的总功为零　　D．摩擦力对系统做的总功的绝对值 $Q=F_f(s+L)$

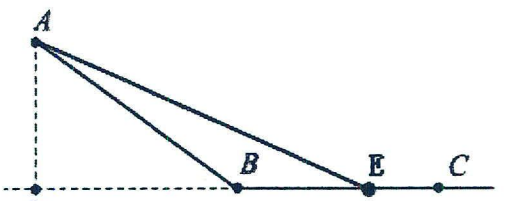
题型三：斜面中的摩擦力做功

解题要点：

①斜面的粗糙程度相同，且斜面水平投影的长度相同，物体沿不同倾角的斜面运动到底端，摩擦力对物体做功相等：$W_{fa}=W_{fb}=W_{fc}$，如图甲。



图甲

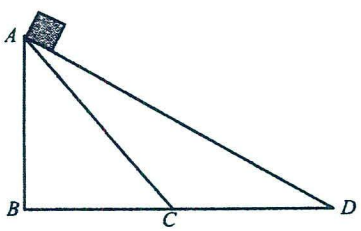


图乙

②当斜面与平面的粗糙程度相同，将物块从同一位置释放，无论沿哪一条折线运动(圆弧轨道除外)，最终小球停止位置相同。如图沿 ABC 或者沿 AEC，最终均停在 C，如图乙。

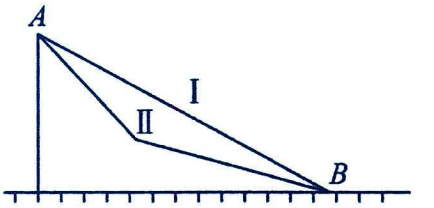
【精选例题】

【例 1】如图所示，物体先后由静止开始从两斜面的顶端 A 分别下滑至底端 C、D，若物体与两斜面间的动摩擦因数相同，两个过程中重力对物体做功分别为 W_1、W_2，摩擦力对物体做功分别为 W_3、W_4，则（　　）



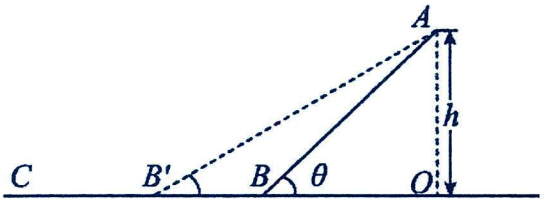
A．$W_1>W_2$　　B．$W_1<W_2$　　C．$W_3>W_4$　　D．$W_3<W_4$

【例 2】如图所示，物体由静止开始分别沿不同斜面由顶端至底端 B 的I和II，两次物体与斜面间两次下滑的路径分别为图中的动摩擦因数相同，且不计路径II中转折处的能量损失，则物体到达 B 点的过程中摩擦力做功（　　）



A．第一次小　　B．第二次小　　C．两次一样大　　D．无法确定

【例 3】如图，某一斜面 AB 的顶端 A 到正下方水平面 O 点的高度为 h，斜面与水平面平滑连接。一小木块从斜面的顶端 A 由静止开始滑下，滑到水平面上的 C 点停下，如果将斜面改成 AB'，仍然将小木块从斜面的顶端 A 由静止开始滑下，滑到水平面上的 C' 停下，已知物块与斜面及水平面的动摩擦因数 μ 相同，则（　　）

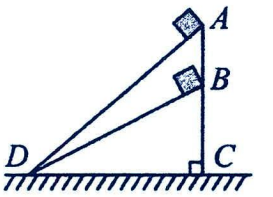


A．C' 点在 C 点的左侧　　B．C' 与 C 点重合

C．C' 在 C 点的右侧　　D．数据不足无法确定

【跟踪训练】

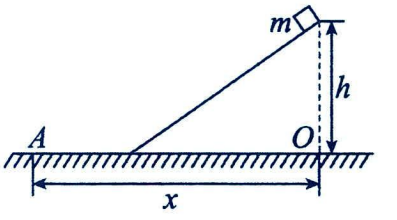
1．如图所示，将同一物体分别沿固定斜面 AD 和 BD 自顶点由静止释放，该物体与斜面间的动摩擦因数相同。物体滑行过程中克服摩擦力做功分别为 W_{fA} 和 W_{fB}，重力做功分别为 W_{GA} 和 W_{GB}，则（　　）



A．$W_{fA}>W_{fB}$，$W_{GA}>W_{GB}$　　B．$W_{fA}=W_{fB}$，$W_{GA}>W_{GB}$

C．$W_{fA}<W_{fB}$，$W_{GA}>W_{GB}$　　D．$W_{fA}=W_{fB}$，$W_{GA}=W_{GB}$

2．如图，某一斜面的顶端到正下方水平面 O 点的高度为 h，斜面与水平面平滑连接。一小木块从斜面的顶端由静止开始滑下，滑到水平面上的 A 点停止。已知斜面倾角为 θ，小木块质量为 m，小木块与斜面、水平面间的动摩擦因数均为 μ，A、O 两点的距离为 x。在小木块从斜面顶端滑到 A 点的过程中，下列说法正确的是（　　）



A．如果 h 和 μ 一定，θ 越大，x 越大　　B．如果 h 和 μ 一定，θ 越大，x 越小

C．摩擦力对木块做功为 $-\mu mgx\cos\theta$　　D．重力对木块做功为 μmgx

考点四：变力做功

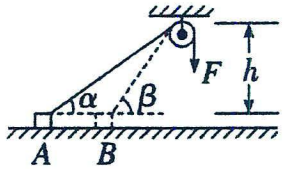
题型一：微元法和等效法

微元法：如图甲，质量为 m 的木块在水平面内做圆周运动，运动一周克服摩擦力做功

$W_f=F_f\cdot\Delta x_1+F_f\cdot\Delta x_2+F_f\cdot\Delta x_3+\ldots=F_f(\Delta x_1+\Delta x_2+\Delta x_3+\ldots)=F_f\cdot 2\pi R$



甲

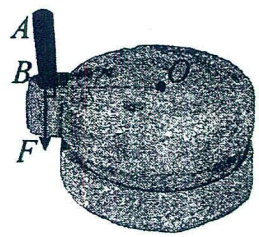


乙

等效转换法：如图乙，恒力 F 把物块从 A 拉到 B，绳子对物块做功 $W=F\cdot\left(\frac{h}{\sin\alpha}-\frac{h}{\sin\beta}\right)$

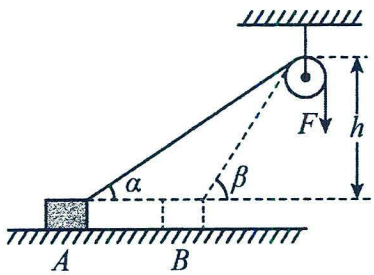
【精选例题】

【例 1】鲁班是中国古代一位优秀的发明创造家。他用智慧发明了石磨，解决了人们生活中吃米粉、麦粉的问题。如图所示，某人在手柄 AB 上用大小恒为 100N 的力 F 转动磨盘，力` F 的方向始终与手柄 AB 的运动方向相同。若匀速转动一周所用时间为 2s，力 F 做的功为 120J，则手柄 AB 的线速度大小为（　　）



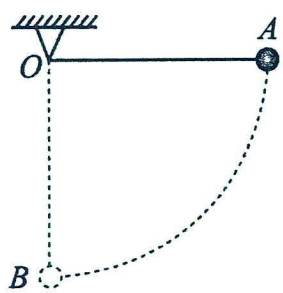
A．0.3m/s　　B．0.6m/s　　C．0.6πm/s　　D．πm/s

【例 2】如图所示，定滑轮至滑块的高度为 h，某人以恒定的拉力 F 向下拉绳子，使滑块沿水平面由 A 点前进距离 l 至 B 点，滑块在初、末位置时细绳与水平方向的夹角分别为 α 和 β。求在滑块由 A 点运动到 B 点的过程中，绳的拉力对滑块所做的功。（滑轮的质量及滑轮与绳间的摩擦均不计）



【跟踪训练】

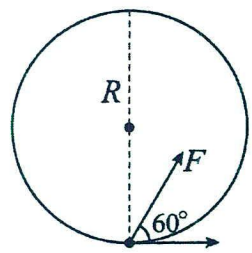
1．如图所示，摆球质量为 m，悬线长度为 L，把悬线拉到水平位置后放手．设在摆球从 A 点沿圆弧运动到 B 点的过程中空气阻力的大小 f 不变，则下列说法正确的是（　　）



A．重力做功为 0　　B．悬线的拉力做功为 mgL

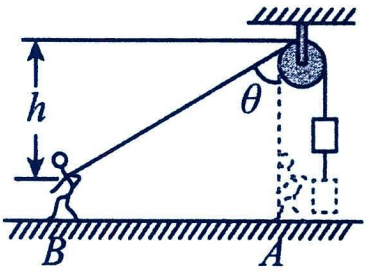
C．空气阻力做功为 $-\frac{1}{2}f\pi L$　　D．摆球克服空气阻力做功为 fL

2．如图，用一个大小不变的力 F 拉着滑块（视为质点）使其沿半径为 R 的水平圆轨道匀速运动半周，若力 F 的方向始终与其在圆轨道上作用点的切线成 60° 夹角，则力 F 做的功为（　　）



A．$\frac{F\pi R}{2}$　　B．$2FR$　　C．FR　　D．$F\pi R$

3．如图，某人用定滑轮提升质量为m的重物，人拉着绳从滑轮正下方h高的A处缓慢走到B处，此时绳与竖直方向成θ角，重力加速度为g，不计绳的质量以及绳与滑轮间的摩擦。则此过程中人对重物所做的功W是（　）



A．$\dfrac{mgh(1-\cos\theta)}{\cos\theta}$　　B．$\dfrac{mgh\cos\theta}{1-\cos\theta}$

C．$\dfrac{mgh(1-\cos\theta)}{\sin\theta}$　　D．$\dfrac{mgh\sin\theta}{1-\cos\theta}$

题型二：平均值法

解题要点：位移方向不改变，力的大小随位移均匀变化；可对初末态的力求平均值：$\bar{F}=\frac{F_1+F_2}{2}$，再利用公式求解。

如图，弹簧弹力做功可表示为：$W=\frac{k\Delta x}{2}\cdot\Delta x$



【精选例题】

【例1】某块石头陷入淤泥过程中，其所受的阻力F与深度h的关系为F=kh+F_0（k，F_0已知），石头沿竖直方向做直线运动，当$h=h_0$时，石头陷入淤泥过程中克服阻力做的功为（　　）

A．F_0h_0　　B．kF_0　　C．$F_0h_0+\frac{1}{2}kh_0^2$　　D．$\frac{1}{2}(kh_0+F_0)h_0$

【例2】用铁锤把小铁钉钉入木板，设木板对钉子的阻力与钉进木板的深度成正比。已知铁锤第一次将钉子钉进d，如果铁锤第二次敲钉子时对钉子做的功时第一次的两倍，那么，第二次钉子进入木板的深度为（　　）

A．$\left(\sqrt{3}-1\right)d$　　B．$\left(\sqrt{2}-1\right)d$　　C．$\dfrac{\left(\sqrt{5}-1\right)d}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{2}}{2}d$

【跟踪训练】

1．如图所示，n个完全相同、棱长足够小且互不粘连的小方块依次排列，总长度为l，总质量为M，它们一起以速度v在光滑水平面上滑动，某时刻开始滑上粗糙水平面。小方块与粗糙水平面之间的动摩擦因数为μ，重力加速度为g，若小方块恰能完全进入粗糙水平面，则摩擦力对所有小方块所做功的大小为（　　）

A．$\frac{1}{4}\mu Mgl$　　B．$\frac{1}{3}\mu Mgl$

C．$\frac{1}{2}\mu Mgl$　　D．μMgl

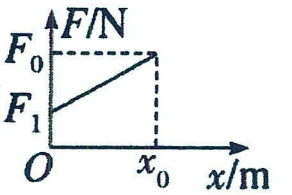


2．用锤子钉一个3cm长的钉子，如钉子受到木板的阻力与钉子进入木板的深度成正比，每次锤击打时对钉子做的功相同。设第一次击钉时，钉子进入木板1cm，则要把钉子全部钉入木板还要再钉（　　）

A．2次　　B．5次　　C．8次　　D．9次

题型三：图像法

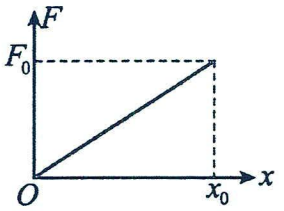
解题要点：已知力 F 与位移 x 的函数图像，可利用函数图像中面积表示所做的功。



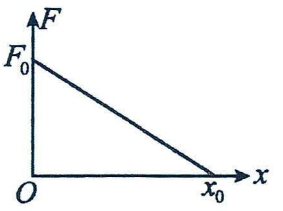
如图一水平拉力 F_1 拉着一物体在水平面上运动的位移为 x_0，拉力所做的功可以用图线与横轴所围面积表示，$W=\frac{F_0+F_1}{2}x_0$

【精选例题】

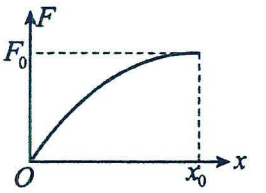
【例 1】质量为 m、初速度为零的物体，在按不同规律变化的合外力作用下都通过位移 x_0。下列各种情况中合外力做功最多的是（　　）



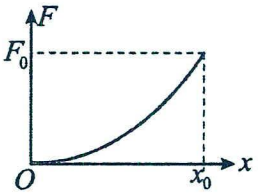
A



B

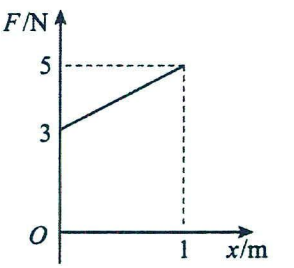


C



D

【例 2】质量为 m=1kg 的小物块，在水平拉力 F 的作用下在水平面上直线运动 1m 距离，此过程中拉力 F 随位移 x 变化的关系如图所示，已知物块与水平面间的动摩擦因数 $\mu=0.1$，重力加速度 g=10m/s$_2$。则物块在 0～1m 内所受合力做功为（　　）



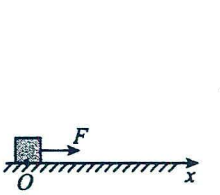
A．3J　　B．4J　　C．5J　　D．6J

【例 3】木匠师傅用铁锤把钉子砸进木梁，每次砸击对铁钉做功相同。已知钉子所受阻力与其进入木梁中的深度成正比，木匠砸击 4 次，就把一枚长为 L 的钉子全部砸进木梁，那么他第 1 锤将铁钉砸进木梁的深度是（　　）

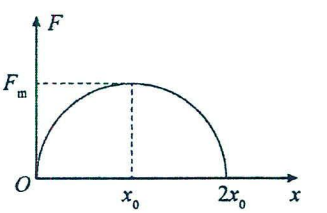
A．$\frac{L}{4}$　　B．$\frac{L}{2}$　　C．$\frac{3L}{4}$　　D．$\frac{L}{8}$

【跟踪训练】

1．如图甲所示，光滑水平面上的小物块，在水平拉力 F 的作用下从坐标原点 O 开始沿 x 轴正方向运动，F 随物块所在位置坐标 x 的变化关系如图乙所示，图线为半圆（F_m 与 x_0 在数值上相等），则小物块从坐标原点 O 运动到 $2x_0$ 处过程中拉力做的功为（　　）



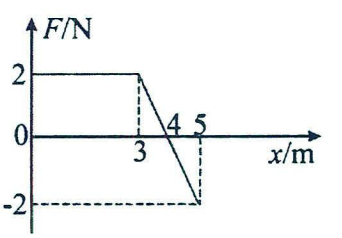
甲



乙

A．0　　B．$\frac{1}{4}\pi F_m x_0$　　C．$\frac{1}{2}\pi F_m x_0$　　D．$\pi F_m x_0$

2．光滑水平面上的滑块，仅在水平力 F 的作用下由静止开始运动，力 F 与滑块的位置坐标 x 的图像 $F-x$ 如图所示，下列说法中正确的是（　　）



A．滑块在 3m 处的动能最大

B．滑块运动 4m 后速度反向

C．滑块从 $x=3$m 运动至 $x=4$m 过程中，力 F 做的功为 1J

D．滑块从 $x=4$m 运动至 $x=5$m 过程中，力 F 做的功为 1J

考点五：机车起动

模型概述：汽车从静止做加速运动时，常见两种情形，以恒定功率启动和以恒定加速度启动。

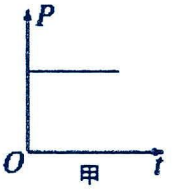
两个重要关系式

①无论哪种启动过程，机车的最大速度都等于其匀速运动时的速度，即 $v_m=\frac{P}{F_{阻}}$。

②机车以恒定加速度启动的过程中，匀加速过程结束时，功率最大，但速度不是最大，$v_m=\frac{P_{额}}{F_{阻}}>v=\frac{P_{额}}{F}=\frac{P_{额}}{f+ma}$。

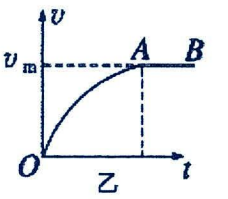
题型一：恒定功率启动

解题要点：物体做恒定功率的启动，可理解为“一脚油门踩到底”，功率随时间不改变，如图甲。



$v\uparrow\Rightarrow F=\frac{P\ \text{不变}}{v}\downarrow\Rightarrow a=\frac{F-F_{阻}}{m}\downarrow$，物体做加速度减小的加速运动，如图乙中 OA 段；

当 $F=F_{阻}$ 时$\Rightarrow a=0\Rightarrow v_m=\frac{P}{F_{阻}}$，之后物体以 v_m 做匀速直线运动，如图乙中 AB 段。



【精选例题】

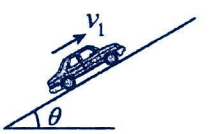
【例 1】一质量为 m 的车厢在平直轨道上行驶，当速度为 v 时，车厢所受牵引力为 F，阻力为 f，则此时车厢所受牵引力的功率为（　　）

A．Fv　　B．fv　　C．$(F-f)v$　　D．$(F+f)v$

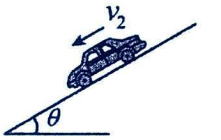
【例 2】某品牌汽车的质量 $m=1600\text{kg}$，发动机的额定功率 $P_{额}=80\text{kW}$，沿平直路面运动时所受阻力的大小不变。若汽车以额定功率由静止启动，运动过程中能达到的最大速度 $v_m=40\text{m/s}$，当汽车的速度 $v=10\text{m/s}$ 时，其加速度的大小为（　）

A．1.25m/s^2　　B．2.5m/s^2　　C．3.75m/s^2　　D．5m/s^2

【例 3】如图甲所示，一个倾角为 θ 的斜面固定在地面上，一辆质量为 m 的汽车由静止以额定功率 P 驶上斜面，汽车行驶的最大速度为 v_1；如图乙所示，若汽车从斜面顶端由静止以额定功率 P 向下运动，汽车行驶的最大速度为 v_2.已知汽车行驶过程中受到的阻力大小恒定不变，重力加速度为 g，下列说法正确的是（　　）



甲

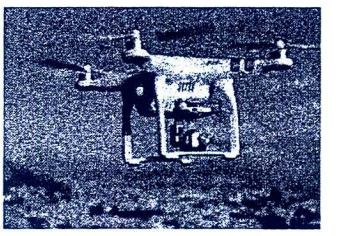


乙

A．汽车均做匀加速直线运动　　B．最大行驶速度 v_1 大于 v_2

C．阻力大小为 $\frac{v_1+v_2}{v_1-v_2}\cdot mg\sin\theta$　　D．额定功率大小为 $\frac{v_1v_2}{v_2-v_1}\cdot 2mg\sin\theta$

【例 4】无人机在生产生活、军事、科研等方面有广泛的应用。某款无人机的总质量为 m，水平匀速飞行的速度为 v 时，受到的空气阻力是重力的 k 倍，重力加速度为 g，则该无人机飞行的过程中，牵引力的功率为（　）



A．mgv　　B．$kmgv$　　C．$(1+k)mgv$　　D．$\sqrt{1+k^2}mgv$

【跟踪训练】

1．纯电动汽车绿色环保，许多人驾驶纯电动汽车出行。一辆纯电动汽车功率为30kW，当它匀速行驶时速度大小为20m/s时，则阻力的大小为（　　）

A．600N　　B．1500N　　C．1.5N　　D．6×10^5N

2．一辆汽车质量为m，在水平路面上由静止开始做直线运动，运动过程中汽车所受阻力恒定，牵引力F与车速v的关系为$F=\frac{k}{v}$，式中k为大小不变的系数，已知汽车速度的最大值为v_m，则下列说法正确的是（　　）

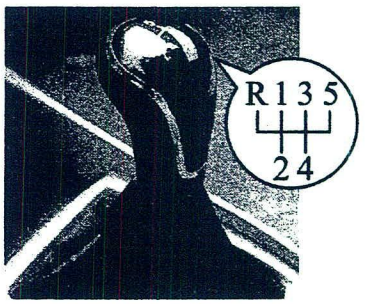
A．汽车从静止到速度达到v_m的过程中，加速度先恒定再逐渐减小，速度逐渐增大

B．汽车的最大加速度大小为$a_m=\frac{k}{mv_m}$

C．汽车的最大牵引力为$F_m=\frac{k}{v_m}$

D．汽车所受阻力大小为$f=\frac{k}{v_m}$

3．（多选题）手动挡汽车最大的驾驶乐趣就是自己能随时控制挡位，加速时可以二挡2000转，也可以二挡4000转．把挡位推入后带来的不同动力感受，有人车合一的感觉．自己有什么操作，车辆就有什么反馈，做一些降挡补油、跟趾动作等等，很有成就感．如图所示，为轿车中的手动变速杆，若保持发动机输出功率不变，将变速杆推至不同挡位，可获得不同的运行速度，从“1”~“5”挡速度增大，R是倒车挡，某型号轿车发动机的额定功率为60kW，在水平路面上行驶的最大速度可达180km/h假设该轿车在水平路面上行驶时所受阻力恒定，则该轿车（　　）



A．以最大牵引力爬坡，变速杆应推至“1”挡

B．该车在水平路面上行驶时所受阻力大小为900N

C．以额定功率在水平路面上以最大速度行驶时，其牵引力为1200N

D．改变输出功率，以54km/h的速度在同一水平路面上匀速行驶时，发动机的输出功率为35kW

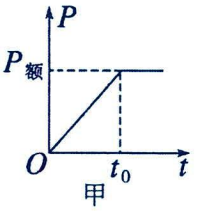
4．中欧班列是指运行于中国与欧洲以及“一带一路”共建国家间的集装箱国际联运列车，从开通至今已经完成2万次运输。列车采用内燃加锂电池的混合动力进行驱动，整车最大功率750kW，行驶过程中受到阻力恒定，速度最高为108km/h，已知列车的总质量为5×10^4kg，列车以最大功率启动，下列说法正确的是（　　）

A．行驶过程中列车受到的阻力为2.0×10^4N　　B．列车以15m/s行驶时的加速度是0.5m/s^2

C．列车加速过程中的平均速率是15m/s　　D．列车行驶1小时，牵引力对其做功为750kJ

题型二：恒定加速度启动

解题要点：物体做恒定加速度启动，可理解为“油门慢慢踩”，功率随时间变化如图甲。



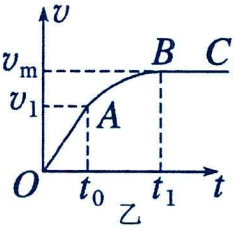
甲

①$a=\frac{F-F_{阻}}{m}$不变⇒F 不变 $\xrightarrow{v\uparrow}$⇒$P=Fv\uparrow$直到 $P=P_{额}=Fv_1$，匀加速直线运动，如图乙中 OA 段；

满足 $v_1=\frac{P_{额}}{F}=\frac{P_{额}}{f+ma}$，持续时间 $t_0=\frac{v_1}{a}$；

②$v\uparrow\Rightarrow F=\frac{P\ 不变}{v}\downarrow\Rightarrow a=\frac{F-F_{阻}}{m}\downarrow$，物体做加速度减小的加速运动，如图乙中 AB 段；

③当 $F=F_{阻}$时⇒$a=0\Rightarrow v_m=\frac{P}{F_{阻}}$，之后物体以 v_m 做匀速直线运动，如图乙中 BC 段。



乙

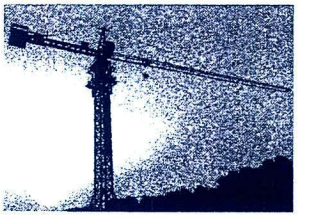
【精选例题】

【例 1】（多选题）有一质量为 10^3kg 的汽车，发动机额定功率为 4×10^4W，在平直路面上行驶时所受阻力恒为车重的 0.3 倍，汽车以 $1m/s^2$ 的恒定加速度启动，重力加速度 g 取 $10m/s^2$。车辆启动过程中，下列说法正确的是（　　）

A．发动机最大牵引力为 4×10^3N　　B．做匀加速运动持续的时间为10s

C．5s 末汽车的速度为 $10m/s$　　D．5s 末发动机的实际功率为 2×10^4W

【例 2】（多选题）如图为修建高层建筑常用的塔式起重机，起重机将质量 $m=5\times10^3$kg 的重物由静止开始匀加速竖直吊起，加速度 $a=0.2m/s^2$，当起重机输出功率达到最大值后，保持该功率直到重物做速度为 $v_m=1.02m/s$ 的匀速运动，取 $g=10m/s^2$，不计空气阻力和额外功。则（　）



A．起重机输出的最大功率为 5.1×10^4W　　B．重物做匀加速运动所经历的时间为 5s

C．重物做匀加速运动所经历的时间为 5.1s　　D．起重机在第 2 秒末的输出功率为 2×10^4W

【例 3】质量为 1.5×10^3kg 的汽车，额定功率为 $P=60$kW，在平直公路上行驶的最大速度为120km/h。现汽车从静止开始做匀加速直线运动，6.25s后达到额定功率，之后汽车以恒定功率加速达到最大速度，行驶过程中受到的阻力不变，则（　　）

A．汽车所受的阻力大小为1500N　　B．汽车匀加速启动时的加速度大小为 $2m/s^2$

C．3s 末汽车的功率为 3.68×10^4W　　D．汽车速度为15m/s时的加速度大小为 $2m/s^2$

【跟踪训练】

1．（多选题）一起重机的钢绳由静止开始匀加速提起质量为 m 的重物，当重物的速度为 v_1 时，起重机的有用功率达到最大值 P 之后，起重机保持该功率不变，继续提升重物，直到以最大速度 v_2 匀速上升为止。（已知重力加速度为 g）则整个过程中，下列说法正确的是（　　）

A．钢绳的最大拉力为 $\frac{P}{v_1}$　　B．钢绳的最大拉力为 $\frac{P}{v_2}$

C．重物的最大速度为 $\frac{P}{mg}$　　D．重物做匀加速运动的时间为 $\frac{mv_1^2}{P-mgv_1}$

2．随着技术的不断进步和消费者对环保意识的增强，智能电动汽车在全球范围内发展迅速。某新能源汽车质量 m=2000kg，电机的额定功率 P=120kW，在平直的公路上，汽车从静止开始以额定功率启动所能达到的最大速度为 v_m=60m/s，汽车在运动过程中所受阻力大小保持不变，重力加速度 g=10m/s²，下列说法正确的是（）

A．若汽车以额定功率起动，当速度为 10m/s 时，加速度为 $5m/s^2$

B．若汽车以额定功率起动，当加速度为 $2m/s^2$ 时，速度为 30m/s

C．若汽车以 $5m/s^2$ 的加速度起动，加速度不变最多能维持 2.4s

D．汽车所受到的阻力大小为 4000N

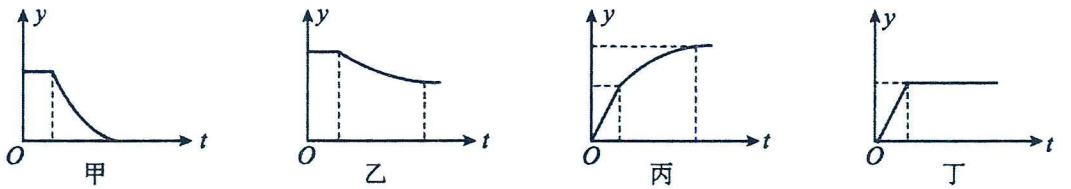
3．（多选题）2024 年 6 月 15 日零时起，中国铁路实行新的列车运行图，武广高铁常态化按 350 公里时速高标运营，当日 9 时 15 分，长沙南站开出首趟高标运营列车，到广州南站仅需 1 小时 59 分。此高铁列车启动过程做匀加速直线运动，设运动过程中列车受到的阻力与行驶速度的大小成正比，在启动过程中当速度大小为 v 时机车的输出功率为 P，当速度大小为 $2v$ 时机车的输出功率可能为（　　）

A．$2.5P$　　B．$3.5P$　　C．$4.5P$　　D．$5.5P$

题型三：机车启动中的图像问题——常规图像

【精选例题】

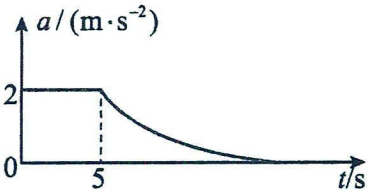
【例 1】一辆质量为 m 的轿车，在平直公路上行驶，启动阶段轿车牵引力保持不变，而后以额定功率继续行驶，经过一定时间，其速度由零增大到最大值 v_m。若所受阻力恒定，则下列甲、乙、丙丁四个图像依次可以反映下列物理量随时间变化的关系，正确的是（　　）



A．加速度、牵引力、速度、功率　　B．速度、牵引力、加速度、功率

C．功率、加速度、牵引力、速度　　D．牵引力、加速度、速度、功率

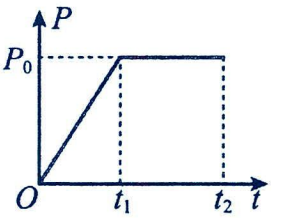
【例 2】一辆质量为 20kg 的玩具赛车在水平直跑道上由静止开始匀加速启动，达到额定功率后保持功率不变，其加速度 a 随时间 t 变化的规律如图所示。已知赛车在跑道上运动时受到的阻力恒为 40N，赛车从起点到终点所用的时间为 35s，赛车到达终点前已达到最大速度，下列说法正确的是（　　）



A．赛车匀加速行驶的距离是 25m　　B．赛车 5s 末的速度是 15m/s

C．赛车 5s 末的功率是 1000W　　D．赛车匀速行驶的时间是 30s

【例 3】（多选题）某机车沿直线轨道启动过程中的功率随时间变化规律如图所示。t_2 时刻，机车的速度刚好达到最大速度，机车启动过程中受到的阻力恒为 f，已知机车的总质量为 m，t_2 时刻机车的速度是 t_1 时刻机车速度的 1.5 倍，则下列判断正确的是（　）



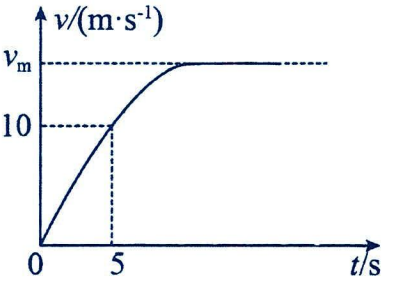
A．$0\sim t_1$ 时间内，机车一定做加速度随时间均匀增大的直线运动

B．$t_1\sim t_2$ 时间内，机车运动的加速度一直减小

C．t_1 时刻，机车运动的加速度大小为 $\frac{f}{2m}$

D．$t_1\sim t_2$ 时间内，机车运动的平均速度大小为 $\frac{5P_0}{6f}$

【例 4】一辆汽车在水平路面上由静止启动，在前 5s 内做匀加速直线运动，5s 末达到额定功率，之后保持额定功率运动，其 v-t 图像如图所示。已知汽车的质量 $m=2\times10^3$kg，汽车受到的阻力为车重的 $\frac{1}{5}$，取重力加速度大小 $g=10m/s^2$，下列说法正确的是（　　）



A．汽车的最大速度为 15m/s

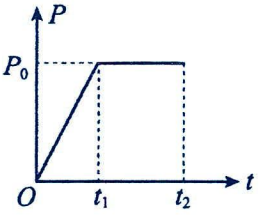
B．汽车的额定功率为 120kW

C．汽车的速度大小为 16m/s 时，加速度大小为 $2.5m/s^2$

D．在前 5s 内汽车牵引力做的功为 2×10^5J

【跟踪训练】

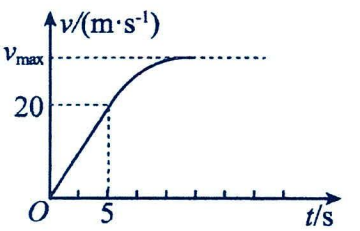
1．（多选题）如图所示为某汽车启动时发动机功率 P 随时间 t 变化的图像，图中 P_0 为发动机的额定功率，若已知汽车在 t_2 时刻之前已达到最大速度 v_m，据此可知（　　）



A．$t_1\sim t_2$ 时间内汽车做匀速运动　　B．$0\sim t_1$ 时间内发动机做的功为 P_0t_1

C．$0\sim t_2$ 时间内发动机做的功为 $P_0(t_2-\frac{t_1}{2})$　　D．汽车匀速运动时所受的阻力等于 $\frac{P_0}{v_m}$

2．一辆小汽车在水平路面上由静止启动，在前 5s 内做匀加速直线运动，5s 末达到额定功率，之后保持额定功率运动，其 v-t 图像如图所示。已知汽车的质量为 $m=1\times10^3$kg，汽车受到的阻力为车重的 0.1 倍，g 取 $10m/s^2$，则（　　）



A．汽车在前 5s 内的牵引力为 3×10^3N　　B．汽车在前 5s 内的牵引力为 5×10^2N

C．汽车的额定功率为 100kW　　D．汽车的最大速度为 60m/s

3．图甲起重机某次从 $t=0$ 时刻由静止开始提升质量为 $m=150$kg 的物体，其 $a-t$ 图像如图乙所示，5～10s 内起重机的功率为额定功率，不计其它阻力，重力加速度为 $g=10m/s^2$，则以下说法正确的是（　）

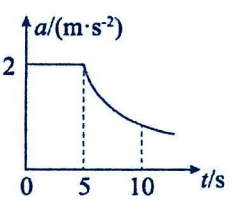
A．物体在 0～10s 内运动的最大速度为 10m/s

B．起重机的额定功率为 1800W

C．5～10s 内起重机对物体做的功等于 0～5s 内起重机对物体做功的 1.5 倍

D．5～10s 内起重机对物体做的功等于 0～5s 内起重机对物体做功的 2 倍


甲



乙

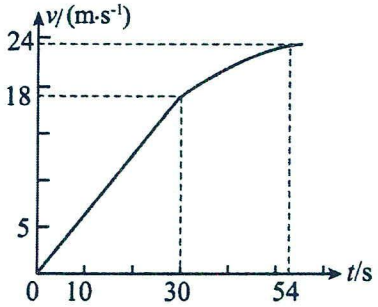
4．（多选题）图为某电动汽车在加速性能试验过程中的 v-t 图像。为了简化计算，可近似认为：汽车运动时受到的阻力恒定，在 0~30s 内做匀加速直线运动，30s 后汽车发动机的功率保持不变。近似后可得（　　）

A．15s 末、30s 末汽车的牵引力大小之比为 2:1

B．15s 末、30s 末汽车的发动机功率之比为 1:2

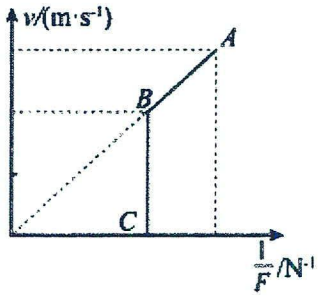
C．30s 末、54s 末汽车的加速度大小之比为 4:3

D．0~30s 内、30~54s 内汽车发动机做功之比为 5:8

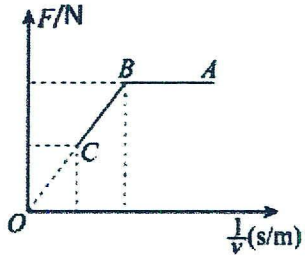


题型四：机车启动中的图像问题——拓展图像

解题要点：常规 v-t 图像，a-t 图像外，另有$F-\frac{1}{v}$，$v-\frac{1}{F}$，$a-\frac{1}{v}$等图像。



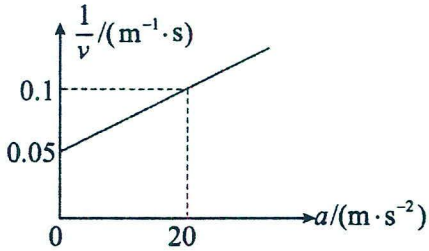
BC 段为恒 F 启动，AB 段为恒 P 启动.



AB 段为恒 F 启动，BC 段为恒 P 启动

【精选例题】

【例 1】（多选题）一辆玩具赛车在水平直线跑道上由静止开始以 10kW 的恒定功率加速前进，赛车瞬时速度的倒数$\frac{1}{v}$和瞬时加速度 a 的关系如图所示，已知赛车在跑道上所受到的阻力不变，赛车到达终点前已达到最大速度。下列说法中正确的是（　　）



A．赛车做加速度逐渐增大的加速直线运动

B．赛车的质量为 25kg

C．赛车所受阻力大小为 500N

D．赛车速度大小为 5m/s 时，加速度大小为 50m/s²

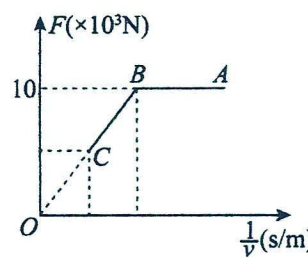
【例 2】某新能源汽车生产厂家在平直公路上测试汽车性能，$t=0$时刻驾驶汽车由静止启动，$t_1=6$s时汽车达到额定功率，$t_2=14$s时汽车速度达到最大，如图是车载电脑生成的汽车牵引力 F 随速率倒数$\frac{1}{v}$变化的关系图像。已知汽车和司机的总质量$m=2000$kg，所受阻力与总重力的比值恒为$\frac{1}{4}$，重力加速度$g=10\text{m/s}^2$，则（　　）

A．汽车启动后做匀加速直线运动，直到速度达到最大

B．汽车在 BC 段做匀加速直线运动，在 AB 段做匀速运动

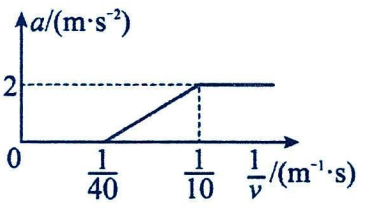
C．汽车达到的最大速度大小为 30m/s

D．从启动到速度达到最大过程中汽车通过的距离为 105m



【跟踪训练】

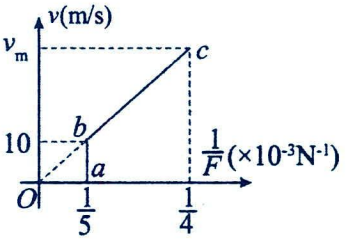
1．新能源汽车的发展为了减少对传统燃料的依赖，减少环境污染和减少温室气体的排放。如图所示为某一型号汽车某次测试行驶时的加速度 a 和车速倒数$\frac{1}{v}$的关系图像，若汽车质量为 2.1×10^3kg，它由静止开始沿平直公路行驶，且行驶中阻力恒定，最大车速为 40m/s，下列说法正确的是（　　）



A．汽车匀加速所需时间为 4s　　B．汽车牵引力的额定功率为5.6×10^4W

C．汽车车速为5m/s时，功率为3.2×10^4W　　D．汽车所受阻力为1.4×10^4N

2．发展新能源汽车是我国当前一项重大国家战略。假设有一辆纯电动汽车质量$m=1.6\times10^3$kg，汽车沿平直的公路从静止开始启动，汽车启动后的速度记为 v，牵引力大小记为 F，$v-\frac{1}{F}$图像如图所示，v_m表示最大速度，ab 平行于 v 轴，bc 反向延长线过原点。已知汽车运动过程中受到的阻力大小恒定，bc 段汽车运动的时间为 8s。下列说法正确的是（　　）



A．汽车所受阻力为 5000N　　B．汽车从 a 到 b 持续的时间为 32s

C．汽车能够获得的最大速度为 12.5m/s　　D．汽车从 b 到 c 过程中运动的位移为 100m

题型五：机车起动中的突变问题

解题要点：

(1)汽车功率突变瞬间，速度 v 不发生突变，$F_{牵引力}$发生突变，物体加速度改变。

$F_{牵引力}$增大，物体做加速度减小的加速运动，直到再次匀速；

$F_{牵引力}$减小，物体做加速度减小的减速运动，直到再次匀速。

例如：“猛加油”，即为 P 增大，F 增大；

(2)汽车突然进入爬坡路段或者下坡路段，P，v，$F_{牵引力}$不发生突变，由于重力分量的作用，$F_{合力}$发生突变，物体加速度改变。

汽车进入下坡路段，重力分量与牵引力同向，有向下的加速度，汽车加速，牵引力减小，至再次匀速。

汽车进入上坡路段，重力分量与阻力同向，有向下的加速度，汽车减速，牵引力减增大，至再次匀速。

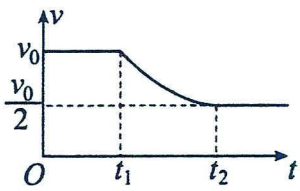
【精选例题】

【例 1】电动汽车的电机具有输出效率高、响应速度快等特点。某品牌电动汽车以功率 P 在平直公路上匀速行驶，t_1时刻，驾驶人通过控制踏板将功率降低到 0.5P，接下来保持该功率继续行驶，到 t_2时刻汽车又开始匀速行驶（设汽车所受阻力不变）。则在时间内（　）

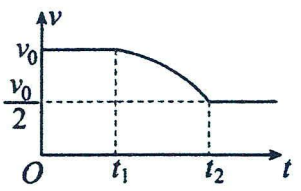
A．汽车的速度先减小后增大　　B．汽车的速度先增大后减小

C．汽车的加速度逐渐减小　　D．汽车的加速度逐渐增大

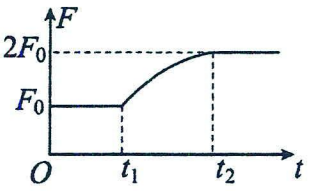
【例 2】（多选题）汽车在平直公路上以速度 v_0 匀速行驶，发动机功率为 P，牵引力为 F_0，t_1 时刻进入另一平直路面，阻力变为原来的两倍且恒定，若保持功率 P 继续行驶，到 t_2 时刻，汽车又恢复了匀速直线运动，能正确表示这一过程中汽车速度 v 和牵引力 F 随时间 t 变化的图像是（　　）



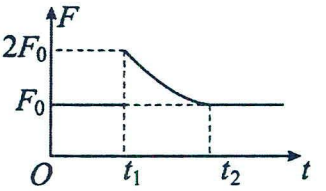
A



B



C

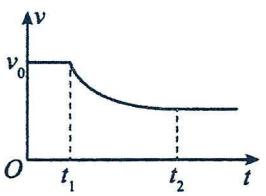


D

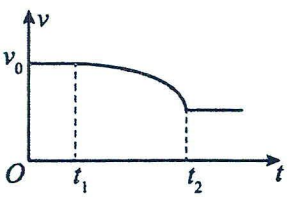
【跟踪训练】

1．汽车在平直公路上以速度 v_0 匀速行驶，发动机功率为 P，t_1 时刻进入另一足够长的倾斜路面，如图，若保持功率 P 继续行驶，到 t_2 时刻，汽车又恢复了匀速直线运动。假设汽车运动过程中阻力（不包含重力沿斜面的分力）大小保持不变，下列图像中能正确表示该汽车运动过程速率 v 随时间 t 变化的是（　）

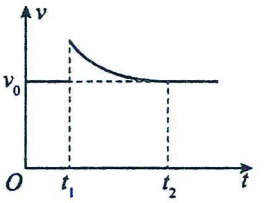




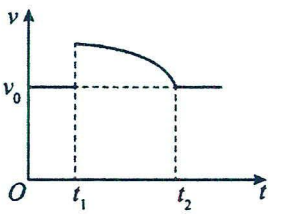
A



B

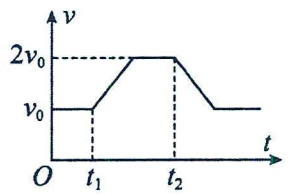


C

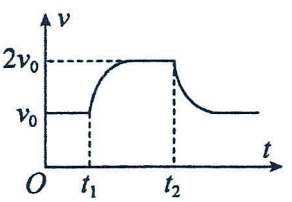


D

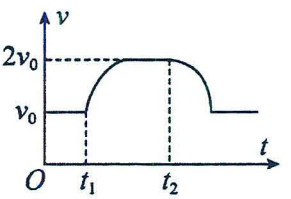
2．一辆汽车在平直公路上保持恒定功率 P_0 以速度 v_0 匀速行驶，t_1 时刻驾驶员立即将功率增大到 $2P_0$ 行驶一段时间，t_2 时刻遇到险情，驾驶员立即将功率减小到 P_0 继续向前行驶。整个过程汽车所受阻力恒定，则该过程中汽车的速度 v 随时间 t 变化的关系图像可能正确的是（　　）



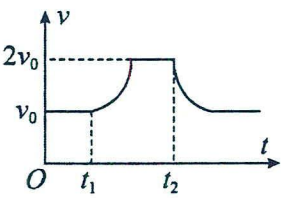
A



B



C



D

考点六：重力势能

1．重力做功

(1)公式：$W_G=mgh$

(2)特点：重力做功与路径无关，只与始末位置的高度差有关。

(3)物体由低向高运动,重力做负功，物体由高向低运动,重力做正功。

2．重力势能

(1)表达式：$E_p=mgh$。

(2)重力势能的特点

①系统性:重力势能是物体和地球所共有的，

②相对性:重力势能的大小与参考平面的选取有关，但重力势能的变化与参考平面的选取无关。

(3)重力做功与重力势能变化的关系

①表达式：$W_G=E_{p1}-E_{p2}=-\Delta E_p$。

②重力对物体做正功，重力势能减小；重力对物体做负功，重力势能增大。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）下列关于重力势能的说法，正确的是（　　）

A．重力势能的变化，只跟物体所处的初末位置有关，与物体实际经过的路径无关

B．重力势能的变化，只跟重力做功有关，和其他力做功多少无关

C．重力势能是矢量，当重力对物体做正功时，物体的重力势能减少

D．重力势能是物体和地球共有的，而不是物体单独具有的

【例 1】（多选题）关于重力势能，下列说法中正确的是（　　）

A．重力势能的变化只跟物体所处的初、末位置有关，与物体实际经过的路径无关

B．物体与参考平面的距离越大，它的重力势能也越大

C．重力势能的变化量与参考平面的选取无关

D．一个物体的重力势能从－10 J 变化到 4 J，重力势能减少了

【跟踪训练】

1．（多选题）在下列关于重力势能的说法中正确的是（　　）

A．重力势能是物体和地球所共有的，而不是物体自己单独所具有的

B．重力势能等于零的物体，不可能对别的物体做功

C．在同一高度，将同一物体以同一速率 v_0 向不同的方向抛出，落回到同一水平地面过程中物体减少的重力势能一定相等

D．在地球上的物体，它的重力势能一定等于零

2．关于重力势能的说法，正确的是（　　）

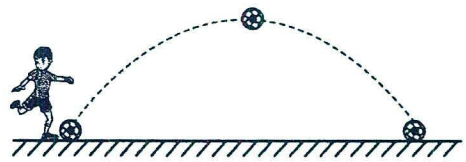
A．质量大的物体，重力势能一定大　　B．被举得高的物体，重力势能一定大

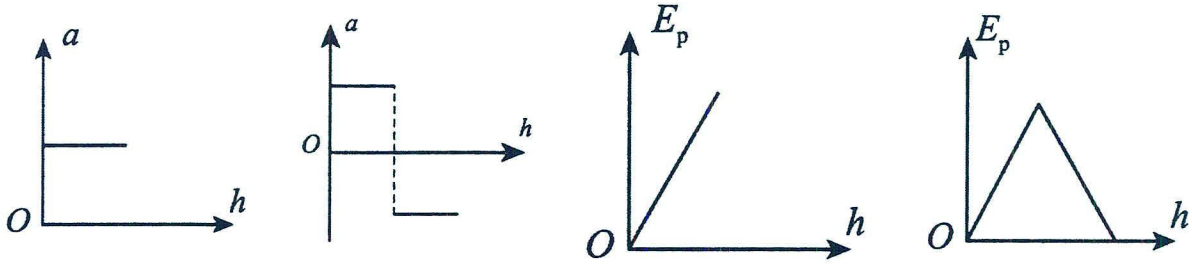
C．重力做负功，重力势能一定增加　　D．重力做负功，重力势能可能减少

题型二：重力做功与重力势能的关系

【精选例题】

【例 1】（多选题）足球在空中运动的轨迹如图，若以地面为参考平面，h 为足球距地面高度，不计空气阻力，下列表示足球在空中运动的加速度 a、重力势能 E_p 随 h 变化的图像正确的是（　）





A　　B　　C　　D

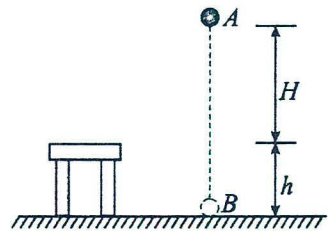
【例 2】如图所示，质量 $m=2\text{kg}$ 的小球，从离桌面 $H=1.0\text{m}$ 高处由静止下落，桌面离地面的高度 $h=0.8\text{m}$，若以桌面为参考平面，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$，下列说法正确的是（　　）

A．小球在 A 点的重力势能为 36J

B．小球在桌面上的重力势能为 0J

C．整个下落过程中重力势能减少了 20J

D．若改变所选择的参考平面，小球在 A、B 点的重力势能不变



【例 3】暑假期间李华去爬山，该山高 h，已知李华质量为 m，上山用时 t_1，下山用时 t_2，重力加速度为 g。下列叙述正确的是（　　）

A．上山过程李华克服重力做功，其重力势能减小

B．重力做功的多少与李华爬山的路径有关

C．从山顶至山底的过程，重力对李华做功的功率为 $\frac{mgh}{t_2}$

D．上山过程中，由于未选定参考平面，故无法判断李华重力势能的变化

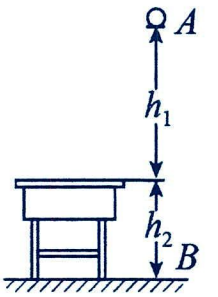
【例 4】假设某一青年在楼上将球水平抛出，抛出点离地 4.5m，球质量 0.6kg，在离地 2.0m 处被一男青年抢到，重力加速度取 10m/s^2，在球被抛出至被抢到的过程中，下列说法正确的是（　　）

A．重力做功 15J　　B．若以抛出点为参考平面，球被抢到时的重力势能为−27J

C．重力势能增加了 15J　　D．若以地面为参考平面时，上述过程中绣球重力势能的变化量最大

【跟踪训练】

1．如图，质量为 m=1kg 的小球，从 A 点下落到地面上的 B 点，h_1 为 1.2m，桌面高 h_2 为 0.8m，则（　　）



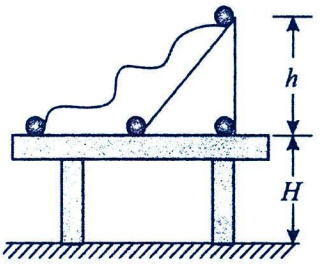
A．以地面为参考平面，小球在 A 点的重力势能为 12J

B．以桌面为参考平面，小球在 B 点的重力势能为 8J

C．以桌面为参考平面，从 A 点到 B 点的过程中，重力势能的改变量为－8J

D．从 A 点到 B 点的过程中，重力势能的减少量一定为 20J，与参考平面无关

2．如图所示，静止的小球沿不同的轨道由同一位置滑到水平桌面上，轨道高度为 h，桌面距地面高为 H，小球质量为 m，则以下说法正确的是（　　）



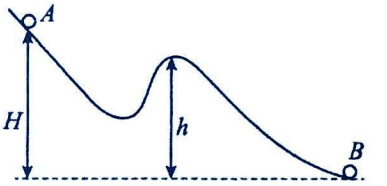
A．小球的重力势能的减少量为 mgh

B．以地面为参考面，小球的重力势能的减少量为 $mg(H+h)$

C．小球沿竖直轨道下滑到桌面上的过程，重力做功最少

D．小球沿不同的轨道由同一位置滑到水平桌面，重力做功不一样多

3．（多选题）某游客领着孩子在贵港市龙潭森林公园游玩时，孩子不小心将手中质量为 m 的玩具皮球掉落，皮球从 A 点滚到了山脚下的 B 点，高度标记如图。重力加速度大小为 g。在皮球从 A 点运动到 B 点的过程中（　　）



A．皮球所受重力做的功为 mgH　　B．皮球所受重力做的功为 mgh

C．皮球的重力势能减少 mgH　　D．皮球的重力势能减少 $mg(H-h)$

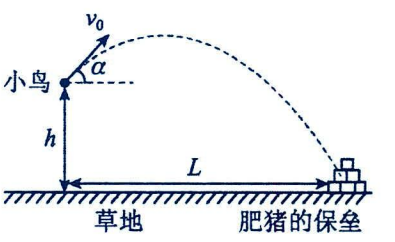
4．愤怒的小鸟是风靡全球的 2D 画面游戏，是通过调节发射小鸟的速度大小与角度达到轰击肥猪堡垒的目的。现简化为如图所示的模型：假设小鸟从离草地高度为 h 处用弹弓弹射，初速度 v_0 斜向上且与水平方向成 α 角，肥猪的堡垒到抛射点水平距离为 L，忽略空气阻力，重力加速度为 g（将小鸟和肥猪堡垒均视为质点）。则（　　）

A．当 v_0 一定时，α 角越大，小鸟在空中运动时间越短

B．小鸟从开始到上升到最高点的过程中增加的势能为 $\frac{1}{2}mv_0^2\sin^2\alpha$

C．当 α 角一定时，v_0 越小，其水平射程越长

D．若 $\alpha=0°$，则要想击中目标，初速度应满足 $v_0=L\sqrt{\frac{2h}{g}}$

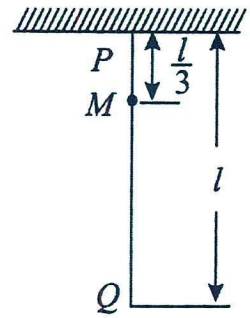


题型三：非质点及流体的重力势能

解题要点：针对非质点物体或液体，分析其重力势能时，解题的关键是分析物体重心所在的位置。

当整体重心不确定时，可以考虑分段确定各部分的重力势能，再确定整体的重力势能，最后分析初末态重力势能的变化情况。

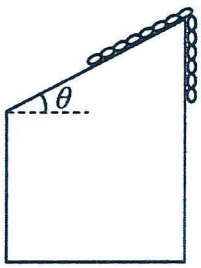
【精选例题】



【例 1】如图所示，一质量为 m、长度为 l 的均匀柔软细绳 PQ 竖直悬挂。用外力将绳的下端 Q 缓慢地竖直向上拉起至 M 点，M 点与绳的上端 P 相距$\frac{1}{3}$l。重力加速度大小为 g。在此过程中，绳的重力势能增加（　　）

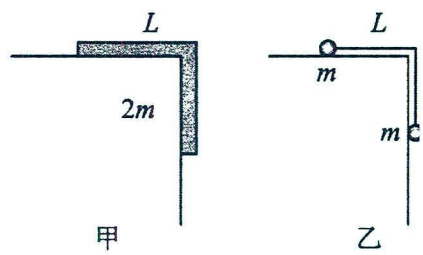
A．$\frac{1}{9}$mgl　　B．$\frac{1}{6}$mgl　　C．$\frac{1}{3}$mgl　　D．$\frac{1}{2}$mgl

【例 2】如图所示，有一条长为 L、质量为 m 的均匀金属链条，一半在光滑斜面上，斜面倾角为θ，另一半沿竖直方向下垂在空中。链条由静止释放后开始滑动，以斜面最高点为重力势能的零点，已知重力加速度为 g，则：(1)开始时和链条刚好从右侧全部滑出斜面时重力势能各是多大？(2)此过程中重力势能减少了多少？



【跟踪训练】

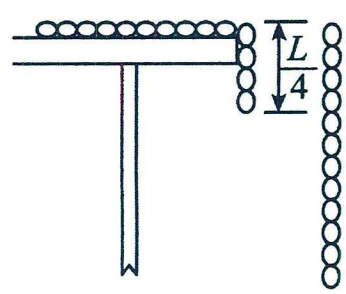
1．如图所示，甲为一长度为 L 的均匀链条，总质量为 2m，一半放在水平桌面上，一半竖直下垂，乙为两个质量均为 m 的小球，一个放在水平桌面上，一个竖直下垂，中间用不计质量的长度为 L 的细绳相连，水平部分和竖直部分长度相等，初始时令两装置保持静止，现自由释放两装置，使得两个装置都刚好离开水平桌面，已知重力加速度为 g，水平桌面光滑，则下列说法正确的是（　　）



A．甲装置重力势能减少了$\frac{3}{4}mgL$　　B．乙装置重力势能减少了mgL

C．甲装置重力做的功小于乙装置重力做的功　　D．甲乙两装置重力势能的减少量相等

2．质量为 m 的均匀链条长为 L，开始放在光滑的水平桌面上时，有$\frac{1}{4}$的长度悬在桌边缘，如图所示，松手后，链条滑离桌面，问从开始到链条刚滑离桌面过程中重力势能变化量为（　　）



A．$\frac{15}{32}mgL$　　B．$\frac{1}{32}mgL$　　C．$-\frac{15}{32}mgL$　　D．$-\frac{1}{2}mgL$

考点七：弹性势能

1.定义：发生弹性形变的物体之间，由于有弹力的相互作用而具有的势能。

2.弹力做功与弹性势能变化的关系：

①表达式：$W=-\Delta E_p=\frac{1}{2}kx^2$；k 指弹簧的劲度系数，x 指弹簧的形变量。

②意义：弹力做正功，弹性势能减小；弹力做负功，弹性势能增加。

3.弹性势能的特点

①系统性：发生形变的物体上所有质点因相对位置改变而具有的能量,因而具有系统性。

②相对性：弹性势能的大小与选定的零势能位置有关，通常取弹簧原长时弹性势能为零势能。

③对同一弹簧，弹性势能的大小由弹簧的形变量决定，弹簧的伸长量和压缩量相等时，弹簧的弹性势能相等。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】关于弹性势能，下列说法中正确的是（　　）

A．弹簧在任何状态下都具有弹性势能　　B．弹簧只有在发生弹性形变时才具有弹性势能

C．弹性势能不可以与其他形式的能相互转化　　D．弹性势能在国际单位制中的单位是瓦特

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，撑杆跳高是一项运动员经过持杆助跑，借助撑杆的支撑腾空，在完成一系列复杂的动作后越过横杆的运动。若不考虑空气阻力的影响，则下列说法正确的是（　　）



A．运动员撑杆上升的过程中，杆对运动员的弹力大于运动员对杆的弹力

B．运动员越过横杆后在空中运动的过程中处于失重状态

C．运动员撑杆上升的过程中，杆的弹性势能逐渐增大

D．运动员经过最高点越过横杆时，速度不为零

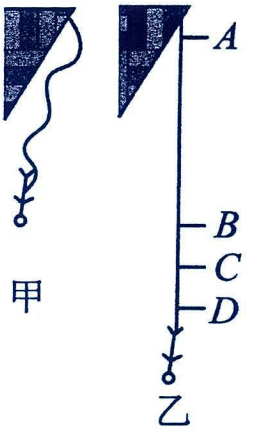
2．下列说法正确的是（　　）

A．弹力做正功，弹性势能增加　　B．弹力做负功，弹性势能增加

C．重力做功与物体运动的路径有关　　D．重力势能的改变量与零势能点选取有关

题型二：弹力做功与弹力势能的关系

【精选例题】



【例 1】（多选题）图甲是玩蹦极游戏的示意图，将弹性绳子的一端系在人身上，另一端固定在高处，然后人从高处跳下。图乙是人到达最低点时的情况，其中 AB 为弹性绳子的原长，C 点是弹力等于重力的位置，D 点是人所到达的最低点，对于人离开跳台至最低点的过程中，下列说法正确的是（　　）

A．重力对人一直做正功

B．人的重力势能一直减小

C．人通过 B 点之后，弹性绳子具有弹性势能

D．从 A 点到 D 点，弹性绳子的弹性势能一直增加

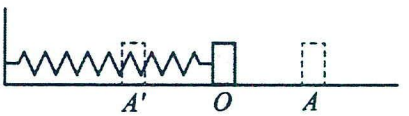
【例 2】（多选题）如图所示，光滑的水平面上，物体与水平轻质弹簧相连，物体在O点时弹簧处于原长，把物体向右拉到A处由静止释放，物体会由A向A'运动，A、A'关于O点对称，弹簧始终在弹性限度内，则（　　）

A．物体由A向O运动的过程中，物块对弹簧做正功，弹性势能逐渐减小

B．物体由O向A'运动的过程中，物块对弹簧做正功，弹性势能逐渐增加

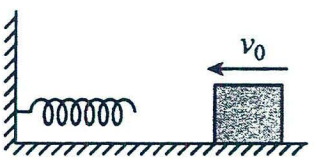
C．在A、A'两处弹性势能相等

D．物块在A处时弹性势能为正值，均在A'处时弹性势能为负值



【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，一个物体以速度v_0冲向与竖直墙壁相连的轻质弹簧，墙壁和物体间的弹簧被物体压缩至最短的过程中，以下说法正确的是（　　）



A．弹簧的弹力大小与弹簧的压缩量成正比　　B．物体向墙壁运动相同的位移，弹力做的功不相等

C．弹簧的弹力做正功，弹性势能增加　　D．弹簧的弹力做负功，弹性势能增加

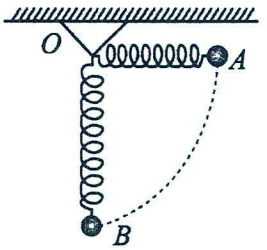
2．如图所示，一轻弹簧一端固定于O点，另一端系一重物，将重物从与悬点O在同一水平面且使弹簧保持原长的A点无初速度释放，让它自由摆下，不计空气阻力，在重物由A点摆至O点正下方B点的过程中（　　）

A．重力做正功，弹力不做功

B．弹力做负功，弹性势能增加

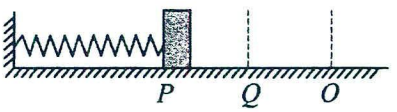
C．在O点正下方B点时，重力的功率为零

D．若用与弹簧原长相等的不可伸长的细绳代替弹簧后，重力做功的功率一直增大



3．如图所示，水平轻弹簧左端固定在竖直墙壁上，右端连接一可视为质点的物块，该物块置于光滑水平面上。弹簧无弹力时，其右端位于O点。现对该物块施力使弹簧右端压缩到P点，然后将该物块由静止释放。已知Q点为PO中点，弹簧始终在弹性限度内，不计空气阻力，该物块向右运动过程中，在PQ段，弹簧对该物块做功W_1，在QO段，弹簧对该物块做功W_2。则$\frac{W_1}{W_2}$为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4



第十一讲：动能定理

考点一：动能

1．动能

(1)定义：物体由于运动而具有的能量叫作动能.

(2)公式：$E_k=\frac{1}{2}mv^2$，单位：焦耳(J).1 J=1 N·m=1 kg·m²/s².

(3)动能是标量，只有大小，没有方向。

(4)动能的主体是物体，具有瞬时性，是状态量.

(5)选取的参考系不同，同一物体的动能一般不同，通常情况下所说的动能指的是相对于地面的动能。

(6)动能改变量：$\Delta E_k=E_{k2}-E_{k1}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$

(7)动能与动能变化量的区别：动能没有负值，而动能变化量有正负之分。$\Delta E_k>0$ 表示物体的动能增加，$\Delta E_k<0$ 表示物体的动能减少。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】关于动能，下列选项正确的是（　）

A．物体做曲线运动，动能一定变化　　B．物体的速度变化越大，动能变化越大

C．两物体动能相同，速度的大小也一定相同　　D．洒水车在匀速向前洒水的过程中，动能在减小

【跟踪训练】

1．下列关于动能的说法正确的是（　　）

A．两个物体中，速度大的动能也大　　B．某物体的速度加倍，它的动能也加倍

C．做匀速圆周运动的物体动能保持不变　　D．物体质量一定，物体的动能保持不变，则速度一定不变

2．下列说法正确的是（　　）

A．物体做变速运动，动能一定变化　　B．物体的动能不变，所受合力一定为零

C．如果物体所受合力为零，则合力对物体做的功一定为零　　D．如果合力对物体所做的功为零，则合力一定为零

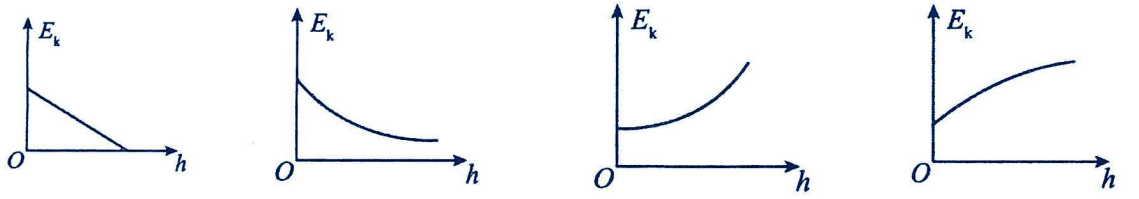
题型二：动能的简单计算

【精选例题】

【例 1】物体的质量减半，速度增大到原来的 2 倍，则它的动能是原来的（　　）

A．0.5 倍　　B．2 倍　　C．4 倍　　D．8 倍

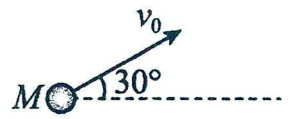
【例 2】卫星绕地球运行的轨道均可近似看成圆轨道，用 h 表示卫星运行轨道离地面的距离，E_k 表示卫星在此轨道上运行的动能，下列四幅图中正确的是（　　）



A　　B　　C　　D

【例 3】如图所示，质量为 m 的小球从 M 点以与水平方向成 30°角、大小为 v_0 的速度朝右上方射出。不计空气阻力，则小球到最高点时的动能为（　　）

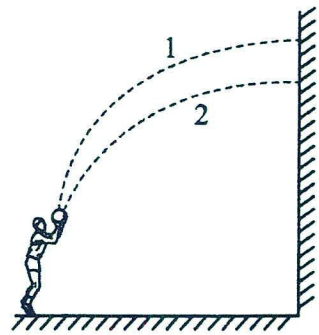
A. $\frac{1}{2}mv_0^2$　　B. $\frac{1}{4}mv_0^2$　　C. $\frac{1}{8}mv_0^2$　　D. $\frac{3}{8}mv_0^2$



【例 4】小明同学在练习投篮时将同一篮球从同一位置斜向上抛出，其中有两次篮球垂直撞在竖直放置的篮板上，篮球运动轨迹如下图所示，不计空气阻力，关于篮球从抛出到撞击篮板前，下列说法正确的是（　　）

A．两次在空中的时间可能相等　　B．两次抛出的初速度可能相同

C．两次抛出的初动能可能相等　　D．两次运动速度变化可能相同

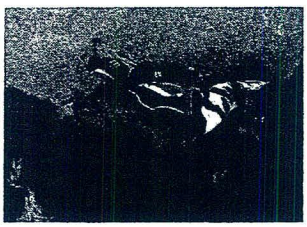


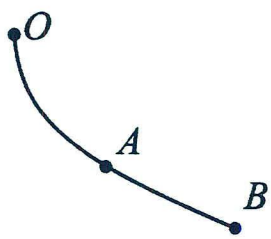
【跟踪训练】

1．某人从 O 点由静止开始做无动力翼装飞行，运动到 A 点后速度斜向下且保持不变，一段时间后运动到 B 点，运动轨迹如图所示，此人从 O 点到 B 点的过程中（　　）

A．加速度一直减小　　B．一直处于失重状态

C．动能一直在增加　　D．重力势能一直在减小





2．两物体做匀速圆周运动，其运动半径之比为 2∶3，受到向心力之比为 3∶2，则其动能之比为（　　）

A．1∶1　　B．3∶2　　C．2∶3　　D．1∶2

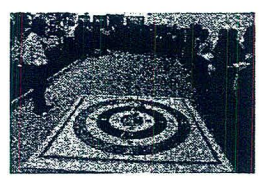
3．为丰富同学们的课余生活，学校组织了趣味运动会，如图甲，在掷沙包的活动中，某同学先后以不同的速度扔出两个相同的沙包，两次都落在了地面上的投掷盘的圆心位置，两次沙包的轨迹如图乙所示，其轨迹在同一竖直平面内，抛出点均为 O，抛出时沙包 1 的初速度方向水平，沙包 2 的初速度方向斜向上。忽略空气阻力和沙包大小的影响，关于两沙包在空中的运动，下列说法正确的是（　　）

A．两次投掷时，沙包的水平速度可能相等

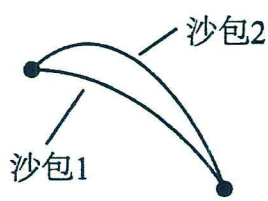
B．两次投掷时，沙包在空中运动的时间可能相等

C．两次投掷时，沙包在落地点的动能可能相等

D．两次投掷时，沙包在落地点的重力瞬时功率可能相等



甲

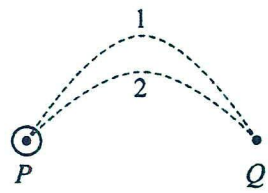


乙

4．一运动员将同一排球先后两次从P点抛出，均经过 Q 点，运动轨迹如图 1、2 所示，P、Q 位于同一水平面上，空气阻力不计，排球沿轨迹 2 运动比沿轨迹 1 运动（　　）

A．经过 Q 点时重力势能大　　B．经过最高点时动能大

C．经过 Q 点时重力的瞬时功率大　　D．从最高点到 Q 点重力做功的平均功率大



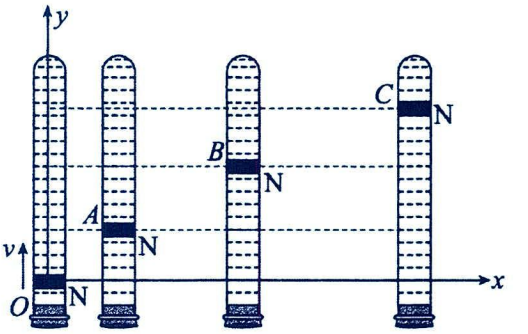
题型三：动能变化量

【精选例题】

【例 1】一质量为 0.1kg 的小球，以 5m/s 的速度在光滑水平面上匀速运动，与竖直墙壁碰撞后以原速率反弹，若以弹回的速度方向为正方向，则小球碰墙过程中的速度变化和动能变化分别是（　　）

A．Δv=-10m/s　　B．Δv=0　　C．ΔE_k=1J　　D．ΔE_k=0

【例 2】（多选题）如图所示，在粗细均匀的玻璃管内注满清水，水中放一个红蜡做的小圆柱体 N（可视为质点），稳定时 N 在水中匀速上浮。现将玻璃管轴线与竖直方向 y 轴重合，在 N 上升刚好匀速运动时的位置记为坐标原点 O，同时玻璃管沿 x 轴正方向做初速度为零的匀加速直线运动。N 依次经过平行横轴的三条水平线上的 A、B、C 位置，在 OA、AB、BC 三个过程中沿 y 轴方向的距离相等，对应的动能变化量分别为ΔE_{k1}、ΔE_{k2}、ΔE_{k3}，速度变化量的大小分别为Δv_1、Δv_2、Δv_3。则下面分析正确的是（　）



A．$\Delta E_{k1}:\Delta E_{k2}:\Delta E_{k3}=1:3:5$　　B．$\Delta E_{k1}:\Delta E_{k2}:\Delta E_{k3}=1:1:1$

C．$\Delta v_1:\Delta v_2:\Delta v_3=1:3:5$　　D．$\Delta v_1:\Delta v_2:\Delta v_3=1:1:1$

【跟踪训练】

1．下列关系式中正确的是（　　）

A．重力对某物体做功：$-2\text{J}>-5\text{J}$　　B．物体的重力势能：$-2\text{J}>-5\text{J}$

C．物体动能的变化量：$-2\text{J}>-5\text{J}$　　D．物体的加速度：$-2\text{m/s}^2>-5\text{m/s}^2$

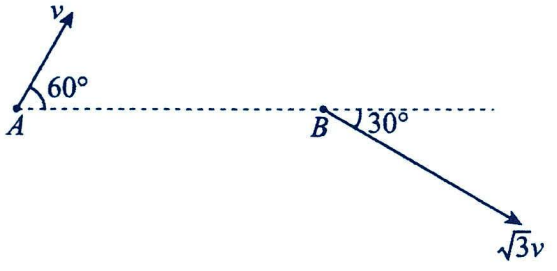
2．（多选题）如图所示，一质量为 m 的物体受水平面内恒力作用，在光滑水平面上运动。从 A 点经一段时间运动到 B 点，速度大小分别为 v 和$\sqrt{3}v$，方向分别与虚线 AB 成 60°和 30°。则下列说法中正确的是（　　）

A．物体从 A 点运动到 B 点动能变化量为mv^2

B．物体从 A 点运动到 B 点速度变化量大小为（$\sqrt{3}-1$）v

C．该恒力沿 AB 方向

D．从 A 点到 B 点的过程中，物体速率的最小值为$\frac{\sqrt{3}}{2}v$



考点二：动能定理

1．动能定理

(1)内容：合外力在一个过程中对物体做的功，等于物体在这个过程中动能的变化。

(2)表达式：$W=\Delta E_k=E_{k2}-E_{k1}=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$.

(3)物理意义：合外力做的功是物体动能变化的量度.

(4)合外力做的功

方法一：先求合外力 $F_{合}$，再用 $W_{合}=F_{合}l\cos\alpha$求功，注意：要求 $F_{合}$为恒力。

方法二：先求各个力做的功 W_1、W_2、W_3…，再应用 $W_{合}=W_1+W_2+W_3+\ldots$求合外力做的功，注意：代入“+”“−”再求和。

2．对动能定理的理解

(1)动能定理中的“力”指的是物体受到的所有力，既包括重力、弹力、摩擦力，也包括电场力、磁场力和其他力，功则为合力所做的总功。

(2)做功的过程就是能量转化的过程，动能定理表达式中“=”的意义是一种因果关系在数值上相等的符号。

(3)动能定理中的位移和速度必须是相对于同一个参考系的，一般以地面或相对地面静止的物体为参考系.

(4)当物体的运动包含多个不同过程时，可分段应用动能定理求解，也可以全过程应用动能定理求解.

(5)动能是标量，动能定理是标量式，解题时不能分解动能.

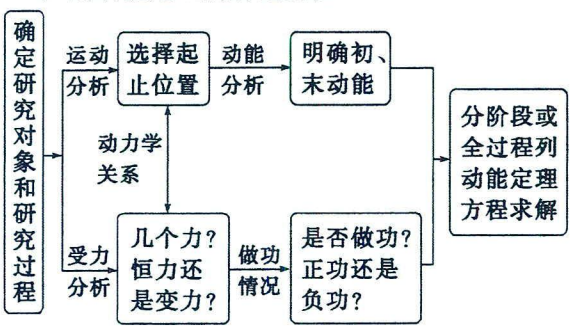
3．动能定理的适用范围

(1)动能定理既适用于直线运动，也适用于曲线运动；

(2)动能定理既适用于恒力做功，也适用于变力做功；

(3)动能定理既适用于单一过程做功，也适用于多个过程做功；

4．应用动能定理的解题流程



(1)应用动能定理解题应抓住“两状态，一过程”，“两状态”即明确研究对象的始、末状态的速度或动能情况；

(2)“一过程”即明确研究过程，确定在这一过程中研究对象的受力情况和位置变化或位移信息。

注意事项

5．动能定理的优越性

应用牛顿第二定律和运动学规律解题时，涉及到的有关物理量比较多，对运动过程的细节也要仔细研究，而应用动能定理解题只需考虑外力做功和初、末两个状态的动能，并且可以把不同的运动过程合并为一个全过程来处理。一般情况下，由牛顿第二定律和运动学规律能够解决的问题，用动能定理也可以求解，并且更为简捷。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】下列关于功、动能的说法，正确的是（　　）

A．合外力的功为零，合外力一定为零　　B．合外力为零，合外力的功一定为零

C．物体做变速运动，动能一定变化　　D．物体动能不变时，合外力必定为零

【例 2】（多选题）关于动能定理，下列说法中正确的是（　　）

A．在某过程中，外力做的总功等于各个力单独做功的绝对值之和

B．动能定理既适用于直线运动，又适用于曲线运动

C．只要有力对物体做功，物体的动能就一定改变

D．动能定理既适用于恒力做功，又适用于变力做功

【跟踪训练】

1．（多选题）下列说法正确的是（　　）

A．物体做变速运动，合外力一定不为 0，动能一定变化　　B．若物体的动能不变，速率也不变

C．若物体的合外力做功，则速度大小一定发生改变　　D．物体具有动能，是由于力对物体做了功

2．（多选题）下列关于运动物体的合外力做功和动能、速度变化的关系，正确的是（　　）

A．物体做变速运动，合外力一定不为零，动能一定变化　　B．若合外力对物体做功为零，则合外力不一定为零

C．物体的合外力做功，它的速度大小一定发生变化　　D．物体的动能不变，所受的合外力必定为零

题型二：简单应用

【精选例题】

【例 1】合外力对物体做了 −10J 的功，则物体的动能（　）

A．动能增加了 10J　　B．动能减少了 10J

C．动能的变化量小于 10J　　D．动能的变化量大于 10J

【跟踪训练】

1．冬奥会上滑雪运动员沿斜坡下滑了一段距离，克服阻力做功 1500J，重力对他做功 2000J，该过程中，滑雪运动员的动能（　　）

A．增加了 500J　　B．减少了 500J　　C．减少了 1500J　　D．增加了 2000J



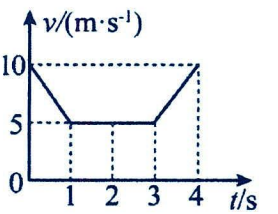
2．图示为一质点在 0~4s 内做直线运动的 $v-t$ 图像。由图可得（　）

A．在 1s~3s 内，合力对质点做正功

B．在 0~1s 内，合力对质点不做功

C．在 0~1s 和 3s~4s 内，合力对质点做的功相同

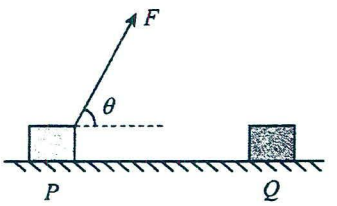
D．在 0~4s 内，合力对质点做的功为零



题型三：应用动能定理解决匀变速直线运动

【精选例题】

【例 1】如图所示，质量为 1kg 的物块在斜向上的拉力作用下沿水平面由静止开始从 P 点运动到 Q 点，到 Q 点时速度大小为 2m/s，此过程拉力做功为 5J，则此过程中摩擦力做功为（　　）



A．1J　　B．2J　　C．-3J　　D．-4J

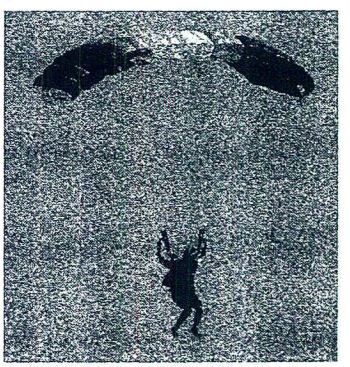
【例 2】（多选题）某人把原来静止于地面上质量为 2kg 的物体向上提起 1m。并使物体获得 1m/s 的速度，取 $g=10m/s^2$，则这个过程中下列说法正确的是（　）

A．人对物体做的功为 21J　　B．合外力对物体做的功为 21J

C．合外力对物体做功 20J　　D．物体的重力势能增加 20J

【跟踪训练】

1．跳伞运动员低空跳伞时从悬停的直升机上由静止落下，到离地高度为 h 的位置时，速度为 v，此时打开降落伞，此后伞和运动员下落过程受到的阻力大小恒定，一直减速下降到地面时的速度大小为 $\sqrt{v^2-gh}$，伞和运动员的总质量为 m，重力加速度为 g，则减速下降过程中，伞和运动员受到的阻力大小为（　　）

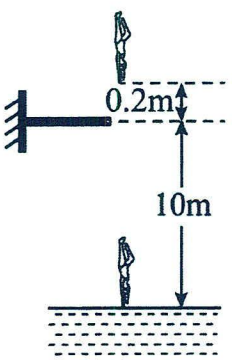


A．$\frac{3}{2}mg$　　B．$\frac{1}{2}mg$　　C．$\frac{3}{4}mg$　　D．$\frac{5}{4}mg$

2．全红婵在东京奥运会女子 10 米跳台决赛中，凭借无与伦比的技巧与超乎年龄的冷静，完美论释了跳水运动的魅力，最终夺得金牌，为中国队赢得了荣誉。若将跳水过程进行简化，如图所示，运动员以 v_0 的初速度起跳，上升到离跳台 0.2m 的最大高度，然后再竖直下落，最后以速度 v 入水，重力加速度 $g=10m/s^2$。求：

(1)若不计空气阻力，则起跳至最高点的时间；

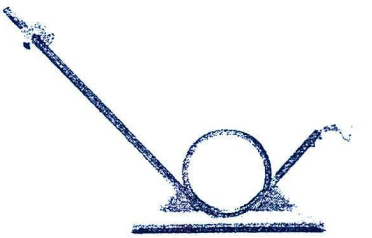
(2)若空气阻力恒为重力的 0.2 倍，则初速度 v_0 与人水速度 v 大小的比值。



题型四：应用动能定理解决曲线运动问题

【精选例题】

【例 1】如图所示，质量为$m=100\text{g}$的小球从倾斜轨道右侧最高点由静止释放，刚好能过圆轨道最高点；已知释放点与圆轨道最高点高度差为$h=20\text{cm}$，圆轨道半径$R=10\text{cm}$，小球可看做质点，不考虑空气阻力，g 取 10m/s^2，则该过程中小球克服摩擦阻力做功为（　　）

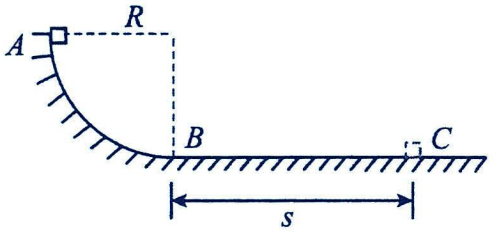


A．0.05J　　B．0.1J　　C．0.15J　　D．0.2J

【例 2】如图所示，半径 R = 0.2 m 的四分之一光滑固定圆弧轨道，下端与水平桌面在 B 点相切，质量 m = 1 kg 的滑块静止在圆弧轨道的最高点 A。现将滑块从 A 点无初速度释放，滑块通过 B 点并沿水平桌面滑动，最后停在 C 点，已知滑块与桌面之间的动摩擦因数为μ = 0.2，g 取 10 m/s²，求：

(1)滑块滑到圆弧轨道最低点 B 时对 B 点的压力；

(2)滑块从 B 到 C 的时间 t 和距离 s；



【跟踪训练】

1．（多选题）一质量为0.6kg的小物体从距离地面高度为5m处位置以1m/s的初速度水平抛出，不计空气阻力，重力加速度 g 取10m/s^2，则小球从抛出到刚要着地的过程中（　　）

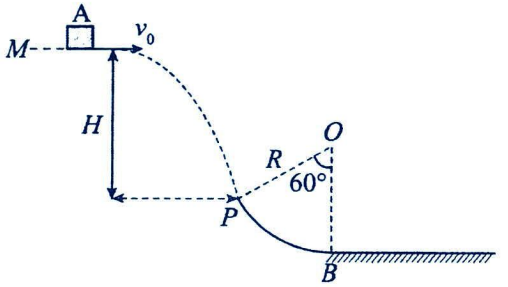
A．重力做功60J　　B．重力做功的平均功率是60W

C．着地前瞬间重力做功的瞬时功率为60W　　D．动能的变化量为30J

2．如图，一质量，$m=1.0\text{kg}$的滑块 A 自 M 点以某一初速度水平抛出，下落高度$H=3\text{m}$后恰好能从 P 点沿切线方向滑入半径$R=2\text{m}$的光滑圆弧轨道。忽略滑块大小及空气阻力对问题的影响。重力加速度大小$g=10\text{m/s}^2$，

求：(1)滑块 A 到达 P 点的速度大小；

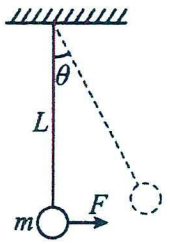
(2)滑块 A 下滑至圆弧轨道最低点 B 点时对轨道的压力大小。



题型五：应用动能定理解决变力做功问题

【精选例题】

【例 1】如图所示，质量为 m 的小球用长 L 的细线悬挂而静止在竖直位置．现用水平拉力 F 将小球拉到细线与竖直方向成θ角的位置．在此过程中，拉力 F 做的功为(　　)



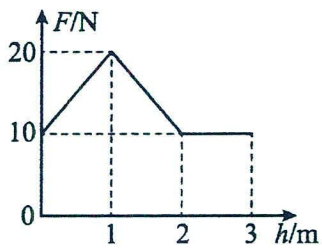
A．若拉力为恒力，则拉力 F 做的功为 FLcosθ

B．若拉力为恒力，则拉力 F 做的功为 mgL(1－cos θ)

C．若缓慢拉动小球，则拉力 F 做的功为 FLsinθ

D．若缓慢拉动小球，则拉力 F 做的功为 mgL(1－cos θ)

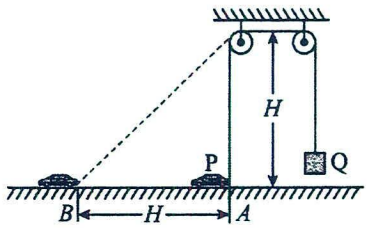
【例 2】质量为 0.5kg 的小物体在竖直向上的拉力 F 作用下由静止开始运动，拉力 F 随物体上升高度 h 的变化规律如图所示，重力加速度 g 取10m/s²，不计空气阻力，则物体上升 3m 时的速度大小为（　　）



A．$4\sqrt{5}$m/s　　B．10m/s　　C．$\sqrt{5}$m/s　　D．5m/s

【跟踪训练】

1．如图所示，一段绳子跨过距地面高度为 H 的两个定滑轮，一端连接小车 P，另一端连接质量为 m 的物块 Q，小车最初在左边滑轮的正下方 A 点，以速度 v 从 A 点沿水平面匀速向左运动，运动了距离 H 到达 B 点（绳子足够长），下列说法中不正确的是（　　）



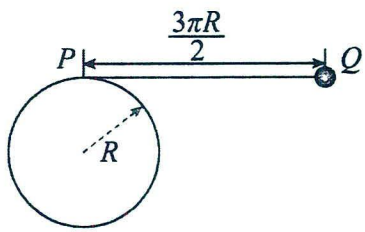
A．物块在上升过程中处于超重状态

B．车过 B 点时，物块的速度为$\frac{\sqrt{2}}{2}v$

C．车过 B 点时，左边绳子绕定滑轮转动的角速度为$\frac{v}{2H}$

D．此过程中绳子上的拉力对物块 Q 所做的功为$(\sqrt{2}-1)mgH$

2．一半径为 R 的圆柱体水平固定，横截面如图所示，长度为$\frac{3\pi R}{2}$、不可伸长的轻细绳，一端固定在圆柱体最高点 P，另一端系一个质量为 m 的小球，小球位于 P 点右侧同一水平高度的 Q 点时，绳刚好拉直，将小球从 Q 点由静止释放，不计空气阻力，重力加速度大小为 g，小球的最大动能为（　　）



A．（π+1）mgR　　B．（π+2）mgR　　C．$\left(\frac{\pi}{2}+1\right)mgR$　　D．$\left(\frac{\pi+1}{2}\right)mgR$

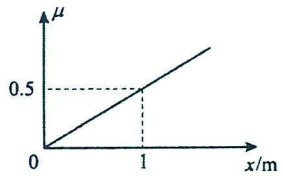
3．如图甲所示，质量为 1kg 的物块放在水平面上，给物块一个水平向右的恒力，使物块从静止开始向右做直线运动，物块与水平面间的动摩擦因数随物块运动的位移变化的规律如图乙所示，若推力的大小 $F=5$N，重力加速度 g=10m/s²，则物块在水平面上运动的最大距离和最大速度分别是（　　）

A．2.5m，2.5m/s　　B．2.5m，$\sqrt{5}$m/s

C．2m，$\sqrt{5}$m/s　　D．2m，2.5m/s



甲



乙

题型六：应用动能定理解决机车启动问题

解题要点：机车以恒定功率启动时，牵引力做的功 W＝Pt，由动能定理得：Pt－$F_{阻}$x＝ΔE_k。此式经常用于求解机车以恒定功率启动过程的位移大小和时间。

【精选例题】

【例 1】一质量为 m 的汽车，启动后在发动机功率保持不变的条件下在水平路面上行驶，经过一段时间 t 后将达到以速度 v 匀速行驶的状态，若汽车在行驶中受到的阻力大小 f 保持不变，则（　　）

A．发动机功率 $P=\frac{1}{2}fv$

B．启动过程中，汽车做匀加速运动

C．在车速为 $\frac{1}{4}v$ 时，汽车的加速度大小为 $\frac{3f}{m}$

D．发动机在 t 时间内做的功为 $\frac{1}{2}fvt+\frac{1}{2}mv^2$

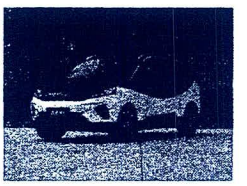
【例 2】（多选题）山西运城生产的“大运”电动出租车空间大、性价比高，某次该汽车在平直公路上试车的 $v-t$ 图像如下。已知汽车质量为 2×10^3kg，限定最大功率为 80kW，0-t_1 匀加速阶段的加速度为 2m/s^2，t_1 时刻汽车达到限定的最大功率并保持功率不变，运动过程中阻力恒定。下列选项正确的是（　　）

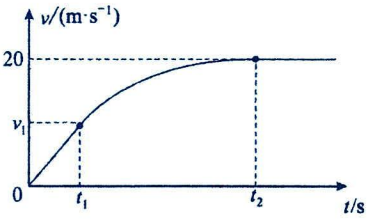
A．图像中 t_1=5s

B．汽车受到的阻力为 4×10^3N

C．汽车在 $0\sim t_2$ 内，牵引力保持不变

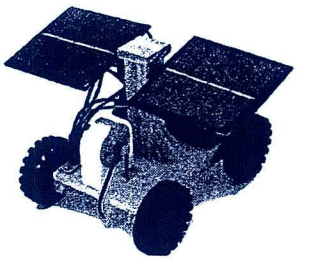
D．汽车在 0～11s 内，牵引力做的功为 6.8×10^5J





【跟踪训练】

1．如图为学校科学技术小组做的新能源汽车模型，主要靠太阳能来驱动。现将小车模式调整为以恒定功率 P 启动，由静止出发，经过时间 t 刚好达到最大速度 v_m，已知小车质量为 m，运动时所受阻力恒为 f，则下列说法正确的是（　　）



A．小车出发后一段时间内先做匀加速直线运动

B．小车出发后一段时间内先做加速度逐渐增大的运动

C．小车的最大速度 $v_m=\sqrt{\frac{2Pt}{m}}$

D．小车从静止出发到刚好达到最大速度时发生的位移大小为 $\frac{Pt}{f}-\frac{mv_m^2}{2f}$

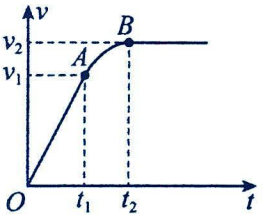
2．（多选题）一辆新能源汽车在平直路面上启动，汽车在启动过程中的 $v-t$ 图像如图所示，OA 段为直线。t_1=20s 时汽车的速度大小 v_1=72km/h 且汽车达到额定功率 $P_{额}$=75kW，此后保持额定功率不变，t_2（未知）时刻汽车的速度达到最大值 v_2=90km/h，整个过程中，汽车受到的阻力不变，则下列说法正确的是（　）

A．0-t_1 时间内，汽车的牵引力大小为 2×10^3N

B．汽车所受的阻力大小为 3×10^3N

C．若 t_2 已知，则可以求出 $0\sim t_2$ 时间内汽车运动的距离

D．$0\sim t_1$ 时间内，汽车的位移大小为 720m



考点三：动能定理综合应用

解体要点：应用动能定理求解多过程问题的两种思路

1．分阶段应用动能定理

(1)若题目需要求某一中间物理量，应分阶段应用动能定理。

(2)物体在多个运动过程中，受到的弹力、摩擦力等力若发生了变化，力在各个过程中做功情况也不同，不宜全过程应用动能定理，可以研究其中一个或几个分过程，结合动能定理，各个击破。

2．全过程应用动能定理

(1)当物体运动过程包含几个不同的物理过程，又不需要研究过程的中间状态时，可以把几个运动过程看作一个整体，巧妙运用动能定理来研究，从而避开每个运动过程的具体细节，大大简化运算。

(2)全过程列式时要注意：

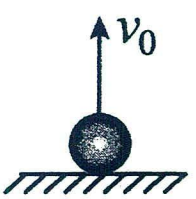
①重力、弹簧弹力做功取决于物体的初、末位置，与路径无关。

②大小恒定的阻力或摩擦力做功的数值等于力的大小与路程的乘积。

题型一：应用动能定理解决多过程直线运动

【精选例题】

【例 1】如图所示，一质量为m的小球以大小为v_0的初速度从地面竖直上抛，刚落回地面时的速度大小为$\frac{v_0}{2}$，已知小球在运动过程中所受空气阻力大小恒定，重力加速度为g，下列说法正确的是（　）



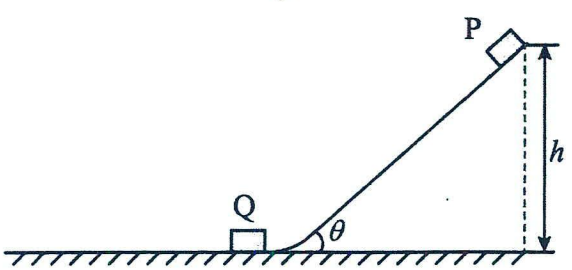
A．小球在运动过程中所受空气阻力大小为$\frac{mg}{2}$　　B．小球在运动过程中所受空气阻力大小为mg

C．小球能到达的最高点距地面$\frac{3v_0^2}{16g}$　　D．小球能到达的最高点距地面$\frac{5v_0^2}{16g}$

【例 2】如图所示，一高为h、倾角为θ的斜面与一足够长的水平轨道平滑相连，质量为m的小滑块P由斜面顶端静止滑下，经t_1时间与静止在斜面底端的小滑块Q发生碰撞。碰后两滑块运动方向相反，速度大小均为碰前P速度的一半。小滑块P上滑$0.4t_1$时速度减为0，此时将小滑块P锁定。已知两滑块均可视为质点，与接触面间的动摩擦因数均为μ，重力加速度大小为g，不计空气阻力，μ与t_1为未知量。

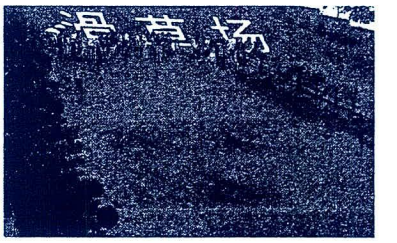
(1)求斜面摩擦因数与倾角的关系；(2)求小滑块P上滑的最大高度h_1；

(3)若小滑块Q停止运动后，把小滑块与接触面间的动摩擦因数改为μ_1，将P从锁定处静止释放，一段时间后两滑块刚好再次碰上，求$\frac{\mu_1}{\mu}$。



【跟踪训练】

1．如图所示为一滑草场。某条滑道由上下两段高均为h、与水平面夹角分别为45°和37°的滑道组成，载人滑草车与草地各处间的动摩擦因数均为μ。质量为m的载人滑草车从坡顶由静止开始自由下滑，经过上、下两段滑道后，最后恰好静止于滑道的底端（不计载人滑草车在两段滑道交接处的能量损失，重力加速度大小为g，sin 37°=0.6，cos 37°=0.8）。则（　　）



A．动摩擦因数$\mu=\frac{3}{4}$

B．载人滑草车最大速度为$\sqrt{\frac{2gh}{7}}$

C．载人滑草车克服摩擦力做功为mgh

D．载人滑草车在下段滑道上的加速度大小为$\frac{3}{5}$g

51．（多选题）人们有时用“打夯”的方式把松散的地面夯实。设某次打夯符合以下模型：如图，两人同时通过绳子对质量为m的重物分别施加大小均为mg（g为重力加速度的大小）、方向都与竖直方向成37°的力，重物离开地面高度h后人停止施力，最后重物自由下落砸入地面的深度为$\frac{h}{10}$。$\cos37°=0.8$，不计空气阻力，则（　）

A．重物在空中上升的时间一定大于在空中下落的时间

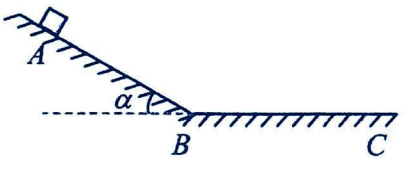
B．重物克服地面阻力做的功等于人对重物做的功

C．重物刚落地时的速度大小为$\sqrt{2gh}$

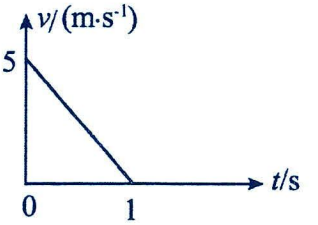
D．地面对重物的平均阻力大小为$17mg$



3．如图甲所示，一质量为$m=2\text{kg}$的小物块从倾角$\alpha=37°$的斜面上的A点由静止开始滑下，最后停在水平面上的C点。已知小物块与斜面和水平面间的动摩擦因数相同，斜面与水平面在B点处平滑连接，小物块滑过斜面与水平面连接处时无机械能损失。从滑块滑上水平面BC开始计时，其运动的速度图像如图乙所示。已知$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$，$g=10\text{m/s}^2$。求：(1)求物块与水平面间的动摩擦因数；(2)求A、B两点间的距离；(3)若用始终平行于各处面的拉力将物块由C点拉回到A点，此过程中拉力至少要做多少功？



甲



乙

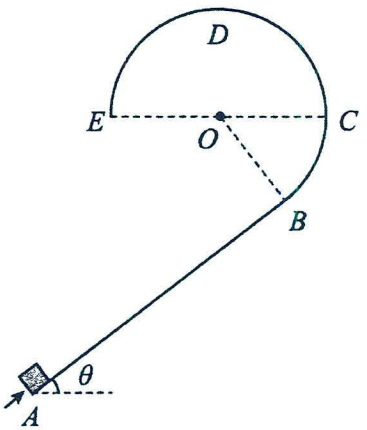
题型二：应用动能定理解决多过程曲线运动

【精选例题】

【例 1】如图，在竖直平面内有一固定轨道 ABCDE，其中 AB 是倾角 $\theta=37°$ 的粗糙斜面，BCDE 是半径为 R 的光滑圆弧轨道，CE 为其水平直径，斜面与圆弧轨道相切于 B 点。一质量为 m 的小滑块在大小为 $\frac{5}{3}mg$（g 为重力加速度大小）、沿斜面向上的恒力 F 作用下，从 A 点由静止开始沿轨道运动到 E 点（恰好未脱离轨道），通过 E 点后立即撤去力 F。已知滑块与斜面 AB 间的动摩擦因数为 0.5，取 $\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$，不计空气阻力。求：(1)滑块的重力与力 F 的合力大小和方向；

(2)滑块从 E 点第一次运动到斜面 AB 所用的时间；

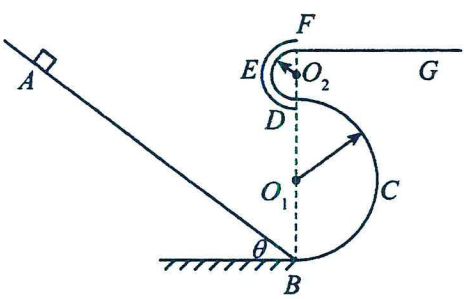
(3)滑块到达 C 点时对轨道的压力大小。



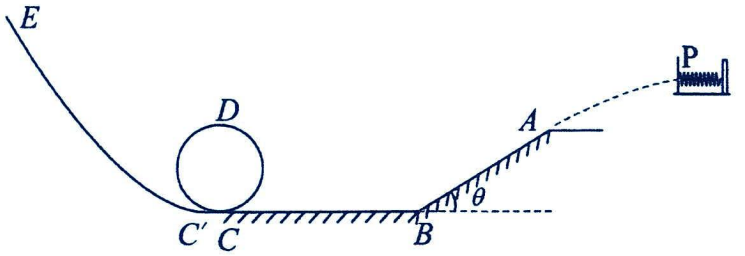
【例 2】如图所示，竖直平面内有足够长的倾角为 $\theta=30°$ 的直轨道 AB，圆心为 O_1 的竖直半圆轨道 BCD，圆心为 O_2 的竖直半圆轨道 DEF，水平直轨道 FG，各轨道间平滑连接，滑块经过连接处无机械能损失。已知滑块（可视为质点）质量 $m=1\text{kg}$，轨道 BCD 的半径 $R=0.9\text{m}$，轨道 DEF 的半径 $r=0.1\text{m}$。滑块与轨道 AB 间的动摩擦因数 $\mu=\frac{\sqrt{3}}{6}$，其余轨道均光滑，重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$。将滑块从轨道 AB 上某点由静止释放，求：

(1)若释放点到 B 点的距离 $l=4.5\text{m}$，求滑块经过与 O_1 等高的 C 点时对轨道的压力大小；

(2)若释放点到 B 点的距离 $l'=8.0\text{m}$，通过计算判断滑块能否顺利通过 D 点并到达 FG 轨道。

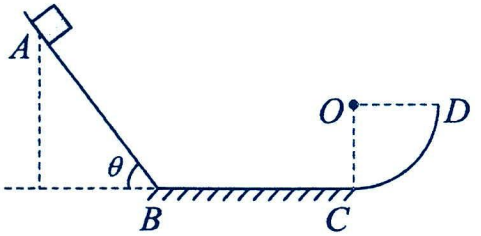


【例 3】某校科技小组参加了如图所示的轨道游戏项目，图中 P 为弹性发射装置，AB 为倾角为$\theta=37°$的倾斜轨道，BC 为水平轨道，CDC'为竖直圆轨道，$C'E$为足够长的倾斜曲线轨道，各段轨道均平滑连接，AB、BC 段动摩擦因数为$\mu=0.5$,，其余各段轨道均光滑。已知滑块质量为$m=0.1\text{kg}$，圆轨道半径 R 大小可以调整，轨道 AB 长为 1m，BC 长为 1.2m，弹射装置 P 把滑块以v_0为4m/s速度水平弹出，恰好从 A 点沿斜面方向无碰撞进入斜面，滑块可视为质点。（$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$,g 取10m/s^2）求：(1)弹射装置 P 离 A 点的竖直高度；(2)若滑块从 A 点进入轨道后运动不脱离轨道，圆轨道半径 R 应满足的条件。



【跟踪训练】

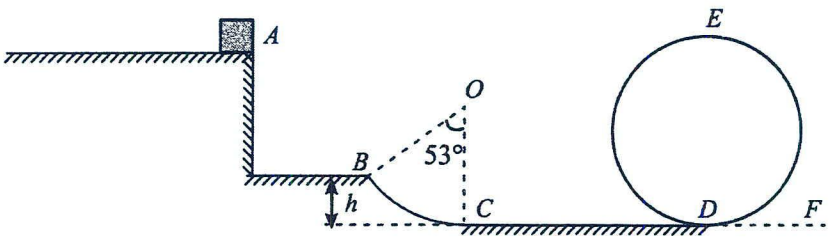
1. 如图所示，光滑斜面 AB 的倾角$\theta=53°$，BC 为水平面，BC 长度$l_{BC}=1.1\text{m}$，CD 为光滑的$\frac{1}{4}$圆弧，半径$R=0.6\text{m}$。一个质量$m=2\text{kg}$的物体，从斜面上 A 点由静止开始下滑，物体与水平面 BC 间的动摩擦因数$\mu=0.2$，轨道在 B、C 两点平滑连接。当物体到达 D 点时，继续竖直向上运动，到达的最高点距离 D 点的高度$h=0.2\text{m}$，$\sin53°=0.8$，$\cos53°=0.6$，g 取10m/s^2。求：(1)物体运动到 C 点时的速度大小v_C；(2)A 点距离水平面的高度 H；(3)物体最终停止的位置到 C 点的距离 s。



2．如图所示，质量为$m=2\text{kg}$的小滑块，从水平轨道上的A点以$v_0=6\text{m/s}$的速度水平滑出，恰好在B点沿BC轨道的切线方向滑入光滑的圆弧轨道BC。滑块离开轨道BC后，经粗糙水平轨道CD进入光滑圆轨道DE中运动。已知轨道BC的圆心角为$\theta=53°$，半径OC与水平轨道CD垂直，B点与水平轨道CD的竖直高度$h=2\text{m}$；轨道CD的动摩擦因数$\mu=0.25$，长$L=8\text{m}$。g取10m/s^2，$\sin 53°=0.8$，$\cos 53°=0.6$。求：

（1）A、B两点的高度差；（2）滑块从B点滑到C点时对轨道BC的压力；

（3）要使滑块在轨道DE上运动时，不脱离轨道，圆轨道DE的半径应满足的条件。



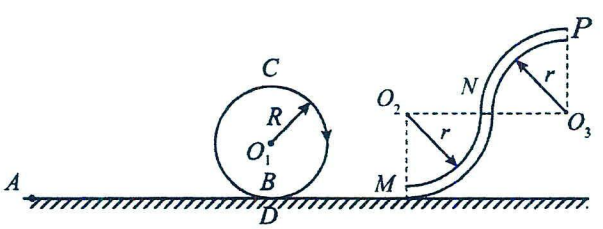
3．图甲是一款轨道车玩具，轨道造型可自由调节，图乙是某同学搭建的轨道示意图，它由水平直轨道AB、竖直圆轨道BCD、水平直轨道DM和两个四分之一圆管轨道MN与NP平滑连接组成，圆管轨道MN的圆心O_2与圆管轨道NP的圆心O_1位于同一高度（圆管的内径远小于r）。已知小车质量$m=50\text{g}$，水平直轨道AB长度$L=1.0\text{m}$，小车在轨道AB段动摩擦因数为0.2，其余轨道均光滑、不计其他阻力，小车可视为质点。该同学将具有弹性势能$E_\text{P}=0.35\text{J}$的小车由A点（小车未画出）静止释放，小车恰好能通过竖直圆轨道BCD，并最终从P点水平飞出，小车在到达B点前发条的弹性势能已经完全释放，重力加速度g取10m/s^2。（答案可用根号）

(1)求小车运动到B点时的速度大小v_B；(2)求小车运动到圆轨道B点时对轨道的压力大小F_N；

(3)其他条件不变，同时调节圆管轨道MN与NP的半径r，求当r多大时，小车落地点与P点有最大水平距离，最大水平距离x_m为多大？



图甲



图乙

题型三：应用动能定理解决图像问题

解题要点：

1.几种典型图像中图线所围“面积”和图线斜率的含义

图像种类	图像意义
速度-时间图像（v-t）	斜率表示加速度 a，与横轴围成的面积表示位移。
加速度-时间图像（a-t）	与横轴围成的面积表示速度变化量。
合外力-时间图像（F-t）	与横轴围成的面积表示功。
动能-位移图像（E_k-x）	斜率表示做功的合外力。
功率-时间图像（p-t）	与横轴围成的面积表示功。

2.动能定理与图像综合问题的求解步骤

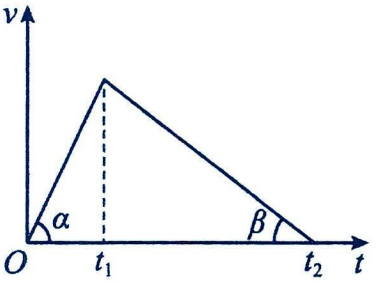
①观察图像：观察给定图像，理清横纵坐标对应的物理量及图线所表示的物理意义

②导函数式：根据物理规律导出横纵坐标对应物理量间的函数表达式

③解答问题：根据函数关系式找出图线中的斜率、截距、交点、图线与坐标轴围成的面积所对应的物理意义分析解答问题，或者利用图线上的特殊值带入函数关系式求解相应物理量

【精选例题】

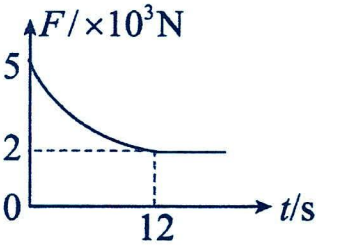
【例 1】用水平力 F 拉一物体，使物体在水平地面上由静止开始做匀加速直线运动，t_1 时刻撤去拉力 F，物体做匀减速直线运动，到 t_2 时刻停止，其速度-时间图像如图所示，且$\alpha>\beta$，若拉力 F 做的功为 W_1，平均功率为 P_1；物体克服摩擦阻力 F_f 做的功为 W_2，平均功率为 P_2，则下列选项正确的是（　）



A．$P_1>P_2$，$F>2F_f$　　B．$P_1>P_2$，$F=2F_f$

C．$P_1<P_2$，$F>2F_f$　　D．$P_1<P_2$，$F=2F_f$

【例 2】一辆汽车由静止开始功率恒定起动沿平直公路行驶，汽车所受牵引力 F 随时间 t 变化关系图线如图所示。若汽车的质量为 $1.2\times10^3 kg$，则以下说法正确的是（　　）



A．汽车做匀加速运动　　B．汽车做加速度减小的加速运动

C．汽车受到的阻力为 2×10^3N　　D．汽车从静止开始运动12s内位移是60m

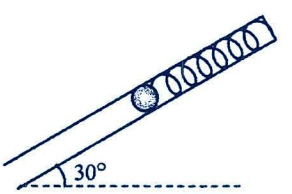
【例 3】如图所示，轻弹簧上端固定在内壁光滑玻璃管顶部，下端栓接质量为 m 的小球，玻璃管与水平方向夹角为30°，玻璃管内径略大于小球直径，现将小球由弹簧原长处由静止释放，小球运动过程中的加速度 a 与弹簧伸长量 x 的关系如图所示，其中图线与 x 轴交点坐标 x_0 为已知，弹簧始终在弹性限度内，重力加速度为 g，则（　　）

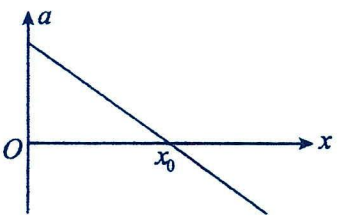
A．小球运动到最低点时，所受弹簧弹力大小为 $2mg$

B．弹簧的劲度系数为 $\dfrac{mg}{x_0}$

C．小球沿管壁向下运动过程中动能最大值为 $\dfrac{mgx_0}{4}$

D．弹簧拉伸量为 x_0 时，弹性势能为 $\dfrac{mgx_0}{2}$





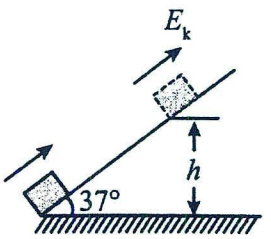
【例 4】（多选题）在倾角为 37°的斜面底端给小物块一初动能，使小物块在足够长的粗糙斜面上运动，如图甲。若小物块在上滑和下滑过程中其动能 E_k 随高度 h 的变化如图乙，$g=10\,\mathrm{m/s^2}$ 和 $\sin 37^\circ=0.6$，则小物块（　　）

A．上滑的最大距离为 5m

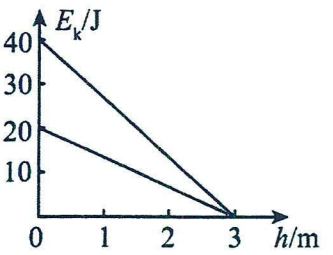
B．所受的摩擦力大小为 2N

C．质量为 2kg

D．动摩擦因数 $\mu=0.2$



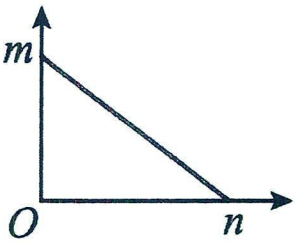
甲



乙

【跟踪训练】

1．（多选题）小李同学在学习过程中非常喜欢总结归纳。下图是他用来描述多种物理情景的图像，其中横轴和纵轴的截距分别为 n 和 m，在如图所示的可能物理情景中，下列说法正确的是（　　）



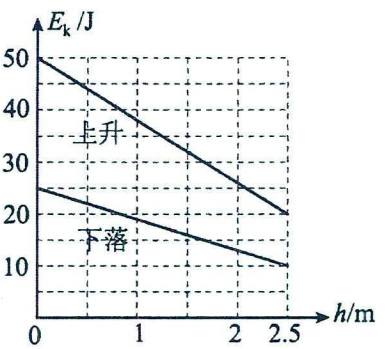
A．若为 $x-t$ 图像，则物体的运动速度在减小

B．若为 $a-t$ 图像且物体初速度为零，则物体的最大速度为 $\frac{mn}{2}$

C．若为 $v-x$ 图像，则物体一定做匀变速直线运动

D．若为 $a-x$ 图像且物体初速度为零，则物体的最大速度为 $\sqrt{mn}$

2．（多选题）将一小球从地面竖直向上抛出，在距地面高度 6 m 内，其上升、下落过程中动能 E_k 随高度 h 变化的图像如图。若小球在运动过程中受到的阻力大小恒定，取地面为零势能面，$g=10\mathrm{m/s^2}$，下列说法正确的是（　　）



A．小球的质量为 0.9 kg

B．小球抛出时的速度大小为 5m/s

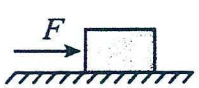
C．小球能上升的最大高度为 $\frac{25}{6}$m

D．小球上升过程与下落过程加速度的比值为 2

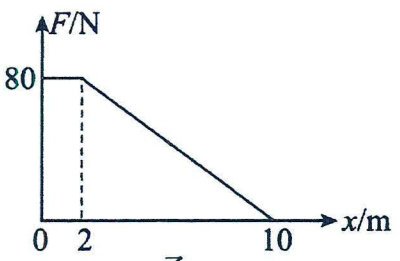
3．（多选题）如图甲所示，质量为 8kg 的物体受水平推力 F 作用在水平面上由静止开始运动，推力 F 随位移 x 变化的关系如图乙所示，运动 10m 后撤去推力 F。已知物体与地面间的动摩擦因数为 0.5，重力加速度取 $10\mathrm{m/s^2}$，在物体运动的整个过程中（　　）

A．推力对物体做的功为 480J　　B．物体的位移为 12m

C．物体的加速度大小先减小后不变　　D．物体在 $x=5\mathrm{m}$ 时速度最大，最大速度为 6m/s

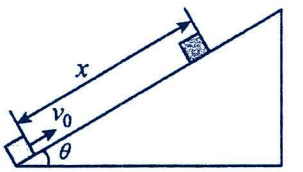


甲

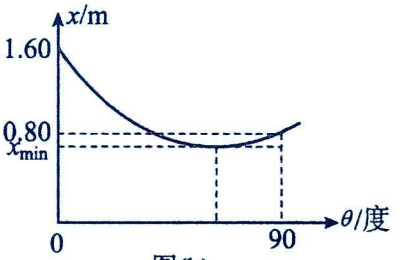


乙

4．（多选题）如图（a）所示，为测定物体冲上粗糙斜面能达到的最大位移 x 与斜面倾角θ的关系，将某一物体每次以不变的初速率 v_0 沿足够长的斜面向上推出，调节斜面与水平方向的夹角θ，实验测得 x 与斜面倾角θ的关系如图（b）所示，取 g=10 m/s^2，$\sqrt{5}$=2.24，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，则根据图像可求出（　　）



图(a)



图(b)

A．物体的初速率 v_0=4 m/s

B．物体与斜面间的动摩擦因数μ=0.8

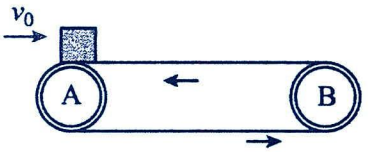
C．当θ=30°时，物体达到最大位移后将保持静止

D．取不同的倾角θ，物体在斜面上能达到的位移 x 的最小值 x_{min}≈0.7 m

题型四：应用动能定理解决传送带问题

【精选例题】

【例 1】如图，质量 $m=1$kg 的物块（可视为质点），以速度大小 v_0=4m/s 水平向右滑上正在逆时针转动的水平传送带，传送带 AB 的长度 $L=6$m，传送带的速度大小 $v=2$m/s，物块与传送带间的动摩擦因数 $\mu=0.2$，重力加速度大小 $g=10$m/s^2，物块滑离传送带时传送带对物块做的功为（　）

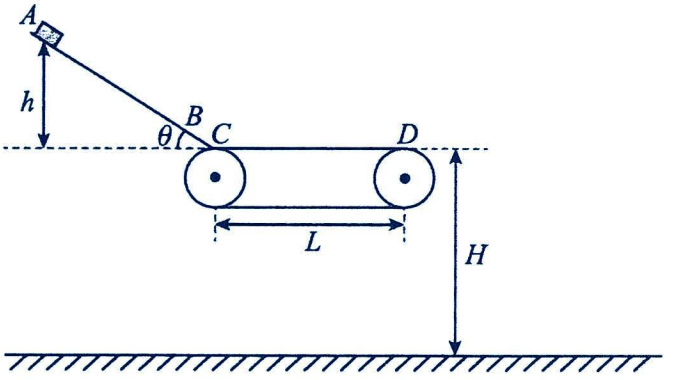


A．4J　　B．2J　　C．6J　　D．−6J

【例 2】某砂场为提高运输效率，研究砂粒下滑的高度与砂粒在传送带上运动的关系，建立如图所示的物理模型。竖直平面内有一倾角θ = 37°的直轨道，其下方右侧放置一水平传送带。轴间距 L = 2 m 的传送带保持逆时针方向匀速运行，水平传送带距离地面的高度为 H = 3 m。现将一小物块放在距离传送带高 h 处的 A 点静止释放，假设小物块从直轨道上的 B 端运动到传送带上的 C 点时，速度大小不变，方向变为水平向右。已知小物块与直轨道和传送带间的动摩擦因数均为μ = 0.5。（sin37° = 0.6，g = 10 m/s^2）

(1)若 h_1 = 2.4 m，求小物块到达 B 端时速度的大小；

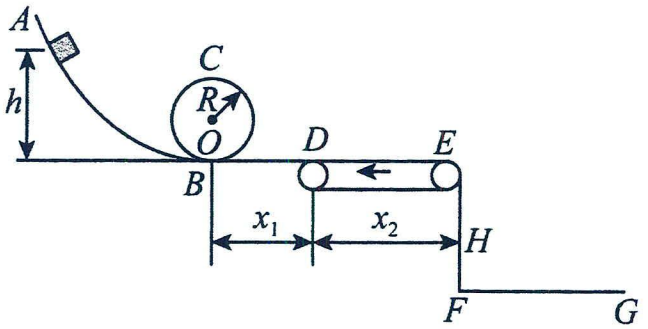
(2)若 h_2 = 6 m，求小物块落地点到 D 点的水平距离 x。



【例 3】如图所示的简化模型，主要由光滑曲面轨道 AB、光滑竖直圆轨道、水平轨道 BD、水平传送带 DE 和足够长的落地区 FG 组成，各部分平滑连接，圆轨道最低点 B 处的入、出口靠近但相互错开，滑块落到 FG 区域时马上停止运动。现将一质量为$m=0.2\text{kg}$的滑块从 AB 轨道上某一位置由静止释放，若已知圆轨道半径$R=0.2\text{m}$，水平面 BD 的长度$x_1=3\text{m}$，传送带长度$x_2=4\text{m}$，距离落地区的竖直高度$H=0.2\text{m}$，滑块始终不脱离圆轨道，且与水平轨道 BD 和传送带间的动摩擦因数均为$\mu=0.2$，传送带以恒定速度$v_0=4\text{m/s}$逆时针转动（不考虑传送带轮的半径对运动的影响）。(1)要使滑块恰能运动到 E 点，求滑块释放点的高度h_0；

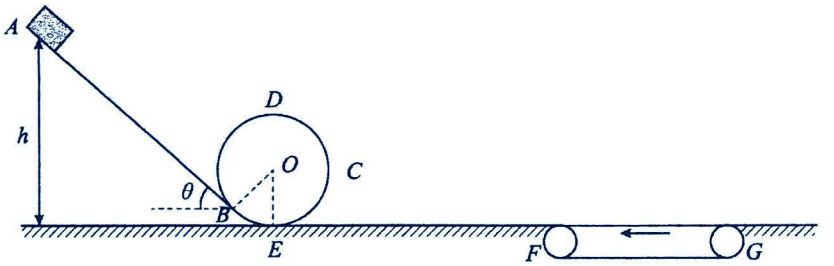
(2)若$h=0.8\text{m}$，则滑块在传送带上运动过程中，电动机因传送物块多做的功；

(3)求滑块静止时距 B 点的水平距离 x 与释放点高度 h 的关系。



【例 4】如图，某装置处于竖直平面内，该装置由固定在地面上倾角$\theta=37°$的直轨道AB、内壁光滑的螺旋圆形轨道$BCDE$，水平直轨道EF和传送带FG组成，且各处平滑连接。螺旋圆形轨道与倾斜直轨道AB相切于B点，与水平轨道EF相切于E点，螺旋圆形轨道半径$R=0.4\text{m}$，EF长度$L_1=2.4\text{m}$，传送带长度$L_2=1.6\text{m}$。现将质量$m=1\text{kg}$的小滑块从倾斜轨道AB上某高度h处由静止释放，滑块恰好能通过圆轨道最高点D，滑块与AB段、EF段的动摩擦因数$\mu_1=0.25$，与传送带间的动摩擦因数$\mu_2=0.6$，传送带始终以5m/s的速度逆时针匀速转动。不计空气阻力，重力加速度g取10m/s^2，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$。求：(1)滑块在圆轨道最高点的速度大小v_D；(2)滑块的释放点高度h；(3)滑块最终停在距E多远处；

(4)若要使滑块最终停在EF段，且始终不脱离轨道，则滑块在倾斜轨道上由静止释放的高度范围。



【跟踪训练】

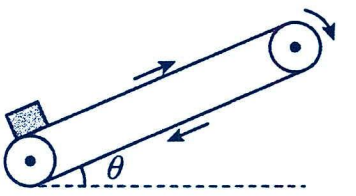
1．（多选题）如图所示，顺时针运行的传送带与水平面夹角$\theta=37°$，底端到顶端的距离$L=12\text{m}$，运行速度大小$v=4\text{m/s}$。将质量$m=1\text{kg}$的物块轻放在传送带底部，物块与传送带间的动摩擦因数$\mu=\frac{7}{8}$，取重力加速度$g=10\text{m/s}^2,\sin37°=0.6,\cos37°=0.8$。下列说法正确的是（　　）

A．物块从传送带底端到达顶端的时间为5s

B．物块相对传送带的位移大小为6m

C．物块被运送到顶端的过程中，摩擦力对物块做的功为80J

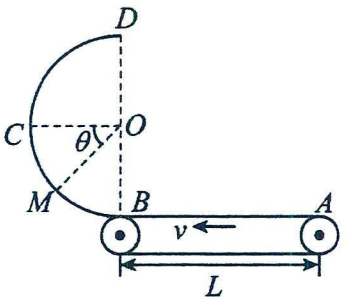
D．物块被运送到顶端的过程中，电动机对传送带做功至少为136J



2．如图传送带以$v=10\text{m/s}$速度向左匀速运行，AB段长$L=2\text{m}$，竖直平面内的光滑半圆形圆弧槽在B点与水平传送带相切，半圆弧的直径$d=3.2\text{m}$且B、D连线恰好在竖直方向上，质量$m=0.2\text{kg}$的小滑块与传送带间的动摩擦因数$\mu=0.5$，g=10m/s²，不计小滑块通过连接处的能量损失。图中OM连线与水平半径OC连线夹角为$\theta=30°$，求：(1)小滑块从M处无初速度滑下，到达底端B时的对圆弧槽的压力；

(2)要使小滑块不从传送带上滑离，小滑块从M处释放时的最大速度；

(3)将小滑块无初速度的放在传送带的A端，要使小滑块中途不脱离半圆轨道，传送带AB段长度满足条件？

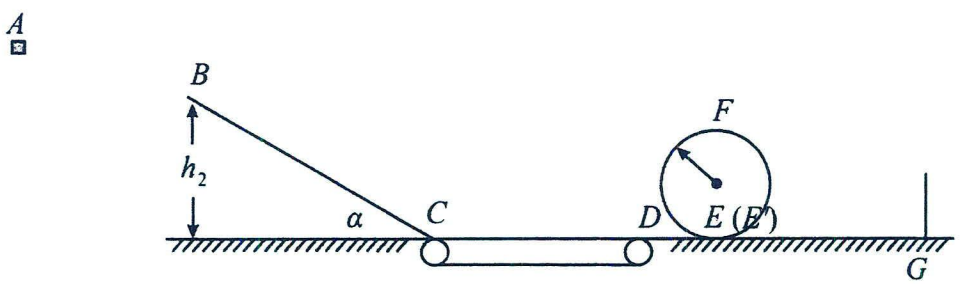


3．如图所示，一游戏装置由固定在竖直平面内的倾斜直轨道BC、传送带CD、竖直圆轨道EFE′和几段水平轨道组成，竖直圆轨在最低点略微错开且分别与水平轨道DE和E′G相连。游戏时滑块从A点以4m/s的速度水平抛出，恰好在B点沿轨道BC进入轨道。已知直轨道BC倾角α=37°，$h_2=0.55\text{m}$，传送带长L_{CD}=3.2m，圆轨道半径$r=0.4\text{m}$，E′G长$L_{E'G}$=2.0m，各轨道间均平滑连接，除传送带及直轨道E′G外，其它轨道匀光滑，物块与传送带及直轨道E′G的动摩擦因数μ=0.5，滑块质量m_A=0.05kg，可视为质点，C、D、E（E′）、G在同一水平面内。求：（1）求A、B两点的高度差h_1；

（2）传送带静止时，求滑块经过轨道最低点E时受到轨道支持力的大小；

（3）传送带以v=4m/s的速度顺时针转动时，滑块能否到达F点？

（4）传送带顺时针转动，滑块与处在G处的挡板碰撞后速度大小不变，若要求滑块始终不脱离轨道，求传送带速度取值范围。



题型五：应用动能定理解决往返问题

1．往复运动问题：在有些问题中物体的运动过程具有重复性、往返性，而在这一过程中，描述运动的物理量多数是变化的，而且重复的次数又往往是无限的或者难以确定。

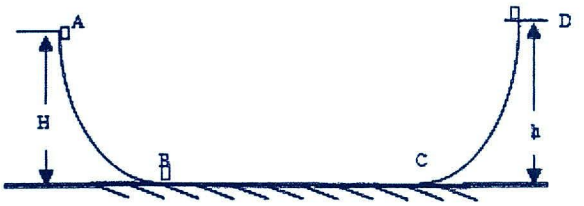
2．解题策略：此类问题多涉及滑动摩擦力或其他阻力做功，其做功的特点是与路程有关，运用牛顿运动定律及运动学公式将非常繁琐，甚至无法解出，由于动能定理只涉及物体的初、末状态，所以用动能定理分析这类问题可使解题过程简化。

【精选例题】

【例 1】如图，ABCD 为一竖直平面的轨道，其中 BC 水平，A 点比 BC 高出 10 米，BC 长 1m，AB 和 CD 轨道光滑。一质量为 1kg 的物体，从 A 点以 4m/s 的速度开始运动，经过 BC 后滑到高出 C 点 10.3m 的 D 点速度为零。求：（g=10m/s²）(1)物体与 BC 轨道的动摩擦因数；

(2)物体第 3 次经过 B 点的速度；

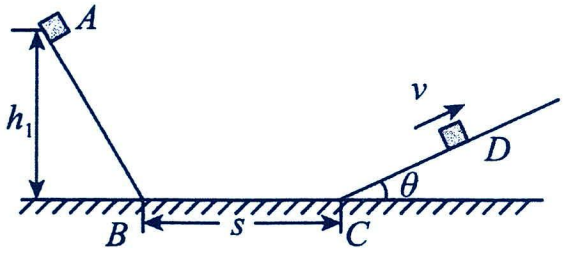
(3)物体最后停止的位置。（距 B 点多远）



【跟踪训练】

1．如图所示装置由 AB、BC、CD 三段轨道组成，轨道交接处均由很小的圆弧平滑连接，其中轨道 AB、CD 段是光滑的，水平轨道 BC 的长度 $s=3.0\text{m}$，轨道 CD 足够长且倾角 $\theta=37°$，A 点离轨道 BC 的高度为 $h_1=4.0\text{m}$。现让质量为 m 的小滑块自 A 点由静止释放。已知小滑块与水平轨道间的动摩擦因数 $\mu=0.5$，重力加速度 g 取 10m/s^2，$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$，求：(1)小滑块第一次与第二次通过 C 点的时间间隔；

(2)小滑块最终停止的位置距 B 点的距离。



第十二讲：机械能守恒

考点一：机械能守恒

1.机械能：物体由于机械运动而具有的能量，是动能和势能（包括重力势能和弹性势能）的总和。

2.内容：在只有重力或弹力做功的物体系统内，动能与势能可以互相转化，而总的机械能保持不变。

3.理解机械能守恒条件的三个角度

(1)只有重力做功；

(2)除重力外，物体还受其他力，但其他力不做功或做功代数和为零；

(3)除重力外，只有系统内的弹力做功，只有动能、重力势能、弹性势能的相互转化，无其他形式能量的转化。

4.表达式：

(1)守恒观点：$E_1=E_2\rightarrow mgh_1+\frac{1}{2}mv_1^2=mgh_2+\frac{1}{2}mv_2^2$（需要选参考平面）

(2)转化观点：$\Delta E_k=-\Delta E_p\rightarrow\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=-(mgh_2-mgh_1)$（不需要选参考平面）

(3)转移观点：$\Delta E_A=-\Delta E_B$（不需要选参考平面）

5.机械能是否守恒的三种判断方法

(1)利用机械能的定义判断：若物体动能、势能之和不变，则机械能守恒。

(2)利用做功判断：若物体或系统只有重力(或弹簧的弹力)做功，虽受其他力，但其他力不做功(或做功代数和为0)，则机械能守恒。

(3)利用能量转化判断：若物体或系统与外界没有能量交换，物体或系统内也没有机械能与其他形式能的转化，则机械能守恒。

6.解答物体机械能守恒问题的基本思路

步骤	
1 选取研究对象	单个物体或多个物体
2 选取运动过程	进行受力分析和做功情况判断
3 判断	判断机械能是否守恒
4 选表达式	$E_1=E_2$；$\Delta E_k=-\Delta E_p$；$\Delta E_A=-\Delta E_B$
5 求解	联立方程求解

题型一：机械能守恒的条件

【精选例题】

【例 1】下列说法正确的是（　　）

A．物体机械能守恒时，一定只受重力和弹力的作用

B．物体做匀速直线运动时机械能一定守恒

C．物体除受重力和弹力外，还受到其它力作用，物体系统的机械能不可能守恒

D．物体的动能和重力势能之和增大，必定有重力以外的其它力对物体做功

【跟踪训练】

1．关于机械能（不含弹性势能）是否守恒的论述，正确的是（　　）

A．做匀速运动的物体，机械能一定守恒

B．做变速运动的物体，机械能可能守恒

C．合外力对物体做功等于零时，物体的机械能一定守恒

D．只要物体受到重力以外的其它外力，不管它是否对物体做功，物体的机械能一定不守恒

2．（多选题）下列关于机械能守恒的说法，不正确的是（　　）

A．做匀速直线运动的物体，其机械能不一定守恒

B．运动的物体，若受到的合外力不为零，则其机械能一定不守恒

C．合外力对物体不做功，物体的机械能一定守恒

D．运动的物体，若受到的合外力不为零，其机械能有可能守恒

题型二：判断是否机械能守恒

【精选例题】

【例 1】下列运动过程中物体机械能守恒的是（　　）

A．随电梯匀加速上升的木箱　　B．坐在匀速转动的摩天轮中的游客

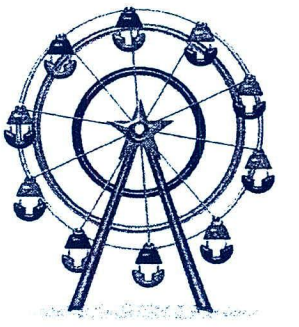
C．抛出后在空中运动的实心球（不计空气阻力）　　D．在空中匀速下落的雨滴

【例 2】下列说法正确的是（　　）

A．匀速圆周运动的物体机械能一定守恒　　B．变速运动的物体机械能不可能守恒

C．平抛运动的物体机械能一定守恒　　D．自由落体运动的物体机械能可能不守恒

【例 3】如图所示，摩天轮是一种大型转轮状的游乐观光设施，挂在轮边缘的是供游客搭乘的座舱，因座舱能自由调整，游客可以一直保持竖直坐姿，尽情欣赏城市美景。假设某一游客随座舱在竖直面内做匀速圆周运动。下列叙述正确的是（　　）



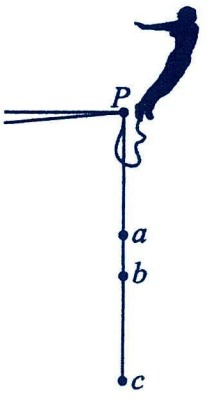
A．在与圆心等高的位置时，游客的重力小于座椅对他的作用力

B．游客所受的合外力为零

C．摩天轮转动过程中，游客的机械能保持不变

D．摩天轮转动过程中，游客重力的瞬时功率保持不变

【例 4】（多选题）蹦极是一项深受年轻人喜爱的极限运动。如图所示，某人身系弹性绳自高空 P 点自由下落，a 点是弹性绳为原长时人的位置，b 点是人静止悬挂时的平衡位置，c 点是人所能到达的最低点，不计空气阻力，人可视为质点，弹性绳质量不计且满足胡克定律，则人在第一次下降到最低点的过程中，下列说法正确的是（ ）



A．人的机械能守恒　　B．人落至 a 点时的动能最大

C．从 b 点到 c 点人处于超重状态　　D．弹性绳具有的最大弹性势能大于人的最大动能

【跟踪训练】

1．物体在竖直方向上分别做了匀速上升、加速上升和减速上升三种运动。在这三种情况下物体机械能的变化情况是（　　）

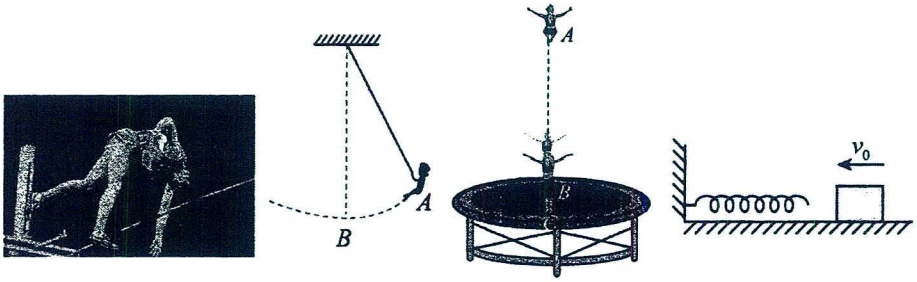
A．匀速上升机械能不变，加速上升机械能增加，减速上升机械能减小

B．匀速上升和加速上升机械能增加，减速上升机械能减小

C．匀速上升和加速上升机械能增加，减速上升机械能可能增加，可能减少，也可能不变

D．三种情况中，物体的机械能均增加

2．不计阻力的情况下，关于下图所对应的描述正确的选项是（　　）



甲　　乙　　丙　　丁

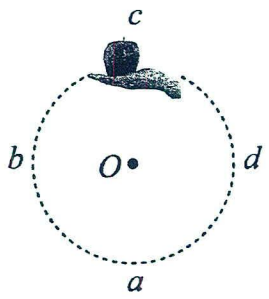
A．图甲中，运动员上升过程中其机械能守恒

B．图乙中，秋千从 A 点摆到 B 点的过程中，小朋友受到重力的功率先逐渐增大、后逐渐减小

C．图丙中，从 A 至最低点 C 过程中，只有重力和蹦床弹力做功，运动员机械能守恒

D．图丁中，物块在光滑水平面上压缩弹簧的过程中，物块的机械能守恒

3．（多选题）如图所示，用手掌平托一苹果，保持这样的姿势在竖直平面内按逆时针方向做匀速圆周运动，不计空气阻力，以下说法正确的是（　　）



A．苹果在运动过程中所受合外力大小不变

B．苹果在 b 位置和 d 位置时受到的摩擦力相同

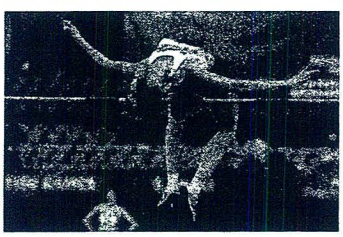
C．苹果在 a 位置时受到的支持力小于其重力

D．整个运动过程中，苹果的机械能不守恒

4．2023 年 7 月 28 日，第 31 届世界大学生夏季运动会在成都隆重开幕。图是我国运动健儿在跳高比赛中的场景。关于跳高运动员的能量，下列结论正确的是（　）

A．助跑过程中，动能保持不变　　B．助跑过程中，机械能总量保持不变

C．起跳后的上升过程中，重力势能增大　　D．越过横杆后的下降过程中，动能保持不变

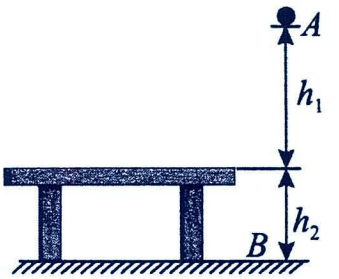


考点二：单体机械能守恒

题型一：直线运动中的机械能守恒

【精选例题】

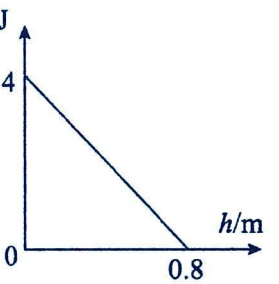
【例 1】如图所示，质量为 m 的小球，从 A 点由静止下落到地面上的 B 点，若以桌面为参考平面，忽略空气阻力。下列说法正确的是（　　）



A．小球在 A 点的重力势能为 $mg(h_1+h_2)$　　B．小球在 B 点的重力势能为 mgh_2

C．小球在落地前瞬间的机械能为 $mg(h_1+h_2)$　　D．小球在落地前瞬间的机械能为 mgh_1

【例 2】一个可看作质点的滑块，从固定斜面底端以某一初速度滑上光滑斜面，到最高点后又返回斜面底端。以斜面底端所在平面为参考面，向上运动过程中滑块的动能 E_K 与高度 h 的关系如图所示，取重力加速度 $g=10m/s^2$，下列说法正确的是（　）



A．该滑块的质量为 1.0kg

B．滑块返回斜面底端时的速度大小为 4.0m/s

C．滑块上升到 0.2m 高度时的机械能为 3J

D．滑块下滑到 0.4m 高度时的速度大小为 2.0m/s

【例 3】2024 年 10 月 1 日晚，香港国庆烟花汇演在维多利亚港（维港）上空如期举行，庆祝中华人民共和国 75 周年华诞，山河无恙。若某枚烟花弹从地面以 $v_0=20m/s$ 的速度竖直向上射出，不计空气阻力，重力加速度 $g=10m/s^2$，以地面为重力势能的零势能面。求：(1)求该烟花弹上升的最大高度 h；

(2)该烟花弹的重力势能为动能$\frac{1}{3}$倍时，求该烟花弹的速度大小 v_1。

【跟踪训练】

1．以 20m/s 的速度将一小球从地面竖直上抛，若忽略空气阻力，g 取 $10m/s^2$，则物体在上升过程中重力势能和动能相等的位置距离地面的高度为（　）

A．20m　　B．15m　　C．10m　　D．5m

2.用起重机将一个质量为 m 的物体竖直向上以加速度 a 匀加速提升 H，已知重力加速度为 g，在这个过程中（　　）

A．重力对物体做的功为 mgH　　B．拉力对物体做的功为 mgH

C．物体的动能增加了 maH　　D．物体的机械能增加了 maH

3．（多选题）从地面以大小为 v_0 的速度竖直向上抛出一个物体，不计空气阻力，重力加速度为 g，以地面为重力势能的零势能面，下列说法正确的是（　　）

A．物体的重力势能为动能的一半时，物体距离地面高度为 $\frac{v_0^2}{6g}$

B．物体速率为 $\frac{v_0}{2}$ 时，物体的动能和重力势能相等

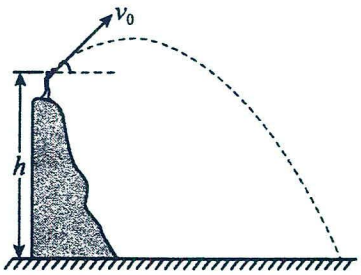
C．物体的动能和重力势能相等时，物体距离地面的高度 $\frac{v_0^2}{2g}$

D．物体的动能为重力势能的一半时，物体的速率为 $\frac{\sqrt{3}v_0}{3}$

题型二：抛体运动中的机械能守恒

【精选例题】

【例 1】如图所示，把质量为 m 的石块从距水平地面高为 h 的山顶以初速度 v_0 斜向上抛出，不计空气阻力，以抛出点所在水平面为零势能面，重力加速度为 g，下列结论正确的是（　　）

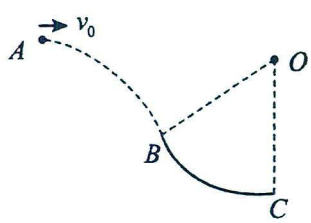


A．石块落到水平地面时的重力势能为 mgh　　B．石块落到水平地面时的动能为 $\frac{1}{2}mv_0^2-mgh$

C．石块落到水平地面时的机械能为 $\frac{1}{2}mv_0^2+mgh$　　D．石块落到水平地面时的机械能为 $\frac{1}{2}mv_0^2$

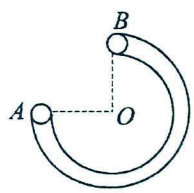
【跟踪训练】

1．如图所示，光滑的圆弧形轨道 BC 固定在竖直平面内，OC 为轨道的竖直半径。将质量 $m=0.1\text{kg}$ 的小球（视为质点）从 A 点以大小 v_0=3m/s 的初速度水平抛出，一段时间后，小球从 B 点沿切线方向进入轨道 BC，已知 A、B 两点间的水平距离 $x=1.2\text{m}$，圆弧形轨道 BC 的半径 $R=1\text{m}$，取重力加速度大小 g=10m/s²，不计空气阻力，小球在 C 点时对轨道的压力大小为（　　）



A．2.4N　　B．3N　　C．3.9N　　D．4.3N

2．如图，把一根内壁光滑的细圆管弯成 3/4 圆周形状，且竖直放置，管口 A 竖直向上，管口 B 水平向左，一小球从管口 A 的正上方 h_1 高处自由落下，经细管恰能到达细管最高点 B 处。若小球从 A 管口正上方 h_2 高处自由落下，进入 A 管口运动到 B 点后又从空中飞落进 A 口，则 $h_1:h_2$ 为（　　）



A．1∶2　　B．2∶3　　C．4∶5　　D．5∶6

题型三：圆周运动中的机械能守恒

【精选例题】

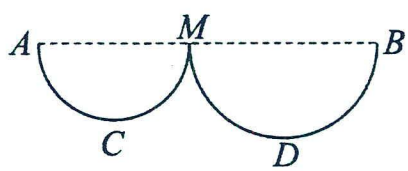
【例 1】竖直平面内有两个半径不同的半圆形光滑轨道，如图所示，A、M、B 三点位于同一水平面上，C、D 分别为两轨道的最低点，将两个质量不同的小球分别从 A、B 处同时无初速度释放，则（　　）

A．通过 C、D 时，两球的线速度大小相等

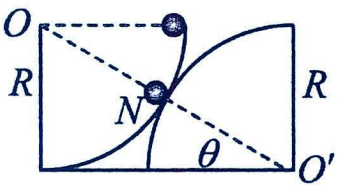
B．通过 C、D 时，两球的向心加速度大小相等

C．通过 C、D 时，两球的角速度相等

D．通过 C、D 时，两球对轨道的压力相等

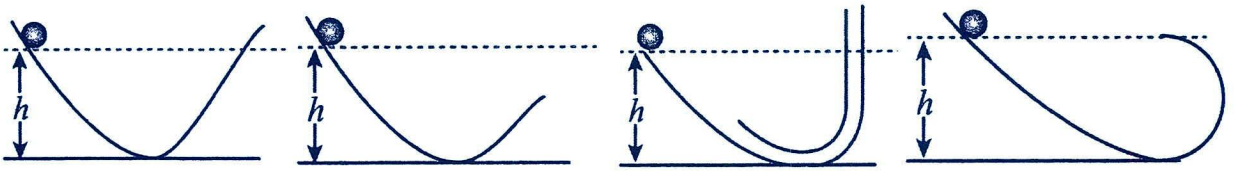


【例 2】如图所示，竖直平面内有两个半径为 R，而内壁光滑的$\frac{1}{4}$圆弧轨道，固定在竖直平面内，地面水平，O、O'为两圆弧的圆心，两圆弧相切于 N 点。一小物块从左侧圆弧最高处静止释放，当通过 N 点时，速度大小为（重力加速度为 g）（　　）



A．$\sqrt{2gR}$　　B．$\frac{\sqrt{6gR}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{5gR}}{2}$　　D．$\sqrt{gR}$

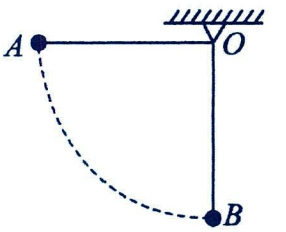
【例 3】（多选题）如图所示，A、B、C、D 四图中的小球以及小球所在的左侧斜面完全相同，现从同一高度 h 处由静止释放小球，使之进入右侧不同的轨道：除去底部一小段圆弧，A 图中的轨道是一段斜面，高度大于 h；B 图中的轨道与 A 图中的轨道相比只是短了一些，且斜面高度小于 h；C 图中的轨道是一个内径略大于小球直径的管道，其上部为直管，下部为圆弧形，与斜面相连，管的高度大于 h；D 图中是个半圆形轨道，其直径等于 h，如果不计任何摩擦阻力和拐弯处的能量损失，小球进入右侧轨道后能到达 h 高度的是（　　）



A　　B　　C　　D

【跟踪训练】

1．（多选题）如图，长为L的细绳一端系在天花板上的O点，另一端系一质量m的小球。将小球拉至水平位置由静止释放在小球沿圆弧从 A 运动到B的过程中，不计空气阻力，则（　　）



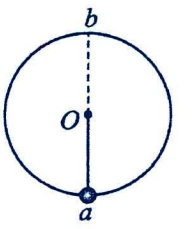
A．小球经过 B 点时，小球处于超重状态

B．小球下摆的过程中，小球的动能增加了mgL

C．小球下摆过程中，经过 B 点时，绳子的拉力为$3mg$

D．小球下摆过程中，重力对小球做功的瞬时功率逐渐增大

2．（多选题）如图所示，细轻杆的一端与质量为 m 的小球相连，可绕 O 点的水平轴自由转动。现给小球一初速度，使它在竖直平面内做圆周运动，a、b 分别表示轨道的最低点和最高点，重力加速度为 g，则小球在这两点对杆的作用力大小之差可能为（　　）



A．3mg　　B．4mg　　C．5mg　　D．6mg

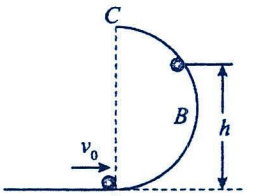
3．（多选题）如图甲，在竖直平面内固定一光滑的半圆形轨道ABC，小球以一定的初速度从最低点 A 冲上轨道，图乙是小球在半圆形轨道上从 A 运动到C的过程中，其速度的平方与其对应高度的关系图象．已知小球在最高点C受到轨道的作用力为 2.5N，空气阻力不计，B点为AC轨道的中点，10m/s²，下列说法正确的是（　）

A．图乙中$x=36$

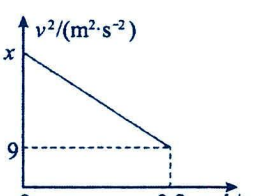
B．小球质量为 0.2kg

C．小球在 B 点受到轨道的作用力为 8.5N

D．小球在 A 点时重力的功率为 5W



图甲

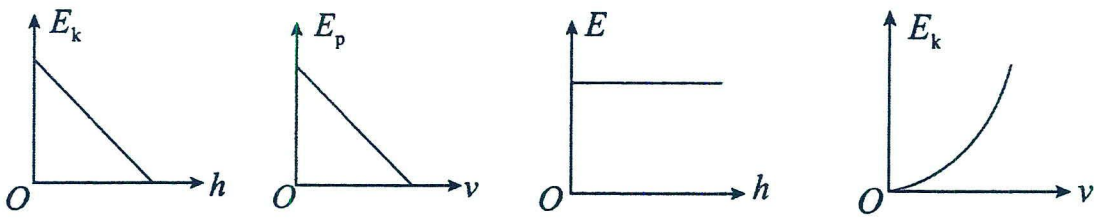


图乙

题型四：图像中的机械能守恒

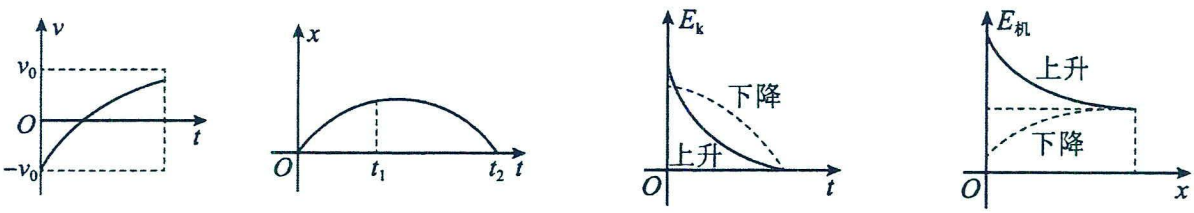
【精选例题】

【例 1】一个物体以一定的初速度竖直上抛，不计空气阻力，那么如下图所示，表示物体的动能 E_k 随高度 h 变化的图像 A；物体的重力势能 E_p 随速度 v 变化的图像 B；物体的机械能 E 随高度 h 变化的图象 C；物体的动能 E_k 随速度 v 的变化图像 D，不可能正确的是（　　）



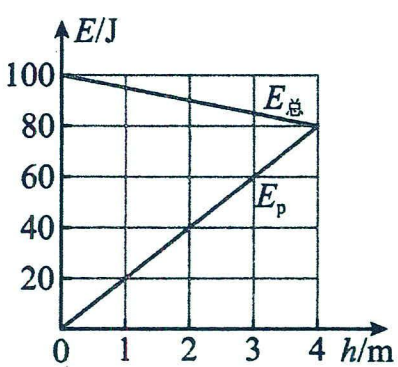
A　　B　　C　　D

【例 2】（多选题）教职工趣味运动会排球垫球比赛中，某老师将球沿竖直方向垫起。已知排球在空中受到的空气阻力与速度大小成正比，以竖直向上为正方向，v 表示排球速度、x 表示排球相对垫起点的位移、E_k 表示排球的动能、$E_{机}$表示排球的机械能、t 表示排球自垫起开始计时的运动时间，下列表示排球上升和下落过程中各物理量关系的图像可能正确的是（　　）



A　　B　　C　　D

【例 3】（多选题）从地面竖直向上抛出一物体，其机械能 $E_{总}$等于动能 E_k 与重力势能 E_p 之和．取地面为重力势能零点，该物体的 $E_{总}$和 E_p 随它离开地面的高度 h 的变化如图所示．重力加速度取 10 m/s²．由图中数据可得（　）



A．物体的质量为 2 kg

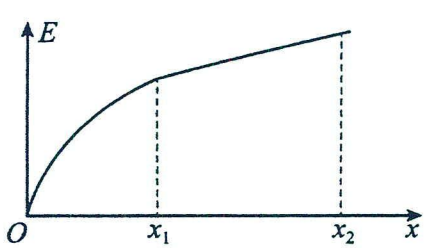
B．h=0 时，物体的速率为 20 m/s

C．h=2 m 时，物体的动能 E_k=40 J

D．从地面至 h=4 m，物体的动能减少 100 J

【跟踪训练】

1．（多选题）某码头吊装集装箱上船，一架起重机将放在地面上的一个箱子吊起。箱子在起重机钢绳的作用下由静止开始竖直向上运动，不计空气阻力。运动过程中箱子的机械能 E 与其位移 x 的关系图像如图所示，其中 0～x_1 过程的图线为曲线，x_1～x_2 过程的图线为直线。根据图像可知（　　）



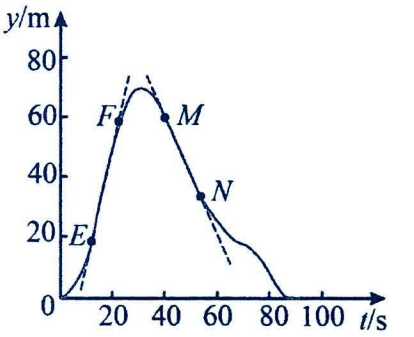
A．0～x_1 过程中箱子所受的拉力逐渐减小

B．0～x_1 过程中箱子的动能一直增加

C．x_1～x_2 过程中箱子的加速度可能一直不变

D．x_1～x_2 过程中起重机的输出功率一直增大

2．（多选题）某实验小组测得在竖直方向飞行的无人机飞行高度 y 随时间 t 的变化曲线如图所示，E、F、M、N 为曲线上的点，EF、MN 段可视为两段直线，其方程分别为 $y=4t-26$ 和 $y=-2t+140$ 。无人机及其载物的总质量为 2kg，取竖直向上为正方向。则（　　）



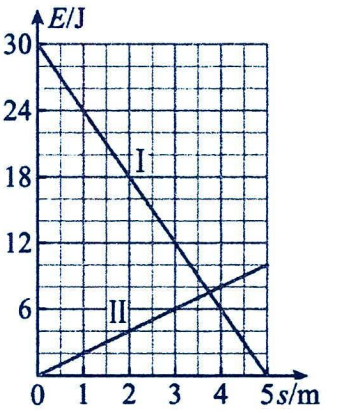
A．EF 段无人机的速度大小为 4m/s

B．FM 段无人机的货物处于失重状态

C．FN 段无人机和装载物总动量变化量大小为 4kg·m/s

D．MN 段无人机机械能守恒

3．（多选题）一物块在高 3.0 m、长 5.0 m 的斜面顶端从静止开始沿斜面下滑，其重力势能和动能随下滑距离 s 的变化如图中直线I、II所示，重力加速度取 10 m/s²。则（　　）



A．物块下滑过程中机械能不守恒　　B．物块与斜面间的动摩擦因数为 0.5

C．物块下滑时加速度的大小为 6.0 m/s²　　D．当物块下滑 2.0 m 时机械能损失了 12 J

考点三：系统机械能守恒

解题要点：解决多物体系统机械能守恒的注意点

(1)对多个物体组成的系统，要注意判断物体运动过程中系统的机械能是否守恒．一般情况为：不计空气阻力和一切摩擦，系统的机械能守恒．

(2)注意寻找用绳或杆相连接的物体间的速度关系和位移关系．

(3)列机械能守恒方程时，一般选用$\Delta E_k=-\Delta E_p$或$\Delta E_A=-\Delta E_B$的形式．

题型一：概念辨析

【精选例题】

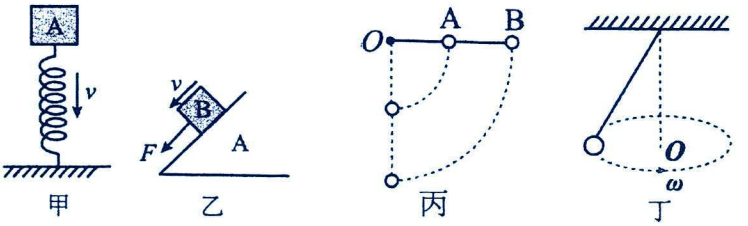
【例 1】（多选题）如图，轻质弹簧下端悬挂有一小球，上端固定在水平天花板上，将弹簧拉至水平方向，且弹簧处于原长，然后由静止释放小球直至其运动到最低点，不计空气阻力，此过程中，下列说法正确的是（　　）



A．小球的机械能守恒　　B．弹簧的弹力对小球做负功

C．弹簧的弹力对小球不做功　　D．小球和弹簧组成的系统机械能守恒

【例 2】（多选题）在下面列举的各个实例中，不考虑空气阻力，叙述正确的是（　）



A．甲图中，物体 A 将弹簧压缩的过程中，物体 A 机械能守恒

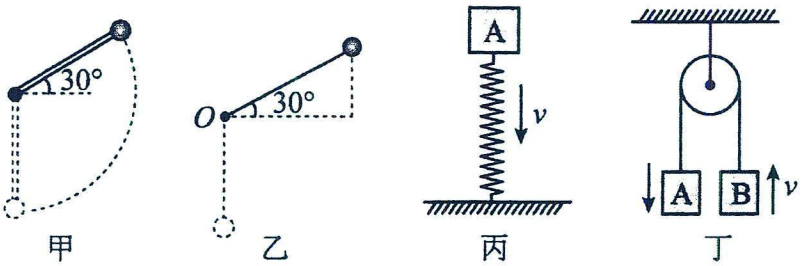
B．乙图中，用平行于斜面向下的大小等于摩擦力的拉力 F 作用下物体 B 沿斜面下滑时（斜面 A 不动），物体 B 机械能保持不变

C．丙图连在一根轻杆上的两球自由下摆的过程中，A 球机械能守恒

D．丁图中，小球在水平面内做匀速圆周运动，小球机械能守恒

【跟踪训练】

1．（多选题）在如图所示的物理过程示意图中，甲图为一端固定有小球的轻杆，从右偏上30°角释放后绕光滑支点摆动；乙图中轻绳一端连着一小球，从右偏上30°角处自由释放；丙图为物体A将弹簧压缩的过程中；丁图为不计任何阻力和定滑轮质量时，A加速下落，B加速上升过程中。关于这几个物理过程（空气阻力忽略不计），下列判断中正确的是（　　）



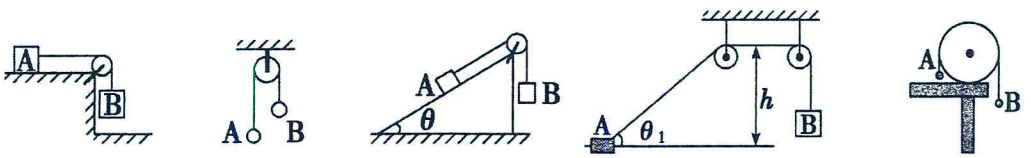
A．甲图中小球机械能守恒　　B．乙图中小球机械能守恒

C．丙图中物体A的机械能守恒　　D．丁图中A、B组成的系统机械能守恒

题型二：绳连接中的机械能守恒——速度大小相等

解题要点：

1.常见图例



2.三点提醒

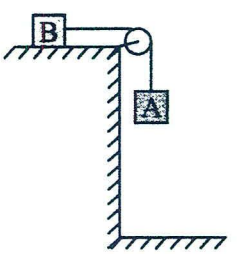
(1)明确两物体沿绳方向的分速度大小相等。

(2)用好两物体的位移大小关系或竖直方向的高度变化的关系。

(3)对于单个物体，一般绳上的力会做功，机械能不守恒，但对于绳连接的系统，机械能则可能守恒。

【精选例题】

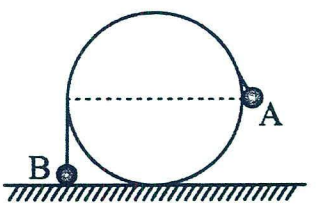
【例1】如图所示，B物体的质量是A物体质量的一半，不计所有摩擦，A物体从离地面高H处由静止开始下落，以地面为零势能面，当A物体的动能与其重力势能相等时，A物体距地面的高度为（设该过程中B物体未与滑轮相碰）（　　）



A．$0.4H$　　B．$0.2H$　　C．$0.8H$　　D．$\frac{1}{3}H$

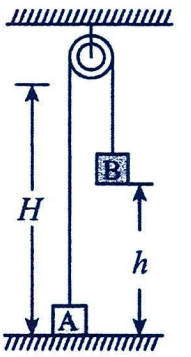
【例2】如图所示，可视为质点的小球A、B用不可伸长的细软线连接，跨过固定在地面上半径为R的光滑圆柱，A的质量为B的5倍。当B位于地面时，A恰与圆柱轴心等高。将A由静止释放，A下落到地面时不再弹起，（不计空气阻力）则B上升的最大高度是（　　）

A．2R　　B．$\frac{5R}{3}$　　C．$\frac{3R}{2}$　　D．$\frac{2R}{3}$



【跟踪训练】

1．如图所示，一根不可伸长的轻绳跨过光滑轻质定滑轮，绳两端各系一小物块 A 和 B。其中 $m_A=10\text{kg}$，m_B 未知，滑轮下缘距地面 $H=1\text{m}$。开始 B 物块离地面高 $h=0.6\text{m}$，用手托住 B 物块使绳子刚好拉直，由静止释放 B 物块，A 物块上升至 H 高时速度恰为零，重力加速度 g 取 10m/s^2，对于此过程，下列说法中正确的是（　　）



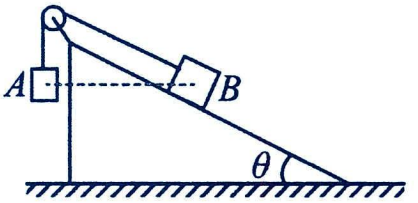
A．对 A、B 两物块及地球组成的系统，整个过程中机械能守恒

B．m_B=50kg

C．B 刚落地时，速度大小为 $\sqrt{2}\text{m/s}$

D．B 落地前，绳中张力大小为 150N

2．如图，表面光滑的固定斜面顶端安装一定滑轮，小物块 A、B 用轻绳连接并跨过滑轮（不计滑轮的质量和摩擦）。初始时刻，A、B 处于同一高度并恰好静止状态。剪断轻绳后 A 下落、B 沿斜面下滑，则从剪断轻绳到物块着地，则（　　）



A．两物块的速度变化量相同　　B．A 物体的机械能守恒，B 的机械能不守恒

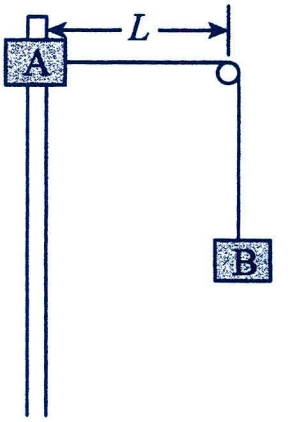
C．A、B 落地的时间之比为 $\cos\theta:1$　　D．重力做功的平均功率相同

题型三：绳连接中的机械能守恒——速度大小不等

解题要点：因两物体速度大小不相等，需分析物体速度关系，根据第一讲考点四相关知识，对速度进行分解，再利用机械能守恒定律进行求解。

【精选例题】

【例 1】如图所示，带孔物块 A 穿在光滑固定的竖直细杆上与一不可伸长的轻质细绳连接，细绳另一端跨过轻质光滑定滑轮连接物块 B，A 位于与定滑轮等高处。已知物块 A 的质量为 m、物块 B 的质量为 $\sqrt{3}m$，定滑轮到细杆的距离为 L，细绳的长度为 2L。现由静止释放物块 A，不计一切摩擦、空气阻力及定滑轮大小，重力加速度大小为 g，两物块均可视为质点，下列说法正确的是（　）



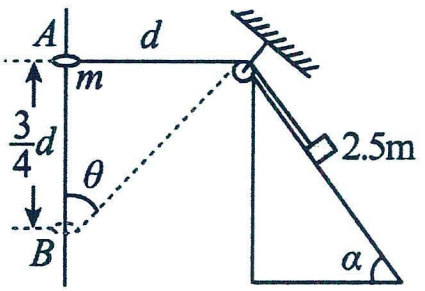
A．物块 A 的机械能一直增大

B．物块 A 的速度始终小于物块 B 的速度

C．物块 A、B 等高时物块 B 的速度大小为 0

D．物块 A 下落到最低点时物块 B 的速度为 0，A 下落的最大距离为 $h=\sqrt{3}L$

【例 2】（多选题）如图，将质量为 2.5m 的重物系在轻绳的一端，放在倾角为α=53°的固定光滑斜面上，轻绳的另一端系一质量为 m 的环，轻绳绕过光滑轻小定滑轮，环套在竖直固定的光滑直杆上，定滑轮与直杆的距离为 d。杆上的 A 点与定滑轮等高，杆上的 B 点在 A 点正下方距离为$\frac{3}{4}d$处。轻绳绷直，系重物段轻绳与斜面平行，不计一切摩擦阻力，轻绳、杆、斜面足够长，sin53°=0.8，cos53°=0.6，重力加速度为 g。现将环从 A 处由静止释放，下列说法正确的是（　　）



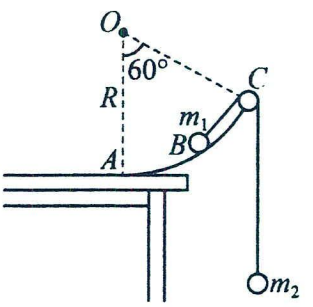
A．环从 A 点释放时，环的加速度大小为 g

B．环下降到最低点前，轻绳对重物先做正功后做负功

C．环到达 B 处时，环的速度大小为$\sqrt{\frac{5gd}{19}}$

D．环下降到最低点时，环下降的高度为$\frac{4}{3}d$

【例 3】（多选题）如图所示，圆心在O点、半径为R的光滑圆弧轨道ABC竖直固定在水平桌面上，C端装有轻质定滑轮，OC与OA的夹角为60°，轨道最低点 A 与桌面相切。一足够长的轻绳跨过定滑轮，两端分别系着质量为m_1和m_2的两小球（均可视为质点），将m_1由C点静止释放后，m_1沿圆弧下滑，不计一切摩擦。则（　）



A．在m_1由C点下滑到 A 点的过程中两球速度大小始终相等

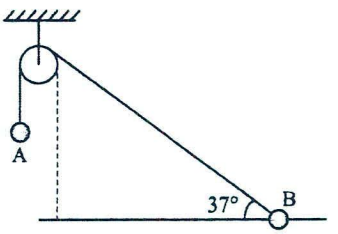
B．在m_1由C点下滑到 A 点的过程中，重力对m_1做功功率先增大后减小

C．若m_1恰好能沿圆弧轨道下滑到 A 点，则$m_1=2m_2$

D．在m_1由C点下滑到 A 点的过程中，m_1机械能守恒

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，一轻质光滑定滑轮固定在天花板上，质量相等的小球 A 和小球 B 通过不可伸长的跨过滑轮的轻绳连接，小球 B 套在光滑水平直杆上，用外力使小球 B 静止，此时连接 B 球部分的轻绳与水平方向的夹角为37°，撤去外力，小球B向左运动L的距离时，滑轮右侧细绳刚好竖直，重力加速度为g，已知$\sin 37^\circ=0.6$，$\cos 37^\circ=0.8$，小球质量均为 m，在小球 B 由静止向左运动至速度最大的过程中，下列说法正确的是（　）



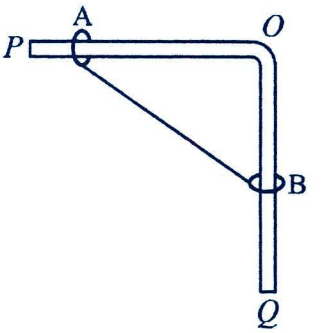
A．细绳对小球 A 的拉力先小于 mg 后大于 mg

B．小球 B 的速度不一定总是大于小球 A 的速度

C．当小球 A 的加速度为零时，小球 B 的加速度一定也为零

D．小球 B 运动过程中的最大速度大小$v=\sqrt{gL}$

2．如图所示，光滑直角细杆 POQ 固定在竖直平面内，OP 边水平，OP 与 OQ 在 O 点由小圆弧平滑相连，该小圆弧长度忽略不计，质量均为 m 的 A、B 两小环用长为 L 的轻绳相连，分别套在 OP 和 OQ 杆上。初始时刻，将轻绳拉至水平位置拉直（即 B 环位于 O 点），然后同时释放两小环，A 环经过 O 点时，速度大小不变，方向变为竖直向下，已知重力加速度为 g．下列说法正确的是（　）



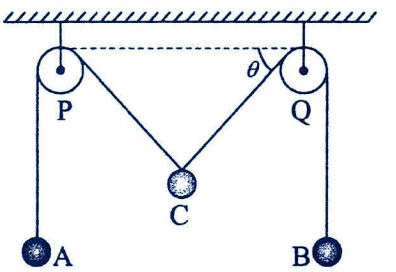
A．在 A 环到达 O 点前的过程中，B 机械能守恒

B．在 A 环到达 O 点前的过程中，A 与 B 速度之比不变

C．在 A 环到达 O 点前的过程中，B 减少的重力势能等于 A 增加的动能

D．在 A 环到达 O 点后，再经$\sqrt{\frac{L}{2g}}$的时间能追上 B 环

3．（多选题）如图所示，两个完全相同的轻质小滑轮 P、Q 固定在天花板上，P、Q 之间的距离为 2l，一段不可伸长的轻质细绳通过滑轮，两端分别系住小球 A、B，现用一轻质光滑小挂钩将小球 C 挂在滑轮 P、Q 之间的水平细绳的中间位置上，静止释放小球 C，在小球 C 下降的某时刻，拉小球 C 的细绳与水平方向成θ角。已知三小球 A、B、C 的质量均为 m，A、B 小球始终没有与 P、Q 相撞，忽略一切阻力，$\sin 37^\circ = 0.6$，$\cos 37^\circ = 0.8$，则下列关于小球 C 在下降过程中说法正确的为（　）



A．三小球 A、B、C 组成的系统机械能守恒

B．三小球 A、B、C 的速度大小的关系为$v_A = v_B = v_C\cos\theta$

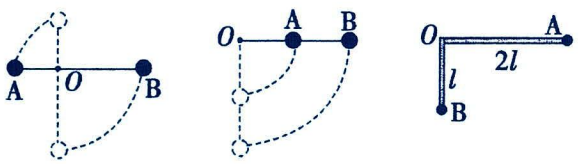
C．当$\theta = 53^\circ$时小球 C 下降到最低点

D．小球 C 动能的最大值为$\frac{4-\sqrt{3}}{3}mgl$

题型四：杆连接中的机械能守恒——角速度相等

解题要点：

1.常见图例



2. 模型特点

(1)转动时两物体的角速度相等；所以各物体满足：$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}$。

(2)杆对物体的作用力并不总是沿杆的方向，杆能对物体做功，单个物体机械能不守恒。

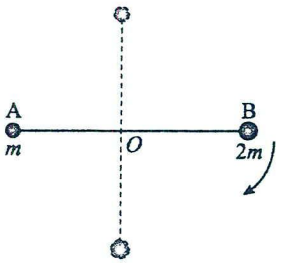
(3)对于杆和物体组成的系统，若忽略空气阻力和各种摩擦且没有其他力对系统做功，则系统的机械能守恒。：

(4)杆对物体的作用力并不总是沿杆的方向，杆能对物体做功，单个物体机械能不守恒。

(5)由 v=ωr 知，v 与 r 成正比。

【精选例题】

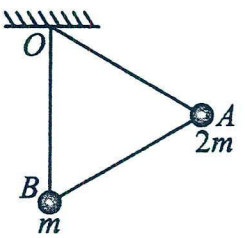
【例 1】如图所示，在两个质量分别为 m 和 2m 的小球 A 和 B 之间用一根长为 L 的轻杆连接，轻杆可绕中心 O 的水平轴无摩擦转动，现让杆处于水平位置无初速度释放，在杆转至竖直的过程中（轻杆质量不计）（　　）



A．A 球机械能减小　　B．杆对 B 球不做功，B 球机械能守恒

C．A 球和 B 球总机械能守恒　　D．A 球和 B 球总机械能不守恒

【例 2】如图，长度为 L 的三根轻杆构成一个正三角形支架，在 A 处固定质量为 2m 的小球；B 处固定质量为 m 的小球，支架悬挂在 O 点，可绕过 O 点与支架所在平面相垂直的固定轴转动。开始时 OB 与地面相垂直，放手后开始运动。在无任何阻力的情况下，下列说法中正确的是（　　）



A．A 球到达最低点时速度 $\sqrt{\frac{gL}{5}}$

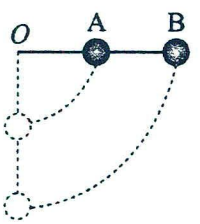
B．A 球到达最低点时，B 球速度为 $2\sqrt{\frac{gL}{3}}$

C．摆动过程中 A、B 两球组成的系统机械能守恒

D．摆动过程中 A 球机械能守恒

【跟踪训练】

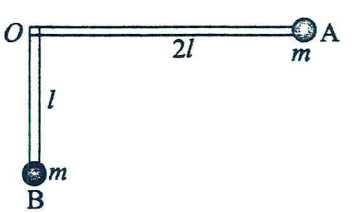
1．（多选题）长度为 2L 的轻杆左端连接光滑水平转轴 O，中点和右端分别固定质量均为 m 的小球 A 和 B，小球可视为质点，重力加速度为 g，如图所示，当轻杆从水平位置由静止释放，在轻杆摆至竖直位置的过程中，下列结论正确的是（　　）



A．A、B 两小球组成的系统机械能守恒　　B．A、B 两小球的速度始终相等

C．在最低点，小球 B 的速度大小为 $\frac{2\sqrt{30gL}}{5}$　　D．轻杆对小球 B 做功 0.4mgL

2．（多选题）一质量不计的直角形支架两端分别连接质量均为 m 的小球 A 和 B，支架的两直角边长度分别为 $2l$ 和 l，支架可绕固定轴 O 在竖直平面内无摩擦转动，如图所示。开始时 OA 边处于水平位置，由静止释放 OA，不计空气阻力，重力加速度为 g，下列说法正确的是（　　）



A．运动过程中，A、B 两球的速度大小总相等

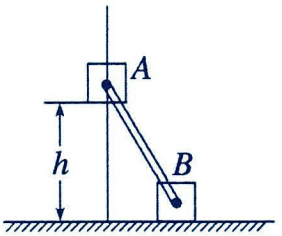
B．运动过程中，A、B 和支架系统机械能守恒

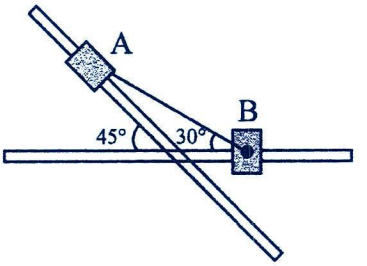
C．A 运动至最低点时速度大小为 $\sqrt{\frac{8gl}{5}}$

D．A 运动至最低点的过程中，杆对 B 做功为 $\frac{8}{5}mgl$

题型五：杆连接中的机械能守恒——角速度不等

1.常见图例





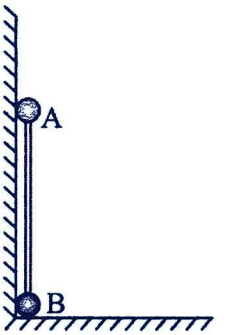
2.某一方向分速度相等情景(关联速度情景)

(1)两物体速度的关联实质：沿杆方向的分速度大小相等。

(2)杆对物体的作用力并不总是沿杆的方向，杆能对物体做功，单个物体机械能不守恒。

(3)对于杆和物体组成的系统，若忽略空气阻力和各种摩擦且没有其他力对系统做功，则系统的机械能守恒。

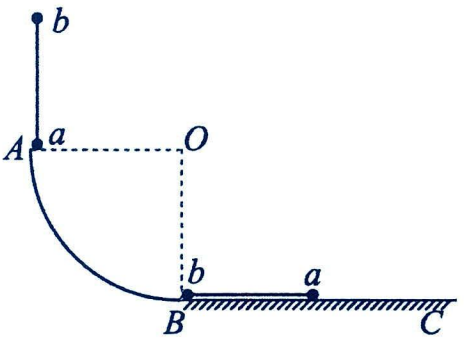
【精选例题】



【例 1】如图所示，质量均为 m 的 A、B 两光滑小球用轻杆连接，竖直靠墙放置。两球的半径远小于轻杆长度。由于微小的扰动，A 球沿竖直墙壁向下滑动，B 球沿水平地面向右滑动，重力加速度为 g。对 A 球从静止开始到落地前的过程，不计空气阻力，下列判断正确的是（　）

A．小球 A、B 构成的系统机械能守恒　　B．B 球对水平地面的压力不可能等于 $2mg$

C．A 球在下落过程中加速度不可能等于 g　　D．小球 A 可能一直沿着墙面向下运动



【例 2】如图所示，有一光滑轨道 ABC，AB 部分为半径 0.2m 的 $\frac{1}{4}$ 圆弧，BC 部分水平，质量均为 400g 的小球 a、b 固定在竖直轻杆的两端，轻杆长为 0.2m，小球可视为质点。开始时 a 球处于圆弧上端 A 点，由静止开始释放小球和轻杆，使其沿光滑弧面下滑，重力加速度 $g=10m/s^2$，下列说法正确的是（　　）

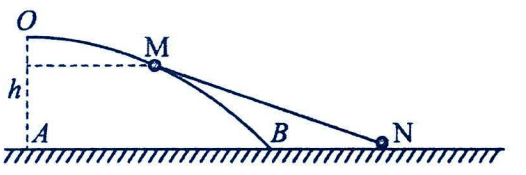
A．a 球下滑过程中机械能保持不变

B．两球都滑到水平轨道上时，a 球速度大小为 $2m/s$

C．从释放小球到 a、b 球都滑到水平轨道上，整个过程中轻杆不对两球做功

D．从释放小球到 a、b 球都滑到水平轨道上，整个过程中轻杆对 a 球做功 0.4J

【例 3】一抛物线形状的光滑固定导轨竖直放置，O 为抛物线导轨的顶点，O 点离地面的高度为 h，AB 两点相距 2h，轨道上套有一个小球 M，小球 M 通过轻杆与光滑地面上的小球 N 相连，两小球的质量均为 m，轻杆的长度为 2h，现将小球 M 由距地面竖直高度 $\frac{3}{4}h$ 处由静止释放，则（　　）



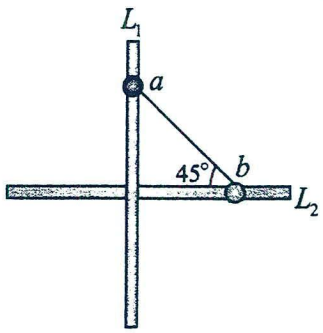
A．小球 M 将做平抛运动

B．小球 M 即将落地时，小球 N 的动能为 $\frac{mgh}{2}$

C．小球 M 即将落地时，速度大小为 $\sqrt{gh}$

D．小球 M 即将落地时，小球 N 的速度大小为 $\frac{\sqrt{gh}}{2}$

【例 4】如图所示，竖直平面内固定两根足够长的细杆 L_1、L_2，两杆不接触，且两杆间的距离忽略不计。两个小球 a、b（视为质点）质量均为 m，a 球套在竖直杆 L_1 上，b 球套在水平杆 L_2 上，a、b 通过铰链用长度为 l 的刚性轻杆 L 连接，将 a 球从图示位置（轻杆与 L_2 杆夹角为 45°）由静止释放，不计一切摩擦，已知重力加速度为 g。在此后的运动过程中，下列说法中正确的是（　　）



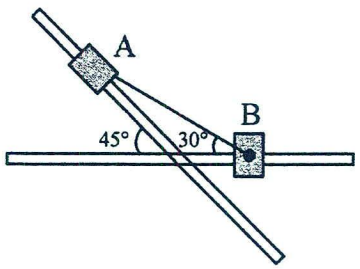
A．a 球不能回到初始位置

B．a 球从释放运动至最低点的过程中，杆对 a 球做的功为 $\sqrt{2}mgl$

C．b 球的速度为零时，a 球的加速度大小为零

D．b 球的最大速度为 $\sqrt{(2+\sqrt{2})gl}$

【例 5】（多选题）如图所示，滑块 A、B 的质量均为 m，A 套在固定倾斜直杆上，倾斜直杆与水平面成 45°角，B 套在固定水平直杆上，两直杆分离不接触，两直杆间的距离忽略不计且杆足够长，A、B 通过铰链用长度为 L 的刚性轻杆（初始时轻杆与水平面成 30°角）连接，A、B 从静止释放，B 沿水平面向右运动，不计一切摩擦，滑块 A、B 均视为质点，重力加速度大小为 g，在运动的过程中，下列说法正确的是（　　）



A．当 A 到达 B 所在水平面时 $v_B=\frac{\sqrt{2}}{2}v_A$

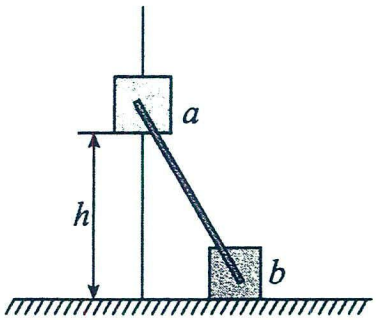
B．当 A 到达 B 所在水平面时，B 的速度为 $\sqrt{\frac{gL}{3}}$

C．滑块 B 到达最右端时，A 的速度为 $\sqrt{2gL}$

D．滑块 B 的最大动能为 mgL

【跟踪训练】

1．如图，滑块 a、b 的质量均为 m，a 套在固定竖直杆上，与光滑水平地面相距 h，b 放在地面上。a、b 通过铰链用刚性轻杆连接，由静止开始运动。不计摩擦，a、b 可视为质点，重力加速度大小为 g。则（　）



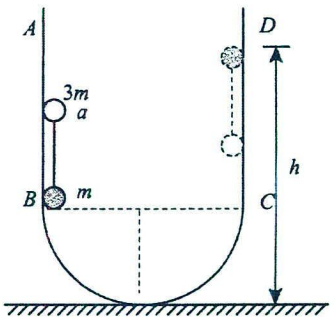
A．a 落地前，轻杆对 b 一直做正功

B．a 下落过程中，其机械能守恒

C．a 下落过程中，其加速度大小始终小于 g

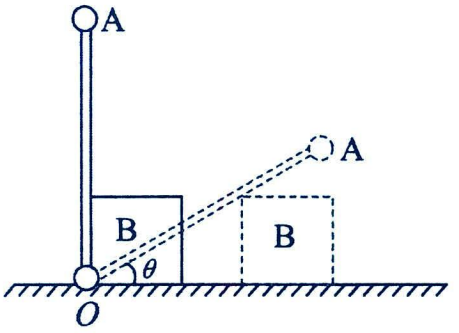
D．a 落地前，当 a 的机械能最小时，b 对地面的压力大小为 mg

2．如图所示，在竖直平面内有一半径为 R 的固定半圆轨道 BC，与两个竖直轨道 AB 和 CD 相切，轨道均光滑。现有长也为 R 的轻杆，两端固定质量分别为 $3m$、m 的小球 a、b（可视为质点），用某装置控制住小球 a，使轻杆竖直且小球 b 与 B 点等高，然后由静止释放。b 球能到达的最大高度 h 为（　　）



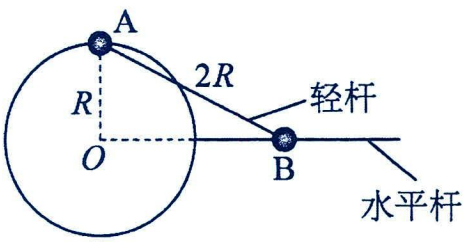
A．$2R$　　B．$\frac{5}{2}R$　　C．$\frac{7}{3}R$　　D．$\frac{9}{4}R$

3．一根长为 L 的轻杆 OA，O 端用铰链固定在地面上，另一端固定一质量为 m 的小球 A，轻杆靠在高 $h=\frac{L}{4}$、质量为 M=4m 的物块 B 上，开始时轻杆处于竖直状态，受到轻微扰动，轻杆开始顺时针转动，推动物块沿地面向右滑至图示位置（杆与地面夹角为 $\theta=\frac{\pi}{6}$，若不计一切摩擦，重力加速度为 g，则此时小球 A 的线速度大小为（　　）



A．$\sqrt{\frac{8}{5}gL}$　　B．$\sqrt{\frac{1}{5}gL}$　　C．$\sqrt{\frac{2}{5}gL}$　　D．$\sqrt{\frac{3}{7}gL}$

4．（多选题）如图所示，质量为 4m 的小球 A 套在固定在竖直面的圆环上，圆环半径为 R，小球 B 质量为 m，套在水平固定杆上。长为 2R 的轻杆两端通过铰链分别与 A、B 连接，水平杆与圆环的圆心 O 位于同一水平线上。若静止的球 A 因微小扰动从环最高处向左逆时针滑下，不计一切摩擦，重力加速度大小为 g，则（　　）



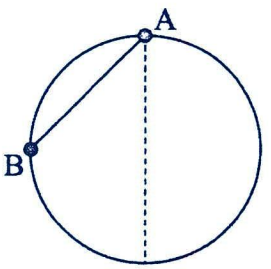
A．球 A 滑到与圆心 O 同高度时的速度大小为 $\sqrt{2gR}$

B．球 A 滑到与圆心 O 同高度之前轻杆对 B 一直做正功

C．球 A 滑到与圆心 O 同高度之前，A 的机械能最小时水平杆对 B 的弹力大小为 5mg

D．当球 A 滑一圈再次回到最高点过程中，有两个位置 A 的机械能与最高点处机械能相等

5．（多选题）半径为 R 的光滑圆环竖直放置，环上套有两个质量分别为 m 和 $\sqrt{3}m$ 的小球 A 和 B。A、B 之间用一长为 $\sqrt{2}R$ 的轻杆相连，如图所示。开始时，A、B 都静止，且 A 在圆环的最高点，现将 A、B 释放，（重力加速度为 g）下列有关说法正确的是（　　）



A．B 球到达最低点时的速度大小为 $\sqrt{2gR}$

B．从释放到 B 球到达最低点过程，A 球机械能先增加后减小

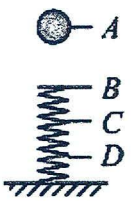
C．从释放到 B 球到达最低点过程，A 球机械能一直增加

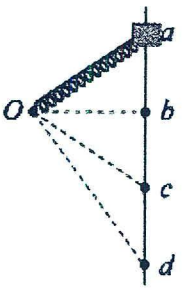
D．B 球在圆环右侧区域内能达到的最高点位置，高于 O 点 $\frac{\sqrt{3}}{2}$R

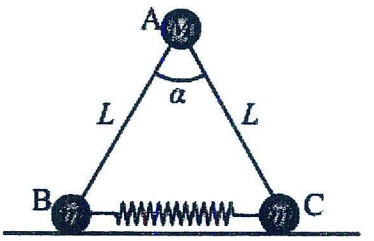
题型六：弹簧中的机械能守恒

解题要点

1.常见图例：







2.四点提醒

(1)含弹簧的系统内只有弹簧弹力和重力做功时，物体的动能、重力势能和弹簧的弹性势能之间相互转化，物体和弹簧组成的系统机械能守恒，而单个物体或弹簧机械能都不守恒。

(2)对同一弹簧，弹性势能的大小由弹簧的形变量决定，弹簧的伸长量和压缩量相等时，弹簧的弹性势能相等。

(3)弹簧弹力做功与路径无关，取决于初、末状态弹簧形变量的大小。

(4)由两个或两个以上的物体与弹簧组成的系统，当弹簧形变量最大时，弹簧两端连接的物体速度相等；弹簧处于自然长度时，弹簧弹性势能最小(为零)。

【精选例题】

【例 1】如图甲所示，弹跳鞋是一种新型体育用品鞋，其底部装有弹簧。某次弹跳从最高点下落的过程中，人的动能 E_k 随重心高度 h（最低点为 h=0）变化的图像如图乙所示，图中 $h_2 \sim h_3$ 段为直线，其余部分为曲线，已知弹簧始终处于弹性限度内，空气阻力忽略不计，人看做质点。则（　　）

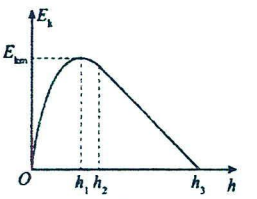
A．高度为 h_1 时，人的加速度达到最大值

B．下落到 h_1 的过程中，人的机械能一直减小

C．高度为 h=0 时，人处于超重状态

D．下落到 h_2 的过程中，人的机械能一直增大


甲



乙

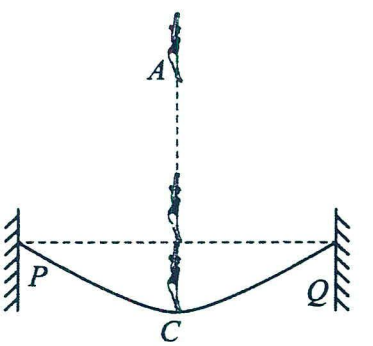
【例 2】如图所示，运动员刚开始静止在蹦床上的 B 点（未标出），通过调整姿态，多次弹跳后达到最高点 A，然后运动员从 A 点保持姿势不变由静止下落至最低点 C。不计空气阻力，下列说法正确的是（　　）

A．运动员从接触蹦床到最低点的过程中，一直做减速运动

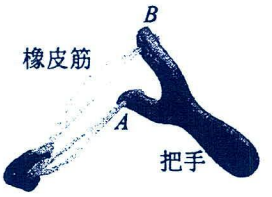
B．下落过程中，运动员在 B 点时速度最大

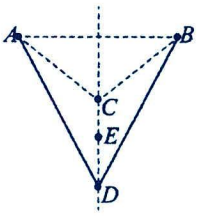
C．从 B 点下落至 C 点的过程，运动员做匀减速直线运动

D．从 A 点下落至 B 点的过程，运动员的机械能守恒



【例 3】（多选题）弹弓是孩子们喜爱的弹射类玩具，其构造及原理如图所示，橡皮筋的两端点 A，B 固定在把手上，橡皮筋位于 ACB 时恰好处于原长状态，在 C 处（AB 连线的中垂线上）放置一固体弹丸，一手执把，另一手将弹丸拉至 D 点然后放手，弹丸就会在橡皮筋的作用下被弹射出去击打目标，现将弹丸竖直向上发射，已知 E 是 CD 的中点，则（　　）





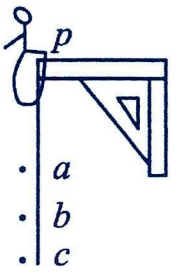
A．D 到 C 过程，弹丸的机械能守恒

B．D 到 C 过程，弹丸的动能先增大后减小

C．D 到 C 过程，橡皮筋的弹性势能一直减小

D．橡皮筋对弹丸做的功 D 到 E 过程大于 E 到 C 过程

【例 4】“蹦极”是勇敢者的运动，如图为蹦极运动过程示意图。某人身系弹性绳自高空 p 点自由下落，其中 a 点是弹性绳的原长位置，c 是人所到达的最低点，b 是人静止地悬吊着时的平衡位置。不计空气阻力，则下列说法中正确的是（　　）



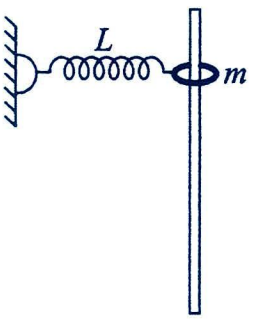
A．人和弹性橡皮绳组成系统机械能增大

B．从 a 至 c 的过程中，重力的冲量大小小于弹性绳的冲量大小

C．从 p 至 b 的过程中重力所做的功等于人克服弹力所做的功

D．从 a 至 c 的过程中人的动量一直增大

【例 5】（多选题）如图，固定的竖直光滑长杆上套有质量为 m 的小圆环，圆环与水平状态的轻质弹簧一端连接，弹簧的另一端连接在墙上，并且处于原长状态。现让圆环由静止开始下滑，已知弹簧原长为 L，圆环下滑到最大距离时弹簧的长度变为 2L（未超过弹性限度），已知重力加速度为 g，则在圆环下滑到最大距离的过程中（　　）



A．圆环的机械能守恒

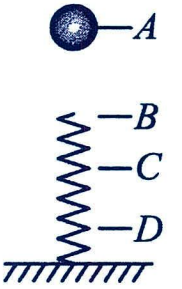
B．弹簧弹性势能变化了 $\sqrt{3}mgL$

C．圆环下滑到最大距离时，所受合力不为零

D．圆环重力势能与弹簧弹性势能之和保持不变

【跟踪训练】

1．一根轻弹簧下端固定，竖立在水平面上，其正上方 A 位置有一只小球，小球从静止开始下落，在 B 位置接触弹簧的上端，在 C 位置小球所受弹力大小等于重力，在 D 位置小球速度减小到零。下列关于小球下落阶段的说法中，正确的是（　　）



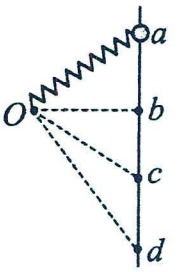
A．在 B 位置，小球动能最大

B．从 A→D 位置，小球机械能守恒

C．从 A→D 位置，小球重力势能的减少量大于弹簧弹性势能的增加量

D．从 A→C 位置，小球重力势能的减少量大于弹簧弹性势能的增加量

2．如图所示，竖直固定的光滑直杆上套有一个质量为 m 的小球，初始时静置于 a 点。一原长为 l 的轻质弹簧左端固定在 O 点，右端与小球相连。直杆上还有 b、c、d 三点，且 b 与 O 在同一水平线上，Ob=l，Oa、Oc 与 Ob 夹角均为 37°，Od 与 Ob 夹角为 53°。现释放小球，小球从 a 点开始下滑，到达 d 点时速度为 0，在此过程中弹簧始终处于弹性限度内，则下列说法正确的是（重力加速度为 g，sin37°=0.6）（　　）



A．小球在 b 点时加速度最大

B．小球从 a 点下滑到 d 点的过程中，小球的机械能守恒

C．小球在 c 点的速度大小为$\sqrt{3gl}$

D．小球从 c 点下滑到 d 点的过程中，弹簧的弹性势能增加了$\frac{7}{12}mgl$

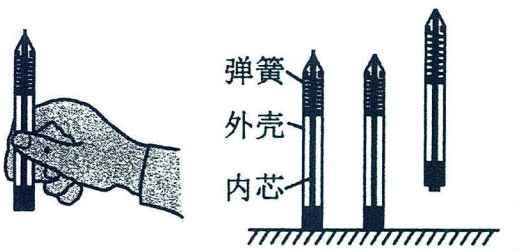
3．如图所示，取一支质量为 m 的按压式圆珠笔，将笔的按压式小帽朝下按在桌面上，无初速放手后笔将会竖直向上弹起一定的高度 h，然后再竖直下落。重力加速度为 g，不计空气阻力。下列说法正确的是（　　）

A．按压时笔内部弹簧的弹性势能增加了 mgh

B．放手后到笔向上离开桌面的过程弹簧的弹性势能全部转化为笔的动能

C．笔在离开桌面后的上升阶段处于超重状态

D．笔从离开桌面到落回桌面过程的时间为$\sqrt{\frac{2h}{g}}$



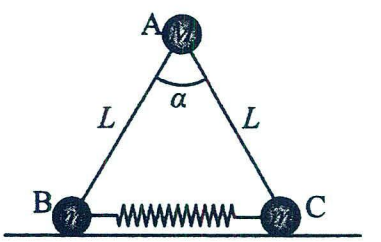
4．（多选题）如图所示，小球 A 的质量为 M，小球 B、C 的质量均为 m，M=2m，A 与 B、C 间通过铰链用轻杆连接，杆长为 L，B、C 置于水平地面上，用一轻质弹簧连接，弹簧处于原长。现 A 由静止释放下降到最低点，两轻杆间夹角α由 60°变为 120°，A、B、C 在同一竖直平面内运动，且弹簧在弹性限度内，忽略一切摩擦，重力加速度为 g，以弹簧原长为弹性势能零势点。在此过程中，设 ABC 的动能分别为E_{kA}、E_{kB}、E_{kC}，则：（　　）

A．A 下降到最低点时，弹簧与三小球构成的系统势能最小

B．A 运动时，三小球的动能之比为$E_{kA}:E_{kB}:E_{kC}=2:1:1$

C．A 的动能最大时，B 对地面的压力大小为 2mg

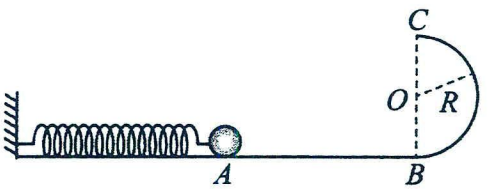
D．弹簧的弹性势能最大值为（$\sqrt{3}$-1）mgL



5．如图，光滑水平面 AB 与光滑竖直半圆形导轨在 B 点相切，导轨半径为 R。一个质量为 m 的物体将弹簧压缩至 A 点后由静止释放，在弹力作用下物体获得某一向右速度后脱离弹簧，之后从 B 点进入半圆形导轨，重力加速度为 g。求：（1）若小球恰能过最高点 C，求刚释放小球时弹簧的弹性势能；

（2）若刚释放小球时弹簧的弹性势能为 3mgR，求小球过最高点 C 时对导轨的压力；

（3）若刚释放小球时弹簧的弹性势能为 2mgR，求小球刚离开导轨时的速度大小。



题型七：非质点及流体中的机械能守恒

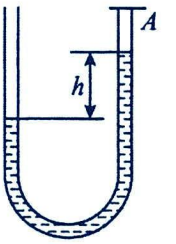
解题要点：应用机械能守恒定律解决非质点类问题的策略

1．在应用机械能守恒定律处理实际问题时，经常遇到像“链条”“液柱”类的物体，其在运动过程中将发生形变，其重心位置相对物体也发生变化，因此这类物体不能再视为质点来处理。

2．物体虽然不能视为质点来处理，但因只有重力做功，物体整体机械能守恒。一般情况下，可将物体分段处理，确定质量分布均匀的规则物体各部分的重心位置，根据初、末状态物体重力势能的变化列式求解。

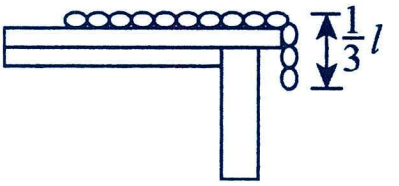
【精选例题】

【例 1】如图所示，粗细均匀的 U 形管内装有同种液体，在管口右端用盖板 A 密闭，两管内液面的高度差为 h，U 形管中液柱的总长为 4h。现拿去盖板 A，液体开始流动，不计液体内部及液体与管壁间的阻力，则当两液面高度相等时，右侧液面下降的速度是（ ）



A．$\sqrt{\frac{gh}{8}}$　　B．$\sqrt{\frac{gh}{4}}$　　C．$\sqrt{\frac{gh}{2}}$　　D．$\sqrt{gh}$

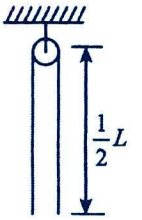
【例 2】一条长为 l、质量为 m 的均匀链条放在光滑水平桌面上，其中有三分之一悬在桌边，如图所示，在链条的另一端用水平力缓慢地拉动链条，当把链条全部拉到桌面上时，下列说法中正确的是（　　）



A．物体的动能增加了 $\frac{1}{18}$mgl　　B．物体的重力势能增加了 mgl

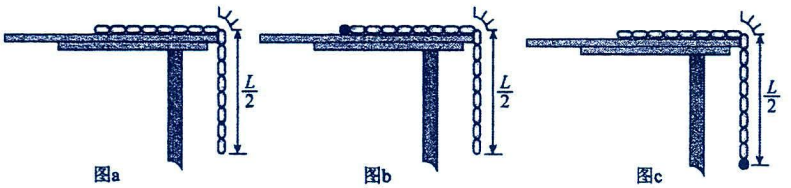
C．物体的机械能减少了 mgl　　D．物体克服重力所做的功为 $\frac{1}{18}$mgl

【例 3】一根全长为 L，粗细均匀的铁链，对称地挂在光滑的小定滑轮上，如图所示，当受到轻微扰动，铁链会从滑轮滑下，铁链脱离滑轮瞬间的速度大小为　（ ）



A．$\sqrt{gL}$　　B．$\frac{1}{2}\sqrt{gL}$　　C．$\sqrt{\frac{gL}{2}}$　　D．$\sqrt{2gL}$

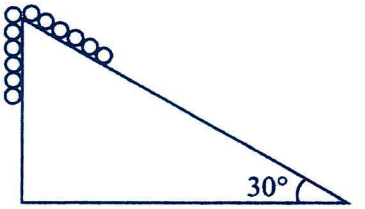
【例 4】一根质量为 m、长为 L 的均匀链条一半放在光滑的水平桌面上，另一半悬在桌边，桌面足够高，如图 a 所示。若将一个质量为 m 的小球分别拴在链条左端和右端，如图 b、c 所示，约束链条的挡板光滑，三种情况均由静止释放，当整根链条刚离开桌面时，关于它们的速度关系，下列判断正确的是（　　）



图a　　图b　　图c

A．$v_a = v_b = v_c$　　B．$v_a < v_b < v_c$　　C．$v_c > v_a > v_b$　　D．$v_a > v_b > v_c$

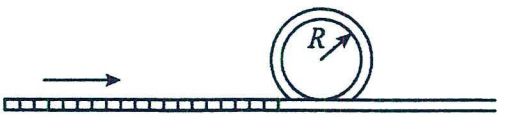
【例 5】有一条均匀金属链条，一半长度在光滑的足够高斜面上，斜面顶端是一个很小的圆弧，斜面倾角为 30°，另一半长度竖直下垂，由静止释放后链条滑动，已知重力加速度 g=10m/s²，金属链条的长度为 2m，则链条刚好全部滑出斜面时的速度大小为（　　）



A．5m/s　　B．$\frac{5\sqrt{2}}{2}$m/s

C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$m/s　　D．$\frac{\sqrt{2}}{5}$m/s

【例 6】如图所示，光滑长铁链由若干节组成，每一节长度为 l_0，全长为 L，在水平轨道上以某一速度运动．圆形管状轨道与水平轨道相切，半径为 R，L>2πR，R 远大于一节铁链的高度和长度．铁链靠惯性通过圆形管状轨道继续前进，下列判断正确的是（　　）



A．每节铁链通过最高点的速度依次减小

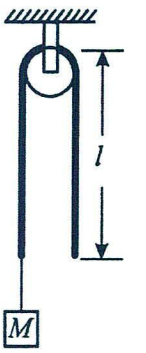
B．第一节与最后一节到达最高点的速度大小相等

C．在第一节完成圆周运动的过程中，第一节铁链机械能守恒

D．铁链全部通过圆形管状轨道的过程中，铁链的最小速度为 $\sqrt{gR}$

【跟踪训练】

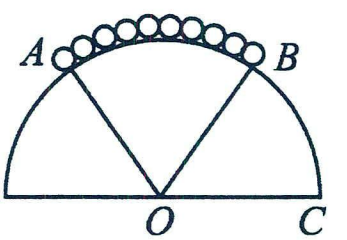
1．如图所示，长为 $2l$、质量为 m 粗细均匀且质量分布均匀的软绳对称地挂在轻小的定滑轮两边，用细线将物块 M 与软绳连接，物块由静止释放后向下运动，直到软绳刚好全部离开滑轮（此时物块未到达地面，重力加速度大小为 g），在此过程中（　）



A．物块 M 的机械能逐渐增加　　B．软绳的机械能逐渐增加

C．软绳重力势能共减少了 mgl　　D．软绳重力势能的减少量等于物块机械能的增加量

2．如图所示，质量分布均匀的铁链，静止放在半径 $R=\frac{6}{\pi}$m 的光滑半球体上方。给铁链一个微小的扰动使之向右沿球面下滑，当铁链的端点 B 滑至 C 处时其速度大小为 $3\sqrt{2}$ m/s。已知∠AOB＝60°，以 OC 所在平面为参考平面，取 g＝10m/s²。则下列说法中正确的是（　　）



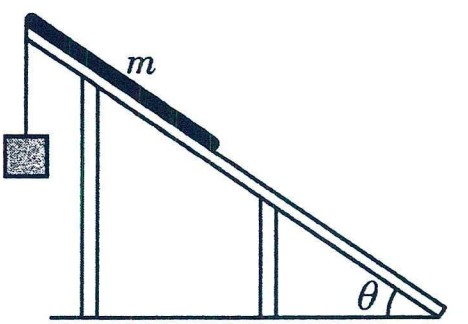
A．铁链下滑过程中靠近 B 端的一小段铁链机械能守恒

B．铁链在初始位置时其重心高度 $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$m

C．铁链的端点 A 滑至 C 点时其重心下降 2.8m

D．铁链的端点 A 滑至 C 处时速度大小为 $6\sqrt{2}$ m/s

3．（多选题）如图所示，倾角θ=30°的光滑斜面固定在地面上，长为 L、质量为 m、粗细和质量分布均匀的软绳置于斜面上，其上端与斜面顶端齐平。用轻质细线将物块与软绳连接，物块的质量也为 m，物块由静止释放后向下运动，直到软绳刚好全部离开斜面（此时物块未到达地面）在此过程中（　　）



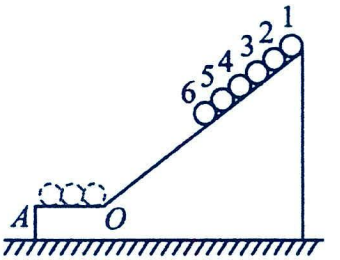
A．物块重力做的功等于软绳和物块动能的增加量

B．物块重力势能的减少量大于软绳机械能的增加量

C．软绳重力势能共减少了 $\frac{1}{2}$mgL

D．软绳刚好全部离开斜面时的速度为 $\frac{1}{2}\sqrt{5gL}$

4．（多选题）如图所示，固定在地面的斜面体上开有凹槽，槽内紧挨放置六个半径均为 r 的相同小球，各球编号如图，斜面与水平轨道 OA 平滑连接，OA 长度为 6r，现将六个小球由静止同时释放，小球离开 A 点后均做平抛运动，不计一切摩擦，则在各小球运动过程中，下列说法正确的是（　　）



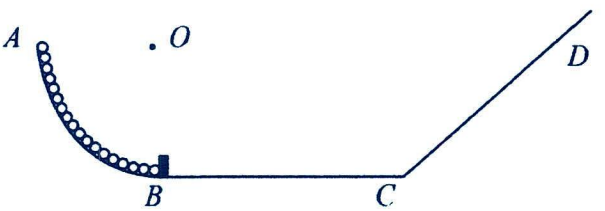
A．球 1 的机械能守恒

B．球 6 在 OA 段机械能增大

C．球 6 的水平射程最小

D．六个球落地点各不相同

5．（多选题）如图所示，在竖直平面内半径为 R 的四分之一圆弧轨道 AB、水平轨道 BC 与斜面 CD 平滑连接在一起，斜面足够长．在圆弧轨道上静止着 N 个半径为 $r(r \ll R)$ 的光滑刚性小球，小球恰好将圆弧轨道铺满，从最高点 A 到最低点 B 依次标记为 1、2、3……N．现将圆弧轨道末端 B 处的阻挡物拿走，N 个小球由静止开始沿轨道运动，不计摩擦与空气阻力，下列说法正确的是



A．N 个小球在运动过程中始终不会散开

B．第 1 个小球到达最低点的速度 $v=\sqrt{gR}$

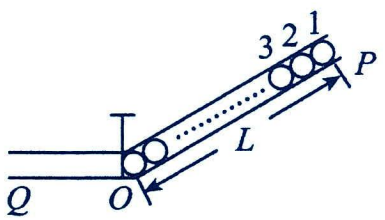
C．第 N 个小球在斜面上向上运动时机械能增大

D．N 个小球构成的系统在运动过程中机械能守恒，且总机械能 $E=\frac{1}{2}NmgR$

6．（多选题）固定在竖直面内的光滑圆管 POQ，PO 段长度为 L，与水平方向的夹角为 30°，在 O 处有插销，OQ 段水平且足够长。管内 PO 段装满了质量均为 m 的小球，小球的半径远小于 L，其编号如图所示，重力加速度为 g。拔掉插销，1 号球在下滑过程中（　　）

A．机械能守恒　　B．做匀加速运动

C．对 2 号球做的功为 $\frac{mgL}{4}$　　D．经过 O 点时速度 $v=\sqrt{\frac{gL}{2}}$

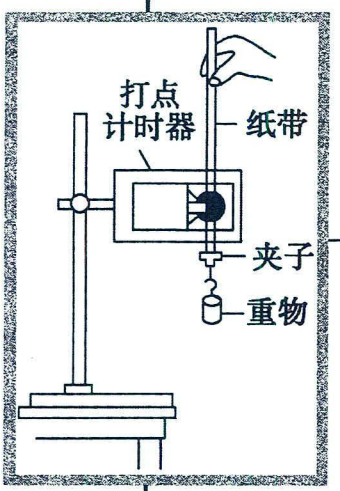


第十三讲：实验：验证机械能守恒定律

实验目的——验证机械能守恒定律

实验原理——通过实验，求出做自由落体运动物体的重力势能的减少量和相应过程动能的增加量，若二者相等，说明机械能守恒，从而验证机械能守恒定律

实验器材——打点计时器、电源、纸带、复写纸、重物、刻度尺、铁架台(附夹子)、导线两根



实验步骤

①安装仪器

②将纸带固定在重物上，让纸带穿过打点计时器限位孔

③用手提着纸带，让重物靠近打点计时器并处于静止状态，然后接通电源，松开纸带，让重物自由落下，纸带上打下一系列小点

④从几条打下点的 纸带中挑选出点迹清楚的纸带进行测量

⑤在起始点标上0，在以后各点依次标上1、2、3…，用刻度尺测出对应下落高度h_1、h_2、h_3…

数据处理

计算速度 $v_n=\frac{h_{n+1}-h_{n-1}}{2T}$

方案一：利用起点和第n点：验证$gh_n=\frac{1}{2}v_n^2$

方案二：任取较远两点A、B：验证$gh_{AB}=\frac{1}{2}v_B^2-\frac{1}{2}v_A^2$

方案三：图象法，描绘出$\frac{1}{2}v^2-h$图线

实验结论——在误差允许的范围内，自由落体过程机械能守恒

误差分析

1、误差来源：①由于重物和纸带下落过程中要克服阻力做功，故动能的增加量$\Delta E_k=mv_n^2/2$必定稍小于重力势能的减少量$\Delta E_p=mgh_n$。②打点计时器产生的误差：由于交流电周期的变化，引起打点时间间隔变化而产生误差；计数点选择不好，振动片振动不均匀，纸带放置方法不正确引起摩擦，造成实验误差。

2、减小测量误差：一是测下落距离时都从 0 点量起，一次将各打点对应下落高度测量完，二是多测几次取平均值。三是改进办法是调整器材的安装，尽可能地减小阻力

注意事项

1、打点计时器要竖直：安装打点计时器时要竖直架稳，使其两限位孔在同一竖直平面内以减少摩擦阻力。

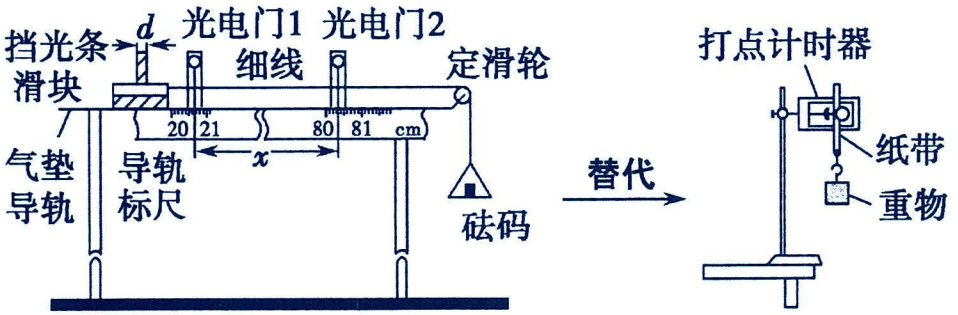
2、重物密度要大：重物应选用质量大、体积小、密度大的材料。

3、一先一后：应先接通电源，让打点计时器正常工作，后松开纸带让重物下落。

4、测长度，算速度：某时刻的瞬时速度的计算应用 $v_n=\frac{h_{n+1}-h_{n-1}}{2T}$，不能用 $v_n=\sqrt{2gh_n}$ 或 $v_n=gt$ 来计算。

实验的改进与创新

1、实验器材、装置的改进



替代

2、速度测量方法的改进：由光电门计算速度——→测量纸带上各点速度。

3、实验方案的改进：利用自由落体运动的闪光照片验证机械能守恒定律。

常考题型：对实验原理及基本操作、数据处理及误差分析、实验改进与创新的考察

题型一：实验原型

【精选例题】

【例 1】如图甲是用“落体法”验证机械能守恒定律的实验装置，打点计时器固定在铁架台上，使重物带动纸带从静止开始自由下落，利用此装置验证机械能守恒定律。

(1)本实验中，下列说法正确的是_____。

A．重物选用质量和密度较大的金属锤

B．安装打点计时器时，应使两个限位孔处于同一直线上

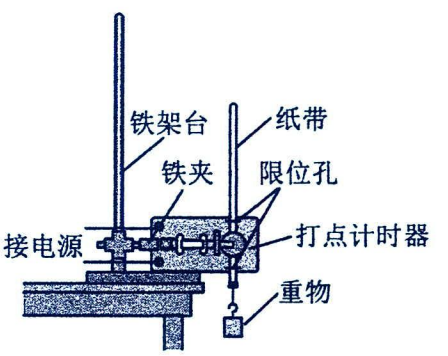
C．可以根据 v = gt 或者 $v=\sqrt{2gh}$ 计算某点速度来计算重物在 t 时刻的瞬时速度

D．先接通电源，后释放重物

E．必须要称出重物的质量

F．数据处理时，应选择纸带上距离较近的两点作为初、末位置

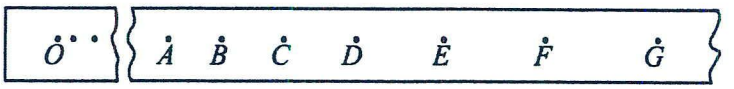
G．图中两限位孔必须在同一竖直线上



甲

(2)某实验小组利用上述装置将打点计时器接到 50 Hz 的交流电源上，按正确操作得到了一条完整的纸带，由于纸带较长，图乙中有部分未画出，如图所示。纸带上各点是打点计时器打出的计时点，其中 O 点为纸带上打出的第一个点。重物下落高度应从纸带上计时点间的距离直接测出，利用下列测量值能完成验证机械能守恒定律

的选项有_____

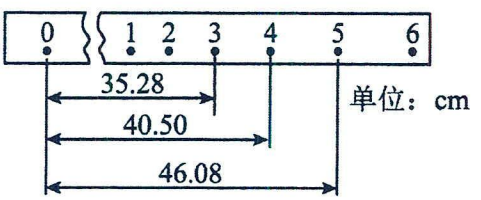


乙

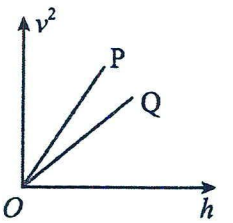
A．OA、AD 和 EG 的长度　　B．OC、BC 和 CD 的长度

C．BD、CF 和 EG 的长度　　D．AC、BD 和 EG 的长度

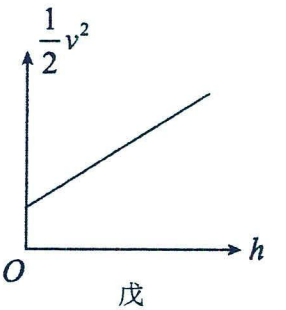
(3)已知当地重力加速度为 9.80 m/s^2，某同学所用重物的质量为 m = 1.0 kg，得到纸带如下丙图，则打点计时器在打 0 点到 4 点的这段时间内，重锤动能的增加量为_____J，重力势能的减少量为_____J。（计算结果保留三位有效数字），根据计算，可以得知在误差允许范围内重物在下落过程中机械能守恒。



丙



丁



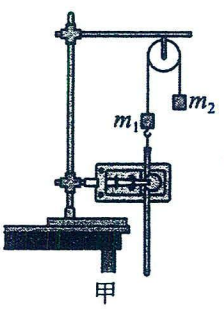
戊

(4)实验小组选用两个质量相同、材料不同的重物 P 和 Q 分别进行实验，多次记录下落高度 h 和相应的速度大小 v，作出的 v^2-h 图像如丁图所示，对比图像分析可知选重物_____（选填“P”或“Q”）进行实验误差更小。

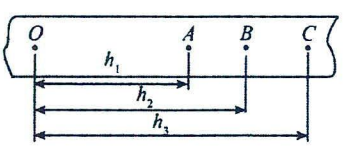
(5)某同学利用另一条实验时打出的纸带，测量出了各计数点到打点计时器打下的第一个点的距离 h，算出了各计数点对应的速度 v，然后以 h 为横轴、以 $\frac{1}{2}v^2$ 为纵轴作出了如图戊所示的图线，图线的斜率近似等于_____（用物理量符号表示），则可认为重物下落过程中，机械能守恒。

【跟踪训练】

1．某同学用图甲实验装置验证 m_1、m_2 组成的系统机械能守恒。m_2 从高处由静止开始下落，m_1 上拖着的纸带打出一系列的点，对纸带上的点迹进行测量，即可验证机械能守恒。图乙给出的是实验中获取的一条纸带：O 是打下的第 1 个点，连续打下的计数点 A、B、C 与 O 点的距离如图乙所示，已知电源频率为 f，当地重力加速度为 g。



甲



乙

(1)实验中电火花计时器必须接_____（填“220V 交流”、“低压交流”或“低压直流”）电源。

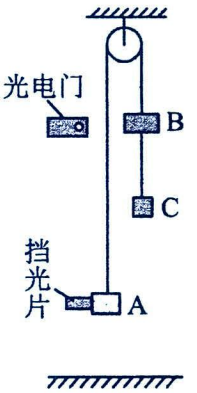
(2)打点计时器打下点 B 时，m_1 的速度大小为_____，本实验若要验证纸带从 O 到 B 的过程中系统机械能守恒，则需验证的表达式是_____。

(3)本实验的误差来源有：_____。（至少写两条）

题型二：实验创新

【精选例题】

【例 1】某同学用如图所示装置验证机械能守恒定律，已知物块 A（含挡光片）、物块 B、物块 C 的质量均相等，挡光片的宽度为 d，重力加速度为 g。用外力控制物块 A，使 A、B、C 处于静止状态。

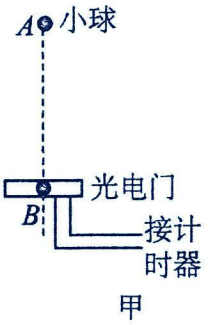


(1)初始时，测出物块 C 到地面的高度 h，要保证实验成功，使开始时挡光片到光电门的距离_____（填“略小于 h”或“略大于 h”）。

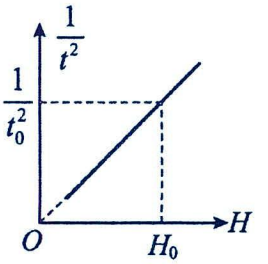
(2)由静止释放物块 A，测得挡光片通过光电门的挡光时间为 t，则物块 C 刚要落地时的速度大小为 $v=$_____，如果表达式_____成立，则从释放 A 到 C 刚好要落地的过程中，_____（填“物块 C”或“物块 A、B、C 组成的系统”）机械能守恒。

(3)实验中发现研究对象的重力势能的减少量大于动能的增加量，原因是_____。

【例 2】图 1 为“验证机械能守恒定律”的实验装置。



甲



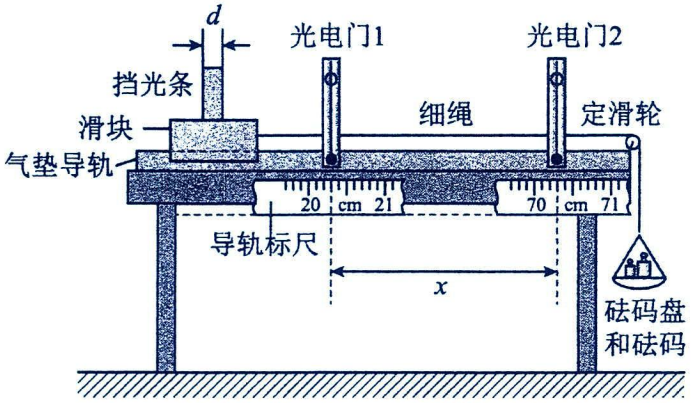
乙

(2)如图甲所示，利用光电计时器等器材做验证机械能守恒定律的实验。有一直径为 d、质量为 m 的金属小球从 A 处由静止释放，下落过程中能通过 A 处正下方、固定于 B 处的光电门，测得 A、B 间的高度差 $H(H>>d)$，光电计时器记录下小球通过光电门的时间为 t，当地的重力加速度为 g。则

①多次改变 H，重复上述实验，作出 H 随 $\frac{1}{t^2}$ 的变化图像。如图乙所示，当图中已知量 t_0、H_0 和重力加速度 g 及球的直径 d 满足表达式_____时，可判断小球下落过程中机械能守恒。

②实验中，因受空气阻力的影响，小球的动能增加量 ΔE_k 总是稍小于重力势能减少量 ΔE_p，适当降低下落高度后 $\Delta E_p-\Delta E_k$ 将_____（选填“增加”“减少”或“不变”）。

【例 3】如图所示，为利用气垫导轨“验证机械能守恒定律”实验装置示意图。



(1)实验步骤如下：

①将气垫导轨放在水平实验桌面上，将导轨调至水平；

②由导轨标尺读出两光电门中心之间的距离 x=_____cm；

③将滑块移至光电门 1 左侧某处，待砝码盘静止不动时，释放滑块，要求砝码盘落地前挡光条已通过光电门 2；

④从数字计时器（图中未画出）上分别读出挡光条通过光电门 1 和光电门 2 所用的时间分别为Δt_1和Δt_2；

⑤用天平称出滑块和挡光条的总质量 M，再称出砝码盘和砝码的总质量 m。

(2)根据以上实验测量结果完成以下的问题（只要求写出表达式，已知挡光条的宽度为 d，重力加速度为 g）；

①滑块通过光电门 1 和光电门 2 时的瞬时速度分别为v_1=_____和v_2=_____。

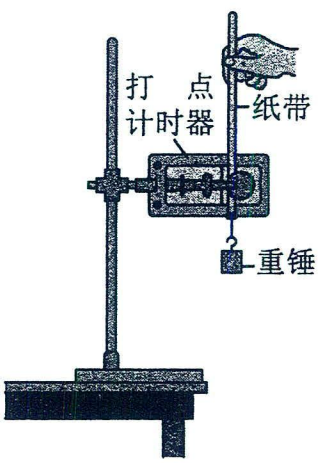
②当滑块通过光电门 1 和光电门 2 时，系统（包括滑块、挡光条、砝码盘和砝码）的总动能分别为E_{k1}=_____和E_{k2}=_____。

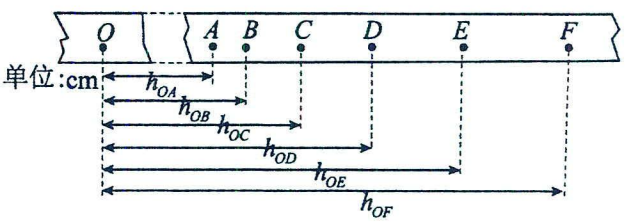
③在滑块从光电门 1 运动到光电门 2 的过程中，系统重力势能的减少量ΔE_p=_____。

(3)在实验误差允许范围内，如果关系式_____成立，则可认为机械能守恒定律得到了验证。

【跟踪训练】

1．(1)某同学用如图所示的实验装置验证机械能守恒定律。实验所用的电源为学生电源，输出电压可为 6V 的交流电（频率 50Hz）或直流电。重锤从高处由静止开始下落，重锤拖着的纸带上打出一系列的点，对纸带上的点迹进行测量分析，即可验证机械能守恒定律。





①实验中，他挑出一条点迹清晰的纸带进行测量分析，如图所示。其中 O 点为下落起始点，A、B、C、D、E、F 为计数点。若该同学想验证重物从开始下落到运动到纸带 E 点对应的位置的过程中机械能是否守恒，已知当地的重力加速度为 g，相邻计数点之间的时间间隔为Δt，请结合下图纸带中的物理量，写出他需要验证的公式的表达式_____。

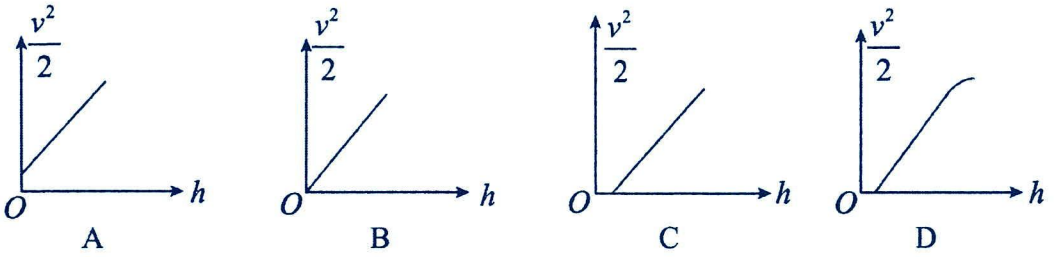
②下表为该同学记录的实验结果：

ΔE_p /$\times 10^{-2}$ J	4.892	9.786	14.69	19.59	29.38
ΔE_k /$\times 10^{-2}$ J	5.04	10.1	15.1	20.0	29.8

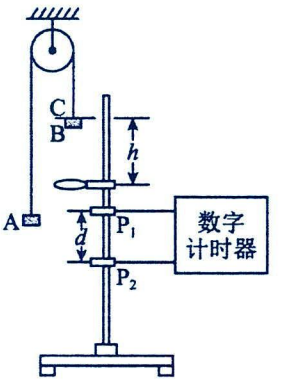
他发现表中的ΔE_p与ΔE_k之间存在差异，他认为这是由于空气阻力造成的。你_____（填是或否）同意他的观点？

③该同学根据纸带算出各点的速度 v，以 O 点为起点测量出下落距离 h，以 $v^2/2$ 为纵轴、以 h 为横轴画出图像。

考虑阻力（阻力近似为恒力）的影响，图像可能是图中的_____。



(2)用如图所示装置也可验证机械能守恒定律，轻绳两端系着质量相等的物体 A、B，物体 B 上放一金属片 C，铁架台上固定一金属圆环，圆环处在物体 B 的正下方，金属片 C 与圆环间的高度差为 h，将 A、B、C 组成的系统由静止释放．当物体 B 穿过圆环时，金属片 C 被搁置在圆环上，两个固定在铁架台 P_1、P_2 处的光电门，通过电子计时器可测出物体 B 通过 P_1、P_2 这段距离的时间。



①若测得 P_1、P_2 之间的距离为 d，物体 B 通过这段距离的时间为 t，则物体 B 刚穿过圆环后的速度 v=_____。

②若物体 A、B 的质量均用 M 表示，金属片 C 的质量用 m 表示，重力加速度为 g，该实验中验证了等式_____成立，即可验证机械能守恒定律．

③本实验中的测量仪器除刻度尺、光电门、电子计时器外，还需要_____。

(3)要减小实验误差，下列做法正确的是_。

A．适当增大两光电门的高度差　　B．适当增大甲物块刚开始下落时距离 A 光电门的高度

C．适当增大甲开始下落时甲、乙两物块间的高度差　　D．适当增大挡光片的宽度

3．某研究小组利用 DIS 实验装置验证机械能守恒定律。如图 1，内置有光电门的重锤通过轻杆与转轴 O 相连，重锤通过遮光片时可记录遮光时间。实验时，重锤从 M 点由静止释放，依次记录其通过每个速光片所对应的时间 t。用刻度尺测出每个遮光片距最低点 N 的竖直高度为 h，重锤质量为 m，重力加速度为 g。

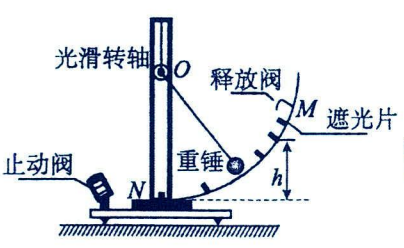


图1

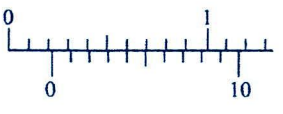


图2

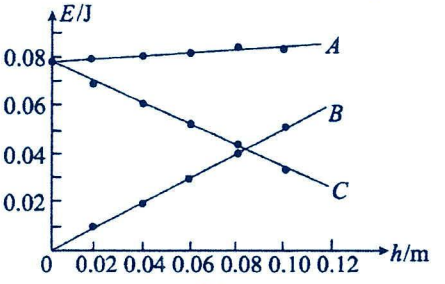


图3

(1)实验前，用游标卡尺测量遮光片的宽度 d，其示数如图 2，则 d=_____mm。

(2)若以最低点 N 为零势能面，选用字母 m、h、d、t、g 表示物理量，则经过某个遮光片时，重锤的重力势能 $E_p=mgh$，动能 E_k=_____；对比通过各遮光片处重锤的机械能 E（$E=E_k+E_p$）是否相等，可判断机械能守恒与否。

(3)为了更直观的处理数据，研究小组绘制了重锤摆下过程中动能、重力势能及机械能随高度变化的图像如图 3 所示，其中重力势能 E_p 的图线应为_____（选填“A”，“B”或“C”）；仔细比对数据发现，重锤摆下过程中，重力势能减少量_____动能增加量（选填“大于”或“小于”）。

第十四讲：功能关系

考点一：功能关系

1．对功能关系的理解

(1)做功的过程就是能量转化的过程，不同形式的能量发生相互转化是通过做功来实现的.

(2)功是能量转化的量度，功和能的关系，一是体现在不同的力做功，对应不同形式的能转化，具有一一对应关系，二是做功的多少与能量转化的多少在数值上相等.

2．常见的功能关系

能量	功能关系	表达式
势能	重力做的功等于重力势能减少量 弹力做的功等于弹性势能减少量	$W=E_{p1}-E_{p2}=-\Delta E_p$
动能	合外力做的功等于物体动能变化量	$W=E_{k2}-E_{k1}=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$
机械能	除重力和弹力之外的其他力做的功等于机械能变化量	$W_{其他}=E_2-E_1=\Delta E$
摩擦产生的内能	一对相互作用的滑动摩擦力做功之和的绝对值等于产生的内能	$Q=F_f\cdot x_{相对}$

3.能量守恒定律

(1)内容：能量既不会凭空产生，也不会凭空消失，它只能从一种形式转化为其他形式，或者从一个物体转移到别的物体，在转化或转移的过程中，能量的总量保持不变.

(2)理解

①某种形式的能量减少，一定存在其他形式的能量增加，且减少量和增加量一定相等；

②某个物体的能量减少，一定存在其他物体的能量增加，且减少量和增加量一定相等.

(3)应用能量守恒定律的解题思路

①当涉及摩擦力做功，机械能不守恒时，一般应用能量守恒定律。

②解题时，首先确定初、末状态，然后分析状态变化过程中哪种形式的能量减少，哪种形式的能量增加，求出减少的能量总和$\Delta E_{减}$与增加的能量总和$\Delta E_{增}$，最后由$\Delta E_{减}=\Delta E_{增}$列式求解。

题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）下列对能量守恒定律和功能关系的认识正确的是（　　）

A．某种形式的能量减少，一定存在其它形式的能量增加

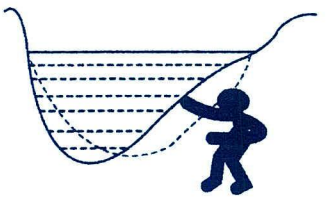
B．某个物体的能量减少，必然有其它物体的能量增加

C．功是能量变化的量度，做功的过程就是能量变化的过程

D．石子从空中落下，最后停止在地面上，说明机械能消失了

【跟踪训练】

1．如图，一盛水袋，某人从侧面缓慢推袋壁使它变形，整袋水的重力势能变化情况是（　　）



A．增大　　B．不变

C．减小　　D．先增大后减小

题型二：简单计算

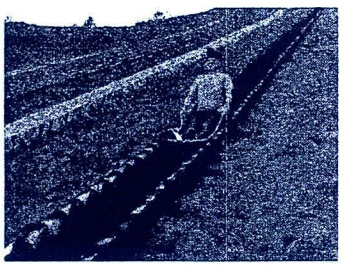
【精选例题】

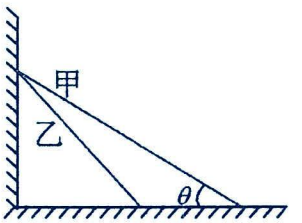
【例 1】一物体被水平抛出后，重力做功 50J，同时克服阻力做功 20J，则下列说法正确的是（　　）

A．物体重力势能增加了 50J　　B．动能减少了 30J

C．物体机械能增加了 30J　　D．物体机械能减少了 20J

【例 2】草地滑坡是不少生态公园中的休闲项目，其滑道可简化为由一段倾斜直轨道和一段水平直轨道平滑连接而成。甲、乙两游客分别乘坐相同滑车沿两条不同滑道从同一高度由静止下滑，最终停在水平轨道上，如图所示。已知游客甲的质量比乙大，滑车与两滑道的动摩擦因数相同，且处处相同，不计空气阻力，则（　　）





A．两游客在倾斜滑道滑行的时间相同　　B．在滑道上滑行的总路程乙比甲大

C．两游客下滑过程中机械能均守恒　　D．两游客所乘滑车在滑道上滑行产生的热量相等

【跟踪训练】

1．用玩具手枪以初速度 v_0 竖直向上射出一颗质量为 m 的模拟子弹（以下简称子弹），子弹升到最高点之后，又落回射出点。若子弹所受空气阻力大小恒为 f，运动的最高点较射出点高 h，重力加速度大小为 g，则下列关于子弹的说法正确的是（　　）

A．整个过程中空气阻力做功之和为 0　　B．整个过程中损失的机械能为 fh

C．上升过程中重力势能增加 $\frac{1}{2}mv_0^2$　　D．下降过程中空气阻力做功为 $\frac{1}{2}mv_0^2-mgh$

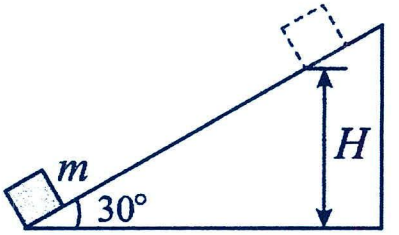
2．（多选题）如图所示，一固定斜面的倾角为 30°，一质量为 m 的小物块自斜面底端以一定的初速度沿斜面向上做匀减速运动，加速度大小等于 g（g 为重力加速度大小），物块上升的最大高度为 H，则此过程中（　　）

A．物块的重力势能减少了 mgH

B．物块的动能损失了 mgH

C．物块的机械能损失了 mgH

D．物块克服摩擦力做功 mgH



考点二：摩擦力做功与能量转化

1.两种摩擦力做功特点的比较

类型 比较		静摩擦力做功	滑动摩擦力做功
不同点	能量的转化	只有机械能从一个物体转移到另一个物体，而没有机械能转化为其他形式的能	(1)一部分机械能从一个物体转移到另一个物体 (2)一部分机械能转化为内能，此部分能量就是系统机械能的损失量
	一对摩擦力的总功	一对静摩擦力所做功的代数和总等于零	一对滑动摩擦力做功的代数和总是负值， 总功 $W=-F_{f}s_{相对}$，即发生相对滑动时产生的热量
相同点	做功情况	两种摩擦力对物体可以做正功，也可以做负功，还可以不做功	

2.摩擦生热公式 $Q=F_{f}x_{相对}$ 中的 $x_{相对}$ 的理解

(1)没有往复滑动的物体间，$x_{相对}$ 等于相对位移的大小。

(2)有往复滑动的物体间，$x_{相对}$ 不等于相对位移的大小，而是两个物体间相对滑行的路程。

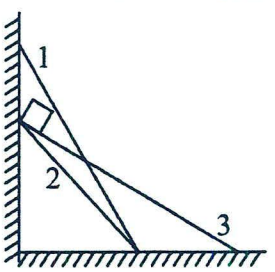
题型一：概念辨析

【精选例题】

【例 1】（多选题）将三个木板 1、2、3 固定在墙角，木板与墙壁和地面构成了三个不同的三角形，如图所示，其中 1 与 2 底边相同，2 和 3 高度相同。现将一个可以视为质点的物块分别从三个木板的顶端由静止释放，并沿木板下滑到底端，物块与木板之间的动摩擦因数均为 μ。在这三个过程中，下列说法正确的是（　　）

A．产生的热量大小关系为 $Q_1=Q_2<Q_3$　　B．机械能的减少量大小关系为 $\Delta E_1>\Delta E_2=\Delta E_3$

C．滑到底端时的速度大小关系为 $v_1>v_2>v_3$　　D．运动的时间关系为 $t_1<t_2<t_3$



考点三：传送带模型

解题要点：传送带模型中的功能分析

1．传送带克服摩擦力做的功：$W=F_f x_{传}$。

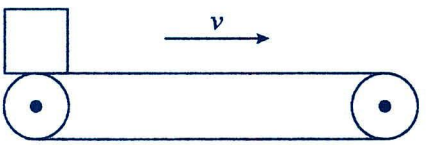
2．系统产生的内能：$Q=F_f x_{相对}$。

3．功能关系的分析：$W=\Delta E_k+\Delta E_p+Q$。

题型一：水平传送带

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，长为2m的水平传送带以$v=2\text{m/s}$的速度顺时针匀速转动，现将一质量$m=1\text{kg}$的小物块无初速地放在传送带左端，经过一段时间小物块运动到传送带右端。已知小物块与传送带之间的动摩擦因数$\mu=0.2$，$g=10\text{m/s}^2$。下列说法正确的是（　　）



A．此过程中传送带多做了4J的功　　B．此过程中因摩擦产生的热量为4J

C．物体在传送带上的划痕长度为1m　　D．此过程摩擦力对小物块做功4J

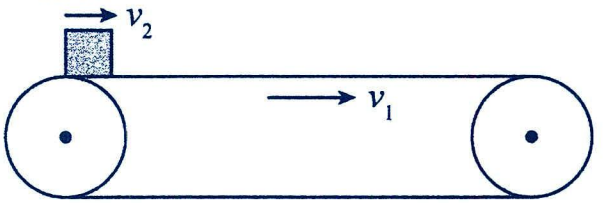
【例 2】如图，水平传送带由电动机带动，始终保持速度$v_1=2\text{m/s}$匀速运动，质量$m=1\text{kg}$的滑块以速度$v_2=1\text{m/s}$从左端水平滑上传送带，最终与传送带共速，滑块与传送带间的动摩擦因数$\mu=0.2$，取重力加速度$g=10\text{m/s}^2$，对于滑块从刚滑上传送带到与传送带共速这一过程，下列说法正确的是（　　）

A．滑块在传送带上的加速时间为1s

B．摩擦力对滑块做的功为1.5J

C．滑块与传送带因摩擦产生的热量为1J

D．电动机因滑块在传送带上运动而多消耗的电能为2.5J



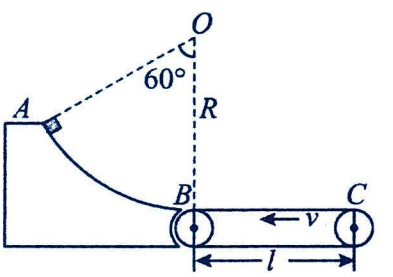
【例 3】（多选题）如图所示，固定在水平地面上、半径$R=2m$的圆弧轨道AB，所对圆心角为60°，其末端与逆时针转动的水平传送带相切于B点，BC间距离为$l=1.5\text{m}$，传送带速度大小$v=4\text{m/s}$。一质量$m=0.1\text{kg}$的小滑块从A由静止开始滑下，第一次到B时速度大小$v_B=3\text{m/s}$，小滑块与传送带之间的动摩擦因数为μ。重力加速度g取10m/s^2，下列说法正确的是（　　）

A．小滑块从A到B过程中，摩擦力对其做的功为0.55J

B．若小滑块不从右端滑离传送带，则动摩擦因数的最小值为0.3

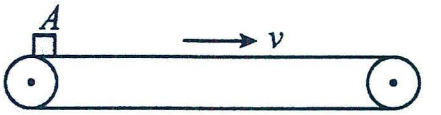
C．若$\mu=0.6$，则小滑块从B到第一次离开传送带过程中系统产生的热量为2.4J

D．若$\mu=0.2$，则小滑块从B到第一次离开传送带过程中系统产生的热量为0.3J



【跟踪训练】

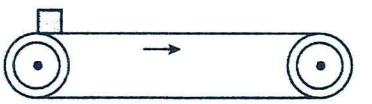
1．（多选题）如图，两个皮带轮顺时针转动，带动水平传送带以不变的速率 v 运行。将质量为 m 的物体 A（可视为质点）轻轻放在传送带左端，经时间 t 后，A 的速度变为 v，再经过时间 2t 后，到达传送带右端。则有（　　）



A．物体 A 由传送带左端到右端的平均速度为$\frac{v}{2}$　　B．物体 A 由传送带左端到右端的平均速度为$\frac{5v}{6}$

C．传送带与物体 A 之间因摩擦产生热量为$\frac{mv^2}{2}$　　D．传送带克服摩擦力所做的功为mv^2

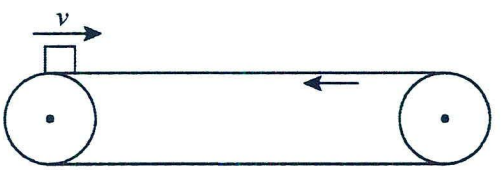
2．如图所示，传送带以 5m/s 匀速率顺时针运动，现将一质量为 1kg 的滑块轻轻放置于传送带的左端（初速度为零），当滑块速度达到 5m/s 时，突然停电了，传送带以大小为 2m/s² 的加速度匀减速运动至停止。已知滑块与传送带间的动摩擦因数为 0.1，传送带足够长，重力加速度大小取 $g=10m/s^2$，则滑块从放上去到最后停下的过程中，下列说法正确的是（　　）



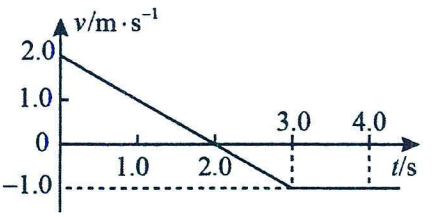
A．滑块先匀加速后与传送带保持相对静止　　B．滑块受到的摩擦力一直不变

C．滑块在传送带上留下的划痕长为 18.75m　　D．全程滑块与传送带间产生的热量为 18.75J

25．（多选题）如图甲，水平传送带逆时针匀速转动，一小物块以某一速度从最左端滑上传送带，取向右为正方向，从小物块滑上传送带开始计时，其运动的 v-t 图像（以地面为参考系）如图乙所示，g 取 10m/s² 则（　　）



甲



乙

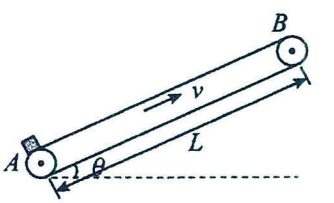
A．传送带的速度大小为 1.0m/s　　B．小物块与传送带间的动摩擦因数为 0.2

C．小物块相对传送带滑动的总时间为 4.5s　　D．小物块相对传送带滑动的总距离为 4.5m

题型二：倾斜传送带

【精选例题】

【例 1】如图所示，与水平面成θ角的传送带，在电动机的带动下以恒定的速率 v 顺时针运行。现将质量为 m 的小物块从传送带下端 A 点无初速度地放到传送带上，经时间 t_1 物块与传送带达到共同速度，再经时间 t_2 物块到达传送带的上端 B 点，已知 A、B 间的距离为 L，重力加速度为 g，则在物块从 A 运动到 B 的过程中，以下说法正确的是（　　）



A．在 t_1 时间内摩擦力对物块做的功等于$\frac{1}{2}mv^2$

B．在 t_1 时间内物块和传送带间因摩擦而产生的内能小于物块机械能的增加量

C．在 t_1+t_2 时间内传送带对物块做的功等于 $mgLsin\theta+\frac{1}{2}mv^2$

D．在 t_1+t_2 时间内因运送物块，电动机至少多消耗 $mgLsin\theta+mv^2$ 的电能

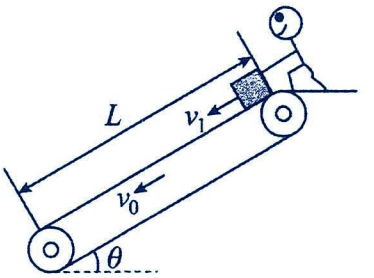
【例 2】如图甲所示，一粮食储备仓库工人正利用传送带运送货物，以恒定速率 v_0 逆时针运行的传送带与水平面的夹角θ=37°，转轴间距 L=3.5m。工人将货物（可视为质点）沿传送方向以速度 v_1=1.5m/s 从传送带顶端推下，t=4.5s 时货物运动到传送带底端，货物在传送带上运动的 v-t 图像如图乙所示。已知 sin37°=0.6，cos37°=0.8，重力加速度 g 取 10m/s²，不计空气阻力，则（　　）

A．t=2.5s 时，货物所受摩擦力方向改变

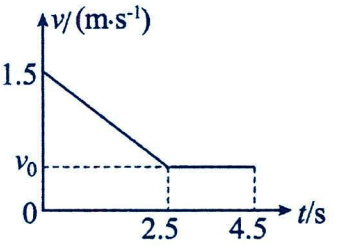
B．货物与传送带间的动摩擦因数为 0.4

C．传送带运行的速度大小为 0.5m/s

D．货物向下运动过程中所具有的机械能先减小后不变

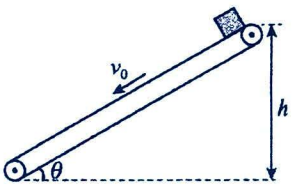


甲



乙

【例 3】如图所示，水平地面上有一倾角为 $\theta=37^\circ$ 的传送带，以 $v_0=16\text{m/s}$ 的速度逆时针匀速运行。将一煤块从 $h=20.4\text{m}$ 的高台由静止开始运送到地面，煤块可看做质点，已知煤块的质量为 $m=1\text{kg}$，煤块与传送带之间的动摩擦因数为 $\mu=0.25$，重力加速度为 $g=10\text{m/s}^2$，$\sin37^\circ=0.6$，$\cos37^\circ=0.8$，煤块由高台运送到地面的过程中，下列说法正确的是（　　）

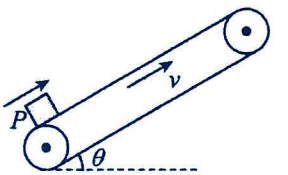


A．运送煤块所用的时间为4.125s　　B．煤块与传送带之间因摩擦产生的热量为 32J

C．摩擦力对煤块做的功为–4J　　D．煤块的机械能减少了 36J

【跟踪训练】

1．如图所示，滑轮大小可忽略的倾斜传送带以恒定速率顺时针转动。将小物块（可视为质点）轻放在传送带底端 P 点，小物块运动至传送带顶端。在小物块运动过程中，下列说法正确的是（　　）



A．小物块所受摩擦力做的功等于小物块动能的增加量

B．若小物块运动到顶端时恰好与传送带共速，则两者间因摩擦而产生的内能恰好等于小物块增加的动能

C．若小物块运动到顶端时恰好与传送带共速，则两者间因摩擦而产生的内能恰好等于小物块增加的机械能

D．无论小物块与传送带是否达到共速，电动机额外消耗的电能一定等于小物块克服重力做的功与两者间产生的摩擦热之和

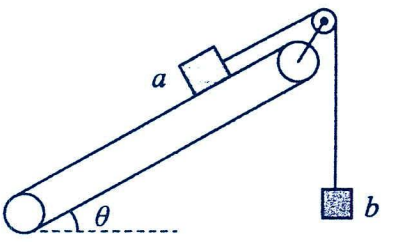
2．（多选题）如图所示，足够长的倾斜长传送带与水平方向的夹角为 θ，物块 a 通过平行于传送带的轻绳跨过光滑定滑轮与物块 b 相连。b 的质量为 m，开始时 a，b 及传送带均静止，且 a 刚好不受摩擦力作用，现使传送带顺时针匀速转动，重力加速度为 g，则在 a 沿传送带向上运动 x 的过程中（b 未着地）（　　）

A．物块 a 的重力势能增加 $mgx\sin\theta$

B．摩擦力对 a 做的功等于物块 a，b 动能增加量之和

C．传送带由于运送 a 多消耗的电能等于系统产生的内能

D．任意时刻，a 克服重力的功率等于重力对 b 做功的功率



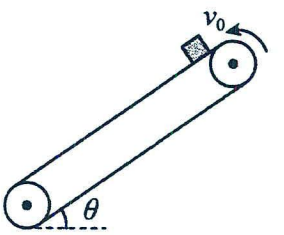
3．如图甲所示，倾角为θ的传送带以恒定的速率 v_0 沿逆时针方向运行。t=0 时，将质量 m=1kg 的物体（可视为质点）轻放在传送带上，物体相对地面的 v-t 图像如图乙所示，2s 末滑离传送带。设沿传送带向下为正方向，重力加速度 g=10m/s²。下列说法正确的是（　　）

A．物体所受摩擦力方向一直沿传送带向上

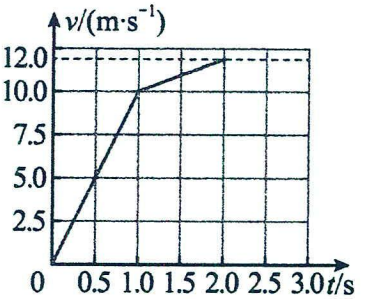
B．传送带的倾角θ=30°

C．物体在传送带上留下的痕迹为 6m

D．物体在传送带上运动过程中产生的热量为 24J



甲



乙

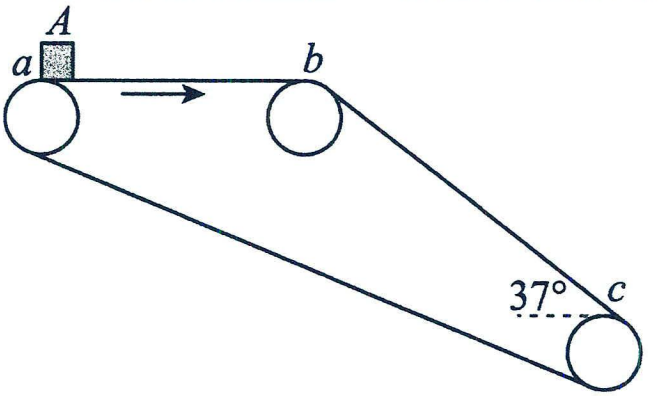
4．如图所示，传送带的水平部分 ab 长度为 2m，倾斜部分 bc 长度为 4m，bc 与水平方向的夹角为 37°。传送带沿图示顺时针方向匀速率运动，速率为 2m/s。现将质量为 $m=1\text{kg}$ 小煤块 A 从静止轻放到 a 处，它将被传送到 c 点，已知小煤块与传送带间的动摩擦因数为 $\mu=0.25$，且此过程中煤块不会脱离传送带，$g=10\text{m/s}^2$，则下列说法中正确的是（　　）

A．小煤块从 a 点运动到 b 点的过程中，电动机多消耗的电能为 6J

B．小煤块从 a 点运动到 c 点所用的时间为 2.2s

C．从 a 点运动到 c 点的过程，小煤块和皮带间因摩擦而产生的热量为 4J

D．从 a 点运动到 c 点的过程，小煤块在传送带上留下的痕迹长度为 2m



考点四：板块模型

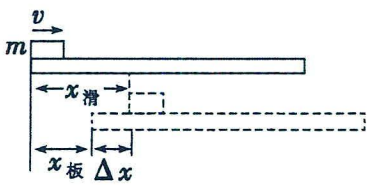
解题要点："滑块—木板"模型中功和能的分析

对滑块和木板分别运用动能定理，或者对系统运用能量守恒定律。如图所示，要注意区分三个位移：

1．求摩擦力对滑块做功时用滑块对地的位移 $x_{滑}$；

2．求摩擦力对木板做功时用木板对地的位移 $x_{板}$；

3．求摩擦生热时用相对位移Δx 或相对滑行路程。



题型一：光滑地面中的板块问题

【精选例题】

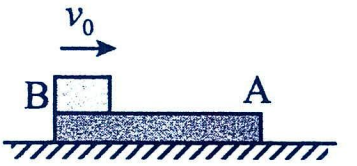
【例 1】如图所示，长木板 A 静止放在光滑的水平地面上，物体 B 以水平速度冲上 A 后，由于摩擦力作用，最后停止在木板 A 上，则从 B 冲到木板 A 上到相对板 A 静止的过程中，下述说法中正确的是（　　）

A．物体 B 克服摩擦力做的功等于木板 A 增加的机械能与系统增加的内能之和

B．物体 B 动能的减少量等于系统损失的机械能

C．物体 B 克服摩擦力做的功等于系统内能的增加量

D．物体 B 损失的机械能等于木板 A 获得的机械能



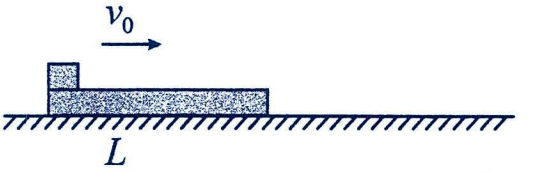
【例 2】如图所示，长为 L 的平板静置于光滑的水平面上。一小滑块以某一初速度冲上平板的左端，当平板向右运动 s 时，小滑块刚好滑到平板最右端。已知小滑块与平板之间的摩擦力大小为 F_f，在此过程中（　　）

A．摩擦力对滑块做的功为 $F_f(s+L)$

B．摩擦力对平板做的功为 $F_f s$

C．摩擦力对系统做的总功为零

D．系统产生的热量 $Q=F_f(s+L)$



【跟踪训练】

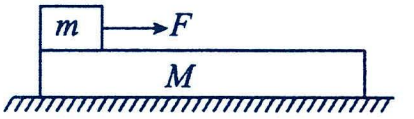
1．（多选题）光滑地面上放一长木板，质量为 M，木板上表面粗糙且左端放一木块 m，如图所示，现用水平向右的恒力 F 拉木块，使它在木板上滑动且相对地面位移为 s（木块没有滑下长木板）.在此过程中（　）

A．若只增大 m，则拉力 F 做功不变

B．若只增大 m，则长木板末动能增大

C．若只增大 M，则小木块末动能不变

D．若只增大 F，则长木板末动能不变



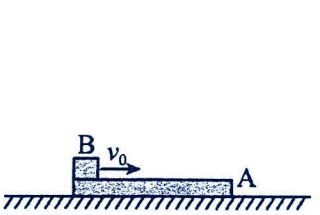
2．（多选题）如图所示，长木板 A 放在光滑的水平面上，可视为质点的小物体 B 以水平速度滑上原来静止的长木板 A 的上表面，由于 A、B 间存在摩擦，A、B 速度随时间变化的情况如图乙所示，取 $g=10\text{m/s}^2$，则下列说法正确的是（　　）

A．木板 A 与物体 B 质量相等

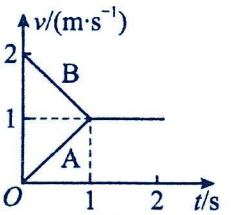
B．若木板 A、物体 B 质量已知，可以求得热量 Q

C．小物体 B 相对长木板 A 滑行的距离 1m

D．A 对 B 做的功与 B 对 A 做的功大小相等



甲



乙

题型二：粗糙地面中的板块问题

【精选例题】

【例 1】如图，一质量为$M=2\text{kg}$的木板静止在水平地面上，一质量为$m=1\text{kg}$的滑块（可视为质点）以$v_0=2\text{m/s}$的水平速度从木板左端滑上木板，木板始终保持静止。木板足够长，滑块与木板间的动摩擦因数为$\mu_1=0.3$，木板与地面间的动摩擦因数为μ_2（未知），重力加速度大小取$g=10\text{m/s}^2$，设最大静摩擦力等于滑动摩擦力。下列说法正确的是（　　）



A．地面对木板的摩擦力方向水平向右

B．地面对木板的摩擦力大小为9N

C．μ_2可能为0.12

D．整个过程中，滑块与木板间因摩擦产生的热量为4J

【例 2】（多选题）如图所示，质量为M、长为L的木板置于光滑的水平面上，一质量为m的滑块放置在木板左端，滑块与木板间滑动摩擦力大小为f，用水平的恒定拉力F作用于滑块。当滑块运动到木板右端时，木板在地面上移动的距离为s，滑块速度为v_1，木板速度为v_2，下列结论中正确的是（　　）



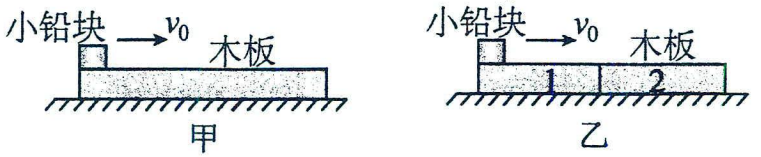
A．上述过程中，F做功大小为$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_2^2$

B．其他条件不变的情况下，F越大，滑块到达右端所用时间越短

C．其他条件不变的情况下，M越大，s越小

D．其他条件不变的情况下，M越大，滑块与木板间产生的热量越多

【例 3】如图甲所示，质量为m长木板静止在光滑的水平面上，质量为m的小铅块以水平速度v_0滑上木板的左端，恰能滑至木板右端与木板相对静止。如图乙所示，将木板分成质量分别为m_1、m_2的1、2两部分，铅块的初速度不变，铅块与木板间的动摩擦因数为μ。则（　　）



A．当$m_1=m_2$时，铅块在木板1上滑行时，两板间的作用力为μmg

B．当$m_1=m_2$时，铅块能滑到木板2的最右端且刚好与木板相对静止

C．当$m_1>m_2$时，铅块可能滑到木板2的最右端且刚好与木板相对静止

D．铅块在木板上滑行的整个过程中，图甲情境中产生的内能一定比图乙的大

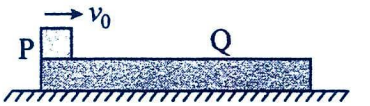
【例 4】如图所示，质量$m_1=1\text{kg}$的木板 Q 静止在水平地面上，质量$m_2=3\text{kg}$的物块 P 在木板左端，P 与 Q 之间动摩擦因数$\mu_1=0.2$，地面与 Q 之间动摩擦因数$\mu_2=0.1$。现给 P 物块$v_0=4\text{m/s}$的初速度使其在木板上向右滑动，最终 P 和 Q 都静止且 P 没有滑离木板 Q，重力加速度 g 取10m/s^2，下列说法正确的是（　　）

A．P 与 Q 开始相对静止的速度是2.5m/s

B．长木板 Q 长度至少为3m

C．P 与 Q 之间产生的热量和地面与 Q 之间产生的热量之比为1:1

D．P 与 Q 之间产生的热量和地面与 Q 之间产生的热量之比为2:1



【跟踪训练】

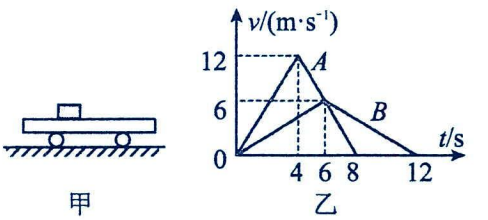
1．（多选题）如甲图所示，水平地面上有一静止的平板车，车上放置一个 1kg 的小物块，现开始用力控制小车沿水平面做直线运动，平板车和小物块运动的 v-t 图像分别如乙图中 A、B 所示，平板车足够长，g 取 10m/s^2，则在这个过程中（　　）

A．物块和平板车之间的滑动摩擦因数为 0.1

B．物块在平板车上相对于车滑行的距离为 24m

C．物块和平板车之间因摩擦产生的热量为 36J

D．物块相对平板车向后运动的最远距离为 36m



甲　　乙

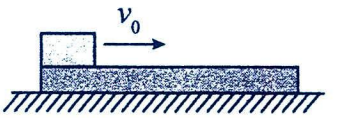
2．如图所示，质量为 M 长为 l 的长木板静止于粗糙水平面上，$t=0$时，质量为 m 的物块（可视为质点）以初速度v_0从左端滑到长木板上，在运动过程中物块刚好未从木板右端滑落，已知物块与木板间的摩擦因数为μ。下列说法正确的是（　　）

A．物块滑到木板最右端的速度为$\dfrac{mv_0}{M+m}$

B．小物块减少的动能等于木板增加的动能和木板与物块之间产生的内能之和

C．木板的动能一定小于μmgl

D．木板的动能一定大于$\dfrac{1}{2}mv_0^2-\mu mgl$



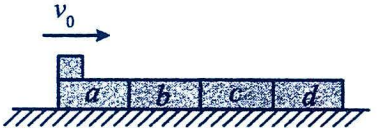
3．（多选题）如图为某商家为吸引顾客设计的趣味游戏。4 块相同木板 a、b、c、d 紧挨着放在水平地面上。某顾客使小滑块（可视为质点）以某一水平初速度从 a 的左端滑上木板，若滑块分别停在 a、b、c、d 上，则分别获得四、三、二、一等奖，若滑离木板则不得奖。已知每块木板的长度为L、质量为m，木板下表面与地面间的动摩擦因数均为μ，滑块质量为$M=2m$，滑块与木板 a、b、c、d 上表面间的动摩擦因数分别为μ、2μ、2μ、4μ，重力加速度大小为 g，最大静摩擦力与滑动摩擦力视为相等，下列说法正确的是（　　）

A．若木板全部固定于地面，要想获奖，滑块初速度$v_0\le 3\sqrt{2\mu gL}$

B．若木板不固定，顾客获四等奖，滑块初速度的最大值$v_0=\sqrt{\mu gL}$

C．若木板不固定，滑块初速度为$v_1=3\sqrt{\mu gL}$，顾客获三等奖

D．若木板不固定，顾客获得一等奖，因摩擦产生的总热量$10\mu mgL\le Q\le 28\mu mgL$

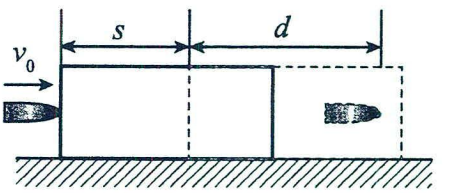


题型三：子弹打木块问题

解题要点：子弹打入木块，摩擦力对子弹做负功，对木块做正功，两者之差等于摩擦生热。

【精选例题】

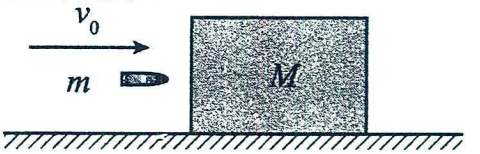
【例 1】（多选题）如图，木块放在光滑水平面上，一颗子弹水平射入木块。若子弹受到的平均阻力为 f，射入深度为 d，在此过程中木块的位移为 s，则（　　）



A．子弹的动能减少了 fs　　B．木块的动能增加了 fs

C．系统产生的热量为 fd　　D．子弹克服阻力做功为 fd

【例 2】（多选题）如图所示，一子弹水平射入静止在光滑水平地面上的木块，子弹最终未穿透木块。假设子弹与木块之间的作用力大小恒定，若此过程中产生的内能为 20J，下列说法正确的是（　　）



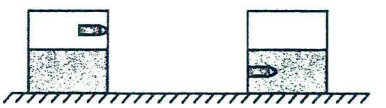
A．子弹对木块做的功与木块对子弹做功的代数和为 0J

B．木块的动能增加量可能为 16J

C．木块的动能增加量可能为 22J

D．整个过程中子弹和木块组成的系统损失的机械能为 20J

【例 3】矩形滑块由不同材料的上、下两层粘合在一起，将其放在光滑水平面上，如图所示，质量为 m 的子弹以速度 v 水平射向滑块，若子弹击中上层，子弹刚好不穿出；若子弹击中下层，则子弹整个刚好嵌入，由此可知（　）



A．子弹射中上层时对滑块做功多　　B．两次子弹对滑块做的功一样多

C．子弹射中上层系统产生热量多　　D．子弹与上层之间的摩擦力较大

【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，质量 M 的木块放在光滑的水平面上，质量为 m 的子弹以速度 v_0 沿水平方向射中木块，并最终留在木块中与木块一起以速度 v 运动。已知当子弹相对木块静止时，木块前进距离为 L，子弹进入木块的深度为 x，若木块对子弹的阻力 F 恒定，则下列关系式中正确的是（　　）

A．$Fx=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(M+m)v^2$　　B．$Fx=\frac{1}{2}mv^2$

C．$FL=\frac{1}{2}Mv^2$　　D．$F(L+x)=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}mv^2$

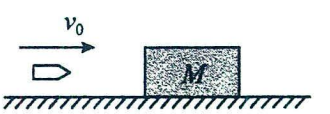
2．（多选题）如图所示，水平速度为 v_0、质量为 m 的子弹击中并穿过静止放在光滑的水平面上质量为 M 的木块，若木块对子弹的阻力恒定，则下列说法中正确的有（　　）

A．其它量保持不变，子弹速度 v_0 越大，木块获得速度越小

B．其它量保持不变，子弹质量 m 越大，木块获得速度越大

C．其它量保持不变，子弹质量 m 越大，子弹和木块组成的系统损失的机械能越多

D．其它量保持不变，木块的质量 M 越大，子弹损失的机械能越少



考点五：弹簧中的功能关系

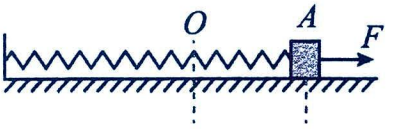
题型一：基础模型

【精选例题】

【例 1】（多选题）如图所示，轻质弹簧一端固定，另一端连接质量为 m 的小物块，在水平外力 F 的作用下，小物块静止于水平地面的 A 点。已知 O 为弹簧原长位置，OA 间距为 5d，弹簧劲度系数为 k，弹性势能表达式为 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$（k 为劲度系数，x 为形变量），重力加速度为 g，物块与水平地面间动摩擦因数 $\mu=\frac{kd}{mg}$，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，弹簧始终处于弹性限度内，则撤去外力 F 后（　）

A．小物块第一次向左运动的最远位置在 O 点左侧 3d 处

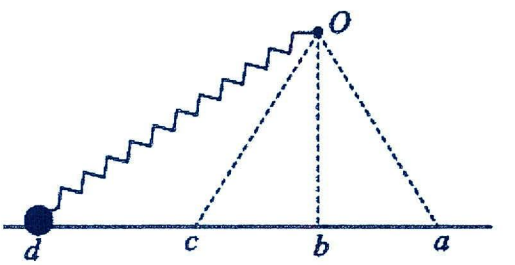
B．小物块运动过程中的最大速度为 $4d\sqrt{\frac{k}{m}}$



C．小物块最终停在 O 点左侧

D．从开始运动到最终停下来，全过程摩擦生热 $Q=12kd^2$

【例 2】（多选题）如图所示，水平固定的粗糙直杆上套有一质量为 m 的小球。轻弹簧一端固定在 O 点，另一端与小球相连，弹簧与直杆在同一竖直面内，直杆上有 a、b、c、d 四点，ab=bc，b 在 O 点正下方，小球在 a、d 两点时，弹簧弹力大小相等。开始时，小球静止于 d 点，然后给小球一水平向右的初速度 v_0，小球经过 cb 两点时速度大小分别为 v_c、v_b，到达 a 点时速度恰好减小为 0。则下列说法正确的是（　　）



A．小球能在 a 点静止

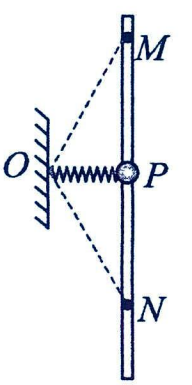
B．若在 a 点给小球一水平向左的初速度 v_0，小球不能到达 d 点

C．若在 a 点给小球一水平向左的初速度 v_0，小球经过 b 点时速度大于 v_b

D．若在 a 点给小球一水平向左的初速度 v_0，小球经过 c 点时速度大小为 $\sqrt{v_0^2-v_c^2}$

【跟踪训练】

1．如图所示，原长为 l 的轻质弹簧，一端固定在 O 点，另一端与一质量为 m 的小球相连。小球套在竖直固定的粗糙杆上，与杆之间的动摩擦因数为 0.5。杆上 M、N 两点与 O 点的距离均为 l，P 点到 O 点的距离为 $\frac{l}{2}$，OP 与杆垂直。当小球置于杆上 P 点时恰好能保持静止。设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为 g。小球以某一初速度从 M 点向下运动到 N 点，在此过程中，弹簧始终在弹性限度内。下列说法正确的是（　　）



A．弹簧的劲度系数为 $\frac{2mg}{l}$

B．小球在 P 点下方 $\frac{l}{2}$ 处的加速度大小为 $(3\sqrt{2}-4)g$

C．从 M 点到 N 点的运动过程中，小球在 P 点受到的摩擦力不是最大

D．从 M 点到 P 点和从 P 点到 N 点的运动过程中克服摩擦力做功相等

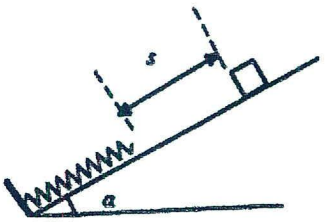
2．（多选题）如图所示，一倾角为α的固定斜面下端固定一挡板，一劲度系数为 k 的轻弹簧下端固定在挡板上，现将一质量为 m 的小物块从斜面上离弹簧上端距离为 s 处，由静止释放，已知物块与斜面间的动摩擦因数为μ，物块下滑过程中的最大动能为 E_{km}，则小物块从释放到运动至最低点的过程中，下列说法中正确的是（　　）

A．物块与斜面间的动摩擦因数满足μ＜tanα

B．物块刚与弹簧接触的瞬间达到最大动能

C．若将物块从离弹簧上端 2s 处由静止释放，则下滑过程中物块的最大动能等于 $2E_{km}$

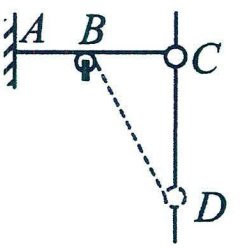
D．弹簧的最大弹性势能等于整个过程中物块减少的重力势能与摩擦力对物块做功之和



题型二：弹簧连接体中受恒定摩擦力模型

【精选例题】

【例 1】如图所示，一弹性轻绳（弹力与其伸长量成正比）左端固定在墙上 A 点，右端跨过定滑轮 B 连接一个质量为 m 的小球，小球在 B 点时，弹性轻绳处在自然伸长状态。小球穿过竖直固定杆并从 C 点由静止释放，到达 D 点速度恰好为 0。已知小球与竖直杆间的动摩擦因数处处相等，A、B、C 在一条水平直线上，C、D 距离为 h；重力加速度为 g，弹性绳始终处在弹性限度内。若仅把小球质量变为 $2m$，则小球到达 D 点时的速度大小为（　　）

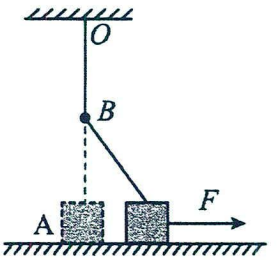


A．$\frac{\sqrt{gh}}{2}$　　B．$\sqrt{gh}$　　C．$\sqrt{2gh}$　　D．$2\sqrt{gh}$

【例 2】（多选题）弹性轻绳一端固定于天花板上的 O 点，另一端与水平地面上质量为 m 的滑块 A 相连，当弹性绳处于如图所示的竖直位置时，紧挨一光滑水平小钉 B，此时滑块 A 对地面的压力等于自身所受重力的一半。现作用在滑块 A 上一水平拉力 F，使滑块 A 向右缓慢运动一段距离，在撤去拉力 F 时，滑块 A 恰好能静止在地面上。已知弹性轻绳遵循胡克定律，弹性绳的原长等于 OB 的长度，弹性绳具有的弹性势能 $E_p=\frac{1}{2}kx^2$，式中 k 为弹性绳的劲度系数，x 为弹性绳相对原长的形变量，此过程中弹性绳始终处于弹性限度内，滑块 A 与地面间的动摩擦因数为 μ，最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为 g。对于该过程，下列说法正确的是（　）

A．滑块 A 对地面的压力逐渐变大　　B．滑块 A 向右运动的距离为 $\frac{\mu mg}{2k}$

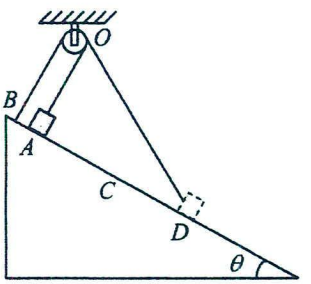
C．滑块 A 克服摩擦力做的功为 $\frac{\mu^2m^2g^2}{2k}$　　D．拉力 F 做的功为 $\frac{3\mu^2m^2g^2}{8k}$



【跟踪训练】

1．（多选题）如图所示，一满足胡克定律的弹性轻绳，左端固定在倾角为 $\theta=37°$ 的斜面上 B 点，跨过固定的小定滑轮 O 连接一个质量为 m 的小物块，小物块静止，在斜面上 A 点，OA 垂直斜面。物块从 A 点由静止释放沿斜面滑到 D 点时速度恰好为零。已知 A、D 两点间距离为 L，C 为 AD 的中点，物块在 A 点时弹性绳的拉力为 $\frac{2mg}{5}$，$OB/\!/OA$，物块与斜面之间的动摩擦因数为 0.5，弹性绳自然长度等于 OB，始终处在弹性限度内。下列说法正确的是（　　）

A．从 A 到 D 物块受到的摩擦力一直增大

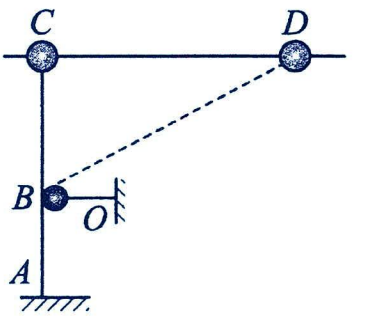


B．物块在 C 点时速度最大

C．物块在 AC 阶段损失的机械能等于物块在 CD 阶段损失的机械能

D．若在 D 点给物块一个向上的速度 v，物块恰好能回到 A 点，则 $v=\sqrt{\frac{4}{5}gL}$

2．（多选题）如图所示，一弹性轻绳下端固定在 A 点，其弹力与其伸长量成正比，自然长度等于 AB 的长度，弹性绳跨过光滑的定滑轮连接一个质量 $m=1\text{kg}$ 的小球，小球穿过水平固定的杆，A、B，C 三点在一条竖直线上，在 C 点给小球水平向右的初速度 $v_0=4\text{m/s}$，当滑到 D 点时速度恰好为零，已知 C、D 两点间的距离为 $L=1.2\text{m}$，小球在 C 点受到杆的弹力是其重力的 2 倍，小球与杆之间的动摩擦因数为 $\mu=0.25$，弹性绳始终处在弹性限度内，重力加速度 g 取 10m/s^2。下列说法正确的是（　　）



A．小球从 C 到 D 过程中摩擦力逐渐变大

B．小球从 C 到 D 弹性绳的弹性势能增加 5J

C．若使小球能从 D 点回到 C 点，在 D 点至少给小球 4J 的初动能

D．若换成质量变为 $2m$ 的小球，仍在 C 点给小球水平向右 $v_0=4\text{m/s}$ 的初速度，小球仍能到达 D 点

考点六：图像问题

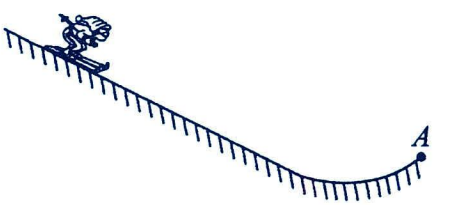
常见图像种类

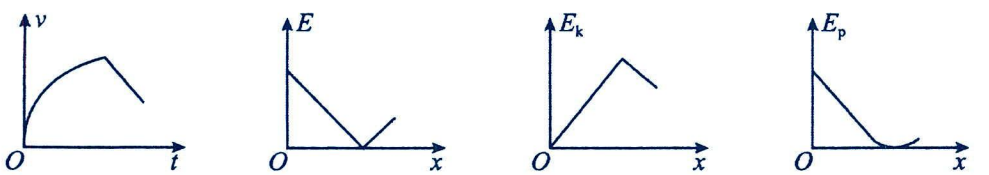
图像种类	图像切线斜率的意义
动能-时间（E_k-t）	合外力做功（动能变化）的功率
重力势能-时间（E_p-t）	克服重力做功（重力势能变化）的功率
机械能-时间（E-t）	非重力、非系统内弹力做功（机械能变化）的功率
动能-位移（E_k-x）	做功的合外力在位移方向上的分量
重力势能位移（E_p-x）	重力在位移方向上的分量
机械能-位移（E-x）	非重力、非系统内弹力在位移方向上的分量

题型一：

【精选例题】

【例 1】如图所示，小王同学从静止开始沿斜面下滑，经圆弧滑道至 A 点起跳．此过程中可将人视为质点，不计摩擦力及空气阻力，以滑道最低点所在平面为零势能面，v、E、E_k、E_p、x 分别为人的速率、机械能、动能、重力势能、水平位移，下列图像正确的是（　）





A　　B　　C　　D

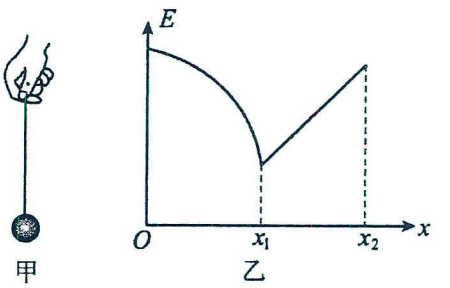
【例 2】用细绳悬挂一个小球由静止开始沿竖直方向运动，如图甲所示。运动过程中小球的机械能 E 与路程 x 的关系图像如图乙所示，图像中 $O\sim x_1$ 部分为曲线，$x_1\sim x_2$ 部分为直线，忽略空气阻力，下列说法正确的是（　　）

A．$O\sim x_1$ 过程中小球所受拉力一直小于重力

B．$O\sim x_1$ 过程中小球的重力势能先减小后增加

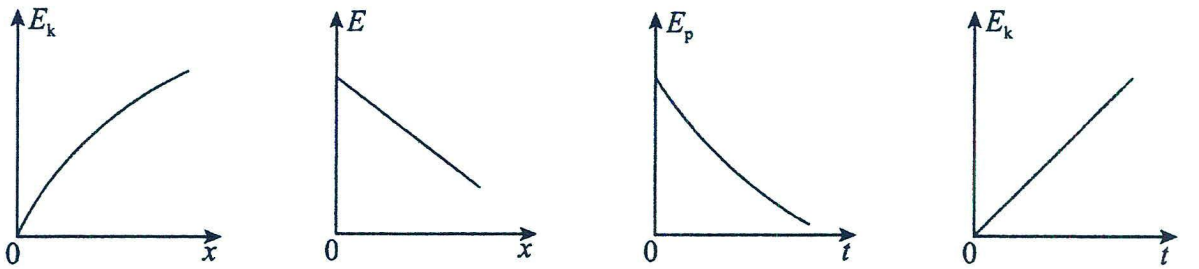
C．小球运动路程为 x_1 时的速度达到最大

D．$x_1\sim x_2$ 过程中小球一定做匀加速直线运动



甲　　乙

【例 3】小球由静止从某高处竖直下落，若所受阻力恒定，用 x 表示下落的高度，t 表示下落的时间，E_k 表示动能，E_p 表示势能，E 表示机械能。下列图像可能正确的是（　　）



A　　B　　C　　D

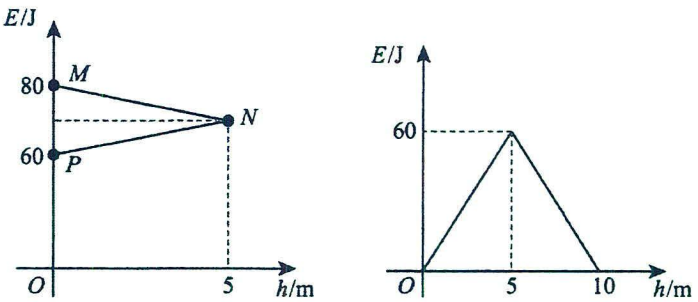
【例 4】从地面竖直向上抛出一物体，运动过程中空气阻力保持恒定，以地面为零势能面，图甲表示物体机械能 E 随物体距地面高度 h 变化的关系，重力加速度取 $10m/s^2$，根据图中信息，下列说法正确的是（　　）

A．图像中的 MN 段表示物体在下降

B．可以计算出物体的质量为 0.2kg

C．可以计算出空气阻力大小为 2N

D．此过程中的动能 E_k 随物体距地面高度 h 的变化图像可用图乙表示



图甲　　图乙

【跟踪训练】

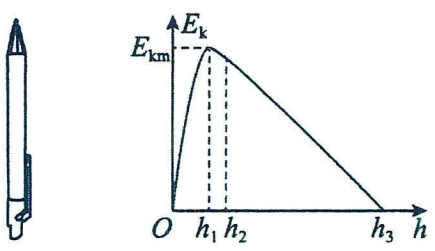
1．（多选题）某同学将手中的弹簧笔笔尾一端竖直向下按压在水平桌面上，如图甲所示，当他突然松手后弹簧笔将竖直向上弹起，其上升过程中的 E_k-h 图像如图乙所示（图像中 $h_2\sim h_3$ 这一段为一条直线），则下列说法正确的是（　　）

A．弹簧原长为 h_2

B．弹簧笔上升过程中，它的加速度先增大后减小

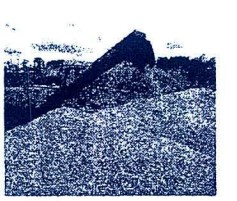
C．$0\sim h_2$ 的过程中，弹簧笔的机械能先增大后减小

D．$h_1\sim h_3$ 的过程中，弹簧笔的机械能不变

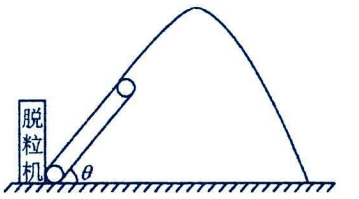


甲　　乙

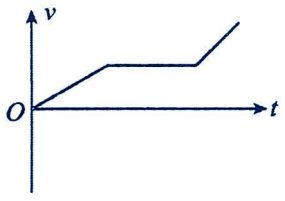
2．玉米收割后脱粒玉米用如图甲所示的传送带装置，可近似为如图乙所示物理过程，将收割晒干的玉米投入脱粒机后，玉米粒从静止开始被传送到底端与脱粒机相连的顺时针匀速转动的传送带上，一段时间后和传送带保持相对静止，直至从传送带的顶端飞出最后落在水平地面上，不计空气阻力。已知玉米粒在此运动过程中的速率为 v，加速度大小为 a，动能为 E_k，机械能为 E，玉米粒距离地面的高度为 h，下列图像能近似反映上述物理过程的是（　）



甲



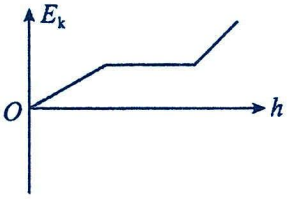
乙



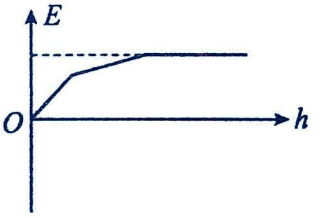
A



B

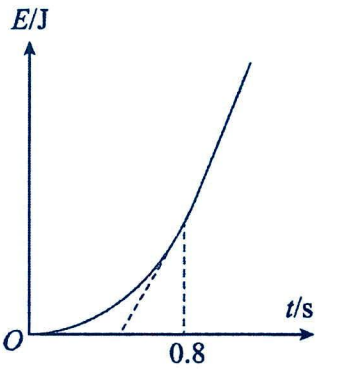


C



D

3．用起重机把静置于地面、质量为 20kg 的重物竖直提升，以地面为重力势能的零势能面，其机械能 E 随时间 t 变化的图像如图所示。0～0.8s，重物做匀加速直线运动，其机械能 $E(t)=750t^2(\mathrm{J})$;0.8s 后图像为直线，两段图像平滑连接。下列叙述正确的是（　　）



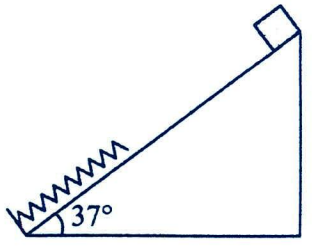
A．$t=0.8\mathrm{s}$ 时，重物的动能为 160J

B．$t=0.8\mathrm{s}$ 时，重物的重力势能为 480J

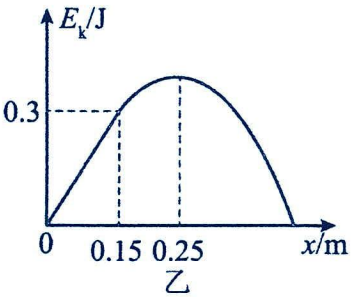
C．$t=0.8\mathrm{s}$ 时，起重机的功率为 1500W

D．$t=0.8\mathrm{s}$ 后，重物受到的拉力为定值

64．如图甲所示，轻质弹簧下端固定在倾角为 37° 的粗糙斜面底端挡板上，弹簧处于原长。质量为 $m=1\mathrm{kg}$ 的小物块，从斜面顶端由静止释放沿斜面下滑，小物块沿斜面向下运动过程中的动能 E_k 随位移 x 变化的图像如图乙所示，在 $x\le 0.15\mathrm{m}$ 时图像为直线。已知弹簧始终在弹性限度内，重力加速度 g 取 $10\mathrm{m/s^2}$，$\cos 37°=0.8$ $\sin 37°=0.6$。下列说法正确的是（　　）



甲



乙

A．小物块与斜面间的动摩擦因数为 0.2

B．弹簧的劲度系数为 20N/m

C．小物块下滑过程中的最大动能为 0.5J

D．整个过程中弹簧的最大弹性势能为 0.8J

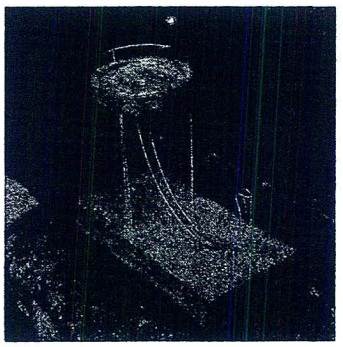
综合练习（四）

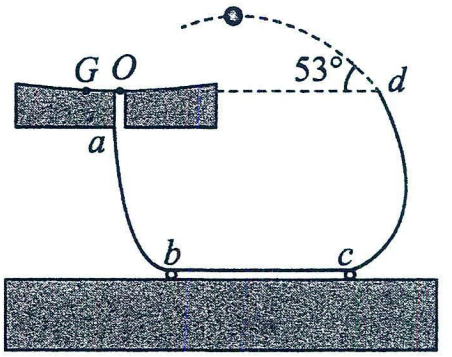
1．图为一“永动机”玩具的模型，*abcd* 是一组光滑细金属双轨，轨道间距为 $l=0.8\text{cm}$，*bc* 段水平。按下一个隐蔽开关后，把质量 $m=3.6\text{g}$ 的钢球从软木盘中心洞口 O 无初速释放，钢球便沿轨道运动至 d 点斜向上飞出，速度与水平方向成53°，之后恰好落到洞口 O 点附近的 G 点，接着在洞口附近来回运动一段时间后，再次从洞口无初速落下，此后不断重复以上过程。不计空气阻力，$g=10\text{m/s}^2$，$\sin 53^\circ=0.8$。

（1）已知钢球直径 $d=1\text{cm}$，求钢球在 *bc* 段上滚动时，每条轨道对钢球的支持力 F；

（2）若将钢球视做质点，*Gd* 处在同一高度，水平距离 $s=60\text{cm}$，求钢球从 d 点飞出后能上升的最大高度 h；

（3）要使钢球能“永动”，求小球每运动一圈，玩具中隐蔽的加速装置需对小球做的功 W。



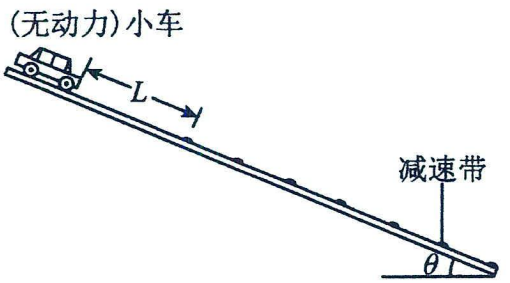


2．如图，一倾角为 θ 的光滑斜面上有 50 个减速带（图中未完全画出），相邻减速带间的距离均为 d，减速带的宽度远小于 d；一质量为 m 的无动力小车（可视为质点）从距第一个减速带 L 处由静止释放。已知小车通过减速带损失的机械能与到达减速带时的速度有关。观察发现，小车通过第 30 个减速带后，在相邻减速带间的平均速度均相同。小车通过第 50 个减速带后立刻进入与斜面光滑连接的水平地面，继续滑行距离 s 后停下。已知小车与地面间的动摩擦因数为 μ，重力加速度大小为 g。

（1）求小车通过第 30 个减速带后，经过每一个减速带时损失的机械能；

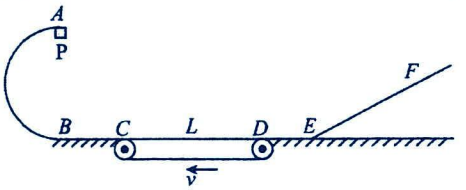
（2）求小车通过前 30 个减速带的过程中在每一个减速带上平均损失的机械能；

（3）若小车在前 30 个减速带上平均每一个损失的机械能大于之后每一个减速带上损失的机械能，则 L 应满足什么条件？



3. 如图所示，半圆形光滑轨道 AB 固定在竖直面内，与光滑水平面 BC 相切于 B 点。水平面 BC 右侧为长度 L=25m 的水平传送带，在电机带动下以 v=18m/s 的速度顺时针匀速运动，传送带右侧通过一段平台 DE 与足够长的光滑斜面 EF 平滑连接。现有质量 m=1kg 可视为质点的物块 P 向左恰好通过圆弧最高点 A，沿着圆弧运动到 B 点，此时速度大小为 v_0=20m/s。然后从左侧滑上传送带，第一次回到传送带上时恰好不能从左端离开。已知物块与传送带及平台 DE 间的动摩擦因数均为μ=0.2，不考虑物块滑上、滑下传送带和斜面的机械能损失，重力加速度 g 取 10m/s^2，求：(1)半圆形轨道半径 R；(2)物块沿斜面上升的最大高度 h；

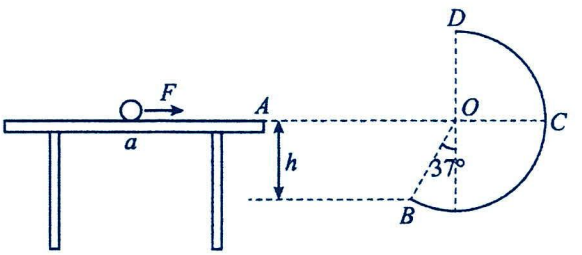
(3)物块与接触面间因摩擦产生的热量 Q。



4. 如图所示，光滑水平桌面上有一小球，小球的质量 m=1.0kg，小球初始位置 a 点距桌子右边缘处 A 点的距离 x=0.5m；在桌子右侧竖直面内有一光滑不完整圆轨道，其圆心 O 和水平桌面在同一水平线上，且 AOC 在同一直线上，C 点是水平线 AO 延长线与轨道的交点，B 为轨道的一个端口，OB 与竖直线夹角为 37°，A 点与 B 点的高度差为 h=0.2m，现用恒力 F 水平向右拉小球，小球从静止开始运动，小球运动到桌子边缘处 A 点时撤去 F，此后小球恰好从 B 点无任何碰撞进入圆轨道，已知重力加速度 g=10m/s^2，求：（计算结果均保留两位小数）

(1)小球进入 B 点时速度大小；(2)水平拉力 F 的大小；(3)小球在 C 点对轨道的压力；

(4)请通过计算判断物块能否通过圆弧轨道的最高点 D。

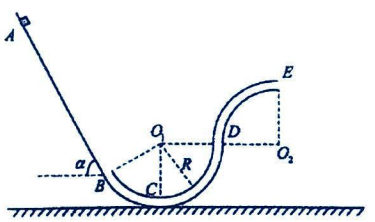


5. 如图所示，竖直平面内有一倾角 $\alpha=53°$ 的轨道 AB，与半径均为 R 的光滑细圆管轨道 BCD 和 DE 构成一游戏装置，DE 为四分之一圆弧，B、D 两处轨道平滑连接。该装置固定在水平地面上，保持 O_1DO_2 水平，已知滑块的质量为 m，AB 间距离 $L=6R$，滑块与轨道 AB 间的动摩擦因数 μ =1/3，重力加速度大小为 g，求：

(1)若将滑块从 E 轻轻放入轨道，求滑块第一次经过 C 点时受到的支持力；

(2)第（1）问中，经足够长的时间后，滑块在斜面上滑行的总路程；

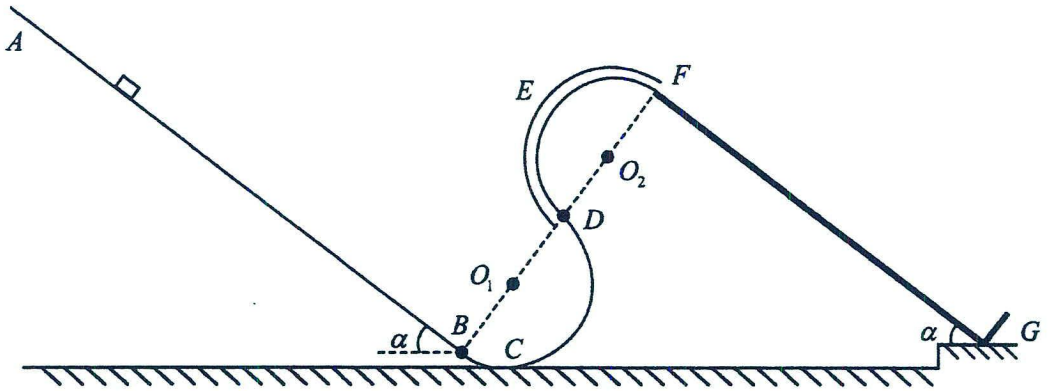
(3)若将滑块从 A 点静止释放，求小球从 E 点抛出后的水平位移。



6．如图所示，处于竖直平面内的一探究装置，由倾角 α =37°的光滑直轨道 AB、圆心为 O_1 的半圆形光滑轨道 BCD、圆心为 O_2 的半圆形光滑细圆管轨道 DEF、倾角也为 37°的粗糙直轨道 FG 组成，B、D 和 F 为轨道间的相切点，弹性板垂直轨道固定在 G 点（与 B 点等高），B、O_1、D、O_2 和 F 点处于同一直线上。已知可视为质点的滑块质量 m=0.1kg，轨道 BCD 和 DEF 的半径 R=0.15m，轨道 AB 长度 l_{AB}=3m，滑块与轨道 FG 间的动摩擦因数 μ =7/8，滑块与弹性板作用后，以等大速度弹回，sin37°=0.6，cos37°=0.8。滑块开始时均从轨道 AB 上某点静止释放，（1）若释放点距 B 点的长度 l=0.7m，求滑块到最低点 C 时轨道对其支持力 F_N 的大小；

（2）设释放点距 B 点的长度为 l_x，滑块第一次经 F 点时的速度 v 与 l_x 之间的关系式；

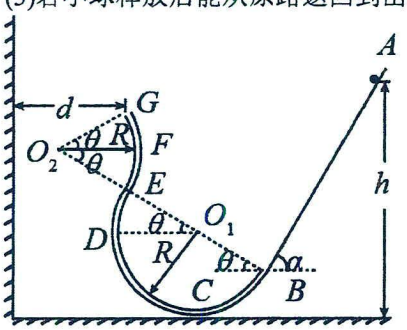
（3）若滑块最终静止在轨道 FG 的中点，求释放点距 B 点长度 l_x 的值。



7．如图所示，竖直平面内由倾角α=60°的斜面轨道 AB、半径均为 R 的半圆形细圆管轨道 BCDE 和圆周细圆管轨道 EFG 构成一游戏装置固定于地面，B、E 两处轨道平滑连接，轨道所在平面与竖直墙面垂直。轨道出口处 G 和圆心 O_2 的连线，以及 O_2、E、O_1 和 B 等四点连成的直线与水平线间的夹角均为θ=30°，G 点与竖直墙面的距离 $d=\sqrt{3}R$。现将质量为 m 的小球从斜面的某高度 h 处静止释放。小球只有与竖直墙面间的碰撞可视为弹性碰撞，不计小球大小和所受阻力。(1)若释放处高度 h=h_0，当小球第一次运动到圆管最低点 C 时，求速度大小 v_c；

(2)求小球在圆管内与圆心 O_1 点等高的 D 点所受弹力 F_N 与 h 的关系式；

(3)若小球释放后能从原路返回到出发点，高度 h 应该满足什么条件？




物理星空高中物理好资料
要刷就刷题型全练一本通
练最好的题型提最狠的分