第 二 十 一 讲

- **场用势表示:** $\vec{E}=-\nabla\varphi-\dfrac{\partial}{\partial t}\vec{A},\quad \vec{B}=\nabla\times\vec{A};$
- **势方程:** $\left(\nabla^2-\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix}\varphi\\ \vec{A}\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}\rho/\varepsilon_0\\ \mu_0\vec{j}\end{pmatrix}$，前提: $\nabla\cdot\vec{A}+\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial}{\partial t}\varphi=0$，**洛仑兹规范**
- **推迟势** $\vec{A}(\vec{r},t)=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\int\dfrac{\left[\vec{j}\right]}{R}d\tau',\quad \left[\vec{j}\right]=\vec{j}(\vec{r}',t-R/c)$
- **电偶极辐射** $\vec{A}_p=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{1}{r}\int\left[\vec{j}\right]d\tau'=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\left[\dot{\vec{p}}\right]}{r}=\dfrac{-i\omega\mu_0}{4\pi}\dfrac{[\vec{p}]}{r}$ **(泰勒展开)**

$$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}\xrightarrow{\nabla\to ik\vec{e}_r}\frac{\omega^2\mu_0}{4\pi cr}\vec{e}_r\times[\vec{p}]$$

$$\vec{E}=-\vec{e}_r\times(c\vec{B})=-\frac{\omega^2}{4\pi\varepsilon_0c^2r}\vec{e}_r\times\left(\vec{e}_r\times[\vec{p}]\right),$$

（远场）

[例 1] 如图 12.3 所示，两个金属小球分别带电荷 Q 和—Q，它们之间距离为l，两小球的电荷的数值和符号同步地周期性变化，这就是所谓的赫兹振子。试分析赫兹振子辐射场的能流特点。

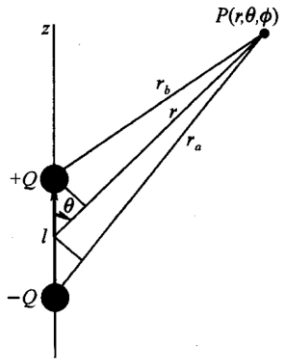


图 12.3

解 取球坐标系，+Q 和—Q 处在 z 轴上，设$Q=Q_0e^{-i\omega t'}$（利用复场表示），则体系的电偶极矩为

$$\vec{p}=lQ\vec{e}_z=lQ_0e^{-i\omega t'}\vec{e}_z=p_0e^{-i\omega t'}\vec{e}_z$$

将它们代入偶极辐射的远区公式，有

$$\begin{cases}\vec{B}=\dfrac{\mu_0\omega^2p_0}{4\pi cr}\sin\theta e^{-i\omega(t-r/c)}\left(-\vec{e}_\phi\right)\\ \vec{E}=-\hat{e}_r\times(c\vec{B})\quad=\dfrac{\mu_0\omega^2p_0}{4\pi r}\sin\theta e^{-i\omega(t-r/c)}\left(-\vec{e}_\theta\right)\end{cases}\tag{12.3.11}$$

由(12.3.11)式可以看出，场正比于$\dfrac{1}{r}$，电场只有 $\vec{e}_\theta$ 方向分量，磁场只有$\vec{e}_\phi$ 方向分量，且$cB_\phi=E_\theta$。辐射场在偶极矩方向上为零。辐射能流的平均值为

$$\left\langle\vec{S}_P\right\rangle=\frac{1}{2\mu_0}\mathrm{Re}\left[\vec{E}\times\vec{B}^*\right]=\frac{c}{2\mu_0}\left|B\right|^2\vec{e}_r=\frac{\mu_0\omega^4{p_0}^2}{32\pi^2c}\frac{\sin^2\theta}{r^2}\vec{e}_r\tag{12.3.12}$$

对这个结果讨论如下：

（1） 辐射能流的特点是正比于$\frac{1}{r^2}$，偶极矩的平方，ω 的四次方。

（2） 这说明辐射能力在低频时较弱，而在高频时高，这与我们第六章所讨论的“准静态近似”的适用条件一致；

（3） 辐射能流正比于$\frac{1}{r^2}$是一个稳定辐射问题的必然要求，如若不然，则必然在空间产生能量积累，从而辐射问题不稳定。也正因为如此，辐射能流在某一个特定的立体角组成的通道内保持相同。

基于此，在讨论辐射问题时，我们常用角分布的概念来描述体系向空间不同方向辐射能量的情况，其定义为

$$\left\langle f(\theta,\phi)\right\rangle=\frac{\left\langle \vec{S}_P\right\rangle\cdot d\vec{S}}{d\Omega}=\frac{\left\langle \vec{S}_P\right\rangle\cdot r^2 d\Omega}{d\Omega}=\left\langle \vec{S}_P\right\rangle\cdot r^2 \tag{12.3.11}$$

这表示在 θ、ϕ 方向单位立体角内的平均辐射能流，显然，现在

$$\left\langle f(\theta,\phi)\right\rangle=\frac{\mu_0\omega^4 {p_0}^2}{32\pi^2 c}\sin^2\theta \tag{12.3.12}$$

辐射角分布的情况如图 12.4 所示，在$\theta=\frac{\pi}{2}$的方向幅射最强，在$\theta=0$、π 的方向无辐射。

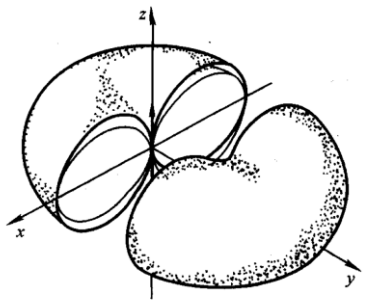


图 12.4

3．磁偶极辐射

下面考虑磁偶极辐射，此时应当考虑 $\vec{A}_2$ 项。在远场（$r>>\lambda$）及单频条件下，只保留∇对推迟势的作用（亦即，作代换$\nabla\leftrightarrow i\frac{\omega}{c}\vec{e}_r$），则有

$$\vec{A}_2=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int\vec{r}'\cdot\nabla\frac{[\vec{j}]}{r}d\tau'=-\frac{\mu_0}{4\pi}\int\vec{r}'\cdot\left(i\frac{\omega}{c}\vec{e}_r\right)\frac{[\vec{j}]}{r}d\tau'=-\frac{i\mu_0\omega}{4\pi r^2c}\vec{r}\cdot\int\vec{r}'[\vec{j}]d\tau' \qquad (12.3.13)$$
$$=-\frac{i\mu_0\omega}{4\pi r^2c}\frac{1}{2}\vec{r}\cdot\left\{\int[\vec{r}'\vec{j}+\vec{j}\vec{r}']d\tau'+\int[\vec{r}'\vec{j}-\vec{j}\vec{r}']d\tau'\right\}$$

上式{}中第一项在静磁条件下为 0（参考第十五讲（5.5.7'）式，或者在稳恒电流条件下利用公式 $\vec{j}d\tau'=Id\vec{r}'$ 直接推导：$\vec{r}\cdot\int[\vec{r}'\vec{j}+\vec{j}\vec{r}']d\tau'=\left[I\int((\vec{r}\cdot\vec{r}')d\vec{r}'+(\vec{r}\cdot d\vec{r}')\vec{r}')\right]=\left[I\int d(\vec{r}\cdot\vec{r}'\vec{r}')\right]\equiv 0$ ）。当电流随时间谐变时，这一样 不为 0，其呈现为电四极子的贡献（由 $\vec{j}=\dot{\vec{P}}$ 可知，此项积分正比于 $\int\vec{r}'\vec{r}'\rho d\tau'\propto\vec{D}$ ）。这里我们暂时不讨论电四级子的辐射场，我们发现（12.3.13）式中第二项可改写为

$$\vec{A}_m=-\frac{i\mu_0\omega}{4\pi r^2c}\frac{1}{2}\int\vec{r}\cdot[\vec{r}'\vec{j}-\vec{j}\vec{r}']d\tau'=-\frac{i\mu_0\omega}{4\pi r^2c}\frac{1}{2}\int\vec{r}\times[\vec{j}\times\vec{r}']d\tau' \qquad (12.3.14)$$
$$=\frac{i\mu_0\omega}{4\pi r^2c}\vec{r}\times[\vec{m}]$$

显然其代表磁偶级子在远场产生的矢势。带入势和场的关系，即可求出磁偶极子远场辐射场中的 $\vec{E}$ 和 $\vec{B}$：

$$\begin{cases}\vec{B}=\nabla\times\vec{A}_m=i\dfrac{\omega}{c}\vec{e}_r\times\vec{A}_m & =-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{k^2}{r}\cdot\vec{e}_r\times(\vec{e}_r\times[\vec{m}])\\ \vec{E}=-\hat{e}_r\times(c\vec{B}) & =-\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{k^2c}{r}\cdot\vec{e}_r\times[\vec{m}]\end{cases} \qquad (12.3.16)$$

讨论如下

（1） 我们注意到磁偶极子的辐射场（12.3.16）与电偶极子辐射场（12.3.9）非常相似。事实上，在讲解静电/静磁理论时我们已经了解到，**$\mu_0\vec{m}$ 之于 $\vec{B}$ 场与 $\vec{p}/\varepsilon_0$ 之于 $\vec{E}$ 场完全相同。**现在，我们又看到了相同的依赖关系 --- 将（12.3.9）中 $\vec{E}$ 场中的 $\vec{p}/\varepsilon_0$ 代换成 $\mu_0\vec{m}$，我们就得到了磁偶极子的 $\vec{B}$ 场！因此这两个场互为对偶场，记住一个就可以得到另一个。**更一般地，当我们作如下代换** $\vec{p}\to\dfrac{\vec{m}}{c},\ \vec{E}\to c\vec{B},\ c\vec{B}\to-\vec{E}$，即可由电偶极子的场推出磁偶极子的场。

（2） 磁偶极辐射与电四极辐射一个量级，均比电偶极辐射小，因此对一个体系若其有磁偶极辐射，应当同时检查同一量级的电四极子是否存在。

（3） 电偶极子 **p** 和磁偶极子 **m** 的辐射能流角分布虽然一样，但是它们的电磁场的对称性却完全不同。之前说过，**p** 产生的 **E** 和 **m** 产生的 **B** 一样，仔细观察发现二者都具有反演对称性，$\vec{E}_p(\vec{r}) = \vec{E}_p(-\vec{r})$; $\vec{B}_m(\vec{r}) = \vec{B}_m(-\vec{r})$。但是另外一个场却具有反演反对称性：$\vec{E}_m(\vec{r}) = -\vec{E}_m(-\vec{r})$; $\vec{B}_p(\vec{r}) = \vec{B}_p(-\vec{r})$。这一点对称性的不同经常被用来实现电磁透明，或者叫辐射的 Kerk 条件。参考 **Phys. Rev. Appl.** 7, 044033 (2017)

§ 12.4 线型天线辐射

将细导线按照一定形式构成一个金属结构，即构成一个天线。在天线中输入交变电流，该交变电流在天线中来回振荡，产生电磁辐射。线型天线是最典型也是最常见的天线结构，它具有较强的辐射能力和较好的辐射方向性。天线有许多中，我们本节研究一个细直导线构成的线型天线的辐射问题。

要解决天线辐射的问题首先要知道天线中的电流分布。我们考虑输入到天线中的信号随时间作简谐变化，则天线中的电流线密度一定也随时间作简谐变化。**然而计算任意形状天线中交变电流的分布并不容易，因为电荷在天线中流动时，除了电源施加的“外电场”，还会感受到两类电场：1）电流产生的磁场随时间变化而导致的感应电场（这是电感效应），2）电流遇到导线的终端产生电荷积累导致的电场（这是电容效应）。原则上，这些不同来源的电场会加在一起，作用到导线中的电荷形成电流，而电流又反过来改变电场的分布，最后电流和其产生的电场需相互自洽，得到结构中稳定的电流分布。因此，任意形状天线中的电流分布依赖于天线的结构和馈源的方式，不能一概而论。针对线型天线，我们可以通过一个简单而又启发的讨论得到其电流分布，虽然讨论过程不严格，但是结论基本可靠，并可以作为下一步讨论的出发点。**假设天线由理想导体组成，则电流只在导体表面且满足 $\vec{J} = \vec{n} \times \vec{H}$。进一步考虑磁场，其满足波动方程

$\left(\nabla^2-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\vec{H}=0$，故其解一定是$e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$的线性组合（$\vec{k}$可以取模为$k=\omega/c$的所有值）。当天线很细时，可只考虑$\vec{k}=\pm k\hat{z}$的两支波的贡献，故$\vec{H}$以及$\vec{J}$的形式一定只是$e^{i(\pm kz-\omega t)}$的线性组合。设信号沿天线的中点输入，取此点为坐标的原点，电流对此点是对称的，在天线的两端点$(z=\pm\frac{l}{2})$处电流应为零，故电流分布为

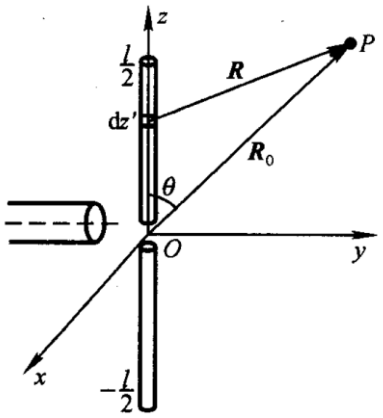


图 12.6

$$I(z',t')=I_0e^{-i\omega t'}\sin\left(k\left(\frac{l}{2}-|z'|\right)\right) \qquad (12.4.1)$$

知道了电流分布便可计算矢势$\vec{A}$：

$$A_z=\frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{\sin\left(\frac{kl}{2}-k|z'|\right)e^{-i\omega(t-R/c)}}{R}dz' \qquad (12.4.2)$$

如图 12.6 所示，有（图中$\vec{R}_0$记为$\vec{r}$）

$$R\approx r-z'\cos\theta \qquad (12.4.3)$$

将（12.4.3）代入（12.4.2），在远场条件（$r>>l, r>>\lambda$）下，我们展开$\frac{e^{-i\omega(t-R/c)}}{R}$时可以只考虑$\frac{1}{R}$中泰勒展开的零阶项（因为这里展开式的高阶项比前面一阶小$l/r\to 0$），但不对$e^{-i\omega(t-R/c)}\approx e^{-i\omega t}e^{ik(r-z'\cos\theta)}$做进一步展开。因此，

$$\begin{aligned}A_z&\approx\frac{\mu_0 I_0}{4\pi r}e^{-i\omega(t-r/c)}\int_{-l/2}^{l/2}\sin\left(\frac{kl}{2}-k|z'|\right)e^{-ikz'\cos\theta}dz'\\&=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi kr}e^{-i\omega(t-r/c)}\left(\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\frac{kl}{2}}{\sin^2\theta}\right)\end{aligned} \qquad (12.4.4)$$

由$\vec{A}$可由$\vec{B}=\nabla\times\vec{A}$求得$\vec{B}$。考虑远场时作代换$\nabla\leftrightarrow i\frac{\omega}{c}\vec{e}_r$，则

$$\vec{B}=ik\vec{e}_r\times\vec{A}=-ikA_z\sin\theta\vec{e}_\phi \qquad (12.4.5)$$

电场容易求得

$$\vec{E}=-\hat{k}\times\left(c\vec{B}\right)=-ickA_z\sin\theta\vec{e}_\theta \qquad (12.4.6)$$

由$\vec{E}$、$\vec{B}$即可求出辐射能流

$$\left\langle\vec{S}_P\right\rangle=\frac{1}{2\mu_0}\left(\vec{E}\times\vec{B}^*\right)=\frac{\mu_0 I_0^2 c}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\frac{kl}{2}}{\sin\theta}\right]^2\vec{e}_r$$

平均角分布为

$$\left\langle f(\theta,\phi)\right\rangle=\left\langle\frac{\vec{S}_P\cdot d\vec{S}}{d\Omega}\right\rangle=\frac{\mu_0 I_0^2 c}{8\pi^2 r^2}\left[\frac{\cos\left(\frac{kl}{2}\cos\theta\right)-\cos\frac{kl}{2}}{\sin\theta}\right]^2 \qquad (12.4.7)$$

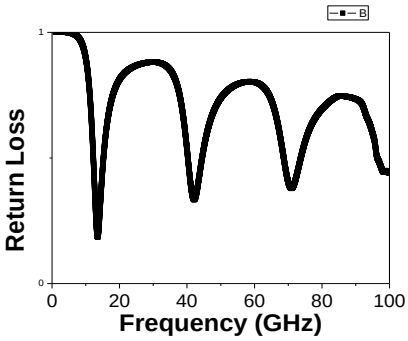
它依赖于$\frac{kl}{2}$的值。讨论如下：

（1）当天线长度远小于波长时，$kl<<1$，可以将上式展开得

$$\left\langle f(\theta,\phi)\right\rangle=\frac{\mu_0 I_0^2 c}{8\pi^2}\frac{(kl)^4\sin^2\theta}{64}=\frac{\mu_0\omega^4}{32\pi^2 c}\sin^2\theta\times\left(\frac{I_0 l^2}{4c}\right)^2 \qquad (12.4.8)$$

与（12.3.12）对比发现，此时天线等价于一个电偶极子，强度为$p=\frac{I_0 l^2}{4c}$。显然对短天线，天线越长，辐射能力越大。

（2）当天线再增长到$kl<<1$条件不满足时，天线的辐射能力随kl做周期性振荡。通常人们将信号发生器与天线中间空隙的两端分别相连，给定一个定幅的输入信号，测量被反射回来的信号强度（称为反射损耗 – return loss, S11 等），显然这个量越小，说明辐射出去的功率越强，因此 S11 的极小值就标示着天线辐射的一个极大值。研究发现，当$\frac{l}{\lambda}=\frac{1}{2},\frac{3}{2},...$时，天线的辐射能力达到极值 – 特别是半波电线（长度$l=\frac{\lambda}{2}$）辐射能力最强。



（3）随着 $\frac{l}{\lambda}$ 的增大，辐射图案与偶极子辐射图案有了明显的区别，开始有分叉出现，并开始朝天线方向集中（书上的图形计算有误！）。真正有用的天线就是既有很好的辐射效率（S11 极小），又有很好的辐射图案的半波天线。

§ 12.5 天 线 阵

天线最重要的两个品质是辐射图案和辐射效率。虽然半波天线的辐射效率比较高，但它在 ϕ 角上没有任何的定向性，在 θ 角上有一定的定向性，但不是很好。在实际应用中，为了获得更好的辐射方向性，**我们常把一系列天线排布成天线阵，利用干涉效应来获得较好的方向性，而同时这些天线间的干涉导致整个天线阵具有远比单个天线更好的辐射效率**。惯常的排布有两种：一种是线性排列。如图 12.8，或横向排列，如图 12.9；再有是 $m\times n$ 方阵，如图 12.10。

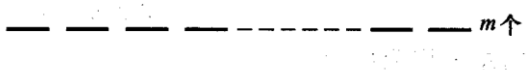


图 12.8

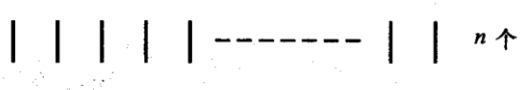


图 12.9

我们只讨论在线性排列的情况下，它的方向性同单一的半波天线的方向性有什么不同。如图 12.11，m 个半波天线线性排列，它们所激发的场到达远处某点的路程不同，这就使它们彼此间有相位差，从而发生干涉使辐射具有方向性，如图 12.11 所示。每个天线与其邻近的天线之间的路程差为 $l\cos\theta$（l 为两天线间的距离），若第一个天线的辐射场为

$$\vec{E}_1 = \vec{C}(\theta)\frac{e^{ikR_1}}{R_1} \qquad (12.5.1)$$

则第二个半波天线的辐射场为

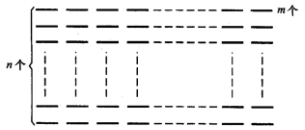


图 12.10

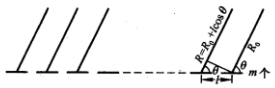


图 12.11

$$\vec{E}_2 = \vec{C}(\theta)\frac{e^{ikR_2}}{R_2} \qquad (12.5.2)$$

由于在远场条件下，$R_2 \approx R_1 + l\cos\theta$，故有

$$\vec{E}_2 \approx \vec{C}(\theta)\frac{e^{ikR_1}}{R_1}e^{ikl\cos\theta} = \vec{E}_1 e^{ikl\cos\theta} \qquad (12.5.3)$$

同理，可得第三个半波天线的场为

$$\vec{E}_3 \approx \vec{E}_1 e^{i2kl\cos\theta} \qquad (12.5.4)$$

依次类推，得 m 个半波天线产生的总电场为

$$\vec{E}_{total} = \sum_{N=0}^{m-1}\vec{E}_1 e^{iNkl\cos\theta} = \vec{E}_1\frac{1-e^{imkl\cos\theta}}{1-e^{ikl\cos\theta}} \qquad (12.5.5)$$

可见它的辐射角分布比单个半波天线的角分布多了一个因子：

$$\left|\frac{1-e^{imkl\cos\theta}}{1-e^{ikl\cos\theta}}\right|^2 = \frac{\sin^2\left(\frac{m}{2}kl\cos\theta\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}kl\cos\theta\right)} = f(\alpha) \qquad (12.5.6)$$

式中 $\alpha = kl\cos\theta$，$f(\alpha) = \dfrac{\sin^2\left(m\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$。因此总的辐射角分布为

$$f_{\text{total}}(\theta,\phi) = f_{\text{single}}(\theta,\phi)\cdot f(\alpha) \qquad (12.5.7)$$

即在原有的单个天线的角分布的图案基础上加上一个干涉后的“形状因子”。可

以看出：

（1） 当 $\alpha=0$ 时 $f(\alpha)$ 有极大值，其值为 $f(0)=m^2$。 这说明向前传播的方向仍然是体系辐射最强的方向，而且辐射能力增强了 m^2 倍。这不奇怪，因为干涉相应使得此方向的所有天线都是相干叠加，场的振幅增强了 m 倍，功率增强 m^2 倍。

（2） 当 $\alpha=\frac{2\pi}{m},\frac{4\pi}{m},\cdots,\frac{(m-1)2\pi}{m}$ 时有极小值，分布情况如图 12.12 所示，两个极小之间有个极大，但高阶的极大值急剧减少。

（3） 主极大在 $\alpha=0$ 处，第一个极小在 $\alpha=\frac{2\pi}{m}$ 处，即 $kl\cos\theta=\frac{2\pi}{m}$ 处。若令 $\psi=\frac{\pi}{2}-\theta$，则 $kl\sin\psi=\frac{2\pi}{m}$。主极大峰所处的角度范围为

$$|\psi|\le\sin^{-1}\left(\frac{2\pi}{mkl}\right)\approx\frac{\lambda}{ml}$$

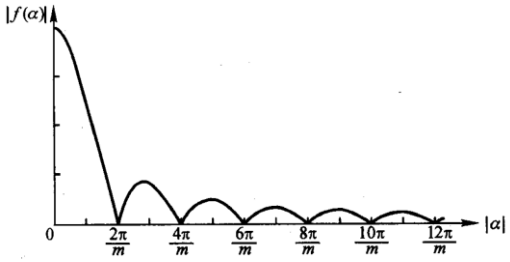


图 12.12

可见，m 大则 ψ 角度小，这表示 θ 的方向性很强。

（4） 天线阵的概念非常重要，在前沿（特别是纳米光学研究前沿）有着重要的应用，下面简单地介绍几个应用：

1）给这个天线阵馈电的时候赋予每个天线随时间变化的不同初始相位，就有可能产生随时间传播方向变化的辐射电磁波，这就是**相控阵天线**的基本原理。

2) 我们可以把超构表面上每个人工微结构看成一个个天线，当电磁波入射到超构表面上时，每个天线想当然被馈电，产生辐射，而这些天线的辐射波相干叠加就形成散射电磁波（包括反射波、透射波减除入射波），基于这个道理，你是否可以理解之前我们曾经讲过的**广义 Snell 定律**？

3)我们此处只考了“形状因子” $f(\alpha)$ 对整体辐射图形的调制，没有考虑单个天线的辐射

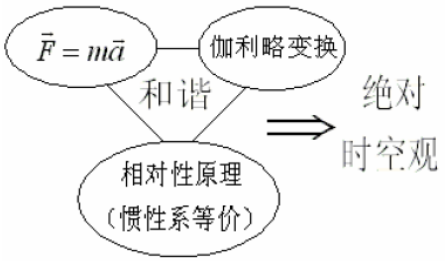
图案 $f_{\text{single}}(\theta,\phi)$ 的性质，因为我们假设了 $f(\alpha)$ 变化的时候 $f_{\text{single}}(\theta,\phi)$ 变化缓慢（比如，正好选择的是天线辐射最强的角度）。然而事实上， $f(\alpha)$ 是由天线阵列的初始相位分布及周期决定，而 $f_{\text{single}}(\theta,\phi)$ 却完全有单个天线的特性决定。因此，我们完全可以设计这些天线（或者超构表面中的人工原子），使得 $f(\alpha)$ 出现极大的位置正好对应 $f_{\text{single}}(\theta,\phi)$ 的“零点”，这时将出现天线阵列完全不辐射（或者超构表面完全不反射）的奇异行为。**你是否可以基于这个图像重新解读一下“布鲁斯特角”效应？**另外，这正是前沿非常热门的**“连续态中的束缚态（Bound State in Continuum）”的一类产生机制**。同时，这也是超构表面**反射谱中半峰宽调制的物理根源**（参考 **Light: Science & Applications** 9:76(2020)）

第十一章　相对论电动力学

到现在为止，我们已经系统地研究了电磁场理论在不同条件下（静电、静磁、准静、辐射）的表现。然而，这些结果至今仍然是针对某一个特定坐标系成立的。在不同坐标系下的电磁现象之间的关联如何呢？这就是本章的研究内容。

§ 11.1　狭义相对论的时空观

要想联系不同坐标系下的物理现象，就必须建立正确的时空变换，而后者是建立在一定的时空观下的。我们在本课程中只关心惯性坐标系之间的变换。牛顿在总结其发展的力学规律时得到了如下绝对时空观。



1．绝对时空观

A．相对性原理

物理世界的规律是通过时间和空间坐标来描述的，而物理规律本身应当与（惯性）坐标系的选取无关，这就是说，**在不同的惯坐标系中，物理规律表述的形式始终保持不变**，这是一个重要的基本假定，称为**相对性原理**，思想最先由伽利略提出。

B．力学规律

牛顿力学的基本方程是

$$\vec{F}=m\vec{a}=m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \qquad （11.1.1）$$

C．伽利略变换

两个相对运动的惯性坐标系 S 和 S' 之间由伽利略变换联系起来，

$$\begin{cases}\vec{r}\,'=\vec{r}-\vec{v}t\\ t'=t\end{cases} \qquad (11.1.2)$$

将（11.1.2）代入（11.1.1）发现力学规律在不同的坐标系中保持相同，因此，牛顿力学，伽利略变换与相对性原理和谐统一。

习题

P． 344， 12.5，12.8， 12.10

补充题：

（1）证明（12.4.8），并从偶极子的定义出发证明通有谐变电流的短天线的有效偶极矩就是

$p=\frac{I_0l^2}{4c}$。