探究二力平衡方向相对误差的模型分析*

张广宏 （无锡市惠山区教师发展中心 江苏 214174）

摘 要 初中物理用实验探究二力平衡的条件时，要求中间卡片的质量远小于两侧悬挂物体的质量。远小于在该实验中的量化范围是与实验误差相关联的，实验误差主要表现在二力方向相反的结论，误差本质是共线比较问题。可以建立合适的模型，结合科学推理与实验观察，得到控制本实验相对误差的一般性结论。

关键词 模型建构 二力平衡 比较 相对误差

文章编号 1002-0748(2024)5-0035 **中图分类号** G633·7 **文献标识码** B

1 问题的提出

虽然新旧两版课程标准未把“探究二力平衡条件”作为学生的必做实验，但是不同教材依然对“探究二力平衡的条件”提供了不同方案。如苏科版教材八年级下册装置要求为：如图1所示，将系于卡片两个对角的线分别跨过支架上的滑轮，在线的两端分别挂上钩码，使作用在卡片上的两个拉力方向相反，且在一条直线上。改变钩码的个数，看看什么情况下卡片能平衡，什么情况下卡片不能平衡。北京师范大学出版社义务教育教科书（郭玉英主编）八年级全一册：将两根细线分别系在硬纸A、B的两个孔上，并按如图2所示进行组装。使细线的另一端跨过桌边的滑轮，并各悬挂一个50 g的钩码。北京师范大学出版社义务教育教科书（闫金铎主编）八年级下册：取一块硬纸板在相对的顶点附件各开一个小孔，用细线系住，细线的另一端跨过桌边的滑轮各悬挂一个50 g的钩码。北师大出版社版教材的装置相似，如图2所示。

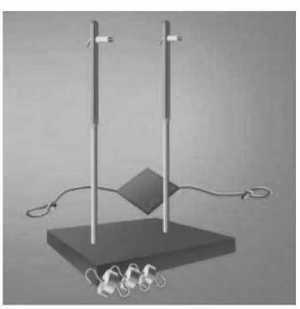

图1

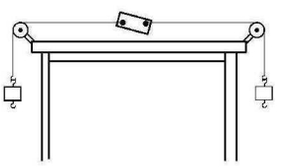

图2

苏科版教材虽然没有明确钩码、卡片的质量关系，但是通过信息传递的形式明确规律探究的条件：由于卡片的重力远小于钩码对卡片的拉力，所以卡片的重力可忽略不计。

北师大出版社的两种教科书则直接给出钩码质量为50 g及以上。显然，教材的处理有模糊处理量化的意图。“卡片的重力远小于钩码对卡片的拉力”，其中“远小于”是一个比较模糊的说法，具体的量化标准是多少，鲜有明确。不同的人对此要求不同，有人认为两个量之间的数值关系相差2～3个数量级，有人认为相差20倍，甚至于相差5～6倍，不一而足。或是料敌从宽，取最大范围。一线教师需要有一个相对量化的标准。

为了更好地达到演示实验的效果，有必要明确以下几个问题：比较什么？远小于如何理解？怎么以更小的误差达到实验目的？

2 关于二力平衡模型的比较说明

本实验中的卡片显然扮演了一个轻质模型的角色。模型建构的核心是根据解决问题的需要，通过对比、概括、抽象等途径去忽略次要因素，抓住主要因素。建立模型可以是对研究对象的简化，如质点、理想气体，也可以是研究过程的简化，如匀速直线运动、理想气体等温膨胀等。在使用“对比”这种研究方法时，一个重要的前提是，比较对象的一致性，比较物理量的一致性。

对于本实验中卡片应该满足的条件，部分教师在授课时会随意说成：(1)卡片的质量远小于钩码重

* **基金项目**：本文系江苏省中小学教学研究第十四期立项课题“指向高中物理学科关键能力的实践性任务学习的设计与实施”（课题编号：2021jy14-L24）的阶段性研究成果。

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

力;(2)卡片的质量很小,可以忽略;(3)卡片的重力远比钩码重力小,可以忽略。……类似的表达与教材的表述似是而非,是否等价,是否正确,作为先决条件需要我们给以界定。

第一种表达是不可以的。质量与重力是两个不同物理量,不可以进行比较的。部分师生一直存在疑虑:质量和重力存在着 $G=mg$ 的关系,质量小即意味着重力也比较小,故两者不加区分的笼统表达,也无可厚非。其实这种说法不可以。质量只能与质量进行比较,重力也只能和其他的力进行比较。类似的,高中物理研究带电粒子在电磁场中的运动时,很多时候忽略粒子自身的重力,其本质原因是粒子的重力比电磁力小很多。不能据此说重力不计,根据 $G=mg$,质量也就不计了。事实上,根据 $F=ma$,粒子在电磁力的驱使下还会产生加速度的,故不可忽略粒子质量。质量与重力满足 $G=mg$,仅给出 G 与 m 的大小关系,而 G 或 m 能否忽略还需跟其他力或质量进行比较。

第二种表达:质量很小可以忽略。这种说法也是不妥当的。物理量的大小是相对而言的,需要比较。不存在绝对的质量大小。质量是否不计,是要用质量进行比较的。如果物体的质量跟系统中其他物体的质量相比小得多,该物体的质量方可忽略。离开了比较对象论质量大小,就相当于离开了参考系研究运动。运动的默认参考系为大地,而生活中质量的默认比较对象并没有取得共识。

第三种表达"卡片的重力远小于钩码重力"也存在缺陷。此表达事实描述正确,比较物理量也相同。但是研究对象没有指向一个物体,比较意义不明。

所以,苏科版教材中"卡片的重力远小于钩码对卡片的拉力"的表达是精准的。北师大出版社两种教材的表达也是暗含此结论。至此,我们已经明确比较的物理量的内涵与外延,明确了研究对象是卡片,研究物理量是卡片受到的力,比较问题是卡片两侧拉力是否在一条直线上,并在研究过程中解决"远小于"的含义。

3　二力平衡共线的相对误差模型分析

为解决上述问题,结合以下例题进行分析。

例题　(2019年无锡中考卷8)如图3所示,在"探究二力平衡的条件"时,选质量为10 g的卡片作为研究对象。在线的两端分别挂上等质量的重物,对卡片施加两个拉力。为探究这两个力满足什么条件才能平衡,则所挂重物质量合适的是　(　　)

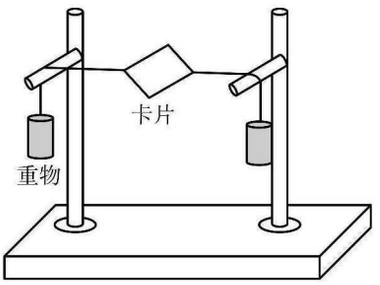

图3

(A) 5 g　　(B) 10 g

(C) 200 g　　(D) 任意质量均可

本题是考查学生的探究能力的一道很好的选择题,能够很好地区分是否进行过真正的科学探究,是否真正理解二力平衡。显然本题就是对"远小于"的倍数关系命题人给出了自己的理解:卡片所受一侧拉力为卡片重力的20倍即可。

做好该实验,卡片左右两侧的拉力大小比较、作用在同一个物体上二力的关系比较容易,难点在于二力的方向观察与判断。具体来说,拉力的方向沿着绳并指向绳收缩的方向,所以更准确地说,本实验的难点在于如何判定卡片两侧细绳是否共线。这样我们将一个物理探究问题抽象成一个数学的共线问题。

平面不平行的三力平衡必为共点力,不妨将卡片视作质点,卡片的受力如图4所示。此实验中卡片所受左右拉力之间的夹角与直线间的绝对误差为 $\Delta\theta=\theta_1+\theta_2$,相对误差 $\eta=\dfrac{\theta_1+\theta_2}{\pi}$(弧度单位制)。显然,$\theta_1+\theta_2$ 越小,相对误差就越小。

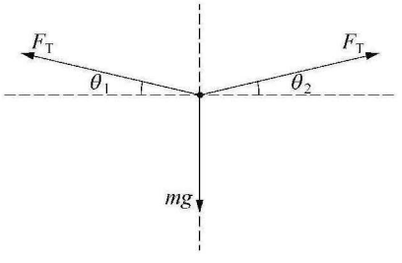

图4

令卡片的质量为 m,左右重物的质量相等为且为 M。卡片所受的拉力为 $F_T=Mg$。现在的问题就是判断左右二力与水平方向的夹角。由受力平衡知卡片满足:

$$\begin{cases} F_T\cos\theta_1 = F_T\cos\theta_2 & ① \\ F_T\sin\theta_1 + F_T\sin\theta_2 = mg & ② \end{cases}$$

由①式知,$\theta_1=\theta_2=\theta$,当然由对称性也可以快速进行判断。绳子与水平方向的夹角 θ 越小越接近

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

于零，才越接近于需要的结论。由②式知，$\sin\theta=\frac{mg}{2F_T}=\frac{m}{2M}$。

实验的相对误差 $\eta=\frac{2\theta}{\pi}=\frac{2\arcsin\left(\frac{m}{2M}\right)}{\pi}$，即有

$$\frac{M}{m}=\frac{1}{2\sin\frac{\pi\eta}{2}} \qquad ③$$

据此，二力平衡的共线问题，就变成了寻找 m、M 的比值与相对误差 η 的关系。不同的误差要求对应了不同的质量比要求。

即确定的实验误差要求，会直接得到 m、M 两者之间的关系。按照常见的相对误差范围，笔者汇总了相应的 M/m 的大小、对应的角度以及相应的绳子和卡片正视形状，见表1。

表1　常见的相对误差与质量倍数、角度和装置正视形状的关系

相对误差	角度 θ(°)	倍数 M/m	正视形状
1.00%	0.9	31.8	
2.00%	1.8	15.9	
3.00%	2.7	10.6	
4.00%	3.6	8.0	
5.00%	4.5	6.4	

由于Word软件的制约，表格中正视形状的夹角实际是1°、2°、3°、4°和5°，即比理论值稍大。从正视的角度观察，2%的相对误差，还是比较接近直线的。

本题答案为C选项，即钩码质量为纸片质量的20倍，有表1知，其相对误差在1%到2%之间，小于传统意义的5%，数据是可靠的。

考虑到③式涉及三角函数，计算上需要借助计算器。能否简化一点呢？注意到当 θ 很小时，如角度值在5°以内，有 $\sin\theta\approx\theta$，注意现在 θ 采用的是弧度制。③式可以改写成 $\frac{M}{m}=\frac{1}{\pi\eta}$。通常我们是已知了质量之间的关系。如 M 为 m 的20倍，则相对误差为1.6%。考虑到阻力因素，参见参考文献3，20倍也是很好的数据。

一般而言，义务教育阶段的实验相对误差控制在5%以内是可以接受的，此时 $M>6.4m$。可见实验的数据要求并没有想象的那样极端。为了比较好地演示，笔者以为20倍及以上即可。由此可见，所谓的“远大于”在不同的情境中，根据误差需求，会有着具体的结论。

4　结束语

模型建构是《义务教育物理课程标准(2022年版)》倡导的核心素养的一个要素。本文源于真实情境，抽象问题的本质需求，通过对比、概括、抽象等方式建构模型，基于科学推理和论证，最终解决问题。类似的实践对提高学生学科核心素养提供了有益的借鉴，对一线教师的教学提供了有益的参考。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育物理课程标准(2022年版)[S]. 北京：北京师范大学出版社，2022.
[2] 刘炳昇，李容. 义务教育教科书物理八年级下册(第3版)[M]. 南京：江苏凤凰科学技术出版社，2018：63.
[3] 张广宏，曾晖. 合理建模　科学推理　以“定滑轮”误差分析为例[J]. 中学物理，2020(09)：48　50.

(上接第29页)

4　落实方案，得出成果

让学生按所设计的实验方案，动手操作完成实验，测出相应的实验数据，得出矿石的密度，如表1所示。

表1　实验数据及结果

m_1/g	m_2/g	m_3/g	$\rho_{矿石}$/(g·cm^{-3})
202.0	209.5	222.4	2.7

点评　让学生动手动脑，一方面提高实验操作能力，另一方面在实际操作中进一步理清实验思路，检验实验方案的可行性，体验探究的成功，收获探究的乐趣。

综上所述，引导学生利用所学的知识和方法，通过分析、论证、质疑、评估，以及科学方法的迁移、拓展、创新等系列思维活动，设计实验方案，创造性地解决问题，能有效培养学生迁移创新能力，发展物理学科核心素养。

参考文献

[1] 郭玉英，姚建欣，张玉峰，等. 基于学生核心素养的物理学科能力研究[M]. 北京：北京师范大学出版社，2017.9：23，93，360.
[2] 张玉峰，陈伟孟，汤玉林，杨斌，等. 基于核心素养的中学物理实验教学重难点突破[M]. 北京：北京师范大学出版社，2021.8：12　17.
[3] 刘大明，江秀梅. 以科学方法为中心　落实核心素养目标　以“伏安法测电源电动势和内阻实验系统误差分析”为例[J]. 中学物理教学参考，2023(9)：6　12.
[4] 攀勇. 发展性思维在初中科学教学中的运用　以测量水中硬币的深浅为例[J]. 物理教学，2023(7)：77　79.

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net