《热学教程》习题解答

第一章习题（P43）

1.1 解：根据 $T(R)=273.16\dfrac{R}{R_{tr}}$

则： $T=273.16\times\dfrac{96.28}{90.35}=291.1(\mathrm{K})$

1.2 解：（1）摄氏温度与华氏温度的关系为

$$t(^\circ\mathrm{F})=32+\frac{9}{5}t(^\circ\mathrm{C})$$

解出： $t=-40$

（2）华氏温标与开氏温标的关系为

$$t=32+\frac{9}{5}(T-273.15)$$

解出： $t=575$

（3）摄氏温度与开始温度的关系为

$$t=T-273.15$$

可知：该方程无解，即摄氏温标和开氏温标不可能给出相同的读数。

1.3 解：根据定压理想气体温标的定义式

$$T(V)=273.16\mathrm{K}\lim_{P_{tr}\to 0}\frac{V}{V_{tr}}=\frac{273.16\mathrm{K}}{0.732038}=373.15\mathrm{K}$$

1.4 解：（1）第三种正确。因为由实验发现，所测温度的数值与温度计的测温质有关，对同种测温质，还与其压强的大小有关。

（2）根据理想气体温标定义

$$T=273.16\mathrm{K}\lim_{P_{tr}\to 0}\frac{P}{P_{tr}}$$

当这个温度计中的压强在水的三相点时都趋于零时，即 $P_{tr} \to 0$ 时，则所测温度值都相等。

1.5 解：（1）根据 $\varepsilon = \alpha t + \beta t^2$，由 t 值可求出 ε 的值（见后表）

（2）根据 $t^* = a\varepsilon + b$，利用 $t^* = 0$，$t^* = 100$ 及相应的 ε 值，可得

$$0 = a \times 0 + b \qquad \text{与} \qquad 100 = a \times 15 + b$$

解出：$$a = \frac{20}{3}, \quad b = 0$$

这样，由 $t^* = \frac{20}{3}\varepsilon$ 求出相应的 t^* 值（见后表）。

（3）将与 t 对应的 ε 及 t^* 值列表如下：

t	-100	0	100	200	300	400	500
ε	-25	0	15	20	25	0	-25
t^*	-166.7	0	100	133	100	0	-166.7

由表中数据即可作出 $\varepsilon - t$，$\varepsilon - t^*$ 和 $t - t^*$ 图（图略）。

（4）很明显，除冰点，t 与 t^* 相同外，其它温度二者温度值都不相同。$\varepsilon - t^*$ 是正比关系，但是用温度 t 是比较熟悉的，与日常生活一致。

1.6 解：当温度不变时，$PV = C$，设气压计的截面积为 S，由题意可知：

$$(768 - 748) \times 80S = (P - 734) \times (80 + 748 - 734)S$$

可解出：$P = (\frac{20 \times 80}{94} + 734) \times \frac{1.013 \times 10^5}{760}(\text{Pa}) = 9.99 \times 10^4(\text{Pa})$

1.7 解：设气体压强分别为 P_1、P_2，玻璃管横截面积为 S，由题意可知：

（1）$$P_1 = P_0 + 20cmHg$$

$$P_2 = P_0 - hcmHg$$

$$P_1 \times (70 - 20)S = P_2 \times (70 - h)S$$

解出：$h = 3.55(\text{cm})$（注意大气压强单位变换）

（2）　　$P_1 \times (70-20)S \geq P_2 \times 70S$

$P_0 \leq 50cmHg = 6.65 \times 10^4 (\text{Pa})$

1.8 答：活塞会移动。要想活塞不动，起始位置应该是氧气与氢气的长度比为 1:16。

1.9 解：按理想气体的等温膨胀过程处理。

（1）　　$P_1V_1 = P(V_1 + V_2)$

则　　$P = \dfrac{V_1}{V_1 + V_2} P_1 = 2.24 \times 10^4 (\text{Pa})$

（2）两容器中气体的摩尔数分别为

$$\nu_1 = \frac{P_1V_1}{RT} \ ,\ \nu_2 = \frac{P_2V_2}{RT}$$

由混合理想气体方程

$$P(V_1 + V_2) = (\nu_1 + \nu_2)RT$$

则　　$P = \dfrac{RT}{V_1 + V_2}\left(\dfrac{P_1V_1}{RT} + \dfrac{P_2V_2}{RT}\right) = 6.38 \times 10^4 (\text{Pa})$

1.10 解：　　$\dfrac{P_1V_1}{T_1} = \dfrac{P_2V_1}{T_2} + \dfrac{P_2V_2}{T_2}$

则　　$V_2 = \dfrac{P_1V_1T_2}{P_2T_2} - V_1 = 990 - 20 = 970(l)$

1.11 解：气焊前后氢气的状态方程为

$$PV = \frac{M}{\mu}RT \ ,\ P'V = \frac{M'}{\mu}RT$$

则用去的质量为

$$M - M' = \frac{\mu V}{RT}(P - P') = 31.4 \times 10^{-3} (\text{kg}) = 31.4(g)$$

1.12 解：设 CO_2 的流速为 v，在时间 t 内的位移是 vt，取这一段 CO_2 为研究对象时，其体积为 $V = Svt$，将 CO_2 当做理想气体，则有

$$PV = \frac{M}{\mu}RT$$

则

$$PSvt = \frac{M}{\mu}RT$$

$\therefore$

$$v = \frac{M}{P\mu St}RT = 0.899(\text{m/s})$$

1.13 解：设活塞打开前后，两容器的空气质量分别为 M_1、M_2、M'_1、M'_2，按理想气体处理，各自的状态方程为

$$P_1V_1 = \frac{M_1}{\mu}RT_1 \ ,\ P_2V_2 = \frac{M_2}{\mu}RT_2 \ ,\ PV_1 = \frac{M'_1}{\mu}RT_1 \ ,\ PV_2 = \frac{M'_2}{\mu}RT_2$$

混合前后质量不变

则

$$\frac{\mu P_1V_1}{RT_1} + \frac{\mu P_2V_2}{RT_2} = \frac{\mu PV_1}{RT_1} + \frac{\mu PV_2}{RT_2}$$

故

$$P = \frac{P_1V_1T_2 + P_2V_2T_1}{V_1T_2 + V_2T_1} = 2.98\times10^4(\text{Pa})$$

1.14 证明：略

1.15 解：气球内的 H2 在温度 T1、T2 时的状态方程为

$$PV = \frac{M}{\mu}RT_1 \ ,\ PV = \frac{M-\Delta M}{\mu}RT_2$$

联立求解：$\rho = \frac{\Delta MR}{\mu V}\cdot\frac{T_1T_2}{T_2-T_1} = 0.089(\text{kg/m}^3)$

1.16 解：有气体状态方程，可得气体质量

$$M = \frac{\mu PV}{RT}$$

设打 n 次可以达到要求，每次打气的质量为 m，则

$$nm = n\frac{\mu P_0 V_0}{RT_0} = M = \frac{\mu PV}{RT}$$

解出：　　$n = \frac{PVT_0}{P_0 V_0 T} = 637(\text{次})$

1.17 解：由已知：抽气机的抽气速率为 $v = \frac{dV}{dt}$

$$dM = -\rho dV = -\frac{P\mu}{RT} v dt$$

理想气体方程 $PV = \frac{M}{\mu}RT$ 可知：

$$dP = \frac{RT}{\mu V} dM = -\frac{P}{V} v dt \Rightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{v}{V} dt$$

积分：　　$\int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = \int_0^t -\frac{v}{V} dt$

解出：　　$t = \frac{V}{v} \ln \frac{P_0}{P} = 0.663(\text{min}) = 39.8(\text{s})$

1.18 解：气体的质量不变，由理想气体方程和混合理想气体方程

$$M_1 = \frac{\mu P_1 V_1}{RT_1} \text{ ， } M_2 = \frac{\mu P_2 V_2}{RT_2} \text{ ， } M_1 + M_2 = \frac{\mu PV}{RT}$$

$$\frac{\mu P_1 V_1}{RT_1} + \frac{\mu P_2 V_2}{RT_2} = \frac{\mu PV}{RT}$$

解出：　　$T = \frac{PV}{\frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}} = 708.9(\text{K})$

1.19 证明：略

第二章习题（P110）

2.1~2.7 解：略

2.8 解：$Q = MC_P\Delta T = 0.2\times1.04\times(100-20)(\text{kJ}) = 16.64(\text{kJ})$

$$\Delta U = MC_V\Delta T = 0.2\times0.740\times(100-20)(\text{kJ}) = 11.84(\text{kJ})$$

$$A = Q - \Delta U = 4.8(\text{kJ})$$

2.9 解：$\Delta U = \nu C_{V,m}(T_2-T_1) = \nu C_{V,m}(\frac{P_2V_2}{\nu R}-\frac{P_1V_1}{\nu R}) = \frac{C_{V,m}}{R}(P_2V_2-P_1V_1)$

（1）压强不变

$$\Delta U = \frac{C_{V,m}}{R}P(V_2-V_1) = 505(\text{J})$$

（2）绝热变化，$P_2V_2^{\gamma} = P_1V_1^{\gamma} \Rightarrow P_2 = P_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma} = 7.825\times10^4(\text{Pa})$

$$\Delta U = \frac{C_{V,m}}{R}(P_2V_2-P_1V_1) = -177(\text{J})$$

等压变化由于吸收热量，对外做功和内能均有吸热提供；而绝热过程系统对外做功只能由系统内能提供，因而，一个内能增加，一个内能减少。

2.10 解：（1）绝热膨胀，$\gamma = 1.4$

$$A = \frac{\frac{M}{\mu}RT_1}{\gamma-1}[1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}] = 938(\text{J})$$

（2）先等温膨胀，再等体冷却

$$A_1 = \frac{M}{\mu}RT_1\ln\frac{V_2}{V_1} = 1435(\text{J})\ ,\ A_2 = 0$$

$\therefore$ $A = A_1 + A_2 = 1435(\text{J})$

2.11 解：$\Delta U = \nu C_{V,m}(T_2-T_1) = 125(\text{J})$

$$Q = \Delta U + A = 125 - 209 = -84(\mathrm{J})$$

又 $Q = C\Delta T$

$\therefore$ $C = \dfrac{Q}{\Delta T} = -84(\mathrm{J/K})$

2.12 解：$V_1 = \dfrac{M}{\mu}v = 11.2\times10^{-3}(\mathrm{m}^3)$，$V_2 = \dfrac{1}{2}V_1$

（1）等温过程：$\Delta U = 0$

$$A = \frac{M}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = -786(\mathrm{J})$$

$$Q = \Delta U + A = -786(\mathrm{J})$$

（2）绝热过程：$\gamma = 1.4$

$$Q = 0$$

$$\Delta U = -A = -\frac{\frac{M}{\mu}RT_1}{\gamma - 1}[1 - (\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}] = 906(\mathrm{J})$$

（3）等压过程：$Q = \dfrac{C_{P,m}}{R}P(V_2 - V_1) = -1.99\times10^4(\mathrm{J})$

$$\Delta U = \frac{C_{V,m}}{R}P(V_2 - V_1) = -1.42\times10^4(\mathrm{J})$$

$$A = Q - \Delta U = -567(\mathrm{J})$$

2.13 解：已知：$Q = 334\mathrm{J}$，标准状态下的体积 $V_1 = \dfrac{M}{\mu}v = 11.2\times10^{-3}(\mathrm{m}^3)$

（1）等温过程，$Q = A = \dfrac{M}{\mu}RT\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

解出：$V_2 = V_1\exp(\dfrac{\mu Q}{MRT}) = 15\times10^{-3}(\mathrm{m}^3)$

（2）等体过程，$Q = \dfrac{C_{v,m}}{R}(P_2 - P_1)V$

解出：$P_2 = \dfrac{QR}{C_{V,m}V} + P_1 = 1.13\times10^5(\mathrm{Pa})$

（3）等压过程：$Q=\nu C_{P,m}(T_2-T_1)$，

$$\Delta U=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)=\frac{C_{V,m}}{C_{P,m}}Q=239(\mathrm{J})$$

2.14 解：（1）等温过程：终态体积$V_2=\frac{V_1}{10}$

$$A=\frac{M}{\mu}RT\ln\frac{P_1}{P_2}=-193(\mathrm{kJ})$$

（2）绝热压缩：

$$A=\frac{\frac{M}{\mu}RT_1}{\gamma-1}[1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]=\frac{\frac{M}{\mu}RT_1}{\gamma-1}[1-(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}]=-195(\mathrm{kJ})$$

（3）先绝热在等压：

绝热过程的终态体积：$V_3=V_1(\frac{P_1}{P_2})^{\frac{1}{\gamma}}$

等压过程的终态体积：$V_2=\frac{V_1}{10}$

$$A=A_1+A_2=A_1+P_2(V_3-V_2)=-273(\mathrm{kJ})$$

2.15 证明：由等体过程可知

$$Q=\frac{M}{\mu}C_{V,m}\Delta T=\frac{M}{\mu}C_{V,m}\frac{\mu V_0\Delta P}{MR}=\frac{C_{V,m}V_0}{R}(P_1-P_0)$$

由等压过程可知

$$Q=\frac{M}{\mu}C_{P,m}\Delta T=\frac{M}{\mu}C_{P,m}\frac{\mu V_0\Delta P}{MR}=\frac{C_{P,m}P_0}{R}(V_2-V_0)$$

根据题设有

$$\frac{C_{V,m}V_0}{R}(P_1-P_0)=\frac{C_{P,m}P_0}{R}(V_2-V_0)$$

故 $$\gamma=\frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}=\frac{(P_1-P_0)V_0}{(V_2-V_0)P_0}$$

2.16 解：由图可知过程方程为

$$P=\frac{P_2-P_1}{V_2-V_1}V=kV$$

根据热力学第一定律

$$dQ=dU+dA \quad \text{或} \quad C_m dT=C_{V,m}dT+PdV$$

由理想气体状态方程 $PV=RT$ ，则： $PdV+VdP=RdT$

因为 $P=kV$ ，则： $PdV=kVdV=VdP$

所以 $PdV+VdP=2PdV=RdT$

故 $C_m dT=C_{V,m}dT+\frac{1}{2}RdT$

$$C_m=C_{V,m}+\frac{1}{2}R=\frac{1}{2}(C_{P,m}+C_{V,m})$$

另外，由 $P=kV$ ，及 $PV=RT$ ，则： $T=\frac{k}{R}V^2$

2.17 解：过程为等温过程，拉力做功等于克服大气压力做功与气体做功之差

$$A=P_0Sh-P_1HS\ln\frac{(H+h)S}{HS}=2.37(\mathrm{J})$$

2.18 解：(1) 固定导热板，此时 A 是等体过程，B 是等压过程，而且两者温度始终相等

$$Q_A=C_{V,m}\Delta T \ , \qquad Q_B=C_{P,m}\Delta T$$

$\therefore$ $Q=Q_A+Q_B=C_{V,m}\Delta T+C_{P,m}\Delta T$

$\therefore$ $\Delta T=\frac{Q}{C_{V,m}+C_{P,m}}=\frac{Q}{(\frac{5}{2}+\frac{7}{7})R}=6.67(\mathrm{K})$

$$Q_A=C_{V,m}\Delta T=139(\mathrm{J}) \ ,$$

$$Q_B=C_{P,m}\Delta T=195(\mathrm{J})$$

（2）活动绝热板，这时 A 是等压膨胀过程，气体温度变化为

$$\Delta T = \frac{Q}{C_{P,m}} = 11.4(\mathrm{K})$$

B 中的气体是等压绝热过程，则 $Q = 0$ ， $\Delta P = 0$ ， $\Delta V = 0$ ，即 $A = 0$

由热力学第一定律

$$Q = \Delta U + A$$

可知： $\Delta U = 0$

即 B 是在状态不变的状态下平移的。

2.19 解：（1）右侧气体绝热压缩， $Q = 0$ ， $\Delta U + A = 0$

$$-A = \Delta U = \nu C_{V,m}(T - T_0) = \nu C_{V,m} T_0 (\frac{T}{T_0} - 1) = \nu C_{V,m} T_0 [(\frac{P_0}{P})^{\frac{\gamma-1}{-\gamma}} - 1] = \frac{1}{2}\nu C_{V,m} T_0$$

（2） $T = (\frac{P_0}{P})^{\frac{\gamma-1}{-\gamma}} T_0 = \frac{3}{2} T_0$

（3）左侧气体由 P_0、V_0、T_0 变成 P、V、T，其中 $P = \frac{27}{8} P_0$ ， $V = 2V_0 - V'$ ，式中 V' 是

右侧气体终态体积，对右侧气体，有

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{\frac{27}{8} P_0 V'}{\frac{3}{2} T_0}$$

则： $V' = \frac{4}{9} V_0$

对左侧气体有：

$$\frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{\frac{27}{8} P_0 (2V_0 - V')}{T}$$

故： $T = \frac{21}{4} T_0$

（4）根据热力学第一定律

$$Q=\Delta U+A=\nu C_{V,m}\Delta T+\frac{1}{2}\nu C_{V,m}T_0=\nu C_{V,m}(\frac{21}{4}-1)T_0+\frac{1}{2}\nu C_{V,m}T_0$$
$$=\frac{19}{4}\nu C_{V,m}T_0=\frac{19}{2}\nu RT_0$$

2.20 解：（1） $A_a=\frac{1}{2}(P_A+P_B)(V_B-V_A)=208$

$$A_b=\int_{V_A}^{V_B}PdV=100\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V^2}=80$$

（2）根据 1mol 理想气体状态方程： $V=\frac{RT}{P}$

（a）过程： $P=124-24\frac{RT}{P}$ ，或 $P^2-124P+24RT=0$

（b）过程： $P=100\frac{P^2}{R^2T^2}$ ，即 $P=\frac{R^2}{100}T^2$

（3）$\because \Delta U=C_{V,m}\Delta T=C_{V,m}(T_B-T_A)=C_{V,m}(\frac{20}{R}-\frac{100}{R})=-\frac{80}{R}C_{V,m}$

则 $Q_a=\Delta U+A_a=208-\frac{80}{R}C_{V,m}$

$$Q_B=\Delta U+A_b=80-\frac{80}{R}C_{V,m}$$

（3）根据： $C_m=\frac{\cancel{d}Q}{dT}$

$$(\cancel{d}Q)_a=dU+(\cancel{d}A)_a=C_{V,m}dT+PdV$$

由 $dP=-24dV$ ， $PdV+VdP=RdT$ ，得

$$dV=\frac{RdT}{P-24V}$$

$$(\cancel{d}Q)_a=C_{V,m}dT+\frac{124-24V}{124-48V}RdT$$

$$(C_m)_a=\frac{(\cancel{d}Q)_a}{dT}=C_{V,m}+\frac{124-24V}{124-48V}R$$

同理：由 $P=\frac{100}{V^2}$ ，可得： $V^2dP+2PVdV=0$

由 $PdV+VdP=RdT$ ，联立可得：

$$dV = \frac{RdT}{P-2P} = -\frac{RdT}{P} \Rightarrow PdV = -RdT$$

则： $(\cancel{d}Q)_b = dU + PdV = C_{V,m}dT - RdT$

$$(C_m)_b = C_{V,m} - R$$

2.21 解：根据热力学第一定律

$$\Delta U = U_b - U_a = Q_{acb} - A_{acb} = 208(\mathrm{J})$$

（1） $Q_{adb} = \Delta U + A_{adb} = 250(\mathrm{J})$

（2） $Q_{ba} = \Delta U_{ba} + A_{ba} = -292(\mathrm{J})$

系统向外界放出热量为 292J。

（3） $Q_{ad} = \Delta U_{ad} + A_{ad} = 209(\mathrm{J})$

$$Q_{db} = Q_{adb} - Q_{ad} = 41(\mathrm{J})$$

2.22 解：（1） $A = A_{AB} + A_{BC} + A_{CA} = P_A(V_B - V_A) + P_C V_C \ln\frac{V_A}{V_C} = 690(\mathrm{J})$

（2） $Q_1 = Q_{AB} = C_{P,m}(T_B - T_A) = \frac{C_{P,m}}{R}(P_B V_B - P_A V_A) = 7940(\mathrm{J})$

（3） $\eta = \frac{A}{Q_1} = 8.8\%$

2.23 证明： $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{ca}}{Q_{ab}} = 1 - \frac{\nu C_{P,m}(T_c - T_a)}{\nu C_{V,m}(T_b - T_a)} = 1 - \gamma\frac{T_a(\frac{T_c}{T_a} - 1)}{T_a(\frac{T_b}{T_a} - 1)} = 1 - \gamma\frac{\frac{V_1}{V_2} - 1}{\frac{P_1}{P_2} - 1}$

2.24 证明： $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_{41}}{Q_{23}} = 1 - \frac{\nu C_{P,m}(T_4 - T_1)}{\nu C_{P,m}(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$

由于 $\frac{T_1}{T_4} = \frac{V_1}{V_4}$ ，$\frac{T_2}{T_3} = \frac{V_2}{V_3}$ ，另外 $P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$ ，$P_3 V_3^{\gamma} = P_4 V_4^{\gamma}$

则有 $\frac{P_2V_2^{\gamma}}{P_3V_3^{\gamma}}=\frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_4V_4^{\gamma}}$ ，即 $\frac{V_2}{V_3}=\frac{V_1}{V_4}$

因此 $\frac{T_1}{T_4}=\frac{T_2}{T_3}$

$$\eta=1-\frac{T_4-T_1}{T_3-T_2}=1-\frac{T_4}{T_1}=1-(\frac{P_1}{P_2})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=1-(\frac{P_2}{P_1})^{-\frac{\gamma-1}{\gamma}}=1-\frac{1}{\varepsilon_P^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

2.25 解：由已知：$V_2=2.0\times10^3\,\mathrm{cm}^3$ ，

则 $V_1=V_2+S\cdot\Delta L=2.0\times10^3+\pi(\frac{15}{2})^2\times43(\mathrm{cm}^3)=9595(\mathrm{cm}^3)$

绝热压缩比：$\varepsilon_t=\frac{V_1}{V_2}$

奥托循环效率：$\eta=1-\frac{1}{\varepsilon_r^{\gamma-1}}=1-(\frac{V_2}{V_1})^{\gamma-1}=47\%$

2.26 解：(1) 设 C 点状态参量为 (T_3,V_2)，则有

$$T_1V_1^{\gamma-1}=T_3V_2^{\gamma-1}\ \Rightarrow\ T_3=(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}T_1<T_1<T_2$$

AB 为等压过程，则有

$$\Delta U=\nu C_{V,m}(T_2-T_1)>0$$

$$Q=\nu C_{P,m}(T_2-T_1)>0$$

$$A=R(T_2-T_1)>0$$

BC 过程为等体过程，有

$$A=0$$

$$Q=\Delta U=\nu C_{V,m}(T_3-T_2)<0$$

CA 为绝热过程，有

$$Q=0$$

$$-A=\Delta U=\nu C_{V,m}(T_1-T_3)<0$$

（2）$\because \ \frac{T_1}{V_1}=\frac{T_2}{V_2}\Rightarrow T_2=\frac{V_2}{V_1}T_1$

$$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{Q_{BC}}{Q_{AB}}=1-\frac{\nu C_{V,m}(T_2-T_3)}{\nu C_{P,m}(T_2-T_1)}=1-\frac{1}{\gamma}\frac{[\frac{V_2}{V_1}-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]T_1}{(\frac{V_2}{V_1}-1)T_1}=1-\frac{1}{\gamma}\frac{1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma}}{(1-\frac{V_1}{V_2})}$$

2.27 解：（1）在一循环中所作的净功即为循环曲线所包围的面积

$$A=\pi(\frac{P_B-P_D}{2})(\frac{V_B-V_A}{2})=314(\mathrm{J})$$

（2）过程 ABC 的内能变化为

$$\Delta U=\frac{C_{V,m}}{R}P(V_C-V_A)=600(\mathrm{J})$$

对外做功 $A=\frac{1}{2}\pi(\frac{P_B-P_D}{2})(\frac{V_C-V_A}{2})+P_A(V_C-V_A)=557(\mathrm{J})$

$$\therefore \quad Q=\Delta U+A=1157(\mathrm{J})$$

由图可看出，Q_{abc} 并不是系统在一循环中从高温热源吸收的总热量 Q_1。

2.28 解：设 t 时刻活塞的位移是 x，在左右体积分别为

$$V_1=S(l+x)\ ,\ V_2=S(l-x)$$

左右两边的空气压强分别为

$$P_1=(\frac{Sl}{V_1})^{\gamma}P_0=(\frac{l}{l+x})^{\gamma}P_0$$

$$P_2=(\frac{Sl}{V_2})^{\gamma}P_0=(\frac{l}{l-x})^{\gamma}P_0$$

活塞所受的合力为

$$F=P_1S-P_2S=SP_0[(\frac{l}{l+x})^{\gamma}-(\frac{l}{l-x})^{\gamma}]=SP_0[(\frac{l+x}{l})^{-\gamma}-(\frac{l-x}{l})^{-\gamma}]$$

$$=SP_0[(1+\frac{x}{l})^{-\gamma}-(1-\frac{l}{l-x})^{-\gamma}]=SP_0[1-\gamma\frac{x}{l}-(1-\gamma\frac{x}{l})]$$

$$=-2SP_0\frac{x}{l}\gamma=-kx$$

由此可见，活塞将做简谐振动，故振动周期为

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{2SP_0\gamma}} = 0.065(\mathrm{s})$$

2.29 证明：略

第三章习题（P165）

3.1 答：（1）若能两次相交，则其正循环工作时，将违反热力学第二定律的表述。

（2）若能两次相交，则按等温过程 $\Delta U = 0$，而按绝热过程 $\Delta U = -A \neq 0$，违反了内能是状态函数的性质。

（3）若能两次相交，则由等温过程 $P_1/P_2 = V_2/V_1$，绝热过程 $P_1/P_2 = (V_2/V_1)^{\gamma}$，于是 $V_2/V_1 = (V_2/V_1)^{\gamma}$，故 $\gamma = 1$，$C_{P,m} = C_{V,m}$，而 $R = 0$，这是不可能的。

（4）若能两次相交，则由 $V_2/V_1 = (V_2/V_1)^{\gamma}$，也就是 $V_1^{\gamma-1} = V_2^{\gamma-1}$，得 $V_1 = V_2$，$P_1 = P_2$，即两个定点重合在一起。

（5）若能两次相交，则按绝热过程 $\Delta S = 0$，而按等温过程 $\Delta S \neq 0$，违反了熵是状态函数的性质。

3.2 解：已知：$T_1 = 127 + 273(\mathrm{K}) = 400(\mathrm{K})$，$Q_1 = 418\mathrm{J}$，$Q_2 = 334\mathrm{J}$

则
$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2 = \frac{Q_2}{Q_1} T_1 = 320(\mathrm{K})$$

3.3 解：（1）$P_2 = \dfrac{P_1 V_1}{V_2} = 5.05 \times 10^5 (\mathrm{Pa})$

$$V_3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_2 = 4.88 \times 10^{-2} (\mathrm{m}^3)$$

$$P_3 = \frac{P_2 V_2}{T_1} \frac{T_2}{V_3} = 1.45 \times 10^5 (\mathrm{Pa})$$

$$V_4 = \frac{V_3}{V_2} V_1 = 2.44 \times 10^{-2} (\mathrm{m}^3)$$

$$P_4 = \frac{P_3 V_3}{V_4} = 2.89 \times 10^5 (\mathrm{Pa})$$

（2） $A = Q_1 - Q_2 = P_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} - \frac{P_1V_1}{T_1}T_2 \ln\frac{V_3}{V_4} = 2107(\mathrm{J})$

（3） $Q_1 = P_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = 7022(\mathrm{J})$

（4） $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 30\%$

3.4 解：根据：$\eta_{卡} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ ，有：$Q_2 = \frac{T_2}{T_1}Q_1 = \frac{T_2}{T_1}(A + Q_2)$

则 $Q_2 = \frac{T_2 A}{T_1 - T_2}$

由于两个循环中 Q2 相等，则有

$$\frac{T_2 A}{T_1 - T_2} = \frac{T_2 A'}{T_1' - T_2}$$

所以 $T_2 = \frac{A'}{A}(T_1 - T_2) + T_2 = 398(\mathrm{K})$

（2） $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 31.4\%$

3.5 解：获得最大功必须为卡诺循环

$$\eta_{卡} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

则 $A = (1 - \frac{T_2}{T_1})Q_1 = (1 - \frac{273 + 40}{273 + 210}) \times 4.18\mathrm{kJ} = 1.47(\mathrm{kJ})$

3.6 解：涉及最大热量的必为卡诺制冷机

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

则 $Q_2 = \frac{T_2}{T_1 - T_2}A = 12.52(\mathrm{kJ})$

3.7 解：（1）由 $\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$ ，则 $A = \frac{Q_2}{\varepsilon}$ ， $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{\varepsilon}\frac{dQ}{dt}$

当 $\frac{dQ}{dt}$ 一定时，则 ε 最大时， $\frac{dA}{dt}$ 最小。而 $\varepsilon_{\text{最大}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$

故 $$\frac{dA}{dt} = \frac{T_1 - T_2}{T_2}\frac{dQ_2}{dt} = 66.7(\text{W})$$

（2）同理 $Q_2 = \varepsilon A$ ，则 $\frac{dQ_2}{dt} = \varepsilon\frac{dA}{dt}$

当 $\frac{dA}{dt}$ 一定时，则 ε 最大时， $\frac{dQ_2}{dt}$ 最小。

故 $$\frac{dQ_2}{dt} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}\frac{dA}{dt} = 600(\text{W})$$

因此 $$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_2}{dt} + \frac{dA}{dt} = 666.7(\text{W})$$

3.8 解： $Q = Q_2 + Q_1' = Q_1 - A + Q_2' + A = Q_1 + Q_2' = Q_1 + \varepsilon A = Q_1 + \varepsilon\eta Q_1 = (1 + \varepsilon\eta)Q_1$

$$= (1 + \frac{T_2}{T_3 - T_2} \cdot \frac{T_1 - T_3}{T_1})Q_1 = 6.23 \times 10^7(\text{J})$$

3.9 解：根据 $\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$ ，则 $\frac{dQ_2}{dt} = \varepsilon\frac{dA}{dt}$

设被制成冰的质量为 m，则所放热量为

$$Q = mc_1\Delta T + ml + mc_2T_2$$

$$\frac{dQ}{dt} = (c_1\Delta T + l + c_2T_2)\frac{dm}{dt}$$

由于 $\frac{dQ_2}{dt} = \frac{dQ}{dt}$ ，所以

$$\frac{dm}{dt} = \varepsilon\frac{dA}{dt}\Big/(c_1\Delta T + l + c_2T_2) = \frac{1}{3} \cdot \frac{T_2}{T_1 - T_2}\frac{dA}{dt}\Big/(c_1\Delta T + l + c_2T_2) = 22.9(\text{kg} \cdot \text{h}^{-1})$$

3.10 解：在等温过程中 $Q = A = \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1}$

故熵变 $\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = TQ = RT\ln\frac{V_2}{V_1} = 11.5(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$

3.11 解：先求系统最后的温度

$$m_1c_1(t_1 - t) = m_2c_2(t - t_2)$$

$$t = \frac{m_1c_1t_1 + m_2c_2t_2}{m_1c_1 + m_2c_2} = 17.9(^\circ\mathrm{C}) = 291(\mathrm{K})$$

这是一个不可逆过程，为计算熵变，可设想一等压的可逆过程与其初终态对应，则

$$\Delta S = \Delta S_2 + \Delta S_1 = \int_{T_1}^{T}\frac{dQ}{T} + \int_{T_2}^{T}\frac{dQ}{T} = m_1c_1\int_{T_1}^{T}\frac{dT}{T} + m_2c_2\int_{T_2}^{T}\frac{dT}{T}$$

$$= m_1c_1\ln\frac{T}{T_1} + m_2c_2\ln\frac{T}{T_2} = 41(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

3.12 解：散热速率为 $\frac{dQ}{dt}$ ，则

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} = \frac{-dQ}{T_1dt} + \frac{dQ}{T_2dt} = (\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2})\frac{dQ}{dt} = 1.08\times10^5(\mathrm{J\cdot K^{-1}\cdot h^{-1}})$$

注意：题目中的散热速率是错的，应该为 $2\times10^8\,\mathrm{J\cdot h^{-1}}$

3.13 解：（1）可逆的卡诺循环是由两条等温线和两条等熵线组成。（图略）

（2）在 T-S 坐标中，任何曲线下的面积为

$$B = \int_{S_1}^{S_2} TdS = \int_1^2 dQ = Q$$

（3） $$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\int_4^3 TdS}{\int_1^2 TdS} = 1 - \frac{T_2(S_2 - S_1)}{T_1(S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

3.14 解：（1）由于过程是不可逆的，为计算熵变可设想一等压可逆过程，则系统的总熵变为

$$\Delta S = \Delta S_{水} + \Delta S_{源} = \int_{T_1}^{T_2}\frac{mc_{水}dT}{T} + \frac{Q}{T_2} = mc_{水}\ln\frac{T_2}{T_1} + \frac{1}{T_2}mc_{水}(T_2 - T_1) = 184(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

（2）同样设想一等压可逆过程，使水由初温 273K 到达中温 323K 组后到达终温 373K，则系统的总熵变为

$$\Delta S=\Delta S_1+\Delta S_2=mc_{水}\ln\frac{T_3}{T_1}-\frac{1}{T_3}mc_{水}(T_3-T_1)+mc_{水}\ln\frac{T_2}{T_3}-\frac{1}{T_2}mc_{水}(T_2-T_3)$$
$$=mc_{水}[\ln\frac{T_2}{T_1}-\frac{T_3-T_1}{T_3}-\frac{T_2-T_3}{T_2}]=96(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

（3）首先使系统与外界绝热，其次使水的加热过程是可逆的，为此，需要温差无限小的一系列热源依次与水接触，逐渐升温就可使系统的总熵值保持不变。

3.15 解：（1）1-2-3，先等压再等体

$$S_3-S_1=S_2-S_1+S_3-S_2=\int_1^2\frac{dQ}{T}+\int_2^3\frac{dQ}{T}=C_{P,m}\int_1^2\frac{dT}{T}+C_{V,m}\int_2^3\frac{dT}{T}$$
$$=C_{P,m}\ln\frac{T_2}{T_1}+C_{V,m}\ln\frac{T_3}{T_2}=C_{P,m}\ln\frac{T_2}{T_1}-C_{V,m}\ln\frac{T_2}{T_1}$$
$$=R\ln\frac{T_2}{T_1}=R\ln\frac{V_2}{V_1}=5.76(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

（2）1-3，等温

$$S_3-S_1=\int_1^3\frac{dQ}{T}=\int_1^3\frac{PdV}{T}=\int_1^3\frac{RdV}{V}=R\ln\frac{V_2}{V_1}=5.76(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

（3）1-4-3，先绝热再等压

$$S_3-S_1=S_4-S_1+S_3-S_4=S_3-S_4=\int_4^3\frac{dQ}{T}=C_{P,m}\int_4^3\frac{dT}{T}$$
$$=C_{P,m}\ln\frac{T_3}{T_4}=C_{P,m}\ln\frac{T_1}{T_4}=C_{P,m}\ln(\frac{P_1}{P_4})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}=\frac{\gamma-1}{\gamma}C_{P,m}\ln\frac{P_1}{P_4}$$
$$=R\ln\frac{V_3}{V_1}=R\ln\frac{V_2}{V_1}=5.76(\mathrm{J\cdot K^{-1}})$$

3.16 解：（1）为计算熵变，设想高低温热源的吸放热量与某一可逆过程对应，而系统完成一个循环，熵不变，则总熵变为

$$\Delta S=-\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}$$

则　　$Q_2 = (\Delta S + \frac{Q_1}{T_1})T_2 = 15.64(\text{kJ})$

$A = Q_1 - Q_2 = 5.26(\text{kJ})$

（2）　$\eta = \frac{A}{Q_1} = 25.2\%$

（3）若是可逆循环，则系统与热源发生的是可逆绝热过程，共总熵变为零。

（4）如果是可逆循环，则热机效率为

$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 26.8\%$

3.17 解：略

第四章习题（P251）

4.1 解：（1）每个分子碰撞平壁产生的冲量为 $2mv$，在 dt 时间内与 dA 面积碰撞的分子数为 $n \cdot dA \cdot vdt$，产生的总冲量为

$$dI = 2mv \cdot n \cdot dA \cdot vdt$$

故对平壁产生的压强为

$$P = \frac{dI}{dA \cdot dt} = 2mv^2 \cdot n = 9.9 \times 10^{-8} (\text{Pa})$$

（2）每个分子碰撞平壁产生的冲量为 $2mv_x = 2mv\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}mv$，在 dt 时间内与 dA 面积碰撞的分子数为 $n \cdot dA \cdot v_x dt = \frac{1}{\sqrt{2}} n \cdot dA \cdot vdt$，产生的总冲量为

$$dI = \sqrt{2}mv \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} n \cdot dA \cdot vdt = mn \cdot dA \cdot v^2 dt$$

故对平壁产生的压强为

$$P = \frac{dI}{dA \cdot dt} = mv^2 \cdot n = 4.95 \times 10^{-8} (\text{Pa})$$

（3）每个分子碰撞平壁产生的冲量为 $2m(v+v')$，则对平壁产生的压强为

$$P = 2m(v+v')^2 \cdot n = 3.56 \times 10^{-6} (\text{Pa})$$

4.2 解：由理想气体状态方程 $PV = \frac{M}{\mu} RT$，可解出 $T = \frac{\mu PV}{R}$，则

$$\bar{\varepsilon}_{平} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} k \frac{\mu PV}{R} = 5.42 \times 10^{-21} (\text{J})$$

4.3 解：由理想气体状态方程 $PV = \frac{M}{\mu} RT = \frac{N}{N_A} RT = NkT$，则

$$E = N\bar{\varepsilon}_{平} = N \cdot \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} PV = 3(\text{J})$$

4.4 解：气体密度 $\rho = mn$，则气体压强

$$P=\frac{1}{3}mn\overline{v^2}=\frac{1}{3}\rho\overline{v^2}=5000(\mathrm{Pa})$$

4.5 解：略

4.6 解：（1）$\bar{v}=\frac{\sum N_i v_i}{\sum N_i}=301.6(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$

$$\sqrt{\overline{v^2}}=(\frac{\sum N_i v_i^2}{\sum N_i})^{\frac{1}{2}}=312.7(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

（2） $\bar{\varepsilon}_{平}=\frac{3}{2}kT=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=2.6\times10^{-21}(\mathrm{J})$

$$T=\frac{2\bar{\varepsilon}_{平}}{3k}=125.6(\mathrm{K})$$

（3）由 $\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ 算出的温度为

$$T=\frac{\pi\mu}{8R}(\bar{v})^2=137.6(\mathrm{K})$$

两个温度不一致是因为两个公式是分子速率连续分布时推导出来的，而题设条件分子速率不连续，故不相同。

4.7 解：根据麦克斯韦速率分布定律

$$\frac{dN}{N}=4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-\frac{v^2}{v_p^2}}v^2dv$$

当 $T=300^{\circ}\mathrm{C}=573\mathrm{K}$ ，且 $\Delta v=10\mathrm{m/s}$ 时，对于 $v_1=3000\mathrm{m/s}$ 和 $v_2=v_p=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}=2182\mathrm{m/s}$ ，则

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}=\frac{\mathrm{e}^{-v_1^2/v_p^2}v_1^2\Delta v}{\mathrm{e}^{-v_p^2/v_p^2}v_p^2\Delta v}=\mathrm{e}^{-v_1^2/v_p^2+1}\frac{v_1^2}{v_p^2}=0.78$$

4.8 解：根据麦克斯韦速率分布定律

$$\frac{dN}{N}=4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-\frac{v^2}{v_p^2}}v^2dv$$

（1）当 $v=v_p$ ，且 $\Delta v=\frac{2}{100}v_p$ 时，则

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-1}v_p^2\times\frac{2}{100}v_p=\frac{2}{25\sqrt{\pi}}\mathrm{e}^{-1}=1.66\%$$

（2）当 $v=\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}}=\sqrt{\frac{3}{2}}v_p$ ，且 $\Delta v=\frac{2}{100}\sqrt{\overline{v^2}}$ 时，则

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}\times\frac{3}{2}v_p^2\times\frac{2}{100}\times\sqrt{\frac{3}{2}}v_p=\frac{3\sqrt{3}}{25\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}}=1.85\%$$

4.9 解：由 $v_p=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}=200\mathrm{m/s}$ ，可得

$$T=\frac{\mu}{2R}v_p^2=4.81(\mathrm{K})$$

而

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}v_p=226(\mathrm{m/s})$$

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3RT}{\mu}}=\sqrt{\frac{3}{2}}v_p=245(\mathrm{m/s})$$

4.10 证明：根据麦克斯韦速率分布定律

$$\frac{dN}{N}=4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-\frac{v^2}{v_p^2}}v^2dv=f(v)dv$$

当 $v=v_p$ 时

$$f(v_p)=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-1}v_p^2=\frac{4}{e\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{v_p}$$

4.11 证明：根据麦克斯韦速率分布定律

$$\frac{dN}{N}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-\frac{v^2}{v_p^2}}v^2dv$$

当 $v = v_p$ ，且 Δv 很小时

$$\Delta N = N\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-3}\mathrm{e}^{-1}v_p^2\cdot\Delta v = \frac{4N\Delta v}{e\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{v_p} = \frac{4N\Delta v}{e\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{\frac{m}{2kT}} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$$

4.12 解：第一个容器内气体的内能为

$$U_1 = N\cdot\frac{i}{2}kT_1$$

第二个容器内气体的内能为

$$U_2 = N\cdot\frac{i}{2}kT_2$$

两个容器连通后，由于是绝热过程，同时整个系统与外界互不做功，根据热力学第一定律，整个系统在连通前后的内能不变。即

$$U = U_1 + U_2 = 2N\cdot\frac{i}{2}kT = N\cdot\frac{i}{2}kT_1 + N\cdot\frac{i}{2}kT_2$$

或　　$T = \frac{1}{2}(T_1 + T_2)$

设连通后分子的方均根速率为 v，则

$T = \frac{mv^2}{3k}$ ，且 $T_1 = \frac{mv_1^2}{3k}$ ， $T_2 = \frac{mv_2^2}{3k}$

故　　$v^2 = \frac{1}{2}(v_1^2 + v_2^2)$

$$v = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

4.13 解：由 $P = nkT$ ， $n = \frac{P}{kT}$

$$\frac{\Delta n}{n_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}{\frac{1}{T_1}} = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = 4\%$$

4.14 解：$\overline{\frac{1}{v}}=\int_0^\infty \frac{1}{v}f(v)dv=\int_0^\infty 4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}vdv$

$$=2(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{1}{2}}\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}d(-\frac{mv^2}{2kT})=2(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{1}{2}}=2(\frac{\pi\cdot m}{8kT})^{\frac{1}{2}}\cdot\frac{2}{\pi}$$
$$=\frac{4}{\pi}\cdot\frac{1}{\bar{v}}$$

4.15 解：（1）略

（2）由归一化条件

$$\int_0^\infty f(v)dv=\int_0^{v_0}f(v)dv=Cv_0=1$$

则 $$C=\frac{1}{v_0}$$

（3）$\bar{v}=\int_0^\infty vf(v)dv=\int_0^{v_0}vf(v)dv=\int_0^{v_0}\frac{v}{v_0}dv=\frac{1}{v_0}\cdot\frac{1}{2}v_0^2=\frac{1}{2}v_0$

4.16 证明：$\frac{dN}{N}=f(v)dv=f(u)du$

$$=4\pi(\frac{m}{2\pi kT})^{\frac{3}{2}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot v_p^{-2}\mathrm{e}^{-\frac{v^2}{v_p^2}}v^2d\frac{v}{v_p}=\frac{4}{\sqrt{\pi}}\cdot\mathrm{e}^{-u^2}u^2du$$

4.17 解：由理想气体状态方程

$$PV=\frac{M}{\mu}RT\Rightarrow M=\frac{\mu PV}{RT}$$

可知用去氧气

$$\Delta M=\left|M_2-M_1\right|=\left|\frac{\mu V}{RT}(P_2-P_1)\right|=\frac{\mu V}{RT}(P_1-P_2)=7.12\times10^{-3}(\mathrm{kg})$$

再由等温气压公式

$$P_0'=P_0\mathrm{e}^{-\frac{\mu' g}{RT}z}=4.76\times10^4(\mathrm{Pa})$$

运动员所用氧气的体积为

$$\Delta V=\frac{\Delta M}{\mu P_0'}RT=\frac{\frac{\mu V}{RT}(P_1-P_2)}{\mu P_0 \mathrm{e}^{-\frac{\mu' g}{RT}z}}RT=\frac{V(P_1-P_2)}{P_0 \mathrm{e}^{-\frac{\mu' g}{RT}z}}=106\times10^{-3}(\mathrm{m}^3)=106(\mathrm{l})$$

4.18 解： $z=\frac{RT}{\mu g}\ln\frac{P_0}{P}=1957(\mathrm{m})=1.96(\mathrm{km})$

4.19 解：根据 $n_0=n_0\mathrm{e}^{-\frac{mgz}{kT}}$，已知： $\frac{n}{n_0}=\frac{1}{2.718}=\frac{1}{e}$，则 $\frac{mgz}{kT}=1$

一个灰尘微粒的质量为

$$m=\frac{kT}{gz}=2.1\times10^{-22}(\mathrm{kg})$$

氮分子的质量为 μ/N_A，所以灰尘质量与氮分子质量之比为

$$\frac{m}{\mu/N_A}=\frac{mN_A}{\mu}=4.541$$

4.20 解：接通前各自状态方程为

$$P_{N_2}V_1=\frac{N_{N_2}}{N_A}RT\ ,\ P_{\mathrm{Ar}}V_1=\frac{M_{\mathrm{Ar}}}{\mu_{\mathrm{Ar}}}RT\ ,\ PV_2=\frac{M_0}{\mu_0}RT$$

因是等温过程，故接通后各自压强满足

$$P'_{N_2}(V_1+V_2)=P_{N_2}V_1\ ,\ P'_{\mathrm{Ar}}V_1=P_{\mathrm{Ar}}(V_1+V_2)\ ,\ P'(V_1+V_2)=PV_2$$

混合气体的压强为

$$\begin{aligned}P_{\text{总}}&=\sum P'=\frac{1}{V_1+V_2}(\frac{N_{N_2}}{N_A}RT+\frac{M_{\mathrm{Ar}}}{\mu_{\mathrm{Ar}}}RT+PV_2)\\&=\frac{1}{V_1+V_2}(N_{N_2}kT+\frac{M_{\mathrm{Ar}}}{\mu_{\mathrm{Ar}}}RT+PV_2)\end{aligned}$$

4.21 解：当容器以 v 运动时，气体的总动能为： $N(\frac{i}{2}kT_0+\frac{1}{2}mv^2)$

当停止运动后，气体的总动能为： $N\frac{i}{2}kT$

由于气体的总动能没有变化，则

$$N(\frac{i}{2}kT_0+\frac{1}{2}mv^2)=N\frac{i}{2}kT$$

（1）对于单原子分子，$i=3$，$\frac{3}{2}kT_0+\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT$

由于$\frac{3}{2}kT_0=\frac{1}{2}m\overline{v_0^2}$，$\frac{3}{2}kT=\frac{1}{2}m\overline{v'^2}$，故

$$\overline{v'^2}=\overline{v_0^2}+v^2 \qquad \text{即} \quad \overline{v'^2}-\overline{v_0^2}=v^2$$

（2）对于刚性双原子分子，$i=5$，$\frac{5}{2}kT_0+\frac{1}{2}mv^2=\frac{5}{2}kT$

$$\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}m\overline{v'^2}=\frac{5}{3}\times\frac{1}{2}m\overline{v_0^2}+\frac{1}{2}mv^2\Rightarrow\frac{5}{3}\overline{v'^2}=\frac{5}{3}\overline{v_0^2}+v^2$$

即 $$\overline{v'^2}-\overline{v_0^2}=\frac{3}{5}v^2$$

（3）不同的原因是两种情况下气体内能增量都是$N\frac{1}{2}mv^2$，根据能量按自由度均分定理，双原子分子的自由度数大于单原子分子，故双原子分子每个自由度分配的能量小于单原子分子，因此双原子分子的平动动能小于单原子分子，于是$\overline{v^2}$的增量也小。

4.22 解：一个氧分子由容器顶面落到底面是重力势能的改变量为

$$\Delta E_p=mgh$$

氧分子的平均平动能为

$$\bar{\varepsilon}_{平}=\frac{3}{2}kT$$

则 $$\frac{\Delta E_p}{\bar{\varepsilon}_{平}}=\frac{mgh}{\frac{3}{2}kT}=\frac{2\mu gh}{3RT}=9.22\times10^{-6}$$

4.23 解：$u_{H_2}=u_{N_2}=\frac{5}{2}RT=6232.5(\text{J})$

$$U_{H_2}=\frac{M}{\mu_{H_2}}u_{H_2}=\frac{M}{\mu_{H_2}}\cdot\frac{5}{2}RT=3116.25(\text{J})$$

$$U_{N_2}=\frac{M}{\mu_{N_2}}u_{N_2}=\frac{M}{\mu_{N_2}}\cdot\frac{5}{2}RT=222.59(\mathrm{J})$$

4.24 解：常温下的气体分子可看作刚性分子

水蒸气的内能为 $U_{H_2O}=\frac{M_{H_2O}}{\mu_{H_2O}}u_{H_2O}=\frac{3}{18}\cdot\frac{6}{2}RT=\frac{1}{2}RT$

H_2 的内能为 $U_{H_2}=\frac{M_{H_2}}{\mu_{H_2}}u_{H_2}=\frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}RT=\frac{15}{4}RT$

总的内能为 $U=U_{H_2O}+U_{H_2}=\frac{1}{2}RT+\frac{15}{4}RT=\frac{17}{4}RT$

$$c_V=\frac{1}{M}\cdot\frac{dQ_V}{dT}=\frac{1}{M}\cdot\frac{dU}{dT}=\frac{1}{M_{H_2O}+M_{H_2}}\cdot\frac{17}{4}R=5.9(\mathrm{J\cdot g^{-1}\cdot K^{-1}})$$

4.25 解：$C_{V,m}=\mu c_V=N_A m c_V$ ，又 $C_{V,m}=\frac{3}{2}R$

$$\therefore\quad m=\frac{C_{V,m}}{N_A c_V}=\frac{3R}{2N_A c_V}=\frac{3k}{2c_V}=6.6\times10^{-26}(\mathrm{kg})$$

$$\because\quad \mu=N_A m=39.7\times10^{-3}(\mathrm{kg/mol})=39.7(\mathrm{g/mol})$$

则 Ar 的原子量为 39.7。

4.26 解：水蒸气内能 $U_{H_2O}=\nu\cdot u_{H_2O}=\nu\cdot\frac{6}{2}RT$

分解为 H_2 和 O_2 的内能分别为

$$U_{H_2}=\nu\cdot u_{H_2}=\nu\cdot\frac{5}{2}RT$$

$$U_{O_2}=\frac{\nu}{2}\cdot u_{O_2}=\frac{\nu}{2}\cdot\frac{5}{2}RT$$

则 $$\frac{\Delta U}{U_{H_2O}}=\frac{U_{H_2}+U_{O_2}-U_{H_2O}}{U_{H_2O}}=\frac{\nu\cdot\frac{5}{2}RT+\frac{\nu}{2}\cdot\frac{5}{2}RT-\nu\cdot\frac{6}{2}RT}{\nu\cdot\frac{6}{2}RT}=\frac{1}{4}=25\%$$

4.27 解：由压强公式　　$P=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{平}$

由能量按自由度均分定理，分子的平均平动动能　　$\bar{\varepsilon}_{平}=\frac{3}{2}kT$

因此，　$P=\frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}_{平}=\frac{2}{3}n\cdot\frac{3}{2}kT=\frac{N}{V}kT$

则　　$V=\frac{NkT}{P}$

对 1mol 任意气体，$v=\frac{N_{\mathrm{A}}kT}{P}$，$N_{\mathrm{A}}$ 都相同，只要 P、T 相同，则 v 值都相同。

4.28*证明：设器壁垂直于 x 方向，气体的分子数密度为 n，则单位时间内通过单位面积的分子数有

$$\gamma=n\bar{v}_x^{(+)}$$

上标（+）表示只对 $v_x>0$ 的范围平均。由麦克斯韦速度分布律（按速度分量分布）

$$\frac{dN_x}{N}=f(v_x)dv_x=\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\mathrm{e}^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}dv_x$$

$$\bar{v}_x^{(+)}=\int_0^\infty v_x f(v_x)dv_x=\sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}\int_0^\infty v_x\mathrm{e}^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}dv_x=\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}=\frac{1}{4}\bar{v}$$

即：　　$\gamma=\frac{1}{4}n\bar{v}$

4.29 证明：单位时间内从单位面积小孔流出的气体分子数为 $\gamma=\frac{1}{4}n\bar{v}$，则单位时间内从面积为 S 的小孔流出的分子质量为

$$M=Sm\gamma=\frac{1}{4}Smn\bar{v}=\frac{1}{4}S\rho\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=\frac{1}{4}S\frac{\mu P}{RT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}=SP\sqrt{\frac{\mu}{2\pi RT}}$$

故　　$P=\frac{M}{S}\sqrt{\frac{2\pi RT}{\mu}}$

4.30 证明：设大气分子数密度为 n_0，容器开口后 t 时刻，已在容器内的分子数为 N，分

子数密度为 $n=\frac{N}{V}$ ，这时，经过 dt 时间，进入容器的分子数为 $\frac{1}{4}n_0\bar{v}Sdt$ ，从容器出来的分子数为 $\frac{1}{4}n\bar{v}Sdt$ ，因此

$$dN=\frac{1}{4}n_0\bar{v}Sdt-\frac{1}{4}n\bar{v}Sdt=\frac{1}{4}\bar{v}Sdt(n_0-n)$$

而 $$dn=\frac{dN}{V}=\frac{1}{4V}\bar{v}Sdt(n_0-n)$$

则 $$dt=\frac{4V}{\bar{v}S}\cdot\frac{dn}{n_0-n}=\frac{4V}{\bar{v}S}\cdot\frac{dP}{P_0-P}$$

积分： $$\int_0^{\tau}dt=\frac{4V}{\bar{v}S}\cdot\frac{dn}{n_0-n}=\int_0^{\frac{P_0}{2}}\frac{4V}{\bar{v}S}\cdot\frac{dP}{P_0-P}=-\frac{4V}{\bar{v}S}\int_0^{\frac{P_0}{2}}\frac{d(P_0-P)}{P_0-P}=-\frac{4V}{\bar{v}S}\ln\frac{1}{2}$$

则 $$\tau=\frac{4V}{\bar{v}S}\ln 2$$

第五章习题（P285）

5.1 解：由 $P = nkT$ ，可得

$$n = \frac{P}{kT} = 3.21\times10^{17}(\mathrm{m}^3)$$

分子平均自由程为

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = 7.78(\mathrm{m})$$

5.2 解：（1）根据 $\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$

$$P = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 \overline{\lambda}} = 5.21\times10^4(\mathrm{Pa})$$

（2）碰撞次数为

$$N = \frac{l}{\overline{\lambda}} = 3.8\times10^6(\text{次})$$

5.3 解：根据 $\overline{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 P}$

$$\overline{Z} = \sqrt{2}\pi d^2 n\overline{v} = \sqrt{2}\pi d^2\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot\frac{P}{kT}$$

（1）在等温过程中：$\overline{\lambda}\propto\frac{1}{P}$ ，$\overline{Z}\propto P$

（2）在等压过程中：$\overline{\lambda}\propto T$ ，$\overline{Z}\propto\frac{1}{\sqrt{T}}$

（3）在等体过程中：$\overline{\lambda}$ 不变，$\overline{Z}\propto\sqrt{T}$

5.4 解：根据 $\eta = \frac{1}{3}\rho\overline{v}\overline{\lambda} = \frac{1}{3}\cdot\frac{\mu P}{RT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\cdot\overline{\lambda}$

则 $\overline{\lambda} = \frac{3\eta}{P}\sqrt{\frac{\pi RT}{8\mu}} = 1.67\times10^{-7}(\mathrm{m})$

根据　$\bar{\lambda}=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2P}$

则　$d=(\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi\bar{\lambda}P})^{\frac{1}{2}}=3.02\times10^{-10}(\mathrm{m})$

5.5 证明：每个分子在单位时间内与其他分子碰撞的次数为 $\bar{Z}=\dfrac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$，设容器中共有 N 个分子，且每次碰撞只涉及两个分子，则单位时间内 N 个分子间共碰撞 $\dfrac{1}{2}N\bar{Z}=\dfrac{1}{2}N\dfrac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}$ 次，单位时间内容器中分子与单位面积器壁碰撞次数为 $\gamma=\dfrac{1}{4}n\bar{v}=\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{N}{V}\cdot\bar{v}$，单位时间与器壁碰撞总次数为 $\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{N}{V}\cdot\bar{v}A$，故

$$\frac{\frac{1}{2}N\frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}}}{\frac{1}{4}\cdot\frac{N}{V}\cdot\bar{v}A}=\frac{2V}{\bar{\lambda}A}$$

5.6 解：（1）根据 $\bar{\lambda}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}=\dfrac{V}{\sqrt{2}\pi d^2N}=\dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2P}$

等体加热时　$\bar{\lambda}_1=\bar{\lambda}_0$

等温膨胀时　$\bar{\lambda}_2:\bar{\lambda}_1=V_2:V_1=V_2:V_0=2$

故　$\bar{\lambda}_2=2\bar{\lambda}_0$

（2）根据 $\eta=\dfrac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}=\dfrac{1}{3}\cdot nm\sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d^2n}$

等体加热时　$\eta_1:\eta_0=\sqrt{T_1}:\sqrt{T_0}=\sqrt{2}$

等温膨胀时　$\eta_2:\eta_1=1$

故　$\eta_2=\sqrt{2}\eta_0$

（3）根据 $\kappa=\dfrac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}c_V=\eta c_V$，可知，$\kappa$ 与 η 的变化一样，故

$$\kappa_2=\sqrt{2}\kappa_0$$

（4）根据 $D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$

等体加热时　　$D_1:D_0=\sqrt{T_1}:\sqrt{T_0}=\sqrt{2}$

等温膨胀时　　$D_2:D_1=V_2:V_1=V_2:V_0=2$

故　　$D_2=2D_1=2\sqrt{2}D_0$

5.7 解：根据 $\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\cdot\frac{\bar{v}}{\bar{Z}}$，则每个分子在单位时间内与其他分子的碰撞次数为

$$\bar{Z}=\frac{\rho(\bar{v})^2}{3\eta}=\frac{mn}{3\eta}\cdot\frac{8kT}{\pi m}=\frac{8kT}{3\pi\eta}\cdot\frac{P}{kT}=\frac{8P}{3\pi\eta}$$

则单位体积内的分子在单位时间内相互碰撞的次数为

$$N=\frac{1}{2}n\bar{Z}=\frac{1}{2}\cdot\frac{P}{kT}\cdot\frac{8P}{3\pi\eta}=\frac{4P^2}{3\pi\eta kT}=3.5\times10^{34}(\mathrm{m^{-3}\cdot s^{-1}})$$

5.8 解：根据牛顿粘滞定律

$$f=\eta(\frac{du}{dz})_{z_0}\Delta S$$

则　　$f=\eta(\frac{du}{dr})_{r_0}\Delta S$，或　　$\frac{f}{\Delta S}=\eta(\frac{du}{dr})_{r_0}$

由于 $d=r_0-r_1<<r_1$，则 $\frac{du}{dr}\approx\frac{\Delta u}{\Delta r}=\frac{\Delta u}{d}$，故

$$\frac{f}{\Delta S}=\eta(\frac{du}{dr})_{r_0}=\eta\frac{\Delta u}{d}=\eta\frac{r\omega}{d}=\eta\frac{r\cdot2\pi n}{d}=2.12\times10^{-2}(\mathrm{Pa})$$

5.9 解：（1）根据 $\eta=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}=\frac{1}{3}\cdot\frac{\mu P}{RT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\cdot\frac{kT}{\sqrt{2}\sigma P}=\frac{2}{3}\cdot\frac{k}{\sigma}\sqrt{\frac{\mu T}{\pi R}}$，则

$$\frac{\sigma_{\mathrm{Ar}}}{\sigma_{\mathrm{He}}}=\frac{\eta_{\mathrm{He}}}{\eta_{\mathrm{Ar}}}\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{Ar}}}{\mu_{\mathrm{He}}}}=2.83$$

（2）根据 $\kappa=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}c_V=\eta c_V=\eta\frac{C_{V,m}}{\mu}$，则

$$\frac{\kappa_{\mathrm{Ar}}}{\kappa_{\mathrm{He}}}=\frac{\eta_{\mathrm{Ar}}\mu_{\mathrm{He}}}{\eta_{\mathrm{He}}\mu_{\mathrm{Ar}}}=0.112$$

（3）根据 $D=\frac{1}{3}\bar{v}\bar{\lambda}=\frac{\eta}{\rho}=\eta\frac{RT}{\mu P}$ ，则

$$\frac{D_{\mathrm{Ar}}}{D_{\mathrm{He}}}=\frac{\eta_{\mathrm{Ar}}\mu_{\mathrm{He}}}{\eta_{\mathrm{He}}\mu_{\mathrm{Ar}}}=0.112$$

5.10 解：根据 $\kappa=\frac{1}{3}\rho\bar{v}\bar{\lambda}c_V=\frac{2}{3}\cdot\frac{k}{\sigma}\sqrt{\frac{T}{\pi\mu R}}C_{V,m}$ ，κ 与 P 无关，但是 P 值减小到 $\bar{\lambda}$ 与容器的线度可相比时，则 κ 随 P 值的减小而减小，因此当 $\bar{\lambda}\geq l$ 时，压强为

$$P_m=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2\bar{\lambda}}=\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 l}=2.4(\mathrm{Pa})$$

5.11 解：（1）设筒长为 l，在 Δt 时间内，由内筒传向外筒的热量为

$$Q=-\kappa(\frac{dT}{dr})_{r_0}\Delta S\cdot\Delta t=-\kappa\cdot\frac{dT}{dr}\cdot 2\pi r l\cdot\Delta t$$

则 $$-dT=\frac{Qdr}{2\pi\kappa l\Delta t\cdot r}$$

$$\int_{T_1}^{T_2}-dT=\int_{r_1}^{r_2}\frac{Qdr}{2\pi\kappa l\Delta t\cdot r}$$

$$T_1-T_2=\frac{Q}{2\pi\kappa l\Delta t}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

由于 $Q=I^2(lR)\Delta t$ ，$T_1-T_2=t_1-t_2$ ，代入上式

$$\kappa=\frac{I^2R}{2\pi(t_1-t_2)}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

（2）带入数据：

$$\kappa=\frac{I^2R}{2\pi(t_1-t_2)}\ln\frac{r_2}{r_1}=2.37\times10^{-2}(\mathrm{J\cdot m^{-1}\cdot s^{-1}\cdot K^{-1}})$$

5.12 解：由于气体的粘滞性，圆盘之间的摩擦力将产生对于轴线的摩擦力矩，其中对应环带间的摩擦力为

$$df = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot dS = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot 2\pi \cdot r dr$$

产生的力矩为

$$dM = rdf = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot dS = \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot 2\pi \cdot r^2 dr$$

其中 $\frac{du}{dz} \approx \frac{\Delta u}{d} = \frac{\omega \cdot r}{d}$ ，则两盘间的摩擦力矩为

$$M = \int dM = \int_0^a \eta \cdot \frac{du}{dz} \cdot 2\pi \cdot r^2 dr = \frac{\pi \eta \omega}{2d} a^4$$

5.13 解：根据 $dQ = -\kappa \frac{dT}{dz} \cdot dS \cdot dt$ ，且 $\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta T}{\Delta z}$ ，则

$$\frac{dQ}{dSdt} = -\kappa \frac{dT}{dz} = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta z} = 2.79 \times 10^{-2} (\mathrm{J \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}})$$

5.14 解：根据 $dQ = -\kappa \frac{dT}{dz} \cdot dS \cdot dt$ ，由于 dQ 是常量，所以 $\frac{dT}{dz}$ 必是常量，且 $\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta T}{\Delta z}$ ，

故

$$\kappa_1 \frac{t_3 - t_1}{b_1} = \kappa_2 \frac{t_2 - t_3}{b_2}$$

因此

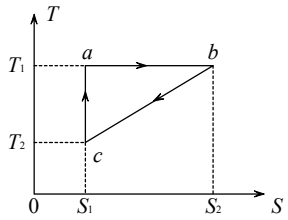
$$t_3 = \frac{\kappa_2 b_1 t_2 - \kappa_1 b_2 t_1}{\kappa_1 b_2 + \kappa_2 b_1}$$

填空题：

1、 一摩尔双原子分子理想气体，从温度为 300K，压强为 1atm 的初态出发，经绝热过程膨胀至原来体积的 2 倍，则气体所作的功为 1509 J ，内能的变化为 -1509 J 。

2、 有一摩尔多原子分子理想气体。开始时该气体处于温度为 27℃，压强为 760mmHg 的状态，现将其绝热压缩至原有体积的一半之状态，则该气体的终态压强为 2.52×760 mmHg = 1915.08 mmHg，终态温度为 378 K ，外界对系统作的功为 1944.54 J。

3、 如右图所示的循环过程 *abca*，完成一循环对外作的净功为 $\frac{1}{2}(T_1-T_2)(S_2-S_1)$ ，循环效率为 $\frac{1}{2}(1-\frac{T_2}{T_1})$。



4、 设空气温度为 0℃，且不随高度变化，则大气压强减为地面的 75%时的高度为 2296m（2.30km） 。

5、 当飞机起飞后，机舱中的压强计指示由 1.01×10^5 Pa 减为 8.08×10^4 Pa ，设空气温度为 27℃，不随高度变化，则飞机的高度为 1957m（1.96km） 。

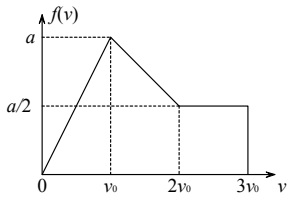
6、 设热源的绝对温度是冷源绝对温度的 n 倍，则在一个卡诺循环中，气体传给冷源的热量是其从热源得到热量的 $1/n$ 倍。

7、 某种气体分子在温度为 T_1 时的方均根速率等于温度为 T_2 时的平均速率，则 $\frac{T_2}{T_1}$ = 8/3π = 0.85 。

8、 $\frac{3}{2}kT$ 的物理意义是 理想气体分子的平均平动能 ，

$\frac{3}{2}RT$ 的物理意义是 一摩尔单原子分子气体具有的能量 。

9、 假设由 N 个粒子组成的某种理想气体，其分子速率分布曲线如图所示，则用 v_0 表示的 a 值为 $\frac{4}{7v_0}$ ，分子速率在 $0\sim v_0$ 之间的分子



数为 $\frac{2}{7}N$ ，分子的平均速率为 $\frac{16}{21}v_0$。

10、 若气体分子服从麦克斯韦速率分布律，如果气体的温度增为原来的两倍，与最概然速率 v_p 相应的速率分布函数 $f(v_p)$ 变为原来的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$。

11、 容器中贮有氧气，压强为 1atm，温度为 27°C，设氧气分子的平均有效直径为 2.9×10^{-10}m，则分子的平均速率为 445 m/s ，分子的平动动能为 6.21×10^{-21} J ，分子的平均碰撞频率为 4.06×10^{9} Hz ，气体的粘滞系数为 2.1×10^{-5} kg/ms ，热传导系数为 1.36×10^{-2} J/Kms 。

12、 已知氧在标准状态下的粘滞系数为 $19.2\times10^{-6}\,\mathrm{Nsm^{-2}}$ ，则氧分子的平均自由程为 9.49×10^{-8} m ，分子的有效直径为 2.97×10^{-10} m 。

13、 有一台不可逆热机，高温热源温度为 400K，低温热源温度为 300K，一循环中在低温热源放出热量为 6kJ。若经过一循环后，包括二热源和系统在内，熵一共增加了 1 $J\cdot K^{-1}$。那么，这台热机每一循环从高温热源吸取热量 Q_1 = 7600 J （或 7.6 kJ）；这台热机的效率 η = 21.05% 。

14、 1mol 双原子分子理想气体由 300K 经可逆定压过程从 $0.02m^3$ 膨胀到 $0.04m^3$，则气体的熵变为 20.16 J/K 。

15、 一温度为 400K 的热库在与另一温度为 300K 的热库短时间的接触中传递给它 1cal 的热量，两热库构成的系统的熵改变了 3.5×10^{-3} J/K (8.33×10^{-4} cal/K) 。

16、 冬季房间热量的流失率为 2.5×10^{4}kcal/h，室温 21°C，外界温度-5°C，此过程的熵增加率为 9.58 J/Ks （或 2.29 cal/Ks，34.5 kJ/Kh，8.25 kcal/Kh） 。

计算题

1、 1 摩尔的氦气，初温是 27°C，初体积是 20 升，首先氦气作定压膨胀直到体积增加一倍，然后作绝热膨胀，直到温度回复到原值。

① 在 *P-V* 图上画出过程曲线图；（ $V_3=113$升 ，$P_1=2.49\times10^2\,\mathrm{Pa}$ ，$P_3=0.44\times10^2\,\mathrm{Pa}$ ）

② 在过程中总共需要供给多少热量？（ $Q=1.24\times10^4\,\mathrm{J}$ ）

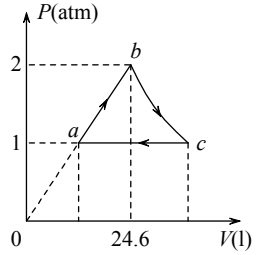
③ 氦的内能总变化是多少？（ $\Delta U=0$ ）

④ 最终的体积是多大？（ $V_3=113$升 ）

2、 1 摩尔理想气体氦作如图所示的循环，其中 bc 过程为绝热过程。求：

（1）系统在一个循环过程中对外作的总功是多少？（ $A=1145(\mathrm{J})$ ）

（2）此循环的效率。（ $\eta=15.3\%$ ）



解：(1) *bc* 过程为绝热过程，

$$\gamma=\frac{C_{p,m}}{C_{V,m}}=\frac{5}{3}\ ,\ P_bV_b^{\gamma}=P_cV_c^{\gamma}\ \Rightarrow\ V_c=\left(\frac{P_b}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}}V_b=37.3(\text{升})$$

ab 过程为 *n* = -1 的多方过程，$\frac{P_a}{V_a}=\frac{P_b}{V_b}$　　$V_a=\frac{P_a}{P_b}V_b=12.3(\text{升})$

$$C_m=\frac{n-\gamma}{n-1}C_{v,m}=\frac{-1-\frac{5}{3}}{-1-1}\cdot\frac{3}{2}R=2R$$

$$Q_{ab}=\nu C_m(T_b-T_a)=2R\frac{(P_bV_b-P_aV_a)}{R}=7476(\mathrm{J})$$

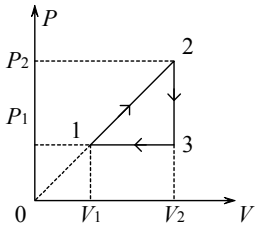
ca 过程为等压过程，$Q_{ca}=\nu C_{p,m}(T_a-T_c)=\frac{C_{p,m}}{R}(P_aV_a-P_cV_c)=-6331.(\mathrm{J})$

$$A=Q_{ab}+Q_{bc}+Q_{ca}=1145(\mathrm{J})$$

(2) $Q_1=Q_{ab}$　　$Q_2=|Q_{ca}|$

循环 *abca* 的效率：$\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{A}{Q_1}=15.3\%$

3、 1 摩尔单原子理想气体从状态 1 到状态 2 ,经状态 3 又回到状态 1，如图所示。求：



① 在状态 1→状态 2 的过程中，压强 P、温度 T 随体积 V

的变化规律；($P=\frac{P_2-P_1}{V_2-V_1}V=\frac{P_1}{V_1}V=\frac{P_2}{V_2}V$)

② 此循环过程的效率。($\eta=\frac{7P_2V_2+P_1V_2-9P_1V_1}{4(P_2V_2-P_2V_2)}$)

4、 一卡诺机在温度为 T_H 和 T_C 的两热源之间运转，某发明家打算提高效率，想用一个热机在 T_H 和某一中间热源温度 T' 之间运转，第二个热机在 T' 和 T_C 间运转，使用的热量由第一个热机排出。计算此复合热机的效率，并与原热机比较。($\eta=1-\frac{T_C}{T_H}$ ，与原热机一样)

5、 有一理想气体，在 P - V 图上其等温线的斜率与绝热线的斜率之比约为 n = 0.714。开始时该气体处于温度 17°C，压强 760mmHg 的状态，现将其绝热压缩至原有体积的一半。试求该气体的最后压强和温度 ($2^{1.4}$ = 2.64)。(P=2005.7mmHg，T=382.7K=109.7°C)

6、 在标准状态下，1mol 单原子理想气体先经过一绝热过程再经过一等温过程，最后压强和体积均增为原来的两倍，求整个过程中系统吸收的热量。如果先经等温过程再经绝热过程，结果又如何？

解：(1)先绝热压缩再等温膨胀，$\gamma=\frac{5}{3}$ ，T_0=273K。设初态为 P_0，V_0，T_0，则终态为 $2P_0$，$2V_0$，$4T_0$。设中间状态为 P_1，V_1，$4T_0$，则有

$$T_0V_0^{\gamma-1}=4T_0V_1^{\gamma-1}\Rightarrow V_1=(\frac{1}{4})^{\frac{1}{\gamma-1}}V_0=2^{-3}V_0$$

绝热过程不吸热，等温过程吸热等于对外做功，则有

$$Q=A=2P_0\cdot 2V_0\ln\frac{2V_0}{V_1}=4P_0V_0\cdot 4\ln 2=16\ln 2\cdot RT_0$$

$$=16\times 8.31\times 273\ln 2=25159.9(\mathrm{J})=2.52\times 10^4(\mathrm{J})$$

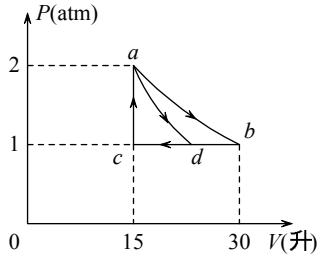
(2)先等温膨胀再绝热压缩，设初态为 P_0，V_0，T_0，则终态为 $2P_0$，$2V_0$，$4T_0$。设中间状态为 P_2，V_2，T_0，则有

$$T_0V_2^{\gamma-1}=4T_0(2V_0)^{\gamma-1}\Rightarrow V_2=2\times4^{\frac{1}{\gamma-1}}V_0=2\times2^3V_0=2^4V_0$$

绝热过程不吸热，等温过程吸热等于对外做功，则有

$$Q'=A'=P_0V_0\ln\frac{V_2}{V_0}=P_0V_0\cdot4\ln2=4RT_0\ln2$$
$$=4\times8.31\times273\ln2=6290.0(\text{J})=6.29\times10^3(\text{J})$$

7、 如图所示为 1 摩尔单原子理想气体所经历的循环，



其中 *ab* 为等温线，*ad* 为绝热线。已知：V_a = 15 升，V_b = 30 升，P_a = 2atm，求：

（1）*d* 状态的体积 V_d；（ $V_d=22.7$(升) ）

（2）*ab* 过程系统对外作的功；（ $A_{ab}=2106.5(\text{J})$ ）

（3）*ab* 过程系统的熵变；

（ $\Delta S_{ab}=5.76(\text{J/K})$ ）

（4）循环 *abc* 的效率。（ $\eta=13.38\%$ ）

解：(1) $\gamma=\dfrac{C_{p,m}}{C_{V,m}}=\dfrac{5}{3}\Rightarrow P_aV_a^{\gamma}=P_dV_d^{\gamma}\Rightarrow V_d=\left(\dfrac{P_a}{P_d}\right)^{\frac{1}{\gamma}}V_a=22.7$(升)

(2) *ab* 过程为等温过程，$A_{ab}=P_aV_a\ln\dfrac{V_b}{V_a}=2106.5(\text{J})$

(3) *ab* 过程为等温过程，系统的熵变为

$$\Delta S_{ab}=\int\frac{dQ}{T}=\int_a^b\frac{PdV}{T}=\nu R\int_a^b\frac{dV}{V}=\nu R\ln\frac{V_b}{V_a}=5.76(\text{J/K})$$

(4) $Q_{ab}=A_{ab}=2106.5(\text{J})$

$$Q_{bc}=\nu C_{p,m}(T_c-T_b)=\frac{C_{p,m}}{R}(P_cV_a-P_bV_b)=-3798.75(\text{J})$$

$$Q_{ca}=\nu C_{v,m}(T_a-T_c)=\frac{C_{v,m}}{R}(P_aV_a-P_cV_a)=2279.25(\text{J})$$

$$Q_1=Q_{ab}+Q_{ca}\qquad Q_2=|Q_{bc}|$$

循环 *abca* 的效率：$\eta=1-\dfrac{Q_2}{Q_1}=13.38\%$

8、 室温下一定理想气体氧体积为 8.0L，压强为 1.0atm，经过一多方过程后体积变为 4.1L，压强变为 0.5atm。试求：(1)多方指数 n；(n = -1.0369) (2)内能的变化；($\Delta U=-602.7(\mathrm{J})$) (3)吸收的热量；($Q=-1802.7(\mathrm{J})$) (4)氧膨胀对外界所作的功。($A=-1200(\mathrm{J})$ 此过程应为氧压缩)

9、 有一台不可逆热机，高温热源温度为 400K，低温热源温度为 300K，一循环中在低温热源放出热量为 6kJ。若经过一循环后，包括二热源和系统在内，熵一共增加了 1 $\mathrm{J\cdot K^{-1}}$。试求，这台热机每一循环从高温热源吸收的热量 Q_1 及热机的效率 η。($Q_1=7.6(\mathrm{kJ})$，$\eta=21.05\%$)

10、 有一台实际致冷机工作于两个恒温热源之间，热源温度分别为 T_1 = 400K 和 T_2 = 200K，设工质在每一循环中从低温热源吸收热量为 200cal，向高温热源放热 600cal，试求：(1) 每一循环中，外界对致冷机作了多少功？(A=400cal) (2) 该致冷机的致冷系数是多少？($\varepsilon=0.5$) (3) 每一循环中热源和工质的总熵变为多少？($\Delta S=0.5(\mathrm{cal/K})=2.09(\mathrm{J/K})$) (4) 假定上述致冷机为可逆机，那么每一循环中热源和工质的总熵变为多少？($\Delta S=0$) 致冷系数为多少？($\varepsilon=1$)

11、 在 T - S 图（温熵图）中画出可逆卡诺正循环的图线并求其热机效率。(略)

12、 处在平衡态下的气体分子热运动的速率分布是麦克斯韦速率分布 $f(v)$，现令 $u=\dfrac{v}{v_p}$，v_p 是麦克斯韦速率分布律的最概然速率。求气体分子按 u 的分布律 $f(u)$和最概然值 u_p。(略)

13、 处在平衡态下的气体分子热运动的速率分布是麦克斯韦速率分布 $f(v)$，分子的平动动能 $\varepsilon=\dfrac{1}{2}mv^2$，求气体分子按 ε 的分布律 $f(\varepsilon)$，以及分子的平均平动能 $\bar{\varepsilon}_{平}$ 和最概然值 ε_p。

解：麦克斯韦速率分布律为：

$$\frac{dN}{N}=f(v)dv=4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{mv^2}{2kT}}v^2dv$$

由分布率定义：

$$f(\varepsilon)=\frac{dN}{Nd\varepsilon}\qquad \text{或}\quad f(\varepsilon)d\varepsilon=f(v)dv$$

因为：$\varepsilon=\frac{1}{2}mv^2$，$d\varepsilon=mvdv$，$dv=\sqrt{\frac{2\varepsilon}{m}}$，代入得：

$$f(\varepsilon)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2}e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}\sqrt{\varepsilon}$$

由于气体分子的无规则运动并未改变，因此：

$$\bar{\varepsilon}_{平}=\frac{3}{2}kT$$

当 $f'(\varepsilon)=0$ 时有极大值，可解得：$\varepsilon_p=\frac{1}{2}kT$

14、导体中的自由电子的运动可看作类似气体分子的运动（故称电子气）。设导体中共有 N 个自由电子，其中电子的最大速率为 v_F（称为费米速率），与 v_F 对应的能量为 ε_F（称为费米能量），电子速率在 $v\sim v+dv$ 之间的概率为：

$$\frac{dN}{N}=\begin{cases}4\pi Av^2dv & (v_F\geq v\geq 0,\ A\text{为常数})\\ 0 & (v>v_F)\end{cases}$$

① 用 N、v_F 定出常数 A；

② 求出自由电子的平均速率 $\bar{v}$；

③ 求出电子气中电子的平均平动能 $\bar{\varepsilon}$；

④ 求出电子气中电子的最概然动能 ε_p。

解：(1) 由归一化条件：$\int_0^\infty f(v)dv=1\quad\Rightarrow\int_0^{v_F}4\pi Av^2dv=1\Rightarrow A=\frac{3}{4\pi\cdot v_F^3}$

则 $$f(v)=\frac{3}{v_F^3}v^2$$

(2) $\bar{v}=\int_0^{\infty} vf(v)dv=\int_0^{v_F}\frac{3}{v_F^3}v^3dv=\frac{3}{4}v_F$

(3) $\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}$

$\overline{v^2}=\int_0^{\infty}v^2f(v)dv=\int_0^{v_F}\frac{3}{v_F^3}v^4dv=\frac{3}{5}v_F^2$

$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{10}mv_F^2=\frac{3}{5}\varepsilon_F$

(4) $v_p=v_F\Rightarrow\varepsilon_p=\frac{1}{2}mv_F^2=\varepsilon_F$

15、设由 N 个气体分子组成的热力学系统，其速率分布函数为：

$$f(v)=\begin{cases}-k(v-v_0)v & (0\le v\le v_0)\\ 0 & (v>v_0)\end{cases}$$

试求：

① 分布函数中的常数 k；

② 最概然速率 v_p；

③ 平均速率 $\bar{v}$；

④ 方均根速率 $\sqrt{\overline{v^2}}$；

⑤ 速率在 $0\sim0.3v_0$ 间的分子数 ΔN。

解：(1) 由归一化条件：$\int_0^{\infty}f(v)dv=1\Rightarrow\int_0^{v_0}-k(v-v_0)vdv=1\Rightarrow k=\frac{6}{v_0^3}$

则 $f(v)=-\frac{6}{v_0^3}(v-v_0)v$

(2) 由 $f'(v)=0\Rightarrow v_p=\frac{v_0}{2}$

(3) $\bar{v}=\int_0^{\infty}vf(v)dv=\int_0^{v_0}-\frac{6}{v_0^3}(v-v_0)v^2dv=\frac{1}{2}v_0$

(4) $\overline{v^2}=\int_0^{\infty}v^2f(v)dv$

$=\int_0^{v_0}-\frac{6}{v_0^3}(v-v_0)v^3dv=\int_0^{v_0}(-\frac{6}{v_0^3}v^4+\frac{6}{v_0^2}v^3)dv=-\frac{6}{5v_0^3}v_0^5+\frac{6}{4v_0^2}v_0^4=\frac{6}{20}v_0^2$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \frac{\sqrt{30}}{10} v_0 = 0.548 v_0$$

(5) $$\Delta N = \int_0^{0.3v_0} Nf(v)dv = N\int_0^{0.3v_0} -\frac{6}{v_0^3}(v - v_0)vdv = 0.216N$$

16、一容积为 1000cm^3 的容器内装有氩气，其压强为 $3.0\times10^5\text{Pa}$，温度为 27°C，氩原子的摩尔质量为 $40\times10^{-3}\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$。求：

① 容器内有多少氩原子？

② 气体的内能是多大？

③ 这些氩原子的最概然速率多大？

④ 1 秒内有多少氩原子和器壁上 $1.0\times10^{-3}\text{cm}^2$ 的面积相碰？

解：(1) 由理想气体状态方程 $P = nkT = \frac{N}{V}kT$，解得

$$N = \frac{PV}{kT} = 7.25\times10^{22}\text{(个)}$$

(2) $$U = \frac{N}{N_A}\cdot\frac{3}{2}RT = 450.4\text{(J)}$$

(3) $$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = 353\text{(m/s)}$$

(4) $$N = \gamma S = \frac{1}{4}n\bar{v}S = \frac{1}{4}\cdot\frac{P}{kT}\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\cdot S = 7.21\times10^{24}\text{(次)}$$