光　学

章志鸣　沈元华　陈惠芬　编著

高等教育出版社

编著者的话

我们有感于当今的科学技术是如此迅猛地发展，50年代曾经独占世界科技先进领域的半导体科研与工业，经过数十年的演变，从80年代末期到当今时代已经被飞猛成长的激光及其技术，并与半导体微电子学相结合而形成的光电子学技术一起挤入到历史发展的舞台上，可以预见下一世纪将是微光电子学的世界. 应该起到先导作用的教学事业及其工作者，必需为此而作好培育人才的准备. 为此我们深感有责任和义务编写一本迎合这种发展形势的光学教材. 对于这一本教材，我们认为不应该只适用于物理类的专业，还希望也适用于电子工程学、材料科学以及化学、生物学等专业.

这本教材是作为两年制普通物理学课程中的光学部分，所编排的内容适合于一学期的课时，后继于电磁学. 在本教材中，为了介绍有关激光及光电子学中的一些内容，就不可避免地要涉及到原子、分子、以及固体理论中的一些微观结构的概念，例如能级、能带、导带、禁带、跃迁等等. 我们认为能够及早正确但定性地介绍给学生这些十分重要的概念是有益的. 科学的进展并不就范于人们对学科的分类之中，所以我们不必在知识的获得过程中把自己限制在人为的学科界限之内.

在多年的光学课程教学的实践中我们还意识到：作为普通物理的一个组成部分的光学课程，其内容并不注重于介绍光在运动过程中的能量和动量守恒这一重要的基本物理概念，因而与其前期所讲授的力学、热学、电磁学以及后继的原子物理学等课程中的物理思想未能保持密切的连贯，在普通物理的其它课程中却都是十分强调能量及动量守恒这一原则的重要性的. 在光学课程中对这一原则的贯彻始终不能得到体现的原因，是过去的光学课程往往只讨论光在传播过程中的问题，而不涉及光与其它物质之间的相互作用的问题. 光在传播过程中，其能量和动量总是守恒的，所以这一重要的原则实际上是隐含着的. 但是忽视在光学中对这一基本概念仍然具有其重要性的阐明是不可取的. 在本教材中，由于增加了有关光与物质相互作用的内容，所以原来在教学中的一些不足就很自然地获得了弥补. 当然这仅仅是我们的一种教学尝试，考虑得不够周到之处也必然是存在的，我们愿意在教学实践中不断地改进，我们也热诚地希望同行们能对这本教材在内容的选择及编排上提出宝贵的意见.

在编写这本教材的过程中，我们自始至终得到我系领导的支持，不断地获得同事们的有益讨论、指正和帮助，在此表示我们的真挚感谢. 此书的顺利出版获得了高等教育出版社的大力的支持，特别是该社曹建庭先生不懈的促进和大力协助，在此也表示我们的感谢并致以敬意. 本书中原图的绘制及初稿的打印、编辑等等的工作都是我室邢中青同志辛勤劳动的结果，我们也借此机会向她致以感谢.

编 著 者

1994年于上海复旦大学激光物理研究室

常用常量表

名　称	符　号	数　值
光速	c	$2.99792458\times10^{8}\mathrm{m/s}$
真空介电常量	ε_0	$8.854187817\times10^{-12}\mathrm{F/m}$
真空磁导率	μ_0	$4\pi\times10^{-7}\mathrm{H/m}$
普朗克常量	h	$6.6260755\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$
		$4.1356676\times10^{-15}\mathrm{eV\cdot s}$
	$h/2\pi$	$1.05457266\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$
		$6.5821220\times10^{-16}\mathrm{eV\cdot s}$
电子电荷	e	$1.60217733\times10^{-19}\mathrm{C}$
电子质量	m	$9.109389\times10^{-31}\mathrm{kg}$
玻耳兹曼常量	k	$1.380658\times10^{-23}\mathrm{J/K}$

常量换算表

能量 E (J)：

$1\mathrm{eV}\Leftrightarrow8{,}065.4\mathrm{cm}^{-1}\Leftrightarrow1.23985\mu\mathrm{m}\Leftrightarrow23.063\mathrm{kcal/mol}$

波长 λ (nm)：

$10{,}000\text{Å}=1.0\mu\mathrm{m}=1000\mathrm{nm}\Leftrightarrow10^{4}\mathrm{cm}^{-1}\Leftrightarrow1.239\mathrm{eV}$

(京)112号

封面说明

本书封面是一幅用计算机绘制的黑白二元立体图象，将此图片放在眼前方 25cm 处，放松眼神，就会看到一具石膏头象凸出在纸面之外，立体感十分明显. 此图由复旦大学激光物理研究室绘制.

光　学
章志鸣　沈元华　陈惠芬　编著

*

高等教育出版社出版
新华书店总店北京发行所发行
化学工业出版社印刷厂印装

*

开本　787×1092　1/16　印张 17.25　字数 430 000
1995 年 5 月第 1 版　1995 年 5 月第 1 次印刷
印数 001—1 422
ISBN 7-04-005178-8/O・1397
定价 9.75 元

目　录

第一章　绪论

§1.1　光学是一门重要的学科 …… 1
§1.2　我国古代的成就 …… 2
§1.3　20世纪前的学科发展简史 …… 3
§1.4　20世纪若干重大进展摘要 …… 4
§1.5　光是电磁波中的一部分 …… 7
§1.6　光子与电子之间的相似性 …… 8
习题与思考题 …… 9

第二章　光波的数学表述及叠加原理

§2.1　光波及其数学表述，单色平面波 …… 11
§2.2　球面波及高斯波 …… 14
§2.3　光在均匀介质中的传播，折射率与光程 …… 17
§2.4　光波的能量和动量 …… 18
§2.5　光波的叠加及叠加原理 …… 19
§2.6　振动方向相互垂直的光波的叠加，椭圆偏振光 …… 24
§2.7　不同频率的光波的叠加 …… 26
习题与思考题 …… 29

第三章　几何光学

§3.1　几何光学的基本概念 …… 30
§3.2　光在单球面上的近轴成象 …… 32
§3.3　薄透镜成象及其作图法 …… 37
§3.4　共轴球面系统成象 …… 40
§3.5　光学转换矩阵 …… 44
§3.6　几何光学仪器 …… 51
§3.7　棱镜和光纤 …… 55
习题与思考题 …… 59

第四章　光的衍射与干涉

§4.1　菲涅耳衍射，波带板 …… 62
§4.2　夫琅禾费衍射，光学仪器的分辨本领 …… 66
§4.3　单缝衍射、双缝衍射与光栅 …… 71
§4.4　光场的时空相干性 …… 77
§4.5　干涉仪及其应用 …… 85
习题与思考题 …… 95

第五章　菲涅耳公式与薄膜光学

5.1　从光的电磁理论导出菲涅耳公式 …… 100
§5.2　菲涅耳公式的讨论 …… 102
§5.3　薄膜光学的基本概念 …… 109
§5.4　几种典型的光学薄膜 …… 114

§5.5 多层膜X光光学的进展 …… 123
习题与思考题 …… 126
第六章 光学信息处理与全息照相
§6.1 光学图象的傅里叶频谱分析 …… 129
§6.2 光学图象处理 …… 134
§6.3 全息照相 …… 137
习题与思考题 …… 142
第七章 光在各向异性介质中的传播
§7.1 双折射、各向异性介质中的波面 …… 144
§7.2 偏振器件 …… 149
§7.3 偏光分析与椭偏仪 …… 153
§7.4 偏光干涉及其应用 …… 157
§7.5 旋光 …… 159
习题与思考题 …… 161
第八章 光源与激光
§8.1 物体的发光机制概述 …… 165
§8.2 若干典型光源的特性 …… 169
§8.3 黑体辐射表达式的物理意义与受激辐射 …… 176
§8.4 激光原理简要 …… 180
§8.5 若干常用激光器及其特性 …… 185
§8.6 激光光束的特性与传播 …… 190
§8.7 激光技术的应用 …… 194
习题与思考题 …… 200
第九章 介质的色散及非线性光学概要
§9.1 光与物质的相互作用和电偶极子的振荡 …… 203
§9.2 金属材料中的自由电子振荡 …… 204
§9.3 光在介质材料中的色散 …… 205
§9.4 光散射 …… 207
§9.5 光学中的非线性现象 …… 209
§9.6 介质的非线性光学响应 …… 210
§9.7 光波在非线性介质中的传播 …… 213
§9.8 二阶光学非线性现象 …… 215
§9.9 三阶非线性效应 …… 220
习题与思考题 …… 223
第十章 光电子学器件原理
§10.1 光电探测器 …… 224
§10.2 光调制器、光开关及光扫描器 …… 233
§10.3 光学双稳态及其应用 …… 240
习题与思考题 …… 243

附录　若干近代光学进展的阅读资料

附录一　单个光子是否会产生干涉…… 246

附录二　原子光学及原子干涉…… 248

附录三　光子扫描隧道显微镜…… 250

附录四　天文望远镜的进展——激光灯标天文望远镜及
哈勃(HUBBLE)天文望远镜 …… 253

附录五　光速的测定及长度单位“米”的新定义…… 258

附录六　激光唱片放音机中的光学系统及光学存储器…… 262

索引…… 265

第一章 绪 论

本章提要：指明“光学”的内容和它在学术上、应用上的重要性.扼要介绍光学学科的发展简史，包括我国古代在光学方面的贡献以及人类对于光的本性认识的深化过程，特别是20世纪以来光学所取得的巨大成就.指明“光”是一种频率极高的电磁波，具有一定的能量和动量；但是，它还具有一般的无线电电磁波所不具有的特殊性，例如它的产生和检测，以及与其它物质相互作用等过程中所显现出粒子性的特征.这类特殊性构成了对“光学”作为一门独立学科进行深入研究的兴趣和必要性.近年来由于激光的出现，光学呈现出蓬勃发展的崭新局面，对物理学和其他基本学科及整个国民经济产生了巨大的影响，因而使光学成为一门极为重要的学科.

§1.1 光学是一门重要的学科

光学是物理学中的一门重要的分支学科，它具有渊远的历史和丰富的积累，并正在继续迅速发展.人类认识世界是从感性到理性，而感性认识是客观世界通过眼、耳、鼻、舌、身这五个感官反映到人的头脑中形成的.位于这五官之首的是眼，据统计，人们的信息有90%是通过视觉来获取的，而视觉的产生必需借助于发自物体的光.因此，人类对于光的研究开始得很早.从原始时代起，人们就注意观察自然界中各种变幻无常的光学现象，并不断地总结蕴藏在其中的物理规律.随着生产力的发展和科学技术的进步，光学科学与技术也获得相应的进展，人们创造出了许多巧妙的光学仪器和光学工具，扩大了自己的视野并实现了比较精确的定量计量.今天，光学学科在应用技术方面的发展已成为一个国家国民经济建设和军事国防建设中的重要环节，成为衡量这个国家先进程度的主要指标之一.有些科学家还预言，21世纪的科学技术将以“光电子学”或称“光子学”为主要支柱，可见光学学科在今后发展中所占有的重要地位.

从历史的发展过程可以看到，光学的进展是与物理学其他分支学科的进展相互交织在一起并相互促进的，这在近代的物理学发展中更是如此.在本世纪初的一场从经典物理学发展到现代物理学的重大变革中，光学现象及其规律的研究起了关键性的作用.例如关于黑体辐射能量的光谱分布、关于光电效应、关于光的干涉现象中的光强分布可采用概率观点来分析等等，都是通过对一些基础的光学现象作深入而精辟的分析，发现其与一些当时公认的物理学原理不相容，从而导致了物理概念上的巨大突破.产生这种现象的原因之一，正在于当时人们对于光的物理本性的认识不够全面和完善.当然，到目前为止，我们仍然不能认为对于光的本性的认识已经达到了臻尽彻底的境地.在本世纪60年代初，取得了激光这一划时代的成就以后，人们观察到众多前所未能观察到的崭新的光学现象与过程，其中尤以激光与物质的相互作用等过程最为突出并引人瞩目.由于激光本身发展的需要以及它在其他学科中应用的进一步开拓，必然会促使人们要求进一步深化对光的本性的认识.这方面的研究属于所谓“量子光学”的范畴，虽然它属于基础性的理论研究，却是光学学科发展的主导方向而备受人们的重视.

随着人们对光学现象本质的认识不断深化，光学学科的研究成果在工业、军事及其他高技

术方面的应用也不断发展.除了经典的光学仪器例如望远镜、显微镜、光谱仪、干涉仪等在国民经济中的应用越来越广泛以外,光学技术,特别是激光技术的应用近年来有极大发展.最为人们熟知的就是利用光波作为信息载体的光纤通信.由于光波频率远比无线电波(包括长波直到微波)高,因而可以载容更多的电视、电话通道;而光纤材料(主要是二氧化硅)在地球上的含量又远比电缆(主要是铜)多,因而不必担心资源的枯竭.光纤通信已在我国部分地区正式投入运行.利用激光的高能量可以使氘核产生聚变,这是通过受控核聚变以获得新能源的一个很有希望的方法,目前世界上只有少数几个先进国家在进行这一研究工作,我国就是其中之一.利用激光优良的方向性,可以在造船工业、建筑工业上进行准直和丈量;在军事上则可以进行测距和制导.由于激光可以拥有极强的电磁场,物质的光学非线性现象就会十分容易地显现,这些非线性现象有极为重要的应用,例如利用所谓光学双稳现象,可以制作光的开关,这类光开关的启动功率极微而启动时间极短,因而可以在光计算机中作为主要的组件,而光计算机则是目前十分引人注意的发展方向,因为以光作为信号进行运转可以使计算机的耗能更低、速度更快并减少交叉干扰.此外,利用光波频率稳定的特性,可以把光的频率作为时间的计量基准,从而可以把长度计量及时间计量这两个以前是独立的计量基准统一在一个基本的物理常量上,也就是统一在真空中的光速 c 上(公认光速具有无误差的准确值为 299,792,458m/s).由于原子发光的频率只与原子所处的能态有关,因而对光波频率的测量可以达到极高的精度而且容易重演,所以在 1983 年已为国际度量衡委员会所确认.

总之,光学不仅作为基础性的学科而有其本身的学术性,而且它还具有极强的应用性;它的进展和成就已经和必将在科学进步和国民经济的发展中发挥越来越大的作用.

§1.2 我国古代的成就

我国古代对于光学现象的观察和总结有十分辉煌的成就,较为系统的论著可见北宋时代(1033—1097A.D.)我国科学家沈括的名著《梦溪笔谈》.当代英国科学家李约瑟(Joseph Needham,生于 1900 年)在他所编著的《中国的科学与文化》这部考证巨著中,也详尽地介绍了我国古代在光学方面的成就,并指出有些成果比西方国家所记载的早数百年之多.

《梦溪笔谈》中记载了战国时代(770—221B.C.)的哲学家墨翟所著的《墨经》中,有关于"针孔成象"现象的叙述.墨翟记载了他所观察到的一个有趣的光学现象:如果有一只野雁自东向西飞越他的茅屋上空,则通过茅屋顶上的漏光小孔,可以在较暗的屋内地面上看到这野雁的影象(图 1-1),并且这影象的运动是自西向东移动.墨翟的描述中实际上还内含着对光的直线性传播这一表观事实的认识.可以看到在 2500 多年前的我国古代学者是何等仔细地观察了这些光学现象,并经过分析而获得了正确的基本光学原理,这确是值得骄傲的辉煌成就.

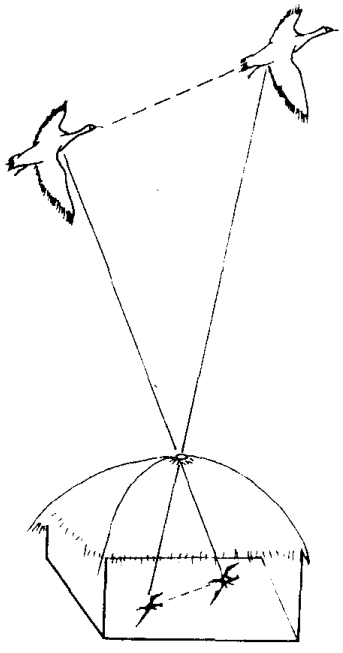

图 1-1 "茅屋雁影"示意图

与墨翟同时代的另一哲学家淮南子成功地发明了用以取火的器皿"阳燧",这在沈括著作

的第 44 节中有详细的介绍. 阳燧的表面呈微凹，当它在适当的距离下，面向某一物体时，就会产生该物体的倒象；当它面向太阳时，则由于使太阳光汇聚成一个小点而可以取火. 所以，“阳燧”实际上是古代的一块凹面反射镜，阳光汇聚的那一小点，就是这反射镜的焦点. 关于我国古代反射镜的成就，在沈括著作的第 327 节中还有进一步的描述. 他指出我国在 11 世纪时已经十分熟练于铜镜的铸造工艺和技巧，发现了大面积的铜镜在浇铸后的冷却过程中呈微凹面，而小面积的铜镜则在冷却后镜面呈微凸面. 凸面镜会形成缩小的象而凹面镜则会形成放大的象. 为了适合古代仕女们的妆饰需要，古代匠人可以铸造不同尺寸和适当凸度的镜子，以迎合使用方便以及成象合适的需要. 从这一记载中可以看到，我国古代对于反射镜的成象性能已有了较深入的了解，并且已经初步掌握了其中内蕴的光学规律.

除了上述在光学原理和成象技术方面所获得的令人信服的卓越成就以外，其它成就如日、月食的起因和预报等等，也都是十分重要的贡献. 这些都是在我国古代书籍中有详细记载而为国际所公认的. 但是由于我国历代封建王朝的数千年统治，把科学与幻术混为一谈，认科学为邪术，从而抑制了它的持续发展，所以虽然我国在古代已经对若干光学现象作出了合乎逻辑的正确解释，却未能形成系统的研究，以至近代反而远远落后于西方世界.

§1.3 20 世纪前的学科发展简史

根据记载，古希腊时代的哲学家在公元前 300 年也已经认识到光的直线传播特性. 但是，光学学科的形成及其系统化的建立，则是从 17 世纪以后的年代才开始的. 在这一时期中创立了关于认识光的本性的学说，其中以光的微粒说和光的波动说这两种学说最为重要，而它们之间的相互争议一直持续到 20 世纪初.

光的微粒说的代表是英国科学家牛顿(Issac Newton，1642—1727)，他认为光是发光体所射出的微小粒子，所以是沿着直线行进的. 这种学说只要假定光在水中的速度比空气中大，就很容易解释光的反射和折射现象. 光的波动说以荷兰科学家惠更斯(Christian Huygens，1629—1695)为代表，他认为光是一种称为“以太”的介质的快速振动. 当以太受到光照而振动时，每一个以太点可以作为新的振动中心而向四周传播球面次波，这些次波组合后所形成的包络面是下一瞬间的新的波前，这就是著名的“惠更斯原理”. 按照这个原理，波动说也顺利地解释了光的反射和折射定律，但却得出光在水中的速度应小于它在空气中的速度的推论. 由于当时无法测定光的速度，也由于牛顿在力学研究方面的卓越成就和权威，光的微粒说在 17 世纪始终占有上风的地位. 从 17 世纪末叶到 19 世纪初期，发现了一些光的微粒说不能很好解释的光学现象，例如薄膜的彩色图案、方解石晶体产生的双重象等等；相反，光的波动说却有了一些新的进展. 1802 年，英国科学家杨氏(Thomas Young，1773—1829)利用波动说确切而完善地阐明了光的干涉现象，并对薄膜产生的彩色图案作出了解释，使光的波动说又前进了一步. 1818 年，法国科学家菲涅耳(Augustin J. Fresnel，1788—1827)参加了巴黎科学院征求关于阐明光的衍射现象这一有奖问题的辩论并获得胜利，使光的波动说开始为大多数学者所接受. 菲涅耳以光的波动说为基础，把杨氏干涉的思想与惠更斯原理相结合，解释了在圆孔、直边、狭缝等物体边缘存在的光的衍射现象. 菲涅耳的理论还完满地解释了光波的直线传播性. 并且，最为奇妙的是根据菲涅耳的理论计算，可以预见在一块不透明圆板的阴影中心仍然有个亮点. 实验确实证实了这一似乎不可理解的结论，从而使光的波动说获得最终的确认.

菲涅耳进一步研究了光通过方解石晶体后所产生的两束光(即双重象)之间不能产生通常的干涉现象的实验事实,因而认识到光波不是象声波一样的纵波而必然是一种横波;并且确认由方解石所产生的两束光具有不同的(正交的)偏振态.菲涅耳由此又进一步建立了一整套以"以太"振动维持横波性传递的理论,推导出两种不同偏振态的光波在界面上反射、折射的光强与入射角之间的关系式,即著名的菲涅耳反射、折射公式.这一理论解决了一些光波在非均匀晶体中的传播问题,并在以后被许多学者进一步完善而称为光的"弹性以太理论".该理论虽然在19世纪的中期曾经获得过相当的成功,但是作为光波传播的介质以太,还是存在着一些令人困惑的疑点.例如该理论假定以太必须充满整个宇宙,而且物质中的每一点都被以太所占有;由于巨大的光速,以太应该有极大的切变模量,但是任何物体、包括宇宙中高速运动的星系,却可以在以太中毫无阻力地运动而不受影响,等等.

对于光的本性的进一步认识,即光是一种电磁波的认识,是在19世纪末叶才建立的.当时,物理学中的另一分支学科——电磁学已发展得十分成熟,建立了一些正确的定理和定律,例如安培定理、比奥-萨伐定理、法拉第定律等等,以描述电场和磁场的规律.英国的科学家麦克斯韦(James C. Maxwell,1831—1887)总结了这些规律,并考虑到电场和磁场之间具有一定的相似性,从而导出了一组关于电场和磁场的时空变化方程式,这就是著名的麦克斯韦方程式.这组方程式表明,变化的电场和磁场将以波的形式向周围传播,其在物质(包括真空)中的传播速度可以由该物质的电学和磁学常量予以确定.通过计算,电磁波在真空或空气中的传播速度恰恰与光波的传播速度一样,因而麦克斯韦设想光波应该就是电磁波,而电磁波是横波.经过多次间接和直接的实验验证,确实肯定了这一判定,人们才终于认识了光是电磁波中的一种.根据实验确定的光波波长以及光的传播速度(在真空中约为每秒三十万千米),计算出光波的频率应在10^{15}次/秒的量级,这比一般的无线电电磁波要高很多很多.总之,到19世纪末,人们认识到光是一种具有极高频率的电磁波,以极快的速度传播,在其传播过程中所产生的各种现象,如干涉、衍射、偏振等,都可以按照光的电磁理论获得正确的解释.然而,电磁理论仍然假定了'电磁以太'的存在,有关以太的许多疑点还是没有真正解决.

§1.4 20世纪若干重大进展摘要

20世纪初期是物理学取得划时代进展的年代,这种进展的标志是相对论和量子论的建立,而在这两个理论的诞生过程中,光学仍然扮演着极其重要的角色.

用光学方法测量地球对于"以太"运动速度的迈克耳孙-莫雷实验得到的否定结果,对爱因斯坦(Albert Einstein,1879—1955)建立相对论起了重要的佐证作用.按照相对论,"以太"的引入是不必要的,电磁场本身就是物质存在的一种形式,它可以在真空中以波的形式传播.对于原子光谱结构的规律性研究,以及对于黑体辐射能量的光谱分布研究等结果,都表明与传统的物理概念发生冲突,而引导到能量的"量子化"概念的产生,也就是说,必须考虑一个物理系统的能量状态不是连续地变更而是以某一最小能量单位断续地改变的,这一最小的能量单位称为"量子",是由德国科学家普朗克(Max Planck,1858—1947)首先提出的.由此可以看出,当时对于一些光学现象中所发现的矛盾进行仔细的分析,在突破传统的概念而创立相对论和量子论中所起的重要作用.

关于光子的概念是由爱因斯坦进一步明确和完善的.1905年,爱因斯坦研究了金属表面

受到光照而发射电子的现象，发现所发射的电子数目不依赖于光照的强度而只依赖于入射光的频率.即使入射光强很弱，但只要光的频率足够高(例如紫光)，光电子仍然会瞬即产生；若光的频率比较低(例如红光)，则不论光有多强，仍然不会有光电子逸出.这种现象暗示，光波的能量似乎集中在一些小粒子中，而这些小粒子的能量只与光的频率有关，与强度无关.爱因斯坦把这种小粒子称为"光子"，并指出光在光电效应中，是以光子的形式作用在金属表面的，与它在传播过程中所表现的波动形式不同.这类反映光的粒子性的现象，还可以在光化学反应等光与其他物质相互作用的过程中出现.由此认识到，光除了具有波动性以外，还具有粒子性，即光具有波粒二象性的特征.科学的进一步发展证明，波粒二象性是一切基本粒子所共有的属性，这种对基本粒子的认识构成了量子力学的基础.

所以，对于光本性的正确和全面的认识应该是：光既有波性又有粒子性；光在传播过程中所产生的各种现象，可以用波动理论予以阐明；光与其他物质相互作用而涉及到能量交换的过程，必须考虑光的粒子性，而应该用量子力学的理论来处理.

在量子力学以及量子电动力学的基础上，光学学科的理论结构显得更为坚实；但是在30年代左右，光学仍与其它的物理学分支学科一样，并没有发掘出具有深远影响的新的现象和相应的理论.不过仍然有一些值得一提的有趣的成果，它们是美国科学家迈克耳孙(Albert A. Michelson，1852—1931)创建了天体干涉仪，并用以测量了宇宙中双星的张角；瑞典科学家采尼克(F. Zernike，1888—1966)发明了相衬显微镜，得以观察不染色而仍存活的细胞及透明的细胞质.从表面上看，上述两种创造发明似乎都是属于光学技术方面的成就，但是实质上，它们蕴藏着对于光的波动性的深刻理解，因为这两位科学家都是利用了光波中的相位关系才获得成功，而相位关系正是表征光的波动特性的一个重要参数，只有充分地理解它才能很巧妙地利用它.

关于光波相位的重要性还可以从1950年英国科学家伽柏(Daniel Gabor，1900—1979)发明全息照相技术中得到佐证.伽柏考虑到光波在物体上经反射和散射后，改变了它的振幅和相位，携带了该物体的信息，组成了一个新的波面而被接收或检测.所以，如能把这个新的波面(包括振幅和相位)设法在照相感光乳胶上记录下来，并在以后用特定的光照而使之再现，那么便可以接收或检测到构成这个波面的物体的全部信息.因此，即使这物体被移去，如用眼睛观察，仍然可以看到位于原来位置上的这个物体的立体图象.这种方法又称为"波前重建"，伽柏进行了十分仔细而巧妙的实验研究，成功地摄制了包括光波强度与相位信息的全息照片.但是由于当时实验条件的限制，在应用方面不太容易开发；直到60年代初期，由于激光的出现才很容易制作优质的全息图，并使之得到迅猛的发展并为大家所共知.

50年代末期到60年代初期，光学取得了突破性进展，这就是激光的研究获得了令人振奋的成功.激光的出现不但引起了光学学科的革命性发展，冲击了整个物理学科，并且对其它的学科如化学、生物学和技术学科以及应用学科如电子和电机工程学、材料科学、医学等等都产生了巨大的影响.

激光是"受激辐射的光放大"的简称.物质的发光过程有两种，一种称为自发辐射，另一种称为受激辐射.1930年爱因斯坦根据物质发光与吸收必须符合能量守恒的基本原则，预言除了大量自发辐射以外还必然存在着少量的受激辐射，并且这种受激辐射还会进一步引发同类的受激辐射，因而可以获得受激辐射被增强的效应.从那个时候开始，科学家们多次企图从原子发光的实验中验证受激辐射的存在，但是要从大量的自发辐射中区分出只含万分之几的受

激辐射确实是十分困难的，所以始终未能获得成功.

在第二次世界大战时期，由于军事上的需要而开展了低噪声信号放大器的研究. 这项研究在战后仍然受到重视，并且在 50 年代末期制成了“微波量子放大器”(俗称脉泽，MASER). 它把在微波波段比较容易产生的受激辐射，反馈到一个尺寸与微波波长相当的闭合的谐振腔内，从而获得了低噪声的放大信号. 因为这是由无线电电子学的研究人员，利用量子力学概念进行的创造性工作，所以取名为“量子电子学”，而这一名称后来也被沿用到激光上.

由于微波量子放大器的成功，促使科学家们考虑把这种方案推进到可见光波段的可能性. 1958 年美国科学家通斯(Charles Townes，生于 1915 年)及苏联科学家巴索夫(Nikolai G. Basov，生于 1922 年)、普洛赫洛夫(Aleksandr M. Prokhorov，生于 1916 年)相继发表了实现这种可能性的设想. 通斯提出，在可见光波段的谐振腔大小并不一定要与光的波长尺寸相当，因为这样小的谐振腔是难于制造的，但是可以允许一个驻波在较大的腔内谐振. 此外，对于光的反馈系统，可采用具有高反射率的光学反射镜来实现. 这一方案经过几年的探索，终于在 1960 年首次实现了在红宝石晶体中的脉冲式深红色激光的输出(图 1-2)；在 1962 年又成功地研制了具有连续红色光束输出的氦-氖气体激光器. 此后，在可见光波段产生受激辐射的研究

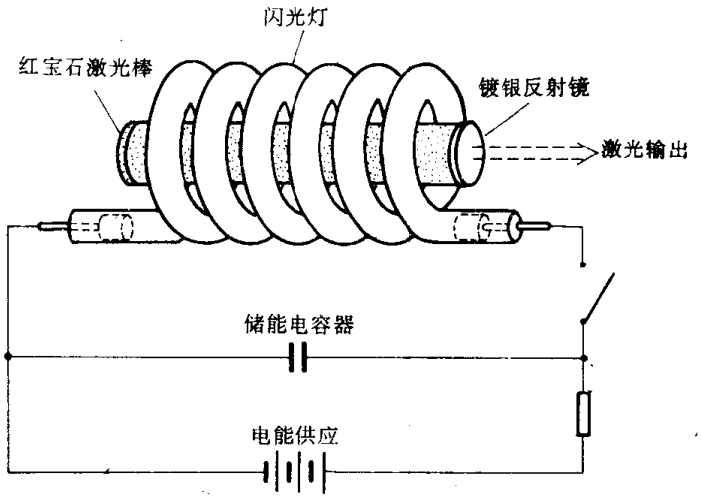

图 1-2　原型红宝石激光器的结构

迅速扩大，对于激光的机理以及实验条件方面的认识也逐步全面和深化，并且开拓了激光在各方面的应用，为光学学科开创了一个蓬勃发展的新局面. 有趣的是，当人们熟悉了怎样产生在可见光波段的激光以后，竟然发现满足激光产生的实验条件早在 40 年代已经达到，只是当时并未考虑到利用反馈以增强信号的输出，而反馈的概念在无线电电子学中是早已被广泛利用了的. 可见各个学科之间的交流与合作对于科学技术的发展是多么重要.

激光虽然也同样是光波，但由于它是受激辐射，其产生的方式与自发辐射不一样，所以必然有它的特殊性. 激光的特殊性表现在它具有极为优良的单色性与方向性以及具有极高的亮度，这是一般光束无法与之比拟的. 所谓单色性好是指光的色泽极纯，也就是光束中各光子的能量几乎相等，这一优点使激光与其它物质相互作用时，能量交换的过程单一化，从而使结果更容易处理和分析. 所谓方向性好是指光束的发散角小，因而可以传播很远而仍保持光能量不被耗散掉. 激光单色性及方向性的极为突出的优点保证了光束具有高的亮度. 亮度是指发光光

源在单位立体角、单位能量间隔中所包含的光能量，高的亮度表示可以使具有巨大的单一能量的光束作用在很小的范围内，例如可以使上亿瓦的单色光功率作用在平方微米量级的面积内，这在激光实现以前是不能想象的.

激光问世已经有 30 多年的历史. 目前，可以获得的激光波长分布在从远红外到真空紫外的广阔范围，并正在向 X 射线波段推进，某些激光器的输出波长还可以进行微量的调节以适应各种实际需要；输出的功率可以从 10^{-6}W 到 10^{14}W；产生激光的物质，除了气体、固体以外，还有液体、半导体材料，甚至还可以在自由电子束的运动中发生；激励激光的能量可以是电能、化学能、核能等等. 当前，新的技术还可以使激光的脉冲压缩到只有飞秒(10^{-15}s)的量级，因而可以研究各种超快速演变的瞬态过程，例如在化学反应过程中，可以检测到寿命极短的中间产物的生成与消亡的整个过程，所以这种研究必将带来对事物演变全过程的崭新认识.

正如前面所提到的，由于激光具有优良的单色性以及可以获得超短的光脉冲，所以人们利用激光对经典的原子、分子光谱学的数据进行了重新测量而获得更高的精度，此外还发展了一些新的光谱学方法，形成了光学学科中的新的子学科，即激光光谱学. 激光光谱学的特点是高精度、高频域分辨与高时域分辨. 它是当前研究原子和分子物理的重要的手段. 另一方面，由于激光具有相当高的单色亮度，也即既有极纯的频率又有极高的电磁场强度，所以当它与物质相互作用时，会产生一些非线性的现象，例如光的倍频效应，光的双稳态开关效应等等. 这方面的研究形成了另一门子学科，即“非线性光学”. 非线性光学是当前发展着的许多光学新技术的基础，是极为重要的研究前沿.

激光出现以后也带来了许多光学新技术的开拓，例如光纤通信、光计算机、集成光学以及光电子学等等. 所有这些新技术目前都在迅速发展，并且在各种通俗的科学报导上都可以获得它们前进的信息.

由于激光光束的优异性能，引起了对光的本性研究的进一步深入. 当然并不是否定光的波粒二象性的本质，而是研究激光与一般光波不同的光子统计分布的规律，研究光束中的光子存在着聚簇性现象的原因，研究量子力学描述光束的所谓“相干态”，以及激光所特有的“压缩态”等等，这些研究都对光的本性的认识提供了更为丰富的内容，并且随着激光和光学学科的前进，人们对于光的本性的认识还会不断有所提高.

最后应该指出，在激光的研究和应用开发中，有大量的华裔科学家作出了杰出的贡献；我国国内，在激光与光学学科和光学技术的研究上，也已经接近并部分达到了国际先进水平. 可以肯定，我国激光与光学工作者一定会进一步努力，作出应有的贡献而无愧于古人.

§1.5 光是电磁波中的一部分

我们已经知道光是具有极高频率的电磁波，如果再综观一下整个电磁波所包含的频率范围，那么对于光波在电磁波中的地位以及它可能具有的特殊性就会有所了解，这也将会有助于我们的学习.

把各个波动按其波长或频率的顺序排列起来称为波谱，电磁波的波谱如图 1-3 所示.

从电磁波谱中可以看到，人们的眼睛所能感应的只是称为可见光的极小一部分，而光学学科所包含的研究范围则从远红外光到真空紫外光并延伸到软 X 射线. 这是由于在这一波段中的电磁波的表观行为可以用同一种理论和同类的实验方法进行研究；其特点是它们的波长比

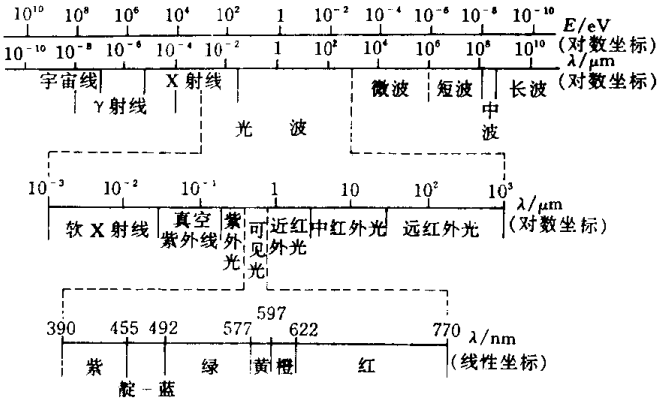

图 1-3 电磁波谱

周围的物体小得多，而又比组成物体的原子尺寸大得多，从而可以采取一些合理的近似处理.

电磁波在长波端表现出显著的波性，而在短波端则表现出极强的粒子性. 对于波性显著的电磁波，其检测方法是利用电磁振荡耦合，得到输入信号的振幅及其随时间变化的相位(例如一般无线电技术中的各类天线)；对于粒子性强的电磁波，则其检测方法是利用它与其他物质的相互作用，得到粒子流的强度而无需相位关系(例如一般核物理技术中的各类计数器). 对于光波来说，其波粒二象性的特征表现得更为突出，由于光的频率太高，而每个光子的能量又太小，因而目前无线电技术的响应速度达不到这么快，核物理技术的灵敏度达不到这么高，所以一般只能用光敏探测器检测光辐射的平均强度(有人曾用金属二极管检波法检测了远红外辐射并获得了十分微弱的信号；此外，近代还发展了快速而灵敏的探测器，可以进行光子计数).

与波长较长的电磁波一样，光波也可以作为信息的载体而远距离传输信息，即光通信. 如前所述，光通信的优点是传输的信息量极大而噪声极低. 最近又有人提出，可以利用“光的压缩态”，把噪声降低到量子极限以下，从而可大大提高光通信的效率，并有可能检测到引力波的信号，这在物理学界是十分引人注目的设想.

光波作为信息的载体有其特殊的灵活性. 它不仅可以进行强度调制，也可以进行偏振态调制和相位调制；而且，除了可以按时间为序地传递外，还可以进行二维的空间调制，从而直接传递整幅图象的信息. 基于激光的“光信息处理”研究，近年来已取得很大进展，并在航天技术和军事上获得较重要的应用. 但是光波的强度、偏振态、相位、频率的变化虽然都反映了一定的信息. 然而对于光波中所包含的信息的检测目前只能通过光强的测量来实现. 例如，光波中相位的变化，将在光的干涉现象中反映为光强在空间位置上的变化；偏振态的改变将使光强在空间方向上的分配产生变更；光波频率的改变则会使光强在谱图上的分布改变；而光波的瞬态变化则可以利用傅里叶变换使之转换成频率域中的变化而测量之. 总之，光波中的各种信息都是利用光强的变化来测量的，这是目前进行光学研究和光学测量中的最具有特殊性的特点.

§1.6 光子与电子之间的相似性

物理世界是由众多种类的基本粒子所组成的，而其中的电子和光子则是人们经常会涉及

到的两种.它们虽然是截然不同的实体,例如它们分别服从不同的统计分布规律,电子具有质量并带有电荷,而光子的静止质量为零并且是电中性的等等,但是它们都是具有能量和动量的"粒子",都可以与其它物质相互作用而交换其能量和改变其动量,所以它们之间存在着一定的相似性.

人们早已认识到电子可以象光子一样衍射、偏折、成象,从而制成许多电子光学仪器,如电子显微镜等;近年来人们还认识到光子可以象电子一样与物质相互作用,成为探测物质内部微观信息的一种极为灵敏的"探针".描述光波的各个参量,即光的振幅、相位、偏振态及其波长或频率都会在光与其他物质相互作用的过程中产生变化,而这种变化恰恰反映了所作用的物质中的许多重要信息.除了传统的偏光分析仪、X 光衍射仪等以外,近年来发展的拉曼谱仪、X 光荧光谱仪等都是这类以光为探针来研究物质性质的仪器,它们与以电子为探针的仪器,如高能或低能的电子衍射仪、俄歇电子能谱仪等相辅相成,都是人类研究微观世界的重要工具.与电子"探针"的技术相比,光子作为"探针"在某些方面具有独特的优点,例如,利用超短光脉冲可以探测物理、化学或生物学中的超快演变过程,又如光子"探针"所研究的对象不必放置在真空的容器中,所以具有更普遍的应用性.总之,光子作为一种探测物质内部信息的手段,与电子"探针"是互相补充的,目前已被广泛利用并获得了显著的成效.

近年来,对于光子和电子与物质相互作用的功能具有相似性的观点又有了进一步的共识,因而也促进了学科之间的密切联系和发展.例如,在 1982 年扫描隧道电子显微镜(STEM)的研究获得成功以后,科学家们立刻触类旁通地想到光学的全反射现象中也存在着光子的隧道效应,并借助于光学纤维及弱光检测等先进的技术而研制成了光子扫描隧道显微镜(PSTM).这种崭新的显微镜的分辨能力冲破了光学成象系统的分辨率理论极限,可以达到 12nm.

更为引人注目的进展,是所谓"光子能隙结构"这一新概念的提出.人们知道,电子在晶体的周期性晶格结构中运动时会受到固体能带结构的约束,从而联想到如果光子在周期性结构的介质中传播时,也会类似地受到介质的能带结构的影响,这就意味着光子的运动将会受到约束,光子的能量大于介质的禁带宽度时,光可以自由地通过该介质材料,如果小于介质的禁带宽度则光子将受阻而不能通过,当把发光的原子置放在该介质的内部时,此种原子的发光就会被抑制.理论的研究已经证实介质中确实可以存在这种具有能隙结构的特性,并已经在微波波段进行了实验而获得证实.所以一旦能够在光频波段制备这种具有三维周期性结构的材料时,人们就可以按照预定的要求设计所需求的各种新型的光学材料,产生各种新的光学现象和光学效应,这是十分令人鼓舞的.

实际上,一门与电子学相并行的学科——光子学正在兴起.虽然在技术的成熟性方面光子还远不如电子,但在承载信息的速度和容量方面,光子明显优于电子.光子技术和光子工业的发展必将与电子技术、电子工业一样为人类社会创造巨大的财富.

以上简单阐述了光学学科发展的简单历史以及它的重要性,以后我们将逐步深入讨论光的本性以及光学在应用技术开发中的潜力,光学测量方法的灵敏与奥妙,从而进一步开拓我们的视野,促进和培养我们思维和研究能力的灵活性.

习题与思考题

1.简述"光学"在学术上和应用上的重要意义,举出几个在高科技中有重要应用的光学仪

器、光学元件及光学现象.

2. 为什么说墨翟关于雁影的描述中实际上内含着对光的直线传播性的认识？由此可以推论我国对此问题的认识比西方国家早了多少年？

3. 人类关于光的本性的认识经历了哪几个主要阶段？试指明各阶段的大致历史时期及其主要代表人物.

4. 试用惠更斯原理解释光的反射和折射定律.

5. 近代光学获得迅猛发展并在国民经济中发挥重大作用的关键是什么？

6. 试比较光波与无线电波、光子与电子的异同.

7. 单位立体角在单位光束截面积上的辐射功率称为辐射亮度. 已知太阳的辐射亮度约为 $3\times10^6\mathrm{W/(m^2\cdot sr)}$，一个普通氦氖激光器的发散角约为 $2'$，光束截面积约为 $1\mathrm{mm^2}$，功率约为 $10\mathrm{mW}$. 试估算它的亮度是太阳的多少倍？

第二章　光波的数学表述及叠加原理

本章提要：建立光波的数学表述，用简谐振荡的单色平面波作为基本的光波模型，并以指数复函数的形式表示之；介绍球面波和高斯波的数学表示式；指出光波的横波性及光波必然具有偏振特征；从介质中的电磁波方程得出折射率与光程；给出光的能量和动量的表示式，指出光与其他物质相互作用时必须服从能量守恒和动量守恒的原则. 提出光的线性叠加原理，并用以处理空间同时存在着多个光波的情况；利用叠加原理以及矢量图解方法定性地分析光波的反射、折射现象以及光波传播的直线性近似，并从而定义了所谓“光线”的概念；将叠加原理应用于叠加在两个正交方向上振动的偏振光，从而产生椭圆偏振态，给出了各种椭圆偏振态与正交方向上振动的相位差之间的联系；将叠加原理应用于不同频率的单色平面波的叠加，从而合成在时间上有限的波列，这种有限的波列更接近于对实际光波的描写.

§2.1　光波及其数学表述，单色平面波

如绪论所述，“光”是一种振荡频率极高的电磁波，可以在真空中传播，其速度约为每秒 30 万千米；电磁波是横波，即波的振动方向与传播方向相垂直.

最简单的波动，即由简谐振动产生的简谐波，可以用数学中的三角函数来描述：

$$y(z,t) = A\cos[(kz - \omega t) + \alpha]. \tag{2-1}$$

这是有两个参变量的公式，表示在时间为 t 时、空间位置为 z 处，振动着的物理量的值为 y，它可以达到的最大值为 A，称为振幅；余弦函数描述了该波动的振动状态，其中的余弦角称为相角. 在初始状态下(即 $z=0$，$t=0$)所对应的相角 α 称为初相角. 式(2-1)中的 $k=2\pi/\lambda$，λ 为该波动的波长，即具有同一振动相的空间两相邻点之间的距离，例如两相邻波峰或相邻波谷之

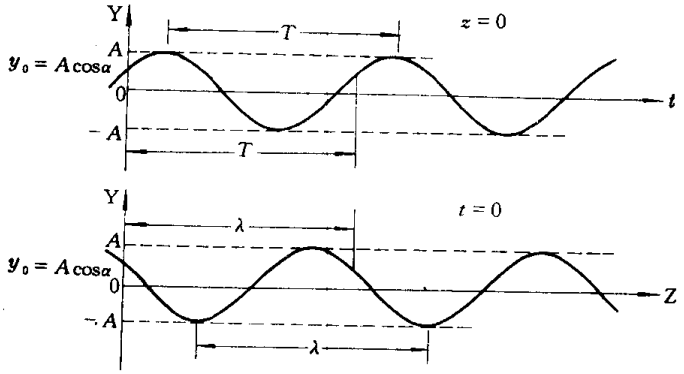

图 2-1　初相角为 α、周期为 T、波长为 λ 的简谐波

间的距离(见图 2-1). k 称为波数，即 2π 长度内所含的波长数目；在某些情况下(例如在光谱学中)，波数也定义为单位长度内的波长数目，即 $k/2\pi=1/\lambda$，其单位常取 cm^{-1}. 式(2-1)中的 ω

$=2\pi/T=2\pi\nu$，称为圆频率，其中的 T 为周期，即振动一次所化的时间，ν 为频率，即单位时间（一般为一秒）内振动的次数. 从频率 ν 及波长 λ 可以获得该波动的传播速度 v，

$$v=\nu\lambda=(\omega/2\pi)\lambda=\omega/k\ . \tag{2-2}$$

上面给出的波动表式，不论是由机械运动所产生的波动，或是由电磁振荡所产生的波动，都是适用的，只是所代表的物理量不同而已. 机械波的物理量是指介质中的某一空间位置 z 处的质点在时刻 t 时的位移量，而电磁波中的物理量是指电场强度 $\boldsymbol{E}$ 或磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 在 (z,t) 处的数值. 电磁场的时空变化规律是服从麦克斯韦方程组的. 在真空中，这方程组为：

$$\nabla\times\boldsymbol{B}=\mu_0\varepsilon_0\partial\boldsymbol{E}/\partial t\ , \tag{2-3}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E}=-\partial\boldsymbol{B}/\partial t\ , \tag{2-4}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{B}=0\ , \tag{2-5}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=0\ . \tag{2-6}$$

其中，$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{N/A^2}$，$\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\mathrm{C^2/N\cdot m^2}$分别是真空的磁导率和介电常数.

从这组方程式可以推导出 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 单独满足的微分方程式. 对于 $\boldsymbol{E}$，此微分方程式为

$$\nabla^2\boldsymbol{E}=\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2\boldsymbol{E}}{\partial t^2}\ . \tag{2-7}$$

式中 $c=1/\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\doteq299,792,458\mathrm{m/s}$. 对于 $\boldsymbol{B}$，也有类似的方程式. 从麦克斯韦方程组可见，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 满足类似的方程式，因而一般只须讨论其中之一就可以类推. 实际上，由于光对物质的作用主要是电场的作用（其原因将在以后说明），故在光学中的大多数情况下只需研究 $\boldsymbol{E}$ 的规律，并把 $\boldsymbol{E}$ 矢量称为光矢量.

由微分方程的理论可知，方程(2-7)式的解代表了一种传播速度为 c 的波动. 其最简单的形式为简谐波. 设这个波的波长为 λ，传播方向为 Z，则(2-7)式的解可写为

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos\{[2\pi(z-ct)/\lambda]+\alpha\}=\boldsymbol{E}_0\cos[(kz-\omega t)+\alpha]\ . \tag{2-8}$$

其中 $k=2\pi/\lambda$，$\omega=kc$. 可以看到，(2-8)式与(2-1)式是一致的.

若定义一个矢量 $\boldsymbol{k}$，其大小等于 k，而方向为波的传播方向，则上式可以推广到任意传播方向的波，

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos[(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)+\alpha]\ . \tag{2-9}$$

式中 $\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{x}^0+y\boldsymbol{y}^0+z\boldsymbol{z}^0$ 是空间任一点的位置矢量，$\boldsymbol{x}^0$、$\boldsymbol{y}^0$、$\boldsymbol{z}^0$是 X、Y、Z 坐标上的单位矢量.

(2-9)式代表一个沿 $\boldsymbol{k}$ 方向传播的单色平面波. 所谓“单色”，指的是这一个波只有单一频率 ω；所谓“平面”指的是在 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}=$常数的空间各点所组成的一个平面上的相位值都相等，即其等相面为一个平面. 图2-2画出了(2-9)式所代表的单色平面波在传播过程中的时空变化规律. 在空间某点 $\boldsymbol{r}$ 处，随着时间的推移，其振动将顺序地改变其相位值；同样，在某一时刻 t，在传播方向上的空间不同两点之间存在着相位的差异，这是由于两点之间的距离 s 所引起的相位差 φ. 相位差与路程差 s 之间的关系为

$$\varphi=(2\pi/\lambda)s\ . \tag{2-10}$$

为了运算方便，常用指数复函数来表示简谐波，即把(2-9)式改写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}&=\boldsymbol{E}_0\exp\{\mathrm{j}[\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)+\alpha]\}\\&=\boldsymbol{E}_0\exp[\mathrm{j}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\alpha)]\exp(-\mathrm{j}\omega t)\\&=\boldsymbol{U}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})\exp(-\mathrm{j}\omega t)\ .\end{aligned} \tag{2-11}$$

其中，$\mathrm{j}=\sqrt{-1}$. $\boldsymbol{U}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r})=\boldsymbol{E}_0\exp[\mathrm{j}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\alpha)]$称为复振幅，包含了由于不同位置 $\boldsymbol{r}$ 所带来的相

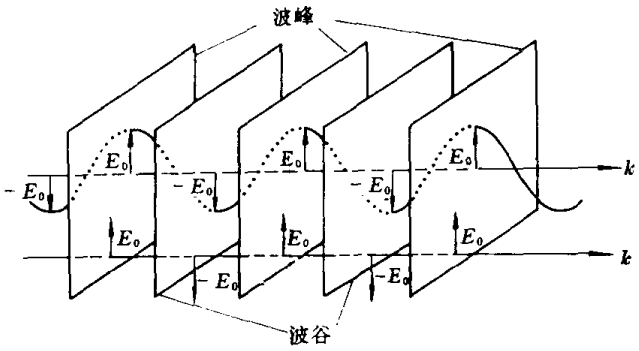

图2-2 单色平面波

位变化也即相位因子 $\exp[j(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\alpha)]$ 的贡献. 用复函数来表示波动，在运算中会带来许多方便，但是应该注意只有复函数 $\boldsymbol{E}$ 中的实数部分才代表真正的物理量.

将(2-11)式代回麦克斯韦方程(2-5)式、(2-6)式中，可得

$$\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{E}=0\ ,\qquad \boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{B}=0\ ; \tag{2-12}$$

代回方程(2-3)式、(2-4)式中，则可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_0&=-c\boldsymbol{k}^0\times\boldsymbol{B}_0,\\ \boldsymbol{B}_0&=(1/c)\boldsymbol{k}^0\times\boldsymbol{E}_0.\end{aligned} \tag{2-13}$$

其中，$\boldsymbol{k}^0$ 是 $\boldsymbol{k}$ 方向的单位矢量，即

$$\boldsymbol{k}^0=\boldsymbol{k}/k\ .$$

由(2-12)式及(2-13)式可知，$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{k}$ 这三个矢量相互垂直，构成右手螺旋，$\boldsymbol{E}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的大小成正比：$E=cB$. 由于 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 都与传播方向 $\boldsymbol{k}$ 垂直，故光波是横波. 令光的传播方向为 Z 轴，而 $\boldsymbol{E}$ 矢量沿 X 方向，则其对应的 $\boldsymbol{B}$ 矢量必然在 Y 方向. 若 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 具有最简单的如(2-11)式所示的简谐波运动形式，则可写为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{E}_X(z,t)=\boldsymbol{x}^0A\exp\{j[(kz+\alpha)-\omega t]\}\ ,\qquad E_Y(z,t)=0\ ,\\ &\boldsymbol{E}_Y(z,t)=\boldsymbol{y}^0(A/c)\exp\{j[(kz+\alpha)-\omega t]\},\quad B_X(z,t)=0\ .\end{aligned} \tag{2-14}$$

显然，这是一个沿 Z 轴传播的单色平面波，其电矢量是在 XZ 平面内振荡，而磁矢量是在 YZ 平面内振荡. 如前所述，一般用电矢量代表光矢量，由此，上述单色平面波相对于传播轴 Z 来说，光矢量不是对称地分布而是有一定的取向的. 这种具有偏向性的振动状态称为偏振，是横波所特有的一个属性. 该波动的电矢量是沿 X 方向偏振，故常称为沿 X 方向的直线偏振光，也可以称为是在 XZ 平面内偏振的平面偏振光(请注意，这里的“平面”是指光振动的偏振面而不是平面波的波面). 图2-3是偏振面为 XZ 平面的平面偏振光的示意图.

光作为一种电磁场，电场和磁感应必然是同时存在的. 但是，根据目前研究所了解到的物质对于光所产生的效应，包括人类通过眼睛所产生的视觉效应，都是由电磁场中的电场强度所引起的. 这是因为物质中的带电粒子(电子或原子核)受到电场的作用而引起的运动远比受磁场的影响大. 设带电粒子的电荷为 q，运动速度为 v，则它在电磁场中运动受到的力为

$$\boldsymbol{F}=q(\boldsymbol{E}+\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\ ,$$

而 $B=E/c$. 因为电子运动速度 v 远比光速 c 小，所以电荷产生的机械运动主要是来于电场的作用，即使物体是在静止的状态下，电场还是会产生作用. 目前知道，无论是视觉神经或是照相

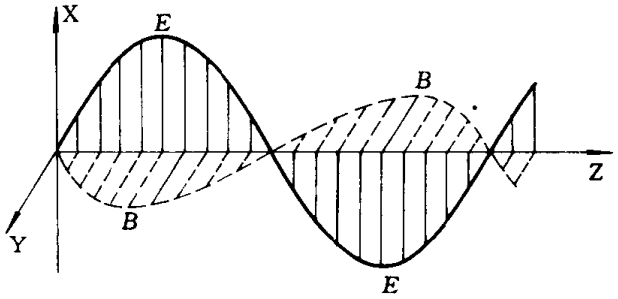

图2-3　偏振面为XZ平面的偏振光

感光乳胶以及光电器件等等，对于光的响应都是由于电场而不是磁感应所引起的. 因此，以 E 矢量来代表光矢量是合理的. 当然，尽管电场强度矢量在光的响应方面占有主导的地位，但是在基于电磁场理论的各种光学现象的讨论中，仍然要充分注意到电场强度矢量及磁感应矢量的同时并存，才不至于引入谬误.

上面所说的平面波虽然是一种理想情况，但却是现实情况的一种近似，这是在物理学中经常应用的手段. 在现实世界中，宇宙中的星体所发射的光波到达地球上时确实可以认为是一种接近于理想的平面波（当然不是单色的），太阳光波也可以认为是较好的平面波，此外，用一个小的发光源（例如手电筒中的电珠）放在很远处也可以近似地认为是平面波. 在下一章，还要讨论如何利用光学仪器以获得优良的平面光波而不必把光源放置在无限远处的方法和原理.

§2.2　球面波及高斯波

单色平面波并不是麦克斯韦方程组的唯一解. 一些在光学中经常会遇到的情况，例如球面波和高斯波，也满足这一方程组. 从一个很小的光源（严格地说，应为“点光源”）发出而传播到不太远的距离处的波是球面波，其等振幅、等相位的波面是一个球面. 从激光器中发射的光波是高斯波，在其等相位波面上的振幅强度是按数学上的高斯函数分布的. 在激光出现以前，高斯波只有学术上的意义；而当60年代初期成功地获得了激光的输出以后，对于高斯波面的认识和研究才有了充分的发展.

在球面坐标中，假定 E 的大小只与半径 r 和时间 t 有关，并用 $E(r,t)$ 来表示，则有

$$\nabla^2 E(r,t) = \frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial E}{\partial r}\right) = \frac{1}{r}\cdot\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rE)\ .$$

于是(2-7)式成为

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rE) = \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial t^2}(rE)\ .$$

该方程式的解为

$$E(r,t) = (1/r)A\exp[\mathrm{j}(k\cdot r+\alpha)]\exp(-\mathrm{j}\omega t) = U(k\cdot r)\exp(-\mathrm{j}\omega t)\ ,\quad (r\neq 0)\ . \tag{2-15}$$

式中 A 是一个常数，表示在半径 $r=1$ 处的电场强度的振幅. 从(2-15)式可知，该波动的等振幅面与等相位面是一致的，位于一个球面上，如图2-4所示. 球面波的振幅随着传播距离 r 的增加

反比例地衰减，也即球面波的光强与传播距离的平方成反比. 这很容易理解，因为球面波的面积随着 r 的平方增加，分配在单位面积上的光能量当然随 r 的平方减少.

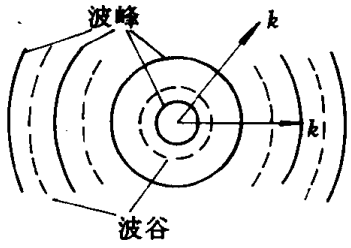

图2-4　单色球面波

在讨论光波的传播以及波面经过光学仪器的变换过程中，平面波和球面波都是会经常遇到的波面. 绝大多数的光学系统都是旋转对称的，系统的对称轴称为光轴，各个光学部件则放置在与光轴相垂直的平面中. 所以，采用直角坐标系统来描述光波在光学仪器中的行为是较为方便的. 通常以 Z 轴为光学系统的光轴，XY 平面为光波的波面位置. 这对于平面波是很方便的，而对于球面波则在一定的近似条件下也是适用的. 把球面波表述在 XY 平面上的方法，是在不同的位置上引入对应于球面波传播到该处的相位因子. 具体的计算如下.

令球面波的点源 P_0 位于座标系 XYZ 的 $z=-R$ 处，在某一瞬间其所发出的球面波与 XY 平面相切于坐标原点 O，见图2-5. 在 XOY 平面上的某点 P (x,y) 受到该球面波的扰动所具有

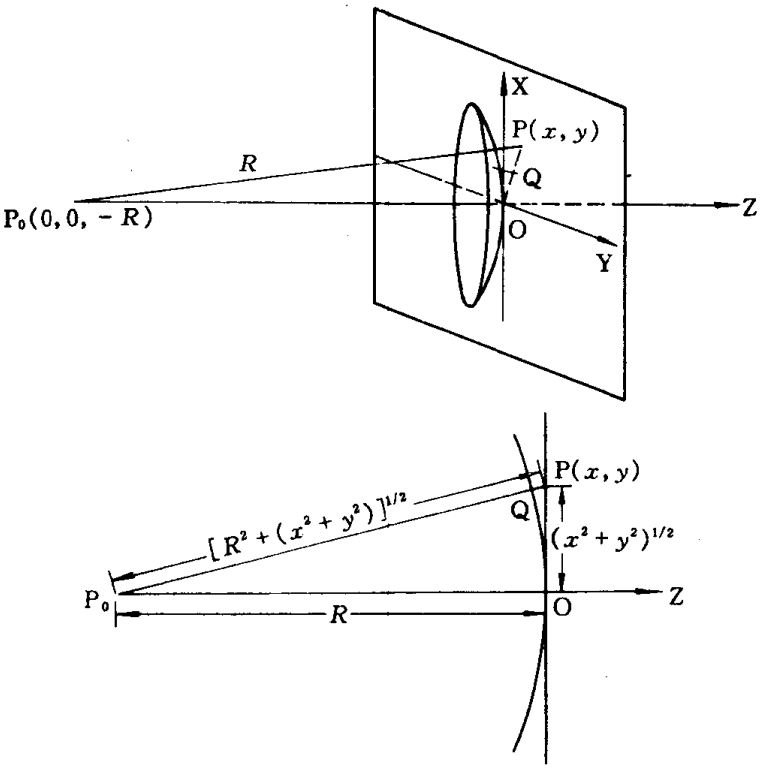

图2-5　在直角坐标系 XYZ 中的球面波

的复振幅应为

$$U=(x,y)=(A/P_0P)\exp[j(k\cdot P_0P+\alpha)], \tag{2-16}$$

由于 $R=P_0O$，且 $R\gg(x^2+y^2)^{1/2}$，故

$$\begin{aligned}P_0P&=[R^2+(x^2+y^2)]^{1/2}\\&=R+(x^2+y^2)/2R-(x^2+y^2)^2/8R^3+\cdots.\end{aligned} \tag{2-17}$$

显然，在(2-16)式的振幅表述中 P_0P 可以只取第一项而近似地等于 R，但由于 $R \gg \lambda$，故在相位的表述中，P_0P 的第二项不可忽略. 于是，(2-16)式可写为

$$U(x,y) = (A/R)\exp[j(kR + \alpha)]\exp[jk(x^2 + y^2)/2R]$$
$$= U(O)\exp[jk(x^2 + y^2)/2R] , \quad (2\text{-}18)$$

其中，

$$U(O) = (A/R)\exp[j(kR + \alpha)] \quad (2\text{-}19)$$

是点源 P_0 发出的球面波传到坐标原点 O(0,0,0)处的振幅和相位值. 所以在 XOY 平面上的任意点 P (x,y) 处的相位要比原点附加上 $(\pi/\lambda)[(x^2 + y^2)/R]$ 这样一个量值. 由此可见，球面波可以近似地用(2-18)式在直角坐标系统中来表述，但应注意 XOY 面不是球面波的波面，当然也不是等相位面和等振幅面，不过在上述的球面波的点源位于 Z 轴并且 R 足够大的情况下，XOY 平面可以近似地认为是等振幅的.

同样，可以演算出斜入射的平面波和球面波在 XOY 平面上的表述. 若令平面波的波面法线方向的单位矢量为

$$\boldsymbol{k}^0 = \boldsymbol{k}/|\boldsymbol{k}| = \boldsymbol{x}^0\cos\alpha_0 + \boldsymbol{y}^0\cos\beta_0 + \boldsymbol{z}^0\cos\gamma_0 ,$$

其中，α_0、β_0、γ_0 分别为 $\boldsymbol{k}$ 与 X、Y、Z 轴的夹角，则斜入射平面波的表式为

$$U(x,y) = U(0,0)\exp[j(2\pi/\lambda)(x\cos\alpha_0 + y\cos\beta_0)] . \quad (2\text{-}20)$$

上式中的 $U(0,0)$ 为入射的平面波到达坐标原点时的复振幅，其指数项是由于斜入射而引入的相位值. 斜入射的球面波表式为

$$U(x,y) = U(0,0)\exp[j(2\pi/\lambda)(x\cos\alpha_0 + y\cos\beta_0)]\exp[j(\pi/\lambda)(x^2 + y^2)/R] , \quad (2\text{-}21)$$

式中包括了斜入射及球面波面这两种形式所带来的结果.

在平面波和球面波的传播中，等相面上的振幅都是相等的，也即振幅是传播距离的函数而不是波面坐标的函数. 但是，也可以存在着波面上的复振幅(包括实数的振幅值和相位)有一定分布的情况，激光所发射的光波就是这样的. 激光束的传播不象平面波或球面波那样简单，所以这里只写出最后的结果. 沿 Z 方向传播的激光束的复振幅为

$$U(x,y,z) = (W_0/W)\exp[-(x^2 + y^2)/W^2)]\exp[j(kz + \alpha)]$$
$$\times \exp[jk(x^2 + y^2)/2R] , \quad (2\text{-}22)$$

其中，

$$R = z[1 + (kW_0^2/2z)^2] , \quad (2\text{-}23)$$

$$W^2 = W_0^2[1 + (2z/kW_0^2)^2] . \quad (2\text{-}24)$$

从(2-22)式中的实指数项可以看出，激光波面上的振幅分布不是一个常数，而是按高斯函数分布的. 由此可见，激光的波面并不是一个等振幅面，其振幅在中心 $(x = y = 0)$ 处为最大，随着与中心的距离增加而下降到零. 激光的光强被限制在一个有限的范围内，也就是说激光是以被限制成束的形式传播的. 式中的 $W(z)$ 是在 z 处的束宽，W_0 是在 $z = 0$ 处的束宽(束宽的定义是振幅下降到其最大值的 1/e 处的宽度). 指数项 $\exp(jkz)$ 是从 $z = 0$ 处传递到 z 处由于路程差所引入的相位差，R 是激光束波面的曲率半径. 从(2-23)式中可以看出激光束在不同的 z 处的曲率半径是不一样的，不是同球心的，并且在 $z = 0$ 与 $z = \infty$ 处均为平面波，这也是激光束所特有的性质. 图2-6是激光束波面的示意图. 关于激光的形成以及激光束的传播等情况将在第八章中进一步介绍.

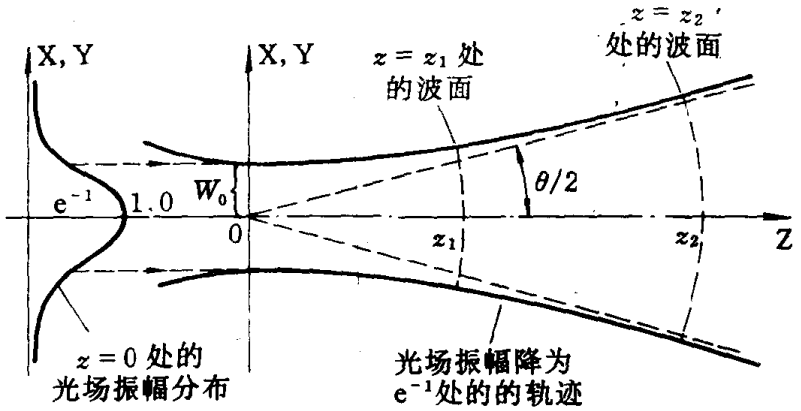

图2-6 激光束的波面与光场分布

§2.3 光在均匀介质中的传播，折射率与光程

光可以在真空中传播，也可以在透明的媒质即介质中无衰减地传播. 在介质中，麦克斯韦方程组改为

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{j}_c + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} , \tag{2-25}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} , \tag{2-26}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{D} = \rho , \tag{2-27}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 . \tag{2-28}$$

上式中，$\boldsymbol{j}_c$ 为传导电流密度矢量，ρ 为自由电荷密度. 介质中的电磁场性质由电位移矢量 $\boldsymbol{D}$ 和磁场强度矢量 $\boldsymbol{H}$ 来描述，对于各向同性的线性介质，$\boldsymbol{D}$ 和 $\boldsymbol{H}$ 与 $\boldsymbol{E}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 之间关系由下述物态方程式确定，

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \boldsymbol{E} , \qquad \boldsymbol{H} = (1/\mu_0 \mu_r)\boldsymbol{B} , \tag{2-29}$$

其中 ε_r 为该介质的相对介电常数，μ_r 为相对磁导率，是与介质的固有物性相关的. 对于透明的介质材料，$\boldsymbol{j}_c = 0$，并可取 $\rho = 0$，对于非铁磁性介质，$\mu_r \approx 1$. 根据这些关系式，可以获得与(2-7)式相类似的波动方程式

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_r \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} , \tag{2-30}$$

并从中解得

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_0 \exp\{\mathrm{j}[\boldsymbol{k}' \cdot \boldsymbol{r} + \alpha - \omega t]\} .$$

其中 $|\boldsymbol{k}'| = \omega/v$ ， $v = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r} = c/\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$.

由此可得，在介质中

光波的传播速度为： $v = c/\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} = c/n$, (2-31)

光波的波长为： $\lambda' = \lambda/n$, (2-32)

光波的波矢为：
$$k' = 2\pi/\lambda' = nk \ . \tag{2-33}$$
其中，$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$ 称为该介质的折射率，是表征物质光学性质的一个重要的参量. 在一般情况下，$\mu_r \approx 1$ ，$\varepsilon_r > 1$，故 $n > 1$，也即在一般情况下光波在介质中的传播速度总是小于真空中的光速 c .

n 不仅与物质性质有关，而且与光的频率有关，即 $n = n(\omega) = n(\lambda)$. 介质折射率 n 随频率或波长而改变所产生的光学现象称为色散，这将在以后有关章节中再详细进行讨论.

从(2-31)、(2-32)、(2-33)式中可以看到，当考虑介质中光波的传播时，只要把有关的参数改动一下即可，特别是对于光波的相位因子 $\exp[\mathrm{j}(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\alpha)]$ 这一项，只要把前面所有的各种光波表达式中的这一因子改为 $\exp[\mathrm{j}(n\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}+\alpha)]$ 即可；其中的 $n\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}=\boldsymbol{k}\cdot(n\boldsymbol{r})$，即光波在折射率为 n 的介质中传播时，由于路程 r 所引入的相位等效于在真空中经历了 (nr) 的路程. 所以用介质的折射率 n 乘以光波所经历的几何路程 r 称为光程，(2-10)式中的相位差应为
$$\varphi = (2\pi/\lambda)\Delta \ , \tag{2-34}$$
其中的 Δ 称为光程差，是折射率与路程差的乘积，即
$$\Delta = ns \ . \tag{2-35}$$

在介质中，(2-13)式成为
$$\boldsymbol{E} = -\frac{n}{\varepsilon_0\varepsilon_r\omega}\boldsymbol{k}\times\boldsymbol{H} = -\sqrt{\frac{\mu_0\mu_r}{\varepsilon_0\varepsilon_r}}\boldsymbol{k}^0\times\boldsymbol{H} \ , \tag{2-36}$$
$$\boldsymbol{H} = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}\boldsymbol{k}^0\times\boldsymbol{H} \ . \tag{2-37}$$
取上式的绝对值，可得 E 和 H 的关系为
$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r}E = \sqrt{\mu_0\mu_r}H \ . \tag{2-38}$$
其中，$E = |\boldsymbol{E}|$ ，$H = |\boldsymbol{H}|$. 同样，在介质中(2-14)式成为
$$\boldsymbol{E}_X(z,t) = \boldsymbol{x}^0 A\exp\{\mathrm{j}[(nkz+\alpha)-\omega t]\} \ , \tag{2-39}$$
$$\boldsymbol{H}_Y(z,t) = \boldsymbol{y}^0\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}A\exp\{\mathrm{j}[(nkz+\alpha)-\omega t]\} \ . \tag{2-40}$$
显然，这是一个在 XZ 平面内偏振的平面偏振光.

§2.4 光波的能量和动量

从麦克斯韦方程组出发，可以证明电磁波的能量密度为
$$w = \frac{1}{2}(\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{E}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{H}) = \frac{1}{2}(\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 + \frac{1}{\mu_0\mu_r}B^2) = \varepsilon_0\varepsilon_r E^2. \tag{2-41}$$
应该注意，在计算(2-41)式时，涉及到 $\boldsymbol{E}$ 的平方项的运算，如果采用 $\boldsymbol{E}$ 的复数形式，例如(2-11)式，则应该取 $\boldsymbol{E}$ 的实数值进行运算，
$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)^2 = \{\frac{1}{2}[\boldsymbol{U}(\boldsymbol{r})\exp(-\mathrm{j}\omega t)+\boldsymbol{U}^*(\boldsymbol{r})\exp(+\mathrm{j}\omega t)]\}^2. \tag{2-42}$$
单位时间在单位面积上流过的电磁波的能量称为电磁波的能流密度，也称电磁波强度，即

$$S = vw$$

$$= v\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{1}{4}[\boldsymbol{U}^2\exp(-2j\omega t) + \boldsymbol{U}^{*2}\exp(+2j\omega t) + 2\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^*]. \tag{2-43}$$

显然，S 是时间的函数. 由于光的振动频率是在10^{15}次/秒的量级，即周期在10^{-15}秒量级，而进行观测或测量光的强度所需的时间远比光波的周期长，因此，光强实际上是指光能流密度在观察时间内的平均值. 即

$$I = \langle S\rangle = (\int_{-T'}^{T} S\mathrm{d}t)/2T' , \tag{2-44}$$

其积分的上下限为观察时间 $-T'$ 到 T'，而 $T' \gg T = 2\pi/\omega$. 若对(2-43)式取其时间的平均值，则其括号中的为首两项均为零，因此，光强 I 为

$$I = \langle S\rangle = \frac{1}{2}v\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^*. \tag{2-45}$$

在一般情况下，并不一定要求获得绝对的光强值而只是要求各种不同情况下作光强的比较，因此在同种介质中常常简单地表述光强为

$$I = \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^* = E_0^2. \tag{2-46}$$

以上讨论的是光波能量的宏观表示形式. 在绪论中已提到，光是具有波粒二象性的，在光的传播过程中表现为波性，而在与其它物质相互作用并涉及到能量交换时，则体现出具有粒子性. 因此，在讨论这类能量交换的问题时，经常采用光波能量的微观表示形式. 爱因斯坦于1905年在研究光电效应时提出了光子的概念，并与普朗克所提出的能量量子化假定相联系，认为光子的能量与光波的频率成正比，其值为

$$E = h\nu = \hbar\omega , \tag{2-47}$$

其中 $\hbar = h/2\pi$ ，$h = 6.626,075,540\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$ ，为普朗克常量. 所以，单位时间内在单位面积上通过的电磁波的能量，即光强，以光子的形式表示则为

$$\langle I\rangle = \langle n\rangle h\nu\cdot c = \langle n\rangle\hbar\omega\cdot c , \tag{2-48}$$

其中，$\langle n\rangle$ 是单位体积内的平均光子数. 关于光子动量可从爱因斯坦著名的质能等价关系 $E = mc^2$ 出发，得到 $mc^2 = h\nu = hc/\lambda$ ，因此，光子的动量为

$$\boldsymbol{p} = mc\boldsymbol{k}^0 = (h/\lambda)\boldsymbol{k}^0 = \hbar\boldsymbol{k} . \tag{2-49}$$

（式中 $\boldsymbol{k}^0$ 为 $\boldsymbol{k}$ 方向的单位矢量.）

由此可知，光波的频率 ω 和波动传播时的波矢 $\boldsymbol{k}$，是两个十分重要的参量，它们分别联系于光波的能量和动量. 当光与其他物质相互作用时当然还应满足物理学的基本原则，即能量守恒和动量守恒. 当然，在一般情况下所讨论的光波，只是在自由空间中传播，或者是从一种介质传播到另一种介质，其能量和动量守恒是自然满足的，所以这一要求并不受到太多的重视；但是，在处理一些更为复杂的光学现象时，就必须充分注意到能量和动量守恒定律的满足.

§2.5 光波的叠加及叠加原理

以上讨论的单色平面波是光的传播中最简单、最基本的理想情况. 实际上的光，往往既不是单色的也不是理想的平面波. 以后将证明，这种复杂的实际光波，可以看成是由许多单色平面波汇合而成的. 这种众多光波汇集的情况，在现实生活中是屡见不鲜的，计算空间某处受到

多个光波同时作用所产生的总效应时应遵循的原则，就是所谓“光波的叠加原理”.

叠加原理在光学中占有十分重要的地位；在其它的学科分支中凡是涉及到众多波动的联合作用时，也要用叠加原理来处理，例如在量子力学中关于波函数的分解和累加等. 所以，叠加原理在物理学中是一个具有普适性而经常地被应用的重要原理. 当然，在这里所讨论的叠加原理属于线性的叠加. 在一般的情况下，线性的叠加原理已经足以解释绝大部分重要的光学现象. 只是在激光出现以后，由于激光所具有的巨大的光能量会引起一般情况下罕见的所谓“光学非线性效应”的现象，在这种情况下线性叠加才不适用，这一类更为新奇的光学现象，将在第九章予以讨论.

光的叠加原理指出：当空间某处受到两个或两个以上光波同时作用时，该处的光振动的总复振幅，应为各个光波对该处独立作用时的复振幅矢量的线性叠加. 就是说，当几个光波同时作用于某处时，该处的光强并不是各光波独立作用时光强的总和，而必须先把各光波中的复振幅进行矢量叠加求得总振幅，才能得到其总光强. 令 A (x,y,z) 处各光波的复振幅分别为 $\boldsymbol{U}_1$，$\boldsymbol{U}_2$，…，则该处的总复振幅为

$$\boldsymbol{U}=\boldsymbol{U}_1+\boldsymbol{U}_2+\cdots, \tag{2-50}$$

该处的光强应为

$$\langle I(x,y,z)\rangle=\boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{U}^*. \tag{2-51}$$

光波复振幅的叠加可以用矢量累加的图解方法来形象地描述，矢量的长度代表复振幅的模量而其方向则与复振幅的相位角相对应. 与力学中的力矢量相加一样，多个光波同时作用于空间某点上的总扰动是各个复振幅的矢量和. 用矢量图解来获得复振幅的合成是一种很有用的方法，在以后的章节中会经常地用到. 下面，我们要利用光波的叠加原理定性地讨论光波在一块平面反射镜上的反射情况，从而获得光的反射定律；并用同样的方法，得到光的折射定律和光线在空间任意两点间直线传播的结论. 从下面的讨论中还可以体会到，光波中的相位因子是一个十分关键的因素，它在众多的光学现象分析中扮演着重要的角色，如果能够充分地认识到这一点并且自如地应用它，那就能够在光学的学习中掌握主动权.

(1)光波在镜面上的反射

如图2-7a 所示，S 点发出球面波经平面反射镜 M 反射后部分光波将到达图中的 P 点，为了简便但并不失其普遍性，可以令 S 点与 P 点至镜面的距离相等. 图中的 Q 是一块挡板以防止 P 点直接受到 S 点的照射. 图中画出了从 S 点经反射镜反射后到达 P 点的多种可能的路径，显然，由于路程的差异所引起的复振幅模值的变化不大，但所引起的相位变化却极为显著. 为了便于计算，把反射镜分割成许多小块 A、B、C、…，只要这些小块足够小，则光波从 S 点发出经过其中任一小块上各点的反射而到达 P 点的光程，可以近似地认为相等，并以其平均值取代. 从图中可以看出，在反射镜的两端 A、B 或 L、M 附近反射的光程比反射镜中间部分 F、G、H 等处要长很多；而且，两端各小块之间的光程差别也比较大，而中间部分各块之间的光程差别比较小. 也就是说，两端所反射的光波到达 P 点时的相位差比较大而中间的较小. 图2-7b 是反射镜各小块上的相对程差示意图，横坐标下面所画的矢量代表光波在各对应小块上反射而到达 P 点时的复振幅. 从图可见，这些复振幅矢量的指向在反射镜两端的变化比较快，而在中央部位的变化较为缓慢. 图2-7c 是各复振幅的矢量合成图. 由图可见，P 点的总扰动矢量的数值大部分来源于反射镜中部的贡献，而反射镜两端对 P 点的贡献，由于各自相互抵消而趋于零，也即光波虽然在反射镜的两端受到反射后也会传播到 P 点，但其总贡献极微. 如果把反

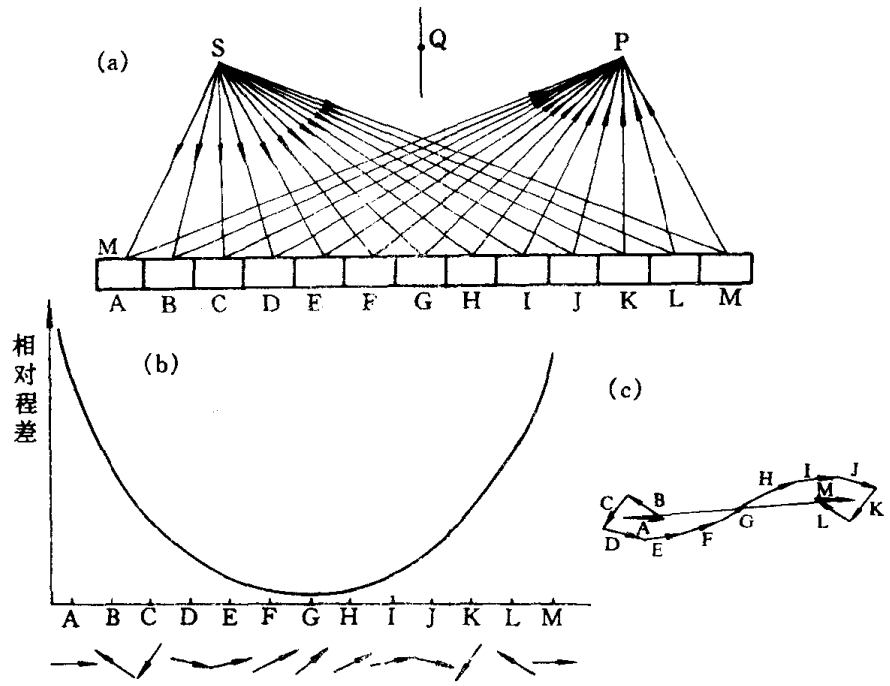

图2-7　光波在镜面上各处反射时的相对程差及其叠加结果

射镜两端的长度减小，并不会严重影响 P 点的光强，甚至反射镜的长度只有中间位于 G 处的极小的一部分，只要其长度比波长大许多，P 处仍会有相当的光强. 所以，光波的传播可以近似地看成是沿着 S 到 G 和 G 到 P 的直线传播的，也就是可以把 SG，GP 的几何直线称之为“光

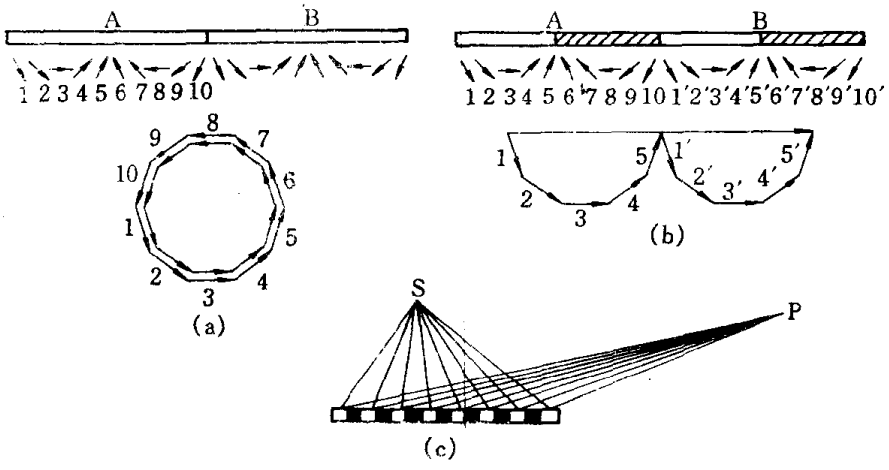

图2-8　某些部分不反射光的反射镜的反射光叠加(光栅雏形)

线”. 光线所经历的光程 SG＋GP 是在所有各种可能的反射光光程中为最短的. 从几何学得知，光线在 G 处的反射相对于镜面是对称的，光线 SG 和镜面法线之间的夹角(称为入射角)与 GP 和法线之间的夹角(称为反射角)是相等的，这就是光的反射定律.

现在再简单并定性地讨论一下反射镜的端部确实反射了光波(或近似地称光线)而且对于

P 点作出了贡献. 把 A、B、C 等各小块再细分为许多更小的小块，如图2-8所示. 由图2-8a 可见，选择这些小块的大小使所对应于 P 点的复振幅合矢量为零. 但是，如果让 A、B、C 中的某些部分不反射光线，如图2-8b 所示，则它们在 P 点的合矢量将不再为零. 就是说反射镜的端部某些部分不反射光，则整个端部反而会对 P 点的反射光强有较大的贡献，如图2-8c 所示. 这种部分区域不反射光的反射镜，是一种重要光学元件——“光栅”的雏形. 我们将在第四章对此作详细的讨论.

(2)光的折射与直线传播近似

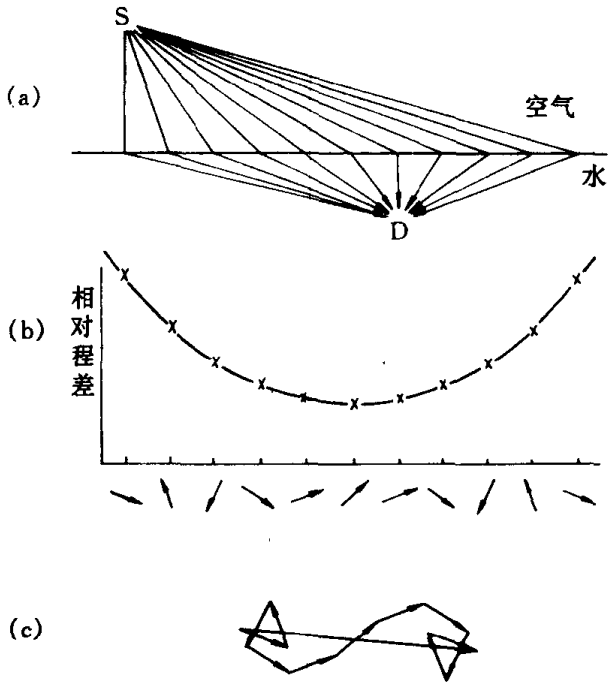

图2-9　光波在水与空气界面上各处折射时的相对程差及其叠加结果

推广上面的分析，讨论光波从一种介质传递到另一种介质的传播规律可以获得光的折射定律. 图2-9a、b、c 是光波从空气中传播到水中的示意图，它与图2-8a、b、c 相类似，只是光波在空气中的传播速度与水中的不一样，所以光线的最短光程不是联结点源 S 与观察点 D 之间的直线而是一条折线如图2-10所示. 从最短的光程 SL+LD 中可以获得光的折射定律，即入射角正弦与折射角正弦之比等于对应的两种介质的折射率之比，其中折射角的定义是折射的光线与折射界面法线之间的夹角.

再进一步考察一下在均匀介质中任意两点之间的光波的传播问题，还可以得出直线传播的结论. 与前面的讨论一样，图2-11a、b、c 给出了两点 S、P 之间的多种可能的路线，相应的光程以及所对应的复振幅矢量和这些矢量的总和. 可以看到，P 点的总扰动大部分来自 S 与 P 之间的直的联线以及它邻近的一些略有少许弯曲的光线的贡献，即如图中的 C、D、E 等光线，而

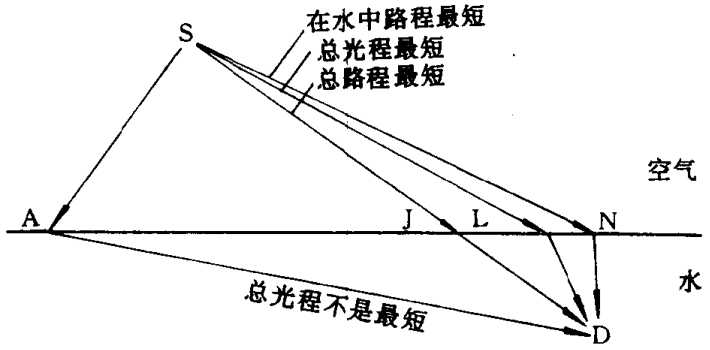

图2-10　各种折射路径的光程差

更远一点的、必然弯曲得更厉害的光线对于 P 点的贡献，则都与其相邻的光线有较大的相位差而合成时会产生相消的效果. 所以可以把 SP 之间的直线作为那些起主要作用的光线束的

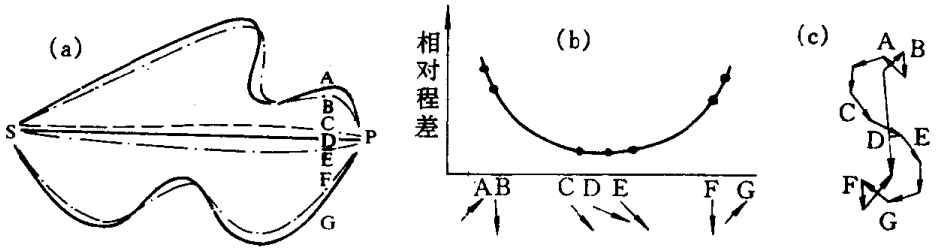

图2-11　光波在均匀媒质中按不同路径传播时的相对程差及其叠加结果

代表，并称之为光线.

总之，从上面所举的例子中看到，从叠加原理可以得到这样一些结论：

①在近似的情况下，光波传播的总效果可以看成来自一截面很小的光束的贡献，这光束可以简化地称之为光线，并用几何学中的线条来代表. 在均匀介质中，这线条是直线；在不同的介质中传播时，为折线；而在折射率连续变化的介质中传播时（例如在不同高度的大气层中），则为连续的曲线. 光线的方向垂直于光波的波面，与波矢 $\boldsymbol{k}$ 一致.

②联结空间两点之间的光线，不论是直线、折线或者曲线，其所经历的光程与邻近光程相比，是最短的. 这体现了几何光学中的一个普遍原理，即费马原理. 若用数学表述这一原理，可写成为

$$\mathrm{d}\varphi = \sum n\mathrm{d}s = \text{极值}\ . \tag{2-52}$$

这一原理在光学仪器的设计中是很有用的.

§2.6 振动方向相互垂直的光波的叠加，椭圆偏振光

光的叠加原理不仅可以用于叠加振动方向相同的各个光波，也可以用于叠加振动方向不同的光波. 对于两个振动方向不同的光波，可以把它们分解为振动方向相同的和振动方向相互垂直的两部分. 本节讨论振动方向相互垂直的两个光波的叠加. 设有两个初相位相等，频率为 ω 的单色光，一个振动方向平行于 X 轴，而另一个平行于 Y 轴，即可写为

$$E_X = A_X \exp\{j[(nkz + \alpha) - \omega t]\}\ , \tag{2-53}$$

$$E_Y = A_Y \exp\{j[(nkz + \alpha) - \omega t]\}\ . \tag{2-54}$$

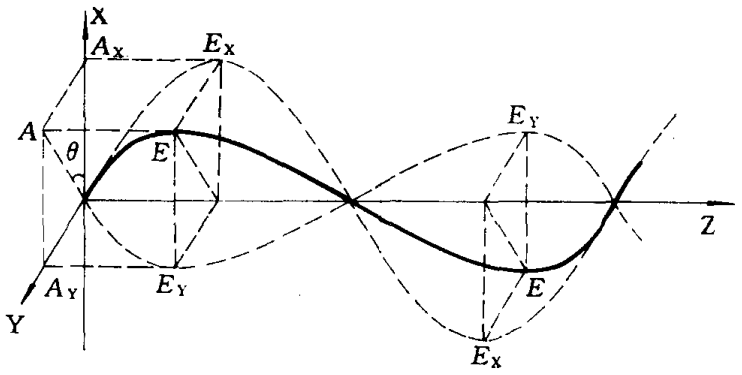

图 2-12 两个振动方向相互垂直、初相位相等的平面偏振光的叠加

它们叠加的结果由图 2-12 可知

$$\boldsymbol{E}(x,y,z,t) = \boldsymbol{x}^0 E_X + \boldsymbol{y}^0 E_Y = \boldsymbol{A}(x,y)\exp\{j[(nkz + \alpha) - \omega t]\}\ , \tag{2-55}$$

其中， $\boldsymbol{A}(x,y) = \boldsymbol{x}^0 A_X + \boldsymbol{y}^0 A_Y$.

也就是说，两个在正交方向上振荡并具有等初相位的直线偏振光，可以合成为一个直线偏振光，其振幅大小为 $A = \sqrt{A_X^2 + A_Y^2}$ ，振动方向与 X 轴的夹角 θ 为

$$\theta = \text{arc tg}(A_Y/A_X)\ . \tag{2-56}$$

当然，也存在着沿 X、Y 轴的两个振动的初相位并不相等的情况，即

$$E_X = A_X \exp\{j[(nkz + \alpha') - \omega t]\} = A_X \exp[j(\varphi - \omega t)]\ , \tag{2-57}$$

$$E_Y = A_Y \exp\{j[(nkz + \alpha'') - \omega t]\} = A_Y \exp[j(\varphi' - \omega t)]\ . \tag{2-58}$$

其中 φ、φ' 分别为 E_X、E_Y 的相位，包括光程和初相位在内. 显然，由于 $\varphi \neq \varphi'$ ，沿 X 方向的振荡与沿 Y 方向的振荡是不同步的，因此叠加而得的合成电场强度矢量 $\boldsymbol{E}$ 的端点将不会局限在一个包含 Z 轴的平面中，而是围绕着 Z 轴作螺旋状的前进运动. 一般情况下，端点在 XY 平面上的投影是一个椭圆，如图 2-13 所示，故这种偏振光称为椭圆偏振光. 若 $\varphi' - \varphi = \pm (2m + 1)\pi/2$（$m$ 为整数），则该椭圆的长短轴与 X、Y 轴平行；而若 $\varphi' - \varphi = \pm m\pi$，则椭圆偏振光就成为直线偏振光.

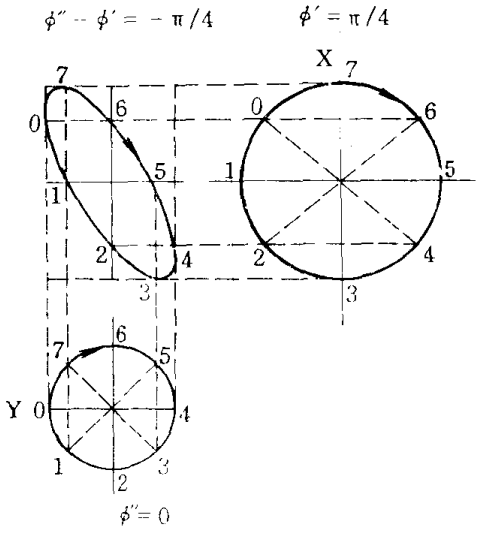

图2-13　两个振动方向相互垂直、初位相不等
（$\varphi' = \pi/4$、$\varphi'' \neq 0$）的平面偏振光的叠加

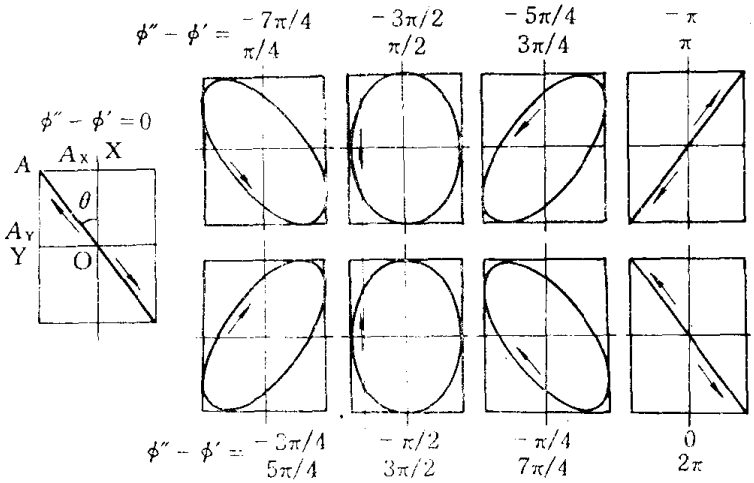

图2-14　各种相位差情况下的椭圆偏振态

图2-14展示了椭圆偏振光在各种相位差情况下 $\boldsymbol{E}$ 矢量端点在 XY 平面上的投影. 由图可见，各椭圆均内切于由 $2A_X$ 与 $2A_Y$ 所组成的矩形，椭圆的长短轴是沿这两个方向上的振幅值，其模量的平方分别代表了这两个方向上的光强. 在 X 轴与 Y 轴之间的其它不同方位上，振幅值是从相当于长轴的极大值逐渐地下降到相当于短轴的极小值，然后又随着方位角的增加增

大到相当于长轴的极大值. 所以椭圆偏振光的光强在与 Z 轴相垂直的不同方位上是不相等的，但是这种现象只能通过一定的光学仪器才可以观察到，因为人类的眼睛是不能区分偏振态的. 有一种只让某一个方向的偏振光通过的光学元件，可以用来检验光的偏振态，这种元件称为检偏器. 通过检偏器观察或测量光强，确实可以看到光强将随着检偏器绕 Z 轴的旋转而周期性地变化. 若 $A_X = A_Y$，而又有 $\varphi' - \varphi = \pm (2m+1)\pi/2$，则椭圆变为一个圆，这种情况称为圆偏振光. 通过检偏器观察圆偏振光，可以看到光强在与 Z 轴正交的各个方向上是一样的，虽然这与一般自然界存在的光如太阳光、灯光等(称为自然光，它的振动方向是杂乱的、各向同性的)在表观上并不存在差别，但在本质上是绝然不同的，并且可以进一步用光学仪器予以区别.

椭圆偏振光或圆偏振光还存在两种不同的状态：当迎着光波的传播方向观察时，其 $\boldsymbol{E}$ 矢量的端点沿顺时针方向旋转的，称为左旋偏振光(以左手的姆指顺着光波的传播方向，则其它的手指与旋转的指向一致)；沿逆时针方向旋转的，称为右旋偏振光. 这也可以从沿 Y 轴方向与 X 轴方向的两个光振动之间的相位差来判定，

$$\pi > \varphi' - \varphi > 0\ , \qquad \text{为右旋偏振}\ ;$$

$$-\pi < \varphi' - \varphi < 0\ , \qquad \text{为左旋偏振}\ .$$

图 2-14 也给出了各种相位差情况下椭圆偏振态的旋转方向. 应注意相位差为 $\pi/2$ 或 $3\pi/2$ 时，椭圆的长短轴与坐标轴 OX，OY 平行，所以相对于坐标系统为一正椭圆. 人们也经常用 E_Y 及 E_X 的比值来表示其旋转的方向. 因为 $\exp[j(\varphi' - \varphi')] = \exp[j(\pm\pi/2)] = \pm j$，所以右、左旋正椭圆偏振光可以分别写为：$E_Y/E_X = (A_Y/A_X)\,j$ 及 $E_Y/E_X = -(A_Y/A_X)\,j$，可见虚数 $j = \sqrt{-1}$ 在光学中有其一定的含义，即表示两个正交方向的振动之间存在着 $\pm\pi/2$ 的相位差. 对于圆偏振光则有：$A_X = A_Y = A$，所以有 $E_Y/E_X = \pm j$. 代表圆偏振光的光波的表达式因而可以写为

$$\boldsymbol{E}(z,t) = (\boldsymbol{x}^0 + j\boldsymbol{y}^0)A\exp\{j[(nkz + \alpha') - \omega t]\}\ .$$

正交方向上的两个光振动之间存在着不同相位的原因，可以是发光体在发出光辐射时就已经存在，也可以在传播过程中产生. 关于各种偏振态的产生情况以及对它们的检测将在第七章作详细讨论.

§2.7 不同频率的光波的叠加

单色平面波在时间上应当是无限的，但实际上不可能获得在时间上无限延伸的光波. 目前所常见的单色光，如由氖灯所发的红光、钠灯所发的黄光、汞灯所发的绿光等，大都是气态或汽态原子在改变其能量状态时所释放的光波. 发光原子改变其能量状态的时间是有限的，大概在 10^{-8} 秒左右. 所以，它所辐射光波的持续时间也就在这时限内而不是无限的. 因此，似乎存在着这样一个疑问：利用单色平面波这样一个简单的物理模型是合理和有效的吗？答案是肯定的. 事实上，光学发展的历史证明，用单色平面波的概念确实简单而正确地阐明了许多复杂的光学现象，并从中推理出不少新的成果而为实验所证实. 那么，为什么用单色平面波这个简单的模型可以描述各种复杂的实际光波呢？叠加原理用不同频率光波的叠加结果回答了这个问题. 实际上，从数学分析可以知道，任何一个时间上有限的波列都可以分解为一系列频率不同的单色平面波的叠加.

根据数学中的傅里叶分析，任何一个周期性函数都可以用一些正弦或余弦函数的总和来替代. 令周期函数为

$$F(t+T)=F(t)\ ,$$

则 $F(t)$ 可以按傅里叶级数展开，

$$F(t)=A_0+\sum_{D=1}^{\infty}A_D\sin(D\omega t)+\sum_{D=1}^{\infty}B_D\cos(D\omega t)\ ,$$

其中 $\omega=2\pi\nu=2\pi/T$.

傅里叶级数各项的系数可以由下列各式决定，

$$A_0=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}F(t)\mathrm{d}t\ ,$$

$$A_D=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T}F(t)\sin(D\omega t)\mathrm{d}t\ ,$$

$$B_D=\frac{1}{T}\int_{-T}^{T}F(t)\cos(D\omega t)\mathrm{d}t\ .$$

现以频率为 $\omega/(2\pi)$ 的矩形波为例，展开为傅里叶级数，写出其为首的三项为

$$\begin{aligned}F(t)&=1.273\sin(\omega t)+0.424\sin(3\omega t)+0.255\sin(5\omega t)+\cdots\\&=f(\nu)+f(3\nu)+f(5\nu)+\cdots\ .\end{aligned}$$

图2-15画出了对应于 $f(\nu)$、$f(\nu)+f(3\nu)$ 及 $f(\nu)+f(3\nu)+f(5\nu)$ 所对应的曲线. 由图可见，计入高阶谐波越多，整个波形越接近于频率为 ν 的矩形波. 因此，一个矩形波可以认为是由频

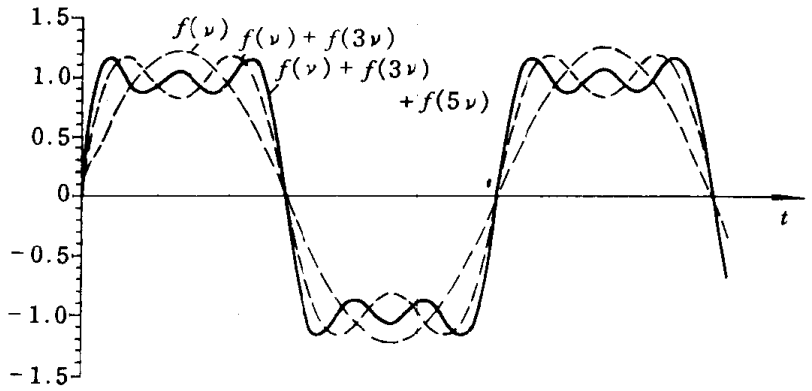

图2-15　组成频率为 ν 的矩形波的各种正弦波叠加示意图

率为 ν 的奇数倍的许多正弦波叠加而成的.

傅里叶分析方法还可以进一步推广，将任意有限的函数展开为无穷个连续变化的正弦和余弦函数的组合，也就是把傅里叶级数扩展到傅里叶积分. 在傅里叶积分中，时间 t 和频率 ν 有如下变换关系，

$$F(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\nu)\exp(-2\pi\mathrm{j}\nu t)\mathrm{d}\nu\ ,\qquad(2\text{-}59)$$

以及

$$f(\nu)=\int_{-\infty}^{\infty}F(t)\exp(2\pi\mathrm{j}\nu t)\mathrm{d}t\ .\qquad(2\text{-}60)$$

(2-59)式表示，一个任意的波 $F(t)$ 可以由各种频率为连续变化的单色平面波叠加而成，每一

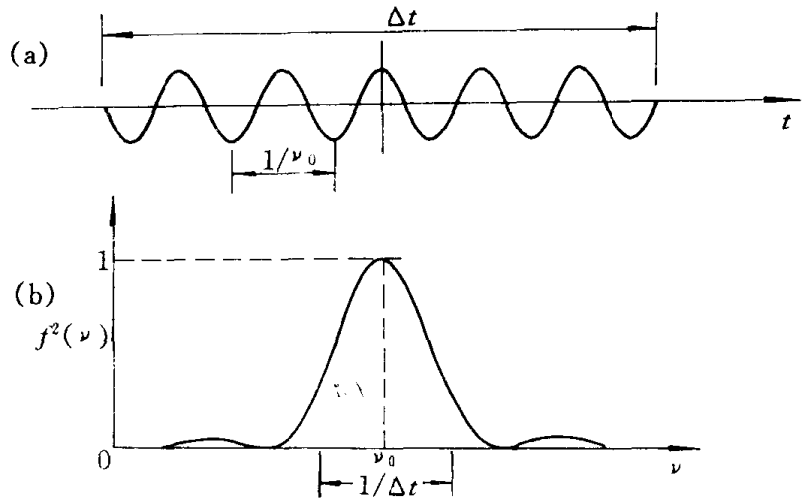

图2-16　有限波列展开为频率连续变化的许多正弦波叠加示意图

单色平面波的振幅 $f(\nu)$ 可以由(2-60)式求出. 下面将用一个简单的实例来说明.

设有一个具有单一频率为 $\nu_0 = \omega/(2\pi)$，但只有有限作用时间 Δt 的光波波列 $F(t)$，如图2-16a 所示. 这一有限波列可以用数学描述如下，

$$\begin{aligned} F(t) &= f_0\exp[-2\pi j\nu_0 t] \qquad (\text{当 } |t| \leqslant \Delta t/2)\,, \\ F(t) &= 0 \qquad\qquad\qquad\quad (\text{当 } |t| > \Delta t/2)\,. \end{aligned} \tag{2-61}$$

其中 f_0 是一个常数. 这一波列虽然只有单一的频率，但是由于它在时间上是有限的，所以决不可认为这是一个单色的平面波，根据(2-59)式，$F(t)$ 可以用傅里叶积分表述为由各种不同频率的单色平面波所叠加而组成，这些单色平面波的振幅则从(2-60)式中可以获得为

$$\begin{aligned} f(\nu) &= f_0\int_{-\infty}^{\infty}\exp[2\pi j(\nu-\nu_0)t]\mathrm{d}t \\ &= f_0\Delta t\,\frac{\sin[\pi(\nu-\nu_0)\Delta t]}{\pi(\nu-\nu_0)\Delta t}\,. \end{aligned} \tag{2-62}$$

上式的积分实际上是从 $-\Delta t/2$ 到 $\Delta t/2$. 图2-16b 是(2-62)式的平方值，代表各个单色平面波光强的相对比值. 在 $\Delta\nu = \nu - \nu_0 = \pm 1/\Delta t$ 处，(2-62)式等于零，也就是说，组成这一有限波列的各单色平面波的频率范围在 $\Delta\nu$ 之内的，才有明显的贡献. 由此可得一个重要的关系式，

$$\Delta\nu = 1/\Delta t\,. \tag{2-63}$$

它表示，有限波列的作用时间愈长，这一波列的单色性愈好. 如果波列的长度为无限长，即 $\Delta t \to \infty$，则 $\Delta\nu \to 0$，即为真正的单色平面波. 因此，单色平面波所定义的频率的单一性与作用时间的无限性这两个概念实际上是等同的.

关于傅里叶变换，即(2-59)，(2-60)式中的时间函数 $F(t)$ 与频率函数 $f(\nu)$ 的对应和可以相互转换的关系，在物理学中是经常会遇到的方法，在光学中则更是极重要的一种处理问题的

技巧. 式中的参变量 t 与 ν 存在着对应的关系. 函数 $F(t)$ 与函数 $f(\nu)$ 所代表的是同一个物理实体，只是在不同的参变量区域中描述而已. (2-61)式及图2-16a 是在时间域中所看到的有限波列的情况，一般说来这种表象是经常看到的，是大家熟悉的；而(2-62)式和图2-16b 则是同样的波列，却放在频率域中予以表述，由于这种表象在以前接触得不多因而不太熟悉. 但是，它们代表的是一回事，经过多次的接触后，会习惯于用这两种在表观上不同的表象来表述同一个物理实体.

习题与思考题

1. 为什么可以用指数函数来表示简谐波？指出(2-11)式与(2-9)式的异同.

2. 为什么说光波是横波？如果传播方向是 Z，$\boldsymbol{E}$ 矢量沿 Y 方向，那么 $\boldsymbol{B}$ 矢量应在什么方向？如何描述这种光波的偏振性质？

3. “光”是矢量吗？什么是“光矢量”？“光矢量”的方向与光的传播方向有什么关系？

4. 什么是波面？波面与波的传播方向有什么关系？等相位的面与等振幅的面必然相同吗？

5. 平面波和高斯波能否看成球面波的特例？试设想几种出现非球面波的情况.

6. 已知一束二氧化碳激光($\lambda=10.6\mu m$)沿 Z 轴传播. 在 $z=0$处是束宽为1mm 的平面波，求它在 $z=2m$ 处的束宽和曲率半径.

7. 折射率的物理意义是什么？引入“光程”有何实际用处？

8. 已知一个 YAG 脉冲激光器的输出波长为1.06μm，单个脉冲的能量为300mJ，问其中含有多少个光子？光脉冲的动量是多少？

9. 在图2-8a 中，设 SC=PK=SQ=PQ=1m，$\lambda=0.5\mu m$，试计算与 G 点距离为 x 的 X 点所对应的光程 SXP 与 G 点对应的光程 SGP 之差；并估算当此光程差所产生的相位差为90°时的 x 值.

10. 试从最短光程[图(2-10)中的 n_1 (SL)+ n_2 (LP)为最小]出发，导出折射定律.

11. 试说明能否用两个以上的检偏器来区别自然光与圆偏振光？

12. 两频率为 ω、振动方向互为垂直的单色平面波 E_X 和 E_Y，其振幅和初相位分别为 $A_X=1/2$，$\varphi_X=\pi/4$，以及 $A_Y=1$，$\varphi_Y=\pi/2$. 求其合成运动的轨迹及旋转方向.

13. 什么是单色光？有没有严格意义上的“单色光脉冲”？一个能量为 $h\nu$ 的光子，可以用一个频率为 ν 的单色光来表示吗？

14. He-Ne 激光器发出632.8nm 的光波，其 $\Delta\lambda=1\times10^{-7}$nm，氪灯($_{86}$K)的橙黄色谱线波长为 $\lambda=605.7$nm，$\Delta\lambda=4.7\times10^{-4}$nm. 试分别求其波列的长度.

第三章　几何光学

本章提要：以光波叠加原理得出的几何光学三个基本定律为基础，用几何学的方法确定光在均匀介质中的传播方向；由物象共轭关系的等光程原理导出单球面近轴成象公式，讨论了放大率．在重点讨论了薄透镜成象规律后，用逐次成象法及基点法得出一般共轴球面系统的成象规律并介绍了成象的矩阵方法．讨论了显微镜、望远镜等光学仪器的构造和原理，给出了有关象差的概念．最后，介绍了棱镜和光纤．

§3.1　几何光学的基本概念

几何光学，也称光线光学，是研究光的传播方向的学科．在几何光学中，把光波传播的行踪轨迹简化为几何学中的线段，这些线段称为“光线”，代表了光的传播方向和能量的输运．第二章讲到的光在均匀介质中两点间的传播，也确实体现出直线传播的规律．但是从光是一种波动的理论来分析，“光线”只是近似处理的结果，光在距离足够远的自由空间中传播时，这种近似是合理的，光线代表的方向就是光波波矢 $\boldsymbol{k}$ 的方向．应用几何光学能够比较容易地得出光波在经过各种光学元件时的传播行为，比较直观，所以是一种很有用的手段，在对光学仪器的初级阶段的设计中，都是采用几何光学的方法来进行的．

几何光学是基于在第二章由光波的叠加原理出发所得出的关于光在传播方向上的三个基本定律：

(1)光的直线传播定律

光在均匀的介质中沿直线传播．

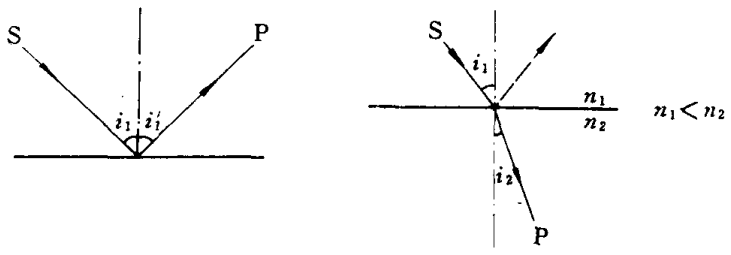

图 3-1　光的反射定律和折射定律

(2)光的反射和折射定律

光入射到两种介质的分界面上时，其传播方向发生改变，如图 3-1 所示．反射光线和折射光线都在入射光线和界面法线所组成的入射面内，并且反射角 i'_1 和折射角 i_2 与入射角 i_1 的关系为：

$$i'_1 = i_1, \tag{3-1}$$

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2, \tag{3-2}$$

其中 n_1 和 n_2 分别是入射介质和折射介质的折射率.

(3)光的独立传播定律

光在传播过程中与其它光束相遇时,各光束都各自独立传播,不改变其传播方向.

实际上,这三个定律在人们还未认识到光是电磁波的时代,就由经验得到.几何光学的主要内容就是根据这三个定律,加上一些几何学上的推导,确定光在不同介质及其界面上的传播方向,从而研究光线束的转换和对物体的成象问题.

一束发散的、或会聚的、或平行的光束可以经过单个光学元件(例如一块平面反射镜或一个透镜)而改变其传播方向或发散度,若被改变的光束会聚在一个点上,则成为一个象点;也可以经过多个光学元件组成的光学系统(例如由几个透镜组成的望远镜系统或显微镜系统),转

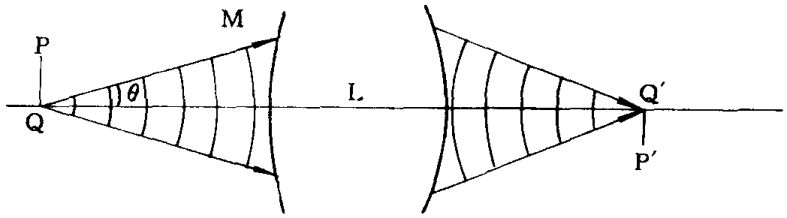

图 3-2 几何光学系统的物与象

换其传播性质而成象.

一个本身发光或受到光照的物体在几何光学中都可以称为物,例如图 3-2 中的 PQ,物上每一点(称为物点)都发出一个发散的球面波.物点 Q 上发出的球面波中的一部分光线,如果经过光学系统 L 后,变成一个会聚的球面波,那么这些光线就能等光程地(即同相位地)到达球心 Q′,并将在 Q′点互相加强而使 Q′呈现出高亮度,在 Q′处放上一个屏幕就可观察到这个亮点,Q′点称为 Q 点的象点.同样,物体 PQ 上的每一点都能在 L 的另一侧得到一一对应的象

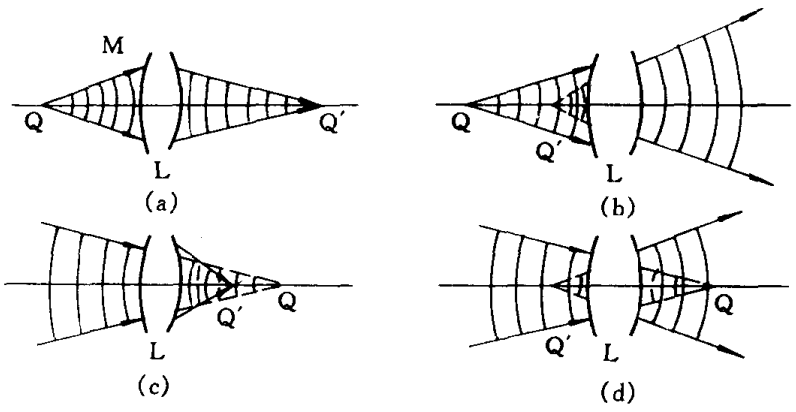

图 3-3 物象的各种虚实关系

点,其整体 P′Q′便是整个物 PQ 的象.

如果物点Q上发出的球面波，经过L后变成了另一个发散的球面波，那么，我们把新的球面波的球心Q′也称为Q点的象，但这个象并不是等光程光线的实际会聚点，用屏幕无法观察到这个象点，但是发散的波犹如从这一象点上所发射似的，因而称它为“虚象”，如图3-3b、3-3d所示. 而上述会聚球面波的会聚点称为“实象”，如图3-3a、3-3c所示.

总之，物点发出的球面波经光学系统后形成的新球面波的球心称为该物点的象. 会聚球面波球心是实际光线的会聚点，能用屏幕接收到，称为实象点；发散球面波的球心是实际光线的反向延长线的交点，不能用屏幕接收到，称为虚象点. 相应地，物也有虚实之分；实际发光的物点发出的都是发散的球面波，这种物称为“实物”，如图3-3a、3-3b所示. 如果一个光学系统前方的光源不是发散球面波而是会聚球面波，则把这种球面波的球心称为“虚物”，如图3-3c、3-3d所示.

在实际成象应用中，一个物体常常要经过几个光学元件(如透镜、反射镜等)后才最终成象，这些光学元件的对称轴都在同一条直线上，我们把这些光学元件以及元件间的间隔作为一个整体，称为光学系统，各光学元件的对称轴称为光学系统的光轴. 例如在图3-3中，QQ′就是光学系统L的光轴.

实际上，只有少数非球面的光学系统才可能使物点Q上所发出的全部光线都等光程地到达象点Q′上. 例如由椭球面构成的反射镜，当将点光源放在椭球的一个焦点上时，经反射后的全部光线都将会聚在该椭球的另一个焦点上；又如将点光源放在一个抛物球面反射镜的焦点上，其反射后的光线都将平行于该抛物面体的主轴，形成平行光束出射. 但是在实际的光学系统中，因为加工制备上的方便，光学元件大都是由平面或球面构成的，这些光学系统，都不可能使物点Q上发出的所有光线全都等光程地到达象点Q′上. 只有在接近光轴的较小范围内的光线，其光程才能在一个很小的误差范围内近似相等地达到Q′点，形成象点. 这就是几何光学成象的近轴条件. 从几何学看，当中央光线QQ′和边缘光线OM夹角为θ时(见图3-2a)，近轴条件要求

$$\sin\theta \approx \mathrm{tg}\theta \approx \theta \ ; \tag{3-3}$$

而从波动学看，近轴条件要求由Q点发出的光波经光学系统到达Q′点时，各光线间的最大程差不宜超过光波波长的1/4. 不符合近轴条件的光线在Q′处叠加时，其作用是使一部分光线互相抵消，使Q′点的亮度减弱，而它们在Q′点附近的叠加结果又会使其变亮，这样，Q′点就不再是一个清晰明亮的象点，而变成一个边缘模糊的斑. 由于非近轴光的作用，每一个象点都变成了一个斑，它们重叠在一起，使整个象变得模糊不清，或者说象质变差了，这就是象差问题. 因而，要改善象质，最简单的方法就是要限制非近轴光线进入光学系统，但这将降低成象的光强度；另一个办法是采用加工极为复杂的非球面系统.

一般地说，在近轴条件下，一个确定了的光学系统对于入射光的变换是唯一的，也就是物象之间具有一一对应的变换关系，如把物放在象的位置，则其象就成在物原来的位置上，这种物象之间的对应关系称为物象的共轭性.

§3.2 光在单球面上的近轴成象

常见的光学系统都是球面光学系统，即其中的光学元件如透镜、反射镜等都由球面(包括平面)组成. 因此，为了研究各种光学系统的成象问题，必须首先讨论经过单球面折射成象的情

况. 如图 3-4 所示，两均匀、透明介质的折射率分别为 n 和 n'，其交界面是一曲率半径为 r 的球面 Σ，Σ 的中心点 O 称为球面的顶点，顶点 O 和曲率中心 C 的连线称为球面 Σ 的主光轴，也称

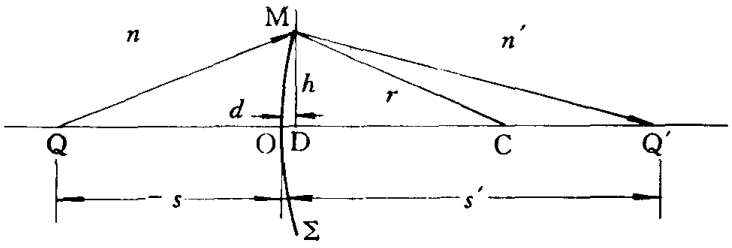

图 3-4　单球面折射成象

主轴，轴上一物点 Q 发出的近轴光线 QM 经球面折射后交主光轴于 Q′ 点，Q′ 为物点 Q 的象（因为 Q 发出的另一近轴光线可看作与主光轴重合，物点发出的近轴光线经单球面后都相交于 Q′ 点）.

设顶点 O 到物点 Q 的距离为物距 s，顶点 O 到象点 Q′ 的距离为象距 s'，单球面的曲率半径 r 确定后，Q 和 Q′ 是一对共轭点，物距 s、象距 s' 和曲率半径 r 之间有确定关系式，为求出此关系式，先确定计算和作图时各线段和角度的符号规则.

(1)线段：以顶点 O 为起点，沿光线进行方向（图中自左向右）为正，逆光线进行方向为负；在垂直方向上，以主光轴上方为正，主光轴下方为负.

(2)角度：由主光轴或法线为起始线，转一锐角，旋转方向为顺时针，角度为正，反之为负.

(3)图中所有的线段和角度的标记为绝对值，若按以上规定字母为负时，则在其前面加上负号. 例如，物距 $s<0$，所以用 $-s$ 表示.

由前述叠加成象的基本概念可知，从物点发出的无数光线经不同路程到达象点上时，其光程必定是相等的. 即，光程[QMQ′]必定等于光程[QOQ′]. 由图 3-4 可见，

$$[\mathrm{QMQ'}]=n\mathrm{QM}+n'\mathrm{MQ'}\ , \tag{3-4}$$

$$[\mathrm{QOQ'}]=n\mathrm{QO}+n'\mathrm{OQ'}=n(-s)+n's'\ . \tag{3-5}$$

在△MDC 中可得　$h^2=r^2-(r-d)^2=r^2-(r^2+d^2-2rd)=2rd-d^2$.

在 △QMD 中可得　$\mathrm{QM}=\sqrt{(-s+d)^2+h^2}=\sqrt{s^2+d^2-2sd+h^2}$

$$=\sqrt{s^2+d^2-2sd+2rd-d^2}=\sqrt{s^2+2d(r-s)}\ .$$

在近轴条件下：$d\ll|s|、s'、r$，故上式可展开为

$$\mathrm{QM}=(-s)\left[1+\frac{d(r-s)}{s^2}-\frac{d^2(r-s)^2}{2s^4}+\cdots\right]. \tag{3-6}$$

同理由△MDQ′可得

$$\mathrm{Q'M}=(s')\left[1+\frac{d(r-s')}{s'^2}-\frac{d^2(r-s')^2}{2s'^4}+\cdots\right]. \tag{3-7}$$

在一级近似的情况下，可略去(3-6)及(3-7)两式中二阶以上的小量，并将其代入(3-4)式中可得

$$[\mathrm{QMQ'}]=n(-s)\left[1+\frac{d(r-s)}{s^2}\right]+n's'\left[1+\frac{d(r-s')}{s'^2}\right]. \tag{3-8}$$

根据[QMQ′]=[QOQ′],将(3-8)与(3-5)式比较可得

$$n(-s)[1+\frac{d(r-s)}{s^2}]+n's'[1+\frac{d(r-s')}{s'^2}]=n(-s)+n's'\ .$$

化简后得

$$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{(n'-n)}{r}\ . \tag{3-9}$$

(3-9)式称为单球面的成象公式.它表示在近轴条件下象距与入射光线的倾角无关,所有不同入射角的光线经球面折射后都会聚到象点上.

单球面成象公式的右方 $(n'-n)/r$ 是由折射球面的曲率半径和它两边介质折射率所决定的一个常量,与物距无关,称为该折射球面的光焦度,用 Φ 表示,

$$\Phi=\frac{n'-n}{r}\ . \tag{3-10}$$

因为折射率 n 是无量纲的,所以光焦度 Φ 的量纲为 L^{-1},若以米为长度单位,每米光焦度为一个屈光度,用 D 表示.

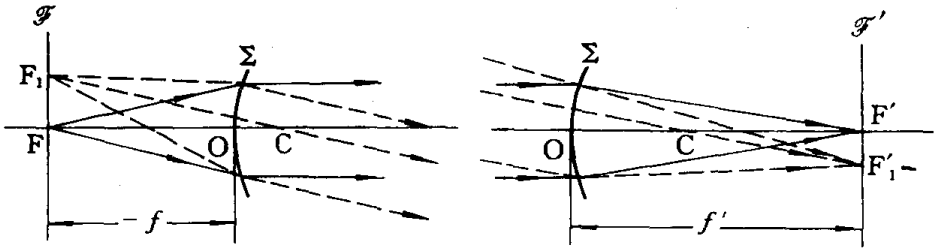

图 3-5　单球面的焦点、焦距与焦平面

由(3-10)式可以导出焦点的位置与光焦度的关系.如图 3-5,物方主轴上有一个特殊的点,当发光点处在这个位置时发出的光线经球面折射后皆为平行于主光轴的光线.这个点称为物方主焦点或第一主焦点,记为 F.经过 F 点垂直于主光轴平面上的各点发出的光,经球面折射后将成为各个方向的平行光,因此,这个平面称为物方焦平面,记为 $\mathscr{T}$.同样在象空间也有一个特殊的点,平行于主光轴的入射光线会聚于这个点,此点称为象方主焦点或第二主焦点,记为 F′.同理,也有象方的焦平面 $\mathscr{T}'$.从球面顶点 O 到 F、F′的距离分别称为物方焦距、象方焦距,记为 f、f' .

由折射公式可知,

$$\text{当 } s=-\infty \text{ 时},\qquad s'=f'=\frac{n'}{\Phi}\ ; \tag{3-11}$$

$$\text{当 } s'=\infty \text{ 时},\qquad s=f=\frac{-n}{\Phi}\ ; \tag{3-12}$$

例如,一直径为 $d=10$cm 的玻璃棒端面磨成半球,玻璃折射率为 1.5,可算出其光焦度和焦距分别为

$$\Phi=\frac{n'-n}{r}=\frac{1.5-1}{0.05\text{m}}=10\text{D}\ .$$

$$f=\frac{-n}{\Phi}\cdot\frac{-1}{10}\mathrm{m}=-10\mathrm{cm}\ ,\qquad f'=\frac{n'}{\Phi}\cdot\frac{1.5}{10}\mathrm{m}=15\mathrm{cm}\ .$$

在近轴条件下计算物象关系时用焦距往往比用光焦度更为简便，即从 $\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=\Phi$ 得

$$\frac{f'}{s'}+\frac{f}{s}=1\ . \tag{3-13}$$

上式为高斯公式.

根据上述符号规则，以法线为起始线，反射定律(3-1)式应写为：$i'_1=-i_1$，而折射定律(3-2)式不变. 从形式上看，可以把反射定律当作折射定律的一个特例，即当 $n_2=-n_1$ 时，折射定律就成为反射定律了. 这样，球面折射公式也可用于球面反射的情况，即只须将 $n'=-n$ 代入球面折射公式即可得到球面反射的所有公式. 即在(3-9)式中令 $n'=-n$ 即得

$$\frac{-n}{s'}-\frac{n}{s}=\frac{-2n}{r}\ ,\qquad \frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{2}{r}\ . \tag{3-14}$$

此即球面反射的成象公式. 球面反射时的光焦度为

$$\Phi=\frac{n'-n}{r}=\frac{-2n}{r}\ . \tag{3-15}$$

焦距 f 和 f' 重合

$$f'=f=\frac{-n}{\Phi}=\frac{1}{2}r\ . \tag{3-16}$$

高斯公式为

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}\ . \tag{3-17}$$

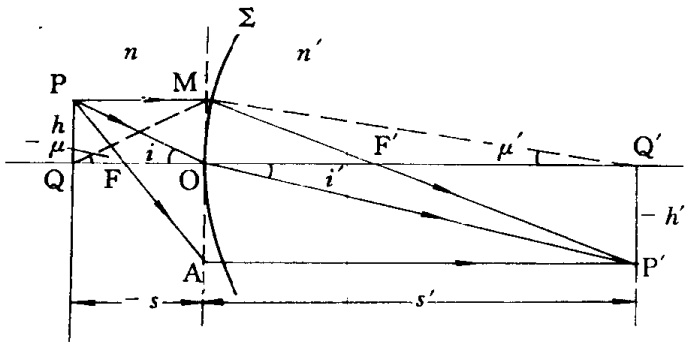

图 3-6　单球面成象的放大率

当 r 为正时，f 亦为正，r 为负时，f 亦为负；f 与 r 同侧且为 r 之一半.

根据以上成象公式，可以导出单球面成象的放大率. 如图 3-6，Q 与 Q′ 为单球面主轴上的一对共轭点，过 Q 点作垂直于主轴的线段 QP，其高为 h，经过单球面成象为 Q′P′，象高为 h'. 定义象高 h' 与物高 h 的比值为垂轴放大率，用 β 表示，

$$\beta=\frac{h'}{h}\ . \tag{3-18}$$

从 P 点作通过 O 的入射光线，其折射光线为 OP′，由图可知，

$$\frac{h}{-s}=\mathrm{tg}i\ ,\qquad \frac{-h'}{s'}=\mathrm{tg}i'\ ,\qquad \frac{h'}{h}=\frac{s'\mathrm{tg}i'}{s\ \mathrm{tg}i}\ .$$

由折射定律知 $\frac{\sin i}{\sin i'}=\frac{\mathrm{n}'}{\mathrm{n}}$. 当 PQ 和 P′Q′很小时，由(3-3)式知 $\frac{\mathrm{tg}i'}{\mathrm{tg}i}=\frac{\sin i'}{\sin i}=\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{n}'}$. 所以

$$\beta=\frac{h'}{h}=\frac{s'n}{sn'}\ . \tag{3-19}$$

上式表示在近轴条件下，垂轴放大率决定于象距与物距. 也就是说，在通过物点的垂直于主轴的平面(称为物平面)上的各点，成象于通过对应象点的垂直于主轴的平面(称为象平面)上的各点，其放大率相同，所以象和物是相似的.

当 $\beta>0$ 时，h 和 h' 的符号相同，物与象在主光轴的同一侧，为正立的象；并且 s 和 s' 也同号，即物与象一虚一实.

当 $\beta<0$ 时，h 和 h' 异号，物与象在主光轴的两侧，为倒立的象；s 和 s' 也异号，即实物成实象，或者虚物成虚象.

$|\beta|>1$ ，系统成一放大的象，

$|\beta|<1$ ，系统成一缩小的象.

除了上述垂轴放大率外，对于单球面还可定义一个角放大率. 如图 3-6，由 Q 点发出的近轴光线 QM 与主光轴的夹角为 μ，其共轭光线 MQ′与主光轴的夹角为 μ' ，角放大率 γ 的定义为这一对共轭光线与主光轴夹角的比值，即

$$\gamma=\frac{\mu'}{\mu}\ .$$

角放大率表示折射球面改变同心光束张角大小的能力. 当满足近轴条件时，

$$-\mu=\frac{h}{-s}\ ,\qquad \mu'=\frac{h}{s'}\ .$$

于是

$$\gamma=\frac{\mu'}{\mu}=\frac{s}{s'}\ . \tag{3-20}$$

由(3-19)式得到 γ 与 β 的关系为

$$\gamma=\frac{n}{n'}\cdot\frac{1}{\beta}\ . \tag{3-21}$$

即垂轴放大率与角放大率成反比.

将(3-20)代入到(3-19)式，消去 γ，便得到

$$h'\mu'n'=h\mu n\ . \tag{3-22}$$

(3-22)称为拉格朗日-亥姆霍兹恒等式. 它表示在近轴区域球面折射成象时，物、象空间各共轭量之间制约关系.

关于平面的折射和反射情况，可从单球面公式中令 $r\to\infty$ 而直接得出，即在近轴条件下，平面折射的成象公式为

$$s'=s\frac{n'}{n}\ , \tag{3-23}$$

平面反射的成象公式为

$$s'=-s\ . \tag{3-24}$$

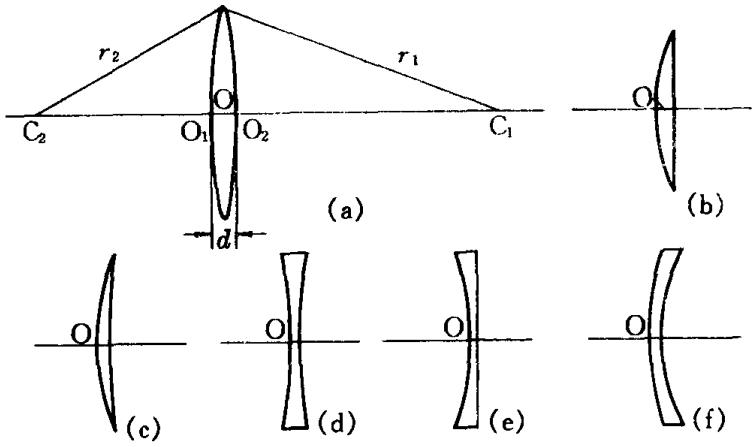

图 3-7　各种薄透镜

§3.3　薄透镜成象及其作图法

上一节讨论的单球面折射是一种最简单的光学系统，实际光学系统一般是由多个折射球面组成，这些球面的球心都在一直线上，称为共轴球面系统. 连接各球心的直线即为系统的主光轴，最简单的共轴球面系统为一薄透镜. 它由两个单球面组成，两球面的曲率半径分别为 r_1、r_2，两顶点 O_1、O_2 相距为 d，当 d 与 r_1、r_2 及焦距相比为很小，可认为 $d \to 0$，O_1、O_2 重合为 O，称为薄透镜的光心，这便是薄透镜的定义. 薄透镜分为凸透镜和凹透镜两大类，如图 3-7 所示. 凸透镜的中央厚度大于边缘部分，有双凸(a)、平凸(b)、弯凸(c)三种情况. 凹透镜的边缘厚度大于中央部分，有双凹(d)、平凹(e)、弯凹(f)三种情况.

现分析一下薄透镜. 设轴上一物点 Q 离薄透镜光心 O 的距离为 s_1，如图 3-8 所示. 对第一

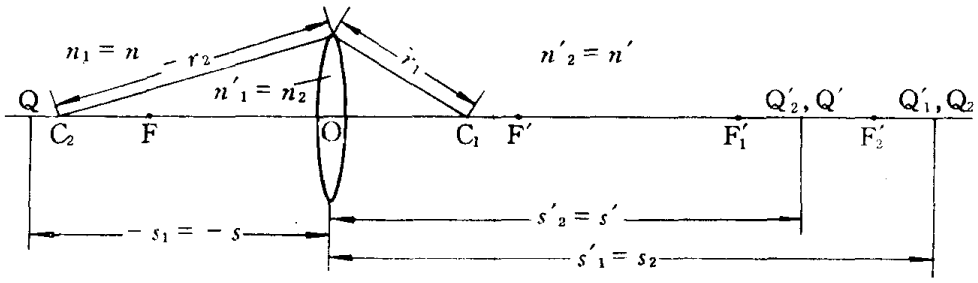

图 3-8　薄透镜分析

折射面

$$\frac{n'_1}{s'_1} - \frac{n_1}{s_1} = \frac{n'_1 - n_1}{r_1} = \Phi_1, \tag{3-25}$$

对第二折射面

$$s'_1 = s_2, \qquad n'_1 = n_2,$$

即

$$\frac{n'_2}{s'_2} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{n'_2 - n_2}{r_2} = \Phi_2. \tag{3-26}$$

(3-25)与(3-26)二式相加得

$$\frac{n'_2}{s'_2} - \frac{n_1}{s_1} = \Phi_1 + \Phi_2 = \Phi . \tag{3-27}$$

Φ 称为薄透镜的光焦度，它由组成这个薄透镜的两个单球面的光焦度相加而得，(3-27)式就是薄透镜的成象公式. 与单球面的情况完全一样，若以 s' 代替 s'_2，s 代替 s_1，n' 代替 n'_2，n 代替 n_1，则形式亦完全一样，(3-27)式可记为，

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \Phi . \tag{3-28}$$

同样，当$s = \infty$ 时，　$s' = f' = \dfrac{n'}{\Phi}$，　f' 为薄透镜的象方焦距.

$s' = \infty$ 时，　$s = f = \dfrac{-n}{\Phi}$，　f 为薄透镜的物方焦距.

用薄透镜的焦距代入成象公式(3-28)式便得薄透镜的高斯公式如下，

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 . \tag{3-29}$$

薄透镜的垂轴放大率和角放大率分别为

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{ns'}{n'} , \tag{3-30}$$

$$\gamma = \frac{\mu'}{\mu} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} . \tag{3-31}$$

若薄透镜处于空气中，则 $n = n' = 1$，设薄透镜材料的折射率为 n_L，两球面曲率半径分别为 r_1、r_2，则可得

$$\Phi = (n_L - 1)(1/r_1 - 1/r_2) , \tag{3-32}$$

$$f' = -f = \frac{1}{(n_L - 1)(1/r_1 - 1/r_2)} . \tag{3-33}$$

这时高斯公式为

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} . \tag{3-34}$$

在近轴条件下，薄透镜的物象关系除了可以通过上述一系列成象公式确定之外，还可以利用焦点、焦面和光心的特征，用作图的方法来求得. 焦点和焦平面的特征与单球面的情况相同. 光心的特点是经过它的入射光线将不发生偏折. 单球面的光心即为单球面的曲率中心 C，薄透镜的两侧介质折射率相同时，薄透镜的光心即为该光学系统的光心.

根据焦点和光心的特征，对于一个发光物点可以找出三条典型光线.

1. 过物方焦点的入射光线，经折射后光线平行于主光轴.

2. 平行于主光轴的入射光其折射光线过象方焦点.

3. 过光心的入射光线其折射光线不发生偏折. 图 3-9 给出了薄透镜的三条典型光线. 由于平面中二条相交线可以确定一个点，所以只需任意二条典型光线即可确定一个象点.

用作图法求某一入射光线的出射光线时，要注意入射光线是否为三条典型光线中的一条，

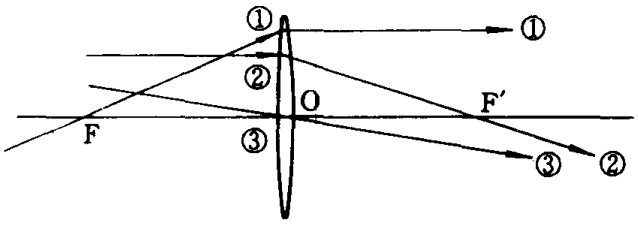

图 3-9　薄透镜的三条典型光线

如果入射光线不是典型光线，则要适当地添置一条辅助光线，然后找出其出射光线. 此辅助光线应满足两个条件：①是典型光线. ②与入射光线有关.

例 3-1：

一任意光线 SM 入射在薄透镜上，求其出射光线（见图 3-10a）.

解：

第一步：过 F 点作 SM 的平行光线 FM′，FM′即为一根辅助光线，此辅助光线是三条典型光线之一，与入射光线平行；

第二步：按典型光线规则作 FM′的出射光线 M′N 使之平行于主光轴；

第三步：过 F′作象方焦平面 $\mathscr{F}'$ 与 M′N 交于 Q′点；

第四步：按焦平面特征，SM 的出射光线必定通过 Q′点，所以连接 MQ′的直线就是 SM 的

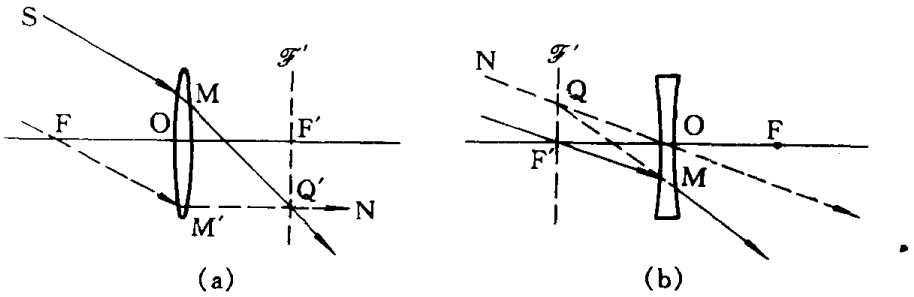

图 3-10　薄透镜成象作图法实例

出射光线.

例 3-2：

一光线通过凹透镜的象方焦点，求其出射光线（见图 3-10b）.

解：

注意，通过象方焦点的光线不是典型光线，为此，要作辅助光线.

第一步：过光心作入射光线的平行线 NO，此光线过透镜后不改变方向；

第二步：过 F′作象方焦平面 $\mathscr{F}'$，与此辅助光线交于 Q 点；

第三步：QM 的延长线即为出射光线.

§3.4 共轴球面系统成象

多个单球面组成的共轴球面系统，其物象关系可以对每一个球面逐次用成象公式求出. 或者利用共轴系统的一些特征位置(基点和基面)，把多个球面化为类似于一个单球面的情况，通

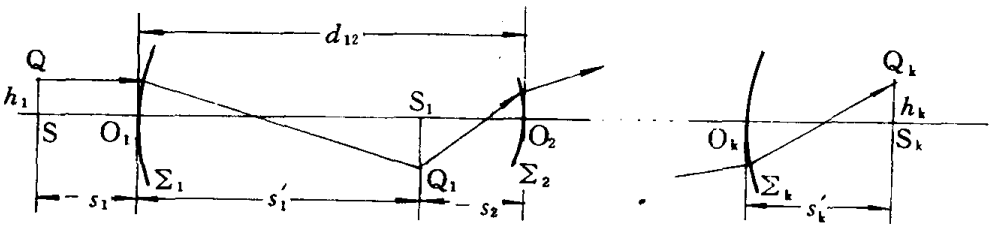

图 3-11 共轴球面系统的逐次成象

过一次折射求出整个系统的物象关系.

如图 3-11 所示，由 K 个折射球面组成一共轴球面系统，物体 SQ 经过这个光学系统所成的象为 S_KQ_K.

先对第一个单球面 Σ_1 使用单球面的折射公式或高斯公式找到其对应的象 S_1Q_1，此时假定其它的球面不存在，然后将由第一球面得出的象作为第二个球面 Σ_2 的物，求出其对应的象 S_2Q_2……，这样逐个地找出每个球面对应的象的位置及象的大小、正倒等情况，直至最后一个球面的象 S_KQ_K，这便是整个球面系统的象.

对应 K 个球面，可得 K 个物象距公式，

$$\frac{n'_1}{s'_1}-\frac{n_1}{s_1}=\frac{n'_1-n_1}{r_1},$$

$$\cdots$$

$$\frac{n'_K}{s'_K}-\frac{n_K}{s_K}=\frac{n'_K-n_K}{r_K}.$$

两相邻球面的顶点距离为

$$d_{12}=s'_1-s_2,\qquad d_{23}=s'_2-s_3,\qquad \cdots,\qquad d_{K-1,K}=s'_{K-1}-s_K.$$

当系统给定时，各球面的曲率半径 r 及其两边的介质折射率为已知，且两相邻球面的顶点距离也给定，用上两组方程式可解出最后一个象距 s'_K. 对于给出的物高 h_1，垂轴放大率为

$$\beta=h'_K/h_1.$$

$\because\quad h'_1=h_2,\ h'_2=h_3,$

$$\therefore\qquad \beta=\frac{h'_K}{h_1}=\frac{h'_1}{h_1}\cdot\frac{h'_2}{h_2}\cdot\frac{h'_3}{h_3}\cdots\frac{h'_K}{h_K}=\beta_1\cdot\beta_2\cdot\beta_3\cdots\beta_K. \tag{3-35}$$

即系统总的垂轴放大率为各单球面的垂轴放大率之乘积. 相应的拉格朗日-亥姆霍兹恒等式为

$$n_1h_1\mu_1=n'_1h'_1\mu'_1=n_2h_2\mu_2=\cdots=n'_Kh'_K\mu'_K. \tag{3-36}$$

例 3-3：

惠更斯目镜是一种常用的目镜系统，它由两个凸透镜 L_1 和 L_2 组成，如图 3-12 所示. 其

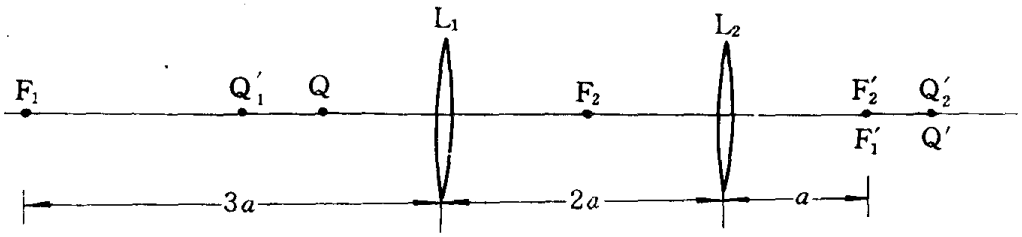

图 3-12　惠更斯目镜

中，$f'_1 = 3a$，$f'_2 = a$，$d = 2a$．当一物点 Q 处于 L_1 前 a 处时，试用逐次成象法求它的成象位置．

解：

已知 $-s_1 = a$，代入第一个透镜的高斯公式，即

$$\frac{3a}{s'_1} + \frac{-3a}{-a} = 1\ ,\qquad 得\qquad s'_1 = \frac{-3}{2}a = -1.5a\ ,$$

对于第二个透镜，此象点位于 $-s_2 = 1.5a + 2a$ 处，代入第二个透镜的高斯公式，即

$$\frac{a}{s'_2} + \frac{-a}{(-3/2)a - 2a} = 1\ ,\qquad 得\qquad s'_2 = 7a/5 = 1.4a\ .$$

答：

象点位于第二个透镜后 1.4 a 处．

对于任一复杂的共轴球面系统都可以用上述逐次成象法解出其物象关系，借助于计算机也不太麻烦，然而这个方法对整个光学系统缺乏整体的理解．

基点法则是在共轴球面系统中建立起一些特殊的点和面，称为系统的基点和基面，只要找出这些基点和基面，便可将该复杂的系统视为一个整体（而不必考虑每一个球面的折射情况），整个系统的物象关系公式和作图法都可等效为与单球面或单个薄透镜的情况相类似而求出．

在共轴系统中要建立的基点和基面是：主焦点和焦平面；主点和主平面．主焦点和焦平面的定义与单球面中的定义相同．但也可以这样来定义：与无穷远处的象平面共轭的物平面称为系统的物方焦平面，物方焦平面与主光轴的交点称为物方主焦点，记为 F．同样，与无穷远处的物平面共轭的象平面称为系统的象方焦平面，象方焦平面与主光轴的交点称为象方主焦点，记为 F′．

在共轴系统中存在着一对共轭面，其垂轴放大率 $\beta = 1$，这对共轭面称为系统的主平面，共轭面中属于物方的称为物方主平面，记为 $\mathscr{H}$，物方主平面与主光轴的交点称为物方主点，记为 H，同样共轭面中属于象方的称为象方主平面，记为 $\mathscr{H}'$，其与主光轴的交点称为象方主点，记为 H′．

物方主焦点到物方主点的距离称为系统的物方焦距，记为 f．象方主焦点到象方主点的距离称为系统的象方焦距，记为 f'．

根据定义可知单球面的主点 H、H′与其顶点重合，而薄透镜的主点 H、H′与其光心重合．

当共轴系统的主焦点、主点、焦距给出后，就可以撇开系统的内部结构，用作图法或计算法求出物象关系．

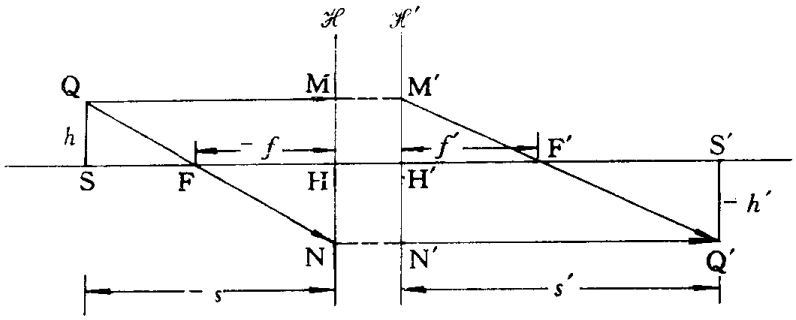

图 3-13　共轴球面系统的基点和基面

图 3-13 为一共轴系统的基点，物为 SQ. 先用作图法求物象关系如下.

①由 Q 点引入射光线 QM 平行于光轴，QM 交物方主平面 $\mathscr{H}$ 于 M 点，过 M 点作光轴的平行线交象方主平面 $\mathscr{H}'$ 于 M′点，M′与象方焦点 F′的连线便是入射光线 QM 的共轭光线.

②由 Q 点过物方焦点 F 作入射光线 QF，QF 与物方主平面 $\mathscr{H}$ 交于 N 点，过 N 点作光轴的平行线交象方主平面 $\mathscr{H}'$ 于 N′，过 N′作出射光线 N′Q′平行于光轴，N′Q′与 M′F′交于 Q′点，Q′点即为 Q 的象点.

计算法求物象关系如下. 由图 3-13 可知

$\triangle QMN \backsim \triangle FHN$ ，　　$\triangle Q'M'N' \backsim \triangle F'H'N'$ ，

$QM = -s$ ，　　$Q'N' = -s'$ ，

$FH = -f$ ，　　$F'H' = -f'$ ，

$MN = h - h'$ ，　　$M'N' = h - h'$ ，

$NH = -h'$ ，　　$M'H' = h$ ，

即 $-s/-f = (h-h')/(-h')$ ；　$s'/f' = (h-h')/h$.

由此可得

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 . \tag{3-37}$$

此即共轴球面系统的高斯公式. 可见，(3-37)、(3-29)和(3-13)三式在形式上完全相同. 那么，怎样根据两个已知的共轴球面系统来求由它们组合而成的共轴球面系统的基点呢？也有两种方法，即作图法和计算法，现分述如下.

(1)作图法：如图 3-14 所示.

①作平行主轴的光线 AB，经第一系统，从 $\mathscr{H}'_1$ 面上的等高点 C 折射经过 F'_1 点，而到达第二系统 $\mathscr{H}_2$ 面上的一点 D，并从 $\mathscr{H}'_2$ 面上的等高点 E 处出射；

②过第二系统的物方焦点 F_2 作上述折射光 CD 的平行线 GJ，它与 $\mathscr{H}_2$ 相交于 J，并从 $\mathscr{H}'_2$ 面上的等高点 L 出发成为平行于主轴的光线，并与 F'_2 面相交于 M 点.

③连结 EM 并延长到与主轴相交的点，即为整个组合系统的象方焦点 F′；延长到与 AB 的延长线相交的点 N，则 N 必位于组合系统的象方主平面上，故过 N 作主轴的垂线，垂足即为组合系统的主点 H′.

④从象方向物方作平行光线，并把上述过程反过来做一遍，即得组合系统的物方主点 H

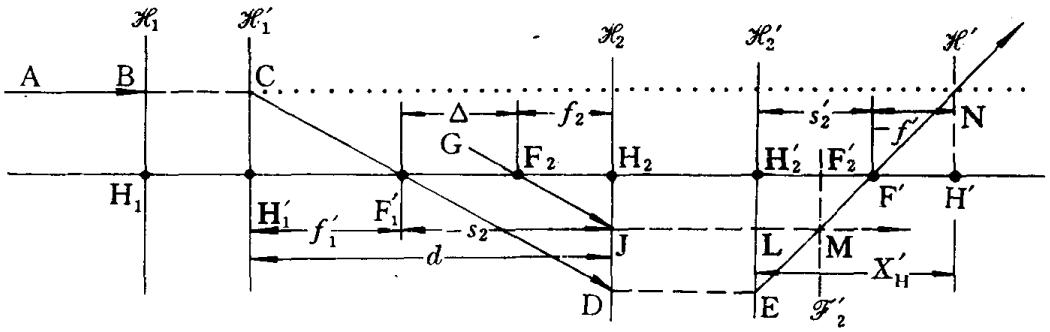

图 3-14　求组合共轴球面系统的基点

和物方焦点 F.

(2)计算法:根据图 3-14,可以算出各基点的位置.

①定义:

$$F'_1F_2=\Delta\ ,\qquad H'_1H_2=d\ ,\qquad H'_2H'=x'_H,\qquad H'F'=f'\ . \tag{3-38}$$

②F'_1 与 F' 有物象关系,即 $\dfrac{f'_2}{s'_2}+\dfrac{f_2}{s_2}=1$,故 $s'_2=\dfrac{f'_2s_2}{s_2-f_2}$.

③由于△$CH'_1F'_1$ 与△$DH_2F'_1$ 相似及△$H_2'F'E$ 与△$H'F'N$ 相似,故

$$\frac{f'_1}{-s_2}=\frac{-f'}{s'_2}\ ,\qquad 即\qquad s'_2=\frac{s_2f'}{f'_1}\ .$$

上两式联立,得

$$f'=f'_1\left(\frac{f'_2}{s_2-f_2}\right)=\frac{f'_1f'_2}{-\Delta}\ . \tag{3-39}$$

代回原式,得 $s'_2=\dfrac{s_2}{f'_1}\times\dfrac{f'_1f'_2}{-\Delta}=-\dfrac{s_2}{\Delta}f'_2=\dfrac{(\Delta-f_2)f'_2}{\Delta}$,故

$$x'_H=s'_2-f'=\frac{(\Delta-f_2)f'_2}{\Delta}+\frac{f'_1f'_2}{\Delta}=\frac{(\Delta-f_2+f'_1)f'_2}{\Delta}=\frac{f'_2d}{\Delta}\ . \tag{3-40}$$

同理,定义

$$x_H=H_1H\ ,\qquad f=HF\ . \tag{3-41}$$

则可得

$$x_H=\frac{f_1d}{\Delta}\ ,\qquad f=\frac{f_1f_2}{\Delta}\ . \tag{3-42}$$

由以上各式,可以从两个已知的共轴系统的基点算出它们所组成的组合共轴系统的基点.例如,对于上述惠更斯目镜,可用基点法计算如下(图 3-12).由(3-38)知,

$$\Delta=F'_1F_2=-2a\ ,\qquad d=H'_1H_2=2a\ .$$

代入(3-39)、(3-40)、(3-42)各式,得

$$x_H=\frac{f_1d}{\Delta}=\frac{-3a\cdot 2a}{-2a}=3a\ ,(H_1H)$$

$$x'_H=\frac{f'_2d}{\Delta}=\frac{a\cdot 2a}{-2a}=-a\ ,(H'_2H')$$

$$f=\frac{f_1f_2}{\Delta}=\frac{(-3a)(-a)}{-2a}=-3a/2\ ,(HF)$$

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{-\Delta} = \frac{3a \cdot a}{-(-2a)} = 3a/2 \ ,(\mathrm{H'F'})$$

对于物点 Q，$s = -4a$，由高斯公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \qquad 得 \qquad \frac{3a/2}{s'} + \frac{-3a/2}{-4a} = 1 .$$

即 $s' = 2.4a$，其位置与上述逐次成象所得结果相同.

例 3-4：

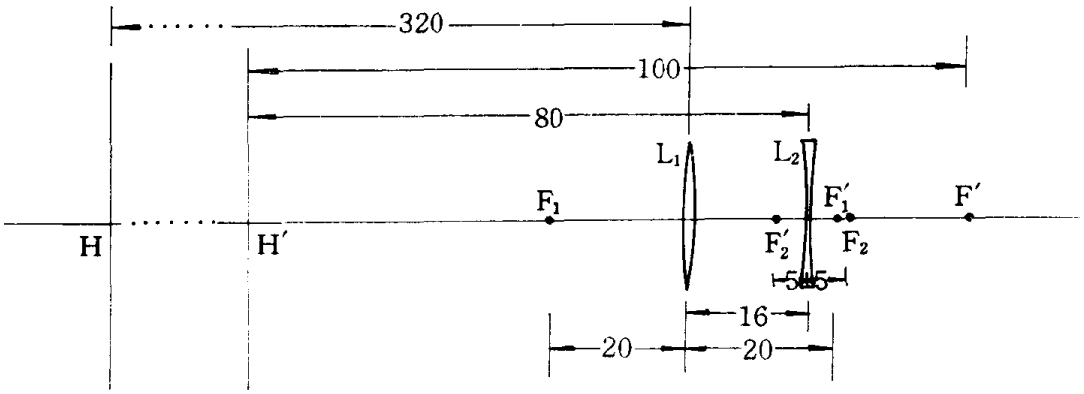

图 3-15　摄远物镜

摄远物镜由正透镜 L_1 和负透镜 L_2 组成，如图 3-15，试讨论它的性质.

解：

设 $f'_1 = 20\mathrm{cm}$，$f'_2 = -5\mathrm{cm}$，$d = 16\mathrm{cm}$. 得 $\Delta = \mathrm{F'_1F_2} = 1\mathrm{cm}$，$d = \mathrm{H'_1H_2} = 16\mathrm{cm}$.

$$x_H = \frac{f_1 d}{\Delta} = \frac{-20 \times 16}{1} = -320\mathrm{cm} \ ,(\mathrm{H_1H})$$

$$x'_H = \frac{f'_2 d}{\Delta} = \frac{-5 \times 16}{1} = -80\mathrm{cm} \ ,(\mathrm{H'_2H'})$$

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} = \frac{-20 \times 5}{1} = -100\mathrm{cm} \ ,(\mathrm{HF})$$

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{-\Delta} = \frac{20 \times (-5)}{-1} = 100\mathrm{cm} \ ,(\mathrm{H'F'})$$

答：

① $f' > 0$，$f < 0$，因而组合系统是一个会聚系统；

② x_H 和 x'_H 在系统的前方很远处，f' 在系统后不远处，因而组合系统是一个摄远系统；

③若 $d = 15.5\mathrm{cm}$，则 $x'_H = -1.6\mathrm{m}$，$x_H = -6.4\mathrm{m}$；而若 $d = 15.1\mathrm{cm}$，则 $x'_H = -8\mathrm{m}$，$x_H = -32\mathrm{m}$；可见，只要稍稍改变 d，即可大大改变 x_H，这就是可调焦镜头的原理.

§3.5　光线转换矩阵

除了可用逐次成象法和基点法求出共轴球面系统的物象关系之外，用矩阵方法也可建立起这种物象之间的关系. 光学系统的转换功能通常可以用一个四元的矩阵来代表，这矩阵只与组成该系统的参数有关而与出入射的光线的状态无关. 这种光线转换矩阵通常用其矩阵元 A、B、C、D 来代表，所以也称为 ABCD 矩阵. 这种方法的优点之一是特别适用于计算机处理，因而

近年来使用日趋广泛.此外,在处理激光的高斯光束经光学元件的转换时,矩阵方法有其独特的优点.

光线通过共轴球面系统时,在第一个球面上发生折射,折射光线直线传播到第二个球面上,再在第二个球面上发生折射,折射光线再一次直线传播到下一个球面,……,不断重复折射和直线传播这两个过程,直至经过最后一个球面折射后离开系统.因此,只要光线的折射过程和直线传播过程可用相应的矩阵表示,那么通过重复应用这些矩阵便可获得最后出射光线的位置状态,从而可以得出系统的物象关系.

在矩阵方法中,光线的状态是由一个坐标位置及其传播方向所确定,所以可以用一个 2×1 的矩阵 r 表示,r 称为状态矩阵.折射过程可用一个 2×2 的 ABCD 矩阵 R 表示,R 称为折射矩阵.直线传播过程也可用一个 2×2 的 ABCD 矩阵 T 表示,T 称为过渡矩阵.

(1)状态矩阵、折射矩阵

图 3-16 所示是一单球面的情况,光线由左向右进行.单球面两边的折射率分别是 n 和 n',曲率半径为 x,曲率中心为 C,主光轴为 OC,P 为光线在球面上的入射点又为折射点,P 点离开光轴的距离为 y,光线在 P 点的入射角为 θ,折射角为 θ',入射光线为 QP,折射光线为 PA.

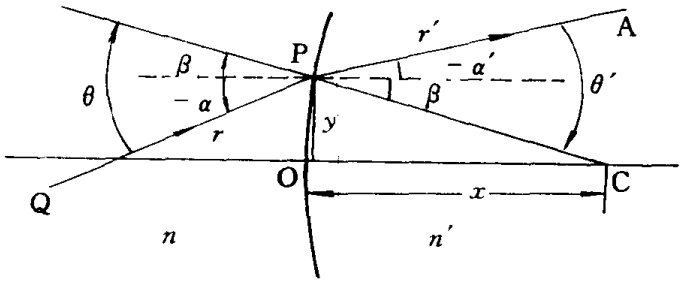

图 3-16　单球面折射矩阵的导出

在导出矩阵的过程中用到的符号规则同前面规定的相同.

光线的状态可用两个特征量描述,这两个特征量是:

① $n\alpha$:　α 为光线与光轴所夹之角,n 为光线所在介质的折射率.

② y:　光线上一特定点(一般取入射点、折射点)离开光轴的距离.

在近轴条件下,按折射定律有

$$n\theta = n'\theta' ,$$

即
$$n(-\alpha+\beta)=n'(-\alpha'+\beta) ,$$

而
$$\beta = y/x ,$$

所以
$$n(-\alpha+y/x)=n'(-\alpha'+y/x) .$$

整理得
$$n'\alpha' = n\alpha + \frac{n'-n}{x}y .$$

由(3-10)式知 $\Phi = \dfrac{n'-n}{x}$ 是单球面的光焦度,代入即得

$$n'\alpha' = n\alpha + \Phi y , \tag{3-43}$$

而 y' 可记为

$$y' = 0 + y . \tag{3-44}$$

(3-43)和(3-44)式皆为线性方程,可用矩阵形式表示为

$$\begin{pmatrix} n'\alpha' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \Phi \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n\alpha \\ y \end{pmatrix}, \tag{3-45}$$

其中两个 2×1 的矩阵分别表示在 P 点两边的入射光线和折射光线的状态，用 r ，r' 表示，

$$r' = \begin{pmatrix} n'\alpha' \\ y' \end{pmatrix}, \qquad r = \begin{pmatrix} n\alpha \\ y \end{pmatrix}. \tag{3-46}$$

2×2 的矩阵称为折射矩阵，表示单球面将入射光状态 r 变换为折射光状态 r' ，用 R 表示折射矩阵，

$$R = \begin{pmatrix} 1 & \Phi \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{3-47}$$

R 对应的行列式为

$$|R| = 1.$$

于是，(3-45)式也可表示为

$$r' = Rr. \tag{3-48}$$

对于反射镜的情况，$n = n' = 1$ ，$\Phi = 2/r = 1/f$ ，所以有

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 1/f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(2)过渡矩阵和系统矩阵

倘若一个光学系统由两个相邻的共轴单球面 O_1、O_2 组成，如图 3-17 所示，d_{21}为两单球面之间的距离，入射光线 r 经球面 O_1 折射后，成为折射光线 r'，r' 与 r 之间的关系由(3-48)式给出，折射后的光线从 P_1 点传播到 P_2 点，P_1 和 P_2 处的状态分别为 r'_1，r_2.

$$r'_1 = \begin{pmatrix} n'_1\alpha'_1 \\ y'_1 \end{pmatrix}, \qquad r_2 = \begin{pmatrix} n_2\alpha_2 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

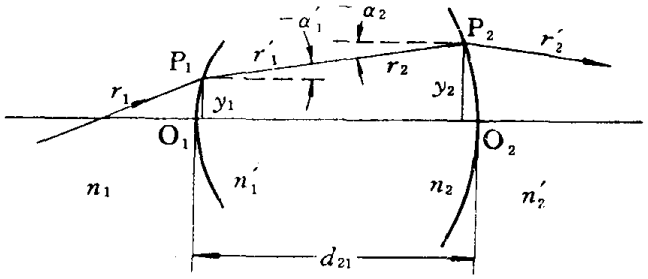

图 3-17　过渡矩阵和系统矩阵的导出

由于光线在同一介质中直线传播，所以

$$n'_1 = n_2, \qquad \alpha'_1 = \alpha_2.$$

在近轴条件下 $y_2 = -d_{21}\alpha'_1 + y'_1$，即

$$n_2\alpha_2 = n'_1\alpha'_1 + 0, \tag{3-49}$$

$$y_2 = -(d_{21}/n'_1)n'_1\alpha'_1 + y'_1. \tag{3-50}$$

将上式写成矩阵形式，

$$\begin{pmatrix} n_2\alpha_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d_{21}/n'_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n'_1\alpha'_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} . \tag{3-51}$$

其中 2×2 的矩阵称为过渡矩阵，记为

$$T_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d_{21}/n'_1 & 1 \end{pmatrix} . \tag{3-52}$$

T_{21} 的作用是将光线的状态从 P_1 处移到 P_2 处. 其对应的行列式为

$$|T_{21}| = 1 .$$

(3-51)式可记为

$$r_2 = T_{21}r'_1. \tag{3-53}$$

用(3-48)式消去 r'_1 后，则

$$r_2 = T_{21}R_1r_1. \tag{3-54}$$

上两个相乘矩阵所对应的行列式按行列式性质有

$$|T_{21}R_1| = |T_{21}| \times |R_1| = 1 .$$

r_2 再经过球面 O_2 的折射后，光线 r 就经过了一个完整的光学系统. 在图 3-17 的球面 O_2 上，类同球面 O_1 的情况，P_2 处的折射矩阵可写成

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

折射后光线的状态为 r'_2，折射前为 r_2，则有

$$r'_2 = R_2r_2.$$

用(3-54)式代换 r_2 得

$$r'_2 = R_2T_{21}R_1r_1.$$

上式表示了由两个单球面组成的共轴系统将入射光转换成出射光的完整变换. 如果把上面经过整个共轴系统的变换 $R_2T_{21}R_1$ 用系统矩阵 S 表示，则

$$S = R_2T_{21}R_1, \tag{3-55}$$

其对应的行列式 $|S| = 1$.

当系统由 n 个共轴球面组成时，系统矩阵为

$$S = R_nT_{n(n-1)}R_{n-1}\cdots R_3T_{32}R_2T_{21}R_1. \tag{3-56}$$

做矩阵相乘时，须按各矩阵作用前后依次进行，因矩阵相乘不符合乘法交换律. 相乘所得的系统矩阵 S 也是一个 2×2 的方阵，4 个矩阵元可记为 $S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}$.

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} . \tag{3-57}$$

系统矩阵中的矩阵元都由系统的参数、球面之间的距离、光焦度及介质折射率所组成，它们表征了系统的一些特征. 例如与单球面的折射矩阵 R 一样，系统矩阵中的矩阵元 S_{12} 表示整个系统的光焦度，即

$$\Phi = S_{12}. \tag{3-58}$$

当一个透镜的厚度 d_{21} 不可忽略时，称为厚透镜. 若透镜材料的折射率为 n，就可以用上述方法计算厚透镜的光焦度.

$$S = R_2T_{21}R_1$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d_{21}/n'_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Phi_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \Phi_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Phi_1 \\ -d_{21}/n'_1 & -d_{21}/n'_1 + 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 - \Phi_2 d_{21}/n'_1 & \Phi_1 - \Phi_1\Phi_2 d_{21}/n'_1 + \Phi_2 \\ -d_{21}/n'_1 & -\Phi_1 d_{21}/n'_1 + 1 \end{pmatrix}.$$

所以，厚透镜的光焦度为

$$\Phi = S_{12} = \Phi_1 - (d_{21}/n'_1)\Phi_1\Phi_2 + \Phi_2. \tag{3-59}$$

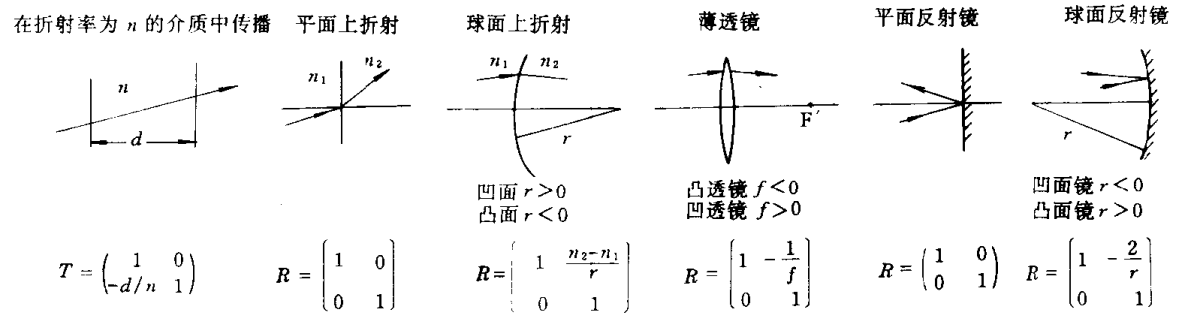

图 3-18　各种光学元件及其对应的 ABCD 转换矩阵

对于薄透镜，$d_{21} \to 0$，所以薄透镜的光焦度为$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$，与(3-27)式一致. 若薄透镜的两侧为空气，则 $\Phi = -(1/f)$，所以对应于薄透镜的 ABCD 转换矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -1/f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

图 3-18 是各种简单光学元件及其对应的转换矩阵.

(3)成象的矩阵计算

光学系统确定之后，其系统矩阵就知道了，利用系统矩阵可求出物象关系. 图 3-19 为一光学系统，由 m 个折射球面组成，第一球面为 O_1，最末个球面为 O_m，一物高为 y，位于 O_1 前 x

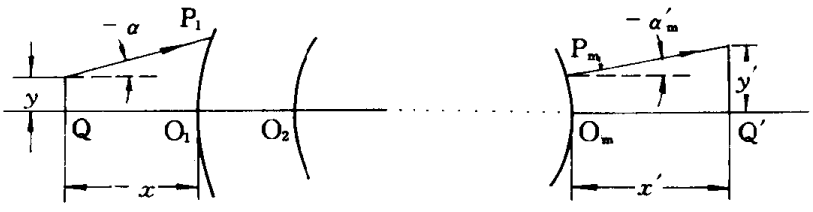

图 3-19　共轴球面系统成象的矩阵计算

处，通过系统后成象于 Q′，Q′离开 O_m 为 x'，物、象所处介质的折射率为 n_1、n'_m，按光线状态的矩阵描述，Q 和 Q′处的光线状态分别可记为

$$r_Q = \begin{pmatrix} n_1\alpha_1 \\ y \end{pmatrix}, \qquad r'_{Q'} = \begin{pmatrix} n'_m\alpha'_m \\ y' \end{pmatrix}.$$

Q 处的光线传播到 P_1 处时的过渡矩阵为

$$T_{1Q} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ +x/n_1 & 1 \end{pmatrix}.$$

P_m 处的光线传播到 Q′处时的过渡矩阵为

$$T_{Q'm} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -x'/n'_m & 1 \end{pmatrix}.$$

光学系统矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}.$$

Q 处的光线经过系统到 Q′时的矩阵转换，只须按光线进行的前后将这两过渡矩阵依次作用于系统矩阵，即

$$r'_{Q'} = T_{Q'm}ST_{1Q}r_Q.$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} n'_m\alpha'_m \\ y' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -x'/n_m & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ x/n_1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} n_1\alpha_1 \\ y \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -x'/n'_m & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} S_{11}+(x/n_1)S_{12} & S_{12} \\ S_{21}+(x/n_1)S_{22} & S_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} n_1\alpha_1 \\ y \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} S_{11}+(x/n_1)S_{12} & S_{12} \\ S_{21}+(x/n_1)S_{22}-(x'/n'_m)S_{11}-xx'/(n_1n'_m)S_{12} & S_{22}-x'/n'_mS_{12} \end{pmatrix} \\
&\quad \begin{pmatrix} n_1\alpha_1 \\ y \end{pmatrix}. \qquad (3\text{-}60)
\end{aligned}$$

以上由 TST 所得的 2×2 矩阵称为物象矩阵，记为 A，$A = TST$，其对应的行列式为 $|A| = 1$．由(3-60)式可得

$$y' = (S_{21} + \frac{x}{n_1}S_{22} - \frac{x'}{n'_m}S_{11} - \frac{xx'}{n_1n'_m}S_{12})n_1\alpha_1 + (S_{22} - \frac{x'}{n'_m}S_{12})y.$$

在近轴条件时 y' 与 α_1 应无关系，即自物点发出的所有光线经系统成象后都会聚于对应的象点上．所以有

$$(S_{21} + \frac{x}{n_1}S_{22} - \frac{x'}{n'_m}S_{11} - \frac{xx'}{n_1n'_m}S_{12})n_1\alpha_1 = 0, \qquad (3\text{-}61)$$

及

$$y' = (S_{22} - \frac{x'}{n'_m}S_{12})y. \qquad (3\text{-}62)$$

由(3-61)式得 $\frac{x'}{n'_m}(S_{11} + \frac{x}{n_1}S_{12}) = S_{21} + \frac{x}{n_1}S_{22}$，

$$\frac{x'}{n'_m} = \frac{(x/n_1)S_{22} + S_{21}}{(x/n_1)S_{12} + S_{11}}. \qquad (3\text{-}63)$$

系统处于空气中时，有 $n_1 = n'_m = 1$，上式变为

$$x' = \frac{xS_{22} + S_{21}}{xS_{12} + S_{11}} .$$

由(3-62)式得系统的垂轴放大率为

$$\beta = \frac{y'}{y} = S_{22} - \frac{x'}{n'_m} S_{12}. \tag{3-64}$$

由物象矩阵行列式为 1 及(3-60)式可知

$$(S_{11} + \frac{x}{n_1} S_{12})(S_{22} - \frac{x'}{n'_m} S_{12}) = 1 .$$

则

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{1}{S_{11} + S_{12}(x/n_1)} . \tag{3-65}$$

由此，系统的物象矩阵可记为

$$A = \begin{pmatrix} 1/\beta & \Phi \\ 0 & \beta \end{pmatrix} . \tag{3-66}$$

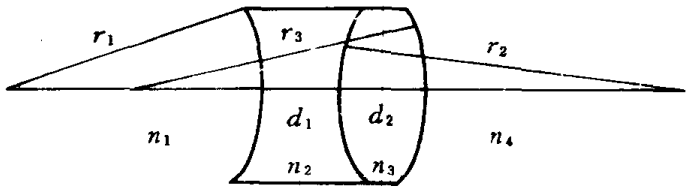

图 3-20　例 3-5 图

例 3-5：

如图 3-20 所示，一复合透镜处于空气中，曲率半径分别为 $r_1 = -1.0\text{m}$，$r_2 = 1.5\text{m}$，$r_3 = -1.0\text{m}$，两透镜的厚度为 $d_1 = 4\text{cm}$，$d_2 = 5\text{cm}$，介质的折射率 $n'_1 = 1.632$，$n'_2 = 1.5$．试用矩阵方法求复合透镜的光焦度，并据此讨论离透镜前表面为 4.0m 的轴上物体的成象情况．

解：

由(3-51)式 $S = R_3 T_{32} R_2 T_{21} R_1$，将 $R = \begin{pmatrix} 1 & (n' - n)/r \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d/n & 1 \end{pmatrix}$ 代入，得

$$S = \begin{pmatrix} 1 & (n'_3 - n_3)/r_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d_2/n_3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (n'_2 - n_2)/r_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -d_1/n_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (n'_1 - n_1)/r_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

以 $n'_3 = n_4$，$n'_2 = n_3$，$n'_1 = n_2$ 代入得

$$S = \begin{pmatrix} 1 & (1 - 1.5)/-1.0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0.05/1.5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (1.5 - 1.632)/1.5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0.04/1.632 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & (1.632 - 1)/-1.0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix} 0.973 & -0.202 \\ -0.058 & 1.040 \end{pmatrix}$$

由(3-58)式知 $\Phi = S_{12} = -0.20\text{D}$，并以 $x = -4.0\text{m}$ 代入(3-63)式，得

$$x' = \frac{S_{21} + xS_{22}}{S_{11} + xS_{12}} = \frac{-0.058 + (-4.0) \times 1.040}{0.973 + (-4.0) \times (-0.202)} = -2.39\text{m}.$$

由(3-65)式得

$$\beta = \frac{1}{S_{11} + xS_{12}} = \frac{1}{0.973 + (-4.0) \times (-0.202)} = 0.56, \quad \text{即 } 0 < \beta < 1.$$

答：

复合透镜的光焦度为−0.20D；该物成象在第三面前方 2.39m 处，是一个缩小到 0.56 倍的正立虚象.

§3.6 几何光学仪器

利用几何光学原理，人们根据科学领域中的各种需要制造了各类成象光学仪器，称为几何光学仪器，其中主要的有望远镜、显微镜、照相机等等. 几何光学仪器在天文学、电子学、生物学和医学等等领域中发挥了巨大的作用. 这里将概要介绍望远镜和显微镜. 由于任何几何光学仪器都是人眼功能的扩展，因而为了深入了解各类光学仪器，有必要首先从几何光学的角度了解一下人眼的构造.

图 3-21 为眼球的中心剖面图，眼球的最外面是一层坚硬的保护膜叫巩膜，巩膜的前方有一透明部分称为角膜，巩膜的内壁是一层脉络膜，这层膜延伸到眼睛的前方与角膜挨着的那部分叫虹膜. 虹膜中央有一透光的圆孔，称为瞳孔，随着被观察物体的亮暗变化瞳孔的大小会自动改变，其范围可在 2mm－8mm 之间. 角膜和虹膜包围的区域叫前房，内中充满了折射率为

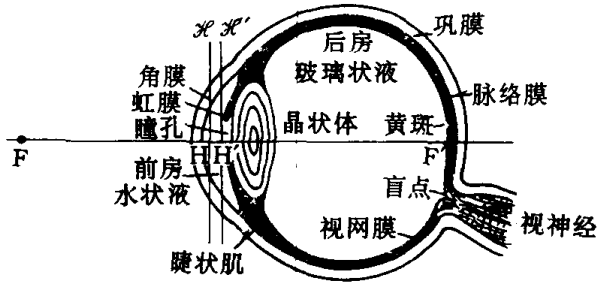

图 3-21 人眼的构造

1.337 的水状液，称为前房液. 虹膜后面是透明的晶状体，称为眼珠，其形状如双凸透镜，眼珠支承在睫状肌上，其表面的曲率大小由睫状肌控制，从而可改变它的焦距. 眼珠和巩膜之间的区域称为后房，内中充满了折射率为 1.336 的玻璃状液，在脉络膜内侧紧挨着视网膜. 在眼底部分的视网膜上布满了感觉光的细胞，在视网膜的中部有一个直径为 2.5mm 到 3mm 的小区域叫黄斑. 黄斑的中心有一个直径约为 0.25mm 的凹部，叫中央凹，这里是视觉最灵敏的地方，观察景物时，眼球本能地转动着使中央凹对准目标.

实际的人眼比这里介绍的更为复杂，为了讨论问题简便，可将人眼简化为一单球系统，球内的折射率为1.33，球面的曲率约为5.7mm，如图3-22所示，图中C为折射球面的曲率中心，按上述数据可算出物方焦距 $f=-17.1\text{mm}$，象方焦距 $f'=22.8\text{mm}$，光焦度 $\Phi=54.48\text{D}$. 并认为F′位于视网膜上.

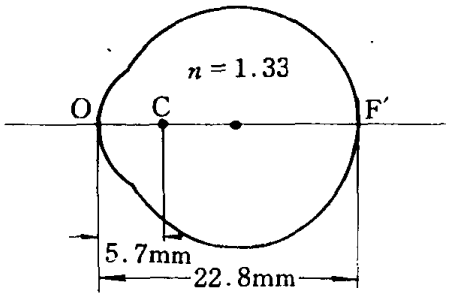

图 3-22　简化眼

进入人眼的光线经眼珠折射后在视网膜上成一倒象，由于神经系统内部的作用使人们感觉为正立的. 在观察物体时，眼珠在睫状肌的作用下适当地改变曲率，使远近的物都能成象在视网膜上. 当看远距离的物体时睫状肌松弛，眼珠的焦距变大，Φ 变小，睫状肌完全松弛时，人眼能将前方最远的物点成象在视网膜上，这个最远的位置称人眼的远点. 看近物时，睫状肌要收缩，焦距变小，Φ 变大. 人眼能够看清楚的最近物点的位置称为人眼的近点. 正常人的远点在无穷远，近点约为10cm，随着年龄增大，近点将增远，而远点将移近，也即人眼的调节范围会变小.

人眼在看近点的物体时，肌肉收缩，时间一长就有疲劳的感觉，一般人眼对25cm处的物体看得清楚而又不感觉吃力，因而定义25cm为人眼的明视距离.

患有近视眼的人，其眼睛只能将有限远 s_X 上的物成象于视网膜上，而无穷远的物则成象在视网膜前，所以近视眼的人需配上一副凹透镜的眼镜，先将无穷远处的物通过凹透镜在 s_X 处成一虚象，然后人眼再将它成象在视网膜上而被看清. 患有远视眼的人，其眼睛只能将明视距离处的物成象在视网膜后，所以要配上一副会聚透镜的眼镜，连同眼睛一起增加总的聚焦能力使它成象在视网膜上.

空间两物点对人眼所张的视角越大，则这两物点在视网膜所成的象分开的距离越大，越易被看清. 当两个物点对人眼所张的视角很小时，在视网膜上所成的两个象点非常靠近，当两个象点近到它们落在同一个视觉细胞上时，人眼就无法分辨出这两个物点了；若这两物点是一个物体上的细节，那么人眼就看不清它的细节了. 人眼能够分辨出最靠近的两物点对眼睛所张的视角，称为眼睛的最小分辨角，其值约为1′. 很小的物体，其细节更小，因而视角太小无法看清，需要用光学仪器将物体的象放大，使其各部位和细节对人眼的视角足够大而被看清楚，这种光学仪器称放大镜或显微镜. 有些物体虽然不小，但当它们离人眼太远时，对人眼的张角仍然太小，而不能被看清，可以通过光学仪器的功能，将物体的象移近，使之对人眼的视角放大，从而被看清，这种光学仪器叫望远镜.

显微镜是用于观察细小物体的，它由两组透镜系统组成，一组为焦距极短的物镜，另一组是目镜. 在讨论显微镜成象原理时，可将复杂的物镜和目镜各视为一个单透镜，其结构如图3-23所示. 物镜和目镜相隔一定的距离，固定在一个圆筒内，调节时物镜和目镜作为一个整体而动作，即调节整个圆筒. 物镜的象方焦点 F'_o 和目镜物方焦点 F_e 的间隔 $\Delta=F'_oF_e$ 称光学筒长，Δ 比目镜和物镜的焦距大很多. 被观察的物体PQ，其高为 y，放在物镜物方焦点 F_o 的外侧附近，通过物镜成一放大的实象 P_1Q_1，象高为 $-y_1$，光学筒长的设计正好使 P_1Q_1 处于目镜物方焦点 F_e 的内侧，目镜又将 P_1Q_1 成一放大的虚象 P_2Q_2，其高为 $-y_2$.

人眼在靠近目镜处观察虚象 P_2Q_2. 显微镜结构的设计使 P_2Q_2 位于人眼的明视距离 s_o 附

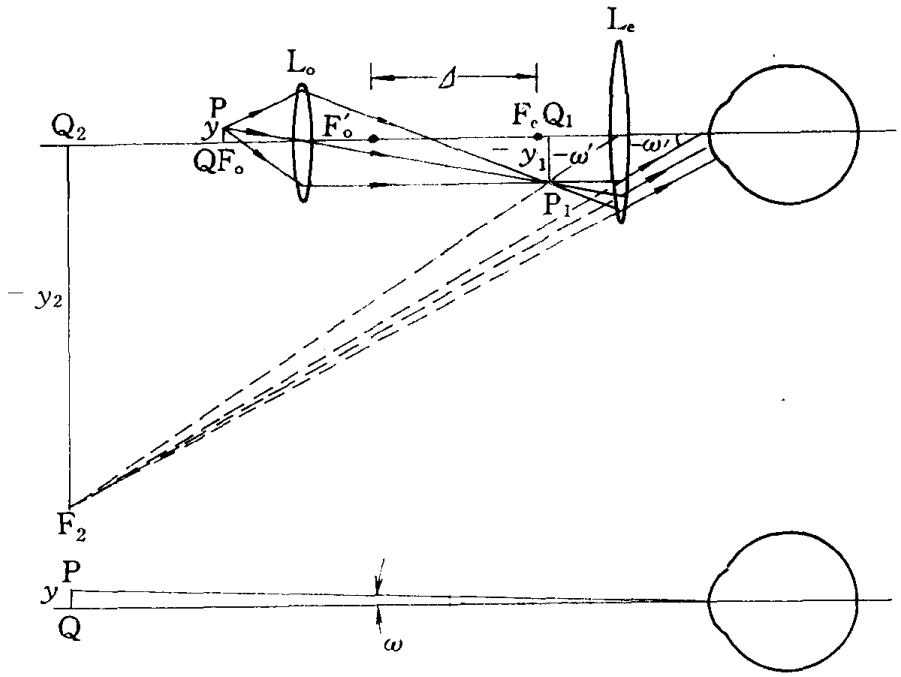

图 3-23　显微镜的结构与工作原理

近，因为目镜的焦距为 f'_e，所以 P_2Q_2 对人眼的张角为 $-\omega' = -y_1/f'_e$，此角越大则在视网膜上所得的象也越大. 若没有显微镜的帮助，在明视距离 25cm 处的物 PQ 对人眼的张角为 $\omega = PQ/25 = y/25$. 按定义，显微镜的放大率为

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{y_1}{f'_e} \cdot \frac{25}{y} = \frac{y_1}{y} \cdot \frac{25}{f'_e} \approx \frac{\Delta}{f_o} \cdot \frac{25}{f'_e} . \tag{3-67}$$

由此可知，显微镜的物镜和目镜的焦距越短，光学筒长越长，则其放大倍率越大.

除了放大率外，显微镜的另一个重要指标是它的数值孔径 N. A. $= n\sin\mu$. 其中，n 是物所在的介质折射率；μ 是能进入显微镜而成象的物光束的最大孔径角. 显微镜的数值孔径越大，则它的聚光本领越大，分辨本领也越大. 关于显微镜的分辨本领将在下一章作详细讨论.

望远镜是用来观察远处的大物体的，要求它把观察的视角放大，而并不要求将物成象于明视位置. 望远镜也由物镜和目镜组成，望远镜的入射光束和出射光束一般都是平行光，物镜的象方焦点 F'_o 和目镜的物方焦点 F_e 重合，即望远镜的光学间隔 Δ 为零(或近似为零)，称为无焦系统. 望远镜物镜的 $f'_o > 0$；目镜有两种：$f'_e > 0$ 的称为开普勒(Kepler)望远镜，$f'_e < 0$ 的称为伽利略(Galileo)望远镜. 一个开普勒望远镜的光路如图 3-24 所示.

从远处物上一点 Q 射来的平行光束经物镜成象于象方焦平面上 Q′ 点，此点 Q′ 同时也在目镜的物方焦平面上，所以由 Q′ 点发出的光线经目镜 L_e 后又成为平行光束 $Q'O_2$，眼睛靠近目镜，接收目镜出射的平行光并将其成象于视网膜上. 平行光束 $Q'O_2$ 对眼睛的张角为 ω'，远处物点 Q 射来的平行光束对望远物镜的张角为 ω，也即物点 Q 的光线对人眼的张角. 按定义，望远镜的放大率为

$$M = \frac{\omega'}{\omega} . \tag{3-68}$$

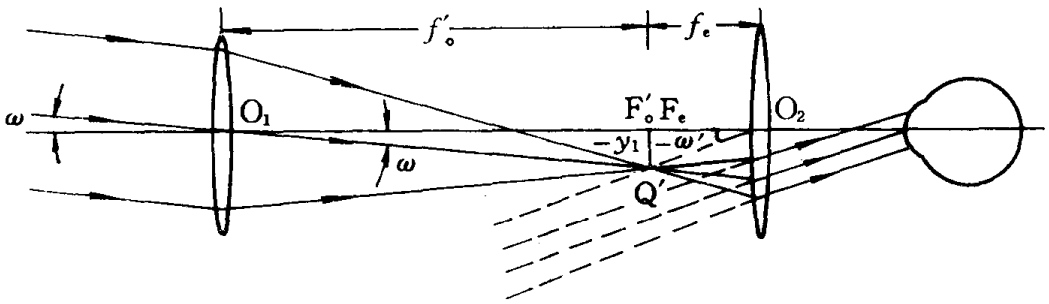

图 3-24　开普勒望远镜的光路

由图可知 $\omega = \frac{-y_1}{-f_o}$，$-\omega = \frac{-y_1}{-f_e}$，所以

$$M = \frac{-f_o}{f_e}. \tag{3-69}$$

即望远镜的视角放大率为物镜焦距与目镜焦距之比. 物镜焦距越大，目镜焦距越短，放大倍率越大. 式中的负号表示开普勒望远镜成倒象.

当用望远镜观察有限远的物体时，物镜产生的象在其象方焦点 F'_o 的外面，这时稍稍移动目镜的位置，使象点仍在目镜的物方焦平面上，则由目镜出射的光线仍为平行光束. 由于目镜移动的距离有限，所以望远镜不能观察太近的物体.

以上介绍了两种最主要和最常用的几何光学仪器，它们都是共轴球面系统. 一般地说，在任何由共轴球面系统组成的几何光学仪器中，为了获得比较完善的象，必须将参加成象的光束限制在系统的近轴区域，所以在实际的光学仪器中，常常设制一些光阑以挡住那些非近轴的光线进入系统.

在几何光学中，光阑分为孔径光阑和视场光阑两大类，孔径光阑主要限制入射光束的孔径，视场光阑决定着成象平面视场的大小.

孔径光阑和视场光阑对成象质量、象的亮度、景深和分辨率等等都有一定的影响，本节只介绍关于孔径光阑的一些基本概念.

每个光学系统中都可能有几个光阑，光轴上一物点 Q 发出的光束通过某个光学系统时，各个光阑对光束孔径的限制各不相同，其中对光束孔径限制最严的光阑，决定了轴上 Q 点通过光学系统的光束孔径，此光阑称为孔径光阑，也称有效光阑. 被孔径光阑所限制的边缘光线与物方、象方光轴的夹角 μ_0 和 μ'_0 分别称为入射孔径角和出射孔径角. 例如，单个薄透镜的情况，透镜的边缘就是孔径光阑，因为只有它决定了入射光束的孔径大小.

若在透镜前方加上光阑 DD(图 3-25)，和透镜边缘相比，光阑 DD 对轴上物 Q 的入射光束的限制更多，那么光阑 DD 便是这个系统的孔径光阑，光阑边缘 D 与轴上物点 Q 的连线和光轴所成的角 μ 即为系统的入射孔径角，光阑 DD 通过透镜的共轭象是 D′D′，D′ 与象点 Q′ 的连线与光轴的夹角为 μ'，μ' 与 μ 共轭，μ' 即为系统的出射孔径角.

孔径光阑通过其前面的透镜在物方成的象称为系统的入射光瞳，简称入瞳，孔径光阑通过其后面的透镜在象方所成的象，例如 D′D′ 称为系统的出射光瞳，简称出瞳.

倘若孔径光阑在系统的最前方，则孔径光阑本身即为入瞳，例如图 3-25 中 DD 本身为入

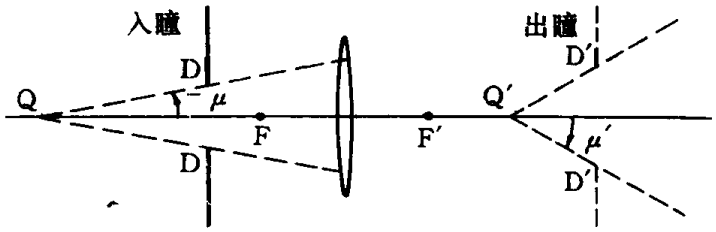

图 3-25　光阑与光瞳

瞳. 同样，若孔径光阑在系统的最后位置上，则孔径光阑本身为出瞳.

若孔径光阑 DD 在透镜组中间，则光阑通过其前面所有的透镜在物方生成的共轭像 D′D′ 为入瞳，而 DD 通过其后面所有透镜在象方生成的共轭象 D″D″为出瞳.

寻找孔径光阑的方法是将系统中所有的光阑和透镜的边框，一个个对其前面的透镜在物方找出共轭象，比较所有象的边框对轴上物点 Q 所张的孔径角，其中最小孔径角所对应的光阑便是孔径光阑. 例如，望远镜的物镜的边框是其孔径光阑，眼睛的孔径光阑是瞳孔，照相机的孔径光阑是光圈.

一个光学系统在使用了光阑后，虽可大致满足近轴条件，但所获得的象与真实的物体仍不能完全相似，也即不能成一个完善的理想象. 物象之间总存在着某些差别，有时一物点成象后变成一个斑点，一直线段成象后为一曲线等，这种与理想成象的差别称为象差. 象差可分为单色象差和色差两大类，单色象差包括球差、彗差、象散、象场弯曲和畸变等，是由于一个球面波经光学系统后不再是一个完善的球面波所形成的象差；色差则是由于非单色的物光束因透镜材料的折射率随波长而变，使不同颜色的物点成象于不同位置上所形成的象差.

以上各种象差都可以根据几何光学成象原理，给以定量的描述，并以各种方法予以修正或消除，这些象差统称为几何象差. 此外，由于光波的衍射效应，在各种几何象差都得到校正的情况下，其物象之间仍会存在一定的偏差，这类衍射效应引起的象质问题将在第四章中讨论.

§3.7　棱镜和光纤

在几何光学中，除了透镜、反射镜等成象光学元件外，棱镜和光纤也是应用十分广泛的两种光学元件. 棱镜有很多用途，例如利用全反射能使光束转向而几乎不损失能量，或通过测定三棱镜的最小偏向角求出棱镜材料的折射率 n 等，此外，棱镜还是一种色散元件，可以把一束多色光中不同颜色的光在传播方向上分散开来.

所谓全反射是指折射光不出现，而光线全部反射回光密介质的现象. 由折射定律可知，当折射角 $i_2 = 90°$ 时，入射角为

$$i_1 = \sin^{-1}(n_2/n_1)\ . \tag{3-70}$$

我们称此时的入射角 i_1 为临界角，记为 i_c，当入射角 i_1 大于这个临界角时，将不会产生折射光，光线按反射定律全部反射回原来的介质中. 例如，玻璃的折射率 $n = 1.52$，由玻璃到空气的临界角为

$$i_c = \sin^{-1}(1/1.52) = 41.1°\ .$$

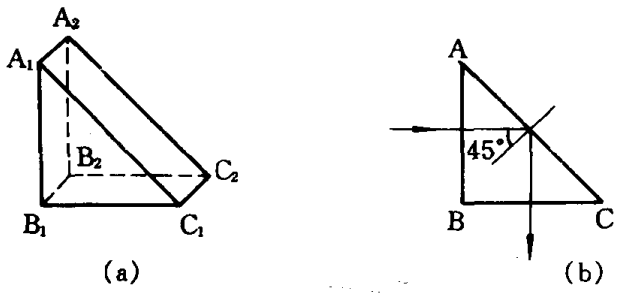

图 3-26　等腰直角三棱镜和它的主截面

全反射现象的深入讨论将在第五章和第七章中进行.

棱镜是由透明材料经光学加工后所成的棱柱体. 棱镜有三棱镜、五棱镜和角锥棱镜等，图3-26a 所示的是一个玻璃做成的等腰直角三棱镜，与棱垂直的截面称为棱镜的主截面. 图 3-26b 所示为其主截面，光从 AB 面上垂直入射，在 AC 面上的入射角为 45°，因其大于临界角，光线便在玻璃内全反射到 BC 面，在 BC 面上的入射角为零而进入空气中，出射光线相对入射光

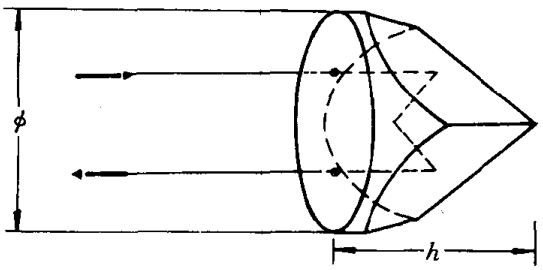

图 3-27　角锥棱镜

线转向 90°，此种棱镜装校方便，反射率恒定，常可代替 45°安放的平面反射镜.

图 3-27 是一角锥棱镜，其形状如在正方体中截得的一个顶角. 光线从底面入射进棱镜后，分别在围成直角的三个面上全反射后再经过底面进入空气. 可以证明，返回到空气的光线始终与入射光线平行，所以角锥棱镜是恒偏向棱镜之一. 角锥棱镜的用途很广，其中之一是用作测距. 例如，为了测量月球到地球的距离，可以将许许多多角锥棱镜粘合在一起，放置在月球上. 从地球上将一短脉冲激光束射向月球上的这些棱镜，则其必按原路返回，可在地球上接收到. 测出光脉冲自发射到接收之间的时间间隔 Δt，则月球到地球的距离即为 $s = 1/2c \cdot \Delta t$（c 为光速），图3-28显示了一些其他的偏向棱镜.

若要测定透明材料的折射率，可将其加工成三棱镜. 通过测定三棱镜的最小偏向角即可求出透明材料的折射率. 如图3-29所示为一三棱镜的主截面，其中 α 为棱镜的顶角，光线入射通过三棱镜的主截面时，在主截面的两端面上将相继发生两次折射，出射光线相对于入射光线的方向偏折一个角度 δ，这个偏折的角度 δ 称为棱镜的偏向角，设棱镜处于空气中，棱镜材料的折射率为 n，光线在主截面 AB 端第一次折射时偏折角为 $(i_1 - i'_1)$，在 AC 端第二次折射时偏折角为 $(i'_2 - i_2)$，则棱镜的偏向角为

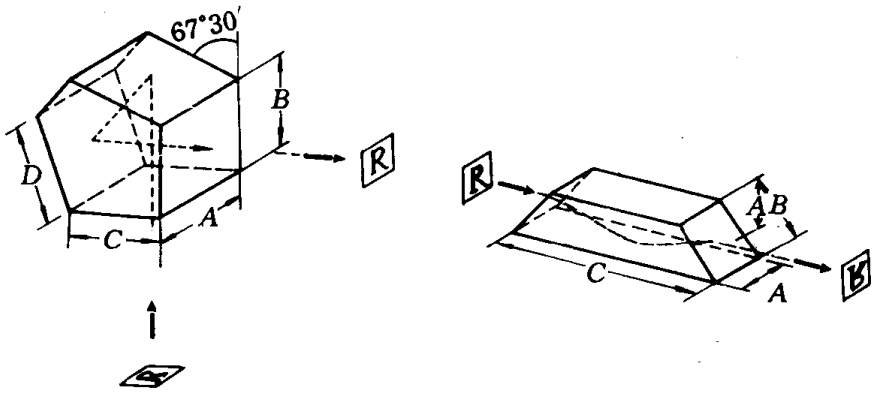

图3-28　转向90°的五棱镜和倒向棱镜

$$\delta = (i_1 - i'_1) + (i'_2 - i_2)$$
$$= i_1 + i'_2 - (i'_1 + i_2)\ .$$

由几何关系可得

$$i'_1 + i_2 = \alpha\ , \qquad \text{即}\ \delta = i_1 + i'_2 - \alpha\ .$$

利用三角公式最后可得

$$\sin(\delta + \alpha - i_1) = \sin\alpha \sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} - \cos\alpha \sin i_1 .$$

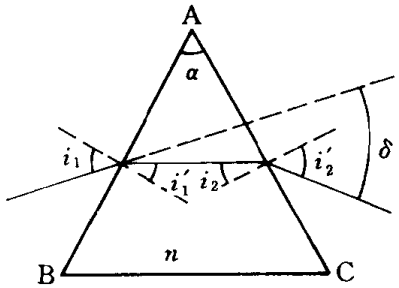

图3-29　三棱镜的偏向角

对于具体的棱镜，顶角 α 和 n 为已知，偏向角只随入射角 i_1 变化. 由实验可知，偏向角 δ 随入射角 i_1 的变化过程中有一最小值，并且这个最小值是唯一的，这个最小值称为此棱镜的最小偏向角，记为 δ_m. 在最小偏向角 δ_m 时，可证明 $i_1 = i'_2, i'_1 = i_2$，即在最小偏向角时，在棱镜内的折射光线平行于棱镜的底边 BC，这时

$$i'_1 = \alpha/2\ ,\ i = (\delta_m + \alpha)/2\ .$$

若棱镜材料的折射率不知时，我们可用实验测出此棱镜的最小偏向角 δ_m 和顶角 α，然后根据 AB 面上的折射定律，求得棱镜材料的折射率 n，

$$n = \frac{\sin[(\alpha + \delta_m)/2]}{\sin(\alpha/2)}\ . \tag{3-71}$$

棱镜材料的折射率 n 随入射光波的波长不同而有差异，故不同波长的光波入射到棱镜表面时，按折射定律将产生不同角度的折射光线，几个不同波长的光同时通过棱镜时，不同波长的光对应于不同的偏向角，在可见光区域中不同的波长对应于不同的颜色，这种现象称为棱镜的色散，倘若入射光为一白光，通过棱镜后会形成一片连续的彩色光带，如图3-30所示. 因此，棱镜是一种分光元件. 波长间隔($\Delta\lambda$)很小的两个光波 λ_1、λ_2 同时入射通过棱镜时，由于棱镜对不同的波长有不同的偏向角，因而，光束按不同的出射角出射，其能分辨的最小波长差的能力称为棱镜的

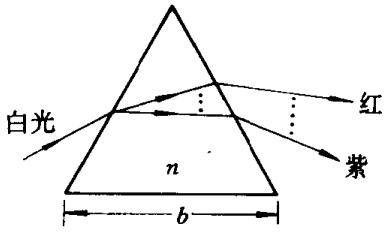

图3-30　棱镜的色散

分辨本领，棱镜的分辨本领由棱镜的底边决定. 若棱镜底边的长度为 b，棱镜的分辨本领 R 为

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = b\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}. \tag{3-67}$$

由此可知，当棱镜用作分光元件时，应当选择具有大的$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda}$(色散率)的材料，及制备具有大底边的棱镜.

光学纤维简称光纤，是一根极细的玻璃纤维，外面再包了一层透明介质，如图3-31，内部折射率大于包层折射率，光线在内部纤维中不断地全反射从而将光从一端传送到另一端去.

设玻璃纤维的折射率为 n_1，外部包层的介质折射率为 n_2，光纤的一端 A 处于折射率为 n_0

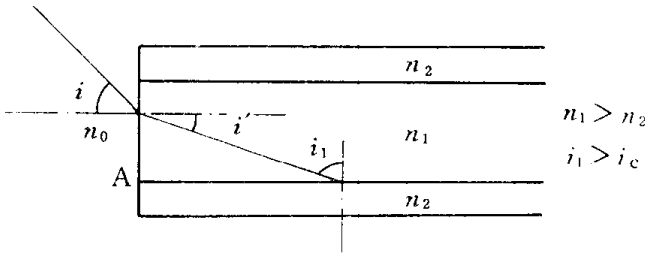

图3-31　光学纤维

的介质中，光线射到 A 端的入射角为 i，在界面上折射进入光学纤维内部，折射角为 i'. 这条折射光线再入射到光学纤维的内壁上，入射角 $i_1 = \pi/2 - i'$，当其大于 $\sin^{-1}(n_2/n_1)$ 时，此光线便在光纤内全反射，从而将光从一端传至另一端. 按折射定律可算出，光线在光纤的内壁刚满足全反射条件时的入射角为

$$i = i_c = \arcsin(\sqrt{n_1^2 - n_2^2}/n_0).$$

光纤情况下，入射角 $i < i_c$ 的所有入射光线进入光纤内部后都能通过不断的全反射到达另一端，i_c 的大小由 n_0、n_1 和 n_2 决定. 在空气中 $n_0 = 1$，则 $i_c = \arcsin\sqrt{n_1^2 - n_2^2}$. 与显微镜相类似，对于光纤也可定义它的数值孔径 N. A. $= n_0 \sin i_0 = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$，表示该光纤能接纳张角大小的能力.

将数量很大的光纤按一定顺序排列起来可用来传递图象，如图3-32所示，每根光纤分别传送一个象元，大量的光纤按顺序一一对应传送一幅图象.

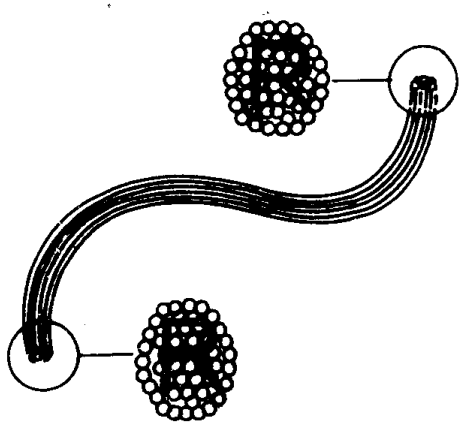

图3-32　光纤束成象

光学纤维可做成很细很细，现有的纤维直径最细的约可做到2μm. 光纤或光纤束很柔韧，可以任意弯曲. 将传光束和传象束的光纤组合后可做成各种内窥镜，用于一些危险区域或人们不可接触的区域，通过内窥镜将图象送出来观察. 例如，医学上用来作胃镜、肠镜和膀胱镜等等，对人体内脏作直接的观察，从而作更有效的诊断.

光纤另一主要的用途是进行光纤通信.用传光性能好的光学材料做纤维,同时可将一段光纤中的光信号高效放大,耦合到另一段光纤中,就能作远距离通信,光纤通信与无线电通信比较,有容量大、抗干扰、保密性好等优点,又能节省大量的金属铜.光纤的种类很多,为了提高通信能力及减少损耗,近代又研究成功光纤的径向折射率可以渐变的光纤以及用于激光的所谓"单模"光纤.

习题与思考题

1.如果太阳光通过一个三角形的孔射到屏幕上,问屏幕上的光斑在什么情况下呈三角形?什么情况下呈圆形?为什么?

2.试从光的反射和折射定律出发,论证光路是可逆的.

3.激光束经平面镜反射到距镜1m的屏幕上,问平面镜转动多大角度时,屏幕上的光斑移动10cm?(屏幕与反射光束大致垂直)

4.自然界是否存在虚物和虚象?人眼能否看清虚物和虚象?为什么?

5.试利用近轴条件和折射定律证明近轴球面折射公式(3-9).

6.一发光物点位于一透明球的后表面,从前表面出射的近轴光束恰为平行光.求此透明球材料的折射率 n.

7.已知一个凹透镜的两球面的光焦度分别为5D和-10D,透镜的直径为30mm,中心厚2mm.问用以制造该透镜的平板玻璃(折射率为1.5)至少应有多厚?该透镜的边缘有多厚?

8.一个等曲率的双凸透镜,放在水(取水的折射率为4/3)面上.两球面的曲率半径均为3cm,中心厚度为2cm,玻璃的折射率为1.50,在透镜下4cm处有一物点Q(如图3-33)试分别计算两曲面的光焦度,并算出最后在空气中的象点位置.

9.半径为 R 的透明球体的半面镀以反射膜,问当此球的折射率为何值时,从空气中入射的光经此球反射后仍按原方向返回?

10.一平凸透镜放在纸面上,透镜材料的折射率为1.50,球面的曲率半径为80mm,透镜的中心厚度为20mm,分别求凸面向上和平面向上时,纸上与透镜接触处的字成象的位置.

11.一凸球面镜浸没在折射率为1.33的水中,高为1cm的物在凸面镜前40cm处,象在镜后8cm处.求象的大小、正倒、虚实及凸面镜的曲率半径 r 和光焦度 Φ.

12.实物放在凹面镜前什么位置能成倒立的放大象?为什么?是实象还是虚象?

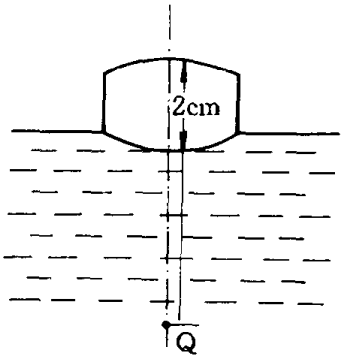

图3-33

13.能否用作图法对单球面折射系统求物象关系?试指出它的三条典型光线与薄透镜有何异同.

14.一凸透镜或一凹球面镜的焦距无标记,用什么方法可测出其焦距?如果是凹透镜或凸面镜呢?

15.一物体经薄透镜成一实象,问在什么情况下当共轭点间距不变时可有二次成象?什么条件成象时 $\beta=1$?

16. 以物距为横坐标，象距为纵坐标，作薄透镜的物象关系曲线，并指出各种情况下物象的性质.

17. 一光学系统如图3-34所示，L_1和 L_2为薄透镜，L_1的焦距为4cm，L_2材料的折射率为1.5，其球面曲率半径为12cm，球面镀铝为反射面，L_1和 L_2间隔为10cm，一物放在 L_1前5.6cm 处，求光线第二次通过 L_1后的成象位置，并在图上标出.

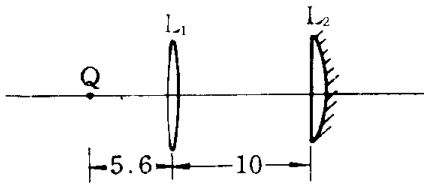

图3-34

18. 用作图法求出图3-35(a)、(b)中入射光线的共轭光线及图(c)、(d)中物 PQ 的象.

19. 分别用逐次成象法和基点法求一个在空气中的折射率为1.5，半径为10cm 的玻璃球的焦点离表面有多远？

20. 一双凸厚透镜中心厚度为6cm，折射率为1.5，曲率半径均为50cm，求其在空气中的光焦度.

21. 一共心透镜的折射率为1.5，置于空气中，前表面的曲率半径 $R_1=20\text{cm}$，$R_2=10\text{cm}$，

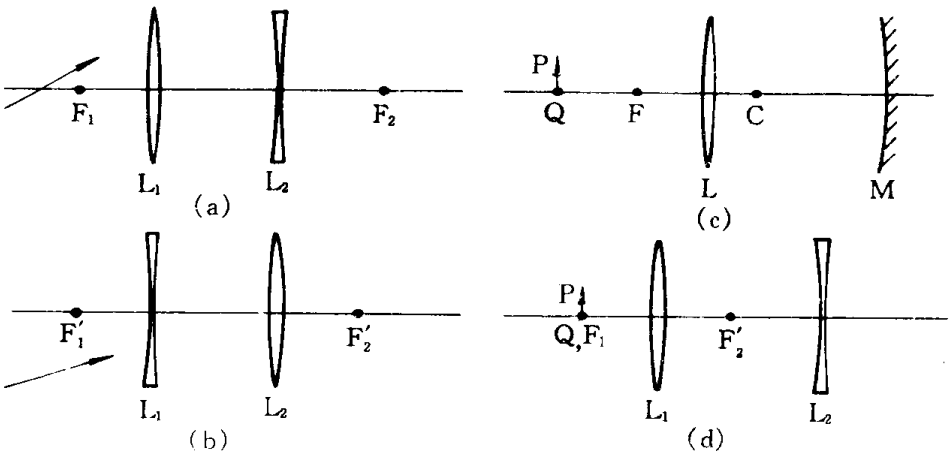

图3-35

求各基点，并用逐次成象法验证之.

22. 折射率为1.5的共心透镜与凹面镜的球心重合于 C 点，置于空气中，透镜的曲率半径分别为50cm 和40cm，凹面镜的曲率半径为 −80cm. 求此折反系统的基点，并讨论其特性.

23. 空心玻璃球，外半径 R，内半径 r，玻璃折射率1.5，置于空气中，求此光学系统的基点，并讨论其特性与 r 的关系.

24. 两焦距为9.5cm 的薄正透镜，共轴安放于空气中，相距9cm，构成冉斯登目镜. 求此目镜的基点，并与两透镜间距相同的惠更斯目镜相比较.

25. 一光学系统位于空气中，其第一光学表面 Σ_1与最后一个光学表面 Σ_{10}相距800mm，焦距 $f'=1.3\text{m}$，第一主平面 $\mathscr{H}$ 在 Σ_{10}后20cm 处，第二主平面 $\mathscr{H}'$ 在 Σ_1前20cm 处. 若一物体位于 Σ_1前2.7m 处，分别用作图法和高斯成象公式求其象的位置.

26. 一复合厚透镜处于空气中，曲率半径分别为 $r_1=-1.0\text{m}$，$r_2=1.5\text{m}$，$r_3=-1.0\text{m}$，两

透镜的厚度为 $d_1=4\text{cm}$，$d_2=5\text{cm}$，介质的折射率 $n'_1=1.632$，$n'_2=1.5$，用矩阵方法求复合透镜的光焦度.

27. 一玻璃半球折射率为1.5，曲率半径 $R=10\text{cm}$，处于空气中，平面处镀有反射膜，一物体在球面前0.5m 处，用矩阵方法求其象的位置.

28. 试比较追迹法、基点法和矩阵法的异同.

29. 某人戴了500度近视眼镜后，校正为正常眼，此人眼睛的最小光焦度为多少?若不戴眼镜，则在眼前多少距离以外的物看不清了?

30. 某人对其眼前1.5m 以内的物看不清楚，须配怎样的眼镜?

31. 正常眼睛戴上了300度的近视眼镜或300度的远视眼镜后，能否看清楚远处的景物?为什么?

32. 既然正常眼有从∞到25cm 左右的调节能力，为什么在调节显微镜时，物点离清晰成象点有微小的移动就看不清物的象?

33. 一天文望远镜，物镜与目镜相距90cm，放大倍数为8×，求物镜和目镜焦距.

34. 某人欲将一架250倍的显微镜改装为望远镜，已知显微镜物镜的焦距为1cm，筒长 $d=23\text{cm}$，若不改变筒长，则应该配焦距为多少的物镜?改装后望远镜的放大倍数为多少?

35. 证明角锥棱镜的反射光束与入射光束始终平行.

36. 实验测得棱镜只有一个最小偏向角，试用光路的可逆性证明满足最小偏向角条件的光线在棱镜内必然与底边平行.

37. 一个顶点为60°的棱镜对某单色光的最小偏向角为50°，求此棱镜材料对该单色光的折射率. 若将此棱镜放在水(折射率为1.33)中，则其最小偏向角为多少?

38. 为什么光纤的内芯外还要有一包层?设光纤内芯材料的折射率为1.5，若要求入射角14°以内的光束都能通过光纤，则包层的折射率最大为多少?

第四章　光的衍射与干涉

本章提要：从惠更斯-菲涅耳原理出发分析各种光的衍射现象，引入光学仪器分辨本领的概念．重点介绍衍射的两个重要应用：波带片和光栅．以杨氏实验为例引入光的时间相干性与空间相干性的概念，以薄膜干涉为典型分析了等倾干涉与等厚干涉的特点及应用，重点介绍了两个主要的干涉仪：迈克耳孙干涉仪和法布里-珀罗干涉仪的构造原理以及它们的应用．

§4.1　菲涅耳衍射、波带片

一切波在传播过程中遇到障碍物时，都会发生偏离直线传播的现象，即衍射现象，光波也不例外．因此，衍射是波的一种共性，是普遍存在的．但是，从光的叠加原理知道，由于稍稍偏离直线传播的光波在叠加后相互抵消，因而在近似的情况下，可以认为光是直线传播的．然而这种近似是有条件的，其条件是传播过程中没有障碍物，或障碍物的边缘影响小得可以忽略．反之，当光在小孔、狭缝等障碍物的边缘附近通过时，则直线传播的规律就不再成立，光的衍射现象就会十分清楚地显示出来．

在历史上，如绪论中所指出的，光的波动说正是在衍射问题上真正战胜了微粒说的．当时年仅 30 岁的科学家菲涅耳圆满地解释了圆孔、直边、狭缝等物体边缘的衍射现象，从而赢得了法国科学院有奖征答辩论的胜利．现在就来看看菲涅耳是怎么解释的．

如第一章所述，早在 17 世纪后期，荷兰科学家惠更斯就提出了光是一种波动的假设，并阐述了关于波面如何传播的一种理论，即惠更斯原理．该原理认为，传播中的波面上任何一点都可以认为是一个新的次波源，由这些次波源发出的次波是球面波，这些次波的公共包络面就是下一时刻的波面．根据这一原理，解释了光的反射定律和折射定律，并给出了折射率的意义：光在两介质中的速度比．菲涅耳根据叠加原理把惠更斯原理进一步具体化了，他假设，各次波虽是球面波，但这些球面只是等相面而不是等幅面，球面上各点的振幅与传播方向有关，这就避免了次波的后向传播；同时，他认为，下一时刻空间任一点的振动由各次波到达该点的振动叠加决定．被如此具体化了的惠更斯原理，后人称之为惠更斯-菲涅耳原理，简称惠-菲原理．当然，可以看出这不仅是“具体化”的问题，菲涅耳的思想比惠更斯有了很大的进步，他着眼的是下一时刻空间各点的振动情况而惠更斯只着眼于下一时刻波面的形状与位置，因此惠更斯只能定性地描述光的传播方向，而菲涅耳却能定量地描述衍射后的光强分布．按惠-菲原理，若已知某一时刻波面 S 上每一点的复振幅 U (Q)，就可以写出下一时刻空间任意一点 P 的复振幅 U (P)，它是 S 上发出的各次波传播到 P 点的振动的叠加．

如图 4-1 所示，菲涅耳假定：Q 点所发的次波对 P 点的贡献 dU (P)正比于 Q 点附近一个小面元的面积 dS，正比于 Q 点的复振幅 U (Q)，正比于 e^{ikr}/r(因为次波是球面波)，以及正比于一个与传播方向有关的函数 $f(\theta)$ (θ 是 r 与小面元法线即波在 Q 点的传播方向 N 的夹角)，即

$$dU(P)=C\frac{U(Q)f(\theta)e^{ikr}}{r}dS\ , \qquad (4\text{-}1)$$

其中 C 是一个与 r、θ、Q 无关的比例系数，$f(\theta)$ 叫倾斜因子，它随 θ 增加而缓慢减少. 于是，按照叠加原理，有

$$U(P)=\int_S dU(P)=\int_S C\frac{U(Q)f(\theta)}{r}e^{ikr}dS\ . \qquad (4\text{-}2)$$

这就是惠-菲原理的数学表示式. 积分表示整个波面 S 上各点所发的次波传播到 P 点的作用的叠加.

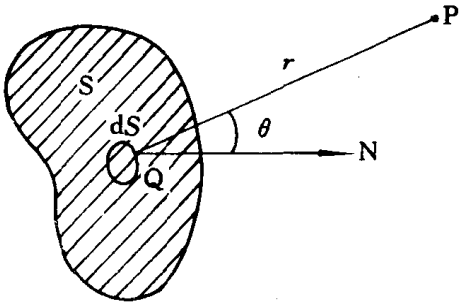

图 4-1　波面上各点复振幅的传播

菲涅耳除了赋于惠更斯原理一个精确的数学形式以外，还设计了两种求上述积分的方法，并得出了与实验相符合的结果. 这两种方法是①波带法②菲涅耳积分. 前一种方法巧妙而简单，可用于解决圆对称的孔、阑问题，至今还有重要的实际意义；后一种方法是普遍的解析法，可解决直边、矩孔等衍射问题. 下面对波带法作进一步的说明.

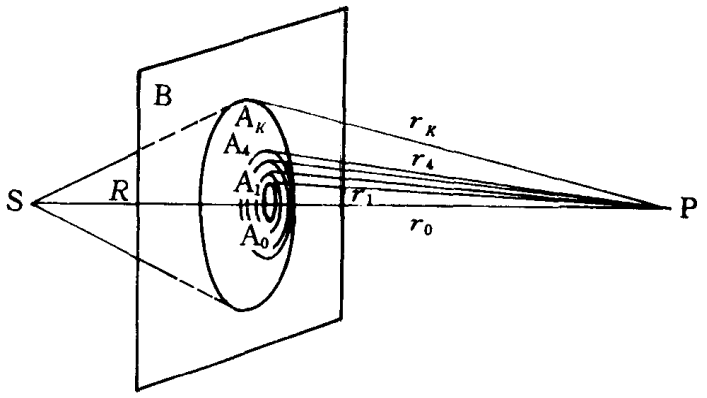

图4-2　菲涅耳半波带的划分

如图4-2，S 为一点光源，B 为开有小孔的衍射屏，考虑轴上一点 P 的合成振幅. 从 S 发出的球面波到达衍射屏时，穿过小孔的是一个球冠. 由于对称性，可以把球冠分为许多圆环，圆环上各点到 P 点的距离相等，它们发出的次波到 P 点是同相位、同振幅的. 菲涅耳取

$PA_1=r_1=r_0+\lambda/2$ ，　它所包围的小球冠为第一带；

$PA_2=r_2=r_0+\lambda$ ，　A_1 与 A_2 所包围的环带为第二带；

$PA_3=r_3=r_0+3\lambda/2$ ，　A_2 与 A_3 之间为第三带；

…　　…

$PA_K=r_K=r_0+K\lambda/2$ ，　A_{K-1} 与 A_K 之间为第 K 带.

由于各带至 P 点的距离相差半个波长，故这种环带称为半波带. 于是(4-2)的积分就变成求和，即

$$U(\mathrm{P}) = \sum_{m=1}^{K} U_m(\mathrm{P}) = \sum_{m=1}^{K} C \frac{U(\mathrm{A}_m) f(\theta_m)}{r_m} \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_m} \Delta S_m . \tag{4-3}$$

当 m 增加时，$U(\mathrm{A}_m)$是不变的，可写为 $U(\mathrm{A})$，$f(\theta)$ 则逐渐变小. r_m 虽逐渐变大，但 $\Delta S_m / r_m$ 也是不变的(参见习题1)，可写成 ΔS . 因此，$U(\mathrm{P})$单调变小，可写为

$$\begin{aligned} U(\mathrm{P}) &= \sum_{m=1}^{K} C_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_m} = C_1 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_1} + C_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_2} + C_3 \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_3} + \cdots \\ &= a_1 + a_2 \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(r_2 - r_1)} + a_3 \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(r_3 - r_1)} + a_4 \mathrm{e}^{\mathrm{j}k(r_4 - r_1)} + \cdots , \end{aligned}$$

其中 $C_m = CU(\mathrm{A}) f(\theta_m) \Delta S$ ，$a_m = C_m \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_1}$. 由于

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\frac{\lambda}{2}} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{2}} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi} = -1 ,$$

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\lambda} = 1 , \ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k\frac{3}{2}\lambda} = -1 , \cdots ,$$

故

$$\begin{aligned} U(\mathrm{P}) &= a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots \pm a_K \\ &= \frac{a_1}{2} + \frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} + \frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_K}{2} \cdots \pm \frac{a_K}{2} . \end{aligned} \tag{4-4}$$

由于衍射孔很小，r_m 和 $f(\theta_m)$ 之差别也必然是很小的，因此，上述级数中相邻项的差别很小，故

$$U(\mathrm{P}) = a_1/2 \pm a_K/2 \qquad (K \text{ 为奇数取正，偶数取负}) . \tag{4-5}$$

由此可见，P 点的光强由从 P 点看衍射孔可以分为几个半波带来决定. 如果是奇数个半波带，则为亮点；偶数个半波带，则为暗点. 这是一个十分简单而明确的结论. 据此，可以分析圆孔大小改变或圆孔屏与光源、观察屏之距离改变时，P 点光强的变化.

那么，如果衍射孔不恰为整数个半波带情形又如何呢?这可以用矢量法来分析. 把每一个半波带再细分为许多面积相等的小环带，每个小环带发出的次波到达 P 点的复振幅以一个小矢量来表示. 由于半波带一端与另一端到达 P 点的相位差为 π(路程差为 $\lambda/2$)，因而这些小矢量中第一个与最后一个的方向必然相反. 若小环带分得无限细，则这些小矢量叠加时将近似构成半个圆周，其直径为合矢量 a_1 ，如图4-3a 所示. 把第二环、第三环等也都无限细分，则由于 $a_1 > a_2 > a_3 > \cdots$，这些半圆周将近似组成一个螺旋线. 如图4-3b 所示. 这时，合矢量的终点不一定在垂直方向上，即最后一个环带不一定构成半波带，在任何位置都可以从图上得到合振幅的大小. 仔细分析图4-3b 还可以得出一些有趣的结论，例如：

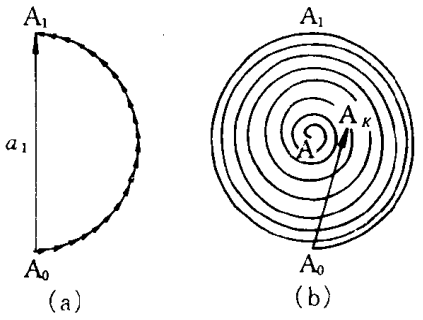

图4-3　半波带的矢量表示

(1)当 R、r_0 都不变时，改变衍射孔半径 ρ 的大小，则合矢量的终点将沿着螺旋线运动，P 点光强将出现如图4-4所示的变化. 其中

$$\rho_0 = \sqrt{Rr_0\lambda/(R + r_0)} \tag{4-6}$$

是衍射孔正好为一个半波带时的半径(参见习题2). 当 $\rho = \infty$时，P 点光强趋近于光从 S 点自由传播到 P 点时的光强 $a_1^2/4$ (此时为直线传播).

(2)如果把圆孔改为半径相同的圆盘，则图4-3b 中的合矢量的终点不变而起点则从 A_0点

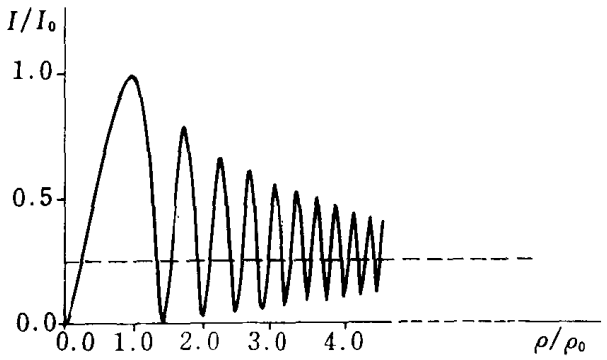

图4-4 菲涅耳圆孔衍射的中心光强与衍射孔半径的关系

移到了代表无限远处的 A 点.

可以看出,只要 ρ 不是无限大,这个矢量永远不为零,它是一个随 ρ 的减小而单调增大的量,当 $\rho \to 0$时它趋近于 $a_1/2$.这就是所谓"圆盘阴影中心必有亮点"的结论.

以上两点结论,即放了一个圆孔屏后 P 点光强比不放时增强四倍,以及圆盘阴影中心必有亮点,都是按几何光学的观点难于理解的,实验却证实了它们的正确.菲涅耳当年以如此简单的物理模型阐述了深刻的物理思想,解决了极其复杂的衍射问题.这种抓住关键,揭示实质的思想方法是很值得我们学习的.

菲涅耳的半波带法不仅有很深刻的物理思想与学术意义,而且直到今天仍有其实用价值.下面介绍的波带片就是一个很好的例子.如图4-5把一个屏故意做成半波带的形状,使奇数带通过而偶数带挡住,就成为一种波带片.由(4-4)式可知,

$$U(\mathrm{P}) = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_K , \tag{4-7}$$

即 P 点的光强可以极大地增强,例如取 $K = 15$,则

$$U(\mathrm{P}) \approx 8a_1 .$$

与不放波带片时相比,振幅变为16倍,光强变为256倍!当然,K 还可以更大,光强可以增加成千万倍.实际上,在几何光学中我们已经知道,透镜的作用是用改变光程的方法使通过透镜的光都同相位到达焦点,现在的波带片则是用遮住不同相位的光的方法让大致同相位的光到达 P 点.从本质上说,它们是很相似的.当然,它的聚光本领不如透镜.波带片既然可会聚光,也可以定义一个焦点,即平行光的会聚点.由于环带数 $K = \rho_K^2/\lambda[(R + r_0)/Rr_0]$,以($R = \infty, r_0 = f'$) 代入,得

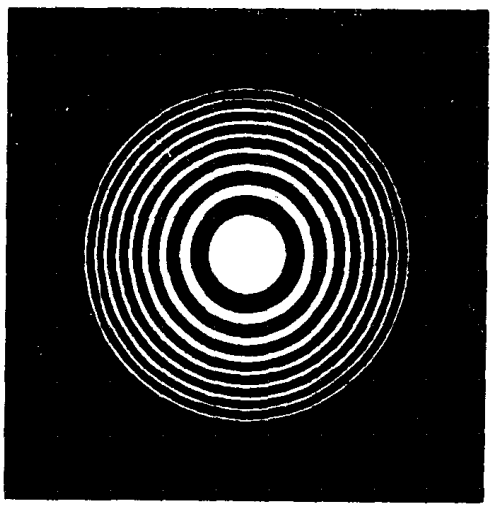

图4-5 波带片

$$K = \rho_K^2/f'\lambda , \qquad f' = \rho_K^2/K\lambda , \tag{4-8}$$

或

$$\rho_K = \sqrt{K\lambda f'} \ . \tag{4-9}$$

(4-8)式可用来计算波带片的焦点;(4-9)式则可用来设计波带片.

若物点不在∞,而在 $R = -s$ 处,则象点位于 $r_0 = s'$ 处,于是有

$$1/s' - 1/s = 1/r_0 + 1/R = (R + r_0)/r_0R = K\lambda/\rho_K^2 = 1/f' \ . \tag{4-10}$$

此式与熟知的薄透镜在空气中的成象公式(3-34)完全一致.因此,波带片可以象薄透镜一样来用作成象的元件.为了进一步利用被遮住的不同相位的光,可以用镀膜的方法使通过这些部位的光改变相位(增加 $\lambda/2$的光程),则这部分光可使 P 点光强又增强到四倍.这种波带片称为相位型波带片.

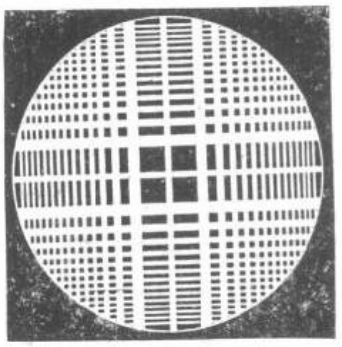

图4-6 十字形波带片

与透镜相比,波带片虽有明显的缺点,如焦点光强较弱,离轴象差较大等,但它也有独特的优点.例如,它可以做成十字形,从而可提高准直精度.长焦距透镜的焦斑很大,做成十字形的长焦距波带片可以在很长距离下得到很细的十字形焦线,它已广泛用于造船工业.图4-6是复旦大学设计的十字形波带片,它的焦距为50m,已用于上海沪东造船厂.

波带片更重要的一个优点是不需要透明材料,或高折射率材料.这在真空紫外与软 X 光区极为有用.对于波长在这些区域的光,任何材料都是不透明的,而且一切材料的折射率都接近于1.在这种情况下不可能用透

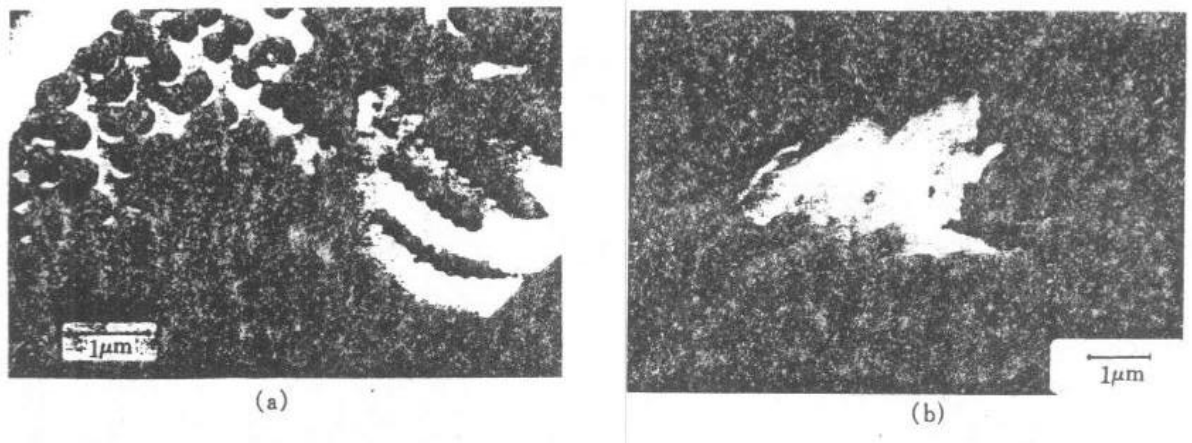

图4-7 用波长4.5nm 的软 X 光波带板显微镜拍摄的(a)硅藻和(b)肝细胞的照片

镜聚焦,波带片的优点显得十分突出.例如在德国,已用波带片做成了 X 光显微镜,分辨率值达到50nm.图4-7是用 X 光显微镜拍摄的照片.

§4.2 夫琅禾费衍射,光学仪器的分辨本领

以上讨论的衍射是光源、观察点离开衍射屏的距离不太远时的衍射,称为近场衍射,这种衍射极为复杂.此衍射的问题首先是由菲涅耳以半定量的方法研究解决的,因而被称为菲涅耳衍射.

当光源和观察点都离屏无限远时，情况就简化了，它可以用解析的方法定量地解决，称为远场衍射，这种衍射首先由夫琅禾费(Fraunhofer)在探索天体成象时作了系统的研究，故后人称这类衍射为夫琅禾费衍射. 实际上，这类衍射是平行光通过光阑或障碍物后在透镜焦平面上所呈现的现象. 无论是望远镜、显微镜还是其他用透镜成象的光学系统，包括人眼，实际上都有衍射现象，并且都可以看成是这一类衍射. 下面考虑一束平行于 Z 轴的光线，对于在 XY 平面

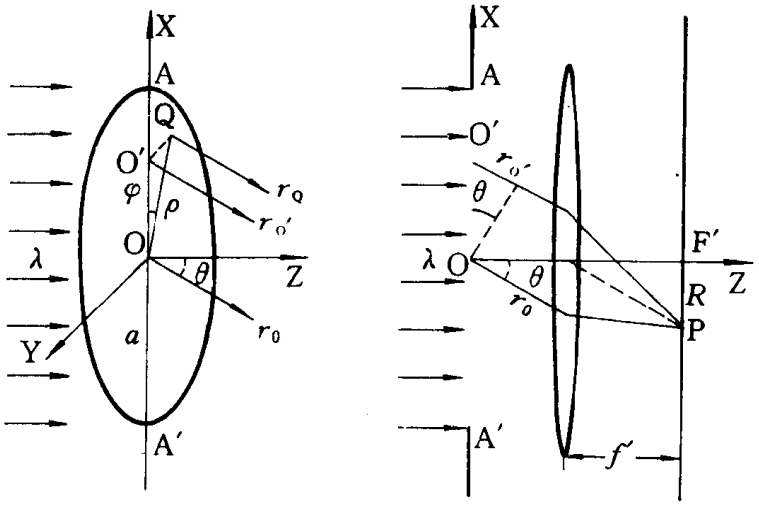

图4-8　夫琅禾费圆孔衍射示意图

上，以 O 为圆心，半径为 a 的一个圆孔的衍射.

如图4-8所示，经圆孔衍射后到达焦平面上 P 点的光线是衍射角为 θ 的光线. 设从圆心 O 到 P 点的光程为 r_0，则从圆孔中任一点 Q 到 P 点的光程 r_Q 为

$$r_Q = r_0 + OO_1\sin\theta = r_0 + \rho\cos\varphi\sin\theta . \tag{4-11}$$

按照惠-菲原理，由式(4-2)得

$$U(P) = \int_{圆孔} C\frac{U(Q)f(\theta)}{r_Q}e^{jkr_Q}dS_Q = \int_{\rho=0}^{a}\int_{\varphi=0}^{2\pi} C\frac{U(Q)f(\theta)}{r_Q}e^{jkr_Q}\rho d\rho\, d\varphi .$$

由于程差 $\Delta = r_Q - r_0$ 比 r_0 小得多，而与波长 λ 可以比拟，因此，可以把振幅中的 r_Q 以 r_0 代替而只考虑相位因子的变化，即

$$U(P) = C'\int_0^a\int_0^{2\pi} e^{jk(r_Q - r_0)}\rho d\rho\, d\varphi . \tag{4-12}$$

其中 $C' = C\dfrac{U(Q)f(\theta)}{r_0}\cdot e^{jkr_0}$ 为常数. 以(4-11)式代入(4-12)式得

$$U(P) = C'\int_0^a\int_0^{2\pi} e^{jk\rho\cos\varphi\sin\theta}\rho\, d\rho\, d\varphi = C'\pi a^2\left[\frac{2J_1(X)}{X}\right] , \tag{4-13}$$

其中 J_1 称为一阶贝塞尔函数，其数值可从数学用表上查出，而

$$X = 2\pi a\sin\theta/\lambda , \tag{4-14}$$

它的物理意义是圆孔边缘与圆心对 P 点的相位差. 由此可知 P 点的光强表达式为

$$I(P) = |U(P)|^2 = C'^2\pi^2a^4\left[\frac{2J_1(X)}{X}\right]^2 .$$

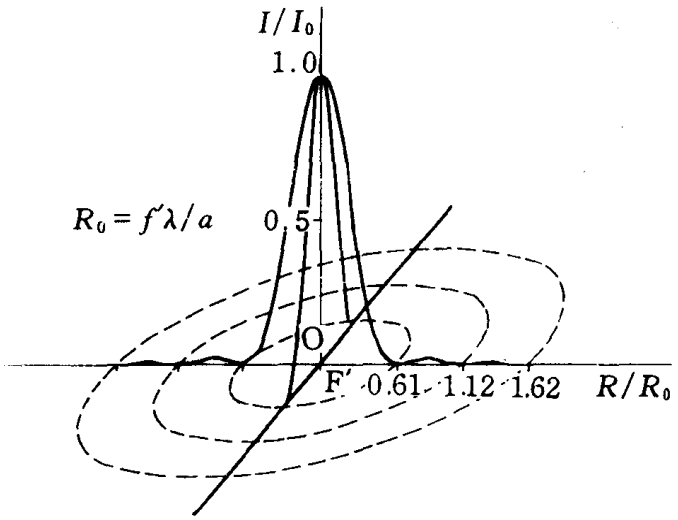

图 4-9　夫琅禾费衍射的光强分布

根据贝塞尔函数可以画出焦平面上的光强分布，如图 4-9，显然这是一个圆对称图形，中心为主极大，在 F′ 处，$R=0,\theta=0,X=0,I=I_0$．其他各点的光强可用 R 来表示，由图 4-8 可知，

$$R=f'\sin\theta=X/2\pi\cdot(f'\lambda/a)\ ,$$

当　$R=0.61\ f'\lambda/a$ 时，　$(X=1.22\ \pi)$，　$I/I_0=0$ ，　　为第一暗环，

　　$R=0.818f'\lambda/a$ 时，　$(X=1.635\pi)$，　$I/I_0=0.0175$ ，为第一亮环，

　　$R=1.116f'\lambda/a$ 时，　$(X=2.233\pi)$，　$I/I_0=0$ ，　　为第二暗环，

　　$R=1.619f'\lambda/a$ 时，　$(X=3.238\pi)$，　$I/I_0=0$ ，　　为第三暗环，

这就是夫琅禾费圆孔衍射的光强分布，它与菲涅耳圆孔衍射有明显区别，它的中心永远是亮的，并且在中心亮斑[称为爱里(Airy)斑]处的光能量占了总光能的约 84%，中心亮斑的半径也是确定的，为 $0.61f'\lambda/a$ ，或角半径为 $0.61\lambda/a$ ．

前已指出，夫琅禾费圆孔衍射是一个在一切使用透镜的光学系统中普遍存在的现象，因为

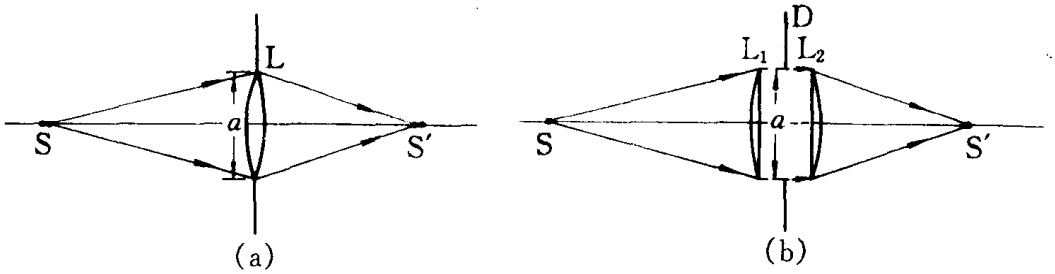

图 4-10　透镜 L 的作用可以看作两个透镜 L_1 和 L_2 以及光阑 D 的组合作用

任何一个单透镜成象，都可以看成两个透镜加上一个光阑的组合，如图 4-10 所示．因此几何光学中所谓的任何一个象点，实际上都不是点而是有一定半径的爱里斑．这种情况就产生了一个问题，即两个象点可能会发生重叠，重叠到一定程度，就无法分辨为两个点了．这就是所谓分辨

本领的问题.

当然，实际的分辨本领是一个很复杂的问题，它涉及到几何光学系统中的种种象差和缺欠，涉及到被分辨的两个物点本身的强度和其他性质等. 我们现在考虑的是理想的分辨本领，即两个强度相等、波长相同的独立光源经过理想光学系统衍射后所能达到的最佳分辨本领，这也就是分辨本领的衍射极限.

严格地说，真正的分辨本领是因人而异的，各人所能分辨的情况并不相同，如图4-11所示，(a)是爱里斑的角半径 $\Delta\theta$ 小于两物点的视角之差 $\Delta\omega$，这时两个爱里斑互不重叠，可以明显分辨为两个象点；(c)是 $\Delta\theta > \Delta\omega$，这时两个亮斑变成了一个亮斑，无论如何不能分辨为两个点；(b)则是一种临界的状态，$\Delta\theta = \Delta\omega$，此时出现一个马鞍形光强分布，鞍、峰强度比约为73.5%. 这时究竟能否分辨，与主观因素有关，根据统计，一般人们可分辨的鞍、峰比约为80%. 因此，这

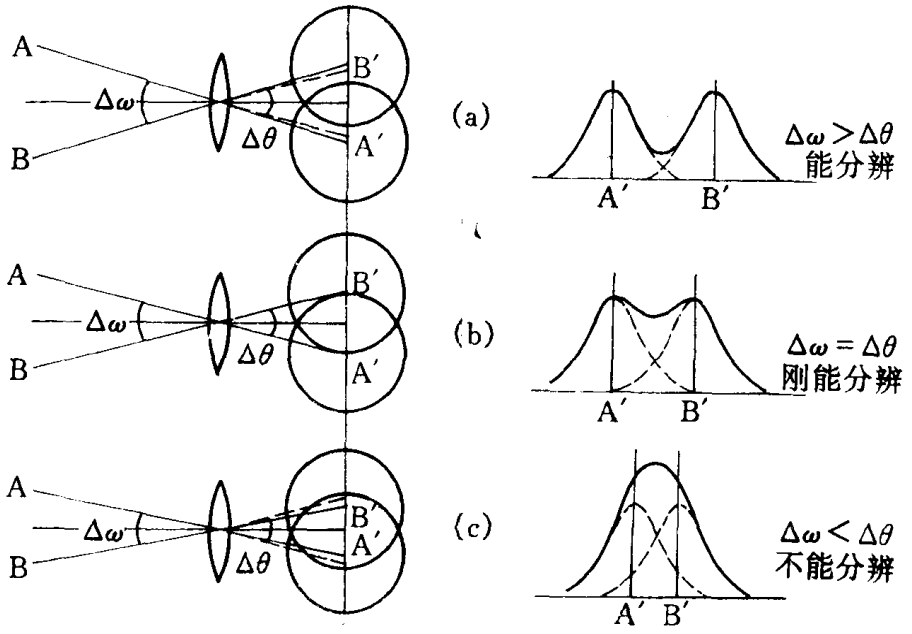

图4-11　瑞利判据

种73.5%的鞍、峰比对绝大多数人来说是可以分辨的.

1879年，瑞利(Rayleigh)首先建议确定一个客观的判断标准. 他提出，如果一个光斑的最大值(中心)恰好落在另一个光斑的第一极小值处，则认为这两个光斑刚能分辨. 由于各种光斑的光强分布并不相同，因此瑞利的判据对于不同情况下产生的光斑的判别标准并不相同. 例如，上述圆孔衍射，瑞利判据对应的鞍峰比是73.5%；以后我们还可以看到对于两条狭缝的夫琅禾费衍射，对应的鞍峰比为81.1%；对于光栅，鞍峰比为81.0%；对于 F-P 干涉仪，鞍峰比为83%. 虽然这些鞍峰比各不相同，但却都在80%附近，因而瑞利判据与人眼的分辨能力是大致符合的. 由于这一判据有清晰的物理意义，并且易于计算，因而被广泛采纳，成为国际上一种常用的分辨极限的判断标准. 按照瑞利判据，我们定义：

$$R_\theta = 1/\Delta\theta \quad \text{叫作光学仪器的角分辨本领；} \tag{4-15}$$

$$R_y = 1/\Delta y \quad \text{叫作光学仪器的线分辨本领.} \tag{4-16}$$

其中，$\Delta\theta$ 是刚能分辨的两物点对光学仪器的张角；Δy 是刚能分辨的两物点的距离. 例如，设人眼瞳孔的直径为 d，眼内物质折射率为 n，则

$$\Delta\theta' = 1.22\lambda'/d = 1.22\lambda/nd . \tag{4-17}$$

这就是人眼内的最小分辨角. 在眼外，则 $\Delta\theta = n\Delta\theta'$，即

$$\Delta\theta = 1.22\lambda/d .$$

取 $\lambda = 550\text{nm}$，$d = 2.5\text{mm}$，则 $\Delta\theta = 2.7\times10^{-4} \approx 1'$. 若物体在明视距离25cm 处，则

$$R_y = 1/\Delta y = 1/(250 \times \Delta\theta) = 15\text{mm}^{-1}. \tag{4-18}$$

就是说，由于瞳孔的衍射，人眼可以分辨的极限为每毫米15条线，或者说，可分辨的两点间最小距离为(1/15)mm .

必须指出，人眼的实际分辨本领还由光强、颜色、晶状体的象差等多种因素决定，上述计算只考虑了瞳孔的衍射.

又如，望远镜的分辨本领由其通光孔径即物镜的直径 D 决定，其分辨本领为

$$R_\theta = 1.22\lambda/D .$$

由此可知，望远镜的角分辨本领为肉眼的

$$M_e = D/d \tag{4-19}$$

倍，如果此望远镜的放大倍数 $M < M_e$，则由于眼的分辨本领的限制，物镜大而分辨本领未充分利用；如果 $M \gg M_e$，则象虽放得很大却是模糊的；一般取 M 略大于 M_e 是合适的. 由此可见，我们看一个望远镜的外形(物镜大小)，就可以估计出它的放大倍数.

再如，对于显微镜，我们最关心的是它的线分辨本领，或可分辨的两物点最小距离为多少. 显然，

$$\Delta y' = 1.22\lambda s'/D , \tag{4-20}$$

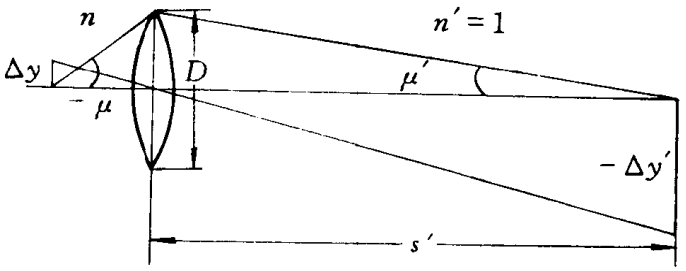

图4-12　阿贝正弦条件

式中 D 是显微镜的物镜的直径，s' 是象距. 显微镜消象差要求满足阿贝正弦条件，如图4-12所示，即

$$n\sin\mu\Delta y = n'\sin\mu'\Delta y' , \tag{4-21}$$

故 $\Delta y = \dfrac{n'\sin\mu'}{n\sin\mu}\Delta y' = \dfrac{n'\sin\mu'}{n\sin\mu}\cdot\dfrac{1.22\lambda}{D}s'$.

由图4-12可知，$\sin\mu' \approx D/2s'$，所以

$$\Delta y = \frac{0.61\lambda}{n\sin\mu} = \frac{0.61\lambda}{\text{N. A.}} , \tag{4-22}$$

其中 N. A. (Numerical Aperture)为数值孔径，是一台显微镜的基本参数. 为了提高显微镜的分辨本领，必须加大 N. A. 或减少 λ，但由于材料的折射率是有限的，而 $\sin\mu \leqslant 1$，因此，N. A. 不可能很大，一般 $\Delta y \geqslant 0.5\lambda$，即可分辨的最小距离约为半个波长. 对于可见光，这个距离大约为0. 2μm，再小是不可能分辨的. 由此可知，为了进一步提高显微镜的分辨本领，唯一的途径是减小波长.

用紫外光作为光源，可以把分辨率提高到一倍多，但代价十分昂贵，意义不大.

用软 X 光作为光源，可以把分辨率提高上百倍.

用电子作为“光源”，可以把分辨率提高几千倍. 电子束的波长可小到10^{-3}nm 量级，因而分辨率可以大大提高. 上海电光仪器厂生产的大型电子显微镜的 $\Delta y = 0.2$nm，放大倍数可达80万倍.

§4.3 单缝衍射、双缝衍射与光栅

以上讨论了圆孔的夫琅禾费衍射并导出了分辨本领. 对于一条狭缝，可以用上述积分方法

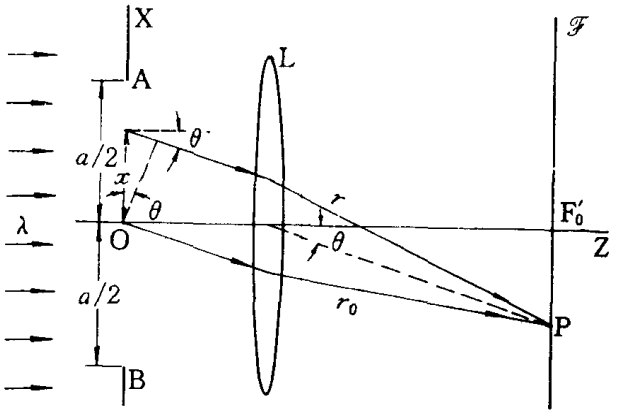

图4-13 夫琅禾费单缝衍射

来计算其衍射光强的分布.

设波长为 λ 的平面波射向缝宽为 AB$=a$ 的狭缝，衍射后经透镜 L 会聚在焦平面 $\mathscr{F}$ 上，取 X、Z 坐标如图4-13所示. 根据惠-菲原理，在焦平面上任一点 P 的复振幅为

$$U(\mathrm{P}) = \int_{\text{狭缝}} C\frac{U(\mathrm{Q})f(\theta)}{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr}\mathrm{d}S\ .$$

把狭缝细分为垂直于 X 轴的许多小面元，面积为 $\mathrm{d}S = L\mathrm{d}x$，$L$ 是缝的长度. 由于是平面波入射，故 $U(\mathrm{Q})$为常数，在角度不大的情况下 $f(\theta)\approx 1$，而 $r = r_0 + x\sin\theta$. 由于 $x \ll r_0$，故在振幅中的 r 可视为 r_0，只有相位因子中的 $\Delta = r - r_0 = x\sin\theta$ 不可略去. 故

$$U(\mathrm{P}) = \frac{CU(\mathrm{Q})\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_0}}{r_0}L\int_{-a/2}^{a/2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Delta}\mathrm{d}x = C'\int_{-a/2}^{a/2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}kx\sin\theta}\mathrm{d}x\ . \tag{4-23}$$

把积分求出，得

$$U(\mathrm{P}) = \frac{C'}{\mathrm{j}k\sin\theta}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\cdot a/2\cdot\sin\theta} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k\cdot a/2\cdot\sin\theta}) = -\frac{2C'}{k\sin\theta}\sin(k\cdot a/2\cdot\sin\theta)\ .$$

令
$$k \cdot a/2 \cdot \sin\theta = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta = \beta \ , \tag{4-24}$$

则
$$U(\mathrm{P}) = -C'a\frac{\sin\beta}{\beta} \ , \tag{4-25}$$

故
$$I = U(\mathrm{P})U^*(\mathrm{P}) = C'^2a^2\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} = I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2} \ , \tag{4-26}$$

其中 I_0 为 $\beta=0$时的光强，即光直线传播时中心点的光强，β 的物理意义是狭缝的边缘与中心

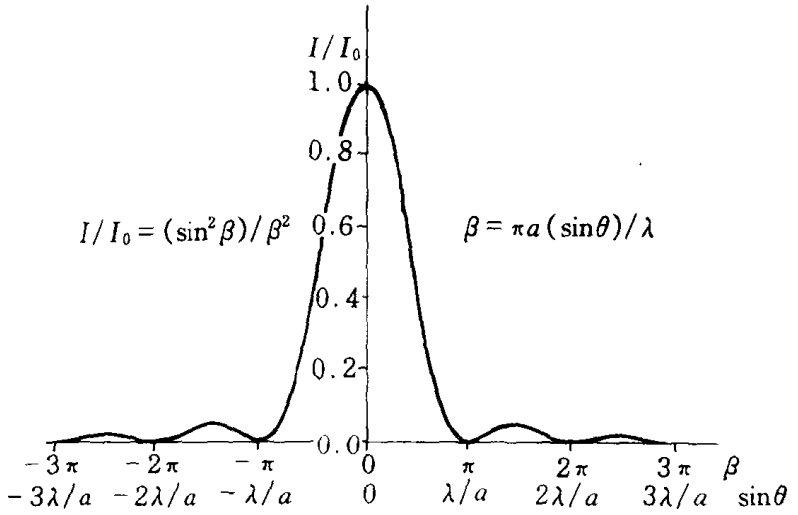

图4-14　夫琅禾费单缝衍射的光强分布

的光线在 P 点产生的相位差. 以 β 或 $\sin\theta$ 作横坐标，以 I/I_0 作纵坐标，对上式作图可得夫琅禾费单缝衍射的光强分布，如图4-14所示.

计算表明，在 $-\pi<\beta<\pi$ 之间的主极大中集中了90%的能量，主极大的角半宽为 $\theta\approx\sin\theta = \lambda/a$. 把狭缝改为矩孔，即在 X、Y 两个方向上考虑衍射效应，则(4-26)式成为

$$I = I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2} \ , \tag{4-27}$$

其中 α 是在 Y 方向上与 β 对应的量.

以上考虑的是一个缝的衍射，如果有相邻的两个缝，则由于衍射，通过两个缝的光在观察屏上会相遇. 这时便不能用上节关于分辨本领的讨论时所用的光强叠加法来考虑两条缝衍射所得的总光强了. 实验结果告诉我们，在两条缝的衍射光相互交叠的区域，不是简单地呈现光强的叠加，而是出现了由光强重新分布而产生的明暗相间的条纹. 这种现象称为光的干涉. 显然，光的干涉与光的衍射一样，都是波的叠加原理所必然导致的结果. 我们将在下一节对光的干涉现象作进一步讨论.

现在，我们仍然用惠-菲原理来分析两条缝所产生的夫琅禾费衍射的结果. 如图4-15，衍射屏上 A、B 处各有一条宽 a 的缝，缝间距为 $d=a+b$（b 为不透明部分的宽度）. 由于透镜的作用，这两条缝在焦平面 $\mathscr{F}'$ 上的衍射光强分布是完全一样的，但是它们的相位分布不同. 把坐标原点分别放在 A 与 B 的中心，由式(4-23)可得

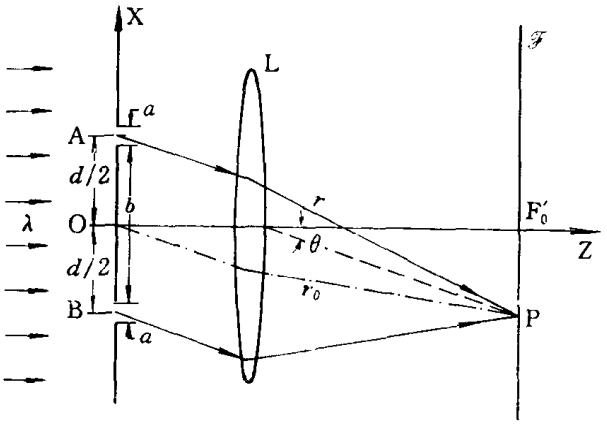

图4-15　夫琅禾费双缝衍射

$$U_A(P) = C'\int_{-a/2}^{a/2} e^{jk(x_A+d/2)\sin\theta}dx_A,$$

$$U_B(P) = C'\int_{-a/2}^{a/2} e^{jk(x_B-d/2)\sin\theta}dx_B.$$

令 $\gamma = k \cdot d/2 \cdot \sin\theta$ 为单缝中心与双缝中心的光在 P 点产生的相位差，则

$$U(P) = U_A(P) + U_B(P) = C'\int_{-a/2}^{a/2} e^{jkx\sin\theta}dx(e^{j\gamma} + e^{-j\gamma}) = -C'a\frac{\sin\beta}{\beta}(e^{j\gamma} + e^{-j\gamma}).$$

于是总光强为

$$I = U(P)U^*(P) = I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}(e^{j\gamma} + e^{-j\gamma})(e^{-j\gamma} + e^{j\gamma}) = 4I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cos^2\gamma. \qquad (4\text{-}28)$$

这就是夫琅禾费双缝衍射的光强分布的表达式. 设 $d = 5a$，即 $\gamma = 5\beta$，将(4-28)式作图，可得

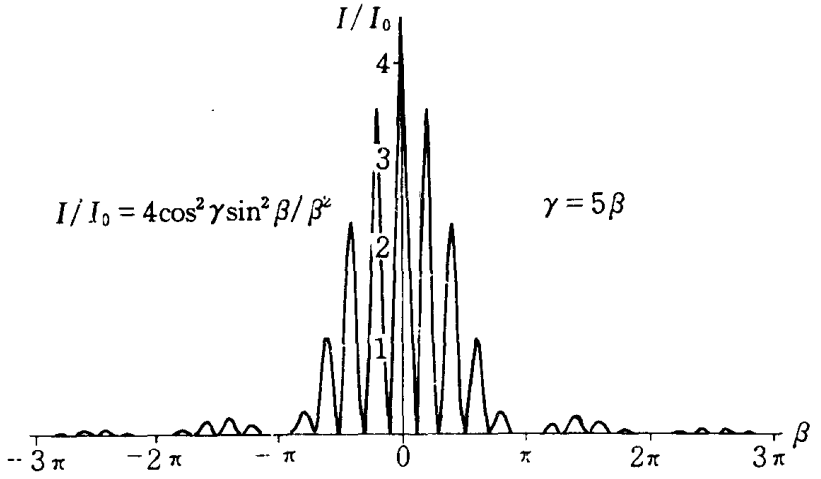

图4-16　夫琅禾费双缝衍射的光强分布

如图4-16所示的光强分布. 显然，这是由 $\sin^2\beta/\beta^2$ 与 $4\cos^2\gamma$ 相乘而得的图样. 在有双缝时，原来的单缝衍射图形不是平均地增加到原来的二倍，而是在 $\sin\theta = K\lambda/d$ 处，增加到原来的四倍，

在 $\sin\theta=(2K+1)\lambda/2d$ 处，降为零. 由此可见，这种光强重新分布的干涉现象是波的叠加原理的必然结果.

但是，通常在两束光相遇的区域，我们为什么常常看不到这种干涉现象，而往往只看到强

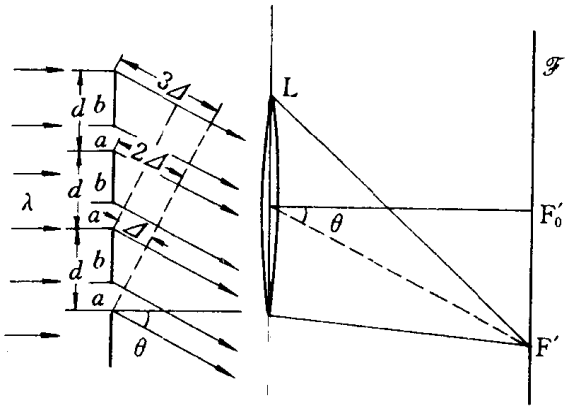

图4-17　夫琅禾费多缝衍射

度的简单叠加，这是一个在光学中十分重要的相干性问题. 我们将在下一节详细讨论.

上面关于双缝衍射的讨论可以进一步推广到更多的缝. 如图4-17，有 N 条等间距的缝，缝宽均为 a，间距 $d=a+b$，则相邻缝的对应程差为 $\Delta=d\sin\theta$，相位差为

$$\delta=2\pi d\sin\theta/\lambda . \tag{4-29}$$

由(4-28)式知，

$$U(\mathrm{P})=U_0(\mathrm{P})(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma}+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\gamma})=U_0(\mathrm{P})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma}(1+\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\gamma})=U_0(\mathrm{P})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma}(1+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta}) .$$

如果把坐标原点放在第一个缝的中心，则 $U_0(\mathrm{P})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\gamma}$ 就是它的单缝衍射振幅，而 $U_0(\mathrm{P})\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\gamma-\delta)}$ 则是另一个缝的衍射振幅. 根据这个思想，立即可以把上式推广到多缝，

$$\begin{aligned}U_N(\mathrm{P})&=U_1(\mathrm{P})+U_2(\mathrm{P})+\cdots+U_N(\mathrm{P})\\&=U_1(\mathrm{P})(1+\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta}+\mathrm{e}^{-2\mathrm{j}\delta}+\cdots+\mathrm{e}^{-(N-1)\mathrm{j}\delta})=U_1(\mathrm{P})\frac{1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\delta}}{1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}} ,\end{aligned}$$

于是，光强分布为

$$\begin{aligned}I_N(\mathrm{P})&=U_N(\mathrm{P})U_N^*(\mathrm{P})=U_1(\mathrm{P})U_1^*(\mathrm{P})\frac{(1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}N\delta})(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\delta})}{(1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta})(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta})}\\&=I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2N\delta/2}{\sin^2\delta/2} .\end{aligned} \tag{4-30}$$

显然，在双缝的情况下，$N=2$因而有

$$I_2(\mathrm{P})=I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2\delta}{\sin^2\frac{\delta}{2}}=4I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\cos^2\frac{\delta}{2} .$$

由于 $\frac{\delta}{2}=\gamma$，此式即(4-28)式. 设 $d=5a$，$N=4$，按(4-30)式画出光强分布如图4-18所示. 比较图4-18与图4-16可知，多缝衍射与双缝衍射的包络线相同，都是单缝衍射的结果，它们的区别，在于多缝干涉的结果使极大值变细，峰值变高，而在两个极大值之间出现 $(N-1)$ 个光强为零的 β 值和 $(N-2)$ 个次峰. 当 N 很大时，各极大值变得十分尖锐，可以用来进行计量和分

光. 这种 N 很大的能产生多缝衍射的光学元件称为光栅，满足干涉极大的条件是

$$\sin\theta_K = \pm K\lambda/d \qquad 或 \qquad d\sin\theta_K = \pm K\lambda \tag{4-31}$$

称为光栅方程，d 叫做光栅常数. 常见的光栅是在玻璃上均匀地刻上细条纹而制成的. 这种光栅称为透射光栅. 如果在一块平面玻璃上加镀铝膜，然后在铝膜上刻压细条纹，则可得反射光

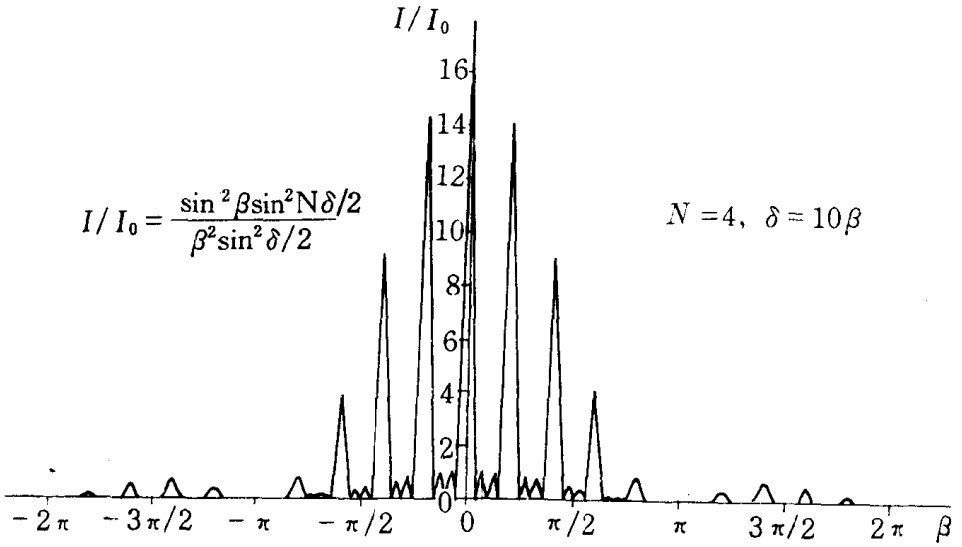

图4-18　夫琅禾费四缝衍射的光强分布

栅. 正如第二章所述，这种反射式光栅很容易从叠加原理来理解.

由光栅方程可知，当用白光照射光栅时，由于干涉极大的角位置与波长有关，因而在观察屏上将出现彩色条纹，这叫做光栅的色散. 这种色散可用角色散 $\Delta\theta_K/\Delta\lambda$ 定量描述. 把光栅方程微分可得

$$-d\cos\theta_K\Delta\theta_K = \pm K\Delta\lambda .$$

角色散为

$$\frac{\Delta\theta_K}{\Delta\lambda} = \frac{\pm K}{d\cos\theta_K} \qquad 或 \qquad \Delta\theta_K = \frac{\pm K\Delta\lambda}{d\cos\theta_K} . \tag{4-32}$$

它表示波长为 λ 和 $(\lambda+\Delta\lambda)$ 或 $(\lambda-\Delta\lambda)$ 的两束光经光栅常数为 d 的光栅后，第 K 级分开的角距离. 与棱镜的色散相比较，光栅色散有以下特点：

(1)当 θ 不大时，λ 与 θ 成正比；θ 较大时，λ 与 $\sin\theta$ 成正比. 因而这种光栅分光所形成的光谱叫正比光谱，它与棱镜分光产生的非线性光谱不同，在自动化或计算机控制中有许多方便，这是光栅优于棱镜的特点之一.

(2)有一系列的级次，每一级次都有正负对称的两支，零级光谱中各 λ 重合，不能分光，因此，光栅光谱的能量利用率较低，这是它的主要缺点.

(3)色散与 d 成反比，因而减少 d 可增大色散. 由于 $\sin\theta \leqslant 1$，$K \geqslant 1$，故 d 最小的极限为 $d \geqslant \lambda$，对于可见光，λ 为 $4-8\times10^{-4}$mm，故一般取每毫米约1200条的密度为宜，即 $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \leqslant 1200\text{mm}^{-1}$. 如再密，红光就不出现了. 与一般棱镜相比较，棱镜的色散为 $\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \approx \frac{dn}{d\lambda} \approx 100\text{mm}^{-1}$，

故光栅的色散可比棱镜大一个数量级，这是它的又一个优点.

(4)色散与级次 K 成正比，因而提高级次可以增加色散，但高级次光谱会重叠. 例如由于 $2\lambda_{红} \geqslant 3\lambda_{紫}$，因此，红光的第二级与紫光的第三级会重叠，故对于白光，一般只能用一级. 对于波段较窄的情况可以用高级次，但由于高级次的能量利用率更低，故一般不用到三级以上.

(5)按照瑞利判据，可得出光栅的色分辨本领. 由图4-18可知，主极大降为零的条件为 $\Delta\sin\theta = \lambda/Nd$. 此式对 θ 微分可得主极大的角半宽

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta} . \tag{4-33}$$

由瑞利判据，一个波长的主极大的角半宽与两波长的主极大的角距离恰好相等时，两波长刚能分辨. 比较(4-33)与(4-32)二式可知，

$$\frac{\lambda}{Nd\cos\theta} = \frac{K\Delta\lambda}{d\cos\theta} , \quad \text{或可分辨的最小波长差为} \quad \Delta\lambda = \frac{\lambda}{KN} .$$

定义波长分辨本领 $\mathscr{R} = \lambda/\Delta\lambda$，则

$$\mathscr{R} = KN . \tag{4-34}$$

由此可见，光栅的分辨本领由级次 K 和总缝数 N 决定. N 越大，即光束数目越多，条纹就越细，分辨本领就越大. 由于每毫米的刻痕数不可能太大，故 N 大意味着光栅的宽度大.

由于棱镜的分辨本领为 $\mathscr{R} = b \cdot \mathrm{d}n/\mathrm{d}\lambda$ (其中 b 为棱镜的底边)，故宽度与棱镜底边相同的光栅的分辨本领比棱镜大得多(参见习题13). 这是光栅的另一个优点.

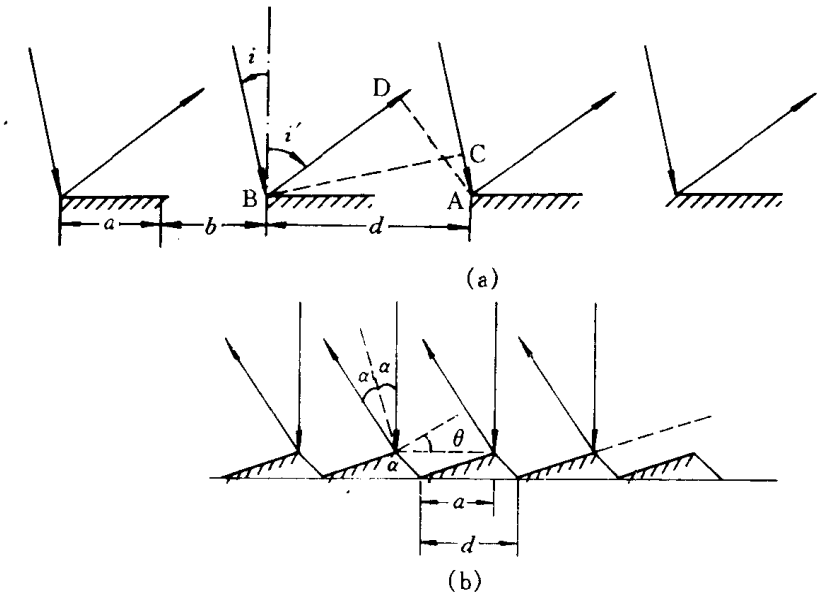

图4-19 (a)反射光栅 (b)闪耀光栅

除了上述三个优点以外，光栅的特殊优点还在于它可以做成反射式的，如图4-19a 所示，因而可以用在没有透明材料的波长区，例如真空紫外区. 从图4-19a 中可知，反射光栅中的程差为

$$\Delta = \mathrm{AC} + \mathrm{BD} = d\sin i + d\sin i' .$$

因而光栅方程为

$$d(\sin i + d\sin i') = K\lambda . \tag{4-35}$$

显然，当 $i' = -i$ 时 $K = 0$，为零级极大，这就是满足反射定律的方向；其他各级对称分布于零级的两侧. 当然，没有透明材料的区域，既不可能有棱镜也不可能有透镜，所以反射式光栅常常做成凹面形的，它既分光又聚焦，只用这一个元件就可在焦平面上得到光栅光谱，这种光栅叫凹面光栅.

为了克服能量利用率低的缺点，反射光栅还可以做成闪耀式的，如图4-19b 所示. 每个刻槽的反射光都产生一个单缝衍射的图样，衍射极大位于满足反射定律的方向上 ($\theta = 2\alpha$). 各刻槽产生的干涉极大位于 $d\sin\theta = K\lambda$ 处，若 $d\sin 2\alpha = K\lambda$ (d 和 α 都是制备光栅时确定的)，则在 θ 方向上可获得 λ 的 K 级极大值与衍射零级极大相重合，它可使能量利用率达到极大. 这种光栅称为闪耀光栅，当取 $d \approx a$ 时，它的能量利用率可达80%.

§4.4 光场的时空相干性

上一节我们看到了在两束光相遇的交叠区出现光强不为两束光强度之和，而是发生光强重新分布产生明暗条纹的现象，这种现象叫光的干涉.

在自然界、在日常生活中，两光相遇是经常发生的，但这种干涉现象却并不多见. 其原因在于干涉现象必须满足下述一系列的条件才可能发生，这些条件称为相干条件，它们是

(1)两束光的频率必须相同，这是两波相干的基本条件；

(2)两束光的相位差必须稳定，稳定的时间要大于或等于观察的时间，这时干涉现象才能被观察到；

(3)两束光在相遇点所生的振动方向大致相同，并且振幅相差不大，否则干涉条纹中明暗对比度太小，也难以观察到.

以上这些条件看似简单，实际上在常规情况下难以满足，原因在于实际光源的复杂性.

一般说，任何一种发光都必然伴随着光源中原子或分子等微观粒子能量状态的改变，而在一般情况下，光源中各个原子或分子所处的状态总是有差别的，因此，它们所发的光的频率不会完全相同；即使是同一个原子，由于它本身的状态总在不断改变，因而在不同时间所发的光，频率也不一定是严格相同的.

从第二章中我们已经知道，许多不同频率的简谐波可以叠加为一个有限长的准正弦波列，反之亦然. 一个持续时间为 Δt 的波列可以分解为一系列无限长正弦波的叠加，这些正弦波的频率差 $\Delta\nu$ 与 Δt 的关系由(2-63)式可知为 $\Delta\nu = 1/\Delta t$. 由于光速为 c ，故此波列的长度为 $\Delta L = c\Delta t$. 于是有

$$\Delta L\Delta\nu = c , \qquad \text{或} \qquad \Delta L\Delta\lambda = \lambda^2. \tag{4-36}$$

光源的单色性越好($\Delta\nu$ 越小)，则波列越长(ΔL 越大). 例如，让白光通过一张红色塑料薄膜，则透过光的波长范围 $\Delta\lambda$ 约为200nm，ΔL 只有2μm；汞灯中波长为5461nm 的谱线的 $\Delta\lambda$ 约为0.02nm，ΔL 约为1.5cm；激光的 $\Delta\lambda/\lambda$ 可小到$10^{-7}-10^{-11}$，ΔL 可长达几千米甚至几十千米.

虽然激光的单色性极佳，波列长度达几十千米，但是由于光速高达每秒几十万千米，因此，这一个波列的持续时间也只有10^{-4}s 的量级，这个时间远小于人眼可分辨的时间(0.1s)，因此，要直接看到两个独立光源的干涉现象，即使采用单色性极好的激光，也仍然十分困难. 这就是

人们在日常生活中极少见到两束光相遇时发生干涉现象的原因.那么,怎样才能看到干涉现象呢?方法是让同一光源发出的一束光分为两束,再让它们相遇,也就是让一个波列自己与自己相遇,这样才能满足频率相同、相位差稳定的条件.再考虑到振动方向与振幅的差别不要太大,干涉现象就出现了.

历史上最早演示光的干涉现象的是托马斯·杨(Thomas Young).在图4-15的装置中,如果A和B是两个靠得很近的小孔并把透镜去掉,而改用点光源照明,观察屏上也会出现干涉条

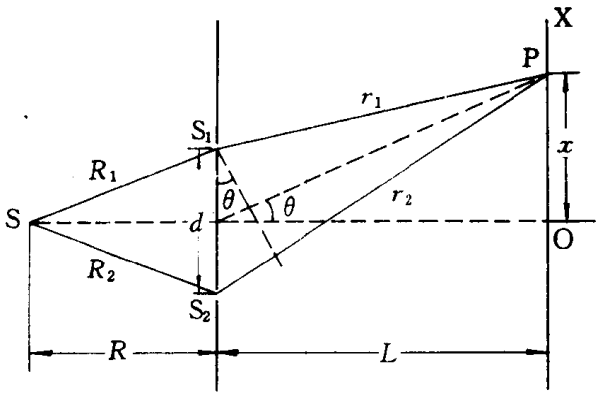

图4-20 杨氏实验

纹.这正是历史上著名的杨氏实验,如图4-20所示.在这里,光源S发出的光波通过小孔S_1、S_2后,经衍射相遇而干涉.从S_1和S_2到达观察屏上任一点P的光程差为

$$\Delta_P = r_2 - r_1 \approx d\theta \approx d \cdot x/L \ , \tag{4-37}$$

显然,光程差与x有关,即与P点的位置有关.设入射光是波长为λ的单色光,如图4-21a所示,则有

当 $\Delta_P = \pm K\lambda$, 即 $x_1 = \pm (L/d) \cdot K\lambda$ 时 , 光强极大, (4-38)

而 $\Delta_P = \pm (2K-1)\frac{\lambda}{2}$, 即 $x_2 = \pm \frac{L}{2d}(K-1)\lambda$ 时, 光强为零. (4-39)

上二式中$K = 0,1,2,\cdots$.于是,屏上在X方向出现了明暗条纹,如图4-21d所示,条纹间距为

$$l = \frac{L\lambda}{d} \ . \tag{4-40}$$

如果光源S不是理想单色光而是含有从λ到$\lambda+\Delta\lambda$的连续光谱,如图4-21c所示.那么条纹就会出现模糊;当最长的波长与最短的波长产生的同级干涉条纹错开一个条纹间距时,条纹就完全消失了,如图4-21b所示.

由式(4-38)知,波长λ与波长$\lambda+\Delta\lambda$的K级条纹错开的距离为

$$\Delta x = (L/d)K\Delta\lambda \ , \tag{4-41}$$

当$\Delta x = l$时,条纹消失,即

$$(L/d)K\Delta\lambda = L\lambda/d \quad 或 \quad K = \lambda/\Delta\lambda \tag{4-42}$$

时,条纹消失.因此,能看到条纹的范围是

$$K < \lambda/\Delta\lambda \quad 或 \quad x < (L/d)(\lambda^2/\Delta\lambda) \ . \tag{4-43}$$

式中,$\lambda^2/\Delta\lambda$决定于光源本身的性质,与干涉装置无关,叫做光源的相干长度.由(4-36)可知,

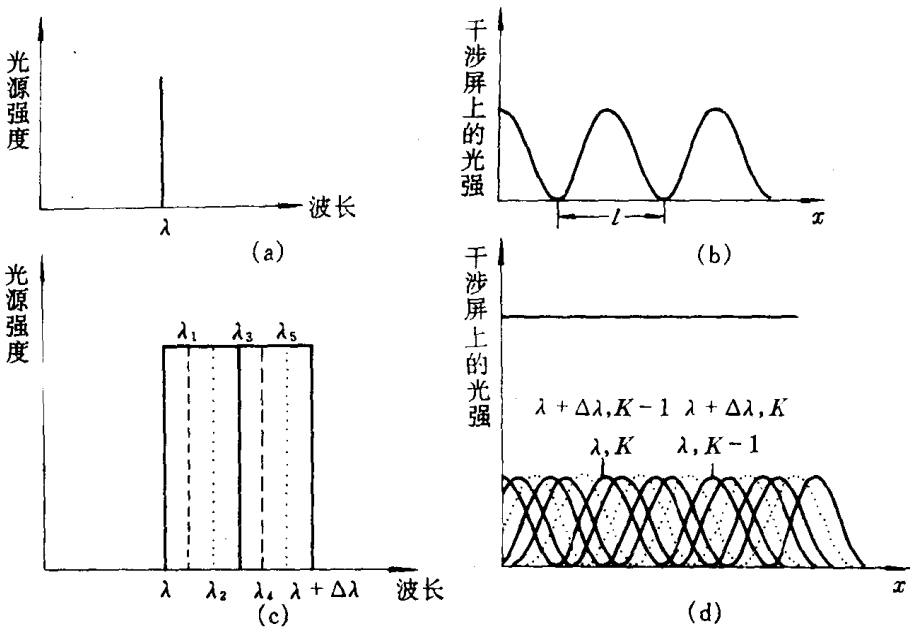

图4-21 杨氏干涉条纹

它就是光源的波列长度 ΔL . 把(4-43)代入(4-37),得干涉条纹出现的条件为

$$\Delta = d\frac{x}{L} < \frac{d}{L}\cdot\frac{L}{d}\cdot\frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \Delta L\ . \tag{4-44}$$

它的物理意义十分明显:只有当程差小于波列长度时,干涉条纹才出现. 如果程差比波列长度更长,那么一个波列将不能与自己相遇,而是与另一个波列相遇,两个不同波列是不能相干的,因此不出现干涉条纹.

相干长度对应的时间叫相干时间,以 $\Delta\tau$ 表示,则

$$\Delta\tau = \Delta L/c\ . \tag{4-45}$$

相干长度和相干时间都是光源在发光时间上不连续的表示,这是光源的时间相干性问题:光源的单色性越好,即其波列越长;或其一次发光的持续时间越长,则其时间相干性越好.

杨氏实验的光很暗,原因是 S_1、S_2、S 都很小. S_1和 S_2取得很小是为了使衍射效果明显,即让干涉区处在零级衍射极大的范围内,否则观察屏上将见到两个直线传播的亮斑,而干涉区的光更弱. S 取得很小则是为了使干涉条纹清晰,不使光源上不同部位产生的干涉条纹相互抵消而使条纹模糊. 这种模糊与上述单色性引起的模糊不同,它与光程差无关而与光源的大小有关,造成这种模糊的原因,不是光源的时间相干性不好而是光源的空间相干性不好.

如图4-22所示,设光源 S 有一定的宽度 b ,于是光源的中心与边缘在 O 点产生的光程差为

$$\Delta_b = R_2 - R_1 \approx \frac{R_2^2 - R_1^2}{2R} = \frac{R^2 + (d/2 + b/2)^2 - R^2 - (d/2 - b/2)^2}{2R} = \frac{bd}{2R}\ . \tag{4-46}$$

显然,对于观察屏上的任一点 P,也都有此附加程差. 当 $\Delta_b = \lambda/2$ 时,上一半光源各点产生的条纹恰与下一半光源各点产生的条纹相反,因而条纹消失. 我们定义此时的光源宽度叫临界宽度,记为 b_0 ,于是有

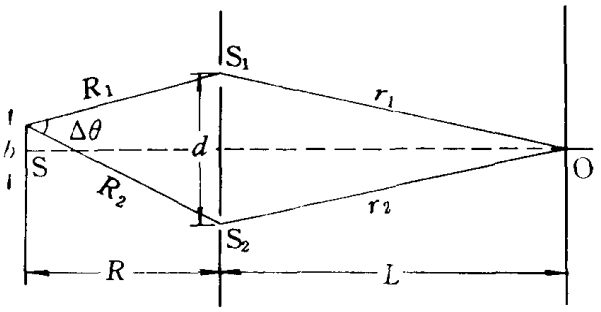

图4-22　光源宽度对杨氏干涉的影响

$$\frac{b_0 d}{2R}=\frac{\lambda}{2}\qquad 或\qquad b_0=\frac{R}{d}\lambda=\frac{\lambda}{\Delta\theta}\,. \tag{4-47}$$

其中，$\Delta\theta$ 是从光源处看两衍射点的张角，称为相干孔径角. 在 $\Delta\theta$ 的范围内取出两点的光是相干的，否则不相干.

临界宽度和相干孔径角都是光源空间各部分发光独立性的表示，这是光源的空间相干性问题：光源的线度越小，其空间相干性越好. 对于点光源，其宽度 $b\approx 0$，在任何条件下均满足 $b<b_0$，因此，在点光源波面上任何两点所发的光均可以相干；激光可视为很小的点光源，故空间相干性很好；太阳是一个面光源，$d\approx 1.4\times 10^6\text{km}$，太阳到地面的距离为 $R\approx 1.5\times 10^8\text{km}$，若取 $\lambda=550\text{nm}$，则只有当 $d<60\mu\text{m}$ 时，才能满足(4-47)式，所以直接用太阳光做杨氏实验很难成功.

一般地说，在如图4-23所示的一个光场中，A、B 两处的波相遇能否相干，取决于光源 S 的大小，即是空间相干性问题，A、C 两处的波相遇能否相干，则取决于 S 的单色性或波列长度，即是时间相干性问题；A、D 两处的波相遇能否相干，则既有空间相干性又有时间相干性的问题. 在杨氏实验中，观察屏中心处的条纹清晰度取决于光源的空间相干性；而离中心越远，时间相干性问题越严重. 因此，如果采用单色性差的点光源，则只在中心处能见到清晰的条纹；如果采用面积较大的光源，则整个干涉区的条纹都是模糊的.

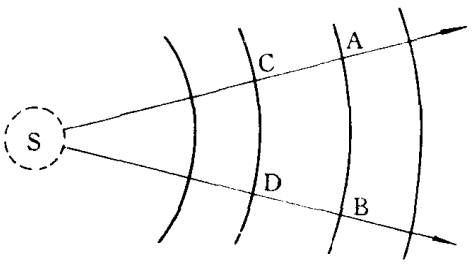

图4-23　光场的时空相干性

以上我们通过杨氏实验讨论了光源的相干性问题. 实际上，光源的相干性是个普遍问题，与实验装置无关. 任何两束(或多束)光相遇要发生干涉现象，这些光必须来自同一个光源，它们的光程差必须小于光源的波列长度，它们对光源的张角必须小于相干孔径角. 在我们用惠-菲原理对衍射问题进行分析时，由于各次波来自同一光源，并且程差很小，对光源的张角也很小，因而这些次波都是相干的，所以，我们在处理时都采用振幅相叠加的方式；在讨论分辨本领时，两个待区分的物点来自不同的光源，所以两个爱里斑是用强度叠加来处理的. 实际上，对于显微镜，如果被观察的物体本身并不发光而是用另一个光源来照明的，那么这些光就可能是相干的. 对于这种相干

的光，上节关于分辨本领的讨论就不对了．严格的推导表明，显微镜的分辨本领应为

$$R = \frac{1}{\Delta y} = \frac{\text{N.A.}}{m\lambda} . \tag{4-48}$$

当待区分的两点所发的光不相干时，$m = 0.61$，此即(4-22)式；如这些光是完全相干的，则 $m = 0.77$；而当部分相干时，$m = 0.57 - 0.83$．由此可见，显微镜的分辨本领与照明技术有很大的关系，同一物体、同一显微镜，不同照明方式的分辨本领可相差近50%．这是一项专门的学问，不在此详述，读者如有兴趣，可参阅有关的专著．

为了实现干涉，除了上述用开小孔或细缝的方法使同一光源发出的光经衍射而相遇外，还可以用两个或多个反射面的方法，使同一光源发出的光经两次或多次反射而相遇．后一种干涉的典型情况就是薄膜干涉．如图4-24所示，在折射率为 n_0 的介质中有一个折射率为 n、厚度为 d 的薄层．光在薄膜前表面上的反射光为光束(1)，而在薄膜后表面上的反射光为光束(2)．当 d 远小于入射光的相干长度时，(1)与(2)两束光是相干的．为了计算这两束光的光程差，作辅助线 CD 垂直于出射光束，则光束(1)与(2)的光程差为

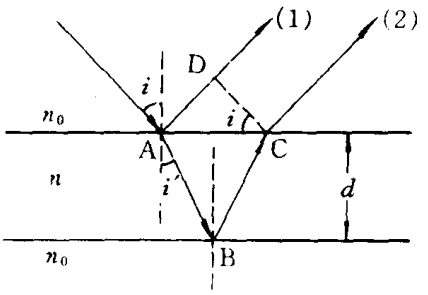

图4-24　薄膜干涉

$$\Delta = n(\text{AB} + \text{BC}) - n_0\text{AD} . \tag{4-49}$$

$$\because \quad \text{AB} = \text{BC} = d/\cos i' ,$$

$$\text{AD} = \text{AC}\sin i = 2d \times \text{tg}i'\sin i = 2d\sin i \sin i'/\cos i' ,$$

$$\therefore \quad \Delta = (2nd - 2n_0 d\sin i \sin i')/\cos i'$$

$$= \frac{2nd}{\cos i'}\left(1 - \frac{n_0}{n}\sin i \sin i'\right) = \frac{2nd}{\cos i'}(1 - \sin^2 i')$$

$$= 2nd\cos i' . \tag{4-50}$$

显然，干涉条纹的亮暗由程差决定．由(4-50)式可知，程差与 n_0 无关，只取决于 nd 和 i'．

为了具体讨论薄膜干涉条纹的特点，我们分别讨论以下两种情况：1. nd 不变而 i' 改变，这就是折射率与厚度都均匀的薄膜用面光源在不同角度照射下产生的条纹．显然这种条纹是等 i'（等倾角）的轨迹，故称为等倾干涉；2. i' 不变而 nd 改变．这就是以平行光照射光学厚度不同的薄膜产生的条纹，显然，这些条纹是等 nd（等光学厚度）的轨迹，故称为等厚干涉．

1. 观察等倾干涉的典型装置如图4-25所示，准单色光源 S 经毛玻璃 G 后成为一个均匀的面光源，经半透半反镜 M 的反射而到达由两块相对平行放置的玻璃板 G_1、G_2 组成的空气隙，在空气隙上下表面产生的相干光透过 M 而为 L 所聚焦，在 P 上形成干涉条纹．由于 G_1 和 G_2 是较厚的玻璃（厚度大于光源的相干长度），因而 G_1 上

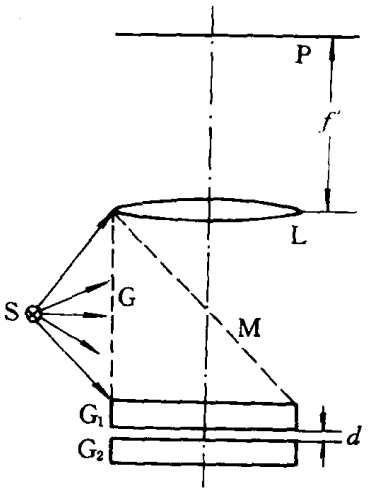

图4-25　等倾干涉装置

表面和 G_2 下表面的反射光只造成一些背景光，对干涉条纹的特征没有影响. 这种等倾干涉的条纹有以下特点.

①因为空气隙的两表面相互平行，故从该两面反射的相干光束也相互平行，它们只在无限远处相遇(或透镜的焦平面上相遇)，因而这种干涉条纹是定域在无限远的. 聚焦于∞的正常眼，可看到此条纹.

②程差只决定于入射角，因而无论光源在何处，只要入射角相同，程差就相同，就是说，干涉图样与光源位置无关. 即不存在光源的空间相干性问题. 因此，用尽量大的面光源照明不会使条纹模糊而只会增加条纹的亮度.

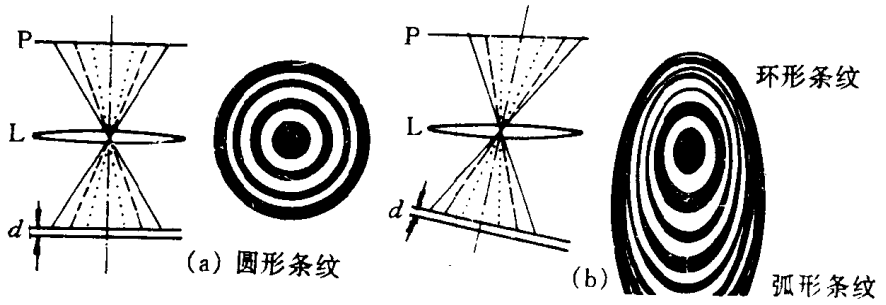

图4-26　等倾干涉条纹

③干涉条纹的形状取决于具有相同入射角的反射光线在透镜焦平面上的轨迹. 一般为圆形、环形或弧形. 如图4-26所示.

2. 厚度不同的薄膜产生的等厚干涉是比等倾干涉更为常见的干涉，肥皂泡上呈现的美丽彩色就是等厚干涉的结果. 这种干涉条纹的特点如下：

①如图4-27所示，设薄膜上表面与下表面有一个夹角 α，则程差计算比较复杂，但当 α 不

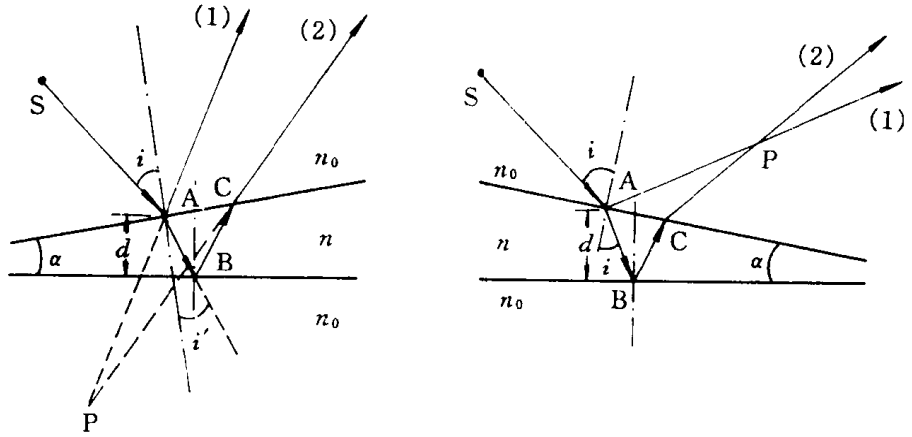

图4-27　等厚干涉

大时，仍可近似认为(4-50)式成立. 即 $\Delta = 2nd\cos i'$. 设同一光线经两表面的反射后，相交于(或延长线相交于)P 点，则可以证明(见附记4-1)

$$PA \approx PC \approx \frac{d}{\alpha} \cdot \frac{\sin i \cos i}{n^2 - \sin^2 i} . \tag{4-51}$$

若 d 很小而 α 不太小，即 $d/\alpha \approx 0$；或者 i 很小，即 $i \approx 0$，则 $PA \approx 0$. 即当膜很薄或入射光接近正入射时，等厚干涉的两相干光在薄膜表面附近相遇而干涉. 因而这种条纹定域在薄膜表面附近. 眼睛观察薄膜时，可同时看到薄膜上有干涉条纹.

②光源位置改变时，薄膜上同一位置产生的程差改变(入射角改变)，因而干涉条纹与光源位置有关，当光源较大时，不同位置光源产生的干涉条纹会相互重叠或变模糊. 所以应采用点光源或平行光束照明. 当然，如果接收干涉条纹的装置所采光的立体角很小，则实际接收到的只是大面积光源中的极小一部分，干涉条纹仍可以很清晰. 用人眼观察肥皂泡或水面油膜时，就属于这种情况.

③用近似平行光的光束照明时，干涉条纹的形状取决于薄膜的厚度分布. 一般为线状条纹，当厚度分布为圆形时，也可得圆条纹.

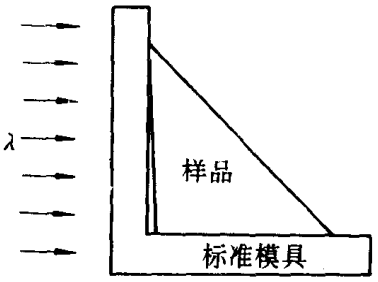

图4-28 用薄膜干涉法检查棱镜的顶角

薄膜干涉有很广泛的应用，下面举几个例子.

1. 检查棱镜的顶角

棱镜的顶角是它的主要参数，必须测得很准. 用精密测角仪可以把它测准，但操作复杂，花时间长，对于大量生产中的质量检验很不适宜，利用薄膜干涉可快速而准确地检验. 方法是先做一套标准模具，用测角仪测准后，产品只需和它比较即可. 如图4-28，令棱镜的一边与模具重合(条纹宽度→∞)，另一边就出现等厚干涉条纹，设其条纹宽度为 l，则产品与模具的夹角

$$\alpha = \frac{d_2 - d_1}{l} = \frac{\lambda}{2l} , \tag{4-52}$$

式中 d_1 与 d_2 是相邻两条纹所在处的空气隙厚度差，λ 为入射光的波长.

2. 检查光学零件表面的面形

光学零件如反射镜或透镜的表面都要求有理想的面形，其误差应远小于波长(否则象差很大. 从透镜的等光程性看，如果误差在波长量级，则会明显破坏其等光程性). 为了检查这么微

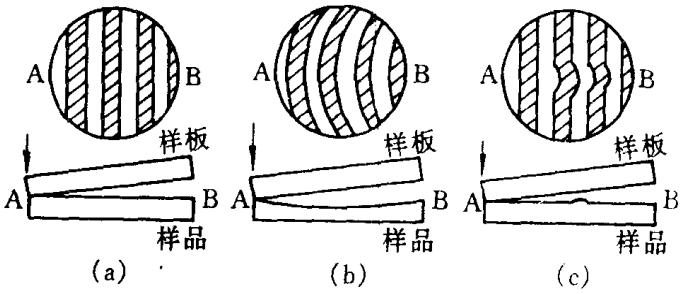

图4-29 用样板检查光学零件表面的面型

小的误差，利用标准样板与样品间空隙产生的干涉现象可以很容易实现.

如图4-29，把样板放在样品上，在一端 A 稍加力按压，则出现平直的等间距条纹如(a)；如

样品下凹或上凸，则出现弧形条纹如(b)；如样品上有微小隆起或凹陷，则在直条纹上出现微曲如(c). 从条纹弯曲的方向和曲率的大小，可以判断凸出还是凹下，以及凸、凹的深度(见习题32).

3. 测量透镜的很大的曲率半径

较小的曲率半径容易用成象的方法或球径仪测量，很大的半径则可以用薄膜干涉的方法测量. 如图4-30，待测透镜L放在平面样板上，以波长为λ的单色光照明. 这种圆环状条纹，叫牛顿圈(Newton's Ring).

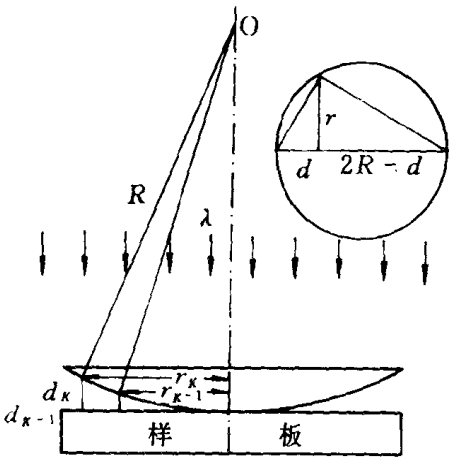

图4-30 用牛顿圈测定曲率半径

显然，相邻条纹的厚度差为$d_K - d_{K-1} = \lambda/2$. 由中值定理可知，

$$r^2 = (2R - d)d \approx 2Rd ,$$

故
$$r_K^2 - r_{K-1}^2 = 2R(d_K - d_{K-1})$$
$$= R\lambda . \qquad (4\text{-}53)$$

测量出两相邻条纹的半径，即可从上式计算出R来. 当然，实际上量直径Φ更方便，并且可以量相隔m条的条纹间距. 由(4-5)式得

$$\Phi_K^2 - \Phi_{K-m}^2 = 4mR\lambda ,$$

即
$$R = (\Phi_K^2 - \Phi_{K-m}^2)/4m\lambda . \qquad (4\text{-}54)$$

Φ_{K-m}一般不取零，因为中心处有灰尘等影响，畸变较大.

4. 测量材料的膨胀系数

线膨胀系数β的定义为单位温升引起的长度相对变化，即

$$\beta = \Delta L/(L\Delta T) .$$

非金属的膨胀系数一般都很小，如玻璃约为7.2×10^{-6}度$^{-1}$，石英仅为5×10^{-7}度$^{-1}$. 让一块厚度为10cm的玻璃升温100℃，厚度变化仅0.072mm，而这么厚的石英块，厚度变化仅5μm，而且，膨胀系数还是温度的函数，温升100℃测得的只是平均膨胀系数，要测出β与T的关系，ΔT必须小，此时ΔL就更小了. 为了测如此小的长度变化，采用光学干涉方法是十分合适的. 图4-31a是一台干涉膨胀仪的原理图. C是由已知膨胀系数的材料制成的与待测物高度相近的支撑环. AB与待测物间的空气隙产生干涉条纹. 气隙厚度变化$\lambda/2$时条纹移动一条. 如果温度升高ΔT后条纹移动了m条，则$\Delta L_X - \Delta L_C = m\lambda/2$，其中$\Delta L_X$与$\Delta L_C$分别为待测物和已知材料环的高度变化. 由于$m$、$\lambda$、$\Delta L_C$均已知，故$\Delta L_X$可求得，从而算得$\beta$. 此方法的缺点是必须有一种已知膨胀系数的材料，而且待测物的膨胀系数与已知材料的差别必须相当大，否则误差就比较大.

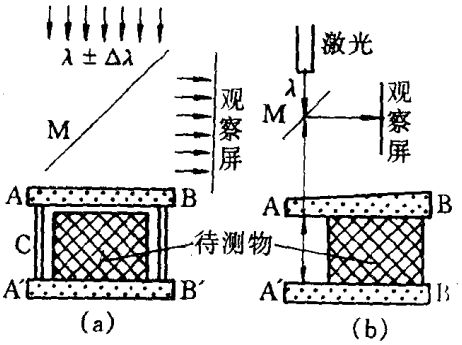

图4-31 干涉膨胀仪

如采用激光，由于相干长度大，上述装置中的

已知材料支撑环可以取消，仪器简化为图 4-31b 的形式，称为激光干涉膨胀仪. 为避免 AB 上表面及 A′B′下表面的反射光的干涉，一般把 AB 做成楔形而把 A′B′下表面磨毛. 此时，$\Delta L_X = m\lambda/2$，故

$$\beta = \frac{\Delta L_X}{L_X \Delta T} = \frac{m\lambda}{2L_X \Delta T} . \tag{4-55}$$

5. 激光测温

传统的测温方法都需要加入一个测温元件(如温度计或热电偶等)，使待测元件的温度与测温元件达到热平衡，然后从测温元件读得待测元件的温度. 但是，这种热平衡有时难以建立，

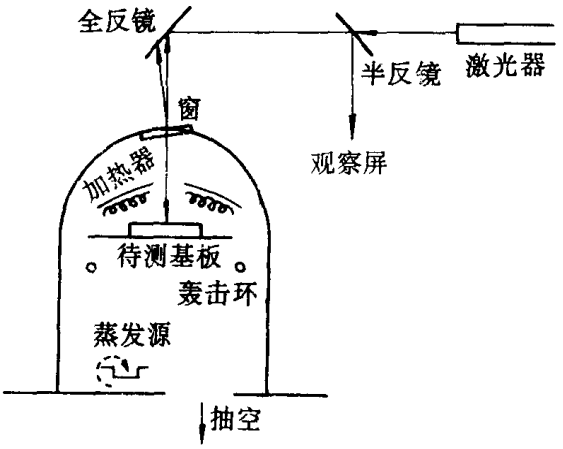

图 4-32　镀膜室中基板的激光测温装置

甚至有时测温元件的加入会破坏原来的温度分布. 利用激光干涉的原理，对于透明平行平板的温度测量可以不必加入任何测温元件，测得的结果准确可靠. 例如，在真空室中镀膜的基板温度对于形成薄膜的质量有十分重要的影响，而这些基板往往是用离子轰击的方法来加热. 由于在真空中，热平衡难以建立，热电偶的加入也会影响离子轰击的效率，因此传统的测温方法所得结果误差极大，甚至根本无法使用.

激光测温法原理如图 4-32 所示. 由于激光有足够长的相干长度，因而任何厚度的基板都可以测量. 设折射率为 n，厚度为 d 的待测基板上、下表面反射光的光程差为 Δ，则它随温度的变化率为

$$\frac{\delta \Delta}{\delta T} = \frac{\delta(2nd)}{\delta T} = 2\frac{\delta n}{\delta T}d + 2n\frac{\delta d}{\delta T} = 2d(\alpha + n\beta) ,$$

其中 $\frac{\delta n}{\delta T} = \alpha$ 是折射率的温度系数，$\frac{\delta d}{d\delta T} = \beta$ 是膨胀系数. 它们都是已知的. 因此条纹移动 m 条对应的温度变化为

$$T - T_0 = \frac{m\lambda}{2d(\alpha + n\beta)} . \tag{4-56}$$

§4.5　干涉仪及其应用

由上节讨论可知，为了获得稳定的干涉图样，必须把一个光源发出的光分为两部分，然后

再让它们各自经过一定的光程后相遇. 杨氏实验与薄膜干涉都满足这样的条件. 为了利用光的干涉现象进行精密测量，人们设计了各种仪器，人为地造成相干条件而获得干涉图样，从而适应各种特殊的测量要求. 这种利用干涉来进行测量的仪器，称为干涉仪. 干涉仪的种类很多，有用以测量气体折射率的瑞利(Rayleigh)干涉仪，有用以检测棱镜质量的泰曼(Twyman)干涉仪，有用以观测气流变化及检测光学平板质量的马赫-曾特尔(Mach-Zehnder)干涉仪等.

本节将着重讨论两种意义最重要、用途最广泛的干涉仪：迈克耳孙(Michelson)干涉仪和法布里-珀罗(Fabry-Perot)干涉仪.

1. 迈克耳孙干涉仪

迈克耳孙干涉仪的原理如图4-33所示. 由面光源 S 发出的光被45°放置的半反镜 M 分为光强大致相等的两束光. 透过 M 的光束(1)经 M_1 和 M 反射进入 L，被 M 反射的光束(2)经 M_2 反射再透过 M 也进入 L. 显然，只要(1)与(2)的光程差不太大，它们是相干的，在 L 后将呈现稳定的干涉条纹. 设 M_1 经 M 反射后成象于 M'_1，M'_1 与 M_2 的距离为 d，则由(4-50)知，(1)与(2)的光程差为

$$\Delta = 2d\cos i , \qquad (4\text{-}57)$$

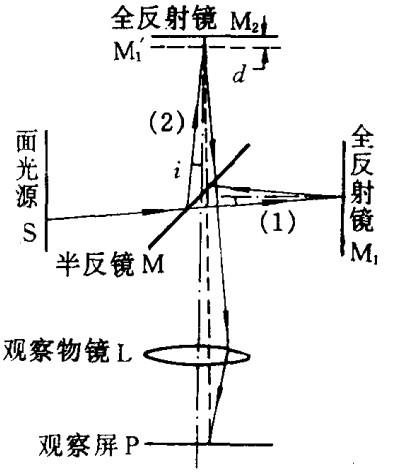

图4-33 迈克耳孙干涉仪的原理图

其中 i 是光束对反射镜 M_1 或 M_2 的入射角.

若 M_1 与 M_2 完全垂直，即 M'_1 与 M_2 完全平行，则这种干涉条纹为等倾干涉条纹. 在视场中心处 $\Delta_0 = 2d$，而在边缘处 $\Delta = 2d\cos i < \Delta_0$，由此可见，条纹是圆环形的，中心的级次高(程差大)，边缘级次低. 设中心级次为 m 级，即 $\Delta_0 = 2d = m\lambda$，则

第一环为 $m-1$ 级，　即 $\Delta_1 = 2d\cos i_1 = (m-1)\lambda$，

第二环为 $m-2$ 级，　即 $\Delta_2 = 2d\cos i_2 = (m-2)\lambda$，

…　　…

第 p 环为 $m-p$ 级，　即 $\Delta_p = 2d\cos i_p = (m-p)\lambda$.

对上式微分，可求得在 p 环附近相邻两环的角距离 Δi_p，

$$\Delta i_p = \frac{\lambda}{2d\sin i_p} \approx \frac{\lambda}{2di_p} . \qquad (4\text{-}58)$$

若透镜 L 的焦距为 f'，则屏上条纹的间距为

$$l_p = f'\Delta i_p = \frac{f'\lambda}{2di_p} . \qquad (4\text{-}59)$$

由此可见，这种圆环形条纹的形状与图4-26a 一致，其特点是内疏外密(i_p 大，l_p 小)，近疏远密(d 大，l_p 小)，红疏紫密(λ 大，l_p 大). 当调节 M_1 而使 d 增加时，条纹级次变大，即条纹从中心一个个长出并向外扩展，d 每改变 $\lambda/2$，条纹长出一个. 反之，d 减少时，条纹从周围向中心收缩，并一个个陷入，条纹会越来越疏. 直至 $d=0$ 时，条纹消失，屏上出现一片均匀照明. 而 $d<0$ 时，出现与 $d>0$ 时相似的情况.

若 M_1 与 M_2 不完全垂直，即 M'_1 与 M_2 有一定的夹角 α. 则当 α 从零逐渐增大时，条纹从圆环形逐渐变成圆弧形，直至变成近似直线，其形状与图4-29a 一致. 此时若用垂直于 M_1 的平行

光照明，则干涉条纹完全变成直线，即成为等厚干涉条纹. 由(4-52)式可知

$$l = \frac{\Delta d}{d} = \frac{\lambda}{2\alpha}. \qquad (4\text{-}60)$$

由此可见，这种直条纹是等间距条纹，间距由 M_2 与 M'_1 的楔角决定，楔角越大，条纹越密，楔角越小，条纹越疏. 当 M_2 与 M'_1 平行时，出现均匀照明.

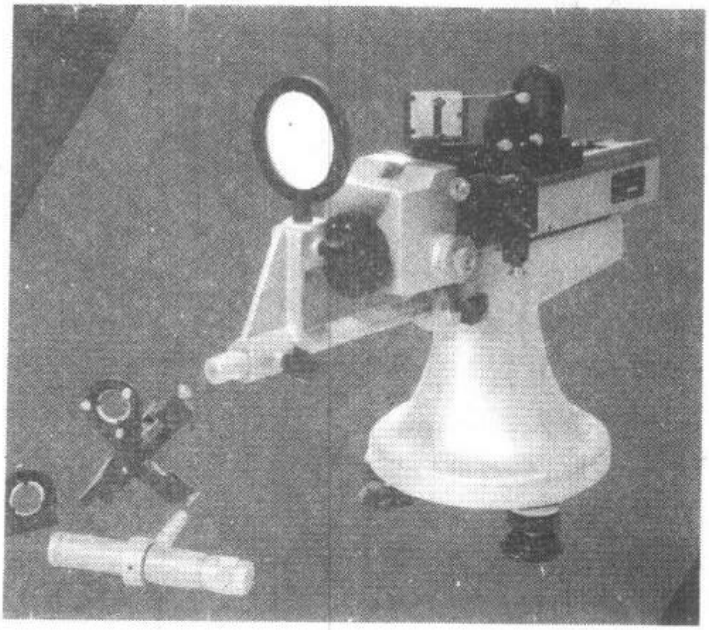

图4-34　迈克耳孙干涉仪

迈克耳孙干涉仪的照片如图4-34所示. 在图4-35中，G′是与 G 完全相同的平行玻璃板，它的加入是为了使光束(1)与光束(2)一样，两次透过这样的玻璃板，这样可以抵消玻璃色散的影响，使各波长的光同时达到等光程条件. 它对于单色光照明的情况下不起任何作用，但在用白光照明时，则可得到零级条纹(对所有波长都 $\Delta = 0$)的位置，这在实验上是很有用的(参见习题25).

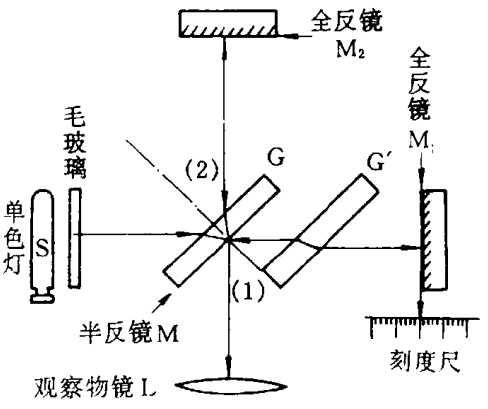

图4-35　迈克耳孙干涉仪结构图

迈克耳孙干涉仪在历史上有重大意义. 迈克耳孙在1881年精心设计的这个装置是为了研究光在以太中的传播速度. 他用这个干涉仪与莫雷(Morley)合作，试图测定地球上的“以太风”，结果是完全否定的：即“以太风”不存在. 这一结果正如绪论中所说，对20世纪初的物理学革命起了重要的先导作用. 迈克耳孙为此获得1907年的诺贝耳物理学奖金. 今天，迈克耳孙干涉仪及在它的基础上演变出来的各种仪器仍在广泛地发挥着重要作用，在此介绍两个典型的例子.

①精密测长仪

由于迈克耳孙干涉仪中的一个镜子移动 $\lambda/2$，干涉条纹即移动一条，因此它可以用来对长度进行精密测量，精度可优于 $\lambda/10$.

长度是最基本的物理量之一，它的标准单位原来是用保存在巴黎国际度量衡局的一把铂铱合金的“米原器”来确定的. 然而，这把标准尺不可能不变，它要腐蚀，要升华，要形变……，早在19世纪初，就有人建议用光的波长这把自然的永远不变的“尺子”来作为标准而舍弃人为的标准，但限于历史条件，难以实行.

1892年，迈克耳孙首次用他的干涉仪对米原器进行测定，他用的波长是镉灯的红光，波长为643.85nm . 以后，找到了单色性更好的氪灯. 1960年，国际上规定1米的长度是1650763.73个$_{86}Kr$ 的辐射波长. 当然，氪灯的单色性仍不够好，它的相干长度不到1m，因而用它来标定一把米尺相当困难，只有少数实验室可以进行.

现在，激光的出现已使长度标准化的工作变得十分容易进行. 图4-36是一个激光测长仪的光路图. 调整两个接收器 A、B 的位置，使它们的干涉条纹之间正好相差 $\pi/2$，即当 A 处(1)、(2)两光束为干涉极大时，在 B 处恰相抵消. 于是移动 P_1 时，在示波器上将出现光点转圆圈的情况，移动 $\lambda/2$ 转一圈. 这种激光测长仪可以一次测量1m 以上的长度，精度优于 $\lambda/100$.

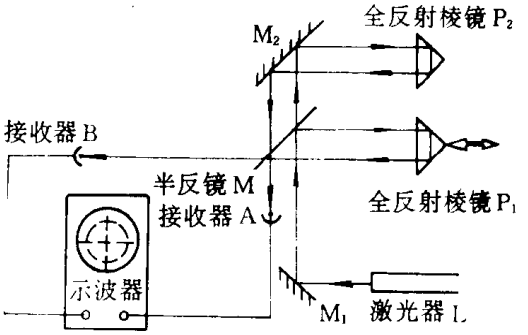

图4-36　激光测长仪光路图

②傅里叶(Fourier)变换光谱仪

所谓光谱仪是测定光源中各种波长的光的相对强度的仪器. 传统的光谱仪都是首先把各种波长的光按其波长大小顺序在空间上分开(例如用棱镜或光栅)，然后分别加以测量而得. 迈

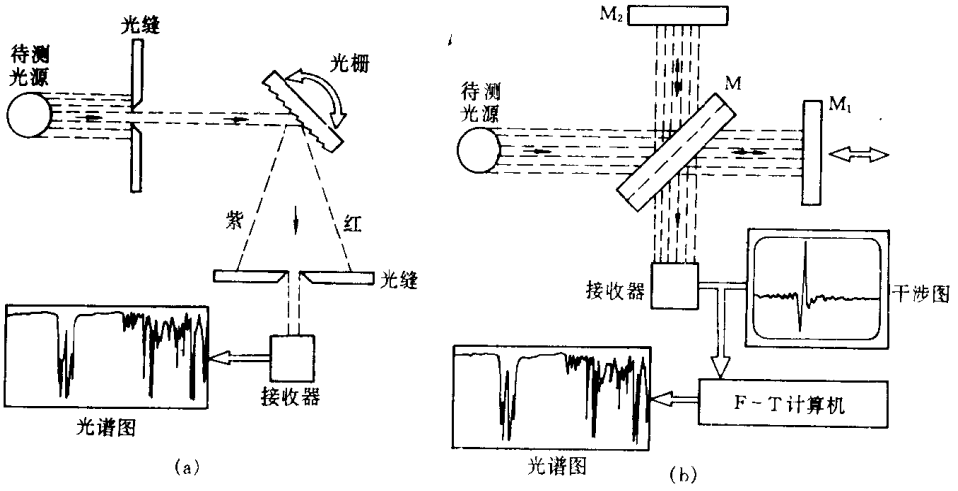

图4-37　(a)光栅光谱仪与 (b)傅里叶光谱仪的原理图比较

克耳孙干涉仪的出现为光谱仪的设计提供了新的途径. 图4-37是光栅光谱仪与傅里叶光谱仪的原理图. 由图可见，傅里叶光谱仪的主要部分就是一个迈克耳孙干涉仪. 设光源振幅的光谱分布为 $a(\lambda)$，且设 M_1 与 M_2 的反射率相等，M 的反射率与透射率相等，则在接收器处接收到的两束相干光的振幅均可写为 $a(\lambda)$，若它们的相位差为 $\delta(\lambda)$，则由图4-38可知，它们干涉后的光强为

$$I(\lambda) = a_0^2(\lambda) = 2a^2(\lambda)[1 + \cos\delta(\lambda)] .$$

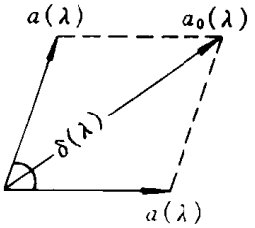

图4-38

显然，当两束光的光程差为 D 时，$\delta(\lambda) = kD$，$k = 2\pi/\lambda$. 于是，接收器接收到的总光强为上述各光强之和(各波长的光不相干)，即

$$I(D) = \int_0^\infty I(\lambda)\mathrm{d}\lambda .$$

为了计算方便，常常不以 λ 而以 $k(= 2\pi/\lambda)$ 作为自变量并把 $2a^2(\lambda)$ 记为 $A(k)$，它代表了光源的强度分布. 于是，上式变为

$$I(D) = \int_0^\infty I(k)\mathrm{d}k = \int_0^\infty A(k)(1 + \cos kD)\mathrm{d}k$$

$$= \int_0^\infty A(k)\mathrm{d}k + \int_0^\infty A(k)\cos(kD)\mathrm{d}k = I_0 + \int_0^\infty A(k)\cos(kD)\mathrm{d}k .$$

其中 I_0 是与波长无关的常数项，而后一项是一个傅里叶余弦变换的表示式，它随光源的光谱

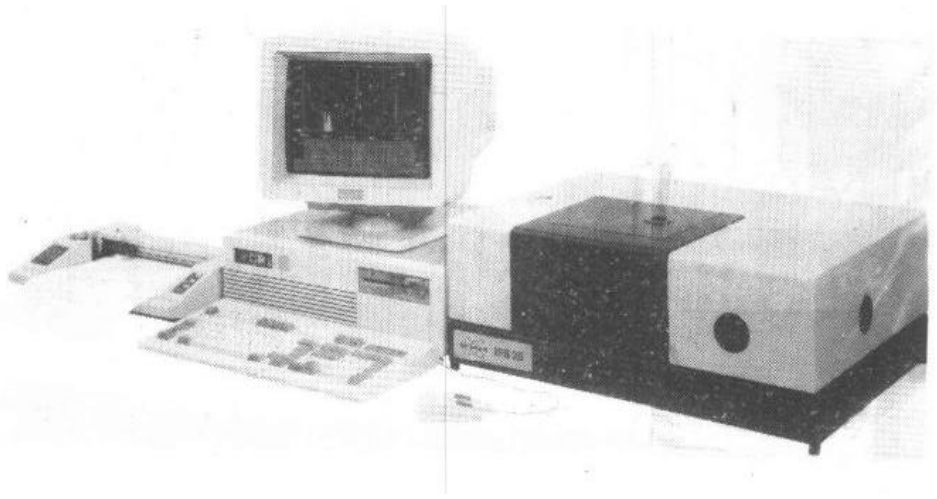

图4-39　傅里叶变换红外光谱仪

分布改变. 就是说迈克耳孙干涉的光强分布条纹中包含着光源光谱分布 $A(k)$ 的信息. 傅里叶变换是可逆的，上式的逆变换为

$$A(k) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty [I(D) - I_0]\cos(kD)\mathrm{d}D .$$

于是，只要测得 $I(D)$ 就可以从上式算出 $A(k)$，这就是光源的光谱.

这种傅里叶变换光谱仪的照片如图4-39所示. 与传统的光谱仪比较，傅里叶变换光谱仪有以下优点：

a. 速度快. 只要让迈克耳孙干涉仪的一个镜子移动很少一段距离，并同步接收下总光强与移动的关系，全部 $I(D)$ 的测量就完成了，再通过计算机的运算，$A(K)$ 就可全部得到，它比转动棱镜或光栅逐点记录强度要快得多.

b. 分辨本领高. 棱镜与光栅都受衍射的影响，分辨本领不可能很高；而这种干涉型的光谱仪的分辨本领在理论上不受衍射的限制，可表示为 $2d/\lambda$（d 为 M_1 移动的距离）.

c. 信噪比高. 在传统光谱仪中，每一瞬间测量光谱中的极小一部分，而在傅里叶光谱仪中，同时记录所有光谱的全部信息，收集到的待测光能量大得多，因而信噪比大大提高.

这些优点在红外区更显得重要，因此它在红外区使用十分广泛.

2. 法布里-珀罗(Fabry-Perot)干涉仪

法布里-珀罗干涉仪简称 F-P 干涉仪，其原理如图4-40所示. 它由两块相互平行的反射镜构成，间隔为 d . 设反射镜的振幅反射系数为 r，第一个面的振幅透射系数为 t，第二个面的为 t'，则透射光的振幅为

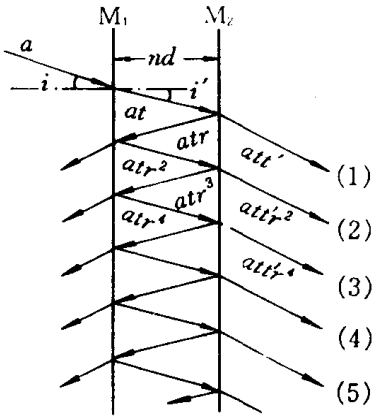

图4-40 法布里-珀罗干涉仪原理图

$$U_T = att' + att'r^2e^{-j\delta} + att'r^4e^{-2j\delta} + \cdots = att'\left(\frac{1}{1-r^2e^{-j\delta}}\right), \tag{4-61}$$

其中 $\delta = \dfrac{4\pi nd\cos i'}{\lambda}$，$n$ 是间隔层材料的折射率，i' 是在间隔层中的折射角. 透射光强为

$$I_T = U_TU_T^* = \frac{(att')^2}{(1-r^2e^{-j\delta})(1-r^2e^{j\delta})} = \frac{(att')^2}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2(\delta/2)}. \tag{4-62}$$

由斯托克斯定律(附记4-2)可知，$tt' = 1-r^2 = 1-R$（R 是反射镜的反射率），故

$$I_T = \frac{a^2(1-R)^2}{(1-R^2)^2+4R\sin^2(\delta/2)} = \frac{a^2}{1+[4R/(1-R)^2]\sin^2(\delta/2)}$$

$$= \frac{a^2}{1+F\sin^2(\delta/2)},$$

式中

$$F = 4R/(1-R)^2. \tag{4-63}$$

把 I_T 与 δ 的关系(4-63)式作图，可得图4-41. 由图可见，R 越大条纹越细. 为了描述条纹的精细程度，可计算光强降低到 $I_0/2$ 时的角宽度，叫角半宽，记为 ε . 由(4-63)式可知，当 $I_T = a^2/2$ 时，

$$F\sin^2\left(\frac{2K\pi \pm \varepsilon/2}{2}\right) = 1 \qquad 或 \qquad F\sin^2\frac{\varepsilon}{4} = 1.$$

当 ε 很小时 $\sin^2\varepsilon/4 \approx (\varepsilon/4)^2$，于是

$$\varepsilon = 4/\sqrt{F} = 2(1-R)/\sqrt{R}. \tag{4-64}$$

条纹间距（$\delta = 2\pi$）与条纹的角半宽之比称为精细度，记为 $\mathscr{F}$，即

$$\mathscr{F} = \frac{2\pi}{\varepsilon} = \frac{\pi}{2}\sqrt{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \tag{4-65}$$

一般 F-P 干涉仪的精细度约为25－50，显然，R 越大，则 $\mathscr{F}$ 越大，条纹越精细. 当两个波长相差为 $\Delta\lambda$ 的光同时进入 F-P 干涉仪时，其干涉条纹将错开一个角距离 $\Delta\delta$，由(4-61)式可知，

$$\Delta\delta = \frac{4\pi nd\cos i'}{\lambda^2}\Delta\lambda.$$

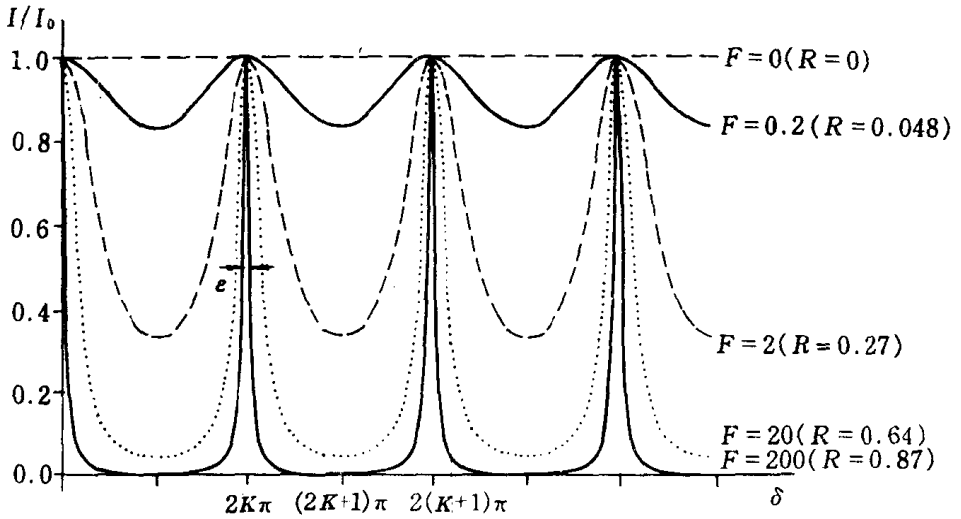

图4-41 法布里-珀罗干涉光强分布

在条纹的中心部分 $\cos i \approx 1$，若两镜间无特殊介质，则 $n=1$，于是

$$\Delta\delta = \frac{4\pi d}{\lambda^2}\Delta\lambda . \tag{4-66}$$

由于同一波长的条纹角间距为2π，故上述两组条纹错开的距离与条纹间距的比为

$$m = \frac{\Delta\delta}{2\pi} = \frac{2d}{\lambda^2}\Delta\lambda , \tag{4-67}$$

即这两个波长的光在 F-P 干涉条纹中错开了 m 个条纹间距. 显然，这是用来精密测量波长微小差别的好方法. 例如，取 $m=0.1$，$\lambda=600\text{nm}$，$d=18\text{mm}$，则 $\Delta\lambda$ 只有10^{-3}nm，即 $d=18\text{mm}$ 的 F-P 干涉仪可以清楚地分辨波长为600nm 和600.001nm 的两个单色光. 当然，如果错开的距离比一个条纹间距更大，即 $m>1$，那就可能会出现错误. 因此，用这个方法测量 $\Delta\lambda$ 必须十分谨慎，要预先估算(用粗糙的方法预测)$\Delta\lambda$ 的大致范围. 我们把 $m=1$所对应的 $\Delta\lambda$ 称为该 F-P 干涉仪的自由光谱范围，记为 $\Delta\lambda_0$，即

$$\Delta\lambda_0 = \lambda^2/2d . \tag{4-68}$$

自由光谱范围一方面表示当两波长的单色光之差等于 $\Delta\lambda_0$时，相邻级次的干涉条纹恰相重叠；另一方面也表示如果入射光是带宽为 $\Delta\lambda_0$的非单色光，条纹刚好消失.

用F-P 干涉仪来分辨两个波长差别很小的单色光时，也同样有分辨本领的问题. 由于 F-P 条纹的光强分布在峰值两边并不出现光强为零的点，极小值与极大值距离很远，因而瑞利判据要稍作修改. 我们定义两峰的间距恰为一个峰的半宽度时，为刚好能分辨. 这与瑞利判据的思想是一致的，都可认为是峰值的“半宽度”与两峰间距相等. 在瑞利原来的建议中，“半宽度”指的是峰值“宽度的一半”，而现在，则是指“峰值降低到一半时的宽度”. 按这一定义，可算出鞍-峰比为0.83，这与人眼的分辨能力也大致相符. 于是，F-P 干涉仪的分辨本领为

$$\mathscr{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{\delta}{\Delta\delta} = \frac{2K\pi}{\varepsilon} = K\mathscr{F} . \tag{4-69}$$

在F-P 干涉仪中，级次 K 是很大的数($K=2nd\cos i/\lambda$)，而 $\mathscr{F}$ 约为25－50，故 $\mathscr{R}$ 可达10^6

-10^7，是十分精密的.

把(4-69)式与(4-34)式比较，可以看出 $\mathscr{F}$ 相当于光栅中的总光束数 N. 因而有时也把 $\mathscr{F}$ 叫做“有效光束数”. 在 F-P 干涉仪与光栅中，都遇到多光束干涉的现象. 参与干涉的光束越多，条纹越细；级次越高，条纹也越细. 光栅主要靠光束多来获得高分辨本领，但每毫米的刻痕数有限，因而光栅必须做得宽才能得到高分辨本领；F-P 则主要靠级次高，而由于折射率是有限的，因而 F-P 中两镜的间距要做得大. 由于 d 比 λ 总是大得多，故若 d 与光栅的宽度相等，则

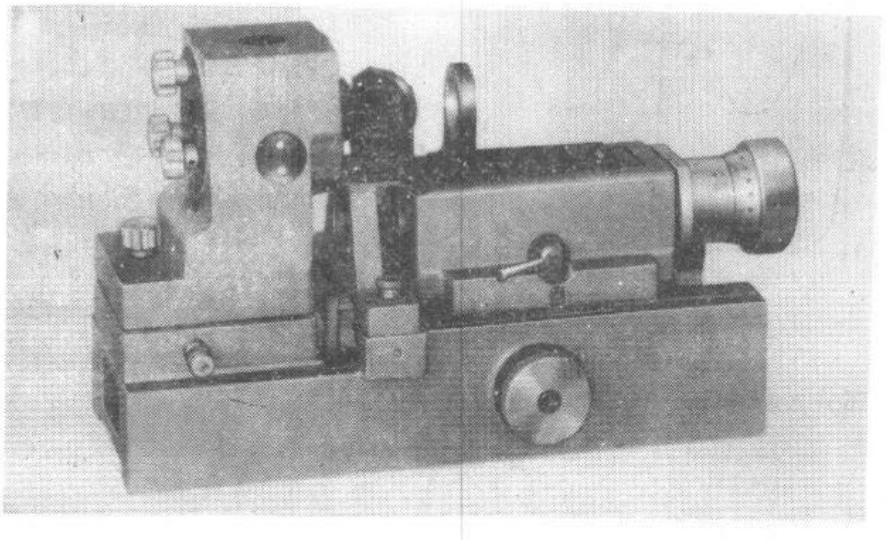

图4-42　F-P 干涉仪

F-P 干涉仪的分辨本领远优于光栅(参见习题28). 实际的 F-P 干涉仪如图4-42所示.

把一块透明平行平板的两面镀上反射膜，便构成一个 F-P 干涉器，这种元件称为标准具. 为了减少热膨胀的影响，通常这种标准具由石英制作. 它常用来作为激光器中的波长选择器(参见第七章).

如果两个反射面和中间的间隔层都是薄膜，这种 F-P 干涉仪称为 F-P 滤光膜，它可用来从白光和其它连续光谱中选择一条或若干条透射谱线. 这种滤光膜可代替单色仪获得单色光，也可用于激光接收器前以提高信噪比(详见第五章).

如果把 F-P 干涉仪中的两块平面镜改为凹面镜，并且其间距恰好等于凹面镜的曲率半径，则两凹面镜的焦点都落在这个 F-P 腔的中心，如图4-43所示. 光束可在其中循环无限多次. 这种结构称为共焦 F-P 干涉仪，由于球面反射镜的调节比平面反射镜容易得多，且其表面偏离理想球面对干涉条纹的影响也比平面镜偏离理想平面的影响要小，因此，这种共焦 F-P 干涉仪的实际分辨本领比平面型的更高. 它常用来分析激光器的模式结构和测量激光谱线的线宽. 同时，它也是构成激光谐振腔的一种重要形式(参见第七章).

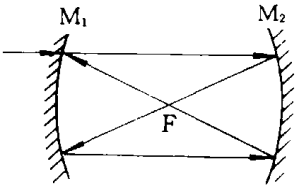

图4-43　共焦 F-P 干涉仪

例4-1：

若杨氏实验(见图4-20)中的光源 S 为白炽灯，在 S 与 S_1、S_2 之间垂直插入一块 F-P 滤光膜，其反射层的反射率为 $R=80\%$，间隔层的折射率为 $n=1.92$，

厚度为 $d=0.5\mu m$. 问在干涉屏上可见到怎样的条纹?若中心为白色,则一共可看到几条白色条纹?

解:

(1)定性分析:若不放滤光膜,则屏上中心为白色,两边为彩色条纹而不会有其他白色条纹;若滤光片只让一种单色光透过,则屏上出现这种单色光的明暗条纹,中心为明条纹,但不可能是白色;若滤光片可让几种单色光同时透过,则屏上出现这些条纹的叠加,中心处均为明条纹,是这几种单色光的合成色,在两边,每当这几种光的明条纹重合时重复出现这种合成色,按题意,此合成色为白色;若滤光片中滤出的各单色光都可认为是只有一个波长,则这种彩色条纹与白条纹的重复将绵延至无限远处,条纹也将无限多,但按题意,可见到的白条纹是有限的,这表明滤出的单色光均有一定的谱线宽度 $\Delta\lambda$,因而在屏上离中心距离 x 较大时,条纹消失,故能见到的条纹数将取决于此 $\Delta\lambda$ 的大小. 由此可知,解此题的关键在于首先确定从滤光片中滤出的光具有什么性质.

(2)定量计算:由(4-63)式或图4-41可知,滤光片中的透射率极大值条件为

$$\delta=4\pi nd/\lambda_K=2K\pi\ ,\qquad 即\qquad \lambda_K=2nd/K\ .$$

由 $K=1,2,3,4,5,\cdots$ 得满足透射极大的波长为1.92μm,0.96μm,0.64μm,0.48μm,0.384μm,… . 显然,只有 $\lambda_3=0.64\mu m$(红色)和 $\lambda_4=0.48\mu m$(蓝色)为可见光.

由(4-69)式及(4-65)式可知,

$$\frac{\Delta\lambda_3}{\lambda_3}=\frac{\varepsilon}{2K\pi}=\frac{1-R}{3\pi\sqrt{R}}\ ,\qquad \frac{\Delta\lambda_4}{\lambda_4}=\frac{1-R}{4\pi\sqrt{R}}\ .$$

由(4-43)式知,屏上可见的红色与蓝色的条纹数分别为

红色 $$\frac{2\lambda_3}{\Delta\lambda_3}=3\times\frac{2\pi\sqrt{R}}{1-R}=3\times\frac{2\times3.14\times\sqrt{0.8}}{1-0.8}=3\times28\text{ 条}=84\text{ 条}\ ,$$

蓝色 $$\frac{2\lambda_4}{\Delta\lambda_4}=4\times\frac{2\pi\sqrt{R}}{1-R}=4\times28=112\text{ 条}\ .$$

答:

在屏幕上可见到红、蓝、白相间的周期性条纹,每个周期中有一条白的,二条红的,三条蓝的,共±14个周期后条纹变得模糊不清. 因此,一共可看到29条白色条纹.

例4-2:

一束可见光经过一个 F-P 滤光膜和一个 F-P 标准具后,射向一个迈克耳孙干涉仪. 滤光膜反射层的反射率 $R_1=99\%$,间隔层折射率 $n_1=2.0$,厚度 $d_1=0.25\mu m$;标准具的各对应量为 $R_2=80\%$,$n_2=1.665$,$d_2=0.125mm$. 问迈克耳孙干涉仪的一个臂每移动多少距离时,条纹会从清晰变为模糊?移动多少距离后条纹可从最清晰变得完全模糊不会再清晰?在此过程中一共能看到几次清晰的条纹?

解:

(1)可见光经 F-P 滤光膜后成为一束准单色光,$\lambda=2n_1d_1/K=2\times2\times0.25/2=0.5\mu m$($K=1,\lambda_1=1.2\mu m$;$K=3,\lambda_3=0.33\mu m$ 均不在可见区).

带宽:$\Delta\lambda=\frac{\varepsilon_1}{2K\pi}\lambda=\frac{1-R_1}{2\pi\sqrt{R_1}}\lambda=\frac{0.01\times0.5\mu m}{2\times3.14\times\sqrt{0.99}}=0.8nm$,即从 F-P 滤光膜出射的是一束波长为(500±0.4)nm 的准单色光.

(2)上述波长范围的光能通过F-P标准具的干涉级次应为

$$K' = \frac{2n_2d_2}{\lambda} = \frac{2 \times 1.665 \times 0.125}{5 \times 10^{-4}} = 832.5 .$$

显然，K' 应为在832.5附近的整数.取 $K'_1=832$，$\lambda_1=500.3\text{nm}$；$K'_2=833$，$\lambda_2=499.7\text{nm}$ [取 $K'_3=831$，$K'_4=834$所得的波长均不在(500±0.4)nm 范围内].

标准具的带宽 $\delta\lambda = \frac{\varepsilon_2}{2K'\pi}\lambda = \frac{1-R_2}{K'\pi\sqrt{R_2}} \times 500 = 0.044\text{nm}$，即从F-P标准具出射的是波长为(500.3±0.022)nm 和(499.7±0.022)nm 的双波长光.

(3)上述双波长光因 $\Delta\lambda' = 500.3-499.7 = 0.6\text{nm}$ 而出现模糊-清晰的循环(两光的干涉极大重合时清晰，极大与极小重合时模糊)；又因 $\delta\lambda = 0.044\text{nm}$ 而在程差过大时不会再清晰(超过两光各自的相干长度，不能出现干涉条纹).

显然，迈克耳孙干涉仪的 M'_1 与 M_2 的距离 $d=0$时，条纹最清晰，设 $d=d'$ 时，首次模糊，则 $2d' = m\lambda_1 = (m+1/2)\lambda_2$，即

$$d' = \frac{\lambda_1^2}{4(\lambda_1-\lambda_2)} = \frac{(500)^2}{4 \times 0.6} = 1.04 \times 10^5\text{nm} = 0.104\text{mm} .$$

设 $d=d''$ 时，条纹不再清晰，即 $2d''$ 等于 λ_1 或 λ_2 的波列长度时

$$d'' = \frac{\lambda_2}{2\delta\lambda} = \frac{(500)^2}{0.088}$$

$$= 2.84 \times 10^6\text{nm} = 2.84\text{mm} .$$

两次清晰的间距为 $2d'$，故在 $d=0$到 $d=d''$ 过程中，可看到清晰的次数为 $d''/(2d') = 13.7$.即可见十三次.

答：

迈克耳孙干涉仪一个臂每移动0.104mm 时，条纹从清晰变模糊；移动2.84mm 后，条纹不再清晰，在此过程中，共可见十三次清晰的条纹(不包括 $d=0$时的一次).

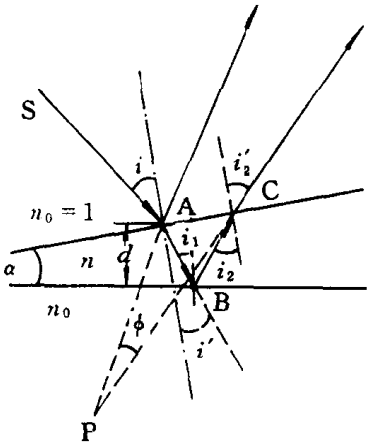

图4-44

附记4-1　证明(4-51)式

由图4-44，根据几何关系知，

$$i_1 = i' + \alpha , \tag{1}$$

$$i_2 = i' + 2\alpha , \tag{2}$$

$$i'_2 = i + \varphi , \tag{3}$$

$$\text{AB} = d/\cos i_1 . \tag{4}$$

在△ABC 中，有　$\text{AC}/\text{AB} = \sin 2(i'+\alpha)/\cos(i'+2\alpha)$. (5)

在△APC 中，有　$\text{PA}/\text{AC} = \cos(i+\varphi)/\sin\varphi$, (6)

由折射定律得　$\sin i = n\sin i'$, (7)

$$\sin(i+\varphi) = n\sin(i'+2\alpha) . \tag{8}$$

(7)、(8)两式相减，并利用恒等式

$$\sin a - \sin b = 2\cos[(a+b)/2]\sin[(a-b)/2]\ ,$$

可得

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{n\sin\alpha\cos(i'+\alpha)}{\cos(i+\varphi/2)}\ . \tag{9}$$

只要 i 不太接近90°，即不是掠入射，则由于 $\alpha \approx 0$，上式可写为

$$\varphi \approx (2\alpha\cos i')/\cos i\ . \tag{10}$$

由(4)、(5)、(6)式可得

$$\mathrm{PA} = \frac{2d\sin(i'+\alpha)\cos(i+\varphi)}{\cos(i'+2\alpha)\sin\varphi}\ . \tag{11}$$

由(10)式可知，当 $\alpha \approx 0$ 时，$\varphi \approx 0$. 因此，(11)式可以写为

$$\mathrm{PA} \approx \frac{2d\sin i'\cos i}{\cos i'\ \varphi}\ .$$

以(10)式代入，得

$$\mathrm{PA} \approx \frac{d\sin i\cos^2 i}{\alpha(n^2 - \sin^2 i)}\ .$$

证完.

附记4-2　斯托克斯定律

斯托克斯(Stokes)在研究干涉光强的分布时，发现反射与透射光的振幅及相位满足以下关系，

$$r^2 + tt' = 1\ ,$$
$$r' = -r\ .$$

其中，r、t 是光从第一介质到第二介质时的振幅反射系数与振幅透射系数，r'、t' 是光从第二介质到第一介质时的相应值. 这两个式子合称为斯托克斯定律，斯托克斯利用光的可逆性原理巧妙地阐明了上述定律. 如图4-45，设入射光振幅为 a，从介质(1)射向介质(2)，其反射振幅为 ar，透射振幅为 at. 现在把光的方向倒过来，设想有强度为 at 和 ar 的两束光，按反方向射入(如图中虚线所示)，则它们将产生四束光：在介质(1)中为 ar 的反射光 arr 和 at 的透射光 att'；在介质(2)中为 ar 的透射光 art 和 at 的反射光 atr'. 根据光的可逆性原理，在介质(1)中的两束光应合成为 a，而在介质(2)中应为没有光，即 $arr + att' = a$，$art + atr' = 0$. 从上两式中消去 a，即得斯托克斯定律.

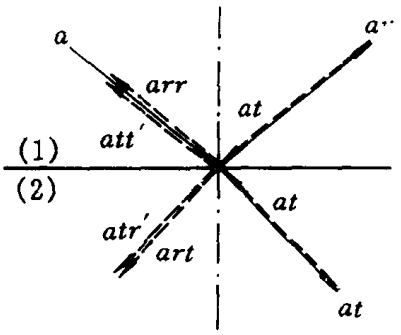

图4-45

习题与思考题

1. 试证明公式(4-3)式中的 $\Delta S_m/r_m = \pi R\lambda/(R + r_0)$，与 m 无关. 提示：球冠面积为 $S = 2\pi Rh$（h 为球冠的高).

2. 试证明公式(4-6)式. 提示：$\pi\rho_0^2$ 近似为第一环带的面积，且 $r_1 \approx r_0$.

3. 试证明若圆盘遮住了 K 个半波带，则该圆盘阴影中心点 P 的光强度为 $a_{K+1}^2/4$.

4. 在菲涅耳圆孔衍射装置中，若圆孔大小、点光源位置固定而观察屏逐渐远离圆孔，试画

出中心点 P 的光强变化情况，并说明之.

5. 波长为 λ 的平行光垂直照射在一个开有圆环孔的屏上，圆环的内半径为 r，外半径为 R，中心为 O. P 点位于屏后 O 的法线上，当 P 点逐渐远离 O 点时，发现其光强有明暗交替的变化，最远的暗点为 P_0，此后不再出现暗点. 问：

① P 在 P_0 前时光强如何变化？

② P 在 P_0 后，在何处光强为最大？可达不放屏时的几倍？

③ P 在 P_0 后，为何不再出现暗点？

6. 在菲涅耳圆盘衍射中，若以一枚图钉作为圆盘（$\rho_0 = 1\text{cm}$），令 $R = r_0$，取 $\lambda = 0.5\mu\text{m}$，若要求圆盘中心有足够的亮度（圆盘挡住的部分恰好为一个半波带），则光源与屏的距离应该为多少？

7. 若一个圆盘对于其阴影中心 P 点正好遮住第 N 个半波带的一半，则 P 点的合成振幅为

$$\begin{aligned} A &= a_N/2 - a_{N+1} + a_{N+2} - a_{N+3} + a_{N+4} + \cdots \\ &= a_N/2 - a_{N+1} + a_{N+2}/2 + a_{N+2}/2 - a_{N+3} + a_{N+4}/2 + \cdots \\ &= 0 , \end{aligned}$$

即 P 点为暗点. 这种分析对吗？为什么？

8. 一块很大的平行平面玻璃板，在其中央镀一层圆形透明薄膜，膜厚 $d = 500\text{nm}$，折射率 $n = 1.5$，直径 $D = 1\text{mm}$，当可见光垂直入射时，哪一个波长的光可以在那一点获得光强为不镀膜时的九倍（忽略玻璃板与薄膜的损耗）？

9. 一个对于波长500nm、焦距2m 的振幅波带片，直径为8mm，问在焦点处光强最多可达不放波带片时的几倍？若改用 $n = 2.0$ 的介质材料制作同样大小的波带片，则焦点处光强可达多少？介质膜的厚度应为多少？

10. 在一块很大的平行玻璃板的中心有一个半径为1mm 的不透明圆盘，波长为500nm 的平行光垂直入射于玻璃板上. 若要求在圆盘周围镀上一圈介质膜，使盘后一半处获得最大亮度，问这一圈介质膜的外半径应为多大？此时亮度可达不放此板时的几倍（忽略板的损耗）？若介质膜的折射率为2.0，则其厚度应为多大？

11. 某人欲制造一个对于 $\lambda = 5\mu\text{m}$ 的焦距为10m 的振幅波带片，要求焦点处光强为不放片时的一千倍以上，

①问如何设计这一波带片？

②此片能否用于 $\lambda' = 2.5\mu\text{m}$ 的光？焦距与光强情况是否改变？

③若用 $n = 2.0$ 的透明材料来制造上述要求的相位型波带片，则应如何设计这一波带片？

④这个相位型波带片能否用于 λ' 的光？

12. 按(4-17)式，d 越大，$\Delta\theta$ 越小，那么是否在暗处（瞳孔大）人眼的分辨能力比明处（瞳孔小）更大呢？为什么？

13. 用物镜直径为30mm 的望远镜能分辨出水中（$n = 4/3$）离镜1km 处的两点光源的最近距离是多少（设点光源的光频为 6×10^{14}）？

14. 世界上最大的光学望远镜的物镜直径为5m，试估计它的放大倍数为若干？

15. 已知月地距离为 $3.8\times10^5\text{km}$，若在地球上要看清月球上相距100m 的两点，所用的望远镜物镜至少该有多大？

16. 波长为2.3nm－4.4nm 的软 X 光称为“水窗”，在此“窗”内，X 光对水的透射率极大而

对生物蛋白质的透射率很小，因而是用来观察生物样品的最佳波段. 试估算用 3nm 的软 X 光的光源，可设计制造放大倍数为多大的显微镜？它可能分辨的最小距离为多少？

17. 用单色光照明的双缝位于透镜 L 前 $2f$（f 为透镜的焦距）处. 试说明在透镜后 f' 处与 $2f'$ 处所观察到的图形有何区别.

18. 试讨论图 4-15 中 a 不变 $d \to 0$ 时与 d 不变 $a \to 0$ 时观察屏上图形的变化情况.

19. 在双缝衍射中如何用惠-菲原理定性理解在衍射主极大内出现光强为零的情况？

20. 试证明，当 $\delta \to 2K\pi$ 时

$$\frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \to N^2 \quad .$$

21. 作 $d = 4a$，$N = 5$ 的光栅光强分布图，并求出在衍射主极大中各（干涉）主极大的归一化强度.

22. 试求光栅光谱中恰好满足瑞利判据的两波长光在光强分布中的鞍-峰比.

23. 如果要一块每毫米500条刻痕的光栅在第二级光谱中能分辨500.00±0.01nm 的二个波长，此光栅至少应有多宽？

24. 已知一刻痕为1200mm^{-1}的光栅，宽5cm，求其一级衍射光谱的分辨本领及在 $\lambda =$ 600nm 处能分辨的最小波长差. 已知棱镜材料的 $dn/d\lambda = 100\text{mm}^{-1}$，若要达到上述分辨本领，其底边该多大？

25. 要求制作一个刻痕数为600mm^{-1}的汞绿光（$\lambda = 546.1\text{nm}$）闪耀光栅，问夹角 α 应该取多大？

26. 一块透射光栅由 $2N + 1$ 条缝组成，除中央一条缝的宽度为 $2a$ 外，其他 $2N$ 条缝的缝宽均为 a. 相邻各缝之间隔 $d = 4a$. 试分析此光栅在焦平面上的光强分布与各缝均为 a、间隔为 $4a$ 的光栅的异同.

27. He-Ne 激光的波长为633nm，如果其 $\Delta\lambda = 10^{-8}$nm，问其波列长度为若干？相干时间为多少秒？

28. 若杨氏实验中光源是一张透明红纸包着的白炽灯，红纸透过的波长范围为600—800nm，若两缝间距为0.1mm，观察屏离缝1m，问在屏上可看到条纹的范围有多宽？共可看到多少条条纹？若用一个 $\Delta\lambda = 10$nm 的滤光片代替红纸，则可看到条纹的范围有多少宽？

29. 若杨氏实验中光源与衍射屏的距离为1m，两衍射孔的间距为1mm，问可用光源的最大线度为多少（取波长 $\lambda = 500$nm）？若已知光源线度为1mm，则为了看到条纹，两衍射孔间距应改为多少？

30. 已知太阳直径为 1.4×10^6km，与地球的距离为 1.5×10^8km，若以太阳为光源做杨氏实验，则两衍射孔间距最大为若干（取 $\lambda = 500$nm）？

31. 试定性画出两个相距为 $2a$，直径为 a 的小圆孔形成的夫琅禾费衍射图.

32. 试证明在杨氏实验中减少两衍射孔的间距只能增加在观察屏上可观察到条纹的范围，而不能增加可见条纹的数目.

33. 瑞利干涉仪的原理图如图4-46. T_1 与 T_2 是两个完全相同的玻璃管，都抽成真空. 在 P 上可见到双缝衍射的条纹. 现把某气体逐渐充入 T_1 管，观察 P 上条纹的变化. 若光源 S 的波长为589.3nm 的钠灯，管中气体的长度为20cm，条纹移动40条，试求此时 T_1 管中气体的折射率.

34. 把一个直径32mm 焦距1m 的薄凸透镜沿中心切开后左右拉开1m 距离. 一个 $\lambda =$

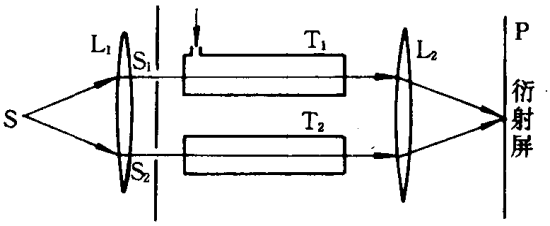

图4-46

500nm 的点光源位于上半个透镜的左方1m 处. 问在下半个透镜的右方10m 处的屏上可看到什么形状的条纹?共可见几条条纹?

35. 近视眼(不带眼镜)能否看到等倾条纹?能否看到等厚条纹?为什么?

36. 从图4-23的光源相干性讨论出发,说明薄膜干涉对光源的时间相干性和空间相干性有什么要求.

37. 白光的 $\Delta\lambda$ 约为0.4μm,它的相干长度是否应为 $\lambda^2/\Delta\lambda \approx 0.6\mu m$?为什么我们可以看到厚度大于1μm 的薄膜上的干涉条纹?

38. 用平板样板检查样品表面时发现有如图4-47的条纹,试判断样品上表面是凹的还是凸

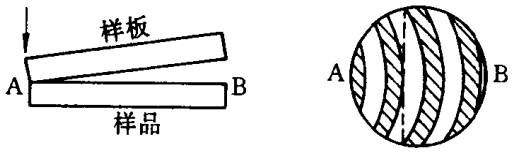

图4-47

的?中间与边缘部分的高度差为几个波长?

39. 能否用牛顿圈的方法测量双凹透镜的曲率半径?能否用它测量很小的曲率半径?

40. 将两块曲率半径相同的平凸透镜凸面向下,分别放在一块平凹透镜的凹面上和一块平板玻璃上,以波长为500nm 的光垂直照明,发现在直径40mm 的范围内所见的干涉条纹数目相差20条. 求凹面的曲率半径.

41. 干涉膨胀仪中的 C 环用高20cm 的熔石英($\beta_0 = 5\times10^{-7}$度$^{-1}$)制成,温升范围为0°—500℃,若以汞灯(546.1±0.01nm)为光源,要求条纹变化不少于20条,问可测样品的膨胀系数范围为多少?

42. 一块厚度为2cm 的熔石英片,在室温(20℃)下置于真空镀膜室中,已知熔石英的折射率为1.46,其温度系数为1.015×10^{-5}度$^{-1}$. 若要求基板在150℃时开始镀膜,用 He-Ne 激光($\lambda = 632.8$nm)测温,问从开始加温到开始镀膜期间,条纹应移动多少条?

43. 试证明迈克耳孙干涉仪观察到的圆形条纹中第 p 环的半径为($d \gg \lambda$)

$$r_p = f' \sqrt{p\lambda/d}\ .$$

44. 以某单色光照射迈克耳孙干涉仪,看到 M_1 移动0.1mm 时,条纹移动316条,求该单色

光的波长.

45. 在用波长为600nm 的光源照明的迈克耳孙干涉仪测量长度时，发现一镜移动一段距离后，干涉条纹移动1000条，求这段距离.

46. 钠灯中含有589. 0nm 和589. 6nm 两条强度相近的谱线，问以钠灯照射迈克耳孙干涉仪，调节 M_1时，条纹为什么会出现清晰-模糊-清晰的周期性变化？一个周期中，条纹一共移动多少条？M_1移动了多少距离？

47. 如图4-36的精密测长仪中，采用波长为 $\lambda=632.8$nm 的 He-Ne 激光. 棱镜 P_1在待测物起点时，光点位于 X 轴右端，逐渐移动 P_1直至待测物终点时，光点沿顺时针方向绕行了155圈后落在离 X 轴 $-60°$处. 问待测物的长度为多少？如果该激光束的光谱线宽为10^{-4}nm 试估计它一次测长的量程最大为多少？

48. 在迈克耳孙干涉仪中如果不用补偿板 G′，用白光照明，会看到什么景象？

49. 为什么多光束干涉会产生细而亮的干涉条纹？是不是只要相干光束多就能产生细而亮的干涉条纹？

50. 能否用腔长 $d=1$cm 的 F-P 干涉仪分辨46题所述的钠双线？为什么？

51. 试证明 F-P 干涉仪分辨极限的鞍-峰比为0. 83.

52. 已知棱镜材料的 $dn/d\lambda=100mm^{-1}$，底边长5cm；光栅刻痕数为$1200mm^{-1}$，宽5cm；傅里叶变换光谱仪的移动距离为5cm；F-P 干涉仪的反射镜反射率为90%，间距为5cm. 试计算这四种光谱仪在波长 $\lambda=500$nm 附近的色分辨本领.

53. 用二层银膜中间夹一层硫化锌(ZnS，$n=2.3$)构成一个 F-P 滤光膜. 若银膜反射率为95%，硫化锌的厚度为400nm，问这个滤光膜在可见区有几条透射谱线？每条透射谱线的线宽为多少(对正入射光讨论)？

第五章　菲涅耳公式与薄膜光学

本章提要：从电磁场的边界条件和振幅关系导出菲涅耳公式，并从菲涅耳公式得出布儒斯特定律、斯托克斯定律、反射光的相位及强度与入射光的关系并讨论全反射问题. 从菲涅耳公式出发对薄膜干涉进行定量讨论，给出薄膜光学中的最基本的概念，介绍增透膜、高反膜、滤光膜、偏振膜等最常用光学薄膜的设计思想及典型实例. 对近年来迅速发展的多层膜 X 光光学作概略的介绍.

§5.1　从光的电磁理论导出菲涅耳公式

正如绪论所述，早在光的电磁理论出现以前，光的波动理论已相当完善. 在第三章，曾用波动理论和叠加原理得出的三个基本定律，解决了光的传播方向问题，即几何光学问题；在第四章，又用波动理论和惠-菲原理解决了光的衍射和干涉等复杂问题. 但是，为了解释光在两个透明介质分界面上的反射与折射的强度分配这个似乎很简单的问题，波动学说却遇到了很大的困难. 人们早已从实验中测出了光在不同材料上的不同反射率，并总结出了其中的规律；但是菲涅耳为了从弹性以太理论导出这些规律，却不得不作出许多难以理解的特殊假定，有些假定还是自相矛盾的，例如他假定光在两个弹性介质的界面上反射与透射时不产生纵波，这与弹性波理论是不相容的. 菲涅耳导出的这些公式称为菲涅耳公式. 当然，我们现在已没有必要去研究菲涅耳的弹性以太理论有多少正确的成分，也没有必要去分析菲涅耳如何从一些特殊的假定导出了这些规律，因为自从光的电磁本质被人们普遍理解以后，从光的电磁理论导出菲涅耳公式是十分方便而自然的. 这样，光在界面上强度分配问题才得到完满的解决.

光的电磁理论内容十分丰富，它不但能圆满地解释干涉、衍射、偏振等现象，正确地计算光在反射与折射时的强度与偏振态，而且能阐明光在各向异性介质中的传播情况及光与物质相互作用中的许多复杂问题. 本章将从电磁波必须满足的边界条件出发导出菲涅耳公式，并对它进行讨论，该边界条件是：无表面电流时，$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{H}$ 切向连续；无表面电荷时 $\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{B}$ 法向连续. 即

$$\boldsymbol{E}_{t1}=\boldsymbol{E}_{t2}\quad,\quad \boldsymbol{H}_{t1}=\boldsymbol{H}_{t2}\quad,\quad \boldsymbol{D}_{n1}=\boldsymbol{D}_{n2}\quad,\quad \boldsymbol{B}_{n1}=\boldsymbol{B}_{n2}. \tag{5-1}$$

由于发光的随机性，一般光源所发的光矢量在传播方向上看是各向同性的，这种光称自然光. 如果各向不同性，则为部分偏振光；如果光矢量只在一个方向上，则称为完全偏振光或平面偏振光.

如 §2.6 节所述，一个平面偏振光可以分解为振动方向相互垂直、初相位相同的两个平面偏振光，因此，由于各向同性，一束自然光可以任意分解为振动方向相互垂直的两个振幅相等而相位各自独立无关的平面偏振光. 当一束自然光照射到两种介质的分界面上时，则可以分解为光矢量在入射面内的偏振光和光矢量与入射面垂直的偏振光，前者称为 p 光或 π 光或 TM 波；后者称为 s 光或 σ 光或 TE 波.

现在我们用光的电磁理论分别讨论 p 光和 s 光在反射和折射时的振幅与相位关系. 先讨论 p 光.

如图 5-1 所示，入射介质折射率为 n_1，折射介质折射率为 n_2，设界面为 XY 平面，Z 轴为法线，YZ 平面为入射面，入射角与反射角为 i_1，折射角为 i_2.

设在 O 点处，入射光电矢量振幅为 E_1，磁矢量振幅为 H_1，反射光与透射光的相应量为 E_1'、H_1'、E_2、H_2，这些矢量的方向以图中所示为正方向(注意：它们都应该画在 O 点处，为清楚起见，画得分开了).

在入射介质一边的电场切向分量为 $E_{t1} = E_1\cos i_1 + E_1'\cos i_1$，

磁场切向分量为 $H_{t1} = H_1 - H'_1$.

在折射介质一边的电场切向分量为 $E_{t1} = E_2\cos i_2$ ，

磁场切向分量为 $H_{t2} = H_2$.

根据电磁场边界条件(5-1)式，有

$$E_1\cos i_1 + E_1'\cos i_1 = E_2\cos i_2, \qquad (5\text{-}2)$$

$$H_1 - H'_1 = H_2. \qquad (5\text{-}3)$$

由(2-38)式可知，E 与 H 有如下振幅关系，

$$H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\mu_0\mu_r}}E ,$$

在非铁磁介质中，$\mu_r = 1$，$n = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} = \sqrt{\varepsilon_r}$，故

$$H \propto nE . \qquad (5\text{-}4)$$

用以上振幅关系式代入(5-3)式，得

$$n_1E_1 - n_1E'_1 = n_2E_2. \qquad (5\text{-}5)$$

从(5-2)式与(5-5)式中消去 E_2，得

$$E'_1(n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2) + E_1(n_2\cos i_1 - n_1\cos i_2) = 0 ,$$

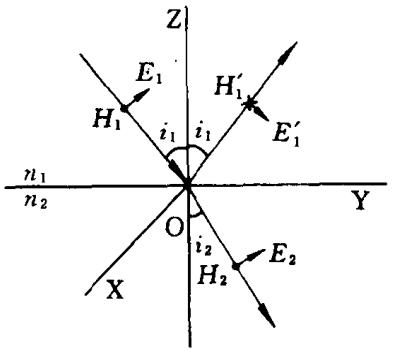

图 5-1 p光的反射与折射时的电磁矢量

即 p 光的振幅反射系数 r_p 为

$$r_p = \frac{E'_1}{E_1} = \frac{n_1\cos i_2 - n_2\cos i_1}{n_1\cos i_2 + n_2\cos i_1} = \frac{n_1/\cos i_1 - n_2\cos i_2}{n_1/\cos i_1 + n_2/\cos i_2} = \frac{\eta_{1p} - \eta_{2p}}{\eta_{1p} + \eta_{1p}} , \qquad (5\text{-}6)$$

其中 $\eta_p = n/\cos i$ 称为 p 光的有效折射率. 从(5-2)式与(5-5)式消去 E'_1，得

$$2n_1\cos i_1E_1 = (n_1\cos i_2 + n_2\cos i_1)E_2,$$

即 p 光的振幅透射系数为

$$t_p = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_2 + n_2\cos i_1} . \qquad (5\text{-}7)$$

同样再考虑 s 光. 以图 5-2 表示在 O 点处各电磁矢量的正方向，并以电磁场的边界条件和振幅关系代入，可得 s 光的振幅反射系数

$$r_s = \frac{E'_1}{E_1} = \frac{n_1\cos i_1 - n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} = \frac{\eta_{1s} - \eta_{2s}}{\eta_{1s} + \eta_{2s}} , \qquad (5\text{-}8)$$

其中 $\eta_s = n\cos i$ 为 s 光的等效折射率，以及 s 光的振幅透射系数

$$t_s = \frac{E_2}{E_1} = \frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} . \qquad (5\text{-}9)$$

以上(5-6)至(5-9)四个式子合称菲涅耳公式. 根据折射定律和三角函数关系，这四个式子也可以化为完全以角度表示的形式，

$$r_p = \frac{\mathrm{tg}(i_2 - i_1)}{\mathrm{tg}(i_2 + i_1)}, \qquad (5\text{-}6')$$

$$t_p = \frac{2\sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)\cos(i_1 - i_2)}, \qquad (5\text{-}7')$$

$$r_s = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)}, \qquad (5\text{-}8')$$

$$t_s = \frac{2\sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}. \qquad (5\text{-}9')$$

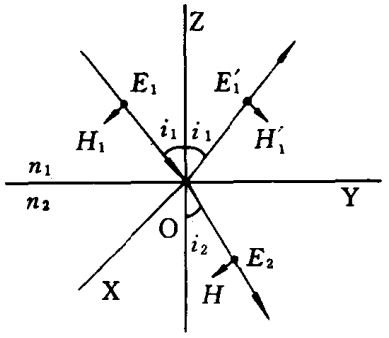

图 5-2 s光的反射与折射时的电磁矢量

§5.2 菲涅耳公式讨论

从菲涅耳公式可以得出许多重要的结论，现在择要讨论如下.

(1)布儒斯特(D. Brewster，1781－1868)定律

四个菲涅耳公式中，只有 r_p 可能为零. 由(5-6′)式可知，当 $i_2 + i_1 = \pi/2$ 时，$\mathrm{tg}(i_2 + i_1) = \infty$，$r_p = 0$. 满足这一条件的入射角叫做布儒斯特角，简称布氏角，记为 i_B. 当入射角等于布氏角时，p 光的反射率等于零. 由折射定律知

$$n_1 \sin i_B = n_2 \sin(\pi/2 - i_B) = n_2 \cos i_B,$$

$$\therefore \quad \mathrm{tg} i_B = n_2/n_1 \quad \text{或} \quad i_B = \mathrm{arc\ tg}(n_2/n_1). \qquad (5\text{-}10)$$

此即布儒斯特定律，或称入射角的布儒斯特条件. 当材料处于空气或真空中时，$i_B = \mathrm{arc\ tg}n$. 例如玻璃的 $n = 1.52$，$i_B = 57°$；白宝石 $n = 1.73$，$i_B = 60°$；红外材料硅的 $n = 3.5$，$i_B = 74°$；锗的折射率达 4.0，$i_B = 76°$.

以布氏角入射的自然光，经反射后没有 p 光，只有 s 光，因而是完全偏振光. 所以它可以用作起偏器，而 i_B 有时也称作起偏角或完全偏振角. 由于 i_B 仅与两材料折射率有关，因此，它可以用来测定材料的折射率.

如果以一系列平行平面玻璃片相互平行地叠成一个玻片堆，当自然光以 57°入射时，反射光只有 s 光；经多次反射后，透射光几乎只有 p 光，如图 5-3 所示(注意：由于玻璃片本身两面是平行的，故只要前表面满足布氏条件，后表面也必然满足). 因此，这种玻片堆为一种相当好的偏振分离器.

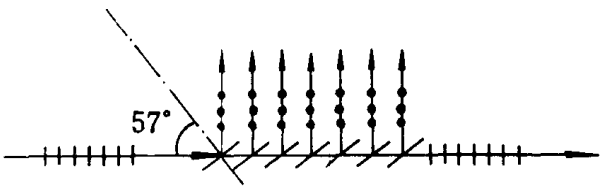

图 5-3 玻片堆

显然，由于 $r_p = 0$，$t_p = 1$ 即 p 光在界面上 100%透射. 因此作为偏振光的窗口是十分理想的. 例如在外腔式激光器中，气体放电管的窗口就是按布氏角设计的，如图 5-4 所示，这种窗口称为布氏窗. 采用布氏窗的激光器输出的激光一般是平面偏振光，其偏振态由布氏窗方向决

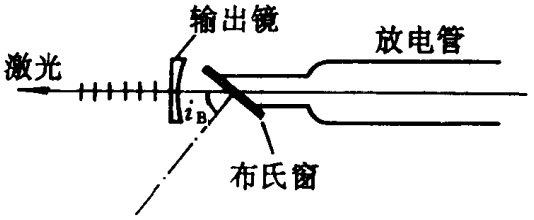

图 5-4　布氏窗

定；不用布氏窗的激光器，输出的激光的偏振态往往是随时间改变的.

(2)斯托克斯(Stokes)定律

斯托克斯定律是斯托克斯在菲涅耳公式出现以前从光的可逆性原理推导出来的(见附记4-2). 这种推论相当巧妙，但很难认为是一种严格的证明. 现在，从菲涅耳公式出发可以严格证明它.

首先，$r_p = -r'_p$ 和 $r_s = -r'_s$ 是由公式(5-6)和(5-7)不证自明的. 故只要证明

$$1 - r_p^2 = t_p t'_p \tag{5-11}$$

和

$$1 - r_s^2 = t_s t'_s, \tag{5-12}$$

即证明了 p 光和 s 光分别满足斯托克斯定律. 下面证明(5-11)式，(5-12)式留待读者自行证明. 由(5-6)式得

$$1 - r_p^2 = 1 - \left(\frac{\eta_{1p} - \eta_{2p}}{\eta_{1p} + \eta_{2p}}\right)^2 = \frac{4\eta_{1p}\eta_{2p}}{(\eta_{1p} + \eta_{2p})^2}. \tag{5-13}$$

由(5-7)式得

$$t_p = \frac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2} = \frac{2n_1/\cos i_2}{n_2/\cos i_2 + n_1/\cos i_1} = \frac{2n_1/\cos i_2}{\eta_{2p} + \eta_{1p}}. \tag{5-14}$$

t'_p 是光从介质 2(n_2) 射向介质 1(n_1)时的透射系数. 显然只要把上式中的脚标 2 与 1 对换就得 t'_p，即

$$t'_p = \frac{2n_2/\cos i_1}{\eta_{1p} + \eta_{2p}}. \tag{5-15}$$

将(5-14)与(5-15)两式相乘得

$$t_p t'_p = \frac{4n_1 n_2/(\cos i_1 \cos i_2)}{(\eta_{1p} + \eta_{2p})^2} = \frac{4\eta_{1p}\eta_{2p}}{(\eta_{1p} + \eta_{2p})^2}. \tag{5-16}$$

将(5-16)式与(5-13)式对照可知，$1 - r_p^2 = t_p t'_p$. 证毕.

(3)反射光的相位关系

从(5-7)式、(5-9)式可知，由于 $0 \leqslant i \leqslant \pi/2$，所以 t_p 和 t_s 永远大于零，说明图 5-1 与图 5-2 所表示的透射光中的电磁矢量方向永远是正确的. 但是，从(5-6)式、(5-8)式可知，r_p 和 r_s 都可以是正的也可以是负的，这就是说，反射光中的电磁矢量方向可能与图 5-1、5-2 中标的一致，也可能相反. 振幅的正负号改变，可认为是相位改变 π(因 $e^{-i\pi} = -1$)，这说明反射时可能发生相位突然改变 π 的情况. 这种相位的突变，从波长角度看也可以认为是突然多了或少了半个波长，习惯上常称为半波损失. 下面分析在什么情况下发生半波损失. 先讨论入射角小于布氏角，即 $i_1 < i_B$ 的情况.

因为 $i_1 < i_B$，故 $i_1 + i_2 < \pi/2$，所以 $\mathrm{tg}(i_1 + i_2) > 0$，$\sin(i_1 + i_2) > 0$．由(5-6′)式和(5-8′)式知当

$$n_1 > n_2 \text{ 时，} i_1 < i_2\text{，故 } r_p > 0\text{，} r_s > 0\text{．}$$

$$n_1 < n_2 \text{ 时，} i_1 > i_2\text{，故 } r_p < 0\text{，} r_s < 0\text{．}$$

由此可见，当光从光密介质(n 大)射向光疏介质(n 小)时，不发生相位突变或半波损失；反之，当光从光疏介质射向光密介质时，反射光要发生相位突变或半波损失．再讨论入射角大于布氏角，即 $i_1 > i_B$ 的情况．

因为 $i_1 > i_B$，$i_1 + i_2 > \pi/2$，所以 $\mathrm{tg}(i_1 + i_2) < 0$，$\sin(i_1 + i_2) > 0$．由(5-6′)式和(5-8′)式知当

$$n_1 > n_2\text{，} i_1 < i_2\text{，} r_p < 0\text{，} r_s > 0\text{．}$$

$$n_1 < n_2\text{，} i_1 > i_2\text{，} r_p > 0\text{，} r_s < 0\text{．}$$

初看起来，似乎 s 光的结论与 $i_1 < i_B$ 时相同，而 p 光相反．然而，如果仔细分析一下 $i_1 > i_B$ 的情况(接近掠入射)，再对照图 5-1 和图 5-2，就可以看到，结论仍然是相同的，如图 5-5 所示．

总之，在任何情况下，光从光疏介质到光密介质时发生的反射光都要产生相位突变或半波

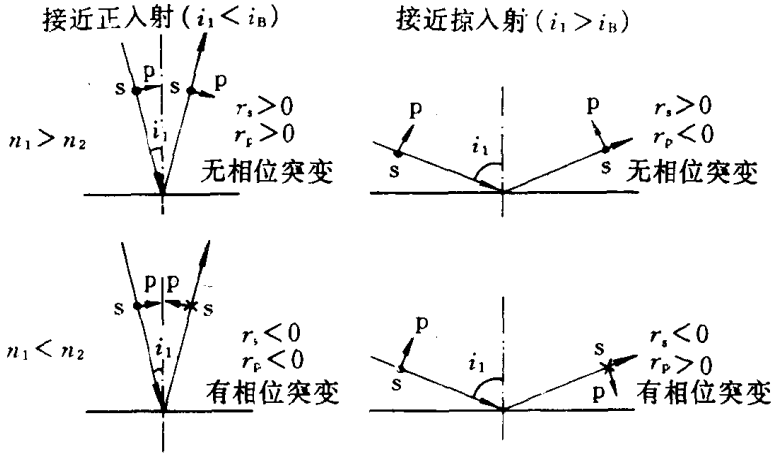

图 5-5　各种情况下的相位突变

损失．这一结论在讨论反射光的干涉结果是加强还是减弱时，是极其重要的．

(4)反射率与透射率

反射率与透射率是实验中可以直接测量的量，指的是反射光和透射光的能量流之比，分别记为 R 和 T．

坡印廷矢量的平均值 s 代表能流密度，即流过单位面积的能量流．$W = sq$ 即为总能流，其中 q 是光束的截面积．如图 5-6 所示，设入射光束面积为 q_1，则反射光束面积 $q'_1 = q_1$ 透射光束面积 $q_2 = \dfrac{\cos i_2}{\cos i_1} q_1$．若入射光能流为 $W_1 = s_1 q_1$，则反射光能流为 $W'_1 = s_2 q_1$，透射光能流为 $W_2 = s_2 q_2$．由反射率的定义可知，

$$R = \frac{W'_1}{W_1} = \frac{s'_1 q_1}{s_1 q_1} = \frac{s'_1}{s_1} = \frac{n_1 E'^2_1}{n_1 E_1^2} = \left(\frac{E'_1}{E_1}\right)^2 = r^2.$$

显然，

$$R_p = r_p^2, \qquad R_s = r_s^2. \tag{5-17}$$

同样，由透射率的定义可知，

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{s_2 q_2}{s_1 q_1} = \frac{n_2 E_2^2 \cos i_2}{n_1 E_1^2 \cos i_1} = \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t^2.$$

同理，

$$T_p = \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t_p^2, \qquad T_s = \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t_s^2. \tag{5-18}$$

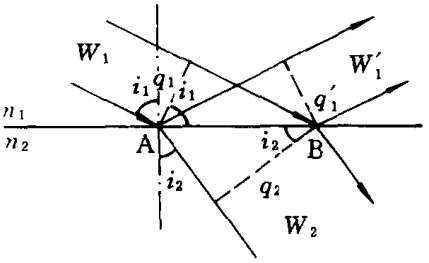

图 5-6　反射与透射的光能流

要注意的是 $R = r^2$，$T \neq t^2$，原因是 r 和 t 代表的是振幅的比，而透射光进入了第二种介质，它不仅引起光束截面积的变化，而且由于折射率不同，相同振幅的电磁场所对应的能量不同.

由于直接计算 T 比较麻烦，故在实际运算中，常常是先从菲涅耳公式算出反射系数 r，再从 $R = r^2$ 求得 R，最后从能量守恒定律 $T + R = 1$ 求得 T.

如果把光从折射率为 n_2 的介质射向折射率为 n_1 的介质时的反射率和透射率分别记为 R' 和 T'，那么对于反射率由斯托克斯定律可知，

$$R' = (r')^2 = (-r)^2 = r^2 = R. \tag{5-19}$$

对于透射率，则

$$T'_p = \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2} t_p^2 = \frac{n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_2} \left[\frac{2 n_2 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2}\right]^2$$

$$= \frac{2 n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \cdot \frac{2 n_2 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = t_p t'_p. \tag{5-20}$$

同理，由对称性可知，

$$T'_p = T_p = t_p t'_p, \qquad T'_s = T_s = t_s t'_s. \tag{5-21}$$

由此可知：对于任意两个介质的界面而言，正反两个方向的透射系数虽然不相等，但是透射率却是相等的. 要想找到一种“单向透射”的界面，是不可能的.

由(5-17)式和(5-21)式以及斯托克斯定律(5-11)式、(5-12)式可知，p 光和 s 光分别满足能量守恒定律，即

$$1 - R_p = 1 - r_p^2 = t_p t'_p = T_p, \tag{5-22}$$

$$1 - R_s = 1 - r_s^2 = t_s t'_s = T_s. \tag{5-22'}$$

有了以上这些结果，便很容易根据各种材料的折射率计算出它们对空气中正入射光的反射率和透射率，所得结果如表 5-1 所示. 宝石和钻石看起来闪闪发光就是因为它们的折射率高，因而反射率也高所致.

表 5-1　一些材料在空气中正入射时的反射率和透射率

材　　料	折射率	反射率/(%)	透射率/(%)
水	1.33	2.0	98.0
玻璃	1.52	4.3	95.7
白宝石	1.73	7.2	92.8
钻石	2.4	17	83
石英(红外)	3.5	31	69
锗(红外)	4.0	36	64

同样，从菲涅耳公式也很容易计算两界面的反射率，例如，水与玻璃的界面在正入射时的反射率为

$$R = r^2 = \left(\frac{n_{玻} - n_{水}}{n_{玻} + n_{水}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1.52 - 1.33}{1.52 + 1.33}\right)^2 = 0.4\% ,$$

是玻璃在空气中反射率的 1/10，因此常常不易看见水中的玻璃.

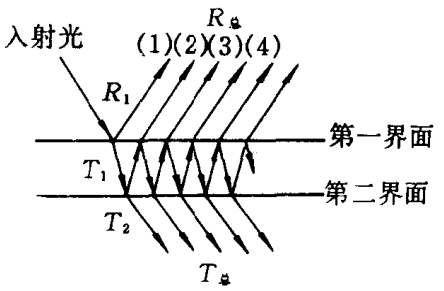

图 5-7　平行平板中的多次反射

一个透镜或一块玻璃板总有两个表面. 对于一般光源来说，这两个表面的反射光是不相干的. 因此，总的反射率是两个面多次反射的光强之和. 如图 5-7 所示，设两表面的反射率与透射率分别为 R_1、T_1、R_2、T_2，并设入射光强为 1，则各反射光束的光强分别为

$$(1)\ R_1;\quad (2)\ T_1^2R_2;\quad (3)\ T_1^2R_2^2R_1;\quad (4)\ T_1^2R_2^3R_1^2;\quad \cdots ,$$

总反射率为

$$R_{总} = R_1 + T_1^2R_2 + T_1^2R_2(R_1R_2) + T_1^2R_2(R_1R_2)^2 + \cdots$$

$$= R_1 + T_1^2R_2(1 + R_1R_2 + R_1^2R_2^2 + \cdots)$$

$$= R_1 + \frac{T_1^2R_2}{1 - R_1R_2} = R_1 + \frac{(1 - R_1)^2R_2}{1 - R_1R_2} = \frac{R_1 + R_2 - 2R_1R_2}{1 - R_1R_2} . \qquad (5\text{-}23)$$

当 $R_1 = R_2 = R$ 时.

$$R_{总} = 2R/(1 + R) . \qquad (5\text{-}23')$$

在几何光学中，为了减少象差，常常要把不同折射率的两种材料做成曲率相同的一凸一凹两个透镜，组合成复合透镜. 这种复合透镜要用折射率与透镜材料接近的树胶来胶合，其原因就在于这样胶合可以减少反射损失. 如图 5-8 所示，设凸透镜 L_1 的折射率 $n_1 = 1.7$，凹透镜 L_2 的折射率 $n_2 = 1.5$，如不加树胶，则在两界面正入射的反射率为

$$R_1 = \left(\frac{1 - 1.7}{1 + 1.7}\right)^2 = 6.7\% ,\qquad R_2 = \left(\frac{1 - 1.5}{1 + 1.5}\right)^2 = 4\% .$$

总反射损失达 10%以上. 若以 $n = 1.6$ 的树脂胶合，则

$$R'_1 = \left(\frac{1.6 - 1.7}{1.6 + 1.7}\right)^2 = 0.1\% ,$$

$$R'_2 = \left(\frac{1.6 - 1.5}{1.6 + 1.5}\right)^2 = 0.1\% .$$

总损失仅约 0.2%.

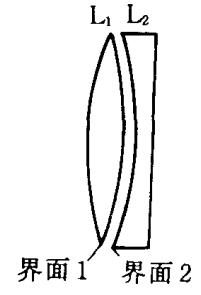

图 5-8　复合透镜

对于不同入射角情况下的反射率，要分别对 p 光和 s 光来计算. 图 5-9 给出了几种不同材料在空气中的反射率与入射角的关系. 由图可见，在入射角较小时，R_p 与 R_s 差别不大，与正入射时也差别不大；但在 $i = i_B$ 附近，R_p 与 R_s 差别极大. 阳光斜入射时，反射光具有明显的偏振性质. 用适当的偏振眼镜可以大大减少前方太阳光通过路面(或水面)反射所致的炫目，这对驾驶员是很有利的.

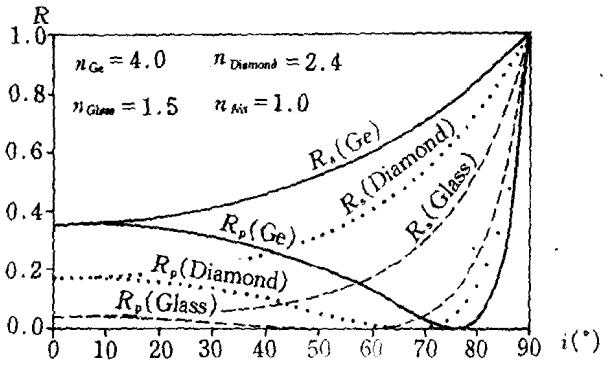

图 5-9 一些材料在空气中的反射率与入射角的关系

例 5-1：

一方形玻璃($n_1=1.5$)缸中盛有 $n_2=1.3$ 的水. 问自然光以 45°入射至玻璃壁时，能透入水中的光强为入射光强的百分之几?

解：

由折射定律得玻璃中的折射角

$$i_1=\arcsin\frac{n_0\sin i_0}{n_1}=\arcsin\frac{\sin45^\circ}{1.5},\qquad \cos i_1=0.8819,$$

水中的折射角

$$i_2=\arcsin\frac{\sin45^\circ}{1.3},\qquad \cos i_2=0.8391,$$

空气-玻璃界面上的反射率为

$$R_{p1}=r_{p1}^2=\left(\frac{n_0/\cos i_0-n_1/\cos i_1}{n_0/\cos i_0+n_1/\cos i_1}\right)^2=0.0085=0.85\%,$$

$$R_{s1}=r_{s1}^2=\left(\frac{n_0\cos i_0-n_1\cos i_1}{n_0\cos i_0+n_1\cos i_1}\right)^2=0.092=0.92\%,$$

同理，玻璃-水界面上的反射率为

$$R_{p2}=r_{p2}^2=\left(\frac{n_1/\cos i_1-n_2/\cos i_2}{n_1/\cos i_1+n_2/\cos i_2}\right)^2=0.22\%,$$

$$R_{s2}=r_{s2}^2=\left(\frac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}\right)^2=9.2\%,$$

$$R_2=(R_{p2}+R_{s2})/2=0.57\%,$$

由(5-23)式知 $R_{p总}=\dfrac{R_{p1}+R_{p2}-2R_{p1}R_{p2}}{1-R_{p1}R_{p2}}=1.066\%$，同理 $R_{s总}=9.959\%$.

所以 $R_{总}=(R_{p总}+R_{s总})/2=5.51\%$，$T_{总}=1-R_{总}=94.49\%$.

答：

透入水中的光强是入射光强的 94.49%.

(5)全反射

以上讨论中均假定 $i_1\leqslant\pi/2$，$i_2\geqslant\pi/2$，即入射角不大于临界角的情况. 从(5-6′)式和(5-

8′)式可知，当 $i_2=\pi/2$ 时，

$$r_p=\frac{\mathrm{tg}(\pi/2-i_1)}{\mathrm{tg}(\pi/2+i_1)}=\frac{\mathrm{ctg}i_1}{-\mathrm{ctg}i_1}=-1\ ,$$

$$r_s=\frac{\sin(\pi/2-i_1)}{\sin(\pi/2+i_1)}=\frac{\cos i_1}{\cos i_1}=1\ .$$

$$\therefore\qquad R_p=r_p^2=1\ ,\qquad R_s=r_s^2=1\ .$$

正如第三章所述，这是全反射的情况，反射率为100%是意料之中的. 但是，从(5-7′)式和(5-9′)式得

$$t_p=\frac{2\sin(\pi/2)\cos i_1}{\sin(\pi/2+i_1)\cos(\pi/2-i_1)}=\frac{2\cos i_1}{\cos i_1\sin i_1}=\frac{2}{\sin i_1}\neq 0\ ,$$

$$t_s=\frac{2\sin(\pi/2)\cos i_1}{\sin(\pi/2+i_1)}=\frac{2\cos i_1}{\cos i_1}=2\neq 0\ .$$

这一结果初看似不可理解：在全反射情况下，光仍然要进入第二介质. 这并不违反能量守恒定律. 其原因是，菲涅耳公式描述的是稳定态. 当光刚刚射向两介质的分界面时，并不是稳定态，那时，一部分光进入第二介质，一部分光反射，反射率并不等于1. 以后，进入第二介质的光(电磁波)在介质中引起相应的变化，产生附加电场而发射光波，使以后进入的光与发射的光相平衡，才达到稳定态.

实际上，当 $i_2=\pi/2$ 时，虽然 $t_p\neq 0$，但把脚标1与2对换所得的 t'_p 与 t'_s 都是等于零的，

$$t'_p=\frac{2\sin i_1\cos(\pi/2)}{\sin(i_1+\pi/2)\cos(i_1-\pi/2)}=0\ ,$$

$$t'_s=\frac{2\sin i_1\cos(\pi/2)}{\sin(i_1+\pi/2)}=0\ .$$

因此，$T=tt'=0$，即并没有能量不断流入第二介质中去.

全反射时，反射光的相位情况如何呢？非全反射时，在第三点讨论反射光的相位关系时已经证明，相位变化可能是0或π，即反射系数 r 或正或负，视两种介质的折射率相对大小而定. 在全反射时，情况要复杂得多，因为这时 r 将成为复数，因为 $\cos i_2$ 将成为虚数，

$$\cos i_2=\sqrt{1-\sin^2 i_2}=\sqrt{1-[(n_1/n_2)\sin i_1]^2}$$

$$=\mathrm{j}\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}\ ,\qquad (5\text{-}24)$$

式中 $\mathrm{j}=\sqrt{-1}$ 是虚数符号.

下面我们来导出s光在全反射时的相位变化，p光请读者自行推导. 将(5-24)式代入(5-8)式得

$$r_s=\frac{n_1\cos i_1-\mathrm{j}n_2\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}}{n_1\cos i_1+\mathrm{j}n_2\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}}\ .$$

令 $\quad Z_s=n_1\cos i_1-\mathrm{j}n_2\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}=A_s e^{\mathrm{j}\varphi_s}\ ,\qquad (5\text{-}25)$

则 $\quad r_s=Z_s/Z_s^*=e^{\mathrm{j}\varphi_s}/e^{-\mathrm{j}\varphi_s}=e^{2\mathrm{j}\varphi_s}=e^{\mathrm{j}\delta_s}\ .\qquad (5\text{-}26)$

由(5-26)式可知，反射光与入射光振幅之比是一个复数，其模数为1(反射率为1)，幅角为 δ_s，即反射光与入射光的相位差为 δ_s，由(5-25)式可知，

$$\delta_s = 2\varphi_s = -2\arctg\frac{n_2\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}}{n_1\cos i_1}. \tag{5-27}$$

请读者自行证明 p 光的反射光与入射光的相位差为

$$\delta_p = \pi - 2\arctg\frac{n_1\sqrt{[(n_1/n_2)\sin i_1]^2-1}}{n_2\cos i_1}. \tag{5-28}$$

总之，在两种介质的界面上发生全反射时，光并不是在界面上立即返回第一介质，而是先进入第二介质再返回第一介质. 因此，返回的光与入射光就有了一定的相位差，这个相位差与偏振态有关，与两介质的折射率有关，与入射角也有关；只在入射角正好等于临界角时，相位差为零；入射角为90°时，相位差为 π. 把第三点讨论的反射光相位变化与上述的全反射相位变化综合起来，可画出光从光密介质射向光疏介质时，p 光与 s 光的相位变化 δ_p、δ_s 与入射角 i_1 的

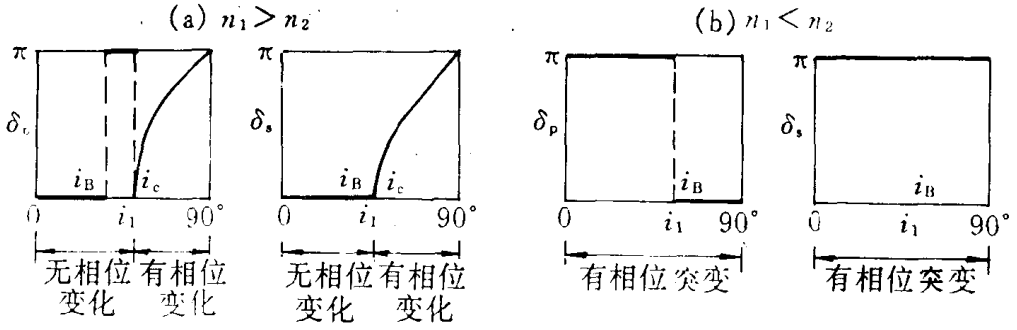

图5-10　反射光相位变化与入射角的关系

关系如图5-10所示.

如果注意到透射波的相位因子，则可以看到（见附记5-1），进入第二介质的波在沿着界面方向（Y 方向）仍具有行波的形式，而在与界面垂直的方向（−Z 方向）则按指数急剧衰减，其穿透深度 Z_0 与 i_1 有关，i_1 越大，穿透深度越小，大约与波长同数量级. 即

$$Z_0 \approx \lambda/2\pi .$$

这种沿界面传播而在与界面垂直方向衰减的波，称为隐失波（evanescent wave），由于这是在极薄层中沿界面传播的波，因此它们对研究薄膜与界面极为重要. 例如在棱镜的底边上镀一层银膜，则在该面上的全反射情况就会发生明显变化，在某些大于临界角的角度下，光线不发生全反射，这种情况称为衰减全反射（attenuation total reflection，简写为 ATR），衰减全反射的情况与银膜的光学特性（折射率、吸收系数、厚度等）密切相关，因而可通过衰减全反射来精确测量银膜的光学特性. 如在已知特性的银膜上再镀其他材料的薄膜，则其 ATR 谱又可精确反映该膜料的光学特性，精度很高.

§5.3　薄膜光学的基本概念

菲涅耳公式给出了反射与透射时的光强及相位的定量关系，从而我们可以对在 §4.4定性讨论过的薄膜干涉进行定量的讨论. 光在单层或多层薄膜中反射与透射的各种定量关系的研

究构成了一门光学中的分支学科——薄膜光学，它在近代光学的发展中有极广泛而重要的应用. 本节将给出薄膜光学中一些最基本的概念.

设在折射率为 n_2 的基板上镀有折射率为 n_1、厚度为 d 的一层薄膜，放在折射率为 n_0 的空间. 于是，有8个菲涅耳系数. 如以 r_{01} 表示光从折射率为 n_0 的空间到折射率为 n_1 的薄膜时的反射系数，t_{21} 表示光从折射率为 n_2 的基板到折射率为 n_1 的薄膜时的透射系数等(如图5-11所示). 当一束光从 n_0 以 i_0 入射时，在 n_1 中的折射角为 i_1，在 n_2 中的折射角为 i_2，由于多次反射，在上表面有一系列反射光(1)、(2)、(3)、(4)、…，由(4-50)知，它们之间的光程差为 $\Delta =$

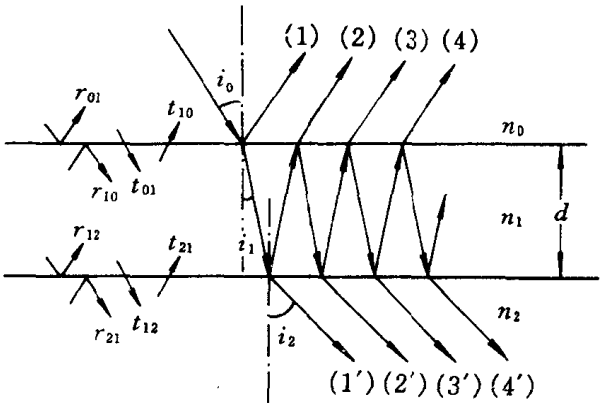

图5-11　光在薄膜中的多次反射

$2n_1 d\cos i_1$，相位差为 $\delta = 4\pi n_1 d\cos i_1/\lambda$. 若入射光振幅为1，则各反射光束的复振幅分别为

$$(1) r_{01},$$

$$(2) t_{01}r_{12}t_{10}e^{-j\delta} = t_{01}t_{10}r_{12}e^{-j\delta},$$

$$(3) t_{01}r_{12}r_{10}r_{12}t_{10}e^{-j2\delta} = t_{01}t_{10}r_{12}e^{-j\delta}\cdot r_{12}r_{10}e^{-j\delta},$$

$$(4) t_{01}r_{12}r_{10}r_{12}r_{10}r_{12}t_{10}e^{-j3\delta} = t_{01}t_{10}r_{12}e^{-j\delta}\cdot r_{12}^2 r_{10}^2 e^{-j2\delta}.$$

由于这些光束都是相干的，因此，总的振幅反射系数为

$$r = r_{01} + t_{01}t_{10}r_{12}e^{-j\delta}[1 + r_{12}r_{10}e^{-j\delta} + (r_{12}r_{10}e^{-j\delta})^2 + \cdots]$$

$$= r_{01} + \frac{t_{01}t_{10}r_{12}e^{-j\delta}}{1 - r_{12}r_{10}e^{-j\delta}}.$$

由斯托克斯定律式可知，$t_{01}t_{10} = 1 - r_{01}^2$，$r_{10} = -r_{01}$，故

$$r = r_{01} + \frac{(1 - r_{01}^2)r_{12}e^{-j\delta}}{1 + r_{12}r_{01}e^{-j\delta}} = \frac{r_{01} + r_{12}e^{-j\delta}}{1 + r_{12}r_{01}e^{-j\delta}} = |r|e^{j\varphi_r}. \tag{5-29}$$

由此可知，入射光经一层薄膜的反射后，反射光与入射光的相位差既不是0也不是 π，而是一个与折射率、膜厚及入射角均有关的量 φ_r，

$$\varphi_r = \text{arc tg}\frac{r_{12}(1 - r_{01}^2)\sin\delta}{r_{01}(1 + r_{12}^2) + r_{12}(1 + r_{01}^2)\cos\delta}. \tag{5-30}$$

总反射率为

$$R = |r|^2 = \frac{r_{01}^2 + r_{12}^2 + 2r_{01}r_{12}\cos\delta}{1 + r_{01}^2 r_{12}^2 + 2r_{01}r_{12}\cos\delta}$$

$$= \frac{(r_{01}+r_{12})^2\cos^2(\delta/2)+(r_{01}-r_{12})^2\sin^2(\delta/2)}{(1+r_{01}r_{12})^2\cos^2(\delta/2)+(1-r_{01}r_{12})^2\sin^2(\delta/2)}.$$

以 $r_{01}=\frac{\eta_0-\eta_1}{\eta_0+\eta_1}$，$r_{12}=\frac{\eta_1-\eta_2}{\eta_1+\eta_2}$ 代入即得(以 η 代表等效折射率 η_p 或 η_s)

$$R=\frac{(\eta_0-\eta_2)^2\cos^2(\delta/2)+(\eta_0\eta_2/\eta_1-\eta_1)^2\sin^2(\delta/2)}{(\eta_0+\eta_2)^2\cos^2(\delta/2)+(\eta_0\eta_2/\eta_1+\eta_1)^2\sin^2(\delta/2)}. \tag{5-31}$$

同理可得

$$t=\frac{t_{01}t_{12}e^{-j(\delta/2)}}{1+r_{01}r_{12}e^{-j\delta}}=|t|e^{-j\varphi_t}, \tag{5-32}$$

$$T=tt'\frac{n_2\cos i_2}{n_0\cos i_0}=\frac{t_{01}t_{12}t_{10}t_{21}}{|1+r_{01}r_{12}e^{-j\delta}|^2}\cdot\frac{n_2\cos i_2}{n_0\cos i_0}, \tag{5-33}$$

$$\varphi_t=\text{arc tg}[(\frac{1-r_{01}r_{12}}{1+r_{01}r_{12}})\text{tg}\delta]. \tag{5-34}$$

当然，若膜层没有吸收，则透射率也可用 $T=1-R$ 得到.

(5-29)式是一个有递推意义的公式. 它表明，由两个界面组成的单层薄膜的反射系数 r，可以由这两个界面的反射系数 r_{01} 和 r_{12} 以及薄膜产生的程差 δ 决定. 这样，这个单层膜就可以看成是一个新的界面，这个界面的入射介质折射率仍为 n_0 而出射介质的“折射率”为某一个复

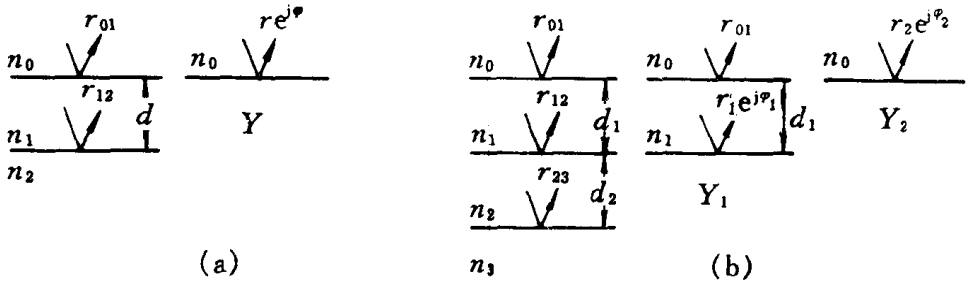

图 5-12　光学导纳的递推

数 Y，这个复数称为光学导纳，如图 5-12a 所示. 显然，由

$$\frac{\eta_0-Y}{\eta_0+Y}=|r|e^{j\varphi}\qquad \text{得 } Y=\eta_0\frac{1-|r|e^{j\varphi}}{1+|r|e^{j\varphi}}. \tag{5-35}$$

上述方法可以推广到两层或多层膜，如图 5-12b 所示，把基底与其上的一层膜合并成一个界面，得到 $r_1e^{j\varphi_1}$，与再上一个界面合并得到 $r_2e^{j\varphi_2}$，于是总反射率为 $R=|r_2|^2$，总相移为 φ_2，无吸收时的透射率为 $T=1-R$. 用这种一层一层递推的方法，最后可以算出任何层数的薄膜的 R 和 T.

这种计算多层薄膜反射率的递推方法称为鲁阿德(Rouard)法. 当入射角及各层厚度均为任意值时，计算是很繁琐的，一般只能通过计算机来进行. 下面讨论两种特殊的情况，在这两种情况下，计算十分简单而可以给出很有用的结果.

(1) $\lambda/2$ 膜层

当薄膜的光学厚度 n_1d 满足

$$n_1d\cos i=\lambda/2 \tag{5-36}$$

时，称此膜层为 $\lambda/2$ 膜层. 这时，

$$\delta = \frac{4\pi n_1 d\cos i}{\lambda} = 2\pi\ , \qquad \cos^2(\delta/2) = 1\ , \qquad \sin^2(\delta/2) = 0\ .$$

由(5-31)式可知

$$R_{\lambda/2} = (\frac{\eta_0 - \eta_2}{\eta_0 + \eta_2})^2. \tag{5-37}$$

显然，这就是由折射率为 n_0 的介质与折射率为 n_2 的介质组成的单一界面的反射率. 就是说，这时折射率为 n_1，厚度为 d 的薄膜的存在对于其反射率(当然，如果没有吸收，透射率也一样)完全没有影响. 这种膜层称为“无影响膜层”. 但必须注意，无影响膜层并非在任何情况下无影响，条件(5-36)式是与波长 λ、入射角 i 均有关的，即一定光学厚度的薄膜只对一定的入射角和一定的波长无影响. 当入射角或波长改变时，它就不是无影响膜层了.

(2) $\lambda/4$ 膜层

当薄膜的光学厚度 $n_1 d$ 满足

$$n_1 d\cos i = \lambda/4 \tag{5-38}$$

时，称此膜层为 $\lambda/4$ 膜层，这时，

$$\delta = \pi\ , \qquad \cos^2(\delta/2) = 0\ , \qquad \sin^2(\delta/2) = 1\ .$$

由(5-31)式可知

$$R_{\lambda/4} = (\frac{\eta_0\eta_2/\eta_1 - \eta_1}{\eta_0\eta_2/\eta_1 + \eta_1})^2 = (\frac{\eta_0 - \eta_1^2/\eta_2}{\eta_0 + \eta_1^2/\eta_2})^2.$$

令 $Y = \eta_1^2/\eta_2$， (5-39)

则

$$R_{\lambda/4} = (\frac{\eta_0 - Y}{\eta_0 + Y})^2. \tag{5-40}$$

就是说，对于 $\lambda/4$ 膜层，可认为基板的折射率变成了另一个实数 $Y = \eta_1^2/\eta_2$，而 $\varphi_t = 0$ 或 π.

当 $\eta_1 > \eta_2$ 时，$Y > \eta_2$，膜料的折射率比基底的高，则反射率提高；

当 $\eta_1 = \eta_2$ 时，$Y = \eta_2$，膜料的折射率与基底相同，与不镀一样；

当 $\eta_1 < \eta_2$ 时，$Y < \eta_2$，膜料的折射率比基底的低，则反射率降低；

当满足条件

$$\eta_1 = \sqrt{\eta_0\eta_2} \tag{5-41}$$

时

$$Y = \eta_0\ , \qquad R_{\lambda/4} = 0\ .$$

(5-41)式称为零反射条件，即当薄膜的折射率恰为入射介质与出射介质的折射率的几何平均值时，利用 $\lambda/4$ 膜层可获得零反射.

$\lambda/2$ 膜层与 $\lambda/4$ 膜层是膜系的两种特殊情况，在这两种特殊情况之间的任意膜厚值，膜层的反射率介于这两种情况之间. 例如，对于从空气中正入射玻璃($n_2 = 1.5$)时，反射率与膜厚的关系如图5-13所示. 由图可见：

1. 凡是 $n_1 > n_2$ 的，无论 $n_1 d$ 为何值，镀膜后的反射率都比未镀膜的提高或不变，这种膜称为增反膜. 当 $n_1 d$ 为 $\lambda/4$ 的奇数倍时($\lambda/4$ 膜层)，反射率达到极大值，

$$R_{max} = (\frac{n_0 n_2 - n_1^2}{n_0 n_2 + n_1^2})^2;$$

当 $n_1 d$ 为 $\lambda/2$ 的整数倍时($\lambda/2$ 膜层)，反射率达到极小值，此极小值即等于未镀膜时基板的反

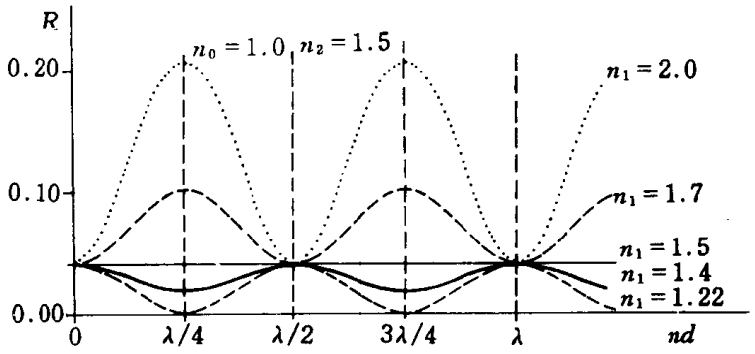

图5-13　正入射时单层薄膜的反射率与膜系的关系

射率. n_1 与 n_2 的差别越大，增反效果越好.

2. 凡是 $n_1 < n_2$ 的，无论 n_1d 为何值，镀膜后的反射率都比未镀膜的减少或不变，这种膜称为减反膜. 当 n_1d 为 $\lambda/4$ 的奇数倍时（$\lambda/4$ 膜层），反射率达到极小值，

$$R_{min}=\left(\frac{n_0n_2-n_1^2}{n_0n_2+n_1^2}\right)^2;$$

当 n_1d 为 $\lambda/2$ 的整数倍时（$\lambda/2$ 膜层），反射率达到极大值，此极大值即等于未镀膜时基板的反射率. n_1 与 $\sqrt{n_0n_2}$ 的差别越小，增透效果越好.

在斜入射的情况下，以上讨论的定性结论仍然是正确的. 只是光程差 n_1d 要代之以 $n_1d\cos i'$ 而反射系数中的 n 要代之以 $\eta_p=n/\cos i'$ 或 $\eta_s=n\cos i'$. 其结果是，膜看起来变薄了（即程差减小了：如果原来是红色的，斜入射时变成黄色、绿色的了），而且 p 光与 s 光的相对强度改变了（即如果原来是自然光斜入射，则反射光和透射光变成了部分偏振光）. 例如，从空气

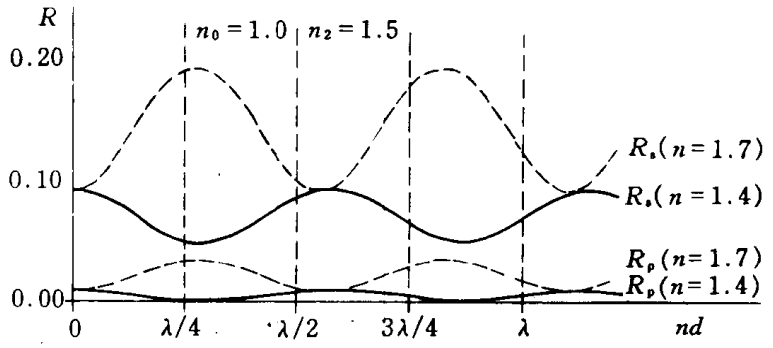

图5-14　斜入射时单层薄膜的反射率与膜系关系

中以45°入射到玻璃（$n_2=1.5$），反射率与膜厚的关系如图5-14所示.

§5.4 几种典型的光学薄膜

上一节讨论的两种特殊膜层，特别是 $\lambda/4$ 膜层，是非常有用的. 实际上，$\lambda/2$ 膜层也可视为 2 个 $\lambda/4$ 膜层. 全部由 $\lambda/4$ 膜层组成的多层膜称为 $\lambda/4$ 膜系，它是光学薄膜中最常用的膜系. 以下介绍几种典型的由 $\lambda/4$ 膜系构成的光学薄膜.

(1)增透膜

历史上光学薄膜最早的应用就是增透膜，至今，它仍然是光学薄膜最量大面广的一个品种. 早在 1891 年，泰勒(Demis Tayler)在使用他的望远镜时奇怪地发现望远镜越旧越好，使用时间越长，看到的象不是越来越暗，而是越来越明亮，他立即想到这是由于镜头表面因受腐蚀而产生了折射率较低的薄层所致. 为了人为地造成这种薄层，他发展了一种化学腐蚀法，成功地制造了大量的增透膜，成为光学薄膜的先驱.

一般的玻璃表面虽然只有 4%左右的反射，但复杂的光学系统有几十个镜头，每个镜头都有两个表面，损失就很大了，不仅光能损失，而且还使象质变坏，各个表面上的反射光会产生“鬼影”或光晕，透镜多时，其严重程度将超过象差和衍射.

实际上，即使单个镜片如眼镜，人们也希望减少反射，例如拍照时，反射光就是很讨厌的. 目前，眼镜的增透膜在国际上已相当普遍，据报道，德国生产的眼镜中，除了 30%是着色眼镜(太阳镜)外，60%镀有单层增透膜，10%镀有多层增透膜. 我国上海机械学院等也已开始大量生产镀多层增透膜的眼镜，并从香港出口.

最简单的增透膜是单层 $\lambda/4$ 膜. 由(5-41)式可知，当 $n_1=\sqrt{n_0n_2}$ 时，正入射反射率等于零. 一般光学玻璃的 $n_2=1.52$，在空气中，要求镀上折射率为 $\sqrt{n_0n_2}=1.23$ 的薄膜. 遗憾的是在自然界找不到一种折射率如此低的材料，常用的单层增透膜材料为 MgF_2，它的折射率为 1.38，当其光学厚度为 $\lambda/4$ 时，正入射的反射率为 1.3%.

这种单层增透膜工艺简单，制作方便，其耐摩擦、耐腐蚀性比玻璃本身还好，因此用得很广泛. 但它还有大于 1%的剩余反射，在要求更高的场合仍不理想. 为了进一步降低反射率，可采用多层膜.

如上所述，镀 $\lambda/4$ 单层膜后，基板的折射率变成了 Y，如果让 $Y=1.38^2$，则再镀上 MgF_2，

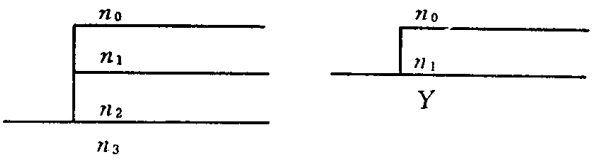

图 5-15 双层增透膜

就可实现零反射. 此时，整个双层膜系如图 5-15 所示.

由(5-39)式可知：$Y=n_2^2/n_s=1.38^2$. 若 $n_s=1.52$，则 $n_2=1.70$. 氧化铝(Al_2O_3)的折射率与此值很接近，用 Al_2O_3-$MgF_2\lambda/4-\lambda/4$ 膜系，可把玻璃的反射率降低到 10^{-3}以下. 当然，这种

膜只对一个波长有效. 如图5-16a 所示的膜系可用于激光系统. 如果要求在更宽的范围有很好的增透效果，则需要用更多的层数. 图5-16b—d 给出了几个典型增透膜系及其反射率曲线. 其中 G 表示基板，A 表示入射介质(空气)，H 表示高折射率材料的 $\lambda/4$膜层，L 表示低折射率材

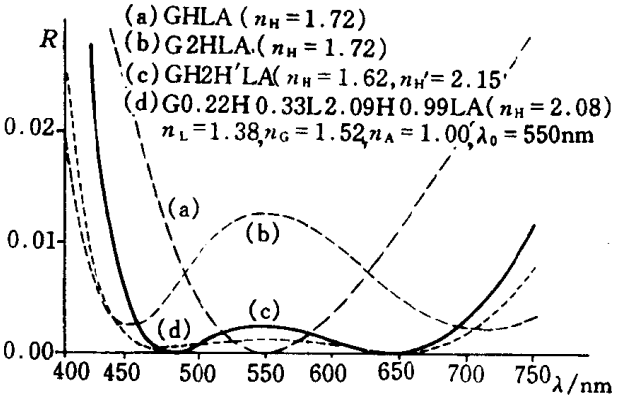

图5-16　各种增透膜及其反射率

料的 $\lambda/4$膜层.

(2)高反膜

由于一切透明材料的折射率都不很大，仅用单层介质膜不可能获得高反射. 在可见区，最

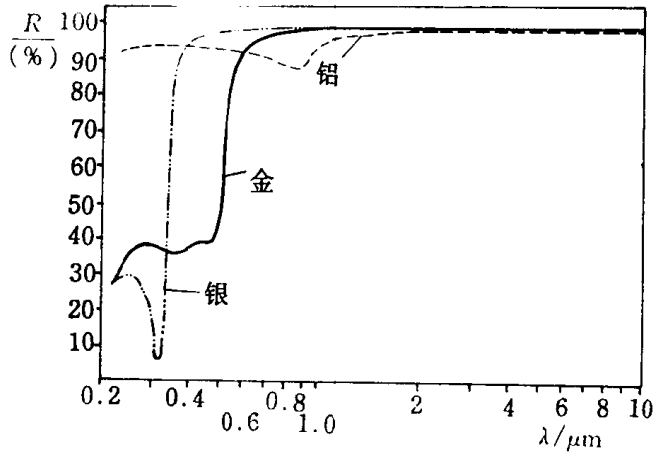

图5-17　金属膜的反射率

大折射率 $n<2.5$，故反射率 $R<20\%$；在红外区，$n<6$，$R<50\%$.

金属材料有很大的消光系数 κ，其折射率为复数，

$$N=n+j\kappa,$$

其中实部 n 虽很小，但 κ 很大，故 $R=\left|\frac{1-N}{1+N}\right|^2$ 也可以很大. 因此，用单层金属膜可以获得较大的反射率，常用的金属反射膜材料有铝、银、金等，其正入射的反射率与波长的关系示于图5-17. 由图可见，紫外区最合适的是铝，可见区最好是银，红外区最好是金. 由于银易于硫化发黑，

而铝氧化后形成的 Al_2O_3 是透明的，故在反射率要求不高而需要长期使用时，可见区也用铝.

显然，由于存在吸收，用金属膜不可能获得极高的反射率. 用多层介质膜干涉增强的方法则可以获得接近100%的反射，有些激光反射镜的反射率要求高达99.9%以上的反射，就是用这种方法制造的. 多层介质高反膜可以表示为

$$G\ H\ L\ H\ L\ H\ L\ \cdots\ L\ H\ A\ ,$$

其中 G、A、H、L 的意义如上所述. 这个膜系示于图5-18. 从定性看，由于每层膜均为 $\lambda/4$ 膜，因而各膜层引起的程差为 $\lambda/2$，而相位差均为 π. 对于反射光束(1)、(3)、(5)、…来说，它们由程差引起的相位差为0，2π，4π、…，但却在界面上都有一次相位突变(从低折射率到高折射率). 因而这些反射光都与入射光的相位相反. 对于反射光束(2)、(4)、(6)、…来说，它们由程差引起的相位差为 π、3π、5π、…，而在界面上没有相位突变(从高折射率到低折射率)，因而与入射光也反相位. 因此，所有反射光相互都是同相位的，它们相互加强，只要层数足够多，就可使反射率达到所要求的值.

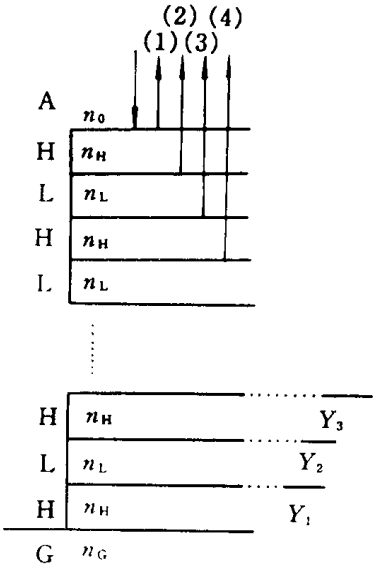

图5-18　高反膜系

由于各层膜都是 $\lambda/4$ 层，鲁阿德法简化为等效导纳的递推. 由(5-39)式可知，

$$Y_1 = n_H^2/n_s, \qquad Y_2 = n_L^2/Y_1,$$
$$Y_3 = n_H^2/Y_2, \qquad Y_4 = n_L^2/Y_3, \qquad \cdots,$$

即

$$\begin{aligned} Y_1 &= n_H^2/n_s, & Y_2 &= (n_L/n_H)^2 n_s, \\ Y_3 &= (n_H/n_L)^2 (n_H^2/n_s), & Y_4 &= (n_L/n_H)^4 n_s, \\ Y_5 &= (n_H/n_L)^4 (n_H^2/n_s), & Y_6 &= (n_L/n_H)^6 n_s, \\ &\cdots & &\cdots \\ Y_{2K+1} &= (n_H/n_L)^{2K} (n_H^2/n_s), & Y_{2K} &= (n_L/n_H)^{2K} n_s. \end{aligned} \tag{5-42}$$

$$(K = 0,1,2,3,\cdots)$$

于是，总的膜系反射率为(A 为空气，$n_0 = 1$)

$$R = \left(\frac{1-Y}{1+Y}\right)^2. \tag{5-43}$$

由以上定性讨论可知，奇数层时所有反射光都同相位，而偶数层时，则必有一束光是反相位的. 因此，高反膜一般总是取奇数层.

由(5-42)式可知，当层数很多时，$Y_{2K+1} \gg 1$，于是，

$$R_{2K+1} = \left(\frac{1-Y_{2K+1}}{1+Y_{2K+1}}\right)^2 = \left(\frac{1-1/Y_{2K+1}}{1+1/Y_{2K+1}}\right)^2 \approx 1 - \frac{4}{Y_{2K+1}}, \tag{5-44}$$

即

$$T_{2K+1} = 1 - R_{2K+1} \approx \frac{4}{Y_{2K+1}} = 4\frac{n_s}{n_H^2}\left(\frac{n_L}{n_H}\right)^{2K}. \tag{5-45}$$

由此可知，每当增加两层膜时，透射率就缩小到 $\frac{1}{(n_L/n_H)^2}$. 当透射率小到膜中的吸收与散射不可忽略时，$R=1-T$ 不再成立，透射率虽然能继续减少而反射率不能再增加，这就是 $\lambda/4$ 高反膜反射率的极限，它比金属膜的反射率高得多，根据材料的纯度和工艺条件，在可见区可达99.99%以上. 与金属膜相比，它的主要缺点是高反带不够宽，因为满足 $\lambda/4$ 膜条件的实际上只有一个波长，称为中心波长(或它的1/3、1/5等处)，在这个波长(记为 λ_0)附近，它近似满足同相位条件，反射率也很高，当波长与中心波长相差较远时，反射率就明显下降为一个相当低的

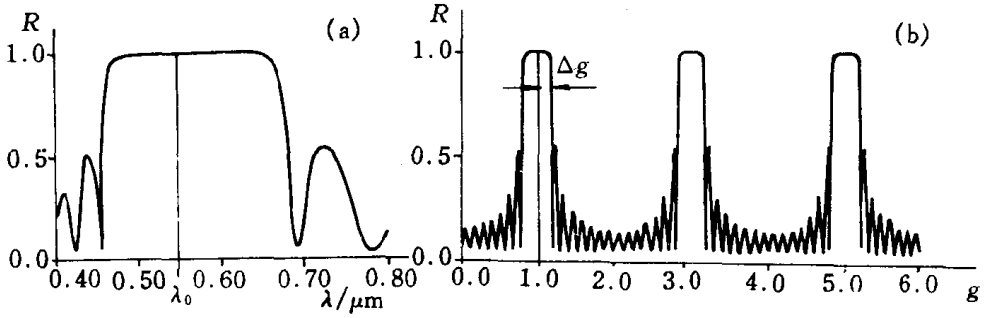

图5-19　$\lambda/4$ 高反膜反射率曲线

值，如图5-19a 所示，该图的(b)则是以 $g=\lambda_0/\lambda$ 为横坐标的反射率曲线. 由图可见，对于 g 来说，它是一个周期性图形，而每个周期又都是一个对称图形. 详细计算表明，高反带的宽度为

$$\Delta g=\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\frac{\eta_H-\eta_L}{\eta_H+\eta_L}\right). \tag{5-46}$$

由(5-46)式可以画出 Δg 与 η_H/η_L 的关系曲线如图5-20所示. 对于任何材料，可以根据其折射率之比从图上方便地找到 Δg 的值. 显然，当 $g=3、5、\cdots$ 时，与 $g=1$ 时一样为高反射带，这些高级次的反射带中，每层膜厚度不是 $\lambda/4$ ，而是 $3\lambda/4、5\lambda/4、\cdots$. 由于加上去的膜层为 $\lambda/2$ 或其整数倍，因而，是无影响膜层，对各中心波长的反射率没有影响，但是由于膜厚的增加，膜层中的吸收和散射也必然增加，故实际反射率将随级次增高而下降，各高级次反射带的带宽在 g 坐标中是相同的，但若以波长为坐标，则大不相同. 若以 m 表示级次($m=1,3,5,\cdots$)，则高反射带的波长宽度为

$$2\Delta\lambda=\frac{2\Delta g}{m^2}\lambda_0. \tag{5-47}$$

可见，级次越高，反射带越窄.

总之，一个 $\lambda/4$ 高反射膜的反射率，可以通过选择两材料折射率之比以及层数来改变；而它的带宽，则可以通过选择两材料折射率之比以及级次来改变. 由于材料折射率之比不可能很大，因此高反带的宽度受到限制，如在可见区，常用材料的 $\Delta\lambda$ 约为150－200nm，大约可复盖半个可见区. 因此，若要求对整个可见区实现高反射，一般需要把两个高反膜系叠在一起. 这时，为了不使两个奇数层高反膜的首尾层(均为 H 层)连起来变成2H 层，须在其中夹入一个 L 层作为匹配层. 例如可采用下述膜系，

$$\begin{array}{c} G\quad (HL)^K\quad H\quad L\quad H\quad (LH)^K\quad A\ , \\ |\quad \leftarrow\lambda_1\rightarrow\ |\leftarrow\lambda_0\rightarrow\ |\leftarrow\lambda_2\rightarrow\ | \end{array}$$

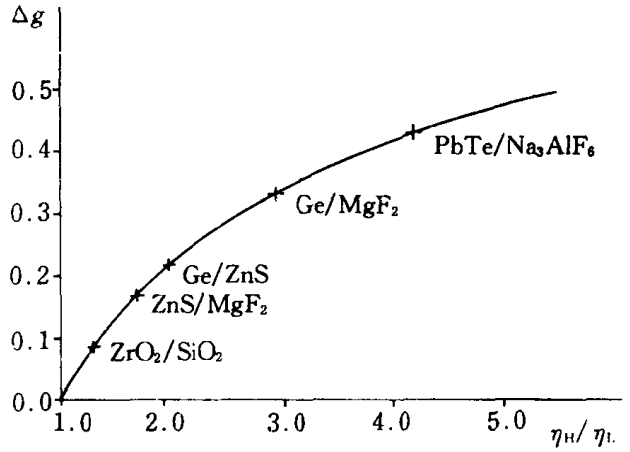

图5-20 λ/4高反膜的高反带宽度与材料折射率比的关系

式中 $\lambda_0=\sqrt{\lambda_1\lambda_2}$. 例如，取 $n_H=2.4(ZnS)$，$n_L=1.38(MgF_2)$，$\lambda_1=460nm$，$\lambda_2=630nm$ 时，

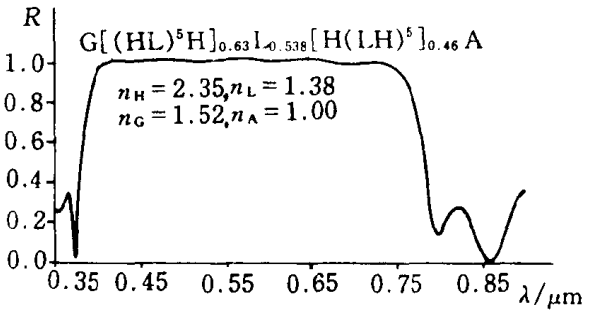

图5-21 一个宽带高反膜的膜系及其反射率曲线

可得反射率曲线如图5-21所示.

(3)滤光膜

除了高透射和高反射以外，实际工作中还常常需要能使某些波长的光高透射而另一些波长的光高反射的元件，这些元件称为滤光器或滤光片. 按实际需要的不同，它们可分为边通滤光片和带通滤光片两种. 边通滤光片也叫截止滤光片，它又分为让长波通过的长波通滤光片(或高频截止滤光片)和让短波通过的短波通滤光片(或低频截止滤光片). 带通滤光片则常常分为宽带与窄带两类.

边通滤光片可以有吸收型和干涉型两类. 吸收型的滤光片利用材料天然的吸收特性使大于某些波长的或小于某些波长的光被吸收而不能通过. 这种滤光片的特性可以从手册上查到，其优点是价格低廉，使用简单，缺点是波长边界不是任意的而且边界往往不陡. 干涉型的边界可任意选择且可做得很陡，但往往反射带(截止带)不够宽，透射带的透射率不够平坦. 实际上常把两者结合起来使用.

干涉型边通滤光片的基础就是前面已讲过的 $\lambda/4$ 高反膜，只要在它上面附加一些匹配膜系，让透射带的透射率进一步提高即可. 最简单的方法是在一个 $\lambda/4$ 高反膜的首尾各加一个 $\lambda/8$ 层，这个 $\lambda/8$ 层是低折射率的，即 L/2层，则成为短波通；而 H/2层则为长波通. 图5-22是两

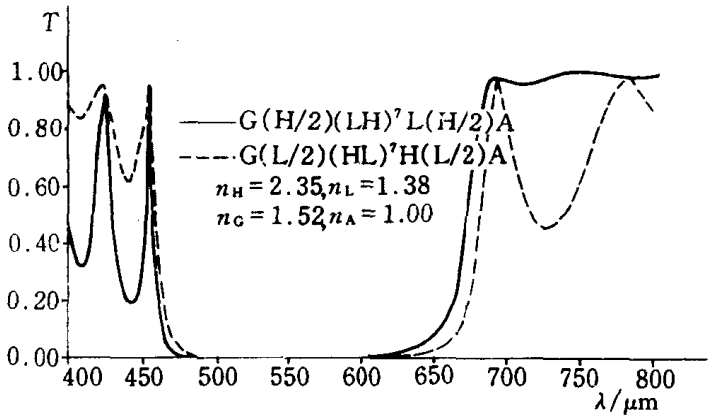

图5-22　一个长波通和一个短波通滤光片的膜系及其透射率曲线

个实际边通滤光膜的膜系及其相应的透射率曲线.

这种滤光膜有很广泛的应用，如彩色电视、彩色扩放、彩色印刷等技术中用的许多彩色分光元件，太阳能电池中为保护其不受紫外线损害而又要让可见光尽量通过的覆盖膜，激光荧光光谱分析中不让激光通过而要观察波长比激光略长的荧光的观察镜，电影放映灯中只反射可

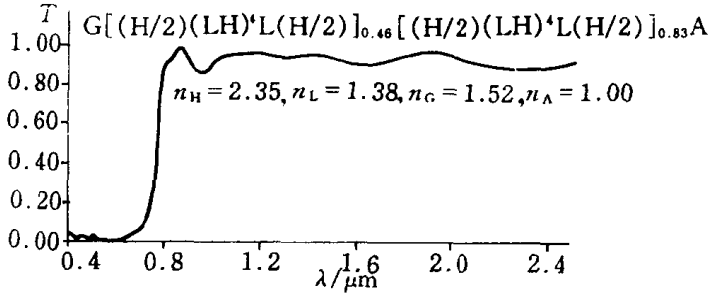

图5-23　一个冷光膜的膜系及其透射率曲线

见光而不反射红外光的冷光镜，手术室中让可见光透过而不让红外线透过的无影灯面罩等等，都采用这类边通滤光膜. 一个冷光镜的膜系和它的透射曲线示于图5-23.

带通滤光膜也有许多用途. 宽带的滤光膜常用一个短波通和一个长波通的滤光膜组合而成. 例如彩色分光中的绿色滤光片就是这样组成的. 但是，由于边通滤光片的边不够陡，并且不易准确定位，因而对于要求通带很窄的滤光片不能用这种方法，窄带滤光片最常用的是第四章中提到过的法布里-珀罗型干涉滤光膜. 由(4-64)式可知，这种滤光膜的半宽度为

$$\Delta\delta = \varepsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}.$$

因为 $\Delta\delta = \Delta\frac{4\pi nd\cos i'}{\lambda} = 4\pi nd\cos i'\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2}$，令 $nd\cos i' = m\cdot\lambda/2$（$m$ =1、2、3、…称为 F-P 滤光片的级次），$4\pi\cdot m\cdot(\lambda/2)\cdot(\Delta\lambda/\lambda^2) = \varepsilon$，即

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\varepsilon}{2m\pi} = \frac{(1-R)}{m\pi\sqrt{R}}. \tag{5-48}$$

若两个镜面的反射率分别为 R_1 和 R_2，则上述式中的 R 应以 R_1 与 R_2 的几何平均值 $\sqrt{R_1R_2}$ 代替. 在第四章我们并没有考虑两反射镜是什么. 实际上，反射镜可以是一层金属膜，也可以是多层介质膜. 用金属膜的即称金属滤光片，用介质膜的则称全介质滤光片.

金属滤光片的优点是反射带极宽，缺点是透射率不高. 因为由(4-62)式可知，这种滤光膜的峰值透射率可表示为 ($\sin\delta/2 = 0$)

$$T_{max} = \frac{T^2}{(1-R)^2}, \tag{5-49}$$

其中 T、R 是一个反射面的透射率和反射率. 显然，无吸收时，$T_{max}=1$；而当吸收为 $A = 1 - R - T$ 时，

$$T_{max} = \frac{T_2}{(A+T)^2} = \frac{1}{(1+A/T)^2}, \tag{5-50}$$

即当 A 与 T 可比拟时，T_{max}就显著降低了. 因此，金属滤光片的峰值透射率一般只有30%左右，而带宽约在5－10nm 范围.

为了进一步压缩带宽，提高峰值透射率，可采用全介质滤光片，这种滤光片可表示为

$$G\ (H\ L)^K\ \ 2mH\ (L\ H)^K\ \ A \qquad 或 \qquad G\ H\ (L\ H)^K\ \ 2mL\ (H\ L)^K\ \ H\ A.$$

如果在膜上面胶合一块玻璃，则“A”也成为“G”，整个膜成完全对称型. 它的峰值透射率理论上可达到1，但由于实际上总是存在的吸收与散射，故当为使带宽很窄而两反射面的反射率很高时，峰值透射率也要下降. 当带宽为2－3nm 时，峰值透射率可达80%左右.

这种单个 F-P 型干涉滤光膜的缺点是通带呈三角形，T_{max}的位置十分临界. 如果把两个或

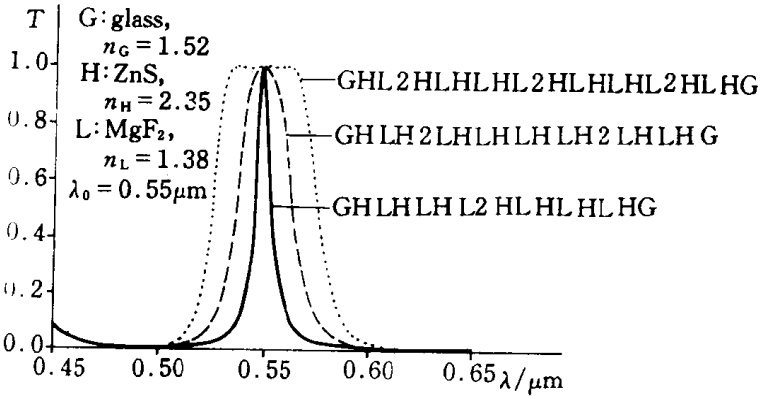

图5-24　单半波、双半波与三半波干涉滤光片的膜系与透射率

几个 F-P 滤光膜系组合起来，可构成“双半波”或“多半波”滤光片. 这类滤光片的通带形状接近矩形而两旁截止带的透射率更低. 一个双半波滤光片和一个三半波滤光片的膜系与它们的透射曲线与单个 F-P 型干涉滤光膜的比较如图5-24所示.

例 5-2：

试用 PbTe（$n_H=5.5$，透明范围 3.4μm－30μm）和 ZnS（$n_L=2.0$，透明范围 380nm－25μm）为膜料，在 Ge（$n_s=4.0$，透明范围 1.8μm－100μm）基板上设计一个 CO_2 激光器（$\lambda_0=10.6\mu m$）用的滤光膜，要求其带宽 $\Delta\lambda$ 不大于0.15μm，并且从可见到15μm 的范围都没有其他透射光.

解：

1. 根据题意，由于 $\Delta\lambda/\lambda_0$ 很小，宜采用 F-P 型滤光膜为主膜系；由于要求截止的波长（不能透过的波长）比较宽，且规定用介质膜系而非金属膜系，因此，须考虑用高反膜来截止主膜系不能截止的波长范围；由于对截止深度（截止波长区对透射率的定量限制）未提要求，故只要定出截止高反膜的中心波长即可，不必确定层数.

2. 确定主膜系

可采用 $G(HL)^K2mH(LH)^KA$ 或 $GH(LH)^K2mL(HL)^KHA$ 两种膜系，现以前一种膜系估算 K 值（为避免一层膜太厚，取 $m=1$）.

由(4-69)式 $R=\dfrac{\lambda_0}{\Delta\lambda}=\dfrac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$ 得 $\dfrac{\pi\sqrt{R}}{1-R}=\dfrac{10.6}{0.15}=70.7$，

解上述方程，得 $R=95.65\%$，$T=4.35\%$. 由(5-40)式知

$$R=\left(\frac{n_0-Y}{n_0+Y}\right)^2=\left(\frac{1-Y/n_0}{1+Y/n_0}\right)^2\approx 1-\frac{4Y}{n_0},\qquad T\approx\frac{4Y}{n_0}.$$

膜系中两个高反膜的反射率并非相等，因为这时的 n_0 均为5.5，而两边的 n_s 分别为1.0和4.0，作为估算可取 $n_s=2$，则由(5-42)式知

$$Y_{2K}=\left(\frac{n_L}{n_H}\right)^{2K}n_s=\left(\frac{2}{5.5}\right)^{2K}\times 2=\frac{n_0}{4}T=\frac{5.5}{4}\times 0.0435$$

$$2K\lg(2/5.5)=\lg\frac{5.5\times 0.0435}{4\times 2},\qquad K=1.73.$$

取 $K=2$，即主膜系为 $G(HL)^22H(LH)^2A$.

3. 验算 $\Delta\lambda$ 是否符合要求. 由于 $R_1\neq R_2$，故(5-48)式中的 R，应以 $\sqrt{R_1R_2}$ 代入. 由(5-42)式知，$R=\left(\dfrac{n_0-Y_{2K}}{n_0+Y_{2K}}\right)^2=\left[\dfrac{1-(n_L/n_H)^4(n_s/n_0)}{1+(n_L/n_H)^4(n_s/n_0)}\right]^2$，以 $n_s=4$ 代入，得 $R_1=95.04\%$，以 $n_s=1$ 代入，得 $R_2=98.74\%$，则 $R=\sqrt{R_1R_2}=96.87\%$，$\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}=\dfrac{1-R}{\pi\sqrt{R}}=0.0101$. $\Delta\lambda=10.6\mu m\times 0.0101=0.107\mu m<0.15\mu m$，符合要求.

4. 确定截止膜系

①计算主膜系高反带宽度

由(5-46)式，

$$\Delta g=\frac{2}{\pi}\arcsin\left(\frac{n_H-n_L}{n_H+n_L}\right)=0.31,$$

$$\lambda'_0=\frac{\lambda_0}{1-\Delta g}=\frac{10.6}{0.69}=15.4\mu m,$$

$$\lambda''_0=\frac{\lambda_0}{1+\Delta g}=\frac{10.6}{1.31}=8.1\mu m.$$

②题意要求截止的范围是可见光到15μm，现 $\lambda'_0 > 15\mu m$，而 PbTe 的透明范围自3.4μm 开始，因此，要用高反膜截止的波长范围是3.4μm－8.1μm. 取其中心波长5μm 为标准，则此范围包含的 g 值为 $g_1 - g_2 = 5/3.4 - 5/8.1 = 0.85$. 一个 PbTe-ZnS 高反膜能反射(截止)的范围是 $2\Delta g = 0.62 < 0.85$. 因此，至少要两个高反膜，可取 $\lambda_1 = 4\mu m$，$\lambda_2 = 6.5\mu m$.

③验证截止范围是否满足.

$$\lambda'_1 = \lambda_1/0.69 = 5.80\mu m\ , \qquad \lambda''_1 = \lambda_1/1.31 = 3.05\mu m\ ,$$

$$\lambda'_2 = \lambda_2/0.69 = 9.42\mu m\ , \qquad \lambda''_2 = \lambda_2/1.31 = 4.96\mu m\ ,$$

它们复盖了从3.4μm－8.1μm 的范围，满足题意要求.

答：

所求膜系为　A　H　$(LH)^m$　$(LH)^m$　Ge　$(HL)^3$　2H　$(LH)^3$　A

$\lambda_0 = 10.6\mu m$，$\lambda_1 = 4.0\mu m$，$\lambda_2 = 6.5\mu m$.

(4)偏振膜

能作为起偏器或检偏器的薄膜称为偏振膜. 偏振膜实际上也是一种 $\lambda/4$ 高反膜，但它必须在倾斜入射时使用，为了获得最好的偏振效果，有两种不同的思想，对应于两种不同的设计.

第一种思想是让各个界面的入射角都满足布儒斯特条件，因而 p 光完全透过而 s 光保持高反射. 按照这一思想，要求折射率和入射角满足布儒斯特条件. 如图5-25 所示. 显然，当满足 $\mathrm{tg}i_H = n_L/n_H$ 时，必然满足 $\mathrm{tg}i_L = n_H/n_L$，即只要膜中一个界面满足布氏条件，所有界面均满足. 由上式得

$$\sin i_H = \frac{n_L}{\sqrt{n_H^2 + n_L^2}}\ .$$

于是要求入射介质和入射角满足以下条件

$$n_G \sin i_G = \frac{n_H n_L}{\sqrt{n_H^2 + n_L^2}}\ . \qquad (5\text{-}51)$$

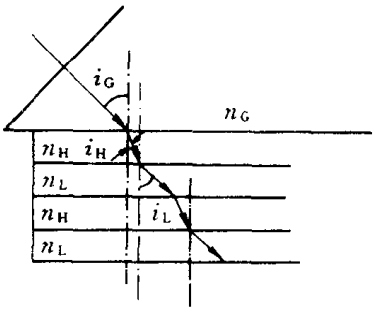

图5-25　棱镜偏振膜

当选定膜层材料的折射率 n_H、n_L 后，可以确定入射介质(棱镜)的折射率，而由(5-51)式决定入射角 i_G；也可以确定入射角 i_G(例如取 $i_G = 45°$)而由(5-51)式选择棱镜材料的折射率.

一个按45°入射设计的偏振膜系及其偏振分光特性如图5-26所示. 可以看到，这种偏振膜可适用的波长范围很广. 如果用几个高反膜系组合，则可以更广. 这种膜系的缺点是由于在棱镜与膜系的第一个及最后一个界面上不满足布氏条件，故 p 光反射率不为零，难以达到很高的消光比. 而且当采用棱镜入射时，体积庞大，价格昂贵.

第二种设计偏振膜的思想是利用 p 光与 s 光的高反带宽度的区别，使入射光的波长与入射角满足一定的关系，使之恰好落在 s 光高反射而 p 光高透射的区域.

由式(5-46)可知，Δg_p 与 Δg_s 是不同的. 例如，一个由 $ZnS\text{-}MgF_2$ 组成的13层 $\lambda/4$ 高反膜在60°入射时的透射曲线如图5-27所示. 由图可见，对于波长为0.67μm 和0.47μm 附近的光来说，其透射光基本上只有 p 光而反射光主要是 s 光. 在某些点，p 光的透射率可接近100%，如果再加上一些适当的匹配膜系以进一步提高 P 光的透射率并使之平坦化，则可以成为极好的偏振

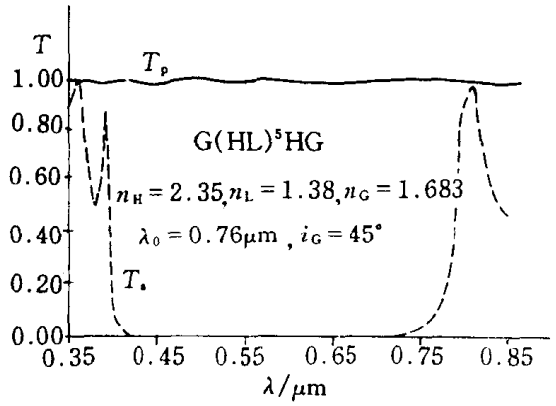

图5-26　一个棱镜偏振膜系及其透射率曲线

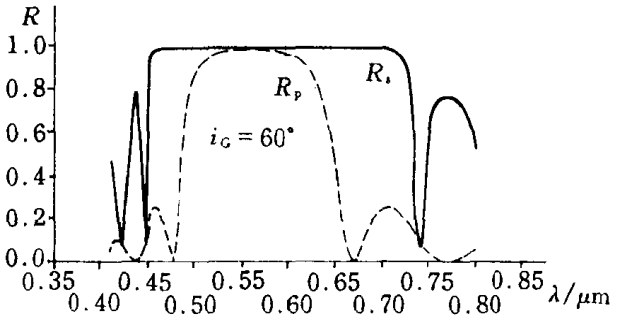

图5-27　一个高反膜在斜入射时的透射曲线

膜.这种平板型偏振膜的优点是面积可做得很大,且如果采用硬质膜料,则可耐受极强的功率.缺点是只适用于极小的波长范围.显然这种偏振膜在激光工作中极为有用.例如,上海光机所设计制造的一个用于LF-12大型激光系统中的偏振膜,对于激光波长1.06μm, $T_p = 98.8\%$, 而 $T_s = 0.2\%$,这种膜的面积达355×158mm^2,可耐受的激光能量密度高达4J/cm^2(1ns).

§5.5　多层膜X光光学的进展

自从1895年德国科学家伦琴(W. K. Rontgen)发现X光以来,人们对于它的本性和特点有了越来越深入的认识和了解.利用它的波长和衍射特点发展了X光晶体结构分析技术,利用它的透射特点发展了X光诊断和探伤技术,利用它对生物的作用发展了X光治疗技术,利用它的光子能量发展了X光表面分析技术…….然而,与一般的光学技术相比,长期以来,X光光学技术发展十分缓慢.在可见、红外和紫外区都已应用十分广泛的许多光学仪器如显微镜、望远镜、干涉仪、偏振仪等等在X光区都无法制造.这一情况大大限制了X光光学的发展,直到最近,才发生了根本性的变化.

X光与可见光或红外、紫外光的一个显著差别,是它的波长极短,其折射率的实部都比1小

一个很小的量 δ，故其折射效果是可以忽略的；同时，在 X 光波段又找不到任何一种完全透明的材料，即所有物质在 X 光区都有吸收. 如果用折射率的复数形式表示，则对于 X 光来说，任何材料的折射率都可以写为

$$N = 1 - \delta - j\beta ,$$

其中缩减量 δ 和吸收率 β 都很小，且与材料的原子序数 Z、X 光的波长 λ 有密切关系. 例如，对于钨和碳在铜、铝和碳的 K_α 辐射线（λ =0.154nm、0.834nm 和4.48nm）处的 δ 和 β 值如表5-2所示.

表5-2　一些材料在 X 光区的光学常数

波　长 (nm)	钨（Z =74）		碳（Z =6）	
	δ	β	δ	β
0.154	5.0×10^{-5}	4.0×10^{-6}	6.0×10^{-6}	1.4×10^{-8}
0.834	1.5×10^{-3}	2.3×10^{-4}	1.9×10^{-4}	9.5×10^{-6}
4.48	1.1×10^{-2}	1.3×10^{-2}	1.3×10^{-3}	1.9×10^{-4}

由于折射率接近于1，因此，用任何一种实际材料来制造 X 光透镜其焦距将长得不可思议，或者其厚度将大得使 X 光几乎全部被吸收. 同样，由于折射率太接近于1，常规的反射镜对于 X 光也是不现实的：在接近正入射时，一切材料对 X 光的反射率都不大于10^{-4}量级，它没有任何实际意义.

从折射率的上述表达式可以看到，掠入射可以实际改变 X 光的方向而没有较大的损失. 由于折射率小于1，当 X 光从真空或空气入射到任何固体表面上时都可以发生全反射，其掠射临界角对于波长1nm 的 X 光大致为1°—3°. 虽然这个临界角很小（波长更短时此角度更小），但仍然可以设法利用. 前苏联科学家库马霍夫提出了类似光纤的空心 X 光导光管技术，它让 X 光在导管内壁多次全反射而改变方向. 成千上万根这样的导光管可构成所谓“X 光透镜”，它能在一定程度上集中 X 光束的能量，从而在 X 光诊断、治疗、探伤等方面具有实际使用价值.

利用掠入射的高反射性质，也可以实现成象. 如美国科学家柯帕特里克（P. Kirkpatrick）等和德国科学家瓦尔特（H. Walter）分别提出了双球面和二次曲面掠入射光学系统成象法. 采用这些方法制成了一批 X 光成象仪器，如 X 光显微镜和 X 光望远镜，它们已被用于观察聚变的过程和观测日冕的运动，并取得了举世瞩目的成就. 但是，这些 X 光成象仪器远没有达到 X 光所能达到的衍射分辨极限，它们的剩余象差、巨大的体积和重量以及较小的光通量限制了它们的应用范围.

如第四章所述，用 X 光波带片技术可以代替透镜实现 X 光的聚焦和成象，并且已实际制成了 X 光显微镜. 但制造这种波带片的困难和不可能制造大通光口径的 X 光波带片使它的应用至今只限于很少几个实验室中.

近年来，多层膜技术被应用到 X 光范围，从而使 X 光光学出现了崭新的面貌. 虽然在 X 光区找不到一种高折射率材料来与低折射率材料搭配组成上节所述的 $\lambda/4$ 高反膜，但是由于材料的吸收系数存在较大的差别，因而还是可以用高吸收与低吸收材料来组成多层膜. 只要厚度选择合适，使各界面的反射光同相位，仍然可以达到较高的反射率.

在菲涅耳公式的推导中，并没有要求折射率为实数. 实际上，当折射率为复数时，菲涅耳公

式同样成立. 在折射率为 $N_1 = 1 - \delta_1 - j\beta_1$ 和 $N_2 = 1 - \delta_2 - j\beta_2$ 两种材料的界面上，正入射反射系数为

$$r = \frac{1 - \delta_1 - j\beta_1 - 1 + \delta_2 + j\beta_2}{1 - \delta_1 - j\beta_1 + 1 - \delta_2 - j\beta_2} \approx \frac{1}{2}(\Delta\delta + j\Delta\beta) .$$

即反射率 $R = r \cdot r^* = (1/4)[(\Delta\delta)^2 + (\Delta\beta)^2]$.

一般说，材料的原子序数 Z 越大，其 δ 和 β 也大，反之亦然，当然，在软 X 光区所有材料的 δ 和 β 都是很小的，因而 δ 和 β 之差也就更小. 计算表明，实际材料组合的反射系数都不大于 10^{-2}量级，即反射率不大于 10^{-4}量级，因而只用两种材料的界面不可能实现有意义的反射. 但是如果使两种材料交替形成多层周期薄膜，则只要满足各界面的反射光均为同相位的条件，就可以使众多的反射光相干叠加而大为加强，达到相当大的反射率. 为了使多层膜中各周期的反射光同相位，要求其反射光的相位差

$$\varphi = 4\pi(n_H d_H \cos\alpha_H + n_L d_L \cos\alpha_L)/\lambda = 2m\pi ,$$

其中 d_H、α_H、d_L、α_L 分别是高 Z 材料和低 Z 材料层的厚度和折射角，$m = 1$、2、3、… 为反射级次. 显然，由于 α 和 β 都极小，故可认为 $n_H = n_L = 1$，$\alpha_H = \alpha_L = \alpha$，于是上述条件就简化为著名的布喇格条件，

$$2d\cos\alpha = m\lambda ,$$

其中 $d = d_H + d_L$ 为多层膜的周期. 在满足上述条件下，d_H 与 d_L 之比仍然是一个有待确定的值. 为了使 H-L 界面和 L-H 界面的光同相位，要求 $d_H/d_L \to 1$；为了使吸收尽量减少，则应要求 $d_H/d_L \to 0$. 实际上究竟 d_H/d_L 取何值为佳，要通过计算机来设计优化. 优化结果与总层数有关，若层数较少，则 d_H/d_L 接近于 1；若层数较多，则 d_H/d_L 趋近于一个与两种材料的复折射率有关的常数. 如果允许采用准周期膜系，则可获得更高的反射率. 这时，在靠近基板处，d_H/d_L 接近于零，相当于一种晶格常数特别大的晶体(超晶格)；而在最外层，d_H/d_L 接近于 1，相当于一种波长特别短的 $\lambda/4$ 膜堆(光学高反膜).

由于 X 光的波长极短，多层膜 X 光反射镜的制造和测试都要采用一些不同于一般 $\lambda/4$ 高反膜的措施. 上海复旦大学和长春光机所在这方面的研究工作已使我国能自行设计和制造出反射率大于 10%的有实用意义的 X 光反射镜.

由于反射率足够高的反射镜制造成功，近年来，X 光光学有了飞速的发展，并在各方面取得重大应用. 主要有以下几方面：

(1)生物学、生命科学与医学

光学显微镜由于波长太长，其分辨本领不可能超过 200nm，电子显微镜则必须对样品脱水、切片、染色并抽真空，因而它们都无法用来观察活生物细胞的结构与运动. X 光显微镜由于使用的波长短，分辨本领可远优于光学显微镜；特别在波长为 2.3－4.3nm 的“水窗”内，蛋白质和碳水化合物的透射率与水的透射率相差达一个数量级，因而不须作任何处理即可直接观察天然的、完整的、活的生物细胞. 在辐射损伤允许的剂量下，分辨本领仍可达 10nm . 使用同步辐射产生的单色、高强度、波长可调的 X 光可以对生物样品进行高分辨的微区元素分析、测定特定元素在细胞内的空间分布. 采用 X 光全息技术还可以对生物细胞实现三维立体成象.

(2)天体物理学

天体物理学的许多对象，包括太阳和恒星，大都是等离子体，有些是极热的，其辐射光谱大部分落在 X 光区，对其辐射 X 光光谱的观察是鉴别其原子种类和温度的极好方法. 日冕、星冕

和其他许多奇异的天体也都发射 X 光，如超新星残骸、星系、类星体、脉冲星、核星以及可能还有黑洞. 发射 X 光的机制除了热辐射外还有许多非热发射过程，如反康普顿过程和同步辐射. 因此，X 光望远镜对于天体物理学的发展具有至关重要的意义. 实际上，从 60 年代开始，人类把一个又一个 X 光望远镜用火箭送上天空，拍摄了大量太阳、日冕和各种天体的 X 光照片，揭示了许多新的天体运动的规律，大大开阔了人们的视野，不仅使我们能更好更全面地了解宇宙的现状而且有利于研究天体的演化和发展.

(3)同步辐射与等离子体物理

同步辐射为 X 光光学提供了强大的波长连续可变的光源，而这些 X 光必须经过单色化、偏振和会聚才能满足各种实际需要. 为此，需要各类 X 光的光栅、滤光片、反射镜和其他 X 光光学元件. 核聚变等离子体的极高温度只能靠测量其辐射光谱的方法来计算而其主要辐射谱均在 X 光区；研究激光核聚变还要求知道高温等离子体的折射率，这也要用 X 光光学的方法来测量；其他等离子体物理学的研究也都需要 X 光光学的帮助.

(4)X 光激光器

激光技术当今发展的一个重要方面是向短波挺进，软 X 射线波段的激光在科学上、军事上和其他高技术领域有极其重要的意义.

正入射多层膜 X 光反射镜的制成对于 X 光激光器的实现有重大意义. 目前，X 光激光器已被用于 X 光光刻，从而使集成电路进一步微型化；已被用于 X 光全息，从而使全息图的分辨率进一步提高；也被用于 X 光分析，使分析灵敏度大大提高. 由于波长短、衍射少，X 光激光武器将有更大的射程、更强的杀伤力，它是美国战略防御计划的重点研究项目之一.

附记(5-1)： **隐失波**

由图 5-3 入射波是沿 S_1 方向以速度 V_1 前进的，其相位因子可写为

$$\exp\left[-\mathrm{j}\left(\omega t-\frac{Y\sin i_1-Z\cos i_1}{V_1}\right)\right],$$

而沿 S_2 方向以速度 V_2 前进的透射波的相位因子可写为

$$\exp\left[-\mathrm{j}\left(\omega t-\frac{Y\sin i_2-Z\cos i_2}{V_2}\right)\right],$$

以折射定律 $n_1\sin i_1=n_2\sin i_2$，$\cos i_2=\sqrt{1-\sin^2 i_2}=\mathrm{j}\sqrt{\sin^2 i_2-1}$ 代入，则得相位因子为

$$\exp\left[-\mathrm{j}\left(\omega t-\frac{Yn_1\sin i_1}{n_2V_2}\right)-\frac{\omega Z\sqrt{(n_1/n_2)^2\sin^2 i_1-1}}{V_2}\right]$$

$$=\exp\left(-\frac{\omega}{V_2}\sqrt{(n_1/n_2)^2\sin^2 i_1-1}\cdot Z\right)\exp\left[-\mathrm{j}\left(\omega t-\frac{n_1\sin i_1}{n_2V_2}Y\right)\right].$$

显然，这是一个振幅在 $-Z$ 方向急剧衰减而沿 Y 方向以速度 $\left(\frac{n_2V_2}{n_1\sin i_1}\right)$ 前进的波. 振幅衰减到界面上的 1/e 时的深度 Z_0 为

$$\frac{\omega}{V_2}\sqrt{(n_1/n_2)^2\sin^2 i_1-1}\cdot Z_0=1,$$

或

$$Z_0=\frac{\lambda}{2\pi}\Big/\sqrt{(n_1/n_2)^2\sin^2 i_1-1}.$$

习题与思考题

1. 导出 s 光的菲涅耳公式(5-8)式与(5-9)式.

2. 证明 s 光满足斯托克斯定律(5-15)式.

3. 求金刚石($n_D=2.4$)在水($n_w=1.33$)中的布儒斯特角.

4. 试设计一个用布氏角求薄膜折射率的实验.

5. 由十块平行平面熔石英玻璃板相互平行放置,组成玻片堆,熔石英的折射率为 1.45,问以布氏角入射的自然光,经玻片堆透射后的偏振度为多少?

6. 一个外腔式激光器输出的激光通过一个玻璃($n_G=1.50$)窗口,从空气($n_A=1$)进入水($n_W=1.33$)池,问应如何设计这个窗口才可使反射损失为零?(窗玻璃不镀膜)此时激光器应如何安放?如果把激光器以激光为轴旋转 90°,问其反射损失将达到多少?

7. 为减少前方太阳光从水面反射的眩目,轮船驾驶员应戴偏振眼镜的偏振方向如何?若太阳入射角为 70°,这种眼镜可使太阳的反射光减弱到百分之几?

8. 一束平面偏振光经过一个介质分界面的反射后,是否仍为平面偏振光?一束平面偏振光经过一个介质膜的反射后,是否仍为平面偏振光?经过一个棱镜的全反射后,是否仍为平面偏振光?为什么?

9. 当光的入射角约为 30°时,试分别估算如图 5-9 所示的复合透镜中加入树胶或不加入树胶时 p 光与 s 光透射率的差别.

10. 试分别计算由三个玻璃透镜($n=1.5$)及三个锗透镜($n=4.0$)所组成的光学系统在空气中对近正入射光的反射损失(所有表面均不镀膜).

11. 试计算以 45°的入射光经直角棱镜底面全反射后,s 光与 p 光之间的相位差(棱镜材料的折射率为 1.60,置于空气中).

12. 试证明全反射时 p 光与 s 光的相位差 δ 满足下述关系,

$$\operatorname{ctg}\frac{\delta}{2}=\frac{n_2\cos i_1}{n_1\sin^2 i_1}\sqrt{(n_1/n_2\sin i_1)^2-1}=\frac{\cos i_1}{\sin^2 i_1}\sqrt{\sin^2 i_1-(n_2/n_1)^2}.$$

并求当棱镜折射率为何值时该棱镜中以 30°入射产生的全反射可使线偏振光变成圆偏振光(设棱镜置于空气中)?若光波波长为 5μm,此时隐失波的穿透深度为多少?

13. 试计算正入射时玻璃($n=1.52$)上镀 ZnS($n=2.35$)的 $\lambda/4$ 膜或 MgF_2($n=1.38$)的 $\lambda/4$ 膜时,对中心波长 λ 的反射率.

14. 若上题中 MgF_2 的中心波长为 550nm,求波长 400nm 和 760nm 的单色光正入射时的反射率.

15. 当入射角为 60°时,求上题中的 MgF_2 膜对于波长为 550nm 的自然光的反射率比不镀膜时减少了多少?

16. 一个单层介质膜能否使基板对一些波长的光增透而对另一些波长的光增反?双层膜呢?为什么?

17. 在空气中折射率为 $n=4.0$ 的介质表面,对于波长为 8μm 的红外光在正入射时的反射率为多少?为了使它尽量减小,应当在它上面镀一层折射率为多少的介质膜?其厚度至少应为多少?这时可达的最低反射率为多少?

18. 一束波长为 400nm 的单色光经过一个 $n=2.0$ 的窗口材料,从空气正入射至水中($n=1.33$),若要求无反射损失,应如何设计其两个表面的增透膜.

19. 为了在硅($n_{Si}=3.5$)和锗($n_{Ge}=4.0$)上镀单层增透膜,要分别选择折射率为多少的材料?为使折射率为 1.7 的白宝石表面获得零反射,要求外层膜为折射率为 1.45 的水晶,则内层

膜折射率应为多少?

20. 计算对于正入射设计的玻璃($n_s=1.52$)上的氧化铝($n_2=1.70$)-氟化镁($n_1=1.38$)双层零反射膜,在入射角为30°时的 s 光反射率.

21. 试近似计算 ZnS($n_H=2.35$)、MgF_2($n_L=1.38$)9层、13层、17层膜的正入射反射率(忽略吸收).

22. 设上题中的中心波长为2.4μm,试计算这个膜系在红外与可见区中有哪些波段是高反射的.

23. 如果要用 ZnS-MgF_2镀制一块能将氮氖激光束($\lambda=632.8$nm)在空气中偏转90°的反射镜,问 H 层与 L 层的几何厚度应各为多少?若在镀制时用正入射光极值法控制,则控制光的波长应如何选取?如被反射的激光束来自一个有布氏窗的激光器,则此反射镜应如何安放,才可使反射率最佳?

24. 设计一个氩离子激光($\lambda=488$nm)防护眼镜用的膜系(已知眼镜玻璃折射率为1.52,要求在可见区没有其他高反峰,对488nm 的透射率不大于0.5%,高反带宽度不大于10nm,高折射率材料采用 ZnS).

25. 试估算由 ZnS-MgF_2在玻璃基板上构成的全介质滤光片 $G(HL)^3 4H(LH)^3 A$($\lambda_0=550$nm)的带宽.

26. 红外报警滤光片是用 Ge($n_H=4.0$)和 ZnS($n_L=2.2$)镀制的一种长波通滤光膜,截止波长为6.5μm,问它至少应有几个 $\lambda/4$ 高反膜组成?中心波长多少(已知 Ge 在波长大于1.8μm 时是透明的)?

27. 试设计一个 $\lambda_0=632.8$nm 的正入射 F-P 型滤光膜,要求半宽度小于5nm,在450nm 到800nm 之间没有其他透射带.问其高反膜的平均反射率至少应为多少?间隔层光学厚度宜取多少?

28. 若要求用 ZrO_2($n_H=2.2$)和 SiO_2($n_L=1.45$)在玻璃基板($n_G=1.52$)上组成一个45°入射的平板型 YAG 激光($\lambda=1.06\mu$m)偏振分光膜,要求 s 光反射率达99%以上.问中心波长应是多少?层数至少应为多少?

29. 要求用 ZnS-MgF_2制备如图5-25所示的棱镜偏振分光器,问棱镜的折射率应为若干?若用玻璃棱镜($n_G=1.52$),且取 $n_L=1.38$(MgF_2),则 n_H 应为多少?

30. 略去 β 的影响,试估算钨和碳对于铜、铝、碳的 K_α 线在空气中的外全反射掠入射临界角为多少?

31. 试估算钨-碳20层膜(每层厚度为 $\lambda/4$)对于 $\lambda=4.48$nm 的正入射反射率.并定性讨论该膜在45°斜入射时使用,会出现什么情况.

32. 试计算水窗波段的 X 光显微镜分辨本领的衍射极限.

33. 试比较相同输出功率,相同输出光阑的二氧化碳激光器($\lambda=10.6\mu$m)与 X 光激光器($\lambda=4$nm)在射程为10km 远处的功率密度.

第六章　光学信息处理与全息照相

本章提要：光学图象的信息可以用光学的方法进行处理. 从数学上看，光学透镜对光束的作用可以看成一种傅里叶变换，一系列傅里叶变换的定理都有光学上的衍射现象与之相对应. 傅里叶变换后的作用，使原来图象上混杂在一起的信息在频谱域上分离开来，从而可在空间频谱上进行处理，这就是光学信息处理的基本原理. 简单介绍了图象的空间滤波与微分处理；简要分析了全息照相的记录和再现过程.

§6.1　光学图象的傅里叶(Fourier)频谱分析

在第二章已指出，任何一个周期函数或非周期函数，在数学上都可以用一个傅里叶级数或傅里叶积分来展开，其典型的表达式是(2-59)式和(2-60)式，$F(t)$ 和 $f(\nu)$ 称为傅里叶变换对. 其中(2-60)式称为正傅里叶变换，用符号 $\mathscr{F}\{\ \}$ 表示；(2-59)式称为逆傅里叶变换，用符号 $\mathscr{F}^{-1}\{\ \}$ 表示. 这种数学上的变换，在光学上有其对应的物理现象，那就是光学图象的夫琅禾费衍射. 为了说明这一点，我们考虑一个最简单的例子.

一个空间周期为 d 的矩形函数，在数学上可以写为

$$T(x)=\begin{cases}1, & md<x\leqslant(2m+1)d/2,\ m=0,\pm1,\pm2,\cdots;\\ 0, & \text{其他.}\end{cases}\tag{6-1}$$

它的傅里叶展开为一个级数，

$$\begin{aligned}T(x)&=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\left[\sin\left(\frac{2\pi}{d}x\right)+\frac{1}{3}\sin\left(\frac{2\pi}{d}3x\right)+\frac{1}{5}\sin\left(\frac{2\pi}{d}5x\right)+\cdots\right]\\&=\frac{1}{2}+\frac{2}{\pi}\left\{\sin(2\pi\nu x)+\frac{1}{3}\sin[2\pi(3\nu)x]+\frac{1}{5}\sin[2\pi(5\nu)x]+\cdots\right\},\end{aligned}\tag{6-2}$$

即它可以看成是由频率为 $\nu=1/d$ 及 3ν、5ν、…等许多正弦函数叠加而成的. 当然，这里的"频率"是指单位长度内振荡的次数，故称空间频率，与通常所说的时间频率，即单位时间内振荡次数是不同的. 以频率为横坐标，以对应于该频率的系数(即振幅)为纵坐标，可以画出组成这一空间周期为 d 的矩形函数的各正弦函数的频率谱(称为傅里叶频谱)如图 6-1 所示.

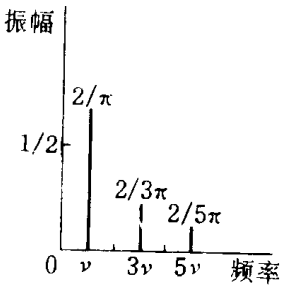

图 6-1　矩形函数的傅里叶频谱

一个空间周期为 d 的矩形函数，在光学上，就是一个光栅常数为 d 的光栅的透射率. 此光栅的透光部分与不透光部分的宽度均为 $d/2$. 设其刻痕共有 N 条，则由(4-30)式可知，其夫琅禾费衍射的光强分布为

$$\frac{I}{I_0}=\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}\cdot\frac{\sin^2N\delta/2}{\sin^2\delta/2},$$

其中 $\beta=\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{d}{2}\sin\theta$，$\delta=2\pi d\sin\theta/\lambda$. 当 N 很大时，其光强分布如图 6-2a 所示，由图可以知

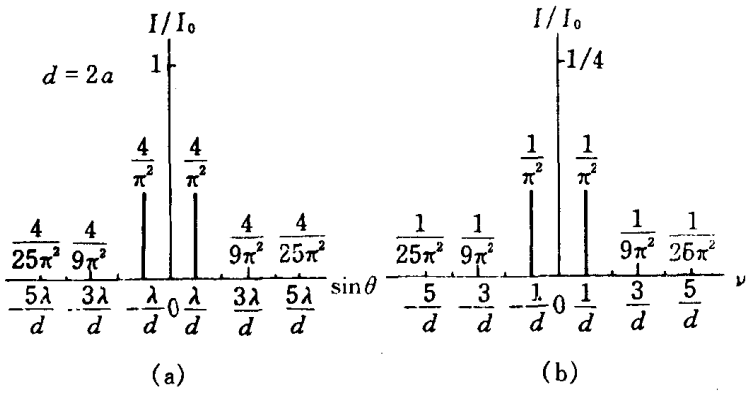

图 6-2　一个 $d=2a$ 的光栅的衍射光强分布

道，当

$$\sin\theta=K\lambda/d\ (K\text{ 为偶数})\text{ 时，}\quad I/I_0=0\ ,$$

$$\sin\theta=K\lambda/d\ (K\text{ 为奇数})\text{ 时，}\quad I/I_0=4/(K\pi)^2.$$

设用来观察夫琅禾费衍射的透镜焦距为 f，则在观察屏上与衍射角为 θ 所对应的光点位置离中心的距离为 $x=f\sin\theta$，若把此距离缩小 $f\lambda$ 倍，定义为频率 ν，即令

$$\nu=\frac{x}{f\lambda}\ , \tag{6-3}$$

则以 ν 为横坐标所得的光强分布如图 6-2b 所示.

为了把傅里叶级数展开式与夫琅禾费衍射相比较，把(6-2)式改写为

$$T(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\{\sin(2\pi\nu x)-\sin(-2\pi\nu x)+\frac{1}{3}\sin[2\pi(3\nu)x]$$

$$-\frac{1}{3}\sin[2\pi(-3\nu)x]+\frac{1}{5}\sin[2\pi(5\nu)x]-\frac{1}{5}\sin[2\pi(-5\nu)x]+\cdots\}\ . \tag{6-4}$$

也就是把频谱分解为正负对称的两部分，如图 6-3a 所示. 把频谱的振幅平方，称为功率谱. 一个周期为 d 的矩形函数的功率谱如图 6-3b 所示. 把图 6-3b 归一化后与图 6-2b 比较，可见它们是完全相同的.

由此可见，以一束单色平行光照射光栅，在其后的透镜焦平面上得到的光强分布是与该光栅本身的透射率函数的傅里叶功率谱相同的. 在焦平面上的中心亮线，代表的是直流成分；每一对亮线代表物函数(光栅)一个空间频率. 只要把各级衍射线与中心线(0 级衍射线)的距离除以 $f\lambda$，即得各空间频率的值.

例如，以波长 $\lambda=500$nm 的平行光照射光栅，在焦距 $f=100$mm 的透镜后焦面上看到 0 级与 1 级衍射线的距离为 $x=30$mm. 则可知该光栅的空间频率的基频为

$$\nu=\frac{x}{f\lambda}=600/\text{mm}\ ,$$

即此光栅每毫米有 600 条刻痕.

此外，它还有许多谐频. 这些谐频与基频一起组成了一个矩形函数，如图2-15所示，此即

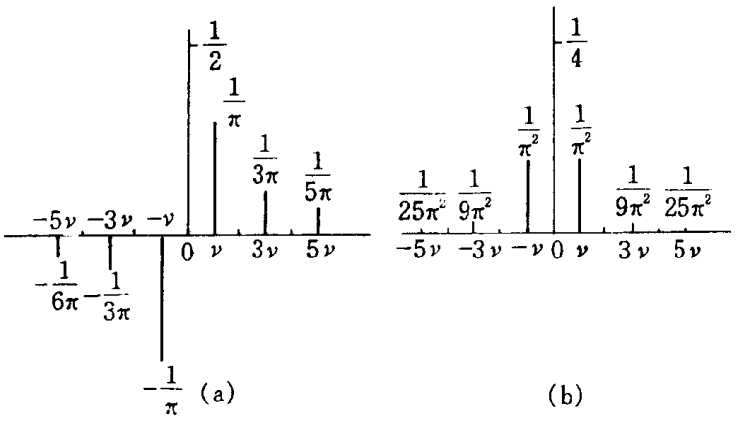

图 6-3　矩形函数的功率频谱

原来的光栅. 如果原来的光栅不是矩形函数(即黑白相间的光栅)而是一个正弦函数(例如一张双光束干涉图形的照片),那么,它本身只有一个空间频率. 于是,它经过夫琅禾费衍射后在透镜焦平面上将出现一对亮线. 这种光栅称为正弦光栅.

在以上的简单例子中可以看到,光栅的夫琅禾费衍射图样就是它的空间频谱的展现. 实际上,任何一个复杂的图象都可以写出它的透射率函数,虽然不象一维周期性光栅那么简单,可展成傅里叶级数,但可以把它展开成傅里叶积分. 由于透镜的聚焦系统都可以看作是夫琅禾费衍射系统,因此,可以把透镜看作一个傅里叶变换器,只要以单色平行光照明,就可以把任意一个物函数(可以看成是许多各种类型的光栅函数的组合)的功率谱展现在其焦平面上. 实际上,

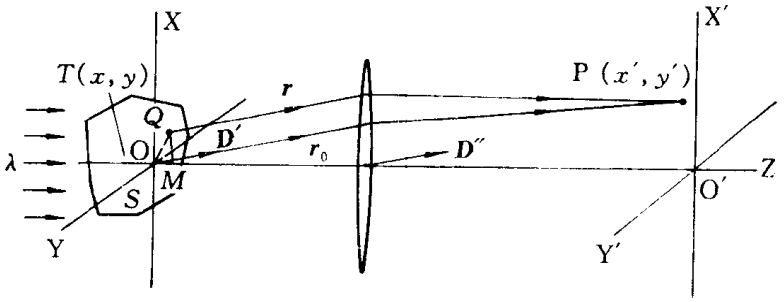

图 6-4　图象 $T(x,y)$ 的夫琅禾费衍射

在透镜前的平行光中插入一个图象,而在其后焦面上观察,就构成了典型的夫琅禾费衍射系统. 设图象的透射率为 $T(x,y)$,如图 6-4 所示,则按照惠更斯-菲涅耳原理,由(4-2)式可知,P (x',y') 点的复振幅为

$$U(\mathrm{P}) = \int_{S} C \frac{U(\mathrm{Q}) f(\theta)}{r} \mathrm{e}^{\mathrm{j}kr} \mathrm{d}S$$

在近轴条件下,$f(\theta) \approx 1$,故

$$U(\mathrm{P}) = C\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}kr_0}}{r_0}\int_S U(\mathrm{Q})\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Delta}\mathrm{d}S = C'\int_S U(\mathrm{Q})\mathrm{e}^{\mathrm{j}k\Delta}\mathrm{d}S\ , \tag{6-5}$$

其中 $\Delta = r - r_0$，是Q点与O点到P点的光程差，令衍射光的方向余弦为 $(\alpha、\beta、\gamma)$，即衍射方向的单位矢量为 $\boldsymbol{D}^0 = \alpha\boldsymbol{x}^0 + \beta\boldsymbol{y}^0 + \gamma\boldsymbol{z}^0$，则

$$\Delta = -\mathrm{OM} = -(x\boldsymbol{x}^0 + y\boldsymbol{y}^0)(\alpha\boldsymbol{x}^0 + \beta\boldsymbol{y}^0 + \gamma\boldsymbol{z}^0) = -(\alpha x + \beta y)\ . \tag{6-6}$$

设

$$U(\mathrm{Q}) = \begin{cases} T(x,y)\ , & (\text{图象内}) \\ 0\ . & (\text{图象外}) \end{cases} \tag{6-7}$$

则积分限可以从$-\infty$到∞. 于是，

$$U(\mathrm{P}) = U(\alpha,\beta) = C'\iint_{-\infty}^{\infty} T(x,y)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(\alpha x+\beta y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ . \tag{6-8}$$

将(6-8)与(2-60)式比较可知，它在形式上就是一个典型的二维傅里叶变换式，把它写得更标准一些，则为

$$U(\mu,\nu) = C'\iint_{-\infty}^{\infty} T(x,y)\mathrm{e}^{-2\pi\mathrm{j}(\mu x+\nu y)}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\ . \tag{6-9}$$

其中 $\mu = \alpha/\lambda$ 和 $\nu = \beta/\lambda$ 分别是图象 $T(x,y)$ 在X方向和Y方向的空间频率.

对于严格的傅里叶变换，C' 必须是一个常数. 但实际上，由(6-5)式可知，它是 r_0 的函数，而 r_0 是O(0,0)点到P(x',y')点的距离，它与 x,y 无关，却与 x',y' 有关. 为了使 C' 真正成为常数，应当把物平面放在透镜的前焦面上. 这时，由透镜的等光程性可知，r_0 与P点的位置无关，即与 x',y' 无关. 这样，式(6-9)才严格地符合傅里叶变换式.

总之，用单色平行光照射在透镜前焦面上的图象(物函数)，可在透镜的后焦面上得到该图象的傅里叶频谱：后焦面上衍射光强则代表物函数的功率频谱. 这说明数学上的傅里叶变换，在光学中用一个透镜的夫琅禾费衍射而物理地实现了. 实际上数学上导出的傅里叶变换的一系列定理，都有光学上的现象与之相对应. 例如：

(1)线性定理

设有两个函数 $g_1(x,y)$,$g_2(x,y)$，其傅里叶变换分别为

$$\mathscr{F}\{g_1(x,y)\} = G_1(f_x,f_y)\ ,$$
$$\mathscr{F}\{g_2(x,y)\} = G_2(f_x,f_y)\ ,$$

则

$$\mathscr{F}\{\alpha g_1(x,y) + \beta g_2(x,y)\} = \alpha G_1(f_x,f_y) + \beta G_2(f_x,f_y)\ , \tag{6-10}$$

其中 α,β 为常数.

以上是傅里叶变换的线性定理. 在光学中，这表现为光的独立传播定律和叠加原理. 例如，如果物函数是由两个狭缝组成的，那么在夫琅禾费衍射后的焦平面上的振幅分布是这两个狭缝分别衍射后形成的振幅分布的线性叠加.

(2)相似性定理

设 $\mathscr{F}\{g(x,y)\} = G(f_x,f_y)$,

则 $\mathscr{F}\{g(ax,by)\} = (1/ab)G(f_x/a,f_y/b)$, (6-11)

其中 a,b 为任意的常数. 傅里叶变换的相似性定理表明，若空间域坐标X、Y扩展或缩小，则频率域中的坐标 f_x、f_y 会相应缩小或扩大同样的倍数，并且整个幅度会压低或增高.

在光学中，这一现象也是显而易见的. 例如，一个单缝的夫琅禾费衍射，若缝宽增大，则透

镜后焦面上的衍射峰的宽度就缩小同样的比例，并且振幅会增加；而若单缝的缝宽变窄，则衍射峰变宽，并且振幅减小.

(3)相移定理

若　　$\mathscr{F}\{g(x,y)\}=G(f_x,f_y)$，

则　　$$\mathscr{F}\{g(x-x_0,y-y_0)\}=G(f_x,f_y)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}2\pi(f_xx_0+f_yy_0)}. \tag{6-12}$$

相移定理表明，若原函数在空间坐标上有一移动，则其傅里叶变换的结果是频谱位置不变而增加一个与之有关的相移.

在光学中，一个单缝的夫琅禾费衍射图样是与单缝的位置无关的. 单缝平移后，其衍射图样不变，因为衍射图样对应的是功率谱；但每一点都增加了一个相位因子，这种相位的移动可在双缝衍射中看到，因为双缝衍射是两个单缝的衍射光相干的结果，相位关系必然会在干涉中显示出来. 实际上，正如第四章所述，双缝衍射的图样与两缝的相对位置有关，这清楚地显出上述“相移”的结果.

(4)帕斯伏耳(Parseval)定理

设　$\mathscr{F}\{g(x,y)\}=G(f_x,f_y)$，

则　$$\iint_{-\infty}^{\infty}|g(x,y)|^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint_{-\infty}^{\infty}|G(x,y)|^2\mathrm{d}f_x\mathrm{d}f_y. \tag{6-13}$$

在光学中，$|g(x,y)|^2$ 代表物平面上某一点(x,y)的光强，其积分就是物平面上的总光强，而 $|G(x,y)|^2$ 则是后焦面上某一点 (f_x,f_y) 的光强，其积分为整个后焦面上(即衍射接收屏上)的总光强. 因此上述定理实际上是衍射前后的总能量不变，即能量守恒定理的必然结果.

(5)卷积定理

卷积用符号 $*$ 表示，两函数的卷积定义为

$$g(x,y)*h(x,y)=\iint_{-\infty}^{\infty}g(\zeta,\eta)h(x-\zeta,y-\eta)\mathrm{d}\zeta\mathrm{d}\eta. \tag{6-14}$$

设　$\mathscr{F}\{g(x,y)\}=G(f_x,f_y)$，

$\mathscr{F}\{h(x,y)\}=H(f_x,f_y)$，

则　$$\mathscr{F}\{g(x,y)*h(x,y)\}=G(f_x,f_y)\cdot H(f_x,f_y), \tag{6-15}$$

即两函数卷积后的傅里叶变换，等于函数各自的傅里叶变换后相乘.

在光学中，这一定理也是成立的. 以最简单的一维为例，设 $g(x,y)=g(x)$ 是一个矩形函数，如图 6-5a 所示；$h(x,y)=h(x)$ 是两个 δ 函数，如图 6-5b 所示，它们卷积的结果是两个矩形函数，如图 6-5c 所示. 在光学中，矩形函数相当于一个矩形的孔，即单缝；δ 函数相当于一个无限窄的缝. 由第四章(4-25)式可知，单缝的夫琅禾费衍射的结果如图 6-5d 所示，而缝宽为无限小的双缝，衍射结果是一个正弦分布，如图 6-5e 所示. 显然，两个矩孔函数(即有一定宽度的双缝)的夫琅禾费衍射结果如第四章所述，正是图 6-5d 与图 6-5e 相乘的结果，如图 6-5f 所示.

总之，数学上的傅里叶变换与光学上的夫琅禾费衍射是一一对应的. 了解这一结果以后，还可以把无线电通信理论中有关傅里叶变换的方法推广到光学系统的成象理论中，从而能够对光学系统成象原理有更为深入的认识. 由于一个两维的图片可以通过透镜的变换而把组成该图象的傅里叶频谱展现在后焦面上，而由透镜所形成的象则可以看成是由各个傅里叶频谱分量继续传播到象面上所形成的，所以透镜作为一个傅里叶变换器，是把空间位置分布的两维图象变换成后焦面上的两维的空间频率分布，这与无线电通信理论中的傅里叶变换器情况相

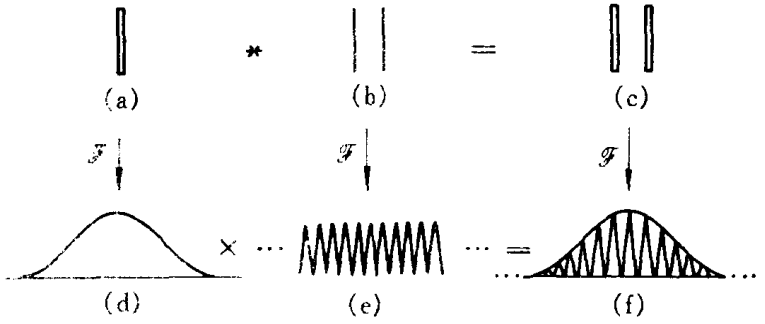

图 6-5　卷积定理的光学演示

类似.但是任何一种变换器总有它的频率响应范围,不可能对所有频率的信号都能进行变换,这对于光学透镜作为傅里叶变换器也一样.例如,由(6-2)式可见矩孔函数经过变换后的频率,可以延伸到无穷大,但实际透镜的频率响应决不可能把输入图象中所有的信号都转换到象空间,即使是一个十分完善的透镜也不可能把图象中的高频信号变换过来,这是因为透镜总有一定的孔径及焦距,限制了透镜进行变换的能力.高频信号的被截止,意味着原来图象中所具有高的空间频率的细节结构,不能在成象的图象中再现.所以,通过光学成象系统所获得的图象不可能与原先的输入图象一模一样.利用通信理论中对信号的频谱结构分析也可以对光学系统的成象进行类似的分析,实际上这是与光的衍射理论相一致的.由于光波的传播受到光学系统孔阑的限制而使点光源被成象为一个小光斑,光斑的大小由透镜的孔径 D 及其焦距 f 所决定,所以对于点源,线分辨本领为 $1.22f\lambda/D$.同样,对于矩形孔则其线分辨本领可以参照单缝衍射的运算得到,为 $2f\lambda/D$,这一线分辨本领的倒数就是该光学系统所能响应的最高空间频率,也即其截止空间频率为

$$\nu_{截止} = D/(2f\lambda) = 1/(2\lambda F^{\#}),$$

其中,$F^{\#} = f/D$ 称为该透镜的 $F^{\#}$ 数.例如,一个 $F^{\#}=2$ 的透镜采用波长为 0.5μm 的光可以获得每毫米为 500 线的图象的质量,这也就是该透镜的截止频率,原图象中高于此截止频率的细节结构不能在成象的图片上出现.

从上面的分析可以看到透镜把二维光学图象的频谱展现在其后焦面上,后焦面是图象的频率域;因此,可以象无线电学中一样对信号(即图象),在频率域中进行滤波,以改变或改善图象的质量.这就是下面一节所要介绍的光学图象处理,也称光学信息处理.

§6.2　光学图象处理

自从透镜的傅里叶变换的概念被认识以后,利用激光极好的单色性,图象信息处理就在光学领域中活跃起来.例如,在某个图象中,有些不需要的东西混叠在一起了,透镜的作用可将图象中的信息在其后焦平面上按不同的空间频率分离开来,这样就可将那些不需要的信息频率挡去,或作其他的各种处理,将处理过的信息,再经透镜傅里叶变换后,又将需要的信息重新混叠在一起,组成新的图象,新图象中已经去掉了那些不要的信息,或对它们作了必要的处理.这就是光学图象处理的基本思想.

上节已看到，夫琅禾费衍射可以用来实现一个光学图象的频谱分解，这种分解就为处理光

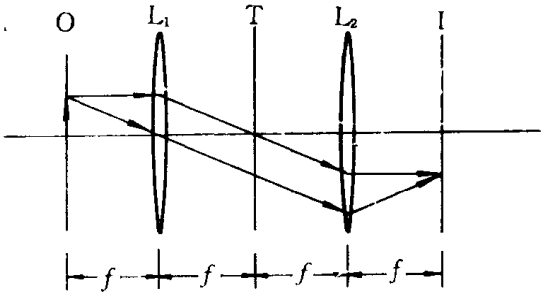

图 6-6　光学图象处理的 $4f$ 系统

学图象打下了基础. 最常用的光学图象处理系统是如图 6-6 所示的 $4f$ 系统. 透镜 L_1 与 L_2 的焦距 f 相同，把它们相距 $2f$ 安放，即为 $4f$ 系统. L_1 的物方焦平面称为输入平面，以 O 表示，在这里安放待处理的光学图象；L_2 的象方平面称为输出平面以 I 表示，在这里放观察屏；L_1 与 L_2 的共同焦平面，称为频谱面，以 T 表示. 若在 T 处不放任何元件，则由几何光学可知，O 上任一图象发出的光经 L_1 后成为一组平行光，这组平行光经 L_2 会聚后成象于 I 上. 象与物上下对称，大小相同，即象与物完全一样，只是倒立而已. 从透镜的傅里叶变换来考虑，则由傅里叶变换的性质可知，一个函数经连续两次傅里叶变换后，其函数形式不变，但自变量改变符号. 这与几何光学的上述结论是一致的. 但若在 T 处放入一个透射率与坐标有关的元件 $T(x,y)$，则在 I 处的图象就会发生明显的改变，这种改变用几何光学的方法难以处理，但用傅里叶变换的方法就比较容易理解和掌握. 下面用几个例子来说明这种处理方法.

(1)删除有规则的条纹

如果在一张图象上有等间距的条纹或方格，那么这些条纹或方格在频谱面上形成的是一排亮点或一组点阵，各点的位置完全由条纹或方格的空间频率确定，因而是已知的. 只要在频谱面上放一块透明板(称为空间滤波板)，板上在各对应亮点位置上涂黑，即不让这些亮点处的光透过，于是在象平面上得到的就是删除了那些条纹或方格的清晰图象.

(2)灰度-彩色转换

在许多印刷的黑白照片中，包括一般打印机打印的黑白照片中，灰度是以小圆点或者细线条的密度来体现的. 为简单和易于理解，讨论细线条的情况. 浅色的条纹疏，空间频率低；深色的条纹密，空间频率高，因此，若用白光照明这种黑白照片，其频谱是一系列彩色光带的叠加，如图 6-7 所示.

在频谱面上加一个适当的光缝，如图所示，则色浅部分在象平面上将呈现红色而色深部分则现蓝色. 改变光缝的位置可使各部分的颜色改变，从而得到所希望的彩色照片. 这种彩色与原来物体的实际颜色不同，可以人为的选定，称为“假彩色”. 把黑白的图象变为彩色的另一种方法是让不同灰度的部分用不同方向的条纹来代替，也能得到假彩色，这种方法叫“θ 调制”. 如图 6-8 所示为两幅黑白图象，经过 $4f$ 系统的处理，都可以变为黄底、红花、绿叶的彩色图象.

(3)图象比较

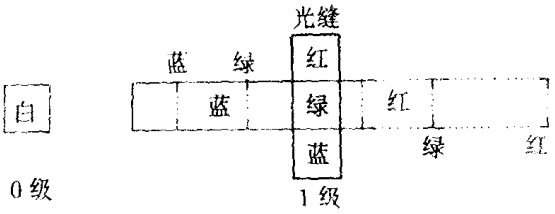

图 6.7　灰度与彩色的转换

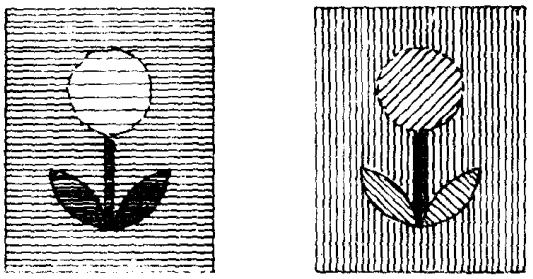

图 6.8　可以转换为彩色的黑白图象

为了比较两个图象是否全同，可以把其中一个作为标准，放在物平面上，在频谱面上放一张照相底片，以单色光照明而摄得其频谱的负片．把这个负片重新安放到原来频谱的位置上，由于原来的亮处恰为负片的暗处，而原来的暗处则为负片的亮处，因此，在频谱面上形成了一个等光强面．象平面则出现一片黑暗，没有任何图象．这时，将标准图象取去，在物平面上换上另一个图象．如果两图象全同，则象平面仍为一片黑暗；如果在某处有微小差别，则在象平面的对应的位置上出现明显的亮点．这种方法已广泛应用于半导体集成电路的制作与检验．

(4)图象识别

为了识别不同特征的图象，可采用匹配滤波器，其原理如下：设一个图象函数 $s(x,y)$ 在频率域上的分布是 $S(f_x,f_y)$，如果在频率域上再放置一个与其共轭的函数 $S^*(f_x,f_y)$ 作为滤波器(称为匹配滤波器)，

$$\mathcal{F}\{S^*(x,y)\}=S^*(f_x,f_y)\,.$$

则透过滤波器的场分布正比于 SS^*，而 SS^* 是一个实数，就是说透过滤波器后的光波的相位是常数，即是一列平面波，因此在 L_2 的后焦平面上将出现一个亮点．

如果在输入平面上有多个函数 $s(x,y)$、$g(x,y)$、$f(x,y)$、… 时，则在 L_2 后焦平面上唯有在与 $s(x,y)$ 对应处出现亮点，这种方法在军事上(如导弹制导寻找目标)，工业上(如机器人识别零件)等，都有很广阔的应用前景．

(5)图象的微分处理

为了突出显示一些图象的边缘轮廓，可以对图象作微分处理．现以一维为例说明一个图象的微分处理过程．

设 $g(x)$ 为一图象函数，其频谱函数为 $G(f_x)$，则

$$g(x)=\int_{-\infty}^{\infty}G(f_x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_x x}\mathrm{d}f_x,$$

$$G(f_x)=\int_{-\infty}^{\infty}g(x)\mathrm{e}^{+\mathrm{j}2\pi f_x x}\mathrm{d}x\ .$$

对图象 $g(x)$ 作微分，

$$\frac{\partial g(x)}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\int_{-\infty}^{\infty}G(f_x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_x x}\mathrm{d}f_x=\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{j}2\pi f_x G(f_x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_x x}\mathrm{d}f_x.$$

令 $H(f_x)=\mathrm{j}2\pi f_x$，

则 $$\frac{\partial g(x)}{\partial x}=\int_{-\infty}^{\infty}H(f_x)G(f_x)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_x x}\mathrm{d}f_x=\mathscr{F}\{H(f_x)G(f_x)\}\ .\tag{6-16}$$

已知 $g(x)=F\{G(f_x)\}$，若对图象函数 $g(x)$ 作微分处理，则在频率域需要做一个 $H(f_x)=\mathrm{j}2\pi f_x$ 的函数图形，称为微分滤波器. $H(f_x)$ 是频率坐标 f_x 的线性函数，用编码方法或照相法都能做出，将做好的 $H(f_x)$ 放在谱平面上，与 $g(x)$ 的谱重叠在一起实现了相乘，得到 $H(f_x)G(f_x)$，经过透镜L_2的变换实现了$\mathscr{F}\{H(f_x)G(f_x)\}$，则在输出平面X′-Y′上得到 $\partial g(x)/\partial x$. 图 6-9 是一个字母 F 经微分后输出平面上出现的图象.



图 6-9　字母 F 经微分处理后的图象

§6.3　全息照相

正如绪论所指出的，全息照相技术是 1950 年由英国科学家伽柏发明的. 全息照片与普通照片的区别在于它记录了光波所携带的全部信息，即它包括了振幅和相位，而普通照片只记录强度. 全息照片的功能在于它能够使被记录的物光波再现，这种再现的物光波与原来真实物体发出的光波几乎完全相同，因而能在原物已不存在的情况下仍然看到原物栩栩如生的三维形貌. 还能对原物光波进行放大或缩小.

这种全息照相技术虽然早已发明，但未被重视，也难以推广，原因是它需要相干长度很长、强度又比较强的光源，这在当时是极难实现的. 激光出现以后，这种要求已成为轻而易举的事，因而全息照相技术就得到了迅速的蓬勃发展. 全息照相虽然是近年来才发展起来的一种新技术，但其原理仍然是光的干涉与衍射，即用干涉的方法记录物光波；用衍射的方法再现物光波. 为了详细说明这一点，我们先考虑一个单色平面波的记录与再现问题.

如图 6-10a 所示，设一束待记录的平面光波 O（称为物光束）与 Z 轴夹角为 θ，波长为 λ，与 Z 轴垂直地放置一块照相底片 P，并在 Z 轴方向以一束与 O 光相干的平行光 R（称为参考光束）同时照射. 于是，在 P 上可记录到一组干涉条纹. 若两光束强度相等，则得到的是一个正弦光栅，其光栅常数（即条纹宽度）可以这样来计算（见图 6-10b）. 设 A、B 是相邻两条纹的亮点（或暗点），则 R 光与 O 光在 A 点与 B 点均同相位（或反相位），由于 R 与 P 垂直，故 R 光在 A、B 两点相位相同，而 O 光在 A 与 B 两点间有程差 $\Delta=$AC，由于 A、B 是相邻的条纹，故 $\Delta=\lambda$，由图可知，

$$\mathrm{AC}=d\sin\theta=\lambda\ ,\qquad \text{即}\qquad d=\lambda/\sin\theta\ .\tag{6-17}$$

这张底片进行冲洗并控制其显影操作条件，使底片上的黑度与曝光强度成正比（称为线性

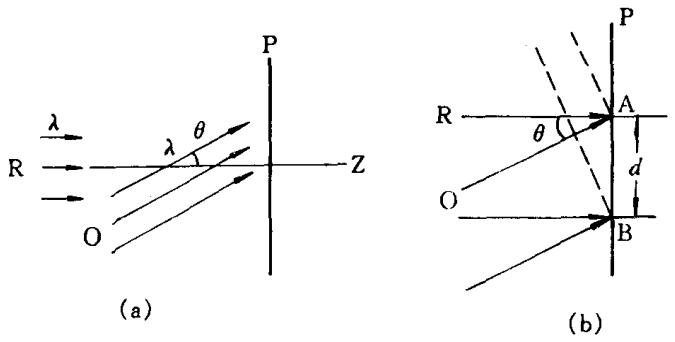

图 6-10　单色平面波的记录

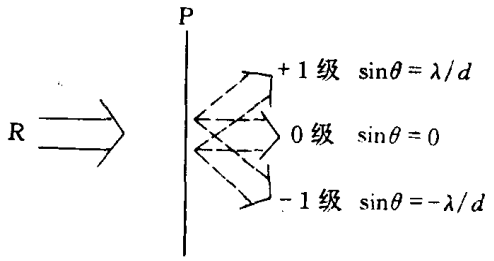

图 6-11　单色平面波的再现

冲洗)后,即成为 O 光的全息照片. 当取走 O 光而只用 R 光照射它时,这个正弦光栅将产生三束衍射光,如图 6-11 所示. 0 级和±1 级的方向分别为 $\theta = 0$ 和 $\sin\theta = \pm \lambda/d$. 显然,其中 $\sin\theta = +\lambda/d$ 这一束光与原来的 O 光完全相同,没有任何区别,这就是物光束 O 的再现;而另一束 $\sin\theta = -\lambda/d$ 的光称为它的共轭光束. 由此可知,一个正弦光栅就是一束平行光的全息照片.

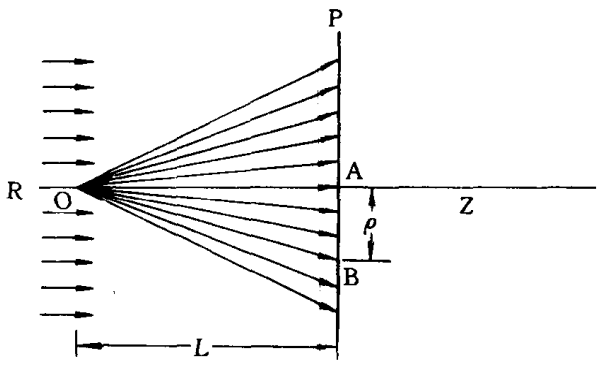

图6-12　单色球面波的记录

用同样的方法,再考虑一个点光源发出的球面波的记录与再现问题. 如图6-12所示,令点光源 O 发出的球面波与一束参考光束 R(平行光)相干,并把干涉条纹记录在底片 P 上. 显然,

其干涉条纹为一系列同心圆环，其半径 ρ 可以这样计算，设 OB 与 OA 的程差为 Δ，则由图可以知道

$$\delta = \sqrt{\rho^2 + L^2} - L = L(\sqrt{1 + \rho^2/L^2} - 1)\ ,$$

因为 $(\rho/L)^2 \ll 1$，故 $\Delta \approx L[1 + \rho^2/(2L^2) - 1] = \rho^2/(2L)$. 显然，$\Delta = K\lambda$ 为亮条纹，故

$$\rho_K^2 = 2LK\lambda \qquad 或 \qquad \rho_K = \sqrt{2LK\lambda}\ . \tag{6-18}$$

把(6-18)式与菲涅耳波带片的半径公式(4-9)式相比较，可知它们的形式完全相同，只差一个2，但注意(4-9)式中的 K 是半波带数，亮的算一条，暗的也算一条，而现在(6-18)式中的 K 是干涉级次，亮的算一条，暗的不算，因此，这两个公式所代表的实质是相同的，只要令 $L = f'$ 即可. 由此可见，在 P 上得到的恰好是一个菲涅耳波带片. 当然，这种用干涉方法制得的波带片与第四章所述的黑白波带片略有不同，其光强分布不是黑白突变而是正弦型的，它们的关系和黑白光栅与正弦光栅的关系相似. 这种正弦型波带片的衍射结果也与正弦光栅的衍射结果相似，只有 0 级和±1 级的焦点，其它高级次的焦点都不存在了. 如图 6-13 所示，以参考光 R 照射这个正弦波带片时，也出现三个光束：0 级，按原方向进行；+1 级，从 0 出发；−1 级，会聚于 O′(O′与 O 关于 P 对称，与 P 的距离为 L). 显然，其中+1 级即为原来物光束的再现，而−1

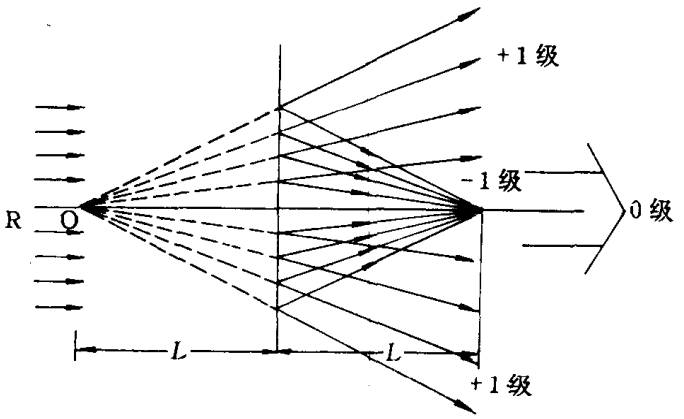

图 6-13 单色球面波的再现

级是它的共轭光束. 由此可知，一个正弦型波带片就是一个点光源发出的球面波的全息照片.

实际上，任何物体都可以看作是许多点光源的集合. 因此，用上述方法同样可以得到该物体的全息照片. 即，首先用一束与物光束相干的平行光束与原物光束同时照射底片，从而在底片上得到干涉条纹的图象，这种记录干涉条纹图象的底片就成为原物的全息照片. 把原物移去，再用平行光照射此全息照片，出射的就是物光束和它的共轭光束. 具体地说，把单色性优良的均匀激光束分为两束，其中的一束用以照明物体，经物体的漫反射后照射到感光的全息照相底片上，称为物光束，其复振幅为 U_O；另一束为参考光束，其复振幅为 U_R，直接照射到全息照相底片上. 所以，该底片上将形成这两束光的干涉. 经线性冲洗后的全息底片的透射率为

$$t \propto |U_O + U_R|^2$$

$$= |U_O|^2 + |U_R|^2 + U_R^* U_O + U_R U_O^* = I_R + I_O + U_R^* U_O + U_R U_O^*.$$

由此可见，在这一张全息底片上确实是记录了物光束的复振幅，即包括了物光束的振幅及相位

的全部信息.把物体移去后,再用原来的参考光束照明这一张已经冲洗好的全息底片,由于参考光束是均匀的,故 U_R^* 及 U_R 都可写为 $I_R^{1/2}$.因此,透过该底片的光波的复振幅为

$$U(x,y)=t[I_R+I_O+I_R^{1/2}U_O(x,y)+I_R^{1/2}U_O^*(x,y)],$$

可见,只要参考光是一束均匀的光束,则透射的光波中包含了原来物体所漫反射的全部信息,如果用肉眼去观察,就可看到犹如物体放在原来的位置上一样的情况.同时,更为有趣的是在这透射光束中还包含了物光束的共轭波束,而共轭波束在以往并不认为是客观存在的.

显然,如果用以再现的光波长 λ_2 与用以记录的光波长 λ_1 相同,即 $\lambda_2=\lambda_1$,那么再现的物光束与原来的物光束也相同;如果 $\lambda_2>\lambda_1$,那么再现的物光束被放大 λ_2/λ_1 倍;而如果 $\lambda_2<\lambda_1$,则再现的物光束也被相应缩小.

为了使再现的物光束与参考光束、共轭光束在空间中分离开来,一般可采用离轴装置,这

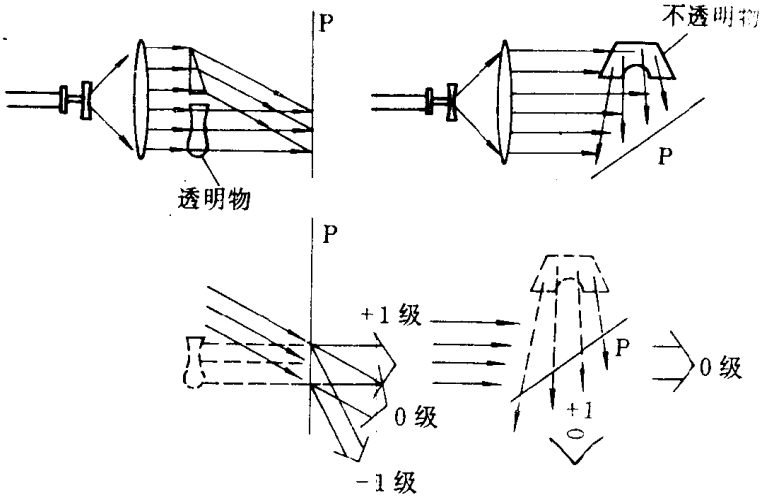

图6-14　离轴全息装置

在激光出现以后是很容易实现的.图6-14画出了几种离轴全息装置的示意图.

与一般照片相比,全息照片有以下几个显著的特点:

1.全息照片同时记录了物光波的强度和相位,因而用特定的单色光照射时,能在特定的方向和范围内再现物光波,在此条件下,再现的物光波与原物光波几乎相同,难以分辨.

2.全息照片的每一部分都记录了整个物体各部分所发出的信息,因而全息照片的任一小块都能再现整个物体的形象,只是视角略有不同而已.

3.全息照片没有正负之分,黑白相反时观察效果相同.

4.一张全息照片可以分别记录几个物光波,只要使参考光束的方向改变即可,因而可储存的信息量比普通照片多得多.

5.一张全息照片可以对同一个物体用同一个参考光束进行两次曝光,从而显示出该物体在两次曝光之间的微小改变.

为了进一步说明这最后一个特点,下面简单介绍全息照相的一个应用:全息干涉计量术.对一个待测物件(例如桥梁)的模型先拍一张全息照片,然后在它上面适当加压后,再拍一张全息照片.这两张照片有微小的差别.再现时,将出现两个有微小差别的物光束,它们是相干的.

因而可看到模型上带有干涉条纹，这种干涉的情况与杨氏实验相似，其条纹间距由(4-40)式可知为

$$l = L\lambda/d$$

由此可知，两次拍摄照片时物点的位置差别 d 越大，l 就越小(即条纹越密)．因此，可根据条纹的疏密来度量物体受压力所产生应变的大小．当然，还可以让再现的光波与物光波本身干涉而观察条纹的疏密，方法是把冲洗好的全息照片仍按原位置放好，不取走原物．这时的参考光束也就是再现光束．在全息照片后，出现物光波与再现光波的干涉．如果原物仍和拍摄照片时的形状完全相同，则两光束完全重合，不出现条纹；如果在原物上加压，则可形象地看到物体中应力改变的动态过程．这种方法对于工程力学、材料力学等研究都是十分有用的、

以上讨论的全息照片称为振幅型或吸收型的全息照片，指的是在照片上把黑白相间的干涉条纹记录下来，相当于吸收型的波带片．显然，黑色部分将吸收光能而造成损耗．为了增加光的亮度，正如波带片可以做成相位型的一样，全息照片也可以做成相位型的．这种相位型的全息照片有两种类型，一种厚度不变而折射率改变，称为折变型；另一种是折射率不变而厚度改变，称为浮雕型．它们可以采用一定的化学试剂对吸收型的全息照片进行“漂白”，使曝光部分与不曝光部分产生不同的化学变化而形成．

由以上讨论可知，全息照片的再现都必须用单色光照明．如果用白光照明，则由于各种颜色的象相互重叠在一起，造成了象的模糊不清，这给实际使用带来许多不便．为了解决这个问

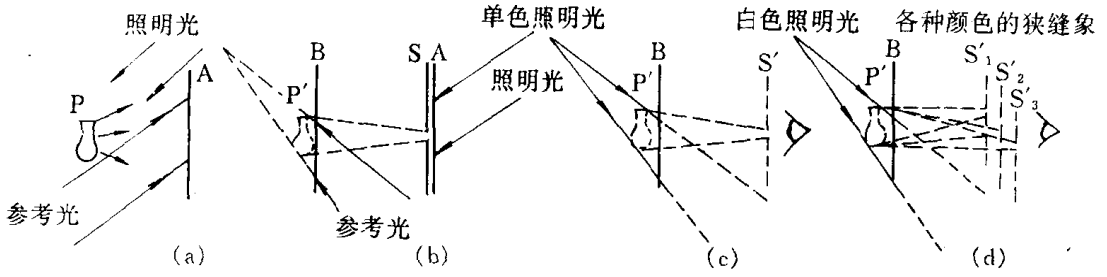

图6-15　彩虹全息照片的摄制与再现

题，1969年本顿(Benton)提出了一个能用白光再现的全息照片摄制法，其原理如图6-15所示．首先，以常规方法拍摄某物体 P 的全息图 A，见图6-15a．然后在此全息图 A 前加一个狭缝 S，以与第一次拍摄时的参考光相反的方向照明，并以一束会聚光束作参考光，再拍摄第二张全息图 B，见图6-15b．显然在 B 中同时记录了物体 P 和狭缝 S 的信息．以与第二次拍摄时的参考光相反的方向照明(即以发散光束照明)，可同时得到物体 P 与狭缝 S 的全息象，即象被限制在很小的狭条范围内，如图6-15c．如果此时的照明光改为白光，则由于波长不同，将出现许多不同颜色的象，由于不同颜色的象出现在不同的狭条范围内，并不相互重叠，因而不是出现模糊的象，而是出现按波长排列的一系列象，如同彩虹一般，故这种可用白光再现的全息图称为彩虹全息图，如图6-15d．彩虹全息既有立体感，又美丽动人，并可在普通光源照明下观察，很有艺术价值．但制作成本太高，难以走向市场．为此，近年来发展了一种模压全息技术，它是把浮雕型全息图上的干涉条纹沟槽用电镀的方法转移到金属(一般用镍)模上，制成金属压模，然后在透明塑料片上热压而制得浮雕型全息图，这种图既可以是透射型的，也可以在其上镀以金属膜

(一般用铝),以便反射观察.这种方法可以低成本、大批量地复制全息照片,因而可用作商标、装饰品、艺术品等等,有极大的市场,国际上每年已有几千万美元的产值,我国的模压全息照片也已开始打入国际市场.

除了全息干涉计量术、模压彩虹全息技术等应用以外,全息技术还有许多应用.全息显微术是用短波(如X光)拍摄照片,用长波(如可见光)再现,可获三维放大的象;超声全息术是用超声波拍摄,可见光再现,优点是可以拍摄对于超声波透明的物体内部三维图象,例如生物体(包括人体)、钢铁制品等;全息存储术,是从各个角度拍摄各种景深的照片,从而存储的信息量极大;彩色全息术是用三种单色光(红、黄、蓝)摄制,再用这三种单色光再现,可得到与原物色彩几乎完全相同的全息象,已用于娱乐和广告;全息电影,可得到三维影象,观众处于自然观察状态,如同观察真实物体一样,原苏联在1976年首次放映了全息电影,以后欧洲、美国、日本等也都已在这方面进行了大量的工作并获得了进展.

习题与思考题

1.为什么说透镜是一个傅里叶变换元件?它是一个完善的傅里叶变换元件吗?为什么?

2.为了要使图6-8中的两幅黑白图象变为黄底、红花、绿叶,应分别在频谱面上放怎样的空间滤波板?

3.有一列波长为λ的平面波,它与X轴的夹角为$\theta=30°$,与Y轴的夹角为φ,求φ为60°、75°、90°时,其复振幅沿X、Y方向的空间频率.

4.为什么说(6-10)式中的μ和ν是物函数的空间频率?试在一维的情况下,证明μ或ν等于$1/d$.

5.试证明一个函数经连续两次傅里叶变换后,其函数形式不变,但自变量改变符号,即

$$\mathscr{F}\{\mathscr{F}[g(X,Y)]\}=g(-X,-Y).$$

6.试说明光栅函数是单缝函数和梳状函数(许多个等间距的δ函数)的卷积,并且光栅的衍射图样符合傅里叶变换的卷积定理.

7.试证明傅里叶变换的相似性定理、相移定理和卷积定理.

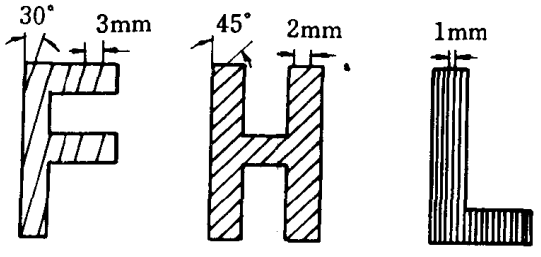

图6-16

8.如果一个光学系统对一个位于(x,y)点的光源所成的象可写成$g'(x,y)$,则该系统对于一个图象$f(x,y)$所成的象,可写成什么形式?

9.在$4f$系统中,如果物平面偏离L_1的焦平面,则对图象比较、图象识别、图象微分等有何影响?

10. 在 $4f$ 系统的输入平面上放置一个字母 F，而将频谱面上的中心部分挡去，则在输出面上会出现怎样的图形？若挡去边缘部分则又会怎样？

11. 要将字母 F、H、L（见图6-16）中的斜线条除去，应分别采用怎样的滤波器？

12. 二氧化碳激光（$\lambda = 10.6\mu m$）入射在一光栅上，在30°方向上有一级衍射极大，问此光栅的空间频率是多少？

13. 试讨论图象识别与图象比较的异同.

14. 简要说明全息照相的记录和再现原理.

15. 试分析观察全息照相时的照明光与拍摄该照片时的参考光在波长、强度、方向、发散角、单色性等不相同时，观察到的象与原物有何区别.

16. 在什么照明条件下观察彩虹全息的效果最佳？

第七章　光在各向异性介质中的传播

本章提要：光波在介电常数为各向异性的介质中传播时，将产生一系列新的光学现象．本章详细讨论单轴晶体中的双折射问题，介绍利用单轴晶体介质做成的各种偏光器件的原理、性能和应用．以偏振光的分析为基础，介绍测量材料与薄膜特性的椭圆偏振仪．讨论偏振光之间的干涉及基于这种干涉的许多偏振测量方法．最后介绍晶体中的旋光现象．

§7.1　双折射、各向异性介质中的波面

在以上各章的讨论中，都假定各种介质是各向同性的，即一种材料对于一个波长只有一个折射率，与方向无关．但是实际上，有些物质特别是一些晶体，它们的折射率与方向有关．这类物质称为各向异性物质．

在电学中，我们知道有各向异性的物质，这类物质的介电常数 ε_r 是方向的函数．由第二章可知，物质的折射率 $n=\sqrt{\varepsilon_r}$，因此，这类物质的折射率也必然是方向的函数．光波进入这些物质中，其传播速度将与光矢量（即电磁波中的电场强度矢量）的方向有关，即与光的传播方向和光的偏振态有关．由于折射光的方向是由光在介质中的速度决定的，因此传播速度的不同必将导致折射方向的不同．

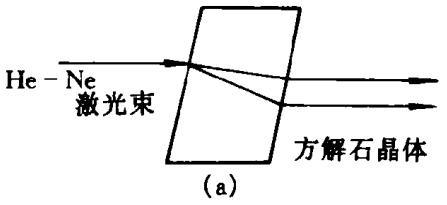

图 7-1a　方解石晶体的双折射现象

例如，方解石晶体是碳酸钙（$CaCO_3$）的六角系晶体，它是一种各向异性比较明显的物质．一束 He-Ne 激光进入方解石晶体内将会产生两束折射光，如图 7-1a 所示；若把方解石晶体放在一张有字的纸上，就会看到两个相互错开的字象，如图 7-1b 所示．这种一束入射光在各向异性介质中折射为两束光的现象称为双折射．具有这种性质的晶体常称为双折射晶体．在双折射晶体内的两束折射光中，有一束是遵循折射定律的，这束光称为寻常光（ordinary ray），简称为 o 光；另一束光不符合折射定律，这束光称为非寻常光或非常光（extraordinary ray），简称为 e 光．

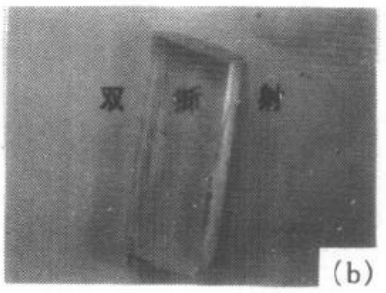

图 7-1b　方解石晶体的双折射现象

例如，将一束平行的自然光垂直入射在方解石晶体的一个表面上，在晶体内将会产生两束折射光，其中一束按折射定律不发生偏折（o 光），而另一束光则发生偏折，它显然不符合折射定律，这就是非常光．

双折射晶体内存在一个特殊的方向，当光沿着这个方向传播时，不发生双折射现象，这个方向称为晶体的光轴方向．晶体内沿这一方向上的任一条线都可称为光轴．

方解石晶体的光轴方向可从其外形认定. 方解石的天然晶体呈平行六面体，如图 7-2a 所示，六个表面都是相同的平行四边形，四边形中有一对锐角是 78°，一对钝角是 102°，在方解石晶体的 8 个顶点中有两个顶点是由三个钝角所组成的，这两个顶点通过晶体互相正对着，方解

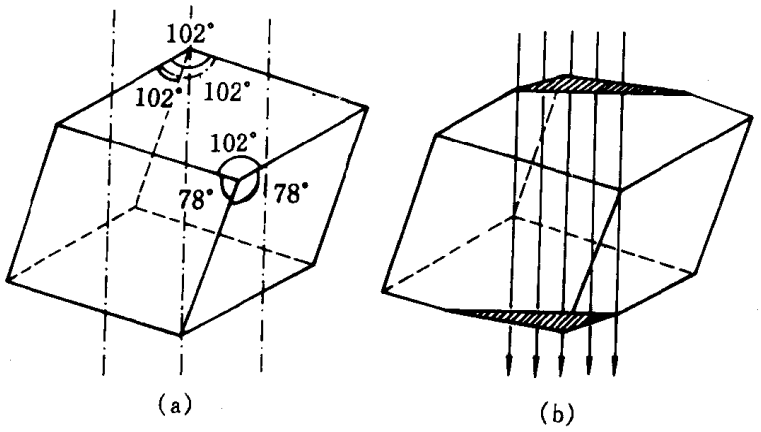

图 7-2　方解石晶体的光轴

石晶体的光轴方向是通过这个顶点并与三个界面成等角的直线方向. 若将这两个顶点磨成两个光学平面，两个光学平面都与光轴方向垂直. 当一束平行光垂直地入射在磨出的光学平面上，进入晶体后，光就沿着晶体中的光轴方向传播，不发生双折射现象，如图 7-2b 所示.

双折射晶体的光轴和晶体表面的法线组成的平面称为晶体的主截面. 晶体内 o 光和光轴组成的平面称 o 光主平面，e 光和光轴组成的平面称 e 光主平面.

用检偏器对双折射光的偏振状态鉴别后发现方解石晶体内的 o 光和 e 光都是线偏振光. o 光的电矢量 E_o 垂直于 o 光的主平面，e 光的电矢量 E_e 平行于 e 光的主平面. 当入射面与主截面重合时，o 光主平面、e 光主平面也与主截面重合，这时 o 光的振动面垂直于主截面，e 光的

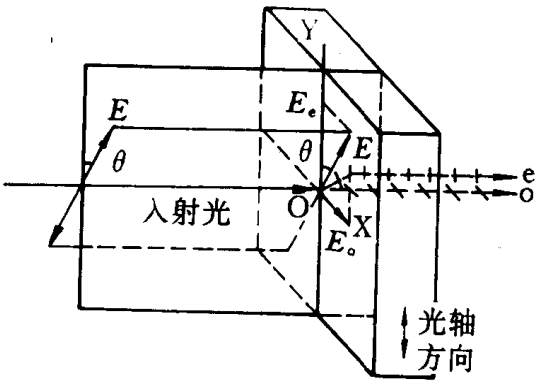

图 7-3　马留公式

振动面平行于主截面，o 光与 e 光电矢量严格地互相垂直.

当一束强度为 I 的自然光入射在双折射晶体表面时，经折射后在晶体内产生的 o 光和 e 光强度相等，即 $I_o = I_e = I/2$；当一束强度为 I 的线偏振光入射在双折射晶体表面时，经折射

后，o 光和 e 光的强度 I_o 和 I_e 随入射光的偏振面与晶体主截面的夹角而变. 若入射光的偏振面与晶体主截面的夹角为 θ，如图 7-3，则在晶体内 o 光和 e 光的振幅分别为

$$E_e = E\cos\theta ,$$

$$E_o = E\sin\theta .$$

光强为

$$I_e = E_e^2 = E^2\cos^2\theta = I\cos^2\theta ,$$

$$I_o = E_o^2 = E^2\sin^2\theta = I\sin^2\theta . \tag{7-1}$$

这叫马留公式. o 光和 e 光的强度比为

$$\frac{I_o}{I_e} = \frac{E^2\sin^2\theta}{E^2\cos^2\theta} = \mathrm{tg}^2\theta . \tag{7-2}$$

虽然大多数各向异性晶体都具有双折射能力，但各种晶体中介电常数随方向变化的情况不完全相同，因而双折射特征也不相同，一般可分为两类. 一类为单轴晶体，如方解石晶体，在此类晶体中只有一个光轴方向，这类晶体还有：石英、红宝石、冰、电气石等等. 另一类为双轴晶体，在这类晶体内有两个光轴方向，这类晶体有：云母、蓝宝石、硫磺等等，光在双轴晶体内的传播情况更为复杂.

以下讨论光在单轴晶体中的传播情况. 在单轴晶体中，光的传播速度是和光矢量方向与光轴方向的夹角有关的. 当光矢量方向与光轴方向垂直时，速度为 v_o，这是寻常光在该晶体中的传播速度，对应的寻常光主折射率为 $n_o = c/v_o$；当光矢量方向与光轴方向平行时，速度为 v_e，对应的非常光主折射率为 $n_e = c/v_e$.

当 $v_o > v_e$ 即 $n_o < n_e$ 时，该晶体称为正晶体，如石英等；当 $v_o < v_e$ 即 $n_o > n_e$ 时，该晶体称为负晶体，如方解石等. 几种常见双折射晶体的折射率如表 7-1 所示.

表 7-1　一些双折射晶体在室温时的主折射率(波长 $\lambda = 589\mathrm{nm}$)

晶体材料	o 光主折射率(n_o)	e 光主折射率(n_e)
冰	1.3091	1.3104
石　英	1.5442	1.5534
硝酸纳	1.5848	1.3360
方解石	1.6584	1.4864
电气石	1.669	1.638
锆　石	1.923	1.968
氧化锌	2.009	2.024
硫化锌	2.368	2.372

由于各个方向传播速度不同，一个点光源在单轴晶体中发出的光波波面将不像各向同性介质中那样为简单球面，而要分裂为两个波面：一个 o 光的波面和一个 e 光的波面. 如图 7-4 所示，设光轴方向为 Z 方向，则当光沿 Z 轴传播时，所有光矢量的方向都与光轴方向垂直，传播速度为 v_o；当光沿 X 或 Y 方向传播时，光矢量可以分解为垂直于光轴和平行于光轴两部

分，它们的速度分别是 v_o 和 v_e；当光沿任意方向 a 传播时，光矢量可分解为垂直于光轴的部分 p 和与光轴成一定角度的部分 q，（q 又可分解成垂直于光轴的 q_1 与平行于光轴的 q_2），其中 p 部分的速度为 v_o，而 q 部分的速度介于 v_o 与 v_e 之间. 由此可见，在任何一个方向上都有速度为 v_o 的部分，这部分构成了一个球面，它就是寻常光的波面；除了光轴方向以外，任何方向上都还有一个速度不等于 v_o 的部分，它在与光轴垂直的方向上（XY 平面上）速度为 v_e，而在其它方向上速度界于 v_o 与 v_e 之间，与光轴的夹角越小，其速度越接近于 v_o，直至与光轴夹角为零时速

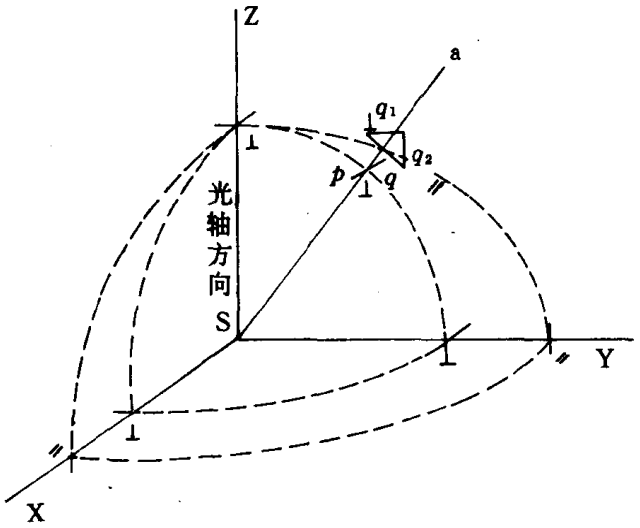

图 7-4　单轴晶体中的波面

度等于 v_o，这部分构成了一个椭球面，它就是非常光的波面.

总之，在单轴晶体中，波面是双重的，有一个内层波面和一个外层波面. 对于正晶体，内层波面为 e 光对应的椭球面，它内切于 o 光对应的外层球面；对于负晶体，外层波面为 e 光对应的椭球面，它外切于 o 光对应的内层球面. 椭球面与球面的切点和点光源的连线即为光轴.

由于 o 光的波面是球面，它与各向同性介质中的情况相同，可以按照折射定律得出它的传播方向. 但是 e 光的波面不是球面，它的传播速度不一定是 v_e，而与传播方向有关，不能简单地用折射定律来得出它的传播方向. 一束平行光入射到单轴晶体后，o 光与 e 光的传播方向可以根据惠更斯原理用复合波面的作图法来求得. 以方解石（负晶体）为例，按几种不同情况分析如下.

(1)光轴在入射面内，并与晶体的折射表面成一夹角.

如图 7-5 所示，晶体的主截面即为纸面. 一平行光束由空气入射在晶体表面上，A、B 为入射光束同一波面上的两点. 在 t 时刻，波面上的 A 点与晶体表面相遇，B 仍在空气中. 经过时间 Δt 后，波面上的 B 点的振动传播到了与晶体表面相遇的 B′点. A 点的振动在 Δt 时间内在晶体中产生了两个波面：一个是 o 光的波面，它是一个半球面，半径为 $v_o \cdot \Delta t$；另一个是 e 光的波面，它是一个与该半球面外切的半椭球面，相切于光轴方向. 垂直于光轴方向处是椭球面的长半轴，其值为 $v_e \cdot \Delta t$. 过 B′点作半球面和半椭球面的切线，与它们分别相切于 A_o 和 A_e. 连接 $A、A_o$ 即为 o 光的折射光线；连接 $A、A_e$ 即为 e 光的折射光线.

因为纸面是主截面（主截面与入射面重合），所以 o 光和 e 光都在主截面中，o 光的振动矢

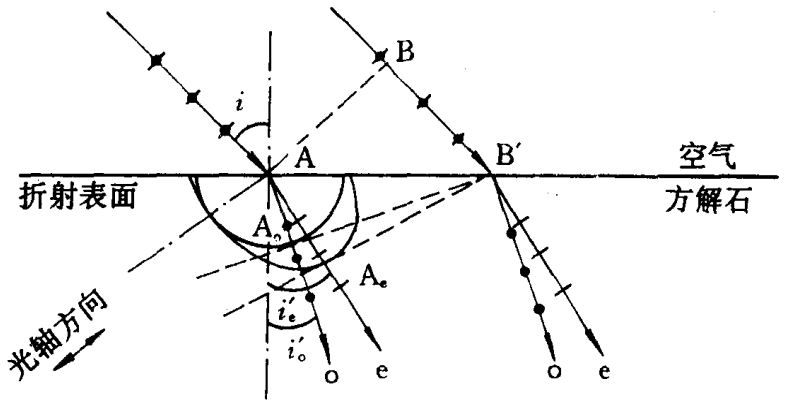

图 7-5　惠更斯作图法(光轴在入射面内并与折射表面成一夹角,倾斜入射)

量垂直于纸面,e 光的振动矢量在纸面内. 自然光在晶体中变成了两束线偏振光,它们沿着稍微不同的方向传播. 由此可见,当光线斜入射到双折射晶体表面时,若光轴在入射面内,就会出现两束不同方向的折射光,它们的偏振方向相互垂直. 入射角 i 改变时,其中一束光的折射角为 i'_o,它满足折射定律 $n_o \sin i'_o = n \sin i$ (n 为入射介质的折射率),此即寻常光. 另一束光的折射角 i'_e 不满足折射定律, $n \sin i / \sin i'_e$ 不是一个常数而是随 i 而变的,这就是非常光.

(2)光轴平行于折射表面

方解石晶体光轴平行于折射表面时,从两个正交方向看有两种情况,一种情况如图7-6a所示,光轴在纸面内,纸面即为主截面;另一种是光轴垂直于纸面,如图7-6b 所示,主截面与纸面垂直. 正入射时波面 AB 上的所有点同时到达界面,它们同时在晶体内发出 o 光波面和 e 光

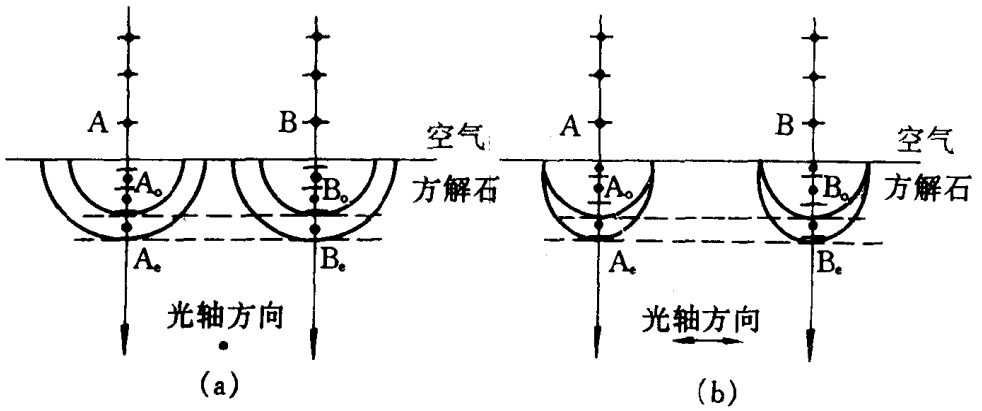

图7-6　惠更斯作图法(光轴平行于折射表面,正入射)

波面. 波面的包络面 A_o、B_o 是 o 光的波面,波面的包络面 A_e、B_e 是 e 光的波面. 虽然 o 光与 e 光波面平行,传播方向一致,但速度不相同,o 光在后,振动方向垂直于主截面,e 光在前,振动方向平行于主截面.

由此可知,当光线垂直入射于双折射晶体表面时,若光轴平行于表面,则肉眼看不到一束光分解为两束光的情况,光线的方向也不改变,但实际上 o 光与 e 光仍然分开了,它们之间有

了一定的相位差，此相位差随着光在双折射晶体内的穿越厚度增大而增加. 这种 o 光与 e 光的分离可以用适当的仪器来探知，并且有很广泛的应用，我们将在下一节详细讨论这种情况.

(3)光轴垂直于折射表面

如图7-7所示，光线正入射时，主截面与入射面重合，A、B 同时到达界面，同时在晶体内发出 o 光和 e 光的波面，但在传播方向上 o 光波面和 e 光波面相切，所以 o 光和 e 光以相同的速度 v_o 向前传播，速度和方向都一致，o 光的振动方向垂直于主截面，e 光的振动方向平行于主

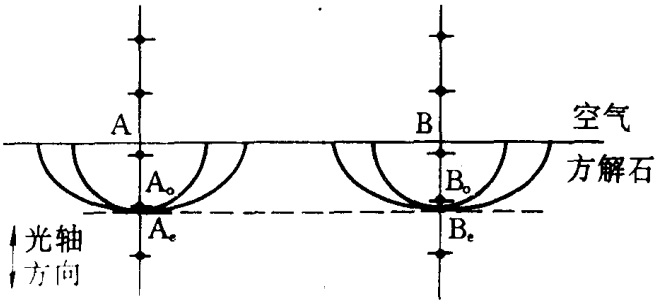

图7-7　惠更斯作图法(光轴垂直于折射表面，正入射)

截面. 此时看不到双折射现象.

由此可知，当光线正入射至双折射晶体表面而光轴正好与该表面垂直时，无论用肉眼和仪器都无法分辨出 o 光和 e 光的分离，此即图7-2b 的情况，这是光线在双折射晶体中传播而不发生双折射的特殊情况.

§7.2　偏振器件

由上节可知，一束光射入双折射晶体时将分为 o 光和 e 光两部分，这两部分都是线偏振光. 利用这一性质，可以制成质量优良的偏振分离器和起偏器或检偏器，这是双折射晶体的主要应用之一. 用晶体做成的这类偏光器件有渥拉斯特(Wollaston)棱镜、洛匈(Rochon)棱镜和尼科耳(Nicol)棱镜等. 下面分别说明它们的构造和工作原理.

渥拉斯特棱镜和洛匈棱镜都是由两块方解石的直角三棱镜粘合而成的，两直角棱镜的光轴相互垂直，如图7-8所示. 以渥拉斯特棱镜为例，当自然光入射到第一个棱镜时，与图7-6的情况相似，o 光与 e 光在方向上并不分开，但在相位上分开了，e 光超前于 o 光. 通过胶合面到达第二个棱镜时，由于两个棱镜的光轴相互垂直，因而 o 光与 e 光互易. 即图中以圆点表示的电矢量与纸面(即晶体主截面)垂直的光在第一个棱镜中是 o 光，而到第二个棱镜中变成 e 光，即速度要变快，相当于从光密介质射向光疏介质，于是折射光必然远离法线而去. 相反，图中以短线段表示的电矢量与晶体主截面平行的光，在第一个棱镜中是 e 光而到第二个棱镜中变成了 o 光，即速度要变慢，相当于从光疏介质射向光密介质，于是折射光必然向靠近法线方向偏折. 所以，通过胶合面后两光束在方向上分开了. 从第二个棱镜的直角面进入空气时，由于两入射角分别是在法线的两侧，都是从光密介质射向光疏介质，即要远离法线，因此，两光束分离得更开了. 可以证明，当直角棱镜的顶角为 α 时，两出射偏振光束之间的夹角为

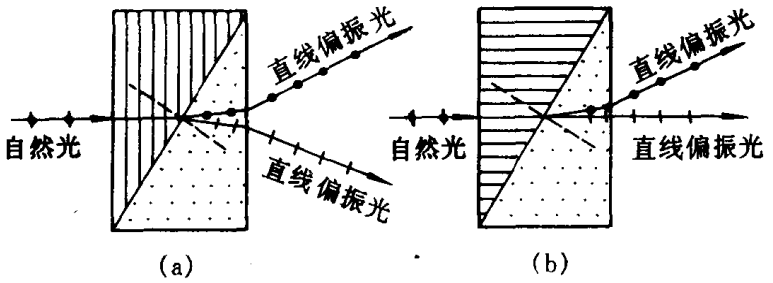

图7-8 (a)渥拉斯特棱镜 (b)洛匈棱镜

$$\varphi = 2\arcsin[(n_o - n_e)\mathrm{tg}\alpha]\,. \tag{7-3}$$

洛匈棱镜的情况与渥拉斯特棱镜相似,但在第一个棱镜中o光与e光不分离;电矢量平行于晶体主截面的那束光在两个棱镜中都是o光,因而始终不发生偏折.如设法把偏折的一束光遮去,则它可以成为一个很好的起偏器或检偏器.

尼科耳棱镜是一种使用十分广泛的双折射偏振器件,它也是由方解石加工而成.当自然光在某个角度范围内入射到尼科耳棱镜上时,其出射光线为一束优质线偏振光.制作尼科耳棱镜用的方解石要求其长度约为宽度的三倍,如图7-9所示,把原来为71°的两个端面AB和CD人工磨成68°,成为A′B和CD′,然后沿A′D′面垂直于主截面把它切开.在长度的选择上,使$\angle BA'D' = \angle CD'A' = 90°$.对切开后的两个表面进行抛光后,用加拿大树胶把它们重新胶合起来.使用加拿大树胶的原因是它对可见光透明,且其折射率正好在方解石的e光主折射率与o光主折射率之间(例如,对于钠黄光,方解石的$n_e = 1.4864$,$n_o = 1.6584$,而加拿大树胶的折射率为1.550).当一束自然光SM以水平方向射入A′B面后,与图7-5所示的情况相似,它将分开为两束方向略为不同的折射光,其中e光折射偏折较小,o光偏折较大.当这两束光继续传播到胶合面时,由于o光的折射率大于树胶,因而可出现全反射;而e光是p光,它将以很少的反射损失顺利穿过树胶层进入后半个棱镜,直至从端面CD′射出.于是,一束自然光经过尼科棱

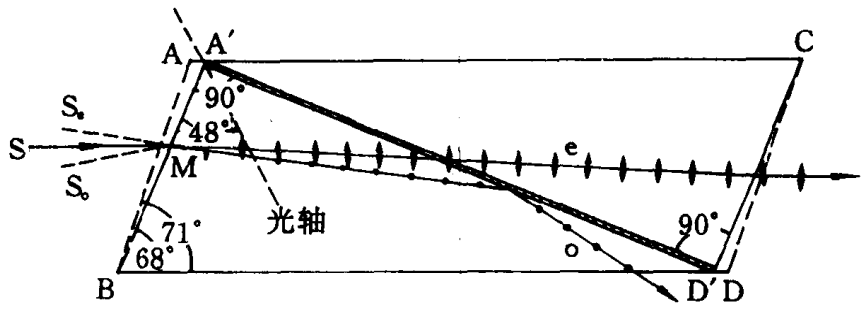

图7-9 尼科耳棱镜

镜后就成为一束很好的完全偏振光.

当光束不是以水平方向而是以一定的角度射入时,情况会发生变化.若入射角偏大,如图7-9中的S_oM,则o光对于树胶的入射角变小.当$\angle S_oMS = 14°$时,o光对树胶的入射角将小于

全反射临界角，于是，o 光也将有一部分从 CD′射出. 相反，若入射角偏小，如图 7-9 中的 S_eM，则 e 光的电矢量振动方向与光轴的夹角将变大，它的实际折射率与 e 光主折射率的差距也将变大，而逐渐接近于 o 光的折射率. 棱镜的设计使得当$\angle S_eMS=14°$时，正好 e 光的实际折射率大到也会在树胶面上出现全反射. 于是将没有光从 CD′面射出. 由此可见，要使尼科耳棱镜成为一个优良的起偏器或检偏器，入射光不能是高度会聚或高度发散的光束，而应是接近于平行的光束，其入射时与水平方向的偏离应小于 14°. 尼科耳棱镜虽是一种优质的起偏器或检偏器，但它必须由体积大、质量好的方解石为原料，制作要求也很高，因而价格昂贵，并且体积和重量都很大. 另有一种价格低廉、通光面积大而体积和重量都很小的偏光元件，叫二向色性偏振片，它是利用某些双折射晶体只吸收其中一束光的特性(称为二向色性)而制成的. 例如，碘化奎宁有机晶体有明显的二向色性，它可以让 o 光基本透过而对 e 光有很强烈的吸收. 把这种晶体沉积在聚氯乙烯或其他塑料膜片上，把膜片按一定方向拉伸后，碘化奎宁的晶体就会按拉伸方向排列整齐. 于是这种膜片就成为偏振片，当自然光射入这种膜片后，出射的主要是晶体中的 o 光，即为平面偏振光. 这种偏振片虽然质量略差(o 光也被吸收一部分，e 光也有一些透出来)，但因制造方便，价格低廉，因而使用十分广泛.

除了制造起偏器和检偏器以外，双折射晶体在光学中的另一种重要应用是制造波晶片. 波晶片可以改变偏振光的性质，是用途很广泛的一种晶体元件. 如上所述，当光线垂直入射于光轴与表面平行的双折射晶体时，o 光与 e 光在传播方向上不分开，但在相位上分开了. 如果光线穿过晶体的厚度为 d，则 o 光和 e 光的相位差为

$$\delta = \delta_o - \delta_e = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d . \tag{7-4}$$

这样一种晶体片称为波晶片，简称波片. 光线通过这种波晶片后，o 光与 e 光产生了相位差 δ. 实际上，常取 δ 为 $\pi/2$ 的整数倍，若 δ 为 $\pi/2$ 的奇数倍，则 o 光与 e 光经过此波片后产生的光程差 $(n_o - n_e)d$ 为 $\lambda/4$ 的奇数倍，这种波晶片称为四分之一波片或 $\lambda/4$ 片；若 δ 为 $\pi/2$ 的偶数倍，则 o 光与 e 光的光程差为 $\lambda/2$ 的整数倍，这种波晶片称为二分之一波片或 $\lambda/2$ 片；若 δ 为 π 的偶数倍，则光程差为 λ 的整数倍，称为全波片.

现在讨论一束偏振光经过波晶片后的情况. 如图 7-10，一束振幅为 A 的线偏振光，正入射在波晶片上，入射光的振动面与光轴方向的夹角为 θ，光经过波晶片后分解为光振动垂直于光轴的 o 光和平行于光轴的 e 光，其振幅分别为

$$A_o = A\sin\theta , \tag{7-5}$$

$$A_e = A\cos\theta . \tag{7-6}$$

以光轴方向为 X 轴，设光线射到波晶片表面时的振动为

$$E_Y = E_o = A_o\cos\omega t , \tag{7-7}$$

$$E_X = E_e = A_e\cos\omega t . \tag{7-8}$$

经过厚度为 d 的波晶片后，从后表面射出时的振动为

$$E_{Y'} = E'_o = A_o\cos(\omega t - \delta_o) , \tag{7-9}$$

$$E_{X'} = E'_e = A_e\cos(\omega t - \delta_e) = A_e\cos(\omega t - \delta_o + \delta) . \tag{7-10}$$

其中，δ_o 和 δ_e 分别是 o 光和 e 光经过波晶片后产生的相位差，而 $\delta = \delta_o - \delta_e$.

(1)若波晶片为全波片，即 $\delta = 2K\pi$ ($K = 1,2,3,\cdots$)，则

$$E_{Y'} = A_o\cos(\omega t - \delta_o) ,$$

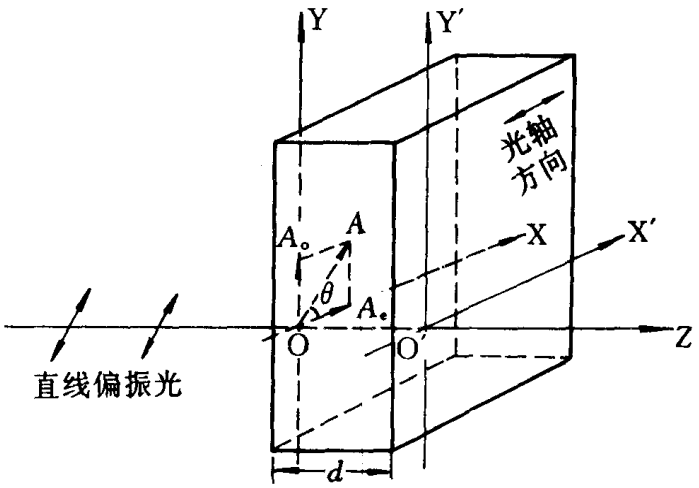

图 7-10　直线偏振光射入波晶片的情况

$$E_{X'} = A_e\cos(\omega t - \delta_o - 2K\pi) = A_e\cos(\omega t - \delta_o)\ .$$

即经过全波片后，出射光与入射光一样，仍为直线偏振光.

(2)若波晶片为半波片，即 $\delta = (2K+1)\pi$，则

$$E_{Y'} = A_o\cos(\omega t - \delta_o)\ ,$$

$$E_{X'} = A_e\cos[\omega t - \delta_o + (2K+1)\pi] = -A_e\cos(\omega t - \delta_o)\ .$$

即经过半波片后，出射光仍为直线偏振光，但偏振面相对于入射前旋转了 2θ 角，如图 7-11 所示.

(3)若波晶片为四分之一波片，即 $\delta = 2K\pi + \frac{\pi}{2}$，

$$E_{Y'} = A_o\cos(\omega t - \delta_o)\ , \qquad (7\text{-}11)$$

$$E_{X'} = A_e\cos(\omega t - \delta_o + \frac{\pi}{2})$$

$$= -A_e\sin(\omega t - \delta_o)\ . \qquad (7\text{-}12)$$

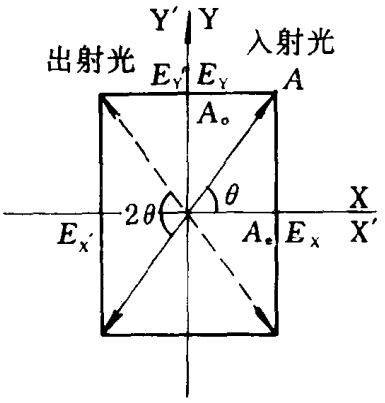

图 7-11　直线偏振光经 $\lambda/2$ 片后偏振面旋转 2θ 角

把以上两式平方相加，得

$$\frac{E_{X'}^2}{A_e^2} + \frac{E_{Y'}^2}{A_o^2} = 1\ . \qquad (7\text{-}13)$$

这是一个标准的椭圆方程，其长短轴分别在 X′ 或 Y′ 方向，内切于 $2A_o$ 和 $2A_e$ 组成的矩形，如图 7-12a 所示.

将(7-9)、(7-10)式与第二章的(2-57)及(2-58)式比较可知，δ 相当于 $\varphi' - \varphi$，因此，当 $\pi > \delta > 0$ 时，出射的将是右旋偏振光；而 $-\pi < \delta < 0$ 时，出射的则是左旋偏振光. 这后一种情况在 $\delta = -\frac{\pi}{2}$ 时或 $\delta = \frac{3\pi}{2}$ 时出现，例如，当线偏振光通过正晶体的 $\lambda/4$ 片或连续通过负晶体的一个 $\lambda/2$ 片和一个 $\lambda/4$ 片后，就会出现左旋偏振光. 如图 7-12b 所示.

当 $\theta = 45°$ 时，由(7-5)、(7-6)式可知，$A_o = A_e$，于是椭圆退化为一个圆，如图 7-12c 所示. 由

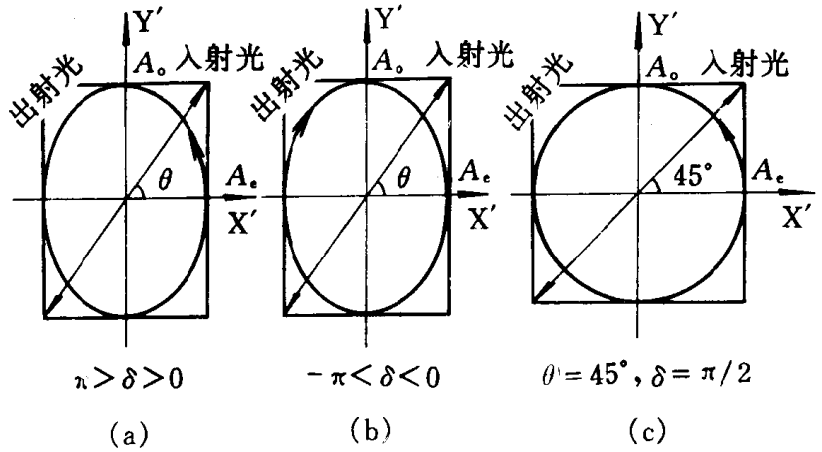

图7-12　直线偏振光经 λ/4 片后成为椭圆偏振光

此可知，只要用一个四分之一波片，就可以把一束线偏振光变为一束圆偏振光，条件是线偏振光的偏振面与四分之一波片光轴的夹角应为45°. 同样，圆偏振光也可以是左旋的或右旋的.

(4)对于更一般的情况，即波晶片的厚度为任意值 d，那么从(7-9)式和(7-10)式中消去 $(\omega t-\delta_o)$，即得

$$\frac{E_{X'}^2}{A_e^2}+\frac{E_{Y'}^2}{A_o^2}-\frac{2E_{X'}E_{Y'}}{A_eA_o}\cos\delta=\sin^2\delta . \tag{7-14}$$

显然，这是一个椭圆的一般方程，该椭圆内切于 $x'=2A_e$，$y'=2A_o$ 的矩形，其长短轴的方位及左右旋均由 δ 决定. 当 $\delta=2K\pi+\frac{\pi}{2}$ 时，方程还原为(7-13)式；当 $\delta=(2K+1)\pi$ 时，此方程变为 $E_X'/E_Y'=-A_e/A_o$，此即描述图7-11中虚线的方程；当 $\delta=2\pi$ 时，此方程变为 $E_X'/E_Y'=A_e/A_o$，此即描述图7-11中实线的方程.

总之，一束直线偏振光经过一块波晶片后，在一般情况下，总是变成一个椭圆偏振光，这个椭圆总是内切于由 θ 决定的一个矩形，椭圆的形状、方位和左、右旋取决于 δ. 在一些特殊情况下，它可以是圆偏振光、改变了方向的直线偏振光、也可以是与原来入射光完全相同的直线偏振光.

§7.3　偏光分析与椭偏仪

从上节讨论中可知，一个 λ/4 片可以把直线偏振光变为各种类型的椭圆偏振光. 反之，一个 λ/4 片也可以把各种类型的椭圆偏振光还原为直线偏振光，而且只要知道还原后的直线偏振光的方向(这可以用检偏器来确定)及 λ/4 片的方位，就可以反过来推知椭圆偏振光的状态，这就是椭圆偏振光的分析技术.

椭圆偏振光的分析是偏光分析中最主要也是最困难的部分. 一般的偏光分析首先要判断一束未知偏振态的入射光是自然光、部分偏振光还是完全偏振光. 为此，可以先用一个检偏器来鉴别：转动检偏器，如果出射光强不改变，则入射光为自然光或圆偏振光；如果光强改变而不能为零，则入射光是部分偏振光或椭圆偏振光；如果光强可以在检偏器转到某一角度时降为

零，则入射光是直线偏振光. 对于前两种情况，再在检偏器前加上一个 $\lambda/4$ 片，对于第一种情况，再转动检偏器时可达到光强为零，则为圆偏振光，如仍光强不变，则为自然光；对于第二种情况，使 $\lambda/4$ 片的光轴方向与光强最大处（或最小处）重合，再转动检偏器，若仍不能达到光强为零，则为部分偏振光，如果能达到光强为零，则为椭圆偏振光. 这时，该椭圆偏振光的状态可

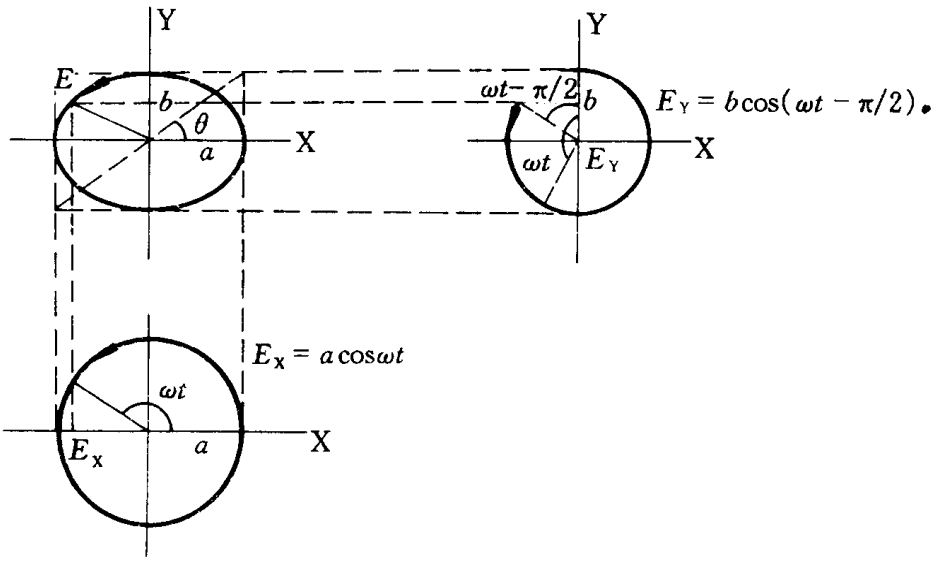

图 7-13　椭圆偏振光的分析

进一步分析如下.

显然，可以把这个椭圆偏振光看作是直线偏振光经过某一方向的 $\lambda/4$ 片产生的. 因此，再加上一个 $\lambda/4$ 片，并让它的光轴方向与椭圆的长轴（或短轴）重合，就可以抵消设想中的 $\lambda/4$ 片的作用，或与其合成为一个 $\lambda/2$ 片，结果是该椭圆偏振光还原为直线偏振光. 下面举例分析一下. 设 $\lambda/4$ 片的光轴与椭圆的长轴重合（即 $\lambda/4$ 片的光轴与光强最大处重合），椭圆的长短轴分别为 a 、b ，其旋转方向为右旋，如图 7-13 所示. 以椭圆的长轴方向为 X 轴，则该椭圆必内切于一个边长分别为 $2a$ 和 $2b$ 的矩形，设此矩形的对角线与 X 轴的夹角为 θ ，该椭圆的方程为

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \ , \tag{7-15}$$

而

$$b/a = \mathrm{tg}\theta \ . \tag{7-16}$$

我们知道，任何一个椭圆振动都可以分解为两个方向相互垂直的直线振动的合成. 把上述椭圆分解到 X、Y 轴上，如图 7-13，为

$$E_X = a\cos\omega t \ , \tag{7-17}$$

$$E_Y = b\cos(\omega t - \pi/2) \ . \tag{7-18}$$

此椭圆偏振光经过光轴方向为 X 轴的 $\lambda/4$ 片时，电矢量在 X 方向振动的光 E_X 为 e 光，而 E_Y 为 o 光. 经过此 $\lambda/4$ 片后，在出射处，e 光和 o 光分别为

$$E_{X'} = a\cos(\omega t - \delta_e) \ , \tag{7-19}$$

$$E_{Y'} = b\cos(\omega t - \pi/2 - \delta_o) = b\cos(\omega t - \pi/2 - \delta_e - \delta) \ . \tag{7-20}$$

若 $\lambda/4$ 片是正晶体片，则 $\delta = \delta_o - \delta_e = -\pi/2$，(7-20)式成为

$$E_{Y'} = b\cos(\omega t - \delta_e) \ ,$$

即，它还原为一束直线偏振光，位于所设坐标的第一、三象限；若 $\lambda/4$ 片是负晶体片，则 $\delta = \delta_o - \delta_e = \pi/2$，(7-20)式成为

$$E_{Y'} = b\cos(\omega t - \delta_e - \pi) = -b\cos(\omega t - \delta_e)\ ,$$

即它还原为一束直线偏振光，位于所设坐标的第二、四象限. 显然，如果入射的是左旋光，那么直线偏振光的位置与上述结论恰恰相反；如果入射的是圆偏振光，那么无论 $\lambda/4$ 片的方向如何放置，出射的都是一束与光轴成 45°角或 135°角的直线偏振光.

总之，用一个已知的 $\lambda/4$ 片和一个检偏器，就可以完全确定入射椭圆偏振光的状态. 这种对椭圆偏振光的分析技术有十分重要的应用. 因为一般来说，一束已知状态的直线偏振光经过一个未知表面的反射后就成为一束椭圆偏振光，而这个椭圆偏振光的方位、长短轴比等信息反映了这个未知表面的光学性质(如果是大块材料的表面，则它反映了该材料的折射率、吸收系数等性质，如果是带有已知性质基底的薄膜，则它反映了薄膜的光学性质，如折射率、厚度等). 因此，可以用这种方法来测定未知材料或薄膜的光学常量. 利用直线偏振光反射后形成的椭圆偏振光进行分析而测定材料表面和薄膜的光学性质的仪器称为椭圆偏振仪，简称椭偏仪. 它常用来测量金属、介质、半导体及其薄膜的折射率、消光系数、厚度、色散及非均匀性.

椭圆偏振仪从测量原理上可分为两大类：一类称为消光型，这类椭偏仪以寻求输出最小光强位置为主要操作步骤；另一类是光度型，以测定、分析输出光强度的变化为手段. 图 7-14 是一种典型的消光型的椭圆偏振仪，其光路安排如下：光源发出的平行单色光经起偏器 P_1 后产生线偏振光，经样品 S 反射后，产生椭圆偏振光，调节 $\lambda/4$ 片 Q，使反射产生的相位差恰好被补偿，从而又得到线偏振光，再旋转检偏器 P_2，使进入探测器 D 的光强为零. 由仪器读出 Q 和 P_2 的方位角，从而可知椭圆偏振光的性质. 由(5-6)式、(5-8)式可知，一束平行单色光从空气($n_0 = 1$)中以入射角 i_0 入射到样品(复折射率 $N = n + jk$)的表面上时，其 p 光和 s 光的反射系数分别为

$$r_p = \frac{n_0/\cos i_0 - N/\cos i}{n_0/\cos i_0 + N/\cos i}\ ,$$

$$r_s = \frac{n_0\cos i_0 - N\cos i}{n_0\cos i_0 + N\cos i}\ ,$$

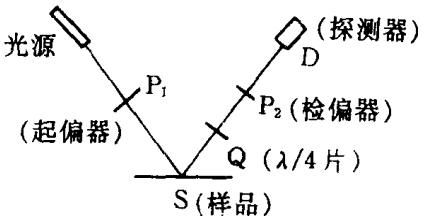

图 7-14　消光型椭偏仪原理图

其中 i 是在样品中的折射角，可由折射定律求得. 显然，由于 N 是复数，r_p 和 r_s 都是复数. 可以把它们写成 $r_p = |r_p|e^{j\varphi_p}$，$r_s = |r_s|e^{j\varphi_s}$. 显然，反射所得的 p 光和 s 光是两束频率相同、振动方向相互垂直的光，它们的振幅之比为 $\rho = |r_p|/|r_s|$，它们的相位差为 $\varphi = \varphi_p - \varphi_s$. 这两束光的叠加结果如第二章所述，为一椭圆偏振光，由 Q 和 P_2 的方位角得出该椭圆的长短轴之比、方位角及旋转方向，就可以算出 ρ 和 φ. 由于入射介质的折射率和入射角为已知，因此，以上各式中只有两个未知数 n 和 k，只要测得了 ρ 和 φ，即可计算出样品的折射率 n 和吸收系数 k. 当然，计算是很繁琐的，必须用计算机帮助才能实际算出来.

对于透明基板(折射率为 n_s)上的一层厚度为 d 透明薄膜(折射率为 n)，则一束平行光从空气($n_0 = 1$)以入射角 i_0 射入时，其 p 光和 s 光的反射系数由(5-29)式可知为

$$r_p = \frac{r_{1p} + r_{2p}e^{-j\delta}}{1 + r_{1p}r_{2p}e^{-j\delta}} = |r_p|e^{j\varphi_p},$$

$$r_s = \frac{r_{1s} + r_{2s}e^{-j\delta}}{1 + r_{1s}r_{2s}e^{-j\delta}} = |r_s|e^{j\varphi_s},$$

其中 r_{1p}、r_{1s}、r_{2p}、r_{2s} 分别是薄膜上、下界面上的 p 光和 s 光的菲涅耳反射系数，可由(5-6)式至(5-8)式求得. 其中，若 n_s 及 n_0、i_0 为已知，且入射光的波长 λ 也已知(因为 δ 中含有 λ)，则也只有样品的厚度 d 和 n 两个未知数，因而，测出 $\rho = |r_p|/|r_s|$ 和 $\varphi = \varphi_p - \varphi_s$，也可以把它们计算出来.

如果有多层薄膜，或者薄膜中有吸收，或基板有吸收等，则未知数将大于两个，只有一对 ρ 和 φ 无法确定三个或更多的未知数. 此时，可以用改变入射角 i_0 的方法，获得更多的 ρ 和 φ，从而解得更多的未知数. 当然，只有两个未知数的情况下也可以改变 i_0，测得许多 ρ 和 φ，这时可算出许多待测值，它们应该是相等的(如果不相等，则必然测量有误或计算有误，这是一种自我检查的好方法). 上述消光型椭偏仪是通过调节光强至零的方法进行偏振态测试的，因而具有较高的测试精度. 但由于用了1/4波片，所以只能对单一波长进行测试，而不能进行波长扫描，每调换一个波长测试时，须调换一块1/4波片，很不方便.

1975年，美国科学家阿斯皮尼斯(D. E. Aspnes)首次成功地设计了一种光度型的椭偏仪.

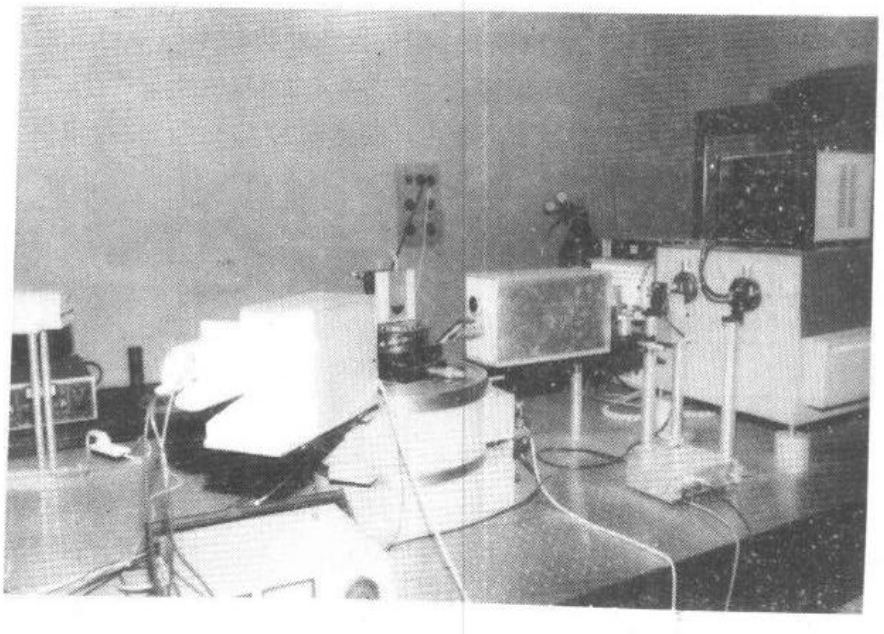

图7-15　光度型椭偏仪

这种椭偏仪不需要1/4波片，但将检偏器 P_2 绕光轴匀速旋转，并逐点测得反射光强与偏振器旋转角度的关系，从而通过计算机算出从样品反射所得到的椭圆偏振光的状态. 这类椭偏仪具有较高的光学效率，能在微弱的光源下工作，且可以进行波长扫描，易于实现测量过程的自动化. 图7-15是上海复旦大学设计制造的光度型椭偏仪，它在半导体光学性质的研究中发挥了很大的作用.

§7.4 偏光干涉及其应用

由以上讨论可知，一束线偏振光进入单轴晶体后，会分解成 o 光和 e 光，这两束光显然具有相同的频率，它们的相位差则由它们在晶体中穿过的距离决定，也是恒定的，因此，它们满足第四章所指出的相干条件中的最基本要求. 但是，由于它们的振动方向相互垂直，因而不能相干，只能叠加而成各种椭圆或圆偏振光. 如果设法把它们的振动方向变成相互平行，那么它们

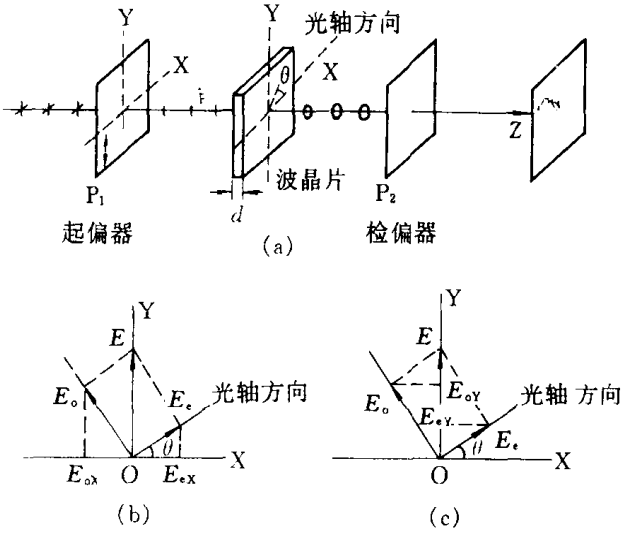

图7-16 偏光干涉

就会出现干涉，这种干涉称为偏光干涉，偏光干涉有许多实际的重要应用. 使两束振动方向相互垂直的光变为振动方向相互平行最简单的方法是利用一个起偏器，例如尼科耳棱镜或偏振片，则任何一束光都只有与起偏器透振方向一致的那部分分量能透过这个起偏器，偏光干涉现象就可以在起偏器后面观察到. 如图7-16a 所示，设起偏器 P_1 的透射方向为 Y 方向，自然光经过 P_1 后成为一束直线偏振光，它经过光轴与 X 轴成 θ 角的波晶片后，一般地说，成为一个椭圆偏振光. 这个椭圆偏振光是由如图7-16b、c 所示的 E_e 和 E_o 所合成的，而

$$E_e = E\sin\theta ,$$

$$E_o = E\cos\theta .$$

其中 E 为经过 P_1 后的光矢量振幅. E_o 与 E_e 之间的相位差为 $\delta = \delta_o - \delta_e$. 当这个椭圆偏振光再经过第二个起偏器 P_2 时，若 P_2 的透振方向为 X 方向，则只有如图7-16b 所示的 E_{ex} 和 E_{ox} 光可以从 P_2 透出，

$$E_{eX} = E_{oX} = E\sin\theta\cos\theta = (E\sin 2\theta)/2 .$$

这是两束光强相同、振动方向相同、相位差恒定、频率相同的光，完全符合相干条件，因此，在 P_2 后的观察屏上将出现偏光干涉，干涉结果由 E_{eX} 与 E_{oX} 的相位差 δ 决定，由(7-4)式知，$\delta =$

$(2\pi/\lambda)(n_o - n_e)d$. 因此，如果以单色光入射，而波晶片的厚度不等，则干涉条纹是波晶片等厚度的轨迹；如果以白光入射，而波晶片的厚度相等，则干涉后出现均匀的某种色彩，颜色由波晶片的厚度确定；如果以白光入射而波晶片厚度不等，则干涉后出现彩色条纹. 此时，如果旋转波晶片，则干涉条纹随之旋转，其对比度不变，而干涉光的强度以 $\pi/2$ 为周期变化，每当 $\theta = 0°$ 或 90° 的整数倍时，光强为零. 以上讨论的是两偏振片 P_1 与 P_2 的透振方向相互垂直($P_1 \perp P_2$)的情形. 如果它们相互平行($P_1 // P_2$)，则情况略有不同. 此时，P_2 亦为 Y 方向，于是，如图7-16c 所示可知，

$$E_{eY} = E_e \sin\theta = E\sin^2\theta ,$$

$$E_{oY} = E_o \cos\theta = E\cos^2\theta .$$

这两束光同样可产生干涉，但由于 $E_{eY} \neq E_{oY}$ 因而干涉条纹是模糊的，其对比度与 θ 有关，当 $\theta = 45°$ 时，$E_{eY} = E_{oY}$，对比度最好. 单色光入射时，出现波晶片的等厚度干涉条纹. 白光入射时，出现彩色，与以上 $P_1 \perp P_2$ 的情况相同；但当 $\theta = 0°$ 或是 90° 的整数倍时，两束相干光中的一束光强变为0，而另一束为极大，因而光强不会为零，但干涉条纹不出现了. 由此可知，若 $P_1 // P_2$，而旋转波晶片，则干涉条纹随之旋转，其对比度也随之出现周期性变化，每转动90°，出现一次干涉条纹消失的现象.

如果在白光入射时，固定 P_1，令 $\theta = 45°$，而旋转 P_2，则彩色随之变化. 对于某一波晶片厚度 d，若某波长 λ_1 满足 $(2\pi/\lambda_1)(n_o - n_e)d = 2K\pi$，则该波长的光在 $P_1 \perp P_2$ 时是相互抵消的，如图7-16b；在 $P_1 // P_2$ 时是相互加强的，如图7-16c；若另一波长 λ_2 满足 $(2\pi/\lambda_2)(n_o - n_e)d = (2K + 1)\pi$，则该波长的光在 $P_1 \perp P_2$ 时相互加强，而在 $P_1 // P_2$ 时，相互抵消. 由此可知，旋转 P_2 时将在观察屏上出现彩色交替变化的现象，这种现象称为色偏振.

偏光干涉现象有许多实际应用，以下介绍两种较重要的应用.

(1)光测弹性

双折射是各向异性介质中的普遍现象，在各向同性介质如玻璃或塑料中是不存在的. 但是如果玻璃或塑料在制造过程中残存内应力，或者在制成后外加一定大小的外应力，那么由于这些应力总是各向异性的，因而这种玻璃或塑料也会出现各向异性而产生双折射现象. 利用偏光干涉现象可以很容易观察到这种双折射，从而检查材料中的应力分布. 这种仪器称为光测弹性仪. 它主要就是让一束单色光入射到两个透振方向相互垂直放置的偏振片，把待测工件插入这两个偏振片之间，观察由工件上应力造成的干涉条纹. 这种仪器常用来检查光学玻璃材料的退火是否完善，因为若退火不完善，就会有剩余应力，因而会出现干涉条纹. 条纹越密表示应力越大. 此外，如果把一种很好退火了的玻璃或塑料做成某种形状，例如轮轴或横梁等，放在光测弹性仪的两偏振片中，然后从一定方向外加压力，于是可以看到在该元件中产生应力的分布情况. 根据这种对应力分布的观察，可以对改进轮轴或横梁等的设计提供可靠的实验依据.

(2)电光效应

除了外力可引起物质的各向异性以外，电场也可以引起某些物质的各向异性，从而产生双折射.

在有些材料中，外加电场所产生的 o 光与 e 光的相位差与电场强度 E 成正比，这种现象称为线性电光效应，或泡克耳斯(Pockels)效应；另有些材料中外加电场产生的 o 光与 e 光的相位差与电场强度的平方 E^2 成正比，这种现象称为克尔(Kerr)效应.

克尔效应比较明显的材料是硝基苯($C_6H_5NO_2$)液体. 把它装在两头透明中间可加电场的

盒子里，称为克尔盒. 把克尔盒插入两偏振片之间，在它两端加上电压，就可以用电压的大小来控制 o 光与 e 光的相位差，从而控制透射光的偏振态，这就是电光调制器. 由于硝基苯的克尔效应速度极快，约为 10^{-9}秒，因而还可以用作高速的光开关，在高速摄影、激光测距、超短脉冲等方面有十分广泛的应用.

有些晶体本身虽有双折射，但加电场后的双折射情况发生改变，产生附加的相位差，这种相位差与电场 E 成正比，称为晶体的线性电光效应，即泡克耳斯效应. 这种晶体也可用作光调制器或光开关. 例如，KDP 晶体(KH_2PO_4)，它的优点是所需电压比较低，且是固体，携带、使用都比液体方便得多.

§7.5 旋光

光在各向异性介质中传播时产生的现象除了上述双折射以外，还有一种现象叫旋光. 产生双折射的原因是光的传播速度与它的振动方向与晶体的光轴方向的夹角有关；产生旋光的原因是沿光轴方向传播的圆偏振光的传播速度与它的旋转方向有关. 旋光效应最明显的晶体是

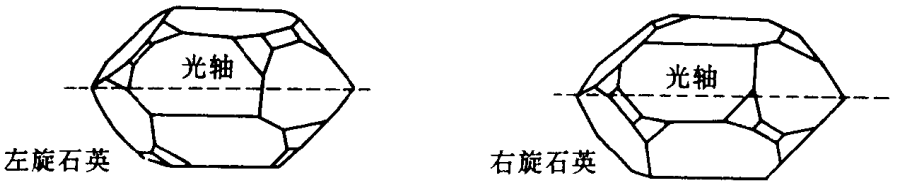

图 7-17 石英晶体的构造

石英. 它的晶体构造如图 7-17 所示. 由图可见，它本身就有相互镜象对称的左旋与右旋两种晶体. 在这两种晶体中，左旋与右旋圆偏振光的传播速度不同，设它们的速度分别为 v_L 和 v_R，则在左旋石英晶体中，$v_L > v_R$；在右旋石英晶体中，$v_L < v_R$. 当一束直线偏振光沿石英的光轴方向射入时(如图 7-18a)所示，它虽不发生双折射，但会发生偏振面的旋转，旋转的方向和角度由石英晶体是左旋或右旋及它的厚度 d 决定. 设入射光的振动方向为 Y 轴方向，我们可以把它分解为一对圆偏振光 E_L 和 E_R，如图 7-18b 所示，它们的大小相同，频率相同，初相位相同，旋转方向相反. 显然，若入射直线偏振光的电矢量振幅为 A，则这一对圆偏振光的振幅为 $A/2$. 经过厚度为 d 的石英片后，左旋光与右旋光的相位滞后分别为

$$\delta_L = 2\pi n_L d/\lambda\ , \qquad \delta_R = 2\pi n_R d/\lambda\ ,$$

其中 $n_L = c/v_L$，$n_R = c/v_R$ 相位差为 $\delta = \delta_R - \delta_L = 2\pi(n_R - n_L)d/\lambda$.

设在光射出晶体处的坐标系为 O′X′Y′，则如图 7-18c 所示，这一对具有 δ 相位差的圆偏振光所合成的是振动方向相对于 Y′轴(即原入射偏振光的振动方向)向左(即顺时针方向)转过了 θ 角的直线偏振光，$\theta = \delta/2$，显然，对于左旋晶体，$n_L < n_R$，$\delta > 0$，$\theta > 0$；对于右旋晶体，$n_L > n_R$，$\delta < 0$，$\theta < 0$. 由此可见，直线偏振光通过左旋晶体后，其振动面要向左转过 θ 角，而通过右旋晶体后，则要向右转过 $-\theta$ 角($-\theta > 0$)，

$$\theta = \pi(n_R - n_L)d/\lambda = \alpha d\ . \tag{7-21}$$

式中 α 称为材料的旋光率. 这种直线偏振光经过晶体后偏振面发生旋转的现象就称为旋光. 由

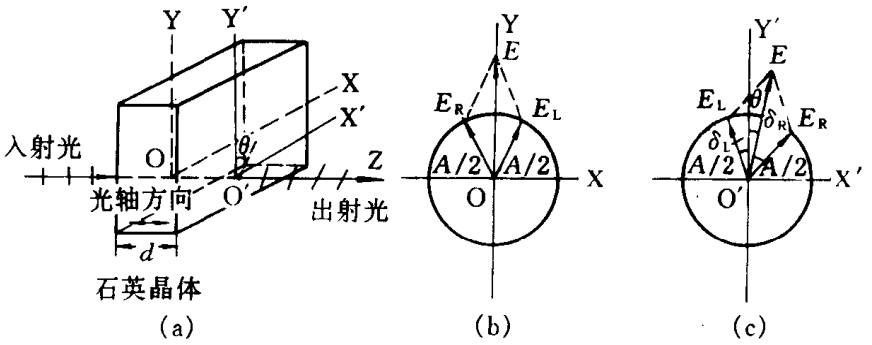

图7-18　石英晶体的旋光效应

于旋光率与波长有关，因此一束线偏振的光经过旋光晶体后，各波长的光旋转角度不同，如果在旋光晶体后加上一块偏振片，则转动偏振片时可看到透射光色彩的变化，这种现象叫做旋光色散.

由于石英是一种从紫外到红外都透明的光学材料，并且耐高温、耐腐蚀、硬度高，所以应用很广泛. 但是它的双折射和旋光性却带来许多麻烦. 特别是棱镜，因为厚度很大，双折射与旋光的影响都很大. 为了避免这些影响，科纽(M. A. Cornu)用半个左旋石英做成的棱镜和另半个右旋石英做成的棱镜胶合而成如图7-19所示的复合棱镜，让满足最小偏向角的光沿光轴方向传播，从而使双折射效应减少到最低限度，而且使左旋与右旋的影响相互抵消. 这种棱镜被称为科纽棱镜，它常用在精密的摄谱仪中. 除石英外，一些有机液体或溶液也有旋光性，其中最常见的就是糖溶液. 直线偏振光经过糖溶液后，偏振面也会旋转，转过的角度与光在糖溶液中的穿行距离及糖溶液的浓度成正比，因而可以用测量转过角度多少的方法来快速而准确地测量糖的浓度. 这种方法应用十分广泛，叫量糖术. 实际上，不仅是糖，许多药物如氯霉素、四咪唑等也都有旋光性，并且左旋与右旋的药效完全不同，它们都可用旋光的方法来分析和研究. 用来测定旋光性质的仪器叫旋光仪，它广泛应用于制糖、制药、药检、香料、味精以及化工、石油等工业生产中，作为化验分析或质量控制. 图7-20是光学旋光仪照片.

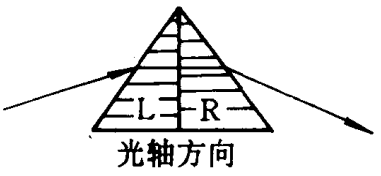

图7-19　科纽棱镜

与外力或电场可在各向同性介质中产生双折射相似，磁场可在某些介质中产生旋光，这种现象称为磁致旋光效应或法拉第(Farady)效应. 如图7-21a 所示，把样品放在一对电磁靴之间，在磁靴上开通光孔，并在光的入射与出射口各放一块偏振片，于是，就可以观察到磁致旋光效应. 其偏振面旋转角度 θ 与光在样品中通过的长度 L 及磁感应强度 B 成正比，可写为

$$\theta = VLB \ ,$$

其中的比例系数 V 称为维尔德(Verdet)常量.

磁致旋光的旋转方向由光与磁场的相对方向决定，光的传播方向与磁场方向相同时为左旋，方向相反时为右旋. 利用这一特性可以制成光隔离器，即只允许光从一个方向通过的“光活门”. 例如，选择材料的厚度 L 和磁感应强度 B，使 $\theta = 45°$，而 P_1 与 P_2 按透振方向相差45°放置，

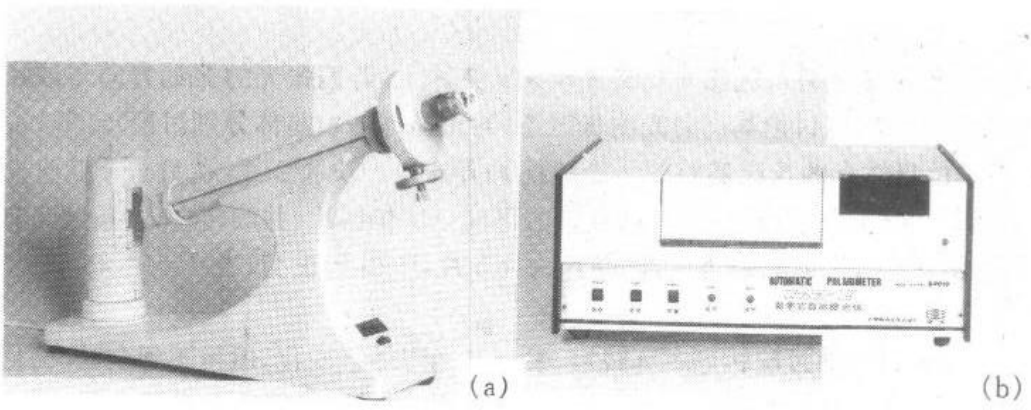

图7-20　旋光仪 (a)WXG-4圆盘旋光仪 (b)WZZ-1S 数字式自动指示旋光仪

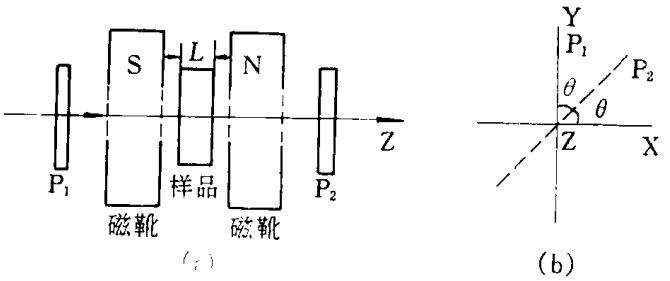

图7-21　磁致旋光效应

如图7-21b 所示，则若光从 P_1到 P_2可以顺利通过，那么，光从 P_2到 P_1时，由于光的前进方向相反，旋转方向也相反，故偏振面将转到 X 方向，因此这束光将不能通过 P_1. 这种光隔离器常在激光的多级放大装置中使用，它可避免反射光对前级的干扰.

习题与思考题

1. 有三块偏振片 P_1、P_2、P_3平行放置，P_2和 P_3的透振方向分别与 P_1的透振方向成45°和90°角，一束光强为 I_0 的自然光垂直入射连续通过这三块偏振片，求出射光强.

2. 试用惠更斯作图法分别求光轴平行于折射表面及垂直于折射表面的情况下，光线斜入射时 e 光与 o 光的传播方向.

3. 在如图7-5所示的环境下，会不会出现 e 光偏折大于 o 光偏折的情况?在什么条件下可能出现?

4. 试证明(7-3)式，并计算自然光通过用顶角为30°的两个方解石制成的洛匈棱镜后，o 光与 e 光的夹角.

5. 用最小偏向角方法，根据(3-67)式可测得棱镜材料的折射率. 若要测量某单轴晶体的 n_o 和 n_e，在加工棱镜时光轴应取什么方向?

6. 由正单轴晶体构成顶角为60°的三棱镜，单色自然光倾斜入射在一棱镜的一个面上，当光轴与主轴面垂直或与主轴面底边平行时，试画出其折射光路图.

7. 用方解石晶体做成的渥拉斯顿棱镜的顶角为15°，试计算从棱镜出射的两束光之间的夹角 φ.

8. 一线偏振光分别入射在 $\lambda/2$ 波片和 $\lambda/4$ 波片上，若偏振光的振动方向与波片的光轴成30°、45°、60°、90°时，试讨论其出射光的偏振态(对正晶体与负晶体分别讨论).

9. 在单色自然光的杨氏实验的一个缝前垂直插入一块 $\lambda/2$ 片，在另一个缝前插入一块光程补偿玻璃，则屏上条纹有何变化?若在屏前再加一块偏振片，并旋转之，则条纹又有何变化?

10. 如图7-16a，入射光强为 I，波晶片为 $\lambda/4$ 片，P_1和 P_2正交，当 $\theta=0°$、45°、90°时，求屏幕上的光强.

11. 一束入射光通过旋转尼科耳观察，发现其光强随之变化，但得不到全暗. 当尼科耳转至光强最大时，在它前面垂直插入一块石英 $\lambda/4$ 片，其光轴与尼科耳主截面平行. 顺时针转动尼科耳至60°时，光全暗. 试详细分析入射光的偏振态.

12. 列表说明，如何用一块偏振片和一块 $\lambda/4$ 片，从实验上区分五种偏振光.

13. 自然光经尼科耳棱镜后垂直地通过一块负晶体的 $\lambda/4$ 片，其光轴与尼科耳主截面成45°角，然后由一个介质反射镜按原路返回(如图7-22所示)，试分析 A、B、C、D、E、F 各处光的

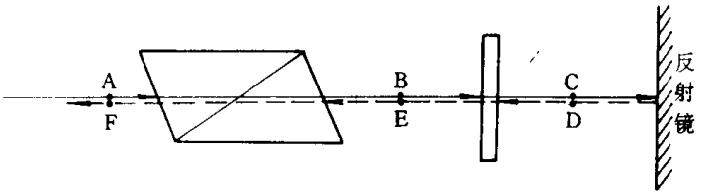

图7-22

偏振态.

14. 欲用方解石晶体做一块 $\lambda/4$ 波片，若照明光源为钠黄光，波片的厚度可取多少?

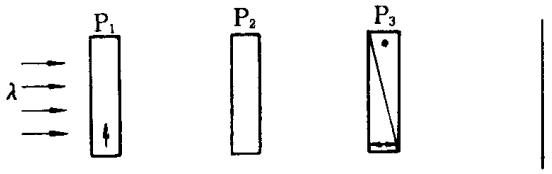

图7-23

15. 如图7-23，P_1、P_2、P_3平行放置，P_1是偏振片，透振方向如图所示，P_3为洛匈棱镜，一束白光垂直照射在 P_1上，①当 P_2为光轴平行于表面的波晶片时，旋转 P_2，屏上的光将怎样变化?旋转 P_3，屏上的光是怎样变化?②若 P_2为旋光晶体时，旋转 P_2，屏上的光是怎样变化?旋转 P_3，屏上的光又是怎样变化?③将 P_3改为偏振片，P_2仍为旋光晶体，分别转动 P_2、P_3时，屏上的光变化怎么样?

16. 在以 $\lambda=640\text{nm}$ 照明的正交尼科耳棱镜 N_1 和 N_2 之间垂直插入一块石英平凸透镜，晶轴与表面平行，与 N_1、N_2 均成 $\alpha=45°$ 角. 发现其中心为亮环，而第三暗环的半径为8cm. ①求此石英透镜凸面的曲率半径(略去透镜的会聚作用)，已知石英晶体的 $n_e-n_o=0.0085$. ②当 α 角改变时屏上图象如何变化?

17. 一束自然光依次垂直通过四块偏振片 P_1、P_2、P_3、P_4，后三块偏振片的透振方向与第一块偏振片的透振方向的夹角依次为 α_1、α_2 和 α_3，已知

(A) $\alpha_1=30°$，$\alpha_2=60°$，$\alpha_3=90°$；

(B) $\alpha_1=30°$，$\alpha_2=90°$，$\alpha_3=60°$；

(C) $\alpha_1=60°$，$\alpha_2=90°$，$\alpha_3=30°$；

(D) $\alpha_1=90°$，$\alpha_2=30°$，$\alpha_3=60°$；

求入射光强为 I_0 时的出射光强 I(忽略偏振片对 e 光的反射和吸收损失). 又若 P_2、P_3 分别改为石英的 $\lambda/4$ 片和 $\lambda/2$ 片，则结果如何?

18. 用一块 $\lambda/4$ 的波片和一块偏振片检查一束椭圆偏振光，达到消光位置时，$\lambda/4$ 波片的光轴与偏振片的透振方向差25°，求椭圆偏振光长短轴之比.

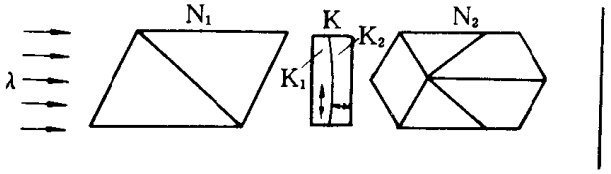

图7-24

19. 一块直径20mm，厚2mm 的石英晶体平板 K 由平凸晶片 K_1 和平凹晶片 K_2 胶合而成，胶合面的曲率半径 $R=50\text{cm}$，K_1 的光轴与表面平行，K_2 的光轴与表面垂直，它们在中心部分厚度相等，现把 K 插入一波长 $\lambda=425\text{nm}$ 的单色自然光垂直照明的正交尼科耳棱镜 N_1 和 N_2 之间，并使 K_1 的光轴与 N_1 的主截面成45°角(见图7-24)，问屏上将看到怎样的图形?将 N_2 沿顺时针方向逐渐旋转(从屏处观察)问转至多大角度时，图形的中心会出现全暗点?转至多大角度时，图形的边缘可出现全暗环?在两个角度之间，图形在哪些部位也可出现全暗环?这时 N_2 转过的角度应为多大(已知石英的 $n_e-n_o=8.5\times10^{-3}$，$n_R-n_L=8.5\times10^{-5}$)?

20. 一复合晶片由夹在两正交偏振片 P_1、P_2 之间的两石英晶片组成，其中靠近 P_1 的晶片 K_1 的光轴与表面垂直；靠近 P_2 的是 $\lambda/2$ 片 K_2，其光轴与 P_1 透振方向成一定角度. 求证：自然光从 P_1 射向 P_2 的透射率与从 P_2 射向 P_1 的透射率相等.

21. 以左旋与右旋石英胶合制成如图7-25所示的方块，试讨论一束线偏振光经过此石英块后的方向与偏振态.

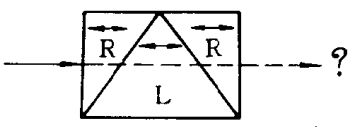

图7-25

22. 在 $\lambda=400\text{nm}$ 的平行光双缝干涉实验装置中插入一对正交偏振器 P_1、P_2(如图7-26)，问在屏上是否仍有干涉条纹出现?为什么?若再在两缝前分别插入由 K_1 和 K_2 组成的复合石英片，缝 A 处 K_1 在前，缝 B 处 K_2 在前(K_1 厚2mm，光轴垂直表面；K_2 厚0.02mm，光轴平行表面，且与 P_1 透射方向

垂直). 问这时屏上是否有干涉条纹?中心亮还是暗?为什么?若将复合石英片以光线为轴旋转

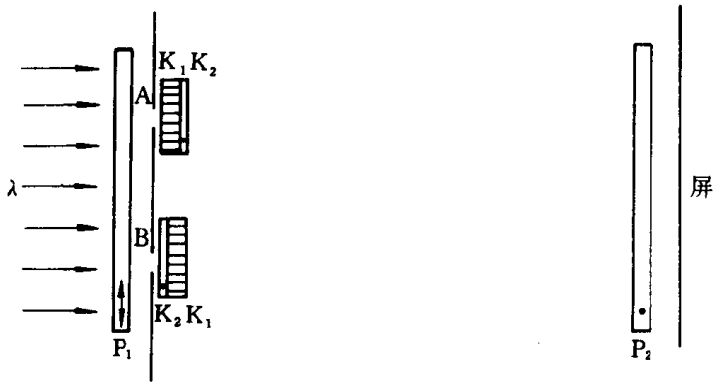

图7-26

45°,则屏上情况如何?为什么(设石英对于所用波长 $n_e - n_o = 0.01$, $n_R - n_L = 0.0001$)?

23. 已知某重火石玻璃的维尔德常数为26rad/(m·T),问若要以3cm 厚的该玻璃制作光隔离器,所加磁场应多大?

第八章　光源与激光

本章提要：阐明物体的发光过程是一个微观过程，即包括微观体系中的能量转移与释放，光能量可以被物体吸收，物体也可以通过多种途径放出其所拥有的能量，而辐射是其中之一．辐射有自发辐射和受激辐射之分，受激辐射是产生激光的主要因素．介绍常用的一些光源，讨论了黑体辐射的重要性，说明光学中的黑体辐射作为一个可以与理论相对照的标准光源，在实验上具有相当重要和特殊的意义，而黑体辐射的理论又与激光的发展密切联系．激光是 60 年代发展起来的一个崭新的、当今世界上最有威力的光源．讨论了激光的产生条件以及它的罕见的特性：激光光束具有高的能流密度，即高的光子密度，特别优异的相干性和单色性，光束的发散角极小等等特点．说明激光的本性以及对它的特点的应用是当前光学的基础研究和科技发展的主要任务．

§8.1　物体的发光机制概述

任何物体的发光过程都伴随着物体内部的能量变化．从微观上看，物体中的原子可以有各种不同的能量状态，当原子从高能态过渡到低能态时，就会释放出能量，如果这种能量是以光辐射的形式释放的，物体就发光．当然，要维持物体持续发光，就必须由外界不断地向物体提供能量使原子重新激发到高能态，这种过程称为激励．激励所需要的能量可以是电能、化学能、核能、热能也可以是光辐射能．利用光能激励的称为光激励，也称为“光泵”．如果激励的能量来源于周围的温度场，则物体中的原子、分子因热运动而被不断激发到高能态，这种发光称为热发光；如果激励的能量主要不是来源于外界的热能，则这类发光称为“非热发光”．热发光所产生的辐射光谱分布只与物体的温度有关，与它的种类、形状、结构都没有关系，并且可以用统计学的方法计算出来；非热发光所辐射的光波则与辐射物体中原子或分子的能量状态有关，下面将要介绍的气体放电光源就属于这一类发光．

电子与原子核的相互作用所构成的原子的内部能量不是连续的，而是分立的，这种现象称为原子能量的“量子化”．为了形象地描述这种量子化的能量状态，常常把电子所允许存在的各种状态称为各个“能级”，而用“能级图”来表示原子所允许存在的各种能量状态．图 8-1a 是最简单的氢原子能级图．氢原子只有一个电子，能级图中最下面的一条线代表最低的能量状态即“基态”，当电子不受到任何激励时，它处在基态上．当电子受到某种外界能量的激励时，它可以吸收这种能量而使自己的能量增加，在能级图上反映为从基态改变到较高位置的能级上，这种过程称为“跃迁”．能级之间的跃迁在能级图上常常用箭矢来表示，如图 8-2 所示．根据能量守恒定律，跃迁时吸收的能量应等于两能级之间的能量差．如果激励所提供的能量恰好等于这一数值，则称为共振激励或共振吸收，这种能量是最容易被吸收而发生跃迁的．受到激励后处在高能态上的电子可以自发地放出能量而回复到低能态，这个过程也称为跃迁．当然，在此跃迁过程中放出的能量也应等于两能级之间的能量差．如果放出能量的形式是光辐射，则这种跃迁称为辐射跃迁，辐射出的光子能量为 $\hbar\omega = E_2 - E_1$，其中 E_2 和 E_1 代表上、下两个能级的能量

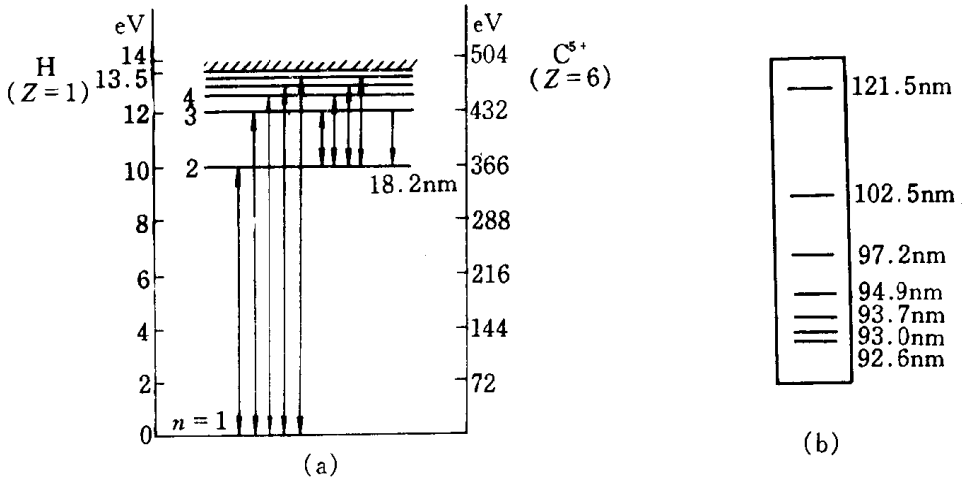

图 8-1 (a)氢原子(左)及类氢原子 C^{5+}(右)的能级图
(b)氢原子的线光谱(莱曼线系)图

值，ω 是光的圆频率，$\hbar = h/2\pi$ 为普朗克常量. 处在高能态 E_2 上的电子也可以在外界的一个能量为 $\hbar\omega = E_2 - E_1$ 的光子的诱导下跃迁到低能态 E_1，并辐射出能量相同的另一个光子，这种跃迁称为共振跃迁，这种辐射称为受激辐射. 受激辐射只有在一定的条件下才会实现，在通常的情况下则是很罕见的现象，但这却是产生激光的必要条件之一. 关于产生受激辐射的条件

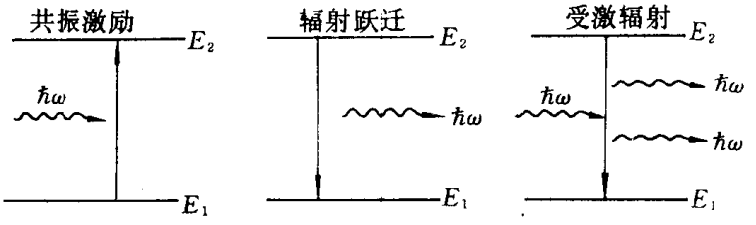

图 8-2 各种跃迁过程

将在介绍激光的一节中详细介绍.

当原子体系受到激励时，其电子在各个可能的能级间跃迁，因而所辐射的光波是一组分立的单色光波，可以用棱镜或光栅光谱仪把这些光波按照波长的顺序展开为光谱图，每一单色光波在光谱图上是一条细的线条，称为线光谱. 图 8-1b 所示的是氢原子辐射的(部分)光谱图. 从氢的能级图中可以看到，能级之间的间隔是不相等的，低能级之间的间隔大，高能级之间的间隔小. 随着能量的增加，各能级逐渐接近而变得极为密集，其最高的能量值位于 13.6eV，此时氢的电子会脱离氢核的引力而离开氢原子核，所以这一能量称为该原子的电离能. 当原子中的电子处在接近于该原子的电离能，即处在极为密集的能级上时，原子的尺寸变得非常之大而具有一些与常规的原子不相同的性质，这类原子称为里德伯(Rydberg)态原子. 里德伯态原子的性质只有在激光出现以后才获得了深入的研究，因为只有激光才能提供大量能量几乎相同的光子以激励某一类原子到特定的里德伯态上. 当外界的激励能大于电离能时，被激励的电子可

以具有连续的能量状态，在能级图上称为连续态，这种连续态所对应的光谱是连续光谱. 应该注意，并不是在所有能级之间都可以发生跃迁，能级之间的跃迁能否发生，要服从量子力学中的一些规律. 关于原子能级的分布、能级的标识以及是否允许跃迁等等知识，读者可参阅原子物理学和量子力学的有关内容，这里只提供一个大致的概念.

若某一原子有多个电子，其外层的一些电子被剥离而只剩余一个电子，这种情况称为类氢离子，它的能级分布与氢原子类似，只是各能级的能量值与氢原子的不同. 例如碳的外层有六个电子，若被剥离五个，则称为类氢碳原子，图 8-1a 右方的纵坐标列出了类氢碳原子的各能级的能量值，可以看到，从第三能级与第二能级之间的跃迁可以获得能量约为 69eV 的辐射，这相当于波长为 18.2nm 的软 X 射线波段的辐射. 获得类氢原子的跃迁是当前研究 X-射线激光

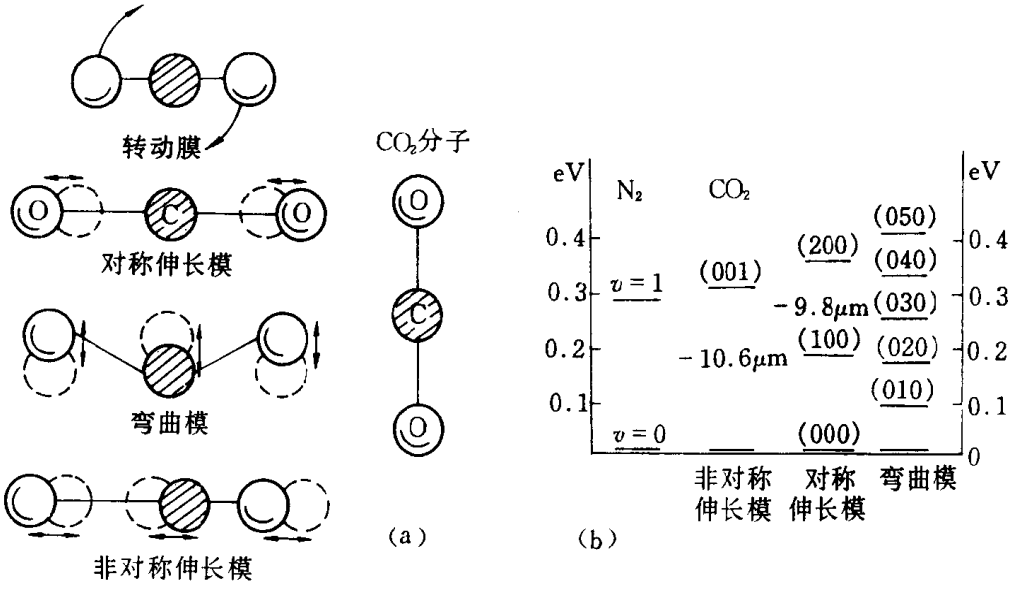

图 8-3 CO_2 分子的振动模式(a)及能级示意图(b)

的一个主要途径.

分子的能级比原子的能级复杂得多. 在分子中，除了有与组成分子的各个原子的相应能级以外，各原子还可以围绕分子的某一个轴线转动，因而有相应的分子转动能级；还可以有几个原子之间的相对振动，因而有分子的振动能级. 分子的振动状态又可以分为弯曲振动、对称的伸张振动和非对称的伸张振动等，它们分别对应于不同的振动能级. 图 8-3a 是以 CO_2 分子为例的各种振动的示意图，图 8-3b 是该分子的振动能级图. 从图中可以看到，分子在相邻两个振动能级之间的振动跃迁的能量差是很小的，约在 $1eV-10^{-1}eV$，相当于从中红外到近红外($1\mu m$)波段，分子的转动能级之间的能量差更小，约在 $10^{-3}eV-10^{-1}eV$，相当于从中红外($15\mu m$)到与微波(1cm)相联接的远红外波段，分子的电子能级之间的跃迁则仍然处在 $1eV-10eV$，即相当于从可见到远紫外的波段. 分子的光谱由一些密集的线光谱组成，这来源于分子中的两个或多个原子组合的贡献. 用色散比较小的光谱仪观察时，这些密集的线光谱合在一起形成连续的光带，所以称为带光谱.

原子或分子的能级在理论上可以认为是没有宽度的，也就是原子或分子可允许存在的能

量状态是确定的，但是对于固态物质，原子之间的相互作用将会使外层的电子能级分裂成许多密集的能级，并形成有一定宽度的能带. 图 8-4 给出金属、半导体及绝缘体的能带示意图，单个原子的能级图也附在旁边作为比较. 对于较低的能量状态，固体的能级基本上与单个原子的类似，并不展宽成能带，这是因为原子的内层电子受到外层电子较强的屏蔽作用，所以邻近原子对它的影响比较小，但是外层电子所在的高层能级则会受到邻近原子的影响而扩展成有一定宽度的能带. 被价电子所占有的能带称为价带，在价带以下的能带，一般均被电子占满，称为满带；在价带以上的能带一般是未被电子占据的，称为空带；被部分占据的能带中的电子可以自由运动，因而可以导电，称为导带；两能带之间的区域是电子不能存在的状态，称为禁带. 对于导体，在其价带中还有许多未被占满的空位，因而价带是导带，这是导体都具有较高导电率的原因；半导体及绝缘体的价带在绝对温度为零时均被电子占满，是满带；在常温下，由于半导体的禁带宽度较窄小，价带中的电子在外界温度场的作用下有可能被激励到空带，而使空带成为导带，所以半导体有一定的导电率；绝缘体则因其禁带宽度很宽，在常温下不足以使价带中的电子跃迁到空带中，故不能导电. 图 8-5 是半导体材料的能带结构示意图，左面的能带图表示在低温时，其价带均被电子占满，而空带中没有电子，所以不能导电. 右边的能带图表示在加热（或受到光照）时，价带中的一些电子可以跃迁到空带中，使空带成为导带，这些电子就可以在导带中运动而导电；此外，在原来被电子占满的价带中，由于那些电子跃迁到导带而产生了具有正电荷的空位，称为“空穴”. 这些价带中的空穴也可以象导带中的电子一样运动，因而也对半导体的导电性能作出贡献. 由此可见，半导体导带中的电子以及价带中的空穴都是能负载电流的粒子，它们统称为载流子. 图中还标出了半导体材料硅的禁带宽度为 1.11eV，这相当于波长为 1.1μm 近红外辐射的光子的能量；也标出了砷化镓的禁带宽度为 1.42eV，这相当于波长为 0.87μm 近红外辐射的光子的能量. 如果光辐射的波长等于或小于相应禁带宽度的波长，则以这种光照射半导体材料时，光能量就会被半导体吸收而使价带中的电子跃迁到导带中，从而使半导体的电导率大为增加. 当然，已经在导带中的电子也可以跃迁到价带中与空穴结合而释放出能量，这种过程称为电子-空穴的复合. 复合所释放的能量是光辐射则称为辐射复合，例如砷化镓可以由于电子在带间的跃迁而吸收或者发射波长小于 0.87μm 的光子. 上面所讨论的是全纯的材料，称为本征半导体. 本征半导体中导带中的电子数目与价带中的空穴数目是相等的. 若半导体材料中存在着少量的杂质，则可以使该材料的电学和光学性质

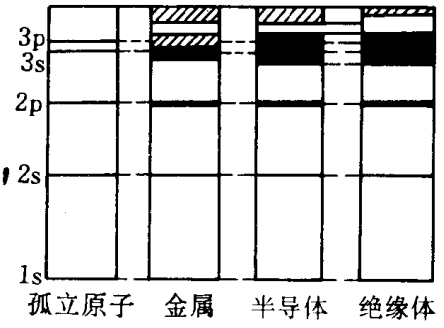

图 8-4　在固体材料中的能级扩展

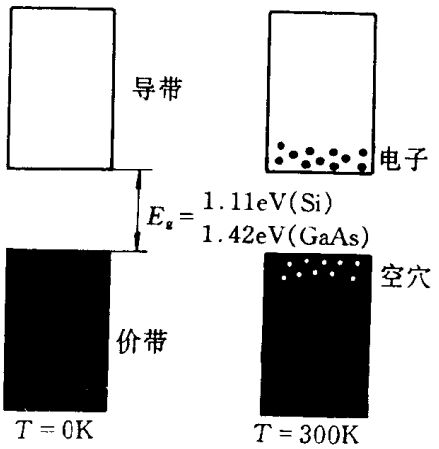

图 8-5　半导体硅及砷化镓的能带结构示意图

产生极大的改变. 当掺杂的原子有多余的价电子其能级在禁带之中而接近导带的底部时，该杂质能级中的价电子就很容易在外界温度的影响下跃迁到导带中，使这一半导体材料的电导率成倍地增大，这种材料称为 n 型半导体，例如五价的磷或砷掺杂在四价的硅中而替代了晶格中的硅原子，因而会多余一个游离的电子，这个电子可以在硅晶体中自由运动. 这时半导体中的载流子主要是导带中大量的电子，所以 n 型半导体中的电子称为多数载流子. 当然，价带中仍会有少量的空穴存在，但价带中的空穴数目远远少于导带中的电子数目，所以称为少数载流子. 若所掺的杂质原子的价电子比半导体材料原子的价电子少，其能级位于禁带之中离价带顶部不远处，则原来充满在价带中的电子很容易跃迁到这些杂质能级上而使价带中产生大量可以导电的空穴，这种材料称为 p 型半导体. p 型半导体中的多数载流子是空穴，少数载流子是电子. 例如，在四价元素的半导体硅或锗中掺以三价的硼或铟就可以获得 p 型的半导体材料. 由于半导体材料可人为地掺进一些杂质以改变其电学和光学的性质，所以在红外光学及近代光电子学中已经被广泛应用，例如可以用作近红外波段的滤光器、产生近红外辐射的半导体发光二极管以及半导体激光器等等. 图 8-6 定性地描绘了掺有杂质的半导体的能带图.

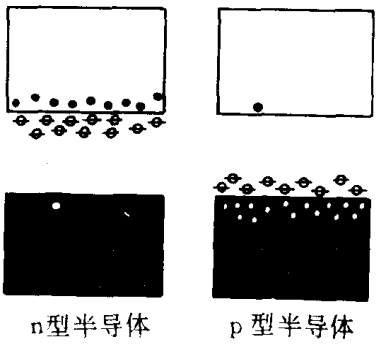

图 8-6　掺有杂质的 n 型(左)和 p 型(右)半导体能带图

总之，光辐射是极高频率的电磁波，它与物质的相互作用可以是使物质中的电子吸收了光辐射的能量，从较低的能级跃迁到较高的能级[这种过程在宏观物理学中称为光的吸收过程，在微观物理学中则称为光子的湮没(photon annihilation)]；或者是，原来处在较高能级的电子跃迁到较低的能级而释放出相应能量的电磁波[这种过程称为辐射，微观上又可称为光子的产生(photon creation)]. 光的辐射过程有两种情况，一种是处在高能态上的原子或分子因为总是企图降低其势能而自发地跃迁到较低的能级，这种辐射的过程称为自发辐射；另一种则是处在高能态上的电子受到外界辐射场的诱发而跃迁到低能级，并随之而辐射发光，这种发光现象称为受激辐射. 光辐射与物质相互作用时必然会引起物质内部能量状态的变化，这种变化也会反映到光辐射本身的改变，因此，可以利用光学手段来研究物质的物理特性，这也是光学学科在当今科学技术发展中占有极重要地位的原因.

§8.2　若干典型光源的特性

(1)非热光源

a. 气体放电光源：如前所述，原子从较高的能级跃迁到较低的能级时，若以辐射的方式释放能量，就可以获得单色性优良的光波. 气体放电光源就是根据这一原理制成的. 在一个密封并抽真空的玻璃管或者石英管(可以透过紫外光)中，充入气压约为 1kPa 的氢或氖、氦、氩等某一种惰性气体，将封在管壁上的两个电极接在高压电源(约 5000V)的电路中，并与一镇流电阻串联，见图 8-7. 电极之间的高压电场使得电路中的电子逸出电极并加速，与放电管中的气体原子相碰撞，而使它们跃迁到较高能级，并随后自发地跃迁到基态或者较低的能级，相应地辐射出若干个不同频率的单色光波. 所以，气体放电光源是一种很优良的单色光源，在光学实

验研究中是经常使用的.放电管在放电开始前后的阻抗变化极大,因而要在电路中串入镇流电阻以防止短路.表 8-1 列出了实验室中常用的氦、氢等气体放电光源在可见光波段的谱线波长.

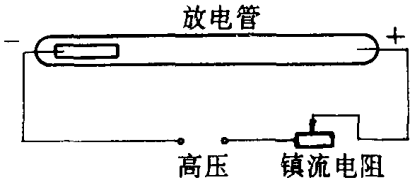

图 8-7 气体放电管及电路

b.金属蒸气电弧光源:在石英放电管中注入少量的低熔点金属元素如钠(Na)、汞(Hg)、铯(Cs)、镉(Cd)等,并充入低气压的惰性气体作为缓冲介质使之容易触发而放电.随着放电管内温度的升高,管内的金属开始蒸发并达到一定蒸气压后,金属蒸气原子将参与放电而被激励到高能级上,随后又自发地跃迁到基态或其它较低的能级而发光.由于金属蒸气具有优良的导电性,放电管内的电流可以达到安培的量级而形成弧光放电,所以这种光源的亮度是很高的.表 8-1 中也列出了金属钠、汞、镉等光源在可见光波段中的线光谱波长.

表 8-1 气体及金属蒸气原子在可见波段的光谱

(波长单位:nm)

氧	氢	纳	汞	镉
438.79	410.17	588.99	404.66	467.82
443.76	434.05	589.59	407.78	479.99
447.15	486.13		435.84	508.58
471.31	656.28		491.60	643.85
492.19			546.07	
501.57			576.96	
504.77			579.07	
587.56				
667.82				

c.固态发光体:若干固态材料在受到外界激励后可以产生光辐射.例如日常使用的电视荧光屏、示波器的显示屏等,都是利用电子射击到可以产生荧光的固态粉末材料(例如硫化锌涂层)而发出光辐射的,这种发光机制称为阴极射线(导致的)发光;又如,高能粒子撞击在某些晶体上也可以发出光辐射,在核物理实验中的闪烁计数器就是利用这一现象来检测核射线的;此外,还有电致发光和光致发光,前者是在电场的作用下发出光辐射,后者是在某激发光的照射下,固体材料发出另一种光辐射.在光致发光机制中,还有荧光和磷光之分:若被激励到上能级的电子的寿命只有 0.1−10ns,它们很快就会跃迁到下能级而发光,这种发光称为荧光;若被激励的电子较长时间地(约为 1ms−10s)处在上能级,缓慢地释放其能量而发光,则这种发光称为磷光.一般情况下,在光致发光中,激发光的波长总是小于荧光或磷光的波长.其多余的能量转化为固体的热能.但是,在某些条件下,可以在某些固态发光材料中获得比激励波长短的光波,这种过程称为上转换.上转换是一种很有用的技术,可以使入射的看不见的红外辐射转化为可见光,其原理是在荧光材料中掺入一些稀土元素如 Yb^{3+}、Er^{3+}等,这些杂质的能级位于荧光材料的禁带中,电子在这些杂质能级上的寿命可长达数分钟之久,因而这些能级可以成为

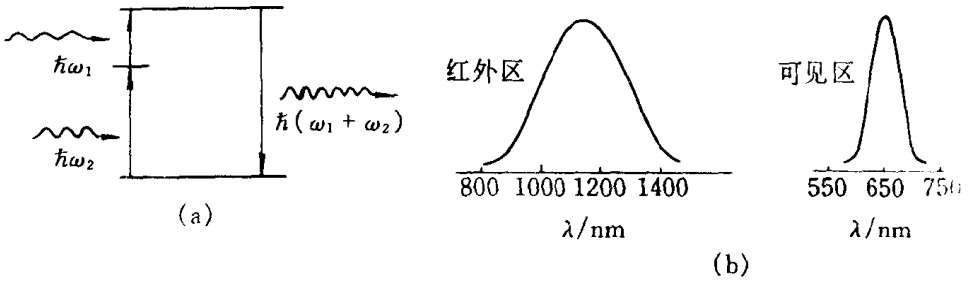

图 8-8 (a)上转换原理 (b)上转换荧光材料红外敏感曲线(左)
及可见光波段发光分布(右)

跃迁电子的台阶. 在使用时,把这种掺杂的材料先用日光或灯光照射一下,使电子被激到这些台阶上,然后把这一材料用于检测入射的红外辐射. 当红外光的光子作用于台阶上的电子时,这些电子可受到激励而跃迁到更高的能级,并从这高能级跃回到基态而释放出相当于可见波段的光波. 图 8-8a 描述了上转换过程的能级示意图. 图 8-8b 是目前已研究成功的一种上转换材料对红外辐射的光谱灵敏度曲线及在可见光波段发光的光谱分布曲线,这种上转换材料的效率约为百分之一. 进一步寻找上转换效率高的新材料是一个很受注意的研究方向. 在电致发光中,半导体发光二极管是一种十分重要的光源,它的结构与一般的半导体整流二极管一样,由 p 型和 n 型两种半导体相接壤而形成一个 p-n 结. 在平衡条件下,结面附近产生一个势垒而使 p 型和 n 型半导体的能带交接区域发生位移,阻止了 n 型半导体中的电子流向 p 型及 p 型半导体中的空穴流向 n 型,见图 8-9a. 但是在 p-n 结半导体上加一正向电压,可以降低结面附

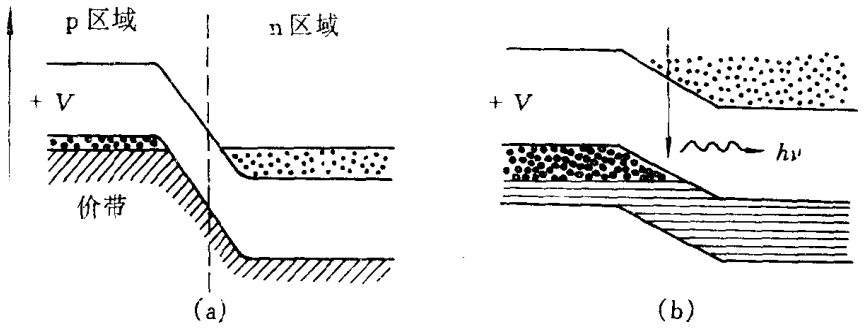

图 8-9 半导体发光二极管的能带结构

近的势能差,促使 n 型中的电子及 p 型中的空穴分别流向结面,在结面附近积集了大量的电子-空穴对而发生复合,并辐射出相应的光波,见图 8-9b. 半导体发光二极管的发光区域是在 p-n 结面上,所以光辐射是在边缘上发出的,其发射的光斑是不对称的,如图 8-10 所示. 近来又发展了面发射的发光二极管,当然其制备工艺更为复杂. 图 8-11 是各种半导体发光二极管的光谱强度归一化曲线,其峰值位置与该半导体的禁带宽度有关,其光谱的宽度则根据理论分析是与峰值波长的平方成正比.

d. 同步辐射光源:同步辐射光源是使电子或正电子在同步加速器中加速到一定的能量后

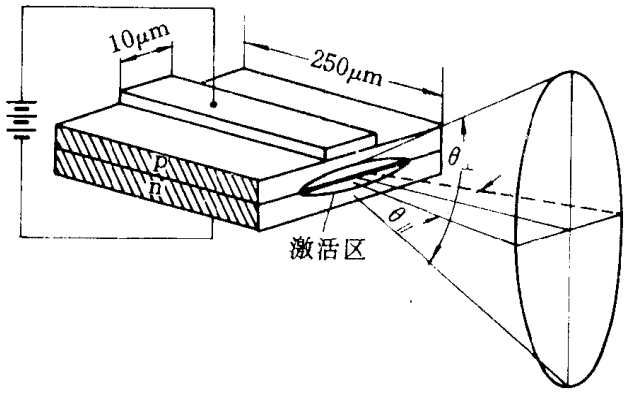

图 8-10　半导体发光二极管所发射的光斑

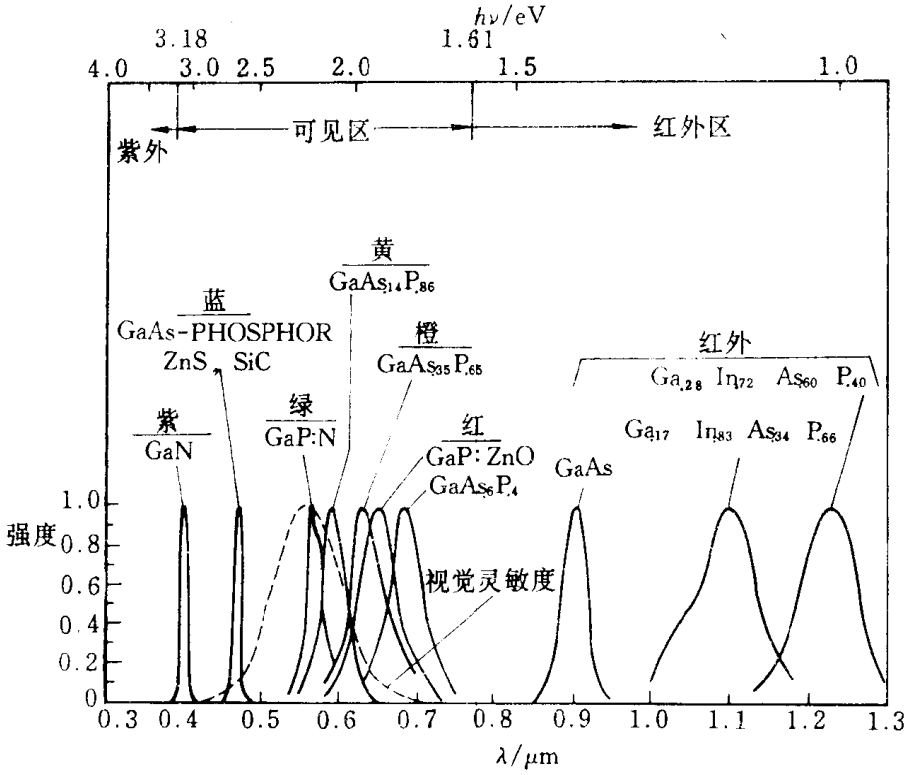

图 8-11　半导体发光二极管光谱

输入一个贮存环中，电子受到环形磁场的作用而绕圆周运动，并根据电子的能量大小发射各种波段的同步辐射，这是目前可以获得的最强的 X 射线波段的辐射源. 我国在安徽合肥国家同步辐射实验室已经建成能量为 800MeV 的贮存环，及相应的 X 光与极远紫外光同步辐射源，并已开始运转和提供使用. 图 8-12 是合肥国家同步辐射实验室的电子贮存环照片. 同步辐射所产生的 X 射线及极远紫外光可用于材料性能的多种研究，及用作 X 光显微镜的光源和用于超大规模集成电路的制板等.

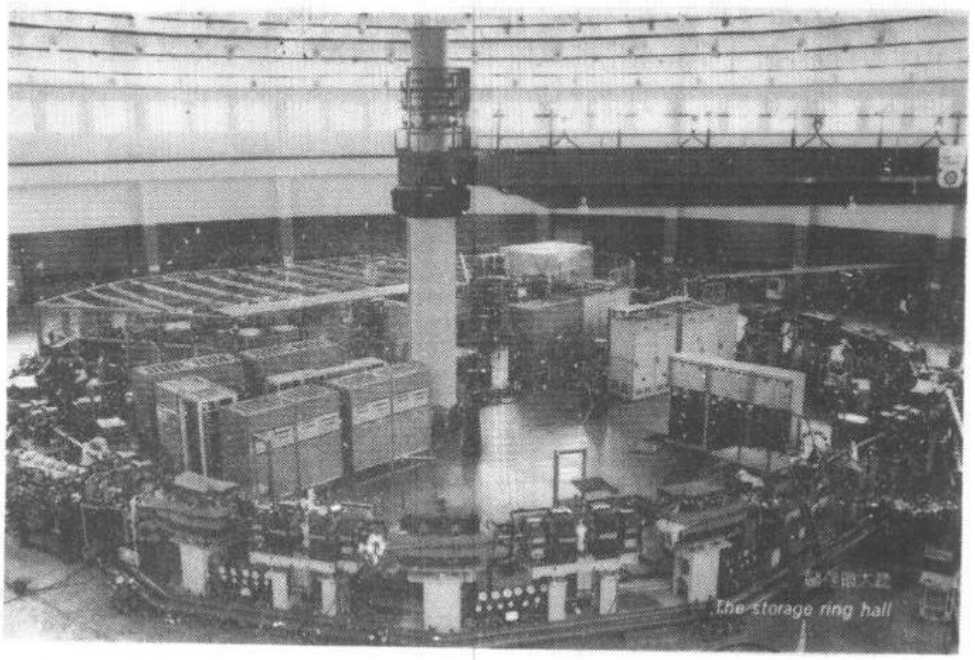

图 8-12 中国科技大学合肥国家同步辐射实验室的电子贮存环

(2)热光源

a. 一般热光源的性质：热光源是主要由热能转化为辐射的光源，热光源中最常见的是白炽光源，也就是使物体加热到白炽程度而发光. 在高温下，物体中的各类原子、分子可以因热运动而改变其能量状态并辐射出各种波长的光波，因而，热辐射的光波波长是连续的，称为连续谱. 当然，物体通常都是处在一定的室温下，这种环境中的热能激励也会产生辐射，其所释放的能量在远红外波段. 可以想象，随着周围温度的升高，体系将被激励到更高的能量状态，其所辐射的光波就会包含更短的波长，这是常见的现象，例如炉膛中光辐射的色泽会随着温度的升高而从暗红色转向炽白色.

太阳是最为熟知的白炽热光源，其次是日常所用的钨丝灯光源. 金属和耐高温的非金属材料(如碳化物、氮化物、陶瓷等)在加温达到白炽程度时的发光也都属于热光源. 热光源的发光能力与光源材料的发射率 ε (emissivity)有关，材料的发射率 ε 是指在相同的温度条件下该材料所辐射的能流和一个理想的“黑体”所辐射的能流之间的比值. 根据热力学中的基尔霍夫(Kirchhoff)辐射定律，在同一温度之下任何物体的发射率与该物体的吸收率(absorptance)是相等的，黑体的吸收率等于 1，因而其发射率也等于 1. 黑体辐射既是近代物理学中一个重要的理论问题又是光学中的一个标准光源，所以将在下一节中予以详细讨论. 若干常用材料的发射率数值可以在一般的物理化学手册中查到，其数值与温度及表面状态均有关系，例如，在温度为 500℃ 时，光滑银表面的发射率为 0.03 而用银微粒复盖的表面的总发射率可达 0.92. 最常用的材料为钨及石墨，其发射率分别为 0.45($T=1700$℃)及 0.8($T=0-3600$℃)，若在石墨体的表面再涂布一层烟熏碳黑，则其 ε 可达 0.96，已经十分接近于黑体的值($\varepsilon=1$). 黑体在某一温度及波长范围内的辐射能流密度 $W_B(\lambda)$ 可以在一般的物理学手册中查到，而某物体在该

温度及波长范围内的辐射能流密度 $W(\lambda)$ 就可以从下面的公式推算出来，

$$W(\lambda) = \varepsilon(\lambda) \times W_B(\lambda) . \tag{8-1}$$

利用金属材料钨做成的薄箔钨带灯经过定标以后可以作为次级的标准光源，因为它所发射的能流密度都可以从上式精确算出. 石墨体或者经过烟熏了碳黑的石墨体是在实验室中用于制备模拟理想黑体的材料. 研究实验室中的黑体是一级标准光源，用于准确地标定光辐射能流的绝对值，我国的国家计量研究院就拥有这种一级标准黑体(图 8-13c)以统一全国的辐射能流计

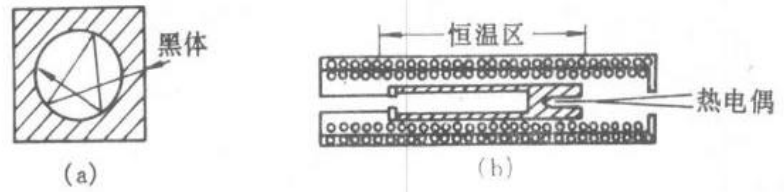

图 8-13a、b　黑体原理图(a)及剖面图(b)

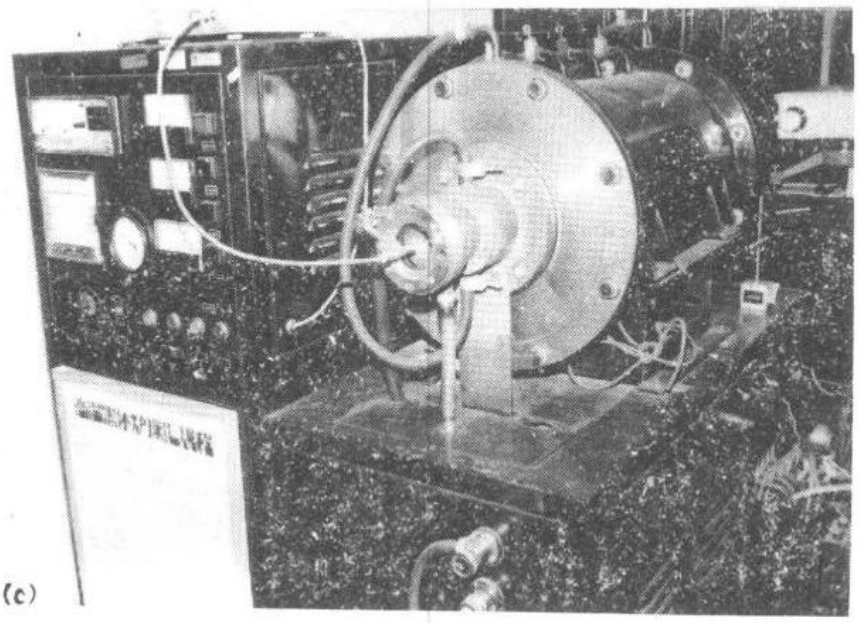

图 8-13c　标准黑体实体照片

量标准，此外它还接收全国各省市计量局对次级标准钨带灯的标定.

b. 黑体辐射源：所谓“黑体”是指理论上能够吸收所有入射的辐射能量的物体，处在热平衡条件下黑体所辐射出来的能流即为黑体辐射. 黑体辐射是一种理想的状态，它的总能流密度值以及它的分布，都可以从热力学定理推算出来. 在实验室中，可以利用开有一个小孔的封闭腔体来模拟理想的黑体，如图 8-13a 所示. 当外界的辐射通过小孔入射到腔内后，只有极少一部分有可能经过腔壁的多次反射再从这个小孔中出射. 若腔壁是用吸收率很高的材料做成的，则可以认为这一腔体十分接近于理想的黑体，而从腔壁的小孔中向外所辐射的能流，就可以认为是黑体的辐射. 用实验的方法测定它所辐射出的总能流及其能量的波长分布，就可以与理论

值比较而作为能流通量的标准光源. 图 8-13b 是实验室中的标准黑体的剖示图，黑体的腔体用石墨做成，放在恒温的炉膛中使之达到热平衡. 从黑体小孔的单位面积上辐射出来的总能流通量及其分布由关于热辐射的三个定律所确定：

Ⅰ斯忒藩-玻耳兹曼(Stefan-Boltzmann)定律：黑体辐射在单位面积上的总能流通量与黑体的绝对温度四次方成正比，

$$E = \sigma T^4, \tag{8-2}$$

其中，$\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \mathrm{W/(m^2K^4)}$，称为斯忒藩-玻耳兹曼常量.

Ⅱ维恩(Wien)位移定律：黑体辐射的峰值波长与其绝对温度的乘积是一个常量，黑体的温度愈高其峰值波长愈偏向于短波方向，

$$\lambda_{max} T = \text{常量} = 2.896 \times 10^{-3} \mathrm{m \cdot K}. \tag{8-3}$$

Ⅲ普朗克(Planck)辐射定律：黑体在波长 λ 到 $\lambda + \mathrm{d}\lambda$ 之间的单位面积上所辐射的能流通量为

$$\rho(\lambda)\mathrm{d}\lambda = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp(C_2/\lambda T) - 1}\mathrm{d}\lambda, \tag{8-4}$$

其中，C_1 称为第一辐射常量，C_2 称为第二辐射常量，其值分别为

$$C_1 = 2\pi hc^2 = 3.7418 \times 10^{-16} \mathrm{W \cdot m^2},$$

$$C_2 = hc/k = 0.01438 \mathrm{m \cdot K}, \quad (k = 1.38 \times 10^{-23} \mathrm{J/K} \text{ 是玻耳兹曼常量})$$

(8-4)式是一个很实用的公式，可用来计算在任何波长区间内从黑体表面的单位面积上辐

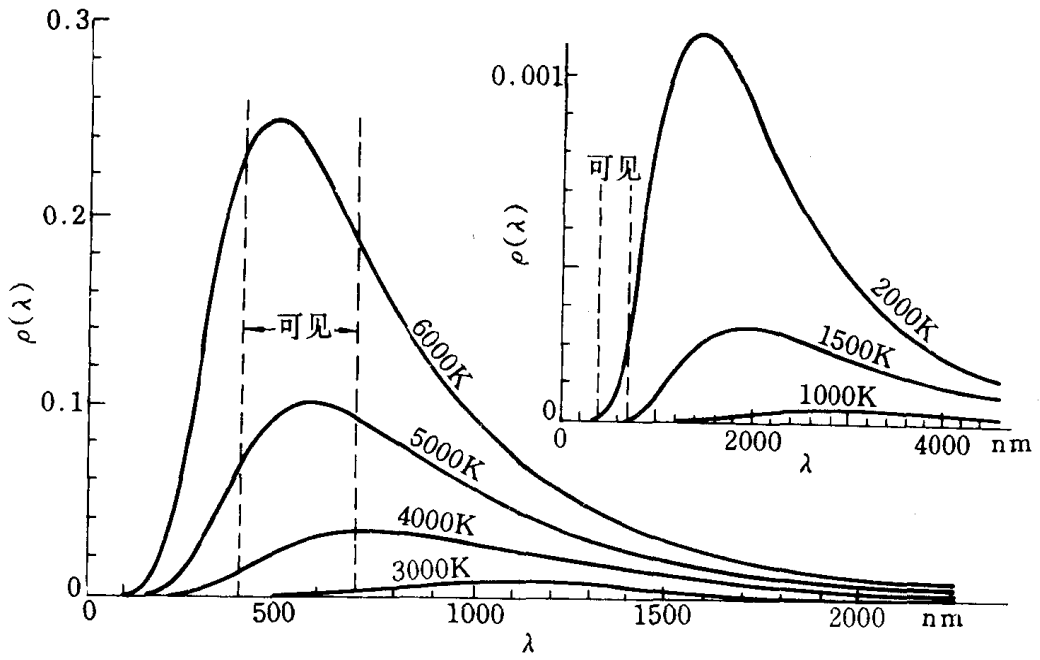

图8-14a　黑体辐射谱

射出来的能流通量. 黑体辐射的 Wien 位移定律与斯忒藩-玻耳兹曼定律都被证实与实验符合得很好，但是曾经有很多学者从热力学出发以获得黑体辐射的能量分布，所得结果都与实验结

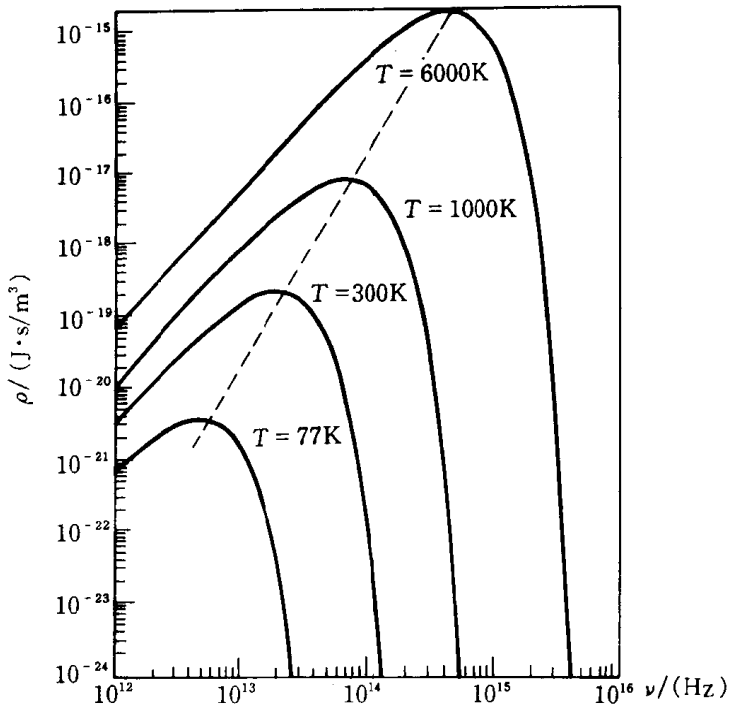

图8-14b　黑体辐射谱

果不符. 普朗克摈弃了旧的概念，引入黑体腔内辐射场的能量是量子化了的概念而获得突破性的成功. 图8-14展示黑体辐射在不同温度下的两种坐标系统中的分布曲线，一种是用线性坐标表示的，曲线的形状比较直观，另一种是用双对数坐标表示的分布曲线，后者由于坐标的跨度较大，可以容纳更多的温区所以更为实用.

c. 其他远红外及远紫外连续谱光源：远红外的连续谱光源都是较低温度的热光源. 陶土材料如氧化锆、硅炭棒在加热到暗红色时所发出的辐射，可以达到约20μm 以内的红外连续光波. 从黑体辐射的光谱分布曲线中可以看到，紫外辐射在热光源中所占的比例是极少的. 比较实用的连续紫外光源一般是采用高压气体放电灯中所辐射的紫外部分，这是由于高压下的放电可以产生高温，使其中的气体大部分处在电离状态而辐射连续的紫外光. 利用氢的电离连续态则并不需要很高的电压即可以获得十分强的紫外连续谱，波长可达到170nm 左右.

§8.3　黑体辐射表达式的物理意义与受激辐射

描述黑体辐射的(8-4)式表示在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 的波长范围内，在单位黑体面积上所辐射的能流通量. 在热平衡的条件下，黑体腔体中的原子会向腔内辐射能量，腔内的电磁场能量也会被腔体中的原子所吸收，两者相互平衡. 但腔内电磁场是向4π 角发射的，而黑体表面的辐射能流 ρ 可认为是向 π 角发射的，故在频率为 $\nu-\nu+d\nu$ 之间腔内的电磁场的能量密度为

$$\rho'(\nu)d\nu=\frac{4}{c}\rho(\nu)d\nu=\frac{8\pi h\nu^3}{c^3[\exp(h\nu/kT)-1]}d\nu\ , \tag{8-5a}$$

$$= \left(\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\right) \times (h\nu) \frac{1}{\exp(h\nu/kT) - 1} d\nu . \tag{8-5b}$$

（Ⅰ）　（Ⅱ）　（Ⅲ）

上式称为普朗克黑体辐射公式，它的物理意义可以这样来理解：（Ⅱ）是中心频率为 ν 的光子的能量，（Ⅲ）是在频宽为 $\Delta\nu$ 范围内的平均光子数目 $\langle n \rangle$，（Ⅰ）是黑体的单位体积内在此 $\Delta\nu$ 区间内可以存在的光波的数目，称为单位体积内的模密度. 所以黑体辐射在 $\Delta\nu$ 内的能量密度等于单位体积内可以存在的光波的模数乘以每个模的平均能量，而平均能量是平均光子数乘以单

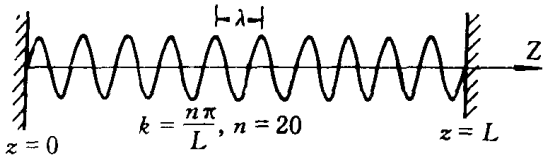

图8-15　一维腔体及模数

个光子的能量.

所谓腔内可以允许存在的光波，是指在一个有限空间的腔体内可以维持持续振荡的那些波动. 在自由空间中，当然所有频率的波动都可以持续振荡；但在有限的空间中，则只有那些在这空间中形成驻波的波动，才能持续地振荡而维持其存在. 以一维空间为例，如图8-15，这相当于法布里-珀罗干涉仪的情况. 若干涉仪的腔长为 L，一维波动方程为

$$U(z) = A\sin kz , \tag{8-6}$$

在 $z = 0$，和 $z = L$ 处，都满足 $U(z) = 0$，也即应满足 $kL = m\pi$，或 $L/(\lambda/2) = m$，其中 m 为整数. 换言之，腔长为 $\lambda/2$ 的整数倍时，才能形成驻波. 这种能形成驻波的振动称为谐振模，简称为模. 若用频率 ν 表示，则有 $2L\nu/c = m$，所以在频率区间 $\Delta\nu$ 内的模数 $\Delta m = (2L/c)\Delta\nu$，此外，还应考虑到有两个偏振态可以同时存在而其总模数应该是上式的两倍，所以单位长度单位频率区间的模密度应为

$$M(\nu) = \frac{4}{c} . \tag{8-7}$$

对于两维的腔体，以每边长度为 L 的正方形为例，满足驻波的条件为

$$k_Y = m\pi/L , \qquad k_Z = m'\pi/L ,$$

其中，m、m' 均为整数. 为了计算模密度的方便，可以在 k 空间中进行，$k = (2\pi\nu/c)$，如图8-16中所示，$\Delta k_Y = \Delta k_Z = \pi/L$，当 $\Delta m = \Delta m' = 1$，也就是在 k 空间中的模密度为 $(\pi/L)^2$，而可允许的频率是在0－ν 之间，则位于半径为 $k = (2\pi\nu/c)$ 范围的总模数为

$$\frac{2 \times (1/4)(\pi k^2)}{(\pi/L)^2} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} L^2 , \tag{8-8}$$

上式第一项分子中的2是考虑到具有两个偏振态的缘故，而 $(1/4)\pi k^2$ 是 k 空间中半径为 $(2\pi\nu/c)$ 的圆的(1/4)，这是由于 k 的数值总是正值而只能计及第一象限中的模数. 所以在 ν － $\nu + \Delta\nu$ 之间的单位频宽、单位腔面积内的模密度为

$$M(\nu) = \frac{4\pi\nu}{c^2} . \tag{8-9}$$

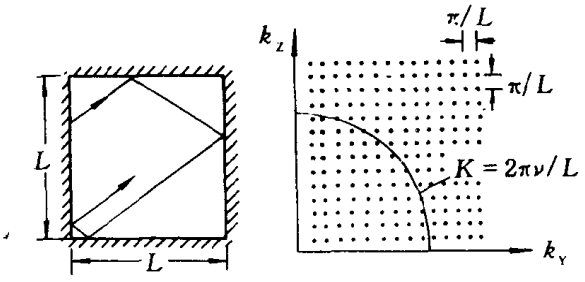

图8-16　二维腔体及模数

同理，三维 k 空间中位于半径为$(2\pi\nu/c)$的八分之一的球体内的总模数为(见图8-17)

$$\frac{2\times(1/8)[4\pi k^3/3]}{(\pi/L)^3}=\frac{8\pi\nu^3}{3c^3}L^3,$$

故在三维腔体内的单位频宽、单位体积中的模密度为

$$M(\nu)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\ , \tag{8-10}$$

这就是(8-5b)式中的第(Ⅰ)项，即在频宽 $\Delta\nu$ 中可以存在的驻波的数目.

现在来计算每个谐振模的平均能量. 若腔壁温度为 T，则根据热力学中的玻耳兹曼定律，在热平衡条件下，某一谐振模的能量处在 E 和 $E+\mathrm{d}E$ 之间的概率为 $\exp[-E/kT]\mathrm{d}E$，若能量连续分布，则模的平均能量应为

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{\int_0^\infty E\exp[-(E/kT)]\mathrm{d}E}{\int_0^\infty\exp[-(E/kT)]\mathrm{d}E}\mathrm{d}T=kT\ . \tag{8-11}$$

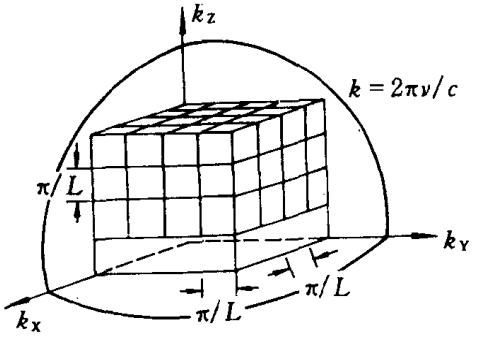

图8-17　三维腔体及模数

由(8-10)和(8-11)式可得

$$\rho'(\nu)=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}kT\ .$$

这是瑞利-金斯得出的公式. 此公式导致了当 $\nu\to\infty$ 时，$\rho'(\nu)\to\infty$ 的荒谬结论，当年被称为“紫外线灾难”. 为解决此问题，普朗克假设腔壁与腔内的能量交换量不连续，只能为 $h\nu$ 的整数倍，于是

$$\langle\varepsilon\rangle=\frac{\sum_{n=0}^{\infty}nh\nu\exp[-(nh\nu/kT)]}{\sum_{n=0}^{\infty}\exp(-nh\nu/kT)}=\frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT)-1}=\langle n\rangle h\nu\ . \tag{8-12}$$

其中，

$$\langle n\rangle=\frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1}\ . \tag{8-13}$$

由(8-10)和(8-12)式得到的普朗克公式(8-5)式与实验结果完全符合. 与(8-5b)式中的第(Ⅱ)项相同，$\langle n\rangle$ 是在频宽 $\Delta\nu$ 内每个模中的平均光子数. 以温度为1200K(桔红色)的辐射体为例，在中心频率为5×10^{14}Hz 单位频宽内的平均光子数 $\langle n\rangle\approx10^{-9}$，这是很小的一个数值，但以激光为例，则同样中心频率的单位频宽内的 $\langle n\rangle\approx10^{10}$以上，这也是激光具有极好的相干性的缘故.

黑体腔内的能量密度 $\rho'(\nu)$ 还可以从电磁场与腔壁上的原子会相互作用所发生的吸收与辐射的跃迁推导出来. 设黑体腔壁在 t 时刻处在上能级的原子数为 N_2，这些原子自发地跃迁到基态能级的速率 $\mathrm{d}N_2/\mathrm{d}t$ 应与 N_2 成正比，即

$$\mathrm{d}N_2/\mathrm{d}t = -A\times N_2,$$

其中 A 是比例常量，负值表示 N_2 是随时间而减少的. 同样，若在基态上的原子数目为 N_1，则原子吸收腔内电磁场的能量而跃迁到上能级的速率应与 N_1 成正比，而且还应与腔内电磁场的能量密度 $\rho(\nu)$ 成正比，即

$$\mathrm{d}N_1/\mathrm{d}t = B_{12}\times N_1\rho'(\nu),$$

其中，B_{12} 是比例常量，足标(12)表示从下能级(1)跃迁到上能级(2). 但是，如果要使上述的两个过程达到平衡，则须令

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}N_1}{\mathrm{d}t},\qquad \text{即得}\qquad \rho'=\frac{AN_2}{BN_1}=\frac{A}{B}\cdot\frac{N_2}{N_1}.$$

从波耳兹曼定律可得

$$N_1/N_2=\exp[-(\varepsilon_1-\varepsilon_2)/kT]=\exp[h\nu/kT],$$

代入上式，得

$$\rho'=\frac{A}{B}\mathrm{e}^{-h\nu/kT}.$$

由此得，当 $T\to\infty$时，$\rho\to A/B$ 为常量；但实际上 $T\to\infty$时，$\rho\to\infty$，因此，上述假定与事实不符. 为了解决这个问题，爱因斯坦提出只有存在“受激辐射”才能达到平衡. 受激辐射是指处在上能级的原子受到与其跃迁频率相当的外界光子的引发而跃迁到下能级，并辐射出一个与外界光子相同的另一个光子的现象. 发生受激辐射时，外界作用的光子非但没有被吸收，反而在腔体中再引发出一个光子. 受激辐射所引发的光子与外界作用的光子是完全相同的，即其频率、相位、偏振态和传播方向都与原来的光子一样. 这里，蕴藏着入射的光子数目在受激辐射过程中被放大了的概念. 当然，受激辐射的速率也应与 N_2 及 $\rho(\nu)$ 成正比，即

$$\mathrm{d}N'_2/\mathrm{d}t=-B_{21}\times N_2\rho'(\nu),$$

其中，B_{21} 是从上能级跃迁到下能级的比例常量. 在一般的情况下，由于下能级的原子数总是比上能级的原子数多得多，所以腔内的光子被吸收的概率比产生受激辐射的概率大得多，也即在通常的条件下受激辐射并不是腔内辐射场的主要的贡献者，而是一种十分罕见的现象.

在稳态条件下，黑体腔壁上的原子与腔内的电磁场相互作用，引起的总变化率应为零，即 $\mathrm{d}(N_1+N_2+N'_2)/\mathrm{d}t=0$，故有

$$\rho'(\nu)=\frac{A}{B_{21}}\cdot\frac{1}{N_1B_{12}/N_2B_{21}-1},\tag{8-14}$$

即

$$\rho'(\nu)=\frac{A}{B_{21}}\cdot\frac{1}{[\exp(h\nu/kT)(B_{21}/B_{12})]-1},$$

将上式与普朗克公式(8-5)式比较，可得

$$B_{21} = B_{12},$$

$$A/B = 8\pi h\nu^3/c^3,$$

A、B 这两个比例常量称为爱因斯坦 A、B 系数，在讨论光辐射与物质相互作用的微观机理中是很重要的. 自发辐射的常量 A 与上能级的寿命有关，从(8-13)式可以解得 $N_2 = N_0 \times \exp(-At)$，这说明上能级上的原子在停止激发后将按指数衰减. 令自发辐射的衰减常量为 τ，则有

$$A = 1/\tau .$$

因而，吸收和受激辐射的常量为

$$B = \lambda^3/8\pi h\tau . \tag{8-15}$$

§8.4 激光原理简要

激光是“受激辐射的光放大”的简称，(英文名为 LASER，是取"light amplification by stimulated emission of radiation"中的第一个字母组成)，对于激光的研究以及它的成就是物理学界在60年代所取得的最重要的成就，激光的出现不但改变了光学学科长期以来存在着的一些模糊不清的观点，促进了对于光的本性认识的进一步深化(例如既然承认光是量子性的实体，但大量的光学现象仍然可以用经典光学的观点予以十分成功的解释，又如究竟有哪些光学现象必需要用量子力学的理论而不可能用经典的观点给予清楚地阐明)，并且由于激光所具有的优异的特性(例如高亮度、高相干性、高度方向性及超短光脉冲的获得等)，因而也带来了在高技术中及其它学科中的广泛应用. 它与微电子学技术相结合而形成的新兴的光电子学科，已成为当今开拓科学技术的主流.

正如绪论中所述，早在第二次世界大战时期，为了军事上的需要，已开始了关于受激辐射的研究，大战结束以后，首先实现了微波受激辐射放大，称为 MASER(microwave amplification by stimulated emission of radiation，曾译为脉泽)，这些研究是由无线电工程学方面的学者开始的，它们认为这是把物理学中的量子概念应用于电子学，所以把有关这方面研究的学术内容称为“量子电子学”(quantum electronics). 为了把这种受激辐射放大推广到可见光波段，50年代末，美国及苏联的研究者分别提出了实现在可见波段产生受激放大的可能性，并提出应用经典光学中的 F-P 干涉仪作为非封闭式的多模光学谐振腔的设想，这样可避免制备与光学波长尺寸相当的谐振腔的困难，并可同时起到反馈的作用，到1960年，终于首次在红宝石晶体材料中获得了激光的发射，次年，又在氦-氖混合气体中得到了质量极优的激光输出. 从此以后，各种不同类型的激光器相继研究成功，对激光的机理也有了更进一步的认识，激光的应用也随之获得了蓬勃的发展. 下面我们来讨论激光是如何产生的.

由上节可知，原子与光的相互作用有以下三个过程：自发辐射、受激辐射和受激吸收. 如图8-18所示. 受激辐射与自发辐射的概率之比为

$$\frac{B_{21}N_2\rho'}{AN_2} = \frac{B_{21}}{A}\cdot\rho' = \frac{1}{\exp(h\nu/kT)-1} = \langle n\rangle ,$$

受激辐射与受激吸收的概率之比为

$$\frac{B_{21}N_2\rho'}{B_{12}N_1\rho'} = \frac{N_2}{N_1} = \exp(-h\nu/kT) .$$

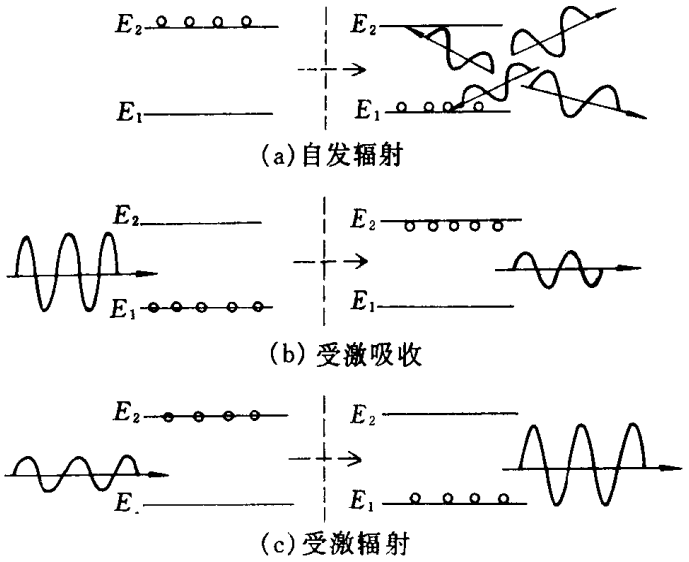

图 8-18　光与原子相互作用的三个过程

由于一般情况下 $h\nu \gg kT$，故以上两个比都非常小. 因此，在一般情况下，当光辐射通过某一物体时总是被衰减而降低其入射时的强度，这是因为物体中的原子极大多数处在基态能级，只有极少数处在上能级，因而光的吸收过程要比产生受激辐射的过程多得多. 要产生受激辐射而获得光的放大，必须上能级的原子数目比下能级的原子数目大很多，这种状态称为粒子数反转. 要获得粒子数反转当然要不断地从外界输入能量以激励原子到上能级. 图 8-19 表示一种获得粒子数反转的例子. (a)是一个有三个能级的系统，其中“0”为基态，“1”是一个寿命较长的亚稳态，“2”是上能级. 当该系统的原子受到外界的泵激而跃迁到上能级时，大量粒子可跃迁到能级“1”，并在其上较长时间停留. 如果泵激足够强烈而使基态上的粒子少于亚稳态“1”上的粒子，则出现粒子数的反转. (b)是一个有四个能级的系统，其中“0”为基态，“2”是亚稳态. 当外界把基态的粒子泵激到“3”时，大量粒子会很快跃迁到“2”，而使“2”与“1”之间形成粒子数反转. 由于“1”不是基态，原来粒子数就比较少，因此四能级系统比三能级系统更容易建立粒子数反转. 处于粒子数反转状态的材料称为激活介质. 这时若有光子入射经过这激活介质，则会引起受激辐射而增加同种品类的光子，所以出射时的光子数会大于入射的光子数，也即出射的光强获得了放大. 当然，实际上不一定要有外界入射的光子，因为激活介质本身自发辐射所产生的光子也是引起系统受激辐射的源泉. 激活介质具有放大的作用，所以也称为受激辐射放大器，简称激光放大器. 在小信号输入的情况下，放大器的放大系数是线性的，其增益是一个常量，但输出信号会随输入信号的增大而达到饱和.

在讨论激光放大器的增益时，还必须考虑能级之间跃迁所辐射的光波都是有一定的频宽的. 在以前的讨论中认为原子的能级没有宽度，这是理想的状态. 实际上，能级总有一定的宽度，因为每个原子会受到其它原子的作用并且原子在运动过程中都会使能级有微小的展宽. 设上下两个能级之间的能量差在理想状态下为 $h\nu_{21}$，则在能级展宽后，原子在这两个能级之间跃迁而辐射的光波频率可比 ν_{21} 略大或略小一些. 因此，两个实际能级之间的跃迁可以用一个归一化的谱线轮廓函数 $g(\nu)$ 来表征，$g(\nu)\,\mathrm{d}\nu$ 表示因跃迁产生的辐射在频率 $\nu \to \nu + \mathrm{d}\nu$ 之间的概

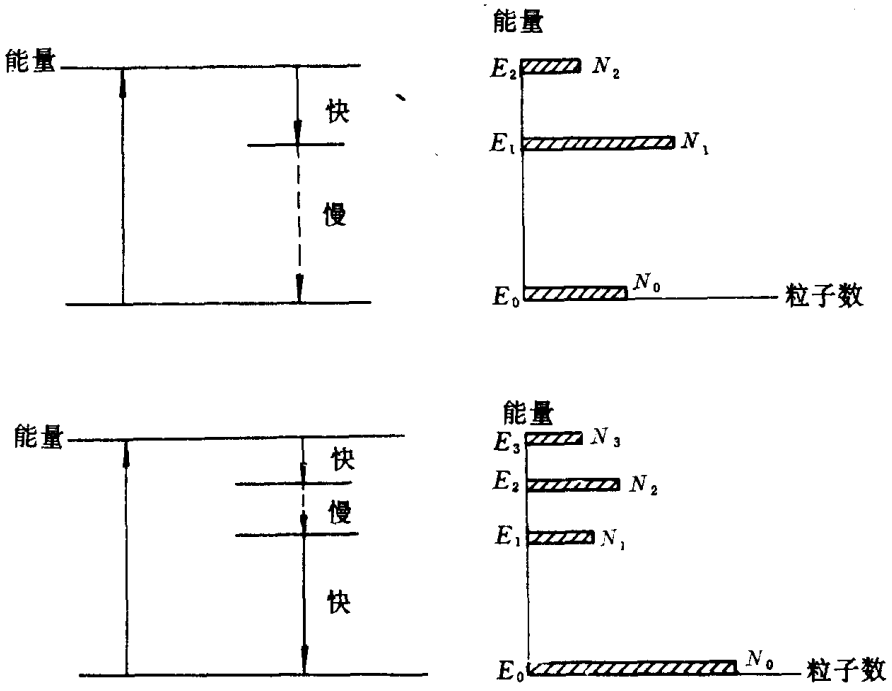

图 8-19　粒子数反转

率. 当然，这也适用于吸收一个光子的情况. 根据这种考虑，在上一节中关于自发辐射、吸收及受激辐射的过程中，粒子数变化的速率表式中都应再乘以 $g(\nu)\,\mathrm{d}\nu$ 这一因子. 因此，若有一束中心频率为 ν，初始光强为 $I(\nu)$ 的光入射到激光放大器中，在传播了 Δz 路程以后，由于受激辐射、吸收和自发辐射而产生光强的变更量 $\Delta I(\nu)$ 应为

$$\Delta I(\nu) = h\nu \times B\frac{I(\nu)}{c} \times g(\nu)\mathrm{d}\nu \times 1 \times 1 \times N_2 \times \Delta z$$
$$- h\nu \times B\frac{I(\nu)}{c} \times g(\nu)\mathrm{d}\nu \times 1 \times 1 \times N_1 \times \Delta z$$
$$+ h\nu \times A \times g(\nu)\mathrm{d}\nu \times \frac{1}{2} \times \frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi} \times N_2 \times \Delta z\ ,$$

其中 N_1 和 N_2 分别是单位体积中位于上能级和下能级的粒子数，$I(\nu)/c = \rho'(\nu)$. 上式中的第一项是受激辐射的贡献，所增加的光子与入射光子的频率、偏振态、传播方向均相同；第二项来自吸收对光强的消耗；第三项则是自发辐射的贡献，自发辐射是向周围 4π 立体角中平均分布的，$\mathrm{d}\Omega$ 是发射点对输出口的张角，(1/2) 是发射的光子中只有一半与入射光子有相同的偏振态. 经整理后，上式为

$$\frac{\mathrm{d}I(\nu)}{\mathrm{d}z} = \left[\frac{h\nu}{c}B(N_2 - N_1)g(\nu)\mathrm{d}\nu\right]I(\nu) + \frac{1}{2}\left[h\nu A g(\nu)\mathrm{d}\nu N_2\frac{\mathrm{d}\Omega}{4\pi}\right]\ ,$$

上式中的第二项自发辐射是属于放大器的噪声，在没有入射光强 $I(\nu)$ 的情况下它也存在，在目前的讨论中可以略去不计. 用(8-15)式的 B 值代入可得受激辐射光放大的最基本的公式，

$$\frac{\mathrm{d}I(\nu)}{\mathrm{d}z} = \frac{\lambda^2}{8\pi\tau}g(\nu)\mathrm{d}\nu \times (N_2 - N_1)I(\nu) = \gamma(\nu)I(\nu)\ . \qquad (8\text{-}16)$$

$\gamma(\nu)$ 称为激光放大器单位长度的小信号增益系数，单位为 m^{-1}. 一般来说，在小信号输入时，增

益系数是常量，所以称此系统为线性的系统，但输入信号增大到一定程度后，系统的增益会逐渐变小而使系统成为非线性，直至最后输出达到饱和. 从(8-16)式可以看到；首先，增益系数要大于零才可以有放大作用，$\gamma(\nu)>0$的条件是 $N_2>N_1$，也就是上能级的粒子数要比下能级的多；其次，增益系数与波长的平方成正比，波长愈短增益愈小，这说明受激辐射放大在微波波段比较容易实现，而目前正在探索的 X 光波段的激光是一个很难的研究课题；最后，增益系数与谱线的轮廓函数有同样的形状，由于轮廓函数 $g(\nu)$ 是一个狭窄的尖峰函数，所以受激辐射放大器是一窄带放大器. 为了简化，可以令 $N=N_2-N_1$，它代表单位体积中上、下两能级的粒子数差值，则增益系数为

$$\gamma(\nu)=N[\lambda^2/8\pi\tau]g(\nu)\mathrm{d}\nu\,. \tag{8-17}$$

通常所说的激光器是指受激辐射的振荡器，它由上面所讨论的激光放大器及一个光学谐振腔组成. 光学谐振腔的作用是使输出中的一部分反馈到放大器中，以产生谐振振荡而进一步

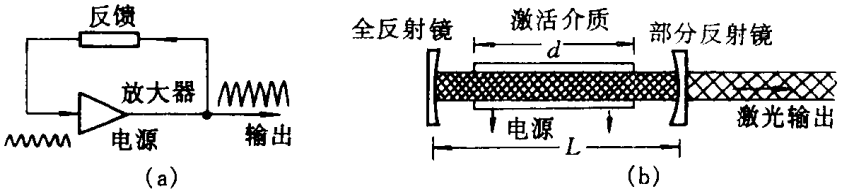

图8-20 (a)具有反馈的振荡器 (b)激光器(包括放大和反馈)

获得同步放大. 图8-20a、b 分别是电子学中反馈放大器的框图以及其所对应的光学反馈放大器(即激光器)的示意图. 在具有反馈的放大系统中只要有少量的信号输入，例如即使是一些噪声(这在光学中相当于自发辐射所产生的信号)也会启动系统的振荡而将输入信号放大，此时一部分输出信号又被反馈而再次获得放大，如此经过多次的循环，直到放大器的增益达到饱和，系统就会达到稳定状态并输出与放大器的谐振频率一致的信号. 在激光器中，被激活的介质是放大器，F-P 干涉仪是谐振腔，干涉仪的反射镜具有反馈的功能，从部分反射镜中透射出的光束就是激光器的输出.

为了达到振荡，放大器的增益必须比反馈系统的损耗大，从而保证信号在经过一次完整的反馈回路中有净增益. 设激光器的激活介质长度为 d，增益系数为 $\gamma(\nu)$，则光波在谐振腔内经历一个整回路后，光强应乘以因子 $\exp[\,2d\gamma(\nu)\,]$；同时，由于干涉仪反射镜的损耗，经一个回路后光强应乘以两反射镜的反射率 R_1、R_2，即，若原来的光强为 I_0，则经过一个完整的回路后光强应改变为 $I=I_0R_1R_2\exp[2d\gamma(\nu)]$. 为了达到振荡，要求：$I>I_0$，即 $\exp[\,2d\gamma(\nu)\,]>1/(R_1R_2)$ 或 $\gamma(\nu)>(1/2d)\ln[1/R_1R_2]$. 进一步考虑激活介质的损耗，设激活介质单位长度的散射与吸收为 α_s，则应有

$$\gamma(\nu)>\alpha_s+(1/2d)\ln[1/R_1R_2]=\alpha\,.$$

其中 α 是单位长度的总损耗. 此外，为了达到振荡，在一次整的回路中所引入的相位变化应为 2π 的整数倍，从而保证反馈信号的相位与放大器中的原有信号的相位同步，即振荡器应满足相位条件：$2kL=2m\pi$，或 $2L=m\lambda$，其中 L 为谐振腔的长度. 所以，谐振腔的谐振频率及其频率间隔分别为

$$\nu = m(c/2L)\ , \qquad \Delta\nu = c/2L\ . \tag{8-19}$$

每一个可以产生振荡的谐振频率称为一个谐振模，也称为纵模(沿腔轴方向). 由于 F-P 干涉仪的角半宽与条纹角距离之比即为它的精细度 $\mathscr{F}$[见(4-65)式]，因此谐振模的半高宽度(FWHM)为

$$\delta\nu = \Delta\nu/\mathscr{F}\ . \tag{8-20}$$

图8-21说明了增益、损耗及其谐振腔的谐振频率之间的关系. 若设 $\gamma(\nu) > \alpha$ 的频率范围为 $B =$ 1.5GHz，激光器的腔长为1m，则 $\Delta\nu = 150$MHz，所以这样长的激光器可容纳十个以内的谐振

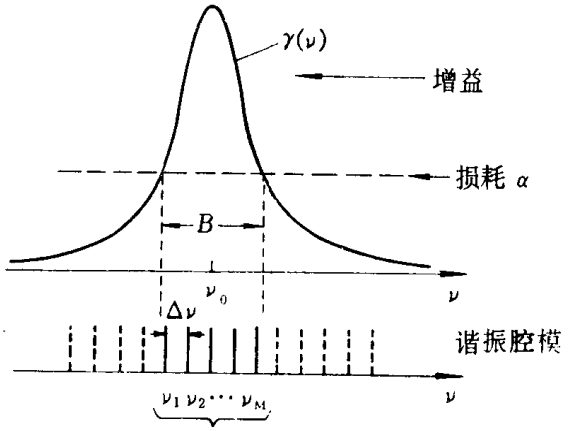

图8-21　增益、损耗及谐振模

模振荡，若 $\mathscr{F} \approx 150$，则每一个模的 $\delta\nu = 1$MHz，故每个模的相干长度可达300m 之远.

激光器中输出的激光光束具有很好的方向性，这是由于光束在谐振腔的两端反射镜上来回反射所致，激光的谐振腔是只有两个端面而没有周壁的腔体，因此某些偏离谐振腔主轴方向的光束将逸出腔体，而只有那些能够在谐振腔内多次来回或甚至于始终可以重复其路径而保留在腔体内的光束才能获得足够的放大而输出. 输出光束在空间的分布也称为模式，叫做空间模或横模(垂直于轴的模式). 图8-22a 是由两块平面反射镜组成的谐振腔，这种腔体的光束基本上只能沿光轴方向传播，其横模为一个位于 $x = y = 0$ 的光斑，称为 TEM_{00} 模，这是最低阶的横模，叫基模. 平面谐振腔要求两块平面严格地相互平行，所以其调节精度很高. 图8-22b 是采用由球面镜组成的几种典型的谐振腔：半球面腔，球面腔，共焦腔. 这类腔体中的光束在两块反射镜之间来回传播，始终不会逸出腔外，称为稳定腔. 稳定腔的种类很多，例如腔长比上述的三种略短一些的腔体仍然属于稳定腔的范畴. 对于增益小的激活介质都应采用稳定腔，这样可以使光束的强度获得不断地增加. 但是，非稳定的腔体在大增益介质的激光器中也是经常使用的. 球面腔体的调节精度要求较低，其高斯光束的输出除了 TEM_{00} 模之外，还可以出现 TEM_{11} 模或更高阶横模的振荡. 激光输出的偏振态均为线偏振，各个模的偏振方向都不同.

为了有好的光束质量，常希望获得单模激光输出. 实现横向单模可以采用平行平面腔或腔内加小孔以限制高阶模的产生. 实现纵向单模的方法较多，例如，缩短腔长或增大损耗，但这些方法虽有效却显然降低了激光的输出功率. 以下介绍几种输出功率仍可很大的纵模选择方法.

图8-23的装置称为复合腔，它是以一个迈克耳孙干涉仪代替谐振腔的一个反射镜，显然，仅当迈克耳孙干涉仪中两反射镜 M_3、M_4 的反射光干涉相长时，它才成为一个高反射镜，从而有激光输出. 实现干涉相长的条件为 $2d = m\lambda$，d 是 M_4 和 M'_3 的距离，m 是整数. 因此，输出光

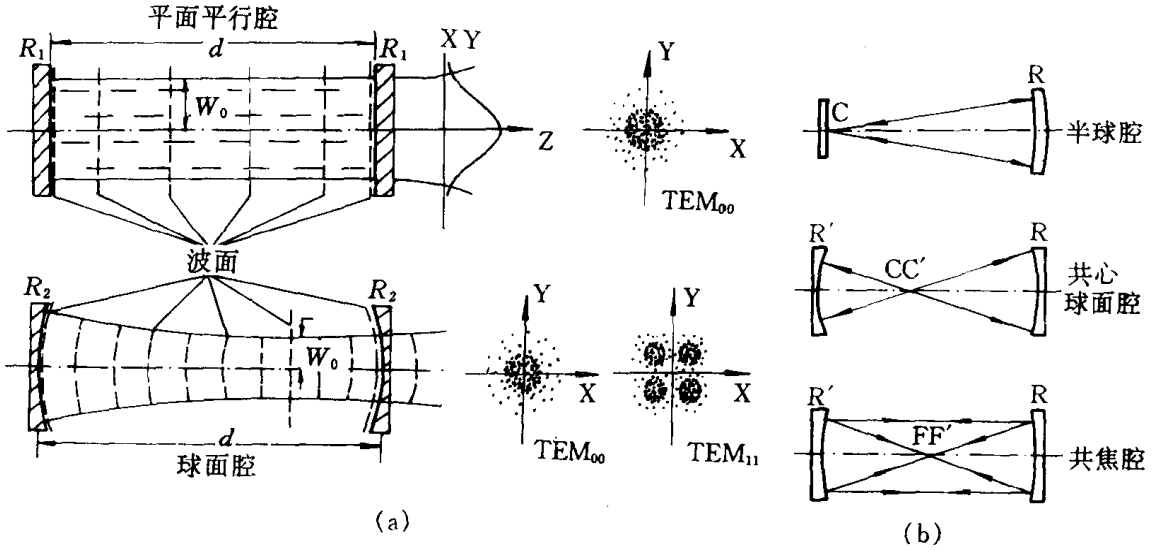

图8-22　谐振腔及横模

的频率应为 $\nu = mc/(2d)$，频率间隔为 $\Delta\nu = c/(2d)$. 显然 d 是一个可调节的量，它可远小于 L，以使 $\Delta\nu \geqslant B$，从而使增益大于损耗的范围内只可能有一个频率满足干涉相长获得单模输出.

在谐振腔内再放入一个标准具，如图8-24所示，也可实现选模，此时，只有既满足 $2L = m\lambda$ 又满足 $2nL'\cos\theta = m'\lambda$ 的光才可获得激光输出，其中 n 是标准具材料的折射率，L' 是其长度，θ 是光束在标准具内的折射角，一般 $\cos\theta \approx 1$，因此频率间隔为 $\Delta\nu \approx c/(2nL')$，当 $\Delta\nu \geqslant B$ 时，可获得单模输出.

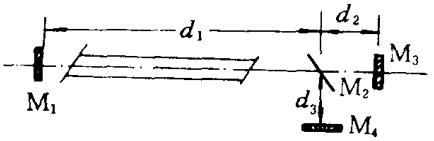

图8-23　迈克耳孙复合腔

利用双折射晶片也可以选模. 图8-25是它的示意图. 在具有布氏窗 W 的谐振腔内插入一块波晶片，其光轴方向与布氏窗的法线方向成45°角，仅当 o 光与 e 光在晶片中往返一次产生的相位差为 2π 时，才对光波没有影响，因而能得到不断增益，其他波长的光都因损耗太大而不能振荡. 上述相位条件就是半波片条件，即 $2\pi l(n_o - n_e)/\lambda = m\pi$，其中 l 是晶片的厚度. 由此可得输出频率间隔为 $\Delta\nu = c/[2l(n_o - n_e)]$，同理当 $\Delta\nu \geqslant B$ 时，可获得单模输出.

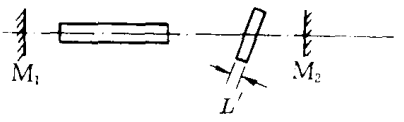

图8-24　F-P 标准具选模

纵向单模即为单频，它在精密干涉计量、全息照相等工作中是十分重要的.

§8.5　若干常用激光器及其特性

自从激光研究成功以来，已经发展了种类极多的激光器件以及相应的激光技术. 以激活介质分类，则有气体、液体、半导体、固体、染料、自由电子、准分子等等；以其激励的方式分类，则

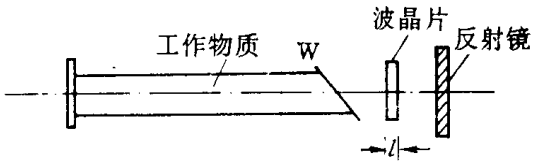

图8-25　晶体双折射选模

有光泵、电激励、化学反应能、核反应能等等. 激光的波长范围已经从与微波相接壤的远红外一直延伸到软 X 光波段，并认为 γ 射线将是下一个目标. 一般的激光器所辐射的激光总是具有固定波长的单色性十分优良的辐射，但为了研究上的需求也发展了可以调节波长范围的可调谐激光器. 激光的输出功率可以从小于微瓦到达10TW[10^{13}W]，激光的作用时间可以从连续波输出到脉冲输出，脉冲的时间宽度可达到小于飞秒(10^{-12}s)的量级. 激光光束的发散角可以达到微弧度的量级. 一般来说，气体激光的单色性及相干性比较优良，固体激光可以产生较大的功率，半导体激光的光束质量并不是上乘的，但它的尺寸很小，可以制备在半导体集成电路的基片上，因此是当今光电子学中的主流角色. 当前，激光器件的发展注重于推向短波长和大范围内可调、超短的脉宽、固体化及小型化，在应用方面则正是处在蓬勃发展的时期，并且已经渗透到各个领域中，可以预计新的概念和新的技术一定会层出不穷的.

(1)气体激光器

最为常见的氦-氖激光器是气体激光器中第一个研究成功的器件. 激光是由氖的受激辐射产生的，氦气是作为辅助剂. 放电过程中，从阴极发出的电子撞击氦原子使之激发，由于氦原子在这激发态能级上所拥有的能量与氖原子的激发态能量相当，所以受激的氦原子与基态的氖原子相碰撞并交换能量使氖原子被激励，从而建立了粒子数的反转. 氦-氖激光器所产生的主要激光波长为632. 8nm，具有鲜红的色泽，其输出功率在1mW 左右；其它的激光波长为红外的3. 39μm 及1. 15μm. 图8-26是两种氦-氖激光器的结构图，一种称为外腔式，在放电管的两端各封有一块优质的平面玻璃片，其平面的法线与谐振腔的轴线成布儒斯特角，这种结构的激光器所输出的光波偏振态始终保持在玻片的入射面内，垂直于入射面的偏振光是不会发生振荡的，因为在通过玻片时会受到很大的损耗而使整个回路的净增益为负值. 图8-26中的另一种结构称为内腔式，两块反射镜直接封在放电管的两端，这种结构的机械性能较好而无需调节，所以

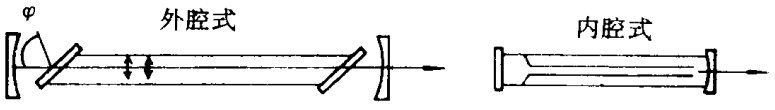

图8-26　气体激光器

使用很方便，但其输出的偏振态的方向是不确定的.

在可见波段内输出功率最大的气体激光器是 Ar 离子激光器，由于是电弧放电，电流密度很大(输入电流为30－50A)，最大的激光输出功率可达20W 以上，波长为514. 5nm、488. 0nm 等. 氩离子激光器由于单色性极佳并且输出功率大，所以是在激光物理、激光光谱等研究中最

常用的器件. 二氧化碳气体激光器的输出波长在中红外区10. 6μm 处，其输出功率可以从数十瓦到数千瓦，可以用于工业加工，例如焊接、切割金属材料之用. 其他如以金属 Cd 蒸气为介质的激光其波长在紫光波段的442nm. 氮分子激光所发射的波长在紫外320nm 左右.

在紫外波段目前经常使用的是所谓"准分子"激光器. 一般来说，惰性气体如 Ar、Kr、Xe 等不会与其它原子发生化学反应而形成化合物，但是当这些惰性气体的外层电子中的一个受到激励时，它也可能与其它活性强的原子如氟、氯等组成处在激发态而寿命很短(约10^{-5}s)的分子，称为准分子. 准分子的基态寿命更短，只有约10^{-13}s，它们立即重新离解为原子. 因而，准分子系统总是满足粒子数反转的条件的. ArF 准分子激光的输出波长在193nm，ArCl 准分子的波长为170nm；XeF、XeCl 及 XeBr 的波长分别为353nm、308nm 及282nm，这是当前可以获得的最佳紫外激光，其输出能量在50－100mJ/脉冲，脉宽约为10ns(所以峰值功率为10MW)，脉冲的重复率约为500pps(所以平均功率为50W).

(2)固体激光器

与气体激光器相比，固体激光器具有高功率、大能量的优点，且体积小，使用方便. 最早研究成功的固体激光器是红宝石晶体激光器，其化学成分是氧化铝[Al_2O_3]，晶体中掺有 Cr 离子而呈现红色，第一章中的图1-2所示的是原始的红宝石激光的原型. 红宝石的端面被抛光并镀上反射膜，用 Xe 闪光灯作为光泵激励，所发射的波长为694. 3nm. 目前使用较广泛的固体激光介质是掺稀土元素 Nd 的玻璃材料以及掺 Nd 的钇铝石榴石晶体材料(Nd:YAG)，其发射波长为1. 06μm. 这些固体激光器大多是脉冲运转的，器件可以有很大的尺寸以获得巨大的能量输出，但也可以小到只有毫米以下的量级并用半导体发光二极管作为光泵激励源(图8-27). 固体

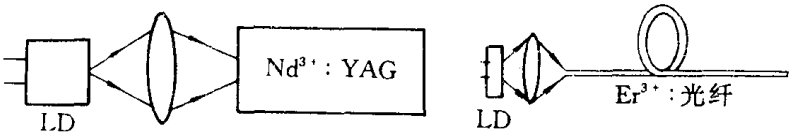

图8-27　微型激光

激光器的质量决定于低的启动功率和高的损伤功率.

固体中所掺的稀土元素还可以用 Er. 最近又发展了掺铬的金绿宝石(Alexandrite，Cr^{3+}：Al_2BeO_4)激光器，其波长在700－800nm 之间可调，以及掺 Ti 的蓝宝石(Ti:Sapphire)激光器，其可调的波长范围更宽，可从660nm 调到1180nm.

(3)染料激光器

染料激光器是利用有机染料分子受到外界光泵的激励而产生激光的，其特点是输出波长可调. 常用的有机染料为若丹明6G(Rhodamine 6G)，其波长可调范围为570－610nm. 已经开发成功的染料有数十种，复盖了从紫光到近红外，例如香豆素(Coumarin)染料的波长可调范围在蓝绿区域(400－500nm)，polymethine 染料则可以用在红到近红外区域(0. 7－1. 5μm)的调节. 图8-28是典型的染料激光器示意图，光泵用 Ar 离子激光，波长选择采用反射光栅.

由(4-35)式可知，反射光栅的光栅方程为

$$d(\sin i + \sin i') = K\lambda ,$$

在这里，$i = i' = \alpha$，于是，$2d\sin\alpha = K\lambda$ 即

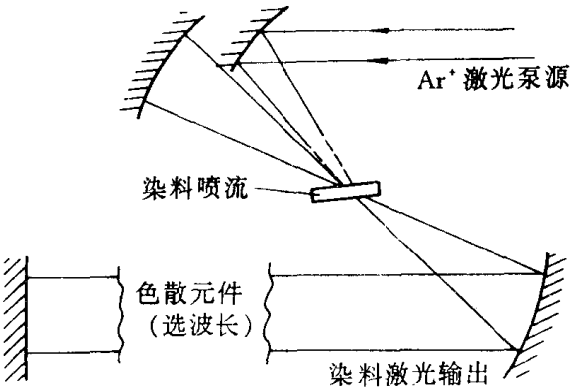

图8-28　染料激光器

$$\lambda = 2d\sin\alpha/K$$

这就是输出激光的波长，改变 α 即可改变 λ，实现调节激光波长的目的. 当然，波长调节若不用

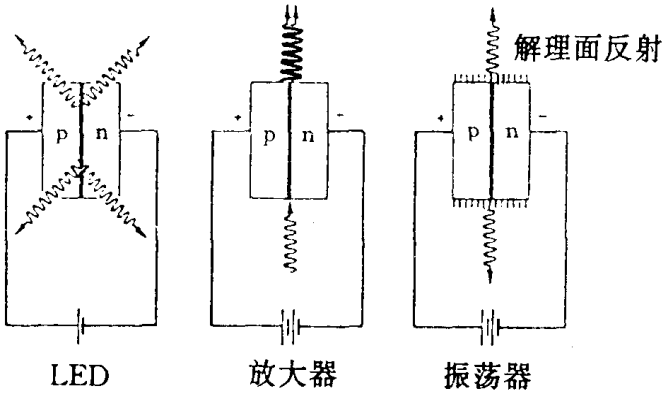

图8-29　半导体发光二极管及振荡器

光栅也可用棱镜等色散元件来进行.

(4)半导体激光器

半导体激光器(LD)的机制与半导体发光二极管(LED)相同，只是在输入的偏置电压超越某一限值时，在 p-n 结面附近电子和空穴的数目会很大，形成粒子数的反转，从而引发受激辐射，若器件的两端是该半导体晶体材料的解理面，就成为一个具有反馈的谐振腔而产生振荡，图8-29绘制了半导体二极管(LED)、半导体光放大器及半导体激光器(LD)和它们相应的能带间跃迁的示意图，图中也示意了 LED 是向四周发射的，而 LD 则是有一定的方向性. 半导体激光的特点是具有高的电光转换效率，可以用输入的偏置电流直接调制. 半导体激光器可以在同一种材料上形成 p-n 结，称为同质结. 半导体激光器的增益与结区的宽度有关，宽度小则增益大，然而宽度小则电子容易逸出结区而失去其作用. 所以又发展了用不同的半导体材料做成一个双异质结的激光器，例如 GaAs/AlGaAs 的组合，GaAs 在中间，两旁为 AlGaAs，结区可以很薄而获得高的增益，结区两边的势垒阻止电子的外逸，AlGaAs 的折射率比 GaAs 的略大一

些，从而形成一个光波导以限止光子的外逸. 总之，半导体激光器在当前的研究发展中占有重要的地位，因为它的尺寸很小，可以与其他微电子器件兼容，是当今新技术发展中重要的光电子器件.

大部分半导体激光器是由 GaAs、InGaAs，或 InGaAsP 等材料做成的；其波长范围在1.3—1.5μm，主要是配合光纤传输的需要，输出功率约在5mW 到100mW 之间，若是制备成半导体激光器阵列，则输出功率可达瓦级以上. 半导体激光的频谱比较宽，因为跃迁是在两个能带之间完成的，一般约为1.2THz($\Delta\lambda \approx 7$nm). 运转时所使用的电源电压约在5V，电流在50—

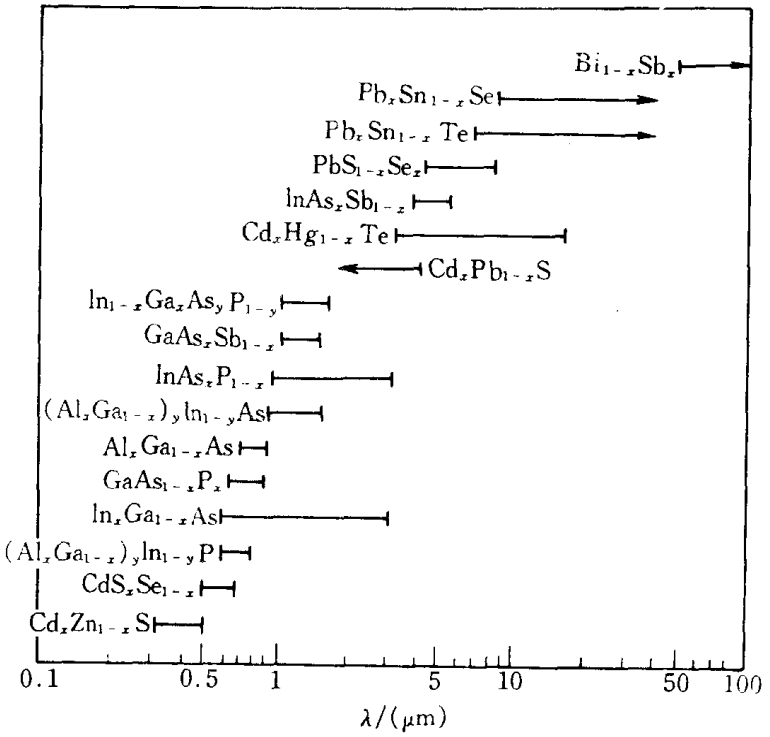

图8-30　各种半导体激光器的波长范围

100mA 之间，图8-30给出各种组合材料的半导体激光器所发射的波长范围.

利用分子束外延(MBE)技术，可以制备只有10nm 厚的晶体薄层，若用在半导体激光器的结区制备中，可获得更大增益而其启动的阈值更低，但这样薄的材料的性质显然与块料不同，由于其厚度极薄，所以会显现出量子性，电子在其中的运动犹如被陷在阱内一样，因此，这种半导体器件称为量子阱激光器. 量子阱激光器的阈值电流在0.5mA 左右，比一般的半导体激光器的(约需20mA)小得多，其频宽也比一般的窄，约为10MHz，其输出功率小于100mW. 这种结构又称为单量子阱激光器. 如果利用两种材料，例如 GaAs 和 AlGaAs 相互交替地用分子束外延或化学气相沉积(CVD)方法制备成多层周期性结构(这种结构称为“超晶格”)，使其能发射受激辐射，则称为多量子阱激光器. 多量子阱激光器的增益更高，例如 GaInP/InGaAlP 的多量子阱激光器可在634nm 处获得0.5W 的输出. 图8-31是多量子阱激光器结构的示意图.

(5)自由电子激光器

自由电子激光器是使从加速器中出射的高速运动电子进入到一个周期性交变的磁场中被

偏转而加速、因而可以获得受激辐射的发射，它的原理和工作特性与其他激光器有很大不同. 如图 8-32 所示，让一束从加速器出来的高能电子通过周期性交变的磁场，这些电子将作正弦轨道运动并辐射出电磁波. 当满足下述条件时，这些辐射成为相干辐射，

$$\Delta = A'B' = AA' - AB'$$
$$= \lambda_0 c/v_Z - \lambda_0\cos\theta = \lambda_e.$$

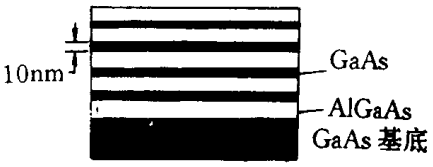

图 8-31　多量子阱激光器

其中，v_Z 是电子在 Z 方向的平均速度，λ_0 是磁场的周期，λ_e 是干涉相长的自由电子所发射的光波长. 这种相干辐射光经过放大、振荡就成为自由电子激光. 显然，这种激光的特点是可以变化电子束的能量和交变磁场的周期而在很大的范围内调节输出的激光波长，并且还可以有相当大的能量输出. 目前在一些研究实验室中已经实现了不同波段中可以调节的自由电子激光，有的在真空紫外区(0.2μm)，有的在可见到近红外区，有的在远红外到微波波段的区域. 虽然自由电子激光器有功率大、效率高、波长连续可调等突出优点，但因装置复杂昂贵，难以广泛使用.

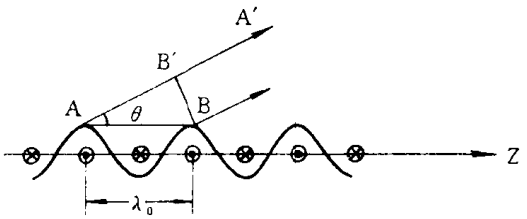

图 8-32　自由电子激光器

(6)X 射线激光器

X 射线激光器是人们向往的器件，因为它一定会带来很多重要的应用，但是 X 射线激光的实现比可见光波段的激光要困难得多，主要是因为激光的增益与波长的平方成正比，软 X 射线的波长只有紫外光的 1/50，增益要小近四个数量级. 其次，如第四章所述，X 射线用的高反射镜反射率不可能很高. 但 X 射线激光还是很受到注意，获得在 X 射线波段增益的方案大体上都是用高功率的 Nd 玻璃激光打击在金属原子上，使之剥离若干个电子而形成类似于另一原子的离子(如类氢离子)，当电子在这种离子的内层能级之间跃迁时，就有可能产生 X 射线激光(见图 8-1 中的碳离子能级). 目前已经用高能光子轰击 C、Ti、W、Al 等金属薄片的方法获得了类氢、类镍、类硅等离子，并在 18.2nm、4.3nm，及 7.5nm 的 X 射线波段观察到了增益.

§8.6　激光束的特性与传播

激光器中所辐射的光束与一般的平面波或球面波不一样. 平面波波面上各点的法线均与传播方向平行，所以其发散角为零，波面是无限地扩展到整个空间；球面波则从点源向四周发射，强度按距离的平方衰减. 但激光束的光强在传播过程中始终是限制在一个小的范围内，这是由激光器的谐振腔结构决定的，这种光波的光束就是在第二章已介绍过的高斯(Gauss)光束，例如上一节讨论的从气体激光器中发射的TEM_{00}模和TEM_{11}模等光束，都属于高斯光束. 高斯

光束也是麦克斯韦方程组的一个解，其具体的推导可以参看附记，下面讨论高斯光束的一些性质.

(1)高斯光束的一般性质

图8-33a 绘制了在对称的稳定球面腔体内各个位置上的波面以及其法线族的情况，当激光在腔体内振荡时，在来回一周的路程中所增加的相位必须是2π 的整数倍，因而腔内的波面在两块反射镜面位置上的曲率必定与反射镜面的曲率一致，或者说，只有波面与反射镜面相吻合的那种传播模式才可以在腔内形成稳定的振荡. 如图中所示的对称性结构，其波面在腔中心两旁也是对称的. 在腔的中心，波面为一平面，随着与中心距离的增加，波面成为球面，且其曲率半径逐渐减小，在某一距离 z_0 处[称为“瑞利距离”(Rayleigh range)]，曲率半径达到一个最小值，然后随着距离的增加而逐渐加大，此后的情况与球面波的情况相似. 所以，激光束的曲率半径在不同位置上是不同的，其变化规律是一个复杂的关系式(见附记中的推导). 这种规律是高斯光束的特点，在腔内是如此，传播到腔外也是如此. 当然，在经过很长的传播距离后，在一定的范围内，它会趋近于一般球面波和平面波所具有的形式. 图8-33b、c 绘出了非对称腔中的波面情况，可以看到，激光束在腔体反射镜位置上的波面总是与反射镜面一致，从而保证了在

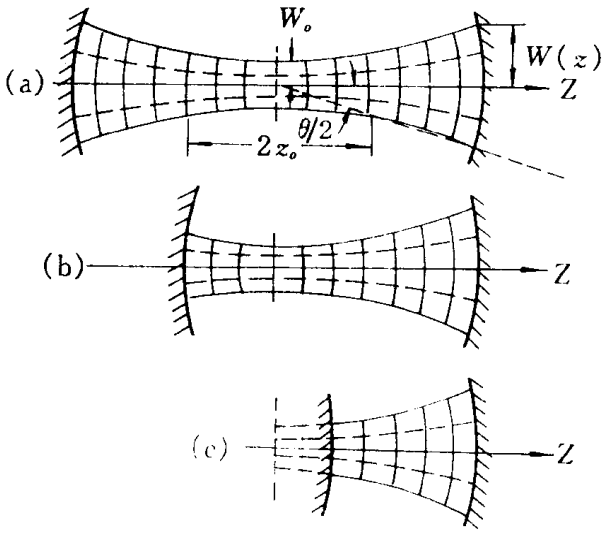

图8-33　对称(a)与非对称(b、c)激光腔体内的波面及其法线族

反射前后波面的等相位性.

腔内波面上的振幅及其分布也应该具有稳定性. 光学谐振腔是没有周壁的，因此，在来回的传播过程中，光能量会向周壁方向逸出而逐步地减弱. 根据理论计算，可以得到一个相对的稳定场分布，这一分布形态是高斯型的，即第二章中的(2-22)式，其振幅表达式为

$$U(x,y,z)=U(0,0,z)\exp[-\frac{x^2+y^2}{W^2(z)}]. \tag{8-21}$$

因为在高斯分布中场强为零的分界线是不存在的，所以定义当场强下降到峰值的$1/e(=0.368)$处为其半宽. 显然，当 $\sqrt{x^2+y^2}=W(z)$ 时，$U(x,y,z)=U(0,0,z)/e$. 故 $W(z)$ 即为光束的半宽度，也叫束宽. 激光束的半宽是随着 z 的增加而改变的，在 $z=0$处为最小，称为该

高斯光束的腰，$W(0)$ 是腰的半宽.若把上式平方则可得在 X-Y 平面上的光强分布，当然也是高斯型的.所以激光束看起来犹如从一小块平面(即光束的腰斑)上发射出来的，但不象普通的面光源，激光束的能量集中在由高斯分布所确定的范围内，有86%的能量是集中在半径为 $W(z)$ 的范围内.若取1.5$W(z)$ 为半径，则在其光斑面积内，可以包括99%的能量.由此可见，激光束具有很好的方向性.

激光束的宽度随着传播距离的增加而变大，在较大的距离下，$\theta \approx 2W(z)/z$，根据 $W(z)$ 与 $W(0)$ 之间的关系[见下面的(8-23)式和(8-25)式]可以得到发散角的表示式为，

$$\theta = 2\lambda/\pi W(0)\ , \tag{8-22}$$

可见，光束腰部愈大，则发散角愈小.从光束腰部到瑞利距离 z_0 之间，光束并不发散得很多，近似为一束平行光线；在这距离以后则逐渐按 θ 角发散，所以 $2z_0$ 可以定为焦深距离，如图8-33a所示.

描述高斯光束所需的参数比描述平面波或球面波更多一些.平面波可以由它的波长、振动方向、复振幅和传播方向(即波矢)来描述，球面波则不需要其传播方向，但要指出其点源位置.对于激光束，则不仅要知道传播方向，还需要知道光束腰部的位置以及腰宽 $W(0)$ 或者瑞利距离 z_0 才能完全确定.若已知激光束的 $W(0)$ 或 z_0，则可以通过下列的一组公式求出任意 z 处的束宽及在该处波面的曲率半径，

$$W(z) = W(0)[1 + (\frac{z}{z_0})^2]^{1/2}, \tag{8-23}$$

$$R(z) = z[1 + (\frac{z_0}{z})^2]\ , \tag{8-24}$$

$$W(0) = (\frac{\lambda z_0}{\pi})^{1/2}. \tag{8-25}$$

(2)高斯光束的变换

与普通光波一样，高斯光束也可以利用透镜变换其形态，因此应该确定经过透镜以后该高斯光束的参数值，这类计算要比普通光束复杂一些，其方法是从入射的高斯光束在遇到透镜时的束宽和它的曲率半径，然后经过透镜后改变了其曲率(当然经过透镜后的束宽是一样的)，获得透镜后面的曲率半径及束宽，再计算出其腰宽，及瑞利距离从而确定转换以后的高斯光束的

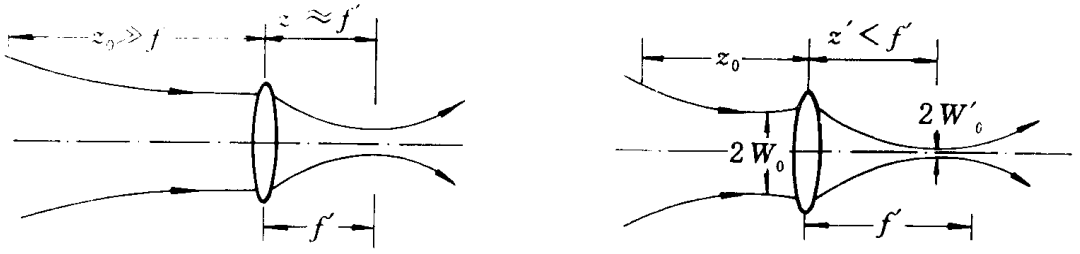

图8-34　激光束经透镜的变换

参数.

在某些情况下，若透镜的位置距焦深区很远则射到透镜上的波面与常规的光束相近，因而可以近似地用几何光学的方法来处理.其次，在一些应用中经常把透镜放在高斯光束的腰部位

在上而使其汇集成小的光斑.图 8-34 给出两种不同的状态:其一是透镜的焦距 f 与入射激光束的瑞利距离 z_0 相近,则经透镜转换以后的腰部位置并不在透镜的后焦点上,而是位于更近的位置 z' 上;其二是透镜的焦距比瑞利距离小很多,$f \ll z_0$,则此情况与几何光学相当,转换后高斯光束的腰部位置将落在透镜的后焦点上.下面给出了两个很有用的公式,当腰与透镜的距离 $z < f$ 时,可以用来计算经转换后的新的光束腰宽 $W'(0)$ 及新的腰部位置 z'.

$$W'(0) = \frac{W(0)}{[1 + (z_0/f')^2]^{1/2}}, \tag{8-26}$$

$$z' = \frac{f}{1 + (f'/z_0)^2}, \tag{8-27}$$

其中,f' 为透镜的焦距,$W(0)$ 是位于透镜上的入射高斯光束的腰宽,z_0 是其瑞利距离.

附记　关于高斯光束的一些数学运算公式

由第二章(2-18)式可知,沿 Z 方向传播的球面波在 X-Y 平面上的复振幅可近似地表示为

$$U(x,y,z) = \frac{A(0)}{z}\exp[\mathrm{j}(kz + \alpha)]\exp\left(\mathrm{j}k\frac{x^2 + y^2}{2z}\right), \tag{F8-1}$$

其中 z 是点源到 X-Y 平面的距离.在一般情况下,z 可以是复数,即把 z 改为 $q(z) = z - \mathrm{j}z_0$,则也应满足波动方程.即

$$U(x,y,z) = \frac{A(0)}{q(z)}\exp\{\mathrm{j}[kq(z) + \alpha]\}\exp\left[k\frac{x^2 + y^2}{2q(z)}\right], \tag{F8-2}$$

分解 $1/q(z)$ 为实、虚两部,可得

$$1/q(z) = (z - \mathrm{j}z_0)/(z^2 + z_0^2). \tag{F8-3}$$

令
$$\begin{cases} z/(z^2 + z_0^2) = 1/R(z), & \text{(F8-4)} \\ z_0/(z^2 + z_0^2) = \lambda/\pi W^2(z). & \text{(F8-5)} \end{cases}$$

代入(F8-3)式得
$$1/q(z) = 1/R(z) - \mathrm{j}\lambda/\pi W^2(z), \tag{F8-6}$$

令 $W^2(0) = \lambda z_0/\pi$,即 $z_0 = \pi W^2(0)/\lambda$, (F8-7)

代入(F8-5)式得
$$W^2(z) = W^2(0)[1 + (z/z_0)^2]. \tag{F8-8}$$

将(F8-3)式写为指数形式,即

$$1/q(z) = \rho e^{\mathrm{j}\varphi}, \tag{F8-9}$$

则
$$\rho = (z^2 + z_0^2)^{-1/2} = (1/z_0)[W(0)/W(z)], \tag{F8-10}$$

$$\varphi = \mathrm{arc\ tg}(z_0/z). \tag{F8-11}$$

将(F8-6)式代入(F8-2)式中的相位式,(F8-9)式代入(F8-2)式中的振幅式,可得

$$\begin{aligned} U(x,y,z) &= \frac{A}{z_0}\cdot\frac{W(0)}{W(z)}e^{\mathrm{j}\varphi}\exp\{\mathrm{j}[k(z + \mathrm{j}z_0) + \alpha]\}\exp\left[\mathrm{j}k\frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right]\exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{W^2(z)}\right] \\ &= \frac{A}{z_0}\cdot\frac{W(0)}{W(z)}e^{kz_0}\exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{W^2(z)}\right]\exp[\mathrm{j}(kz + \alpha + \varphi)]\exp\left[\mathrm{j}k\frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right] \\ &= A'\frac{W(0)}{W(z)}\exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{W^2(z)}\right]\exp[\mathrm{j}(kz + \alpha')]\exp\left[\mathrm{j}k\frac{x^2 + y^2}{2R(z)}\right], \end{aligned} \tag{F8-12}$$

其中,$A' = Ae^{kz_0}$,$\alpha' = \alpha + \varphi$.此即(2-22)式.

由(F8-8)式知,$W(z) = W(0)[1 + (z/z_0)^2]^{1/2}$,此即(8-23)式.

由(F8-4)式知,$R(z) = z[1 + (z_0/z)^2]$,此即(8-24)式.

由(F8-7)式知,$W(0) = (\lambda z_0/\pi)^{1/2}$,此即(8-25).

以(F8-7)式代入(F8-4)式得 $R = z\{1 + [kW^2(0)/2z]^2\}$，此即(2-23)式.

以(F8-7)式代入(F8-8)式得 $W^2(z) = W^2(0)\{1 + [2z/kW^2(0)]^2\}$，此即(2-24)式.

§8.7 激光技术的应用

激光与普通光源的不同之处在于激光具有极高的辐射能流密度(即单位面积上所辐射的功率，或单位面积、单位时间内辐射的光子数)、优良的单色性及极好的方向性，此外还可以形成极短的光脉冲. 这些优良的性质是普通光源所不具有的，因此激光在新技术方面带来了很多的应用.

辐射能流的计量有时也用"辐射亮度"或"单色辐射亮度"来衡量，辐射亮度是单位面积、单位立体角内所辐射的功率，或单位时间内的光子数，单色亮度则是单位频宽之内的辐射亮度. 激光的方向性好不影响在单位立体角内的计量，所以通常用能流密度作为衡量的参量. 表 8-2 列举了几种常见光源的平均光子流密度，可以看到，激光的光子流比其它的光源大许多倍，这也足以说明激光是一种很强的(单色)光源.

表 8-2 几种光源的平均光子流密度

光源	平均光子流密度/(光子/sr·cm²)
星光	10^6
月光	10^8
一般室内灯光	10^{12}
太阳光	10^{14}
激光(10mW 的 He-Ne 激光)(波长:632.8nm)	10^{22}

一般点光源的发散角为 4π，面光源的发散角为 2π，激光虽然是一个面光源但其发散角可以达到毫弧度的量级，并且还能够利用光学系统的变换而改善其发散角. 此外，还可以使之聚焦而集中在微米量级的小光斑范围内，相应地提高其能流密度和空间相干性.

激光具有优良的单色性也相当于具有极佳的时间相干性，表 8-3 列举了若干光源的光谱频宽、相干时间及相干长度的数据.

表 8-3 几种光源的频宽，相干时间及长度

光源	$\Delta\nu$/(Hz)	$\Delta\tau$	$\Delta L = c\Delta\tau$
太阳光($\lambda = 0.4-0.8\mu m$)	4×10^{14}	2.5fs	750nm
发光二极管($\lambda = 1\mu m, \Delta = 50nm$)	1.5×10^{13}	67fs	20μm
低压纳灯	5×10^{11}	2ps	600μm
多模激光($\lambda = 633nm$)	1.5×10^{9}	0.67ns	20cm
单模激光($\lambda = 633nm$)	1×10^{6}	1μs	300m

激光的发射可以有连续输出和脉冲输出两种. 气体激光器一般是用连续的电源供应其能量，所以可以获得连续光波的输出；若用脉冲电源驱动，也可以获得脉冲输出. 固体激光器则大都是由脉冲光泵激励，因而输出为光脉冲. 半导体激光器则总是由脉冲电源激励，所以也是脉冲输出. 这类脉冲式输出是利用激励源的开闭作用取得，由于受到脉冲激励源的限制，其最短脉宽约为数十纳秒的量级. 另一种产生脉冲激光的方案是周期性地改变谐振腔的损耗. 在腔内放一块可以控制其吸收系数的吸收体，例如偏振器与克尔盒，当吸收系数接近于零时，谐振腔才具有足够大的增益而产生振荡，外界的能源是连续供应的，因此在未振荡时，腔内的激光介质仍受到激励，能量被储存在原子体系中而积累起很大的粒子数反转，一旦产生振荡就释放出大能量的短脉冲光束，这种技术称为“调 Q”，(Q-switching，Q 是代表腔体品质因子的符号). 应用调 Q 技术，脉冲的宽度可压缩到一个纳秒左右，峰值功率可达到兆瓦量级，这种脉冲常称为巨脉冲，在激光加工、测距、强光光学等领域有许多重要的应用. 但随着脉冲激光应用的广泛开展，对窄脉冲、高值峰功率的要求越来越高，因而出现了“锁模”(mode locking)技术，这种技术可以把脉宽压缩到皮秒(10^{-12}s)的量级，其峰值功率也更高. 这种脉冲称为超短脉冲. 例如，由(8-19)式可知，固体激光中的各个纵模之间的频率间隔为 $\delta\nu = c/2L$，若在谐振腔中放一个光开关，而开关的调制频率正好调节到等于 $\delta\nu$，则这个光开关的调制频率将被叠加到激光的基频 ν 上，从而激发起 $\nu \pm \delta\nu$ 的两个光频振荡，由于 $\delta\nu$ 恰为两纵模的间隔，因而这两个光频都是在谐振腔中允许产生振荡的激光频率，成为在基频 ν 两侧的两个纵模；它们与调制频率的叠加又会激发起 $\nu \pm 2\delta\nu$ 的振荡，如此类推，所有可能产生激光的 M 个纵模都将由基频 ν 与光开关的共同作用而激发出来，它们是同相位的. 这种情况称为纵模相位的锁定，即锁模. 设每个纵模的光强为 I，则由于各个纵模都是同相位的，其总的输出光强将不是各光强相加所得的 MI，而是各振幅相加所得的 M^2I. 所以，激光器被锁模后，光强可以增加 M 倍. 见图8-35. 这种锁模技术可以获得激光的脉宽在10ps 左右，并大多应用在固体激光器中，因为固体器件的光谱频宽比较大，更为有利，对于谱线宽度较窄的气体激光器则目前都采用所谓“碰撞锁模”(CPM，colliding pulse mode locking)技术，这可以在一个染料激光器中实现，其最短的脉冲宽

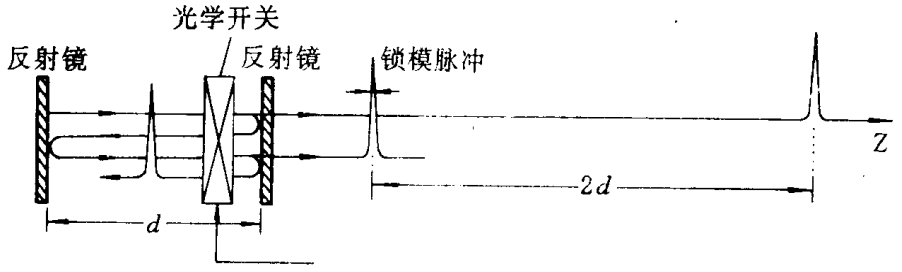

图8-35　锁模激光之脉冲系列

度可以压缩到≈30ps，也就是光束只存在于1μm 的范围之内.

总之，激光除具有高的功率密度、优良的单色性和相干性、极佳的方向性外，并且可以产生高重复频率的超短脉冲，而且每个脉冲具有很大的能量，因此其峰值功率非常高. 如此性能优异的激光当然有极为重要而广泛的应用，下面介绍几个具体的例子.

(1)高能流激光束的应用

激光加工：这是利用激光对一些金属或其它难熔材料进行打孔、焊接、切割及表面处理等的工艺操作. 激光加工的优点是受热的区域小，温升快，因此不会因部件整体受热而变形或损伤，但是激光加工的成本一般比用常规加工方法高很多，所以只有在特定的条件下才使用，例如在钟表钻石上钻孔或把半导体大规模集成电路芯片的引线焊接到芯座上等. 激光切割可以用计算机控制切割的形迹，从而达到很高的精度，其切割的缝隙很小，切边光滑，适用于贵重材料及复杂形状物件的切割. 打孔、焊接及切割一般采用高功率二氧化碳气体激光器或高功率连续固体 Nd：玻璃或 Nd：YAG 激光器. 利用激光进行材料表面上的优化处理是一种很有前途的工艺，因为只有在邻近表面的极薄层面上受热而不会影响体材料的性能. 例如，对半导体材料表面进行激光退火处理，可以改善其表面晶格结构及掺杂元素的分布；利用激光在刀刃表面极薄层加热后迅速淬火，可以提高刃口硬度而后又保持刀具材料原有的韧性；在工件表面上涂敷一层化学材料，经激光加热可使其熔入表面而提高耐磨性，等等.

激光医学应用：在手术治疗方面，把激光引入一根导光纤维而制成的激光手术刀，可用于切割肿瘤，由于在切割的过程中同时烧结封闭血管因而可减少出血；在心血管治疗方面，可以用导光纤维把激光引入血管以气化淤积在管壁上的粥样硬化胆固醇异物；在眼科方面则对于视网膜剥离的焊合、治疗白内障等等，都是十分成功的应用. 目前，各先进国家都在致力于研究激光在医学方面的进一步应用，例如用于肿瘤及癌症的早期诊断等，激光医学是近十年内在激光领域中的主要研究方向之一.

激光核聚变研究：由于激光经聚焦后可以达到极高的能流密度，人们就设想利用激光作为核聚变反应的能源，目前，美、法、德、日及我国均在进行这一探索研究. 我国及美国等都是采用高能量的多路固体激光器，我国的称为“神光”系统，美国最大的系统称为“多臂神”(Shiva)系统. 我国的神光系统共有六路逐级放大的激光同时运转，产生纳秒级的短脉冲，聚焦在一个直径约100μm 的玻璃薄壁空心球体上，可以获得10^{12}W 的功率密度. 在靶球内充以重氢(氘)，六束聚焦短脉冲激光的同步作用会在靶球内产生冲击波及强大的向心压缩力，因而可以发生热核聚变. 这类研究可以模拟核爆炸而获得许多有用的数据，在核科学及军事上是极为重要的. 此外从核反应中也可以得到能量，当然输出的能量要比输入的为多才有利，目前的研究进展还只是在“得失相当”的阶段. 图8-36是设置在上海光机所的“神光”系统照片.

(2)激光束直线性及小发散角的应用

激光准直：利用光的直线传播性及激光极小的发散角或长的焦深距离，可以进行准直，这在工程安装中非常有用，一般是采用氦-氖激光器所直接出射的细光束，或者经过一些光学系统进一步改善了性质的光束. 准直的定位由光敏探测器指示，精度可达微米量级. 在建筑工程中激光束已用于水平线、垂直线的定位；在造船工程、飞机制造工程、隧道挖掘工程中用于工程的基准线. 小型的氦-氖激光器已制成便携式器件用于讲演中的屏幕指示器，并用于商业产品的线码扫描等等.

激光测距：利用激光的小发散角再加上光学系统的进一步改善，可以使光束发射得很远而仍有一定的强度. 在60年代激光出现以后，就有人建议用激光准确地测量地球与月球之间的距离，将脉冲红宝石激光器安装在一具反射式天文望远镜上，使之照射到月球上，则在月球上的激光光斑直径约为两千米，经月球表面反射，在地球上可以接收到激光的脉冲信号，从脉冲的时间延迟就可以计算出距离. 后来，当人类已能踏上月球时，又在月球上安放了一具全反射角锥棱镜，使激光按原路返回，从而大大提高了返回光束的强度，使测量的精度达到厘米的量级.

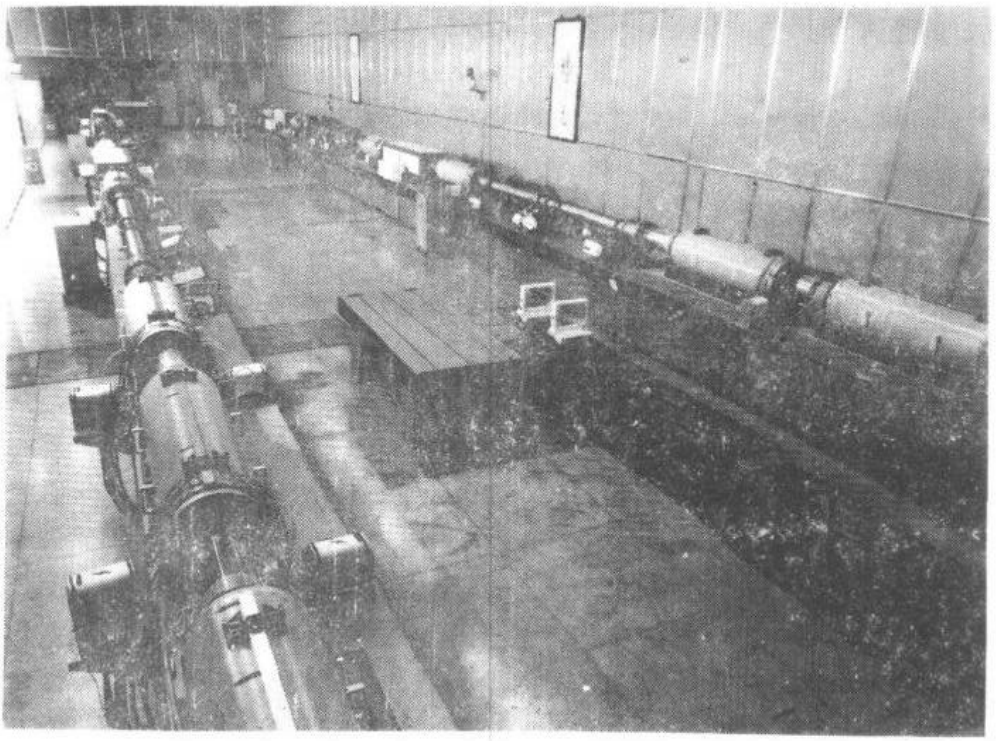

图8-36　上海光机所的“神光”系统

目前远距离的激光测距已应用在人造卫星的准确测定及其定位上；在大地测量中也被广泛地使用，一般大地测量可以得到的精度在几千米的距离下约为毫米到厘米量级，这比常规的方法精确得多.

(3)优异相干性的应用

气体激光具有极佳的相干性. 如前所述，一束普通的单纵模激光，其相干长度可达300m之远，利用它可以进行长距离的干涉实验. 但是由于激光的增益曲线的频宽比谐振模的频宽大很多(见图8-21)，因而谐振模的频率可以随激光腔长的微小变化而处在增益曲线内的任意位置上，所以是不稳定的. 为此，必须采取措施使激光腔长不受外界温度变化的影响. 例如，采用零膨胀系数的材料做成谐振腔，或者采用适当的反馈系统控制腔长而维持谐振频率的稳定性，这种技术称为稳频. 经稳频后的单模激光输出是进行长距离干涉实验的必要条件，这类实验可以检测地震波的先兆微震，也可以监视大型水库坝闸的微量位移. 在科学研究中，曾用单模稳频激光进行了相对论关于光速不变性的更精确的验证.

激光干涉还用在长度的精确计量上，如第四章所述的激光测长仪. 现在又发展了一种更简单的激光测长仪，它可以直接在常规的工厂厂房中使用而不受干扰，从而使大工件的加工精度大为提高. 此外，第四章所述的激光干涉膨胀仪及激光测温等，都是激光相干性的应用.

激光的稳频技术还用于精确地标定在近红外光波段的频率. 频率已用来作为时间的标准，根据国际度量衡委员会的规定，时间单位“秒”的定义是$_{133}Ce$ 原子在两个超精细结构谱线之间跃迁所产生的辐射振荡的9192631770个周期，这一原子钟的振荡频率在微波波段，因此可以把原子钟的标准频率来标定在近红外及可见波段的稳频激光的频率，由于采用这一步骤所确定的频率的精度极高，并且由于频率$\nu = c/\lambda$，而光波的波长可以用高精度干涉方法予以确定，从

而可以更精确地确定光速的值.或者,由于长度的单位"米",是早已确定了的,而光速又是一个很大的数值,所以在1983年由国际度量衡委员会规定一个光速的数值以拟合长度的标准单位"米",所规定的光速为

$$c = 299792458\text{m/s}\ ,$$

这样,长度就变为一个可以导出的量了.在这一发展中,激光稳频及激光干涉的研究方面取得的成功是主要因素.

(4)高分辨激光光谱学

人们关于原子和分子的绝大部分认识都是以光谱研究为依据的,从光与物质相互作用而产生的吸收光谱和发射光谱中,人们可以了解分子的结构及分子与周围环境相互作用的信息.然而,从光谱中能得到的信息依赖于可以达到的光谱分辨率和探测灵敏度.激光的出现对光谱学的发展起了极为巨大的推进作用.由于激光所具有的优异的单色性并且其波长可以调节,用激光作为光谱学的光源要比传统的光谱学技术及光谱仪器优越得多,因此高分辨的光谱学在激光出现以后就得到了充分的发展,而常规的光谱仪器及技术已退居为光谱学研究中的辅助手段,并且关于高分辨的含义也已不限于只在频率域的范围而扩展到了时间域,即利用激光的极短光脉冲为触发源以研究各种现象,所以又称为时间分辨光谱学或超快过程光谱学.

高(频率)分辨激光光谱学:激光所拥有极为优异的单色性表示其光波频率极窄,也就是光子所具有的能量值都集中在一个狭小的范围之内,因此可以根据需要极为有效地激励物质中的原子到某一指定的能级上.这在以前是很难达到的,特别是需要激励到较高的能级时,这是由于常规光源的频宽比原子的能级之间的间距大得多的缘故.此外,还发展了两个光子或多个光子的光谱学技术,可以获得单个光子所不能达到的激发态而研究不同激发态之间的跃迁,这也是经典光谱学所不能达到的成果.高分辨光谱学的另一方面的成就是发展了所谓"无多普勒加宽"光谱学和"饱和吸收"光谱学技术,因为运动着的原子所发射的谱线宽度会有所增大,因而只能在消除这些变宽的因素以后才有可能检测其隐藏在放宽谱线内的精细的结构,图8-37是一个很典型的例子,它是研究氢光谱的超精细结构的实验结果,从图中看到,用一般的高分辨激光光谱技术可以测量出 H_α 线是由两条谱组成的,相应于两个能级,每条谱线都有多普勒宽度的影响.但是从理论计算中可以预见这两个能级中还有一些小的分裂和位移,利用饱和吸收激光光谱技术可以很清楚地从测量的谱图中看到这种分裂.

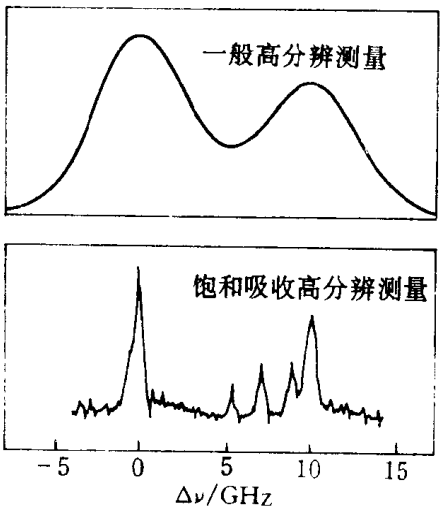

图8-37 高分辨光谱对 H_α 的精细结构谱

(5)超快过程激光光谱学

激光可以产生时延从皮秒到飞秒的短脉冲,而且仍可以具有一定的能量,目前最短的光脉冲只有6fs,相当于红色光波的三个振荡周期,利用染料激光碰撞锁模技术一般可得30fs的脉冲,2μJ的能量,重复频率约为8kHz,这样的输出可以用来对一些物理、化学、生物学以及其他工程技术学科中的超快过程的探索研究,特别是在高技术的发展中,例如,要求制备更快运转速度的集成电路,就需要了解半导体中

的电子和空穴的瞬态输运过程，其电导率随时间的瞬态变化；又如化学反应中间产物的产生或消失等等都是超快现象的研究对象. 一般的实验步骤是在短脉冲的系列中取出一个脉冲作为激励源使被研究的物质发生变化，然后用后继的脉冲系列中的每一个短脉冲作为探针光，检测该物质的荧光光谱、其反射、吸收、偏振态等随时间的变化，从而推测其中的瞬态过程及机理. 目前对于半导体经激光退火后的重结晶过程，以及快速电脉冲的动态传输过程等等，已经获得了一些有价值的结果.

(6)激光推进了量子光学的进展

从理论物理的角度来分析，光辐射应该表现为量子性的物理实体，但是在历史的发展过程中，经典光学很完善地阐明了大多数的常见的光学现象，因此怎样看待经典光学中所建立的理论以及是否存在着若干光学现象只能用光的量子理论来解答的问题. 在经典光学的范畴中，光的相干性的解释是最难于令人信服的，但激光的性能却远比常规光源的性能优越，特别是激光的相干性推动了所谓“量子光学”的发展. 当然在这里只能定性地介绍一些结果，以了解这一重要的基础研究领域中的发展情况.

对光的本性具有量子性特点的认识可以从下列的三个方面来说明：

①光的相干态：根据量子理论，电磁场也应该予以量子化(称为量子场论)，量子化电磁场的某一状态的性质与较大振幅振荡的经典电磁场极为类似，这一状态称为光的相干态，因为这与相干性量子理论有密切关系. 相干态的光子统计分布为泊松分布. 经实验测定，在增益远大于损耗条件下运转的激光光束中的光子计数也是泊松分布[普通的光源，包括非热光源和热光源的光子计数均为玻色-爱因斯坦分布(Bose-Einstein distribution)]，所以激光是产生相干态的光源，其性能当然应该有别于一般的光源. 相干态的一些重要可观测量，例如其平均值，均与经典场的变量相当，图8-38描绘了相干态在三种不同平均光子数情况下的电场随时间变化的图形. 可以看到，在光子平均密度较小的情况时，电场的振幅有较大的不确定性，这是由量子力学中的一个重要的所谓“不确定关系”的原理决定的. 但当光子的平均密度趋大以后，也即光场具有较大的强度时，其振荡就与经典的电磁场一致，这也说明了经典电磁场的描述，在一定的强度之下，的确可以解释具有量子性的光波的各种现象，应该承认在所有可以用经典光学理论解释的各种光学现象都是在一定的光强之下观察到的(包括长时间对弱光强的累计)，对于极弱光强下的现象，经典光学理论是无能为力的.

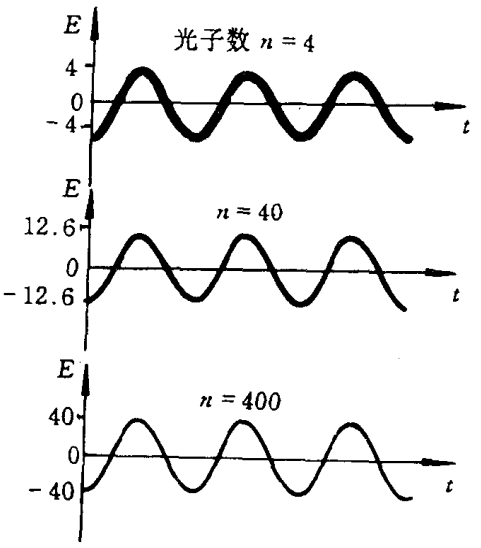

图8-38 不同平均光子数对所应的 E-t 关系

②光子的反聚簇现象及亚泊松分布：所谓“光子的聚簇现象”是在一束稳定光强的光束中，其平均的光子数是确定的，但这并不意味着在每一个短暂的时间间隔中的光子数是相等的，光子是随机地、并一簇一簇地涌现，用光子计数技术确实可以测得这一现象，光子的聚簇现象是使光子的数目偏离其平均值因而也是产生辐射中的噪声的原因，这种噪声称为量子噪声，是自然界

所固有的，而且以前认为是不可逾越的，因而是所有测量的最低极限.图8-39给出光子的聚簇现象的示意图.但是若能够改善光子的聚簇性，则光子数目偏离平均值的偏差可以改善，光束中的量子噪声可以降低，这种情况称为反聚簇，其光子的统计分布称为亚泊松分布，因其偏差比泊松分布的小.具有反聚簇性质的光束，也即其光子分布为亚泊松的，是不能够在经典的光学方法中获得的，只有承认光的量子性质才可以得到这种光束.目前在量子光学的研究中就是要从实验室中产生反聚簇的亚泊松分布的光子束，并已获得了初步的成功.这种把泊松分布的激光束中的光子压缩到亚泊松分布的状态，称为“光的压缩态”(sqeezed state)，这是压缩态中的一种，是把光子数进行压缩，所以又称为“光子数的压缩态”.应该注意的是：光子数压缩态中的噪声低于量子噪声的最低极限，但这并不违反量子力学中的不确定原理，因为不确定原理规定，一个体系中两个共轭变量的标准偏差值的乘积应小于一定的数值，例如经典光学中关于波

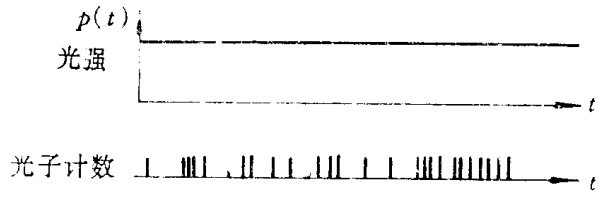

图8-39　光子的聚簇现象

列的作用时间 Δt 与组成该波列的频宽 $\Delta\omega$ 的关系为：$\Delta t\Delta\omega \geqslant 1/2$.同样，光子数 n 与其相位 φ 也互为共轭变量，因而有 $\Delta n\Delta\varphi \geqslant 1/2$.所以，当 Δn 受到压缩后，其相位的标准偏差 $\Delta\varphi$ 必须增大，仍可满足不确定原理的要求，也即实际上是牺牲相位的精度而提高了光子数的精度.当然，这种交换是有益的，因为在实验中都是用光子计数器测量光束的强度，并不能测量到相位.如果把一束光子数压缩态的光束在迈克耳孙干涉仪上进行干涉实验，则有可能测量到以前被湮没在噪声中的极微弱的振动所引起的干涉条纹的变化，这就是当前人们所向往的对引力波的探测的方案.

⑤正交变量的压缩态：在量子电磁场理论中的共轭变量可以为其坐标 x 及动量 p，这是与经典电磁场可以相当的振幅及其相位.同样可以使得其中的一个受到压缩而使另一个的标准偏差变大，由于 x、p 在相图中是表示在正交的坐标上，所以成为正交变量.正交变量的压缩态在实验上更难实现，并且容易受到干扰而失去受压缩的状态，目前在一些研究实验室中曾短暂地获得过这种压缩态.

总之，对于光的本性认识在近数十年中有了很大的进展，随着人们的理论认识提高，实验技术的发展，更加深入地理解了光的本性，从而必将促进光学在科学技术中更为广泛的应用.

习题与思考题

1.物体发光的微观机制是什么？热发光与非热发光在发光机制上有没有区别？发射连续谱的光源是否一定是热发光光源？

2.试说明“共振激励”、“共振吸收”、“共振跃迁”中“共振”的含义.“受激辐射”能否理解为“共振辐射”？受激辐射在通常情况下为什么是一种罕见的现象？

3. 什么是原子的里德伯态?为什么有了激光才能对原子的里德伯态进行深入的研究?为研究氢原子的里德伯态,应使用激光的波长为多少?

4. 类氢离子有什么特点?有什么应用?什么是类氦离子?试定性画出类氦碳离子的能级图.

5. 分子光谱与原子光谱的主要区别是什么?

6. 把某金属加热到炽热状态所发出的光谱,与该金属的蒸气所发出的光谱是否相同?为什么?

7. 试从能带理论说明大多数绝缘体是透明的,而导体大多是不透明的原因.

8. 为什么各类电子仪器在核辐射的影响下大都会失效?

9. 为什么金属蒸气光源常可以比气体放电光源亮?

10. 气体放电光源中发出的是一系列波长的光,为什么说它是一种优秀的单色光源?

11. 为什么光致发光的波长一般总是大于其激发光的波长?什么叫"上转换"?实现"上转换"的主要条件是什么?

12. 一般的半导体整流二极管与半导体发光二极管及半导体激光器的主要区别是什么?

13. 银的反射率极高,为什么银的微粉可以作为"黑体"?

14. 太阳光辐射的峰值波长约为0.5μm,由此可知太阳表面的温度约为多少?在此温度下,在峰值波长附近的一个腔模内的平均光子数为若干?

15. 试计算一个光束腰面积为1mm^2,功率1mW,$\Delta\lambda = 10^{-6}$nm 的氦-氖激光束的单色亮度及单位时间、单位面积、单位立体角和单位频宽内所辐射的平均光子数.

16. 已知一对能级的能量差为1eV,自发辐射寿命为1μs,求它的吸收常量和受激辐射常量. .

17. 若在室温($T = 300$K)时,某原子中一对能级的粒子数比值 $N_1/N_2 = e$,问电子在这一对能级间跃迁所对应的波长是多少?它属于电磁波谱中的哪一个波段?

18. 试计算钠原子中产生黄光($\lambda = 546$nm)的一对能级在室温下处于热平衡态时,上、下能级粒子数的比.

19. 试证明(8-6)式与(8-7)式的一致性.

20. 已知一个氦-氖激光器中两反射镜的反射率分别为99.9%和99.0%,相距0.5m,若其增益大于损耗的频宽为1GHz,则可产生几个纵模?每个纵模的相干长度为多少?

21. 一个多模激光器中各个横模的频率是否相同?它们之间是否相干?各个纵模的频率是否相同?它们之间是否相干?

22. 一个内腔式的激光器为什么输出的激光仍然是直线偏振光?

23. 激光器是一个很好的单色光源,它为什么还需要加稳频装置?

24. 在激光打孔的过程中,常发现如果被打孔的材料较厚,则所打的孔不是圆的而是呈椭圆形,试分析其原因并提出解决方案.

25. 已知一氦-氖激光束的腰宽为1cm,问它的焦深为多少?若把它聚焦为10μm 的光斑,则其焦深为多少?

26. 试从(8-24)式证明,高斯光束中最小的曲率半径等于 $2z_0$,位于 $z = z_0$ 处.

27. 试比较气体激光器、固体激光器、染料激光器和自由电子激光器等各类激光器的优缺点.

28. 什么是锁模激光器?它有些什么特点?

29. 已知一钕玻璃激光器($\lambda=1.06\mu m$)的腔长为10cm，其输出谱线宽度为$\Delta\lambda=10nm$，问该激光器经锁模后，其输出强度为未锁模时的多少倍？

第九章　介质的色散及非线性光学概要

本章提要：光辐射与介质相互作用时，介质中原子的极化率将受到光场的作用而发生振荡，影响到不同波长的光波在介质中的传播．在光辐射不太强的情况下，可以认为原子所感生的电极化矢量与外场线性成比，从而能解释在介质中的一些光学现象，如吸收、色散和散射等．在外场足够大的情况下，例如在激光的作用下，介质的电极化矢量将与外场成非线性的关系而引起各种有趣的非线性光学现象．非线性光学现象在各向异性的介质中和在半导体材料中都是十分显著的，在近代光学及光电子学中占有重要的地位．其理论可以用电偶极子在外电场作用下的响应来处理，电偶极子振荡产生光辐射与入射的光场耦合，组成了光辐射在介质中可允许的传播．介绍了二阶非线性和三阶非线性光学效应和它们的一些主要应用．

§9.1　光与物质的相互作用和电偶极子的振荡

物质是由原子组成的，经典的原子模型认为原子是由原子核及围绕在其周围运动着的若干个电子组成的．对于金属来说，最外层的价电子受到原子核的吸引力极小，这些价电子仍然能够比较自由地运动，因此金属中的价电子可以近似地用自由电子的模型来描述．对于介质材料，电子的运动受到核的引力较大，而且分子中的各个化学键的影响也较大，因而电子的运动受到约束．可以把介质中的电子看成一个酥软的棉花球样的电子云团，围绕在核的周围，如图9-1a所示，外界的作用将使电子云团变形，破坏电荷的平衡，形成电偶极子如图9-1b所示．

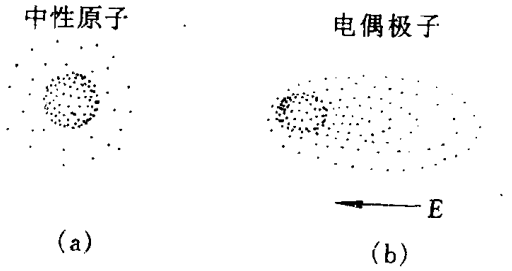

图9-1　在外电场作用下的介质原子成为电偶极子

当光照射到物质时，光波的电磁场将对物质中的电子和原子核产生作用而引起电子和核的振荡，但由于核的质量比电子重得多，而且光波的振荡具有极高的频率，所以在近似的情况下可以忽略核的运动，而只考虑电子在光场作用下所产生的振荡，这样就产生了所谓电偶极子的振荡．根据洛伦兹(H. A. Lorentz)的分析，电子处在电磁场中受到的作用力为

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})\ , \qquad (9\text{-}1)$$

其中，q 是电子的电荷值，$\boldsymbol{v}$ 是电子的运动速度．由第二章中的分析可知，由于物质中电子的运动速度总是比光的速度小得多，所以光波中磁场对电子的作用与电场相比，可以忽略不计，因而在以后的论述中只考虑电子在光场中所受的电场力 $q\boldsymbol{E}$．若物质中的电子在外场作用下产生位移 $\boldsymbol{r}$，则每一个电子将因此而产生一个电极化矢量 $\boldsymbol{p}$，

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{r}\ . \qquad (9\text{-}2)$$

若 N 是金属物质中的原子价电子的密度或介质物质中的偶极子的密度，则总的电极化密度矢量为 $\boldsymbol{P}$

$$\boldsymbol{P} = N\boldsymbol{p} = Nq\boldsymbol{r} \ . \tag{9-3}$$

用电偶极子受电磁场的作用而产生振荡的模型，可以获得电子的位移矢量 $\boldsymbol{r}$ 随外电场而变化的规律. 若电极化矢量可以近似地认为只与所作用的外界电磁场成线性关系，则电偶极子将随电磁场的变化而发生简谐振荡，这属于线性光学的范畴，可以解释金属或介质的一些常见的光学现象，例如金属材料的表面总有比较高的反射率、介质材料对于各个光波波长有不同的折射率，即色散现象等等. 若外界作用的光场比较强，则电偶极子的振荡不再具有其位移与外电场成线性的关系，即所产生的电磁振荡是非线性的，因而会产生一系列有趣的新的光学现象，这属于所谓非线性光学的范畴. 各种非线性光学现象只有利用激光的照射才比较容易实现，因为激光具有极高的单色亮度，使电偶极子很容易发生非简谐的振荡.

§9.2 金属材料中的自由电子振荡

金属中的电子可以近似地认为是自由电子，它们不受原子核引力的影响而能够自由地运动. 自由电子在电磁场的作用下会随之而振荡，不会因偏离其原来的位置而受到恢复力的作用. 但是，金属中的自由电子在运动过程中会与其它电子或原子核碰撞而受到阻尼，所以描述金属中自由电子的运动方程式在一维的情况下可写为

$$x'' + \Gamma x' = F/m = qE/m \ , \tag{9-4}$$

其中，Γ 是运动的阻尼常量. 若令上式中的 $E = 0$，也即无外场作用时，上式可以解得

$$\begin{aligned} x &= x_0 - (v_0 \mathrm{e}^{-\Gamma t})t \ , \\ v &= v_0 \mathrm{e}^{-\Gamma t} . \end{aligned} \tag{9-5}$$

可见电子的运动速度将由于受到碰撞而减慢直至为零. 在有光场 $E = E(r)\exp(-\mathrm{j}\omega t)$ 的作用下，(9-4)式的解为

$$x = -\frac{q}{m(\omega^2 + \mathrm{j}\Gamma\omega)}E(r) \ . \tag{9-6}$$

所以，当光照射到金属材料上时，在材料的体内就会引起电偶极矩，单位体积内的电偶极矩的总和，即电极化密度为

$$P = Np = Nqx = -\frac{Nq^2}{m(\omega^2 + \mathrm{j}\Gamma\omega)}E(x) = \varepsilon_0 \chi E \ . \tag{9-7}$$

上式中的 ε_0 是真空介电常量. χ 是金属材料的电极化率. (9-7)式是一个复函数，可见电极化密度与外加电磁场之间并不是同步而是有一定的相位延迟. 根据麦克斯韦的电磁场关系，介质中的电位移矢量为

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 (1 + \chi) E \ . \tag{9-8}$$

所以，该金属材料的折射率 N 也为复数，可以写为

$$N = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 + \chi} = n + \mathrm{j}\kappa \ . \tag{9-9}$$

此即(5-41)式，N 的实部 n 与通常介质的折射率相当，其虚部 κ 称为消光系数，表征光波在金属介质中的传播会产生衰减而消蚀其能量，因为光波在该金属介质中的传播方程式可以写为

$$E(x,t) = E_0 \mathrm{e}^{\mathrm{j}(\boldsymbol{k}\cdot N\boldsymbol{r} - \omega t)} = E_0 \mathrm{e}^{-n\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} \mathrm{e}^{\mathrm{j}(n\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r} - \omega t)} . \tag{9-10}$$

可见，光波在金属材料中传播时，其振幅是随着传播的距离而指数地衰减，其强度将相应减弱，定义 α 为传播到使光强衰减到 1/e 的距离的倒数，称为吸收系数，则

$$\alpha = 2k\kappa = 4\pi\kappa/\lambda\ , \qquad \alpha \geqslant 0\ . \tag{9-11}$$

通常，金属材料的消光系数是比较大的，比 n 大得多，有一些金属，如银、金、铝等的实数折射率 n 可能比 1 小.

光波入射到金属的表面时，大部分的光波能量都在金属表层中被吸收或反射而不可能传播到体内. 可以利用菲涅耳公式获得在正入射情况下的金属表面反射率

$$R = |\frac{N-1}{N+1}|^2 = \frac{(n-1)^2+\kappa^2}{(n+1)^2+\kappa^2}\ . \tag{9-12}$$

上式在 $\kappa \gg n$ 的情况下接近于 1，也就是金属材料的吸收系数愈大，其表面的反射率愈高. 例如，对于波长为 633nm 的光波，铝的折射率为 $N_{Al} = 1.295 + j7.10$，银的折射率为 $N_{Ag} = 0.065 + j3.84$，由(9-12)式算出相应的反射率为 $R_{Al} = 90.69\%$ ，$R_{Ag} = 98.4\%$.

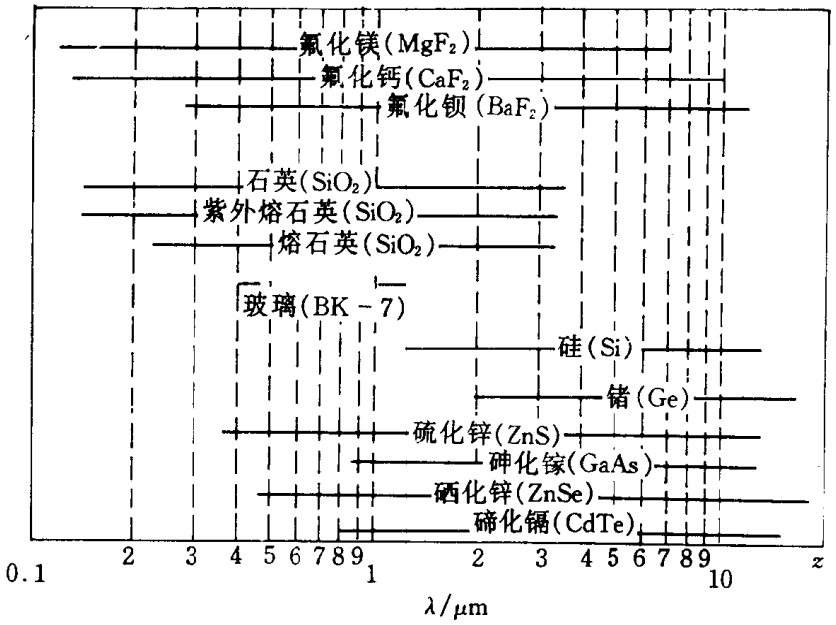

图 9-2　常用光学材料的透明范围

§9.3 光在介质材料中的色散

介质材料的光学特征表现为它们对于某一光谱范围的辐射是透明的，例如玻璃材料对于可见波段为透明而在紫外波段有强烈的吸收. 图 9-2 显示了一些在光学中常用的介质材料的透明范围. 介质材料的折射率随波长而改变的行为称为介质的色散. 在透明波段，折射率随波长增加而减少，称为正常色散；在接近吸收的波段，折射率随波长增加而增加，称为反常色散. 光波在介质材料中的色散行为也可以用电偶极子的理论来描述. 但介质中的电子受到核电场的约束而只能在核的附近运动，在光场的作用下使电偶极子产生振荡. 对于在无自由电荷及电流存在的非磁性介质材料中，则有 $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$ 以及

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}\ , \tag{9-13}$$

其中 $\boldsymbol{P}$ 称为该介质的电极化密度，是单位体积内受外界电场感应的电偶极矩总和，$\boldsymbol{P} = N\boldsymbol{p}$.

设该介质为均匀而各向同性并其响应为线性的，则还可以有

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \chi \boldsymbol{E} \ , \tag{9-14}$$

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon \boldsymbol{E} \ , \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi) \ , \tag{9-15}$$

其中，χ 称为该介质材料的电极化率. (9-14)、(9-15)式描述了电极化密度 $\boldsymbol{P}$ 与外界作用电场 $\boldsymbol{E}$ 的线性关系，但这只是当电场强度较弱情况下的近似，图 9-3a 给出 $\boldsymbol{P}$-$\boldsymbol{E}$ 的关系为一直线的图示，在更为普遍的情况下，$\boldsymbol{P}$-$\boldsymbol{E}$ 的关系可以是非线性的，如图 9-3b 所示. 关于非线性的光学

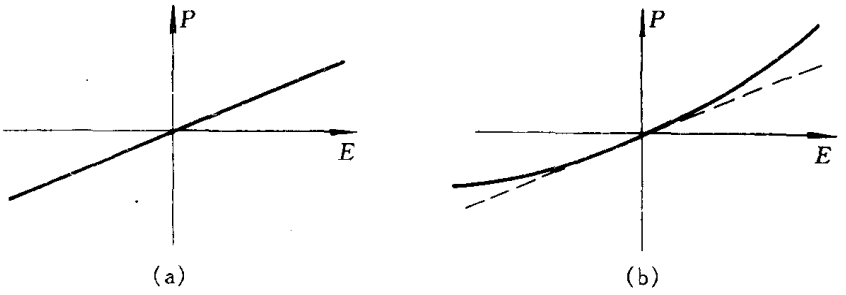

图 9-3　电极化密度与外电场的关系

现象将在后面的章节中讨论. 按照洛伦兹的电偶极矩模型：$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{x}$，其中 $\boldsymbol{x}$ 是电子受到外界有效电场的作用所产生的位移量，q（$q < 0$）是电子的电荷值. 在外电场比较小的情况下，电子所受到的准弹性恢复力与其位移量 x 成比，所以电子的运动方程式在一维情况下可写为

$$x'' + \Gamma x' + \omega_0^2 x = F/m \ , \tag{9-16}$$

其中，Γ 是电子运动所受阻力有关的阻尼常量，m 是电子的质量，$\omega_0 = \sqrt{(k/m)}$ 是电子的共振圆频率，k 是弹性恢复力系数. $F = qE$ 是电子受外界电场作用的力，$P = Nqx$. 所以，电极化密度的动力学方程为

$$P'' + \Gamma P' + \omega_0^2 P = \omega_0^2 \varepsilon_0 \chi_0 E \ , \tag{9-17}$$

其中，$\chi_0 = Nq^2/\{m\varepsilon_0\omega_0^2\}$. 若令 $E = E(x)\exp(-\mathrm{j}\omega t)$ 及 $P = P(x)\exp(-\mathrm{j}\omega t)$，代入上式得

$$[-\omega^2 - \mathrm{j}\omega\Gamma + \omega_0^2]P = \omega_0^2 \varepsilon_0 \chi_0 E \ , \tag{9-18}$$

因 $P = \varepsilon_0 \chi(\omega) E$，故可得极化率的色散关系式，

$$\chi(\omega) = \frac{Nq^2/m\varepsilon_0}{\omega_0^2 - \omega^2 - \mathrm{j}\omega\Gamma} \ , \tag{9-19}$$

或者，电偶极子的位移量随外电场的变化规律为

$$x(\omega) = \frac{(q/m)E}{\omega_0^2 - \omega^2 - \mathrm{j}\omega\Gamma} \ . \tag{9-20}$$

从上面的推导可以看到：P 与 E 之间的关系可以看为一个输入信号 E 经过系统(即介质)的作用而转为 P 的输出. 介质的响应当然与入射光波的频率有关，从上式可以看到当入射光的频率 ω 趋近于材料的本征频率 ω_0 时，电极化率 χ 将会很大，这表明电子的运动会很激烈而发生共振，也就是这一频率范围的光波能量会被介质材料所吸收而不再成为透明的了.

由于 χ 是复数，即 $\chi = \chi' + \mathrm{j}\chi''$，故由(9-15)式可知 ε 也是复数，折射率也是复数，即

$$N = \sqrt{\varepsilon_r} = [(1 + \chi' + \mathrm{j}\chi'')\,]^{1/2}.$$

当 χ' 和 χ'' 都$\ll 1$ 时，$N \approx 1 + \chi'/2 + j\chi''/2 = n + j\kappa$. 对照(9-9)式可知，

$$n = 1 + \chi'/2 \,, \tag{9-21}$$
$$\kappa = \chi''/2 \,.$$

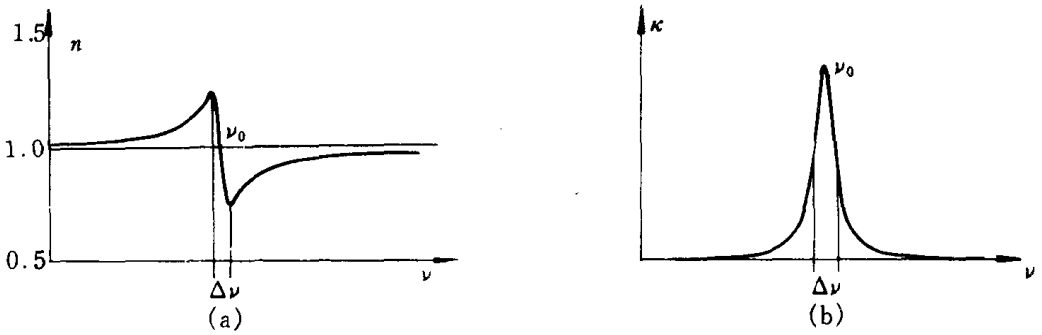

图 9-4　折射率 n、消光系数 κ 与频率的关系

图 9-4a、b 分别给出了 n 及 κ 与频率的关系曲线.

把(9-19)式分解为实数部分和虚数部分，并表示为 $\nu = \omega/2\pi$ 的函数，可得

$$\chi'(\nu) = \chi_0 \frac{\nu_0^2(\nu_0^2 - \nu^2)}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + (\nu\Delta\nu)^2} \,, \tag{9-22}$$

$$\chi''(\nu) = \chi_0 \frac{\nu_0^2\nu\Delta\nu}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + (\nu\Delta\nu)^2} \,, \tag{9-23}$$

式中，$\Delta\nu = \Gamma/2\pi$. 当 $\nu \ll \nu_0$ 时，$\chi'(\nu) \approx \chi_0$，所以 χ_0 称为低频电极化率. 当 $\nu \gg \nu_0$ 时，$\chi' = \chi'' = 0$，也即光波的行为犹如在真空中传播一样. 当 $\nu = \nu_0$ 时，$\chi'(\nu_0) = 0$，χ'' 达到一个峰值，

$$\chi''(\nu_0) = \chi_0\nu_0/\Delta\nu \,. \tag{9-24}$$

在接近共振时，可以近似地令 $(\nu_0^2 - \nu^2) = (\nu_0 - \nu)(\nu_0 + \nu) = 2\nu_0(\nu_0 - \nu)$，所以有

$$\chi(\nu) = \chi_0 \frac{\nu_0^2}{2\nu_0(\nu_0 - \nu) - j\nu_0\Delta\nu} = \chi_0 \frac{\nu_0/2}{(\nu_0 - \nu) - j\ \Delta\nu/2} \,. \tag{9-25}$$

则其虚部 χ'' 为

$$\chi'' = \chi_0\left(\frac{\nu_0\Delta\nu}{4}\right) \frac{1}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\Delta\nu/2)^2} \,, \tag{9-26}$$

若 $\nu_0 - \nu = (1/2)\Delta\nu$，则 $\chi'' = (1/2)\chi_0\nu_0/\Delta\nu$，也即共振时的峰值 χ'' 的一半，所以 $\Delta\nu$ 是峰值 χ'' 为一半处的频率宽度，称为该共振峰的“半高全宽”(FWHM)，如图9-4b 所示. 由于 Γ 是电子在介质中所受的阻尼，因而 $\Delta\nu = \Gamma/(2\pi)$ 反映了介质材料的原子、分子的光学性质. 在实验上，可用可调谐的染料激光测出这一个很小的频率宽度，从而研究材料的物性.

§9.4　光散射

光的散射现象是普遍存在的，它可分为表面散射与体内散射两种. 表面散射亦称漫反射，是由于物体表面不平整所致，本质上与反射相同；体内散射则是由于物质内部的颗粒或分子、原子所产生，因而与材料的物性有密切关系，它又分为弹性散射和非弹性散射两类. 弹性散射

的散射光波长与入射光波长相同，是最常见的体内散射，按照散射颗粒的大小，可分为廷德尔散射和瑞利散射两种，前者是大颗粒的悬浮体散射，如牛奶、石灰水等；后者是小颗粒的分子散射，如空气、水等. 大颗粒散射的本质仍然是反射、折射与衍射，而小颗粒散射的原因则是介质内部的不均匀.

如果介质是绝对地均匀，则从第二章关于叠加原理的分析可以知道光波不可能发生散射. 介质中的各点所发射的次波都是相干的，这些相干的辐射只有在原来光波的传播方向上才能相长叠加，在其他的方向上则总是相消叠加而使其最终的光强为零. 但是，对于由许多微粒或分子所组成的体系，则总是不可能绝对地均匀，由于热运动，体系内的微粒或分子的密度总会有一些涨落，或者这些微粒、分子的外形并不是对称的球体，在介质中的取向也会变化而在取向上发生涨落. 这就是使光波发出散射的原因.

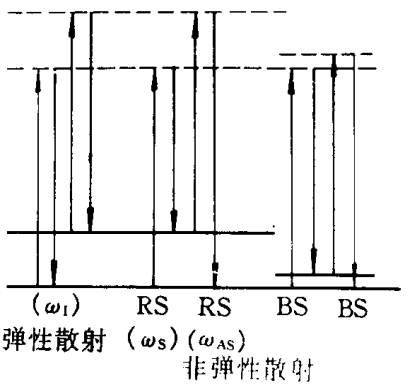

图9-5 各种散射的能级跃迁示意图

廷德尔散射的光强与波长无关，而瑞利散射的光强与波长的四次方成反比. 因此牛奶、石灰水以及天空中的小水滴构成的云均成白色，而天空、大海的散射光均成蓝色. 中午的太阳光是标准白光，早晨与傍晚的太阳则由于较多的短波长光被空气层散射而呈现红色.

非弹性散射的散射光频率与入射的光频率不同，这首先是在1928年由拉曼(Raman)所发现. 当光波入射到液体或固体中，在与入射光垂直的方向上可以观察到一些微弱的、与入射光的频率有偏移的散射光. 这种非弹性散射过程是在散射体内发生了能量的交换，入射光中的一部分能量被介质吸收，用来激励了介质中分子的振动或转动能量，相当于介质吸收了一个红外光的光子，所以其散射光的频率偏向更长的波长，也可以从介质的分子中吸入一个红外光的光子而使散射光的波长偏向短波段，所以拉曼光散射是研究物质的红外能级的有力的手段(如图9-5).

非弹性散射的另一种称为布里渊(Brillouin)散射，这通常是在晶体中发生的. 布里渊散射

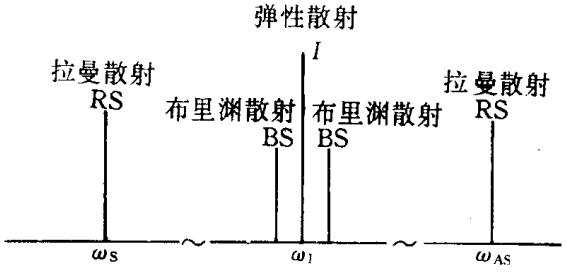

图9-6 各种散射光的频谱示意图

的机理是晶体中的声波参与了能量的交换，声波的能量可以用所谓“声子”(phonon)的能量量子来描述，由于声子的能量比光子小许多，所以散射光的频率偏移量也是很小的，多半在微波波段中. 布里渊散射是研究晶体内部能级结构的重要方法，图9-6是各种散射光的频谱示意图.

§9.5 光学中的非线性现象

以前所讨论的干涉、衍射等各种光学现象都可认为是光的叠加原理的结果，叠加原理是指空间某点同时受到两个或两个以上的光扰动时，其所产生的总振幅等于各个单独光扰动所产生振幅的线性叠加，与各个光扰动之间的乘积或其高价项无关，所以叠加原理是线性的，它描述了各个光扰动作用的独立性. 其次，在以前的讨论中，也认为那些表征介质光学性质的常量，例如折射率和吸收系数等等都是与作用在介质中的光辐射强度无关的，即介质的极化率矢量与电场强度是线性成比的，折射率是光辐射频率及传播方向的函数，而不是光强的函数. 上述的这些线性关系确实可以解释大部分常见的光学现象. 在线性光学的范畴中还包括了光波的频率在介质中传播时是始终保持不变. 但是线性的光学理论只是一种近似，在真实的客观世界中，许多现象决不会只用简单的线性关系就可以描述的. 线性化是物理学的一种手段，可以使所研究的问题简单化，但其结论应该基本上符合所观察到的事实. 光学现象中所蕴藏的各种内在规律也必然是非线性的，只是在激光出现以前，由于普通光源的强度不够大，所以光学中的非线性现象并不突出，采用线性化来阐明一些光学现象，确实可以满足要求.

物理学界对于某些物理体系具有非线性的性质早已有所认识，例如力学中关于单摆振动的恢复力与其振动角度的正弦函数成正比，因而是一种非线性的关系，只有考虑到振动角度很小的情况下此关系式才可以展开为级数，略去其高价项而近似为恢复力与振动角度成正比的线性规律. 在声学中关于弦振动所产生的泛音是基音的高阶谐波就是非线性效应的结果. 在经典光学中也确实发现了一些非线性的现象，即光学介质的折射率可以受到静电场的影响而有所改变，例如，克尔效应等. 但是，在极高频率电磁场作用下的非线性光学现象则只有在激光出现以后才成为现实，因为无论是线性或者非线性的效应都是介质对光辐射作用所反映的一种属性，并不是光波本身所具有的性质；只有激光所具有的高强度辐射场才能使介质的响应体现出具有非线性的性质，而常规光源使介质所产生的响应通常都可以近似为线性的效应，这也是经典光学始终只局限在线性光学现象范畴中的原因.

自从1960年用红宝石晶体首次实现了输出波长为694nm 的固体激光以后，在1961年就用这一红色的激光束照射到一块石英晶体上，并通过一台普通的光谱仪观察到波长为347nm 的紫外辐射输出. 这一输出波长正好为输入波长的一半，也即其输出频率增加了一倍，这是首次由晶体的倍频效应而使光波频率发生改变的实验. 虽然电磁波的谐波产生现象在无线电波段是早已实现了，但在光波频段则普通的光源不足以使介质产生非线性的效应. 一般在介质中原子周围的电子受到原子内的电场强度在10^5-10^8V/m 之间，若外界附加电场强度达到10^5V/m 时就会使介质中的电子受到影响从而产生非线性的效应，这就相当于入射光束的功率密度为2.6kW/cm^{2}才会有显著的非线性效应(参见习题1). 这样强度的光束正是激光所特有. 目前，激光束中的电场强度已能达到或超过电子在介质内原子中所受到的电场强度，因而可以产生多种多样的非线性的光学效应，从而获得线性光学所不能出现的新奇的光学现象. 人们因此建立了相当完整的非线性光学理论，进一步了解到光辐射作用于介质所产生非线性响应的机理，加深了对于光学材料非线性光学性质的认识，并进一步探索和开发出一些新的非线性光学介质材料. 今天，非线性光学已经形成了一个新的光学分支学科，而激光的出现为非线性光学的创立和发展奠定了基石.

§9.6 介质的非线性光学响应

在介质具有非线性响应的情况下，其偶极子中电子所受的恢复力不是与其位移成正比而是位移的非线性函数. 例如，其恢复力为 $-\kappa x-\kappa' x^2$，则(9-17)式就可写为

$$P''+\Gamma P'+\omega_0^2 P+\omega_0^2\varepsilon_0\chi_0 bP^2=\omega_0^2\varepsilon_0\chi_0 E\ , \tag{9-27}$$

其中，$\chi_0=Nq^2/m\omega_0^2\varepsilon_0$ 及 $b=\kappa'/q^3N^2$. 上式是一个非简谐的运动方程式，其求解只能在非线性项系数较小的情况下用迭代法获得其近似解. 为此，可以把(9-27)式改写为

$$\mathrm{T}\{P\}=E-bP^2, \tag{9-28}$$

其中，$\mathrm{T}=(\omega_0^2\varepsilon_0\chi_0)^{-1}\times(\mathrm{d}^2/\mathrm{d}t^2+\Gamma\mathrm{d}/\mathrm{d}t+\omega_0^2)$ 是一个线性的微分算符，迭代的运算过程可以按图 9-7 中所示那样进行，具体步骤为：

(1)首先忽略(9-28)式中的非线性项 bP^2，而从线性的方程式

$$\mathrm{T}\{P_1\}\approx E \tag{9-29}$$

中求得电极化密度的一级近似解 P_1 [这也就是(9-19)或(9-20)式的结果].

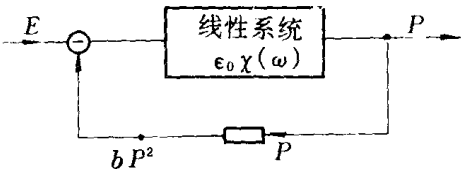

图 9-7 迭代法运算过程示意图

(2)用求得的一级近似 P_1 作为其非线性项 bP_1^2，以替代(9-28)式中的 bP^2 而求得电极化密度的二级近似解

$$\mathrm{T}\{P_2\}=E-bP_1^2. \tag{9-30}$$

(3)重复这种迭代运算可以求得其三级、四级等等的高级近似解.

例如，设外界为具有频率 ω_1 及 ω_2 两个单色辐射场的作用，则

$$E=\mathrm{Re}\{E_1\exp(-\mathrm{j}\omega_1 t)+E_2\exp(-\mathrm{j}\omega_2 t)\}\ .$$

并有 $$P_1=\varepsilon_0\mathrm{Re}\{\chi(\omega_1)\times E_1\exp(-\mathrm{j}\omega_1 t)+\chi(\omega_2)\times E_2\exp(-\mathrm{j}\omega_2 t)\}\ ,$$

因而

$$\begin{aligned}E-bP_1^2=&\mathrm{Re}\{[E_1\exp(-\mathrm{j}\omega_1 t)+E_2\exp(-\mathrm{j}\omega_2 t)]\}\\&-(\varepsilon_0^2/2)b\mathrm{Re}\{[\chi(\omega_1)\times E_1]^2\exp(-\mathrm{j}2\omega_1 t)\\&+[\chi(\omega_2)\times E_2]^2\exp(-\mathrm{j}2\omega_2 t)\\&+2\chi(\omega_1)\chi(\omega_2)E_1E_2\exp[-\mathrm{j}(\omega_1+\omega_2)t]\\&+2\chi(\omega_1)\chi^*(\omega_2)E_1E_2^*\exp[-\mathrm{j}(\omega_1-\omega_2)t]\}\\&-(\varepsilon_0^2 b/2)[|\chi(\omega_1)E_1|^2+|\chi(\omega_2)E_2|^2]\ .\end{aligned} \tag{9-31}$$

上式中的 χ^*、E^* 分别是 χ、E 的复数共轭. 可见在二级近似的运算中，二阶电极化密度经线性微分算符的作用是与一阶电极化密度值平方有非线性的关系，其结果是除原有的两个一阶极化量的源频率 ω_1 及 ω_2 以外，还产生了 $2\omega_1$ 和 $2\omega_2$ 的倍频频率及频率为 $\omega_1\pm\omega_2$ 的和频与差频分量，还有频率为零的直流分量. 这些频率分量是由线性系统作用于二阶电极化密度所响应的，因为这种迭代法仍然假设介质系统为线性的，所以介质的二阶电极化密度应该包含有这些频率的分量，例如其频率为 ω_1 的倍频分量为 $P_2(2\omega_1)=\varepsilon_0\chi(2\omega)\times$ {上式中关于 ω_1 所相应的量} 即得其具体的表式，

$$P_2(2\omega_i)=\varepsilon_0\chi(2\omega_i)\{-(1/2)b[\varepsilon_0\chi(\omega_i)E_i]^2\}\times\exp(-\mathrm{j}2\omega_i t)$$

$$=\{-(1/2)\kappa'(Nq/m)(q/m)^2E_i^2/[(\omega_0^2-\omega_i^2-\mathrm{j}\omega_i\Gamma)^2$$
$$\times(\omega_0^2-4\omega_i^2-2\mathrm{j}\omega_i\Gamma)]\}\times\exp(-\mathrm{j}2\omega_i t)\ ,\quad i=1,2\ . \tag{9-32}$$

同样可以求得和频及差频的具体表式为

$$P_2(\omega_1\pm\omega_2)=\{-\kappa'(Nq/m)(q/m)^2E_1E_2/[(\omega_0^2-\omega_1^2-\mathrm{j}\omega_1\Gamma)$$
$$\times(\omega_0^2-\omega_2^2\mp\mathrm{j}\omega_2\Gamma)$$
$$\times[\omega_0^2-(\omega_1\pm\omega_2)-\mathrm{j}(\omega_1\pm\omega_2\Gamma)]\}$$
$$\times E_1E_2\exp[\mathrm{j}(\omega_1\pm\omega_2)t]\ . \tag{9-33}$$

其二阶的零频电极化密度为

$$P_2(\omega=0)=-(1/2)\kappa'(Nq/m)(q/m)^2\times(1/\omega_0^2)$$
$$\times\{\sum[E_i^2/(\omega_0^2-\omega_i^2-\mathrm{j}\omega_i\Gamma)^2]\}\ ,\quad i=1,2\ . \tag{9-34}$$

由上面的结果看到非线性的恢复力所引起的非简谐振动还会出现新的频率分量，

两个驱动频率的和：　和频分量 $=\omega_1+\omega_2$，

两个驱动频率之差：　差频分量 $=\omega_1-\omega_2$，

单一频率的两倍：　倍频分量 $=2\omega_1,\ 2\omega_2$，

光学整流：　零频分量 $=0$.

所以，介质的光学非线性性质可以改变入射光的频率而辐射出新的光波，也就是光波的频率是可以通过其与非线性介质的相互作用而发生改变的.

上面所介绍的用电偶极子的非简谐振动来描述介质中的非线性现象虽然具有形象化的直观概念而且比较简单，但并不是完整的理论. 首先，它把恢复力考虑作 $-\kappa x-\kappa' x^2$，而未考虑 $-\kappa'' x^3$ 及更高次项. 其次，这一模型只考虑 E 引起 P 的改变，不可能涉及光在非线性介质中传播过程，为了解决光在非线性介质中如何传播的问题，必须解在非线性介质中的麦克斯韦方程组，这将在下一节中讨论.

介质的电极化密度P应是外电场E的非线性的高阶函数关系，一般可以用E的幂级数表示，

$$P(r,t)=\varepsilon_0\chi E(r,t)+2dE^2(r,t)+4\chi^{(3)}E^3(r,t)+\cdots\ , \tag{9-35}$$

上式中的第一项是线性项，即(9-14)式，第二，第三项等是与电场 E 成高阶关系的非线性表式，其余各项的系数 $2d$、$4\chi^{(3)}$ 等是为了与晶体介质情况一致习惯上所采用的常量，并没有统一的规定，例如也有把 P 表示为如下形式的，

$$P(r,t)=\varepsilon_0\chi E+\chi^{(2)}E^2+\chi^{(3)}E^3+\cdots\ ,$$

实质上这两种表式是一致的，只是要注意系数的不同，例如二阶极化率 $\chi^{(2)}=2d$，三阶的 $\chi^{(3)}$ 在两种不同的表式中相差四倍.

实际上介质的极化率与介质的微观结构有密切联系，若介质的结构具有中心对称性，也即具有反转对称的变换：当 $r\to -r$ 时，介质的性质保持不变，那么，当电场 E 改变为 $-E$ 时，电极化密度也应该从 P 改变为 $-P$. 要满足这一条件，(9-35)式中电场的偶次项系数都应为零，也即 $d=0$，这种中心对称介质的最低阶的非线性极化率系数为三阶.

一般来说，光学非线性效应在各向异性的光学晶体及半导体单晶材料中比较显著，因为极化率在晶体的不同方向上是不同的，而光辐射的电矢量也与方向有关，这种情况在第七章中已详细讨论过. 所以，在各向异性介质中的电极化密度在晶体的三个主轴方向上的分量为 $P=$

$[P_1,P_2,P_3]$，电场矢量也有三个分量为 $E=[E_1,E_2,E_3]$，因而(9-35)式就改为

$$P_i=\varepsilon_0\sum_j\chi_{ij}E_j+2\sum_{j,k}d_{ijk}E_jE_k+4\sum_{j,k,l}\chi^{(3)}_{ijkl}E_jE_kE_l+\cdots,$$

$$i,j,k,l=1,2,3. \tag{9-36}$$

二阶极化率 d_{ijk} 共有$3^3=27$个分量，三阶的 $\chi^{(3)}_{ijkl}$ 有81个，一定的对称性可以减少一些独立量的数目. 在这方面需要很多晶体结构的专门知识才能深入了解，目前只是应该知道这一领域中存

表9-1 若干常用非线性晶体的二阶极化率系数值

晶体材料	d_{ijk}MKS 单位
Te	$d_{111}=5.7\times10^{-21}$
GaAs	$d_{123}=1.2\times10^{-21}$
Ag_3AsS_3	$d_{331}=1.5\times10^{-22}$
(Proustite)	$d_{222}=2.4\times10^{-22}$
	$d_{333}=3.0\times10^{-22}$
$BaNaNbO_{15}$	$d_{333}=1.2\times10^{-22}$
(BNN)	$d_{322}=8.2\times10^{-23}$
$LiIO_3$	$d_{311}=1.1\times10^{-22}$
	$d_{333}=3.2\times10^{-23}$
$KTiOPO_4$	$d_{333}=1.2\times10^{-22}$
(KTP)	$d_{311}=5.8\times10^{-23}$
	$d_{322}=4.4\times10^{-23}$
$LiNbO_3$	$d_{311}=4.3\times10^{-23}$
	$d_{222}=2.3\times10^{-23}$
	$d_{333}=3.9\times10^{-22}$
β-BaB_2O_4	$d_{222}=1.4\times10^{-23}$
(BBO)	$d_{311}=7.1\times10^{-25}$
LiB_3O_5	$d_{322}=1.1\times10^{-23}$
(LBO)	$d_{311}=1.0\times10^{-23}$
	$d_{333}=5.6\times10^{-25}$
$NH_4H_2PO_4$(ADP)	$d_{312}=6.8\times10^{-24}$
KH_2PO_4(KDP)	$d_{312}=4.1\times10^{-24}$
	$d_{123}=3.8\times10^{-24}$
石英晶体	$d_{111}=3.0\times10^{-24}$
	$d_{123}=2.6\times10^{-26}$

附注：有一些文献中的二阶非线性极化率足标只用两个符号(iK)，而不是三个符号(ijk)，这是由于晶体的对称性使 $d_{ijk}=d_{ikj}$，因而可以省略一个足标，其约定为：($K=1,2,3$分别对应于 $jk=11,22,33$；$K=4$为 $jk=23=32$，$K=5$为 $jk=13=31$，$K=6$为 $jk=12=21$. 所以用两个足标符号的 d_{31} 就是三个足标的 d_{311}，而 $d_{14}=d_{123}$. 有一些文献材料上的二阶非线性极化率的数值用 d/ε_0 表示，其单位为 m/V，若用上表中的数值除以 $\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}$ $C^2/N\cdot m^2$，即可以转换到单位为 m/V 的数值.

在着这种复杂的情况就是了. 一般晶体材料的二阶非线性极化率系数在10^{-24}到10^{-21}(MKS 单位：$A\cdot s/V^2$)之间，三阶的非线性极化率系数在10^{-34}到10^{-29}(MKS 单位)之间. 表9-1给出了常

见的一些晶体材料的二阶非线性极化率系数的数值以作参考.

晶体材料的二阶及高阶非线性极化率的数值可以从实验中测定,但是要测量得很准确则对实验的条件要求很严格,所以多半是与已经知道的某些非线性晶体作比较测量而确定其有关的系数,目前已经对石英晶体、ADP 晶体等少数的几种材料进行过准确的绝对测量,其他的非线性介质的系数都是跟这类标准晶体做相对的比较测量而获得的.

§9.7 光波在非线性介质中的传播

从麦克斯韦的电磁场理论可以推导出光波在均匀的非线性介质中传播所遵循的方程式

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}\ , \tag{9-37}$$

可以把电极化密度 P 分成线性的和非线性的两个部分

$$P = P^{\mathrm{L}} + P^{\mathrm{NL}},$$

$$\text{线性部分：}\quad P^{\mathrm{L}} = \varepsilon_0 \chi E\ ,$$

$$\text{非线性部分：}\quad P^{\mathrm{NL}} = 2dE^2 + 4\chi^{(3)}E^3 + \cdots\ .$$

线性部分的 P^{L} 可以用(9-10)式的关系而并入到(9-37)式中等式的前面,设 n 为其折射率,v 为光波的传播速度,$v = c/n$,则有

$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P^{\mathrm{NL}}}{\partial t^2}\ , \tag{9-38}$$

上式等号前面部分与通常的波动方程一致,所以等号后面的量可以看成为一个辐射的源,其所发出的辐射在折射率为 n 的均匀线性介质中传播,但 P^{NL} 对电场 E 为非线性的,所以可以产生许多新的频率的光波.(9-38)式是非线性光学理论的最基本的方程式,这一方程式的求解是采用目前已经建立得比较完善的所谓耦合波理论,配合具体的一些边界条件就可以对各种非线性光学现象作出合理的分析和阐明.但因涉及较多的数学运算,所以在这里就不再作详细的介绍,但在本节附记中列出最简单的三波混频作为一个实例,从中可以看到一些很有意义的结论,也就是:每一种非线性光学过程都是由两部分组成,强的辐射场(激光)使介质感应非线性的响应 P^{NL} ,这一响应又反过来影响了介质内的辐射行为,而非线性地改变了原有的光场.在三波混频的例子中,入射的两个不同频率的光波在介质中非线性地相互作用而产生了新的第三个频率的光波;这一新产生的光波又与原来输入的光波分别作用而变更其强度,由于介质的非线性,使光子之间的相互作用增强并可以改变原有的光子的性质.所以非线性光学可以使不同光束之间发生变化,这是线性光学所不能出现的现象.

附记　耦合波理论求解三波混频的例子

考虑非线性电极化密度 P^{NL} 只有二阶的分量

$$P^{\mathrm{NL}} = 2dE^2, \tag{F9-1}$$

并且入射的光波 $E(r,t)$ 可以分解为无数的平面波,但以后会知道对于二阶非线性光学现象只能由三个光波相混合,所以若设 $E(r,t)$ 由三个单色平面波组成则并不会失去其普遍性,因而有

$$E(t) = \sum_i \mathrm{Re}[E_i \exp(-\mathrm{j}\omega_i t)]$$

$$= \sum_i (1/2)[E_i \exp(-j\omega_i t) + E_i^* \exp(+j\omega_i t)], \qquad i = 1,2,3.$$

上式中若令：$-\omega_i = \omega_{-i}$，$E_i^* = E_{-i}$，则可以简化为

$$E(t) = \sum_i (1/2) E_i \exp(-j\omega_i t), \qquad i = \pm 1, \pm 2, \pm 3.$$

代入(F9-1)式可得

$$P^{NL} = (1/2) d \sum_{i,k} E_i E_k \exp[-j(\omega_i + \omega_k)t], \qquad i,k = \pm 1, \pm 2, \pm 3.$$

其相应的波动方程中的源项为

$$\mu_0 \frac{\partial^2 P^{NL}}{\partial t^2} = -(1/2)\mu_0 d \sum_{i,k} (\omega_i + \omega_k)^2 \times E_i E_k \exp[-j(\omega_i + \omega_k)t],$$
$$i,k = \pm 1, \pm 2, \pm 3. \qquad \text{(F9-2)}$$

代入波动方程(9-38)式，则有

$$\nabla^2 E(t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E(t)}{\partial t^2} = (1/2)\mu_0 d \sum_{i,k} [\omega_i + \omega_k]^2 \times E_i E_k \exp\{-j[\omega_i + \omega_k]t\},$$
$$i,k = \pm 1, \pm 2, \pm 3. \qquad \text{(F9-3)}$$

(F9-3)式等号后面共有 36 项，但可以有解的条件是在非线性介质中所传播的单色平面波频率 ω 必需与等号后面指数项中的单色平面波相共容，若设 $\omega_1 \neq \omega_2$，而有

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2, \qquad \text{(F9-4)}$$

则(F9-3)式中共有 4 项具有频率为 ω_3 的单色平面波满足亥姆霍兹方程式，

$$[\nabla^2 + k_3^2] E(\omega_3) = 2\mu_0 \omega_3^2 d(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) E_1 E_2^*. \qquad \text{(F9-5a)}$$

由于存在着(F9-4)的三个频率之间的关系，所以(F9-3)式的 36 项中还各有 4 项的频率为 $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ 及 $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ 应满足类似于(F9-5a)的亥姆霍兹方程式，

$$[\nabla^2 + k_1^2] E(\omega_1) = 2\mu_0 \omega_1^2 d(\omega_1 = \omega_3 - \omega_2) E_3 E_2^*, \qquad \text{(F9-5b)}$$

$$[\nabla^2 + k_2^2] E(\omega_2) = 2\mu_0 \omega_2^2 d(\omega_2 = \omega_3 - \omega_1) E_3 E_1^*. \qquad \text{(F9-5c)}$$

(F9-5a,b,c)称为耦合波方程式，表示从外界入射的频率为 ω_1 与 ω_2 的光波在非线性介质中相互耦合而产生频率为 ω_3 的单色光波. 同样，在非线性介质中新形成的频率为 ω_3 的光波也会与入射的频率为 ω_2 的共轭光波 E_2^* 相耦合，使入射的频率为 ω_1 的单色光波受到增强或减弱的改变. 类似地有频率为 ω_3 的新生光波与频率为 ω_1 的共轭波相互耦合，使频率为 ω_2 的入射光波受到影响. 这就是三个光波相互混合而产生新的光辐射，其相互耦合的效率与非线性介质的极化率(d)有关. 根据具体问题的边界条件，可以从(F9-5a,b,c)式中解得新生的光波及输入光波在介质中不同位置及时刻的情况，并从而可以确定它们在传播过程中的强度变更. 此外，(F9-4)式相当于满足能量守恒的条件，而(F9-5)式的获得还蕴藏着三个波动的传播波矢之间所应满足的关系

$$\boldsymbol{k}_3 = \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2, \qquad \text{(F9-6)}$$

这是动量守恒的条件，也就是所谓相位匹配的条件. 在非线性光学的混频实验中需要调整各个波动在介质中的传播方向以满足相位匹配才能获得较大的能量转换效率，少量的相位失配是允许的，但会影响新频率光波的输出强度.

上面介绍的三波混频的例子要求三个光波的频率互不相同，但相互之间存在着和差的关系，若相互之间没有联系，也就是不符合能量守恒的条件以及基本上不满足动量守恒的条件则不会产生非线性的相互作用，具有这类频率的光波仍只能按照线性的规律在介质中传播. 其

次，若两个输入光波的频率相同，即 $\omega_1 = \omega_2$，则这种情况称为简并的，则(F9-3)式只剩下 24 项，(F9-5b，c)式不变，而(F9-5a)式则要减小一半，这是二次谐波产生的情况，输入是一个频率的光波但产生新的两倍频光波的非线性效应，在二次谐波产生的计算中应该用这两个公式.

§9.8 二阶光学非线性现象

在非中心对称的介质内及一般介质的界面或表面上都可能产生各种二阶光学的非线性现象，如果不要求具体运算光束的光强及其变化等数据，则不必采用耦合波理论，直接从介质的电极化密度即可以获得定性的结果. 设介质的三阶以上的非线性响应可以忽略不计，则

$$P^{\mathrm{NL}} = 2dE^2, \tag{9-39}$$

其中，E 可以由一个或两个单色光波组成的入射光辐射，则从(9-39)式就可以算出它的谐波成分，而这些谐波是作为(9-38)式中的源函数，所以当然也是波动方程(9-38)的解中的辐射分量. 二阶光学非线性现象可以有如下几种，

(1)二次谐波产生(Second Harmonic Generation，SHG)

设入射到非线性介质中的单色平面光波为

$$E(r,t) = \mathrm{Re}[E(r)\exp(-\mathrm{j}\omega t)],$$

代入(9-39)式可得

$$P^{\mathrm{NL}} = dE(r)E^*(r) + d\mathrm{Re}\{[E(r)]^2\exp(-2\mathrm{j}\omega t)\}, \tag{9-40}$$

其中，等号后面的第一项是频率为零的直流分量，第二项则是频率为入射辐射两倍的二次谐波产生信号，图 9-8a 是其原理的示意图，图 9-8b 是实验的示意图，图 9-8c 是自倍频的器件. 同一种材料既是可以产生激光的激光晶体又是可以产生二次谐波的非线性晶体. 从能量的角度来看二次谐波产生应该是入射的两个相同的光子并合成一个频率为两倍的光子，

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega, \ \omega_3 = 2\omega.$$

另外，动量守恒要求

$$k_3 = 2k_1, \ k_1 = k_2.$$

即

$$n(2\omega) \times 2\omega = 2n(\omega) \times \omega,$$

或

$$n(2\omega) = n(\omega). \tag{9-41}$$

在一般晶体的正常色散范围内，$n(2\omega) > n(\omega)$，因此，上述相位匹配条件是难以满足的. 但在双折射晶体中却可以得到满足，例如，在负单轴晶体中，$n_e(\omega) < n_o(\omega)$ 于是，可以有 $n_e(2\omega) = n_o(\omega)$，如图 9-9a 所示. 因此，适当调整光束在晶体中的方向及偏振态，以满足相位匹配条件，就可以获得较大的二次谐波输出. 当然，实际上(9-41)式不可能严格满足，稍有偏离时，仍有二次谐波输出，但倍频光强较弱，图 9-10 是输出光强与相位失配量 Δk 之间的关系，其中 $\approx$ 是产生二次谐波的晶体的长度的一半.

例9-1：

设非线性晶体为一正单轴晶体，对于入射光波($\lambda_1 = 1.06\mu\mathrm{m}$)和倍频光波($\lambda_2 = 0.53\mu\mathrm{m}$)的折射率分别为 $n_{o1} = 1.51$，$n_{o2} = 1.53$，$n_{e1} = 1.54$，$n_{e2} = 1.55$，若需满足共线相位匹配条件，则入射光波和倍频光波应是 o 光还是 e 光？其与光轴夹角应为多少？

解：

由于正晶体中 $n_e > n_o$，故在正常色散范围内要满足 $n(\lambda_2) = n(\lambda_1)$ 必须让入射光(λ_1)为 e 光

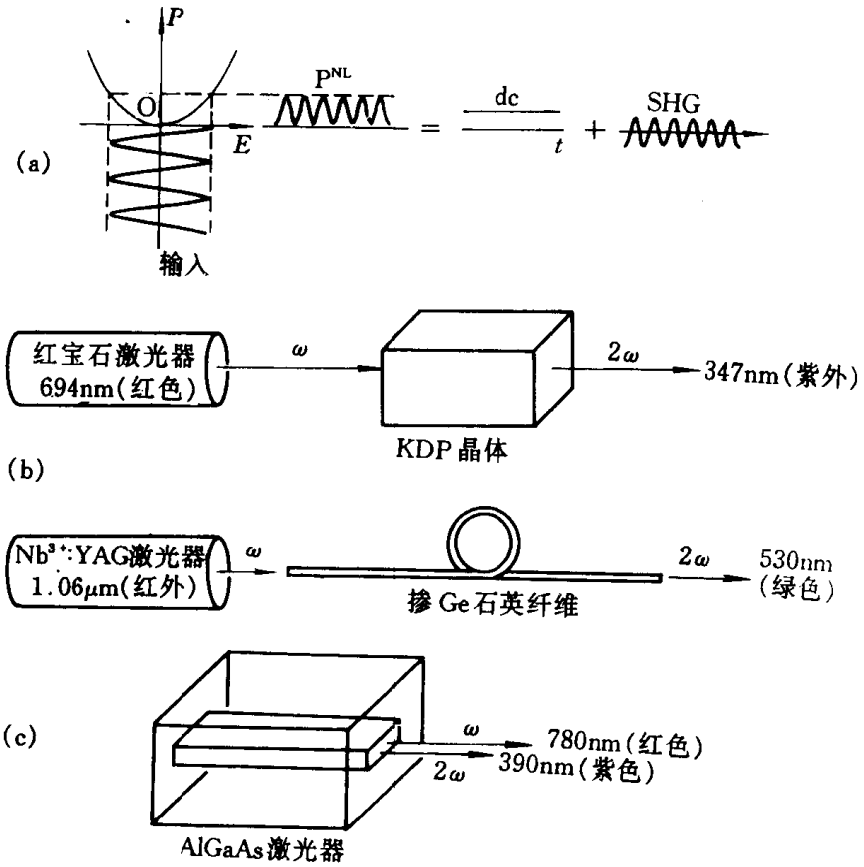

图9-8　二次谐波的产生

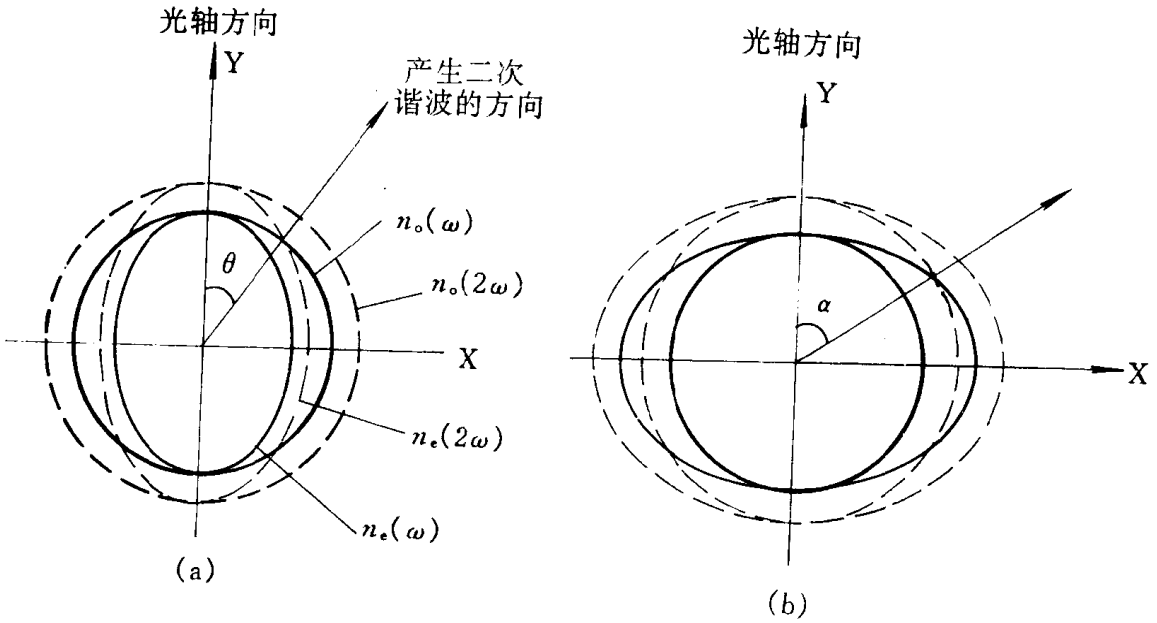

图9-9　非线性负单轴晶体中二次谐波的共线相位匹配

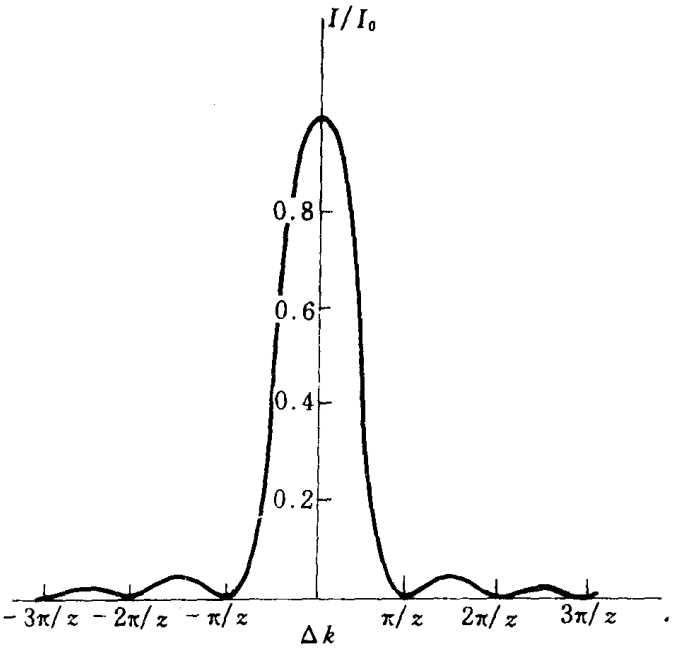

图 9-10　二次谐波输出光强与相位失配量的关系

而倍频光(λ_2)为 o 光，即 $n_e(\lambda_1)=n_o(\lambda_2)$. 令光轴方向为 Y 轴，作折射率椭球如图 9-9b 所示. 写出 λ_1 的 e 光的折射率椭圆方程，

$$x^2/1.54^2 + y^2/1.51^2 = 1 .$$

在满足 $n_e(\lambda_1) = n_o(\lambda_2)$ 的方向上，有 $x^2 + y^2 = 1.53^2$，由上两式联立，可得 $x = \pm 1.255$，$y = \pm 0.875$，故此方向与光轴的夹角应为 $\alpha = \text{arc tg}(x/y) = \pm 55°$ 或 $\alpha = 180° \pm 55°$.

答：

以 $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ 的 e 光与光轴成 55°入射，可得 $\lambda = 0.53\mu\text{m}$ 的 o 光.

(2)电-光效应

第七章所述的电-光效应是早已发现的非线性光学现象之一，在某些晶体的两侧加一个电压便可以改变该晶体的折射率，从而改变光波在晶体内的光程. 折射率随电场的一次方改变的泡克耳斯效应可写为

$$n(E) = n - (1/2)rn^3E , \tag{9-42}$$

其中，r 为泡克耳斯系数. 折射率是随电场的平方而改变的克尔效应则可写为

$$n(E) = n - (1/2)sn^3E^2, \tag{9-43}$$

其中，s 为克尔系数. 无论是泡克耳斯效应或是克尔效应都属于非线性光学的理论范畴，是在非线性介质中同时受到一个静电场及一个光辐射场的作用所产生的非线性效应. 令晶体中的电场分量为

$$E(t) = E(0) + \text{Re}[E(\omega)\exp(-j\omega t)] ,$$

代入(9-39)式可得

$$P^{NL}(t) = P^{NL}(0) + \text{Re}\{P^{NL}(\omega)\exp(-j\omega t)\} + \text{Re}\{P^{NL}(2\omega)\exp(-j2\omega t)\} ,$$

其中，

$$P^{NL}(0) = d\{2E^2(0) + E(\omega)E^*(\omega)\}\,, \tag{9-44a}$$

$$P^{NL}(\omega) = 4dE(0)E(\omega)\,, \tag{9-44b}$$

$$P^{NL}(2\omega) = dE(\omega)E(\omega)\,. \tag{9-44c}$$

可见,其电极化率的谐波有频率为 0、ω、2ω 的三个分量. 若 $|E(\omega)| \ll |E(0)|$,则(9-44c)式的贡献可以略去不计,(9-44b)式表明非线性电极化密度与外加光场 $E(\omega)$ 线性成比,其比例常数可以看成为外加静电场 $E(0)$ 与光场 $E(\omega)$ 相互作用所引起的极化率的变化,可以把(9-44b)式写成

$$P^{NL}(\omega) = \varepsilon_0 \Delta\chi E(\omega)\,,\ \Delta\chi = (4d/\varepsilon_0)E(0)\,,$$

而 $n^2 = 1 + \chi$,所以有 $\Delta\chi = 2n\Delta n$,即得

$$\Delta n = (2d/n\varepsilon_0)E(0)\,. \tag{9-45}$$

可见晶体的折射率变化与外加静电场成线性关系,将(9-45)式与(9-42)式相比,则泡克耳斯系数为

$$r = -\frac{4}{\varepsilon_0 n^4}d\,. \tag{9-46}$$

泡克耳斯效应所采用的电-光晶体(大部分就是用于非线性光学现象的晶体)有 ADP、KDP、$LiNbO_3$、$LiTaO_3$、CdTe 等,其泡克耳斯系数约在10^{-12}到10^{-10}m/V 之间,若在一块1cm 厚的晶体上加以10kV 的电压,相当于电场强度为10^6V/m,所引起的 Δn 约在10^{-6}到10^{-4}之间. 泡克耳斯效应可以使光束在晶体中传播后产生相位变化,所以可以应用在光的调制器件上.

(3)三波混频——频率上转换及参量放大

三波混频是在非线性晶体中存在着三个光波的相互作用,其中的一个较强的输入光波作为提供能量的源泉而称为泵光源,另一个较弱的输入光波作为信号光而在晶体内与泵光源发生非线性的相互作用,使之转化产生另一个新的频率更高的光波,这种过程称为频率上转换. 三波混频的另一种方式是使泵源的能量转入到信号光波中使之增强,并在晶体内产生第三个称为空闲波(idler)的光波,这种过程称为参量放大,空闲波的存在是满足三波混频的要求必须出现的. 参量放大在微波技术中早已得到应用,自激光产生以后人们设想参量放大也应该在光学波段中实现. 设输入的电场为

$$E(t) = \mathrm{Re}\{E\omega_1 \exp[-\mathrm{j}\omega_1 t] + E\omega_2 \exp[-\mathrm{j}\omega_2 t]\}\,,$$

代入 $P^{NL} = 2dE^2$,可得具有频率为 0、$2\omega_1$、$2\omega_2$、$(\omega_1 + \omega_2)$、$(\omega_1 - \omega_2)$ 等五个频率不同的谐波,分别为

$$P^{NL}(0) = d[|E(\omega_1)|^2 + |E(\omega_2)|^2]\,,$$

$$P^{NL}(2\omega_1) = dE(\omega_1)E(\omega_1)\,,$$

$$P^{NL}(2\omega_2) = dE(\omega_2)E(\omega_2)\,,$$

$$P^{NL}(\omega_1 + \omega_2) = 2dE(\omega_1)E(\omega_2)\,,$$

$$P^{NL}(\omega_1 - \omega_2) = 2dE(\omega_1)E^*(\omega_2)\,.$$

所以,输入的两个光波在非线性介质中相混合将产生倍频、和频及差频等新的分量,但是在实验中并不是所有的频率分量都可以获得,因为必须满足能量及动量的守恒条件

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2,\quad \boldsymbol{k}_3 = \boldsymbol{k}_1 + \boldsymbol{k}_2.$$

若三个光束处在共线传播的条件下,则动量守恒的条件可以写为

$$n_3\omega_3 = n_1\omega_1 + n_2\omega_2.$$

这个相位匹配条件也需要通过调节光束在晶体中的方向及偏振态来满足. 实际上，动量守恒的要求并不太严格，略有稍微的偏离仍然可能获得二次谐波信号的输出，只是要减弱一些. 在三个光波共线传播的条件下可以定义相位的失配量

$$\Delta k = k_1 + k_2 - k_3,$$

若要求完全匹配，并用折射率 $n(\omega_i)$ 来表示则为

$$\Delta k = \omega_1[n(\omega_3) - n(\omega_1)] + \omega_2[n(\omega_3) - n(\omega_2)] = 0 . \tag{9-47}$$

同样，在一般晶体正常色散范围内，$n(\omega_3) > n(\omega_1)$ 及 $n(\omega_2)$，因而，上述相位匹配条件无法满足. 只有在双折射晶体中，才有可能实现

$$n_e(\omega_1) > n_o(\omega_3) > n_e(\omega_2) ,$$

或

$$n_o(\omega_1) < n_o(\omega_3) < n_e(\omega_2) ,$$

从而满足相位匹配条件(9-47)式. 前一种情况称为第 I 类共线相位匹配；后一种情况称为第 II 类共线相位匹配. 这些条件的满足也可以通过调整光束在晶体中的传播方向及选取适当的偏振态来达到，在一些材料中还可以通过调节介质的温度以满足这一要求(相似于上一节中关于二次谐波相位匹配的条件).

图9-11给出混频上转换的实例，输入是 Nd 玻璃激光器中发出的波长为1.06μm 的光波及二氧化碳激光器中发出的波长为10.6μm 的光波，经过混频可以获得输出为0.96μm 的上转换波长的光波，图中还展示了上转换是由两个光子并合成一个能量更大的光子的情况及三个光波在晶体中随着传播过程使输入光波中的能量逐步转换到输出的上转换光波的图示. 上转换是一种很有用的技术，可以得到一些不易直接从激光器中获得的新波长激光，这在开发新波长

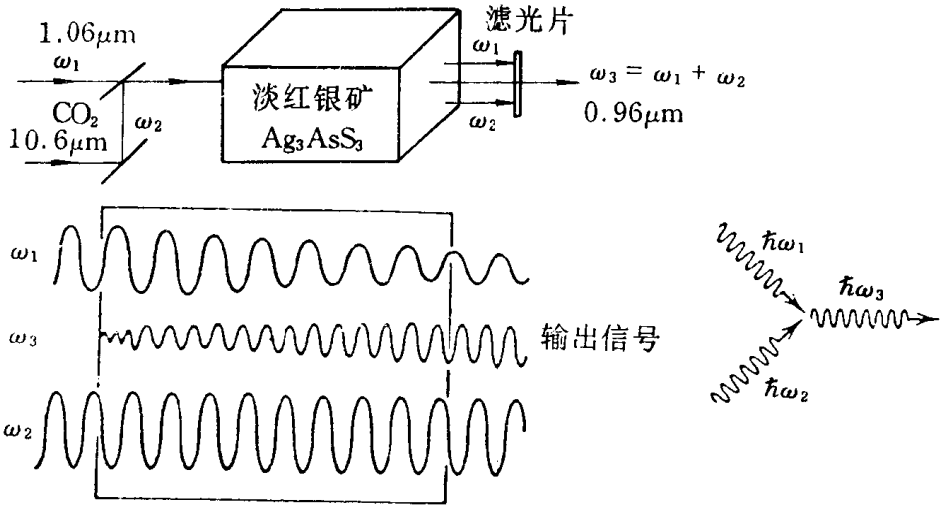

图9-11　上转换

激光束方面很重要.

图9-12给出参量放大的原理图，参量放大是一个输入的光子被分割为两个光子的过程，所以也是和频的逆过程. 在参量放大中，泵浦光要求有较大的输入功率，在信号光波输入时，晶体内会自动产生一个空闲波以满足能量的守恒，这三个波的相互作用使得泵浦光中的能量转移到信号光束中而获得信号光束的加强. 还可以利用参量放大输出使之反馈得到所谓“参量放大

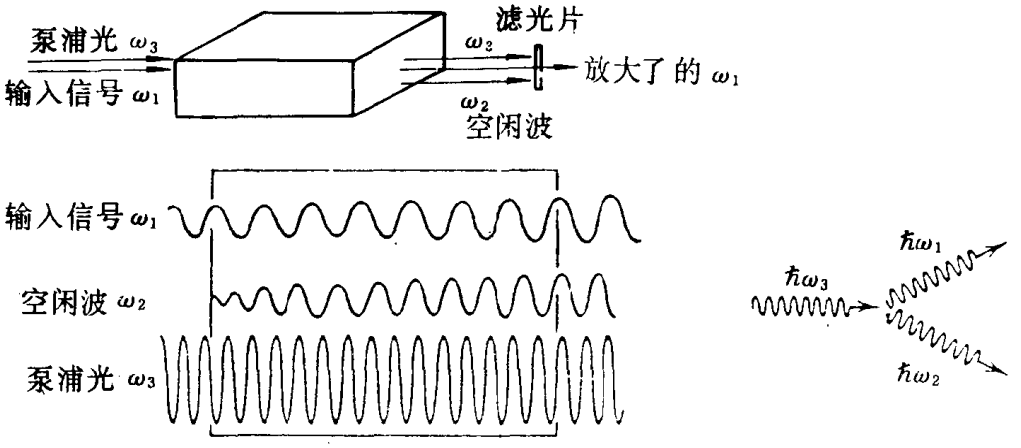

图9-12 参量放大

振荡器”，如图9-13所示，参量振荡器的作用与激光振荡器一样，但参量振荡器可以通过调节晶体介质的温度而微调输出的波长，在可调激光器出现以前，这是获得波长可调激光的一个很主

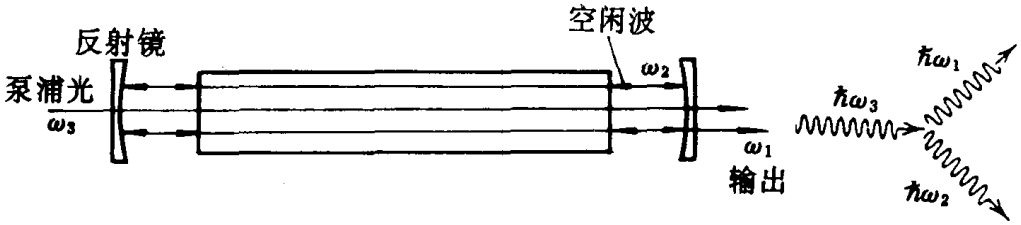

图9-13 参量振荡器

要的方法.

§9.9 三阶非线性效应

三阶非线性极化率的数值比二阶的小很多个量级，所以在一般情况下这一效应并不显著，但在中心对称的介质中，由于二阶效应不能存在，所以主要的非线性效应就只有来源于三阶的贡献. 三阶非线性电极化密度为

$$P^{NL} = 4\chi^{(3)}E^3. \tag{9-48}$$

三阶效应中比较有用的一些现象是电光克尔效应、光学克尔效应，以及最受人们注意的所谓“相位共轭”，也就是“简并四波混频”的现象.

(1)电光克尔效应

如上一节的电光效应中所述的克尔效应即属于三阶非线性效应，克尔效应的现象是介质的折射率随所加电场的平方而产生微小的变更. 利用上一节中关于泡克耳斯效应的同样推算，在略去高阶的 $E^2(\omega)$、$E^3(\omega)$ 的近似下可以获得

$$P^{NL}(\omega) = 12\chi^{(3)}E^2(0)E(\omega)\ , \tag{9-49}$$

也即

$$\Delta n = -(1/2)sn^3E^2(0)\ , \tag{9-50}$$

$$s = -12\chi^{(3)}/(\varepsilon_0 n^4)\ . \tag{9-51}$$

克尔系数 s 的值在晶体中为$10^{-18}-10^{-14}\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2$，在液体中为$10^{-22}-10^{-19}\mathrm{m}^2/\mathrm{V}^2$，若电场强度为 $V=10^6\mathrm{V/m}$，则晶体中的 Δn 在$10^{-6}-10^{-2}$. 克尔效应主要应用在光调制器件中.

(2)光学克尔效应

在晶体介质中若存在着电场 $E(t)=\mathrm{Re}\{E(\omega)\exp(-\mathrm{j}\omega t)\}$，其三阶非线性电极化密度会有频率为 ω 及 3ω 的谐波分量，

$$P^{\mathrm{NL}}(\omega) = 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2E(\omega)\ , \tag{9-52}$$

$$P^{\mathrm{NL}}(3\omega) = \chi^{(3)}E^3(\omega)\ . \tag{9-53}$$

(9-53)式中的三倍频分量是很弱的，因为介质的能量转换效率很低. (9-52)式则可以看成在三阶非线性晶体中的电极化密度与电场 $E(\omega)$ 成线性比，

$$P^{\mathrm{NL}} = \varepsilon_0\Delta\chi E(\omega)\ ,$$

$$\varepsilon_0\Delta\chi = 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2 = 6\chi^{(3)}\eta I\ ,$$

其中，$I=|E(\omega)|^2/2\eta$，$\eta=\varepsilon_0/\varepsilon=1/n^2$，而 $\Delta\chi=2n\Delta n$，所以有

$$\Delta n = \frac{3\eta}{\varepsilon_0 n}\chi^{(3)}I = n_2 I\ , \tag{9-54}$$

$$n_2 = \frac{3\eta}{\varepsilon_0 n}\chi^{(3)}. \tag{9-55}$$

可见，由三阶极化率产生折射率的改变与晶体内的光强成正比，这一效应并不需要外界加以电场而是由入射的光场自身所产生的效应，其效果与电光现象中的克尔效应一样，即折射率的改变与光场的平方成正比，所以称为“光学克尔效应”. n_2 的量级在玻璃中为$10^{-14}-10^{-8}\mathrm{cm}^2/\mathrm{W}$，在有机材料中为$10^{-10}-10^{-8}\mathrm{cm}^2/\mathrm{W}$，在半导体中最大，可达$10^{-2}\mathrm{cm}^2/\mathrm{W}$ 的量级. 由于折射率的改变与光强成正比，而激光束的光强是按高斯分布的，中心强，周围弱，由此可引起介质折射率的梯度，这种折射率的分布使光束向折射率大的方向靠拢，因而光束变得越来越细. 这种现象称为“自聚焦效应”.

(3)四波混频及简并四波混频

在三阶非线性介质中的四波混频仍可按同样的步骤运算其非线性极化率密度，设介质中存在着三个电磁场分量，

$$E(t) = \sum \mathrm{Re}[E(\omega_i)\exp(-\mathrm{j}\omega_i t)]\ , \qquad i=1,2,3,$$

或令 $\omega_{-q}=-\omega_q$，$E(-\omega_q)=E^*(\omega_q)$，则上式可写为

$$E(t) = \sum (1/2)E(\omega_q)\exp(-\mathrm{j}\omega_q t)\ , \qquad q=\pm1,\pm2,\pm3\ . \tag{9-56}$$

所以，在非线性介质中的三个光波相互作用所产生的电极化密度响应为

$$P^{\mathrm{NL}}(t) = (1/2)\chi^{(3)}\sum\{[E(\omega_q)\,E(\omega_r)E(\omega_s)\,]\times\exp[-\mathrm{j}(\omega_q+\omega_r+\omega_s)t]\}\ ,$$

$$q,r,s=\pm1,\pm2,\pm3\ .$$

上式共有$6^3=216$项三个波动频率的组合. 若以 $q=3$，$r=4$，$s=-1$为例，则具有这三个足标组合的分量为

$$P^{\mathrm{NL}}(\omega_3+\omega_4-\omega_1) = 6\chi^{(3)}E(\omega_3)E(\omega_4)E^*(\omega_1)\ , \tag{9-57}$$

(9-57)式表示这三个波动的混合可以产生第四个频率为 ω_2 的光波. 若满足

$$\omega_2 = \omega_3 + \omega_4 - \omega_1, \tag{9-58}$$

以及满足第四个波矢等于前三个波矢的和差关系

$$k_2 = k_4 + k_2 - k_1, \tag{9-59}$$

这一关系就是相位匹配的条件. 上述的四波混频是频率为 ω_4 和 ω_3 的两个光子相互并合而产生频率为 ω_1 的光子及一个新生的频率为 ω_2 的光子.

若四个光波的频率都相同,

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4, \tag{9-60}$$

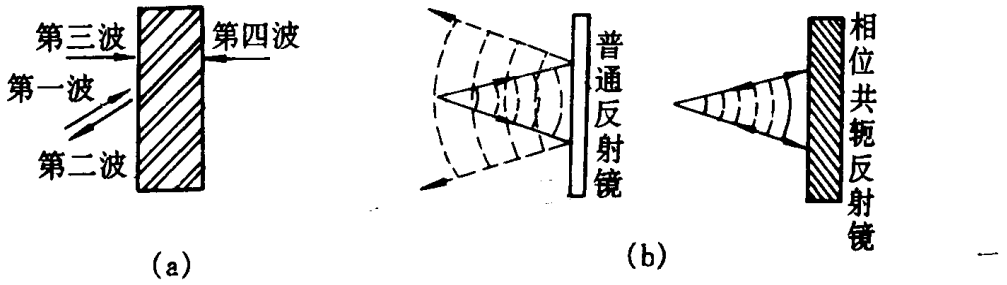

图9-14 简并四波混频的一个特例

则称为简并四波混频. 简并四波混频中的一个特殊情况是很有意义的,即若入射到介质的三个平面光波中的第三波 E_3 、第四波 E_4 是相向地传播,如图9-14a 所示,

$$E_3(r) = A_3\exp[-\mathrm{j}k_3 r]\ ,\ E_4(r) = A_4\exp[-\mathrm{j}k_4 r]\ ,$$

其中 $k_3 = -k_4$,代入(9-57)式则有

$$P^{\mathrm{NL}}\omega_2 = 6\chi^{(3)}A_3A_4E_1^*(r)\ ,$$

因而,代入波动方程式后可得到输出光束的解,

$$E_2(r) \propto A_3A_4E_1^*(r)\ , \tag{9-61}$$

可见,在这种特殊的输入条件下所获得的输出光波 E_2 等于输入的第一波的复数共轭波 E_1 . 这是一个很有趣的结果,第三、第四波称为泵浦光波,当两个波相向传播到三阶非线性晶体介质中后,再在该介质中输入另一束光波(第一波)则可获得从这一介质中输出一束与第一波共轭的光波,共轭光波是与输入光波反向地传播,而非线性的介质犹如一块反射镜,但这块反射镜的特点是不论入射的角度是多少,其反射光束仍按原来入射的方向上返回,并且更为特别的是反回的光波波面也仍按原来的入射波面返回,不象通常的反射镜那样使波面随着传播而继续扩展或收缩,如图 9-14b 所示. 所以这种简并的四波混频又称为"相位共轭"(phase conjugation),因为这种技术可以产生一个所需要的共轭光波. 相位共轭技术实际上与全息技术相当,一束泵浦光波与输入的物光波(第一波)在三阶非线性介质中形成了一个体全息光栅,另一束泵浦光束可以看为全息技术中的重建光束而产生了与物光束相共轭的输出光波. 相位共轭可以应用在光学系统中矫正由于相位畸变所引起的波面破坏,所以是很有实用的价值的,图9-15用图示法阐述了这方面的例子.

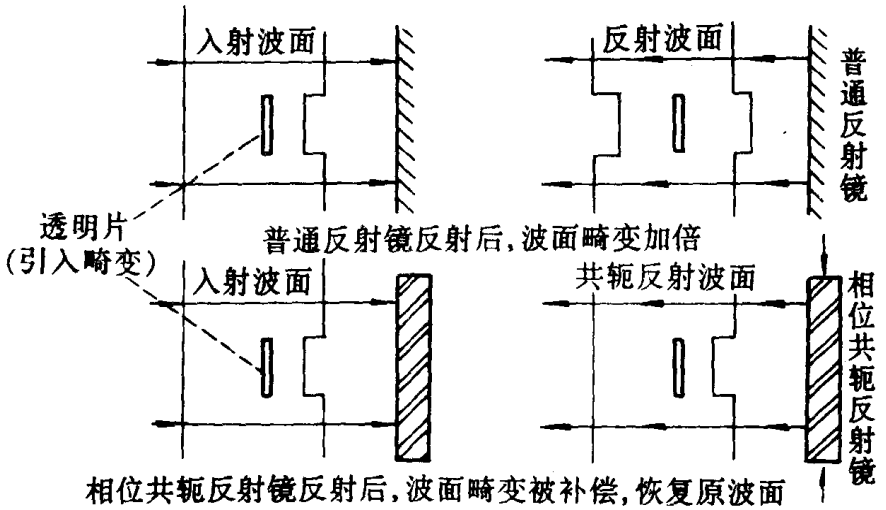

图9-15　共轭反射镜的应用

习题与思考题

1. 试证明为达到电场强度为10^5V/m,光功率的密度应大于2.6kW/cm^2.

2. 试比较瑞利散射、拉曼散射和布里渊散射的异同.

3. 试根据瑞利散射光强与波长四次方成反比的关系解释天空的蓝色和朝阳的红色.

4. 在正常色散的范围内,折射率与波长的关系可近似用以下科希公式表示,

$$n = A + B/\lambda^2 + C/\lambda^4,$$

试根据介质色散的经典理论解释此公式.

5. 试证:非线性效应在非线性介质的共振频率处趋于极大.

6. 试证:二次谐波的光强与入射光频率的四次方及入射光光强平方成正比.

7. 设非线性晶体为一正单轴晶体,对于入射光波($\lambda_1 = 1.06\mu$m)和倍频光波($\lambda_2 = 0.53\mu$m)的折射率分别为$n_{o1} = 1.64$,$n_{o2} = 1.66$,$n_{e1} = 1.60$,$n_{e2} = 1.63$,若需满足共线相位匹配条件,则入射光波和倍频光波应是o光还是e光?其与光轴夹角应为多少?

8. 试在折射率椭球上画出满足三波混频相位匹配条件的范围.

9. 在三波混频中的信号光波与空闲波有何区别?它们可否互换?

10. 参量放大振荡器与第八章所述的一般固体激光器有何异同?为什么调节温度可以改变其输出波长?

11. 电光克尔效应与光学克尔效应有何异同?

12. 试说明若用简并四波混频方法产生共轭光波来代替固体激光谐振腔中的一块反射镜,可大大提高该激光器输出光束的质量.

第十章　光电子学器件原理

本章提要：介绍光探测器、光调制器、光开关、光学双稳元件等常用的光电子器件的原理、结构、性能以及使用时应该注意之点.

§10.1　光探测器

光辐射信号的检测以及光能量的定量测定历来是光学学科建设中一个很重要的环节. 随着科学技术的发展和光学学科研究范围的扩大，对光探测器的灵敏度、响应速度和可探测的波长范围都提出了越来越高的要求，从而促进了对新型光探测材料的机理研究以及对光探测元件的开发.

人的眼睛实际上是一个极灵敏的光辐射检测系统，能够对极微弱的光辐射产生反应，并且能够判别极小的光反差，其缺点是不能够对光辐射进行定量的检测，对光强变化的反应不够快，并且可探测的波长范围只在可见光波段. 尽管有这些缺点，视觉科学仍是当今受到十分重视的研究领域之一. 早期对光辐射的探测手段都是利用光热效应，也就是依靠物质吸收光辐射能流而升高温度，从而根据物质的热容量等数据推算出入射光辐射能流的绝对数值，这种方法称为量热法，是绝对测量光能流的标准方法之一. 利用热效应所制成的探测器件称为热(效应)探测器，例如辐射热电偶、热释电器件等. 一般来说，热探测器对光波波长的选择性不明显. 通常在热探测器的接受表面上加敷一层金或银的微颗粒层，这些小于微米量级的微颗粒对于从紫外到远红外的波段都呈“黑色”，因而可以增加其吸收光辐射的能力. 热探测器的最大缺点是响应时间比较长，因而逐渐被光电探测器取代，但它在远红外的探测及对光辐射能流的绝对测量方面仍起着重要作用.

目前占主要地位的光探测器是光电探测器，它是利用物质吸收光辐射能量后，其电学性质发生改变来对辐射能流进行检测的. 例如，光辐射可以改变物质的导电率，或者产生一定的电势差等等，这些效应统称为光电效应. 光电效应的机理是入射的光子被探测器吸收导致内部微观体系能量状态的变化，所以它对光辐射的波长响应必定有选择性，其响应速度可以很快，不象热探测器那样需要时间上的积累. 因为大多数半导体产生一对载流子所需要的能量与光辐射中光子的能量相当，所以当前所开发的性能优异的光电探测器实际上都是半导体器件. 用半导体材料作光电探测的原理，实质上与半导体发光二极管和半导体激光器的原理相似，不过半导体光电探测的过程恰为半导体发光过程的一个逆过程.

不论用哪一类探测器，都需要了解其性能以便掌握正确的使用方法. 在探测器的性能方面应该了解下列几方面：

①响应的波段范围：不同的光探测器会有不同的波段响应范围，称为该探测器的光谱响应，通常是用横坐标为波长或频率画出灵敏度的归一化曲线来描述其相对的响应范围. 热探测器对于波长的响应取决于探测器表面对光辐射的吸收能力，理想的光谱响应曲线是一条水平线. 由半导体材料制成的光电探测器的光谱响应与其能级结构有关，因而其响应曲线与材料有

关，但都会有一个明显的峰值.

②响应时间：光探测器的响应时间与物质对光辐射产生感应的机理有关，热探测器的响应依赖于材料温升的时间，所以其响应时间一般均在毫秒的量级. 半导体光电探测材料在光辐射的作用下将很快产生电子-空穴对，但作为探测器的响应时间，则一般决定于所产生的电子或空穴在探测器中渡越而到达电极所需要的时间，这将决定于探测器的结构和材料的性质等等一般约在毫秒到纳秒之间.

③灵敏度：探测器的灵敏度通常用下列的几种定义来表征.

a. 响应率(responsivity)：响应率是表示入射的单位光辐射功率 W 所产生的电信号量值，电信号若是电流 I，则响应率 $R=I/W$；若响应所产生的信号为电压 V，则 $R=V/W$. 响应率的大小虽然可以显示探测器对于入射光辐射反应能力的强弱，但不能反应出其可以响应的最低极限，所以实际上响应率并不能全面地代表灵敏度的指标.

b. 噪声等效功率 NEP(noise equivalent power)：任何一个探测器在使用中都会有噪声，噪声的来源可以是周围环境温度所引起的热噪声，或使用调制频率所引起的调制噪声等. 若入射的光辐射功率所产生的信号强度等于或小于该探测器的噪声强度，则这种入射信号就会淹没在噪声信号中而不能获得反应. 所以，与噪声相当的输入功率是该探测器可以探测到的最低的辐射功率，称为噪声等效功率. 噪声等效功率的数值愈小表示能够检测愈微弱的入射辐射功率. 为了降低热噪声的等效功率，可以在使用时把探测器安放在一个用液氮或液氦冷却的低温容器中.

c. 探测率 D^* (detectivity)：通常用探测率 D^* 来统一各个探测器的能力，特别对红外波段灵敏的探测器大都用这一指标来相互比较性能的优劣. 探测率与 NEP 的倒数及频宽的平方根成正比. 如果使用的辐射源为某一温度 T 的黑体，则用 $D^*(T,f,\Delta f=1)$ 来表征；如果使用某一波长的辐照下的数值，则用 $D^*(\lambda,f,1)$ 来表征，内中 f 为调制的频率. $\Delta f=1$，表示其频宽是取单位频宽的值，探测率的单位为 $\mathrm{cm}\cdot(\mathrm{Hz})^{1/2}/\mathrm{W}$. 探测率 D^* 愈高则表示探测器的性能愈好.

④量子效率 η (quantum efficiency)：光电探测器的量子效率是指一个光子入射到探测器上可以产生一对载流子的概率，所以 $0\leqslant\eta\leqslant1$，它等于探测器中由光照所产生电流的电子数与入射光子数的比值. 量子效率与探测器材料的性质及其表面状态有关，它当然还与入射光波的波长有关.

⑤增益 G (gain)：有些探测器本身可以倍增其所产生的电流，从而提高检测微弱光辐射的能力，这种倍增称为增益. 增益可以由器件内部的特殊结构产生，例如后面要介绍的光电倍增管；也可以由器件本身的属性决定，例如在一些半导体器件中，载流子的输运速度很快并且寿命很长，因而载流子可以在电路中循环多次而后再复合，这样虽然光子直接产生的载流子只有一对，但对光探测器中的光电流却有多次的贡献，因而有了增益.

在使用光电探测器时，还要了解探测器的阻抗数值以便与外电路相匹配；了解探测器的最大允许电流及其动态线性范围，以便安全而正确地使用. 以下分类介绍各种常用光电探测器的构造和原理.

产生光电效应的机制可分为外光电效应及内光电效应两种，前者是光照使光敏材料中的电子逸出表面而成为自由电子，即发射光电子. 利用外光电效应所制成的器件必须将光敏材料放在真空容器中，即通常所谓的“光电管”或“光电倍增管”；后者是在光辐射与材料相互作用时

产生的载流子被约束在材料内部而改变其电导率.利用内光电效应的器件不必放在真空容器中,通常称为光导管或光敏管.

(1)外光电效应器件

金属表面受到光照而释放出自由电子的外光电效应现象是大家早已熟知的.若入射光子的能量足以使金属中的电子克服逸出功,则这些电子就可以脱离表面,其多余的能量转化为自

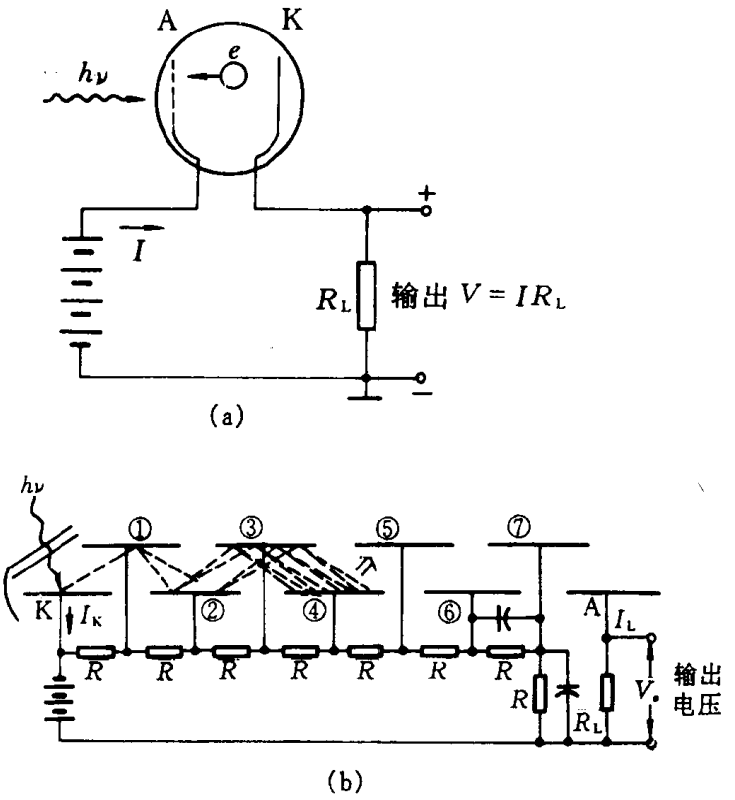

图10-1a、b　光电管与光电倍增管

由电子的动能.图10-1a是应用外光电效应制成的光电管的结构及电路图.光辐射通过由玻璃(或石英)制成的真空管壁入射到光阴极上,其释放出的光电子在外加电场的作用下飞向阳极,与外电路构成回路而获得光电流的输出.图10-1b是"光电倍增管"的结构图,光电倍增管是一个光电管与真空电子管的组合体,在抽真空的玻璃泡中除安放有光阴极以外还有若干个称为"打拿极"(dynodes)的二次电子发射极,当一个电子入射到打拿极上后,可以获得多个电子的再发射,所以具有倍增的效应.一般光电倍增管的打拿极可以有八级到十二级之多.设打拿极的倍增数为4,也就是一个入射电子可得4个二次发射电子,并设共有12个打拿极,则其增益为

$$G = I_L/I_K = (4.0)^{12} = 1.68 \times 10^7,$$

其中,I_L 是在光电倍增管负载电阻 R_L 上的电流,I_K 是光阴极受到光照所产生的光电流.可见其增益极大.光电倍增管是目前最灵敏的光探测器,它可以检测到响应时间范围内只有单个光子的光能流.例如入射光的强度仅为每秒20个光子,光阴极的量子效率为 $\eta = 0.15$,则

$$I_L = G\eta e \times 20/\text{秒} = 8.06 \times 10^{-12}\text{A}.$$

若取输出回路中的负载电阻 $R_L = 1\text{M}\Omega$,则可得输出电压为8μV.所以,光电倍增管可以作为光

子计数器中的光电探测器.为了降低器件的噪声限,常把光电倍增管放在用液氮冷却的低温容器中使用.光电倍增管需要的外加电压在1000V左右,在电路的最后几级中有时还可接入电容器,以防止末尾各级电压的波动.

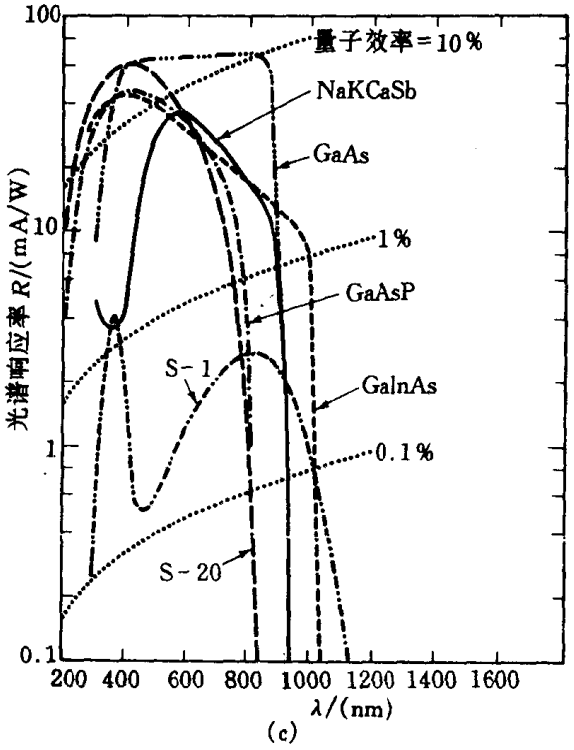

图 10-1c

光电倍增管不仅极为灵敏,而且其线性动态范围在所有光探测器中是最大的,可达六个数量级之多.因此,虽然光电倍增管有长波限较短(约1.2μm)、体积大、需要高压等缺点,但使用仍十分广泛,目前还没有任何半导体的光电器件在灵敏度方面可以与之相比拟.图10-1c是常见的几种用作光电倍增管光阴极材料的光谱响应曲线,其中的S-1是由Cs-O-Ag(铯-氧-银)材料制备的这种光阴极,可响应到1.6μm;S-20是由Sb-Cs(碲-铯)材料制备的,其光谱响应在紫外到可见光的范围中.另一种具有光谱响应更宽的材料为多碱碲铯阴极(NaKCsSb).

由许多微型光电倍增管组合而成的"微通道板"(microchannel plate)是近年来发展的新一代光电成象器件,它由数百万个内径约为10μm的毛细管相互粘合组成,其厚度约为一毫米,两端抛光并附有一块光阴极平板,在毛细管中镀有一薄层二次电子发射材料,形成一个连续的打拿极,如图10-2所示.当光阴极平板受到一幅图象的照射时,各点上发射出强弱不同的光电子流,通入到相应的毛细管微通道中而获得电子的倍增,在微通道板的另一面上敷有一层荧光层,在受到微通道管中出射电子的轰击时发光,所以在微通道板的后平面上可以获得一个增强的光学图象.

(2)内光电效应器件

①光导管:光导管是一块由半导体光电材料制成的薄片或薄膜,在它两端加上具有欧姆接触的电极,如图10-3a所示,当光辐射照到光导管的表面上时,光子激励载流子产生,从而降低

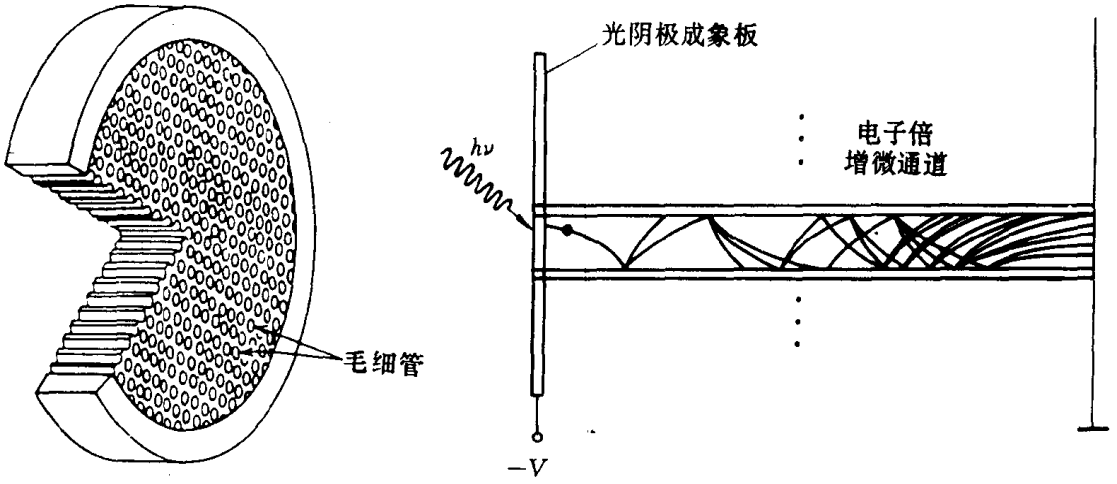

图10-2　微通道板及其中的一个毛细管

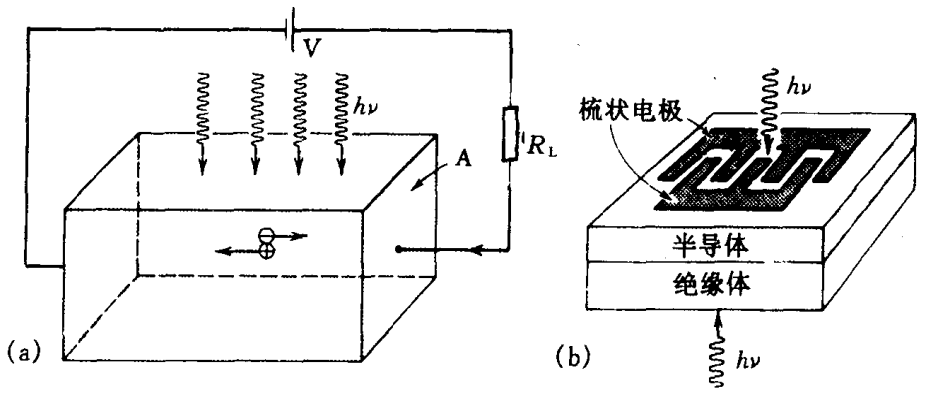

图10-3　光导管

了光导管的电阻，在外电路的负载电阻上就会引起反映光辐射强度的电压改变. 载流子的激励可以在半导体的价带与导带之间发生，称为本征激励(或本征跃迁)，也可以发生在杂质能级与价带或导带之间，称为非本征激励(或非本征跃迁). 光导管波长响应的长波限为 $\lambda_0 = hc/E_g$，对于本征跃迁，E_g 为价带与导带间的禁带宽度；对于非本征跃迁，E_g 为杂质能级与价带或导带间的能量差. 当 E_g 以 eV 为单位、λ_0 以 μm 为单位时，可得

$$\lambda_0 = 1.24/E_g. \tag{10-1}$$

非本征光导管的 E_g 很小，所以它可以响应到远红外的波段，这是外光电效应所不能达到的. 光导管的响应时间决定于所产生的载流子渡越到电极所需的时间，所以，为了减小其响应时间，可以将电极制备成梳状，如图10-3b 中所示. 若选择具有较长的载流子寿命而其渡越时间又小的光电导材料，则可以获得增益. 一般光导管的响应时间为10^{-3}—10^{-6}s，增益为1—10^6. 图10-4是常见的光导管(以及后面要介绍的光敏二极管)的探测率 D^* 的光谱曲线，其中还绘制了在室温条件下及低温条件下的理想的 D^* 曲线，这是所有光电探测器的探测率极限. 从

图中可以看到，在波长为0.5μm 处，室温下的 CdS 光导管是最佳的器件；在10μm 附近，则以冷却到77K 液氮温度下的 HgTeCd 光导探测器为最宜；在100μm－400μm 的波段范围内，则以冷

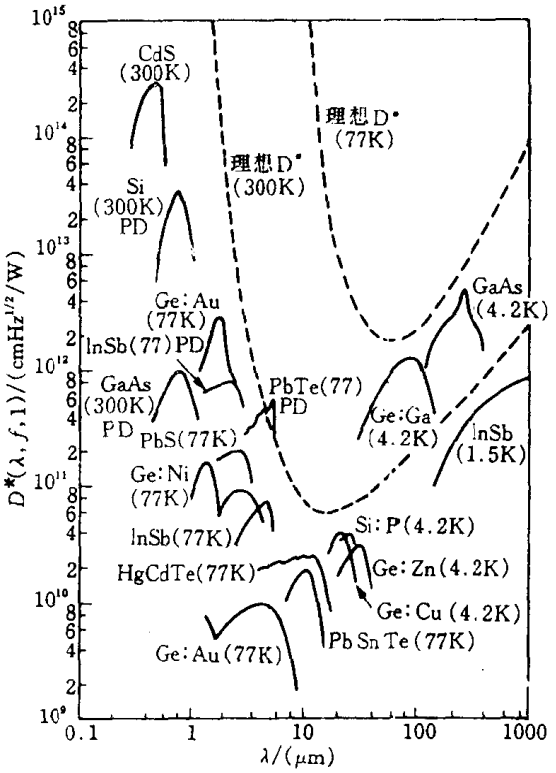

图10-4　各种光导管及光敏二极管的探测率 D^*

却到4.2K 液氦温度下的 GaAs 光导探测器为好.

②光敏二极管 PD(photodiode)：光敏二极管有 p-n 光敏二极管，p-i-n 光敏二极管，金属-半导体光敏二极管等. 为了应用上的需要，在结构上还可以制备成多元的探测系列，如四象限探测器、楔环探测器、金属-半导体二极管与电荷耦合器件(CCD，charge-coupled device)相结合的探测阵列等等，其简单的原理及使用方法分述如下.

p-n 光敏二极管是由半导体光电材料制备成的一个 p-n 结，并加上一个反向偏置电压(应注意在半导体发光二极管或半导体激光器上是加正向电压). 当能量合适的光子射向结区时，可被吸收而激励产生一个电子-空穴对，电子及空穴受到结区内电场的作用，被分别输运到 n 区和 p 区，使外接电路的回路中产生电流或电压的变化而反映出光辐射的量值. 由于电场主要存在于结区(耗散层)中，所以除了在极薄的耗散层中所产生载流子能导致由光辐射所引起的效应，以及在耗散层邻近所产生的载流子可能弥散到结区中去并立即受到电场的牵引而作出一些贡献外，在离结区较远处所产生的载流子不会对光电流或电压产生贡献，它们将作无规运动并被复合而消失. 所以 p-n 光敏二极管的感光面积很小. 图10-5展示了 p-n 二极管中的载流子迁移的示意图. 大部分制作半导体发光二极管的材料都可以用来制作光敏二极管，三元的 InGaAs 及四元的 InGaAsP 半导体也可以作为制备光敏二极管的材料. 光探测器的响应时间决定于电子及空穴在结区中的渡越时间，由于结区很薄，故其响应时间很短，约在10^{-11}s 左右.

p-n 光敏二极管可以使用在开路的情况下，得到不同光辐射强度 Φ 与开路电压成正比的关系，

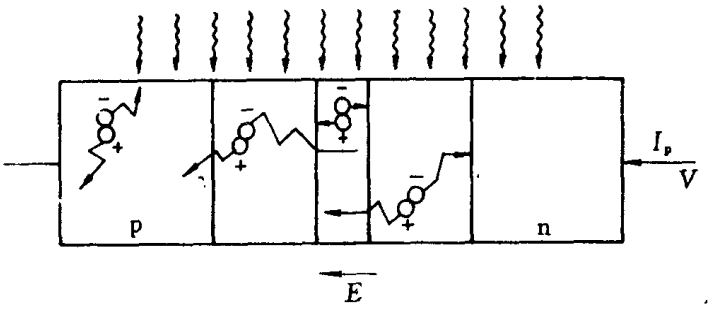

图10-5　光敏二极管中载流子的牵引及弥散

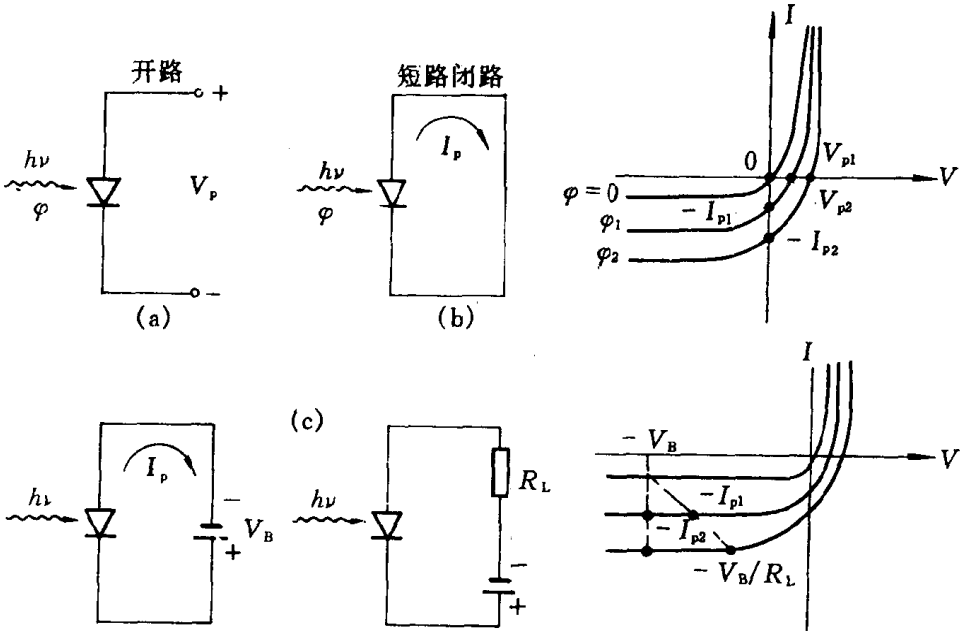

图10-6　光敏二极管

见图10-6a；也可以使用在短路的情况下，得到不同光辐射强度 Φ 时不同的伏安特性曲线，如图10-6b 所示；也可以在反向偏压下直接测量光电流或串接一个负载电阻而获得光电压信号(图10-6c).

p-i-n 光敏二极管是在半导体的 p 型和 n 型的中间加上一层本征型的材料，用来增大耗散层以适当增加接受光照的区域，并且这本征层的厚度可以根据材料的吸收系数加以控制，以达到使入射光子都被吸收的效果，因而比 p-n 光敏二极管更有用. 其使用方法与 p-n 光敏二极管一样，它的响应时间在$10^{-8}-10^{-10}$s，这是由于增宽了耗散层从而增大了载流子的渡越时间. 图10-7是 p-i-n 光敏二极管的两种结构，一种是在正向入射的情况下使用，另一种是在从旁边入射的情况下使用.

异质结光敏二极管是用两种不同禁带宽度的半导体材料以形成 p-n 结，其优点是可以组

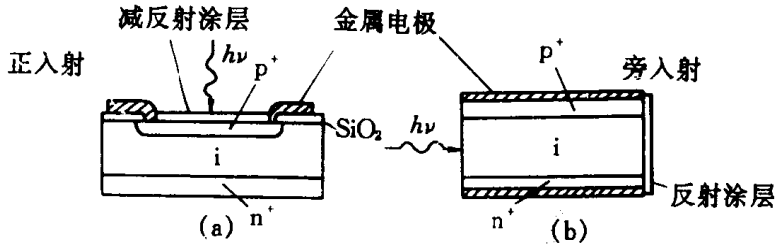

图10-7 p-i-n 光敏二极管

成具有较大禁带宽度的材料而在非耗散区域对入射光波为透明，因而可以成为器件的窗口，并且有比较多的选择材料的自由度以满足应用上的要求. 在 GaAs 的上面用分子束外延技术生长一层 $Al_xGa_{1-x}As$ 而制成的光敏二极管可以在0. 7μm－0. 87μm 的波段范围内有响应，异质

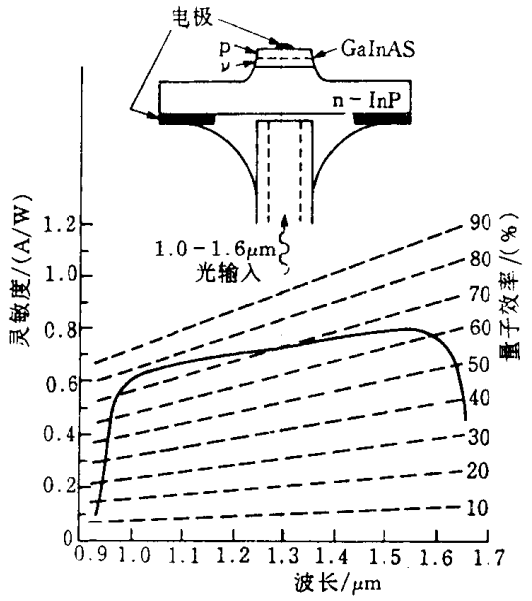

图10-8 异质结 p-i-n 光敏二极管的
结构及其光谱响应曲线

结 $In_{0.53}Ga_{0.47}As/InP$ 的二极管在1. 0μm－1. 6μm 处响应，这是在光纤通信中很受重视的器件（图10-8所示的是该二极管的结构及其光谱响应曲线）. 四元材料的组合：$In_{1-x}Ga_xAs_{1-y}P_y$ 和 $Ga_{1-x}Al_xAs_ySb_{1-y}/GaSb$ 可以在0. 92－1. 7μm 的波段范围内响应，由于采用四种材料的组合因而有极大的灵活性以选择禁带的宽度. 金属-半导体光敏二极管是用一极薄的半透明的金属层替代 p-n 二极管中的 p 型层或 n 型层构成的. 其优点是可以对可见和紫外光进行检测，因为一般的半导体在这种波段有很大的吸收，而金属-半导体异质结的耗散层就位于表面上，可以避免在表面上发生复合而降低效率. 如金与 n 型的硅及铂与 p 型的硅都可构成这类光敏二极管，其响应在可见到紫外，图10-9是结构的示意图及其光谱响应曲线. 图10-10是若干光敏二极管的量子效率与波长的关系，从图中可见硅的光敏二极管可以具有接近于1的量子效率.

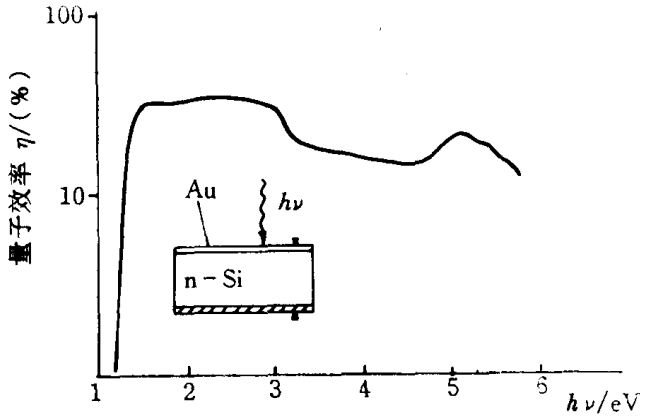

图10-9　金属-半导体光敏二极管

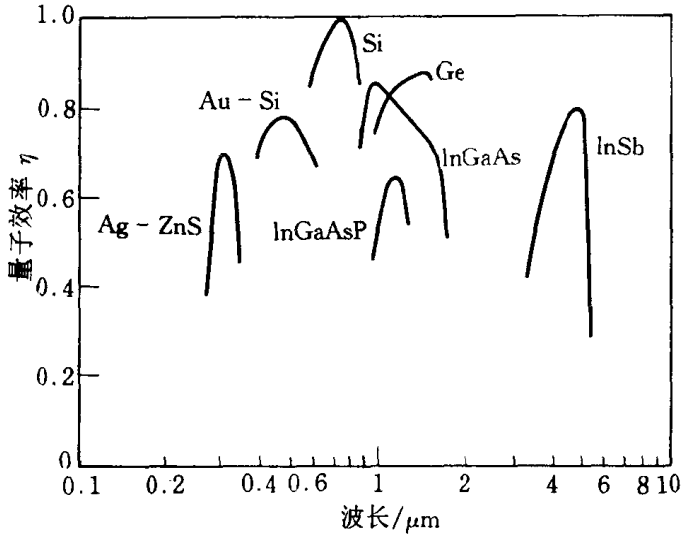

图10-10　各种光敏二极管的量子效率

多元光敏探测器是把几个光敏探测器组合在一起成为一个整体的元件，是为一些特殊的使用目的而制备的，光敏元件大都采用硅的 p-n 二极管或 p-i-n 二极管. 最为普遍的一种是“象限探测器”，就是把一个圆形面积的每个象限上分别制备有一块独立的探测元件，每个探测元件之间的接壤缝隙极小，如图10-11所示. 两个相邻象限的探测元件之间的输出信号用一个差分放大器予以放大，从而检测光照的差别，因此，这种象限探测器可以用在对光束的定位中，特别是用激光作为光源的定位，其精度可达百分之几毫米，在隧道工程的定位、船舶的主轴定位、飞机制造中的主线定位等工作中均已获得了普遍的应用.

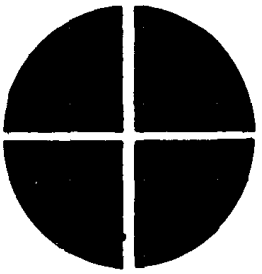

图10-11　象限探测器

另一种多元探测器称为“楔环探测器”，是在一块圆形的硅片上共制备64个探测元件，其中的32个是半圆环状的，另有32个是径向扇形的，如图10-12所示，这种探测器可以用在检测入射光辐射的沿径向及不同方位上的分布，在光信息处理中对空间频率分布情况的测定也可以用这种探测器.

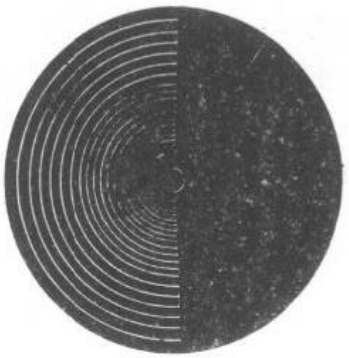

图10-12　楔环探测器

阵列探测器是把许多微小的光敏二极管组合成一个线阵列或一个面阵列，光敏元件一般采用金属-半导体型的 Pt-Si 二极管，因为它可以在较大的波段范围中使用，每个二极管的宽度约为20μm，两个相邻的探测元件之间的距离约为10μm，目前已有的产品包括由2048个二极管所组成的线阵及由200×200个二极管所组成的面阵. 整个器件制备在一块集成电路的基板上，并附有提取信息的时钟信号发生器，可以按照时序以获得所测的信号. 此外，还与半导体的“电荷耦合器件”(CCD)相结合而制成极灵敏的光探测阵列. 所谓电荷耦合器是可以把照射在单个探测元件上的微弱光辐射所产生的电信号在时间上获得积累，当扫描的时钟信号一旦触发某一探测器时就可以获得较大的输出信号.

③雪崩光敏二极管 APD(avalanche photodiode)：雪崩光敏二极管是由两种不同材料组成的 p-n 结，其结区较宽，禁带宽度小于两种材料价带的能量之差. 因此在较强的反向偏压作用下，微弱的光辐射所激励的电子-空穴对会引起串级地产生电子而获得增益. 图10-13是产生串级作用的原理图. 设入射的光子在光敏二极管中受激励而产生电子-空穴对，在导带中 A 处的电子受到电场的作用而加速，因而可能使处在导带底部的电子具有更大的能量，若此能量比禁带宽度还大，则这一电子与价带中的电子相碰撞就有可能再激励一对电子-空穴对，例如在图中的 B 处会出现倍增而有两个电子，当其继续加速并碰撞则会产生串级的效应. 同样在价带中的空穴也可能通过碰撞而产生另一电子-空穴对. 因此雪崩二极管可以获得较大的增益，一般约在10^2到10^4之间. 但是雪崩过程是一种由碰撞产生的电离效应，所以其噪声比其它二极管大得多，其响应时间也比一般的二极管长一些，约为10^{-10}s. 雪崩光敏二极管可以用硅、锗及金属-硅半导体等材料制备.

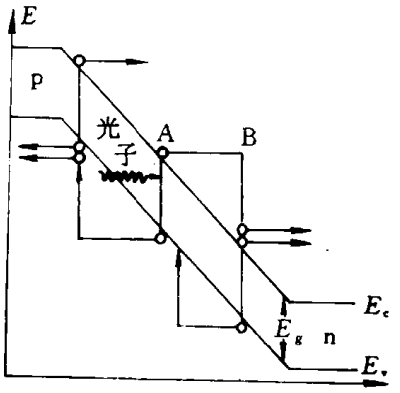

图10-13　雪崩光敏二极管的串级作用

§10.2　光调制器、光开关及光扫描器

光调制器是利用光和物质相互作用所产生的效应以控制光波的强度或相位的器件，例如利用克尔效应制成的调制器件是用电场来控制的，称为电光调制器；利用磁光效应的称为磁光调制器；更普遍的是用超声信号驱动的，称为声光调制器. 此外调制器还可以控制在一个平面上的各点的光强分布，称为空间调制器. 光调制器在光通信、光信息传递及变换等近代光电技

术应用中是十分重要的器件. 光调制器的性能指标是调制的频率范围以及所需要的驱动功率.

(1)电光调制器

在第七章中已经介绍过的电光效应,包括克尔效应及泡克耳斯效应都是电光调制器原理的依据,当具有电光效应的材料加上电场以后可以引起材料的折射率变化,泡克耳斯效应所产生的折射率改变与外加电场的一次方成正比,克尔效应则与电场的平方成正比.

以泡克耳斯效应为例,若光沿光轴方向传播,电光晶体(也称为泡克耳斯盒)的长度为 L,所加的电压为 V,则光波经过泡克耳斯盒后由于折射率的改变而引入的相位变化为

$$\varphi = 2\pi n(E)L/\lambda_0,$$

而

$$n(E) = n - (1/2)rn^3E,$$

r 为泡克耳斯系数,n 为无电场时晶体对 o 光的折射率,λ_0 是光在真空中的波长. 所以有

$$\varphi = \varphi_0 - \pi rn^3EL/\lambda_0,$$

其中,$\varphi_0 = 2\pi nL/\lambda_0$,电场 $E = V/d$,d 是沿电场方向晶体的厚度,上式可写为

$$\varphi = \varphi_0 - \pi V/V_\pi, \tag{10-2}$$

其中,

$$V_\pi = \frac{d\lambda_0}{Lrn^3}, \tag{10-3}$$

称为半波电压,即该电压值会引起 π 的相位差. 半波电压愈低愈便于使用,所以它也是调制器的一个指标,它与晶体的性能及所加电场的方向有关. 横向电场是加在晶体的两侧,电场与光

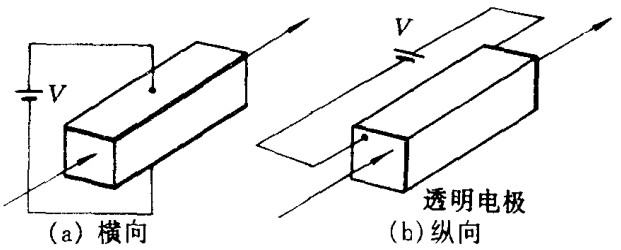

图10-14 电光相位调制器

波的传播方向正交,如图10-14a 所示;纵向电场是电场的方向与光波的传播方向一致,所以电极位于晶体通光的两个端面上,这就需要能透光的电极,如图10-14b 所示. 调制器上所加的电压一般在数十伏到数千伏之间. 电光调制器的响应时间决定于两个电极所产生的电容在外电路回路中的时间常量以及光波在电光晶体中所经历的时间,一般的频率响应约在几百兆赫到几京赫之间. 近年来发展的集成光学技术可以把电光调制器制备在一块具有电光性能的 $LiNbO_3$ 或 $LiTaO_3$ 基板上,用金属 Ti 扩散成一条可以导光的线条,称为光波导,因为扩散后的材料折射率比基板的大,所以光波被引入光波导后会沿着波导传播. 这种集成电光调制器的电极之间的距离可以很窄($d \ll L$),所以其半波电压只需要几伏,其调制频率可达100GHz,可以用光纤耦合其输入及输出,图10-15绘制了这种相位型的电光调制器示意图.

对于光不是沿光轴方向传播的情况,则光通过晶体后 o 光与 e 光的附加相位差与外加电场强度成正比. 同样可得出

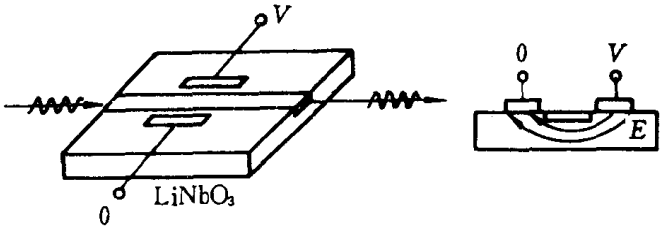

图10-15　波导调制器

$$V_\pi = \frac{d}{L} \cdot \frac{\lambda_0}{r_o n_o^3 - r_e n_e^3} . \tag{10-4}$$

相位调制器也可以用于对光强的调制，有两个方案可获得光强调制. 其一是把相位调制器安放在干涉仪的一臂光路中，通常是采用马赫-曾特尔干涉仪的结构，如图10-16所示. 干涉仪的输出光强随电光调制器上的外加电压而周期性地变化，若所加的偏压位于图中的 B 处而调

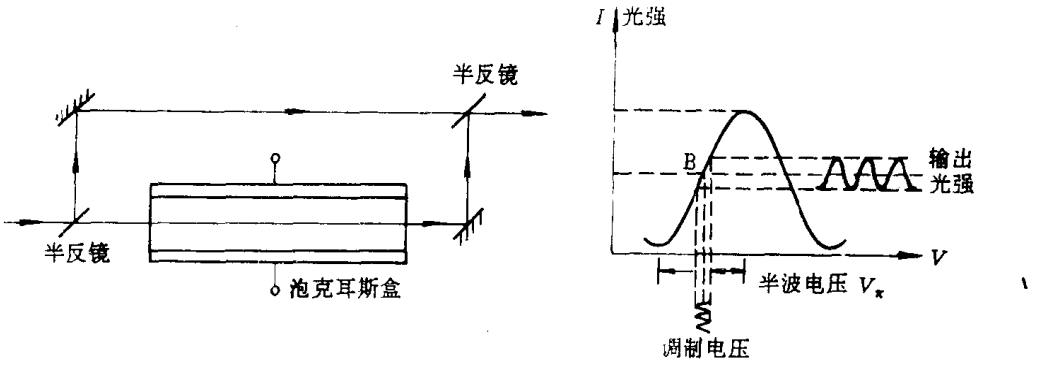

图10-16　马赫-曾特尔干涉光强调制器

制电压在其附近的线性范围之内变化，则可以获得线性的光强调制输出. 这一器件还可以用作光的开关，只要用半波电压启动就可以获得光强为有或无的状态.

光强调制的另一个方案是把相位调制器放在两个正交的偏振器之间而与电场的方向成45°角，调制器所加的偏压同样位于输出光强线性区域的中点，若调制电压为半波电压则这种器件也可以用作光的开关器. 但这种调制器对光强的利用率只有一半.

在非线性光学一章中所介绍的光学克尔效应也可以用于调制器，但并不是用电信号进行驱动而是用光信号驱动的光光调制器，其原理是一样的.

(2)磁光调制器

第七章所述的磁致旋光即法拉第效应也可以用来制作光强的调制器，称为磁光调制器. 在两块成45°角的偏振器中间安放一具法拉第偏转器，与电光调制器类似，在改变磁场时可以调制从偏转器中输出的光强，但这种器件的使用并不普遍.

(3)声光调制器

当声波入射到介质中时，介质的密度形成疏密的层状分布，故其折射率也具有层状的结

构，由于声波的传播速度比光波的速度小约六个数量级，因而这种层状结构对于光波来说可以认为是稳定的. 当光波入射到这种有声波作用的介质时，就会在具有层状结构的各个折射率界面上发生反射，形成多光束的干涉现象. 设声波的波长为 Λ，光波的波长为 λ，光波的入射角为 θ，则在 $\theta_B = \theta$ 的反射方向上，多光束干涉是增强的，条件是

$$\sin\theta_B = \frac{\lambda}{2\Lambda}, \qquad \theta_B = \theta. \tag{10-5}$$

这一条件称为布喇格(Bragg)条件，与 X 射线在晶体中产生衍射极大的条件是一致的. 经布喇格角衍射的光波强度与声波的强度有关，在声波较弱的情况下，介质的密度差小，折射率也小，因而反射率低，反射光的强度弱，反之亦然. 随着声波强度的增加，反射光强线性地增加，直至逐渐达到饱和. 由于布喇格条件是多光束干涉的结果，所以满足干涉极大条件的要求是很严格的，也就是稍微偏离这一条件，其反射光强就迅速下降，邻近布喇格角的第一个极小值的角位置处在 $\theta = \lambda/2L$，其中 L 为作用在光束上的声光介质材料的深度(图10-17).

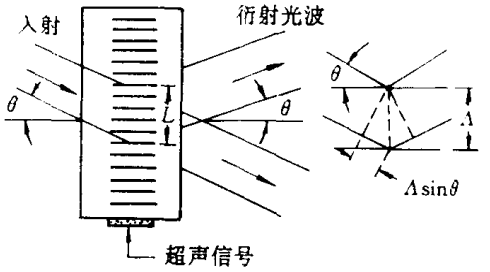

图10-17　声光调制的布喇格条件

声光效应的另一种情况是入射的光波与声波相垂直，并且声波的宽度很窄. 这时，光波经声波后将沿 $\pm\theta$ 方向衍射，如图10-18所示，其衍射角 θ 为

$$\sin\theta \approx \theta = \lambda/\Lambda, \tag{10-6}$$

这种声光衍射现象称为拉曼-奈斯(Raman-Nath)效应. 这种情况相当于光波正入射到一个透射式的相位型光栅，所以还可以有高级次的衍射，当然其衍射的光强将很快地随级次的递增而衰减.

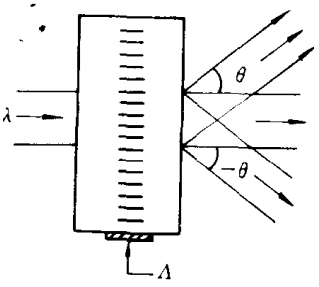

图10-18　拉曼-奈斯效应

产生声-光效应的声源一般是超声源，用一个压电晶体作为换能器(transducer)可以将超声耦合到一个装有液体的容器中或耦合到一块透明的固体中而作为超声波的载体. 液体的材料可以是纯水、二硫化碳等等，固体的材料可以用玻璃或石英晶体，在液体或固体中所产生的超声波可以是行波，也可以是驻波.

利用声光效应可以制备声光调制器，也可以制作声光开关器及扫描器. 声光器件与电光器件一样，是目前使用十分普遍的器件，因为超声发生器是一种很成熟的电子学仪器，可以获得高的超声功率，频率的调节也很容易. 声光器件中的换能器的制作及粘合到超声的载体上去的方法是很关键的技术，其性能将决定耦合效率和超声频率的响应. 图10-19是声光调制器及开关的示意图. 若超声发生器的频率是可变的，则随着输入声频的改变而使衍射光束的偏转角改变，这就成为声光扫描器. 扫描器的性能指标是获得可以分辨的光点数. 设超声发生器的超声频率为 f，可以调节频率使之变动到 $f + B$，B 称为频带宽度(带宽)，则入射角为 θ 的光束经声光器件后将偏转 2θ 的角度，如图10-20所示，由于 $\Lambda = v_s/f$，v_s 是声波速度，并且 $\sin\theta \approx \theta$，则由(10-6)式可知

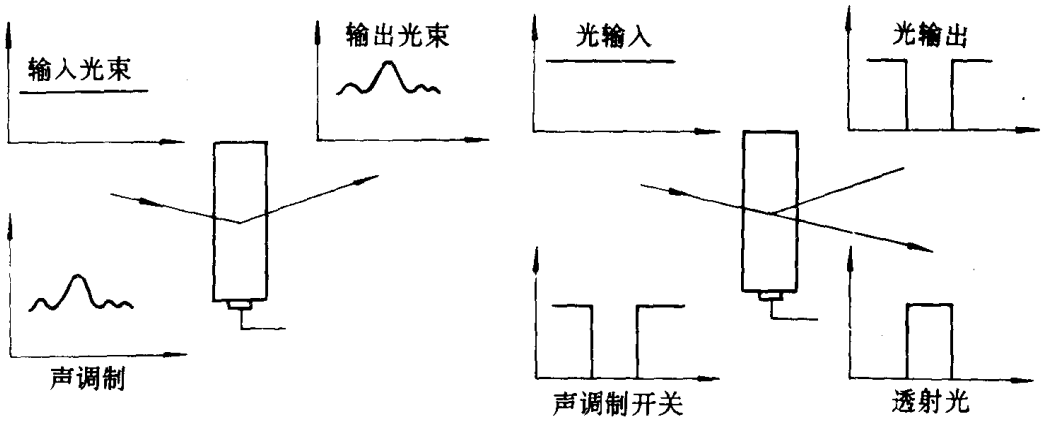

图10-19　声光调制及声光开关

$$2\theta = 2\lambda f/v_s. \qquad (10\text{-}7)$$

若输入的超声频率从 f 变到 $f+B$，则偏转角将增加到 $2(\theta+\Delta\theta)$，而有

$$\Delta\theta = \lambda B/v_s. \qquad (10\text{-}8)$$

入射光束的宽度为 D，则光束的发散角为 $\delta\theta = \lambda/D$，所以具有带宽为 B 的声光扫描器所扫出可分辨的光点数为

$$N = \frac{\Delta\theta}{\delta\theta} = \frac{D}{v_s}B = TB\ , \qquad (10\text{-}9)$$

其中，$T = D/v_s$ 是声波渡越光束宽度的时间. 所以若要有较多的可分辨光点数，则不仅要使用频带较宽的超声源，还应使入射的光束具有较大的束宽.

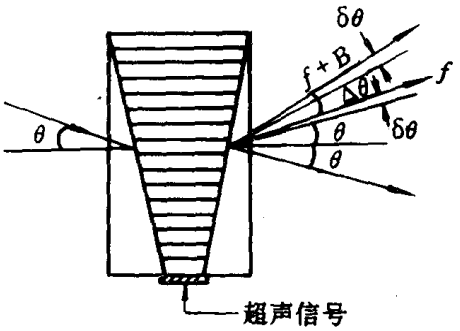

图10-20　声光扫描

(4)空间光调制器(spatial light modulator)

前面所讨论的光调制器都属于时间调制器的范畴，就是光波强度是随着时间的推移而变化的. 近代光学的发展中，为了满足对二维图象的显示和处理的需要，制成了能对二维空间各点光强进行调制的器件，称为空间光调制器.

目前常用的空间光调制器有两种，一是利用泡克耳斯电光效应制成的调制器，称为泡克耳斯读取光调制器，简称 PROM(Pockels readout optical modulator)，另一种是利用液晶所制成的器件，称为液晶光阀，简称 LCLV(liquid crystal light valve)，现在分别介绍如下.

①PROM：这是利用既有光电导效应又有电光效应的材料制成的一种器件. 所采用的材料是氧化硅铋(BSO，$Bi_{12}SiO_{20}$)，它既能在电场作用下产生折射率改变，又对蓝色的光波可产生光电导效应. 如图10-21所示，在 BSO 材料的一侧镀上透明电极，另一侧先镀短波通滤光片后再镀透明电极，这短波通滤光片对红光反射而对蓝光透明. 在两透明电极上加以直流电压，用蓝色的光作为写入光，它可以透过滤光片，将二维图象信息成象在 BSO 上. 由于 BSO 具有光电导性质，所以图象的信息被转换成与图象各点的强度成正比的电导率分布，由于各点电导率的不同，在材料两端的电极上产生的电场强度也将是按图象信息而分布，这一电场分布使

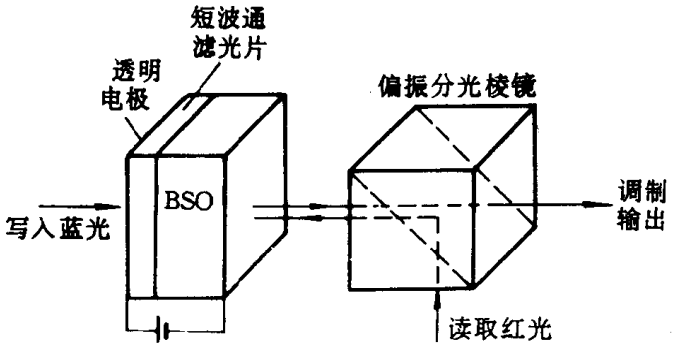

图10-21　泡克耳斯读取光调制器(PROM)

BSO 在各点引起电光效应而改变其折射率. 所以与泡克耳斯电光效应可以进行光强的调制一样,让红色的直线偏振光入射到这块 BSO 晶体中并经滤光片再被折回而通过另一块正交的直线偏振器,就可以获得与原来图象相一致的输出图象. 若再用一蓝色的强光闪照一下这一器件,便可以擦除原先存入的图象信息,这一 PROM 又可重新使用. 这种空间光调制器不仅可以用来使输入图象增强并且可以将非相干光的图象转换成相干光的图象,所以又称为非相干光-相干光转换器.

②LCLV:这也是一种非相干光-相干光的转换器,其原理是利用液晶对于偏振光可以产生转换的作用而制成的. 液晶是由长型的有机分子组成的,分子排列像在晶体中一样有统一取向的特性,而各个分子所处的位置又象液体一样具有任意性. 液晶分子在很微小的外力影响下就会改变其排列状态. 例如将液晶放在两块玻璃片中间,使玻璃片上带有很小的应力,则这些液晶分子就会受到这种具有一定指向的应力的影响而按照这一方向自动地排列整齐(玻璃片上的应力可以通过沿单一方向的擦磨产生,也可以将玻璃片倾斜地放在真空镀膜机中镀以氧化硅的极薄膜层而引起). 所以,如果将两块玻璃片的相对位置旋转90度,也就是两块玻璃片的擦磨方向相对地正交,则贴近两块玻璃片的液晶分子的排列方向仍与玻璃片上的擦磨方向一致,而中间的一些液晶分子的方向则会逐步地从平行于一块玻璃片的擦磨方向偏转到平行于另一块玻璃片的擦磨方向,如图10-22所示. 液晶的光学性质与单轴晶体相似,其光轴是沿液晶分子的长的方向. 所以光波入射后将在液晶的长轴方向及其垂直方向上引入相位差,一般液晶盒的厚度约为10μm,$\Delta n = n_e - n_o = 0.1$到0.3,所引入的相位差可达 π,并且由于夹在两块正交擦磨的玻璃片中的液晶分子的排列方向随着距离而偏转,所以入射偏振光的方向也发生旋转. 设入射处的液晶分子沿 X 方向,出射处的液晶分子为 Y 方向,而入射的直线偏振光也沿 X 方向,则从液晶盒中出射光波的偏振态将被旋转到沿 Y 方向上.

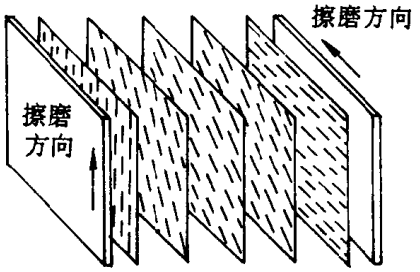

图10-22　正交擦磨玻片中的液晶分子

若液晶是夹在两块擦磨方向相平行的玻璃片之间,并在玻璃片上镀有透明电极,而且加以

电压，则外电场将使液晶分子产生电偶极矩，由于液晶分子有一定的活动自由度，因而那些不

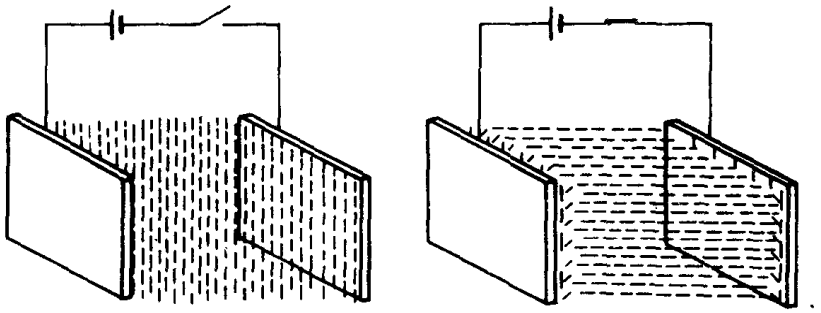

图10-23　加上电场后液晶分子的取向

与玻璃片相接触的液晶分子将转动到尽量与外电场相平行的位置，如图10-23所示. 在外电场足够大的情况下，液晶盒中的大部分液晶分子将与玻璃片垂直，对入射的光波不会产生任何影响. 液晶的这些光学及电学性质可以用作光调制器及偏振光旋转器等，已被广泛地应用在图象

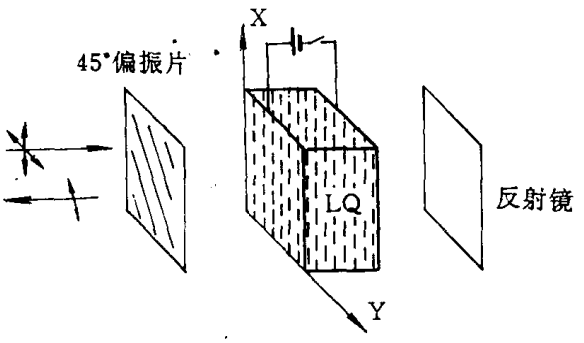

图10-24　一般的液晶显示原理

显示中. 图10-24是一般的液晶显示原理示意图，液晶盒(LQ)两端的液晶分子均沿 X 方向，其厚度调节到可以产生 $\pi/2$的相位差，在光波入射的一侧放有一块成45°的偏振片，在后侧则有一块反射镜. 当液晶盒上没有电压时，光波经过液晶盒来回两次将产生 π 相位差，出射光波被偏振片阻挡成为暗态，但当有电压加在液晶盒上时，液晶分子与电场平行，对光波不发生作用，其输出光波的偏振态与偏振片平行，为亮态. 这就是一般液晶显示屏的工作原理，在液晶数字计算器及液晶数字手表中都是这种器件. 图10-25a、b 是液晶用作光开关的器件，一种是透射式的，一种是反射式的. 在外加电压不太高的情况下，开关器件也可以用作光调制器. 液晶器件的优点是功耗极小，其不足是响应时间较长，约为几十毫秒. 液晶显示器件是一种被动的器件，需要从外界输入光能量而不是器件本身发光.

液晶光阀是利用液晶在不同电场的作用下可以改变其输出光强的性质，液晶盒与光电导层组合构成记录二维图象信息的空间光调制器，是最常用的非相干光-相干光的转换器，其结构如图10-26所示. 写入光束通过透明电极层，使 CdS 光电导层按图象信息改变其电导率，因而也改变了作用在液晶上的电压而对读取光波的光强进行调制. 在 CdS 光导层及液晶层之间

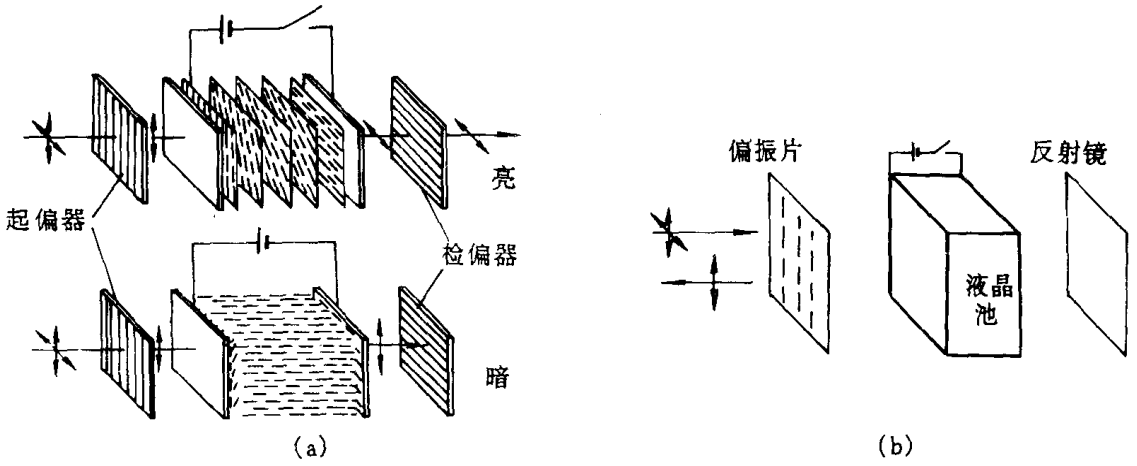

图10-25 (a)透射式开关 (b)反射式开关

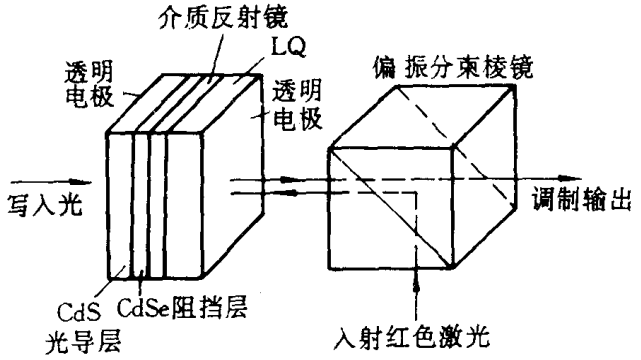

图10-26 液晶光阀

有一层CdSe的光阻挡层及一堆高反射率的介质膜层，使从右侧输入的读取光波不透入光电导层. 写入光波可以是一般的多色光，例如电视屏上所展示的图象，所以是非相干光波. 读取光波是氦-氖激光，通过一个偏光棱镜入射并经LCLV反射，从而获得被转换成相干光的图象，液晶光阀的响应时间在数十毫秒左右，其分辨率为每毫米30到50线对之间，图象的反差可达6到8级.

§10.3 光学双稳态及其应用

光学双稳态(optical bistability)是在具有非线性光学特性的介质中利用反馈技术所获得的一种新型的光学现象，这一现象的特点是在某一输入光信号的作用下，该光学元件可以具有两种稳定的输出，因而拥有双稳的性质. 在这两种双稳的输出中可以根据需要而随意变换，这在无线电电子学中称为反转触发(flip-flop). 双稳现象在电子学数字电路中是十分重要的单元电路元件，也称双稳多谐振荡器. 它是由两个电阻耦合的晶体管组成的电路，一个晶体管的输

出耦合到另一个晶体管的输入，当一个晶体管导通时另一个就截止，触发信号使从一个状态转换到另一个状态. 再一个后继的触发信号又可以使之恢复到原先的状态. 双稳态的单元电路在电子学的数字线路中可以作为开关电路、门电路、逻辑元件、记忆元件等等，所以在数字计算、信息处理及通信中是经常使用的. 具有双稳现象的元件需要有非线性的性质和可以反馈的性质，目前这在光学系统中都是可以实现的，而光学双稳态现象的研究及开发在近代光学中为光计算、光信息处理及光纤通信等的发展提供了很重要的光学元件.

光学双稳现象可以在一具 F-P 干涉仪中实现. 在 F-P 干涉仪的两块反射平面的中间放入具有非线性的介质材料，并使 F-P 干涉仪中的一部分输出光波反馈到非线性介质上，以改变其折射率从而改变干涉仪的相位，因而改变其所输出的单色光波光强. 图10-27是光学双稳态现象的原理图，输入光强为 I_i，输出光强为 I_o，输出光强中的一部分被反馈到非线性材料上而改变其透射率 $T = T(I_o)$. 由(4-63)式可知 F-P 干涉仪的透射率为

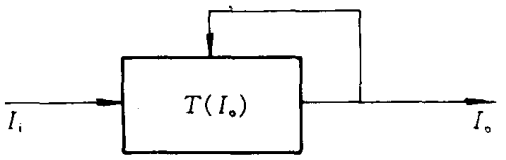

图10-27　光学双稳态反馈原理图

$$T(\delta) = \frac{T_{max}}{1 + F\sin^2(\delta/2)},$$

$$I_o = T(\delta)I_i.$$

图10-28中的曲线是透射率随相位角 δ 的关系. 若在干涉仪中放入具有光学克尔效应的非线性材料如二硫化碳、硝基苯等液体，或 CdS、GaAs、InAs 等半导体，则由(9-54)式可知，$n = n_0 + n_2 I$，其中 I 是干涉仪腔内的光强. 由于腔内光强是多光束干涉的结果，它与输出光强成正比，因此，可写为

$$n = n_0 + n'_2 I_o,$$

而由(4-61)和(9-54)式可知，$\delta = \frac{4\pi nd}{\lambda} = 2knd = 2k(n_0 + n'_2 I_o)d$，

即

$$\delta = \delta_0 + 2kdn'_2 I_o,$$

$$= \delta_0 + 2kdn'_2 T(\delta) I_i,$$

这在图10-28所示的 δ-$T(\delta)$ 坐标系统中是一条斜率为 $(2kdn'_2 I_i)^{-1}$ 的直线. 输入的光强 I_i 愈大，则此直线的斜率愈小. 显然，具有反馈的 F-P 干涉仪中可以允许存在的状态只是在图中的透射曲线与直线的一些交点上. 设初始时的入射光强较小，如图中的斜线与透射曲线交于点1. 输入光强逐渐增加时，图中的交点从点1变到点3，在这一光强的条件下，透射曲线与光强直线还相交在点3′，所以在这一输入光强下可以同时有两个不同输出光强的状态并存. 当然，输入光强从点1连续地改变到点3时，系统是稳定地处在点3上. 当输入光强再增大时，系统的工作状态就会从点3突变到点3′，然后连续改变而达到点4. 但是，当输入光强从点4逐渐减弱时，其工作状态到达点3′后并不循原来的途径回到点3. 而是沿着点3′和点2′之间的曲线上升，也就是系统的透射率随输入光强的减弱而变大，使之维持稳定的输出. 直至点2′. 当输入光强进一步减弱时，其工作状态就跃变到点2. 显然，点2′及点2又是两个可以同时并存的不同输出光强的状态. 若将输入与输出光强作图，则可以获得和磁学中的磁滞回线相类似图形，在回线上的任意处，例如图10-28中的点 A 及点 C 都是在一个入射光强下可以存在的两个不同输出光强的状

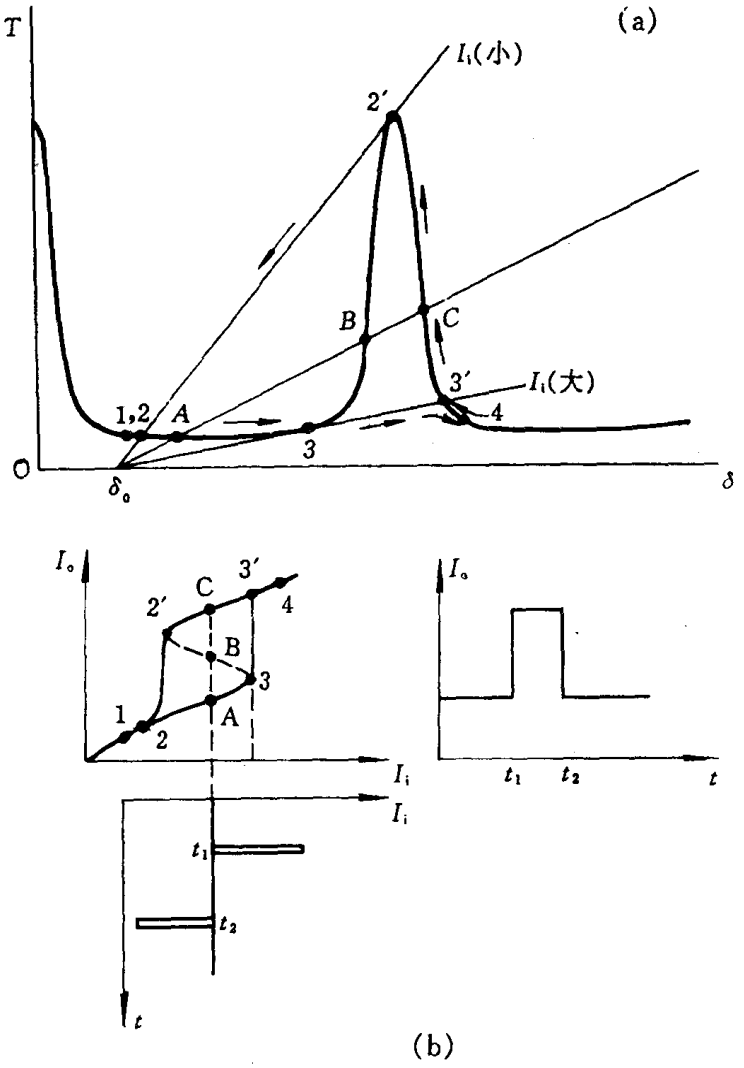

图10-28　光学双稳态工作原理

态，当工作状态处在点 A 时，在输入光强中加上一个足够强的光脉冲就可以将这一系统的工作状态从点 A 转变到点 C；相反，在瞬时降低一下其输入光强后，系统即可从点 C 的状态转到点 A 的状态. 实际上，从图10-28中还可以看到，斜线与透射曲线相交共有三点，但其中的点 B 是一个不稳定的中间状态，当输入光强减弱或者增强时就会立即转到点 A 或点 C 的状态上. 从上分析可以看到，双稳态是一种反转触发器件，光学双稳态是用光脉冲作为触发源以启动及选择两种光强状态的器件.

光学双稳态现象也可以在具有非线性的所谓饱和吸收的介质中实现，这种介质的吸收与入射的光强有关而呈非线性的性质，当入射光强达到某一量值时，该材料的吸收达到饱和，因而再增大光强则反而变为透明，把这种材料放在 F-P 干涉仪中并将输出光强的一部分反馈到这一非线性介质中也可以获得光学双稳态现象. 上述的双稳态是完全用光学方法产生的，所以称为全光学的双稳态. 也可以用光学及电学相结合以产生双稳现象，称为混合型的双稳态. 混合型双稳态器件是利用泡克耳斯电光效应的材料，将这种材料放在 F-P 干涉仪中，从干涉仪

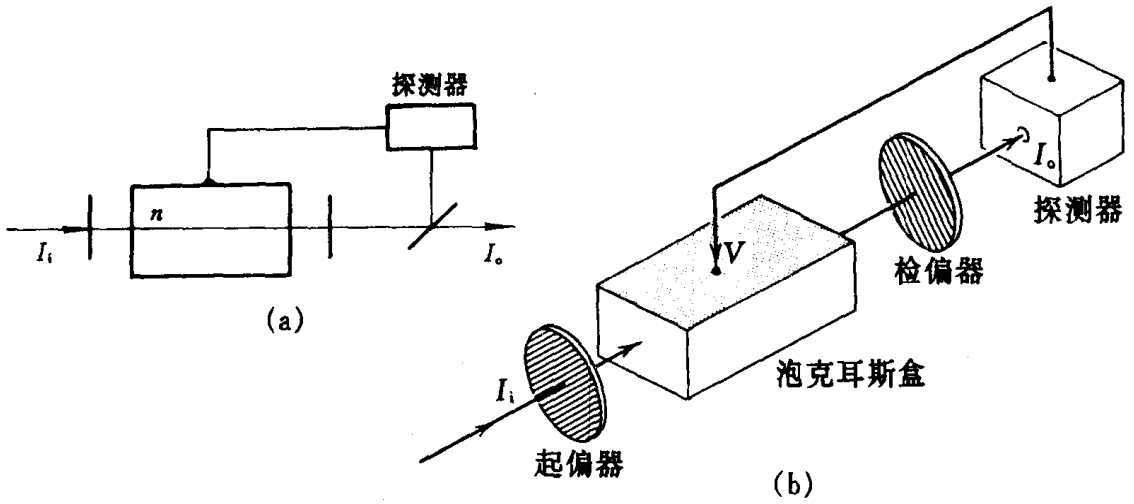

图10-29　混合型光学双稳态器件

中输出的部分光强用一个光探测器接收并放大，使其输出的电压信号与入射的光强成正比，将这一电压加在泡克耳斯电光晶体上，作为反馈去控制晶体的折射率而达到折射率与光强有关的非线性关系. 也可以将电光晶体放在两块正交的偏振片中间而产生双稳态现象，图10-29中展示了这两种结构的原理图. 光学双稳态器件的性能指标是其转换的时间及启动所需的功率，这都与所使用的非线性材料有关. 液体介质器件的转换时间约在纳秒的量级，并且其电光效应的 n_2 较小，需要干涉仪的间距(也即材料的长度 d)较大，在应用中不太方便. 目前常采用的GaAs 半导体材料有相当优良的效果，其启动时间可达皮秒的量级，但其关闭时间则在纳秒的范围之内，器件的功耗在皮焦耳左右. 半导体的光学双稳态器件比常规的半导体电子学双稳器件的优点是其功耗小，可以在一块集成电路基板上制备成100×100的面阵列器件，其运转速度可达每秒10^{14}比特. 混合型光学双稳器件的材料可用 $LiNbO_3$启动及关闭，时间在纳秒、功耗在飞焦耳左右，并可以利用集成光学的技术制备成光波导器件.

光学双稳器件在发展光计算的高科技研究中是很重要的单元器件，它除了可以用在上述的反转触发器以外，若是将两个限位点(图10-28中的点2及点3)调节到合并在一起成为一点如图10-30中所示，则还可以用在与电子学数字电路中，具有一样的放大、限幅、脉冲整形及数字计算中的“与门”(AND)等功能. 图10-30a、b、c 分别示范了光学双稳器件在只有一个限位点时的光放大器、光限位器及光学“与”门器件的原理.

习题与思考题

1. 一束6×10^{12}个光子/s 的光波(波长为1.55μm)照射在一光电探测器上，产生了2×10^{12}个电子/s 的电流. 问该探测器的量子效率为多少?响应率为多少?

2. 某光电探测器对于1.0μm 的辐射最少能在1μs 中检测到一个光子，该探测器的最小检测功率为多少?

3. 若某光电倍增管光阴极的量子效率为0.8，打拿极的增益为4，并共有8级，光电倍增管的

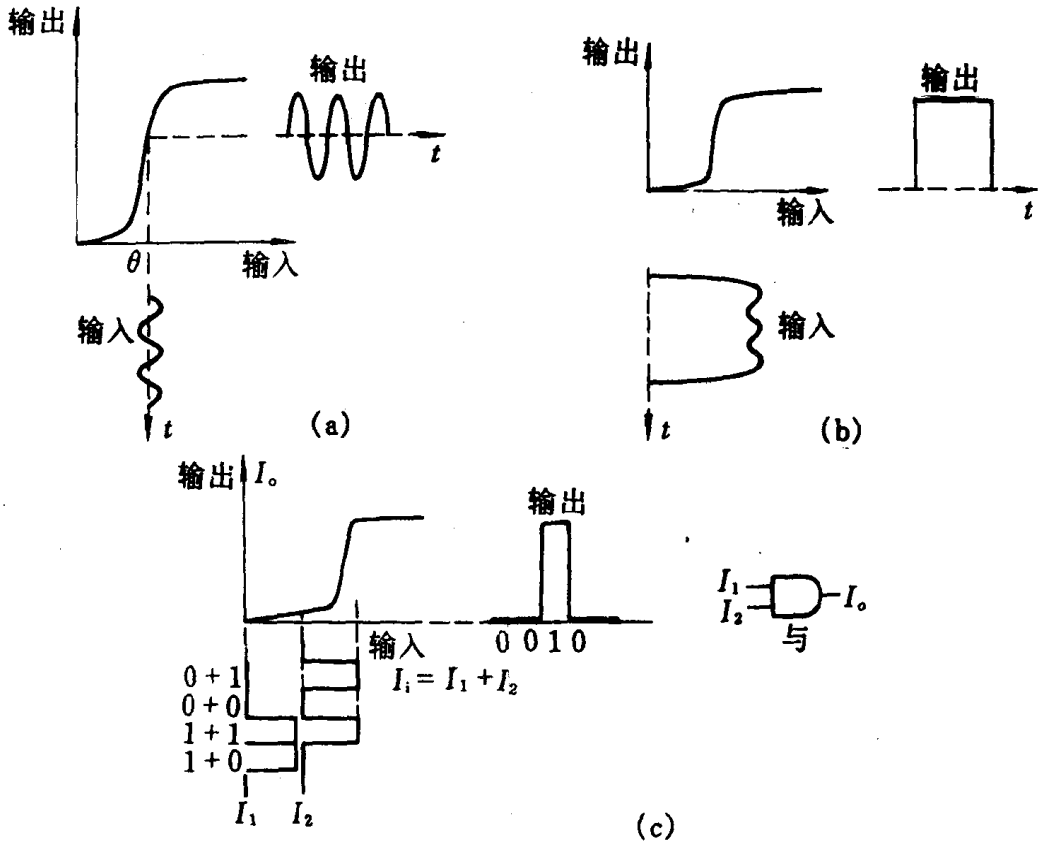

图10-30 光学双稳态的应用

输出负载电阻为100kΩ，则当功率为0.1mW 的可见光(平均波长为0.5μm)入射时，获得的信号电压为多少?

4. 设某光电导探测器的电阻为 R_c，电导率为 $\sigma = A/R_c$，电导率的改变 $\Delta\sigma = KP$，其中 P 为入射到探测器上的光功率，A、K 为已知常量. 将此探测器与一负载电阻 R_L 及电源串联成一回路. 试推导在 R_L 两端的电压改变 ΔV_L 与 P 的关系. 在什么条件下可认为 ΔV_L 与 P 成正比?

5. 试比较各类光电探测器的优缺点.

6. 简述半导体激光器、半导体发光二极管和半导体光敏二极管的异同.

7. 试计算下列半导体探测器的长波限，已知它们的禁带宽度为

材料	Si	Ge	InSb	Ge:Hg	Ge:Cu
E_g(eV)	1.1	0.6	0.17	0.088	0.041

8. 光开关与光调制器有何区别?

9. 试比较声光调制、声光开关与声光扫描器的异同.

10. 为什么液晶光阀可以把非相干光图象变为相干光图象?其中的高反射膜是否可以用金属膜?如用介质膜，则应当对什么波长来镀制?

11. 液晶显示器与液晶光开关有何区别?

12. 简述液晶光开关、声光开关的原理及优缺点.

13. 光学双稳态与电子学双稳态有何区别.

14. 在马赫-曾特尔干涉仪的一臂放入一块具有光学克尔效应的非线性晶体，而把输出光强的一部分反馈照射到该晶体上. 试用解析法和作图法说明它的输出光强将具有双稳态.

附录　若干近代光学进展的阅读资料

附录一　单个光子是否会产生干涉

自从1950年爱因斯坦为了解释光电现象而提出了“光”是由一些具有能量的小颗粒，即所谓“光子”所组成的概念以后，就有人开始思索怎样能正确地用具有粒子性的光子来解释充分体现了光的波动性的干涉和衍射等现象呢?特别是单个光子是否会跟它自己相干涉，或者一个光子是否会在干涉仪中被分成两半而再相互干涉呢?例如在杨氏双缝干涉中，光子是否会使它自己的一半通过一个狭缝而使另一半个通过另一个狭缝，又如迈克耳孙干涉仪中的分光镜，是否会把一个光子分成两半然后再会合而产生干涉条纹? 这类问题引起了许多科学家的极大关注. 但是从量子力学的观点看，干涉图案中的光强分布只是代表了光子在这一位置上所出现的概率，而对于单个光子是否能产生干涉的争论还得从实验上予以验证，因而从本世纪初就开始进行了单光子的实验研究.

对于这一课题最早的实验研究是由英国科学家G. I. Taylor在1909年所进行的. Taylor利用一个气体放电光源照明一枚小的针尖，在远处用一照相胶片记录下所产生的衍射图案，这一光源的强度是被极度地衰减到平均每秒只有106光子，也就是说发射相继的两个光子之间的平均距离相隔有300m之远，因而可以认为在光源与照相板之间统计地说最多只可能有一个光子存在. 经过长达六个月的曝光以后，其结果是在照相底片上仍然能够看到小针尖衍射图案. 这确是一个十分有趣的结果，但是由于当时的实验条件限制，所以后人并不完全信服地认为这是一个最后的结论. 随着科学技术的进展，实验条件不断地获得改善，在以后的年代中相继有一些科学家重复了这种“单个光子干涉”的实验研究. 下面是近半个世纪以来在这方面所进行的实验研究的一个简单的回顾，可以看出实验的结论似乎基本上肯定了Taylor的结论.

1. 1909年Taylor的实验：用照相乳胶记录针尖的衍射，平均的光子流为每秒106个，获得了肯定的衍射图案.

2. 1927年Dempster的实验：用光栅的衍射和F-P干涉仪及照相乳胶记录，平均光子流分别为每秒102个和105个，获得了肯定的衍射和干涉的图案.

3. 1957年Janossy的实验：用迈克耳孙干涉仪及光电倍增管记录，平均光子流为每秒105个，获得了干涉条纹的记录(Janossy是匈牙利科学家，他曾在1957年访问我国，介绍了他所进行的单光子干涉实验研究，并将其结果发表在我国的1958年《物理学报》上).

4. 1963年Griffths的实验：用杨氏双缝干涉及象增强器检测，光子流为每秒103个，获得了干涉图案.

5. 1967年Donstov的实验：采用F-P干涉仪及象增强器检测，光子流为每秒103个，这一实验的结果并没有能够检测到干涉条纹.

6. 1969年Reynolds的实验：采用杨氏双缝干涉及F-P干涉仪，分别用光电倍增管和象增强器记录，光子流分别为每秒104个及102个，结论都是肯定的.

7. 1969 年 Bozec 的实验：采用 F-P 干涉仪并用照相乳胶记录，光子流为每秒 102 个，也记录到干涉条纹.

8. 1969 年 Grushaev 的实验：用 Jamin 干涉仪及用象增强器检测，光子流为每秒 103 个，结论是检测到干涉条纹.

从上述的一些实验看来结论似乎是肯定的，也就是说单个光子似乎确是能够跟它自己发生干涉，但是近年来对于光的量子本性研究已经逐步深化，认识到仅仅是降低光的强度并不一定能保证在整个实验的光程中始终只存在着一个光子，因为光子并不是均匀地分布在光束中，光子流中的光子是忽疏忽密地分布着的(这种现象称为光子的聚簇). 因而对于上述的一些实验就提出了异议，认为必需用实验来证实光路中确实只有一个光子，才能肯定单个光子的干涉. 有人建议用一个强度极弱而时间又极短的光脉冲做实验，但是从光的量子理论观点看，用极弱的光子流或用既弱而又极短的光脉冲还是不能确切地肯定光束中是否只有一个光子或者根本没有光子存在. 因为光束中光子的位置是无法判定的，但是光子是能够被光电探测器检测的，而其概率则也是可以计算的. 因而可以设计一种检测方法以判定是否只有一个光子存在于光路之中. 1986 年法国高等师范大学的 Aspect 教授提出了利用光子符合计数的检测技术，以检验被一块分光板(类似于迈克耳孙干涉仪)分为两个分光路的极弱的光束中，是否存在着一

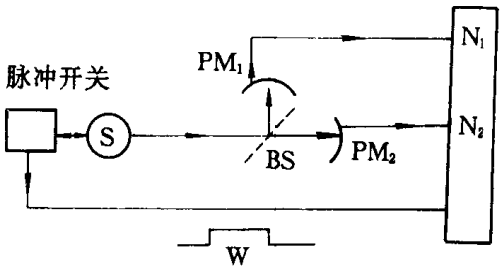

图 FL1-1　检测单个光子在干涉仪中运行的实验. 探测器由门脉冲开关控制，若光脉冲中只有一个光子，则在 N_1 或者 N_2 中有计数，而 N_c 中应该没有计数.

个光子的实验，他们的实验安排是这样的(见图 FL1-1)：极弱的光源 S 发出的光束在一个分光板 BS 上被反射或被透射(假如只有一个光子)，或者既被反射又有透射(若是有多个光子的存在)，然后分别用光电倍增管 PM_1 及 PM_2 接收，并在相应的计数器 N_1 及 N_2 中被记录，这两个计数器又用一个符合计数器 N_c 与之相联，其作用是当 N_1 和 N_2 同时获得计数时 N_c 就被运转，这表示在反射和透射光束中都有光子存在，所以只有当 N_1 或者 N_2 有计数而 N_c 不发生计数时才表示确实只有一个光子在某一分支光路中运行. 此外，还用了一个与光源同步的门电路脉冲开关 W 来保证不致于误计. 若每秒的开关次数为 N，则分别在反射和透射通道中通过每次开关时间被计数的概率分别为

$$P_1 = N_1/N \ , P_2 = N_2/N \ ,$$

而每次开关时间中获得符合计数的概率为

$$P_c = N_c/N .$$

所以，对于单个光子的光脉冲则应该有 P_1 或者 P_2 不为零，但 $P_c = 0$. 当光强减到极弱而又有 $P_c \sim 0$ 时，才可以统计地认为在光路中至多只有一个光子存在. 若实验测得 $P_c > 0$，则显然表明了在这一光脉冲中至少有两个光子的存在. Aspect 利用一个脉冲二极管以产生所需要的光脉冲，经过衰减使之发生了 1000 个脉冲才能获得一次计数的强度来做实验，但其结果表明仍然有 $P_c > 0$，也说是说，即使在这样弱的光脉冲的情况下，还是不能保证整个光路中始终保持只有一个光子. 因此，前面所介绍的一些的实验结果实质上确实不能肯定是由单个光子所引起的干涉现象. 所以还必需考虑找寻另一种新的光源，这种光源每次总是只能发射一个光子，并且还要有监察的方法，于是又有人建议可以采用原子的共振激励所获得的双光子荧光辐射作为这种新的光源(这种确实每次只从单个原子发射一个光子的光源报导，可以参看后面所列的参考文献). 利用这种光源做实验可能在每秒钟激励次数较少的情况下预期获得 $P_c \approx 0$，这时才可以认为在光路中至多只存在着一个光子，利用这种光源若仍能记录到干涉条纹的话，才可以进一步判定单个光子是否产生了对自己的干涉.

从以上的介绍中可以看到，单个光子的干涉实验实际上是对于光的本性认识的研究，是属于光学中的基本问题的范畴，这类研究会进一步促使人们探索一些新的问题. 当然，到现在为止，还不能认为对于光的本性的认识，也就是光的量子本性的认识，已经达到了完美无缺的境地了.

参考文献：

H. J. Kimble, M. Dagenais & L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, 39, 691 (1977)

A. Aspect, P. Gringer & G. Roger, *Phys. Rev. Lett.*, 47, 460, (1981)

P. Gringer, G. Roger & A. Aspect, *Europhys. Lett.*, 1, 173, (1986)

C. K. Hong & L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, 56, 58, (1986)

J. G. Raruty, P. R. Tapster & E. Jakeman, *Optics Commn.*, 62, 201, (1987)

J. Baldzuhn, E. Mohler & W. Martienssen, *Zeitschrift Phys.*, B77, 77, (1989)

附录二　原子光学及原子干涉仪

由物体的波粒二象性原理，利用物质波作为干涉仪中的波源应该是可取的，因为若以原子为例，物质波的波长只有光波波长的万分之一，显然是可以提高干涉测量的精度. 利用电子或中子进行干涉的研究虽然早已经成功，但其应用的广泛性仍然受到一定的限制. 这是因为电子带有电荷，并且在干涉仪中的飞行速度太快，中子干涉仪则需要大的核反应堆作为中子的源泉，并且中子具有穿透物质的能力. 从 90 年代开始，中性原子的物质波作为主角的干涉仪受到了重视而迅速发展，这是因为新的高技术可以制备一些类如经典光学中的光学器件以控制原子的行径，如适用于原子束的反射镜、分束镜、偏转器等等，从而行成了所谓的“原子光学”的学科.

原子干涉仪的优点在于它是电中性的，并且具有一定的质量. 产生原子束流的源比也是中性的中子简单，而其束流密度则高得多. 此外，还可以控制原子的速度使其运行得很慢，以使原子在干涉仪中的时间比较长，因而提高了相互产生干涉作用的灵敏度. 例如以氦的原子束为

例，其运行速度为 1000m/s 时，其物质波的波长为 10nm，而其能量却只有约 20meV，所以可以用来研究一些微弱作用对原子所产生的影响，例如重力场对原子的作用，原子受电磁场的作用和因此而产生的加速度. 此外还可以对有关原子内部结构进行探究，例如原子的磁距、原子的极化率的测定，原子受到碰撞后引起的相位变化等等. 当然，原子干涉所研究的对象是原子的一些微观的性质，这是与量子力学理论的进一步深入有关的研究. 所以对原子干涉现象的研究无论在理论上或者在实验上都是当今受到注意的有价值的内容.

最简单的原子干涉仪其结构类似光学中的杨氏干涉仪，即所谓原子的双缝干涉仪，双缝是在一块无衬托的金属膜上刻制宽为 1μm，相距为 8μm 的细缝. 采用氦原子束，先使其经过两个

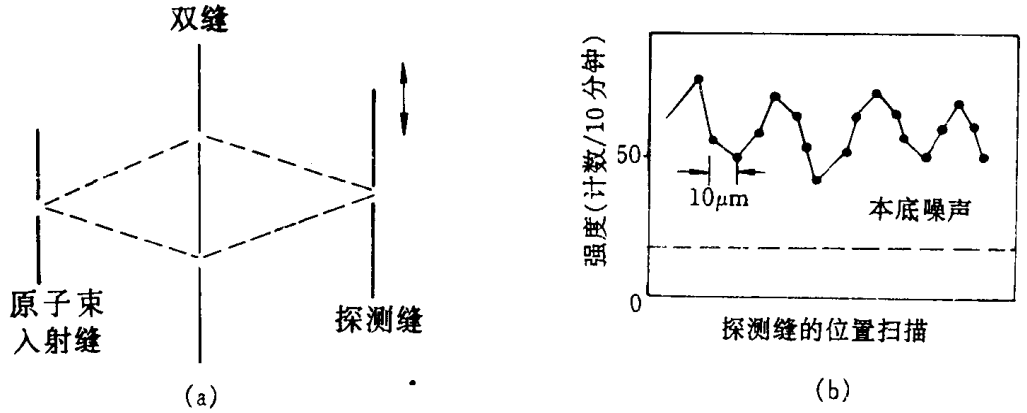

图 FL2-1 (a)原子束双缝干涉实验安排 (b)由计数器记录的干涉条纹

细孔以准直束流，然后才使其进入干涉仪. 在探测器平面上则放一细缝，后面用一个可以反应氦原子束流强度的计数探测器，将探测器联同细缝沿束流的垂直方向上扫描. 图 FL2-1a 是该装置的示意图，图 FL2-1b 是所测得的结果，从中可以明显地看到原子的物质波之间相互干涉的条纹. 从条纹的宽度及双缝干涉装置的具体数据可以获得原子物质波波长为 10. 3nm. 这一装置的灵敏度较低，每一数据的获得需要花十分钟的时间计数，并且探测信号的信噪比也较小，但原子间的干涉现象确实观察到.

采用波面分割的方法构成类似迈克耳孙干涉仪的原子干涉仪如图 FL2-2a 所示，这一装置中的原子光学元件即原子的分束器及反射镜，是细微加工成的线宽为 400nm 的高精度光栅. 让钠的原子束经过两个准直的细缝后入射到第一块光栅上，其零级及一级的衍射波就会由于传播方向的不同而分开，然后与第二块光栅相遇并再次被分解，它们各自的一级衍射波并又相会合于第三块光栅的某一细缝上，在该缝的后面放一探测器以检测这两束原子相干的结果. 为了防止由于光栅之间相对位移所引起的误差，让一束氦-氖激光器同样地经过这些光栅，观察所产生的可见光干涉条纹是否在实验过程中发生了移动来进行监控. 图 FL2-2b 是实验的结果，即所产生的干涉条纹. 这一装置对每一次数据的测量约需经过半分钟的积累后才可能得到较高的信噪比.

由于原子干涉现象能够成功地实现，所以就引起了进一步研究一些可以控制原子运动行为的器件，即所谓“原子光学”的研究，提出了各种具有这类功能的方案，目前这种研究正在方兴未艾地发展着，其成功的经验会进一步推动对原子干涉及其它原子行为的深入探索.

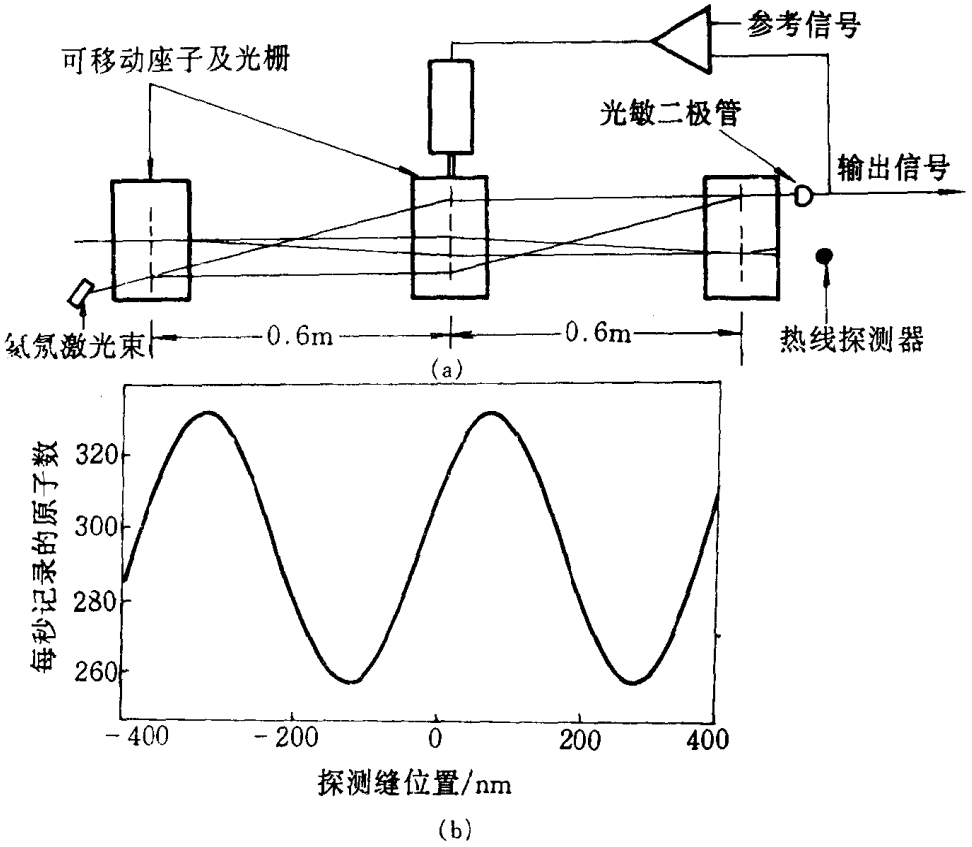

图 FL2-2 (a)由光栅组成的原子干涉仪装置 (b)所获得的干涉条纹

参考文献：

"Atoms are the new wave in interferometer", *Physics Today*, *July* 1991, p. 17

D. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.*, 66, 2693, 1991

Borde, *Phys. Rev. Lett.*, 67, 177, 1991

S. Chu, *Phys*, *Rev. Lett.*, 67, 181, 1991

附录三 光子扫描隧道显微镜

光学显微镜是极有用的经典光学观察仪器，早在 16 世纪已有发明，它是利用几块透镜的适当组合而使被观察的物体产生一个放大的象. 光学显微镜在生物学、医学中是被广泛应用在观察肉眼不能清楚地分辨的生物体组织细胞等，也应用在工业及科技领域中对微小物件和工件的精密测量等. 在一段漫长的历史发展过程中，为了改进及提高显微镜的观察功能而发展了所谓"暗视场显微镜"(使视场的背景变为暗黑，从而可以增强被观察物体各部分之间的反衬而提高图象的清析度)，"相衬显微镜"(常规的光学显微镜不能区分透明的细胞与包围在细胞周围的透明液体. 但由于细胞质与周围的液体的折射率不同，所以可以利用它们之间的折射率差别而使通过细胞和通过周围液体的光线具有不等的光程差，从而产生了不同强度的象而使之能够被分辨，这样就避免了使用会伤害细胞的染色技术，此一发明曾获得诺贝尔奖)等等技术.

但是光学显微镜的最主要的指标是它的分辨极限，光学系统不可能无限地将物体放大而仍能保持图象的清析，它是受到光学元件的衍射极限所限制. 光学显微镜的分辨率为

$$s = 1.22\lambda/2n\sin i \approx \lambda/2n\sin i ,$$

式中，n 为折射率，$2i$ 为被观察的物体对显微镜物镜的张角，$2n\sin i$ 称为显微镜的数值孔径(numerical aperture，N. A.). 可见，为了改进其分辨率，还可以把被观察的物体浸在具有较大折射率的油液中以及采用波长较短的紫光照射和当今正在发展的 X 射线显微镜等. 但常规的光学显微镜的最大数值孔径约可达到1.6. 所以其极限分辨率可以达到200nm.

近数十年中，对常规光学显微镜分辨本领的改进是花费了很多的精力和智慧，却并没有产生具有革命性的进展. 但在另一方面，考虑到物质具有波粒二象性的事实，认识到电子的物质波波长约在0.1nm 到0.01nm，比可见波段的光波波长小约近万倍，因而利用电子的物质波以代替光波则可以大大地提高分辨本领. 根据这种想法，在1930年研制成了电子显微镜. 目前，电子显微镜已成为极为有用的工具，其分辨率可达纳米的量级，比光波的波长微小许多，但是电子显微镜不是对所有的物体都可以进行观察，往往要对被观察的物体表面进行处理和复制，所以它在其使用上比较复杂.

光学显微镜的另一进展是在1951年研制成功了扫描光学显微镜，这是利用一个只受到衍射限制的小的光点，使它在样品上扫描，逐点地记录其透射或反射的光强，最终可以所得被观察的物体的象. 扫描光学显微镜的分辨本领并不比常规的显微镜高，但其输出的数据可以存入计算机，然后加以处理以改善成象的质量.

进一步提高光学显微镜的分辨率的途径是必须突破光学系统的衍射极限的限制，1972年，有人提出所谓的“近场扫描光学显微镜”(near-field scanning optical microscope，NSOM)的构思，并在1984年获得了实现. 这是用一个直径比光波的波长还要小的光源放在被观察的物体表面临近约10nm 处，用探测表面的近场电磁辐射强度而获得表面的象. 这种近场扫描显微镜的分辨率可达 $\lambda/20$，显然它比常规的光学显微镜提高了近一个量级，但是可被探测的光强是极为微弱，因此图象的清晰程度会被噪声所干扰，其效果并不太理想.

1982年，对电子显微镜的研究又获得了巨大的进展，也就是可以实现原子量级的所谓“扫描隧道电子显微镜”(scanning tunneling electron microscope，STEM)的出现，它是利用一个极细的金属探针与被观察的表面相距为纳米量级的情况下发生的隧道效应. 电子波在隧道中是指数衰减的，金属探针因而可以探测到随表面形态变化的电场流强度从而获得表面的图象. 但是，对于光子也有类似的情况，当光波在密-疏介质所组成的界面上被全反射时，光的波动将会渗透到光疏介质中并沿界面传播，其强度沿界面的法线方向指数地衰减，其衰减常数约为光波的波长量级(这种沿表面传播的电磁波称为非均匀波，它与通常的电磁波有不同的性质，称为隐失波[evanescent wave])，若用一支极细的光导纤维与该表面相贴近到小于光波波长的距离，则与电子的隧道效应一样，在光疏介质中的光子将会通过隧道效应而被耦合到光导纤维而被检测到，由于被检测的表面所产生的衰减电磁场与该表面的形态相似，所以可以逐点扫描并记录其强度而获得表面的图象信息. 实际上是调动光导纤维上下以获得相同强度的信号，而光导纤维高度位置就反映了表面的形态. 光子扫描显微镜也是利用近场的电磁场的效果，所以也有人统称其为近场扫描显微镜，但是利用隐失波的近场效果所获得的光强信号要比只是简单地采用比光波的波长还小的光源或接收孔径大得多. 图 FL3-1是光子扫描隧道显微镜的示意图，从内中的插图可以看到隐失波随表面的形态变化的情况. 图 FL3-2是指数衰减的隐失波

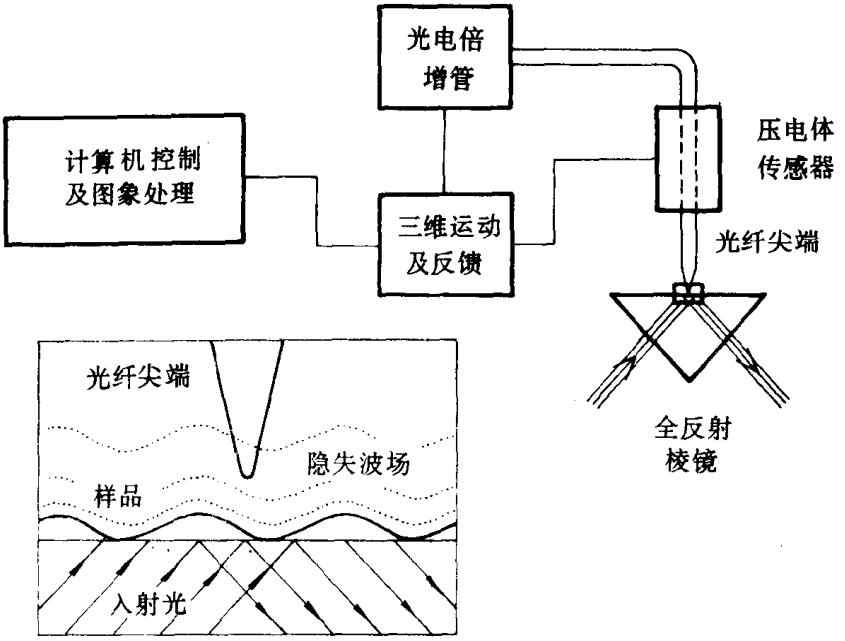

图 FL3-1

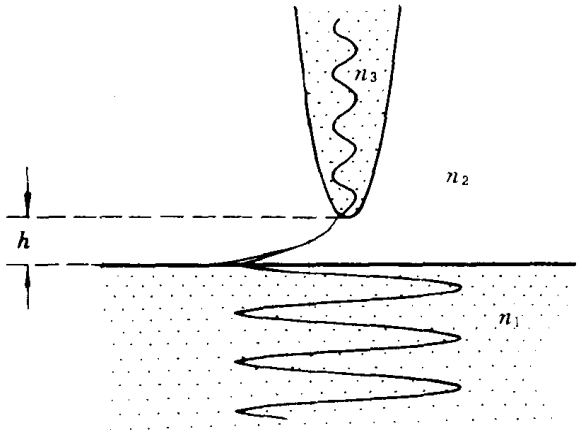

图 FL3-2

失波电场被耦合到光导纤维中的示意图. 整个装置是用计算机控制其微量的运动，并对扫描所获得的信息进行图象处理. 扫描用的光纤是一个关键部件，采用直径100μm－200μm，长约30cm 的自聚焦光纤，将其顶端约2cm 的包层剥离，浸入49%的氢氟酸中约五分钟，使其腐蚀成一尖端，其端顶直径可达50nm－200nm，另一端用匹配胶与光电倍增管的窗口相联结，在功率为10mW 的氦-氖激光的全反射照射下，光电倍增管可以得到的光电流约在0.01－1.0μA 的量级. 光子扫描隧道显微镜的垂直分辨率可达 $\lambda/40\approx16$nm，水平分辨率可达 $\lambda/30$. 作为比较. 图 FL3-3给出了各种被观察或检测的物体的尺寸及各类显微镜的分辨极限的示意图.

参考文献：

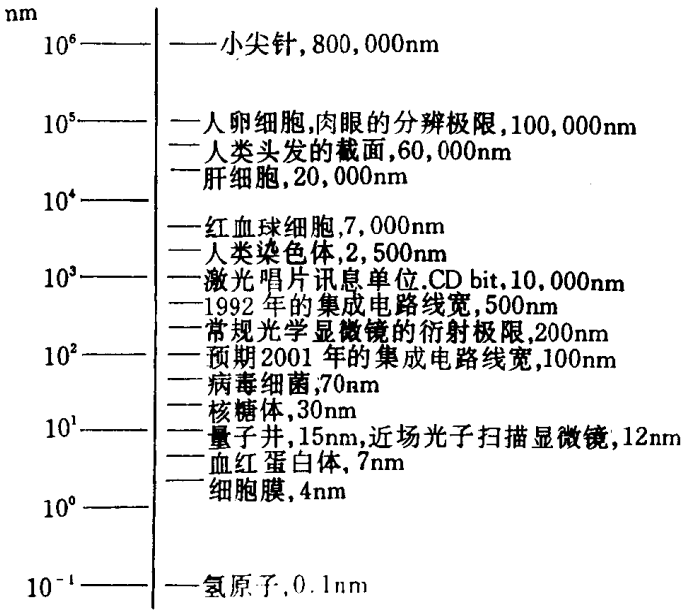

图 FL3-3

R. C. Reddick, R. J. Warmack, D. W. Chilcott, S. L. Sharp, T. L. Ferrell, "Photon scanning tunneling microscopy", *Rev. Sci. Instrum.* vol. 61(12), 3669, 1990

R. C. Reddick, R. J. Warmack, T. L. Ferrel: "New form of scanning optical microscope", *Phys. Rev.* B39(1), 767, 1989

A. Lewis, K. Lieberman: "Near-field optical imaging with a non-evanescently excited high brightness subwavelength light source" *Nature* vol. 354, 214, 1991

E. Betzig: "Neaf-field optics: Microscope" *Science* vol. 257, 189, 1992

附录四　天文望远镜的进展 ——激光灯标天文望远镜及哈勃(HUBBLE)天文望远镜

天文望远镜是重要的光学仪器之一，世界各国都装备了巨大的天文望远镜以观察天象的及星体的运行. 我国古代在天文学方面也已具有卓越成就，目前我国已拥有相当优良的天文台并均配备了各类天文望远镜，例如上海佘山天文台在1989年建立了用于天体测量的望远镜，其口径为1. 55m，属于世界上最大中的一个. 另一个口径也是1. 55m 的同类望远镜装备在美国的海军天文台上. 另外，在北京天文台上装备有我国自己设计安装的、口径为2. 16m 的卡塞格林(Cassagrian)式望远镜等等(卡塞格林式望远镜的结构见图 FL4-2的示意简图).

从光学仪器的分辨率来说，对于理想的无象差光学系统，其理论的角分辨率为

$$\Delta\alpha = 1.22\frac{\lambda}{D},$$

其中，λ 是光波的波长，D 是光学系统的孔径. 而 $\Delta\alpha$ 实际上就是爱里斑的角半径. 为了提高角分辨率，往往使天文望远镜的口径尽量大，但是，加大口径虽然可以增加光学系统的聚光本领

而使较弱等级的星体可以被观察到，然而实际上这并不能增加其分辨本领，因为任何安装在地面上的天文望远镜总是要通过地球上空的大气层才能对宇宙中的星体进行观察，而大气层的密度是随气温、气流及其组分不断地变化着的，也就是它的折射率是随机地变幻着，导致光波的传播方向也受到随机地变更，所以即使采用口径很大的望远镜以观察远方的星体，但所得到的只是模糊而变动的一摊光斑，而不是一个十分明晰的亮点. 这一现象也正是我们在夜间观看天空中的星星时总是感觉到星体在闪烁的缘由.

根据理论分析，远方星体辐射到地球附近时，其光波的波面本来应该是一个很优良的平面，但由于大气的湍动，它变成许多块小的平面波，其传播方向各异、传播速度也不相同，因而变成一个凹凸不平的波面，每一小块平面波面的直径约在5－30cm 之间，随着地面上的不同观察位置和不同的观察仰角而不同，也与观察时所采用的可见光或红外光的波长有关，这种小块波面的直径称为相干直径. 在高山顶上和在干燥的沙漠地带，相干直径约在15－20cm 的范围内，若在红外波段则更要大一些. 可见从角分辨率来看，通过大气观察的大口径望远镜并不比口径为20cm 左右的望远镜好，因为20cm 左右的口径正好与相干直径相当，可以获得衍射极限的象点，当然所观察到的星体象点会在望远镜的焦平面上不断地移动. 所以天文学家为了能够改善大口径天文望远镜的成象质量，研究了如何能够把受到大气所畸变的波面恢复成一个单一的平面波面的问题，以便既能观察宇宙中极为微弱的星光，又能获得接近于衍射极限的分辨率，当然，对于这类畸变波面的纠正还必须是实时性(real time)的才有效. 1957年天文学家 H. Babcock 提出了可以进行实时纠正波面畸变的所谓“适应光学”(adaptive optics)的想法，这一概念的要点是使前前后后的、传播方向各异的、具有相干直径大小的小块平面波面恢复成为原来传播一致的完整波面，其方法是用一个多元的所谓“波面传感器”来感受各个小波面的倾斜及位移，然后用一个可以变形的犹如“橡皮”一样的反射镜来纠正其误差，两者组成一个闭合的反馈回路，这一回路的运转速度要能够及时地反应大气的不断变化，所以称为适应光学. 但是要纠正从星体、星云或星系传播到地面上被畸变了的波面，就需要有一个从远处已知星点或其它参考点源所发出的光波，当其传播到地面上时其平面波面也同样地受到了变形，这一畸变了的波面可以与一个理想的平面波相互比较，因而可以获得其偏离平面波的误差信号，利用这一误差信号对所观察的畸变了的波面进行修正处理. 这种参考点源犹如航海中的灯塔，所以称为灯标(beacon). 这一设想到真正在天文望远镜上实用却经历了近20年的时间，这也是当今的计算机、激光及微电子等高技术获得了巨大进展的结果.

适应光学系统中的主要部件是一个位于太空中的灯标，一块可变形的反射镜，一个波前传感器及一套处理和控制的电子学设备. 灯标最好能位于要进行观察的目标物体(即星体、星云或星座等)的附近. 从灯标所发出的、经历了大气层湍动所产生的影响是要求被纠正的. 灯标的光波经过天文望远镜的物镜而成象在可变形的反射镜上，然后被反射到波前传感器上而由计算机进行分析，其与理想的平面之间的误差信号则经电子学系统的滤波，放大而反馈到可变形反射镜的驱动器上以改变反射镜的形态，这样就组成了一个闭合的适应光学系统的回路. 上述的分析从理论上看似乎是合理的，但真正的困难是要找到一个合适的灯标可以参考，在大多数的情况下对所要观看的星体、星云、星座附近并不总存在着一个足够亮的、已知是单个星体而可以作为参考的灯标，所以早期的适应光学在天文上的应用并不十分理想. 1991年美国国防部解密了他们经过近十年研究的激光灯标技术，它是利用大气上层的同温层中的空气分子经地面上的激光照射后所产生的瑞利散射光作为灯标，当其回返到地球上被接收后以进行波面的

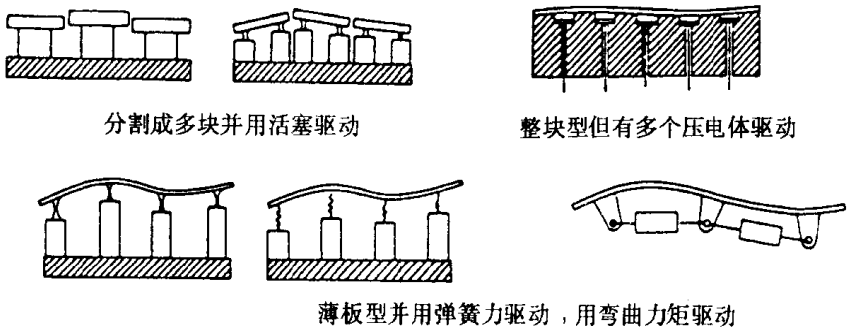

图 FL4-1　可变形反射镜

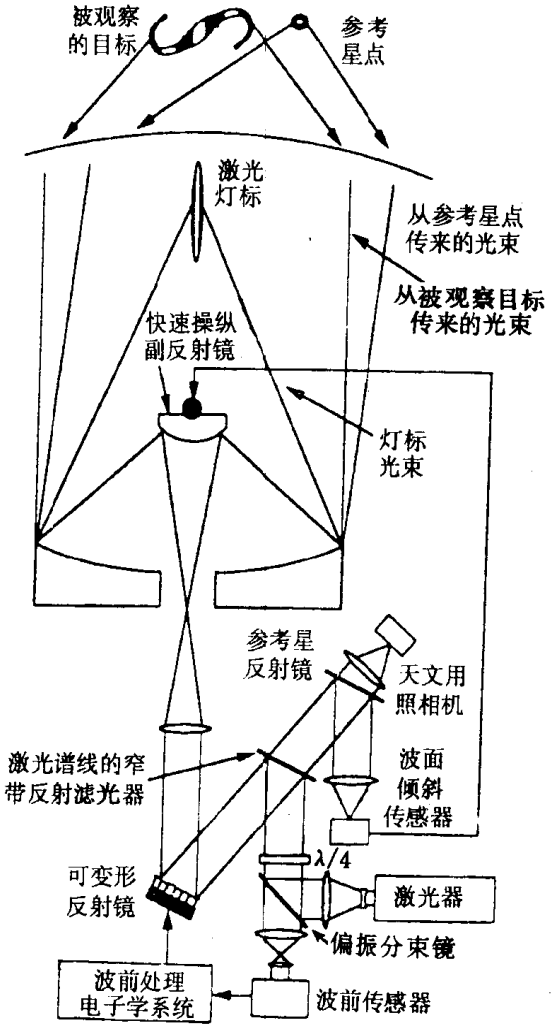

图 FL4-2　适应光学天文望远镜系统

修正，这一灯标的距离约为10—20km. 另一更为理想的激光灯标是利用更高的散逸层(高度为80—100km)中的钠蒸气分子共振荧光作灯标，共振萤光具有良好的单色性，可以用窄带干涉

滤光片提高其检测的信噪比，此外使用脉冲激光器可以采用无线电技术中的所谓“距离门限”以排除位于非逸散层中其它分子所产生的干扰. 由于采用激光灯标技术，使得适应光学在天文观察中的应用获得了极为巨大的进展. 图 FL4-1是若干可变形的反射镜的结构设计示意图，图 FL4-2是采用适应光学的天文望远镜系统的示意图，激光经过偏振分束镜及 $\lambda/4$ 波片而被反射式窄带滤光片反射，然后通过可变形反射镜后从天文望远镜中射出到太空中的灯标或被观察目标附近的参考星点上，从灯标或参考星点所发射回来的、经历同样路程的灯标光波再次经过 $\lambda/4$ 波片而改变了偏振方向，然后透过偏振分束镜而被波前传感器所接收. 波前传感器、波前处理系统以及可变形反射镜组成了一个闭环反馈回路，能够及时地修正被畸变的波形使之恢复到一个整体的平面波. 这时对所需要观察的目标星体所辐射到目镜或记录器上的波面也相应地已经获得了纠正，从而获得了该星体的真正图象. 图 FL4-3展示了未被纠正及经适应光

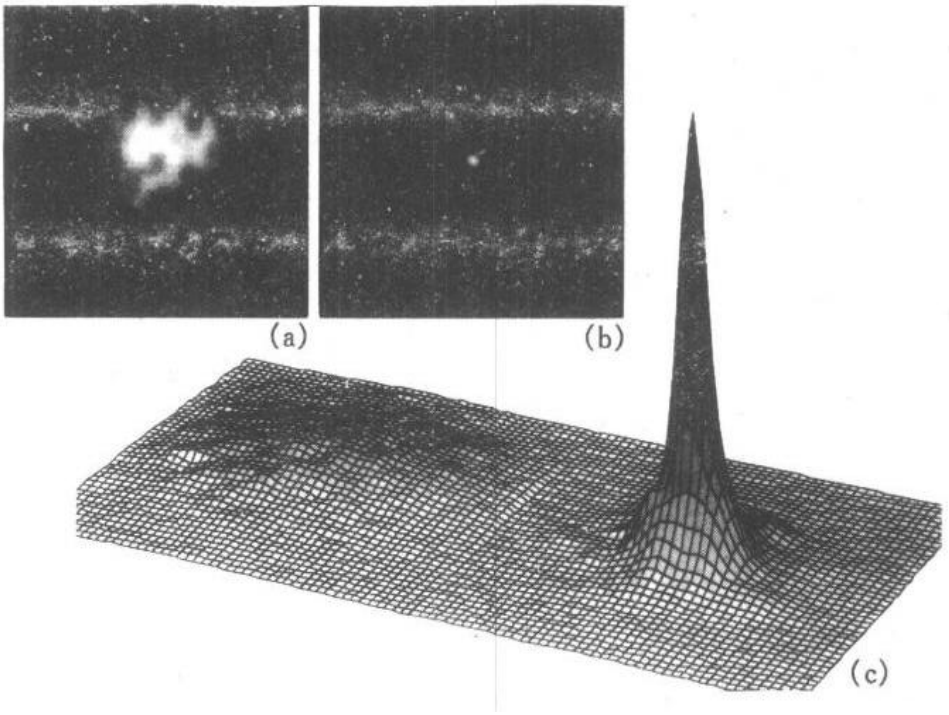

图 FL4-3　激光灯标天文望远镜所摄得的照片
(a)未经纠正象差的星象
(b)纠正后所摄得的星象
(c)两帧照片的三维强度分布

学系统纠正的星体的照片以及与它们相应的三维光强图，可以看到被纠正的星点的分辨率获得了极为显著的改进，其光强约为未经纠正时的14倍. 目前各类大型的天文望远镜都安装了相应的适应光学系统以改善其观察的性能，这一技术也已逐步推广到一些小型的精密天文望远镜上.

可以想象，要消除大气湍动对天文观察所引起的干扰，最好的办法是将天文望远镜安置在太空中，这一设想早在1940年就已经提出，但只有在航天技术获得巨大进展的现代才能成为现实. 从1980年开始美国宇航局就已经对置于太空中的天文望远镜进行了设计及试验性的制造，

该望远镜称为哈勃(HUBBLE)太空望远镜,到1990年又经过更新修正后由航天飞船送入太空,但在运转中发现该望远镜的成象质量极差,肯定地认为光学系统中有较大的象差存在,与原设计的指标要求不符.于是对已经在太空中运行的该望远镜所摄得的照片进行了极为仔细的分析和研究,反复审查了原先的设计、加工、装校以及测试等各个步骤,终于发现在装校主反射镜的过程中由于疏忽而引起了主反射镜与副反射镜光轴之间的微小偏移,引起了严重的球面象差.为了挽回这一耗资达几亿美元的、但已经在运行中的太空望远镜的功能,美国宇航局又聘请了多位专家研究如何能利用航天技术以修复这一望远镜所存在的象差问题.经过多次的论证,并且判定幸好象差只存在于主反射镜上,所以决定在太空中更换一块可以修正象差的副反射镜.于是又进行了对技术人员在水中模拟太空中改换部件的训练,终于在1993年12月初由航天飞船将哈勃望远镜抓住而由宇航人员进行修复,这次任务虽然耗资近千万美元,但总算一次性地获得了成功,因而也挽回了美国宇航局的信誉.经过修复后的哈勃宇宙望远镜的成象

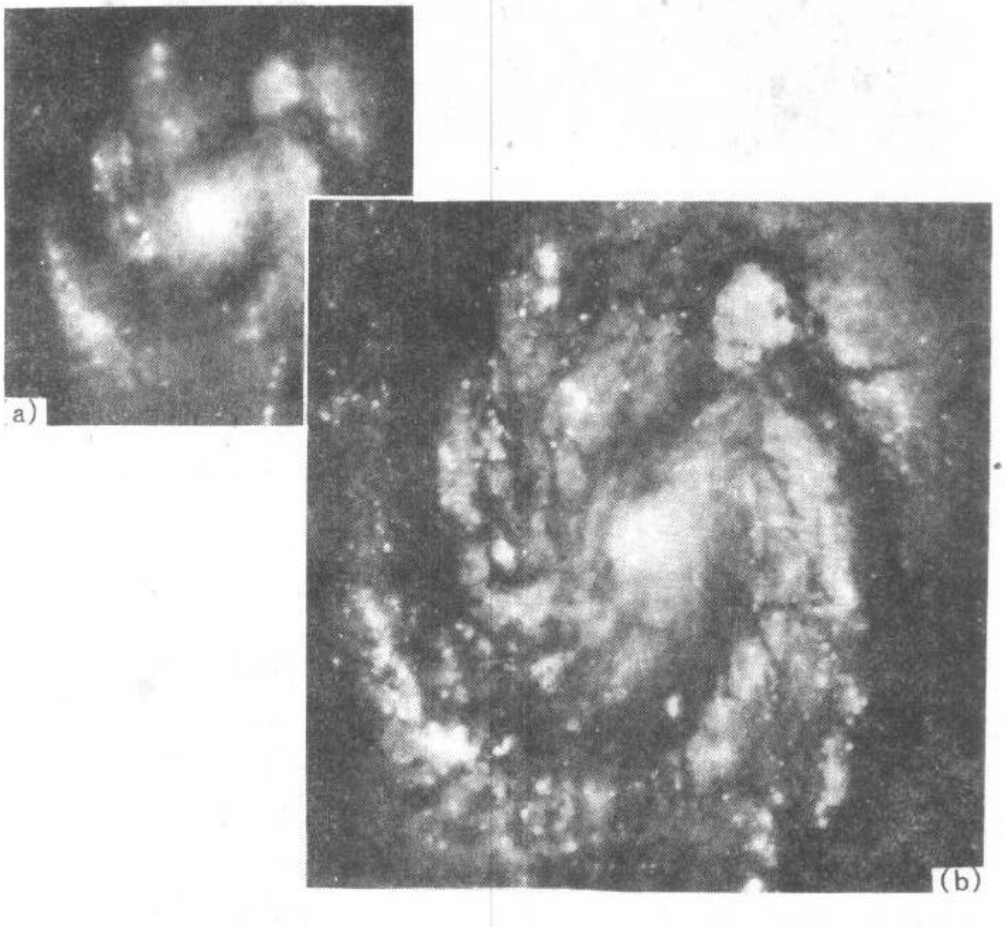

图 FL4-4　用哈勃天文望远镜所摄的巨型星云 M100中心部分的照片
(a)未经过纠正所摄的模糊照片
(b)经纠正象差后所摄,这是对该星云首次获得如此清晰的照片

质量有了十分显著的改进,图 FL4-4(b)展示了修正后的哈勃望远镜对距地球几千万光年的巨型星云M100中心部分所摄得的照片,未经修正前对该星云所摄得的极为模糊的照片图 FL4-4

(a)也展示在其左上以资于比较.由于哈勃太空天文望远镜的运转成功,也进行了对慧星

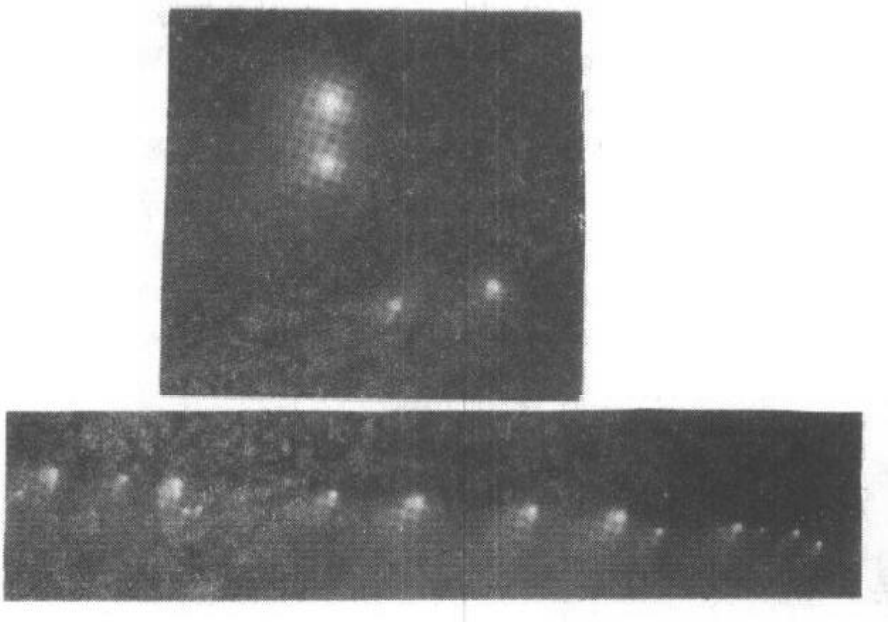

图 FL4-5　用哈勃天文望远镜对慧星 SHOEMAKEB-LEVY9
的碎块所摄得的照片,这些碎块将要与木星相碰

SHOEMAKER-LEVY9的20个碎块的观察,这些碎块是要与木星在1994年7月中旬相碰撞.图FL4-5是哈勃太空天文望远镜对这些碎块所摄得的照片.此外,最近哈勃望远镜又探得了位于宇宙深处的一个具有极为巨大威力的黑洞的信息,这对于研究宇宙的形成是极为有价值的信息.

附录五　光速的测定及长度单位"米"的新定义

真空中光的速率(用符号 c 表示)是物理学中的最重要的常量之一,在电磁学、原子物理学以及在相对论中都会出现,而且在长度计量中也是经常被采用的一个数值,例如天文学中的光年,就是用光的速率乘以一年的秒数来计量宇宙中星体与地球之间的距离值.从历史上看,人类开始并不认为"光"是有速率的,也即光的速率是无穷大的.但在天文观察中却发觉"光"似乎是有一定速率的,例如早在300多年前的1676年,天文学家 Roemer 观察到木星的卫星受到被食的时间随着与地球相对于木星的趋近或远离而不同,因而估算出光的速率为214,000km/s,又如1727年天文学家 Bradley 发现,由于地球的运动而在不同的轨道位置上所观察的一些较近的星体与更远的星体之间有不同的位移,称为星体的视差,并得出光的速率为301,000 km/s.由于光的传播速率是如此地快,所以早期的估算都只能利用天文上的观察.但是在1849年,法国物理学家 Fizeau 设计了第一次从地面上测量光的速率的实验,他的实验是在两座高山的顶上进行的,一座高山顶上放一个旋转的等间隙齿轮,使光从齿轮的空隙中出射到另一座山顶上的反射镜上,并被按原路反射回来,然后再通过旋转的齿轮空隙观察.当齿轮逐渐加快其旋转,则由于反回来的光线被齿轮的齿位所挡住而不能被看到,若再加块转速则又逐步地看

到光亮直至达到最强.因而从两座山顶的距离以及齿轮的旋转速度就可以计算出光的速率，Fizeau 的实验在相距8.67km 的两山顶之间进行，其齿轮的齿数为720个，在转速为25次/s 时看到光亮又恢复到最强，可见，光波在两山之间的来回时间为(1/720)(1/25)=1/18,000s，而其所经历的距离为17.34km，由此所得光的速率为312,000km/s.继 Fizeau 之后，又不断地改进实验方法，例如将齿轮改为具有多面的转镜或用克尔光电开关等等，但是这些方案都是在长距离的地面上进行，因而要采用大气的平均折射率才能转换到真空中的数值，而大气的折射率是随地点、时间、温度而不同的，所以对于光的速率的测定精度虽然也逐步地提高，但总是达不到很精确的程度，其中以采用类似于 Fezeau 方案的 Bergstrand 利用克尔光电开关在1951年所获得的 c =299,794.2km/s±1.4km/s 为最佳的结果.

由于光的速率 c 是物理学中经常会出现的常量，所以其数值也可以从相应的物理量中获得，例如从电磁学中知道某一电量的电磁单位与静电单位之比与常量 c 有关，但是这种测量也并不带来很高的精度.光的速率也还可以从分子光谱的常量中获得，此外也可以从无线电微波

表 FL5-1　1958年以前所测定的光在真空中的速率

年代	实验者	方法	c/(km/s)
1676	Roemer	木星卫星的被食时间	214,000
1726	Bradley	星体的视差	301,000
1849	Fizeau	齿轮的旋转	315,000
1862	Foucault	旋转的反射镜	296,000±500
1882	Newcomb	旋转的反射镜	299,810±30
1926	Michelson	旋转的棱镜	299,796±4
1935	Michelson Pease,Pearson	旋转的棱镜	299,774±11
1940	Huttel	克尔光电开关	299,768±10
1947	Essen,Gorden-Smith	谐振腔	299,792±3
1950	Hansen,Bol	谐振腔	299,789.3±0.8
1951	Aslakson	雷达	299,794.2±1.4
1951	Bergstrand	克尔光电开关	299,793.1±0.4
1951	Froome	微波干涉	299,792.6±0.7
1956	Rank,Bennet	光谱线	299,791.9±2
1958	Froome	微波干涉	299,792.5±0.1

的技术中获得，例如用一个微波谐振腔的振荡，精确地定出该腔体的长度也就可以得到光速的数值，或者采用微波干涉等方法，这类方法的优点是可以把设备安置在抽真空的容器中，因而所获直接是真空中的光速数值.表 FL5-1利举在1958年以前所获得的光在真空中的速率，可以看到其最高的精度为±0.1km/s.

由于光的速率是与其波长及频率相关联的，所以也可以从测定所用光波的波长和它的频率而导出光的速率，因为光的波长可以从光的干涉现象中测得很准，而光波的频率也可以利用

无线电电子学的技术而测量得很准，所以目前所公认的、由精确测定光波的波长及其频率的实验值为

$$c = \lambda\nu = 299,792,456\text{m/s} \pm 1.2\text{m/s}; \quad \text{标准偏差为：} \pm 4 \cdot 10^{-9}. \qquad \text{(FL5-1)}$$

可以看到这一数值的精度要比以前的高得多，下面将大概地介绍这一数值的实验测定，并由此而导致了对长度的新定义的引入的情况.

国际上所确定的基本单位系统在1983年以前共有七项，即：米(m，长度单位)，千克(kg，质量单位)，秒(s，时间单位)，安培(A，电流单位)，开尔文(K，热力学绝对温表单位)，克分子量(mol，物量单位，1983年开始我国将此单位定名为摩尔)，及坎德拉(cd，发光亮度单位)，其中的时间单位“秒”则定义为

一秒的时间是同位素铯原子($_{133}Cs$)的两个超精细能级之间跃迁

而产生的辐射延续9,192,631,770次周期所经历的时间.

产生这种辐射的设备称为“铯原子钟”，辐射的波长在微波波段，由于铯原子束辐射的频率只与物质的本质有关，而与周围环境无关，所以能够再现，并且无线电电子学的测量技术可以达到极高的精度，所以铯原子钟的频率是国际上所确定的时间基准. 原先的长度单位“米”的定义是一根用金属铂制成的标准“米”尺，存放在法国巴黎的国际度量衡局，但是这一标准却是不容易再现的，所以从1960年开始确定长度的标准为

一米的长度为氪原子($_{86}Kr$)的两个能级之间跃迁[2p(10)→5d(5)]

所产生的辐射累计1,650,763.73个波长的长度.

但是这一长度的定义到1983年时又被修改，这是因为高技术的发展使测量的精度不断提高的缘故. 正如第二次世界大战之后所获得的对长度的测量精度已经超过作为标准的金属铂米尺，所以才由国际度量衡委员会改为氪原子束辐射的波长作为长度的标准. 但是又经过了23年之后的1983年，对于光波波长的测量精度又达到并超过了氪原子波长的标准，这是由于激光技术的发展可以获得频率稳定度极高的激光输出，且很容易再现. 图 FL5-1展示了各个年代对光的速率所获得的测量精度，纵坐标上也列出金属铂米尺的精度极限为～0.1μm，而氪原子波长短的测量精度为～1nm. 但是对于光的速率的精确测定应该是从同一个光源中所发出的光波的波长及其相应的频率予以测定，并且该光波应该是在可见光的范围内. 然而铯原子钟的标准频率是在微波的厘米波段，因而必需要用各种混频、和频、差频等技术使该标准频率传递到可见波段，然后与发出的可见光稳频激光器中的辐射相对比，从而正确而又精密地获得该频率. 所采用的可见及近红外波段的稳频激光束是氦氖激光器中所辐射的波长为3.39μm、0.63μm 及0.57μm 的光束，稳频的方法是让输出的激光经过一个吸收池，内中充装低压的甲烷分子气体(CH_4)或同位素碘的分子气体($_{127}I_2$)，这两种分子分别在3.39μm 波段及在0.63μm 和0.57μm 波段有一个十分狭窄的吸收峰，因此可以把激光光谱锁定在这一峰上而达到稳定频率的效果，表 FL5-2给出由国际度量衡委员会所公布的上述各波长的数值. 用下表中的波长与频率相乘的积就可得到(FL5-1)式中的数值.

从1960决定选择氪的波长作为长度的基准到1983年总共只有23年的时间，已经由于技术的进步而突破了这一标准的精度，不难想象在未来的岁月中可能会发现更精确的方法以稳定激光的谱线，到那时侯难免又要改动已经确立的标准. 因此，国际委员会经过多次的仔细讨论和推敲，决定长度的标准不再采用来自于某一原子谱线的波长，而将光在真空中的速率作为一个定值，长度的计量将直接来自于光速除以光波的频率，所确定的光速的数值为

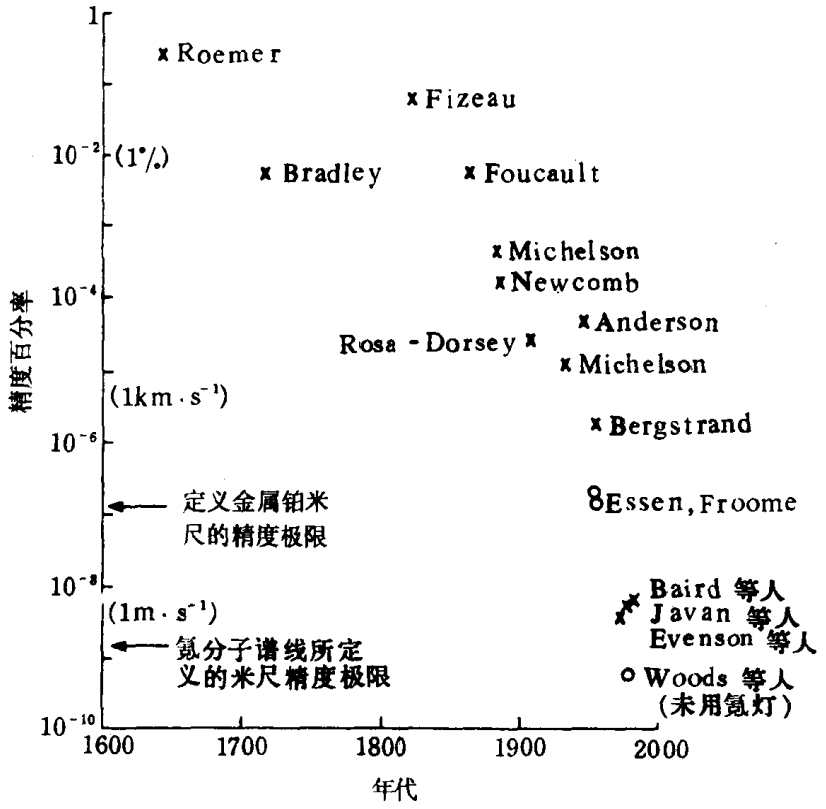

图 FL5-1　历年来对光速测量值的精度

$c = 299,792,458$m/s，为无误差的确切数值.

这一数值其实在天文学中已经应用了多年，而这一光束的精度在物理学和其它的技术学科中

表 FL5-2　国际度量衡委员会所推荐的辐射的波长及频率值

λ/(μm)	分　子	f/(MHz)	λ/(m)	误差
3.39	CH_4	88,376,181.608	3,392,231,397.0	0.44×10^{-10}
0.63	$^{133}I_2$	473,612,214.8	632,991,398.1	3.4×10^{-10}
0.57	$^{133}I_2$	520,206,808.51	576,294,760.27	2.0×10^{-10}

也将可以采用一个时期，所以在1983年10月20日的第17届国际度量衡委员会上颁布了“米”的新定义：

“米是光在真空中经历了时间间隔为1/299,792,458秒所传播的路程长度”

("the meter is the length of the path travelled by light in vacuum during a time interval of 1/299,792,458 of a second")

从这一新定义可以看出“米”不再是一个基本的计量单位，也就是目前的基本单位只剩下了六个，即 s、kg、K、A、mol、cd，这样整个计量的基本单位更为简单了.

附录六　激光唱片放音机中的光学系统及光学存储器

利用激光记录及存储信息的思想早在1966年已经提出，但直到1974年才开始研制. 随着小型化半导体激光器的发展成熟并价格合理，以及大规模集成电路对“数字量/模拟量”之间可转换的器件(统称 A/D，D/A 变换器)日趋普遍，所以当前利用激光写入或读出的光学存储器已成了极为普遍而受欢迎的商品. 采用激光的光学存储器的优点是：

(1)激光束的光斑可以聚焦在微米的量级，具有极高的存储密度，每平方厘米可达～10^8比特. 在一个直径为30cm的光盘上可存储～10^{10}比特的信息，为通常的磁存储起(即磁盘)五倍以上的存储量.

(2)激光存储器具有极长的保存寿命，可达数十年之久，这是它的最主要的优点之一，因为重要文件、历史档案等要有较长的保存期才是有价值的.

(3)激光存储器的信息记录表面是由一层厚的透明膜作为保护底板，激光束是通过这层底板后聚焦在记录面上，这层透明底板防止了对记录表面的尘埃及划痕，所以激光存储器在携带、搬运等方面比一般的磁盘更不易受损.

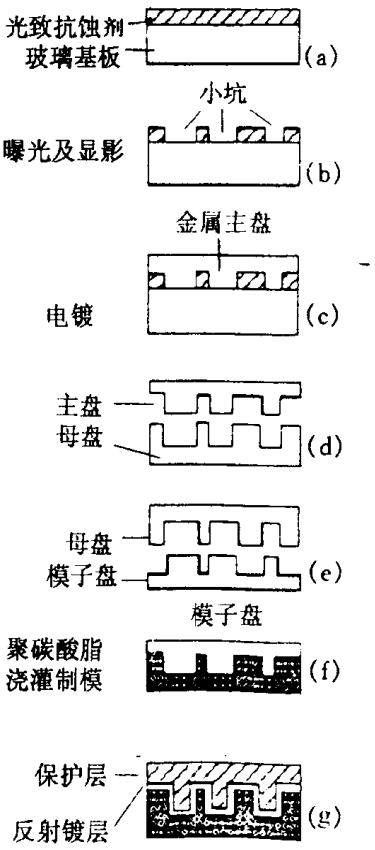

图 FL6-1

激光存储器俗称“光盘”，有“只读存储器(ROM)”，“一次写入存储器”及“可擦除存储器”等多种形式，其区别主要是记录材料的性质不同. 在只读存储器中，信息是用激光或其它方法在光盘表面上产生不同长度的小坑，小坑的深度约为0.1μm，其宽度值可选择在0.5μm 到0.8μm 之间. 小坑的长度则随信号的不同在0.87－3.18μm 之间变更. 由不同长度的小坑及小坑之间的平整区域所组成的细轨道对应于所需要记录的信号，这一细的信息轨道在光盘的表面上盘绕成螺旋形，细信息轨道之间留有相当于小坑宽度的平整空隙. 对于一个直径为5英寸的光盘，其轨道的长度约有5km. 这种光盘的制作大体如图 FL6-1所示. 先在一块平整的玻璃基板上均匀地镀敷一层厚度约0.1μm 的光致抗蚀剂，然后用激光或其它的光源曝光并光刻，将载有信息的小坑刻蚀在光致抗蚀剂膜上，用电镀的方法在已刻蚀的抗蚀剂膜上复制成一个金属的主盘，再用同样的方法制一个母盘，从这一母盘上又复制成一个金属镍的模子盘，用这一块模子盘就可以灌注和压模成大量的光盘成品. 所采用的模压材料需要有很好的抗热性，低的蒸汽吸收率以及优良的韧性，目前大多采用聚碳酸脂一类的高分子聚合物. 在压制成的聚合物光盘上再蒸镀约100nm 厚的铝或银层，使载有信息的、布满小坑的记录表面有较高的反射率. 在这上面加敷约10μm 厚的丙烯酸脂透明保护层. 读出时，激光是从透明保护层的上方入射而到达载有信息的小坑上，经反射后产生了不同反射强度的衍射信号. 对于一次写入的存储器则需要采用较强的激光束在记录表面上烧蚀，然后依靠不同的反射率以读出所记录的信息，可擦除存储器则利用光磁效应或可以发生相

变的材料进行记录，其读出方式前者为偏振态的改变，后者依赖于材料的结晶状态和无定形状态的反射率有所不同而提供的信息.

在只读存储器中，除掉在计算机中的应用外，当前已经在音响设备中以及在影视设备中广泛应用，这类产品称为激光唱片或激光影视片，也称 CD(compact disk)，在个人计算机的设备中现在也安装了 CD 的只读存储器，称 CDROM. 由于音响或影视图象的信息是采用数字量而不是模拟量存储的，所以信噪比大为提高并具有极佳的逼真度. 这些器件及设备目前已经是十分普遍的了，其读出系统则是由半导体激光器及一些简单的光学部件所组成，目前所采用的半

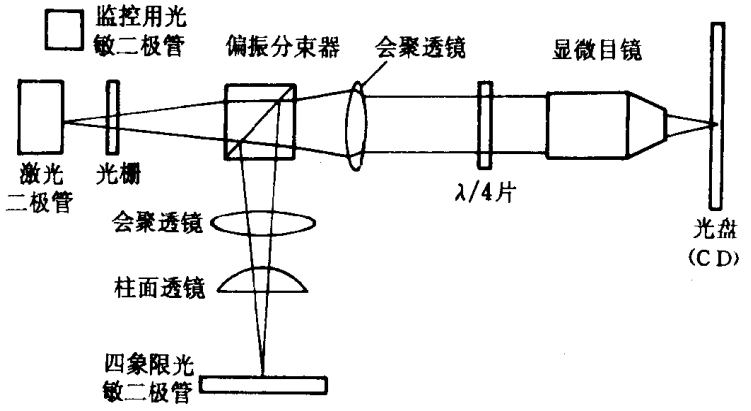

图 FL6-2　激光唱片(CD)的光学拾音系统

导体激光器都是波长为780nm 的镓砷铝激光器，其输出功率在5mW 左右，并用电子学线路控制其输出强度的稳定. 读出系统的光学部分称为光学拾音系统，如图 FL6-2所示，从半导体激光二极管发出的光束经过一块光栅而入射到偏振分束器，光栅的零级衍射光和正负两个一级衍射光通过分束器后为水平方向的直线偏振光，然后经过会聚透镜、四分之一波片转变为圆偏振态的光线，最后经显微镜物镜将激光束聚焦到光盘的表面. 零级衍射光被会聚到载有信息的小坑轨道上，因而可以读取信号，正负一级的衍射光斑则分别会聚在轨道两侧的平坦平面上，它们的反射光强被检测后供给电子学反馈系统，并用此信号控制零级衍射光斑使它始终保持在具有信息的轨道上. 激光二极管的输出由另一个二极管监控使其光强稳定. 为读出用的激光光斑直径约在1. 5μm 左右，比轨道的宽度略大一些，从轨道上的小坑之间的平坦区域中所反射的光强与入射的光强几乎相等，但是从轨道上的小坑中所反射的光强则几乎为零，所以当光盘转动时，读出的反射光强信号为二元编码的0、1信号，代表了记录在光盘上的数字信息. 这些编码的反射光信号又经过显微镜物镜及四分之一波片，使其偏振态转为垂直方向而被偏振分束棱镜按90°方向折反，通过一个会聚透镜及一个柱面透镜后到达四象限的光电二极管上，这四象限光电探测器具有双重机能：一是作为监视激光束是否准确地聚焦在光盘的平面上，要准确地读出所记录的信息则要求聚焦焦距的偏差在0. 5μm 之内. 若激光束是准确地会聚在光盘上，则四象限探测器上将获得位于中心的一个均匀圆斑，否则将因象散而形成一个卵状的光斑而使分别从象限的探测器中输出的四个信号不相平衡，因而可以采用电子学反馈系统予以纠正. 这四象限起的另一功能当然是检测从光盘上读到的信息，然后通过电子学系统对信号解调、解多重性以及纠正误差信号等等，最后用电信号重现记录在光盘上的数字信息，然后再经

过数字/模拟转换器及低频滤波器的处理而获得逼真度极高的音频或视频图象信号.

当前的光盘存储器虽然已经很成熟而获得了巨大的发展,但是进一步的改进和提高仍然是众所注意的,例如将近红外的激光器改用能发射蓝绿光的半导体激光器则还可以提高其信息的存储密度,又如还可以改进光学系统使之更为简单轻便及小型化,记录介质材料也还需要进一步改善和更新,特别是对于应用在可擦除的光存储器方面的记录材料等等都是十分引人关注的方面.

索　引

（以笔划为序，数目字代表所在章、节）

二　划

二次谐波产生 9.8
二阶光学非线性现象 9.8
入射角 3.1
人眼 3.5
几何光学 3.1
　ABCD 矩阵 3.4
　主平面，主点，主面 3.4
　共轴球面系统成象 3.4
　成象放大率 3.2
　作图法 3.3，3.4
　光阑 3.5
　近轴条件 3.1
　单球面成象 3.2
　高斯公式 3.2
　基点，基面 3.4
　虚象、实象关系 3.1
　焦平面，焦点，焦距 3.2，3.3，3.4
　薄透镜成象 3.3
几何光学元件
　光纤 3.6
　透镜 3.3
　棱镜，角锥棱镜，棱镜色散，偏向角 3.6
　天文望远望 3.5，附录 4

三　划

三阶非线性效应 9.9
三波混频 9.8
干涉仪 4.5
干涉现象 4.4
干涉滤光片 5.4
马留公式 7.1

四　划

方解石 7.1
介质的色散 9.3
以太 1.3，1.4
双折射晶体
　主截面，光轴 7.1
双缝干涉，双缝衍射 4.3
反射角 3.1
反射定律 2.5，3.1
反馈作用 8.4
分辨本领 4.2
牛顿圈 4.4
主平面，主面，主点 3.4

五　划

半波片（λ/2 波片） 7.2
半波损失 5.2
功率频谱 6.1
左旋圆偏振光 2.6，7.2
右旋圆偏振光 2.6，7.2
布儒斯特定律 5.2
四分之一波片（λ/4 波片） 7.2
四分之一膜层 5.3
四波混频 9.9
发光二极管 8.2
发光机制 8.1
电光克尔效应 9.9
电光效应 7.4，9.8
电极化率 9.3
电极化密度 9.3
电偶极子振荡 9.1
电磁波波谱 1.6

六划

克尔效应 7.4，9.8
全反射 5.2
全波片 7.2
全息照相，全息技术 6.3
色散现象
　光栅，棱镜 3.6，4.3

色散理论 9.3
宇宙天文望远镜 附录4
泡克耳斯效应 9.8
迈克耳孙干涉仪 4.5
吸收系数 9.2
向性介质 7.1
共振跃迁 8.1
共焦F-P干涉仪 4.5
光子、光量子 1.4
光子的干涉 附录1
光子隧道显微镜 附录3
光子聚簇现象 8.6
光子与电子的相似性 1.6
光开关 10.2
光导管 10.1
光电效应 1.4,10.1
光电管 10.1
光电倍增管 10.1
光扫描 10.2
光学克尔效应 9.9
光学双稳态 10.2
光学仪器
干涉仪 4.5
干涉膨胀仪 4.4
目镜 3.4
光测弹性仪 7.4
光谱仪 4.5
显微镜 3.5
望远镜 3.5
傅里叶变换光谱仪 4.5
椭偏仪 7.3
激光唱片放音机中的光学系统 附录6
激光测长仪 4.4
光学仪器的分辨本领 4.2
光学学科发展简史 1.3
光学信息处理 6.1
光学图象处理 6.2
光学图象频谱分析 6.1
光学薄膜膜系 5.4
光的电磁波理论 1.4,2.1
光的波动说 1.3
光的波粒二象性 1.4
光的微粒说 1.3
光的直线传播性 2.5,3.1
光的独立传播性 3.1
光的横波性 1.3
光波
周期 2.1
波长 2.1
相位 1.4,2.1
频率 2.1
数学表述 2.1
能量 2.4
动量 2.4
光吸收 8.3
光栅 4.3
光栅光谱仪 4.5
光速的测定及定义 附录5
光轴 7.1
光能流 2.4,5.2
光能量 2.4
光调制器(电光、声光、磁光) 10.2
光探测器 10.1
光敏二极管 10.1
光强 2.4
光散射 9.4
光程、光程差 2.3
光测弹性仪 7.4
自由电子振荡 9.2
自发跃迁,自发辐射 8.1,8.4

七　划

动量守恒 9.7
阿贝正弦条件 4.2
折射定律 2.5,3.1
折射角 3.1
折射率 2.3
复折射率 9.2,9.3
我国古代的光学成就 1.2
麦克斯韦方程 2.1

八　划

参量放大,参量振荡 8.5

单色性 8.5
单色平面波，单色球面波 2.2
单轴晶体的波面、光轴 7.1
单缝衍射 4.3
空间光调制器 10.2
法布里-珀罗干涉仪 4.5
波片，波晶片 7.2
波带片，波带板 4.1
受激辐射 8.3
和频效应 9.6
非线性光学响应 9.6
非热光源 8.2
图象频谱分析 6.1
图象功率谱 6.1

九 划

玻片堆 5.2
响应率 10.1
等厚干涉 4.4
等倾干涉 4.4
衍射现象
　夫琅禾费衍射 4.2
　菲涅耳衍射 4.1
相干性
　压缩态 1.4，8.7
　时间相干性 4.4
　空间相干性 4.4
　相干态 1.4，8.7
相位匹配 9.8
相位共轭 9.8
相位转变 5.2
爱里斑 4.2
显微镜 3.5
差频效应 9.6

十 划

X 光光学 5.5
衰减系数 9.3
倍频效应 9.6
能量守恒 9.7
离轴全息 6.3
消光系数 9.3
振荡器 8.4
热光源 8.2
原子光学及原子干涉 附录 2
高反膜 5.4
高斯波，高斯光束 2.2，8.6

十 一 划

谐振腔及模数 8.3
偏振光，偏振态
　平面偏振光 2.1
　左旋圆偏振光 2.6，7.3
　右旋圆偏振光 2.6，7.3
　直线偏振光 2.1
　圆偏振光 2.6，7.3
　椭圆偏振光及分析 2.6，7.3
偏振光干涉 7.4
偏振光学器件
　尼科尔棱镜 7.2
　洛匈棱镜 7.2
　渥拉斯顿棱镜 7.2
　科纽棱镜 7.5
偏振膜 5.4
隐失波 5.2
液晶光阀 10.2
液晶显示 10.2
菲涅耳反射、折射定律 5.1
探测率 10.2
维恩位移定律 8.3
旋光现象及旋光仪器 7.3
球面波 2.2
彩虹全息 6.3

十 二 划

傅里叶频谱分析 6.1
傅里叶变换光谱仪 4.5
象限探测器 10.2
拉曼散射 9.4
焦平面，焦点，焦距

单球面 3.2
薄透镜 3.3
共轴球面系统 3.4
量子效率 10.1
惠更斯原理，惠更斯-菲涅耳原理 4.1
黑体辐射源 8.2
黑体辐射理论 8.3
普朗克辐射定律 8.2,8.3

十 三 划

叠加原理 2.5
正交方向的叠加 2.6
不同频率的叠加 2.7
滤光膜 5.4
微通道管 10.1
瑞利判据 4.2
瑞利散射 9.4
楔环探测器 10.1
简谐波 2.1
数值孔径 4.2
频率上传换 9.8

十 四 划

模数 8.3

十 五 划

增透膜 5.4
激光，激光原理 1.4,8.4
激光器
气体、固体、半导体、
染料、自由电子等 8.5
激光技术应用 8.7
激光束传输特性 8.6
激光束的变换 8.6
增益
探测器 10.4
激光器 8.4

十 六 划

薄膜光学 5.3
薄膜干涉 4.4
噪声等效功率 10.1