一个月打通高中物理

写给初三升高一学生和竞赛入门者的物理预习讲义

---

30 节系统学习路线　物理模型　图像推理　分层训练

董兴习　许琴　著

电子讲义修订版

2026 年 7 月

版权说明

作品名称	《一个月打通高中物理》
副标题	写给初三升高一学生和竞赛入门者的物理预习讲义
著者	董兴习、许琴
版本	电子讲义修订版
版本日期	2026 年 7 月

© 2026 董兴习、许琴。保留所有依法享有的权利。
本书中具有独创性的文字表达、内容编排、例题设计和自绘图示，其相关权利依法归著作权人所有。物理学中的通用概念、定律、公式、符号和公共知识不因收录于本书而成为排他性内容。
未经著作权人书面许可，不得以复制、发行、信息网络传播、改编、翻译、汇编等方式使用本书全部或实质性部分，但法律法规另有规定的除外。个人学习者可以打印一份供本人非商业学习使用；课堂教学中依法进行少量引用或复制时，应注明作品名称和著者，不得用于出版发行或商业销售。

内容说明：本书是面向初三升高一学生和高中物理竞赛入门者的辅助学习材料，不是教育行政部门审定教材，也不能替代课程标准、学校教学安排和教师的专业指导。不同地区的课程进度和考试要求可能不同，使用时应以当地现行要求为准。

版本说明：本文件为持续校订的电子作品版本。若以后由出版机构正式出版，书名、版次、出版信息和版权页内容以正式出版版本为准。

读者反馈：如发现概念、公式、例题解答、图示或排版问题，请通过“怎样使用这本讲义”末尾的联系方式向作者反馈。

序

从初中进入高中，物理学习最明显的变化，不只是公式变多、题目变长，而是描述问题的方式发生了变化。生活语言需要被翻译成物理量，直观情境需要被简化成模型，结论还要说明适用条件。许多学生在这个阶段感到困难，往往并不是缺少计算能力，而是还没有建立起从情境、图像到规律的完整通路。

编写这本讲义，是希望为这段过渡提供一条可以循序前进的路线。书名中的“一个月打通”，不是承诺三十天内掌握高中物理的全部难题，也不是用三十组公式替代完整课程。这里的“打通”，指的是先打通几条最重要的连接：从生活经验到物理定义，从文字条件到规范图示，从单个公式到适用条件，从局部计算到结果复核。只要这些连接逐步建立，后续学习就不再只是记忆零散结论。

一、为什么按三十节编排

全书分为四部分。Day 01–07 从物理量、运动描述和受力分析起步；Day 08–14 进入功和能、动量、圆周运动、万有引力、振动与波；Day 15–24 建立电场、电路、磁场和电磁感应的主干；Day 25–30 扩展到光学、热学、近代物理、实验方法、模型复盘和综合训练。

这样的顺序遵循三个原则：先有语言再有方程，先有直观图像再有抽象关系，先能处理单一模型再练习模型切换。每一部分前的“学习路线”页说明本部分的知识台阶和困难回退位置；Day 29、Day 30 则把前面分散学习的模型重新连接起来。

二、这本讲义怎样讲物理

本书把“对象、过程、条件、规律、结果”作为贯穿始终的五个问题。面对一道题，先确认研究对象和过程边界，再画出运动、受力、场、电路或光路图；使用公式时说明条件，得到结果后检查方向、单位、数量级和极限情况。

图像在本书中不是装饰。受力图用来确认力的来源和方向，x-t 与 v-t 图用来表达运动关系，电路图用来呈现连接和能量转化，场线、轨迹、光路、p-V 图和能级图则承担各自的物理信息。读者应当尝试从图中说出对象、方向、几何关系和变化过程，而不是只看图

形是否熟悉。

例题和变式训练也不以追求偏、难、怪为目标。例题用于展示模型选择和推理过程，变式训练用于检验同一方法能否迁移。第八板块的拓展内容提供竞赛入门或更深入的学科视角；它建立在本节主线已经理解的基础上，不应替代基本概念和典型模型的学习。

三、写给学生、教师和家长

对学生来说，学习速度不必完全一致。看不懂时，应先回到图、定义和条件，而不是立即增加刷题数量。能把一道题为什么这样画、为什么这样列式、结果为什么可信说清楚，比只得到一个数值更重要。

对教师和家长来说，这本讲义更适合作为预习、衔接和复习材料，而不是替代课堂教学。读者的知识基础、课程版本和学习节奏各不相同，可依据“怎样使用这本讲义”中的分层建议选择内容。基础主线尚未稳定时，可以暂缓拓展部分；学有余力时，再回看其中的推导、模型边界和科学发展背景。

物理学不断发展，但物理学习中尊重事实、明确条件、建立模型和检验结论的方法具有长久价值。希望读者完成这三十节后，不只是多记住一些公式，也能更有把握地观察问题、提出假设、画出结构、作出推理，并愿意用证据修正自己的判断。

董兴习　许琴

2026年 7 月

目录

序 iii

怎样使用这本讲义 viii

第一部分　从初中物理进入高中物理 1

第一部分学习路线：从初中语言进入高中模型 2

Day 1：初高中物理的区别与学习方法 5

Day 2：质点、参考系、位移与速度 14

Day 3：加速度 26

Day 4：运动图像与追及相遇 43

Day 5：力、重力、弹力、摩擦力 55

Day 6：牛顿运动定律 69

Day 7：连接体、斜面与摩擦综合 84

第二部分　力学主干 97

第二部分学习路线：从力和运动走向系统与守恒 98

Day 8：功、功率与动能定理 101

Day 9：机械能守恒与功能关系 **114**

Day 10：冲量、动量与动量守恒 **125**

Day 11：圆周运动 **138**

Day 12：万有引力与天体运动 **151**

Day 13：机械振动 **167**

Day 14：机械波 **180**

第三部分　电磁学主干 194

第三部分学习路线：从电场、电路到电与磁的联系 **195**

Day 15：电荷、电场与电场强度 **197**

Day 16：电势能、电势与电势差 **212**

Day 17：带电粒子在电场中的运动 **225**

Day 18：电容器与电场能量入门 **237**

Day 19：恒定电流与基本电路 **251**

Day 20：闭合电路欧姆定律与实验电路 **266**

Day 21：磁场与安培力 **278**

Day 22：洛伦兹力与带电粒子在磁场中的运动 **291**

Day 23：电磁感应 **307**

Day 24：交变电流、变压器与电磁应用 **323**

第四部分　光、热、近代物理、实验与综合 **343**

第四部分学习路线：光、热、近代物理、实验与综合 **344**

Day 25：光学基础 **347**

Day 26：热学基础 **363**

Day 27：近代物理与原子物理入门 **382**

Day 28：高中物理实验专题 **400**

Day 29：高中物理常见模型总复盘 **422**

Day 30：综合训练与后续学习路线 **437**

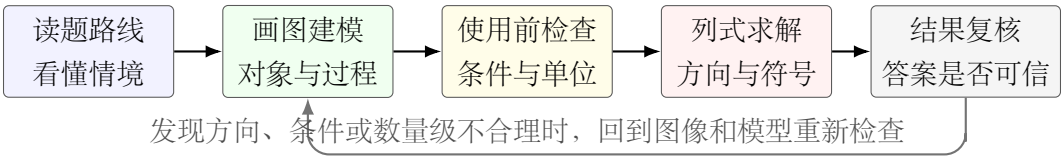
怎样使用这本讲义

给学生的阅读导航

这本讲义不是一本“公式清单”，而是一条从初中物理走向高中物理的学习路线。最重要的不是一口气记住所有结论，而是逐步学会三件事：

$$\text{看懂情境} \longrightarrow \text{建立模型} \longrightarrow \text{选择规律解决问题.}$$

如果某一节读得慢，通常不是“不适合学物理”，而是某个模型、方向或适用条件还没有想清楚。把问题拆小，再回到图像和定义，往往比反复记公式更有效。



按时间选择读法

每次学习不一定要用同一种强度。可以按可用时间选择读法；时间不够时先保住主线，下一次再补训练。

30 分钟保底　读本节导读、概念与规律主线和今日小结，弄清本节研究什么、主要结论在什么条件下成立。

60 分钟标准　在保底基础上，看关系式、模型或实验链条和例题精讲，再完成变式训练中的基础题。

90 分钟提高　在标准基础上，阅读第八板块的拓展内容，再整理易错点，并按“对象、过程、条件、规律、复核”复述一道例题。

Day 01 到 Day 30 的每节都以“本节导读”开始，其中的“本节读题路线”对应流程图中的第一步。正文还会通过适用条件、读图提示、方向判断、模型边界或实验要求，提醒读者在使用规律前先看对象、过程、条件、方向和单位；其中不少章节把这一步明确写成“使用前检查”。例题后的方法总结、易错点和今日小结，则帮助完成最后的结果复核与复盘。读书时可以把它们看成同一套动作，而不是彼此独立的小栏目。

全书按四部分推进：Day 01–07 建立物理语言与力学基础，Day 08–14 学习能量、动量、圆周、振动与波，Day 15–24 进入电磁学，Day 25–28 学习光、热、近代物理与实验，Day 29–30 用模型复盘和综合训练把前面的知识重新连起来。每进入新部分，先读紧随该部分标题后的“学习路线”页：它说明知识排列、困难回退和复盘问题。Day 29 适合用来定位自己还不稳的模型，Day 30 适合用来练习分过程和综合表达；两节都不是新的公式堆积。

这里的**复盘**，不是考试，也不是把计算机械重复一遍；它包括解题前确认公式和模型能否使用，以及解题后确认结果是否可信。这样换主题时，不会突然从上一节公式跳到下一节公式。

一、十个板块应该怎么读

Day 01 到 Day 30 都保留十个功能位置，但栏目名称并非全部相同。Day 01–19 主要使用“初高中衔接、核心概念、公式与适用条件、典型模型”等名称；Day 20–30 根据内容改为“物理图景、关系式及边界、实验事实与理论模型、模型迁移”等更具体的标题。名称可以变化，总体认知顺序保持一致：先明确目标和物理图景，再建立概念、关系与模型，随后通过例题和训练迁移方法，最后拓展、纠错和总结。

位置与功能	建议读法
第一板块：学习目标	先扫一遍，知道本节要解决哪几个问题；不要求立刻全部会做。
第二板块：起点与物理图景	把已有经验升级为高中语言，弄清研究对象、问题来源和学习边界。
第三板块：概念与规律	先看直观解释和图，再看定义、实验事实或基本规律；注意关键词。
第四板块：关系式与条件	说清关系式的依据是定义、实验规律还是模型推导，并确认“什么时候能用”“哪些量有方向或正负”。
第五板块：模型与应用	把模型当成题目的骨架：对象、过程、几何关系和约束条件要对应清楚。
第六板块：例题精讲	重点看为什么这样选对象、为什么这样列方程，而不是只看最后答案。
第七板块：变式训练	用来检验方法是否真的能迁移；做错时先检查模型、条件和方向，再检查代数与计算。
第八板块：拓展内容	先抓新增假设、图像和推理入口；主线尚未稳定时，可以暂缓深入推导。
第九板块：易错点	把提醒变成检查动作：先看条件，再判方向，最后复核单位、符号和数量级。
第十板块：今日小结	用来复盘：说出本节主线，完成“一分钟复盘”。

怎样把“易错提醒”变成检查动作：例如一维运动中的“注意正负号”不能只停在提醒上，而应落实为“先规定正方向，再给位移、速度和加速度带上代数符号，最后检查结果方向是否与图示一致”。后文的易错点可按同样方式使用：每读一条，就在自己的题目上完成一次对应核对。

“科学发展视角”怎么读：不必背应用名称，重点看真实技术怎样对应本节的研究对象、核心模型、关键变量和限制条件。

“学习边界”怎么读：它只在需要界定学习范围的章节出现，并非每节固定栏目。它不是说这部分不重要，而是说明当前阶段先学到哪一步：哪些结论现在要会用，哪些推导或计算先知道方向、后续再深入。

“第八板块的拓展内容”怎么读：Day 01–19 统一称为“竞赛入门补充”，Day 20–30 则使用与学科内容对应的拓展标题。它不是第一遍学习的必做项，而是用来观察同一模型怎样加深；主线稳定后，再回看其中的推导细节、更强条件和模型边界。

二、读公式的三步

高中物理的公式不能只记符号。每遇到一个新公式，建议按下面三步读：

1. **先问物理意义**：这个公式描述的是运动、受力、能量、电路，还是场？
2. **再问适用条件**：是否要求匀加速、光滑、轻绳、恒力、匀强场、闭合电路或理想气体？
3. **最后问方向和单位**：矢量怎样表示方向？各量单位是否一致，是否需要换成国际单位制？

讲义在多数章节的核心关系式、方向判定、读图或实验设计附近安排了一组短的**使用前检查**；没有单独设置这一标题的章节，也会在公式条件、模型边界或方法提示中完成同样的提醒。它不是额外知识点，而是要求先回答“对象是谁、过程是哪一段、方向怎么定、单位是否一致、规律的适用条件是否满足”。先确认能不能用，再决定怎么用；如果这些问题暂时说不清，应回到概念、图像或模型，把物理情境补完整后再列式。

例如 $F = ma$ 不是“有力就套”，而是在选定研究对象和参考系后，求出合力，再沿选定方向列式。又如 $\mathcal{E} = BLv$ 不是所有电磁感应题都能直接用，它常用于有效长度为 L 的导体棒在匀强磁场中运动，且棒、速度和磁场方向两两垂直的情形；其他夹角或几何关系要使用相应的普遍表达式，方向还需用楞次定律或右手定则判断。

推导和符号都要看语境。读推导时先找“从哪里出发、用了哪些条件、得到什么结论”；读公式时先看本节定义、下标和单位，不要只凭字母形状判断含义。

三、读图的四步

这本讲义有大量运动图像、受力图、光路图、电路图和场线图。看图时不要只看“画得像不像”，而要把图读成物理语言：

步骤	先看什么	要读出的物理信息
看对象	物体、电荷、一定量气体、电路元件、光源和界面	研究对象是谁，能不能简化成质点、系统或理想元件？
看方向	速度、力、场、电流、光线和坐标轴箭头	箭头表示矢量方向、传播或流动方向，还是坐标轴的正方向？
看几何	长度、角度、半径、面积、斜率和投影	几何关系分别对应位移、做功、磁通量、图像斜率或其他哪个物理量？
看变化	初末状态、分段边界、开关前后、入射前后	题目是不是要分过程？哪个条件在某一刻发生改变？

一幅好图不只是装饰，而是把“对象、方向、几何、变化”提前说清。后面遇到复杂综合题时，先把图读完，往往就已经知道该选哪条物理规律。

四、解题时的认知顺序

解题不要从“找公式”开始，而要从“还原情境”开始。对需要多步推理的计算题，推荐按下面的顺序组织：

还原情境 → 选对象 → 分过程 → 画图标量 → 选规律 → 复核结果

- **还原情境**：说清发生了什么，已知量、待求量和关键条件分别是什么。
- **选对象**：判断研究单个物体、多个物体组成的系统，还是电荷、电路、气体等对象。
- **分过程**：找到条件改变的位置，例如碰撞前后、进入场区前后、接触与分离、开关闭合前后。
- **画图标量**：把运动、受力、场、电路或光路关系画清，并标出方向和必要的几何量。
- **选规律**：说明使用的是定义、实验规律、牛顿第二定律、守恒关系还是电路定律，再列出方程。
- **复核结果**：看单位、正负号、极限情况和数量级是否合理。

建议书写框架：平时练习不要只写一串公式，至少按“对象与图示 → 过程与条件 → 规律与方程 → 结果复核”四步写出关键句。这个框架不是固定套话，而是提醒每个方程都要有对象、条件和物理理由。

五、解完题后的结果复核清单

这里说的结果复核，也就是检查答案是否可信。它不是把计算重复做一遍，而是检查“模型有没有选对、条件有没有满足、方向有没有说清、单位有没有统一”。讲义中的复盘主要包含两类动作：解题前做使用前检查，确认公式和模型能不能用；解题后做结果复核，确认答案是否可信。每解完一道例题或变式训练，都可以按下面五项快速检查：

检查项	检查问题
模型	研究对象是谁？是单个物体、系统、电荷、电路，还是一定量气体？
条件	所用公式是否要求匀加速、恒力、光滑、轻绳、匀强场、理想电源或理想气体？
方向	正方向是否规定？力、速度、场、电流和位移的方向是否与图一致？
单位	参与同一关系式的单位是否一致？需要使用国际单位制时，长度、质量、时间、电压、电阻等单位有没有漏换？
结果	答案的正负号、数量级和极限情况是否合理？例如摩擦为零、外阻很大、速度为零时能否解释？

如果一道题答案对了，但上面五项说不清，说明还需要补上模型说明；如果答案错了，却能定位是哪一项出问题，下一次订正就有明确方向。

错题订正不能只改答案。每道错题至少补三句话：第一句写“我原来把哪个对象、条件或方向看错了”；第二句写“正确模型应该怎么选”；第三句写“下次读题时先检查什么”。这样错题才会变成模型经验，而不是只记录答案的笔记。

六、遇到困难时先回到哪里

如果读到某一节觉得突然变难，优先按下面顺序回退：

1. **看图**：图上的箭头、坐标轴、几何量是否看懂？
2. **看定义**：题中量到底是位移还是路程，是速度还是速率，是电势差还是电势？

3. **看条件**：有没有“光滑”“轻绳”“匀强”“忽略空气阻力”“缓慢移动”等关键词?
4. **看正负**：是否已经规定正方向？负号表示方向，还是表示某个量减少?
5. **看模型**：当前题更像斜面、连接体、圆周、碰撞、电场偏转、电路动态，还是综合模型?

七、一个月学习节奏建议

前面的“30/60/90 分钟读法”解决的是**一次学习怎样安排时间**；下面三轮解决的是**同一节需要回看时怎样加深**。每节学习可以分成三轮：

- **第一轮，读懂**：只求把概念、图像和例题主线看明白。
- **第二轮，动手**：合上答案重做例题，再做变式训练。
- **第三轮，复盘**：对照易错点和今日小结，完成“一分钟复盘”，再写下本节最容易混淆的两个地方。

什么是“一分钟复盘”：“一分钟”不是严格计时，而是用 3 到 5 句话快速说清：研究对象、核心模型、公式适用条件，以及最容易错的方向、单位或符号。

如果时间有限，优先保证概念与规律、关系式与条件、模型与应用、例题精讲和易错点五项功能。每次学习可以按三层取舍：

- **保底层**：读懂概念主线、主要关系的适用条件和至少一道例题，完成今日小结中的“一分钟复盘”。
- **标准层**：在保底层基础上，完成变式训练并对照易错点复盘。
- **提高层**：再读第八板块的拓展内容，先理解模型和图像，不要求第一次就完整复现全部推导。

八、贯穿全书的三条主线

1. **模型主线**：从质点、光滑面、轻绳，到电场线、理想电路和理想气体，都是用理想化模型或表征方法抓住真实问题的主要因素。
2. **守恒主线**：能量、动量和电荷等守恒思想会反复出现；每次使用都要先选系统并判断适用条件。
3. **图像主线**：x-t、v-t、U-I、p-V、光路图、能级图等，都是把抽象关系组织成可分析结构的方法。

带着这三条主线阅读，后面的知识不会是零散公式，而会逐渐连成一张网。

九、每节结束前的复盘

学完一节后，不必立刻追求“所有题都会”。先完成本节的“一分钟复盘”，再回答五个问题：

1. 本节最核心的物理对象是什么？
2. 本节最重要的模型假设是什么？
3. 本节新增的公式各自对应什么适用条件？
4. 本节最容易错的方向、正负号或单位在哪里？
5. 如果把例题条件稍微改变，应该换公式，还是仍然用同一模型？

十、读者反馈与勘误

本讲义将持续校订。如发现概念表述、公式条件、例题解答、图示或排版问题，欢迎通过下方微信联系作者。反馈时请尽量注明**所在 Day、PDF 页码、图号或题目位置**，并简要说明问题，便于准确核对和修订。

第一部分

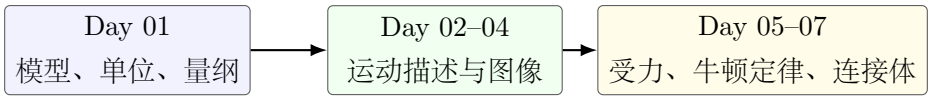
从初中物理进入高中物理

第一部分学习路线

从初中语言进入高中模型

这一部分的重点不是多做难题，而是完成一次语言转换：从初中常说的“快慢、远近、受力、运动状态”，转到高中要使用的“位移、速度、加速度、合力、模型、图像和正负号”。

进入本部分前先问：题目中的对象能不能简化？方向有没有规定？参与运算的单位是否一致？学习第一部分时尤其要反复检查这三点：先把语言翻译准确，再进入计算。



方向、单位和研究对象贯穿整个第一部分

一、这一部分的认知台阶

1. **先学物理语言：** Day 01 建立模型、矢量、单位和量纲意识。
2. **再学运动描述：** Day 02 到 Day 04 用位移、速度、加速度和图像描述运动。
3. **最后进入受力分析：** Day 05 到 Day 07 把力、牛顿定律和连接体合在一起。

按这三个台阶推进通常更稳妥。学习并不要求机械地“一次过关”：若还分不清位移和路程、速度和速率，应及时回到前面的定义和图像，再继续学习加速度和牛顿第二定律。

二、先把生活语言翻译成高中量

第一部分最重要的变化，是把生活中的模糊说法翻译成可定义、可画图、可计算的物理量。读题时可以先做下面这一步：

生活说法	高中量	先问什么
走了多远	路程或位移	题目问轨迹长度，还是起点到终点的有向变化?
运动快慢	速率或速度	是否需要方向? 平均还是瞬时?
越来越快	加速度	速度大小变了，还是速度方向也变了?
受了几个力	研究对象受到的真实力	施力物体是谁? 接触、重力、摩擦条件是否满足?
一起运动	共同运动条件或约束关系	两物体的相对位置是否不变? 绳长、接触或传送带关系给出了怎样的位移和加速度约束?

这一步能把题目从“直觉判断”变成“按定义判断”。先翻译清楚，再画坐标轴、箭头和受力图，后面的公式才会有明确的物理对象和适用条件。

三、阅读时关注三条线

- **方向线**：位移、速度、加速度和力都是矢量。一维问题先规定正方向，用代数正负表示同一直线上的方向；二维问题还要画矢量图或分解到坐标轴。
- **图像线**：x-t 图的割线或切线斜率表示相应的平均速度或瞬时速度；v-t 图的斜率表示加速度，图线与时间轴围成的有向面积表示位移。
- **模型与对象线**：质点、光滑面、轻绳和轻滑轮是理想化模型；整体法和隔离法是选择研究对象的方法。两者共同帮助我们把真实情境转化成条件明确、可以分析的问题。

四、遇到困难时先回到哪里

运动题先回 Day 02 看清参考系、坐标轴、位移和速度；匀变速与图像题回 Day 03、Day 04 找正方向、斜率和有向面积；受力题回 Day 05、Day 06 先选对象并画受力图；多个物体的约束关系再回 Day 07。

五、学完后的复盘：确认是否抓住主线

用下面四问复盘：确认语言、方向、受力和多物体方法是否可靠。

1. 能否把生活描述翻译成位移、速度、加速度、力和参考系?

2. 代入公式前，是否会先处理方向、统一参与运算的单位并检查量纲?
3. 看到受力题，能否先画真实受力图，再选择平衡条件或牛顿第二定律?
4. 遇到多个物体时，能否说明什么时候用整体法、什么时候隔离?

Day 1：初高中物理的区别与学习方法

本节导读

初中物理已经包含定性分析和定量计算；进入高中后，问题会更强调理想模型、矢量方向、公式的适用条件以及多步骤推理。本节先建立高中物理的基本框架：什么是模型？什么是矢量？为什么单位和量纲重要？拿到一道高中物理题应当怎样组织思路？

本节读题路线：先把题目中的真实情境翻译成研究对象和理想模型，再判断涉及的是矢量还是标量；写公式前统一单位，写答案后用量纲和数量级检查。本节先不追求难题，而是建立“模型、方向、单位”这三个基本意识。

一、学习目标

1. 能说出高中物理相对初中物理新增的三类要求：模型、矢量和定量推理。
2. 能用质点模型举例说明：为什么物理会暂时忽略形状、大小等次要因素。
3. 能说出质点模型保留了什么、忽略了什么。
4. 能区分矢量和标量，并说明方向改变会怎样影响运算结果。
5. 能用国际单位制（SI）统一单位，并用量纲做初步检查。
6. 能按“建模、定方向、统一单位、检查量纲”的流程处理入门题。

二、初高中衔接

初中物理已经学习了“力是改变物体运动状态的原因”，也进行过速度、密度、功率等定量计算。高中物理会在此基础上进一步追问：研究对象怎样简化？方向怎样规定？公式在什么条件下成立？多个规律怎样连接起来？

举个例子：已知“一个物体受到 10 N 的力”，还不足以确定其运动变化。若进一步给出物体质量为 2 kg、所受合力水平向右，并采用质点模型，才可由后面将学习的牛顿第二定律得到大小为 5 $\mathrm{m/s^2}$、方向向右的加速度。

直观概括：高中物理不是简单地把计算变难，而是更重视“模型怎样建立、方向怎样处理、条件是否满足、推理能否闭合”。

科学发展视角：现代科学和工程并不是直接面对完整世界，而是先建模再计算。天气预报、自动驾驶、航天轨道、芯片散热都要先确定研究对象、忽略次要因素、检查单位和数量级。读这类真实问题时，先问“保留哪些量、忽略哪些量、结果数量级是否合理”，本节学习的模型、矢量和量纲，就是以后读懂真实科技问题的底层语言。

三、核心概念

要点：物理模型

直观理解：物理模型就是“简化版的世界”。现实中的物体有形状、颜色、温度、弹性、粗糙程度……但在物理题里，只保留跟问题相关的少数几个性质，其他因素暂时忽略。
重要说明：高中物理中的质点、光滑面、轻绳、轻杆等，都不是现实中完美存在的实际对象，而是为了抓住主要矛盾建立的**理想物理模型**。

- 研究苹果的平动——可把苹果看作一个有质量但没有大小的**质点**，忽略其大小、形状和转动；若题目还要求忽略空气阻力，则这是另一项独立的理想化条件。
- 研究桌子的受力——桌子看做不会变形的**刚体**，忽略微小形变。
- 研究光滑斜面——把接触面间的摩擦力取为零。这不是说现实摩擦一定很小，而是题设指定的理想化条件；若题目给出粗糙面，就必须把摩擦力重新纳入模型。

严格定义：物理模型是对实际物理系统的一种抽象和简化，保留研究对象的核心物理属性，忽略次要因素，以便用数学语言精确描述其行为。
为什么要用模型？因为现实太复杂。如果把所有因素都同时考虑进去，一个看似普通的苹果下落问题也会牵涉形状、空气阻力、转动、弹性等大量因素，反而看不清主导规律。物理学的智慧在于：知道忽略什么，比知道保留什么更重要。
模型判断三问：

1. 这个因素会不会明显影响题目所问的量？
2. 忽略它以后，主要规律是否变得清楚、可计算？
3. 如果题目条件改变，这个模型还是否成立？

认知提醒：模型不是否定真实世界，而是先抓主要因素。解题时要能说出“为什么可以这样简化”，也要知道条件改变时模型可能失效。

要点：矢量与标量

直观理解：

- **标量**：只有大小的量。比如温度 30°C、质量 5 kg、路程 100 m。用一个数值和一个单位就能完整描述。
- **矢量**：既有大小又有方向的量。比如位移“向东 100 m”、速度“向南 20 m/s”、力“向上 10 N”。方向和大小一样重要。

为什么要区分？两个标量直接加减就行：5 kg + 3 kg = 8 kg。但两个矢量相加不能简单加减——向东走 3 m 再向北走 4 m，合位移大小不是 7 m，而是 5 m（勾股定理），方向为东偏北。方向不同，算法不同。

严格定义：矢量是满足平行四边形定则（或三角形定则）的物理量，具有大小和方向。标量只具有大小，只遵循代数加减法则。

平行四边形法则：把两个矢量平移到同一起点，以这两个矢量为邻边作平行四边形，从共同起点指向对角点的对角线就是合矢量。

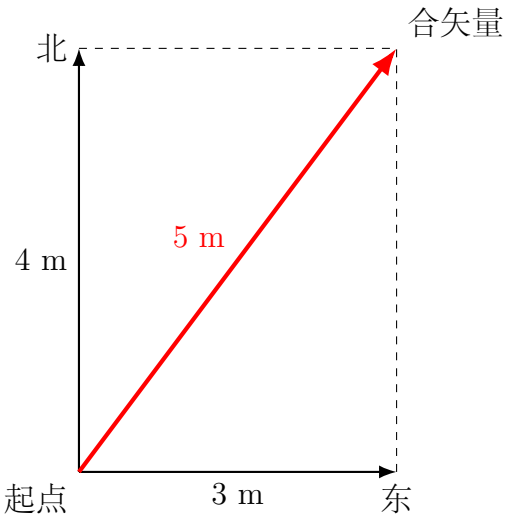


图 1：矢量加法的平行四边形法则：向东 3 m 与向北 4 m 的合矢量大小为 5 m（粗对角线）

常见矢量：位移、速度、加速度、力、动量、电场强度、磁感应强度
常见标量：质量、时间、温度、路程、速率、功、能量、电势

要点：位移与路程：先建立一个入口

Day 02 会系统学习位置、位移、路程和速度；这里先把后面反复要用的一组区别说清。

- **位移**描述从初位置到末位置的变化，是矢量；既要说大小，也要说方向。
- **路程**描述实际走过的路径长度，是标量；只记长度，不记方向。

要点：位移与路程：先建立一个入口（续）

- 因而总有 $|\Delta \boldsymbol{x}| \leq s$。绕一圈回到出发点时，位移为零，路程却不为零。

例如，先向东走 3 km，再向南走 4 km：路程是 7 km；位移是从起点直指终点的合矢量，大小为 5 km。这里不能把两个长度直接相加得到位移大小，原因正是位移有方向。Day 02 将用平行四边形法则和三角形法则画出这一过程。

要点：国际单位制（SI）

物理公式里的数字不是凭空来的。同一个物理量用不同单位，数值完全不同。为了统一，全世界使用**国际单位制（SI）**。

国际单位制有七个基本单位。高中阶段应重点会使用米、千克、秒、安培、开尔文和摩尔；坎德拉了解即可。

米 (m)、千克 (kg)、秒 (s)、安培 (A)、开尔文 (K)、摩尔 (mol)、坎德拉 (cd)

其中，摩尔 mol 是物质的量的单位，在化学、热学和气体问题中都会用到，也属于高中阶段需要会使用的基本单位。

从基本单位可以导出所有其他单位：

$$\text{速度：}\ \mathrm{m/s}, \qquad \text{加速度：}\ \mathrm{m/s^2}, \qquad \text{力：}\ \mathrm{kg\cdot m/s^2 = N}$$

弧度与角度：圆周运动中常用弧度 rad 描述角度。弧度的定义是

$$\theta = \frac{s}{r},$$

即“弧长除以半径”。因此弧度对应两个长度之比，是无量纲量；写成 rad 是为了提醒这是角度。后面使用 $s = r\theta$、$\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$、三角函数小角度近似时，$\theta$ 都要用弧度而不是角度制。

常见陷阱：本讲义默认在代入公式前统一为 SI 单位，例如把 km/h 换算成 m/s。协调的非 SI 单位也能用于计算，但初学阶段统一使用 SI 最稳妥。

$$1\ \mathrm{km/h} = \frac{1000\ \mathrm{m}}{3600\ \mathrm{s}} = \frac{1}{3.6}\ \mathrm{m/s}$$

质量单位中的 g 表示“克”，而 SI 基本单位是 kg。因为 1 kg = 1000 g，所以把克换成千克要除以 1000：

$$1\ \mathrm{g} = 10^{-3}\ \mathrm{kg}$$

符号检查：看到 g 先判断它是不是单位“克”；看到斜体 g 再按重力加速度处理。两者不是同一个物理量，不能直接混用。

测量意识：物理量要写数值、单位和合理的有效数字。同一记录规则下，2.00 m 比 2.0 m 多保留一位，表示更细的报告分辨率，但不代表一定更接近真值。测量总有误差，不能把结果看成绝对精确值。

四、公式与适用条件

建模与单位使用前检查：

1. 先看题目问的是“描述现象”，还是“计算某个物理量”。
2. 判断研究对象能否简化为质点、刚体、光滑面等理想模型。
3. 区分题中量是矢量还是标量，矢量必须说明方向或正方向。
4. 代入任何公式前，先把单位统一到国际单位制，并用量纲粗略检查。

本节没有需要记忆的力学公式，但有一个贯穿全书的重要工具——**量纲分析**。

要点：量纲分析初步

概念：量纲表示一个物理量由哪些基本量组合而成，反映的是“物理量的类型”，不是某一个具体单位。比如 m 和 km 都是长度单位，量纲都是 $[L]$；m/s 和 km/h 都是速度单位，量纲都是 $[L][T]^{-1}$。

- 长度量纲：$[L]$
- 质量量纲：$[M]$
- 时间量纲：$[T]$

速度和加速度的量纲可以直接从定义看出来：

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

所以：

$$[\text{速度}] = [L][T]^{-1}, \qquad [\text{加速度}] = [L][T]^{-2}, \qquad [\text{力}] = [M][L][T]^{-2}$$

用途：检验公式是否合理。一个公式等号两边的量纲必须相同。
举例：对匀变速直线运动的候选关系 $\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ 作量纲检查。这里暂不判断它的适用条件和数值系数，只检查各项能否相加：

- 左边位移 Δx 的量纲是 $[L]$
- 右边 $v_0 t$ 的量纲：$[L][T]^{-1} \times [T] = [L]$　(量纲一致)
- 右边 $\frac{1}{2}at^2$ 的量纲：$[L][T]^{-2} \times [T]^2 = [L]$　(量纲一致)
- 左右量纲一致，说明该关系通过了量纲检查，但还不能据此证明公式正确

边界提醒：量纲分析只能判断公式是否可能正确，不能证明它绝对正确（系数 $\frac{1}{2}$ 是否正确就需要通过推导或实验来确认）。

五、典型模型

质点模型——高中物理最基本的模型，贯穿整个运动学和力学。

要点：质点

质点是一个**理想物理模型**：把物体简化为一个有质量的点，忽略大小和形状，只保留质量和位置等关键信息。

- **什么时候能用？**物体的形状和大小对研究问题没有影响，或影响可以忽略时。
- **典型例子：**
  - 研究地球绕太阳公转——地球可视为质点（因为公转半径远大于地球半径）
  - 研究地球自转——地球不能视为质点（自转跟形状直接相关）
  - 研究火车从北京到上海——火车可视为质点（距离远大于火车长度）
  - 研究火车完全通过一座桥所需的时间——若桥长和火车长度可比，火车不能视为质点
- **核心思想：**同一个物体，在不同问题中能不能看成质点，取决于题目所关心的问题，而不取决于物体本身的大小。

六、例题精讲

例题：判断物体能否视为质点

题意分析：判断以下四种情况中，研究对象能否视为质点，并说明理由。

1. 研究跳水运动员在空中翻转的动作。
2. 研究运动员质心从起跳到入水所经过的轨迹长度。
3. 研究一列火车通过 1000 m 长的隧道所需时间（火车长 200 m）。
4. 研究地球绕太阳公转一周的时间。

物理模型：质点模型。判断依据是：物体的形状和大小对研究的问题是否产生不可忽略的影响。

解题过程：

1. **不能**。翻转动作依赖于身体的姿态和转动，必须知道身体各部分的相对位置，不能把身体简化为一个点。

例题：判断物体能否视为质点（续）

2. **能**。题目已经明确研究质心轨迹；若运动员的大小和姿态不影响质心轨迹长度的计算，就可用一个质点的位置变化来描述。

3. **不能**。火车长度 200 m 与隧道长度 1000 m 可比，计算通过时间需要考虑火车长度。如果隧道长 100 km，火车可视为质点。

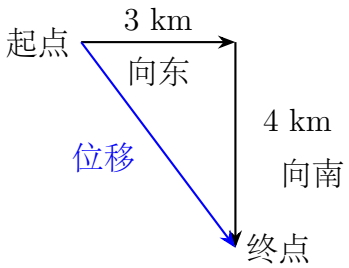
4. **能**。公转半径约 1.5×10^{11} m，地球半径约 6.4×10^{6} m，前者是后者的约 23400 倍，在本题要求的精度下可以忽略地球大小。

方法总结：判断质点时先问“形状、大小、转动会不会影响答案”。若不影响，就可简化为质点；若影响，就必须保留物体的形状或内部结构。物体本身大小不是唯一标准。

七、变式训练

1. 判断：研究乒乓球在发球时的旋转轨迹，乒乓球能否视为质点？研究乒乓球落台后的运动轨迹（忽略旋转），乒乓球能否视为质点？分别说明理由。

2. 一个人向东走了 3 km，再向南走了 4 km。求他的总路程和位移大小。这个例子说明路程和位移有什么区别？



3. 用量纲分析判断：公式 $v^2 = v_0^2 + 2ax$ 是否量纲正确？（提示：速度 $v = \Delta x/\Delta t$，加速度 $a = \Delta v/\Delta t$，x 是位移）

变式训练参考结果

1. 研究乒乓球的旋转时，球的大小和转动不能忽略，不能视为质点；研究其落台后的运动轨迹且忽略旋转时，球的大小相对运动范围可忽略，可以视为质点。

2. 总路程为 $3 + 4 = 7$ km；位移大小为 $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ km，方向为东偏南。路程是实际运动路径的长度，是标量；位移由初位置指向末位置，是矢量。

3. $[v^2] = \mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2}$，$[v_0^2] = \mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2}$，$[ax] = \mathrm{LT}^{-2} \cdot \mathrm{L} = \mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-2}$，等式各项量纲相同，公式量纲正确。

八、竞赛入门补充

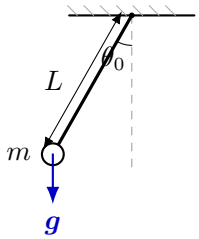
拓展提升

量纲分析的进阶用法——推导物理关系

如果已知一个物理量可能依赖哪些因素，可以用量纲分析快速确定它们之间的关系。这是竞赛中常用的初步判断方法。

例题：假设单摆的周期 T 只可能与摆长 L、重力加速度 g、摆球质量 m 和最大摆角 θ_0 有关。用量纲分析确定周期表达式中能够由量纲决定的部分。

思路：



$$[T]=[T],\qquad [L]=[L],$$
$$[g]=[L][T]^{-2},\quad [m]=[M].$$

最大摆角 θ_0 用弧度表示，是无量纲量。

图 2：单摆量纲分析中的变量

因此 θ_0 可以通过某个无量纲函数 $f(\theta_0)$ 影响周期，而这种函数关系无法由量纲确定。周期 T 的量纲中不包含质量 $[M]$；在题设给出的变量里，只有 m 带有质量量纲，且没有其他量可以与它抵消，所以 m 的指数只能为 0。设

$$T = L^a g^b f(\theta_0),$$

则

$$[T] = [L]^a \cdot ([L][T]^{-2})^b = [L]^{a+b}[T]^{-2b}$$

对比两边：$a+b=0$（L 指数），$-2b=1$（T 指数）解得 $b=-\frac{1}{2}$，$a=\frac{1}{2}$，所以量纲分析只能得到：

$$T = \sqrt{\frac{L}{g}}\, f(\theta_0)$$

在小摆角近似下，进一步的动力学推导给出 $f(\theta_0)\approx 2\pi$，于是 $T\approx 2\pi\sqrt{L/g}$；摆角较大时，$f(\theta_0)$ 会随最大摆角变化。量纲分析既不能给出常数 2π，也不能确定函数 f 的具体形式。

竞赛提示：物理竞赛中，如果遇到陌生的公式判断，先用量纲分析筛掉明显错误的选项，可以节省大量时间。

九、易错点

易错清单

1. **把路程当位移**：先看题目问“实际走过多长”还是“从起点到终点的变化”。位移是矢量，看起点到终点的直线距离和方向；路程是标量，看实际路径总长。
2. **认为“小物体就是质点”**：先问形状、大小、转动是否影响本题。若不影响，可看作质点；若题目研究转动、形变或内部结构，就不能这样简化。
3. **忽略单位换算**：列式前先统一 SI 单位。看到 km/h 除以 3.6，看到 cm 除以 100，看到质量单位 g（克）除以 1000，换成 kg；不要把“克”的符号 g 与重力加速度 g 混淆。
4. **公式中的常数系数不能用量纲判断**：量纲分析先筛掉结构明显错误的式子；像 $\frac{1}{2}at^2$ 中的 $\frac{1}{2}$，还要靠推导或实验确定。

十、今日小结

1. 高中物理更强调以模型为起点，把定性判断、定量关系、方向和适用条件组织成完整推理。
2. 物理模型是对现实的合理简化。质点是最基本的模型——忽略大小和形状，保留质量、位置及研究问题所需的运动信息。
3. 矢量和标量的根本区别：矢量有方向，遵循平行四边形定则；标量只有大小，直接代数加减。
4. 国际单位制（SI）是高中物理定量计算的共同语言；本讲义默认在使用公式前统一为 SI 单位。
5. 量纲分析是检验公式是否合理的有力工具，但无法确定公式中的常数系数。

一分钟复盘：不看正文，画一个三列表：模型、方向、单位。模型栏写“什么时候可看成质点”；方向栏写“速度为什么要标方向”；单位栏写“代公式前怎样统一 SI 单位”。三栏都能填出例子，后面的运动学学习就有了清晰入口。

Day 2：质点、参考系、位移与速度

本节导读

从初中“路程”的概念进入高中“位移”的概念；讲清楚参考系为什么重要；区分平均速度和瞬时速度；建立描述运动的基本语言——位置、位移、速度，为后续分析速度变化打基础。

本节读题路线：先选参考系和坐标轴，再标出初位置、末位置和运动路径；接着判断题目问的是位移还是路程、速度还是速率。若出现相对运动或小船过河，先画速度矢量，再做矢量合成。

一、学习目标

1. 能指出题目所选参考系，并说明同一物体在不同参考系下描述可能不同。

2. 严格区分位移和路程：位移是矢量，路程是标量。

3. 能区分平均速度和瞬时速度，并用时间间隔变化说明二者联系。

4. 能从位移与时间的关系写出 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，并在匀速直线运动（$t_0=0$）中使用 $v=\dfrac{x-x_0}{t}$。

5. 能说明高中物理中“速度”通常指瞬时速度，“速率”指速度大小。

6. 初步会用速度矢量合成处理相对运动和小船过河模型。

二、初高中衔接

初中常用“路程 ÷ 时间”描述物体运动的平均快慢；更准确地说，这个量是**平均速率**，它没有方向。高中还要回答“整体向哪里运动”，因此需要引入由位移和时间定义的**平均速度**。

看一个例子：

- 小明从家向东走 100 m 到学校，用了 50 s，平均速率为 2 m/s。
- 放学后，小明从学校向西走 100 m 回到家，也用了 50 s，平均速率仍为 2 m/s。

两个过程的平均速率相同，但平均速度方向相反。高中并不是用位移“替代”路程，而是在保留路程和速率的同时，引入位移和速度：前者描述实际路径及沿路径运动的快慢，后者描述位置变化及其方向。

另外，初中通常默认“大地是静止的”，高中阶段要进一步意识到：**静止是相对的**——这就是**参考系**。

科学发展视角：导航定位、运动捕捉和自动驾驶都离不开参考系、位置、速度和相对运动。手机导航给出的“速度”来自位置随时间的变化，飞机和船舶导航还要同时考虑自身速度、风速或水流速度。本节的位移和速度，是理解现代定位与控制系统的第一步。

三、核心概念

要点：参考系

直观理解：描述一个物体是运动还是静止，先得选一个“参照物”。坐在火车上观察窗外，会感觉树在向后运动——树相对于地面是静止的，但相对于火车是向后运动的。这个被选作标准的物体就是**参考系**。
严格定义：在描述一个物体的运动时，被选作参考标准的另一个物体（或物体系），称为参考系。
关键点：

- 同一个物体的运动，在不同参考系下描述不同。这叫**运动的相对性**。
- 高中物理中，如果不特别说明，默认以**地面**为参考系。
- 选择参考系的原则：使问题描述更清楚、更方便建模。比如研究火车运动，选地面比选太阳方便得多。

要点：质点（回顾）

Day 01 已经介绍过，质点是有质量但忽略大小形状的点。本节正式开始用质点模型来描述运动。
研究一个物体从 A 到 B 的运动时，只关心它的**位置变化**，不关心它自身如何旋转、是否变形。这时物体可以抽象为一个质点；实际路径表示运动轨迹，从 A 指向 B 的有向线段表示位移。

要点：质点（回顾）（续）

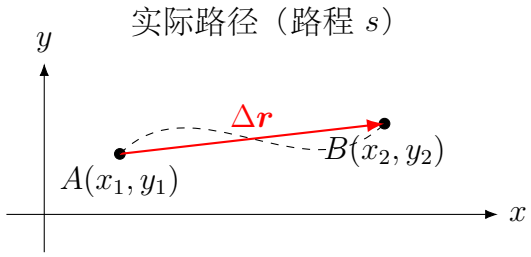


图 3：位移与路程的对比：位移是从 A 指向 B 的有向线段，路程是实际路径长度

要点：位移

直观理解：位移就是“从起点指向终点的有向线段”。它只关心**起点和终点的位置差**，不关心中间走过什么路线。

严格定义：位移 $\Delta\boldsymbol{x}$ 是描述物体位置变化（即位置矢量的变化）的物理量，是矢量。

$$\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1$$

其中 $\boldsymbol{x}_1$ 是初位置矢量，$\boldsymbol{x}_2$ 是末位置矢量。

位移合成：位移是矢量，多个位移相加要遵循矢量加法。平行四边形法则的做法是：把两个位移矢量平移到同一起点，以它们为邻边作平行四边形，共同起点到对角点的对角线就是合位移。连续运动中也常用首尾相接的三角形法则，两种画法等价。



图 4：两段位移的合成：左图把两矢量平移到同一起点，右图按实际运动顺序首尾相接；两图的合位移都从起点指向终点

读图步骤：先确认每一根箭头的起点、终点和方向；再把两段位移按平行四边形法则或三角形法则相加；最后只保留从总起点指向总终点的箭头作为合位移。平移矢量时只能改变画在纸上的位置，不能改变它的长度和方向。

位移 vs 路程：

	位移 $\Delta\boldsymbol{x}$	路程 s
性质	矢量	标量
方向	有方向（初位置 → 末位置）	无方向
大小	初末位置的直线距离	实际路径总长度
关系	$\lvert\Delta\boldsymbol{x}\rvert \le$ 路程（直线不回头时相等）	$\ge$ 位移大小

经典例子：绕操场跑一圈 400 m，位移 $= 0$（回到起点），路程 $= 400$ m。位移为零，路程不为零。

坐标语言中的运动学量分析清单

高中运动学不是先记公式，而是先把物理量问清楚。沿一条直线建立坐标轴后，常见量可以这样读：

物理量	回答的问题	数学表达	性质
位置 x	物体在哪里	坐标值	可正可负
位移 Δx	从哪里到哪里	$x_2 - x_1$	矢量，有方向
路程 s	实际走了多长	各段路径长度之和	标量，非负
平均速度 $\bar{v}$	位置变化有多快	$\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$	矢量，有正负
平均速率	路径走得有多快	$\dfrac{s}{\Delta t}$	标量，非负

解题顺序：先看题目给的是坐标还是路径长度；再用末位置减初位置得到位移；最后根据题目问“速度”还是“速率”选择分子。只要物体折返、绕圈或走曲线，就要特别警惕：路程通常不能代替位移。

要点：速度

直观理解：速度描述物体运动快慢和方向。初中只讲“快慢”，高中还要讲“往哪走”。

平均速度：

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta t}$$

- 矢量，方向与位移 $\Delta \boldsymbol{x}$ 相同。
- 它描述的是一**段时间内**整体的运动快慢和方向。
- 这里用的是位移 ÷ 时间，不是路程 ÷ 时间；后者叫**平均速率**（标量）。

瞬时速度：先看符号：$\lim_{\Delta t \to 0}$ 读作“当 Δt 趋近于零时的极限”。它表示把取平均的时间间隔 Δt 不断缩短；这里不是把 Δt 真取成 0 去相除，而是考察它越来越小时，平均速度趋向的值。

$$\boldsymbol{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta t}$$

- 矢量，描述物体在**某一时刻（或某一位置）**的运动快慢和方向。
- 高中物理中说“速度”，**默认指瞬时速度**；高中阶段会用极短时间内的平均速度来近似理解它，不要求进行极限计算。
- 瞬时速度的大小叫做**速率**（标量）。
- 做曲线运动时，瞬时速度方向沿该点轨迹的切线方向，并指向物体继续运动的一侧。

常见误用：

要点：速度（续）

1. 平均速度 $\neq$ 速度的平均值。例如：某物体沿同一直线同向运动，前一半位移的速度为 4 m/s，后一半位移的速度为 6 m/s。速度的算术平均是 $(4+6)/2 = 5$ m/s，但全程平均速度要这样算：设每半程位移大小为 s，则总时间 $t = \dfrac{s}{4} + \dfrac{s}{6} = \dfrac{5s}{12}$，全程平均速度 $\bar{v} = \dfrac{2s}{5s/12} = \dfrac{24}{5} = 4.8$ m/s $\neq 5$ m/s。两段位移相等但时间不同，算术平均值法失效；应回到定义式 $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$。

2. 平均速率 $\neq$ 平均速度的大小。走弯路时平均速率大于平均速度的大小（因为路程 $\geq$ 位移大小）。

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先选参考系和坐标轴，说明正方向。
2. 分清题目给的是位置、位移、路程，还是路径长度。
3. 判断要求的是平均速度、瞬时速度，还是平均速率。
4. 所有时间间隔都要用同一段过程，不能把不同过程的 Δx 和 Δt 混在一起。

核心公式：

1. **平均速度定义式：**

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- 适用条件：任意一段运动都可用它定义该时间段的平均速度。
- 物理意义：一段时间内位置变化的平均快慢。
- 来源理解：平均速度不是把路径上每一刻的速率简单平均，而是把整段运动等效成“同样时间内完成同样位移”的匀速直线运动。
- 提醒：这是**定义式**，不是决定式。它给出的是一段时间内的平均效果，不能直接替代某一时刻的瞬时速度。

2. **匀速直线运动的速度公式：**

$$v = \frac{x - x_0}{t} \quad (t_0 = 0), \qquad \text{更一般地} \quad v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- 适用条件：物体做匀速直线运动（速度大小方向都不变）。
- 物理意义：单位时间内的位移。

- 符号提醒：x 是末位置坐标，x_0 是初位置坐标，$x-x_0$ 才是位移。只有当计时起点 $t=0$ 时物体在原点 $x_0=0$，才可简写为 $v=x/t$。
- 常见误用：不能把任意一段运动的平均速度直接当成某一时刻的瞬时速度；只有匀速直线运动中，任意时间段的平均速度才等于不变的瞬时速度。

3. **瞬时速度的极限定义：**

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- 理解方式：把 Δt 取得越来越小，趋近于零，平均速度就趋近于瞬时速度。
- 高中阶段不需要真的求极限，会用很短时间内的平均速度近似理解瞬时速度即可；严格极限计算属于后续数学工具。

五、典型模型

模型 1：一维直线运动

物体沿一条直线运动。这是高中物理最常见的模型，也是初学者最先建立的运动模型。

在一维直线运动中，位移、速度的方向用**正负号**表示——设定一个正方向，与正方向同向为正，反向为负。

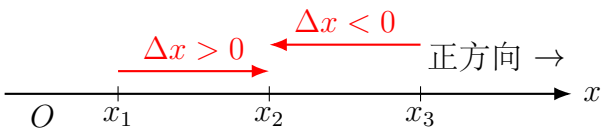


图 5：一维直线运动的坐标轴与位移表示（正方向向右，$\Delta x>0$ 向右，$\Delta x<0$ 向左）

在这个坐标系中，正方向向右。位移 $\Delta x>0$ 表示位置变化向右，$\Delta x<0$ 表示位置变化向左。

模型 2：相对运动与速度合成

同一个物体相对于不同参考系可以有不同速度。若 A、B 相对于地面的速度分别为 $\boldsymbol{v}_A$、$\boldsymbol{v}_B$，则 A 相对于 B 的速度为

$$\boldsymbol{v}_{A\text{对}B}=\boldsymbol{v}_A-\boldsymbol{v}_B.$$

这个式子是矢量关系。两物体同向运动时可以先规定正方向再作代数运算；速度不共线时，要按三角形法则作矢量减法。

基础例子：汽车和摩托车都向东行驶，速度分别为 20 m/s 和 30 m/s。摩托车相对于汽车的速度为 10 m/s，方向向东；汽车相对于摩托车的速度则为 10 m/s，方向向西。

模型 3：小船过河

若以地面为参考系，小船的速度满足

$$\boldsymbol{v}_{\text{船对地}} = \boldsymbol{v}_{\text{船对水}} + \boldsymbol{v}_{\text{水对地}}.$$

船头朝向决定 $\boldsymbol{v}_{\text{船对水}}$，河水流向决定 $\boldsymbol{v}_{\text{水对地}}$，真正决定小船轨迹的是合速度 $\boldsymbol{v}_{\text{船对地}}$。

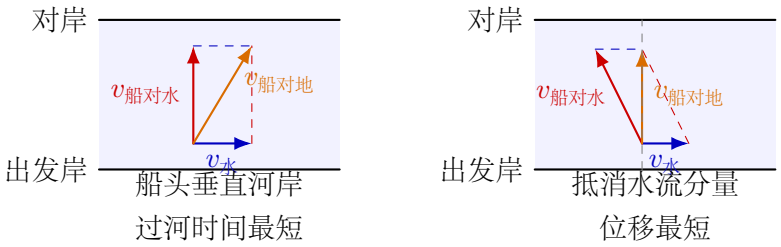


图 6：小船过河：用平行四边形法则合成船对水速度与水流速度

设河宽为 d，水流速度大小为 u，船对水速度大小为 v。

1. **过河时间最短**：船头垂直河岸，使垂直河岸方向的速度达到最大值 v，故
$$t_{\min} = \frac{d}{v}.$$
此时小船会向下游漂移 $ut_{\min}$。

2. **渡河位移最短**：当 $v > u$ 时，可让船头偏向上游，使船对水速度的上游分量抵消水流。此时船对地速度垂直河岸，渡河位移大小等于河宽 d。若 $v \le u$，小船不能以垂直河岸的合速度过河，需另行比较不同船头方向，见本节竞赛补充。

认知提醒：“船头指向”对应 $\boldsymbol{v}_{\text{船对水}}$，实际运动方向对应 $\boldsymbol{v}_{\text{船对地}}$，二者通常不同。

六、例题精讲

例题：位移与路程的计算

题意分析：一个同学从校门口 A 点出发，先向东走了 300 m 到达 B 点，然后向北走了 400 m 到达 C 点。

1. 求该同学的总路程。
2. 求该同学的位移大小和方向。
3. 如果整个过程用时 250 s，求平均速度的大小和平均速率。

物理模型：质点在一维和二维平面上的运动模型。A→B 是一维直线运动，再 A→B→C 是二维运动。

例题：位移与路程的计算（续）

解题过程：

1. 总路程 $s = AB + BC = 300 + 400 = 700$ m。
2. 位移是从起点 A 指向终点 C 的有向线段。

$$|\Delta \boldsymbol{x}| = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{300^2 + 400^2} = 500 \text{ m}$$

方向：东偏北 θ 角，其中 $\tan\theta = \dfrac{400}{300} = \dfrac{4}{3}$，$\theta \approx 53°$。

3. 平均速度大小：$|\bar{\boldsymbol{v}}| = \dfrac{|\Delta \boldsymbol{x}|}{\Delta t} = \dfrac{500}{250} = 2.0$ m/s，方向东偏北 53°。

平均速率：$\bar{v}_{\text{速率}} = \dfrac{s}{\Delta t} = \dfrac{700}{250} = 2.8$ m/s。

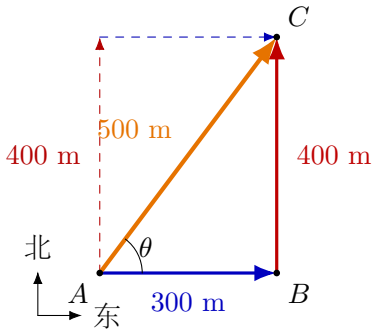


图 7：位移合成示例：平行四边形法则与三角形法则都得到合位移 500 m，方向东偏北 $\theta \approx 53°$

方法总结：

1. 路程就是实际路径长度之和，把每一段长度加起来即可。
2. 位移用起点指向终点的直线段表示，二维情况下按平行四边形法则或三角形法则进行矢量合成。
3. 平均速度 = 位移 ÷ 时间，平均速率 = 路程 ÷ 时间。两者不是同一概念。
4. 画图辅助分析是解决运动学问题的基本功。

例题：平均速度与速度的平均值

题意分析：某物体沿直线运动，前一半位移的平均速度为 $v_1 = 4$ m/s，后一半位移的平均速度为 $v_2 = 6$ m/s。求全程的平均速度。

物理模型：直线运动，两段位移相等。

解题过程：

例题：平均速度与速度的平均值（续）

设总位移为 $2x$，前一半位移用时 t_1，后一半位移用时 t_2。

$$t_1 = \frac{x}{v_1}, \qquad t_2 = \frac{x}{v_2}$$

全程平均速度：

$$\bar{v} = \frac{2x}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{\frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2}} = \frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$$

代入 $v_1 = 4$，$v_2 = 6$：

$$\bar{v} = \frac{2 \times 4 \times 6}{4 + 6} = \frac{48}{10} = 4.8 \text{ m/s}$$

错解检查：有人会算 $(4+6)/2 = 5$ m/s，这个做法不成立，因为两段位移相等但速度不同，时间不相等，不能直接对速度取算术平均。

方法总结：

- 平均速度最稳妥的入口是定义 $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$，先求总位移和总时间。
- 等位移段的平均速度公式 $\bar{v} = \dfrac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$ 是调和平均数。
- 类似地，等时间段的平均速度是算术平均数 $\bar{v} = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$。两种情形不要混淆。

例题：小船过河的两个常见目标

题意分析：河宽 $d = 120$ m，水流速度大小 $u = 3.0$ m/s，船对水速度大小 $v = 5.0$ m/s。分别求：

1. 过河时间最短时的时间和向下游漂移量。
2. 渡河位移最短时船头方向和过河时间。

解题过程：

1. 船头垂直河岸时，垂直河岸方向的速度最大：

   $$t_{\min} = \frac{d}{v} = \frac{120}{5} = 24 \text{ s}.$$

   向下游漂移

   $$x = u t_{\min} = 3 \times 24 = 72 \text{ m}.$$

2. 要使渡河位移最短，应使船对地速度垂直河岸。设船头向上游偏离垂直河岸方向的角度为 α，则

   $$v \sin\alpha = u, \qquad \sin\alpha = \frac{3}{5}, \qquad \alpha \approx 36.9^\circ.$$

   垂直河岸方向的速度为

   $$v_\perp = v\cos\alpha = 4.0 \text{ m/s},$$

   因而过河时间为 $t = d/v_\perp = 30$ s，渡河位移大小就是河宽 120 m。

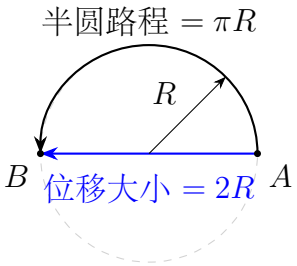
例题：小船过河的两个常见目标（续）

方法总结：“时间最短”要让垂直河岸的速度分量最大；“位移最短”要让船对地合速度垂直河岸。先辨认目标，再确定船头方向。

七、变式训练

1. 某人骑自行车沿直线从 A 到 B，前 1/3 路程的速度为 4 m/s，中间 1/3 路程的速度为 6 m/s，最后 1/3 路程的速度为 12 m/s。求全程的平均速度。（提示：不能直接对三段速度取算术平均。）

2. 一质点沿半径为 $R = 10$ m 的圆形轨道运动了半圈，用时 5 s。求：



   (a) 位移大小和路程。

   (b) 平均速度大小和平均速率。

3. 汽车从静止开始沿直线行驶，第 1 s 内位移 2 m，第 2 s 内位移 4 m，第 3 s 内位移 6 m。求：

   (a) 前 2 s 的平均速度。

   (b) 第 3 s 内的平均速度。

   (c) 全程 3 s 的平均速度。

4. 河宽 $d = 150$ m，水流速度大小 $u = 3.0$ m/s，船对水速度大小 $v = 5.0$ m/s。求：

   (a) 过河时间最短时的时间和向下游漂移量。

   (b) 渡河位移最短时船头向上游偏离垂直河岸方向的角度和过河时间。

变式训练参考结果

1. 设全程为 $3s$，则

$$\bar{v} = \frac{3s}{s/4 + s/6 + s/12} = 6 \text{ m/s}.$$

   平均速度方向由 A 指向 B。

2. 位移大小为直径 $2R = 20$ m，路程为 $\pi R = 10\pi$ m；平均速度大小为 4 m/s，平

变式训练参考结果（续）

均速率为 2π m/s。

3. 前 2 s 的平均速度为 3 m/s；第 3 s 内为 6 m/s；全程平均速度为 4 m/s，方向均沿汽车运动方向。

4. 时间最短时 $t_{\min}=d/v=30$ s，向下游漂移 $ut_{\min}=90$ m。位移最短时 $\sin\alpha=u/v=3/5$，故 $\alpha\approx 36.9^\circ$；垂直河岸速度为 4.0 m/s，过河时间为 37.5 s。

八、竞赛入门补充

拓展提升

强水流中怎样使渡河位移最短?

当水流速度 u 大于船对水速度 v 时，船无法用上游分量完全抵消水流，但仍可选择一个最优船头方向，使向下游漂移尽可能小。

设船头向上游偏离垂直河岸方向的角度为 α。取 $0\leqslant\alpha<90^\circ$，以保证船仍有指向对岸的速度分量。船对地速度的下游分量和垂直河岸分量分别为

$$v_x=u-v\sin\alpha,\qquad v_y=v\cos\alpha.$$

渡河时间 $t=d/v_y$，所以向下游漂移量

$$x=v_xt=d\frac{u-v\sin\alpha}{v\cos\alpha}.$$

令 $k=u/v>1$，则

$$\frac{x}{d}=\frac{k-\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

由

$$(k-\sin\alpha)^2-(k^2-1)\cos^2\alpha=(k\sin\alpha-1)^2\geq 0$$

可知

$$\frac{x}{d}\geq\sqrt{k^2-1}.$$

等号在 $\sin\alpha=1/k=v/u$ 时成立。因此

$$x_{\min}=d\frac{\sqrt{u^2-v^2}}{v},\qquad s_{\min}=\sqrt{d^2+x_{\min}^2}=\frac{du}{v}.$$

例题：若 $u=5.0$ m/s、$v=3.0$ m/s、河宽 $d=120$ m，则最优方向满足 $\sin\alpha=3/5$，即 $\alpha\approx 36.9^\circ$；最小下游漂移量为 160 m，最短渡河位移为 200 m。

方法提升：弱水流 $v>u$ 时可以完全抵消水流；强水流 $u>v$ 时不能抵消，只能通过比较速度分量寻找最优方向。先判断速度大小关系，再谈“位移最短”。

九、易错点

易错清单

1. **把路程当位移代入速度公式**：先判断题目问平均速度还是平均速率。$\bar{v}=\Delta x/\Delta t$ 中的分子是位移；若问平均速率，才用路程除以时间。
2. **平均速度和“速度的平均”混为一谈**：先把全过程的总位移和总时间写出来。平均速度是总位移除以总时间，不是各段速度的算术平均。
3. **忽略参考系的选择**：写速度前先补一句“相对于谁”。题目不说明通常以地面为参考系；相对运动题要分别写出相对于船、车或地面的速度。
4. **正负号只表示方向**：在一维直线运动中，速度的正负只表示方向，不表示大小。$v=-10\ \mathrm{m/s}$ 和 $v=5\ \mathrm{m/s}$ 相比，$|-10|>|5|$，前者更快。
5. **混淆位移和路程**：位移大小 $\leq$ 路程。单向直线运动时两者大小相等，但只要折返或走曲线，位移大小就小于路程。特别要注意“回到原点”时位移为零但路程不为零。

十、今日小结

1. 参考系是描述运动的前提。运动是相对的，选择不同的参考系对同一运动的描述不同。
2. 位移是矢量，从起点指向终点；路程是标量，是实际路径总长度。位移大小 $\leq$ 路程。
3. 平均速度 $\bar{v}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$，是矢量；平均速率 $=\dfrac{s}{\Delta t}$，是标量。
4. 瞬时速度是 $\Delta t\to 0$ 时的极限，高中物理说“速度”默认指瞬时速度。
5. 平均速度不是速度的平均值，必须用总位移 $\div$ 总时间计算。
6. 相对运动用速度矢量相加减；小船过河中，船对地速度等于船对水速度与水流速度的矢量和。

一分钟复盘：以“从 A 出发，经过 B 到达 C”为情境，依次完成四步：选定参考系；画出 $A\to B$、$B\to C$ 两段位移；用三角形法则画出 $A\to C$ 的合位移；最后写出“位移看初末位置，路程看实际路径”的区别。若题目再给总时间，再决定用位移还是路程作分子。

Day 3：加速度

本节导读

速度描述“运动快慢”，加速度描述“速度变化的快慢”。本节从生活直觉出发，建立加速度的概念，并用 v-t 图直观推导出匀变速直线运动的三个核心公式。最后用它们解决刹车、自由落体、平抛和斜抛运动问题。

本节读题路线：先规定正方向，再把 v_0、v、a、x、t 的已知量和未知量列清；**确认研究过程是匀变速直线运动**后，再选不含多余未知量的公式。若给出 v-t 图，优先读斜率和有向面积。

一、学习目标

1. 能区分平均加速度与瞬时加速度，并用 $\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 说明速度变化快慢和方向。
2. 能在 v-t 图上读出加速度和位移。
3. 能从 v-t 图像推出匀变速直线运动公式，并说出适用条件。
4. 能区分加速和减速（a 与 v 同号/异号）。
5. 能按正方向、已知量和运动阶段处理刹车模型、自由落体、竖直上抛、平抛和斜抛运动问题。

二、初高中衔接

初中只讲过“加速”和“减速”这种模糊概念。到高中，需要精确回答：**速度到底变快了多少？是在一秒内变快的还是在十秒内变快的？**

举个例子：

- 跑车 $0\to100$ km/h 用时 2.5 s——速度变化快。
- 家用车 $0\to100$ km/h 需要 10 s——速度变化慢。

两种车的速度变化量相同（都是 100 km/h），但完成同样速度变化所用时间差别很大。描述这个“快慢”的物理量，就是**加速度**。

科学发展视角：加速度传感器已经广泛用于手机、运动手环、汽车安全气囊和无人机姿态控制。设备记录的往往不是“位置”，而是加速度，再通过模型还原运动状态。学会从 v-t 图和公式理解加速度，能帮助学生看懂真实传感数据背后的物理含义。

三、核心概念

要点：加速度

平均加速度：在一段时间内，速度变化量与这段时间的比值叫作平均加速度。若把初始时刻记为 0、末时刻记为 t，则

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t}.$$

瞬时加速度：平均加速度只能描述一段时间内速度变化的平均快慢。让时间间隔不断缩短并趋近于零，平均加速度的极限就是某一时刻的瞬时加速度：

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

本节主要研究匀变速直线运动，此时加速度恒定，任意时间段内的平均加速度都等于瞬时加速度，后文统一记为 a。

- **单位**： $\mathrm{m/s^2}$（米每二次方秒）。
- **矢量性**： a 的方向与 Δv 相同，与 v 没有直接关系。

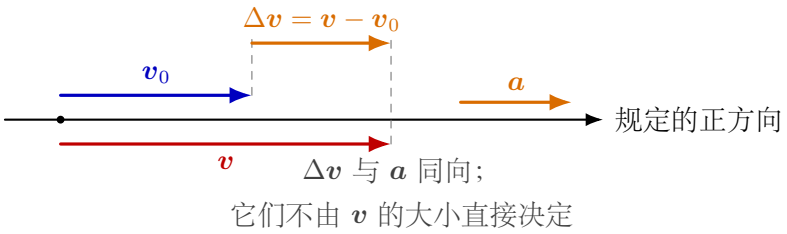


图 8：一维运动中，速度变化量 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_0$ 的方向就是加速度方向

直观理解：先规定正方向。若 $a = +2\ \mathrm{m/s^2}$，表示每过 1 s，速度在正方向上的分量增加 2 m/s；若 $a = -2\ \mathrm{m/s^2}$，表示速度在正方向上的分量每秒减少 2 m/s。单位 $\mathrm{m/s^2}$ 可以读作“每秒速度改变多少米每秒”。

怎么判断加速还是减速？对一维运动，在 $v \neq 0$ 的时刻可比较 a 与 v 的符号：

情况	结论
a 与 v 同号	加速运动（速度绝对值增大）
a 与 v 异号	减速运动（速度绝对值减小）
一段时间内始终 $a = 0$	速度保持不变（匀速或静止）

要点：加速度（续）

三个常见错觉：

1. a 大 $\neq$ v 大。火箭刚开始加速时，a 可以较大而 $v \approx 0$。
2. a 减小 $\neq$ 速度大小减小。当 a 与 v 同向时，速度大小仍在增加，只是增加得慢了。
3. $v = 0 \neq a = 0$。竖直上抛最高点 $v = 0$，但加速度仍竖直向下，大小为 g。

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先规定正方向，再给 v_0、v、a、x 标正负号。
2. 确认研究的是同一段匀变速直线运动，不能跨越碰撞、反向后换条件等过程。
3. 题目缺哪个量，就优先选不含这个量的公式，减少无关未知数。
4. 若用 v-t 图，先读斜率和有向面积，再写代数式。

为什么 v-t 图的有向面积等于位移?

先看匀速这种基本情况：如果物体以速度 v 匀速运动了时间 Δt，位移 $\Delta x = v\Delta t$。在 v-t 图上，这是一条水平线，与 t 轴围成一个矩形，矩形面积正好是 $v\Delta t = \Delta x$。

如果速度在变化呢？把研究时间切成很多极短的小段 Δt_i，在第 i 个小段内选一个代表速度 v_i，则该段位移近似为 $\Delta x_i \approx v_i \Delta t_i$，对应一个小矩形的有向面积。这里并不是说物体在小段内真的做匀速运动，而是用代表速度作近似。把所有小矩形面积相加，

$$\Delta x \approx \sum_i v_i \Delta t_i.$$

当各小段宽度都趋近于零时，近似值趋于准确，矩形的有向面积总和就是 v-t 图线与时间轴围成的有向面积。

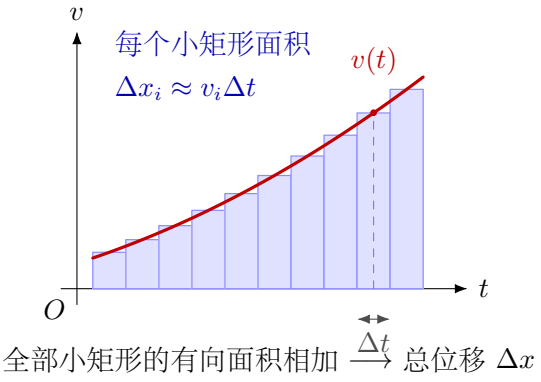


图 9：把一段变速运动切成很多短时间段：每个窄矩形的面积近似等于该短时间内的位移，全部相加得到总位移

所以结论是：v-t **图线与时间轴围成的有向面积等于相应时间内的位移** Δx。在 t 轴上方的面积取正，在 t 轴下方的面积取负；这个结论对能用 v-t 图描述的一维运动成立，不限于匀变速。

从 v-t 图推导三大公式

匀变速直线运动的 v-t 图像是一条倾斜的直线。

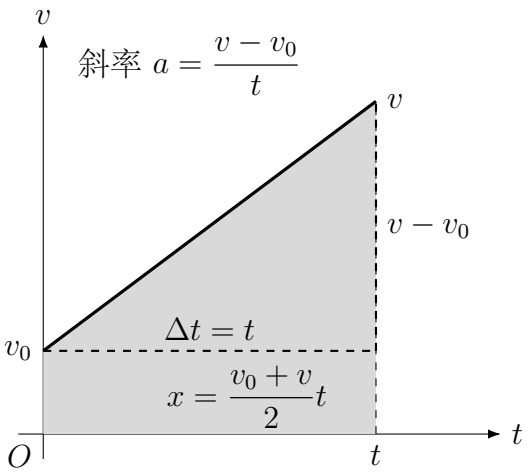


图 10：匀变速直线运动的 v-t 图像：斜率 $= a$，图线下的有向梯形面积 $=$ 位移

图中可以读出两个核心关系。以下为简化书写，用 x 表示所研究时间段内的位移 Δx：

1. **斜率与加速度**：对任意一维运动，v-t 图在一小段时间内的割线斜率表示平均加速度；曲线在某点的切线斜率表示该时刻的加速度。匀变速直线运动的图线是直线，斜率处处相同，因此

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

移项即得速度公式：

$$v = v_0 + at$$

2. **面积 = 位移**：图线与 t 轴围成一个梯形，面积

$$x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t$$

将 $v = v_0 + at$ 代入，得到位移公式 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$。

三大核心公式

1. 速度公式：

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

- 来源：加速度定义 $a = \frac{v - v_0}{t}$ 的变形。
- 适用：匀变速直线运动。
- 用途：已知 v_0, a, t 求末速度。

匀变速运动的平均速度关系：

$$\boxed{\bar{v} = \frac{v_0 + v}{2}}, \qquad x = \bar{v}t$$

它来自同一幅 v-t 图的梯形面积。平均速度的定义始终是 $\bar{v} = \Delta x/\Delta t$；对于同一段**匀变速直线运动**，由这个定义还能推出特殊关系 $\bar{v} = (v_0 + v)/2$。前者适用于任意一段运动，后者不能脱离匀变速条件使用。

2. 位移公式：

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

- 来源：v-t 图梯形面积 $x = \frac{v_0 + v}{2}t$，代入 $v = v_0 + at$。
- 适用：匀变速直线运动。
- 直观理解：$v_0 t$ 是匀速运动的部分（矩形），$\frac{1}{2}at^2$ 是加速带来的额外部分（三角形）。

3. 速位公式（不含时间）：

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2ax}$$

- 适用：匀变速直线运动，题目不涉及时间 t 时使用。
- 用途：已知 v_0, v, a 求 x，或已知 v_0, v, x 求 a。

完整推导（了解，不需要背）：这段推导的目的，是看到速位公式来自前两个公式的消元；做题时重点是会判断何时选用它，而不是背推导步骤。下面先讨论 $a \neq 0$ 的情形：

$$v = v_0 + at \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v - v_0}{a}$$

代入 $x = \frac{v_0+v}{2}t$：

$$x = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \frac{v - v_0}{a} = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

两边乘以 $2a$：

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

代入公式前：先定正方向

匀变速公式中的 v_0、v、a、x 都是带正负号的量。使用公式时先完成三步：

1. 规定一个正方向，常取初速度方向、运动方向或竖直向下为正。

2. 按这个正方向确定 v_0、v、a、x 的正负号。

3. 连同正负号一起代入公式；结果为正表示沿正方向，为负表示沿反方向。

匀变速公式中的五个量

三大公式中的 v_0、v、a、x、t 必须描述同一段运动，不能把不同阶段的量拼在一起。解题前可以先列这个“简表”：

符号	表示什么	容易混淆的地方
v_0	这段过程的初速度	不是整道题最开始的速度
v	这段过程的末速度	刹车停下后不能继续算成负速度
a	这段过程的加速度	正负由所选正方向决定
x	这段过程的位移	不是坐标值，也不是路程
t	这段过程经历的时间	要和 x、v_0、v 属于同一段

特别提醒：若题目分成“加速、匀速、刹车”几段，每一段都要重新列 v_0、v、a、x、t，再用该段对应的公式；不要用全程时间去代某一段的位移公式。

怎么选公式?

题中不涉及的量	已知条件	选用公式
缺 t（不含时间）	v_0, v, a	$v^2 - v_0^2 = 2ax$
缺 v（不含末速）	v_0, a, t	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
缺 a（不含加速度）	v_0, v, t	$x = \frac{v_0+v}{2}t$
缺 x（不含位移）	v_0, a, t	$v = v_0 + at$

选式原则：题目不涉及哪个量，就优先选不含它的公式；不含时间用速位公式，不含末速用位移公式。

五、典型模型

模型 1：匀加速直线运动

规定正方向后，加速度 a 与初速度 v_0 同号，速度大小均匀增大。这是最基本的模型，三大公式可在统一符号约定下使用。

例题特征：从静止启动（$v_0 = 0$），或从某初速度开始均匀加速。

模型 2：刹车模型（匀减速）

加速度 a 与初速度 v_0 异号，速度大小均匀减小到零。

关键判断：先算停车时间

$$t_{停} = \frac{0 - v_0}{a} = \frac{v_0}{|a|}$$

如果题目给的时间 $t > t_{停}$，要用 $t_{停}$ 而不是 t 代入公式。

模型 3：自由落体

初速度 $v_0 = 0$，加速度方向竖直向下，大小为 g（$g \approx 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，高中常取 $10\ \mathrm{m/s^2}$）。

自由落体是一个理想模型，适用条件是：物体只受重力，或空气阻力相对于重力可以忽略；运动范围不太大，可以把 g 看作恒定。羽毛在空气中下落通常不能直接当作自由落体，但在真空管中可以。

若取竖直向下为正方向，自由落体是匀加速直线运动的特例，三大公式简化为：

$$v = gt, \qquad h = \frac{1}{2}gt^2, \qquad v^2 = 2gh$$

一个重要的比例规律（初速为零的匀加速）：

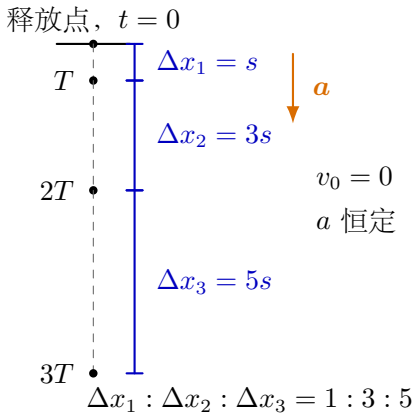


图 11：自由落体中连续三个相等时间段内的位移之比为 $1:3:5$；图中的时刻线与是否落地无关

若从静止开始做加速度为 a 的匀加速直线运动，并把每段相等时间记为 T，则第 nT 末的总位移为

$$x_n = \frac{1}{2}a(nT)^2 \implies x_1 : x_2 : x_3 : \cdots = 1:4:9:\cdots .$$

第 n 个相等时间段内的位移是 $\Delta x_n = x_n - x_{n-1}$，所以

$$\Delta x_1 : \Delta x_2 : \Delta x_3 : \cdots = 1:3:5:\cdots .$$

这两组比例都要求**初速度为零、加速度恒定、时间间隔相等**；自由落体只是其中加速度大小为 g 的一个例子。

模型 4：竖直上抛

竖直上抛与自由落体都属于只受重力的竖直运动，但二者的初始条件不同：自由落体从静止开始，竖直上抛具有竖直向上的初速度。忽略空气阻力时，小球离手后只受重力，加速度始终竖直向下，大小为 g。即使上升到最高点，速度瞬时为零，加速度仍竖直向下，不会在最高点“停住一会儿”。

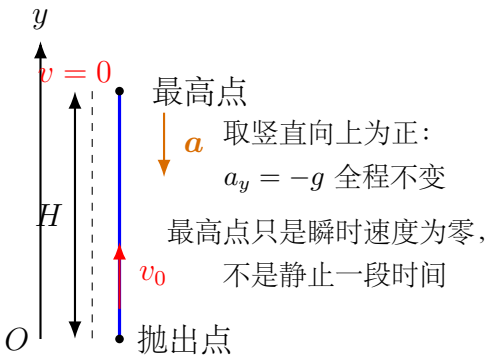


图 12：竖直上抛：最高点速度为零，但加速度仍竖直向下，大小为 g

若取竖直向上为正方向，则

$$a = -g, \qquad v = v_0 - gt, \qquad y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2.$$

到达最高点时 $v = 0$，因此

$$t_{\text{上}} = \frac{v_0}{g}, \qquad H = \frac{v_0^2}{2g}.$$

只有物体从某一高度抛出后又回到**同一高度**时，才有上升时间等于下降时间。若抛出点和所求位置高度不同，应先规定正方向，再用 $y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$ 等带正负号的匀变速方程求对应时刻。

模型 5：平抛运动（二维匀变速）

不计空气阻力时，平抛运动不是一个全新的公式系统，而是“水平方向匀速 + 竖直方向自由落体”的组合。它是学生第一次把一维匀变速运动推广到二维运动的重要模型。

为什么能分解？不计空气阻力时，小球只受竖直向下的重力：水平方向合力为零，所以水平速度保持不变；竖直方向加速度为 g，所以竖直运动与自由落体完全相同。水平方向和竖直方向互相垂直，可以分别列式，再用同一个飞行时间把两部分联系起来。

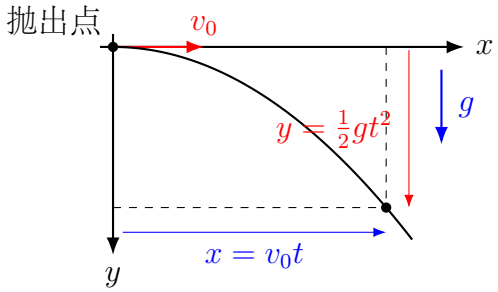


图 13：平抛运动：不计空气阻力时，水平方向不受力，竖直方向只受重力

坐标约定：以抛出点为原点，取水平向右为 x 轴正方向、竖直向下为 y 轴正方向，则

$$x = v_0 t, \qquad y = \frac{1}{2}gt^2, \qquad v_y = gt.$$

常见使用顺序：在“已知抛出高度，求落地时间和水平射程”这类题中，通常先由竖直方向求时间，再由水平方向求水平位移；若题目给出的条件不同，应选择条件最充分的方向先列式。不要把平抛轨迹当成斜向匀速运动。

模型 6：斜抛运动（平抛的推广）

斜抛运动只是初速度不再水平。把初速度分解为水平和竖直两个分量后，仍然是同一套思想：

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta, \qquad v_{0y} = v_0 \sin\theta.$$

为什么仍能这样分解？速度是矢量，任一初速度都可以沿互相垂直的水平、竖直方向分解。忽略空气阻力后，运动过程中仍只有重力，因而水平方向始终匀速，竖直方向始终是加速度为 $-g$ 的匀变速运动；两个方向的方程共享同一时间 t。

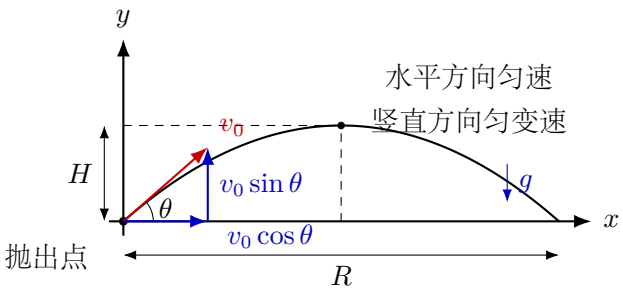


图 14：斜抛运动：先把初速度分解，再分别研究水平和竖直方向

不计空气阻力，以抛出点为原点，取水平向右、竖直向上为正方向：

$$x = v_0\cos\theta\, t, \qquad y = v_0\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2, \qquad v_y = v_0\sin\theta - gt.$$

认知提醒：平抛是斜抛的特殊情况。平抛相当于 $\theta = 0°$，所以 $v_{0y} = 0$。斜抛题不要背成新题型，仍然按“分解初速度、分方向列式、最后合成”的顺序处理。

同高落点的常用结论（了解来源，不直接套用）：若抛出点和落地点等高，则落地时 $y = 0$，除去 $t = 0$，可得

$$T = \frac{2v_0\sin\theta}{g}, \qquad R = v_0\cos\theta\, T = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{g}, \qquad H = \frac{(v_0\sin\theta)^2}{2g}.$$

这些结论只适用于同高落点、空气阻力可忽略、g 近似恒定的情形；若落点高度不同，应回到分方向方程。

六、例题精讲

例题：匀加速直线运动——按条件代公式

题意分析：一辆汽车从静止开始以 $a = 2\ \mathrm{m/s^2}$ 的加速度在平直公路上匀加速行驶。求：

1. 3 s 末的速度。
2. 3 s 内的位移。

物理模型：匀加速直线运动，$v_0 = 0$，$a = 2\ \mathrm{m/s^2}$。

解题过程：

取运动方向为正方向，则 $v_0 = 0$、$a = +2\ \mathrm{m/s^2}$、$t = 3\ \mathrm{s}$。

例题：匀加速直线运动——按条件代公式（续）

1. 由速度公式：

$$v = v_0 + at = 0 + 2 \times 3 = 6 \text{ m/s}$$

2. 由位移公式：

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 0 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9 \text{ m}$$

也可以用平均速度公式验证：$\bar{v} = \frac{v_0+v}{2} = \frac{0+6}{2} = 3$ m/s，$x = \bar{v}t = 3 \times 3 = 9$ m。

方法总结：初速度为零时，先把 $v_0 = 0$ 代入公式，再删去对应项，计算会更清楚。算完后可用平均速度法反查结果是否合理。

例题：刹车模型——先求停车时间

题意分析：一辆汽车以 $v_0 = 20$ m/s 行驶，司机刹车后加速度 $a = -5$ m/s^2。求：

1. 刹车后 3 s 末的速度。
2. 刹车后 5 s 内的位移。

物理模型：刹车模型（匀减速），$v_0 = 20$ m/s，$a = -5$ m/s^2。

解题过程：

取汽车初速度方向为正方向，则 $v_0 = +20$ m/s；刹车加速度与正方向相反，$a = -5$ m/s^2。

先求停车时间：

$$t_{停} = \frac{0 - v_0}{a} = \frac{0 - 20}{-5} = 4 \text{ s}$$

1. $3 \text{ s} < 4 \text{ s}$，车仍在运动：

$$v_3 = v_0 + at = 20 + (-5) \times 3 = 5 \text{ m/s}$$

2. $5 \text{ s} > 4 \text{ s}$，车早已停下，用 $t_{停}$ 计算：

$$x = v_0 t_{停} + \frac{1}{2}at_{停}^2 = 20 \times 4 + \frac{1}{2} \times (-5) \times 4^2 = 80 - 40 = 40 \text{ m}$$

验证（速位公式）：

$$v^2 - v_0^2 = 2ax, \qquad 0 - 20^2 = 2 \times (-5) \times x, \qquad x = \frac{400}{10} = 40 \text{ m}$$

方法总结：

1. 刹车问题**必须先算停车时间**。若未先判断物体是否已经停下，就直接代入题目给的 t，公式会把“已经静止”误算成“继续反向运动”；在停车后不久这样算出的位移会比真实刹车位移**偏小**，时间再延长甚至会得到无意义的负位移。
2. 速位公式不涉及时间，适合用来复核刹车位移。

例题：自由落体——竖直方向运动

题意分析：一个物体从 80 m 高的楼顶自由下落，$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。求：

1. 落地所需时间。
2. 落地速度。
3. 最后 1 s 内的位移。

物理模型：自由落体，$v_0 = 0$，加速度竖直向下，大小为 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。

解题过程：

取竖直向下为正方向，则加速度分量 $a_y = +g = +10\ \mathrm{m/s^2}$，下落位移 $h = +80\ \mathrm{m}$。

1. 由位移公式 $h = \frac{1}{2}gt^2$：

$$80 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2, \qquad t^2 = 16, \qquad t = 4\ \mathrm{s}$$

2. 由速度公式 $v = gt$：

$$v = 10 \times 4 = 40\ \mathrm{m/s}$$

也可以用速位公式：$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 80} = 40\ \mathrm{m/s}$。

3. 最后 1 s 的位移 = 总位移 − 前 3 s 位移：

$$h_4 = 80\ \mathrm{m}, \qquad h_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 = 45\ \mathrm{m}$$

$$\Delta h = 80 - 45 = 35\ \mathrm{m}$$

方法总结：

1. 在忽略空气阻力、g 近似恒定时，自由落体可看作 $v_0 = 0$ 的匀加速直线运动，再使用匀变速公式。
2. 求某段时间内的位移，常用“总减前”的方法。
3. 自由落体第 1、2、3、4 s 内位移比例 $1 : 3 : 5 : 7$，本题中 35 m 正好对应第 4 份。

例题：平抛运动——横竖分解

题意分析：小球以 $v_0 = 6\ \mathrm{m/s}$ 的水平速度从高 $h = 20\ \mathrm{m}$ 的平台边缘抛出，取 $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。求落地时间和水平位移。

物理模型：不计空气阻力的平抛运动，水平方向匀速，竖直方向自由落体。

解题过程：

$$h = \frac{1}{2}gt^2, \qquad 20 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2, \qquad t = 2\ \mathrm{s}.$$

例题：平抛运动——横竖分解（续）

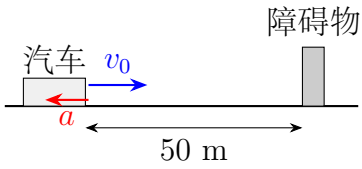
$$x = v_0 t = 6 \times 2 = 12 \text{ m}.$$

方法总结：平抛题先看竖直方向，因为高度决定飞行时间；再用水平方向的匀速运动求射程。

七、变式训练

1. 一物体以 $v_0 = 4$ m/s 的初速度做匀加速直线运动，$a = 2$ m/s^2。求 5 s 末的速度和 5 s 内的位移。

2. 一辆汽车以 $v_0 = 30$ m/s 行驶，司机发现前方 50 m 处有障碍物后紧急刹车，刹车加速度 $a = -6$ m/s^2。问汽车是否会发生碰撞？

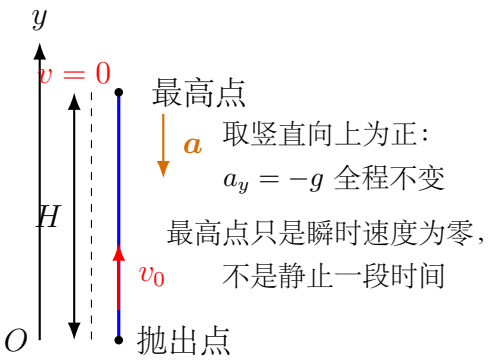


3. 一个物体从 125 m 高处自由下落，$g = 10$ m/s^2。求：

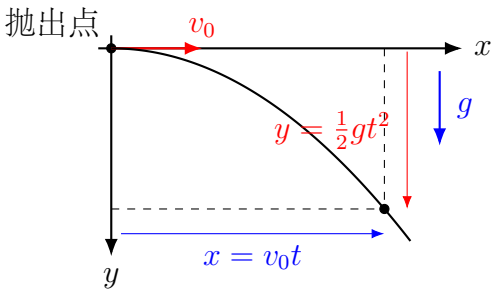
   (a) 落地时间和落地速度。

   (b) 下落过程中最后 2 s 内的位移。

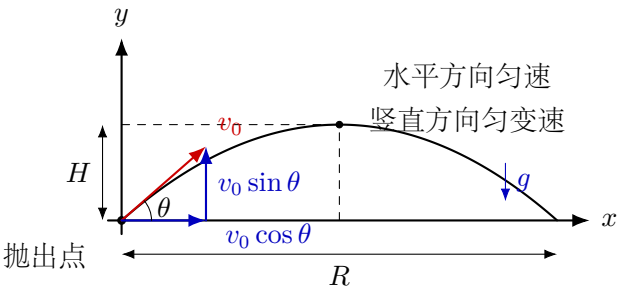
4. 小球以 $v_0 = 20\ \text{m/s}$ 竖直上抛，忽略空气阻力，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$。求上升到最高点所需时间和最大高度，并说明最高点的加速度方向。



5. 小球以 $8\ \text{m/s}$ 的水平速度从 $45\ \text{m}$ 高处抛出，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$。求落地时间和水平位移。



6. 小球从水平地面以 $v_0 = 20\ \text{m/s}$、与水平面成 30° 角斜向上抛出，忽略空气阻力，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$。求飞行时间、最大高度和水平射程。



变式训练参考结果

1. $v=14\ \mathrm{m/s}$，$x=45\ \mathrm{m}$。
2. 停车距离 $x_{停}=75\ \mathrm{m}>50\ \mathrm{m}$，会发生碰撞；到达障碍物位置时的速度大小为 $10\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$。
3. $t=5\ \mathrm{s}$，落地速度大小为 $50\ \mathrm{m/s}$；最后 $2\ \mathrm{s}$ 内下落 $80\ \mathrm{m}$。
4. $t_{上}=2\ \mathrm{s}$，$H=20\ \mathrm{m}$；最高点加速度仍竖直向下。
5. $t=3\ \mathrm{s}$，水平位移 $x=24\ \mathrm{m}$。
6. $T=2\ \mathrm{s}$，$H=5\ \mathrm{m}$，$R=20\sqrt{3}\ \mathrm{m}$。

八、竞赛入门补充

拓展提升

等时间与等位移的两类比例

设物体从静止开始做加速度大小为 $a>0$ 的匀加速直线运动。先把一般式推出来，再决定是否用比例，可以避免把结论套到初速度不为零的情形。

1. 相等时间间隔：第 nT 末的总位移为

$$x_n=\frac{1}{2}a(nT)^2.$$

因此前 $T,2T,3T,\dots$ 内的总位移之比为

$$1:4:9:\cdots:n^2,$$

第 n 个时间间隔内的位移

$$s_n=x_n-x_{n-1}=\frac{1}{2}aT^2(2n-1),$$

所以连续相等时间内的位移之比为 $1:3:5:\cdots$。

2. 相等位移间隔：若每段位移都为 s，到达第 n 个分点时

$$ns=\frac{1}{2}at_n^2\quad\Longrightarrow\quad t_n=\sqrt{\frac{2ns}{a}}.$$

通过第 n 段所用时间为

$$\Delta t_n=t_n-t_{n-1}=\sqrt{\frac{2s}{a}}\left(\sqrt{n}-\sqrt{n-1}\right),$$

故连续相等位移所用时间之比为

$$1:(\sqrt{2}-1):(\sqrt{3}-\sqrt{2}):\cdots.$$

拓展提升（续）

例：若通过第一段位移 s 用时 2 s，则通过第二段相等位移所用时间为

$$\Delta t_2 = 2(\sqrt{2}-1)\ \text{s}.$$

纸带联系：设纸带上连续相等时间 T 内的位移依次为 $s_1, s_2, \ldots$，则

$$s_{n+1} - s_n = aT^2.$$

这就是实验中用逐差法求加速度的基础。平抛运动的竖直方向也满足初速度为零的匀加速规律，因此可用这些比例判断连续相等时间内竖直位移的变化。

九、易错点

易错清单

1. **刹车不先求停车时间：**先由 $0 = v_0 + at$ 求停车时间，再比较题目给的时间；若已经停下，后面不能继续套匀减速公式。

2. **混淆 a 的方向：**先规定正方向，再看速度变化量 Δv。加速度方向由 Δv 决定，与当前速度方向不一定相同。

3. **“a 减小 = 速度大小减小”：**判断速度大小变化时先看 a 与 v 是否同向。若同向，速度大小增大；若反向，速度大小减小；a 的大小只决定“变化快慢”，不能单独决定速度大小是增是减。

4. **自由落体和上抛中 g 的符号误用：**约定 $g > 0$ 表示重力加速度的大小。若取竖直向下为正，则加速度分量 $a_y = +g$；若取竖直向上为正，则 $a_y = -g$。正方向一旦选定，全程保持一致。

5. **误以为竖直上抛最高点加速度为零：**最高点只是速度瞬时为零，物体仍受重力，加速度仍向下。

6. **平抛运动把速度方向当成位移方向：**先画水平、竖直两个方向，再分别写 $x = v_0 t$、$y = \frac{1}{2}gt^2$。速度方向由 v_x, v_y 合成，位移方向由 x, y 合成，不能用斜线长度直接套匀速公式。

7. **斜抛运动不分解初速度：**斜抛题的第一步是把 v_0 分解成 $v_0\cos\theta$ 和 $v_0\sin\theta$，不能把 v_0 整体直接代入水平或竖直方向公式。

8. **选错公式：**先列已知量和未知量，再选不含多余未知量的公式。例如已知 v_0, a, t 且要求 x，就选 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$。

十、今日小结

1. 平均加速度 $\bar{a}=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ 描述一段时间内速度变化的平均快慢；瞬时加速度是 $\Delta t\to 0$ 时的极限，二者都是矢量。

2. 对一维运动且 $v\neq 0$ 时，a 与 v 同号 $\to$ 加速，异号 $\to$ 减速；若一段时间内始终 $a=0$，则速度保持不变。某一时刻 $a=0$，不能单独说明整个过程是匀速或静止。

3. v-t 图中，割线斜率表示平均加速度、切线斜率表示瞬时加速度；匀变速时二者相同。图线与时间轴围成的有向面积表示位移。

4. 三大公式：$v=v_0+at$，$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$，$v^2-v_0^2=2ax$。

5. 使用公式前先定正方向，再给 v_0、v、a、x 带上正负号。

6. 刹车问题先求停车时间；自由落体是 $v_0=0$、加速度竖直向下且大小为 g 的特例；竖直上抛最高点 $v=0$ 但 $a\neq 0$。

7. 平抛和斜抛都用运动分解：水平方向匀速，竖直方向匀变速；同高斜抛的射程公式有明确适用条件。

一分钟复盘：看到匀变速题，先列出“正方向、已知量、未知量、不需要哪个量”。这四项明确后，再选择不含多余未知量的公式。

复盘三问

1. 给出两个时刻的速度，能否先写出 Δv，再判断平均加速度的方向？

2. 面对一幅一般的 v-t 图，能否分别说明割线斜率、切线斜率和有向面积的物理意义？

3. 处理自由落体、竖直上抛或平抛时，能否先写明坐标原点和正方向，再决定加速度分量的正负？

Day 4：运动图像与追及相遇

本节导读

x-t 图和 v-t 图是运动学的“可视化语言”。本节学习读图、画图，并把追及相遇中的位置关系、速度关系和距离变化放到图像中判断。

本节读题路线：先分清图像是 x-t 还是 v-t；再读斜率、面积、截距和交点各代表什么。追及相遇题把两物体画在同一坐标图中：位置相等决定是否相遇；速度相等只是距离可能取极值的候选条件，还要结合速度关系的变化和考察区间判断。

一、学习目标

1. 能读懂 x-t 图像，知道斜率、截距、折点和曲线切线的物理意义。
2. 能读懂 v-t 图像，会用有向面积求区间位移 Δx、用斜率求加速度。
3. 会区分匀速、匀加速、匀减速、静止四种运动在不同图像中的形态。
4. 能把追及相遇问题中的位置关系和速度关系同时放进图像与方程中分析。
5. 会判断追及过程中的距离极值（最远或最近）。

二、初高中衔接

初中物理讲过“匀速直线运动的路程-时间图像”，常见的是一条过原点的直线。高中要在这个基础上升级三层读图能力：

1. 从“路程随时间变化”升级到“位置随时间变化”，能从斜率读出速度的大小和方向。
2. 增加 v-t 图：斜率表示加速度，图线与时间轴围成的有向面积对应区间位移 Δx。
3. 把图像用于分析过程：找速度相等、停车、相遇等关键时刻，再判断距离怎样变化。

科学发展视角：真实实验和工程系统常常先得到一串数据点，再用图像寻找规律。车辆测速、运动员训练分析、物流轨迹监控和机器人路径规划，都要从位置-时间、速度-时间数据中读出斜率、面积和关键时刻。图像法不是“辅助画图”，而是把数据变成判断的工具。

三、核心概念

要点：x-t 图像（位置-时间图）

直观理解： x-t 图像描述的是物体“位置随时间怎么变”。

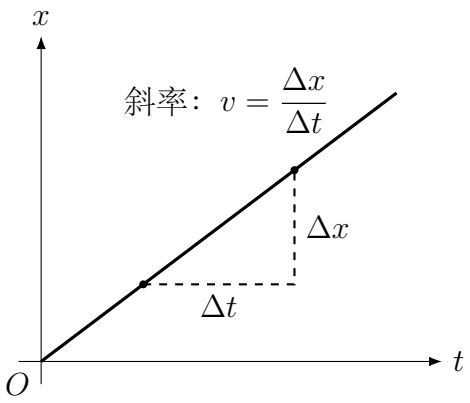


图 15：匀速直线运动的 x-t 图像：位置随时间均匀变化，斜率 $= v$

关键读图方法：

- **斜率** = 速度 v。斜率的绝对值越大，速率越大；斜率为负表示沿所选正方向的反方向运动。
- **截距** = 初始位置 x_0。图线与纵轴的交点。
- **交点** = 两物体在该时刻位置相同（相遇）。
- **水平线** = 物体静止。
- **非直线曲线** = 变速运动（各点切线的斜率为相应时刻的瞬时速度）。

实验数据视角：真实实验中，位置和时间往往是一组离散数据点，例如打点计时器、光电门或手机传感器记录的数据。图像中的直线或曲线，是根据数据建立的运动模型。读斜率、读面积，就是从数据中提取速度、加速度和位移信息。

要点：v-t 图像（速度-时间图）

直观理解： v-t 图像描述的是“速度随时间怎么变”。

关键读图方法（回顾 Day 03）：

- **斜率** = 加速度 a。

要点：v-t 图像（速度-时间图）（续）

- **有向面积**对应所选时间区间内的位移 Δx（t 轴上方面积为正，下方面积为负）。
- **纵坐标** = 瞬时速度。
- **横线** = 匀速运动。
- **倾斜直线** = 匀变速运动。
- **交点** = 两物体在该时刻速度相等（不一定相遇）。

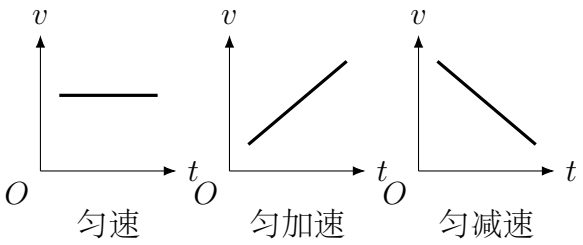


图 16：三种典型运动的 v-t 图像对比

四、公式与适用条件

读图前检查：

1. 先看横轴、纵轴和单位，不要把 x-t 图误读成 v-t 图。
2. 斜率、面积、交点、截距的物理意义只由图像类型决定。
3. 两物体比较时，必须确认它们是否在同一参考系和同一时间轴上。
4. 追及题先写位置关系，再用速度相等判断距离极值。

读运动图像的四步分析清单

看到图像时，不要先问“这条线像什么”，而要按顺序读信息：

步骤	先看什么	得到什么物理信息
1	横轴、纵轴和单位	判断是 x-t 图还是 v-t 图
2	起点、终点、截距	初位置、初速度或初始条件
3	斜率的正负和大小	速度或加速度的方向与大小
4	交点、面积、折点或曲线形状	相遇、位移、运动状态变化

关键提醒：同样是一条直线，在 x-t 图中表示匀速运动；在 v-t 图中表示匀变速运动。同样是交点，在 x-t 图中表示位置相同；在 v-t 图中只表示速度相同。

两种图像的核心对比

	x-t 图	v-t 图
纵轴	位置 x	速度 v
斜率	速度 v	加速度 a
面积	高中运动学中不直接表示常用物理量	有向面积对应位移 Δx（上正下负）
水平线	静止	匀速
交点	相遇	速度相等
截距	初始位置	初速度

追及问题的核心关系

追及题先把初始位置说清楚。若追者在后、前车领先 Δx，并且两车位移都从各自初始位置开始计，则：

- **追上条件**：追者多走的位移等于初始距离，$x_{追} - x_{前} = \Delta x$。
- **相距最远/最近的内部候选条件**：若距离的极值出现在所研究时间区间内部，通常先找 $v_{追} = v_{前}$；随后检查相对速度是否变号。初始、停车、相遇和考察终点也必须比较。
- **v-t 图像法**：按统一的“前减后”或“后减前”顺序取两条速度图线之差，其有向面积就是相对位移的变化量。

为什么速度相等是距离极值的候选条件？

设前车与后车的距离为 $s = x_{前} - x_{后}$。把速度理解为某一时刻的瞬时速度时，距离的瞬时变化率**严格等于** $v_{前} - v_{后}$：前车更快时，s 增大；后车更快时，s 减小。当 $v_{前} = v_{后}$ 时，距离暂时不增不减，这是距离取极值的**候选时刻**。还必须检查速度关系是否确实由“前车更快”变成“后车更快”，或反向变化；只有发生这种变号，才分别得到最大距离或最小距离。若相对速度不变号，极值可能出现在初始、停车、相遇或考察终点，而不是速度相等时刻。

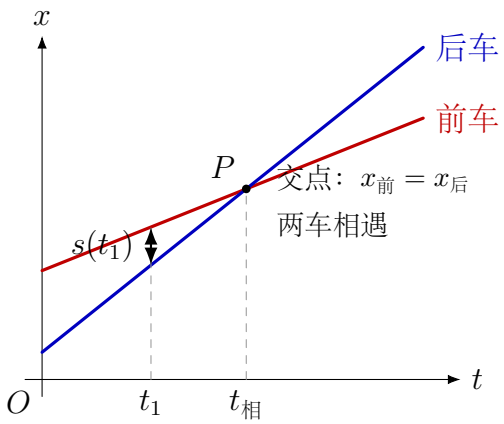


图 17：两物体的 x-t 图：同一时刻的纵向间隔表示距离，图线交点表示相遇

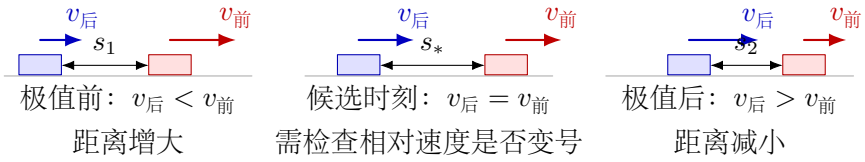


图 18：追及过程的距离变化：相对速度决定距离增减，速度相等只是极值候选时刻

五、典型模型

追及问题应先画清四个节点：初始距离、速度相等时刻、可能停车时刻、追上时刻。速度相等是区间内部距离极值的候选时刻；是否真的取到极值、是否追上，还要检查相对速度是否变号并回到位置关系判断。

模型	关键判断	方程入口
匀速追匀速	后车速度更大才可能追上	$(v_A - v_B)t = \Delta x$
匀加速追匀速	后车初速度 $v_0 < v_B$ 时，初期距离增大；相对速度由负变正时距离最大	追上：$v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = v_B t + \Delta x$；$v_0 = 0$ 时再化简
匀速追匀减速	若前车按题意减速至停下并保持静止，后车持续前进则最终一定追上；先判是否在停车前追上	$t_0 = v_B/a$；停车前后分段比较相对位移

使用顺序：先写位置关系，再找速度相等或停车这样的关键时刻，最后比较相对位移与初始距离。这样比孤立记公式更可靠。

追及题列式框架

1. **定正方向和初始位置**：通常取运动方向为正，把领先距离写成 Δx 或 d，不要默认两车从同一点出发。

2. **分别写位移**：用 $x_A(t)$、$x_B(t)$ 表示两车从各自初始位置起算的位移。

3. **写追上条件**：后车追上前车时，后车多走的位移等于初始距离，即 $x_{后} - x_{前} = \Delta x$。

4. **找极值候选**：先找速度相等、停车、相遇和考察终点；若速度相等时相对速度发生变号，它才对应区间内部的最大或最小距离。

使用提醒：这个框架用来防止漏过程，不表示每道题都要写满四步。若题目出现停车、反向运动或分段速度图像，应优先把过程分清；若速度相等时刻不在实际过程内，或相对速度没有变号，就不能把它直接当作距离极值。

六、例题精讲

例题：读 x-t 图

题意分析：某物体沿直线运动的 x-t 图像如图。

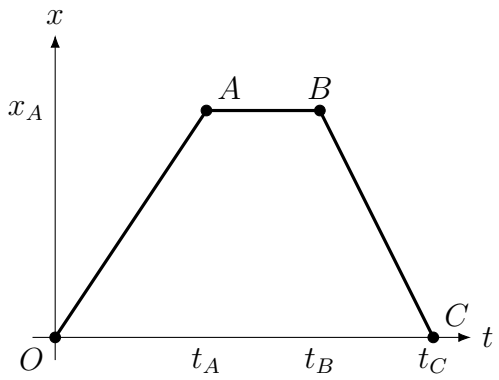


图 19：某物体的 x-t 图像：OA 匀速 $\to$ AB 静止 $\to$ BC 返回

OA 段为过原点的直线，AB 段为水平线，BC 段为倾斜直线（斜率为负）。分析各段的运动情况。

物理模型： x-t 图分析。

解题过程：

- OA 段：物体从原点出发做匀速直线运动，速度 $v = \dfrac{x_A}{t_A}$。
- AB 段：物体静止（x 不变），速度为零。
- BC 段：物体沿原路返回，有符号速度

$$v_{BC} = \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} < 0,$$

  速率为 $|v_{BC}| = \dfrac{|x_C - x_B|}{t_C - t_B}$。
- C 点：物体回到初始位置，因此从 O 到 C 的总位移为零。

方法总结：读 x-t 图的要点：先看斜率（正负和绝对值），再看截距（起点位置），最后看折点或曲线形状怎样变化。

例题：追及问题——公式法

题意分析：一辆汽车（A）以 $v_A = 20$ m/s 行驶，发现前方 $d = 60$ m 处有一辆摩托车（B）以 $v_B = 10$ m/s 同向匀速行驶。汽车立即以大小为 $a = 2$ m/s^2 的加速度匀减速。问两车是否相撞?

物理模型：匀减速（汽车）追匀速（摩托车）。这里的 a 表示减速度大小，判断是否追尾：当汽车速度减到与摩托车速度相等时，比较汽车位移与摩托车位移 $+d$。

解题过程：

速度相等时：

$$v_A - at = v_B, \qquad 20 - 2t = 10, \qquad t = 5 \text{ s}$$

此时汽车位移：

$$x_A = v_A t - \frac{1}{2}at^2 = 20 \times 5 - \frac{1}{2} \times 2 \times 25 = 100 - 25 = 75 \text{ m}$$

摩托车位移：

$$x_B = v_B t = 10 \times 5 = 50 \text{ m}$$

比较：$x_A - x_B = 25 \text{ m} < d = 60 \text{ m}$，所以不会相撞，最小距离为 $60 - 25 = 35$ m。

方法总结：

1. 本题中相对速度由正变负，因此速度相等时两车的接近量最大、距离最小。
2. 对“先接近、后远离”的追及模型，可比较最大接近量与初始距离；一般问题还要检查停车、相遇和区间端点。

例题：追及问题——图像法

题意分析：物体 A 以 $v_A = 4$ m/s 匀速运动，物体 B 在 A 后方 $s_0 = 8$ m 处从静止开始以 $a = 2$ m/s^2 匀加速追赶 A。求：

1. B 追上 A 所需时间。
2. 追上之前 AB 间的最大距离。

物理模型：匀加速追匀速，$v_B < v_A$ 时距离增大，$v_B = v_A$ 时距离最大，之后 B 开始缩短差距。

解题过程：

1. 追上时 $x_B = x_A + s_0$：

$$\frac{1}{2}at^2 = v_A t + s_0, \qquad \frac{1}{2} \times 2 \times t^2 = 4t + 8$$

$$t^2 - 4t - 8 = 0, \qquad t = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{48}}{2}$$

$t = 2 + 2\sqrt{3} \approx 5.46$ s（舍去负根）。

例题：追及问题——图像法（续）

2. 速度相等时距离最大：$v_B = at = 4$，$t = 2$ s。

   A 的位移：$x_A = 4 \times 2 = 8$ m

   B 的位移：$x_B = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 = 4$ m

   最大距离：$s_{\max} = s_0 + x_A - x_B = 8 + 8 - 4 = 12$ m

在 v-t 图中，t_1 之前 B 比 A 慢，红色有向面积对应两者距离继续增大的量；t_1 之后 B 比 A 快，蓝色有向面积对应 B 追近的量。追上时，蓝色面积比红色面积多出的部分正好等于初始距离 s_0。

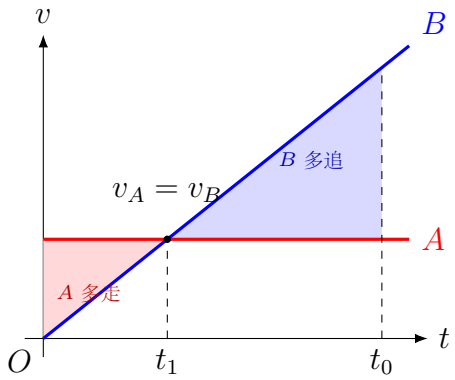


图 20：追及问题的 v-t 图：两图线之间的有向面积对应相对位移变化

方法总结：

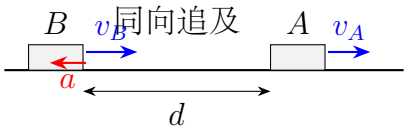
1. 速度相等是追及问题的重要候选节点；只有结合相对速度变号和实际运动区间，才能判断它是否对应距离极值。

2. v-t 图中两图线围成的有向面积差对应相对位移变化。

七、变式训练

1. 甲车以 $v_{甲} = 15$ m/s 匀速行驶，发现前方 $L = 40$ m 处乙车以 $v_{乙} = 10$ m/s 匀速行驶，甲立即以减速度大小 $a = 1$ m/s^2 匀减速。通过计算判断是否相撞。

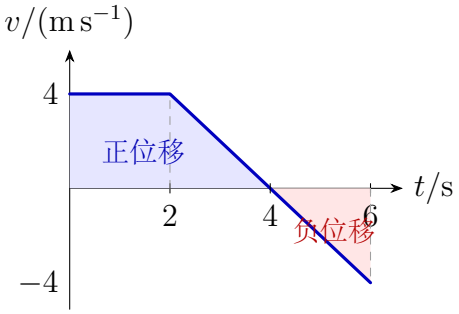
2. 在平直公路上，A 车在前以 $v_A = 8$ m/s 匀速行驶，B 车在后以 $v_B = 20$ m/s 匀速行驶。当两车相距 $d = 100$ m 时，B 开始以减速度大小 $a = 2$ m/s^2 匀减速。求：



   (a) B 车能否追上 A？

(b) 若能，何时追上？若不能，最近距离是多少？

3. 一质点沿 x 轴运动，其 v-t 图线为：$0-2$ s 内匀速 $v=4$ m/s，$2-4$ s 内匀减速 $v=4-2(t-2)$（从 4 减到 0），$4-6$ s 内反向匀加速 $v=-2(t-4)$（从 0 反向加速到 -4）。求全程的位移和路程。



变式训练参考结果

1. 甲车与乙车速度相等需要 5 s，在此之前甲车最多接近

$$\Delta x_{\text{相,max}} = (15-10)\times 5 - \frac{1}{2}\times 1\times 5^2 = 12.5\ \text{m} < 40\ \text{m}.$$

因此不会相撞，最小距离为 27.5 m。

2. 相对速度 $u = v_B - v_A = 12-2t$，在 $t=6$ s 时由正变负；最大接近量为

$$\Delta x_{\text{相,max}} = \frac{1}{2}\times 6\times 12 = 36\ \text{m} < 100\ \text{m}.$$

因此不能追上，最近距离为 64 m。

3. 正向位移为 $8+4=12$ m，反向位移为 -4 m，所以全程位移 $\Delta x = 8$ m，路程 $s = 8+4+4 = 16$ m。

八、竞赛入门补充

拓展提升

相对运动、分段制动与安全距离

竞赛题常把追及问题转化为相对运动。取前车为参考对象，令“后车相对前车多走的距离”为 $\Delta x_{\text{相}}$，相对速度为

$$u = v_{\text{后}} - v_{\text{前}}$$

在每一段匀速或匀变速过程中，u-t 图与时间轴围成的有向面积，就是该段后车相对前车多走的距离；再把各段面积按正负相加。$u>0$ 时距离缩短，$u<0$ 时距离增大；面积累计到初始距离 d 时恰好追上。若 u 从正变负，正面积的最大累计值给出最大追近量，从而可求最近距离。

拓展提升（续）

标准处理顺序：

1. 先按反应、制动、停车或变速时刻把过程分段；每一段写 u 的表达式或画 u-t 图。
2. 对每一段计算有向面积，累计为相对位移，不把不同阶段的加速度混在一条公式里。
3. 令累计相对位移与初始距离比较：小于 d 未追上，等于 d 临界相遇，大于 d 则在该阶段内发生追上。

例题：前车以 12 m/s 匀速行驶，后车以 24 m/s 同向行驶。司机反应 0.5 s 后才开始刹车，刹车加速度大小为 4 m/s^2。求刚好不追尾所需的最小初始距离。

解：看相对速度 $u = v_{后} - v_{前}$。反应时间内 $u = 12$ m/s，多走

$$s_1 = 12 \times 0.5 = 6 \text{ m}$$

开始刹车后，后车速度从 24 降到 12 m/s 需要

$$t = \frac{24 - 12}{4} = 3 \text{ s}$$

这段时间 u 从 12 均匀减到 0，相对速度图像是三角形，后车又多走

$$s_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18 \text{ m}$$

因此最小安全距离

$$s_{\min} = s_1 + s_2 = 24 \text{ m}$$

竞赛提示：有反应时间、分段刹车或两车都变速时，先画 u-t 图。它只关心“距离怎样变”，常比直接列两辆车的位置方程更清楚；但最后仍要把“面积是否达到初始距离”翻译回实际的相遇或安全距离结论。

进一步：两车同时制动但停车时刻不同

前车初速度为 18 m/s，以 6 m/s^2 的加速度大小制动；后车初速度为 24 m/s，同时以 4 m/s^2 的加速度大小制动。两车均沿同一直线同向运动，求避免追尾所需的最小初始距离。

前车在 3 s 时先停下，后车在 6 s 时停下，因此必须分成两段：

$$u(t) = v_{后} - v_{前} = \begin{cases} (24 - 4t) - (18 - 6t) = 6 + 2t, & 0 \le t \le 3 \text{ s}, \\ 24 - 4t, & 3 < t \le 6 \text{ s}. \end{cases}$$

拓展提升（续）

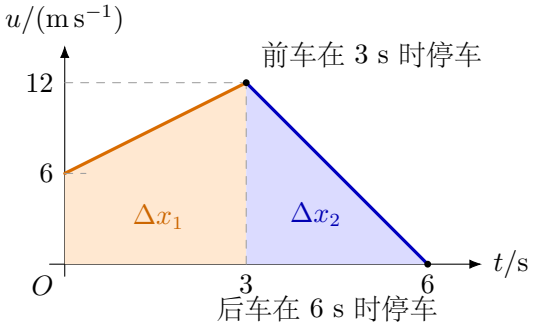


图 21：两车同时制动的 u-t 图：前车先停车后，相对速度表达式随之改变

图中两块面积分别为

$$\Delta x_1 = \frac{6+12}{2} \times 3 = 27\ \mathrm{m}, \qquad \Delta x_2 = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18\ \mathrm{m}.$$

后车停止前相对速度始终为正，因此两车一直在接近，所需最小初始距离为

$$d_{\min} = \Delta x_1 + \Delta x_2 = 45\ \mathrm{m}.$$

模型提升：一旦某辆车停车，它的速度就保持为零，后续不能继续沿用原来的匀减速表达式。分段点不仅来自“开始刹车”，也来自任一物体停车、改变加速度或改变运动方向。

九、易错点

易错清单

1. **混淆 x-t 图和 v-t 图**：读图第一步先圈出纵轴物理量和单位。纵轴是位置 x 时，斜率才是速度；纵轴是速度 v 时，斜率才是加速度，有向面积才是位移 Δx。

2. **误以为 v-t 图交点就是相遇**：先分清“速度相等”和“位置相同”。v-t 图交点只表示速度相等，判断相遇还要比较位移和初始距离。

3. **忽略面积的正负**：先按 t 轴上方为正、下方为负求有向面积，得到的是位移；若题目问路程，再把各段面积的绝对值相加。

4. **追及问题忘记初始距离**：列式前先画一条位置轴，标出前车、后车和初始距离 d。再写 $x_{后} = x_{前} + d$ 或等价关系，不要默认两车从同一点出发。

5. **把速度相等一律当作距离极值**：速度相等只是区间内部的候选条件，还要检查相对速度是否变号，并与初始、停车、相遇和考察终点比较。

易错清单（续）

6. **匀减速追及忘记停车时间**：分别算各车停车时间，再判断停车前是否追上；物体停下后速度保持为零，不能把匀减速公式继续延长到负速度。

十、今日小结

1. x-t 图的斜率 = 速度，v-t 图的斜率 = 加速度，有向面积对应区间位移 Δx。
2. 两种图像的“水平线”含义不同：x-t 水平 $\rightarrow$ 静止，v-t 水平 $\rightarrow$ 匀速。
3. 追及问题的核心：位置相等表示相遇；速度相等时相对速度为零，是距离极值的候选条件。
4. 判断是否追尾：分段累计最大接近量，并与初始距离比较；同时检查停车、相遇和各段端点。
5. 图像法和代数法互相校验：先用图像判断趋势、关键时刻和面积，再用方程计算数值。

一分钟复盘：任选一条 x-t 直线和一条 v-t 直线，在图旁各写三项：斜率代表什么、面积是否有物理意义、交点表示什么。能把这三项分清，图像法的主线就清楚了。

Day 5：力、重力、弹力、摩擦力

本节导读

力是连接运动学与动力学的桥：它解释速度为什么改变，也解释形变为什么出现。本节先辨认重力、弹力、摩擦力和力矩，再训练受力分析流程：确定研究对象，先画外界对它的真实力，再按需要画分力或合力进行计算。

本节读题路线：先圈出研究对象，再按“一重二弹三摩擦”逐个检查真实力；每画一个力，都问施力物体是谁、作用条件是否满足。完成真实受力图后，再按需要在同一图中用不同颜色或虚线补画分力、合力，进行平衡或运动分析。

一、学习目标

1. 能说出力的三要素，并在图中画出力的作用点、方向和大小示意。
2. 能判断重力 $G = mg$ 的方向、大小，并说明重心的建模意义。
3. 能说出弹力产生条件，使用胡克定律 $F = kx$，并判断弹力方向。
4. 区分静摩擦力和滑动摩擦力，会用 $f_k = \mu_k N$ 计算滑动摩擦力，并用平衡条件判断静摩擦力。
5. 能初步理解力矩与杠杆平衡，知道平动平衡与转动平衡都要分别检查。
6. 能按受力分析流程区分真实力、分力和合力。

二、初高中衔接

初中已经学过力的初步概念：力是物体对物体的作用。初中主要关注的是“有没有力”“力朝哪”的定性判断。

高中阶段不是多背几个力的名字，而是把判断变得更精确：

1. **先问对象：**谁受到力？谁施加力？受力分析只分析研究对象受到的力。

2. **再问条件**：是否接触？是否形变？是否粗糙？是否有相对运动或趋势？

3. **最后问大小和方向**：能直接算的力要写适用条件，不能直接算的力要由平衡或运动状态判断。

科学发展视角：机器人抓取物体、桥梁承重分析、运动鞋防滑设计和机械臂控制，都从受力分析开始。工程上不会只问“有没有力”，而是要知道力的来源、方向、大小和作用点。读这类应用时，先把复杂结构简化成研究对象，再逐个找真实力；本节训练的“一重二弹三摩擦”，是以后理解结构安全和机械设计的基础。

三、核心概念

要点：力的概念

力的定义：力是物体间的相互作用。力不能脱离物体而存在，一定有施力物体和受力物体。
力的三要素：大小、方向、作用点。
矢量性：力是矢量。多个力共同作用时，合力要按矢量规则计算；分解力时，分力只是计算工具，不是额外多出来的真实力。
力的作用效果：

- 改变物体的运动状态（产生加速度）。
- 使物体发生形变。
- 使物体绕某个转轴发生转动。

分类：

- **按性质分**：重力、弹力、摩擦力、电场力、磁场力等。
- **按效果分**：拉力、压力、支持力、动力、阻力等。

判断一个力是否存在，先问两句：有没有施力物体？有没有相互作用的条件？若这两点不能明确，就说明这个力暂时没有物理依据。
概念提醒：效果力是按作用效果命名的（如“向心力”“回复力”），通常对应性质力的合力或分力。

作用力与反作用力、平衡力的区别：

要点：力的概念（续）

	作用力与反作用力	平衡力
受力对象	分别作用在两个物体上	作用在同一个物体上
大小方向	大小相等、方向相反	大小相等、方向相反
是否能抵消	不能抵消，因为对象不同	能抵消，使该物体合力为零
例子	书压桌子，桌子支持书	书静止时，重力和支持力平衡

受力分析时只画**研究对象受到的力**。例如研究“书”时，画桌子对书的支持力，不画书对桌子的压力；后者是作用在桌子上的力。

要点：重力

定义：地球表面附近的物体由于地球吸引而受到的力。

$$G = mg$$

- $g \approx 9.8\ \mathrm{m/s^2}$，也可写作 $9.8\ \mathrm{N/kg}$（高中常取 10）。
- **方向**：竖直向下，即当地铅垂线方向。受力图中应画为当地竖直向下；只有在把地球近似为球对称、忽略自转并研究天体问题时，地球对物体的**引力**才近似指向地心。
- **重心**：重力在物体上的等效作用点。质量均匀、形状规则的物体重心在几何中心。不规则物体可用悬挂法找重心。

悬挂法（适用于二维平面薄板）：将形状不规则、质量分布均匀的薄板从一个小孔自由悬挂，待静止后沿悬挂点下方的铅垂线画一条直线；换另一个悬挂点重复操作，两条铅垂线的交点就是重心。其依据是：若重力作用线不通过悬挂点，重力就会对悬挂点产生力矩，使薄板继续转动；稳定后重心必在悬挂点正下方。力矩将在本节后面正式介绍。

要点：重力（续）

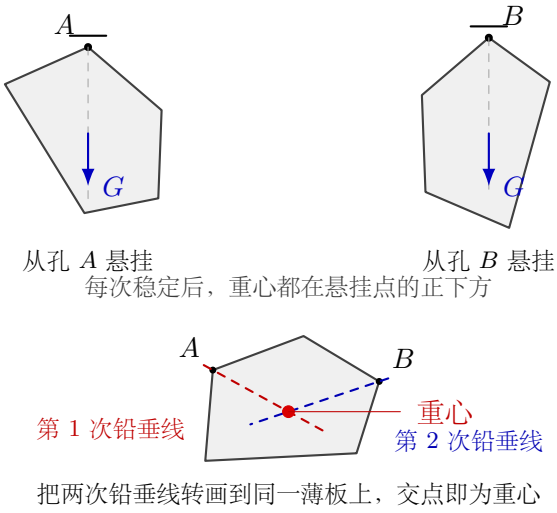


图 22：悬挂法找二维平面薄板的重心：两次悬挂时的铅垂线交点为重心

常见提醒：

1. 本节采用高中近地问题的常用模型：重力近似等于地球对物体的引力，写成 $G = mg$，方向取当地竖直向下。严格考虑地球自转时，应区分地球引力和随地球转动参考系中的**有效重力**，二者的大小和方向并不完全相同；本节不展开这一修正。
2. 同一物体在赤道附近的有效重力略小于在两极，原因既包括地球自转，也包括地球形状和纬度差异。

要点：弹力

定义：发生弹性形变的物体，由于要恢复原状，对与之接触的物体产生的力。
产生条件：接触 + 发生弹性形变。
常见弹力及方向：

- **支持力**：垂直接触面，指向被支持的物体（例如桌面对书的力向上）。
- **压力**：垂直接触面，指向被压的物体（例如书对桌面的力向下）。在同一接触处，桌面对书的支持力与书对桌面的压力是一对作用力与反作用力。
- **绳子拉力**：沿绳，指向绳收缩的方向。轻绳只能拉，不能推。
- **轻杆弹力**：可以拉也可以压；若是只受两端作用的轻杆，弹力沿杆；一般接触情形要结合平衡条件判断。

判断方向的核心：弹力来自形变，方向指向**使发生形变的物体恢复原状的方向**。面接触时垂直接触面，点接触时垂直公切面，绳拉力沿绳。
胡克定律（弹簧弹力）：

$$F = kx$$

要点：弹力（续）

- k：劲度系数（N/m），由弹簧本身决定。
- x：形变量（伸长量或压缩量），不是弹簧总长。
- 适用条件：弹性限度内。

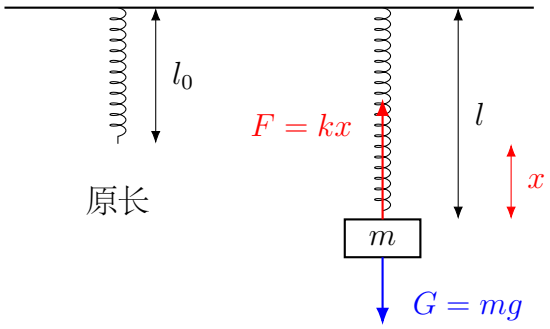


图 23：弹簧悬挂砝码：$F = kx$ 与 $G = mg$ 平衡

要点：摩擦力

定义：两个相互接触的物体有相对运动或相对运动趋势时，在接触面上产生的阻碍相对运动（或趋势）的力。
产生条件：接触、挤压、接触面粗糙，并且有相对运动或相对运动趋势。

滑动摩擦力：

$$f_k = \mu_k N$$

- μ_k：动摩擦因数（与材料和粗糙程度有关；在高中干摩擦模型中，与接触面积无关）。
- N：正压力，即接触面间的垂直挤压力大小；不一定等于 mg。
- 方向：与相对运动方向相反。

静摩擦力：

- 大小：$0 \le f_s \le f_{\max}$，其中最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu_s N$。
- μ_s：静摩擦因数（更准确地说，是最大静摩擦因数），由接触面材料和粗糙程度决定。
- 只有当题目明确说明“不区分静摩擦因数和动摩擦因数”，或只给出一个统一摩擦因数时，才可在该题中近似取 $\mu_s = \mu_k$。实际情形中通常有 $\mu_s > \mu_k$，不能在未说明时自动令二者相等。
- 方向：与相对运动趋势方向相反。

要点：摩擦力（续）

- 特点：静摩擦力是被动力，大小由外部沿接触面方向的受力共同决定；在一维水平拉力且物体静止的简单情形中，常有 $f_s = F_{外}$。

摩擦力判断顺序：先判断有没有摩擦，再判断静摩擦还是滑动摩擦；静摩擦先由平衡或运动状态求大小，再检查是否超过 $f_{\max}$；滑动摩擦才直接用 $f_k = \mu_k N$。

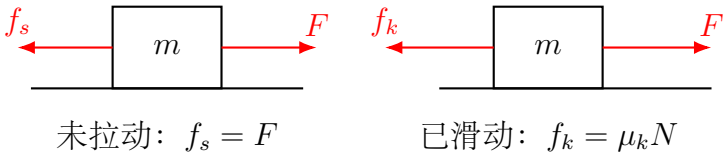


图 24：静摩擦与滑动摩擦的对比

科学发展接口：静摩擦力是“自适应”的。机器人夹爪、轮胎起步、鞋底防滑都依赖静摩擦力。静摩擦力不是一开始就等于 $\mu_s N$，而是在最大值以内按需要变化；只有达到临界状态时，才有 $f_s = f_{\max} = \mu_s N$。

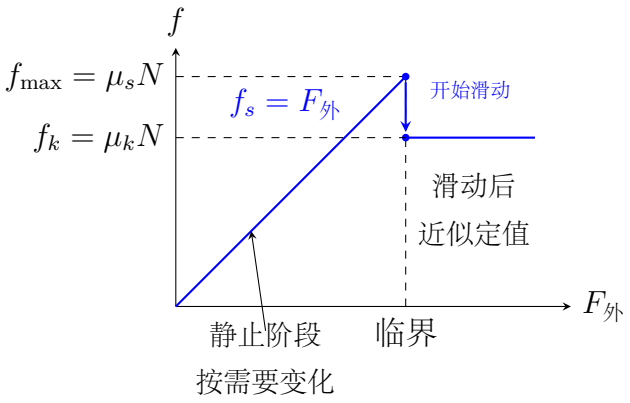


图 25：静摩擦力随外力自适应变化，达到最大值后发生滑动

常见误区：

1. 摩擦力不一定是阻力——人走路时鞋底受到的静摩擦力是动力。
2. $f_k = \mu_k N$ 只适用于滑动摩擦力，不适用于静摩擦力。
3. 在高中干摩擦模型中，摩擦因数与接触面积无关——同样材料，面积大一倍，N 不变，滑动摩擦力也不变。

要点：力矩：力的转动效果

同样大小的力，作用点不同，可能让物体产生不同的转动效果。例如推门时，手越靠近门把手，越容易把门推开。力对某一转轴的转动效果叫**力矩**。

在同一平面内，力对垂直该平面的转轴的力矩大小为

$$M = Fl.$$

要点：力矩：力的转动效果（续）

其中 l 是转轴到该力**作用线**的垂直距离，叫力臂。若从转轴到力的作用点的距离为 r，该方向与力的夹角为 α，则也可写成 $M = Fr\sin\alpha$。研究不能忽略大小的杆、门、杠杆时，除检查合力外，还要比较顺、逆时针力矩。

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先圈出研究对象，只画外界对它的真实力。

2. 每个力都问施力物体是谁、作用条件是否满足。

3. 写公式前先核对物理量含义和适用条件。例如 $f_k = \mu_k N$ 只用于滑动摩擦，$F = kx$ 中的 x 是形变量。

4. 分力和合力是计算工具；可在真实受力图旁或同图中用不同线型补画，但不能把它们误认为额外多出的真实力。

公式	物理意义	适用条件
$G = mg$	重力	地球表面附近，g 取 9.8 或 10
$F = kx$	弹簧弹力	弹性限度内，x 是形变量
$f_k = \mu_k N$	滑动摩擦力	有相对滑动，N 是正压力
$0 \le f_s \le f_{\max}; f_{\max} = \mu_s N$	静摩擦力上限，μ_s 为静摩擦因数	未滑动时，由平衡条件或运动状态判断
$M = Fl$	力矩大小	平面内绕定轴转动，l 为转轴到力的作用线的垂直距离

五、典型模型

受力图复核清单

画完受力图后，先用下面五个问题逐个检查，再列方程：

受力图复核清单（续）

检查项	要问的问题	常见错误
对象	这张图分析的是谁?	把别的物体受到的力画进来
来源	这个力是谁施加的?	画出没有施力物体的“想象力”
条件	产生条件满足吗?	没接触却画弹力或摩擦力
方向	方向由什么决定?	把运动方向当成摩擦力方向
性质	它是真实力吗?	把分力、合力或向心力多画成一个力

判断标准：如果某个**真实力**箭头说不清“谁对谁的力”，它就不该出现在受力图中。重力、弹力、摩擦力是本节常见真实力；分力和合力是计算工具。完成真实受力图后，可以在同一图中以不同颜色、虚线或明确标注补画分力和合力，帮助列方程，但不要把它们计为新的相互作用力。

受力分析标准流程：“一重二弹三摩擦”

使用提醒：这句话只是检查顺序，不是画力的理由。每个力最终都要回到“谁施加、条件是否满足”来确认。

两条底线：

- 只画外界对研究对象的力，不画研究对象对外界的力。
- 先画真实力。需要分解或合成时，可在同一图中另用虚线或不同颜色画计算用的分力、合力，并标清它们不是新增真实力。

1. **确定研究对象**（隔离法：只分析被研究物体受的力）。
2. **一重**：画重力 G（竖直向下）。
3. **二弹**：找所有接触面/点，画弹力（支持力/拉力/压力），方向垂直接触面或沿绳。
4. **三摩擦**：判断是否有相对运动或趋势，画摩擦力（沿接触面）。
5. **检查**：每个真实力是否都有施力物体？是否漏画接触力？若画了分力或合力，是否标清它是计算箭头？

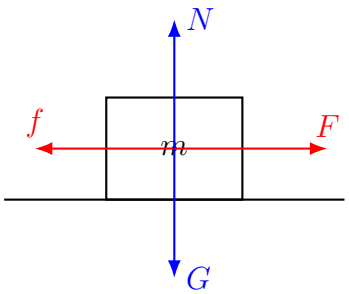
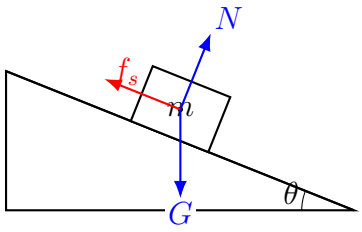


图 26：水平面上物体的受力分析：质点模型中把各力画成共点力

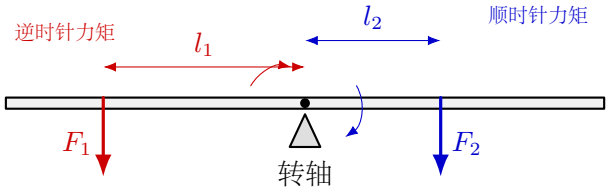


有下滑趋势时，f_s 沿斜面向上

图 27：斜面上物体的受力分析（有下滑趋势时）

力矩与杠杆平衡：不仅看合力，还要看是否会转

前面多数模型把物体当成质点，只关心合力是否改变平动状态。但有些物体不能忽略大小和作用点，例如门、跷跷板、扳手、杆秤。此时同样大小的力，作用点不同，转动效果不同。



平衡条件：$F_1 l_1 = F_2 l_2$

力臂是转轴到力的作用线的垂直距离

图 28：力矩与杠杆平衡：力臂越长，同样大小的力转动效果越明显

力矩：力对某一转轴的转动效果叫力矩。在平面内绕定轴转动的基本情形中：

$$M = Fl.$$

其中 l 是转轴到力的作用线的垂直距离，叫**力臂**；若已知转轴到作用点的距离 r 及其与力的夹角 α，也可用 $M = Fr\sin\alpha$。判断杠杆平衡时，常按“顺时针力矩总和 = 逆时针力矩总和”列式。

认知提醒：平动平衡看合力是否为零；转动平衡还要看合力矩是否为零。一个物体合力为零，也可能因为力的作用线不共线而转动。

六、例题精讲

例题：弹力方向判断

题意分析：判断以下情况下弹力的方向：

1. 书静止在水平桌面上，桌面对书的支持力。
2. 用绳子悬挂一盏灯，绳子对灯的拉力。
3. 物体被水平力压在竖直墙上，墙对物体的弹力。

物理模型：弹力方向判断。
解题过程：

1. 桌面对书的支持力垂直于桌面向上——因为书对桌面有向下的压力，使桌面产生微小形变，桌面要恢复原状，所以对书产生向上的支持力。
2. 绳子对灯的拉力沿绳子收缩方向（竖直向上）——因为灯的重力使绳子张紧，绳子要恢复原长，所以对灯产生向上的拉力。
3. 物体在墙的左侧，被水平力向右压在竖直墙上，墙对物体的弹力垂直于墙面向左——因为物体挤压墙壁，墙要恢复原状，对物体产生向左的弹力。

方法总结：弹力方向先看接触方式：面接触垂直接触面，点接触垂直公切面，绳拉力沿绳。对只受两端作用的轻杆，杆力沿杆；对多受力轻杆、铰链或复杂接触，不能仅凭“恢复原状”猜方向，应先画出所有可能的接触力，再结合平衡条件、运动状态或几何约束确定。

例题：摩擦力计算

题意分析：一个质量为 $m = 5$ kg 的物体放在水平地面上，为了突出判断方法，取静摩擦因数 μ_s 与动摩擦因数 μ_k 均为 0.3，$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。

1. 用 $F_1 = 10$ N 的水平拉力拉物体，求摩擦力。
2. 用 $F_2 = 20$ N 的水平拉力拉物体，求摩擦力。

物理模型：水平面上物体受拉力，地面提供摩擦力。
解题过程：
正压力 $N = mg = 5 \times 10 = 50$ N。最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu_s N = 0.3 \times 50 = 15$ N。

1. $F_1 = 10\ \mathrm{N} < 15\ \mathrm{N}$，物体未滑动，静摩擦力 $f_{静} = F_1 = 10$ N。
2. $F_2 = 20\ \mathrm{N} > 15\ \mathrm{N}$，最大静摩擦力不足以维持静止，物体开始滑动；滑动后摩擦力 $f_k = \mu_k N = 15$ N。

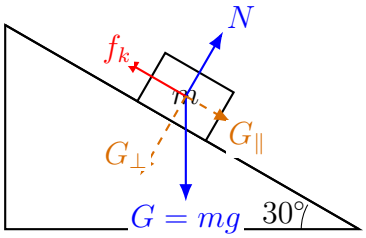
例题：摩擦力计算（续）

方法总结：先判断是静摩擦还是滑动摩擦。静摩擦力不是直接套 $\mu_s N$ 或 $\mu_k N$，而是先由平衡条件确定，且不能超过最大静摩擦力；滑动摩擦力才用 $f_k = \mu_k N$。

例题：综合受力分析

题意分析：质量为 $m = 2$ kg 的物体放在倾角 $\theta = 30°$ 的粗糙斜面上，为了简化计算，取静摩擦因数 μ_s 与动摩擦因数 μ_k 均为 0.5，$g = 10$ m/s^2。求物体受到的摩擦力和支持力大小。

物理模型：斜面上的物体，重力分解为沿斜面方向和垂直斜面方向的两个分力。



蓝色为真实力，橙色虚线为重力分解

图 29：斜面例题：先画真实力，再把重力分解到两个坐标方向

解题过程：

沿斜面方向建立坐标系：

$$G_\parallel = mg\sin\theta = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ N}$$

$$G_\perp = mg\cos\theta = 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 17.3 \text{ N}$$

垂直斜面方向平衡：$N = G_\perp = 17.3$ N

判断物体是否下滑：最大静摩擦力 $f_{\max} = \mu_s N = 0.5 \times 17.3 \approx 8.7$ N。$G_\parallel = 10$ N $>$ 8.7 N，所以物体沿斜面下滑，摩擦力为滑动摩擦力：

$$f_k = \mu_k N = 8.7 \text{ N}$$

方向沿斜面向上。

物体沿斜面向下的合力：$F_{合} = G_\parallel - f = 10 - 8.7 = 1.3$ N。

方法总结：

1. 斜面上要把重力分解为沿斜面和垂直斜面两个方向。
2. 先判断是否滑动（比较 $mg\sin\theta$ 和 $\mu_s mg\cos\theta$），再确定摩擦力类型。
3. 无其他沿斜面外力时，临界状态满足 $mg\sin\theta_c = \mu_s N = \mu_s mg\cos\theta_c$，所以 $\tan\theta_c = \mu_s$；当 $\tan\theta > \mu_s$ 时，沿斜面向下的重力分力超过最大静摩擦力，物体开始下滑。

七、变式训练

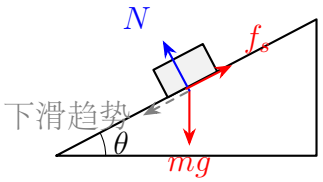
1. 一根弹簧原长 $l_0 = 20$ cm，劲度系数 $k = 200$ N/m，下端悬挂 $m = 1$ kg 的砝码。取 $g = 10$ m/s^2，求弹簧长度。

2. 一个 $m = 10$ kg 的箱子放在水平地面上，取静摩擦因数 μ_s 与动摩擦因数 μ_k 均为 0.4，$g = 10$ m/s^2。用水平力 F 拉箱子：

   (a) $F = 30$ N 时，摩擦力多大？

   (b) $F = 50$ N 时，摩擦力多大？

3. 质量为 m 的物体放在倾角 $\theta = 37°$（$\sin 37° = 0.6$，$\cos 37° = 0.8$）的斜面上，静摩擦因数 $\mu_s = 0.8$。物体是否下滑？并求出摩擦力大小。



4. 一根轻质杠杆绕中点转动，左端距转轴 0.30 m 处挂 20 N 重物，右端距转轴 0.20 m 处应向下施加多大力才能平衡？

5. 一块质量为 2 kg 的木块被水平推力压在竖直墙上静止，墙对木块的支持力为 30 N。画出木块的真实受力图；再用不同颜色补画重力与支持力的合力。取 $g = 10$ m/s^2。

变式训练参考结果

1. 静止时 $kx = mg$，故

$$x = \frac{mg}{k} = 0.050 \text{ m}, \qquad l = l_0 + x = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}.$$

2. $N = mg = 100$ N，$f_{\max} = \mu_s N = 40$ N。当 $F = 30$ N 时，箱子静止，$f_s = 30$ N；当 $F = 50$ N 时，箱子滑动，$f_k = \mu_k N = 40$ N。摩擦力方向均与拉力方向相反。

3. $\tan 37° = 0.75 < \mu_s = 0.8$，物体不下滑；静摩擦力

$$f_s = mg \sin 37° = 0.6mg,$$

   方向沿斜面向上。

4. 由力矩平衡，

$$20 \times 0.30 = F \times 0.20, \qquad F = 30 \text{ N}.$$

5. 木块受水平推力、墙的支持力、重力和竖直向上的静摩擦力。静止时水平推力与 $N = 30$ N 平衡，$f_s = mg = 20$ N。重力与支持力的合力为 $10\sqrt{13}$ N，方向斜向左下方；它不是木块所受的总合力。

八、竞赛入门补充

拓展提升

摩擦临界角与自锁

把物体放在粗糙斜面上，缓慢增大斜面倾角。刚要下滑时，静摩擦力达到最大值：

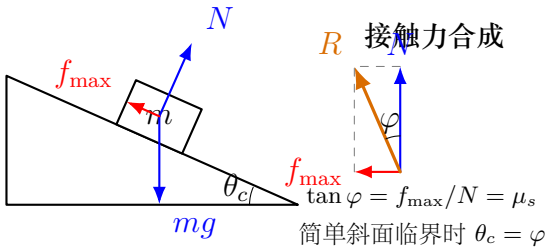


图 30：临界角：刚要下滑时 $mg\sin\theta_c = f_{\max}$

临界状态下，沿斜面方向有 $mg\sin\theta_c = f_{\max} = \mu_s N$，垂直斜面方向有 $N = mg\cos\theta_c$，其中 μ_s 是静摩擦因数，因此

$$\tan\theta_c = \mu_s$$

摩擦角的严格含义：接触面处于临界静摩擦状态时，支持力 $\boldsymbol{N}$ 与最大静摩擦力 $\boldsymbol{f}_{\max}$ 的矢量和记为接触合力 $\boldsymbol{R}$。$\boldsymbol{R}$ 与法线方向的夹角 φ 叫摩擦角，因此

$$\tan\varphi = \frac{f_{\max}}{N} = \mu_s.$$

在只受重力、支持力和摩擦力的简单斜面模型中，临界时接触合力与重力平衡，由几何关系有 $\theta_c = \varphi$，所以才得到 $\tan\theta_c = \mu_s$。

若 $\theta < \theta_c$，最大静摩擦力足以抵消沿斜面向下的重力分力，物体在撤去其他驱动力后不会自行下滑，可称为这一简单斜面模型的**自锁范围**；若 $\theta = \theta_c$，物体处于临界；若 $\theta > \theta_c$，物体开始下滑。

例题：一小块木块放在粗糙斜面上，$\mu_s = 0.75$。求开始下滑的角度。

解：临界时 $\tan\theta_c = \mu_s = 0.75$，所以

$$\theta_c = \arctan 0.75 \approx 37^\circ$$

当 $\theta < 37^\circ$ 时，斜面处于自锁范围内，木块不会自行下滑；当 $\theta = 37^\circ$ 时为临界；当 $\theta > 37^\circ$ 时，木块开始下滑。

竞赛提示：$\tan\theta_c = \mu_s$ 只适用于“没有其他沿斜面外力”的简单斜面模型。若有拉力、推力或加速度，必须重新列沿斜面和垂直斜面的受力关系。

九、易错点

易错清单

1. **漏画重力**：受力分析先按“重力、接触力、绳或弹簧弹力、摩擦力、其他外力”的顺序检查。近地物体通常都受 mg，方向竖直向下；**失重并不表示没有重力**，它只表示支持力或测力计示数变小。除非题干明确说明不受地球吸引或研究对象不在近地范围内，否则不要漏画重力。

2. **多画了“物体对外界的力”**：先圈定研究对象，并在每个力旁用一句话问“谁对它施力”。只画外界对研究对象的力；研究对象对外界的力不画在本受力图上。

3. **误用摩擦公式算静摩擦力**：$f_k = \mu_k N$ 只适用于滑动摩擦力，$f_{\max} = \mu_s N$ 只是静摩擦力的上限。静摩擦力的大小需要根据平衡条件或运动状态来确定。

4. **认为摩擦力总是阻力**：静摩擦力可以是动力（人走路、传送带上的物体）。画摩擦力方向时看相对运动或相对运动趋势；判断它是动力还是阻力，才看它与物体运动方向的关系。

5. **弹力方向判断错误**：先找接触面或绳的方向。支持力垂直接触面并指向被支持物体，不一定竖直向上。

6. **只看合力不看转动**：对有大小、可绕轴转动的物体，还要检查力矩平衡。力的作用点不同，效果可能完全不同。

十、今日小结

1. 重力 $G = mg$，方向竖直向下；弹力由形变产生，方向垂直接触面或沿绳。
2. 胡克定律 $F = kx$ 中的 x 是形变量，不是弹簧总长。
3. 滑动摩擦力 $f_k = \mu_k N$；静摩擦力 $0 \le f_s \le f_{\max}$，$f_{\max} = \mu_s N$。
4. 受力分析先画外界对研究对象的真实力；分力和合力可作为计算箭头补画在同一图中，但不另算作真实力。
5. 杠杆或有转轴物体要看力矩，简单平衡条件是顺时针力矩等于逆时针力矩。
6. 斜面上要分解重力；简单粗糙斜面中 $\tan\theta_c = \mu_s$，$\theta < \theta_c$ 时自锁。

一分钟复盘：任选一个物体，先圈出研究对象，再按“一重二弹三摩擦”画受力图。画完后逐个问：这个力的施力物体是谁？若施力物体不能明确，就需要重新检查受力图。

Day 6：牛顿运动定律

本节导读

牛顿三大定律是整个经典力学的基石。本节把受力分析和运动学接起来：先把研究对象受哪些真实力画清楚，再把合力写成 $F_{合} = ma$。读本节时要始终检查三件事：研究对象是谁、合力沿哪个方向、加速度与运动学量怎样衔接。

本节读题路线：先选研究对象和坐标轴，再画真实受力图；沿每个方向列 $F_{合} = ma$，求出加速度或未知力后，再接运动学公式。作用力与反作用力作用在不同物体上，不要画进同一个受力图里。

一、学习目标

1. 能用惯性定律说明：力不是维持运动的原因，而是改变运动状态的原因。
2. 能在受力图中找出合力，并用 $F_{合} = ma$ 建立方程。
3. 能区分作用力与反作用力、平衡力，并说明它们的对象不同。
4. 会用正交分解法列动力学方程。
5. 能在水平面、斜面、连接体和竖直升降问题中，先画受力图，再按方向列出合力与加速度方程。

二、初高中衔接

初中对牛顿定律的学习停留在定性层面：牛顿第一定律叫“惯性定律”，牛顿第三定律叫“力的作用是相互的”。

高中在以下方面深化：

1. **牛顿第二定律定量化：** $F_{合} = ma$，已知力可以算加速度，已知加速度可以反推力。

2. **力学与运动学打通**：牛顿定律是“桥梁”——受力分析 → 合力 → 加速度 → 运动学公式。

3. **多物体系统**：整体法和隔离法分析连接体问题。

科学发展视角：牛顿第二定律是许多控制系统的核心。电梯启动、汽车制动、无人机悬停、机械臂加速，都要把“受力”转化为“加速度”，再预测下一刻的位置和速度。现代设备常由传感器测量运动状态，再由控制程序反推需要施加多大的力。

三、核心概念

要点：牛顿第一定律（惯性定律）

内容：在惯性参考系中，一切物体在不受外力作用（或合力为零）时，总保持匀速直线运动状态或静止状态。
惯性：物体保持原有运动状态不变的性质。

- 惯性是物体的固有属性，与是否受力、是否运动无关。
- 质量是惯性大小的量度——质量越大，惯性越大，运动状态越难改变。

什么是惯性参考系：若在某一参考系中，**不受力或合力为零的物体保持静止或匀速直线运动**，就把这个参考系定义为惯性参考系。它不是靠单次实验“完全验证”出来的，而是看牛顿第一定律能否在其中近似成立。高中题目通常把地面、实验室或相对地面匀速直线运动的列车近似视为惯性系；明显加速、转弯或旋转的车厢、转盘等则是非惯性系。
伽利略的理想实验：斜面实验表明，如果没有摩擦力，小球将沿另一斜面上升到相同高度。若另一斜面倾角为零（水平），小球将一直运动下去——推翻了亚里士多德“力是维持运动的原因”的错误观点。

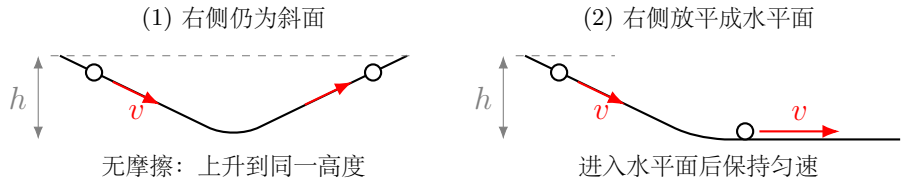


图 31：伽利略理想斜面：无摩擦时，运动不需要持续外力维持

科学方法提醒：牛顿第一定律不能直接用实验验证（无法完全消除外力），它是由实验和推理得出的。它同时揭示了什么样的参考系可近似看作惯性参考系：在这样的参考系中，不受合外力的物体会保持静止或匀速直线运动。

要点：牛顿第二定律

内容：在研究过程中质量可视为不变时，物体的加速度与所受合力成正比，与质量成反比；加速度方向与合力方向相同。

$$\boxed{F_{合} = ma}$$

结论从哪里来：牛顿第二定律来自大量实验，不能由前面的运动学公式推导；它用于由受力求加速度，再与运动学结合预测运动。

- **矢量性**： $F_{合}$ 和 a 方向相同。
- **瞬时性**：在高中牛顿力学模型中，合力一旦改变，加速度立即随之改变（同时性）。
- **叠加性**：各个力的作用可以按矢量叠加，最终由合力决定物体的加速度。

惯性力的初步认识：在加速参考系中，物体会表现出“向后偏”等现象。为仍能把相对该参考系的运动写成类似牛顿第二定律的形式，可引入惯性力；它**不是物体间真实相互作用产生的力**。高中常规受力分析默认选地面等近似惯性系，因此不把惯性力画入受力图；只有题目明确要求在加速参考系中研究时才另行处理。
解题关键：用牛顿第二定律建立方程，把受力分析的结果代入。

$$\text{受力分析} \ \rightarrow \ \text{求合力 } F_{合} \ \rightarrow \ F_{合} = ma \ \rightarrow \ \text{求加速度或某个力}$$

方法流程：牛顿第二定律的核心是把受力图转化为方程。每一步都要保留研究对象和正方向，最后再写出合力与加速度的关系。

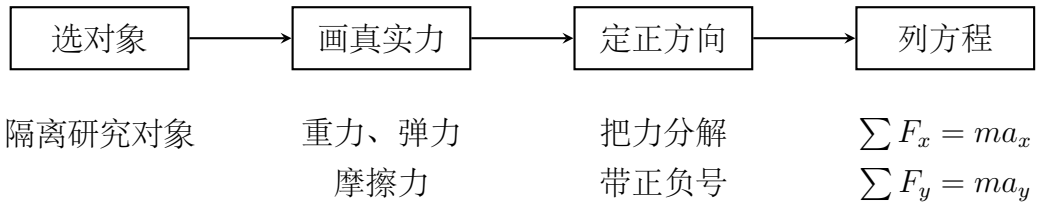


图 32：动力学题的标准流程：从研究对象到方程

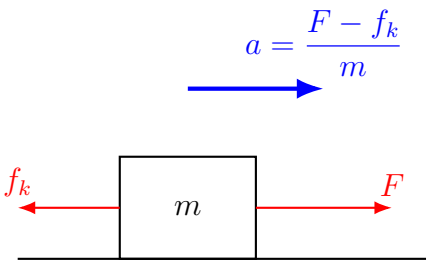


图 33：水平面滑动时 $F_{合} = F - f_k = ma$

要点：牛顿第三定律

内容：两个物体之间的作用力和反作用力总是大小相等、方向相反、作用在同一条直线上。

$$\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$$

四个特征：

1. **等大**：$|F_{AB}| = |F_{BA}|$。
2. **反向**：方向相反。
3. **共线**：作用在同一直线上。
4. **同时**：同生同灭，没有先后。

关键区别：作用力与反作用力（牛顿第三定律）≠ 平衡力。平衡力作用在同一个物体上，矢量和为零；作用力与反作用力分别作用在两个物体上。

	作用力与反作用力	平衡力
对象	两个不同物体	同一个物体
相互作用类型	同一种相互作用	可以不同
大小、方向	等大、反向	等大、反向、共线
时间	同生同灭	无此要求
效果	各自产生效果	合力为零

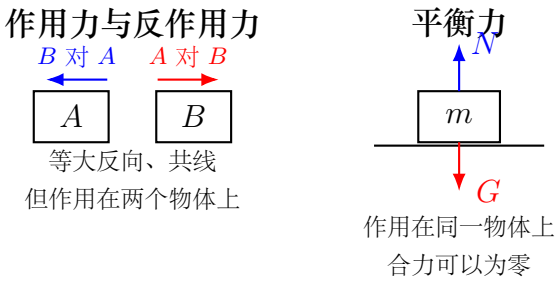


图 34：作用力与反作用力和平衡力的研究对象不同

四、公式与适用条件

列式前检查：

1. 研究对象是单个物体还是整体？不同对象不能共用同一张受力图。

2. 是否选了惯性参考系？若选加速参考系，必须另行说明惯性力。

3. 坐标轴是否沿运动方向、斜面方向或其他方便方向选好？

4. 每个方向的加速度是否真的为零，不要把“没有运动”误判成“没有受力”。

从受力图到方程的三行分析清单

牛顿第二定律题的关键不是把公式背熟，而是把受力图翻译成方程。每选一个研究对象，就按下面三行写：

步骤	要写清什么	例子
1	选轴与正方向	沿斜面向下为 x 轴正方向
2	写该方向所有力的代数和	$mg\sin\theta - f_k$
3	写该方向的加速度	$a_x = a$，垂直斜面 $a_y = 0$

于是沿斜面方向写成

$$mg\sin\theta - f_k = ma,$$

垂直斜面方向写成

$$N - mg\cos\theta = 0.$$

判断标准：方程左边必须来自受力图中的真实力或真实力的分量；右边是同一方向的 ma。若某方向没有加速度，右边才写 0，不是因为“这个方向没有运动”就自动没有受力。

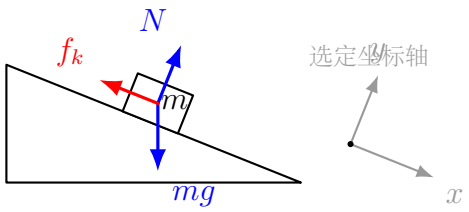


图 35：表中斜面示例：选轴、列真实力分量和写出对应加速度必须对应同一方向

核心公式

$$\boxed{F_{合} = ma}$$

- 适用条件：宏观、低速（远小于光速）、惯性参考系，且研究过程中物体质量可视为不变。
- $F_{合}$ 是物体所受所有力的矢量和，不是某个力。

- a 与 $F_{合}$ 瞬时对应。

参考系提醒：本讲义默认在地面等近似惯性参考系中列牛顿第二定律。若题目主动要求“站在加速车厢中看”，就进入非惯性参考系，需要额外处理惯性力；初学阶段优先选惯性参考系，避免把惯性力当成真实相互作用力。

正交分解法

当物体受力不在同一直线上时，把力分解到两个互相垂直的方向上。分解前先规定正方向；列方程时把每个力的分量带正负号代入。

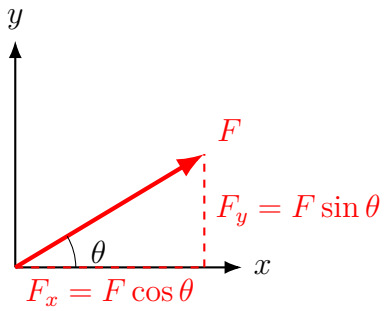


图 36：正交分解：$F_x = F\cos\theta$，$F_y = F\sin\theta$

列方程标准形式：

$$\begin{cases} F_{x,合} = ma_x \\ F_{y,合} = ma_y \end{cases}$$

若已知物体被约束在某一方向运动，常把该方向取为 x 轴；垂直于运动方向没有加速度时，才有 $a_y = 0$，从而 y 方向合力为零。若物体做曲线运动或竖直方向也在加速，就不能直接写 $a_y = 0$。

五、典型模型

模型 1：水平面上的动力学

物体在水平拉力 F 作用下已经在水平面上滑动：

$$F - f_k = ma, \qquad N = mg, \qquad f_k = \mu_k N$$

若拉力 F 斜向上、与水平方向成 θ 角，且物体没有离开地面，则 $N = mg - F\sin\theta$，滑动摩擦力 $f_k = \mu_k N$：

$$F\cos\theta - \mu_k(mg - F\sin\theta) = ma$$

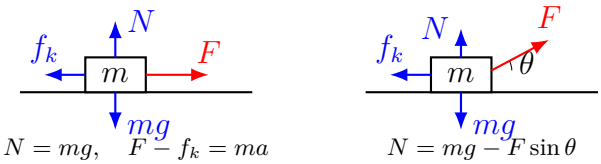


图 37：水平面模型的两种受力：水平拉力时 $N = mg$；斜向上拉时先由竖直方向求 N

模型 2：斜面上的动力学

物体沿斜面**向下滑**（沿斜面向下为正方向）：

$$mg\sin\theta - f_k = ma, \qquad N = mg\cos\theta, \qquad f_k = \mu_k N = \mu_k mg\cos\theta$$

$$a_{\text{下滑}} = g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta$$

物体沿斜面**向上滑**（沿斜面向上为正方向）：

$$-mg\sin\theta - f_k = ma, \qquad N = mg\cos\theta, \qquad f_k = \mu_k N$$

$$a_{\text{上滑}} = -\left(g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta\right)$$

（负号表示加速度沿斜面向下，大小为 $g\sin\theta + \mu_k g\cos\theta$）

阶段边界：上式只适用于物体仍在沿斜面向上滑动的阶段。速度减为零后，物体可能静止，也可能重新下滑；此时应重新判断相对运动趋势和摩擦力方向，不能继续沿用上滑阶段的方程。

画斜面受力图时，先画真实力：重力、支持力、摩擦力。重力的两个分力只是列方程时的计算工具，不是额外多出来的力。

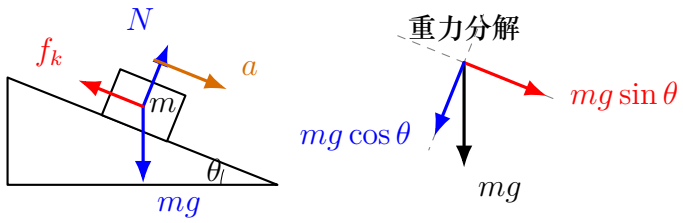


图 38：斜面下滑模型：先画真实受力，再单独分解重力

模型 3：连接体问题（基础）

两个物体用轻绳连接，在水平拉力作用下一起沿水平面运动。若水平方向的外力只有拉力和各物体受到的摩擦力，先用整体法求加速度：

$$F - f_{\text{总}} = (m_1 + m_2)a$$

为什么整体法不写内力：严格地说，应把 A、B 和质量可忽略的轻绳一并纳入系统，物体与绳之间的相互作用力才都属于系统内力。等价地，分别对 A、B 列牛顿第二定律再相加时，理想轻绳各处张力大小相等，两个张力项方向相反，因而在总方程中抵消。

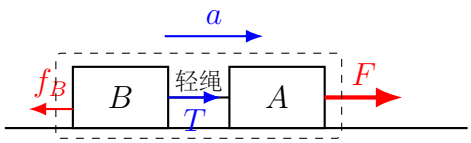
不要混淆力对：“绳对 A 的拉力”和“绳对 B 的拉力”不是一对作用力与反作用力；它们各自的反作用力分别是“A 对绳的力”和“B 对绳的力”。

再隔离其中一个物体求绳中张力。例如隔离后方物体 B，取运动方向为正：

$$T - f_B = m_B a, \qquad f_B = \mu_k m_B g,$$

所以

$$T = m_B a + \mu_k m_B g.$$



整体法：只算外力求 a；隔离 B：用 $T - f_B = m_B a$ 求张力

图 39：连接体：整体法求共同加速度，隔离法求内力

模型 4：超重与失重

超重和失重说的是**视重**变化，不是重力 mg 本身改变。以升降机中的人为例，支持力 N 是人对秤的压力读数对应的力，也是人的视重。

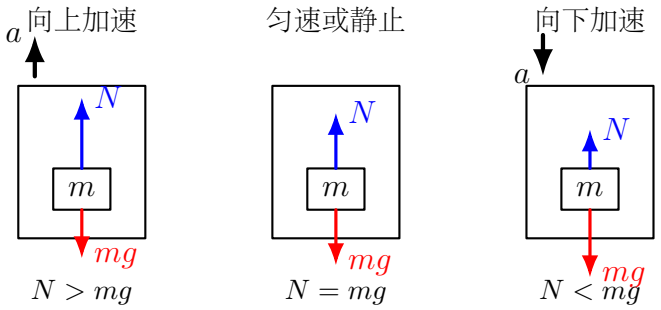


图 40：升降机中的视重：箭头长度表示 N 与 mg 的大小关系

取竖直向上为正方向：

$$N - mg = ma, \qquad N = m(g + a).$$

该式默认人与秤始终接触，因此必须有 $N \geq 0$。若按接触模型算得 $N < 0$，说明人与秤已经分离，实际支持力应取 $N = 0$，人的加速度再由重力决定。

- 向上加速或向下减速：$a>0$，$N>mg$，表现为超重。
- 向下加速或向上减速：$a<0$，$N<mg$，表现为失重。
- 自由下落：$a=-g$，$N=0$，表现为完全失重。

六、例题精讲

例题：水平面上的牛顿第二定律

题意分析：一个 $m=4$ kg 的物体已经在水平面上向右滑动，受水平向右的拉力 $F=20$ N，物体与地面间的动摩擦因数 $\mu_k=0.3$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$。求物体的加速度。

物理模型：水平面动力学，受拉力 F 和滑动摩擦力 f_k。

解题过程：

正压力 $N=mg=4\times10=40$ N 滑动摩擦力 $f_k=\mu_kN=0.3\times40=12$ N

水平方向合力：$F_{合}=F-f_k=20-12=8$ N

由牛顿第二定律：

$$a=\frac{F_{合}}{m}=\frac{8}{4}=2\ \mathrm{m/s^2}$$

方法总结：本题拉力水平，竖直方向没有其他分量，所以 $N=mg$；再算 $f_k=\mu_kN$，最后用 $F-f_k=ma$。若拉力或推力有竖直分量，必须重新求 N。

例题：斜面上的牛顿第二定律

题意分析：质量为 $m=2$ kg 的物体从倾角 $\theta=37°$（$\sin37°=0.6$，$\cos37°=0.8$）的斜面顶端由静止下滑，物体与斜面间的动摩擦因数 $\mu_k=0.25$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$。求：

1. 物体下滑的加速度。
2. 若斜面长 $L=5$ m，物体滑到底端所需时间和末速度。

物理模型：斜面动力学 $\rightarrow$ 匀加速直线运动。

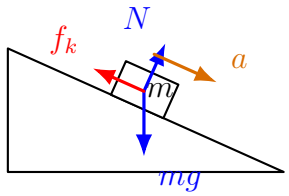


图 41：例题斜面：沿斜面向下取正方向，摩擦力沿斜面向上

解题过程：

1. 沿斜面方向合力：

$$mg\sin\theta-\mu_kmg\cos\theta=ma$$

$$a=g(\sin\theta-\mu_k\cos\theta)=10\times(0.6-0.25\times0.8)=10\times0.4=4\ \mathrm{m/s^2}$$

例题：斜面上的牛顿第二定律（续）

2. 由运动学公式（$v_0 = 0$）：

$$L = \frac{1}{2}at^2, \qquad 5 = \frac{1}{2} \times 4 \times t^2, \qquad t^2 = 2.5, \qquad t \approx 1.58 \text{ s}$$

$$v = at = 4 \times 1.58 \approx 6.32 \text{ m/s}$$

方法总结：斜面动力学先沿斜面、垂直斜面建轴，再把重力分解为 $mg\sin\theta$ 和 $mg\cos\theta$。沿斜面分量决定加速度，垂直斜面分量决定支持力。

例题：连接体问题

题意分析：质量 $m_A = 3$ kg、$m_B = 2$ kg 的两个物体用轻绳连接，放在光滑水平面上。B 在左、A 在右，在 A 上施加水平向右的拉力 $F = 10$ N。求：

1. 整体的加速度。
2. 绳中张力 T。

物理模型：连接体，光滑无摩擦。

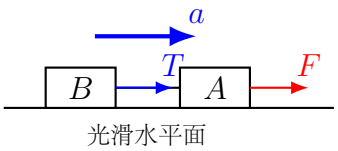


图 42：例题连接体：整体受外力 F，隔离 B 后只保留张力 T

解题过程：

1. 整体法（把 A、B 看作一个整体）：

$$F = (m_A + m_B)a, \qquad 10 = 5a, \qquad a = 2 \text{ m/s}^2$$

2. 隔离 B（只分析 B 受的力）：

   B 只受绳的拉力 T，由牛顿第二定律：

$$T = m_B a = 2 \times 2 = 4 \text{ N}$$

   验证（隔离 A）：$F - T = m_A a$，$10 - 4 = 6 = 3 \times 2$，正确。

方法总结：

1. 连接体问题先用整体法求加速度，再用隔离法求内力（张力）。
2. 整体法只考虑整体受的外力，不考虑内部相互作用力。
3. 光滑表面摩擦可忽略，粗糙表面需要加上整体摩擦力。

例题：升降机中的超重与失重

题意分析：质量为 60 kg 的人站在电梯中的体重计上，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$。若电梯以 $2\ \text{m/s}^2$ 的加速度向上启动，体重计示数对应的支持力是多少？

物理模型：竖直方向牛顿第二定律，支持力 N 就是视重。

解题过程：取竖直向上为正方向，

$$N - mg = ma.$$

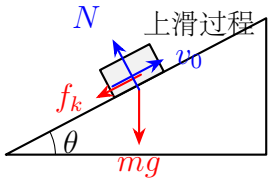
$$N = m(g + a) = 60 \times (10 + 2) = 720\ \text{N}.$$

方法总结：电梯题先把体重计示数理解为支持力 N，不要当作重力。向上加速时 $N > mg$；若向下加速，同一公式中 a 取负值。

七、变式训练

1. 质量为 $m = 5\ \text{kg}$ 的物体已经在水平面上向右滑动，受水平向右的拉力 $F = 25\ \text{N}$，动摩擦因数 $\mu_k = 0.4$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求加速度。

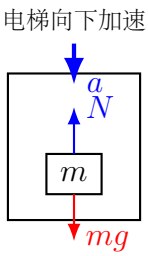
2. 一个物体以 $v_0 = 10\ \text{m/s}$ 的初速度沿倾角 $\theta = 30^\circ$ 的粗糙斜面向上滑行，动摩擦因数 $\mu_k = 0.2$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求：



   (a) 物体上滑的加速度大小和方向。

   (b) 物体上滑的最大距离。

3. 质量为 50 kg 的人站在电梯中。若电梯以 $1.5\ \text{m/s}^2$ 的加速度向下启动，取 $g = 10\ \text{m/s}^2$，求体重计示数对应的支持力。



变式训练参考结果

1. 水平面滑动：

$$a = \frac{F - \mu_k mg}{m} = \frac{25 - 0.4 \times 5 \times 10}{5} = 1.0\ \text{m/s}^2,$$

方向向右。

2. 斜面上滑阶段：

$$a = g(\sin 30^\circ + \mu_k \cos 30^\circ) \approx 6.73\ \text{m/s}^2,$$

方向沿斜面向下；上滑最大距离

$$s_{\max} = \frac{v_0^2}{2a} \approx 7.43\ \text{m}.$$

3. 电梯向下加速：

$$N = m(g - a) = 50(10 - 1.5) = 425\ \text{N}.$$

八、竞赛入门补充

拓展提升

牛顿第二定律的瞬时性问题

竞赛中常见“剪断绳子”、“撤去支持物”等瞬时变化问题。

关键：弹簧弹力不能突变（形变需要时间），而理想轻绳的拉力可以突变。

例题： A、B 两物块用轻弹簧连接，A 用细绳悬挂在天花板上，如图。

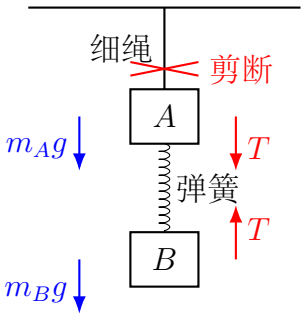


图 43：剪断细绳瞬间：弹簧弹力 T 保持不变，绳拉力 F 立即消失

剪断细绳的瞬间，A、B 两物块的加速度各是多少?

解答：

- 剪断前：A 受重力 m_Ag、弹簧拉力 T（向下）、绳拉力 F（向上），平衡 $F = m_Ag + T$；B 受重力 m_Bg、弹簧拉力 T（向上），平衡 $T = m_Bg$。
- 剪断瞬间：绳拉力 F 立即消失，但弹簧形变未变，T 保持不变（$T = m_Bg$）。

拓展提升（续）

- 对 A：$m_Ag+T=m_Aa_A$，$a_A=\dfrac{m_A+m_B}{m_A}g$（向下）。
- 对 B：$m_Bg-T=m_Ba_B$，$a_B=0$（弹力与重力仍平衡）。

结论：弹簧弹力在瞬间保持不变，绳子拉力可以突变。若 $m_A=m_B=m$，则剪断瞬间 $a_A=2g$（向下），$a_B=0$。

速度相关阻力与终端速度

现实中的雨滴、降落伞和高速运动物体常受到空气阻力。阻力通常随速度增大而增大。为了建立基础模型，可以先假设阻力大小近似为

$$f=kv,$$

方向与速度相反。若物体竖直下落，取向下为正方向，则

$$mg-kv=ma.$$

刚释放时 $v=0$，阻力很小，加速度接近 g；速度增大后，阻力变大，合力变小，加速度也变小。当

$$mg=kv_t$$

时，加速度变为 0，物体达到稳定速度

$$v_t=\frac{mg}{k},$$

这叫**终端速度**。

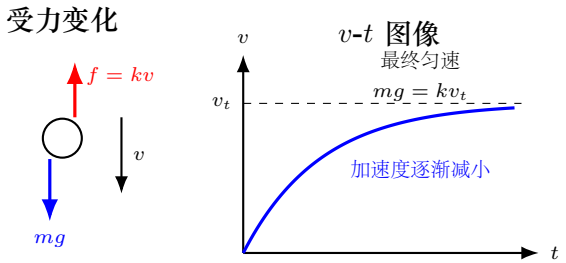


图 44：速度相关阻力：速度越大阻力越大，最终可能达到终端速度

模型边界：这里的 $f=kv$ 只是入门近似。真实空气阻力可能与 v^2 更接近，也会受形状和空气密度影响。高中阶段的重点是理解：在“重力恒定、阻力随速度改变”的竖直下落模型中，合力会随速度改变，加速度不再恒定，不能机械套匀变速公式。

拓展提升（续）

非惯性参考系与惯性力

牛顿第二定律最直接适用于惯性参考系。若参考系本身正在加速，例如随一辆向右加速的车厢一起观察，车厢中的物体相对于车厢会表现为“向后偏”。这不是因为多了某个真实物体在向后拉它，而是因为观察者选了加速参考系。

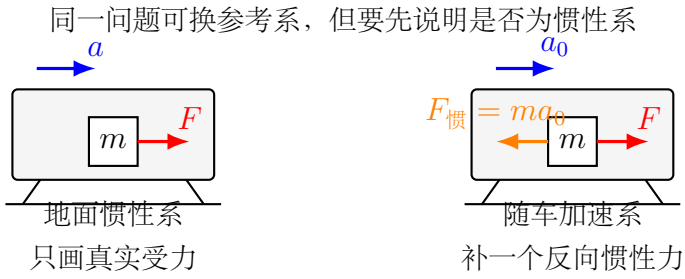


图 45：非惯性参考系：随车观察时可引入与参考系加速度相反的惯性力

使用规则：若参考系以加速度 $\boldsymbol{a}_0$ 相对惯性系运动，在这个非惯性系中可给每个质量为 m 的物体补一个

$$\boldsymbol{F}_{\text{惯}} = -m\boldsymbol{a}_0.$$

这样可以把物体在非惯性系中的“平衡”问题写成

$$\sum \boldsymbol{F}_{\text{真实}} + \boldsymbol{F}_{\text{惯}} = 0.$$

模型边界：上述 $\boldsymbol{F}_{\text{惯}} = -m\boldsymbol{a}_0$ 只针对相对惯性系做平动加速的参考系。惯性力不是物体间真实相互作用力，没有反作用力对象。高中常规题优先在地面惯性系中分析；转动参考系还可能涉及离心力、科里奥利力等，本节不直接套用上式。

九、易错点

易错清单

1. **把 $F = ma$ 中的 F 理解为某个力而不是合力**：列式前先在选定方向上写出 $\sum F$，再令 $\sum F = ma$。物体在斜面上受重力、支持力、摩擦力，加速度 $a = g\sin\theta - \mu_k g\cos\theta$ 是由合力产生的，不是单由重力产生的。

2. **混淆作用力与反作用力和平衡力**：判断两力关系时先看受力物体：作用在同一物体上且合力为零，才可能是平衡力；作用在两个不同物体上，才可能是作用力与反作用力。受力分析只画外界对研究对象的力，不画研究对象对外界的力。

3. **正交分解时坐标方向不对**：先观察加速度和约束方向。常把一个轴取在加速度方向或斜面方向上，另一个轴取垂直约束面方向，方程更清楚。

易错清单（续）

4. **牛顿第二定律的瞬时性**：遇到“刚断开”“刚撤去”时，先重画瞬间受力图，再区分哪些力能突变、哪些力暂时不变；合力一变，加速度立即改变。

5. **连接体问题中内力不等于外力**：先用整体法求共同加速度，再隔离某一物体求张力；不要把绳中张力直接等同于外部拉力。

6. **把超重理解成重力变大**：先把体重计示数写成支持力 N，再在竖直方向列 $N - mg = ma$。超重、失重改变的是支持力或悬绳拉力等视重，重力 mg 在近地范围内近似不变。

7. **有明显空气阻力时仍套自由落体**：若阻力随速度增大，合力和加速度会随时间变化，不能直接用匀加速公式贯穿全过程。

十、今日小结

1. 牛顿第一定律：力是改变运动状态的原因（不是维持运动的原因）。
2. 牛顿第二定律 $F_{合} = ma$：受力分析 $\rightarrow$ 求合力 $\rightarrow$ 算加速度 $\rightarrow$ 运动学求解。
3. 牛顿第三定律：作用力与反作用力等大反向、同生同灭，但作用在不同物体上。
4. 正交分解法：先选方便的坐标轴，常把一轴取在加速度或运动方向上；若某方向无加速度，该方向合力为零。
5. 连接体思路：整体法求加速度，隔离法求内力（Day 07 专题深入）。
6. 超重、失重看视重变化，本质是竖直方向牛顿第二定律。
7. 有速度相关阻力时，合力和加速度会随速度改变；终端速度来自合力为零。
8. 牛顿第二定律默认在惯性参考系中使用；非惯性系可引入惯性力，但它不是一对真实相互作用力。

一分钟复盘：拿一道动力学题，只写流程不计算：研究对象是谁、坐标轴怎么取、每个方向的合力是什么、加速度指向哪里。流程清楚后再代数计算。

Day 7：连接体、斜面与摩擦综合

本节导读

本节是运动学和力学的第一次综合实战。连接体题先判断多个物体之间的约束，再决定用整体法求共同运动，还是用隔离法求内部作用力。斜面临界和传送带模型都要回到同一条主线：相对运动趋势决定摩擦方向，约束关系决定加速度关系。

本节读题路线：先判断多个物体是否有共同加速度，以及绳长、接触或相对运动给出什么约束；只求整体加速度先用整体法，要求张力或支持力再隔离。斜面临界题先看摩擦趋势，传送带题要按“未共速、共速后能否维持共速”分阶段。

一、学习目标

1. 能根据所求量选择整体法或隔离法，并写出对应的动力学方程。
2. 会用整体法求连接体的加速度，用隔离法求内力（绳中张力）。
3. 能推导斜面摩擦临界条件 $\tan\theta=\mu_s$，并说明它的应用边界。
4. 能按“未共速—共速瞬间—共速后”分析水平和倾斜传送带，并检查传送带长度是否足够。
5. 能从整根轻绳长度不变出发，建立不同运动方向之间的速度、加速度约束。
6. 能综合运用受力分析、约束关系和牛顿定律解决多物体问题。

二、初高中衔接

初中物理中大部分问题只涉及单个物体。高中物理中经常出现两个或更多物体连接在一起运动的情况——这就是**连接体问题**。

连接体问题的核心思路只有两条：

1. **整体法：**把几个物体看成一个整体，只分析整体受到的外力，求出共同加速度。

2. **隔离法**：把其中一个物体分离出来单独分析，求内部相互作用力（如绳的张力）。

这两个方法交替使用，就是解决连接体问题的标准流程。

科学发展视角：工厂传送带、电梯曳引系统、起重机吊装和机器人多关节联动，都不是单个物体孤立运动，而是多个部件通过绳、带、接触面或关节形成约束。整体法用于观察系统的外部表现，隔离法用于寻找内部关键受力，两者结合才符合真实工程分析。

三、核心概念

要点：整体法与隔离法

整体法：

- 适用范围：多个物体具有相同的加速度矢量（相对静止并一起平动）。
- 操作：把多个物体看作一个整体，只画整体受到的外力（不画内部物体之间的力）。
- 列方程：$F_{\text{合外}} = (m_1 + m_2 + \cdots)a$

隔离法：

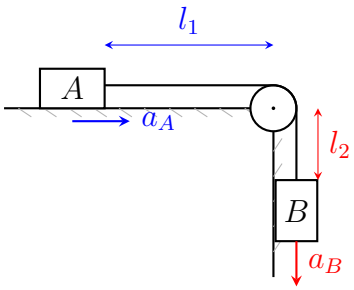
- 适用范围：需要求系统内部物体间的相互作用力（如绳张力、物体间支持力）。
- 操作：从系统中分离出一个物体单独做受力分析，列出牛顿第二定律方程。
- 列方程：$F_{i,\text{合}} = m_i a$（共同运动时，a 与整体法中的 a 相同）

选择策略：

- 只求加速度 $\rightarrow$ 整体法。
- 求内力 $\rightarrow$ 先整体法求加速度，再隔离法求内力。
- 各物体加速度方向或大小不同 $\rightarrow$ 不能直接把所有质量相加套一个方向的整体法，通常要逐个隔离。

约束关系从哪里来：轻绳不伸长，所以绳长是常量。写出绳长关系，才能判断两个物体的速度、加速度大小是否相等。若绳子斜拉物体，绳长的变化只由物体速度沿绳方向的分量决定，不能直接把物体速度等同于绳端速度。

要点：整体法与隔离法（续）



$$l_1 + l_2 + \text{定长部分} = L$$

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 0 \Rightarrow |a_A| = |a_B|$$

图 46：轻绳不伸长：由绳长不变推出连接体的运动约束

要点：摩擦临界问题

临界条件：物体处于将要滑动的极限静止状态时，静摩擦力达到最大值。

斜面摩擦临界：对只受重力、支持力和静摩擦力的物块，若没有其他沿斜面方向的外力，刚好不下滑的条件为：

$$mg\sin\theta = f_{\max} = \mu_s mg\cos\theta$$

$$\boxed{\tan\theta = \mu_s}$$

- $\theta < \arctan\mu_s$：若物块初始静止，则可保持静止（$f_s = mg\sin\theta < f_{\max}$）。
- $\theta = \arctan\mu_s$：物块可处于极限静止状态，此时 $f_s = f_{\max}$；倾角稍增或受到沿斜面向下的微小扰动后将滑动。
- $\theta > \arctan\mu_s$：若由静止释放，物块将下滑（滑动摩擦力 $f_k = \mu_k mg\cos\theta$）。

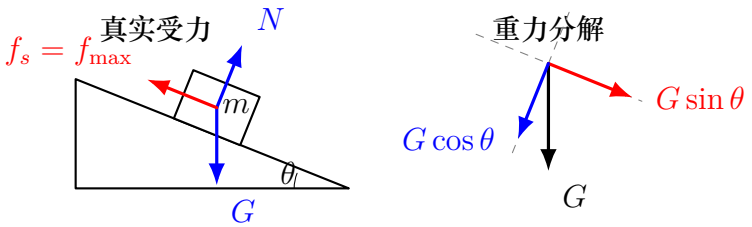


图 47：斜面摩擦临界：$G\sin\theta = \mu_s N$ 时物块处于极限静止状态

四、公式与适用条件

方法使用前检查：

1. 多个物体是否有共同加速度？若没有，不能直接把质量相加。

2. 只求整体加速度时用整体法；要求张力、支持力等内力时再隔离。

3. 轻绳、轻杆、接触面和传送带给出的约束关系要先写清。

4. 摩擦临界和传送带题都要先判断相对运动趋势，再决定摩擦方向。

连接体的系统边界分析清单

整体法的本质是先画一个“系统边界”。边界里面的物体合成一个整体，边界内部彼此之间的作用力会成对抵消；边界外的物体对系统的作用力才进入整体方程。

先问什么	判断结果	对应做法
把谁圈成系统?	$A+B$、人 + 船、物块 + 小车等	写总质量 $m_{总}$
哪些力来自系统外?	拉力、重力、地面摩擦、墙面支持等	写进整体方程
哪些力在系统内部?	绳张力、两物体间支持力等	整体法中不写
是否要求内部力?	要求张力、压力、支持力	再隔离其中一个物体

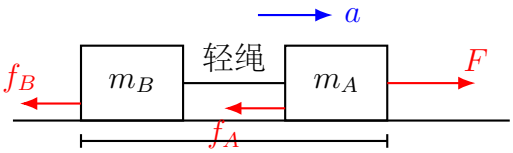
判断标准：一个力是否写进整体方程，不看它“有没有出现”，而看施力物体是否在系统边界外。改变系统边界后，同一个力可能从内力变成外力，所以整体法和隔离法必须说清研究对象。

方法	适用场景	核心关系
整体法	共同加速度系统	$F_{合外}=m_{总}a$
隔离法	求内部相互作用力	$F_{i,合}=m_i a$
斜面临界	无沿斜面外力	$\tan\theta=\mu_s$
水平传送带	判断摩擦方向	共速且无水平外力时 $f=0$

五、典型模型

模型 1：水平面连接体

两个物体用轻绳连接在粗糙水平面上，前方物体 A 受水平拉力 F，后方物体 B 被绳拉着一起向右运动。

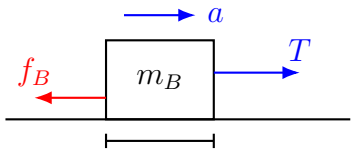


整体：$F-(f_A+f_B)=(m_A+m_B)a$

图 48：连接体整体法：整体 $F-f_{总}=(m_A+m_B)a$

图中只保留水平方向上参与列方程的力；重力和支持力在竖直方向平衡，整体法中不写绳的张力这种内力。

隔离 B 求张力：



隔离 B：$T-f_B=m_Ba$

图 49：隔离 B：$T-f_B=m_Ba$

模型 2：斜面摩擦临界

这个模型必须先限定为：物块初始静止，只受重力、支持力和摩擦力，且没有其他沿斜面方向的外力。判断步骤为：

1. 假设物块有沿斜面向下的运动趋势，静摩擦力沿斜面向上。
2. 先由 $N=mg\cos\theta$ 求最大静摩擦力 $f_{\max}=\mu_sN$。
3. 比较 $mg\sin\theta$ 与 $f_{\max}$：前者较小时可静止，相等时为极限静止，前者较大时物块下滑。

只有在上述条件下，临界式才能化为 $\tan\theta=\mu_s$；有拉力、推力或其他约束时，应重新列沿斜面方向的平衡方程。

模型 3：水平传送带

物块轻放在以 $v_{带}$ 匀速运动的水平传送带上。刚放上时 $v_{物}=0$，物块相对带面向左滑，受到向右的滑动摩擦力 $f_k=\mu_kmg$，做匀加速运动。若传送带足够长，且物块不受其他水平外力，当 $v_{物}=v_{带}$ 后，物块与带面相对静止，此后保持匀速，摩擦力为零。

$$\text{加速阶段：}\quad a=\mu_kg,\qquad v_{物}=\mu_kgt,\qquad x_{物}=\frac{1}{2}\mu_kgt^2$$

达到共速所需的时间和位移为

$$t_1 = \frac{v_{带}}{\mu_k g}, \qquad x_1 = \frac{v_{带}^2}{2\mu_k g}.$$

若传送带有效长度小于 x_1，物块将在尚未共速时离开传送带。

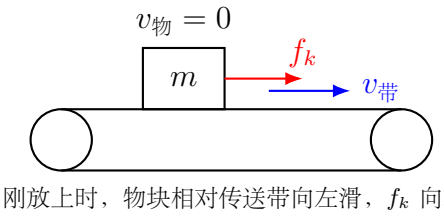


图 50：传送带：物块刚放上时受向右摩擦力加速

模型 4：倾斜传送带

设长度为 L 的传送带**沿斜面向下**以速度 v_0 匀速运行，物块从斜面顶端由静止轻放；取**沿斜面向下为正**。这个模型必须分阶段：

1. **未共速**：物块相对带面向上滑，滑动摩擦力沿斜面向下，且重力沿斜面的分量也向下：

   $$mg\sin\theta + f_k = ma_1, \qquad f_k = \mu_k mg\cos\theta,$$

   故

   $$\boxed{a_1 = g(\sin\theta + \mu_k\cos\theta)}, \qquad t_1 = \frac{v_0}{a_1}, \qquad s_1 = \frac{v_0^2}{2a_1}.$$

   只有当 $L \geq s_1$ 时，物块才能在离开传送带前达到共速；若 $L < s_1$，应直接按第一阶段运动到斜面底端。

2. **刚共速**：到 t_1 时，物块速度恰为 v_0，但这只是相对速度暂时为零，**不能立刻断定摩擦力为零**。

3. **共速后**：若要继续与传送带共速，沿斜面合力应为零，需要静摩擦力向上，大小为 $f_s = mg\sin\theta$。因此必须满足

   $$mg\sin\theta \leq \mu_s mg\cos\theta \quad\Longleftrightarrow\quad \boxed{\tan\theta \leq \mu_s}.$$

   若满足，物块以后以 v_0 匀速下滑，摩擦力是**向上**的静摩擦力；若 $\tan\theta > \mu_s$，静摩擦力不足以维持共速，物块又会相对带面向下滑，此后滑动摩擦力向上：

   $$mg\sin\theta - \mu_k mg\cos\theta = ma_2, \qquad \boxed{a_2 = g(\sin\theta - \mu_k\cos\theta)}.$$

   通常有 $\mu_s \geq \mu_k$，此时由 $\tan\theta > \mu_s$ 可知 $a_2 > 0$；若题目把两个摩擦因数作为独立数据给出，应由上式单独判断 a_2 的符号。

符号提醒：严格地说，能否维持共速应比较 $\tan\theta$ 与**静摩擦因数** μ_s；一旦再次相对滑动，才改用动摩擦因数 μ_k。高中许多题目只给一个摩擦因数 μ，并近似取 $\mu_s=\mu_k=\mu$，这时才可直接比较 $\tan\theta$ 与 μ。

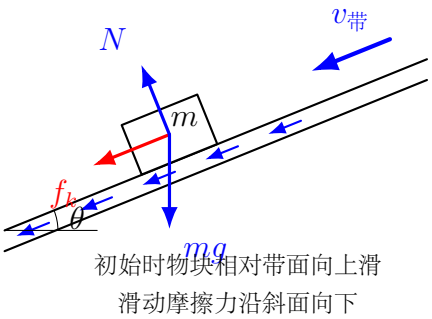


图 51：倾斜传送带初始阶段：带面向下运动，物块由静止释放，摩擦力沿斜面向下

六、例题精讲

例题：水平连接体——整体法与隔离法

题意分析： $m_A=4$ kg、$m_B=2$ kg 用轻绳连接放在粗糙水平面上，并已经在拉力作用下向右滑动，动摩擦因数 $\mu_k=0.3$，$g=10\ \text{m/s}^2$。在 A 上施加 $F=30$ N 的水平拉力。求：

1. 整体的加速度。
2. 绳中张力 T。

物理模型：水平面粗糙连接体。

解题过程：

1. 整体法：

   总摩擦力 $f_{总}=\mu_k(m_A+m_B)g=0.3\times 6\times 10=18$ N

   $$F-f_{总}=(m_A+m_B)a,\qquad 30-18=6a,\qquad a=2\ \text{m/s}^2$$

2. 隔离 B（求张力 T）：

   B 受拉力 T（向右）和摩擦力 $f_B=\mu_k m_B g=0.3\times 2\times 10=6$ N（向左）。

   $$T-f_B=m_Ba,\qquad T-6=2\times 2,\qquad T=10\ \text{N}$$

   验证（隔离 A）：$F-T-f_A=m_Aa$，$30-10-12=8=4\times 2$，正确。

方法总结：

例题：水平连接体——整体法与隔离法（续）

1. 先用整体法求共同加速度：把连接体看成一个系统，内力（绳中张力）不写，只写外力和总摩擦力。
2. 再用隔离法求内力：选受力较少的物体列方程，未知量会更少。
3. 最后用另一个物体反代验证。若两个隔离方程给出的张力不一致，通常是摩擦力方向或某个质量代错。

例题：斜面摩擦临界

题意分析：质量为 m 的物体放在倾角 $\theta = 30^\circ$ 的斜面上，$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。问：

1. 求物体保持静止所需静摩擦因数 μ_s 的最小值（临界值）。
2. 若 $\mu_s = 0.4$，物体会下滑吗?
3. 若物体匀速上滑，且 $m = 2\ \mathrm{kg}$、$\mu_k = 0.4$，求所需的沿斜面向上的力 F。

物理模型：斜面摩擦临界 + 有外力时的动力学。
解题过程：

1. 极限静止时 $\tan\theta = \mu_{s,\min}$：

$$\mu_{s,\min} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0.577$$

2. $\mu_s = 0.4 < 0.577$，最大静摩擦力不够，物体会下滑。
3. 匀速上滑时，$a = 0$，滑动摩擦力沿斜面向下：

$$F = mg\sin\theta + \mu_k mg\cos\theta$$

$$F = mg(0.5 + 0.4 \times 0.866)$$

$$F = 2 \times 10 \times 0.846 \approx 16.9\ \mathrm{N}$$

方法总结：

1. 静止临界先写 $mg\sin\theta = f_{s\max}$、$N = mg\cos\theta$，再得到 $\tan\theta = \mu_s$，不要把它当成无条件公式。
2. 判断能否静止看 $\tan\theta$ 与 μ_s；一旦已经滑动，计算摩擦力要改用 $\mu_k N$。
3. 每换一种运动趋势，都要重新判断摩擦力方向。匀速上滑时摩擦力沿斜面向下；若物体有下滑趋势，静摩擦力沿斜面向上。

例题：传送带模型——速度图像求相对滑动

题意分析：水平传送带以 $v_{带}=4\ \mathrm{m/s}$ 匀速运行，将一质量为 $m=2\ \mathrm{kg}$ 的物块轻放在传送带左端，$\mu_k=0.4$，$g=10\ \mathrm{m/s^2}$，传送带足够长。求：

1. 物块达到传送带速度所需时间和位移。
2. 物块在传送带上留下的摩擦痕迹长度。

物理模型：传送带——物块先匀加速后匀速。

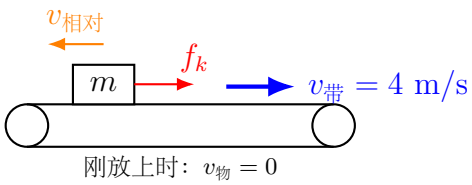


图 52：例题传送带：物块刚放上时相对带面向左滑

解题过程：

1. 加速阶段：

$$a=\mu_k g=0.4\times 10=4\ \mathrm{m/s^2}$$

$$v_{物}=at,\qquad t_1=\frac{v_{带}}{a}=\frac{4}{4}=1\ \mathrm{s}$$

$$x_{物}=\frac{1}{2}at_1^2=\frac{1}{2}\times 4\times 1^2=2\ \mathrm{m}$$

2. 把物块视为质点时，痕迹长度等于物块与传送带的相对位移：

$$x_{带}=v_{带}t_1=4\times 1=4\ \mathrm{m}$$

$$\Delta x=x_{带}-x_{物}=4-2=2\ \mathrm{m}$$

也可直接画 v-t 图：带速为 4 m/s 的水平线，物块速度从 0 匀加速到 4 m/s。两图线间的面积等于相对位移：

$$s_{相对}=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2\ \mathrm{m}.$$

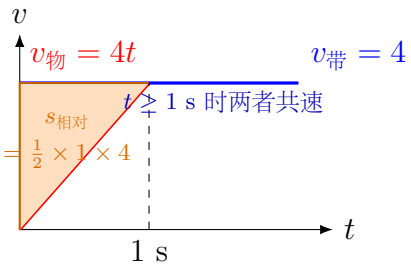


图 53：v-t 图中两条速度线之间的面积等于相对位移

例题：传送带模型——速度图像求相对滑动（续）

方法总结：

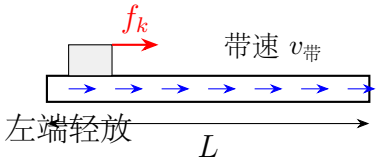
1. 传送带问题的核心是判断摩擦力方向（相对运动或相对运动趋势方向）。
2. 物块刚放上时相对传送带向后滑，摩擦力向前——这是动力。
3. 两条 v-t 图线之间的面积也可求相对位移。**只有把物块视为质点、接触区域可忽略时**，带面上被单个接触点扫过的痕迹长度才等于相对位移；若物块底面有有限长度，题目所说“痕迹长度”还要结合接触区域的初末位置判断。

七、变式训练

1. $m_A = 5\ \text{kg}$、$m_B = 3\ \text{kg}$ 用轻绳连接放在光滑水平面上，在 A 上施加 $F = 24\ \text{N}$。求加速度和绳中张力。
2. 质量为 $m = 3\ \text{kg}$ 的物体放在倾角 $\theta = 37^\circ$（$\sin\theta = 0.6$，$\cos\theta = 0.8$）的斜面上，$\mu_s = 0.5$，若下滑则取 $\mu_k = 0.5$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。

   (a) 物体是否下滑？

   (b) 若下滑，加速度多大？若静止，摩擦力多大？
3. 水平传送带长 $L = 10\ \text{m}$，以 $v_{\text{带}} = 6\ \text{m/s}$ 运行，$\mu_k = 0.3$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。物块从传送带左端轻放。判断物块到达右端前是否已与传送带共速，并求到达右端所需时间及相对滑动距离。



变式训练参考结果

1. 光滑水平连接体：
$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = 3.0\ \text{m/s}^2, \qquad T = m_B a = 9.0\ \text{N}.$$
2. 斜面物块：$\tan 37^\circ = 0.75 > \mu_s = 0.5$，物块下滑。滑动摩擦力 $f_k = \mu_k mg\cos 37^\circ = 12\ \text{N}$，加速度
$$a = g(\sin 37^\circ - \mu_k \cos 37^\circ) = 2.0\ \text{m/s}^2.$$
3. 水平传送带：$a = \mu_k g = 3.0\ \text{m/s}^2$，$t_1 = v_{\text{带}}/a = 2.0\ \text{s}$，$x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = 6.0\ \text{m} < L$，所以到达右端前已经共速。总时间
$$t = t_1 + \frac{L - x_1}{v_{\text{带}}} = \frac{8}{3}\ \text{s},$$
相对滑动距离为两条 v-t 图线在 0 到 t_1 间的面积：$s_{\text{相对}} = \frac{1}{2}v_{\text{带}}t_1 = 6.0\ \text{m}$。

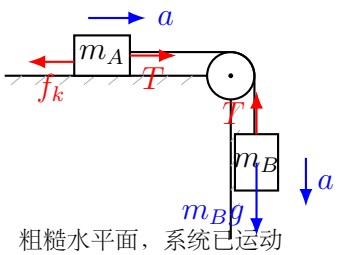
八、竞赛入门补充

拓展提升

运动方向不同且含摩擦的连接体

如果连接体中各物体的加速度方向不同（例如跨滑轮连接、斜面上下滑连接），不能直接把所有质量相加写成一个方向上的整体方程，通常要分别隔离。

例题：质量 m_A 和 m_B 通过跨过光滑定滑轮的轻绳连接，A 在粗糙水平面上，动摩擦因数为 μ_k。系统已经运动，B 竖直向下。求加速度和绳中张力。



粗糙水平面，系统已运动

轻绳不伸长：A 向右与 B 向下的加速度大小相同

图 54：滑轮连接体：两物体加速度大小相同、方向不同

解：轻绳不伸长，所以两物体加速度大小相同，但方向不同。分别隔离：

- 对 A（向右为正）：$T-\mu_k m_A g=m_A a$
- 对 B（竖直方向）：$m_B g-T=m_B a$

联立得：

$$a=\frac{m_B-\mu_k m_A}{m_A+m_B}g,\qquad T=\frac{(1+\mu_k)m_A m_B}{m_A+m_B}g.$$

条件检查：上式按 B 向下取正。题目已说明系统按该方向运动；若只说“由静止释放”，还应先用最大静摩擦力判断能否启动。轻绳、光滑滑轮保证绳中各处张力大小相等。

拓展提升

速度约束：先写整根绳的长度关系

有些连接体题中，绳子不是沿物体运动方向拉动物体。下图中，轻绳一端连接物块，穿过固定光滑小环后，另一端竖直向下运动。设斜绳段长为 ℓ、竖直绳段长为 y，忽略小环处的定长部分，则

$$L=\ell+y+\text{定长部分}.$$

拓展提升（续）

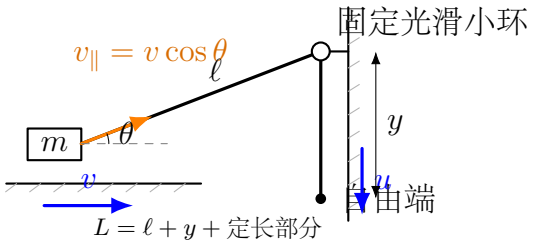


图 55：斜拉绳的速度约束：绳长变化只由沿绳方向的速度分量决定

在很短时间 Δt 内，物块向右移动，斜绳段缩短量近似为 $v\cos\theta\,\Delta t$；为保持整根绳长不变，竖直绳段必须增加同样的长度。若自由端向下速度为 u，则

$$u\Delta t = v\cos\theta\,\Delta t, \qquad \boxed{u = v\cos\theta}.$$

用瞬时变化率也可写成

$$-\frac{\mathrm{d}\ell}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = u = v\cos\theta.$$

九、易错点

易错清单

1. **整体法漏了摩擦力**：先把系统外力逐个圈出。粗糙表面上的外摩擦力要写进整体方程，绳张力这类内力不写。

2. **隔离法选错对象**：先选择未知力少、受力简单的物体隔离。水平连接体中常先隔离后面的物体求张力。

3. **传送带问题中摩擦力方向判断错**：先判断物块相对传送带的滑动或趋势。刚放上时常相对向后滑，摩擦力向前；共速后再重新判断。

4. **把 $\tan\theta$ 与 μ_s 的比较当成通用口诀**：这条比较只适用于物体静放在斜面上、沿斜面方向没有其他外力的情形。先假设物体将要下滑，把静摩擦力画成沿斜面向上；再由临界平衡写 $mg\sin\theta = f_{\max} = \mu_s mg\cos\theta$，才得到 $\tan\theta = \mu_s$。有拉力、推力或其他约束时，应重新列沿斜面的平衡方程。

5. **匀速上滑时把摩擦力方向画反**：匀速上滑时物体相对斜面向上运动，摩擦力沿斜面向下（阻力），不是向上。

6. **斜拉绳时直接写速度相等**：如下图，轻绳穿过固定光滑小环，斜绳段长为 ℓ、竖直段长为 y。由 $L = \ell + y +$ 定长部分 可知 $u = -\mathrm{d}\ell/\mathrm{d}t = v\cos\theta$，而不是 $u = v$。改变装置或增加绳段后，必须重新写整根绳的长度关系。

易错清单（续）

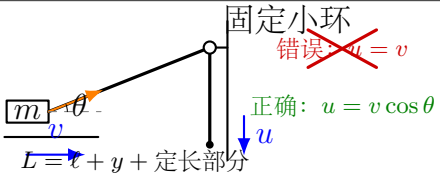


图 56：斜拉绳易错辨析：先看绳长变化，再比较速度分量

十、今日小结

1. 整体法：求共同加速度时用，只考虑系统外力。
2. 隔离法：求内力时用，先整体求加速度再隔离。
3. 斜面临界：无其他沿斜面外力时，$\tan\theta = \mu_s$ 表示物块处于极限静止状态。
4. 传送带：先检查物块能否在离开带面前共速；水平带上共速后可无摩擦，斜带上共速后仍要检查静摩擦力能否平衡重力沿斜面的分量。
5. 摩擦方向检查：先判断相对运动或相对运动趋势；摩擦力与相对运动（趋势）方向相反，不是简单与运动方向相反。
6. 斜拉绳的速度约束要先写整根绳长关系，再看沿绳方向的速度分量；图示小环模型中 $u = v\cos\theta$。

一分钟复盘：看到连接体题，先判断“是否共同加速度、是否要求内力、整根绳由哪些可变绳段组成”。这三问回答完，再决定整体法、隔离法或速度投影。

第二部分

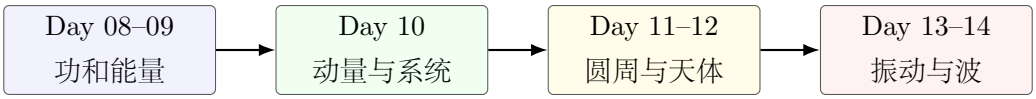
力学主干

第二部分学习路线

从力和运动走向系统与守恒

第二部分是高中力学的主干。前一部分主要回答“物体怎么运动、为什么加速”，这一部分进一步回答“能量怎样转化、动量怎样传递、圆周和天体运动怎样建模”。

进入本部分前先问：题目更关心过程中的力，还是前后状态的变化？研究对象是单个物体，还是多个物体组成的系统？先回答这两问，才能在牛顿定律、能量和动量之间选对工具。



从力的过程分析，逐步过渡到状态、系统和周期模型

一、先分清三类方法

1. **力和运动方法：**适合求瞬时加速度、受力关系和约束关系。
2. **能量方法：**适合求速度、位移、最高点、最大压缩量和能量损失。
3. **动量方法：**适合研究系统内物体之间的相互作用，常用于碰撞、爆炸和反冲。相互作用时间短常使外力冲量可以忽略，但不是使用动量方法的唯一情形。

很多综合题难在判断“该用哪一类方法”。读 Day 08 到 Day 14 时，要不断问：题目关注的是力、位移、时间，还是状态变化和守恒条件？

二、先看题目在问什么

第二部分开始，题目常常不止一种解法。读题时先看题目要求的物理量：

题目特征	优先方法	先检查什么
求瞬时加速度、支持力、拉力、临界条件	力和运动方法	研究对象是谁?沿哪个方向列牛顿第二定律?
求速度、最大高度、最大压缩量、能量损失	能量方法	哪些力做功?是否满足机械能守恒，还是要用动能定理?
碰撞、爆炸、反冲、人船模型	动量方法	系统怎么选?外力冲量能否忽略？是否还需要能量关系?
圆周、天体、振动和波	几何、动力学与周期关系	圆心、半径、受力、周期、相位或传播方向是否画清?

这张表不是把题目固定分类，而是提醒：先看问题指向，再选工具。综合题常常需要先用动力学判断过程，再用能量或动量比较前后状态。

三、这一部分的认知台阶

- Day 08 到 Day 09：从功和能量开始，建立“前后状态比较”的思想。
- Day 10：用动量处理相互作用，学会把多个物体看成系统。
- Day 11 到 Day 12：把直线运动扩展到圆周和万有引力。
- Day 13 到 Day 14：进入振动和波，理解周期性、传播和相位。

四、阅读时的关键判断

看到“光滑”或题目只涉及重力、弹力做功时，不要立即写机械能守恒；先选定包含相关物体、地球或弹簧的系统，再判断机械能守恒条件是否满足。看到“碰撞、爆炸、反冲”，先判断所选系统的外力冲量是否可以忽略；看到“圆周运动”，先找圆心和半径方向，再分析沿半径方向的合力由哪些真实力构成。

五、学完后的复盘：确认是否抓住主线

完成 Day 08 到 Day 14 后，用下面四问复盘：不是追偏题难题，而是确认方法选择、系统条件和图像关系是否说得清。

1. 能否先判断题目适合用动力学、能量还是动量方法?
2. 使用守恒关系前，是否会说明系统、外力做功或外力冲量条件?

3. 圆周和天体题中，是否会先找圆心和半径，并说明沿半径方向的合力由哪些真实力构成？

4. 振动和波动题中，是否能区分质点振动、波形传播和相位关系？

Day 8：功、功率与动能定理

本节导读

从力的角度解决问题常常需要知道加速度和运动时间，但很多问题只关心初末状态，不关心中间过程。能量方法就是为此而生。本节学习功、功率、动能定理——在适用条件满足时，用功和能量直接建立初末状态的关系。

本节读题路线：先画出位移方向和各个力的方向，判断每个力做正功、负功还是零功；再把所有功相加得到合力总功；最后看题目问的是动能变化、瞬时功率、平均功率还是机械效率。这样做，可以把“力”和“距离”转化为有方向、有过程的功。

一、学习目标

1. 能用 $W = Fx\cos\theta$ 判断正功、负功和零功。
2. 能区分平均功率 $\bar{P} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$ 与瞬时功率 $P = Fv\cos\theta$。
3. 能用 $\eta = \dfrac{W_{有用}}{W_{总}}$ 计算机械效率，并区分功率和效率。
4. 能用 $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2$ 描述物体因运动具有的能量。
5. 能用动能定理 $W_{合} = \Delta E_k$ 联系总功和初末动能。
6. 能判断哪些场景中能量方法比动力学方法更直接。

二、初高中衔接

初中已经学过“功 = 力 × 距离”，但有两个重要局限：

1. 初中只考虑力与位移同向的情况，高中要考虑力的方向与位移方向有夹角的情况。
2. 初中只算大小，不分正负。高中要用功的正负表示这个力对物体动能变化的贡献。

更重要的是：初中对“能量”只有定性概念。高中开始定量计算动能、势能，并用“功是能量转化的量度”这个核心思想来解题。

科学发展视角：电动车续航、发动机输出、机器人电机选型和运动训练中的能量消耗，都需要把“力做了多少功”和“能量变化多少”联系起来。读这类问题时，先画能量输入、有效输出和损耗去向，再区分功率描述转化快慢、效率描述有效利用比例；这正是现代能源与机械系统最关心的问题。

三、核心概念

要点：功

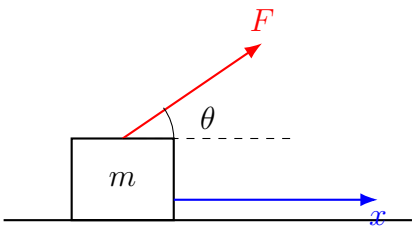
定义： **恒力**对物体做的功等于力的大小、位移大小、力与位移夹角余弦的乘积。

$$\boxed{W = Fx\cos\theta}$$

- F：恒力的大小（N）。
- x：位移的大小（m）。
- θ：力与位移方向的夹角。

正功与负功：

θ 范围	$\cos\theta$	功的性质
$0^\circ \le \theta < 90^\circ$	> 0	正功（力对运动起促进作用）
$\theta = 90^\circ$	$= 0$	不做功
$90^\circ < \theta \le 180^\circ$	< 0	负功（力对运动起阻碍作用）



$W = Fx\cos\theta$

图 57：力 F 与位移 x 夹角为 θ 时，$W = Fx\cos\theta$

常见提醒：

1. 摩擦力可以做正功、负功或零功。判断时要看摩擦力作用点在所选参考系中的位移，不能只看物体整体是否移动。例如理想刚性轮纯滚动时，接触点相对地面瞬时静止，地面静摩擦力不做功。

要点：功（续）

2. 功是标量，没有方向，但有正负——正负表示这个力对能量转化的贡献方向；物体动能最终增减要看合外力总功。

3. 总功等于各力做功的代数和，不是矢量和。

要点：功率

平均功率：一段时间内所做的功与这段时间的比值：

$$\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}.$$

瞬时功率：当时间间隔很短时，物体的位移近似为 $\Delta x = v\Delta t$。若该时刻力与速度夹角为 θ，则

$$\Delta W \approx Fv\cos\theta\,\Delta t, \qquad \boxed{P = Fv\cos\theta}.$$

- 单位：瓦特（W），1 W = 1 J/s。
- 瞬时功率公式中 v 是瞬时速度。
- 机车功率问题中，若牵引力与速度同向，可写 $P = Fv$；当输出功率一定时，牵引力与速度成反比。

要点：动能与动能定理

动能：

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

- 标量，单位焦耳（J）。
- 动能非负（$v = 0$ 时 $E_k = 0$），与速度方向无关。
- 动能的增量只与初末速率大小有关，与速度方向及中间过程无关。

动能定理：

$$\boxed{W_{\text{合}} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}$$

来源（匀变速直线的一步推导）：若合力与位移同向且为恒力，

$$W_{\text{合}} = F_{\text{合}}x = max$$

又由 $v_2^2 - v_1^2 = 2ax$，得

$$W_{\text{合}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

更一般地，在曲线运动的一小段路程 Δs 内，只取合力沿速度方向的分量 $F_{\parallel}$。由切向动力学关系

$$F_{\parallel} = ma_t, \qquad a_t \approx \frac{\Delta v}{\Delta t}, \qquad \Delta s \approx v\Delta t,$$

要点：动能与动能定理（续）

可得

$$\Delta W = F_{\parallel}\Delta s \approx mv\Delta v \approx \Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right).$$

把变力、曲线运动全过程分成许多小段并求和，仍得到 $W_{合} = \Delta E_k$。

- $W_{合}$ 是合力做的功（或所有力做功的代数和）。
- 动能定理不涉及加速度和时间，适合处理多过程问题。
- 与牛顿定律 $F = ma$ 相比，动能定理是“从能量角度看运动”。

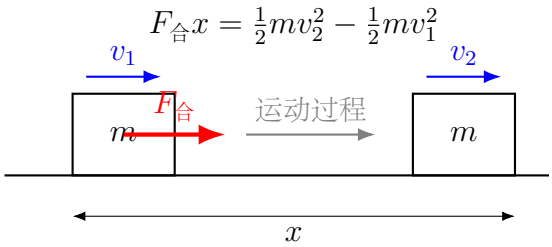


图 58：动能定理：合外力做功等于动能变化

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先确定研究过程的起点和终点，功和能量变化必须对应同一段过程。
2. 判断力是否恒定；若力变化，要考虑 F-x 图像面积或分段近似。
3. 做功先看力沿位移方向的分量，不能只看力的大小。
4. 用动能定理时写合外力总功，不要漏掉摩擦力、支持力是否做功等判断。

动能定理列式前的做功分析清单

使用动能定理前，先盘点这一段过程中每个力做了多少功，再把合外力总功与动能变化对应起来。可以按下面顺序写：

检查项	要问的问题	写入方程的结果
过程边界	从哪个状态到哪个状态?	$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$
每个力	这个力是否有沿位移方向的分量?	正功、负功或零功
变力情况	力是否随位置变化?	图像面积或分段求和
总功	所有力做功如何相加?	$W_{合} = \sum W_i$

动能定理列式前的做功分析清单（续）

判断标准：方程左边是这一段过程内所有外力做功的代数和，右边是同一段过程的动能变化。若题目分多段，既可以分段列动能定理，也可以对全过程列式；但无论哪种方法，每个力在哪一段做功都要说清楚。

公式	物理意义	适用条件
$W = Fx\cos\theta$	恒力做功	恒力，位移已知
$\bar{P} = \dfrac{\Delta W}{\Delta t}$	平均功率	一段时间内的平均功率
$P = Fv$	瞬时功率	力与速度同向时；一般看力沿速度方向的分量
$\eta = \dfrac{W_{有用}}{W_{总}} = \dfrac{P_{有用}}{P_{总}}$	机械效率	同一过程或稳定工作状态
$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	动能定义	高中非相对论范围
$W_{合} = \Delta E_k$	动能定理	高中非相对论范围，变力过程也成立

五、典型模型

模型 1：恒力做功

直接用 $W = Fx\cos\theta$ 计算。重力做功只与高度差有关，与路径无关；若 h 表示物体下降的竖直高度，则 $W_G = mgh$，一般写作 $W_G = mg(h_1 - h_2)$。

模型 2：变力做功

若沿位移方向的力分量随位移线性变化（如缓慢拉伸弹簧时外力大小 $F = kx$），可用平均力 $\bar{F} = \frac{F_1+F_2}{2}$ 求功。若力的方向也在变，或力与位移不是同一直线，就要先取沿位移方向的分量，不能机械套平均力。

为什么 $F-x$ 图像面积表示功：把位移切成很多小段，每段内力近似不变，则 $\Delta W \approx F_i\Delta x$。所有小矩形面积相加，就是总功；当小段足够细时，得到图线与 x 轴围成的有向面积。

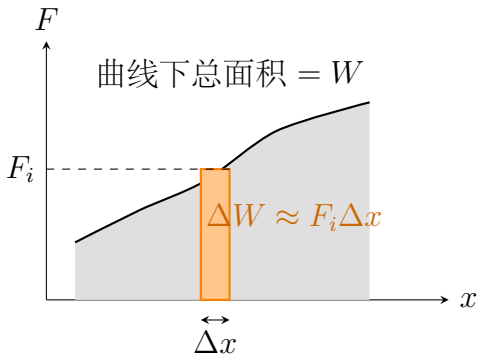


图 59：$F-x$ 图像中，图线与 x 轴围成的有向面积表示变力做功

弹簧弹力做功（先限定过程）：设弹簧从原长开始被缓慢拉伸到形变量 x，初末速度均可忽略。

- **外力拉弹簧做正功**：$W_{外}=\frac{1}{2}kx^2$，弹簧弹性势能增加。
- **弹簧弹力做负功**：$W_{弹}=-\frac{1}{2}kx^2$，弹性势能增加。

两者大小相等、符号相反，但不能把它们相加成一个新的功。对弹簧来说，

$$\Delta E_p=\frac{1}{2}kx^2,\qquad W_{外}=\Delta E_p,\qquad W_{弹}=-\Delta E_p$$

弹性势能在机械能系统中会作为一种储能形式统一处理。

若弹簧不是从原长开始，或研究的是释放、压缩过程，就不能直接照抄上述正负号。以原长为形变量零点，从 x_1 变化到 x_2 时，弹簧弹力做功的一般式为

$$W_{弹}=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2=-\Delta E_p.$$

模型 3：机车启动

机车启动题的核心不是记公式，而是同时看三句话：

$$P=Fv,\qquad F-f=ma,\qquad F=f\Rightarrow a=0.$$

其中 F 是牵引力，f 是阻力。以下讨论假定车辆质量不变、运动方向不变，并把阻力 f 近似看作恒量。高中常见有两种情形：

- **恒定功率阶段**：恒功率模型不能从 $v=0$ 直接开始，因为 $F=P/v$ 会在 $v=0$ 处失去意义。通常从某个非零初速度开始研究：此后若功率 P 保持不变，则 $F=\dfrac{P}{v}$。随着 v 增大，牵引力 F 减小，加速度 $a=\dfrac{F-f}{m}$ 逐渐减小。当 $F=f$ 时达到最大速度

$$v_{\max}=\frac{P}{f}.$$

- **先恒定牵引力，后恒定功率**：若起步阶段牵引力保持 F_0，则加速度

$$a = \frac{F_0 - f}{m}$$

近似恒定，速度增大时功率 $P = F_0 v$ 随之增大。当 P 增大到额定功率 $P_{额}$ 后，不能再继续增大功率，于是转入恒定功率阶段，牵引力随速度增大而减小，直到 $F = f$。

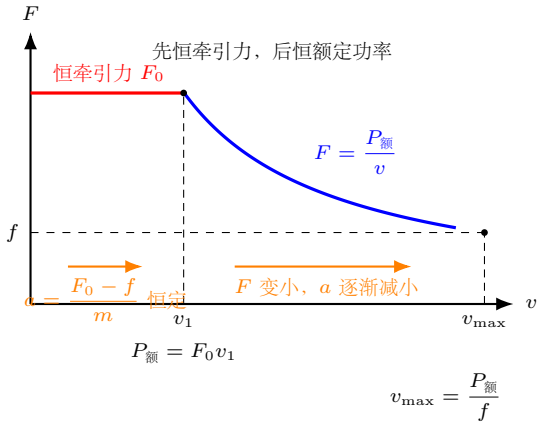


图 60：机车启动：恒牵引力阶段到额定功率阶段，再到最大速度

解题顺序：先判断题目给的是“牵引力恒定”还是“功率恒定”；再用 $P = Fv$ 找阶段转换速度；最后用 $F - f = ma$ 判断加速度变化。不要把最大速度公式 $v_{\max} = P/f$ 用到还没有达到额定功率的阶段。

模型 4：机械效率

机械效率描述输入能量中有多少转化成目标效果：

$$\eta = \frac{W_{有用}}{W_{总}} \times 100\%.$$

对稳定工作的机器，在相同时间内也可写成

$$\eta = \frac{P_{有用}}{P_{总}} \times 100\%.$$

例如用斜面把物体升高，克服重力增加的重力势能常是有用功；克服摩擦、绳轮损耗等消耗的功是额外功。效率不是做功快慢，而是能量利用比例。

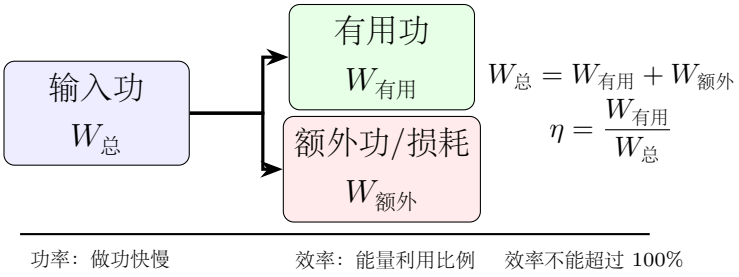


图 61：机械效率：输入功分成有用功和额外损耗

认知提醒：功率大只表示单位时间做功多，不一定效率高；效率高也不表示做功快。现实机器的效率小于 100%，不是能量不守恒，而是部分能量转化为内能、声能等非目标形式。

六、例题精讲

例题：恒力做功的计算

题意分析：质量为 $m = 10\ \text{kg}$ 的物体在水平面上，受与水平方向成 37° 角斜向上的拉力 $F = 50\ \text{N}$ 作用，在水平面上前进了 $x = 10\ \text{m}$，动摩擦因数 $\mu_k = 0.2$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求各力做的功和总功。

物理模型：恒力做功，受力分析后逐一计算。

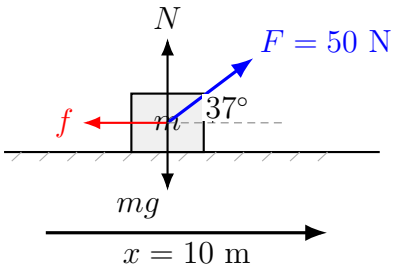


图 62：例题示意：拉力与位移夹角为 37°，支持力因拉力的竖直分量而减小

解题过程：

拉力做功：$W_F = Fx\cos 37^\circ = 50 \times 10 \times 0.8 = 400\ \text{J}$（正功）。

重力做功：$W_G = 0$（重力与位移方向垂直）。

支持力做功：$W_N = 0$（支持力与位移方向垂直）。

摩擦力：$N = mg - F\sin 37^\circ = 100 - 50 \times 0.6 = 70\ \text{N}$，$f_k = \mu_k N = 0.2 \times 70 = 14\ \text{N}$。

$W_f = fx\cos 180^\circ = 14 \times 10 \times (-1) = -140\ \text{J}$（负功）。

总功：$W_{\text{合}} = 400 + 0 + 0 - 140 = 260\ \text{J}$。

方法总结：

1. 各个力分别算功，再按正负号相加得总功；最后检查是否已经包含重力、支持力、拉力和摩擦力。

2. 求摩擦力前先重新求正压力 N。本题斜向上拉力有竖直分量，正压力小于 mg，不能直接写 $N = mg$。

例题：功率与机车启动

题意分析：质量为 $m = 2.0 \times 10^3\ \text{kg}$ 的汽车在水平直路上启动，所受阻力恒为 $f = 2.0 \times 10^3\ \text{N}$。汽车先以恒定牵引力 $F_0 = 6.0 \times 10^3\ \text{N}$ 启动；功率达到额定值 $P_{\text{额}} = 60\ \text{kW}$ 后，保持额定功率继续加速。求：

1. 恒牵引力阶段的加速度、结束时的速度和所用时间；

例题：功率与机车启动（续）

2. 恒牵引力阶段牵引力的平均功率；

3. 汽车速度为 20 m/s 时的加速度，以及最终最大速度。

物理模型：先恒牵引力、后恒功率，阻力近似恒定。

解题过程：

1. 恒牵引力阶段

$$a_1 = \frac{F_0 - f}{m} = \frac{6.0 \times 10^3 - 2.0 \times 10^3}{2.0 \times 10^3} = 2.0\ \text{m/s}^2.$$

当功率达到额定值时，

$$v_1 = \frac{P_{\text{额}}}{F_0} = \frac{60 \times 10^3}{6.0 \times 10^3} = 10\ \text{m/s}, \qquad t_1 = \frac{v_1}{a_1} = 5.0\ \text{s}.$$

2. 恒加速阶段的平均速度为 $\bar{v} = \dfrac{0 + v_1}{2} = 5.0$ m/s，所以牵引力的平均功率

$$\bar{P}_1 = F_0 \bar{v} = 6.0 \times 10^3 \times 5.0 = 30\ \text{kW}.$$

注意：阶段末的瞬时功率为 $F_0 v_1 = 60$ kW，不等于这一阶段的平均功率。

3. 当 $v = 20$ m/s 时，

$$F = \frac{P_{\text{额}}}{v} = 3.0 \times 10^3\ \text{N}, \qquad a = \frac{F - f}{m} = 0.50\ \text{m/s}^2.$$

最终匀速时 $F = f$，因此

$$v_{\max} = \frac{P_{\text{额}}}{f} = 30\ \text{m/s}.$$

方法总结：恒牵引力阶段用牛顿第二定律；阶段转换点用 $P_{\text{额}} = F_0 v_1$；恒功率阶段先由 $F = P_{\text{额}}/v$ 求瞬时牵引力，再判断加速度。

例题：动能定理的应用

题意分析：质量为 $m = 2$ kg 的物体以 $v_0 = 6$ m/s 的初速度沿粗糙水平面滑行，动摩擦因数 $\mu_k = 0.3$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求物体能滑行的最大距离。

物理模型：匀减速直到停止。用动能定理可以一步到位。

解题过程：

末速度 $v = 0$，合外力只有摩擦力做功：

$$W_f = -\mu_k m g x$$

例题：动能定理的应用（续）

由动能定理：

$$-\mu_k mgx = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$x = \frac{v_0^2}{2\mu_k g} = \frac{6^2}{2 \times 0.3 \times 10} = \frac{36}{6} = 6\ \text{m}$$

对比（用运动学）： $a = -\mu_k g = -3\ \text{m/s}^2$，$v^2 - v_0^2 = 2ax$，$0 - 36 = 2 \times (-3) \times x$，$x = 6\ \text{m}$。结果相同，但动能定理避免了求加速度的中间步骤。

方法总结：

1. 动能定理不涉及时间 t 和加速度 a，可直接由初末速率和各力做功联系位移。
2. 摩擦力做功 $W_f = -fx$，负号表示能量减少。

例题：多过程动能定理

题意分析： 物体从 $h = 5\ \text{m}$ 高的光滑斜面顶端由静止滑下，然后在水平粗糙面上滑行，水平面的动摩擦因数 $\mu_k = 0.4$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求物体在水平面上滑行的距离。

物理模型： 斜面段支持力不做功，只有重力做功；水平面段重力和支持力不做功，只有摩擦力做功。用动能定理列全过程方程。

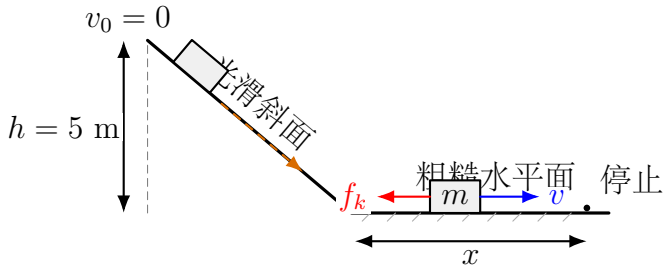


图 63： 例题示意：光滑斜面段重力做正功，粗糙水平段摩擦力做负功

解题过程：

取全程（从斜面顶端到水平面停止）为研究过程：

- 重力做功：$W_G = mgh$（沿斜面下滑，重力做正功）。
- 摩擦力做功：斜面光滑无摩擦，水平面 $W_f = -\mu_k mgx$（x 为水平滑行距离）。
- 初 $v_1 = 0$，末 $v_2 = 0$，$\Delta E_k = 0$。

由动能定理：

$$mgh - \mu_k mgx = 0$$

$$x = \frac{h}{\mu_k} = \frac{5}{0.4} = 12.5\ \text{m}$$

方法总结：

例题：多过程动能定理（续）

1. 多过程问题若始末状态清楚，且每一段的做功能写出，常可用动能定理对全过程一次列式；但列式前仍要分清各段哪些力做功。

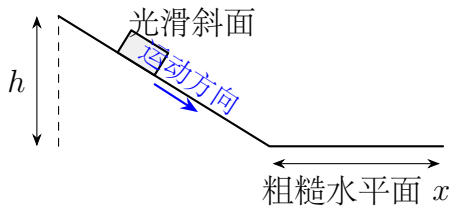
2. 重力做功只与高度差有关，与具体路径无关——这是用能量方法的核心优势。

七、变式训练

1. 质量为 $m = 5$ kg 的物体在水平拉力 $F = 20$ N 作用下前进 $x = 4$ m，动摩擦因数 $\mu_k = 0.3$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求各力做的功和总功。

2. 质量为 $m = 10$ g 的子弹以 $v_0 = 400$ m/s 的速度射入固定木块，射入深度 $d = 20$ cm 后停止。木块对子弹的阻力随深度变化，求阻力在这一过程中的平均值。

3. 物体从 $h = 3.2$ m 高处由静止沿光滑斜面滑下，然后在水平面上滑行 $x = 8$ m 后停止。求水平面的动摩擦因数 μ_k。



4. 用机械装置把重为 200 N 的物体匀速提升 2.0 m，外力实际做功 500 J。求有用功和机械效率。

5. 某牵引力与速度同向，在 4.0 s 内对物体做功 1.2×10^4 J。求这段时间内的平均功率；若某时刻牵引力为 2.0×10^3 N、速度为 8.0 m/s，求该时刻的瞬时功率。

变式训练参考结果

1. $f_k = \mu_k mg = 15$ N。拉力功 80 J，摩擦力功 -60 J，重力和支持力做功均为零，总功 20 J。

2. 由 $-\bar{f}d = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$，得平均阻力大小 $\bar{f} = 4.0 \times 10^3$ N。

3. $mgh = \mu_k mgx$，故 $\mu_k = h/x = 0.40$。

4. 有用功 $W_{有} = Gh = 400$ J，机械效率 $\eta = W_{有}/W_{总} = 80\%$。

5. 平均功率为 3.0×10^3 W；该时刻瞬时功率为 $P = Fv = 1.6 \times 10^4$ W。

八、竞赛入门补充

拓展提升

从图像面积推广到任意初、末形变量

当力随位置变化时，可以把位移分成很多小段 Δx，每段内力沿位移方向的分量近似恒定，各段功相加取极限就是积分：

$$W=\int_{x_1}^{x_2} F_{\parallel}(x)\,\mathrm{d}x$$

在 $F_{\parallel}$-x 图上，变力做功等于图线与 x 轴围成的有向面积。这是因为每一小段的微元功 $\Delta W\approx F_{\parallel}(x)\Delta x$，对应一条窄矩形的面积；把所有窄矩形相加并取极限，可得到曲线下方的面积。

以弹簧原长为 $x=0$，取伸长方向为正，弹簧弹力为 $F_{弹}=-kx$。弹簧从形变量 x_1 变化到 x_2 时，

$$W_{弹}=\int_{x_1}^{x_2}(-kx)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2=-\Delta E_p.$$

图线在 x 轴上方的面积记正，在 x 轴下方的面积记负；因此不能只比较几何面积大小，还要保留符号。

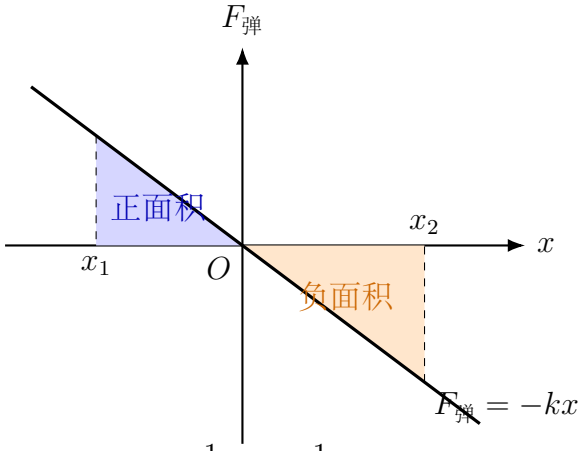


图 64：弹簧从 x_1 运动到 x_2：$F_{弹}$-x 图像的有向面积表示弹力做功

例题：劲度系数 $k=200\ \mathrm{N/m}$ 的弹簧，形变量从 $x_1=-0.10\ \mathrm{m}$（压缩）变化到 $x_2=0.20\ \mathrm{m}$（伸长）。求弹簧弹力做的功；若过程足够缓慢，再求外力做的功。

解：直接使用一般式：

$$W_{弹}=\frac{1}{2}k(x_1^2-x_2^2)=\frac{1}{2}\times 200\times(0.10^2-0.20^2)=-3.0\ \mathrm{J}.$$

负号表示在整个过程中弹簧弹力总功为负，弹性势能增加 3.0 J。若缓慢操作、初末动能可忽略，则外力做功

$$W_{外}=\Delta E_p=3.0\ \mathrm{J}.$$

拓展提升（续）

提升点：弹簧先从压缩状态回到原长时，弹力做正功；越过原长继续拉伸后，弹力做负功。本题的总功是这两段有向面积的代数和。

九、易错点

易错清单

1. **误以为 $W = Fx$ 在所有情况下成立：**这个写法要求力为恒力，且力与位移同向。若力与位移成角度，要用 $W = Fx\cos\theta$；若力随位置变化，要用图像面积、平均力或功能关系。
2. **混淆功率和机械效率：**先看题目问“做功快慢”还是“能量利用比例”。一段时间内的平均功率写 $\bar{P} = \Delta W/\Delta t$，某时刻的瞬时功率写 $P = Fv\cos\theta$；机械效率写 $\eta = W_{有用}/W_{总}$。功率有功率单位，效率是无量纲的比值。
3. **机车启动只记最大速度：**先判断是恒定牵引力阶段还是恒定功率阶段。$v_{\max} = P/f$ 只适用于恒定功率阶段的最终状态。
4. **动能定理中漏掉某个力的功：**先列受力清单，再逐个判断是否做功；重力、弹力、摩擦力、拉力都要检查。
5. **用动能定理时初末动能顺序写反：**先标出初态和末态，再写 $W_{合} = E_{k2} - E_{k1}$。
6. **把变力做功误用 Fx 公式：**$W = Fx$ 只适用于恒力。变力做功要用平均力法、图像面积法或功能关系。

十、今日小结

1. 功 $W = Fx\cos\theta$，正功 ($\theta < 90°$)、负功 ($\theta > 90°$)、零功 ($\theta = 90°$)。
2. 动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$，动能定理 $W_{合} = \Delta E_k$。
3. 动能定理不涉及加速度和时间，解决多过程问题很高效。
4. 重力做功只与高度差有关，与路径无关。
5. 变力做功可用 F-x 图面积或功能关系求解。
6. 机车启动题先分清恒牵引力阶段和恒功率阶段，再用 $P = Fv$ 与 $F - f = ma$ 联立判断。
7. 机械效率 $\eta = W_{有用}/W_{总}$，功率和效率不能混为一谈。

一分钟复盘：任选一道含变力或多过程的题，暂不代入数值，先标出每一段哪些力做正功、负功或零功，再判断该用动能定理、功率关系还是效率关系。

Day 9：机械能守恒与功能关系

本节导读

动能、重力势能、弹性势能统称为机械能。本节学习机械能守恒的条件，以及当机械能不守恒时如何用功能关系处理。能量方法是高中物理最重要的思想之一。

本节读题路线：先选系统，再确定哪些势能要写进机械能；接着检查除重力、弹簧弹力外的其他力是否做功。若不做功，优先用机械能守恒；若做功，就用功能关系追踪机械能增加或减少到哪里去了。

一、学习目标

1. 能说明重力势能 $E_{pG}=mgh$ 与参考平面有关，并从重力做功推得其变化量。
2. 能利用弹簧的 F-x 图面积说明 $E_{p弹}=\frac{1}{2}kx^2$ 的来源。
3. 能判断机械能守恒条件：除重力、弹簧弹力外，其他力对系统做功为零。
4. 会先分段检查做功情况和系统边界，再用机械能守恒定律解决多过程问题。
5. 能用功能关系处理机械能不守恒过程：其他力做功等于系统机械能变化量。

二、初高中衔接

初中已经学过“动能和势能可以相互转化”，如自由落体中重力势能转化为动能。但初中只讲定性，没有定量公式。

高中把这两个量定量化：

- $E_k=\frac{1}{2}mv^2$（动能）——Day 08 已学。
- $E_{pG}=mgh$（重力势能）——本节学习。
- $E_{p弹}=\frac{1}{2}kx^2$（弹性势能）——本节学习。

更关键的是，高中要判断**什么时候机械能守恒、什么时候不守恒**，以及不守恒时能量去哪了。

科学发展视角：过山车轨道、安全缓冲装置、弹簧储能机构和水电站发电，都可以先从机械能转化入手分析。真实系统常有摩擦、空气阻力和材料形变，机械能不一定守恒；能量损失到哪里、能否回收利用，正是现代工程优化的重要问题。

三、核心概念

要点：重力势能

$$\boxed{E_{pG} = mgh}$$

- h 是物体相对参考平面的高度。
- 重力势能是相对的——参考平面不同，数值不同。
- 重力势能的变化与参考面选择无关——若 $\Delta h = h_2 - h_1$，则 $\Delta E_{pG} = mg\Delta h$。

重力做功与重力势能的关系：

$$W_G = -\Delta E_{pG} = -(E_{pG2} - E_{pG1}) = E_{pG1} - E_{pG2}$$

- 重力做正功 $\rightarrow$ 重力势能减少。
- 重力做负功 $\rightarrow$ 重力势能增加。
- 重力做功与路径无关，只与初末高度差有关。

这个公式从哪里来：物体从高度 h_1 到 h_2，无论走直线、斜面还是曲线，重力做功都只由竖直高度差决定：

$$W_G = mg(h_1 - h_2).$$

定义重力势能变化 $\Delta E_{pG} = -W_G$，便得 $\Delta E_{pG} = mg(h_2 - h_1)$。把参考平面取为 $h = 0$ 且 $E_{pG} = 0$，就有 $E_{pG} = mgh$。

要点：弹性势能

$$\boxed{E_{p\text{弹}} = \frac{1}{2}kx^2}$$

- k：劲度系数（N/m）。
- x：形变量（伸长或压缩的长度）。

要点：弹性势能（续）

- 弹簧弹力做功等于弹性势能变化的负值：$W_{弹} = -\Delta E_{p弹}$。

由变力功得到公式：在弹性限度内，弹簧弹力大小 $F = kx$。从原长缓慢形变到 x 时，弹簧弹力做功的大小等于 F-x 图下三角形面积 $\frac{1}{2}kx^2$，方向与形变相反，所以

$$W_{弹} = -\frac{1}{2}kx^2, \qquad \Delta E_{p弹} = -W_{弹} = \frac{1}{2}kx^2.$$

零点提醒：若把原长位置取为弹性势能零点，则弹性势能 $E_{p弹} = \frac{1}{2}kx^2$ 非负。弹簧被压缩和拉长相同距离时，弹性势能相同。

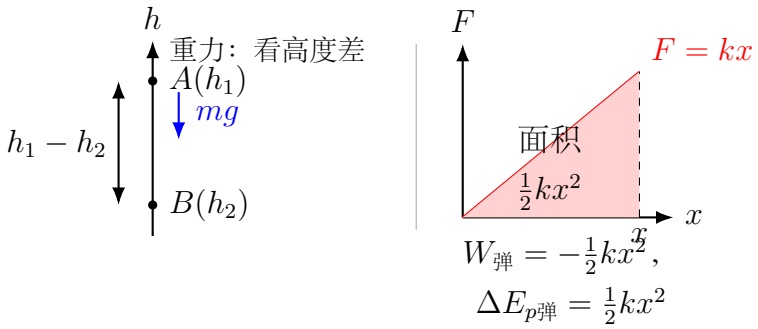


图 65：势能的来源：由重力或弹簧弹力做功定义势能变化

要点：机械能守恒定律

机械能：动能、重力势能、弹性势能的总和。实际列式时，只写入题目中需要计入的势能项。

$$E = E_k + E_{pG} + E_{p弹} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}kx^2$$

先定系统：写 mgh 时，要把地球–物体间的重力相互作用作为势能项计入；写 $\frac{1}{2}kx^2$ 时，要把弹簧–物体间的弹力相互作用作为势能项计入。通常可把“物体、地球、弹簧（若有）”作为一个系统。若只研究单个物体，应优先用动能定理，不能把势能当成物体自身单独拥有的能量。

守恒条件检查：在上述系统约定下，先逐个判断除重力、弹簧弹力以外的力是否做功。**这些其他力对系统做功的代数和为零**时，系统机械能守恒：

- “没有摩擦力”只是常见判断捷径——物体在固定粗糙面上滑动时，摩擦力做负功，机械能不守恒；静摩擦力也可做正功，如传送带使物体机械能增加。
- “有外力”本身**不等于**机械能不守恒——关键是看这个外力是否做功。例如用手托着物体匀速上升，手对物体做正功，机械能不守恒；但若外力始终与位移垂直（如光滑面上的向心力），不做功，机械能仍守恒。

守恒定律：

$$\boxed{E_1 = E_2}$$

要点：机械能守恒定律（续）

即：

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

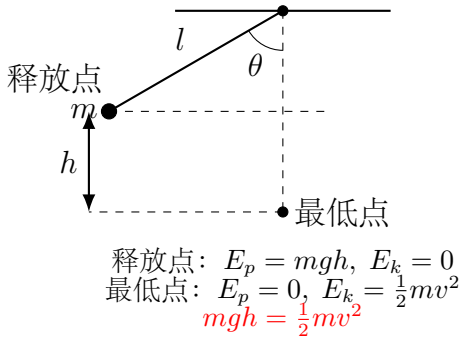


图 66：摆球：最高点势能 → 最低点动能，机械能守恒

常见判断：

- 自由落体、抛体运动（不计空气阻力）→ 除重力外没有其他力做功 → 机械能守恒。
- 光滑斜面上滑动 → 支持力不做功，除重力外其他力不做功 → 机械能守恒。
- 粗糙面上滑动 → 摩擦力做负功 → 机械能不守恒，转化为内能。
- 外力做正功（如手拉物体上升）→ 机械能增加。
- 除重力、弹簧弹力外的力总功为零；光滑约束力虽不是保守力，但若始终垂直位移、做功为零，也不破坏机械能守恒。

要点：功能关系

无论机械能是否守恒，除重力和弹簧弹力外，其他力对所选系统做的总功都等于系统机械能的变化量：

$$\boxed{W_{\text{其他}} = \Delta E = E_2 - E_1}$$

- $W_{\text{其他}}$ 是除重力和弹簧弹力以外的力做的总功；若它为零，就退化为机械能守恒。
- 物体在固定粗糙面上相对滑动时，滑动摩擦力做负功 → 机械能减少，转化为内能。
- 外力做正功 → 机械能增加。

能量核算：机械能不守恒并不表示能量消失，而是机械能转化成了其他形式的能量。粗糙面滑动时，机械能减少，接触面和物体的内能增加；若把内能也一并计入，总能量仍守恒。

要点：功能关系（续）

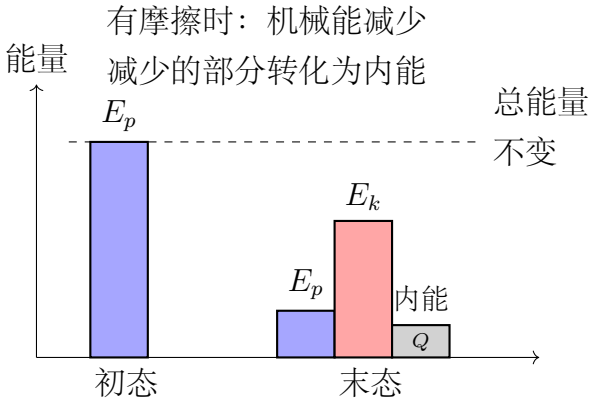


图 67：能量核算：机械能减少的部分转化为内能

常见模型：

- 粗糙斜面由静止下滑：$mgh - \mu mg\cos\theta \cdot s = \frac{1}{2}mv^2$（动能定理）
- 或从功能关系看：$-\mu mg\cos\theta \cdot s = \Delta E_{机}$（机械能减少）

四、公式与适用条件

方法使用前检查：

1. 先选系统：只研究物体，还是把弹簧、地球也放进系统?
2. 再选零势能面，并说明高度或形变量从哪里量起。
3. 判断除重力、弹簧弹力外，其他力对系统总功是否为零。
4. 若有摩擦、空气阻力等耗散力，优先写功能关系，而不是直接写机械能守恒。

机械能方程的三步分析清单

机械能题列式前，先把研究系统和各类能量项盘清楚：

步骤	要问的问题	方程中的体现
选系统	物体、弹簧、地球是否放进系统?	决定哪些相互作用写成势能
列能量项	有哪些动能、重力势能、弹性势能?	$E = E_k + E_{pG} + E_{p弹}$
查其他力	除重力、弹簧弹力外是否做功?	为零写 $E_1 = E_2$；不为零写 $W_{其他} = \Delta E_{机}$

判断标准：机械能守恒不是看“有没有外力”，而是看所选系统中除重力、弹簧弹力以

机械能方程的三步分析清单（续）

外的力做功总和是否为零。若改变系统，能量项和“其他力”也会随之改变，所以第一步必须先说清系统。

公式	意义	适用条件
$E_{pG}=mgh$	重力势能	h 相对参考平面
$E_{p弹}=\frac{1}{2}kx^2$	弹性势能	弹性限度内
$E_1=E_2$	机械能守恒	除重力、弹簧弹力外其他力对系统总功为零
$W_{其他}=\Delta E_{机}$	功能关系	选定系统，其他力总功

五、典型模型

模型 1：自由落体/抛体

不计空气阻力时，除重力外没有其他力做功，机械能守恒。

$$\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1=\frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2$$

模型 2：弹簧-物体系统

把物体、地球和弹簧作为研究系统（或等效地，将重力势能、弹性势能都列入系统能量）；若无摩擦等耗散力做功，则机械能守恒。

$$\frac{1}{2}mv^2+mgh+\frac{1}{2}kx^2=\text{常量}$$

物体下降时，重力势能减少；弹簧被压缩或拉伸时，弹性势能增加。若取最大压缩或最大伸长位置，常常还有 $v=0$。

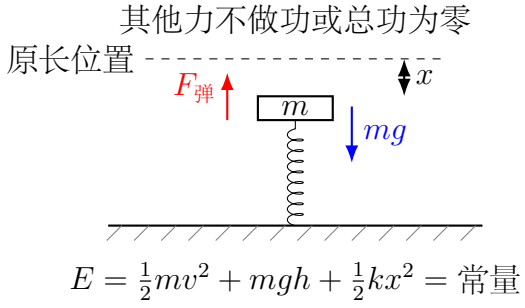


图 68：弹簧-物体系统：重力势能、动能、弹性势能之间转化

模型 3：粗糙斜面（功能关系）

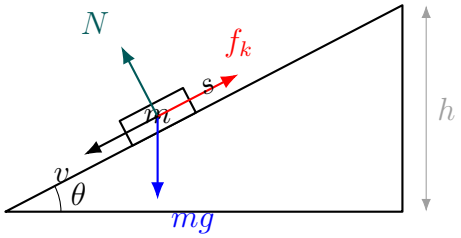
物体**由静止**沿粗糙斜面下滑。垂直斜面方向没有运动，故 $N = mg\cos\theta$，滑动摩擦力大小 $f = \mu N = \mu mg\cos\theta$；它做负功，机械能减少：

$$mgh - \mu mg\cos\theta \cdot s = \frac{1}{2}mv^2$$

其中 s 是沿斜面的位移，h 是竖直下降高度。若初速不为零，应写成

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh - \mu mg\cos\theta \cdot s = \frac{1}{2}mv_2^2.$$

机械能减少量等于克服摩擦力所做的功。



$N = mg\cos\theta,\quad mgh - \mu_k mg\cos\theta \cdot s = \frac{1}{2}mv^2$

图 69：粗糙斜面：重力做正功，摩擦力做负功

六、例题精讲

例题：机械能守恒——摆球

题意分析：摆长为 l 的单摆，将摆球拉到与竖直方向成 60° 角的位置由静止释放，$g = 10\ \mathrm{m/s^2}$。求摆球经过最低点时的速度。

物理模型：单摆，绳拉力始终与瞬时位移垂直而不做功；不计空气阻力时，除重力外其他力不做功，机械能守恒。

解题过程：

取最低点为参考平面（$h = 0$）。

初始高度：$h = l - l\cos 60^\circ = l(1 - 0.5) = 0.5l$

初态：$E_{p1} = mgh = 0.5mgl$，$E_{k1} = 0$。

末态（最低点）：$E_{p2} = 0$，$E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2$。

机械能守恒：

$$0.5mgl = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{gl}$$

若 $l = 1.6\ \mathrm{m}$，则 $v = \sqrt{10 \times 1.6} = 4\ \mathrm{m/s}$。

方法总结：

例题：机械能守恒——摆球（续）

1. 先检查除重力外其他力是否做功，确认机械能守恒；再选参考平面使势能计算方便，通常选最低点或最容易算的位置。

2. 摆球问题中高度差通过几何关系求出。

例题：机械能守恒——弹簧 + 物体

题意分析：劲度系数 $k = 100\ \text{N/m}$ 的轻弹簧竖直放置，下端固定。在弹簧上端放一个 $m = 0.5\ \text{kg}$ 的物体（不拴接），从原长位置由静止释放，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求弹簧的最大压缩量。

物理模型：物体、弹簧和地球组成系统，重力势能与弹性势能都计入机械能；无摩擦等耗散力做功，机械能守恒。

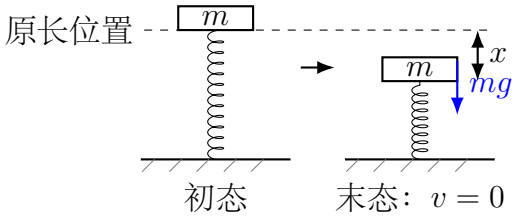


图 70：竖直弹簧最大压缩：初末两态的能量对照

解题过程：

取弹簧原长位置为重力势能零点，此时弹簧无形变。

初态：$E_{k1} = 0$，$E_{pG1} = 0$，$E_{p\text{弹}1} = 0$。

末态（最大压缩量 x 时，速度为零）：$E_{k2} = 0$，$E_{pG2} = -mgx$（物体下降了 x），$E_{p\text{弹}2} = \frac{1}{2}kx^2$。

机械能守恒：

$$0 = -mgx + \frac{1}{2}kx^2$$

$$x(\frac{1}{2}kx - mg) = 0$$

舍去 $x = 0$，得：

$$x = \frac{2mg}{k} = \frac{2 \times 0.5 \times 10}{100} = 0.1\ \text{m} = 10\ \text{cm}$$

方法总结：

1. 弹簧问题中重力势能和弹性势能都要考虑。

2. 写重力势能前先选零势能面和正方向；若以原长位置为零势能面，物体下降 x 时 $h = -x$，所以 $E_{pG} = -mgx$。

例题：功能关系——粗糙斜面

题意分析：质量为 $m = 2$ kg 的物体从 $h = 3$ m 高处沿粗糙斜面由静止滑下，斜面倾角 $\theta = 30°$，$\mu = 0.3$，$g = 10$ m/s^2。求物体滑到底端时的速度。

物理模型：粗糙斜面，摩擦力做负功，机械能不守恒。用动能定理或功能关系。

解题过程：

斜面长度 $s = \dfrac{h}{\sin\theta} = \dfrac{3}{0.5} = 6$ m。

重力做功：$W_G = mgh = 2 \times 10 \times 3 = 60$ J

摩擦力做功：$f = \mu mg\cos\theta = 0.3 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 5.2$ N，$W_f = -fs \approx -31.2$ J

由动能定理：

$$W_G + W_f = \frac{1}{2}mv^2$$

$$60 - 31.2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v^2$$

$$v^2 = 28.8, \qquad v \approx 5.37 \text{ m/s}$$

从功能关系看：摩擦力做功 -31.2 J 使机械能减少了 31.2 J，这些能量转化为内能。

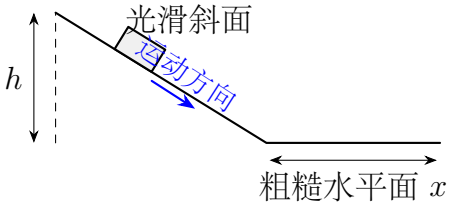
方法总结：

1. 机械能不守恒时，用动能定理（功能关系）仍然成立。
2. 在固定粗糙面上相对滑动时，滑动摩擦力做负功，机械能减少；减少的机械能转化为接触面和物体的内能。严格说，产生的热量等于摩擦力大小乘以相对滑动路程。

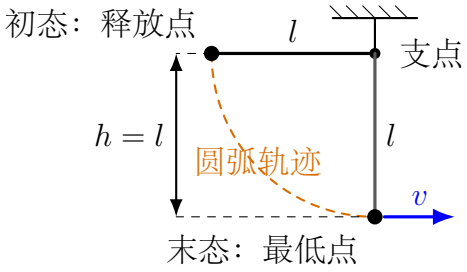
七、变式训练

1. 质量为 $m = 0.2$ kg 的小球从弹簧原长上方 $h = 0.8$ m 处由静止释放，弹簧竖直放置、下端固定且上端正对小球，劲度系数 $k = 100$ N/m。求弹簧的最大压缩量。

2. 一个物体从光滑斜面顶端由静止滑下，斜面高 $h = 1.8$ m，底端接粗糙水平面，$\mu = 0.3$，$g = 10$ m/s^2。求物体在水平面上滑行的距离。



3. 质量为 m 的小球用长为 l 的细绳悬挂，将小球拉到水平位置由静止释放。求小球经过最低点时绳子的拉力。（提示：最低点时 $T - mg = m\frac{v^2}{l}$。）



变式训练参考结果

1. 以弹簧原长处为重力势能零点，最大压缩时 $mg(h+x)=\frac{1}{2}kx^2$，解得 $x=0.20$ m。
2. $mgh=\mu mgx$，故 $x=h/\mu=6.0$ m。
3. 从水平位置到最低点，$\frac{1}{2}mv^2=mgl$，故 $v^2=2gl$；再由 $T-mg=mv^2/l$，得 $T=3mg$。

八、竞赛入门补充

拓展提升

系统的机械能守恒

竞赛中经常通过绳、杆连接两个物体。虽然单个物体的机械能不守恒，但若绳、杆、滑轮理想，且除重力、弹簧弹力外其他力对系统做功为零，**系统的机械能守恒**。

例题：质量 m_A 和 m_B 通过跨过定滑轮的轻绳连接，A 在光滑水平面上，B 从 h 高处由静止释放。求 B 落地时的速度。

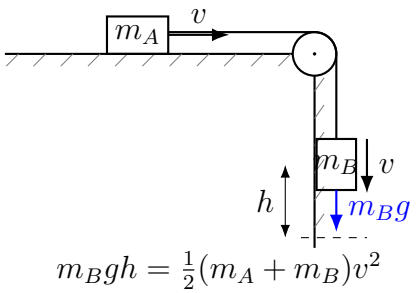


图 71：连接体系统：B 的重力势能转化为两物体的动能

解：对 A 和 B 组成的系统，轻绳张力在两物体间传递能量，理想绳和定滑轮不消耗机械能；水平面对 A 的支持力不做功，因此除 B 的重力外，其他外力对系统做功为零，系统机械能守恒：

$$m_Bgh=\frac{1}{2}m_Av^2+\frac{1}{2}m_Bv^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2m_Bgh}{m_A+m_B}}$$

速度约束检查：理想绳不伸长，且两物体分别连在同一根绳的两端，所以速度大小相等；系统动能必须写成两项之和。

拓展提升（续）

竞赛提示：连接体问题中，如果绳、杆、滑轮可视为理想，且除重力和弹簧弹力外其他力对系统做功为零，优先用系统机械能守恒，通常比逐个物体列牛顿方程更直接。理想绳、杆的张力常在系统内部传递能量，不把它误当作弹性势能项。

九、易错点

易错清单

1. **未说明系统就直接写势能：**写 mgh 和 $\frac{1}{2}kx^2$ 前，先说明已把相应的重力、弹力相互作用作为势能项计入系统。判断条件不是“物体在运动”，而是“除重力、弹簧弹力外其他力对该系统做功的代数和是否为零”。在固定粗糙面上滑动时，滑动摩擦力做负功，机械能减少；静摩擦力也可能转移机械能，必须先选清研究对象。

2. **重力势能的参考平面选错：**同一个能量方程中必须使用同一参考平面。若分阶段重新选择参考平面，需要重新写清每一阶段的能量零点，不能把不同零点下的势能直接相加。

3. **忽略弹性势能：**先看系统中是否有弹簧或弹性形变；若有，分别标出初末形变量 x_1, x_2，把 $\frac{1}{2}kx_1^2$、$\frac{1}{2}kx_2^2$ 写进两端机械能。不要只在末态随手补一个 $\frac{1}{2}kx^2$。

4. **把动能的 v^2 写成 v：**写动能公式后先做量纲检查，$E_k=\frac{1}{2}mv^2$，不是 $\frac{1}{2}mv$。

5. **机械能守恒方程中符号写反：**先写完整两态方程 $E_{k1}+E_{pG1}+E_{p弹1}=E_{k2}+E_{pG2}+E_{p弹2}$，再代入高度和形变量。若先移项再想符号，最容易把重力势能或弹性势能写反。

十、今日小结

1. 重力势能 $E_{pG}=mgh$，弹性势能 $E_{p弹}=\frac{1}{2}kx^2$。
2. 机械能守恒条件：先把势能对应的相互作用计入系统；除重力、弹簧弹力外，其他力对系统做的总功为零。
3. 机械能守恒方程：$E_{k1}+E_{pG1}+E_{p弹1}=E_{k2}+E_{pG2}+E_{p弹2}$，没有的项可省略。
4. 功能关系：$W_{其他}=\Delta E_{机}$，其中 $W_{其他}$ 是其他力对所选系统做的总功。
5. 系统机械能守恒：连接体问题中优先考虑。

一分钟复盘：不看正文，任选一个“下滑、压缩弹簧、连接体”情境，写出系统、做功情况和能否机械能守恒三项判断。若三项不能说清，回到本节“公式与适用条件”重读一遍。

Day 10：冲量、动量与动量守恒

本节导读

前两节已经用“功和能量”把初末状态联系起来，但碰撞、爆炸、反冲这类过程往往时间极短，力很大且不容易直接求功。此时更适合看力在时间上的积累，也就是冲量和动量。动量守恒是继牛顿定律和能量方法之后的第三个核心工具，重点处理**碰撞、爆炸、反冲**等瞬间相互作用问题。

本节读题路线：先圈定系统，再看研究的是一个物体的动量变化，还是多个物体的总动量；若题目是碰撞、爆炸、反冲，重点检查外力冲量能否忽略。动量守恒只能给速度关系，若还要判断能量损失或弹性碰撞，还要再补上能量关系。

一、学习目标

1. 能用冲量 $I = Ft$ 和动量 $p = mv$ 描述力的时间积累与运动状态。
2. 能由合外力冲量与动量变化推出动量定理 $F_{合}t = \Delta p$，并解释缓冲现象。
3. 能判断动量守恒条件：系统合外力的冲量为零。
4. 能区分弹性碰撞、完全非弹性碰撞的条件、能量特点和常用关系。
5. 会先圈定系统并检查外力冲量，再用动量守恒解决碰撞、爆炸、反冲问题。
6. 能说明滑块-木板模型中“动量守恒、能量损失、相对位移”的联系。

二、初高中衔接

初中物理对碰撞只有定性的了解——“碰撞时力很大、时间很短”。高中进一步用冲量和动量描述这类短时相互作用：

碰撞中发生了什么?

1. 碰撞时间通常很短，但具体数量级取决于物体尺度、材料和碰撞速度。

2. 碰撞力往往很大，而且通常随时间变化，不能只靠某一时刻的力描述整个过程。

3. 若外力冲量远小于碰撞内力冲量，重力等外力的冲量通常可近似忽略。

结论：**在外力冲量可忽略的碰撞过程中，系统的总动量近似守恒**。

科学发展视角：汽车碰撞测试、运动护具设计、火箭分离、航天器对接和粒子碰撞实验，都离不开动量与冲量。工程上常通过延长碰撞时间来减小平均冲击力；在受力随时间变化规律相近时，峰值力通常也会随之降低。动量守恒还可用于反推出碰撞前后的速度和能量变化。

三、核心概念

要点：冲量与动量

动量：

$$\boxed{p = mv}$$

- 矢量，方向与速度方向相同。
- 单位：$\mathrm{kg \cdot m/s}$。

冲量：

$$\boxed{I = Ft}$$

- 矢量，方向与力 F 方向相同。
- 单位：$\mathrm{N \cdot s}$（与动量单位等价）。
- 冲量是力在时间上的积累效应；$I = Ft$ 严格适用于恒力。若力变化，F 应理解为该时间内的等效平均力。

要点：动量定理

$$\boxed{I_{合} = \Delta p = p_2 - p_1 = mv_2 - mv_1}$$

若合外力恒定，或用平均合外力表示，则可写成

$$F_{合}t = \Delta p.$$

来源（牛顿第二定律的时间积累）：由 $F_{合} = ma = m\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$，两边同乘 Δt，得

$$F_{合}\Delta t = mv_2 - mv_1 = \Delta p$$

若力随时间变化，$F_{合}t$ 应理解为合外力的总冲量（平均合力乘作用时间）。

要点：动量定理（续）

- 合外力的冲量等于物体动量的变化。
- 动量定理不关心中间过程，只关心初末动量。
- 与动能定理类似，但动量定理处理的是**时间**积累，动能定理处理的是**位移**积累。

生活应用与工程设计：跳远时沙坑、汽车安全气囊、头盔、缓冲垫，都利用同一个思路：在动量变化 Δp 基本相同的情况下，通过延长作用时间 t 来减小平均作用力 F。

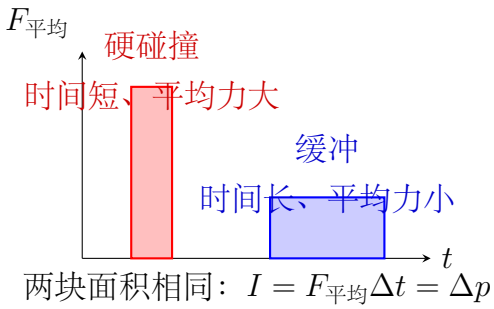


图 72：冲量相同时，延长作用时间可以减小平均作用力

要点：动量守恒定律

条件：系统合外力的冲量为零。系统不受外力，或合外力为零，是它的常见特例。
定律：

$$\boxed{m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'}$$

来源（系统内力成对抵消）：内力成对出现，冲量等大反向，使系统内部动量变化相互抵消；若系统合外力的冲量为零，总动量就保持不变。

- 系统内力（碰撞中两物体的相互作用力）不改变总动量。
- 动量守恒是矢量守恒——在一维问题中要规定正方向。
- 碰撞、爆炸、反冲的时间极短；若这段时间内系统合外力冲量远小于系统内部相互作用的冲量，可近似认为动量守恒。

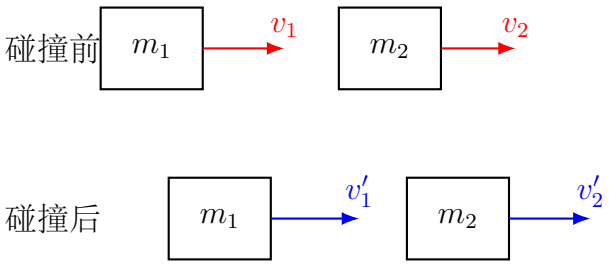


图 73：碰撞前后系统的总动量守恒

要点：碰撞的分类

弹性碰撞：

- 动量守恒 + 动能守恒。
- 系统动能不损失（理想情况）。任何碰撞都满足能量守恒，区别在于动能是否转化为内能、声能等其他形式的能量。
- 两个方程联立可解出 v_1' 和 v_2'。
- 以一维正碰、$v_2 = 0$ 为例，结果为：

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \qquad v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

（若 $v_2 \neq 0$，公式更复杂，用动量守恒 + 动能守恒联立求解即可）

完全非弹性碰撞：

- 在同一初态、同一系统且外力冲量可忽略的一维两体碰撞模型中，动量守恒，但动能不守恒（机械能损失最大）。
- 碰后两物体粘在一起以共同速度运动：

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v'$$

非弹性碰撞：介于两者之间；若碰撞过程中系统合外力冲量可忽略，则动量守恒，动能部分损失。

动量和动能的区别：

物理量	性质	碰撞中的特点
动量 $p = mv$	矢量，方向与速度相同	单个物体动量可变；系统总动量需看外力冲量
动能 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$	标量，非负量	理想弹性碰撞中守恒

四、公式与适用条件

方法使用前检查：

1. 先规定正方向，一维动量方程中所有速度都要带符号。
2. 先选系统，再判断系统合外力冲量是否可忽略。

3. 碰撞、爆炸等短过程常用动量守恒；前后较长的滑动过程还要结合能量。

4. 动量守恒不等于动能守恒，是否弹性碰撞要由题意另行判断。

动量守恒列式前的系统分析清单

动量守恒题不要从公式开始，而要先把“谁和谁组成系统”说清楚。

检查项	具体做法
选系统	圈出参与短时间相互作用的物体，如两小球、子弹和木块、人和船。系统内的相互作用冲量会成对抵消。
定方向	一维问题先规定正方向，初、末速度全部带符号；二维问题要在相互垂直的方向上分别列动量方程。
查外力冲量	碰撞、爆炸、反冲时间很短时，重力和支持力的冲量常可忽略；若地面摩擦、墙的作用或外拉绳作用明显，就不能直接说系统动量守恒。
写初末总动量	用“初态总动量 = 末态总动量”列式，不要只写某一个物体的动量变化。
补充条件	弹性碰撞再加动能守恒；完全非弹性碰撞再加碰后共速；滑块-木板还要用能量损失和相对位移关系。

来源理解：动量守恒不是“碰撞题专用公式”，而是系统内相互作用的冲量成对抵消后得到的结果。真正需要检查的是系统边界外有没有不可忽略的冲量；外力冲量不能忽略时，应回到动量定理。

公式	意义	适用条件
$p = mv$	动量	高中非相对论范围
$I = Ft$	冲量	恒力
$I_{合} = \Delta p$	动量定理	任意过程用合外力冲量；恒定合外力时 $F_{合}t = \Delta p$
$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$	动量守恒	系统合外力冲量为零；一维要先定正方向
$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$	动能守恒	弹性碰撞；各速度均取大小
$Q = f_k s_{相对}$	摩擦生热	滑动摩擦力大小恒定

五、典型模型

模型 1：子弹打木块

子弹射入木块（完全非弹性碰撞）：

$$mv_0 = (m+M)v'$$

碰撞中损失的动能主要转化为系统内能，并可能伴随声能：

$$\Delta E_{k,\text{损}} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2$$

模型 2：爆炸/反冲

爆炸或反冲过程中，若系统合外力冲量可忽略，则系统总动量不变；同时系统内部储存的化学能、弹性势能或其他形式的能量可能转化为动能，使系统总动能增加。若爆炸前系统总动量为 p_0，则

$$p_0 = m_1v_1 + m_2v_2.$$

只有系统爆炸前静止时，才有

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2,$$

此时两个部分的动量等大、方向相反。

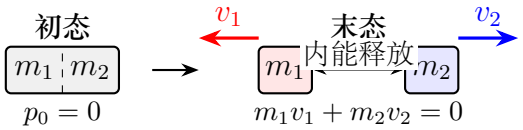


图 74：初态静止的两部分系统发生爆炸或反冲

模型 3：人船模型

设人从船尾走到船头，人与船的相对位移等于船长 L。取人相对船行走的方向为正。人在船上行走时，人与船系统水平方向动量守恒（初动量为零）：

$$m_{\text{人}}v_{\text{人}} + m_{\text{船}}v_{\text{船}} = 0$$

从开始到结束这段时间内，上式始终成立；把速度关系在同一段时间内累积起来，等价于说系统质心的水平位置不变，因此有位移关系：

$$m_{\text{人}}x_{\text{人}} + m_{\text{船}}x_{\text{船}} = 0$$

本题中人相对船的位移为船长 L：

$$x_{\text{人}} - x_{\text{船}} = L$$

联立可解得 $x_{船}=-\dfrac{m_{人}}{m_{人}+m_{船}}L$（负号表示船向反方向移动）。图中船的位移用同一个船上点（如船尾）的初末位置来量，因此有 $L=x_{人}+|x_{船}|$。

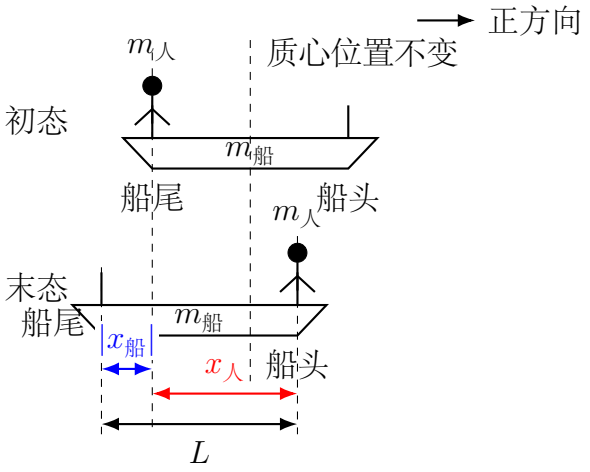


图 75：人船模型：水平方向质心位置不变

模型 4：滑块-木板模型

滑块以速度 v_0 滑上静止木板，地面光滑，滑块与木板之间有摩擦。把滑块和木板看成一个系统时，水平方向合外力冲量为零，因此系统水平方向动量守恒；但滑动摩擦力做功会使机械能减少，转化为内能。

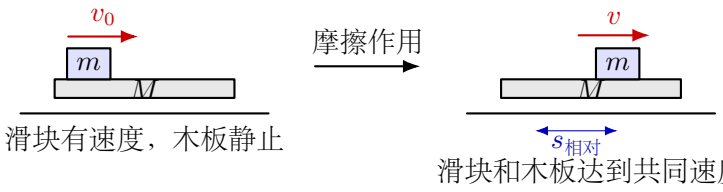


图 76：滑块-木板模型：共速由动量守恒决定，摩擦生热由相对位移决定

若木板足够长，最终滑块与木板达到共同速度 v：

$$mv_0=(m+M)v,\qquad v=\frac{m}{m+M}v_0.$$

系统损失的机械能变为内能：

$$Q=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(m+M)v^2.$$

另一方面，摩擦生热等于滑动摩擦力乘两物体间的相对位移：

$$Q=f_k s_{相对}=\mu_k mg\, s_{相对}.$$

认知提醒：滑块和木板受到的摩擦力大小相等、方向相反，所以摩擦力不改变系统总动量；但它们的作用点相对滑动，机械能会减少。不要把“内力不改变总动量”误读成“内力不做功”。

六、例题精讲

例题：动量定理的应用

题意分析：质量为 $m = 0.5$ kg 的足球以 $v_0 = 10$ m/s 的速度飞来，运动员用头顶球后球以 $v = 8$ m/s 的速度反向飞出，头与球的接触时间 $t = 0.05$ s。求足球受到的平均合外力；若忽略这段极短时间内的重力冲量，估算头对足球的平均作用力。

物理模型：动量定理，取初速度方向为正。

解题过程：

初动量：$p_1 = mv_0 = 0.5 \times 10 = 5$ kg·m/s 末动量：$p_2 = m(-v) = 0.5 \times (-8) = -4$ kg·m/s 动量变化：$\Delta p = p_2 - p_1 = -4 - 5 = -9$ kg·m/s

由动量定理（这里 F 表示足球所受平均合外力）：

$$F_{合}t = \Delta p, \qquad F_{合} \times 0.05 = -9$$

$$F_{合} = -180 \text{ N}$$

负号表示平均合外力方向与初速度方向相反。由于接触时间很短，重力冲量相对于头的冲量较小；若忽略重力冲量，则头对足球的平均作用力约为 180 N，方向与初速度方向相反。

方法总结：用动量定理前先规定正方向，再把初末动量写成带正负号的代数量；还要分清由 $\Delta p/\Delta t$ 直接得到的是平均合外力，求某一个力时需再结合受力分析。

例题：弹性碰撞

题意分析：质量为 $m_1 = 2$ kg 的小球以 $v_1 = 3$ m/s 的速度碰撞静止的 $m_2 = 1$ kg 小球，发生弹性碰撞。求碰后两球的速度。

物理模型：弹性碰撞，动量守恒 + 动能守恒。

解题过程：

动量守恒：

$$2 \times 3 + 0 = 2v_1' + 1 \times v_2'$$

$$6 = 2v_1' + v_2'$$

动能守恒：

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_1'^2 + \frac{1}{2} \times 1 \times v_2'^2$$

$$9 = v_1'^2 + 0.5v_2'^2$$

解方程组（或用公式 $v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$）：

$$v_1' = \frac{2-1}{2+1} \times 3 = 1 \text{ m/s}, \qquad v_2' = \frac{2 \times 2}{2+1} \times 3 = 4 \text{ m/s}$$

方法总结：弹性碰撞公式使用前先确认“动量守恒 + 动能守恒”。算完后用两个极端情况检查：$m_1 = m_2$ 时速度交换，$m_1 \gg m_2$ 时 m_1 几乎不变。

例题：完全非弹性碰撞——子弹打木块

题意分析：质量为 $m = 10\ \text{g}$ 的子弹以 $v_0 = 400\ \text{m/s}$ 射入质量为 $M = 0.99\ \text{kg}$、静置在粗糙水平面上的木块并留在其中。已知木块与地面间的动摩擦因数 $\mu = 0.2$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求：

1. 子弹和木块的共同速度。
2. 系统损失的动能。
3. 碰后整体在水平面上滑行的距离。

物理模型：碰撞阶段时间极短，地面摩擦力的冲量远小于子弹与木块间的相互作用冲量，故水平方向近似动量守恒；碰后滑动阶段再用动能定理。

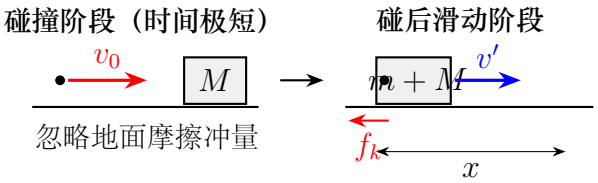


图 77：子弹打木块要分为“短时碰撞”和“碰后滑动”两个阶段

解题过程：

1. **碰撞阶段**：忽略地面摩擦力在极短碰撞时间内的冲量，子弹与木块系统水平方向动量近似守恒：

$$mv_0 = (m+M)v', \qquad 0.01 \times 400 = 1 \times v'$$

$$v' = 4\ \text{m/s}$$

2. **碰撞中的动能损失**：

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.01 \times 400^2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4^2$$

$$= 800 - 8 = 792\ \text{J}$$

3. **碰后滑动阶段**：子弹与木块已经成为整体，应用动能定理：

$$-\mu(m+M)gx = 0 - \frac{1}{2}(m+M)v'^2$$

$$x = \frac{v'^2}{2\mu g} = \frac{16}{2 \times 0.2 \times 10} = 4\ \text{m}$$

方法总结：

例题：完全非弹性碰撞——子弹打木块（续）

1. 子弹打木块是典型的完全非弹性碰撞；动量守恒只用于外力冲量可忽略的短时碰撞阶段。
2. 碰撞中损失的动能主要转化为系统内能，并可能伴随声能，不能简单等同于“摩擦生热”。
3. 碰后较长时间的滑动过程受地面摩擦力作用，应改用动能定理或牛顿定律。

例题：滑块-木板——动量与能量结合

题意分析：质量 $m=1$ kg 的滑块以 $v_0=6$ m/s 的速度滑上静止在光滑水平面上的长木板，木板质量 $M=2$ kg。滑块与木板间动摩擦因数 $\mu_k=0.3$，$g=10$ m/s^2，木板足够长。求最终共同速度和滑块相对木板滑行的距离。

物理模型：滑块-木板模型。水平方向系统动量守恒；机械能损失转化为摩擦生热。

解题过程：

最终共速为 v。动量守恒：

$$mv_0=(m+M)v,\qquad 1\times 6=(1+2)v,$$

$$v=2\ \text{m/s}.$$

损失的机械能：

$$Q=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}(m+M)v^2=\frac{1}{2}\times 1\times 6^2-\frac{1}{2}\times 3\times 2^2=18-6=12\ \text{J}.$$

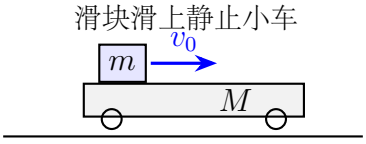
摩擦力大小 $f_k=\mu_k mg=0.3\times 1\times 10=3$ N，所以

$$Q=f_k s_{\text{相对}},\qquad s_{\text{相对}}=\frac{12}{3}=4\ \text{m}.$$

方法总结：先用动量守恒求共速，再用能量损失求相对滑动距离。若木板不够长，滑块可能先滑出木板，末态就不是共速，不能套这组结论。

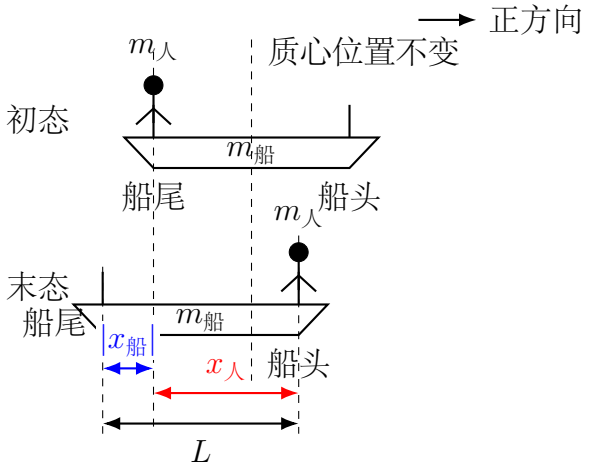
七、变式训练

1. 质量为 $m=2$ kg 的小滑块以 $v_0=6$ m/s 的速度滑上静止在光滑水平面上的小车，小车质量为 $M=4$ kg。滑块与小车间的动摩擦因数为 $\mu_k=0.3$，$g=10$ m/s^2，且小车足够长。求二者的共同速度和滑块相对小车的滑行距离。



2. $m_1 = 4$ kg 的小球以 $v_1 = 2$ m/s 正面碰撞静止的 $m_2 = 2$ kg 小球，碰后 m_1 仍沿原方向以 $v_1' = 1$ m/s 运动。求 v_2'，并通过比较碰撞前后的总动能判断碰撞类型。

3. 质量为 $M = 150$ kg 的船上站着一个质量为 $m = 60$ kg 的人，船长 $L = 5$ m，船静止在水面上（阻力不计）。人从船尾走到船头，求船相对于岸移动的距离。



变式训练参考结果

1. 水平方向动量守恒，故共同速度 $v = mv_0/(m+M) = 2.0$ m/s。系统机械能损失 $24\ \text{J} = \mu_k mg\, s_{\text{相对}}$，得 $s_{\text{相对}} = 4.0$ m。

2. 由动量守恒得 $v_2' = 2.0$ m/s。碰前、碰后总动能分别为 8 J 和 6 J，故为非弹性碰撞。

3. 设船相对岸移动距离为 x，由质心位置不变得 $Mx = m(L-x)$，故 $x = mL/(M+m) = 10/7$ m，方向与人行走方向相反。

八、竞赛入门补充

拓展提升

恢复系数

恢复系数 e 描述碰撞前后沿碰撞线方向**分离相对速度与接近相对速度之比**：

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2}$$

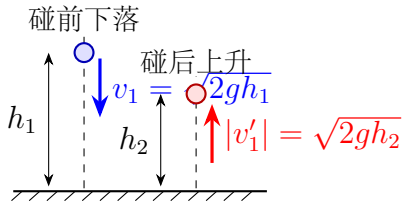
- $e = 1$：弹性碰撞（动能守恒）。
- $e = 0$：完全非弹性碰撞（碰后共速）。
- $0 < e < 1$：非弹性碰撞。
- $e > 1$：超弹性碰撞，系统有内能等转化为动能；普通被动碰撞通常不属于这种情况。

在质量和碰撞前速度都确定时，e 越小通常表示动能损失越多；但 e 本身不是一个与

拓展提升（续）

质量、初态无关的“能量损失百分比”。

例题：一个小球从 h_1 高处自由落下，与地面碰撞后弹起 h_2 高（$h_2 < h_1$）。求恢复系数。



解：取向下为正方向。碰地前小球速度 $v_1 = \sqrt{2gh_1}$，碰后小球速度 $v_1' = -\sqrt{2gh_2}$；地面碰前速度 $v_2 = 0$，碰后 $v_2' = 0$。

$$e = \frac{v_2' - v_1'}{v_1 - v_2} = \frac{0 - (-\sqrt{2gh_2})}{\sqrt{2gh_1} - 0} = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

竞赛提示：在一维两体碰撞模型中，若恢复系数已知，并且碰撞过程中外力冲量可忽略，恢复系数方程可与动量守恒方程联立求碰后速度。

九、易错点

易错清单

1. **动量守恒中忽略方向：**列方程前先规定正方向。速度方向与正方向相反时要加负号。
2. **动量定理中 $F_{合}t = \Delta p$ 的 $F_{合}$ 是合力：**先画受力图，再求合力冲量；缓冲问题中不能只看安全气囊的力。
3. **误以为碰撞中动能一定守恒：**先判断碰撞类型。只有理想弹性碰撞才同时用动量守恒和动能守恒。
4. **系统选择错误：**先圈定系统，再判断合外力冲量能否忽略。只选相互作用物体时，重力是外力；把地球纳入系统时，系统边界和方程都要改变。碰撞题通常采用前一种选法，再判断短时重力冲量是否可忽略。
5. **混淆弹性碰撞和完全非弹性碰撞：**先从题干确认碰后状态：只有“粘在一起、共同运动”时，才写 $v_1' = v_2'$；若碰后分开，不能把两者速度直接设为相同。随后再判断是否额外给出“弹性碰撞”，只有这时才能同时使用动能守恒。
6. **滑块-木板模型中把位移当相对位移：**摩擦生热用的是两接触面之间的相对滑动距离，不是滑块对地位移，也不是木板对地位移。

十、今日小结

1. 动量 $p = mv$，冲量 $I = Ft$（恒力），动量定理 $I_{合} = \Delta p$。
2. 动量守恒条件：系统合外力冲量为零（碰撞中常可近似）。
3. 弹性碰撞：动量守恒 + 动能守恒。
4. 完全非弹性碰撞：在外力冲量可忽略的一维两体模型中，动量守恒，碰后共速，机械能损失最大。
5. 反冲/爆炸：系统总动量保持不变；只有初态静止时，各部分末动量的矢量和才为零。

一分钟复盘：碰撞、爆炸或反冲题先圈定系统，再判断外力冲量能否忽略、碰后是否共速、机械能是否守恒，据此选择动量与能量关系。

Day 11：圆周运动

本节导读

圆周运动是曲线运动最重要的形式。本节学习描述圆周运动的物理量——线速度、角速度、周期，以及向心加速度和向心力。从水平圆周到竖直圆周，建立完整的圆周运动分析框架。

本节读题路线：先找圆心和半径，再在物体所在位置画速度切线方向；接着沿半径方向找真实力的合力，判断是谁提供向心力。圆周运动题不要额外画一个“向心力”，而是把已有的重力、支持力、拉力、摩擦力分解到半径方向。

一、学习目标

1. 能从圆周几何推出线速度 $v=\dfrac{2\pi r}{T}$、角速度 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ 及 $v=\omega r$。
2. 能说明向心加速度 $a_n=\dfrac{v^2}{r}=\omega^2 r$ 的方向指向圆心。
3. 能把半径方向的合力写成 $F_n=m\dfrac{v^2}{r}$，并分析水平圆周运动的受力。
4. 会分析竖直圆周运动最高点和最低点的受力。
5. 能解释为什么匀速圆周运动仍是变加速曲线运动。

二、初高中衔接

初中阶段只定性接触过圆周运动的“快慢”（用转速描述），没有量化公式。

高中引入三个核心物理量：

- 线速度 v：沿圆周切线方向，m/s。
- 角速度 ω：单位时间转过的角度，rad/s。

- 周期 T：转一圈的时间，s。

更重要的是，高中揭示了一个关键结论：**匀速圆周运动需要指向圆心的合力效果**。向心力不是额外多出来的新力，而是重力、弹力、摩擦力、拉力等真实力在径向上的合力。若径向合力不足，物体就不能维持原来的圆周运动，会沿近似切线方向偏离。

科学发展视角：圆周运动不是只出现在“转圈”的物体中。离心机用高速转动分离物质，过山车和高速弯道要用向心力保证安全，机器人、无人机和手机中的姿态传感器也要处理转动信息。遇到转弯问题时，要先抓住一个核心图像：速度沿切线方向，而加速度（或合力的法向分量）指向弯曲的内侧。这种把曲线运动分解成方向变化和大小变化的思想，是现代工程建模的基础。

三、核心概念

要点：描述圆周运动的物理量

线速度：瞬时线速度的大小定义为

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

方向沿圆周切线方向。对于匀速圆周运动，速率不变，转一周的路程为 $2\pi r$，所以

$$v = \frac{2\pi r}{T}.$$

角速度：瞬时角速度的大小定义为

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t}.$$

对于匀速圆周运动，转一周的角度为 2π，所以

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

单位为 rad/s。角速度的矢量方向可用右手螺旋定则判断，本节计算主要使用其大小。
单位提醒：这里的角度 $\Delta\theta$ 必须用弧度。因为弧长关系 $\Delta s = r\Delta\theta$ 只有在 $\Delta\theta$ 用弧度时才直接成立。若题目给出 30°、60° 等角度，代入角速度或弧长公式前要先换成弧度。
周期与频率：

$$T = \frac{1}{f}, \qquad \omega = 2\pi f$$

频率 f 的单位为赫兹（Hz），表示每秒完成圆周运动的圈数。
核心关系：

$$\boxed{v = \omega r}$$

要点：描述圆周运动的物理量（续）

简要推导：在时间 Δt 内，质点转过角度 $\Delta\theta$，对应弧长

$$\Delta s = r\Delta\theta$$

两边同除以 Δt，再令 $\Delta t \to 0$，得到

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t} = r\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\omega.$$

即 $v = \omega r$。这个关系来自“同一段圆弧既可以用弧长描述，也可以用圆心角描述”。

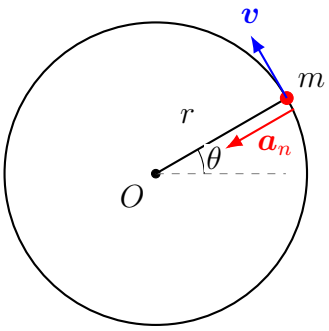


图 78：匀速圆周运动：v 沿切线方向，a_n 指向圆心

要点：向心加速度

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r}$$

速度三角形推导：匀速圆周运动中，速度大小不变，但速度方向在变。质点从 P_1 运动到 P_2 时，半径转过 $\Delta\theta$，两处切线速度之间的夹角也为 $\Delta\theta$。把 $\vec{v}_1$、$\vec{v}_2$ 平移到同一起点，由

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

可得一个等腰速度三角形。

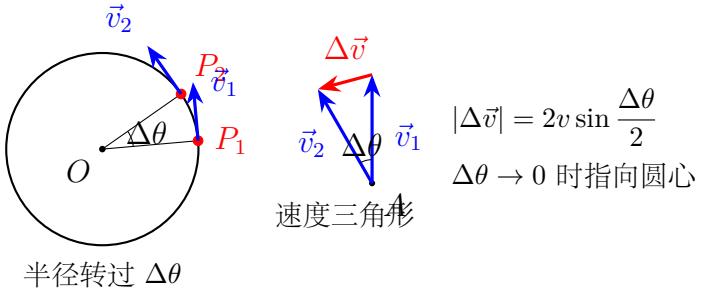


图 79：半径转角与速度转角相等；当 $\Delta\theta \to 0$ 时，$\Delta\vec{v}$ 指向圆心

由速度三角形，

$$|\Delta\vec{v}| = 2v\sin\frac{\Delta\theta}{2}.$$

要点：向心加速度（续）

因此

$$a_n = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = v\lim_{\Delta t\to 0}\left(\frac{\sin(\Delta\theta/2)}{\Delta\theta/2}\frac{\Delta\theta}{\Delta t}\right) = v\omega.$$

又因为 $v=\omega r$，所以

$$a_n = v\omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta\vec{v}$ 的方向趋于沿半径指向圆心，因此该加速度叫向心加速度。

- 方向：始终指向圆心，与速度方向垂直。
- 物理意义：描述速度方向变化的快慢（不改变速度大小）。
- 即使是“匀速”圆周运动，也有加速度。其加速度大小不变，但方向不断改变，因此加速度矢量并不恒定。

要点：向心力

$$\boxed{F_n = ma_n = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r}$$

- 向心力不是一种新的性质力，而是**合力沿半径指向圆心的分量**。
- 它由重力、弹力、摩擦力等真实力的合力（或其分力）提供。
- 匀速圆周运动中，合力就是指向圆心的向心力（大小恒定、方向始终指向圆心）。

常见来源举例：

- 绳拉小球在水平面转圈：绳的拉力提供向心力。
- 汽车转弯：地面静摩擦力提供向心力。
- 天体绕行：万有引力提供向心力。

四、公式与适用条件

列式前检查：

1. 先找圆心和半径，明确速度沿切线、向心加速度指向圆心。
2. 把受力沿径向和切向分解，径向合力才提供向心力。
3. 最高点、最低点、临界不脱离等题目，要先判断支持力或拉力的临界值。

4. 非匀速圆周运动中，a_n 只描述速度方向改变，切向加速度另行处理。

公式	物理意义	适用条件
$v=\omega r$	线速度与角速度关系	同一转动中心的瞬时关系
$a_n=\dfrac{v^2}{r}$	法向加速度大小	圆周运动的瞬时径向分量
$F_n=m\dfrac{v^2}{r}$	径向合力	指向圆心的合力分量
$T=\dfrac{1}{f}$	周期与频率	周期性运动

圆周运动先画三条线

圆周运动题的第一步通常不是代公式，而是在物体所在位置画清楚三条线：

1. **半径线**：从物体连向圆心，向心加速度和径向合力都沿这条线指向圆心。
2. **切线**：速度沿切线方向；若速率改变，切向加速度也沿切线方向。
3. **真实力**：只画重力、弹力、摩擦力、拉力等真实力，再把它们分解到径向和切向。不要额外画一个“向心力”。

这三条线画对后，再决定列 $\sum F_n=m\dfrac{v^2}{r}$，还是同时列 $\sum F_t=ma_t$。

五、典型模型

模型 1：水平圆周运动（圆锥摆）

轻绳一端固定，另一端系小球做水平圆周运动（圆锥摆）：

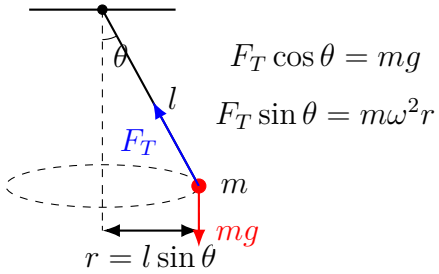


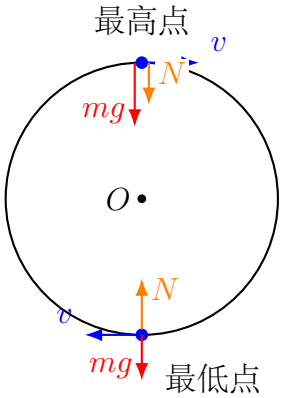
图 80：圆锥摆：拉力的竖直分量平衡重力，水平分量提供向心力

$$F_T\sin\theta=m\omega^2 r=m\omega^2 l\sin\theta$$

$$F_T\cos\theta=mg$$

解得 $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{l\cos\theta}}$。

模型 2：竖直圆周运动（过山车）



最高点：$N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$
临界：$N=0$
最低点：$N-mg=m\dfrac{v^2}{r}$

图 81：竖直圆周运动最高点和最低点的受力分析

内侧轨道模型的最高点： $N+mg=m\dfrac{v^2}{r}$，临界条件 $v_{\min}=\sqrt{gr}$（$N=0$ 时）。若改为轻绳，式中的 N 应改为绳的拉力 T；若是轻杆或外侧拱桥模型，受力方向和临界条件也需要重新分析。

最低点：内侧轨道为 $N-mg=m\dfrac{v^2}{r}$；轻绳模型则写 $T-mg=m\dfrac{v^2}{r}$。

从最高点到最低点还要结合能量：对光滑内轨或轻绳模型，设最高点、最低点速率分别为 $v_{上}$、$v_{下}$，由机械能守恒

$$\frac{1}{2}mv_{下}^2=\frac{1}{2}mv_{上}^2+mg(2r),\qquad v_{下}^2=v_{上}^2+4gr.$$

若物体恰好能完成整周运动，则最高点临界速率为 $v_{上,\min}=\sqrt{gr}$，相应的最低点最小速率为

$$\boxed{v_{下,\min}=\sqrt{5gr}}.$$

不要把最高点的 $\sqrt{gr}$ 误当成最低点完成整周所需的速率。

不同约束不能共用同一个临界条件：

- **轻绳或单侧内轨：**只能拉、不能推，或只能向圆心提供支持力，故最高点必须满足 $T\geq 0$ 或 $N\geq 0$。
- **轻杆或双侧轨道：**既能沿半径向内作用，也能沿半径向外作用，最高点没有 $v\geq\sqrt{gr}$ 这一接触临界；杆力方向应由带符号的径向方程判断。
- **外侧拱桥：**最高点有 $mg-N=m\dfrac{v^2}{r}$，保持接触要求 $N\geq 0$，因此是 $v\leq\sqrt{gr}$。

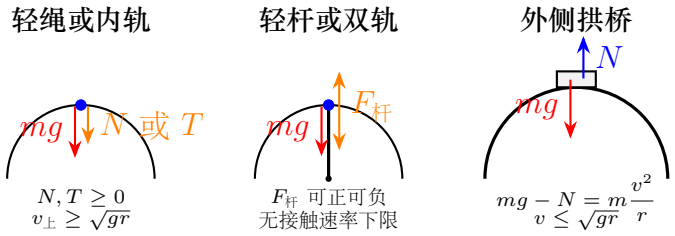


图 82：三类竖直圆周约束的最高点受力与临界条件不同

模型 3：汽车转弯

水平路面：静摩擦力提供向心力，$f_s = m\dfrac{v^2}{r} \le \mu_s mg$，最大安全速度 $v_{\max} = \sqrt{\mu_s gr}$。

倾斜弯道：若路面向圆心一侧倾斜，支持力不再竖直，它的水平分量可以提供一部分甚至全部向心力。理想无摩擦时，

$$N\sin\theta = m\frac{v^2}{r}, \qquad N\cos\theta = mg,$$

相除得

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}.$$

这说明高速公路和铁路弯道常做成倾斜形状，不只是为了“防滑”，更是为了让支持力帮助物体转弯。

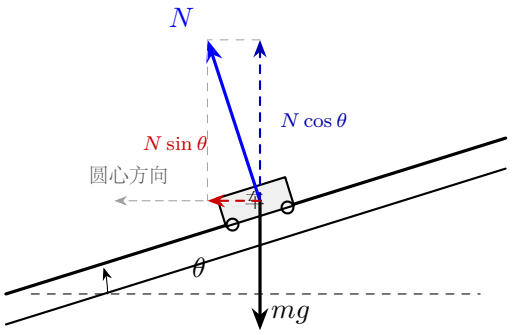


图 83：倾斜弯道：支持力的水平分量可以提供向心力

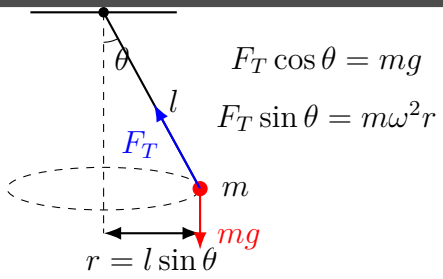
六、例题精讲

例题：圆锥摆——竖直平衡与水平向心

题意分析：质量为 $m = 0.5$ kg 的小球用长 $l = 1.0$ m 的细绳悬挂，细绳与竖直方向夹角 $\theta = 30°$，小球在水平面内做匀速圆周运动。取 $g = 10$ m/s^2，求角速度 ω 和线速度 v。

物理模型：圆锥摆。小球竖直方向没有加速度，水平方向指向圆心的合力提供向心力。

例题：圆锥摆——竖直平衡与水平向心（续）



解题过程：

竖直方向平衡：

$$F_T\cos\theta = mg.$$

水平方向提供向心力：

$$F_T\sin\theta = m\omega^2 r, \qquad r = l\sin\theta.$$

两式相除：

$$\tan\theta = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2 l\sin\theta}{g}.$$

因此

$$\omega^2 = \frac{g}{l\cos\theta}, \qquad \omega = \sqrt{\frac{10}{1.0\times\cos 30^\circ}} \approx 3.40 \text{ rad/s}.$$

圆周半径

$$r = l\sin 30^\circ = 0.50 \text{ m},$$

所以

$$v = \omega r \approx 3.40\times 0.50 = 1.70 \text{ m/s}.$$

方法总结：圆锥摆先把拉力分解。竖直分量平衡重力，水平分量指向圆心并提供向心力，不能把整根拉力直接当向心力。

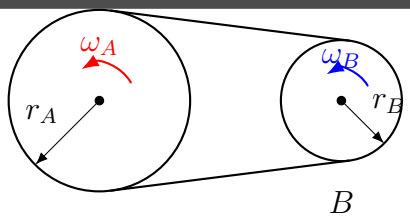
例题：水平圆周——传动装置

题意分析：两个轮子用皮带传动，主动轮半径 $r_A = 20$ cm，从动轮半径 $r_B = 10$ cm。主动轮以 $\omega_A = 10$ rad/s 转动。求：

1. 从动轮的角速度 ω_B。
2. 两轮边缘点的线速度大小。

物理模型：皮带传动，两轮边缘线速度大小相等（皮带不打滑）。

例题：水平圆周——传动装置（续）



$v_A = v_B$

$\omega_A r_A = \omega_B r_B$

解题过程：

1. 线速度相等：$v_A = v_B$，$\omega_A r_A = \omega_B r_B$

$$\omega_B = \frac{r_A}{r_B}\omega_A = \frac{20}{10} \times 10 = 20 \text{ rad/s}$$

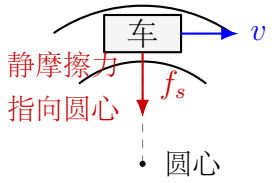
2. $v = \omega_A r_A = 10 \times 0.2 = 2 \text{ m/s}$

方法总结：传动题先判断连接方式。皮带或齿轮接触处线速度相等；同轴转动时角速度相等。

例题：汽车转弯

题意分析：汽车在水平弯道上转弯，弯道半径 $r = 50$ m，轮胎与地面间的最大静摩擦因数 $\mu_s = 0.4$，$g = 10 \text{ m/s}^2$。求汽车安全转弯的最大速度。

物理模型：静摩擦力提供向心力。



解题过程：

静摩擦力最大值 $f_{\max} = \mu_s mg$，提供向心力：

$$\mu_s mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r} = \sqrt{0.4 \times 10 \times 50} = \sqrt{200} \approx 14.1 \text{ m/s}$$

方法总结：汽车转弯题先确认是静摩擦提供向心力。水平路面且忽略空气阻力时，安全速度上限只与 μ_s、r 有关，与汽车质量无关。

例题：竖直圆周——过山车

题意分析：过山车按“内侧光滑圆轨道、最高点轨道只能给向下支持力”的高中模型运行，轨道半径 $r = 8\ \text{m}$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求：

1. 过山车在最高点不掉下来的最小速度。
2. 若实际速度为 $v = 12\ \text{m/s}$，求最高点时轨道对车的支持力大小（$m = 500\ \text{kg}$）。

物理模型：竖直圆周，最高点重力和支持力的合力提供向心力。
解题过程：

1. 临界条件：支持力 $N = 0$，重力提供向心力：

$$mg = m\frac{v^2}{r}, \qquad v_{\min} = \sqrt{gr} = \sqrt{10 \times 8} = \sqrt{80} \approx 8.94\ \text{m/s}$$

2. $v = 12\ \text{m/s} > v_{\min}$，安全：

$$N + mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$N = m(\frac{v^2}{r} - g) = 500 \times (\frac{144}{8} - 10) = 500 \times (18 - 10) = 4000\ \text{N}$$

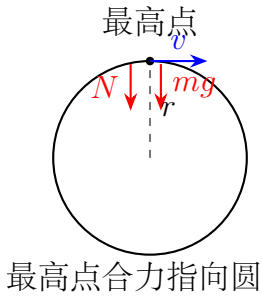
方法总结：对内侧轨道或轻绳模型，竖直圆周最高点的临界条件是 $N = 0$、重力恰好提供向心力。速度小于临界值时，轨道或绳不能再提供“拉住”物体所需的约束，物体会脱离圆轨道。若是轻杆、双轨约束或带轮缘的实际装置，最高点受力和临界条件需要重新分析。

七、变式训练

1. 一个质量为 $m = 0.20\ \text{kg}$ 的小球用长 $l = 0.80\ \text{m}$ 的细绳系着做圆锥摆，绳与竖直方向夹角 $\theta = 60°$，$g = 10\ \text{m/s}^2$。求小球运动的周期和绳的拉力。

2. 汽车以 $v = 15\ \text{m/s}$ 通过半径 $r = 30\ \text{m}$ 的水平弯道，路面与轮胎间最大静摩擦因数 $\mu_s = 0.6$。问汽车是否侧滑？

3. 质量为 m 的小球在半径为 r 的竖直光滑圆轨道内侧做圆周运动，在最高点速度为 v。求：



(a) 轨道对小球的支持力大小，并写出保持接触对 v 的要求。

(b) 若 $v=\sqrt{2gr}$，求最高点支持力大小。

变式训练参考结果

1. 由 $T_{绳}\cos\theta=mg$ 得 $T_{绳}=4.0$ N；又由 $\omega^2=g/(l\cos\theta)$ 得 $\omega=5.0$ rad/s，故周期 $T=2\pi/\omega=2\pi/5$ s。
2. 所需向心加速度为 $v^2/r=7.5$ m/s^2，大于静摩擦力所能提供的最大值 $\mu_s g=6.0$ m/s^2，汽车会侧滑。对应的最大安全速度为 $\sqrt{\mu_s gr}=6\sqrt{5}$ m/s <15 m/s。
3. 最高点有 $mg+N=mv^2/r$，故 $N=m(v^2/r-g)$；保持接触要求 $N\geqslant 0$，即 $v\geqslant\sqrt{gr}$。当 $v=\sqrt{2gr}$ 时，$N=mg$。

八、竞赛入门补充

拓展提升

非匀速圆周运动：法向与切向分解

匀速圆周运动只有速度方向变化；非匀速圆周运动中，速度大小也会变化。此时要把加速度分成两个互相垂直的方向：

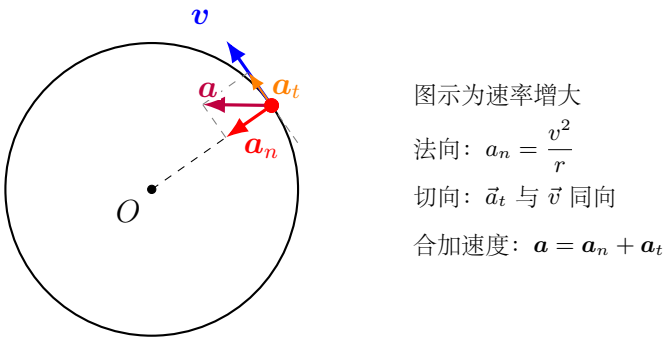


图 84：非匀速圆周运动：法向加速度改变速度方向，切向加速度改变速度大小

- **法向（指向圆心）**：描述速度方向变化，大小仍为

$$a_n=\frac{v^2}{r}$$

拓展提升（续）

- **切向（沿切线）**：选定切向正方向后，切向加速度分量为

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},$$

其大小为 $|a_t|$。速率增大时 $\vec{a}_t$ 与 $\vec{v}$ 同向，速率减小时二者反向。图 84 画的是速率增大的情形。

总加速度：

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

对应到力的分解：

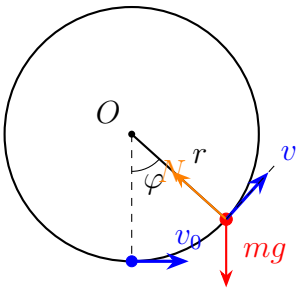
$$\sum F_n = m\frac{v^2}{r}, \qquad \sum F_t = ma_t$$

其中 $\sum F_n$ 对应速度方向改变，$\sum F_t$ 对应速率改变。

竖直圆周中的关键认识：

- 若轨道光滑且约束力沿半径方向，在最高点和最低点，重力也沿半径方向，因此瞬时 $a_t = 0$。
- 在其他位置，重力通常有切向分量，会改变速率，因此运动一般不是匀速圆周运动。
- 解题时不要把“合力始终指向圆心”当成通用结论；只有匀速圆周运动才在整个过程中满足合力完全指向圆心。

一般位置模型：质量为 m 的小球在半径为 r 的光滑竖直圆轨道内侧运动。设最低点速度为 v_0，小球从最低点沿轨道上升，所在位置的半径与竖直向下方向夹角为 φ。



径向：$N - mg\cos\varphi = m\dfrac{v^2}{r}$

切向：$a_t = -g\sin\varphi$

高度：$h = r(1-\cos\varphi)$

第一步，能量决定当地速率：小球相对最低点升高 $h = r(1-\cos\varphi)$，所以

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgr(1-\cos\varphi),$$

$$v^2 = v_0^2 - 2gr(1-\cos\varphi).$$

第二步，径向方程决定支持力：取指向圆心为径向正方向，重力的径向分量为 $-mg\cos\varphi$，故

$$N - mg\cos\varphi = m\frac{v^2}{r}, \qquad N = m\frac{v^2}{r} + mg\cos\varphi.$$

拓展提升（续）

第三步，切向分量决定速率变化：取小球上升方向为切向正方向，

$$a_t = -g\sin\varphi.$$

负号表示小球上升过程中切向加速度与速度方向相反，速率减小。把 $\varphi = 0$、π 分别代入，就能自动得到最低点和最高点的径向方程；再检查 $N \geq 0$，即可判断小球是否仍与单侧内轨接触。

竞赛提示：遇到圆周运动综合题，应依次完成“能量求当地速率—径向方程求约束力—切向方程判断速率变化—检查接触条件”。这套顺序可以处理竖直圆周、变速转弯和带摩擦圆轨道等更复杂模型。

九、易错点

易错清单

1. **误以为向心力是“真实力”**：受力分析先只画真实力。向心力是这些真实力沿半径方向的合效果，不单独画。
2. **认为匀速圆周运动是匀速运动**：先在圆周上任选两个不同位置，各画一支沿切线的速度矢量。比较两矢量可见速率相同而方向不同，因此速度发生变化，仍有指向圆心的加速度；这里的“匀速”只指速率不变。
3. **竖直圆周中漏了重力**：先在最高点、最低点分别重画受力图。重力始终存在，不要只写支持力或拉力。
4. **混淆传动方式**：先判断接触传动还是同轴转动。皮带传动线速度相等，同轴转动角速度相等。
5. **汽车转弯误用滑动摩擦力**：汽车正常转弯时是静摩擦力提供向心力，不是滑动摩擦力。临界打滑前可用 $f_{\max} = \mu_s mg$。

十、今日小结

1. 线速度 $v = \omega r$，向心加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{r} = \omega^2 r$。
2. 向心力 $F_n = m\dfrac{v^2}{r}$，由真实力的合力提供，不是独立的性质力。
3. 水平路面转弯：静摩擦提供向心力，临界模型中 $v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r}$。
4. 倾斜弯道中，支持力的水平分量可提供向心力，理想无摩擦时 $\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$。
5. 轻绳或单侧内轨模型在最高点的临界条件：$v_{\min} = \sqrt{gr}$（$T = 0$ 或 $N = 0$）；轻杆、双侧轨道等约束模型不能直接套用这一结论。
6. 皮带传动线速度相等，同轴转动角速度相等。

一分钟复盘：画一个圆周运动物体，先标速度方向，再指向圆心画向心加速度，最后列出哪些真实力沿半径方向提供向心力；不要把“向心力”额外画成一个新力。

Day 12：万有引力与天体运动

本节导读

万有引力定律是牛顿最伟大的成就之一——它统一了“天上的力”和“地上的力”。本节学习万有引力定律、天体运动的基本规律、三个宇宙速度，并建立用万有引力解决天体问题的标准方法。

本节读题路线：先判断研究对象是在地面附近、绕天体做圆周运动，还是变轨过程；圆轨道优先写“万有引力提供向心力”，地面附近先由 $mg = GMm/R^2$ 得到 $GM = gR^2$。若题目涉及发射、升轨或逃逸，就要从速度公式扩展到机械能变化。

一、学习目标

1. 能写出万有引力定律 $F = G\dfrac{Mm}{r^2}$，并说明 G 的物理意义。
2. 能由 $mg = GMm/R^2$ 推出并使用黄金代换 $GM = gR^2$。
3. 能由“万有引力提供向心力”写出天体运动基本方程 $G\dfrac{Mm}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r}$。
4. 能区分三个宇宙速度的物理含义，并会计算第一宇宙速度。
5. 能列出地球静止卫星的轨道条件，并据此求轨道半径。
6. 能用图像和语言概括开普勒三定律的初步内容。

二、初高中衔接

初中阶段只定性接触过“万有引力”这个概念，知道苹果落地是因为地球吸引。

高中把万有引力定量化，并揭示了一个深刻结论：**月球绕地球转和苹果落地都由同一种相互作用支配**——万有引力。牛顿的贡献在于：把天上的规律和地上的规律统一起来了。

科学发展视角：现代导航卫星、气象卫星、深空探测器和空间站轨道设计，都离不开万有引力和圆周运动。学习本节时不要只把公式当作计算工具，还要形成一个观念：航天问题首先是“引力提供向心力”的模型问题。

三、核心概念

要点：万有引力定律

$$\boxed{F = G\frac{Mm}{r^2}}$$

- $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$：引力常量（卡文迪许扭秤实验测得）。
- M、m：两个天体的质量。
- r：两个天体中心的距离。
- 方向：沿两物体中心的连线，相互吸引。

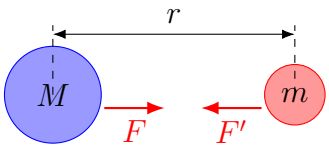


图 85：万有引力：$F = F' = G\dfrac{Mm}{r^2}$，方向沿连线

适用提醒：

1. 万有引力定律直接适用于质点间的相互作用。对于质量呈球对称分布的球体，研究球体外部的引力时，可等效为质量集中在球心的质点；一般形状的物体不能无条件这样处理。
2. G 非常小，所以日常物体彼此之间的万有引力通常可忽略；但地球质量巨大，地球对物体的引力就是日常重力的来源。

要点：重力与万有引力的关系

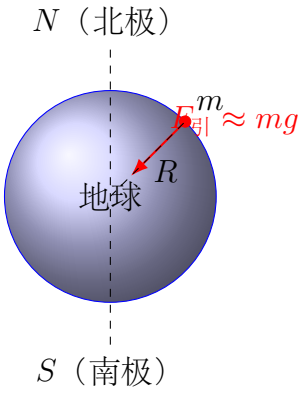


图 86：地面附近物体：万有引力 ≈ 重力（忽略自转）

黄金代换：

$$\boxed{GM = gR^2}$$

其中 M 为地球质量，R 为地球半径，g 为地表重力加速度。

- 在地球表面，$mg \approx G\dfrac{Mm}{R^2}$，所以 $g = \dfrac{GM}{R^2}$。
- 在高度 h 处：$g' = \dfrac{GM}{(R+h)^2} = g\left(\dfrac{R}{R+h}\right)^2$。
- 在地球外部，离地心越远，重力加速度越小。

要点：考虑地球自转时：引力、视重与向心力

前面把 mg 近似看作万有引力，是**忽略地球自转**的结果。若考虑地球自转，地面物体随地球绕自转轴做圆周运动，物体所受合力必须指向自转轴。除极地外，秤的示数（视重）会略小于万有引力。

这里采用理想球形地球模型：水平秤的法线沿当地半径方向，秤的示数对应支持力 N 的大小。真实的万有引力 F_g 始终指向地心；在任意纬度处，地面还可能对物体产生沿切线方向的静摩擦力。支持力和静摩擦力合称地面对物体的接触力。

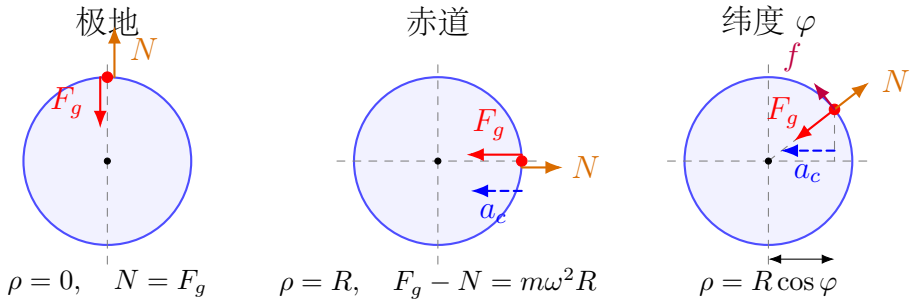


图 87：考虑地球自转：万有引力与地面接触力的合力提供向心力

设地球角速度为 ω，纬度为 φ，地球半径为 R。

要点：考虑地球自转时：引力、视重与向心力（续）

- **极地**：到自转轴距离为 0，不需要因自转产生的向心力，

$$N_{\text{极}} = G\frac{Mm}{R^2}.$$

- **赤道**：到自转轴距离为 R，向心力最大，

$$G\frac{Mm}{R^2} - N_{\text{赤}} = m\omega^2 R, \qquad N_{\text{赤}} = m\left(\frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\right).$$

- **纬度 φ 处**：到自转轴距离为 $R\cos\varphi$，向心加速度大小为 $\omega^2 R\cos\varphi$，方向指向自转轴。把加速度分解到当地半径方向和切线方向，可得

$$\boxed{N_\varphi = m\left(\frac{GM}{R^2} - \omega^2 R\cos^2\varphi\right)}, \qquad \boxed{f_\varphi = m\omega^2 R\sin\varphi\cos\varphi}.$$

  其中静摩擦力沿当地切线指向较高纬度一侧。真实地球并非理想球体，精确的铅垂方向还要考虑地球形状和重力场分布；高中阶段通常只要求掌握极地、赤道及上述球形模型。

认知提醒：万有引力是真实力，始终指向地心；向心力不是新力，而是合力指向自转轴的效果。水平秤的读数对应支持力大小，极地和赤道处各力共线；任意纬度必须保留矢量方向，不能把“万有引力减支持力”直接写成标量向心力方程。高中多数题默认忽略地球自转，因此直接用 $mg \approx G\dfrac{Mm}{R^2}$。

要点：天体运动的基本方程

卫星绕地球做匀速圆周运动，且地球质量远大于卫星质量时，可近似认为地球中心不动，万有引力提供卫星的向心力：

$$\boxed{G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r = m\frac{4\pi^2}{T^2}r}$$

由此可导出卫星运行参数：

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \qquad \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}, \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

规律：

- 轨道半径越大，速度越小、角速度越小、周期越大。
- 在地球外部的稳定圆轨道中，近地圆轨道的环绕速度最大（第一宇宙速度）；地球静止卫星的周期约为 24 h。

要点：天体运动的基本方程（续）

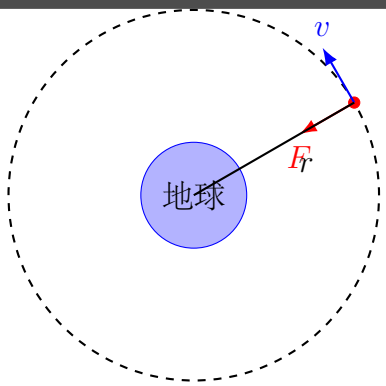


图 88：卫星绕地球：万有引力 F 提供向心力

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先分清 r 是两质心距离或轨道半径，不是离地高度 h。
2. 判断是否可把天体看作质点；若用球心等效，需确认天体质量呈球对称分布且研究点在球体外部。
3. 圆轨道题先写 $r = R + h$，再用万有引力提供向心力；椭圆轨道不能直接套匀速圆周公式。
4. 地表附近用 $GM = gR^2$ 时，要说明忽略地球自转和高度变化。

公式	物理意义	适用条件
$F = G\dfrac{Mm}{r^2}$	万有引力	质点；球对称天体外部
$GM = gR^2$	黄金代换	地表附近，忽略地球自转等修正
$G\dfrac{Mm}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r}$	天体运动基本方程	匀速圆周运动
$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$	卫星周期	绕中心天体做圆周运动

天体题先判三类入口

万有引力题的入口并不只有一个。读题时先判断它属于哪一类：

1. **地表附近**：物体在天体表面或低高度附近，常用 $mg \approx G\dfrac{Mm}{R^2}$ 和 $GM = gR^2$，但要记得这里默认忽略自转等修正。
2. **稳定圆轨道**：卫星绕中心天体做匀速圆周运动，且中心天体质量远大于卫星质量

天体题先判三类入口（续）

时，核心方程是 $G\dfrac{Mm}{r^2}=m\dfrac{v^2}{r}$，这里的 r 是到中心天体质心的距离。

3. **发射或变轨**：速度公式只描述稳定圆轨道；升轨、逃逸、转移椭圆要再看机械能是否增加，不能只比较圆轨道速度大小。

先判入口，再代公式，能避免把“高度 h”“轨道半径 r”“天体半径 R”混在一起。

五、典型模型

模型 1：近地卫星与第一宇宙速度

近地卫星：轨道半径 $\approx R$（地球半径），圆轨道环绕速度最大：

$$G\frac{Mm}{R^2}=m\frac{v^2}{R},\qquad v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{gR}$$

第一宇宙速度

$$v_1=\sqrt{gR}=\sqrt{9.8\times 6.4\times 10^6}\approx 7.9\ \text{km/s}.$$

它既是近地圆轨道的环绕速度，也是理想条件下从地面水平发射、使物体不再落回地面的最小速度。这里忽略空气阻力、地球自转和地形，并把地面附近看作可供卫星运行的理想圆轨道。

第二、第三宇宙速度：

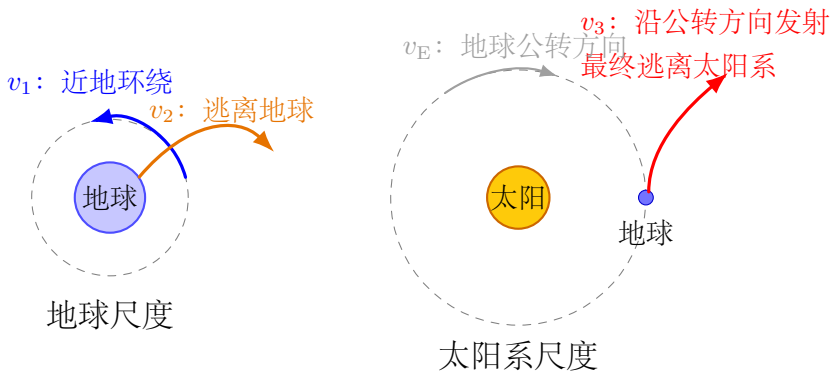


图 89：三个宇宙速度对应不同尺度：近地环绕、逃离地球和逃离太阳系

第二宇宙速度的来源：取无穷远处引力势能为零，质量为 m 的物体在距地心 r 处的引力势能为

$$E_p=-\frac{GMm}{r}.$$

物体恰好逃离地球时，到达无穷远处的速度趋于零。由机械能守恒，

$$\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{GMm}{R}=0,$$

所以

$$\boxed{v_2 = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2}\,v_1 \approx 11.2\ \text{km/s}}.$$

第三宇宙速度的来源：地球绕太阳的公转速度约为 $v_{\mathrm{E}} = 29.8\ \text{km/s}$，在地球轨道处脱离太阳引力所需的日心速度为 $\sqrt{2}\,v_{\mathrm{E}} \approx 42.1\ \text{km/s}$。若沿地球公转方向发射，探测器脱离地球后相对地球仍需保留约

$$v_\infty = (\sqrt{2}-1)v_{\mathrm{E}} \approx 12.3\ \text{km/s}$$

的速度。采用分段处理的理想模型，有

$$\boxed{v_3 = \sqrt{v_2^2 + v_\infty^2} \approx 16.7\ \text{km/s}}.$$

这里忽略空气阻力、地球自转以及其他天体摄动；若发射方向不利，所需速度会更大。

模型 2：地球静止卫星

若卫星要相对地面某点保持静止，它必须是**地球静止卫星**。它是同步卫星中的特殊类型：在赤道平面内沿圆轨道与地球同向转动，周期等于一个恒星日（约 23 h 56 min，高中计算常取 24 h）。由 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$ 可算出轨道半径约 $4.2\times10^4\ \text{km}$（距地面约 $3.6\times10^4\ \text{km}$）。

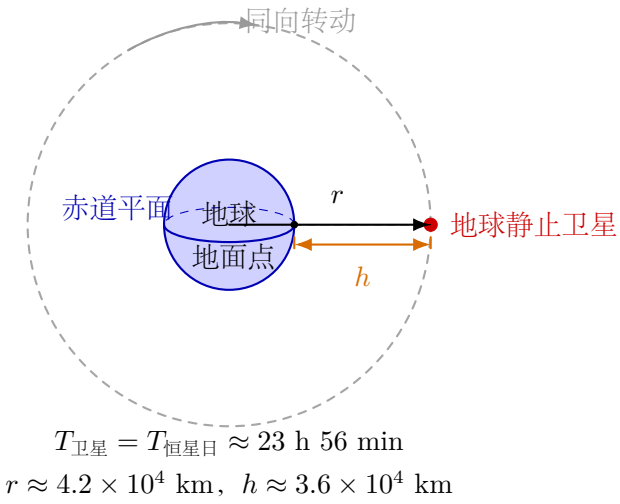


图 90：地球静止卫星：圆形赤道轨道、同向转动且周期等于一个恒星日

地球静止卫星的四个条件：

1. 轨道是圆轨道；
2. 轨道平面是赤道平面；
3. 运动方向与地球自转方向相同；

4. 周期等于地球自转的恒星周期。

满足这四个条件时，卫星相对地面静止，始终位于赤道上某一经度的上空，常用于通信、广播和气象观测。不同地球静止卫星可以位于不同经度上方，但轨道半径和周期相同。

模型 3：卫星变轨

先看圆轨道的能量。由万有引力提供向心力，

$$\frac{GMm}{r^2}=\frac{mv^2}{r}\quad\Longrightarrow\quad E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{GMm}{2r}.$$

取无穷远处引力势能为零，则

$$E_p=-\frac{GMm}{r},\qquad \boxed{E=E_k+E_p=-\frac{GMm}{2r}}.$$

轨道半径越大，圆轨道速度越小，但机械能越大（负值的绝对值越小）。

再看两次变轨。从低圆轨道升到高圆轨道，发动机必须对卫星做正功。典型过程是：在低轨道的近地点沿速度方向第一次加速，进入转移椭圆；到达远地点后再沿速度方向加速，使轨道圆化到高轨道。

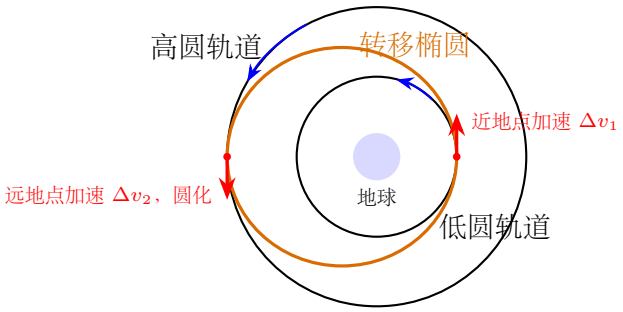
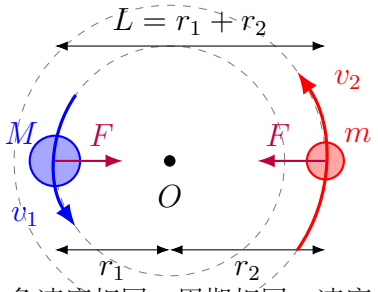


图 91：卫星升轨：近地点加速进入转移椭圆，远地点再加速圆化

认知提醒：“高轨道圆周速度更小”和“升轨需要加速”并不矛盾。前者比较的是两个稳定圆轨道上的速度；后者讨论的是变轨瞬间的速度增量和机械能变化。比较速度时必须说明是在圆轨道上，还是在转移椭圆的近地点、远地点。

模型 4：双星系统

两颗星绕共同质心做圆周运动，距离 $L=r_1+r_2$：



两星绕共同质心 O 转动：角速度相同、周期相同，速度方向在连线两端相反。

图 92：双星系统：两星绕共同质心 O 做同周期圆周运动

设两星质量分别为 M、m，到共同质心的距离分别为 r_1、r_2。质心位置满足

$$Mr_1 = mr_2, \qquad r_1 + r_2 = L.$$

所以

$$r_1 = \frac{m}{M+m}L, \qquad r_2 = \frac{M}{M+m}L.$$

两星之间的万有引力大小相同，分别提供各自圆周运动的向心力：

$$G\frac{Mm}{L^2} = M\omega^2 r_1 = m\omega^2 r_2$$

代入 $r_1 = \dfrac{m}{M+m}L$，得

$$G\frac{Mm}{L^2} = M\omega^2 \frac{m}{M+m}L$$

化简：

$$\boxed{\omega^2 = \frac{G(M+m)}{L^3}}, \qquad \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(M+m)}}}.$$

结论：两星角速度相同、周期相同；轨道半径与质量成反比：

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{m}{M}.$$

质量大的星离质心近，质量小的星离质心远。

六、例题精讲

例题：天体质量的计算

题意分析：已知地球半径 $R = 6.4 \times 10^6$ m，地表重力加速度 $g = 9.8$ m/s^2，引力常量 $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N $\cdot$ m^2/kg^2。求地球质量 M。

物理模型：黄金代换。

解题过程：

例题：天体质量的计算（续）

由 $GM = gR^2$：

$$M = \frac{gR^2}{G} = \frac{9.8 \times (6.4 \times 10^6)^2}{6.67 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{9.8 \times 4.1 \times 10^{13}}{6.67 \times 10^{-11}} \approx 6.0 \times 10^{24}\ \text{kg}$$

方法总结：天体表面题先写 $mg \approx G\frac{Mm}{R^2}$。若已知 g 和 R，并忽略自转等修正，就可用 $GM = gR^2$ 或进一步估算天体质量。

例题：卫星运行参数

题意分析：一颗卫星在距地面 $h = 400$ km 的轨道上运行，$R = 6.4 \times 10^6$ m，$M = 6.0 \times 10^{24}$ kg，$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$。求卫星的线速度、角速度和周期。

物理模型：万有引力提供向心力。

解题过程：

轨道半径 $r = R + h = 6.4 \times 10^6 + 4.0 \times 10^5 = 6.8 \times 10^6$ m。

线速度：

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24}}{6.8 \times 10^6}}$$

$$\approx \sqrt{5.88 \times 10^7} \approx 7.67 \times 10^3\ \text{m/s} = 7.67\ \text{km/s}$$

角速度：

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{7.67 \times 10^3}{6.8 \times 10^6} \approx 1.13 \times 10^{-3}\ \text{rad/s}$$

周期：

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3.14}{1.13 \times 10^{-3}} \approx 5.56 \times 10^3\ \text{s} \approx 1.54\ \text{h}$$

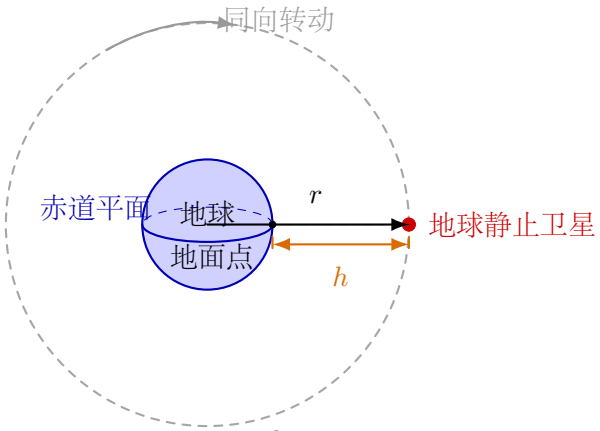
方法总结：卫星问题先把离地高度换成轨道半径 $r = R + h$，再写 $F_{\text{引}} = F_{\text{向}}$ 列方程；半径、速度和周期单位要先统一。

例题：地球静止卫星轨道半径

题意分析：地球静止卫星的周期取 $T = 24$ h，地球质量 $M = 6.0 \times 10^{24}$ kg，引力常量 $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$。求卫星的轨道半径，并估算离地高度。地球半径取 $R = 6.4 \times 10^6$ m。

物理模型：地球静止卫星沿赤道上空的圆轨道运行，万有引力提供向心力，周期由地球自转的恒星周期决定。

例题：地球静止卫星轨道半径（续）



$T_{\text{卫星}} = T_{\text{恒星日}} \approx 23\ \text{h}\ 56\ \text{min}$

$r \approx 4.2 \times 10^4\ \text{km}$，$h \approx 3.6 \times 10^4\ \text{km}$

解题过程：

轨道周期满足

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}.$$

整理得

$$r = \sqrt[3]{GM\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2}.$$

把 $T = 24 \times 3600 = 8.64 \times 10^4\ \text{s}$ 代入：

$$r \approx \sqrt[3]{6.67 \times 10^{-11} \times 6.0 \times 10^{24}\left(\frac{8.64 \times 10^4}{2\pi}\right)^2} \approx 4.2 \times 10^7\ \text{m}.$$

离地高度为

$$h = r - R \approx 4.2 \times 10^7 - 6.4 \times 10^6 \approx 3.6 \times 10^7\ \text{m}.$$

方法总结：地球静止卫星题先核对圆形赤道轨道、同向和同周期四项条件，再由周期求轨道半径 r，最后减去地球半径得到离地高度 h。不要把题中“高度”和“轨道半径”混用。

例题：双星系统的轨道半径与周期

题意分析：两颗恒星的质量分别为 $M = 2.0 \times 10^{30}\ \text{kg}$、$m = 1.0 \times 10^{30}\ \text{kg}$，两星中心距离 $L = 3.0 \times 10^{11}\ \text{m}$，近似绕共同质心做圆周运动。求两星轨道半径之比，并估算公转周期。取 $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$。

物理模型：双星绕共同质心做同角速度圆周运动。

解题过程：

由质心关系

$$Mr_1 = mr_2 \quad \Longrightarrow \quad \frac{r_1}{r_2} = \frac{m}{M} = \frac{1}{2}.$$

例题：双星系统的轨道半径与周期（续）

又因为 $r_1 + r_2 = L$，所以

$$r_1 = 1.0 \times 10^{11}\ \text{m}, \qquad r_2 = 2.0 \times 10^{11}\ \text{m}.$$

双星周期满足

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(M+m)}}.$$

代入数据：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(3.0\times10^{11})^3}{6.67\times10^{-11}\times3.0\times10^{30}}} \approx 7.3\times10^{7}\ \text{s} \approx 2.3\ \text{年}.$$

方法总结：双星题先用质心关系分配两个轨道半径，再用两星中心距离 L 写万有引力；公式中的 L 不能误写成某一颗星自己的轨道半径。

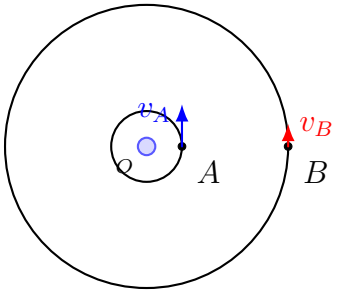
七、变式训练

1. 已知月球半径 $R_{\text{月}} = 1.74 \times 10^6$ m，月球表面重力加速度 $g_{\text{月}} = 1.62\ \text{m/s}^2$。取 $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$，求月球的质量。

2. 一颗卫星在半径为 r_1 的低圆轨道上运行，在某点沿速度方向短时加速后进入转移椭圆，并在远地点再次沿速度方向加速进入半径为 r_2 的高圆轨道。比较第一次加速前后、第二次加速前后的速度和机械能变化，并说明为什么不能用“高轨道圆周速度更小”否定两次加速。

3. 两颗卫星 A、B 绕地球做匀速圆周运动，轨道半径之比 $r_A : r_B = 1 : 4$。求线速度之比和周期之比。

$r_A : r_B = 1 : 4$（按比例绘制）



4. 某双星系统中两星质量之比为 $M : m = 3 : 1$，两星中心距离为 L。求它们到共同质心的距离之比，并写出该双星系统的周期表达式。

变式训练参考结果

1. 由 $g_{月}=GM_{月}/R_{月}^2$，得
$$M_{月}=\frac{g_{月}R_{月}^2}{G}\approx 7.35\times 10^{22}\ \text{kg}.$$
2. 两次短时加速都使卫星在加速点的速度增大、机械能增大：第一次由低圆轨道进入转移椭圆，第二次由转移椭圆进入高圆轨道。“高圆轨道速度较小”比较的是不同位置上的两条圆轨道；两次变轨比较的是同一位置加速前后的速度，二者并不矛盾。
3. 由 $v\propto r^{-1/2}$、$T\propto r^{3/2}$，得 $v_A:v_B=2:1$，$T_A:T_B=1:8$。
4. 到共同质心的距离满足 $Mr_M=mr_m$，故 $r_M:r_m=1:3$，且 $r_M=L/4$、$r_m=3L/4$。周期为
$$T=2\pi\sqrt{\frac{L^3}{G(M+m)}}.$$

八、竞赛入门补充

拓展提升

从开普勒三定律到牛顿万有引力

在牛顿之前，开普勒已经从第谷的大量天文观测中总结出行星运动的经验规律：

1. **椭圆轨道定律**：行星绕太阳运动的轨道是椭圆，太阳在椭圆的一个焦点上。
2. **面积定律**：行星与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等（近地点速度快，远地点速度慢）。
3. **周期定律**：对绕同一中心天体运动的行星，$\dfrac{T^2}{a^3}=$ 常量，其中 a 为椭圆轨道的半长轴。

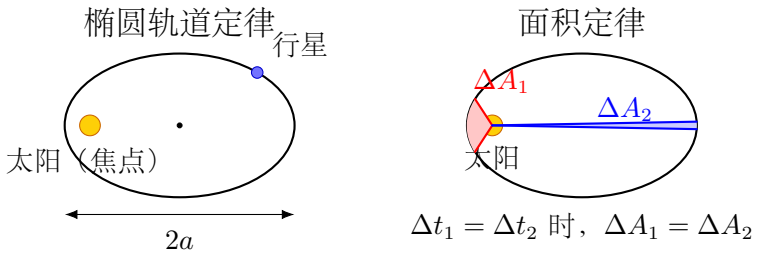


图 93：开普勒前两定律：太阳位于椭圆焦点，相等时间内扫过的面积相等

牛顿怎样从圆周运动走向万有引力定律

拓展提升（续）

牛顿的关键思路不是先“猜一个公式”，而是把地面落体、月球绕地和开普勒定律放到同一个模型中。

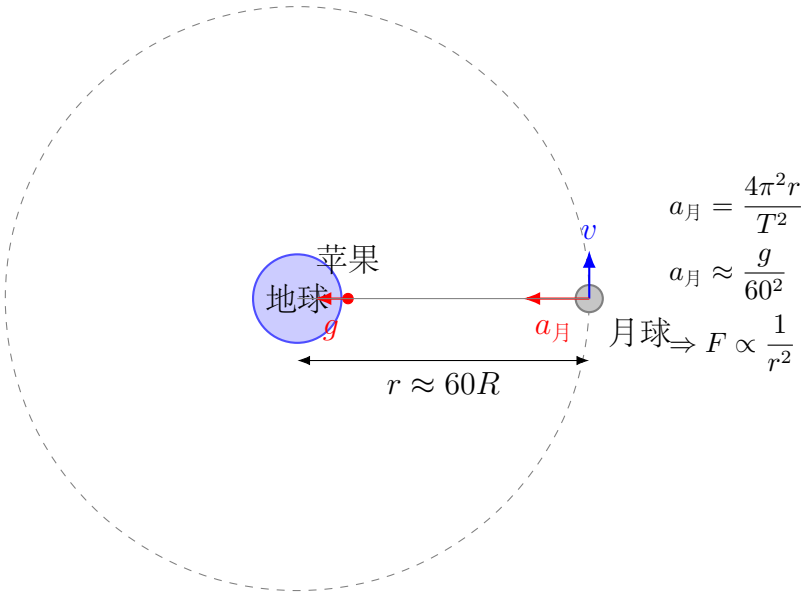


图 94：牛顿的月地检验：月球所需向心加速度约为地表重力加速度的 $1/60^2$

第一步：月球绕地球需要向心加速度。

把月球近似看成绕地球做圆周运动：

$$a_{\text{月}} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

代入月地距离约 $r \approx 60R$、月球周期约 $T \approx 27.3$ 天，可得

$$a_{\text{月}} \approx 2.7 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2.$$

第二步：与地表重力加速度比较。

地表重力加速度 $g \approx 9.8\ \text{m/s}^2$，而

$$\frac{g}{60^2} \approx \frac{9.8}{3600} \approx 2.7 \times 10^{-3}\ \text{m/s}^2.$$

这说明：如果地球对物体的吸引随距离按平方反比减弱，那么地表的“苹果下落”和月球绕地的向心加速度可以由同一种力解释。

第三步：用开普勒第三定律得到平方反比。

对近似圆轨道，

$$a_n = \frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

开普勒第三定律给出 $T^2 \propto r^3$，所以

$$a_n \propto \frac{r}{r^3} = \frac{1}{r^2}.$$

拓展提升（续）

由 $F=ma$，行星受到的中心力也满足

$$F \propto \frac{m}{r^2}.$$

再结合“相互作用力成对出现”和不同中心天体的比较，可得到中心天体质量也应成正比进入公式，于是形成

$$\boxed{F=G\frac{Mm}{r^2}}.$$

在牛顿理论中，对绕质量为 M 的同一中心天体运动的椭圆轨道，可进一步证明

$$\boxed{\frac{T^2}{a^3}=\frac{4\pi^2}{GM}}.$$

这一步把开普勒总结出的经验常量，与中心天体质量和引力常量联系起来。

例题：地球公转周期 $T_{地}=1$ 年，轨道半径 $R_{地}=1$ AU。某小行星轨道半长轴 $a=2.5$ AU，求其公转周期。

解：由 $\dfrac{T^2}{a^3}=$ 常量：

$$\frac{T_{行}^2}{T_{地}^2}=\frac{a^3}{R_{地}^3},\qquad T_{行}=T_{地}\cdot\sqrt{\frac{a^3}{R_{地}^3}}=1\times\sqrt{2.5^3}\approx 3.95 \text{ 年}$$

竞赛提示：开普勒第三定律对绕同一中心天体的所有卫星/行星都成立，$T^2\propto r^3$（椭圆轨道中为 a^3）。牛顿的高明之处在于：把这个经验规律转化成了“中心力按 $1/r^2$ 衰减”的动力学定律。

九、易错点

易错清单

1. **混淆 r 的含义**：先画地心、地表和卫星位置。地表问题的 R 是地球半径，卫星问题的 r 是地心到卫星的轨道半径。
2. **误以为高轨道卫星速度更大**：先用 $v=\sqrt{GM/r}$ 比较圆轨道速度；轨道半径越大速度越小，但总机械能更高。
3. **把地球静止卫星理解成任意周期为 24 h 的卫星**：判断时按四项检查：圆轨道、赤道平面、与地球自转同向、周期等于一个恒星日。仅有周期相同还不能相对地面静止。
4. **忘记黄金代换的推导**：需要消去 GM 时，先从地表近似 $mg\approx G\frac{Mm}{R^2}$ 推出 $GM=gR^2$。
5. **单位错误**：代入前先把半径、高度和速度统一到国际单位。天体问题中 R 通常是 10^6 m 量级，M 是 10^{24} kg 量级，计算时建议全程用科学计数法。
6. **混淆三个宇宙速度**：第一宇宙速度（7.9 km/s）是环绕速度，第二宇宙速度（11.2 km/s）是脱离地球引力束缚，第三宇宙速度（16.7 km/s）是脱离太阳系引力束缚。这些数值通常指从地面附近发射，并忽略空气阻力和地球自转影响时的理想值。

十、今日小结

1. 万有引力 $F=G\dfrac{Mm}{r^2}$；地表附近忽略自转时可用黄金代换 $GM=gR^2$。
2. 卫星方程：$G\dfrac{Mm}{r^2}=m\dfrac{v^2}{r}\to v=\sqrt{\dfrac{GM}{r}}$，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{r^3}{GM}}$。
3. 轨道半径越大，v、ω 越小，T 越大。
4. 地球静止卫星沿圆形赤道轨道与地球同向转动，周期等于一个恒星日，轨道半径约 4.2×10^4 km。
5. 三个宇宙速度：$v_1\approx7.9$ km/s，$v_2\approx11.2$ km/s，$v_3\approx16.7$ km/s。
6. 卫星升轨需要增加机械能；高轨道圆周速度较小，但变轨瞬间常需要沿运动方向加速。

一分钟复盘：画一颗地球和一条圆轨道，标出 $r=R+h$，写出万有引力提供向心力的方程；再口述 r 增大时 v、T、圆轨道机械能怎样变化，并说清地球静止卫星和三个宇宙速度各自对应的条件。

Day 13：机械振动

本节导读

机械振动是自然界最普遍的周期性运动形式。本节学习简谐运动的基本特征——弹簧振子和单摆，理解回复力、振幅、周期、频率等概念，以及简谐运动的 x-t 图像。

本节读题路线：先找平衡位置，再从平衡位置量位移 x；接着判断回复力是否与位移成正比并反向。图像题先读振幅、周期和初相位；周期题先判断是弹簧振子、单摆，还是需要先做等效处理。

一、学习目标

1. 能用回复力 $F=-Kx$ 判断一个运动是否可近似看作简谐运动，并区分一般回复系数 K 与弹簧劲度系数 k。
2. 能说明弹簧振子周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ 与惯性大小、回复强弱的关系。
3. 能说明理想单摆周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 的小角度适用条件。
4. 能读懂简谐运动的 x-t 图像，知道 A、T、ω 的物理意义。
5. 能结合图像说明简谐运动中的动能与势能转化。
6. 能把多个弹簧先等效为一个弹簧，再代入弹簧振子模型。

二、初高中衔接

初中物理通过“弹簧振子”和“单摆”定性接触过振动——知道摆来回摆动一次是一周期。

高中把振动定量化：定义了振幅 A、周期 T、频率 f，并给出了弹簧振子和单摆的周期公式——这是中学生第一次可以精确计算振动系统的周期。

科学发展视角：振动既可以被利用，也需要被控制。石英钟靠稳定振动计时，建筑和桥梁要避开共振，手机和汽车中的振动传感器能感知运动状态。学习简谐运动时，要把“回复力指向平衡位置”看成很多复杂振动的最基本模型。

三、核心概念

要点：简谐运动

定义：物体所受回复力（或沿振动方向的合力）与偏离平衡位置的位移大小成正比，方向总是指向平衡位置，这样的运动叫简谐运动。

回复力：

$$\boxed{F = -Kx}$$

- K：回复力大小与位移大小的比例系数，单位为 N/m；它由具体振动系统决定。
- x：偏离平衡位置的位移。
- 负号表示回复力方向始终与位移方向相反（指向平衡位置）。

符号说明：对水平弹簧振子，回复系数 K 就是弹簧的劲度系数 k；对其他简谐运动模型，K 不一定表示某根弹簧的劲度系数。

描述振动的物理量：

- **振幅** A：最大位移的绝对值，反映振动强弱。
- **周期** T：完成一次全振动所需的时间。
- **频率** f：单位时间内完成全振动的次数，$f = \dfrac{1}{T}$。

要点：弹簧振子

水平弹簧振子是最基本的简谐运动模型。

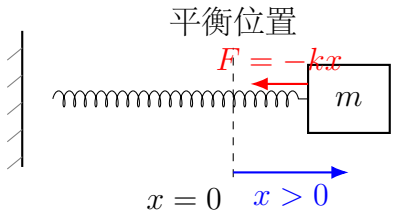


图 95：弹簧振子：$F = -kx$，x 是偏离平衡位置的位移

周期公式：

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

要点：弹簧振子（续）

公式来源：弹簧振子偏离平衡位置 x 时，合力为

$$F = -kx.$$

把回复力代入牛顿第二定律 $F = ma$，得到

$$a = -\frac{k}{m}x.$$

把加速度写成位移对时间的二阶变化，运动方程为

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k}{m}x = 0.$$

不要求在这里求解这个微分方程。把 $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ 代入上式可以验证：它能成立的条件是

$$\omega^2 = \frac{k}{m}, \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

负号表示加速度总指向平衡位置；$\dfrac{k}{m}$ 决定振动的快慢。因此弹簧越硬（k 越大）振得越快，物体质量越大（m 越大）振得越慢。

学习边界：这里不要求会求解微分方程。对一维、质量不变、阻尼可忽略的理想模型，回复力满足 $F = -Kx$ 时，系统做简谐运动；周期由惯性大小和回复强弱共同决定。真实振动若阻尼明显、回复力不再与位移成正比，就不能直接套用简谐运动结论。

- m：振子质量。
- k：弹簧劲度系数。
- 在线性弹簧模型和无阻尼近似下，周期与振幅无关（简谐运动的等时性）。

要点：单摆

在摆角很小时，单摆的运动可**近似**看作简谐运动。中学测量实验通常把摆角控制在 5° 以内；可接受的最大摆角取决于实验精度要求，5° 不是绝对分界。

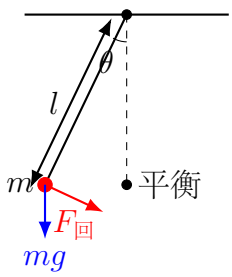


图 96：单摆：以沿圆弧方向、偏离平衡位置的弧长为 x，小角度时 $F_\tau \approx -\dfrac{mg}{l}x$

要点：单摆（续）

周期公式：

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

公式来源（小角度近似）：摆球沿圆弧方向的回复力来自重力的切向分力：

$$F_\tau = -mg\sin\theta.$$

若用弧长 x 描述摆球偏离平衡位置的程度，角度用弧度表示时有准确关系 $x = l\theta$。当摆角很小时，近似关系 $\sin\theta \approx \theta$ 成立，所以

$$F_\tau \approx -mg\theta = -\frac{mg}{l}x.$$

它与弹簧振子的 $F = -kx$ 在数学形式上相同，只是等效“劲度系数”为

$$k_{\text{等效}} = \frac{mg}{l}.$$

代入 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$，得

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/l}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

这也解释了单摆周期为什么与摆球质量无关。

- l：摆长，指悬点到摆球重心的距离。摆球可视为均匀小球时，其重心在球心，因此摆长应量到球心，不能只把绳长作为摆长。
- g：当地重力加速度。
- 在理想单摆、小角度近似下，周期与摆球质量无关，并近似与振幅无关——这是惠更斯的重要发现。
- 利用单摆可以测量当地的重力加速度。

要点：简谐运动的 x-t 图像

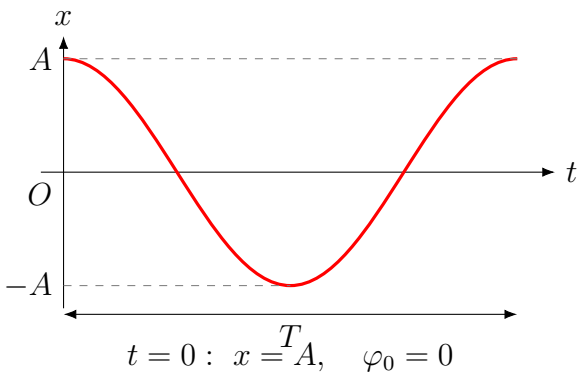


图 97：简谐运动的位移-时间图像为正弦（或余弦）曲线

图中选择 $t=0$ 时振子位于正向最大位移处，因此初相位为 $\varphi_0=0$，表达式为

$$x = A\cos\omega t.$$

若计时起点不同，更一般地写成

$$x = A\cos(\omega t+\varphi_0),$$

其中 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ 为角频率，φ_0 描述开始计时时振子处于振动过程中的哪个状态。

由位移得到速度和加速度：位移对时间的变化率是速度，速度对时间的变化率是加速度，因此

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-A\omega\sin(\omega t+\varphi_0),\qquad a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-\omega^2x.$$

由 $|\sin(\omega t+\varphi_0)|\leqslant 1$ 可得

$$\boxed{v_{\max}=\omega A}.$$

初学阶段不要求独立完成求导，但要会使用图像斜率判断速度，并理解：在平衡位置速度大小最大，在两端速度为零。

读图要点：先从图上读出振幅 A、周期 T 和 $t=0$ 时的位置；再看曲线上该点切线的斜率，斜率就是瞬时速度 $v=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$。

四、公式与适用条件

模型使用前检查：

1. 先找平衡位置，位移 x 必须从平衡位置量起。
2. 判断回复力是否与位移成正比且方向相反，这是简谐运动的核心。
3. 单摆周期公式只适用于小角度近似，摆长应量到摆球球心。

4. 区分质点振动速度和波速，振动章节中的 v 要看语境。

公式	物理意义	适用条件
$F=-Kx$	简谐运动的回复力	位移从平衡位置计，线性回复力
$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$	弹簧振子周期	轻弹簧、线性范围、忽略阻尼
$T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$	单摆周期	理想单摆，小角度近似
$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$	振动方程	简谐运动
$f=\dfrac{1}{T}$	频率与周期	任何周期性运动

简谐运动的状态分析清单

判断简谐运动时，先把“位置、速度、加速度、能量”对应起来，比单独记公式更可靠。

位置	速度	加速度/回复力	能量特点
$x=0$ 平衡位置	速度大小最大	$a=0$，回复力为零	动能最大，势能最小
$x=\pm A$ 端点	瞬时速度为零	加速度大小最大，方向指向平衡位置	势能最大，动能为零
从端点向平衡位置运动	速度增大	加速度方向指向平衡位置	势能转化为动能
从平衡位置向端点运动	速度减小	加速度方向仍指向平衡位置	动能转化为势能

读图提醒：x-t 图像上某点切线的斜率就是该时刻的瞬时速度；曲线离平衡位置越远，回复力和加速度的大小越大。

五、典型模型

模型 1：水平弹簧振子

平衡位置处速度最大、加速度为零；最大位移处速度为零、加速度大小最大。理想无阻尼弹簧振子机械能守恒：

$$\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2.$$

模型 2：单摆测 g

由 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 得 $g=\dfrac{4\pi^2 l}{T^2}$。实验中改变摆长测周期，作图求斜率可得 g。

更规范的数据处理方法是把公式平方：

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l.$$

以 l 为横轴、T^2 为纵轴作图，理想关系是一条过原点的直线；实验数据有随机误差时，各点会分布在最佳拟合直线附近。若拟合直线斜率为 s，则

$$s = \frac{4\pi^2}{g}, \qquad [s] = \mathrm{s}^2/\mathrm{m}, \qquad g = \frac{4\pi^2}{s}.$$

若最佳拟合直线具有明显非零截距，应检查摆长零点、计时起止位置等系统误差，不能只凭任意两点连线求斜率。

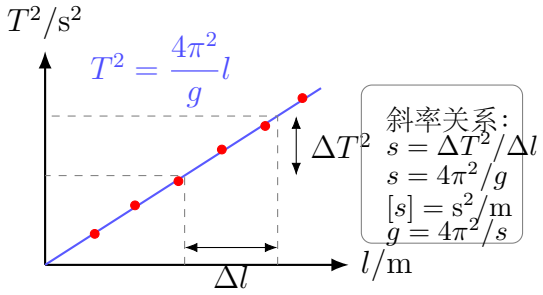


图 98：单摆测 g 的数据处理：作 $T^2 - l$ 图像，用斜率求 g

模型 3：简谐运动的能量

对满足 $F = -Kx$ 的理想线性简谐模型，总机械能可写为

$$E = \frac{1}{2} K A^2.$$

对水平弹簧振子，$K = k$；对单摆小角度振动，$K = mg/l$。动能和势能不断相互转化，总和守恒。

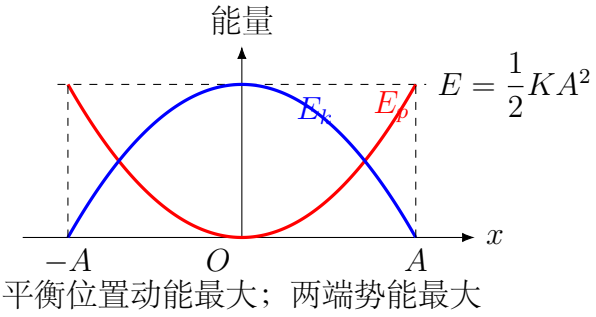


图 99：简谐运动能量转化：动能和势能此消彼长，总能量守恒

六、例题精讲

例题：弹簧振子的周期

题意分析：一个水平弹簧振子，$m = 0.5$ kg，$k = 50$ N/m。求：

1. 振子的周期和频率。
2. 若振幅 $A = 0.1$ m，求系统的总机械能。

物理模型：弹簧振子简谐运动。

解题过程：

1. 周期：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{50}} = 2\pi\sqrt{0.01} = 2\pi \times 0.1 \approx 0.628 \text{ s}$$

频率：

$$f = \frac{1}{T} \approx 1.59 \text{ Hz}$$

2. 总机械能等于最大弹性势能：

$$E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 0.1^2 = 0.25 \text{ J}$$

方法总结：弹簧振子题先做条件检查：轻弹簧、线性范围、阻尼可忽略。满足这些条件时，周期只由 m 和 k 决定；若题目问能量，再看是否给出振幅或最大速度，分别用 $\frac{1}{2}kA^2$ 或 $\frac{1}{2}mv_{\max}^2$。

例题：单摆测重力加速度

题意分析：某同学用单摆测重力加速度，测得摆长 $l = 0.992$ m，50 次全振动的时间 $t = 99.5$ s。求重力加速度 g。

物理模型：单摆实验数据处理。

解题过程：

周期 $T = \dfrac{t}{50} = \dfrac{99.5}{50} = 1.99$ s。

由 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$：

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 0.992}{1.99^2} \approx \frac{4 \times 9.86 \times 0.992}{3.96} \approx 9.88 \text{ m/s}^2$$

方法总结：实验测 g 时按三步检查：先数清全振动次数并求平均周期 $T = t/n$；再从悬点量到球心得到摆长 l；最后代入 $g = 4\pi^2 l/T^2$。若把摆长量到球面或只测一次周期，误差会明显放大。

例题：由振动状态判断速度、加速度和能量

题意分析：一个水平弹簧振子从正向最大位移处由静止释放，满足

$$x = A\cos\frac{2\pi}{T}t.$$

求 $t = \dfrac{T}{3}$ 时的位移、速度方向、加速度方向，以及动能和总机械能之比。

物理模型：简谐运动的图像、状态与能量对应。

解题过程：代入 $t = \dfrac{T}{3}$，

$$x = A\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{A}{2}.$$

此时振子位于平衡位置左侧。由

$$v = -A\omega\sin\omega t, \qquad a = -\omega^2 x$$

可知 $v < 0$，振子仍向负方向运动；$a > 0$，加速度指向平衡位置。弹性势能为

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{1}{4}E,$$

所以

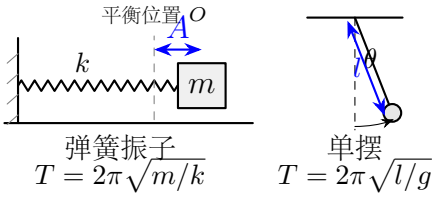
$$\boxed{\frac{E_k}{E} = 1 - \frac{E_p}{E} = \frac{3}{4}}.$$

方法总结：先由 x 确定位置，再由图像斜率或速度表达式判断运动方向；加速度始终满足 $a = -\omega^2 x$。能量问题可直接使用 $E_p/E = x^2/A^2$。

七、变式训练

1. 弹簧振子 $m = 0.2$ kg，$k = 80$ N/m，振幅 $A = 0.05$ m。求周期、频率和最大速度。

2. 单摆摆长 $l = 2$ m，$g = 9.8$ m/s^2。求周期。若想让周期变为 3 s，应如何调整摆长？



弹簧振子 $T = 2\pi\sqrt{m/k}$　　单摆 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$

3. 某同学用单摆测重力加速度，摆长 $l = 1.0$ m，测得 40 次全振动的时间 $t = 80.0$ s。求 g。

4. 两根轻弹簧劲度系数分别为 k_1、k_2。若并联后连接同一物体做水平振动，等效劲度系数是多少？若串联后连接同一物体，等效劲度系数满足什么关系？

变式训练参考结果

1. $\omega=\sqrt{k/m}=20\ \text{rad/s}$，$T=2\pi/\omega\approx0.314\ \text{s}$，$f=1/T\approx3.18\ \text{Hz}$，$v_{\max}=\omega A=1.0\ \text{m/s}$。
2. 原周期 $T=2\pi\sqrt{l/g}\approx2.84\ \text{s}$。要使周期为 3.0 s，应将摆长增大到 $l'=g(3/2\pi)^2\approx2.23\ \text{m}$。
3. 单摆周期为 $T=t/40=2.00\ \text{s}$，故 $g=4\pi^2l/T^2=\pi^2\ \text{m/s}^2\approx9.87\ \text{m/s}^2$。
4. 并联时 $k_{\text{并}}=k_1+k_2$；串联时 $1/k_{\text{串}}=1/k_1+1/k_2$。

八、竞赛入门补充

拓展提升

简谐运动的证明

判断一个运动是否是简谐运动的标准：以平衡位置为位移原点，看振动方向上的合力是否满足 $F=-Kx$。

例题：竖直方向的弹簧振子。弹簧原长 l_0，挂上质量为 m 的物体后伸长 Δl 静止（平衡位置）。证明物体在竖直方向做简谐运动。

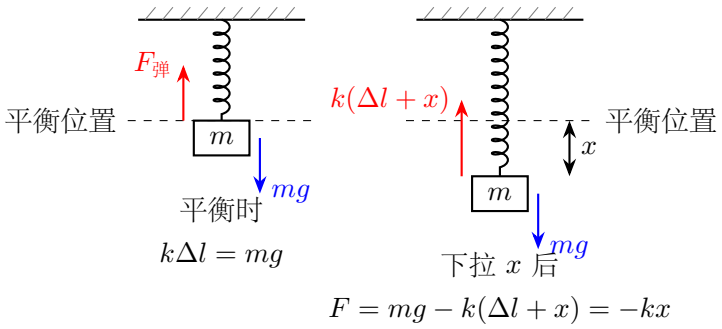


图 100：竖直弹簧振子：以平衡位置为参考，重力项被平衡条件抵消

证明：取平衡位置向下为正方向。

1. 平衡时：$k\Delta l=mg$。
2. 从平衡位置向下拉 x：弹力 $F_{弹}=k(\Delta l+x)$，方向向上。
3. 合力：
$$F=mg-k(\Delta l+x)=-kx$$
4. 合力与偏离量成正比、方向指向平衡位置，所以是简谐运动。

结论：竖直弹簧振子也是简谐运动，周期公式 $T=2\pi\sqrt{m/k}$ 仍然成立——与水平放置时相同。这里的位移 x 必须从新的平衡位置量起，重力只改变平衡位置，不改变回复力系数 k。

拓展提升（续）

竞赛提示：证明简谐运动的关键是找到平衡位置，然后看合力是否与偏离量成正比且指向平衡位置。

等效弹簧：多个弹簧先化成一个 k

以下推导要求弹簧质量和中间连接件质量可以忽略，弹簧处于弹性限度内，并且只研究共同轴线方向的形变。若物体同时连接多个弹簧，先求等效劲度系数 $k_{等效}$，再代入

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_{等效}}}.$$

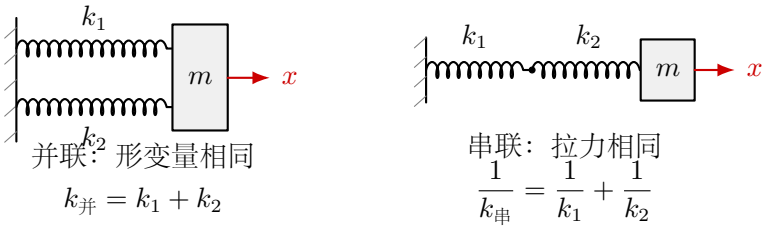


图 101：等效弹簧：并联看力相加，串联看形变量相加

并联弹簧：两根弹簧一端固定，另一端共同连接同一物体。物体向右偏离 x 时，两根弹簧的形变量都是 x，回复力大小分别为 k_1x、k_2x，总回复力

$$F = (k_1 + k_2)x.$$

所以

$$k_{并} = k_1 + k_2.$$

串联弹簧：两根弹簧首尾相连。串联时两根弹簧中的拉力大小相同，设为 F。它们的形变量分别为

$$x_1 = \frac{F}{k_1}, \qquad x_2 = \frac{F}{k_2}.$$

总形变量

$$x = x_1 + x_2 = F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right).$$

若用一个等效弹簧表示，$x = \dfrac{F}{k_{串}}$，因此

$$\frac{1}{k_{串}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}.$$

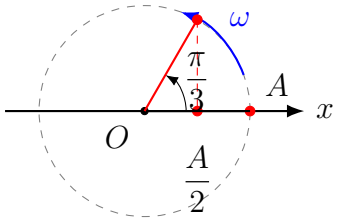
认知提醒：并联弹簧更“硬”，等效 k 变大；串联弹簧更“软”，等效 k 变小。若两根相同弹簧劲度系数都是 k，并联得 $2k$，串联得 $\dfrac{k}{2}$。

参考圆法：用匀速圆周运动理解简谐运动

简谐运动可以用匀速圆周运动在一条直径上的投影进行数学描述，这称为参考圆法；它不表示振子实际在做圆周运动。若参考圆半径为 A，角速度为 ω，从最右端开始计时，则投影满足

$$x = A\cos\omega t.$$

拓展提升（续）



从 $x=A$ 到 $x=A/2$：

$$\omega t=\frac{\pi}{3}$$

$$t=\frac{\pi/3}{2\pi/T}=\frac{T}{6}$$

图 102：参考圆法：用匀速圆周运动的投影描述简谐运动的相位变化

例：从最大位移到振幅一半位置要多久？

若从 $x=A$ 开始计时，到 $x=\dfrac{A}{2}$ 时，

$$A\cos\omega t=\frac{A}{2},\qquad \cos\omega t=\frac{1}{2}.$$

因此

$$\omega t=\frac{\pi}{3},\qquad t=\frac{\pi/3}{2\pi/T}=\frac{T}{6}.$$

容易混淆：若从平衡位置 $x=0$ 开始向正方向运动，到 $x=\dfrac{A}{2}$，对应参考圆转过角度 $\dfrac{\pi}{6}$，所用时间是 $\dfrac{T}{12}$。所以解题时必须先看清“从哪里开始计时”。

受迫振动与共振

真实系统常受到外界周期性驱动，例如秋千被人周期性推动，桥梁受到周期性风力或人群步伐作用。外力频率叫**驱动频率**，系统自由振动时由自身结构决定的频率叫**固有频率**。当驱动频率接近固有频率时，系统容易从外界持续获得能量，稳定振幅会显著增大，这就是**共振**。

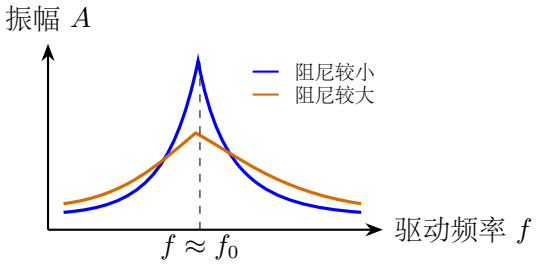


图 103：共振曲线：驱动频率接近固有频率时振幅显著增大，阻尼越小共振峰越高、越尖

模型意识：判断是否接近共振，先比较驱动频率和系统固有频率，再看阻尼大小。共振不是“外力越大越容易发生”，而是频率接近时外力能够持续有效地向系统输入能量；阻尼越小，共振峰通常越高、越尖。图中把峰值画在 f_0 附近，强调的是中学阶段的近似规律。工程上既会利用共振（乐器、石英振荡器），也要避免危险共振（桥梁、机器、建筑结构）。

九、易错点

易错清单

1. **混淆振幅和位移**：先找平衡位置。振幅 A 是最大位移的绝对值，是常数；位移 x 是随时间变化的量。
2. **单摆公式 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ 的适用条件**：套公式前先检查小角度和单摆条件：摆角较小，摆球直径远小于摆长。
3. **弹簧振子中误认为质量不计**：代入 $T=2\pi\sqrt{m/k}$ 前，先在图上圈出实际振动的物块或小球；它的质量就是式中的 m，不能省去。题设“轻弹簧”仅表示弹簧自身质量可忽略，并不表示振子质量为零。
4. **回复力不是新力**：先画真实力，再看合力或分力是否指向平衡位置；回复力是效果力，不是一种新力。
5. **单摆周期与质量无关**：先检查是不是理想单摆、小角度摆动；条件满足时，公式中没有 m，周期与质量无关。若摆角很大、摆线有质量或空气阻力明显，就不能只凭这个结论判断。
6. **把串联、并联弹簧公式记反**：并联弹簧形变量相同、弹力相加；串联弹簧拉力相同、形变量相加。

十、今日小结

1. 简谐运动回复力 $F=-Kx$；对弹簧振子，回复系数 K 就是劲度系数 k。
2. 理想轻弹簧振子周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$，在线性范围内与振幅无关。
3. 单摆周期 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$，理想小角度近似下与质量无关，并近似与振幅无关。
4. 简谐运动 x-t 图像为正弦或余弦曲线，$x=A\cos(\omega t+\varphi_0)$，且 $v_{\max}=\omega A$、$a=-\omega^2 x$。
5. 理想无阻尼简谐运动中机械能守恒，弹簧振子 $E=\frac{1}{2}kA^2$。
6. 多根弹簧先求等效劲度系数：并联 k 相加，串联倒数相加。
7. 共振发生在驱动频率接近固有频率时，关键是频率匹配。

一分钟复盘：任选弹簧振子或单摆，画一张小图并标出平衡位置、位移 x 的量法和回复力方向；再在图旁写一行“周期公式 + 适用条件”。若平衡位置和位移起点说不清，先不要代公式。

Day 14：机械波

本节导读

机械波是“振动在介质中的传播”。本节把 Day 13 的机械振动向空间推广：一个质点振动，会带动周围质点依次振动，于是形成波。读本节时先分清两类图像：波形图描述某一时刻各质点相对平衡位置的位移，振动图描述某一个质点的位移随时间的变化；再用 λ、T、f、v 把空间周期和时间周期连起来。

本节读题路线：先区分图像横轴是位置 x 还是时间 t；波形图读波长和某时刻各质点相对平衡位置的位移，振动图读周期和某质点的位移随时间的变化。再看传播方向、相位关系和边界条件，最后用 $v=\lambda f$ 或 $\Delta x=v\Delta t$ 计算。

一、学习目标

1. 能说出机械波形成所需的两个条件：振源和介质。
2. 能说明机械波传播的是振动形式和能量，介质质点不随波迁移。
3. 能通过质点振动方向与传播方向的关系区分横波和纵波，并识别波峰、波谷、密部、疏部。
4. 能区分次声、可听声和超声的频率范围，并联系典型应用。
5. 能说明 T、f、λ、v 的物理意义，并使用 $v=\lambda f$。
6. 能读懂 y-x 波形图和 y-t 振动图，并判断质点振动方向。

二、初高中衔接

初中见过水波、声波，也知道“声音的传播需要介质”。高中要进一步回答三个问题：

1. **谁在振动？**介质中的每个质点都在各自的平衡位置附近振动。

2. **什么在传播？**传播的是振动状态和能量，不是介质整体被运走。

3. **图像横轴是什么？** y-x 图像表示同一时刻不同质点相对各自平衡位置的位移；y-t 图像表示同一质点的位移随时间的变化。

本节最容易混淆的地方，正是“波形向前传播”和“质点只在附近振动”这两件事要同时成立。

科学发展视角：波动是现代通信、医学成像和地球探测的共同语言。声波用于超声检查，电磁波用于无线通信，地震波帮助研究地球内部结构。先学机械波，是为了建立“振动状态传播、能量传播、介质不整体迁移”的基本图像；读真实波形数据时，也要像本节一样先分清空间图像和时间图像。

三、核心概念

要点：机械波的形成

定义：机械振动在介质中由近及远传播，形成机械波。
形成条件：

- **振源：**先有一个持续或短暂的振动。
- **介质：**相邻质点之间能相互作用，把振动传下去。

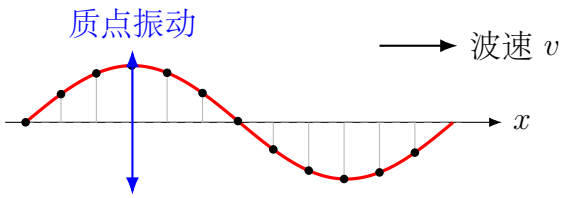


图 104：横波的形成：介质质点上下振动，波形向右传播

关键认识：质点并不随波形持续向前迁移。波向右传播时，每个质点只在各自的平衡位置附近振动。

要点：横波与纵波

横波：质点振动方向与波的传播方向垂直。绳波是高中最标准的横波模型；水面波的直观图像常画成上下起伏的横波样子，但真实水面波的质点运动更复杂，高中阶段主要借它帮助建立波峰、波谷的图像。
纵波：质点振动方向与波的传播方向在同一直线上。声波是典型纵波，空气中出现疏部和密部。

要点：横波与纵波（续）

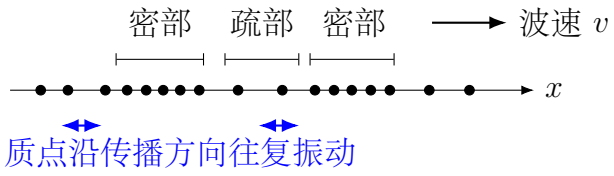


图 105：纵波：疏部和密部沿传播方向前进

判断方法：只比较“质点振动方向”和“波传播方向”。不要只看图像像不像正弦曲线。

要点：描述机械波的物理量

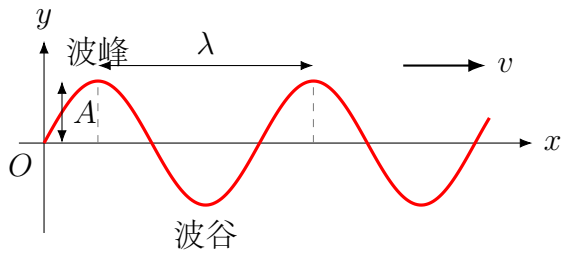


图 106：波的基本物理量：振幅 A、波长 λ、波速 v

- **振幅** A：介质质点离开平衡位置的最大距离，反映振动强弱。
- **周期** T：一个质点完成一次全振动的时间。
- **频率** f：一个质点单位时间完成全振动的次数，$f = \dfrac{1}{T}$。
- **波长** λ：沿传播方向，相邻两个同相质点之间的距离。
- **波速** v：波形向前传播的速度。

核心公式：

$$\boxed{v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f}$$

公式来源：追踪一个波峰（或任意一个相同振动状态）。经过一个周期 T 后，介质中每个质点完成一次全振动，波形也刚好向前移动一个波长 λ。所以波速就是

$$v = \frac{\text{一个周期内传播的距离}}{\text{一个周期所用的时间}} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

适用说明：$v = \lambda f$ 是周期性波的基本关系。在均匀、非色散介质的近似下，波速主要由介质性质决定，改变振源频率时波长相应改变；若介质具有明显色散，例如某些水波，不同频率成分的传播速度可以不同。

学习边界：这里的 v 是波形传播速度，不是某个质点上下振动时的瞬时速度。读题时先判断题目问“波形传多远”，还是问“某个质点怎样振动”。

要点：波形图与振动图

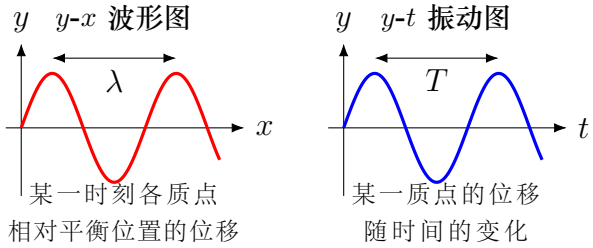


图 107：y-x 波形图与 y-t 振动图的区别

- y-x 波形图：固定一个时刻，看整条介质上各质点相对各自平衡位置的位移。横轴是平衡位置坐标 x，可以读出波长 λ。
- y-t 振动图：固定一个质点，看它的位移随时间怎样变化。横轴是时间 t，可以读出周期 T。

图像读法：先看横轴是位置 x 还是时间 t。波形图看“一排人此刻在哪里”，振动图看“一个人随时间怎么动”；前者读空间间隔，后者读时间周期。

要点：传播方向与质点振动方向

在波形图上，波的传播方向和某个质点的振动方向不是同一个方向。判断时常用“微平移法”：

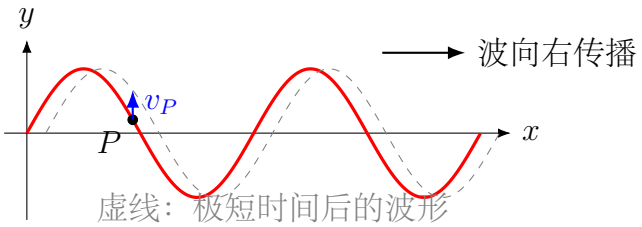


图 108：微平移法：把波形沿传播方向平移一点，看质点下一刻往哪里走

1. 先确定波的传播方向。
2. 把整条波形沿传播方向平移很小一段。
3. 观察原来位置的质点要到达新波形上的对应高度，是向上还是向下。

结论：对向右传播的横波，斜率为负处质点向上运动，斜率为正处质点向下运动；向左传播时相反。这个结论来自微平移法，使用时仍要先确认横轴是位置 x、图像是某一时刻的波形图。

要点：同相点与反相点

同相表示两个质点的振动步调完全一致：同时到达波峰、同时经过平衡位置且运动方向相同。

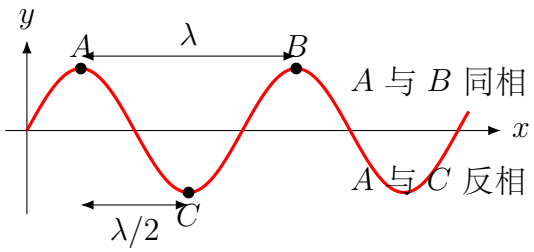


图 109：相距 λ 的质点同相，相距 $\lambda/2$ 的质点反相

- 相距 $n\lambda$ 的两个质点同相，$n = 0, 1, 2, \cdots$。
- 相距 $\dfrac{2n+1}{2}\lambda$ 的两个质点反相。

四、公式与适用条件

读图前检查：

1. 先判断图像类型：是某一时刻的波形图，还是某一质点的振动图像。
2. 波形图横轴是位置，读波长；振动图像横轴是时间，读周期。
3. 波速方向和质点振动方向不是一回事，横波中二者互相垂直。
4. 判断同相、反相时先看相距多少个波长，再写相位关系。

公式或关系	物理意义	使用提醒
$f = \dfrac{1}{T}$	频率与周期互为倒数	同一个质点的振动周期
$v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f$	波速、波长、频率关系	周期性机械波或稳定频率的波
$\Delta x = v\Delta t$	波形在时间 Δt 内前进的距离	v 是波速，不是质点速度
$\Delta x = n\lambda$	两质点同相	同一列简谐波，n 为整数
$\Delta x = \dfrac{2n+1}{2}\lambda$	两质点反相	同一列简谐波，n 为整数

波动题先问三件事

机械波题列式前，先把研究对象分清：

1. **图像是哪一种？**横轴是 x，它是某一时刻的波形图，读 λ 和传播方向；横轴是 t，

波动题先问三件事（续）

它是某一质点的振动图，读 T 和该质点的运动状态。

2. **什么在传播？**波峰、波谷和疏密状态随波速 v 传播；介质质点只在平衡位置附近振动，质点速度不能用 $v=\lambda f$ 表示。

3. **要判断方向还是距离？**判断质点振动方向用微平移法；计算波形前进距离用 $\Delta x=v\Delta t$；判断同相、反相看两点距离与 λ 的关系。

这三问清楚后，再选择公式，能避免把“波形传播”和“质点振动”混成一件事。

特别提醒：在均匀、非色散介质的近似下，波速主要由介质性质决定。振源频率改变时，波长随之改变，使 $v=\lambda f$ 仍成立。若介质存在明显色散，波速还可能随频率或波长变化，题目会给出相应条件。

五、典型模型

模型 1：绳上的横波

绳上每个质点上下振动，波形沿绳传播。解题时先读图得到 A、λ，再用 $v=\lambda f$ 或 $\Delta x=v\Delta t$ 处理传播。

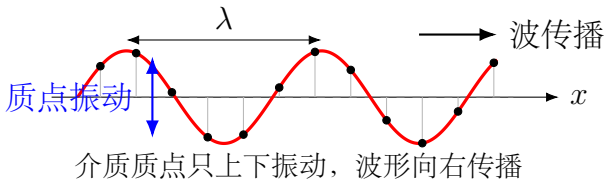


图 110：绳上横波模型：质点振动方向与波传播方向垂直

解题要点：横波图像虽然画成一条“会前进的曲线”，但曲线上每一个质点只在平衡位置附近上下振动。图中向右的是波速，不是质点速度。

模型 2：声波

声波在空气中是纵波。空气分子沿传播方向往复振动，疏部和密部向前传播。声波可以传递能量，但空气整体不会随声音从声源迁移到人耳。

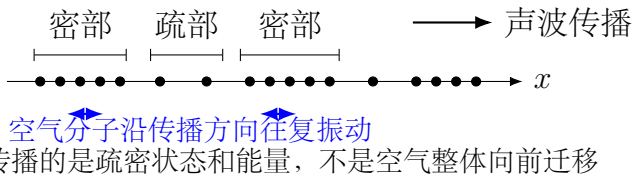


图 111：声波纵波模型：疏密状态沿传播方向移动

解题要点：纵波的关键不是“画不画得出正弦曲线”，而是看质点振动方向是否与传播方向共线。空气中的声波传播时，密部、疏部向前移动，空气分子只在小范围内往复运动。

声波频段：人耳能听到的声音频率大约在 20 Hz 到 2.0×10^4 Hz 之间。低于 20 Hz 的声波叫**次声波**，高于 2.0×10^4 Hz 的声波叫**超声波**。

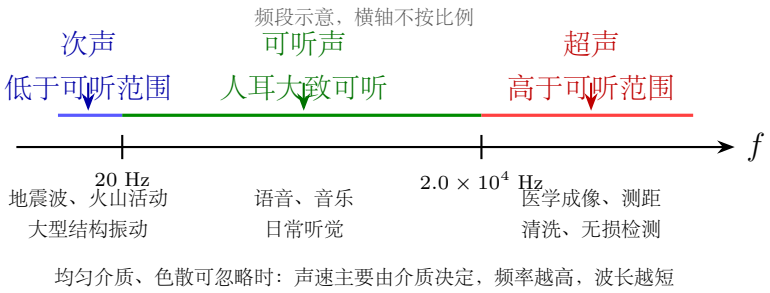


图 112：声波频段：次声、可听声和超声的区别主要在频率

认知提醒：超声不是“传播速度特别快的声音”。在同一种均匀介质、色散可忽略的近似下，声速主要由介质性质决定；超声频率更高，因此由 $v=\lambda f$ 可知它的波长更短，更适合做医学成像、测距和精细检测。

模型 3：波形图方向判断

题目常给某时刻波形，并说明波向左或向右传播。判断某点下一刻向上还是向下时，用微平移法，不要凭“离波峰近”猜。

模型 4：相位关系

相邻波峰、相邻波谷、一个波峰到下一个波峰的距离都是 λ；一个波峰到相邻波谷的距离是 $\lambda/2$，这两点反相。

模型 5：波在边界处的反射

绳波遇到边界会反射。边界怎样限制端点运动，决定反射脉冲是否倒相：

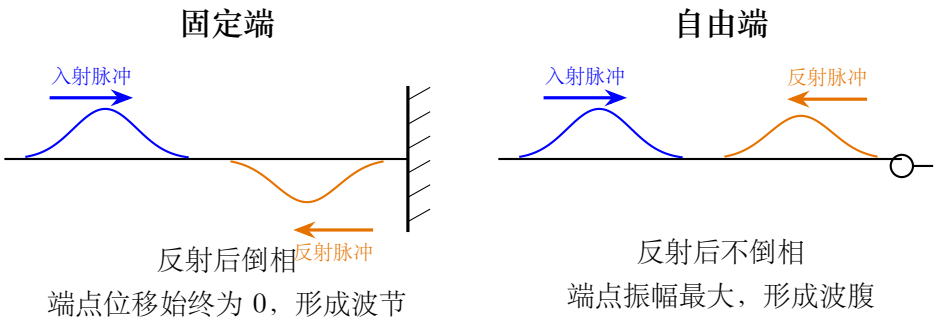


图 113：绳波反射：固定端反射倒相，自由端反射不倒相

- **固定端**：端点不能上下运动，反射波相对入射波倒相，端点对应驻波中的波节。
- **自由端**：端点可以随绳运动，反射波不倒相，端点对应驻波中的波腹。

认知意义：驻波里的“固定端是波节、自由端是波腹”不是机械记忆的结论，而是由边界反射条件决定的。

六、例题精讲

例题：波长、周期、波速的计算

题意分析：一列横波在绳上向右传播。某时刻波形图读出振幅 $A = 4$ cm，波长 $\lambda = 0.80$ m。若振源频率 $f = 5.0$ Hz，求周期、波速，以及 2.0 s 内波形传播的距离。

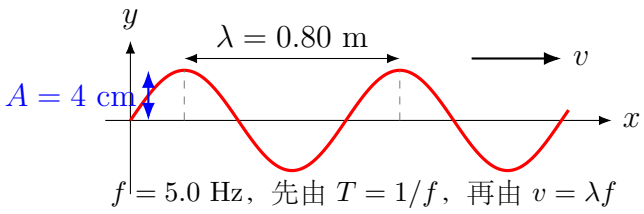


图 114：例题图：由波形图读出振幅和波长，再求波速

物理模型：机械横波的基本物理量计算。

解题过程：

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5.0} = 0.20 \text{ s}$$

$$v = \lambda f = 0.80 \times 5.0 = 4.0 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = v\Delta t = 4.0 \times 2.0 = 8.0 \text{ m}$$

方法总结：波速题先找波长和频率，再用 $v = \lambda f$。振幅 A 描述振动强弱，不参与波速计算。

例题：波形平移求下一时刻位置

题意分析：一列波沿 x 轴正方向传播，波速 $v = 2.0\ \text{m/s}$，波长 $\lambda = 4.0\ \text{m}$。$t = 0$ 时，某波峰在 $x = 1.0\ \text{m}$ 处。求 $0.50\ \text{s}$ 后这个波峰的位置。

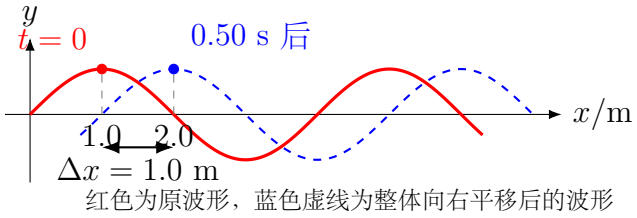


图 115：例题图：波形整体向右平移 $\Delta x = v\Delta t$

物理模型：波形整体沿传播方向平移。

解题过程：

波形在 $0.50\ \text{s}$ 内前进：

$$\Delta x = v\Delta t = 2.0 \times 0.50 = 1.0\ \text{m}$$

波向右传播，所以波峰位置变为：

$$x' = 1.0 + 1.0 = 2.0\ \text{m}$$

方法总结：判断波形移动时，先把波峰、波谷看成波形特征位置，而不是固定质点。波向右传播时，整个波形向右平移。

例题：由波形图判断质点运动方向

题意分析：某时刻一列横波沿 x 轴正方向传播。图上某点 P 位于平衡位置上方，且所在处波形斜率为负。判断 P 点此刻向上还是向下运动。

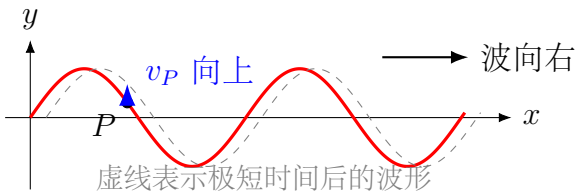


图 116：例题图：微平移法判断 P 点的振动方向

物理模型：右行横波的微平移判断。

解题过程：

波向右传播，把波形向右平移一小段。原来 P 点所在的 x 位置，将对应到平移后波形上更高的位置，因此 P 点要向上运动。

P 点向上运动

例题：由波形图判断质点运动方向（续）

方法总结：判断质点振动方向时，先确定波传播方向。右行波中斜率为负处质点向上、斜率为正处质点向下；左行波相反。

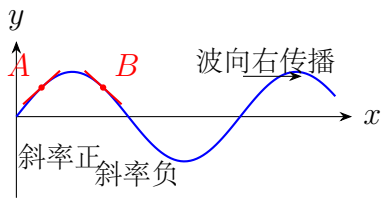
七、变式训练

1. 一列机械波的频率 $f = 20\ \text{Hz}$，波长 $\lambda = 0.50\ \text{m}$。求波速和周期。

2. 一列波的波速为 $340\ \text{m/s}$，频率为 $170\ \text{Hz}$。求波长，并说明这可能对应哪类生活中的机械波。

3. 医学超声探头发出的声波频率远高于 $2.0 \times 10^4\ \text{Hz}$。它属于哪一类声波？若在同一介质中频率变高，波长通常怎样变化？

4. 一列横波向右传播，某时刻点 A 处波形斜率为正，点 B 处波形斜率为负。判断 A、B 此刻的振动方向。



5. 一列简谐波中，P、Q 两质点相距 $1.5\ \text{m}$。若波长 $\lambda = 1.0\ \text{m}$，判断 P、Q 是同相还是反相；若 $\lambda = 2.0\ \text{m}$，能否仅凭距离断定二者同相或反相？

变式训练参考结果

1. $v = f\lambda = 10\ \text{m/s}$，$T = 1/f = 0.050\ \text{s}$。
2. $\lambda = v/f = 2.0\ \text{m}$；$170\ \text{Hz}$ 位于人耳可听频率范围内，可对应空气中的可听声波。
3. 属于超声波。在同一均匀介质、色散可忽略的近似下，波速通常近似不变，由 $\lambda = v/f$ 知频率升高时波长减小。
4. 对向右传播的波，质点振动速度方向与波形斜率符号相反，因此 A 点向下振动，B 点向上振动。
5. 若 P、Q 位于传播方向的同一直线上，当 $\lambda = 1.0\ \text{m}$ 时，$\Delta x/\lambda = 3/2$，两点反相；当 $\lambda = 2.0\ \text{m}$ 时，相位差为 $3\pi/2$，既不同相也不反相。若所给 $1.5\ \text{m}$ 只是空间距离，而不是沿传播方向的间距，则信息不足。

八、竞赛入门补充

拓展提升

波的叠加原理

在高中讨论的小振幅、线性介质模型中，两列波在同一介质中相遇时，每个质点的实际位移等于两列波分别引起位移的代数和。相遇后，两列波近似仍按原来的方向传播。

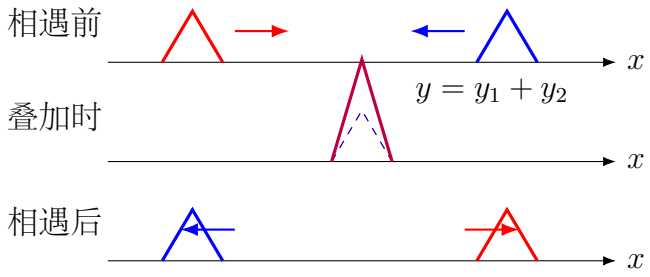


图 117：两列向上位移脉冲相遇时，位移相加；相遇后继续传播

干涉与衍射

波的叠加还会产生两个后续常用的关键现象：

- **干涉**：频率相同、相位关系稳定的两列波叠加，某些位置长期加强，某些位置长期减弱。对同相波源，路径差 $\Delta r = k\lambda$ 处相长，$\Delta r = (k+\frac{1}{2})\lambda$ 处相消。
- **衍射**：波遇到障碍物或小孔时会绕到阴影区域后面。当孔、缝或障碍物的特征尺寸与波长相当或小于波长时，衍射较明显。

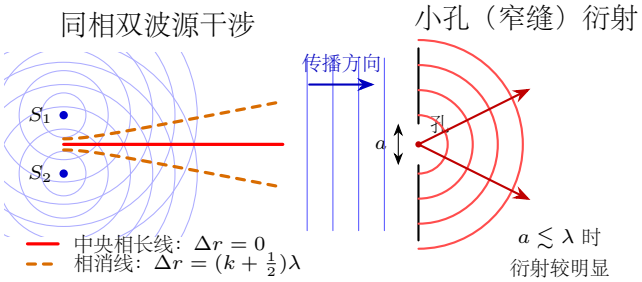


图 118：波的干涉与衍射：叠加决定强弱分布，波长决定绕射明显程度

认知提醒：干涉和衍射不是“光才有”的特殊现象，水波、声波、机械波都可以发生。后面学习双缝干涉和光学衍射时，仍然是在使用同一套波动思想。

驻波模型

若两列**相干**（频率相同、相位差恒定）、振幅相同、传播方向相反的简谐波在同一条线上叠加，会形成**驻波**。驻波的整体形状似乎“不向前传播”，但它不是静止的波形，而是各点在原地做不同振幅的振动：

- **波节**：始终不动的位置，振幅为零。

拓展提升（续）

- **波腹**：振幅最大的位置。
- 相邻两个波节之间、相邻两个波腹之间的距离都是 $\dfrac{\lambda}{2}$。
- 一个波节到相邻波腹的距离是 $\dfrac{\lambda}{4}$。
- 同一对相邻波节之间的质点振动同相，相邻区间内的质点振动反相。

能量特点：驻波各处仍在振动，能量在动能和势能之间周期性转化；但在理想驻波中，沿弦方向的平均能量传输为零，不能把“波形不向前移动”理解为“系统没有能量”。

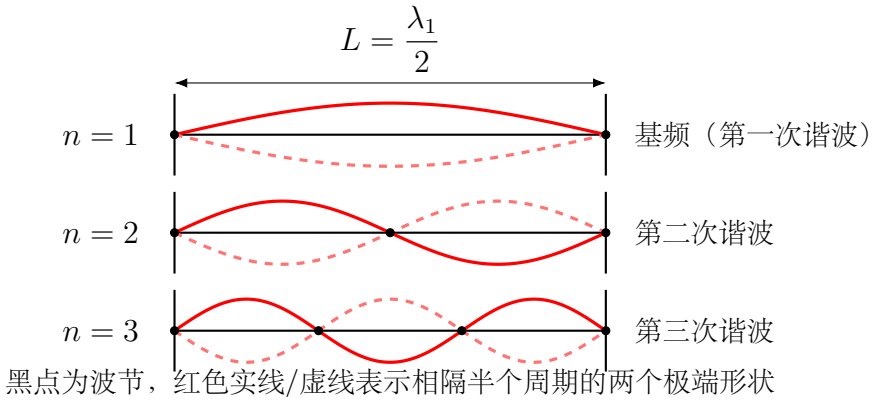


图 119：两端固定弦的驻波：只允许形成满足边界条件的波长

对两端固定、长度为 L 的弦，两端必须都是波节，因此弦长必须容纳整数个“半波长”：

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

所以

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \qquad f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}.$$

其中 $n = 1$ 是基频（第一次谐波），$n = 2, 3, \cdots$ 分别对应第二次、第三次等谐波，也可称第 n 阶固有振动。

模型意识：叠加不是“碰撞后合成一列波”，而是同一质点同时参与两个振动。驻波题的关键是先判断边界条件：固定端是波节，自由端通常是波腹；再用“半波长拼接”的几何关系确定 λ。

多普勒效应

当波源或观察者相对传播介质运动时，观察者接收到的频率会改变，这叫**多普勒效应**。声源相对空气向观察者运动时，前方波面被压密，接收频率升高；声源远离时，波面变疏，接收频率降低。救护车接近时声音变尖、远离时声音变低，就是这个原因。

拓展提升（续）

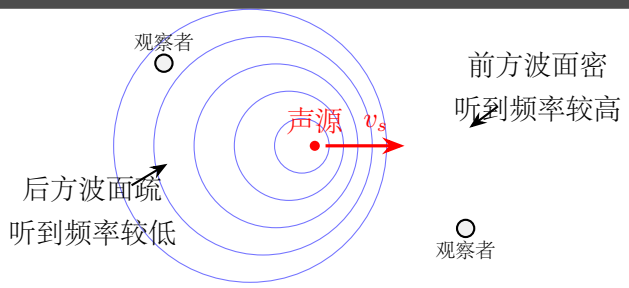


图 120：多普勒效应：波源运动使前方波面变密、后方波面变疏

定量边界：对声波等机械波，波源速度和观察者速度都必须相对介质来定义，接收频率一般不能只由二者的相对速度决定。高中定性判断时，可先看两者距离是在减小还是增大；定量计算时必须分清“谁相对介质在运动”。

科学应用：多普勒效应用于医学超声血流检测和声学测速。测速雷达与天文学红移涉及电磁波的多普勒效应，电磁波不需要机械介质，其定量关系与声波模型不同；高中阶段先建立“靠近时接收频率升高、远离时接收频率降低”的定性认识。

竞赛提示：遇到两列波叠加，先分别画出每列波在该时刻造成的位移，再按正负相加，不要把波峰、波谷当作物体相撞。

九、易错点

易错清单

1. **认为波把介质带走**：先区分波形传播和质点振动。机械波传播的是振动状态和能量，介质质点只在平衡位置附近振动。

2. **混淆波速和质点速度**：波速 v 是波形传播速度；质点速度是某个介质质点振动时的瞬时速度，大小和方向都随时间变化。

3. **混淆 y-x 图像和 y-t 图像**：先看横轴。横轴是位置读波长，横轴是时间读周期。

4. **误以为 $v=\lambda f$ 中频率一定决定波速**：先检查题目是否采用均匀、非色散介质近似。在这种近似下，波速主要由介质性质决定，改变振源频率时由 $\lambda=v/f$ 判断波长变化；若介质存在明显色散，波速还可能随频率或波长改变。

5. **把相邻零点距离当作波长**：先判断两个点振动方向是否相同；相邻同向过平衡位置的点相距 λ，相邻零点通常相距 $\lambda/2$。

6. **横波纵波按图形形状判断**：横波和纵波看的是质点振动方向与传播方向的关系，不是看画出来像不像“横着的曲线”。

易错清单（续）

7. **把超声理解成声速更大：**超声的“超”指频率高于可听范围；在同一均匀介质、色散可忽略时，声速主要由介质决定，频率升高时通常是波长变短。

8. **忘记边界反射是否倒相：**先判断边界是固定端还是自由端；固定端反射倒相，自由端反射不倒相。

十、今日小结

1. 机械波需要振源和介质，传播的是振动形式和能量。

2. 横波中质点振动方向与传播方向垂直；纵波中二者在同一直线上。

3. 低于 20 Hz 的是次声，高于 2.0×10^4 Hz 的是超声；在同一均匀介质、色散可忽略时，超声频率高、波长短，适合成像和检测。

4. 波的基本关系为 $v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f$。

5. y-x 波形图读 λ，y-t 振动图读 T。

6. 判断质点振动方向时，用微平移法；判断相位时，看两点间距与 λ 的关系。

7. 绳波在固定端反射倒相，在自由端反射不倒相；这决定驻波端点是波节还是波腹。

8. 干涉来自相干波的叠加，衍射体现波绕过障碍物或孔缝继续传播，驻波来自两列反向相干波的叠加。

9. 多普勒效应描述波源或观察者运动引起的接收频率变化；机械波定量计算要分别使用相对介质的速度。

一分钟复盘：画一条波形图，标出 λ、传播方向和某点振动方向；再画一条振动图，标出 T，并在图旁写清横轴分别代表位置还是时间。能把两类图分清，机械波的主线就清楚了。

第三部分

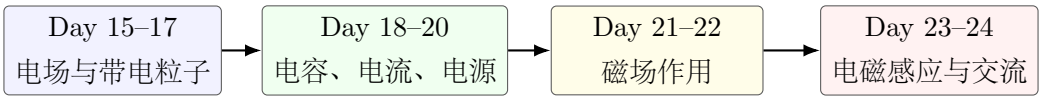
电磁学主干

第三部分学习路线

从电场、电路到电与磁的联系

第三部分进入电磁学。电场、磁场、电势、电流和磁通量都比较抽象，阅读时要先建立物理图景，分清方向、路径和过程，再判断关系式的条件。

进入本部分前先问：哪些量有方向？能量从哪里来、到哪里去？电路或场区有没有理想化条件？电磁学的难点常不在公式本身，而在方向、路径和变化没有先画清。



先画方向和路径，再讨论能量转化和磁通量变化

一、这一部分的四层结构

1. **电场层：** Day 15 到 Day 17 研究电荷在电场中的受力、做功和运动。
2. **电路层：** Day 18 到 Day 20 研究电容、电流、电阻、电源和闭合电路。
3. **磁场层：** Day 21 到 Day 22 研究磁场对电流和运动电荷的作用。
4. **感应层：** Day 23 到 Day 24 研究磁通量变化如何引起感应电动势，并进一步联系感应电流、交流电和能量转化。

主线是：电场对电荷施加电场力并可能改变其运动，电荷的定向移动形成电流，电流周围存在磁场；当穿过闭合回路的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势，闭合时可形成感应电流。

二、先把抽象量翻译成图像

电磁学难，常常不是因为公式多，而是因为符号背后看不见。读题时先把抽象量翻译成下面三类图像，再进入计算：

看到的量	先翻译成	读题时要问
E, φ, U	电场方向、电势高低、能量变化	正电荷受力方向如何？电场力做正功还是负功？
I, R, U, P	电路中的电流路径和能量去向	哪些元件串联或并联？电能在哪里转化为热或机械能？
B, F, Φ（磁场问题）	磁场方向、受力方向、磁通量变化	磁场是向里还是向外？规定面积正方向后，磁通量怎样变化？

这张表不是要求多背一组结论，而是提醒：电磁学题先画方向、路径和变化，再选择公式。若图像没有翻译清楚，后面的正负号和方向规则就容易出错。

三、阅读时抓住四个关键词

- **方向**：电场力、洛伦兹力、安培力、感应电流方向都要先画图。
- **能量**：电场力做功、电源输出、电阻发热，本质上都在讨论能量转化。
- **理想化与等效**：理想电源、内阻、理想电表和电容器等模型，都要先说明忽略了什么、保留了什么；非纯电阻元件则不能在所有状态下简单当成定值电阻。
- **反馈**：电磁感应中速度、电流、安培力常互相影响。

四、遇到困难时先回到哪里

电场题先回到场源、场强和受力，电势题再回到“电场力做功与电势能变化”；电路、磁场和感应题先画清电流路径、速度、磁场方向和磁通量变化。

五、学完后的复盘：确认是否抓住主线

完成 Day 15 到 Day 24 后，用下面四问复盘：重点不是多背方向规则，而是确认方向、路径、能量和变化是否画清楚。

1. 电场题中，能否区分场源、试探电荷、电场力和电势能变化？
2. 电路题中，能否先化简连接关系，再区分电压、电流、功率和能量损耗？
3. 磁场题中，能否分清右手螺旋定则、左手定则、右手定则和楞次定律各自的用途？
4. 电磁感应题中，能否按“磁通量变化、感应电动势、方向与电流、受力和能量”这条链处理？

Day 15：电荷、电场与电场强度

本节导读

电磁学的第一块基石。从电荷、库仑定律开始，引入场的概念——电场、电场强度、电场线。理解场是物质存在的一种形式，以及如何用“场”的观点代替“超距作用”。

本节读题路线：先分清源电荷和试探电荷，再判断要求的是电场力还是电场强度；点电荷问题先画方向，再按矢量叠加求合场强。遇到电场线，先用箭头读方向、用疏密读强弱；遇到静电平衡题，再检查导体内部、表面和空腔中的场强特点。

一、学习目标

1. 能用电荷守恒解释常见起电方式，并使用库仑定律 $F = k\dfrac{|Q_1Q_2|}{r^2}$。
2. 能用 $\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$ 定义电场强度，并用电场线描述电场方向和强弱。
3. 能由库仑定律和场强定义得到点电荷场强 $E = k\dfrac{|Q|}{r^2}$，并能判断方向。
4. 能用矢量叠加原理分析多个点电荷产生的合场强。
5. 区分匀强电场和非匀强电场的特点。
6. 能用电场线和电荷分布说明导体静电平衡、静电屏蔽的基本结论。
7. 会把电场力与重力等恒力合成，初步建立“等效重力场”模型。

二、初高中衔接

初中物理讲过“电荷”和“电荷间的相互作用”——同种电荷相斥、异种电荷相吸。这是定性的。

高中在三个方向上深化：

1. **定量化**：库仑定律给出了电荷间作用力的精确公式。
2. **场的概念**：引入“电场”——电荷周围存在的一种看不见的物质，通过电场传递作用力。
3. **场的强弱**：电场强度 E 定量描述电场“有多强”和“朝哪指”。

科学发展视角：电场模型贯穿现代电子技术：触摸屏靠电场分布变化感知手指位置，静电除尘利用电场控制带电微粒，芯片内部的电子运动也离不开电场控制。高中先学点电荷和匀强电场，是为了建立可计算、可预测的场模型。

三、核心概念

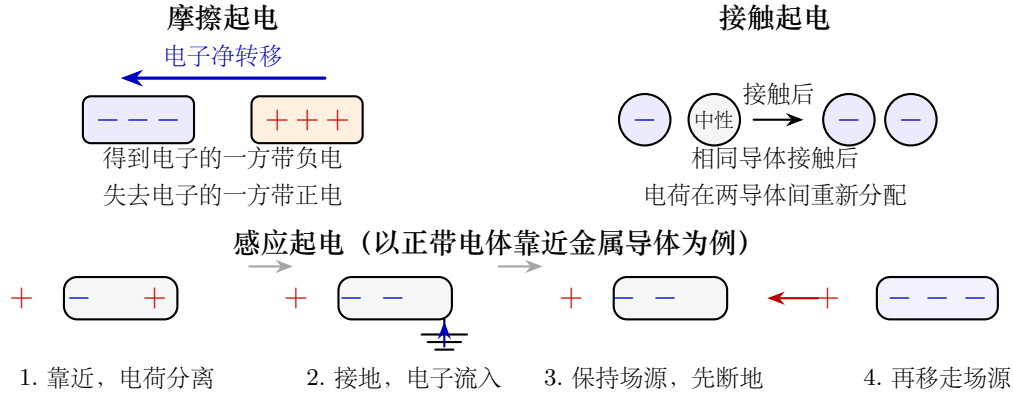
要点：电荷、起电与电荷守恒

电荷：

- 正电荷（+）和负电荷（−），同种相斥、异种相吸。
- 电荷量 Q 的单位：库仑（C）。
- 元电荷 $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C。
- 电荷量具有量子化特征：带电体的净电荷量是元电荷的整数倍，即 $Q = ne$（n 为整数）。
- 电荷守恒定律：孤立系统的总电荷量保持不变。高中常见起电现象来自电荷转移或重新分布，而不是凭空产生净电荷。

常见起电方式：

- **摩擦起电**：两种物体摩擦时，电子从一个物体转移到另一个物体，两个物体常带异种电荷。
- **接触起电**：带电体接触导体后，电荷在接触的导体间重新分配。
- **感应起电**：带电体靠近导体时，导体内部自由电荷重新分布；若配合接地或分开导体，可使导体带电。



要点：电荷、起电与电荷守恒（续）

图 121：三种起电方式：本质是电子转移或电荷重新分布

认知提醒：起电不是“产生了新的电荷”。例如摩擦起电中，一个物体失去电子带正电，另一个物体得到电子带负电；若把两物体看成一个系统，总电荷仍守恒。

要点：库仑定律

库仑定律：

$$\boxed{F = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}}$$

- $k = 9.0 \times 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2/C^2}$（静电力常量）。
- F：静电斥力（Q_1、Q_2 同号）或吸力（异号）。
- 适用条件：真空中的点电荷（高中可近似用于空气中的点电荷）。

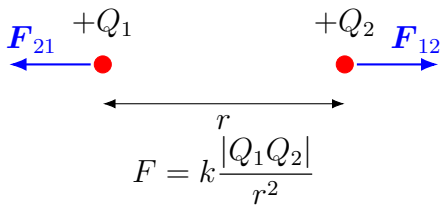


图 122：库仑定律：同号电荷相斥，大小 $F = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2}$

要点：电场与电场强度

电场：电荷周围存在的一种特殊物质。电场对放入其中的电荷有力的作用。

电场强度（定义式）：

$$\boxed{\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0}} \quad (q_0 > 0)$$

- 矢量，方向与正电荷在该点受到的电场力方向相同；其大小为 $E = \dfrac{F}{q_0}$。
- 单位：N/C 或 V/m。
- 由电场本身决定，与正试探电荷 q_0 无关。
- 试探电荷应足够小，放入后不能明显改变原来的电场分布。

点电荷的电场强度：

$$E = k\frac{|Q|}{r^2}$$

方向由场源电荷 Q 的正负决定：正点电荷的电场向外，负点电荷的电场向内。

要点：电场与电场强度（续）

公式来源与边界：对点电荷 Q，正试探电荷 q_0 受到 $F = k\dfrac{|Q|q_0}{r^2}$，代入定义式 $E = \dfrac{F}{q_0}$ 才得到 $E = k\dfrac{|Q|}{r^2}$。前者是任意电场的定义方法，后者只是点电荷电场的计算结果，不能直接套到带电板、导体表面或复杂电荷分布上。

要点：电场叠加原理

多个点电荷在某点产生的合场强等于各点电荷单独在该点产生的场强的矢量和。

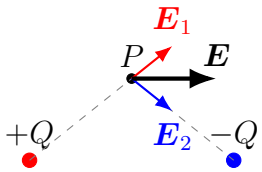


图 123：电场叠加：$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2$

要点：电场线

电场线是描述电场分布的假想曲线：

- 电场线从正电荷或无穷远出发，终止于负电荷或无穷远。
- 在同一幅按统一规则绘制的示意图中，电场线越密表示电场越强；这种疏密只作定性比较。
- 电场线某点的切线方向为该点的场强方向。
- 电场线不相交。

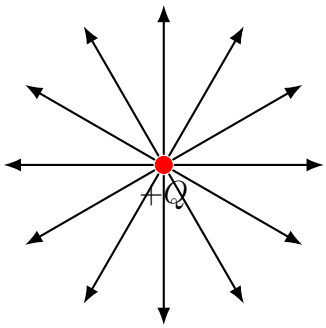


图 124：正点电荷的电场线：从正电荷向外辐射

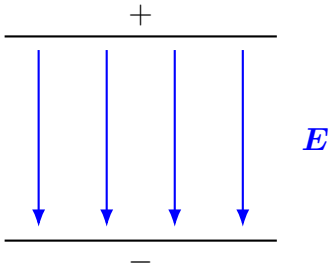


图 125：匀强电场：平行等距的电场线

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先判断场源电荷和试探电荷，不要把“产生电场的电荷”和“受力的电荷”混在一起。

2. 电场强度是矢量，多个点电荷电场要按方向叠加，不能只加大小。

3. 正电荷受力方向与电场方向相同，负电荷受力方向与电场方向相反。

4. 画电场线时只表达电场方向和强弱趋势，不能把电场线当成真实轨迹。

公式	物理意义	适用条件
$Q = ne$	电荷量子化	n 为整数，e 为元电荷
$F = k\dfrac{\lvert Q_1Q_2\rvert}{r^2}$	库仑力大小	真空点电荷
$\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$	场强定义	$q_0 > 0$；大小为 $E = \dfrac{F}{q_0}$
$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$	电场力	大小为 $F = \lvert q\rvert E$，方向看电荷正负
$E = k\dfrac{\lvert Q\rvert}{r^2}$	点电荷场强大小	点电荷周围
$\boldsymbol{E} = \sum \boldsymbol{E}_i$	电场叠加	多个场源共同作用时的矢量和

电场题先分清三个角色

电场题最容易把“产生场”“定义场”“在场中受力”混在一起。列式前先分清：

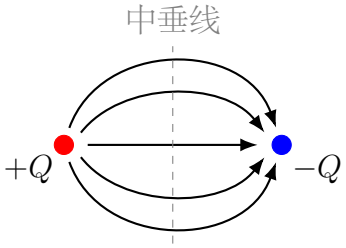
角色	作用	解题时看什么
场源电荷 Q	产生电场	点电荷场强 $E = k\dfrac{\lvert Q\rvert}{r^2}$ 由 Q 和位置决定，方向由 Q 的正负决定。
正试探电荷 q_0	定义场强方向和大小	$\boldsymbol{E} = \dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$ 中约定 $q_0 > 0$，且足够小；它只是定义工具，不决定原电场。
实际带电体 q	在电场中受力或运动	电场力 $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$；$q > 0$ 时受力沿电场方向，$q < 0$ 时受力反向。

读题提醒：求场强时先只看场源；求受力时再放入实际电荷；画电场线时画的是场的方向和强弱趋势，不是电荷轨迹。

五、典型模型

模型 1：等量异种电荷的电场

中垂线上场强的方向平行于两电荷连线。中点处场强不为零（两电荷在该点产生的场强方向相同）。



中垂线上合场强平行于两电荷连线

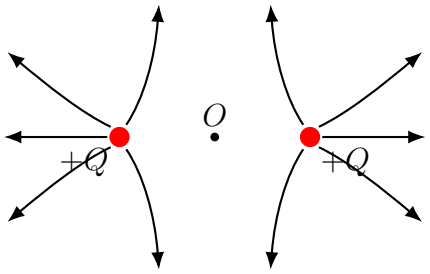
图 126：等量异种电荷的电场线：电场线从正电荷出发，终止于负电荷

模型 2：等量同种电荷的电场

设两个等量正电荷位于 x 轴上的 $(-a,0)$、$(a,0)$，中垂线上一点 $P(0,y)$ 到两电荷的距离均为 $r=\sqrt{a^2+y^2}$。两电荷在 P 点产生的场强水平方向分量相互抵消，竖直方向分量相加，因此当 $y>0$ 时

$$E(y)=2\left(k\frac{Q}{r^2}\right)\frac{y}{r}=\frac{2kQy}{(a^2+y^2)^{3/2}},$$

方向沿中垂线向上；$y<0$ 时方向相反。由表达式或函数图像可知：中点 $y=0$ 处场强为零，离开中点后先增大，在 $|y|=a/\sqrt{2}$ 处达到最大，随后逐渐减小并趋近于零。



中点处两场强等大反向，合场强为零

图 127：等量同种正电荷的电场线：中点场强为零

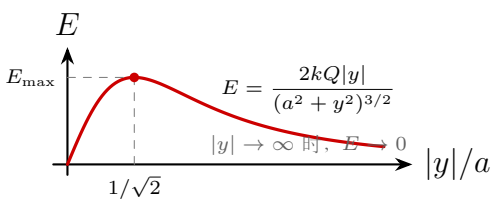
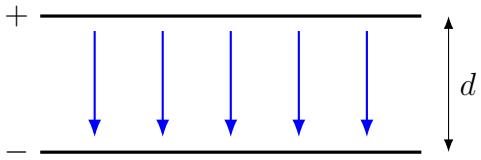


图 128：等量同种正电荷的中垂线场强：从零增大到最大值后再减小

模型 3：匀强电场

平行板电容器之间的电场近似为匀强电场（两极板间电场线平行等距）。本节先根据平行、等距的电场线认识匀强电场，并直接使用题目给出的 E。电势差与场强的定量关系将在 Day 16 建立。



图中只表示板间中部区域：电场线近似平行等距

图 129：平行板间的匀强电场线：中部区域近似平行等距

模型 4：静电平衡与静电屏蔽

导体中有可以自由移动的电荷。把导体放入外电场后，自由电荷会重新分布，直到导体内部的合电场为零，这种状态叫**静电平衡**。

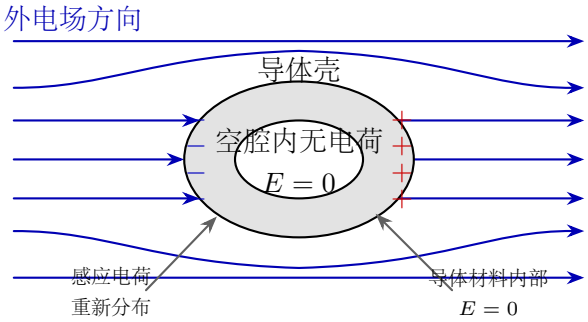


图 130：静电屏蔽：导体静电平衡时内部电场为零；空腔内无电荷时，可隔离外电场影响

高中阶段需要理解三条结论：

1. 静电平衡时，导体内部电场强度为零。
2. 导体上多余的净电荷分布在导体表面；若有空腔，还要区分内、外表面。
3. 导体表面附近的电场方向垂直于表面；否则电荷还会沿表面移动，说明尚未平衡。

学习边界：本节重点是判断导体内部场强、表面电荷分布趋势和屏蔽效果，不要求计算复杂导体表面的电荷密度分布。看到静电屏蔽题，先判断导体是否已经达到静电平衡；若讨论空腔内的场强，还要先确认空腔内是否放有电荷。无内部电荷时，封闭导体空腔可隔离外电场；若腔内有电荷，腔内一般仍有电场。

应用理解：金属外壳、屏蔽线、汽车车厢和法拉第笼都利用静电屏蔽保护内部区域。这里不是“外面没有电场”，而是导体表面感应电荷产生的附加电场抵消了导体内部的外电场。

尖端放电与防雷装置：导体静电平衡时，净电荷分布在表面；在尖锐位置，电荷更容易集中，附近电场更强。当电场强到足以使空气电离时，空气由绝缘状态变得能导电，就会发生尖端放电或电晕。建筑物防雷系统通常由接闪器、引下线和接地装置组成，其核心作用是在雷击发生时优先承接雷电流，并把雷电流经低阻通路安全导入大地。尖端附近可能发生电晕，但不能把防雷作用简单解释成“靠尖端放电消除云层电荷”。

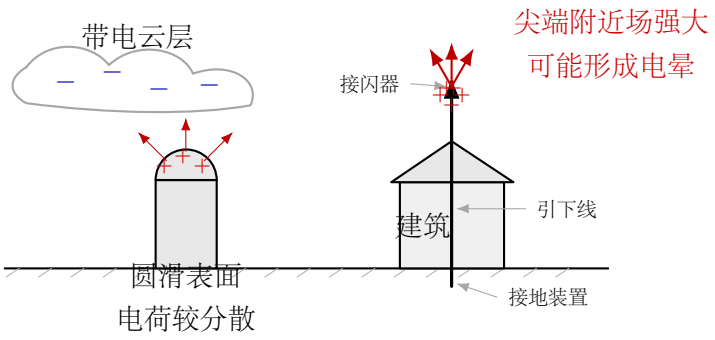


图 131：尖端电场与建筑防雷：接闪器、引下线和接地装置构成安全泄流通路

模型 5：匀强电场中的等效重力场

若带电物体同时受到重力和匀强电场力，且两个力在整个运动区域内大小、方向都不变，就可以把它们先合成为一个恒力。对质量为 m、电荷量为 q 的物体：

$$\boldsymbol{F}_{\text{合}} = m\boldsymbol{g} + q\boldsymbol{E} = m\boldsymbol{g}'.$$

这里的 $\boldsymbol{g}'$ 叫等效重力场强度，它不是新的真实重力，而是“重力和电场力合起来的效果”。若 $\boldsymbol{E}$ 水平向右且 $q>0$，则

$$g' = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}, \qquad \tan\theta = \frac{qE}{mg}.$$

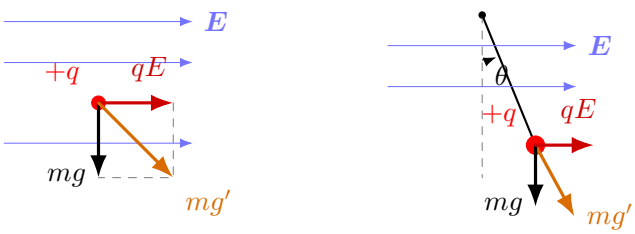


图 132：等效重力场：把重力和电场力先合成，再按力学模型处理

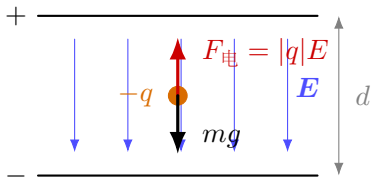
模型价值：带电小球悬挂在匀强电场中、带电小球沿斜面运动、复合场中的平衡问题，都可以先判断电场力方向，再与重力合成。平衡时，绳的拉力、支持力等约束力用来平衡这个合力。

模型边界：只有电场近似匀强、重力近似恒定时，才能把合力看成固定方向的等效重力。若电场来自点电荷，方向和大小随位置变化，就不能简单用一个固定的 g' 代替。

模型 6：带电液滴的悬浮

宏观带电小球、带电液滴和尘埃颗粒在电场中运动时，重力通常不能忽略。若它在平行板间保持静止或匀速直线运动，就说明合力为零。最常见的悬浮条件是

$$|q|E = mg.$$



悬浮条件：$F_{电} = mg$，即 $|q|E = mg$

图 133：带电液滴悬浮：电场力与重力平衡，电荷正负决定电场力方向

认知提醒：先由电场方向和电荷正负判断电场力方向，再列平衡方程。若图中电场向下，负电荷所受电场力向上；正电荷则受力向下，不能悬浮在这个方向的电场中。

六、例题精讲

例题：库仑定律的应用

题意分析：两个点电荷 $Q_1 = 2 \times 10^{-8}$ C、$Q_2 = -3 \times 10^{-8}$ C 相距 $r = 0.1$ m。求它们之间的库仑力大小和方向。

物理模型：库仑定律。

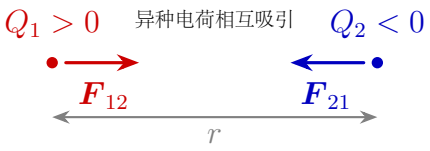


图 134：例题图：异种点电荷相互吸引，两个库仑力等大反向

解题过程：

$$F = k\frac{|Q_1 Q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-8} \times 3 \times 10^{-8}}{(0.1)^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-16}}{0.01} = 9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-14} = 5.4 \times 10^{-4}\ \text{N}$$

方向：异种电荷相互吸引。

例题：库仑定律的应用（续）

方法总结：库仑力题先用绝对值计算大小，再由电荷正负判断方向；最后检查指数运算和单位。

例题：电场强度的计算

题意分析：在 x 轴上 $x_1 = -0.1$ m 处放 $Q_1 = +4 \times 10^{-9}$ C，$x_2 = 0.1$ m 处放 $Q_2 = -4 \times 10^{-9}$ C。求原点 O 处的电场强度。

物理模型：等量异种电荷，电场叠加。

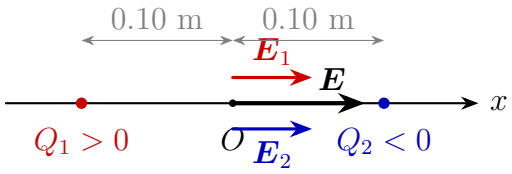


图 135：例题图：原点处两个分场强方向相同

解题过程：

Q_1 在 O 点产生场强：方向向右（$+Q \to$ 正电荷场强方向向外）。

$$E_1 = k\frac{Q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-9}}{(0.1)^2} = 9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-7} = 3600 \text{ N/C}$$

Q_2 在 O 点产生场强：方向向右（$-Q \to$ 负电荷场强方向向内）。

$$E_2 = k\frac{|Q_2|}{r^2} = 3600 \text{ N/C (方向向右)}$$

合场强：$E = E_1 + E_2 = 7200$ N/C，方向向右。

方法总结：计算合场强时，先分别计算各电荷产生的场强大小和方向，再用矢量加法求和。在同一直线上用正负表示方向。

例题：电场线与运动轨迹

题意分析：一个正电荷仅在电场力作用下从静止释放，它会沿电场线运动吗？

解题过程：不一定。正电荷从静止释放的瞬间，加速度方向沿该点电场线的切线方向。若这条电场线是直线，且此后各处场强始终沿这条直线，电荷会沿直线运动；若电场线是曲线，电场力只决定每一时刻的加速度方向，速度还保留此前运动的结果，因此粒子一般不会沿曲线电场线前进。

拓展说明：若电荷具有非零初速度，还要同时考虑初速度方向；即使电场线是直线，横向初速度也会使轨迹偏离电场线。

方法总结：看到电场线先把它当“场强方向示意图”，不当轨迹。电场线给出加速度的瞬时方向，粒子轨迹由速度和加速度共同决定。

例题：匀强电场中的带电小球平衡

题意分析：质量为 m、电荷量为 $+q$ 的小球用绝缘细线悬挂在水平向右的匀强电场中。静止时细线与竖直方向的夹角为 θ，求 θ 和细线拉力 T。

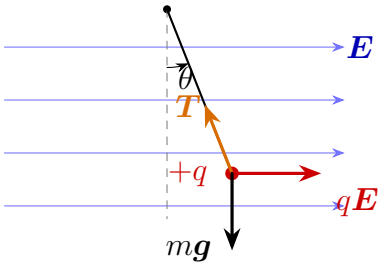


图 136：例题图：带电小球在重力、电场力和拉力作用下平衡

解题过程：对小球受力分析，水平方向和竖直方向分别有

$$T\sin\theta = qE, \qquad T\cos\theta = mg.$$

两式相除并平方相加，得到

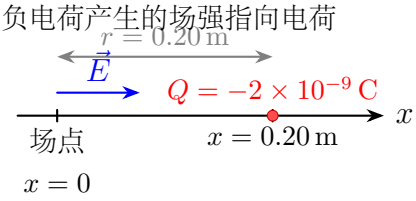
$$\boxed{\tan\theta = \frac{qE}{mg}}, \qquad \boxed{T = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}}.$$

方法总结：先由电荷正负判断电场力方向，再建立水平、竖直坐标轴。若电荷改为负电，偏转方向反向，但拉力大小仍由两个恒力的合力大小决定。

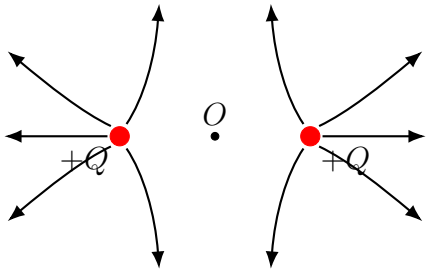
七、变式训练

1. 两个点电荷 $Q_1 = 3\times10^{-8}$ C、$Q_2 = 5\times10^{-8}$ C 相距 0.2 m，求库仑力大小。

2. 在 x 轴上 $x = 0.2$ m 处有一个 $Q = -2\times10^{-9}$ C 的点电荷。求 $x = 0$ 处的电场强度大小和方向。



3. 等量同种正电荷 $+Q$ 相距 $2a$，求它们连线中点处的电场强度。



中点处两场强等大反向，合场强为零

4. 质量为 m、电荷量为 $+q$ 的小球用细线悬挂在水平向右的匀强电场中，静止时细线与竖直方向成角 θ。写出 $\tan\theta$ 与 E、m、q、g 的关系。

5. 一封闭导体壳处于静电平衡。判断下列说法：
   （1）外电场中，导体材料内部的场强是否为零？
   （2）空腔内无电荷时，外电场能否在空腔内产生静电场？
   （3）若把一点电荷放入空腔，空腔内场强是否仍处处为零？

变式训练参考结果

1. $F = k|Q_1Q_2|/r^2 = 3.38 \times 10^{-4}$ N。
2. $E = k|Q|/r^2 = 450$ N/C，方向沿 x 轴正方向，即指向负电荷。
3. 两个正电荷在中点产生的电场强度大小相等、方向相反，合场强为零。
4. 平衡时 $T\sin\theta = qE$、$T\cos\theta = mg$，故 $\tan\theta = qE/(mg)$。
5. （1）导体材料内部场强为零；（2）不能，封闭空腔可隔离外电场；（3）不能，腔内有电荷时空腔内一般存在电场，但导体材料内部仍为零。

八、竞赛入门补充

拓展提升

竞赛视角 1：静电力作用下的平衡问题

库仑力可以与绳的拉力、重力等共同平衡。竞赛入门题常把“力的分解”和“几何关系”放在一起考查。

例题：两个质量均为 m、带电量均为 $+q$ 的小球，用等长细线悬挂在同一点。平衡时两线夹角为 2θ，求 q。

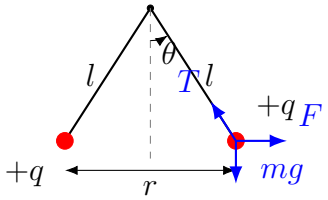


图 137：带电小球平衡：库仑斥力、重力与绳拉力共同平衡

拓展提升（续）

解：对一个小球受力分析：

- 水平方向：库仑斥力 $F = k\dfrac{q^2}{r^2}$，绳拉力的水平分力 $T\sin\theta$。
- 竖直方向：重力 mg，绳拉力的竖直分力 $T\cos\theta$。

由平衡条件：

$$T\sin\theta = k\frac{q^2}{r^2}, \qquad T\cos\theta = mg$$

两式相除，并利用两球间距 $r = 2l\sin\theta$（l 为绳长），得到

$$\tan\theta = \frac{kq^2}{mgr^2}, \qquad \boxed{q = 2l\sin\theta\sqrt{\frac{mg\tan\theta}{k}}}.$$

竞赛视角 2：用对称性快速求合场强

例题：正方形边长为 a，四个顶点原来各放一个相同正点电荷 $+q$。若去掉右上角的电荷，求正方形中心 O 处的合场强大小和方向。

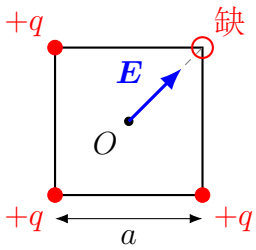


图 138：正方形缺角模型：用“完整对称系统”反推剩余电荷的合场强

解：四个顶点都放 $+q$ 时，中心处的合场强为零。去掉右上角电荷后，剩下三个电荷的合场强等于“原来被去掉的那个电荷在 O 处场强”的反向。中心到顶点的距离为 $r = a/\sqrt{2}$，因此

$$E_0 = k\frac{q}{r^2} = k\frac{q}{(a/\sqrt{2})^2} = \frac{2kq}{a^2}.$$

所以剩下三个电荷在中心处的合场强大小也是 $E = 2kq/a^2$，方向指向被去掉电荷所在的顶点。

九、易错点

易错清单

1. **库仑定律中 r 和 r^2 混用**：先量两点电荷间距离 r，再把这个距离平方后放入分母；不要把 r 本身直接当作分母。
2. **误以为摩擦能创造电荷**：分析起电现象时先看电子从哪里转移到哪里；起电过程只是电子转移或电荷重新分布，总电荷守恒。
3. **混淆 $E=F/q_0$ 和 $E=k|Q|/r^2$**：前者是定义式（用正试探电荷定义任意电场），后者是点电荷的场强大小公式（只适用于点电荷），方向还要单独判断。
4. **用试探电荷 q 的正负判断场强方向**：先按正试探电荷受力方向确定场强方向；若放入负电荷，它受力方向与场强方向相反。
5. **电场叠加时忘了 E 的方向**：先分别画出每个场强方向，再用平行四边形定则或分量法叠加。
6. **认为电场线是电荷的轨迹**：先区分“场的方向图”和“粒子运动轨迹”。电场线只是描述工具，不是运动轨迹。
7. **误以为静电屏蔽会消灭外电场**：静电平衡时，导体材料内部的合电场为零；封闭空腔只有在腔内无电荷时，才能隔离外电场。屏蔽并不会使导体外部的电场消失。
8. **把避雷针理解成“吸引雷电”或“消除雷电”**：防雷系统由接闪器、引下线和接地装置组成，主要作用是在雷击发生时提供可控的低阻泄流通路。尖端电晕不是消除云层电荷、保证不发生雷击的手段。
9. **等效重力场中忘记电荷正负**：$q>0$ 时电场力沿电场方向，$q<0$ 时电场力反向。先判力的方向，再合成。

十、今日小结

1. 电荷有正、负两种；摩擦起电、接触起电和感应起电都遵循总电荷守恒。
2. 库仑力大小 $F=k\dfrac{|Q_1Q_2|}{r^2}$，$k=9.0\times10^9\ \mathrm{N\cdot m^2/C^2}$。
3. 电场强度 $\boldsymbol{E}=\dfrac{\boldsymbol{F}}{q_0}$（定义式，$q_0$ 为正试探电荷；大小为 $E=\dfrac{F}{q_0}$），点电荷场强大小 $E=k\dfrac{|Q|}{r^2}$。
4. 电场强度是矢量，遵循叠加原理。

5. 电场线：从正电荷或无穷远出发，终止于负电荷或无穷远；同一示意图中疏密定性表示强弱，切线表示方向。

6. 匀强电场的场强大小和方向处处相同，电场线平行等距。

7. 导体静电平衡时，导体材料内部电场为零；空腔内无电荷时可隔离外电场。尖端附近电场较强，可能使空气发生电离。

8. 匀强电场中的带电物体可把 mg 与 qE 先合成为等效重力；带电液滴悬浮时常用 $|q|E = mg$。

一分钟复盘：看到电场题，先在题旁写三项：场源是谁、研究的是场强还是电场力、试探电荷正负；再画出场强叠加方向或等效重力方向。方向确认后再选择公式，避免把“场的方向”和“电荷受力方向”混在一起。

Day 16：电势能、电势与电势差

本节导读

上一节学习了电场的“力的属性”（电场强度 E），本节学习电场的“能的属性”——电势能、电势、电势差。这些概念和力学中的重力势能、高度差非常相似，可以用类比法理解。

本节读题路线：先判断题目从“力和位移”入手，还是从“能量和电势差”入手；静电力做功只看始末位置，匀强电场中再把位移投影到电场方向。比较电势先看电场方向和零电势约定；比较电势能再说明电荷正负和零势能位置。

一、学习目标

1. 能用 $W_{AB}=-\Delta E_p$ 说明静电力做功与电势能变化的关系。

2. 能说出电势 $\varphi=\dfrac{E_p}{q}$ 和电势差 $U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$ 的定义含义。

3. 能从匀强电场做功关系得到 $U_{AB}=\boldsymbol{E}\cdot\overrightarrow{AB}=E\,AB\cos\theta$，并能正确使用 $U_{AB}=Ed$ 的有向投影形式。

4. 能根据等势面的性质判断电场方向和静电力做功。

5. 能用电势差计算电场力做的功：$W_{AB}=qU_{AB}$。

二、初高中衔接

重力场中有“重力势能”和“高度差”——类比到电场中：

重力场	静电场
重力 mg	电场力 qE
重力势能 mgh	电势能 $E_p = q\varphi$
高度位置 h	电势 φ
高度差 Δh	电势差 U
重力做功 $mg(h_A - h_B)$	电场力做功 qU_{AB}

这个类比只能帮助理解，不能直接套用：高度是几何量，电势是单位正电荷的电势能，且电势正负还受电荷源和零电势点影响。

三、核心概念

科学发展视角：现代电子设备通常不直接说“电场力做多少功”，而是说电压、电势差和能量。电池、芯片、传感器和粒子加速器都要用电势差来描述能量转化。后面遇到电子伏特（eV）时，也是在描述“电荷经过电势差获得或失去的能量”。

要点：静电力做功与电势能

先看匀强静电场中的做功：设匀强静电场方向为 x 轴正方向。电荷从 A 到 B 可以走任意曲线路径，把路径分成很多小段 $\Delta \boldsymbol{s}$。在匀强电场中，静电力 $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$ 保持不变：

$$\Delta W = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{s} = qE\Delta x$$

其中 Δx 是这一小段沿电场方向的投影。整条路径上的总功为：

$$W_{AB} = \sum \Delta W = qE \sum \Delta x = qE(x_B - x_A)$$

所以在匀强静电场中，静电力做功只与初末位置沿电场方向的距离有关，与路径形状无关。

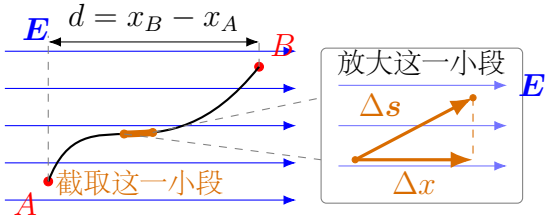


图 139：匀强电场中的微元法：只有沿电场方向的位移投影参与做功

由路径无关引入电势能：既然静电力做功只由初末位置决定，就可以像重力势能一样定义电势能。规定：

$$\boxed{W_{AB} = E_{pA} - E_{pB} = -\Delta E_p}$$

要点：静电力做功与电势能（续）

这个关系也适用于一般静电场。这里先把“静电力做功与路径无关”作为静电场的基本性质：对点电荷形成的电场，可由后文的积分直接证明；多个静止点电荷形成的电场再由叠加原理推广。把路径分成微小段时，

$$\mathrm{d}W = q\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

只是计算每一小段做功的表达式，不能单独用“局部近似匀强”来证明总功已经与路径无关。基于这一静电场性质，才可在一般情形中定义电势能。

电势能：电荷在电场中某点具有的势能。

$$W_{AB} = -\Delta E_p = E_{pA} - E_{pB}$$

- 电场力做正功 $\rightarrow$ 电势能减少。
- 电场力做负功 $\rightarrow$ 电势能增加。
- 电势能是相对的，需要选取零势能参考点。

要点：电势与电势差

电势：在不改变原电场分布的前提下，在某点放入电荷量 $q \neq 0$、且足够小的试探电荷。该试探电荷在此处的电势能与其电荷量之比为：

$$\varphi = \frac{E_p}{q}$$

- 标量，单位：伏特（V），$1\ \mathrm{V} = 1\ \mathrm{J/C}$。
- 对同一电场中的同一点，E_p/q 与所取试探电荷的电荷量和正负无关，因此电势描述的是电场本身的性质。
- 电势的高低与电场线的方向有关：沿电场线方向电势降低。
- 电势是相对的，需要选零电势参考点（通常选大地或无穷远）。

电势差（电压）：

$$U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$$

静电力做功与电势差：

$$\boxed{W_{AB} = qU_{AB}}$$

符号检查：先按下标写 $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B$，再乘电荷量 q 判断做功正负；最后用 $W_{AB} = -\Delta E_p$ 判断电势能增减。负电荷不改变电势差的定义，只会改变 qU_{AB} 的符号。

匀强电场中电势差与场强的关系：设 θ 为 $\overrightarrow{AB}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 的夹角，则

$$\boxed{U_{AB} = \boldsymbol{E}\cdot\overrightarrow{AB} = E\,AB\cos\theta}$$

要点：电势与电势差（续）

定义 $d = AB\cos\theta$ 为 $\overrightarrow{AB}$ 沿电场方向的**有向投影**，便可写成

$$\boxed{U_{AB} = Ed}$$

- $d > 0$ 表示从 A 到 B 的投影与电场同向，$d < 0$ 表示反向。
- 若题目中的 d 只表示两等势面间的正距离，则应写 $|U_{AB}| = Ed$，从而 $E = \dfrac{|U_{AB}|}{d}$。
- 场强的单位：V/m 和 N/C 等价。

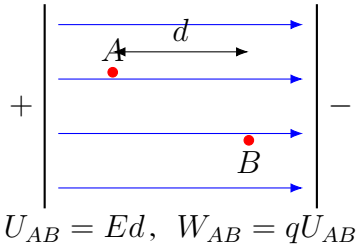


图 140：匀强电场中 $U_{AB} = Ed$：图示情形中 $d > 0$

要点：等势面

定义：电场中电势相等的点构成的曲面。

性质：

- 等势面与电场线处处垂直。
- 沿等势面移动电荷，静电力不做功。
- 若相邻等势面取相同的电势差，等势面越密的地方场强越大（与电场线疏密的比较条件相同）。
- 不同等势面不相交。

静电平衡导体：导体内部场强为零，导体是等势体，导体表面也是等势面；紧邻导体表面的电场方向与表面垂直。这里的“等势”不表示电势一定为零，其数值仍由零电势参考点决定。

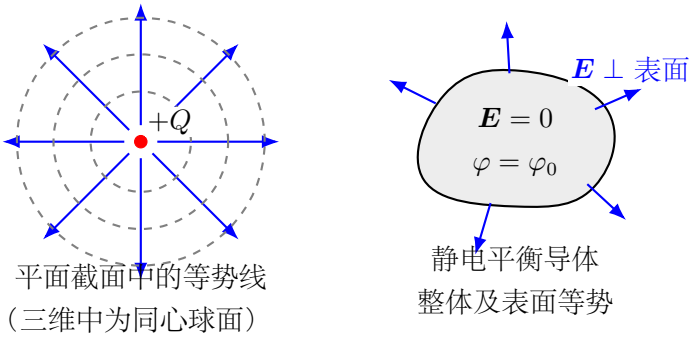


图 141：点电荷与静电平衡导体的等势特征：左图是点电荷三维等势球面的平面截线

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先规定零电势点或只讨论电势差，避免把“电势”当成绝对量。
2. 电场力做功先看电荷符号和位移方向，再判断电势能增减。
3. 匀强电场中用 $U_{AB}=Ed$ 时，d 是 $\overrightarrow{AB}$ 沿电场方向的有向投影。
4. 点电荷电势是标量叠加，但电场强度仍是矢量叠加。

公式	物理意义	适用条件
$W_{AB}=qU_{AB}$	静电力做功	静电场
$\varphi=\dfrac{E_p}{q}$	电势定义	静电场
$U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$	电势差	静电场
$U_{AB}=E\,AB\cos\theta=Ed$	场强与电势差	匀强静电场，d 为有向投影
沿电场线方向电势降低	电势变化规律	静电场

电势题的符号判断清单

电势题的正负号应按定义逐步确定：

1. **先写下标：** $U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$，表示从 A 到 B 的电势差。下标一换，符号就变：$U_{BA}=-U_{AB}$。
2. **再乘电荷：** $W_{AB}=qU_{AB}$。正电荷和负电荷经过同一电势差，电场力做功符号可能相反。
3. **最后看能量：** $\Delta E_p=E_{pB}-E_{pA}=-W_{AB}$。电场力做正功，电势能减少；电场力做负功，电势能增加。

读题提醒：比较电势只看电场本身；比较电势能必须同时看电荷正负。负电荷在高电势处的电势能反而可能更低。

五、典型模型

模型 1：匀强电场中的电势差

平行板间电势沿电场线方向均匀降低。若 $d=\overrightarrow{AB}$ 沿电场方向的有向投影，则 $U_{AB}=Ed$；若只给出正的几何间距，则使用 $|U_{AB}|=Ed$。

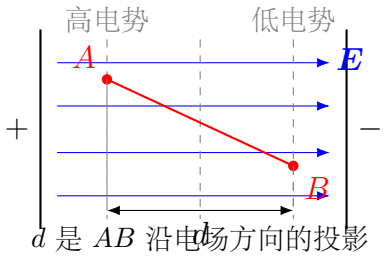


图 142：匀强电场中的电势差：只看沿电场方向的投影距离

若 A、B 连线不沿电场方向，不能直接把 AB 当作 d 代入 $U_{AB}=Ed$，必须先求有向投影。

模型 2：点电荷的电势

点电荷 Q 周围距 r 处的电势（取无穷远为零势点）：

$$\varphi = k\frac{Q}{r}$$

正电荷周围电势为正，负电荷周围电势为负。

推导：以正点电荷为例，把正试探电荷 q 从距 Q 为 r 的点移到无穷远。积分号 $\int$ 表示把连续路径上无数个微小功 $\mathrm{d}W$ 相加。用 ρ 表示积分过程中的径向位置，则电场力做功为

$$W_{r\to\infty}=\int_r^{\infty} k\frac{Qq}{\rho^2}\,\mathrm{d}\rho = kQq\left[-\frac{1}{\rho}\right]_r^{\infty} = k\frac{Qq}{r}$$

取无穷远处电势能为零，则 $W_{r\to\infty}=E_p(r)-E_p(\infty)=E_p(r)$，所以

$$E_p(r)=k\frac{Qq}{r},\qquad \varphi=\frac{E_p}{q}=k\frac{Q}{r}$$

若 Q 为负，公式仍成立，电势为负。

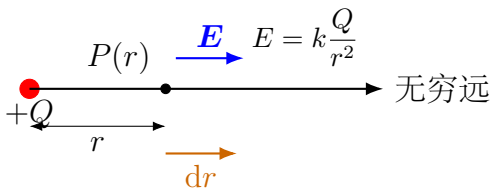


图 143：点电荷电势公式的推导：取无穷远为零电势点

多个点电荷的电势叠加：在同一零电势参考下，各点电荷在 P 点产生的电势作代数相加：

$$\boxed{\varphi(P)=\sum_i k\frac{Q_i}{r_i}}$$

其中 Q_i 按正、负号代入，r_i 是 P 到第 i 个点电荷的距离。电势是标量，因此不需要按方向分解；但场强仍须作矢量叠加。

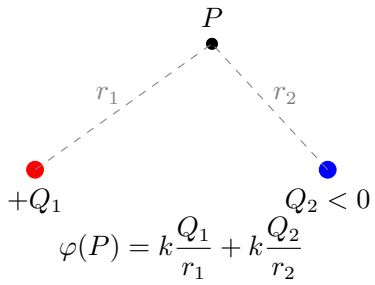


图 144：多个点电荷的电势作标量叠加，正、负号随源电荷代入

模型 3：带电粒子在电场中的能量关系

只有静电力做功时，由动能定理

$$\Delta E_k = W_{AB} = qU_{AB}$$

以及 $W_{AB} = -\Delta E_p$，可得

$$\Delta(E_k + E_p) = 0$$

即带电粒子的动能和电势能之和守恒：

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + q\varphi_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + q\varphi_2$$

写成初、末速度关系为

$$\boxed{\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = qU_{AB}}$$

正电荷从高电势向低电势运动时，电势能减少、动能增加；负电荷则要结合 qU_{AB} 的符号判断，不能只凭运动方向下结论。

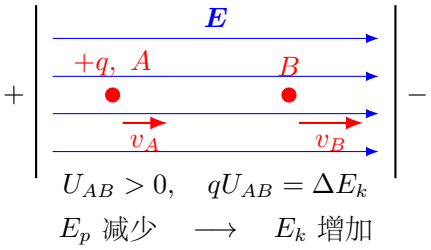


图 145：正电荷在匀强电场中由高电势向低电势运动：电势能转化为动能

电子伏特：一个元电荷通过 1 V 的电势差时，能量变化的大小定义为

$$1\ \text{eV} = e \times 1\ \text{V} = 1.602 \times 10^{-19}\ \text{J}.$$

eV 是能量单位，不是电压单位。

六、例题精讲

例题：电场力做功

题意分析：在匀强电场中，B 位于 A 沿电场方向的一侧。将电荷 $q=+2\times10^{-9}$ C 从 A 点移到 B 点，两点沿电场方向的距离为 $d=0.05$ m，电场强度 $E=200$ N/C。求：

1. A、B 间的电势差。
2. 电场力做的功。
3. 若 q 改为 -2×10^{-9} C，结果如何？

物理模型：图示情形中 $d>0$，故 $U_{AB}=Ed$，再用 $W_{AB}=qU_{AB}$。
解题过程：

1. $U_{AB}=Ed=200\times0.05=10$ V
2. $W_{AB}=qU_{AB}=2\times10^{-9}\times10=2\times10^{-8}$ J
3. $q'=-2\times10^{-9}$ C：

$$W'_{AB}=q'U_{AB}=-2\times10^{-9}\times10=-2\times10^{-8}\ \text{J}$$

负功表示电场力做负功，电势能增加。

方法总结：静电力做功题先确定初末位置和电势差，再代入 $W=qU$；路径形状不影响结果，电荷正负决定做功符号。

例题：电势的计算

题意分析：点电荷 $Q=+3\times10^{-9}$ C，取无穷远处电势为零。求距 Q 分别为 0.1 m 和 0.3 m 处的电势。
物理模型：点电荷的电势公式。
解题过程：

$$\varphi_1=k\frac{Q}{r_1}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-9}}{0.1}=270\ \text{V}$$

$$\varphi_2=k\frac{Q}{r_2}=9\times10^9\times\frac{3\times10^{-9}}{0.3}=90\ \text{V}$$

$U_{12}=\varphi_1-\varphi_2=270-90=180$ V。
方法总结：取无穷远为零电势点时，正点电荷周围电势为正，离电荷越近电势越高。两点间的电势差等于电势之差。

例题：静电力做功与路径无关

题意分析：在匀强电场中，将 $q=+1\times10^{-8}$ C 的电荷从 A 沿直线移到 B，电场力做功 $W_1=3\times10^{-6}$ J。若从 A 沿另一条路径（先向右再向上）移到 B，电场力做功 W_2 是多少？A、B 的电势差是多少？

物理模型：静电力做功与路径无关。

解题过程：

$W_2=W_1=3\times10^{-6}$ J（与路径无关）。

$$U_{AB}=\frac{W_{AB}}{q}=\frac{3\times10^{-6}}{1\times10^{-8}}=300\ \text{V}$$

方法总结：遇到路径很多的题，先判断是否是静电场；静电力做功只看初末位置，因此可以引入电势能。

例题：带电粒子经电势差加速

题意分析：质子从静止出发，在真空中从高电势的 A 点运动到低电势的 B 点，$U_{AB}=500$ V。取 $e=1.60\times10^{-19}$ C，$m_p=1.67\times10^{-27}$ kg，求质子到达 B 点时的动能和速度。

物理模型：只有静电力做功，$\Delta E_k=qU_{AB}$。

解题过程：

$$E_{kB}=eU_{AB}=500\ \text{eV}=8.00\times10^{-17}\ \text{J}$$

$$v_B=\sqrt{\frac{2eU_{AB}}{m_p}}\approx3.10\times10^{5}\ \text{m/s}.$$

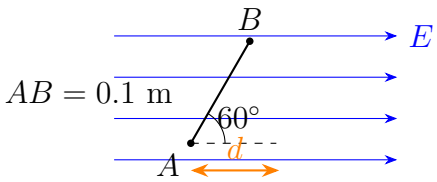
方法总结：求能量时可先用电子伏特表示，再按需要换算成焦耳；求速度时必须使用国际单位制。

七、变式训练

1. 在匀强电场中将 $q=-1\times10^{-8}$ C 从 A 移到 B，$U_{AB}=50$ V。求电场力做功。q 的电势能如何变化？

2. 点电荷 $Q=-4\times10^{-9}$ C，求距 Q 为 0.2 m 处的电势。

3. 匀强电场中，A、B 相距 0.1 m，连线与电场方向夹角 60°，$U_{AB}=20$ V。求电场强度 E。



沿电场方向的有向投影参与 $U_{AB}=Ed$

4. 两个点电荷 $Q_1=+4.0\times10^{-9}$ C、$Q_2=-2.0\times10^{-9}$ C。点 P 到它们的距离分别为 0.20 m 和 0.10 m，取无穷远为零电势点。求 P 点电势，并判断能否由此断定 P 点场强为零。

5. 孤立导体达到静电平衡。比较导体内部两点 M,N 与表面一点 S 的电势；将电荷 q 沿导体表面从 S 移到另一点，静电力做功是多少？

6. 正电荷 q 从静止出发，只在静电力作用下由 A 运动到 B，且 $U_{AB}>0$。写出末速度 v_B 的表达式。

变式训练参考结果

1. $W_{AB}=qU_{AB}=-5.0\times10^{-7}$ J；由 $\Delta E_p=-W_{AB}$，电势能增加 5.0×10^{-7} J。
2. 取无穷远处电势为零，$\varphi=kQ/r=-180$ V。
3. $U_{AB}=E\,AB\cos60^\circ$，故 $E=400$ V/m。
4. $\varphi_P=kQ_1/r_1+kQ_2/r_2=0$；电势为零只是标量代数和为零，不能据此断定矢量场强为零。
5. $\varphi_M=\varphi_N=\varphi_S$；沿表面移动时电势差为零，故静电力做功为零。
6. 由 $\frac{1}{2}mv_B^2=qU_{AB}$，得 $v_B=\sqrt{\dfrac{2qU_{AB}}{m}}$。

八、竞赛入门补充

下面把“静电力做功与路径无关”从匀强电场推广到非匀强电场。关键仍是投影思想：真正参与做功的是沿电场方向的位移分量，与电场垂直的分量不做功。

拓展提升

非匀强电场中路径无关的证明

匀强电场中可以直接用投影证明路径无关。非匀强电场里，场强大小和方向随位置变化，不能再简单写成 qEd，但静电场仍然具有路径无关性。

以点电荷电场为例：点电荷 Q 周围的电场是非匀强电场。电场强度沿径向，大小为

$$E=k\frac{|Q|}{r^2}$$

拓展提升（续）

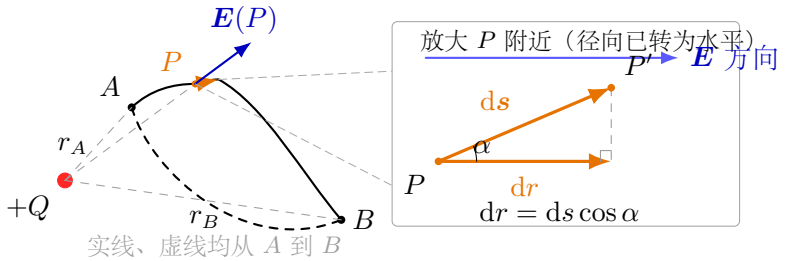


图 146：非匀强点电荷电场：不同路径的静电力做功相同

沿任意路径移动电荷 q 时，把微小位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{s}$ 投影到径向，得到有向分量 $\mathrm{d}r$；与径向垂直的分量不参与做功。若把径向向外取为正，点电荷电场的径向分量可写成

$$E_r = k\frac{Q}{r^2},$$

这里的 Q 按带符号电荷量代入。因此微元功为

$$\mathrm{d}W = qE_r\,\mathrm{d}r = k\frac{Qq}{r^2}\,\mathrm{d}r$$

从 A 到 B 的总功为

$$W_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} k\frac{Qq}{r^2}\,\mathrm{d}r = kQq\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$$

结果只含 r_A、r_B，与具体路径无关。

推广：多个静止点电荷形成的静电场可以看成许多点电荷电场的叠加。每一部分做功都只与初末位置有关，所以总功也只与初末位置有关。因此静电场可以定义电势能和电势。

拓展提升

匀强电场中电势的几何关系

在匀强电场中，沿任一固定直线方向，电势随位移在电场方向上的有向投影线性变化；若该方向与电场垂直，电势保持不变。这一性质是处理几何型电势问题的重要依据。

结论：在匀强电场中，如果 A、B、C 是同一等势面上的三个点，则它们电势相等。两个等势点只能提示等势线经过这两点；结合匀强电场中等势线为直线的性质，或结合更多等势点，才能确定相应的等势线。电场方向总是垂直等势线，并从高电势指向低电势。

例题：一个边长为 a 的等边三角形 ABC 放在匀强电场中，已知 $\varphi_A = 10\ \mathrm{V}$、$\varphi_B = 6\ \mathrm{V}$、$\varphi_C = 2\ \mathrm{V}$。求电场强度的大小和方向。

拓展提升（续）

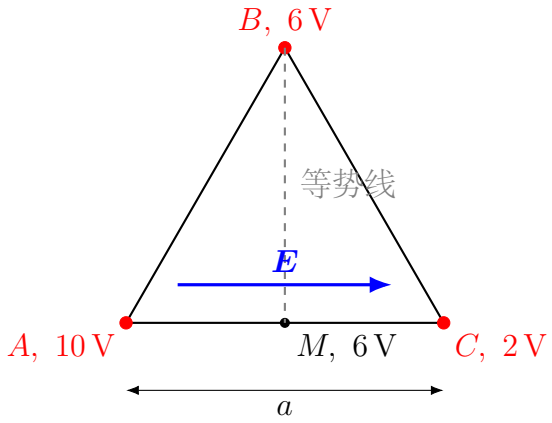


图 147：匀强电场中的等边三角形电势：先找等势线，再找电场方向

解：取 AC 的中点为 M。由于匀强电场中同一直线上的电势线性变化，且

$$\varphi_B = \frac{\varphi_A + \varphi_C}{2}$$

说明 B 点电势等于 AC 中点 M 的电势，BM 是等势线。电场方向垂直于等势线 BM，即平行于 AC，并由高电势的 A 指向低电势的 C。

A、C 间电势差为

$$U_{AC} = \varphi_A - \varphi_C = 8\ \mathrm{V}$$

沿电场方向的距离就是 AC 的长度

$$d = a$$

所以电场强度大小为

$$E = \frac{U_{AC}}{d} = \frac{8\ \mathrm{V}}{a}$$

若 a 用米作单位，则 $E = (8/a)\ \mathrm{V/m}$。

方向：平行于 AC，由 A 指向 C。

竞赛提示：在匀强电场中，“两点间的电势差 = 场强 × 沿电场方向的距离”——先用等势面判断电场方向，再计算大小。

九、易错点

易错清单

1. $U_{AB}=Ed$ **中** d **的含义**：先把 $\overrightarrow{AB}$ 投影到电场方向。d 是有向投影，不是简单地把两点间距代入；若 d 只表示正距离，应写 $|U_{AB}|=Ed$。
2. **电势的正负**：电势是标量，有正负。取无穷远为零电势点时，正点电荷周围电势为正，负点电荷周围电势为负。电势的大小比较时，$+5\ \mathrm{V}>-10\ \mathrm{V}$。
3. **静电力做功正负的判断**：先规定 U_{AB} 的方向，再代 $W_{AB}=qU_{AB}$；q 和 U_{AB} 同号则做正功。
4. **零电势点的选取**：比较电势值或代入 $E_p=q\varphi$ 时，要在同一零电势参考点下进行。若只求两点电势差，零点选择会相互抵消，但仍要保持符号约定一致。
5. **混淆电势和电势能**：先问这个量属于“场”还是“电荷在场中”。电势 φ 属于电场，电势能 $E_p=q\varphi$ 属于电荷。

十、今日小结

1. 静电场中，静电力做功 $W_{AB}=qU_{AB}$，与路径无关。
2. 静电力做功等于电势能变化的负值：$W_{AB}=-\Delta E_p$。
3. 电势 $\varphi=\dfrac{E_p}{q}$，电势差 $U_{AB}=\varphi_A-\varphi_B$。
4. 沿电场线方向电势降低。
5. 匀强电场中 $U_{AB}=E\,AB\cos\theta=Ed$；若 d 是正距离，则 $E=\dfrac{|U_{AB}|}{d}$。
6. 等势面与电场线垂直，沿等势面移动电荷时静电力不做功。
7. 多个点电荷的电势作标量代数叠加；只有静电力做功时，E_k+E_p 守恒。

一分钟复盘：任选两点 A,B，先沿电场方向判断电势高低，再写出 U_{AB}、$W_{AB}=qU_{AB}$ 和 $\Delta E_p=-W_{AB}$；最后检查下标顺序和电荷正负有没有弄反。

Day 17：带电粒子在电场中的运动

本节导读

把前两天的电场知识和运动学知识结合起来——带电粒子在电场中会怎样运动？加速电场中粒子的速度变化，偏转电场中的类平抛运动。示波管的原理也基于此。

本节读题路线：先判断粒子带正电还是负电，再画电场力方向；加速区优先用动能定理，偏转区把运动分解为水平匀速和竖直匀加速。若题目先加速后偏转，就把两个过程分开列式，再用出口速度衔接。

一、学习目标

1. 能用动能定理分析加速电场：从静止出发且电场力做正功时，$|q|U=\dfrac{1}{2}mv^2$。
2. 能把偏转电场中的粒子运动分解为水平匀速和竖直匀加速。
3. 会在图中标出偏转位移、偏转角和离开电场后的运动方向。
4. 能用“先加速、后偏转”的分段模型说明示波管的基本原理。
5. 能把“先加速后偏转”综合题分成加速区、偏转区和出场后运动三段，并说明每段使用的规律。

二、初高中衔接

初中没有涉及带电粒子运动的内容。本节是电场和运动学的第一次综合——把 Day 02-04 的运动学公式和 Day 15-16 的电场知识结合起来。

核心思路：

$$\text{电场力}\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}\ \rightarrow\ \text{加速度}\boldsymbol{a}=\frac{q\boldsymbol{E}}{m}$$

求大小时使用 $F=|q|E$、$a=|q|E/m$；方向由电荷正负和电场方向判断。

科学发展视角：带电粒子在电场中的加速和偏转，是电子束、离子注入、粒子探测器和质谱分析的基础。高中阶段先把它看成“电场力 + 运动学”的组合模型，后面进入磁场后，就能理解科学仪器如何用电场和磁场一起控制粒子轨迹。

三、核心概念

要点：加速电场

带电粒子在电场中运动时，电场力可能做正功，也可能做负功。本节统一用 q 表示带符号电荷量，用 $|q|$ 表示电荷量大小。电场力做正功时粒子动能增加，做负功时粒子动能减少。

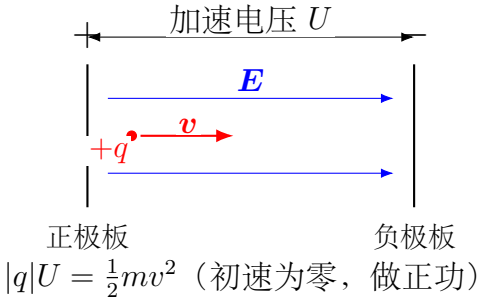


图 148：加速电场：电场力做功转化为粒子动能

通式：只有电场力做功时，由第 16 节 $W_{AB}=qU_{AB}$ 和动能定理可得

$$\boxed{qU_{AB}=\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2}$$

特例（初速为零，电场力做正功）：若 U 表示加速电压的大小，则

$$\boxed{|q|U=\frac{1}{2}mv^2}$$

公式从哪里来：电场力在加速过程中做的正功为 $W_{电}=|q|U$，再由动能定理 $W_{电}=\Delta E_k$，并代入初速度为零的条件，就得到上式。它本质上是 Day 8 的动能定理在电场中的应用。

- U：加速电压。
- $|q|$：粒子电荷量大小。若使用带符号电荷量，应先判断电场力做功正负。
- 在只看电场力做功、忽略碰撞和相对论效应的模型中，粒子的末速度 $v=\sqrt{\dfrac{2|q|U}{m}}$ 与加速距离无关。

如果粒子有初速度 v_0，且电场力仍做正功：

$$|q|U=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}mv_0^2$$

这里的 $|q|U$ 表示电场力做的正功；若电场力做负功，粒子动能减少，应改用带符号的 $W_{电}=\Delta E_k$。

要点：偏转电场（类平抛）

带电粒子以初速度 v_0 垂直射入匀强电场，做类平抛运动。以下统一取 x 轴正向为初速度方向，y 轴正向为电场方向；E 和 U 表示场强、电压的大小。这样 q 保留正负号，y、a_y 和偏转角都可带正负号。

要点：偏转电场（类平抛）（续）

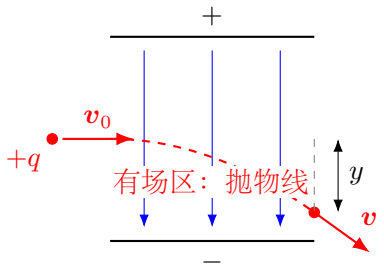


图 149：偏转电场：粒子轨迹为抛物线

分析方法：正交分解

- x 方向（匀速）：$x = v_0 t$。
- y 方向（匀加速）：$a_y = \dfrac{qE}{m} = \dfrac{qU}{md}$，$y = \dfrac{1}{2} a_y t^2$。$q > 0$ 时粒子沿电场方向偏转，$q < 0$ 时反向偏转；若只求大小，则用 $|a_y| = \dfrac{|q|E}{m}$。

为什么轨迹是抛物线：由 $x = v_0 t$ 得 $t = x/v_0$，代入 $y = \frac{1}{2} a_y t^2$：

$$\boxed{y = \frac{qE}{2mv_0^2} x^2}$$

这是关于 x 的二次函数，因此有场区内的轨迹为抛物线；q 的正负决定抛物线开口方向。

偏转位移（极板长 L，粒子从极板中心射入，忽略重力和边缘场）：

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{qU}{md} \cdot \left(\frac{L}{v_0} \right)^2$$

偏转角 θ（出射方向与水平方向的夹角）：

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{qUL}{mdv_0^2}$$

不撞板条件：粒子从两板中央射入时，离开极板前应满足 $|y| < \dfrac{d}{2}$；若不满足，粒子会先撞到极板，不能再套用“完整穿过极板”的公式。

四、公式与适用条件

方法使用前检查：

1. 先判断粒子电性，确定电场力方向，再决定加速度方向。
2. 加速区优先用动能定理；偏转区把运动分解为水平方向和竖直方向。
3. 先规定坐标正方向。以下公式取 y 轴正向为电场方向，E、U 取大小，q 保留正负号。
4. 若只受电场力，竖直方向可能是匀加速运动，水平方向可能仍是匀速运动；还要检查粒子会不会先撞到极板。
5. 出场后进入无场区时，速度方向保持出场瞬间方向，轨迹变为直线。

公式	物理意义	适用条件
$qU_{AB}=\Delta E_k$	电场加速通式	只有电场力做功；q 和 U_{AB} 均按定义带符号
$\lvert q\rvert U=\frac{1}{2}mv^2$	特例：从静止加速	电场力做正功，U 取电压大小
$a_y=\dfrac{qE}{m}=\dfrac{qU}{md}$	电场中加速度	匀强电场；y 正向取电场方向，q 可带符号
$y=\frac{1}{2}\dfrac{qU}{md}\left(\dfrac{L}{v_0}\right)^2$	偏转位移	垂直射入且未撞板
$\tan\theta=\dfrac{qUL}{mdv_0^2}$	有向偏转角	同上

带电粒子运动的分段分析清单

带电粒子题先按区域切开，每一段只抓一个主工具：

区域	主工具	关键判断
加速区	动能定理 $qU_{AB}=\Delta E_k$	先判断电场力是否做正功；从静止加速时才可直接写 $\lvert q\rvert U=\frac{1}{2}mv^2$。
偏转区	类平抛分解	沿入射方向通常匀速，沿电场力方向匀加速；通过时间由 $t=L/v_0$ 决定。
无场区	匀速直线运动	离开极板后不再受电场力，速度大小和方向保持出场瞬间状态，沿出射速度方向运动到屏幕。

读题提醒：先由电荷正负确定电场力方向，再把上一段的末速度作为下一段的初速度。不要把加速电压 U_1 和偏转电压 U_2 混在同一个步骤里。

五、典型模型

模型 1：先加速后偏转

粒子先经过加速电压 U_1 加速，再进入偏转电压 U_2 的偏转电场。

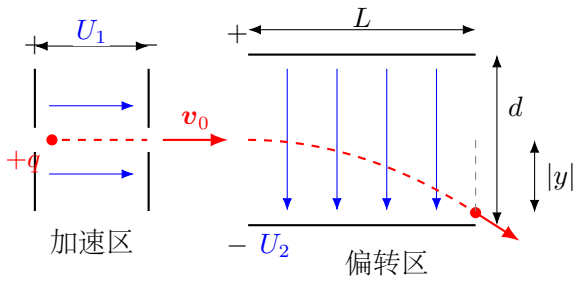


图 150：先加速后偏转模型：U_1 决定入射速度，U_2 决定偏转大小

加速：$|q|U_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0^2 = \frac{2|q|U_1}{m}$

偏转量大小：

$$\boxed{|y| = \frac{U_2 L^2}{4U_1 d}}$$

相应的偏转角大小满足

$$\boxed{|\tan\theta| = \frac{U_2 L}{2U_1 d}}.$$

在粒子从静止经同一加速电压加速、进入同一理想偏转电场并忽略重力和相对论效应时，偏转量和偏转角的**大小**与 $|q|$、m 无关；偏转方向仍由电荷正负和偏转板极性决定。

分段分析清单：加速区只负责求入射偏转区的速度 v_0；偏转区用这个 v_0 求通过时间 $t = L/v_0$；竖直方向再用 $a_y = qU_2/(md)$ 求偏转位移。不要一开始就把两个电压混在同一个公式里。

模型 2：示波管

示波管可以看成“先加速后两次偏转”的装置。电子枪发射电子，电子先经加速电场获得较大的水平速度，再依次经过两对偏转板，最后打在荧光屏上形成亮点。



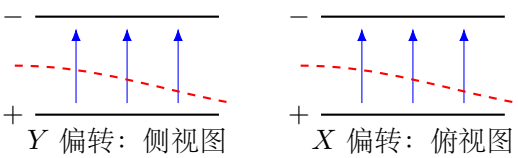


图 151：示波管模型：两组偏转板相互垂直，分别用侧视图和俯视图表示

- **加速电场**：决定电子进入偏转系统前的速度 v_0。电子带负电，受力方向与电场方向相反。
- Y **偏转板**：控制亮点的上下位置，通常接入待观测的信号电压。
- X **偏转板**：控制亮点的左右位置，常接扫描电压。
- **荧光屏**：电子打到屏上形成亮点，亮点随时间移动就形成图像。

模型 3：离开偏转电场后的无场区运动

粒子在偏转电场内做类平抛运动；离开极板后若进入无场区，就沿出射速度方向做匀速直线运动。因此屏幕上的总偏移通常由两部分组成：

$$Y = y_1 + y_2$$

其中 y_1 是极板内偏转，y_2 是离开极板后在无场区沿出射速度方向匀速运动产生的偏移。

设偏转板长为 L，极板出口到屏的水平距离为 s。在极板内，

$$y_1 = \frac{qEL^2}{2mv_0^2}, \qquad v_y = \frac{qEL}{mv_0}.$$

离开极板后运动时间为 s/v_0，故

$$y_2 = v_y \frac{s}{v_0} = \frac{qELs}{mv_0^2}.$$

于是屏上的有向总偏移为

$$\boxed{Y = y_1 + y_2 = \frac{qEL}{mv_0^2}\left(s + \frac{L}{2}\right).}$$

若只求偏移大小，应取绝对值；方向仍由 $q\boldsymbol{E}$ 判断。

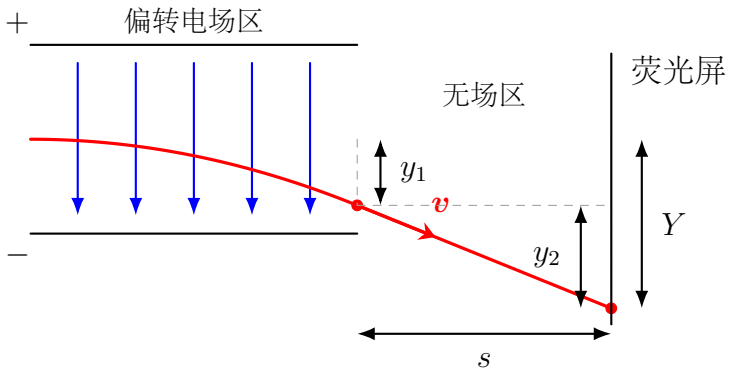


图 152：离开偏转电场后的无场区：沿出射速度方向匀速直线运动

六、例题精讲

例题：加速电场

题意分析：一个电子从静止开始被 $U = 500$ V 的电压加速。已知 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C，$m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg。求电子加速后的速度。

物理模型：加速电场，$|q|U = \frac{1}{2}mv^2$。

解题过程：

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 500}{9.1 \times 10^{-31}}}$$
$$= \sqrt{1.76 \times 10^{14}} \approx 1.33 \times 10^{7} \text{ m/s}$$

方法总结：电子的质量很小，500 V 的电压就能让它加速到 10^7 m/s 量级。但即使如此，远小于光速 3×10^8 m/s，不需用相对论修正。

例题：偏转电场

题意分析：电子以 $v_0 = 3 \times 10^7$ m/s 水平射入两平行板间。极板长 $L = 0.06$ m，间距 $d = 0.02$ m，电压 $U = 200$ V。求：

1. 电子在电场中的运动时间。
2. 电子的偏转位移。
3. 出射时的偏转角。

物理模型：类平抛运动。

解题过程：

1. $t = \frac{L}{v_0} = \frac{0.06}{3 \times 10^7} = 2 \times 10^{-9}$ s
2. 由图 149 所示极板极性，电场方向向下。取向下为 y 轴正向，电子 $q = -e$，故 $a_y = -\dfrac{eU}{md}$，实际向上偏转；其加速度大小为

$$|a_y| = \frac{eU}{md} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 200}{9.1 \times 10^{-31} \times 0.02} \approx 1.76 \times 10^{15} \text{ m/s}^2.$$

   因而 $y = -\dfrac{1}{2}|a_y|t^2 = -3.52$ mm，即向上偏转 3.52 mm。又 $|y| = 3.52$ mm $< d/2 = 10$ mm，粒子不会撞板。
3. $\tan\theta = \dfrac{v_y}{v_0} = \dfrac{a_y t}{v_0} \approx -0.117$

   $\theta \approx -6.7°$；负号表示相对初速度方向向上偏转，偏转角大小为 6.7°。

方法总结：偏转电场的关键是把运动分解为匀速和匀加速两个方向分别处理，数学处理与平抛运动相同，但加速度方向要由电荷正负和电场方向判断。

例题：先加速后偏转

题意分析：电子从静止经 $U_1 = 1000\ \text{V}$ 加速，然后垂直进入 $U_2 = 50\ \text{V}$ 的偏转电场。极板长 $L = 0.05\ \text{m}$，间距 $d = 0.01\ \text{m}$。电子从两板中央射入，求电子离开极板时的偏转量，并判断是否撞板。

物理模型：先加速后偏转。

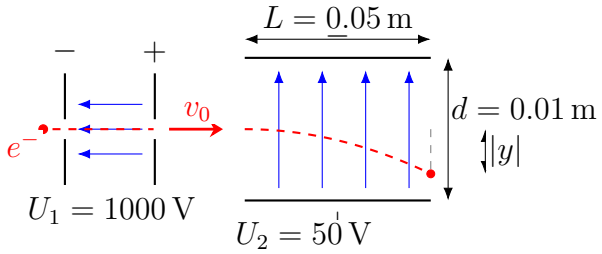


图 153：例题示意：先由 U_1 加速，再由 U_2 偏转

解题过程：

加速后速度 $v_0^2 = \dfrac{2eU_1}{m}$

偏转位移：

$$|y| = \frac{1}{2}\frac{eU_2}{md}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{eU_2}{md}\cdot\frac{L^2 m}{2eU_1} = \frac{U_2 L^2}{4U_1 d}$$

代入：

$$|y| = \frac{50\times(0.05)^2}{4\times 1000\times 0.01} = 0.003125\ \text{m} = 3.125\ \text{mm}.$$

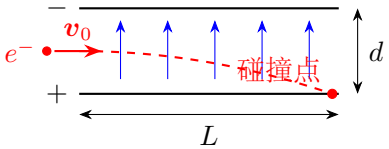
由于 $|y| = 3.125\ \text{mm} < d/2 = 5.00\ \text{mm}$，电子能从极板间飞出。图示电场方向向上，电子带负电，因此实际向下偏转。

方法总结：先加速后偏转题不要直接背最终式。先分成两段：加速区用 $|q|U_1 = \frac{1}{2}mv_0^2$ 求入射速度；偏转区用 $x = v_0 t$、$y = \frac{1}{2}a_y t^2$。只有在“从静止加速、理想偏转电场、忽略重力和相对论效应”这些条件同时满足时，偏转量大小才可化简为 $|y| = \dfrac{U_2 L^2}{4U_1 d}$。最后仍须判断方向并检查 $|y| < d/2$。

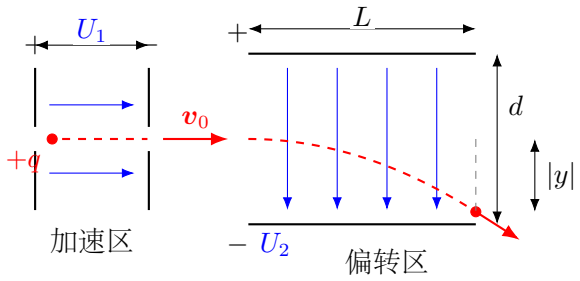
七、变式训练

1. 质子（$m_p = 1.67\times 10^{-27}\ \text{kg}$，$q = e$）从静止经 $U = 1000\ \text{V}$ 加速，求末速度。

2. 电子从两板中线以 $v_0 = 2\times 10^7\ \text{m/s}$ 射入图示偏转电场，$L = 0.04\ \text{m}$，$d = 0.01\ \text{m}$，$U = 150\ \text{V}$。先判断电子能否从极板右端飞出；若不能，求碰撞点到入口的水平距离。



3. 质子和 α 粒子（$m_\alpha = 4m_p$，$q_\alpha = 2e$）经过同一加速电压 U_1 加速后进入同一偏转电场，比较它们的偏转位移和偏转角。



变式训练参考结果

1. 由 $eU = \frac{1}{2}m_p v^2$，得 $v \approx 4.38 \times 10^5$ m/s。

2. 若先假设电子能到达极板末端，所需时间 $t = L/v_0 = 2.0 \times 10^{-9}$ s，形式计算得到

$$y = \frac{1}{2}\frac{eU}{m_e d}t^2 \approx 5.27 \times 10^{-3}\ \text{m},$$

但 $|y| > d/2 = 5.00$ mm，电子会在到达极板末端前撞上下极板。由

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2}\frac{eU}{m_e d}t_{\text{碰}}^2$$

得 $t_{\text{碰}} \approx 1.95 \times 10^{-9}$ s，故碰撞点到入口的水平距离 $x_{\text{碰}} = v_0 t_{\text{碰}} \approx 3.89 \times 10^{-2}$ m。

3. 经同一电压加速后，$v_0^2 = 2qU_1/m$。代入偏转公式可得 $|y| = EL^2/(4U_1)$、$|\tan\theta| = EL/(2U_1)$，均与粒子的质量和电荷量大小无关。质子和 α 粒子均带正电，因此偏转量、偏转角的大小和方向都相同。

八、竞赛入门补充

拓展提升

带电粒子在交变电场中的运动

如果偏转电场是交变的（如示波器中的锯齿波或正弦波电压），粒子的偏转位移随时间变化，在荧光屏上形成图像。

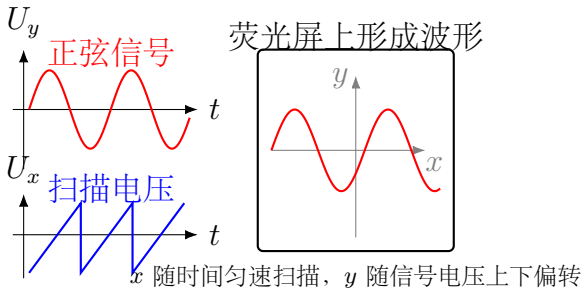


图 154：交变偏转电场：扫描电压把时间展开，信号电压决定上下偏转

拓展提升（续）

关键思路：粒子穿过偏转电场的时间 $t = L/v_0$ 非常短（通常 $< 10^{-8}$ s），而交变电压的周期 T 往往长得多，所以单个粒子通过极板时，可以近似认为电压不变。不同时间发出的电子对应不同瞬时电压，打在屏幕上的位置不同，连续起来就形成图像。

例题：示波器中 x 偏转板加锯齿波电压（扫描电压），y 偏转板加正弦信号电压。电子打在屏上的轨迹是什么?

解：y 方向偏转与正弦电压成正比，亮点随信号电压上下运动；x 方向偏转与锯齿波扫描电压成正比，亮点随时间近似匀速向右运动。因此屏上把“随时间变化的正弦电压”展开成一条正弦曲线。

进一步理解：如果扫描电压周期与信号周期匹配，每次扫描画出的曲线重合，屏幕上看到稳定波形；如果二者不同步，波形会左右移动或变得不稳定。

回扫说明：锯齿波突然回落时，亮点会快速返回屏幕左侧。实际仪器通常在回扫阶段使电子束暂时熄灭，避免屏幕上出现干扰回扫线。

竞赛提示：处理交变电场问题时，先判断粒子经过电场的时间与交变周期的关系。如果 $t \ll T$，可以对单个粒子近似为恒定电场；再把不同时刻的粒子落点按时间顺序连起来。

九、易错点

易错清单

1. **把电场力加速度和重力加速度混淆**：先判断是否忽略重力。只受电场力时加速度大小 $a = \dfrac{|q|E}{m}$，不是 g；方向由电荷正负和电场方向决定。
2. **偏转电场中忘记 x 方向是匀速运动**：先分解到水平和竖直方向。x 方向不受力时是匀速直线运动，不能写成匀加速。
3. **混淆加速电压和偏转电压**：先把过程分成加速区和偏转区。加速 U_1 决定 v_0，偏转 U_2 决定竖直加速度和偏移。
4. **有初速度时仍套 $|q|U = \frac{1}{2}mv^2$**：这个式子只适用于从静止开始、且电场力做正功的情形。若粒子已有初速度，应写成 $W_{\text{电}} = \Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$，并先判断电场力做功正负。
5. **忽略重力的条件**：先看研究对象尺度。电子、质子、离子在电场中通常忽略重力；带电液滴、带电小球则要把重力列入受力分析。
6. **偏转公式中的 L 是极板长度**：先标出极板长度和屏距。极板内偏转用 L，出板后的漂移距离要另算。

十、今日小结

1. 只有电场力做功时，加速电场的通式是 $qU_{AB}=\Delta E_k$；从静止开始且电场力做正功时，才化为 $|q|U=\frac{1}{2}mv^2$。

2. 偏转电场：类平抛运动，x 方向匀速 $x=v_0t$，y 方向匀加速 $a_y=\dfrac{qE}{m}$；先规定 y 正方向，再处理正负号。

3. 偏转位移 $y=\dfrac{1}{2}\dfrac{qU}{md}\left(\dfrac{L}{v_0}\right)^2$，与 q、m 有关；使用前检查 $|y|<d/2$。

4. 先加速后偏转：在从静止加速、同一偏转电场且忽略重力和相对论效应时，$|y|=\dfrac{U_2L^2}{4U_1d}$，其大小与 $|q|$、m 无关，方向仍由电荷正负和极板极性决定。

5. 微观粒子忽略重力，宏观带电物体要考虑重力。

加速区	→	**偏转区**	→	**无场区**
$qU_{AB}=\Delta E_k$ 求入射速度 v_0		$x=v_0t,\quad y=\frac{1}{2}a_yt^2$ 检查 $\|y\|<d/2$		$\boldsymbol{v}=$ 常量 沿出口切线直线运动

一分钟复盘：画一个“先加速后偏转”的带电粒子路径，按三段标注：加速区写能量方程，偏转区写 x、y 两方向运动规律，离开电场后画速度方向并写匀速直线运动。

Day 18：电容器与电场能量入门

本节导读

电容器是储存电荷和电场能量的元件。本节学习电容的定义、平行板电容器的公式、电容器的充放电，以及接通或断开电源时的动态变化，并初步认识电容器的串、并联。这些是电磁学实验和高考电磁综合题的基础。

本节读题路线：先判断电容器是接着电源还是已经断开，这一步决定优先固定 U 还是 Q；理想电源保持接通时电压 U 常不变，充电后断开且无漏电、无外接导通回路时电荷量 Q 才近似不变。再由 C、Q、U、E 的关系逐步推出变化，不要把决定式和定义式混用。

一、学习目标

1. 能用 $C=\dfrac{Q}{U}$ 描述电容，并说明 Q 是单个极板所带电荷量的大小。
2. 能说明平行板电容器决定式 $C=\dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi k d}$ 中面积、距离和介质的作用。
3. 能判断电容器充放电过程中 Q、U、E 的变化。
4. 能分析电容器在电路中的两种典型情形（电源接通/断开）。
5. 能用图像或能量观点说明电容器储存的电场能量 $E_C=\dfrac{1}{2}CU^2$。
6. 能根据“并联同压、串联同荷”的条件计算简单电容器组合。

二、初高中衔接

从生活中的相机闪光灯、电源适配器和触摸屏出发，我们容易形成“电容器能够储存电荷”的初步认识。高中物理要进一步回答：怎样量度这种本领，它由哪些结构因素决定，又怎样储存和释放能量。

高中要把电容器量化：

- 电容 C 表示电容器“储存电荷的能力”。
- 平行板电容器的大小由极板面积 S、距离 d、介质 ε_r 决定。
- 电容器中储存电场能量——这是很多电子设备（闪光灯、电源滤波）的基础。

科学发展视角：电容器不仅是电路元件，也是传感器和储能元件。手机触控、相机闪光灯、电源滤波、超级电容储能都与电容有关。学习电容器时，要同时关注两个问题：它能储存多少电荷，也能储存多少电场能。

三、核心概念

要点：电容

电容器的结构：两个彼此绝缘、相互靠近的导体可以组成电容器。这两个导体叫作电容器的两个极板；平行板电容器只是最常见、最便于建立模型的一种。
定义：电容器单个极板所带电荷量的大小 Q 与两极板间电势差 U 的比值。

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$

- 单位：法拉（F），$1\ \mathrm{F} = 1\ \mathrm{C/V}$。
- 常用单位：$1\ \mu\mathrm{F} = 10^{-6}\ \mathrm{F}$，$1\ \mathrm{pF} = 10^{-12}\ \mathrm{F}$。
- 对结构和介质确定的电容器，C 由电容器本身决定，与已带电荷量 Q 和两端电压 U 无关。

平行板电容器的决定式：

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_r S}{4\pi k d}}$$

- S：极板正对面积。
- d：极板间距。
- ε_r：相对介电常数（真空 $\varepsilon_r = 1$）。
- $k = 9.0 \times 10^9$（静电力常量）。

决定式的来源：对理想平行板电容器，若极板足够大、板间距远小于极板尺寸并忽略边缘效应，板间电场可近似为匀强电场。若两板分别带电 $\pm Q$（Q 表示单个极板电荷量的大小），正对面积为 S，板间充满均匀介质（相对介电常数为 ε_r），则板间场强可写成

$$E = \frac{4\pi k Q}{\varepsilon_r S}.$$

要点：电容（续）

两板间电势差

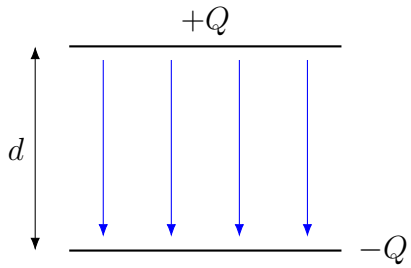
$$U = Ed = \frac{4\pi kQd}{\varepsilon_r S}.$$

代入电容定义 $C = \dfrac{Q}{U}$，得

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}.$$

因此 C 不是由已经带了多少电荷决定的，而是由“板有多大、离多远、中间是什么介质”决定的。

结论： S 越大 C 越大，d 越大 C 越小。



$$C = \frac{Q}{U},\quad C = \frac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}$$

图 155：平行板电容器：$C = \dfrac{Q}{U}$，$C \propto \dfrac{S}{d}$

要点：电容器的充放电

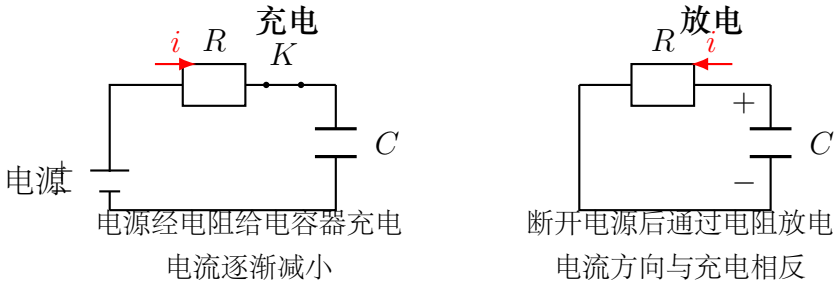


图 156：电容器 RC 充放电回路：电流方向和大小随过程变化

充电过程：

- 闭合开关 K，电源将电荷从一极板移到另一极板。
- Q 增加，U 增加，E（场强）增加。
- 充电电流从大到小，最后为零（电容器充满）。

放电过程：

- 让两极板通过电阻或具有电阻的实际回路连通，异种电荷逐步中和。

要点：电容器的充放电（续）

- Q 减少，U 减少，E 减少。
- 对电阻一定的放电回路，放电电流的绝对值从大到小，最后趋于零。

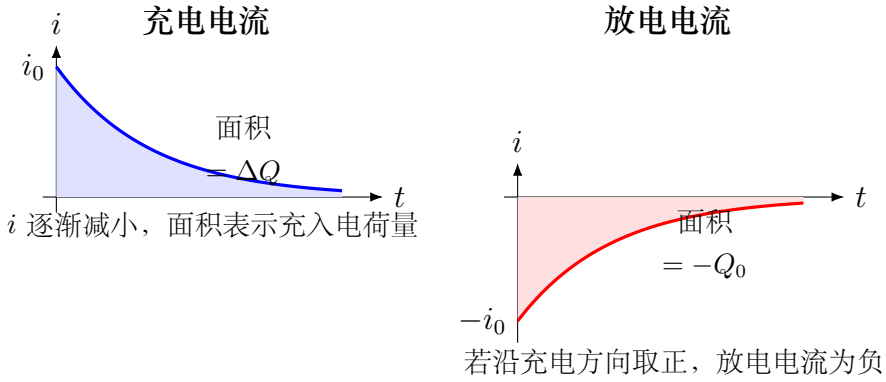


图 157：电容器充放电的 i-t 图像：图线与时间轴围成的面积表示电荷量变化

面积意义：在很短的时间 Δt 内，若电流近似不变，则通过导体横截面的电荷量为

$$\Delta Q \approx i\,\Delta t,$$

它对应 i-t 图像中一个窄矩形的面积。把整个过程分成许多很短的时间段并将这些小面积相加，极限情况下得到

$$\Delta Q = \int i\,dt.$$

这里的积分号 $\int$ 可以理解为“把无数个微小面积相加”；高中阶段主要掌握图像面积的物理意义，不要求用高等数学计算复杂积分。充电时面积等于电容器增加的电荷量；若把充电方向规定为正方向，放电电流为负，放电图像的有向面积为 $-Q_0$，面积的绝对值表示放出的电荷量。

要点：电容器的两类典型问题

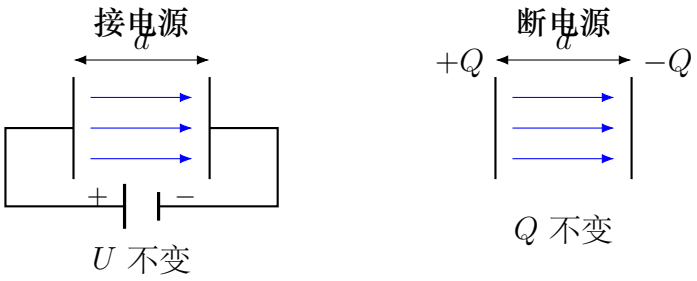


图 158：电容器动态分析：先判断不变量，再沿公式链条推变化

情况 1：电容器与电源保持连接

- U 不变（始终等于电源电压）。
- $d \uparrow \Rightarrow C \downarrow \Rightarrow Q \downarrow \Rightarrow E \downarrow$。

要点：电容器的两类典型问题（续）

- $S\uparrow\Rightarrow C\uparrow\Rightarrow Q\uparrow\Rightarrow E$ 不变。

情况 2：电容器充电后与电源断开

- 若没有漏电和外接导通回路，极板电荷量 Q 近似不变。
- $d\uparrow\Rightarrow C\downarrow\Rightarrow U\uparrow\Rightarrow E$ 不变（$E=\dfrac{U}{d}\propto\dfrac{Q}{S}$）。
- $S\uparrow\Rightarrow C\uparrow\Rightarrow U\downarrow\Rightarrow E\downarrow$。

关键结论：在上述理想平行板模型中，$E=\dfrac{U}{d}=\dfrac{4\pi kQ}{\varepsilon_r S}$。$Q$ 不变时，板间中部的匀强场强与 d 无关，只与 Q、S 和介质有关。

插入电介质的特殊判断：若 S、d 不变，并用相对介电常数 $\varepsilon_r>1$ 的均匀电介质完全充满板间空间，则

$$C'=\varepsilon_r C.$$

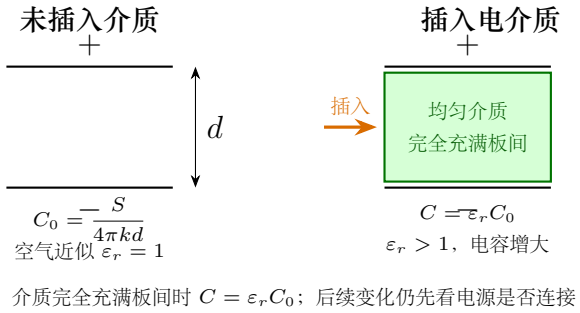


图 159：插入电介质：结构不变时电容增大，仍先判断 U 不变还是 Q 不变

- **接电源**：U 不变，C 增大，所以 $Q=CU$ 增大；若 d 不变，$E=U/d$ 不变。
- **断电源**：Q 不变，C 增大，所以 $U=Q/C$ 减小；若 d 不变，$E=U/d$ 减小。

方法提醒：介质问题不能只记“电容变大”。实际处理时仍按同一条路线：先定不变量，再由 $C=\dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}$、$Q=CU$、$E=U/d$ 推出变化。

要点：电容器的电场能量

电容器充电过程中，电源通过外电路使两极板分别积累等量异种电荷，电容器的电场能逐步增加。E_C 表示最终储存在电容器电场中的能量，不应和“电源总共做了多少功”不加区分地画等号。

要点：电容器的电场能量（续）

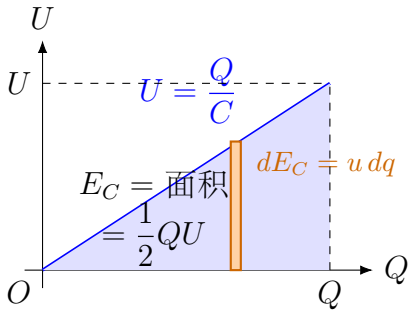


图 160：电容器能量来源：U 随 Q 线性增大，面积表示储存的电场能

面积为什么表示电场能：设充电过程中某一时刻极板电荷量为 q，瞬时电压为

$$u = \frac{q}{C}.$$

再向极板搬运一小份电荷 dq 时，克服电场力所做的功为

$$dW = u\,dq.$$

把电荷量从 0 增加到最终的 Q，储存的电场能等于所有微小功之和：

$$E_C = \int_0^Q u\,dq = \int_0^Q \frac{q}{C}\,dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2.$$

这正是图 160 中直线下三角形的面积。因此

$$\boxed{E_C = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU = \frac{Q^2}{2C}}.$$

恒压充电的能量去向：若电容器通过电阻由电压恒为 U 的理想电源充电，最终 $Q = CU$。电源做功为

$$W_{\text{源}} = UQ = CU^2,$$

其中

$$E_C = \frac{1}{2}CU^2, \qquad Q_{\text{热}} = W_{\text{源}} - E_C = \frac{1}{2}CU^2.$$

也就是说，这种普通 RC 充电过程中，一半能量储存在电场中，另一半转化为电阻热；这个比例与电阻大小无关。若采用缓慢改变电源电压等方式充电，能量分配会不同，所以能量题必须先说明充电过程。

- 这个公式和弹簧的弹性势能 $\frac{1}{2}kx^2$ 形式上相似。
- 充放电过程中电场能量和电路中的其他能量相互转化。

四、公式与适用条件

公式使用前检查：

1. 先判断电容器是否与电源相连：相连常保持 U 不变，断开后常保持 Q 不变。

2. 用平行板决定式时，默认板间电场近似匀强，并忽略边缘效应。

3. 充放电图像中，i-t 图线与时间轴围成的面积表示通过的电荷量。

4. 分析能量变化时，要分清电源做功、电场能变化和电阻发热。

公式	物理意义	适用条件
$C=\dfrac{Q}{U}$	电容定义	线性电容器或高中理想电容模型
$C=\dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}$	平行板电容	平行板电容器
$E=\dfrac{U}{d}$	板间场强	匀强电场近似
$E_C=\dfrac{1}{2}CU^2$	电场能量	线性电容器模型

电容器动态题的三步分析清单

电容器动态题先确定约束条件，再写变量变化顺序。比较稳的做法是先写“谁不变”，再写“谁先变”：

1. **先定不变量：**接着电源，通常 U 不变；充电后断开电源，通常 Q 不变。
2. **再看结构量：** S、d、ε_r 的改变先影响 $C=\dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi kd}$。
3. **最后顺着关系推：**用关系式逐步判断：

$$Q=CU,\qquad E=\frac{U}{d},\qquad E=\frac{4\pi kQ}{\varepsilon_r S}\text{（断电的理想平行板）}.$$

如果题目问能量，再根据已知量选择

$$E_C=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}QU=\frac{Q^2}{2C}.$$

接电源时电源会参与能量转化；断开电源并缓慢移动极板、且没有漏电和耗散时，能量主要在电场能和外力做功之间转化；若断电后接入电阻放电，还要计入焦耳热。不同过程不能混在一起。

五、典型模型

模型 1：平行板电容器的动态分析

先说明“不变量”来自哪里：接着电源时，电源把两板间电压维持为 U，所以通常先取 U 不变；充电后断开电源时，极板没有外部通路补充或带走净电荷，所以通常先取 Q 不变。再由 C 的变化推出 Q（或 U）的变化。

三类变化都按同一顺序处理：

$$d,\ S,\ \varepsilon_r \quad \Longrightarrow \quad C \quad \Longrightarrow \quad Q \text{ 或} U \quad \Longrightarrow \quad E.$$

其中插入电介质对应 ε_r 增大，电容增大。

模型 2：电容器与力学综合

平行板电容器先建立电场，带电粒子或带电小球再在这个电场中受力。分析时不要把“电容器怎样决定场”和“物体怎样运动”混写在一个步骤中。

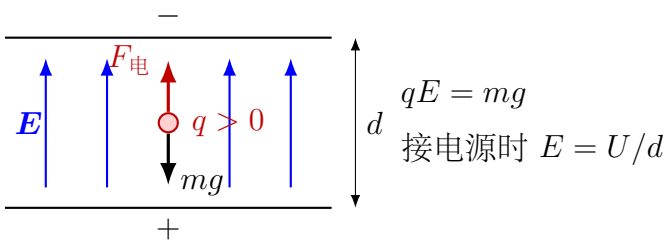


图 161：带电液滴在板间静止：先由电容器求场强，再列受力平衡

建模接口：先由电容器状态确定板间场强，再把它交给力学模型：

$$\text{接电源：}\ E=\frac{U}{d}, \qquad \text{断电源：}\ E=\frac{4\pi kQ_C}{\varepsilon_r S},$$

其中 Q_C 表示电容器单个极板所带电荷量的大小，q 表示研究对象的带符号电荷量。然后用

$$\boldsymbol{F}_{电}=q\boldsymbol{E}, \qquad \sum \boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$$

判断物体的受力和运动。例如图 161 中正电液滴静止时，

$$qE=mg.$$

若电容器接着电源，则平衡条件为 $qU/d=mg$。这一步把问题分成两层：电容器先决定“场从哪里来”，力学规律再决定“物体怎样运动”。

模型 3：电容器的串并联

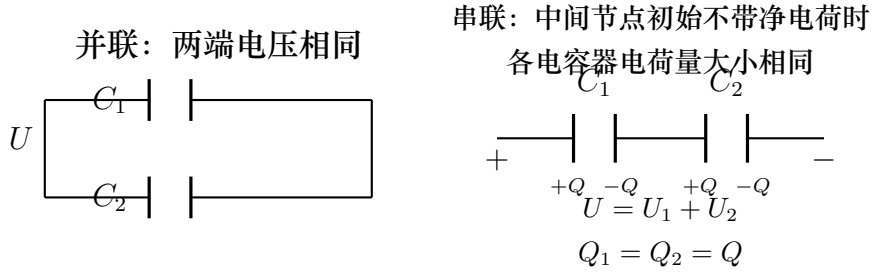


图 162：电容器并联与串联：并联同压，串联同荷

并联推导：并联时两个电容器接在同一对节点上，所以两端电压相同，均为 U。总电荷量等于各电容器所带电荷量之和：

$$Q_{总} = Q_1 + Q_2 = C_1U + C_2U = (C_1 + C_2)U.$$

又因为 $Q_{总} = C_{总}U$，所以

$$\boxed{C_{总} = C_1 + C_2}.$$

串联推导：若串联前中间连接导体不带净电荷，且中间节点没有其他支路，充电过程中该导体的净电荷始终为零，因此相邻两极板出现等量异种电荷。稳定后每个电容器所带电荷量大小相同，记为 Q。总电压等于两个电容器电压之和：

$$U = U_1 + U_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right).$$

又因为 $U = \dfrac{Q}{C_{总}}$，所以

$$\boxed{\frac{1}{C_{总}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}.$$

理解方式：对面积和介质相同的理想平行板电容器，并联可类比为增大正对面积，串联可类比为增大等效板间距。这个类比帮助记忆，普遍计算仍应使用串、并联关系式。

六、例题精讲

例题：电容的计算

题意分析：一个平行板电容器，极板面积 $S = 0.02\ \mathrm{m}^2$，间距 $d = 0.001\ \mathrm{m}$，真空介电常数 $\varepsilon_0 = 1/(4\pi k)$。求电容 C。

物理模型：平行板电容器。

解题过程：

例题：电容的计算（续）

$$C = \frac{S}{4\pi k d} = \frac{0.02}{4 \times 3.14 \times 9 \times 10^9 \times 0.001}$$
$$\approx \frac{0.02}{1.13 \times 10^8} \approx 1.77 \times 10^{-10}\ \text{F} = 177\ \text{pF}$$

方法总结：电容器计算先统一单位：S 用 m^2，d 用 m；结果再换成 pF 或 μF 等常用单位。

例题：电容器的动态分析

题意分析：平行板电容器充电后与电源保持连接。若将两极板间距增大为原来的 2 倍，求 C、Q、E 的变化。

物理模型：接电源，U 不变。

解题过程：

$d' = 2d$，$C \propto \dfrac{1}{d}$，所以 $C' = \dfrac{C}{2}$。

$Q = CU$，U 不变，所以 $Q' = \dfrac{Q}{2}$。

$E = \dfrac{U}{d}$，U 不变、d 加倍，所以 $E' = \dfrac{E}{2}$。

方法总结：动态题第一步先判断是否接电源。接电源时 U 不变，再由 $C \propto \dfrac{1}{d}$ 推出其他量。

例题：电容器与电源断开

题意分析：上题中若充电后断开电源再增大极板间距，结果如何？

物理模型：断电源，Q 不变。

解题过程：

$d' = 2d$，$C' = C/2$（与上题相同）。

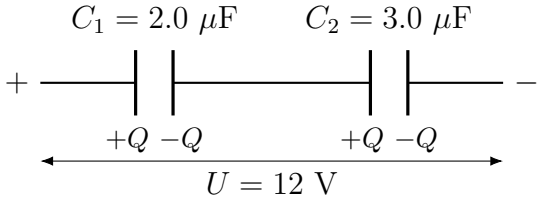
$U = \dfrac{Q}{C}$，Q 不变，C 减半，所以 $U' = 2U$。

$E = \dfrac{U}{d} = \dfrac{4\pi k Q}{\varepsilon_r S}$，在理想平行板模型中与 d 无关，所以 $E' = E$。

方法总结：断电后先固定 Q 不变；在理想平行板且忽略边缘效应时，改变 d 不改变板间中部场强。

例题：串联电容器的电荷量与分压

题意分析：两个初始不带电的电容器 $C_1 = 2.0\ \mu\text{F}$、$C_2 = 3.0\ \mu\text{F}$ 串联后接到 $U = 12\ \text{V}$ 的直流电源两端。求稳定后两电容器的电荷量及各自电压。



例题：串联电容器的电荷量与分压（续）

物理模型：中间节点无其他支路且初始不带净电荷，故串联同荷。

解题过程：

$$C_{总}=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{2.0\times 3.0}{2.0+3.0}\ \mu\text{F}=1.2\ \mu\text{F},$$
$$Q=C_{总}U=1.2\ \mu\text{F}\times 12\ \text{V}=14.4\ \mu\text{C}.$$

于是

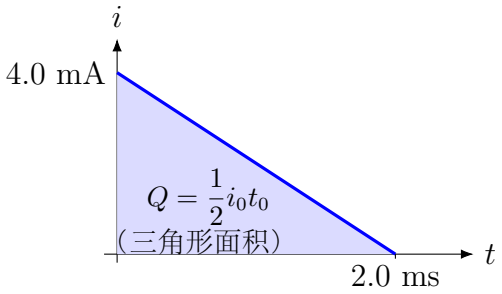
$$U_1=\frac{Q}{C_1}=7.2\ \text{V},\qquad U_2=\frac{Q}{C_2}=4.8\ \text{V}.$$

检验：$U_1+U_2=12\ \text{V}$。

方法总结：串联电容器先求等效电容和公共电荷量，再分别用 $U_i=Q/C_i$ 求分压；电容越小，分得的电压越大。

例题：i-t 面积与电场能

题意分析：一个初始不带电、容量为 $C=2.0\ \mu\text{F}$ 的电容器充电时，电流在 2.0 ms 内由 4.0 mA 线性减小到零。求充入的电荷量、最终电压和电场能。



解题过程：图线下方为三角形，故

$$Q=\frac{1}{2}i_0t_0=\frac{1}{2}\times 4.0\times 10^{-3}\times 2.0\times 10^{-3}=4.0\times 10^{-6}\ \text{C}.$$

$$U=\frac{Q}{C}=\frac{4.0\ \mu\text{C}}{2.0\ \mu\text{F}}=2.0\ \text{V},$$

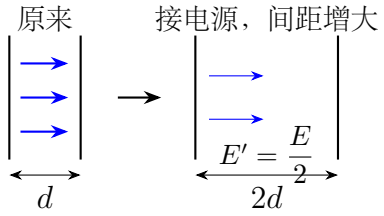
$$E_C=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\times 2.0\times 10^{-6}\times (2.0)^2=4.0\times 10^{-6}\ \text{J}.$$

方法总结：先用 i-t 图像面积求电荷量，再由 $Q=CU$ 和能量公式继续计算；横、纵坐标的毫秒和毫安必须先换成国际单位。

七、变式训练

1. 空气平行板电容器（空气近似按真空处理）$S=0.01\ \text{m}^2$，$d=2\ \text{mm}$，接入 $U=100\ \text{V}$ 的电源。求电容 C、电荷量 Q 和板间场强 E。

2. 上题中若将极板间距增大到 4 mm（电源仍接通），求 C、Q、E 的变化。



3. 电容器充电后断开电源，将极板正对面积减为一半，问 C、U、E 如何变化？

4. 平行板电容器充电后断开电源，保持 S、d 不变，在两板间插入相对介电常数 $\varepsilon_r = 4$ 的电介质。判断 C、U、E 如何变化。

5. 两个初始不带电的电容器 $C_1 = 3.0\ \mu\text{F}$、$C_2 = 6.0\ \mu\text{F}$ 串联后接在 18 V 电源两端。求稳定后的公共电荷量以及 U_1、U_2。

6. 一个 $C = 3.0\ \mu\text{F}$ 的电容器从不带电状态开始充电，电流在 4.0 ms 内由 6.0 mA 线性减小到零。求最终电荷量、电压和电场能。

变式训练参考结果

1. 近似按真空（空气）电容器计算：$C = \varepsilon_0 S/d \approx 4.43 \times 10^{-11}$ F，$Q = CU \approx 4.43 \times 10^{-9}$ C，$E = U/d = 5.0 \times 10^{4}$ V/m。
2. 电源仍接通，U 不变。板间距加倍后，C、Q、E 均变为原来的一半。
3. 断开电源后 Q 不变。正对面积减半时，C 减半，U 加倍，E 加倍。
4. 插入电介质后 $C' = 4C$；因 Q 不变，故 $U' = U/4$、$E' = E/4$。
5. $C_{总} = 2.0\ \mu\text{F}$，公共电荷量 $Q = C_{总}U = 36\ \mu\text{C}$；$U_1 = 12$ V，$U_2 = 6.0$ V。
6. $Q = \frac{1}{2} i_0 t_0 = 12\ \mu\text{C}$，$U = Q/C = 4.0$ V，$E_C = \frac{1}{2}CU^2 = 24\ \mu\text{J}$。

八、竞赛入门补充

拓展提升

电容器的能量与电场力的功

电容器储存的能量 $E_C = \dfrac{1}{2}CU^2$。如果电容器极板在力的作用下移动，要先判断电容器是否仍接电源。下面只讨论**电容器已与电源断开、极板电荷量 Q 不变、无漏电且极板缓慢移动**的情形。此时动能变化可以忽略，电场力做功

$$W_{\text{电场}} = -\Delta E_C,$$

拓展提升（续）

外力缓慢拉开极板时做功

$$W_{外} = \Delta E_C.$$

若电容器仍接恒压电源，电源会交换能量，不能直接使用上述等式。

例题：平行板电容器充电后（Q 不变），极板间的作用力 F 是多少?

解：考虑极板距离增大一小段 Δd，电场能量变化 $\Delta E_C = \dfrac{Q^2}{2C'} - \dfrac{Q^2}{2C}$。由 $C = \dfrac{\varepsilon_r S}{4\pi k d}$ 可得

$$E_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{2\pi k Q^2 d}{\varepsilon_r S}$$

因此电场力沿“使 d 减小”的方向，吸引力大小为：

$$F_{引} = \left|\frac{dE_C}{dd}\right| = \frac{2\pi k Q^2}{\varepsilon_r S}$$

在理想平行板、Q 不变且忽略边缘效应时，极板间为引力，大小与 d 无关。

竞赛提示：处理电容器极板受力问题时，用虚功原理（能量法）比直接用 $F = QE$ 更可靠——因为某一极板受力只来自另一极板产生的电场，不能把两板间的合场强直接代入。

九、易错点

易错清单

1. **电容 C 由 Q、U 决定还是由电容器本身决定**：先区分量度式和决定式。$C = \dfrac{Q}{U}$ 用来量度电容，结构确定时 C 由极板面积、间距和介质决定。

2. **动态分析中分不清 U 不变还是 Q 不变**：第一步先看电容器是否仍接电源：理想电源保持接通且电压恒定时 U 不变；充电后与电源断开、又没有漏电或外接导通回路时，极板所带电荷量 Q 才近似不变。

3. **误以为 $E = \dfrac{U}{d}$ 在所有情况下都与 d 有关**：对充电后断开电源、漏电可忽略的理想平行板电容器，若只改变板间距而保持极板电荷量 Q 不变，则 E 与 d 无关——因为 U 和 d 成比例变化抵消了。

4. **单位换算错误**：$1\ \mu\mathrm{F} = 10^{-6}\ \mathrm{F}$，$1\ \mathrm{pF} = 10^{-12}\ \mathrm{F}$。计算前先统一单位。

5. **忽略介电常数 ε_r**：插入电介质（$\varepsilon_r > 1$）会使电容增大。真空或空气中 $\varepsilon_r \approx 1$。

6. **插入介质后忘记不变量**：先写 C 变大，再按接电源或断电源判断 U、Q、E 如何连锁变化。

易错清单（续）

7. **把电容器能量变化直接等同于电源做功**：先说明充电或极板移动的具体过程。恒压电源经电阻充电时，电源做功为 CU^2，最终电场能只有 $\frac{1}{2}CU^2$；极板运动时还要判断电源是否参与。

十、今日小结

1. 电容 $C=\dfrac{Q}{U}$，平行板电容器 $C\propto\dfrac{S}{d}$，与介质有关。
2. 接电源 $\to U$ 不变；断电源 $\to Q$ 不变。
3. 插入电介质使 ε_r 增大，从而使 C 增大；再按不变量判断 Q、U、E。
4. 理想平行板电容器断电后 Q 不变；忽略边缘效应时，板间中部场强 E 与 d 无关。
5. 电容器储存电场能量 $E_C=\dfrac{1}{2}CU^2$。
6. i-t 图像的有向面积表示电荷量变化；能量可由 U-Q 图像面积理解。
7. 电容器并联同压；在中间节点初始不带净电荷且无其他支路时，串联电容器同荷。

一分钟复盘：做电容器动态题前，先写下“不变量”：接电源看 U，断电源看 Q。再画一条变量链：板距或面积变化 $\to C$ 变化 $\to Q/U$ 变化 $\to E$ 与能量变化；每一步都标出使用的公式。

Day 19：恒定电流与基本电路

本节导读

前面几节从静电场、电势差和电容器认识了“电荷如何受力、如何储能”。本节转向持续流动的电荷：从电荷的定向移动理解电流、电阻、欧姆定律，再到串联和并联电路的分析方法。这样，电势差不再只是两点能量差，也成为推动电荷在闭合电路中持续流动的原因。

本节读题路线：先标出等势节点，再把能直接化简的部分化成串并联结构；随后判断各支路电流和各元件电压怎样分配。功率题先明确是某个元件的端口功率，还是纯电阻发热功率。遇到复杂网络或非线性元件，先写节点电流、回路电压或读伏安图像，再判断 $R=U/I$ 是否能作为常量使用。

一、学习目标

1. 能用电荷定向移动解释电流 $I=\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ 和 $I=n|q|Sv_{\mathrm{d}}$，并使用 $R=\dfrac{U}{I}$、$I=\dfrac{U}{R}$。
2. 能用电阻定律 $R=\rho\dfrac{l}{S}$ 判断材料、长度和横截面积对电阻的影响。
3. 会分析串联和并联电路中 I、U、R 的分配关系。
4. 能用电功 $W=IUt$ 和电功率 $P=IU$ 描述电能转化及其快慢。
5. 能先识别串并联结构，再进行电路化简计算。
6. 能从伏安特性图判断二极管等非线性元件不能直接套用欧姆定律。
7. 能说明热敏、光敏等传感器如何通过电阻变化输出电压信号。

二、初高中衔接

初中已经学过这些基本知识——电流、电压、电阻、欧姆定律、串联并联。高中在以下方面深化：

1. **电流的微观解释：** $I = n|q|Sv_{\mathrm{d}}$（n 为载流子浓度，$|q|$ 为单个载流子的电荷量大小，v_{d} 为定向移动速率）。
2. **电阻定律：** $R = \rho\dfrac{l}{S}$——电阻与材料、长度、横截面积的定量关系。
3. **电功率的精确理解：**计算某个元件的端口功率时用 $P = UI$；在纯电阻元件中，还可写成 $P = I^2R$ 或 $P = \dfrac{U^2}{R}$。
4. **电路化简和复杂计算：**多电阻串并联的等效电阻计算。

科学发展视角：真实电子设备从金属导线发展到半导体芯片，但基本电路思想仍然重要。传感器把温度、光照、压力等物理量转化为电信号，后续电路再进行放大、计算和控制。本节的串并联、功率和非纯电阻电路，是理解现代电子系统的入口。

三、核心概念

要点：电流与电阻

电流：单位时间内通过导体横截面的电荷量。

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

单位：安培（A）。方向：正电荷定向移动的方向（与电子移动方向相反）。

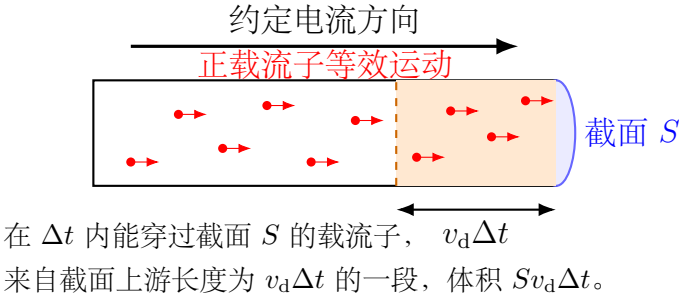


图 163：电流的微观模型：载流子定向移动形成电流

若单个载流子的电荷量大小为 $|q|$、数密度为 n、导体横截面积为 S、定向移动速率为 v_{d}，则可从“单位时间内穿过截面的载流子数”推出电流大小的微观表达式。下标 d 表示漂移（定向移动），用来区别电子远大于它的无规则热运动速率。

推导：在很短时间 Δt 内，能穿过截面 S 的载流子，来自截面上游长度为 $v_{\mathrm{d}}\Delta t$ 的一段导体。这个小柱体体积为

$$V = Sv_{\mathrm{d}}\Delta t.$$

其中载流子个数为

$$N = nV = nSv_{\mathrm{d}}\Delta t.$$

要点：电流与电阻（续）

这些载流子携带的电荷量为

$$\Delta Q = N|q| = n|q|Sv_{\mathrm{d}}\Delta t.$$

代入电流定义 $I = \dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$，得到

$$\boxed{I = n|q|Sv_{\mathrm{d}}}.$$

图中采用正载流子等效示意；在金属导体中，电子实际定向移动方向与约定电流方向相反。这个公式说明电流大小不仅与载流子运动快慢有关，也与载流子多少和导体粗细有关。

欧姆定律：

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$

- 适用条件：线性导体，且温度等条件基本不变。
- 不适用于二极管、气体放电管等明显非线性元件；灯丝电阻随温度变化，严格说也不是恒定电阻。
- 对给定导体，在温度、形状和材料状态基本不变时，R 是导体本身的性质，与外加 U、通过的 I 无关。

实验事实与微观理解：实验表明，对同一段金属导体，在温度等状态基本不变、外加电压处于一定范围内时，电流与电压成正比：

$$I \propto U.$$

把比例系数写成 $\dfrac{1}{R}$，就得到 $I = \dfrac{U}{R}$。从微观上看，同一段导体中平均场强约为 $E = U/l$，温度基本不变时漂移速率 v_{d} 与 E 近似成正比，因而 $I = n|q|Sv_{\mathrm{d}}$ 随 U 成正比。这一微观图景解释了实验规律，但欧姆定律本身仍是有适用条件的实验定律，不是电阻的定义。

电阻定律：

$$\boxed{R = \rho\frac{l}{S}}$$

- ρ：电阻率（$\Omega\cdot\mathrm{m}$），与材料和温度等状态有关。
- 金属的电阻率随温度升高而增大。
- 超导现象：某些材料温度低于临界温度时，直流电阻可降为零。

实验规律与直观理解：控制材料、温度和横截面积相同，实验得到 $R \propto l$；控制材料、温度和长度相同，实验得到 $R \propto \dfrac{1}{S}$。导体越长，载流子在定向移动中受到阻碍的路程越长；横截面积越大，可同时参与导电的载流子越多。这些图景帮助理解变化方向，但不能代替控制变量实验。把材料和温度的影响归入电阻率 ρ，得到

$$R = \rho\frac{l}{S}.$$

要点：串联与并联电路

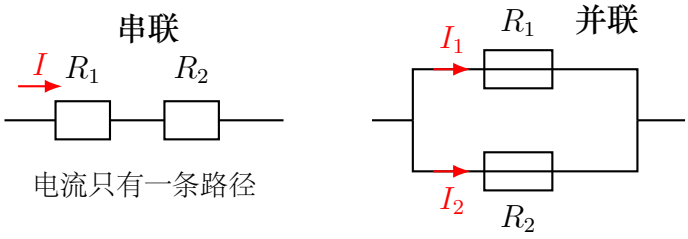


图 164：串联（左）和并联（右）电路对比

串联电路：

- 电流处处相等：$I = I_1 = I_2$。
- 总电压等于各分电压之和：$U = U_1 + U_2$。
- 总电阻：$R = R_1 + R_2$。
- 电压分配：$\dfrac{U_1}{U_2} = \dfrac{R_1}{R_2}$（串联分压）。

并联电路：

- 各支路电压相等：$U = U_1 = U_2$。
- 总电流等于各支路电流之和：$I = I_1 + I_2$。
- 总电阻：$\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$。
- 电流分配：$\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{R_2}{R_1}$（并联分流）。

要点：节点与回路：电路方程的守恒思想

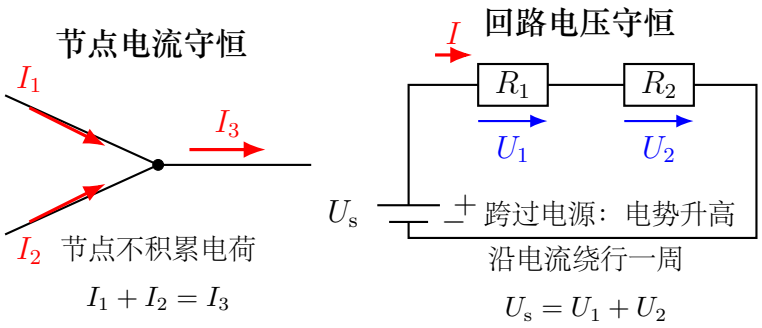


图 165：节点电流守恒与回路电压守恒

串联、并联公式不是孤立结论，它们背后分别对应两条守恒思想。

节点电流守恒：稳恒电路中，导线交汇处不能持续积累电荷。若某节点有若干电流流

要点：节点与回路：电路方程的守恒思想（续）

入、若干电流流出，则

$$\sum I_{\text{入}} = \sum I_{\text{出}}.$$

并联电路中“干路电流等于各支路电流之和”，对应节点处的电荷守恒。

回路电压守恒：一个电荷沿闭合回路走一圈又回到出发点，电势的总变化为零。图中暂用 U_{s} 表示理想电源提供的电压；沿约定绕行方向跨过电源时电势升高，沿电流方向通过电阻时电势降低，因此闭合回路中

$$\sum U_{\text{升}} = \sum U_{\text{降}}.$$

图示简单回路满足 $U_{\text{s}} = U_1 + U_2$。串联电路中“总电压等于各分电压之和”，对应回路中的能量守恒。实际电源内部的电势变化和电动势将在下一节专门讨论。

学习要求：高中阶段遇到能直接化简的串并联电路，优先用串并联关系；遇到分叉较多、难以直接化简的电路，可以先标出节点和回路，再用“电流守恒、能量守恒”的思想建立方程。

要点：电功与电功率

电功：电荷量 q 通过电势差为 U 的元件时，电场力做功 $W = qU$。恒定电流满足 $q = It$，所以

$$W = qU = UIt.$$

这说明电功的表达式来自“每单位电荷转化的能量”与“通过元件的电荷量”的乘积。电功率为

$$P = \frac{W}{t} = UI.$$

焦耳定律（电热）：

$$Q = I^2Rt$$

焦耳定律的来源：对纯电阻，电功全部转化为内能；当导体满足欧姆定律时，$U = IR$，所以发热功率

$$P_{\text{热}} = UI = I^2R.$$

若所研究时段内 I、R 保持不变，经过时间 t 产生的热量为

$$Q = P_{\text{热}}t = I^2Rt.$$

在非纯电阻用电器中，若其线圈或内部电阻可看作恒定，I^2Rt 仍表示这部分产生的电热，但 UIt 还包含转化为机械能、化学能等其他形式的能量。

电功率：

$$\boxed{P = IU}$$

- 纯电阻电路（如定值电阻、电炉丝；白炽灯丝只在温度近似稳定的小范围内可近似处理）：$P = IU = I^2R = \dfrac{U^2}{R}$。

要点：电功与电功率（续）

- 在只考虑线圈电阻发热的理想化电动机模型中：输入电功率 $P_{入}=IU$，线圈发热功率 $P_{热}=I^2R$，差值 $P_{转}=UI-I^2R$ 是电磁转换功率。还要忽略铁损、摩擦和风阻等损耗，才能把它等同于轴上的输出机械功率。

四、公式与适用条件

列式前检查：

1. 先画清电流方向和节点，判断元件是串联、并联还是混联。
2. 使用 $I=U/R$ 前，确认研究对象的端口伏安关系在当前条件下是线性的；“是否满足欧姆定律”和“电能是否全部转化为内能”是两个不同问题。
3. 非纯电阻用电器中，$P=UI$ 是输入功率，I^2R 只是可等效为电阻的部分所产生的热功率。
4. 电阻定律中的 ρ、l、S 描述材料和几何，不代表电路连接关系。

公式	物理意义	适用条件
$I=\dfrac{U}{R}$	欧姆定律	温度等状态不变的线性导体
$R=\rho\dfrac{l}{S}$	电阻定律	材料、粗细均匀，温度等状态不变
$W=UIt$	电功	恒定电流，取元件两端电压和通过电流
$P=IU$	电功率	元件端口功率，取元件两端电压和通过电流
$Q=I^2Rt$	焦耳定律	所研究时段内 I、R 不变
串：$R=R_1+R_2$	串联总电阻	串联
并：$\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}$	并联总电阻	并联
$\sum I_{入}=\sum I_{出}$	节点电流关系	稳恒电路
$\sum U_{升}=\sum U_{降}$	回路电压关系	闭合回路

电路题的对象分析清单

电路题中的 U、I、R、P 都必须带着“对象”使用。列式前先在图上或草稿中写清：

1. **整段电路**：用 $U_{总}$、$I_{总}$、$R_{总}$，适合先求等效电阻和干路电流。
2. **某个支路**：并联支路常共用同一个电压，但支路电流不同；不要把干路电流直接代入支路电阻。
3. **某个元件**：$P=UI$ 中的 U、I 必须是同一个元件两端的电压和通过它的电流。

电路题的对象分析清单（续）

如果对象是电动机、二极管、传感器等元件，先判断整个元件的端口伏安关系能否近似看成线性；不能确认时，优先使用题目给出的伏安关系或图像关系。电动机线圈的电阻 R 可用于计算 I^2R 发热，但不能据此把整个电动机写成 $U=IR$。

五、典型模型

模型 1：微观电流与材料电阻

微观电流例：某金属中自由电子数密度 $n=8.5\times10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$，导线横截面积 $S=1.0\times10^{-6}\ \mathrm{m^2}$，电子定向移动速率大小 $v_\mathrm{d}=1.0\times10^{-4}\ \mathrm{m/s}$。取 $e=1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$，电流大小为

$$I=neSv_\mathrm{d}=8.5\times10^{28}\times1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{-6}\times1.0\times10^{-4}=1.36\ \mathrm{A}.$$

关键辨析：式中的 v_d 是电子定向移动速率的大小；约定电流方向与电子定向移动方向相反。

电阻变化例：同种材料、温度不变时，把均匀导线长度变为原来的 2 倍、直径变为原来的 $\dfrac{1}{2}$。横截面积变为原来的 $\dfrac{1}{4}$，所以

$$\frac{R'}{R}=\frac{l'}{l}\frac{S}{S'}=2\times4=8.$$

关键步骤：题目改变的是直径时，要先由 $S\propto d^2$ 判断横截面积怎样变化。

模型 2：串联分压 / 并联分流

串分压：电压与电阻成正比，大电阻分大电压。并分流：电流与电阻成反比，大电阻分小电流。

串联例：$R_1=4\ \Omega$、$R_2=8\ \Omega$ 串联接在 12 V 电源两端，求两电阻分得的电压。

解：串联电路电流相同，电压按电阻成正比分配：

$$U_1:U_2=R_1:R_2=4:8=1:2.$$

总电压为 12 V，所以

$$U_1=4\ \mathrm{V},\qquad U_2=8\ \mathrm{V}.$$

并联例：若把同样的两个电阻并联接在 12 V 电源两端，则

$$I_1=\frac{12}{4}=3.0\ \mathrm{A},\qquad I_2=\frac{12}{8}=1.5\ \mathrm{A},$$

所以 $I_1:I_2=2:1=R_2:R_1$，干路电流 $I=I_1+I_2=4.5\ \mathrm{A}$。

提醒：串联分压不是“平均分压”，而是按电阻比例分；并联分流也不是平均分流，而是按电阻的反比分配。

模型 3：电路化简与守恒校验

找等电位点 → 判断串并联关系 → 逐级求等效电阻。

化简分析清单：

1. 先把导线直接相连的点标成同一个节点，同一节点上的点电势相同。
2. 再找“只首尾相接、无分叉”的串联部分，和“接在同两个节点之间”的并联部分。
3. 求出等效电阻后，从总电流或总电压开始，按原电路结构逐级反推各元件的 I、U、P。

守恒关系微例：某节点有 $I_1 = 1.2$ A、$I_2 = 0.8$ A 流入，只有 I_3 流出，则由电荷守恒

$$I_3 = I_1 + I_2 = 2.0 \text{ A}.$$

在另一简单回路中，理想电源电压 $U_\text{s} = 12$ V，$R_1 = 2\ \Omega$、$R_2 = 4\ \Omega$ 串联，则

$$I = \frac{U_\text{s}}{R_1 + R_2} = 2.0 \text{ A}, \qquad U_1 + U_2 = 4 + 8 = 12 \text{ V} = U_\text{s}.$$

节点关系检查电流是否守恒，回路关系检查电势变化是否闭合；它们不仅用于列方程，也可用于复核串并联计算。

模型 4：非纯电阻电路

在只考虑线圈电阻发热的理想化电动机模型中，$P_\text{电} = UI$，$P_\text{热} = I^2R$，电磁转换功率 $P_\text{转} = UI - I^2R$。只有题目说明忽略铁损、摩擦、风阻等其他损耗时，才可取 $P_\text{出} = P_\text{转}$。

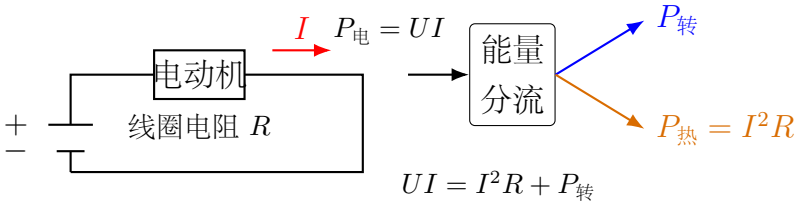


图 166：非纯电阻电路模型：输入电功率分成发热功率和电磁转换功率

关键判断：电动机、电解槽、正在充电的电池都不是纯电阻元件。它们消耗的总电功率是 UI，其中只有 I^2R 是线圈或内部电阻发热，不能用 U^2/R 计算总功率。

模型 5：伏安特性曲线与二极管

欧姆定律适用于线性导体，特征是 I-U 图像近似为过原点的直线。二极管是典型的非线性元件，具有明显的**单向导电性**：正向电压达到一定程度后，电流迅速增大；反向接法时，在高中常见范围内电流很小。

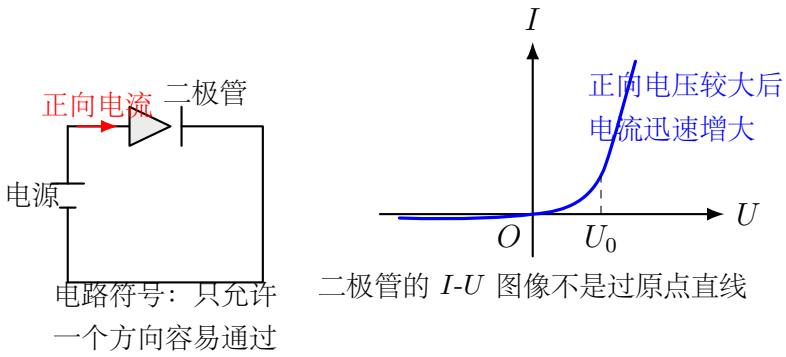


图 167：二极管的伏安特性：非线性、单向导电，不能直接用 $R = U/I$ 当作恒定电阻

学习边界：高中阶段不要求解释半导体内部的能带结构，但要会从伏安特性曲线判断元件是否满足欧姆定律。先看图线是否过原点且近似直线；若不是，或电阻随电压、电流明显变化，就不能把它当成恒定电阻处理。

模型 6：传感器的分压读数

许多传感器不是直接“显示温度或光强”，而是先让某个电学量随外界条件改变。例如热敏电阻、光敏电阻和应变片的电阻会随温度、光照或形变变化。把它们接入分压电路，就能把物理量变化转化为输出电压变化。

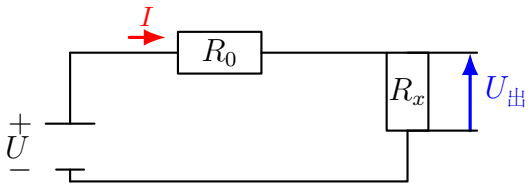


图 168：传感器分压模型：外界物理量改变 R_x，电路把变化转化为输出电压

若输出电压取在传感器 R_x 两端，则

$$U_{出} = U\frac{R_x}{R_0 + R_x}.$$

因此 R_x 增大时，$U_{出}$ 增大；R_x 减小时，$U_{出}$ 减小。若输出电压取在固定电阻 R_0 两端，变化方向则相反。

学习边界：本节先把传感器看成“可变电阻 + 分压电路”，重点判断外界量变化会让 R_x 增大还是减小，再判断输出电压如何变化。真实传感器还需要标定、放大和数据处理，这些会在实验与科学探究中继续出现。

六、例题精讲

例题：串并联电路的计算

题意分析： $R_1 = 6\ \Omega$，$R_2 = 12\ \Omega$ 并联后与 $R_3 = 4\ \Omega$ 串联，接在 $U = 12\ \text{V}$ 的电源上。求：

1. 电路总电阻。
2. 干路电流。
3. R_1、R_2、R_3 各自的电压和电流。

物理模型：混联电路。

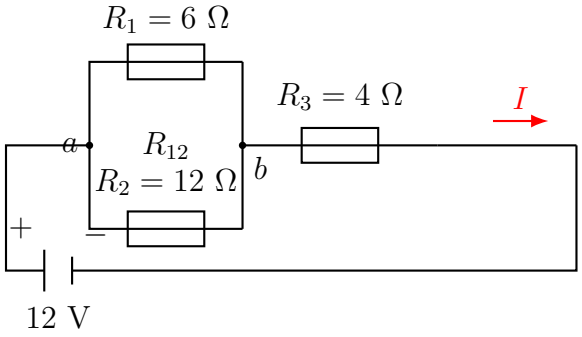


图 169：混联电路：先合并并联部分，再与 R_3 串联

解题过程：

1. $R_{12} = \dfrac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \dfrac{6 \times 12}{6 + 12} = 4\ \Omega$
   $R_{总} = R_{12} + R_3 = 4 + 4 = 8\ \Omega$
2. $I_{总} = \dfrac{U}{R_{总}} = \dfrac{12}{8} = 1.5\ \text{A}$
3. $U_3 = I_{总} R_3 = 1.5 \times 4 = 6\ \text{V}$
   $U_{12} = U - U_3 = 12 - 6 = 6\ \text{V}$（并联部分电压）
   $I_1 = \dfrac{U_{12}}{R_1} = \dfrac{6}{6} = 1\ \text{A}$，$I_2 = \dfrac{U_{12}}{R_2} = \dfrac{6}{12} = 0.5\ \text{A}$

方法总结：混联电路的解题顺序：先合并并联部分 → 求总电阻 → 求总电流 → 逐级反推各支路。

例题：电功率计算

题意分析：标有“220 V、100 W”的灯泡：

1. 正常发光时电流和电阻是多少？
2. 接在 110 V 电源上时实际功率是多少？（假设电阻不变）

物理模型：纯电阻电路。

解题过程：

1. $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{100}{220} \approx 0.455\ \text{A}$

   $R = \dfrac{U^2}{P} = \dfrac{220^2}{100} = 484\ \Omega$

2. $P_{\text{实}} = \dfrac{U_{\text{实}}^2}{R} = \dfrac{110^2}{484} = \dfrac{12100}{484} = 25\ \text{W}$

方法总结：功率题先看题目是否允许电阻不变；若说明“假设电阻不变”，可用同一个 R，实际灯丝则会随温度变化。

例题：非纯电阻电路

题意分析：一台电动机的线圈电阻 $R = 1\ \Omega$，接在 $U = 220\ \text{V}$ 电源上工作时电流 $I = 10\ \text{A}$。求：

1. 输入电功率。
2. 发热功率。
3. 电磁转换功率和效率。（忽略铁损、摩擦、风阻等其他损耗。）

物理模型：非纯电阻电路，$P = UI \neq I^2R$。

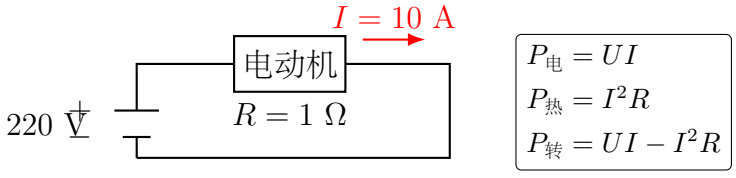


图 170：非纯电阻例题图：电动机输入功率不等于线圈发热功率

解题过程：

1. $P_{\text{电}} = UI = 220 \times 10 = 2200\ \text{W}$
2. $P_{\text{热}} = I^2R = 10^2 \times 1 = 100\ \text{W}$

例题：非纯电阻电路（续）

3. $P_{转}=P_{电}-P_{热}=2200-100=2100$ W。题设忽略其他损耗，故输出机械功率也为 2100 W。

   因此 $P_{出}=P_{转}=2100$ W，效率

$$\eta=\frac{P_{出}}{P_{电}}=\frac{2100}{2200}\approx 95.5\%.$$

方法总结：非纯电阻题先分清输入功率、发热功率和电磁转换功率：输入功率用 $P=UI$，线圈发热功率用 $P=I^2R$；是否能把差值当作轴输出，还要看题目是否忽略铁损和机械损耗。

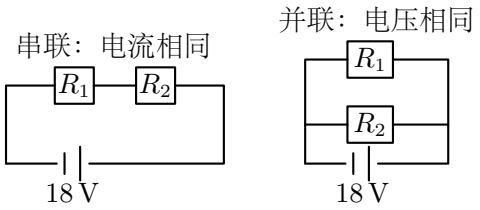
七、变式训练

1. 某金属导线中自由电子数密度 $n=5.0\times10^{28}\ \mathrm{m^{-3}}$，横截面积 $S=2.0\times10^{-6}\ \mathrm{m^2}$，电子定向移动速率大小 $v_{\mathrm{d}}=1.25\times10^{-4}\ \mathrm{m/s}$。取 $e=1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$，求电流大小，并说明电子定向移动方向与约定电流方向的关系。

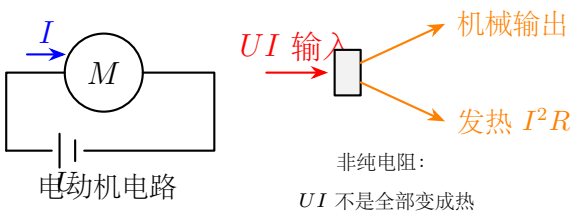
2. 同种材料、温度不变时，一段均匀导线的长度变为原来的 3 倍、直径变为原来的 $\frac{1}{2}$，电阻变为原来的多少倍?

3. $R_1=3\ \Omega$、$R_2=6\ \Omega$ 串联后接在 $U=18$ V 的电源上，求总电阻、电流和 R_1、R_2 两端的电压。

4. 将上题改为并联，求总电阻和干路电流。



5. 一台电动机线圈电阻 $R=2\ \Omega$，工作电压 $U=110$ V，电流 $I=20$ A。若忽略铁损、摩擦和风阻等其他损耗，求输入功率、线圈发热功率、输出机械功率和效率。



6. 某元件的 I-U 图像不是过原点直线，能否把 $R=U/I$ 当作该元件的恒定电阻？为什么？

7. 某传感器接成分压电路，输出电压取在传感器两端。若外界条件使传感器电阻增大，输出电压怎样变化？

8. 某节点有 0.6 A、0.9 A 两股电流流入，有 0.4 A 和 I_x 两股电流流出，求 I_x。另有一简单闭合回路，理想电源电压为 9 V，两个电阻的电压降分别为 3 V 和 U_2，求 U_2。

变式训练参考结果

1. $I=neSv_{\mathrm{d}}=2.0$ A；电子定向移动方向与约定电流方向相反。
2. 横截面积变为原来的 1/4，所以 $R'/R=(l'/l)(S/S')=3\times4=12$。
3. $R_{总}=9\ \Omega$，$I=2.0$ A，$U_1=6$ V，$U_2=12$ V。
4. $R_{总}=R_1R_2/(R_1+R_2)=2.0\ \Omega$，干路电流 $I=9.0$ A。
5. 输入功率 $P_{入}=UI=2.20\times10^3$ W，发热功率 $P_{热}=I^2R=800$ W；由题设忽略其他损耗，输出机械功率为 1.40×10^3 W，效率约为 63.6%。
6. 不能。$R=U/I$ 只能表示该工作点的电阻值；图线不是过原点直线，说明 U/I 随工作状态变化，元件不是定值电阻。
7. 设与传感器串联的定值电阻为 R_0，则 $U_{出}=UR_{传}/(R_0+R_{传})$，所以传感器电阻增大时输出电压增大。
8. 节点电流守恒给出 $0.6+0.9=0.4+I_x$，故 $I_x=1.1$ A；回路电压守恒给出 $9=3+U_2$，故 $U_2=6$ V。

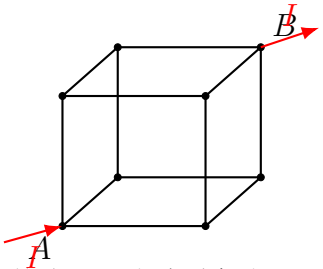
八、竞赛入门补充

拓展提升

电路的化简方法——对称法

如果电路具有对称性，可以利用对称性简化计算。

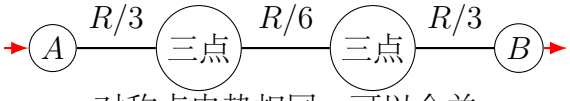
例题：一个正方体框架每条棱的电阻为 R，求体对角线两个顶点间的等效电阻。



每条棱电阻均为 R，求体对角线 AB 间等效电阻

拓展提升（续）

图 171：正方体电阻网络：从体对角线两端接入电流



对称点电势相同，可以合并

三段串联：$R_{总}=\dfrac{R}{3}+\dfrac{R}{6}+\dfrac{R}{3}$

图 172：正方体电阻网络的对称化简：同层等电位点可以合并

解：设电流从体对角线一端 A 流入，从另一端 B 流出。与 A 相邻的三个顶点等电位，可合并为一组；与 B 相邻的三个顶点也等电位，可合并为一组。于是电路化为三段串联：

$$R_{总}=\frac{R}{3}+\frac{R}{6}+\frac{R}{3}=\frac{5}{6}R$$

竞赛提示：遇到复杂网络电阻问题，先观察几何结构和接入端是否共同保持某种对称性。由对称性可知，同一层的对应顶点电势相同、对应支路电流相等。用理想导线连接这些等势点时，连接线上没有电流，原电路各支路的电流分布不变，因此可以把等势点合并后再化简。不能只因图形外观对称就合并节点，还要检查电源或电流的接入方式是否保留了这种对称性。

九、易错点

易错清单

1. **混联电路中串并联关系判断错：**先标节点和等电位点，再判断连接关系。两个元件首尾相接且中间节点没有其他支路时，它们串联；两个元件分别接在同一对节点之间时，它们并联。不能只凭图形横着画还是竖着画来判断。

2. **把“是否线性”和“是否纯电阻”混为一谈：**判断能否用 $I=U/R$，要看元件在当前条件下是否满足欧姆定律；判断电能是否全部转化为内能，才看它是否为纯电阻。满足欧姆定律的纯电阻可用 $P=UI=I^2R=U^2/R$，电动机输入功率用 $P=UI$。

3. **并联等效电阻算得过大：**化简后先把结果与每个分电阻比较；只要各支路都是正电阻，就必须有 $R_{总}<R_{\min}$。n 个相同电阻 R 并联时，再用 $R_{总}=R/n$ 作快速复核。

4. **串联分压时把电压和电流混淆：**先在各元件旁标同一个电流 I，再写 $U_i=IR_i$；因此大电阻分得大电压，而不是大电流。若题图出现分叉，则先别套这一结论，要重新判断是否仍为串联。

易错清单（续）

5. **误以为焦耳定律 $Q=I^2Rt$ 只适用于纯电阻电路**：当 I、R 在所研究时段内不变时，它可用于计算任何电阻性部分产生的电热；但在非纯电阻用电器中，消耗的电能不全变成热，通常 $Q\neq IUt$。若 I 或 R 随时间变化，则要分段求和，不能直接使用一个不变的 I^2R 乘总时间。

6. **把二极管当普通电阻**：二极管的伏安特性是非线性的，且正反向性质不同，不能直接套串并联电阻公式。

7. **传感器题不看输出端接在哪里**：先圈出输出电压取在哪两个点之间；输出取在可变电阻两端或固定电阻两端，变化方向可能相反。

8. **复杂电路只凭直觉猜串并联**：分叉较多时先标节点，再用节点电流守恒和回路电压关系检查，最后再决定能否化简。

十、今日小结

1. 电流的微观表达式 $I=n|q|Sv_{\mathrm{d}}$；约定电流方向与金属中电子定向移动方向相反。
2. 欧姆定律 $I=\dfrac{U}{R}$ 是有条件的实验定律；均匀导体的电阻定律为 $R=\rho\dfrac{l}{S}$。
3. 串联：I 相等，U 分压，$R=R_1+R_2$。
4. 并联：U 相等，I 分流，$\dfrac{1}{R}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}$。
5. 节点电流守恒来自电荷守恒，回路电压守恒来自能量守恒。
6. 由 $W=qU$、$q=It$ 得 $W=UIt$ 和 $P=UI$；I、R 不变时，焦耳定律为 $Q=I^2Rt$。
7. 非纯电阻电路中 $P_{\text{电}}=UI$，$P_{\text{热}}=I^2R$，两者不等。
8. 二极管等非线性元件的伏安特性不是直线，不能当作恒定电阻处理。
9. 热敏、光敏等传感器常可看成可变电阻，借助分压电路把物理量变化转化为电压信号。

一分钟复盘：任取一个电路，先用同色标出等势节点，再化简串并联关系；接着在每个元件旁标 I、U、P。若电路不能直接化简，就写一条节点电流关系和一条回路电压关系；遇到电动机、二极管或传感器，先分别判断其端口伏安关系是否近似线性、输入电能转化成了哪些形式。

Day 20：闭合电路欧姆定律与实验电路

本节导读

前面电路章节中，通常默认电源是理想的（电压恒定）。实际上电源有内阻，电动势和路端电压并不相等。本节学习闭合电路欧姆定律、路端电压随负载的变化、电源输出功率的特性，以及测量电源电动势和内阻的实验方法。

本节读题路线：先把电源等效成电动势 E 与内阻 r 串联，再区分路端电压、内电压和外电阻上的电压。动态电路题按“外电阻变化 $\rightarrow$ 总电流变化 $\rightarrow$ 内电压变化 $\rightarrow$ 路端电压变化”的顺序推，避免跳过中间量直接判断结论。

符号提醒：本节通常用大写 R 表示外电阻或负载电阻，小写 r 表示电源内阻；比较输出功率时的条件 $R=r$ 指的是“外电阻等于内阻”，不是同一个电阻。

一、学习目标

1. 能说出电源电动势 E 和内阻 r 分别描述什么。
2. 能从电源内外电压分配推出闭合电路欧姆定律 $I=\dfrac{E}{R+r}$。
3. 能用 $U=E-Ir$ 分析路端电压随外电阻变化的过程。
4. 能说明纯电阻负载下，电源输出功率 $P_{出}=I^2R$ 在 $R=r$ 时最大。
5. 能从 U-I 图像的截距和斜率说明伏安法测 E 和 r 的原理。

二、闭合电路的物理图景

初中物理中，电源常被近似看成恒定电压源（如“一节干电池 1.5 V”）。高中要进一步区分电动势和路端电压：空载时万用表读数常接近电动势；一旦接上负载，电流流过内阻，路端电压就会低于电动势。旧电池的内阻通常较大，带负载时电压下降更明显。

高中引入两个新概念：

- **电动势** E：描述电源把其他形式的能转化为电能的本领（如一节干电池的电动势约为 1.5 V）。

- **内阻** r：电源内部电压损失的等效描述。内阻会随温度、荷电状态和老化程度变化，题目通常把给定工作状态下的 r 视为定值。

闭合电路欧姆定律揭示了：E = 外电路电压 + 内电路电压。

科学发展视角：电池技术是新能源汽车、储能电站和移动设备的核心。内阻决定了电池大电流输出时的发热、效率和路端电压下降，所以“旧电池无法正常驱动负载”并非单纯经验判断，而是闭合电路欧姆定律的直接体现。

三、电源、电压与能量

要点：电动势与闭合电路欧姆定律

电动势 E：电源非静电力把单位正电荷从负极搬到正极所做的功，反映电源把其他形式能转化为电能的本领。数值上，理想电压表测得的开路电压等于电动势。

闭合电路欧姆定律：

$$\boxed{I = \frac{E}{R + r}}$$

它从哪里来：电源内部的非静电力把单位正电荷获得的能量记作 E。电荷沿闭合回路运动一周，这部分能量分别消耗在外电路和电源内阻上：

$$E = U_{外} + U_{内}.$$

若外电路为纯电阻 R，内阻为 r，同一闭合回路中电流相同，于是

$$U_{外} = IR, \qquad U_{内} = Ir.$$

代入得到

$$E = IR + Ir = I(R + r), \qquad I = \frac{E}{R + r}.$$

所以闭合电路欧姆定律不是孤立新增的公式，而是“电源提供的能量 = 外电路消耗 + 内阻消耗”的结果。

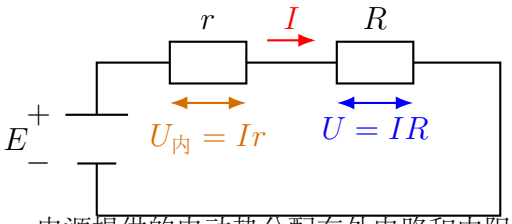
- E：电源电动势（V），由电源本身决定。
- R：外电路总电阻。
- r：电源内阻。

要点：路端电压与电压分配

路端电压（外电路电压）：

$$\boxed{U = IR = E - Ir}$$

- U 是电源两端的实际电压（不等于 E）。
- Ir 是内阻上的电压降（内电压）。



电源提供的电动势分配在外电路和内阻上：

$$E = U + Ir = IR + Ir$$

图 173：闭合电路：$E = IR + Ir = U + Ir$

要点：路端电压与外电阻的关系

以下变化规律均以电源的 E、r 保持不变，电源处于放电状态为前提。

- 外电阻 $R\uparrow \to$ 电流 $I\downarrow \to$ 内压 $Ir\downarrow \to$ 路端电压 $U\uparrow$。
- 外电阻 $R\downarrow \to$ 电流 $I\uparrow \to$ 内压 $Ir\uparrow \to$ 路端电压 $U\downarrow$。

两个极端情况：

- $R \to \infty$（开路）：$I = 0$，$U = E$（路端电压等于电动势）。
- $R \to 0$（短路）：$I_{短} = \dfrac{E}{r}$，$U = 0$。短路电流很大，会损坏电源。

要点：电源的输出功率

$$P_{出} = UI$$

若外电路是纯电阻 R，则

$$P_{出} = I^2R = \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 R$$

最大输出功率条件：当 E、r 不变且 $R > 0$、$r > 0$ 时，

$$P_{出} = \frac{E^2R}{(R+r)^2} = \frac{E^2}{R + 2r + \dfrac{r^2}{R}}.$$

要点：电源的输出功率（续）

由基本不等式

$$R+\frac{r^2}{R}\geq 2r$$

可知分母的最小值为 $4r$，等号在 $R=r$ 时成立。因此

$$\boxed{R=r},\qquad P_{\max}=\frac{E^2}{4r}$$

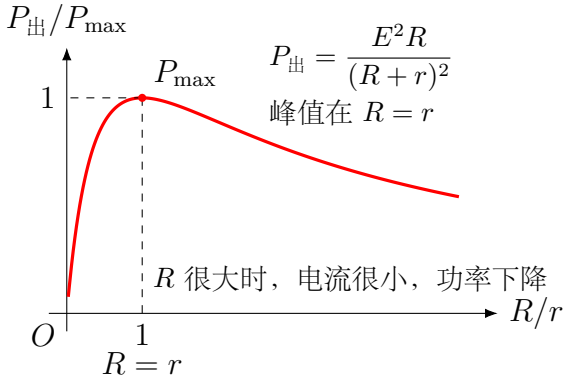


图 174：电源输出功率 $P_{出}$ 随外电阻 R 的变化

电源的效率：

$$\eta=\frac{P_{出}}{P_{总}}=\frac{I^2R}{I^2(R+r)}=\frac{R}{R+r}$$

R 越大，效率越高。但当 $R\to\infty$ 时，$\eta\to 1$ 的同时 $I\to 0$、$P_{出}\to 0$。在最大输出功率时（$R=r$），效率仅为 50%；因此“效率较高”和“输出功率较大”是两个不同的目标。

四、闭合电路关系式及边界

列式前检查：

1. 先分清电源电动势 E、路端电压 U、内阻 r 和外电阻 R。

2. 判断研究的是整个闭合电路，还是只研究外电路某一支路。

3. 电源内部也有能量损耗，闭合电路中总功率、输出功率和内耗功率要分开。

4. 动态电路先确认 E、r 是否保持不变，再判断总电阻如何变，依次判断总电流、路端电压和支路量。

5. 最大功率问题先确认问的是输出功率还是效率；$R=r$ 只对应纯电阻外电路输出功率最大。

公式	物理意义	适用条件
$I=\dfrac{E}{R+r}$	闭合电路欧姆定律	单电源、内阻为 r、外电路可等效为纯电阻 R
$U=E-Ir$	路端电压	电源放电，电流由正极流出
$P_{出}=UI$	电源输出功率	电源端口对外输出电能
$P_{出}=I^2R$	纯电阻负载输出功率	外电路为电阻 R
$P_{\max}=\dfrac{E^2}{4r}$	最大输出功率	纯电阻负载且 $R=r$ 时
$\eta=\dfrac{R}{R+r}$	电源效率	单电源纯电阻外电路

闭合电路的电压关系与功率关系

闭合电路题先把“电源内部”和“外电路”分成两段来看：**电压关系**：电动势 E 是电源提供的总能量对应的电压，路端电压 U 是外电路得到的电压，内电压 Ir 是电源内部消耗的电压；普通放电时 $E=U+Ir$。

功率关系：电源总功率 $P_{总}=EI$，对外输出功率 $P_{出}=UI$，内阻发热功率 $P_{内}=I^2r$，三者满足 $EI=UI+I^2r$。

动态分析：判断“电压变大或变小”时，先沿变化链条推理：外电路总电阻如何变，再由 $I=\dfrac{E}{R+r}$ 得到电流，最后回到 $U=E-Ir$ 和各支路电压。

来源理解：闭合电路欧姆定律来自一圈电路的能量关系：电源每通过电荷 q 提供能量 qE，外电路和内阻分别消耗 qU、qIr。因此普通放电时先写 $E=U+Ir$，若外电路等效为纯电阻 R，再得到 $I=\dfrac{E}{R+r}$。

五、动态分析与测量模型

模型 1：外电阻变化引起的动态分析

在电源的 E、r 保持不变时，$R\uparrow\to I\downarrow\to U\uparrow$。分析顺序是：先由局部变化判断外电路总电阻，再判断干路电流，最后回到所求支路，即“局部 → 整体 → 局部”。

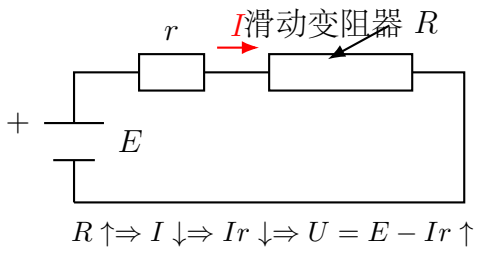


图 175：外电阻变化时，先判断总电流，再判断路端电压

模型 2：电源伏安特性曲线

$U = E - Ir$，U-I 图像是一条斜率为 $-r$ 的直线。

- 纵轴截距：E（电动势，$I = 0$ 时）。
- 斜率绝对值：r（内阻）。
- 横轴截距：$I_{短} = \dfrac{E}{r}$（把直线外推到 $U = 0$）。

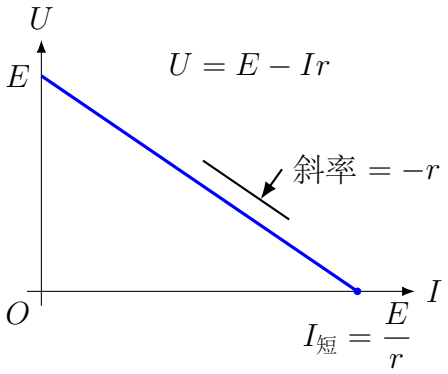
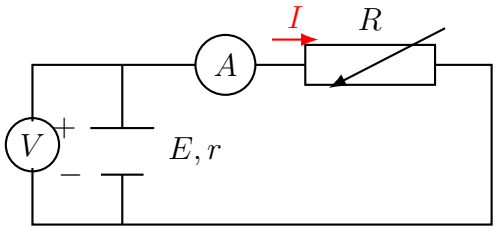


图 176：电源伏安特性曲线：截距求 E，斜率绝对值求 r

模型 3：伏安法测 E 和 r

实验原理：改变外电阻 R，测多组 U、I，作 U-I 图，由截距和斜率求 E 和 r。图中先按理想电表处理：电压表内阻无限大、电流表内阻为零，此时电压表读路端电压，电流表读干路电流。



改变滑片位置，记录多组 (I, U)；
电压表读路端电压，电流表读干路电流。

图 177：伏安法测电源电动势和内阻：改变滑动变阻器，读取多组 U、I

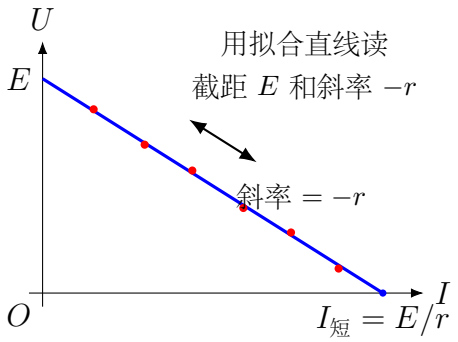


图 178：多组实验数据作 U-I 图：截距为 E，斜率为 $-r$

若只给两组数据，也可以直接联立：

$$r=\frac{U_1-U_2}{I_2-I_1},\qquad E=U_1+I_1r$$

实际仪表的误差判断：图中若电压表内阻为有限值 R_V，电流表读数记为 I_A，则电压表还分走电流 $I_V=U/R_V$。电源中的总电流是

$$I_{总}=I_A+\frac{U}{R_V},$$

而不是 I_A。代入 $U=E-rI_{总}$，整理得

$$U=\frac{ER_V}{R_V+r}-\frac{rR_V}{R_V+r}I_A.$$

若仍把纵截距和斜率绝对值直接当作电动势、内阻，就会得到

$$E_{测}=\frac{ER_V}{R_V+r}<E,\qquad r_{测}=\frac{rR_V}{R_V+r}<r.$$

因此误差结论必须和具体接法对应；不能离开电路图孤立地背“偏大”或“偏小”。

六、例题精讲

例题：闭合电路欧姆定律

题意分析：电源电动势 $E=12\ \mathrm{V}$，内阻 $r=1\ \Omega$，外电阻 $R=5\ \Omega$。求：

1. 电路中的电流。
2. 路端电压。
3. 内电压。

物理模型：闭合电路欧姆定律。

例题：闭合电路欧姆定律（续）

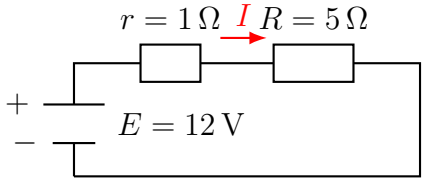


图 179：例题电路：电源内阻与外电阻在同一闭合回路中

解题过程：

1. $I = \dfrac{E}{R+r} = \dfrac{12}{5+1} = 2\ \mathrm{A}$
2. $U = IR = 2 \times 5 = 10\ \mathrm{V}$（或 $U = E - Ir = 12 - 2 \times 1 = 10\ \mathrm{V}$）
3. $U_{内} = Ir = 2 \times 1 = 2\ \mathrm{V}$

   验证：$E = U + U_{内} = 10 + 2 = 12\ \mathrm{V}$ ✓

方法总结：在电源向外供电的普通闭合电路中，$E = U_{外} + U_{内}$。此时路端电压小于电动势，差值等于内阻上的电压降；若讨论给电池充电等反向过程，路端电压与电动势的关系需要重新按能量方向判断。

例题：路端电压的变化

题意分析：电源 $E = 6\ \mathrm{V}$，$r = 0.5\ \Omega$。外电阻从 $R_1 = 4.5\ \Omega$ 减小到 $R_2 = 1\ \Omega$，求电流和路端电压的变化。

物理模型：闭合电路动态分析。

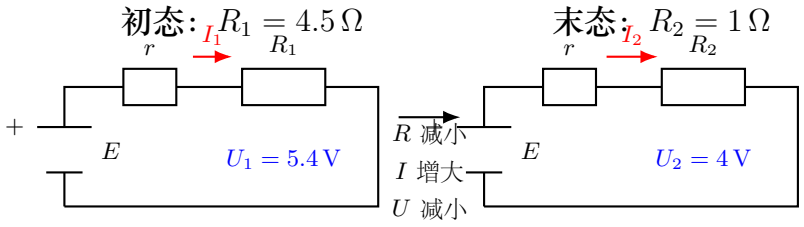


图 180：外电阻减小时，干路电流增大，内压增大，路端电压减小

解题过程：

$R_1 = 4.5\ \Omega$：

$$I_1 = \frac{6}{4.5 + 0.5} = \frac{6}{5} = 1.2\ \mathrm{A}, \qquad U_1 = 6 - 1.2 \times 0.5 = 5.4\ \mathrm{V}$$

$R_2 = 1\ \Omega$：

$$I_2 = \frac{6}{1 + 0.5} = \frac{6}{1.5} = 4\ \mathrm{A}, \qquad U_2 = 6 - 4 \times 0.5 = 4\ \mathrm{V}$$

方法总结：在 E、r 不变时，动态电源题先由外电阻判断电流，再看内电压和路端电压；外电阻越小，电流越大，路端电压越小。

例题：电源最大输出功率

题意分析：电源 $E=10\ \mathrm{V}$，$r=2\ \Omega$。

1. 外电阻为多大时输出功率最大?
2. 最大输出功率是多少?
3. 此时电源的效率是多少?

物理模型：电源输出功率。

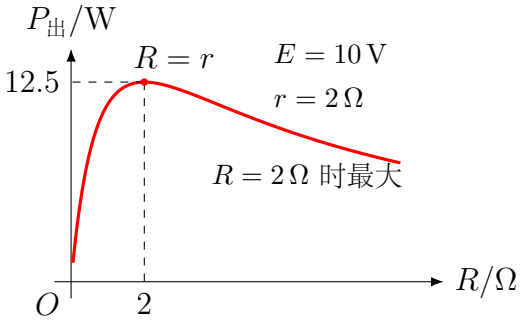


图 181：本题输出功率曲线：最大点对应 $R=r=2\ \Omega$

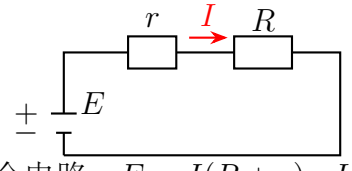
解题过程：

1. $R=r=2\ \Omega$ 时输出功率最大。
2. $P_{\max}=\dfrac{E^2}{4r}=\dfrac{10^2}{4\times 2}=\dfrac{100}{8}=12.5\ \mathrm{W}$
3. $\eta=\dfrac{R}{R+r}=\dfrac{2}{2+2}=50\%$

方法总结：最大输出功率题先区分功率和效率；$R=r$ 时输出功率最大，但效率只有 50%。

七、变式训练

1. 电源 $E=9\ \mathrm{V}$，$r=1\ \Omega$，外电阻 $R=8\ \Omega$。求电流、路端电压和内电压。

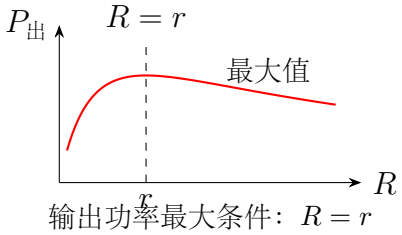


闭合电路：$E=I(R+r)$，$U=IR$

2. 电源 $E=6\ \mathrm{V}$、$r=1\ \Omega$ 保持不变。外电阻由 $2\ \Omega$ 增大到 $5\ \Omega$，分别求变化前后的电

流、路端电压、输出功率和效率，并比较四个物理量的变化方向。

3. 电源 $E=6\ \mathrm{V}$，$r=2\ \Omega$，当外电阻 R 多大时电源输出功率最大？最大功率是多少？



输出功率最大条件：$R=r$

4. 用伏安法测电源电动势和内阻，测得 $U_1=1.4\ \mathrm{V}$、$I_1=0.2\ \mathrm{A}$ 和 $U_2=1.2\ \mathrm{V}$、$I_2=0.4\ \mathrm{A}$。求 E 和 r。

5. 在图 177 所示接法中，考虑电压表内阻有限而把电流表视为理想电表。判断由 U-I_A 图拟合得到的 $E_{测}$、$r_{测}$ 与真实值相比偏大还是偏小。

变式训练参考结果

1. $I=E/(R+r)=1.0\ \mathrm{A}$，路端电压 $U=IR=8.0\ \mathrm{V}$，内电压 $U_r=Ir=1.0\ \mathrm{V}$。
2. $R=2\ \Omega$ 时，$I_1=2.0\ \mathrm{A}$、$U_1=4.0\ \mathrm{V}$、$P_1=8.0\ \mathrm{W}$、$\eta_1=2/3$；$R=5\ \Omega$ 时，$I_2=1.0\ \mathrm{A}$、$U_2=5.0\ \mathrm{V}$、$P_2=5.0\ \mathrm{W}$、$\eta_2=5/6$。外阻增大后，电流和输出功率减小，路端电压和效率增大。
3. 当 $R=r=2.0\ \Omega$ 时输出功率最大，$P_{\max}=E^2/(4r)=4.5\ \mathrm{W}$。
4. 由 $U=E-Ir$，得 $r=(U_1-U_2)/(I_2-I_1)=1.0\ \Omega$，$E=U_1+I_1r=1.6\ \mathrm{V}$。
5. 电压表分流使电源总电流大于 I_A。按正文推导，$E_{测}<E$、$r_{测}<r$。

八、功率、效率与测量拓展

1. 两个负载的输出功率相等

拓展提升

问题：同一电源分别接纯电阻 R_1、R_2，若两次输出功率相等，两个负载之间有什么关系？

由输出功率公式交叉相乘并整理：

$$\frac{E^2R_1}{(R_1+r)^2}=\frac{E^2R_2}{(R_2+r)^2}$$
$$\Longrightarrow (R_1-R_2)(r^2-R_1R_2)=0.$$

若 $R_1\neq R_2$，则 $\boxed{R_1R_2=r^2}$。这说明最大功率点 $R=r$ 两侧可以出现两个输出功率相

拓展提升（续）

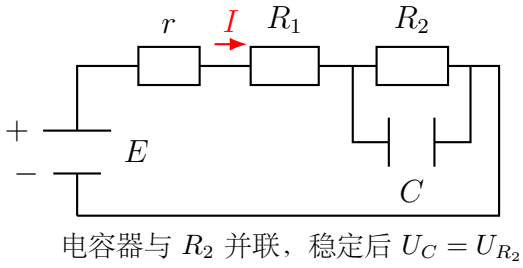
同的负载：一个小于 r，另一个大于 r。二者输出功率虽然相同，但由 $\eta = R/(R+r)$ 可知，外阻较大的那一次效率更高。

2. 含电容器的闭合电路

拓展提升

含电容器的闭合电路

在闭合电路中加入电容器，稳定时电容器支路相当于断路（没有电流通过），但电容器两端的电压等于并联部分的电压。



电容器与 R_2 并联，稳定后 $U_C = U_{R_2}$

图 182：含电容器的闭合电路：稳定后电容器支路断路，$U_C = U_{R_2}$

例题：电源 $E = 10\ \text{V}$，$r = 1\ \Omega$，$R_1 = 4\ \Omega$，$R_2 = 5\ \Omega$，电容器 $C = 10\ \mu\text{F}$ 与 R_2 并联。求电容器带电量。

解：先求干路电流（电容器支路断路，不影响总电阻）：

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2 + r} = \frac{10}{4 + 5 + 1} = 1\ \text{A}$$

电容器两端电压等于 R_2 两端电压：$U_C = IR_2 = 1 \times 5 = 5\ \text{V}$

电量：$Q = CU_C = 10 \times 10^{-6} \times 5 = 5 \times 10^{-5}\ \text{C}$

竞赛提示：含电容器的直流电路问题中，稳定时电容器支路视为断路，电容器电压等于与之并联部分的电压。

九、易错点

易错清单

1. **混淆电动势和路端电压**：先看电路是否闭合。电动势 E 是电源本身的属性，路端电压 U 是接入外电路后的实际电压；开路时 $U = E$，闭路有电流且内阻不为零时 $U = E - Ir < E$。

2. **短路电流的计算忘记内阻**：短路时先保留电源内阻，$R = 0$，$I = \dfrac{E}{r}$，不是 ∞。

易错清单（续）

3. **动态分析中 U、I 的变化方向判断错**：先确认 E、r 不变，再由 $I=\dfrac{E}{R+r}$ 判断总电流变化，最后由 $U=E-Ir$ 判断路端电压变化；例如 $R\uparrow$ 时，$I\downarrow$，内电压 $Ir\downarrow$，所以 $U\uparrow$。

4. **最大功率的条件写反**：先区分输出功率和效率；输出功率最大条件是 $R=r$，不是 R 越大越好。

5. **实验测 E、r 的误差分析**：先明确本题是否把电表视为理想。若非理想，先补画电压表内阻和电流表内阻，再判断电压表读的是哪一段电压、电流表读的是哪一路电流，最后才判断 E、r 的系统误差方向。

十、今日小结

1. 外电路可等效为纯电阻 R 时，先画出内阻 r 和外阻 R，再写闭合电路欧姆定律 $I=\dfrac{E}{R+r}$，$E=IR+Ir$。
2. 在 E、r 不变且电源放电时，判断路端电压变化要先看电流 I 怎样变，再由 $U=E-Ir$ 判断；外电阻增大使 I 减小、U 增大。
3. 电源输出功率 $P_{出}=I^2R$，讨论最大值前先确认只有 R 改变、E,r 不变；$R=r$ 时最大，$P_{\max}=\dfrac{E^2}{4r}$。
4. 电源效率 $\eta=\dfrac{R}{R+r}$，要和最大输出功率分开判断；$R\to\infty$ 时效率趋近 100%，但输出功率趋近于零。
5. 伏安法 U-I 图先写成 $U=E-rI$，再读纵截距 $=E$、斜率 $=-r$、横轴截距 $=E/r$；非理想电表的误差必须结合具体接法判断。

一分钟复盘：画一个含内阻电源的闭合电路，分别标 E、Ir、U 和外电阻 R；再说出 R 增大时 I、U、效率怎样变，并用 R 与 r 的大小关系判断输出功率的变化。

Day 21：磁场与安培力

本节导读

前面几节学习了电场和电路：电荷受电场力，电流表示电荷定向移动。本节进入磁场，先认识磁感应强度 B、磁场方向和磁感线，再学习通电导线在磁场中受到的安培力。磁场部分最重要的不是记公式，而是把“方向判断”和“受力分析”合在一起。

本节读题路线：先分清题目问的是“电流产生磁场”还是“通电导线受力”：前者用右手螺旋定则，后者先判断外磁场方向和电流方向，再用左手定则确定安培力方向。计算大小前确认有效导线长度是否在磁场中、是否与磁场垂直。若导体棒处于平衡或运动状态，把安培力和重力、弹力、摩擦力一起画进受力图。

一、学习目标

1. 能举例说明磁场能对磁体、电流和运动电荷产生作用。
2. 能用磁感应强度 B 描述磁场强弱和方向，并写出单位特斯拉（T）。
3. 会判断直线电流、环形电流和通电螺线管周围磁场方向。
4. 能用磁畴和电流磁场图像说明磁化、铁磁性材料和电磁铁的基本物理图像。
5. 能根据导线长度、电流方向和磁场夹角使用安培力公式 $F = BIL\sin\theta$，明确公式的适用条件。
6. 会用左手定则判断安培力方向，并能把安培力放入受力图中分析平衡与运动。

二、从电流磁效应到磁场

初中已经学过磁体有南北极、同名磁极相斥、异名磁极相吸，也知道通电导线周围存在磁场。高中要把这些现象进一步量化：

- 用磁感应强度 B 描述磁场强弱和方向；

- 用磁感线描述磁场分布，但磁感线不是实际存在的线；
- 用安培力描述磁场对电流的作用；
- 把安培力纳入力学受力分析，和重力、弹力、摩擦力一起处理。

科学发展视角：磁场和安培力是电动机、扬声器、磁悬浮和电动汽车驱动系统的基础。现代设备并不是只“有磁场”就能工作，而是要控制电流方向、磁场方向和导线位置，让安培力按需要的方向输出。学本节时要把应用都翻译回三个量：I、B 和受力方向。

三、磁场的表征与安培力

要点：磁场与磁感线

磁场：磁体、电流和运动电荷周围存在磁场。磁场的基本性质是对放入其中的磁体、电流或运动电荷产生力的作用。
磁场方向：规定小磁针静止时北极（N 极）所指方向为该点磁场方向。
磁感线：用来形象表示磁场方向和强弱的曲线。

- 磁感线上某点的切线方向表示该点磁场方向。
- 磁感线疏密表示磁场强弱：越密，磁场越强。
- 磁感线是闭合曲线，在磁体外部从 N 极指向 S 极，在磁体内部从 S 极回到 N 极。

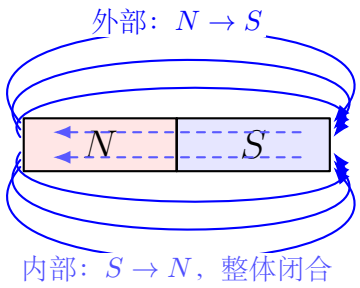


图 183：条形磁体外部磁感线：外部从 N 极指向 S 极

要点：地磁场与指南针

地球本身也有磁场，指南针能指示方向，正是因为小磁针会沿当地磁场方向转动。**方向检查：**指南针的 N 极指向地理北方，说明地理北极附近在磁性上相当于**地磁 S 极**，否则不会吸引指南针的 N 极。

要点：地磁场与指南针（续）

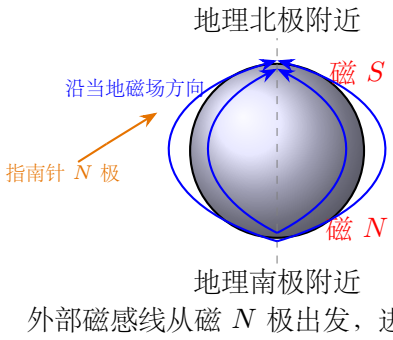


图 184：地磁场模型：指南针 N 极沿当地磁场方向，指向地理北方附近

认知提醒：地磁场并不完全等同于一个理想条形磁体，磁轴和地理自转轴也不完全重合。高中阶段先用“近似条形磁体”模型理解方向，再在地理和现代导航中认识磁偏角等实际修正。

要点：磁感应强度 B

磁感应强度 B 是描述磁场强弱和方向的物理量。

在匀强磁场中，当一段长度为 L、电流为 I 的直导线垂直于磁场放置时，受到的安培力为 F，定义

$$\boxed{B=\frac{F}{IL}}$$

- 单位：特斯拉（T），$1\ \mathrm{T}=1\ \mathrm{N/(A\cdot m)}$。
- B 是矢量，方向就是该点磁场方向。
- 定义式 $B=\dfrac{F}{IL}$ 要求导线与磁场垂直；一般情形要用安培力公式。



图 185：垂直纸面的磁场符号：叉号表示垂直纸面向里，点号表示垂直纸面向外

要点：电流周围的磁场

电流会产生磁场。高中阶段常见三类图像：

- **直线电流**：磁感线是以导线为中心的同心圆。
- **环形电流**：一侧相当于 N 极，另一侧相当于 S 极，中心附近磁场近似沿轴线方向。
- **通电螺线管**：外部磁场类似条形磁体。

要点：电流周围的磁场（续）

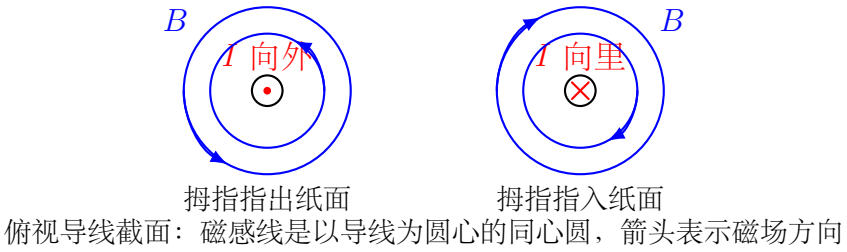


图 186：直线电流的右手螺旋定则：拇指指电流方向，四指环绕方向为磁场方向

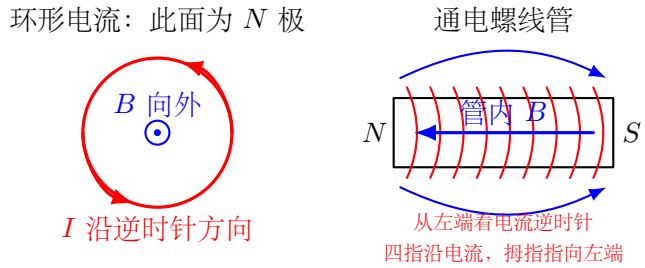


图 187：环形电流与通电螺线管的右手螺旋定则：四指沿电流方向，拇指指向轴线上磁场方向

方向规则要分清：对直线电流，拇指沿电流方向，四指环绕方向就是磁场方向；对环形电流和通电螺线管，四指沿电流环绕方向，拇指所指方向是中心轴线附近的磁场方向，也对应螺线管的 N 极方向。反过来，从某一端看，若线圈电流为逆时针，该端为 N 极；若为顺时针，该端为 S 极。

认知提醒：判断电流产生的磁场用右手；判断通电导线受安培力用左手。两种定则解决的问题不同，不要混用。

要点：磁畴、磁化与电磁铁

铁、钴、镍等材料容易被磁化，称为铁磁性材料。铁磁性材料内部可看成含有许多微小的磁性区域，这些区域称为**磁畴**。未磁化时，各磁畴的磁化方向较为杂乱，宏观磁性很弱；在外磁场作用下，较多磁畴趋向同一方向，材料便表现出较强磁性，这一过程称为**磁化**。

把软铁芯插入通电螺线管后，软铁芯被磁化，使螺线管的磁场明显增强，这就是电磁铁的基本原理。

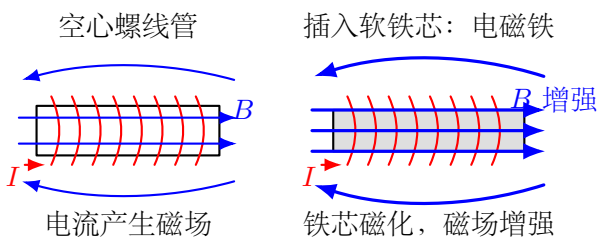


图 188：电磁铁：通电螺线管插入软铁芯后，磁场被增强且可由电流控制

- 电磁铁的强弱通常与电流大小、线圈匝数、铁芯材料有关。

要点：磁畴、磁化与电磁铁（续）

- 软铁断电后磁性大多迅速减弱，适合做电磁铁；钢能较久保持磁性，适合做永久磁体。
- 高中阶段只作定性理解：铁芯不是“提供电流”，而是被磁化后增强原来的磁场。

应用视角：电磁铁可用电流控制磁场强弱，是继电器、电磁起重机、扬声器、电磁阀和许多自动控制装置的基础。

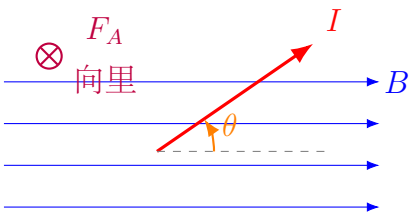
要点：安培力

一段通电直导线放在匀强磁场中会受到安培力。若磁场中的直导线长度为 L，电流为 I，磁感应强度为 B，电流方向与磁场方向夹角为 θ，则

$$\boxed{F = BIL\sin\theta}$$

- 当导线垂直于磁场时，$\theta = 90°$，$F = BIL$。
- 当导线平行或反平行于磁场时，$\theta = 0°$ 或 $180°$，均有 $F = 0$。
- L 指处在磁场中的直导线有效长度，不一定等于整根导线长度。

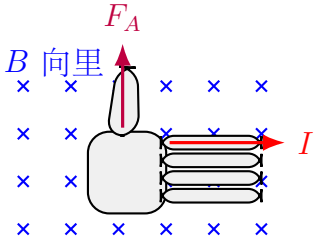
适用边界：上式直接适用于匀强磁场中的通电直导线；若导线弯曲或磁场不均匀，应把导线分成许多足够短的小段，分别判断各段受力后再作矢量合成，不能把弯曲导线的弧长直接代入上式。



夹角 θ 是电流方向与磁场方向的夹角，$F_A = BIL\sin\theta$

图 189：安培力大小由电流方向与磁场方向的夹角决定

左手定则：伸开左手，使磁感线穿入手心，四指指向电流方向，则拇指所指方向为安培力方向。



四指指电流，拇指指安培力；磁场垂直纸面向里穿入手心

图 190：左手定则：手心迎磁场，四指指电流，拇指指安培力

要点：安培力（续）

方向判断清单：先看电流方向与磁场方向是否平行，若平行则 $F=0$；若不平行，再用左手定则判断方向。判断完要检查：安培力方向必须同时垂直于电流方向和磁场方向。

四、方向判定与定量关系

方向判断前检查：

1. 先明确磁感应强度 B 的方向；磁感线某点的切线方向就是 B 的方向。
2. 通电导线受力要同时知道电流方向和磁场方向，再用左手定则。
3. 代入安培力公式前先看电流与磁场夹角；垂直时用 BIL，不垂直时用 $BIL\sin\theta$。
4. 判断电流产生的磁场时用右手螺旋定则，不要和左手定则混用。
5. 图中“$\odot$”表示垂直纸面向外，“$\otimes$”表示垂直纸面向里。

公式	物理意义	适用条件
$B=\dfrac{F}{IL}$	磁感应强度定义	直导线、匀强场，且 $I\perp B$
$F=BIL$	安培力最大值	直导线垂直匀强磁场
$F=BIL\sin\theta$	安培力一般式	匀强磁场中的通电直导线
$F=0$	无安培力	$\theta=0^\circ$ 或 180°

磁场题的方向对象分析清单

磁场方向题先问“现在判断的是谁的方向”，再选择对应的手势规则：

1. **判断电流产生的磁场**：研究对象是“这根电流周围的 B”，用右手螺旋定则。
2. **判断导线受到的安培力**：研究对象是“这段有效导线”，先找外磁场 B 和导线中电流 I，再用左手定则。
3. **计算安培力大小**：先确认有效长度 L 是否全部在磁场中，再看电流与磁场夹角；垂直用 $F=BIL$，有夹角用 $F=BIL\sin\theta$。

最后把安培力放回力学受力图中。若题目说导线平衡、悬浮、加速或沿导轨运动，后半段仍然是重力、弹力、摩擦力和牛顿定律的问题。

来源理解：$B=\dfrac{F}{IL}$ 是用通电导线受力来定义磁场强弱的操作式，要求直导线与匀强磁场垂直；$F=BIL\sin\theta$ 则把“不垂直时只有垂直于磁场的电流方向分量参与计算”的情况写进去。读题时先确认导线是否可看成直导线、所在区域是否可看成匀强磁场，

磁场题的方向对象分析清单（续）
再确认有效长度和夹角，最后把安培力作为一个真实力放入力学方程。

五、导线与线圈模型

模型 1：垂直纸面的磁场

叉号“×”像箭尾，表示磁场垂直纸面向里；点号“⊙”像箭头尖，表示磁场垂直纸面向外。遇到电磁题先把纸面内外方向翻译清楚。

模型 2：磁场也要按矢量叠加

多个电流或磁体同时存在时，某点的磁场不能只凭距离远近粗略判断，而要把各个磁场看成矢量后合成。高中阶段常见处理顺序是：

$$\text{分别判断方向} \to \text{比较大小} \to \text{矢量合成}.$$

若两个磁场方向相同，合磁场增强；方向相反，合磁场减弱；方向成角度，则按平行四边形法则合成。

图中条件：两根长直导线中的电流大小相等、方向相反，点 P 到两导线距离相等。由右手螺旋定则，P 点的 $\boldsymbol{B}_1$ 与 $\boldsymbol{B}_2$ 大小相等、方向关于竖直线对称，故合磁场沿竖直方向。

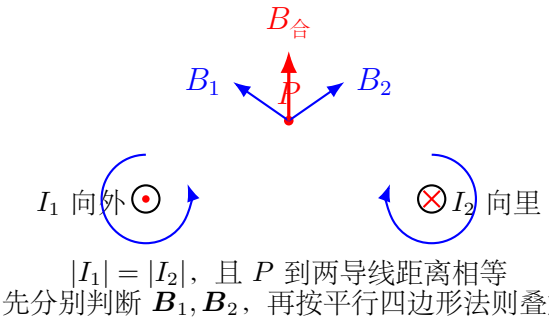


图 191：等大反向电流在对称点 P 处的磁场叠加

模型 3：通电导线的受力平衡

通电导线在磁场中常和重力、弹力、拉力一起平衡。为突出有效导线及其受力，以下示意图省略电源和其余供电导线，并忽略供电导线对研究对象的力。解题顺序：

$$\text{定磁场方向} \to \text{定电流方向} \to \text{左手定则定安培力} \to \text{列平衡方程}$$

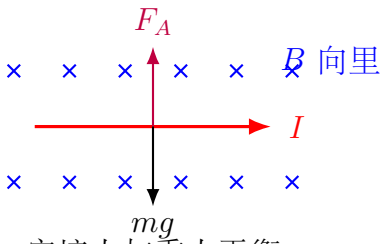


图 192：水平导线在磁场中平衡：安培力可与重力平衡，供电回路未画出

模型 4：通电导体棒在导轨上运动

导体棒中有电流，若处在磁场中，就受到安培力。安培力方向决定导体棒的加速度方向，是电动机模型的最简雏形。图中只画出磁场中的有效导体棒，电源和其余回路导线均省略。

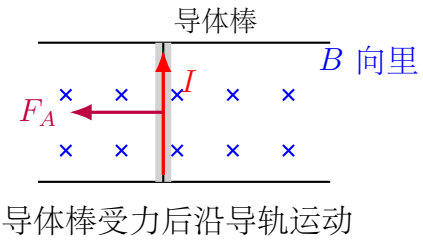


图 193：导体棒受安培力运动：磁场、电流、力三者两两垂直，完整供电回路未画出

六、例题精讲

例题：电流磁场的方向与叠加

题意分析：两根相互平行的长直导线垂直纸面放置，左侧导线电流垂直纸面向外，右侧导线电流垂直纸面向里，且电流大小相等。点 P 位于两导线连线的垂直平分线上。判断两根导线在 P 点产生的磁场方向，并确定合磁场方向。

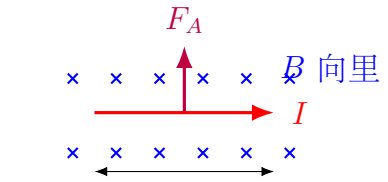
解题过程：分别对两根导线使用右手螺旋定则。左侧电流向外，磁场沿逆时针方向环绕，在 P 点指向左上方；右侧电流向里，磁场沿顺时针方向环绕，在 P 点指向右上方。由于电流大小相等且 P 到两导线距离相等，两个分磁场大小相等，水平方向分量抵消，竖直方向分量相加，所以合磁场竖直向上。

方法总结：多个电流共同产生磁场时，右手螺旋定则只负责判断每个分磁场方向；最后还要按平行四边形法则进行矢量合成。

例题：安培力大小与方向

题意分析：长度 $L = 0.20\ \text{m}$ 的水平直导线垂直放入匀强磁场，磁感应强度 $B = 0.50\ \text{T}$、方向垂直纸面向里，导线中电流 $I = 3.0\ \text{A}$、方向水平向右。求导线所受安培力的大小和方向。

物理模型：直导线垂直匀强磁场，$F = BIL$。



$I \perp B$，可直接用 $F_A = BIL$

解题过程：

$$F = BIL = 0.50 \times 3.0 \times 0.20 = 0.30\ \text{N}$$

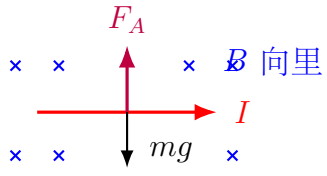
由左手定则，安培力方向竖直向上。

方法总结：先判断夹角。若题中说“垂直放入”，可以直接用 $F = BIL$；若有夹角，必须乘 $\sin\theta$。

例题：通电导线的平衡

题意分析：一根水平导线长 $L = 0.10\ \text{m}$、质量 $m = 0.020\ \text{kg}$，处在垂直纸面向里的匀强磁场中。若希望导线静止悬浮，磁感应强度 $B = 0.50\ \text{T}$，求所需电流大小。取 $g = 10\ \text{m/s}^2$。

物理模型：安培力与重力平衡。



悬浮条件：$F_A = mg$

解题过程：

$$F_A = mg, \qquad BIL = mg$$

$$I = \frac{mg}{BL} = \frac{0.020 \times 10}{0.50 \times 0.10} = 4.0\ \text{A}$$

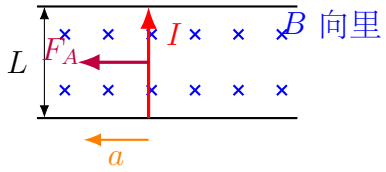
方向由左手定则确定：若磁场向里，安培力要向上，则电流应向右。

方法总结：电磁平衡题仍然是力学题。安培力只是新增的一种力，先画受力图再列方程。

例题：导体棒在导轨上的加速

题意分析：光滑水平导轨间距 $L = 0.30$ m，导体棒质量 $m = 0.060$ kg，棒中电流 $I = 4.0$ A，匀强磁场 $B = 0.50$ T 垂直纸面向里。若安培力水平向左，求导体棒加速度大小。

物理模型：安培力提供水平方向合力，仍用牛顿第二定律。



解题过程：导体棒所受安培力

$$F_A = BIL = 0.50 \times 4.0 \times 0.30 = 0.60 \text{ N}.$$

导轨光滑，水平方向合力就是安培力：

$$a = \frac{F_A}{m} = \frac{0.60}{0.060} = 10 \text{ m/s}^2.$$

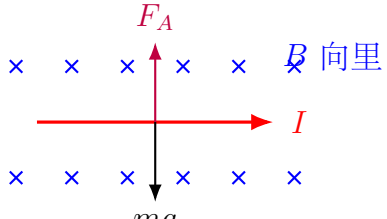
方法总结：“电磁题”并不意味着力学消失。判断出安培力方向和大小后，后面就是受力分析和牛顿第二定律。

七、变式训练

1. 长 0.30 m 的导线中通有 2.0 A 电流，垂直放入 0.40 T 的匀强磁场中，求安培力大小。

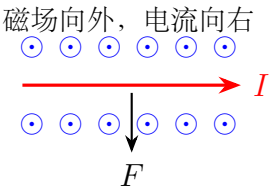
2. 若上题中导线与磁场夹角为 30°，安培力变为多少？

3. 一根质量 0.05 kg、长 0.25 m 的水平导线悬挂在匀强磁场中，若电流为 4 A 时恰好平衡，求磁感应强度大小。



安培力与重力平衡

4. 判断：磁场垂直纸面向外，导线中电流向右，则安培力方向是向上还是向下？



5. 通电螺线管中插入软铁芯后，磁场强弱如何变化？断电后为什么常选软铁制作电磁铁铁芯？

6. 从某一环形电流的正面观察，电流沿逆时针方向流动。环心处的磁场指向纸内还是纸外？这一面相当于 N 极还是 S 极？

7. 从通电螺线管左端观察，线圈中的电流沿顺时针方向流动。螺线管左端是什么磁极？管内磁场沿轴线指向左端还是右端？

变式训练参考结果

1. $F = BIL = 0.24$ N。
2. $F = BIL\sin 30^\circ = 0.12$ N。
3. 平衡时 $BIL = mg$，故 $B = 0.50$ T；安培力方向竖直向上。
4. 由左手定则（或 $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$）判断，安培力方向向下。
5. 插入软铁芯后磁场显著增强。软铁磁导率较大且剩磁较小，通电时易被磁化，断电后又较易退磁，因此适合作电磁铁铁芯。
6. 环心处磁场垂直纸面向外；从这一面看，磁感线从线圈穿出，因此这一面相当于 N 极。
7. 左端为 S 极；管内磁场由 S 极指向 N 极，即沿轴线指向右端。

八、从电流元到磁力矩

拓展提升

从安培力看电动机的基本思想

电动机的基本物理图像是：通电线圈在磁场中受到安培力产生的转矩。每一段载流导线受到的是沿导线分布的磁场力，通常用其合力表示。线圈两条相对的有效边中电流方向相反，所受安培力大小相等、方向相反，但作用线不重合，因而构成**力偶**：线圈所受合力可以为零，转矩却不为零。

拓展提升（续）

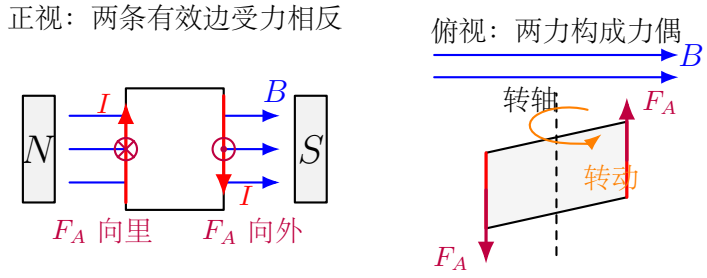


图 194：通电线圈两侧的安培力构成力偶并产生转矩

转矩的定量表达：设矩形线圈有 N 匝，单匝面积为 S，电流为 I，线圈平面的法线与磁场方向夹角为 α。两条有效边所受安培力形成力偶，可得

$$\boxed{M = NBIS\sin\alpha}.$$

当线圈平面与磁场垂直时，法线与 $\boldsymbol{B}$ 平行，$\alpha = 0$，转矩为零；当线圈平面与磁场平行时，$\alpha = 90°$，转矩最大。这里的 M 是转矩大小，单位为 $\mathrm{N\cdot m}$。

微观来源：安培力可以理解为载流导线中许多运动电荷所受磁场力的宏观合力。单个运动电荷受力与整段载流导线受力属于微观、宏观两个描述层次，二者并不矛盾。

例：$N = 20$ 匝的矩形线圈面积 $S = 6.0\times10^{-3}\ \mathrm{m^2}$，通有 $I = 2.0\ \mathrm{A}$ 的电流，置于 $B = 0.50\ \mathrm{T}$ 的匀强磁场中。若线圈法线与磁场夹角 $\alpha = 30°$，则

$$M = NBIS\sin\alpha = 20\times0.50\times2.0\times6.0\times10^{-3}\times\sin30° = 6.0\times10^{-2}\ \mathrm{N\cdot m}.$$

进一步理解：线圈转动时 α 不断变化，转矩也随之变化。真实电动机需要换向器或电子控制，使线圈越过转矩为零的位置后，电流适时换向，从而保持连续转动。

拓展检查：上式中的 α 是**线圈平面法线**与磁场的夹角，不是线圈平面与磁场的夹角。若题目给出线圈平面与磁场夹角 β，则 $\alpha = 90°-\beta$，应写成 $M = NBIS\cos\beta$。

九、易错点

易错清单

1. **把磁感线当成真实存在的线**：读图时只做两件事：沿箭头读某点的磁场方向，比较疏密读强弱趋势；不要把它画成电流、磁体或粒子的实际运动轨迹，更不要说“电流沿磁感线运动”。

2. **混用左右手定则**：先判断题目问“电流产生磁场”还是“磁场对电流的力”；前者用右手，后者用左手。

易错清单（续）

3. **忘记夹角**：写 $F = BIL$ 前先确认电流与磁场垂直；一般式是 $F = BIL\sin\theta$。
4. **把 L 当成整根导线长度**：先圈出导线在磁场中的那一段，L 是有效长度。
5. **忽略安培力方向**：当电流方向与磁场方向不平行、安培力不为零时，安培力方向同时垂直于电流方向和磁场方向；若二者平行，则 $F = 0$，不再讨论力的方向。
6. **把地理北极当成地磁 N 极**：指南针 N 极指向地理北方，说明地理北极附近在磁性上相当于地磁 S 极。
7. **误以为铁芯本身产生电流**：铁芯被磁化后增强螺线管磁场；判断电磁铁强弱时仍先看线圈电流和匝数。

十、今日小结

1. 判断磁场方向时，先看小磁针静止时 N 极指向；磁感线切线方向就是该点磁场方向。
2. 地磁场可近似看成条形磁体磁场，地理北极附近相当于地磁 S 极；读图时要分清地理南北和地磁南北。
3. 磁感应强度 B 描述磁场强弱和方向，单位是 T；列式前先判断 B 与电流方向是否垂直。
4. 电流产生磁场用右手螺旋定则，先确定研究的是直导线、环形电流还是螺线管。
5. 铁磁性材料容易被磁化；通电螺线管插入软铁芯可形成电磁铁。
6. 通电导线在磁场中受安培力：$F = BIL\sin\theta$；若导线与磁场平行，安培力为零。
7. 判断安培力方向用左手定则，并把安培力作为真实外力纳入力学受力分析。

一分钟复盘：任选一根通电导线，先在图上标出电流 I 和外磁场 B，用左手判断安培力 F；若题目问“电流产生的磁场”，再改用右手螺旋定则判断磁感线方向。复盘时要说清：现在判断的是“受力”，还是“产生磁场”。

Day 22：洛伦兹力与带电粒子在磁场中的运动

本节导读

上一节的安培力研究的是磁场对一段电流的作用。电流来自大量电荷的定向移动，所以本节进一步研究磁场对单个运动电荷的作用：洛伦兹力。读题时先定 v、B 和电荷正负，判断力的方向；再利用“磁场力不做功”判断速率；最后把轨迹圆弧转化为圆心、半径和圆心角的几何问题。

本节读题路线：先画出 v 与 B，并按电荷正负判断洛伦兹力方向，确定粒子的偏转方向；再用“不做功”判断速率是否变化；最后把弯曲轨迹看成圆周运动的一段，用圆心、半径和圆心角解决几何问题。半径公式和周期公式都可以从受力图与圆周运动方程中得到。

一、学习目标

1. 能说明洛伦兹力是磁场对运动电荷的作用力。
2. 能根据速度与磁场夹角使用洛伦兹力公式 $F = |q|vB\sin\theta$，并判断力的方向。
3. 能解释磁场洛伦兹力为什么不做功，只改变速度方向、不改变速率。
4. 能由洛伦兹力提供向心力推出匀强磁场中的半径 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$ 和周期 $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$。
5. 会分析粒子进入有界磁场时的圆心、半径、偏转角和运动时间。
6. 能说明回旋加速器中“电场加速、磁场转弯”的基本分工。

二、从安培力到洛伦兹力

Day 17中，带电粒子在匀强电场中受到电场力，可能做类平抛运动。磁场中的情况很不同：

- 电场力对正电荷沿电场方向、对负电荷反向，可能改变速率；
- 磁场力（高中常称洛伦兹力）始终垂直于速度方向，只改变速度方向；
- 电场力可以改变粒子动能，只有磁场力单独作用时，粒子速率不变。

因此，磁场题首先要判断“速率是否改变”，再研究“受力方向怎样使速度转向、怎样由轨迹确定圆心和半径”。

科学发展视角：洛伦兹力是粒子加速器、质谱仪、等离子体约束和空间辐射探测的基础。现代科学常常不是直接“看见”微观粒子，而是通过电场和磁场控制它们的轨迹，再由轨迹反推粒子的速度、质量和电荷性质。

三、带电粒子在磁场中的运动

要点：洛伦兹力

运动电荷在磁场中受到的力叫洛伦兹力。若电荷量为 q，速度为 v，磁感应强度为 B，速度方向与磁场方向夹角为 θ，则

$$\boxed{F = |q|vB\sin\theta}$$

- 当 $v \perp B$ 时，$F = |q|vB$。
- 当 v 与 B 平行或反平行时，$F = 0$。
- 公式中的 $|q|$ 用电荷量大小；方向要另行判断。

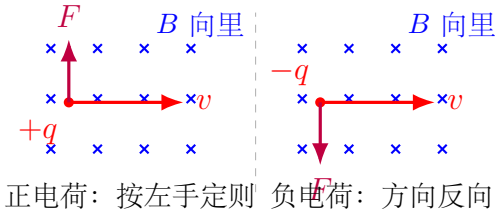


图 195：正电荷受力方向用左手定则判断；负电荷方向相反

方向判断：对正电荷，四指指向速度方向，磁感线穿入手心，拇指指向洛伦兹力方向。对负电荷，方向与正电荷相反。

要点：安培力的微观来源

上一节的安培力和本节的洛伦兹力不是两个互不相关的力。通电导线中有大量载流子定向移动，磁场先作用在每个运动电荷上；载流子再通过与晶格的相互作用把力传给整段导线，宏观上就表现为安培力。为使速度方向与约定电流方向一致，下面采用**正载流子等效模型**推导力的大小。

要点：安培力的微观来源（续）

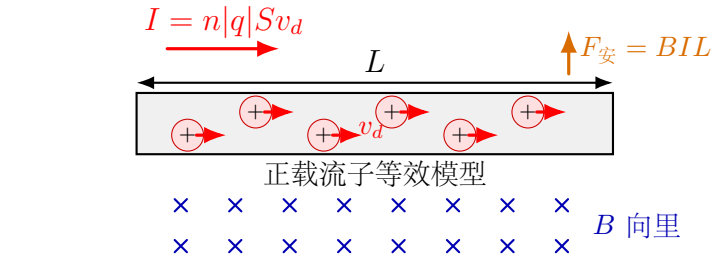


图 196：正载流子等效模型：微观洛伦兹力经导体传递，宏观上表现为安培力

以导线与匀强磁场垂直为例。设单位体积内载流子数为 n，每个载流子电荷量大小为 $|q|$，导线横截面积为 S，载流子定向移动速率为 v_d。长度为 L 的导线内载流子数约为

$$N = nSL.$$

每个等效正载流子受到的洛伦兹力大小为 $|q|v_dB$。这些力传给晶格后，整段导线受到的安培力大小为

$$F = N|q|v_dB = nSL|q|v_dB.$$

又因为电流的微观表达式为

$$I = n|q|Sv_d,$$

于是

$$F = BIL.$$

若电流方向与磁场方向成角度 θ，可以把载流子速度分解成平行磁场和垂直磁场两部分。平行磁场的分量不受磁场力，只有垂直分量 $v_d\sin\theta$ 产生作用，因此得到一般式

$$F = BIL\sin\theta.$$

认知提醒：高中计算安培力时直接用约定电流方向和左手定则。金属中真实定向移动的是自由电子，电子漂移方向与约定电流方向相反；电子所受磁场力通过与晶格的相互作用传给导线，所得宏观安培力方向仍可直接用约定电流方向判断。

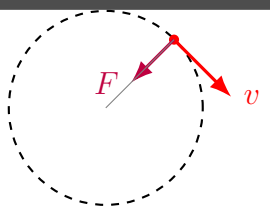
要点：洛伦兹力不做功

本节所说洛伦兹力，指磁场对运动电荷的力。它的方向始终垂直于速度方向，因此瞬时功率

$$P = \boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{v} = 0$$

所以磁场洛伦兹力不做功，不改变粒子动能和速率，只改变速度方向。

要点：洛伦兹力不做功（续）



$$F \perp v, \quad P = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v} = 0$$

图 197：磁场洛伦兹力始终垂直速度：只改变方向，不改变速率

重要区别：判断动能是否改变时先看力与速度是否有同向分量。电场力可能与速度同向或反向，可以改变带电粒子的动能；磁场洛伦兹力始终垂直速度，单独作用时只改变速度方向，不改变速率和动能。

要点：匀强磁场中的圆周运动

若带电粒子以速度 v 垂直进入匀强磁场，磁场洛伦兹力始终垂直速度，提供向心力：

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}$$

这一步要读成“洛伦兹力充当圆周运动所需的向心力”，不要理解成粒子同时又多受到一个叫向心力的新力。实际作用在粒子上的磁场力是 $|q|vB$；$\dfrac{mv^2}{r}$ 是匀速圆周运动所需合力大小的表达式。两者相等，表示磁场力的大小刚好满足转弯需要。

由向心力方程先得到轨道半径

$$\boxed{r = \frac{mv}{|q|B}}.$$

粒子运动一周的路程为 $2\pi r$，速率保持为 v，所以

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{v} \cdot \frac{mv}{|q|B} = \boxed{\frac{2\pi m}{|q|B}}.$$

推导中 v 被约去，说明在非相对论条件下，同一种粒子垂直进入同一匀强磁场时，回旋周期与速率无关；速率增大时，轨道半径按相同比例增大。

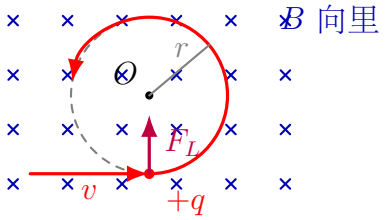


图 198：带电粒子垂直进入匀强磁场后做匀速圆周运动

- 半径 r 与速度 v 成正比。
- 在非相对论、匀强磁场且速度垂直磁场的圆周运动模型中，周期 T 与速度 v 无关，只由 m、$|q|$、B 决定。
- 轨迹方向由电荷正负、速度方向和磁场方向共同决定。

四、受力与轨道关系

模型使用前检查：

1. 先判断粒子电荷正负，负电荷的洛伦兹力方向与正电荷相反。
2. $F = |q|vB$ 默认 $v \perp B$；若不垂直，应使用 $F = |q|vB\sin\theta$。
3. 匀强磁场圆周运动中，先找圆心、半径和圆心角，再写时间关系。
4. 电场和磁场同时存在时，先分别判断电场力和磁场力，再做合力分析。

公式	物理意义	适用条件
$F = \|q\|vB\sin\theta$	洛伦兹力大小	运动电荷在磁场中
$F = \|q\|vB$	最大洛伦兹力	$v \perp B$
$F = BIL\sin\theta$	安培力宏观表达	直导线在匀强磁场中
$r = \dfrac{mv}{\|q\|B}$	圆周运动半径	$v \perp B$，匀强磁场
$T = \dfrac{2\pi m}{\|q\|B}$	圆周运动周期	$v \perp B$，匀强磁场
$t = \dfrac{\alpha}{2\pi}T$	磁场中运动时间	圆心角为 α（弧度制）

洛伦兹力圆弧题的四步分析清单

带电粒子进入磁场后，先完成方向和圆心判断，再代入半径公式。按下面四步走，几何关系会清楚很多：

1. **定偏转方向：**先看电荷正负，再由 v 和 B 判断洛伦兹力方向，确定轨迹偏向哪一侧。
2. **找圆心：**洛伦兹力始终指向圆心，所以圆心一定在速度的垂线上；入射点、出射点处都可以作速度垂线。
3. **定半径和圆心角：**半径来自 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$ 或题图几何；圆心角等于速度方向转过的角度。
4. **算时间或位置：**时间用 $t = \dfrac{\alpha}{2\pi}T$，位置用弦长、半径和圆心角的几何关系。

如果题目中同时有电场，先分清“电场改变速率、磁场改变方向”；只有磁场单独作用时，速率不变，圆周半径才保持不变。

五、选速、偏转与探测模型

磁场粒子题的三层拆解：遇到带电粒子进磁场，建议把半径公式放在“方向判断”和“圆周模型”之后使用。完整思路是：

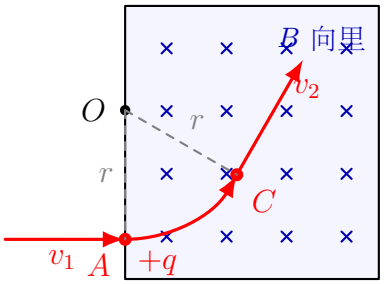
$$\text{方向判断} \to \text{圆周模型} \to \text{边界几何}.$$

第一步确定粒子的偏转方向；第二步确认洛伦兹力提供向心力；第三步再看题目给的是半径、直径、弦长、圆心角还是运动时间。

模型 1：有界磁场中的圆弧轨迹

粒子进入有界匀强磁场后，只在磁场内走圆弧。解题关键是找圆心：

1. 入射点处，半径垂直于速度方向。
2. 出射点处，半径也垂直于出射速度方向。
3. 两条半径的交点就是圆心。



入射、出射速度的垂线相交于圆心

图 199：有界磁场中先找圆心，再用几何关系求半径和时间

几何细化：有界磁场题常把“轨迹圆”藏起来。入射速度和出射速度的垂线交点就是圆心；圆心角 α 等于速度方向转过的角度，时间由圆心角决定：

$$t = \frac{\alpha}{2\pi} T.$$

这里最容易错的不是公式，而是把圆心找错。一旦圆心错了，半径、圆心角和运动时间都会跟着错。

常见边界关系：若粒子从一条边界垂直进入磁场，速度转过 α 后到达与入射边界相距 d 的另一条平行边界，则可由轨迹圆的投影得到

$$d = r \sin \alpha.$$

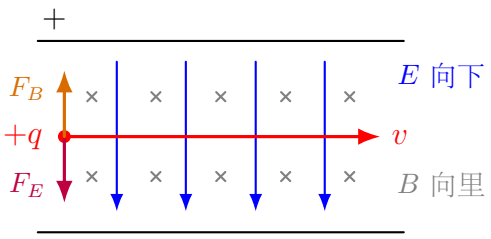
这不是新的物理公式，而是特定边界条件下的几何关系。使用前必须在图中确认 d 对应的是哪一段投影，不能离开图形直接套用。

模型 2：速度选择器

理想速度选择器中，匀强电场与匀强磁场互相垂直，粒子速度同时垂直于两者。还要选定恰当的传播方向，使电场力与洛伦兹力方向相反。以图中的正电荷向右运动为例，只有满足

$$|q|E = |q|vB, \qquad \boxed{v = \frac{E}{B}}$$

的粒子才能沿直线通过。若换成负电荷，两种力同时反向，选出的速率仍为 E/B；若把粒子传播方向反过来，磁场力反向而电场力不变，两力便不能平衡。



$F_E = F_B \Rightarrow v = E/B$（负电荷时两力同时反向）

图 200：速度选择器：图示正电荷沿指定方向运动，两力平衡时不偏转

模型 3：质谱仪

设正离子先通过由匀强电场 E 和匀强磁场 B_1 组成的速度选择器，再进入只有匀强磁场 B_2 的分析区。速度选择器给出

$$v = \frac{E}{B_1}.$$

进入分析区后，洛伦兹力提供向心力：

$$r = \frac{mv}{|q|B_2}.$$

两式联立可得

$$\boxed{\frac{m}{|q|} = \frac{B_1 B_2 r}{E}}.$$

若粒子走半圆后落到入口边界处的探测器上，入口到落点的距离为 $x = 2r$。因此测出落点位置就能确定 r，进而得到粒子的质荷比。在 $|q|$、v、B_2 相同的情况下，公式中的 m 越大，轨道半径越大。

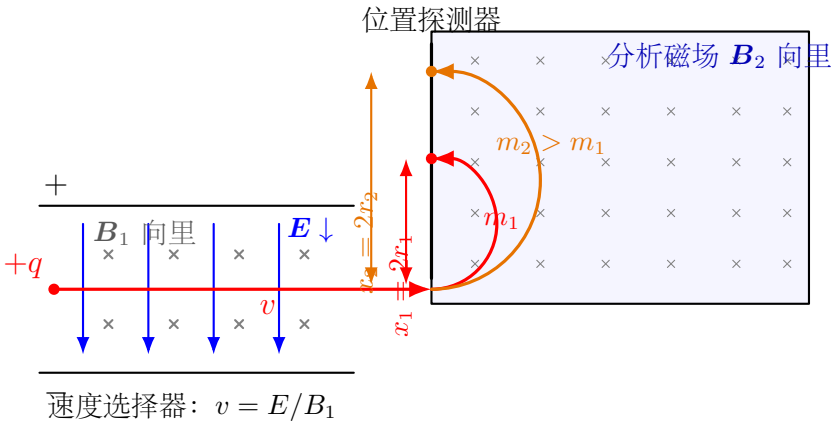


图 201：质谱仪原理：速度选择器用 E, B_1 选速，分析磁场 B_2 用落点区分质荷比

模型 4：回旋加速器

回旋加速器把电场和磁场的作用分开使用：两个 D 形盒内主要有匀强磁场，粒子在盒内做半圆运动；两个盒之间的窄缝中有交变电场，粒子每次经过窄缝时都被加速一次。图中画出正电荷在磁场垂直纸面向里的情形。速度变大后，由

$$r = \frac{mv}{|q|B}$$

可知：在 m、$|q|$、B 不变时，半径 r 与速度 v 成正比。粒子每过一次缝隙速度变大，下一段圆弧半径也随之变大，所以它不是在同一圆上反复转，而是从中心附近一圈圈向外运动。

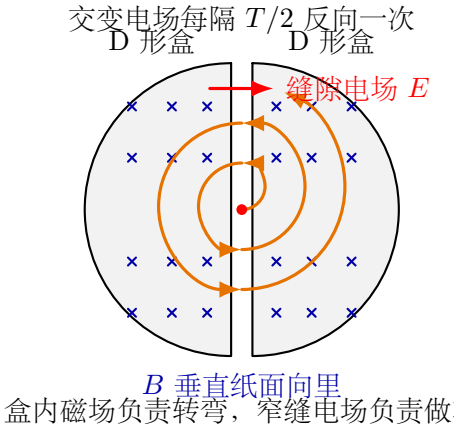


图 202：回旋加速器：磁场负责转弯，缝隙中的交变电场负责加速

回旋周期为

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

这个式子里没有 v，所以在非相对论、匀强磁场的回旋模型中，回旋周期与速度大小无关。这个结论很关键：粒子虽然越来越快，但轨道半径也同步变大，转一圈所需时间仍保持不变。因此只要交变电压频率满足

$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{|q|B}{2\pi m}},$$

交变电压的周期应等于粒子的回旋周期 T，电场方向每经过半个周期 $T/2$ 反向一次。选定合适初相位后，粒子每次到达窄缝时，电场都恰好沿其运动方向，使粒子继续加速。若最大轨道半径为 R，则射出速度和最大动能近似为

$$v_{\max}=\frac{|q|BR}{m},\qquad E_{k\max}=\frac{q^2B^2R^2}{2m}.$$

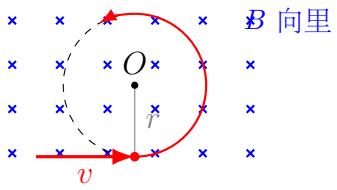
认知提醒：磁场不做功，不能直接增加粒子的动能；真正做功的是窄缝中的电场。磁场的作用是让粒子不断转回窄缝，使电场可以一次次做功。

六、例题精讲

例题：带电粒子的圆周运动

题意分析：质子以 $v=2.0\times10^{6}\ \mathrm{m/s}$ 的速度垂直进入 $B=0.50\ \mathrm{T}$ 的匀强磁场。质子质量 $m=1.67\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$，电荷量 $q=1.60\times10^{-19}\ \mathrm{C}$。求轨道半径。

物理模型：洛伦兹力提供向心力。



解题过程：

$$r=\frac{mv}{|q|B}=\frac{1.67\times10^{-27}\times2.0\times10^{6}}{1.60\times10^{-19}\times0.50}\approx4.2\times10^{-2}\ \mathrm{m}$$

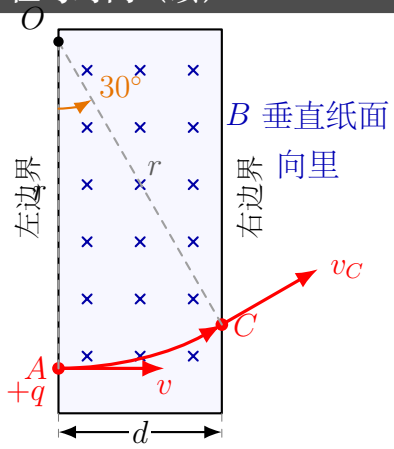
方法总结：半径公式来自向心力方程，应先理解来源再记忆。速度越大、质量越大，半径越大；电荷量越大、磁场越强，半径越小。

例题：有界磁场中的圆心、半径与时间

题意分析：如图，矩形区域内有垂直纸面向里的匀强磁场，左、右边界相距 d。质量为 m、电荷量为 $+q$ 的粒子从左边界上的 A 点以速率 v 垂直边界射入，在 C 点离开右边界。出射速度相对入射速度向上偏转 30°。求磁感应强度 B 和粒子在磁场中的运动时间。

物理模型：粒子在磁场内做匀速圆周运动；入射点和出射点处的速度垂线相交于圆心。

例题：有界磁场中的圆心、半径与时间（续）



解题过程：

在 A 点，半径 OA 垂直于入射速度；在 C 点，半径 OC 垂直于出射速度。速度方向转过的角度等于圆心角，因此

$$\angle AOC = \alpha = 30^\circ.$$

左右边界的距离是半径 OC 在水平方向上的投影：

$$d = r\sin\alpha = r\sin 30^\circ = \frac{r}{2}, \qquad r = 2d.$$

由洛伦兹力提供向心力，

$$B = \frac{mv}{qr} = \boxed{\frac{mv}{2qd}}.$$

粒子转过的圆心角为 $\alpha = \pi/6$，故

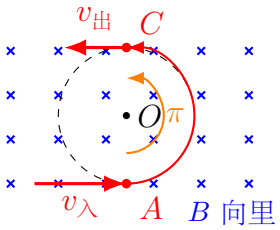
$$t = \frac{\alpha}{2\pi}T = \frac{1}{12}\cdot\frac{2\pi m}{qB} = \boxed{\frac{\pi m}{6qB}} = \boxed{\frac{\pi d}{3v}}.$$

方法总结：边界题不能从弧线外形直接猜半径。应先在入射点、出射点作速度垂线找圆心，再把边界宽度转化为半径的投影，最后利用圆心角求时间。

例题：半圆磁场中的运动时间

题意分析：一个带正电粒子垂直进入匀强磁场，轨迹刚好为半圆后射出。已知 m、q、B，求粒子在磁场中的运动时间。

物理模型：圆周运动的一部分。



例题：半圆磁场中的运动时间（续）

解题过程：

完整周期为

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B}$$

半圆对应圆心角 π，所以时间为半个周期：

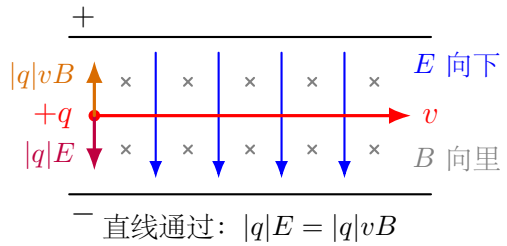
$$t = \frac{T}{2} = \frac{\pi m}{|q|B}$$

方法总结：有界磁场时间题看“圆弧对应圆心角”，不是看弧长直观长短。

例题：速度选择器能通过的速度

题意分析：速度选择器中匀强电场强度 $E = 3.0 \times 10^4$ N/C，匀强磁场 $B = 0.20$ T，且 $E \perp B$。粒子沿图示方向进入时，速度同时垂直于 E、B，电场力和洛伦兹力方向相反。求能沿直线通过的粒子速度。

物理模型：理想速度选择器中 $E \perp B$，且 v 同时垂直于 E、B；粒子沿指定方向直线通过意味着横向合力为零。



解题过程：

$$|q|E = |q|vB.$$

两边都有 $|q|$，所以在这个理想正交场模型中，能通过的速率与粒子电荷量大小和正负均无关：

$$v = \frac{E}{B} = \frac{3.0 \times 10^4}{0.20} = 1.5 \times 10^5 \text{ m/s}.$$

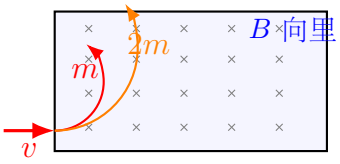
方法总结：速度选择器题不能只背 $v = E/B$，还要先检查 $E \perp B$、$v \perp E$、$v \perp B$，并确认两种力方向相反。条件满足后，速度过大或过小都会偏转。

例题：质谱仪中的半径比较

题意分析：两种一价正离子经过同一速度选择器后进入同一匀强磁场。若质量分别为 m 和 $2m$，比较它们在磁场中的轨道半径。

物理模型：速度相同、电荷量相同、磁场相同，半径只随质量变化。

例题：质谱仪中的半径比较（续）



$$r_2 = 2r_1$$

解题过程：

$$r = \frac{mv}{|q|B}.$$

对质量为 m 的离子：

$$r_1 = \frac{mv}{|q|B}.$$

对质量为 $2m$ 的离子：

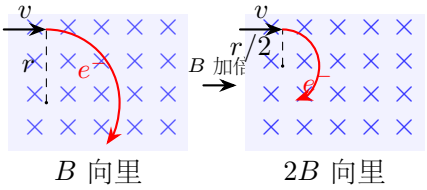
$$r_2 = \frac{2mv}{|q|B} = 2r_1.$$

方法总结：质谱仪题先确认粒子速度和电荷量是否相同，再用 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$ 比较半径；在本题条件下，半径与质量成正比。

七、变式训练

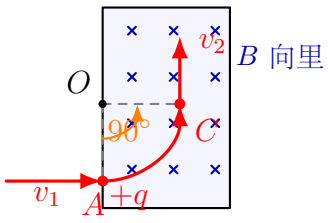
1. 正电荷和负电荷以相同速度水平向右进入垂直纸面向里的匀强磁场。分别判断二者刚进入磁场时所受洛伦兹力方向，并说明轨迹向哪一侧弯曲。

2. 电子以速度 v 垂直进入匀强磁场，若磁场增强为原来的 2 倍，轨道半径如何变化？



3. 一个带电粒子在匀强磁场中运动半径为 0.20 m，速度为 1.0×10^6 m/s。若 $B = 0.10$ T，求其比荷大小 $|q|/m$。

4. 粒子在磁场中偏转 90° 后射出，求其在磁场中运动时间与周期的关系。



5. 正离子从左边界垂直进入匀强磁场，速度方向转过 30° 时恰好到达与左边界相距 d 的右边界。求轨道半径，并写出它在磁场中的运动时间与周期的关系。

6. 速度选择器中 $E = 2.0 \times 10^4$ N/C，$B = 0.20$ T，能直线通过的粒子速度是多少?

7. 两种一价正离子经同一速度选择器后进入同一分析磁场，测得半圆轨迹直径之比为 $x_1 : x_2 = 3 : 5$。求两种离子的质量之比。

8. 某回旋加速器的磁感应强度为 B，D 形盒最大半径为 R。粒子的质量为 m、电荷量大小为 $|q|$。写出交变电压的频率及粒子射出时的最大动能。

变式训练参考结果

1. 对正电荷，$\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$ 方向向上，轨迹向上弯曲；负电荷所受力方向相反，轨迹向下弯曲。
2. 由 $r = mv/(|q|B)$，磁感应强度变为原来的 2 倍时，轨道半径变为原来的一半。
3. $\dfrac{|q|}{m} = \dfrac{v}{Br} = 5.0 \times 10^7$ C/kg。
4. 偏转 90° 对应转过四分之一圆周，故在磁场中的运动时间为 $T/4$。
5. 由 $d = r\sin 30^\circ$ 得 $r = 2d$；偏转 30° 对应六分之一圆周，故 $t = T/12$。
6. 直线通过时电场力与洛伦兹力平衡，故 $v = E/B = 1.0 \times 10^5$ m/s。
7. 同一速度选择器和分析磁场中，$x = 2r \propto m/|q|$。两种离子的 $|q|$ 相同，故 $m_1 : m_2 = 3 : 5$。
8. $f = \dfrac{|q|B}{2\pi m}$，$E_{k\max} = \dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$。

八、复合场中的进阶模型

拓展提升

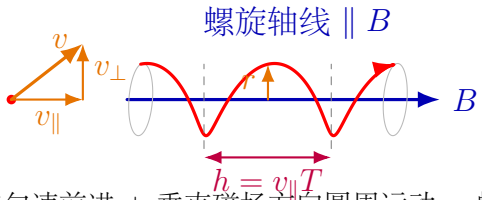
螺旋线运动：速度不完全垂直磁场

若粒子速度与磁场有夹角，可以把速度分解为

$$v_\parallel = v\cos\theta, \qquad v_\perp = v\sin\theta$$

- 平行磁场的分量 $v_\parallel$ 不受洛伦兹力影响，保持匀速直线运动。
- 垂直磁场的分量 $v_\perp$ 产生圆周运动。
- 两个运动合成后，轨迹为螺旋线。

拓展提升（续）



沿磁场方向匀速前进 + 垂直磁场方向圆周运动 = 螺旋运动

图 203：速度斜入磁场：垂直分量形成圆周运动，平行分量使轨迹沿磁场方向推进

螺旋线半径和螺距分别为

$$r = \frac{mv_\perp}{|q|B}, \qquad h = v_\parallel T$$

这个模型是理解带电粒子在地磁场中运动、等离子体约束和粒子探测器轨迹的入门基础。

严谨提醒：螺旋运动中磁场仍然不做功，总速率不变；只是把运动分解后，平行分量保持匀速，垂直分量不断改变方向。

1. 霍尔效应：用洛伦兹力测磁场

霍尔效应是洛伦兹力在现代传感器中的典型应用。导体或半导体中有电流通过时，载流子具有定向速度；若再加一个垂直于电流方向的磁场，载流子受到洛伦兹力向一侧偏转，导体两侧积累异号电荷，形成横向电势差，叫**霍尔电压**。下图按正载流子模型作图：正载流子向上偏转，上侧积累正电荷。若实际载流子是电子，在约定电流和磁场方向不变时，电子漂移方向与约定电流相反，负电荷又使洛伦兹力方向反向；电子仍向图中的上侧偏转，但上侧积累负电荷，因此霍尔电压的极性与正载流子情形相反。

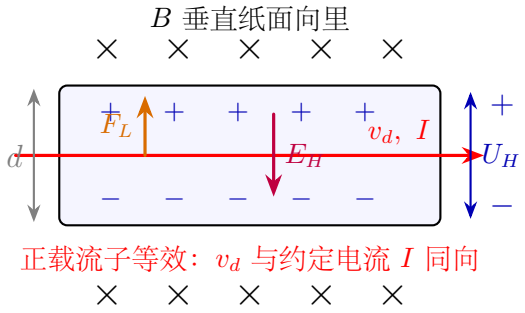


图 204：霍尔效应：载流子受洛伦兹力偏转，横向电荷分离形成霍尔电压

随着载流子在横向积累，横向电场逐渐增强。达到稳定状态时，横向电场力与洛伦兹力大小相等：

$$|q|E_H = |q|v_d B.$$

若导体横向宽度为 d，两侧霍尔电压大小为 $|U_H|$，则在匀强横向电场近似下

$$E_H = \frac{|U_H|}{d}, \qquad \boxed{|U_H| = v_d B d}.$$

设导体沿磁场方向的厚度为 h，单位体积载流子数为 n，则电流

$$I = n|q|v_d(dh).$$

消去 v_d 可得霍尔电压大小

$$\boxed{|U_H| = \frac{BI}{n|q|h}}.$$

测量霍尔电压的大小可以反求磁感应强度，测量其极性还可以判断主要载流子的正负。霍尔传感器据此用于磁场测量、无接触测速和电机转角检测。解题时要先确定载流子速度方向，再由电荷正负判断偏转方向，最后写稳定时的横向平衡条件。

2. 补充训练：磁场边界题的三问

遇到有界磁场，先连续回答三问：**入射点和出射点在哪里？这两点处速度方向分别是什么？由速度垂线找到的圆心在哪里？**圆心确定后，半径、圆心角和时间才有可靠的几何依据；不要在圆心尚未确定时直接套用半径或周期公式。

九、易错点

易错清单

1. **负电荷方向忘记反向**：先按正电荷用左手定则判断，再把方向反过来给负电荷。
2. **把“有加速度”和“速率增大”混为一谈**：判断速率是否变化时，先看力在速度方向上有没有分量。纯磁场中洛伦兹力始终垂直速度，故只改变方向、提供向心加速度，不单独改变速率。
3. **把安培力和洛伦兹力割裂开**：在高中采用的正载流子等效模型中，安培力可以理解为载流子所受洛伦兹力经导体内部相互作用传递后形成的宏观表现。
4. **把半径公式写成 $r = \dfrac{qB}{mv}$**：先由 $|q|vB = m\dfrac{v^2}{r}$ 推出，再写 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$。
5. **周期误以为与速度有关**：先由 $T = 2\pi r/v$ 与 $r = mv/(|q|B)$ 联立，观察 v 被约去，才得到 $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$。这一结论限于非相对论、匀强磁场且速度垂直磁场的圆周运动模型。
6. **边界题不找圆心**：先在入射点、出射点作速度垂线找圆心，再由半径和圆心角列几何关系。

十、今日小结

1. 洛伦兹力大小 $F = |q|vB\sin\theta$，列式前先判断 v 与 B 的夹角；判方向时还要检查电荷正负。

2. 在正载流子等效模型中，安培力可理解为洛伦兹力经导体传递后的宏观表现；磁场洛伦兹力始终垂直速度，因此不做功、不改变速率。

3. 垂直进入匀强磁场时，洛伦兹力提供向心力，轨道半径 $r = \dfrac{mv}{|q|B}$，周期 $T = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$。

4. 有界磁场题先由入射、出射速度的垂线找圆心，再用边界几何求半径、圆心角和时间。

5. 速度选择器负责选速，质谱仪利用轨迹测质荷比，回旋加速器用电场加速、磁场转弯；霍尔效应则把载流子的横向偏转转化为可测电压。

一分钟复盘：画一个带电粒子垂直进入匀强磁场的图，标出 v、B、F、圆心和半径，并分别判断正、负电荷的偏转方向；最后检查半径是否垂直速度、洛伦兹力是否只改变方向而不改变速率。

Day 23：电磁感应

本节导读

前两节研究“电流产生磁场”和“磁场对电流、运动电荷的作用”。本节反过来看：穿过回路的磁通量发生变化时，会产生怎样的电磁效应？这就是电磁感应。接下来学习磁通量、感应电动势和感应电流的产生条件、楞次定律、法拉第电磁感应定律，以及导体棒切割磁感线和线圈进出磁场的典型模型。

本节读题路线：先问“磁通量是否变化”，决定有没有感应电动势；再用楞次定律问“感应电流要产生怎样的磁场”，判断方向；最后用法拉第定律问“变化有多快”，计算大小。这样处理，电磁感应题就不再是零散方向规则的记忆，而是一条因果链。

符号提醒：本节统一用 $\mathcal{E}$ 表示**感应电动势**，用 E 表示电场强度；用 Q 表示某过程中通过导体横截面的电荷量。

一、学习目标

1. 能由 $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS\cos\theta$ 判断磁通量的大小和正负。
2. 能区分产生感应电动势与形成感应电流的条件。
3. 会用楞次定律判断感应电流方向。
4. 能区分平均感应电动势 $\overline{\mathcal{E}}$ 与瞬时感应电动势 $\mathcal{E}$。
5. 能说明电阻不变时净通过电荷量与磁通量变化的关系及其适用条件。
6. 会分析导体棒切割磁感线、线圈进出磁场和发电机的基本模型。

二、磁通量变化怎样产生电流

初中知道发电机能把机械能转化为电能，通常先从现象入手：线圈在磁场中转动能发电。高中要回答三个更精确的问题：

- 什么时候会产生感应电流?
- 感应电流方向怎么判断?
- 感应电动势大小由什么决定?

第一个问题要分成两层：磁通量变化会产生感应电动势，导电回路闭合后才形成感应电流。后两个问题分别由楞次定律和法拉第电磁感应定律回答。

科学发展视角：电磁感应连接了发电、输电和用电。发电机、无线充电、电磁炉、金属探测和电动汽车的再生制动，都建立在“磁通量变化产生感应电动势”的思想上。学到这里，电和磁不再是两条线，而开始合成一个完整的电磁学框架。

三、法拉第定律与楞次定律

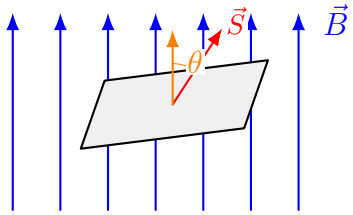
要点：磁通量

磁通量描述磁场穿过某个有向面积的程度。先为回路所围面积选定一个正法线方向，并定义面积矢量 $\vec{S}$：方向沿正法线，大小等于面积 S。若磁场为匀强磁场，则

$$\boxed{\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = BS\cos\theta}$$

其中 θ 是 $\vec{B}$ 与正法线（即 $\vec{S}$）的夹角。正法线一经选定，磁通量就有正负；若只问穿过面积的磁通量大小，再取 $|\Phi|$。

- 单位：韦伯（Wb）。
- 若磁场沿正法线垂直穿过平面，$\theta = 0°$，$\Phi = BS$。
- 若磁场沿正法线反方向垂直穿过平面，$\theta = 180°$，$\Phi = -BS$。
- 若磁场平行于平面，$\theta = 90°$，$\Phi = 0$。



$\Phi = BS\cos\theta$

图 205：选定正法线后，磁通量由磁场强弱、面积大小和面积朝向共同决定

要点：电磁感应现象

当穿过回路所围面积的磁通量发生变化时，回路中会产生感应电动势；若导电回路闭合，才会形成感应电流。计算普通电阻回路中的电流时，还要知道回路的总电阻。

磁通量变化 $\Rightarrow$ 感应电动势 ； 导电回路闭合 $\Rightarrow$ 形成感应电流

磁通量可以通过三种方式改变：

- 改变磁场强弱 B；
- 改变回路面积 S；
- 改变回路与磁场的夹角 θ。

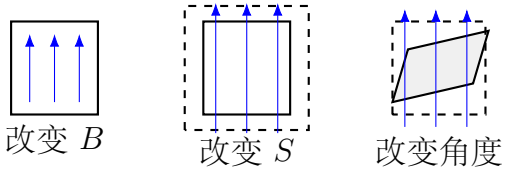


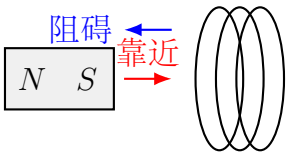
图 206：改变 B、S 或角度，都可能引起磁通量变化

边界提醒：如果回路不闭合，仍可能在断口两端出现感应电动势，但不能形成沿整个回路持续流动的感应电流。

要点：楞次定律

闭合回路中，感应电流产生的磁场总要阻碍引起感应电流的磁通量变化。

感应电流的磁场，总要阻碍引起它的磁通量变化



线圈近端表现为 S 极，阻碍磁铁靠近

图 207：磁铁靠近线圈时，线圈产生的磁场阻碍磁通量增加

四步判断法：

1. 判断原磁场方向；
2. 判断穿过回路的磁通量是增加还是减少；
3. 用“阻碍变化”确定感应磁场方向；
4. 用右手螺旋定则确定感应电流方向。

要点：楞次定律（续）

方向判断清单：在原磁场方向不变、只比较磁通量大小增减的常见模型中，

原磁通量变化	感应磁场方向
原磁通量增加	与原磁场方向相反，阻碍增加
原磁通量减少	与原磁场方向相同，阻碍减少

要点：法拉第电磁感应定律

设线圈有 N 匝，Φ 表示每一匝的磁通量。在一段时间 Δt 内，平均感应电动势为

$$\boxed{\overline{\mathcal{E}} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}}, \qquad \boxed{\left|\overline{\mathcal{E}}\right| = N\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|}.$$

负号表示感应效应遵循楞次定律。若磁通量随时间连续变化，某一时刻的瞬时感应电动势为

$$\boxed{\mathcal{E} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}.$$

- N 是线圈匝数。
- $\Delta\Phi$ 是每一匝线圈的磁通量变化量。
- 平均变化率决定平均感应电动势，瞬时变化率决定瞬时感应电动势。

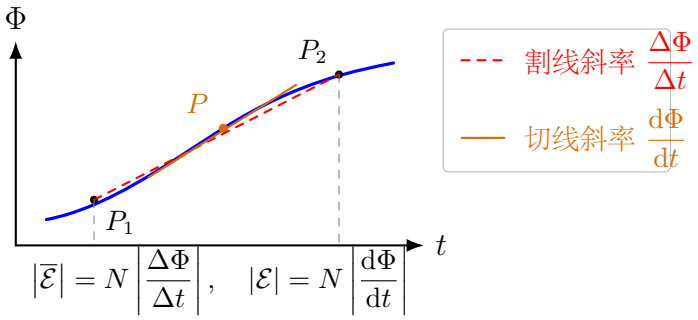


图 208：Φ-t 图像的割线斜率对应平均感应电动势，切线斜率对应瞬时感应电动势

认知提醒：图像斜率为负不等于“感应电动势一定为负”。由 $\mathcal{E} = -N\,\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ 可知，感应电动势的正负还取决于预先选定的回路正方向；只比较大小时取变化率的绝对值。

四、感应电动势的关系式

列式前检查：

1. 先选定回路、正法线和与之匹配的回路正方向，再判断磁通量 Φ 是否变化。
2. 用楞次定律时，先说“原磁通怎样变”，再说“感应磁场怎样阻碍这种变化”。
3. 用 $\left|\overline{\mathcal{E}}\right| = N|\Delta\Phi/\Delta t|$ 前先确认求平均电动势；若要求某一时刻大小，要看瞬时变化率或导体棒切割模型。
4. 导体棒切割磁感线时，要判断速度方向、磁场方向和有效长度。
5. 涉及能量时，外力做功通常转化为电能和焦耳热，不能只看电流方向。

公式	物理意义	适用条件
$\Phi = \vec{B}\cdot\vec{S}$	有向磁通量	先选正法线；匀强磁场、平面面积
$\left\|\overline{\mathcal{E}}\right\| = N\left\|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\|$	平均感应电动势	一段时间内的平均值
$\mathcal{E} = -N\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$	瞬时感应电动势	磁通量连续变化
$\lvert Q_{净}\rvert = \dfrac{N\lvert\Delta\Phi\rvert}{R}$	净通过电荷量	R 不变，忽略自感
$\mathcal{E} = BLv$	导体棒切割磁感线	B、L、v 两两垂直
$I = \dfrac{\mathcal{E}}{R}$	感应电流	闭合电阻回路总电阻为 R
$F_A = BIL$	安培力（阻碍棒运动）	导体棒电流与匀强磁场垂直

电磁感应题的四问分析清单

电磁感应题不要从“电流方向”开始猜。先按四个问题排顺序：

1. **有没有**：选定回路，判断穿过它的磁通量 Φ 是否变化；不变则无感应电动势。
2. **方向**：若回路闭合，用楞次定律先定感应磁场方向，再用右手螺旋定则定感应电流方向。
3. **大小**：平均值用 $\left|\overline{\mathcal{E}}\right| = N\left|\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|$；瞬时值看 Φ-t 图像切线斜率；导体棒垂直切割可用 $\mathcal{E} = BLv$。
4. **能量**：若有外力拉动、线圈进出磁场或导体棒运动，要追问机械能、电能和焦耳热之间如何转化。

方向判断和大小计算要分开：楞次定律负责判断方向，法拉第定律负责计算大小。

五、线圈与导体棒模型

模型 1：导体棒切割磁感线

先看导体棒与两条静止导轨构成的闭合回路。若匀强磁场 B 垂直导轨平面，导体棒的有效长度 L 与速度 v 垂直，则棒运动时回路面积发生变化，感应电动势为

$$\boxed{\mathcal{E} = BLv}.$$

这个公式可以由法拉第电磁感应定律推出。导体棒在时间 Δt 内前进 Δx，回路面积增加

$$\Delta S = L\Delta x.$$

匀强磁场垂直穿过回路，磁通量变化

$$\Delta\Phi = B\Delta S = BL\Delta x,$$

所以

$$\mathcal{E} = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = BL\frac{\Delta x}{\Delta t} = BLv.$$

因此，$\mathcal{E} = BLv$ 不是孤立的新公式，而是法拉第电磁感应定律在这一闭合导轨模型中的具体结果。对于单独运动的导体棒，也可以用自由电荷所受洛伦兹力解释棒两端的电势差。

适用提醒：若导体棒不是完全垂直切割，或只有一部分长度处在磁场中，要先取有效长度、有效速度分量，或直接回到磁通量变化率，不能直接套用整根棒的 BLv。

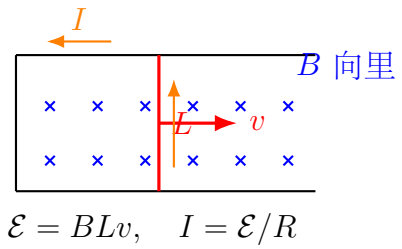


图 209：导体棒切割磁感线：面积增大，磁通量增大，产生感应电流

若回路总电阻为 R，则

$$I = \frac{BLv}{R}$$

闭合回路形成感应电流后，导体棒还会受到安培力。按楞次定律判断，它的效果是阻碍磁通量的变化；在这里的单棒切割模型中，通常表现为阻碍导体棒相对磁场的运动。

模型 2：线圈进入或离开磁场

设有界匀强磁场区域的宽度大于线圈沿运动方向的宽度。线圈进入磁场时，处在磁场中的有效面积增大；完全进入后，有效面积不变；离开磁场时，有效面积减小。

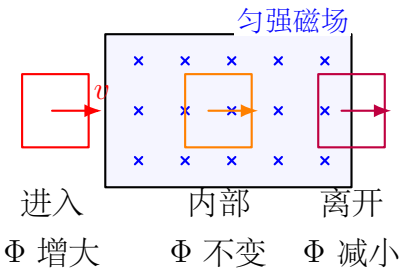


图 210：线圈进出磁场：只有磁通量变化阶段才有感应电流

如果矩形线圈匀速穿过边界清晰的匀强磁场，进入和离开阶段的有效面积随时间线性变化，因此 Φ-t 图像是“上升—水平—下降”的分段图像。感应电动势看斜率：若进、出磁场时的磁场强度、速度和有效边长分别相同，则两阶段的感应电动势大小相同、方向相反，与回路电阻无关；若还要比较感应电流大小，才需要比较回路电阻。完全处在匀强磁场中且面积、取向不变时，感应电动势为零。

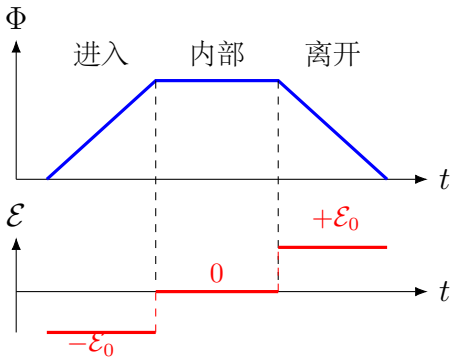


图 211：线圈进出磁场的分段图像：看斜率判断感应电动势

模型 3：感应电荷量模型

有些题不问瞬时电流或最大电流，而问“整个过程中通过导体横截面的电荷量”。先选定回路正方向，并假定总电阻 R 保持不变、线圈自感可以忽略。由

$$\mathcal{E} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}, \qquad I = \frac{\mathcal{E}}{R},$$

可得带符号的净通过电荷量

$$\boxed{Q_{\text{净}} = \int_{t_1}^{t_2} I\,\mathrm{d}t = \frac{N(\Phi_1 - \Phi_2)}{R}}.$$

因此

$$\boxed{|Q_{净}| = \frac{N|\Delta\Phi|}{R}}.$$

若磁通量单调变化、感应电流方向始终不变，$|Q_{净}|$ 就等于整个过程中累计通过横截面的电荷量。若电流中途反向，应分段计算并区分“各段电荷量绝对值之和”与“带符号的净电荷量”。

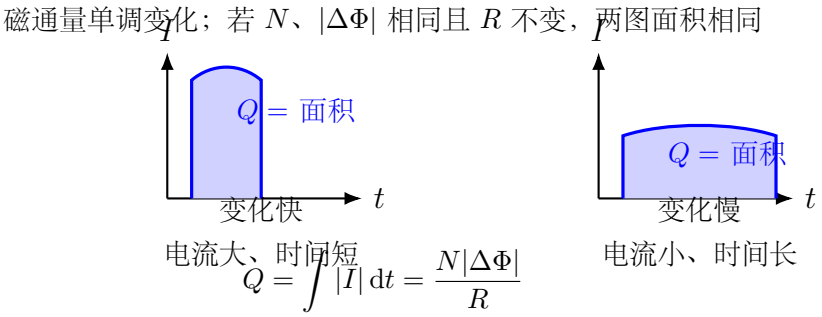


图 212：磁通量单调变化时，I-t 图线与时间轴围成的面积表示通过横截面的电荷量

认知提醒：对于磁通量单调变化的两个过程，变化快时通常电流大、时间短，变化慢时通常电流小、时间长；若 N、R 和 $|\Delta\Phi|$ 分别相同，则累计通过的电荷量相同。这个结论不能用来判断瞬时电流大小，也不适用于电阻明显变化或电流多次反向而未分段处理的过程。

模型 4：发电机模型

矩形线圈绕位于线圈平面内的固定轴，在匀强磁场中以角速度 ω 匀速转动。若从线圈面积法线与磁场方向重合的位置开始计时，则

$$\Phi = BS\cos\omega t.$$

对 N 匝线圈，瞬时感应电动势为

$$\mathcal{E} = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = NBS\omega\sin\omega t = \mathcal{E}_m\sin\omega t, \qquad \mathcal{E}_m = NBS\omega.$$

可见，机械转动使面积法线与磁场的夹角周期性变化，从而产生交变电动势；其周期由转动角速度决定，最大值由 N、B、S 和 ω 共同决定。

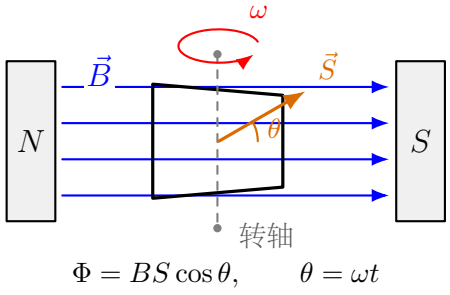


图 213：发电机基本模型：线圈绕平面内的轴转动，面积法线与磁场的夹角周期性变化

六、例题精讲

例题：磁通量的计算

题意分析：面积 $S = 0.20\ \text{m}^2$ 的线圈放在 $B = 0.50\ \text{T}$ 的匀强磁场中。若磁场方向与线圈平面法线夹角为 $60°$，求磁通量。

物理模型：磁通量 $\Phi = BS\cos\theta$。

解题过程：

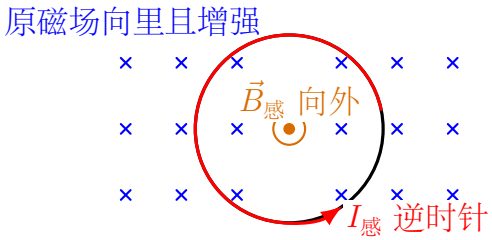
$$\Phi = BS\cos 60° = 0.50 \times 0.20 \times \frac{1}{2} = 0.050\ \text{Wb}$$

方法总结：磁通量题先画平面法线；$\Phi = BS\cos\theta$ 中 θ 是磁场与法线夹角，不是与平面夹角。

例题：用楞次定律判断感应电流方向

题意分析：一个闭合圆形线圈固定在纸面内，垂直纸面向里的匀强磁场正在增强。判断线圈中感应磁场和感应电流的方向。

物理模型：原磁场方向不变，向里的磁通量正在增加。依次判断“原磁通量怎样变—感应磁场怎样阻碍—感应电流怎样绕”。



解题过程：

1. 原磁场垂直纸面向里，且磁感应强度增大，所以向里的磁通量增加。
2. 感应磁场要阻碍这种增加，因此应垂直纸面向外。
3. 右手拇指指向纸面外，四指弯曲方向为逆时针，所以从纸面正面观察，感应电流沿逆时针方向。

方法总结：不能从“磁场向里”直接猜电流方向。必须先判断磁通量是增加还是减少，再确定感应磁场方向。

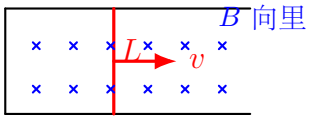
例题：导体棒切割磁感线

题意分析：长 $L = 0.40\ \text{m}$ 的导体棒在 $B = 0.50\ \text{T}$ 的匀强磁场中以 $v = 2.0\ \text{m/s}$ 垂直切割磁感线。回路总电阻 $R = 2.0\ \Omega$。求感应电动势和感应电流。

物理模型：导体棒切割磁感线。先画出导轨、导体棒、磁场方向和速度方向，再判断

例题：导体棒切割磁感线（续）

能否直接用 $\mathcal{E}=BLv$。



先判定 B, L, v 两两垂直，再用 $\mathcal{E}=BLv$

解题过程：

$$\mathcal{E}=BLv=0.50\times 0.40\times 2.0=0.40\ \text{V}$$

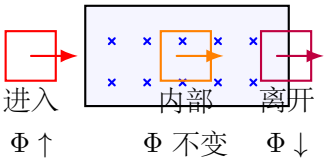
$$I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{0.40}{2.0}=0.20\ \text{A}$$

方法总结：导体棒题先确认 B、L、v 两两垂直，再用 $\mathcal{E}=BLv$；方向另用楞次定律或右手定则判断。

例题：线圈进出磁场的电流时段

题意分析：一个矩形线圈匀速进入一块匀强磁场区域，然后完全在磁场中运动，最后离开磁场。问哪些阶段有感应电流?

物理模型：判断磁通量是否变化。不要只看“线圈在动”，要把进入、完全在内部、离开三个阶段分开画。



解题过程：

- 进入磁场：穿过线圈的面积增大，磁通量增大，有感应电流。
- 完全在磁场中：面积不变、磁场不变，磁通量不变，无感应电流。
- 离开磁场：穿过线圈的面积减小，磁通量减小，有感应电流。

方法总结：线圈题先看磁通量是否变化，不只看线圈是否运动；面积、磁场、夹角任一变化都可能产生感应电流。

例题：感应电荷量与变化快慢

题意分析：一个 $N=200$ 匝的闭合线圈总电阻为 $R=10\ \Omega$。每匝磁通量从 5.0×10^{-4} Wb 单调减小到 1.0×10^{-4} Wb，忽略线圈自感。求这一过程中通过线圈某横截面的电荷量。

物理模型：电阻不变、磁通量单调变化，感应电流方向不变，可以直接用累计电荷量

例题：感应电荷量与变化快慢（续）

公式。

解题过程：

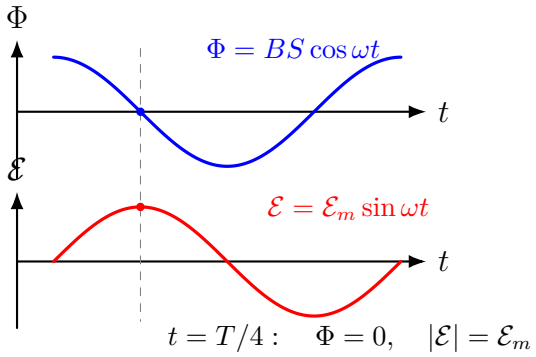
$$Q=\frac{N|\Delta\Phi|}{R}=\frac{200\times(5.0-1.0)\times10^{-4}}{10}=8.0\times10^{-3}\ \text{C}.$$

方法总结：结果只由 N、R 和总磁通量变化量决定，与完成变化所用时间无关；若磁通量来回变化导致电流反向，则应分段计算。

例题：发电机模型中的磁通量与感应电动势

题意分析： $N=200$ 匝、面积 $S=2.0\times10^{-2}\ \text{m}^2$ 的线圈在 $B=0.50\ \text{T}$ 的匀强磁场中以角速度 $\omega=100\ \text{rad/s}$ 匀速转动。取线圈面积法线与磁场方向重合的时刻为 $t=0$，转动方向使 $\theta=\omega t$ 增大，并按所选正法线用右手螺旋定则规定回路正方向。求感应电动势随时间的表达式、最大值及第一次达到正向最大值的时刻。

物理模型：面积法线匀速转动，磁通量按余弦规律变化；感应电动势由磁通量的瞬时变化率决定。



解题过程：

$$\Phi=BS\cos\omega t,\qquad \mathcal{E}=-N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=NBS\omega\sin\omega t.$$

感应电动势最大值为

$$\mathcal{E}_m=NBS\omega=200\times0.50\times2.0\times10^{-2}\times100=200\ \text{V}.$$

因此

$$\boxed{\mathcal{E}=200\sin(100t)\ \text{V}}.$$

第一次达到正向最大值时 $\omega t=\pi/2$，所以

$$\boxed{t=\frac{\pi}{2\omega}=\frac{\pi}{200}\ \text{s}\approx1.57\times10^{-2}\ \text{s}}.$$

方法总结： $t=0$ 时磁通量最大，但曲线斜率为零，所以感应电动势为零；经过四分之一周期，磁通量为零而变化率最大，感应电动势达到最大值。

七、变式训练

1. 匀强磁场 $B = 0.20\ \mathrm{T}$ 垂直穿过面积 $0.50\ \mathrm{m}^2$ 的线圈，求磁通量。

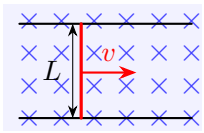
2. 100 匝线圈中，每一匝的磁通量在 $0.10\ \mathrm{s}$ 内从 $0.020\ \mathrm{Wb}$ 变为 $0.005\ \mathrm{Wb}$，求平均感应电动势大小。

3. 长 $0.30\ \mathrm{m}$ 的导体棒以 $4.0\ \mathrm{m/s}$ 垂直切割 $0.25\ \mathrm{T}$ 的磁场，求感应电动势。

4. 一个线圈完全处在匀强磁场中匀速平移，是否一定有感应电流？说明理由。

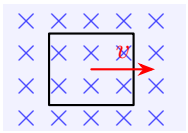
5. 一个总电阻为 $5.0\ \Omega$ 的单匝闭合线圈中，磁通量从 $0.060\ \mathrm{Wb}$ 单调减小到 $0.010\ \mathrm{Wb}$。若忽略自感且回路电阻保持不变，求整个过程中通过线圈某截面的电荷量。

6. 闭合线圈中的磁场垂直纸面向外且正在减弱。从纸面正面观察，判断感应电流方向，并写出判断过程。



导体棒切割磁感线

$\mathcal{E} = BLv$



线圈整体平移

磁通量不变

7. 一台理想交流发电机中，线圈从磁通量最大的位置开始匀速转动。经过四分之一周期时，磁通量和感应电动势分别处于什么状态？

画图提示：第 3、4 题先画“磁场区域、运动方向、有效面积”。第 3 题看导体棒是否切割磁感线；第 4 题不要只看线圈在动，要看穿过线圈的磁通量是否变化。第 5 题先确认磁通量单调变化；第 6 题按楞次定律四步判断，不能直接猜电流方向。

变式训练参考结果

1. $\Phi = BS = 0.10\ \mathrm{Wb}$。
2. $\bar{\mathcal{E}} = N|\Delta\Phi|/\Delta t = 15\ \mathrm{V}$。
3. $\mathcal{E} = BLv = 0.30\ \mathrm{V}$。
4. 不一定。若线圈始终完全处在匀强磁场中，且面积和取向不变，则磁通量不变，没有感应电动势，也没有感应电流。
5. 由 $Q = \int |I|\,\mathrm{d}t = |\Delta\Phi|/R$，得 $Q = (0.060 - 0.010)/5.0 = 1.0 \times 10^{-2}\ \mathrm{C}$。
6. 原磁场向外且磁通量减小，感应磁场应向外以阻碍减小；由右手螺旋定则，从纸面正面观察，感应电流沿逆时针方向。
7. 经过四分之一周期时，面积法线与磁场垂直，磁通量为零；此时磁通量变化率的

变式训练参考结果（续）

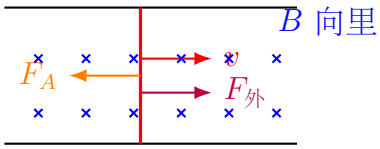
绝对值最大，感应电动势大小达到最大值。

八、动力学与能量视角

拓展提升

电磁感应中的能量守恒

在光滑水平导轨上，导体棒在外力作用下匀速运动。若导轨和导体棒的电阻均忽略、回路中的定值电阻为 R，并忽略回路自感，则外力不断做功，电路中产生焦耳热。电磁感应不是“凭空产生电能”，而是把机械能转化为电能，再转化为内能。



$$P_{外} = F_{外} v = I^2 R$$

图 214：导体棒匀速切割磁感线：外力功率等于电路热功率

若导体棒长 L，速度 v，回路总电阻 R，则

$$\mathcal{E} = BLv, \qquad I = \frac{BLv}{R}$$

安培力大小

$$F_A = BIL = \frac{B^2 L^2 v}{R}$$

若导体棒匀速运动，外力 $F_{外} = F_A$，外力功率

$$P_{外} = F_{外} v = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

电路热功率

$$P_R = I^2 R = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{B^2 L^2 v^2}{R}$$

两者相等，体现能量守恒。

1. 楞次定律的能量解释

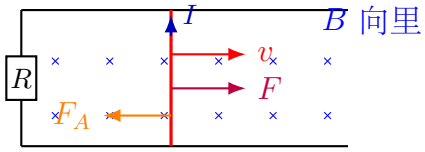
楞次定律说“阻碍磁通量变化”，不是说永远阻碍运动。若磁通量的变化由相对运动引起，感应电流产生的安培力常表现为阻碍相对运动；若磁通量的变化由磁场强弱改变引起，阻碍的就是磁通量增大或减小本身。这个“阻碍”保证了能量不会凭空产生。

2. 导体棒的终端速度

若导体棒在光滑水平导轨上受恒定外力 F 拉动，磁场、有效长度和回路总电阻保持不变，并忽略自感，则速度越大，感应电动势越大，电流越大，安培力也越大：

$$v\uparrow \Rightarrow \mathcal{E}=BLv\uparrow \Rightarrow I=\frac{\mathcal{E}}{R}\uparrow \Rightarrow F_A=BIL\uparrow .$$

随着 F_A 增大，导体棒的加速度逐渐减小；其速度最终趋近某一稳定值。该稳定状态满足 $F_A=F$，相应速度称为终端速度。



v 增大 $\Rightarrow \mathcal{E}$ 增大 $\Rightarrow I$ 增大 $\Rightarrow F_A$ 增大

稳定状态：$F=F_A$

图 215：导体棒终端速度：速度增大引起反向安培力增大

例题：导体棒的终端速度

题意分析：长为 L 的导体棒在磁感应强度为 B 的匀强磁场中沿光滑水平导轨运动，回路总电阻为 R。若水平外力恒为 F，忽略自感，求最终匀速速度。

物理模型：速度趋近终端值时，合力趋近于零。

解题过程：

$$\mathcal{E}=BLv,\qquad I=\frac{BLv}{R}.$$

安培力

$$F_A=BIL=\frac{B^2L^2v}{R}.$$

达到稳定状态时

$$F=F_A=\frac{B^2L^2v}{R},$$

所以

$$v=\frac{FR}{B^2L^2}.$$

方法总结：电磁感应综合题常有反馈链：速度决定电流，电流决定安培力，安培力又决定速度变化。

3. 自感、互感与涡流：变化磁通量的不同表现

电磁感应不只发生在线圈进出磁场或导体棒切割磁感线时。若线圈自身电流发生变化，线圈中的磁通量也随之变化，于是会在线圈自身产生感应电动势，这叫**自感**。自感电动势仍遵循楞次定律，其作用是阻碍线圈中电流的变化，而不是阻止电流本身。

若一个线圈中的电流变化，使附近另一个线圈中的磁通量发生变化，从而在另一个线圈中产生感应电动势，这叫**互感**。变压器和无线充电都利用了互感：一个回路的电流变化，通过变化磁场影响另一个回路。

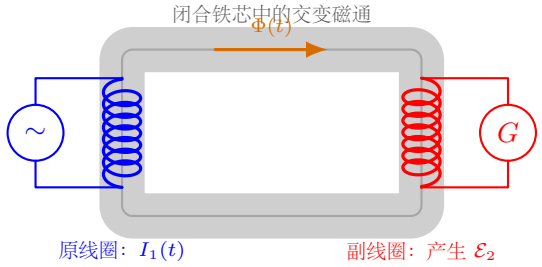


图 216：互感：一个线圈中的电流变化，可在另一个线圈中产生感应电动势

当金属块或金属板处在随时间变化的磁场中，或相对非匀强磁场运动而使其内部闭合路径的磁通量发生变化时，金属内部会出现环形感应电流，叫**涡流**。金属板在匀强磁场中整体匀速平动并不必然产生涡流。涡流可以产生发热、电磁阻尼或电磁驱动。

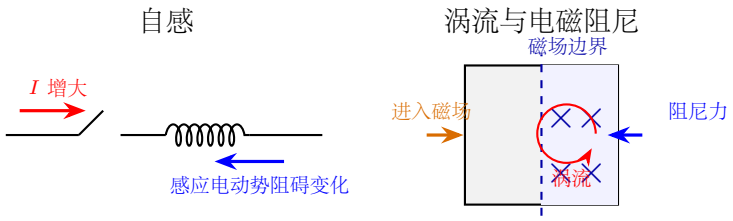


图 217：自感与涡流：变化电流和变化磁通量都会激发阻碍变化的感应效应

应用视角：自感是日光灯镇流器、开关电源和电感元件的基础；互感是变压器和无线充电的重要基础；涡流用于电磁炉加热，也会造成变压器铁芯发热，所以工程上常用硅钢片叠片来减小涡流损耗。

学习边界：高中阶段先会用“磁通量变化”和楞次定律解释这些现象，不要求定量计算自感系数、互感系数或复杂涡流分布。遇到应用题时，先说清哪一个磁通量在变化、感应效应阻碍什么变化即可。

九、易错点

易错清单

1. **认为有磁场就一定有感应电流**：先看穿过回路的磁通量是否变化；若要形成持续电流，还要检查回路是否闭合。

2. **角度用错**：写 $\Phi = BS\cos\theta$ 前先画平面法线，θ 是磁场与法线的夹角。

易错清单（续）

3. **楞次定律说成“阻碍运动”**：先说清原磁通量怎样变；感应电流阻碍的是磁通量变化，有时才表现为阻碍相对运动。
4. **完全进入匀强磁场后仍认为有电流**：分段看有效面积；完全进入且磁通量不变时，没有感应电动势。
5. **混淆感应电动势和感应电流**：先判断是否有电动势，再看回路是否闭合；不闭合时没有持续电流。
6. **直接套用 $\mathcal{E}=BLv$**：先确认有效长度、速度和磁场方向两两垂直；否则取有效分量或回到法拉第定律。
7. **把 $N|\Delta\Phi|/R$ 当成任意过程的累计电荷量**：先确认 R 不变并忽略自感；若感应电流反向，还要分段区分累计电荷量与净电荷量。

十、今日小结

1. 选定正法线后，磁通量 $\Phi=\vec{B}\cdot\vec{S}=BS\cos\theta$ 是有正负的标量。
2. 磁通量变化会产生感应电动势；闭合导电回路中才能形成沿回路的感应电流。
3. 楞次定律判断方向：感应电流产生的磁场阻碍引起它的磁通量变化。
4. 平均感应电动势由 $\Delta\Phi/\Delta t$ 决定，瞬时感应电动势由 $\mathrm{d}\Phi/\mathrm{d}t$ 决定。
5. R 不变且忽略自感时，$|Q_{净}|=N|\Delta\Phi|/R$；电流反向时要分段处理。
6. 导体棒垂直切割磁感线常用 $\mathcal{E}=BLv$；一般情形要先取有效分量或回到法拉第定律，能量来源是外力做功。
7. 自感、互感和涡流都是电磁感应的具体表现，方向判断仍遵循楞次定律。

一分钟复盘：遇到电磁感应题，先在图上圈出回路并检查是否闭合，再判断磁通量是变大还是变小；用楞次定律写一句“感应磁场要阻碍什么变化”，最后再用法拉第定律算大小。方向、大小和闭合条件要分开检查。

Day 24：交变电流、变压器与电磁应用

本节导读

上一节已经知道：线圈中的磁通量变化会产生感应电动势。本节把这个思想推进到实际电力系统：线圈在磁场中匀速转动可产生正弦交变电动势，闭合电路接入负载后形成交变电流；交变电流可通过变压器升压、降压；远距离输电要用高压降低线路损耗；最后从 LC 电磁振荡过渡到电磁波、无线通信和交直流转换。

本节读题路线：遇到交流电，先区分题目给的是“瞬时值、最大值、有效值”，再判断负载是电阻、电感还是电容；遇到变压器，先确认是否按理想变压器处理，再用匝数比定电压，由负载和功率关系定电流；遇到输电，先明确题目给的是线路输入功率还是用户获得的功率，再比较升压前后的线路电流、压降、损耗和效率。

一、学习目标

1. 能区分交变电流的瞬时值、最大值、有效值、周期和频率。

2. 会先判断题目给的是瞬时值、最大值还是有效值，再使用 $U=\dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$、$I=\dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$。

3. 能定性说明电感阻碍电流变化、电容隔直通交，以及频率对感抗、容抗的影响。

4. 能说明理想变压器中匝数比、电压比、电流比和功率守恒之间的关系。

5. 能用线路压降、线路损耗和输电效率解释远距离输电为什么要先升压后降压。

6. 能说明家庭电路中火线、零线、保护接地和漏电保护的物理作用。

7. 能用能量转换路径说明整流和逆变把交流电、直流电相互转换的基本思想。

8. 能说明理想 LC 回路中的能量转化、振荡周期以及电磁波传播的基本图像。

二、为什么电网采用交流

初中电学多讨论恒定电流：电流方向不变，电压也近似不变。高中电磁感应说明，线圈转动时磁通量随时间周期性变化，感应电动势也会周期性变化。家庭用电中的“220 V、50 Hz”指的不是电压一直等于 220 V，而是正弦交流电的有效值为 220 V，频率为 50 Hz。

科学发展视角：现代电网的核心不只是“把电送出去”，还要在发电、升压、输电、降压和用电之间控制电压、电流、频率和损耗。发电机对应电磁感应，变压器对应交变磁通和匝数比，远距离输电对应 I^2R 损耗控制；把这条能量链看清，交流电就不再是一组孤立公式。

三、交流电、变压器与输电

要点：交变电流

大小和方向都随时间周期性变化的电流叫交变电流。最常见、最重要的是正弦交流电：

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u), \qquad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i).$$

其中 φ_u、φ_i 分别是电压和电流的初相位。二者的相位差记为

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i.$$

纯电阻交流电路中，电压与电流同相，$\varphi = 0$；含电感或电容时，电压和电流一般不同相。图中取 $\varphi_u = 0$，只画电压随时间的变化。

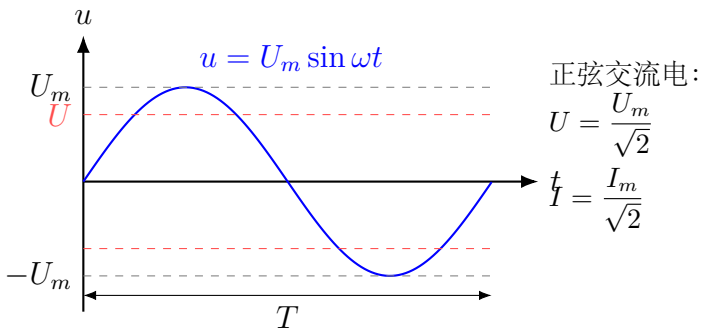


图 218：正弦交流电：瞬时值周期性变化，有效值用于比较热效应

- I_m、U_m 是最大值，不是平时电器标注的值。
- $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ 是角频率。
- 正弦交流电由交变电动势驱动；电流的大小和相位还由外电路负载决定。
- 我国家庭交流电频率 $f = 50$ Hz，周期 $T = 0.02$ s。

要点：有效值

交流电的有效值按热效应定义：若某交流电和某直流电在同一电阻、相同时间内产生的热量相同，则这个直流电的电流、电压就是该交流电的有效值。

因此，有效值描述的不是“某一瞬间电压是多少”，而是“这个交流电让电阻发热的本领相当于多大的直流电”。电器铭牌和交流电表通常关心这个量。

对正弦交流电：

$$\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}}, \qquad \boxed{U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}}.$$

理解：有效值不是平均值。正弦交流电一个周期内电压平均值为 0，但它能让电阻发热，所以有效值不为 0。

要点：电感、电容对交流的作用

电感线圈中的自感电动势阻碍电流的变化。频率越高，电流变化越快，电感对交流的阻碍越明显。理想电感的感抗为

$$\boxed{X_L = \omega L = 2\pi f L}.$$

因此电感具有“通低频、阻高频”的特点；对稳定直流，达到稳定状态后理想电感相当于导线。

电容器极板之间没有电荷直接穿过介质，但交变电压使极板反复充、放电，外电路中可形成交变电流。理想电容的容抗为

$$\boxed{X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}}.$$

因此电容具有“隔直流、通交流；阻低频、通高频”的特点。

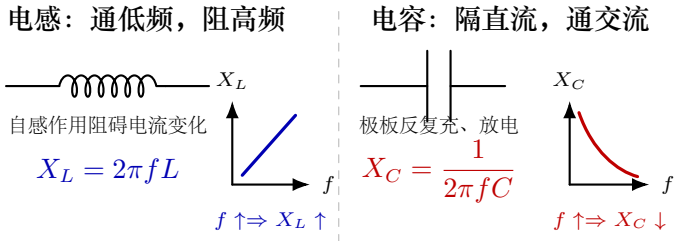


图 219：电感和电容的频率响应：感抗随频率增大，容抗随频率减小

功率提醒：交流电压和电流的有效值分别为 U、I 时，有功功率为

$$\boxed{P = UI\cos\varphi},$$

其中 $\cos\varphi$ 叫功率因数。纯电阻负载中 $\varphi = 0$，所以 $P = UI$；含电感、电容或电动机时，不能只把 UI 当作实际消耗的平均功率。

要点：理想变压器

变压器利用交变电流产生变化磁场，再由变化磁场在副线圈中产生感应电动势。在忽略铜损、铁损和漏磁的理想变压器模型中，按有效值讨论时满足

$$\boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}}, \qquad \boxed{P_1 = P_2}.$$

要点：理想变压器（续）

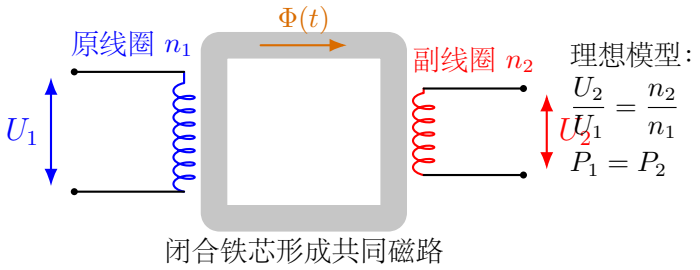


图 220：理想变压器：共同铁芯让原、副线圈共享变化磁通量

- $n_2 > n_1$：升压变压器，副线圈电压较高；若传输同一有功功率，副线圈电流较小。
- $n_2 < n_1$：降压变压器，副线圈电压较低；若传输同一有功功率，副线圈电流较大。
- 对纯电阻负载，$P_1 = P_2$ 可写成 $U_1 I_1 = U_2 I_2$，从而得到电流比与匝数比相反。
- 变压器不能直接改变恒定直流电压：接通瞬间可以出现暂态感应，稳定后副线圈没有持续感应电动势，原线圈还可能因电流过大而发热。

电压比的来源：原、副线圈绕在同一铁芯上，理想情况下穿过每一匝线圈的磁通量变化相同。由法拉第电磁感应定律，

$$\mathcal{E}_1 = -n_1 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}, \qquad \mathcal{E}_2 = -n_2 \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}.$$

因此同一时刻感应电动势之比等于匝数比，其有效值之比也等于匝数比。忽略线圈电阻时，端电压大小等于相应感应电动势的大小，便得到

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}.$$

这样理解后，变压器公式不是孤立记忆，而是电磁感应定律在两个线圈上的应用。

四、关系式与理想化条件

公式使用前检查：

1. 先把题中给出的 u, U_m, U 分别标成瞬时值、最大值或有效值；家用交流电 220 V 指有效值。
2. 含电感、电容时先看频率怎样改变 X_L、X_C，不要默认电压和电流同相。
3. 理想变压器默认无漏磁、无能量损耗，输入有功功率等于输出有功功率。
4. 判断升压或降压时，看匝数比；判断电流大小时，再结合功率关系。
5. 输电题先说明 P 是线路输入功率还是用户得到的功率，再比较线路电流、$IR_{线}$ 压降和 $I^2R_{线}$ 损耗。
6. 家庭电路题先分清火线、零线和地线，再讨论保险、漏电保护和安全用电。

公式	物理意义	适用条件
$u = U_m \sin \omega t$	交流电瞬时电压	正弦交流电
$U = \dfrac{U_m}{\sqrt{2}}$	电压有效值	正弦交流电
$I = \dfrac{I_m}{\sqrt{2}}$	电流有效值	正弦交流电
$X_L = 2\pi f L$	感抗	理想电感、正弦稳态交流
$X_C = \dfrac{1}{2\pi f C}$	容抗	理想电容、正弦稳态交流
$P = UI$	平均功率	纯电阻或功率因数为 1
$P = UI\cos\varphi$	交流有功功率	φ 为电压与电流的相位差
$\dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{n_2}{n_1}$	变压器电压关系	理想变压器
$P_1 = P_2$	有功功率守恒	理想变压器
$U_1 I_1 = U_2 I_2$	电流关系	理想变压器、两侧功率因数相同
$U_{损} = IR_{线}$	线路电压损失	输电线总电阻为 $R_{线}$
$P_{损} = I^2 R_{线}$	输电线热损耗	输电线总电阻为 $R_{线}$
$T_{\mathrm{LC}} = 2\pi\sqrt{LC}$	LC 振荡周期	理想 LC 回路
$c = \lambda f$	电磁波波速关系	真空中传播，$c \approx 3.0 \times 10^8$ m/s

交流电与变压器的三层分析清单

交流电和变压器题先分层，不要把峰值、有效值、电压比和功率关系混在一起：

1. **读数层**：先判断题目给的是瞬时值、最大值还是有效值。电表读数、铭牌电压和“220 V 交流电”通常指有效值；正弦函数前的系数通常是最大值。

交流电与变压器的三层分析清单（续）

2. **变压层**：理想变压器先用 $\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{n_2}{n_1}$ 定电压；升压、降压只看匝数比，不先猜电流。

3. **负载层**：副线圈电流由负载决定，再用功率守恒反推原线圈电流；输电题则先明确功率口径，再由 $I=P/(U\cos\varphi)$、$U_{\text{损}}=IR_{\text{线}}$ 和 $P_{\text{损}}=I^2R_{\text{线}}$ 判断压降与损耗。

简要归纳：交流题先定“哪个值”，变压器题先定“哪个电压”，功率和电流要等负载关系清楚后再算。

五、交流电路与电磁振荡模型

模型 1：交流电读数模型

电压表、电流表在交流电路中通常读有效值。若题目给出“最大值”，要先转化为有效值；若题目给出“220 V交流电”，默认是有效值。

$$U_m=\sqrt{2}\,U,\qquad I_m=\sqrt{2}\,I.$$

读数分析清单：

- 看到 $u=U_m\sin\omega t$：这是瞬时值表达式，系数 U_m 是最大值，ω 可用来求频率和周期。
- 看到电表读数、铭牌电压或“220 V 交流电”：通常指有效值，可用于热效应、额定功率和变压器计算。
- 看到“一个周期内的代数平均值”：正弦交流电为 0，不能用它表示发热能力。

认知提醒：交流电题先识别“给的是哪一种值”，再决定是否乘或除以 $\sqrt{2}$。不要看到 220 V 就立刻认为它是最大值。

模型 2：电感、电容的频率选择

判断电感、电容对不同频率交流信号的作用时，先写

$$X_L=2\pi fL,\qquad X_C=\frac{1}{2\pi fC},$$

再比较频率变化：

	$f\uparrow$	$f\downarrow$
电感	$X_L\uparrow$，更难通过	$X_L\downarrow$，更易通过
电容	$X_C\downarrow$，更易通过	$X_C\uparrow$，更难通过

应用判断：扼流圈利用电感阻交流的作用；滤波电容常让交流成分通过旁路、使输出电压更平稳。这里的“通”“阻”表示相对容易或困难，不等于理想开关式的完全导通、完全截止。

模型 3：理想变压器

先由匝数比求电压，再由功率关系求电流。对两侧功率因数相同的理想变压器，电压比跟匝数比同向，电流比与匝数比相反：

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{U_1}{U_2}=\frac{n_1}{n_2}.$$

实际解题时先看副线圈负载。若副线圈接纯电阻 $R_{\text{负载}}$，则

$$I_2=\frac{U_2}{R_{\text{负载}}}.$$

副线圈负载功率改变时，原线圈从电源吸收的功率也随之改变。

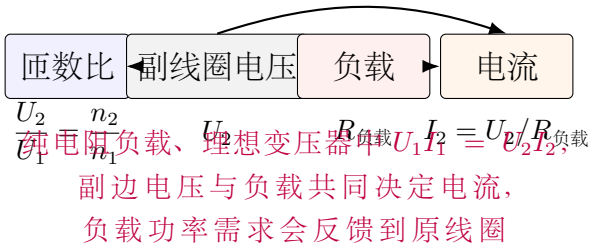


图 221：理想变压器负载响应：匝数比定电压，负载定电流

模型 4：远距离输电

设升压站送入输电线的有功功率为 $P_{\text{入}}$，输电电压有效值为 U，且功率因数近似为 1，则

$$I=\frac{P_{\text{入}}}{U}.$$

若输电线总电阻为 $R_{\text{线}}$，线路电压损失、热损耗和用户端得到的功率分别为

$$U_{\text{损}}=IR_{\text{线}},\qquad P_{\text{损}}=I^2R_{\text{线}},\qquad P_{\text{收}}=P_{\text{入}}-P_{\text{损}}.$$

输电效率为

$$\boxed{\eta=\frac{P_{\text{收}}}{P_{\text{入}}}=1-\frac{P_{\text{损}}}{P_{\text{入}}}}.$$

在 $P_{\text{入}}$ 和 $R_{\text{线}}$ 不变时，提高输电电压可以同时降低线路电流、压降和热损耗。若题目给的是用户必须得到的 $P_{\text{收}}$，则不能直接把它代入 $I=P/U$，还要结合 $P_{\text{入}}=P_{\text{收}}+I^2R_{\text{线}}$。

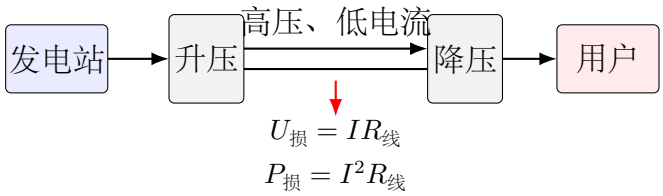


图 222：远距离输电：升压降低线路电流、压降和热损耗，用户端再降压

模型 5：家庭电路与安全保护

远距离输电最终要降压到用户端。家庭电路中，火线与零线之间提供交流电压；分析一个瞬时方向时，可把工作电流路径画成“火线—用电器—零线”。保护地线通常接在金属外壳上，正常工作时不承载工作电流；一旦火线与外壳发生绝缘故障，保护地线形成低阻故障回路，使故障电流增大并促使保护装置迅速断开，同时减小人体两端可能出现的危险电压。

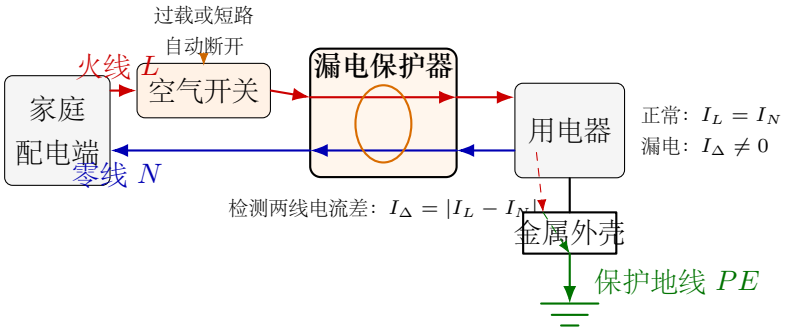


图 223：家庭电路保护模型：空气开关监测过电流，漏电保护器比较火线与零线电流

- **过载保护**：多个大功率用电器同时工作时，总电流增大，导线发热增强，保险丝或空气开关应断开电路。

- **保护接地**：金属外壳接保护地线，绝缘故障时形成低阻故障回路，并配合保护装置切断电源。

- **漏电保护**：火线和零线应共同穿过漏电保护器的检测环节。正常情况下两者电流大小相等；若部分电流经人体、外壳或其他路径流向大地，剩余电流不为零，漏电保护器应迅速切断电路。

学习边界：本节先从电流路径和能量安全角度理解保护装置，不要求处理家庭配电施工细节；遇到真实用电问题必须由专业人员处理。

模型 6：LC 电磁振荡

电容器储存电场能，线圈储存磁场能。理想 LC 回路中没有电阻损耗，电荷量 q、电流 i 以及两种能量周期性变化：

$$E_C = \frac{1}{2}CU^2, \qquad E_L = \frac{1}{2}LI^2.$$

若初始时电容器带正向最大电荷，则一个周期内依次经历

$$\begin{aligned} & q = +q_m,\ i = 0 \\ & \Downarrow \\ & q = 0,\ i = +I_m \\ & \Downarrow \qquad\qquad \longrightarrow \quad \text{回到初态.} \\ & q = -q_m,\ i = 0 \\ & \Downarrow \\ & q = 0,\ i = -I_m \end{aligned}$$

振荡周期和频率为

$$\boxed{T_{\mathrm{LC}} = 2\pi\sqrt{LC}}, \qquad \boxed{f_{\mathrm{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}.$$

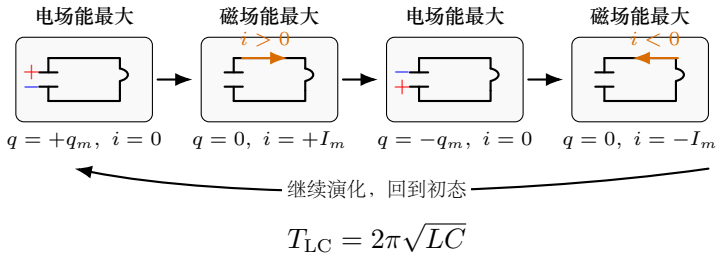


图 224：LC 振荡：电场能和磁场能相互转化

真实回路：导线和线圈总有电阻，电磁能会逐渐转化为内能，振幅随时间减小，形成阻尼振荡。只有不断补充能量，才能维持稳定振荡。

模型 7：从电磁振荡到电磁波

闭合 LC 回路中的电场和磁场主要集中在电容器与线圈附近，向外辐射并不显著。把振荡电路逐渐开放，使电场和磁场更充分地分布在空间中，并提高振荡频率，才更有利于向外辐射电磁波。高中阶段不需要推导麦克斯韦方程，但要形成一个清楚图像：**变化的电场可以产生磁场，变化的磁场可以产生电场，二者相互激发并向空间传播**。

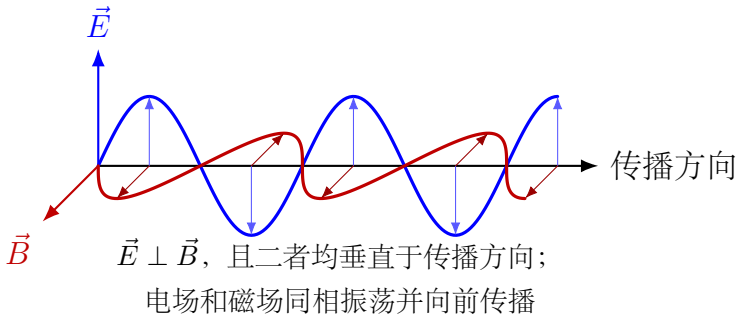


图 225：电磁波模型：电场、磁场和传播方向两两垂直

光也是电磁波。几何光学常把光近似看成“光线”，双缝干涉则显示光的波动性；这两种视角与本节的电磁波图像属于同一条知识链。

电磁波谱：无线电波、微波、红外线、可见光、紫外线、X 射线和 γ 射线都属于电磁波，只是频率和波长不同。从光子角度还可用 $E = h\nu$ 比较单个光子的能量；从波动角度看，在真空中频率越高、波长越短。对于同一障碍物或孔径尺度，波长越长，衍射通常越明显。

在真空中，所有电磁波传播速度相同：

$$c = \lambda f \approx 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

因此频率越高，波长越短；频率越低，波长越长。这个关系把无线电通信、可见光和 X 射线统一到同一套波动语言中。

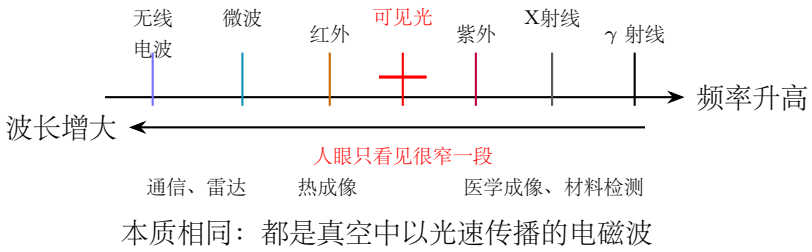
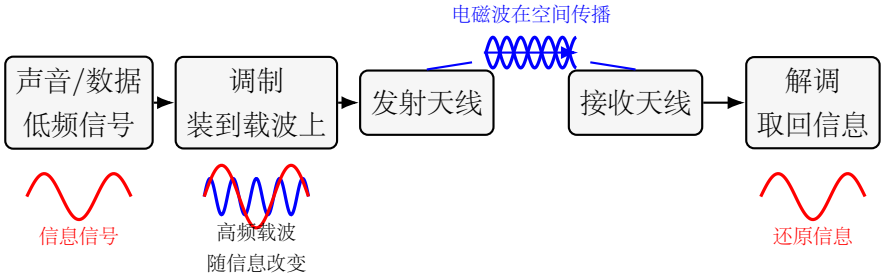


图 226：电磁波谱：不同频段用途不同，但同属电磁波

科学发展视角：通信、雷达、热成像、医学影像和天文观测使用的是不同频段的电磁波。“可见光”只是电磁波谱中很窄的一段，光学研究的是这一频段在传播、成像和干涉中的规律。读这类应用时，先看频率或波长属于哪个频段，再记住所有电磁波在真空中的传播速度相同。

模型 8：电磁波怎样承载信息

无线通信不是把声音本身直接传播到远处，而是先把声音、图像或数据转化为电信号，再让高频电磁波携带这些信息传播。高频电磁波叫**载波**；把信息加载到载波上的过程叫**调制**；接收端把信息从载波中取出来叫**解调**。



核心思想：用高频电磁波作“载波”，把低频信息带到远处，再在接收端取出

图 227：电磁波通信：调制让载波携带信息，解调把信息取回

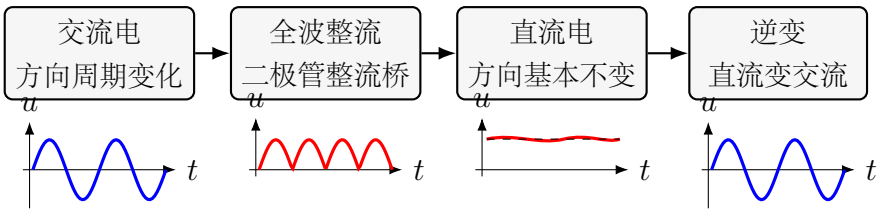
学习边界：高中阶段不要求会分析具体通信电路，但要会分清三点：载波频率高不表示波速更快；天线的典型尺寸与工作波长有关，高频载波可使用较小的天线；可传输的信息量还取决于可用带宽、调制方式、信噪比和编码，不能只由载波频率高低判断。远距离传播还受功率、天线、地形、大气和中继方式影响。

模型 9：交直流转换

传统变压器只能直接处理交流电，但现代电子设备、电动汽车、光伏发电和高压直流输电经常需要在交流和直流之间转换。这里不要求会分析复杂电路，本节先抓住两句话：

- **整流**：利用二极管的单向导电性，把交流电变成方向基本不变的脉动直流。图中采用二极管整流桥得到全波整流波形，再通过滤波使电压更平稳。

- **逆变**：利用开关电路按一定频率快速切换，把直流电重新变成交流电，便于接入电网或驱动交流电机。



手机充电器、光伏并网、电动汽车和高压直流输电都需要交直流转换

图 228：交直流转换：整流把交流变直流，逆变把直流变交流

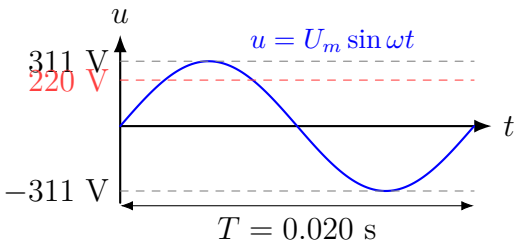
知识连接：Day 19 中二极管的单向导电性，是整流的基础；本节的有效值、功率和输电损耗，则帮助理解为什么电力系统要在不同场景选择交流或直流。

六、例题精讲

例题：交流电最大值与有效值

题意分析：某正弦交流电压最大值为 311 V，频率为 50 Hz。求有效值和周期。

物理模型：正弦交流电。



解题过程：

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{311}{1.414} \approx 220\ \text{V}.$$

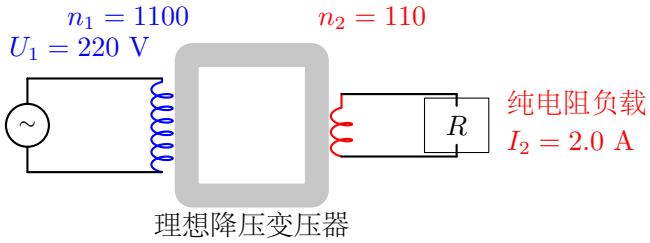
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50} = 0.020\ \text{s}.$$

方法总结：家庭电路中常说的 220 V 就是有效值，最大值约为 311 V。

例题：理想变压器

题意分析：一理想变压器原线圈接 220 V 交流电，原、副线圈匝数分别为 $n_1 = 1100$、$n_2 = 110$。若副线圈接入电阻后电流为 2.0 A，求副线圈电压和原线圈电流。

物理模型：理想降压变压器。



解题过程：

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{110}{1100} = 0.10, \quad U_2 = 22\ \text{V}.$$

理想变压器功率守恒：

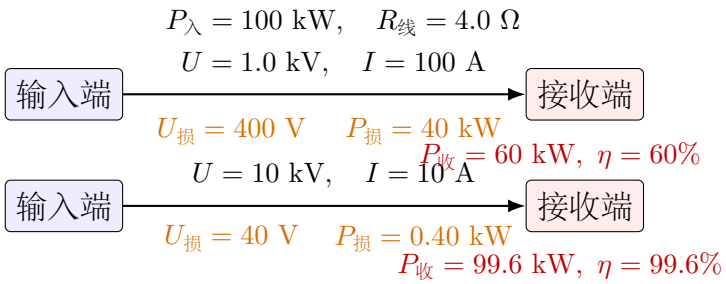
$$U_1 I_1 = U_2 I_2, \quad I_1 = \frac{U_2 I_2}{U_1} = \frac{22 \times 2.0}{220} = 0.20\ \text{A}.$$

方法总结：降压时副线圈电流可以变大，但要同时检查功率关系：纯电阻负载的理想变压器满足 $U_1 I_1 = U_2 I_2$，电流变大来自电压降低，不是能量增加。

例题：输电损耗比较

题意分析：某升压站送入输电线的有功功率 $P_{入}=100\ \mathrm{kW}$，输电线总电阻 $R_{线}=4.0\ \Omega$，功率因数按 1 处理。若输电电压分别为 1.0 kV 和 10 kV，比较线路电流、线路压降、线路损耗和输电效率。

物理模型：题目给的是线路输入功率，因此 $I=P_{入}/U$。再用 $U_{损}=IR_{线}$、$P_{损}=I^2R_{线}$ 和 $\eta=1-P_{损}/P_{入}$。



解题过程：

$$U_1=1.0\ \mathrm{kV}:\quad I_1=\frac{100000}{1000}=100\ \mathrm{A},$$

$$U_{损1}=100\times 4=400\ \mathrm{V},\qquad P_{损1}=100^2\times 4=40000\ \mathrm{W}.$$

$$P_{收1}=60\ \mathrm{kW},\qquad \eta_1=60\%.$$

$$U_2=10\ \mathrm{kV}:\quad I_2=\frac{100000}{10000}=10\ \mathrm{A},$$

$$U_{损2}=10\times 4=40\ \mathrm{V},\qquad P_{损2}=10^2\times 4=400\ \mathrm{W}.$$

$$P_{收2}=99.6\ \mathrm{kW},\qquad \eta_2=99.6\%.$$

方法总结：在线路输入功率和线路电阻不变时，电压提高 10 倍，电流和线路压降均降为原来的 $\frac{1}{10}$，线路损耗降为原来的 $\frac{1}{100}$，输电效率显著提高。先辨认功率口径，再列电流、压降、损耗和效率。

例题：LC 振荡频率与电磁波波长

题意分析：理想 LC 回路中，$L=2.5\times10^{-4}\ \mathrm{H}$，$C=1.0\times10^{-10}\ \mathrm{F}$。求振荡频率；若以同频率向真空辐射电磁波，求波长。

物理模型：先由 L、C 决定电磁振荡频率，再用 $c=\lambda f$ 连接电路振荡与空间传播。

解题过程：

$$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{2.5\times10^{-4}\times1.0\times10^{-10}}}\approx 1.0\times10^{6}\ \mathrm{Hz}.$$

$$\lambda=\frac{c}{f}=\frac{3.0\times10^{8}}{1.0\times10^{6}}\approx 3.0\times10^{2}\ \mathrm{m}.$$

方法总结：L、C 决定振荡频率；电磁波离开电路后，在真空中仍保持同一频率，波

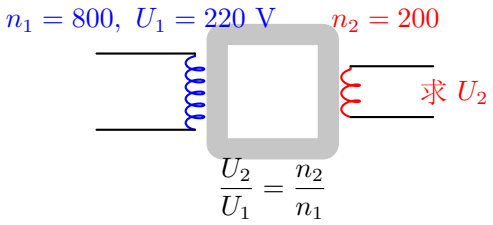
例题：LC 振荡频率与电磁波波长（续）

长由 $\lambda = c/f$ 决定。

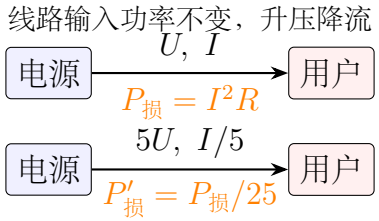
七、变式训练

1. 某正弦交流电流有效值为 5.0 A，求最大值。

2. 理想变压器原线圈 $n_1 = 800$ 匝，副线圈 $n_2 = 200$ 匝，原线圈接 220 V，求副线圈电压。



3. 输送同样功率时，输电电压变为原来的 5 倍，输电线损耗变为原来的多少？



4. 家庭电路中某纯电阻用电器额定功率为 1100 W，接在 220 V 交流电路中，正常工作电流约为多少？若多个大功率用电器同时工作，为什么要注意总电流？

5. 一个 LC 回路中电容器电压最大时，线圈中的电流是否最大？说明能量分布。

6. 手机充电器为什么通常先把交流电整流成直流电，再给电池充电？

7. 某电磁波频率为 1.0×10^8 Hz，在真空中的波长是多少？

8. 保持电感 L 不变，把理想 LC 回路的电容 C 变为原来的 4 倍，振荡周期和频率分别怎样变化？

变式训练参考结果

1. $I_m = \sqrt{2}I = 5\sqrt{2}$ A ≈ 7.07 A。

2. $U_2/U_1 = n_2/n_1$，故 $U_2 = 55$ V，为降压变压器。

3. 在线路输入功率、功率因数和线路电阻不变时，$I = P_{入}/U$。电压变为原来的 5

变式训练参考结果（续）

倍，电流和线路压降变为原来的 1/5，线路损耗变为原来的 1/25。

4. 正常工作电流约为 $I = P/U = 5.0$ A。多个用电器同时工作时，总电流相加；若超过导线、开关或保护装置的额定值，发热和过载风险增大。
5. 电容器电压最大时，电场能最大，线圈电流为零；线圈电流最大时，磁场能最大，电容器电压为零。
6. 电池充电需要方向不变且电压、电流受控的直流电。充电器先整流，再经滤波、稳压或变换电路提供合适的直流输出。
7. $\lambda = c/f = 3.0$ m。
8. 由 $T = 2\pi\sqrt{LC}$，周期变为原来的 2 倍；频率变为原来的 1/2。

八、有效值与电力系统拓展

拓展提升

为什么有效值里会出现 $\sqrt{2}$?

电阻发热由 i^2R 决定。正弦电流 $i = I_m \sin\omega t$ 在一个周期内的平均发热功率为

$$\overline{P} = \overline{i^2 R} = I_m^2 R \cdot \overline{\sin^2 \omega t}.$$

在一个周期内，

$$\sin^2 \omega t = \frac{1 - \cos 2\omega t}{2}, \qquad \overline{\sin^2 \omega t} = \frac{1}{2},$$

所以

$$\overline{P} = \frac{1}{2} I_m^2 R.$$

若用直流有效电流 I 产生同样热功率，则

$$I^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R, \qquad I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}.$$

进一步思考：这个推导说明，有效值不是人为规定的换算，而是由能量和热效应决定的物理量。

1. 非正弦周期电流的有效值

有效值的热效应定义适用于任意周期电流。若周期为 T，则

$$\boxed{I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\,\mathrm{d}t}}.$$

对于分段恒定波形，可把一个周期分段求和：

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{I_1^2\Delta t_1 + I_2^2\Delta t_2 + \cdots}{T}}.$$

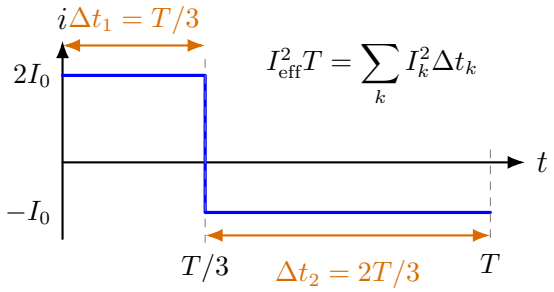


图 229：非正弦周期电流：有效值由一个周期内 i^2 的平均值决定

例题：分段交变电流的有效值

题意分析：一个周期内，电流在前 $T/3$ 为 $+2I_0$，后 $2T/3$ 为 $-I_0$。求有效值。

解题过程：

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{(2I_0)^2(T/3) + (-I_0)^2(2T/3)}{T}} = \sqrt{2}\, I_0.$$

方法总结：求有效值时先平方再平均，电流方向的正负在平方后不会相互抵消；不能先求代数平均值。

2. 多副线圈变压器的功率分配

理想变压器有多个副线圈时，每个副线圈电压仍由各自匝数决定，而原线圈输入功率等于各副线圈输出有功功率之和：

$$\frac{U_k}{U_1} = \frac{n_k}{n_1}, \qquad P_1 = P_2 + P_3 + \cdots.$$

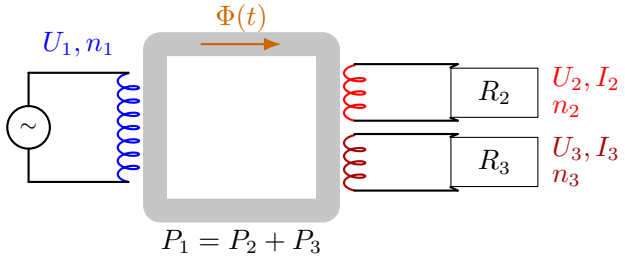


图 230：多副线圈变压器：各路电压由匝数决定，输入功率等于各路输出功率之和

例题：两个副线圈同时供电

题意分析：理想变压器原线圈 $n_1 = 1100$ 匝，接 $U_1 = 220$ V。两个副线圈分别为 $n_2 = 110$ 匝、$n_3 = 55$ 匝，接入纯电阻后电流分别为 $I_2 = 2.0$ A、$I_3 = 4.0$ A。求原线圈电流。

解题过程：

$$U_2 = 22\ \text{V}, \qquad U_3 = 11\ \text{V},$$

$$P_1 = P_2 + P_3 = 22 \times 2.0 + 11 \times 4.0 = 88\ \text{W},$$

$$\boxed{I_1 = \frac{P_1}{U_1} = \frac{88}{220} = 0.40\ \text{A}}.$$

方法总结：多个副线圈不能分别与原线圈单独写功率相等；应先把所有输出功率相加。

3. 输电效率的比例规律

若线路输入功率 $P_{入}$、线路电阻 $R_{线}$ 和功率因数均保持不变，则

$$I = \frac{P_{入}}{U}, \qquad \frac{P_{损}}{P_{入}} = \frac{P_{入} R_{线}}{U^2}.$$

因此输电电压提高为原来的 k 倍，线路电流与压降变为原来的 $1/k$，线路损耗及损耗率变为原来的 $1/k^2$。这一比例成立的前提是比较时 $P_{入}$、$R_{线}$ 不变。

4. 从交流电网到电力电子

传统交流电网便于用工频变压器升降电压；现代高压直流输电则先整流、远距离传输、再逆变并网。两者并非简单的“谁更先进”：交流系统便于组网和变压，直流线路在某些远距离、大容量或海底电缆场景中可降低特定损耗并改善控制。选择方案要综合距离、容量、换流站成本、可靠性和电网结构。

5. 分层训练

1. **基础**：正弦交流电 $u = 220\sqrt{2}\sin 100\pi t$，求有效值、最大值、频率和周期。

2. **频率响应**：频率变为原来的 2 倍时，理想电感的感抗和理想电容的容抗分别怎样变化？

3. **提高**：理想变压器原线圈接 220 V，副线圈接 22 Ω 纯电阻，匝数比 $n_1 : n_2 = 10 : 1$，求副线圈电流和原线圈电流。

4. **综合**：在线路输入功率和线路电阻不变时，输电电压提高为原来的 k 倍，线路压降、热损耗分别变为原来的多少？

5. **波形**：某周期电流在前半周期为 $+3I_0$、后半周期为 $-I_0$，求有效值。

6. **科学应用**：简述调制和解调的作用，并说明载波频率高为什么不等于传播速度大。

竞赛入门训练参考结果

1. $U = 220\ \mathrm{V}$，$U_m = 220\sqrt{2}\ \mathrm{V}$，$f = 50\ \mathrm{Hz}$，$T = 0.020\ \mathrm{s}$。
2. $X_L = 2\pi fL$，故变为原来的 2 倍；$X_C = 1/(2\pi fC)$，故变为原来的 $1/2$。
3. $U_2 = 22\ \mathrm{V}$，$I_2 = 1.0\ \mathrm{A}$，$I_1 = U_2I_2/U_1 = 0.10\ \mathrm{A}$。
4. 线路电流和压降均变为原来的 $1/k$，热损耗变为原来的 $1/k^2$。
5. $I_{\mathrm{eff}} = \sqrt{[(3I_0)^2 + (-I_0)^2]/2} = \sqrt{5}\,I_0$。
6. 调制把信息加载到高频载波，解调从载波中取回信息；所有电磁波在真空中的传播速度均为 c，载波频率高只意味着真空波长更短。

九、易错点

易错清单

1. **把有效值当最大值**：看到交流电表读数和电器铭牌，先按有效值处理；需要最大值时再乘 $\sqrt{2}$。

2. **认为电压和电流总同相**：纯电阻负载中二者同相；含电感或电容时先比较相位，平均功率应写成 $P = UI\cos\varphi$。

3. **认为变压器能改变直流电压**：普通变压器不能直接用于恒定直流；接通瞬间只有暂态过程，稳定后副线圈没有持续感应电动势。

4. **只记电压比，忘记负载**：理想变压器先用匝数比定电压，副线圈电流由负载决定，再由功率守恒反推原线圈电流。

5. **混淆线路输入功率与用户功率**：先写 $P_{\text{入}} = P_{\text{收}} + I^2R_{\text{线}}$，确认题目给的是哪一个功率，再计算线路电流。

6. **把交流有效值相乘都当作有功功率**：先判断负载是否可按纯电阻处理。纯电阻中 $P = UI$；含电感、电容或电动机时，UI 可能只是视在功率，真正平均消耗功率还要看功率因数。

7. **把保护地线当工作零线**：先分清正常工作电流走火线和零线；地线主要在故障时保护人和设备。

8. **认为交流和直流不能相互转换**：遇到“交直流转换”装置时，先辨认能量流向和器

易错清单（续）

件功能：交流变直流是整流，直流变交流是逆变；再按题设决定是否计入转换效率和控制条件，不把它与普通变压器的工作混为一谈。

十、今日小结

1. 正弦交流电瞬时值周期性变化，交流电压表、电流表通常读有效值。
2. 正弦交流电满足 $U = U_m/\sqrt{2}$、$I = I_m/\sqrt{2}$。
3. 电感的感抗随频率增大，电容的容抗随频率减小；含电抗元件时电压和电流一般不同相。
4. 理想变压器满足电压比等于匝数比，输入有功功率等于各路输出有功功率之和。
5. 远距离输电用高压降低线路电流、压降和 $I^2R_{线}$ 损耗，从而提高效率。
6. 家庭电路中的过载保护、保护接地和漏电保护都可以从电流路径和安全能量角度理解。
7. LC 振荡体现电场能和磁场能的周期性转化，理想回路满足 $T = 2\pi\sqrt{LC}$。
8. 电磁波是变化电场和变化磁场相互激发并传播的结果，光是电磁波的一种。
9. 电磁波谱把无线电波、红外线、可见光、紫外线、X 射线等统一为不同频率的电磁波，真空中满足 $c = \lambda f$。
10. 无线通信常用高频电磁波作载波，通过调制携带信息，再由接收端解调还原信息。
11. 整流和逆变把交流、直流连接起来，是现代电源、电动汽车、光伏并网和高压直流输电的重要基础。

一分钟复盘：先写出正弦交流的“瞬时值—最大值—有效值—周期”关系，再用 $X_L = 2\pi fL$、$X_C = 1/(2\pi fC)$ 判断频率变化的影响。随后画出“发电站—升压—输电线—降压—用户”的能量链，标出变压比、线路压降、热损耗和接收功率；最后用“电场能最大—磁场能最大—反向电场能最大—反向磁场能最大”口述 LC 回路一个周期。复查时尤其确认：题目给的是瞬时值、最大值还是有效值，讨论的是线路输入功率还是用户得到的功率，以及所用变压器关系是否满足理想、交流和负载条件。

第四部分

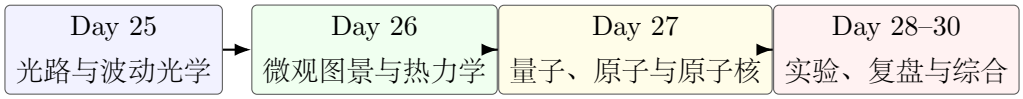
光、热、近代物理、实验与综合

第四部分学习路线

把模型意识扩展到光、热、近代物理、实验与综合

第四部分把前面建立的模型意识扩展到光、热、近代物理与实验：光学联系光线模型与波动模型，热学联系微观图景与宏观状态，近代物理从实验事实进入量子、原子和原子核，实验专题训练测量、误差和图像处理，最后通过模型复盘与综合训练完成全书收束。

进入本部分前先问：这道题最需要哪张图？结论来自定义、模型关系，还是实验事实？测量和计算之间隔了哪些中间量？本部分尤其要先把图像、事实和数据关系摆清楚。



从光路和状态图走向微观模型，最后回到实验和综合表达

一、这一部分的阅读顺序

1. **Day 25 光学**：几何光学先画界面、法线和光路；波动光学先明确波源、传播路径及光程差，再使用干涉等规律。

2. **Day 26 热学**：先从分子运动理解宏观热现象，再分清状态量和过程量，并学习读取气体状态图。

3. **Day 27 近代物理**：先读关键实验事实，再理解经典图像为什么要修正。

4. **Day 28 实验**：先看实验目的和原理关系，再看直接测量量、数据处理、图像斜率和误差来源。

5. **Day 29 到 Day 30**：回到全书模型，训练综合判断。

二、这一部分最重要的能力

- **把图画准确**：光路图、p-V 图、能级图和实验电路图会直接限制可用的关系和判断方向。
- **尊重实验事实**：光电效应、卢瑟福散射、原子能级不能只靠生活直觉推断。
- **会读坐标图**：斜率、面积、截距和变化趋势常常比单个数据更重要。
- **会复盘模型**：综合题要在条件改变处划分过程，并在合适位置切换模型或规律。

三、先分清结论从哪里来

第四部分容易混淆“物理量定义、模型关系和实验事实”。阅读时先判断结论来源，再决定怎样理解和使用：

结论来源	典型内容	读法
定义、状态量与约定	折射率、热力学温度、内能、半衰期	先说清物理量含义、单位和参照标准，避免把名称当成可直接套用的公式。
模型关系与推导	双缝干涉、气体状态方程、p-V 面积做功	先看模型条件和依据，再看图像怎样给出关系。
实验事实	光电效应、卢瑟福散射、原子光谱	先尊重事实，再看新模型如何解释事实。

四、先决定要画哪张图

第四部分的题目常常不从“受力分析”开始，而是从图像和事实开始。读题时先把文字翻译成合适的图，再进入公式：

内容	优先画出的图	图中先检查什么
光学	光线、法线、界面、棱镜、双缝和光屏	入射角、折射角、临界角、偏折方向和光程差
热学	p-V 图、状态变化箭头、能量流向	状态量是否变了？气体对外做功还是外界对气体做功?
近代物理	能级图、光电效应电路、核反应守恒表	能量差、截止电压、质量数和电荷数是否守恒
实验	装置图、测量量、坐标图像	斜率代表什么?截距代表什么?主要误差从哪里来?

这张表的目的，是把后半部分的抽象内容重新落回“可画、可查、可计算”的对象。图画清楚以后，公式往往只是把图中的关系写成数学语言。

五、困难回退与学后复盘

光学题先重画法线和光路，波动光学再检查光程差；热学题先判断是状态变化还是传热、做功过程；近代物理题先回到实验事实、守恒关系和适用条件；实验和综合题先问测什么、怎样处理数据、该画什么图。

学完后的复盘：完成 Day 25 到 Day 30 后，用下面四问确认能否从图像、事实和测量关系出发说明理由，而不是只背结论。

1. 几何光学与波动光学中，能否分别画清光路和传播路径，并说明所用规律的条件?
2. 热学题中，能否区分状态量与过程量，并从 p-V 图判断做功和能量变化?
3. 近代物理题中，能否先陈述实验事实，再使用能量、动量、电荷或核反应中的守恒关系?
4. 实验与综合题中，能否说明直接测量量、数据处理方法、误差来源和模型切换位置?

Day 25：光学基础

本节导读

本节先建立“光线模型”：反射、折射、折射率和全反射；再通过色散、双缝干涉、衍射和偏振，把光从“几何光学”推进到“波动光学”。学习顺序是：先会画光路图，再由几何关系写公式，最后理解光在适当条件下可近似沿直线传播，也具有波动性。

本节读题路线：几何光学题先画界面和法线，再标角度；折射题先比较两侧折射率，预判折射光线靠近还是远离法线，再用折射定律计算；色散题比较不同颜色光的折射率；干涉题先确认两束光是否相干，再看明暗条件或条纹间距受哪些量控制。

一、学习目标

1. 能画出反射、折射光路，并使用折射定律和折射率判断光线偏折。
2. 会先判断光从光疏到光密还是从光密到光疏，再预判光线靠近或远离法线。
3. 能判断全反射条件，并使用临界角公式。
4. 能说明色散现象与不同颜色光折射率不同的关系，并能联系光谱分析的基本思想。
5. 能说明光的频率、波长、波速和颜色之间的基本关系。
6. 能用双缝干涉公式判断条纹间距与波长、缝距、屏距的关系，并能先统一单位再计算。
7. 能说明干涉和衍射体现光的波动性，并理解偏振进一步表明光是横波。

二、从光线模型到波动模型

初中学习光学时，重点是反射、折射和基本成像现象。高中要更精确地处理三个问题：角度必须相对于法线来量；折射率反映光速在介质中的变化；光路图不仅是画图题，也是建立几何关系的工具。

科学发展视角：光学不只服务于日常照明。光纤通信依赖全反射，光谱分析依赖色散，芯片光刻和精密测量要考虑波长、干涉和衍射。学习本节时，先用光线模型处理折射和全反射，再用波动模型解释干涉、衍射和分辨率。

三、几何光学与波动光学基础

要点：反射与折射

光遇到两种介质的分界面时，一部分返回原介质形成反射光，一部分进入另一介质形成折射光。

$$\boxed{i = i'}, \qquad \boxed{n_1 \sin i = n_2 \sin r}.$$

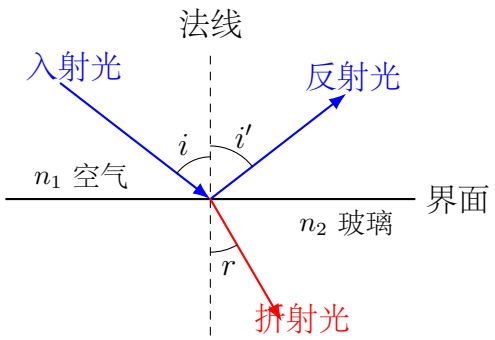


图 231：反射和折射：入射角、反射角、折射角都相对于法线测量

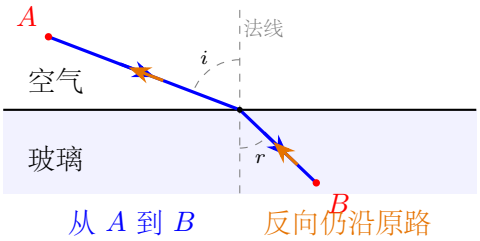
- i：入射角；i'：反射角；r：折射角。
- 若 $n_2 > n_1$，则 $r < i$，折射光线靠近法线。
- 若 $n_2 < n_1$，则 $r > i$，折射光线远离法线。

术语提醒：对同一频率的光比较两种介质时，折射率较小的介质称为光疏介质，折射率较大的介质称为光密介质。“光疏”和“光密”是相对说法，不表示介质的质量密度一定较小或较大。

要点：光路可逆性

在同一组静止介质和光学元件中，如果光可以沿某条路径从 A 到 B，那么从 B 沿相反方向入射，也会沿原路径返回 A。这叫**光路可逆性**。

要点：光路可逆性（续）



同一组互易介质中，光路可逆；作图后可沿原路径反向检查

图 232：光路可逆性：同一条折射光路反向传播时仍满足相同的折射定律

学习意义：画反射、折射和光纤传光图时，可以用光路可逆性检查图像是否合理。例如一条折射光线若从 A 到 B 画对了，反向从 B 出发也应沿同一路径回到 A。

模型边界：光路可逆性讨论的是静止、线性、互易介质中的传播路径，而不是光强一定保持不变。普通吸收会使反向传播的光变弱，却不必改变几何路径；介质随时间变化或使用非互易光学器件时，光路才可能不再满足这种简单的可逆关系。高中阶段通常只在反射、折射和光纤等理想模型中使用。

要点：折射率

介质的绝对折射率定义为

$$\boxed{n = \frac{c}{v}},$$

其中 c 是真空中光速，v 是光在介质中的传播速度。

- n 越大，光在该介质中传播越慢。
- 真空折射率为 1，空气折射率通常近似取 1。
- 折射率要针对指定介质和指定频率来讨论；折射角由两种介质的折射率和入射角共同决定。

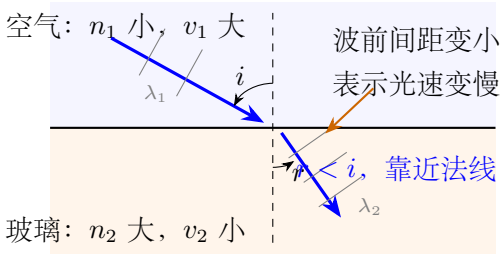


图 233：折射率与光速：进入折射率更大的介质时，光速变小，光线靠近法线

频率、波长与颜色：光也是波，满足

$$v = \lambda f.$$

同一束光从一种介质进入另一种介质时，频率 f 由光源决定，通常不变；传播速度 v 改变，所以波长 λ 随之改变。进入折射率更大的介质时，v 变小，λ 也变短。可见光

要点：折射率（续）

的颜色主要由频率决定，所以红光、蓝光在同一介质中速度和波长可以不同，但“颜色身份”对应的是频率。

认知提醒：判断波长变化时先问“是否换介质”。同一束光跨介质传播时，频率通常不变，先由介质判断速度变化，再由 $v = \lambda f$ 判断波长变化；只有在同一种介质中比较不同色光时，才把频率差异作为主要线索。

要点：全反射

当光从光密介质射向光疏介质，且入射角大于临界角时，在理想无吸收界面的高中几何光学模型中不再画折射光，反射光全部返回原介质，这就是全反射。

$$\boxed{\sin C = \frac{n_2}{n_1}} \qquad (n_1 > n_2)$$

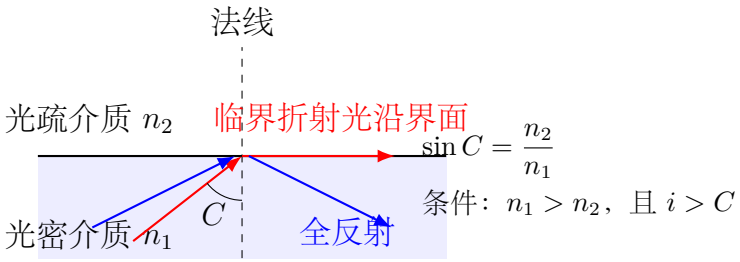


图 234：全反射：只有从光密介质射向光疏介质才可能发生

光纤通信正是利用全反射，让光在细长光纤中多次反射而不轻易漏出。

要点：色散与光谱

白光通过棱镜后会分成不同颜色的光，称为**色散**。原因是同一介质对不同频率的光折射率不同：通常玻璃对紫光的折射率较大、对红光的折射率较小，所以紫光偏折更明显。

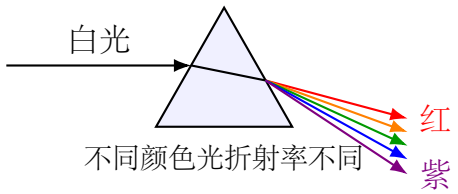


图 235：棱镜色散：不同颜色光在同一介质中的折射率不同

色散后的颜色按波长或频率排开，形成**光谱**。光谱并非只是一条彩带：不同物质的原子、分子具有不同的特征谱线，科学家可据此分析恒星大气和材料成分。

四、光学公式与作图条件

作图前检查：

1. 先判断是反射、折射、全反射还是干涉，不同模型不能混用。
2. 光路可逆，但仍要标清入射光、反射光或折射光的传播方向。
3. 色散题要比较不同颜色光在同一介质中的折射率；不要把颜色变化误认为频率在界面处改变。
4. 干涉题先确认两束光相干，再判断路程差和条纹间距。

公式	物理意义	适用条件
$i = i'$	反射定律	镜面反射；两角均相对于法线
$\dfrac{h'}{h} \approx \dfrac{n_2}{n_1}$	近轴视深	物体在介质 n_1 中，从介质 n_2 近法线观察
$n_1 \sin i = n_2 \sin r$	折射定律	两均匀介质分界面；角度均相对于法线
$n = \dfrac{c}{v}$	绝对折射率	v 为该介质中的光速，c 为真空光速
$v = \lambda f$	光速、波长、频率关系	在同一介质内取同一束光的 v, λ, f；跨介质时 f 通常不变
$\sin C = \dfrac{n_2}{n_1}$	临界角	光密到光疏，$n_1 > n_2$
$\Delta \ell = k\lambda$	双缝亮纹条件	两缝为同相相干源，$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$
$\Delta \ell = (k + \frac{1}{2})\lambda$	双缝暗纹条件	两缝为同相相干源，$k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$
$\Delta x = \dfrac{L\lambda}{d}$	双缝条纹间距	单色相干光；$L \gg d$ 且满足小角度近似

光学题的三类模型分析清单

光学题先判断模型类型，再选择公式和作图方式：

1. **界面光路：**先画界面和法线，角度一律相对于法线量；反射用 $i = i'$，折射用 $n_1 \sin i = n_2 \sin r$，全反射还要先确认“光密到光疏”。
2. **色散与光谱：**先看不同颜色光在介质中的偏折程度；折射率较大的光更靠近法线，棱镜中通常紫光偏折更明显。
3. **波动光学：**先看是干涉、衍射还是偏振；双缝题先判断路程差的明暗条件，再用 $\Delta x = \dfrac{L\lambda}{d}$，计算前先统一纳米、毫米、米等单位。

光学题的三类模型分析清单（续）

简要归纳：几何光学先画光路，色散题先比较折射率，波动光学先找控制条纹或图样的量。

来源理解：光路图负责整理角度和距离等几何关系，反射定律、折射定律和干涉条件则给出这些几何量必须满足的物理规律。图和定律缺一不可；若法线、界面、双缝、屏或光线方向没有标清，先不要急着代公式。

五、界面、干涉与分辨率模型

模型 1：单一界面的折射

处理单一界面的折射，先在入射点作法线，再确定入射介质和折射介质。方向预判与定量计算使用同一个依据：

$$n_2 > n_1 \Rightarrow r < i, \qquad n_2 < n_1 \Rightarrow r > i.$$

随后代入 $n_1 \sin i = n_2 \sin r$。若计算得到的 r 与预判矛盾，应检查介质下标或角度是否相对于法线。

模型 2：平行玻璃板与视深

平行玻璃板：光依次经过两个平行界面。两次使用折射定律可得

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r, \qquad n_2 \sin r = n_1 \sin i',$$

因此 $i' = i$。出射光与入射光平行，但通常存在侧向位移，不能把玻璃板当成“对光路毫无影响”。

近轴视深：物点位于折射率为 n_1 的介质中，从折射率为 n_2 的介质观察。设实深为 h、视深为 h'，由图中几何关系

$$\tan i = \frac{x}{h}, \qquad \tan r = \frac{x}{h'}.$$

近法线观察时角度很小，可取 $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$。由 $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ 得

$$\boxed{\frac{h'}{h} \approx \frac{n_2}{n_1}}.$$

例如从空气观察水中物体，$n_2 < n_1$，所以 $h' < h$，物体看起来变浅。

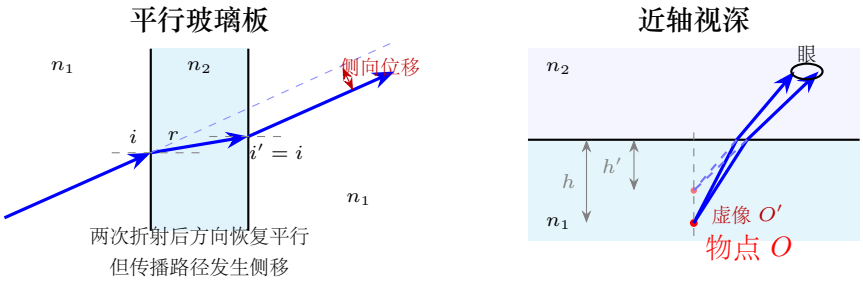


图 236：平行玻璃板与视深：出射光平行于入射光；近轴观察时由折射光的反向延长确定虚像

模型边界：视深公式使用了近轴小角度近似；观察方向偏离法线较大时，应回到折射定律和几何关系，不能直接套用比例式。

模型 3：全反射与光纤

全反射必须同时满足两个条件：

$$\text{光密介质} \to \text{光疏介质}, \qquad i > C.$$

若只满足入射角大，但方向是从光疏到光密，不会发生全反射。在光纤中，芯层折射率大于包层折射率。光线只有在芯层与包层界面的入射角达到临界角要求时，才能在芯层内连续发生全反射；并非“光只要进入光纤就一定不会逸出”。

模型 4：色散与光谱

色散题不能只记“紫光偏折大”。先明确比较的是**同一介质中的不同颜色光**：通常紫光频率较高、波长较短，玻璃对它的折射率较大，因此通过棱镜时总偏折更明显。

光谱把不同波长的光按顺序展开。连续光谱常对应高温致密物体的发光；低压原子气体可呈现特征线状光谱。高中阶段不要求由谱线反推复杂原子结构，但要知道“不同原子的特征谱线不同”是光谱分析的依据。

模型 5：双缝干涉与路程差

光具有波动性。双缝实验中，两条狭缝由同一束单色光照亮，在两缝处可视为同相相干源；发出的两列光波频率相同、相位差稳定。若两路都在空气中传播，屏上某点的明暗由几何路程差 $\Delta\ell$ 决定：

$$\text{亮纹：}\ \Delta\ell = k\lambda, \qquad \text{暗纹：}\ \Delta\ell = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda.$$

相邻亮纹间距为

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}.$$

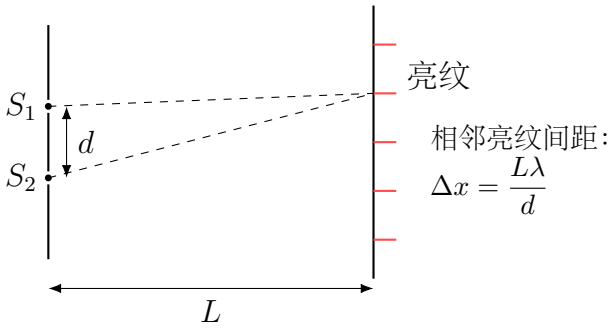


图 237：双缝干涉：条纹间距随波长和屏距增大，随缝距增大而减小

这个公式可以用路程差直观理解。相邻亮纹对应的路程差相差一个波长 λ。当屏到双缝距离 L 远大于缝距 d 时，小角度近似下

$$\Delta \ell \approx d\frac{x}{L}.$$

令相邻亮纹的路程差变化为 λ，可推出

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}.$$

因此，屏越远或波长越长，条纹越疏；双缝间距越大，条纹越密。若两路经过不同介质，就要比较光程而不只是几何路程；这将在本节竞赛补充中进一步说明。

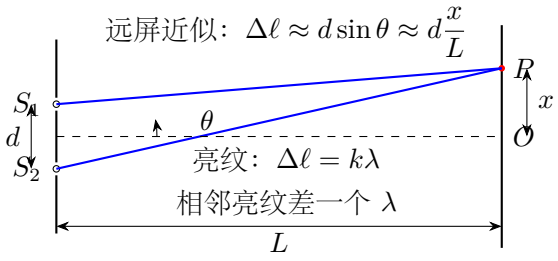


图 238：双缝路程差：用几何关系把路程差转化为屏上距离

模型 6：衍射、偏振与分辨率

光通过小孔、窄缝或掠过障碍物边缘时会发生**衍射**。孔径或缝宽越小、波长越长，λ/a 越大，衍射越明显；当孔径或缝宽 a 与波长同量级时尤其显著。因此任何光学仪器的细节分辨能力都有物理极限。**偏振**则说明光是横波：偏振片能选择光的振动方向，液晶显示、偏光太阳镜和许多光学传感器都在利用这一性质。

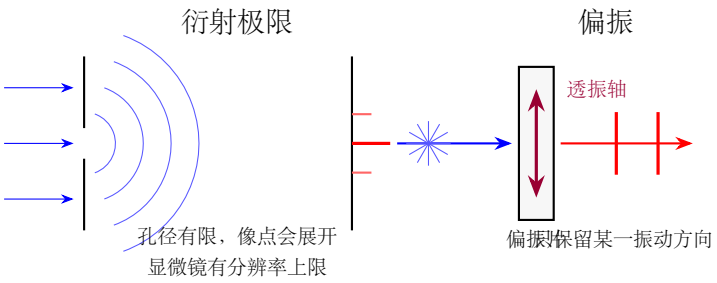


图 239：光的衍射与偏振：衍射限制分辨率，偏振体现光的横波性质

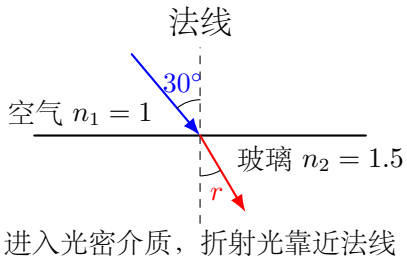
学习边界：高中阶段重点是用现象说明物理意义：衍射说明光具有波动性，偏振进一步说明光是横波；不要求用复杂公式计算衍射图样。

六、例题精讲

例题：折射角计算

题意分析：光从空气射入某玻璃，入射角 $i=30^\circ$，玻璃折射率 $n=1.5$，空气折射率取 1。求折射角。

物理模型：折射定律。



解题过程：

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$

$$1 \times \sin 30^\circ = 1.5 \sin r$$

$$\sin r = \frac{1}{3}, \qquad r \approx 19.5^\circ.$$

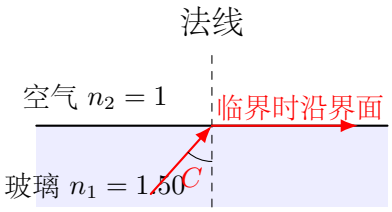
方法总结：折射题先判断光从光疏到光密还是光密到光疏，再预判靠近或远离法线；计算结果要和预判一致。

例题：全反射临界角

题意分析：光从折射率为 1.50 的玻璃射向空气，求临界角。

物理模型：光密介质到光疏介质的全反射。

例题：全反射临界角（续）



解题过程：

$$\sin C = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.50} = \frac{2}{3}.$$

因此

$$C \approx 41.8^\circ.$$

方法总结：临界角题先确认光从光密介质射向光疏介质；公式中分子是光疏介质折射率，分母是光密介质折射率。

例题：水中物体的近轴视深

题意分析：水的折射率取 $n_{水} = 4/3$。观察者在空气中沿近似竖直方向看水中一物体，物体的实际深度为 1.20 m，求其视深。

物理模型：从水中介质 $n_1 = 4/3$ 进入空气 $n_2 \approx 1$，近轴观察。

解题过程：

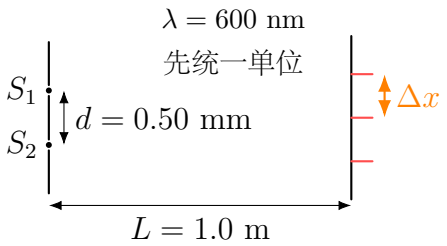
$$\frac{h'}{h} \approx \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{4/3} = \frac{3}{4}, \qquad h' = 1.20 \times \frac{3}{4} = 0.90 \text{ m}.$$

方法总结：先分清实深 h 与视深 h'，再按“物体所在介质为 n_1、观察者所在介质为 n_2”代入。该比例式只适用于近法线观察。

例题：双缝干涉条纹间距

题意分析：双缝间距 $d = 0.50$ mm，屏到双缝距离 $L = 1.0$ m，用波长 $\lambda = 600$ nm 的光照射，求相邻亮纹间距。

物理模型：双缝干涉。



解题过程：

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d} = \frac{1.0 \times 600 \times 10^{-9}}{0.50 \times 10^{-3}} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

即

$$\Delta x = 1.2 \text{ mm}.$$

例题：双缝干涉条纹间距（续）

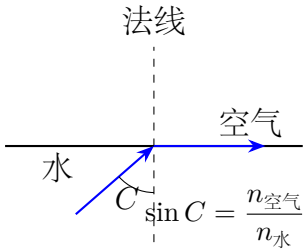
方法总结：干涉题先统一到国际单位制，尤其纳米、毫米，再代入 $\Delta x = \dfrac{L\lambda}{d}$。

七、变式训练

1. 光从水射入空气时，折射光线相对法线是靠近还是远离？

2. 某介质中光速为 2.0×10^8 m/s，求折射率。

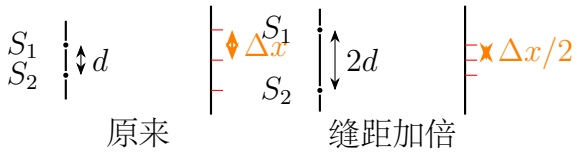
3. 光从折射率 1.33 的水射向空气，写出临界角满足的方程。



4. 白光通过玻璃棱镜后，红光和紫光哪一种偏折更明显？从折射率角度说明理由。

5. 双缝实验中，某点两路光的路程差为 3λ，该点是亮纹还是暗纹？

6. 双缝实验中，若缝距增大为原来的 2 倍，条纹间距怎样变化？



变式训练参考结果

1. 光从水进入空气，即从光密介质进入光疏介质，折射光线远离法线。
2. $n = c/v = 1.50$。
3. 临界角满足 $\sin C = n_{空气}/n_{水} = 1/1.33$，即 $C \approx 48.8°$。
4. 紫光偏折更明显。同一玻璃对紫光的折射率通常大于对红光的折射率，紫光在玻璃中的传播速度更小。
5. 路程差 3λ 是波长的整数倍，两列相干光同相叠加，该点为亮纹。
6. 由 $\Delta x = L\lambda/d$，缝距增大为原来的 2 倍时，条纹间距变为原来的一半。

八、光程与驻时拓展

拓展提升

费马原理：从传播时间推出折射定律

几何光学中有一个更深的统一观点：光在两点之间传播时，实际光路使传播时间取驻值，即相对于邻近路径的一阶变化为零。最常见的情形是传播时间取极小值，但“驻值”比“最短”更一般。

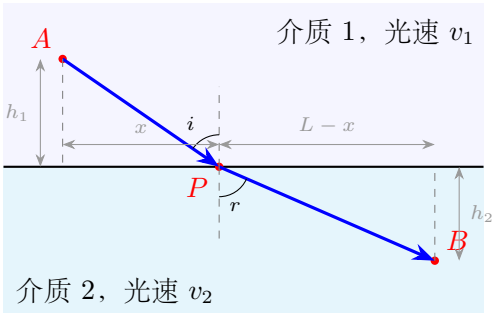


图 240：费马原理推导折射定律：改变界面上的通过点 P，比较总传播时间

如图，光从介质 1 中的 A 经界面上的 P 到介质 2 中的 B。设 P 到左端的水平距离为 x，两点水平间距为 L，则

$$t(x)=\frac{\sqrt{h_1^2+x^2}}{v_1}+\frac{\sqrt{h_2^2+(L-x)^2}}{v_2}.$$

令 $\mathrm{d}t/\mathrm{d}x=0$，得到

$$\frac{x}{v_1\sqrt{h_1^2+x^2}}=\frac{L-x}{v_2\sqrt{h_2^2+(L-x)^2}},$$

即

$$\frac{\sin i}{v_1}=\frac{\sin r}{v_2}.$$

再利用 $n=c/v$，便有

$$\boxed{n_1\sin i=n_2\sin r}.$$

这说明折射不是人为规定的“转弯规则”，而是不同介质中的传播速度与驻时条件共同决定的结果。

1. 波动光学的三个关键词

1. **相干**：两束光频率相同、相位差稳定，才容易形成稳定干涉条纹。
2. **路程差**：在空气中的双缝实验里，决定某处是加强还是减弱。
3. **波长**：条纹间距、衍射明显程度都与波长有关。

双缝干涉中，相邻亮纹间距

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d}$$

说明：波长越长、屏越远，条纹越疏；双缝间距越大，条纹越密。

公式来源直觉：屏越远，同样的角度差在屏上拉开的距离越大；双缝间距越大，同一位置产生的路程差变化更快，条纹就更密。这比只记公式更能防止把 L 和 d 的影响记反。

2. 光程差与双缝覆薄片

在同一均匀介质中，两束光可直接比较几何路程；若经过的介质不同，就要比较**光程** ns。在双缝的一条光路上覆盖厚度为 t、折射率为 n 的薄片，相对于原来的空气层，额外光程为

$$\delta = (n-1)t.$$

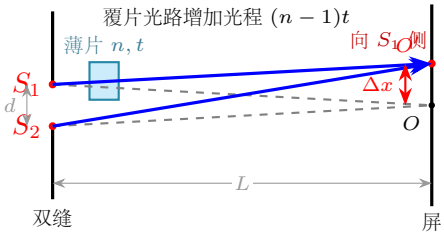


图 241：双缝一侧覆薄片：附加光程使中央亮纹向覆片一侧移动

中央亮纹要满足总光程差为零，因此必须移到覆片一侧，用几何路程差抵消附加光程。条纹移动量的大小为

$$\boxed{\Delta x = \frac{L(n-1)t}{d}},$$

移动的条纹数为

$$\boxed{N = \frac{(n-1)t}{\lambda}}.$$

这个模型把“几何路程差”和“介质引起的附加光程”统一在同一个干涉条件中。

3. 薄膜干涉：从光程差到彩色条纹

肥皂泡、油膜和镜头镀膜常出现彩色条纹，原因是**薄膜干涉**。入射光到达薄膜上表面时，一部分直接反射；另一部分进入薄膜，在下表面反射后再射出。两束反射光沿同一观察方向传播时可以叠加。

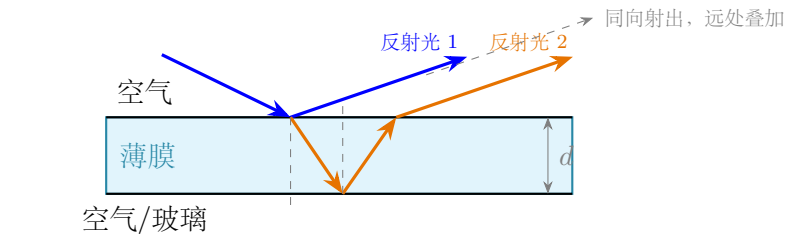


图 242：薄膜干涉：上下表面的两束反射光叠加，光程差决定加强或减弱

核心判断：若薄膜折射率为 n、膜内折射角为 r，上下表面反射光因膜内传播产生的光程差为 $2nd\cos r$；近法线入射时约为 $2nd$。薄膜厚度 d 改变时，光程差随之改变。不同波长的光满足加强或减弱条件的位置不同，所以白光照射下会看到彩色条纹。

模型边界：上式只计传播造成的光程差；严格判断明暗还要考虑两次反射是否引入额外的半波相位变化。高中入门阶段先抓住“同一束光分成两束，再因总相位差发生干涉”的模型；遇到定量题时再按题目给出的反射相位条件处理。

科学应用：镜头增透膜会设计合适厚度，使某些反射光相互削弱，从而减少反光、提高透光率。这里用到的仍然是干涉思想，而不是简单“涂一层透明材料”。

例题：光纤临界角与数值判断

题意分析：某光纤芯层折射率 $n_1=1.48$，包层折射率 $n_2=1.46$。光从芯层射向包层，求临界角满足的关系，并判断临界角接近 80° 还是 40°。

物理模型：光密介质到光疏介质，全反射临界角。

解题过程：

$$\sin C=\frac{n_2}{n_1}=\frac{1.46}{1.48}\approx 0.986.$$

由于 $\sin C$ 接近 1，所以 C 接近 90°；并且 $\sin 80^\circ\approx 0.985$，与 0.986 很接近，而 $\sin 40^\circ\approx 0.643$ 明显偏小，因此临界角更接近 80°。

方法总结：全反射只能从光密介质射向光疏介质时发生。折射率差很小时，临界角很大，入射角必须更接近 90°、光线更“贴近界面”，才可能满足 $i>C$。

4. 分层训练

1. **基础**：光从空气进入水中，入射角为 45°，折射角比入射角大还是小？
2. **提高**：某透明介质折射率为 1.60，光从该介质射向空气，写出临界角方程。
3. **综合**：双缝实验中换用波长更短的蓝光，其他条件不变，条纹间距如何变化？说明理由。
4. **拓展**：肥皂泡为什么会呈现彩色条纹？从薄膜干涉角度说明。

5. **开放思考**：为什么光学仪器的分辨能力会受到衍射限制？

竞赛补充分层训练参考结果

1. 折射角小于入射角，因为光由折射率较小的空气进入折射率较大的水。
2. $\sin C = 1/1.60$，故 $C \approx 38.7^\circ$。
3. 由 $\Delta x = L\lambda/d$，蓝光波长较短，所以条纹间距减小。
4. 薄膜上下表面反射的两束光发生干涉；膜厚随位置变化，不同波长满足加强条件的位置不同，因而出现彩色条纹。
5. 有限孔径会使物点形成衍射斑而不是理想几何点像；两个物点的衍射斑过度重叠时便难以分辨。

九、易错点

易错清单

1. **角度量错**：作图第一步先在入射点画法线，再从法线量入射角、反射角和折射角；若题目给的是“与界面夹角”，要先用 90° 减去它。
2. **把视深中的虚像当成真实光线交点**：先区分实际折射光和反向延长线。视深中的虚像来自折射光线的反向延长，真实光线并没有在虚像处会聚。
3. **全反射条件不完整**：先判断是否光密到光疏，再看入射角是否满足 $i > C$。
4. **把折射率理解成光速变快**：先用 $n = c/v$ 判断；折射率越大，介质中光速越小。
5. **误以为光进入介质后频率改变**：跨介质题先固定频率。对同一束光，频率通常不变，改变的是速度和波长。
6. **把色散当作频率改变**：光在同一界面折射时频率通常不变；不同颜色光的偏折差异来自介质对它们的折射率不同。
7. **干涉题不检查相干条件**：稳定条纹要求两束光频率相同、相位差稳定；双缝实验用同一束光照亮两缝，正是为了满足这一条件。
8. **波动光学单位混乱**：计算前先把 λ、d、L 统一到米；λ 常用纳米，d 常用毫米，是最容易漏换的两个量。

十、今日小结

1. 反射角等于入射角，折射遵循 $n_1 \sin i = n_2 \sin r$。
2. 光通过平行玻璃板后出射光与入射光平行，但通常有侧向位移；近轴视深满足 $h'/h \approx n_2/n_1$。
3. 折射率 $n = c/v$，折射率越大，介质中光速越小。
4. 光满足 $v = \lambda f$；跨介质传播时频率通常不变，速度和波长改变。
5. 全反射必须从光密介质射向光疏介质，且入射角大于临界角。
6. 白光经棱镜发生色散；通常紫光折射率较大、偏折更明显，光谱可用于分析物质成分。
7. 双缝干涉说明光具有波动性；同一介质中比较路程差，不同介质中应比较光程差。
8. 薄膜干涉来自上下表面反射光的叠加，可解释肥皂泡彩纹和增透膜。
9. 衍射限制光学仪器分辨率，偏振体现光的横波性质。

一分钟复盘：任选一道光学题，先画法线或双缝与屏，再标角度、介质、光线方向或路程差；确认模型后再写公式。

Day 26：热学基础

本节导读

热学研究大量分子的集体行为。本节先从分子动理论理解温度、内能和压强，再学习理想气体实验定律，最后用热力学第一定律分析吸热、做功和内能变化。重点不是机械记忆热学公式，而是建立“宏观现象由微观运动解释”的视角。

本节读题路线：先判断研究对象是哪一团气体或哪个热机；再区分状态量（p, V, T, U）和过程量（Q, W）：状态量写在初末状态旁，过程量写在箭头上。气体题先看过程类型和温度单位，热力学第一定律题先定 Q、W 正负号，图像题先看 p-V 面积和体积变化方向。

一、学习目标

1. 能说出分子动理论的三条基本观点，并用它们解释宏观热现象。
2. 能用扩散现象和布朗运动说明分子热运动的证据。
3. 能说出油膜法怎样由体积和面积估测分子大小。
4. 能说明热平衡和温度计读数的物理前提。
5. 能区分温度、热量、内能和做功，并能判断题目问的是状态量还是过程量。
6. 能结合图像判断玻意耳定律、查理定律和盖-吕萨克定律的条件与变量关系。
7. 会先确认气体质量或物质的量是否不变、温度是否用热力学温度，再用理想气体状态方程分析常见变化过程。
8. 会先规定热量和做功的正负，再用热力学第一定律判断内能变化。
9. 能用能量流向图说明热机效率和热力学第二定律的定性含义。
10. 能用图像或现象说明晶体、非晶体、液晶、相对湿度、表面张力和毛细现象的基本物理图像。

二、宏观热现象与微观图景

初中热学常把“热”与“温度升高”联系起来，但高中必须更精确：温度是状态量，热量是过程量；内能属于系统，热量和功是改变内能的两种方式。说“物体含有热量”是不严谨的，应说“物体具有内能”，或“在某过程中吸收、放出热量”。

科学发展视角：热学是能源技术的基础。热机效率、空调制冷、发动机、相变储能、温室效应和芯片散热，都要同时回答两类问题：系统处于什么状态（p, V, T, U 怎样变），过程里能量怎样交换（吸热、放热、对外做功还是外界做功）。把状态量和过程量分开，是理解现代能源设备的第一步。

本节概念地图

热学要把三层语言对应起来：微观层面看分子运动和相互作用，宏观层面看 p, V, T, U 等状态量，过程层面看热传递 Q 和做功 W。读题时先判断题目问的是“此刻状态”，还是“变化过程”。

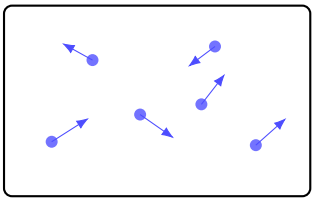
分子运动 $\rightarrow$ 宏观状态量 $\rightarrow$ 热量、做功与能量转化.

三、分子动理论与热力学

要点：分子动理论

分子动理论用微观运动解释宏观热现象，包含三个基本观点：

1. 物体由大量分子组成；
2. 分子永不停息地做无规则热运动；
3. 分子间存在相互作用力。



对理想气体，温度越高，分子平均平动动能越大。

宏观压强来自大量分子碰撞器壁。

分子不停做无规则热运动

图 243：分子热运动：宏观温度反映大量分子运动的统计特征

关键理解：温度反映大量分子无规则热运动的统计平均；对理想气体来说，温度越高，分子的平均平动动能越大。但不能说某一个分子的动能一定变大，因为分子运动是统计性的。

两个重要证据：

要点：分子动理论（续）

- **扩散现象**：不同物质能够自发地彼此进入对方，例如香味在空气中扩散、墨水在水中散开。扩散说明分子在不停运动。
- **布朗运动**：悬浮在液体或气体中的微小颗粒做无规则运动。颗粒本身不是分子，它的运动来自周围大量分子从各个方向不断撞击且瞬时不平衡。

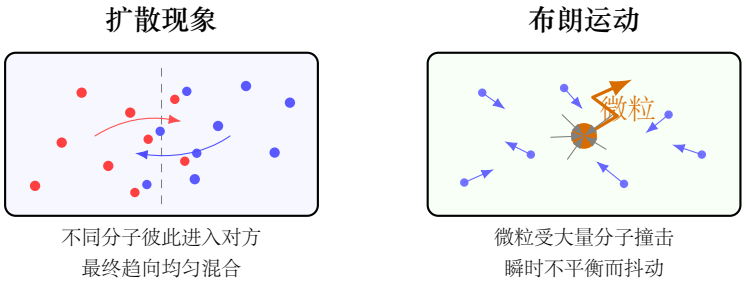


图 244：扩散与布朗运动：宏观可见现象背后是分子的无规则热运动

要点：油膜法估测分子大小

分子很小，不能用普通刻度尺直接测量。高中常用一个理想化实验建立数量级认识：把已知体积 V 的油酸滴在水面上，使它尽量摊成一层很薄的**单分子油膜**。若测得油膜面积为 S，则油膜厚度可估作油酸分子的直径：

$$\boxed{d \approx \frac{V}{S}}.$$

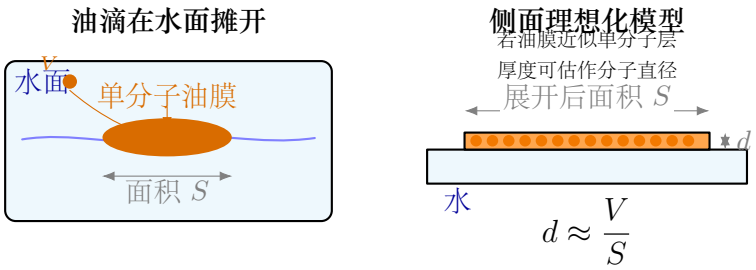


图 245：油膜法：把微小体积转化为可测面积，用 $d \approx V/S$ 估测分子直径

关键假设：油酸在水面上近似形成单分子层，且分子可粗略看作直立排列。真实实验中常把油酸配成稀溶液，计算 V 时必须取**纯油酸体积**，不能把整滴溶液体积直接代入。

要点：温度、内能、热量

两个温度不同的物体接触后，若没有其他外界影响，热量会从高温物体传向低温物体，直到二者达到**热平衡**。热平衡时没有净热传递，二者温度相同。温度计测温并不是“碰一下就立刻知道真值”，而是要等温度计与被测物体达到热平衡后再读数。

要点：温度、内能、热量（续）

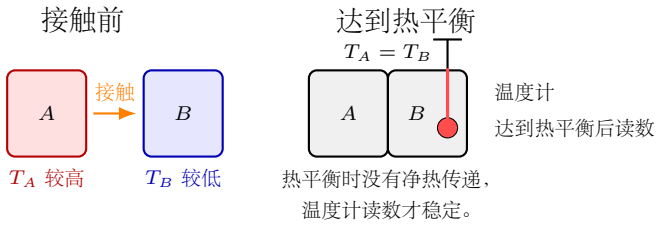


图 246：热平衡与温度计：温度计读数依赖它与被测物体达到热平衡

- **温度**：描述大量分子热运动统计特征的宏观量；对理想气体，热力学温度与分子平均平动动能成正比。
- **内能**：物体内大量分子热运动动能和分子间相互作用势能的总和，不包括物体整体的机械能。
- **热量**：热传递过程中转移的能量，是过程量。
- **做功**：通过宏观力和位移改变系统能量的方式。

严谨表述：不能说“物体含有热量”，只能说“物体吸收热量”或“放出热量”。

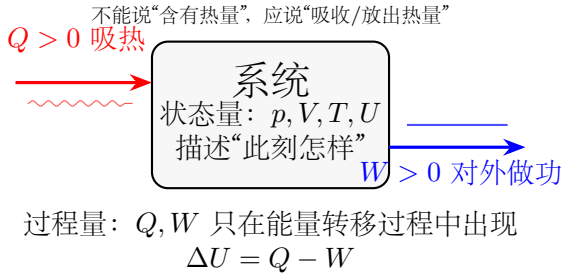


图 247：状态量与过程量：内能属于系统，热量和功只描述能量转移过程

四词辨析清单：

- 问“此刻有多热”：看温度，它描述大量分子热运动的统计强弱。
- 问“系统此刻储存多少微观能量”：看内能，它是状态量，属于系统本身。
- 问“因为温差转移了多少能量”：看热量，它只在热传递过程中有意义。
- 问“外力或气体通过体积变化转移了多少能量”：看功，它也是过程量。

认知提醒：热量和功不是物体“拥有”的状态量，而是能量进出系统的两条通道。解题时先判断题目问的是状态还是过程：问初末状态用温度、体积、压强、内能；问能量怎样进出系统，再写热量 Q 和功 W。

要点：气体实验定律

一定质量理想气体在某个状态下可用 p, V, T 描述。温度必须使用热力学温度：

$$T = t + 273.15.$$

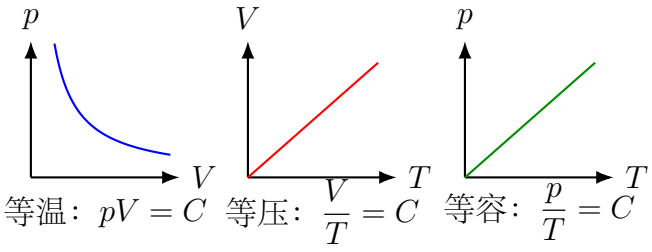


图 248：气体实验定律图像：温度必须用热力学温度 T

$$\boxed{pV = C \quad (\text{等温})}$$

$$\boxed{\frac{V}{T} = C \quad (\text{等压})}$$

$$\boxed{\frac{p}{T} = C \quad (\text{等容})}$$

综合起来，一定质量理想气体满足

$$\boxed{\frac{pV}{T} = C}.$$

物质的量版本：这里的常量 C 对同一团气体不变，但不是所有气体共用的普适常量。若气体的物质的量为 n，理想气体状态方程可写为

$$\boxed{pV = nRT}.$$

其中 R 是气体常量。若从微观分子数看，也可写成

$$\boxed{pV = NkT}, \qquad N = nN_A.$$

这里 N_A 是阿伏伽德罗常量，k 是玻尔兹曼常量。高中常用 $\dfrac{pV}{T} = C$ 处理“同一团气体”的状态变化；若题目比较不同物质的量的气体，要想到 pV 与 nT 成正比。

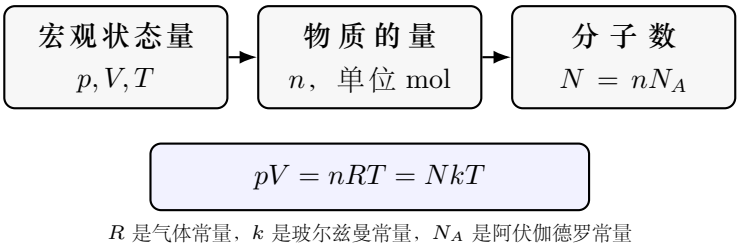
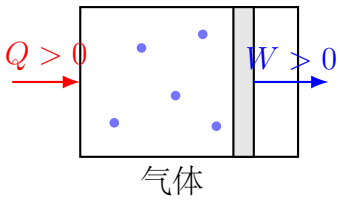


图 249：理想气体状态方程：物质的量把宏观状态量和分子数连接起来

要点：热力学第一定律

取“系统吸热为正，系统对外做功为正”的约定：

$$\boxed{\Delta U = Q - W}.$$



$\Delta U = Q - W$

吸热增大内能；

对外做功减小内能。

图 250：热力学第一定律：吸热和做功共同决定内能变化

- $Q > 0$：系统吸热；$Q < 0$：系统放热。
- $W > 0$：系统对外做功；$W < 0$：外界对系统做功。
- $\Delta U > 0$：内能增加；$\Delta U < 0$：内能减少。

四、状态量与过程关系

列式前检查：

1. 先选研究对象和热力学过程，说明是等温、等压、等容还是一般过程。

2. 用气体状态方程时，确认气体近似理想气体，温度要用热力学温度。

3. 读准准静态过程的 p-V 图时，图线与体积轴围成的面积表示体积功的大小；体积增大为正功，体积减小为负功。

4. 用热力学第一定律时，先统一吸热、放热、对外做功和外界做功的符号约定。

公式	物理意义	适用条件
$T = t + 273.15$	温标换算	t 用摄氏度，T 用 K；比例计算必须用 T
$pV = C$	等温变化	一定质量理想气体，热力学温度不变
$\dfrac{V}{T} = C$	等压变化	一定质量理想气体，压强不变，T 用 K
$\dfrac{p}{T} = C$	等容变化	一定质量理想气体，体积不变，T 用 K
$\dfrac{pV}{T} = C$	状态方程	同一团理想气体，物质的量不变，T 用 K
$pV = nRT$	理想气体状态方程	理想气体；物质的量为 n，单位统一
$d \approx \dfrac{V}{S}$	油膜法估测分子直径	单分子油膜近似
$\Delta U = Q - W$	热力学第一定律	吸热为正、对外做功为正
$W = p\Delta V$	等压做功	准静态等压体积功；W 为系统对外做功
$\varphi = \dfrac{p}{p_s} \times 100\%$	相对湿度	p_s 为同温度饱和汽压

热学题的状态-过程分析清单

热学题先把“此刻状态”和“变化过程”分开：

1. **状态层**：确定研究对象，写清 p, V, T, U；温度进入气体定律前先换成 K。
2. **过程层**：判断等温、等压、等容、绝热或一般过程；热量 Q 和功 W 只在过程中有意义。
3. **图像层**：p-V 图中面积给出气体对外做功大小；体积增大时 $W > 0$，体积减小时 $W < 0$。
4. **能量层**：按本讲义约定用 $\Delta U = Q - W$；吸热取 $Q > 0$，放热取 $Q < 0$，气体对外做功取 $W > 0$。

来源理解：p-V 图面积来自小段体积功 $W = p\Delta V$ 的累加；热力学第一定律则是能量守恒在热现象中的表达。气体定律先看状态，第一定律先看过程，符号约定先写清再代数。

五、气体过程与能量转换模型

模型 1：等温压缩或膨胀

温度不变，理想气体内能不变。若气体被压缩，体积减小，压强增大：

$$p_1V_1 = p_2V_2.$$

模型 2：等压升温

压强不变时，温度升高，体积增大：

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

使用比例式前先把摄氏温度换成热力学温度 T，不能直接把摄氏温度代入。

模型 3：p-V 图像中的功

在准静态膨胀或压缩过程中，气体对外做的体积功可由 p-V 图像下方面积表示：

$$W = \int p\,dV.$$

若体积增大，$dV > 0$，气体对外做功为正；若体积减小，$dV < 0$，外界对气体做功，气体对外做功为负。面积给出大小，方向由体积变化判断。

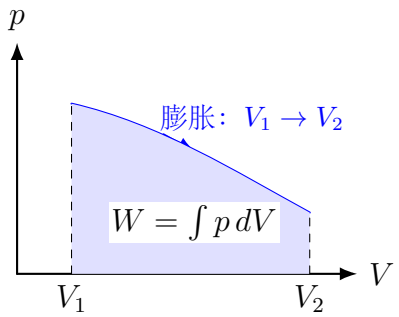


图 251：p-V 图像：图线下方面积表示气体对外做功

模型 4：绝热近似

若过程很快或保温良好，可近似认为 $Q = 0$。此时

$$\Delta U = -W.$$

气体快速膨胀对外做功，内能减少，温度降低；气体被快速压缩，外界对它做功，内能增加，温度升高。

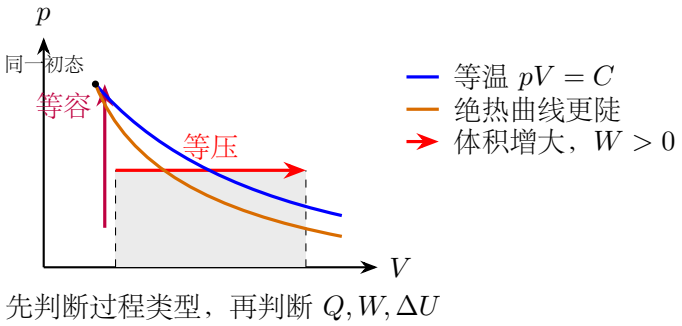


图 252：常见热过程的 p-V 图像：图像形状和面积帮助判断做功

模型 5：扩散与布朗运动的判断

遇到微观热运动的定性题，先分清“谁在动”：

- 若是两种物质彼此混合、浓度逐渐均匀，通常是**扩散现象**；
- 若是在显微镜下看到小颗粒不停做无规则运动，通常是**布朗运动**；
- 布朗运动越明显，说明颗粒越小、温度越高，周围分子撞击造成的瞬时不平衡越明显。

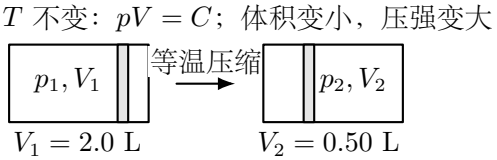
严谨提醒：布朗运动不是“分子本身的运动被看见了”，而是可见微粒受到大量分子撞击后的运动。它间接证明分子在做无规则热运动。

六、例题精讲

例题：等温变化

题意分析：一定质量理想气体温度不变，初态压强 $p_1 = 1.0\times10^5$ Pa，体积 $V_1 = 2.0$ L。若体积压缩到 $V_2 = 0.50$ L，求末态压强。

物理模型：等温变化，$pV = C$。



解题过程：

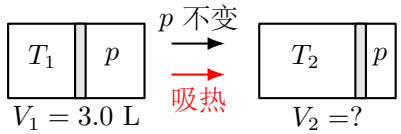
$$p_1V_1 = p_2V_2, \qquad p_2 = \frac{p_1V_1}{V_2} = \frac{1.0\times10^5\times2.0}{0.50} = 4.0\times10^5\ \text{Pa}.$$

方法总结：气体定律题先判断过程类型。等温压缩用 $pV = C$，体积变为原来的 $\dfrac{1}{4}$ 时压强变为 4 倍。

例题：等压升温

题意分析：一定质量理想气体在压强不变时，温度从 27°C 升高到 127°C。初体积 $V_1 = 3.0$ L，求末体积。计算中近似取 $T = t + 273$。

物理模型：等压变化，$\dfrac{V}{T} = C$。



解题过程：

$$T_1 = 27 + 273 = 300\ \text{K}, \qquad T_2 = 127 + 273 = 400\ \text{K}.$$

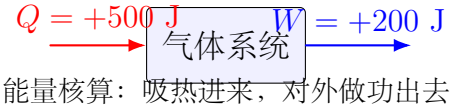
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \qquad V_2 = V_1\frac{T_2}{T_1} = 3.0\times\frac{400}{300} = 4.0\ \text{L}.$$

方法总结：气体定律中的温度必须用热力学温度，不能用摄氏温度直接比。

例题：热力学第一定律

题意分析：某气体吸收热量 $Q = 500$ J，同时对外做功 $W = 200$ J。求内能变化。

物理模型：热力学第一定律。



能量核算：吸热进来，对外做功出去

$$\Delta U = Q - W$$

例题：热力学第一定律（续）

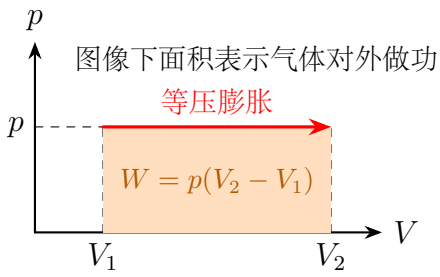
解题过程：

$$\Delta U = Q - W = 500 - 200 = 300\ \text{J}.$$

方法总结：第一定律题先定 Q、W 正负；吸热若同时对外做功，内能增加量会小于吸收热量。

七、变式训练

1. 一定质量理想气体等温膨胀，体积变为原来的 3 倍，压强怎样变化？
2. 把 -23°C、27°C、127°C 分别化为热力学温度。
3. 气体放热 100 J，外界对气体做功 300 J，内能如何变化？
4. 等压膨胀过程中，p-V 图像下方面积表示什么物理量？

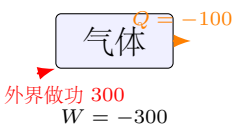


5. 香水味逐渐传到房间另一端、显微镜下花粉微粒无规则运动，分别对应哪一种热运动证据？

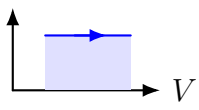
变式训练参考结果

1. 等温时 pV 不变，体积变为原来的 3 倍，压强变为原来的 $1/3$。
2. 近似取 $T = t + 273$，三者分别为 250 K、300 K、400 K。
3. 按“W 表示气体对外做功”的约定，$Q = -100$ J、$W = -300$ J，故 $\Delta U = Q - W = 200$ J，内能增加 200 J。
4. 图像下方面积表示气体对外做的功；等压膨胀时 $W = p\Delta V > 0$。
5. 香水味传播是扩散现象；花粉微粒的无规则运动是布朗运动，它间接反映液体分子的无规则热运动。

第 3 题：能量核算



第 4 题：看面积



面积表示气体对外做功

八、统计观点与热力学拓展

拓展提升

从微观角度看压强

气体压强来自大量分子不断碰撞器壁。单个分子的碰撞很复杂，但大量分子的平均效果很稳定，这就是统计物理的基本思想。

在理想气体模型中，分子本身大小可忽略，分子间除碰撞外不考虑相互作用。由此可以推出

$$pV = \frac{2}{3}N\overline{E_k},$$

其中 N 是分子数，$\overline{E_k}$ 是单个分子的平均平动动能。又因为理想气体状态方程为

$$pV = NkT,$$

可得

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2}kT.$$

意义：这说明对理想气体而言，热力学温度是分子平均平动动能的量度。高中阶段不要求完整推导，但这个结果能帮助理解为什么绝对零度可看作热运动强弱的最低极限。

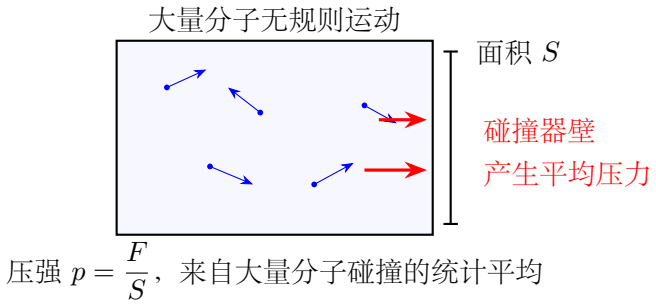


图 253：气体压强的微观来源：大量分子碰撞器壁形成稳定的平均压强

1. 相变与潜热：温度不变也能吸热

许多学生会误以为“吸热一定升温”。相变过程说明：吸收的热量不一定都转化为分子平均动能，也可能主要改变分子间的相互作用势能。

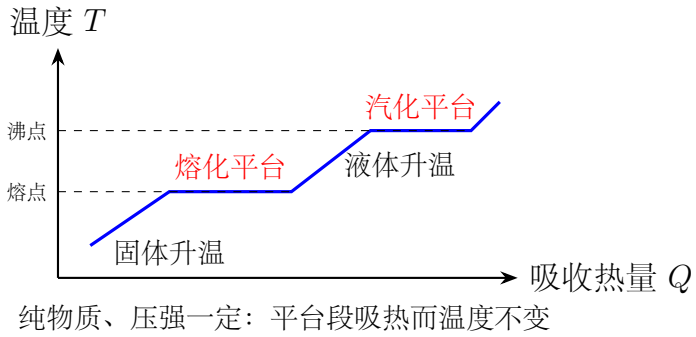


图 254：相变加热曲线：熔化和汽化过程中温度可保持不变，但仍在吸收热量

典型判断：对纯物质，在压强保持不变并处于相平衡时，冰熔化成水的温度可保持在0°C，水沸腾时温度可保持在该压强对应的沸点。平台段吸收的热量叫**潜热**，主要用于改变物质的微观结构或分子势能，而不是提高温度。

与内能的关系：内能包括分子动能和分子势能。温度主要反映分子平均动能；相变时温度不变，但分子势能改变，所以内能仍可改变。

2. 固体、液晶与湿度：从模型走向材料

热学不只研究气体。实际材料的性质也来自微观结构：

- **晶体**：微粒排列有规则，常有确定熔点，许多金属、食盐、石英属于晶体。
- **非晶体**：微粒排列没有长程规则，通常没有严格固定熔点，玻璃、松香等可看作典型例子。
- **液晶**：既能像液体那样流动，又有一定取向有序性，液晶显示器正是利用外电场改变分子取向来控制透光。

空气中的水蒸气也要用热学语言描述。水的饱和汽压 p_s 主要由温度决定；当实际水蒸气分压 p 达到 p_s 时，水蒸气达到饱和。相对湿度为

$$\varphi = \frac{p}{p_s} \times 100\%.$$

若实际水蒸气分压 p 变化不大，升温会使 p_s 增大、相对湿度减小；降温则使 p_s 减小，相对湿度逐渐升到 100%。继续降温时，部分水蒸气凝结成小水滴，这就是结露。这里不把空气理解成有一个固定的“容纳水蒸气容量”，而是比较实际分压 p 与同温度下的饱和汽压 p_s。

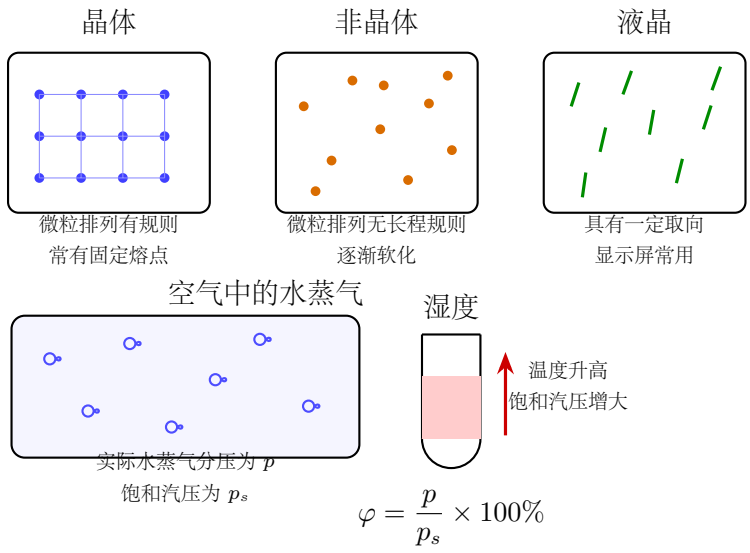


图 255：材料结构与湿度：微观排列影响材料性质，相对湿度比较实际分压与饱和汽压

学习边界：高中阶段通常先定性区分晶体、非晶体和液晶，理解相对湿度的含义；暂不深入晶格结构或复杂相图。读材料类题时，先抓“微观排列是否有序”和“水蒸气是否接近饱和”这两个判断。

3. 液体表面张力与毛细现象

液体表面附近的分子受力情况不同于液体内部。液体内部某个分子受到周围分子的吸引大致平衡；而液体表面分子上方分子较少，受力不完全对称，于是液面有收缩趋势，好像一张被拉紧的薄膜。这种使液面趋向收缩的作用叫**表面张力**。

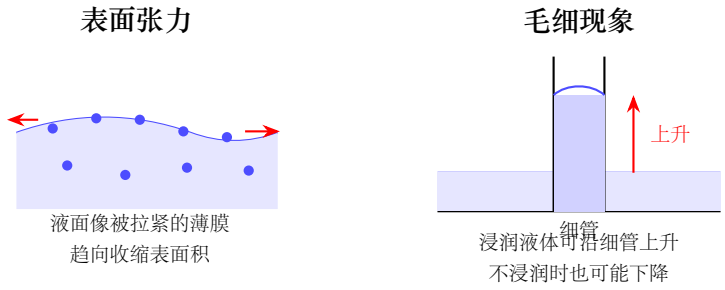


图 256：表面张力与毛细现象：液面趋向收缩，细管中液面可上升或下降

两个常见现象：

- 小水滴常接近球形，是因为在体积一定时球形表面积最小，表面张力使液面趋向收缩。
- 细玻璃管插入水中，水可沿管壁上升；若液体不浸润管壁，也可能出现液面下降。这类现象叫**毛细现象**。

学习边界：高中阶段一般定性理解表面张力和毛细现象即可，暂不计算表面张力系数。遇到现象题，先判断液面是否趋向收缩、液体是否浸润管壁，再解释上升或下降。

4. 热机效率

热机从高温热源吸收热量 Q_1，把其中一部分转化为对外做功 W，其余热量 Q_2 放给低温热源：

$$Q_1 = W + Q_2.$$

这里的 Q_1、Q_2 都按热量大小取正值，Q_2 不是代入第一定律时的负号放热量。热机效率定义为

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

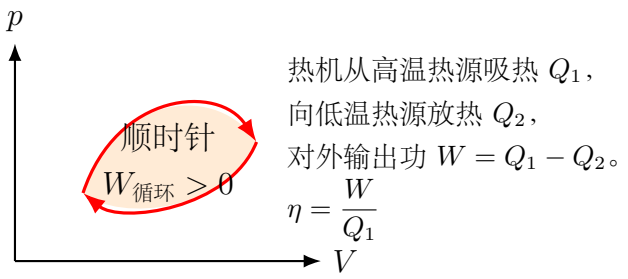


图 257：热机循环：循环过程中系统回到初态，净功等于吸热与放热之差

重要理解：对循环工作的热机，不能从单一热源吸热并把它全部转化为功而不产生其他影响；因此实际热机都需要向低温热源放出一部分热量。真实装置还会因摩擦、散热和不可逆过程产生额外损耗。

热力学第二定律的定性理解：热量可以自发地从高温物体传到低温物体，但不能自发地从低温物体传到高温物体。若要把热量从低温处搬到高温处，例如冰箱和空调，就必须消耗外界做功。这说明能量不仅要守恒，还要考虑过程方向。

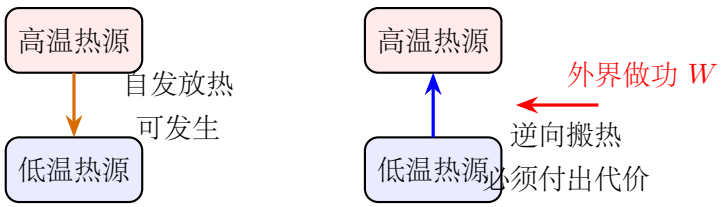


图 258：热力学第二定律的方向性：逆向搬运热量必须消耗外界做功

现代应用：制冷机与热泵。冰箱、空调和热泵并不是“违反第二定律”，而是消耗外界做功，把热量从低温处搬到高温处。若关注冷端降温，就是制冷机；若关注热端供热，就是热泵。



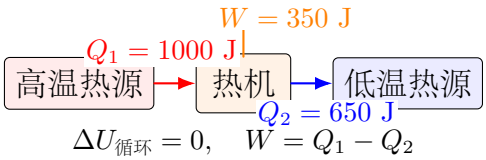
图 259：制冷机与热泵：外界做功使热量逆向转移

认知提醒：制冷机和热泵不是“凭空制造冷或热”。它们都遵守能量守恒：电功输入后，热量被重新分配。冰箱背面发热，是因为它把箱内热量连同压缩机消耗的电功一起排到室内。

例题：热机每循环输出功和效率

题意分析：某热机每循环从高温热源吸收 $Q_1 = 1000\ \mathrm{J}$，向低温热源放出 $Q_2 = 650\ \mathrm{J}$。求每循环输出功和效率。

物理模型：热机循环，系统回到初态，$\Delta U = 0$。



解题过程：

$$W = Q_1 - Q_2 = 1000 - 650 = 350\ \mathrm{J}.$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{350}{1000} = 35\%.$$

方法总结：循环过程先看初末状态是否相同；回到初态则 $\Delta U = 0$，吸热与放热之差就是对外输出功。

5. 四种常见过程的能量判断

过程	特征	第一定律分析
等温过程	理想气体温度不变	$\Delta U = 0$，故 $Q = W$；膨胀吸热，压缩放热
等容过程	体积不变	$W = 0$，$\Delta U = Q$
等压过程	压强不变	$W = p\Delta V$
绝热过程	$Q = 0$	$\Delta U = -W$

认知顺序：先判断过程类型，再判断 Q、W 的正负，最后用 $\Delta U = Q - W$。不要一开

始就做代数运算。

正负号约定：本讲义采用“系统对外做功为正”的约定，因此气体膨胀时 $W>0$，压缩时 $W<0$；吸热时 $Q>0$，放热时 $Q<0$。若别的资料采用“外界对系统做功为正”，第一定律形式会不同，但物理结论一致。解题时先看清约定，再列式。

过程判断要点：等温看温度，等容看体积，等压看压强，绝热看是否与外界交换热量。若题目没有明确过程类型，不能随意套某个特殊公式，只能从第一定律和状态方程出发分析。

例题：等容加热

题意分析：一定质量理想气体被封闭在刚性容器中，吸收热量 300 J。求气体对外做功和内能变化。

物理模型：等容过程，体积不变。

解题过程：容器刚性，体积不变，所以

$$W=0.$$

由热力学第一定律：

$$\Delta U=Q-W=300-0=300\ \text{J}.$$

方法总结：等容过程没有体积变化，气体不对外做体积功，但仍可能吸热或放热。遇到刚性容器题，先写 $W=0$，再由 $\Delta U=Q-W$ 判断内能变化。

例题：绝热压缩

题意分析：外界对气体做功 200 J，过程很快，可视为绝热。求内能变化，并判断温度如何变化。

物理模型：绝热过程，$Q=0$。本讲义约定系统对外做功为正。

解题过程：外界对气体做功 200 J，即气体对外做功

$$W=-200\ \text{J}.$$

所以

$$\Delta U=Q-W=0-(-200)=200\ \text{J}.$$

内能增加，理想气体温度升高。

方法总结：绝热压缩会使气体升温，这也是打气筒快速打气时筒壁发热的原因之一。列式时先把“外界对气体做功”转换为本讲义约定下的 $W<0$，再代入 $\Delta U=Q-W$。

6. 分层训练

1. **基础**：一定质量理想气体等容放热，内能怎样变化？

2. **提高**：气体等压膨胀，吸热 500 J，对外做功 180 J，求内能变化。
3. **综合**：某热机每循环吸热 1000 J，放热 650 J，求输出功和效率。
4. **应用**：同一房间温度降低时，为什么窗玻璃上更容易出现水珠？
5. **开放思考**：为什么冰箱能把热量从低温处搬到高温处，但必须消耗电能？
6. **拓展观察**：小水滴为什么常接近球形？细玻璃管插入水中时，液面为什么可能高于管外水面？

竞赛补充分层训练参考结果

1. 等容放热时 $W=0$、$Q<0$，故 $\Delta U=Q<0$，内能减小。
2. $\Delta U=Q-W=500-180=320$ J。
3. $W=Q_1-Q_2=350$ J，$\eta=W/Q_1=35\%$。
4. 降温使饱和汽压减小；当玻璃表面附近水蒸气达到饱和后，继续降温会凝结成小水滴。
5. 冰箱消耗电功驱动制冷循环，把热量从低温箱内搬到较高温的室内，并把吸收的热量和输入功一起排出。
6. 表面张力使一定体积的液滴趋向减小表面积，因而接近球形；水浸润玻璃时，弯月面和表面张力的竖直分量可使细管内液面上升。

九、易错点

易错清单

1. **说“物体含有热量”**：先看题目描述的是状态还是过程。温度、内能是状态量；热量只在传热过程中讨论，应说“吸收或放出热量”，不要说“含有热量”。
2. **温度计刚接触就读数**：先等待温度计与被测物体达到热平衡，读数才代表被测物体温度。
3. **气体定律用摄氏温度**：列比例关系前先把摄氏温度换成热力学温度 T。
4. **把 $pV/T=C$ 中的 C 当成普适常量**：列比例式前先检查比较的是不是同一团、物质的量不变的气体；只有这时 C 才不变。若气体量不同，改写为 $pV=nRT$，把 n 一并列入比较。
5. **混淆做功正负**：先写清正负号约定；本讲义约定系统对外做功为正，所以 $\Delta U=Q-W$。

易错清单（续）

6. **把温度看成单个分子动能**：解释微观量时先问研究的是一个分子还是大量分子样本；对理想气体，热力学温度对应分子平均平动动能的统计值，不能由某一个分子的瞬时快慢直接判断。
7. **油膜法把溶液体积当油酸体积**：计算 $d = V/S$ 时，V 应是形成油膜的纯油酸体积。
8. **忽略内能还含分子势能**：遇到相变、分子间距或物态改变时，除比较温度外再检查分子势能是否改变；实际物体的内能既包括分子动能，也包括分子势能。
9. **把布朗运动说成分子运动**：布朗运动是微小颗粒的无规则运动，间接反映分子热运动。

十、今日小结

1. 分子动理论把宏观热现象解释为大量分子的统计运动。
2. 扩散现象和布朗运动都是分子热运动的重要证据。
3. 油膜法用 $d \approx V/S$ 估测分子大小，前提是形成近似单分子层。
4. 热平衡时没有净热传递，温度计读数的前提是温度计与被测物体达到热平衡。
5. 对理想气体，热力学温度与分子平均平动动能成正比；实际物体的内能包括分子动能和分子势能。
6. 热量和功都是过程量，都是改变内能的方式。
7. 一定质量理想气体满足 $pV/T = C$；若显式给出物质的量，则用 $pV = nRT$。
8. 热力学第一定律在本讲义约定下写作 $\Delta U = Q - W$。
9. 相变时温度可能不变，但吸收或放出的潜热会改变分子势能和内能。
10. 晶体、非晶体和液晶的差别来自微观排列；相对湿度描述空气中水蒸气接近饱和的程度。
11. 表面张力来自液体表面分子受力不对称，毛细现象与浸润、管径和表面张力有关。
12. 热力学第二定律强调过程方向：热量不会自发地从低温物体传到高温物体。
13. 制冷机和热泵靠外界做功把热量从低温处搬到高温处，不违背能量守恒和第二定律。

一分钟复盘：看到热学题，先在题旁写三列：研究对象、状态变化、能量交换；若用热力学第一定律，再单独写清 Q、W、ΔU 的正负约定。

Day 27：近代物理与原子物理入门

本节导读

近代物理从经典物理解释不了的现象出发：光电效应说明光具有粒子性；原子能级说明原子内部能量不是连续变化；原子核反应说明质量和能量可以相互联系。本节目标不是展开大学量子力学，而是建立“微观世界常常是不连续的、概率性的、守恒约束非常强”的基本认识。

本节读题路线：近代物理题先说清输入能量来自光子、能级差还是核反应，再找输出对象。光电效应题先区分频率和光强，再用能量守恒写光电方程；能级跃迁题先看能级差，再判断吸收还是辐射；核反应题先守恒质量数和电荷数，再检查能量变化；半衰期只用于大量原子核样本。

一、学习目标

1. 能从光电效应实验事实出发说明经典波动观点的困难，并使用爱因斯坦光电方程。

2. 能说明光子能量 $E = h\nu$、逸出功和截止频率在光电效应中的角色。

3. 能由卢瑟福 α 粒子散射实验说明原子核式结构模型的证据。

4. 能由能级差计算光子能量，并用能级跃迁解释原子光谱的离散谱线。

5. 能读懂玻尔氢原子模型的能级公式，并说明电离能含义。

6. 会配平核反应方程，并说明质量数和电荷数守恒的检查方法。

7. 能按比例衰减处理半衰期问题，并说明放射性衰变类型和质能方程的基本意义。

8. 能说出相对论给出经典物理的适用边界，并说明质能关系的科学意义。

二、经典物理的边界

前面的光学主要把光看成光线或波。近代物理进一步说明，光在某些现象中必须看成一份一份的光子。前面的能量守恒仍然成立，但微观系统的能量变化常常不是连续的，而是按确定能级差吸收或放出。

科学发展视角：近代物理的共同特点，是从实验事实反推微观结构和能量规则。光电效应用频率阈值说明光子能量，能级跃迁用谱线反推原子能级，核反应用守恒量和初末态总静质量差判断反应能 Q 的正负。太阳能电池、光谱分析、医学影像和核能技术，都建立在这些“实验事实 + 守恒约束 + 能量量子化”的模型上。

读题过渡：学本节时不要先背结论，而要先问“这个实验看到了什么现象”。能从现象推出模型，再用守恒量写方程，近代物理题就不会变成零散名词记忆。

三、量子、原子与原子核

要点：卢瑟福 α 粒子散射实验

在卢瑟福 α 粒子散射实验中，高速 α 粒子射向很薄的金箔。实验现象是：绝大多数 α 粒子几乎沿原方向穿过金箔，少数发生明显偏转，极少数甚至被大角度弹回。

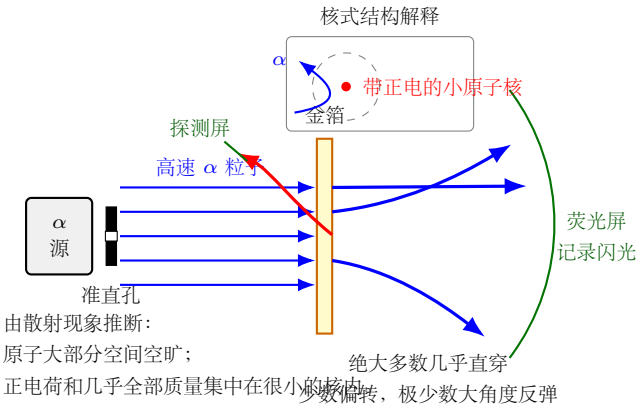


图 260：卢瑟福 α 粒子散射：大角度偏转说明原子内部有很小而带正电的原子核

物理结论：原子大部分空间是空旷的；原子的正电荷和几乎全部质量集中在很小的原子核内，核外是电子。这就是原子的**核式结构模型**。

认知提醒：这个实验不是直接“看见”原子核，而是由散射现象反推内部结构。高中物理经常用这种方式建立微观模型：看不见对象本身，就看它对可测粒子的影响。

要点：能量量子化与光子

经典图像中，能量常被想象成可以连续取任意数值；近代物理发现，微观系统吸收或放出能量时，常常表现出“一份一份”的特征。对光来说，每一份能量叫一个**光子**，其能量为

$$\boxed{E = h\nu}.$$

频率 ν 越高，单个光子的能量越大；在频率和照射面积相同的比较中，光强越大，通常表示单位时间到达的光子数越多。这个区分是理解光电效应的关键。

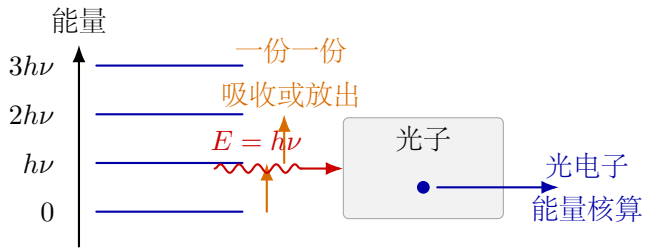


图 261：能量量子化与光子：频率决定单个光子能量；同频率下，光强主要影响光子数

科学史补充：黑体辐射与量子化思想

能量量子化思想最早不是从光电效应开始的，而是来自黑体辐射问题。加热物体会发光，温度越高，辐射越强，辐射峰值还会向短波方向移动。经典物理若把能量交换看成完全连续，无法正确解释短波端的实验规律。普朗克提出：物质与电磁辐射交换能量时，只能按

$$E = h\nu$$

这样的“一份一份”进行。后来爱因斯坦把这种思想用于光电效应，进一步提出光本身也可以看作一份一份的光子。

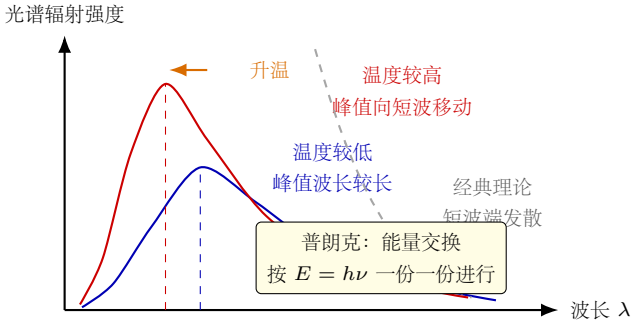


图 262：黑体辐射与量子化思想：温度升高时峰值向短波移动，经典理论在短波端给出发散结果

学习边界：本讲义先让学生知道黑体辐射是量子化思想的重要来源，暂不计算普朗克辐射公式。现阶段重点看实验事实：温度升高时峰值向短波移动；经典理论在短波端预言辐射强度发散，与实验不符。

要点：光电效应

用一定频率的光照射金属表面，金属中电子吸收光子能量后可能逸出，形成光电子。对同一种金属而言，能否发生光电效应主要由入射光频率是否达到截止频率决定，而不是由光强单独决定。

从实验事实到模型：

1. 存在**截止频率**：频率低于某一数值时，光再强也不能打出光电子。
2. 光电子几乎**立即逸出**：当频率达到或超过截止频率并能发生光电效应时，弱光也不需要长时间“积累能量”。
3. 光电子最大初动能随**频率**增大而增大。
4. 在频率不变且已能发生光电效应时，增大光强主要增大光电流，说明逸出的电子数增多。

这些事实说明：光的能量不是连续平均分给许多电子，而是以光子为单位被电子吸收。高中普通光电效应模型中，可把一个电子主要看作吸收一个光子的能量。

$$\boxed{h\nu = W_0 + E_{k\,\max}}$$

这条式子可以看成微观世界的能量核算：一个光子的能量先用于把电子从金属中“拉出来”，这部分能量叫逸出功；如果还有剩余，才表现为光电子的最大初动能。因此频率不够时，即使光很强，也只能增加照来的光子数，不能让单个光子具有更大的能量。

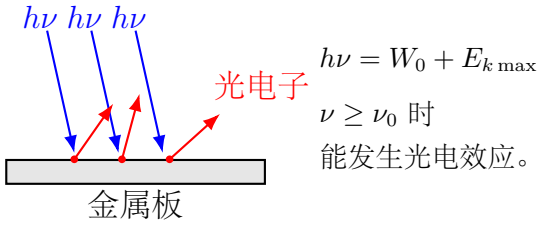


图 263：光电效应：一个光子的能量被一个电子吸收

- $h\nu$：光子能量。
- W_0：金属逸出功。
- $E_{k\,\max}$：逸出光电子的最大初动能。
- 截止频率满足 $h\nu_0 = W_0$。

要点：原子能级

原子只能处在一系列特定能量状态中，这些能量状态叫能级。原子吸收或放出光子时，能量变化满足

$$\boxed{h\nu = |E_m - E_n|}.$$

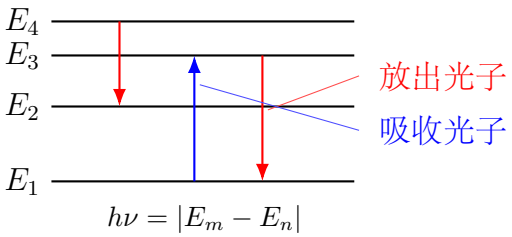


图 264：原子能级跃迁：能级差决定吸收或放出光子的频率

理解：能级不是电子绕核运动的普通轨道线，而是原子允许具有的能量状态。能级差不同，发出的光频率不同，于是形成特征光谱。

要点：原子核与核反应

原子核由质子和中子组成。核反应方程必须满足两个守恒：

$$\boxed{\text{质量数守恒}}, \qquad \boxed{\text{电荷数守恒}}.$$

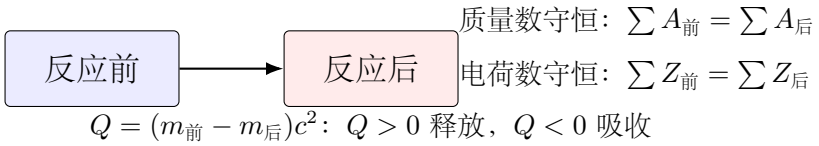


图 265：核反应方程：配平的核心是质量数和电荷数守恒

常见符号：

$$^4_2\text{He} \quad (\alpha \text{ 粒子}), \qquad ^0_{-1}e \quad (\beta^- \text{ 粒子}), \qquad ^1_0n \quad (\text{中子}).$$

要点：半衰期

大量同种放射性原子核中，未衰变原子核数减少到原来一半所需的时间叫半衰期。半衰期是统计规律，不是说某一个原子核到时间一定衰变。

要点：半衰期（续）

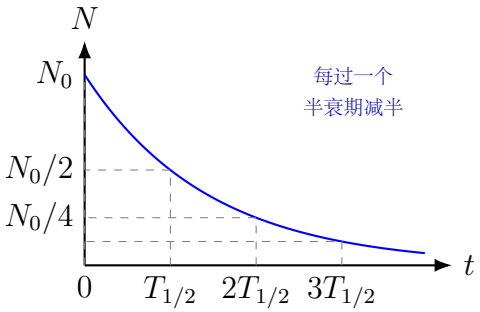


图 266：半衰期：剩余原子核数按固定比例减少

四、近代物理关系式及条件

公式使用前检查：

1. 先判断研究对象是光子、电子、原子还是原子核，能量公式各不相同。
2. 光电效应题先看入射光频率是否超过极限频率，再讨论最大初动能。
3. 能级跃迁中，吸收或放出的光子能量等于两个能级差。
4. 核反应方程先守恒质量数和电荷数，再由初末态总静质量差判断反应能 Q 的正负。

公式	物理意义	适用条件
$E = h\nu$	光子能量	单个光子
$h\nu = W_0 + E_{k\max}$	光电方程	普通一光子光电效应，且 $\nu \geq \nu_0$
$h\nu_0 = W_0$	截止频率	光电子刚好逸出，最大初动能为 0
$h\nu = \lvert E_m - E_n \rvert$	能级跃迁	单个光子吸收或发射；能量差取正值
$E_n = -\dfrac{13.6}{n^2}\ \text{eV}$	氢原子能级	玻尔模型，$n = 1, 2, \cdots$
$E_0 = mc^2$	静止能量	质量为 m 的物体
$Q = (m_{\text{前}} - m_{\text{后}})c^2$	核反应的反应能	$m_{\text{前}}$、$m_{\text{后}}$ 分别为反应前、后各粒子静质量之和；Q 的正、负对应释放、吸收能量
${}^{A}_{Z}X \to {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}\text{He}$	α 衰变	质量数减 4，电荷数减 2
${}^{A}_{Z}X \to {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}_e$	β^- 衰变	完整写法含反中微子

五、实验事实与理论模型

三类能量核算：近代物理题涉及公式较多，但核心仍是能量守恒。先判断是哪一类过程，再写对应的能量关系：

- **光电效应**：一个光子的能量先支付逸出功，剩余部分成为光电子最大初动能。

$$h\nu = W_0 + E_{k\max}.$$

- **能级跃迁**：原子能级差全部对应一个光子的能量，向下跃迁放光，向上跃迁吸光。

$$h\nu = |E_m - E_n|.$$

- **核反应**：先用质量数、电荷数守恒配平方程，再由初末态总静质量差计算反应能

$$Q = (m_{\text{前}} - m_{\text{后}})c^2.$$

$Q > 0$ 表示释放能量，$Q < 0$ 表示该反应需要吸收能量。

认知提醒：三类题都不是“套一个新公式”而已。先说清输入能量在哪里、输出能量在哪里、哪些量必须守恒，再进入计算，错误会少很多。

模型 1：光电效应判断

先比较频率：

$$\nu < \nu_0 \Rightarrow \text{在高中普通光电效应模型中不能逸出光电子},$$

$$\nu \geq \nu_0 \Rightarrow \text{能发生光电效应；等号时光电子刚好逸出}.$$

在频率和照射面积不变且已能发生光电效应时，光强增大主要增加单位时间逸出电子数，不会改变单个光子的能量。

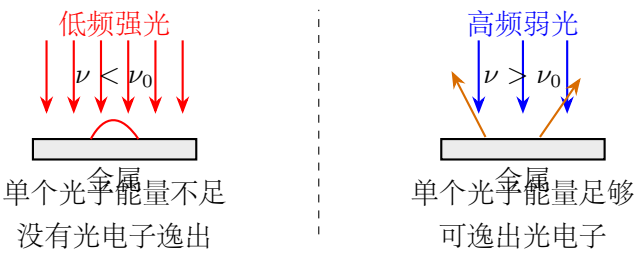


图 267：光电效应判断：是否逸出先看频率，光强主要影响光电子数

模型 2：能级跃迁

向高能级跃迁需要吸收光子；向低能级跃迁会放出光子。光子频率由能级差决定：

$$\nu = \frac{|E_m - E_n|}{h}.$$

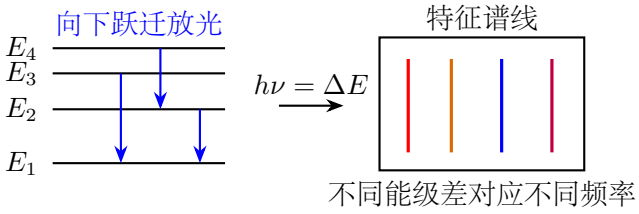


图 268：能级跃迁与光谱：不同能级差对应不同频率的谱线

模型 3：由散射现象反推原子结构

卢瑟福散射实验体现了一种重要建模方法：先看实验事实，再反推结构。

- 绝大多数粒子直穿：说明原子内部大部分空间空旷。
- 少数粒子明显偏转：说明原子内部存在强电场区域。
- 极少数粒子大角度反弹：说明正电荷和质量集中在很小的区域内。

模型边界：核式结构模型解释了原子核的存在，但不能单独解释原子稳定性和光谱线。玻尔模型进一步引入能级量子化，才解释了氢原子光谱。

模型 4：玻尔氢原子模型

氢原子只有一个电子，是高中阶段理解原子能级最常用的模型。玻尔模型的核心不是“电子真的像行星一样沿确定轨道转”，而是给出一个可计算的能级结构：

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ \text{eV}, \qquad n = 1, 2, 3, \cdots$$

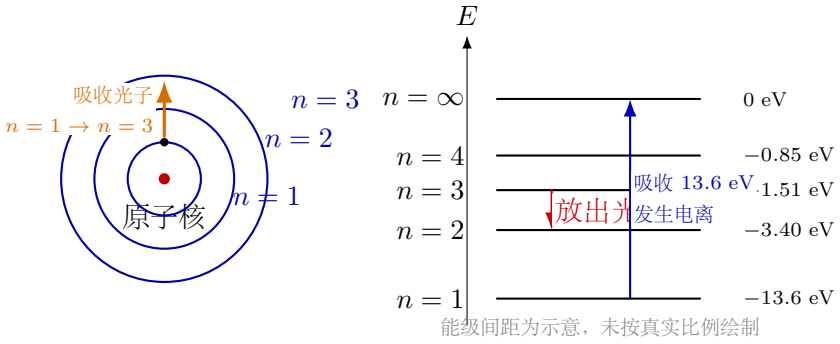


图 269：玻尔氢原子模型：能级越高越接近 0，跃迁能级差决定谱线

- $n=1$ 是基态，能量最低，$E_1=-13.6$ eV。
- n 越大，能级越高，能量越接近 0。
- 从 $n=1$ 电离到自由电子，需要吸收 13.6 eV 能量。
- 从高能级向低能级跃迁时，放出光子；光子能量为两个能级之差。

模型边界：玻尔模型能很好解释氢原子光谱，但它不是完整的量子力学图像。高中阶段把它作为“能级量子化”的入门模型，不把图中的圆轨道理解成电子的真实路径。

模型 5：核反应配平

未知粒子可通过质量数、电荷数分别列方程判断。例如

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}\rightarrow{}^{17}_{8}\mathrm{O}+X.$$

质量数：$14+4=17+A_X$，得 $A_X=1$；电荷数：$7+2=8+Z_X$，得 $Z_X=1$，所以

$$X={}^{1}_{1}\mathrm{H}.$$

模型 6：放射性衰变与射线防护

放射性衰变是原子核自发发生的变化，常见射线可先按“带不带电、穿透强弱、核反应方程怎样变”来识别：

- α **衰变**：放出 $^{4}_{2}\mathrm{He}$ 原子核，母核质量数减 4，电荷数减 2。
- β^- **衰变**：放出电子 $^{0}_{-1}e$，母核质量数不变，电荷数加 1。更完整地说，核内一个中子转化为质子，同时放出电子和反中微子 $\bar{\nu}_e$；反中微子的质量数和电荷数都为 0，高中配平方程时常不显式写出。
- γ **射线**：本质是高能光子，常伴随核反应或衰变释放，通常不改变质量数和电荷数。

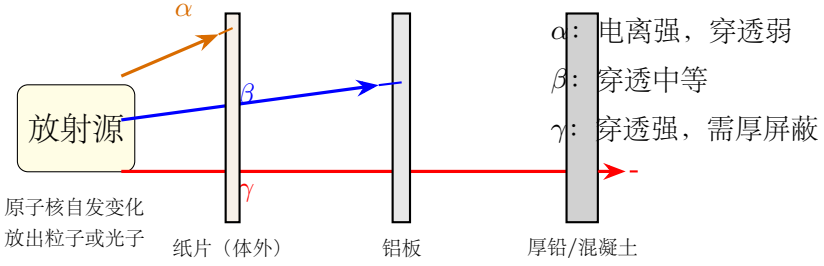


图 270：三种常见射线：穿透能力不同，防护材料也不同

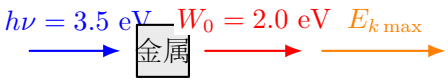
科学素养提醒：放射性不是“只要有辐射就一定危险”。风险取决于射线类型、活度、距离、屏蔽和照射时间。α 射线在体外穿透弱，但放射性物质若进入体内，其强电离作用仍可能造成显著伤害。医学影像、放射治疗、工业探伤和考古测年都利用了核辐射，但必须在剂量控制和防护条件下使用。

六、例题精讲

例题：光电效应最大初动能

题意分析：某金属逸出功 $W_0 = 2.0$ eV，用光子能量为 3.5 eV 的光照射，求光电子最大初动能。

物理模型：爱因斯坦光电方程。



光子能量先克服逸出功，剩余部分成为最大初动能

解题过程：

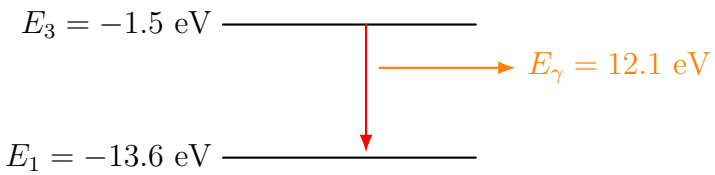
$$E_{k\max} = h\nu - W_0 = 3.5 - 2.0 = 1.5 \text{ eV}.$$

方法总结：光电效应题先看光子能量是否达到逸出功，再算最大初动能。

例题：能级跃迁发光频率

题意分析：原子从 $E_3 = -1.5$ eV 跃迁到 $E_1 = -13.6$ eV，求放出光子的能量。

物理模型：能级差等于光子能量。



高能级降到低能级，能级差以光子形式放出

解题过程：

$$E_\gamma = E_3 - E_1 = (-1.5) - (-13.6) = 12.1 \text{ eV}.$$

方法总结：能级题先判断吸收还是辐射，再用高能级减低能级；光子能量取正值。

例题：氢原子能级跃迁

题意分析：氢原子从 $n = 3$ 能级跃迁到 $n = 2$ 能级，求放出光子的能量。

物理模型：玻尔氢原子能级公式。

例题：氢原子能级跃迁（续）

解题过程：

$$E_3 = -\frac{13.6}{3^2}\ \text{eV} \approx -1.51\ \text{eV}, \qquad E_2 = -\frac{13.6}{2^2}\ \text{eV} = -3.40\ \text{eV}.$$

从高能级降到低能级，光子能量为

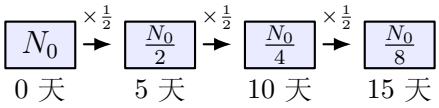
$$E_\gamma = E_3 - E_2 = (-1.51) - (-3.40) = 1.89\ \text{eV}.$$

方法总结：氢原子能级是负值，越接近 0 能级越高。放光时用“初能级减末能级”，结果取正。

例题：半衰期计算

题意分析：某放射性样品初始有 N_0 个未衰变原子核，半衰期为 5 天。经过 15 天后剩余多少？

物理模型：每过一个半衰期剩余一半。



解题过程： 15 天包含 $\dfrac{15}{5} = 3$ 个半衰期，所以

$$N = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{N_0}{8}.$$

方法总结：半衰期题先按比例衰减处理，不按每段减少相同数量处理；经历几个半衰期就乘几个 $\dfrac{1}{2}$。

七、变式训练

1. 某金属截止频率为 ν_0，若入射光频率为 $0.8\nu_0$，能否发生光电效应？

2. 光强增大时，光电子最大初动能是否一定增大？说明理由。

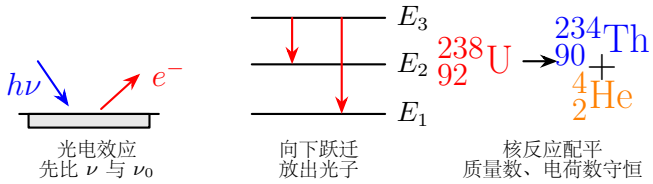
3. 卢瑟福散射实验中，为什么“绝大多数 α 粒子直穿”说明原子内部大部分空间空旷？

4. 原子从高能级跃迁到低能级时，是吸收还是放出光子？

5. 氢原子从 $n = 2$ 跃迁到 $n = 1$ 时，放出光子能量是多少？

6. 配平核反应：$^{238}_{92}\mathrm{U} \to {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + X$，判断 X。

7. 某核素发生 β^- 衰变后，质量数和电荷数分别怎样变化？



变式训练参考结果

1. 不能。入射光频率低于截止频率，单个光子能量小于逸出功。
2. 不一定。在频率不变且已能发生光电效应时，最大初动能由 $E_{k,\max}=h\nu-W_0$ 决定，不随光强增大；在照射面积不变时，光强增大主要使单位时间发射的光电子数增多。
3. 大多数 α 粒子几乎不偏转，说明它们经过的区域没有遇到显著集中的质量和正电荷，因此原子内部大部分空间是空旷的。
4. 从高能级跃迁到低能级时放出光子。
5. 光子能量为 $E_2-E_1=10.2\ \text{eV}$。
6. $X={}_2^4\text{He}$，该反应是 α 衰变。
7. β^- 衰变后质量数不变，电荷数增加 1。

八、量子与相对论拓展

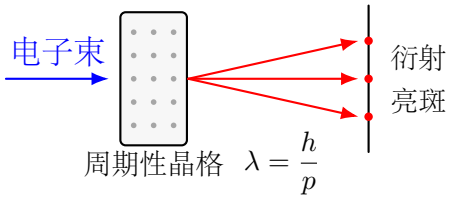
拓展提升

德布罗意物质波

近代物理的一个重要思想是波粒二象性：光有粒子性，微观粒子也有波动性。德布罗意提出，动量为 p 的粒子对应波长

$$\lambda=\frac{h}{p}.$$

为什么宏观物体看不出波动性？在通常的宏观运动中，即使速度不大，物体也因质量很大而具有很大的动量，对应的德布罗意波长远小于可观察尺度；同时，宏观物体很难与环境保持量子相干。电子等微观粒子的波长可与原子尺度相当，因此会表现出衍射和干涉。



拓展提升（续）

连接前后知识：这一公式把动量 p、普朗克常量 h 和波长 λ 联系起来，是从经典物理走向量子物理的桥梁。

1. 光电效应实验装置

光电效应不能只理解为“电子飞出金属表面”，还要通过光电流、电压和光照条件的关系来判断微观过程。实验中用光照射阴极，若有光电子逸出并到达阳极，外电路中就出现光电流。

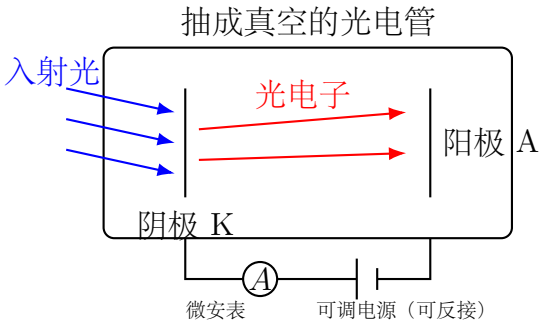


图 271：光电效应实验装置：用光电流和外加电压研究光电子能量

实验事实到方程：截止电压说明最快光电子的初动能可被反向电场刚好“耗尽”。若 U_c 表示截止电压的大小，则

$$eU_c = E_{k\max}.$$

改变入射光频率，发现 $E_{k\max}$ 随频率线性增大，由此得到

$$h\nu = W_0 + E_{k\max}.$$

2. 光电效应伏安曲线

光电效应实验不仅能说明“有无光电子”，还可以通过伏安曲线研究光电子最大初动能和单位时间逸出电子数。

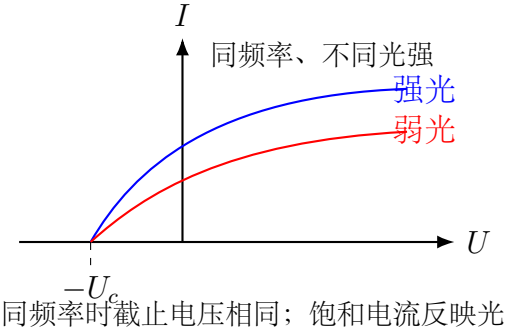


图 272：光电效应伏安曲线：截止电压和饱和电流对应不同物理意义

- **截止电压**：使光电流刚好为 0 的反向电压；若 U_c 取其大小，则满足 $eU_c = E_{k\,\max}$。
- **饱和电流**：在理想收集条件下，逸出的光电子几乎都被收集时的电流，反映单位时间逸出电子数。
- **光强影响**：同频率下，光强越大，饱和电流越大；但截止电压不因光强增大而增大。

3. 相对论初步：经典物理的适用边界

牛顿力学在日常低速世界非常准确，但当速度接近光速 c，或者讨论核反应中的质量亏损时，经典图像就不够用了。相对论给出两个重要提醒：

- 真空中的光速 c 是自然界的重要上限，静止质量不为零的物体不能被加速到光速或超过光速。
- 质量和能量不是彼此孤立的量，静止物体也具有静能量 $E_0 = mc^2$。

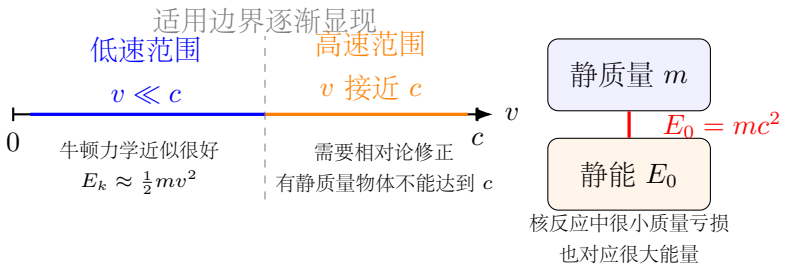


图 273：相对论视角：低速近似与高速、核能情境的分界

学习边界：在大多数力学题中，物体速度远小于光速，可以放心使用牛顿力学和经典动能公式（$E_k = \frac{1}{2}mv^2$）。在电子加速器、宇宙线、核反应等情境中，则要知道经典公式可能需要修正。本讲义先建立这种边界意识，不展开相对论动力学计算。

4. 核能释放的数量级

核反应中的质量亏损通常很小，但由于

$$c^2 \approx 9.0 \times 10^{16}\ \mathrm{m^2/s^2},$$

即使很小的质量亏损也可能对应巨大的能量。这解释了为什么核裂变和核聚变能释放远高于普通化学反应的能量。

严谨提醒：质量亏损不是“核子消失了所以不守恒”。核反应前后的总能量始终守恒；初末态总静质量的差，表现为产物动能、辐射能等能量。

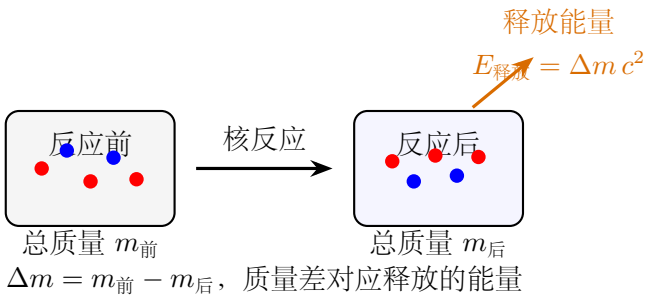


图 274：质量亏损与核能释放：很小的质量差也可能对应很大的能量

5. 核裂变与核聚变：两种释放核能的路径

质能方程说明“为什么核反应可能释放巨大能量”，但高中还需要区分两类典型核反应。

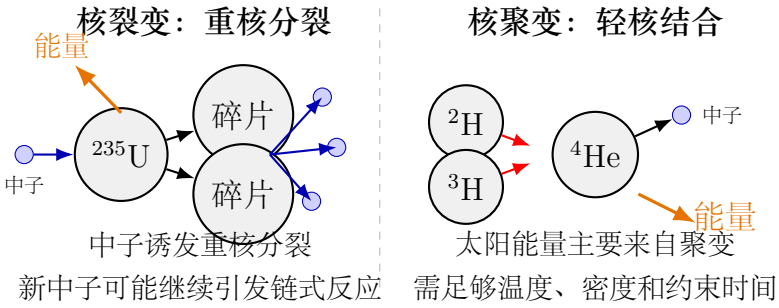


图 275：核裂变与核聚变：前者是重核分裂，后者是轻核结合

- **核裂变**：重核吸收中子后分裂成较轻的原子核，同时放出若干中子和能量。若新放出的中子继续引发其他裂变，就可能形成链式反应。核电站利用可控裂变释放能量。
- **核聚变**：轻核在极高温下发生有效碰撞并结合成较重的原子核，同时释放能量。太阳和恒星的能量主要来自聚变。受控核聚变的难点在于使等离子体同时达到足够高的温度、密度和约束时间。

统一视角：不论裂变还是聚变，计算释放能量时都回到质量亏损：

$$E_{释放} = \Delta m\, c^2.$$

核反应方程仍必须满足质量数守恒、电荷数守恒；能量释放不表示守恒失效，反应前后的总能量仍然守恒。

例题：截止电压与最大初动能

题意分析：某光电管实验中，截止电压大小为 1.2 V。求光电子最大初动能（用 eV 表示）。

物理模型：反向电场做功恰好阻止最快光电子到达阳极。

例题：截止电压与最大初动能（续）

解题过程：

$$E_{k\max} = eU_c.$$

若用电子伏特作单位，电荷量大小为 e 的电子通过 1 V 电势差对应 1 eV，所以

$$E_{k\max} = 1.2\ \text{eV}.$$

方法总结：光电效应计算先选单位体系；用 eV 时逸出功、光子能量和最大初动能都要统一用 eV。

例题：核反应方程补全

题意分析：补全核反应：

$$^{27}_{13}\text{Al} + ^{4}_{2}\text{He} \to ^{30}_{15}\text{P} + X.$$

物理模型：质量数守恒、电荷数守恒。

解题过程：质量数：

$$27 + 4 = 30 + A_X, \qquad A_X = 1.$$

电荷数：

$$13 + 2 = 15 + Z_X, \qquad Z_X = 0.$$

所以

$$X = ^{1}_{0}n.$$

方法总结：未知粒子先用质量数 A 和电荷数 Z 守恒求出自己的 A, Z，再对照常见粒子（中子、质子、α 粒子、电子）识别名称；不要先凭符号猜。

6. 分层训练

1. **基础：**入射光频率增大，光电子最大初动能怎样变化？

2. **提高：**同频率光强增大，饱和光电流和截止电压分别怎样变化？

3. **综合：**某原子从 E_4 跃迁到 E_2 放出光子，再从 E_2 跃迁到 E_1 放出光子，比较两光子能量应看什么？

4. **拓展：**为什么日常低速运动通常不需要相对论修正，而核反应能量却必须使用质能关系理解？

5. **开放思考：**为什么核聚变是太阳能量来源，却很难在地面稳定受控实现？

竞赛补充分层训练参考结果

1. 在已超过截止频率时，$E_{k\max}=h\nu-W_0$，故频率增大使最大初动能线性增大。
2. 同频率且能发生光电效应时，光强增大通常使饱和光电流增大；最大初动能不变，所以截止电压不变。
3. 分别比较 $\Delta E_{42}=E_4-E_2$ 与 $\Delta E_{21}=E_2-E_1$；能级差较大的跃迁放出的光子能量较大。
4. 日常运动满足 $v\ll c$，相对论修正极小；核反应中的质量差虽小，乘以 c^2 后仍可对应很大的能量。
5. 聚变要求带正电的原子核克服库仑斥力并在极高温等条件下充分接近；地面装置还要长期稳定地约束高温等离子体并使能量收益超过损耗。

九、易错点

易错清单

1. **认为光强越大一定能打出电子**：光电效应先按两步判断：第一步看频率是否达到截止频率，决定能不能逸出；第二步才看光强，判断逸出的电子数和光电流大小。
2. **混淆光强和光子能量**：先用 $E=h\nu$ 判断单个光子能量；频率不变时，光强增大主要表示光子数增多。
3. **把卢瑟福实验当成直接拍到原子核**：先看实验事实：少数 α 粒子发生大角度偏转；原子核式结构是由散射规律反推出来的模型。
4. **能级差符号处理错误**：先判断吸收还是辐射，再取两个能级差的绝对值作为光子能量。
5. **把氢原子能级负号看成“能量大小为负”**：先确认能量零点取在电离后的自由电子状态。负号表示电子仍被原子核束缚；比较跃迁光子能量时，不比较负号大小，而取两个能级的差值。
6. **核反应只配质量数**：核反应方程按两行检查：上标质量数 A 守恒，下标电荷数 Z 守恒。两条都满足后，再把未知粒子的 A,Z 与常见粒子对照。
7. **把 α、β、γ 射线混为一谈**：先分别检查组成、带电情况和穿透能力；α、β、γ 不是同一种粒子或射线。
8. **把半衰期用于单个原子核**：先看研究对象是不是“大量原子核样本”。半衰期描述统计衰减规律，只能预测样本剩余比例，不能预言某一个原子核何时衰变。

易错清单（续）

9. **把 $E=mc^2$ 当成普通机械能公式**：先看题目是否涉及静能量、质量亏损或核能释放。低速物体动能仍用 $\frac{1}{2}mv^2$，不能用 mc^2 直接替代。

十、今日小结

1. 能量量子化说明：微观能量交换常以一份一份的形式发生；遇到微观题先问能量是连续变化，还是按光子、能级或核反应一次次交换。
2. 光电效应说明光具有粒子性，光子能量由频率决定，$E=h\nu$。
3. 光电方程为 $h\nu=W_0+E_{k\max}$，截止频率满足 $h\nu_0=W_0$。
4. 卢瑟福 α 粒子散射实验说明原子具有核式结构：正电荷和几乎全部质量集中在很小的原子核内。
5. 原子能级跃迁满足 $h\nu=|E_m-E_n|$；先判断吸收还是辐射，再取能级差的正值作为光子能量。
6. 氢原子玻尔模型中 $E_n=-13.6/n^2$ eV，基态电离能为 13.6 eV。
7. 核反应方程必须满足质量数守恒和电荷数守恒。
8. α、β、γ 射线的组成和穿透能力不同，防护方式也不同。
9. 半衰期是大量原子核衰变的统计规律；计算前先确认题目研究的是样本剩余比例，不是单个原子核的衰变时刻。
10. 相对论说明：牛顿力学有适用范围，静能关系 $E_0=mc^2$ 解释了核能数量级。
11. 核裂变是重核分裂，核聚变是轻核结合，二者释放能量都可用质量亏损理解。

一分钟复盘：画三条小箭头：光电效应写“光子能量 $\rightarrow$ 逸出功 + 最大初动能”，能级跃迁写“能级差 $\rightarrow$ 光子能量”，核反应写“质量亏损 $\rightarrow$ 释放能量”。每条箭头后再补一个检查项：频率是否达阈值、吸收还是辐射、质量数和电荷数是否守恒。若题目同时出现 eV 和 J，先统一单位再计算。

Day 28：高中物理实验专题

本节导读

实验题不是“背步骤”，而是考查物理量怎样被测出来。本节按通用能力组织：纸带与运动学、电学测量、验证规律、数据处理和误差分析。学习目标是看到实验题能迅速判断：测什么、怎么测、怎样处理数据、误差从哪里来。

本节读题路线：先问实验要测什么量，再写出连接“目标量”和“可测量”的实验原理式；随后区分哪些量能直接测、哪些量要间接算。作图题先确定横纵轴和斜率单位，电学实验先判断电表内阻带来的系统误差。写结论时要把物理关系、单位和有效数字一起交代清楚。

一、学习目标

1. 能先数清纸带时间间隔，再用相邻点间距求速度、加速度。
2. 会识别常见力学、电学实验的测量对象、直接测量量和核心公式。
3. 会用坐标描点和图像法处理平抛运动实验。
4. 能在实验图像中先写出横纵轴单位，再判断斜率、截距和面积的物理意义。
5. 会区分系统误差和偶然误差，知道常见减小误差的方法。
6. 形成规范实验表达：单位、有效数字、坐标轴和结论都要清楚。
7. 会读游标卡尺、螺旋测微器，能处理零点误差和有效数字。
8. 能说出电阻率、小灯泡伏安特性、玻璃折射率、油膜法估分子大小和双缝测波长等高频实验的核心关系。
9. 会解释多用电表欧姆挡的基本原理和读数特点。
10. 能用电桥示意图说明微小电阻变化怎样转化为可测电压。

二、从读数到可信结论

初中实验多强调操作现象，高中实验更强调定量关系。例如同样是测速度，高中要知道为什么在匀变速直线运动中，中间时刻速度等于该小段位移除以对应时间；同样是测电阻，高中要知道电表内阻会带来系统误差。

科学发展视角：现代科学和工程高度依赖测量。传感器、数据采集、图像识别和自动控制都要走同一条链：把物理量转化为可记录的数据，再用模型解释数据，最后用误差分析判断结论是否可信。高中实验训练的不是背装置，而是“测什么、怎样转化、误差在哪里”的最小科学闭环。

三、测量、图像与实验设计

要点：实验题的四个问题

做实验题时先问四个问题：

1. **测量对象**：最终要测什么物理量？
2. **直接测量量**：哪些量可由仪器直接读出？
3. **间接关系**：用什么公式把直接测量量转化为目标量？
4. **误差来源**：哪些假设不完全成立？

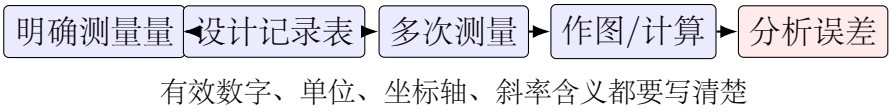


图 276：实验处理流程：测量、记录、作图、误差分析缺一不可

要点：读数仪器与有效数字

很多实验题的第一步，是能不能把仪器读数读对。读数时要先看**最小分度值或分辨率**，再按该仪器的读数规则决定是否估读以及结果保留到哪一位。

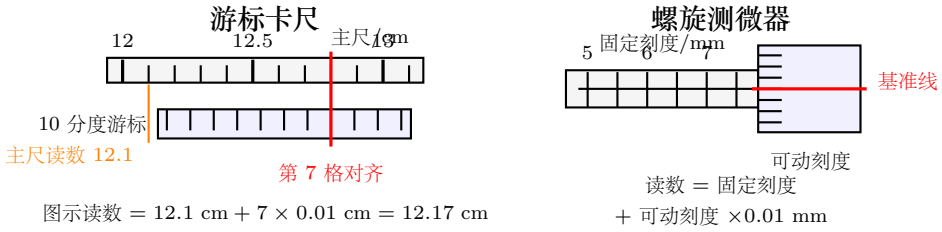


图 277：常见长度测量仪器：先读固定部分，再读对齐或旋转部分

- **游标卡尺**：先读游标零刻度左侧的主尺读数，再加上游标与主尺对齐的格数乘以分度值；游标卡尺通常不再向下一位估读。

要点：读数仪器与有效数字（续）

- **螺旋测微器**：先读固定刻度，再加上可动刻度读数；常见分度值为 0.01 mm，可动刻度通常还要估读一位。
- **零点误差**：若仪器闭合时不读零，最后应作修正：真实读数 = 仪器读数 − 零点误差。
- **有效数字**：测量结果不能写得比仪器读数能力更“精细”。例如分度值为 0.1 mm 且不估读的游标卡尺，结果不应随意写到 0.001 mm。

要点：估读与不确定度

测量值不是“绝对真值”，而是带有一定可信范围的结果。高中阶段不要求系统学习大学实验中的不确定度理论，但要形成三个基本习惯：

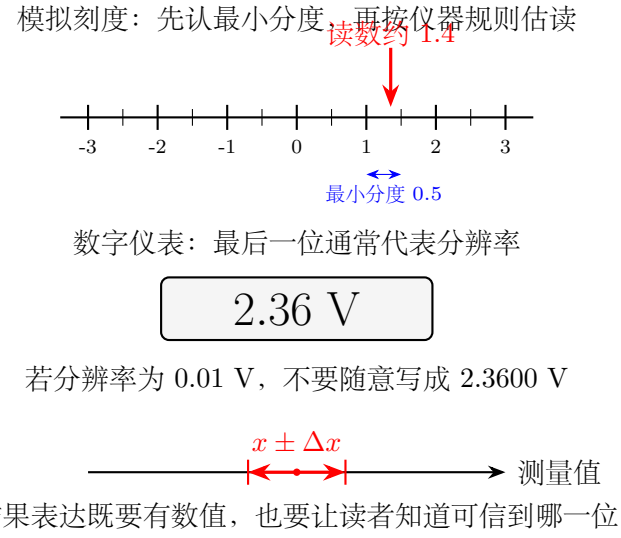


图 278：估读与不确定度：测量结果的位数应与仪器分辨能力相匹配

- **模拟刻度按规则估读**：直尺、螺旋测微器通常要估读；指针式电流表、电压表能否估读到下一位，要结合分度值是否便于细分以及题目的读数要求判断，不能机械地一律“多写一位”。
- **数字仪表看分辨率**：数字表显示到哪一位，通常说明它能分辨到哪一位；不要人为添加没有意义的零。
- **多次测量看离散程度**：多次测量结果越集中，偶然误差通常越小；若数据明显偏离，要先判断是否有操作或读数问题。

表达原则：最终结果的有效数字应与主要测量量的精度相匹配。若仪器只能读到毫米级，却写成 $x = 2.000000$ m，就等于声称测到了微米级精度，这是不严谨的。

要点：纸带法

打点计时器每隔相同时间打一个点。若电源频率为 50 Hz，相邻点时间间隔为

$$\Delta t = 0.02\ \text{s}.$$

若每 5 个间隔取一个计数点，则相邻计数点时间为

$$T = 5\Delta t = 0.10\ \text{s}.$$

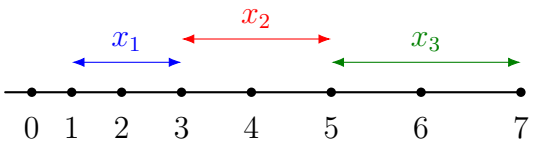


图 279：纸带法：用相等时间内位移变化研究匀变速运动

匀变速直线运动中，某段时间中间时刻的速度等于这一小段的平均速度：

$$v_{\text{中}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

若连续相等时间内位移差恒定，则

$$\Delta x = aT^2.$$

光电门测速：现代实验常用光电门替代人工计时。让宽度为 d 的遮光片通过光电门，计时器记录遮光时间 Δt。若遮光片足够窄，遮光过程中的平均速度可近似看作通过光电门时的瞬时速度：

$$v \approx \frac{d}{\Delta t}.$$

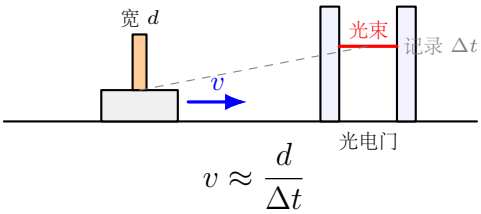


图 280：光电门测速：用遮光片宽度和遮光时间估测瞬时速度

方法提醒：遮光片越窄，运动状态在遮光时间内变化越小，瞬时速度近似越好；若遮光片很宽或物体加速度很大，就不能把整个遮光过程简单看成同一瞬时速度。

要点：电学测量

电学实验常见目标是测电阻、电源电动势和内阻。关键不是把电路画出来就结束，而是要判断电表内阻对测量结果的影响。

要点：电学测量（续）

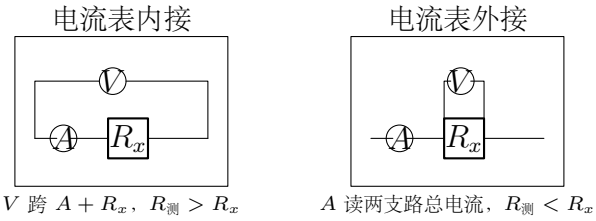


图 281：伏安法测电阻：内接法和外接法适用于不同电阻范围

- 大电阻常用电流表内接法，此时 $R_{测} = R_x + R_A > R_x$，但 R_A/R_x 较小。
- 小电阻常用电流表外接法，此时 $R_{测} = R_x \parallel R_V < R_x$，但电压表分流相对较小。
- 电源实验常用 $U = E - Ir$，作 U-I 图像求截距和斜率。

要点：电学实验中的电路选择

电学实验不仅要选内接、外接，还要会判断滑动变阻器怎样接。常见有两种：

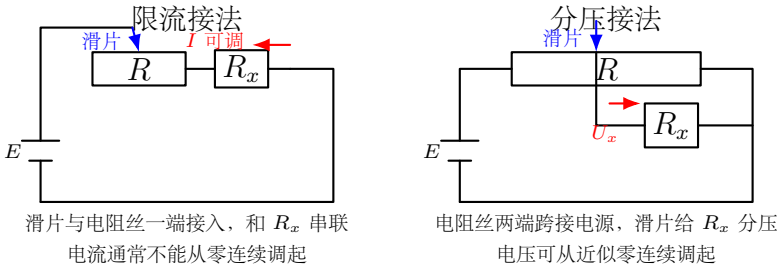


图 282：滑动变阻器接法：限流接法调电流，分压接法可让电压从近似零调起

- **限流接法**：滑动变阻器与待测电阻串联，电路简单、耗能较少，适合一般调节电流。
- **分压接法**：待测电阻接在滑片与一端之间，电压调节范围更宽，尤其适合要求电压从 0 开始变化、待测电阻远大于变阻器总阻值或需要多组连续数据的实验。
- **判断顺序**：先看题目是否要求“从零调起”；再看待测电阻与滑动变阻器阻值是否匹配；最后考虑安全电流和仪表量程。

表头本身能通过的最大电流很小。若要把它改装成大量程电表，需要用电阻重新分配电流或电压：

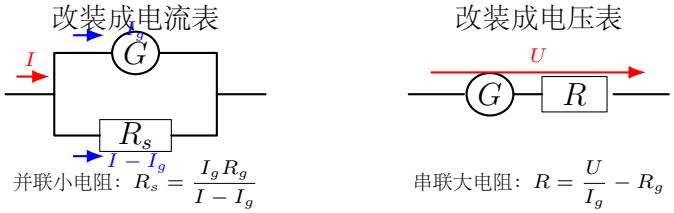


图 283：电表量程扩展：并联分流改电流表，串联分压改电压表

要点：电学实验中的电路选择（续）

- 改装电流表：表头 G 与小电阻 R_s 并联，让大部分电流从分流电阻通过。
- 改装电压表：表头 G 与大电阻 R 串联，让大部分电压分在串联电阻上。

若题目进一步要求测表头内阻，常见方法是**半偏法**。先用较大的保护电阻 R_0 调出某一稳定偏转，再给表头并联一个可调电阻 R_s，调到表头偏转变为原来的一半。若 R_0 足够大，使总电流近似不变，则并联电阻与表头中电流近似相等，故

$$R_s \approx R_g.$$

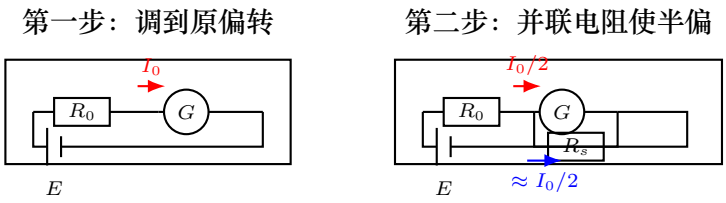


图 284：半偏法测表头内阻：在总电流近似不变时，半偏电阻近似等于表头内阻

误差意识：半偏法的结论不是无条件精确等式。并联 R_s 后外电路总电阻减小，干路电流会略增；在忽略电源内阻的简化模型中，调到半偏时实际有 $R_s > R_g$。保护电阻越大，二者越接近；若直接把 R_s 当作 R_g，测量结果将略偏大。

四、实验原理与误差判据

实验前检查：

1. 先说清要测什么物理量，哪些量直接测，哪些量由公式间接算出。
2. 画电路或装置图时，先保证测量对象、仪表位置和量程选择正确。
3. 记录数据前先设计表头：物理量、单位、测量次数和需要计算的中间量都要留位置。
4. 图像法先写纵轴、横轴和单位，再说明斜率或截距代表什么，并把斜率单位也写出来。
5. 误差分析要区分系统误差、偶然误差和读数误差，不要只写“有误差”。

实验题的测量链检查

实验题不要先背装置名称，而要写出一条测量链：

$$\text{实验目的} \to \text{直接测量量} \to \text{处理公式或图像} \to \text{结果与误差}.$$

若题目要求设计实验，先说明“要控制什么量不变、要改变什么量、要记录什么数据”；若题目要求评价误差，先指出误差会让测量值偏大还是偏小，再说明理由。

公式	用途	注意事项
$v_{\text{中}}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$	中间时刻速度	匀变速；Δx 为该段位移
$v\approx\frac{d}{\Delta t}$	光电门测速	遮光片较窄时近似瞬时速度
$\Delta x=aT^2$	纸带求加速度	相邻相等时间内位移差
$a=\frac{x_3-x_1}{2T^2}$	逐差法示例	x_1,x_2,x_3 为连续等时位移
$y=\frac{g}{2v_0^2}x^2$	探究平抛运动	原点在抛出点，x 水平、y 向下
$R=\frac{U}{I}$	伏安法测电阻	先判内接/外接误差
$U=E-Ir$	测电源电动势和内阻	斜率为 $-r$
$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'$	验证动量守恒	水平低摩擦、外力冲量小
$g=\frac{4\pi^2l}{T^2}$	单摆测 g	小角度、摆长准确
$L=L_0+n\Delta$	游标卡尺读数	L_0 为主尺读数，Δ 为分度值
$L=L_0+n\times0.01\ \text{mm}$	螺旋测微器读数	n 可含估读位，先检查半毫米刻线
$L_{\text{真}}=L_{\text{读}}-\Delta L_0$	零点误差修正	零点误差带符号代入
$\rho=\frac{RS}{l}$	测金属丝电阻率	$S=\pi d^2/4$
$d\approx\frac{V}{S}$	油膜法估测分子大小	V 为纯油酸体积
$n=\frac{\sin i}{\sin r}$	测玻璃折射率	角度相对法线测量
$\lambda=\frac{\Delta x\,d}{L}$	双缝测波长	$L\gg d$，多条纹取平均
$R_s=\frac{I_gR_g}{I-I_g}$	表头改电流表	并联分流电阻
$R=\frac{U}{I_g}-R_g$	表头改电压表	串联分压电阻
$R_s\approx R_g$	半偏法测表头内阻	保护电阻足够大时近似成立
$\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_x}$	平衡电桥	检流计无电流

实验题的证据链

实验题的答案要像一条证据链，而不是操作步骤的堆叠：

1. **目标量**：题目要测或验证什么，例如 g、R、E, r、v_0、λ。
2. **直接测量量**：仪器实际读到什么，例如长度、时间、电压、电流、角度或条纹间距。
3. **物理关系**：用哪条公式把直接测量量转化为目标量，图像法还要说明斜率或截距的意义。
4. **结果检查**：单位、有效数字、量程和误差方向是否合理。

写实验设计题时，按这四步组织语言，答案会更清楚，也更容易体现科学性。

五、电学与力学实验模型

模型总览：实验基本方法

高中实验题不只是考“某个装置怎么接”，更常考实验方法。遇到陌生实验，先判断它用了哪一种基本方法，再把方法翻译成具体器材和数据处理。

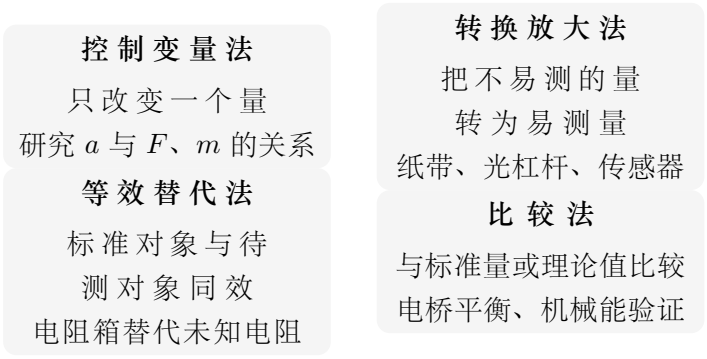


图 285：高中实验常用方法：控制变量、转换放大、等效替代和比较法

- **控制变量法**：研究多因素关系时，一次只改变一个量。例如验证牛顿第二定律时，先保持 m 不变研究 a 与 F，再保持 F 不变研究 a 与 m。
- **转换放大法**：把难以直接测量的物理量转化为易读数据。例如用纸带点距求速度和加速度，用传感器把温度、压力、光强转化为电信号。
- **等效替代法**：让标准对象和待测对象产生相同效果，再由标准量确定待测量。例如用电阻箱替代未知电阻，在相同电流或相同电压效果下比较阻值。

- **比较法**：把实验测得的量与标准值、理论关系或平衡条件比较。例如验证机械能守恒、电桥平衡测未知电阻。

概念辨析：把复杂电路化为等效电阻、把实际电源看成电动势与内阻串联，属于**等效电路建模**，用于分析电路，不应与实验中的“等效替代法”混为一谈。

实验设计提醒：设计实验时先写清“采用什么方法”，再写“测哪些量、如何处理数据、误差从哪里来”。这样答案更像科学实验，而不是器材清单。

模型 1：验证牛顿第二定律

常见方法是控制变量：

- 保持质量 m 不变，研究 a 与 F 的关系；
- 保持合力 F 不变，研究 a 与 m 的关系。

若作 a-F 图像，斜率应为 $\dfrac{1}{m}$。

模型 2：验证机械能守恒

自由落体或摆球下落实验中，比较重力势能减少量和动能增加量：

$$mgh \quad 与 \quad \frac{1}{2}mv^2.$$

若空气阻力、摩擦和测量误差较小，两者应近似相等。

模型 3：探究平抛运动

平抛实验的核心，是把一个二维运动拆成两个一维关系：水平方向近似匀速，竖直方向近似自由落体。实验中通常让小球从斜槽末端水平抛出，在坐标纸上记录多个轨迹点。

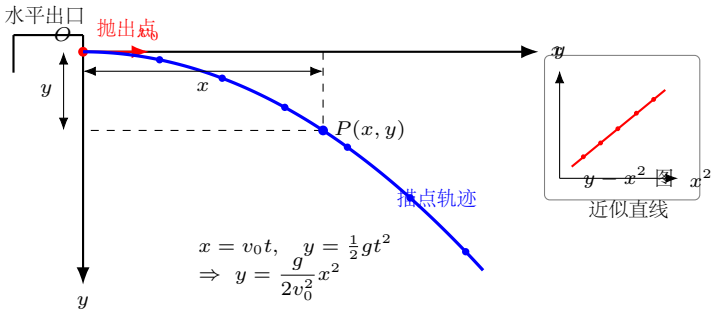


图 286：探究平抛运动：用描点轨迹和 $y - x^2$ 图像检验抛物线关系

取抛出点为原点，x 轴水平向右，y 轴竖直向下，则

$$x = v_0 t, \qquad y = \frac{1}{2} g t^2.$$

消去时间 t 得

$$y = \frac{g}{2v_0^2} x^2.$$

因此若作 $y - x^2$ 图像，应近似为过原点的直线；斜率

$$k = \frac{g}{2v_0^2},$$

可反推出

$$v_0 = \sqrt{\frac{g}{2k}}.$$

关键条件：斜槽末端必须水平，坐标原点应取在小球离开轨道的位置，y 方向通常取向下为正。若原点选错或把竖直位移从桌面算起，y 与 x^2 的线性关系会被破坏。

模型 4：验证动量守恒

碰撞实验的核心不是“看到碰撞就结束”，而是比较碰撞前后系统总动量是否近似相等。常用低摩擦轨道或气垫导轨减小外力影响，用光电门或纸带测速度：

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 \approx m_1 v_1' + m_2 v_2'.$$



统一规定正方向，速度代数值带符号；比较碰前、碰后系统总动量

图 287：验证动量守恒：测出碰前、碰后速度，比较系统总动量

关键条件：研究对象要选两个碰撞物体组成的系统；轨道尽量水平、摩擦尽量小，使碰撞过程中的外力冲量可以忽略。若碰撞后粘在一起，应把共同速度作为末速度；若碰后分开，则分别测 v_1' 和 v_2'。

模型 5：测电源电动势和内阻

由闭合电路欧姆定律

$$U = E - Ir.$$

作 U-I 图像时，纵截距为 E，斜率绝对值为 r。

模型 6：图像法

图像法不是为了追求图形美观，而是把数据关系线性化。常见思路：

$$y = kx + b.$$

斜率 k、截距 b 都必须有物理意义和单位。

斜率检查分析清单：

1. 先写清横轴、纵轴各是什么物理量，单位分别是什么。
2. 再由理论式改写成 $y = kx + b$ 的形式，判断斜率 k 和截距 b 对应什么。
3. 最后用“纵轴单位除以横轴单位”检查斜率单位是否合理。

认知提醒：斜率不是一个纯数字。若 $T^2 - l$ 图像的斜率单位是 $\mathrm{s^2/m}$，才可能对应单摆公式中的斜率项；若单位不对，说明横纵轴或公式变形已经出了问题。

模型 7：电学实验电路选择

电学实验设计常按下面顺序判断：

1. 先判断测量目标：测电阻、测电源、测电流还是测电压；
2. 再判断电表接法：大电阻优先考虑内接，小电阻优先考虑外接；
3. 再判断滑动变阻器接法：若要求从零开始调节或需要宽范围数据，优先考虑分压接法；
4. 最后检查量程：任何时候都不能让电流、电压超过仪表量程。

模型 8：多用电表欧姆挡

多用电表的欧姆挡不是“直接量电阻”，而是表内电源让电流通过待测电阻，再由指针偏转反推出电阻大小。因此测电阻时，待测电阻必须与原电路断开，不能带电测量。

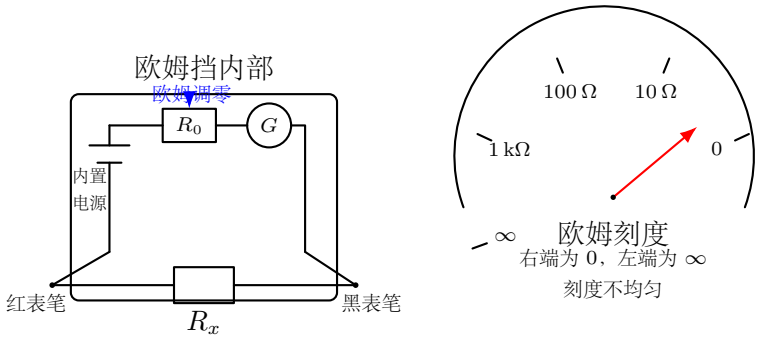


图 288：多用电表欧姆挡：内部有电源，电阻越小电流越大，指针越向右偏

欧姆挡操作检查：

1. 选择合适倍率后，先把两表笔短接，调到 0 Ω，这叫欧姆调零。

2. 欧姆刻度左大右小，左端是 ∞，右端是 0，且刻度不均匀。

3. 换倍率后必须重新欧姆调零；测量时手不要同时接触两表笔金属部分。

模型 9：电桥测量与传感器

电桥的思想是比较两条分压支路。当中间检流计没有电流时，左右两个中点电势相等，称为**电桥平衡**。

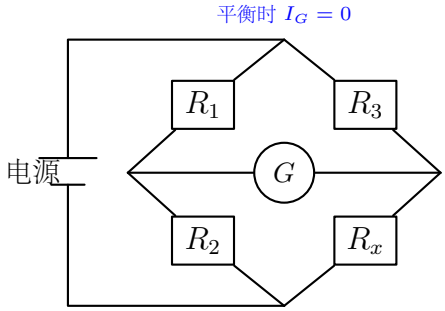


图 289：惠斯通电桥：平衡时检流计无电流，可由已知电阻求未知电阻

平衡条件为

$$\boxed{\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_x}}.$$

若 R_x 是热敏电阻、光敏电阻或应变片，外界温度、光照或形变会使 R_x 改变，电桥就从平衡变为不平衡，中间支路出现电压或电流信号。现代传感器常用这种方式把“微小变化”转化为“可测电信号”。

模型 10：典型实验的迁移识别

高中实验题常把同一套测量思想换成不同装置。不要先背实验名称，而要先识别“测量对象”和“间接关系”。

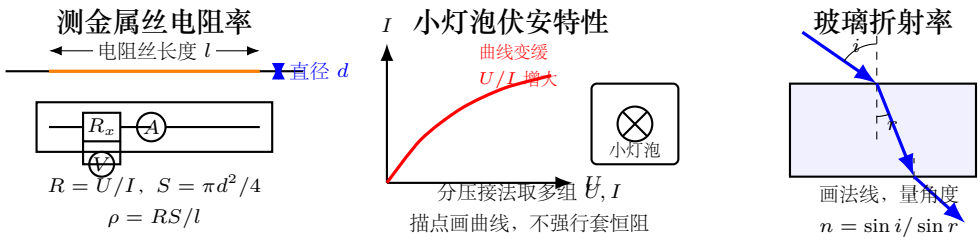


图 290：典型实验速览：从直接读数走向物理关系

实验	目标量	直接测量量	关键提醒
测金属丝电阻率	ρ	U,I,l,d	直径要多位置测量取平均
描绘小灯泡伏安特性	I-U 曲线	多组 U,I	灯丝升温，电阻不是常量
光电门测速	v	$d,\Delta t$	窄遮光片，$v\approx d/\Delta t$
探究平抛运动	v_0 或轨迹关系	多组 x,y	原点、坐标轴和水平出口要准确
验证动量守恒	$p_{前},p_{后}$	m,v	系统外力冲量要小
油膜法估分子大小	d	V,S	V 取纯油酸体积，单分子层
测玻璃折射率	n	入射角、折射角	角度必须相对法线
双缝测波长	λ	$\Delta x,d,L$	多条亮纹间距取平均

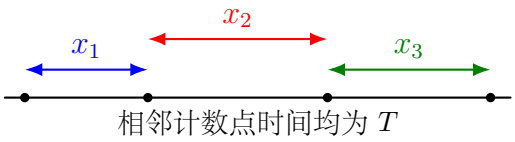
认知顺序：先判断实验属于力学、电学、光学还是热学；再把装置图翻译成公式；最后检查误差主要来自读数、作图还是理想化假设。

六、例题精讲

例题：纸带求加速度

题意分析：某纸带上相邻计数点时间间隔 $T=0.10\ \mathrm{s}$。相邻计数点间连续三段位移分别为 $x_1=2.10\ \mathrm{cm}$、$x_2=3.05\ \mathrm{cm}$、$x_3=4.00\ \mathrm{cm}$。求加速度。

物理模型：匀变速直线运动，逐差法。



解题过程：

$$a=\frac{x_3-x_1}{2T^2}.$$

统一单位：

$$x_3-x_1=(4.00-2.10)\ \mathrm{cm}=0.0190\ \mathrm{m}.$$

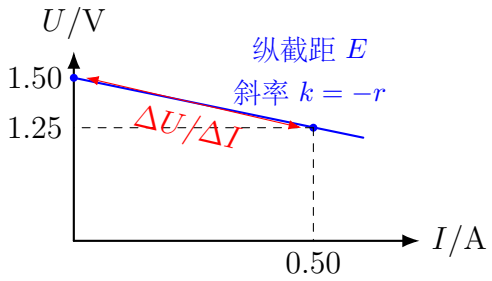
$$a=\frac{0.0190}{2\times 0.10^2}=0.95\ \mathrm{m/s^2}.$$

方法总结：纸带题先数时间间隔，再统一单位；很多错误来自 Δt 和 cm/m 换算。

例题：测电源电动势和内阻

题意分析：某电源的 U-I 图像近似为直线，纵截距 1.50 V，当电流从 0 增大到 0.50 A 时，路端电压降到 1.25 V。求电动势和内阻。

物理模型：$U = E - Ir$。



解题过程：纵截距即

$$E = 1.50\ \text{V}.$$

斜率为

$$k = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{1.25 - 1.50}{0.50 - 0} = -0.50\ \Omega.$$

所以

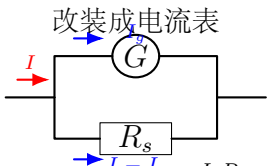
$$r = 0.50\ \Omega.$$

方法总结：电源 U-I 图像先对照 $U = E - Ir$：纵截距是 E，斜率是 $-r$，内阻取斜率绝对值。读斜率前先确认横轴、纵轴单位。

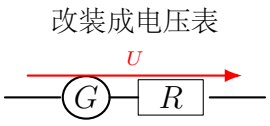
例题：表头改装成电压表

题意分析：一只表头满偏电流 $I_g = 1.0$ mA，内阻 $R_g = 100\ \Omega$。若要改装成量程为 3.0 V 的电压表，应串联多大的电阻?

物理模型：表头改电压表，串联大电阻分压。



并联小电阻：$R_s = \dfrac{I_g R_g}{I - I_g}$



串联大电阻：$R = \dfrac{U}{I_g} - R_g$

解题过程：满偏时通过表头的电流为 I_g，整个电压表两端电压应为 $U = 3.0$ V：

$$U = I_g(R_g + R).$$

所以

$$R = \frac{U}{I_g} - R_g = \frac{3.0}{1.0 \times 10^{-3}} - 100 = 2900\ \Omega.$$

方法总结：电压表内阻越大，对被测电路影响越小；改装电压表要串联大电阻。

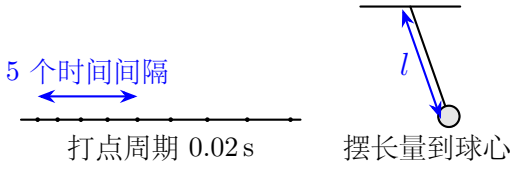
七、变式训练

1. 打点计时器频率为 50 Hz，每两个计数点之间略去 4 个原始点，相邻计数点时间是多少？

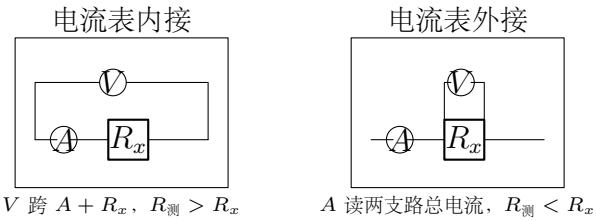
2. 游标卡尺主尺读数为 12.0 mm，游标第 7 格与主尺刻线对齐，分度值为 0.1 mm，读数是多少？

3. 验证牛顿第二定律时，为什么要平衡摩擦力？

4. 用单摆测 g 时，摆长应从哪里量到哪里？



5. 伏安法测小电阻时，更适合内接法还是外接法？说明理由。



6. 某实验要求待测电阻两端电压从 0 开始连续调节，应优先选限流接法还是分压接法？

7. 表头改装成大量程电流表时，应给表头串联电阻还是并联电阻？

8. 用欧姆挡测电阻时，为什么待测电阻不能带电？换倍率后为什么要重新欧姆调零？

9. 平抛实验中，若作 $y-x^2$ 图像得到斜率 k，如何由 k 求小球的水平初速度？

10. 某电桥平衡时 $R_1=100\ \Omega$、$R_2=200\ \Omega$、$R_3=50\ \Omega$，求 R_x。

11. 测金属丝电阻率时，为什么金属丝直径通常要在不同位置测几次再求平均？

12. 描绘小灯泡伏安特性曲线时，为什么不能直接认为 $R=U/I$ 是一个恒定值？

变式训练参考结果

1. 相邻打点时间为 0.02 s；两个计数点之间略去 4 个原始点，共跨过 5 个时间间隔，故 $\Delta t = 0.10$ s。
2. 读数为 $12.0 + 7 \times 0.1 = 12.7$ mm。
3. 平衡摩擦力后，小车受到的合力可近似等于细线拉力，从而检验合力、质量与加速度的关系。
4. 摆长应从悬点量到摆球球心。
5. 小电阻宜用电流表外接法，使电压表只测待测电阻两端电压，减小电流表内阻造成的系统误差。
6. 应优先选分压接法，使待测电阻两端电压可从接近零开始连续调节。
7. 应给表头并联一个小电阻，使大部分电流从分流电阻通过。
8. 欧姆挡内部已有电源，待测电阻带电会干扰测量并可能损坏仪表；换倍率后内部等效参数改变，必须重新欧姆调零。
9. 由 $y = gx^2/(2v_0^2) = kx^2$，得 $v_0 = \sqrt{g/(2k)}$。
10. 由 $R_1/R_2 = R_3/R_x$，得 $R_x = 100\ \Omega$。
11. 截面积 $S = \pi d^2/4$，直径误差会通过平方关系影响结果；多位置、多方向测量并取平均还可减小金属丝不均匀和偶然误差的影响。
12. 灯丝温度随电流增大而升高，电阻随温度变化，因此 $R = U/I$ 是相应工作点的电阻，而不是恒定值。

八、实验改进与探究拓展

拓展提升

线性化思想

许多实验公式不是天然的一次函数，但可以通过变换变量变成直线。例如单摆：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

平方后得

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}l.$$

于是作 $T^2 - l$ 图像，斜率就是 $\dfrac{4\pi^2}{g}$。若斜率记为 k，则

$$g = \frac{4\pi^2}{k}.$$

拓展提升（续）

这样处理的好处是：每组数据都参与确定最佳直线，偶然误差不容易被某一次测量放大。

竞赛与科研中的习惯：不只是“代入平均值”，而是尽量利用全部数据。作图、拟合、看残差，都是为了判断模型是否适合数据。高中阶段先理解“直线斜率有物理意义”这一点，就已经接近实验数据处理的核心。

1. 最佳直线不是简单连点

实验数据有偶然误差，所以图像上的点通常不会完全落在一条直线上。画最佳直线时，应让点大致均匀分布在直线两侧，而不是机械地连接第一个点和最后一个点。

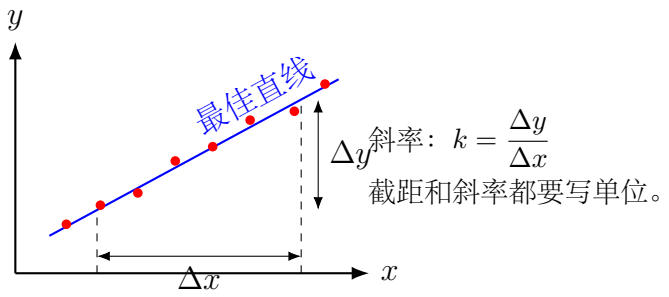


图 291：实验图像处理：用最佳直线求斜率，减少偶然误差影响

斜率取点原则：计算斜率时，应在最佳直线上取相距较远的两个点，这两个点不一定是原始实验点。这样能减小读数误差对斜率的影响。

2. 常见实验的误差方向

实验	常见误差来源	可能影响
单摆测 g	摆长量短、周期测量偏大	g 可能偏小
机械能守恒	空气阻力、纸带摩擦	动能增加量小于势能减少量
牛顿第二定律	摩擦未平衡或欠补偿	测得加速度偏小
伏安法测电阻	电表内阻	测量值可能偏大或偏小
伏安法测电源内阻	电压表跨接电源两端分流	$E_{测}<E$，$r_{测}<r$

误差判断提醒：误差方向不能机械记忆，要回到实验原理判断。例如伏安法内接、外接的偏差方向，取决于电压表或电流表实际测到的是谁的电压、电流。

3. 伏安法内接、外接的误差来源

内接法和外接法的选择，本质是尽量让电表内阻造成的系统误差更小。

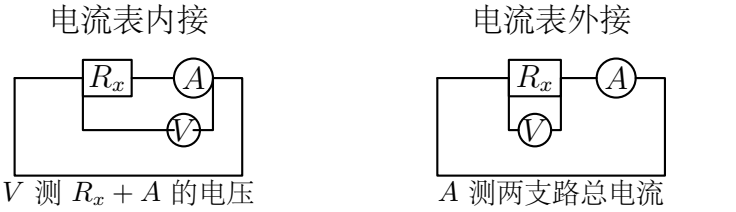


图 292：伏安法误差来源：关键是判断电压表和电流表实际测量范围

- **内接法**：电压表测到的是待测电阻和电流表的总电压，故 $R_{\text{测}} = R_x + R_A > R_x$；待测电阻较大时，相对误差较小。
- **外接法**：电流表测到的是待测电阻和电压表支路的总电流，故 $R_{\text{测}} = R_x \parallel R_V < R_x$；待测电阻较小时，电压表分流所占比例较小。
- **判断原则**：大电阻怕电压表分流，小电阻怕电流表分压。不能只记“内大外小”，要能说出为什么。

4. 实验设计题的答题框架

遇到“设计实验测某物理量”的题，可按以下顺序作答：

1. 写出实验原理公式；
2. 说明需要测量哪些物理量；
3. 给出器材和电路/装置图；
4. 写出主要操作步骤；
5. 说明数据处理方法；
6. 简要分析误差来源和减小误差的方法。

使用提醒：答题框架要按题目取舍。核心不是把步骤写多，而是说清“测什么、怎么由测量量得到目标量、误差从哪里来”。

例题：由图像求重力加速度

题意分析：单摆实验得到多组摆长 l 和周期 T，作出 T^2-l 图像，斜率为 $s = 4.05\ \mathrm{s^2/m}$。求当地重力加速度。

物理模型：单摆周期公式平方：

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} l.$$

例题：由图像求重力加速度（续）

解题过程：斜率

$$s = \frac{4\pi^2}{g}.$$

所以

$$g = \frac{4\pi^2}{s} = \frac{4 \times 3.14^2}{4.05} \approx 9.75\ \mathrm{m/s^2}.$$

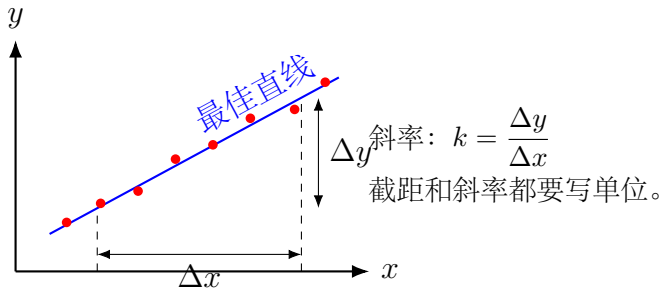
方法总结：图像法先写斜率单位，再反推物理量单位；本题斜率单位是 $\mathrm{s^2/m}$，结果应为 $\mathrm{m/s^2}$。

5. 分层训练

1. **基础**：为什么用多次测量求平均值可以减小偶然误差?

2. **提高**：验证机械能守恒时，若测得动能增加量总小于重力势能减少量，可能原因有哪些?

3. **综合**：设计一个用图像法测弹簧劲度系数的实验，说明横轴、纵轴和斜率含义。



4. **开放思考**：现代手机传感器测加速度时，为什么也需要校准和误差补偿?

竞赛补充分层训练参考结果

1. 多次独立测量取平均可使方向随机的偶然偏差部分抵消；它不能自动消除由方法或仪器造成的系统误差。
2. 可能有空气阻力、轨道或转轴摩擦，也可能低估速度、高估高度或存在零点和读数误差；应结合装置判断主要方向，不能只写“有误差”。
3. 逐次改变弹簧形变量 x，测相应弹力 F；作 $F-x$ 图像，若近似为过原点直线，其斜率 $k = \Delta F/\Delta x$ 即劲度系数，单位为 $\mathrm{N/m}$。
4. 手机传感器存在零偏、比例因子误差、温度漂移、安装方向误差和噪声；校准与补偿可把原始电信号转换为更可信的加速度。

九、易错点

实验题的错误通常不是计算困难，而是漏掉了测量链条中的一个环节。阅读下面清单时，可以先按三类做标记：

- **读数错误**：先查时间间隔、仪器分度值或分辨率、有效数字和零点误差。
- **模型错误**：再查图像斜率、实验原理、待测量和控制量是否一一对应。
- **电路错误**：最后查电表实际测的是谁的电压或电流，再判断内外接、分压限流和改装方向。

易错清单

1. **把相邻点时间和计数点时间混淆**：读纸带前先数清相邻计数点之间跨过了几个原始点；若打点周期为 0.02 s，就把跨过的时间间隔数乘进去。不要把原始相邻点的 0.02 s 直接当成计数点间隔。
2. **图像斜率没有单位**：先写“纵轴单位除以横轴单位”，再判断斜率对应哪个物理量；若单位对不上，公式变形或坐标轴选择通常已经出错。
3. **只报结论不分析误差**：先问测量值比真实值偏大还是偏小，再沿“仪器读数 → 中间量 → 最终结果”的链条说明误差怎样传递。
4. **只记实验名称不识别方法**：陌生实验往往只是换了装置，背后仍可能使用控制变量、转换放大、等效替代或比较法；不要把电路等效变换误当成等效替代实验。
5. **有效数字随意写**：先看仪器分辨率和原始数据位数，再决定最终结果保留几位；计算器显示很多位不等于实验能测到很多位。
6. **写出“假精度”**：数字写得越长不代表越准确。最终结果的小数位数要和仪器分辨率、数据离散程度相匹配。
7. **分度值和小数位混淆**：游标卡尺、螺旋测微器要按各自的读数与估读规则记录；若有零点误差，还要先判断零点误差的正负。
8. **把小灯泡当定值电阻**：小灯泡工作时温度变化明显，伏安特性曲线弯曲，不能用一个恒定电阻概括全过程。
9. **验证动量守恒时系统选错**：应把碰撞的两个物体作为系统，并检查水平方向外力冲量是否可忽略。
10. **光学实验角度量错基准**：折射定律中的角度都相对法线，不是相对界面。
11. **电表内阻被忽略**：先在电路图上标出电压表分流或电流表分压，再判断测得的电压、电流是否真正属于待测电阻。

易错清单（续）

12. **把限流接法和分压接法混用**：先看题目是否要求电压从零开始连续调节；若要求从零调起或待测电阻远大于变阻器阻值，通常应优先考虑分压接法。
13. **电表改装方向记反**：改电流表并联小电阻，改电压表串联大电阻。
14. **把半偏法结论当成精确等式**：写 $R_s \approx R_g$ 前，先在原理图上确认保护电阻是否足够大，使总电流近似不变；若题目要求误差分析，再说明保护电阻过小时近似条件被破坏，会带来系统误差。
15. **欧姆挡读数方向看反**：欧姆挡右端是 0，左端是 ∞，且刻度不均匀；换倍率后要重新调零。
16. **电桥平衡条件写反**：先看清哪两个电阻在同一分压支路，再写比例关系，不要按固定字母顺序硬套。
17. **平抛实验原点选错**：平抛公式中的 x, y 都应从抛出点开始量；若把桌面边缘或落地点当原点，图像斜率会失去正确物理意义。

十、今日小结

1. 实验题先明确测量对象、直接测量量、间接公式和误差来源。
2. 实验设计常用控制变量、转换放大、等效替代和比较法；先识别方法，再选择器材。电路中的等效电阻、等效电源属于建模工具。
3. 纸带法通过相等时间内位移变化研究匀变速运动。
4. 光电门用遮光片宽度和遮光时间估测瞬时速度，对应近似关系 $v \approx d/\Delta t$。
5. 平抛实验要先定原点和坐标轴，再用 y 与 x^2 的线性关系检验模型或求水平初速度。
6. 长度读数要看分度值和估读规则：游标卡尺看对齐格，螺旋测微器看固定刻度和可动刻度，并注意零点误差。
7. 估读和不确定度说明：测量结果的有效数字必须和仪器分辨能力相匹配。
8. 典型实验要能迁移：测电阻率、小灯泡伏安特性、玻璃折射率、油膜法估分子大小和双缝测波长，都可按“直接测量量 + 物理关系 + 误差判断”整理。
9. 验证动量守恒要选对系统，并尽量减小水平方向外力冲量。
10. 电学实验先判断电压表分流还是电流表分压，再确定系统误差方向。

11. 滑动变阻器有限流和分压两类接法；是否需要从零调起是重要判断依据。

12. 表头改装遵循分流、分压思想：电流表并联小电阻，电压表串联大电阻。

13. 半偏法可近似测表头内阻，但成立前提是调节过程中总电流近似不变。

14. 多用电表欧姆挡内部有电源，测前要欧姆调零，刻度左大右小且不均匀。

15. 电桥测量利用平衡条件比较电阻，传感器可把电阻微小变化转化为电信号。

16. 图像法的关键是斜率、截距和面积的物理意义；写斜率时要同时写出单位。

17. 规范表达按“表头完整、单位统一、图像标轴、结论含条件、误差有方向”五项检查。

一分钟复盘：拿一道实验题，按“测什么、直接测哪些量、用什么公式转化、主要误差从哪里来”四句话复述；再补一句“最后结果应怎样表示”。能复述清楚，再去写实验步骤、数据表和结论。

Day 29：高中物理常见模型总复盘

本节导读

前 28 节已经学过大量知识点。本节不再按章节复述，而是按“模型”重组全书：运动学与受力、能量与动量、圆周运动、场与电路、电磁感应，以及光学、热学、近代物理和实验测量。复盘时先问“这是什么对象、经历了哪些过程、满足什么约束”，再决定使用哪一类规律。

本节读题路线：先把题目拆成对象、过程、约束和目标量，再判断首选模型是运动学、动力学、能量、动量、场、电路，还是光学、热学、近代物理或实验测量。若一个模型不能贯穿全程，就按条件改变的位置分段，每段只使用适用条件明确的规律。

一、学习目标

1. 能用“对象、过程、约束、目标量”四项整理一道综合题。
2. 能把复杂题按条件变化拆成多个阶段，并为每阶段选择合适模型。
3. 能列出高中物理常见模型的适用条件、典型图像、常用关系和失效情形。
4. 能从对象、过程和约束判断候选物理方法，并说明筛选理由。
5. 能把一串公式改写成“阶段、规律、连接量”清楚的解题过程。

二、为什么要做模型复盘

初学物理时，知识按章节出现：运动学、力学、电学、磁学。实际解题时，题目往往不会标明“这是第几章”。例如带电粒子在电场中运动，既有电场力，又有运动学；导体棒切割磁感线，既有电磁感应，又有安培力和能量转化。按模型复盘，就是把分散知识重新组织成方法系统。

科学发展视角：真实科技问题通常不是单一章节题。新能源汽车涉及力学、电路、热学和电磁学；医学影像涉及电磁场、粒子运动和数据处理；航天任务同时需要轨道、能量、

动量和控制模型。模型复盘的目的，是训练学生从复杂情境中主动选择工具。

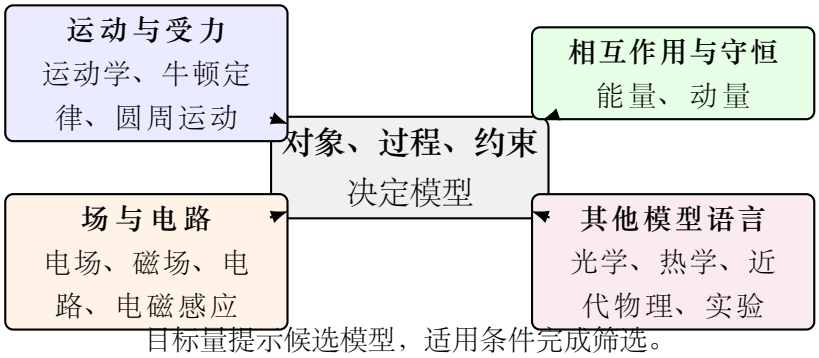


图 293：高中物理模型地图：模型是解题视角，不只是公式集合

三、模型识别与切换

要点：物理建模的四步

1. **选对象**：研究单个物体、系统，还是某个电路回路?
2. **分过程**：运动是否分阶段？条件是否发生变化?
3. **找约束**：绳长不变、轨道约束、闭合回路、电荷守恒等。
4. **选规律**：牛顿定律、能量守恒、动量守恒、场力公式、电路定律等。

核心提醒：速度、高度、弹簧、碰撞等关键词只能提示候选模型；决定模型选择的是过程中的力、能量、动量和约束条件。

要点：方法选择树

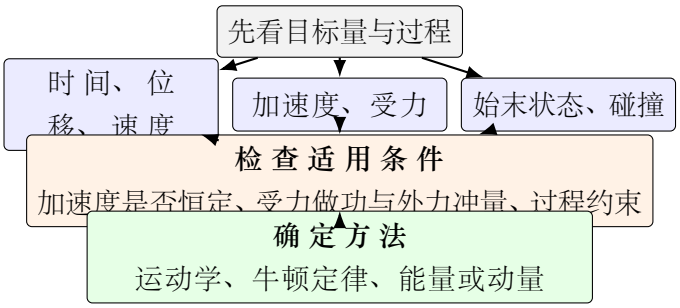


图 294：方法选择树：目标量和过程提示候选模型，适用条件决定能否使用

- 问位移、时间、速度，且加速度已知：优先运动学。
- 问加速度、拉力、支持力：优先受力分析和牛顿第二定律。
- 问高度、速度、压缩量、最远距离，且只需联系始末状态：优先考虑能量。

要点：方法选择树（续）

- 碰撞、爆炸、反冲、人船模型：优先考虑动量关系。
- 圆周运动、轨道、最高点最低点：优先径向受力。
- 电路稳定量：优先欧姆定律、闭合电路定律和等效电路。
- 电磁感应：优先磁通量变化、楞次定律和能量转化。

关键词不能代替条件：关键词只能提示可能使用的模型，不能直接证明该模型一定适用。决定能否使用某个规律的是条件：

- 看到“高度”可以想到能量，但还要检查是否有摩擦、外力或非弹性碰撞。
- 看到“碰撞”可以想到动量，但还要检查所选系统在碰撞方向上的外力冲量是否可忽略。
- 看到“圆周”可以想到向心力，但还要先判断径向合力由哪些真实力提供。

认知提醒：先用关键词找到候选模型，再用适用条件筛选模型。能说出“为什么能用”和“为什么不能用”，才算完成建模。

四、跨模块公式条件表

模型选择前检查：

1. 先把题目分成“对象、过程、约束、目标”四部分，再判断熟悉公式是否适用。
2. 判断主线是力、能量、动量、图像、电路还是场，再选对应模型。
3. 每次切换模型都要说明适用条件，例如是否守恒、是否匀强、是否理想。
4. 综合题先画过程图或状态表，再列方程，减少漏条件和重复设未知数。

模型	典型关键词	核心规律
匀变速直线运动	匀加速、刹车、自由落体	$v=v_0+at$，$x=v_0t+\frac{1}{2}at^2$
受力模型	拉力、摩擦、斜面、连接体	$\sum F=ma$
能量模型	高度、弹簧、粗糙面、最远	$W_{合}=\Delta E_k$；选定系统后，除保守力外其他力对系统所做总功为零时，机械能守恒
动量模型	碰撞、爆炸、反冲、人船	$\boldsymbol{I}_{外}=\Delta\boldsymbol{p}$；系统所受合外力冲量可忽略时动量守恒
圆周模型	轨道、转弯、卫星、绳球	$\sum F_r=m\dfrac{v^2}{r}$
电场模型	电势差、加速、偏转	$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{E}$，$W_{A\to B}=q(\varphi_A-\varphi_B)=qU_{AB}$；若只有电场力做功，才有 $W_{A\to B}=\Delta E_k$
电路模型	串并联、电源、滑变	欧姆定律、闭合电路欧姆定律
磁场模型	洛伦兹力、半径、周期	垂直进入匀强磁场时 $\lvert q\rvert vB=m\dfrac{v^2}{r}$；磁场洛伦兹力不做功
感应模型	磁通量变化、切割、楞次	$\lvert\overline{\mathcal{E}}\rvert=N\left\lvert\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right\rvert$；方向由楞次定律判断
光学模型	光路、全反射、色散、干涉	折射定律、全反射条件；双缝近轴条件下 $\Delta x=L\lambda/d$
热学模型	状态变化、热机、相变	一定量理想气体满足 $pV/T=C$（T 用开尔文温标）；$\Delta U=Q-W$，W 为气体对外做功
近代模型	光电效应、能级、核反应	$E=h\nu$，能级差，质量数/电荷数守恒，$E_{释放}=\Delta m\,c^2$
实验模型	纸带、光电门、电桥、油膜法	直接测量 $\to$ 模型关系 $\to$ 间接量

从题干到模型的四步筛选

综合题需要先把关键词翻译成对象、过程和条件，再选择公式。可以按下面四步把题干翻译成模型：

1. **先定对象**：是一个物体、一个系统、一团气体、一个电路，还是一个带电粒子？
2. **再看过程**：是连续运动、碰撞瞬间、进入场区、接通电路，还是状态缓慢变化？
3. **检查条件**：是否光滑、是否匀强、外力冲量是否可忽略、机械能或动量是否守恒？
4. **锁定目标量**：题目要速度、位移、力、电流、能量、时间还是误差方向；目标量会反过来提示最省力的模型。

若四步中有一项发生改变，就在那一点分段，重新选择规律。

五、一题多解与模型迁移

模型 1：运动学与图像

若加速度恒定，优先用匀变速公式；若题目给图像，先看斜率和面积：

$$x\text{-}t \text{ 图像斜率} = v, \qquad v\text{-}t \text{ 图像斜率} = a, \qquad v\text{-}t \text{ 有向面积} = \Delta x.$$

模型 2：受力分析

受力题先画受力图，再选坐标轴。斜面、圆周、带电粒子题都可以归结为“沿关键方向列牛顿第二定律”。

模型 3：能量和动量

能量适合处理距离、速度、压缩量；动量适合处理相互作用时间很短或内力远大于外力的过程。两者常组合使用：碰撞前后用动量，碰撞后的运动用能量。

模型 4：场与电路

静电场和重力场相似：静电力做功与路径无关，因此可以引入电势能。电路题则要先化简连接关系，再分析电源内阻和外电路变化。

模型 5：电磁感应综合

导体棒题常把三件事连在一起：

$$\mathcal{E} = BLv, \qquad I = \frac{\mathcal{E}}{R}, \qquad F_A = BIL.$$

这里默认导体棒、速度和磁场方向两两垂直，R 为闭合回路总电阻。若导体棒速度变化，还要结合牛顿第二定律或能量关系。

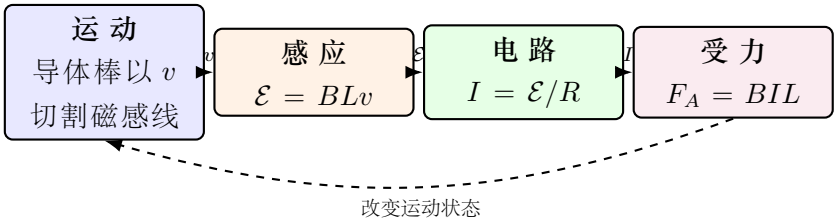


图 295：电磁感应中的多模型链条：运动、感应、电路和受力依次连接

模型 6：跨章节模型切换

综合题的难点常常不是某个公式，而是“何时换模型”。例如小球先下滑、再碰撞、再压缩弹簧，三个阶段的适用规律完全不同。判断切换点时看条件是否改变：是否发生碰撞、是否进入粗糙面、是否进入场区、是否接入电路、是否达到临界状态。

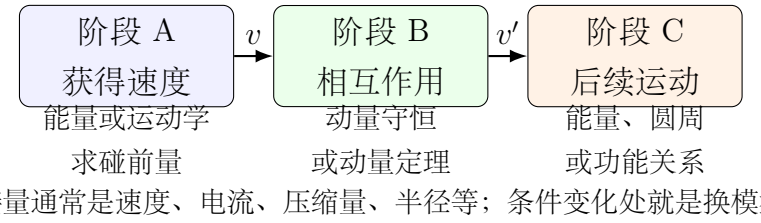


图 296：模型切换：条件改变处就是重新选择规律的地方

连接量意识：上一阶段的结果通常不是最终答案，而是下一阶段的已知量。例如碰前速度、碰后共同速度、最大压缩量、进入磁场速度、回路电流，都可能成为连接两个过程的中间量。

模型 7：光学、热学和近代物理也要建模

前面几节的光学、热学和近代物理与传统力学题的外在形式不同，但同样要先建模型。光学题先决定用“光线模型”还是“波动模型”；热学题先区分状态量和过程量；近代物理题先看是光子能量分析、能级跃迁、半衰期统计，还是核反应守恒。



图 297：光学、热学和近代物理的模型语言：非力学问题同样需要先建模

- **光学**：几何光学先画法线和光路，再判断反射、折射、全反射或色散；波动光学先判断相干条件、光程差、波长和条纹间距。
- **热学**：先问“研究对象是哪团气体？”“物质的量是否改变？”“过程是等温、等容、等压还是绝热？”再使用状态方程和第一定律。
- **近代物理**：光电效应看单个光子能量，能级跃迁看能级差，核反应看质量数、电荷数和能量守恒。

模型 8：实验题的测量链条

实验题表面上是操作步骤，解题时仍然要建模。核心不是记住仪器名称，而是先分清：

$$\text{直接测量量} \to \text{物理关系或图像关系} \to \text{目标物理量}.$$

例如光电门直接测遮光时间 Δt，$\ell/\Delta t$ 是宽度为 ℓ 的遮光片通过光束期间的平均速度；遮光片足够窄时，才用 $v \approx \ell/\Delta t$ 近似相应位置的瞬时速度。油膜法直接测油膜面积 S，要借助 $d \approx V/S$ 估测分子直径；测电源电动势和内阻时，若作 U-I 图像，纵截距和斜率分别对应 E 和 $-r$。

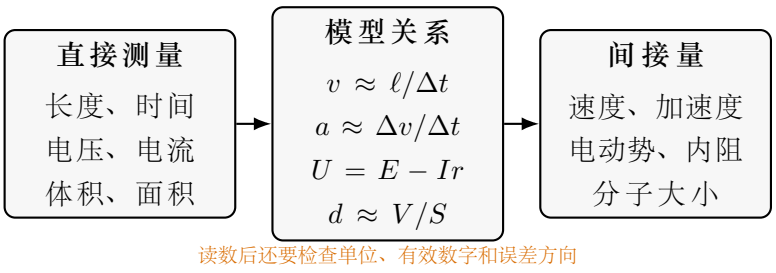


图 298：实验模型复盘：把直接读数转化为目标物理量，并检查误差来源

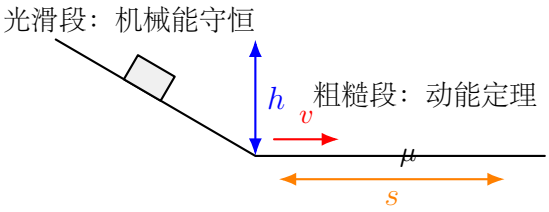
方法提醒：实验综合题应写清“测量量是什么、公式从哪里来、斜率或面积单位是什么、主要误差会让结果偏大还是偏小”。这比背实验步骤更能迁移到新情境。

六、例题精讲

例题：同一道题的模型选择

题意分析：一个小物块从光滑斜面高处由静止下滑，到达固定的水平粗糙面后继续滑行，最终停下。已知物块与水平面间的动摩擦因数为 μ，问物块在水平面上滑行的距离。

物理模型：斜面段机械能守恒，水平段动能定理。



解题过程：斜面光滑，重力势能转化为动能：

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2.$$

进入水平粗糙面后，摩擦力做负功使动能减少：

$$-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv^2.$$

联立得

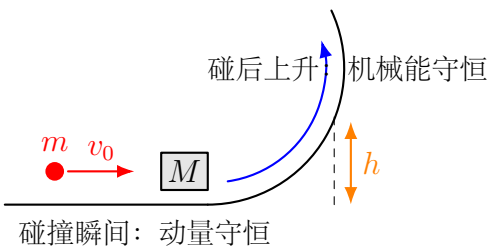
$$\mu mgs = mgh, \qquad s = \frac{h}{\mu}.$$

方法总结：这不是单纯“斜面题”，而是两个阶段：光滑段用机械能守恒，粗糙段用动能定理。

例题：碰撞后上升高度

题意分析：质量为 m 的小球沿水平方向以速度 v_0 撞入静止的、质量为 M 的木块并嵌在其中，随后整体沿光滑圆弧轨道上升。求能上升的最大高度。

物理模型：碰撞时间很短，若水平方向外力冲量可忽略，完全非弹性碰撞可用动量守恒；碰后沿光滑圆弧上升用机械能守恒。



例题：碰撞后上升高度（续）

解题过程：碰撞极短时间内水平方向动量守恒：

$$mv_0 = (m+M)v.$$

碰后整体上升：

$$\frac{1}{2}(m+M)v^2 = (m+M)gh.$$

所以

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m}{m+M}v_0\right)^2.$$

方法总结：碰撞过程机械能一般不守恒，但碰撞后的光滑上升过程机械能守恒。

例题：一题多解：粗糙水平面上的刹停

题意分析：质量为 m 的物块以初速度 v_0 在粗糙水平面上滑行，动摩擦因数为 μ。求停止距离。

方法一：动能定理。摩擦力做功使动能减少：

$$-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2,$$

所以

$$s = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

方法二：牛顿定律加运动学。水平方向加速度大小

$$a = \mu g,$$

方向与运动相反。取运动方向为正，则

$$0 - v_0^2 = 2(-\mu g)s,$$

得到同样结果：

$$s = \frac{v_0^2}{2\mu g}.$$

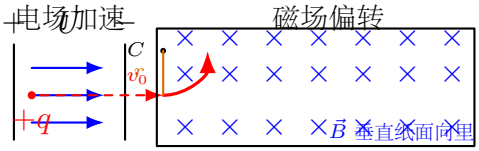
方法总结：选方法前先看目标量。若题目只问距离且力做功容易表达，能量法更简洁；若还要求时间、加速度或中间速度，牛顿定律和运动学更直接。

例题：模型切换训练：电场加速后进入磁场

题意分析：带电粒子质量为 m、电荷量为 q，从静止经电压 U 加速后，以垂直于磁场的速度进入磁感应强度为 B 的匀强磁场。求磁场中圆周运动半径。

模型拆解：加速区用电场力做功，磁场区用洛伦兹力提供向心力。

例题：模型切换训练：电场加速后进入磁场（续）



解题过程：加速区：

$$|q|U = \frac{1}{2}mv^2.$$

磁场区：

$$|q|vB = \frac{mv^2}{r}, \qquad r = \frac{mv}{|q|B}.$$

由第一式得

$$v = \sqrt{\frac{2|q|U}{m}},$$

代入半径式：

$$r = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}.$$

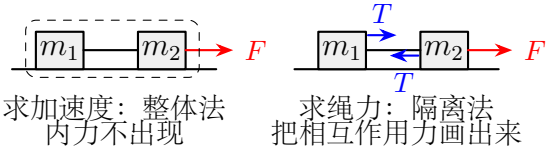
方法总结：这里用 $|q|$ 表示电荷量大小，且 U 表示加速电场对粒子做正功对应的电压大小。图中轨迹以正电荷为例；若粒子带负电，偏转方向相反，但半径大小仍由同一公式给出。磁场中的洛伦兹力始终垂直速度，只改变速度方向不改变速率。两个场区的作用不同，必须分阶段处理。

七、变式训练

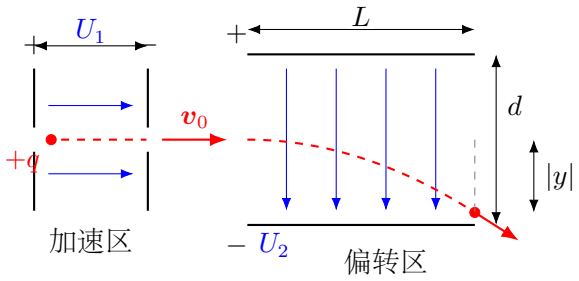
1. 追及相遇题中，什么时候应优先考虑 v-t 图像？

2. 粗糙斜面上滑题，为什么机械能不守恒但动能定理仍可用？

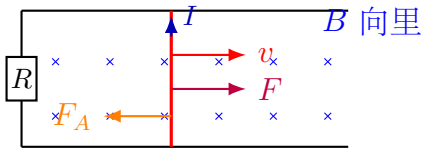
3. 两物体通过轻绳连接运动，选整体法还是隔离法取决于什么？



4. 带电粒子先经电场加速，再进入场强方向与初速度垂直的匀强电场偏转，两个阶段分别用什么模型？



5. 导体棒切割磁感线达到匀速时，受力和能量分别怎样分析?



v 增大 $\Rightarrow \mathcal{E}$ 增大 $\Rightarrow I$ 增大 $\Rightarrow F_A$ 增大

稳定状态：$F = F_A$

变式训练参考结果

1. 当题目涉及两物体速度随时间变化、位移差、最近或最远距离时，优先考虑 v-t 图像；图线纵坐标之差给出相对速度，图线间的有向面积给出相对位移。
2. 滑动摩擦把部分机械能转化为内能，因此所选系统的机械能通常不守恒；动能定理是合力总功与动能变化的关系，仍然成立。
3. 求系统共同加速度时优先用整体法，以消去内力；求绳力或物体间相互作用力时，再隔离相应物体列方程。
4. 先按场区分过程：若用 U 表示使粒子加速的电压大小，加速区用动能定理 $|q|U = \Delta E_k$；偏转区用类平抛模型分解运动。
5. 终端匀速时合力为零，外力与安培力平衡；此时动能不再变化，外力的输入功率等于回路的焦耳热功率。

八、模型边界与极限检验

拓展提升

量纲检查

竞赛和高水平综合题中，量纲检查是重要的结果复核工具。一个表达式若表示速度，量纲必须是

$$[v] = \mathrm{LT}^{-1}.$$

例如 $\sqrt{gh}$ 的量纲为

$$\sqrt{(\mathrm{LT}^{-2})\mathrm{L}} = \mathrm{LT}^{-1},$$

拓展提升（续）

可以作为速度量出现。

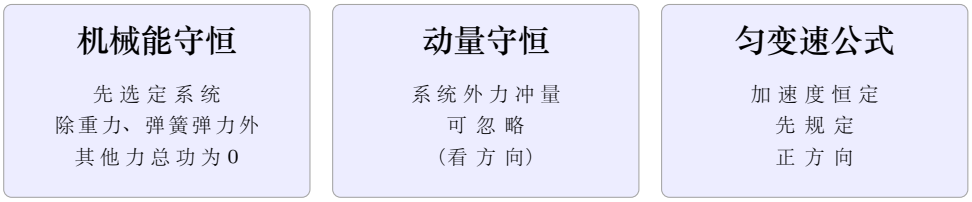
极限检查

得到结果后，令某个参数趋近某个极限，看结论是否合理。例如 $s=\dfrac{h}{\mu}$ 中，若 μ 越大，滑行距离越短；当 $\mu\to 0^{+}$ 时，停止距离趋于无穷大。若直接取 $\mu=0$，物块将不再停下，原题“停止距离”也就失去意义。

模型意识：量纲检查和极限检查不能替代推导，但能快速发现许多不合理答案。

1. 模型条件卡

很多学生会记公式，但不会判断何时能用。模型能力不是“公式记得多”，而是知道公式背后的条件。



每次使用公式前，先检查模型条件。

图 299：模型条件卡：每次使用模型前先检查适用条件

2. 三类常见“不能直接套用”

1. **机械能守恒不能直接套用**：先选定系统；若除重力、弹簧弹力外的力对系统总功不为零，或过程含非弹性碰撞，通常要改用功能关系。
2. **动量守恒不能直接套用**：若所选系统在研究时间内受到的合外力冲量不可忽略，就应使用动量定理，而不能直接令始末总动量相等。
3. **匀速直线运动不能直接套用**：存在电场力、磁场力或碰撞阻力时，速度大小或方向可能变化；仅有磁场洛伦兹力时，速率虽不变，速度方向仍会改变。

3. 多模型题的标注方法

建议在草稿纸上把题目过程标成

$$\text{阶段 A}\to\text{阶段 B}\to\text{阶段 C}.$$

每个阶段下面写一行说明：

对象是什么？　用什么规律？　连接量是什么？

所谓连接量，就是上一阶段结果进入下一阶段的物理量，如速度、压缩量、电流、半径等。

例题：模型判断训练

题意分析：小球从高处滑下，与静止木块碰撞后一起压缩弹簧。判断各阶段应使用什么规律。

模型拆解：

1. 小球滑下：若轨道光滑，用机械能守恒求碰前速度。
2. 碰撞瞬间：若碰撞时间很短且水平方向合外力冲量可忽略，水平方向动量守恒。
3. 共同压缩弹簧：若水平面光滑，用机械能守恒；若粗糙，用功能关系。

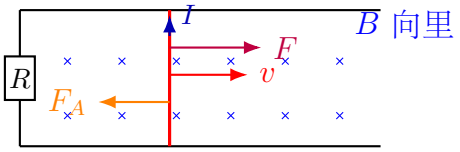
方法总结：综合题要逐段判断守恒条件。机械能可能在某一段守恒，在另一段不守恒；每换一段过程，都要重新检查摩擦、外力做功和系统边界。

4. 常见错因对照

错因	典型表现	修正方法
对象错误	把单个物体和系统混用	每个方程前写研究对象
过程错误	碰撞前后用同一规律	在条件改变处画分界线
守恒误用	滑动摩擦耗散仍套机械能守恒	先选系统，再查其他力做功
方向错误	电场、磁场、摩擦方向混乱	先画方向，再代正负号
连接量遗漏	求出中间速度后忘记用于下一段	标出阶段间的中间物理量

5. 分层训练

1. **基础：**固定粗糙面上的滑动摩擦做负功时，物体机械能怎样变化？若是静摩擦或把多个物体选成系统，又为什么必须重新检查研究对象和总功？
2. **提高：**两物体碰撞过程中，为什么常常能用动量守恒，却不能用机械能守恒？
3. **综合：**导体棒在磁场中由静止开始运动，外力恒定，说明速度、电动势、电流、安培力怎样相互影响。



外力做功 → 电能 → 焦耳热；终端速度由 $F = F_A$ 决定

4. **开放思考：**为什么物理建模常常要先忽略一些因素，再逐步加入修正?

竞赛补充分层训练参考结果

1. 若研究对象是物体本身，固定粗糙面对它的滑动摩擦做负功会使其机械能减小；静摩擦可能做正功、负功或不做功，扩大研究系统后摩擦还可能成为内力并使机械能转化为内能，因此必须重新说明系统边界和能量种类。
2. 碰撞时间很短时外力冲量常可忽略，所以系统动量近似守恒；碰撞中可能发生形变、发热和发声，机械能一般不守恒，只有弹性碰撞才额外满足动能守恒。
3. 速度增大使 $\mathcal{E} = BLv$ 增大，继而使 $I = \mathcal{E}/R$ 和反向安培力增大；加速度逐渐减小，直至安培力与外力平衡并趋于终端速度。
4. 忽略次要因素可先暴露主导机制、建立可解模型；再按精度需要加入阻力、非匀强、仪表内阻等修正，并用实验检验模型边界。

九、易错点

易错清单

1. **公式先行：**未选对象、未分过程就列式；每个方程前先写对象和阶段。
2. **守恒条件不检查：**机械能、动量守恒都有条件；先选系统，再检查除重力、弹力外的力做功和合外力冲量。
3. **方向正负混乱：**矢量公式必须先规定正方向；先画箭头，再给代数量正负号。
4. **忽视图像信息：**斜率、面积、交点、截距都有物理意义；先标注图像，再列方程。
5. **综合题不分段：**条件一变，模型往往也要变；在条件改变处画分界线。
6. **忽略非力学章节的模型语言：**光学题先画法线、界面或双缝并标传播方向；热学题先写研究对象、过程和符号约定；近代物理题先圈出光子、电子、原子或原子核。完成这些第一步后，再调用公式或结论。
7. **把实验当记忆题：**实验题也要先找直接测量量和间接量，再判断图像斜率、面积或比例关系。

十、今日小结

1. 物理建模先选对象、分过程、找约束、选规律；每一步都要能在题图或文字中找到依据。

2. 运动学、牛顿定律、能量、动量和场模型是高中物理主干。
3. 光学、热学和近代物理也要按模型处理：光路或波动、状态或过程、光子或能级或核反应。
4. 实验题要按“直接测量量、模型关系、间接量、误差来源”复盘。
5. 综合题常需要多个模型按阶段连续配合；相邻阶段之间要写清连接量，如速度、位移、电荷量或磁通量变化量。
6. 使用守恒规律前，先选定系统，再检查除重力、弹力外的力做功或合外力冲量是否可忽略。
7. 量纲检查和极限检查用于收尾复核：单位不对、极端情况不合理，都说明模型或代数需要回查。

一分钟复盘：任选一道综合题，画一条阶段线，只做模型判断：每段写对象、规律、连接量、适用条件，最后写一个量纲或极限检查。若某段只能写出公式、说不出适用条件，就回到该模型的基础章节重读。

Day 30：综合训练与后续学习路线

本节导读

最后一节不再新增大量概念，而是把前面分散学到的知识转化为可执行的方法。综合题不是把 30 节公式堆在一起，而是先读题、画图、选对象、分过程，再为每一段选择合适规律并复核结果。本节用力学综合、电磁综合和实验综合收束全书，同时给出完成一个月入门后的继续学习路线。

本节读题路线：综合题第一遍先补完整图示和情境信息；第二遍只找状态变化、区域变化和相互作用变化，把全过程切成若干阶段。列式时每个方程旁边标出规律名称和适用阶段，最后用量纲、极限和方向检查结果是否可信。

一、学习目标

1. 能按“五步拆解法”读综合题：补图、选对象、分过程、列规律、复核结果。
2. 能按条件改变的位置，把复杂过程拆成若干基本模型。
3. 会在方程旁写出规律名称、适用阶段和物理意义，而不是只写代数。
4. 能在综合例题中标出力学、电磁、光学、热学和近代物理各自承担的模型角色。
5. 能为后续学习写出一周复盘安排，并按错因类型整理错题。

二、综合题的分段与统筹

学完 30 节后，最重要的变化不是“记住了多少公式”，而是看到题目时能主动建立模型。稳定的解题能力来自先看清对象、过程和约束，再选择合适规律。

科学发展视角：继续学习物理时，目标不是把公式越背越多，而是逐步形成“建模、计算、验证、修正”的科学工作方式。无论是高考综合题、竞赛入门题，还是未来接触人工智能、材料、能源、航天和医学工程，核心能力都是把真实问题转化为可分析的物理模型。



每一步都要写出物理含义，不能只堆公式。

图 300：综合题五步拆解：画图、选对象、分过程、列方程、复核结果

三、综合解题主线

要点：综合题五步法

1. **画图**：把物体、轨道、场区、电路、方向都画出来。
2. **选对象**：明确研究单个物体还是系统。
3. **分过程**：找到力、电场、磁场、接触、碰撞等条件改变的位置。
4. **列方程**：每个方程旁边写出所用物理规律。
5. **复核结果**：检查单位、正负、极限和数量级。

提醒：综合题的难点通常不在单个公式，而在“什么时候换模型”。
答题纸三栏法：草稿可以灵活，正式书写要让阅卷者看见建模过程。每一段建议按三栏写：

- **状态或阶段**：例如“斜面下滑”“碰撞瞬间”“进入磁场后”。
- **使用规律**：例如“机械能守恒”“水平方向动量守恒”“洛伦兹力提供向心力”。
- **连接量**：例如“碰前速度”“碰后共同速度”“进入磁场速度”。

认知提醒：综合题不是把所有公式写在一起，而是让每个方程都有自己的阶段和物理理由。若说不清某个方程属于哪一段，通常说明过程还没有分清。

要点：结果检验的三把尺

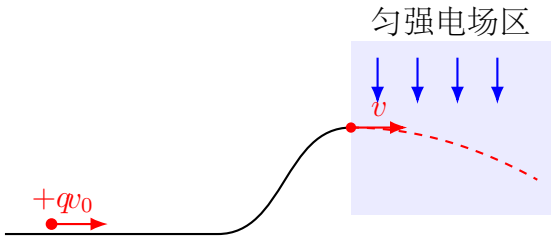
- **量纲**：表达式单位是否等于所求量单位?
- **极限**：参数变大、变小或趋零时，结果是否合理?
- **方向**：矢量结果是否符合受力、场力和运动趋势?

例如得到速度表达式 $v=\sqrt{2gh}$，量纲正确；当 h 增大时速度增大，极限合理；方向还要由具体运动决定。

四、守恒关系与适用边界

综合题审题前检查：

1. 先按时间顺序分段：初态、过程、转折点、末态分别写清。
2. 每一段先确定一条主线，常见主线是牛顿定律与运动学、守恒关系、图像或电路；必要时再补充约束关系，避免把互不相干的公式同时堆上去。
3. 遇到跨章节情境时，先把物理模型拆开，再把共享量写在两段之间，例如出口速度、位移、电流、磁通量变化量。
4. 每写一个方程，就在旁边标明适用阶段和条件，防止把上一段的速度、加速度或电压误用到下一段。
5. 最后检查单位、方向、正负号和极端情况，确认结果有物理意义。



轨道段先用能量或牛顿定律；离轨进入电场后分解运动。

图 301：力电综合示意：轨道运动、电场偏转和能量方法常组合出现

这类题通常包含多个阶段：

1. 在轨道上运动：先判断是否光滑、是否有外力做功；光滑段常用机械能守恒，粗糙或有外力做功时用动能定理或功能关系。
2. 离开轨道进入电场：先判断电场力方向，再把初速度沿电场方向和垂直电场方向分解。
3. 离开场区：用速度分量合成或继续做匀速直线运动。

五、跨模块综合模型

模型 1：力学综合

常见组合：

$$\text{受力分析} \rightarrow \text{加速度} \rightarrow \text{运动学}$$

或

$$\text{高度/弹簧/摩擦} \to \text{能量方程}.$$

若题中出现“最大压缩量、最远距离、刚好通过最高点”，往往要优先考虑能量和临界条件。

模型 2：碰撞与后续运动

碰撞时间很短且所选系统在碰撞方向上的外力冲量可忽略时，碰撞阶段可用动量守恒；碰撞后的运动再根据轨道、摩擦或弹簧选择能量方法。不要把整个过程一口气套机械能守恒。

模型 3：电场中的粒子运动

先加速后偏转是典型模型。若用 $|q|$ 表示电荷量大小，且 U_1 是使粒子加速的电压大小，则

$$|q|U_1 = \frac{1}{2}mv_0^2,$$

进入偏转电场后，

$$a = \frac{|q|E}{m} = \frac{|q|U_2}{md}.$$

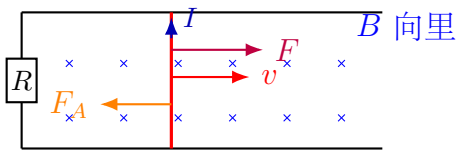
若只求偏移大小可用上式；实际偏转方向还要由电荷正负和电场方向判断。水平方向匀速，竖直方向匀加速。

模型 4：电磁感应中的动力学

在闭合回路中，当导体棒、速度和匀强磁场方向两两垂直时，速度决定感应电动势，电流决定安培力，安培力又反过来影响速度：

$$v \to \mathcal{E} = BLv \to I = \frac{\mathcal{E}}{R} \to F_A = BIL.$$

这就是反馈模型，常出现“最终匀速”或“终端速度”。



外力做功 $\to$ 电能 $\to$ 焦耳热；终端速度由 $F = F_A$ 决定

图 302：电磁感应综合：速度、电流、安培力和能量转化相互联系

模型 5：实验综合

实验综合题通常不只问“算一个数”，而是按完整科学流程考查：

$$\text{原理公式} \to \text{测量量} \to \text{图像处理} \to \text{误差分析}.$$

若题目给数据表，优先想能否线性化；若题目给电路，先判断电表实际测到的电压和电流；若题目问改进方案，先指出误差来源以及它怎样影响结果，再说明改动如何减小系统误差或偶然误差。

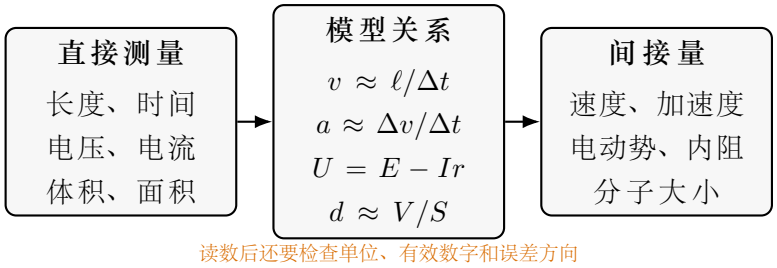


图 303：实验综合的共同结构：直接读数要通过模型关系转化为待求量

典型转化：

- 纸带和光电门：把长度、时间转化为速度或加速度。
- 伏安法、电源实验、电桥：把电压、电流或平衡关系转化为电阻、电动势和内阻。
- 油膜法：把微小体积和可测面积转化为分子大小的数量级。
- 图像法：斜率、截距和面积都必须带单位，不能只看几何形状。

模型 6：后段专题综合

光学、热学和近代物理通常不再像力学那样直接从“受力列方程”开始，但解题方式仍然是先建模。光学先画光路，判断反射、折射、全反射、色散或波动光学；热学先区分状态量和过程量，再用第一定律和准静态过程在 p-V 图中图线下的有向面积；近代物理先判断粒子、光子、能级或核反应，再用能量、动量、电荷数和质量数守恒。

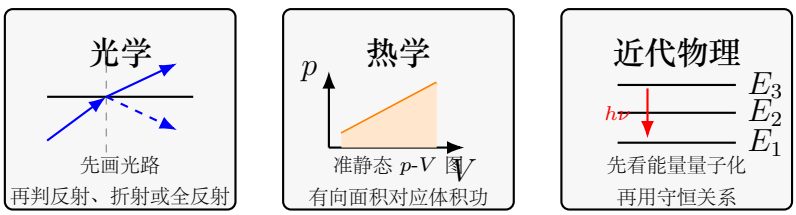


图 304：后段专题综合：光路、热过程和能级图也要先转化为模型

判断顺序：

1. 光学题先问“光经过哪些界面、是否发生全反射或色散、是否需要判断相干和光程差”。
2. 热学题先问“状态是否改变、系统吸热还是放热、气体对外做功还是外界对气体做功”，并统一符号约定。
3. 近代物理题先问“能量是否量子化、守恒量有哪些”。

模型 7：能源与可持续发展

高中物理还要训练一种更大的建模视角：真实技术系统不是一个孤立公式，而是一条能量链。分析能源与工程问题时，先问能量从哪里来、经过哪些转换、在哪里传输和储存、最后变成什么有用效果，又在哪里损耗。

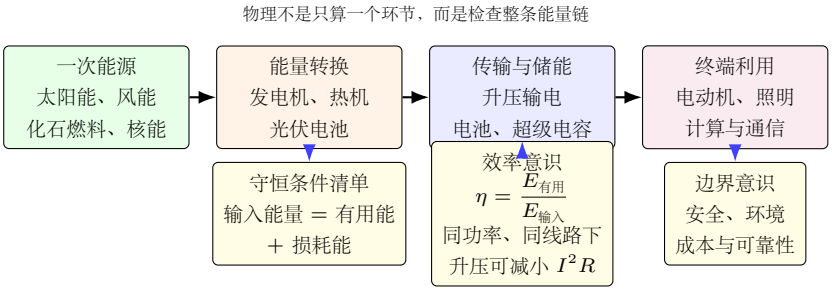


图 305：能源与可持续发展模型：从能量来源、转换、传输到利用都要检查守恒、效率和边界

三个判断点：

1. **守恒条件清单**：总能量守恒，但能量经过实际转换后，可用于完成目标任务的比例通常降低；废热、噪声和线路损耗都会减少有用能量。
2. **效率意识**：热机、电动机、输电线、变压器和充电器都有效率问题；功率大不等于效率高。
3. **边界意识**：核能、化石能源、可再生能源和储能技术都要同时考虑安全、环境、成本、稳定性和材料条件。

模型 8：数量级估算

真实问题常常不给出所有精确数据，或者数据太多、太杂。此时先做数量级估算，可以判断答案是否合理，也能帮助发现漏单位、漏平方、指数写错等问题。数量级估算不是任意猜测，而是有步骤的近似建模。

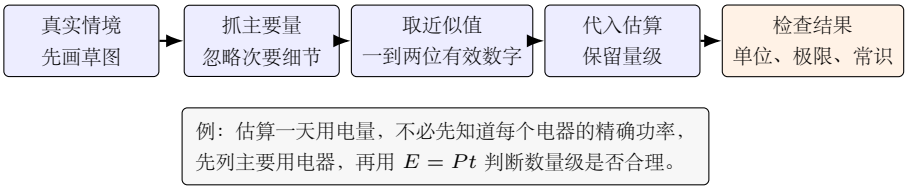


图 306：数量级估算：先抓主要量，再用单位、极限和常识检查结果

估算原则：

1. **先定主量**：找出最影响结果的物理量，如功率、时间、速度、面积或距离。
2. **再取近似**：只保留一到两位有效数字，优先判断 $10^0, 10^1, 10^2$ 这样的量级。
3. **最后检验**：单位必须正确，结果不能明显违背生活经验或物理边界。

例：估算一盏 10 W 的 LED 灯连续亮 5 h 消耗的电能：

$$E = Pt \approx 10\ \text{W} \times 5\ \text{h} = 50\ \text{Wh} = 0.05\ \text{kWh}.$$

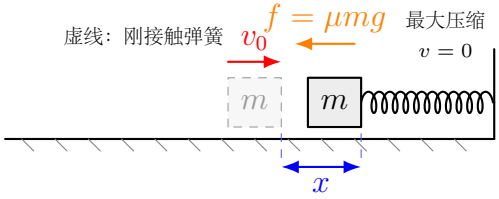
如果算出 50 kWh，就应检查数量级：这已经接近很多家庭数天甚至更久的用电量，明显不合理。

六、例题精讲

例题：力学综合：弹簧与粗糙面

题意分析：质量为 m 的物块在水平粗糙面上运动，刚接触劲度系数为 k 的轻弹簧时速度为 v_0。物块继续向右滑动，将弹簧压缩至最大量 x；物块与水平面间的动摩擦因数为 μ。求 x 满足的方程。

物理模型：动能转化为弹性势能，同时摩擦力做负功。



解题过程：从接触弹簧到最大压缩，初态动能为 $\frac{1}{2}mv_0^2$，末态速度为 0，弹簧势能为 $\frac{1}{2}kx^2$，摩擦力做功为 $-\mu mgx$。

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\mu mgx=\frac{1}{2}kx^2.$$

整理：

$$\frac{1}{2}kx^2+\mu mgx-\frac{1}{2}mv_0^2=0.$$

取满足 $x>0$ 的物理解：

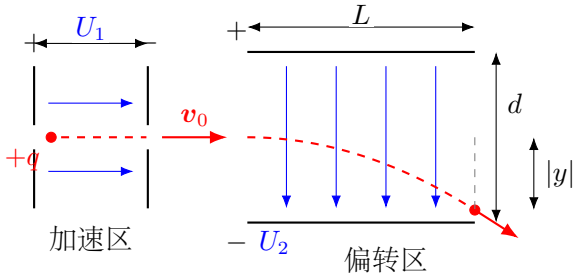
$$\boxed{x=\frac{\sqrt{\mu^2m^2g^2+kmv_0^2}-\mu mg}{k}}.$$

方法总结：综合能量题先检查是否有摩擦耗散。有滑动摩擦时机械能通常不守恒，但动能定理或功能关系仍可用。

例题：电场综合：先加速后偏转

题意分析：质量为 m、电荷量为 q 的粒子由静止经电压大小为 U_1 的电场加速后，以水平速度从中线进入板长为 L、板间距为 d、电压大小为 U_2 的匀强偏转电场。忽略重力，并假定粒子能从极板右端飞出，求离开偏转电场时竖直偏移量的大小。

物理模型：加速区用动能定理，偏转区用类平抛运动。



例题：电场综合：先加速后偏转（续）

解题过程：加速区：

$$|q|U_1=\frac{1}{2}mv_0^2,\qquad v_0=\sqrt{\frac{2|q|U_1}{m}}.$$

偏转区电场强度

$$E=\frac{U_2}{d},\qquad a=\frac{|q|E}{m}=\frac{|q|U_2}{md}.$$

通过偏转区时间

$$t=\frac{L}{v_0}.$$

竖直偏移

$$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{|q|U_2}{md}\cdot\frac{L^2}{v_0^2}.$$

代入 $v_0^2=\dfrac{2|q|U_1}{m}$：

$$y=\frac{U_2L^2}{4U_1d}.$$

飞出条件：因粒子从中线进入，要从两板之间飞出，还须满足

$$y<\frac{d}{2},$$

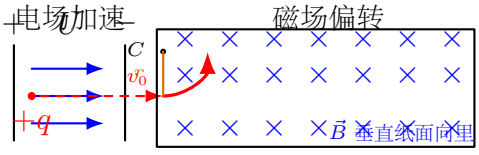
即上述结果必须小于半板间距；否则粒子会先打到极板，不能再使用“运动时间为 L/v_0”来描述离场状态。

方法总结：上式求的是偏移大小。结果中 m、q 消去，说明在忽略重力、初速由同一加速电压产生且粒子能飞出极板时，偏移大小由电压和几何尺寸决定；偏转向上还是向下仍要看电荷正负和电场方向。

例题：磁场综合：电场加速后进入磁场

题意分析：带电粒子质量为 m、电荷量为 q，从静止经电压大小为 U 的电场加速后，垂直进入磁感应强度为 B 的匀强磁场。忽略相对论效应，求粒子在磁场中的轨道半径和周期。

物理模型：加速区用动能定理；磁场区用洛伦兹力提供向心力。



解题过程：加速区：

$$|q|U=\frac{1}{2}mv^2,\qquad v=\sqrt{\frac{2|q|U}{m}}.$$

磁场区：

$$|q|vB=\frac{mv^2}{r},\qquad r=\frac{mv}{|q|B}.$$

例题：磁场综合：电场加速后进入磁场（续）

代入速度：

$$r=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{|q|}}.$$

周期为

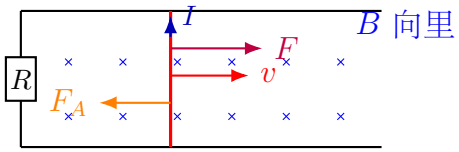
$$T=\frac{2\pi m}{|q|B}.$$

方法总结：这里用 $|q|$ 表示电荷量大小，且加速电场对粒子做正功。图示以正电荷为例；若粒子带负电，进入磁场后的偏转方向相反，但半径和周期大小不变。本题中电场力做功改变动能，磁场力提供向心力并改变速度方向。看到“先加速后进入磁场”，应先把加速段和磁场偏转段分开处理。

例题：电磁感应综合：恒力拉导体棒

题意分析：长为 L 的导体棒在间距为 L 的光滑导轨上向右运动，并始终与导轨良好接触。匀强磁场 B 垂直导轨平面，闭合回路的总电阻恒为 R。水平向右的恒力 F 作用于棒，忽略自感，求导体棒的终端速度，并说明终端状态下的能量转化。

物理模型：导体棒运动产生感应电动势，感应电流产生反向安培力，最终受力平衡。



外力做功 → 电能 → 焦耳热；终端速度由 $F=F_A$ 决定

解题过程：

$$\mathcal{E}=BLv,\qquad I=\frac{\mathcal{E}}{R}=\frac{BLv}{R}.$$

安培力大小

$$F_A=BIL=\frac{B^2L^2v}{R}.$$

最终匀速时

$$F=F_A,$$

所以

$$v=\frac{FR}{B^2L^2}.$$

能量上，外力做功的功率为

$$P_{外}=Fv,$$

在回路中只有电阻发热、忽略机械摩擦和辐射等损耗的理想模型中，最终匀速时动能不再变化，外力输入功率转化为电路焦耳热：

$$P_R=I^2R.$$

例题：电磁感应综合：恒力拉导体棒（续）

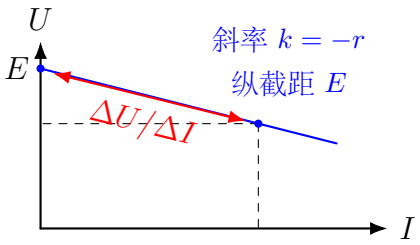
方法总结：电磁感应综合题先画反馈链：运动产生电，电流产生力，力再限制运动。这里的“终端速度”是受力逐渐趋于平衡时的极限速度，并不表示棒在此前始终做匀加速运动。

例题：实验综合：由图像求电源内阻

题意分析：测电源电动势和内阻实验中，作出 U-I 图像，纵截距为 1.50 V，图线斜率为 -0.80 V/A。求电动势和内阻，并说明为什么斜率取绝对值。

物理模型：闭合电路欧姆定律

$$U = E - Ir.$$



解题过程：与一次函数 $y = b + kx$ 对比：

$$U = E - rI.$$

纵截距就是

$$E = 1.50\ \text{V}.$$

斜率为 $-r$，所以

$$r = 0.80\ \Omega.$$

方法总结：图像题先读截距、斜率和单位；U-I 图斜率为负，是因为内阻电压降随电流增大。

综合题完成前四问

综合题算完以后不要立刻停笔，至少快速问四个问题：

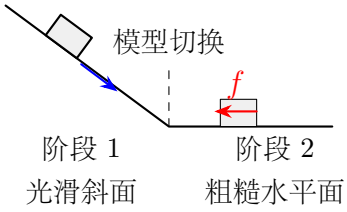
1. **阶段是否完整**：每个条件改变的位置是否都单独处理了？
2. **方程是否有来源**：每个方程旁边能否说出物理规律和适用条件？
3. **结果是否有单位**：速度、力、能量、电流、电阻等单位是否与题目目标量一致？
4. **极限是否合理**：摩擦趋零、磁场变强、电压增大、半径变大时，结果变化是否符合直觉？

综合题完成前四问（续）

这四问不保证答案一定正确，但能及时拦住大量“模型用错、漏阶段、单位错、方向错”的失误。

七、变式训练

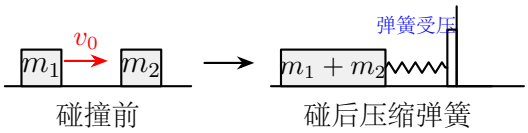
1. 物块从光滑斜面滑下进入粗糙水平面，求停止距离，应如何分阶段？



2. 完全非弹性碰撞后连接弹簧，碰撞和压缩两个阶段分别用什么规律？

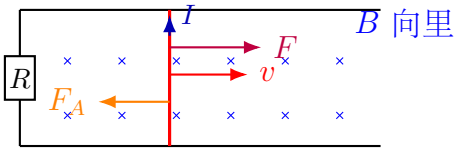
碰撞：动量守恒

压缩：无耗散用机械能，有耗散用功能关系



3. 带电粒子在匀强磁场中做圆周运动，若速度变为原来 2 倍，半径怎样变化？

4. 导体棒在磁场中最终匀速，安培力与外力关系如何？



外力做功 $\rightarrow$ 电能 $\rightarrow$ 焦耳热；终端速度由 $F = F_A$ 决定

5. 对任意一个综合题，写出“选对象、分过程、列方程”的三句话。

变式训练参考结果

1. 按接触面分为两段：光滑斜面段可用机械能守恒求进入水平面时的速度；粗糙水平面段用动能定理或匀减速运动求停止距离。
2. 碰撞时间很短且碰撞方向上的外力冲量可忽略时，先用动量守恒求共同速度；随后压缩弹簧，若无摩擦用机械能守恒，有摩擦则用功能关系。
3. 由 $r = mv/(|q|B)$，在 m、$|q|$、B 不变时，速度变为原来的 2 倍，半径也变为原

变式训练参考结果（续）

来的 2 倍。

4. 最终匀速时合力为零，安培力与外力等大反向；若忽略其他耗散，外力做功转化为回路中的焦耳热。
5. 示例表述：下滑阶段选“物块与地球系统”，碰撞阶段选“两物体系统”，压缩阶段选“两物体与弹簧系统”（涉及重力势能时再含地球）；按“下滑、碰撞、压缩弹簧”分过程，分别列机械能守恒、动量守恒和功能关系。

八、综合能力拓展

拓展提升

后续学习路线

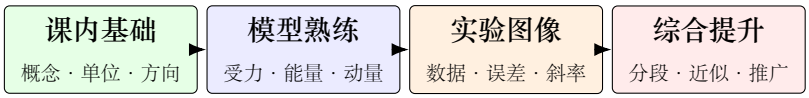


图 307：一个月入门后的学习路线：基础、模型、实验、综合逐步推进

课内同步路线：

1. 每学一节，先写概念定义和适用条件。
2. 每整理一道错题，标注错因：概念、受力、公式、计算、审题还是表达。
3. 每周复盘一次模型，而不是只复盘题号。

竞赛入门路线：

1. 力学：加强矢量、微元、能量、动量和圆周运动。
2. 电磁学：加强场的叠加、电势、带电粒子运动和电磁感应综合。
3. 数学工具：熟悉函数图像、三角关系、近似思想和入门微积分语言。

最重要的习惯：每一个公式都要能回答三件事：从哪里来、适用于什么条件、结果变大变小是否合理。

竞赛与综合提升：复盘系统

一个月学习结束后，最容易出现的问题是“课堂上理解了，但隔一段时间后模型又混在一起”。解决办法不是只靠增加题量，而是建立复盘系统。

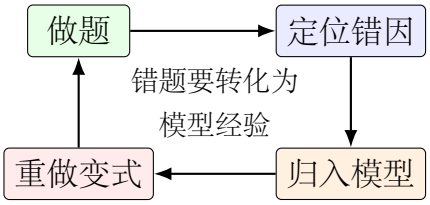


图 308：复盘循环：把错题转化为模型经验

1. 错题分类表

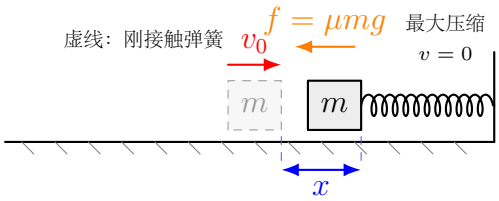
错因类型	典型表现	处理方式
概念错误	把热量当状态量、把电势和电势能混淆	回到定义和适用条件
模型错误	碰撞中误用机械能守恒	写出模型条件卡
受力错误	漏摩擦、支持力方向错	重画受力图
方向错误	矢量正负号混乱	先规定正方向
计算错误	单位、指数、根号错误	单独做计算复查
表达错误	过程写不清、结论无单位	按规范步骤重写

2. 七天复盘安排

1. 第 1 天：复盘运动学、图像和矢量。
2. 第 2 天：复盘受力分析、摩擦和牛顿定律。
3. 第 3 天：复盘能量、动量、圆周运动。
4. 第 4 天：复盘电场、电势、电路。
5. 第 5 天：复盘磁场、电磁感应和交流电。
6. 第 6 天：复盘光学、热学、近代物理。
7. 第 7 天：做一套综合题，只按错因分类，不按分数评价。

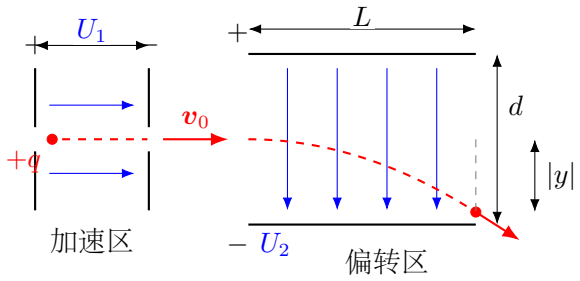
3. 综合训练题组

1. **力学综合**：斜面、粗糙水平面、弹簧组合，要求写出每一阶段能量方程。

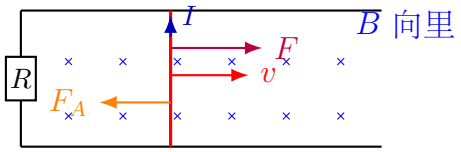


2. **动量综合**：碰撞后进入圆轨道，要求区分碰撞阶段和圆周阶段。

3. **电场综合**：带电粒子先加速后偏转，要求画出速度分解图。



4. **电磁感应综合**：导体棒在磁场中运动，要求从 v 推到 $\mathcal{E}, I, F_A$。



外力做功 $\rightarrow$ 电能 $\rightarrow$ 焦耳热；终端速度由 $F = F_A$ 决定

5. **实验综合**：给出一组数据，要求作图、求斜率、解释误差；也可以给出光电门或油膜法情境，要求说明直接测量量和间接量。

6. **光学综合**：给出三棱镜和白光，要求画出红光、紫光的偏折位置；再给出双缝、屏与波长数据，判断相邻亮纹间距及改变波长或缝屏距离后的变化。

7. **热学综合**：给出一段 p-V 过程，要求判断气体做功正负、内能变化和吸放热。

8. **近代物理综合**：给出光电效应或能级跃迁数据，要求区分频率、光强、截止电压和能级差的作用。

9. **科学发展综合**：选择一种能源技术（如光伏发电、核电、火力发电或风力发电），用“能量来源、转换、传输、储存、利用、损耗”六个词写出分析链条。

10. **数量级估算**：估算一个家庭一天的照明用电量，写出所选取的主要物理量和近似值。

最后提醒：学完一本讲义不是终点。后续进步来自持续复述题目、说明每一步的物理理由，并用新题检验模型是否真正会用。

九、易错点

易错清单

1. **不画图**：开始列式前先补一张最小图：物体、轨道、场区、电路或状态至少画出一个；方向和阶段要在图上标清。
2. **全过程只用一个规律**：先把全过程切成若干阶段。每到转折点，都重新判断受力、守恒条件和约束关系。
3. **方程没有物理解释**：只列公式不说明来源，容易漏项或错项；每个方程旁写规律名称和适用阶段。
4. **忽略临界词**："刚好""最大""最小""恰不离开"通常对应临界条件；把临界状态单独画出并写出等号条件。
5. **答案不检验**：结尾至少做一项复核：量纲是否正确，方向是否符合图示，极限情况是否合理。

十、今日小结

1. 综合题要按画图、选对象、分过程、列方程、复核结果推进。
2. 复杂题常常是多个基本模型的组合；每段只用该段条件允许的规律，并用中间量把相邻阶段接起来。
3. 机械能、动量、电磁、光学、热学和近代物理都要检查适用条件，尤其要看守恒条件、理想模型条件和忽略项是否成立。
4. 能源技术题也要建模：先列能量链，再看守恒、效率、损耗和安全边界。
5. 数量级估算能帮助判断真实问题中的答案是否合理。
6. 方程必须服务于物理过程，不能只堆符号。
7. 后续学习要从知识点记忆转向模型复盘和错因复盘：每道错题至少归因到对象选错、阶段分错、条件漏查、图像误读或计算失误中的一类，并写出下次做题前要检查的一个动作。

一分钟复盘：回看全书目录，给每一大块画一个四列表：研究对象、典型图、优先规律、检查方式。每一行至少写出一个代表题型；若某块说不出典型图和典型模型，就把它列入下一轮复习，并写明下一次先补图像、公式条件还是典型例题。