新概念力学习题答案

第一章

1-1 位移 $\Delta x = x(t) - x(0) = 3\sin\frac{\pi}{6}t$，

速度 $v = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{6}t$，

加速度 $a = \frac{dv}{dt} = -\frac{\pi^2}{12}\sin\frac{\pi}{6}t$。

1-2 （1）$\because x = R\cos\omega t, y = R\sin\omega t; \because \underline{x^2 + y^2 = R^2}$, 质点轨迹是圆心在圆点的圆.

（2）
$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \omega R(-\sin\omega t\vec{i} + \cos\omega t\vec{j})$$
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -\omega R(\cos\omega t\vec{i} + \sin\omega t\vec{j}) = \underline{-\omega^2\vec{r}}$$ 方向恒指向圆心

1-3 （1）$x = 4t^2, y = 2t + 3, \underline{x = (y-3)^2}$故$x \geqslant 0$，y≥3,质点轨迹为抛物线的一段。

（2）$\Delta\vec{r} = \vec{r}(1) - \vec{r}(0) = \underline{4\vec{i} + 2\vec{j}}$;大小为$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}m$,与$x$轴夹角$\theta = tg^{-1}\frac{2}{4} = 26.6^\circ$

(3) $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 8t\vec{i} + 2\vec{j}, \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \underline{8\vec{i}}.$

1-4 $\Delta t_n = t_n - t_{n-1} = (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})\Delta t_1 = 4\times(\sqrt{7} - \sqrt{6}) = \underline{0.785s}$

1-5 $v_0 = \frac{h}{t} = \sqrt{gh}$

1-6 $y = \underline{\frac{v_0^2}{2g} - \frac{1}{8}gt_0^2}$

1-7 由 7, 由 $\Delta s = v_0\Delta t_1 + \frac{1}{2}a\Delta t_1^2$, 及$2\Delta s = v_0(\Delta t_1 + \Delta t_2) + \frac{1}{2}a(\Delta t_1 + \Delta t_2)^2$即可证.

1-8 $v_2 = \frac{h_1}{h_1 - h_2}v_1$, $a_2 = \frac{dx_2}{dt} = 0.$

1-9 由 $y_m = \frac{v_0^2\sin^2\beta}{2g}$, $x_m = \frac{v_0^2 2\sin\beta\cos\beta}{g}$; 及 $tg\alpha = \frac{y_m}{x_m/2}$ 即可证。

1-10 $\overline{AB} = \frac{9.8^2}{2\times 9.8}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{2}{3} = 2.83m$

1-11 (1) $s=100\times\sqrt{\frac{2\times9.8}{9.8}}=\underline{200\sqrt{5}}=\underline{447.2m}$

$$tg\alpha=\frac{s}{h},\alpha=tg^{-1}(100\times\sqrt{\frac{2}{98\times9.8}})=77.64^\circ=77^\circ38'24''$$

(2) $a_t=g\cos\theta=g\cdot v_y/v=0.96m/s;\qquad a_n=g\sin\theta=g\cdot\frac{v_x}{v}=\underline{9.75m/s^2}$

1-12 $\rho=\frac{v^3}{gv_x}=\frac{1}{v_0g\cos\theta}(v_0^2-2gy)^{\frac{3}{2}}$

1-13 $AB=\frac{2v_0^2}{g}=4h=4\times0.20=0.80m$

1-14 $t=\sqrt{\frac{R}{a_t}}=\sqrt{\frac{300}{3.00}}=10s$

1-15 $v_{物}=v_0-gt=49-9.8t$, $\qquad v_{测物}=v_{物}-v=29.4-9.8t$

第二章

2-1 $P_B=\sqrt{\overrightarrow{P_e^2}+\overrightarrow{P_v^2}}=10.65\times10^{-16}g\cdot cm/s.\ \ \theta=30^\circ.$

2-2 (1)木块的速率$v=\frac{m}{M+m}v_0$和动量$p_{木}=\frac{Mm}{M+m}v_0$；子弹的动量$p_{子}\frac{m^2}{M+m}v_0$.

(2)子弹施予木块的动量$I_{木}=\frac{Mm}{M+m}v_0$.

2-3 $I=\sqrt{m(T_0-mg)l}=0.86kg\cdot m/s$

2-4 $v_1=\frac{ft_1}{m_1+m_2}$, $\quad v_2=\frac{ft_1}{m_1+m_2}+\frac{ft_2}{m_2}$.

2-5 $S_{船}=1.4m.$ (对岸), $S_{人}=-S_{船}+S_{人对船}=2.6m$.(对岸).

2-6 $m_{乙}=\frac{v_0+v_{乙}}{v_0-v_{乙}}m_{货}=300kg$.

2-7 $v_{前}=v+\frac{m}{M+m}u$, $v_{中}=v$, $v_{后}=v-\frac{m}{M+m}u$

2-8 (1) $\overrightarrow{v_{车}}=-\frac{Nm}{M+Nm}\vec{u}$

(2) $\overrightarrow{v_{车N}}=-m[\frac{1}{M+Nm}+\frac{1}{M+(N-1)m}+\cdots+\frac{1}{M+2m}+\frac{1}{M+m}]\vec{u}$

(3) 比较(1)和(2),显然有 $\left|\vec{v}_{车N}\right|>\left|\vec{v}_{车}\right|$.

2-9 $v_2=\sqrt{v_1^2+4v_0^2\cos^2\theta_0}$, $\alpha=tg^{-1}\frac{v_1}{2v_0\cos\theta_0}=\sin^{-1}\frac{v_1}{v_2}=\cos^{-1}\frac{2v_0\cos\theta_0}{v_2}$.

2-10 $\overline{F}_t = \dfrac{240mv}{t} = \dfrac{240\times10\times10^{-3}\times900}{60} = 36N$

2-11 (1) $a_0 = \dfrac{v_0}{M_0}\mu - g$; (2) $\mu = \dfrac{M_0}{v_0}(a_0 + g) = 735kg/s$.

2-12 (1) $v_1 = c\ln\dfrac{m_0}{m} = 2500\ln 3$; $v_2 = 5000\ln 3$; $v_3 = 7500\ln 3 = 8239.6m/s$.

(2) $v = 2500\ln\dfrac{60}{60-48} = 2500\ln 5 = 4023.6m/s$.

2-13 $F = (v+u)\dfrac{dm}{dt}$ 为向前的推力, 此式的 v、u 为绝对值.

2-14 (1) 水平总推力为 $F = v\dfrac{dm}{dt}$ (向前)

(2) 以上问题的答案不改变

2-15 质点受力 $\vec{f} = m\vec{a} = -m\omega^2\vec{r}$, 恒指向原点.

2-16 $F > \mu(m_A + m_B)g$

2-17

$$\begin{cases} a_{1x} = -\dfrac{m_2 g\sin\theta\cos\theta}{m_2 + m_1\sin^2\theta} = -\dfrac{m_2 g}{(m_1+m_2)tg\theta + m_2 ctg\theta} \\ a_{1y} = -\dfrac{(m_1+m_2)g}{m_2 + m_1\sin^2\theta}\sin^2\theta = -\dfrac{(m_1+m_2)gtg\theta}{(m_1+m_2)tg\theta + m_2 ctg\theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{2x} = \dfrac{m_1 g\sin\theta\cos\theta}{m_2 + m_1\sin^2\theta} = \dfrac{m_1 g}{(m_1+m_2)tg\theta + m_2 ctg\theta} \\ a_{2y} = 0 \end{cases}$$

2-18 $F > (\mu_1 + \mu_2)(m_1 + m_2)g$

2-19 (1) $t = \left[\dfrac{2d}{g\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)}\right]^{\frac{1}{2}}$

(2) $\mu = \dfrac{\cos 60^\circ\sin 60^\circ - \cos 45^\circ\sin 45^\circ}{\cos^2 60^\circ - \cos^2 45^\circ} = 2 - \sqrt{3} = 0.268$

2-20 $a_1' = \dfrac{m_1(m_2+m_3) - 4m_2m_3}{m_1(m_2+m_3) + 4m_2m_3}g = \dfrac{1}{17}g = 0.58m/s^2$

2-21 $tg\theta > \dfrac{3m_1 + m_2}{m_1 - m_2}\mu$.

2-22 $F = \dfrac{m_3}{m_2}(m_1 + m_2 + m_3)g$

2-23 (1) $\begin{cases} T = m(g\sin\theta + a\cos\theta) \\ N = m(g\cos\theta - a\sin\theta) \end{cases}$

(2) $a = gctg\theta$

2-24 $v_{\min} = \sqrt{\dfrac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}kg} = \sqrt{\dfrac{tg\theta - \mu}{1 + \mu tg\theta}kg}$, $v_{\max} = \sqrt{\dfrac{\sin\theta + \mu\cos\theta}{\cos\theta - \mu\sin\theta}kg} = \sqrt{\dfrac{tg\theta + \mu}{1 - \mu tg\theta}kg}$

2-25 $f=\dfrac{Mm}{M+m}(2g-a')$

2-26 从机内看: $a=3/4g$

从地面上的人看: $\begin{cases}a_{Ax}=3/4g\\a_{By}=1/2g\end{cases}$; $\begin{cases}a_{Bx}=0\\a_{By}=-1/4g\end{cases}$.

2-27 (1) $v=\sqrt{gl}$

(2) $\begin{cases}N_t=mg=4.9N\\N_n=m\dfrac{v^2}{l}=0.16N\end{cases}$

2-28 由 dr 这一段,所需向心力 $dT=dm\omega^2r=\dfrac{m}{l}\omega^2rdr$ 易证。

2-29 $\omega=\sqrt{\dfrac{kg}{kl_0\cos\theta+mg}},\qquad \Delta l=\dfrac{mg}{k\cos\theta+mg}$

2-30 (1) $\omega=\sqrt{2ag}$; (2) 相对弯管静止的角速度为 $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{R-y}}$，即没有唯一的角速度。

2-31 $f=mM(2a-a')$

2-34 $\vec{f}_c=2m\vec{v}\times\vec{\omega}$； $f_c=2m\omega\sin30^\circ=91N$，压向东边。

第三章

3-1 最后一节车厢与列车后端相距 $\Delta s=s'+s=Ms/(M-m)$

3-2 $h=R/3$

3-3 $h\geq 5R/2$

3-4 $h=(v_0^2+v_1^2)/4g$

3-5 $v_B=[\dfrac{2(m_B-\mu m_A)gh}{m_A+m_B}]^{\frac{1}{2}}$

3-6 $\theta_{\min}=\cos^{-1}(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\sqrt{1-\dfrac{3M}{2M}})$

3-7 $v_m=\dfrac{m_2}{m_1}g\sqrt{\dfrac{m_1}{k}}=\dfrac{m_2}{m_1}\dfrac{g}{\omega_1},\qquad \omega_1=\sqrt{\dfrac{k}{m_1}}$

3-8（1） $v_B=\sqrt{\dfrac{k}{m_A+m_B}}x_0$； （2） $x_{A\max}=x_0+x_0'=(1+\sqrt{\dfrac{m_A}{m_A+m_B}})x_0$

3-9 （1） $a_{c\max}=F_{外}/m=kx_0/(m_A+m_B)$；（2） $v_{c\max}=\dfrac{\sum u_iv_i}{m}=\dfrac{m_B}{m_A+m_B}\sqrt{\dfrac{k}{m_B}}x_0$.

3-10 （1） $F=(m_2+m_2)g$

（2）当 F 刚撤除时，$a_{c\max}=g$ (方向向上)；当 $l_0-x=l_1$ 时，$F_{外}=0,a_c=0$；当 $l_0-x=-l_1$，$F_{外}=-(m_1+m_2)g,a_c=-g$，是 m_2 刚要离地时的质心力加速度，方向向下。

3-11 证明的关键是作用力和反作用力在任何参考系中都相等，即 $N=N'$。

3-12 两物体的速度为 $V=\dfrac{m}{M+m}\sqrt{2gh}$；上升的最大高度为 $H=\dfrac{m^2}{M^2-m^2}h$.

3-13 (a) $A=\frac{1}{2}\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}l^2$；(b) 如非常缓慢地拉长，则 A 被分配到两弹簧上，此时 A 如上最小；

若非常急速地拉，k_1 及 m 都来不及变化和运动，故 $A_{\max}=\frac{1}{2}k_2l^2$。一般地有：

$\frac{1}{2}\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}l^2\le A\le\frac{1}{2}k_2l^2$。

3-14 $V=\frac{m}{M+m}v_0=16m/s$. （1）$A_{木块\to子弹}=\frac{1}{2}mV^2-\frac{1}{2}mV_0=-6397.44J$；（2）

$A_{子弹\to木块}=\frac{1}{2}MV^2=125.44J$；（3）耗散掉的机能: $\Delta E=-A_{木块\to子弹}-A_{子弹\to木块}=6272J$.

3-15 $x_{\max}=\sqrt{\frac{m_2}{(m+m_1)(m+m_1+m_2)}}\cdot mv_0$

3-16 A 球第一次碰撞后返回的高度是 $h_A=\frac{1}{4}(1-e)^2h_1$.

3-17 $m_B>3m_A$.

3-18 $\begin{cases}v_m=\frac{m-M}{m+M}v_0=\frac{r-1}{r+1}v_0\\ v_M=\frac{2m}{m+M}v_0=\frac{2r}{r+1}v_0\end{cases}$，式中 $r=m/M$.

3-19 （1）$v=u_1/2$，$m_2=3m_1$；（2）$v_c=\frac{1}{4}u_1$；（3）$E_k^{\ c}=\frac{3}{4}\bullet\frac{1}{2}m_1u_1^{\ 2}$；（4）$E_{k1}=\frac{1}{4}\bullet\frac{1}{2}m_1u_1^{\ 2}$.

3-20 $m_n=\frac{14v_N-v_H}{v_H-v_N}m_H=1.159m_H$；$v_0=3.07\times10^7m/s$.

经误差分析后得: $m_n=(1.159\pm0.252)m_H$； $v_0=(3.07\pm0.31)\times10^7m/s$.

3-21 $v_1=\frac{28}{27}v_0,v_2=\frac{13}{27}v_0$.

3-22 $v=\frac{1}{4}v_0\sqrt{5-2\sqrt{2}}=0.368v_0$， $\theta=tg^{-1}\frac{\sqrt{2}}{4-\sqrt{2}}=28.68^\circ$

末态动能 $E_k=0.52\times\frac{1}{2}m_0v_0^{\ 2}<\frac{1}{2}m_0v_0^{\ 2}$ 不守恒！

3-23 (1) 由此得 $v_{汽}>120km/h$，目击者的判断不可信。

（2）总初始动能的 5/8 由于碰撞而转换成了其他形式的能量。

3-24 $m_{乙}=300kg$；总动能减少了。

3-25 由（3.63）式可以证明: $v\approx\left(1-e^{-na}\right)v_0$；且在 $an<<1,$，和 $an\to\infty$，时有效。

3-26 十人一个一个地往后跳跳时，车子获得最大的动能。

3-27 $y_c=0,\quad x_c=\frac{R\sin\theta}{\theta}$

3-28 $x_c=0,z_c=0$， $y_c=\frac{3}{8}R$.

3-29 （a）当 $mg<kR-kl/2$ 时，E_p 有两个稳定平衡点($\theta_{\pm}=\cos^{-1}\frac{kl}{2(kR-mg)}$)，有一个不稳定平衡点$(\theta_1=0)$;（b）当 $mg\ge kR-kl/2$ 时，E_p 只有一个稳定平衡点$(\theta_1=0)$。

3-30 从略。

第四章

4-1（1） $J_A = mvd_1, J_B = mvd_1$,方向向纸里;$\vec{J}_C = m\vec{d}_3 \times \vec{v} = 0.$

（2）$M_A = mgd_1$， $M_B = mgd_1$,方向向纸里; $\vec{M}_C = \vec{d}_3 \times m\vec{g} = 0$.

4-2 $\vec{J} = m\vec{r} \times \vec{v} = m(xv_y - yv_x)\vec{k}, \quad \vec{M} = \vec{r} \times \vec{f} = yf\vec{k}.$

4-3 $\omega = \frac{1}{mr^2}\frac{h}{2\pi} = 4.13 \times 10^{16} md/s$

4-4 $v_2 = \frac{r_1}{r_2}v_1, tg\theta_2 = \frac{v_2^3}{gr_1v_1} \propto v_2^3$;即$v_2$增大，故$\theta_2$亦增大， $\theta_2 > \theta_1$.

4-5 $\omega' = \frac{8}{5}\omega; \quad \Delta E_k = \frac{39}{25}E_{k0}$,增加的能量来自汽车的动力。

4-6 $\omega = \frac{v}{2R}$(这是转台反方向旋转地角速度)。

4-7 m_2对质心的角动量更大, $\frac{J_{c2}}{J_{c1}} = \frac{m_1}{m_2}$.

4-8 $v_c = \omega l_2 = \frac{m_1 l}{m_1 + m_2}\omega$ 沿切线方向做匀速直线运动； $T = T_1 = \mu l\omega^2$.

4-9 (1) $J_{前} = J_{后}$（角动量守恒）; (2) $v' = \frac{r_{10}}{r_5}v_0 = \frac{5}{2.5} \times 6.5 = 13m/s;$

(3) $T' = m\frac{v'^2}{r_5} = 4056N$ ；（4） $A = 3802.5J = \Delta E_k$.

4-10 (1) $\frac{E_k}{E_{ko}} = \frac{b^2}{l^2} < 1$, 其他能量转变为绳子的弹性势能,以后转化为分子内能.

(2) 绳子断后，质点将按速度$v = v_0\frac{b}{l}$沿切线方向飞出，做匀速直线运动 ;

质点对0点的角动量$J = mv_0 b =$ 恒量.

4-11 (1) $U_{(r)} = \frac{k}{r}$，选$r = \infty$处为U的零点； （2）$R = \frac{mv_0^2 b^2}{\sqrt{k^2 + m^2 v_0^4 b^2} - k} = \frac{\sqrt{k^2 + m^2 v_0^4 b^2} + k}{mv_0^2}$。

4-12 把k换成$-k$。

4-13 地月之间距离增大了0.28倍

4-14 $V_C = \frac{4}{7}V_0, \quad V_1 = -\frac{1}{7}V_0; \quad \omega = \frac{4\sqrt{2}}{7}\frac{V_0}{l}.$

4-15 $v' = \frac{3m - M}{3m + M}v$;$\omega = \frac{6v}{L} \bullet \frac{m}{3m + M}$. 讨论：(1) $M \leqslant 3m$, $v \geqslant 0$, 小球向前运动；(2) $M = 3m$, $v = 0$, 小球不动；(3) $M \geqslant 3m$, $v' \leqslant 0$, 小球向后运动。三种情况下，薄板匀绕轴向前转动，此题中系统的动量不守恒，因为轴对薄板有做用力

4-16 $I = I_B + I_C + I_{BC} = \frac{1}{3}ml^2 \times 2 + \frac{5}{6}ml^2 = \frac{3}{2}ml^2$

4-17 (1).$I = 6ml^2 = 3.6 \times 10^{-5} kgm^2$;(2)$I = 4m(\frac{\sqrt{3}}{2}l)^2 = 1.8 \times 10^{-5} kgm^2$;(3)$I = 12ml^2 = 7.2 \times 10^{-5} kgm^2$.

4-18 （1） $I = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{2}MR^2 + M(l + R)^2$

（2） $r_c = \frac{l}{2} + \frac{M}{M+m}(\frac{l}{2}+R) = l + R - \frac{m}{M+m}(\frac{l}{2}+R)$

$I_c = \frac{1}{12}ml^2 + \frac{1}{2}MR^2 + \frac{mM}{M+m}(R+\frac{l}{2})^2$

4-19 $I_{余} = \frac{1}{2}MR^2(1-\frac{r^2}{R^2}-2\frac{r^4}{R^4})$

4-20 $I = \frac{M_{摩}t_1}{\omega_0} = \frac{100\times240}{40\pi} = 191kgm^2$

4-21 $\mu = \frac{mR\omega_0}{2Nt} = 0.098$

4-22 制动力矩：$N' = \frac{mR\omega_0}{\mu t} = 2.09N$；制动力：$F = \frac{N'}{1.25} = 0.836.$

4-23 （1）$t = \frac{R_A}{R_B} = \frac{\omega_A}{\beta_B} = \frac{30}{75}\times\frac{20\pi}{0.8\pi} = 10s$

（2）$\beta_A = \frac{\omega_A - \omega_{A0}}{t'} = -\frac{1}{6}\pi rad/s^2; \beta_B = \frac{\omega_B - \omega_{B0}}{t'} = -\frac{1}{15}\pi rrad/s^2.$

4-24 (1) $t = \frac{I_c\omega}{M} = 0.105s$

(2) $F_r = T_1 - T_2 = T_1(1-e^{-\mu\pi}) = \frac{M}{2\mu R} = 83.3N;$

$T_1 = \frac{83.3}{1-e^{-0.3\pi}} = 136.6N, \quad T_2 = T_1e^{-0.3\pi} = 53.3N.$

4-25

$a_1 = \frac{(m_1R - m_2r)R}{I_c + m_1R^2 + m_2r^2}g, \quad a_2 = \frac{r}{R}a_1 = \frac{(m_1R - m_2r)r}{I_c + m_1R^2 + m_2r^2}g;$

$T_1 = \frac{I_c + m_2r(r+R)}{I_c + m_1R^2 + m_2r^2}m_1g, \quad T_2 = \frac{I_c + m_1r(r+R)}{I_c + m_1R^2 + m_2r^2}m_2g.$

4-26 小幅摆动的周期: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l_1^2 + l_2^2}{g(l_2 - l_1)}};$ 等值摆长: $l_0 = \frac{l_1^2 + l_2^2}{l_2 - l_1} > l_1 + l_2.$

4-27 $I = \frac{T_1^2}{T_2^2 - T_1^2}ml(l - \frac{T_2^2}{4\pi^2}g) = 1.21\times10^3 g\cdot cm^2$

4-28 (1) $\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{l^2+3h^2}{l^2+2lh}}$；$h = 0.5m$时，$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{7}{8}}$，$h = 1m$时，$\frac{T}{T_0} = \sqrt{\frac{4}{3}}.$

(2) 当$h = \frac{2}{3}l$时, $\frac{T}{T_0} = 1.$

4-29 $h = \frac{1}{10}(27R - 17r)$

4-30 $a_c = \frac{mr^2}{I_c + mr^2}g$ ； $T = \frac{I_c}{2(I_c + mr^2)}mg$。

4-31（1）$a \le 2\mu g, \quad$ 或$\mu \ge \frac{a}{2g}.$

(2) $a_c = \frac{1}{2}a, \quad \beta = \frac{a_c}{R} = \frac{a}{2R}.$

4-32 前后轮对地面的压力: $N_1=\frac{L-l+\mu h}{L}mg, N_2=\frac{l-\mu h}{L}mg$

4-33 $v_c=v_0-\mu gt,\quad \omega=\omega_0-\frac{3}{2}\frac{\mu g}{R}t.$

讨论： ⑴ 当$t=t_1=\frac{2v_0}{3\mu g}$时，$\omega=0$，$v_c=v_0-\frac{2}{3}v_0, v_p=R\omega+v_c=\frac{1}{3}v_0$,球不转，只是滑动；

当$t<t_1$时，$\omega>0$球还是倒转；当$t>t_1 s$时，$\omega<0$，在摩擦力矩作用下，足球按顺时转动。

4-34

（2）当$t=t_2=\frac{4v_0}{5\mu g}$时，$v_p=v_c+R\omega=R(\omega_0-\frac{3}{2}\frac{\mu g}{R}t_2)+(v_0-\mu gt_2)=0$,亦即球只滚不滑，此时，$v_c=v_0-\mu gt_2=\frac{1}{5}v_0, \omega=-\frac{v_0}{R}=-\frac{1}{5}\omega_0<0$,若不计滚动摩擦，此后$v_c,\omega$保持不变。

球的反弹速度为 $v_f=ev_0$,还受墙的摩擦冲力有一向上的速度 v_1 ,形成以墙角为原点的抛体运动；落地后受摩擦及非弹性碰撞的影响，两速度分量减小，形成一个较小轨迹的抛体运动；如此等等……。球向上的可能最大高度由机械能量守恒确定,为 $h_m=v_0^2/3g$.

4-35 $v_{底}=\sqrt{\frac{10}{7}g(R-r)}, \omega_{低}=\frac{1}{r}\sqrt{\frac{10}{7}g(R-r)}, N=\frac{17}{7}mg$.

4-36 在$\mu\geq\frac{2a}{7g}$条件下，用力将平板抽出时，球一边向前运动;若$\mu<\frac{2a}{7g}$,则球只会滑动，没有滚动（其中a为平板的角速度）。

4-37 （1）$h\geq\frac{R}{5}(2-\frac{7\mu mg}{F});\quad \because F\mu mg,\quad \therefore h\geq\frac{2}{5}R.$

（2）台球只有滑动，没有滚动，此时$a_c=\frac{F-\mu mg}{m}$。之后，在摩擦力作用下，球渐渐滚动起来。

4-38 12秒钟后，雪球会碰到滑雪者，人不能逃脱。

4-39 当$\mu>\frac{b}{a}$时，$\theta_1<\theta_2$，则θ在到达$\theta_1=arctg\frac{b}{a}$时发生翻倒；

当$\mu<\frac{b}{a}$时，$\theta_1>\theta_2$，则θ在到达$\theta_2=arctg\frac{b}{a}$时发生滑动;

当$\mu=\frac{b}{a}$时，$\theta_1=\theta_2$，则θ在到达$\theta_1=\theta_2=arctg\mu=arctg\frac{b}{a}$时滑动和翻倒同时发生。

4-40 细杆平衡条件： $\frac{l}{2}\cos^3\theta+R\sin\theta=d(0<\theta<\frac{\pi}{2})$

4-41 $tg\alpha\leq 2\mu$时，m_1与m_2平衡； $\sin\alpha>\frac{2m_2}{m_1}$时,圆拄下滚($f\leq\mu N$,只滚不滑) 。

4-42 $N_A=\frac{l_1}{l_2}mg=12544N; N_B=\frac{\sqrt{l_1^2+l_2^2}}{l_2}mg=15680N>N_A.$

4-43 铰链落地时，$v_{铰链}=\sqrt{3gl/2}$。

4-44 进动角速度为 $\Omega=\frac{M}{I_c\omega}=\frac{mgl}{I_c\omega}$ ；

绳子与铅垂线所成的夹角θ由下述超越方程给出：$L\sin\theta+l=\frac{I_c^2\omega^2}{m^2gl^2}tg\theta$.

第五章 连续体力学

5-1 张力 $T=Dp/2d$.

5-2 (1) $\because V = lab = l_0(1+\varepsilon)\cdot a_0(1-\sigma\varepsilon)\cdot b_0(1-\sigma\varepsilon) \approx l_0a_0b_0(1+\varepsilon-2\sigma\varepsilon)$；而

$l_0a_0b_0 = V_0$，$\therefore (V-V_0)/V_0 = \varepsilon(1-2\sigma)$.

(2) 压缩时 $(V-V_0)/V_0 = -\varepsilon(1-2\sigma)$.

(3) $(V-V_0)/V_0 = -\dfrac{\tau}{Y}(1-2\sigma) = -\dfrac{1.37}{19.6\times10^{10}}(1-0.3) = -4.9\times10^{-12}$

5-3 (1) $\tau_{II} = F/S = 7.8\times10^7\ \mathrm{N/m^2}$；

(2) $\varepsilon_{剪} = \tau_{II}/G = 9.7\times10^{-4}$ ；

(3) $\Delta d = \varepsilon_{剪}d = 4.9\times10^{-4}\ \mathrm{cm}$.

5-4 $\dfrac{R_H}{R_b} = \dfrac{Ybh^3/12M_{外}}{Yhb^3/12M_{外}} = (\dfrac{h}{b})^2 = (\dfrac{3}{2})^2 = 2.25$

5-5 $M = \dfrac{\pi G\varphi}{2l}(R_2{}^4 - R_1{}^4) = D\varphi$， 其中 $D = \dfrac{\pi G}{2l}(R_2{}^4 - R_1{}^4)$.

5-6 $\because D_{Al} = \pi\times2.65\times10^{10}\times(0.020^4 - 0.019^4)/(2\times10) = 1.25\times10^2$,

$D_{Fe} = \pi\times8.0\times10^{10}\times(0.020^4 - 0.019^4)/(2\times10) = 3.77\times10^2$;

$\therefore \theta_{Al} = M/D_{Al} = 50/125 = 0.4 = 0.4\times180°/\pi = 23°$,

$\theta_{Fe} = M/D_{Fe} = 50/377 = 0.13 = 0.13\times180°/\pi = 7.4°$.

5-7 论证从略.

5-8 $\because v_1 = Q/S_1 = 6.7\,\mathrm{m/s}$， $v_2 = \sqrt{v_1{}^2 - 2gh} = 2.3\,\mathrm{m/s}$； $\therefore S_2 = v_1S_1/v_2 = 4.35\,\mathrm{m/s}$.

5-9 $p = p_0 - \rho g(h_1+h_2) = 0.856\times10^5\ \mathrm{Pa}$； $Q = vS = \sqrt{2gh_2}\ S = 1.71\times10^{-4}\ \mathrm{m^3}$.

5-10 $v = \sqrt{2g[(\rho_1/\rho_2)\ h_2 + h_2]} = 9.5\,\mathrm{m/s}$.

5-11 一半需时 $t_1 = (\sqrt{2}-1)\dfrac{A}{S}\sqrt{\dfrac{H}{g}}$；全部需时 $t_2 = \sqrt{2}\,\dfrac{A}{S}\sqrt{\dfrac{H}{g}}$.

5-12 $t = (\sqrt{2}-1)\dfrac{S_1}{S_2}\sqrt{\dfrac{H}{g}} = 28.1\,\mathrm{S}$.

5-13 由射程公式 $l = vt = \sqrt{2gh}\cdot\sqrt{2(H-h)/g} = 2\sqrt{h(H=h)}$ 求极大值可证.

5-14 推导从略.

5-15 在距水面下 $h = h_1 + h_2 = 75\,\mathrm{cm}$ 处相交.

5-16 (1) 压力计的水面与出水口等高; (2) 压力计的水面升高.

5-17 $v=\sqrt{2(g+a)h}=\sqrt{2(9.8+120)\times 0.30}=8.8\,\mathrm{m/s}$.

5-18 加速度 a 和液面倾斜角 θ 分别为：$a=2(H-h)/l$； $\theta=\arctan 2(H-h)/l$.

5-19 $v=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times 9.8\times 5.1}=10\,\mathrm{m/s}$.

5-20 水流速度 $v_0=\sqrt{2gh}$，水轮机的功率 $P=\rho S(v_0-v)^2 v$；其 v 中为轮机叶片的速度.

令 dP/dv = 0，可得 $P_{\min}$=0 , (对应 $v=0$) ; $P_{\max}=\rho S\cdot\left(\frac{4}{3}\sqrt{2gh}\right)^2\cdot\frac{1}{3}\sqrt{2gh}=3.4\times 10^4\,\mathrm{W}$

(对应 $v=v_0/3$). 水轮机最大功率时的转速为 $n_m=(v_0/3)/2\pi R=0.21\,\mathrm{s^{-1}}=12.4\,\mathrm{m^{-1}}$.

5-21 大小: $F=\rho vS\left|\Delta\vec{v}\right|=\rho vS\cdot 2v\sin\alpha/2=55\,\mathrm{N}$；方向（与原水流方向夹角）: $\theta=127.5°$.

5-22 (1) $\eta=\frac{\pi\rho g R^4}{8Q}$； (2) $v_0=\frac{P_a-P_b}{4\eta l}R^2=\frac{2Q}{\pi R^2}$.

5-23 $v=\frac{p_x}{2\eta}(d^2-z^2)$; 其中 p_x= dP/dx 为与坐标无关的压强沿流速方向的梯度, 2d 为两平面间的距离, z 为坐标原点在两板中间、坐标轴与平板正交的坐标.

5-24 $\eta=gd^2(\rho_1-\rho_2)/18v=0.82\,\mathrm{P_a\cdot S}$.

5-25 $v_m=\frac{2}{9\eta}r^2\rho g=1.43\times 10^{-2}\,\mathrm{m/s}$.

5-26 $v_{m1}=\frac{2r_1^{\,2}(\rho-\rho')}{9\eta}g=1.2\times 10^{-4}\,\mathrm{m/s}$； $v_{m1}=\frac{2r_1^{\,2}(\rho-\rho')}{9\eta}g=3.0\times 10^{-1}\,\mathrm{m/s}$.

5-27 水滴所受的重力为 $mg=\rho(\frac{1}{6}\pi d^3)g=4.1\times 10^{-11}\,\mathrm{N}$;

而它受气流向上的曳引力为 $f=6\pi\eta(d/2)v=6.8\times 10^{-11}\,\mathrm{N}$.

由于 $f>mg$ ，故水滴不能回落地面 .

5-28 由雷诺数 $R=\frac{\rho vl}{\eta}=\frac{(Q/\frac{\pi d^2}{4\times 5})(\frac{d}{\sqrt{5}})}{\eta/\rho}=\frac{4\sqrt{5}Q}{\pi d(\eta/\rho)}=6.3\times 10^3>2600$ ，可断定为湍流 .

第六章 振动和波

6-1（1） $\varphi_0=2\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}$ 或 $-\frac{\pi}{3}$.

（2） $x_{(0.5)}=6\sqrt{3}cm$； $v_{(0.5)}=-6\pi\ cm/s$； $a_{(0.5)}=-6\sqrt{3}\pi^2\ cm/s^2$.

(3) 相当于 $t=1s$： $v_{(1)}=-6\sqrt{3}\pi\ cm/s$； $a_{(1)}=6\pi^2\ cm/s^2$.

6-2 当$\alpha=0$时， $x=\cos\pi t$；当$\alpha=\dfrac{\pi}{3}$时，$x=\cos(\pi t+\dfrac{\pi}{3})=\cos\pi t_1$， $t_1=t+\dfrac{1}{3}$；

当$\alpha=\dfrac{\pi}{2}$时，$x=\cos\pi t_2$ ，$t_2=t+\dfrac{1}{2}$； 当$\alpha=-\dfrac{\pi}{3}$时， $x=\cos\pi t_3$ $t_3=t-\dfrac{1}{3}$.

由上各式可见，各轨迹均为余弦曲线，只不过原点在 t 轴上作相应的平移。

6-3 $S_{1(t)}=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t+\alpha_1)$; $S_{2(t)}=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t_1+\alpha)$, $t_1=t'-\dfrac{T}{3}$;

$S_{3(t)}=A\cos(\dfrac{2\pi}{T}t_2+\alpha)$, $t_2=t+\dfrac{T}{3}$.

由上各式可见，各轨迹均为余弦曲线，只不过原点在 t 轴上作相应的平移。

6-4 (1) $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=\dfrac{2\pi}{5}=1.26s$; (2) $f=m\ddot{s}(0)=37.5dyn$; (3) $E=\dfrac{1}{2}m\omega^2A^2=112.5erg$.

6-5 液体的振荡是简谐振动， 周期为 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{L_{总}}{2g}}=\pi\sqrt{\dfrac{2L_{总}}{g}}$.

6-6 $\omega=\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$

6-7 （1） $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{5}}=14\ rad/s$， $v=\dfrac{\omega}{2\pi}=2.23H_z$； （2） $v_{(x=3cm)}=-\omega 5\sin(14t+\pi)=56\ cm/s$ ；

（3） $m=\dfrac{1}{3}\Delta m=100g$；（4） $x_o'=\dfrac{4mg}{k}=4x_0=20cm$.

6-8 (1) $\varphi_0=\dfrac{3\pi}{2}$, $\theta_0=\dfrac{v_0}{l\omega}=\dfrac{10^{-2}}{\sqrt{1\times9.8}}=3.19\times10^{-3}rad$; (2) 若 $F\Delta t$ 向左，则初相位为$\varphi_0=\dfrac{\pi}{2}$.

6-9 振幅$A=\dfrac{mg}{k}\sqrt{1+\dfrac{2kh}{(M+m)g}}$，初相位$\varphi_0=arctg\sqrt{\dfrac{2hk}{(M+m)g}}$。

6-9 $\because T-mg\cos\theta=ml\dot{\theta}^2$， $\therefore T=mg\cos[\theta_0\cos(\omega t+\varphi_0)]+ml\theta_0^2\dfrac{g}{l}\sin^2(\omega t+\varphi_0)$；

在$\omega t+\varphi_0=2n\pi\pm\pi/2$时， $T=T_{\max}=mg(1+\theta_0{}^2)$。

6-11 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g\cos\alpha}}=\dfrac{T_0}{\sqrt{\cos\alpha}}>T_0$, $T_0=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ ，周期变大

6-12 是简谐运动，周期为$T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$。

6-13 系统作简谐振动，周期是 $T=\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\dfrac{M+3m/4}{2k}}$ 。

6-14 （1）木板的运动方程为 $M\ddot{x}=\mu(\dfrac{l-x}{2l}-\dfrac{l+x}{2l})Mg=-\dfrac{\mu}{l}Mgx$，故木板作简谐运动，其固有角频率为 $\omega=\sqrt{\dfrac{\mu g}{l}}$；

（2）木板不作简谐振动，而是向右（或向左）滑出。

6-15 弹簧的运动比较复杂，较严格的分析可参见：

（1）罗蔚茵，《力学简明教程》，广州，中山大学出版社，1985，340~346。

（2）钱伯初，美国研究生考题分析（三）——近似处理，大学物理，1983 年第 3 期，第 28 页，例 1。

6-16 $\omega_1=0,\omega_2=\omega_3=\sqrt{\frac{3k}{m}}$。讨论：

（1）$\omega_1=0\Rightarrow a_1=a_2=a_3$ 体系各质点给圆心作纯转动；

（2）$\omega_2=\omega_3=\sqrt{\frac{3k}{m}}$，可能形况为：① $a_1=0,a_2=\text{-}a_3=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}a$，② $a_1=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}a$，

$a_2=a_3=-\frac{1}{2}a_1=\mp\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}a$；其余情况比较复杂，此处从略。

6-17 $t=\frac{1}{\beta}\ln\frac{A}{A_{(t)}}\quad t=\frac{1}{\ln 3/10}\ln\frac{3}{0.3}=21s$

6-18 $Q=\frac{1}{2\Lambda}=\frac{\omega_0}{2\beta}=\frac{880\pi}{2\times\ln 5/8}=6.87\times10^3$

6-19 $k=m\omega^2=5\pi^2=49.3\,N/m$（劲度系数），$\beta=\frac{\omega_0\lambda}{\sqrt{\lambda^2+4\pi^2}}=0.01/s$（阻尼系数）.

6-20 阻力系数 $\gamma=\frac{F}{A_{\max}\omega_0}=\frac{1}{200\pi}\,kg/s$；阻力的幅度 $F_0=\gamma v_{\max}=\gamma\frac{F}{2m\beta}=F=10^{-3}N$.

6-21 $A_{合}=\sqrt{A^2+(\sqrt{3}A)^2}=2A,\quad \varphi_{合}=\frac{7}{12}\pi=105^0$.

6-22 (1) 轨迹为 $\frac{x^2}{A^2}+\frac{y^2}{B^2}=1$ 顺时针方向旋转的正椭圆；

（2）轨迹同上，但为逆时针方向旋转的正椭圆。

6-23 $T_{拍}=\frac{t}{n}=2s$，$\Delta\upsilon=0.5H_z$，$\upsilon=\upsilon_0\pm\Delta\upsilon=256\pm0.5H_z$。

6-24 从左自右依次为；$\omega_{纵}=2\omega,\quad \frac{3}{2}\omega,\quad \frac{3}{2}\omega,\quad \frac{4}{3}\omega,\quad 3\omega,\quad 3\omega.$

6-25 （1）1) $u(x,0)=ASin\frac{2\pi x}{\lambda}$，2) $u(x,\frac{T}{4})=-ACos\frac{2\pi x}{\lambda}$ 3) $u(x,\frac{T}{2})=-ASin\frac{2\pi x}{\lambda}$，

4) $u(x,\frac{3T}{4})=ACos\frac{2\pi x}{\lambda}$；

(2) 1) $u(0,t)=-ASin\frac{2\pi t}{T}$，2) $u(\frac{\lambda}{4},t)=ACos\frac{2\pi t}{T}$，3) $u(\frac{\lambda}{2},t)=Sin\frac{2\pi t}{\lambda}$，

4) $u(\frac{3\lambda}{4},t)=-ACos\frac{2\pi t}{T}$

6-26 $u(x,t)=0.001Cos(3300\pi t+10\pi x+\frac{\pi}{2})=0.001Sin(3300\pi t+10\pi x+\pi)$

6-27 A=2.0cm，$\lambda=30cm$，$v=100Hz$，$c=v\lambda=3000cm/s$；

当 x=10cm 时，初相位为 $\psi_0'=-\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{4\pi}{3}$

6-28 $u(x,t)=ACos[\omega(t-\frac{x}{c})+\psi_0]=ACos[2\pi v(t-\frac{x}{c})+\psi_0]$.

6-29 $\lambda_1=\frac{c}{v_1}=16.5m$，$\lambda_2=\frac{c}{v_2}=1.65cm$.

6-30 可见光的频率范围为: $7.5\times10^{14}\sim\ 3.95\times10^{14}\,Hz$

6-31 从略。

6-32 $\because \omega\frac{d}{c}=\frac{2\pi d}{\lambda}=\frac{5}{2}\pi$， $\therefore u(0,t)=A\cos(\omega t+\varphi_0)$.

（1）无半波相位突：(a) O 点左边:$u=-2A\sin(\omega t+\varphi_0)\sin\omega\frac{x}{t}$，是驻波；

(b) O 点右边:$u=-2A\sin[\omega(t-\frac{x}{c})+\varphi_0]\cos\frac{\pi}{2}=0$ ，不动。

（2）半波相位突变： (a) O 点左边:$u2A\cos(\omega t+\varphi_0)\cos\omega\frac{x}{c}$，是驻波；

(b) O 点右边:$u=2A\cos[\omega(t-\frac{x}{c})+\varphi_0]$,是一振幅加倍的行波。

6-33 反射波(向左)在固定端有 180° 的相位跃变。

6-34 $u_{反}(x,t)=A\cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\frac{\pi}{4}]$。

6-35 $u=2A\cos 2\pi\frac{t}{T}\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$; 波腹: $x=n\frac{\lambda}{2}$ ，波节: $x=n\frac{\lambda}{2}-\frac{\lambda}{4}, n=1,2,3,\cdots$

6-36 AB 上不动点即为波节 $x=n\frac{\lambda}{2}, n=0,1,2,3,\cdots, 20$ 共 21 个点($\lambda/2=1$ m)。

6-37 群速: $v_g=\frac{dw}{dk}=\frac{g+3rk^2/\rho}{2\omega}$. 当 $v_g=c=\frac{\omega}{k}$时，$k=\sqrt{\frac{\rho g}{r}}$; 此时

$\frac{dc}{dk}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{g/k+rk/\rho}}(-\frac{g}{k^2}+\frac{r}{\rho})=0$，相速 c 有极小值,也是最小值（$c_{min}=\sqrt{2}(\frac{rg}{\rho})^{\frac{1}{4}}$).

6-38 (1) $\lambda=24cm$， $c=240cm/s$; (2) B 点比 A 点的相位落后:$\Delta\varphi=\frac{\pi}{5}$.

6-39 A 听到的拍频为:$\Delta v_A 30.3Hz$; B 听到的拍频为 $\Delta v_B=29.4Hz$.

6-40 $v=\frac{c^2-v_s^2}{2cv_s}\Delta v_{拍}=204Hz$

6-41 潜水艇的速率 $v=\frac{\Delta v_{拍}}{2v+\Delta v_{拍}}c=6m/s$.

6-42 马赫锥半顶角 $\alpha=\arcsin\frac{c}{v_s}=\arcsin\frac{c}{1.5c}=41.8^\circ$.

第七章 万有引力

7-1 $M=\frac{4\pi^2}{GT^2}r^3=6{,}06\times10^{24}\,\mathrm{kg}$.

7-2 $K=\dfrac{r^3}{T^2}=\dfrac{G}{4\pi^2}(M+m)$.

7-3 $T'=T\sqrt{\dfrac{M+m}{M}}=27.3\sqrt{\dfrac{81m+m}{81m}}=27.5\,\mathrm{d}$.

7-4 $a_1=2.5\,\mathrm{AU}$: $T_1=(a_1/a)^{3/2}T=3.95\,\mathrm{y}$; $a_2=3.0\mathrm{AU}$: $T_2=(a_2/a)^{3/2}T=5.18\,\mathrm{y}$.

7-5 $\overline{\rho}\approx\dfrac{24\pi}{GT^2\theta^3}=1.29\times10^3\,\mathrm{kg/m^3}$.

7-6 由$T^2=\dfrac{4\pi^2}{GM}r^3$, $r\approx R$, 及 $M=\overline{\rho}\cdot\dfrac{4\pi}{3}R^3$, 得 $T=\sqrt{\dfrac{3\pi}{G\overline{\rho}}}\propto\dfrac{1}{\overline{\rho}}$.

7-7 (1) $\dfrac{\rho_M}{\rho_E}=\dfrac{M_M}{M_E}\cdot\dfrac{{d_E}^3}{{d_M}^3}=0.74$; (2) $g_M=\dfrac{M_M{d_E}^2}{M_E{d_M}^2}g_E=0.207g_E=2.03\,\mathrm{m/s^2}$.

7-8 (1) $h=r-R=\sqrt[3]{\dfrac{GMT^2}{4\pi^2}}-R=1.69\times10^6\,\mathrm{m}$; (2) $t=\dfrac{2\arccos(R/r)}{\Delta\omega}=2.63\times10^2\,\mathrm{s}$.

7-9 同步卫星圆形轨道的半径 $r=\sqrt[3]{\dfrac{GM}{\omega^2}}=4.23\times10^7\,\mathrm{m}$, 容许的半径误差为

$$|\Delta r|=\frac{2r}{3}\cdot\frac{\Delta\omega}{\omega}=\frac{2\times4.23\times10^7}{3}\cdot\frac{10\big/10\times365\times24\times60\times60}{2\pi\big/24\times60\times60}=214\,\mathrm{m}.$$

7-10 $h=r-R_{木}=\sqrt[3]{\dfrac{GM_{木}T}{4\pi^2}}-R_{木}=8.77\times10^7\,\mathrm{m}$.

7-11 (1) $T=2\pi D\sqrt{\dfrac{r_{2C}}{GM}}=2\pi D\sqrt{\dfrac{10D}{11GM}}$; (2) $\dfrac{m{v_2}^2/2}{M{v_1}^2/2+m{v_2}^2/2}=\dfrac{{v_2}^2}{10{v_1}^2+{v_2}^2}=\dfrac{10}{11}$.

7-12 轨道椭圆长轴 $a=(\dfrac{GM_ST^2}{4\pi^2})^{1/3}=2.69\times10^{14}$ m, 远日点$r_+\approx2a=5.38\times10^{14}$ m.

7-13 $G=\dfrac{Dr^2\theta}{Mml}=6.61\times10^{-11}\,\mathrm{m^3/kg.s^2}$.

7-14 (1) $x=GM^2/k[l_0+2(\dfrac{3M}{4\pi\rho})^{1/3}]^2=5.90\times10^{-6}\,\mathrm{m}$;

(2) $\omega=\sqrt{GM/(R+l_0/2)(2R+l_0)}=6.23\times10^{-4}\,\mathrm{rad/s}$.

7-15 $\rho_M=(\dfrac{5}{2}\times0.33R_E-r_c)M_E/\dfrac{4}{3}\pi{R_E}^3({R_E}^2-{r_c}^2)=4.17\times10^3\,\mathrm{kg/m^3}$,

$$\rho_c = [M_E - \frac{4}{3}\pi(R_E{}^3 - r_c{}^3)\rho_M] / \frac{4}{3}\pi r_c{}^3 = 12.7\times10^3 \ \text{kg/m}^3 .$$

7-16 地幔和地核交界处，重力加速度最大：$g_c = \frac{4}{3}\pi G\rho_C r_C = 12.3\,\text{m/s}^2$.

7-17 (a) 逃逸速度 $v_2 = \sqrt{2GM/R}$，按能量守恒，可求得离球心的最大距离为 $r = 16R/7$；

(b) $\because \frac{3}{4}v_2 = \frac{3}{4}\sqrt{\frac{2GM}{R}} \rangle \sqrt{\frac{GM}{R}} = v_1$，即此速度大于第一宇宙速度，粒子此情况下已成为卫星，但可求得其离球心的最大距离为 $r = 9R/7$.

7-18 由角动量守恒和能量守恒定律可证 .

7-19 (1) $v_1{}^2 = v_2{}^2 = v_0{}^2 + (v_0/2)^2 = 5v_0{}^2/4$； $E_1 = E_2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{m}{2}v_1{}^2 - G\frac{Mm/2}{r} = -\frac{3}{16}G\frac{mM}{r}$；

$L_1 = L_2 = (m/2)v_0 r = (m/2)\sqrt{GMr}$.

(2) 两碎块均为以圆心为焦点的镜象对称椭圆; 其长半轴为 $a = -\frac{GM(m/2)}{2E_1} = \frac{4}{3}r$，

偏心率为 $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{2|E_1|L_1{}^2}{G^2M^2(m/2)^3}} = \frac{1}{2}$， 短半轴为 $b = \sqrt{a^2(1-\varepsilon^2)} = \frac{2}{3}\sqrt{3}r$.

7-20 圆轨道上行星的速度为 $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{r}}$； 彗星在近日点的速度接近逃逸速度，即

$v_{近} \approx v_{逃} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$ ；故 $v_{近}$： $v_0 = \sqrt{2}$.

7-21 按洛希公式，$r_C = 2.45539R(\rho/\rho')^{1/3} = 2.45539R_{木}$；即撕裂发生在木星上空高

$h = r_C - R_{木} = (2.45539-1)\times7.154\times10^7 = 1.041\times10^8\,\text{m} = 1.041\times10^5\,\text{km}$ 处 .

7-22 相对速度近似等于木星的逃逸速度，即

$$V \approx v_{木逃} = \sqrt{\frac{2GM_{木}}{R_{木}}} \approx \sqrt{\frac{2G(320M_{地})}{(11R_{地})}} = v_{地逃}\sqrt{\frac{320}{11}} = 11.2\times5.4 \approx 60\,\text{km/s} .$$

第八章 相对论

8-1 $\Delta t = \Delta\tau \Big/ \sqrt{1 - v^2/c^2} = 14\times10^{-6}\,\text{s}$， $\Delta l = v\Delta t = 4200\,\text{m}.$

8-2 $\Delta t = \gamma\Delta\tau = 2.5\times10^{-5}\,\text{s}$， $l = 7.5\times10^3\,\text{m}.$

8-3 $v = \sqrt{1 - (\Delta\tau/\Delta t)^2}\cdot c = \frac{\sqrt{5}}{3}\cdot c$， $l = v\Delta t = \sqrt{5}c$.

8-4 $v=\sqrt{1-(\Delta x/\Delta x')^2}\cdot c=\frac{\sqrt{8}}{3}\cdot c$, $\Delta t'=-0.94\times10^{-8}$ s.

8-5 质点的轨迹为一椭圆：$\frac{x'^2}{(1-v^2/c^2)a^2}+\frac{y'^2}{a^2}=1$.

8-6 $\theta=\arctan(\tan\theta'/\sqrt{1-v^2/c^2})$.

8-7 $v_x=\frac{v'\cos\theta'+V}{1+Vv'\cos\theta'/c^2}$, $v_y=\frac{v'\sin\theta'\sqrt{1-V^2/c^2}}{1-Vv'\cos\theta'/c^2}$; $\theta=\arctan\frac{v'\sin\theta'\sqrt{1-V^2/c^2}}{V+v'\cos\theta'}$.

8-8 $v_\gamma=-c$, $v_e=0.924c$.

8-9 $v'=(v-V)/[1-vV/c^2]=0.976c$.

8-10 (1) 对 K 系，小包的速度为 $v_x=-c/2$, $v_y=\sqrt{v^2-v_x^{\ 2}}=\sqrt{5}c/4$;

对 a 船，小包的速度为 $v_x'=(v_x-V)/(1-v_xV/c^2)=-4c/5$,

$$v_y'=v_y\sqrt{1-V^2/c^2}/(1-v_xV)=\sqrt{15}c/10,$$

故 a 船的瞄准角为 $\alpha'=\arctan v_x'/v_y'=154.2°$.

(2) $v'=\sqrt{v_x'^2+v_y'^2}=\sqrt{(-4/5)^2+(\sqrt{15}/10)^2}c=0.888c$.

(3) $v_x''=(v_x+V)/(1+v_xV/c^2)=0$, $v_y''=v_y\sqrt{1-V^2/c^2}/(1+v_xV/c^2)=\sqrt{15}c/6$;

即 $\alpha''=0$, $v''=v_y''=(\sqrt{15}/6)c$.

8-11 $A_1=(m_{0.1c}-m_0)c^2=0.005m_0c^2=0.14\times10^{-15}$ J,

$A_2=(m_{0.9c}-m_{0.8c})c^2=0.085m_0c^2=6.97\times10^{-15}$ J = $17A_1$.

8-12 由 $mv=m_0v/\sqrt{1-v^2/c^2}=2m_0v$，解得 $v=\frac{\sqrt{3}}{2}c$.

8-13 $\Delta m=\Delta E/c^2\approx\frac{1}{2}m_0v^2/c^2=6.7\times10^{-10}m_0=6.7\times10^{-5}$ kg.

8-14 $\Delta E=mC\Delta T=2000$ kC = 8.4 J, $\Delta m=\Delta E/c^2=9.3$ kg.

8-15 $E=2m_0c^2=1.64\times10^{-13}$ J.

8-16 (1) $\Delta E=\Delta mc^2=1.8\times10^{14}$ J; (2) $\overline{P}=\Delta E/\Delta t=1.8\times10^{20}$ J/s.

8-17 $\Delta E = (4m_H - m_{H_e})c^2 = 4.26\times10^{-12}\,\mathrm{J}$.

8-18 $v_c = \dfrac{pc^2}{E} = \dfrac{E_\gamma \cdot c}{E_\gamma + m_0c^2}$

8-19 $E_\mu = \dfrac{(m_\pi{}^2 + m_\mu{}^2)c^2}{2m_\pi}$ ， $E_\nu = \dfrac{(m_\pi{}^2 - m_\mu{}^2)c^2}{2m_\pi}$.

8-20 $p_2 = m_{10}v_1 \Big/ \sqrt{1 - v_1{}^2/c^2} = 1.13\times10^{-18}\,\mathrm{N.s}$ ， $E_2 = m_2c^2 = m_0c^2 - m_1c^2 = 1.76\times10^{-9}\,\mathrm{J}$ ，

$m_{20} = \sqrt{(E_2{}^2 - c^2p_2{}^2)/c^4} = 1.95\times10^{-24}\,\mathrm{kg} = 11.7$ 原子单位.

8-21 $v = (\sqrt{3})c/2$.

8-22 (1) $E_{\gamma\min} = \dfrac{(m_K + m_\Lambda)^2 - m_p{}^2}{2m_p}c = 917\,\mathrm{Mev}$.

(2)

8-23 $T = \dfrac{2\pi D\lambda}{c\Delta\lambda} = 1.526\times10^6\,\mathrm{s} = 17.66$ 天 .

8-24 $\because \nu' = \sqrt{1-\beta^2}\,/(1-\beta\cos\theta) \approx \nu\,/(1 + v\cos\theta/c)$ ， $\therefore \nu_{拍} = \nu' - \nu \approx (-v\cos\theta/c)\nu$.

8-25 $v = \dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}c = \dfrac{0.10}{6.00\times10^3}\times3.0\times10^8 = 5.0\times10^3\,\mathrm{km/s}$.