·问题讨论·

追寻动态电路中的“不变量”

杨天才[1] 李红梅[2]
(1. 重庆市大学城第一中学校,重庆 401331; 2. 安徽省亳州市涡阳第二中学,安徽 亳州 233600)

摘 要: 从动态电路中电压变化量与电流变化量的比值入手,分析动态电路中普遍存在的不变量及其原因,得出动态电路中电压变化量与电流变化量的比值为不变量是普遍存在的结论,以“不变量”为中心合理地选择研究对象,是解决动态电路问题的关键因素.

关键词: 动态电路;不变量;变化量;闭合电路欧姆定律

物质在运动变化过程中存在不变量,在动态电路中也存在某些不变量.“动态电路”是指由于电路中的局部电阻变化而引起总电路及各支路的电压、电流及电功率等变化的一类电路.[1] 笔者从动态电路中电压变化量与电流变化量的比值入手,分析动态电路中普遍存在的不变量及其原因.

1 追寻不变量

如图 1 所示,电路中电源电动势和内阻分别为 E、r,定值电阻阻值为 R.闭合电键后,将滑动变阻器滑片向下滑动,理想电压表 V_1、V_2、V_3 示数变化量分别为 ΔU_1、ΔU_2、ΔU_3,理想电流表示数变化量为 ΔI.

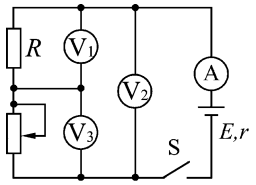

图 1 电路图

1.1 定值电阻

对定值电阻 R,滑动变阻器滑动前 $\frac{U_1'}{I}=R$,滑动后 $\frac{U_1''}{I'}=R$,电压的变化量与干路电流的变化量的比值为 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}=\frac{U_1''-U_1'}{I'-I}=\frac{I'R-IR}{I'-I}=R$,即定值电阻的 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I}$ 仍为定值电阻本身.

1.2 动态电阻

对定值电阻 R 和滑动变阻器整体,路端电压的变化量与干路电流的变化量的比值有怎样的结论呢?滑动变阻器滑动前 $\frac{U_2'}{I}=R+R_1$,滑动后 $\frac{U_2''}{I'}=R+R_2$,其中 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}=\frac{U_2''-U_2'}{I'-I}=\frac{I'(R+R_2)-I(R+R_1)}{I'-I}=R+\frac{I'R_2-IR_1}{I'-I}$.这里好像不存在不变量,因滑动变阻器的阻值是变化的,我们用电源内阻这个不变量代替滑动变阻器电阻的变化.由闭合电路欧姆定律,有 $U_2'=E-Ir$,$U_2''=E-I'r$,解得 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}=-r$,即路端电压的变化量与干路电流的变化量比值的绝对值 $\left|\frac{\Delta U_2}{\Delta I}\right|$ 为电源内阻.受结论的启发,我们自然想到用 U_2-I 关系来验证 $\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$.由闭合电路欧姆定律,有 $U_2+Ir=E$,变形为一次函数关系,得 $U_2=-rI+E$,$\frac{\Delta U_2}{\Delta I}$ 就是 U_2-I 图像的斜率,即为 $-r$.[2]

同理,对滑动变阻器,由闭合电路欧姆定律,有 $U_3+I(r+R)=E$,变形为一次函数关系,得 $U_3=-(r+R)I+E$,于是 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}=-(r+R)$,即滑动变阻器的 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}$ 的绝对值为电路中其余部分的定值电阻之和.也可将定值电阻 R 视为电源内阻的一部分,理想电压表 V_3 示数视为路端电压,于是 $\frac{\Delta U_3}{\Delta I}=-r_{等}=-(r+R)$.

1.3 混联动态电阻

对更复杂的电路,如图 2 所示,电源电动势恒定且内阻不可忽略,R_1、R_2、R_3 为定值电阻,R_4 为滑动变阻器,图中均为理想电表.闭合电键后,I_1、I_2 分别表示两个电流表的示数,U_1、U_2、U_3 分别表示 3 个电压表的示数.现将 R_4 的滑片稍向上滑动,ΔI_1、ΔI_2 分别表示两个电流表示数的变化量,ΔU_1、ΔU_2、ΔU_3 分别表示 3 个电压表示数的变化量,对 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I_1}$、$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_1}$、$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_1}$、$\frac{\Delta U_1}{\Delta I_2}$、$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2}$、$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_2}$,

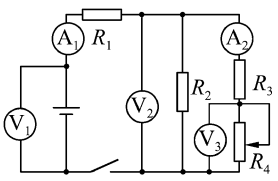

图 2 混联复杂电路

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

还有不变量与之对应吗？

不难得出，$\frac{\Delta U_1}{\Delta I_1}=-r$，$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_1}=-(r+R_1)$，对$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_1}$，由部分电路欧姆定律，有$\frac{U_3}{R_4}+\frac{U_3(R_3+R_4)}{R_4R_2}=I_1$，由闭合电路欧姆定律，有$\frac{U_3(R_3+R_4)}{R_4}+I_1(r+R_1)=E$，联立消除 R_4 得 $U_3=-\frac{R_2R_3+(r+R_1)(R_2+R_3)}{R_2}I_1+\frac{R_2+R_3}{R_2}E$，即$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_1}=-\frac{R_2R_3+(r+R_1)(R_2+R_3)}{R_2}$，仍为不变量，只是电路结构比较复杂，在等效理解时较为困难.

对 $\frac{\Delta U_1}{\Delta I_2}$，同理有 $\left[\frac{I_2(R_3+R_4)}{R_2}+I_2\right]R_1+I_2(R_3+R_4)=U_1$，代入$\left[\frac{I_2(R_3+R_4)}{R_2}+I_2\right]r+U_1=E$，得 $U_1=-\frac{rR_2}{r+R_1+R_2}I_2+\frac{R_1+R_2}{r+R_1+R_2}E$，于是$\frac{\Delta U_1}{\Delta I_2}=-\frac{rR_2}{r+R_1+R_2}$，为不变量.

对$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2}$，有$\left(\frac{U_2}{R_2}+I_2\right)(r+R_1)+U_2=E$，变形为 $U_2=-\frac{R_2(r+R_1)}{r+R_1+R_2}I_2+\frac{R_2}{r+R_1+R_2}E$，即，$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_2}=-\frac{R_2(r+R_1)}{r+R_1+R_2}$，此时不变量等效理解为电源内阻 r 与 R_1 串联后与 R_2 并联.

对$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_2}$，有

$$\left[\frac{I_2R_3+U_3}{R_2}+I_2\right](r+R_1)+(I_2R_3+U_3)=E,$$

变形为

$$U_3=-\frac{(r+R_1)(R_2+R_3)+R_2R_3}{r+R_1+R_2}I_2+\frac{R_2}{r+R_1+R_2}E,$$

即$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_2}=-\frac{(r+R_1)(R_2+R_3)+R_2R_3}{r+R_1+R_2}$，仍为不变量.

如果 R_2 所在支路的电流为 I_3，$\frac{\Delta U_1}{\Delta I_3}$、$\frac{\Delta U_2}{\Delta I_3}$、$\frac{\Delta U_3}{\Delta I_3}$仍然为不变量，这里不再赘述.

1.4 变压器动态电阻

如图 3 为模拟远距离输电的部分测试电路. 恒压交流电源、定值电阻 R_1 和理想变压器相连. 变压器原副线圈匝数比为 $n_1:n_2$，电压表和电流表均为理想交流电表，R_2 是热敏电阻，其阻值随温度的升高而减小. 用前面的方法可推导出电压表示数变化 ΔU 和电流表 A_2 示数变化 ΔI_2 的比值为$\frac{\Delta U}{\Delta I_2}=-\frac{n_1^2}{n_2^2}R_1$，电压表示数变化 ΔU 和电流表 A_1 示数变化 ΔI_1 的比值为$\frac{\Delta U}{\Delta I_1}=-\frac{n_1}{n_2}R_1$. 因原副线圈的电压比等于匝数比，所以$\frac{\Delta U_{原}}{\Delta I_2}$和$\frac{\Delta U_{原}}{\Delta I_1}$均为不变量，说明通过变压器变压后，电压变化量与电流变化量的比值仍为不变量.

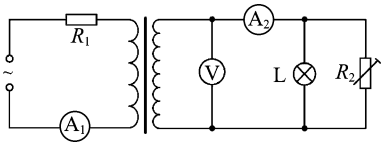

图 3 模拟远距离输电电路

2 原因分析

在动态电路中之所以出现这种情况，是因为电源的特性曲线是 $U=-rI+E$，对给定的电源，由于 E 和 r 是恒定的，故电源的 U-I 图像是一条直线，所以$\frac{\Delta U}{\Delta I}$为不变量，复杂电路滑动变阻器周围的电阻虽然发生了变化，将电源和滑动变阻器以外的电阻等效为新的“电源”和“内阻”仍为不变量. 虽然引起电阻改变的设备和因素还有很多，如：电阻箱、传感器（热敏电阻）等，但动态电路中始终存在电压变化量与电流变化量的比值不变.

3 结论应用

例题. 如图 4 所示，平行金属板中有一个带电油滴悬浮在两板间的 P 点，不考虑电流表和电压表对电路的影响，选地面的电势为 0，当滑动变阻器 R_4 的滑片向 b 端移动时，下列说法正确的是

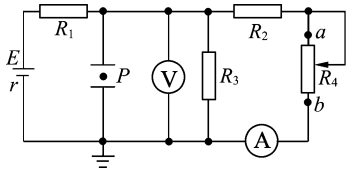

图 4 带平行板电路

（A）油滴带负电，将向下运动.

（B）P 点的电势能升高.

（C）电源的效率变低.

（D）若电压表、电流表的示数变化量分别为 ΔU 和 ΔI，则 $\left|\frac{\Delta U}{\Delta I}\right|=\frac{R_3(r+R_1)}{r+R_1+R_3}$.

解析：这里只分析选项（D）. 由闭合电路欧姆定律，有$\left(\frac{U}{R_3}+I\right)(r+R_1)+U=E$，变形为

$$U=-\frac{R_3(r+R_1)}{r+R_1+R_3}I+\frac{R_3}{r+R_1+R_3}E,$$

（下转第 82 页）

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

找到“运动的不变量”,而方法拓展 2 则需要认识到运动是场与物质相互作用的结果,场的客观存在性和其在空间中叠加规律决定了物质在场中如何运动.而学生的临场表现表明:大多数学生都能够认识和理解运动的一般规律,但对运动本质的认识还不够深刻.

其实方法拓展 2 中通过分解加速度研究平抛运动的方法在高考复习中有例可循:(1) 如图 6 所示的情境中小球从倾角为 θ 的足够长斜面上,以水平速度 v_0 抛出,求小球落到斜面之前距斜面的最远距离;(2) 如图 7 所示的情境中质量为 m、电荷量为 q 的带正电小球在足够大的匀强电场中以初速度 v_0 竖直向上抛出,求运动过程小球的最小动量的大小及方向.以上两个示例中利用“运动的合成与分解”分解加速度都会极大地简化问题解决过程,因此是高三复习运动的合成与分解的典型例题.照理说经过了多轮复习的高三学生遇到类似的问题,应该能做到应对自如.但考场上学生不甚理想的临场表现却表明学生对于运动的合成与分解的认识和理解远远没有达到教师预期的水平.

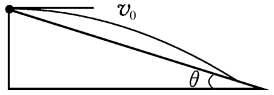

图 6 小球平抛示意图

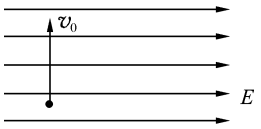

图 7 小球在场中的运动

5 教学反思与启示

学生不甚理想的临场表现使笔者陷入沉思:面对非常熟悉的问题情境,为什么学生无法利用方法的迁移发现问题解决的正确思路呢?学生的评价表现反映着教师教学行为的有效性.在以往的教学过程中,我们更加侧重于“这道题该用什么方法去解决”,甚至会拿这种“好方法”去跟那些“不太明智的方法”比较,让学生确信该种方法很好.但是却很少跟学生解释“这道题为什么可以用这么好的方法来解决”,也不会追问“这样的方法还可以解决怎样的问题”,以及“你是否还有更好的方法?”等问题.

其实选择什么样的方法解决问题属于“术”的问题,而为什么选择这样的方法解决问题则属于“道”的问题.何为“术”?方法、谋略之路数,引申为“技艺”的套路,在这里,就可以理解为“解题”的套路.何为“道”?事物的运行轨道或轨迹,引申为事物运动和发展的规律,在这里,就可以理解为“解题套路”背后深刻的物理原理.若教师在平时的教学过程中仅仅满足于“术”的传授,而忽略了“道”的溯源,当命题人不按“套路”出题时,大多数学生俱“罔”矣的测试表现也就不奇怪了.

“术”的传授易行,但“道”的溯源对于教师的业务水平提出了更高的要求.假如时光倒流,回到高考前的课堂上,在带领学生比较了两道例题的两种方法之后,如果教师还能继续引导一步,“运动的分解本无定法,根据题目的具体情景,结合场与物质的作用规律,方能做出最优的选择”,那学生在临场时的评价表现必定不会如此遗憾.时光无法倒流,但我们的课堂可以改进,我们教学理念也可以提升.跳出对“术”的执念,启发学生对于“道”的感悟,正是核心素养背景下对物理教学要求的一个更高层次.

参考文献:

1 中华人民共和国教育部.普通高中物理课程标准[S].北京:人民教育出版社,2018.
2 程力,李勇.基于高考评价体系的物理科考试内容改革实施路径[J].中国考试,2019(12):38-44.
3 荆鹏,李博,侯恕.指向学习迁移能力的高中物理教学范式与价值探讨[J].物理教师,2022,43(12):8-13.
4 杨华军,史献计.物理教学的类比思维策略[J].物理教师,2020,41(8):19-21.
5 赵连森.利用矢量的合成与分解巧解题[J].物理教师,2021,42(10):83-84,89.

(收稿日期:2023-06-29)

(上接第 62 页)

即 $\dfrac{\Delta U}{\Delta I}=-\dfrac{R_3(r+R_1)}{r+R_1+R_3}$,有 $\left|\dfrac{\Delta U}{\Delta I}\right|=\dfrac{R_3(r+R_1)}{r+R_1+R_3}$ 成立,选项(D)正确.本题答案选(A)(C)(D).

以这些“不变量”为中心合理地选择研究对象,由闭合电路欧姆定律列出相关方程,是解决此类动态电路问题的关键.[3-6]

参考文献:

1 陈林芳,马如宝.动态电路中电压与电流的比值问题[J].物理教学,2013,35(5):56-57.
2 鲁斌.恒定电路中电压变化量与电流变化量之比问题的一般解法[J].物理通报,2016(S1):108-109.
3 吕俊君.例谈闭合电路欧姆定律中的“不变量”[J].物理教学,2020,42(12):51-52,47.
4 蒋炜波.单元视域下指向深度学习的欧姆定律教学[J].物理教师,2023,44(9):8-12.
5 王贤勇,张亮,熊雪.基于问题导向的深度学习教学设计——以学习“导体的电阻”为例[J].物理教师,2023,44(7):25-30.
6 周晓慧.突出真问题 关注真情境——以“助产术”应用于“欧姆定律”教学为例[J].物理教师,2023,44(2):49-53.

(收稿日期:2023-10-06)

(C)1994-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net