光　学



光学思考题解答

第一章　光和光的传播

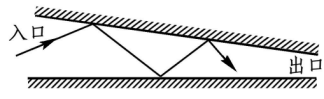
1－1. 为什么透过茂密树叶缝隙投射到地面的阳光形成圆形光斑？你能设想在日偏食的情况下这种光斑的形状会有变化吗？

答：这与针孔成像的原理是一样的。光斑是太阳的像，其形状与太阳相似，而与小孔（树叶缝隙）形状无关。当日偏食发生时，光斑的形状将随之改变，但仍保持相似关系。

1－2. 试说明，为什么远处灯火在微波荡漾的湖面形成的倒影拉得很长。

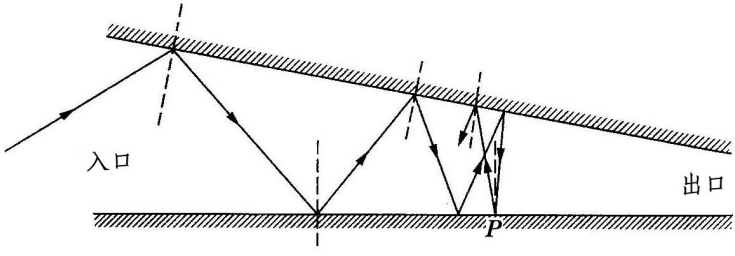
答：湖中灯火的倒影是灯光经湖面反射所成的像。当湖面平静如镜时，灯光将在水面下对称处形成轮廓清晰的倒影。当微风吹过时，平静的湖面泛起层层细浪，宛如一块块小平面镜；在每一块小镜面下方与灯火对称处，都会出现一个对称的灯影。因为这些小镜面不在同一平面上，所以各自所成的像的位置也不同。因为水面大体上是水平的，通过灯和眼睛作一竖直平面，从远离此平面的像点发出的光不通过我们的眼睛，我们看不到这些像点，只有这一平面附近的像点我们才看得到。所以我们看到的是灯的下方一系列的像点，即一个上下拉长的倒影。

1－3. 有人设想用如本题图所示的反射圆锥腔使光束的能量集中到极小的面积上，因为出口可以做得任意小，从而射出的光束的能流密度可以任意大。这种想法正确吗？



思考题 1－3

答：如下图所示，圆锥的截面两母线是不平行的，从入口进入的光线，



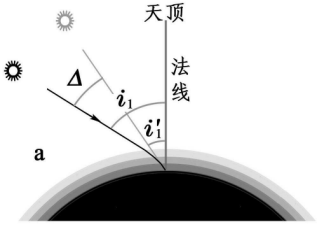
在逐次反射过程中入射角不断减小，必然会在某一点（如图中 P 点）处光线从法线右侧入射，从而使光线返回入口。所以，仅从光的反射定律来分析即可看出，欲用反射圆锥腔来聚焦光束能流的设想是不可能实现的。

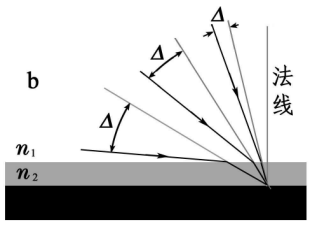
1－4. 为什么日出和日落时太阳看起来是扁的?

答：这是由于太阳发出的光线穿过地球周围大气层时的折射造成的。利用思考题1－5有关蒙气差的结论,旭日或落日的下边缘比上边缘更接近地平线，其视高度抬高得更多，于是太阳看起来是扁的。

1－5. 大气折射给星体位置的观察造成的偏差,叫做蒙气差,这是天文学必须考虑的因素。试定性地讨论蒙气差与星体到天顶距离之间的关系。

答：大气的密度随高度的增加而减小，折射率也随高度的增加而逐渐降低。来自星体的光线穿过大气层时从光疏介质到光密介质,光线折射愈来愈向法线靠近,即向地面弯曲。我们从地面上观察光线好像是从较高的位置射来的,也就是说,我们感到发光点的位置 i_1' 比实际位置 i_1 高了角度 $\Delta = i_1 - i_1'$ (见右图a)，这就是蒙气差。蒙气差 Δ 是随发光点到天顶的角距离 i_1 的增大而增大的(见右图b)，即愈接近地平线,星体的视高度增加得愈多。定量计算的结果可证明这一点：





$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_1', \quad i_1' = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\sin i_1\right),$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}i_1} = 1 - \frac{(n_1/n_2)\cos i_1}{\sqrt{1-(n_1/n_2)^2 \sin^2 i_1}}.$$

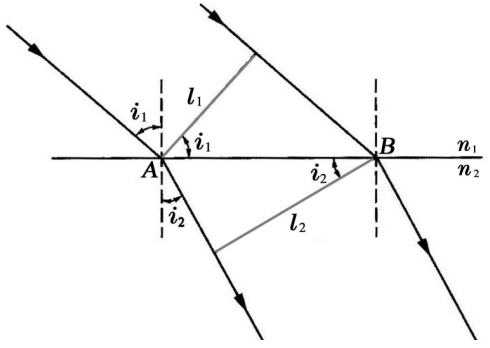
由于 $n_1/n_2 < 1$，$\sqrt{1-(n_1/n_2)^2\sin^2 i_1} > \sqrt{1-\sin^2 i_1} = \cos i_1$，于是

$$\frac{\mathrm{d}\Delta}{\mathrm{d}i_1} > 1-(n_1/n_2) > 0,$$

即 Δ 随 i_1 递增。

1－6. 试讨论平行光束折射后截面积的变化。

答：如右图所示,设平行光束的入射角为 i_1,折射角为 i_2，则折射光束和入射光束截面之比为



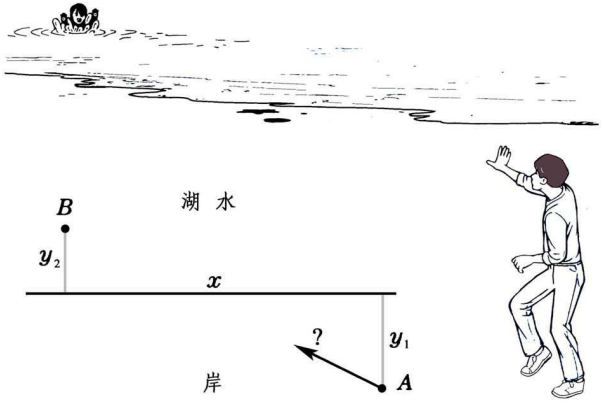
$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{l_2}{l_1} = \frac{\overline{AB}\cos i_2}{\overline{AB}\cos i_1} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1}$$

即平行光束在介质的界面上折射时,折射光束和入射光束的横截面积之比等于折射角和入射角的余弦之比。这一结论正是能量守恒所要求的。

1－7. 惠更斯原理是否适用于空气中的声波？你是否期望声波也服从和光波一样的反射定律和折射定律？

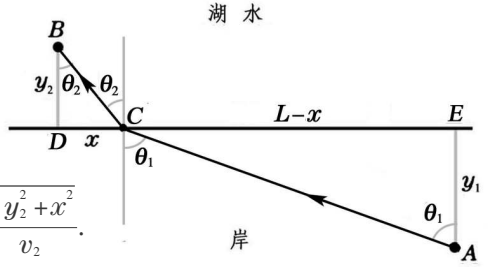
答：惠更斯原理是关于波面传播的理论，对任何波动过程它都是适用的。不论是机械波或电磁波，只要知道某一时刻的波面，都可以用惠更斯作图法求出下一时刻的波面，由此可以导出波的反射定律和折射定律。这既适用于光波，也适用于声波。不过声波的波长比光波的大得多，反射面或折射面太小时，衍射现象严重。

1－8. 一儿童落水，岸上青年奔去抢救。设他在岸上奔跑的速度为 v_1，泅水的速度为 v_2，$v_1 > v_2$，他从 A 点出发应采取怎样的路径最快地到达孩子处 B（见本题图）？这个问题与光的折射定律有什么相似的地方？



思考题 1－8

答：如右图所示，设青年入水的地点 C，从 A、B 点作湖岸的垂线 AE 和 BD，$\overline{DE}=L$，$\overline{DC}=x$，则 $\overline{CE}=L-x$. 青年从 A 经 C 到 B 的时间为



$$t=\frac{\overline{AC}}{v_1}+\frac{\overline{CB}}{v_2}=\frac{\sqrt{y_1^2+(L-x)^2}}{v_1}+\frac{\sqrt{y_2^2+x^2}}{v_2}.$$

取 t 对 x 的导数以求最短时间：

$$\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}=-\frac{L-x}{v_1\sqrt{y_1^2+(L-x)^2}}+\frac{x}{v_2\sqrt{y_2^2+x^2}}=-\frac{\sin\theta_1}{v_1}+\frac{\sin\theta_2}{v_2}=0.$$

即

$$\frac{\sin\theta_1}{v_1}=\frac{\sin\theta_2}{v_2}.$$

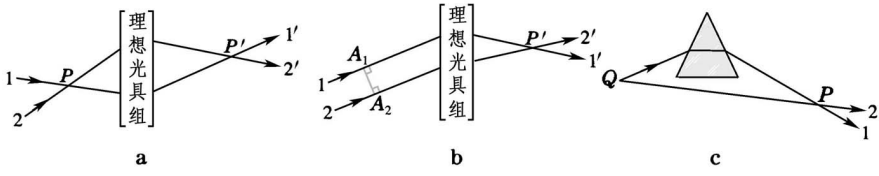
这与光线从光疏介质到光密介质折射的规律形式完全一样。光线服从费马原理，即走光程最短的路径。光程最短即时间最短，道理都是相通的。

第二章 几何光学成像

2－1.（1）如本题图 a 所示，若光线 1、2 相交于 P 点，经过一理想光具组后，它们的共轭线 1′、2′ 是否一定相交？如果有交点，令此交点为 P'，两光线在 P、P' 间的光程是否相等？

（2）如本题图 b 所示，若光线 1、2 平行，经过一理想光具组后，它们的共轭线 1′、2′ 是否一定相交？如果有交点，令此交点为 P'，作 A_1A_2 垂直于 1、2，光程 (A_1P') 和 (A_2P') 是否一定相等？

（3）如本题图 c 所示，从点光源 Q 发出两根光线 1 和 2，光线 1 经棱镜偏折，光线 2 不经过棱镜，两光线相交于 P，在 Q、P 间两光线的光程是否相等？



思考题 2－1

答：（1）理想光具组必须保证同心光束保持同心性，即相交于一点的入射光线经理想光具组变换后，其出射光线必然也交于唯一的一点。所以图 a 中交于 P 点的入射光线 1、2 之共轭光线 1′、2′ 必定交于一点。若交点为 P'，则 P 和 P' 点为物像共轭点，根据物像等光程性原理，两光线在 P 和 P' 间光程相等。

（2）图 b 中的入射光线 1、2 平行，相当于交点在无穷远处，令该交点为 P；由（1）的分析可知，其共轭光线 1′、2′ 也必定交于一点。若交点为 P'，则 P 和 P' 点为物像共轭点。根据物像等光程性原理有光程 $(PA_1P')=(PA_2P')$．又因线段 A_1A_2 垂直于光线 1、2，故 A_1、A_2 为入射光等相面上的两点，$(PA_1)=(PA_2)$，因此有 $(A_1P')=(PA_1P')-(PA_1)=(PA_2P')-(PA_2)=(A_2P')$．

（3）在图 c 中光线 1 在 Q、P 两点间光程显然大于光线 2 在 Q、P 两点间的光程。棱镜不是成像的理想光具组，Q、P 不是物像共轭点，其间不存在等光程性。

2－2. 在图 2－5a 中用通过 M 点与椭球面相切的球面反射镜代替椭球面反射镜，在下列三种情况下光线 QMQ' 的光程是极大值、极小值，还是恒定值？

(1) 球面的半径大于椭球在 M 点的曲率半径，

(2) 球面的半径等于椭球在 M 点的曲率半径，

(3) 球面的半径小于椭球在 M 点的曲率半径。

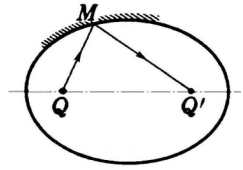


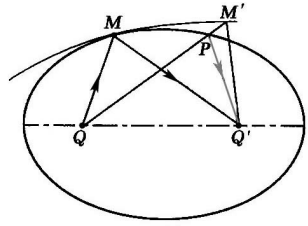
图 2–5 a 椭球面

答：(1) 如右图，M' 点在曲率半径大于椭球面的球面上，P 点在椭球面上。根据椭球的特性知，光程 $(QPQ')=(QMQ')$. 由于

$$\overline{PQ'}<\overline{PM'}+\overline{M'Q'},$$

所以光程

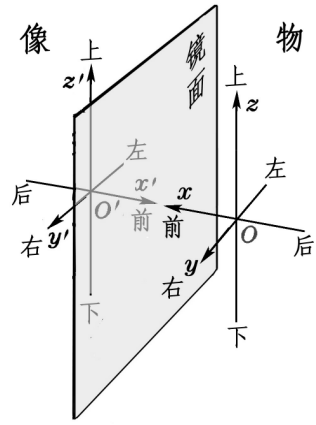
$$(QMQ')=(QPQ')<(QM'Q').$$



光线 $QM'Q'$ 是违背反射定律的，即入射光线 QM' 在 M' 点反射后不会通过 Q' 点；而光线 QMQ' 是符合反射定律的，因此，在球面反射镜 MM' 上的实际光线 QMQ' 是光程为极小的情形。

同理可证，在(2)和(3)中，光线 QMQ' 的光程分别是恒定值和极大值。

此外，我们还可设想有一在 M 点与椭球外切于左侧而内切于右侧的反射镜，则光程 (QMQ') 取拐点值。由此可见，费马原理所讲的光线的实际路径是光程为平稳的路径，平稳光程可以有上述四种基本形态，相应的实际例子都是可以被找到的。



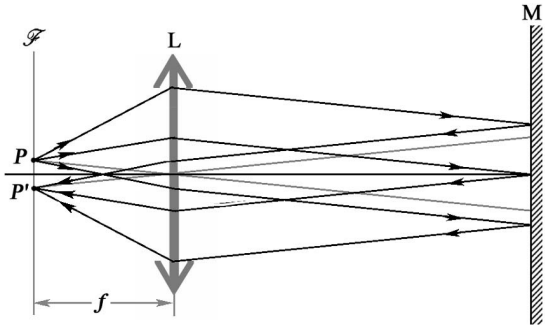
2 – 3. 为什么平面镜成像左右互易，而上下不颠倒？

答：若一个人面对镜子站着，相对于空间来说，镜中的像上下左右都没有颠倒，而是前后易位(见右图)。不过我们是相对于上下前后来定义左和右的，前后易位，右手坐标系变成了左手坐标系。

2 – 4. 将物体放在凸透镜的焦面上，透镜后放一块与光轴垂直的平面反射镜，最后的像成在什么地方？其大小和虚实如何？上述装置中平面镜的位置对像有什么影响？你能否据此设计出一种测凸透镜焦距的简便方法？(此法称为自聚焦法。)

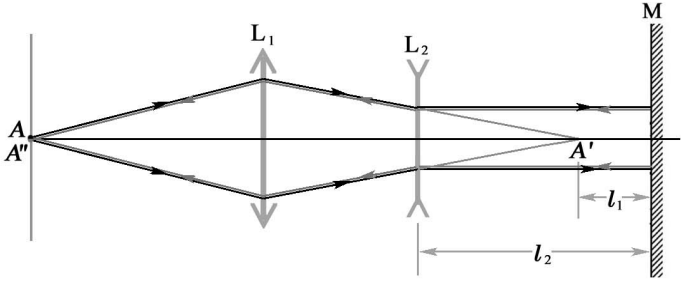
答：如右下图所示，凸透镜 L 前焦面 $\mathscr{F}$ 上轴外物点 P 发出的发散同心光束，先经透镜 L 后转化为斜入射到平面镜 M 上的平行光束；然后经 M 反射后转化为自右向左的倾斜平行光束；再次通过透镜 L 后必聚于焦面 $\mathscr{F}$ 上的一点 P'. 由 M 上入射平行光和反射平行光在方向上的对称性可知 P' 必与 P

对于光轴对称。因此，凸透镜焦面 $\mathscr{F}$ 上的物经上述系统后成与原物大小相同的倒立实像于原焦面 $\mathscr{F}$ 上。前后移动平面镜对像的大小、正倒、虚实及位置均无影响。利用此装置即可测定凸透镜的焦距：沿光轴前后挪动透镜 L，当平面镜反射回来的光束在物面上成像最清晰时，这时物与透镜距离就等于透镜的焦距 f. 这就是所谓“自聚焦法”。



2 – 5. 上题中测焦距的方法能否用于凹透镜？

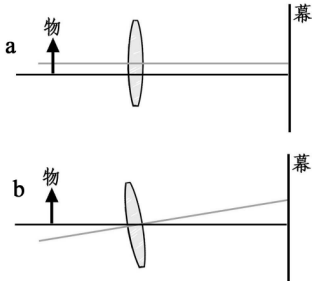
答：自聚焦法也可用于测凹透镜的焦距，不过要有一个凸透镜作为辅助。



光路如上图所示。起初先撤走待测凹透镜 L_2，令物点 A 通过凸透镜 L_1 成实像于 A'，测出 A' 与平面镜 M 的距离 l_1. 然后再在像 A' 与凸透镜 L_1 之间插入凹透镜 L_2. 前后移动 L_2，当它与 A' 的距离刚好等于待测透镜焦距时，经平面镜 M 反射回来的光束将在物面上成一最清晰的像 A''. 测出这时凹透镜 L_2 与平面镜 M 的距离 l_2，即得凹透镜焦距的大小为

$$|f_2| = l_2 - l_1.$$

2 – 6. 如本题图，一凸透镜将傍轴小物成像于幕上。保持物和幕不动，(1) 将透镜稍微沿横向平移(图 a)，(2) 将透镜的光轴稍微转动(图 b)，讨论幕上像的移动。



思考题 2 – 6

答：(1) 将凸透镜作横向微小平移，则幕上的像也向同方向平移，像的大小不变，清晰度也不变。设凸透镜横向移动距离为 Δy，则

像的移动距离为

$$\Delta y' = (1+|V|)\Delta y,$$

其中 V 为像的横向放大率。

(2) 将光轴作微小转动时,幕上的像不产生移动,大小也不改变。但由于此时小物和幕都不再严格与光轴垂直,像的清晰度有所下降,且因放大率不一致而稍有畸变。

2－7. 在镜筒前端装一凸透镜,后端装一毛玻璃屏,上面刻有十字线,交点 O 在光轴上(见本题图)。筒长为透镜的焦距 f. 用此装置瞄准一个很远的发光点,使成像于屏上 O 点。讨论在下列情况中像点在屏上的移动:(1) 镜作横向平移,(2) 镜筒轴线转过角度 θ.

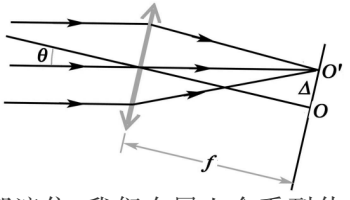


思考题 2－7

答:发光点在很远的地方,可视为无穷远,入射到透镜上的光束为平行光束,若像点在 O 点(即焦点),则表明入射光束平行于光轴。

(1) 当透镜作横向平移时,并未改变入射平行光的相对方向,因此屏上的像点不动,固定在 O 点。

(2) 当镜筒轴线转过 θ 角时(见右图),入射平行光与光轴成 θ 角,像点 O' 在毛玻璃屏(透镜后焦面)上平移距离 $\Delta = f\theta$.



2－8. 用上题的装置对准很远的景物,使之成像于毛玻璃屏上。若这时把透镜下半部遮住,我们在屏上会看到什么现象?

答:将透镜遮住一半,屏上仍能得到完整的像,只是由于参加成像的光束截面减小,使像变暗。

2－9. 当黏合两薄透镜时,若相接触的表面曲率半径 r_2、r_3 不吻合(见本题图),复合透镜的焦距公式(2.49) 应如何修改?



思考题 2－9

答:这里的黏合剂也可看做一个透镜,复合透镜相当于三个透镜的密接,其合成焦距公式为

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_0},$$

式中 f_1 和 f_2 分别为两玻璃透镜的焦距,f_0 是黏合剂透镜的焦距:

$$f_0 = \frac{1}{(n_0 - 1)\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right)},$$

式中 n_0 为黏合剂的折射率。

2－10. 非望远系统中可能有一对以上的主面吗?

答：轴对称的理想光具组有一条性质：只要有两对共轭面内的横向放大率相等，则横向放大率处处相等，亦即此系统为望远系统。所以非望远系统中没有一对以上放大率等于1的共轭面，即主面。

2－11 一般说来，理想光具组能保持不与光轴垂直的平面内几何图形的相似性吗?

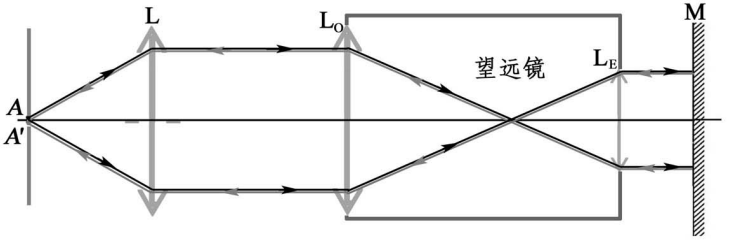
答：根据共轴理想光具组的性质，在垂直于光轴的同一平面内横向放大率相等，而在垂直于光轴的不同平面内横向放大率一般不等。因此，不与光轴垂直的平面内各点的放大率一般也是不相等的，这就不能保持几何图形的相似性。但对于望远系统来说，不属于同一垂直于光轴平面的横向放大率是相等的，因而不与光轴垂直平面内的几何图形仍能保持相似性。

2－12. 为什么调节显微镜时镜筒作整体移动，而不改变筒长，而调节望远镜时则需要调节目镜相对于物镜的距离?

答：显微镜的观察对象是近物，其焦深很小，物距的微小改变将非常敏感地影响中间像的位置。因此，用调节目镜的方法使显微镜对不同距离的物聚焦是很困难的。而对镜筒作整体移动，即改变物距，只要作微小的调节就可达到调焦的目的。望远镜所观察的是远处(无穷远)的物，其焦深很大，整体移动镜筒(即物距的微小改变)并不改变中间像的位置，因而不能达到使望远镜调焦的目的。由于望远镜的中间像在目镜和物镜焦点附近，调节目镜，就改变了中间像作为目镜的物的物距，这对望远镜的观测是非常有效的。

2－13. 通常说将望远镜调节到对无穷远聚焦，这是什么意思?如何利用自聚焦法(参考思考题2－4)调节望远镜，使聚焦于无穷远?

答：望远镜对无穷远聚焦是指，当平行光入射到望远镜时，出射光束仍为平行光。这时的望远镜是一个无焦系统(望远系统)。欲调节望远镜对无



穷远聚焦，可采用自聚焦法。如上图所示，先按思考题2－4的方法，调节凸透镜L达到自聚焦，即使最后的像A'清晰地成于物面。然后在透镜L和

平面镜 M 之间插入望远镜,调节目镜 L_E,仍使最后的像 A' 成在物面上达到最清晰,这样就重新实现自聚焦,望远系统就对无穷远聚焦了。

2 – 14. 测距显微镜是利用镜筒的平移来测量微小长度的,能够利用望远镜筒的平移来测量远处物体的长度吗?为什么?

答:测距显微镜是通过测量中间像移过叉丝的距离计算出被测物的长度的。当显微镜的镜筒垂直光轴移动时,被测物通过物镜所成的中间像随之移动。设镜筒横移 Δy,则中间像相对于叉丝横移为 $\Delta y' = V_o \Delta y$(其中 V_o 为物镜的横向放大率)。通过对中间像移过叉丝的全部距离的测量,即可得出被测物的长度。而望远镜所观察的物体在无穷远处,物面上每一个点入射到望远镜的物镜上是不同方向的平行光。镜筒横向移动时并不改变入射平行光的方向,通过物镜所成的中间像并不移动。因此,企图利用横向平移望远镜筒以测量远处物体的长度是不可能的。

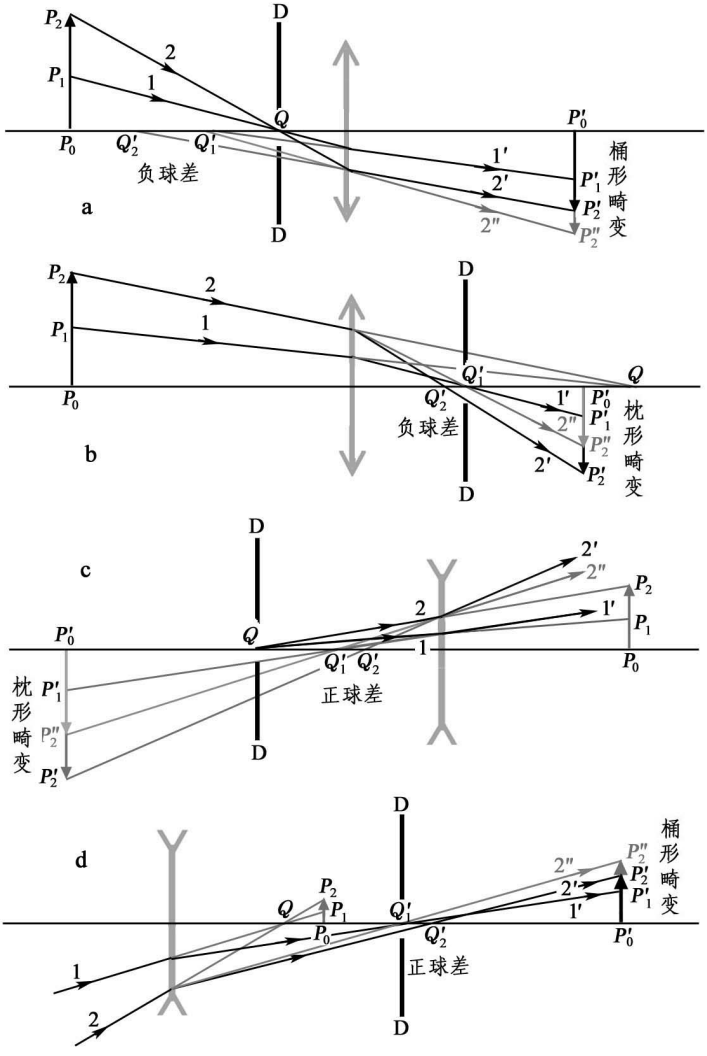
2 – 15. 为什么用极限法测折射率的装置中(参见第一章习题 1 – 15)需用望远镜观察?为什么在望远镜视场中出现有明显分界线的半明半暗区?

答:参见第一章习题 1 – 15 的解答,在极限法测折射率的装置中,从棱镜 AC 面出射光线的折射角有一最小值 i',折射角大于 i' 的折射光线是从 AC 面出射的一系列不同方向的平行光束。接收平行光束,相当于观察无穷远的物体,使用望远镜显然是合适的。一个方向的平行光在望远镜物镜的像方焦面上会聚于一点,形成一个亮点。折射角大于 i' 的所有各组平行光会聚的亮点即组成亮区。由于不存在折射角小于 i' 的平行光束,物镜像方焦面上与此对应的地方即为暗区。于是,在望远镜的视场中出现界限分明的半明半暗区。

2 – 16. 用光路图说明:对于有负球差的透镜,孔径光阑在前时产生桶形畸变,在后时产生枕形畸变。有正球差的透镜则正好相反(参考图 2 – 58a、b)。

答:孔径光阑的位置如下图所示,其中图 a 和 b 分别为有负球差的透镜产生桶形畸变和枕形畸变;c 和 d 分别为有正球差的透镜产生枕形畸变和桶形畸变。物 $P_0P_1P_2$ 成像于 $P_0'P_1'P_2'$.

(1) 图 a 是孔径光阑在有负球差的透镜(凸透镜)之前的情形。光线 1 过近轴物点 P_1 和孔径光阑中心 Q 点,光线 2 过远轴物点 P_2 和 Q 点。这时,Q 点即可视为轴上物点,光线 1 的共轭光线 1′ 交光轴于 Q_1' 点。如果是理想光具组,远轴光线 2 的共轭光线 2″ 也亦交光轴于 Q_1' 点,且 P_2 的共轭点 P_2'' 和 P_1 的共轭点 P_1' 高度合乎同一比例。然而由于透镜有负球差,光线 2 的共轭光线 2′ 与光轴的交点 Q_2' 在 Q_1' 之左,从而光线 2′ 通过的像点 P_2' 在 P_2'' 之上,



即远轴的放大率小于近轴的放大率，产生了桶形畸变。

(2) 图 b 是孔径光阑在有负球差的透镜(凸透镜)之后的情形。光线 1 由近轴物点 P_1 发出，通过孔径光阑中心 Q_1' 点到达像点 P_1'. 设光线 1 的延长线交光轴于 Q 点，作由远轴物点 P_2 发出，且延长线亦通过 Q 点的光线 2. Q 点亦可视为轴上物点，如果是理想光具组，它的共轭点是 Q_1'，即光线 2 的共轭线 2″ 也通过 Q_1'，最后到达的像点 P_2'' 在高度上与 P_1' 合乎比例。然而由于透镜有负球差，光线 2 的共轭光线 2′ 与光轴的交点 Q_2' 在 Q_1' 之左，从而光线 2′ 通过的像点 P_2' 在 P_2'' 之下，即远轴的放大率大于近轴的放大率，产

生了枕形畸变。

(3) 图 c 是孔径光阑在有正球差的透镜(凹透镜)之前的情形。以虚物成虚像的情形为例。由光阑中心 Q 点出发作延长线分别通过虚物点 P_1 和 P_2 的光线 1 和 2. 如果是理想光具组, 光线 1 和 2 共轭线 1′ 和 2″ 的延长线应通过 Q 的同一共轭点 Q_1',且与之对应的像点 P_1'、P_2'' 在高度上与相应的物点合乎同一比例。然而由于透镜有正球差,光线 2 的共轭光线 2′ 与光轴的交点 Q_2' 在 Q_1' 之右, 从而光线 2′ 的延长线通过的像点 P_2' 在 P_2'' 之下, 即远轴的放大率小于近轴的放大率, 产生了枕形畸变。

(4) 图 d 是孔径光阑在有正球差的透镜(凹透镜)之后的情形。以虚物成实像的情形为例。作通过近轴像点 P_1' 和光阑中心 Q_1' 点的像方光线 1′ 的物方共轭线 1, 其延长线交光轴于 Q. 作延长线过 Q 的物方光线 2. 如果是理想光具组, 光线 2 的共轭线 2″ 的应通过 Q_1' 达到像点 P_2'', 且点 P_1'、P_2'' 在高度上与相应的物点合乎同一比例。然而由于透镜有正球差,光线 2 的共轭光线 2′ 与光轴的交点 Q_2' 在 Q_1' 之右, 从而光线 2′ 的延长线通过的像点 P_2' 在 P_2'' 之下, 即远轴的放大率小于近轴的放大率, 产生了桶形畸变。

2 – 17. 在一个大晴天,我们可以用一个放大镜把阳光会聚到焦点上,引起纸片或干木屑的燃烧。这是尽人皆知的事实。相传古代阿基米德曾用长焦距的镜子会聚日光烧毁了停泊在远处的敌舰,多少代来,这个传说一直吸引着发明家的遐想。你能用科学的论据来辨明这个传说的真伪吗?

答: 放大镜把阳光会聚到焦点上, 实际上是把太阳成像在透镜焦面上。像的亮度 B 大体上与物(即太阳)的亮度一样, 而照度 $E \approx \pi B u_0'^2$, 这里 u_0' 是出射孔径角。通常用放大镜引燃纸片或干木屑时, 出射孔径角 u_0' 具有 1 rad 的数量级, 即能够点火的照度可认为是[参见(2.88)式]

$$E_0 \approx \pi B.$$

设想阿基米德时代能够做的最大聚光镜,半径具有米的数量级, 而敌舰的距离具有公里(即千米)的数量级。用这聚光镜聚焦到敌舰上, 太阳像的照度只有 $\left(\frac{1}{1\,000}\right)^2 E_0 \approx 10^{-6} E_0$. 很难设想, 这样微弱的照度能够烧毁敌舰。

2 – 18. 当前世界上拟建的最大望远镜物镜(拼合反光镜)的直径为 15 m,你能大致估计出它的放大倍率吗?

答: 可认为望远镜放大率 M 的大小为(参见习题 2 – 47)

$$|M| = \frac{D_0}{D'},$$

式中 D_0 是物镜直径, D' 是出射光瞳直径。若设 D' 为瞳孔直径, 按 3 mm 估算, $|M| \approx 15/(3 \times 10^{-3}) = 5\,000$ 倍。

第三章　干　涉

3－1. 设想一下，在杨氏双孔实验中(见图3－7)若S沿平行于S_1、S_2联线的方向作微小位移，干涉图样发生怎样的变化？沿垂直S_1、S_2联线的方向位移时情况如何？

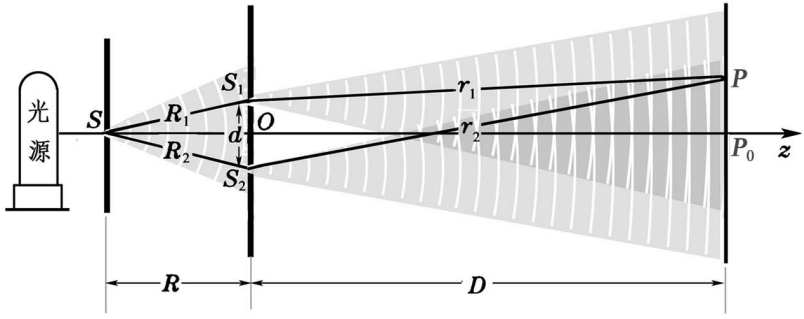


图3－7　杨氏实验

答：(1) 当点光源(小孔)S沿平行于双孔S_1S_2方向平移到轴外时，双孔S_1、S_2相对于S附加固定的前场光程差，后场光程差仍与S在轴上时无异。因此，干涉条纹的形状、走向、间距等性质保持不变。但由于这时零光程差点P_0在轴外，且S在轴上方时P_0点在轴下方，S在轴下方时P_0点在轴上方，所以条纹整体反向平移。

(2) 若S在垂直于S_1S_2连线方向作微小位移，屏幕上的零光程差点也要作反向移动。但由于条纹只是作平行于自身的移动，因此不会引起干涉条纹的变动。由此可见，光源沿此方向扩展时，不但不会减小干涉条纹的衬比度，反而会使条纹变得更加明亮可见。在激光没有出现以前，为了增加干涉条纹亮纹的强度，在实际的杨氏干涉装置中通常都采用狭缝光源；与之相应地，S_1和S_2孔也采用平行于光源的双狭缝。这就是杨氏最初发明的经典装置——双缝干涉实验。

3－2. 在杨氏双孔实验中，双孔S_1、S_2彼此稍微移近时，干涉条纹有何变化？

答：双孔移近，即双孔的间隔d变小，根据条纹间距公式$\Delta x = D\lambda/d$可知，此时条纹间距变大，条纹变稀，其它性质不变。

3－3. 设想我们用声波或无线电波来模拟杨氏双孔干涉实验，采用的数据如下：

(1) 两声波源间距为60 cm，到接收场的距离为10 m，声频率为1000 Hz，声速为340 m/s.

（2）两无线电波源间距为1m，到接收场的距离为10m，频率为10MHz. 这样的装置能得到什么结果？

答：干涉现象是一切波动所具有的重要特征之一，因此，用声波或无线电波来模拟杨氏双孔实验时，应当有与用光波作为光源时类似的结果。我们可以用杨氏干涉条纹的间距公式来计算声波和无线电波相应的干涉场中强度分布的空间周期。

（1）由声频 $\nu=1000\,\mathrm{Hz}$、声速 $v=340\,\mathrm{m/s}$ 可算出，相应的声波波长 $\lambda=v/\nu=0.34\,\mathrm{m}$. $d=0.6\,\mathrm{m}$，$D=10\,\mathrm{m}$，算出干涉强度空间周期为

$$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=5.7\,\mathrm{m}.$$

（2）由无线电波频率 $\nu=1.0\times10^{7}\,\mathrm{Hz}$、波速 $v=3\times10^{8}\,\mathrm{m/s}$ 算出，无线电波 $\lambda=v/\nu=3.0\times10\,\mathrm{m}$. $d=1.0\,\mathrm{m}$，$D=10\,\mathrm{m}$，算出干涉强度空间周期为

$$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=3.0\times10^{2}\,\mathrm{m}.$$

上述两种情形中，显然相邻两强度极大或极小距离的数量级已远远超出实验室可接受的条件，换句话说，试图通过干涉条纹间距的测量来确定声波长或无线电波长的方案是行不通的。唯有短波长的光波，在杨氏干涉实验中展现了便于人们观测的干涉条纹。历史上正是杨氏本人从干涉强度的周期场中感悟到光是一种周期性的波动，第一次提出“光波长”的概念，并实现了对光波长的干涉法测量。而光频极高，长期以来直至20世纪70年代，人们正是通过光波长的测量数据推算出光频值。对于声波和无线电波，倒是可以由其频率的测量值而推算出它们的波长值来。

3－4. 在实验中观察分波前干涉装置的干涉条纹时往往不用屏幕，而是用测微目镜。我们知道，在光束交叠区里前前后后都有干涉条纹，我们用目镜看到的是什么地方的条纹？试说明理由。

答：我们在测微目镜中看到的是干涉条纹的像，它实际上是物面上的条纹。根据目镜的成像特点，所看到的条纹应在目镜前焦面附近以内一个小范围的平面上。

3－5. 判断以下各种说法是否确切：

（1）等厚条纹就是薄膜表面的干涉条纹。

（2）等厚干涉条纹不仅存在于薄膜表面，而且还存在于薄膜前后的空间里。

答：上述说法都是不确切的，简要分析如下：

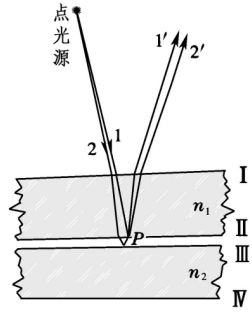
(1) 等厚条纹是指薄膜表面沿等厚线分布的干涉条纹。如书上图 3 – 21 所示,从点源 Q 发出、交于薄膜表面上一点 P 的两条相干线间的光程差为

$$\Delta L = 2nh\cos i.$$

可见,当光线近似正入射时,ΔL 只与厚度有关,从而干涉强度也近似地仅与 h 有关。这时的干涉条纹是沿等厚线分布的。但普遍地讲,ΔL 还与倾角 i 有关,从而等光程(即等强度)的轨迹与 h 和 i 都有关,条纹是会偏离等厚线的。因此,一般说来,薄膜表面的干涉条纹并不严格是等厚线。只在正入射的条件下才在薄膜表面出现严格的等厚干涉条纹。

(2) 发自点光源的光束在的薄膜两表面反射后形成的相干光束交叠区可以从薄膜表面附近一直延伸到薄膜前后甚至无穷远处,从而薄膜干涉条纹不仅存在于薄膜表面,而且还存在于薄膜前后的空间里。若光源有一定宽度,则并不在交叠区内所有地方的干涉条纹都有足够大的衬比度,然而衬比度大到可观测程度的干涉条纹也存在于薄膜前后一定深度的区域内。但这种条纹不是等厚线,不能笼统地把这种干涉条纹叫做等厚条纹。

3 – 6. 在实际中经常遇到的情况里,产生干涉条纹的薄膜是夹在两片固体介质间的空气层(见本题图)。这里有 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ 四个反射面,为什么我们只考虑 Ⅱ、Ⅲ 两个面反射的光之间的干涉,而不考虑 Ⅰ、Ⅳ 两个面?



思考题 3 – 6

答:这主要是因为上、下两块平板的厚度过大(远大于其间的空气层),以致所允许的光源宽度远小于空气膜层对应的光源极限宽度。换句话说,在实际扩展光源照明下,上平板或下平板自身产生的干涉场的衬比度近似为 0(详见书上 3.5 节)。

3 – 7. 按图 3 – 31c 方式用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹时,宜采用点光源还是扩展光源?有时当我们找不到干涉条纹时,可在一小片纸上刺一针孔,透过针孔注视薄膜表面时,就比较容易看到干涉条纹。这是为什么?

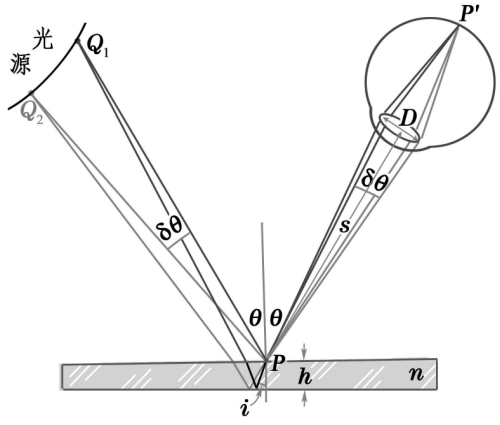
答:根据空间相干性的要求,为提高条纹的衬比度,应限制光源的宽度。点光源照明时,衬比度最高。但在用肉眼直接观察薄膜表面的干涉条纹时,由于眼瞳对光束截面的限制,只能接收来自扩展光源上一部分点源的反射线,从而限制了光源的有效宽度(参见图 3 – 42)。因此,决定视场中条纹衬比度的不是扩展光源的实际宽度,而是被瞳孔所限制的有效宽度。同时,若光源的宽度不够大,肉眼只能同时看到薄膜表面上很小一块面积内的

干涉条纹，其它地方的条纹均看不到。因此，较大的扩展光源还有利于扩展观察条纹的视场。透过针孔比较容易看到干涉条纹，其原因在于针孔进一步限制了扩展光源的有效宽度，从而提高了观察区域中的条纹的衬比度。

3－8. 窗玻璃也有两个表面，为什么我们从来未看到在其上有干涉条纹？你能否估计一下，薄膜厚到什么程度，我们用肉眼就看不到干涉条纹了？

【提示：参看图 3－33 和下面习题 3－21。】

答：如右图所示，来自扩展光源不同点 Q_1、Q_2 到同一场点 P 的两对相干光线的倾角 i 不等，从而光程差是不等的。这表明，光源上不同点在薄膜表面产生的条纹彼此错开，总的强度是各套条纹强度的非相干叠加，叠加结果使条纹衬比度下降。当扩展光源上两点源 Q_1、Q_2 在同一场点 P 产生的光程差之差达到光波长 λ 时，衬比度下降到 0. 由于倾角 i 变化引起的 P 点处两相干光线的光程差改变为



$$\delta(\Delta L) = -2nh\sin i\,\delta i, \qquad ①$$

式中负号表示当 i 增大时光程差 ΔL 减小。上式说明 $\delta(\Delta L)$ 膜厚 h 成正比，h 愈大，扩展光源造成的条纹衬比度下降愈严重；h 大到一定程度时，干涉条纹就看不见了。窗玻璃两表面间的厚度太大，所以总是看不见干涉条纹的。

由式 ① 可知，欲使条纹有一定的衬比度，必须满足

$$2nh\sin i\,\delta i \leqslant \lambda,$$

由此得极限厚度为

$$h_{\max} = \frac{\lambda}{2n\sin i\,\delta i}, \qquad ②$$

式中 i 为膜内光线倾角（即折射角）。按折射定律，$n\sin i = \sin\theta$，$n\cos i\,\delta i = \cos\theta\,\delta\theta$，$\delta\theta$ 由场点 P 对眼瞳的入射孔径角决定：

$$\delta\theta = D/s.$$

于是

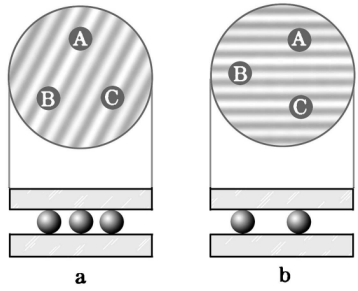
$$h_{\max} = \frac{s\lambda\cos i}{2D\sin i\cos\theta}. \qquad ③$$

作为估算，取观察距离 $s = 25\,\text{cm}$（明视距离），眼瞳直径 $D = 4\,\text{mm}$，对于玻璃 $n = 1.5$，$i = 30°$，$\sin i = 0.5$，$\sin\theta = 0.75$，$\cos i = 0.8660$，$\cos\theta = 0.6614$，$\lambda = 0.50\,\mu\text{m}$，由此算出

$$h_{\max} = \frac{0.25\times0.50\times10^{-6}\times0.8660}{2\times4\times10^{-3}\times0.5\times0.6614}\text{m} \approx 41\,\mu\text{m}.$$

可见,欲用肉眼看到薄膜干涉条纹,膜层应很薄(远小于窗玻璃的厚度)。

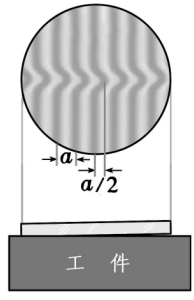
3 – 9. 本题图 a、b 所示是检验滚珠质量的干涉装置。在两块平玻璃板之间放三个滚珠 A、B、C. 在钠黄光的垂直照射下,形成如图上方所示的干涉条纹。根据这样的干涉条纹,你能就 a、b 两情形分别对三个滚珠直径的一致性做出什么结论?用什么办法可进一步判断它们之中哪个大哪个小?



思考题 3 – 9

答:根据本题图所示的静态等厚条纹可判断,在图 a 中,滚珠 A 与 B 直径一致,与滚珠 C 不一致, A、B、C 的直径分别相差 3λ/2(λ = 589.3 nm 为钠黄光波长)。在图 b 中,滚珠 A、B、C 直径均不同, A 与 B 的直径相差 λ, B 与 C 直径相差约 3λ/2, A 与 C 直径相差约为 5λ/2.

仅根据静态条纹不能判断滚珠大小,必须利用动态条纹才能进一步判断。具体方法是用手指轻轻压一下盖在上面的平板玻璃的中央,观察条纹移动的方向。在图 a 情形中,如果条纹向滚珠 A、B 方向移动,则说明 A、B 比 C 大;反之,C 比 A、B 大。在图 b 情形中,如果条纹向滚珠 A 方向移动,则说明 A 最大, C 最小;反之, A 最小, C 最大。

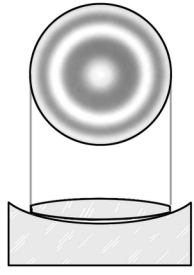


思考题 3 – 10

3 – 10. 本题图是检验精密加工工件表面光洁度的干涉装置。下面是待测工件,上面是标准的平玻璃板,在钠黄光的垂直照射下看到如图上方所示的干涉花样。根据这样的干涉花样,你能对工件表面的光洁度做出怎样的结论?

答:等厚条纹指示了薄膜(空气层)等厚线的轨迹. 根据各条纹弯曲处在一条直线上可知,工件表面有一极小的不平整纹路;并且根据条纹是背离尖劈交棱方向弯曲的,可以判断出纹路是凸的,其高度为

$$\lambda/4 = 589.3\,\text{nm}/4 = 147.3\,\text{nm}.$$



思考题 3 – 11

3 – 11. 本题图是检验透镜曲率的干涉装置。在钠黄光的垂直照射下显示出图上方的干涉花样。你能否判断透镜的下表面与标准模具之间气隙的厚度最多不超过多少?

答：本题图所示的干涉花样为等厚条纹，相邻条纹间厚度差为 λ/2. 图中共有三圈完整条纹，其厚度差均为 λ；中央环形条纹与中心的厚度差小于 λ/2. 由此可知气隙厚度为

$$\Delta h < \frac{3\lambda}{2} = \frac{3}{2}\times 589.3\,\text{nm} = 884.0\,\text{nm}.$$

即气隙厚度最多不超过 884.0 nm.

3 – 12. 试解释图 3 – 29 所示现象，即下压验规时，若光圈扩大，则表示透镜曲率太大（见图 a），反之表示曲率过小（见图 b）。

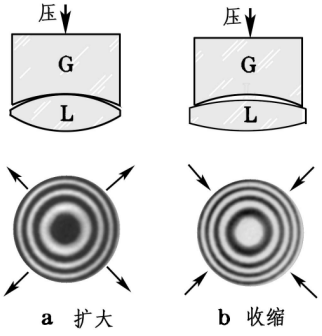


图 3 – 29

答：图 3–29 是用牛顿圈（俗称光圈）检测透镜曲率的装置，其中牛顿圈是由验规 G 和透镜 L 之间的气隙产生的等厚条纹。当下压验规时，气隙的厚度普遍减小。当透镜曲率半径过大时，接触点在中心，即气隙厚度内小外大，厚度普遍减小使等厚线外移，所以条纹向外扩张。这就是图 3–29a 的情形。当透镜曲率半径过小时，接触点在边缘，即气隙厚度内大外小，厚度普遍减小使等厚线向中心靠拢，所以条纹收缩。这就是图 3–29b 所示的情形。

3 – 13. 说明水面浮的汽油层呈现彩色的原因。从不同的倾斜方向观察时颜色会变吗？为什么？

答：水面上的汽油层呈现彩色是白光照射下油层薄膜干涉的结果。薄膜表面的两相干光线的光程差为

$$\Delta L = 2nh\cos i,$$

从而相位差为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}2nh\cos i.$$

在膜厚 h 和倾角 i 不变时，相位差还与波长 λ 有关。相干叠加结果使某些波长的光强加强，某些波长的光削弱。因白光中含有各种波长成分，所以薄膜干涉的结果使原来无色透明的汽油呈现彩色。又由于相位差 Δφ 与倾角 i 有关，因此当改变观察方向时，油膜呈现的彩色也要发生变化。

3 – 14. 在日常生活中你还能列举出哪些薄膜干涉现象？

答：由车床切削下来的铁屑因高温而产生一个氧化层，往往因薄膜干涉现象而呈现一定的色彩。某些昆虫翅膀的色彩是薄膜干涉效应产生的。

3 – 15. 试做下列两个观察性实验：

（1）吹肥皂泡。起初当肥皂泡很小时不显示颜色；随着肥皂泡的胀大，

开始出现彩色,而且彩色愈来愈鲜艳,颜色不断地变化;最后光泽变暗,彩色消失,此时肥皂泡即将破裂。试解释以上现象。

(2) 用一根细铁丝折成小方框,浸入肥皂水后取出,这时在方框上蒙了一层肥皂膜。现将方框平面竖直放置,观察其上肥皂膜色彩变化的情况。解释你所观察到的现象。

答:(1) 肥皂泡的彩色是由于白光照明下的薄膜干涉现象而出现的。起初,肥皂泡很小时不显示彩色,是由于扩展光源照明下膜太厚使干涉条纹的衬比度为 0. 随着肥皂泡的胀大,膜变薄,干涉条纹的衬比度增加,开始出现干涉条纹。由于白光照明,各种波长的干涉条纹彼此错开,呈现彩色。肥皂泡愈大,膜愈薄,条纹的衬比度愈高,彩色愈鲜艳。但是,膜太薄,以致当有效光程差小于一个光波长(考虑到半波损,膜厚度小于$\lambda/4$)时,光程差小于$\lambda/2$,相位差小于π,相干光束叠加不会完全抵消,于是看不到明显的干涉现象了。这时肥皂泡因太薄而即将破裂。

(2) 把细铁丝小方框上的肥皂膜竖直放置,形成上薄下厚的尖劈状薄膜。在白光照明下,可以观察到水平的彩色等厚条纹。由于从上到下膜的厚度不是线性增加的,条纹间隔上大下小。肥皂液在重力作用下缓慢地向下流动,肥皂膜上部愈来愈薄,下部愈来愈厚,干涉条纹向下移动。当上部肥皂膜的厚度小于$\lambda/4$时,那里就失去色彩,直到肥皂膜破裂。

3 – 16. 从以下几个方面比较等厚条纹和等倾条纹:

(1) 两者对光源的要求和照明方式有何不同?能否用扩展光源观察等厚条纹?用平行光观察等倾条纹将会怎样?

(2) 两者的接收(观测)方式有何不同?如果用一小片黑纸遮去薄膜表面某一部位,这将分别给等厚条纹和等倾条纹带来什么影响?

答:(1) 对于等厚条纹,严格观测须用傍轴窄光束照明。扩展光源照明将导致条纹对等厚线的偏离和条纹衬比度的下降。膜愈厚,以上现象愈严重。但在要求不太高时,采用扩展光源照明对观察反而往往是利大于弊的,这是因为扩展光源有利于增加视场,影响条纹衬比度的光源有效宽度可以用接收条纹的光瞳来限制。

对于等倾条纹,扩展光源照明有利无害,不但不会影响条纹的衬比度,反而可以增加亮纹的强度,使等倾条纹变得更加明亮。反之,若照明光源方向性太强会使等倾条纹的图样残缺不全。在平行光照明的极端情形下,屏幕上相干光束的交叠区收缩为一个点,不可能出现干涉图样。

(2) 等厚条纹出现在非均匀薄膜表面,只能用成像系统接收或肉眼直接观察,不能用屏幕接收;等倾条纹出现在无穷远处,宜用屏幕接收(当

然,也可用成像系统或肉眼对无穷远调焦观察)。

如果用一小片黑纸遮去薄膜表面某一部位,对等厚条纹来说,会遮去这部分条纹,其它地方条纹不变;对等倾条纹来说,部分地遮去薄膜表面,只会使干涉条纹整体变暗,不会影响干涉图样的完整性。

3－17. 在傍轴条件下等倾条纹的半径与干涉条纹级数有什么样的依赖关系?牛顿环的情况怎样?两者有区别吗?你怎样把二者区分开来?

答:在傍轴条件下 k 级等倾条纹的半径正比于倾角 i_k,而

$$\cos i_k \approx 1 - \frac{i_k^2}{2} = \frac{k\lambda}{2nh},$$

而中央($i=0$)的级数 $k_0 = 2nh/\lambda$,于是

$$i_k = \sqrt{\frac{(k_0 - k)\lambda}{nh}} \propto \sqrt{(k_0 - k)\lambda}. \qquad ①$$

在牛顿环的情况里若凸透镜与平面玻璃在中央不接触,而是有一个距离 h_0,则第 k 级条纹的半径

$$r_k = \sqrt{(k - k_0)R\lambda} \propto \sqrt{(k - k_0)\lambda}, \qquad ②$$

式中 $k_0 = 2h_0/\lambda$ 为中央的级数。比较①、②两式可以看出,傍轴条件下的等倾条纹和牛顿环,在半径与级数的关系方面非常相似,唯一的区别是从中心向外等倾条纹级数递减,而牛顿环级数递增。单从静态条纹看不出什么区别,不过当薄膜厚度略减时等倾条纹向中央收缩,而牛顿环向外扩展。

3－18. 如果薄膜上、下表面稍有夹角,我们能观察到等倾条纹吗?这时干涉条纹在哪里?

答:如果薄膜上、下表面稍有很小夹角,则其定域中心在离薄膜表面较远的地方(既可在薄膜之前,又可在薄膜之后),但不在无穷远,但那里的条纹不是严格的等倾条纹,形状是椭圆。

3－19. 如5.1节所述,迈克耳孙干涉仪中反射镜 M_1 和 M_2 的像 M_2' 组成一等效的空气层(见图3－44)。下面讨论迈克耳孙干涉仪调节中的几个问题:

(1)当转动摇把使 M_1 平移时,我们如何判断等效的空气层在增厚还是减薄?

(2)当你看到平行的直线干涉条纹时,怎样判断等效空气层哪边厚哪边薄?

(3)如何有意识地调节镜面倾角,使 M_1、M_2' 完全平行?

(4)根据什么现象可以比较准确地判断 M_1、M_2' 是否严格平行?有经验的人是这样做的:前后左右移动自己的眼睛,如果发现圆形干涉条纹的中

心有变动(条纹的吞吐),则表明M_1、M_2'尚未达到严格的平行。只有调节到干涉场的中心相当稳定,只随眼睛一起平移而不发生条纹的变化时,才算比较满意。试解释这是为什么?

答:(1)如果视场中是同心圆环形等倾条纹,则当圆环从中心冒出且条纹变细变密时,等效空气层增厚;反之,当圆环从中心吞进且条纹变粗变稀时,等效空气层减薄。如果观察到的是等厚干涉花样,则当条纹变弯且衬比度下降时,等效空气层变厚;反之,当条纹变直且衬比度提高时,等效空气层变薄。

(2)当看到平行直线干涉条纹时,说明等效空气层是尖劈形的,条纹越直,空气层越薄。然而,仅根据直线条纹还难以判定交棱位置。转动摇把使M_1平移,直线条纹将会发生弯曲,弯曲的条纹必然中间凸向交棱一方,即凸向等效空气层较薄的一边。

(3)当M_1和M_2有微小夹角时,观察到的是等厚条纹,条纹间距与交角成反比。调节M_1或M_2后的微调螺丝,当条纹间距变大时,说明夹角在减小;当视场中强度均匀或出现同心圆环形等倾条纹时,说明M_1和M_2'已完全平行了。

(4)当M_1、M_2'严格平行时,经等效空气膜上、下表面反射的两相干光线是严格平行的。当人眼对无穷远调焦时,平移眼睛,方向相同的两平行反射线恒交于视网膜上同一点;垂直反射的两相干光线的表观光程差恒定。故平移眼睛时,条纹形状不变,中心稳定,只是中心位置随眼睛的移动而移动。如果M_1和M_2'不是严格平行,则圆形条纹中心的强度并非倾角严格为0的两相干光线叠加的结果。当眼睛平移时,倾角可能改变,导致光程差的改变,从而会使中心条纹发生吞吐的不稳定现象。

3 – 20. 判断下列说法是否正确:

(1)在面光源照明的光场中,各点(次波源)都是完全不相干的。

(2)在点光源照明的光场中,各点(次波源)都是完全相干的。

(3)在理想的单色点光源激发的光场中,各点(次波源)都是完全相干的。

(4)以纵向的相干长度为轴,横向的相干面积为底作一柱体。有人称它的体积为相干体积。在相干体积内任意两点(次波源)都有较高程度的相干性。

答:(1)在面光源照明的光场中,横向波面上相干孔径角以内的任意两点都有一定的相干性;纵向波线上相干长度以内的任意两点也有一定的相干性。光源扩展只对空间相干性有影响,其相干孔径角与光源宽度成反比,对时间相干性并无影响。因此,认为面光源的光场中各点都是完全不相干,是不正确的。

(2) 点光源照明的光场中具有最高的空间相干性，即横向波面上各点都是完全相干的。但其光场的时间相干性，即纵向波线上各点的相干性仍受单色性限制，只有在相干长度以内的两点才有一定的相干性；距离超过相干长度的两点仍是不相干的。因此，不能认为点光源照明的光场中各点都是完全相干的。

(3) 点光源具有最高的空间相干性，即横向波面上各点都是完全相干的。理想单色光的波列是无限长的，波线上各点都是完全相干的，即具有最高的时间相干性。因此，在理想单色点光源激发的光场中，各点都是完全相干的。

(4) 在相干体积内，横向波面上的任意两点都在相干空间角内，纵向波面上的任意两点都在相干长度以内。所以，相干体积内的任意两点都有较高程度的相干性。

3－21. 试分别回答：在高反射率和低反射率的情况下，观察透射和反射条纹哪个有利？为什么？

答：在薄膜多光束干涉中，透射光强为

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \dfrac{4R\sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}}, \qquad ①$$

在高反射率时，$R \approx 1$，$4R/(1-R)^2 \gg 1$，因此 I_T 对相位差 δ 的变化很敏感，即透射条纹中亮纹的锐度很大。根据强度互补性，反射条纹中的亮纹就变得较宽了。可见在高反射率时观察透射条纹有利。不过，这时若观测反射条纹，则有同样细锐的暗线，观察起来也不算不利。

当光强反射率 $R \ll 1$ 时，从而 ① 式中

$$(1-R)^2 \approx 1,$$

$$[1+4R\sin^2(\delta/2)]^{-1} = 1-4R\sin^2(\delta/2) = 1-2R(1-\cos\delta),$$

因此

$$I_T = I_0[1-2R(1-\cos\delta)], \qquad ②$$

$$I_R = I_0 - I_T = 2RI_0(1-\cos\delta). \qquad ③$$

② 式表明，透射光的干涉图样中有一很强的均匀背景 $I_0(1-2R)$，条纹的衬比度很低。③ 式表明，反射光的干涉条纹衬比度为 1. 所以，在低反射率时观察反射条纹有利，虽然它这时没有高锐度的优越性，但衬比度要比透射条纹好得多。

3－22. 为什么法布里–珀罗干涉仪是高分辨本领、小量程的分光仪器？其自由光谱范围受什么因素制约？

答：法–珀仪的色分辨本领为

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R}.$$

由于法–珀仪是长程干涉仪，腔长 h 很长，从而干涉条纹的级别 k 很高，加之分束板镀银面的反射率 R 很高，就使仪器的分辨本领很高。

相邻级别不同波长条纹不重叠的光谱范围称为自由光谱范围。设不同波长 λ 和 $\lambda'=\lambda+\Delta\lambda$ 的两束光入射到法–珀标准具上，则各产生一组同心圆环状的干涉条纹。对于同一干涉级 k，λ' 的干涉圆环的直径比 λ 的小一些。当满足下列条件时

$$2nh\cos i_k = k\lambda = (k-1)\lambda',$$

λ 的第 k 级亮环与 λ' 的第 $k-1$ 级亮环重叠，因此得自由光谱范围为

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{k-1} = \frac{\lambda'}{k},$$

通常 i_k 很小，$\cos i_k \approx 1$，$n \approx 1$（空气），故 $k = 2h/\lambda$，从而

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda\lambda'}{2h} \approx \frac{\lambda^2}{2h}.$$

因实际上 λ 和 λ' 相差很小，故式中取 $\lambda\lambda' \approx \lambda^2$. 在给定腔长 h 内 λ 到 λ' 波长范围内产生的干涉圆环不发生重叠。由上式可见，自由光谱范围与腔长 h 成反比。高分辨本领要求腔长 h 大，而大量程（即大自由光谱范围）则要求 h 小，两者相互矛盾。高分辨率是以小量程为代价的。

第四章　衍　射

4－1. “衍射”一词,旧译“绕射”,你觉得这名词有什么不确切的地方?

答:衍射现象不但发生在几何阴影区内,也发生在几何照明区内,即“衍射”不是简单地是偏离直线传播的现象。按惠更斯原理,衍射现象是子波繁衍并相干叠加而引起强度重新分布的结果。按照望文生义的理解,“绕射”只指出了偏离直线传播的问题,意思是不够确切的。

4－2. 隔着山可以听到中波段的电台广播,而电视广播却很容易被山甚至高大的建筑物挡住,这是什么缘故?

答:这一现象与波的衍射效应有关。衍射效应是否明显,取决于波长与障碍物线度的比值:两者比值较小,则衍射效应不明显;反之,就较为明显。无线电广播的中波段载波波长为数百米,与山的高度数量级差不多,因此衍射效应比较明显,无线电波不易被挡住。而电视广播的载波是超短波,其波长在米或分米数量级,比山或高大建筑物的高度要小得多。此时,电磁波的衍射效应很不明显,近乎直线传播,极易被挡住。

4－3. 你在日常生活中曾看到过某些属于光衍射的现象吗?试举例说明之。

答:除了思考题4－4中列举的例子外,现在最容易看到的光的衍射现象是光盘表面闪烁的彩色光芒,这是类似光栅的衍射现象。

4－4. 观察并讨论下列日常生活中遇到的光的衍射现象:

(1)在晚间对着远处的白炽灯泡张开一块手帕,或隔着窗帘看远处的白炽灯,将看到的现象记录下来。

(2)通过眼前张开的手帕注视远处的高压水银灯,将看到的现象记录下来。与白炽灯的情形相比有何不同?

(3)用肉眼观察远处的灯,有时会看到它周围有光芒辐射,这种现象是怎样产生的?有人说这是瞳孔的衍射现象,因为一般人的瞳孔不是理想的圆孔,而是多边形。你满意这种解释吗?有什么办法可以验证或否定这种看法?

(4)当你瞪大或眯小眼睛时,灯泡周围的辐射状的光芒有什么变化?晃动或摇摆你的脑袋时,这些光芒有什么变化?这些现象是有助于肯定还是否定(3)中提出的解释?

(5)当你注视月亮或日光灯时,你能看到这些辐射状的光芒吗?对你

的观察结果作些解释。

(6) 将手指并拢贴在眼前,通过指缝看一灯泡发的光,记录并解释你观察到的现象。

答:(1) 隔着张开的手帕或窗帘观看远处的白炽灯,可以看到呈矩形规则排列的亮格点(衍射斑),每个斑点周围还镶着彩边。这是非单色光照射在二维网格上发生衍射的结果。

(2) 透过张开的手帕注视远处的水银灯,同样可以看到列的彩色斑点,由里向外分别有蓝色、绿色和黄色等几组。这种差别是由白炽灯和高压水银灯的光谱特性决定的,表明白炽灯的光谱是连续光谱,而水银灯的光谱包含了几种准单色谱线。

(3) 用肉眼观察远处的灯,可以看到光芒四射的辐射光芒,这是眼瞳衍射的结果。光芒分布在各个不同的角方位上,表明瞳孔是一个多边形。这可以用多边孔的衍射实验验证,若光束在某方向受到限制,则强度就在该方向扩展。这是衍射现象的特点之一。如果眼瞳是圆孔,则衍射图样应是一系列同心圆环,而不会是光芒辐射。

(4) 瞪大或眯小眼睛观察灯泡周围的光芒,则有两点明显差别:一是眯起眼睛看到的光芒更加明显,对光束限制愈厉害,衍射效应愈明显。这正是衍射现象的特点之一。二是眯起眼睛看到的光芒在垂直方向和水平方向比瞪大眼睛时看到的更强烈,这是由于眯上眼睛时合上的眼帘和睫毛构成了一条条水平的和垂直的狭缝,使在垂直和水平方向的衍射效应更加明显。

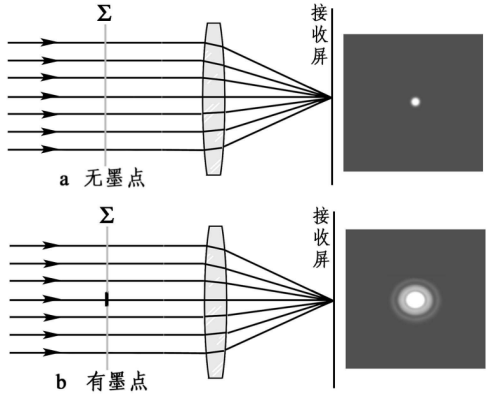
(5) 注视月亮或日光灯时,是看不到辐射光芒的。凡是观察面光源,都见不到辐射光芒。这些面光源可以看成是大量非相干点源的集合,每个点源都可以有一套衍射光芒,衍射强度是所有各套衍射光芒的非相干叠加。由于各个点源所对应的各套衍射光芒彼此错开,非相干叠加的结果使总强度趋于均匀。这就是看不到面光源辐射光芒的道理。

(6) 隔着指缝观察灯泡的发光,能看到指缝间有很细的明暗相间的条纹,条纹走向与指缝平行。这是狭缝衍射的结果。

4 – 5. 当一束截面很大的平行光束遇到一个小小的墨点时,有人认为它无关大局,其影响可以忽略,后场基本上还是一束平行光,这个看法对吗?你能设想一种场合,这小小墨点造成的后果是不可忽视的吗?

答:如右下图,用一凸透镜将平行光束聚焦到置于焦面的接收屏上。在平行光束中插入一块透明玻璃板 Σ. 若玻璃板上无墨点,光场基本上不

受干扰，在屏的中央，即焦点处有一亮斑（图 a）。若玻璃板中央有一小小圆墨点，则在屏上显示的如图 b 所示，是一同心圆状的衍射斑（按照巴比涅定理，小圆墨点的衍射斑除了在几何像点处之外，与小圆孔的衍射斑一样）。这就是说，在原来暗的地方有了复杂的光强发分布，可见，小小墨点对光场的影响绝不是无足轻重的，玻璃板后的光远不再是一束平行光。



4－6. 关于两个互补屏在同一场点的衍射强度之间的关系，有人说一个强度是亮（暗）的，则另一个强度是暗（亮）的。这样理解衍射巴比涅定理，对吗？

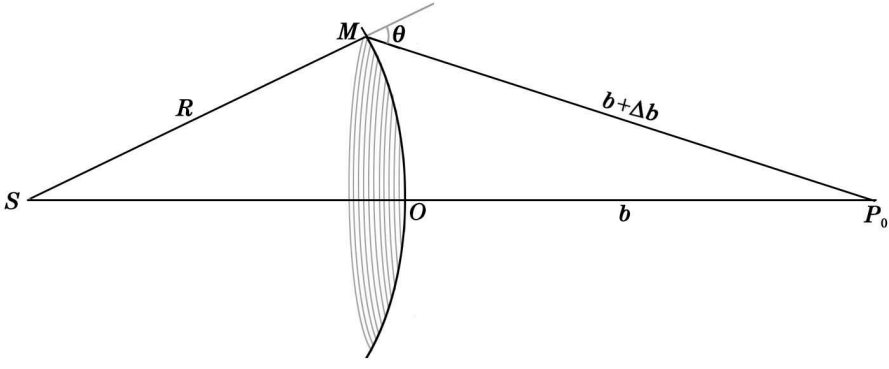
答：巴比涅定理直接给出的是一对互补屏 a、b 的衍射场中复振幅之间的关系：

$$U_a + U_b = U_0,$$

式中 U_0 是自由光场的复振幅，并不直接给出互补屏衍射场中强度的关系。巴比涅定理只对点光源（或平行光）照明时，互补屏在光源的像平面上产生的衍射场的强度作出预言：除光源的几何像点外，互补屏的衍射场强度相等，而不是亮暗相反。

4－7. 试估算菲涅耳圆孔衍射实验中第 10^4 个半波带处的倾斜因子 $f(\theta)=(1+\cos\theta)/2$ 的数量级，如果将 $f(\theta)$ 近似取为 1，误差为多少？（所需的参考数据见 2.1 节。）

答：如下图所示，由余弦定理



$$\cos\theta = \frac{(R+b)^2 - R^2 - (b+\Delta b)^2}{2R(b+\Delta b)}.$$

在第 10^4 个半波带处，$\Delta b = 10^4\lambda/2$. 取可见光中心波长 $\lambda = 0.5\,\mu m$，光源到圆孔的距离 $R = 3\,m$，圆孔到接收屏幕的距离 $b = 5\,m$，代入上式，得

$$\cos\theta = \frac{8^2 - 3^2 - (5+10^4\times 0.5\times 10^{-6}/2)^2}{2\times 3\times(5+10^4\times 0.5\times 10^{-6}/2)} = 0.9987.$$

$$f(\theta) = (1+\cos\theta)/2 = 0.9994.$$

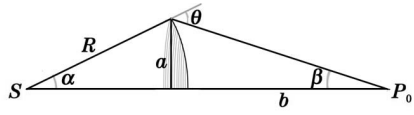
取 $f(\theta)\approx 1$ 的相对误差为 6×10^{-3}.

4－8. 为什么做菲涅耳衍射实验时，光源和接收屏幕要放得那样远？为什么放近了不易看到衍射图样？

答：当衍射孔（衍射屏）边缘的倾斜因子 $f(\theta)$ 接近于 0 时，接收点 P_0 的光强将自由传播（完全遮挡）时差不多，衍射效应极不明显。设衍射孔或衍射屏的半径为 a，如右图所示，

$\theta = \alpha + \beta$，而 $\alpha \approx \dfrac{a}{R}$，$\beta \approx \dfrac{a}{b}$，故

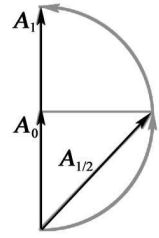
$$\theta \approx a\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right).$$



要倾斜因子 $f(\theta)$ 接近于 1，必须 $\theta \ll 1$，即 R 和 $b \gg a$，即光源和接收屏幕要放得足够远。

4－9. 我们说，整个波前产生的振幅相当于第一个半波带效果之半，它是否等于半个第一半波带的效果？

答：振动矢量图如右，第一个半波带的振动曲线是半圆，其合成振幅 A_1 相当于直径，整个波前在 P_0 点产生的振幅 $A(P_0) = A_0 = A_1/2$，而半个第一半波带的振动曲线是 1/4 圆周，合成振幅 $A_{1/2} = \sqrt{2}A_0 \neq A_0$.



4－10. 严格说来，只有对波前进行无限分割，面元 $d\Sigma$ 贡献的复振幅 $dU(P)$ 才与它的面积成正比。为什么对于并非无穷小的半波带也能使用上述结论？能否对波前的分割比半波波带法更粗糙一点，譬如使用“全波带”（即相邻边缘的光程相差 λ 的环形带）的概念？

答：在菲涅耳–基尔霍夫衍射积分公式（4.10）中的面元 $d\Sigma$ 当然应该是无穷小的，但在轴对称的情况下可以把波前分割为无限窄的环带。在一定宽度下环带的面积正比于其半径，从而级数 k 大的环带面积大。但是在菲涅耳–基尔霍夫衍射积分公式（4.10）中还有一个因子 $1/r$，（4.15）式表明

$$\frac{d\Sigma}{r} = \frac{2\pi R\,dr}{R+b},$$

式中 r 是面元 $d\Sigma$ 到场点的距离。若 dr 是波长 λ 的固定倍数，则环带的面积与 r 之比与环的半径无关，只正比于其宽度。环带的宽度不是无穷小时，它贡献的复振幅大小并不简单地正比其宽度，其间的比例系数还与环带两侧的相位差有关。对于按一定相位差(譬如 π)分割的环带，这比例系数是固定的。

沿环带的宽度方向，复振幅的相位因子是一个快速振荡函数。对这种快速振荡函数进行叠加时，分割的间隔不能大于半个周期，更粗糙的分割将导致没有意义、甚至荒唐的结果。在这里“全波带”的概念是不能用的。

4－11. 设 S 为点光源，D 为孔径固定的衍射屏，P_0 为接收屏幕(见图 4－10)。讨论下列情况下圆孔中包含半波带数目的增减：

(1) S、D 位置不变，移动 P_0；

(2) D、P_0 位置不变，移动 S；

(3) S、P_0 位置不变，移动 D.

答：圆孔所含半波带的个数 k 是和装置各参数的关系为

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right). \quad ①$$

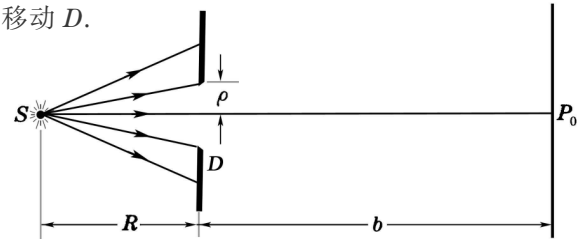


图 4－10

(1) 保持 S、D 位置不变，移动 P_0 时 z 只有 b 变化。b 增大时波带数 k 减小，b 减小时波带数 k 增加。

(2) 保持 D、P_0 位置不变，移动 S 时只有 R 变化。R 增大时波带数 k 减小，R 减小时波带数 k 增加。

(3) 保持 S、P_0 位置不变，移动 D 意味着 R、b 同时改变，但保持 $R+b=L$ 不变。① 式改写为

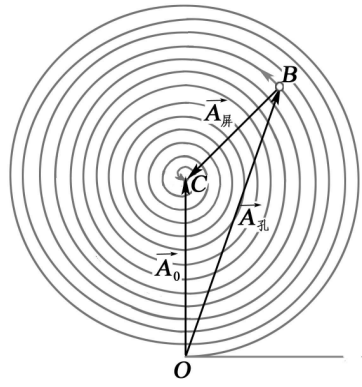
$$k = \frac{\rho^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{L-R}\right). \quad ②$$

$$\frac{dk}{dR} = \frac{\rho^2}{\lambda}\frac{L(2R-L)}{R^2(L-R)}.$$

由上式可见，$R \lessgtr L/2$ 时，$dk/dR \lessgtr 0$，即 $R=L/2$ 时 k 极小。

4－12. 你能够用半波带法说明轴上场点的强度随圆屏半径 ρ 的增大而连续单调下降吗？怎样利用振动矢量图 4－15c 来说明这一点？能否用巴比涅原理来说明，为什么圆孔衍射图样中心强度作亮暗交替的变化，而圆屏衍射图样的中心强度却作单调变化？

答：下图是在振动矢量图 4－15c 基础上作的圆孔、圆屏合成振幅矢量图，图中 $\overline{A}_0 = \overline{OC}$ 是自由传播时的振幅矢量，$\overline{A}_{孔} = \overline{OB}$ 是圆孔的振幅矢量。



虽着圆孔半径的增大，B 点是沿振动曲线朝里移动。可以看出，在此过程中 $\overline{A}_{孔}$ 的大小 $\overline{OB}$ 是振荡的。

B 点每转一圈，孔内多了一个波带，$A_{孔}$ 的大小 $\overline{OB}$ 振荡一次。

圆屏是圆孔的互补屏，按照巴比涅原理，

$$\overline{A}_{孔} + \overline{A}_{屏} = \overline{A}_0.$$

在图中 $\overline{A}_{屏}=\overline{BC}$. 随着 B 点是沿振动曲线朝里移动(即圆屏半径增大)，$\overline{BC}$ 的长度单调减小，其平方，即衍射图样中心强度亦单调减小。

4 – 13. 在菲涅耳圆孔衍射实验中，从近到远移动接收屏幕，中心强度始终作亮暗交替的变化吗？接收屏幕在哪些位置上中心强度达到极大？

答：圆孔所含半波带数 k 是与实验装置中各参数的关系 u 为

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{b}\right).$$

从近到远移动接收屏幕时，b 增大，k 减小。每当 k 扫过奇数时，中心强度经历一次极大值；每当 k 扫过偶数时，中心强度经历一次极小值。当 b 值增加到大于 ρ^2/λ 以后，上式右端第二项小于1，再继续增大 b 已不能引起 k 有大于1的变化，中心强度不再作亮暗交替的变化。在此之前 k 最后一次取那个最小的奇数时，中心强度的极大值是所有极大值中最大的。

4 – 14. 对于一个圆孔的衍射，是否能引入焦点和焦距的概念？是否有类似于透镜的物像公式？

答：对于单个圆孔，只要调整观察点到圆孔的距离 b，使圆孔内含有奇数个半波带，中心强度就取极大值。考虑到倾斜因子的作用，当圆孔含有一个半波带时，观察点的强度最大。因此，对于单个圆孔的衍射，也可以和菲涅耳波带片一样，引入焦点和焦距的概念。圆孔含有一个半波带所对应的观察点即为主焦点，其焦距为

$$f = \rho^2/\lambda.$$

式中 ρ 为圆孔半径。同时，也有类似于透镜的物像距公式

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

式中 R 相当于物距，b 相当于像距，f 为焦距。当 $R\to\infty$ (平行光入射)时，$b=f$. 另外，圆孔和菲涅耳波带片一样，除主焦点外，还有一系列虚、实次焦点；次焦点与主焦点的关系也完全与波带片相同。

4－15. 菲涅耳波带片的“物点”和“像点”之间是否有等光程性？

答：菲涅耳波带片的“物点”和“像点”之间不存在等光程性。在“像点”的位置之所以获得亮点，是因为从波带片上各透光的半波带到“像点”的衍射线的光程彼此相差波长 λ 的整数倍，相干叠加结果的强度极大。

4－16. 论证菲涅耳波带片除了具有主焦点外，还存在一系列次焦点。次焦点与主焦点光强之比是多少？有人认为是 1/9、1/25，…，你认为对吗？如果说次焦点的光强确实比主焦点弱，主要是什么因素造成的？

答：根据惠更斯－菲涅耳原理，第 k 个半波带在场点的合成振幅

$$A_k \propto f(\theta_k)\Delta\Sigma_k/r_k,$$

其中 $\Delta\Sigma_k$ 为第 k 个半波带的面积，r_k 为该半波带到场点的距离，$f(\theta_k)$ 是倾斜因子。书上(4.16)式给出

$$\frac{\Delta\Sigma_k}{r_k} = \frac{\pi R\lambda}{R+b},$$

对于波带片 $R \to \infty$，因此有

$$\frac{\Delta\Sigma_k}{r_k} = \pi\lambda,$$

可见 $\Delta\Sigma_k/r_k$ 不但与 k 无关，而且与场点距离 b 也无关。所以，若不考虑倾斜因子，则在 $b=f/3$，$f/5$，$f/7$，… 处次焦点的光强与主焦点处是一样的。然而考虑到倾斜因子，次焦点处的光强开始比主焦点处稍减，太高次的次焦点处光强将急剧减弱到 0.

4－17. 振幅型的黑白波带片有个缺点，即它使入射光通量损失一半。有什么办法使照射波带片的光通量全部进入衍射场，从而造成更强的主焦点？

答：把振幅型波带片中所有涂黑的半波带改成涂以透明介质，并使之与未涂介质的半波带间的有效光程差为 λ/2. 这样，波带片就成为相位型的了。相位型波带片是全透明的，全部光通量都进入衍射场，且由于所有半波带间的相干叠加在场点都是互相加强的，从而使主焦点有最大的强度。这是近年来正在兴起的二元衍射光学元件的一个雏形。

4－18. 试用半波带法说明夫琅禾费单缝衍射因子的一些特征，如暗纹和次极大出现的位置。你能用半波带法说明各次极大的强度的宽度比例吗？能说明次极大和主极大强度之比吗？

答：用半波带法能够说明夫琅禾费单缝衍射因子的暗纹的位置，以及近似地导出如图所示次极大的位置和相对强度。

如下图所示，平行光正入射在单缝上。图 a 所示是 0 级条纹(即主极大)的形成，在这里沿缝宽各处发出的衍射线之间没有相位差，其振动矢量图是直的(见图 d 左部)，振幅 A_0 正比于缝宽 a.

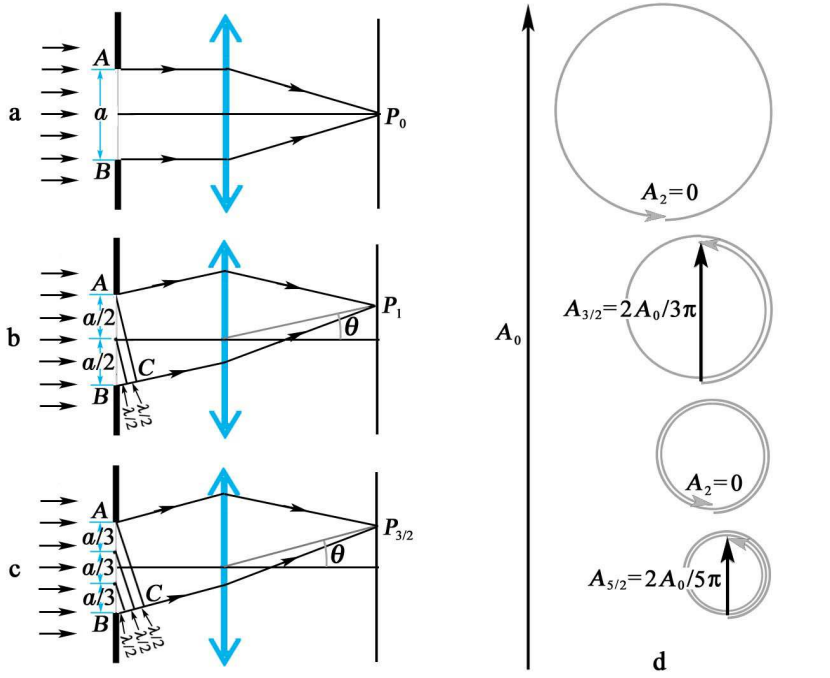


图 b 所示是第一暗纹处的情况，由缝的上边缘 A 作垂直于衍射线的直线 AC，从缝的下边缘 B 到 C 有两个 $\lambda/2$ 光程，缝宽 a 分成两个相位相反的半波带，从而 $a\sin\theta=\lambda$，相应的振动矢量图是圆周总长为 A_0 的一个整圆圈（见图 d 右部最上），叠加后振幅 A_1 为 0.

图 c 所示是第一次极大处的情况，由缝的上边缘 A 作垂直于衍射线的直线 AC，从缝的下边缘 B 到 C 有三个 $\lambda/2$ 光程，缝宽 a 分成三个半波带，从而 $a\sin\theta=3\lambda/2$，相应的振动矢量图是总长为 A_0 的一圈半圆弧（见图 d 右部第二图），各衍射光叠加的振幅 $A_{3/2}$ 等于其直径，长 $2A_0/3\pi=0.212A_0$.

以此类推，第二暗纹处于 $a\sin\theta=2\lambda$ 的位置，振动矢量图是总长为 A_0 的两圈圆弧（见图 d 右部第三图），叠加后振幅 A_2 为 0. 第二次极大处于 $a\sin\theta=5\lambda/2$ 的位置，振动矢量图是总长为 A_0 的两圈半圆弧（见图 d 右部最下图），各衍射光叠加的振幅 $A_{5/2}$ 等于其直径，长 $2A_0/5\pi=0.127A_0$. ……

标准的单缝衍射强度公式是

$$I=I_0\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2,\qquad \alpha=\frac{\pi a\sin\theta}{\lambda}.$$

与此相比，半波带法得到的暗纹位置是对的，但次极大的位置和强度有一些误差：

次极大		第一	第二	第三
位置 α	标准公式	1.43	2.46	3.47
	半波带法	3/2	5/2	7/2
强度 $\frac{I}{I_0}$	标准公式	4.7%	1.7%	0.8%
	半波带法	$\left(\frac{2}{3\pi}\right)^2=4.5\%$	$\left(\frac{2}{5\pi}\right)^2=1.6\%$	$\left(\frac{2}{7\pi}\right)^2=0.8\%$

半波带法的误差来自次极大并不刚好发生在奇整数个半波带的时候，而是稍微提前到来，那时振动矢量曲线缠捲得稍松些，圆圈稍大些。

4－19. 在夫琅禾费单缝衍射中，为保证在衍射场中至少出现强度的一级极小，单缝的宽度不能小于多少？为什么用 X 射线而不用可见光衍射晶体结构分析？

答：由第一暗斑条件 $\sin\theta=\lambda/a$ 和 $|\sin\theta|\leqslant 1$ 可知，欲得 0 级以外的衍射斑，必须有 $\lambda<a$，即光波长不能大于缝宽。晶体结构分析的光波波长不能大于晶格常量 a，其数量级为 Å(10^{-10}m)，而可见光的波长具有 10^{-7}m 的数量级，远大于晶格常量。X 射线的波长具有 Å 以下的数量级，故可用于晶体结构分析。

4－20. 试讨论，当图 4－21 所示的装置里点光源在垂直光轴的平面里上下左右移动时，衍射图样有何变化？

答：0 级衍射斑的中心就是几何光学的像点(即等光程点)。在夫琅禾费单缝衍射装置中，几何光学像是倒立的，点光源在垂直光轴的平面里上下左右移动时，其像点(即 0 级衍射斑的中心)按放大倍率作反方向的相应移动。除此之外衍射图样(条纹形状、间距等)没有其它变化，只是随着 0 级衍射斑的中心整体平移。

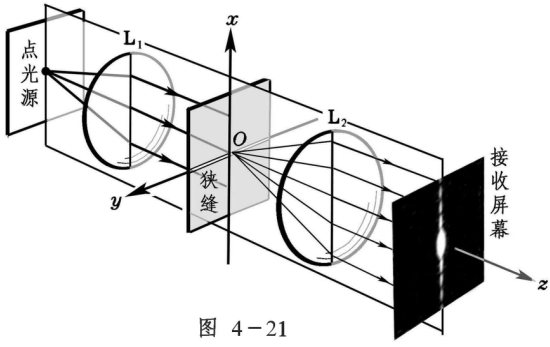


图 4－21

4－21. 若在单缝夫琅禾费衍射装置中线光源取向并不严格平行于单缝，这对衍射图样有什么影响？如果线光源本身太宽，对衍射图样有什么影响？设想一下，若在图 4－26 所示的装置中把线光源转 90° 使之与单缝垂直，你在幕上看到的是什么图样？

答：由思考题4－20的讨论我们知道，在点光源照明的情形中，当点光源由轴上移到轴外时，衍射图样整体向反方向平移，衍射图样的形状保持不变，衍射斑仍分布在垂直于狭缝的方向上。线光源可以看成是一系列非相干点光源的集合，其中的每一个点光源都对应有一套衍射斑，其0级斑的中心分别处在各自几何光学像点的位置。若点光源沿平行于狭缝的方向扩展为线光源，则各套衍射斑均只在狭缝方向发生平移，非相干叠加的结果使衍射斑扩展为一系列平行于狭缝的直线衍射条纹，如图4－26所示。

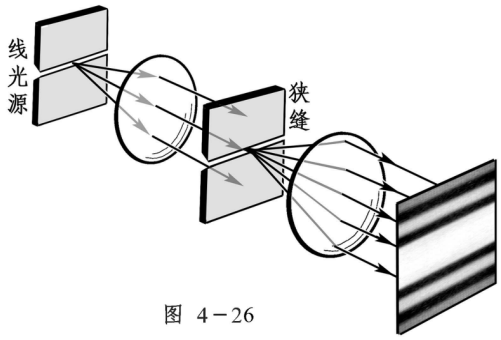


图 4－26

如果线光源的取向并不严格与单缝平行，则一系列非相干点源所对应的各套衍射斑不但在平行方向彼此错开，而且在垂直方向也有错开，非相干叠加的结果使条纹衬比度下降。这个结论是有实际意义的，因为在实验中很难事先测定线光源与狭缝是否严格平行，而反过来由条纹的清晰度来判断两者的平行程度，是相当灵敏的方法。

如果线光源与单缝垂直，则由于线光源中一系列非相干点源所对应的各套衍射斑都排列在与单缝垂直的同一直线上，非相干叠加结果成为一条垂直方向的均匀亮纹，衍射效应完全不见了。

4－22. 在白光照明下夫琅禾费衍射的0级斑中心是什么颜色？0级斑外围呈什么颜色？

答：白光是由各种波长的成分按一定比例组成的，经夫琅禾费衍射后，各种波长的0级斑中心仍重合于几何像点，该处仍呈白色。但由衍射反比关系可知，0级斑的半角宽度长波的比短波的大，这就导致0级斑外围有彩色，短波（蓝紫色）偏里，长波（红色）偏外，形成这种不饱和的非光谱色。

4－23. 若将图4－21a所示装置中的单缝换为方孔、三角孔或六角形孔，幕上0级衍射斑中心位置将在什么地方？

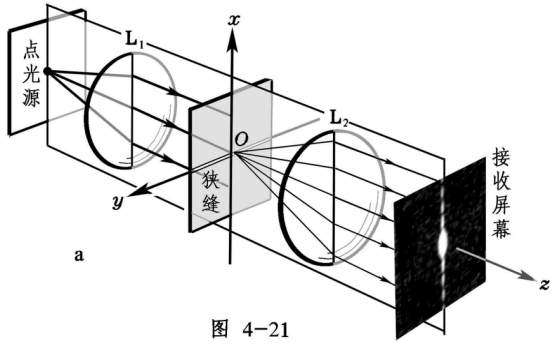


图 4－21

答：0级衍射斑的中

心总是在各衍射线之间光程差为零的位置，即照明点源的几何光学像点处．与衍射屏形状无关。从单缝换为方孔、三角孔或六角形孔，其0级斑的中心位置都不变。

4－24．讨论夫琅禾费衍射装置有如下变动时，衍射图样的变化（参看图4－21）：

（1）增大透镜 L_2 的焦距；

（2）增大透镜 L_2 的口径；

（3）将衍射屏沿光轴 z 方向前后平移；

（4）衍射屏作垂直于光轴的移动（不超出入射光束照明范围）；

（5）衍射屏绕光轴 z 旋转。

在以上哪些情形里零级衍射斑的中心发生移动。

答：（1）若增大透镜 L_2 的焦距，衍射图样的形状和0级斑的半角宽度都不变；但亮斑的线度及其间距均同时被放大。

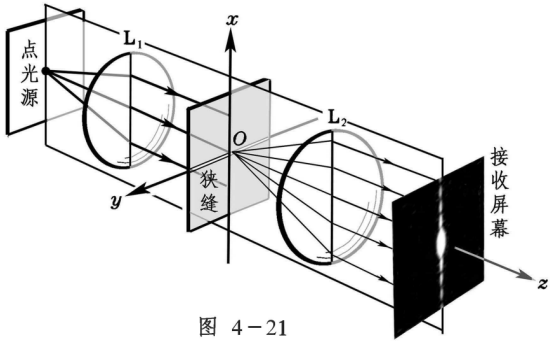


图 4－21

（2）若增大透镜 L_2 的口径，则在接收屏上将增加高级衍射斑的数目，原有衍射斑保持不变。

（3）若沿光轴 z 正（负）方向平移衍射屏，则高级衍射斑的数目将会减少（增加），其余衍射斑保持不变。

（4）若将衍射屏作垂直于光轴 z 的上下移动时，则0级斑保持不变，但高级斑的数目可能不再对称分布。如衍射屏沿 x 轴正方向移动，则在该方向上高级斑的数目减少，而与之相反的方向上高级斑的数目增多。

（5）若衍射屏绕 z 轴旋转，衍射斑跟着旋转。

4－25．菲涅耳圆孔衍射图样的中心点可能是亮的，也可能是暗的，而夫琅禾费圆孔衍射图样的中心总是亮的。这是为什么？

答：菲涅耳衍射图样的中心点不是几何光学像点，汇聚到该点的光线没有等光程性。而在夫琅禾费衍射图样的中心点是几何光学像点，汇聚到该点的光线是等光程的，故中心点总是亮的。

4－26．讨论下列日常生活中的衍射现象：

（1）假如人眼的可见光波段不是0.55 μm左右，而是移到毫米波段，而人眼的瞳孔仍保持4 mm左右的孔径，那么，人们所看到的外部世界将是一

幅什么景象？

（2）人体的线度是米的数量级，这数值恰与人耳的可听声波波长相近。假想人耳的可听声波波长移至毫米量级，外部世界给予我们的听觉形象将是什么状况？

答：（1）由于衍射效应的限制，人眼的最小分辨角 $\Delta\theta = 1.22\lambda/D$（$D$ 为瞳孔直径）。若 $\lambda = 10^{-3}\,\mathrm{m}$，与 D 同数量级，则 $\Delta\theta$ 为 $1\,\mathrm{rad}$（几十度）的数量级，已经不能成像了。

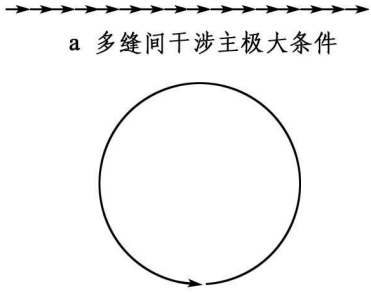
（2）人耳不是靠声波成像的，不怕衍射效应。与之相反，不希望声音只沿直线传播。否则声音连与人体自身大小的障碍物都绕不过，在日常生活中会感到很不方便。

4－27. 蝙蝠在飞行时是利用超声波来探测前面的障碍物的，它们为什么不用对人类来说是可闻的声波？

答：蝙蝠是靠声波来判断障碍物的，使用的波长必须远小于障碍物的尺度。人类可闻声波波长是米的数量级，比蝙蝠要探测的障碍物的尺度大得多，故不能用。

4－28. 为什么 $d\sin\theta = k\lambda$ 是缝间干涉因子的主极大条件，而 $a\sin\theta = k\lambda$ 却是单缝衍射的暗纹条件？

答：缝间干涉因子的主极大条件是一系列离散次波源之间的干涉，相邻次波源发出的光线之间的光程差为 λ 的整数 k 倍，矢量图如右图 a 所示，所有矢量都是同相位的，它们沿一直线排列，叠加成极大值。单缝衍射的暗纹条件是一系列光程从 0 连续变到 $k\lambda$ 的光线叠加，矢量图如右图 b 所示，所有矢量排成 k 周的封闭圆圈，叠加成 0.



a 多缝间干涉主极大条件

b 单缝衍射暗纹条件

4－29. 设缝宽 a 与缝间距离 d 之比 $a/d = m/n$（不可简约的分数），讨论缺级情况。$a/d = 1$ 的情况应怎样理解？

答：$a/d = m/n$ 时缝间干涉因子的第 n 级主极大与单缝衍射因子的第 m 级 0 点重合，使所有级数为 n 的整数倍的主极大缺失。$a/d = 1$ 相当于没有遮光屏，此时缝间干涉因子的所有 $k \neq 0$ 的主极大缺失，而 $k = 0$ 的主极大就是自由传播时光源的像点。

4－30. 多缝衍射屏有缝宽 a、缝距 d、缝数 N 等三个结构参数，试分别讨论每一个参数的变化是如何影响主极大的位置、主极大的半角宽度和主

极大的强度的。

答：(1) 主极强的位置(角方位)由下式决定：

$$\sin\lambda/\theta_k = k\lambda/d,$$

k 取所有整数值。它仅由缝距 d 决定，与缝宽 a、缝数 N 无关。d 愈小，各级主极强所对应的衍射角愈大，相邻主极强间的角间隔也愈大。

(2) 主极强的半角宽度为

$$\Delta\theta = \lambda/Nd,$$

它与 Nd(即多缝衍射屏的总有效长度)成反比，与缝宽 a 无关。

(3) 主极大的强度是单缝该方向强度的 N^2 倍。由于主极大的强度要受到单缝衍射因子的调制，而单缝衍射0级斑的半角宽度与缝宽 a 成反比，所以 a 愈大，高级主极强的相对强度愈大。此外，当 $a/d=m/n$ 是一不可简约的分数时，级数 k 是 n 的整数倍的主极大缺失。

4－31. N 缝衍射装置中入射光能流比单缝大 N 倍，而主极大却大 N^2 倍，这违反能量守恒律吗？

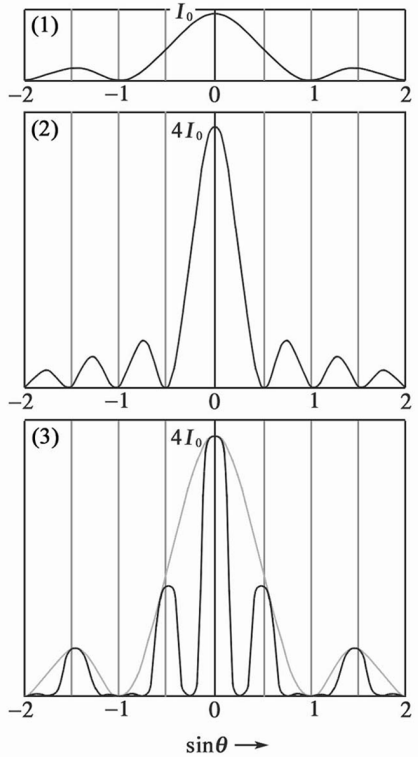
答：缝数 N 愈大，主极强的锐度愈大，即能量的方向性愈强。虽然主极强的峰值强度增加为单缝的 N^2 倍，而其半角宽度与 N 成反比，仍使输出的总能流为单缝的 N 倍。N 大使能流更加在方向上集中罢了，并不违反能量守恒律。

4－32. 画出下列三种情况的夫琅禾费衍射强度曲线，并比较它们的特点：

(1) 宽度为 a 的单缝；

(2) 宽度为 $2a$ 的单缝；

(3) 宽度为 a、间距 $d=2a$ 的双缝。



答：三种情况的夫琅禾费衍射强度曲线如右。

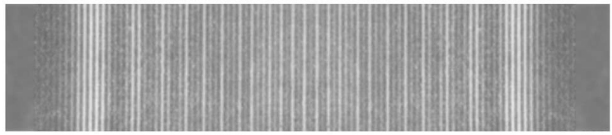
(2) 与(1) 相比单缝的宽度大了一倍，故振幅大了一倍，强度大4倍，而条纹的角宽度减到一半。

(3) 与(1) 单缝宽度一样，故单缝衍射因子角宽度一样。(3) 与(2) 缝的总宽度一样，故主极大的

强度一样，皆为情形(1) 的4倍。

4－33. 在第三章图3－9b、图3-10b、图3-11b所示的菲涅耳双镜、双棱镜和劳埃德镜的干涉条纹的照片中可以看到各级条纹强度不等，它们按一定的规律起伏。试解释这类现象。

答：在菲涅耳双棱镜实验中，每个棱镜都是一个衍射单元，干涉条纹是两个棱镜的衍射波相干叠加的结果。因此，干涉条纹的强度必然要受到单元衍射因子的调制，呈现出按单元衍射强度变化曲线规律的起伏。图3-10b中的干涉图样是受左右对称的一对直边衍射因子调制的。其它双像干涉系统中，干涉条纹的强度起伏都或多或少有与菲涅耳双棱镜实验相类似的现象。



b 菲涅耳双棱镜的干涉条纹

图3－10

4－34. 衍射屏上有大量缝宽 a 相同、但间距 d 作无规分布的缝，它的夫琅禾费衍射图样该是什么样的？

答：缝宽 a 相同，则单缝衍射因子相同。间距 d 无规，使缝间干涉时相位差 δ 无规，若缝数 N 很大，则 δ 的各种可能取值的概率是相等的，因此缝间的所有干涉项互相抵消，叠加的结果与非相干情形叠加相同，即强度叠加。所以最后形成的衍射图样就是单缝衍射图样，只是除了几何像点外强度处处大了 N 倍。

4－35. 圆孔的夫琅禾费衍射强度分布函数由(4.49)式给出。当衍射屏上有很大数目(N 个)孔径相同但位置无规分布的圆孔时，衍射强度分布的函数表达式为何？

答：与上题同理，衍射强度分布的函数表达式是(4.49)式的 N 倍：

$$I(\theta) = NI_0\left[\frac{2J_1(x)}{x}\right]^2,$$

式中 $x = 2\pi a/\lambda$，I_0 是单孔的中心强度。

4－36. 在玻璃板上撒上大量无规分布的不透明球形颗粒。设颗粒半径相同，求衍射强度分布的函数表达式，由此启发，你能想到一种测定颗粒半径和密度的方法吗？

答：根据巴比涅原理，除0级衍射斑的中心点外，圆屏及与之互补的圆孔的夫琅禾费衍射场的强度分布相同。故本题的衍射屏的强度分布函数与上题相同。这表明，衍射场的强度处处(除0级中心点外)与球形颗粒总

数 N 成正比。由此我们可通过夫琅禾费衍射场强度的测量而测定衍屏上的颗粒密度。不过要求颗粒大小相同，且在被测量的面积上颗粒总数必须足够多，否则难以保证强度与颗粒数目的线性关系。

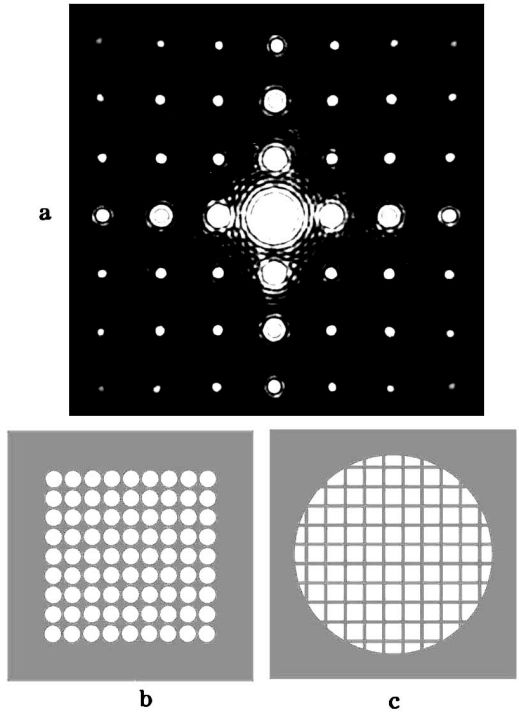
由于大量圆屏与单个圆屏的衍射图样是相同的，我们可以通过测量整个衍射屏的夫琅禾费衍射图样的 0 级斑半角宽 $\Delta\theta$ 来测定圆球颗粒直径 d：

$$\Delta\theta = \frac{1.22\lambda}{d}$$

4 – 37. 在太阳或月亮的周围有时出现彩色晕圈，你能解释这种现象吗？

答：在太阳（或月亮）周围出现的彩色晕圈叫日晕（或月晕），这是一种光的衍射花样。当高空的气温比地面低时，天空上常常有层薄雾或薄云，由小水滴或小冰晶组成。当阳光或月光照射在这些小颗粒上时，就产生衍射光环。由于 0 级斑的半角宽 $\Delta\theta$ 正比于光波长 λ，于是便呈现紫光在里、红光在外的彩色光环。人们把这种晕圈叫做风圈，因为它常常预示着大风或大雨的到来。

4 – 38. 本题图 a 所示为一夫琅禾费衍射图样，你能判断产生这图样的衍射屏是图 b 还是图 c 吗？



思考题 4 – 38

答：产生这图样的衍射屏是图 c. 在这里单孔衍射因子是小方孔衍射函数（见书上图 4 – 4b），它决定了衍射图样 a 的总体结构；其孔间干涉因子依赖于外部窗口，大体上是大圆孔的衍射函数（见书上图 4 – 4d），它决定了衍射图样 a 里各衍射斑的局部结构。总振幅分布是单孔衍射因子和孔间干涉因子的乘积。

4 – 39. 正入射时单缝衍射 0 级与缝间干涉 0 级重合，斜入射能将两个 0 级分离吗？

答：斜入射时单缝衍射0级和缝间干涉0级都在衍射角等于入射光倾角的方位(即几何光学像点的位置)上，两个零级不能分离。为使上述两个0级分离，必须采用闪耀光栅。利用振幅型黑白光栅，不论怎样改变入射方式，均不能使两个0级分离。

4－40. 在光谱仪中为什么人们爱用反射镜(平面，凹面)，而不大喜欢用透镜？

答：在光谱仪中采用反射镜而不用透镜，有如下优点：

(1) 缩短装置长度；

(2) 避免不必要的色散(即色差)，因为光在介质中折射时有色散，而反射总是无色散的；

(3) 避免光在介质中的吸收，减少能量损失。

4－41. 为了提高光栅的色散本领和分辨本领，既要求光栅刻线很窄(即d小)，又要求刻线总数很多(即N大)。怎样理解N增大并不能提高光栅的色散本领？怎样理解d减小时虽然扩大两条谱线的角间隔，却不能提高分辨本领？

答：光栅的色散由光栅公式

$$d\sin\theta = k\lambda$$

决定。它来自于单元间干涉因子，只与光栅的空间周期d有关，与衍射单元的总数N无关。因此，增加缝数N并不能提高光栅的色散本领。

当d减小时，同级光谱中两条谱线的角间隔增大，不过两条谱线能否被分辨，还要看每条谱线的细锐程度(即谱线半角宽度的大小)。光栅的色散角为

$$\delta\theta = \frac{k\,\delta\lambda}{d\cos\theta} \propto \frac{1}{d},$$

式中$\delta\lambda$为谱线的波长差。谱线的半角宽度为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta} \propto \frac{1}{d}.$$

由以上两式可见，两条谱线的色散角及每条谱线的半角宽都与d成反比，d减小时，色散角增大，但同时半角宽也增加相同的倍数，从而不能提高分辨本领。

4－42. 现有一台光栅光谱仪备有同样大小的三块光栅：1200条/mm，1600条/mm，90条/mm. 试问：

(1) 当光谱范围在可见光部分，应选用哪块光栅？为什么？

(2) 当光谱范围在红外3 μm～10 μm波段，应选用哪块光栅，为什么？

答：三块光栅的光栅常数分别为

$$d_1 = \frac{1}{1200/\text{mm}} = 0.83\,\mu\text{m},$$
$$d_2 = \frac{1}{600/\text{mm}} = 1.7\,\mu\text{m},$$
$$d_3 = \frac{1}{90/\text{mm}} = 11\,\mu\text{m}.$$

光栅的色分辨本领 $R=kN$，三块光栅同样大小，d 愈小，N 愈大，R 也愈大。但由光栅公式 $d\sin\theta = k\lambda$ 知 d 不能小于 λ，否则连一级光谱都不出现。

(1) 可见光波长范围为 0.4 ~ 0.8 μm，d_1、d_2、d_3 均大于光波长。为获得最大分辨本领，应选用 1200 条 /mm 的光栅。

(2) 对于 3 ~ 10 μm 的波段红外光，只有 d_3 大于光波长，90 条 /mm 的光栅是唯一的选择。

4 – 43. (1) 试由 $R = Nk$ 导出光栅分辨本领公式的另一形式：

$$R = D\sin\theta/\lambda,$$

其中 $D = Nd$. $D\sin\theta$ 的物理意义是什么？

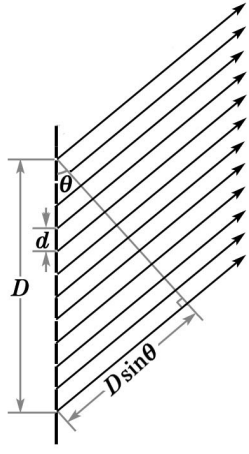
(2) 现代光栅的最大宽度 D ~ 25 cm，在波长 0.5 μm 附近其极限分辨本领及相应的可分辨的最小波长 $\delta\lambda$ 各多少？

(3) 有人认为光栅光谱仪的分辨本领受照明光束的时间相干性限制，你觉得这看法有道理吗？

答：(1) 由光栅公式 $d\sin\theta = k\lambda$ 得 $k = d\sin\theta/\lambda$，代入分辨本领公式 $R = Nk$ 即得

$$R = \frac{d\sin\theta}{\lambda}N = \frac{D\sin\theta}{\lambda},$$

其中 $D = Nd$ 为光栅有效宽度，$D\sin\theta$ 的物理意义是光栅两端边缘上两衍射单元在 k 级方向上的光程差(见右图)。



(2) 上式中取 $\sin\theta = 1$，即得极限分辨本领

$$R_{\max} = \frac{D}{\lambda}.$$

$D = 25$ cm，$\lambda = 0.5$ μm 代入，算出 $R_{\max} = 5\times10^5$. 相应的可分辨最小波长间隔为

$$\delta\lambda = \lambda/R_{\max} = 1.0\times10^{-6}\,\mu\text{m} = 1.0\times10^{-2}\,\text{Å}.$$

(3) 光栅是分光仪器，不同的波长成分出现于谱面上的不同方位，彼此并不发生叠加关系。凡有这类“选频”效应，均不必考虑相干长度的影响。

4 – 44. 导出光栅色散本领公式的另一形式

$$D_\theta = \tan\theta/\lambda.$$

答：根据光栅公式 $d\sin\theta = k\lambda$ 可得 $k = d\sin\theta/\lambda$，代入光栅分辨本领公式 $D_\theta = k/d\cos\theta$ 即得

$$D_\theta = \tan\theta/\lambda.$$

4 – 45. 导出棱镜光谱仪色散本领的公式(4.82)。

答：棱镜光谱仪工作在最小偏向角 δ_{min} 的位置。令棱镜的棱角为 α，则按第一章(1.23)式，有

$$n = \frac{\sin\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} \quad 或 \quad n\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{\alpha+\delta_{min}}{2},$$

于是

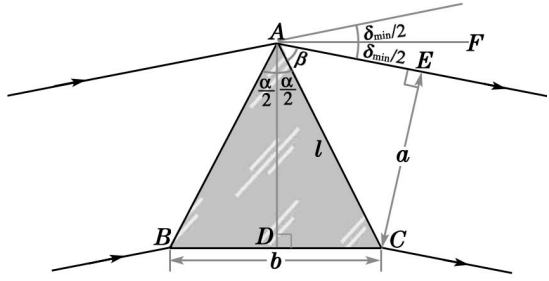
$$\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}} = \cos\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}.$$

第二章(2.75)式给出的角色散本领公式可化为

$$D_\theta = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}\frac{dn}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}}\frac{dn}{d\lambda}, \qquad ①$$

最小偏向角发生于左右对称的时候，如右图所示，δ_{min} 的分角线 AF 与 α 的分角线 AD 垂直，于是 β 是 $\frac{\alpha+\delta_{min}}{2}$ 的余角，

$$\cos\frac{\alpha+\delta_{min}}{2} = \sin\beta.$$



而

$$2l\sin\frac{\alpha}{2} = b, \qquad l\sin\beta = a,$$

代入 ① 式即得

$$D_\theta = \frac{b}{a}\frac{dn}{d\lambda}, \qquad ②$$

此即(4.82)式。

4 – 46. 色散型光谱仪加上出射狭缝，就成为一台单色仪。由光栅光谱仪做成的单色仪，其输出光束的单色性好坏由什么因素决定？怎样才算充分利用了光栅元件的分辨本领？增大光栅的宽度 $D = Nd$，能改善输出光束的单色性吗？

答：单色仪单色性的好坏由其色分辨本领决定：色分辨本领愈高，可能获得输出光束的单色性愈高。对光栅光谱仪来说，要充分利用光栅的色分辨本领，则应使输出狭缝的宽度与谱线的半角度相匹配，以狭缝宽度与谱线半角宽所对应的线距离相等为宜。根据光栅的色分辨本领公式 $R = kN$

可知，增大光栅宽度 $D=Nd$ 时，在光栅常数 d 不变的情况下，必然增加 N，从而提高了色分辨本领 R，这对改善输出光束的单色性是有利的。

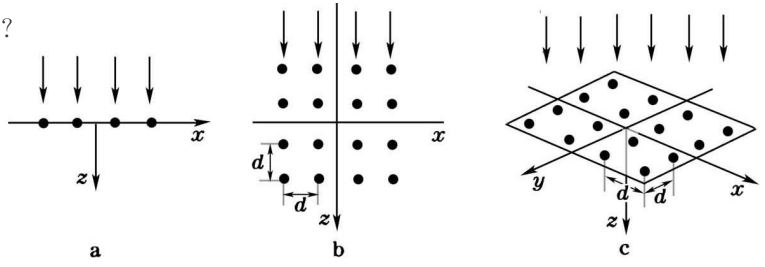
4－47. 分别就本题图 a、b 两种光栅模型分析 xz 平面内夫琅禾费衍射主极大条件，并回答下列问题：

（1）设入射波长连续分布，光栅 a、b 对产生极大的波长有无限制？

（2）设入射波长满足 $d=10\lambda$，光栅 a 中衍射极大共有几级？哪些能在光栅 b 中保留下来？

（3）设光栅 b 中入射波长连续，试求主极大衍射角 θ 从 90° 往下的任意三个值。

（4）如果衍射单元是在 xy 平面内的点阵（图 c），试分析衍射线平行于 xz 平面的夫琅禾费衍射的主极大条件，这种情形与上述 a 或 b 中的哪一种相似？



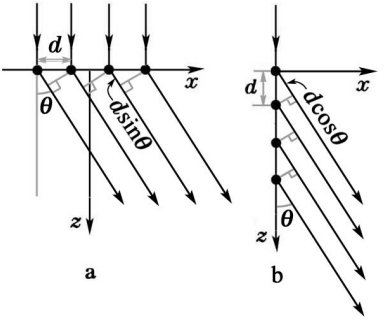
思考题 4－47

答：（1）光栅 a 在衍射角为 θ 时相邻衍射线之间的光程差为 $\Delta L=d\sin\theta$（右图 a），产生极大的条件为

$$d\sin\theta=k_1\lambda. \qquad ①$$

光栅 b 除了同行原子之间干涉应满足 ① 式外，行间还要满足一定条件。在衍射角为 θ 时邻行衍射线之间的光程差为 $\Delta L=d\cos\theta$（右图 b），产生极大的条件为

$$d\cos\theta=k_2\lambda. \qquad ②$$



对于光栅 a 产生主极大只需满足一个条件，对波长的唯一限制是 $\lambda<d$. 在此条件下对于任意给定波长 λ 总有一个或多个衍射角 θ 满足条件 ①，在那个或那些方向上产生主极大。

对于光栅 b 产生主极大需同时满足 ①、② 两个条件，对波长的限制除 $\lambda<d$ 外，还有进一步的限制。①、② 两式相除，有

$$\tan\theta=\frac{k_1}{k_2}. \qquad ③$$

这是对衍射角θ在①、②两式之外额外的限制。对于给定波长λ，一般它不能与受③式限制的θ同时满足①、②式。若入射波长连续分布，可由①、②、③式联立求得产生主极大的θ和相应的λ.

（2）若 $d=10\lambda$，光栅a中衍射极大有第0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10级，共11级。光栅b中只保留第0、4、6、10四级。

（3）按照③式 $\tan\theta$ 必须是整数比，取 $k_1/k_2=2/1,\ 3/2,\ 4/3$，得

$$\theta_1=\arctan\frac{2}{1}=63.43°,$$

$$\theta_2=\arctan\frac{3}{2}=56.31°,$$

$$\theta_3=\arctan\frac{4}{3}=53.13°.$$

（4）对于平行于 xz 平面的衍射线，各排原子的夫琅禾费衍射主极大条件是独立的，其条件都是①式，这种情形与a相似。

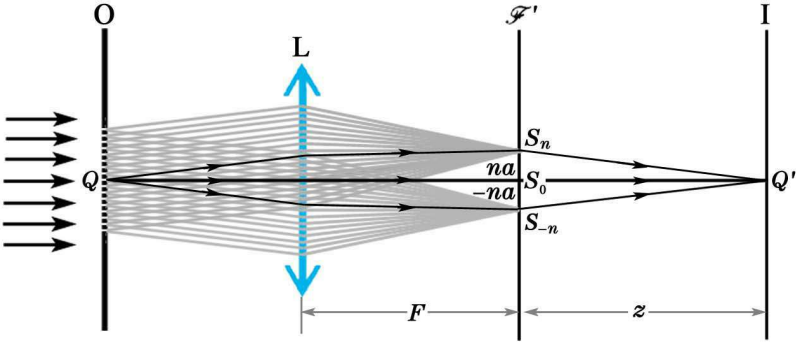
第五章　变换光学与全息照相

5－1. 试证明在傍轴条件下黑白光栅在傅氏面上$\pm n$级衍射斑相对0级的相位为

$$\varphi_{\pm n} = -k\frac{(na)^2}{2z},$$

式中z是傅氏面到像面的距离，a为相邻衍射斑中心间的距离。

答：如下图所示，平行光正入射在光栅上，光栅中点Q成像于像面中点Q'. 在透镜L后焦面$\mathscr{F}'$，即傅氏面上S_0、$S_{\pm n}$分别是0级和$\pm n$衍射斑。



由物像等光程性原理，有

$$(QS_{\pm n}Q') = (QS_0Q').$$

而　$(QS_{\pm n}Q') = (QS_{\pm n}) - (S_{\pm n}Q')$，　$(QS_0Q') = (QS_0) - (S_0Q')$.

$S_{\pm n}$相对S_0的相位为

$$\varphi_{\pm n} = \frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{1}{2}(QS_{\pm n}Q') - (QS_0Q')\right]$$

$$= -\frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{1}{2}(S_{\pm n}Q') - (S_0Q')\right] = -\frac{2\pi}{\lambda}\left[\frac{1}{2}\overline{S_{\pm n}Q'} - \overline{S_0Q'}\right].$$

因$\overline{S_{\pm n}S_0} = na$，$\overline{S_0Q'} = z$，在傍轴条件下

$$\overline{S_{\pm n}Q'} = \sqrt{z^2 + (na)^2} = z\left[1 + \left(\frac{na}{z}\right)^2\right]^{1/2} \approx z\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{na}{z}\right)^2\right],$$

于是

$$\varphi_{\pm n} = -\frac{\pi}{\lambda}\frac{(na)^2}{z} = -k\frac{(na)^2}{2z},$$

式中$k = 2\pi/\lambda$.

5－2. 通常在一台光栅光谱仪的焦面上获得的光谱是时间频谱还是空间频谱？

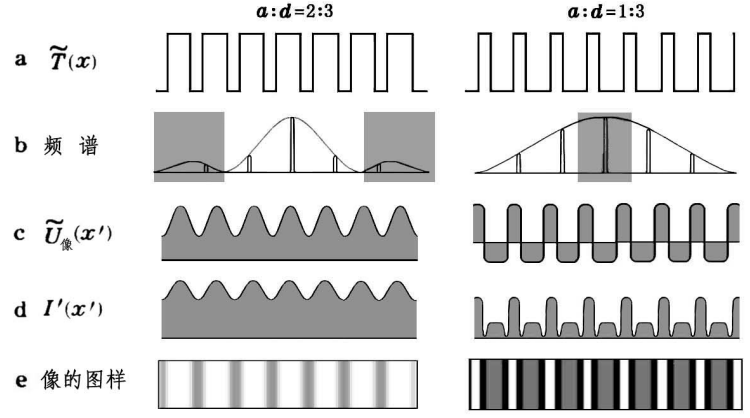
答：光栅光谱仪是利用光栅的色散效应进行分光的，通常其焦面上接收的是同一级主极强的不同波长成分。这样获得的一套同级光谱反映的是

入射光的时间频谱，并不反映光栅的空间频谱。光栅的空间频谱由同一波长的不同级主极强来反映。

5－3. 仿照图5－17，但把 a 与 d 的比例左右对调一下，画出相应的各种曲线。

答：(1) $a:d=2:3$，频谱面上的滤波器只让0，±1级通过

0级构成均匀背景 ±1级构成在像面上构成正弦分布。如下图左半部所示，在这里0级大于 ±1级两倍以上，合成振幅恒正，故无0点。像面上是在较强的亮背景有一反衬不太大的正弦条纹。



(2) $a:d=1:3$，频谱面上的滤波器只挡掉0级通过

如上图右半部所示，频谱面上振幅分布基本上仍是方波，只不过由于孔径光阑滤掉高频，方波的棱角稍被磨圆。由于0级被挡掉，振幅方波的平均值为0，从而有2/3宽度取负值，正负振幅绝对值之比是2∶1. 像面上是强度4∶1、宽度1∶2的亮纹相间排列，相邻亮纹间被暗纹隔开。

5－4. 经空间滤波器改造了的频谱是否为像函数的空间频谱？试论证你的结论。

答：经频谱面上滤波器改造后的频谱即为像场函数的空间频谱。这个结论可以论证如下：若频谱面上没有滤波器，光波能够自由通过，则图像将完全复原，这时物像的空间频谱完全相同。插入空间滤波器后新的频谱对应一个新的物。如果在物面上输入这个新的假想物，其光波在频谱面上形成那个被改造了的频谱而无需空间滤波器。显然，输出像场函数的频谱与假想物的频谱相同，亦即像场函数的频谱与滤波器改造后的物信息的频谱一致。

5－5. (1) 在相衬法中 $\varphi(x,y)\ll 1$ 这个条件有什么好处？

(2) 为了保证 $\varphi(x,y)$ 小，是否要求样品厚度 d 必须很小？在什么条件

下样品可以比较厚,同时又能做到 $\varphi(x,y)\ll 1$?

(3) 一厚度均匀折射率不均匀的相位型物体, $n(x,y)=n_0+\Delta n(x,y)$, 最大相对起伏 $\Delta n/n_0\approx 0.01$。为使 $\varphi\ll 1$ 满足,允许该样品的厚度有多大?

答: (1) 在相衬法中,像面上光强分布的普遍表达式为[见书上(5.43)式, 取透过率 $a=1$]

$$I(x',\ y')=A^2\left[\frac{1}{2}+2(\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta-\cos\varphi-\cos\delta)\right], \qquad ①$$

式中 $\varphi(x',\ y')$与物的相位信息 $\varphi(x,\ y)$对应。一般说来,像面上虽然出现了与物的相位信息相关的黑白图像,但其强度分布 $I(x',\ y')$并不与 $\varphi(x',\ y')$成线性关系。在 $\varphi(x,y)\ll 1$ 的条件下 $\varphi(x',\ y')\ll 1$, ① 式简化为

$$I(x',\ y')\approx A^2[1+2\sin\delta\,\varphi(x',\ y')], \qquad ②$$

$I(x',\ y')$与 $\varphi(x',\ y')$成线性关系。这就是 $\varphi(x,y)\ll 1$ 条件的好处。

(2) 相位物的透过率函数为

$$t(x,y)=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi(x,y)},$$

其中

$$\varphi(x,y)=\frac{2\pi}{\lambda}nd.$$

式中 d 是厚度, n 是折射率。因为 $\varphi(x,y)$是相位, 它增减一个常数仅影响 $I(x',\ y')$中的常数项, 只有它的起伏才有意义。相位的随物的厚度和折射率的变化而起伏的:

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}[n\Delta d+d\Delta n], \qquad ③$$

只要 Δd 和 Δn 足够小, 即可保证 $\Delta\varphi(x,y)\ll 1$, 并不需要厚度 d 很小。

(3) 此时 $\Delta d=0$, $\Delta n\approx 0.01\,n_0$,由 ③ 式可知 $\Delta\varphi(x,y)\ll 1$ 的条件是

$$\frac{2\pi}{\lambda}d\Delta n=\frac{0.02\pi}{\lambda}n_0 d\ll 1,$$

即

$$d\ll\frac{\lambda}{0.02\,\pi n_0}=15.9\,\frac{\lambda}{n_0},$$

取 $\lambda=0.55\,\mu\mathrm{m}$, $n_0=1.5$, 则要使 $\Delta\varphi\ll 1$ 得到满足,样品的厚度

$$d\ll 5.83\,\mu\mathrm{m}.$$

d 应有光波波长的数量级。

5 – 6. (1) 若相位板中心液滴的光学厚度为 $3\lambda/4$,写出任意大小的 φ 和 $\varphi\ll 1$ 时像面函数的表达式。

(2) 这时像的图样与液滴的光学厚度为 $\lambda/4$ 时有何不同?

(3) 若考虑液滴对光的吸收,设其强度透射率为 $\tau<1$,像面上强度分布有何变化? 衬比度有何变化?

答: (1) 如上题,像面上光强分布的普遍表达式为

$$I(x',\ y')=A^2\left[\frac{1}{2}+2(\sin\varphi\sin\delta+\cos\varphi\cos\delta-\cos\varphi-\cos\delta)\right], \qquad ①$$

在 $\varphi(x,y)\ll 1$ 的条件下 $\varphi(x',y')\ll 1$，①式简化为

$$I(x',y')\approx A^2[1+2\sin\delta\varphi(x',y')], \qquad ②$$

中心液滴光学厚度为 $3\lambda/4$ 对应 $\delta=3\pi/2$，$\sin\delta=-1$，$\cos\delta=0$，①式化为 $I(x',y')=A^2[3-2(\sin\varphi+\cos\varphi)]=A^2[3-2\sqrt{2}\sin(\varphi+\pi/4)]$，②式化为 $I(x',y')\approx A^2(1-2\varphi)$.

(2) 中心液滴光学厚度为 $\lambda/4$ 对应 $\delta=\pi/2$，$\sin\delta=1$，$\cos\delta=0$，①式化为 $I(x',y')=A^2[3+2(\sin\varphi-\cos\varphi)]=A^2[3+2\sqrt{2}\sin(\varphi-\pi/4)]$，②式化为 $I(x',y')\approx A^2[1+2\varphi]$.

与情形(1)相比强度起伏项是互补的。

(3) 傅氏面上的中心液滴只影响像面上的直流成分。设中心液滴的透过率为 a，书上(5.43)式给出

$$I(x',y')=A^2\left[\frac{1}{2}+a^2+2(a\sin\varphi\sin\delta+a\cos\varphi\cos\delta-\cos\varphi-a\cos\delta)\right]. \qquad ③$$

$\varphi\ll 1$ 时，

$$I(x',y')\approx A^2[a^2+2a\sin\delta\varphi(x',y')]. \qquad ④$$

将上式与②式相比可见，本底强度减弱了 a^2 倍，信息 $\varphi(x',y')$ 的强度减弱了 a 倍，从而衬比度增大了 $1/a$ 倍。选择对光有较强吸收的相移滴对提高相衬像的衬比度是有好处的。

5－7. 观察相位型物体的另一种方法是“中心暗场法”，即在傅氏面的中心设置一个细小的不透明屏，假定物体的相位变换函数 $\varphi\ll 1$，写出像面上强度的分布，并与相衬法的优劣作一比较。

答：在傅氏面上把0级斑完全遮掉。这相当于令上题③式中

$$I(x',y')=A^2\left[\frac{1}{2}+a^2+2(a\sin\varphi\sin\delta+a\cos\varphi\cos\delta-\cos\varphi-a\cos\delta)\right],$$

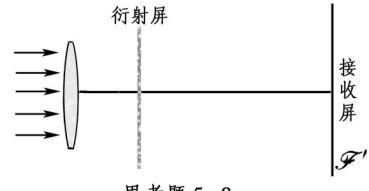
$a=0$ 时 $I(x',y')=2A^2[1-\cos\varphi]$，

$\varphi\ll 1$ 时，$I(x',y')\approx A^2\varphi^2(x',y')]$.

相位的差别完全反映在强度的变化上，像的本底强度为零，背景全是黑的，像的反衬度极高。这是暗场法优于相衬法的特点。暗场法的像场强度正比于 φ^2，它不是线性的，且 $\varphi\ll 1$ 时 φ^2 更小，因而光强很弱。这两点是暗场法不如相衬法之处。

5－8. 装置如本题图所示，在后焦面 $\mathscr{F}'$ 上接收衍射场，

(1) 这种装置能否接收夫琅禾费衍射场？如果能，需要什么条件？夫琅禾费衍射场的范围有多大？

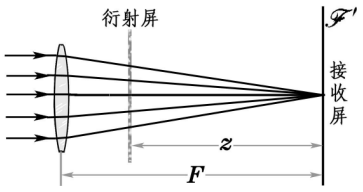


思考题 5－8

(2) 前后移动衍射屏，对衍射图样有何影响？

（3）此装置与衍射屏放置在透镜前时有何不同？

答：（1）凡在照明光源像面上接收到的衍射场都是夫琅禾费衍射场，本装置中透镜的后焦面正是照明光源的像面，可以接收夫琅禾费衍射场。



（2）衍射屏被透镜会聚的球面波照明，其照明范围限制在球面中心（即透镜后焦点）与透镜边缘连线构成的光锥内。移动衍射屏，当 z 减小时，衍射图样有两点变化：① 照明范围缩小，这相当于衍射屏外围部分被遮掉，衍射图样当然会有相应的变化；② 衍射屏离接收屏近了，衍射图样会缩小，但强度增大。当 z 增大时，效果相反。

（3）衍射屏放在透镜前时，其照明范围是不变的，这与衍射屏在透镜后不同。若衍射屏在透镜前，前后移动时衍射图样的上述两点变化都不存在。

5－9. 在(5.49)式中积分号外有一个与场点的坐标有关的相因子 $e^{i\varphi(\theta_1,\theta_2)}$，用什么方法可使这个相因子成为与场点坐标无关的常数？

答：(5.49)式是针对图5－20里的装置c的，其中相位因子 $\varphi(\theta_1,\theta_2)=kr_0$，$r_0$ 是衍射屏中心 O 到达不同场点 $P(\theta_1,\theta_2)$ 的衍射线的光程。在图5－20里的装置c里对衍射屏到透镜L的距离未作规定，若规定它等于透镜的焦距 F，则 r_0 是常数，从而相因子 $e^{i\varphi(\theta_1,\theta_2)}$ 也成为与场点坐标无关的常数。

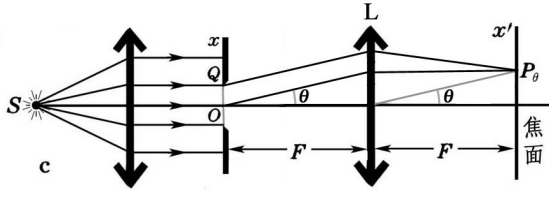


图5－20

5－10. 讨论图5－24所示的相干光学图像处理系统：

（1）如果 L_1、L_2 两透镜的焦距不等，系统的性能有什么变化？

（2）如果两个透镜不是共焦组合，系统的性能有什么变化？

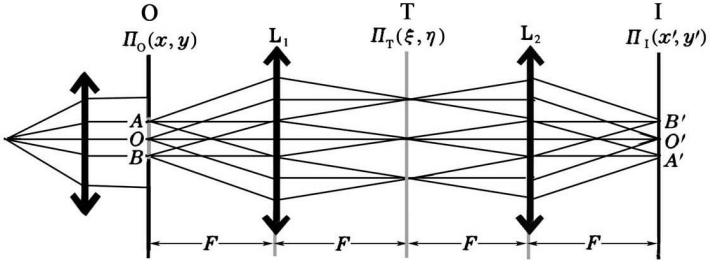
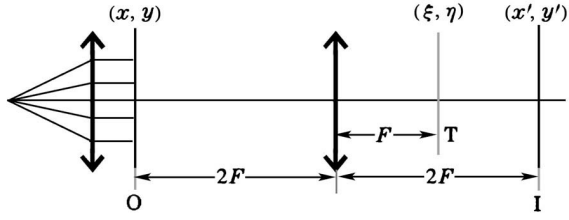


图5－24

答：(1) 如图5－24所示的L_1、L_2两透镜的焦距不等，从O面到T面以及从T面到I面的两次衍射都是从焦面到焦面的夫琅禾费衍射，从而保证每次的复振幅变换仍然都是纯粹的傅里叶变换。与等焦距$4F$系统不同的是，两次傅里叶变换中频谱面T和I上空间坐标对空间频率的缩放比例不同，输出图像除倒置外还得到缩放，但并不影响系统的滤波性和成像质量。

(2) 如果两个透镜L_1、L_2不是共焦组合，则变换平面T不可能同是两个透镜的焦面，只可能是L_1的后焦面或L_2的前焦面。对于前者，第一次夫琅禾费衍射是复振幅的纯粹的傅里叶变换，第二次夫琅禾费衍射复振幅的变换则不是纯粹的傅里叶变换；对于后者，两次衍射复振幅变换的情况正好相反。无论变换平面的位置是哪一种配置，像面的输出波前都不再是物波前或假想物波前的倒置。

5－11. 如本题图所示的系统是否成为一个相干光学图像处理系统？它与$4F$系统比较有什么不同？哪个系统的性能更好？



思考题5－11

答：如本题图所示的系统中，O和I面为物像共轭面，T面为O面的频谱面。该系统也构成一个相干光学图像处理系统，其原理就是阿贝成像原理。在频谱面上设置滤波器即可改变图像的频谱，实现改造图像的目的。与$4F$系统不同的是，这里从O面到T面的第一次衍射虽然是夫琅禾费衍射，但复振幅的变换不是纯粹的傅里叶变换，积分号外有一个与场点的坐标有关的相因子。从T面到I面的衍射是菲涅耳衍射，其计算要比$4F$系统复杂得多。该系统虽然是横向放大率等于-1的成像系统，但即使T面畅通无阻，像面上输出的复振幅分布也不是输入的倒置(还差一个二次相位因子)。当然，这个相位因子不影响强度分布，输出的强度分布仍可使图像复原。显然，本题图所示的系统的性能不如$4F$系统优越，它只适用于成像系统的图像处理。该系统的一个优点是结构简单，可少用一个傅里叶透镜。

5－12. 解释正文中的网格滤波实验。

答：网格滤波实验如图5－25所示。

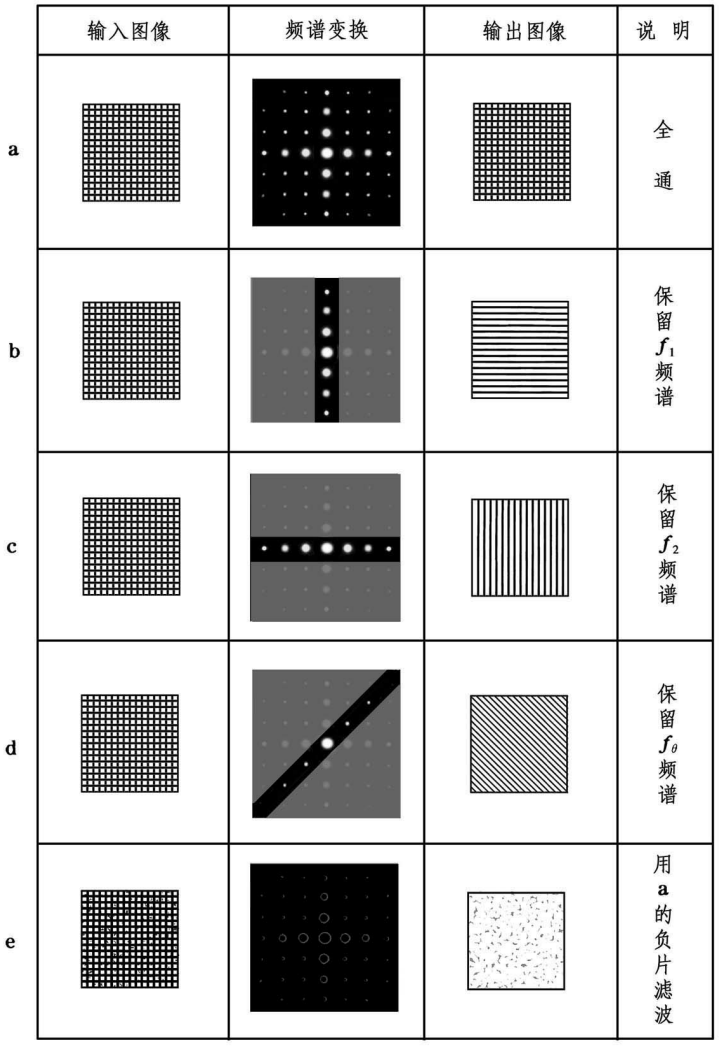


图 5 – 25

如果按图 5 – 25b 所示，遮掉 Π_T 面上除中央一纵列外所有其余的衍射斑，则从横向看只有 0 级亮斑，即直流成分，故输出面 Π_I 上沿横向看是强度均匀的，没有网格，输出面上只剩下横向网格。

如果按图 5 – 25c 所示，遮掉 Π_T 面上除中央一横行外所有其余的衍射斑，则从纵向看只有 0 级亮斑，即直流成分，故输出面 Π_I 上沿纵向看是强度均匀的，没有网格，输出面上只剩下纵向网格。

如果按图 5 – 25d 所示，遮掉 Π_T 面上除中央一斜排外所有其余的衍射

斑，则从与之正交的方向看只有0级亮斑，即直流成分，故输出面Π_1上沿正交方向看是强度均匀的，没有网格，输出面上只剩下正交方向的网格。

图5－25e所示滤散乱污点的方法已在书中正文有详细解释，此处从略。

5－13. 解释正文中的θ调制实验。

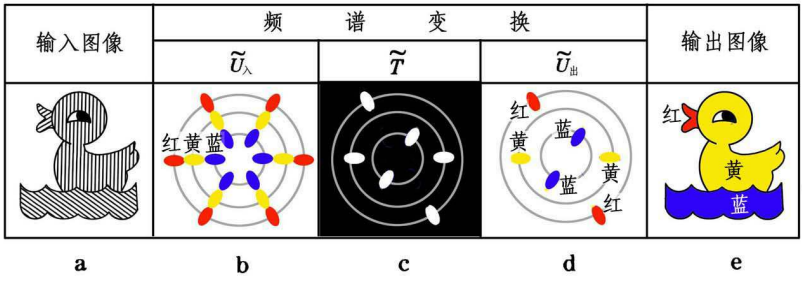
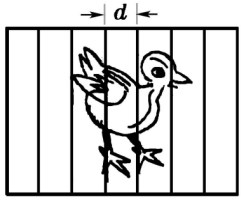


图5－26

答：如图5－26所示，透明物由几块不同形状的光栅片（通常用相位光栅）拼成，这些光栅片是在50/mm或100/mm的一张光栅上剪裁下来的。拼图时利用光栅的不同取向把准备着上不同颜色的部位区分开来（图a）。当一束白光照射到这透明物上时，在变换平面上呈现的是沿与各光栅纹络正交方向铺展的彩色斑（图b）。用黑纸或熏烟的玻璃板遮在变换平面上，并在适当的地方开些透明窗口（图c），把所需颜色的±1级衍射斑提取出来（图d），这相当于在这些区域加了单色滤波器。这样，在输出平面上相应区域就出现滤出颜色的光栅像（相位光栅的像强度是均匀的），于是得到符合我们期望的彩色图（图e）。

5－14. 如本题图，一张图上画有一只小鸟关在牢笼中，用怎样的光学滤波器能够去掉栅网，把它“释放”出来？



思考题5－14

答：竖直方向栅格的空间频谱是排在频谱面中央的一条横轴上的一行衍射斑。如果遮掉除0级以外的所有这些衍射斑，竖直方向栅格就不见了。鸟的图像的频谱分布在整个频谱面上，低频部分（代表图像的大轮廓）在中央附近，高频部分（代表图像的细节）在周围。去掉栅格频谱时对鸟的图像细节的信息有些损害，但损害不大；而大轮廓的信息基本上不受影响。

5－15. 一张底片的本底有灰雾,用什么样的光学滤波器可以使之改善?

答: 在底片的本底灰雾的频谱中,高频成分比较丰富;而在底片的图像中,相对来说低频成分较多. 因此,在相干光学图像处理系统中,以底片为物输入,只要在频谱面上置入低通滤波器,截去高频,即可使输出图像得以改善。

5－16. (1) 以一张黑白图案作光学滤波器,并在黑的地方开个孔。这张滤波器的透过率函数是图案与孔的透过率函数的积还是和?

(2) 若在上述图案中白的地方点上一点黑,其透过率函数是图案与黑点的透过率函数的积还是和?

答: (1) 以黑白图案中黑的地方开一个小孔作为滤波器,其滤波函数应是黑白图案与小孔的透过率函数的相加,而非相乘;

(2) 以黑白图案中白的地方点一黑点作为滤波器,其滤波函数是黑白图案与黑点透过率函数相乘,而非相加。

5－17. 试将全息图波前的重建与平面镜成像进行比较,其中有何相同和不同之处?

答: 全息图波前再现与平面镜反射成像相比,有如下几个共同点:

(1) 全息图能再现物光波前,平面镜反射的也是物光波前。两者都包含了物点的振幅信息和相位信息, 因而都能观察到逼真的立体图像。

(2) 全息图中的每个点(局部)都能再现物体各点的全部信息, 平面镜每个点(局部)也都反射物体各点的全部信息。

两者的不同之处有:

(1) 平面镜反射的只是物光波(虚像);而全息图再现的是一对孪生的(可能有所偏转和缩放的)物光波和物光波的共轭波。

(2) 平面镜所成的虚像与原物镜像对称; 全息图再现的虚像可在原物的位置, 实像可能相对全息图与原物镜像对称, 但凹凸反转了。

(3) 全息图再现像可以移位和缩放,而平面镜成像既不能移位,也不能缩放。

5－18. 为什么全息术对光源的时间相干性有较高的要求? 在布置全息记录的光路时,人们常常注意让参考光路与物光路到达记录介质的光程尽量相近,这是为什么? 为什么全息台要有很好的防震设备?

答: 全息术依据的是干涉和衍射原理。全息图记录的是物光波的振幅信息和相位信息, 是由物光波与参考光波相干叠加产生的干涉条纹记录下来的。干涉条纹的衬比度记录了物光波前的振幅分布, 其几何特征记录了物光波前的相位分布。如果参考光波与物光波不相干, 则物光波前的相位分布是不可能记录下来的。因此,全息术必须要用相干光源照明。通常物

光波和参考光波是由同一照明光波分离出来的，它们在记录介质重新交叠时必然要有光程差。为使在光程差较大时仍有较高的相干程度，这就要求照明光波有足够的相干长度，即光源有较高的时间相干性。在布置全息记录光路时，尽量使参考光路与物光路到达记录介质的光程相同(这是基于时间相干性的考虑，因为光程差愈小，两光波的相干程度愈高)。此外，全息台要有很好的防震性能，才能使记录介质上的干涉条纹准确地反映物光波前的相位分布，因为全息台的任何轻微振动都会导致两相干光束光程差的改变。到达记录介质某一点的光程差变化一个波长，该处的条纹就会移过一条，条纹的衬比度下降到0. 这时，干涉场的强度将趋于均匀，就完全记录不到相位信息了。

5－19. 全息图破损就意味着丢失了一些信息，为什么再现的像仍然完整无缺？这时再现像中包含的信息没有减少吗？如果残留的全息图太小了，对再现像有什么影响？试说明理由。

答：在全息照相中，物光波的振幅信息和相位信息是通过物光波与参考光波的干涉条纹记录在全息图上的。每一物点所发出的光波直接落在记录介质的整个平面上，也就是说，全息图的每个局部都包含了物体各点的全部振幅信息和相位信息。因此，即使全息图破损，它仍然记录物光波的全部光信息，再现像仍然完整无缺，再现像中包含的光信息(全部物点的振幅信息和相位信息)并未减少。当然，如果残留的全息图太小，再现像将会模糊不清，主要原因有二：

(1) 由于衍射再现时衍射屏(全息图)的面积太小，导致像的强度减弱，变得暗淡。

(2) 残留的全息图线度太小，相当于在其上加了一个光阑，把高频信息滤掉很多，导致像的细节变得模糊。

5－20. 若制备全息图时未能做到线性冲洗，非线性效应会造成什么后果？

答：在制备全息图时，若对记录介质做到线性冲洗，则全息图的屏函数 $T(Q)$ 与曝光时的光强 $I(Q)$ 成线性关系[参见书上(5.68)式]：

$$T(Q)=T_0+\beta I(Q)=T_0+\beta[A_R^2+A_O^2+U_R^* U_O+U_O^* U_R],$$

式中 β 是与 Q 点无关的常量。若对记录介质未能做到线性冲洗，则 β 为与 Q 点坐标 (x, y) 有关的复数：

$$\beta=\beta(x, y)e^{i\varphi(x, y)},$$

β 的模 $\beta(x, y)$ 影响全息像的强度分布，辐角 $\varphi(x, y)$ 使全息像产生移位、缩放或更复杂的变化。

5－21. 怎样配置参考光波与再现时用的照明光波，才能使再现的 ±1 级像与原物大小一样，位置相对全息图面成镜像对称？

答：在全息图再现的衍射场中 ±1 级波分别为[参见书上(5.69)式]

$$U_{+1} = \beta A_R' A_R U_O \exp[\mathrm{i}(\varphi_R' - \varphi_R)],$$

$$U_{-1} = \beta A_R' A_R U_O^* \exp[\mathrm{i}(\varphi_R' + \varphi_R)].$$

欲使再现的 ±1 级像与原物大小一样，且成镜像对称，必须满足以下条件：

$$\varphi_R' - \varphi_R = \varphi_R' + \varphi_R = 0.$$

当记录时的参考光波和再现时的照明光波都是正入射的平面波时，$\varphi_R' = \varphi_R = 0$，以上两条件同时满足。

5－22. 一对孪生波均为发散波(两个虚像)或均为会聚波(两个实像)是可能的吗？试设计出现此种情况的照明条件。

答：全息图再现时，将产生一对由±1 级衍射波决定的孪生像。±1级衍射波分别表示受到参考波及照明波相因子作用后的物光波和物光共轭波。因为线性因子作用到一个波前函数上，等效于一个棱镜的偏转，并不改变光束的聚散性，所以线性相因子分别作用到 U_O 和 U_O^* 上产生的孪生像必然是一个虚像和一个实像。二次相因子对波前函数的作用等效于一个透镜的聚散。一般情况下，球面波在傍轴条件下的相因子包含线性和二次两部分，从而它对波前的作用等效于一个棱镜和一个透镜的联合。如果参考波和(或)照明波为球面波时，可以预期，全息图的衍射场中一对孪生波有可能均为发散波(两个虚像)或均为会聚波(两个实像)。习题5－13(2)给出了这样的例子。

第六章 偏　振

6－1. 如果你手头有一块偏振片的话,请用它来观察下列各种光,并初步鉴定它们的偏振态:(1) 直射的阳光;(2) 经玻璃板反射的阳光;(3) 经玻璃板透射的阳光;(4) 不同方位天空散射的光;(5) 白云散射的光;(6) 月光;(7) 虹霓。

答:(1) 直射的阳光是自然光。

(2) 经玻璃板反射的阳光一般是部分偏振光,仅当阳光以布儒斯特角入射时,其反射光为线偏振光,且振动面垂直于入射面。

(3) 经玻璃板透射的阳光都是部分偏振光。

(4) 晴朗的日子里,蔚蓝天空的散射光多半是部分偏振光。偏振度与散射光的方向有关:散射光与入射光的方向愈接近垂直,散射光的偏振度愈高;垂直方向的散射光是线偏振的。

(5) 白云散射光都是部分偏振光。

(6) 月光是粗糙表面反射的太阳光,仍是自然光。

(7) 虹霓是由太阳光照射在天空的小水滴群上,产生规则的折射和反射造成的,是部分偏振光。

6－2. 自然光中的振动矢量如图6-5所示呈各向同性分布,合成矢量的平均值为0,为什么光强度却不为0?

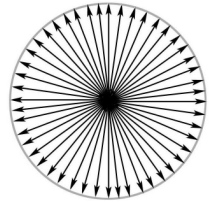


图 6-5

答:图6－5所示应理解为大量($N\gg1$)方向和相位都是随机的矢量,它们的矢量和平均为0,但它们大小的平方(即强度)的平均不为0,这是因为强度有涨落。具体地说,我们可以把每个电矢量$\mathbf{E}$分解为$E_x=E\cos\theta$和$E_y=E\sin\theta$分量,它们的平均值

$$\begin{cases}\overline{E_x}=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}E_x\mathrm{d}\theta=\dfrac{E}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos\theta\mathrm{d}\theta=0,\\ \overline{E_y}=\dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi}E_y\mathrm{d}\theta=\dfrac{E}{2\pi}\int_0^{2\pi}\sin\theta\mathrm{d}\theta=0.\end{cases}\qquad①$$

涨落是用方差来量度的:

$$\overline{(\Delta E_x)^2}=\overline{(E_x-\overline{E_x})^2}=\overline{E_x^2-2E_x\,\overline{E_x}+(\overline{E_x})^2}=\overline{E_x^2}-2\,\overline{E_x}\,\overline{E_x}+(\overline{E_x})^2$$

即

$$\overline{(\Delta E_x)^2}=\overline{E_x^2}-(\overline{E_x})^2=\overline{E_x^2}-0=\overline{E_x^2}.\qquad②$$

同理

$$\overline{(\Delta E_y)^2}=\overline{E_y^2}-(\overline{E_y})^2=\overline{E_y^2}-0=\overline{E_y^2}.\qquad③$$

方差就是各分量的平均强度:

$$\begin{cases} \overline{I_x} = \overline{(\Delta E_x)^2} = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} E_x^2 \mathrm{d}\theta = \dfrac{E^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos^2\theta \mathrm{d}\theta = \dfrac{E^2}{2}, & ④ \\ \overline{I_y} = \overline{(\Delta E_y)^2} = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} E_y^2 \mathrm{d}\theta = \dfrac{E^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin^2\theta \mathrm{d}\theta = \dfrac{E^2}{2}. & ⑤ \end{cases}$$

N 个随机矢量强度总和为

$$\bar{I} = N(\overline{I_x} + \overline{I_y}) = NE^2 \neq 0. \quad ⑥$$

6 – 3. 自然光和圆偏振光都可看成是等幅垂直偏振光的合成，它们之间主要的区别是什么？部分偏振光和椭圆偏振光呢？

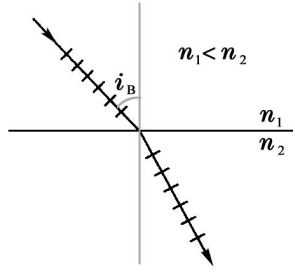
答：它们的主要区别在于前者光振动矢量的两个正交分量之间没有稳定的相位关系；而后者的两个正交分量之间有确定的相位差 $\pm\pi/2$. 部分偏振光和椭圆偏振光的主要区别也在相位关系上：前者两正交分量之间无稳定的相位关系；后者两个正交分量之间有稳定的相位差。

6 – 4. 自然光投射在一对正交的偏振片上，光不能通过，如果把第三块偏振片放在它们中间，最后是否有光通过？为什么？

答：自然光通过偏振片后，被改造成振动平行于透振方向的线偏振光。当线偏振光再入射到偏振片上时，只能透过与偏振片透振方向平行的分量。因此，自然光通过一对正交的偏振片时，其透射光的强度必然为 0. 如果在一对正交的偏振片之间插入第三块偏振片，只要插入的偏振片的透振方向与已知的两正交偏振片中任一透振方向不重合时，从前一偏振片出射的线偏振光入射到下一偏振片时，都有平行分量能透过，于是有光通过。但是如插入的偏振片的透振方向与已知的两正交偏振片之一的透振方向重合，则结果与一对正交偏振片相同，最后出射光强亦为 0. 可见，在正交偏振片中插入第三块偏振片，出射光强一般不为 0，特殊情况下仍为 0.

6 – 5. 当一束光射在两种透明介质的分界面上时，会发生只有透射而无反射的情况吗？

答：这种“全透射”的情况是可以发生的，如右图所示，当入射光为 p 方向的线偏振光，并以布儒斯特角入射时，则光束只有透射，而无反射。忽略介质的吸收，这时的能流透射率将等于 100%.



6 – 6. 科学幻想小说中常描绘一种隐身术。设想一下，即使有办法使人体变得无色透明，要想别人完全看不见，还需要什么条件？

答：实现隐身术，仅使人体变得无色透明还不够，还必须使人体的光强反射率为 0，光强透射率为 100%. 根据菲涅耳反射折射公式，只有使人体的

折射率和空气一样,才能实现无反射和全透射。

6－7. 一束光从空气入射到一块平板玻璃上,讨论

(1) 在什么条件下透射光获得全部光能流?

(2) 在什么条件下透射光能流为0?

答:(1) 若平板玻璃的两表面平行,则在上表面以布儒斯特角入射的光,在下表面仍以布儒斯特角出射(参见思考题6－16),所以在忽略吸收的情况下,以布儒斯特角入射的p方向的线偏振光透过平板玻璃时获得全部能流。

(2) 以布儒斯特角入射的p方向的线偏振光全部透射,但以布儒斯特角入射的s方向的线偏振光并不全部反射,从而不能使透射光能流为0. 要使透射光能流为0,能否利用全反射?全反射只发生在玻璃内部,即光在平板玻璃下表面的那次反射。但从上表面入射进入玻璃的光,在下表面的入射角小于等于全反射的临界角。要使透射光能流为0,除非玻璃的两表面不平行。

6－8. 振幅透射率可能大于1吗?试举例说明之。

答:从书上(6.29)式

$$\begin{cases} t_{\mathrm{p}} = \dfrac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2}, \\ t_{\mathrm{s}} = \dfrac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2} \end{cases}$$

可以证明,当光从光密介质向光疏介质折射时,振幅透射率就大于1. 此时 $n_1 > n_2$, $i_1 < i_2$, $\cos i_1 \geqslant \cos i_2$(正入射时取等号),

$$\begin{cases} \dfrac{1}{t_{\mathrm{p}}} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{n_2}{n_1} + \dfrac{\cos i_2}{\cos i_1}\right) < 1, \\ \dfrac{1}{t_{\mathrm{s}}} = \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}\right) < 1. \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} t_{\mathrm{p}} > 1, \\ t_{\mathrm{s}} > 1. \end{cases}$$

振幅透射率大于1并不违反能量守恒,能量守恒要求能流透射率 $\mathscr{T} \leqslant 1$. 能流透射率与振幅透射率相比,差折射率和光束截面积两个因子。可以证明,考虑到这两个因素,在上述情形里 $\mathscr{T}$ 还是不大于1的。

6－9. 斯托克斯倒逆关系中 t 与 t' 的关系如何?

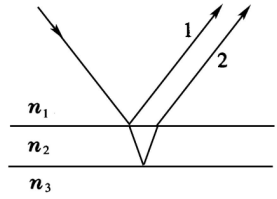
答:从书上(6.29)式下标1、2互换可得

$$\begin{cases} t_{\mathrm{p}} = \dfrac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1 + n_1\cos i_2}, \\ t_{\mathrm{s}} = \dfrac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1 + n_2\cos i_2}. \end{cases} \qquad \begin{cases} t'_{\mathrm{p}} = \dfrac{2n_2\cos i_2}{n_1\cos i_2 + n_2\cos i_1}, \\ t'_{\mathrm{s}} = \dfrac{2n_2\cos i_2}{n_2\cos i_2 + n_1\cos i_1}. \end{cases}$$

由此得

$$\frac{t_p'}{t_p}=\frac{t_s'}{t_s}=\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}.$$

6－10. 设折射率为 n_2 的介质层放在折射率分别为 n_1、n_3 的两种介质之间(见本题图),讨论下列各情形里上下两界面反射的光线1、2之间是否有半波损失?



思考题 6－10

(1) $n_1>n_2>n_3$;

(2) $n_1<n_2<n_3$;

(3) $n_1>n_2<n_3$.

答: 在介质层两侧折射率不等的情况下,普遍地讨论以任意入射角入射时上下两界面反射的光线1,2之间的半波损是比较复杂的。下面仅以上下界面的入射角均小于或均大于布儒斯特角的情形为例进行讨论。

首先,确定各光线的局部 **p**, **s**, **k** 正交坐标系。我们规定 **s** 的正方向垂直纸面向外, **k** 的正方向沿光波矢, **p** 的正方向由 $\mathbf{k}\times\mathbf{s}=\mathbf{k}$ 确定。

其次,设入射点的场分量为正,即与坐标架正方向一致。根据菲涅耳公式

$$r_p=\frac{\tan(i_1-i_2)}{\tan(i_1+i_2)},\qquad r_s=\frac{\sin(i_2-i_1)}{\sin(i_1+i_2)}$$

判断各界面的 r_p、r_s 的符号(t_p、t_s 恒正);正号表示经过界面后实际场分量与坐标架方向一致,负号表示实际场分量与坐标架方向相反。

再次,在光路图中画出实际场分量,比较光线1,2实际场分量的方向。如两个分量方向均相同,则表示两光线间无半波损;反之,则表示有半波损失。

(1) $n_1>n_2>n_3$

当 $i_1<i_B$ 时, $i_1+i_2<90°$, $\tan(i_1+i_2)>0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

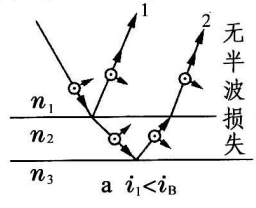
$$i_1<i_2,\quad r_p<0,\quad r_s>0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

$$i_2<i_3,\quad r_p<0,\quad r_s>0.$$

据此作实际场分量如图(1)a,此时光线1,2之间没有半波损失。

(1) $n_1>n_2>n_3$



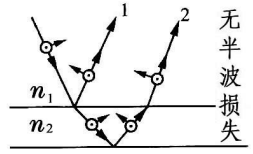
a $i_1<i_B$

当 $i_B<i_1<i_c$ 时, $i_1+i_2>90°$, $\tan(i_1+i_2)<0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

$$i_1<i_2,\quad r_p>0,\quad r_s>0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

$$i_2<i_3,\quad r_p>0,\quad r_s>0.$$



b $i_B<i_1<i_c$

据此作实际场分量如图(1)b,此时光线 1, 2 之间仍没有半波损失。

(2) $n_1 < n_2 < n_3$

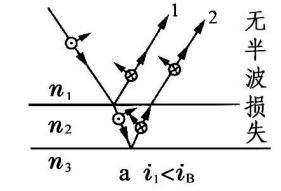
当 $i_1 < i_B$ 时, $i_1+i_2<90°$, $\tan(i_1+i_2)>0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

$$i_1 > i_2, \quad r_p>0, \quad r_s>0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

$$i_2 > i_3, \quad r_p>0, \quad r_s>0.$$

据此作实际场分量如图(2)a,此时光线 1, 2 之间没有半波损失。

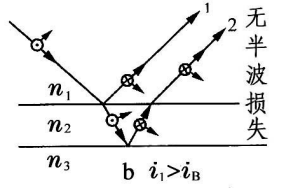


当 $i_1 > i_B$ 时, $i_1+i_2>90°$, $\tan(i_1+i_2)<0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

$$i_1 > i_2, \quad r_p<0, \quad r_s<0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

$$i_2 > i_3, \quad r_p<0, \quad r_s<0.$$



据此作实际场分量如图(2)b,此时光线 1, 2 之间仍没有半波损失。

(3) $n_1 > n_2 < n_3$

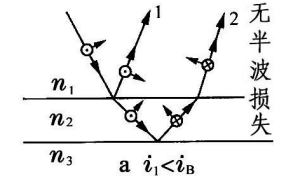
当 $i_1 < i_B$ 时, $i_1+i_2<90°$, $\tan(i_1+i_2)>0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

$$i_1 < i_2, \quad r_p<0, \quad r_s>0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

$$i_2 > i_3, \quad r_p>0, \quad r_s<0.$$

据此作实际场分量如图(2)a,此时光线 1, 2 之间有半波损失。

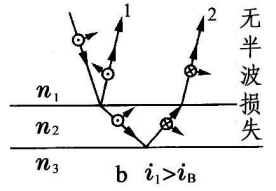


当 $i_1 > i_B$ 时, $i_1+i_2>90°$, $\tan(i_1+i_2)<0$, $\sin(i_1+i_2)>0$. 在 n_1 到 n_2 的界面上,

$$i_1 < i_2, \quad r_p>0, \quad r_s>0;$$

在 n_2 到 n_3 的界面上,

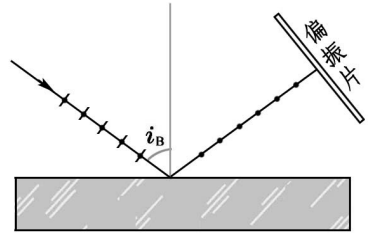
$$i_2 > i_3, \quad r_p<0, \quad r_s<0.$$



据此作实际场分量如图(2)b,此时光线 1, 2 之间也有半波损失。

6 – 11. 通常偏振片的透振方向是没有标明的,你用什么简易的方法可将它确定下来?

答: 一种粗略地判定偏振片透振方向的简单方法如右图所示, 自然光以布儒斯特角 i_B(约57°)从空气入射到玻璃表



面上，则反射光是振动方向垂直于入射面的线偏振光。旋转偏振片观察反射光，可得消光位置。消光时，偏振片上与入射面平行的方向即为透振方向。实验时来自普通光源的入射光并不一定是平行光，入射角也不必严格校准，这时“消光”并不精确，但强度最小的位置还是可以非常明显地观察到的。

6－12. 在夏天，炽热的阳光照射柏油马路发出刺眼的反光，汽车司机需要戴上一副墨镜来遮挡。是否可用偏振片做眼镜，这比墨镜有什么优点？

答：从路面上发出直接射入眼睛的反射光要比来自其他目标的漫射光强烈得多。通常把这种刺眼的强光叫眩光。眩光对司机的安全行车有严重影响。戴上墨镜，可以减弱射入眼睛的光强，但并不能只限制眩光。如果用偏振片做眼镜，情况就大不相同了。因为阳光（自然光）经路面反射后是部分偏振光，在入射角接近布儒斯特角时偏振度很高，近似为线偏振光。对于水平的路面来说，反射部分偏振光的强度极大的分量总是在水平方向。因此，只要使眼镜上的偏振片的透振沿竖直方向，就可以强烈地吸收刺目的眩光；而对来自其他目标的漫射光的吸收则要相对小得多。这种有选择地吸收眩光的优点是墨镜所没有的。

此外，墨镜对光的吸收往往对波长有选择作用，改变观察目标的色调。而偏振片眼镜的吸收只对偏振态有选择作用，对波长并无选择吸收，不会改变目标的色调。这也算是一个优点。

6－13. 一束右旋圆偏振光从空气正入射在玻璃板上，反射光的偏振态如何？

答：决定光的偏振态的是两个垂直分量之间的振幅和相位关系。对于圆偏振光，两者振幅相等，相位差 $\pm\pi/2$. 一般在考虑光在两种介质界面上折射反射时，把光的振动矢量按p、s分解，然而在正入射时就无所谓p、s之分了，两者是一样的，反射时有无半波损失的情况也一样，所以反射时它们之间的相位差不变，旋转方向也不变。然而圆偏振光的左、右旋是相对于传播的逆方向而言的，正入射时入射光与反射光传播方向相反，对入射光是右旋的旋转方向对反射光就是左旋，所以右旋圆偏振光入射，反射后变为左旋圆偏振光。这结论与两种介质的光疏光密无关，是普遍成立的。

6－14. 验证菲涅耳公式满足能量守恒条件(6.25)。

答：由菲涅耳公式得到的振幅反射率和振幅透射率公式为[书上(6.28)式和(6.29)式]

$$\begin{cases} r_{\mathrm{p}}=\dfrac{n_2\cos i_1-n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}, \\ r_{\mathrm{s}}=\dfrac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}. \end{cases} \qquad \begin{cases} t_{\mathrm{p}}=\dfrac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}, \\ t_{\mathrm{s}}=\dfrac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}. \end{cases}$$

能流反射率与能流透射率之和为

$$\begin{aligned} \mathscr{R}_{\mathrm{p}}+\mathscr{T}_{\mathrm{p}} &= |r_{\mathrm{p}}|^2+\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}|t_{\mathrm{p}}|^2 \\ &= \left(\frac{n_2\cos i_1-n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}\right)^2+\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}\left(\frac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}\right)^2 \\ &= \frac{(n_2\cos i_1-n_1\cos i_2)^2+4n_1n_2\cos i_1\cos i_2}{(n_2\cos i_1+n_1\cos i_2)^2}=1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathscr{R}_{\mathrm{s}}+\mathscr{T}_{\mathrm{s}} &= |r_{\mathrm{s}}|^2+\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}|t_{\mathrm{s}}|^2 \\ &= \left(\frac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}\right)^2+\frac{n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1}\left(\frac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}\right)^2 \\ &= \frac{(n_1\cos i_1-n_2\cos i_2)^2+4n_1n_2\cos i_1\cos i_2}{(n_1\cos i_1+n_2\cos i_2)^2}=1. \end{aligned}$$

即 p，s 分量分别满足能流守恒条件(6.25)。

6 – 15. 验证菲涅耳公式满足斯托克斯倒逆关系式(6.31)和(6.32)。

答：书上(6.28)式下标 1、2 对调，即由r_{p}、r_{s}变为r_{p}'、r_{s}'.

$$\begin{cases} r_{\mathrm{p}}=\dfrac{n_2\cos i_1-n_1\cos i_2}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}, \\ r_{\mathrm{s}}=\dfrac{n_1\cos i_1-n_2\cos i_2}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}. \end{cases} \qquad \begin{cases} r_{\mathrm{p}}'=\dfrac{n_1\cos i_2-n_2\cos i_1}{n_1\cos i_2+n_2\cos i_1}, \\ r_{\mathrm{s}}'=\dfrac{n_2\cos i_2-n_1\cos i_1}{n_2\cos i_2+n_1\cos i_1}. \end{cases} \qquad ①$$

书上(6.29)式下标 1、2 对调，即由t_{p}、t_{s}变为t_{p}'、t_{s}'.

$$\begin{cases} t_{\mathrm{p}}=\dfrac{2n_1\cos i_1}{n_2\cos i_1+n_1\cos i_2}, \\ t_{\mathrm{s}}=\dfrac{2n_1\cos i_1}{n_1\cos i_1+n_2\cos i_2}. \end{cases} \qquad \begin{cases} t_{\mathrm{p}}'=\dfrac{2n_2\cos i_2}{n_1\cos i_2+n_2\cos i_1}, \\ t_{\mathrm{s}}'=\dfrac{2n_2\cos i_2}{n_2\cos i_2+n_1\cos i_1}. \end{cases} \qquad ②$$

由①式可见

$$r_{\mathrm{p}}'=-r_{\mathrm{p}}, \qquad r_{\mathrm{s}}'=-r_{\mathrm{s}}. \qquad ③$$

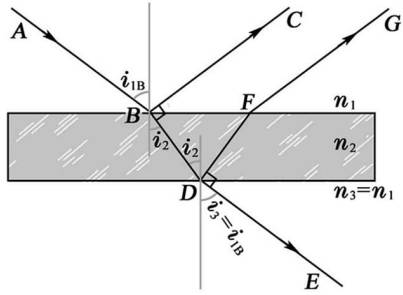
由①、②式

$$\begin{cases} r_{\mathrm{p}}^2+t_{\mathrm{p}}t_{\mathrm{p}}' \\ =\dfrac{(n_2\cos i_1-n_1\cos i_2)^2}{(n_2\cos i_1+n_1\cos i_2)^2}+\dfrac{2n_1\cos i_1\cdot 2n_2\cos i_2}{(n_2\cos i_1+n_1\cos i_2)(n_1\cos i_2+n_2\cos i_1)}=1, \\ r_{\mathrm{s}}^2+t_{\mathrm{s}}t_{\mathrm{s}}' \\ =\dfrac{(n_1\cos i_1-n_2\cos i_2)^2}{(n_1\cos i_1+n_2\cos i_2)^2}+\dfrac{2n_1\cos i_1\cdot 2n_2\cos i_2}{(n_1\cos i_1+n_2\cos i_2)(n_2\cos i_2+n_1\cos i_1)}=1. \end{cases} \qquad ④$$

③、④两式即斯托克斯倒逆关系式。

6－16. 证明当光束射在平行平面玻璃板上时,如果在上表面反射时发生全偏振,则折射光在下表面反射时亦将发生全偏振。

答：如右图所示，在入射角 i 等于布儒斯特角 i_{1B} 时发生反射线的全偏振,此时反射线与折射线垂直，即 $\angle CBD=90°$，或 $i_{1B}+i_2=90°$. 因玻璃板上下表面平行，若下表面外的介质与上表面外的相同，即 $n_3=n_1$，则 $i_3=i_{1B}$，于是 $i_2+i_3=90°$，$\angle FDE=90°$，这就是说，i_2 是产生反射线全偏振的布儒斯特角。



6－17. 试从以下诸方面归纳一下隐失波的特点：

(1) 波矢的虚实；

(2) 有无周期性；

(3) 等相面与等幅面；

(4) 瞬时能流与平均能流。

答：光在光密介质到光疏介质的界面上发生全反射时，在光疏介质一侧的一定深度内存在隐失波，其特点可大致归纳如下：

(1) 隐失波矢沿界面的法向分量为纯虚数,即出现虚波矢成分。

(2) 隐失波仍具有时间周期性和沿界面切向的空间周期性，沿界面的法向不再具有空间周期性。

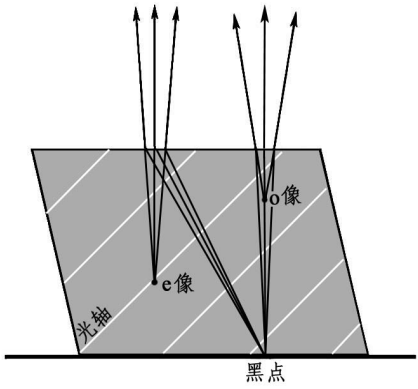
(3) 其等相面与界面和入射面垂直,等幅面与界面平行。等相面与等幅面不再重合,而是相互正交，这是一种“非均匀波”。

(4) 在穿透深度内，沿纵深方向的瞬时能流不为 0,但平均能流为 0. 这说明在发生全反射时,入射波的能流并不在几何界面上全部反射，而是在穿透光疏介质的一定深度中逐渐反射的。沿界面切向的能流不等于 0.

6－18. 在白纸上画一个黑点,上面放一块冰洲石,即可看到两个淡灰色的像，其中一个的位置比另一个高。转动晶体时，一个像不动，另一个像围绕着它转，试解释这个现象。在这个实验中哪个像点是看起来较高的？

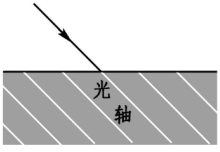
答：透过冰洲石观察纸上的黑点,看到的是光线折射所成的两个像，

这是因为光在冰洲石晶体内发生了双折射。设我们沿晶体表面法线方向观察，这时看到的是正入射的光线。如右图所示，在晶体内o光不改变方向，e光在主截面内偏折，两光线从晶体内出来后都沿面法线方向，但e光有一段距离的平移。考虑成像问题，需要考虑在中心光线周围小立体角内的一个发散光锥。这光锥从晶体出射时再次折射，发散角有所增大，从而发散中心提高。折射率愈大，其发散中心(即像点)愈高，像浮起的高度愈大。冰洲石是负晶体，其e光的折射率(除光轴方向外)总是比o光小，所以在这个实验中，o光折射引起的像点位置较高。



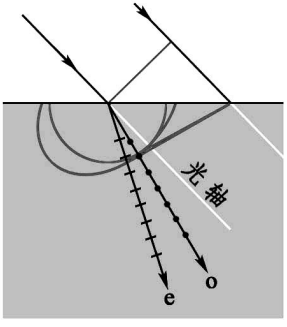
当晶体转动时，主截面随之转动。o光所成的像始终在转轴上，故不动；e光所成的像在主截面内但偏离转轴，故随主截面转动。

6－19. 当单轴晶体的光轴与表面成一定角度时，一束与光轴方向平行的光入射到晶体表面之内时(见本题图)，它是否会发生双折射？



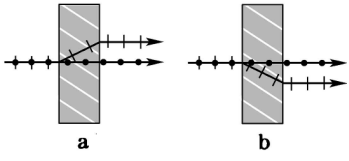
思考题6－19

答：如左图用惠更斯作图法可见，在晶体光轴方向与表面成一定夹角时，尽管入射光线与光轴方向平行，晶体内的光线仍然发生了双折射。通常说“光线沿光轴方向传播时不发生双折射”是指晶体内的光线，在晶体外沿光轴方向入射的光线，还是可能发生双折射的。

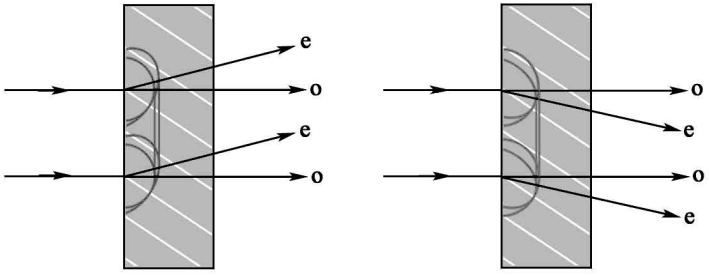


6－20. 在本题图中白线代表光轴，试根据图中所画的折射情况判断晶体的正负。

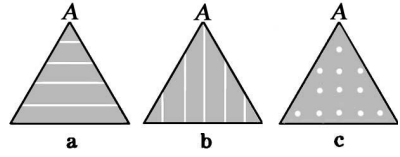
答：如下图，用惠更斯作图法分别作出正负晶体中o光和e光的折射方向，与本题图比较即可判断出：图a是负晶体，图b是正晶体。



思考题6－20



6 – 21. 用单轴晶体制成三棱镜三块,光轴方向分别由图 a、b、c 中的白线所示,图中 A 代表顶角。若采用最小偏向角法测折射率,使用哪块棱镜可测得 n_e,哪块可测得 n_o?



思考题 6 – 21

答:在最小偏向角法测折射率的光路中,要求当光线在三棱镜内传播时平行于底边。在本题图 a 的情形里这个方向是光轴,o 光和 e 光都以 v_o 速度传播,测出来的折射率只有 n_o. 在图 b 和 c 的情形里平行于底边的方向垂直于光轴,既可以测 n_o,也可以测 n_e,二者达到最小偏向角的入射角不同,最小偏向角也不同。

6 – 22. 图 6 – 44 所示锥形折射光束中各光线在晶体中经历的光程相等吗?

答:从书中图 6 – 43 可知,图 6 – 44 中晶体出射面是双轴晶体波面的切面,锥形折射光束与晶体出射面的交线(过 M、N_0 两点的圆圈)上各点都是切点,它们在同一波面上,故为等相位点,即锥形折射光束中各光线从 O 点到这些点的光程是相等的。

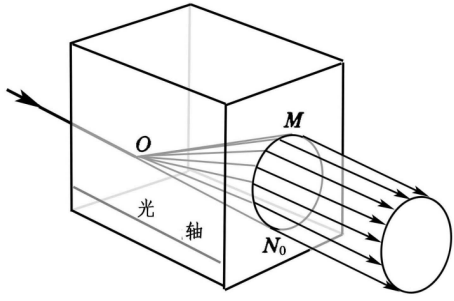


图 6 – 44

6 – 23. 令 $\hat{\mathbf{s}}$ 和 $\hat{\mathbf{k}}$ 分别代表光线和法线(波矢)方向的单位矢量。通常把平面波写成

$$E = E_0 \exp\left[-\mathrm{i}\left(\frac{1}{2}\omega t - \mathbf{k}\cdot\mathbf{r}\right)\right] = E_0 \exp\left[-\mathrm{i}\omega\left(t - \frac{\hat{\mathbf{k}}\cdot\mathbf{r}}{v_N}\right)\right],$$

这里 v_N 是法向速度。若把此式写成

$$E = E_0 \exp\left[-\mathrm{i}\omega\left(t - \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}}{v_r}\right)\right],$$

式中 v_r 为射线速度，对吗？为什么？

答：把平面波写成

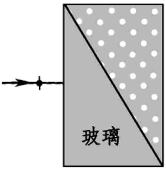
$$E = E_0 \exp\left[-\mathrm{i}\omega\left(t - \frac{\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r}}{v_r}\right)\right]$$

形式就意味着

$$\hat{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{r} = \text{常量}$$

是等相面。然而在几何上此式代表一个与射线矢量 $\hat{\mathbf{s}}$ 垂直的平面，这对于各向同性介质中的平面波一般是不对的。故该式不能用。

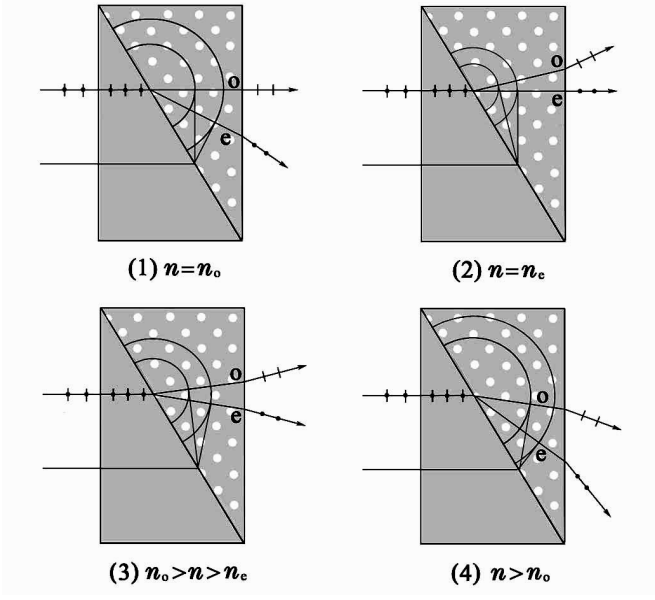
6 – 24. 分别就下列三种情形确定自然光经过本题图中的棱镜后双折射光线的传播方向和振动方向。设晶体是负的，玻璃的折射率为 n.



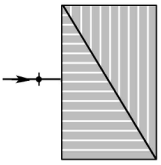
思考题 6 – 24

(1) $n = n_o$；(2) $n = n_e$；(3) $n_o > n > n_e$；(4) $n > n_o$.

答：当晶体中的光轴垂直入射界面时，两折射光线都服从普通的折射定律，只是折射率应取主折射率 n_o 和 n_e 光线正入射到玻璃棱镜后不偏折，射入晶体后 o 振动垂直主平面，e 振动平行主平面。据此，以题中四种情形按惠更斯作图法作图如下，得到两折射线的方向。

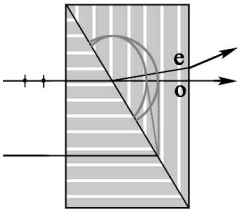


6－25. 确定自然光经过本题图中的棱镜后双折射光线的传播方向和振动方向。晶体是正的。



思考题6－25

答：当自然光正入射到第一块棱镜时，由于光轴与晶体表面垂直，不发生双折射。进入第二块棱镜后，对于o光两棱镜的折射率都是n_o，它仍原方向前进；最后出射时也不发生偏折。对于e光，两棱镜的折射率不同，在其界面上要发生偏折，但不服从普通的折射定律，折射光的方向由惠更斯作图法确定，如左图所示。



6－26. 分析沃拉斯顿棱镜（见图6－46）中双折射光线的传播方向和振动方向。

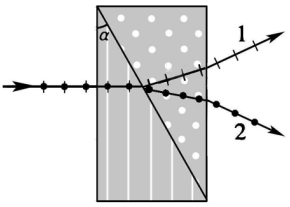


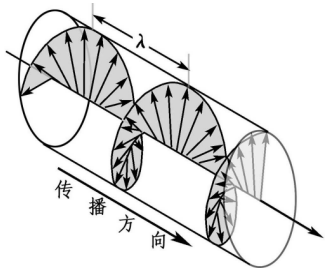
图6－46

答：第一块棱镜的光轴与表面平行。当自然光正入射时，两折射光线的传播方向均垂直于表面和光轴，方向并不分离，但波速v_o和v_e不同（由于冰洲石是负晶体，$v_o < v_e$）。进入第二块棱镜后，由于光轴垂直于入射面，光线的传播方向服从普通的折射定律，只是折射率应取主折射率n_o和n_e. 对于平行纸面的振动，折射率由n_e变到n_o. 因$n_o > n_e$，光线朝上偏折；对于垂直纸面的振动，折射率由n_o变到n_e. 因$n_e < n_o$，光线朝下偏折。出射棱镜后，由于空气的折射率比n_o和n_e都要小，光线将进一步朝相反的方向偏折。

6－27. 圆偏振光中电矢量的大小为A，它的强度I＝？经过偏振片后其强度I'变为多少？（设偏振片是理想的，即对沿透振方向分量的透射率为100%.）

答：电矢量大小为A的圆偏振光可以看成相位差为$\pm\pi/2$、振幅为A的两个相互垂直的线偏振光的合成，强度为两个线偏振光强度的非相干叠加，即$I=2A^2$. 圆偏振光经过偏振片后，只剩下振动方向平行于透振方向的线振偏光分量。在忽略反射、吸收的情况下，透射光的强度$I'=A^2$.

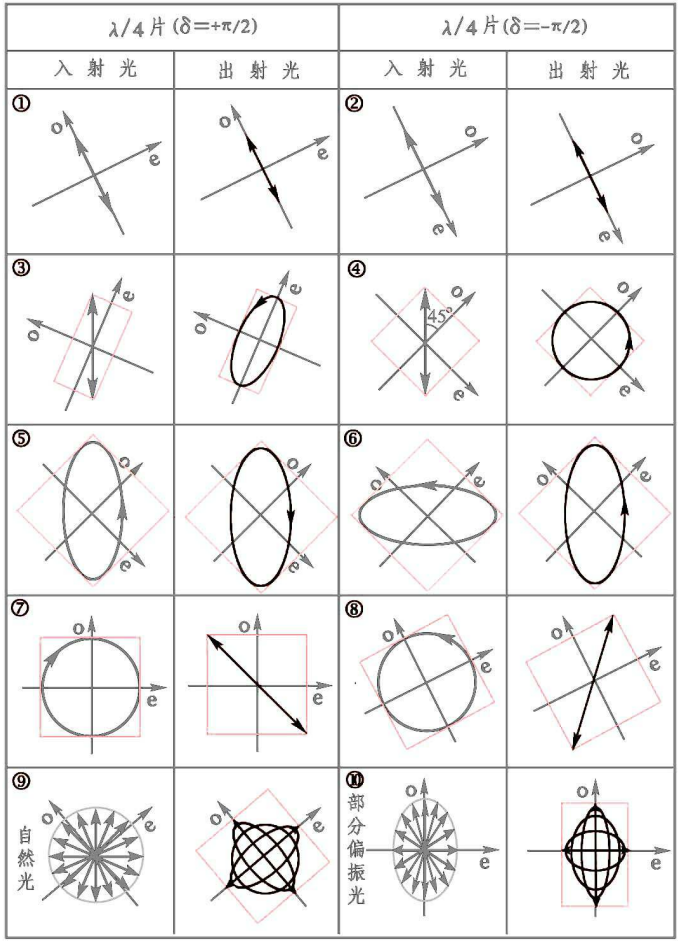
6－28. 本题图所示为一椭圆偏振光的电矢量沿波线的瞬时分布图，它是左旋还是右旋的？



思考题6－28

答：波动是运动状态的传播。某一时刻、某一地点的运动状态必然要成为下一时刻、下一地点的运动状态。因此，沿波线方向呈右旋的电矢量的瞬时分布，对应于同一波面上电矢量的左旋运动，即本题图所示的右旋瞬时分布的椭圆偏振光是左旋的。

6 – 29. 画出本题图中各情形出射光的偏振状态。



思考题 6 – 29

答：答案在上图出射光栏中标出，说明如下：

① 入射光只有 o 分量，故出射光仍只有 o 分量的线偏振光，且振幅大小不变。

② 入射光只有 e 分量，故出射光仍为只有 e 分量的线偏振光，且振幅大小不变。

③ 入射光为第 1、3 象限内的线偏振光，$\delta_{入}=0$，$\delta'=-\pi/2$，故 $\delta_{出}=-\pi/2$，出射光为左旋正椭圆偏振光。

④ 入射光为第 2、4 象限内的线偏振光，偏振方向与 o 轴成 45° 角，$\delta_{入}=\pi$，$\delta'=\pi/2$，故 $\delta_{出}=3/2$，出射光为左旋圆偏振光。

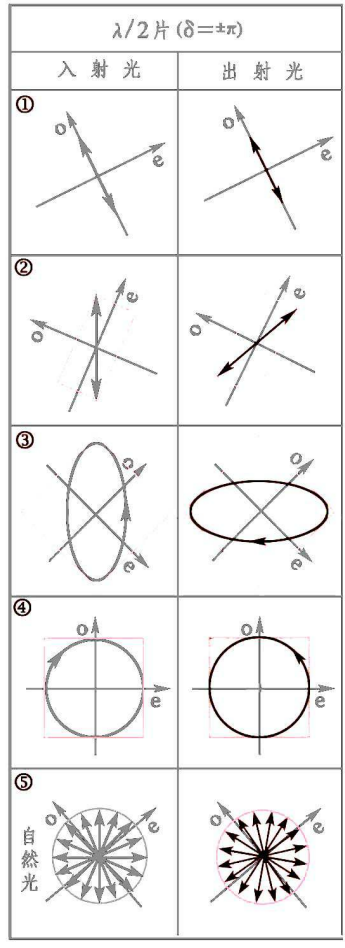
⑤ 入射光为长轴在第2、4象限内的左旋斜椭圆偏振光，$\delta_{入}$ 为第3象限内的某个角度，$\delta'=\pi/2$，$\delta_{出}$ 为第2象限内的某个角度，出射光为右旋斜椭圆偏振光。

⑥ 入射光为第2、4象限内的左旋椭圆偏振光，$\delta_{入}$ 为第3象限内的某个角度，$\delta'=\pi/2$，$\delta_{出}=\delta_{入}+\delta'$ 为第4象限内的某个角度，出射光为第1、3象限内左旋椭圆偏振光。

⑦ 入射光为左旋圆偏振光，$\delta_{入}=-\pi/2$，故 $\delta_{出}=-\pi$，出射光为第2、4象限内的线偏振光，且振动方向与 o 轴成 45° 角。

⑧ 入射光为左旋圆偏振光，$\delta_{入}=-\pi/2$，故 $\delta_{出}=0$，出射光为第1、3象限内的线偏振光，且振动方向与 e 轴成 45° 角。

⑨ 入射光为自然光，可看成大量取向轴对称分布、振幅大小相等、相位无关联的线偏振光的集合。经波晶片后，各线偏振光分别转化为沿 o、e 轴的线偏振光，左、右旋圆偏振光以及长短轴比例不同的左、右旋正椭圆偏振光。简言之，出射光是各种长短轴比例的且大量相位无关联的左、右旋正椭圆偏振光（圆偏振光、线偏振光是椭圆偏振光的特例）的集合。从宏观上看，出射光的偏振态仍具有轴对称性。尽管细微偏振结构与入射光不同，但宏观结果是相同的，因此出射光仍可认为是自然光。



⑩ 入射光为部分偏振光，它是大量相位无关联的线偏振光的集合；它们的振幅大小不同，不具有轴对称性。出射光为线偏振光、圆偏振光和长短轴比例各不相同的椭圆偏振光的集合；它们在相位上也是无关联的。与⑨不同的是，这时出射光在宏观上仍无轴对称性，仍是部分偏振光。

6－30. 将上题中的 λ/4 片换成 λ/2 片，各情形出射光的偏振状态怎样？

答：具体结果在右图右栏中标出，分析方法与上题完全类似，不再赘述。

6－31. 在一对正交的偏振片之间放一块 λ/4 片,以自然光入射。

(1) 转动 λ/4 片的光轴方向时,出射光的强度怎样变化?有无消光现象?

(2) 如果有强度极大和消光现象,它们在 λ/4 片的光轴处于什么方向时出现?这时从 λ/4 片射出的光的偏振状态如何?

答:首先,自然光入射到第一块偏振片上,出射的是线偏振光。再经 λ/4 片后,出射的一般是椭圆偏振光(特殊情况下是圆偏振光或线偏振光,具体由 λ/4 片的光轴方向和第一块偏振片透振方向的相对取向决定)。最后,从第二块偏振片出射的是线偏振光,强度随 λ/4 片的转动而变,有极大和消光现象。当 λ/4 片的光轴与第一块偏振片的透振方向成 45° 角时,从 λ/4 片出射的为圆偏振光,从第二块偏振片出射光的强度为极大。当 λ/4 片的光轴平行或垂直于第一块偏振片的透振方向时,从 λ/4 片出射的为线偏振光,偏振方向垂直于第二块偏振片的透振方向;从而最后出射光的强度为 0,有消光现象。

6－32. 如 §4 末尾指出,在实验中偏振片和 λ/4 片上透振方向和光轴方向都未标出,而在检验椭圆偏振光的第二步中需要将 λ/4 片的光轴对准椭圆的主轴之一。你能根据上题的原理设计出一个方案,利用两块偏振片和一块 λ/4 片做到这一点吗?

答:方案如下:

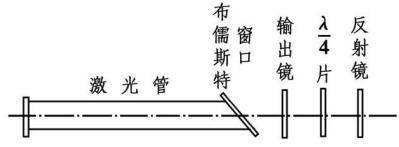
(1) 用第一块偏振片对准入射光,转动其透振方向,观察透射光的强度变化。当强度达极大或极小时,停住转动。这时,此偏振片已对准入射光的极大或极小方位。

(2) 在第一块偏振片后加第二块偏振片,并转动后者的透振方向,观察透射光的强度变化,必有极大和消光位置。在消光位置停住转动第二块偏振片,这时必然有两块偏振片的透振方向互相垂直。

(3) 在两块偏振片之间插入 λ/4 片,透射光的强度一般不为 0. 转动 λ/4 片,可观察到四个消光方位,任选一个方位停住 λ/4 片。这时,已保证 λ/4 片的光轴对准入射光的极大或极小方位(椭圆偏振光的主轴方位)。

(4) 撤去第一块偏振片,并保持 λ/4 片不动。这时,转动第二块偏振片即可检验椭圆偏振光。

6－33. 激光器中的布儒斯特窗口是其法线与管轴夹角等于布儒斯特角(全偏振角)的玻璃窗口。有布儒斯特窗口的激光器发出的光是线偏振的。如本题图所示,在使用激光器发出的线偏振光进行各种测量时,为了避免激光返回谐振腔,在激光器输出镜端放一块 λ/4 片,并且其主截面与光的振动平面



思考题 6－33

成 45° 角。试说明此波晶片的作用。

答：从激光器布儒斯特窗输出的激光是线偏振光，其振动面是窗口法线与管轴构成的平面，即发出的激光是 p 光。由于 p 光的振动面与 λ/4 片的主截面成 45° 角，故 p 光入射到 λ/4 片后，透射的是圆偏振光。不妨设光在波晶片内传播引起的 o、e 两分量间的相位差

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d = \frac{\pi}{2}.$$

则圆偏振光是右旋的。右旋圆偏振光入射到反射镜上，经反射后成为左旋圆偏振光(注意，所谓左旋还是右旋，总是相对迎着光束传播的观察方向而言的)。左旋圆偏振光再入射到 λ/4 片上，透射光又成为线偏振光，其振动方向在由 e、o 分量组成的坐标系中的第 1、3 象限内，且与 e 轴成 45° 角，而与从激光器输出的线偏振光的振动方向正好成 90° 角，即返回的激光是 s 光。输出的 p 光返回时成为 s 光，这是由 λ/4 片的相移作用造成的。由于返回的激光以布儒斯特角入射到布儒斯特窗上，反射的全部是 *s* 光，即对于 *s* 光来说，反射损耗较大，透射强度被抑制。进入激光器后，在谐振腔内进一步受到布儒斯特窗的抑制作用，不能满足阈值条件，即不能成长为激光。

6 – 34. 任何干涉装置中都需要有分光束器件，§5 所描述的装置中的分光束器件是什么？

答：偏振光干涉装置中的分光束器件是各向异性元件，例如波晶片把入射光分解成 o 光和 e 光。

6 – 35. 以前(第三章)讲过分波前和分振幅的干涉装置，本章 §5 所描述的干涉装置是按什么分割光束的？

答：在偏振光干涉装置中是按偏振态分割光束的，由各向异性介质元来实现。例如在波晶片中，把入射光分割成 o 和 e 两部分相互垂直的线偏振光。

6 – 36. §5 所描述的干涉装置中，偏振器 Ⅰ、Ⅱ 对保证相干条件来说各起什么作用？撤掉偏振器 Ⅰ、Ⅱ 能否产生干涉效应？为什么？

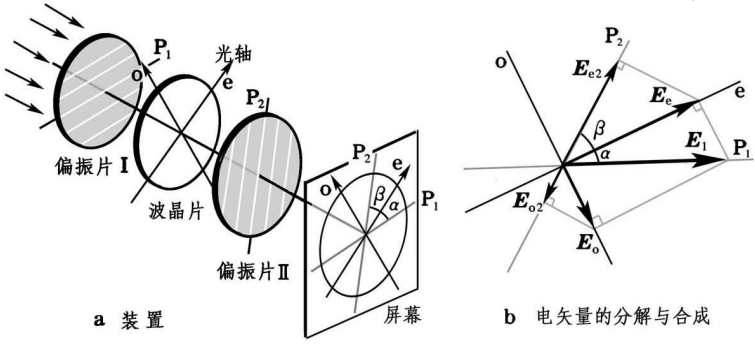


图 6 – 59

答：如§5图6－59所示的偏振光干涉装置，其出射光强是o、e振动在偏振器Ⅱ透振方向P_2上投影平行分量的相干叠加。显然，偏振器Ⅱ的作用是保证了“存在相互平行的振动分量”这一相干条件的。

本装置中入射的是自然光，其垂直分量间没有稳定的相位关系。但是，自然光经过偏振片后，偏振片把自然光改造成线偏振光。线偏振光的两个垂直分量之间是有确定的相位差的。可见，偏振片Ⅰ的作用是使o、e分量之间有稳定的相位差，即保证了“相位差稳定”这一相干条件。

综上所述，在自然光入射的情形下，撤掉偏振器Ⅰ或Ⅱ都不能产生干涉效应。当然，如果入射光本身就是线偏振光、圆偏振光或椭圆偏振光，它们的两个垂直分量之间本身有确定的相位关系，偏振器Ⅰ就不必要了。

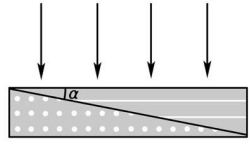
6－37. 在5.1和5.2节中描述的实验中并没有干涉条纹，你认为这时是否发生了光的干涉？为什么？

答：两列相干波的强度分别为I_1和I_2，叠加时其总强度为

$$I = I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2}\cos\delta,$$

式中最后一项叫做“干涉项”，它与两波之间的相位差δ有关。若没有干涉项，则两波叠加后的总强度为两波强度之和。推而广之，凡波叠加时总强度不等于各波强度之和的现象，都是干涉现象。5.1和5.2节中描述的偏振光干涉的实验都符合这个定义，干涉条纹不是必要的。

6－38. 巴比涅补偿器的结构如本题图所示，它由两个劈形的石英棱镜组成，光轴方向如图。



思考题6－38

（1）当单色线偏振光、椭圆偏振光、自然光通过巴比涅补偿器时，通过检偏器观察，将分别看到什么图样？

（2）干涉暗纹的距离与顶角α有什么关系？

（3）用白光入射时，观察到的图样如何？

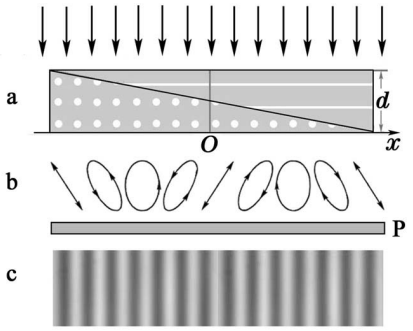
答：当平行光正入射到补偿器上后，被分解为两个振动正交的线偏振光。其中平行纸面振动的线偏振光先以速度v_e通过第一块棱镜，再以速度v_o通过第二块棱镜；垂直纸面振动的线偏振光则反之，先以速度v_o通过第一块棱镜，再以速度v_e通过第二块棱镜。石英是正晶体，$v_e < v_o$，故$n_o < n_e$. 如图a所示，设补偿器的厚度d，在补偿器下表面取x坐标垂直于棱边，原点O在中间两棱镜等厚处。由于α很小，光线的偏折对光程的影响是二级小量，可忽略。故按直线计算，两偏振光通过补偿器的光程分别为

$$L_{/\!/}=n_e\left(\frac{d}{2}-\alpha x\right)+n_o\left(\frac{d}{2}+\alpha x\right),$$

$$L_{\perp}=n_e\left(\frac{d}{2}+\alpha x\right)+n_o\left(\frac{d}{2}-\alpha x\right),$$

光程差为

$$\Delta L=L_{\perp}-L_{/\!/}=2(n_e-n_o)\alpha x. \qquad ①$$



(1) 单色线偏振光或椭圆偏振光通过巴比涅补偿器时,两光束间的相位差与x正比地增加,如图b所示,在出射面处形成不同的椭圆偏振光,包括退化为直线的线偏振光。在$x=0$的中心光的偏振状态与入射光相同。若在补偿器下加一检偏器P,则可如图c所示,观察到明暗相间的“等厚干涉条纹”。

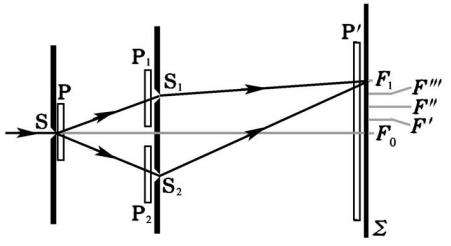
当自然光入射时,由于两垂直分量之间没有稳定的相位关系,通过检偏器后仍不能观察到干涉条纹。

(2) 令①式中的ΔL等于波长λ,得条纹间隔

$$\Delta x=\frac{\lambda}{2(n_e-n_o)\alpha}\propto\frac{1}{\alpha}. \qquad ②$$

(3) 用白光入射时,不同λ的成分形成不同间隔的条纹,检偏器后观察到的是彩色干涉条纹。

6 – 39. 本题图所示为杨氏干涉装置,其中S为单色自然光源,S_1和S_2为双孔。



思考题6 – 39

(1) 如果在S后放置一偏振片P,干涉条纹是否发生变化?有何变化?

(2) 如果在S_1、S_2之前再各放置一偏振片P_1、P_2,它们的透振方向相互垂直,并都与P的透振方向成45°角,幕Σ上的强度分布如何?

(3) 在Σ前再放置一偏振片P′,其透振方向与P平行,试比较这种情形下观察到的干涉条纹与P_1、P_2、P′都不存在时的干涉条纹有何不同?

(4) 同(3),如果将P旋转90°,幕上干涉条纹有何变化?

(5) 同(3),如果将P撤去,幕上是否有干涉条纹?

(6) 类似(2)的布置,屏幕Σ上的F_0和F_1分别是未加P_1、P_2时0级和1

级亮纹所在处，F'、F''、F''' 是 F_0F_1 的四等分点，试说明 F_0、F_1 及 F'、F''、F''' 各点的偏振状态。

答：(1) 如果在 S 后放置一偏振片 P，幕 Σ 上干涉图样强度普遍减小一半。

(2) 如果在偏振片 P_1、P_2，它们的透振方向相互垂直，幕 Σ 上没有干涉条纹。

(3) 在Σ前再放置一透振方向与P平行的偏振片P′，干涉条纹复出。强度是 P_1、P_2、P′ 都不存在时的 1/4.

(4) 如果将 P 旋转 90°，幕上干涉条纹与(3) 一样。

(5) 如果将P撤去，通过偏振片 P_1、P_2 的光没有稳定的相位关系，幕上干涉条纹消失。

(6) 设迎光看去 P_1、P_2 的透振方向分别在 P 转 ±45° 的方向，则

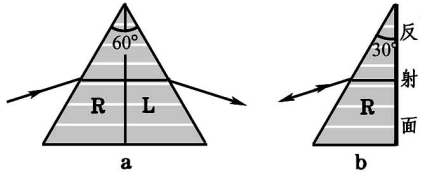
在 F_0 和 F_1 点为与 P 的透振方向同方向的线偏振；

在 F' 点为左旋圆偏振；

在 F'' 点为与 P 的透振方向垂直的线偏振；

在 F''' 点为右旋圆偏振。

6 – 40. 本题图 a 所示的棱镜叫做考纽(M. A. Cornu) 棱镜，它由两半个石英晶体做成，一半是右旋晶体，另一半是左旋晶体，光轴如图中白线所示。这种石英晶体棱镜是为摄谱仪设计的，它有什么优点？实际的摄谱仪中多采用图 b 所示的半个考纽棱镜，中垂面上镀银或铝，将光束沿原路反射回去。这样的装置是否能达到整个科纽棱镜的作用？为什么？



思考题 6 – 40

答：在本题图 a 所示的考纽棱镜中，只要保证光线以最小偏向角条件入射，则当光线通过棱镜时，在左半部的振动面向右旋转，在右半部的振动面向左旋转，两者转过的角度相等，从而保证出射光线的振动面与入射光线的振动面一致。

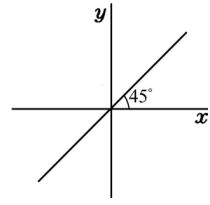
图 b 所示的半个考纽棱镜同样能达到上述效果，因为自然旋光物质的左、右旋性质与光的传播方向是否反转无关。对右旋晶体来说，迎着传播方向看，振动面总是右旋的。因此当反射光束沿入射光束的原路返回时，其振动面总是回到初始位置的。这样的装置能达到整个科纽棱镜的作用。

6 – 41. 法拉第旋转隔离器的装置就是在一磁光介质棒的前后各放置一个偏振器 P_1 和 P_2. 为了达到光隔离的目的,通过磁感应强度的大小和介质棒长度的选择, 应使振动面的偏转角 ψ 等于多少? 两偏振器 P_1、P_2 的透振方向应有多大夹角? 为什么?

答: 法拉第旋转效应的特点之一是: 当线偏振光通过磁光介质时, 沿磁场方向传播, 振动面向右旋; 当光束逆磁场方向传播时, 振动面向左旋。所以, 如果光束由于反射正、负各两次通过磁光介质后, 振动面与初始位置比较将转过 2ψ(ψ 为振动面的偏转角)的角度。因此, 在法拉第旋转隔离器中, 通过对磁感应强度大小和介质棒长度的选择, 应使振动面的偏转角 $\psi=45°$, 同时使两偏振器 P_1 和 P_2 的透振方向也成 45° 夹角。这样才能使透射光通过,反射光消光, 从而达到光隔离的目的。

6 – 42. 有四个滤光器件: Ⅰ 是各向同性的滤光片,使各种偏振态的光强都滤掉一半, Ⅱ 和 Ⅲ 都是线起偏器,透振方向分别为水平方向(x 轴) 和 +45°(见本题图), Ⅳ 是圆起偏器,它让右旋圆偏振光全部通过,把左旋圆偏振光全部吸收掉。把各滤光器件分别放在要研究的光路中,测量透射出来的光强。设入射光强为 I_0,透过 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ 的光强分别为 I_1、I_2、I_3、I_4,斯托克斯引入下列四个参量来描述电磁波的偏振状态:

$$\begin{cases} S_0 = 2I_1, \\ S_1 = 2(I_2 - I_1) \\ S_2 = 2(I_3 - I_1), \\ S_3 = 2(I_4 - I_1),. \end{cases}$$



思考题 6 – 42

这便是斯托克斯参量的操作定义(G. Stokes,1852 年)。人们还常把这些参量归一化,即用 I_0 除一下,把得到的四个数 S_0/I_0、S_1/I_0、S_2/I_0、S_3/I_0 写成一组,用来描写入射光的偏振状态。例如对于自然光, $I_1=I_2=I_3=I_4=I_0/2$,故描述它的归一化斯托克斯参量为(1,0,0,0)。写出下列偏振态的斯托克斯参量:

(1) 水平(x 方向) 线偏振;

(2) 垂直(y 方向) 线偏振;

(3) +45° 线偏振;

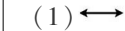
(4) –45° 线偏振;

(5) 右旋圆偏振;

(6) 左旋圆偏振;

(7) 部分偏振,极大在 y 方向,偏振度为 50%.

答：

滤光器件	 I_1	 I_2	 I_3	 I_4	斯托克斯参量			
					S_0	S_1	S_2	S_3
(1) 	1/2	1	1/2	1/2	1	1	0	0
(2) 	1/2	0	1/2	1/2	1	−1	0	0
(3) 	1/2	1/2	1	1/2	1	0	1	0
(4) 	1/2	1/2	0	1/2	1	0	−1	0
(5) 	1/2	1/2	1/2	1	1	0	0	1
(6) 	1/2	1/2	1/2	0	1	0	0	−1
(7) 	1/2	1/4	1/2	1/2	1	−1/2	0	0

第七章 光与物质的相互作用 光的量子性

7－1. 投石于平静的湖面，激起一列波澜。设想一下，如果水面波的色散规律分别是 $\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}\lambda>0$ 和 $\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}\lambda<0$，你能观察到什么现象？实地观察一下，水面波的色散属于哪种情况。

答：根据群速与相速的关系可知

$$v_g = v_p - \lambda \frac{\mathrm{d}v_p}{\mathrm{d}\lambda},$$

可知：

(1) 如果 $\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}\lambda>0$，则 $v_g<v_p$，即群速小于相速；波包中心(波峰)的前进速度小于整列波澜的前进速度，它相对于波列向后移动。

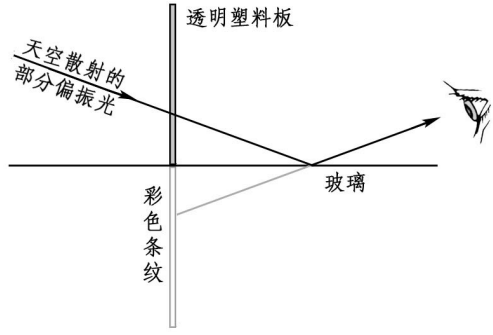
(2) 如果 $\mathrm{d}v_p/\mathrm{d}\lambda<0$，则 $v_g>v_p$，即群速大于相速；波包中心(波峰)的前进速度大于整列波澜的前进速度，它相对于波列向前移动。

实际观察可知，水面波属于情形(1)。

7－2. 为什么由点燃的香烟冒出的烟是淡蓝的，而吸烟者口中吐出的烟却呈白色？

答：我们之所以看见烟雾，是光散射的结果。由点燃的香烟直接冒出的烟是细微颗粒组成的，它对光的散射属于瑞利散射，散射光强与波长的四次方成反比。由于白光中的短波成分(蓝紫色)受到的散射比长波成分(红黄色)强烈，我们看到的散射光因短波的富集而呈淡蓝色。从吸烟者口中吐出的烟由于吸附有水蒸气凝结成的水滴，使烟雾微粒的尺度增大，其半径与可见光的波长相比已不算太小，瑞利定律不再适用。水滴对光的散射属于米氏(Mie)散射，散射光强与波长的关系不大，因此烟雾呈白色。

7－3. 将一块透明塑料板(如直尺或三角板)立放在光滑桌面或玻璃板上，迎着窗口看它的倒影，有时你会在倒影中看到一些彩色条纹，试解释这个现象。



答：塑料板在加工冷却时不免有应力冻结在里边，有一定的各向异性。在光测弹性仪里，塑料模型中因应力而产生的各向异性要放在起偏器和检偏器之间观察。本题中，如右图，晴朗的天空起着起偏器的作用，它散射的阳光是部分偏振的。玻璃板起着检偏器的作用，它在接近布儒斯特角反

射时产生很高的偏振度。

7－4. 做偏振光干涉的单光子实验，在正交偏振片之间插入一波晶片，后面置一光子探测器。现放一个光子通过此系统，这个光子在波晶片里的时候处于 o 光状态还是 e 光状态？在第二块偏振片内处于透振状态还是被吸收状态？探测器是否会接收到它？

答：光子在波晶片里的时候既不处于 o 光状态，也不处于 e 光状态，而是处于 o 光和 e 光的叠加态，两者各有一定概率。

在进入第二块偏振片之前处于透振和与之垂直的振动的叠加态，两者各有一定概率。处于后者的概率就是该光子被吸收的概率，处于前者的概率就是该光子被后继仪器接收到它的概率。