第 十 六 讲

上次课：

- **磁偶极子与外磁场的“有效相互作用能”**

$\tilde{U}_{\text{int}} = -\vec{m}\cdot\vec{B}_e$ ---- 等电流条件下（此时 **m** 的定义才有意义！）；

开放体系需要把“源”计入

- **似稳条件：**

$\omega << \omega_\sigma = \frac{\sigma_c}{\varepsilon}$， $R << \frac{\lambda}{2\pi}$ → **忽略** $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ → **没有辐射**

- **高频电磁场在金属中满足扩散方程：** $\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix}\vec{H}\\ \vec{E}\end{pmatrix} = \frac{1}{\mu\sigma_c}\nabla^2\begin{pmatrix}\vec{H}\\ \vec{E}\end{pmatrix}$

- **趋肤效应：** $\vec{E} = \hat{x}A\exp[pz - i\omega t]$

$$p = \pm\sqrt{\frac{1}{2}\omega\mu\sigma_c}(1-i) = \pm\alpha(1-i)\,,$$

式中 $\alpha = \left(\frac{1}{2}\mu\omega\sigma_c\right)^{1/2}$。所以，电场的通解为：

$$\vec{E} = \vec{e}_x\left(E_0 e^{-\alpha(1-i)z} + E_0^{'} e^{\alpha(1-i)z}\right)e^{-i\omega t}$$

考虑到 $z\to\infty$ 时，电场应当收敛，故有 $E_0^{'} = 0$。因此，电场的解为

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_0 e^{-\alpha z} e^{-i(\omega t - \alpha z)} \qquad (6.3.3)$$

（6.3.3）是数学意义上的解，物理的场应当取该复数解的实部，可得

$$\vec{E} = \vec{e}_x E_0 e^{-\alpha z}\cos(\omega t - \alpha z) \qquad (6.3.3')$$

（此处设 E_0 为实数）。这个解显示电场随着 z 的增加一边振荡一边指数衰减，在 $z = \frac{1}{\alpha}$ 深度处，场强减少到导体表面 $(z=0)$ 处的 $1/e$，我们称这个深度为**趋肤深度**，记为 δ：

$$\boxed{\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma_c}}} \qquad (6.3.4)$$

(6.3.4)式表明，**电磁波频率 ω 越高或材料的电导率 σ_c 越大**，则场所集中的导体的表向层越薄，这个效应叫做**趋肤现象（Skin effect）**。理想导体时 $\sigma_c\to\infty, \delta\to 0$，

场和电流完全只存在于导体的表面。

接下来讨论圆柱形导线中的电流分布，这是一个非常具有实用价值的问题。设导线内的电场与导线轴平行，其场满足扩散方程

$$\nabla^2\vec{E}-\sigma_c\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=0 \qquad (6.3.5)$$

由对称性分析，电流和场都是柱对称的，因此取柱坐标系(ρ,ϕ,z)。$\vec{E}$只有z向分量，且只依赖于指标ρ。令$\vec{E}=\vec{e}_zE(\rho)e^{-i\omega t}$（**注意：这又只是个复数的尝试解，最后的物理解应取其实部；能这样做解析延拓的物理根源是（6.3.5）是个线性齐次方程**）代入方程(6.3.5)可得

$$\frac{d^2}{d\rho^2}E(\rho)+\frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}E(\rho)+k^2E(\rho)=0$$

式中$k=\sqrt{i\omega\mu\sigma_c}=\sqrt{\omega\mu\sigma_c/2}(1+i)=\frac{1}{\delta}(1+i)$。这是一个标准的零阶贝塞尔方程。由于$\rho\to0$时$E(\rho)$必须有限，故方程的解为

$$E(\rho)=E_0J_0(k\rho)$$

这里我们只能能取在$\rho\to0$极限下收敛的通解$J_0(k\rho)$，而不取另一个通解形式。因此，导线中的电流分布为

$$\vec{j}=\vec{e}_z\sigma_cE_0J_0(k\rho)e^{-i\omega t}$$

常数E_0可由$I_0=\int\vec{j}\cdot d\vec{S}$定出，$I_0$是总电流。

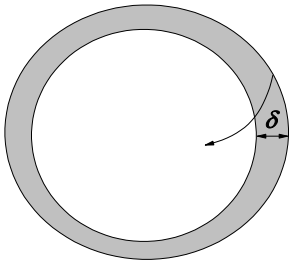
对以上情况讨论如下：

(1) 若$R<<\delta$，即导线的半径远远小于趋肤深度，则$|kR|\to0$。因此对任意的ρ，总有$|k\rho|<|kR|\to0$，则有$J_0(k\rho)\to1$。故，我们发现

$$\vec{j}\propto\vec{e}_z\cdot\text{const.}$$

这表示电流是均匀分布的。 根据（6.3.4），$\delta>>R$意味着频率很低，或者导电率很差，而同时导线很细。此时趋肤效应很微弱 --- 没有明显的电流趋向导体表面分布的趋势，而电流大致仍弥散在整个导线截面。

(2) 若$\delta<<R$，则在$\rho\neq0$时总有$k\rho>>1$，此时贝塞尔函数的渐近式为



$$J_0(k\rho)\to\frac{e^{k\rho}}{\sqrt{k\rho}}\cdot\text{const.},$$

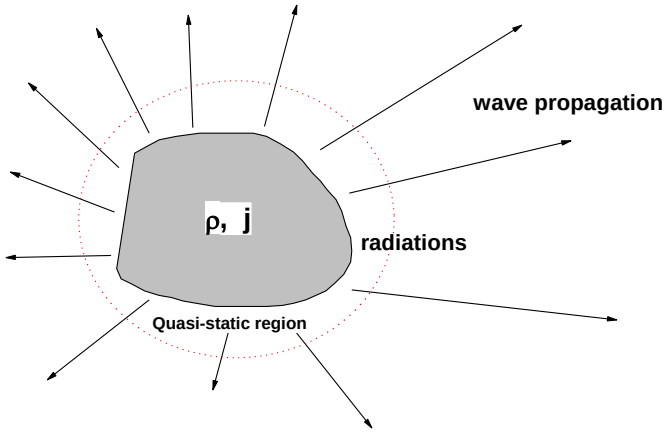
因此，取合适的常数，我们可以将电流改写成

$$\vec{j}=\hat{z}j_0\frac{e^{-(\frac{R-\rho}{\delta})}}{\sqrt{\rho}}\cos(\omega t-\frac{\rho}{\delta})$$

上式表明随着 $(R-\rho)$ 的增大(即从表面到柱轴线)，电流分布以指数形式衰减，并且 ω 越大(即 δ 越小)指数衰减越快，趋肤现象越强；电导率 σ_c 越大．趋肤现象也越严重。理想导体情况下 $\sigma_c\to\infty$，$\delta\to 0$，趋肤深度为 0，电流只以面电流形式呈现。

第八章 电磁波的传播

上一讲我们指出，当“准静条件”满足时，可以将“位移电流”项弃掉，亦即将“辐射”项弃除，此时电磁能量完全被**束缚**在电荷、电流的附近。然而一般情况下位移电流项不能忽略。当“位移电流”加上之后，电场、磁场就不再束缚在电荷、电流的附近，在没有电荷、电流的**自由空间**也可以因为电磁场之间的相互转化而存在 --- 这种场存在的形式就是**“电磁波”，Maxwell 方程最伟大的预言！** 从这一章开始，我们将进入电磁波这一神奇的世界。虽然电磁波原则上是由电荷、电流“辐射”出来的，但我们将“电磁辐射”这部分内容推迟到第十二章讨论。 在本章及下一章中，我们将假设电磁场已经从“辐射源”中辐射出来了，在这个基础上我们先研究在电磁波在不同介质中是如何传播的。 这些电磁媒介包括**电介质**、**金属**中以及下一章介绍的**波导**等。



§8.1 电磁波在非导电介质中的传播

考虑最简单的情形 --- 在无限大的**无源非导电**的介质中的电磁波的传播行为。 此时麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \nabla\cdot\vec{D}=0 \\ \nabla\times\vec{E}=-\dfrac{\partial}{\partial t}\vec{B} \\ \nabla\cdot\vec{B}=0 \\ \nabla\times\vec{H}=\dfrac{\partial}{\partial t}\vec{D} \end{cases} \tag{8.1.1}$$

其中 $\vec{D}=\varepsilon\vec{E};\ \vec{B}=\mu\vec{H}$ 。假定介质均匀且暂时不考虑**色散特性**（色散介质指的是 ε,μ 随频率变化的材料，我们随后讲述），则 ε,μ 均为常数。（8.1.1）是电磁场耦合在一起的方程，不好求解，下面我们试图得到关于电场的方程。将第二条方程两边作用 $\nabla\times$，则有

$$-\nabla^2\vec{E}+\nabla\left(\nabla\cdot\vec{E}\right)=\nabla\times\left(\nabla\times\vec{E}\right)=-\frac{\partial}{\partial t}\nabla\times\vec{B}=-\mu\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}\right) \tag{8.1.2}$$

根据第一条方程，有 $\nabla\cdot\vec{E}=0$，则电场满足的方程为

$$\left(\nabla^2-\varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{E}=0 \tag{8.1.3}$$

基于同样的数学，我们发现磁场满足一样的方程

$$\left(\nabla^2-\varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{B}=0 \qquad (8.1.4)$$

(8.1.3)和（8.1.4）式是标准的波动方程，取波速为

$$v^2=\frac{1}{\varepsilon\mu} \qquad (8.1.5)$$

后，其与大家在力学中学到的绳波所满足的方程

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)U(x,t)=0 \qquad (8.1.6)$$

类似。但仍有所不同：（1）此处场量是矢量，（2）传播方向不仅仅是向 x 方向。这给我们计算带来了一些麻烦，但设定传播方向后，每一个场的分量都满足与绳波一样的标量方程。考虑到（8.1.6）的解为 $U(x,t)=A\cos\left(kx-\omega t+\varphi\right)$，推广到电磁波的情形，则（8.1.3）-（8.1.4）的试解可以写为

$$\begin{cases}\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi\right)\\ \vec{B}(\vec{r},t)=\vec{B}_0\cos\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi\right)\end{cases} \qquad (8.1.7)$$

其中 $\vec{E}_0,\vec{B}_0,\vec{k},\omega,\varphi$ 均为常数（***逻辑上讲，（8.1.3-4）描述的 E 和 B 的波动方程式独立的，因此（8.1.7）解的形式中，E 和 B 中的相因子可以不同，亦即，E 表达式中的$\vec{k},\omega,\varphi$ 与 B 表达式中的$\vec{k},\omega,\varphi$ 不必相同。但后面依据原始 Maxwell 方程的分析表示：它们必须相等***）。代入(8.1.3)及（8.1.4）后发现试解（8.1.7）满足方程，但 k,ω 之间需满足关系式

$$\boxed{k^2=\varepsilon\mu\cdot\omega^2 \quad\Rightarrow\quad k=\pm\omega\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}} \qquad (8.1.8)$$

（8.1.8）式是电磁波传播的<u>色散关系</u>，对波的传播性质有重要意义。

注：

[1] 对任何波动方程，我们首先要问的是它的色散关系（注意不要和本构关系混淆！），亦即，频率ω（时域振动性质）与波矢k（空间域的振动性质）之间的关系。这是波的大部分性质的基础，若色散关系相同，即使不同的波（如绳波和电磁波）也具有基本相似的性质。往大了说，色散关系描述的其实是能量（对应于ω）和动量（对应k）之间的关系！

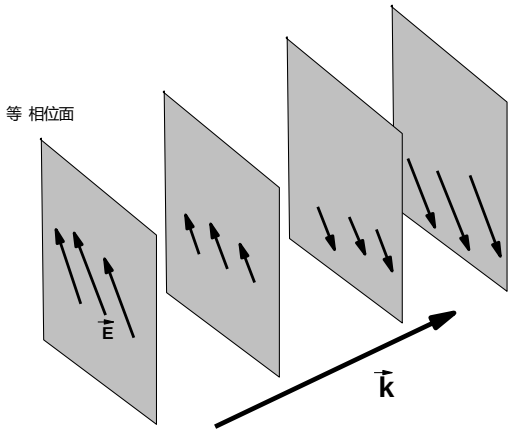
[2]（8.1.7）式只是自由空间波动方程的一种试解，你能想出其它形式的试解吗？

<u>我们对得到的电磁波的解讨论如下</u>：

(1) (8.1.7)式中的$\vec{E}_0,\vec{B}_0$代表波动的振幅，$\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi\right)$称为振动的相位。在给定时刻，方程

$$\vec{k}\cdot\vec{r}=\text{常数}, \tag{8.1.9}$$

所定义的曲面上相位相等，波场$\vec{E},\vec{B}$也就相同，这个曲面叫作**等相位面**。显然满足（8.1.9）所定义的曲面为一平面，其垂直于$\vec{k}$，故（8.1.7）所描述的波称为**平面波**。还可能将试解（8.1.7）写成其他形式，如球面波或者是柱面波，分别对应的等相位面为球面或者是柱面。



(2) **波长**λ的定义为两个相位差为2π的等相位面之间的距离。**考虑固定某个时刻（t 确定）对电磁波照张相**，显然，显然垂直等相面的方向看电磁场的值随位置 z 作 sin 或 cos 波动，因此，相位差为2π的两个等相面上场量相等。显然λ由方程

$$k\cdot\lambda=2\pi$$

确定，即

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{8.1.10}$$

$\vec{k}$被称为波矢量。

(3) **频率/周期** 相邻两次振动之间的时间为周期 T，单位时间内的振动次数为频率 f. **在一个确定的位置处观察场量随时间 t 的变化**，发现其也满足 sin 或者 cos 的波动振荡，此时周期 T 定义为两个波峰之间的时间差。容易求得：

$\omega T = 2\pi \Rightarrow T = 2\pi/\omega$。则振动频率为 $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$。经常把 $\omega = 2\pi f$ 称为*角（圆）频率*，把 f 称为*线频率*。

(4) **波速** 等相位面的传播速度被称为波的**相速度**。设 t 时刻等相位面在 r 处，$t+\Delta t$ 时刻该等相位面平移到 $r+\Delta r$ 的位置，则有

$$k\cdot r - \omega t + \varphi = 常数 = k\cdot(r+\Delta r) - \omega(t+\Delta t) + \varphi,$$

故相速度为

$$v_P = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \omega/k, \tag{8.1.11}$$

或

$$v_P = 1\Big/\left(\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}\right), \tag{8.1.12}$$

(8.1.12)式即是平面电磁被传播的速度，它与介质的性质有关，真空中有 $\varepsilon=\varepsilon_0, \mu=\mu_0$，故 $v_P = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = c$ 为光速，介质中的波速 $v_P = 1\Big/\left(\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}\right) = c/\left(\sqrt{\varepsilon_r\cdot\mu_r}\right) = c/n$，而 $\boxed{n=\sqrt{\varepsilon_r\cdot\mu_r}}$ 被定义为材料的折射率。

注：折射率的更基本的定义应当为 $n=\sqrt{\varepsilon_r}\cdot\sqrt{\mu_r}$，因为它对 ε,μ 分别大于、小于 0 四种情况均正确。你能否重点关注一下 ε,μ 均小于 0 的情况？

(5) 为了运算方便，常常把平面波写成复数形式，即

$$\begin{pmatrix}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix} e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t+\varphi\right)} \tag{8.1.13}$$

(8.1．13)式仍然是波动方程的**数学解**，但因为场量必须为实数，我们应当只取其实部作为**物理解**。然而写成复数形式对许多计算要简便很多，因此在实际运算时经常采用。但应当强调指出的是：只有实场才是有物理意义的场，复场只是为了计算方便！而之所以可以用复场计算是因为方程（8.1.3，5）是线性方程！

有时把常数因子 $e^{i\varphi}$ 并入振幅中，则

$$\begin{pmatrix}\vec{E}(\vec{r},t)\\ \vec{B}(\vec{r},t)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix} e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} \tag{8.1.14}$$

注意，这时振幅$\begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix}$已是复数。反之，当电磁波的振幅是复数时，它表示电磁波有相位因子。注意，这时振幅$\begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix}$已是复数。反之，当电磁波的振幅是复数时，它表示电磁波有相位因子。注意，这时振幅$\begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix}$已是复数。反之，当电磁波的振幅是复数时，它表示电磁波有相位因子。根据色散关系（8.1.8）可知，k取正负均可。因此，

$$\vec{E}=\vec{E}_0 e^{i\left(-\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} \qquad (8.1.15)$$

也是波动方程的解。非常容易可以证明，（8.1.15）是电磁波沿反方向传播的解。

注：你会发现（8.1.15）式与$\vec{E}=\vec{E}_0 e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}+\omega t\right)}$给出一样的实部，因而它们2个其实对应完全一样的电磁波。对波的时间变化项，在物理 Community 中，我们规定为$e^{-i\omega t}$，而 IEEE 的 Community 规定为$e^{i\omega t}$。

(6) 因为E和B分别满足的波动(8.1.3)和（8.1.5）式是由原始麦克斯韦方程约化而来的，约化过程中方程从一阶微分变成了二阶微分，因此波动方程的解**未必全都是原始 Maxwell 方程的解**

注：原则上 E 和 B 满足的方程是独立的，因此， 不仅复振幅$\vec{E}_0, \vec{B}_0$可完全自由选择，而且 E,B 表达式中指数因子$e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}$中的$(\vec{k},\omega)$也完全自由，只要它们满足色散关系即可。这么多波动方程多的解不可能都是原始 Maxwell 方程的解!

我们需要将所得的解（8.1.13）重新带回到原始 Maxwell 方程做检查。带回Maxwell 方程组中的第 1，3 两条方程，我们发现场量必须满足

$$\vec{k}\cdot\vec{E}_0=0,\quad \vec{k}\cdot\vec{B}_0=0 \qquad (8.1.16)$$

这表明，电磁场振动的方向与传播方向$\vec{k}$相互垂直（在等相面内），亦即 - **电磁波是横波**。进一步带入方程：

$$\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$$

得

$$\vec{k}\times\vec{E}_0e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)}=\omega\vec{B}_0e^{i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)} \qquad (8.1.17)$$

这意味着:

（1）E，B 场指数相因子应当完全相等！亦即：E,B 场中的$(\vec{k},\omega)$应当完全一样！

（2）复矢量振幅$\vec{E}_0,\vec{B}_0$也不独立，需满足

$$\vec{k}\times\vec{E}_0=\omega\vec{B}_0 \qquad (8.1.17')$$

由于在所考虑的媒质（$\varepsilon,\mu>0$）中$(\vec{k},\omega)$均为实数，上式隐含了

（3）复矢量振幅$\vec{E}_0,\vec{B}_0$的相位相等。

带入第四条方程$\nabla\times\vec{H}=\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\vec{E}$可得到

$$\vec{k}\times\vec{H}=-\varepsilon\omega\vec{E}\Rightarrow\vec{k}\times\vec{B}_0=-\varepsilon\mu\omega\vec{E}_0 \qquad (8.1.18)$$

综合（8.1.17）-（8.1.18）得到结论：$\vec{E},\vec{B}$ ***和***$\vec{k}$ ***组成右手定则***，且，E，B 之间的模量满足

$$\boxed{|E_0|=\omega|B_0|/k=v|B_0|=c|B_0|} \qquad (8.1.19)$$

后面一个等式在真空中成立。进一步，可以得到另一个很重要的关系式

$$\boxed{|E_0|=v\mu|H_0|=\frac{\mu}{\sqrt{\varepsilon\mu}}|H_0|=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}|H_0|=Z|H_0|} \qquad (8.1.20)$$

其中$\boxed{Z=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}}$称为阻抗，具有电阻的量纲，**是一个描述电磁介质中电磁波传播时场量比例的重要物理量**。**折射率和阻抗**是刻画电磁介质特性的最重要的 2 个量，他们各有各自不同的物理涵义，在确定电磁波的特性方面起着不同的作用。

(7) 平面波的**能流**

电磁场的能流定义为

$$\vec{S}_p=\vec{E}\times\vec{H} \qquad (8.1.21)$$

注意真实的场是（8.1.7），不能将复数场带入（8.1.21）式后再取实部，因为叉

乘运算是非线性运算。故(8.17)式中的$\vec{E},\vec{H}$都应取实部之后再代入：

$$\vec{S}_p(\vec{r},t)=\mathrm{Re}(\vec{E})\times\mathrm{Re}(\vec{H}) \qquad (8.1.22)$$

上式表示的是能流的瞬时值。当电磁场随时间变化时，通常瞬时值没有意义，我们更关心能流的**时间平均值**。对能流在一个周期内做时间平均，

$$\left\langle\vec{S}_p\right\rangle=\left\langle\mathrm{Re}\,\vec{E}\times\mathrm{Re}\,\vec{H}\right\rangle=\frac{1}{T}\int_0^T\vec{S}_p dt \qquad (8.1.23)$$

利用公式

$$\left\langle\mathrm{Re}\,\vec{E}\times\mathrm{Re}\,\vec{H}\right\rangle=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(\vec{E}\times\vec{H}^*\right)$$

(证明见习题8.1)，得到

$$\left\langle\vec{S}_p\right\rangle=\frac{1}{2}Z\cdot H_0^2\hat{k}=\frac{1}{2Z}E_0^2\hat{k} \qquad (8.1.24)$$

同理，能量密度的时间平均值为

$$\bar{u}(\vec{r})=\left\langle u(\vec{r},t)\right\rangle=\left\langle\frac{1}{2}\varepsilon\vec{E}\cdot\vec{E}+\frac{1}{2}\mu\vec{H}\cdot\vec{H}\right\rangle=\frac{\varepsilon}{4}E_0^2+\frac{\mu}{4}H_0^2=\frac{\varepsilon}{2}E_0^2 \qquad (8.1.25)$$

非常容易中证明$\bar{u}_E=\frac{\varepsilon}{4}E_0^2=\frac{\mu}{4}H_0^2=\bar{u}_B$，亦即，***平面电磁波电场携带的能量和磁场携带的能量相等！***把(8.1.25)和(8.1.24)式比较，则得

$$\left\langle\vec{S}_p(\vec{r})\right\rangle=\hat{k}\left\langle u(\vec{r})\right\rangle\frac{1}{\varepsilon Z}=\hat{k}\left\langle u(\vec{r})\right\rangle v=\left\langle u(\vec{r})\right\rangle\vec{v} \qquad (8.1.26)$$

(8.1.26)式有着清晰的物理图像 --- 能流的物理意义是**单位时间**内通过**单位面积**的能量，单位时间内电磁波传输$l=v\times1$的距离，因此单位时间内在体积为$\Omega=l\times1=v\times1\times1=v$内的电磁波能量可以通过该面积。故，**能流 = 能量 × 速度**。这与 **电流密度 = 电荷密度 × 速度** 的物理来源完全一致。**平面电磁波在非导电介质中传播的情况如图8.1所示。一个重要的特征是E与B为同相位变化的，即它们同时达到最大值，又同时达到最小值。**

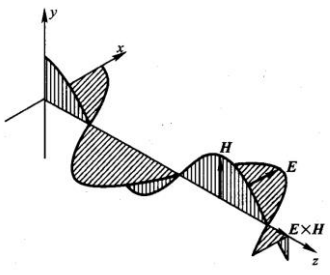


图 8.1

§8.2 波的偏振和偏振矢量

电磁波是矢量波，**传播和偏振**是其最重要的两个特征。上一节我们主要学习了波在线性无色散均匀媒质中的传播特性，本节中我们将重点学习波的偏振特性。让我们仔细研究横波条件（8.1.16）。对确定的传播方向$\vec{k}$，（8.1.16）式告诉我们电矢量$\vec{E}_0$必须在与其垂直的平面内。为确定起见，假设传播方向$\vec{k}\parallel\hat{z}$，则与其垂直的平面为 xy 平面，有 2 个相互垂直的单位矢量$\vec{e}_x,\vec{e}_y$（其它$\vec{k}$方向可以类似处理）。**注意，当我们取了复数场的表达式之后，原则上$\vec{E}_0$可以是一个复矢量 – 其每个分量均可取复数且可以由不同的相位**。因此，$\vec{E}_0$的最一般形式为

$$\vec{E}_0=\vec{e}_xE_{x,0}e^{i\phi_x}+\vec{e}_yE_{y,0}e^{i\phi_y} \qquad (8.2.1)$$

其中$E_{x,0}$ $E_{y,0}$为电场的振幅，为实数。将（8.2.1）带入复场表达式$\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$，再取实部，我们得到

$$\begin{aligned}E_x(z,t)&=E_{x,0}\cos\left(kz-\omega t+\phi_x\right)\\E_y(z,t)&=E_{y,0}\cos\left(kz-\omega t+\phi_y\right)\end{aligned} \qquad (8.2.2)$$

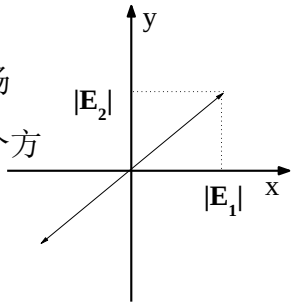
显然，场随时间的振荡行为由四个参量：$E_{x,0},E_{y,0},\phi_x$,以及ϕ_y确定。由（8.2.2）出发，在四个参量满足不同条件时，可以得到几种典型的偏振状态。

（A）线偏振

线偏振是最简单的情形。当$\phi_x=\phi_y=\phi$时，电场随时间演化为

$$\begin{aligned}E_x(z,t)&=E_{x,0}\cos\left(kz-\omega t+\phi\right)\\E_y(z,t)&=E_{y,0}\cos\left(kz-\omega t+\phi\right)\end{aligned} \qquad (8.2.3)$$

在任意一个确定的**波阵面上**（如取 z=0 的 xy 平面），电场的两个分量同相位振动，因此合成的结果是电场只在一个方向上随时间来回振动，因此这种偏振状态称为**线偏振**。



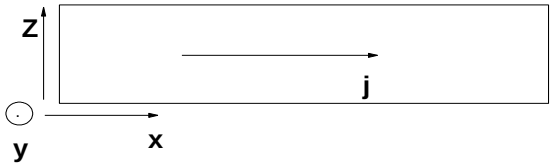
习题

P．204，8.1

补充题：

1. 铜在室温下的电阻率为$1.69\times10^{-8}\Omega\cdot m$，分别在 $f=1\text{MHz}$ 和 $f=1\text{GHz}$ 条件下计算铜导线的趋肤深度。

2. 如图所示的厚度为 d 的平板型导体（电导率为σ_c），假设沿 x 方向流有圆频率为ω 的交流电流（沿 y 方向均匀）。设导线边界上的电流密度为 j_0，在准静态近似下求解电流分布，电场分布，以及磁场分布。



3. 推导（6.2.4）及（8.1.4）。

4. 证明（8.1.25）式以及平面电磁波的电场能和磁场能的时间平均值相等

5. 计算真空的阻抗值

小课题：

1. 阅读所附的论文（PRB 74 035419 （2006)），在准静态极限下推导出 Eq. (1) & Eq. (2). 能否仔细分析论文中所利用的准静条件下的方程和基本假设？与我们此处有和不同？

2. 假设由几束激光干涉形成的驻波光场为 $\vec{E}(\vec{r},t)=\vec{E}_0(\vec{r})\cos(\omega t)$，其中 $\vec{E}_0(\vec{r})$ 为实场。建设在其中放置一个半径为 a 的介电常数为 ε 的介质小球，讨论

（1）什么条件下问题满足“准静态近似”？

（2）在准静近似下讨论介质小球的受力的表达式

（3）能否设计出一个真实的光场，计算其对小球的“光力”？

3. 尝试在球坐标/柱坐标下解波动方程（8.1.3）

4. 课件中的所有推导都是基于 ε_r,μ_r 均大于 0 的情形。在其他三种情形下（即：$\varepsilon_r>0,\mu_r<0;\ \varepsilon_r<0,\mu_r>0;\ \varepsilon_r<0,\mu_r>0$），课上建立的那些结论需要改写？