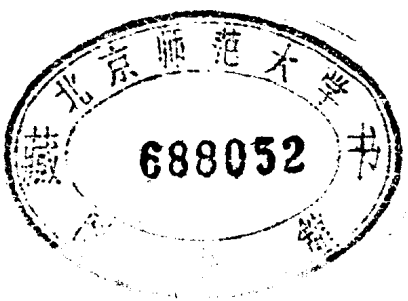
狭义相对论

美国麻州理工学院物理学导论丛书

(美)A.P. 弗伦奇著

张大卫　译

791/116/29



人民教育出版社

1979

内 容 提 要

本书是物理学的一套国际著名的改革教材——美国麻州理工学院物理学导论丛书的第二卷。该丛书共分六卷：1. 牛顿力学 2. 狭义相对论，3. 振动和波，4. 经典电磁学，5. 电磁波和光学，6. 量子物理导论，皆由弗伦奇教授执笔编写。该丛书强调在基础物理教材中反映二十世纪物理学的成就，突出科学思想及其发展和研究方法，注重启发式教学。

本书共分八章：1. 对牛顿力学的偏离，2. 光传播问题上的困惑，3. 爱因斯坦与洛伦兹-爱因斯坦变换，4. 相对论与长度和时间间隔的测量，5. 相对论性运动学，6. 相对论性动力学——碰撞与守恒定律，7. 再论相对论性动力学，8. 相对论与电学。内容取材新颖，反映科学技术新成就。叙述深入浅出，生动有趣。程度适合初学物理学的大学生水平。各章均有习题，书后并附习题答案，便于自学。

本书可作为大学理工科师生普通物理教学用的参考书，也可供广大中学物理教师和有关科技人员进修提高使用。

A. P. French
SPECIAL RELATIVITY
THE M. I. T. INTRODUCTORY PHYSICS SERIES
Copyright 1968, 1966 by the Massachusetts Institute of Technolo
W. W. Norton & Company · Inc · NewYork

狭 义 相 对 论

(美)A. P. 弗伦奇著　张大卫译

*

人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装
开本 850×1168 1/32　印张 10.375　字数 248,000
1979 年 6 月第 1 版　1980 年 1 月第 1 次印刷
印数 00.001—19,000 册
书号 13012·0226　定价 0.91 元

序

麻州理工学院的教育研究中心(其前身是科学教学中心)的工作主要是针对在校大专本科学生的水平而致力于研究课程的改进,讲授方法和辅助手段,以及学习过程本身。该中心是麻州理工学院于1960年建立的,主任是已故的弗里德曼(Francis L. Friedman)教授。自1961年以来,国家科学基金会(National Science Foundation)一直是该中心的主要资助者;此外,该中心亦曾从凯特林基金会(Kettering Foundation)、壳牌石油公司基金会(Shell Companies Foundation)、维多利亚基金会(Victoria Foundation)、格兰特基金会(W. T. Grant Foundation)及宾基金会(Bing Foundation)得到慷慨的捐赠。

《麻州理工学院物理学导论丛书》(The M. I. T. Introductory Physics Series)是该中心研究工作的直接产物,拟编成一套篇幅不大的书,集合在一起,包罗基础物理学的各主要领域。该丛书力图强调在物理学理论的产生过程中实验和直觉之间的相互作用。这套丛书的各卷是想为入门课程(从着重经典物理的那些课程到包含相当份量原子物理和量子物理的那些课程)提供种种可能的基础。我们希望各卷在内容的深浅程度上和写作风格上取得一致,但并不拟使它们成为一个联系过于紧密的整体;相反,我们有意使每卷都各自具有相当大的独立性,从而每一卷均可作为各种不同课程结构的一个单独的部分来使用。

本卷是为对牛顿力学具有适度背景知识、对光学和电学的基本原理有一定了解的学生而编写的一本狭义相对论导论。讲述方法(对此特定水平)是传统的,因为它并不过份地倚托于电磁理论,

而是着重讲运动学和动力学问题。不过，最后一章还是讨论了相对论所能提供的有关电学和磁学之间关系的一些见解。本书的主要材料曾作为普通物理学课程的一部分对麻州理工学院的一、二年级学生成功地使用过；然而，就本书的深度和广度而论，亦可作为一本自成体系的相对论导论供程度更高的学生使用。

同此丛书的其他各卷一样，本书得力于学生和教师的思想、批评和建议的地方颇多。在教师当中，华盛顿大学的弗里德兰德尔(M. W. Friedlander)教授、圣地亚哥州立大学的梅茨内尔(A. W. K. Metzner)教授及麻州理工学院的外斯(Rainer Weiss)教授的仔细评论尤其使著者获益匪浅。

在此，我谨向塔夫茨大学的忒斯曼 (Jack R. Tessman) 教授表示特殊的感激之情，他不仅曾投身于这套物理学导论丛书的开创工作，而且对本书的贡献特别重要。此外，他还同著者一起于1963～1964 年间用本书的初稿在麻州理工学院进行了试教。再者，后来的写作和重写，著者也都同他作过仔细的讨论，而且采纳了他提出的许多修改意见。尤其要指出的是，论及相对论与电学的最后一章，主要是根据忒斯曼教授的精辟透彻的分析编写而成；关于这些分析，读者请参阅 *Am. J. Phys*, **34**, 1048-1055(1966)和 *Am. J. Phys*, **35**, 523-527(1967)，其中对电磁学的包括加速场在内的主要结果都作了推导。

著者对在本卷准备工作中给予宝贵协助的史密斯(M. K. Smith)教授和罗斯(James A. Ross)博士亦致以谢忱。

弗伦奇(A. P. French)

麻州坎布里奇
1968 年 2 月

目　录

序……V

第一章　对牛顿动力学的偏离……1

§1-1　牛顿……3

§1-2　“极限速率”……5

§1-3　光子……10

§1-4　光子的能量-动量关系……12

§1-5　物质与辐射：能量的惯性……15

§1-6　能量、动量及质量……20

§1-7　新动力学是否正确？……24

§1-8　在恒力下的运动……27

§1-9　“拆开的爱因斯坦箱子”……28

§1-10　若干评注……30

习题……31

第二章　光传播问题上的困惑……37

§2-1　光的本性……38

§2-2　光以太……39

§2-3　恒星的光行差……41

§2-4　经过改进的光行差实验……45

§2-5　斐索对曳引系数的测定……47

§2-6　迈克耳孙-莫雷实验的序曲……50

§2-7　迈克耳孙-莫雷实验……52

§2-8　结语……59

习题……61

第三章　爱因斯坦与洛伦兹-爱因斯坦变换……64

§3-1　引言：收缩假设……64

§3-2　爱因斯坦对相对论的再次阐释……66

§3-3　伽利略和牛顿的相对论……68

§3-4 牛顿定律的变换……70
§3-5 爱因斯坦与 c 的普适性……72
§3-6 第二公设与观测证据……74
§3-7 同时性的相对性……77
§3-8 洛伦兹-爱因斯坦变换……78
§3-9 再谈洛伦兹变换……84
§3-10 闵可夫斯基图：空-时……85
§3-11 空-时不变量……87
习题……89
第四章 相对论与长度和时间间隔的测量……92
§4-1 观测者……93
§4-2 点事件及其变换……95
§4-3 时间的测量……98
§4-4 洛伦兹收缩……100
§4-5 时间膨胀……105
§4-6 利用宇宙线介子观测时间膨胀……106
§4-7 时间膨胀实验的另一解释……109
§4-8 再谈时间和长度的测量……111
§4-9 利用光激射器进行的迈克耳孙-莫雷实验……115
§4-10 相对论是真正相对的……117
§4-11 空-时间隔与因果性……122
习题……125
第五章 相对论性运动学……130
§5-1 速度的变换……130
§5-2 来自快速运动源的辐射……133
§5-3 运动介质中的光：曳引系数……137
§5-4 横向运动；恒星的光行差……138
§5-5 多普勒效应……140
§5-6 再论多普勒效应……149
§5-7 多普勒效应与时间膨胀……152
§5-8 对以太的新探寻……156
§5-9 观看运动的时钟及其他物体……159

§5-10 加速运动……163
§5-11 孪生子佯谬……165
习题……170
第六章 相对论性动力学——碰撞与守恒定律……177
§6-1 对弹性碰撞的两种看法……179
§6-2 对非弹性碰撞的两种看法……183
§6-3 对守恒定律的进一步说明……187
§6-4 光子的吸收和发射……188
§6-5 穆斯堡尔效应……192
§6-6 光子火箭……195
§6-7 粒子的产生……196
§6-8 散射……205
§6-9 再论多普勒效应……212
习题……215
第七章 再谈相对论性动力学……220
§7-1 能量-动量不变量及其应用……220
§7-2 能量和动量的洛伦兹变换……223
§7-3 四维矢量……228
§7-4 相对论性力学中的力……230
§7-5 相对论性粒子的磁力分析……236
§7-6 力的一般变换；作用与反作用……238
习题……243
第八章 相对论与电学……246
§8-1 库仑定律……248
§8-2 作用在运动电荷上的磁力……250
§8-3 引进相对论性处理……252
§8-4 库仑定律的变换……253
§8-5 作用在静止检验电荷上的力……255
§8-6 作用在运动检验电荷上的力……263
§8-7 线电荷分布产生的场……269
§8-8 磁场与相对论……274
§8-9 载流导线作用在运动电荷上的磁力……276

§ 8-10 再论磁力与洛伦兹收缩……281
§ 8-11 两根载流导线间的力……284
§ 8-12 电磁测量的单位和单位制……286
习题……289
结束语……292
参考书目提要……296
习题答案……300
索引(英汉对照)……305
译后记……307

在实验哲学中，我们应该把从现象经归纳而推得的命题视为精确真实或近于真实的……直至发现其他现象，使之更为精确或容有例外之前，都应如此视之。

牛顿，《原理》(1686 年)

相对论的兴起是由于实际需要，是由于旧理论中的严重和深刻的矛盾已经无法避免了。新理论的力量在于：仅用几个非常令人信服的假定就一致而简单地解决了所有这些困难……旧力学只对低的速度成立，从而成为新力学的极限情形。

爱因斯坦和英费尔德，
《物理学的进化》(1938 年)

第一章　对牛顿动力学的偏离

当你看见或听到“相对论(*relativity*)”这个词时，你首先想到的是什么呢？很可能，你想到了爱因斯坦 (Albert Einstein)的名字，或者方程 $E=mc^2$，你头脑中也许还会出现这样的景象：一位宇宙旅行者在太空遨游了多年之后返回地球时，他依然是很年青的。爱因斯坦称之为狭义相对论(*special theory* of relativity)的东西对人们的思想曾产生了巨大的冲击，这种说法是毫不过分的，直到这一理论发表了六十余年后的今天，它的影响仍然在起作用。爱因斯坦等人在 1900 年前后建立的这一理论已被正当地看作是我们在描述和阐释物理世界的漫长道路上曾经迈出过的最大的一步。不过，相对论的基本思想却象伽利略和牛顿的力学一样古老。粗略地讲，这一思想断言，物理定律在各种不同的参照系中都是相同的。那么，爱因斯坦究竟做了什么致使他的名字几乎成了

本书标题的同义语呢？答案是：他曾带领我们把相对论的概念应用于全部物理经验，而不仅仅应用于有限范围的现象。特别是，他断言，涉及高速运动——确切地说，以光速的数量级进行的运动——的过程毋需置于分开的范畴。可是，他所提出的统一观点导致了若干惊人的推论。有些推论似乎违背了我们的直觉和常识，诸如惯量随速度增加或孪生子佯谬这些不见于经典理论的现象。正是这类现象使得相对论的爱因斯坦表述如此地引人注目，以致给与它也许在整个物理学史上都是无与伦比的魅力和公众爱好。

我们已经说过，相对论的观念早在爱因斯坦之前就已存在，并体现在牛顿力学之中。但是，在牛顿之后约 200 年，人们才认识到：倘若坚持牛顿力学的全部基本特征，某些观测到的效应（多数是颇为细小和微妙的效应）就简直不能予以解释。在历史上，要求对基本观念进行修正的这些困难事实首先出现在电磁现象中，特别是光的传播方面。然而，很快就明白了（主要是通过爱因斯坦的工作），受到影响的不只是名为电动力学的这个特殊领域，而是整个动力学。

从最小量的事实资料推得最深刻最深远的一类结论是爱因斯坦的特点，也是他伟大的征象。当然，一些较渺小的人也曾屡次试图做出同样的事情，但是与当世爱因斯坦这样的人不同，他们的“宏伟结论”或“推广”通常是错误的。究其实质，爱因斯坦在建立狭义相对论时只使用了一条前提假设，即无论怎样观测，光在真空中由一点到另一点的传播时间总是等于这两点的相对距离除以普适速度 c，同观察者的实验室相对于空间可显有的速度毫不相关。从这一结果出发来展开相对论并不困难（爱因斯坦已证明这个途径是可行的），而且在逻辑上也是清晰和令人信服的。关于这种做法，我们将在适当的时候予以介绍。在此我们仅想指出：这种做法先是由光学入手，尔后对运动学进行修正，最后示明应当如何来改

写粒子的动力学。可是在今天，我们已经能够求助于同以极高速运动的粒子动力学有关的大量直接证据。这些证据从一开始就使我们明白，对于电子之类我们所熟悉的粒子，要想得到在一切速度下均可接受的动力学描述，就必须对牛顿的方案加以修正。在这开篇第一章，我们将尽快地讲述这一修正动力学的部分内容。从某种意义上说，这种讲法只是一次尝试，肯定是不够严密的。但是，看到若干关键性的结果至少可以不依赖于相对论的大部分形式体系而提出，可能会获得一些既有趣味又有价值的东西。

然而，我们的第一项任务还是回顾我们将要修改的东西，因为，不做到这一点，我们就无法对旧动力学和新动力学之间的关系即二者的异同进行充分的评价和理解。

§1-1 牛　顿

牛顿力学研究粒子在力作用下的运动。一个粒子可被视为一个质点，它的运动是由该质点在空间中的位置作为时间的函数来描述的。假定空间和时间这两个独立的概念已很熟悉，尽管难以给它们下一个适当的定义。牛顿虽然相信有绝对空间，但他也认识到人们无法描绘出物体在绝对空间运动的路径。于是，我们只好相对于别的物体来确定一物体的位置。“因此，”牛顿在《原理》一书中写道，“我们使用相对的而非绝对的位置和运动。”[1)]

但是，尽管位置和速度是相对的，我们还是遇到了显然是绝对的或基本的量即加速度。牛顿动力学抓住了加速度 $\boldsymbol{a}$，并且把它同粒子所在环境施加的力 $\boldsymbol{F}$ 联系起来。这是极富有成果的一个步

---

1) 见 Sir I. Newton, *Mathematical Principles of Natural Philosophy and His System of the World(Principia)*, translated by A. Motte, revised by F. Cajori, Univ. California Press, Berkeley, 1962. (中译本：牛顿，《自然哲学之数学原理》，1957 年商务版，第 12—13 页，此处译文略有改动。)

骤，因为人们发现，粒子有一个恒定不变的属性——它的惯性质量 m——可以通过公式 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 把粒子的加速度和力联系起来。如果 $\boldsymbol{F}$ 的量值可由一个明显的力的定律给出，如在万有引力的情形，那么经典力学就取得了物理理论的地位，从而牛顿定律也不再仅仅是以 m 和 $\boldsymbol{a}$ 表示的 $\boldsymbol{F}$ 的一个定义了。[1)]

即便力的定律没有明显地给出或已知，我们仍有一个牛顿力学的关键陈述——线动量守恒。把惯性质量看作物体的一个恒定不变的属性，人们就能够验证(而这是力学的实验基石之一)：只要外力的影响可忽略不计，两个或多个相互作用着的物体的动量 $m\boldsymbol{v}$ 之和为一常量。若为方便起见，用单一矢量 $\boldsymbol{p}$ 来表示动量，则我们知道，在经典力学中对于一给定粒子比值 p/v 代表单一的不变量。

最后，当我们越过了牛顿方案的严格界限时，还得到了能量守恒原理。如果给出任何特定的力的定律，则我们会发现，力对任一粒子所做的功反映在相应的动能的改变上：

$$\int_1^2 \boldsymbol{F}\cdot d\boldsymbol{r}=\frac{1}{2}m(v_2^2-v_1^2) \qquad (1\text{-}1)$$

再者，以这种方式赋予粒子的能量可以转化为其他形式的能量，例如，使粒子在介质中静止下来，就会释放出热能(即热)。我们对能量守恒是如此坚信不移(因为存在大量的内在一致的证据)，以致我们会毫不踌躇地认为，在上述例子中加热的量度就相当于碰撞前粒子动能的量度；不过当然，我们要有理由忽略因辐射、声、机械变形等等而显著丧失能量的可能性。

可见，空间与时间，力、加速度及惯性质量，动量与能量这些概

1) 见 A. Einstein, "Physics and Reality," *J. Franklin Inst.*, **221**, 249—382(1936); reprinted in Einstein's *Ideas and Opinions*, Crown, New York, 1954. (中译文：爱因斯坦，"物理学和实在"，《爱因斯坦文集》第一卷，1976年商务版，第 351—352 页。)另见 N. Austern, *Am. J. Phys.*, **29**, 617(1961).

念构成了经典力学的基础。现在让我们看看这个结构经历了大约200年表观上无瑕疵的存在之后所已经出现的一些裂隙吧。其中多数(但不是全部)都同具有极高速率的粒子的运动有关。

§1-2 "极限速率"

按照牛顿力学的方程，可以给予一客体的速度在原则上没有上限。例如，设想一个量值等于地球表面重力的恒力持续地作用在一个物体上。物体的加速度将永远等于 9.8 米/秒^2。如果物体从静止开始加速，那么在一年以后它的速率约为 3×10^8 米/秒(亦即等于光在真空中的速率)，两年以后的速率约为 6×10^8 米/秒，等等。(请读者用一点时间亲自验证这些数字。)如果客体很小，那么人们可以很容易想象一个比 mg 大许多倍的力会更迅速地——也许只须几分钟甚或几秒钟的时间——使客体的速度作这样的增加。即便作用力不是恒定的，我们也能算出为使一个质量为 m 的物体以任一特定速率 v 运动所需要做的功，这个功等于物体获得的动能 K，而 $v=(2K/m)^{1/2}$。但是，当人们试图使粒子的速率增加到上述那么大的数值时，却观察到对牛顿力学的预言的巨大偏离。我们将把这一现象看作是经典力学并非对所有动力学情势都适用的第一个明显的例证。

由于电子的质量与其电荷相比非常之小，所以它很容易被加速到很高的速率，比我们日常见到的速率要高出许多个数量级。因此，例如，在真空管的两个电极之间只需加上 100 伏的电压，从阴极飞出的电子(若是从静止出发的话)就能以大约 6,000 千米/秒的速度到达阳极(如果两个电极相距几毫米，则加速度约为 $10^{15}g$)。甚至在这些条件下，牛顿力学仍能对情势应裕自如。但是，如果引起电子加速的电压不是数百伏而是数百万伏，那么修正动力学的必要性就变得显眼地明显了。这种情况可以用已摄成影片的一

项实验来加以说明。该实验探究了动能直到15兆电子伏的电子的速率和动能间的关系。[1)]

实验装置的示意图如图1-1所示。这个实验旨在直接测定电子行经直线加速器（简称 *linac*）的飞行时间。通过作为直线加速器的注射器（injector）的范德格喇夫起电机（Van de Graaff generator）的纯静电作用，电子可以获得直至1.5兆电子伏的能量；然后它们进入加速器的真正加速部分即漂移管系列（series of

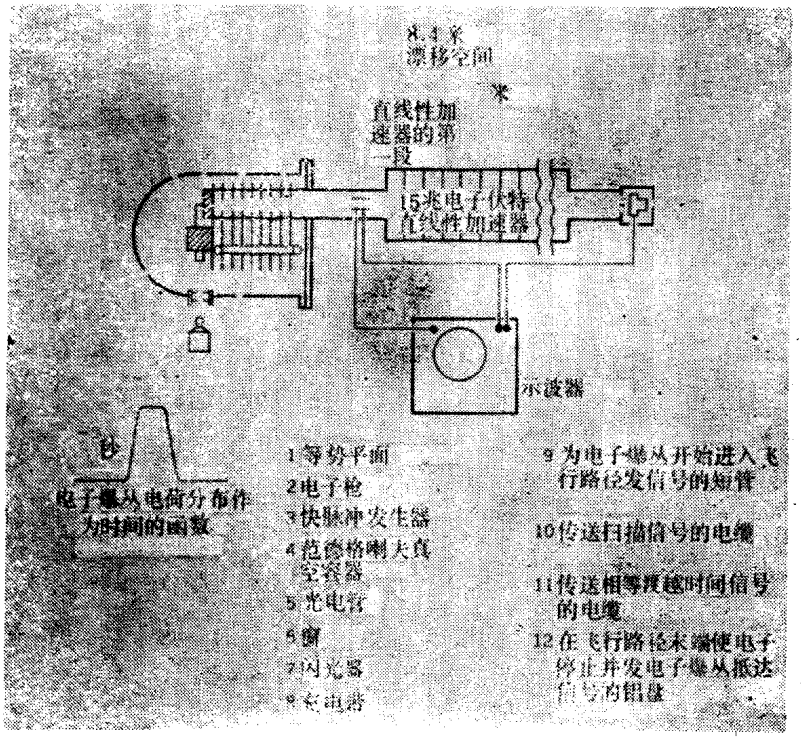


图1-1. 测量高能电子飞行时间的装置的示意图
（据 W. Bertozzi 的“极限速度”实验）。

1) Film, *The Ultimate Speed*, by W. Bertozzi, Education Development Center, Newton, Mass., 1962. 关于完整的描述，见 W. Bertozzi, *Am. J. Phys.*, **32**, 551—555(1964).

drift tubes)，并在飞行路径 AB 上计时。运用直线加速器的射频系统，电子能够获得直至 15 兆电子伏的较高能量。影片的主要部分描述了利用这个装置所进行的一次观测；由于仅开动了直线加速器的第一段（紧靠 A 点后的那一段），电子只获得 4.5 兆电子伏的能量。然而，即使是在这后一情形，电子通过整个距离 AB 时的速率也几乎是恒定不变的，稍后我们即将看出这一点。

电子是从安装在范德格喇夫加速器的负高压端的电子枪系统以间隔约为 3×10^{-9} 秒的短爆丛(short bursts) 的形式释放出来的。位于 A 和 B 的两个绝缘电极在爆丛通过时拾取电信号。这些脉冲由做成等长的电缆送到阴极射线示波器。因此，该两电信号从两电极到达示波器所用的时间是相等的，于是，出现在示波器(图 1-2)上的两个脉冲为测量电子爆丛从 A 到 B 所用的时间提供了真实的量度。例如，在图 1-2 中，这个时间(t)约为 3.3×10^{-8} 秒(水平标度的每一大格约等于 10^{-8} 秒)。经测量，在 A 和 B 之间的飞行路程(l)为 8.4 米。于是，根据速度 v 的基本定义，我们有

$$v=\frac{l}{t}\approx\frac{8.4}{3.3\times10^{-8}}\approx2.5\times10^{8}\text{ 米/秒}$$

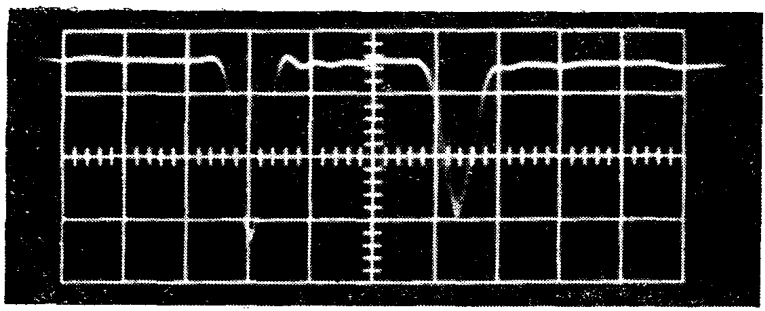


图 1-2. 示波器的扫迹。扫迹上的两个脉冲是由电子爆丛通过一段 8.4 米长的飞行路径的起点和终点时引起的。(据影片“极限速率”复制。)

这个测量是对于由范德格喇夫机经 0.5 兆伏 (500,000 伏) 加速的

电子进行的。

在表 1-1 中，我们摘要列出了整个实验的结果。对这些结果最粗略的考察表明，它们根本不是假定牛顿力学适用所应出现的那种情况。首先，动能增大到 30 倍应当意味着速度增大到 5.5 倍（因为按照经典力学，$v \sim K^{1/2}$）。但是，实际上速率只增加了 15%。在 1.5 兆电子伏和 4.5 兆电子伏之间的速度 v 的增加在实验精度内刚刚能够探测到。因此，人们会问道：电子是否真的获得了由公式 $K=qV$ 给出的能量？该公式在 V（加速电压）仅为 100 伏的数量级时成功地描述了所获得的动能；式中 K 和 q 分别为电子的动能和电荷。影片通过对位于 B 点的电子的能量的直接量热学测量回答了这个问题。毫无疑问，电子确实具有数值为 qV 的能量。

表 1-1：

动能 K，兆电子伏	飞行时间 t，$\times 10^{-8}$ 秒	电子速度 v，$\times 10^{8}$ 米/秒	v^2，$\times 10^{16}$ 米^2/秒^2
0.5	3.23	2.60	6.8
1.0	3.08	2.73	7.5
1.5	2.92	2.88	8.3
4.5	2.84	2.96	8.8
15	2.80	3.00	9.0

在图 1-3 中，我们绘出实验结果同经典力学预期结果的比较。这是一幅 v^2 对 K 的关系图。按照经典力学，我们应当有

$$v^2=\frac{2K}{m} \tag{1-2a}$$

代入电子的质量数值，得

$$v^2(\text{米}^2/\text{秒}^2)=3.5\times 10^{17}K(\text{兆电子伏}) \tag{1-2b}$$

我们知道，这个公式在电子能量约为 1 千电子伏或更少些时具有很高的精度；但是我们看到，即使是对于直线性加速器实验的最低能量（0.5 兆电子伏），方程(1-2)所预言的 v^2 的数值也是偏高的，

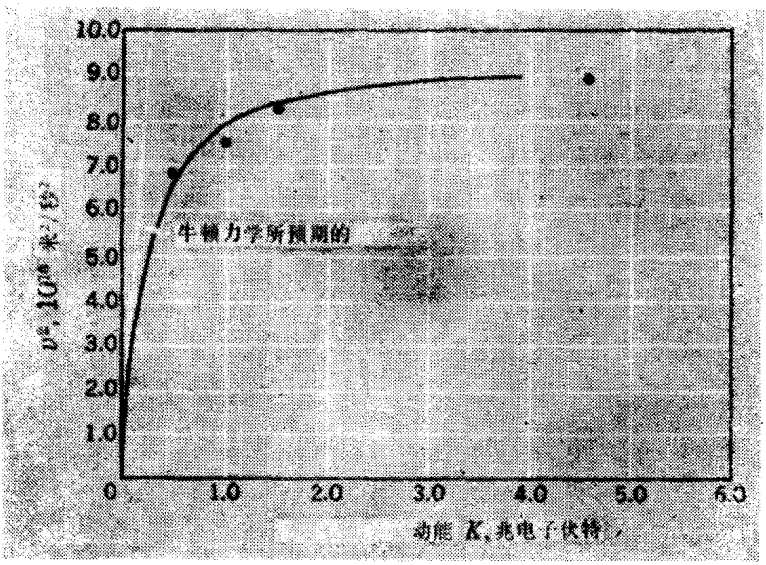


图 1-3. “极限速率”实验的结果表明，v^2 作为电子动能的函数，速度 v 渐近地趋向 $v=c$。

大约高两倍左右。对于更高的能量，偏差要变得更厉害。v^2 的数值并不同 K 成比例地增加，而是显示出渐近地趋向某一极限的全部征兆，特别是在图 1-3 中未绘出的 1.5 兆电子伏处的测量表现得更为明显。对应于这一极限的 v 的数值是 3.0×10^8 米/秒。这些结果同下面的断言（引影片“极限速率”解说词中的最后一句话。）相吻合：“对于任何物体，存在一个速率极限，这个极限就是光速。”

上述结果确实非常令人惊异。既然人们能够给予一个粒子随意多的能量，为什么就不能给予它任意高的速度呢？为了从另一个角度来估量这一结果是何等惊人，我们假定电子在一根长长的真空管中被不断地加速，它的能量最后达到若干兆电子伏。在能量达到 0.5 兆电子伏的第一阶段加速之后，电子的速率大约为 2.6×10^8 米/秒（参阅表 1-1），亦即约为光速的 85%。现在，设想

我们处于一个以这样大的速率沿相同的方向运动的参照系中。在这一参照系中，经过第一阶段加速的电子表现为静止的。承认可以使电子继续加速，那么便容易想见，被加速的电子会不断地获得能量和速率，直到它们相对于新参照系具有相当于 0.5 兆电子伏动能和 2.6×10^8 米/秒的速率。但是，这难道不应意味着，如果我们在实验室中进行观察时，电子在本阶段具有 5.2×10^8 米/秒即约为光速 c 的 1.7 倍的速率？这一情况是我们习见的速度相加规则所提示的，但是，正如极限速率实验表明的那样，其实并不会发生。完全在实验室系(laboratory frame)中进行的测量表明，电子的这一行为要求对速度合成规则，亦即用以从不同参照系的立场观点来描写给定运动的那些规则，作出根本的修改。我们必须创立一种可处理这种情况的新动力学。也许，你希望立即研究这个问题。如果真是这样，你现在就去阅读第二章吧。然而，在本章的其余各节，我们将进一步考察极限速率提出的某些动力学问题。具体地说，鉴于电子的极限速率等于光的速率，我们应对可称之为光粒子的实体即光子的动力学作一番切近的考察。

§1-3 光　子

长期以来，光速 c 一向被视为自然界的基本常数之一。但是，在我们获得了辐射的光子图象之后，它又唤起了新的兴趣。这些光子，亦即由辐射频率 ν 所表征的粒子，果真全都具有相同的速率 c 么？须知，它们的能量 $h\nu$ 是可以在非常宽广的范围内变化的。就我们已经做过的所有实验而言，答案是肯定的。表 1-2 列出了某些结果，其中光子能量上的总跨展几近 10^{15} 倍。[1] 可以看出，对

1) 关于参考文献以及实验的出色说明，请参阅 J. F. Malligan and D. F. McDonald, *Am. J. Phys.*, 25, 180(1957); J. H. Sanders, *The Fundamental Atomic Constants*, Oxford Univ. Press, New York, 1961; 及 J. H. Sanders, *The velocity of light*, Pergamon Press, Oxford, 1965.

于能量不同的光子，测量结果的精度有很大差异。可见光和波长约为1厘米的微波的测量结果最为精确。它们的光子能量虽然相差10^4倍，但速率在10^6分之一的精度内是相同的。[1] 现在我们来看表1-2中的第一行和最后一行。第一行是传播电视的光子，能量约为10^{-7}电子伏；最后一行是γ射线，能量约为100兆电子伏。尽管二者的能量相差10^{15}倍，但它们的速率在1%的精度内是相同的。这显然是一个至为重要的结果，而与象电子这样的粒子的情形显著不同；后者的速率随能量有规律地增加。然而，我们可以指出，极限速率实验的结果使得这种差异不致太突兀，因为该实验表明(大量的其他实验也证实了这一点)：动能为数兆电子伏的电子的速率同光速之差不超过1%，而且，能量的增加，即使是增加许多个数量级，至多也只能使这一微小差值有所缩小而已。

表1-2：光子的速率

频率，秒$^{-1}$	光子能量，电子伏	波长，米	速率(及误差)，$\times 10^8$米/秒
4.7×10^{7}	1.9×10^{-7}	6.4	2.9978 ±0.0003
1.7×10^{8}	7.0×10^{-7}	1.8	2.99795 ±0.00003
3.0×10^{8}	1.2×10^{-6}	1.0	2.99792 ±0.00002
3.0×10^{9}	1.2×10^{-5}	1.0×10^{-1}	2.99792 ±0.00009
2.4×10^{10}	1.0×10^{-4}	1.2×10^{-2}	2.997928±0.000003
7.2×10^{10}	3.0×10^{-4}	4.2×10^{-3}	2.997925±0.000001
5.4×10^{14}	2.2	5.6×10^{-7}	2.997931±0.000003
1.2×10^{20}	5.1×10^{5}	2.5×10^{-12}	2.983 ±0.015
4.1×10^{21}	1.7×10^{6}	7.3×10^{-15}	2.97 ±0.03

1) 对于波长差别很大的光波，更精确更直接的速率比较已经通过研究发生在若干光年远的恒星上的闪耀（突然爆发）而获得。人们发现，$\lambda=1.2$米的射电波与$\lambda=5.4\times10^{-7}$米的可见光同时到达地球。这一比较的精度(10^7分之几)主要受到对闪耀的机制认识不清的限制。见B. L. Lovell, F. L. Whipple, and L. H Solomon, *Nature*, **202**, 377(1964).

§1-4 光子的能量-动量关系

现在，让我们来讨论光子的一个重要的动力学性质——能量和动量的关系。如果光子具有能量 $E(=h\nu)$，则与之相关联的线动量的量值 p 满足

$$E=cp \tag{1-3}$$

对这一结果的最好的(或肯定是最广泛的)实验支持就某种意义而言是间接的。这个支持得自核物理学和基本粒子物理学所提供的大量数据；在这两门学科中，对单个光子同其他粒子的碰撞的分析是在假定方程(1-3)成立的条件下作出的。[1] 对于能量从兆电子伏到京*电子伏的光子，如果存在任何不一致性，则无疑早就该变得明显。为检验能量-动量关系而精心设计的仅有的一些实验是在研究辐射压现象 (*radiation-pressure phenomenon*) 时用连续光束 (continuous beam of light) 而不是用单个光子 (individual photons) 进行的。这些实验所涉及的入射光子数目浩大(例如，1 瓦特可见光相当于 3×10^{18} 光子/秒的流量)，从而借助稳定的辐射能流的概念即可对这些实验予以恰当的描述和分析，而毋需涉及辐射的光子结构。实际上，方程(1-3)作为自由空间中的辐射的能量和动量的关系的一般陈述，早在量子行为发现之前就已被广泛接受，那是因为该陈述是麦克斯韦电磁理论 (Maxwell's electromagnetic theory) 的一个必然结果，而麦克斯韦电磁理论正是从基本的电磁现象推出正确的光速数值的那个理论。辐射压实验最初被看作是对麦克斯韦理论的一个验证。然

1) 我们将在第六章中考虑这类碰撞。

*) 1 京电子伏 (GeV) = 10^9 电子伏 (eV)。GeV 这个国际所采用(对京电子伏)的缩写取代了 BeV，后者会引起混淆，因为欧洲的 billion 为 10^{12} 而不是(美国的) 10^9。据中国计量科学研究院的意见，凡属国际制的词冠，京应改为吉(Giga 音译吉咖的缩写)。因有争议，本书译文仍用物理名词审定的京。——编者

而，在给定光子图象之后，这些实验也意味着方程(1-3)对于单个光子成立。

所有的辐射压实验基本上是相似的。它们都包括对一已知辐射能流（通过入射功率W来测定）在某一表面施加的力F的测量。实验用的表面是一叶悬系在纤细的扭丝上的薄金属翼片。能流的大小可根据它的热效应来测定。由于反射光对辐射压力有贡献，因此必须计及入射辐射被薄片反射的部分ρ。（对于同一个入射辐射能流，一个完全反射表面所受的压力是一个完全吸收表面的两倍。）

在论及同辐射压有关的实验时几乎总要提到尼科尔斯(Nichols)和赫尔(Hull)的实验。[1] 他们的测量确实做得非常仔细而熟练，他们的结果在优于1%的精度内证实了方程(1-3)。但是，他们的工作是在人们能在实验室中获致高度真空之前做的，所以，他们为了把真实的辐射压从虚假的辐射计效应（*radiometer effect*）分离出来而不得不采取特殊的步骤。所谓辐射计效应是指下述现象：当吸收表面被入射辐射加热时，它会遭受邻近气体的轻微推斥，除非真空极好。或者说真空颇坏时，这个效应就非常显著。它很容易淹没真正的辐射压，而这也正是在市面上杂货店出售的玩具辐射计的驱动力。同根据真正的辐射(压)力所预期的转动方向相比，这类玩具辐射计实际上总是向错误的方向转动（如果你有机会的话，不妨亲自检验一下）。事实上，关于辐射压的真正第一个定量实验确是在相当好的真空条件下[于1901年由俄国学者П·列别捷夫（Лебедев）]完成的，尽管如此，辐射计效应仍很可观。第一个真正干净利落的辐射压测量是盖拉赫（W·Gerlach）和戈尔森（A·Golsen）于1923年在一项不大为人所知的研究中

1) E. Nichols and G. F. Hull, *Phys. Rev.*, **13**, 307—320(1901); **17**, 26—50, 91—104(1903). 以及 G. F. Hull, *Phys. Rev.*, **20**, 292—299(1905).

获得的。[1] 利用优于 10^{-6} 托[2] 的高真空，他们使辐射计效应降低到微不足道的程度。这个实验可以看作是利用业已确定的量对从方程(1-3)推得的如下关系式的一个检验：

$$c=\frac{W(1+\rho)}{F} \tag{1-4}$$

该方程的右端系由在辐射压实验中直接测得的三个量组成。W 显然是辐射能量的抵达率，F 是辐射动量的变化率。然后可以检查，W，ρ 和 F 的这一组合是否真的等于光速。表 1-3 列出按这种方式对戈尔森的数据加以分析的结果。这样，方程(1-3)的正确性便以约 2% 的精度从实验上得到证实。

表 1-3：辐射压实验

叶片材料	反射系数 ρ	入射功率 W，$\times10^{-2}$ 瓦特	测得的力 F，$\times10^{-10}$ 牛顿	$W(1+\rho)/F$，$\times10^{8}$ 米/秒
Pt	0.60	6.07	3.14	3.09
Pt	0.60	2.80	1.44	3.11
Ni	0.43	6.39	3.23	2.83
Al	0.81	6.39	3.91	2.96
Al	0.81	2.78	1.74	2.89
				平均 2.98

我们可以把光子的关系式 $E=cp$ 同牛顿力学中联系粒子的动能、速度和动量的关系式作一比较。在后一情形，我们有 $K=\frac{1}{2}vp$。由于光子的能量全为动能(当我们试图使光子停止在吸收体内时，光子便不复存在)，我们很可能企图赋予光子以关系式 $E=\frac{1}{2}cp$(注意，这是错的！)这种不一致会促使人们问道：当电子的速度从较小的数值(比如说 $<0.1c$) 增加到几乎等于光速 c 时，电子的动能和

1) W. Gerlach and A. Golsen, *Z. Physik.* (*Leipzig*), **15**, 1—7(1923); A. Golsen, *Ann. Phys.*, **78**, 624—642(1924).

2) 1 托(torr) = 0°C 时 1 毫米水银柱的压力。

动量之间的关系将是怎样的呢？答案是：在低能量($K<1$ 千电子伏)时，牛顿力学的关系式对于电子是相当精确的；[1] 但是在高能量($K>0.1$ 兆电子伏)时，电子的动量变得大大低于根据 $2K/v$ 算得的数值，而在非常高能量($K>50$ 兆电子伏)时(电子的动量)以优于 1% 的精度由 K/c 给出。(作此判断的证据应当能在涉及高能电子的原子碰撞的研究中找到；关于这类过程更多的情况，我们将在后文中谈到。)可见，正是在动能和速率的关系上，人们发现：在能量足够高，因而速率接近光速时，存在一个平滑的但确凿无误的对牛顿力学的偏离。这种情况增强了我们的下述信念，即至少对于某些目的而言，光子的动力学和其他粒子的动力学可以纳入同一个描述框架。下一步的工作是应当提出这一框架的可能形式。人们将会感到我们的论证是可取的；但它在逻辑上并不是必然的。不过，恰如俗语所言，"亲口吃一吃，才知布丁味。"*我们将会看到，依据我们的结论(实际上，这些结论也正是狭义相对论的结论)可以何等美好地描述从牛顿力学到非牛顿力学的过渡。

§1-5 物质与辐射：能量的惯性

> 难道实体和光不能互相转换么？难道实体不能从进入其组成的光粒子汲取大量的活力么？
>
> 牛顿《光学》(*Opticks, 4th ed.*, 1730)

如果以为牛顿真的预言了二十世纪的物理学，而且在深度上也达到了从上述引文可能得出的含义，那就大错而特错了。但是，用他提出的这个发人深省的问题作为我们即将讨论的问题的引

1) 见影片 *Momentum of Electrons*, by J. G. King, Education Development Center, Newton, Mass., 1963.

* 布丁(pudding)系欧美人餐后吃的一种甜点心。这句话的意思是说，"经过试验方知优劣"。——译者

言，是再合适不过的了。因为我们将要考虑普通物质的惯性和辐射的能量之间的紧密联系，并且在这样做时导出某些对光子和"实体"(gross body)同样适用的动力学结论。作为其后果之一，我们将获得对极限速率实验中电子的速率和动能之间关系的一个完备描述。

我们的出发点是爱因斯坦本人在1906年发明的一个假想实验(*gedanken experiment*，按字面的意思是"思考实验"，也就是说，一个虚构的、不能实现的实验)。[1] 这个实验的目的是为了说明能量必定与一定数量的等价惯性质量有关联。[2]假定有一个质量为M、长度为L的箱子，远离其周围的物体，并且在初始时刻是静止的。现在设想从箱子的一端发出一定量的辐射能(光子爆丛)E[图1-4(a)]。辐射携带的动量等于E/c。由于该系统的总动量保持为

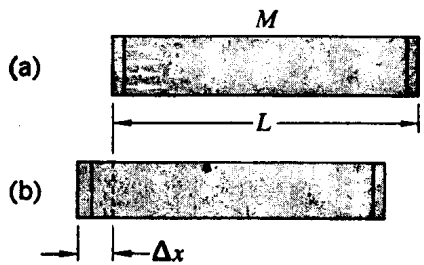


图1-4. 爱因斯坦箱子——一个假想的实验。在这个实验中，由于辐射的一个爆丛从箱子的一端移动到箱子的另一端，结果，箱子由初始位置(a)移动到终末位置(b)。

零，箱子必定要获得动量$-E/c$。因此，箱子的反冲速度v由下式给定：

$$v=-\frac{E}{Mc} \tag{1-5}$$

1) A. Einstein, *Ann. Phys.*, **20**, 627—633(1906).

2) 所谓"惯性质量"是指线动量和速度的比值。

在自由行进一段时间 Δt(倘若 $v \ll c$, Δt 非常接近 L/c)后，光子射达箱子的另一端，并且转让一个同它第一次给予箱子的冲量在数值上相等、但符号相反的冲量，从而使箱子复归静止。[1] 因此，这一过程的结果是使箱子移动了一段距离 Δx:

$$\Delta x = v\Delta t = -\frac{EL}{Mc^2} \tag{1-6}$$

但是，由于这是一个孤立系统，我们不愿意相信箱子加上其中的物体的质心发生了移动。所以，我们假设辐射携有等价质量 m，使得

$$mL + M\Delta x = 0 \tag{1-7}$$

联合最后两个方程，我们有

$$m = \frac{E}{c^2} \quad 或 \quad E = mc^2 \tag{1-8}$$

在普通人看来，这一结果也许被当成爱因斯坦和相对论的缩影了。对于物理学家，它的重要性并没有因为正在变成老生常谈而有丝毫减弱；这一结果断言，能量具有固有的惯性。尽管我们刚才的计算(它同爱因斯坦原来的说法稍有不同)首先是针对同辐射能相关联的质量而作的，人们却很快认识到，计算结果的含义远比上述含义要广。当爱因斯坦箱子的一端发出一个辐射之后，这一端的惯性质量必定减少一个量值 E/c^2。同样，另一端吸收了这一辐射，则意味着箱子那个部分的质量增加同一量值。辐射能一旦被吸收，就不能再同光子等量齐观，它终将变为物体的热能。于是我们立即想到，任何形式的能量都具有由方程 (1-8) 确定的等价质量，这一断言就是能量具有惯性的普遍原理。[2]

---

1) 如果你觉得需要更加仔细地考虑箱子的反冲及其对辐射的渡越时间和距离的影响，可参阅习题 1-13。

2) 有关这一问题的极好讨论，可参阅冯·劳厄(M. von Laue)的论文"Inertia and Energy" in *Albert Einstein: Philosopher Scientist*, Vol. II, (P. A. Schilpp, ed.), Harper Torchbook, Harper and Row, New York, 1959.

说明靠之维持我们继续生存的质-能等价关系的最好例子，是在象太阳这样的恒星上进行着的热核反应。观测告诉我们，从太阳来的辐射能正在以 1.35×10^{3} 瓦特/米^{2} 的速率到达我们这里。根据这个数字和方程(1-8)，我们可以推得：太阳正以大致 4.5×10^{6} 吨/秒的速率丧失其质量。这是一个惊人的损失速率，虽则太阳每年损失的质量只占其总质量的 10^{13} 分之一。这些能量来自一系列的核反应，其中主要的核反应是氢(^{1}H)转化为氦(^{4}He) 的反应系列。当然，为了形成一个氦原子必须有四个氢原子，而且该过程需要分几步进行。其中的一步特别值得在这里提一下，因为它是说明普通物质的质量同光子能量等价的一个既简单而又非常直接的例子。这一步就是

$$p+\mathrm{D}\longrightarrow{}^{3}\mathrm{He}+\gamma \qquad (1\text{-}9)$$

一个质子同氘核 D（含有一个质子和一个中子的氢-2 的核）发生聚合，形成含有两个质子和一个中子的系统，这就是 ^{3}He 的核组成。但是，正如质谱测量所表明的，这种组合的质量大于处在正常状态的 ^{3}He 的质量。下面是一些近似值：

质子	1.6724×10^{-27} 千克
氘核	3.3432
$p+\mathrm{D}$	5.0156
^{3}He的核	5.0058
质量余额	9.8×10^{-30} 千克

正如方程(1-9)所指出的，质量的余额被一个光子(γ 射线)带走。γ 光子的能量由方程(1-8)给出：

$$\begin{aligned}E=mc^{2}&=9.8\times10^{-30}\times9.0\times10^{16}\\&=8.8\times10^{-13}\text{ 焦耳}\\&=5.5\text{ 兆电子伏}\end{aligned}$$

这个过程已在实验室中作过研究，并且观测到了携有所期望能量

的 γ 射线。[1]也许应当补充一句，那就是，这个过程的出现需要数量级为 10^7 °K 的高温，因此作为太阳上的热核反应，它只能发生在太阳的内区。刚才考虑过的那类 γ 射线，在达到太阳表面之前便已被完全吸收，它们的能量最后以能量仅有 1 电子伏左右的光子的形式逸离太阳，这些光子就是组成我们所熟悉的太阳光谱中的红外线、可见光和紫外线。

方程 $E=mc^2$ 是如此专一地（至少在公众心目中是这样）同核转变连在一起，以致人们往往忽视了它的普遍意义。然而，爱因斯坦方程的启示是：一个物体的能量的任何改变 ΔE 都意味着它的惯性质量有相应的改变 Δm：

$$\Delta E=c^2\Delta m \tag{1-10}$$

一个运动的高尔夫球和处于静止状态的同一个高尔夫球，一个炽热的灯丝和冷却了的同一个灯丝，一个充电的电容器和未充电的同一个电容器，等等，前者均比后者含有较多的质量。在我们所熟悉的量值上，由于同一定量的能量相关联的质量是极其微小的（例如，对于一座百万人口的城市，每日提供家庭用的能量总合仅相当于一克左右的质量），所以二者之间的紧密联系长时期未被认识。爱因斯坦把这一联系的发现看得极端重要，请看他的一段原话：[2]

> 狭义相对论引出的一个最为重要的一般性结果是质量的概念。在相对论诞生之前，物理学家承认两个根本重要的守恒定律，即能量守恒定律和质量守恒定律；这两个基本的定律似乎是彼此毫不相关的。借助相对论，它们被统一为一个定律。

也许正确地评价质-能等价关系遍及性的最好的方法之一是

---

1) W. A. Fowler, C. C. Lauritsen, and A. V. Tollestrup, *Phys. Rev.* **76**, 1767(1949).

2) A. Einstein, *Relativity*, Crown, New York, 1961.

考虑一块普通物质中的单个中性原子。有一种观点认为，这块物质就是牛顿所说的"坚固、有质量、硬、不可穿透、可移动的粒子"[1]的一个集合体。在此不会产生任何内部结构的问题，从而看来，原子的惯性应当用我们称为质量的单一的量加以描述，这几乎是显而易见的。但是，现在如果从当今的知识水平上来考虑这同一个原子，它就成了电子、中子和质子所构成的复杂的集合体(如果我们想要作更为深入的研究，这里面还存在更精细的结构)。整个原子的质量包括来自高速运动组分的动能的正的贡献，以及来自它们的电的或核的相互作用的势能的两种符号（主要是负号）的贡献。(注意，两个粒子之间的吸引力自动代表对系统总质量的负的贡献)[2]。原子的内部状态的任何改变都伴随着能量的流入或流出，以及与之相联的原子质量的增大或减小。各个组分能够聚为一体的条件是它们在这种组态的总能量小于它们彼此分开时的能量。从这些情况来看，原子的质量是一种奇特而又巧妙的合成(synthesis)的结果。对于每一种动力学环境(包括引力在内)，只要原子是在其中作为单元而运动，就可以用质量来表征整个原子。

§1-6 能量、动量及质量

现在，让我们把已经讨论过的某些结果归并在一起。对于光子，我们有

$$E=cp \tag{1-3}$$

和

$$m=\frac{E}{c^2} \tag{1-8}$$

1) Sir I. Newton, *Opticks*, 4th ed. 1730; reprinted in revised form by G. Bell, London, 1931; Bell edition reprinted by Dover, New York, 1952.

2) 只要吸引力的强度随距离的增加而减弱，这对于原子内的基本粒子之间的所有这样的力都是正确的。

[式(1-3)是实验结果，式(1-8)是利用爱因斯坦箱子推得的。]联合以上二式，我们有

$$m=\frac{p}{c} \tag{1-11}$$

然而，在牛顿力学中，我们有

$$m=\frac{p}{v} \tag{1-12}$$

我们似乎可以把方程 (1-11) 看作是方程(1-12)在 $v=c$ 时的特殊情形。再者，如果我们假定方程(1-8)描述了能量和惯性质量的普适等价关系，那么我们就能够把方程(1-8)和(1-12)合并成为单一的方程：

$$E=\frac{c^2p}{v} \tag{1-13}$$

可是在经典力学中，我们从未涉及绝对能量，我们关心的仅仅是能量差以及能量从一种形式到另一种形式的转变。例如，一个粒子的势能发生了改变而动能也经受了相应的改变，结果总能量保持不变。分析所有这些情形的基础是牛顿定律(*Newton's law*)。动能的增加对应着外力所做的功，[1]因此我们有

$$dE=F\,dx=\frac{dp}{dt}dx$$

即

$$dE=v\,dp \tag{1-14}$$

如果我们接受方程(1-13)和(1-14)，我们就能从它们推得粒子的能量和动量之间的一个关系；现在认为这是一个普遍的关系。将上述两个方程的左右两端分别相乘，得

$$E\,dE=c^2p\,dp$$

1) 极限速度影片介绍了若干证据，它们证明即使在牛顿力学的某些特征遭受破坏的情形，电子动能的增加仍然等于静电力所作的功，即等于静电子乘以电子通过的距离。

再作一次积分，于是有

$$E^2=c^2p^2+E_0^2 \tag{1-15}$$

式中 E_0^2 是积分常数，它被明显地写作某个恒定能量的平方。

从现在起，我们有了几条可能的前进道路。例如，我们可以把得自方程(1-13)的关系式 $cp=Ev/c$ 代入方程 (1-15)，于是立即推得下面的结果。

$$E(v)=\frac{E_0}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{1-16}$$

对于 $v\ll c$ 的情形，我们可以用二项展开式来逼近这个精确的结果。略去高于 v^2/c^2 的项，我们有

$$[v\ll c \text{ 时的近似结果}]\ E(v)\approx E_0+\frac{1}{2}\left(\frac{E_0}{c^2}\right)v^2 \tag{1-17}$$

如果方程(1-17)在低速情形能够同牛顿力学协调起来，我们必须令 E_0/c^2 恒等于粒子的经典惯性质量，让我们用 m_0 来标记之。于是，联合方程(1-18)和(1-16)，引致惯性质量随速度而变化的明显表达式：

$$m(v)=\frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{1-18}$$

量 m_0 在牛顿力学中应当是物体的惯性质量，而现在它扮演着一个新的角色，即物体在速度 $v=0$ 时的静质量(*rest mass*)；对于异于零的任何其他速度，惯性质量要大些。[1)]

只要人们接受关于能量具有惯性的一般原理，那么必然会推出惯性质量要随速度而增加的结论。方程(1-18)所表达的特殊变化方式如图 1-5 的曲线所示，该图还给出了基于高能电子在电磁场中的偏转而得到的实验结果。

方程(1-15)和(1-18)是新动力学的两个主要结果；第一个结

1) 而量 $E_0(=m_0c^2)$ 是静能量。于是对于电子（例如），我们有 $m_0=9.11\times10^{-31}$ 千克，$E_0=8.2\times10^{-14}$ 焦耳 $=0.51$ 兆电子伏。

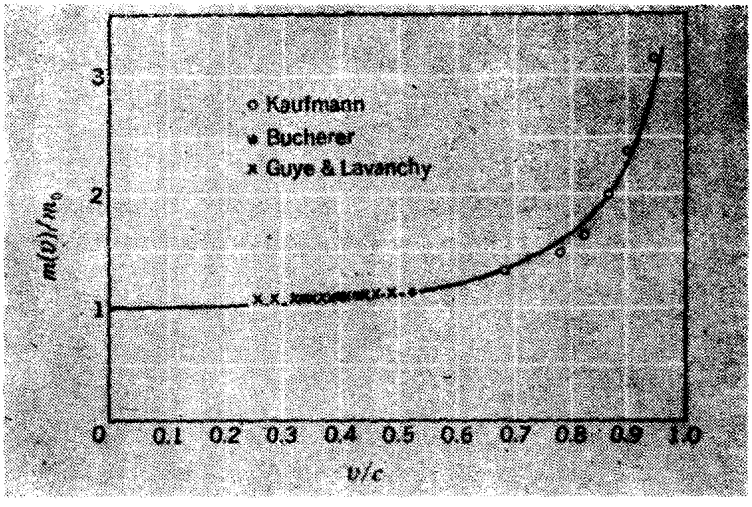


图 1-5. 电子的质量随速度而变化的方式。根据考夫曼 (W. Kaufmann, 1910 年), 布歇雷(A. H. Bucherer, 1909 年)以及古耶和拉万希 (C. Guye & C. Lavanchy, 1915 年)的数据绘出。(引自 R.S. Shankland, *Atomic and Nuclear Physics*, Macmillan, New York, 1961.)

果——能量和动量之间的关系，将被证明是特别重要而又特别有用的。但是，粒子的动能，这个在经典力学中非常有价值的量，现在则退居到次要的地位。粒子的动能只是总能量 E 和静能量 E_0 之差:

$$K=m_0c^2\left[\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}-1\right] \tag{1-19}$$

当然，K 实际上仍很重要，因为它是通过外力作功而授予粒子的额外能量的量度。注意，K 并不是通过把根据方程 (1-18) 算得的值 m 代入表达式 $\frac{1}{2}mv^2$ 求得的，——这是一个常犯的错误，因为动能的牛顿形式的诱惑力是十分强烈的。

让我们冒着似乎是重复的危险，再次强调方程(1-18)所确定的 $m(v)$ 的意义。该方程描述了以速度 v 运动的物体的惯性性质，

使得动量 $\boldsymbol{p}$ 由方程

$$\boldsymbol{p}=m(v)\boldsymbol{v} \tag{1-20}$$

给出。该方程还描述了物体所包含的总能量，使得

$$E=m(v)c^2 \tag{1-21}$$

现在，正是量 $\boldsymbol{p}$ 和 E，而不是 $m(v)$ 本身，出现在任何实际的动力学场合中。就这种意义而言，可变质量 $m(v)$ 恰好是一个合适的构造，例如它允许我们保留关于动量等于质量乘以速度这一牛顿陈述的形式。许多物理学家宁愿把质量一词保留给静质量 m_0，后者是已知粒子的唯一确定的性质。不过，究其实质，这只是一个口味问题。[1]不管选用哪个术语，物理学家对于下述事实并无异议。这个事实就是，方程(1-20)和(1-21)分别描述粒子的动量和总能量，其中 $m(v)$ 由方程(1-18)给出。

在狭义相对论中，分母 $(1-v^2/c^2)^{1/2}$ 经常出现，而书写起来又很麻烦，致使几乎所有的有关相对论的讨论都采用了单一的符号 γ，其定义为

$$\gamma(v)=\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{1-22}$$

于是我们有

$$m=\gamma m_0 \tag{1-23}$$

$$\boldsymbol{p}=\gamma m_0\boldsymbol{v} \tag{1-24}$$

$$E=\gamma m_0c^2 \tag{1-25}$$

每当使用方程(1-23)—(1-25)时，我们必须记住，γ 对速度 v 的依赖关系决定于方程(1-22)。

§1-7 新动力学是否正确？

重要的问题是，方程(1-19)是否确实如在(比如说)直线性加

1) 而且，任何人都不能回避下面这个事实：对于几乎任何粒子，甚至它们的静质量也包含着同粒子的组分的运动和动能相关联的贡献。

速器实验中观测到的那样，对速度和动能之间关系提供了正确的描述。整理方程(1-19)，我们有

$$1+K/m_0c^2=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$$

因此，

$$1-v^2/c^2=(1+K/m_0c^2)^{-2}$$

或

$$v^2=c^2[1-(1+K/m_0c^2)^{-2}] \tag{1-26}$$

显然，静能量 m_0c^2 提供了一个用以量度加速过程加给粒子的附加能量 K 的自然单位。事实上，对于任何粒子，我们都能制定一个显示速率如何依赖于 K 的表格(表 1-4)。

给出电子的 $m_0c^2=0.51$ 兆电子伏，我们很容易标绘出 v^2(单位为米^2/秒^2)对 K (单位为兆电子伏)的曲线。这条曲线已画入极限速率实验的数据图 (图 1-3)。可以看出，理论和实验符合得非常之好，从而有力地说明了修正后的动力学的正确性。图 1-5 所示，质量随速度测得的变化也同样证明了这一点。

表 1-4：粒子的动能及对应的速度

K/m_0c^2	$(1+K/m_0c^2)^{-2}$	v^2/c^2	v/c	v^2, $\times 10^{16}$ 米^2/秒^2
0.1	0.8264	0.1736	0.417	1.56
0.2	0.6944	0.3056	0.553	2.75
0.3	0.5917	0.4083	0.639	3.67
0.5	0.4444	0.5556	0.745	5.00
1.0	0.2500	0.7500	0.866	6.75
2.0	0.1111	0.8889	0.943	8.00
5.0	0.0278	0.9722	0.986	8.87
10.0	0.0038	0.9917	0.996	8.93
30.0	0.0010	0.9990	0.999	8.99

如果想要标绘出质子的 v^2 对 K 的曲线，我们只须令 $m_0=1.672\times10^{-27}$ 千克，此值给出 $m_0c^2=0.938$ 京电子伏(或 938 兆电

子伏)。表 1-4 还提供了所需要的其余的数据。该表对于质子确实给出了正确的结果，这一点已在大型核加速器的操作中得到充分的证明，而且有大量的证据表明，方程(1-26)对于每一种粒子均成立。

在这些经过修正的运动定律的各种特征中，极限速率 c 的存在也许是最值得注意的现象。这意味着，能量(以及质量)可以大量拥进原子性粒子，而不引起粒子速度的显著增加。为了详细地了解何以会产生这种情况，最好把方程(1-16)改写为下面的形式：

$$(1-v^2/c^2)^{1/2}=E_0/E$$

因此，

$$v^2/c^2=1-(E_0/E)^2 \qquad (1\text{-}27a)$$

或

$$v/c=[1-(E_0/E)^2]^{1/2}$$

当 $E\gg E_0$ 时，则我们近似地有

$$v/c\approx 1-\frac{1}{2}(E_0/E)^2 \qquad (1\text{-}27b)$$

我们以哈佛大学-麻州理工学院的那台电子加速器为例，它的注射器是一台直线加速器（同极限速度影片中使用的那台直线加速器类似），能够产生能量为 15 兆电子伏的电子束。主加速器使这些电子的能量提高到约 5 京电子伏（=5,000 兆电子伏)。利用这些数值可以求得：

从直线性加速器注入时的能量(15兆电子伏)$\rightarrow v/c\approx 0.9995$

最终的能量(5京电子伏) $\rightarrow v/c\approx 0.99999995$

因此，在预加速之后，v/c 的改变仅为 10^4 分之 5 左右。这些巨型的核机器应当恰当地称为“加重器”(ponderators),[1] 把它叫做加速器其实并不合适，因为在极好的近似下，它们只是增加了注入其

1) 这个名称是麻州理工学院的希尔(A. G. Hill) 教授于 1945 年最先提出的。

中的粒子的质量，而不显著地加大粒子的速率。

§1-8 在恒力下的运动

在经典力学中，最简单的动力学问题是物体在恒力下的运动。让我们看看，在新的动力学中，这一问题的答案受到了怎样的修改。设想有一恒力 F，在物体上作用了一段时间 t（我们假定物体在作一维运动）；假定物体起初是静止的，最后速率增加到 v。于是

$$Ft = mv = \frac{m_0 v}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \tag{1-28}$$

因此，

$$1 - v^2/c^2 = (m_0 v/Ft)^2$$

$$c^2 = v^2[1 + (m_0 c/Ft)^2]$$

或

$$v(t) = \frac{c}{[1 + (m_0 c/Ft)^2]^{1/2}} \tag{1-29}$$

这个结果看起来相当复杂。让我们考虑两个极端情形：

(*a*) $Ft \ll m_0 c$：

$$(m_0 c/Ft)^2 \gg 1$$

因此，

$$v(t) \approx \frac{c}{(m_0 c/Ft)} = \frac{F}{m_0} t$$

(*b*) $Ft \gg m_0 c$：

$$(m_0 c/Ft)^2 \to 0$$

因此，

$$v(t) \approx c$$

情形(*a*)对应于通常的牛顿力学。情形(*b*)显示了一个现已熟知的性质：对于在某力作用下的运动，不论此力有多大，也不论此力作用时间有多长，都存在一个恒定的极限速率 c。

§1-9 “拆开的爱因斯坦箱子”

按照我们目前的即由狭义相对论所表达的信念，自由空间中的光速是速率的上限，这不仅适用于电子之类物质性粒子（material particles）的速率，而且也适用于各种相互作用（interactions，引力的、核的、电的相互作用，等等）所能具有的传播速率。假如不是这样，就有可能（如我们在后文将要讨论的那样）推出因果倒置和因人而异的佯谬（见第四章靠近结尾部分的有关因果性的讨论）。

物理速率的极限等于 c 的一个具体推论是，经典力学中的理想刚体概念在狭义相对论中不能存在。（严格说来，这个概念在经典力学中也不能成立。）所谓刚体，我们是指物理信息能在任意短的时间内在其中（由一点至另一点）传递的物体。于是，只要有一个力作用于刚体的任意一点，都会使它立即象一个整体一样地运动起来。对于任何普通的箱子，受到撞击的一端发出的信息是以弹性波的形式传播的，而我们知道，弹性波要比光信号慢许多个数量级。这样，有关爱因斯坦箱子的原始形式的论证就不再成立。如果在箱子的一端发生了某一事件，那么在另一端接收到的第一个信息应当是辐射本身。不过，我们可以采用下述办法使原来的论证重新有效。

让我们忽略箱子两端的联系，而把它们看成是两个分离的质量 m_1 和 m_2（图 1-6）。设想惯性质量为 m_1 的一端在时刻 $t=0$ 时发射出能量 E，而经受质量改变而变为 m_1'。该端获得的速率 v_1 由下式给定：

$$v_1=\frac{-E/c}{m_1'}$$

如果 m_1 最初位于 $x=0$，那么随后任一时刻的位置由

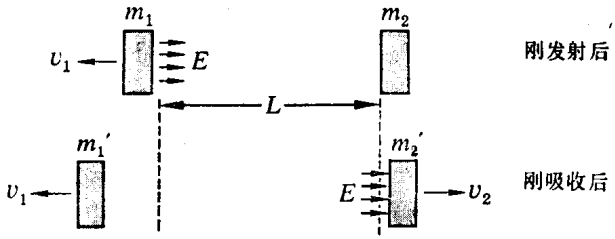


图 1-6. “拆开的爱因斯坦箱子”。由于一个质量（m_1）发射了一个辐射能爆丛，而另一质量（m_2）吸收了这一爆丛所引起的两个不相连接的质量的反冲过程。

$$x_1(t)=-\frac{E}{m_1'c}t \tag{1-30}$$

给出。当能量(在时刻 $t=L/c$ 时)到达 m_2 后，它引起反冲和质量的改变；于是对于 m_2 的位置，我们有

$$x_2(t)=L+\frac{E}{m_2'c}(t-L/c) \tag{1-31}$$

令总质量为 M，又令质心在辐射从 m_1 发出之前的位置为 $\bar{x}$，在辐射被 m_2 吸收之后的位置为 $\bar{x}'$。于是

$$M\bar{x}=m_1\cdot 0+m_2\cdot L \tag{1-32}$$

和

$$M\bar{x}'=m_1'\left(\frac{-E}{m_1'c}t\right)+m_2'\left[L+\frac{E}{m_2'c}(t-L/c)\right]$$

亦即

$$M\bar{x}'=-\frac{E}{c}t+m_2'L+\frac{E}{c}t-\frac{E}{c^2}L \tag{1-33}$$

因此，如果 $\bar{x}'=\bar{x}$，则

$$\Delta m_2'=m_2'-m_2=\frac{E}{c^2}=-\Delta m_1' \tag{1-34}$$

这样，能量具有惯性的原理就获得了较坚实的理论基础，而在此之前，我们只是在实验所观测粒子的行为中看到了它的实在辩护。

§1-10 若干评注

在本章中，我们介绍了若干证据以说明粒子在速率很高时的行为完全不符合牛顿力学。通过分析这种行为，同时遵循爱因斯坦关于孤立系统的质心不会自发移动的假定，我们建立了一些联系能量、动量及质量的关系式(看来，它们对于在实验上可以获得的所有速率都是成立的)。这使我们得以较迅速地导出某些重要的动力学结论。另一方面，我们曾经使用过的论证显然含有很大的猜测成分。这些论证虽然是含意深远的，但绝不是无容置疑的。再者，人们很可能会问，所有这些论证同人们提及相对论时一般会想到的那些概念，诸如洛伦兹收缩(Lorentz contraction)、参照系、空-时，迈克耳孙-莫雷实验(Michelson-Morley experiment)等等，有无联系呢？答案是，联系是非常非常之紧密的。然而，除了在讨论极限速率实验的结果时作了一点提示之外，我们以前一直无意去讨论相对论的这些非常基本的问题。这样做的一个很好的理由是，我们前面提及的每个实验都是在单一的参照系即在实验者所在的实验室中进行的。可是，每次都涉及到距离、时间及速度等概念；没有这些概念，就不能表述或讨论动力学。

正是在试图解释光学现象的过程中，对空间和时间的观念作某些根本性的修正的要求终于变得势不可挡了。这个问题的展开，以迈克耳孙-莫雷实验的讨论为高潮，是第二章的主题。然后我们将看到，爱因斯坦是怎样通过对动力学测量的基础作坚持不懈的彻底审查而使一切事物能够在单一的动力学方案中调合起来的。人们发现，同样的空间和时间概念可以既适合于光学的和电磁学的事实，又适合于本章讨论过的非牛顿动力学行为。接着，我们计划描述光学事实所造成的困境，以说明爱因斯坦是怎样消除了在光学和牛顿力学之间的表面上不一致性的，然后再举例说明

相对性原理的爱因斯坦表述的某些应用。

习　题

1-1. 一个含有 10^{14} 个电子的爆丛受到加速，在能量增至每个电子 15 兆电子伏后受到一块质量为 100 克的铜靶阻挡而静止下来。如果铜靶是热绝缘的，它的温度将升高多少度？铜的比热是 0.09 卡/克·°K。

1-2. 太阳辐射在紧靠地球大气上界的强度近似等于 8×10^{4} 焦耳/米^2·分。

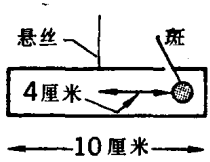
(*a*) 这一辐射作用在"回声"Ⅱ号反射卫星气球上的力大约是多少？"回声"Ⅱ号是一个半径为 20.4 米的球壳。它的蒙皮由两层厚度各为 4.5×10^{-6} 米的铝箔和夹在二铝箔之间的一层厚度为 9×10^{-6} 米迈拉（Mylar）塑料组成。迈拉塑料和铝的密度分别为 10^{3} 千克/米^3 和 2.7×10^{3} 千克/米^3。

(*b*) 试将这个力同作用在气球上的太阳引力作一比较。

1-3. (*a*) 地球的垂直于太阳光线的表面所接受到的太阳辐射能的时率约为 2 卡/厘米^2·分。如果太阳辐射全部被吸收，它作用在整个地球上的总力可望为多少？这个力同作用在地球上的太阳引力相比如何？

(*b*) 在空间中受太阳引力和辐射斥力的共同作用而处于平衡状态的尘埃粒子的半径应当多大？

1-4. 有一个用铝箔制成的长方形叶片，其长度为 10 厘米，总质量为 100 毫克，用细丝竖直地悬系于真空中（见图）。扭转振动的周期为 40 秒。设有功率为 1 瓦特的辐射能射在距中心 4 厘米的圆斑上，叶片两端的静态偏转各为多少？假定辐射的 60% 被反射。对于一长度为 L，质量为 M 的细杆，围绕通过其中心的轴的转动惯量为 $ML^2/12$。



1-5. 据说，一把完全张开的伞在晴天每秒钟所捕捉的太阳辐射能足以开动一台洗衣机。试以此为基础，计算太阳丧失质量的近似速率。

1-6. 如果能把纽约市晚上一小时所用的全部灯光收集起来并放在一个盒子里，试问该盒大约增加多少重量？

1-7. 把一个同闪光灯相连的电池置于天平一端，在另一端添加砝码使天平达到平衡。假定电池以 0.1 安培的平均电流和 1 伏特的平均电压连续

供电 3 小时。假定所有的能量都被辐射掉了。试问，要想觉察天平偏斜，天平的灵敏度 $\Delta M/M$ 的数量级应为多少？

1-8. (*a*) 爱丁顿爵士(Sir Arthur Eddington)曾注意到，如果能把一克电子装入半径为 10 厘米的球内，则与它们的静电势能相关联的质量为 10 兆吨。亲自检验一下这个论断，在此可假定电子形成一个电荷密度均匀的电荷球体。(电荷为 q、半径为 r 的球体的静电势能为 $3kq^2/5r$，其中 q 以库仑为单位，r 以米为单位，k——平方反比定律 $F=kq_1q_2/r^2$ 中的常数——等于 9×10^9 牛顿·米^2/库仑^2。)

(*b*) 题(*a*)中的计算结果看来颇为古怪。不过，让我们计算一下半径为 10 厘米的水球中所含有的全部电子的质量。假如不存在带正电的原子核，那么，我们所面临的情形几乎就是爱丁顿所描述的情形。

1-9. 一位性情怪癖的百万富翁决定用煮开池水的办法来消毒他的容量为 10^6 升的游泳池。他利用下面的聚变反应来加热池水：

$$^1H+{}^3H\longrightarrow{}^4He+\text{辐射能}。$$

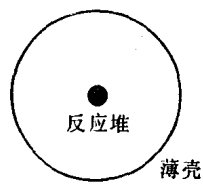
假定加热系统的效率为 20%，试问：要把池水从 20°C 加热到 100°，这位富翁必须为购买氚(^3H)付出多少钱？要使 1 克水升高 1°C 需取 4.2 焦尔热能。氚气在标准状况(STP)下每厘米^3 的价格约为 5 美元。

原子质量：^1H 1.0081 原子质量单位

^3H 3.0170 原子质量单位

^4He 4.0039 原子质量单位

1-10. 星际空间中的一个质量为 10^{30} 千克的球形核反应堆被一个非刚性的、质量为 10^{26} 千克的球形物质薄壳完全包围（见图）。该反应堆通过放射电磁辐射以 10^{10} 千克/秒的速率丧失自身的质量。(如果把这个结构描绘成一颗恒星，那就不会感到难以想象了！) 这个辐射被外围的物质球壳完全吸收。要使该辐射作用在球壳上的斥力正好能同反应堆作用在球壳上的引力相平衡，试问球壳的半径必须多大才行？(考虑作用在球壳的一小部分上的力。)



1-11. (*a*) 元素C和O形成 CO 时产生的热量约为 20 千卡/摩尔。如果这些热量都逃逸掉，试问一氧化碳的重量比碳和氧的重量之和轻了几分之几？

(*b*) 如果C和O的高丰度同位素(^{12}C 和 ^{16}O)的核可以结合成处于正常

状态的 ^{28}Si，同时放出多余的能量，试问硅核的质量比碳核和氧核的质量和轻了几分之几？

(*c*) 假如不能使参加反应的核克服静电斥力而彼此接近到 10^{-14} 米，过程(*b*)的发生几率是很小的。为了使这一过程的几率变得非常之大，C和O的混合物必须具有多高的温度？在库仑力定律($F=kq_1q_2/r^2$)中，k 的数值为 9×10^9 牛顿·米^2/库仑^2。

1-12. (*a*) 把一个质量为 $m_1+\Delta m$ 的物体和一个质量为 $m_2-\Delta m$ 的物体用一根弹性常数为 k、质量可忽略不计的弹簧连在一起(见图)。该系统被置于无摩擦的桌面上。一个辐射爆丛由第一个物体发出，尔后被第二个物体所吸收。结果，这两个物体的质量变为 m_1 和 m_2，并使系统振动起来。如果辐射的渡越时间同振动周期相比小到可以忽略不计的程度，试证明弹簧的最大伸长由下式给定：



$$x=c\Delta m\left(\frac{m_1+m_2}{m_1m_2k}\right)^{1/2}$$

(*b*) 假如可以把弹簧无限制地做得越来越强劲，那将会发生什么情况？试作定量讨论。

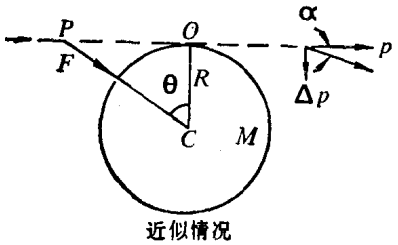
1-13. 在课文中讨论爱因斯坦箱子时，假定辐射能的渡越时间等于 L/c (这里 L 是箱子的长度)，这是在忽略了箱子的反冲距离时得到的结果。课文中的讨论还忽略了由于发射出辐射能而引起的箱子质量的减少。试证明：如果这两个情况也被适当地予以考虑，仍然得到结果 $m=E/c^2$。

1-14. 爱因斯坦在得出表示辐射能的惯性质量的关系式 $m=E/c^2$ 之后，曾在 1911 年思考过下述问题：假如把同一 m 值代入万有引力公式，所得结果究竟能否描述太阳对来自遥远恒星的光线的偏折作用，这种作用使恒星的视方向稍有移动。[一位名叫索尔德纳 (J. Soldner) 的德国天文学家早在 1801 年便进行了本质上相同的计算，他简单地把光当成了以速率 c 行进的牛顿粒子。但爱因斯坦不知道索尔纳德的工作。]

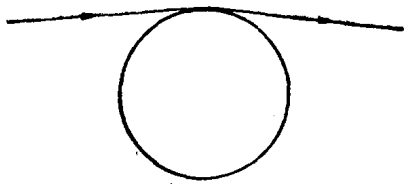
试计算从太阳边缘掠过的光子的偏角 α。我们假定：在一级近似下，光子恒以速度 c 沿直线路径传播，同时还要假定引力在垂直于路径方向的分量 ($F\cos\theta$) 对整个路径的积分给出光子的横向动量分量

$$\Delta p=\int F\cos\theta dt$$

于是，偏角α等于$\Delta p/p$，其中$p=E/c$（见图）。令x为沿路径量得的距离。把光线同太阳表面的掠切点取作x的原点，x的上、下限为$\pm\infty$。此外，$dt=dx/c$且$CP^2=x^2+R^2$。



近似情况


实际情况

结果为$\alpha=2GM/c^2R$。在验证了这个公式之后，代入具体数值以求出用弧秒表示的α值。（注意：现在认为，这个答案在原则上是错误的。由爱因斯坦广义相对论导出的理论偏折公式还多一个因子2。）

1-15. 已知一粒子的动能等于其静能量m_0c^2的n倍。下列诸量各为多少？

(*a*) 粒子的速率，

(*b*) 粒子的动量。

1-16. (*a*) 一个电子在电场中从静止开始加速，它应当通过多大的电位差才能使自己的质量增加0.4%？

(*b*) 电子这时的速率是多大？

1-17. 质子在一台同步加速器中加速的结果相当于在500兆伏的电位差下通过。

(*a*) 它的质量是多少？用静质量的倍数来表示。

(*b*) 它的速率是光速的几分之几？

1-18. 设有一个能量为$h\nu$的光子和静质量为m_0的静止原子组成的系统，试问该系统质心的速度是多少？如果原子处于受激态，你的答案有何改

变？从非相对论的观点来看，这一结果合理吗？

1-19. (*a*) 比值 v/c 往往用单一的记号 β 来标示。试证明下列结果在 $\beta \ll 1$ 时成立(精确到 β^2 项)：

$$E = m_0c^2 + m_0v^2/2 = m_0c^2(1+\beta^2/2)$$

$$K = m_0v^2/2 = m_0c^2\beta^2/2$$

$$pc = m_0vc = m_0c^2\beta$$

$$\gamma = 1+\beta^2/2$$

(*b*) 试证明下列结果在 $\gamma = \epsilon^{-1} \gg 1$ 时成立(精确到 ϵ^2 项)：

$$\beta = 1-\epsilon^2/2$$

$$E = \epsilon^{-1}m_0c^2$$

$$K/E = 1-\epsilon$$

$$pc/E = 1-\epsilon^2/2$$

$$K/pc = 1-\epsilon+\epsilon^2/2$$

1-20. (*a*) 空气对可见光的折射率约为 1.000277。设一电子通过真空管的速率足以同光信号在空气中传播的速率相比拟，试问该电子的动能等于多少？

(*b*) 由这样的电子组成的电子流，如果相当于强度为 10 毫安的电流，作用在使电子停止下来的物质块上的力是多少？

1-21. (*a*) 如果物体的速率分别为

(1) 3 米/秒

(2) 300 米/秒(空气中的声速)

(3) 10^4 米/秒(物体逃逸地球的速度)

(4) $0.1c$

(5) $0.9c$

使用公式 $\frac{1}{2}mv^2$ 计算动能产生的相对误差各为多少？

(*b*) 如果测量 v 的实验误差(近似)为 1%，在相对论性修正变得显著之前，v 必须有多大？

1-22. 设有一个电子，以速率 $0.5c$ 沿 x 轴方向运动，后来进入一个在 y 轴方向具有均匀电场的空间区域。试证明粒子速度的 x 分量将会减少。(根据 E. M. Purcell, *Electricity and Magnetism*, McGraw-Hill New York, 1963.)

1-23. 一个静质量为 m、电荷为 q、初速度为 v_0 的粒子进入在垂直于 v_0 方向具有电场 $\mathscr{E}$ 的空间区域。试求粒子此后的轨迹，并证明此轨迹在粒子的速率远较光速为小时是一抛物线。（根据 H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Addison-Wesley, Reading, Mass., 1950.）

1-24. 一质量为 M、长度为 $2L$ 的均匀细杆以角频率 $\omega \ll c/L$ 绕其中心旋转。它的角动量和动能分别由下列两式给定：

$$l=\frac{ML^2\omega}{3}\left(1+A\frac{\omega^2L^2}{c^2}+\cdots\right)$$

$$K=\frac{ML^2\omega^2}{6}\left(1+B\frac{\omega^2L^2}{c^2}+\cdots\right)$$

试问 A 和 B 的数值各为多少？

1-25. 电子的“经典半径” r_0 是几个物理常数的组合，在数值上等于 2.818×10^{-15} 米。已知电子还具有内禀角动量或自旋，其大小为 $\hbar/2=5.272\times10^{-35}$ 焦耳·秒。如果假定电子是一个半径为 r_0 的均匀小球，且以角频率 ω 围绕过其中心的轴线旋转，试求 ω 的数值。（作非相对论性的分析。）你认为这个模型合理吗？为什么不合理？均匀球体的转动惯量是 $2MR^2/5$。

1-26. 试计算与电子动能相关联的相对论性质量增长（以%表示）。假定电子位于(*a*)氢($Z=1$)，(*b*)铀($Z=92$)的第一玻尔轨道(*first Bohr orbit*)上。这一轨道是由 $F=mv^2/r$ 和 $mvr=\hbar=1.05\times10^{-34}$ 焦耳·秒所确定的。力 F 由公式 $F=kq_1q_2/r^2$ 给定，其中 $q_1=Ze$，$q_2=e=1.6\times10^{-19}$ 库仑，而 $k=9\times10^9$ 牛顿·米^2/库仑^2。

你有什么事情需要我去注意吗？

注意那条狗在夜间的奇怪行动。

那条狗在夜间没有任何行动。

福尔摩斯说，那就是奇怪的事情。

《福尔摩斯回忆录》(1893年)

对这些结果的解释是，干涉带并未发生移动。

A. A. 迈克耳孙(1881年)

第二章　光传播问题上的困惑

第一章中所集举的证据让我们毫不怀疑等于真空中光速的速度在物理学中具有深刻的含义。然而，当我们试图把这一事实同经典动力学的方案相联系时，看来我们遇到了严重的困难。初看起来，普适速度在措词上是不当的。我们知道，一给定运动的速度在不同的参照系中具有不同的量度。那么，怎样才能把一个唯一的速度纳入动力学的方程之中呢？我们有什么理由谈及光的速度而无须参照任何特定观察系的呢？(例如，当我们说声速为某一数值时，我们知道，这句话只是作为波速相对于介质本身而言的陈述才有意义。)如我们在第三章将要看到的，正是爱因斯坦对这些问题的明确解决，而其他人的工作仅只是尝试性或部分性的努力，表明了爱因斯坦才是狭义相对论的真正创立者。他获得成功的关键因素在于他具有洞察尚未发生的事件的全部意义的能力［正如柯南·道尔(Conan Doyle)所描绘的福尔摩斯(Holmes)*所具有

* 福尔摩斯是19世纪英国柯南·道尔爵士所写著名侦探小说中的主人公，他具有非凡的侦破能力。——编者

的那种洞察力]。在所有那些体现爱因斯坦的洞察力的现象当中，最著名的就是大家通称为迈克耳孙-莫雷实验（Michelson-Morley experiment)的结果，不过，也有许多其他光学现象(其中有些早在迈克耳孙-莫雷实验完成之前就已为人所知)，包含了解决这一问题的线索。所以在本章中，我们将回顾某些同光在虚空空间及透明介质中传播有关的重要证据。

§2-1 光的本性

光的传播涉及能量从一光源向外的转移。这一过程的最简单的图象是借助从光源发出的粒子流来描述的。远在公元前六世纪，毕达哥拉斯(Pythagoras)便提出了这一机制。它能非常直接地说明光的直线传播(这是影子清晰性证明的)以及光能完全自由自在地通过真空这一事实。1667 年，出现了另一种理论即光是通过某介质传递的振动，这是虎克 (Robert Hooke) 在他的名著《微写术》(*Micrographia*)一书中提出的。大约与此同时，人们观测到了某些借助光的粒子理论不能容易地加以解释的现象——夹在两块玻璃板面间的空气薄膜显示出鲜艳的色彩，光侵入几何影(geometrical shadow) 的区域。惠更斯 (Huygens) 在他的《论光》(*Treatise on Light*)[1] 一书中明晰地提出了波动理论，而且指出如何用这一理论来解释反射和折射现象。

粒子理论和波动理论一直是用以描述光及其传播的仅有的两种明确定义的模型。很长一段时间——事实上，直到 20 世纪——这两种理论被当成是互相排斥的；看来要接受其中一种，显然就得放弃另一种。因为我们现在处在有利的地位，我们知道光行为的

1) C. Huygens, *Treatise on Light* (写于 1678 年，刊于 1690 年)，由纽约 Dover 出版社据 S. P. Thompson 翻译并作序的 1912 年英文版原版翻印。

光子(粒子)性和波动性两方面都必须接受,也就是说,我们不能把所有的事实统统塞进上述两种理论中的这个或那个的模子里去。我们还知道(主要归功于爱因斯坦),我们应当把注意力集中在朴素的观测事实上,而不应该由于偏爱某一特定理论,就在这些朴素的观测事实所有的之外去找寻更多的什么东西。具体地说,光具有衍射、干涉、偏振等等波动性质是不容否认的事实。不过,日常经验中的波需要介质。因此,很自然的作法是首先要对传递光波的介质作出详细说明,尔后再设法去探测它。但是,这种探索都以失败告终。爱因斯坦曾证明寻找介质——光以太(*luminiferous ether*)——的努力是不会有结果的,也是不必要的。以太好似一条红鲱鱼*,它诱使物理学家转向跟踪虚假(错误)的线索。也许在目前的讨论中,我们既然知道最终还是要把以太埋葬掉,就根本不应该介绍以太这个概念。不过,如果没有对以太一度曾享有的重要性和现实性幻象的某种程度的理解,我们就不能对狭义相对论的出现的意义作出全面的评价。因此,在下一节中,我们将简略地讨论一下狭义相对论的背景。

§2-2 光 以 太

十九世纪物理学的历史大部分是光的波动理论节节获胜的历史。在十九世纪开端(1801—1804年),托马斯·杨(Thomas Young)对干涉现象作了定量研究。从1818年开始,菲涅耳(Fresnel)陆续公布了能够详细说明干涉、衍射和偏振等事实的若干计算结果。因为,诚如惠更斯所证明的,波动理论能象粒子理论一样有能力描述光的光线性质——直线传播和反射、折射定律,可见把

---

* 鲱鱼即青鱼。——译者

光描述为介质中的振动(类似于弦线上的横波)的图象看来是无懈可击的。不过，对于假定振动发生于其中的介质——后来它被叫作光以太，我们能说出它具有什么性质呢？

直到 1850 年左右，光的传播都是用纯机械的语言来描述的。然而，这样的描述带来了很大的困难，因为，很难理解光的速度何以能如此巨大。[光速的第一次定量测量是丹麦天文学家罗麦(Roemer)于 1675 年完成的。他注意到，地上的时钟所记录的木卫进入木星阴影的时间存在系统变动 (systematic variations)，他并且足够敏捷地意识到这些系统变动同地球在轨道上所处的位置并同光通过一段可变距离结交的渡越时间有联系。]每秒钟十几万英里的波速要比任何其他机械扰动的波速大许多数量级，这就要求介质在偏离平衡状态时必定产生非常强的恢复力，因为波的传播速度取决于介质的这种恢复性能。而这种介质又必须如此稀薄，以致行星可以年复一年地从中穿过而不会引起可探测的速率损失。还有一点不能令人满意的是，关于介质性质唯一线索是实际测得的 c 值本身；没有什么东西是先验已知的。

当麦克斯韦(James Clerk Maxwell)于 1861 年提出了他的光的电磁理论时，形势就大为改观。于是，借助介质的可测量的电性质和磁性质来预言光在任何给定介质中的速率数值成为可能。这时，尽管以太的难以捉摸性仍然显得神秘莫测，在以太和普通物质之间不再存在如此巨大的鸿沟了。波动理论似乎得到了最终的证明，而以太也就似乎成了无可置疑的实在了。

如果假定以太存在，“光速”是什么意义当然就十分清楚了。任何波动相对于它所通过的介质都有一个确定的速度。速度的量值可以是波长的函数(色散现象)，但是，它在其他方面是唯一确定的，至少对于各向同性介质(即没有从尤方向的介质)是如此。特别是，光通过某一介质的速率应当与光源的任何运动毫不相关。而

粒子发射机制则与此正好相反，按照这一机制，可望相对于光源的光速是唯一确定的量。所以对波动理论的接受并不需要等到 c 的实测值与光源速度无关的断言得到实验证明之后。假如惠更斯知道这一情况，毫无疑问他会用来作为光的粒子模型不能被接受的又一证据。然而，事实上，波动理论得到了另外一系列证据的充分支持，而在轮到该理论陷入严重困境之前，人们一直未对波源运动的效应加以探究。在第三章和第五章中，我们将对来自运动光源的辐射进行的实验作更多的介绍。而在目前，我们仅指出该实验的结果，即光源的运动速度并不传给它所发射的辐射。

现在，设想我们处于(比如说)1900 年的物理学家的地位，并依据波动理论的观点来考察某些惊人的光学现象。

§2-3 恒星的光行差

1725 年，英国天文学家布喇德雷(James Bradley)通过观察某些恒星的位置因地球绕日运行而产生的表观变化来测定这些恒星的距离。他希望把地球轨道的直径用作基线，并以实质上与测量员所用的三角测量法相同的方法来确定恒星的距离。他的确观测到了一种效应，但是他发现，这一效应并非视差。这一效应并不取决于地球的位置而同地球在轨道上给定点的运动有关。(真正的视差效应很微弱，对于大多数恒星是观测不到的。)

考察图 2-1，其上绘出了地球绕日运行的轨道以及从间隔为三个月的地球的四个位置望去的恒星方位。恒星相对于地球轨道平面(黄道平面)的真实纬度(黄纬)是角 θ_0。由于地球位置的变化，可望黄纬当地球在位置 2 时最大，而当地球在位置 4 时最小。可是，布喇德雷却发现，黄纬当地球在位置 3 时最大，而当地球在位置 1 时最小。

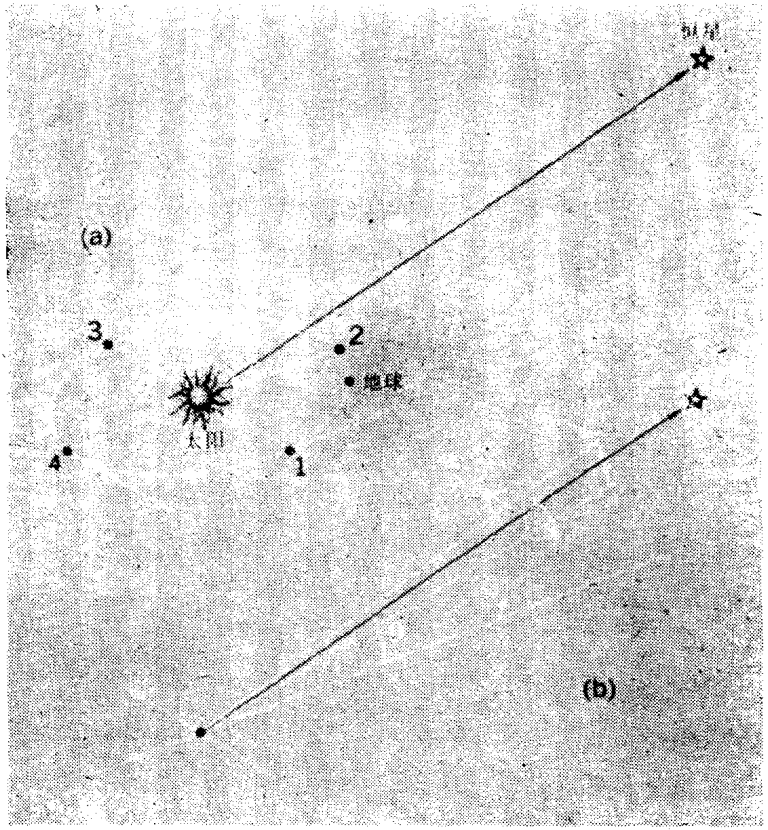


图 2-1. 恒星的光行差。(*a*)从地球绕日运行的四个相继的位置1—2—3—4所看到遥远恒星的方位。(*b*) 在与地球相连的(但坐标轴方向在空间固定的)坐标系中，恒星的表观位置描绘出一个椭圆路径 *a*—*b*—*c*—*d*。照此，该效应取决于地球速度在方向上的变化，而与地球位置的变化无关。

这一现象可借助图 2-2 来理解。一架位于静止不动的地球(*a*)上的望远镜，为了使来自某恒星的光线能够沿望远镜的轴线行进并在视场的中心成象，它必须以真实的角度 θ_0 对准该行星。但是，位于正在运动的地球(*b*)上的望远镜要对准该恒星则应当倾斜与 θ_0 稍不相同的角度 θ。这两个角度之差就是光行差 α。在下

雨的时候，我们可以观察到与此类似的现象。如果雨滴以速率 w 垂直下落，而我们坐在以速率 v 前进的车里，那么，我们将看到雨滴沿着同垂直方向成角度 $\tan^{-1}(v/w)$ 倾斜的直线下落。

假如地球总是以同样的速度运动，那么就永远探测不到光行差的效应，但是，地球运动方向的周年变化导致了恒星表观位置的系统变化。这一变化可借助图 2-1 进行定量分析。在位置 1 和 3，地球的速度矢量同从太阳到恒星的连线构成角 θ_0。在位置 2 和 4，地球速度矢量同从太阳到恒星的连线交成直角；光行差角在这两个位置具有最大可有值 ($\pm v/c$)。在位置 1 和 3，我们看到如图 2-2 所描绘的情形，在此光行差角的大小仅是 $v \sin\theta_0/c$。这样，在一年之中，恒星看起来描绘出一个椭圆路径，该椭圆的长轴 (以角度 2β 量度) 等于 $2v/c$，短轴等于 $2\beta \sin\theta_0$。长轴的长度对于所有恒星都应相同，而短轴的长度则取决于某恒星相对于地球轨道平面的纬度 θ_0。

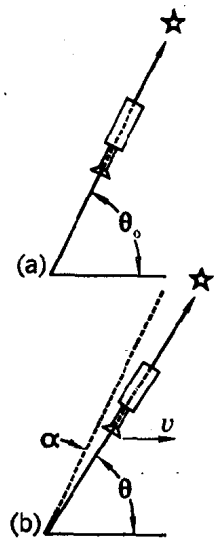


图 2-2. 恒星光行差的基础。(*a*) 静止望远镜瞄准恒星。(*b*) 运动着的望远镜瞄准同一恒星。

布喇德雷所观测到的正好是上面描述的情形。图 2-3 是根据他对天龙座 γ 星的某些观测数据画成的图。该图表明，恒星的表观位置在 12 个月的周期内是怎样沿北南方向变动的。[1]光行差的东西方向的分量并未记录到。(你们应当考虑到测量这一分量的

1) 数据取自 J. Bradley, *Phil. Trans. Roy. Soc.*, **35**, 637(1729)。关于布喇德雷工作的有趣说明以及许多细节，可参阅 A. Stewart, "The Discovery of Stellar Aberration", *Sci. Am.* **210**(3), 100(1964).

实际困难。)这样,布喇德雷的数据跨越了光行差路径的短轴。

地球的轨道速率是 30 千米/秒,于是 $2v/c$ 的值为 2×10^{-4} 弧度,或约 41 弧秒。典型的光行差路径的表观大小相当于从 1 英里外所看到的足球轮廓。图 2-3 所示的数据跨越了 $\theta_0=75°$ 处的光行差路径的短轴,根据理论计算,纬度以正弦规律在两个极值之间变动(为什么?)并且其最大值和最小值之差为 39.6″。观测到的变动范围极其接近这一理论数值。实际上布喇德雷本人未能对他的结果作定量的理论检验,因为当时光速还知道得不够好。不过,由于确信对这一现象的基本解释是正确无误的,加之地球的轨道速率在那时已颇好地知道,于是他曾利用观测到的光行差角来获得更精确的光速 c 的数值。

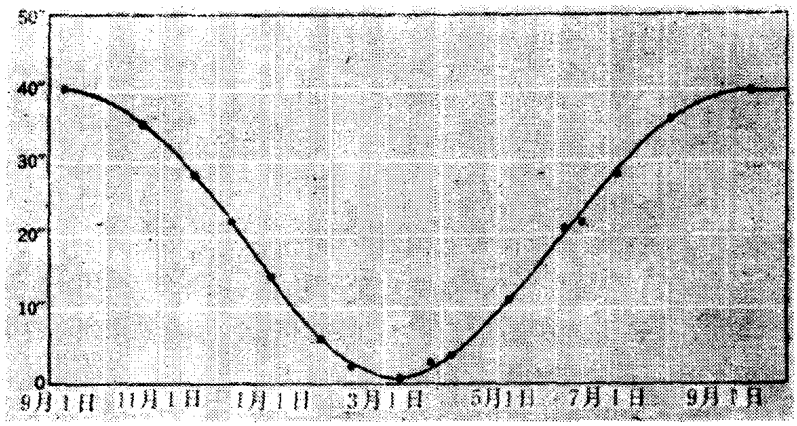


图 2-3. 天龙座 γ 星的光行差的北南方向的分量
(布喇德雷,1727—1728 年)的数据。

当我们开始利用光的理论来分析光行差现象时,粒子模型显然能够提供一个非常现成的解释。光行差现象恰好同下落的雨滴的情形类似。然而,只要以太完全不受地球运动的干扰,借助在以太中穿行的波动也能解释这一效应。另一方面,如果地球附近的

以太随地球而动，那么就不会发生光行差现象。[1] 关于以太在地球从中穿过时完全不受干扰的概念，曾一度使许多物理学家感到它是一个相当牵强附会的概念，不过，随着波动理论的权威的树立，这一概念似乎显得不可避免了。于是，自然要产生这样的问题：人们能否进行什么测量以揭示地球穿过以太的速度大小？下面我们将描述与这一问题有关的若干实验。

§2-4 经过改进的光行差实验

假设将望远镜瞄准一颗真正方向同地球轨道平面成 90° 的恒星。令未知的光行差角为 α[图 2-4(a)]，并令未知的地球穿过以太的速率为 v。现在设想整个望远镜筒充满了折射率为 n 的水。由于光在水中比在空气或真空中行进得要慢，光线穿过镜筒长度所需的时间将增长 n 倍。因此可以期望，为了保持恒星的象位于视场中心，应当使望远镜再倾斜一些，倾斜到某一新的光行差角 β，这一调节量可以用来求得速率 v。骤然看来，或许会以为，角 β 恰好等于 nv/c，但是在分析这一实验时必须记住，因为望远镜的物镜外边是空气，里边是水，进入望远镜的光线将折向仪器的轴，如图 2-4

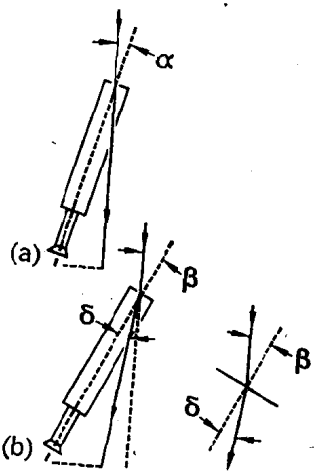


图 2-4. 爱里实验（Airy's experiment）的原理
这个实验旨在揭露地球穿过以太的运动，办法是以通常的望远镜（a）和注满水的同一望远镜（b）瞄准同一恒星。

1）实际上，这一结论并不是不可避免的，不过为此必须假设一些十分希奇古怪的条件，以便具有"对流以太"和光行差现象。

(*b*) 所示。可以期望光线在望远镜内部将沿同斜轴成 δ 角的方向行进，致使

$$n=\frac{\sin\beta}{\sin\delta}\approx\frac{\beta}{\delta}$$

由于光以速率 c/n 下行，而望远镜以速率 v 沿横向运动，所以将望远镜中的星象调到视场中心的条件为

$$\delta\approx\frac{v}{c/n}=\frac{nv}{c} \tag{2-1}$$

(要注意，图 2-4 中的角度已被过分夸大)我们虽然并不知道 α，β 和 δ 的真实数值，但是我们确实能够测出望远镜方向的变化，因为

$$\beta\approx n\delta\approx\frac{n^2v}{c}\qquad\alpha\approx\frac{v}{c}$$

因此

$$\beta-\alpha\approx(n^2-1)v/c \tag{2-2}$$

除 v 以外，上式诸量均能直接测得，因此，我们应当能够求出 v 的数值。这就是爱里爵士 (Sir George Airy) 于 1871 年完成的那个实验。结果如何呢？恒星的表观位置竟未发生丝毫变化！

对这一零结果应当怎样解释呢？其实，这一结果早已为杰出的菲涅耳 (J. A. Fresnel)所预言，他在许多年前便建议进行这一实验。然而，菲涅耳的预言并非根据绝对运动的完全不可探测性，而是基于光被介质部分曳引的假定。他在 1818 年作出这一假定，这时他的同国人阿拉果(Arago)已经发现，星光穿过玻璃所发生的折射宛如地球静止于以太中一样。

爱里爵士的实验能够容易按这样的说法予以分析。我们可假定水带动以太使之以水本身的速度 v 的 f 分数的速度作横向运动。该实验已经表明，角 β 等于原来的光行差角 $\alpha(=v/c)$，因此角 δ 等于 α/n。令望远镜的长度为 l，则当镜筒注满水后光通过镜筒长度下行的时间等于 nl/c。在时间 t 内，望远镜移动了距离 vt；

如果光出现在目镜的中心，那么它的横向位移必定等于 vt。可是，在光进入望远镜的顶部后，根据目镜的位置测得的位移系 $l\delta$（折射引起的位移）与 fvt（水的曳引效应引起的位移）之和。因此

$$vt=l\delta+fvt$$

但是

$$l=ct/n \quad 而 \quad \delta=\alpha/n=v/nc$$

所以

$$vt=\frac{ct}{n}\frac{v}{nc}+fvt$$

由此得

$$f=1-1/n^2 \tag{2-3}$$

量 f 称为菲涅耳曳引系数（*drag coefficient*）。

令人奇怪的是，自然界何以恰好提供这样一个曳引系数，它使爱里实验和其他类似实验都给出了似乎地球相对以太是静止的这个同样的结果呢？有没有办法使这一曳引系数以正效应而不是零现象显示出来呢？斐索（H. L. Fizeau）在 1851 年完成的一项著名的实验对这一问题给与了肯定的回答。

§2-5 斐索对曳引系数的测定

斐索建立的实验装置的草图如图 2-5 所示。来自光源 S 的一束光射在倾斜的玻璃板 P 上，该玻璃板涂有半透明的金属镀层，以使光束分裂为两部分。一部分笔直前进，直至抵达镜 M_1。另一部分经反射而折转 90°，并抵达镜 M_3。借助适当放置的第三镜 M_2，这两光束沿同一长方形路线但以相反方向行进。当它们返回到 P 时，第一束光线的一部分被反射，第二束光线有一部分被透射，从该系统中这样射出的光进入望远镜 T。

这种装置构成了一类光学干涉仪。如果所使用的是单色光或

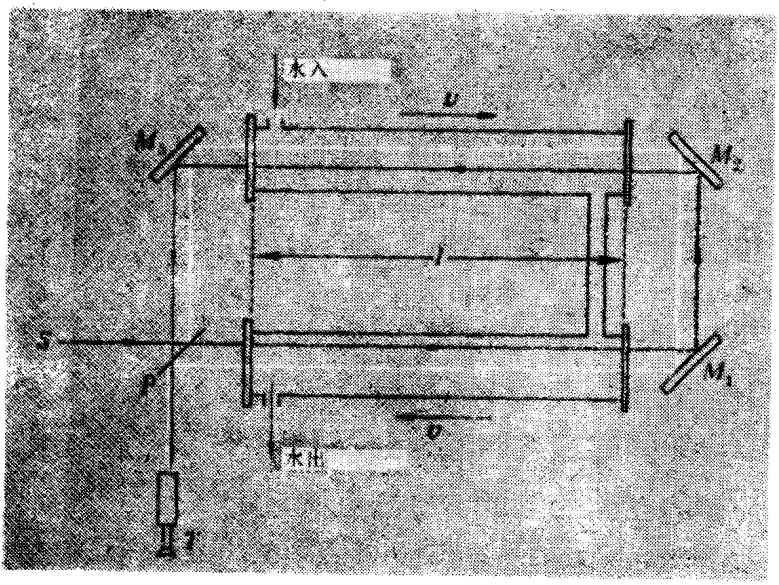


图 2-5. 斐索的"以太曳引"装置草图。

近似单色光，通过望远镜将会看到干涉条纹。特定的干涉条纹代表两相干光束之间的特定的光程差。(所谓光程，是指等价于实际路程的真空中的距离。在折射率为 n 的介质中经过距离 d 代表光程为 nd; 就是这光程定义了在距离 d 中所能包容的光的波长数目。)通过望远镜所看到的情形如图 2-6 所示。

如图所示，为了提供曳引效应，使水在两个管中流动，并如图中所绘示的那样将管的两端以平面玻璃端板封住，使一束光线永远顺水行进，而另一束光线永远逆水行进。在水管外，两光束的状况相同；这样，在计算光程差时仅须考虑管内发生的情形。我们可以借助这两束光线所用的时间之差来计算光程差。如果每根管子的长度为 l 而水的速率为 v (曳引系数为 f)，则我们有

$$\Delta t = \frac{2l}{c/n - fv} - \frac{2l}{c/n + fv}$$

上式给出

$$\Delta t \approx \frac{4n^2 fvl}{c^2} \tag{2-4}$$

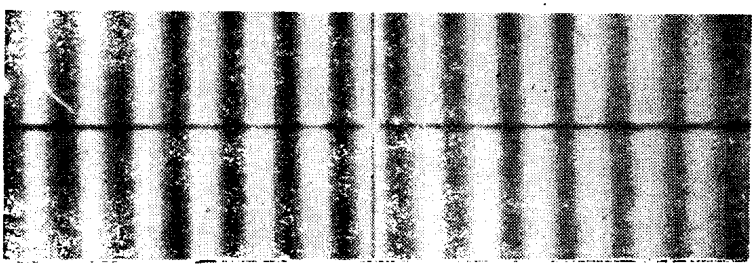


图 2-6. 斐索型实验装置中观察到的干涉条纹[此照片承加利福尼亚州中国湖城迈克耳孙实验室的巴布科克(G. C. Babcock)提供。]

这意味着光程差等于 $c\Delta t$。光程的改变，若用光的波长 λ 的倍数(δ)来表示，可由 $c\Delta t/\lambda$ 给出:

$$\delta = \frac{4n^2 fvl}{\lambda c} \tag{2-5}$$

在斐索实验中，上式中诸量的近似值如下:

$$l = 1.5 \text{ 米}$$

$$v = 7 \text{ 米/秒}$$

$$\lambda = 5.3 \times 10^{-7} \text{ 米}$$

$$n = 1.33 \text{(水的折射率)}$$

$$\delta = 0.23 \text{ 条纹}$$

将这些值代入方程(2-5)，得 f 的观测值为

$$f_{obs} \approx 0.48$$

根据方程(2-3)计算所得的 f 值为

$$f_{calc} = 0.43$$

这一情况可以作为支持曳引假说的实验证明。而且，这一实验于1886年为迈克耳孙和莫雷以更大的精度所重复，此后又成为塞曼(P. Zeeman) 及其合作者于1914—1922年间在荷兰进行的一系

列出色研究的课题。

斐索实验的结果可以看作是对恒星光行差观测的加强支持。两种实验结果均能通过下面的假定予以解释：运动物体并不把它的任何运动速度传给以太，不论是物体内部的以太还是外部的以太。(按照上述观点)在运动的透明物体内部，光部分地为该物体所带动，部分地为渗入其中的以太所带动。由于以太保持静止状态，光的行为好像是物质的速度只有一部分添加在光的速度上。因此依然遗留下面的问题：地球穿过以太的运动能否借助某种方法被探测到？

§2-6 迈克耳孙-莫雷实验的序曲

1879 年，麦克斯韦(Clerk Maxwell)在英国给华盛顿市的美国航海年历局(U. S. Nautical Almanac Office in Washington)的托德(P. Todd)写了一封感谢信，后者曾给他寄去一些天文表，其上载有有关木星的许多观测结果。麦克斯韦在信中询问通过观测木卫食是否能测量太阳系穿过以太的速度。(我们在前面曾提到，罗麦是怎样通过探测木卫食的时间滞后得以测定光速的。)

麦克斯韦提出的想法，其实质非常简单。木星的公转周期是 12 个地球年，因此在半个地球年，即当地球从 A 移到 B (图 2-7)，木星并没有在自己的轨道上移动多远。这样，通过观测地球相继位于 A 和 B 时的木卫食的表观时间，我们能够推断出光穿过等于地球轨道直径的距离所需的时间。事实上，这就是罗麦的发现。但是，如果这一时间，第一次是在木星位于点 A'，第二次是大致 6 年之后在木星位于点 B' 时测得的，我们可望发现整个太阳系是否正以某一速率 v 穿过光以太运动。因为，如果令地球轨道的直径为 l，我们可望有

$$t_1=\frac{l}{c+v} \qquad t_2=\frac{l}{c-v}$$

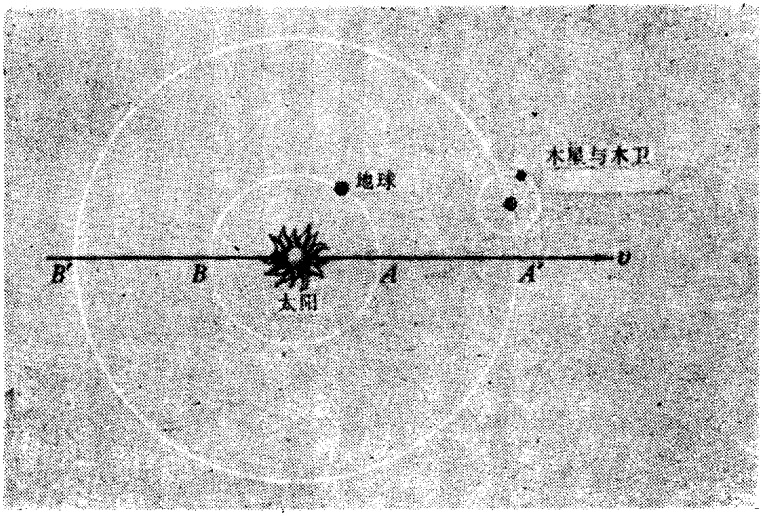


图 2-7. 地球、木星和木星的一个卫星的轨道。地球上的观察者所测量到的木卫进入木星背面所发生的相继两次木卫食的时间间隔取决于地球与木星的相对位置和运动状态。

因此时间差 Δt 由下式给出

$$\Delta t = t_2 - t_1 \approx \frac{2lv}{c^2} = \frac{2v}{c} t_0 \qquad (2\text{-}6)$$

式中 t_0 近似等于 16 分。如果我们测得 $\Delta t = 1$ 秒，那么这相当于 v 大约等于 150 千米/秒。同恒星相对于太阳系的已知速度(典型的数值是 20 千米/秒)相比，这一数值是颇高了一些，但还不算高得太多。然而，遗憾的是，根据相隔 6 年的测量难以定出这一差值，而且事实上，正如托德在复信中所指出的，麦克斯韦当时所用的天文数据的精度很差而不足以进行这类分析。

麦克斯韦在提出上述方法的同时，还指出它是个一级实验，亦即同比值 v/c 的一次方成比例的效应。在致托德的信中，麦克斯韦指出，这个实验在方法上有别于在地面上进行的光速测量，因为后一种测量必须利用重新回到出发点的光束。光往返行程所用的时间从原则上来讲，确实依赖于地球穿过以太的速率，不过这一效

应是二级的。这样，如果路程的长度(单程)是 l，而地球碰巧沿着光速 v 的方向以速率 v 行进，那么光所用的总时间由下式给出：

$$t=\frac{l}{c+v}+\frac{l}{c-v}=\frac{2lc}{c^2-v^2}\approx\frac{2l}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$$

由于运动而引起的时间改变为

$$\Delta t\approx\frac{2l}{c}\frac{v^2}{c^2} \tag{2-7}$$

麦克斯韦指出，这一效应大概微小得不可探测到。如果把 v 取作地球的轨道速度，则我们有 $v/c=10^{-4}$，于是飞行时间的相对变动(fractional variation)仅为 10^8 分之一，这肯定超出了观测的极限。但是，麦克斯韦的信被迈克耳孙 (A. A. Michelson) 读到了，后者先前(在 1878 年)曾作过一个测定光速的卓绝的实验，[1] 那时他还只是 25 岁的青年。迈克耳孙并非不无怀疑地接受关于通过方程(2-7)探测地球运动的可能性。相反，他开始思考一种实现这一探测的方法。他两年之后(即 1881 年)获得了某些结果。下一节将描述他的实验，这在所有试图探测地球穿过由以太定义的绝对空间的运动的实验中是最著名的一个实验。

§2-7 迈克耳孙-莫雷实验

迈克耳孙发明了一种空前灵敏的新仪器，用以观测那个曾被麦克斯韦忽视的效应，他后来(1907 年)成了第一个获得诺贝尔科学奖金的美国人。他的仪器(现在通称迈克耳孙干涉仪)的基本结构如图 2-8 所示。来自光源 S 的光落到倾斜放置的玻璃板 P 上，由于玻璃板正面敷有半透明金属，致使入射光束分为两部分。一部分穿过玻璃板射达镜 M_1，然后沿原路返回最初发生分裂的地方，

1) 迈克耳孙，一个年轻的海军教员，正好调到航海年历局，麦克斯韦的通信者托德在那里工作。

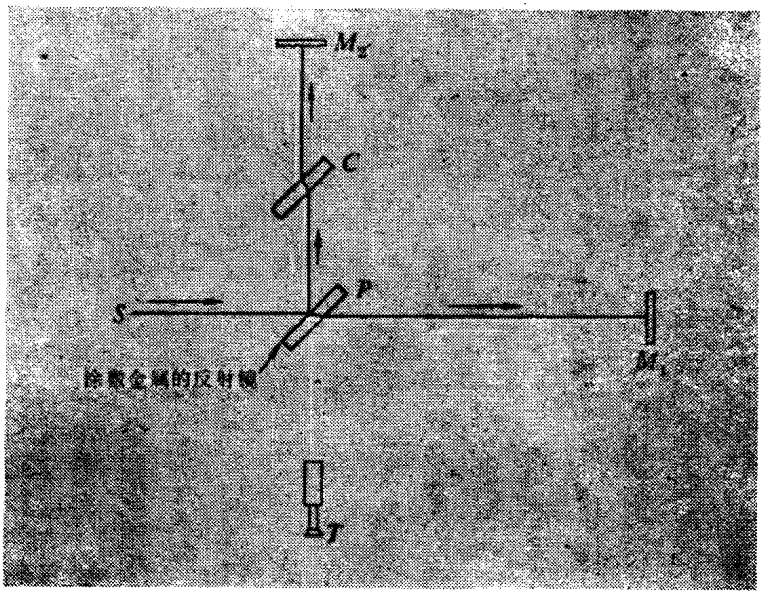


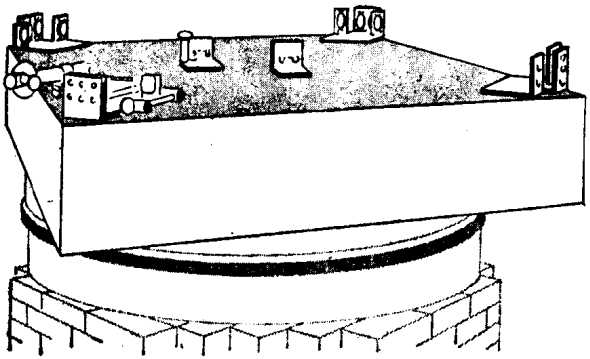
图 2-8. 迈克耳孙干涉仪的装置草图。

其中的一部分经玻璃板反射进入望远镜 T。另一部分光线经波束分离器反射到镜 M_2，然后返回。补偿玻璃板 C 使这束光线在与第一条光线会合并进入望远镜之前先通过与后者相同厚度的玻璃板(为了保持光学上的对称)。如果使用的是单色光，则在望远镜中将看到干涉条纹。

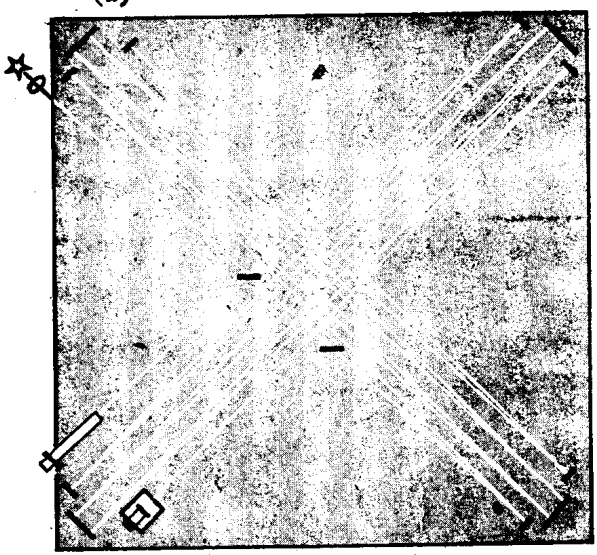
如果玻璃板 P 成 45° 倾斜，而两个镜面彼此几乎成 90°(但不正好是 90°)角，则人们所获条纹同顶角很小的尖劈所形成的条纹相似。适当调节这两面镜子，可以使条纹成为水平。于是通过望远镜看到的景象如图 2-9 所示。如果给出特定干涉条纹的光程长度(PM_1 和 PM_2)为 l_1 和 l_2，则有

$$2(l_1-l_2)=m\lambda \qquad (2\text{-}8)$$

式中 m 是某一整数。如果使 l_1 或 l_2 改变 $\lambda/2$，例如通过移动两镜之一，图 2-9 的花样将相对于望远镜的叉丝 XX′ 移动一条纹



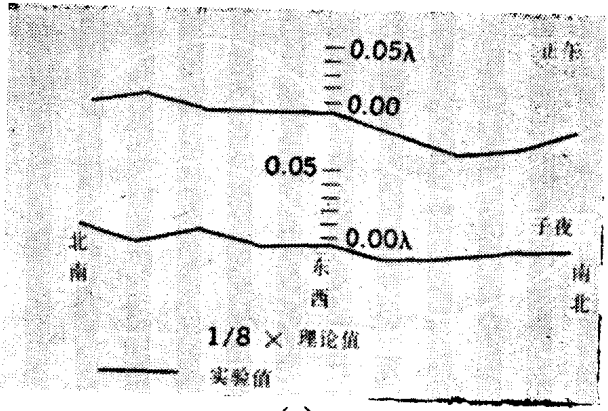
(a)



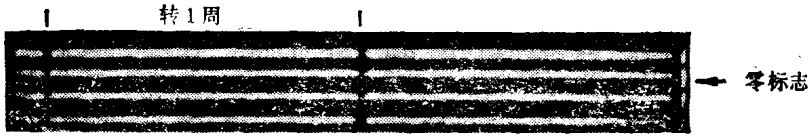
(b)

(*a*)装置草图。(*b*) 光学系统的平面图。(*c*) 装置旋转一圈之后条纹位置的变动。[图(*a*)(*b*)和(*c*) 取自 A. A. Michelson, *Studies in Optics*, Univ. Chicago, Phoenix Books, 1962。]

照片显示仪器作旋转两整周期间的条纹，这是约斯(G. Joos 1930年重复该实验时所得的结果。(取自 Joos, *Lehrbuch der Theoretischon Physik*, Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig.) 表概括了许多人对迈克耳孙-莫雷实验的研究结果。[δ_{calc} 是根据方程(2-14)对 $v=30$ 千米/秒求得的条纹移动。]



(c)



迈克耳孙-莫雷实验的各次结果[a]

观测者；年分	l，厘米	$\delta_{计算值}$	$\delta_{观察值}$（上限）	比值
迈克耳孙；1881	120	0.04	0.02	2
迈克耳孙和莫雷；1887	1100	0.40	0.01	40
莫雷和米勒；1902—1904	3220	1.13	0.015	80
米勒（Miller），1921	3220	1.12	0.08	15
米勒；1923—1924	3220	1.12	0.03	40
米勒（日光）；1924	3220	1.12	0.014	80
托马舍克（Tomaschek）（恒星光）；1924	860	0.3	0.02	15
米勒；1925—1926	3200	1.12	0.08	13
肯尼迪（Kennedy）；1926	200	0.07	0.002	35
伊林沃斯（Illingworth）；1927	200	0.07	0.0004	175
皮卡德和斯塔埃尔（Piccard and Stahel）；1927	280	0.13	0.006	20
迈克耳孙等人；1929	2590	0.9	0.01	90
约斯（Joos）；1930	2100	0.75	0.002	375

(a) 取自香克兰德（Shankland）等人的评述文章，*Rev. Mod. phys.*，**27**，167 (1955).



图 2-9. 迈克耳孙干涉仪形成的直线条纹〔麻省理工学院，教育研究中心的罗森菲尔德(Jon Rosenfeld)摄〕。

间隔。

现在，让我们设想迈克耳孙的整个装置以速率 v 沿着方向 PM_1 相对于由假设的以太所定义的惯性系运动。从实验室的观点来看，"以太风"(以与此相反的方向)吹过装置（图 2-10)。从 P 到 M_2 再反射回到 P 点的光线必定同以太风成这样的角度，以使合速

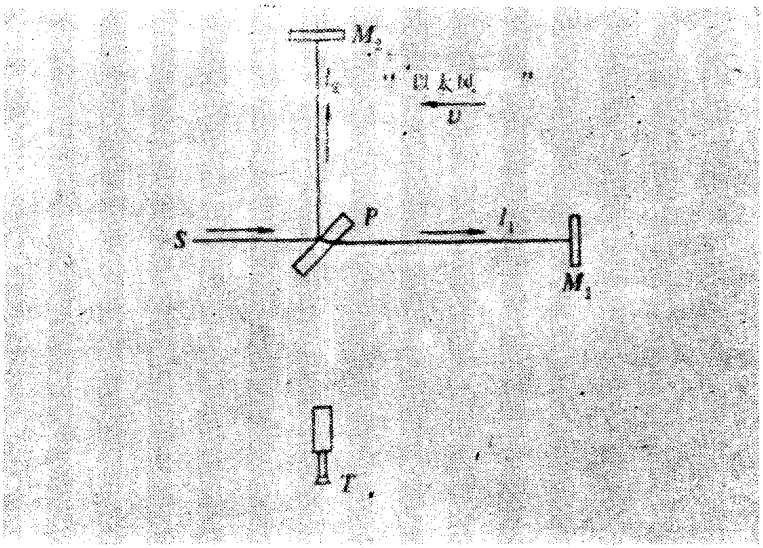


图 2-10. 借助"以太风"说明迈克耳孙-莫雷实验原理的图解。

度沿 PM_2 方向。根据通常的速度合成的伽利略定律，可以推得合速度相对于干涉仪的数值为 $(c^2-v^2)^{1/2}$。从 P 到 M_1 的光线将有合速度 $c-v$(也是相对于干涉仪)，而从 M_1 返回 P 的光线将有合速度 $c+v$。于是我们可以算出光从 P 到两镜再返回 P 点所需用的时间为

$$t_1=\frac{l_1}{c-v}+\frac{l_1}{c+v}$$

亦即

$$t_1=\frac{2l_1c}{c^2-v^2}=\frac{2l_1/c}{(1-v^2/c^2)} \tag{2-9}$$

$$t_2=\frac{2l_2}{(c^2-v^2)^{1/2}}=\frac{2l_2/c}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{2-10}$$

以上二式决定时间差 Δ，它在 $v\ll c$ 时近似地由下式给出：

$$\Delta=t_1-t_2\approx\frac{2l_1}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)-\frac{2l_2}{c}\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)$$

即

$$\Delta\approx\frac{2(l_1-l_2)}{c}+\frac{2l_1v^2}{c^3}-\frac{l_2v^2}{c^3} \tag{2-11}$$

现在如果把整个仪器旋转 90°，以使 PM_2 此时指向运动的方向，我们有一新的时间差 Δ'：

$$\Delta'=t_1'-t_2'\approx\frac{2l_1}{c}\left(1+\frac{v^2}{2c^2}\right)-\frac{2l_2}{c}\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$$

即

$$\Delta'\approx\frac{2(l_1-l_2)}{c}+\frac{l_1v^2}{c^3}-\frac{2l_2v^2}{c^3} \tag{2-12}$$

时间差的这种改变将导致干涉花样移动 δ 条纹，其中 $\delta=c(\Delta-\Delta')/\lambda$，亦即

$$\delta=\frac{(l_1+l_2)v^2}{\lambda c^2} \tag{2-13}$$

如果 $l_1=l_2=l$，我们可以把这一结果表示为如下形式：

$$\delta=\frac{2(v/c)^2}{\lambda/l} \tag{2-14}$$

λ，l 和 c 的值是已知的，但是 v 的数值应当多大？无论对于迈克耳孙还是对此问题关心的每一个人，一个明显可辨认的贡献就是地球的轨道速度——大约 30 千米/秒。如我们已看到的，这一数值给出 $v/c\approx10^{-4}$。我们可以令 $\lambda\approx6\times10^{-7}$ 米，而在迈克耳孙的最初的装置中，$l=1.2$ 米，于是 $\lambda/l\approx5\times10^{-7}$。把这些数值代入方程(2-14)，得 $\delta\approx0.04$ 条纹。这是一个很微小的效应，但在迈克耳孙的妙手之下是应当可以测量出的。当迈克耳孙装置好他的干涉仪并使之旋转 360° 时，并未发现条纹花样有任何移动，这无疑使他感到惊奇和失望。本章的开头从他的有关这一问题的第一篇论文[1] 中摘录了他对这一结果所作的简洁陈述。他还曾补充了一句："静止以太假说的结果就这样被证明为错误。"

这一零结果是如此令人感到意外，如此地难于解释，以致科学家们，特别是伟大的荷兰物理学家洛伦兹 (H. A. Lorentz) 曾竭尽全力使这一结果同本章所描述过的其他光学现象协调起来。洛伦兹提出了一种理论，根据这一理论，在同恒星光行差实验不相矛盾的情况下，人们会有一以太受到地球的部分曳引。更精确地重做迈克耳孙实验那时已成为当务之急。于是瑞利爵士(Lord Rayleigh)曾写信给迈克耳孙，催促他完成这一工作。迈克耳孙后来承担了这一研究，这次是同莫雷共同进行的。他们通过把光程增长到首次实验的 10 倍左右而进行了更加精确的实验研究。这次实验可望看到的条纹移动约为 0.4 条纹，但观测到的效应至多为 0.005 条纹。正是在 1887 年完成的这个经过改进的迈克耳孙实验[2] 长期

1) A. A. Michelson, *Am. J. Sci.*, **122**, 120(1881).

2) A. A. Michelson and E. W. Morley, *Am. J. Sci.*, **134**, 333(1887).

以来一直被认为是狭义相对论的主要实验支柱之一。关于迈克耳孙-莫雷实验装置的草图和一部分结果，请见第 54 和第 55 页。

§2-8 结　语

我们在本章描述过的那些现象是如此地出人意料，以致凡是持有光是以太中的波动这一观点的人都强烈地感到失望。为揭露地球穿过以太的运动而设计的每一个实验都给出了相同的结果；似乎地球相对于以太的运动并不存在，或者，似乎以太本身并不存在。迈克耳孙-莫雷实验的结果，同恒星光行差的测量结果一样，都能很容易用光的粒子发射模型加以解释，在这个模型中，唯一确定的是相对于光源而不是相对于介质的速率。这一模型完全符合伽利略首先发现的情况：在匀速运动的船上或其它惯性参照系上的运动从参照系内部观察并不揭示有关整个系统的移动速度的任何信息。可是，按照十九世纪末大多数物理学家的观点，粒子模型是不恰当的；人们曾在看来显然是一波动传播问题的那种脉络上去寻找解释。[1] 而注视证据时，人们会看到，只有那些涉及完全确定的相对速度的观测才是不给出零结果的观测。在恒星的光行差实验中，相对速度就是地球在其轨道某点相对于轨道另一点的速度。在斐索实验中，相对速度是水流相对于实验装置的剩下部分的速度。而关系特别重大的是，从波动理论的观点看来，光行差现象的存在和在迈克耳孙-莫雷实验中条纹任何移动的不存在之间表观上的直接矛盾。

作为本章对各种实验证据的介绍和讨论的总结，我们用表2-1来表明各种观测结果同光的粒子模型（即把光描述为在空间行进

1）也许，反对任何粒子理论的最为确凿的证据是光在水中比在空气中行进得慢些这一实验证明[于 1850 年为傅科(Foucault)和斐索最先获得]，而折射现象若用粒子理论解释则要求相反的事实成立。

的粒子)和波动模型(即把光描述为通过光以太传播的波)的符合程度。该表或许有助于人们较为清晰地了解到各种不同的证据对光的传播的一般问题有着怎样的影响。

表 2-1：有关光的本性的各种证据

	粒子模型	波/以太模型
1. 光的直线传播	√	若波长≪光源宽度，符合得很好
2. 干涉和衍射效应	无令人信服的解释	√
3. 光的偏振	无令人信服的解释	√
4. 光速同光源速度无关	肯定不符合	√
5. 光在空气中的速度比在水中的速度大	肯定不符合	√
6. 斐索实验和爱里(充水望远镜)实验	要求光被介质部分曳引	要求光被介质部分曳引
7. 恒星的光行差(布喇德雷)	√	若地球相对于以太运动，符合得很好
8. 迈克耳孙-莫雷实验	√	说明地球并不相对以太运动

如果把上表当作一张记分表，可以看出，每一种理论模型都获得了好几个对勾，这表明该模型能简单而又令人信服地解释这些现象。不过粒子模型由于无法解释以下两个观测结果：光速完全不受光源运动的影响和光在空气中比在水(或其他光密介质)中进行得快些，作为讨论的基础看来肯定不够资格。于是我们转向波动理论，的确，波动理论曾是本章讨论的主要基础；不过，对于表中所列的最后两个结果——光行差和迈克耳孙-莫雷实验，我们又遇到了表面上的矛盾和不相容性。爱因斯坦第一个认识到，只要修改一下传统理论，这种情况就能避免。他对这一疑难问题所作的深刻而又根本性的解答将是第三章的主要论题。

习　题

2-1. (*a*) 为了消灭他的死敌情报员 007 号，“幽灵”(SPECTRE)集团的头目策划了一个狠毒的计谋：当 007 号及其伙伴停留在一个荒凉的山谷中时，他设法引发了一场毒雨。幸好邦德(Bond)先生的最后一个魔术箱中有一把雨伞。如果雨滴以 10 米/秒的速度下落而 007 号和他的伙伴为了赶上下一班公共汽车，以 10 英里/小时的速度奔出荒凉的山谷，试问 007 号必须(同铅直方向)成多大角度持伞，方能使身体不被毒雨淋湿。

(*b*) 设有一颗恒星，从地球上观察，它在天空描绘出一条椭圆轨迹，椭圆的短轴对观察者所张之角为 36°。试问该恒星同黄道交成多大角度？

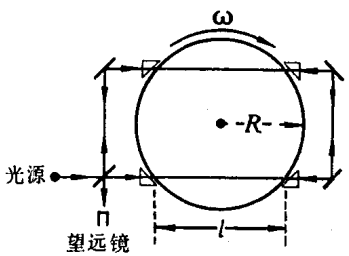
(*c*) 假设题(*b*)中恒星的表观椭圆运动完全是由视差效应引起的，试问该恒星离太阳大约有多远(以光年为单位)？

2-2. 迈克耳孙和莫雷曾于 1886 年重复了斐索的“以太曳引”实验。以下是那次实验的一份数据：

光所用的平均波长	5700Å
每根水管的长度	6.15 米
水流速度	7.65 米/秒
由水反方向流动时造成的平均条纹移动数目	0.86±0.01

把根据这些数据算得的“曳引系数”的数值同对水($n=1.33$)的 $1-1/n^2$ 数值加以比较。

2-3. 课文中所描述的斐索实验要求水流在仪器中迅速流动，这往往导致湍流。有一种可以改变这种情况的办法是使光通过一个旋转的光学玻璃圆盘(见图)。



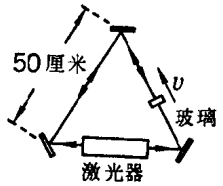
(*a*) 试证两束光线之间的光程差为

$$2n^2 f l \omega (4R^2 - l^2)^{1/2}/c$$

其中 n 是玻璃的折射率，f 是曳引系数，ω 是转动的角频率，c 是光速。

(*b*) 如果 $f=1-n^{-2}$，$n=1.50$，$l=20$ 厘米，$R=20$ 厘米，$\lambda=5300$Å(埃)，试问圆盘必须以多大角频率旋转才能产生数值为 0.2λ 的最大光程差。

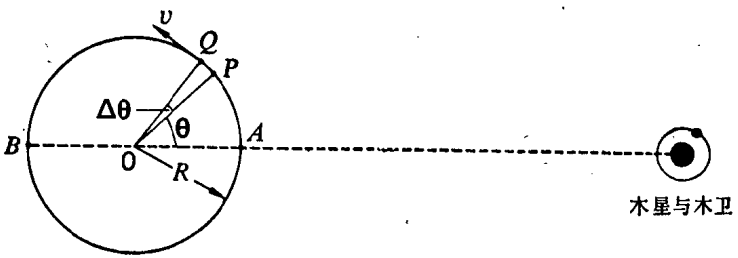
2-4. 在一种现代斐索实验中，光激射器(即激光器)位于以镜子为顶点的三角形的一条边上（见图）。一块 1 厘米厚的玻璃板（$n=1.5$）插入该系统的另一条边。激光可以沿两个方向中的任何一个方向沿此闭合路径行进。当玻璃板静止不动时，正、反向的两个光程相等。假定现在玻璃板以 1 厘米/秒的速度沿所指方向移动，试问这时光程差是多少？（这一差值虽小，但可导致光激射器频率的分裂。如果使两束沿相反方向环行的光试样在探测器中适当地组合起来，便能把频率的分裂转变为可闻的拍音。）注意：这种仪器同斐索的原始装置之重大差别在于光通过介质的过程中，介质的界面位置是变动的。你的计算必须考虑到这一事实。



2-5. 课文中提到了测定光速的罗麦法，此法所依据的是观测相继两次木卫食之间的时间间隔的表观变动。为定量地分析此方法，设想在观测一颗木卫在相继两次被食时，对应的地球位置分别在 P 和 Q（见图）。

（a）试证明：如果两次木卫食之间的真正时间间隔是 τ（等于木卫的轨道周期），则观测到的时间间隔是 $\tau+\Delta\tau$，其中 $\Delta\tau\approx R\cdot\Delta\theta\sin\theta/c$，$\Delta\theta\approx v\tau/R$。据此进而证明，当地球从 A 运行到 B 时，累积时间滞后是 $2R/c$（不计及木星本身的位置变化）。

（b）木星的第二颗卫星“欧罗巴”(Europa)的周期是 3.55 天。试问，这一真正周期同地球上观测到的相继两次被食的时间间隔之间的最大差异是多少？在 A 和 B 之间的累积时间滞后是多少？（地球的轨道速度＝30千米/秒，地球轨道半径＝1.49×10^{8} 千米）。

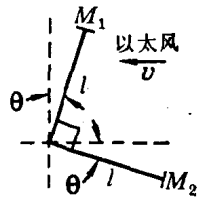


2-6. 在迈克耳孙干涉仪的一条臂上放置一长度为 0.2 米的管子，两端以透明端板封住，使光线可自由通过。利用波长为 5.9×10^{-7} 米的光线可观

测到某干涉花样。然后把管子里的空气抽掉，再进行一次观测。试问干涉花样将移动多少条纹？光在空气中的速率是$(1-2.9\times10^{-4})c$。

2-7. 在1887年进行的迈克耳孙-莫雷实验中，干涉仪的每条臂长度是11米，用波长为5.9×10^{-7}米的钠光。该实验能够揭示多于0.005条纹的任何条纹移动。这个数值对地球穿过假想以太运动的速度设置了多大的上限？

2-8. 关于迈克耳孙-莫雷实验的以太风理论，课文中曾讨论过干涉仪的两臂分别垂直和平行于以太风的特殊情形。试考虑干涉仪同以太风成θ角的一般情形（见图）。证明对于长度均为l的两臂，可由下式给出两条路径的很好近似的时间差：

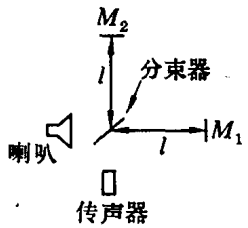


$$\Delta t(\theta)=\frac{v^2 l}{c^3}\cos 2\theta$$

2-9. 声波的迈克耳孙干涉仪以扬声器作为声源，以传声器作为探测器，以薄纸作为分束器，以两块木板作为镜子（见图）。干涉仪的两臂长度均等于l，整个装置能够旋转。有一股速率和方向都恒定不变的风吹过该装置。扬声器每秒发射一个非常短促的声脉冲。利用问题2-8的结果回答下列问题：

（a）对于干涉仪的绝大多数取向，传声器所接收到的回声由迅速接续的两个脉冲组成。为什么？

（b）对于干涉仪的某些取向，两个回声的时间延迟具有最大值。当此装置旋转一周时，这样的取向遇到几次？这些取向同风的方向的关系如何？



（c）如果干涉仪的每条臂长均等于3米，两个回声之间的最大时间延迟为10^{-5}秒，试问风的速率是多少？声波以恒定的速度相对于空气行进。此速度值取为300米/秒。

〔1905 年的〕秋天……爱因斯坦发表了一篇论文，扩大了彭加勒 (Poincaré) 和洛伦兹 (Lorentz) 的相对性原理，从而引起广泛的注意。

惠特克(E. T. Whittaker)，
《以太和电理论的历史》(1953 年)

上面引证的这句话因未能给爱因斯坦应有的声誉，反而变得更有名气了。参阅本书结束语中的讨论。

第三章　爱因斯坦与洛伦兹-爱因斯坦变换

§3-1　引言：收缩假设

为什么迈克耳孙-莫雷实验会给出零结果呢？它曾是困扰十九世纪物理学一些最优秀才智的一个问题。实验事实是不容置疑的；正如我们在第二章中所看到的，它们得到不少其它光学观测的支持。这些观测都道出了同一内情：大自然显然不会给出相对于某假设的基本参照系的运动状态的信息。而这种看法恰好是当时大多数物理学家所持有的看法：存在以太，穿过以太的运动是真实的，但是有补偿效应在起作用。在这类特殊的机制中，最著名的是爱尔兰人斐兹杰惹(G. F. FitzGerald) 和荷兰人洛伦兹（各自独立地）于 1892 年提出的假说。为了说明迈克耳孙-莫雷实验的结果，他们假定物体沿其穿过以太的运动方向有一真正的收缩。如果这一收缩的比例因子为$(1-v^2/c^2)^{1/2}$，便能直接推出条纹移动为零的结果。如果考虑一下第二章中讲过的情形，即迈克耳孙干涉仪的两臂分别平行和垂直地球运动的方向，那么，几乎只要稍加查

验，这个结果就显而易见。光线沿两条可能路径行进所用的时间已经推得[方程(2-9)和(2-10)]：

$$t_1=\frac{2l_1/c}{1-v^2/c^2}$$
$$t_2=\frac{2l_2/c}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{3-1}$$

假定一杆具有正常长度 l_0，当运动垂直于杆时，长度不变，而当运动平行于杆时，长度收缩为 $l_0(1-v^2/c^2)^{1/2}$。于是在图 3-1(a)中，我们应有

$$l_1=l_{10}(1-v^2/c^2)^{1/2} \qquad l_2=l_{20}$$

因此应当有

$$t_1=\frac{2l_{10}/c}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \qquad t_2=\frac{2l_{20}/c}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}$$

从而

$$t_1-t_2=\frac{2(l_{10}-l_{20})/c}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{3-2}$$

这样，如果把干涉仪旋转 90°，使两臂所起的作用互换，则时间差应当仍然具有同样的数值。这两个位置显然是相当特殊的位置，不过，进一步的计算表明，对于如图 3-1(b)所示任意取向，只需假

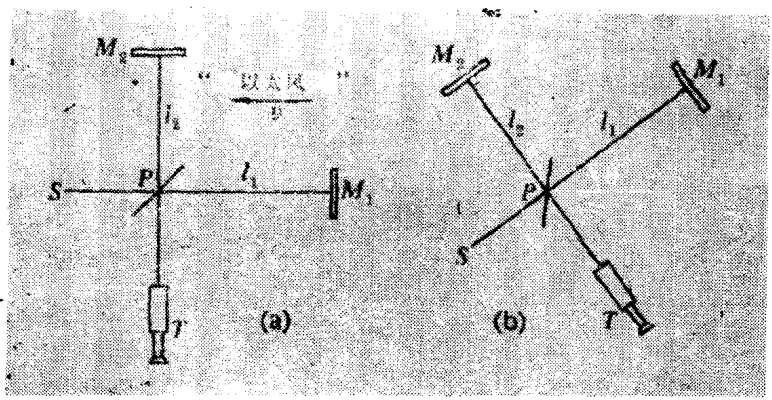


图 3-1. (a) 迈克耳孙-莫雷实验装置，其中的一个臂朝着假设的"以太风"方向。(b) 位于任意方位的同一装置

定对于倾斜的、臂长度的平行于v的分量发生收缩，而垂直于v的分量保持不变，则由方程(3-2)给出的时间差依旧正确。例如，对于臂1，l_1和正常长度l_{10}之间的关系就由下式给出：

$$l_{10}^2=(l_1\sin\theta)^2+\frac{(l_1\cos\theta)^2}{1-v^2/c^2} \tag{3-3}$$

读者应当亲自验证一下：这个条件以及对臂2的类似条件，对于任意的θ值都导致方程(3-2)。

§3-2 爱因斯坦对相对论的再次阐释

面对建立巧妙的(的确是了不起的)、但基本上是就事论事的理论的这种情势，爱因斯坦提出了极其清晰的、一种只有天才方能提出的高度简洁的观点。他并不是把预先想好的概念强加给客观事实，而是以为数极少的事实为根据，对概念作出根本性的修正。在智力上的巨人比比皆是的领域，这的确是一项惊人的成就。在他的首次提出狭义相对论的精彩论文的开头，[1] 他评论了下述事实，即在象磁铁和导体相互作用这些现象中，有重要关系的只是二者的相对运动，而不是二者各自的运动。他接着写道：

> 诸如此类的例子，以及企图证实地球相对于“光介质”运动的实验的失败，引起了这样一种猜想：绝对静止这概念，不仅在力学中，而且在电动力学中也不符合现象的特征。倒是应当认为……凡是对力学方程适用的一切坐标系，对于上述电动力学和光学的定律也一样适用。我们要把这个猜想提升……为公设，并且还要引进另一条

1) A. Einstein, *Ann. Physik*, **17**, 891(1905)；1923年由佩雷特(W. Perrett)与杰弗里(G. B. Jeffery)译成英文，收入 *The Principle of Relativity*, Dover, New York.（参阅中译文：爱因斯坦文集，第二卷，第83—84页，商务印书馆，1977年。——译者）

只是在表面上看来同它不相容的公设：光在虚空中总是以一确定的速度 c 传播着，这速度同发射体的运动状态无关。

爱因斯坦以这段文字申述了 c 的普适性和诸惯性系对所有效用的等效性。这是思想史上的一个巨大进展。对此，英国宇宙学家邦迪(Hermann Bondi)曾以非常有趣的方式作过如下评论：[1]

假若牛顿的相对性原理的精神适用，则我们可以推得光速这一基本特性应当与借以观测它的参照系无关。作如上断言的……通称狭义相对论……可见，就某种意义而言，该理论是十分保守的；它要求凡对动力学成立的原理也对整个物理学成立。任何主张，只要声言物理学的统一性是必不可少的，都必然会推出狭义相对论，因为它不能容忍所有的惯性系从动力学的观点看来是等效的，但根据光学测量又是可分辨的。现在几乎难以相信，在十九世纪竟会认为这种甄别的可能性是理所当然的。不过，在当时很难看出，究竟是牛顿的相对性原理的普适性，还是时间的绝对性，更重要一些……。

邦迪的最后一句把我们带到了爱因斯坦思想的核心。时间的本性是其症结所在。需要有爱因斯坦那样的洞察力才能作出这类必要的根本性的分析。但是，同样令人印象深刻的是爱因斯坦的下述信念：所有可观测的物理现象必定只依赖于相对运动。在我们遵循爱因斯坦的途径讲述狭义相对论的内容之前，最好谈谈一般的相对性原理和牛顿的方案。正如邦迪所指出的，牛顿的方案与爱因斯坦的新动力学有很多共同之处。

---

1) H. Bondi, *Endeavour*, **20**, 121(1961).

§3-3 伽利略和牛顿的相对论

什么是相对性原理呢？这是一种关于如像可在不同的参照系中通过观测来确定的诸自然定律的论断。根据经验，论断以明确的形式作出：即自然界中存在一系列这样的参照系，对于它们，物理定律具有完全相同的形式。静止于这些不同的参照系中的观测者可能得出各不相同的测量结果，但由此而推得的结论如力的定律是完全相同的。换句话说，相对性原理是一个关于在自然界中根本没有特殊参照系的断言；它把整群参照系放在一个完全等效的地位上。邦迪在他的一篇评论相对论的文章[1]中，一开头就写下了这一见解：

> 以简洁的方式描述范围宽广的现象，是每一个物理理论的目的。在许多情形，该目的作为理论的一部分，需要有一个规定，以便把理论运用于处在不同运动状态中的体系。这样的规定，像一种译码，一般由一组数学变换定律组成。
>
> 变换定律的本质就是使大多数的量发生改变而使一些量保持不变。后者称为变换的不变量，并用来确定变换的性质。指出何者为不变量的物理断言称为相对性原理，一个理论的基本方程通常确定了适用于该理论的相对性原理。

就这种意义而言，相对论已经包含在牛顿力学之中，因为牛顿力学暗示，唯一重要性和关心应加诸于惯性参照系——亦即加诸于所有(以某恒定速度彼此相联系的)在其中伽利略惯性定律成立的那些参照系。

---

1) H. Bondi, *Rept. Progr. Phys.*, **22**, 97—120(1959).

我们把首次明晰讨论这类问题的荣誉归之于伽利略。伽利略曾写过一本书，赞成哥白尼的日心说而反对托勒枚的地心说。在那本著名的书里，他论证说，落体的垂直路线并不能迫使人们得出地球是静止的这一结论。[1] 作为类比，他举了岩石从船的桅杆顶端下落的例子。不管船是静止的或以恒速运动，岩石总是恰好落在桅杆脚下。可见，观察岩石撞击甲板的地点无法揭示船的运动状态。如果相对于某参照系，岩石被松开时是静止的，那么测得的岩石下落路径永远是铅直线，不论该参照系是静止的或相对于地球有一恒定的水平速度。把结论这样表达出来，就是相对性原理的一个具体体现，因为这一结果包含了下述断言，即某一自然定律（自由下落的定律）在所有仅仅相差一恒定水平速度的参照系中都相同。

一个密切相关的例子是从两个不同的参照系对同一落体所作的观测。例如，假定从运动的船上松开一块岩石，再从岸上和船上进行观测。那么，观测到的路径在一种情形是铅直线，而在另一种情形则是抛物线。但是，如果我们现在借助牛顿动力学来分析这些运动，我们就会发现，这些运动尽管各不相同，但却对加速度的量值（从而还有引起此加速度的力）都给出完全相同的结论。

在不同的参照系中观测一给定运动，测量结果的关系可用一组变换方程来表达。在牛顿力学中，有关方程是以伽利略的名字来命名的，因为伽利略第一个认识惯性原理。假定惯性系 S' 以恒定速度 v 沿 x 方向相对于惯性系 S 而运动，则伽利略方程把在惯性系 S 中测得的位置、时间、速度和加速度同在惯性系 S' 测得的对应的量联系起来：

---

1) Galileo, *Dialogue Concerning the Two Chief World System—Ptolemaic and Copernican*, 英译者为 Stillman Drake, Univ. Califonia Press, Berkeley, 1953.

$$\left.\begin{aligned} &x'=x-vt \quad (\text{和 } x=x'+vt)\\ &y'=y\\ &z'=z\\ &t'=t\\ &u_x'=u_x-v \quad (\text{和 } u_x=u_x'+v)\\ &a_x'=a_x \end{aligned}\right\} \text{伽利略变换方程 (3-4)}$$

实际上，凡是牛顿的追随者都会认为，单单前三个方程就足以确定两个作相对运动的惯性系的关系。他们不会想到，需要把关系式 $t=t'$ 除去，因为普适时间的观念是牛顿力学的基础："绝对的，真正的和数学的时间本身，就其本性而言，是不受任何外在事物的影响而均匀流逝的。"[1] 给出了这一普适时间以及式(3-4) 的前三个方程，不同参照系中测得的速度之间的关系就完全确定了，在所有这些参照系中测得的加速度是相同的。在牛顿力学中，加速度是一不变量。

我们将稍进一步了解，某种物理定律的陈述，由于把它变换到不同参照系的举动，而怎样受到影响(或不受到影响)。到那时，我们就具备较全面地考察爱因斯坦观点的条件了。

§3-4 牛顿定律的变换

牛顿力学的基本定律是 $F=ma$。所谓这一定律的变换是指什么呢？除非我们有一明显的力的定律，$F=ma$ 就仅是 F 的一个定义。那么，让我们来考察一下两个物体的相互作用所提供的力。假定此力仅为二物体的距离的函数，而与它们的速度或加速度无关。于是我们令：

$$F_{12}=f(x_2-x_1) \tag{3-5}$$

这是由物体 1 施于物体 2 的力。因此，若在惯性系 S 中进行观测，

1) Newton's *Principia*, Book I, Scholium after Definitions.

则物体 2 的运动方程由下式给出：

$$f(x_2-x_1)=m_2a_2 \tag{3-6}$$

借助伽利略变换即方程(3-4)，方程(3-6)可改写成完全用在系 S' 中测得的量表达的形式。力的经变换后的数值由下式定义：

$$F_{12}'=f(x_2'-x_1')$$

但由于

$$x_2'-x_1'=(x_2-vt)-(x_1-vt)=x_2-x_1$$

于是

$$F_{12}'=f(x_2-x_1)=F_{12}$$

现在再看方程(3-6)的右端，伽利略变换给出 $a=a'$，而在牛顿动力学中惯性质量是常量：$m_2=m_2'$。于是我们可以写出

$$F_{12}'=f(x_2'-x_1')=m_2'a_2' \tag{3-7}$$

于是我们在这一公认为非常简单的例子中看到牛顿运动定律是如何经伽利略变换而不作改变。更加复杂的力的定律只要仅涉及两个相互作用粒子的相对位置和速度，都应具有我们称之为不变性的同一性质。然而，如果某力依赖于绝对位置和速度，例如，该力含有像 $x_2^2-x_1^2$ 这样的项，则运动方程在所有的惯性系中就不再保持同样的形状。在我们的经验中从未揭示下面这样的情况：实验室中的物理定律不同于以恒定速度运动的火车或飞机中的物理定律。例如，考虑几个观测者在不同参照系中对两个台球的碰撞的简单现象所察觉的。每个观测者都按自己的眼光分析这个(相同的)碰撞过程并记录下诸如位置、速度等等相对于他自身的参照系测得的数据。一般说来，各组数据并不彼此一致，但根据这些数据推得的碰撞的动力学定律对于所有的观测者都是相同的。如果物理定律对于一个或多个观测者是不同的，那么这可能成为找出某些参照系具有独特性的一个线索，这样，所有的惯性参照系就不处于平等的地位了。

认为由光以太确定的独特参照系确实存在，这是十九世纪光学的一个假定。但是，我们已经看到了这一假定所引起的某些困难和矛盾。我们找不到可证明存在这样的参照系的任何切实的证据；看来，我们所有的物理经验都符合所有惯性系的动力学等效性。然而，正如同我们在第一章中所看到的，若涉及足够高的速率，牛顿力学的预言就不会得到经验的支持，这也是事实。是什么出了毛病呢？或者，说得更明确些，哪个方案允许我们把所有这些经验统一起来呢？原来，答案可在下面的断言中找到：

所有的惯性系在一切情形肯定都是等效的，

但运动定律和变换定律必须修改。

我们现在要做的是（遵循爱因斯坦的思路）以另一组变换（洛伦兹-爱因斯坦变换）来代替伽利略变换，这将允许我们既保留牛顿的相对性原理，同时又包容对牛顿动力学行为的偏离。我们首先要重申爱因斯坦的基本观点。

§3-5 爱因斯坦与 c 的普适性

爱因斯坦引入物理学中的新奇观点是非常深刻的，但又极其容易掌握。他指出，过去对于运动的分析都是以一种抽象观念即存在普适的绝对时间为根据的。他争辩说：这个抽象观念其实是站不住脚的；而且作为一个基本原理，“一个物理观念的正确与否，唯一地取决于它与可经验到的事实的明晰而无歧义的关系。”[1] 人们可以有形而上学的时间概念，但是一旦要进行测量时，人们就要涉及用实际的物理装置（我们称之为时钟）所作的观测。下面就是一些例子：

由弹簧、摆轮和齿轮装配成的机械时钟或手表；

1）引自爱因斯坦于 1921 年的一篇讲演（重印于他的 *Ideas and Opinions*）.（参阅中译文：爱因斯坦文集，第一卷，第 165 页，商务印书馆，1976 年。——译者）

旋转的地球；

微波激射器中的一氨分子束；

石英晶体；

一群放射性粒子；

你自身的脉搏。

要想定量地描述物体的运动，我们必须能得到该物体的作为时间的函数的坐标。这是什么意思呢？我们仍可援引爱因斯坦1905年发表的那篇论文中的一段原话，* 这段话比任何转述都能更好说明情况：

> 我们应当考虑到：凡是时间在里面起作用的我们的一切判断，总是关于同时的事件的判断。比如我说，“那列火车7点钟到达这里”，这大概是说：“我的表的短针指到7同火车的到达这里是同时的事件。”

这似乎是不言自明的——简直不值一提。但是，爱因斯坦却接着指出，这如同描述某物体的运动，如果我们想要建立发生在不同地点的事件之间的时间关系，就会产生一个问题。例如，假定我们要测量某一物体的速度，我们就记下它在时刻 t_1 的位置 r_1 和时间 t_2 的位置 r_2。于是

$$v=\frac{r_2-r_1}{t_2-t_1}$$

但是，按照爱因斯坦的分析，这意味着我们必须利用一个时钟读出与物体到达 r_1 同时的时刻 t_1，再利用另一个时钟读出与物体到达 r_2 同时的时刻 t_2。不论我们所用的是哪种特定的测量方法，除非我们能确定两个不同地点的相同时间的意义，我们的观测就毫无意义。假如我们能够发射速度无限大的信号，就不会出现这样的

---

* 这段话的中译文，可参阅：爱因斯坦文集，第二卷，第85页，商务印书馆，1977年。——译者

问题。可是我们做不到这一点。相反地，我们只掌握速率很大然而有限的真空中的电磁信号，作为联系不同地点的时间测量的工具。这就是爱因斯坦的论证，而进一步的论证大致如下。

假定有两个位于不同地点的观测站 A 和 B。A 处的时钟可以记录发生在 A 处的直接邻域的两事件间的时间差。同样地，B 处的时钟可以记录发生在 B 处的直接邻域中的两事件间的时间差。于是我们有“A 时间”和“B 时间”。为了建立 A 和 B 的共同时间，我们作出这样的规定：光信号从 A 到 B 所需要的时间等于光信号从 B 到 A 所需要的时间。于是，如果光信号在 $t=0$ 时从 A 点出发，行至 B 点受到镜子反射，在 $t=t_0$ 时返回到 A 点，那么，信号到达 B 点的时刻则被定义为 $t_0/2$。这向我们提供了使位于不同地点的诸时钟同步（整步）的特定做法。

位于不同地点的时间测量的关系的这个定义其推论（再次作为定义问题）是：光在真空中的速率在任何情形都具有相同的数值。爱因斯坦把这一断言纳入了他的狭义相对论的原始表述之中。事实上，他的理论完全建立在以下两个公设之上：

公设 1：对于所有的物理定律，所有的惯性系是等效的。

公设 2：光在虚空空间中的速率总是具有同一值 c。

令人惊奇的是，整个新的动力学竟能建立在这两个简短的断言之上。只有智力非凡的人才能领悟到这种可能性。

§3-6 第二公设与观测证据

爱因斯坦的第二公设，即光速 c 的普适性，是一项惊人的革新。这样拟订的第二公设似乎否定了任何独立的实验检验的可能性。然而，有人争辩说，狭义相对论的这一基本特征实际上可以基于观测证据（不过其中多数证据直到爱因斯坦建立这一理论之后

很久还得不到)。[1] 我们将根据若干特定的实验对这一观点的某些方面作一简短的评论。

迈克耳孙-莫雷实验

在这个实验中，迈克耳孙干涉仪的两臂的长度相等。当仪器旋转 360° 时，无条纹移动发生。旋转操作仅需数分钟的时间，在这段时间内，实验室的运动状态并无显著改变。这一零结果同下述命题一致：相对于穿越空间具有某任意（但未知）运动的参照系，光在所有方向上的速率是相同的。

肯尼迪-桑代克实验[2]

1932 年，肯尼迪(R. J. Kennedy) 和桑代克 (E. M. Thorndike)完成了一项实验，该实验同迈克耳孙-莫雷实验非常相似，只有两点显著差别。第一点，干涉仪的两臂的长度是不相等的。(两臂的长度差值约为 16 厘米，此值虽大，但仍不妨碍获得高质量的干涉条纹)。第二点，该仪器被固定在实验室中，并对干涉条纹进行了数月之久的观测。这项实验对仪器的机械稳定性和持久不变性提出了极高的要求。没有发现与实验室运动的周日变化相关联的条纹移动或与季节变化相关联的条纹移动。如果像刚才所作的那样去解释迈克耳孙-莫雷实验，那么肯尼迪-桑代克实验的零结果可以作为下述论断的证据，即在速度大不相同的两参照系中，光走完干涉仪较长臂上的额外距离 $2|l_2-l_1|$ 的时间是相同的。[可以指出，这纯粹是插话，如果说收缩假说可以用来解释迈克耳孙-莫雷实验的结果，那么它就不能解释肯尼迪-桑代克实验结果。如果考察一下计及洛伦兹-菲兹杰惹收缩的方程(3-2)，便可知道：

---

1) 对此，H. P. Robertson 曾在 *Reviews of Modern Physics* 杂志的一期纪念爱因斯坦七十岁生日的专刊中的一篇文章中作过讨论 [见 *Rev. Mod. Phys.*, **21**, 378(1949)].

2) R. J. Kennedy and E. M. Thorndike, *Phys. Rev.*, **42**, 400(1932).

除 $l_{10}=l_{20}$ 这一特殊情形，若速率 v 改变，则根据以太风假说算得的时间差仍将改变。这意味着，我们关于时间的量度，像关于距离的量度一样，也需要修改。]

来自运动光源的光

爱因斯坦第二公设的一个基本特征是，从一给定光源发出的光信号的行进速率与光源本身的运动完全无关。在我们对迈克耳孙-莫雷实验作第一次讨论(见第二章)中，我们曾断言的确存在这一特征。长期以来，人们相信，对来自密近双星的光的观测可证明这一特征。任何这类双星系统的两颗子星具有很大的相对速度，当其中一颗具有一速度分量朝向地球而来时，另一颗则背离地球而去。过去曾有人论证说，如果这些速度可传给被发射的光，则双星的表观运动就应当畸离引力定律所要求的牛顿轨道。但没有观测到这种畸变。然而，晚近又有人论证道，这样的双星系统通常为气体云所包围，我们所观测到的来自双星系统的光实际上是被气体云先吸收，尔后再辐射出来的。所以，穿越恒星际空间的光的速率在任何情形都不会受到原始光源的任何可能的影响。[1] 不过，随后对地面上高速运动的光源进行了实验，这才以令人信服的方式证实了爱因斯坦第二公设的这一特征。在一个这样的以高能光子(非可见光)所做的实验中，辐射源由以光速的 99.975% 行进的不稳定粒子(中性 π 介子)组成。实验测得的沿运动方向发射的光子速度为 $(2.9977\pm0.0004)\times10^8$ 米/秒。[2] 参考表 1-2 可知，这一数值同对静止辐射源测得的最佳 c 值极其一致。在第五章和第六章中，我们将更详细地讨论来自运动光源的辐射问题，而这一问题与相对论性速度相加定律及其他有关现象是有关系的。

---

1) J. G. Fox, *Am. J. Phys.*, 30, 297(1962).

2) T. Alväger, F. J. M. Farley, J. Kjellman and I. Wallin, *Phys. Letters*, 12, 260(1964).

§3-7 同时性的相对性

爱因斯坦对于使位于不同地点的时钟同步所作的规定的一个直接后果是：同时性是相对的而非绝对的。让我们看看，这是怎样推得的。

假定在惯性系S的x轴上有三个等距的观测站A, B和C, 它们全都是静止的。我们可以作出一个简单的x-t坐标系，并在其上画出显示系统在空间中和时间上的发展的数条“世界线”（采用公认的术语）[图 3-2(a)]。任一给定粒子的世界线是它的位置作为时间函数的图象，该图象提供了(在一给定参照系中观测时)粒子历史的全部图景。A、B和C的世界线当然是平行于t轴的竖直线，相当于$x=$常数。假定在$t=0$时从B点发射一光信号或射电信号。该信号以同样的速率c在x轴上向前或向后传播——这一断言体现光速c的普适性。这一信号可由两条斜线$x=x_B\pm ct$来描述。这样，信号到达A和C这两个事件可用交点A_1和C_1确定。位置A和C的同时性可由平行于x轴的线段A_1C_1来定义，A_1C_1

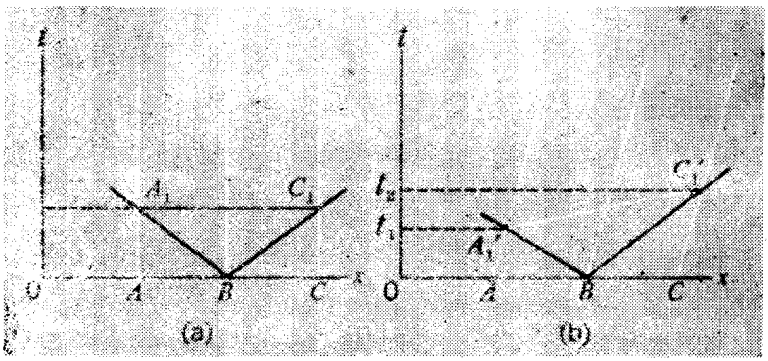


图 3-2. 空-时图。(a) 借助从位于二观测站A和C的中点的观测站B发出的光信号来定义（静止于参照系的）二观测站A和C的同时性的实验。(b) 当A, B, C皆具有一相对于参照系的速度情形，与实验(a)等效的实验。

连接了一系列具有相同 t 值的点。

现在假定，A，B 和 C 静止于惯性参照系 S' 中，但系 S' 相对于系 S 以速率 v 沿 x 轴方向运动[图 3-2(b)]。现在 A、B 和 C 的世界线是倾斜的，如图 3-2(b) 所示。在 $t=0$ 时从 B 发出的信号仍然由两条直线 $x=x_B\pm ct$ 描述，在系 S 中，信号到达点 A 和 C 这两个事件现在改由交点 A_1' 和 C_1' 来表示。显然，这两个事件对于系 S 是不同时的，因为线段 $A_1'C_1'$ 显然不与 x 轴平行。或者说得更具体些，信号到达 A 先于到达 C，因为当在系 S 中观测时，A 是迎向信号脉冲而来，而 C 是背离信号脉冲而去的。但是，我们要求 B 在系 S' 中应同在系 S 中一样位于 A 和 C 的中点。因此，如果接受 c 的普适性和惯性系的等效性，我们就要求 A_1' 和 C_1' 代表系 S' 中的同时事件。(从相对论的观点看来，一个事件可完全由它在一给定参照系中的空间坐标和时间坐标来表征。)我们对同时性的判断是我们所采用的特殊参照系的一个函数。

自然要提出这样问题：为什么我们应当把同时性的定义特别建立在速度 c 的基础上，而不把它建立在其他可能的信号速度的基础上呢？最简单的回答是，因为 c 显然是唯一的，它不仅代表光的速率，而且也代表整个动力学的极限速率。一个更加令人信服的回答(至少从长远的观点来看)，这一选择的确导致了下述结果：每一个已知的物理定律在所有的参照系中都具有相同的形式。

在以上的讨论中，我们已定性地证明了同时性的相对性。我们下一步的工作应该是根据狭义相对论来阐明时间和空间测量的定量特征。

§3-8 洛伦兹-爱因斯坦变换

现在请看图 3-3。该图描述确定观测站 A 和 C 同时性的操作，A 和 C 以速率 v 相对于惯性系 S 而运动。我们已经讨论过这种图

形（参照图 3-2）。不过，现在我们添加两条线用以代表 A 和 C 在其内静止的参照系 S' 的坐标轴。我们是怎样做到这点的呢？t' 轴很容易画出；它就是直线 $x'=0$，亦即系 S' 的原点的世界线。但由于系 S' 相对于系 S 具有沿 x 轴方向的速率 v，所以，系 S 和系 S' 的原点在 $t=0$ 时重合，系 S' 的原点位置在系 S 中可由方程 $x=vt$ 来描述。

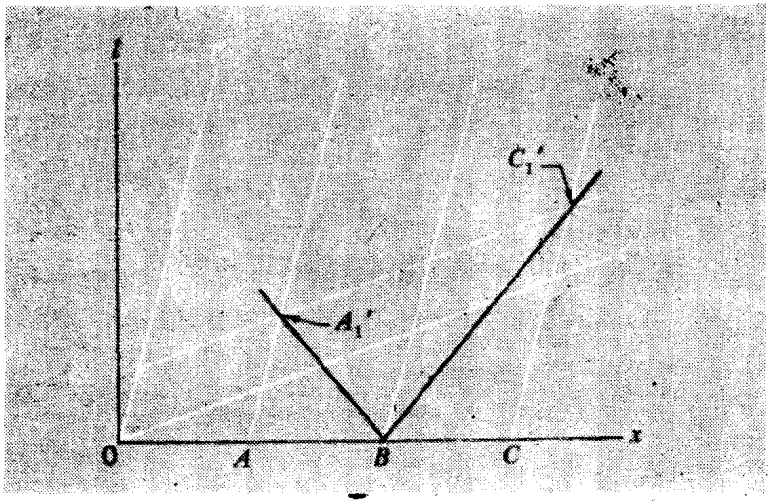


图 3-3. 对于两个作相对运动的参考系其坐标轴(x, t)和(x', t')的标示法。

怎样画出 x' 轴呢？x' 轴是由所有对应于 $t'=0$ 的点连结而成的直线。形如 $t'=$常数的任何直线均平行于 x' 轴。直线 $A_1'C_1'$ 恰好是这类直线，因为在系 S' 中的同时性是根据事件 A_1' 和 C_1' 来定义的。因此，要想作出 x' 轴，仅画出一条平行于 $A_1'C_1'$ 的直线即可；并且，为了方便起见，可令其通过 O 点。因此，O 点在这两个参照系中分别由 $x=0, t=0$ 和 $x'=0, t'=0$ 来描述。x 轴与 x' 轴的不相重合当然并不意味一个参照系相对于另一个参照系有任何几何倾斜(geometric tilting)；这是由 x 和 t 坐标所构成的抽象空

间中的纯粹形式上的倾斜。

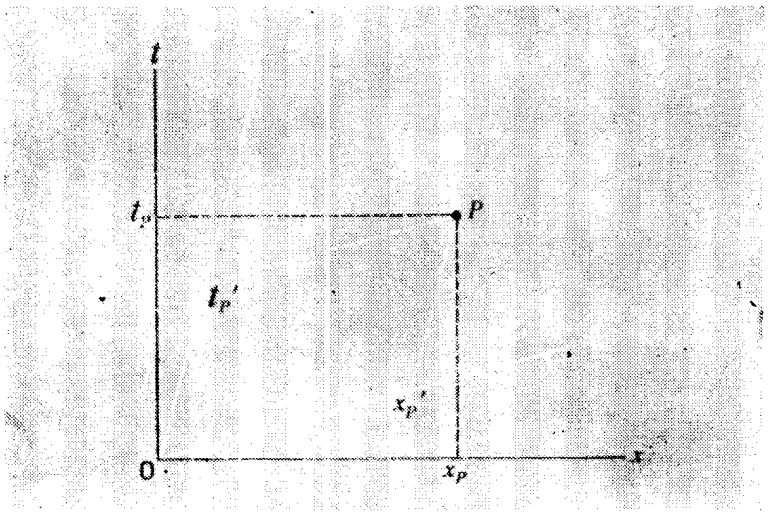


图 3-4。一给定事件在两个不同的参照系中的空-时坐标。

现这类图形向我们展示了狭义相对论的运动学变换的关键性特征。在图 3-4 中，图形平面内的任意一点P代表一个点事件(*point event*)，它可以任择其一地由x和t的值或x'和t'的值来表征。而我们的作图法暗示：x'和t'都应当是x和t两者的线性函数。同样地，x和t应是x'和t'两者的线性函数。此线性是变换方程的一个基本性质。如果变换方程不具有这一形式，那么在一个参照系(比如在系S)中被记录为沿一直线的匀速运动，在另一个参照系(比如在系S')中就不会被记录为匀速直线运动了。因此，这与伽利略的惯性定律以及我们的动力学的基本条件，即所有惯性系的等效性，是矛盾的。

相对性原理隐含的对称性意味着，变换方程必须具有如下形式：

$$x=ax'+bt'$$

及

$$x'=ax-bt \tag{3-8}$$

以上两个方程之所以写成这样的形式，乃是为了使它们尽可能地接近伽利略变换方程[方程(3-4)]，而且在系 S' 相对于系 S 的速率 v 足够小时它们必定化为方程(3-4)。令方程(3-8)的第一式中的 $x=0$，可以确定在系 S' 中测得的系 S 的原点的运动。同样地，令方程(3-8)的第二式中的 $x'=0$，可以确定在系 S 中测得的系 S' 的原点的运动。这两个速度大小相等方向相反，数值均为 v。于是得出条件

$$b/a=v \tag{3-9}$$

其次，我们考虑按系 S 和系 S' 的观点对沿 x 轴正向行进的光信号的描述。设信号是从图 3-3 的 O 点发出的。它在系 S 和系 S' 中可分别用下列两个非常简单的方程来描述：

$$x=ct \qquad x'=ct' \tag{3-10}$$

把关于 x 和 x' 的这两个特定表达式代入方程(3-8)，我们得

$$\begin{aligned} ct&=(ac+b)t' \\ ct'&=(ac-b)t \end{aligned} \tag{3-11}$$

消去上面两个方程中的 t' 和 t，并利用得自方程(3-9)的条件 $b=av$，得

$$c^2=a^2(c^2-v^2)$$

所以，

$$a=\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{3-12}$$

可以看出，系数 a 恰好是我们在第一章所作的动力学分析中出现的因子 $\gamma(v)$[参见方程(1-22)]。现在我们可以把方程(3-8)改写成明显的形式：

$$x=\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}(x'+vt')=\gamma(x'+vt')$$

和 $$x'=\frac{1}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}(x-vt)=\gamma(x-vt)$$ (3-13)

式中

$$\gamma(v)=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$$

这些方程与伽利略变换的不同之处在于，上面这两个方程的右端均多了一个作为乘数的因子 $\gamma(\geq 1)$；由此可见，伽利略方程显然是方程(3-13)在 $v/c\to 0$ 的极限形式。

既然得出了方程(3-13)，只要作些初等代数的运算即能得到关于 t 和 t' 的下列表达式：

$$\begin{aligned} t&=\gamma(t'+vx'/c^2)\\ t'&=\gamma(t-vx'/c^2)\end{aligned} \qquad (3\text{-}14)$$

这些方程化为伽利略关系式 $t=t'$ 的条件是 $v/c\ll 1$ 和 $x\ll ct$。方程(3-13)和(3-14)是联系两个沿 x 轴方向作相对运动的惯性参照系的 x 和 t 的变换方程的修改过的另一种形式。

为使对两个作相对运动的参照系之间的测量结果的变换方程的陈述臻于完备，还需补充联系垂直于参照系的相对运动方向的距离测量(y 或 z)的变换方程。显然，如果空间是各向同性的，所有垂直于由相对运动确定的唯一方向的位移都是等效的，从而不难推断出适当的变换方程即如下的简单等式：

$$y=y' \qquad z=z' \qquad (3\text{-}15)$$

我们可以根据下述理由论证这点，即如果(3-15)不正确，我们就应当具有一种方法来探测绝对位移和运动。例如，设想我们构造两个用以代表 xy 坐标系的完全相同的正方形网格；我们将把这两个网格分别同系 S 和系 S' 联系起来。我们假定已事先检验好当这两个网格彼此相对静止时它们的间距的恒等性。然后令它们沿 x

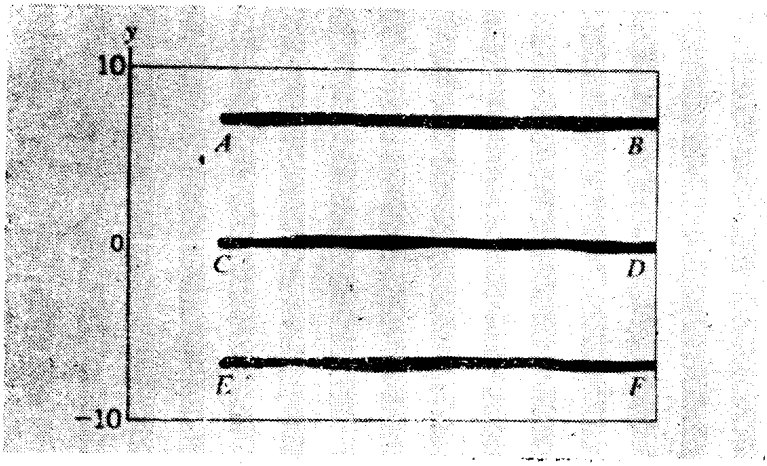


图 3-5。比较两个沿 x 轴作相对运动的参照系的横向距离尺度(y)的假想实验。

轴作相对运动，并且在系 S 的 y 轴上每隔 10 厘米处安装的画笔将在网格 S' 上画出线条。同样地，在 y' 轴上每隔 10 厘米处安装的画笔将在网格 S 上画出线条。这样，每一个惯性系都获得了自己的有关与另一惯性系相遇的永久记录。我们不能设想，这些线条不是平行于 x 轴的直线；否则我们实际上就会有一沿 x 轴的绝对位置探测器。假设网格 S 记录到的线条如图 3-5 所示，它们是安装在 $y'=10$ 厘米、0 厘米和 -10 厘米处的画笔留下的。我们不得不得出如下的结论：不仅根据在系 S 中所作的测量，系 S' 的每 10 厘米的间距看来缩短了(小于 10 厘米)；而且根据在系 S' 中所作的记录，系 S 的每 10 厘米的间距看来也伸长了(大于 10 厘米)。但是，这意味着存在一个依赖于运动方向(是沿 x 轴向右还是向左)的不对称性。这一结果违背了我们关于相对性的基本观念，也违背了空间的均匀性和各向同性的基本观念。因此我们推断出，正如方程(3-15)所表达的，横向距离的量度(y 或 z)必定对于所有沿 x 轴作相对运动的惯性系都是相同的。

为了方便起见并利于今后参考，下面我们给出用两种方式——一种是以系 S 的坐标表示系 S' 的坐标，另一种是以系 S' 的坐标表示系 S 的坐标——书写的完整的变换方程组：

洛伦兹-爱因斯坦变换方程

$x'=\gamma(x-vt)$	$x=\gamma(x'+vt')$
$y'=y$	$y=y'$
$z'=z$	$z=z'$
$t'=\gamma(t-vx/c^2)$	$t=\gamma(t'+vx'/c^2)$

式中 $\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$，而 v 是在系 S 中测得的系 S' 的速度。 (3-16)

上面所列的两组变换方程是洛伦兹于 1904 年引入的，他把这组方程当作修正电磁理论的基础，以使迈克耳孙-莫雷实验的零结果同由光以太提供的独一无二的惯性系的存在相符合。但是，爱因斯坦借助他对整个问题所作的崭新的、根本性的探讨，在第二年完全独立地发现了这组方程。

§3-9 再谈洛伦兹变换[1]

上节在推导洛伦兹变换方程时，只考虑了沿 x 轴行进的光信号所加的要求。更一般的处理应当推广这组方程，办法是把爱因斯坦第二公设的要求应用到沿任意方向行进的光信号上。不过，在建立了变换方程之后，我们可以利用它们来说明一个包含在爱因斯坦公设中的佯谬。这个佯谬是：假定一个光爆从在 $t=0$ 时从系 S 的原点发出（在真空中），在随后的任意时刻 t，光爆从将达到以 $r=ct$ 为半径、以系 S 的原点为球心的球面上所有各点。另一方面，如果在相对于系 S 以任意速度 v 运动的系 S' 中观测同一现

1) 如前文所述，一旦认识这些变换方程是洛伦兹与爱因斯坦两人各自独立获得之后。将来在提到它们时，我们通常用这个简短的、更习用的名称。

象，描述膨胀光爆丛的曲面仍为球面，但球心在 S' 的原点——尽管按定义，S 和 S' 的原点仅在时刻 $t=t'=0$ 时重合。

为了搞清这一结果是怎样出现的，我们取方程 $r=ct$ 并用在系 S' 中测得的位置和时间坐标改写这一方程。首先将方程 $r=ct$ 的两端平方，得

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$$

现在利用方程(3-16)的右端的一组。于是上式化为下式：

$$\gamma^2(x'+vt')^2+(y')^2+(z')^2=\gamma^2c^2(t'+vx'/c^2)^2$$

可以看出，方程两端的交叉乘积项 $x't$ 因彼此相等而消去。整理其余各项，我们有

$$\gamma^2(x')^2(1-v^2/c^2)+(y')^2+(z')^2=\gamma^2(t')^2(c^2-v^2)$$

但因

$$\gamma^2(1-v^2/c^2)=1$$

所以

$$(x')^2+(y')^2+(z')^2=c^2(t')^2$$

上式确定一个半径为

$$r'=ct'$$

的球面。这一初看起来违背人们的通常概念的结果与同时性的相对性息息相关。在系 S 中所测得的在相同时刻 t 到达的诸点在系 S' 中测得是在不同时刻到达的，正是这种方式使得光的传播在两个参照系中都能正确地描述为以速率 c 膨胀着的球壳。

§3-10 闵可夫斯基图：空-时

前文曾使用了以其轴代表位置和时间的坐标图，它使我们得以显示一个一维运动的全部历史，并对本章的论证提供了有价值的帮助。这类坐标图在狭义相对论的运用是闵可夫斯基(H. Minkowski) 于 1908 年开创的，它们通常称为闵可夫斯基图。在这类

图中，如我们已见到的，任一单独的事件——例如，光信号射达一探测器或时钟的滴答一声——都可唯一地由某点P来表示(图3-6)。不过，对这一事件用x和t的数值表示的细致规范则依所选定的特殊参照系而可以有无数种方式。对一个点事件的规范在系S中用坐标(x, t)表示，而在系S'中却用坐标(x', t')表示。如果系S和系S'的原点是选择得使在$t=t'=0$时彼此重合，则(x, t)和(x', t')之间的关系包含在方程(3-16)的洛伦兹变换式中。

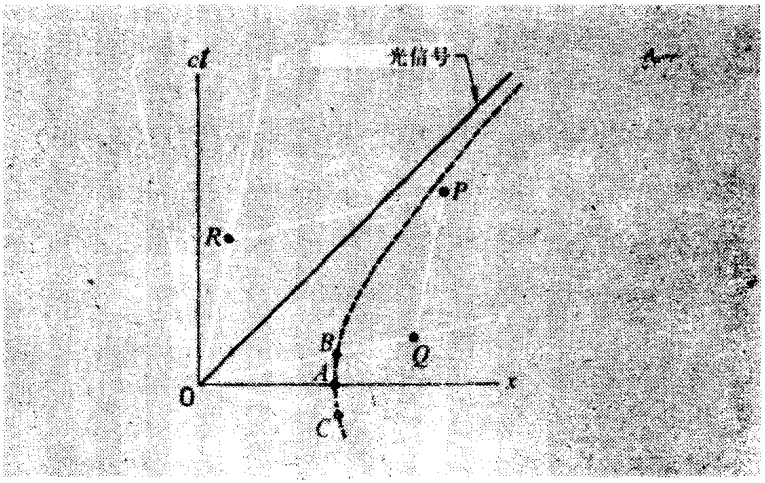


图 3-6. 闵可夫斯基图。图中画出了三个不同的坐标系和一个校准双曲线，后者确定每个坐标系的x轴方向的单位长度。

最为方便的是利用ct，而不是利用t来描述时间坐标。于是，ct和x这两个坐标可看成是距离，如果二者的距离选成相同的尺度，则在$t=0$时从$x=0$出发的光信号的世界线便是两个坐标轴的夹角的平分线。这对所有的参照系都成立。我们可以通过x轴和ct轴相交成直角来表示任何这样的参照系(比如说系S)。这时，其他参照系(例如系S'和S'')则由距离轴和时间轴不成直角的坐标系来表征。(在图3-6中，系S'相对于系S有一沿x轴的正

速度，系 S'' 有一负速度。）空间轴和时间轴画成正交的坐标系（可随我们选择）没有任何特殊或优越之处。

为了读出一给定点事件 P 的空间坐标和时间坐标，我们过 P 点画出两条同任一选定的参照系的空间轴和时间轴平行的直线，读出两个截点的坐标。在图 3-6中，我们取系 S' 为选定的参照系，于是 OQ 给出了 x' 的量度，OR 给出了 ct' 的量度。然而，非常重要的是应当理解，在诸如图 3-6 这样的图中，代表单位距离的标度沿不同的轴 x、x'、x'' 等等是各不相同的。具体地说，如果我们画出由

$$x^2-(ct)^2=1 \tag{3-17}$$

定义的直角双曲线，它同轴 x、x'、和 x'' 的交点 A、B 和 C 分别确定了对于问题中特殊参照系的从 O 点算起的单位距离（见图 3-6）。辩明这一操作为正当的理由包含在下节的讨论中。

§3-11 空-时不变量

现在让我们转到洛伦兹变换所表达的狭义相对论的基本运动学关系上来。我们已经看到，狭义相对论是怎样从爱因斯坦认为“什么地方”和“什么时候”都没有绝对的意义的见解中诞生出来的。我们能否利用从事情的这一描述被很好定义出的某种东西呢？答案是肯定的。假定有一可证认的事件在系 S 中测量是发生在位置 x 和时刻 t。处于相对 S 运动的系 S' 中的另一观测者将记录到该事件发生在 x' 和 t'，并且

$$x'=\gamma(x-vt)$$

$$t'=\gamma(t-vx/c^2)$$

让我们来计算 $(ct')^2-(x')^2$：

$$(ct')^2-(x')^2=\gamma^2[(ct-vx/c)^2-(x-vt)^2]$$
$$=\gamma^2[(c^2-v^2)t^2-(1-v^2/c^2)x^2]$$

亦即

$$(ct')^2-(x')^2=(ct)^2-(x^2)=s^2 \tag{3-18}$$

式中量 s^2 对于所有的惯性系是相同的，也就是说 s^2 为一不变量。

从这一结果立即可以得出闵可夫斯基图中轴标度的定标。因为如果我们令 $s^2=-1$，则从方程(3-18)得出一对表达式

$$\begin{aligned} x^2-(ct)^2&=1\\ (x')^2-(ct')^2&=1 \end{aligned} \tag{3-19}$$

如果我们选取 x 和 ct 为正交轴，如图 3-6 所示，则式(3-19)的第一个方程定义了上述图形的直角双曲线。S 的 x 轴是直线 $ct=0$，从而我们看到，该直线与直角双曲线右支的交点示明了 $x=1$。但是，完全同样地，直线 $ct'=0$ 定义系 S' 的 x' 轴，因而从式(3-19)的第二个方程可以推得该直线与同一双曲线的交点对应于 $x'=1$。由此可见，这条双曲线对于可在单一的闵可夫斯基图中表示出来的所有惯性系起定标曲线的作用。这就是说，一方面，方程(3-17)的双曲线示明了在独一系 S 中被描述的无穷多个不同事件的 x 和 t 之间的特殊关系，另一方面，它也是在不同惯性系中代表时间为零($t=0$)和 x 坐标等于 1 ($x=1$)的所有事件的空-时轨迹。

不变量 s^2 具有什么意义呢？就量纲而言，它的平方根 s 是距离，因此尝试把 s 看作(空-时中的)距离的某种量度，借以衡量一给定事件离空-时坐标原点的远近。然而，可以看出，s^2 既可为正数，亦可为负数(当然还可为零)因而 s 本身既可为实数，亦可为虚数。因此，对 s 的物理意义所作的任何解释都是相当形式的(formal)。引入 ict 作为变量，可以把方程(3-19)改写成同毕达哥拉斯定理实质上相同的形式。这就为诸如把时间看成第四维度等等观点的引入铺平了道路。可是，这类发展对于空-时变换的

基本陈述并无多大帮助，因此今后我们将不对之作深入研究。我们只应指出，因为 s^2 是不变量，s^2 对于表征事件来说是一个有用的量，特别是，$s^2=0$ 定义了通过空-时原点($x=0$, $t=0$)的光信号的世界线。

习　题

3-1. 试验证，对于臂长不等的迈克耳孙干涉仪，沿运动方向的洛伦兹收缩引致不依赖于光束在该干涉仪中取向的时间差[见方程(3-2)]。

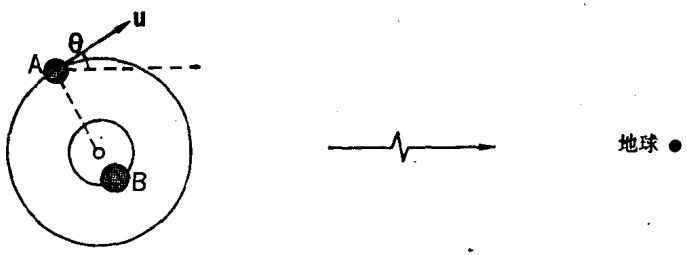
3-2. 在课文中所描述的肯尼迪-桑代克实验中，干涉仪的两臂的长度差约为 16 厘米。

(*a*) 如果认为太阳是静止在以太中的，则仪器在任一时刻的速度是地球的(公转)轨道速度 v(30 千米/秒)和地球自转引起的表面速度 u(在赤道处约为 0.5 千米/秒)的矢量和。试证在一天之中可望出现的最大条纹移动 $\delta(=c\Delta t/\lambda)$，按方程(3-2)应当是

$$\delta\approx\frac{4uv}{c^2}\ \frac{l_{10}-l_{20}}{\lambda}$$

若 $\lambda=6\times10^{-7}$ 米，试计算 δ 的数值。

(*b*) 天文观测表明，太阳以大约 220 千米/秒的速度相对于银河系中心运动。如果认为银河系中心是静止在以太中的，肯尼迪-桑代克实验一年期间会揭示的最大条纹移动是多少？



3-3. 上图绘示了含有两星 A 和 B 的双星系统，A 和 B 在圆形轨道上以相同的周期 T 围绕着它们共同的质心运转。地球位于这两个轨道所确定的平面上，到双星的距离 R 为许多光年。令 A 在其轨道上的速率为 u；则在任

一时刻，A 在双星和地球连线方向的速度分量为 $v_r=u\cos\theta$。当从 A 发射的光到达地球时，观测到的多普勒移动(特征谱线的波长变化)揭示出发射瞬间的 v_r 值。

(*a*) 如果从 A 到地球的光速因 A 的运动而改变为 $c+v_r$，试证明：根据地球上的光谱观测推出的 v_r 值看来将按如下方程随时间变化(假定 $u\ll c$)：

$$v_r=u\sin\frac{2\pi}{T}\left(1-\frac{R}{c}+\frac{Rv_r}{c^2}\right)$$

(或许你会奇怪，既然我们并不清楚光的本性和光的速率，我们有何理由可以根据恒星光谱的多普勒频移来推断恒星的速率呢？答案是：从我们对速度已知的地上光源直接观测多普勒频移的经验，我们信任此种测量。)

(*b*) 对于双星系双子座 α 中文名北河二(Castor C)，$u=120$ 千米/秒，$T=0.81$ 天，$R=48$ 光年。上述理论是否预言观测到的径向速度同时间的函数关系应当与方程 $v_r=u\sin 2\pi(1-R/c)/T$ 有显著的偏离？实验发现 [A. H. Jay 和 R. F. Sanford, *Astrophys. J.*, **64**, 250(1926)]，情况并非如此。(据 J. H. Smith, *Introduction to Special Relativity*, Benjamin, New York, 1965.)

3-4. 已知

$$x'=\gamma(x-vt)$$

和

$$t'=\gamma(t-vx/c^2)$$

试导出用 x' 和 t' 表示 x 和 t 的方程。

3-5. 一事件在系 S' 中发生在 $x'=60$ 米，$t'=8\times10^{-8}$ 秒($y'=0$，$z'=0$)。系 S' 相对于系 S 以速度 $3c/5$ 沿 x 轴方向运动。系 S 和系 S' 的原点在 $t=0$，$t'=0$ 时重合。该事件在系 S 中的空-时坐标各为什么？

3-6. 在系 S 中测得的两事件的空间坐标和时间坐标如下：

事件 1：$x_1=x_0$，$t_1=x_0/c$ ($y_1=0$，$z_1=0$)

事件 2：$x_2=2x_0$，$t_2=x_0/2c$ ($y_2=0$，$z_2=0$)

(*a*) 试证存在这样的参照系，相对于它，上述二事件发生在同一时刻。求出这个参照系相对于系 S 的速度。

(*b*) 在新的参照系中，二事件的发生时刻 t 的值如何？

3-7. 系 S' 相对于系 S 具有速率 $v=0.6c$。时钟调节得在 $x=x'=0$ 使

$t=t'=0$。

(*a*) 一事件在系 S 中发生于 $t=2\times10^{-7}$ 秒，$x=50$ 米。该事件在系 S 中发生于何时？

(*b*) 如果第二个事件在系 S 中发生于 $x=10$ 米，$t=3\times10^{-7}$ 秒。在系 S' 中测得的此二事件的时间间隔是多少？

3-8. 两惯性坐标系 S 和 S' 以速率 $c/2$ 彼此作相对运动。相对于此二系统画出闵可夫斯基图。(在你的图中把系 S 的 x 轴和 ct 轴画成互相垂直。)

(*a*) 画出使你能在轴 x, x', ct 和 ct' 上定出单位距离的定标双曲线。

(*b*) 在此图上标出下列点事件：(1) $x=1$，$ct=1$；(2) $x'=1, ct'=1$；(3) $x'=2, ct'=0$；(4) $x=0, ct=2$。

(*c*) 依据此图定出上述诸事件在系 S'(或系 S)中的对应坐标。

3-9. (*a*) 亲自验证一下描述坐标系 (x, y) 旋转 θ 角的方程是

$$x'=x\cos\theta+y\sin\theta$$
$$y'=-x\sin\theta+y\cos\theta$$

(*b*) 试证洛伦兹变换相当于坐标系 (x, ict) 旋转角 $\theta=\tan^{-1}(i\beta)$，其中 $\beta=v/c$。

在第 4 章末你将找到若干涉及利用洛伦兹变换的其他问题。

在经典物理学中总是假定运动的钟和静止的钟都有相同的步调，假定运动的杆和静止的杆都有相同的长度。假如在所有的坐标系中光速都是相等的，假如相对论是有效的，那么我们必须牺牲这个假定。这些根深蒂固的偏见是很难除掉的，但除此以外别无它法。

爱因斯坦和英费尔德(A. Einstein and L. Infeld)

《物理学的进化》(1938 年)

第四章　相对论与长度和时间间隔的测量

在前几章中，我们试图首先说明修正运动学和动力学的必要性，然后再介绍爱因斯坦的主要思想。我们现在就来开始研究他的理论在若干动力学问题上的应用，也许说几句开场白是适当的。

人们在初次接触爱因斯坦相对论时可能得到如下印象：

1. 这是一种同伽利略和牛顿的力学相差很大的理论。

2. 这里面有许多代数魔术(algebraical wizardry)——其中多数是令人迷惑难解的。人们可以学会某些计谋，但它并没有多大物理意义。

这样的感觉是很自然的。一个人，不管他同狭义相对论的结果已经接触过多长的时间，总会觉得它里面有某些东西是非常不直觉的。我们的日常直接经验，没有一个包含大于 $10^{-6}c$ 的速度(乘喷气式飞机的速度)。即使是人造地球卫星中的乘客，也只能获得大小为 $2\times10^{-5}c$ 的速度。但是，相对论确实是令人满意地讲得通的，而且它同伽利略-牛顿(力学)并未分隔开。在你研究相对

论的时候，请记住这些想法。凡是可能，都要亲自检验一下，狭义相对论的运动方程和变换方程在速度较 c 为小的情形是怎样化为牛顿力学的运动方程和变换方程的。

§4-1 观测者

相对论的文献处处要提到观测者(*observers*)，他们的作用是对事件发生的时间和地点作出判断。(在上一章的某一阶段，我们把自己当成是这种假想的观测者。)几乎总是把观测者描述为相对于两参照系之一是静止的；设想每个参照系都有一位观测者，人们便能用图表示一个实际过程，以得到同一事件的两种不同的空-时描述。所有这些看来既无害又合理。甚至可以［跟贝克莱主教(Bishop Berkeley)一同］进而思索，脱离观测者去谈论一事件究竟还有什么意义！[1] 尽管如此，这一语言的使用包含着某种危险。诚如爱因斯坦所本质地指出的，非常重要的乃是承认，观测者的作用仅仅是记录符合(coincidence)，亦即记录发生在同一空-时点上的一对事件。一给定参照系的一特定点上的时钟读数就是这种意义上的一个事件；事实上，我们在本章中所讨论的主要是这类事件。我们更为熟悉的物理事件，诸如两个物体之间的碰撞或原子发射光子，对于我们的目的来说，都可以看作是同可用时钟上读数予以描述的事件相符合而发生的事件。你或许会觉得，不停地参考时钟的读数不免显得造作，而且是令人生厌的，不过，这种做法确在于强调一个绝对基本的特征，即我们所处理的是非常明显的测量问题。

为了避免或消除某些可能的误解，我们特补充如下说明。

1. 尽管按照定义，一个事件是用空-时中的单一的点来表示

[1] 当然，物理学家一般都承认，原则上可观测到的事件都是真实的。

的，但它可以留下自身的持久记录。例如，一个罪犯摸了一下玻璃杯，便会留下他的指纹。摸杯的动作是一个事件，它在一给定参照系中发生在唯一确定的地点和唯一确定的时刻。一秒钟以后，即便杯子没有移动，但指纹已经处于不同的空-时点了。不过，指纹依然是过去发生的某一事件的记录。一个更加贴切的例子是，一块手表跌落在水泥地板上，并因撞坏而停止走动。如果手表仍然留在它落下之处，那么它就能代表"手表撞击地板"这一事件的永久性记录。很久以后来到现场的观测者可以记下在由地板（作为空间坐标）和手表指针（作为时间坐标）定义的参照系中所测得的该事件的空间坐标和时间坐标。

2. 上面最后的这个例子应当使人清楚地了解到，观测者不必在自己所依附的参照系中进行测量。我们可以求助于所有各类能体现这一事实的熟知的经验。例如，其一是迅速驰过一车站的火车里的一个乘客。在站台上有一路标，上画一箭头指向火车的运动方向，并写着"(距)纽约 10 英里"的字样。路标的正上方是站台钟，读数为上午 10:53。作为一个附于由火车定义的某一参照系上的观测者，却可以记录下一事件——火车通过车站——在一个与他作相对运动的车站及其所依附的地面所定义的参照系中测得的空-时坐标。[1] 然而，我们将经常遇到如下的陈述："系 S 中的观测者 A 测得一事件发生于位置 x 和时刻 t；而系 S' 中的观测者 B 却测得同一事件发生于位置 x' 和时刻 t'。"这里实际上所说的正是：某事件在一个系中具有空-时坐标 (x, t)，而在另一系中则具有空-时坐标 (x', t')。但是要注意这会在脑中显现这样一幅图画：即一观测者，居于其自身的特殊参照系中，除了本系中的位置和时间量度外，不能记录任何东西。我们关于火车中的乘客的例子说明，这

1）我们假定光从站台钟传到乘客眼里所用的时间可以忽略不计。

是多么不必要的限制。乘客不仅可以看到站台钟的读数，而且可以看到自己手表的读数。当然，可能有这样的情况，在此情况下，一个观测者仅限于用自身参照系中的仪器进行观测，不过，这并不妨碍他去接收在其他系中所作观测的结果的信息。这样的通信确实是常见的事。

3. 引入附于某一给定参照系上的观测者所带来的最后一个和最不可恃的方面是，人们可能得出如下的印象，这个观测者具有整个他的参照系在一给定时刻的某种鸟瞰图。这完全是假象。单一的观测者不能同时处于不同的地点；在某一给定时刻，他只知道发生在他所处位置的事件——例如，射到他的视网膜上的光子爆丛。如果这些光子构成一远物的可见象，那么它们显然代表物体在较早时刻(早出光自身的渡越时间)的原样。一个位于给定点的观测者完全可能收集到足够的信息，借以勾画出在一给定的较早时刻在他的参照系中(过去正)发生什么事(件)，但他不能在即时时刻本身就有这个完整的图画。每当读到诸如"一个附于系 S 上的观测者看到事件发生在位置 x 和时刻 t" 或"对于系 S 中的一观测者，看来似乎……"这类口头语时，我们必须立即警惕起来。几乎在一切情形，以上陈述只在于指出通过系 S 中的测量所确立的某一特定事件的空-时坐标。如果真的是指看或看见，那就要牵涉额外的特征，即信息由一点到另一点的传输特征。

以上讨论的目的在于使读者把注意力集中在它该在的地方，即集中在点事件的规定上（根据在给定参照系中的空间和时间测量加以规定)。今后我们凡是提到诸观测者，则除非另作声明，将仅就他们作为这些测量的记录者的作用而言。

§4-2 点事件及其变换

第三章中引入的单一事件的概念是成功地使用相对论运动学

的基础。诚如我们所指出的，任何给定事件实质上都是转瞬即逝的，它由空-时中的单一的点来表示。但是，在不同惯性系中测得的事件的空-时坐标是各不相同的。这点，当然像在狭义相对论中一样，在伽利略-牛顿方案中也是真实的。不过在狭义相对论中，爱因斯坦-洛伦兹变换代替了伽利略变换，而且，如同我们已看到的，如果 c 的数值可以取为实际上的无穷大，那么前者就化为后者。

我们在本章中所作的一切论证都是以洛伦兹变换为基础的。因此，为方便起见，我们再次列出这些变换的通常形式：

$$\left.\begin{array}{ll} x' = \gamma(x - vt) & x = \gamma(x' + vt') \\ y' = y & y = y' \\ z' = z & z = z' \\ t' = \gamma(t - vx/c^2) & t = \gamma(t' + vx'/c^2) \end{array}\right\} \qquad (4\text{-}1)$$

式中

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$$

如果一个事件在系 S 中发生于坐标 (x, y, z, t)，而在系 S' 中发生于坐标 (x', y', z', t')，则在系 S 和 S' 中的测量结果有如上关系。左端的一组方程适于描述从系 S 到系 S' 的变换，右端的一组方程适于描述从系 S' 到系 S 的对应变换。给出其中的任何一组，就能够推出另一组。方程 (4-1) 纯正而简单地是为了联系同一个点事件的两种描述的处方。

如果我们有两个点事件，其中的每一个都可用系 S 和(或)系 S' 中的空-时坐标表示出来。对于一个空间维度，我们可以画出 x-t 图，并在其上标出单个的点事件，如图 4-1 所示。于是我们有

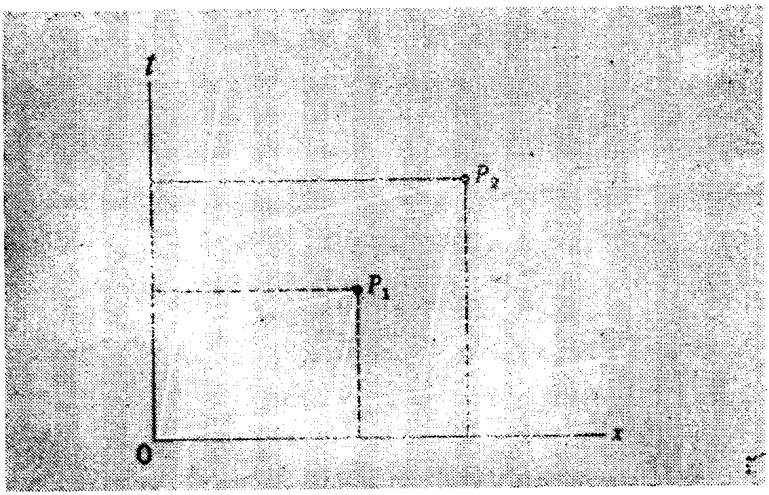


图 4-1. 两个不同的点事件，每个点事件都可在系 S 或 S' 中加以描述。

事件 1:

$$\left.\begin{aligned} x_1' &= \gamma(x_1 - vt_1) & x_1 &= \gamma(x_1' + vt_1') \\ t_1' &= \gamma(t_1 - vx_1/c^2) & t_1 &= \gamma(t_1' + vx_1'/c^2) \end{aligned}\right\}$$

事件 2:

$$\left.\begin{aligned} x_2' &= \gamma(x_2 - vt_2) & x_2 &= \gamma(x_2' + vt_2') \\ t_2' &= \gamma(t_2 - vx_2/c^2) & t_2 &= \gamma(t_2' + vx_2'/c^2) \end{aligned}\right\}$$

然后我们可以算出此二事件在每个参照系中的空间距离和时间间隔；于是

$$x_2' - x_1' = \gamma[(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)] \tag{4-2}$$

$$t_2' - t_1' = \gamma[(t_2 - t_1) - v(x_2 - x_1)/c^2] \tag{4-3}$$

例题：设系 S' 相对于系 S 具有速率 $v = 0.6c$。时钟调节得使在 $x = x' = 0$ 处 $t = t' = 0$。又设发生了两个事件。事件 1 发生在 $x_1 = 10$ 米，$t_1 = 2 \times 10^{-7}$ 秒 $(y_1 = 0, z_1 = 0)$，事件 2 发生在 $x_2 = 50$ 米，$t_2 = 3 \times 10^{-7}$ 秒 $(y_2 = 0, z_2 = 0)$。在系 S' 中测得的此二事件间的距离是多少？

首先，我们有

$$v^2/c^2=\frac{9}{25}$$

因此

$$\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}=\frac{5}{4}$$

于是

$$x_2'-x_1'=\frac{5}{4}\left[(50-10)-\frac{3}{5}(3\times10^8)(3-2)10^{-7}\right]$$
$$=27.5\text{ 米}$$

§4-3 时间的测量

正是在这里，我们的直觉欺骗了我们，其实并没有该时刻这种东西。“该时刻”并不是形而上学的抽象，而是时钟上的读数。如果所有的测量都是在单一的惯性系中进行，那就不会产生什么问题。我们可以利用无线电信号技术使各地的时钟同步，于是万事大吉。但是，当把这种技术应用到两个作相对运动的惯性系时，我们发现不同地点的时钟整步问题不再具有绝对意义；每个参照系都有自身的同时性标准。正是根据这点，我们得到了时间测量的变换方程

$$t'=\gamma(t-vx/c^2)$$
$$t=\gamma(t'+vx'/c^2)$$

这些方程的实际意义如下：

设想我们拥有沿直线（x 轴或 x' 轴）排列的两组全同的时钟——每组都有无限多台。按系 S 中为同一时刻的判断，将系 S 中的所有时钟拨到读出同一时间 t。系 S' 中的所有时钟都按系 S' 中的同时性标准相似地加以整步。但是系 S' 中的所有时钟相对于系 S 中的时钟都具有速度 v（沿 x 轴），而系 S 中的所有时钟相

对于系 S' 中的时钟都具有速度 $-v$。于是:

1. 在 (S 中) 一特定时刻 t，对 S' 中诸时钟的诸读数(在 S 中)所作测量将显示出读数(t')随 S 中所测得的位置(x)而递变。

而同样地:

2. 在 (S' 中)一特定时刻 t'，对 S 中诸时钟的诸读数(在 S' 中)所作测量将显示出读数(t) 随 S' 中所测得的位置(x')而递变。

注意对测量所强调的是: 在一特定点,在一特定时间,在一特定参照系中。

例题: 对于上节例题中所考虑的两个事件,在系 S' 中测得的时间差是多少?

利用方程(4-3),我们有

$$t_2'-t_1'=\gamma\left[(t_2-t_1)-\frac{v}{c}\frac{x_2-x_1}{c}\right)\Big]$$

$$=\frac{5}{4}\left[(3-2)10^{-7}-\frac{3}{5}\left(\frac{50-10}{3\times10^8}\right)\right]$$

$$=2.5\times10^{-8}\text{ 秒}$$

在上面的例题中,我们选取了两个任意的、彼此没有联系的事件,并且示明如何计算它们在另一参照系中空间或时间上的分离。而现在,我们将处理一个更独特、更微妙的问题。人们怎样验明,在某任意参照系(S')中(的)一对点事件，其空间上的分离可合理地取作(S 中)一特定物体长度的一个量度;或作另一选择,其时间上的分离可合理地取作(S 中)一特定时钟相继两滴嗒声间的时间间隔的一个量度。试问在某任意参照系中如何证认这一对事件?在这里，我们应以鲜明的形式看到,对空-时中事件的修正描述的后果和含义。我们不得不面临着这样的问题:一旦在经典力学中默认的和无基础的假定被破除,作一测量的真正意义究竟是什么呢?从这一分析就会浮现出下面这个著名结果:运动的物体看来要缩短,运

动的时钟看来要走慢。

§4-4 洛伦兹收缩

一个静止于惯性系S(x, y 和 z 都是常数)中的物体持续不断地改变着它的时间坐标。它由诸空-时事件的无限序列所描述。一个静止于惯性系S中的质点在空-时中可用一条直线表示,这条直线是S中具有相同(x, y, z)值的所有点事件连结而成的。

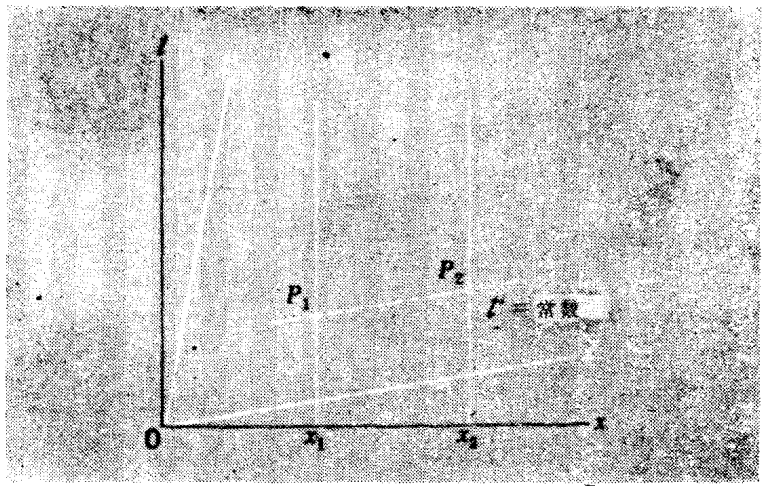


图 4-2. 洛伦兹收缩。在S'中时刻t'所测得的一静止于S中的物体的两端间的空间间隔。

这样,在图 4-2 中,两条平行于 t 轴因而以 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 表示的直线可以看作是一物体两端的世界线,该物体在S中测得的长度永远为 l_0:

$$l_0 = x_2 - x_1 ,$$

现在假定我们想要定义一个程序,以便借助某其它参照系 S' 中所作测量来求得物体的长度。怎么办呢?答案非常简单:在 S' 中判

断为同时的 t' 时刻，同时测量物体两端的位置。现在，任何代表 $t'=$常数的直线（图 4-2）都将与物体两端的世界线在 x-t 图中交于两点。这两个事件（P_1 和 P_2）分别具有坐标 (x_1', t') 和 (x_2', t')，而且其中的 t' 在每一情形都是相同的。在 S' 中测得的物体长度可由下式给出：

$$l=x_2'-x_1'$$

在 S 中测得的以上二事件的 x 坐标分别等于 x_1 和 x_2，而同在 S 中所作测量的时刻无关。这样，利用洛伦兹变换，我们有

$$x_1=\gamma(x_1'+vt')$$

$$x_2=\gamma(x_2'+vt')$$

因此

$$x_2-x_1=\gamma(x_2'-x_1')$$

从而

$$l=l_0/\gamma=l_0(1-v^2/c^2)^{1/2} \qquad (4\text{-}4)$$

上式恰好同斐兹杰惹-洛伦兹收缩（Fitzgerald-Lorentz contraction）相对应，这一收缩假设的提出正是为了解释迈克耳孙-莫雷实验的零结果。想必你已精确理解 l 所代表的意义，它是如特定参照系 S' 中所判断的同时刻物体两端间的距离。同时性的标准在任一别的参照系中是不同的，因此测量长度的结果也将不同。骤然看来，这点令人感到奇怪，不过，按照爱因斯坦的思想，它为那种唯一在物理上有意义的观测所固有。

（注意：千万不要因不经心一看图 4-2 而误入歧途，该图似乎暗示，由线段 P_1P_2 代表的 l 比由 x_2-x_1 代表的 l_0 长些。请回顾一下第三章中有关闵可夫斯基图的讨论，那里指出，在任何这类图中，沿 x 和 x' 方向的单位距离是用不同长度的线段来表示的。计及这点之后，l 的量度总是比 l_0 的量度要小。）

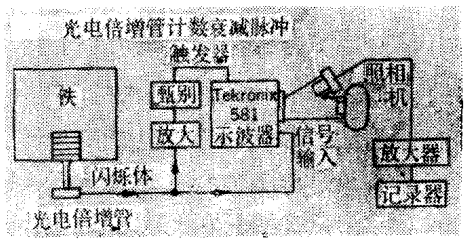
时间膨胀实验

以下一组照片取自马萨诸塞州牛顿城教育发展中心摄制的影片“时间膨胀——一个有关μ介子的实验”。课文是在有关方面许可下由影片原稿改编而成的。



我们是在新罕布什尔州(New Hampshire)的华盛顿山(Mt. Washington)的山顶。我们将数出到达这里的μ介子数，然后在下到海平面处，数出幸存到达那里的μ介子数。通过比较这些数字，我们将证明，这些运动的时钟走慢了。首先，我们需要探测这些μ介子。

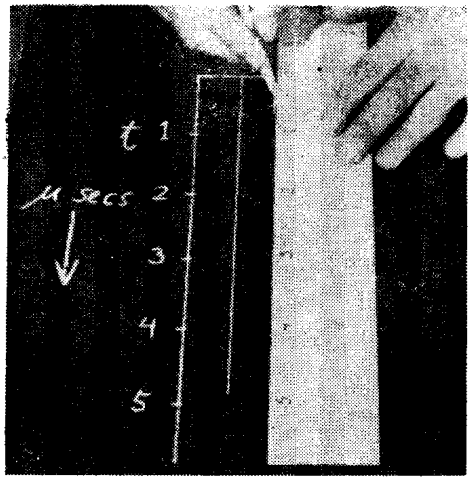
(D. H. Frisch 教授)



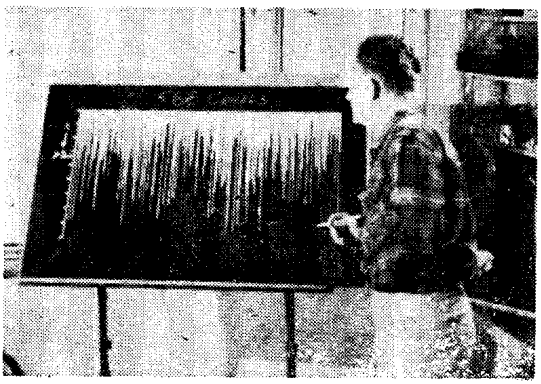
每当一个μ介子通过塑料闪烁器时，便有一个闪光发射出来。我们利用光电倍增管来探测它们，并把他们变为电信号。如果一μ介子在闪烁器中停下并发生衰变，它会造成第二个闪光，并且我们已安排示波器使它只显示这些衰变脉冲。示波器荧光屏上从衰变脉冲得到的光被第二个光电倍增管拾取。记录器计数出进入闪烁器并发生衰变的μ介子数目。我们还对衰变脉冲发生在时间标度的那点感到兴趣，最简单的记录方法就是利用即显胶片照相机。*[示意图取自 Frisch and Smith, “Measurement of the Relativistic Time-Dilation UsingMu-Mesons, *Am. J. Phys.*, **31**, 342(1963).]

---

* 即显胶片照相机(Polaroid camera)，有人音译为“波拉罗伊德照相机”，这是一种在拍照后照片在机内干洗的照相机。——译者

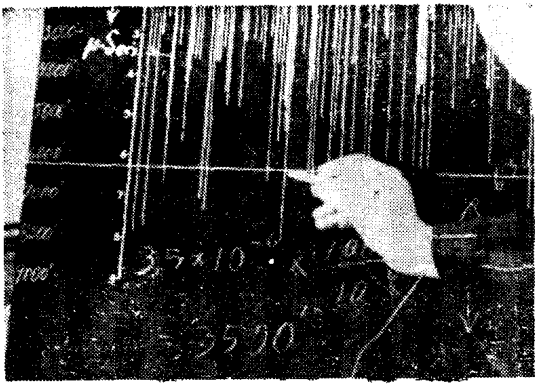


我们正在测量许多介子的衰变时间，并把它们画在图表上。这个介子活了 4.85 微秒，在图表上我们画了一条竖线代表该介子的衰变时间的长度。

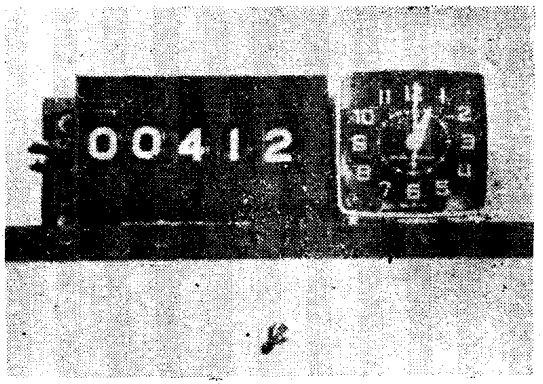


为了看出衰变时间的分布样式，我们需要取数百个计数，于是我们作出了若干个一小时的计数。这是一幅基于我们在一小时内获得 568 个计数的已完成的衰变时间图。

(J. H. Smith 教授)



因为我们知道介子以近乎光的速率行进，我们可以用数千英尺而不是用数毫秒来标记坐标轴，然后我们看看，究竟有多少介子幸存达到了6,300英尺以下的海平面。让我们在6.3微秒或6,300英尺处画一横线并计数有多少个介子幸存达到这水平线。有27个介子，此处假定μ介子在飞行时和在相对于我们静止时都按相同的方式衰变。据此，如果我们把设备移到海平面上，我们可望每小时内有27个介子在塑料闪烁器中停下并死亡。



我们在华盛顿山的山顶上计数到568个介子，现在我们下到海平面上，看看还剩下多少介子。我们在马萨诸塞州的坎布里奇城计数入射到海拔6,000英尺处的介子的幸存者。让我们作整一小时的计数。4-0-9，4-1-0，4-1-1……，4-1-2……到一小时。我们发现，在海平面处剩下的介子不是27个，而是412个。412个仅仅对应介子-衰变-分布时钟的0.7微秒。0.7除以6.3等于$\frac{1}{9}$。对于这些以0.99倍光速飞过我们身旁的介子，时间的流逝率仅为相对我们静止的介子的$\frac{1}{9}$。

§4-5 时间膨胀

我们曾经指出，主要是在同时间有关的问题上，我们的直觉使我们失望。这种情况的最富有戏剧性的例子出现在称作时间膨胀(*time dilation*)的现象中。这个现象的实质在于：在单一时钟上所记录到的时间流逝与相对于该时钟为运动的参照系中的测量结果进行比较。在任何这样的比较中总会出现下述结果：在单一时钟上测得的时间间隔小于在另一参照系中的描述这一间隔起止时刻的两时钟读数之差。单一时钟所测得时间的标度在表面上被拉长了；因此有时间膨胀这种措辞用以描述它。

为了说明这一惊人特征是狭义相对论所固有的，设想单一时钟静止于系 S 中的点 $x=x_0$ 处。考虑对应于该时钟的两个不同的读数的两个事件：

事件 1：(x_0, t_1)　事件 2：(x_0, t_2)

让我们来计算在系 S' 中测得的这两个事件的时间坐标，系 S' 以速度 v 相对于系 S 运动。利用洛伦兹变换，我们有

$$t_1' = \gamma(t_1 - vx_0/c^2)$$
$$t_2' = \gamma(t_2 - vx_0/c^2)$$

因此

$$t_2' - t_1' = \gamma(t_2 - t_1)$$

如果把差 $t_2 - t_1$ 写作 τ_0，差 $t_2' - t_1'$ 写作 τ，则我们有

$$\tau = \gamma\tau_0 = \frac{\tau_0}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \tag{4-5}$$

将方程(4-5)与(4-4)比较。我们看到，在静止系中测得物体长度大于在任何其他系中测得的物体长度，而在静止系中给定时钟的两个读数所代表的两个事件之间的时间差小于这两个事件在任何其它系中的时间差。

一旦我们认识到，时间膨胀现象从根本上说是比较单一时钟的相继两个读数和两个不同时钟的读数的结果，它的大部分神秘性也就消失了。这样，方程(4-5)所表示的结果实质上不仅包含单一时钟的时率，而且也包含为不同时钟整步的程序。我们刚才描述的测量需要三个时钟，其中两个处于同一惯性系中，但在此系中位于不同空间坐标。我们可以把所有这三个时钟设想为完全相同的——比如说，在所有参照系中都遵从同样的动力学方程的石英振子。如果使诸石英振子静止在一个给定参照系中，它们会继续以全同的时率工作。观测时间膨胀要求其中两个相对静止但彼此分离的时钟在它们所从属的参照系中所测量的同一时刻开始记录 $t=0$。这就需要涉及通过交换光或射电信号确定同时性的爱因斯坦定义。在运用洛伦兹变换时，我们假定这种整步的程序已经完成，而作为观测现象的时间膨胀则是其必然的结果。

§4-6 利用宇宙线介子观测时间膨胀

正是方程(4-5)所表达的惊人结果破坏了伽利略变换的基础。这个结果用俗话来说，就是“运动的时钟走慢了”。但是，尽管读了上节的全部讨论，有人可能仍要情不自禁地问道：这个奇怪的结果果真确实吗？答案是肯定的，我们可以举出高速运动粒子衰变中的现象作为这一论断的确凿无误的证据。

放射性衰变是许许多多这样的现象之一，在这些现象中，若干无规则的单独过程共同构成一幅秩序井然的图画。不论给定哪种不稳定粒子，先在时刻 t_0 对其样品观测一次，于是便可测出存活到稍后时刻 t 的粒子占整个样品粒子总数的分数。然后可以预期，除了因为粒子数目有限而造成的统计不确定性外，对于同种粒子的任何其他样品也会得到相同的结果。就这一明确的统计意义而言，不稳定粒子是一种时钟；实验测得的存活分数提供了有关时

间流逝的信息。当然，这一事实已被人们通过观测存在于自然界中的各种长寿命的同位素而广泛地用于研究我们的历史上的过去和地质上的过去。但是，方程(4-5)的含义是，如果我们取两组同一种类的不稳定粒子，给予其中一组以速率 v 而令另一组相对于我们自己的参照系保持静止状态，那么，运动组所代表的放射性时钟同静止组所代表的放射性时钟相比将会走得慢些。如果在某一给定时刻进行一次测量，在运动组中所发生的蜕变次数就要比不同情形下可望得到的少些，如果 v 接近光速，这一效应就会很显著。

有关时间膨胀现象的经典实验，是罗西(B. Rossi)和霍尔(D. B. Hall)于 1941 年完成的，[1] 他们使用的是从外层空间进入地球大气的宇宙线所产生的 μ 介子(μ 子)。晚近，同一研究已被摄制成电影。[2]有关该实验的基本事实如下：

1. μ 介子为一带电粒子，蜕变产物为一电子(+或−)、一中微子(ν)和一反中微子($\bar{\nu}$)：

$$\mu^{\pm} \longrightarrow e^{\pm} + \nu_1 + \bar{\nu}_2$$

(也许应当顺便指出，ν_1 和 ν_2 具有不同的性质，尽管我们以后将不涉及这些中微子。)

2. 作为宇宙线的产物，介子大多向下穿过地球大气，其速率非常接近 c。

3. 借助带电粒子探测器，可以记录到 μ 介子的到达，再过一段可测时间，可以记录到衰变过程的产物——高能电子。第二步的观测表明，介子已在探测器中停下，因此能够记录静止介子的衰变。

---

1) B. Rossi and D. B. Hall, *Phys. Rev.*, **59**, 223(1941).

2) 影片: *Time Dilation——An Experiment with μ-Mesons*, by D. H. Frisch and J. H. Smith. Education Development Center, Newton, Mass., 1963. 另见 D. H. Frisch and J. H. Smith, *Am. J. Phys.*, **31**, 342—355(1963).

4. 根据第 3 步，可以建立大量 μ 介子从到达至衰变的时间间隔的统计记录。

5. 依照第 4 步的结果，可以预期一群 μ 介子在通过地球大气（设飞行距离为 l，则持续时间为 $\approx l/c$）的旅程中因衰变而损失的分数（首先还应扣除因与大气原子碰撞而消失的 μ 介子）。

6. 测出到达山顶和到达海平面处的 μ 介子的比率，经向下旅行幸存的 μ 介子大大超出了人们根据第 5 步所作的预期。

让我们看看某些数据。表 4-1 列出了对一群静止 μ 介子的衰变测得的时间分布。在上述摄成影片的实验中，计数装置记录到在 2,000 米的高度每小时（平均）有 563 个 μ 介子到达。当速率 $\approx c$ 时，μ 介子从这一高度到达海平面约需 6.5 微秒，于是根据表 4-1，

表 4-1：静止 μ 介子的衰变

时间，微秒	0	1	2	3	4	5	6	7	8
活着的 μ 介子数	568	373	229	145	99	62	36	17	6

μ 介子在海平面的计数率预计应降为每小时约 25 个。然而，当测量完毕，结果为每小时超过 400 个。依照运动 μ 介子本身所代表的时钟，这一旅行持续了不到 1 微秒（实际上只有 0.7 微秒）！摄成电影的实验，其十分简略的照片说明，示于第 102-104 页。

在上述观测中，时间膨胀因子大约为 9，此值当然对应一个特定的 v 值。利用方程(4-5)，我们有

$$1-v^2/c^2=(\tau_0/\tau)^2\approx\frac{1}{81}$$

上式给出

$$v/c\approx 0.994$$

也许应当指出，宇宙线所产生的 μ 子具有很宽的能量范围；选择特定的 v/c 值的办法是只观测那些在穿透特定的大厚度物质（铁

大气)之后于颇薄物质层(塑料闪烁器)内停下的介子。速度小于选定值的μ子在到达塑料之前便已停下；那些较高速的μ子则安然通过，在这两种情形，它们都不会留下记录，因为要留下记录，μ子必须在闪烁器中停下并发生衰变。

诚如上述实验所示，时间膨胀不仅是实验事实，而且对于以接近c的速率相对于给定参照系运动的时钟，该效应可以变得很大。

§4-7 时间膨胀实验的另一解释

在讨论μ介子所显示的时间膨胀现象时，我们都是根据同实验室相联系的参照系的观点考虑问题的。在这个参照系中，如前所示，一群高速介子所代表的时钟走慢了。但是，如果我们试图按照在一个随介子一起运动的惯性系中所作的测量来描述，则情况如何呢？在此参照系中，介子是在静止时发生衰变的。依照此参照系的观点(如依一个介子看来)地球及其大气以几乎等于c的速率往上冲。首先山顶似闪电般地掠过，稍后地面抵达。既然两个相对作匀速运动的参照系是等效的，在实验室中静止的μ子的衰变数据(表4-1)必定也适用于在新的参照系中静止的μ子。不过我们无法改变实验的结果：大约有75%(而不是5%)的μ子经山顶到海平面的旅程之后仍然幸存。如何解决这表面上的不一致呢？答案是这样：根据运动介子的观点，山和海平面之间的距离大大地缩短了。让我们作一定量计算。

假设根据通常勘测(即在同地球相联的参照系S中)测得介子走过的垂直距离为H。介子以速率v向下通过大气。在系S中测得的旅行时间Δt为$H/v(\approx H/c)$。依照时间膨胀方程(4-5)，在介子静止系S'中所测得的旅行时间为$\Delta t'=\Delta t(1-v^2/c^2)^{1/2}$。[1]不

1) 注意，在推导(4-5)式时，单一时钟(现由一群μ介子代表)是假设静止于系S中而不是静止于S'中的，但是主要结果的陈述总相同——即单个时钟较其它系中诸时钟记录下较小的流逝时间。

过，这一时间还可利用另一方法求得，那就是，作为(在系 S' 测得的)某一高度 H' 除以大气向上冲经介子的速率。这一速率是 v，因为作为任何相对性理论的本质特征，两个参照系的相对速度的量值应当是相等的；只是速度的符号依人们观点的不同而改变。于是我们有

$$\Delta t=\frac{H}{v}$$

$$\Delta t'=\frac{H'}{v}$$

因此

$$\frac{H'}{H}=\frac{\Delta t'}{\Delta t}=(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

或者

$$H'=H(1-v^2/c^2)^{1/2} \qquad (4\text{-}6)$$

换句话说，山顶到海平面的距离，若按照介子参照系中所作的测量进行判断，将被洛伦兹收缩[方程(4-4)]所修改。于是我们看到，所有参照系中的观测者一致赞同的结果——一群不稳定粒子在两个点事件之间幸存的分数——依人们观点的不同，既可以归因于时间膨胀，也可以归因于洛伦兹收缩。

以上讨论应当有助于再次强调时间膨胀一方面是同时性定义的表达，另一方面也是特定测量类型的表达。把时间膨胀简单地说成"运动的钟走慢了"也许是方便的，但也有些不真实，因而可能引起误解。第一，这一陈述似乎暗示，同相对论的观念相反，这里存在某种绝对依赖于运动的东西。第二，同样令人遗憾的是，它暗示时钟本身的运转发生了某种本质的改变，亦即暗示时钟运转的物理基础发生了某种改变，然而，狭义相对论的中心特征却是相反的情况真实，即如时钟自身所在在参照系中所描述的，时钟的运转完全不受影响。我们必须认识到，每当我们说到物体在运动，都是

指相对于某一给定参照系(通常是我们自身)的运动。只要记住这点,谈论运动的时钟或运动的米尺就是合理的了。但要小心!

§4-8 再谈时间和长度的测量

在阅读以上几节时,你大概对固定在特定物体上(至少是想象的)并与之一起运动的参照系的特殊关心和重要性已开始有所了解。这一参照系称为静止系(*rest frame*),在其中所作的测量叫做原测量(*proper measurements*)。这里并设有从相对论的观点后退一步。尽管对于每个观测者或每个物体都有唯一确定的静止系,但是没有偏爱其一甚于其它的外赋理由。在静止系中测得的物体长度称为静长度,记作 l_0。任何其他的长度测量都称非原的,我们已看到,它所给出的数值比 l_0 小一个同洛伦兹收缩相对应的因子。利用同样的命名法,我们引入原时间(*proper time*)的概念。这是在一特定参照系的某一固定点测得的时间。两个事件之间的时间间隔的测量是非原的,除非这两个事件是用同一时钟记录到的。再次回顾一下 μ 子衰变实验,我们可以把时间膨胀现象描述为原与非原时间间隔差别的表现。也许,通过把爱因斯坦第二公设(c 的普适性)应用于某些假想但非常具体的有关原测量和非原测量的观测而再导出时间膨胀和长度收缩是有教益的。

设想一时钟,它静止于系 S' 中,而以恒定的速度相对于另一参照系 S 运动。究竟它是哪一种时钟,那是没有关系的。要是不同种类的时钟对匀速运动的反应不同,那么我们就会有一种现成办法,不必参照外部世界便能探测到这样的(匀速)运动。这实际上是绝对速度的测定,因而同相对性原理是不相容的。所以,我们有选择的自由,并将选取其作用特别简单的时钟来进行分析。这时钟是一个箱子,里面装有两面镜子,一个光脉冲在其间来回反

射，还有一个钟表标度盘，脉冲每往返一次，记录一个计数。[1] 如果镜子之间的距离(即静长度)为 l_0，接续计数的时间间隔为 $2l_0/c$ (原时间)。假定一个这样的时钟相对另一惯性系 S 以速率 v 沿垂直于自身长度方向运动 (图 4-3)。光脉冲相对于系 S 的路线为 ABC，往返一次所用的时间 Δt 就是两个静止于系 S (在 A 和 C) 且经预先整步的时钟的读数之差。我们可以像在第三章中那样论证横向长度的不变性；于是有

$$AN = NC = v\Delta t/2$$

$$BN = l_0$$

因此

$$AB + BC = 2[l_0^2 + (v\Delta t/2)^2]^{1/2}$$

但因光速对于所有的观测者都是相同的，所以光脉冲走过的总距离(在系 S 中观测到的)必定等于 $c\Delta t$。因此

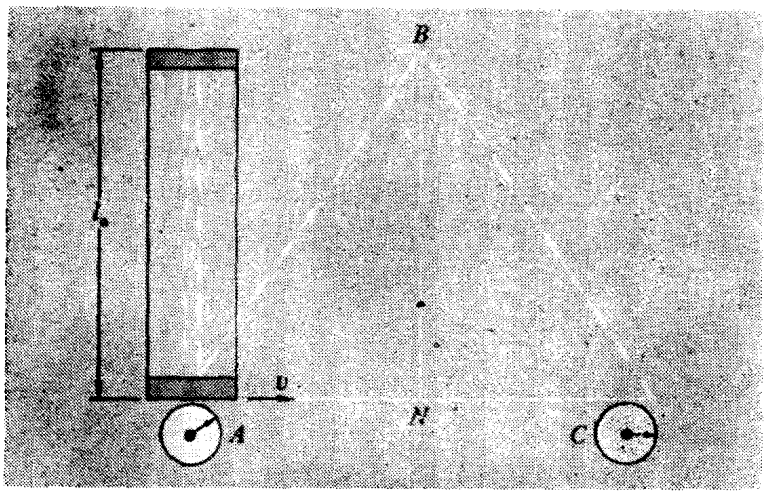


图 4-3. 用来讲解时间膨胀的光-脉冲时钟。

1) 该理想化的时钟已在相对论文献中存在多年。它更有甚于与迈克耳孙干涉仪的一臂有目下的相似之处。

$$c\Delta t = 2[l_0^2 + (v\Delta t/2)^2]^{1/2}$$

$$\Delta t = \frac{2l_0}{(c^2 - v^2)^{1/2}}$$

但因运动时钟测得的原时间间隔 $\Delta t'$ 恰为 $2l_0/c$。因此

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} \tag{4-5a}$$

上式再次表达了时间膨胀公式。

利用十分类似的方式，我们可以论证长度的收缩。现在，设想我们的光-脉冲时钟相对于另一参照系 S 以速率 v 沿其长度方向运动。光脉冲往返一次所需的原时间仍然等于 $2l_0/c$，我们可以利用方程(4-5a)求出在系 S 中测得的时间流逝。但是，我们可以由在系 S 中测得的光程长度来算出这一时间间隔。为此，假定在系 S 中测得的时钟长度为 l (图 4-4)。令光从 A_1 到 B_2(并在该点被反射)所用的时间为 Δt_1，从 B_2 回到 A_3 所用的时间为 Δt_2。于是

$$l + v\Delta t_1 = c\Delta t_1$$

$$l - v\Delta t_2 = c\Delta t_2$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{2lc}{c^2 - v^2} = \frac{2l/c}{(1 - v^2/c^2)}$$

但是，利用方程(4-5a)，我们还有

$$\Delta t = \frac{2l_0/c}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}}$$

联合最后两个方程，我们得

$$l = l_0(1 - v^2/c^2)^{1/2}$$

上式再现了方程(4-4)。

当然，以上分析无非是借助实例来描述应用于时间和长度测量的洛伦兹变换。

让我们来作最后一个说明，那就是点事件的记录问题；这些点事件可以发生在一给定参照系内的任何地方。在建立空间坐标网

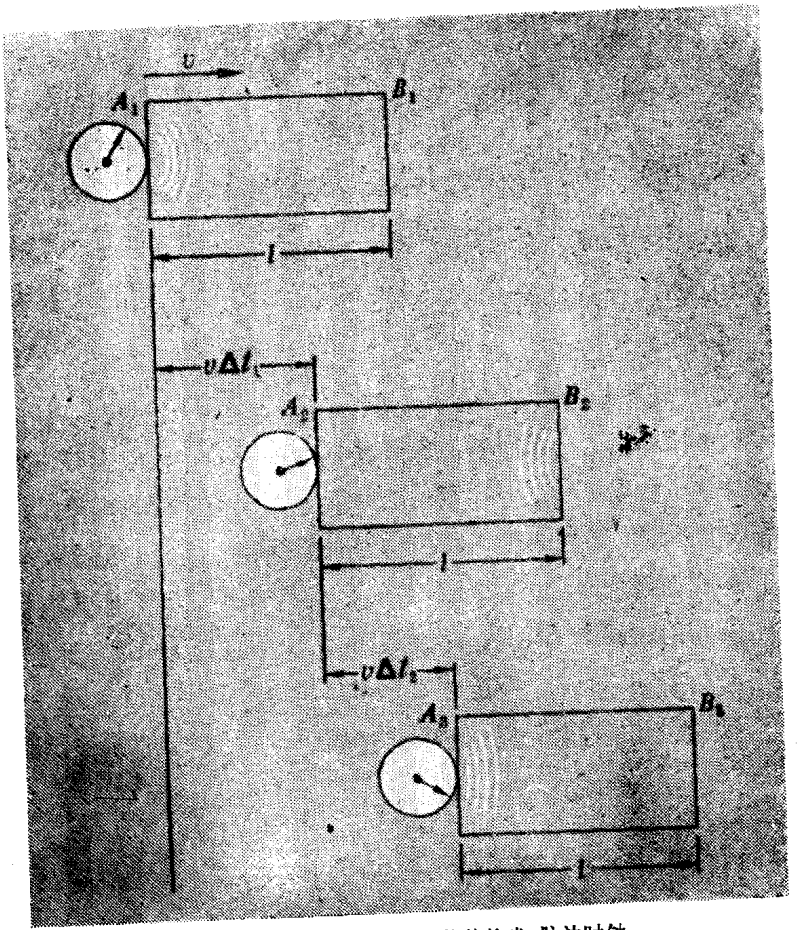


图 4-4. 用来讲解洛伦兹收缩的光-脉冲时钟。

后，我们必须提供一种办法以测量任一事件的发生时刻。为了做到这点，最为令人满意的办法是使计时器稠密地布满整个坐标网(比如说，在坐标网的每个交点放置一时钟)；否则的话，必须计及信息从坐标网的给定点转发到某一中心记录点所需时间而引起的修正。当然，我们要求所有的计时器都调节到同时读出 $t=0$。不过，为什么人们总是求助于爱因斯坦的交换光或无线电信号并把渡越时间考虑进去的(时钟整步)手续呢？为什么不直接在某一中

心点校准好所有的计时器，然后再把它们带到各自的站台呢？答案是由于存在时间膨胀。在把计时器从原点带到其他地点的过程中，计时器本身必定成为一个运动的时钟；因此，当把它们同目的地的按无线电信号技术整步好的时钟作比较时，它们将少走一些时间。依方程(4-5a)，误差$\Delta t-\Delta t'$在$v/c\ll 1$时几乎等于$\frac{1}{2}v^2\Delta t/c^2$。被转移的时钟一旦静止下来，它就开始按照正常的时率走动，不过，总带着初始的误差。由于$\Delta t=s/v$，其中s是从原点到任一特定点的距离，对于s的任一特定值，误差同v成正比例，因而可以使之任意小，只要v/c足够小。换句话说，这种使整个参照系的时间标准化的方法的确是可辩护的，不过只有在适当规定的条件之下才成。

§4-9 利用光激射器进行的迈克耳孙-莫雷实验

上节对光脉冲时钟的讨论意味着，如果我们有两个相似的这种类型的时钟，且彼此成直角地放置，那么，它们彼此看来都走得很准，但是，从相对于它们有某一速度的参照系看来，二者都以同等程度走慢了。实际上，这就是迈克耳孙干涉仪以及对迈克耳孙-莫雷实验零结果的一种描述。但是，在狭义相对论的基础的现代检验中，人们曾利用两台光激射器作了甚至更完全的类比。[1] 该仪器的基本结构如图4-5所示。

尽管光激射器的工作频率必定位于原子(在这里的情形是Ne原子)谱线的宽度之内，但精确的频率受光的速率和光激射器两端的镜子之间的距离所控制。[2]这样，光激射器是非常现实的光-脉冲

1) T. S. Jaseja, A. Javan, J. Murray, and C. H. Townes, *Phys. Rev.*, 133, A1221(1964).

2) 更明确地，频率等于$nc/2L$，式中L为光激射器的长度而n为一大的整数。你能否解释此条件是怎样得来的。

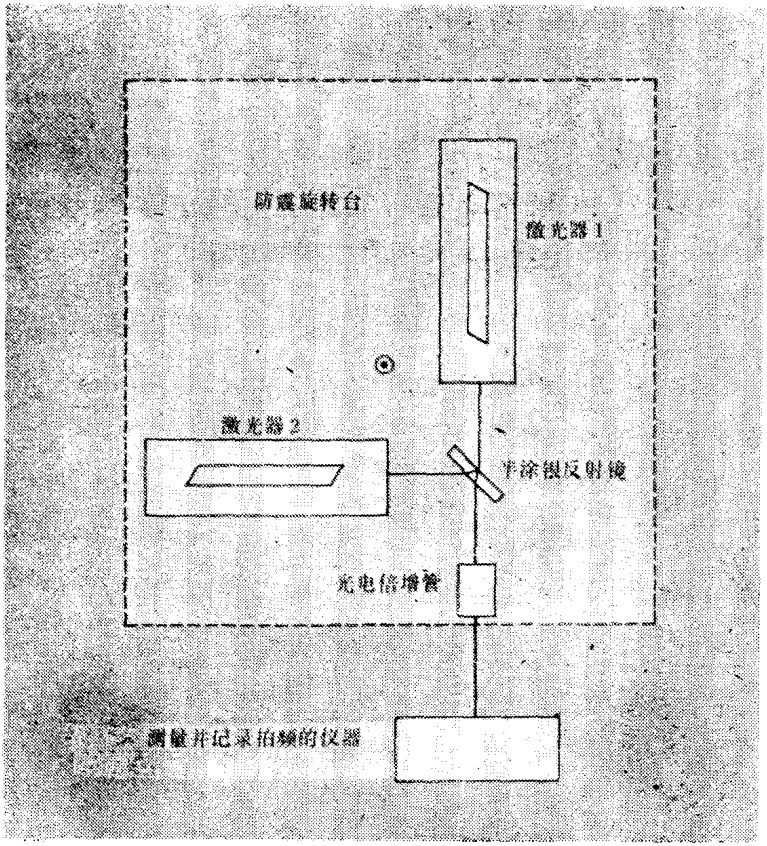


图 4-5. 用以比较两个互成直角的光激射器的频率的实验装置。这个实验是迈克耳孙-莫雷实验的现代翻版，系由 T. S. Jaseja 等人完成。

时钟。在实验中，两个光激射器的特征频率约为 3×10^{14} 周/秒(频带宽度大约只有 20 周/秒!)。两个光激射器的频率差(拍频)在仪器转过 90°时被记录，在测量的精度(约为±3 千周/秒)之内，(除了可归因于局部磁场等等的拍频变化外) 探测不到拍频有任何变化。此值(±3 千周/秒)比根据以太风假设(见第二章)可望算得的频率变化小 1/1,000，因此，它代表了已经作过的有关于光信号速率的空间各向同性的检验中最为灵敏的一个。

§4-10 相对论是真正相对的

尽管相对论性变换是以惯性系的完全等效性为依据的，然而有关长度收缩和时间膨胀现象看上去仍然可能有某种自相矛盾的东西。假定我们有两把全同的米尺，沿它们的长度方向作相对运动。如果我是呆在其中之一的静止系中，我将测到另一米尺的长度小于1米。那么，我怎么能避免得出如下结论呢？即对于呆在另一米尺的静止系中的观测者，我的米尺看来比1米长。如果你一旦认识到每个惯性系都必须(可以说)替自己说话，你就不需要再为这类问题所困扰了。在一个系中所作的观测，仅仅提供从该系统的观点对事件的描述。导致A说B的米尺缩短的观测是A的观测；从这些观测推出的结论对A成立，但不对B成立。B可以作自己的观测——同A类似，但不相同——而他的结论是A的木尺缩短了。二者都正确。因为在物理上不可能使两组观测都参照同一参照系，因此不存在矛盾。

这一倒易性(reciprocity)可借助闵可夫斯基图来作一很好的说明。在图4-6中，我们(再次)画了以通常方式联系两参照系S和系S'的图示。假定有两个具有单位静长度的物体，一个静止于系S，另一个静止于系S'。在图4-6(a)中，我们画出了第一个物体两端的世界线。把原点放在物体左端，这两条世界线是ct轴和直线AQ。同样地，在图4-6(b)中，我们画出了第二个物体两端的世界线，即ct'轴和直线$B'R'$。两个图中都画出了由方程

$$x^2-(ct)^2=(x')^2-(ct')^2=1$$

定义的校准曲线。正如在第三章中所讨论的，这条曲线与任一给定参照系的x轴相交于对应(该系中)离原点单位距离之处。这样，如图4-6的两个部分所示，该曲线通过x轴上的点A，因此$OA=1$，也通过x'轴上的点B'，使得$OB'=1$。

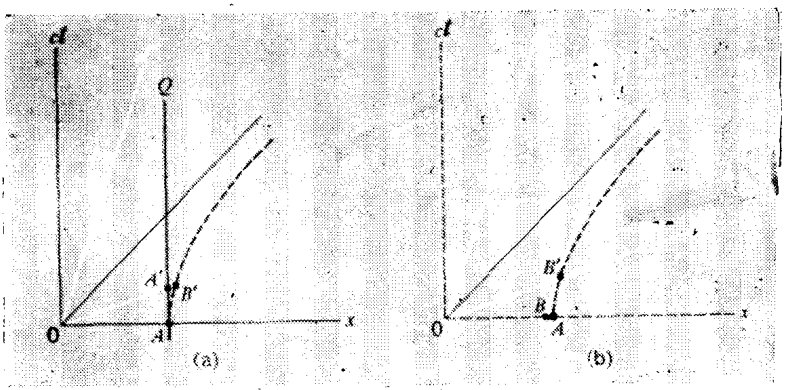


图 4-6. 利用闵可夫斯基图显示洛伦兹收缩的对称本性。(*a*) 静止于系 S 的单位长度(OA) 在系 S' 看来小于单位长度。(*b*) 静止于系 S' 的单位长度(OB')在系 S 看来小于单位长度。

目前在图 4-6(*a*)中，世界线 AQ 切校准双曲线于 A，而在图 4-6(*b*)中，世界线 $B'R'$ 切校准双曲线于 B'。出现这种情况的原因在于，在这些闵可夫斯基图中，任一参照系的时间轴平行于过校准双曲线与对应的 x 轴的交点所作的切线。为了看出这点，取以系 S 的空间和时间坐标写出的双曲线方程：

$$x^2-(ct)^2=1$$

并求出在任意一点的斜率。于是

$$2x-2(ct)\frac{d(ct)}{dx}=0$$

或

$$\frac{d(ct)}{dx}=\frac{x}{ct} \tag{4-7}$$

现在来求 x' 轴与双曲线交点处的斜率数值。x' 轴是直线 $t'=0$。但是，按照洛伦兹变换，我们有

$$t'=\gamma(t-vx/c^2)$$

因此在这点有

$$t=vx/c^2$$

于是，根据方程(4-7)，我们有(在点 B')

$$\frac{d(ct)}{dx}=\frac{x}{ct}=\frac{x}{vx/c}=\frac{c}{v} \tag{4-7a}$$

但因系 S' 的 ct' 轴是直线 $x'=0$，再次利用洛伦兹变换，我们有

$$x'=\gamma(x-vt)$$

借助坐标 x 和 ct 写出的 ct' 轴的方程是

$$x-\frac{v}{c}(ct)=0$$

由此推出这条直线的斜率为

$$ct'\text{ 轴的斜率(在系 }S\text{ 中测得的)}=ct/x=c/v \tag{4-7b}$$

这就证明了以上分析的作图具有正确的性质。

撇开这份解析几何片断，我们可以看出，世界线 AQ（静止于系 S 的物体的右端）截系 S' 的 x' 轴于点 A'，A' 离 O 小于单位距离 (OB')。但是，以完全等效的方式，世界线 $B'R'$（静止于 S' 的物体的右端）截系 S 的 x 轴于点 B，B 离 O 小于单位距离 (OA)。这一讨论应当使人明瞭，“斐兹杰惹-洛伦兹收缩真地发生么？”这个问题从相对论的观点看来没有单一的，毫不含糊的答案。整个重点在于规定：如果我们想要测量某一物体（可以相对于我们运动）的长度，我们必须进行怎样的实际观测。而这个规定简单地就是：在我们所断定的同一时刻测量该物体两端的位置。除此之外，我们还有什么办法呢？[1] 因此收缩，当我们观测它时，它并不是物质的一个属性，而是测量过程所固有的某种东西。

用类似说法可以讨论时间膨胀的完全对称性。对于两个相对作匀速运动的参照系，总要拿原时间间隔与非原时间间隔作一比较，前者是静止于某一系的单一时钟记录到的，后者是根据另一系

1）下述的等效操作除外：记下物体两端经过我们参照系中一个固定点的时间，已知物体相对于我们参照系的速度。

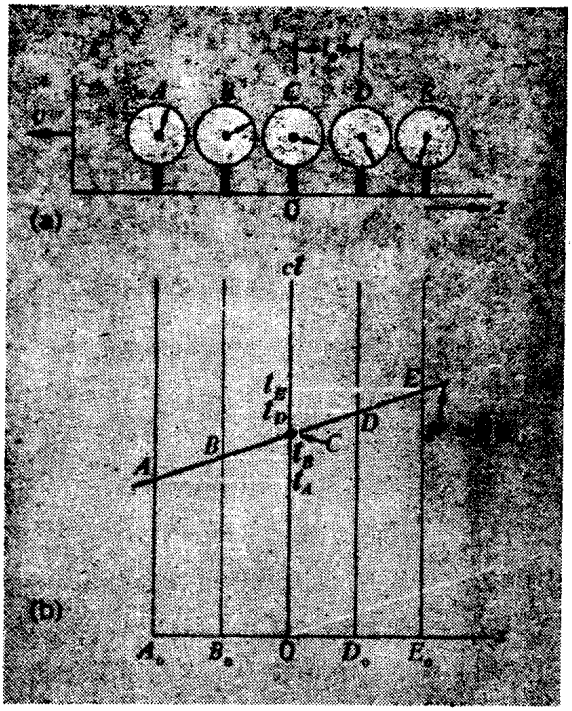


图 4-7. (a) 在系 S 中整步的一列时钟于系 S' 某给定时刻的读数。
(b) 此情形的空-时图。

中的两个空间上相隔一定距离的时钟求得的。为使这一问题的讨论更加明确起见，假定有五个彼此等距的时钟静止于系 S 中。这五个时钟都按系 S 的同时性定义整步。现在假定从另一系(S')看，整个系 S 以速度 v 向左运动。于是，按照系 S' 的同时性标准，这些时钟在任一给定时刻 t'(依系 S' 中的测量)将指示读数递差，如图 4-7(a) 所示。利用图 4-7(b) 的空-时图，上述情况可以换一种方式加以描述。图中的竖直线是时钟的世界线，以 A, B, C, D 和 E 标记的诸点是这些时钟在系 S' 中给定时刻 t' 的空-时坐标，由一条平行于 S' 的 x' 轴的直线来确定。按照洛伦兹变换，我们有

$$t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

如果位于系 S 中的点 $x=0$ 的时钟 C 在时刻 t' 读得 t_0，则我们有

$$t'=\gamma t_0$$

把 t' 的这一特定值代回洛伦兹变换方程，我们看到，位于系 S 中的任何另一 x 值处的时钟的读数可由下式给出：

$$t(x)=t_0+vx/c^2 \tag{4-8}$$

当然，这种递进"误差"（按系 S' 的观点判断应当存在）直接同确定同时性的无线电信号手续相联系。如果信号是从 C 点发出，则按系 S' 中的观测者，时钟 A 和 B 是背离信号而去，时钟 D 和 E 是迎向信号而来。假如附于系 S 中的诸观测者不知道这一点，那么位于 $x>0$ 处的观测者就要把钟往前拨一点，位于 $x<0$ 处的观测者就要把钟往后拨一点，恰好如方程(4-8)所断言的那样。

现在，让我们来谈时间膨胀本身及其对称本质。假定有两个惯性系 S 和 S'，其中每个都有一组沿 x 轴方向等距（距离为 l_0）排列、彼此整步（按各该参照系自己的测量整步）的时钟。又设相对于第三个惯性系 S''，一个系统沿 x 具有速度 $+v$，另一个系统沿 x 具有速度 $-v$。由于洛伦兹变换只同 v^2 有关，两组时钟对于系 S'' 是空间等距的。为了进一步简化讨论，假定在系 S 或系 S' 中相继两时钟间的递进误差（依系 S'' 所判断）在时钟本身上读得正好等于 1 秒；这些误差的递进方向当然是相反的，因为速度方向相反。让我们在系 S 和系 S' 的时钟彼此相对时，对此二系统的时钟读数作一记录（依系 S'' 中的观测）。图 4-8 画出了三次接续观测的可能结果。如果设想我们跟定某个系的任一时钟，我们将看到，相对于与之比较读数的邻近时钟，该时钟不断丧失时间。譬如，在(a)中系 S' 中的时钟 B' 超前 B 2 秒，在(b)中同 D 一致，在(c)中落后 F 2 秒。不过以完全相同的方式，系 S 的时钟相对于系 S' 的时钟也是每步丧失 2 秒[例如，在(a)中 F 超前 F' 6 秒，在(b)中超前 D' 4 秒，在(c)中超前 B' 2 秒]。倘若我们在两个系中选择对应的观

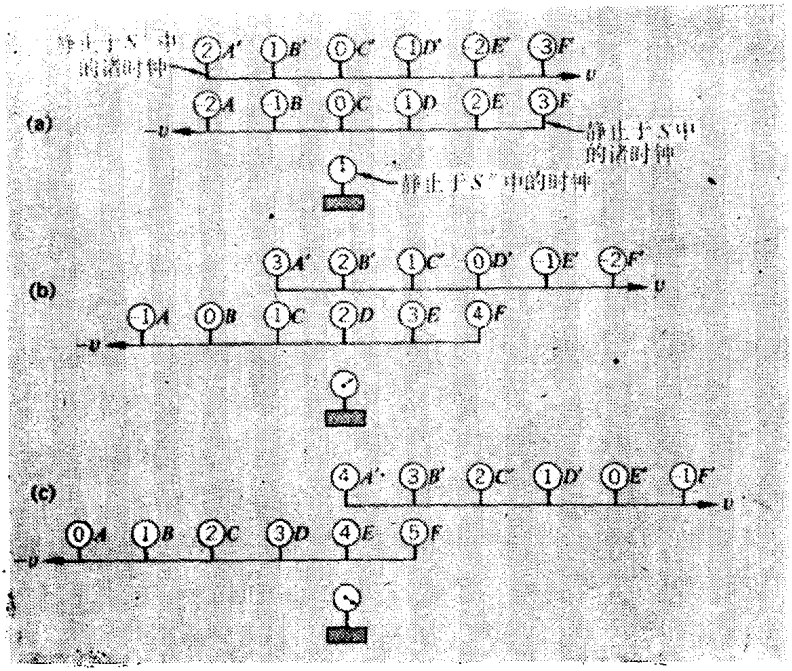


图 4-8. 两列分开整步的时钟，它们以大小相等，方向相反的速度相对于系 S'' 运动。图(a)，(b) 和 (c)示出了在系 S'' 中三个相继时刻可能观测到的时钟读数。

测，这里面没有什么不对称的。相对论是真正相对的[1]。

§4-11 空-时间隔与因果性[2]

在第三章中，我们引进了不变量 s^2，s^2 可由在具有共同空-时原点的一组惯性系之任一惯性系中测得的给定点事件的空-时坐标构成。方程(3-18)所描述的关系如下：

$$(ct')^2-(x')^2=(ct)^2-(x)^2=s^2$$

1) 这个清楚的、用图说明的论证取自W. Rindler, *Special Relativity*, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1966。这里所假定的时钟读数的那些特定值要求 $v=c/\sqrt{2}$ 和 $l=\sqrt{2}\,c$ 光秒。看看你是否能证明这个。

2) 此节可从略而不失连续性。

如果我们考虑两个不同的事件，我们将发现在所有惯性系中，$(\Delta s)^2$的值是一致的，$(\Delta s)^2$在任一系中的值被定义为$(c\Delta t)^2-(\Delta x)^2$的量度。（而且，由于$y=y'$，$z=z'$，我们可以毫不费力地把这一等式推广到三维空间。）量Δs具有距离的量纲，称为两个事件的空-时间隔；对于通过光信号联系的两个事件，其值为零。作为不变量的Δs具有特殊的重要性，这点可用空-时图象加以说明。我们不打算过多地强调空-时几何，但是，把我们前面对这类图所作的讨论推进一小步，这也许是有用的。

在图 4-9 中，我们画出了适用于一维问题的空-时图。其上标出了两个点事件P和Q，连同对应于两个不同惯性系的轴(x, ct)和(x', ct')。（注意：我们再次用ct而不是t来描述时间变量，这样两个坐标便都具有距离的量纲。）

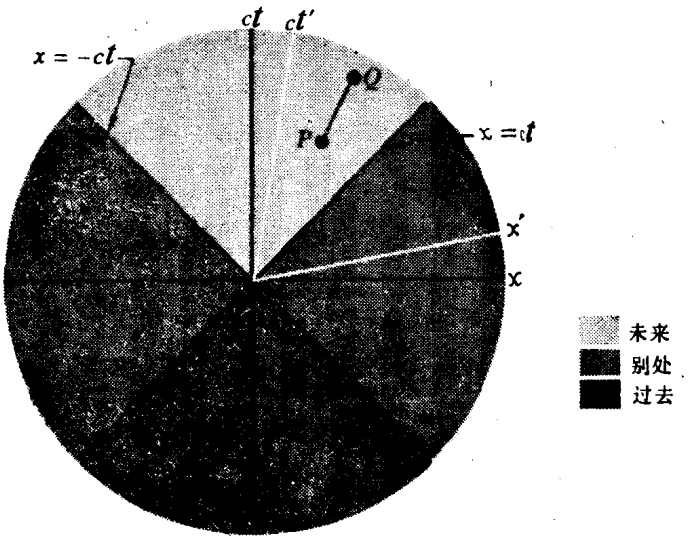


图 4-9. 根据位于O点的观测者的观点把（一维世界的）空-时划分为过去、未来和“别处”三个区域。图中还画出了其间可以有因果联系的事件P和Q，因为P和Q的间隔是“类时的”。

两条直线 $x=\pm ct$ 代表通过共同原点 O 的光信号的世界线，它们把整个空-时分为几个不同的区域。用"别处"标出的区域不能为其世界线通过 O 的观测者所达到，因为从 O 赶到那里需要大于 c 的速度。如果 x 和 ct 的坐标标度相同，则光的世界线同坐标轴成 45° 角，如图 4-9 所示。

量 $(\Delta s)^2$，其平方根为两事件 P 和 Q 之间的间隔，可取正值、负值或零，这要看 $c\Delta t$ 是大于、小于或等于 Δx 而定。光的世界线连接空-时间隔为零的诸点事件。如果 $c\,\Delta t>\Delta x$，如图 4-9 所示，可以变换到一个 ct' 轴平行于 PQ 的参照系。这意味着，事件 P 和 Q 发生在 S' 的同一地点，二者只被纯粹的时间间隔所分开。在这种情形，P 和 Q 的间隔称为类时的（类时间隔 *time-like interval*）。

如果 $c\Delta t<\Delta x$，可以用类似方法变换到一个这样的系统中，在其中，P 和 Q 是发生在不同地点的同时事件。事件之间的这种关系（间隔）称为类空的（类空间隔，*space-like interval*）。为了联系两个被类空间隔分开的事件，就需要有超过 c 的速度。要是这种情况系属可能，那就会推翻物理学中的因果性观念。因为，假定事件 $P(x,\ t)$ 可以通过速度 $u>c$ 的信号作媒介引起事件 $Q(x+\Delta x,\ t+\Delta t)$。那么，从另一以速度 v 运动的参照系看来，事件之间的时间间隔当为

$$\Delta t'=\gamma(\Delta t-v\Delta x/c^2)=\gamma\Delta t(1-uv/c^2) \qquad (4\text{-}9)$$

于是，如果 $u>c$，我们便可找到使 Δt 和 $\Delta t'$ 符号相反的 $v(<c)$ 的值域。所有速度大于 c^2/u 的惯性观测者都能根据他们的观测得出结论：事件 Q 引起事件 P，而不是相反的情形。然而，这会是非常讨厌的，因为会使物理定律因观测者的不同而各异——至少，只要我们有根据知道时间进展的方向，例如，根据我们的变老来判断。

当然，以上考虑并不妨碍我们拥有大于 c 的纯几何速度。例

如，从地球指向月球的激光束在月球上造成的光斑，很容易以远远大于光的速度扫过月球表面。月球离地球的距离约为 3.8×10^8 米。因而激光探照灯只要以颇适中的角速度（1 弧度/秒，旋转一周用 2π 秒）旋转就足以产生大于 c 的光斑速度。不过，这里并没有违背动力学的地方，因为光斑的路线无非是不同光子的撞击点的轨迹，每个光子都是以速度 c 从地球射向月球的。超光速并不与从月球表面一点到另一点的物质客体的运动或能量(或信息)的转移发生联系。

如果我们考虑的是两维世界而不是一维世界，空-时间隔由以下方程定义：

$$(\Delta s)^2=(c\Delta t)^2-(\Delta x)^2-(\Delta y)^2 \qquad (4\text{-}10)$$

这样，凡相对于原点具有零空-时间隔的事件可由

$$x^2+y^2=(ct)^2$$

给出。这个方程定义的曲面称为光锥(*light cone*)，它的一部分如图 4-10 所示。于是，诸如图 4-9 这样的图可以看作是图 4-10 在 xt 平面上所取的截面。当然，我们可以进而写出有关三维世界即普通空间的光锥方程。不过，如果你想得到这一光锥的图画，那只好你自己去作了！

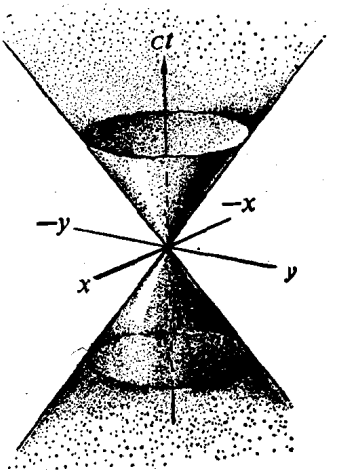


图 4-10. 两维世界的空-时图，说明光锥。

习　题

4-1. 在某一惯性系中，两个事件发生在同一地点而时间相隔 4 秒。设在另一惯性系中，此二事件的时间间隔为 6 秒，试问它们的空间间隔是多少？

4-2. 在惯性系 S 中，两个事件发生在同一时刻，而且沿 x 轴相距 1 千米。设在以恒速沿 x 轴运动的惯性系 S' 中，测得此二事件的空间间隔为 2 千米，试问在 S' 中测得的时间差是多少？

4-3. 诚如课文所指出的，在一给定时刻，某一观察者当时并不了解发生他所在的参照系中的全部情况；他只知道此时发生在他位置上的情况。假定沿 x 轴放置的米尺以速度 $0.8c$ 沿 x 轴运动，其中点在 $t=0$ 时通过原点。又设观测者位于 $x=0, y=1$ 米。

(*a*) 在 $t=0$ 时(在观测者的系统中)米尺的两个端点在哪里？

(*b*) 观测者何时看到米尺中点通过原点？

(*c*) 此时两个端点各在何处？

[关于这一问题的更详细的讨论，见G. D. Scott and M. R. Viner, *Am. J. Phys.*, **33**, 534(1965).]

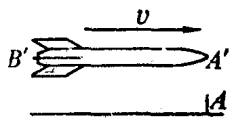
4-4. 我们的银河系的直径约为 10^5 光年，目前已知的粒子最高能量约为 10^{19} 电子伏。试问具有这一能量的质子要穿越银河系需用多少时间？假定测量是在

(*a*) 银河

(*b*) 粒子

的静止系中作出的。

4-5. 一静长度为 l_0 的火箭飞船以恒速 v 相对于系 S 运动(见图)。船的鼻部(A')在 $t=t'=0$ 时通过 S 的点 A，此时有一光信号从 A' 送向 B'。



(*a*) 按火箭飞船的时间(t')，该信号何时到达船尾(B')？

(*b*) 按系 S 中的测量，该信号何时(t_1)到达船尾(B')？

(*c*) 按系 S 中的测量，船尾(B')何时(t_2)通过点 A？

4-6. 一艘火箭飞船长 100 米以速度 $v/c=0.6$ 行进，火箭船的鼻部载有一台无线电接收机。一无线电脉冲恰好在火箭尾部经过静止空间站时被该站发射出来。

(*a*) 当无线电信号到达鼻部时，火箭鼻部离空间站多远？

(*b*) 按空间站的时间，信号从空间站发射和到达鼻部二事件的时间间隔是多少？

(*c*) 按照火箭静止系中的测量，此二事件的时间间隔是多少？

4-7. 一电子（静能量为 0.51 兆电子伏）从静止通过 0.13 兆伏的电压降加速，然后以恒速运动（1 兆伏 $=10^6$ 伏）。

（*a*）电子（在达到最终速度后）飞越相距 8.4 米的两点需要多少时间？

（*b*）按电子静止系中的测量，这两点的距离是多少？

4-8. 一道闪光从 x 轴上位置 x_1 发出，在位置 $x_2=x_1+l$ 被吸收。在以速度 $v=\beta c$ 沿 x 轴运动的参照系中：

（*a*）光的发射点和吸收点的空间距离 l' 是多少？

（*b*）在光的发射和吸收之间，相隔多长时间？

4-9. 两艘太空飞船，每艘飞船在自身的静止系中长 100 米，沿相反方向相擦而过。太空飞船 A 上的仪器测得飞船 B 的前端通过整个 A 的长度需要 5.00×10^{-6} 秒。

（*a*）两艘太空飞船的相对速度是多少？

（*b*）B 的前端的时钟在其经过 A 的前端时恰好指示 1 点钟，试问该时钟经过 A 的后端时，指针的读数是多少？

4-10. 荷电 π 介子（π 子）是由质子和中子的高能碰撞产生的。π 介子在自身的静止系中按定律

$$N(t)=N_0(2)^{-t/T}$$

衰变，式中 T 是半衰期，等于 2×10^{-8} 秒。设在加速器的靶上产生了一个 π 子爆丛，并观测到其中有三分之二幸存而到达离靶 30 米的地方。π 子的能量是多少？（用静质量能量表示之。）

4-11. 一束以速度 $c\sqrt{3}/2$ 行进的不稳定 K^+ 介子通过两个相距 9 米的计数器。在通过计数器时，粒子的速度和能量的损失可以忽略不计，但粒子产生的脉冲是可以计数的。设在第一个计数器上记录 1,000 个而在第二个记录器上记录到 250 个。假定全部减少都是由粒子在飞行中的衰变引起的，试问在 K^+ 介子静止系中测得的半衰期是多少？

4-12. 中午一艘火箭飞船以速度 $0.8c$ 飞经地球。飞船上和地球上的观测者一致同意这一事件发生在中午。

（*a*）按照火箭飞船上的时钟的读数，该飞船于午后 12:30 飞经一个行星际宇航站，该站相对于地球固定，其时钟指示地球时间。试问它在该站什么时间发生？

（*b*）（在地球坐标上）该站离地球多远？

（*c*）在飞船时间午后 12:30，该飞船用无线电向地球发回报告。试问地

球(按地球时间)何时接到信号?

(*d*) 如果地面站立即回答,试问飞船(按飞船时间)何时接到回答。

为了取得最大裨益,试从地球和飞船这两个参照系的观点解决这一问问。

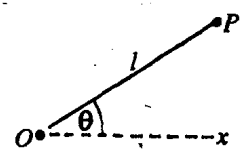
(据J. H. Smith, *Introduction to Special Relativity*, Benjamin, New York, 1965)

4-13. (*a*) 课文所描述的用 μ 介子做的时间膨胀实验中,假定用来使介子减速的铁块高 2.5 呎。可以近似正确地说,不管 μ 介子的能量如何,穿过铁块的 μ 介子遭受 $0.118m_0c^2$/厘米的平均能量损失。如果这些粒子在闪烁器中损失的能量介乎零和 $0.45m_0c^2$ 之间,试问在闪烁器内停下(并衰变)的 μ 介子的初始速度是多少?

(*b*) 如果所有 μ 介子都沿同铅垂线成 θ 角的方向行进,试问以下两个数字之比是多少?即一,在华盛顿山山顶的闪烁器中每小时衰变的介子数,二,在海平面的闪烁器中衰变的介子数。证明:如果 $\gamma \gg 1$,答案与 θ 无关。在实际的实验中,假定对于所有的 μ 介子,$\theta=0$;试估计这一假定带来的误差,倘若事实上探测系统接收直到 $\theta=45°$ 的任意角度来的介子。

4-14. 两个火箭被一根静长度为 l_0 的不可伸缩绳连在一起。在时刻 $t=0$,两个火箭从静止开始作匀加速运动,并且在系 S 中测得它们的加速度正好相等。当 $t=t_1$ 时,火箭停止加速而在系 S 中测得它们不用动力以相等速度作匀速运动。为什么绳子会断?[进一步的讨论,见 E. Dewan 和 M. Beran 的论文, *Am. J. Phys.*, **27**, 517(1959), 和 E. Dewan 的论文, *Am. J. Phys.* **31**, 383(1963).]。

4-15. 一道闪光从 O 点发出,稍后在点 P 被再吸收(见图)。在系 S 中,OP 具有长度 l 且同 x 轴成 θ 角。在相对于系 S 以恒速 v 沿 x 轴运动的系 S' 中:



(*a*) 从光的发射到吸收相隔多长时间 τ'?

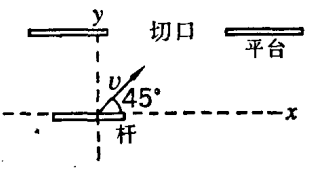
(*b*) 光的发射点和吸收点的空间间隔 l' 是多少?

4-16. 一根静长度为 l_0 的杆静止于系 S' 中。它位于 $(x'y')$ 平面内且同 x' 轴成 $\sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ 度角。如果系 S' 以恒速 v 平行于另一系 S 的 x 轴运动,试问:

(*a*) 如果在系 S 中测得杆同 x 轴成 45° 角,v 的数值必须是多少?

(*b*) 在这样的条件下，在系 S 中测得的杆长是多少？

4-17. 一根静长度为 L 的杆平行于 x 轴，但沿同该轴成 45° 角的方向运动(见图)。一个平台也平行于 x 轴，且位于杆必经之处，不过在其上切下一个静长度为 $1.1L$ 的切口，以致当杆以非相对论性速率运动时，杆可以合适地通过切口。如果杆的速度为 $0.9c$，那么会发生什么情况？从两个参照系的观点分析这一问题。



4-18. 以下是两对事件的空间和时间坐标。求出在每种情形下事件 1 和 2 的空-时间隔。再次针对每种情形，回答下列问题：

(*a*) 在此二事件之间，能否存在因果联系？

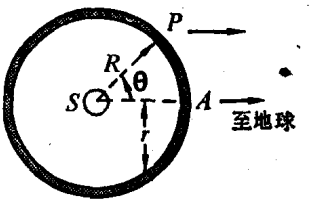
(*b*) 有无这样的参照系，在其中，此二事件会被同时记录到？如果有，试找出这样的参照系？

	事件 1				事件 2			
	x_1	y_1	z_1	t_1	x_2	y_2	z_2	t_2
情形 A	0.3 米	0.5 米	0	2×10^{-9} 秒	0.4 米	0.7 米	0	3×10^{-9} 秒
情形 B	0.7 米	0.5 米	0	2×10^{-9} 秒	0.4 米	0.6 米	0	4×10^{-9} 秒

4-19. 考虑被半径为 R 的尘埃球壳包围的恒星 S (见图)。假定该恒星发射的光都是先被尘埃球壳吸收，然后重新辐射出去。该恒星突然发生新星型爆发，并发送出非常强的光脉冲。(离得很远的)地球上的观测者看到从 A 再辐射的光先于看到来自 P 的光。总的效应有如以 A 为中心不断扩展的光环。试证该光环的半径的增长速率为

$$dr/dt = c\cot\theta$$

因而当 $\theta<45°$ 时该速率大于 c。因果性定律仍然成立吗？



光速成为所有物体速度的上限。……将速度相加或相减的简单的力学定律在这里不再适用，或者更确切地说，它只是在低速情形近似地成立，但在速度接近于光速的情形就不正确了。代表光速的数(*number*)明显地出现在洛伦兹变换中，并且象经典力学中的无限大速度那样起着一个极限情形的作用。

爱因斯坦和英费尔德，
《物理学的进化》（1938 年）

第五章　相对论性运动学

§5-1　速度的变换

一旦我们有了关于距离和时间的洛伦兹变换，考虑两不同惯性系中所测位移的时间导数就是一桩直捷了当的事了。虽然一般说来，我们关心的是三维空间中的运动，但是多数重要的结果却能够借助于两维空间中的运动推衍出来。这是因为（如我们在第三章中曾指出的）在此仅涉及一个唯一确定的方向——两个惯性系相对运动的方向。这是一个对称轴，从而任何位移均可分解为平行于此轴的分量与垂直于此轴的分量。从逻辑上来讲，我们或许应该在方程中通过使用柱面坐标来提醒读者注意到上述事实。在柱面坐标系中，任何一个矢量均可由该矢量的平行于对称轴的分量、垂直于对称轴的分量及一个角度——方位角来表征。所谓方位角是指通过对称轴的某固定平面和由对称轴与这一矢量所确定的平面间的夹角。在许多情况下，方位角并不会出现在结果之中。然而，传统的习惯是使用笛卡儿坐标。其中 y 轴和 z 轴相互垂直

而且垂直于二参照系的相对运动方向（x 轴）。因此，我们将像已经开始用的那样，继续接受这种坐标表象。但是，由于适合 x 方向和 y 方向的变换方程实际上能告诉我们全部情况，从而关于 z 方向的变换方程在通常情形仅依靠查验即可根据 y 方向的变换方程而构想出来。所以，除非有特殊的理由需要另作考虑，我们都将这样来看待矢量，即仿佛它仅有 x 和 y 这两个分量。

于是，我们将以下列基本方程作为讨论的出发点：

$$\begin{aligned} x &= \gamma(x' + vt') \\ y &= y' \\ t &= \gamma(t' + vx'/c^2) \end{aligned} \tag{5-1}$$

式中 $\gamma(v) = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$。

假定某物体在系 S' 中测得的速度分量为 u'_x 和 u'_y。根据速度的定义，我们有

$$u'_x = dx'/dt', \quad u'_y = dy'/dt'$$

如果系 S' 本身相对于系 S 有一速度 v，那么，该物体的这些速度分量同它在系 S 中测得的速度分量的关系如何呢？

方程(5-1)经微分后，变为

$$\begin{aligned} dx &= \gamma(u'_x + v)\,dt' \\ dy &= u'_y\,dt' \\ dt &= \gamma(1 + vu'_x/c^2)\,dt' \end{aligned}$$

因此有

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} \qquad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2} \tag{5-2}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{u'_y/\gamma}{1 + vu'_x/c^2} \qquad u'_y = \frac{u_y/\gamma}{1 - vu_x/c^2} \tag{5-3}$$

为完备起见，我们在方程(5-2)和(5-3)中还增添了借助在系 S 中所做的测量而写出的关于 u'_x 和 u'_y 的表达式。首先让我们考虑方

程(5-2)。此方程代表了方向相同的两个速度的相对论性加法定律。如果 u'_x 和 v 同 c 相比均很小，则项 vu'_x/c^2 是一个二级小量(quantity of the second order of smallness)，而且在大多数情况下同 1 相比可以忽略不计。在此情形，我们重又回到在普通运动学中完全有效的那个直捷的速度加法。但是，如果两组合速度(combining velocities)之一或两者可比于 c，那么，我们所得到的结果将明显地不同于伽利略运动学的结果。

例如，假定在 $u'_x=v=0.5\,c$ 时我们有 $u'_x+v=c$。于是

$$u_x=\frac{0.5c+0.5c}{1+(0.5)^2}=\frac{4}{5}c$$

这一合速度较之通过直接相加而算得的结果小 20%。下面让我们对这种速度加法定律进行更一般的研究，为此，我们将两个组合速度写作 c 的分数形式：

$$v=\beta_1 c$$

$$u'_x=\beta_2 c$$

则

$$\frac{u_x}{c}=\beta=\frac{\beta_1+\beta_2}{1+\beta_1\beta_2} \tag{5-4}$$

只要 β_1 和 β_2 的数值均限制小于 1(亦即每一个组合速度的量值都比 c 小)，则 u_x/c 的数值也小于 1。证明这一结论的一个简单的方法是考察 $1-\beta$ 的数值范围：

$$1-\beta=1-\frac{\beta_1+\beta_2}{1+\beta_1\beta_2}$$

$$=\frac{(1-\beta_1)(1-\beta_2)}{1+\beta_1\beta_2}$$

如果 β_1 和 β_2 均为正分数，这相当于方向相同的两个速度相加，则上面方程右端的数值显然在 1 和 0 之间；由此得 β 的数值在 0 和 1 之间。

§5-2 来自快速运动源的辐射

在两个组合速度之一，比如说 u'_x，等于 c 的特殊情形，如果 $\beta_2=1$，则方程(5-4)对于 v 的任何数值给出结果 $u_x=c$。由此可见，从相对于实验室运动的光源发射的光，无论光源运动得多快，仍具有速率 c。

正如我们在第三章所提到的，尽管这一结果是狭义相对论的爱因斯坦表述的本质特征，但是在晚近之前还没有得到一个令人信服的验证。一个决定性的原因是：光在介质(即使是透明的)中的传播涉及入射光被介质吸收及其作为次级辐射被介质再发射的这样一个持续的过程，而这种置换 (replacement) 仅需要一块厚度很小的物质即可发生。例如，对于可见光，一块厚度约为 10^{-5} 的玻璃或大气压下一层厚度约为 0.1 毫米的空气，就几乎足以抹掉原始光源运动的任何可能的记忆(memory)——假如可以这样说的话。这种名为消忆(*extinction*)的现象（虽则光束在强度上并未发生任何可觉察到的减弱）使当初被认为对爱因斯坦第二公设即 c 的不变性提供了证明的某些观测（例如，在第三章中已讲过的双星的视运动）丧失了作为证据的资格。下面我们将描述不会因消忆现象而变成无效的两项实验。[1)]

其中一项实验[2)]（是相称地在美国海军迈克耳孙实验室中完成的）是利用可见光在令人联想起菲索实验(第二章)所用的装置中做的。来自原光源(primary source) S (见图 5-1)的光经由镜 M 射到分束板 P 上，因而形成以相反方向围绕由诸镜 M_1—M_4 所定

1) 福克斯 J. G. Fox 曾在他的题为"*Evidence against Emission Theories*"一篇论文中对这两项实验的有效性作了仔细的考察，该文载 *Am. J. Phys.*, **33**, 1 (1965).

2) G. C. Babcock and T. G. Bergman, *J. Opt. Soc. Am.*, **54**, 147 (1964).

义路径行进的两光束。两块薄玻璃板P_1和P_2被安装在以点O为轴心的旋转台(rotor)上，以使P_1和P_2具有数值为$v(=\omega r)$的大小相等、方向相反的速度。原光源S按如下方式以旋转频率发生脉冲：在每转一周的几微秒的时间内只是当P_1和P_2处于图中所示的位置时才有光环绕诸镜行进。整个装置被安放在适度的真空（约为0.02毫米水银柱)之中。

假如光接受与其源运动相联系的任何速度，则人们会指望把(光被源速)修改后的速率用于沿P_1M_1和P_2M_4(行进）的逆时针光束和沿P_1M_2和P_2P(行进)的顺时针光束。由于消忆效应的缘故，速率的任何修改必将在任一固定镜的反射过程中被消除。因此，修改后的速率，如果它确实出现的话，适用于对每一光束的总距离$l(=M_1M_2=M_4P)$上。如果我们假定，v的一分数f传给光，那么，两光束间的时间差由下式

$$\Delta t=\frac{1}{c-fv}-\frac{1}{c+fv}\approx\frac{2lfv}{c^2}$$

给出。同此时间差相对应的条纹移动为$c\Delta t/\lambda$，而且若使旋转方向逆转，则此效应会增大两倍。因此，我们应有

$$\text{旋转方向逆转的条纹移动}=\frac{4lv}{\lambda c}f$$

在此实验中，可采用下列各值：

$$l=2.76\text{ 米}\qquad\lambda=4.74\times10^{-7}\text{ 米}$$
$$v=37.5\text{ 米/秒}\quad(\beta=1.25\times10^{-7})$$

对于$f=1$，应当得到2.9条纹移动。对实际条纹花样的仔细分析并未揭示出任何显著的、大于0.02条纹的移动。于是，我们可以得出下面的结论：这两运动玻璃板(P_1, P_2)传给离它们而去的光的速度小于它们的速度的1%。

当两个组合速度中有一个为c时，对速度加法定理的一个更

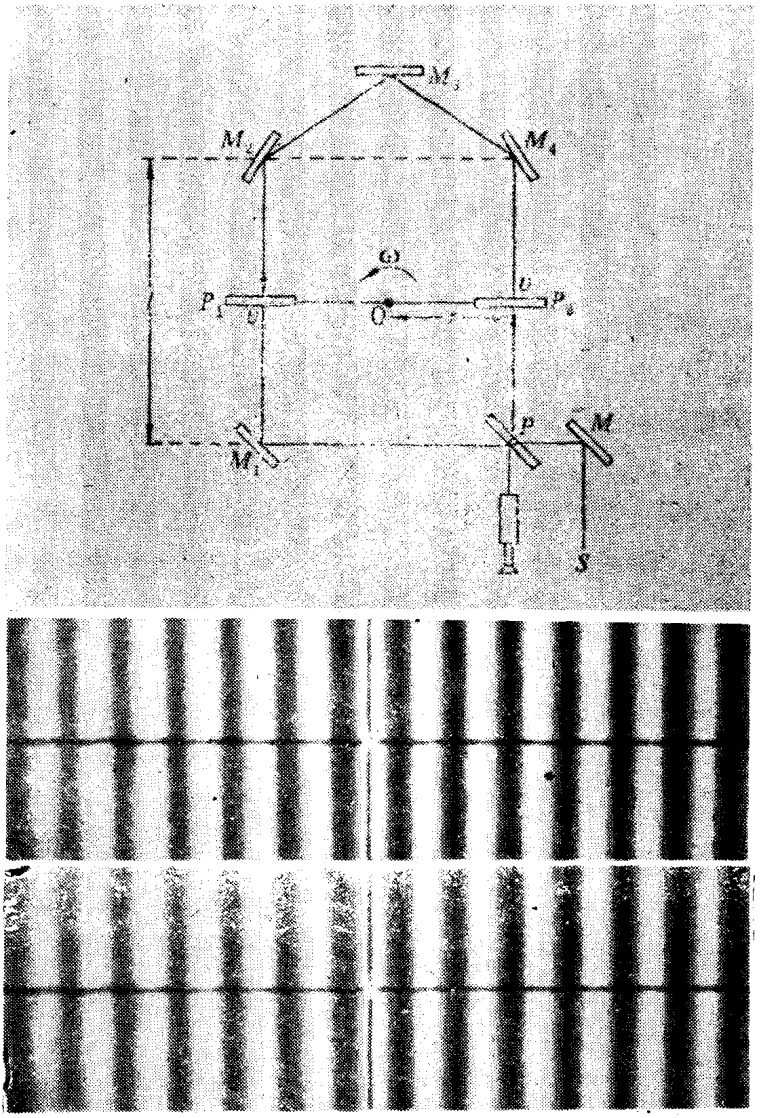


图 5-1. (*a*)巴布科克(Babcock)和柏格曼(Bergman)为检验光速对光源速度的依赖关系而做的一项实验的装置草图。你能说出放置额外镜子 M_3 的可能原因吗？（试离旋转轴 O 不同距离处考虑光线沿 M_1M_2 和 M_4P 行进的路径。）(*b*)当旋转台静止不动时（上方）和以 2,800 周/分的角速度旋转时(下方)得到的条纹花样。未发生可检测到的条纹移动。（此照片承加利福尼亚州中国湖城海军武器中心迈克耳孙实验室的巴勃考克提供。）

为令人信服的检验得自在第三章中曾提到的关于从飞行中的中性 π 介子发射辐射的实验。[1] 中性 π 介子（或 π 子）可分裂为两个光子：

$$\pi^{\circ} \longrightarrow \gamma_1 + \gamma_2$$

该 π 子是由能量接近 20 京电子伏的质子撞击到一质子同步加速器靶上的静止核子而产生的。[2] 这一撞击过程产生了能量高于 6 京电子伏的 π 子，同时有 $\gamma \geqslant 45, v/c \geqslant 0.99975$。（关于这类粒子产生过程的讨论，见第六章和第七章。）这些中性 π 子具有极其短暂的平均寿命——大约仅 2×10^{-16} 秒——所以，尽管得利于它们的大时间膨胀因子，但它们在衰变之前行进的距离几可忽略（数微米）。与质子束成约 6° 角射出的衰变光子(decay photon)* 被准直，并用一磁铁将它们同荷电粒子分离，尔后在这些光子通过空气中长约 30 米的一段飞行路径 AB 上非常精确地计时（见图 5-2）。[3] 由于加速器中的质子，从而还有衰变光子，是以甚短爆丛的形式发出的，据此就有可能完成上述计时。于是，起因于靶上质子的一个脉冲和光子在探测器 D 中引起的另一脉冲之间的时间延迟亦可测出。当探测器从 A 移到 B，这一延迟的变化可从而记录下来。最后的结果（已在第三章中引用过）是：光子的速度为 $(2.9977\pm0.0004)\times10^8$ 米/秒，这个结果排除了以为光子可从光源（在此情形，是运动的 π 子）取得大于 10^{-4} 倍光源速度的任何论证。这样，相对论性速度加法定律在非常严格的条件下获得了证实，而伽利略速

---

1) Alväger et al., *loc. cit.* [关于更全面的说明，可参阅同一些作者和 J. M. Bailey 在 *Arkiv Fysik*, **31**, 145(1966)发表的文章。]

2) 此加速器位于日内瓦的欧洲原子核研究中心（CERN Comité Européen pour la Recherche Nucléaire，直译名为欧洲核子研究理事会）。

* 指衰变过程中产生的光子。——译者

3) 在此情形，消忆效应并不重要，因为对于这些甚高能光子，在大气压下空气中的消忆长度约为 5 千米。

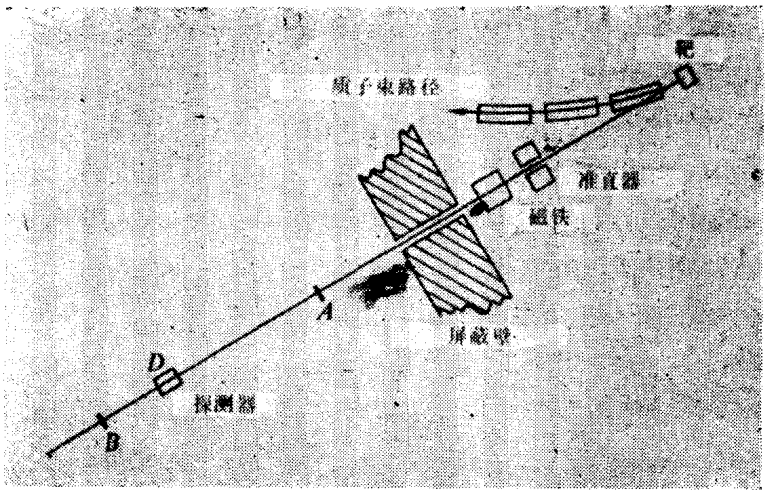


图 5-2. 阿尔维格尔（Alväger）等人所做实验的示意图。该实验旨在测定 π^0 介子衰变所产生的 γ 射线的速率。

度相加定律的失败则成为不容争辩的了。

§5-3 运动介质中的光：曳引系数

在我们刚才考虑过的两种情形中，两个组合速度中有一个是光在自由空间中的速度。现在让我们应用相对论性速度加法定律来解决如菲索实验中的光在运动介质内的光传播问题。我们将看到，著名的曳引系数(*drag coefficient*)是作为新运动学的一个必然后果出现的。

下面我们来说明新运动学是如何解决这一问题的。光在诸如玻璃或水这样的介质内的传播可用折射率 n 表征，而光相对于该介质的速度为 c/n。我们假定，这样的介质以速率 v 平行于光的方向运动。试问，一静止观察者所发现的光速 V 有多大呢？利用方程(5-2)，我们有

$$V=\frac{c/n+v}{1+v/nc}$$

现对于 $v \ll c$，我们可将此表达式展为 v/c 的级数，而且略去所有高于一次的项：

$$V=\frac{c}{n}\left(1+\frac{vn}{c}\right)\left(1+\frac{v}{nc}\right)^{-1}$$
$$=\frac{c}{n}\left(1+\frac{vn}{c}\right)\left(1-\frac{v}{nc}+\cdots\right)$$
$$\approx\frac{c}{n}\left(1+\frac{vn}{c}-\frac{v}{nc}\right)$$

所以，

$$V\approx\frac{c}{n}+\left(1-\frac{1}{n^2}\right)v \tag{5-5}$$

可见，毋需任何额外的假定，仅利用相对论性速度组合即能导出菲涅耳及其他以太论者 (ether theorist) 必须借助关于光受到介质曳引的假定才能加以解释的那个结果。在爱因斯坦的运动学建立之前，曳引现象是很神秘的，而且，对此现象所作的解释是非常牵强的。在爱因斯坦看来，这个结果不仅著名，而且重要，它在引导爱因斯坦创立狭义相对论历程中曾起过相当大的作用。

§5-4 横向运动；恒星的光行差

现在让我们来考虑垂直于两参照系的相对运动方向的速度分量的变换。根据方程(5-3)，我们有

$$u_y'=\frac{u_y/\gamma}{1-vu_x/c^2}$$

如果我们令 $u_x=0$(一种特殊情形)，则得

$$u_y'=\frac{u_y}{\gamma}\quad(\text{已假定 } u_x=0) \tag{5-6}$$

横向速度分量的这一表观减小(apparent reduction)，究其实质，是时间膨胀的表现，这一点可以通过考察方程(5-3)从(5-1)的推导看出。实际上，没有更多的情况需要说明。但是，如果我们考虑

横向速度分量变换的一般形式，即方程(5-3)，并且把它同纵向速度分量的变换(5-2)结合起来，那么，我们便得到了一种可把在两个不同的参照系中所描述的某给定直线运动的两个方向联系起来的方法。此结果的一个有趣的应用是用它来解决恒星光行差问题。

如果认为光是由光子雨(rain of photons)所组成，我们就能很容易地求出一遥远客体如恒星的视方向的改变。令系 S 为太阳的静止系，再令系 S' 为地球的静止系，而且后者以轨道速度 v 相对于系 S 运动(图 5-3)。假定从地球轨道平面内测得的某恒星的方向在系 S 中为 θ，在系 S' 中为 θ'。则我们有 $u_x=-c\cos\theta$，$u_y=-c\sin\theta$，它们是在系 S 中测得的入射光子的两个速度分量。因此，利用方程(5-2)和(5-3)得

$$u'_x=\frac{-(c\cos\theta+v)}{1+v\cos\theta/c}$$

$$u'_y=\frac{-c\sin\theta}{\gamma(1+v\cos\theta/c)} \qquad (5\text{-}7)$$

分量 u'_x 和 u'_y 的合速度当然是一个具有不变量值 c 的速度。(请读者自己验证。)该合速度在 S' 观测到的方向可极简单地表示为

$$\cos\theta'=\frac{-u'_x}{c}=\frac{\cos\theta+v/c}{1+v\cos\theta/c}$$

由于在相对论的计算中要经常用到比值 v/c，所以把 v/c 记作 β 是很方便的。据此，可将上式改写为

$$\cos\theta'=\frac{\cos\theta+\beta}{1+\beta\cos\theta} \qquad (5\text{-}8)$$

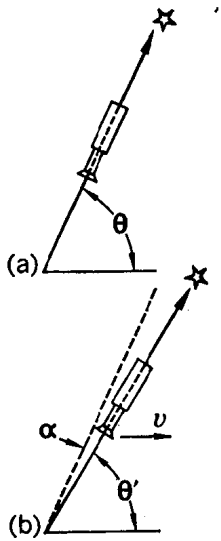


图 5-3. 恒星的光行差。(a) 一静止的望远镜对准一恒星。(b) 一运动的望远镜对准同一恒星。

现地球在其围绕太阳的运动中带着我们接连不断地从一个参照系

进入另一个参照系，其中的每一个参照系在一段很短暂的时期都可被近似地视为惯性系。由于地球的轨道速度约为30千米/秒，因而方程(5-8)的β值约为10^{-4}。方程(5-8)在此情形的一个极好的近似式为

$$\cos\theta' \approx (\cos\theta + \beta)(1 - \beta\cos\theta)$$

即

$$\cos\theta' \approx \cos\theta + \beta\sin^2\theta \tag{5-9}$$

我们引进光行差的角度α，因此有

$$\theta' = \theta - \alpha$$

于是

$$\cos\theta' = \cos\theta\cos\alpha + \sin\theta\sin\alpha$$

但是α是一很小的角度，因此$\cos\alpha$非常接近于1，$\sin\alpha$非常接近于α。由此得上式的近似式为

$$\cos\theta' \approx \cos\theta + \alpha\sin\theta \tag{5-10}$$

比较方程(5-9)和(5-10)，我们看出

$$\alpha \approx \beta\sin\theta \tag{5-11}$$

这一结果再现了第二章中讨论布喇德雷的观测所得出的光行差的近似陈述(approximate statement)。

§5-5 多普勒效应

在原子物理学中有一些最重要的观测牵涉对运动原子或原子核的辐射所作的测量。所发射辐射的表观频率(或量子能量)依赖于辐射源和观测者的相对运动。多普勒效应(*Doppler effect*)这个术语包括了这一现象的所有方面；凭多普勒效应，一周期性扰动被观测的频率或波长有所变更。这一效应是以克里斯蒂安·多普勒(Christian Doppler)的姓氏命名的，他在1842年公布了同原子光谱学有关的这个多普勒效应的基本原理。

大家都很熟悉声学上的多普勒效应，例如，当一辆汽车从我们身旁驰离时，汽车上的警笛发出的音调会突然降低。在此情形，有一个可辨认的介质即空气存在，并且依照是光源或是观察者（或两者）相对于介质在作运动而我们有物理上各别的情况。至于处于真空中的光，则不存在这样的区别，因此在这里我们可以一种较简单的方式来讨论这种现象。尽管如此，首先回忆一下声学上的多普勒效应可能是有用的。

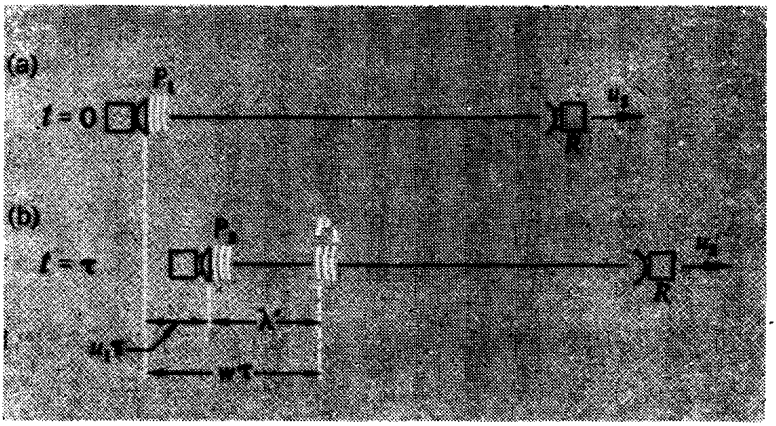


图 5-4. 关于运动源发射的辐射的多普勒效应。(*a*) 第一个脉冲在 $t=0$ 时离开源。(*b*) 第二个脉冲在 $t=\tau$ 时离开源。源的运动使它的脉冲之间的距离比源静止时的相应距离要小。

让我们来考虑声源 S 和接收器 R 沿同一直线运动的一维问题（图 5-4）。令 S 和 R 相对于空气的速率分别为 u_1 和 u_2。令该声源发出的信号的频率为 ν，周期为 $\tau(=1/\nu)$。为了使讨论特别简单，我们假定此信号是一种间隔为 τ 的甚短脉冲。每一个声脉冲在空气中均以速率 w 行进。如图所示，假定第一个脉冲 P_1 是在时间 $t=0$ 时发出的，第二个脉冲 P_2 是在 $t=\tau$ 时发出的。于是，P_1 和 P_2 之间的距离——我们可称之为有效波长 λ'（尽管严格说来，这一术语应该保留给纯粹正弦波）——由下式给定：

$$\lambda' = (w-u_1)\tau = \frac{w-u_1}{\nu}$$

这些脉冲相对于R的速率为$w-u_2$，因此P_1和P_2到达R的时间间隔τ'可由下式给出:

$$\tau' = \frac{\lambda'}{w-u_2} = \frac{w-u_1}{\nu(w-u_2)}$$

τ'的倒数定义一有效频率ν'。[1] 于是我们得到结果

$$\nu' = \nu\frac{w-u_2}{w-u_1} = \nu\frac{1-u_2/w}{1-u_1/w} \tag{5-12}$$

对于R和S之间的某给定相对速度v，ν'的数值仍然决定于u_1和u_2各自的数值。下面是两个特别重要的情形:

$$\left.\begin{array}{l}(a)\ \text{静止的声源，运动的接收器:}\\ \quad (u_1=0,\ u_2=v)\quad \nu'=\nu(1-v/w)=\nu(1-\beta)\\ (b)\ \text{运动的声源，静止的接收器:}\\ \quad (u_1=-v,\ u_2=0)\quad \nu'=\dfrac{\nu}{1+v/w}=\dfrac{\nu}{1+\beta}\end{array}\right\} \tag{5-13}$$

在这两种情况中，声源和接收器都是彼此远离而运动的，从而观测到的频率低于声源频率。* 如果以$-v$替代v，我们便得到声源和接收器彼此靠近时的相应结果。

获得了上述准备知识之后，现在让我们转到狭义相对论中的相应问题上来。我们假定，某个辐射源(例如，一个雷达脉冲发射器)位于参照系S的原点，一观察者以速度v相对于系S运动，使得他静止于系S'。每一个射出的雷达脉冲均以速率c行进。假定第一个脉冲是在$t=0$时即当观察者处于位置$x=x_0$的时候发出，并假定第$(n+1)$个脉冲是在$t=n\tau$时发出。这就包括了n个振动周期，因此该光源在系S测得的频率为$\nu=1/\tau$。

---

1) 严格地讲，频率的概念像波长一样仅适用于正弦波。以间隔τ重复发出的任何其他的周期性信号的频谱一般可含有所有频率为$1/\tau$的谐波。

* 指声源本身发出的频率。——译者

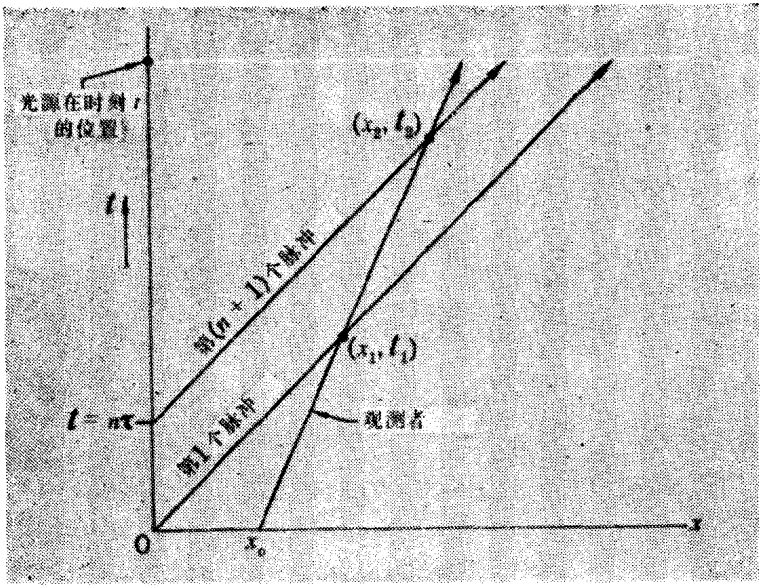


图 5-5. 说明当光源和接收器在作相对运动时光信号的发射过程和接收过程的空-时图。

为断定观测者记录下何种结果，我们将绘出 x 对 t 的图，并且辨认出代表第一个脉冲和最后一个脉冲到达观测者的两个事件(见图 5-5)。用这种空-时图的语言来说，我们确定的是观测者的世界线分别同这两个脉冲的各自的世界线的两个交点的位置。令这两个交点在系 S 中测得的位置分别为(x_1, t_1)和(x_2, t_2)。于是有

$$x_1 = ct_1 = x_0 + vt_1$$

$$x_2 = c(t_2 - n\tau) = x_0 + vt_2$$

所以，

$$t_2 - t_1 = \frac{cn\tau}{c-v}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{vcn\tau}{c-v}$$

但是，如果在系 S' 中测量，则得

$$t_2'-t_1'=\gamma[(t_2-t_1)-v(x_2-x_1)/c^2]\ (\text{根据洛伦兹变换})$$
$$=\gamma\left(\frac{cn\tau}{c-v}-\frac{v}{c^2}\frac{vcn\tau}{c-v}\right)$$

由于这一时间间隔包括了观察者所接收到的信号的 n 个周期，所以表观周期可由下式给出：

$$\tau'=\frac{\gamma c\tau}{c-v}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)$$
$$=\frac{\gamma(1-\beta^2)}{1-\beta}\tau\ \ (\text{令 } v/c=\beta)$$
$$=\gamma(1+\beta)\tau$$

但因

$$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}$$

所以

$$\tau'=\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2}\tau \tag{5-14}$$

或者用频率表示，则有

$$\nu'=\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{1/2}\nu \tag{5-15}$$

如果系 S' 是朝向而不是背离系 S 而运动的，那么，上式根号下的分子和分母中的符号应当互换。如果把方程(5-15)同声学上的多普勒公式即方程(5-13)作一比较，我们将会看到：相对论性结果是运动辐射源结果和运动观测者结果的一种统一；*而且，如果可以略去高于一次的项，则可以使此结果等于方程(5-13)中的两个结果中的任何一个。但是，相对论性结果具有一种特殊的对称性，这是前面的两个结果所缺乏的。

对于光源和观察者沿连接它们的同一条直线作相对运动所引起的这种多普勒效应的最引人注目的表现是：遥远星系的著名

---

* 原文为 unification，这里指把方程(5-13)中的两个公式的两端分别相乘而得到方程(5-15)的运算过程。——译者

(谱线)红移(*red shift*)。由于整个星系的光谱是由其内部的所有不同的辐射体各自的光谱的合成(synthesis)，所以接近于成为一连续拖谱(continuous smear)。但是，天体物理学家现已能够分辨出为数不多的几条非常显著的暗线，即出现在要不然是连续光谱中的狭窄的间隙，它们是向外逃逸的辐射（escaping radiation）在离开星系之前穿过较冷的气体或蒸气时被后者选择吸收而产生的。特别是其中的两条暗线，即电离钙的所谓 H 和 K 吸收(谱)线，它们甚至在所有的其他表征性特点(characteristic feature)都已消失不见的时候仍然可以被分辨出来。(电离的钙原子对于具有这两个特定波长的光呈现出一异常大的截面。)对于一静止辐射源，这两条暗线接近位于其光谱的极紫端，但是对于某些非常遥远的星系，(在其光谱中)则已观测到(这两条暗线)猛烈地移向波长较长的(光谱)区域。具有逐步增大的多普勒频移的星系光谱(照片)选已示于第147页和第148页上。在每一幅照片上，星系的光谱看起来仿佛是一条界限不清的水平条带，其上被 H 和 K 吸收间隙(absorption gap)所中断。为了便于比较，我们在每一星系光谱的上方和下方还记录了实验室光源发出的线状光谱。例如，在最后一幅照片上，我们发现：H 和 K 吸收(谱)线移动到波长约为 4,750Å 的位置上，而某静止光源的相应谱线则位于约 3,940Å 的位置上。这表明，波长的一个很大的增长，几乎达 25%。利用方程(5-14)，我们有

$$\lambda' = c\tau' = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2} c\tau = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2} \lambda$$

所以，

$$\beta = \frac{(\lambda'/\lambda)^2 - 1}{(\lambda'/\lambda)^2 + 1} \tag{5-16}$$

令 $\lambda'/\lambda \approx 4{,}750/3{,}940 = 1.21$，我们得

遥远星系的红移

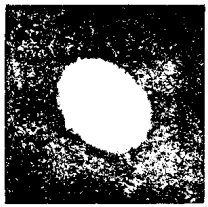
A. 膨胀宇宙的证据[1)]

拍摄遥远星系的光谱照片是一项极端困难的工作。这些星系是如此暗弱，即使通过最大的望远镜也不能被眼睛观察到。因此，必须根据照片上的星云的位置计算出望远镜应对准的方向。然后还必须使望远镜在数小时之内始终对准这一天体，这样才能拍摄到它的光谱，而这一光谱的尺寸可能仅为 2×1 毫米²。拍摄到的光谱很象是一颗普通恒星（光谱型 G 恒星）*的光谱，即是说，虽则是连续的，但其间有吸收谱线。但是这吸收谱线是模糊不清的，好象它们对整个银河星系的所有客体作了平均而形成的。到 1917 年，斯莱弗(Slipher)终于拍摄到 15 个旋涡星云的光谱。他惊奇地发现其中的 13 个星云的吸收(谱)线移向红端了。这一现象暗示，这些星系正在远离我们而去。根据观测到的频移，有可能计算出它们平均以 400 英里/秒(640 千米/秒)的速率退行。在 1919 年，哈布尔发现，其光谱已被拍摄到的且距离已确定的所有河外星系都正在以同到我们的距离成正比的速度远离我们而运动。在此后的几年间，赫马森 (Humason) 曾使用胡克(Hooker)和黑尔 (Hale) 望远镜收集到若干观测资料，这些资料再一次充分地证实了哈布尔的结果。(照片得自威尔逊山和帕洛马山两天文台。)

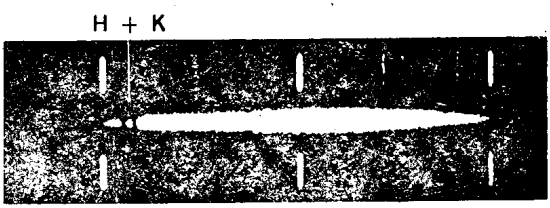
---

1) 下面的说明系根据 Ernst and De Vries, *Atlas of the Universe*, Thomas Nelson, London, 1961.

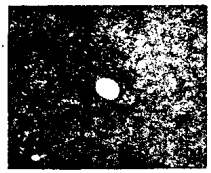
* 恒星按其光谱而分为不同的光谱型，主要有 *O*, *B*, *A*, *F*, *G*, *K*, *M* 这几个光谱型。属于 G 光谱型的恒星，例如我们的太阳和御夫座 α 星(中名五车二)，颜色呈黄色，表面温度为 6,000°—5,000°K。—— 译者



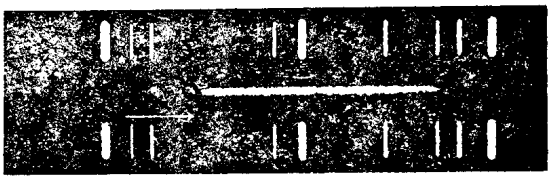
室女座



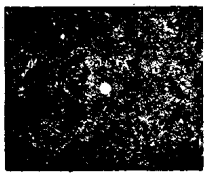
750 英里/秒



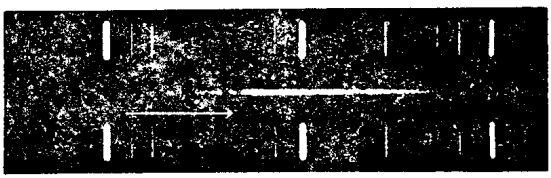
大熊座



9300 英里/秒



北冕座

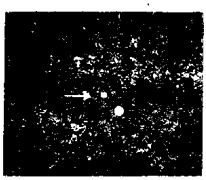


13,400 英里/秒

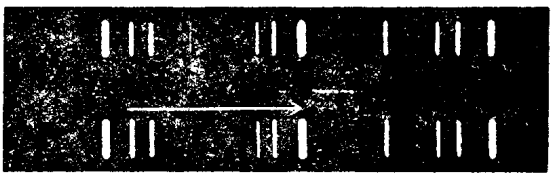
H 和He比较光谱线

（数字标出波长，单位为埃）

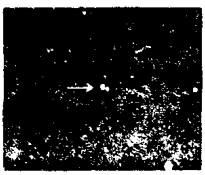
3889 3970 4026 4100 4143 4340 4387 4471 4713 4860 4922 5016



牧夫座



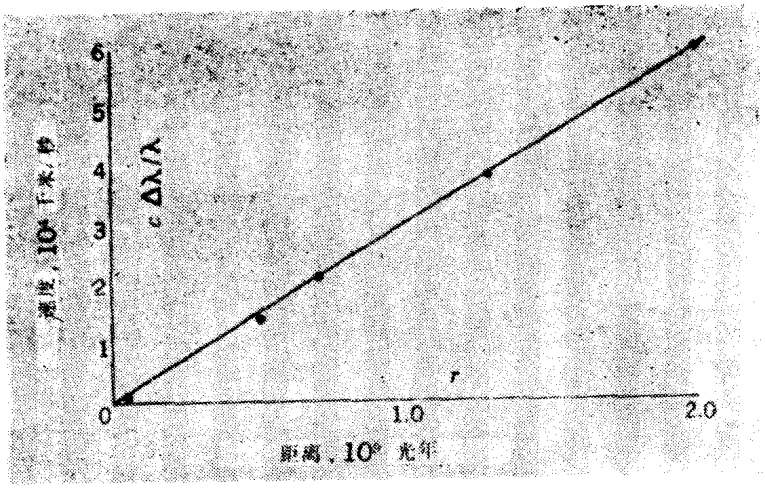
24,400 英里/秒



长蛇座



38,000 英里/秒



B. 哈布尔定律

表中所列的距离系根据1958年校准过的距离标度而定。速度是按照 $c\Delta\lambda/\lambda$ 直接算得的，而没有计及多普勒公式的相对论性修正。

星系所在:	速度，×10⁴千米/秒	距离，光年
室女座	0.12	0.4×10^{8}
大熊座	1.40	5.0×10^{8}
北冕座	2.14	7.0×10^{8}
牧夫座	3.90	1.3×10^{9}
长蛇座	6.10	2.0×10^{9}

$$\beta=\frac{0.46}{2.46}\approx 0.2$$

所以，

$$v=0.2c\approx 6\times 10^{7}\ \text{米/秒}$$

关于哈布尔(Edwin Hubble)这位杰出的天文学家——他在推进我们银河系以外宇宙空间深度的研究中曾作出很大的贡献——是如何建立了遥远系的退离速度(velocity of recession)和距离之间存在线性关系的故事，现在已广为人知。第148页上的(*B*)部分表明，将第146页上的(*A*)部分的数据标绘出来乃是为了展现名为哈布尔定律(*Hubble's law*)的这个令人惊异的关系。对星系距离的确定远不如对多普勒移动的测量来得直接和明确，而且最终要牵涉像大尺度空间(space on the grand scale)是否可以使用欧几里得几何来描述这样一些深刻问题。不过，这类问题已超出了我们紧接着要讨论的问题的范围，倘若读者想进一步了解这方面的详细情况，请亲自查阅有关天文学的书籍。[1] 这里仅着重强调多普勒频移本身就足够了。

§5-6 再论多普勒效应

当苏联人造地球卫星"斯普特尼克"(Спутник)1号环绕地球迅速飞行时，地面上的许多跟踪站都接收到了它发射的射频信号。图5-6示出这类观测的一个实例。[2] 在这颗人造卫星在离我们很远的空间作朝向或背离我们运动的时候，它给出了相当于我们一直在讨论的一维问题的极大或极小的多普勒频率移动(frequency-shift)。但是从增大的频率到减小的频率的转换(switch)并不

1) 例如，可参阅F, Hoyle, *Frontiers of Astronomy*, Harper, New York. 1955, 或他最近写的一本出色的书 *Astronomy*, Doubleday, New York, 1962。

2) R. R. Brown et al. (M. I. T. Lincoln Lab.), *Proc. IRE* **45**, 1552(1957)。

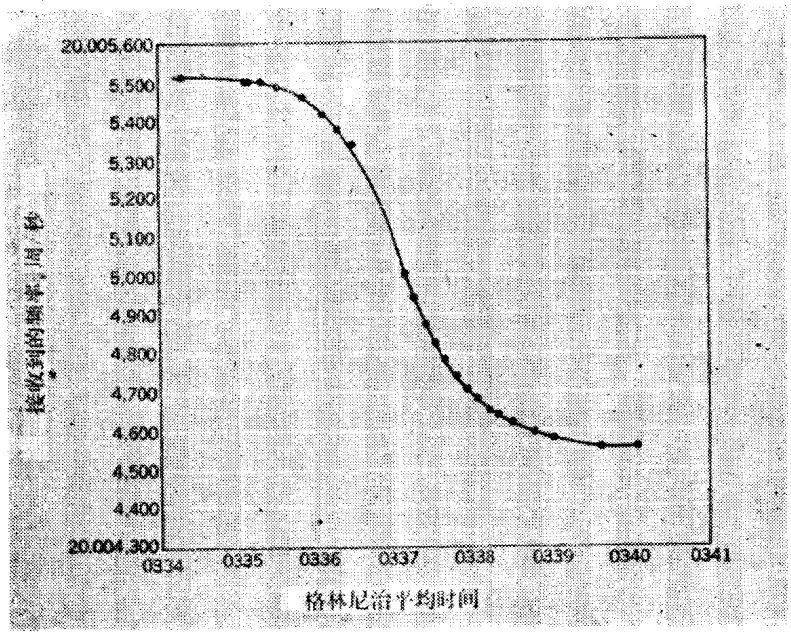


图 5-6. 麻州理工学院林肯实验室于 1957 年 10 月 7 日观察到的“斯普特尼克”I 号的多普勒效应。(根据 R. R. Brown 等人的数据。)

是瞬时完成的，这不同于运动物体正好从观察者所在位置通过时所发生的情况。相反地，人造卫星发出的信号的频率曲线是一平滑的曲线，这一曲线不仅对运动辐射源的速率而且对它的高度都能提供信息。现在让我们来分析这种情况。

在图 5-7 中，我们绘示出一人造地球卫星在观察点 O 上方高度为 h 处飞过的路径。我们将把这条路径看作是接近水平的一条直线，以使该人造地球卫星的位置可以用下列方程来描述：

$$x = vt \qquad y = h$$

时间 $t = 0$ 标示当人造卫星恰好飞过观察者正上方的时刻。

我们假定，人造卫星载有一台发射器，它以其自身静止系中的频率 ν 发出脉冲。现在考虑从图中所示位置 x_1 和 x_2 发射的两个相继脉冲，发射时间可分别记作 t_1 和 t_2。这两个脉冲之间的时间

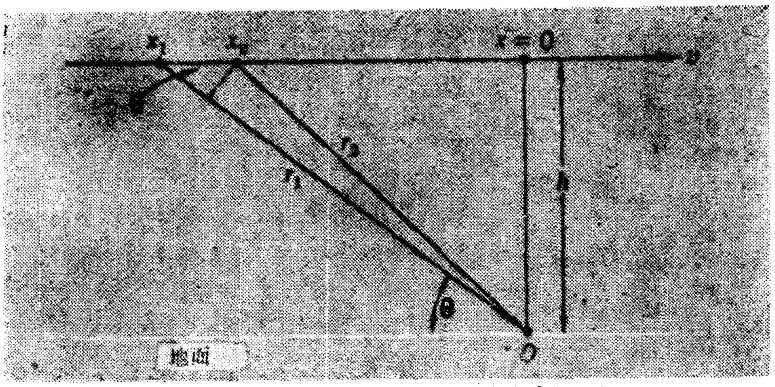


图 5-7. 供考察沿同光源运动的直线成 θ 角的方向上发射的信号的多普勒效应的图示。

间隔 τ 在人造卫星的惯性系中等于 $1/\nu$，但是在观察者的惯性系中比 $1/\nu$ 大 γ 倍，这里 γ 是时间膨胀因子。于是我们有

$$t_2-t_1=\gamma\tau=\gamma/\nu$$

这两个脉冲到达 O 点所需要的时间分别为 r_1/c 和 r_2/c，所以，两者之间测得的时间间隔 τ' 由下式给定：

$$\tau'=t_2+r_2/c-t_1-r_1/c$$
$$=\gamma\tau-(r_1-r_2)/c$$

现在如果距离 x_2-x_1 远小于 r_1（也就是说，如果人造卫星在它的发射器发出信号的一个周期内只行进了一段非常小的距离），则我们能够以好的准确度令

$$r_1-r_2\approx(x_2-x_1)\cos\theta$$
$$=v\gamma\tau\cos\theta$$

式中的 θ 是在同地面相连的参照系中测得的人造卫星在时刻 t_1 时的角高度(*angular elevation*)。*因此，我们有

$$\tau'=\gamma\tau(1-v\cos\theta/c)$$

但因 $1/\tau'$ 代表在这些条件下的接收到的信号的频率 ν'，可见

---

* 如图所示，即通常所说的"仰角"。——译者

$$\nu' = \frac{\nu}{\gamma(1-\beta\cos\theta)}$$

即

$$\nu' = \nu\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{1-\beta\cos\theta} \tag{5-17}$$

如果我们想绘出(或分析)观察到的频率对时间的曲线图(图 5-6),那么我们势必要利用关系式

$$\cos\theta = \frac{-vt}{(h^2+v^2t^2)^{1/2}} \tag{5-18}$$

实际上，对"斯普特尼克"1 号的多普勒效应的讨论并不需要狭义相对论，那是因为有关测量在此情形对于相对论行为和非相对论行为之间的仅有 10^{10} 分之几的 β^2 的数量级的差异并不敏感。诚然,使用现在可用作频率标准的原子钟,这种细微的改变并不是探测所不能及的。不过，我们不拟继续谈论这个问题。人造地球卫星问题的研究确已提供了一个极好的框架 (framework)，在此框架内可建立沿任意方向运动光源的多普勒效应的原理。方程(5-17)所表达的多普勒公式的真正重要的应用乃是对来自快速运动原子，原子核及其他亚原子粒子的辐射所作的分析。作为这种应用的一个实例，我们现在就来讨论利用多普勒效应为时间膨胀现象提供了令人信服的定量证据的一项经典实验。

§5-7 多普勒效应与时间膨胀

早在1907年,爱因斯坦就提出,可以设法测量到快速运动的原子垂直于其运动方向发出的光辐射的表观波长。按照方程(5-17),沿同运动辐射源的方向作 θ 角的方向上行进的辐射具有一个可由下式

$$\nu'(\theta) = \nu\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{1-\beta\cos\theta}$$

给定的观测到的频率。由上式定义的表观波长则为

$$\lambda'(\theta)=\lambda\frac{1-\beta\cos\theta}{(1-\beta^2)^{1/2}}=\gamma\lambda(1-\beta\cos\theta) \qquad (5\text{-}19)$$

角 θ 是观察者测得的方向。如果我们令 $\theta=\pi/2$，则表观波长正好比 λ 大 γ 倍，而 γ 是时间膨胀因子。现在，如果有一个质子被大约5千伏的电压加速并拾得一个电子，二者结合成一个大约以 10^6 米/秒的速率运动的氢原子，那么，$\beta\approx1/300$，而 $\gamma-1\approx5\times10^{-6}$。$\gamma-1$ 的这个数值代表了这个正在运动的氢原子横向发射的任何光辐射的被测波长的分数变化（fractional change），而对于在可见光谱中波长为5,000Å的一条谱线，$\gamma-1$ 的这一数值意味着存在一约为0.025Å的绝对波长移动。尽管此值甚微，但在理论上是可以测量到的。然而，在实际测量时要遇到一个非常严重的困难。如果想要确定这种横向的或二级的多普勒效应（它有不同的称呼）的存在，则必须确切地知道，角 θ 恰好等于 $\pi/2$。对 θ 的偏离的大小仅为 β 弧度（在这个例子中，β 约等于0.2°），那么我们正在寻觅的这个二级效应就会被一级多普勒因子（即 $1-\beta\cos\theta$）所淹没。

1938年，艾夫斯(H. E. Ives)和史迪威(G. R. Stilwell)公布了他们的实验结果；在这个出色的实验中，他们设法避开了上述困难。[1] 他们并没有去试图观察垂直于原子运动方向射出的光，而是测量了相对于此方向的向前或向后发出的辐射。由方程(5-19)，我们有

$$\lambda'(\pi)=\lambda\frac{1+\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}=\lambda\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2}$$

$$\lambda'(0)=\lambda\frac{1+\beta}{(1-\beta^2)^{1/2}}=\lambda\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{1/2} \qquad (5\text{-}20)$$

让我们把这两个表达式展开成按 β 的升幂排列的幂级数：

$$\lambda'(\pi)=\lambda\left(1+\beta+\frac{1}{2}\beta^2+\cdots\right)$$

1) H. E. Ives and G. R. Stilwell, *J. Opt. Soc. Am.*, **28**, 215-226 (1938).

$$\lambda'(0)=\lambda\left(1-\beta+\frac{1}{2}\beta^2+\cdots\right)$$

如果 β^2 同 1 相比可忽略不计，则上面两式中的任何一个波长同 λ 均相差一个一级多普勒波长移动 $\beta\lambda$，也就是说，对于我们在上面考虑的假定情形，相差约 15Å。但是，当我们计及二级效应时，我们会看出，$\lambda'(\pi)$和 $\lambda'(0)$的平均值并不等于 λ；事实上，这一平均值比 λ 要大，二者的比值恰好是时间膨胀因子 γ，亦即 $\lambda'(\pi)$和 $\lambda'(0)$的平均值比 λ 大等于$(\gamma-1)\lambda$ 的波长移动，将 π 和 0 直接代入方程(5-19)，并用以计算

$$\left[\frac{\lambda'(\pi)+\lambda'(0)}{2}\right]\Big/\lambda \text{ 和} \frac{\lambda'(\pi)+\lambda'(0)}{2}-\lambda$$

即可看出。在适当的地方利用近似式，我们可以使

一级效应：

$$\Delta\lambda_1=\beta\lambda=\frac{v}{c}\lambda \qquad (5\text{-}21a)$$

二级效应：

$$\Delta\lambda_2=(\gamma-1)\lambda\approx\frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\lambda=\frac{1}{2\lambda}(\Delta\lambda_1)^2 \qquad (5\text{-}21b)$$

在不存在时间膨胀的情形，$\Delta\lambda_2$ 的数值应该恰好为零［参见方程(5-19)本身］；因此，这一测量使我们得以在这两种运动学之间作出明确的抉择。

在实验中，采用氢放电管作为产生离子 H_2^+ 和 H_3^+ 的离子源。(自由质子 H^+ 数目稀少，不会以任何可观的数量被观察到，因为它们在生成后不久即被氢分子俘获并结合成 H_3^+ 离子。)这些离子，经过严格确定的电压加速之后，能够(通过中和加离解过程)产生出中性的但仍处于受激态的氢原子；这些受激氢原子的速度的比值为$\sqrt{3}:\sqrt{2}$，视它们究竟来自 H_2 还是 H_3。这些原子于是发射原子氢的特征巴耳末 (Balmer) 线。利用衍射光栅和照片记录

对一条名为 H_β 的特殊谱线——巴耳末线系的第二条谱线的表观波长进行极为仔细的观测。(这条谱线呈兰绿色，波长约为 4,861 Å。)图 5-8(*a*)显示所得结果的一例，位于中央的谱线代表未变动的谱线，位于两侧的谱线则代表在三种不同的电压下经多普勒波长移动的谱线。

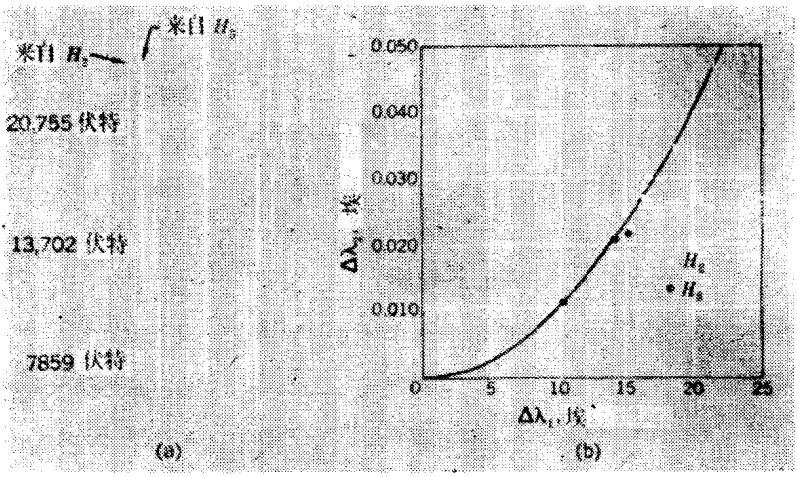


图 5-8. 艾夫斯-史迪威实验（该实验的结果揭示了相对论性多普勒效应）。(*a*) 以不同的速率运动的H原子向前或向后发射的巴耳末线(H_β)的光谱图。(*b*) 按理论计算和实际观测值标绘的二级多普勒波长移动对一级多普勒波长移动的曲线图。

骤然看来，多普勒移动相对于图 5-8(*a*)中的中心谱线好象是完全对称的，但对原始照片记录的仔细测量揭露了如方程(5-21*b*)所给出的平均波长随速度的一个系统位移(systematic displacement)。图 5-8(*b*)是根据艾夫斯和史迪威在他们的论文中给出的曲线图复制的，这一图象表明了一级多普勒移动和二级多普勒移动之间的抛物型关系。这一实验，除了其结果本身的趣味性和重要性之外，是在那些有经验的研究者将一技术推进到其极限能做些什么的一个实物教学。

这一实验的两位作者(甚至在1938年这样晚的时候)并不承认狭义相对论是关于这个实验的一个不寻常的偶然启示。依照他们的见解,这一实验结果仅仅证明运动时钟变慢[如拉莫尔(Larmor)和洛伦兹曾经提出],的因子同其长方向沿着通过以太的绝对运动方向作运动的一运动量杆所相信要缩短的因子正好是同一个因子,并同样地真实。由此可见,固有的且为人所珍爱的观念是非常难于消除的。

§5-8 对以太的新探寻

当麦克斯韦在1879年写了那封曾鼓舞迈克耳孙去寻找以太漂移的信时,还没有人想出任何一种可在实验室中进行的、能揭露出同 v/c 的一次方成比例的效应的实验方法。这是因为那时任何可行的实验,例如迈克耳孙自己的实验,肯定要涉及沿其路径返回的光线;但是,正如我们曾看到的(第二章),这要使可观测效应减弱到 v^2/c^2 级的项,亦即只能观察到同 v/c 的二次方成比例的效应。分子束微波激射器(molecular-beam maser)的发展改变了这种情况,使加于 v 的限制远较从前已达到的限制为低的一级实验成为可能。

塞达霍尔姆(Cedarholm)和汤斯(Townes)进行的一项实验[1]涉及到其分子束沿相反方向行进的同样两台分子束微波激射器的工作频率的比较。从以太理论的观点来看,可对这个实验的原理概略地说明如下。分子束微波激射器同我们在第四章中讨论过的光脉冲时钟有些相似。它的特征频率是由辐射越过它[它即是一所称的共振腔(*resonant cavity*)]往返一次所需要的时间来限定的。辐射是由以某速率 u 相对于腔作纵向运动的分子束(受激氨

1) J. P. Cedarholm and C. H. Townes, *Nature*, **184**, 1350—1351 (1959). 又见 J. P. Cedarholm et al, *Phys, Rev, Letters*, **1**, 242—243(1958).

分子束)提供的[见图 5-9(*a*)]。腔的线度应当按下述要求调整,即应使它的固有频率(natural frequency) 大约等于分子辐射(molecular radiation)的频率,但是这个确实严格限定的频率是由分子束而不是腔本身[1] 提供的。

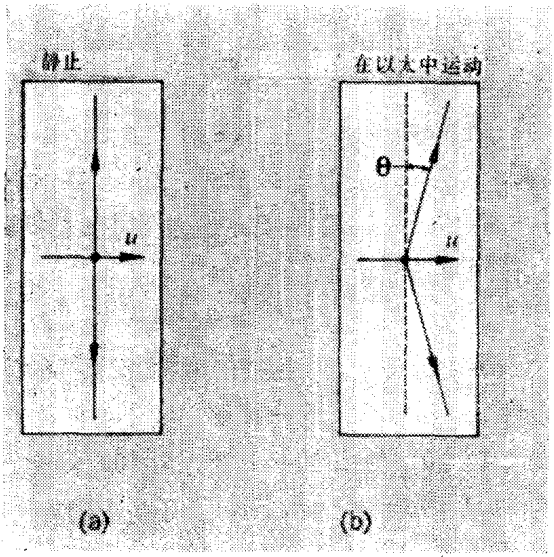


图 5-9. 本图说明一分子束微波激射器中自分子发射辐射的两种情况: (*a*) 假想激射器在以太中处于静止; (*b*) 假想激射器相对于以太运动。

现如腔在以太中是静止的,则辐射脉冲的行进方向,如图 5-9 (*a*)所示, 同分子的运动方向正好垂直。然而, 如果装置以速度 v 平行于分子束通过以太, 那么(仿佛与腔呆在一起的)辐射被发射的方向,如图 5-9(*b*)所示,同分子束的方向必定要交成 $\pi/2-\theta$ 的角度。角 θ 的大小为 v/c。如果我们从以太的参照系而不是从实验室来观察的话, 则这同一图也适用于沿迈克耳孙干涉仪的横向

1) 注意,分子束微波激射器的行为同现代的迈克耳孙-莫雷实验(参见第四章)所使用的 He/Ne 光激射器(laser)的行为恰好相反。对于光激射器,决定这样的精确频率的是腔的线度而不是原子。

臂发射的光辐射。但是，用分子束微波激射器我们现在还获得了一个新的效应。由于辐射是由以某速度 u 相对于腔而运动的分子束所提供的，所以这些分子犹如在光线方向上具有速度分量 $u\theta$ 的一些光源。这就意味着有如下多普勒(相对)频移:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{u\theta}{c}=\frac{uv}{c^2} \tag{5-22}$$

这一频移同 u 的一次方成正比。这时，如果我们取两台同样的微波激射器，将它们的轴调成平行，但它们的分子束沿两个相反的方向行进(然而，这两个方向都平行于 v)，那么，其中一台的频率升高了，而另一台则降低了。如果把这两台微波激射器的输出混频，则人们可以得到一拍频 f 为

$$f=(2uv/c^2)\nu$$

如果把整个系统旋转 180°，则这两台微波激射器的作用互换，从而给出一个等于 $(4uv/c^2)\nu$ 的净频移。氨分子束微波激射器的共振频率约为 2.4×10^{10} 秒$^{-1}$，而 u 是量值为 600 米/秒的典型热(运动)速度(typical thermal velocity)。于是我们有

$$f\approx\frac{1.2\times10^3\times2.4\times10^{10}}{9\times10^{16}}v \text{ 秒}^{-1}$$

$$\approx3\times10^{-4}v \text{ 秒}^{-1}$$

式中 v 为微波激射器在以太中的速度，单位为每秒米。如果令 v 等于地球的轨道速度(3×10^4 米/秒)，则得到约为 10 周/秒的拍频，而当仪器旋转整整一圈的过程中出现的数值为 20 周/秒的净拍频摆动(swing)。图 5-10 显示了当仪器随同地球的自转旋转 360° 的过程中的实际结果的一个实例。在整个一年的时间内，曾间断地对此实验重复了多次，但从未测量到大于 0.02 周/秒的频移。这就定出了 v 的数值的一个上限，此上限约为 30 米/秒(即约为地球轨道速率的 1/1, 000)，从而完全可以认为，这一实验给予静止以太假说(the fixed-ether hypothesis)以致命的打击。

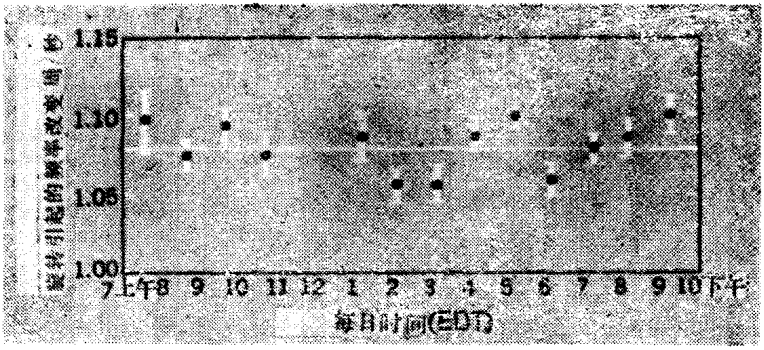


图 5-10. 由两台氨分子束微波激射器旋转 180° 所引起的相对频率改变的周日变动(塞达霍尔姆和汤斯)。这两台微波激射器的分子束都位于东西方向，但方向相反。约为 1.08 周/秒的恒定改变主要是由当地磁场引起的。短线的长度指示出各点的可几误差。(EDT 指美国东部时间)

§5-9 观看运动的时钟及其他物体

在这里对"运动的时钟走得慢"这一陈述的确切含义略加说明或许是适宜的。每当你们看见或听到这一陈述时，在你们的脑海里就会浮现一幅这样的图景 (尽管它可能是颇为牵强的)：某参照系密密地布下经射电信号技术 (radio-signal technique) 整步的许多全同时钟。当运动的时钟穿过这一区域时，可以把它在任何特定点的读数同位于同一点的一静止的时钟的读数加以比较。如我们曾在第四章中所看到的，根据这样的观测可得出如下结论：运动时钟确比静止时钟走得慢，而且要慢因数 $(1-v^2/c^2)^{1/2}$。

但是，如果我们观看一台运动的时钟，例如通过一架双目望远镜真的注视它，情况会怎样呢？这同上述情况是迥然不同的。它意味着：我们正处于某参照系的一个特定点上；我们在自己的时钟上的时刻 t 时所看到的读数代表了这台运动的时钟稍早的时刻 $t-r/c$ 时的读数，这里 r 是这台运动时钟在此较早时刻离我们的距离。我们可以设想，运动时钟正在用它自己的原时以相等的间隔

发出信号，这些信号要过一段时间才能被我们看到。可是，这不正是多普勒效应吗?! 在我们所测得的某时刻，我们通过双目望远镜看这台遥远的时钟，它显示一读数 t。在仍为我们所测得的稍后的时刻 τ'，我们看见这台运动的时钟的读数为 $t+\tau$。如果这台时钟正在沿着通过我们所在位置的一条直线运动，那么 τ' 和 τ 的关系恰好是一维多普勒效应所表达的那种关系，亦即：

$$\tau'=\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2}\tau \tag{5-23}$$

如果运动时钟正在朝向我们运动，则上式中的 β 值是负的，所以 $\tau'<\tau$，这表明运动的时钟看来是走得快了而不是走得慢了。假如这时钟是正发射一条特征谱线的一群运动原子 (a collection of moving atoms)，那么我们应该见到(向光谱兰端)发生了兰移的光。

这一情况的意义乃是，正如在狭义相对论中总能看到的那样，至关重要的是要对正被描述的特定过程或事件作出周密的规定。"观察"这个词不应当轻率地或不加判断地用于发生在不同地点的诸事件上。一旦提到"看见"或"观看"这样的字眼，我们必须即刻意识到这涉及光的渡越需要一个有限的时间。回想起来，几乎难以令人置信的是：爱因斯坦发表了他 1905 年的那篇论文之后的 50 多年以来，物理学家们之中竟仍确实相信一运动物体的洛伦兹收缩是可以被看见或拍摄下来的，而且直到 1959 年以前这个信念从未受到挑战。用眼睛所作的这种观测和洛伦兹变换是表现的（那种）观测之间的差异，在 1959 年特雷尔(J. Terrell)证明了"洛伦兹收缩一般不能就此被眼睛看出"之前，[1] 一直没有受到严密审查。

1) J. Terrell, *Phys. Rev.*, **116**, 1041—1045(1959). 另见 V. F. Weisskopf, *Phys. Today*, **13**, 24—27(1960), 以及 G. D. Scott and M. R. Viner, *Am. J. Phys.*, **33**, 534(1965).

当我们对光从某运动物体的不同部位传到某静止观察者的眼睛所需时间予以适当的考虑时，我们便认识到：光从该物体的不同部位发出的适切时刻必定是不同的，因此这些适切时刻同整个物体的不同位置有关。这一情况的一般结果是，物体仿佛发生了形变。然而，在此还有一个意义重大的特殊结果。如果运动的物体距观察者足够遥远，在后者看来，它所张的立体角很小(以致可近似地认为到达观察者的光线都是彼此平行的)，那么物体看来好象是静止的，虽则实际上已旋转了某一角度。于是我们将会看出，运动的米尺按照透视法缩短了，但是这种缩短仅仅同它的表观旋转有关，并不牵涉其本身的任何收缩。下面我们就以沿其上一边的方向运动的矩形物体为例来分析一下这个现象。

考虑一块在其自己的静止系中测得长度为 L_0、宽度为 W_0 的长方形木板，它以速率 v 沿着平行于其长度为 L_0 的一边的方向运动[参见图 5-11(a)]。如果在木板自己的平面内从垂直于 v 的方向上来观察该木板，则从较远的一个角(A_0)发出的光必须比从较近的一个角(B_0)发出的光多走一段距离 W_0，因此，前者必须比后者提前一段时间 $\Delta t = W_0/c$，二者才能在同一时刻到达观察者的眼睛。然而，在这段时间内，木板移动了一段距离 $\Delta x = v\Delta t$，亦即 vW_0/c，从而在光从木板离观察者较近的两端出发时，该两端(B_0，C_0)已经移动到标为 B_1 和 C_1 的两点。由于洛伦兹收缩，木板离观察者较近的一边的长度看来等于 L_0/γ；由于其两端 B_1 和 C_1 距观察者等远，因而不会涉及对传输时间 (transmission time) 差的修正。所以，在某一给定时刻，观察者所看到的是，AB 边按透视法缩短的景象，而 BC 边经历了洛伦兹收缩的景象。我们已在图 5-11(b)中指明了这种情况，而且得到如下关系式：

$$A'B' = vW_0/c \qquad B'C' = L_0(1-v^2/c^2)^{1/2}$$

但是，假如我们认为这块木板并没有沿 x 轴运动，仅仅在原处旋转

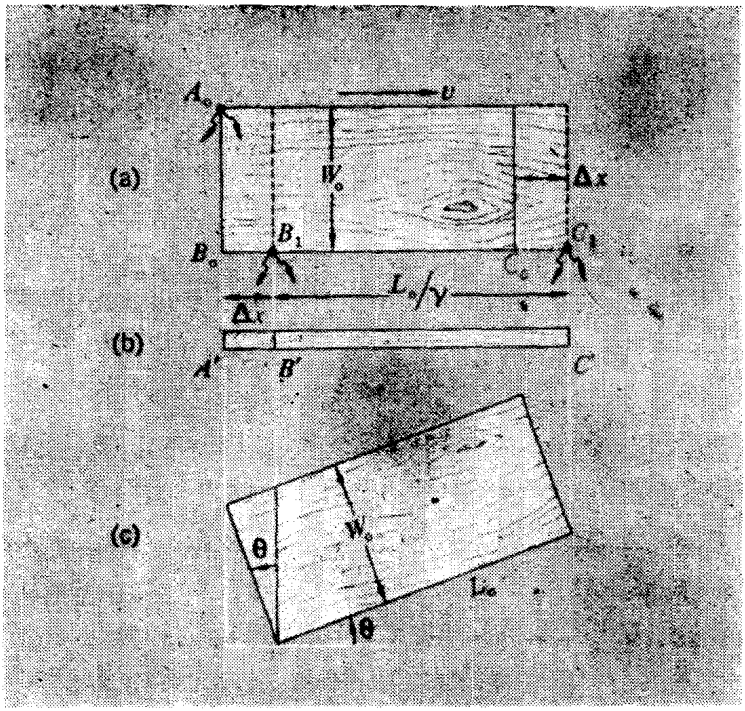


图 5-11. (*a*) 一长方形物体以速率 v 平行于 x 轴运动。(*b*) 一遥远观察者从该物体的平面内的 y 方向上观看在某给定时刻所记录到的角 A, B, C 的视位置。(*c*) 由(*b*)可推得，该物体在自己的平面内旋转了一个角度，但并没有发生洛伦兹收缩。

了一个角度 θ[如图 5-11(*c*)所示]，该木板的宽与长两边的投影长度分别为 $W_0\sin\theta$ 和 $L_0\cos\theta$。如果令 $\theta=v/c$，则以上两投影长度恰好相当于前述 $A'B'$ 和 $B'C'$ 的长度数值。

千万不可从上面的讨论推出洛伦兹收缩因此已被清算的结论，而是要意识到，洛伦兹收缩的确指出了不同于“看一看”(“just looking”)的。一种特殊的测量结果，这种错误认识直接来自未能借助有关的特定点事件来分析所谓看的过程(seeing process)；当这种情况被指出时，每一位物理学家确曾为之而感到几分羞愧。通过双目望远镜来观看一运动时钟时，你在某些情况下完全可以

认为它走得较快，但不必认为它经历了收缩。所以，要特别注意并以冷静和批判的眼光来审视同相对论有关的那些极易引起误解的陈述(glib statements)。

§5-10 加速运动

为完备起见，我们将在这里推导在不同惯性系所测得的加速度的表达式。这些表达式有点复杂，除非相对论性动力学是你的生计，大可不必花很大气力去记住它们。即便如此，你或许会发现某些特殊且简单的情形较之一般结果更为有用。

此外，还有一件事情大概也值得在本节开端评论一下。由于爱因斯坦所建立的一个完整的新理论(即他在1916年发表的广义相对论)是以作加速运动的实验室和引力场中的实验室的等效性为根据的，因而有些人曾断言或暗示，在处理加速运动上，狭义相对论是无能为力的。其实，这是一种误解。在洛伦兹变换的范围内，我们可以对位移及其所有的时间导数作出有意义的讨论。

正如对速度变换所作的那样，按相对于二惯性系的相对运动的方向区分出纵向加速度和横向加速度，是非常便利的。我们已经知道，

$$u_x=\frac{u'_x+v}{1+vu'_x/c^2} \tag{5-2}$$

$$u_y=\frac{u'_y/\gamma}{1+vu'_x/c^2} \tag{5-3}$$

$$t=\gamma(t'+vx'/c^2) \tag{5-1}$$

所以，

$$du_x=\frac{du'_x}{1+vu'_x/c^2}-\left[\frac{u'_x+v}{(1+vu'_x/c^2)^2}\frac{vdu'_x}{c^2}\right]$$

(应记住：对于这一计算，v＝常数。)将上式右端的两项合并，得

$$du_x=\frac{(1-v^2/c^2)du'_x}{(1+vu'_x/c^2)^2}=\frac{du'_x}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^2}$$

又，由方程(5-1)得

$$dt=\gamma(dt'+vdx'/c^2)=\gamma(1+vu'_x/c^2)dt'$$

所以，

$$a_x=\frac{du_x}{dt}=\frac{du'_x/dt'}{\gamma^3(1+vu'_x/c^2)^3}$$

即

$$a_x=\frac{a'_x}{\gamma^3(1+vu'_x/c^2)^3} \tag{5-24}$$

同样地，由方程(5-3)得

$$du_y=\frac{du'_y}{\gamma(1+vu'_x/c^2)}-\frac{u'_y}{\gamma(1+vu'_x/c^2)^2}\frac{vdu'_x}{c^2}$$

所以

$$a_y=\frac{du_y}{dt}=\frac{du'_y/dt'}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^2}-\frac{u'_y}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^3}\frac{vdu'_x/dt'}{c^2}$$

亦即

$$a_y=\frac{du_y}{dt}=\frac{a'_y}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^2}-\frac{(vu'_y/c^2)a'_x}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^3} \tag{5-25}$$

仅当 $u'_y=0$ 或 $a'_x=0$(或二者皆为零)，a_y 的表达式才变得比较简单。但是对于这些情形，我们有

特殊情形($u'_y=0$ 或 $a'_x=0$)：

$$a_y=\frac{a'_y}{\gamma^2(1+vu'_x/c^2)^2} \tag{5-26}$$

可注意：如果一物体瞬时地静止于系 $S'(u'_x=u'_y=0)$中，那么它的在系 S 中测得的加速度分量要比在瞬时静止的系 S' 中测得的相应分量在 x 方向上减小 γ^3 倍，而在 y 方向上减小 γ^2 倍。

从上面的计算可取得一个重要的教训，这就是：在狭义相对论中，加速度是一个具有有限且可疑价值的(物理)量。它非但不是一个不变量，而且它的表达式一般说来是冗长而复杂的，再者，它的各个分量的变换方式也不相同。它在牛顿动力学中所保持的那种优越地位，在狭义相对论中是肯定地失去了。

§5-11 孪生子佯谬

在相对论引起的所有假想的佯谬中，孪生子佯谬(twin paradox，或称时钟佯谬)不仅最有名，而且最容易引起争论。这一佯谬断言：如果在某惯性系中某点上有两个全同时钟，其中一个保持静止状态，而另一个沿某种路径运动，且最后又返回到出发点，那么第二个时钟与第一个时钟相比会失去时间。用今天的说法来讲，这等于说，宇宙航行员在遨游太空返回后，要变得比他的孪生兄弟年青。这个结论是爱因斯坦在他的第一篇关于相对论的论文(1905 年)*中阐明的，曾在 1939 年经历了一场初步的规模不大的争论，而在 1957—1959 年间变成了物理学文献中一个激烈争论的问题。人们必定希望这个问题已经得到了最终解决。[1)]

这个"佯谬"包含了一种似乎对相对论的基本原理有所藐视的偏见。外出旅行和留守家中的两位孪生兄弟都会同意，旅行者要比留守者年青。搞清楚何以应如此是相对论理论的一个饶有趣味的应用，下面我们将介绍分析这一问题的两个类似但略有不同的方法。

首先，让我们确定旅行者走过的路径的最简单的可能形式，它包括被稳恒运动时期(periods of steady motion)分开的三个不同的事件：

1. 旅行者(A)开始出发，在一段短到可忽略不计的时间内达到恒定速度 v。

2. 旅行了一段时间之后，旅行者突然使他的速度逆转。

---

* 见 A. Einstein, *Ann. Physik*, **17**, 891(1905). 中译文：《爱因斯坦文集》第二卷，许良英等编译，商务印书馆，1977 年版，第 97 页。——译者

1) 例如，见 Selected Reprints on Special Relativity Theory, *American Institute of Physics*, New York, 1963；在其中的 17 篇论文中就有 9 篇是专门讨论时钟佯谬的。

3. 旅行者返回到他的出发点，并停住不动。

方法 1. 假定地球上的观察者 (B) 记录到事件 1 和事件 3 之间的总时间 T。由此他可以推出，往程和返程所需要的时间均为 $T/2$。可是观察者知道存在时间膨胀，因此他肯定乐于承认：旅行者(A)记录到通过一单程所用的时间为 $T/2\gamma$。因此，他对于 A 测得的通过全程所用的时间为 T/γ 不应当感到惊讶。我们可以借助洛伦兹收缩来加强这一结论。事件 2 发生在离出发点距离为 $L(=vT/2)$的地方。但是 A，一俟他的加速到 v 完成时，他就位于在其中(测得的对应于 L 的)距离仅为 L/γ 的参照系中。这样，我们再一次得到缩短了的飞行时间数值。这两种计算方法都是正确的。

可是，是否有可能把 B 看作旅行者而把 A 视为留守者呢？不行！那又为什么呢？这是因为二者之间不存在对称性。事件 2 是一个决定性的事件。在这个事件的过程中，A 从一个惯性系转换到另一个惯性系，但对于 B 来说，根本没有这类事情发生。A 在其运动方向逆转时经历了一个他可以用各种方法检测到的加速度。(当然，如果 A 从 B 所在的位置出发，尔后又停止在该位置，他在事件 1 和事件 3 的过程中也经历了加速度。)他会感到有惯性力作用在他的身上。他看星星！进而言之，如果他有一架望远镜，则他能够看见这些星星的视位置因光行差效应 v/c 而发生的突然移动。佯谬是不存在的，而不对称的衰老则是实在的。[1)]

方法 2. 这个方法是以多普勒效应为根据的，或许较方法 1 有更大的说服力，它实际上是方法 1 的发挥。我们设想旅行者和留

---

1) 然而要注意，我们是求助于：A 的加速度的实在性和由该加速度产生的惯性力的可观测性。假如恒星和遥远星系的框架并不存在，象李生子佯谬这样的效应还会存在吗？大多数物理学家要说，“不会”。我们对惯性系的最终定义实际上可能是：惯性系是相对于整个宇宙物质具有零加速度的参照系。

守者每个人（各以自己的原时）发出间隔相等的时间信号给对方。然后把在整个旅程中各自接收到的时间信号的累积计数加以比较。假定每个人在单位时间都发送 f 个脉冲。当 A 背离 B 而运动时，每一观察者接收到对方发来的信号脉冲的时率减低为 $f'=f[(1-\beta)/(1+\beta)]^{1/2}$。但是接收多长时间呢？这里有不对称性。一旦 A 的运动方向逆转，他就开始以增高的时率 $f'=f[(1+\beta)/(1-\beta)]^{1/2}$ 接收来自 B 的信号脉冲。对于 B 却完全不同。A 在运动方向逆转之前发出的最后一个信号直到 L/c 时间以后才到达 B。因此，在通过全程所用的一多半的时间里，B 以较低的时率 f' 记录到 A 发来的信号脉冲。仅仅在较后的诸阶段，B 才以较高的时率 f'' 接收到 A 发来的信号脉冲。我们可以列表说明，每一观察者接收到的信号脉冲的总数目同对方在旅行开始和终了之间发出的信号脉冲的总数目是相等的(见表 5-1)。他们一致同意，他们各个的总时间量度是不一致的。(在表 5-1 中有一点值得注意，那就是：虽则 B 并不出现在代表 A 运动方向逆转的那个空-时事件上，但是他能够根据自己的观测推断出，这一事件发生在 A 所测得的全程时间的中间时刻(midmoment)，那是因为 B 以不同的时率 f' 和 f'' 接收到的信号脉冲在数目上是相等的。)

甚至在上述分析面前，这种情况仍然会使人感到奇怪：即两个一直显示各自原时的时钟，当它们被重新安放在同一点时，却显示出不同的读数。对于起点和终点之间的空-时间隔是一不变量这一断言，毕竟可以被两观察者所证实，而且该间隔是纯粹类时的。然而，元空-时间隔 ds 沿某实际路径的累积(summation)，用邦迪(Hermann Bordi)的话来说，是“一种与路线有关的量。”

我们总是有

$$ds^2=c^2dt^2-dx^2=(c^2dt'^2-dx'^2)$$

但是，ds 沿留守者的世界线 OCF(图 5-12) 的积分并不等于它沿

旅行者的世界线 ODF 的积分(这两条世界线都是在 B 的静止系中所见到的)。

沿 OCF, dx 在每一阶段均为零。所以, dx 沿留守者的世界线的积分为

$$\int_{1\text{ 路径}OCF}^{3} ds$$

$$= c\int_{1\text{ 路径}OCF}^{3} dt = cT \quad (5\text{-}27)$$

沿 OD, $dx = vdt$。所以,

$$\int_{1\text{ 路径}OD}^{2} ds$$

$$= (c^2 - v^2)^{1/2}\int_{1\text{ 路径}OD}^{2} dt = cT/2\gamma$$

沿 DF, $dx = -vdt$, 因此亦得出同上式相同的结果:

$$\int_{2\text{ 路径}DF}^{3} ds = cT/2\gamma$$

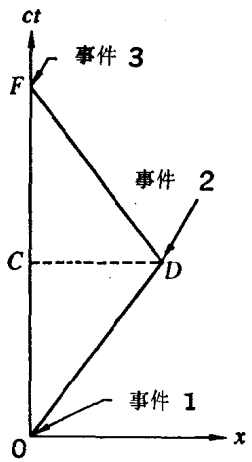


图 5-12. 双生子佯谬。宇航员的世界线(ODF)和他的兄弟的世界线(OCF)。宇航员行至一遥远点并由此点开始返回其出发点,除在出发点(O),逆转点(D)和终止点(F)之外,他总是以恒定速率运动。

根据上面二式的结果,得 ds 沿宇航员的世界线的积分为

$$\int_{1\text{ 路径}ODF}^{3} ds = cT/\gamma \qquad (5\text{-}28)$$

我们看到,方程(5-27)和(5-28)体现了现已为人熟知的不对称性。这一结果实际上并不那么奇特;在普通几何学中就有类似的情况。试考虑两个远足者的情况,他们都决定从 P 城步行到 Q 城。但其中一个路经 C 村,而另一个则路经 D 村。通过查阅地图,他们对于 P 和 Q 之间的空间间隔的数值取得一致的看法。但是,如果他们各携有一个计步器,那么对他们从 P 城出发分别经过 C 和 D 到 Q 城走过的距离,两计步器最终所显示的距离读数并不相同。ds 从

表 5-1：对孪生子佯谬的分析

事　　项	留守者 B 测量到的	旅行者 A 测量到的
通过整个旅程所用的时间	$T=2L/v$	$T'=2L/\gamma v$
发出的信号的总数目	$fT=2fL/v$	$fT'=2fL/\gamma v$
A 逆转运动方向的时刻	$t_1=\frac{L}{v}+\frac{L}{c}=\frac{L}{v}(1+\beta)$	$t_1'=\frac{L}{\gamma v}$
以频率 f' 接收到的信号数目	$f't_1=\frac{fL}{v}(1+\beta)\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{1/2}$ $=\frac{fL}{v}(1-\beta^2)^{1/2}$	$f't_1'=\frac{fL}{v}(1-\beta^2)^{1/2}\left(\frac{1-\beta}{1+\beta}\right)^{1/2}$ $=\frac{fL}{v}(1-\beta)$
通过剩余旅程所用的时间	$t_2=\frac{L}{v}-\frac{L}{c}$	$t_2'=\frac{L}{\gamma v}$
以频率 f'' 接收到的信号数目	$f''t_2=\frac{fL}{v}(1-\beta)\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2}$ $=\frac{fL}{v}(1-\beta^2)^{1/2}$	$f''t_2'=\frac{fL}{v}(1-\beta^2)\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^{1/2}$ $=\frac{fL}{v}(1+\beta)$
接收到的信号的总数目	$\frac{2fL}{v}(1-\beta^2)^{1/2}=\frac{2fL}{\gamma c}$	$\frac{2fL}{v}$
对于对方测量到的总时间的推断	$T'=2L/\gamma v$	$T=2L/v$

P 到 Q 的线积分同积分路线有关，而且，要想对这种情况是否确实如此或为什么如此给予科学上的一番争辩，是一件费力的工作。

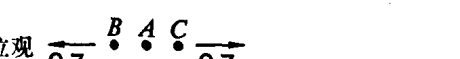
最后一点。某些作者争辩说，对孪生子佯谬的解释必然要涉及广义相对论的应用。这一观点的根据是：加速参照系中的现象（包括附于这样的参照系的时钟的行为），在广义相对论中被认为在有限空间区域内，同浸于（immersed in）引力场中的静止系中的现象是不可分辨的。*对此曾被解释为这样的意思：倘若不使用广义相对论，则关于被加速的时钟的行为便无从谈起。尽管狭义相对论的初

* 注意，由于实际引力场是不均匀的，因而在大区域内，上述断言不得成立。——译者

始表述导致了关于以恒定速度运动的时钟的时率(rate of clock)的明晰的陈述，但它确实没有包含关于被加速时钟的任何明显的推广。而且，正如邦迪曾指出的，并不是所有被加速的时钟都具有同样的行为。例如，由人体的脉搏构成的"时钟"，如果暴露在 $1,000g$ 的加速度下(事实上，只要加速度为$100g$就可能致人死命)，它就会完全停止，可是(原子)核时钟(nuclear clock)能够经受得住 $10^{16}g$ 的加速度而不致表现出时率的改变。尽管如此，对于任何不会因受到加速作用而损坏的时钟，前面讨论的旅程效应无须引入等效引力场的概念便可计算出来。狭义相对论完全适于预言时间损失(time lost)的工作。最好是(如邦迪曾幽默地说过的：)"显而易见，任何一种否认加速度的可观测性的理论的寿命还没有在崎岖不平的路上乘车旅行一趟用的时间长。"而狭义相对论被充分地证明是一个较此更经久的理论。

习　题

5-1. 考虑三个星系 A, B 及 C。星系 A 中的一位观察者测量了 C 和 B 的速度，发现它们正在沿相反的方向以相对于该观察者的速率 $0.7c$ 运动。于是，按照在该观察者的参照系所作的测量，这两个星系之间的距离正在以速率 $1.4c$ 不断加大。试问：在星系 B 中观测到的 A 的速率是多少？在星系 B 中观测到的星系 C 的速率是多少？



5-2. 一个静止的 K^0 介子衰变成一个 π^+ 介子和一个 π^- 介子，这两个 π 介子的速率均为 $0.85c$。如果一个以速率 $0.9c$ 运动的 K^0 介子发生衰变，那么这两个 π 介子之一所能有的最大速率是多大？最小速率呢？

5-3. 考虑两个参照系 S 和 S'，它们正在以速率 v ($<c$) 沿 x 轴方向作相对运动。

(*a*) 如果某运动物体相对于系 S 的速度为 $u(u<c)$，而相对于系 S' 的速度为 u'，试利用(三维空间的)速度加法方程证明 $u'<c$。

(*b*) 如果 $u=c$，试证明 $u'=c$。

(c) 如果 $v=3c/4$ 且 u' 有分量 $u'_x=-2c, u'_y=u'_z=0$，试证明 u 的诸分量为 $u_x=5c/2, u_y=u_z=0$。对于 u_x 和 u'_x 具有相反的符号，应作怎样的解释？请用另一些例子(在纸上)进行一些实验，在这些例子中，有一个或两个组合速度大于 c。试问，这类情况有无任何物理意义？

5-4. 有两个中子 A 和 B，正在沿一条共同的直线相向运动。每个中子在实验室中测得具有恒定速率 βc。试证明在中子 A 的静止系中观测到的中子 B 的总能量为

$$(1+\beta^2)(1-\beta^2)^{-1}M_0c^2$$

式中 M_0 为中子的静质量。

5-5. 一束半径为 R_1 的原子以速度 u 进入含有半径为 R_2 的原子构成的气体的某空间区域。如果该区域的单位体积中含有 n 个这样的原子，试问在实验室参照系中测得的时间 t 内，有几分之几的入射原子束遭到散射？如果散射体(scatterer)*以速率 v (在实验室参照系中测得的)迎着入射原子束运动，那么答案应作怎样的改变？假定散射体的密度在散射体的参照系中为 n。

5-6. 在两个参照系 S 和 S' 所作的测量，可由通常的洛伦兹变换方程联系起来，式中 $v=0.6c$。在 $t'=10^{-7}$ 秒时，有一个粒子离开点 $x'=10$ 米，并以等于 $-c/3$ 的恒定速度沿 x' 轴方向运动。在 $t'=3\times10^{-7}$ 秒时，该粒子突然停止运动(所有测量都是在系 S' 中进行的)。如果在系 S 中测量，试问：

(a) 该粒子在行进过程中的速度是多少？

(b) 它行进了多远？

5-7. 惯性系 S_1 沿 x-轴以恒定速度 v_1 相对于惯性系 S 运动。惯性系 S_2 相对于系 S_1 的速度为 v_2。连续施行两次洛伦兹-爱因斯坦变换，使我们能够先从 (x, y, z, t) 过渡到 (x_1, y_1, z_1, t_1)，尔后再从 (x_1, y_1, z_1, t_1) 过渡到 (x_2, y_2, z_2, t_2)。倘若我们取系 S_2 相对于系 S 的速度为

$$v=\frac{v_1+v_2}{1+v_1v_2/c^2}$$

试证明上述相继两次变换的结果和直接从 (x, y, z, t) 过渡到 (x_2, y_2, z_2, t_2) 的单独一次的洛伦兹-爱因斯坦变换给出的结果是相同的。

5-8. 考虑按通常方式联系起来的两个惯性系 S 和 S'。

(a) 在 $t=0$ 时，有一个光子离开系 S 的原点并沿着同 x 轴交成 45° 之角的方向运动。试问该光子的轨道同系 S' 中的 x' 轴交成多大之角？

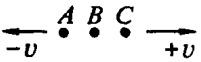
---

* 指半径为 R_2 的原子所构成的气体。——译者

(*b*) 对于以速率 u 在系 S 中运动的质量为 m 的某物体，重做(*a*)小题。

(*c*) 一静止于系 S 中的细杆同 x 轴交成 45° 之角。此杆同 x' 轴的交角多大？

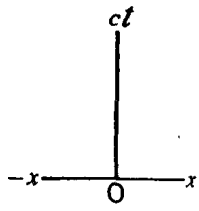
5-9. 有三台完全相同的无线电发报机 A, B 和 C, 每台发报机的工作频率在各自的静止系中均为 ν_0, 它们的运动情况如图所示。试问:



(*a*) C 接收到的 B 发出的信号的频率多大？

(*b*) C 接收到的 A 发出的信号的频率多大？

5-10. 一脉冲雷达(发射)源静止于点 $x=0$。有一块巨大的陨石以恒定速度 v 朝向该源运动；当 $t=0$ 时，这块陨石位于点 $x=-1$。源在 $t=0$ 时发射第一个雷达脉冲，在 $t=t_0(t_0<1/c)$ 时发射第二个脉冲。这两个脉冲受到陨石的反射并返回到发射源。



(*a*) 给出类似于左图所示的坐标系，并在其上分别标出(1)发射源，(2)陨石，(3)两个出射脉冲，(4)反射脉冲等对时间的位置(即世界线)。

(*b*) 用或不用此图，试求出这两个反射脉冲到达 $x=0$ 的时间间隔。

(*c*) 用或不用此图，试求出在陨石的静止系中测得的这两个出射脉冲到达陨石的时间间隔。

5-11. 一位宇宙航行员以 9.8 米/秒^2 的恒定加速度(在地球参照系中测得的)沿地球的径向背离地球运动。在红移使他的肉眼看不见地球上的霓虹灯发出的红色信号以前，他已经运动了多长时间？

5-12. 假定有一家宇宙航行公司 (spaceship shuttle service, 太空船穿梭服务公司)承办地球一火星往返飞行的业务。这家公司拥有的每一艘飞船都装备有两个全同信号灯，一个置于船首，另一个置于船尾。各个飞船在正常情况下相对于地球以速率 v_0 运动，以使朝向地球飞来的飞船上的头灯呈现出绿色($\lambda=5{,}000$Å)而背离地球飞走的飞船上的尾灯呈现出红色($\lambda=6{,}000$Å)。

(*a*) v_0/c 的数值是多少？

(*b*) 假定有一艘飞船为追上它前面的另一艘飞船正在加速前进。试问，这艘正在追赶的飞船必须以多大的速率(相对于地球)行进，才能使在它前面的那艘开往火星的飞船上的尾灯看起来仿佛是头灯(5,000Å 绿)？

5-13. 按照哈布尔定律，遥远星系背离地球的退行速率同它到地球的距离成比例：

$$v(r)=\alpha r \quad \text{其中} \quad \alpha\approx 2\times 10^{-18}\ \text{秒}^{-1}$$

(*a*) 相对于地球的速率为 c 的某星系到地球的距离有多远？从地球上能观察到这个星系吗？

(*b*) 对于速率 $v(r)=1.1c$ 的一个假想的星系，试回答(*a*)小题中的两个问题(包括多普勒效应)。

5-14. 长蛇座中*的某星系发射的光的红移对应于它相对于地球的退离速率 6×10^4 千米/秒，从而按照哈布尔定律，也对应于约为 3×10^9 光年这样远的距离。如果该星系在 T 年前飞经地球，而且自此之后一直以恒定速度运动，试问 T 的数值是多大？

5-15. 据报道，对某天文客体(指类星体 3C-9)所作的一些观测表明，当它发射的光正好抵达地球时，它正在以大约 $0.8c$ 的速率背离地球运动。

(*a*) 已经从类星体 3C-9 的光谱中证认出一条相当于静止光源发射的波长约为 1,200Å 的谱线。试问这条谱线在该类星体的被测光谱中应出现在何波长处？

(*b*) 类星体以极大的速率发射能量，致使天文学家们相信，它们将在一个为期相当短的时间内燃烧殆尽。如果类星体 3C-9 的寿命根据在它的静止系进行的测量为 10^6 年，试问在地球上能接收到其辐射的地球时间 (earth time)总共有多长？(假定该类星体相对于地球的速度始终保持常值。)

5-16. 半人马座 α 星的光谱中的一条钙谱线的测量波长为 3968.20Å；这条谱线在太阳光谱中的测量波长为 3968.49Å。

(*a*) 试问半人马座 α 星相对于太阳系的径向速度是多少？它是在朝向太阳系还是在背离太阳系运动？

(*b*) 半人马座的横向速度几乎等于它的径向速度；它到太阳的距离为 4.3 光年。试问这颗恒星在天空中的视位置在 10 年之内要改变多大角度？

(*c*) 如果钙离子发出的光的正常波长 3968.49Å 发生了 0.29Å 的移动，试问：钙离子必须在垂直于视线的方向上以多大的速率运动？能否把钙离子发出的光同从半人马座接收到的光区分开？

---

* 这里"中"字应理解为"位于……方向"的。但在本书的译文中，我们仍采用这个简练的习惯说法。——译者

5-17. (*a*) 考虑以通常方式联系起来的两个惯性系 S 和 S'。在系 S 中频率为 ν_0 的一个光信号在 $t=-l/c$ 时从 $x=-l$ 处发射。试问这个光信号在系 S' 中的频率是多少？

(*b*) 对于 $\beta c \ll 1$ 的情形，简化(*a*)小题的答案。

(*c*) 试证明，在 $t=0$ 时，系 S' 的运动速度等于在 $t=-l/c$ 时开始从静止状态以加速度 $a=vc/l$ 作加速运动的一个参照系的速度。

(*d*) 根据等效原理，上述结果暗示，光在引力场 g 中的频率的分数移动应当由下式给定：

$$|\Delta\nu|/\nu_0=\beta=gl/c^2,$$

式中，l 表示发射器和接收器之间的距离。证明这一移动的一个经典实验是庞德(Pound)和雷布卡(Rebka)完成的[*Phys. Rev. Letters*, **4**, 337(1960)]。他们的实验结果是(观测到的频移)/(理论预期的频移)$=1.05\pm0.10$。* 这个实验所用的 l 值为 60 呎，试问 $|\Delta\nu|/\nu_0$ 的数值是多大？

(*e*) 已知某恒星的质量为 M，半径为 R，试证明离开该恒星表面的光的频率的分数变化为 $\Delta\nu/\nu_0=-GM/Rc^2$。

5-18. 有一位宇宙旅行者在他的瞬时静止系中持续以 9.8 米/秒的加速度作加速运动。如果他从静止状态离开地球，试问：在地球时间为 t 时，他已经飞过了多长的距离？在他的速率达到 $c/2$ 时之前，他已经飞行了多长时间？[可利用加速度分量 a_x 的变换方程即方程(5-24)，同时令 $u'_x=0$，并且认识到在此情形中的 $\gamma(v)$ 是时间的函数。]

5-19. 下述问题根据达尔文爵士(Sir Chales Darwin)给出的有关孪生子佯谬的非常简单而数值明显的例子[*Nature*, **180**, 976(1957)]。有一位宇宙航行员(*A*)在 1984 年的元旦以 $0.8c$ 的速率从地球动身飞向最近的恒星——半人马座 α 星。在地球参照系中测得的该恒星的距离大约只有 4 光年。当他到达该恒星时，他立即掉转航向以同样的速率飞回地球。他在地球时间为 1944 年的元旦返回家中。这个宇宙航行员有一孪生兄弟(*B*)，后者一直留在地球上。他们曾约定，在旅行者回来之前，他们将在每年的元旦通过雷达电话(radar-telephone)相互祝贺新年快乐。

(*a*) 试证 A 只发出了六次贺电(包括他在旅途中的最后一天发出的一

---

* 1965 年经改进后的实验结果为 0.9990 ± 0.0076，精度由原来的 10% 提高到 1%。——译者

次)，而B却发出十次贺电。

(b) 在地球参照系的空-时图上标绘出A的旅行路线(x轴和ct轴的标度均以光年为单位标出)。再绘出B发送的所有雷达信号的世界线。借助这个空-时图的帮助，试证明A(宇宙航行员)在他逆转航向的时刻以前只接收到了一个信号，而其余的九个信号都是在他返回地球的途中接收到的。

(c) 再绘一个仍在地球参照系中的空-时图，并在此图上标出宇宙航行员的世界线和他发送的所有信号的世界线。试证明：他的孪生兄弟在他离开后的前九年每隔三个地球年接收到一次贺电，而然后在最后一年接到另加三次贺电，他一共收到六次贺电——这是完全正确的，因为对宇宙航行员来说，往程和返程各需要三年时间。

(d) 借助多普勒效应来解释上述这些结果。

5-20. A和B是两个孪生兄弟。A打算作一次往返于地球——半人马座α星(到地球的距离为4光年)的旅行。他在往程和返程中均将以$0.6c$的速率相对于地球运动，而且以他的参照系中的每0.01年发出一个无线电信号。他的孪生兄弟B也将以他的静止系中的每0.01年发出一个无线电信号。

(a) 在A逆转运动方向以前，B接收到了多少个A发出的信号？

(b) 在A逆转运动方向以前，A接收到了多少个B发出的信号？

(c) 这两位孪生兄弟各自总共接收到多少个从对方发出的信号？

(d) 当A结束了旅行时，在这两位孪生兄弟中，哪一位比较年青？年青了几岁？试证明两孪生兄弟一致同意这个结果。

5-21. 一位宇宙航行员在一个半径为7×10^6米(从地球中心算起)的轨道上围绕地球运行了一个星期。当他返回地球时，他比一直留在地球上的孪生兄弟年青了几岁？(地球的自转可忽略不计。)

(注意：存在一种这样的情形：在此情形，旅行者所经历并非仅仅两个惯性系而是无穷多个不同的惯性系，这是因为他的速度在不断地改变方向。然而，从根本说来，上述情形可退化为时间膨胀的简单情形。在原则上还存在着一个同广义相对论相关联的复杂性，这是指宇宙航行员本身的时钟处于不同于地面的引力势中，从而这也会影响他本身时钟的时率。不过，由于宇宙航行员运行的轨道的半径和地球的半径相差无几，因此这一效应同时间膨胀相比是微乎其微的。)

5-22. 在课文中曾描述过阿尔维格尔等人设计的实验中，可观察到中性

π° 介子衰变成 γ 射线(即高能光子)。这些 π° 介子的能量大致范围是从 60 到 180 京电子伏,而它们的静止能量为 135.1 兆电子伏,固有半衰期(proper halflives)为 2×10^{-16} 秒。

(*a*) π° 介子速率范围多大?

(*b*) π° 介子的(实验参照系中的)半衰期的范围多大?

(*c*) 在衰变以前,它们行进了多远?

(*d*) γ 射线的速率是由以爆丛形式产生的 π° 介子(因而 γ 射线也是以这样形式产生的)所确定的,并然后测量每个爆丛中的射线沿选定的方向通过一段固定距离所需要的飞行时间。如果这段距离在实验室参照系中为 60 米,试问对于分别以速率 c 运动的 γ 射线,它们通过这段距离所需要的飞行时间是多少?如以速率 $2c$ 运动,则又是多少?

不能因为我们会不断地获得其速度接近于光在真空中的速度的粒子，对于这些粒子必须考虑到由狭义相对论引进的修正，而人们就一味地坚持：狭义相对论目前已建立在无数的实验验证之上了。

德布罗意(L. de Broglie, 1949 年)

引自为庆祝爱因斯坦七十岁诞辰而出版的文集《阿尔伯特·爱因斯坦：哲学家-科学家》中的一篇论文。见该文集 *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, P. A. Schilpp, ed., Harper Torchbooks, New York, 1959.

第六章　相对论性动力学——碰撞与守恒定律

面对狭义相对论的那些结果，我们应该原则上依据这些结果改写整个力学。但是我们知道，这是不必要的。虽然牛顿方案只是在速度趋于零地小的极限情形才是严格正确的，但是它能完好地适用于范围极广的各种各样的场合。这是因为，正如我们已经看到的，我们在习见的宏观物体的动力学中所遇到的最大速度同光速相比仍然是很小的($v<10^{-5}c$)。然而，有一些问题，即其中所涉及的速度同光速相比不能忽略不计的那些问题，显然要使用狭义相对论。这主要是指原子和(原子)核粒子世界中的物理问题。因此，本章将用大部分篇幅来讨论这类问题。

在这一章中，我们并不打算仔细地考察粒子在特定力的作用下的运动。我们的目标比这要小。我们所要做的不过是要说明仅仅借助(1)线动量守恒和(2)能量守恒这两个原理所能进行的若干种计算。如同在我们所熟知的牛顿力学问题中那样，第一个原理

适用于线动量的三个独立分量中的每一分量或被视为单一矢量的总动量。第二个原理则可用来理解：包括质量在内的各种形式下的总能量是守恒量。我们将把这两个原理应用于任何自持系统(self-contained system)看作是基础的，而且我们将集中讨论相互作用在某有限期间作用并完成的那些情况。换句话说，我们把注意力集中在碰撞或与此类似的过程，而且仅仅考虑如何将碰撞前和碰撞后的情况联系起来。

然而，在我们能够应用上述那两个守恒原理以前，我们必须考虑如何以相对论的形式来表述和证实它们。在第一章中，我们曾推导出静质量为 m_0、相对于实验室的速率为 v 的单一粒子的质量、动量及总能量的表达式：

$$\begin{aligned} m(v) &= \gamma m_0 \\ \boldsymbol{p} &= \gamma m_0 \boldsymbol{v} \\ E &= \gamma m_0 c^2 \end{aligned} \tag{6-1}$$

其中 $\gamma(v)=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$。这些结果的推导明显地用了光子能量和动量间的关系式($p=E/c$)。再者，如果你仔细考虑一下这个论证，那么你将会发现，事实上我们曾经假定过，动量守恒和能量守恒这两个原理都是正确的，尔后才推导出这假定所要求的适于描述能量和动量的公式。因此，在考虑光压实验时，如果我们不假定光子的动量可全部地传到受照表面，我们便不能推断出有关光子动量的任何情况。在爱因斯坦箱计算中，也明显地假定了动量守恒。在讨论极限速率的实验中，我们认为，量热器测量当然是通过能量守恒向我们提供了对以接近于光速运动的电子所带入的动能的正确认识。

所以，在现阶段，我们并不是在发现动力学的这些伟大的守恒原理；相反地，我们仅仅是根据这些原理的应用已经在经典动力学中被充分证实了的理由在维护它们。因此，在这个从牛顿动力学过

渡到爱因斯坦动力学的过程中，我们只是在扩大可以仅用一套定则来处理的那些问题的范围。而且在这个过程中，我们得到可用以借助速度和某个惯性参量(质量)来计算诸如动量和动能这些物理量的一些新的规定。

然而，从牛顿动力学到相对论性动力学的过渡并不是一种任意的过渡。一旦给定了相对论性运动学和牛顿运动定律，人们就会很自然地导致动力学的相对论性表述。我们在第一章中还没有资格去做这项工作，正如我们曾经指出的，那时我们的论证是启发性有馀而说服力不足。可是现在，根据我们就要讨论的易于想见的情况，我们已经能够提供一个较之以前要清楚得多的方法(approach)。论证过程再一次说明运动学的这一特殊表述和适用于这一表述的动力学之间的极其密切的关系。

§6-1 对弹性碰撞的两种看法

我们要考虑一种非常简单的碰撞过程——两个全同粒子间的完全弹性碰撞。这是一种整个运动发生在某一平面内的碰撞过程，我们将借助动量守恒原理对它加以分析。

让我们暂且考虑这种碰撞过程在牛顿力学中的情形，以此作为我们讨论的背景。初速度分别为 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{u}_2$ 的两个物体 A 和 B 彼此碰撞，它们在碰撞后的速度分别为 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$。在任何一个这种类型的碰撞中，我们总有可能找出四个标量乘子(α)，使我们能够写出形如

$$\alpha_1\boldsymbol{u}_1+\alpha_2\boldsymbol{u}_2=\alpha_3\boldsymbol{v}_1+\alpha_4\boldsymbol{v}_2$$

的一个方程。这是个颇无趣味的陈述。但是，对 $\boldsymbol{u}_1$ 和 $\boldsymbol{u}_2$ 的各种数值所作的实验都揭示出明显的结果，即任何已知两个物体的每一次这样的碰撞，我们总能够通过假定 $\alpha_1=\alpha_3=m_A$(物体 A 的标量性质)和 $\alpha_2=\alpha_4=m_B$(物体 B 的相应的标量性质)而得到一矢量恒

等式。换句话说，对于碰撞过程纯粹运动学上的观测使我们得到我们称之为这两个物体的惯性质量的参量，并允许我们写出我们所熟知的线动量守恒方程。

当我们引进相对论性运动学时，两碰撞物体的初速度与末速度间的关系便不能再用这种简单的形式来表达了。尽管如此，我们将尽可能地使相对论性表述接近于这个简单形式，而且在这样做时，我们要问：如果我们认定如下文所述在扩展意义上的线动量守恒，那么这种碰撞过程的运动学暗示什么呢？

在两物体 A 和 B 的弹性碰撞过程中，如从某一特定参照系的观点所描述，这两个物体的初速度和末速度由下面的方程联系起来：

$$m_A(u_1)\boldsymbol{u}_1+m_B(u_2)\boldsymbol{u}_2=m_A(v_1)\boldsymbol{v}_1+m_B(v_2)\boldsymbol{v}_2 \qquad (6\text{-}2)$$

式中 m_A 是物体 A 的标量惯性性质，只与物体 A 的速率有关，而 m_B 是物体 B 的相应标量惯性性质。我们知道：在牛顿力学中，这个方程被两个同速率完全无关的 m_A 和 m_B 值所满足。现在让我们来看看：相对论性运动学如何暗示如方程 (6-1) 所给出的 m 对 v 的依赖性。

我们设想有两位实验者，一人在惯性系 S 中，另一人在惯性系 S' 中，他们用类型完全相同的仪器进行时间和距离测量，他们一致同意产生一次两个全同粒子间完全对称的碰撞。[1] 如果系 S 中的实验者沿他的 y 轴方向以速率 u_0（在系 S 中测得的）抛射出一粒子 (A)，在系 S' 中的实验者沿他的 y' 轴方向以速率 $-u_0$（在系 S' 中测得的）抛射出另一粒子 (B)。速率 u_0 很小，但系 S 和系 S' 沿 x 轴方向有很大的相对速度 v。两位实验者的技术都很熟练，可使两粒子恰好当它们的中心处于 y 轴上时发生相互碰撞。分别

1) 这种类型的一"假想实验 (gedanken experiment)" 首先由刘易斯和托尔曼引入，见 G. N. Lewis and R. C. Tolman, *Phil. Mag.*, 18, 510(1909).

在系 S 和系 S' 中所观测到的这个碰撞过程，其形式如图 6-1 所示。每一粒子的速度沿 y 轴(或 y' 轴) 的分量在碰撞后方向逆转，而它们沿 x 轴 (或 x' 轴) 的分量并未发生改变。对于整个碰撞过程，这一情形相当于时间上的完全可逆性。

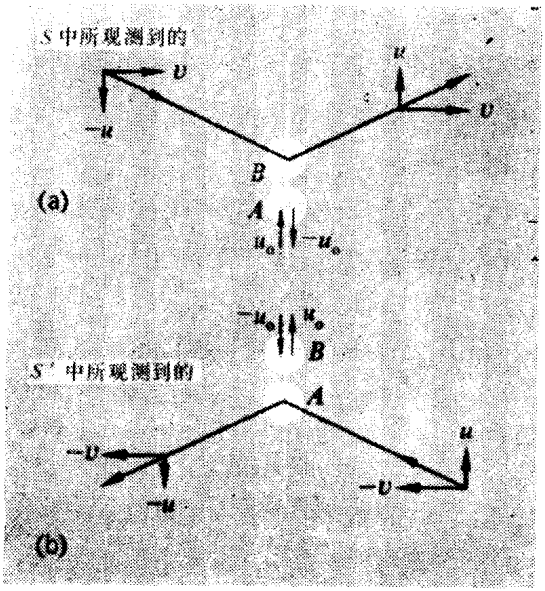


图 6-1. 分别在两个沿 x 轴以速度 v 作相对运动的两个参照系中所观测到的两个全同物体的弹性碰撞。

在分析上述碰撞过程中，我们要注意下述几点：

1. 如果从系 S 中观测，则粒子 A 沿 y 轴的速度分量在碰撞前为 u_0，碰撞后为 $-u_0$；粒子 B 沿 y 轴的速度分量在碰撞前为 $-u$，在碰撞后为 u。对于垂直于两参照系相对运动方向的速度分量，u_0 和 u 间的关系可由变换方程[方程(5-3)]给定：

$$u_y=\frac{u'_y/\gamma}{1+vu'_x/c^2}$$

由于在系 S' 中粒子 B 的速度分量 u'_x 为零，此方程简化为

$$u=u_0/\gamma=u_0(1-v^2/c^2)^{1/2} \tag{6-3}$$

2. 如果从系 S' 中观测，则粒子 A 和粒子 B 的作用互换；而且 v 的符号也（与系 S 中测量到的）相反。如果将图 6-1(b)在其所在的平面内旋转 180°，我们就会清楚地看到图 6-1(a) 和 6-1(b)间的完全对称性，于是旋转后的图 6-1(b)在各方面都与图 6-1(a)相当了。

3. 如果从这两个参照系中的任一参照系中观测，那么每一粒子的速率都不会因碰撞而改变，其数值或者为 u_0 或者为 $(u^2+v^2)^{1/2}$。鉴于上述情况，加之两个粒子又是全同的，所以我们仅需要考虑 m 的两个可能值——$m(u_0)$ 和 $m(V)$，这里 $V=(u^2+v^2)^{1/2}$。

如果从系 S 中观测，则沿 y 轴方向的线动量守恒可由下面的陈述加以描述：

$$p_y=m(u_0)u_0-m(V)u=-m(u_0)u_0+m(V)u$$

所以，

$$\frac{m(V)}{m(u_0)}=\frac{u_0}{u} \tag{6-4}$$

现由于我们曾假设 u_0 的数值很小——可以小到任意选以设想的程度，因此完全可以把惯量 $m(u_0)$ 当作是牛顿力学中的惯性质量 m_0。况且由于 $u_0 \ll v$，于是由方程(6-3)(以更有力的理由)得 $u \ll v$，因此 $V \approx v$。所以通过设想这种碰撞的极限情形，其中 $u_0 \to 0$，则从方程(6-4)推得

$$m(v)=\gamma m_0=\frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{1/2}} \tag{6-5}$$

而且得出结论：$\boldsymbol{p}=\gamma m_0\boldsymbol{v}$ 是静止质量为 m_0、行进速度为 $\boldsymbol{v}$ 的粒子的线动量的恰当的定义。

严格说来，上述讨论只限于有关动量的问题。上述分析得出的质量定义，即方程(6-5)所给出的定义，是否也适用于同系统的能量有关的计算呢？虽然如我们在第一章中已经论证过的，这确是如此，但是根据另一假想碰撞过程所作的分析，或许能赋予这一结

论以进一步的说服力。

§6-2 对非弹性碰撞的两种看法

我们现在要再次考虑两个全同粒子的碰撞问题，不过这一次我们要假设这种碰撞过程是完全非弹性的。设有一参照系 S'，其中有两个全同的粒子以大小相等、方向相反的速度 u 沿一直线相向运动[图 6-2(a)]。那么就会存在另一参照系 S，相对于它，系 S' 的速度为 u，其中粒子之一在碰撞前处于静止状态[图 6-2(b)]。

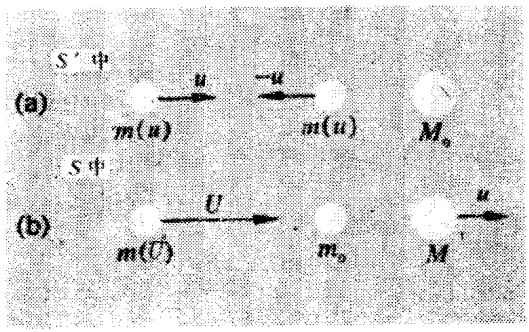


图 6-2. 两个相同的物体之间的完全非弹性碰撞。(a) 从零动量参照系中所观测到的情况。(b) 从其中一个在碰撞前处于静止状态的物体所在的参照系中观测到的情况。

如我们在系 S' 中所观测到的，碰撞的结果形成了一个静止的复合粒子(Composite Particle)，因此在系 S 中必定会观测到这一复合粒子有速度 u。在同一系 S 中，在碰撞前处于运动状态的粒子的速度为 U；U 和 u 的关系可由速度加法公式即方程(5-2)给定：

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x / c^2}$$

这里我们令 $u_x = U, u'_x = v = u$。因此，

$$U = \frac{2u}{1 + u^2 / c^2} \tag{6-6}$$

现在让我们从系 S 的观点写出动量守恒和质量守恒的表达方程。(正如在前一节中所作的那样,我们假定物体的质量是其速率的某种函数):

动量:

$$m(U)U=Mu \tag{6-7}$$

质量:

$$m(U)+m_0=M \tag{6-8}$$

从上面的两个方程中消去 M,得

$$\frac{m(U)}{m_0}=\frac{u}{U-u} \tag{6-9}$$

现在方程 (6-6) 给出了 U 和 u 之间的关系;于是我们会发现比值 $\frac{m(U)}{m_0}$ 是 U 的一个显函数。由方程(6-6),我们有

$$u^2-2(c^2/U)u+c^2=0$$

所以,

$$u=\frac{c^2}{U}\pm\left[\left(\frac{c^2}{U}\right)^2-c^2\right]^{1/2}$$

$$=\frac{c^2}{U}[1\pm(1-U^2/c^2)^{1/2}]$$

由于当 $U\ll c$ 时,必定有 $u\to U/2$,所以应当选取负号(这是因为当 $U\ll c$ 时,根式近似等于 $1-U^2/2c^2$)。于是,我们有

$$u=\frac{c^2}{U}[1-(1-U^2/c^2)^{1/2}] \tag{6-10a}$$

所以,

$$U-u=\frac{c^2}{U}[U^2/c^2-1+(1-U^2/c^2)^{1/2}]$$

亦即

$$U-u=\frac{c^2}{U}(1-U^2/c^2)^{1/2}[1-(1-U^2/c^2)^{1/2}] \tag{6-10b}$$

将方程(6-10a)和(6-10b)代入方程(6-9)，我们有

$$\frac{m(U)}{m_0}=\frac{1}{(1-U^2/c^2)^{1/2}}=\gamma(U) \tag{6-11}$$

可见，上式再现了方程(6-5)的质量公式的形式。

同前一节的计算相比较，上面的计算涉及到更多的代数运算；但是，从下列几个方面看来，后者更能令人满意。这几个方面是：

1. 我们所考虑的碰撞过程是极其简单的碰撞过程，运动完全沿一条单一的直线进行。

2. 这里的计算是精确的。按照定义，其中的一个粒子在碰撞前在系S中完全处于静止状态。(而不像在上一节中，只是接近于静止。)

3. 对质量守恒方程的明显应用，自然要导致质量和能量的等效性。实际上，我们早已在第一章中推导出了质量和能量的这种关系，在这里重申这种关系的目的乃是为了再次强调运动学和动力学之间的密切联系。由方程(6-11)，得

$$\begin{aligned} m(U)&=m_0(1-U^2/c^2)^{-1/2}\\ &=m_0+\frac{1}{2}m_0U^2/c^2+\cdots \end{aligned}$$

所以，

$$m(U)c^2=m_0c^2+\frac{1}{2}m_0U^2+\cdots \tag{6-12}$$

注意，方程(6-12)右端的第二项恰好对应于一个质量为m_0，速率为U的粒子的经典动能；由此我们得到下面这个熟知的陈述，即一个静质量为m_0、速率为U的粒子的总能量为

$$E=\frac{m_0c^2}{(1-U^2/c^2)^{1/2}}=m(U)c^2 \tag{6-13}$$

而$E_0=m_0c^2$定义了该粒子的静能量。

4. 通过对碰撞过程的进一步考虑，我们能够验明：对方程

(6-11)所给出的质量/速度关系式的一贯应用，绝不会出现任何矛盾。在方程(6-11)中我们有一个关于施碰粒子(colliding particle)的质量的陈述，如我们在系 S 中所观测到的，该施碰粒子的速率为 U。现在让我们利用方程(6-6)，借助 u 来表达方程(6-11)，我们有

$$1-U^2/c^2=1-\frac{4(u^2/c^2)}{(1+u^2/c^2)^2}$$

$$=\frac{(1-u^2/c^2)^2}{(1+u^2/c^2)^2}$$

所以

$$m(U)=\frac{(1+u^2/c^2)}{(1-u^2/c^2)}m_0$$

将这一数值代入方程(6-8)，我们发现，复合粒子的质量在系 S 中测得的值为

$$M=\frac{2m_0}{1-u^2/c^2} \tag{6-14}$$

但是，在系 S 中，这一复合粒子具有速率 u。根据方程(6-11)我们可推得这一复合粒子的静质量应当为 M_0，这里

$$M_0=M(1-u^2/c^2)^{1/2}$$

利用方程(6-14)，上式可改写为

$$M_0=\frac{2m_0}{(1-u^2/c^2)^{1/2}} \tag{6-15}$$

但是现在让我们来考虑在系 S' 中所描述的这一碰撞过程。在系 S' 中该复合粒子确实是静止的；它是由静质量均为 m_0，速率均为 u 的两个粒子相互碰撞而形成的。我们假定两个粒子因碰撞而引入的所有的机械能都保留在这个复合粒子之中。因而我们不(而且也不应该)假定 M_0 等于 $2m_0$。利用曾在系 S' 中应用过的质量守恒定律，我们有

$$M_0=2m(u) \tag{6-16}$$

上式与方程(6-15)是完全一样的，倘若我们承认：速度和质量的相依关系可由方程(6-11)给定，并因此令 $m(u)=\gamma(u)m_0$。

§6-3 对守恒定律的进一步说明

从上面所有的讨论中，我们会非常清楚地看到，动量和能量守恒定律并不是神圣不可侵犯的；但是，就我们迄今为止的经验而论，还没有出现任何要求我们将这两个定律舍弃的情况。在过去也曾出现过使守恒定律险遭破坏的危险——例如泡利(W. Pauli)在1930年提出了当时还没有观测到的中微子的存在，正是为了在 β 衰变过程中避免放弃能量守恒。此后用了二十多年时间才探测到中微子——但毕竟是探测到了，[1]这件事更加增强了我们对守恒定律的信心。

显然守恒定律并不能详细地告诉我们物理过程的整个情况。例如，在两个原子粒子的碰撞过程中，在能够回答下面许多重要问题之前，我们必须了解有关原子间的作用力的详细情况，这些问题是：这两个粒子会不会结合在一起？这两个粒子发生的是弹性碰撞或部分非弹性碰撞？沿某特定方向散射的几率是多大？其中的一个粒子展示给另一个粒子的总有效靶面积是多大？碰撞后是否会发射出辐射？如果会的话，那么是哪一类辐射？看来，为了解答这些范围宽广的问题是需要做很多人-年 (man-years) 的研究工作的。但是，基本的守恒定律是所有其它定律的主要基础；而守恒定律的普适性 (generality) 更使它们成为一个强有力的工具。因此下一步我们要做的工作是：我们要恪守下列两个命题 (对于一孤立的系统)，而且要看一看它们会导致什么样的结果：

$$E_{\text{total}}=c^2m_{\text{total}}=\text{常量} \tag{6-17}$$

$$\boldsymbol{p}_{\text{total}}=\text{常量} \tag{6-18}$$

1) F. Reines, et al., *Phys. Rev.*, **92**, 830(1953).

我们还要利用在第一章中已介绍过的，可从方程(6-1)推导出来的动力学关系式：

$$E^2=(cp)^2+E_0^2 \text{（式中 } E=mc^2, E_0=m_0c^2) \tag{6-19}$$

$$v=\frac{p}{m}=\frac{c^2p}{E}$$

或

$$\beta=\frac{v}{c}=\frac{p}{mc}=\frac{cp}{E} \tag{6-20}$$

力和加速度将根本不进入我们讨论的这一部分。

我们将首先讨论包含光子的碰撞问题，因为光子不具有任何静质量，从而减少了方程的复杂性。

§6-4 光子的吸收和发射

吸收

我们假定质量(静质量)为 M_0 的一静止粒子（例如，原子或原子核)，受到一个能量为 Q 的光子(量子)撞击后，粒子将光子的能量完全吸收。假如这一并合系统（combined system）的质量为 M'，并以速度 v 反冲(recoil)。于是，我们有

能量守恒：

$$E=M_0c^2+Q=M'c^2$$

线动量守恒：

$$p=Q/c=M'v$$

所以，

$$M'=M_0+Q/c^2$$

$$\beta=v/c=Q/(M_0c^2+Q) \tag{6-21}$$

注意，当 $Q\ll M_0c^2$ 时，我们就得到 $\beta\approx Q/M_0c^2$——这相当于牛顿(力学)式的计算，在这个计算中一具有不变质量(invariable mass)

M_0 的物体受到光子所施加的一个量值为 Q/c 的冲量。

发射

考虑质量为 M_0 的一个静止的原子，该原子发射出一能量为 Q 的光子。这种情况已经比上面所考察的例子复杂了，因为发射光子的原子要受到一个反冲。令反冲原子具有质量 M'(及静质量 M'_0)和速度 v。于是

$$E=M_0c^2=M'c^2+Q=E'+Q$$
$$p=0=M'v-Q/c=p'-Q/c$$

亦即

$$E'=M_0c^2-Q$$
$$cp'=Q$$

我们将利用反冲原子的 E' 和 p' 之间的关系式对 Q 求解这些方程。用方程(6-19)，我们有

$$(M'_0c^2)^2=(E')^2-(cp')^2$$
$$=(M_0c^2-Q)^2-(Q)^2$$

亦即

$$(M'_0c^2)^2=(M_0c^2)^2-2M_0c^2Q \tag{6-22}$$

现式中 M_0c^2 和 M'_0c^2 分别为原子在初始状态和终止状态时的静能量，它们具有确定的数值；M_0c^2 和 M'_0c^2 之差是一个意义明确的固定的能量。因此让我们令，

$$M'_0c^2=M_0c^2-Q_0 \tag{6-23}$$

所以，

$$(M'_0c^2)^2=(M_0c^2)^2-2M_0c^2Q_0+Q_0^2 \tag{6-24}$$

合并方程(6-22)和(6-24)，得

$$Q=Q_0\left(1-\frac{Q_0}{2M_0c^2}\right) \tag{6-25}$$

由于光子的能量同频率成比例，所以对应的频率要降低，而对

应的波长则增长了。只有当发射原子能以某种方式避免作反冲，这个原子所释放出的全部能量 Q_0 才会完全地传给（它所发射的）光子。

这些结果具有重要的物理含义，因为这些结果限制了原子或原子核再吸收它们自己的特征辐射的能力。任何元素，当适当地被激发(如在放电管中)，都会发射出特征性的线状光谱——例如，氢原子的巴耳末谱系。这些谱线非常锐；这就是说，每一条谱线代表某平均波长附近的极小波长扩展。谱线的锐度 (sharpness) 表明了这样一个事实，即发射原子本身不能以任意能量的状态存在，而是被限定在一系列锐能级之上。光子的发射相当于一原子的能量(或质量)的某一定减小，如方程(6-23)所描述的，相当于当该原子从状态 A 下降到状态 B。然而，这个光子所获得的能量并非这两个状态所对应的能量之差，因为其中的一小部分能量被原子的反冲"骗走"了。因此，如果一个这样的光子遇到处于较低的能量状态 B 并静止的另一相似原子，那么就不会有足够的能量使这个静止的原子能量上升而返回到状态 A（而且由于吸收过程又涉及到原子的反冲这一事实，发生这种情况的可能性就更小了)。假如原子的能态理想地锐，又假如发射原子和吸收原子在初始时都是静止的，则由这些原子组成的蒸气对它自己(发射)的辐射是透明的。当然，我们所描述的这种情况对于下述两个方面是与事实不符的。首先，原子的能级并不是理想地锐的；其次，蒸气中的原子具有热运动，如果热运动的速度正好合适，它就能够完全抵消原子的反冲效应。原来，事实上，在可见光的情形，热运动完全把原子的反冲效应淹没了。但是对于从原子核以 γ 射线射出的能量(要比可见光)高得多的光子，这种反冲效应(要比在可见光的情形)大得多[注意，按照方程(6-25)，能量的分数移动(*fractional* shift)等于 $Q_0/2M_0c^2$，因此，对于 M_0 的一给定值，这分数移动随 Q_0 作正比例增加]。下

面我们就来概略地描述一下能验明这一论断的一项实验。

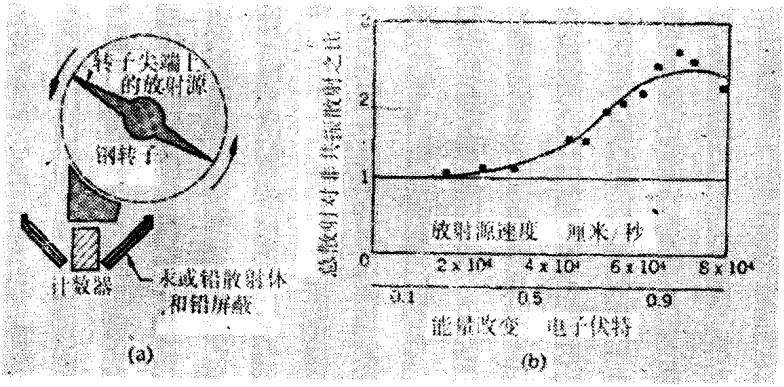


图 6-3. 实验演示作自由反冲运动的 ^{198}Hg 原子引起的核共振散射。(*a*) 实验装置草图。(*b*) 被水银散射和被铅散射的比值是作为转子尖端速率的一个函数来标绘的。[P.B.Moon, *Proc. Phys. Soc.*(*London*), **A64**, 76(1951); W. G. Davey and P. B. Moon, *Proc, Phys. Soc*, (*London*), **A66**, 956(1953)]。因为钢转子在作高速运转时会由于受到离心应力的作用而爆裂，所以不能描绘出完整的共振曲线。

这个实验是由穆恩(P. B. Moon)利用超高速转子(ultra-high-speed rotor)完成的。图 6-3(*a*)示出了这一实验装置的草图。由受激的^{198}Hg 原子构成的放射(性)源 (radioactive source) 被置于转子的尖端。从这个运动源发射的 γ 射线 (其中光子的能量为 412 千电子伏)射到一静止的水银靶上，γ 射线中的一部分受靶子散射而进入计数器，并因而被探测到。散射正如吸收一样，当能量恰好能把被撞击的原子核激发到较高的能量状态时，散射最大。这项实验示明[参看图 6-3(*b*)]，当放射源^{198}Hg的速度约为700米/秒时，就会出现这种状况。

原子核的反冲显然代表了被释放出能量的极其微小的一部分。它是由出现在方程(6-25)中的比值 $Q_0/2M_0c^2$来确定的，而对于上述讨论中的情形，我们有

$$Q_0 = 4.12\times10^5 \text{ 电子伏}$$

$$M_0 = 198 \text{ 原子质量单位} = 3.28 \times 10^{-25} \text{ 千克}$$

$$M_0c^2 = 2.95 \times 10^{-8} \text{ 焦耳} = 1.84 \times 10^{11} \text{ 电子伏}$$

$$Q_0/2M_0c^2 \approx 10^{-6}$$

我们可以看出，对于 $Q_0 \approx 2$ 电子伏的可见光的光子，这种反冲效应比上述实验中的反冲效应要小五个数量级。

每一个光子都要受到两次反冲——一次是当它被发射时，另一次是当它被吸收或被散射时。所以因子 $(1-Q_0/2M_0c^2)$ 必须运用两次，而且给予放射源的速度必须大到足以弥补因反冲作用而消耗掉的原有激发能量的一部分，即 Q_0/M_0c^2。我们可以借助多普勒效应的运动学理论（第五章）来计算出放射源所需要的速度。正如同任何以远比 c 为小的速率 v 向观测者运动的光源所发生的情形一样，由于原子核的反冲速度非常小，因此这一辐射的频率 ν，从而还有辐射能量 $h\nu$，都要增大非常接近于分数的值 v/c。所以，我们需要下面的关系式

$$v/c \approx Q_0/M_0c^2$$

将 Q_0，M_0 及 c 的精确数值代入上式，得

$$v/c = 2.24 \times 10^{-6}$$

亦即

$$v \approx 670 \text{ 米/秒}$$

观测到的散射曲线峰非常接近地对应于这一数字。

§6-5 穆斯堡尔效应

看来，原子或原子核的反冲应该是光子发射现象的一个不可避免的特征。然而，事实并非如此。有一个极其著名的效应[这一效应以穆斯堡尔(R. Mössbauer)的姓氏命名，穆斯堡尔由于发现这一效应而于 1961 年获得诺贝尔奖金]。位于晶格内的原子，其反冲作用实际上会完全被这一效应消除。所发生的是：在某种情况

下伴随一原子核对 γ 射线的发射和吸收而出现的反冲动量为晶格内的所有原子所取得，而不是被某一个原子核取得。即使按宏观标准晶体很小，但是一个晶体要包含的原子是如此之多(例如，在体积为 1 立方微米的晶体中约含有 10^{10} 个原子)，致使方程(6-25)中的比值 $Q_0/2M_0c^2$ 减小到近于零的程度。例如，铱同位素 ^{191}Ir(穆斯堡尔的首次实验就是用这种同位素进行的)释放出的能量 Q_0 为 129 千电子伏，或大约为 2×10^{-14} 焦耳。如果我们令 M_0 为 10^{10} 个铱原子的质量，亦即约为 3×10^{-15} 千克，则我们有

$$\frac{Q_0}{2M_0c^2}\approx\frac{2\times10^{-14}}{2\times3\times10^{-15}\times9\times10^{16}}\approx3\times10^{-17}$$

在前面我们曾指出，原子或原子核反冲作用的存在本身并不能保证被发射出的光子不被同类的原子再吸收。我们可以赋与能量 Q_0 的数值以这样的意义，即 Q_0 所表征的是处于正常状态和激发状态的静能量之差，不过这只是一最可几值。如果输入的能量接近于 Q_0 而不必正好等于 Q_0，处于较低能量状态的原子也肯定有机会转变成激发状态。原子或原子核能量状态的这一特征“宽度”是很独特的东西。如果这一宽度恰好极其微小，那么，吸收就被很锐地调谐(very sharply tuned)。正是在这些因能量的最微小移动会使再吸收成为不可能的情形，穆斯堡尔效应变成了一个引人入胜的现象。我们仍以 ^{191}Ir 为例，129 千电子伏的无反冲 γ 射线有遍及约 5×10^{-6} 电子伏的能量变化。因此我们有

$$\frac{\Delta Q}{Q_0}\approx\frac{5\times10^{-6}}{10^5}=5\times10^{-11}$$

我们首先注意到，如果令 M_0 仅为一个原子的质量，那么上面的比值就会较比值 $Q_0/2M_0c^2$ 小几个数量级。可见，如果发射原子核和吸收原子核都可自由地发生反冲，那么对这些 γ 射线的再吸收就成为不可能的了。另一方面，如果我们令 M_0 为数十亿个原子的质

量，那么$\Delta Q/Q_0$的数值将比$Q_0/2M_0c^2$大许多个数量级。因此，如果^{191}Ir的发射γ射线的受激原子核和^{191}Ir的吸收γ射线的正常原子核两者都被埋在晶格之中，那么反冲效应就完全可以被忽略不计，而吸收现象就会发生。

现在出现了一个真正令人惊奇的特征。比值$\Delta Q/Q_0$是如此微小，以致只要在放射源与吸收体之间引入一个非常小的相对速度，就可能因为所引起的多普勒频移而破坏再吸收的条件。对于^{191}Ir的情形，我们有

$$\frac{v}{c}\left(=\frac{\Delta Q}{Q_0}\right)\approx 5\times 10^{-11}$$

所以，

$$v\approx 2\text{ 厘米/秒}$$

实际上，这一速度比蜗牛爬行的速度还小。

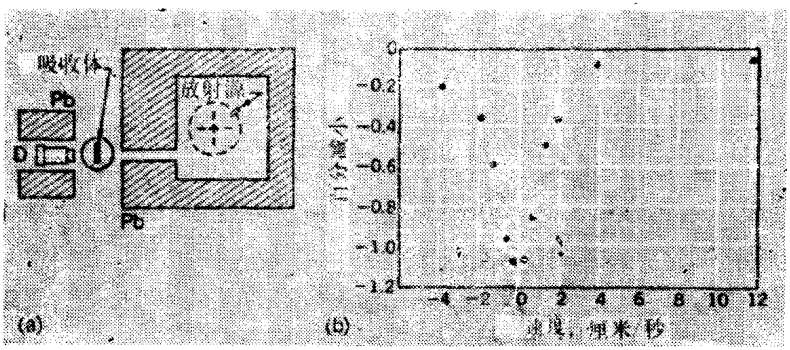


图 6-4. 穆斯堡尔效应。(*a*) 实验装置。除非当放射源运动到与屏蔽箱中的长孔在一条线上，探测器D就与放射源屏蔽开。(*b*) 在共振吸收体(铱)和比较吸收体(铂)后面测量到的^{191}Ir放射的129千电子伏γ射线强度的百分差。

图 6-4(*a*)绘示出以穆斯堡尔用以验明这一效应的实验装置。放射源装在一缓慢地旋转的转台上。图 6-4(*b*)绘示出穆斯堡尔在这项特殊实验中所得的结果。这确实是一个令人惊奇的现象，此

后，对于发射低能 γ 射线的许多物质也观测到了这一现象。其中的一些物质对于放射源与吸收体之间的相对运动显示出比 ^{191}Ir 更高的灵敏度。至于穆斯堡尔效应的详细情况以及有关它的某些引人注目的应用，读者应该去参考其他文献。[1] 只是出于对穆斯堡尔效应的极大兴趣，我们才不揣冒昧地在此讨论它。我们原来的论题是要讨论伴随光子发射而产生的反冲，而这整整一节却已是论及反冲不发生的一节了。

§6-6 光子火箭[2]

热衷于太空旅行的人们有时曾建议利用辐射能作为宇宙飞船的推进剂。这一建议至少部分地受到下述事实的启示，即火箭的推力与被排出燃料的速率成比例；因此，从表面判断，如果用 c (3×10^8 米/秒) 来代替化学燃料所能引起的最高速率 (约为每秒 10^4 米/秒)，那么，火箭就会获得很大的推力。如果我们能使宇宙飞船的速率非常接近于 c，我们就能够使太空旅行者在漫长的星际航行中获得很大的时间膨胀，那么这一建议可能会变得非常诱人。

假定开始时一火箭的静止质量为 m_0，并假定它的净载 (payload，酬载) 的静止质量为 m_0 的 f 倍 (f 是某分数)。火箭从静止开始出发，最后使净载以速率 v 行进。某一定的辐射能总量 E_r 沿着相反的方向行进。应用能量和动量守恒方程，则得

$$E_{\text{total}}=m_0c^2=\frac{fm_0c^2}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}+E_r$$

$$p_{\text{total}}=0=\frac{fm_0v}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}-\frac{E_r}{c}$$

---

1) 例如，参阅 H. Lustig, *Am. J. Phys.*, **29**, 1-18(1961)，本文对穆斯堡尔效应作了极好说明。

2) 本节摘自 J. R. Pierce, *Proc. IRE*, **47**, 1053-1061(1959)。在此谨向作者表示感谢。

消去上面两个方程中的 E_r，我们有

$$m_0c^2=\frac{fm_0c^2}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}+\frac{fm_0vc}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}$$

亦即，

$$\gamma f+\gamma\beta f=1 \qquad \text{其中 } \beta=v/c,\ \gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2} \qquad (6\text{-}26)$$

因为我们在对火箭的设计中希望获得时间膨胀因子 γ 的一个特定的值，所以我们要对 f 求解方程(6-26)。现在 β 和 γ 是由方程

$$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}$$

联系起来的。所以，

$$\beta^2=1-\frac{1}{\gamma^2}$$

$$\gamma\beta=(\gamma^2-1)^{1/2}$$

因此方程(6-26)可改写为

$$\gamma f+(\gamma^2-1)^{1/2}f=1$$

结果得到关于 f 的方程为

$$f^2-2\gamma f+1=0$$

例如，假定我们令 $\gamma=10$，那么时间膨胀现象在令人厌倦的漫长星际旅行中确实具有重要的意义。于是我们可以求得 $f\approx0.05$。看来，这个数字是令人鼓舞的。但是，如果你是一个人道主义者(或者你本人就是一个未来的太空旅行者)，你必定希望太空旅行者能返回地球。这就意味着，同样的过程还要重复三次，因为我们必须使宇宙飞船静止，在返航时又需要重新加速，最后还要使它在地球上停住(着陆)。这样，回收残留物的质量仅为原有质量 m_0 的 f^4 倍——亦即，在我们选定的这种情形，小于 $10^{-5}m_0$。所以，乘光子火箭到太空旅行毕竟是一个希望不大的想法。

§6-7 粒子的产生

如果有足够的能量可供利用的话，质-能等效性所暗示的所

有可能性中最值得注意的或许是新粒子的产生。目前，在物理学的各方面研究中有相当大的一部分是基于这一现象的，尤其是在对那些因寿命甚短而在自然界中寻找不到的粒子的产生和研究更是如此。产生一个静质量为 m_0 的粒子显然需要至少为 m_0c^2 的能量输入；然而在实际上，所需要的能量比 m_0c^2 多——而且在多数情形比 m_0c^2 大得多。之所以会这样，乃是由于下面两个主要原因：

1. 看来，除了能量和动量守恒定律之外，还有一些基本的守恒定律；由于它们的存在，在许多情形，不能在一次碰撞过程中仅产生一个新的粒子。这些守恒定律中的最为熟知的是电荷守恒定律。例如，人们最先就发现的这种过程是从 γ 射线光子的能量中会产生一个电子-正电子对：[1]

$$\gamma \rightarrow e^- + e^+$$

虽然单从能量的观点来看，能量为 0.51 百万电子伏的一个 γ 射线光子足以提供一个电子的静质量能(rest-mass energy)，但是，自然界所容许的只是这样一种类型的过程，它至少需要两倍于此的能量。

实际上，虽然电荷守恒定律永远适用于这种嬗变过程 (transmutations)，但它决不是对这一过程的唯一限制。例如，我们可以设想用一个光子的能量(≥938 百万电子伏) 产生出中性氢原子的组分——一个质子和一个电子。但是这种过程不会被观测到。看来，有许多种粒子(包括电子、质子和中子)是不可能不生出它们的所谓反粒子——即静质量相同，但电荷、磁矩等异号的粒子而被产生。尽管中子是不带电的，但是如果不能同时产生出反中子(在磁矩符号上异于中子)，中子也不能被产生出来。

---

1) 这一现象最早为安德森 (C. D. Anderson) 于 1932 年观测到。由于这项研究，他于 1936 年被授予诺贝尔奖金。

2. 会抬高有关粒子产生 (particle creation) 能量需要的其它理由是一纯实际的理由。事实上，粒子产生过程一般是通过引起前在粒子(preexisting particles)间高能碰撞而使之发生的。例如，带正电的 π 介子(π 子)可用高能质子撞击氢靶而产生：

$$P_1+P_2\rightarrow P+N+\pi^+$$

如上式所示，两个碰撞的质子 P_1 和 P_2 要产生出一个质子、一个中子和一个 π 子。(π 介子碰巧是可以单独地产生的粒子，而不必同它的反粒子一同产生。)由于一个中子和一个质子具有几乎相等的静质量，这一过程所需要的新静能量仅为 π 介子所代表的静能量，约为 140 百万电子伏。但是，如果靶质子 P_2 初始时处于静止状态而 P_1 具有很大的动量，那么，将有大量的动能被投(locked up)在整个系统的运动上，而不能够转变成新粒子的静质量。

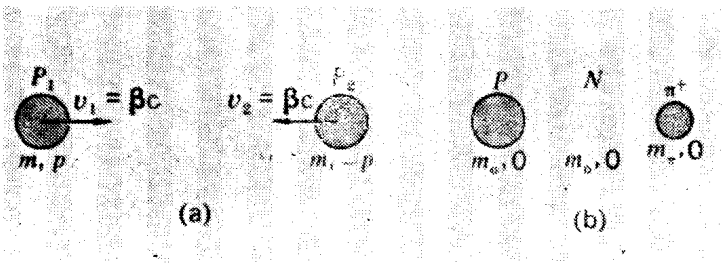


图 6-5. (*a*) 在零动量参照系中两个质子以数值相等，方向相反的速度相互碰撞。(*b*) 在 π 子产生阈上，产出均为静止的一个质子、一个中子及一个 π^+ 介子时，此参照系中的终态。

从理论上讲，第二条理由显然不是一个原则上的限制。如果能使粒子 P_1 和 P_2 以数值相等、方向相反的动量相互碰撞，那么，与系统一般运动结交的能量将为零。于是，所有的碰撞动能都将用于新粒子的产生上。虽然用沿相反方向行进的两粒子束并使它们(相撞)在技术上远比仅用一个粒子束去撞击一个固定的靶子要困难得多，但是，正如我们将会看到的，所能获得的报偿是巨大的。

现在让我们比较仔细地考虑若干产生过程。

π子的产生

不管我们能否获得两个相互碰撞的粒子束，我们总可以设想自己处于总动量为零的一参照系中。假定我们处于这样的参照系中并能使两个质子束相撞，那么，这两个质子束就具有大小相等，方向相反的动量 $\pm p$ 和总能量 $2mc^2$ [图 6-5(a)]。可以想见，在这个零动量参照系中，我们获得如图 6-5(b)所示的终态，其中所有粒子都处于静止状态。由于动能丝毫没有损耗在系统的运动上，所以这是粒子产生(particle creation)的最经济条件，从而有

$$E=2mc^2=2m_0c^2+m_\pi c^2$$

式中 m_0 为一个核子——即一个质子或一个中子的静质量(这里我们已把质子和中子之间的微小差异忽略不计了)，而 m_π 为带电的 π 子的静质量。[1]于是我们有

$$\frac{m}{m_0}=1+\frac{m_\pi}{2m_0}$$

由于 $m_\pi=273m_e$, $m_0=1,837m_e$，所以 $m/m_0=1.074$ 或 $m_0/m=0.93$。我们可用 m_0/m 的这一数值来确定每一质子在零动量参照系中的速率(β)：

由于

$$m/m_0=\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2} \tag{6-27}$$

所以，

$$\beta^2=1-(m_0/m)^2=0.135$$

$$\beta\approx0.37$$

如果质子 P_2 确实静止于实验室参照系，那么零动量参照系必须以速率 β 相对于实验室而运动。这样，质子 P_1 由于它在零动量参照系中具有速率 β，所以它在实验室参照系中具有的速率 β_1，按

1) 若取电子的质量为 1，则质子的质量为 1836.1，而中子的质量为 1838.6。可见质子和中子的质量仅相差 0.14%。带电 π 子(π^+或 π^-)的质量为 273.2 m_e.（中性 π 子的质量仅为 264.2m_e.）

照相对论性速度加法定理[参见方程(6-6)]，就应当由下式给定：

$$\beta_1=\frac{\beta+\beta}{1+\beta^2}=\frac{2\beta}{1+\beta^2}\approx 0.65$$

把 0.65 代入方程(6-27)，得

$$\gamma_1=(1-\beta_1^2)^{-1/2}\approx 1.31$$

这意味着，施轰质子必须具有数值为 $(\gamma_1-1)m_0c^2$ 或 $0.31m_0c^2$ 的动能。由于一个核子的静能量为 938 百万电子伏，所以，需要的动能约为 290 百万电子伏，或者说得明确些，高于被产生的 π 子所具有的静能量的两倍。如果我们可以忽略质子的质量随其速度的相对论性增加，那么施轰质子的动能恰为 π 子静能量的两倍。(请读者自己证明这一点。)

上面所计算的施轰粒子的能量即所谓粒子产生过程的阈能(*threshold energy*)。我们知道如果施轰粒子的能量低于这个阈能，那么，这种产生过程就不会发生；而且在实际上，这种轰击是在施轰粒子的能量比阈能要高许多的情况下进行的，因为这样可以使粒子产生过程的效率——即在质子-质子碰撞过程中 π 子实际被产生出来的几率——增高。但是最后的这一陈述所引起的问题超出了我们目前讨论的范围，我们的讨论仅局限于有关碰撞动力学和阈能的计算问题。图 6-6 是一幅在汽泡室拍得的照片，该照片显示了可据以推断出如上所述的粒子产生事件发生的那类证据。

反质子的产生

我们前曾提及，带负电的反质子如果不和它的反粒子（即正常类的一额外质子）一同产生，它就不能单独地产生出来。采用质子-质子碰撞的办法有可能产生质子-反质子对。其反应式可写成：

$$P_1+P_2\rightarrow P_1+P_2+\bar{P}+P_3$$

式中 $\bar{P}$ 为反质子，P_3 为伴随反质子 $\bar{P}$ 而产生出来的另一个正常质子。因此，甚至在未考虑不可利用的(unavailable)动能以前，我们就已知道：需要输入的能量至少必须为所要产生的粒子的静能量的两倍。通过质子-质子碰撞来产生反质子的能够想像出的效

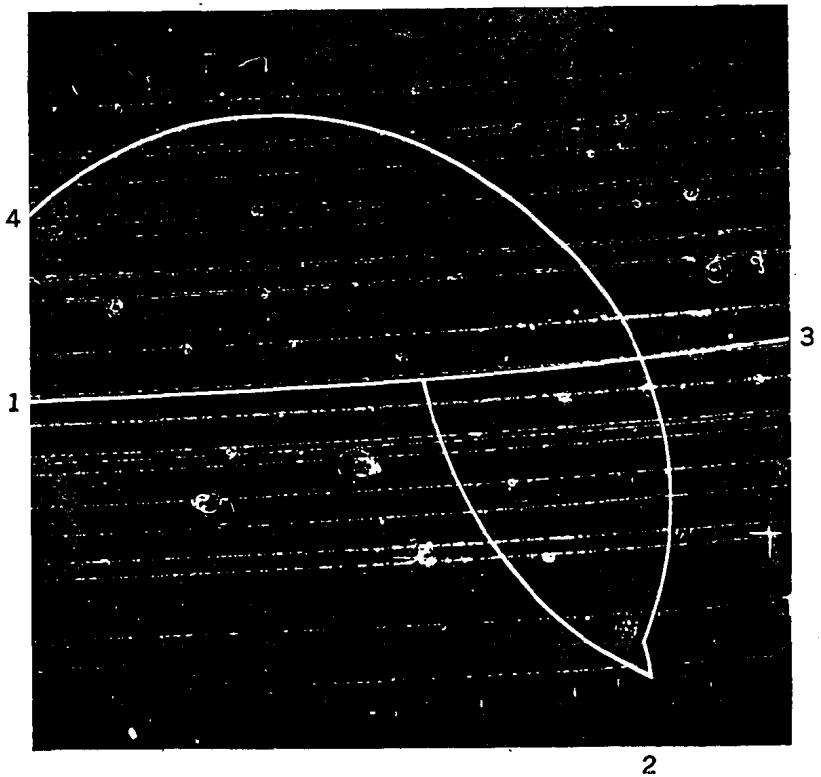


图 6-6. 显示通过过程 $p+p\rightarrow p+n+\pi^+$产生 π^+ 介子的汽泡室照片，所用质子的能量约为 30 京电子伏，而所用的汽泡室为液态氢气泡室。入射质子(1)同液态氢中一个质子相撞产生了一个 π^+ 介子(2)，一个质子 (3) 和一个中子(未留下径迹)。π^+ 介子是通过不久以后就衰变成的 μ^+ 介子(短径迹) 而被证认出来的，这个 μ^+ 介子也要发生衰变，结果生出一个正电子(4)。所有的径迹因为受到垂直于照片平面的一个强磁场的作用，都变弯曲了。为突出起见，照片中的有关径迹都用阿拉伯数字作了标记。(布鲁克海文国立实验室。)

率最高的方法是要获得正像人们在π子产生问题中所假设那样的终态，亦即在某参照系中所有粒子均为静止的那种状态。在碰撞之后，我们获得四个粒子（三个质子和一个反质子）而不是三个粒子的这一事实并不会使计算增添任何困难。实际上，由于碰撞后的所有粒子都具有相同的静质量m_0，因而算术运算变得更加简单了。

在目前的讨论情形中，图6-5(a)仍然可以代表零-动量参照系中的初态。在这个参照系中的总能量必须等于(或大于)四个核子的静能量之和。因此，阈能为

$$E=2mc^2=4m_0c^2$$

于是由方程(6-27)，得

$$\gamma=(1-\beta^2)^{-1/2}=m/m_0=2$$

由是

$$\beta^2=\frac{3}{4}$$

如果我们再一次假定质子P_2为静止于实验室参照系的靶质子，那么在实验室参照系中，质子P_1所必须具有的速度仍然可以由下式给定：

$$\beta_1=\frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

现在我们不去计算β_1本身的数值，而是直接地求出与β_1相对应的γ_1的数值：

$$\frac{1}{\gamma_1^2}=1-\beta_1^2=\frac{(1+\beta^2)^2-(2\beta)^2}{(1+\beta^2)^2}=\frac{(1-\beta^2)^2}{(1+\beta^2)^2}$$

所以，

$$\gamma_1=\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}=\frac{1+3/4}{1-3/4}=7$$

因此，施轰质子的总能量必定为$7m_0c^2$，也就是说，它的动能为$6m_0c^2$。由于一个质子的静能量为0.938京电子伏，因此，要求入射质子束中的每一个质子至少必须携有5.62京电子伏的能量。正

是基于这个理由，加利福尼亚大学在1955年建成的高能质子同步稳相加速器 Bevatron——第一个人工反质子源 (artificial source of antiprotons)——被设计成能发出动能为6京电子伏的质子束。

由光子产生的粒子对

图6-7示出的一个出色的事例表明，用一高能光子可以产生一电子-正电子对。在磁场中，带相反电荷的两种粒子的径迹之几乎成对称的螺旋形表明：在这一特殊的事例中，电子和正电子在被产生出来之后，几乎具有近乎相等的能量。尽管由于这个光子不带电而未留下径迹，但是我们仍可以肯定产生电子-正电子对的光子是从照片的底部射入的。不过，这一过程还有其更微妙之处。我们很可能会这样设想，一个光子可完全自发地转变成一个电子和一个正电子。但是单单根据动力学的理由，这是不可能的，那是因为线动量不能守恒。为了证明这一情形，让我们考察下述事实。无论电子和正电子在实验室中的速度多大，我们总能找到一个这样的参照系，即其中的电子和正电子的动量大小相等而方向相反，

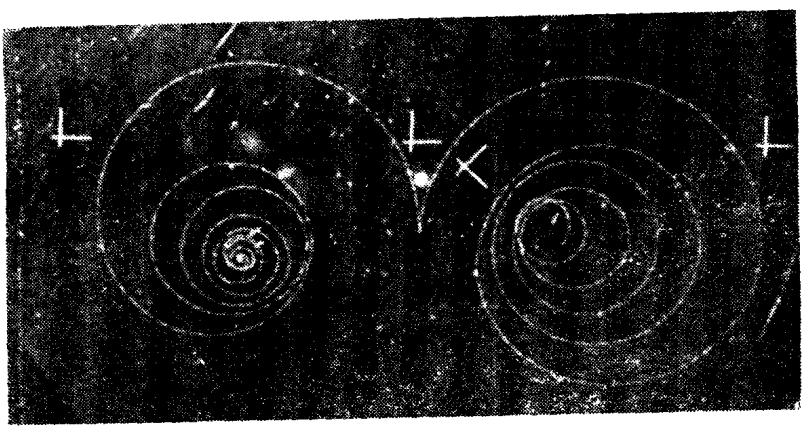


图6-7. 在磁场内的液氢汽泡室中所产生的一电子-正电子对。(此照片承Irwin Pless教授和哈佛大学-麻州理工学院汽泡室研究小组提供。)

因而总线动量为零。但是，人们总不能将光子的速度 c 变换掉；尽管光子的动量在不同的参照系中将具有不同的值，但从来不会变为零。所以必定有另一粒子在电子-正电子对产生之际成为伴粒子。这一伴粒子（partner）可以是一电子，或(更经常地)也可以是一原子核。

如果我们设想第四个粒子是(原子)核，那么关于这种过程的动力学分析，至少其近似形式，将会变得相当简单。对于一个质量很大的(原子)核，它可接受大量的线动量而与此同时并不吸掉大量的动能——试考虑牛顿力学的结果：对于质量为 m，已知线动量为 p 的一个粒子，它的动能等于 $p^2/2m$，可见，如果 m 很大，则这一数值就非常微小。因此，我们可以粗略地说：光子的所有能量都传给了电子和正电子，而原子核则负责照顾（使）动量（保持）平衡。

在图 6-7 的照片中，粒子对的产生过程是在液氢气泡室中发生的。由于没有出现任何其他可见的反冲径迹，人们可以推断，第四个参与反应的伴粒子是某个氢原子中的一个质子而不是电子。电子和正电子径迹的迅速向内盘旋表明，这两个粒子在液氢中行进时要以很快的时率丧失其能量。

这类由高能光子产生粒子对的过程所产生出的粒子并不局限于电子，虽然，为产生其他粒子对所需要的最低光子能量要远远地超过 1.02 兆电子伏——这一数字代表为产生电子-正电子对所需要的阈能。

在此，我们或许应该提到另一类过程，这种过程可被看成是粒子对产生过程的逆过程。这是指某粒子和其反粒子相互湮没并伴随有辐射能产生的过程。一个正电子和一个电子相互碰撞时会射出两个光子。为什么是两个而不是一个呢？我们可再一次认为，这是动量守恒的要求在起作用。其中电子-正电子体系总动量为

零的参照系（通常是实验室本身）是存在的。只要电子和正电子，当它们相互湮没时，实际上是同任何其他的粒子相隔离的，那么至少我们必须有两个光子（这两个光子具有相等的能量，但在这一参照系中沿相反的方向行进）才能维持动量和能量两者的平衡。

§6-8 散　　射

作为我们在此对相对论性碰撞问题的简短考察中的一个论题，我们将考虑弹性散射——亦即粒子之间的弹性碰撞中的两个问题。由于对散射的研究是考查原子尺度上结构和力的主要工具之一，所以熟悉一下基本动力学是重要的。

全同粒子的弹性散射

我们将以两个全同的粒子如两个质子或两个电子之间的碰撞作为我们讨论的第一个例子。在牛顿力学中有一个很著名的结果，那就是：如果一个静止的粒子受到另一个与它完全相同粒子的弹性撞击，那么这两个粒子碰撞后轨迹之间的夹角恰好为90°。图6-8显示出这种弹性碰撞的一个很好的事例。这一事例表明，当一个入射质子撞击到照相乳剂中氢原子之一的一静止质子时所发生的低能质子-质子碰撞（$K\approx5$ 兆电子伏，$v/c\approx0.1$）。因为惯性质量随速度而增加，所以上述牛顿力学中的这个结果在所谓的相对论性能量区域中不再是正确的了；在这个能量区域中，粒子碰撞后的两轨迹方向有一前挤而使其夹角变得小于90°。

为简单起见，我们仅考虑这样一种特殊的情况，即在碰撞后，两粒子（如我们在实验室参照系 S 中所观测到的）与入射粒子方向作等角而对称地行进。令入射粒子具有总能量 E_1 和动量 $\boldsymbol{p}_1$，并且令碰撞后的两个粒子的动量的量值均为 p_2，与 $\boldsymbol{p}_1$ 作 $\pm\theta/2$ 角，如图6-9所示。于是根据能量和动量守恒，我们有

$$E_1+E_0=2E_2 \tag{6-28}$$

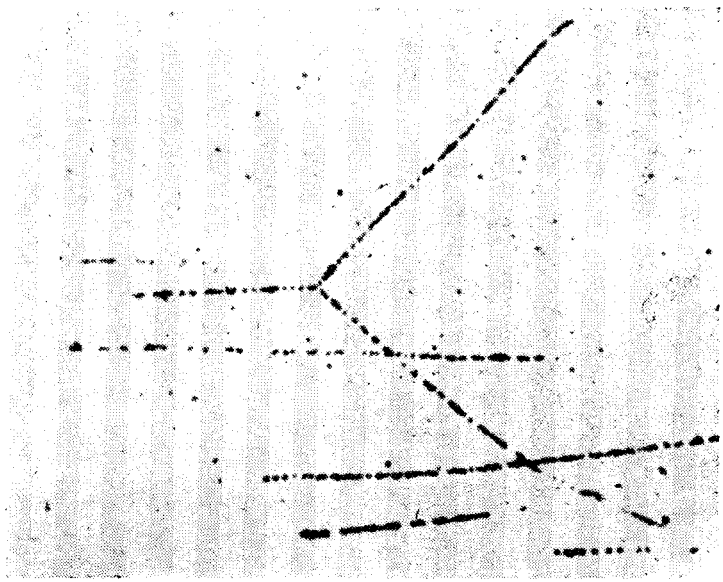


图 6-8. 一能量约为 5 兆电子伏的入射质子所受到的照相乳剂中原来静止的质子的弹性散射。这一碰撞过程是"非相对论性"的($K/m_0c^2 \ll 1$)，碰撞后两质子的径迹之间的夹角为 90°。(根据 C. F. Powell and G. P. S. Occhialini, *Nuclear Physics in Phtographs*, Oxford Univ. Press, New York.)

$$p_1 = 2p_2 \cos\frac{\theta}{2} \tag{6-29}$$

而且还有

$$c^2p_1^2 = E_1^2 - E_0^2 \qquad c^2p_2^2 = E_2^2 - E_0^2 \tag{6-30}$$

已证明，引进入射粒子的动能 K_1 是方便的，于是我们令

$$E_1 = E_0 + K_1$$

利用方程(6-28)和方程(6-30)，则得

$$c^2p_1^2 = (E_0 + K_1)^2 - E_0^2 = K_1(2E_0 + K_1)$$

$$c^2p_2^2 = (E_0 + K_1/2)^2 - E_0^2 = K_1(E_0 + K_1/4)$$

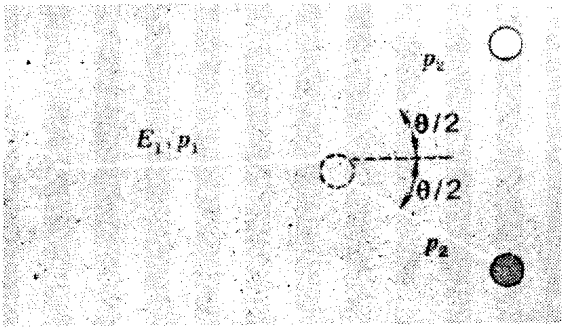


图 6-9. 一粒子同另一个原为静止的相同的粒子的相对论性弹性碰撞。假定终态是对称的状态，其中两粒子具有相等的速率，因而同粒子 1 的初始方向作等角。

把上面两个方程代入方程(6-29)，得

$$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{2E_0+K_1}{4E_0+K_1}$$

令

$$\cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}-1$$

我们得到

$$\cos\theta=\frac{K_1}{4E_0+K_1} \tag{6-31}$$

当粒子的能量从低变高时，碰撞外观 (appearance) 上的改变可由方程(6-31)极清晰地展示出来。对于 $K_1\ll E_0$，我们有 $\cos\theta\to 0$，$\theta\to\pi/2$。对于 $K_1\gg E_0$，我们有 $\cos\theta\to 1$，$\theta\to 0$。散射角度的相对论性压缩，最先由钱皮恩 (F. C. Champion) 于 1932 年在对快速电子 (β 粒子)所作的实验中证实。[1] 他利用云室研究了这些电子同云雾室内空气中原子的电子所作的弹性碰撞。从那时起，这个效应就变成了高能粒子物理学中的一件习以为常的事情了。图

1) F. C. Champion, *Proc. Roy. Soc.* (*London*), *A* **136**, 630(1932).

6-10 示出质子-质子这种类型的碰撞的汽泡室照片，参与这类碰撞的入射质子所携有的能量等价于若干个质子的静质量。

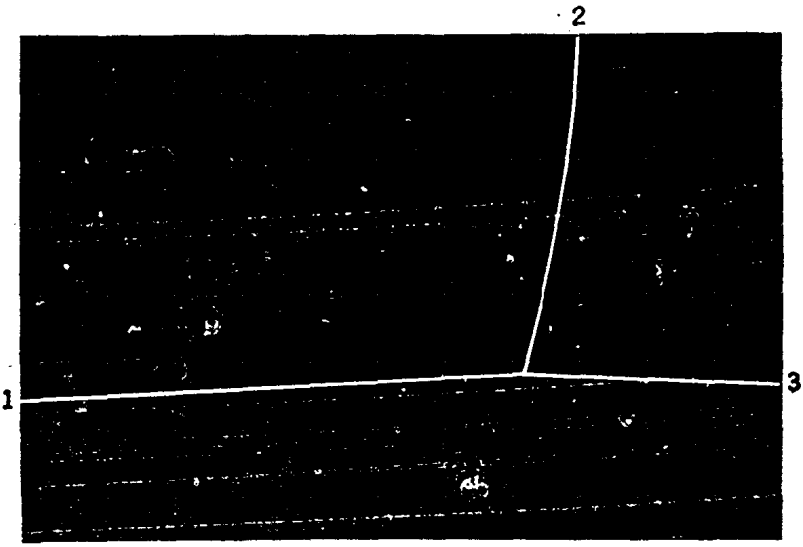


图 6-10. 在液态氢汽泡室中发生的质子-质子弹性碰撞，入射质子的能量约为 3 京电子伏。入射质子从位置 1 进入汽泡室，两个反冲质子则分别从位置 2 和 3 离开汽泡室。我们无法判断，在这两个反冲质子中，哪一个是原来的入射质子。为突出起见，有关径迹都用阿拉伯数字作了标记。（布洛克海文国立实验室。）

康普顿效应

在所有能显示光子具有粒子性的现象中，康普顿效应 (Compton effect) 或许是最直接和最令人信服的。这就是一个光子同一个自由电子的碰撞。事实上，后者是一个受原子束缚较松弛的电子，因而它实际上是自由的。只是在无能量从动能吸出并转变为其它形式的意义下，说这种碰撞是弹性的，但是，因为电子的反冲，被散射的光子较之入射光子具有较低的能量，并从而具有较长的波长。在 1919—1923 年期间，康普顿利用 X-射线光子对这一

现象进行的系统研究,[1] 使他在 1927 年获得了诺贝尔奖金。

康普顿散射过程实质上是一个相对论性碰撞过程，并可描述如下。如果一个能量为 Q_0 的光子撞击到了一个静止的电子上，后者将沿方向 φ 反冲(图 6-11)。而光子则以能量 Q 沿方向 θ 被散射。能量守恒和动量守恒给我们如下两式:

$$Q_0+m_0c^2=E+Q \tag{6-32}$$

$$n_0Q_0/c=nQ/c+p \tag{6-33}$$

式中的 E 和 p 分别为反冲电子的能量和动量。如果我们只对被散射的光子感兴趣，而不去考虑电子，那么可进行如下：将上面两个方程改写为

$$(Q_0-Q)+m_0c^2=E$$

$$(n_0Q_0-nQ)=cp$$

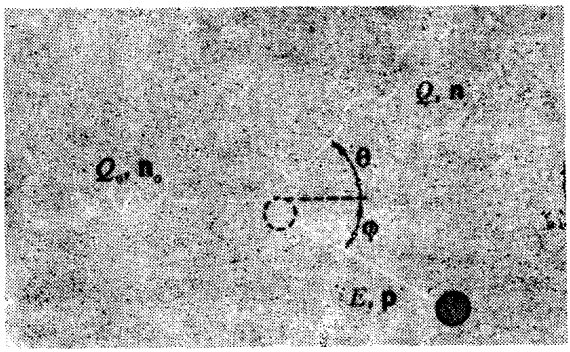


图 6-11. 康普顿效应。一入射光子由于同一原来是静止的电子发生弹性碰撞，结果它遭受到散射而且能量也降低了。

式中 n_0 和 n，如图所示，分别为光子的初始方向和终止方向上的单位矢量。将上面两个方程的两端平方(对于第二个方程，也就是分别求出方程两端与它自己的标量积):

$$(Q_0-Q)^2+2(Q_0-Q)m_0c^2+(m_0c^2)^2=E^2 \tag{6-34}$$

1) A. H. Compton, *Phys. Rev.*, **22**, 409(1923).

$$Q_0^2 - 2Q_0Q\cos\theta + Q^2 = c^2p^2 \qquad (6\text{-}35)$$

从方程(6-35)中减去方程(6-34)，得

$$2Q_0Q(1-\cos\theta) - 2(Q_0-Q)m_0c^2 = 0$$

所以，

$$\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} = \frac{1}{m_0c^2}(1-\cos\theta)$$

如果量子的能量为 Q，则对应的波长可由下式给出：

$$Q = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

这样，用波长表示的康普顿效应可用下面的方程

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta) \qquad (6\text{-}36)$$

来描述。而对于电子，$h/m_0c = 0.02426$ Å，或 2.4×10^{-10} 米。康普顿所做的工作是确立：被散射后的 X-射线，在波长随角度的变化和波长移动的绝对数值上都遵从方程 (6-36)。[1] 图 6-12 是根据康普顿公布的数据所作的图。然而，还有一个极有趣味的问题有待讨论，那就是通过提出反冲电子同光子同时出现并且沿动力学所唯一确定的方向 φ 行进来验明碰撞的这种冲击性质 (ballistic nature)。对于反冲电子的后一个特征是由克罗斯 (Cross)和拉姆赛 (Ramsey) 于 1950 年利用携有锐定能量(恰好)为 2.6 兆电子伏的入射光子(在此情形为 γ 射线)令人信服地验明的。这次实验证实，光子和电子在散射后之间的夹角的实验值同理论预期值极为接近 (图 6-13)。在康普顿散射过程中出现的诸粒子在时间上的一致性已在 10^{-11} 秒或者更短的时间内得到确证。[2] 虽然，

1) 后一点是重要的，因为即使根据经典的辐射波动图景，我们也可以想像，在辐射压的作用下，一个自由电子会获得一个速度。因此被电子散射的辐射其波长发生的多普勒移动在角度上的变化同方程 (6-36) 所给出的相同。但是多普勒移动的数值并不是锐限的，因为电子的速度会从零连续地增大。

2) Z. Bay, V. P. Henri, and F. McLernon, *Phys. Rev.*, **97**, 1710(1955).

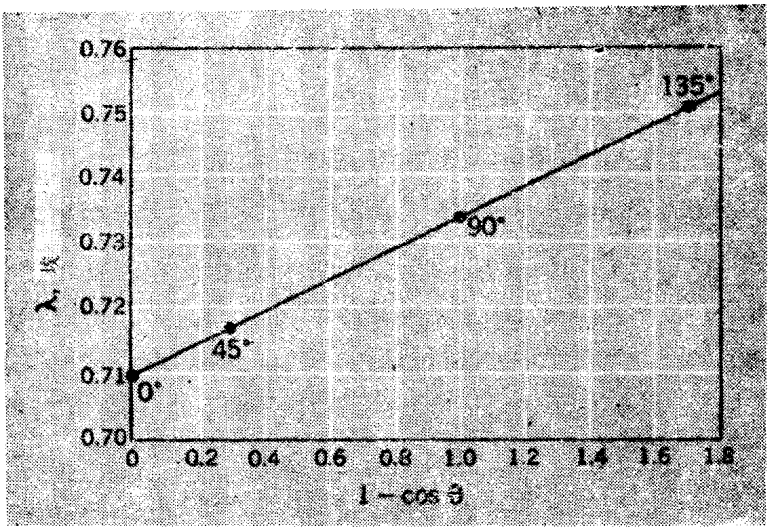


图 6-12. 康普顿（A. H. Compton）用实际上为自由的电子散射X-射线所作的原始实验结果。

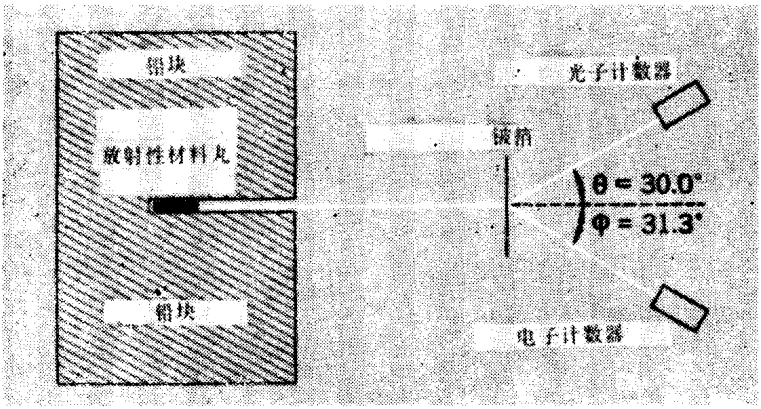


图 6-13. 克罗斯和拉姆赛用以验证康普顿散射过程的所有动力学特征所做的一项实验的装置草图。一能量为 2.6 兆电子伏的 γ 射线窄束，经铅块准直后，射到铍（金属）箔上。沿 30° 方向被散射的光子，是用这些光在蒽晶体内产生的闪光来探测的。沿 31.3° 方向反冲的与光子协同产生的电子也相似地被探测。如果光子和电子是在 1.5×10^{-8} 秒的时间范围内同时产生的，则可用一个符合电路记录到这些事件。因此，每一次计数均代表一光子和一电子之间的一次碰撞。［根据 W. G. Cross and N. F. Ramsey, *Phys. Rev.*, **80**, 929(1950).］

10^{-11} 秒在原子过程的时间尺度上并不特别短，但是对于电子与每一个被散射的光子几乎同时出现，显然可利用这一结果予以证明。

§6-9 再论多普勒效应

在第五章中我们是把多普勒效应当作一个纯运动学问题来处理的。我们在本章的前一部分关于 γ-射线散射问题的讨论中对多普勒效应的简单应用实质上也是运动学的，虽则我们已借助光子的能量同频率成比例的性质推得一动力学推论。现在我们要把有关能量-动量方面的论证应用到运动粒子发射光子的一般问题上。

假定有一个质量为 M，动量为 $\boldsymbol{p}$ 的粒子在同 M 运动的初始方向成 θ 角的方向上发射一能量为 Q' 的光子，如图 6-14 所示。在发射(光子)以后，该粒子具有不同的质量 M' 和不同的动量 $\boldsymbol{p}'$，后者可能在数值和方向上都不同于初始动量 $\boldsymbol{p}$。于是我们有

$$Mc^2=M'c^2+Q' \tag{6-37}$$

$$\boldsymbol{p}=\boldsymbol{p}'+\boldsymbol{n}Q'/c \tag{6-38}$$

(式中的 $\boldsymbol{n}$ 是一个在方向 θ 上具有单位长度的矢量)。我们将把注意力集中在光子而不是反冲粒子上，为此我们要重新整理上述两个方程，以便消去不需要的量。处理的方法如下。首先把方程(6-37)和(6-38)分别改写为

$$Mc^2-Q'=M'c^2 \tag{6-39}$$

$$c\boldsymbol{p}-\boldsymbol{n}Q'=c\boldsymbol{p}' \tag{6-40}$$

然后将方程(6-39)两端平方，并求出方程(6-40)两端与它自己的标量积：

$$(Mc^2)^2-2Mc^2Q'+(Q')^2=(M'c^2)^2 \tag{6-41}$$

$$(c\boldsymbol{p}-\boldsymbol{n}Q')\cdot(c\boldsymbol{p}-\boldsymbol{n}Q')=(c\boldsymbol{p}')\cdot(c\boldsymbol{p}')$$

亦即

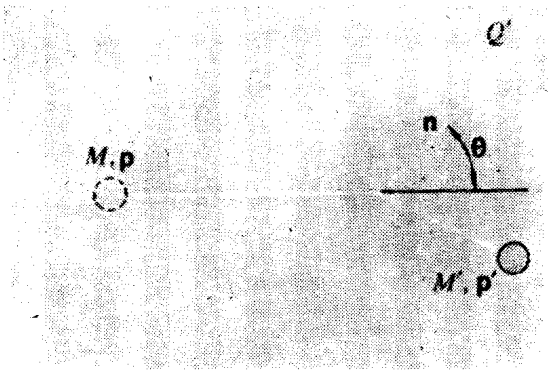


图 6-14. 借助能量及动量守恒从动力学上所考虑的多普勒效应。

$$(cp)^2-2cQ'(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{n})+(Q')^2=(cp')^2$$

或

$$(cp)^2-2cpQ'\cos\theta+(Q')^2=(cp')^2 \tag{6-42}$$

从方程(6-41)减去方程(6-42):

$$[(Mc^2)^2-(cp)^2]-2Mc^2Q'[1-(p/Mc)\cos\theta]$$
$$=(M'c^2)^2-(cp')^2$$

但由于

$$(Mc^2)^2-(cp)^2=(M_0c^2)^2$$
$$(M'c^2)^2-(cp')^2=(M_0'c^2)^2$$

且

$$p/Mc=v/c=\beta$$

所以,

$$(M_0c^2)^2-2Mc^2Q'(1-\beta\cos\theta)=(M_0'c^2)^2 \tag{6-43}$$

如同我们在前面对光子发射更局限的讨论那样,我们仍用 Q_0 标记光子的静能量的减少,因此有

$$M_0'c^2=M_0c^2-Q_0$$

所以,

$$(M_0c^2)^2-(M_0'c^2)^2=2M_0c^2Q_0-Q_0^2$$

于是,由方程(6-43)得

$$2Mc^2Q'(1-\beta\cos\theta)=2M_0c^2Q_0(1-Q_0/2M_0c^2)$$

或

$$Q'=\frac{M_0}{M}\frac{Q_0(1-Q_0/2M_0c^2)}{1-\beta\cos\theta}$$

现在 $M_0/M=(1-\beta^2)^{1/2}$，所以最后得

$$Q'(\beta,\theta)=Q\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{1-\beta\cos\theta} \tag{6-44}$$

式中的 Q，如我们在前面分析这种特殊情形时由方程(6-25)所给出的，是当 $v=0$ 时的光子能量。

在方程(6-44)中，我们获得了关于从一运动源沿任意方向 θ 发射一光子的能量（反冲效应已被包罗在内）的一个陈述。方程(6-44)同我们前面讨论过的把运动源的接收到的频率 ν' 和固有频率 ν 联系起来的纯运动学结果[参看方程(5-17)]

$$\nu'=\nu\frac{(1-\beta^2)^{1/2}}{1-\beta\cos\theta}$$

在形式上是完全相同的。[1)]

骤然看来，上面的分析似乎相当复杂，但是实际上并不是这样。在方程(6-37)和(6-38)中对能量和动量守恒所作的初始陈述是十分简单明瞭的。因此，以后的工作主要是把

$$E^2-(cp)^2=E_0^2$$

1）我们是否应该简单地认为，光子的能量及其频率以完全相同的方式取决于光源的速度和方向是"理所当然"的事情呢？如果这种一致性(agreement)不成立，这肯定会使电磁辐射的量子图景处于不利的情况。对此我们或许可以再强调一下，假定你对相对论深信不疑，而且开始考虑关于辐射能的量子化问题，那么通过对 Q' 和 ν' 的表达式的比较就几乎会迫使你得出下面这样的结论，即光量子的能量和频率彼此之间必定互成比例——换句话说，如果量子观念是有根据的话，那么 $E/\nu=$ 常量就是一个必然结果。（至于这个常量的数值应当多大，相对论当然没有提供任何暗示。）人们或许易于想见，当爱因斯坦在同一年(1905年)发表了他的相对论和第一个有关光子的公式 $E/\nu=h$ 的清晰陈述时，他所遵循的正是这样一条思路。（然而，他的著作并不支持任何这样的假定。）

这个极为有用的关系式付诸系统的应用 (systematic use)；借助这个关系式可把一给定粒子的能量和动量结合为一个常量，即该粒子的静能量。

在光学光谱学中，多普勒效应表现为微小但很可以测量到的谱线增宽上，这是由发射原子的无规热运动所引起的。然而，在高能粒子物理学中经常会出现这样的情形：光子是由行进速度接近 c 的不稳定粒子发射的，这就使多普勒频移占有了光子总能量的大部分。

习　题

6-1. 设有一能量为 200 兆电子伏的光子正沿 x 轴方向运动。假定另一光子的能量为 100 兆电子伏，正沿 y 轴方向运动。试问这一系统的总能量是多少？总动量是多少？如果有一单一粒子具有与此相同的总能量和总动量，试问：该粒子的质量是多大？该粒子沿什么方向行进？它的速率是多少？

6-2. 一粒子在某参照系中观测到的总能量为 5 京电子伏，总动量为 3 京电子伏/c(亦即，具有能量量纲的 cp 等于 3 京电子伏)。

(*a*) 如果在动量等于 4 京电子伏/c 的另一参照系中观测，该粒子的能量是多少？

(*b*) 该粒子的静质量是多少(以原子质量单位计算)？

(*c*) 上述两参照系的相对速度是多大？

6-3. 假定有一个静质量为 m_0、动能为 $2m_0c^2$ 的粒子同另一个静质量为 $2m_0$ 处于静止状态的粒子相撞并结合在一起。试求出碰撞后的复合粒子的静质量。

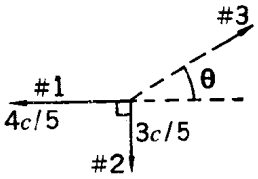
6-4.

(*a*) 一能量为 E 的光子同一静质量为 m_0 的静粒子相撞并被后者吸收。试问由此产生的复合粒子的速度是多大？

(*b*) 一个静质量为 m_0 的粒子以 $4c/5$ 的速率同另一个处于静止状态的相同粒子撞击而形成一个复合粒子。试问该复合粒子的静质量和速率分别是多少？

6-5. 一个静质量为 M_0 的粒子当其在实验室中处于静止状态时衰变成

静质量均为 m_0 的三个全同粒子。其中两个粒子（标记为＃1 和＃2）的速度的数值和方向如图所示。



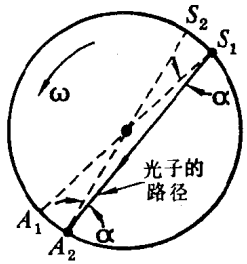
（*a*）试计算粒子＃3 的方向和速率；

（*b*）试求比值 M_0/m_0。

6-6.（*a*）设有一快速旋转轮，其中心置有一个无反冲 γ 射线源，而在它的边缘上安放一个适当的吸收体。为了能使穆斯堡尔所用的铱放射源产生一个刚好可探测到的横向多普勒效应，试问：旋转轮的大小和旋转速率应当多大？旋转轮边缘的速率多大？

（*b*）如果把吸收体放在旋转轮的中心，而把放射源放在旋转轮的边缘，试问上述分析（以及效应本身）会发生何种改变？

（*c*）现在假定，放射源和探测器（即吸收体——译者）都被放在旋转轮的边缘，且位于同一直径的相对两端。从处于位置 S_1 的放射源（见图）发出的一个光子必定沿弦线运行才能进入在稍后时刻处于位置 A_2 的吸收体。光子行进方向同放射源和吸收体二者运动的方向所成之角均同 90° 相差一角度 α。因此，上述分析需要用到完整的多普勒公式，即方程(5-17)或(6-44)。试问在此情形会有什么样的情况发生？



（*d*）我们也可以从旋转轮的参照系的观点来研究所有这三种情况。按照这种观点，在每一情况中放射源和探测器都是静止的，但是光子在一个与离心力相关联的有效引力场中运动；该引力场的强度为 $\omega^2 r$（因而这一场强同从旋转轮盘中心量起的径向距离 r 作正比例增加）。读者可以利用等效原理并考虑这一引力场赋与位于不同距离处光子的能量改变。

6-7. 设有一“光子火箭”完全用辐射能作为它的推进剂。如果这支火箭的初质量和末质量（均为静质量）分别为 M_i 和 M_f，试证明：该火箭相对于它的初始静止参照系的末速度 v 可由方程

$$M_i/M_f=[(c+v)/(c-v)]^{1/2}$$

给定。

6-8. 设有一艘用光束推动的宇宙飞船（thrust-beam space vehicle），其上安装的一个帆状物能感受到从地球射来的强大而稳定的激光束的推力。

如果这个帆状物是完全反射体，试计算把静质量为 M_0 的一艘宇宙飞船加速到 γ 的一个确定的数值所需要的光的质量。

6-9. 设有一质量为 10 千克的光激射器位于自由空间中，并向地球发出激光束。该光激射器以 10^{20} 光子/秒的速率连续放射出波长为 6,000 埃（在光激射器的静止参照系中测得的）的辐射。在时间 $t=0$ 时，光激射器相对于地球是静止的。

（*a*）在初始时，从地球上每秒接收到的辐射能量是多少？

（*b*）射向地球的辐射使光激射器向远离地球的方向反冲。试问，在十年（光激射器时间）以后，该光激器相对于地球运动的速度是多大？

（*c*）在光激射器相对于地球运动的速度为 βc 时，从地球上对辐射能的接收率比原来 $\beta=0$ 时接收率要减小多少？试对于 $t=10$ 年（光激射器的时间）计算这一数值。

（*d*）试说明，地球上的观测者何以能根据能量守恒定律（在一级近似下）解释上述能量接收率的持续减少。

6-10. 设有一处于激发态的原子（能量高出基态 Q_0）以速率 v 朝向一闪烁计数器运动。该原子可通过发射一能量为 Q（如计数器所记录）的光子而衰变至其基态，衰变之后该原子完全处于静止状态。如果该原子的静质量为 m，试证明 $Q=Q_0[1+(Q_0/2mc^2)]$。

6-11. 中性 π 介子（π^0）要衰变为两个 γ 射线光子（没有其他粒子产生）。如果有一 π^0 介子（其静质量为 135 兆电子伏）正以 1 京电子伏的动能运动：

（*a*）如果衰变过程使两个 γ 射线光子沿该介子原来的运动路径的反方向射出，试问，γ 射线光子的能量是多少？

（*b*）如果两个 γ 射线光子各自发射的方向与 π 介子运动方向之间的夹角相等，试问这两个 γ 射线光子运动方向的夹角是多大？

6-12. 一个动能为 $\frac{2}{3}$ 京电子伏的反质子 $\tilde{p}$ 同在实验室中处于静止状态的一个质子 p 相撞。这两个质子相互湮没（反应方程式：$\tilde{p}+p\longrightarrow\gamma_1+\gamma_2$）而产生出两个光子，这两个光子产生之后分别沿着反质子入射方向向前或向后运动。如果质子和反质子的静能量均为 1 京电子伏。试问：

（*a*）每一光子具有多高能量？

（*b*）每一光子沿什么方向行进？

(*c*) 若在附于入射反质子 $\tilde{p}$ 的参照系中进行测量，每一光子具有多高能量？

6-13. 一个动能为 0.51 兆电子伏的正电子同一个静止的电子发生非弹性碰撞，形成了一作自由反冲的电子偶素原子(positronium atom)。正在形成电子偶素的电子和正电子在飞行过程中相互湮没而生成为两个 γ 射线光子。

(*a*) 试问电子偶素原子的速率是多大？

(*b*) 如此产生的一湮没光子所具有能量的最大可能值是多少？

6-14. 试从动力学的观点来证明下列过程是不可能产生的：

(*a*) 一单一光子撞击到一静止的电子上，并将它的所有能量给予后者。

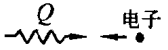
(*b*) 在真空中的一单一光子转变为一电子和一正电子。

(*c*) 一快速正电子和一个静止电子相互湮没仅生成一个光子。

6-15. (*a*) 如果一动能为 437 兆电子伏的质子同另一个处于静止状态的质子发生弹性碰撞，碰撞后它们以相等能量反跳，试问，二者运动方向的夹角是多大？[根据萨顿 (R. B. Sutton) 等人的实验结果求得的这个角度为 $84.0^\circ \pm 0.2^\circ$，参阅 R. B. Sutton et al., *Phys. Rev.*, **97**, 783(1955).]

(*b*) 如果入射质子的总能量为 33 京电子伏，试问，碰撞后两质子的运动方向之间的夹角是多大？

6-16. 康普顿效应的通常理论认为，当一个静止的自由电子同一个光子相撞后，结果产生一能量较低的被散射光子。假定有一光子(其能量为 Q)同一个正在运动的电子(静质量为 m_0，见图)迎面碰撞，如果碰撞后沿直线向后作反冲运动的光子具有与入射光子相同的能量 Q，试问电子的初速度是多大？



6-17. 有一束甚高能光子 ($\gg$10 兆电子伏) 射击在一块物质上。试证明：沿入射方向相反的方向散射的光子，其能量 Q 基本上与入射光子的能量无关。试问 Q 的数值是多大？

6-18. (*a*) 能量为 $h\nu$ 的一个光子同一个处于静止状态的电子发生弹性碰撞。碰撞后，光子的能量为 $h\nu/2$，而且它的运动方向同它原来的方向成 60° 角。试问：ν 的数值是多大？这个光子是属于那一类的？

(*b*) 能量为 $h\nu$ 的一个光子同一个静止的受激原子相撞。碰撞之后，这个光子的能量仍然为 $h\nu$，但是它的方向改变了 180°。如果原子在碰撞后处于基态，试问该原子的初始激发能多高？

6-19. 一高能光子同一个在初始时是静止的而在碰撞后可完全自由地反冲的质子相撞并被后者散射。经观测，质子以 100 兆电子伏的动能沿角度 $\varphi=30^\circ$ 反冲。试问：

(*a*) 入射光子的能量多高？

(*b*) 被散射的光子的方向和能量如何？

6-20. 一般认为，星光量子(starlight quantum)的康普顿散射可能是使星际空间中高能电子能量降低的一个机制。曾有人提出过这样的一项实验[R. Milburn, *Phys. Rev. letters*, **10**, 75(1963)]，可借以在实验室中直接观测到上述现象，办法是用一高能电子束散射一典型光激射器所产生的流强很大的可见光子束 (intense flux of visible photons)。试证明对于这样一种过程，被散射的光子在实验室参照系中的能量，可在很好的近似条件下 ($\beta\approx1$)由方程

$$E_2\approx\gamma mc^2\left[\frac{\lambda(1-\beta\cos\theta_0)}{1+\lambda(1-\cos\theta_0)}\right]$$

给出，式中 $\lambda=2\gamma E_1/mc^2$(E_1 为入射光子的能量) 而 θ_0 是在电子的静止参照系中所观测得的光子散射角度。试证明：在实验室中的散射角 θ 可由下式给出：

$$\tan\theta=\frac{\sin\theta_0}{\gamma(\cos\theta_0-\beta)}$$

如果入射电子束被加速到能量达 6.00 京电子伏，而光子束是由工作波长为 6,943 埃(因而它们的能量为 1.79 电子伏)的红宝石光激射器所产生的，试问被散射的光子的最大能量是多少？

在相对论中，我们必须通过引进动量的时间分量以使动量守恒定律臻于完备……。同动量守恒定律相配合而成为在空间和时间几何学中成立的一个四维矢量关系式的第四个方程是能量守恒定律。

费因曼(R. P. Feynman)，
《物理学讲义》(1963 年)

第七章　再谈相对论性动力学

在本章中我们将要讨论两个主要论题。第一个论题是对动量和能量的进一步讨论，重点放在这些物理量在两个惯性系之间的变换上。第二个论题是相对论性动力学中力的概念，其中包括如何来定义力，力的变换，以及力在应用上受到的若干限制等问题。我们首先要介绍一个重要的不变量，它可以根据动量和能量在一个已知参照系中的测量值构造出来。

§7-1　能量-动量不变量及其应用

迄今我们所作一切的秘诀是去辩护：对于任何自持体系 (self contained system)，能量和线动量是两个分离的常量。然而在应用这一断言时，我们把选择一特定惯性系并在其中进行整个计算认为是当然的。我们现在要做的是问：某一粒子体系的能量 E 和动量 p 在两个不同的参照系中的测量结果是如何联系起来的？这一问题的答案基本上包含在下面这个有关一单一粒子的相对论性动量和能量的基本陈述之中：

$$\boldsymbol{p}=\gamma m_0\boldsymbol{v}$$

$$E=\gamma m_0c^2$$

我们已给看到过这两个量是如何通过方程

$$E^2=(cp)^2+E_0^2$$

联系起来的，式中的 $E_0(=m_0c^2)$ 是该粒子的静能量。

现在把这一结果以一种简单的方式重新陈述如下：如果某一粒子具有静能量 E_0（亦即，该粒子在其动量为零的参照系中测得的总能量 E_0），那么它在任何其他的参照系中测得的能量和动量可以并合成一个如下式给出的不变量：

$$E^2-(cp)^2=E_0^2$$

（我们曾在第六章中不止一次地利用过这个关系式）。由于这个关系式对于在任何参照系中测得的 E 和 p 均成立，所以一粒子在任何两个参照系中测得的能量和动量可由方程

$$E^2-(cp)^2=(E')^2-(cp')^2=E_0^2 \qquad (7\text{-}1)$$

联系起来，可见，式中的 E_0 体现了该粒子的一个不变的动力学性质。

可证明，方程(7-1)不仅适用于单一的粒子，而且以如下的方式对于任一粒子群集（collection of particles）也是适用的。如果，象我们在任何已知参照系中所测定的，诸粒子的能量之和为 E，而动量之矢量和的量值为 p，那么，组合 $E^2-(cp)^2$ 的数值同在任何其他参照系中测得的相应组合 $(E')^2-(cp')^2$ 的数值是一样的。这个不变数值等于在动量的矢量和为零的参照系中测得的所有粒子的总能量的平方。

尤其要注意，在方程(7-1)的推广形式中，能量 E_0 一般说来并不仅仅是静能量之和。我们所考虑的粒子群集可能包含一粒子相对于另一粒子的各种各样的运动；从而并不需要任何一个其内所有粒子都处于静止状态的参照系存在。

至于方程(7-1)对任意一群粒子适用性的正式证明，将在下一节中予以阐明。然而，我们可以通过指出我们经常、且有理由把一

个粒子群集看作一个单一的粒子，而立即对这种应用的合理性作一些说明。试以一个氩原子为例，该原子含有多个处于快速运动状态的电子和位于其中心的一个原子核；而这个原子核本身又是由携有大量动能的若干中子和质子所组成。从气体分子运动论(Kinetic theory of gases)的观点来看，我们会毫不犹豫地把这个原子描述为一个具有一定速度的单一粒子。而且能量的惯性定理更能使我们容易想到可把这一复杂结构描述为具有一定动量的单一质量，而不管我们是否知道它的内部结构。

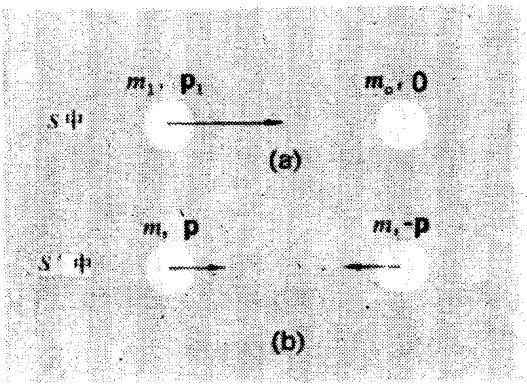


图 7-1. 质子-质子碰撞。(*a*)在其中有一个质子是初始静止的某实验室参照系中观测到的情况。(*b*)在零-动量参照系中观测到的情况。

关于推广形式的方程(7-1)的有用性的一个很好的例子，是由我们已在前文中用另一种方法处理过的反质子产生问题所提供的。图 7-1(*a*) 示出在实验室参照系中观察到的初始质子-质子体系；图 7-1(*b*)示出在其零动量参照系中的同一体系。在后一参照系中，两个彼此碰撞的质子的总能量 $2mc^2$ 必须至少等于四个质子的静质量之和。在这个能量最低的条件下，在系 S' 中所观测到的终态将包括三个质子和一个反质子，所有这些质子的动能均为零。因此，我们有如下的关系式：

在系 S' 中：

$$E'=2mc^2=4m_0c^2 \qquad p'=0$$

在系 S 中：

$$E=(m_1+m_0)c^2 \qquad p=p_1$$

于是，由方程(7-1)得

$$(m_1c^2+m_0c^2)^2-(cp_1)^2=(4m_0c^2)^2$$

所以，

$$(m_1c^2)^2+2(m_1c^2)(m_0c^2)+(m_0c^2)^2-(cp_1)^2=16(m_0c^2)^2$$

但是

$$(m_1c^2)^2-(cp_1)^2=(m_0c^2)^2$$

[此式系方程(7-1)应用于一个单一质子所得的结果]。因此有

$$2(m_1c^2)(m_0c^2)+2(m_0c^2)^2=16(m_0c^2)^2$$

或

$$m_1c^2=7m_0c^2$$

这样，我们毋需考虑这一反应所涉及的任何速度即能够算得进行这一反应所必需的能量；这种作法和我们在第六章中曾介绍过的对同一问题的处理方法明显不同。

§7-2 能量和动量的洛伦兹变换

我们将考虑在两个由通常的洛伦兹变换方程联系起来的参照系中分别测得的某一粒子的能量和动量。令该粒子在系 S 中测得的速度为 $\boldsymbol{u}$，在系 S' 中测得的速度为 $\boldsymbol{u}'$(见图 7-2)。于是根据速度变换公式，我们有

$$\left.\begin{aligned} u'_x&=\frac{u_x-v}{1-vu_x/c^2}\\ u'_y&=\frac{u_y/\gamma(v)}{1-vu_x/c^2}\end{aligned}\right\}\text{式中 }\gamma(v)=(1-v^2/c^2)^{-1/2} \qquad (7\text{-}2)$$

该粒子在这两个参照系中的能量和动量分别为：

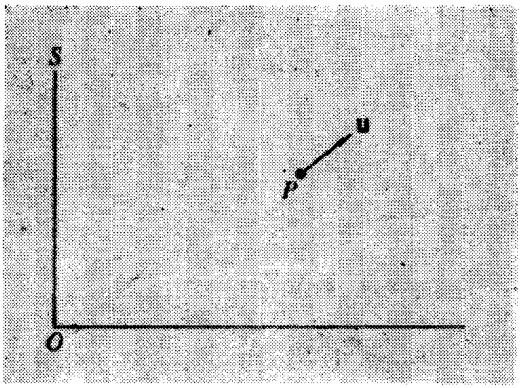


图 7-2. 相对于参照系 S 有任意速度 u 的粒子。借助速度加法定律，分别在系 S 中和系 S' 中测得的该粒子的能量和动量分量的数值具有线性关系。

在系 S 中：

$$\left.\begin{aligned} E &= \gamma(u) m_0 c^2 \\ p_x &= \gamma(u) m_0 u_x \\ p_y &= \gamma(u) m_0 u_y \end{aligned}\right\} \text{式中 } \gamma(u) = (1-u^2/c^2)^{-1/2} \qquad (7\text{-}3)$$

在系 S' 中：

$$\left.\begin{aligned} E' &= \gamma(u') m_0 c^2 \\ P'_x &= \gamma(u') m_0 u'_x \\ P'_y &= \gamma(u') m_0 u'_y \end{aligned}\right\} \text{式中 } \gamma(u') = (1-u'^2/c^2)^{-1/2} \qquad (7\text{-}4)$$

在把上面这两组动力学量联系起来的过程中的一个重大步骤是把 $\gamma(u)$ 借助在系 S' 中测得的诸量来表示，或者把 $\gamma(u')$ 借助在系 S 中测得的诸量来表示。让我们采用后一种办法。我们有

$$\begin{aligned} \gamma(u') &= [1-(u')^2/c^2]^{-1/2} \\ &= [1-(u'_x)^2/c^2-(u'_y)^2/c^2]^{-1/2} \end{aligned} \qquad (7\text{-}5)$$

我们将通过两步简单的计算来处理上述方程。首先，让我们来考虑：

$$1-(u'_x)^2/c^2 = 1-\frac{(u_x-v)^2}{c^2(1-vu_x/c^2)^2}$$

$$=\frac{(1-vu_x/c^2)^2-(u_x-v)^2/c^2}{(1-vu_x/c^2)^2}$$

$$=\frac{1-u_x^2/c^2-v^2/c^2+(vu_x/c^2)^2}{(1-vu_x/c^2)^2}$$

所以，

$$1-(u_x')^2/c^2=\frac{(1-u_x^2/c^2)(1-v^2/c^2)}{(1-vu_x/c^2)^2} \tag{7-6a}$$

其次，要注意，由方程(7-2)可得

$$(u_y')^2/c^2=\frac{(u_y^2/c^2)(1-v^2/c^2)}{(1-vu_x/c^2)^2} \tag{7-6b}$$

从方程(7-6a)减去方程(7-6b)，我们得

$$1-(u')^2/c^2=\frac{(1-u^2/c^2)(1-v^2/c^2)}{(1-vu_x/c^2)^2}$$

在上式中，我们能辨认出 $\gamma(u')$，$\gamma(u)$及$\gamma(v)$这三个量的倒数的平方。

事实上，我们有

$$\gamma(u')=\gamma(v)\gamma(u)(1-vu_x/c^2) \tag{7-7}$$

现在把这一结果同方程组(7-4)中的第一个方程相结合，我们有

$$E'=\gamma(v)[\gamma(u)m_0c^2-v\gamma(u)m_0u_x]$$

根据方程(7-3)，上式可表示如下：

$$E'=\gamma(v)(E-vp_x) \tag{7-8}$$

再次把方程(7-7)同方程组(7-4)中的第二个方程相结合，我们有

$$p_x'=\gamma(v)\gamma(u)m_0(u_x-v)$$

亦即，

$$p_x'=\gamma(v)(p_x-vE/c^2) \tag{7-9}$$

最后，把方程(7-7)同方程组(7-4)中的第三个方程相结合，我们得

$$p_y'=\gamma(u)m_0u_y$$

所以，

$$p_y'=p_y \tag{7-10}$$

现在让我们把方程(7-8),(7-9)及(7-10)所表示的从系 S 到系 S' 的诸变换，以及与它们对应的从系 S' 到系 S 的诸变换方程列出如下：

动量和能量的洛伦兹变换

$p'_x=\gamma(p_x-vE/c^2)$	$p_x=\gamma(p'_x+vE'/c^2)$
$p'_y=p_y$	$p_y=p'_y$
$p'_z=p_z$	$p_z=p'_z$
$E'=\gamma(E-vp_x)$	$E=\gamma(E'+vp'_x)$

其中 $\gamma=(1-v^2/c^2)^{-1/2}$，式中 v 是在系 S 中测的系 S' 的速度。 (7-11)

式(7-11)中的一个引人注目的特征是，动量分量和能量仅仅出现在线性组合之中；而在牛顿力学中则不存在这样的简单关系。这种线性不仅令人感到兴趣，而且具有一些极重要的后果。这是因为，虽则这些方程是我们借助单一粒子获得的，我们仍可以毫无阻碍地把 E 和 $\boldsymbol{p}$ 看作是一由具有任意速度、不相互作用的诸粒子组成的整个群集的总能量和总动量。为此，仅需对每一粒子分别写出形如方程(7-8),(7-9)及(7-10)的诸方程，尔后再把这些方程相加。因此，方程组 (7-11) 也适用于任何粒子体系，从而方程(7-1)所表示的不变性对于任何粒子体系亦适用(我们在上一节中曾对此作过非正式的论证)。

例题　全同粒子的弹性散射

让我们来看看，能量-动量变换如何能应用于已在第六章讨论过的、两个全同粒子——例如，两个质子——的对称弹性碰撞 (symmetrial elastic collision) 问题。图 7-3 分别示出一个这样的碰撞首先在零-动量参照系 S'、尔后在实验室参照系 S (在系 S 中，其中的一个粒子被假定在初始时是静止的) 所观测到的情况。如在系 S' 中所观测到的，每一个粒子在碰撞前和碰撞后的动

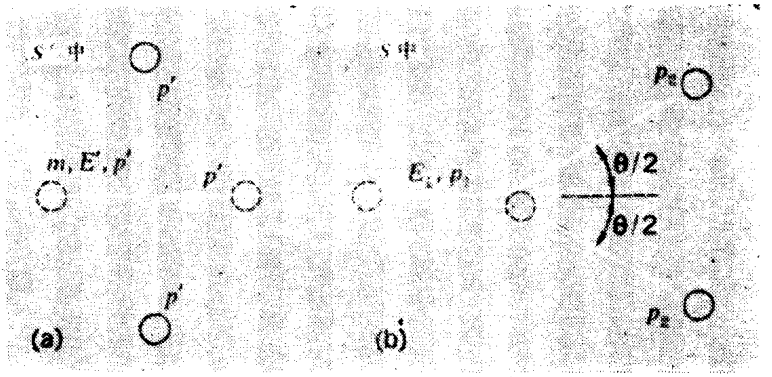


图 7-3. 分别在(a)零-动量参照系和(b)其内有一个粒子在初始时是静止的参照系观测到的同一个对称型的弹性碰撞的两种图景。

量的量值均为 p'，但这一碰撞使每一个粒子的动量矢量的方向旋转了 90°。系 S' 和系 S 的相对速度 v 可由方程 (6-20) 来确定：

$$v=\frac{c^2p'}{E'} \tag{7-12}$$

此方程表示了任何粒子的速度，动量及能量之间的普遍关系，这种关系是我们在方程(1-13)中首次提出的。在这里我们之所以仍然可以使用这个方程，乃是因为速度 v 不仅是系 S 和系 S' 的相对速度，而且是初始静止于系 S 中的那个粒子在系 S' 中所测得的速率。(根据这一具体问题的对称性可推知，v 也是另一个粒子在系 S' 中的速率。)

下面让我们来考虑每一个粒子在碰撞后的状态。

在系 S' 中：

$$\left.\begin{aligned} p'_x&=0\\ p'_y&=p'\\ E'&=mc^2=\gamma(v)m_0c^2 \end{aligned}\right\} \tag{7-13}$$

利用动量分量在两个不同的参照系之间的变换方程，我们有：

在系 S 中：

$$p_x=\gamma(v)(p'_x+vE'/c^2)$$

在这一表达式中，我们令 $p'_x=0$，而且[利用方程(7-12)]我们有 $vE'/c^2=p'$。于是

$$p_x=\gamma(v)p'$$
$$p_y=p'_y=p'$$

所以，

$$\tan\frac{\theta}{2}=\frac{p_y}{p_x}=\frac{1}{\gamma(v)} \tag{7-14}$$

式中，θ 是在实验室参照系中所观测到的散射后两质子运动方向间的夹角[图 7-3(*b*)]。

显然，$\tan(\theta/2)<1$，因此 $\theta/2<45°$，$\theta<90°$。为了用入射质子的初始总能量 E_1(在实验室参照系中测得的)来表示 $\gamma(v)$，我们可以再次利用方程(7-1)中的能量-动量不变量：

$$\begin{aligned}(2mc^2)^2&=(E_1+m_0c^2)^2-(cp_1)^2\\&=[E_1^2-(cp_1)^2]+2E_1m_0c^2+(m_0c^2)^2\\&=(m_0c^2)^2+2E_1m_0c^2+(m_0c^2)^2\end{aligned}$$

所以，

$$\left(\frac{m}{m_0}\right)^2=\frac{E_1+m_0c^2}{2m_0c^2}$$

$$\gamma(v)=\left(\frac{E_1+m_0c^2}{2m_0c^2}\right)^{1/2} \tag{7-15}$$

于是，把方程(7-14)同方程(6-31)所给出的对这一结果颇为不同的陈述联系起来，就是一件直捷的事情。

§7-3 四维矢量

你即将看到，方程组(7-11)同空间和时间的洛伦兹变换方程组[参看方程组(3-16)]有着惊人的相似性。如果取动量的诸分量担当类似于位置坐标(position coordinates)的角色，那么对方程组(7-11)同原始的洛伦兹变换方程所作的比较表明，E/c^2 是一个

类似于 t 的量。事实上，我们可以说，线动量矢量的三个分量的变换方式犹如位置矢量的三个分量，而总能量(这是一个标量)象时间那样变换。组合 $E^2-(cp)^2$ 的不变性，如方程(7-1)所表示的，是上述断言的一个直接推论。静能量 E_0 是能量-动量变换的不变量，正如空-时间隔 s 是洛伦兹变换方程本身的不变量一样。

在牛顿力学中，我们习惯于认为，不必去考虑时间就可定义空间的量度，不必去考虑空间就可定义时间的量度。同样地，我们习惯于认为，动量和能量是代表某一物体基本上不相同(尽管有着某种程度的联系)的两种属性。现在我们已经看到，运动学和动力学上的这些差别在狭义相对论中是如何变得模糊的。对某一系统中的时间的说明既要涉及另一系统中的时间也要涉及后一系统中的位置；对某一系统中的能量的说明既要涉及另一系统中的能量也要涉及后一系统中的动量。仅仅由于这个缘故，而不是出于任何形而上学的考虑，把我们对事物作形式描述 (formal description) 的框架按照下述设想予以扩大，是完全适宜的；即设想有一个单一的四维空-时结构，而放弃那种在不同时间呈现出不同样子 (appearance) 的三维空间结构。在第三章中，我们曾简短地提到描述点事件的这个统一的方法。现在我们要更形式地把它表述如下：一粒子的运动学状态(*kinematic* state)可用一单一的四维矢量来表示，这一四维矢量的四个分量是 (x, y, z, ict)，它在任何参照系中测得的长度 $s\sqrt{-1}$ 为

$$-s^2=x^2+y^2+z^2+(ict)^2$$

同样地，一粒子的动力学状态(*dynamical* state)可用一个分量为 $(p_x, p_y, p_z, iE/c)$、单一的四维矢量来表示，而其"长度"(采用动量的单位)在任何参照系中测得是 iE_0/c：

$$-E_0^2/c^2=p_x^2+p_y^2+p_z^2+(iE/c)^2$$

因此，洛伦兹变换可以看作是把一个四维矢量的各个分量从一个

坐标系变换到另一个坐标系的规定(prescription),而这种变换往往被描述为将该矢量投到四维世界中各个坐标系上的"映射"("mapping")。这种表示事物的相对论性体制(scheme)的方式,就形式意义而言,是很诱人的,而且,一旦学会使用它——这主要是指能相当流利地进行矩阵代数的演算,也会是很有用的。然而,在此我们不拟作进一步的讨论,因为它并不是至为重要的,何况对于相对论物理学的基本原理,它也不会增添什么新的东西。

§7-4 相对论性力学中的力

同牛顿力学的概念相对比,我们不难证明:在相对论中,力这个量一般说来和它所产生的加速度在方向上并不是一致的……也不难证明,[相对论中的]力的诸分量不具有简单的变换性质……所有这些修正,虽然从数学的观点来看是重要的,但是它不会根本地影响到力的概念。然而有一个应该注意的重要问题是:基于对两个远距事件的绝对同时性的舍弃,狭义相对论终于得出这样的结论,即超距作用已被剥夺了作为合理的物理观念的资格。

雅梅(Max Jammer),
《力的概念》(1957 年)

到目前为止,在我们对相对论性动力学所作的一切讨论中,我们几乎总是把重点放在能量和动量守恒定律对孤立的粒子体系的应用上。我们还曾试图给出关于各种能够用这两个定律加以讨论的各种问题的某些看法。虽然我们是这样说的并且也这样做了,但是这种处理问题的方法(approach)并不总是最方便或最有用的。在动力学中有许许多多的问题可以借在已知的一组力的作用下诸粒子的运动而得到完善的处理(也许,只有这样做才会得到有

效的处理)。为了说明这一点,我们将以α粒子的卢瑟福散射(Rutherford scattering)为例。假定当两个粒子之间的距离很大时,它们的相互作用力减弱到近乎于零(这一假设正是我们在第六章和本章中所作的一切计算的基础),那么我们就能够对相互碰撞的原子核的末方向(final directions)和末速度(final velocities)之间的关系作出完全正确的陈述。但是,这并不能告诉我们一α粒子实际偏转某角度的几率。只是当我们使用的是明显的力的定律时(explicit law of force),我们才能找到这类问题的答案。对力的定律的发现(discovery)和规定(speification)是物理学的一个至为关心的问题(central concern)。所以,知道如何来变换力和运动方程,以便根据各种不同的惯性系的观点对它们加以描述,无疑是很重要的。由于在狭义相对论中加速度并非一不变量,我们知道,我们不再能够享有牛顿力学所具备的那种简洁性,不过,我们肯定能获得一些有用且有意义的陈述。

我们在探讨相对论的最初阶段确曾把形式如

$$\boldsymbol{F}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}=\frac{d}{dt}(m\boldsymbol{v})\quad 其中 m=m_0(1-v^2/c^2)^{-1/2} \qquad (7\text{-}16)$$

的牛顿定律作为讨论的出发点(见第一章),现在我们仍然以它作为出发点。我们把方程(7-16)看作是$\boldsymbol{F}$的定义。这是非相对论性结果的一个自然推广(而且是最简单的推广)。这不是一个能独立地被证明的陈述。另一方面,如果借坐标,速度等给出$\boldsymbol{F}$的解析形式,我们必定要求方程(7-16)的左、右两端在洛伦兹变换下按相同的方式变换。假定这个必要条件已经具备,那么$d\boldsymbol{p}/dt$的诸分量就能告诉我们力的各个分量在狭义相对论中是怎样变换的。

现将我们探讨这一问题的方法叙述如下:设如在实验室参照系中所测得在任意时刻一粒子具有一很确定的速度$\boldsymbol{v}$。我们可以设想该粒子瞬时地在一个相对于实验室以速度$\boldsymbol{v}$运动的参照系中

处于静止状态。容易想见，在粒子的静止参照系中测量，它受到平行于 v 的一力 F_{0x} 的作用，从而获得一加速度 a_{0x}。在这个静止系中测得的该粒子的质量正是它的静质量 m_0。于是我们有

$$F_{0x}=m_0a_{0x} \tag{7-17}$$

由于该粒子在实验室参照系中测得的动量为

$$p_x=\gamma m_0v=\frac{m_0v}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}$$

据此我们可以断定这个力即 F_x：

$$F_x=\frac{dp_x}{dt}=\frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}\frac{dv}{dt}+m_0v\frac{d}{dt}[(1-v^2/c^2)^{-1/2}]$$

如果我们令 $dv/dt=a_x$（在实验室观测到的加速度），则有

$$F_x=\frac{m_0a_x}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}+\frac{m_0(v^2/c^2)a_x}{(1-v^2/c^2)^{3/2}}$$

并项后，若用 γ 表示，上式即简化为

$$F_x=\gamma^3m_0a_x \tag{7-18}$$

然而，a_x 和 a_{0x} 之间有如下很简单的关系：

$$a_x=\frac{1}{\gamma^3}a_{0x} \tag{7-19}$$

上式是沿 x 轴方向的加速度在 $u_{0x}=0$ 时的变换的特殊情形［参看方程(5-24)］。于是可将方程(7-18)改写为

$$F_x=\gamma^3m_0\frac{a_{0x}}{\gamma^3}=m_0a_{0x}$$

亦即

$$F_x=F_{0x} \tag{7-20}$$

这是一个引人注目的结果。无论在上述两个参照系中质量和加速度的量度如何改变，力沿 x 轴的分量的量度始终保持不变。

但是，当我们对横向力进行同样的计算时，我们发现这个不变性并不成立。在瞬时静止参照系中，我们有

$$F_{0y}=m_0a_{0y} \tag{7-21}$$

在实验室系中，作用在粒子的力 F_y 垂直于动量矢量 $m\boldsymbol{v}$，它在某甚短时间间隔期间将不会改变粒子速度的量值；它仅仅引进一个微小的横向分量而使 $\boldsymbol{v}$ 的方向略有改变。因此，作为很好的近似(在 $\Delta t \to 0$ 的极限情形成为真值)，粒子的质量保持为 γm_0，而横向冲量可写为

$$F_y \Delta t = \gamma m_0 \Delta v_y$$

因此在这种情况下，我们有

$$F_y = \gamma m_0 a_y \tag{7-22}$$

如果两个参照系中的两个加速度之一是在静止系中测定的，那么这两个加速度之间也存在一种简单关系：

$$a_y = \frac{1}{\gamma^2} a_{0y} \tag{7-23}$$

这是方程(5-26)的特殊情形。所以，我们有

$$F_y = \gamma m_0 \frac{a_{0y}}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma} m_0 a_{0y}$$

亦即，

$$F_y = \frac{1}{\gamma} F_{0y} \tag{7-24}$$

从上述的结果中，我们可以分辨出下面这个特征(曾在本节开头的引文中提到过它)，即一般说来，力和加速度并不是彼此平行的矢量。结合方程(7-18)和(7-22)，我们有

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{a_y}{a_x}$$

由此可见，只是在某物体的瞬时静止系($\gamma = 1$)中，我们才能保证，由动量的时间导数所定义的力 $\boldsymbol{F}$ 同加速度具有相同的方向。

或许值得指出，由方程(7-20)和(7-24)所代表的力的变换的这两个特殊情形可以用简单的物理学说法(simple physical terms)

推导出来。[1] 对于 x 方向的变换，我们可以来考察力所做的功，以及随质量增加而出现的能量增加：

$$\Delta E = F_x \Delta x = c^2 \Delta m$$

式中，

$$\Delta x = v \Delta t$$

$$\Delta m = \Delta\left[\frac{m_0}{(1-v^2/c^2)^{1/2}}\right] = \frac{m_0 v \Delta v}{(1-v^2/c^2)^{3/2} c^2}$$

由上面这些方程，可立即得出

$$F_x = \gamma^3 m_0 a_x$$

此式即方程(7-18)。

为了把加速度 a_x 和粒子在瞬时静止系中测得的加速度 a_{0x} 联系起来，我们需用匀加速运动的方程：

在时间为 t 时：

$$x = x_1, \quad (\text{比如说})$$

在时间为 $t+\Delta t$ 时：

$$x + \Delta x = x_1 + v\Delta t + \frac{1}{2} a_x (\Delta t)^2$$

空间和时间坐标 (x, t) 和 $(x+\Delta x, t+\Delta t)$ 定义了在系 S 中观测到的两个事件。让我们求得在粒子的静止系 S' 中观测到的这两个相同事件的坐标。为此，我们利用洛伦兹变换：

$$x_0 = \gamma(x - vt)$$

$$t_0 = \gamma(t - vx/c^2)$$

先后将这两个方程应用到上述两个事件上，我们得到：

第一个事件：

$$x_0 = \gamma(x_1 - vt)$$

$$t_0 = \gamma(t - vx_1/c^2)$$

---

1) 例如，见 W. P. Ganley, *Am. J. Phys.*, **31**, 510-516(1963)。该文对此作了仔细的讨论。

第二个事件

$$x_0+\Delta x_0=\gamma\left[x_1+v\Delta t+\frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2-v(t+\Delta t)\right]$$

$$=\gamma\left[x_1+\frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2-vt\right]$$

$$t_0+\Delta t_0=\gamma\left[t+\Delta t-(v/c^2)\left\{x_1+v\Delta t+\frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2\right\}\right]$$

分别相减后，得

$$\begin{aligned}\Delta x_0&=\gamma\left[\frac{1}{2}a_x(\Delta t)^2\right]\\ \Delta t_0&=\gamma\left[(1-v^2/c^2)\Delta t-\frac{1}{2}(va_x/c^2)(\Delta t)^2\right]\end{aligned}\tag{7-25}$$

如果 Δt 足够短暂，那么 Δt_0 的方程中的第二项同第一项相比其值甚微，以致可忽略不计，从而我们有

$$\Delta t_0\approx\gamma(1-v^2/c^2)\Delta t=\Delta t/\gamma$$

把 $\Delta t=\gamma\Delta t_0$ 代入方程(7-25)，得

$$\Delta x_0=\gamma\left[\frac{1}{2}a_x(\gamma\Delta t_0)^2\right]$$

或

$$\Delta x_0=\frac{1}{2}(\gamma^3a_x)(\Delta t_0)^2$$

但是，这是对一初始为静止的粒子的匀加速运动的方程。因此，在静止系测得的加速度 a_{0x} 为 $a_{0x}=\gamma^3a_x$，此式再现了方程(7-19)。这样，我们便再次得到方程(7-18)和方程(7-19)，而且可以把它们结合起来，以验明 F_x 的不变性。因为我们仔细而详尽地写出了每一步变换，所以这种推导过程看来是太冗长了。我们可以把推导结果简短地(虽然稍欠严格地)概述如下：时间膨胀使静止参照系 S' 中的时间间隔 Δt_0 相当于运动参照系 S 中的时间间隔 $\gamma\Delta t_0$，而洛伦兹收缩使粒子因受加速度的作用而在静止系行进的一段距离 Δx_0 相当于它在系 S 中走过的距离 $\Delta x_0/\gamma$。以此为根据，我们会立

即获得关系式

$$\Delta x_0/\gamma=\frac{1}{2}a_x(\gamma\Delta t_0)^2$$

无论如何，在涉及非固有测量 (nonproper measurements) 的地方，如这里就出现了此种情形，就值得采用有条不紊和显式的推导方法。

为了获致 F_y 的变换，我们先写下方程(7-22)，尔后再根据下面两个陈述：

$$\Delta y=\frac{1}{2}a_y(\Delta t)^2$$

$$\Delta y'=\frac{1}{2}a_{0y}(\Delta t')^2$$

(其中 $\Delta y=\Delta y'$，而 $\Delta t=\gamma\Delta t'$) 来证得横向加速度的变换。在此情形，由于运动发生在静止系中具有恒定值的位置 x' 上，所以我们可以毫无疑虑地直接应用时间膨胀。

§7-5 相对论性粒子的磁力分析

力的定律在相对论性运动中有一个直接的应用，由于本章的内容同原子性粒子有很密切的关系，因而这里不可能对它略去不谈。这一应用是指带电粒子在磁场中的偏向。它给人们提供了粒子物理学中的主要诊断工具之一，因为它能揭示粒子所带电荷的符号和粒子动量的量值两者。图 7-4 中的汽泡室照片是应用这项实验技术的一个极好的实例。这种方法所依据的事实是：一在磁场 $\boldsymbol{B}$ 中运动的电荷 q 要受到一与其速度成比例的横向力的作用，若把这个力的定律用矢量形式书写，则有

$$\boldsymbol{F}=\text{常量}(q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})$$

如果测量时采用米·千克·秒制，则这一常量的数值按照定义为 1。如果磁场方向和粒子速度的方向相互垂直，那么该粒子的运动

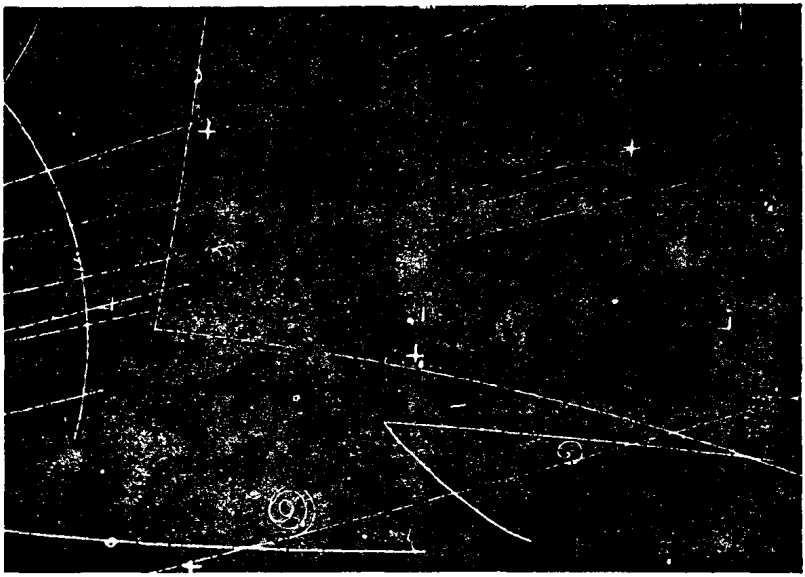


图 7-4. 这幅汽泡室照片显示一 π^- 介子同一 500 升的液氢汽泡室中的质子相撞而产生两个不稳定的中性粒子(K^0和Λ^0)的过程。该汽泡室是由阿尔瓦雷斯(L. W. Alvarez)及其在伯克利的小组研制的。[此照片承阿尔瓦雷斯和加利福尼亚州伯克利市劳仑斯(Lawrence)辐射实验室提供]π^-介子从左方进入汽泡室,稍后其径迹突然中断;中断处标记出 K^0 粒子和 Λ^0 粒子产生的位置。这两个粒子随后衰变成两对带电粒子 ($K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, $\Lambda^0 \rightarrow \pi^- + p$), 从而给出两对叉状径迹。对每个分叉中的带电粒子径迹所作的分析表明,每一叉中的总线动量矢量的方向都是从最初的相互作用发生的地方向外延伸的。汽泡室的发明者格拉塞(D. A. Glaser)教授于 1960 年在接受诺贝尔奖金所作的讲演中曾把此照片作为例子举出。(见 *Nobel Lectures, Physics*, 1942-1962, Elsevier, 1964.)

就保持在垂直于磁场的平面内。在每一时刻，作用在该粒子上的力同动量矢量 p 成直角，而力的量值可由下式给定：

$$F=qvB \quad (\text{米}\cdot\text{千克}\cdot\text{秒制})$$

于是，经历了很短的一段时间 Δt 之后，该粒子获得一横向动量为

$$\Delta p=F\Delta t=qvB\Delta t$$

这意味着，粒子的动量矢量转过了一个小角度 $\Delta\theta$，以致

$$\Delta\theta=\frac{\Delta p}{p}=\frac{qvB}{p}\Delta t \tag{7-26}$$

因此，在粒子走过一段距离 Δs 即

$$\Delta s=v\Delta t$$

所经历的时间内，粒子的速度矢量也旋转了角度 $\Delta\theta$。但是，Δs 和 $\Delta\theta$ 确定了一个曲率半径 R；事实上，我们有

$$\Delta\theta=\frac{\Delta s}{R}=\frac{v\Delta t}{R} \tag{7-27}$$

结合方程(7-26)和(7-27)，我们得到

$$P=qBR \quad (\text{米}\cdot\text{千克}\cdot\text{秒制}) \tag{7-28}$$

饶有趣味的是，这正是从牛顿力学中得到的同样结果，不过必须记住在方程(7-28)中 $p=\gamma m_0 v$ 而不仅仅是 $m_0 v$。在很多情形，我们都可以肯定 $q=\pm e$，所以只要知道 B 的数值和粒子路径的曲率半径的测量结果便能确定该粒子的动量。图 7-4 示出了一组这样的运动，而且以这个实例表明：利用在粒子物理学中已发展出的这项顶刮刮的技术所拍摄的一幅照片就有可能揭露出大量的信息。

§7-6 力的一般变换；作用与反作用

在第 7-4 中，我们所讨论的力的变换的某些情形都是相当特殊的情形，因为我们所选择的两个参照系中有一个是粒子的瞬时静止系。但是，我们可以通过

$$\boldsymbol{F}=\frac{d\boldsymbol{p}}{dt}\qquad \boldsymbol{F}'=\frac{d\boldsymbol{p}'}{dt'}$$

这两个定义，把原来的分析加以推广，以便得出力在任何两个参照系之间的变换。由于进行这一计算(除关于 x 和 t 之外)还需利用关于速度，动量及能量的相对论性变换，所以为方便起见，我们将在这里重新写出为获致力的平行于和垂直于两参照系相对运动方向的诸分量的两个基本变换形式所需数目最少的若干公式。

令某一粒子在系 S 中测得的动量和能量在空-时点 (x,y,z,t) 上分别为 $\boldsymbol{p}$ 和 E，并令该粒子在系 S' 中测得的动量和能量在同一空-时点(x',y',z',t')上分别为 $\boldsymbol{p}'$ 和 E'。于是，我们有

$$\left.\begin{aligned} x'&=\gamma(x-vt)\\ y'&=y\\ t'&=\gamma(t-vx/c^2)\end{aligned}\right\} \tag{7-29}$$

$$\left.\begin{aligned} u'_x&=\frac{u_x-v}{1-vu_x/c^2}\\ u'_y&=\frac{u_y/\gamma}{1-vu_x/c^2}\end{aligned}\right\} \tag{7-30}$$

$$\left.\begin{aligned} p'_x&=\gamma(p_x-vE/c^2)\\ p'_y&=p_y\\ E'&=\gamma(E-vp_x)\end{aligned}\right\} \tag{7-31}$$

由于在系 S' 测得的作用在某粒子上的力 $\boldsymbol{F}'$ 可由

$$\boldsymbol{F}'=d\boldsymbol{p}'/dt'$$

加以确定，因此根据方程组(7-31)和关于时间的洛伦兹变换推得

$$F'_x=\frac{dp'_x}{dt}=\frac{\dfrac{dp'_x}{dt}}{\dfrac{dt'}{dt}}=\frac{\gamma\left(\dfrac{dp_x}{dt}-\dfrac{v}{c^2}\dfrac{dE}{dt}\right)}{\gamma\left(1-\dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx}{dt}\right)}$$

亦即，

$$F'_x=\frac{F_x-(v/c^2)dE/dt}{1-vu_x/c^2} \tag{7-32}$$

这里 dE/dt 是在系 S 中测得的粒子能量的变化率。我们可以立即认出 dE/dt 就是牛顿力学中的量 $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u}$，即力 $\boldsymbol{F}$ 做功的时率(功率)。这一断言，如我们在下述论证中所能看到的，在相对论性动力学中也是成立的：

我们有

$$E^2=c^2p^2+E_0^2=c^2(\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{p})+E_0^2$$

所以，

$$EdE/dt=c^2\boldsymbol{p}\cdot(d\boldsymbol{p}/dt)$$

$$=c^2\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{F}$$

但是 $E=mc^2$。所以，

$$dE/dt=\boldsymbol{F}\cdot(\boldsymbol{p}/m)=\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u}$$

因此；方程(7-32)变为

$$F'_x=\frac{F_x-(v/c^2)(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u})}{1-vu_x/c^2} \tag{7-33}$$

类似地(但简单得多)，我们得到

$$F'_y=\frac{F_y}{\gamma(1-vu_x/c^2)} \tag{7-34}$$

(注意，若 $\boldsymbol{u}=0$，则我们再次得到简单的结果：$F'_x=F_x$，$F'_y=F_y/\gamma$。)至于 F'_z 和 F_z 之间的关系，可以用一个同方程(7-34)极为相似的方程来表示；为了借系 S' 中的测量结果给出关于 F_x，F_y 及 F_z 的诸表达式，我们可写出同方程(7-33)和(7-34)等效的方程，只须将 v 反号即可。

方程(7-33)是一个非常有趣的方程，它告诉我们，在一个参照系对某力的量度要涉及到在另一参照系对该力所做的功率的量度。这再次表明了，空间和时间测量的相互混合(性)(intermingling)是事物的相对论性描述所特有的，而在经典力学中则无对当

的情况发生。曾有人对此作过这样的评论:[1]

> 在经典力学中，一直存在着两条思路 (strains of thought)。作为"动量的时间变化率"和作为"能量的空间变化率"的"力"的这两个方面(aspects)，不同的作者对它们给予了不同程度的侧重。伽利略发展了前一个方面，惠更斯则发展了后一个方面。借助四维矢量，这两种观念被统一起来了，它们只是在作为一个更广泛的概念的两部分而有所不同。

研读了上述评论中最后一句之后，我们会注意到，在四维空-时世界中，力的分量 F_x, F_y 及 F_z 仅仅代表某个四维矢量的三个分量。试问：第四个分量是什么呢？这个矢量本身又是什么呢？出现量 $\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u}$ 的方程(7-33)已向我们提供了回答这两个问题的线索。有一个简单的计算(它同对 F'_x 的变换时所作的计算非常相似) 可导致如下结果:

$$\boldsymbol{F}'\cdot\boldsymbol{u}'=\frac{(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u})-vF_x}{1-vu_x/c^2} \tag{7-35}$$

量 $(\boldsymbol{F}\cdot\boldsymbol{u})/c$ 具有与 $\boldsymbol{F}$ 的空间分量相同的量纲，而且，只须再略施小技，便能够由这四个分量构造出一个不变量。然而，这种做法是相当造作的，它只能被用来强调动量和能量(而不是力)如何提供了相对论性动力学的基础。

值得指出，牛顿关于物体之间的作用力的基本论断之一，即作用等于反作用，在相对论性力学中几乎是没有地位的。从根本上说，上面这句话肯定是对于在某给定时刻作为两物体相互作用的结果而分别作用在两个物体上的两个力的陈述。而且，由于同时性是相对的，除非这两个力的施力点之间的距离小到可忽略不计的

1) 引自一部出版年代甚早，但写得很好的书：E. Cunninghan, *Relativity, The Eleetron Theory and Gravitation*, Longmans, Green, London, 1921.

程度，否则这一陈述便不具有唯一的意义。正是在这种意义下，雅梅（参见本章节 7-4 开头的引语）才断言说：超距作用概念在相对论性动力学中是没有地位的。即使我们得知作用在某一客体的力是完全由另一客体的存在而产生的，我们仍然找不到描述这两个客体的相互作用的唯一方式；我们仅仅能够一个一个地描述在某给定空-时点上作用在其中任何一个物体上的力。但是这并不意味着，我们不再能够象在某给定参照系中曾作过的那样写下某一物体作用在另一物体上的力的定量陈述。[1] 然而，相对论性分析确实使我们不得不得出下面的结论，即根据在某惯性参照系所作的测量，作用力和反作用力一般说来并不是大小相等、方向相反的；因此，彼此正在发生相互作用的诸粒子的总动量并不是时时刻刻守恒的。如果我们希望保持动量守恒，那么这一事实就会导致这样的看法，即动量也能（象能量那样）存在于用以描述分离的诸粒子相互作用的[力]场之中。仅就相互作用的诸粒子而论，动量守恒只是在我们对它们的初态和终态（相互作用开始前和终止后的状态）加以比较时才成立。而在相互作用期间本身，如果我们希望在所有的参照系中总动量在所有时刻都是守恒的，就必须把相互作用场的动量(momentum of the interaction field)*计入。

由力的变换推出的另一个结果是，在某一参照系测得的作用在某物体上的力如果取决于该物体的位置而与该物体的速度无关，那么在另一参照系中，作用在该物体上的力既取决于它的位置又取决于它的速度。这方面的最重要的例子很可能存在于电磁学中。静止电荷施加在一运动电子上的力仅借助库仑定律即可确定。但是，如果我们设想自己处在引起力的电荷为运动的这样一参照系中，那么作用在电子上的力既取决于其它电荷的运动又取

1）事实上，对此我们还要在第八章中重复地这样做。

* 显然是指保存在力场中的动量。——译者

决于运动电子本身的速度。事实上，作用在运动电子上的作用力包含了实际上可看作两股电流之间的磁力。我们在这个结果中已经看到了可借以证明电场和磁场有着密切关系的发育胚芽(germ of the development)。然而，要证实这一点，尚需独立对这个课题予以充分讨论；刚刚给出的这个提示显然是不够充分的。所以，本书的最后一章将完全用来讨论这个引人入胜的发展的细节。

习　题

7-1. 一K介子在实验室中行进时分裂为两个 π 介子。其中一个 π 介子处于静止状态。试问：K 介子的能量是多大？另一个 π 介子的能量是多大？（K 介子的静质量＝494 兆电子伏；π 介子的静质量≃137 兆电子伏。）

7-2. 使一 γ 射线光子同一静止电子相撞，可以产生一个电子-正电子对：

$$\gamma+e^-\rightarrow e^-+e^++e^-$$

试问，要使这种过程发生，γ 射线光子最低必须具有多大的能量？

7-3. 假定某加速器能够给予质子以 200 京电子伏的动能。质子的静质量 m_0 为 0.938 京电子伏。如果这些高能质子之一同一静止质子相撞，就会在如下过程中产生一粒子 X：

$$p+p\rightarrow p+p+X$$

试计算粒子 X 的最大可能静质量 M_0。

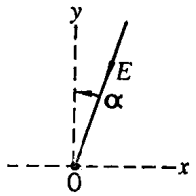
7-4. 一静质量为 M 的粒子同一静质量为 $m\ll M$ 的处于静止状态的粒子发生弹性碰撞。如果静质量为 M 的粒子的初始速度使 $\gamma=M/m$，试证明：它被散射的最大角度近似地等于 $m\sqrt{3}\,M$。亦证明静质量为 m 的粒子的最大反冲角度为 90°。

7-5. 一静质量为 m、速度为 v 的粒子同一静质量为 M、处于静止状态的粒子发生弹性碰撞。试借零动量参照系测得的反冲角度和散射角度来表示静质量为 m 的运动粒子的反冲角度和散射角度。并证明你的答案当 $v\ll c$ 时退化为非相对论性结果。

7-6. 在非相对论性情形，某体系在实验室参照系中的动能 K 和它在质心参照系的动能 K^* 由表达式 $K=K^*+MV^2/2$ 联系起来，式中 M 是体系的

总质量，V 是质心的速度。试问在相对论性情形同上式相对应的表达式是什么？并证明当有关速度皆远小于 c 时，上一问题欲求的表达式要化为表达式 $K=K^*+MV^2/2$。

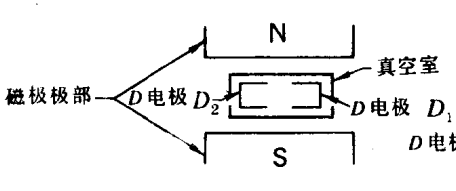
7-7(a). 能量为 E 的一光子正朝向坐标系 S 的原点 O 行进，其行进路径同 y 轴交成 α 角(见图)。试利用动量和能量的洛伦兹变换［即方程(7-11)］计算该光子在系 S' 中的能量，这里假定在系 S' 中所观测到的光子的行进方向是沿 y' 轴一直向下的。



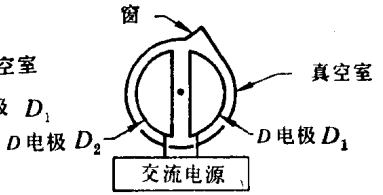
(b). 试通过计算出被接收的光子在吸收体被置于旋转轮边缘的瞬时静参照系中的能量，对穆斯堡尔问题(问题 6-6)作与(a)同样的分析。注意，这种分析向我们提供了推导多普勒效应公式的另一种方法。

7-8. 问题 5-18 曾请读者分析过一个这样的问题：某物体在它自己的静止系中以恒定加速度 9.8 米/秒²(g)行进了一段时间 t(地球时间)，当其速度达到 $c/2$ 时，试问它行进了多长时间？等等（见问题 5-18)。现在试利用结果 $F_x=F'_x$ 连同把任何给定阶段的时间元 (element of time) dt 和 dt' 联系起来的可变时间膨胀因子 $\gamma(v)$，再次解答这一问题。

7-9. 回旋加速器是一种用来把正离子加速到具有数兆电子伏能量的机器(见图)。D 形电极是能隔绝电场但不隔绝磁场的金属壳。这样，在实际上穿



回旋加速器的垂直截面



水平截面

过真空室的只有恒定的磁场 B，而在两个 D 形电极之间的小间隙中存在一个(正弦形的)交流电场。如果这个交流电场和离子是同相的，那么这些离子每过半个周期就接受一“踢”(“kick”)。离子由于不断地被“踢”而增大了能量，从而也增大了轨道半径，直到它们最终从窗口逸出。

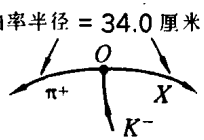
(a) 试问在回旋加速器内旋转的离子的频率是多高？并证明当 $v\ll c$ 时，你的答案同离子的动能无关。如 $B=1.5$ 米·千克·秒单位(韦伯/米²)，试求出质子旋转的频率数值。

(*b*) 如果*D*形电极内的最大可用直径为60厘米，试问这样的一质子所能达到的最大动能和速度各为多大？

(*c*) 如果质子每穿过*D*形电极间的间隙一次就会受到10^5伏的一"踢"，试问它们通过窗口离开前需要旋转多少圈？整个过程需要多长时间？

(*d*) 如果最大可用直径大为增加(例如增加到6米)，试问会发生哪些技术上的困难？

7-10. 在实验室进行的一次汽泡室实验中[H. Whiteside, J. N. Palmieri, and R, A. Burnstein, *Am. J. Phys.*, **34**, 1005(1966)]，曾观测到一K^-介子同一静止的质子发生相互作用，生成一π^+介子和一未知的(X)粒子，从而留下如图所示的三条径迹。汽泡室中的磁场强度为1.70±0.07韦伯/米^2(米·千克·秒制)。



(*a*) 试回答，为什么从顶点O(发生相互作用的位置)发生的径迹表明K^-介子在相互作用时处于静止状态？

(*b*) 试利用下表，证认出未知粒子。

名称和符号		静质量，兆电子伏	电荷，$e=1$
正电子，电子	e^+, e^-	0.511	±1
μ(介)子	μ^+, μ^-	105.7	±1
π介子	π^+, π^-	139.6	±1
K介子	K^+, K^-	493.8	±1
质子	p^+	938.3	1
中子	n	939.6	0
Λ粒子	Λ^0	1115.4	0
正Σ粒子	Σ^+	1189.4	1
中性Σ粒子	Σ^0	1192.3	0
负Σ粒子	Σ^-	1197.2	−1
中性Ξ粒子	Ξ^0	1314.3	0
负Ξ粒子	Ξ^-	1320.8	−1
Ω粒子	Ω^-	1675	−1

直接引导我提出狭义相对论的，是由于我深信：物体在磁场中运动所感生的电动势，不过是一种电场罢了。

爱因斯坦(1952 年)

引自爱因斯坦写给克利夫兰(Cleveland)物理学会为纪念迈克耳孙诞生一百周年所举行集会的贺信。这句话曾被香克兰德在一篇文章中引用过，参见 R. S. Shankland, *Am. J. Phys.*, **32**, 16 (1964), p. 35。

第八章　相对论与电学

在十九世纪末叶，经典电学和磁学中的一些基本现象已为人所熟知。带电物体之间存在着相互作用的力，这类效应可借电场来描述。本身是电中性的两根导线，如果有电流从中通过，它们彼此之间以及它们和磁铁之间也存在相互作用的力，而这类效应则可借助磁场加以描述。一随时间变化的磁场会引起导电线路(conducting circuit)中电流的流动——这就是电磁感应(*electromagnetic induction*)现象。而电扰动(例如，无线电波)则能以辐射的形式向四外的空间传播。挨到 1864 年，麦克斯韦(James Clerk Maxwell)就已推导出能够正确地描述电场、磁场、静止电荷及运动电荷之间相互关系的一组方程。相对性原理则要求，无论我们在哪一个惯性坐标系中进行观测，上述这些关系都应该严格地保持相同。

对于任何一种物理学理论，相对性原理都要加给它们一些苛刻的条件。设想我们在某一惯性坐标系 S 中发现了能够描述一运动电荷所产生的电场的定律。但在与系 S 不同的另一惯性坐标系 S' 中，我们将观测到，同一个电荷却以不同的速度在运动，而且，该电荷所产生的电场也会具有不同的数值。如果我们得知如何施行

把在系S中测得的结果同在系S'中测得的结果联系在一起的变换，那么我们就能够找到可用以描述在系S'中运动电荷及其所产生的电场之间关系的定律。按照相对性原理的要求，这后一个定律同在系S中发现的那个定律应该是完全相同的。

可采用不同的方式来使用相对性原理。如果我们认为已经知道了能够把各个观测量联系起来的一个定律，那么我们便可以使用相对性原理来找出这些观测量必须怎样变换。反过来讲，如果我们已经知道(也就是说，我们自认为已经知道)这些观测量是如何变换的，那么我们就可以检验一下某个理论是否遵从相对论性原理。如果不遵从，则这个理论一定有某种错误。以这种方式进行，爱因斯坦发现牛顿力学没有通过这样的检验，因此他终于提出了恰当的修正。

正如我们在本书中屡次看到的，对牛顿力学预言的偏离，随着所涉及的速度不断地趋近光速，变得越来越大。这件事是不足为怪的。因为，对牛顿力学的正确性的验证在原先毕竟只是在低速情形进行的，况且要把一个定律应用于它的适用范围以外的情形总是件冒风险的事情。

真正令人奇怪——着实使人惊愕——的是，麦克斯韦的电磁学定律在高速情形竟然不需要作任何修改。麦克斯韦可资利用的有关运动电荷所产生的效应的观测结果，都是对低速运动的电荷进行实验而得到的。但是，我们现在发现，麦克斯韦定律始终以很高的精度保持其正确性，甚至当电荷的速度非常接近于光速时，仍然如此！事实上，正是由于爱因斯坦要求麦克斯韦方程应当正确地说明任何惯性坐标系中的电磁现象，才使他能够获得关于电场和磁场的变换方程。

从历史上来讲，电磁理论是先于狭义相对论而出现的，这可从爱因斯坦于1905年发表的那篇题为《论动体的电动力学》(On

the Electrodynamics of Moving Bodies)*的伟大论文得到证明。但是我们现在有了相对论，而且它是建立在自己的基础之上的。由于狭义相对论是一个强有力的工具，所以可以利用它来发展电磁理论。在本章里，我们不想如此雄心勃勃地约定做些什么，在此我们只打算借相对论性观念和技巧的应用充分地说明可以怎样来验明电现象和磁现象之间的密切关系。作为导言，我们将首先复习一下电磁学中同我们的讨论有关的那些结果。

§8-1 库仑定律

库仑(C. A. Coulomb)等人的实验确立了，一静止电荷 q_1 作用在另一静止电荷 q_2 上的力正比于 q_1 和 q_2 的量值，反比于这两个电荷之间距离的平方，并在连接两电荷的方向上。我们可以把上述断言用下式

$$\boldsymbol{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{8-1}$$

表达，式中 $\boldsymbol{F}$ 是 q_1 作用在 q_2 上的力，k 是比例因子，r 是 q_1 和 q_2 之间的距离，而 $\boldsymbol{e}_r$ 是由 q_1 到 q_2 方向上的单位矢量。[1] 在厘米·克·秒测量单位制中，常数 k 的值按照定义为 1。在米·千克·秒制中，k 的值非常接近于 9×10^9 牛顿·米^2/库仑^2。力的数值可由 q_2 的行为——或者，更准确地，可由携有电荷 q_2 的物体的行为——推断出来。我们将用 q_1 代表源电荷(source charge)，q_2 代表检验电荷(test charge)，尽管它们所充当的角色当然是可同等好地对换的。

由于 $\boldsymbol{e}_r$ 等于 $\boldsymbol{r}/r$，这里 $\boldsymbol{r}$ 是从 q_1 到 q_2 的矢量距离(vector distance)，所以库仑定律亦能写为

---

*中译文见《爱因斯坦文集》第二卷第 83—118 页，商务印书馆，1977 年。——译者

1) 表示单位矢量的符号 $\boldsymbol{e}$ 取自德文词"Einheit Vektor"(单位矢量)的第一个字母。

$$\boldsymbol{F}=kq_1q_2\frac{\boldsymbol{r}}{r^3} \tag{8-1a}$$

但是必须正确地理解这个公式，尽管在分母中出现了 r^3，它仍然是一平方反比依赖。

如果一检验电荷静止于二带电平板(charged plates)之间[例如，在密立根(Millikan)装置中的情形]，那么它所受到的力可以根据库仑定律计算出来。如果这个检验粒子在二带电平板之间时处于运动状态，如在阴极射线管内的情形，对这一粒子的偏转所做的实验测量表明，作用在这个运动电荷上的力依然由方程(8-1)正确地给出。即使检验电荷的速率接近于光速，上面的陈述仍然成立。示于影片“极限速率”中的考察揭示，一非常快速运动的电子，当它受到电力的作用时，它所获得的能量可以通过由方程(8-1)正确给定的力而计算出来。将上述观测结果予以推广，我们可以断言：只要源电荷保持静止状态，则不论检验电荷具有多大的速度，库仑定律总能正确地给出作用在检验电荷上的力(参看图8-1)。由于 $\boldsymbol{F}$ 同检验电荷的电量成正比，而同后者的速度无关，所以我们可以对 q_2 的一给定值利用力 $\boldsymbol{F}_{\text{elec}}$ 来定义在这个检验电

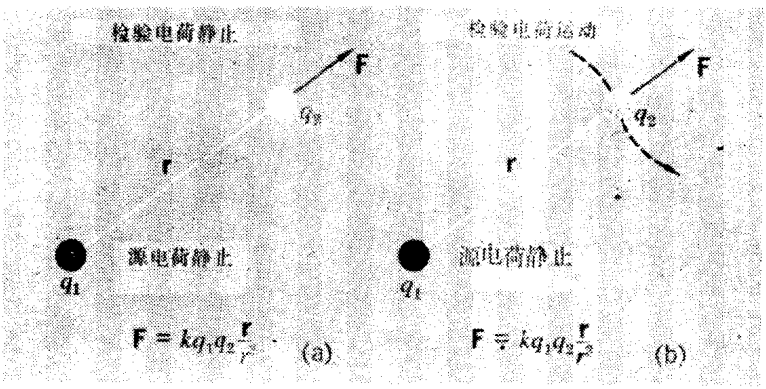


图 8-1. 库仑定律。(*a*) 最初是对两个都是静止的电荷确立的。(*b*) 只要源电荷处于静止状态，对于正在运动的检验电荷，库仑定律依然成立。

荷所处位置上的电场(*electric field*)$\mathscr{E}$:

$$\boldsymbol{F}_{\text{elec}}=q_2\mathscr{E} \tag{8-2}$$

因此,对于静止的源电荷 q_1 的情形,我们有

$$\mathscr{E}=\frac{kq_1}{r^2}\boldsymbol{e}_r \tag{8-2a}$$

如果$\mathscr{E}$的数值给定,则我们能够计算出任何带电粒子在某给定位置上所受到的库仑力。

§8-2 作用在运动电荷上的磁力

尽管我们刚才讲过,作用在一个带电粒子上的库仑力同该粒子的运动状态无关,但是仍然存在这样的事实,即位于某给定点上的一个带电粒子可能受到取决于它的速度的某个力的作用。如果在该电荷的位置上有我们所称的磁场存在,那么这样一种力就会出现。这个磁场具有明确的方向,例如罗盘针所指示的方向,而作用在这个运动电荷上的磁力可由如下方程(已在第七章中引用过)给定:

$$\boldsymbol{F}_{\text{mag}}=\text{常量}(q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B})$$

式中 $\boldsymbol{u}$ 是带电粒子(即电荷 q_2)的速度,$\boldsymbol{B}$ 表征磁场的强度和方向。在米·千克·秒测量单位制中,常量的值为 1,因为电荷单位和磁场单位在此单位制中是通过令这一常量为 1 来定义的。在厘米·克·秒制中,这一常量经证明等于 $1/c$ 的数值。原因何在呢?在本章中,如果过份地去强调测量的单位和单位制,看来是不妥当的。我们的主要兴趣在别处。另一方面,相对论赋予电磁学的洞察力(insight)消除了电磁学许多表面上的任意性(arbitrariness)。而且,相对论揭露出库仑定律和磁力定律之间,以及出现在这两个定律中的两个常量之间的本质联系。对这两个基本的力的定律予以进一步的说明,甚至在讨论的开始,也可能是有助益的。

在静电学初发展时，库仑定律即方程(8-1)就被用作定义电荷单位的基础。由于在当时对力学测量采用的厘米·克·秒单位制，所以单位电荷被定义为这样一个量：如果把两个同样的电荷置于真空中相距1厘米处，两者间的作用力为1达因(=10^{-5}牛顿)，则它们的大小定义为单位电荷。因此，真空中任意两个电荷之间的作用力就等于q_1q_2/r^2。由此可见，在采用厘米·克·秒单位制时，电荷的单位(1静电单位)是借两个静止电荷之间的作用力来定义的。

过了很久之后，人们才认识到，由于电流是由运动着的电荷组成的，所以根据对某一电流作用在另一电流上的力所作的分析可以获得定义电荷单位的另一种方案。这种方案被用来定义电荷的实用单位(1库仑)，后者是采用米·千克·秒制进行电学测量的基础。[1] 利用这一方案，再加上予以适当定义的磁场单位，关于作用在一运动电荷上的力的基本定律则可写为

$$\boldsymbol{F}_{\text{amg}}=q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}\quad(\text{米·千克·秒制})\qquad(8\text{-}3)$$

某点上的$\boldsymbol{B}$的量值和方向一经给定，我们便能够计算出以任何速度运动的任何一个带电粒子在该点受到的磁力。

于是，某电荷在某给定点上受到的总电磁力可以写成假定该电荷静止时受到的电力与方程(8-3)所确定的磁力之和。因此，一般说来，我们有

$$\boldsymbol{F}=q_2(\boldsymbol{\mathscr{E}}+\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B})\quad(\text{米·千克·秒制})\qquad(8\text{-}4)$$

这一关系式名为洛伦兹力定律(*Lorentz force law*)。我们可以把方程(8-4)看作是借在某给定点处于各种运动状态(包括静止状态)的电荷所受到的力来定义电场$\boldsymbol{\mathscr{E}}$和磁场$\boldsymbol{B}$的一种方式。

---

1) 主要的差别，当然不在于我们使用了厘米和克而没有使用米和千克，而是在于我们定义单位电荷是以库仑定律还是以电流之间的作用力为基础。

库仑力定律(Coulomb force law)是关于被静止电荷作用在一运动的或静止的带电粒子上的力的一个完整的陈述。而磁力则是由运动着的源电荷所产生的力。我们可从两根载有电流的导线之间的相互作用清楚地看到这一点。一根导线，无论它是否载有电流，总是电中性的(至少在极好的近似下是这样的)。因而，导线不会对附近的带电粒子施加库仑力。但是当导线中有电流通过时，它周围就出现了某种式样(pattern)的磁场，于是就有一个如方程(8-3)所描述的力作用在导线附近运动的一带电粒子上。由于电流是导线内部电子有规律漂移形成的，因此我们可以把磁场的产生归因于电子的这种运动。对于某一载有电流的导线作用在另一载有电流的导线(两导线都是电中性的)上的力，从微观方面来看，我们可以借一导线中运动的检验电荷受到另一导线中的运动的源电荷作用的磁力来加以理解。我们将在本章的稍后部分来阐释这个结果。如我们在讨论库仑力时遇到的情形一样，我们指派某电荷为源电荷、另一电荷为检验电荷，当然是任意的。

§8-3 引进相对论性处理

从认为所有的惯性系实质上(physically)都是等效的任何一种理论的观点来看，静止电荷引起的效应和运动电荷引起的效应之间的差别不能作为根本性的差别来接受。它是一种依赖于特定参照系的使用的差别。相对于某一参照系而运动，因而受到磁力作用的一检验电荷，相对于某另一参照系有可能是静止的，因而即便它所在的位置上存在磁场它也不会受到磁力的作用。与此类似，相对于某一参照系而运动，因而可被看作产生磁场的一源电荷，相对于另一参照系有可能是静止的，因而仅就后一参照系而言它仅只产生一个电场。可见，我们总有可能选择一个使其内任一给定带电粒子为静止的参照系。在下面的讨论中，我们将反复利

用这一可能性，这一可能性允许我们(无论如何在我们的设想中)把任何一个给定的问题转变成其中所涉及的源电荷或检验电荷之一为静止的另一个问题。

我们将借处于不同运动状态下的电荷之间的作用力来进行分析。我们的出发点（也许要经过一次参照系的最初的更易才能达成)是一个静止电荷所引起的效应——亦即，被库仑力定律和该静止电荷伴生的电场所描述的一种相互作用。但是，如果从另一个坐标系中来观测，这个"静止"电荷是运动的。相对论的变换关系将使我们能够发现，在这个新的坐标系中，事物是如何被描述的。我们将了解到，描述一个运动电荷的电场的定律不同于描述一个静止电荷的电场的定律。此外，我们还会看到，一运动电荷作用在另一运动电荷上的力同这两个电荷的速度都有关系。这种相互作用将使我们能够证认出运动电荷的磁场(*magnetic field*)，而对于静止电荷无这种场存在。正是在这种意义上，爱因斯坦的关于在一个坐标系中看来是磁场的东西而在另一个坐标系中来看只是一个电场而已的预感（见本章开头的引文）的正确性得到了验证。仅根据库仑定律（加上相对论)，我们便可以对以任意恒定速度运动的电荷之间的电相互作用和磁相互作用作出定量的描述（而且还能处理牵涉被加速电荷的许多问题，虽然不是所有的问题)。

在后面的讨论中，尤其要注意，第一阶段的工作是要找出力。根据把总力分析为同检验电荷的速度无关的部分($\boldsymbol{\mathscr{E}}$) 和同检验电荷有关的部分($\boldsymbol{B}$)来证认电场和磁场，则是第二阶段的事情。

§8-4 库仑定律的变换

当我们说某一静止源电荷作用在某一检验电荷上的力为 $\boldsymbol{F}=k(q_1q_2/r^2)\boldsymbol{e}_r$ 时，我们需要知道这一陈述的确切含义。它描述的是在 q_1处于静止的某一参照系测得的某给定时刻的事物状态。矢

量 $\boldsymbol{r}$ 是 q_1 和 q_2 在这一时刻的空间距，而力 $\boldsymbol{F}$ 是沿 $\boldsymbol{r}$ 的方向作用的。在仅有此力的作用下，检验粒子的动量 p_2 将以 $d\boldsymbol{p}_2/dt=\boldsymbol{F}$ 所确定的时率而变化；也就是说，$d\boldsymbol{p}_2/dt$ 是对力 $\boldsymbol{F}$ 的一种量度。然而，一切有关的运动学量和动力学量——源电荷的零速度、源电荷和检验电荷之间的距离，以及检验电荷动量的时间变化率——都是在一特定坐标系中测定的。如果在相对于前一个坐标系而运动的另一个坐标系中进行测量，源电荷不再是静止的，源电荷和检验电荷之间（在新坐标系中于某给定时刻由测量而确定的）距离会发生变化，动量的时间变化率即对作用在检验电荷上的力的量度也可能不同。如果我们能够确定这些不同的量在新坐标系测得的新值，那么我们就有了能给出由运动的源电荷的存在而施加在检验电荷上的力的一个定律。我们在此进行的所有计算都是以洛伦兹变换以及上一章推导出的力的变换方程为根据的。这种运算过程虽然初看起来很麻烦，但实际上并不困难。

我们首先介绍有关检验电荷相对于一参照系 S 是静止的某些事态，因而，如这一参照系所描述的，唯一能作用在该检验电荷上的力是电场所产生的。但是让我们设想，源电荷相对于系 S 而运动。我们讨论的程序如下：

1. 首先变换到源电荷处于静止的参照系 S' 中。于是，库仑定律即方程(8-1)给出在系 S' 中测得的检验电荷受到的力。（在系 S' 中观测时，这个检验电荷是运动的，但是，正如我们在前文曾审慎地指出过，在使用库仑定律时只需源电荷为静止即可。）

2. 然后再由系 S' 变换回系 S 中，以便获致仅借系 S 的坐标来表示的在系 S 中测得的力的一个陈述。我们在运算中将要用到关于位置、时间、速度及力的变换方程。为方便并利于今后反复查阅，我们把这些变换公式集中列于表 8-1 之中。

表 8-1

$$
\left.\begin{aligned}
x' &= \gamma(x - vt) & x &= \gamma(x' + vt') \\
y' &= y & y &= y' \\
z' &= z & z &= z' \\
t' &= \gamma(t - vx/c^2) & t &= \gamma(t' + vx'/c^2)
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}5)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
u'_x &= \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2} & u_x &= \frac{u'_x + v}{1 + vu'_x/c^2} \\
u'_y &= \frac{u_y/\gamma}{1 - vu_x/c^2} & u_y &= \frac{u'_y/\gamma}{1 + vu'_x/c^2} \\
u'_z &= \frac{u_z/\gamma}{1 - vu_x/c^2} & u_z &= \frac{u'_z/\gamma}{1 + vu'_x/c^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}6)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
F'_x &= \frac{F_x - (v/c^2)(\mathbf{F}\cdot\mathbf{u})}{1 - vu_x/c^2} & F_x &= \frac{F'_x + (v/c^2)(\mathbf{F}'\cdot\mathbf{u}')}{1 + vu'_x/c^2} \\
F'_y &= \frac{F_y/\gamma}{1 - vu_x/c^2} & F_y &= \frac{F'_y/\gamma}{1 + vu'_x/c^2} \\
F'_z &= \frac{F_z/\gamma}{1 - vu_x/c^2} & F_z &= \frac{F'_z/\gamma}{1 + vu'_x/c^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}7)
$$

§8-5 作用在静止检验电荷上的力

情形 1. 令源电荷 q_1 以恒定速度 $(v, 0, 0)$ 相对于系 S 而运动，在时刻 $t=0$ 时瞬时位于系 S 的原点。令检验电荷 q_2 静止于 x 轴上的点 $(x, 0, 0)$ 处。此情形如图 8-2(a) 所示。

我们不能够直接应用库仑定律来求得作用在 q_2 上的力，这是因为 q_1 在运动，而库仑定律对于源电荷处于运动状态的情形是不

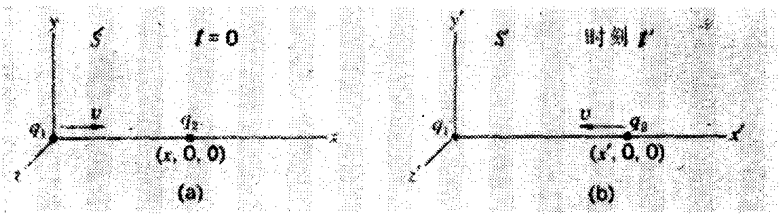


图 8-2. 由图(a)所示的源电荷运动，检验电荷静止的事态变换到图(b)所示的源电荷为静止的另一参照系中，从而使库仑定律得以应用。

适用的。事实上，我们将会看到，如果在此情形直接应用库仑定律，就不会得到作用在检验电荷上的力的正确数值。

可是，我们仍要查看一下事态在系S'中的表现。系S'以速度$v=(v,0,0)$相对于系S而运动。所以，在系S'中，源电荷q_1静止于系S'的原点，而检验电荷q_2则沿x'轴以速度$u'=(-v,0,0)$运动。在时刻t'，检验电荷的空间坐标为$(x,0,0)$。我们这样来选择x'和t'，以使$(x,0,0,0)$和$(x',0,0,t')$分别描述相对于系S和系S'的同一个空-时点。此事态如图 8-2(b)所示。

在进一步讨论之前，让我们把注意力集中在一个很重要的，但往往易于忽略的特征。我们计算的目的是要找出在系S测量的在一特定时刻$t=0$时q_1作用在q_2上的力。如果我们借点事件的坐标(x,y,z,t)来描述这个点事件，那么q_1和q_2的空-时坐标分别为$(0,0,0,0)$和$(x,0,0,0)$。我们利用洛伦兹变换方程：

$$x'=\gamma(x-vt)$$
$$y'=y$$
$$z'=z$$
$$t'=\gamma(t-vx/c^2)$$

变换到系S'，则得q_1和q_2在系S'的空-时坐标为

q_1的空-时坐标：$(0,0,0,0)$

q_2的空-时坐标：$(x',0,0,t')$

其中$x'=\gamma x$，$t'=-\gamma(vx/c^2)$。上面这两个坐标并不定义在系S'中发生在同时的两个点事件。但是，为了在系S'中使用库仑定律，我们必须能够指定q_1和q_2在同一时刻处于该参照系中的相对位置。由于在系S'中，q_1是静止的，因而它在$t'=-\gamma vx/c^2$时的位置同它在$t'=0$时的位置是相同的，所以我们能够做到这一点。但是这里要涉及到一个重要的原则性问题。给定在系S中发生在同一时刻t的两个点事件(r_1,t)和(r_2,t)，我们可以把这两个点事件在

系 S' 中描述为发生在 $(\boldsymbol{r}_1', t_1')$ 和 $(\boldsymbol{r}_2', t_2')$，但一般说来，$t_1' \neq t_2'$。所以，按照在系 S' 中进行这种测量的(同时性)标准，$\boldsymbol{r}_2' - \boldsymbol{r}_1'$ 的值一般并不代表两个粒子之间的距离。由此可见，在一般情况下，$\boldsymbol{r}_2' - \boldsymbol{r}_1'$ 不是用于库仑定律中的合适的物理量——虽则在我们正在讨论的情形中它碰巧是适用的。

既然我们已经证明了可利用距离 $x' = \gamma x$ 来描述 q_1 和 q_2 在系 S' 中的空间间隔，现在还是让我们返回到原来的问题上来。于是，我们可以根据库仑定律用下列分量：

$$F_x' = kq_1q_2/x'^2 \qquad F_y' = 0 \qquad F_z' = 0$$

来描述(在系 S' 中)q_1 作用在 q_2 上的力。我们利用表 8-1 中的变换方程可将上述分量再变换到系 S 中。对于 q_2，我们有 $u_x' = -v$。将此速度以及上面给出的 $\boldsymbol{F}'$ 的三个分量代入方程(8-7)，我们得到

$$F_x = F_x = kq_1q_2/x'^2 \qquad F_y = 0 \qquad F_z = 0$$

所以，在这一情形，作用在 q_2 上的力在系 S 中于时刻 $t = 0$ 测定的值和在系 S' 于时刻 t' 测定的值是相同的。然而，q_1 和 q_2 之间的距离，在系 S 中于时刻 $t = 0$ 时测得的值小于在系 S' 中于时刻 t' 测得的值。这意味着，如果源电荷在运动，力的定律就要加以修改。为了看到这一修改，我们必须借系 S 中测得的两电荷的间距来表示 F_x。由于 $x' = \gamma x$，所以

$$F_x = \frac{1}{\gamma^2} \frac{kq_1q_2}{x^2}$$

上式表明，以速度 v 运动的源电荷作用在(静止于源电荷运动直线上的)检验电荷上的力是普通库仑力的 $1/\gamma^2$ 倍。无论源电荷是朝向还是远离检验电荷运动，这一结果都是正确的。

情形 2. 现在我们来考虑第二种情形；在此情形，检验电荷 q_2 静止于 y 轴上点 $(0, y, 0)$ 处。仍然令源电荷以恒定速度 $(v, 0, 0)$ 相

对于系 S 而运动，而且在时刻 $t=0$ 时位于系 S 的原点[图 8-3 (a)]。

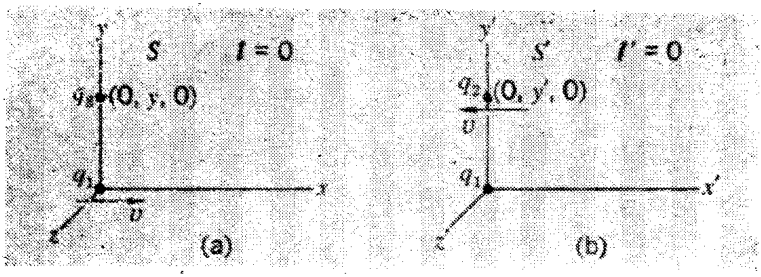


图 8-3. 与图 8-2 所示事态相似，只是几何位置不同。

q_2 在系 S' 中的，对应于系 S 中的空-时点 $(0, y, 0, 0)$ 的空-时坐标为 $(0, y', 0, 0)$，而在 $t'=0$ 时的事态如图 8-3(b)所示，q_2 的速度是由 $u'_x=-v$ 给出。

在系 S' 中 q_1 是静止的，所以我们可以利用库仑定律求出在时刻 $t'=0$，即当 q_2 位于 $(0, y', 0)$ 时，在系 S' 中观测到的作用在 q_2 上的力。这个力为

$$F'_x=0 \qquad F'_y=kq_1q_2/y'^2 \qquad F'_z=0$$

现在利用方程(8-7)可得在系 S 中测得的力：

$$F_x=0 \qquad F_z=0$$

$$F_y=\frac{F'_y/\gamma}{1+vu'_x/c^2}=\frac{F'_y}{\gamma(1-v^2/c^2)}=\gamma F'_y$$

所以，在这一情形，作用在 q_2 上的力在两个参照系中测得的值不同。但是，由于 $y=y'$，二电荷之间的距离在系 S 中于 $t=0$ 时测得的值和在系 S' 中于 $t'=0$ 时测得的值是相同的。相反，在情形 1 中，在两参照系中测得的力是相同的，但在两参照系中测得的两电荷之间的距离不同。无论在哪种情形，力的定律都发生了改变——在情形 1 中要乘以因子 $1/\gamma^2$，而在第二种情形，如我们现在所见到的，则要乘以因子 γ。

如果借系 S 中测得的两电荷的间距来表示 F_y，我们就会得到

$$F_y = \gamma \frac{kq_1q_2}{y^2}$$

上式表明，当从运动的源电荷到静止的检验电荷的连线一旦垂直于源电荷的运动方向，作用在检验电荷上的力就较大，为普通库仑力的 γ 倍。

情形 3. 在情形 1 和 2 中，检验电荷相对于源电荷而言处于特殊的位置。现在令 q_2 是静止的并位于任一非特殊点(x, y, z)。令 q_1 仍以前两种情形中的方式运动。于是在系 S 中，当 $t=0$ 时，我们有如图 8-4(a)所示的事态。q_2 的空-时坐标是$(x, y, z, 0)$。在系S' 中，同一空-时点具有坐标$(x', y', z', t',)$，其值可由方程(8-5)的坐标变换给定。在系S' 中时间为 t' 时的图象如图 8-4(b)所示。

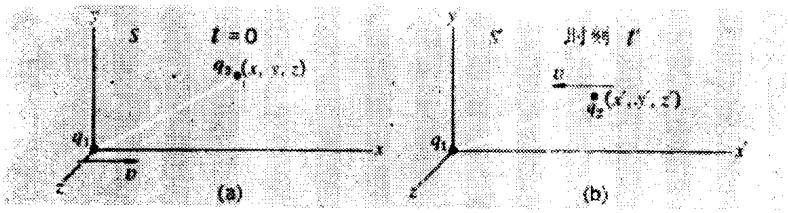


图 8-4. (a)位于任意相对位置上的运动源电荷和静止检验电荷。(b)变换到其内源电荷为静止的另一参照系的同一事态。

在系 S' 中，q_1 是静止的，因而可利用库仑定律求出

$$F'_x = kq_1q_2\frac{x'}{r'^3} \qquad F'_y = kq_1q_2\frac{y'}{r'^3} \qquad F'_z = kq_1q_2\frac{z'}{r'^3}$$

由方程(8-7)，得

$$F_x = F'_x \qquad F_y = \gamma F'_y \qquad F_z = \gamma F'_z$$

因此

$$F_x = kq_1q_2\frac{x'}{r'^3} \qquad F_y = \gamma kq_1q_2\frac{y'}{r'^3} \qquad F_z = \gamma kq_1q_2\frac{z'}{r'^3}$$

但是由于

$$x' = \gamma x \qquad y' = y \qquad z' = z$$

所以在系 S 中，

$$F_x = \gamma k q_1 q_2 x / r'^3 \qquad F_y = \gamma k q_1 q_2 y / r'^3 \qquad F_z = \gamma k q_1 q_2 z / r'^3$$

式中

$$r' = (x'^2 + y'^2 + z'^2)^{1/2} = (\gamma^2 x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

可以把这些结果合并成单一矢量方程：

$$\boldsymbol{F} = \gamma k q_1 q_2 \boldsymbol{r} / r'^3 = k q_1 q_2 \frac{\gamma \boldsymbol{r}}{(\gamma^2 x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \tag{8-8}$$

可见，在某给定时刻由运动的源电荷 q_1 作用在静止的检验电荷 q_2 上的力是沿着在同一时刻从 q_1 到 q_2 所画连线方向上作用的。同假定 q_1 也处于静止时作用在 q_2 上的通常的库仑力相比，如果检验电荷位于运动源电荷的运动路线上(或前或后)，则作用在 q_2 上的力要减小到通常库仑力的 $1/\gamma^2$ 倍；如果 q_1 和 q_2 的连线垂直于 q_1 的运动方向，则作用在 q_2 的力增大到通常库仑力的 γ 倍；如果 q_2 位于以上两个位置之间，则 q_2 所受到的作用力其数值在上述两个数值之间变化。饶有趣味的是，同静止源电荷产生的场相比较，运动源电荷产生的场的畸变(distortion)是前后对称的——，也就是说，场是相对于通过源电荷同它的运动方向成 90°的某平面对称的。我们可能从直觉上以为，场会在前方增强而在后方减弱，但实际上并不是这样。[1]

由于方程(8-8)描述了作用在一个静止检验电荷上的力，所以 $\boldsymbol{F}/q_2$ 正好是 q_1 产生的电场 $\boldsymbol{\mathcal{E}}$。因此我们有

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}(x, y, z) = \gamma k q_1 \boldsymbol{r} / r'^3 = k q_1 \frac{\gamma \boldsymbol{r}}{(r^2 x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \tag{8-9}$$

由于一静止源电荷产生的电场是辐射状的，因而当然是球对

[1] 详见问题 8-3。

称的；这就是说，该电场的强度在所有各个方向上都是相同的。它其实就是库仑场(Coulomb field)$\boldsymbol{\mathcal{E}}=kq_1\boldsymbol{r}/r^3$。可是，如果源电荷是在作匀速直线运动，那么它所产生的电场就不再是球对称的，其强度随方向的不同而各异。不过，在每一时刻，作匀速直线运动的源电荷产生的电场的方向相对于在同一时刻源电荷的位置仍然是辐射状的。

如果把上述最后一个结果——在每一时刻，作匀速直线运动的源电荷产生的电场是以在同一时刻源电荷所在位置为中心而向外辐射的结果——稍加思考，你们可能会开始意识到，这是一个非常令人惊奇的结果。

现在让我们来考虑上面这句话讲的是什么。设有一电荷q_1以恒定的速率沿x轴运动(图 8-5)。假定在现在时刻(present instant)，q_1位于点X上。如图所示，在现在时刻点P处电场$\boldsymbol{\mathcal{E}}$从X辐射状地向外指向。这意味着，如果有一检验电荷q_2被放置在点P上，那么这一检验电荷就会感受到一个力$\boldsymbol{\mathcal{E}}q_2$沿离开$X$的方向作用于其上。这种说法从各个方面来看似乎是非常合理的。

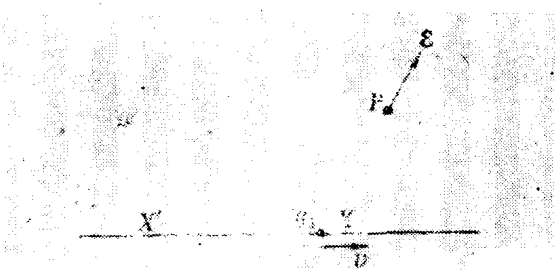


图 8-5. 被认为是由作匀速直线运动的电荷q_1在它处于过去的位置X'上时产生的电场，是从它现在的位置X辐射状地向外指向的

但是，如果我们相信任何效应——任何质量，任何能量，或任何力——都不能够以大于c的速率传播，那么，位于点P上的检验电荷q_2就不会“知道”q_1在现在(时刻)的位置。起源于位在现在位

置X上的q_1的位置和行为(location and behavior)的任何信号，任何效应在到达点P时一定要经历一段时间——这时，q_1已不再位于点X上了。

令X'为q_1在较早时刻的位置——当q_1在此位置时，它发出一个信号，这信号将以光速c传播并在现在时刻抵达点P。而q_1继续以速率v运动并在现在时刻达到点X。这两个路程需要相同的时间。这意味着，

$$\frac{X'P}{c}=\frac{X'X}{v} \qquad 或 \qquad \frac{X'X}{X'P}=\frac{v}{c}$$

我们称X'为q_1的相对于点P的推迟位置(*retarded position*)。凡是在位于点X'和点X之间路程上的某点离开q_1的信号都不会在现在时刻抵达点P。(请读者自己证明这一点。)现在，点P上的场必定起源于位于点X'上的q_1的行为，或者也许，如果信号的速度小于光速，该场起源于q_1在较早时刻位置上的行为。但是电荷q_1在位于点X'这一时刻之后的任何行为都不能于现在时刻在点P产生任何效应。

尽管如此，点P上的场的方向是以q_1的现在位置为中心向外延伸的。大自然的表现是这样的：对于作匀速直线运动的源电荷，尽管在某点P产生的场起源于该源电荷在较早时刻的位置和行为，但是这个场从该源电荷在现在时刻的位置向外指向。仿佛是，大自然能计算出源电荷在现在时刻所处的位置并如是行动。(事实上，读者可能已经想到，除非源电荷在通过点X'后继续以恒定的速度运动，否则它就不可能当在P处场被观测到的时刻确实处于点X上。尽管如此，在P处场被观测到的时刻，该场看起来仍然好像是起源于点X的。)由此可见，这个初看起来似乎是相当显然的结果，经过更加仔细的考察之后，其实是十分惊人的——但毕竟是一个真实的结果。

§8-6 作用在运动检验电荷上的力

库仑定律告诉我们一静止的源电荷作用在一静止的或运动的检验电荷上的力。在前面所作的计算中，事实上，我们一直设法在系 S' 中建立起这样的事态——即在系 S' 中放置一静止的源电荷和一运动的检验电荷。于是，对检验电荷的作用可以由库仑定律加以确定。然后我们再把问题变换到另一个惯性系 S 中。但是在每一种情形，我们限制对系 S 选择使检验电荷在系 S 中处于静止。这种做法使我们得以求出一匀速运动的源电荷作用在一静止的检验电荷上的力。

现在我们将研究一匀速运动的源电荷对一运动的检验电荷的作用。仅就力的计算而言，我们仍然以源电荷在其内处于静止状态的系 S' 为出发点，以便能应用库仑定律对作用力作出完备而精确的说明。但是，我们随后要变换回系 S，在其中源电荷和检验电荷两者都处于运动状态。这样，我们便发现了一个新特征：作用在检验电荷上的力，包括同检验电荷运动速度有关的一项。这正好是电荷在磁场中运动时出现的事态，从而我们将用它来认证磁场的存在并计算出磁场的强度。

我们首先处理一些简单的情形，以便能揭示这一新特征的本质，而又毋需涉及任何冗长的代数运算。

情形 1. 令源电荷 q_1 和检验电荷 q_2 两者均以相同的恒定速度 $(v, 0, 0)$ 相对于系 S 而运动。在时刻 $t=0$，令连接 q_1 和 q_2 瞬时位置的连线同 y 轴重合。这事态如图 8-6(a)所示。在系 S' 中，事态是极其简单的，这是因为在系 S' 中两电荷都是静止的，而且它们之间的间距为 $y'=y$[图 8-6(b)]。在系 S' 中，我们有

$$F'_x=0 \qquad F'_y=kq_1q_2/y'^2 \qquad F'_z=0$$

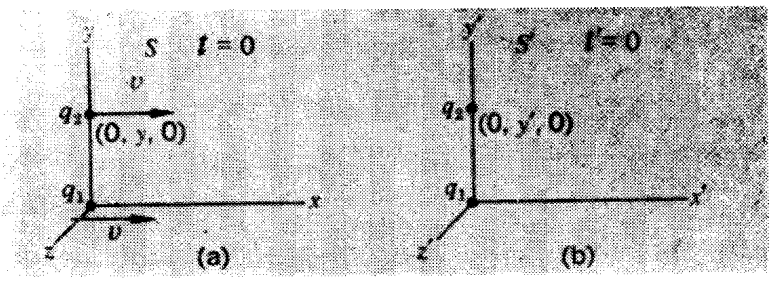


图 8-6. (*a*) 以相等的速度平行运动的两个电荷。(*b*) 该事态被变换到两电荷均为静止的参照系。

由于 q_2 在系 S' 中的速度 $\boldsymbol{u}'=0$，所以力的变换即方程(8-7)给出

$$F_x=0 \qquad F_y=F'_y/\gamma \qquad F_z=0$$

由此得

$$F_y=\frac{1}{\gamma}\frac{kq_1q_2}{y^2}$$

由于现在 q_2 是静止的，我们应该有

$$F_y=\gamma\frac{kq_1q_2}{y^2}$$

有如前一节情形 2 中得出的计算结果[此结果亦可根据关于静止检验电荷的一般情形的方程(8-8)推得]。F_y的两个值之差代表运动源电荷作用在运动检验电荷上的磁力:

$$F_{\text{mag}}=\frac{kq_1q_2}{y^2}\left(\frac{1}{\gamma}-\gamma\right)=-\frac{v^2}{c^2}\frac{\gamma kq_1q_2}{y^2}$$

式中的负号表示，如 q_1 和 q_2 的符号相同，磁力的作用使沿相同方向作平行运动的两电荷相互吸引。虽则我们不应当过分夸大我们选取的这个特殊情形的作用，但是这一结果之可写为

$$F_{\text{mag}}=-\frac{v^2}{c^2}F_{\text{elec}}$$

则是有启发性的，式中 $F_{\text{elec}}(=\gamma kq_1q_2/y^2)$是假定 q_2 静止时作用在它上面的力。磁力的大小是否总与电力的大小成比例呢？因子

v^2/c^2 的起因何在呢？随着我们对其他一些情形的研究，便会自然地得出上面这两个问题的答案。

情形 2. 现在我们要考虑的问题除一件事之外同情形 1 中的问题完全相同；这件事是，电荷 q_2 具有一量值为 u_x 的异于 v 的速度，但此速度仍与 v 平行。[1]如在系 S 和系 S' 中所观测到的这两事态如图 8-7 所示。在系 S' 中，我们再次得到

$$F'_x=0 \qquad F'_y=kq_1q_2/y'^2 \qquad F'_z=0$$

但是当我们根据方程(8-7)重新变换回到系 S 中时，我们必须利用 u' 的非零的数值：

$$u'_x=\frac{u_x-v}{1-vu_x/c^2} \qquad (u'_y=0,\ u'_z=0)$$

利用这些公式，我们得

$$F_x=0 \qquad F_y=\frac{\gamma kq_1q_2}{y^2}\left(1-\frac{vu_x}{c^2}\right) \qquad F_z=0$$

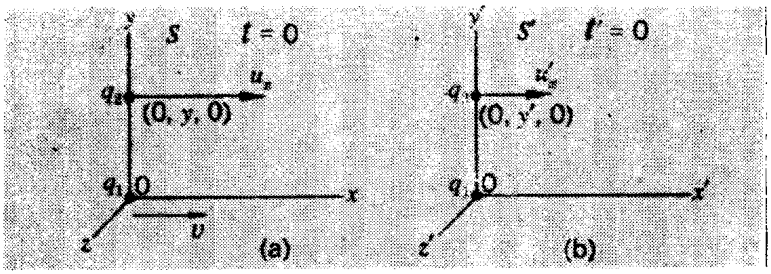


图 8-7. (*a*) 两个沿相同方向以不同的速度平行运动的电荷。(*b*) 该事态被变换到源电荷为静止的某参照系。

这个结果较之情形 2 更富有启示性。它向我们示明，如果 q_2 位于 y 轴上并沿着平行于 x 轴的方向运动，那么作用在 q_2 上的磁力可由下式给定：

1) 为什么不去考虑 q_2 位于 x 轴的情形呢？请读者试对这一情形进行分析，读者将会发现这一情形不是很有教益的原因。

$$F_{\text{mag}} = -\frac{vu_x}{c^2}F_{\text{elec}}$$

由上式可明显看出，磁力同检验电荷的速率成比例，这正如力的定律即方程(8-3)所要求的。再者，表示这一情形的磁力作为电力分数的因子 vu_x/c^2 也同源电荷的速率成比例。

情形 3. 我们还要考虑另一个同前两个问题颇为相似的问题。我们再次把 q_2 置于系 S 中的点$(0, y, 0)$上，不过这次我们假定它以速度 $\boldsymbol{u}=(0,\ u_y, 0)$沿 y 轴运动。如在系 S 和系 S' 中所观测到的这两事态如图 8-8 所示。我们再次有

$$F'_x = 0 \qquad F'_y = kq_1q_2/y'^2 \qquad F'_z = 0$$

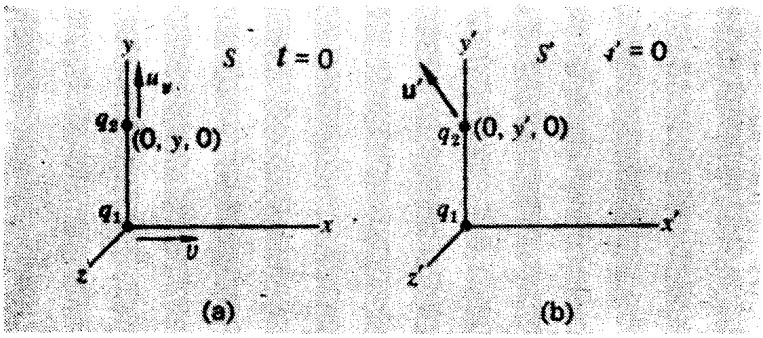


图 8-8. (*a*)一源电荷和一检验电荷具有的速度在量值上不等，在方向上相互垂直。(*b*)该事态被变换到源电荷为静止的某参照系。

但是现在 q_2 有两个在系 S' 中测得的非零速度分量:

$$u'_x = -v \qquad u'_y = u_y/\gamma \qquad u'_z = 0$$

利用这些公式，我们得

$$F_x = \frac{vu_y}{c^2}\frac{\gamma kq_1q_2}{y^2} \qquad F_y = \frac{\gamma kq_1q_2}{y^2} \qquad F_z = 0$$

这一情况现在确实成为揭露前文曾提到的那个新特征的本质的开端。根据对这一问题和前一问题的结果所作的考察，我们看到，作用在 q_2 上的总力可视为由两部分组成:

1. 一部分是沿从 q_1 到 q_2 的连线作用的，量值为 $\gamma kq_1q_2/r^2$ 的电力。

2. 另一部分是垂直于 q_2 的运动方向作用的、正比于电力并正比于 q_2 的速度量值(也正比于 q_1 的速率 v)的磁力。

当然，我们现在距离考虑一个真正的一般情形——指 q_2 在任意位置，具有任意速度的情形——还很遥远。不过下面要考虑的这个情形将会加强我们刚才提出的结论。

情形 4. 如通常的做法一样，令 q_1 在 $t=0$ 时位于系 S 的原点，沿 x 轴以速度 $\boldsymbol{v}$[亦即 $\boldsymbol{v}=(v,0,0)$]运动。令 q_2 在同时($t=0$)位于点$(x,y,0)$上，以速度 $\boldsymbol{u}=(0,u_y,0)$平行于 y 轴运动。在系 S 和系 S' 中观测到的这两事态如图 8-9 所示。把库仑定律应用于系 S''，我们有

$$F'_x=kq_1q_2x'/r'^3 \qquad F'_y=kq_1q_2y'/r'^3 \qquad F'_z=0$$

速度$\boldsymbol{u}'$的分量与前一情形相同:

$$u'_x=-v \qquad u'_y=u_y/\gamma \qquad u'_z=0$$

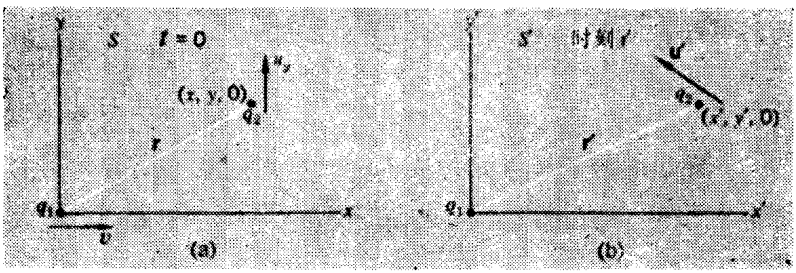


图 8-9. 与图 8-8 所示事态类似，所不同的是电荷之间的相对位置现在是任意的。

利用力的变换即方程(8-7)，可引致下列结果:

$$F_x=\frac{\gamma kq_1q_2}{r'^3}\left(x+\frac{vu_y}{c^2}y\right) \qquad F_y=\frac{\gamma kq_1q_2}{r'^3}y \qquad F_z=0$$

式中 $r'=(\gamma^2x^2+y^2)^{1/2}$。上述结果不需要进行太多的代数运算即可证实。

现在让我们来仔细看看这个结果。我们首先能认出其中的由下式给定的电力 $\boldsymbol{F}_{\text{elec}}$:

$$\boldsymbol{F}_{\text{elec}}=\frac{\gamma kq_1q_2\boldsymbol{r}}{(\gamma^2x^2+y^2)^{3/2}}$$

完全符合方程(8-8)。其余的部分是沿 x 轴方向上即与 q_2 的速度方向成直角的方向上作用的力，而且这部分力再次同 q_2 的速度的量值成比例:

$$\boldsymbol{F}_{\text{mag}}=\frac{\gamma kq_1q_2}{r'^3}\frac{vu_y}{c^2}y$$

我们能否象从前一样把 F_{mag} 同电力简单地联系起来呢？回答是肯定的。而且这个较少的特殊几何(geometry) 揭示出较多所牵涉的本质上的矢量关系。让我们依据方程(8-3)

$$\boldsymbol{F}_{\text{mag}}=q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}$$

表示的有关磁力的所知继续讨论下去。在现在的情形，速度 $\boldsymbol{u}$ 平行于 y 轴，而磁力(总是垂直于 $\boldsymbol{u}$ 的)则平行于 x 轴。这就要求矢量 $\boldsymbol{B}$ 平行于 z 轴。而且 $\boldsymbol{B}$ 的量值可由下式给定:

$$B=\frac{\gamma kq_1}{r'^3}\frac{vy}{c^2}$$

现在乘积 vy 恰好同矢积 $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}$ 的量值相等，这里 $\boldsymbol{v}$ 是 q_1 的速度。再者，矢量 $\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{r}$ 是沿着 z 轴的正方向的。因此，我们可以通过方程

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times\left(\frac{\gamma kq_1}{r'^3}\boldsymbol{r}\right)$$

对磁场 $\boldsymbol{B}$ 的量值和方向作出正确的描述。但是，括号中的量正是方程(8-9)曾给出的、运动的源电荷 q_1 所产生的电场 $\boldsymbol{\mathscr{E}}$。因此，我们可以把上式改写为

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\mathscr{E}}) \tag{8-10}$$

式中，

$$\boldsymbol{\mathscr{E}}=\gamma kq_1\boldsymbol{r}/r'^3 \qquad (r'^2=\gamma^2x^2+y^2)$$

于是，作用在运动的检验电荷上的总力可由下式给出：

$$\boldsymbol{F}=q_2\boldsymbol{\mathscr{E}}+q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}$$

这同方程(8-4)是完全一样的，其中 $\boldsymbol{\mathscr{E}}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 可分别由方程(8-9)和(8-10)给出。

实际上我们并没有对上述结果加以证明，如果因此而遭到非议，那是很自然的事情。但是对于 q_2 具有任意位置和任意速度这个一般情形所作的分析将再一次地同上面的这些方程符合。所以，一运动电荷作用在另一运动电荷上的电力和磁力的合成可以根据源电荷在其中为静止的某参照系中测得的库仑力正确地计算出来。

在本章剩下的篇幅中，我们将把这些基本的结果应用于扩展电流 (extended current)——即运动电荷长线 (long lines of moving charges)的问题上来，以便弄清，如何根据相对论获得关于两载流导线之间相互作用机制的一个非常清晰的图景。为此，我们首先来考虑完全由相同电荷构成的电荷长线的各种性质。

§8-7 线电荷分布产生的场

现在我们来考虑由沿 x 轴均匀分布的电荷所产生的场。实际上，电荷不可能作这样的分布，因为我们知道电荷是 e 的整数倍而量子化的。然而，由于从宏观的标准来看，e 是如此的微小，上述近似对许多实用场合都是正当的。我们首先来考虑一组静止的电荷，然后再来研究假使整个线电荷以某恒定的速度运动时会引起何种改变。

静止的线电荷

我们将假设一常数线电荷密度 λ(例如以每米距离库仑数量度)沿 x 轴从 $-\infty$ 扩展到 $+\infty$(图 8-10)。我们要问: 位于离 x 轴距离为 b 的某点 P 处的电场是多大?

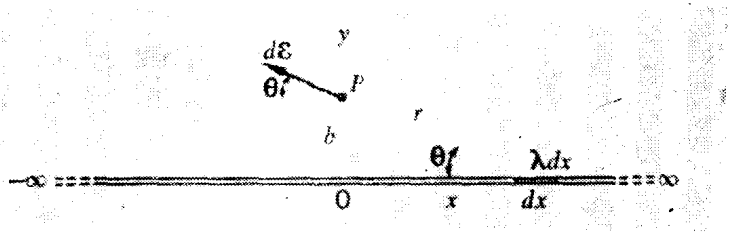


图 8-10. 对无限长静止电荷线所产生电场的计算。

根据叠加原理, 点 P 处的(电)场是直线上每个电荷元 (element of charge)在该点所产生的诸(电)场的矢量和。基于对称性的考虑, 显然可见, 点 P 处合(电)场的 x 分量为零。但是每一电荷元都在点 P 处贡献场的一正 y 分量。

线元 dx 中的电量为 λdx。它在点 P 产生的(电)场为

$$d\mathscr{E}=k\frac{\lambda dx}{r^2}e_r$$

其 y 分量为

$$d\mathscr{E}_y=k\frac{\lambda\sin\theta dx}{r^2}$$

现在让我们借助一个变量 θ 来表示上面的方程:

$$r=b/\sin\theta$$

$$x=b\cot\theta$$

$$dx=-b\csc^2\theta d\theta$$

所以

$$d\mathscr{E}_y=-\frac{k\lambda}{b}\sin\theta d\theta$$

经积分后, 则得合(电)场的 y 分量为

$$\mathscr{E}_y = -\frac{k\lambda}{b}\int_{\pi}^{0}\sin\theta d\theta = \frac{2k\lambda}{b}$$

由于这一分量是唯一不为零的场分量，所以对于整个线电荷，我们有

$$\mathscr{E} = 2k\frac{\lambda}{b}e_y \tag{8-11}$$

运动的线电荷

在上面的情形中，唯一需要我们考虑的场是电场。因为所有的电荷都是静止的，所以不存在磁场。但是，如果电荷是运动的话，那么电场会怎样？磁场又是怎样的呢？

我们仍然考虑一常值线电荷密度 λ 沿 x-轴从 $-\infty$ 扩展到 $+\infty$，但是这一次我们令整个电荷分布沿 x 轴以 v 速运动[图8-11 (a)]。

正如我们已经看到的，运动电荷产生的电场不同于通常的库仑场，此外运动电荷还要产生磁场。点 1 邻域的运动电荷密度

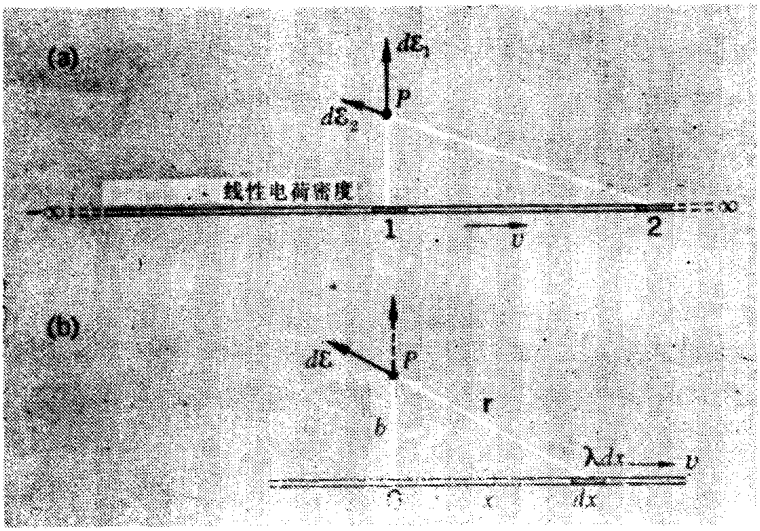


图 8-11. (a)一运动的无限长线电荷的较近和较远部分所产生的电场。(b)到点 0 距离为任意值 x 的某线元在点 P 上产生的电场。

(moving charge density) 在点P产生的电场$d\mathscr{E}_1$大于正常的库仑场，二者相差一个因子γ。在x轴上远离点P的运动电荷密度(如位于点2的电荷密度)在点P产生的电场$d\mathscr{E}_2$则要小于正常的库仑场，二者相差一个近似等于$1/\gamma^2$的因子。[如果你想回忆起这些结果，请参看方程(8-9)。]这两种相反的效应哪一种占优势，是不能立即看清楚的。现在，还是让我们再次对这些微分贡献(differential contributions)加以积分以求得合成场。

沿线某任意点处以速度v运动的电量λdx对位于点P处电场的贡献[图8-11(*b*)]可由方程(8-9)给出，且具有如下形式：

$$d\mathscr{E}=k(\lambda dx)\frac{\gamma r}{(\gamma^2x^2+b^2)^{3/2}}$$

正如静止线电荷情形一样，当我们把从$x=-\infty$至$x=+\infty$之间的所有的对在点P产生的场的x分量的贡献加到一起时，我们则发现$\mathscr{E}_x$将为零。值得指出的是，无论速度的方向是沿着x轴的正方向还是负方向，都会出现上述情况。这表明了运动电荷产生的电场的前-后对称性。至于$\mathscr{E}_y$，我们有

$$\mathscr{E}_y=\int d\mathscr{E}_y=\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{k\gamma\lambda b dx}{(\gamma^2x^2+b^2)^{3/2}}$$

上式给出

$$\mathscr{E}_y=2k\frac{\lambda}{b} \tag{8-12}$$

由此可见，这一运动电荷阵列(moving array of charge)产生的电场同前述静止电荷阵列产生的电场是完全相同的！两种相反的效应——来自点P附近的电荷的因子γ和来自距点P较远的因子$1/\gamma^2$——彼此完全补偿。*

但是磁场如何呢？静止的电荷阵列当然不会产生磁场。请记

---

* 指电荷阵列所产生的场[方程(8-12)]从结果看与γ无关。——编者

住这句话的含义，它只是说：一静止电荷作用在一运动电荷上的力和作用在一静止电荷上的力是完全相同的。但是运动的线电荷阵列(moving linear array)确产生一磁场。我们已经看到[方程(8-10)]，作匀速直线运动的电荷产生的磁场为

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\mathscr{E}}$$

式中$\boldsymbol{\mathscr{E}}$是该电荷产生的电场，而$\boldsymbol{v}$是该电荷的恒定速度。因此，如果电荷元λdx产生一微小电场$d\boldsymbol{\mathscr{E}}$，那么它对磁场的贡献为

$$d\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times d\boldsymbol{\mathscr{E}}$$

于是，整个线电荷阵列产生的磁场为

$$\boldsymbol{B}=\int d\boldsymbol{B}=\int\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times d\boldsymbol{\mathscr{E}}$$

但是$\boldsymbol{v}$是沿x轴的一恒定速度，从而它对于线上所有的电荷元都具有相同的量值和方向。据此，我们可以令

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}\boldsymbol{v}\times\int d\boldsymbol{\mathscr{E}}$$

所以

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\mathscr{E}})$$

式中$\boldsymbol{\mathscr{E}}$即是整个线电荷阵列产生的电场，其值可由方程(8-12)给定。由于电场$\boldsymbol{\mathscr{E}}$的方向处处都是沿径向向外的，而磁场$\boldsymbol{B}$既同$\boldsymbol{\mathscr{E}}$又同$\boldsymbol{v}$相互垂直，所以磁力线是由环绕x轴的许多同心圆所组成——这无疑同实验电磁学的一个熟知的事实相符合。

在下一节我们将考虑这样的运动电荷阵列作用在以速度$\boldsymbol{u}$平行于这个直线电荷而行进的单一运动电荷上的磁力。我们可以通过上述关于$\boldsymbol{B}$的方程连同一般磁力定律即方程(8-3)预期到实际结果。如果$\boldsymbol{u}$和$\boldsymbol{v}$取相同的方向，则我们有

$$\boldsymbol{F}_{\text{mag}}=-q_2\frac{uv}{c^2}\boldsymbol{\mathscr{E}}=-q_2\frac{uv}{c^2}\left(2k\frac{\lambda}{b}\right)\boldsymbol{e}_y \qquad (8\text{-}13)$$

可见，如果 q_2 和线电荷具有相同的符号，那么在此情形磁力是吸引力。

8-8 磁场与相对论

上节对 $\boldsymbol{B}$ 及其磁力的计算还是比较复杂的。但是，我们可以用另一种方法来处理这个问题，这种方法强调了磁场的相对论性的本质。

为了研究运动的线(性)电荷的分布 (linear distribation of charge)在点 P 产生的磁场，我们必须在点 P 处放置一运动的检验电荷。为了使问题简化，我们令该检验电荷 q_2 以速度 $\boldsymbol{u}$ 平行于 x 轴而运动[图 8-12(a)]。

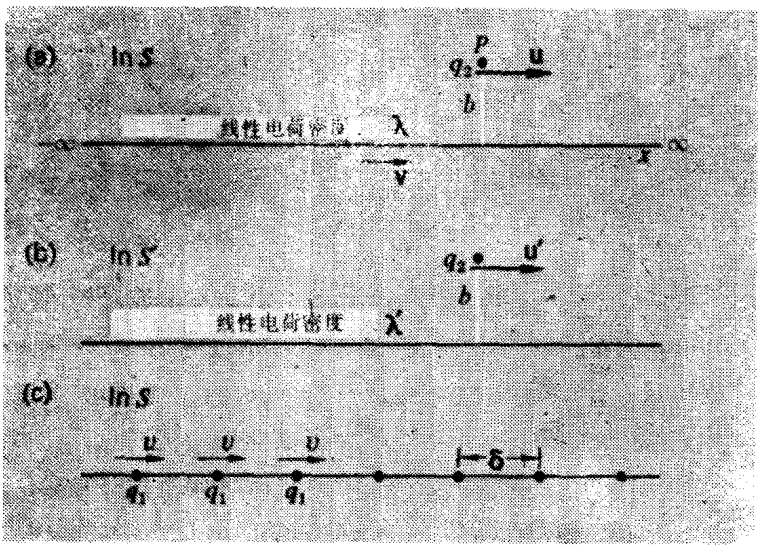


图 8-12. (a)一检验电荷平行于一运动的电荷线而运动。(b) 该事态被变换到直线电荷为静止的一参照系。(c)电荷的线密度 q_1/δ 不是一不变量。

在图 8-12(a)所示的参照系 S 中，作用在 q_2 上的力既包含电

力部分也包含磁力部分:

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_{\mathscr{E}}+\boldsymbol{F}_{B} \tag{8-14}$$

根据方程(8-11),得电力为

$$\boldsymbol{F}_{\mathscr{E}}=\mathscr{E}q_2=2k\frac{\lambda}{b}q_2\boldsymbol{e}_y \tag{8-15}$$

而磁力为

$$\boldsymbol{F}_{B}=q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B} \tag{8-16}$$

因此,如果我们能够求出 $\boldsymbol{F}_B$,那么也就了解到一些有关 $\boldsymbol{B}$ 的情况了。

现在让我们从正在以速度 $\boldsymbol{v}$ 相对于系 S 运动的一参照系 S' 来观察这个体系。在系 S' 中,这一线(性)电荷阵列是静止的,而 q_2 则以速度 $\boldsymbol{u}'$ 在运动[图 8-12(b)]。从 q_2 到荷电(直)线的距离垂直于系 S' 和系 S 的相对运动方向,所以它没有发生变化。但是,对沿线的线电荷密度,情况如何呢?我们可以近似地把这个线(性)电荷阵列分割成无限多个运动的分立电荷 q_1,两相邻的分立电荷在系 S 中的距离均为 δ,而且 q_1 和 δ 是按照 $q_1/\delta=\lambda$ 选择的[图 8-12(c)]。

如果现在我们令 q_1 和 δ 都趋于零,而与此同时使比值 q_1/δ 总保持不变且等于 λ,那么,这种由无限多个分立电荷组成的系统就非常接近于原来的理想化的线电荷阵列——一以速度 v 运动的具有常值线密度 λ 的线电荷分布。

在系 S' 中,诸电荷 q_1 处于静止状态。所以它们之间的距离较之它们在系 S 中的距离大因子 γ。因此在系 S' 中的电荷密度 $\lambda'=q_1/\gamma\delta=\lambda/\gamma$ 比在系 S 中测得的密度要小。

由于在系 S' 中源电荷是静止的,所以作用在 q_2 上的总力为纯电力,其量值可由下式给定[参看方程(8-11)]:

$$F'=2k\frac{\lambda'}{b}q_2=\frac{1}{\gamma}\left(2k\frac{\lambda}{b}\right)q_2$$

力 F' 是在 y 方向上。方程 (8-7)告诉我们如何将 F' 加以变换以求得在系 S 中观测到的作用在 q_2 上的总力 F:

$$F_y'=\frac{F_y}{\gamma(1-u_x v/c^2)}$$

把此式应用到我们正在讨论的情形,得

$$F_y=\gamma\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)F_y'$$

所以,

$$\boldsymbol{F}=2k\frac{\lambda}{b}q_2\left(1-\frac{uv}{c^2}\right)\boldsymbol{e}_y \tag{8-17}$$

因此,根据方程(8-14),(8-15)及(8-17),得系 S 中观测到的磁力为

$$\boldsymbol{F}_B=\boldsymbol{F}-\boldsymbol{F}_E$$

所以,

$$\boldsymbol{F}_B=-\frac{uv}{c^2}\left(2k\frac{\lambda}{b}\right)q_2\boldsymbol{e}_y=-q_2\frac{uv}{c^2}\boldsymbol{\mathscr{E}}$$

上式同方程(8-13)完全符合。利用方程(8-16),则可推得:$\boldsymbol{B}$ 的 y 分量为零,而它的 z 分量为

$$B_z=\frac{v}{c^2}\left(2k\frac{\lambda}{b}\right)=\frac{1}{c^2}v\mathscr{E} \tag{8-18}$$

上式同方程(8-10)一致。为了证明这一分量就是 $\boldsymbol{B}$ 的全部——也就是要证明 $\boldsymbol{B}$ 的 x 分量为零——我们必须令检验电荷 q_2 沿另一个方向运动,比如说,沿 y 方向运动。不过,我们想把这个问题当作一个练习留给读者。我们将再次看到,在某一参照系(S')纯粹起源于电场的力,从另一参照系(S)的观点来看,则具有电力和磁力两个组分。

§8-9 载流导线作用在运动电荷上的磁力

对于常见的速度,两电荷之间的磁力同二者之间的电力相比

是非常非常小的，例如对于两个分别以速率 u 和 v 作彼此平行运动的电荷，它们之间的磁力要比电力小 uv/c^2 倍。因此，只是在我们能设法除去电力之后，才能够容易地观测到磁力。幸而我们真的能做到这一点，那是因为自然界提供了正和负两种符号相反的电荷。

例如，我们可以考察一根长的、其内有电流通过的电中性的铜导线。在这根导线中，带正电的铜离子保持静止状态，而带负电的自由电子则以（比如说）速度 v 运动。[1] 作用在导线外的一个运动的检验电荷上的力是多大呢？为简便起见，让我们首先考虑以与导线内电子的假定速度 v 相同的速度运动的一个检验电荷 q_2（例如一电子）[图 8-13(a)]。在导线内，正电荷的密度和负电荷的密度大小相等但方向相反，比如说，为 $\pm\lambda_0$。因此，它们在 q_2 所在位置上产生的电场量值相等（$\mathscr{E}=2k\lambda_0/b$），方向相反。结果，作用在 q_2 上的电力为零。假如 q_2 是静止的，事情到此也就结束了。可是 q_2 是运动的，所以它能够"感受"到磁场。

为了找出在系 S 中所观测到的作用在 q_2 上的磁力，让我们替换到以速度 v 相对于系 S 而运动的另一参照系 S'。在系 S' 中，q_2 处于静止状态，导线内的电子也处于静止状态，但是导线内的正离子以速度 $-v$ 运动[图 8-13(b)]。

如前所述，导线内的二相邻静止电子之间的距离（从系 S' 的观点来看）增大了，从而它们的线密度 λ_- 减小了 $1/\gamma$ 倍：$\lambda_-=-\lambda_0/\gamma$。另一方面，二相邻运动正离子之间的距离因相对论性收缩使它们的线密度 λ_+ 增大了 γ 倍：$\lambda_+=\gamma\lambda_0$。这样一来，在这个参照系观测到的正、负电荷的密度就不再是大小相等、方向

1）当然，这种说法不免过于简化。实际上，导线中的传导电子是以不同的速率向各个方向运动的，但是我们可以用 v 代表与净电流流动（net current flow）相关联的一个稳定平均漂移速度（*drift* velocity）。

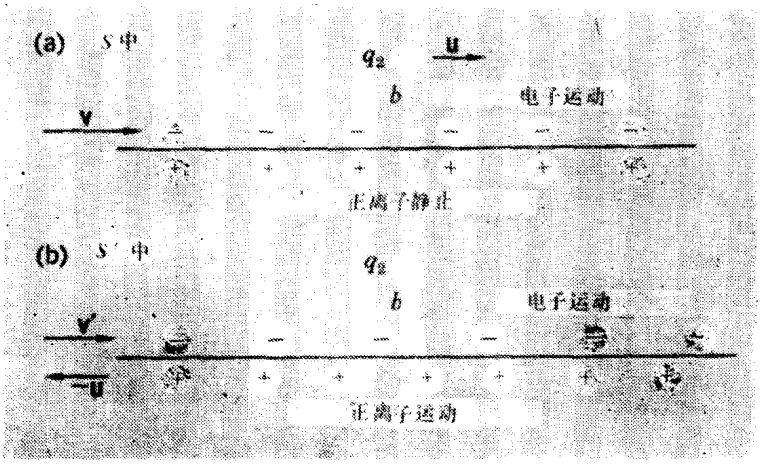


图 8-13. (a)一检验电荷平行于一载流导线运动。(b) 该事态被变换到检验电荷在其中为静止的某参照系。

相反的了！而这两电荷密度差别的所向是：结果得到作用在 q_2 上的一净力，如果 q_2 是一与导线中那些电子同方向行进的电子，则该净力为一吸引力。

让我们对上述结果予以详细说明。在系 S' 中，检验电荷 q_2 是静止的，而作用在它上面的力 F' 仅仅同由正电荷和负电荷构成的线性阵列产生的电场有关。在系 S' 中测得的净电荷密度 λ' 由下式给出：

$$\lambda' = \lambda_+ + \lambda_- = \lambda_0\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)$$

于是对于净力 F'，我们有

$$F'_y = 2k\frac{\lambda'}{b}q_2 = \frac{2k\lambda_0}{b}\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)q_2$$

如果以现在熟知的方式把 F'_y 变换回系 S，我们发现，在系 S 中观测到的作用在 q_2 上的力为

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma} = \frac{2k\lambda_0}{b}\left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right)q_2$$

但是由于

$$1-\frac{1}{\gamma^2}=\frac{v^2}{c^2}$$

所以，

$$F_y=\frac{v^2}{c^2}\left(\frac{2k\lambda_0}{b}\right)q_2=\beta^2\mathscr{E}q_2,$$

应记住，式中的$\mathscr{E}$是在系S中测得的导线内的正电荷或负电荷之一产生的电场的量值。但是，由于在系S中不存在作用在q_2上的净电力，所以力$F(=\beta^2\mathscr{E}q_2)$完全是磁力。虽然这一磁力比正离子或运动的电子单独会施加的电力降低了β^2倍，但它仍然是可观测到的，即使β的数值很小亦如是，这是因为导线内正电荷和负电荷两者的同时存在而将电力完全抵消掉了。

我们从这个例子中看到，在系S中观测到的磁场同在系S'中观测到的电场有联系。而在系S'中观测到的这个电场是由于两个运动电荷之间的距离的相对论性改变——洛伦兹收缩效应而引起的。

这一结果，当我们对它进行定量考虑时，确实令人惊骇不已。沿一典型载流导线运动的电子的速率有多大呢？试考虑一根横截面积约为1毫米^2($=10^{-2}$厘米^2)，载有强度为10安培电流的铜导线。强度为10安培的电流意味着每秒有10库仑的电量或根据如下计算结果：

$$\frac{10\text{ 库仑/秒}}{1.6\times10^{-19}\text{ 库仑/电子}}\approx6\times10^{19}\text{ 电子/秒}$$

每秒有6×10^{19}电子从这根导线的任一截面积通过。在固态的铜之中，对于每一个铜原子大约有一个自由电子，或者说，每立方厘米的铜之中约有10^{23}个自由电子。(请读者自己核验一下。)如果这些电子以速率v沿导线运动，则在时间间隔Δt内，底面积为10^{-2}厘米^2、长度为$v\Delta t$(图8-14)的圆柱体内的所有自由电子都将

通过位置 B。此数为 $10^{23}\times10^{-2}v\Delta t$。但是，当强度为 10 安培的电流流了一段时间 Δt，通过 B 的电子数目必定为

$$6\times10^{19}\frac{\text{电子}}{\text{秒}}\times\Delta t$$

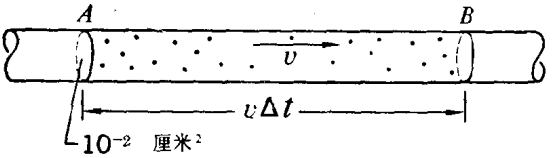


图 8-14. 一段载流导线的示意图。

将上面的表达式同 $10^{23}\times10^{-2}v\Delta t$ 用符号连接起来，化简后得电子的速率为

$$v=6\times10^{-2}\text{ 厘米/秒}=0.6\text{毫米/秒}$$

这一数字表明，电子几乎是漠然不动的！依上面的理论，这一结果意味着，我们已经把电子流 (electron current) 所施的磁力同洛伦兹收缩(作匀速直线运动的电荷间距离的缩短)，在比值 v/c 仅有 $\sim2\times10^{12}$，因此洛伦兹收缩几乎小到难以察觉的程度，亦即小到其数量级仅为 10^{23} 分之 1 的条件下联系起来了。虽然我们习惯于认为磁力既强大而又重要，但是我们仍然可把它归因于那些看上去可忽略的低速时的相对论性收缩效应的影响。[1] 谁说相对论只是对于接近于光速的情形才是重要的呢?!

上述分析的另一个含义是，对一载流导线电中性的偏离，如在该导线的静止系中观察，的确必定是非常微小的，否则作用在该导线外某运动电荷上的电力将会完全淹没磁力。

---

1) 应该指出，从实验室参照系的观点来看并不会涉及任何收缩，只是从相对于实验室运动的参照系的观点来看才会涉及到收缩效应。载有电流的导线和不载有电流的导线之间的唯一差别是在载有电流的导线内的电子存在着一漂移速度。所以，如在实验室参照系中所测量的，电子间的平均距离保持不变。

§8-10 再论磁力与洛伦兹收缩

对于在上一节所考虑的假定检验电荷和导线内的电子具有相同速度的情形，空-时图可帮助我们直接地了解到检验电荷是怎样"看出"导线上载有一净正电荷的。图 8-15 分别绘示出正离子和电子的世界线。在系 S 中，正离子是静止的，而电子则是运动的。正离子和电子在导线上的密度相同，因而离子之间的距离和电子之间的距离，在任意时刻 t 进行测量，是相等的。

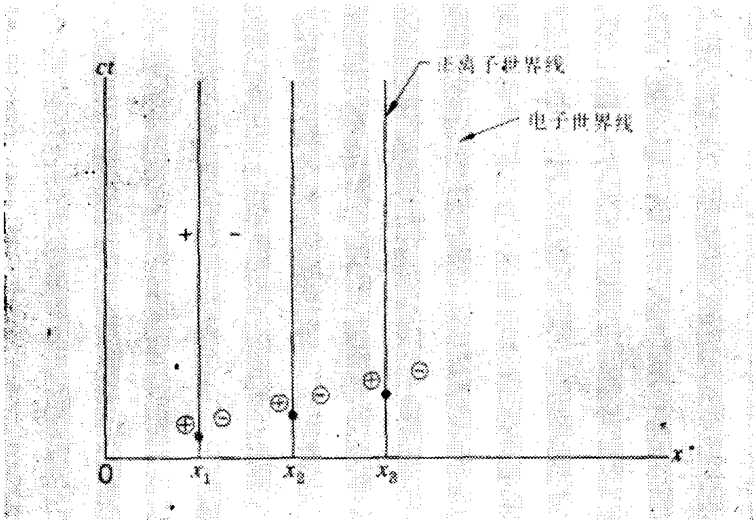


图 8-15. 用以说明载流中性导线如何在一运动参照系中看来好象是带有净电荷密度的闵可夫斯基图。

系 S' 以与(导线内的)电子速度相同的速度相对于系 S 运动。所以，在我们的空-时图上，ct' 轴平行于电子的世界线，而且 x' 轴和 x 轴的夹角等于 ct' 轴和 ct 轴的夹角。在系 S' 中，正离子和电子在 $t'=0$ 时的位置分别由各自的世界线同 x' 轴的交点给定。显然，在系 S' 中，正离子之间的距离是小于电子之间的距离的，而且各自的距离在任何时刻 t' 都保持相同。于是我们再一次看到，

在系 S' 中，导线内的正离子密度大于电子密度，所以位于该导线外的一个静止电子要受到电力的作用。如前所述，也就是这个力在系 S 中被理解为磁力。如果对于沿 x' 轴量度的距离标以适当的标度(参考第三章中对闵可夫斯基图的讨论)，那么空-时图当然能给出 λ_+ 和 λ_- 的正确量值。

我们上面所考察的情形是很特殊的，因为我们假定了检验电荷和电子线(line of electrons)具有相同的速度 v。现在让我们考虑以不同于电子漂移速度 v 的某速度 u 平行于载流中性导线而运动的某检验电荷的情形[图 8-16(a)]。作用在该检验电荷上的力是什么力呢？由于导线是中性的，而处于静止状态的正离子不会产生磁场，所以由此我们已经得到了问题的答案；说得更明确些，这个力等于纯粹由运动线电子所产生的磁力。依照方程(8-13)可得此磁力为

$$F_{\text{mag}}=-q_2\frac{uv}{c^2}\left(2k\frac{\lambda}{b}\right)$$

但是让我们简短地证明一下，这一结果如何也可以借正、负电荷密度的相对论性修正来理解。

同前面一样，我们更换到检验电子在其内为静止的参照系 S' 中，因此在 S' 中的这个静止检验电子只能感受到电力的作用[图 8-16(b)]。在这一参照系中，导线内的正离子具有速度 $-u$，而电子具有的速度 v 的量值可根据速度加法定律给出：

$$v'=\frac{v-u}{1-uv/c^2}$$

在系 S 中，正、负电荷密度的量值均为 λ_0。但是在系 S' 中，我们有

$$\lambda_+=\gamma(u)\lambda_0$$

$$\lambda_-=-\frac{\gamma(v')}{\gamma(v)}\lambda_0$$

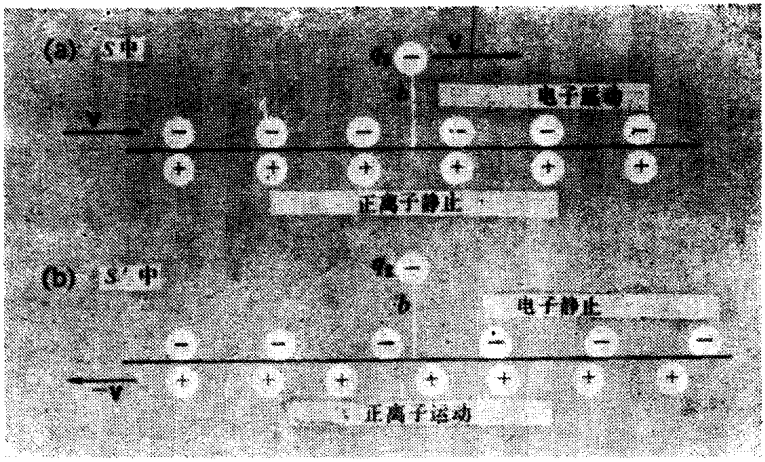


图 8-16. (a)一检验电荷平行于一载流导线运动。(b)该事态被变换到检验电荷在其内静止,因而感觉不到磁场作用的某参照系。

(这里特提请读者亲自证明关于 λ_- 的方程是正确的。试设想先进入电子的静止系，尔后再从该静止系走出。)但是我们有关系式

$$\gamma(v')=\gamma(u)\gamma(v)(1-uv/c^2)$$

[参照方程(7-7)]。于是我们有

$$\lambda_-=-\gamma(u)(1-uv/c^2)\lambda_0$$

因此，在系 S' 中测得的沿导线的净电荷密度可由下式给定:

$$\lambda'=\lambda_++\lambda_-=\gamma(u)\frac{uv}{c^2}\lambda_0$$

完全采用前面那个较为特殊的情形所用的方法，我们发现，在实验室系 S 中测得的作用在 q_2 上的净力为

$$F_y=\frac{uv}{c^2}\left(\frac{2k\lambda_0}{b}\right)q_2$$

同方程(8-13)相比较，上面这个方程少了一个负号；如果你为此而感到不安，请记住：导线内的运动电荷即电子的电荷密度等于 $-\lambda_0$，而只要把 $\lambda=-\lambda_0$ 代入方程(8-13)，则正好导致上述结果。

§8-11 两根载流导线间的力

现在我们已经准备好对处于各种运动状态的电荷之间的作用力作登峰造极(仅就本书而论)的相对论性分析。我们将考虑两根彼此平行的、相距为 b、分别载有电流 I_1 和 I_2 的长金属导线间的力(图 8-17)。每一根导线内的正、负电荷的密度都相等，因而每根导线都不会产生电场。但是，由于在每根导线内都有电子在流动，所以每根导线都确实要产生一磁场，而且这个磁场对另一根导线内的运动电子施加一力。

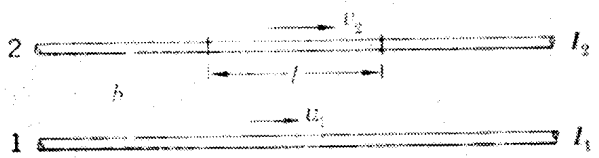


图 8-17. 两根平行的载流导线。

我们以如下陈述作为计算的根据：如果一无限长线电荷以速率 v 运动，则平行于该线电荷以速率 u 行进的一检验电荷 q_2 所受的力为

$$F_y=-\frac{uv}{c^2}\left(\frac{2k\lambda}{b}\right)q_2$$

如果愿意的话，我们可以借方程(8-18)即

$$B_z=\frac{v}{c^2}\left(\frac{2k\lambda}{b}\right)$$

所给的在 q_2 所在位置上的磁场来描述力 F_y，由此得

$$F_y=-q_2uB_z$$

为了把这些结果应用到现在的问题，我们必须引进运动电荷的电流、线电荷密度及速度的关系式：

$$I=\lambda v$$

(请读者自己证明。)令两根导线内的线电荷密度和电子漂移速度分别为 λ_1, v_1 和 λ_2, v_2。于是，导线 1 在导线 2 的位置上产生的磁场可由下式给定：

$$B_z = \frac{v_1}{c^2}\left(\frac{2k\lambda_1}{b}\right) = \frac{2kI_1}{c^2 b} \tag{8-19}$$

而该磁场的方向垂直于包含这两根导线的平面。让我们来计算该磁场作用在导线 2 的长度为 l 的一段内的所有电子上的力。在这段导线内，运动电荷(q_2)的电量在数值上等于 $\lambda_2 l$，而运动电荷的速度(u)在此情形为 v_2。因此，作用在这段导线上的力的量值为

$$F = \lambda_2 l v_2\left(\frac{2kI_1}{c^2 b}\right)$$

亦即，

$$F = \frac{2k}{c^2}\frac{I_1 I_2}{b} l = B_z I_2 l \tag{8-20}$$

如我们已经看到的，这个力位于两导线所定义的平面内。如果两电流的方向相同，此力是吸引力。如果两电流的方向相反，此力是推斥力。

要记住，常量 k 是库仑定律中的比例常量。我们现在看到，它出现在关于两载流导线间力的表达式之中，因而当给定两电流流动时，也可用它来求出两电流之间的作用力。如我们在本章开头所提到的，在米·千克·秒单位制中，常量 k 的值大约为 9×10^9 牛顿·米^2/库仑^2。利用方程(8-20)，我们可以根据这一数值计算出，两根平行的、相距 1 厘米的、各带有 10 安培电流的两根导线之间每单位长度上的力是 0.002 牛顿/米。假如导线内没有正离子来抵消电子所产生的电场，那么，两导线之间的电力就要比 0.002 牛顿/米大 c^2/v^2 倍，或者大约为 5×10^{20} 牛顿/米！

§8-12 电磁测量的单位和单位制

为结束本章的讨论(如果可以这样说的话)，让我们回到在本章开头曾讲过的有关电力和磁力的定律的定量陈述上来。对基本单位等问题的讨论往往会使人感到索然无味，但是由于电学和磁学通过相对论而获得统一，致使电磁领域内的这方面的讨论会引起人们的特殊兴趣。

方程(8-1)表述了关于电荷之间力的基本定律(库仑定律)。最后一个方程[方程(8-20)]则表述了关于平行电流之间力的一个定律。电荷在厘米·克·秒单位制中的单位是令库仑定律中的常量 k 等于 1 而定义的。但是，如果我们令方程(8-20)来定义电荷的单位，会出现什么情况呢？我们可以通过如下断言做到这一点：两根彼此平行、相隔一单位距离、各载有一具有单位强度的电流的导线之间每单位长度上的吸引力或推斥力将为 2 单位的力。为什么是 2 单位的力而不是 1 单位的力呢？这是为了同方程(8-20)右端的因子 2 相对应。从历史上讲，在过去功效上为定义电流的绝对单位已经这样做过，而当时在力学测量中采用的是厘米·克·秒单位制。[1] 因此，这一定义在功效上可叙述如下：

> 如果两根平行的长导线相距 1 厘米远，每根导线均载有 1 单位的电流，那么每厘米长度由另一导线作用在每根导线上的力为 2 达因。

这样定义的电流单位实际上等于实用测量单位制中的 10 安培，也就是说，恰好等于 10 库仑/秒这样大的电荷流动的时率。现在让我们使用米·千克·秒单位制重述上面的定律：

---

1) 我们之所以说"功效上"乃是因为，出于实际操作上的原因，我们测量的是载有电流的两个线圈之间的力，而不是两根载有电流的长直导线之间的力，从而，用了对另一几何(前一几何)所适切的公式。

如果两根平行的长导线相距 10^{-2} 米远，每根导线均载有时率为 10 库仑/秒的电流，那么每 10^{-2} 米长度由另一导线作用在每根导线上的力为 2×10^{-5} 牛顿。

一旦作出了这样的定义，我们便可以完全确定常量 k 在我们习惯上称为米·千克·秒单位制中的数值。因为，代入方程(8-20)，我们有

$$2\times10^{-5}=\frac{2k}{c^2}\frac{10\times10}{10^{-2}}\times10^{-2}$$

所以，

$$k=10^{-7}c^2 \text{ 牛顿·米}^2/\text{库仑}^2$$

但由于

$$c=2.9979\times10^8 \text{ 米/秒} \qquad \text{(见表 1-2)}$$

所以，

$$k(\text{米·千克·秒制})\approx8.987\times10^9 \text{ 牛顿·米}^2/\text{库仑}^2$$

$$(\text{亦即}\approx9\times10^9)$$

如果从另一个角度来看这个结果，我们可以看出：如何只要知道有关静止电荷之间的电力和电流之间的磁力的实验数据，我们就能够计算出 c 本身的量值。这正是麦克斯韦在十九世纪做过的工作，当时他已经认识到在实验室中确立的电学和磁学定律暗示了电磁波在空间以速率 c 传播的可能性。

而现在让我们对电场和磁场本身作最后的几点说明。我们已经相当仔细地证实了爱因斯坦的关于磁力不过是从另一观点所视为的电力而已的这一信念。那么，为什么不把这一逻辑也象上面一样用到电场和磁场上呢？亦即，这样的逻辑推广意味着，要把磁场定义为同电场具有相同的量纲。其实，这样安排并不困难。让我们看看如何才能做到这一点。

我们将返回到对一运动电荷作用到另一运动电荷上的力的基

本计算上来。如果 q_1 以速度 $\boldsymbol{v}$ 运动，q_2 以速度 $\boldsymbol{u}$ 运动，那么 q_1 作用在 q_2 上的净力，依照力的一般定律［方程 (8-4)］，可由下式给定：

$$\boldsymbol{F}_{12}=q_2(\boldsymbol{\mathscr{E}}+\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B}) \quad (\text{米·千克·秒制})$$

根据方程(8-10)，上式中的 $\boldsymbol{B}$ 为

$$\boldsymbol{B}=\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{\mathscr{E}}) \quad (\text{米·千克·秒制})$$

现在我们引进电场 $\boldsymbol{\mathscr{E}}$ 和磁场 $\boldsymbol{B}$，就某种意义而言，这样做的目的只是为了使我们能够用方便的术语对作用在一个任意的运动检验电荷上的力加以描述。如果我们坚持电场和磁场实际是同一类物理量，那么，只要把因子 $1/c$ 从 $\boldsymbol{B}$ 的定义中移到力的定律的陈述之中，我们就能够获得这个在物理上可观测到的量——力 $\boldsymbol{F}$ 的相同数值。而且，这正好说明了如何在传统上称为厘米·克·秒单位制中书写这些方程的问题，虽然，如我们在本章开头所提到的，关键不在于单位制的选择，而在于定义电荷单位时使用了库仑定律而不是使用电流之间的力。于是，在厘米·克·秒制中，上述两个方程为如下两个方程所取代：

其中，

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{F}_{12}&=q_2\left(\boldsymbol{\mathscr{E}}+\frac{\boldsymbol{u}}{c}\times\boldsymbol{B}\right)\\ \boldsymbol{B}&=\frac{\boldsymbol{v}}{c}\times\boldsymbol{\mathscr{E}}\end{aligned}\right\} \quad (\text{厘米·克·秒制})$$

这样来定义的磁场，实质上是电场的某一分数($\approx v/c$)。因此，我们看到：为什么在磁力定律

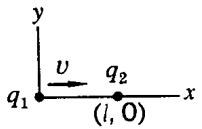
$$\boldsymbol{F}_{\text{mag}}=\text{常量}\cdot(q_2\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B})$$

中，常量的数值在用电流之间的力来定义单位电荷的单位制(米·千克·秒制)中应该为 1，而在用库仑定律来定义单位电荷的单位制(厘米·克·秒制)中等于 $1/c$。

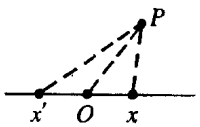
显而易见，由于在厘米·克·秒单位制中电力和磁力没有根本性的差别，因而从这一观点看来，这种单位制要优越得多 (has much to commend)。但是，不管我们使用哪种单位制，我们推导出的结果都使我们可以写出把一参照系中的$\mathscr{E}$或$\boldsymbol{B}$的诸分量和另一参照系中的$\mathscr{E}$或$\boldsymbol{B}$的诸对应分量联系起来的一组变换方程。无论采用哪种单位制写出的变换方程都是一组线性方程，它们基本上类似于使距离和时间混合 (mingle) 起来的原始洛伦兹变换或使动量和能量混合起来的动力学变换。倘若你愿意的话，你可以很容易地把它们推导出来。但是，至于它们的一般应用则不在本书的讨论范围之内。

习　题

8-1. 考虑图中所示的情况。试通过先变换到q_1的静止系，尔后再变换到实验室系，来证明：不管源电荷q_1朝向抑或背离检验电荷q_2而运动，作用在q_2上的力相同。



8-2. (*a*) 设有一电荷q以恒定的速度$\boldsymbol{v}$运动，它在时刻t时位于点$\boldsymbol{x}$(见图)。点x'是q在较早时刻t'时的位置，这里假定在时刻t'时从点x'发射的一个光脉冲在时刻t到达点P(亦即，x'是q的相对于于时刻t在点P的观测而言的推迟位置)。试证明q在通过点O时发射的信号达到P的时刻后于时刻t。

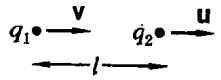


(*b*) 假定q以任意速度(沿一任意的路径)运动，但其速度$v<c$。试证明，相对于于时刻t在点P的观测而言，q有一个且仅有一个推迟位置。

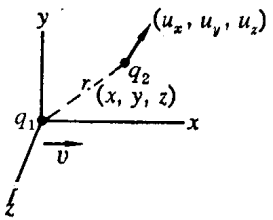
8-3. 如果一以速度v沿x轴运动的电荷在某刻位于原点，那么在这一时刻位于点$\pm x$上的二电场相等。课文(第 260 页)曾对这一前-后对称性的显著事实作过说明。但是，从直觉上，我们可能作出这样的预料：电荷从之正在退离的各点上的电场会减弱，而电荷从之正在趋近的各点上的电场会增强。如果我们计及场的传播需要的时间，那么这种直觉的基本可信性(soundness)就变得明显了。为研究这一问题，我们假定一速度为$v(=\beta c)$

的电荷在时间 $t=0$ 时通过原点。在时间 $t=0$ 时位于 $x=a$ 的场是电荷在先前的某位置（推迟位置）$x=-b$ 上产生的，这里假定 $b/v=(a+b)/c$。同样地，位于 $x=-a$ 的场是在另一推迟位置 $x=-d$ 上产生的。让我们借助场点(field point)到相应的电荷在每种情形的推迟位置来表示这个电场。试推论：如果我们对其中两个推迟间隔是相等的某种情况作过研究，那么位于运动电荷前面的场比它后面的场要大 $(1+\beta)^2/(1-\beta)^2$ 倍。

8-4. 让我们来考虑图中所示的情况：一个以速度 v 运动的源点荷 q_1 作用在一个检验电荷 q_2 上，该检验电荷朝相同方向沿两电荷的连线以速率 u 运动（见图）。试问：源电荷 q_1 作用在检验电荷 q_2 上的力是多大？为什么说，这种情形对于磁力分析不是很有启示性的？



8-5. 一以速度 v 沿 x 轴方向运动的源电荷 q_1 现正位于原点。一以任意速度 u 运动的检验电荷 q_2 现在位于任意位置 r。试问 q_1 作用在 q_2 的力是多大？并证明对于这一情形，$B=v\times\mathscr{E}/c^2$。[1]



8-6. 两个惯性系 S 和 S' 以速率 w 作相对运动。设有一点电荷 q 以恒定的速度沿 x 轴方向运动，试推导联系该运动电荷 q 在这两个惯性系中所产生的电场和磁场之间的变换方程。

8-7. 设有一密度为 λ 的无限长线电荷位于某坐标系的 x 轴上。这个直线电荷以恒定速度 v 沿 x 轴方向运动。一个以任意速度运动的检验电荷 q 现正位于点 $(x=0, y=b, z=0)$。试求出作用在检验电荷上的力，并利用此力来证明联系点 $(0, b, 0)$ 上的电场和磁场的方程为 $B=v\times\mathscr{E}/c^2$。

8-8. 设有两根平行的铜导线均载有 1 安培电流。

（*a*）假定对每一个铜原子有一个自由电子，试问：如果导线的横截面积分别为 0.01 毫米^2，1 毫米^2 和 1 厘米^2，这些自由电子的漂移速度各为多大？

（*b*）如果这两条导线分别相距 1 米和 1 厘米，试问每根导线上每单位长度受到的力各为多大？

8-9. 在课文中曾经指出，当中性导线内的自由电子被给予一漂移速度

1）在此问题以及其他要明显涉及磁场 B 的问题中，我们均采用米·千克·秒单位制。

而使得有电流从中通过时，在实验室中观测到的电子之间的平均距离保持不变。我们还知道，任何物体，只要它在某已知参照系中从静止状态转变到运动状态，都要经受到一个洛伦兹收缩。你如何把上述两个矛盾的观测事实调和起来？

8-10. 试根据一载流导线的闵可夫斯基图(图 8-15)计算出在电子的静止系观测到的正电荷密度对负电荷密度的比值。[你实际需要知道的是，x 轴和 x' 轴之间的夹角为 $\tan^{-1}(v/c)$。]

8-11. 设有两个惯性系 S 和 S' 以速率 v 作相对运动。沿系 S 的 x 轴放置的一无限长导线由静止的正电荷和沿 x 轴方向以速率 v 运动的负电荷组成。因此，虽然在系 S 中的净电荷密度处处为零，但导线内仍有电流通过。试问：系 S' 中的净电荷密度是多大？这一结果是否暗示总电荷在洛伦兹变换中不守恒？并请加以解释。[见 D. L. Webster, *Am. J. Phys.*, **29**, 841(1961) 对这一现象的讨论和解释。]

结 束 语

下面我们将概略地回顾一下狭义相对论的历史起源，以此来结束我们对这一学说的理论基础和它的某些应用的叙述。这个故事是很动人的，霍尔顿(G. Holton)曾对其中的许多情节作过仔细的陈述。[1]

虽然，如我们曾经讲过的，爱因斯坦确实堪称为狭义相对论之父，但是另一些人也对相对论的创建作出了自己的贡献。先于爱因斯坦的最后的一个人可能是伟大的法国理论物理学家彭加勒。虽然彭加勒下不了决心放弃光以太的假说，但是它坚信相对性原理并坚信借助光学观测探测绝对运动的基本不可能性。他是在1899年作出这一论断的，而在1904年他所发表的一篇题为《数学物理的现状和未来》(The present state and the future of mathematical physics)的令人印象深刻的论文[2]中扩展了他的思想。这篇文章几乎有一半的篇幅专门用来探讨实质上是相对论的课题，例如，其中有洛伦兹收缩、质量随速度增大，光速 c 作为动力学中极限速度的身份等。他甚至还考虑过通过交换光信号比较时钟的问题。诚然，他的讨论是以洛伦兹对电磁现象的分析为根据的，利用了长度的实际收缩和所谓“当地时间”(“local time”)[已由方程(3-14)从形式上加以定义]的概念。彭加勒确实表示过他持有的这个信念，即洛伦兹的理论并不是定论，不过他的评论透露出他本人还没有下定决心创建一个更优越的理论。

至于洛伦兹——另一位真正伟大的理论物理学家（他是1902

1) G. Holton, *Am. J. Phys.*, **28**, 627-636(1960).

2) H. Poincaré, *Bull. Sci. Math.*, **28**, 302-323(1904).

年度诺贝尔奖金的获得者)，他在1904年推导出他的变换时，从未表示过对以太的特殊参照系的存在有任何怀疑，而且在15年之后他依然坚信绝对空间观念具有它一定的价值。在这段历史中另一个奇异的插曲是，洛伦兹变换，从实质上来讲，是佛克脱(W. Voigt)早在1887年发现的，佛克脱在那一年曾发表过一篇有关多普勒效应(这一效应可被视为从不同的惯性系观测波动的问题)的理论性文章。

在爱因斯坦以前的历史中的最后一件大事是，在某运动系统测得的时间需要某种修正因子一事是拉莫尔爵士(Sir Joseph Larmor)在1900年发现的；如果要求描述以太性质的方程具有不变性，则这种时间上的修正因子势必要伴随斐兹杰惹-洛伦兹收缩而出现。

那么，爱因斯坦的独特的重要贡献是什么呢？正如他本人所回忆的，[1] 那就是他对时间测量问题的深入理解(insight)，而这是他从16岁开始几乎经过了10年之久的深思熟虑所得到的结果！包括洛伦兹变换和质量随速度而变化的新动力学在内的所有其他的公式和原理都是以这一结果为根本的。爱因斯坦在他的1905年的文章中曾对此作了详尽的说明，这篇论文使他几乎被普遍一致地公认为相对论的真正创始者。[2] 这篇文章本身就具有值得研究的价值，这不仅因为它包含了丰富的内容，而且因为它对一

1) 见爱因斯坦的《自述》(*Autobiographisches*)，该文的德文手迹和英译文载于*Albert Einstein: Philosopher-Scientist* (P. A. Schilpp 编)，Harper Torchbooks, New York, 1959. 中译文：《爱因斯坦文集》第一卷，第1-42页，商务印书馆，1976年。

2) 从第三章开头所引证的评论可见，惠特克爵士对爱因斯坦的贡献作了不公正的评价，这是科学史中诸多令人莫解的小事之一。(在广义相对论问世之后，他就不再持有这样的看法了。)一般说来，惠特克是一位治学谨严、无懈可击的学者，而他的《以太和电学理论的历史》一书是一部引人入胜的著作，对物理学思想的发展以丰富的史料进行了考证。这里，特推荐给读者作为了解物理学史的一本背景读物。

些事情保持了沉默。这篇文章没有提到任何一篇科学研究文献。爱因斯坦当时并不知道洛伦兹在前一年发表的论文，这看来是相当确实的；他重新从头推导了洛伦兹变换方程。但是，真正令人难解的问题是：爱因斯坦究竟是根据什么建立了他的理论的？许多年之后，当他被问到这一问题时，爱因斯坦回答说，他曾受到某些著名的光学观测（恒星光的光行差和光在快速流动的水中的传播）的影响，但是他回忆不起来他在 1905 年之前是否知道迈克耳孙-莫雷实验。[1] 可是，这是一项经典的实验；它是在 18 年前（对 1905 年而言——译者按）完成的，而且这项实验是为了验证麦克斯韦关于探测地球在空间中的运动的可能性的推测而进行的。我们可以想到，在 1905 年之前，迈克耳孙-莫雷实验的结果必定为所有关心这类问题的物理学家所熟悉，尽管他们不一定都了解这一实验的详细情况。即使爱因斯坦回想不起来他究竟是否知道这项实验，我们仍难以相信他当时的思想一点也没有受到这一实验的影响。然而，尽管我们说了这些话，我们还必须承认爱因斯坦确实具有非凡的洞察力（insight）。看来，他似乎仅仅从大自然的一、两点暗示就知道了问题的全部答案；剩下的工作仅只是证实而已。这的确是显示了爱因斯坦天才的特征标志。他使用与此几乎相同的方法（也是在 1905 年）根据极少的且可靠性未定的数据提出了光子假说（photon hypothesis）和光电（效应）方程（photoelectric equation）。说起来令人感到偶然，正是由于这后一项工作，而不是作为相对论的创始者（至少不是以此名义），爱因斯坦在 1921 年

1）见 R. S. Shankland, *Am. J. Phys.*, **31**, 47(1963)。另见同一作者后来写的一篇关于迈克耳孙-莫雷实验的论文：*Am. J. Phys.*, **32**, 16(1964)。后一篇文章引证了爱因斯坦在 1952 年写的一封信，他在信中竟然声称他是在 1905 年以前读到洛伦兹的论文而得知迈克耳孙-莫雷实验的。他在五十多年之后对当时情况的回忆显然是不完全一致的。但是在两次回忆中他都承认，其它一些证据在他的思想形成过程中所起的作用最大。

被授与诺贝尔物理奖金。[1] 但是，相对论——包括狭义相对论和广义相对论，无疑要被人们继续看作是爱因斯坦的物理学生涯中的主要的纪念碑。（爱因斯坦于 1916 年发表了广义相对论。）用谬勒（C. Møller）的话来说，相对论是“科学史中最优美的篇章之一，而其中的主要部分系出自一个人的手笔……”[2]

1）按照阿弗雷德·诺贝尔（Alfred Nobel）遗嘱的规定，诺贝尔奖金应授与那些有益于人类幸福的发现。一种纯粹的理论是否符合这条要求，显然是令人生疑的。而在授与爱因斯坦诺贝尔奖金的贺词中有这样的词句：“由于他在数学物理方面的贡献，特别是他对光电效应定律的发现。”

2）见 C. Møller, *Theory of Relativity* (Oxford Univ. Press, New York, 1952)一书的序言。

参考书目提要

相对论的文献卷帙浩繁，就其基本内容而言，恐怕较之物理学任何其他领域的文献都多。下面这个简短的书目虽然无可避免地在选择上带有一定的任意性，但是作为本书或本书中所讨论的各种专题的背景读物或平行读物(background and parallel reading)，这些书都是很值得一读的。

Bergmann, P. G., *Introduction to the Theory of Relativity*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1942. 这是一本标准的教科书，用大致相等的篇幅论述了狭义相对论和广义相对论，对张量计算颇为注重。(中译本：周奇等译，人民教育出版社，1961年——译者。)

Bohm, D., *The Special Theory of Relativity*, Benjamin, New York, 1965.

这是一本概论性质的书，深浅程度与本书大致相同，其中包括了玻姆(Bohm)本人对基本问题多年研究的成果。

Born, M., *Einstein's Theory of Relativity*, Dover, New York, 1962.

二十世纪物理学的最伟大的解释者之一和诺贝尔奖金的获得者(由于他对量子论的重大贡献)所写的这本书，对爱因斯坦的相对论作了出色而透彻的叙述，其内容相当基本但并不流于浅薄。

Eddington, Sir A. S., *Space, Time and Gravitation*, Harper Torchbook, Harper & Row, New York, 1959.

主要论述广义相对论。

Einstein, A. (由R. W. Lawson译自德文), *Relativity, the Special and the General Theory*, Crown, New York, 1961.

狭义相对论和广义相对论的创始者对自己所创立的基本观念作了清晰而深入浅出的叙述。(本书有中译本：《狭义与广义相对论浅说》，杨润殷译，胡刚复校，上海科学技术出版社出版，1964年——译者。)

Einstein, A., and Infeld, L., *The Evolution of Physics*, Simon and Schuster, New York, 1961.

对物理学中最基本的概念和结果的发展作了完整的、完全非数学的陈述，重点放在相对论方面。(本书有中译本：《物理学的进化》，周肇威译，上海科学技术出版社出版，1963 年——译者。)

Einstein, A., and others 英译者为 W. Perrett and G. B. Jeffery), *The Principle of Relativity*, Dover, New York, 1958.

这是一部论文集，其中收录的论文主要是爱因斯坦，洛伦兹及闵可夫斯基的文章，它们都具有历史价值，相对论正是通过这些论文而产生的。

Ford, K. W., *The World of Elementary Particles*, Ginn, Boston, 1963.

对高能物理学的原理和现象作了生动而富于想像的叙述。

Frisch, D. H., and Thorndike, A. M., *Elementary Particles*, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1964.

就其总的写法和生动性而论同前一本书非常相似，但偏重于从实验工作者的观点来写的。

Jaffé, B., *Michelson and the Speed of Light*, Anchor Books, Doubleday, New York, 1960.

主要是传记性的叙述，其中包括迈克耳孙所完成的某些关键实验的饶有兴味的插曲。

Kacser, C., *Introduction to the Special Theory of Relativity*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1967.

深浅程度同本书大致相同。

Katz, R., *An Introduction to the Special Theory of Relativity*, Van Nostrand, Princeton, N. J., 1964.

一本很好的概论性著作。

Michelson, A. A., *Studies in Optics*, Univ. Chicago Press, Chicago, 1927.

迈克耳孙本人对自己的卓越的研究工作在这本书中作了谦逊的说明。

Ney, E. P., *Electromagnetism and Relativity*, Harper & Row,

New York, 1962.

对主要原理，包括广义相对论的部分内容，作了扼要的叙述。

Reichenbach, H., *The Philosophy of Space and Time*, Dover, New York, 1957.

广泛地讨论了通过空-时几何学对自然的描述。

Rindler, W., *Special Relativity*, Wiley (Interscience), New York, 2nd ed., 1966.

写得很紧凑，颇着重数学上的描述。

Rosser, W. G. V., *An Introduction to the Theory of Relativity*, Butterworth, London, 1964.

讨论得非常透彻，比本书目中其他任何书籍都深，十分强调相对论和电磁学之间的关系。

Rosser, W. G. V., *Introductory Relativity*, Butterworth, London, 1967.

是前一本书的简写本，但还是比本书深一些。

Schilpp, P. A. (ed.), *Albert Einstein: Philosopher-Scientist* (2 vols.), Harper & Row, New York, 1959.

一本引人入胜的非数学性的论文集，所收论文主要是由杰出的物理学家[其中包括玻尔(Niels Bohr)、玻恩(Max Born)及德布罗意(de Broglie)等]写的有关爱因斯坦对物理学的贡献，以爱因斯坦写的篇幅很长的《自述》为序言。

Sherwin, C. W., *Basic Concepts of Physics*, Holt, New York, 1961.

书中第四章和第五章对相对论和电磁学的概念作了使人耳目一新的独创性的叙述。

Smith, J. H., *Introduction to Special Relativity*, Benjamin, New York, 1965.

对狭义相对论的原理和现象都作了非常清晰的讨论。

Taylor, E. F., and Wheeler, J. A., *Spacetime Physics*, Freeman, San Francisco, 1966.

对相对论的概念作了令人振奋、极为有趣的叙述，书中以巧妙方式交插使用形式性和非形式性的讲述方法。

Whittaker, Sir E. T., *History of the Theories of Aether and Electricity* (2 vols.), Harper Torchbook, Harper & Row, New York, 1960.

对光学和电磁学的历史发展进行了细致入微且引人入胜的探索；虽然巧妙地引用了数学理论，但也相当多地提到了实验。正如我们在结束语中曾讲过的，本书之所以引人注目乃是因为在狭义相对论的创建问题上对爱因斯坦的功绩缺乏足够的认识。

Whittaker, Sir E. T., *From Euclid to Eddington*, Dover, New York, 1958.

对物理学思想的演变作了概略的描述，特别是对空间和时间的概念作了重点叙述。

除上列书籍之外，美国物理教师协会(AAPT)所主办的《美国物理学杂志》(*The American Journal of Physics*)经常刊登有关相对论的特殊论题、佯谬等方面的文章和通讯。美国物理教师协会还编辑出版过一本题为 *Selected Reprints in Special Relativity Theory* 的小册子[由美国物理协会(American Institute of physics)出版，New York, 1963]，其中附有霍尔顿(G. Holton)的分类书目以及对每本书的评介。(凡对更专门或更高深的讨论有兴趣的读者，一定会在霍尔顿的书目中得到更多的指引。)

习 题 答 案

第一章

1-1. 6.3°K.

1-2. (*a*) 5.76×10^{-3} 牛顿; (*b*)约 1 牛顿.

1-3. (*a*) 6×10^{8} 牛顿(引力$=3.6\times10^{22}$ 牛顿); (*b*)约 2×10^{-7} 米.

1-4. 约 0.5 厘米.

1-5. 对开动一架洗衣机所需功率的合理估计可导致这样一个结果, 即太阳质量的损失率约为每秒数百万吨, 而这一结果是大致正确的.

1-6. 也许数量级约为 1 克.

1-7. 10^{-14}(数量级).

1-9. 约 50,000 元美金.

1-10. 4.7×10^{13} 米.

1-11. (*a*)3.3×10^{-11}; (*b*)6.4×10^{-4}; (*c*)约 10^{11} °K.

1-14. 0.88″(弧秒).

1-15. (*a*)$c[n(n+2)]^{1/2}/(n+1)$; (*b*)$m_0c[n(n+2)]^{1/2}$.

1-16. (*a*)2,000 伏; (*b*)0.09*c*.

1-17. (*a*)约 1.5; (*b*)约 0.75.

1-18. $c(1+m_0c^2/h\nu)^{-1}$.

1-20. (*a*)21.3 兆电子伏; (*b*)1.2×10^{-3} 牛顿.

1-21. (*a*)10^{-16}, 10^{-12}, 10^{-9}, 10^{-2}, 0.65; (*b*)约 0.1*c*.

1-23. 计及质量随能量的改变, 先求出关于 v_x 和 v_y 的方程, 尔后分别解出作为 t 的函数的 x 和 y.

1-24. $A=\frac{3}{10}$, $B=\frac{9}{20}$.

1-25. 1.82×10^{25} 秒$^{-1}$. 不是, 因为赤道上的速率大于 *c*.

1-26. (*a*)0.0025%; (*b*)35%.

第二章

2-1. (*a*)24°; (*b*)61°; (*c*)0.1 光年(为比较起见, 我们指出: 实际上最近

恒星即半人马座 α 星的距离约为 4 光年).

2-3. (*b*)1,750 周/分.

2-4. 3.3×10^{-3} 埃.

2-5. (*b*)约 30 秒;约 16 分.

2-6. 约 200 条纹.

2-7. 3.5 千米/秒.

2-9. (*a*)因为干涉仪的大多数取向 $\cos2\theta\neq0$; (*b*)4; 0°, 90°, 180°, 270°; (*c*)9.5 米/秒.

第三章

3-2. (*a*)2×10^{-4} 条纹; (*b*)0.08 条纹.

3-3. (*b*)是的.

3-5. $x=93$ 米, $t=2.5\times10^{-7}$ 秒.

3-6. (*a*)$-c/2$; (*b*)$\sqrt{3}\,x_0/c$.

3-7. (*a*) 1.25×10^{-7} 秒; (*b*)2.25×10^{-7} 秒.

3-8. (*c*)(1)$x'=0.58$, $ct'=0.58$; (2)$x=1.73$, $ct=1.73$; (3)$x=2.31$, $ct=1.15$; (4)$x'=-1.15$, $ct'=2.31$.

第四章

4-1. 1.34×10^{9} 米.

4-2. 5.77×10^{-6} 秒.

4-3. (*a*)±0.3 米; (*b*)0.33×10^{-8} 秒; (*c*)0.27 米, −0.34 米.

4-4. (*a*)10^5 年; (*b*) 5 分钟.

4-5. (*a*)l_0/c; (*b*)$[(1-\beta)/(1+\beta)]^{1/2}l_0/c$; $l_0/\gamma v$.

4-6. (*a*)200 米; (*b*)6.67×10^{-7} 秒; (*c*)3.33×10^{-7} 秒.

4-7. (*a*)4.67×10^{-8} 秒; (*b*)6.7 米.

4-8. $l[(1-\beta)/(1+\beta)]^{1/2}$; $(1-\beta)\gamma l/c$.

4-9. (*a*)2×10^{7} 米/秒; (*b*)1 小时又 4.99×10^{-6} 秒.

4-10. $8.63\,E_0$.

4-11. 约 0.9×10^{-8} 秒.

4-12. (*a*) 下午 12:50; (*b*)7.2×10^{11} 米; (*c*)下午 1:30; (*d*)下午 4:30.

4-13. (*a*) 0.9950 *c* 至 0.9954 *c* 之间; (*b*)$R(\theta)\approx R_0\{1+[(1-\cos\theta)/\gamma_0]\cdot\ln R_0\}$, 式中$R(\theta)$为介子行进方向同垂线成 θ 角时的计数率, 而R_0为介子沿垂线行时的计数率 (此时介子的$\gamma=\gamma_0$). 利用关系式$\gamma(\theta)=1-(\gamma_0-1)\cdot$

$\sec\theta$, 则可得这一结果.

4-14. 在最后的静止系中, 二火箭的加速运动在不同时刻停止.

4-15. (*a*) $(1-\beta\cos\theta)\gamma l/c$; (*b*) $(1-\beta\cos\theta)\gamma l$.

4-16. (*a*) $c\sqrt{7}/4$; (*b*) $3\sqrt{2}\,l_0/5$.

4-17. 杆仍能从切口穿过.

4-18. 对于事件 1: (*a*)存在; (*b*)不存在. 对于事件 2: (*a*)不存在; (*b*)存在; 如果沿两事件在系 S 中的位移方向运动, $v=2.85\times10^8$ 米/秒.

4-19. 并不违反因果关系.

第五章

5-1. $0.7c$; $0.94c$.

5-2. $0.991c$; $0.213c$.

5-5. $1-\exp[-n\pi(R_1+R_2)^2vt]$;

$1-\exp[-n\pi(R_1+R_2)^2(u+v)(1+uv/c^2)^{-1}(1-v^2/c^2)^{1/2}t]$.

5-6. (*a*) $c/3$; (*b*) 20 米.

5-8. (*a*) $\tan^{-1}[(1-v^2/c^2)^{1/2}/(1-\sqrt{2}\,v/c)]$;

(*b*) $\tan^{-1}[(1-v^2/c^2)^{1/2}/(1-\sqrt{2}\,v/u)]$;

(*c*) $\tan^{-1}[(1-v^2/c^2)^{-1/2}]$.

5-9. (*a*) $v_0[(1-\beta)/(1+\beta)^2]^{1/2}$; (*b*) $v_0(1-\beta)/(1+\beta)$.

5-10. (*b*) $t_0(1-\beta)/(1+\beta)$; (*c*) $t_0[(1-\beta)/(1+\beta)]^{1/2}$.

5-11. 约 50 天.

5-12. (*a*) $\frac{1}{11}$; (*b*) $11c/61$.

5-13. (*a*) 1.6×10^{10} 光年; 不能. (*b*) 1.7×10^{10} 光年; 不能.

5-14. 约 1.5×10^{10} 年.

5-15. (*a*) 3,600 埃; (*b*) 3×10^6 年.

5-16. (*a*) 22 千米/秒, 朝向; (*b*) 约 0.01°; (*c*) 3,600 千米/秒; 可以.

5-17. (*a*) $v_0[(1-\beta)/(1+\beta)]^{1/2}$; (*b*) $v_0(1-\beta)$; (*d*) 2×10^{-15}.

5-18. $x=[(1+g^2t^2/c^2)^{1/2}-1]c^2/g$ ($g=9.8$ 米/秒^2); $t\approx\frac{20}{3}$ 个月 (近似值).

5-20. (*a*) 533; (*b*) 267; (*c*) A 收到 1,333 次信号, B 收到 1,067 次信号; (*d*) A 比 B 年轻 2 岁 8 个月.

5-21. 约 2×10^{-4} 秒.

5-22. (*a*) $\beta=0.99975$ 至 0.99997 之间; (*b*) (0.9 至 2.7 之间)$\times10^{-14}$秒; (*c*) (2.7 至 8.1 之间)$\times10^{-6}$ 米; (*d*) 0.2 微秒, 0.1 微秒.

第六章

6-1. 300 兆电子伏; 224 兆电子伏; 质量=200 兆电子伏; $\tan^{-1}0.5$; $v=0.745c$.

6-2. (*a*) 5.66 京电子伏; (*b*) 4.3 原子质量单位; (*c*) $0.187c$.

6-3. $\sqrt{17}m_0$.

6-4. (*a*) $c/(1+m_0c^2/E)$; (*b*) $4m_0/\sqrt{3}$; $c/2$.

6-5. (*a*) $\tan^{-1}\left(\frac{9}{16}\right)$; $0.836c$; (*b*) 4.75.

6-6. (*a*) $\beta=10^{-5}$; 由于光行差效应, 光谱线朝向兰端移动 $\beta^2/2$; (*b*) 光谱线向红端移动 $\beta^2/2$;

(*c*) 未发生频率移动.

6-8. $M_0[\gamma-1+(\gamma^2-1)^{1/2}]/2$.

6-9. (*a*) 33 瓦; (*b*) 3.3 米/秒; (*c*) 66 β 瓦, 0.7 微瓦; (*d*) (i) 不断增大的空间体积正在被辐射能所充满; (ii) 动能不断地被作反冲运动的光激射器所接受.

6-11. (*a*) 1.131 京电子伏, 4 兆电子伏; (*b*) 约 14°.

6-12. (*a*) 2 京电子伏, $\frac{2}{3}$京电子伏; (*b*) 能量为 2 京电子伏的光子向前运动, 能量为$\frac{2}{3}$京电子伏的光子向后运动. (*c*) $\frac{2}{3}$京电子伏, 2 京电子伏; 相对于(*a*)小题而言, 二光子的作用互换.

6-13. (*a*) $c/\sqrt{3}$; (*b*) 1.2 兆电子伏.

6-15. (*a*) 84.0°; (*b*) 26.1°.

6-16. $c/[1+(m_0c^2/Q)^2]^{1/2}$.

6-17. 0.25 兆电子伏(忽略来自原子核的康普顿反冲效应).

6-18. (*a*) 2.5×10^{20} 秒$^{-1}$; 光子的能量是典型的原子核 γ 射线的能量; (*b*) $m_0c^2\{[1+(2h\nu/m_0c^2)^2]^{1/2}-1\}$.

6-19. (*a*) 328 兆电子伏; (*b*) $\theta=104.5°$, $Q=228$ 兆电子伏.

6-20. 850 兆电子伏.

第七章

7-1. K 介子具有 396 兆电子伏的动能；π 介子具有 616 兆电子伏的动能.

7-2. 2.04 兆电子伏($=4m_0c^2$).

7-3. 17.6 京电子伏.

7-6. $K=[(K^*+M_0c^2)/(1-V^2/c^2)^{1/2}]-M_0c^2$，式中 M_0=各静质量之和.

7-7. (*a*) $E'=E\cos\alpha$; (*b*) $E_{\text{absorber}}=E_{\text{source}}\cos\alpha=\gamma E_{\text{source}}$.

7-8. $x=[(1+g^2t^2/c^2)^{1/2}-1]c^2/g$($g=9.8$ 米/秒^2); $t=\frac{20}{3}$个月(近似值).

7-9. (*a*) 23 兆周/秒; (*b*)9.7 兆电子伏, 4.3×10^7 米/秒; (*c*)49 圈, 0.34 微秒; (*d*)由于质量随能量增高而增大，离子的轨道频率降低，因而共振条件丧失.

7-10. (*a*) 因为沿 K^-介子入射方向上的(初始)动量为零; (*b*)Σ^-介子.

第八章

8-4. $F_x=kq_1q_2/\gamma^2x^2$; $F_y=0$; $F_{\text{magnetic}}=0$.

8-5. $F_x=\gamma kq_1q_2(x+vu_yy/c^2+vu_zz/c^2)/(\gamma^2x^2+y^2+z^2)^{3/2}$

$F_y=\gamma kq_1q_2y(1-vu_x/c^2)/(\gamma^2x^2+y^2+z^2)^{3/2}$

$F_z=\gamma kq_1q_2z(1-vu_x/c^2)/(\gamma^2x^2+y^2+z^2)^{3/2}$

8-6. 采用米·千克·秒单位制:

$\mathscr{E}'_x=\mathscr{E}_x$　　$B'_x=B_x$

$\mathscr{E}'_y=\gamma(\mathscr{E}_y-wB_z)$　　$B'_y=\gamma(B_y+w\mathscr{E}_z/c^2)$

$\mathscr{E}'_z=\gamma(\mathscr{E}_z+wB_y)$　　$B'_z=\gamma(B_z-w\mathscr{E}_y/c^2)$

8-7. $F_x=2k(q_2\lambda/b)(vu_y/c^2)$; $F_y=2k(q_2\lambda/b)(1-vu_x/c^2)$; $F_z=0$.

8-8. (*a*) 7.4×10^{-3} 米/秒, 7.4×10^{-5} 米/秒, 7.4×10^{-7} 米/秒; (*b*) 2×10^{-7} 牛顿/米, 2×10^{-5} 牛顿/米.

8-9. 电子之间的固有距离必定增大.

8-10. $1-\beta^2$.

8-11. $I\beta(1-\beta^2)^{-1/2}/c$. 总电荷是守恒的，但我们必须考虑完整的电路，而不是只考虑沿有限线段上的电荷密度.

索　引

(英汉对照)

Aberration 光行差 见Stellar aberration 恒星光行差

Acceleration 加速度

invariance of, in Newtonian mechanics

牛顿力学中的加速度不变性……70

transformation of, in special relativity

狭义相对论中加速度的变换……163

Action and reaction 作用和反作用……241

Airy, Sir G. B. 爱里爵士……46

Alväger, T. 阿尔维格尔……76, 136, 137, 175

Alvarez, L. W. 阿尔瓦雷茨……237

Anderson, C. D. 安德森……197

Antiparticles 反粒子……197

Antiprotons, creation of 反质子的产生……200, 203

Arago, F. 阿喇戈……46

Austern, N. 奥斯特恩……4

Babcock, G. C. 巴布科克……49, 133, 135

Baily, J. M. 贝利……136

Bay, Z. 贝……210

Beran, M. 贝让……128

Bergman, T. G. 伯格曼……133, 135

Bergmann, P. G. 柏格曼……296

Berkeley, Bishop 贝克莱主教……93

Bertozzi, W. 贝托齐……6

Bevatron 高能质子同步稳相加速器……203

Bohm, D. 博姆……296

Bondi, H. 帮迪……67, 68, 170

Born, M. 玻恩……296

Bradley, J. 布喇德雷……41, 43, 44, 140
Brown, R. R. 布朗……149
Bubble chamber photographs 气泡室照片……201, 203, 208, 237
Bucherer, A. H. 布歇累……23
Burnstein, R. A. 伯恩斯坦……245

c, universality of c 的普适性……67, 74
Cajori, F. 卡约里……3
Causality 因果性 因果律……122
Cedarholm, J. P. 塞达霍姆……156, 159
Champion, F. C. 钱皮恩……207
Charge, units of 电荷的单位……248, 251, 286
Clocks 时钟……72
moving clocks 运动的时钟……98
and Doppler effect 运动的时钟和多普勒效应……159
and time dilation 运动的时钟和时间膨胀 102-106, 110, 111, 120
synchronization of clocks 时钟的整步(同步)……74, 106, 114, 292
Collisions 碰撞
elastic collisious 弹性碰撞……179, 205
momentum conservation in 弹性碰撞中的动量守恒 179-183, 205
inelastic collisions 非弹性碰撞……183
relativistic and nonrelativistic
相对论性和非相对论性的碰撞……205, 206
同见 Scattering 散射
Compton, A. H. 康普顿……208
Compton effect 康普顿效应……208-212, 219
Conservation laws 守恒定律……177, 187
in particle creation 粒子产生过程中的守恒定律……197
同见 Energy, Mass, Momentum 能量、质量、动量
Contraction hypothesis 收缩假说……64, 293
insufficiency of, 收缩假说的缺陷……75
Coulomb, C. A. 库仑……248

Coulomb's law 库仑定律……248
extended to moving test charge 推广到运动检验电荷上的库仑定律……249
relativistic transformation of, 库仑定律的相对论性变换……253
Cross, W. G. 克罗斯……210, 211
Cunningham, E. 坎宁汉……241
Current 电流
magnetic force due to, 电流产生的磁力……276-280
unit, defined 电流单位的定义……286
Currents, magnetic force between 电流之间的磁力……284-285

Darwin, Sir C. G. 达尔文爵士……174
Davey, W. G. 戴维……191
De Broglie, L. 德布罗意……177
De Vries, Tj. E. 德弗里斯……146
Dewan, E. 迪万……128
Dog, in night-time 夜间的狗……37
Doppler, C. 多普勒……140
Doppler effect 多普勒效应……140, 293
and galactic red-shift 多普勒效应与星系红移……144-145, 146-148
and Mössbauer effect 多普勒效应与穆斯堡尔效应……194
and moving clocks 多普勒效应与运动时钟……159
and Sputnik I. 多普勒效应与"斯普特尼克1号"……149, 150
and time dilation 多普勒效应与时间膨胀……152
considered dynamically 对多普勒效应的动力学考虑……212
second-order 二级多普勒效应……153
two-dimensional 二维多普勒效应……150
Doyle, Sir A. C. 多伊尔爵士……37
Drag coefficient (Fresnel/Fizeau)
曳引系数(菲涅耳/菲索)……47
from relativistic velocity-addition
得自相对论性速度加法的曳引系数……137

Drake, Stillman 德雷克, 斯蒂尔曼……69
Dynamics, Newtonian 牛顿动力学 见 Newtonian mechanics 牛顿力学

Eddington, Sir A. S. 爱丁顿爵士……32, 296
Einstein, A. 爱因斯坦…1, 4, 16, 19, 60, 84, 92, 130, 138, 246, 247, 292, 296-297
and basic postulates of relativity 爱因斯坦与相对论的基本公设……66, 72-74
and quantum hypothesis 爱因斯坦与量子假说……214
and twin paradox 爱因斯坦与孪生子佯谬……165
"Einstein's box""爱因斯坦箱"……16, 28
Elastic collisions 弹性碰撞 见 Collisions 碰撞
Elastic scattering 弹性散射 见 Scattering 散射
Electric field 电场
defined 电场的定义……251
due to moving line charge 运动线电荷产生的电场……271
due to moving point charge 运动点电荷产生的电场……261
due to stationary line charge 静止线电荷产生的电场……270
transformation of, 电场的变换……289
Electric force 电力……252
due to moving point charge 运动点电荷产生的电力……255-262
Electrodynamics 电动力学……247
Electrons 电子
accelerated 被加速的电子……5
Compton scattering by 电子所引起的康普顿散射……208, 219
speed vs. energy 电子的速率和能量的关系……8
Energy 能量
conservation of 能量的守恒……4, 19, 177
inertia of 能量的惯性……15, 29
Lorentz transformation of 能量的洛伦兹变换……223
kinetic, 动能……5, 8, 9, 14-15, 23
Energy levels 能级……190

Energy-momentum invariant 能量-动量不变量……220, 229
Energy/momentum relation 能量/动量关系……21-22
Equivalence principle 等效原理……170, 174, 216
Ernst, Br. 厄恩斯特……146
Ether 以太
luminiferous, 光以太……39-41, 45
modern search for, 对以太的新探寻……156
"Ether-drag" "以太曳引"……46-50
explained by special relativity theory 狭义相对论对"以太曳引"的解释……137
"Ether wind" "以太风"……56, 65
Event 事件 见 Point event 点事件
Extinction effect 消忆效应……133

Farley, F. J. M. 法利……76
Feynman, R. P. 费因曼……220
FitzGerald, G. F. 斐兹杰惹……64
FitzGerald-Lorentz contraction hypothesis
斐兹杰惹-洛伦兹收缩假说……64, 293
Fizeau, H. L. 菲索……47, 49, 59, 137
Fizeau experiment 菲索实验……47-50
explained by relativity theory 相对论对菲索实验的解释……137
Force 力
in classical mechanics 经典力学中的力……4
in special relativity 狭义相对论中的力……230-236
transformation of 力的变换方程……238, 255(表)
Force, electric 电力 同见 Electric force 电力……251
Force, magnetic 磁力 同见 Magnetic force 磁力……236, 250
Ford, K. W. 福特……297
Foucault, L. 傅科……59
Four-vectors 四维矢量……228
Fowler, W. A. 否勒……19

Fox, J. G. 福克斯……76, 133
Frame of reference 参照系……10
Fresnel, J. A. 菲涅耳……39, 138
Frisch, D. H. 弗里希……102, 107

Galaxies, red-shift of, 星系的红移……144-149
Galilean transformations 伽利略变换……69-70, 80
Galilei, Galileo 伽利略……59, 69, 80, 241
Gamma rays γ 射线……19
  speed of, γ 射线的速率……11
Ganley, W. P. 甘利……234
Gerlach, W. 革拉赫……14
Glaser, D. A. 格拉塞……237
Goldstein, H. 戈尔茨坦……36
Golsen, A. 戈尔森……14
Guye, C. 盖耶……23

Hall, D. B. 霍尔……107
Henri, V. P. 亨利……210
Hill, A. G. 希尔……26
Holmes, Sherlock 福尔摩斯……37
Holton, G. 霍尔顿……299
Hooke, R. 胡克……38
Hoyle, F. 霍伊尔……149
Hubble, E. 哈布尔……148, 149
Hubble's law 哈布尔定律……148-149, 173
Hull, G. F. 赫尔……13
Humason, M. L. 赫马森……146
Huygens, C. 惠更斯……38, 39, 241

Illingworth, K. K. 伊林沃思……55
Incident, curious, of dog in night time

狗在夜间的奇怪行动……37
Inelastic collisions 非弹性碰撞 见 Collisions 碰撞
Inertia, law of 惯性定律……68, 80
Inertial frame 惯性系……59
Inertial frames, equivalence of 惯性系的等效性……69-72
Infeld, L. 英费尔德……1, 92, 130, 296
Invariants 不变量……68, 70
space-time 空-时不变量……87-89
energy-momentum 能量-动量不变量……205, 229
Ives, H. E. 艾夫斯……153
Ives-Stilwell experiment 艾夫斯-斯蒂威尔实验……153-156

Jaffé, B. 贾菲……297
Jammer, M. 雅梅……230, 242
Jaseja, T. S. 贾赛杰……115
Javan, A. 贾凡……115
Jay, A. H. 杰伊……90
Jeffery, G. B. 杰弗里……66, 297
Joos, G. 约斯……54, 55
Jupiter, eclipses of moons 木星的卫星食……40, 50-52, 62

Kacser, C. 卡泽……297
Katz, R. 卡茨……297
Kaufmann, W. 考夫曼……23
Kennedy, R. J. 肯尼迪……55, 75
Kennedy-Thorndike experiment 肯尼迪-桑代克实验……75, 89
Kinetic energy 动能……5, 8, 9, 14, 23
King, J. G. 金……15
Kjellman, J. 克耶耳曼……76

Larmor, Sir J. 拉莫尔爵士……156, 293
Lasers, in Michelson-Morley experiment

迈克耳孙-莫雷实验中的光激射器(激光器)……115
Laue, M. von 劳厄……17
Lauritsen, C. C. 劳里森……19
Lavanchy, C. 拉文希……23
Lebedef, P. 列别捷夫……13
Length, contraction of, 长度的收缩 见 Lorentz contraction 洛伦兹收缩
Lewis, G. N. 刘易斯……180
Light 光
deflection by sun 光在太阳附近的偏转……33
electromagnetic theory of, 光的电磁说……40
nature of, 光的本性……38, 40, 60
particle model 光的粒子模型……37, 44, 60
propagation of, 光的传播……38
speed of, 光的速率……2, 10, 28, 40, 41, 44
independence of source speed 光速对光源速率的独立性……76
同见 *c*
wave theory of, 光的波动说……39, 41, 45, 60
Light cone 光锥……125
Light-pulse clock 光脉冲时钟
and time dilation 光脉冲时钟与时间膨胀……111-112
and length contraction 光脉冲时钟与长度收缩……113-114
Linac 直线性加速器……6
Local time 地方时当地时间……292
Lorentz, H. A. 洛伦兹……58, 64, 84, 292
Lorentz contraction 洛伦兹收缩……64
and linear charge density
洛伦兹收缩与线电荷密度……275, 277, 278, 281-283
and time dilation
洛伦兹收缩与时间膨胀……108-109
explained by relativity theory
相对论对洛伦兹收缩的解释……100

invisibility of,
洛伦兹收缩的不可见性……160
symmetrical nature of,
洛伦兹收缩的对称性质……117
Lorentz-Einstein transformation 洛伦兹-爱因斯坦变换
见 Lorentz transformation 洛伦兹变换
Lorentz-Fitzgerald contraction hypothesis
洛伦兹-斐兹杰惹收缩假说……64, 293
insufficiency of
洛伦兹-斐兹杰惹收缩假说的缺陷……75
Lorentz force law 洛伦兹力定律……251, 269
different formulations of 洛伦兹力定律的不同表述……288
Lorentz transformations 洛伦兹变换……82, 84(表), 96, 160
and four-vectors 洛伦兹变换与四维矢量……228
for energy and momentum 能量和动量的洛伦兹变换……223-226
for force components 力的诸分量的洛伦兹变换…238-240, 255(表)
Lovell, Sir B. 洛弗尔爵士……11

Magnetic analysis of particles 粒子的磁力分析……236
Magnetic field 磁场
defined 磁场的定义……251, 288
deflection of charged particles by 磁场对带电粒子的偏转……236
due to current in wire 导线中电流产生的磁场……284
due to moving line charge 运动线电荷产生的磁场……273
inferred from force on test charge 根据作用在检验电荷上
的力推测磁场……269
related to electric field 磁场和电场的关系……268-269
transformations of 磁场的变换……289
Magnetic force 磁力……250
due to current-bearing wire 载流导线产生的磁力……276
due to moving line charge 运动线电荷产生的磁力……274-276
due to moving point charge 运动点电荷产生的磁力……263-269

related to Lorentz contraction effects 磁力和洛伦兹收缩效应的关系……277-283
Magnetic force law 磁力定律……236, 250
Maser, used in search for ether 用来探寻以太的微波激射器……156
Mass, conservation of 质量守恒……19, 184
Mass 质量
inertial 惯性质量……4, 15, 17, 24, 179
variation with speed 质量随速率的变化……22, 182, 185, 292
Mass/energy equivalence 质量/能量等效性……15, 17, 24, 185
Maxwell, J. C. 麦克斯韦……12, 40, 50, 156
McDonald, D. F. 麦克唐纳……10
McLernon, F. 麦克勒农……210
Mechanics, Newtonian 牛顿力学 见 Newtonian mechanics 牛顿力学
Mesons 介子 见 Muons μ(介)子, Pions π(介)子
Michelson, A. A. 迈克耳孙……37, 49, 52, 54, 55, 58, 156, 297
Michelson interferometer 迈克耳孙干涉仪……52
Michelson-Morley experiment 迈克耳孙-莫雷实验……52-58, 59, 63, 64, 75, 84, 294
using lasers 使用光激射器(激光器)进行的迈克尔孙-莫雷实验……115
Micrographia 〈微写术〉……18
Milburn, R. 米尔本……219
Miller, D. C. 米勒……55
Minkowski, H. 闵可夫斯基……85
Minkowski diagrams 闵可夫斯基图……85-87
and symmetry of Lorentz contraction 闵可夫斯基图与洛伦兹收缩的对称性……117
for charges in current-bearing wire 载流导线中电荷的闵可夫斯基图……281
Møller, C. 莫勒……295
Momentum, conservation of, 动量守恒……4, 177, 182, 184

Momentum, Lorentz transformation of, 动量的洛伦兹变换……223
Moon, P. B. 穆恩……191
Morley, E. W. 莫雷……49, 55, 58
Mössbauer, R. L. 穆斯堡尔……192
Mössbauer effect 穆斯堡尔效应……192–195
Motte, A. 莫特……3
Moving object, visual appearance of 运动物体的视外观……160
Mulligan, J. F 马利根……10
Muons μ(介)子
decay chart μ(介)子的衰变表……108
time dilation of decay μ(介)子衰变的时间膨胀…102–104, 106–109
Murray, J. 默里……115

Neutrino 中微子……187
Newton, Sir I 牛顿爵士……1, 2, 3, 15, 70
Newton's *Opticks* 牛顿的《光学》……15
Principia 牛顿的《原理》……1, 3, 70
Newtonian Mechanics 牛顿力学……1, 2, 3, 14, 30, 68, 179
Newton's law 牛顿定律……4, 21
transformation of, 牛顿定律的变换……70
Ney, E. P. 奈伊……297
Nichols, E. 尼科尔斯……13
Night-time, dog in the 狗在夜间……37
Nobel, A. 诺贝尔……295

Observers 观测者……93
Occhialini, G. P. S. 奥基阿里尼……206
Opticks《光学》……15

Pair production 粒子对的产生……203
Palmieri, J. N. 帕尔密厄里……245
Particles, creations 粒子的产生……196–205

Particles, table of 粒子表……245
Pauli, W. 泡利……187
Perrett, W. 佩雷特……66, 297
Photon rocket 光子火箭……195
Photons 光子
absorption of, 光子的吸收……188
emission of, 光子的发射……189
energy/momentum relation 光子的能量/动量关系……12, 20
gravitational deflection of 光子的引力偏转……33
gravitational frequency shift 光子的引力频(率)移(动)……174
pair production by 由光子产生的粒子对……203
speed of, 光子的速率……10, 11
from moving source 来自运动光源的光子的速率……76
Piccard, A. 皮卡德……55
Pierce, J. R. 皮尔斯……195
Pions π(介)子
creation of π(介)子的产生……198
decay of π(介)子的衰变……76, 136
Pless, I. A. 普莱斯……203
Poincaré, H. 彭加勒……64, 292
Point events 点事件……80, 93
transformations of 点事件的变换……95
Ponderator 加重器……26
Pound, R. V. 庞德……174
Powell, C. F. 鲍威尔……206
Principia 《原理》……1, 3, 70
Proper length 静长度……111
Proper time 原时……111
Purcell, E. M. 珀赛尔……35
Pythagoras 毕达哥拉斯……38

Radiation pressure 辐射压……12, 14

Radiometer effect 辐射计效应……13
Ramsey, N. F. 拉姆齐……210, 211
Rayleigh, Lord (J. W. Strutt) 瑞利爵士(斯特拉特)……58
Reactions, thermonuclear 热核反应……18
Rebka, G. A. 雷勃卡……174
Recoil 反冲
in photon absorption and emission 光子吸收和发射中的反冲
……188-192, 195
suppression of, in Mössbauer effect 在穆斯堡尔效应中反冲受到的遏制……194
Reference frame 参照系……10
inertial, 惯性参照系……59
Reichenbach, H. 赖欣巴赫……298
Reines, F. 莱因斯……187
Relativity 相对论
basic postulates of 相对论的基本公设……66-67, 74
general theory 广义相对论……34, 169, 175, 216
Newtonian, 牛顿的相对论……67, 68-72
special theory 狭义相对论……1, 2, 19, 24
and quantum theory 狭义相对论与量子论……214
historical bases 狭义相对论的历史基础……292-295
Rest energy 静能……23
Rest frame 静止系……111
Rest mass 静质量……22
Retarded position, of moving charge 运动电荷的推迟位置……262
Rigid body 刚体……28
Rindler, W. 林德勒……122, 298
Robertson, H. P. 罗伯逊……75
Roemer, O. 罗默或罗麦……40, 50, 62
Rosenfeld, J. 罗森菲尔德……56
Rosser, W. G. V. 罗塞……298
Rossi, B. 罗西……107

Sanders, J. H. 桑德斯……10
Sanford, R. F. 桑福德……90
Scattering 散射
Compton, 康普顿散射 ……208, 219
elastic 弹性散射……205, 226
同见 Collision 碰撞
Schilpp, P. A. 希尔普……17, 293, 298
Scott, G. D. 斯科特……126
Shankland, R. S. 香克兰德……23, 55, 246
Sherwin, C. W. 舍温 ……298
Simultaneity 同时性……73
relativity of, 同时性的相对性……77
Slipher, V. M. 斯莱弗……146
Smith, J. H. 史密斯……90, 103, 107, 128, 298
Soldner, J. 索尔德纳 ……33
Solomon, L. H. 索洛蒙……11
Source, moving, radiation from 运动源的辐射……133
同见 Doppler effect 多普勒效应
Space, 空间
absolute and relative 绝对空间与相对空间 ……3
isotropy of 空间的各向同性 ……82
Space intervals, transformation of 空间间隔的变换……97
Space-like intervals 类空间隔 ……124
Space-time 空-时 ……85, 87
Space-time intervals 空-时间隔……88, 122
Space-time invariant 空-时不变量……87
Speed vs. kinetic energy(table)速率和动能的关系(表)……25
Sputnik I, Doppler effect of "斯普特尼克1号"的多普勒效应……149
Stahel, E. 斯塔厄尔……55
Stars, binary 双星 ……76
Stellar aberration 恒星的光行差 ……41, 59, 294

by special relativity 狭义相对论说明的恒星光行差……138
with water-filled telescope 以充水望远镜观察恒星光行差……45
Stewart, A. B. 斯图尔特……43
Stilwell, G. R. 史迪威……153
Strutt, J. W. 斯特拉特(Lord Rayleigh 瑞利爵士)……58
Sun 太阳
deflection of light by 太阳对光线的偏转……33
loss of mass by 太阳质量的丧失……18
Sutton, R. B. 萨顿……218
Synchronization, of clocks 时钟的整步(同步)……74, 106, 115, 292

Taylor, E. F. 泰勒……298
Thermonuclear reactions 热核反应……18
Thompson, S. P. 汤普森……38
Thorndike, A. M. 桑代克……297
Thorndike, E. M. 桑代克……75
Threshold energy 阈能……200
Time, absolute 绝对时间……70
Time dilation 时间膨胀……102, 105
and Doppler effect 时间膨胀与多普勒效应……152
and Lorentz contraction 时间膨胀与洛伦兹收缩……109
observation of, 时间膨胀的观测……102-104, 106-109
symmetrical nature of 时间膨胀的对称性质……119
Time Dilation (film) 时间膨胀(影片)……102-104, 107-108
Time intervals, transformation of 时间间隔的变换……97
Time-like intervals 类时间隔……124
Todd, D. P. 托德……50
Tollestrup, A. V. 托尔斯特鲁普……19
Tolman, R. C. 托尔曼……180
Tomaschek, R. 托马舍克……55
Townes, C. H. 汤斯……115, 156, 159
Transformations 变换

Galilean, 伽利略变换……70, 82
Lorentz, 洛伦兹变换 见 Lorentz transformatious 洛伦兹变换
Twin paradox 孪生子佯谬……2, 165-170

Ultimate Speed (film)〈极限速率〉(影片)……5, 6, 7, 9
Units, in electromagnetism 电磁学中的单位……248-251, 286-288

Velocities, transformation of 速度的变换……130
Velocity addition 速度加法……131
and Fizeau's drag coefficient 速度加法与斐索曳引系数……137
Viner, M. R. 瓦伊纳……126
Voigt, W. 佛克脱 福格特……293

Wallin, I. 沃林……76
Webster, D. L. 韦伯斯特……291
Wheeler, J. A. 惠勒……298
Whipple, F. L. 惠普尔……11
Whiteside, H. 怀特赛德……245
Whittaker, Sir E. T. 惠特克爵士……64, 293, 298, 299
World lines 世界线……77

Young, T. 杨(氏)……39

Zeeman, P. 塞曼……49
Zero-momentum frame 零动量参照系……199, 226

译后记

本书是国际著名的美国三套大学物理学改革教材之一——《麻州理工学院物理学导论丛书》的第二卷。同另外两套教材即费因曼的《物理学讲义》和加州大学的《伯克利物理学教程》相比，这套教材的特点是较多地介绍了物理学科学思想的历史发展。本书既注重史实，又注重科学思想的严正性。作者充分利用当代科学技术的新成就，大胆地突破相对论的传统形式体系，在讲法上作了重大改革。弗伦奇教授之所以采用这种讲述方式，当然不是因为爱因斯坦本人的论证在逻辑上欠明晰或难于令人信服，而是出于提高教育质量和教学效果的实际需要。其实，科学思想史料和新科学技术成就的引用也是为了同一个目的，因为对科学思想发展和新科学技术成就的了解无疑十分有助于加深学生对基本概念和理论及其发展的理解，也是培养科学家的实际需要。由此可见，以上特点对于供初学者使用的教材非但不矛盾，而且是相辅相成的。教材的写法既应有别于科学史，也应有别于科学专著。教材如何取材并采用新的表述方式使学生能够更迅速而扎实地掌握最新科学理论已是当前我国教材工作中急待探讨和解决的课题。译者和编辑深感，仅就弗伦奇教授编写这套教材的指导思想和方法而论，肯定值得我们借鉴和推荐。

今年适逢人类和物理学的伟大思想家爱因斯坦诞生一百周年，此卷书的翻译出版也是对他的一个有意义的纪念。

本书是译者于1978年利用教课之余翻译的，对于陈凤至同志给予的热情帮助，谨致谢意。以后译文又经编辑逐字逐句进行了数次认真校改。但由于我们水平有限，虽几经修改，不妥和谬误之

处，仍在所难免，尚祈读者指正。

译者和编辑同记

1979 年 12 月