普通高等教育“九五”国家级重点教材

原子核物理

（修订版）

卢希庭 主编

原子能出版社

高等教育教材

原子核物理

（修订版）

卢希庭　主编

卢希庭　江栋兴　叶沿林　编著

原子能出版社

北　京

图书在版编目(CIP)数据

原子核物理/卢希庭主编；卢希庭,江栋兴,叶沿林编著 .—2 版(修订版).—北京:原子能出版社,2000.10
高等教育教材
ISBN 7-5022-2188-3

Ⅰ.原… Ⅱ.①卢… ②卢… ③江… ④叶… Ⅲ.核物理学-高等教育-教材 Ⅳ.O571

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 42865 号

内 容 简 介

本书全面、系统地阐述了原子核物理学这门学科的基本内容,并对亚核子物理、天体物理以及核辐射测量等作了简要介绍。全书共分十三章,内容包括核的基本性质、放射性、核辐射测量、核力、核衰变、核结构、核反应、中子物理、核裂变和聚变、亚核子物理和天体物理等。书中着重叙述这些方面的基础知识和物理规律,同时适当介绍当前的一些进展情况。

为了便于读者自学,本书语言力求简明易懂,内容注意由浅入深,各章均有习题和答案。书末还附有供做习题用的“部分核素数据和粒子数据”和“常用物理常量”。

本书可作为大学物理类专业原子核物理课程的教材,并可供其他有关专业的师生和从事原子能研究和应用的人员参考。

本书是 1981 年出版的《原子核物理》(高等学校试用教材)的修订版。原版书于 1987 年获核工业部优秀教材特等奖,1988 年获全国高等学校优秀教材奖。

原子能出版社出版 发行
责任编辑:赵志军
社址:北京市海淀区阜成路 43 号 邮政编码:100037
北京朝阳科普印刷厂印刷 新华书店经销
开本:787 mm×1092 mm 1/16 印张 27.5 字数 685 千字
2000 年 10 月北京第 2 版 2001 年 7 月北京第 1 次印刷
印数:1—5000
定价:36.00 元

修订版前言

本书第一版是1981年问世的，至今已近20年。近20年来，核物理学取得很多新的进展，我国的核科学事业发展也有很大变化。因此，本书有必要进行修订。修订本书过程中在充分保留原有体系和风格的同时，注意内容的更新和调整，使本书的使用对象由大学核物理专业学生扩大为大学物理类高年级学生，同时兼顾核工程类学生和广大核科学技术工作者的需要。修订版仍然着重叙述原子核物理的基础知识和有关规律，同时适当介绍核物理研究的一些新近发展。

第一章原子核的基本性质，增加了原子核的同位旋一节，同位旋作为核的重要性质之一，放在第一章中与其他核的基本性质并列介绍。第二章放射性和核的稳定性，主要包括原书第二、三章内容，增加了放射性鉴年法一节，介绍了长寿命核素和^{14}C在测量年代中的应用。第三章核辐射测量，为新增内容，主要介绍射线探测和剂量防护的一些基本知识，其目的主要是为非核物理类专业学生的教学提供需要。第四章核力，对原书有关核力的介绍作了一些精简。第五章α衰变，增加了质子及重离子放射性的新近发展。第六章β衰变，增加了双β衰变和中微子质量的测量。第七章γ跃迁，基本上保持原有的体系和内容。第八章核结构模型，增加了原子核的非核子自由度一节，主要介绍核结构的介子和夸克自由度。第九章原子核反应，删去了光核反应、中子核反应、p和α引起的核反应等内容，增加了放射性核束及其引起的核反应一节，介绍了该核物理前沿领域的发展概况。第十章中子物理，基本上保持原有的体系和内容。第十一章原子核的裂变和聚变，包括了原书第十一章和第十二章的主要内容，对聚变部分作了较多精简。第十二章原子核的亚核子物理，为新写内容，它取代了原书的第十三章，介绍了核物理的又一前沿领域的发展概况。第十三章核天体物理学基础，为新增内容，是受人们关注的核物理与天体物理的交叉领域，本章对其基础知识作了介绍。

为适应不同程度学生的需要，本书增加了一些难度稍深的习题，以供教学时选用。

为贯彻国务院《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》，本书对有关量的单位、名称和符号作了修订。例如，将长度单位F(费米)改为fm(飞米)，能量单位erg(尔格)改用J(焦耳)，磁感应强度单位Gs(高斯)改用T(特斯拉)，名称通量改为注量率，年的符号y改为a，范围号“—”改为“～”，图表中量与单位之间用符号“/”表示，等等。对一些国际上暂时允许使用并将逐步淘汰的单位(如居里、拉德、雷姆、伦琴、靶恩、埃等)除靶恩外，本书将不再使用或尽量少用。对于靶恩，我们认为作为一个在专门领域具有专门名称的SI导出单位[1 b(靶恩)=10^{-28} m^2]，有其存在的合理性，国际上仍在广泛使用，估计在可预见的未来也难以被废除，因此本书仍将使用它。

根据国务院授权，对于全国自然科学名词审定委员会审定公布的名词术语，科研、教学、生产、经营以及新闻出版等各部门，均应遵照使用。按照这一原则，本书对有关物理量的名称作了修订。例如，将衰变常数改为衰变常量，跃迁几率改为跃迁概率，同质异能素改为同核异能素，居里描绘改为库里厄图，等等。

本书第一版于1987年获核工业部优秀教材特等奖，1988年获全国高等学校优秀教材奖。

本次修订被列入了“九五”国家重点教材选题规划。

本书的修订工作由北京大学卢希庭、江栋兴、叶沿林三位教授担任，卢希庭教授任主编。具体分工如下：卢希庭教授在原书第一、二、三、五、六、七章的基础上修订了第一、二、五、六、七章；江栋兴教授在原书第九、十、十一、十二章的基础上修订了第九、十、十一章，新写了第三章；叶沿林教授在原书第四、八章的基础上修订了第四、八章，新写了第十二、十三章。

正当编者开始动笔后不久，本书审校人，我们尊敬的胡济民教授不幸过世。为了缅怀胡先生的指导，我们在修订版中保留了胡济民教授在 1980 年为本书写的绪论。

在原中国核工业总公司教学与教材指导委员会的组织下，本书的修订大纲曾多次开会进行过讨论，与会同志提出了不少宝贵意见。在本书修订和出版过程中，得到了不少同志的支持和帮助。还有几位研究生在本书的计算机录入过程中付出了辛勤劳动。在此一并致谢。

由于编者学识水平有限，书中难免会有缺点和错误，敬请读者指正。

编者

2000 年 5 月于北京大学

第一版前言

本书是在北京大学技术物理系原子核物理课程讲义的基础上修改、补充而成。全书共分十三章，计划课内学时数约120。书中着重阐述原子核物理的基本知识和物理规律，并结合核物理的基本规律对若干较典型的核物理实验作了扼要的介绍。除核物理本身的内容外，还对粒子物理以及与核技术有关的内容，如宏观中子物理、核聚变、裂变链式反应等作了简要的介绍。本书内容的选择，重点放在基础知识上，同时适当反映当前的一些进展情况。

阅读本书需要具备普通物理、原子物理和量子力学等基础知识。使用本书作为原子核物理课程的教材时，最好安排在量子力学课程后面进行教学。如果这两门课程同时并进，为了便于教学，本书第四章的内容(除§4.3节外)可以放到第七章或第九章以后学习。

本书可作为大学核物理专业原子核物理课程的教材，并可供其它有关专业的教师和学生以及从事原子能研究和应用的工作人员参考。

本书的第一、二、五、六、七、八、九章由卢希庭编写，第三、四、十一章由汪厚基编写，第十、十二、十三章由杨伯君编写。胡济民教授给本书写了绪论。

本书曾经审稿会审阅。参加审稿会的有北京原子能研究所苏宗涤、兰州近代物理研究所顾金南、兰州大学的朱钢和裘元勋、中国科技大学许咨宗、清华大学张玫、四川大学廖继志、北京师范大学兰李桥、南京大学于祖荣和吉林大学胡佩瑶等同志，他们对本书提出了许多宝贵的意见。另外，宋行长和张启仁同志审阅了本书的第十三章，原子能研究所和高能物理所的一些同志审阅了本书的有关部分，他们都提出了宝贵的意见。编者谨向他们一并致谢。

由于编者学识所限，书中缺点和错误在所难免，敬请读者指正。

编　者

1980年3月于北京大学

目　　录

修订版前言
第一版前言
绪论 …… 1
第一章　原子核的基本性质 …… 4
§1.1　原子核的电荷、质量和半径 …… 4
§1.2　原子核的自旋 …… 9
§1.3　原子核的磁矩 …… 12
§1.4　原子核的电四极矩 …… 14
§1.5　原子核的宇称 …… 16
§1.6　原子核的统计性质 …… 18
§1.7　原子核的同位旋 …… 19
习题 …… 21
第二章　放射性和核的稳定性 …… 22
§2.1　放射性衰变的基本规律 …… 22
§2.2　放射性平衡 …… 27
§2.3　人工放射性的生长 …… 32
§2.4　放射性活度单位 …… 36
§2.5　放射性鉴年法 …… 37
§2.6　原子核的结合能 …… 39
§2.7　原子核稳定性的经验规律 …… 46
§2.8　原子核的液滴模型 …… 48
§2.9　原子核结合能的半经验公式 …… 49
习题 …… 53
第三章　核辐射测量 …… 55
§3.1　射线与物质的相互作用 …… 55
§3.2　核辐射探测器 …… 68
§3.3　能量测量与能量分辨 …… 86
§3.4　符合测量与时间分辨 …… 91
§3.5　辐射剂量与防护 …… 93
习题 …… 96
第四章　核力 …… 97
§4.1　氘核基态 …… 97
§4.2　核子-核子散射 …… 102
§4.3　核力的主要性质 …… 108

§4.4 核力的介子场理论简介 …… 109
习题 …… 112
第五章 α衰变 …… 113
§5.1 α衰变的能量 …… 113
§5.2 α衰变的实验规律 …… 118
§5.3 α衰变的基本理论 …… 121
§5.4 质子及重离子放射性 …… 126
习题 …… 128
第六章 β衰变 …… 129
§6.1 β能谱的特点 …… 129
§6.2 中微子 …… 131
§6.3 β衰变的三种类型及其衰变能 …… 135
§6.4 衰变纲图 …… 139
§6.5 β衰变的费米理论 …… 140
§6.6 跃迁分类和选择定则 …… 143
§6.7 库里厄图 …… 146
§6.8 衰变常量和比较半衰期 …… 151
§6.9 轨道电子俘获 …… 155
§6.10 宇称不守恒问题 …… 157
习题 …… 163
第七章 γ跃迁 …… 165
§7.1 γ辐射的多极性 …… 165
§7.2 γ跃迁概率 …… 167
§7.3 选择定则 …… 170
§7.4 内转换 …… 171
§7.5 同核异能态 …… 175
§7.6 级联γ辐射的角关联 …… 176
§7.7 穆斯堡尔效应 …… 180
§7.8 实验研究核衰变能级图 …… 184
习题 …… 188
第八章 核结构模型 …… 190
§8.1 幻数存在的实验根据 …… 190
§8.2 原子核的壳模型 …… 192
§8.3 壳模型的应用 …… 199
§8.4 集体模型的概念 …… 205
§8.5 转动能级和振动能级 …… 209
§8.6 变形核的基态性质 …… 215
§8.7 原子核的高自旋态与超形变 …… 218
§8.8 原子核的非核子自由度 …… 220

习题 …… 226
第九章　原子核反应 …… 227
§9.1　核反应概述 …… 227
§9.2　反应能 …… 230
§9.3　实验室坐标系和质心坐标系 …… 233
§9.4　核反应截面与产额 …… 238
§9.5　核反应截面的一般特征和细致平衡原理 …… 245
§9.6　反应截面的分波分析 …… 248
§9.7　核反应的三阶段描述和核反应机制 …… 253
§9.8　光学模型 …… 254
§9.9　复合核模型 …… 259
§9.10　直接反应 …… 275
§9.11　重离子核反应 …… 278
§9.12　放射性核束及其引起的核反应 …… 289
习题 …… 293
第十章　中子物理 …… 295
§10.1　中子的基本性质 …… 295
§10.2　中子源 …… 296
§10.3　中子和物质的相互作用 …… 299
§10.4　中子的慢化 …… 301
§10.5　中子的扩散 …… 304
§10.6　中子的衍射 …… 306
习题 …… 310
第十一章　原子核的裂变和聚变 …… 312
§11.1　自发裂变与诱发裂变 …… 312
§11.2　裂变后现象 …… 316
§11.3　裂变的液滴模型理论 …… 325
§11.4　壳修正 …… 331
§11.5　链式反应与裂变反应堆 …… 335
§11.6　轻原子核的聚变反应 …… 340
§11.7　受控核聚变 …… 345
习题 …… 349
第十二章　原子核的亚核子物理 …… 350
§12.1　粒子与高能碰撞 …… 350
§12.2　强子及其共振态 …… 357
§12.3　强子的夸克结构与强相互作用 …… 370
§12.4　弱相互作用与电弱统一理论 …… 381
§12.5　对称性与守恒定律 …… 387
§12.6　标准模型及其发展 …… 390

习题 …… 394
第十三章　核天体物理学基础 …… 396
§13.1　大爆炸及其实验依据 …… 396
§13.2　早期宇宙中的粒子与核相互作用 …… 399
§13.3　恒星中的核反应 …… 402
§13.4　宇宙中的中微子 …… 407
习题 …… 410
参考文献 …… 411
习题答案 …… 412
附录一　部分核素数据和粒子数据 …… 417
附录二　常用物理常量 …… 422
索引 …… 424

绪　论[①]

19 世纪末，物质结构的研究开始进入微观领域，在几十年内，人们在这方面取得了重大的进展：物理学中建立了研究物质微观结构的三个分支学科，即原子物理、原子核物理和粒子物理；发现了微观世界的运动规律，创造了量子力学和量子场论；原子能的释放，为人类社会提供了一种新能源，推动社会进入原子能时代。在所有这些发展中，原子核物理的研究起了关键作用。核物理是一个国际上竞争十分剧烈的科技领域，各国都投入大量人力物力从事这方面的研究工作。核物理基础研究的重大成就，核能和核科学技术的广泛应用已成为科技现代化的主要标志之一。

1896 年，贝可勒尔(Becquerel)发现天然放射性现象，这是人们第一次观察到的核变化现象。通常人们就把这一重大发现看成是核物理学的开端。此后的三四十年可以看成是核物理发展的初期阶段，人们主要从事放射性的衰变规律、射线性质的研究，并且利用射线来研究原子核。

在这一时期，人们为了探测各种射线，鉴别其种类并测定其能量，初步建立了一系列探测方法和测量仪器。其中有些基本设备，如计数器、电离室等，至今还在沿用，大多数原理和方法，逐步得到发展，并且获得新的应用。应该指出，探测射线并测定其性质，一直是核物理研究和核技术应用的中心环节。

放射性衰变的研究，确立了衰变规律的统计性。它是微观世界物质运动的一个重要特点，它与经典力学和电磁学规律有显著的区别。此外，还发现了经过 α 和 β 射线衰变，一种元素会变成另一种元素，从而突破了那种认为元素是不可改变的观点。

放射性元素发射的高能射线，特别是 α 射线，在当时为研究和探索原子核提供了一种前所未有的武器。首先认识到并利用这种特点的是卡文迪许实验室的卢瑟福等人。他们在 1919 年用 α 射线轰击各种原子，观测 α 射线所发生的偏折，从而确立了原子的核结构，并提出了原子结构的行星模型。这一成就为原子结构和原子核的研究奠定了基础(在此以前，连原子核这个名词也不存在)，把原子结构的研究引上了正确的轨道。此后不久，人们便初步弄清了原子的壳结构和电子在原子中的运动规律，同时建立和发展了描述微观世界物质运动基本规律的量子力学。

1919 年，在同一实验室中，人们又发现，用 α 粒子轰击氮核能放出质子(氢原子的原子核)，这是首次用人工实现的核蜕变(核反应)。这一发现很快受到许多核物理学家的重视。用射线轰击原子核来引起核反应的方法逐渐成为研究原子核的主要手段。在初期的核反应研究中，最主要的成果是 1932 年中子的发现和 1934 年人工放射性核素的合成。这揭示了原子核是中子和质子组成的。中子的发现为核结构的研究提供了重要的前提。中子不带电荷，不受核电荷的排斥，容易进入原子核而引起核反应。因此，新发现的中子以及放射性中子源的制备为研究原子核提供了一种很有效的手段。

即使在核物理发展的最初阶段，人们就注意到这门新学科的可能应用，并且很快就发现了

---

① 胡济民教授在 1980 年为本书写的绪论。

放射性射线对某些疾病的治疗作用。这是它当时就受到社会重视的重要原因。最早研究放射性和核物理的专门机构,是巴黎的镭学研究所,它既从事核物理基础研究,又从事放射性医学研究。直到今天,核医学仍然是核技术应用的一个重要领域。

应该看到,核物理的发展是与整个科技发展紧密相连的。毫无疑问,核物理是在全部物理学的理论和技术基础上发展起来的,不但在当时已经比较完整的经典力学和电磁学对核物理的发展不可缺少,而且物理学的其它分支,如气体分子运动论,光学等,以及物理的各种实验技术,都是研究核物理所需要的。要着重指出的是,对原子核的研究,化学工作始终是和物理工作相互配合进行的。如果没有艰巨的化学分离分析工作,要进行放射性的研究是不可想象的。就在放射性发现后两年,居里夫妇从成吨的铀矿石中分离出几毫克的镭,在那时镭是化学性质完全未知的新元素。这种化学分离工作,即使在现代的实验室中也很繁重,何况在当时的条件下呢! 因此,这项工作不能不认为是一项惊人的成就。居里夫人的工作为化学开辟了一门新的分支学科——放射化学。她所创建的方法,为后来的放射化学研究打下了很好的基础。后来,放射化学和核物理始终是研究原子核的两门姐妹学科。随着对原子核的研究工作日益发展,放射化学中又分出了核化学,它侧重于原子核的基础研究。我们今天所获得的有关放射性和原子核的性质的知识,有不少是放射化学和核化学的研究成果。

在 20 世纪 40 年代前后,核物理进入了一个大发展的阶段。1939 年,哈恩(Hahn)和斯特拉斯曼(Strassmann)发现了核裂变现象。1942 年,费米(Fermi)建立第一个链式反应堆。我们把这两项重大突破看成是核物理进入大发展阶段的主要标志,因为这是人类掌握核能源的开端。众所周知,核能是发展潜力很大的一种能源。要有效地利用核能源,需要解决一系列复杂的科学技术问题。在这种形势下,核物理研究进入了一个大发展的阶段,成为国际上竞争十分剧烈的科技领域。

在这一阶段中,粒子加速和射线探测技术得到很大的发展,为核物理的基础研究和核技术的广泛应用提供了必要的技术前提。在 30 年代初,当加速器首次出现在核物理实验室时,人们仅能将质子加速到 70 万电子伏①,而到 70 年代,人们就已能把质子加速到 40 亿电子伏了。目前,常用的加速器业已工业生产。成千台加速器在研究所、大学、工厂和医院中运转,为核物理研究和核技术的应用提供各式各样的束流。40 年代以来,粒子探测技术也有了很大的发展。尤其是半导体探测器的引用,大大提高了测定粒子能量的分辨率。核电子学和计算技术的飞速发展,从根本上改善了实验数据获取和处理的能力。所有这一切,扩展了我们所观测的核现象的范围,提高了观测的精度,从而促进了核物理基础研究,扩大了核技术的应用范围。

通过大量的科学实验活动,人们对原子核的基本结构和变化规律有了更深入的认识。概括起来说,我们对于稳定的核素或寿命较长的放射性核素的基态和较低的激发态的性质,已经积累了较系统的实验数据,并且通过理论分析,建立了各种模型,对核子在核内的运动和核反应机制有了较系统的理解。介绍这些成果,并在理论上和实验上对它们进行初步的分析,指出今后可能的发展方向,是本书的主要内容。

迄今为止,人们通过核反应已经人工合成了 15 种原子序数大于 92 的超铀元素和上千种

---

① 专为核物理研究而设计的加速器,在 20 世纪 20 年代后期就已开始原理的探讨,静电加速器(Van de Graaff)、回旋加速器(Lawrence)、直线加速器(Wideroe)的雏形在 30 年代初均已建立。首先用于核反应实验的是 Cockcroft 及 Walton 的高压倍加器。

新的放射性核素。这种研究工作进一步表明了元素仅仅是在一定条件下相对稳定的物质结构单位,并不是永恒不变的。人们把核物理和天文学结合起来,确认了核过程是在天体演化中起关键作用的过程,并且初步了解了在天体演化过程中各种原子核的形成和演变的规律。这就表明,在自然界中,各种元素都有一个发展变化的过程,都处于永恒的变化和发展之中。

通过高能和超高能射线束与原子核的相互作用,人们发现了上百种短寿命的粒子,即重子、介子、轻子和各种共振态粒子。庞大的粒子家族的发现把人们对物质世界的研究推进到一个新的阶段,建立了一门新的学科——粒子物理学。在当前,这是物质结构研究的前沿。这一发展,又一次证明了物质不可穷尽性这一辩证唯物主义的光辉论断。

过去,我们只知道物质之间有电磁和引力相互作用,通过对原子核的深入研究,才发现了物质之间还有两种短程的相互作用,即强相互作用和弱相互作用。研究这四种相互作用的规律和它们之间可能的联系,探索可能存在的新的相互作用,已成为粒子物理学的一个重要课题。

核物理的发展,不断地为核能装置的设计提供日益精确的核数据,从而提高了核能利用的效率和经济指标,并为未来的更大规模的核能利用准备条件。目前,世界上已运行的发电反应堆达 221 座,总装机容量达到 120 吉瓦。核发电量约占总发电量的 8%,预计到公元 2000 年,可达 45%。人工制备的各种同位素的应用,遍及理工农医各部门。新的核技术,如核磁共振、穆斯鲍尔效应、晶体阻塞效应、扰动角关联等都迅速得到广泛应用。科学工作者在绝大多数的研究用反应堆和加速器上进行着核技术应用的研究工作。各种射线束已成为人们常用的最灵敏的探针、精密的分析手段、独特的加工工具、特效的诊断和治疗的方法。应该认为,核技术的普遍应用是科学技术现代化的重要标志之一。

在过去的一二十年内,由于粒子物理逐渐成为一门独立的学科,核物理已不再是物质结构研究的最前沿了,它已转入向纵深发展的新阶段。在此期间,三方面的技术进展对核物理研究产生了深刻的影响。首先,70 年代电子计算机的使用,对核物理实验技术产生深刻的影响。过去,要对一个核过程同时测定几个参量已经比较困难,而现在,微处理机和在线数据获取与处理系统的应用,可以根据需要,让成百个探测设备协同动作,同时记录和处理成百个参量。这就大大扩展了我们的观测能力,从而可以对较复杂的核现象,如重离子核反应,进行全面的观测和研究。其次,目前重离子加速技术的发展水平,已达到能够有效地加速从氢到铀的所有元素的离子,其能量从每个核子几个兆电子伏到几千兆电子伏。这就大大扩充了人们变革原子核的手段,从而可以全面开展重离子核物理的研究。第三,随着高能物理的发展,人们已能建造强束流的中高能加速器。这类加速器不仅能提供直接加速的离子流,还可以提供如 π 介子,K 介子等次级粒子束。这些高能粒子流从另一方面扩充了我们研究原子核的手段,使高能核物理成为富有生气的研究方向。充分地利用和发展这些新技术,将为核物理开拓新的研究领域,为核技术开辟新的应用途径,也有可能发现新的核能源。人们将合成和研究许多新的核素,甚至合成理论上预言的质量数在 300 左右的超重核;可以研究处于各种异常状态的核,如高自旋态的核,大形变的核,密度异常的核以及各种奇特核。

概括说来,核物理的发展历史表明,它是一门内容异常丰富,在理论上和应用上都十分重要的学科。70 多年的研究工作,取得极为丰硕的成就。但是,没有探索过的领域更为宽广,已经探索过的领域也还有很多方面缺乏精确的实验资料,更没有建立起一套系统的完整的理论。至于在核能利用和核技术的应用方面,则有着更大量的核物理工作要做。核物理是一门生气勃勃的、发展中的学科。

第一章　原子核的基本性质

原子核的基本性质通常是指原子核作为整体所具有的静态性质。它包括原子核的电荷、质量、半径、自旋、磁矩、电四极矩、宇称、统计性质和同位旋等。这些性质和原子核结构及其变化有密切关系。本章的讨论，不仅使我们对原子核的静态性质有个概括了解，而且为讨论以后各章准备必要的知识。

§1.1　原子核的电荷、质量和半径

1. 核的电荷

1911 年，卢瑟福(E. Rutherford)做了如下实验：用一束 α 粒子去轰击金属薄膜，发现有大角度的 α 粒子散射。分析实验结果得出：原子中存在一个带正电的核心，叫做原子核。它的大小是 10^{-12} cm 的数量级，只有原子大小的万分之一，但其质量却占整个原子质量的 99.9 % 以上。从此建立了有核心的原子模型。由于原子是电中性的，因而原子核带的电量必定等于核外电子的总电量，但两者符号相反。任何原子的核外电子数就是该原子的原子序数 Z，因此原子序数为 Z 的原子核的电量是 Ze，此处 e 是元电荷，即一个电子电量的绝对值。当用 e 作电荷单位时，原子核的电荷是 Z，所以 Z 也叫做核的电荷数。

不同的原子核由不同数目的中子和质子所组成。中子和质子统称为核子，它们的质量差不多相等，但中子不带电，质子带正电，其电量为 e。因此，电荷数为 Z 的原子核含有 Z 个质子。可见，原子序数 Z 同时表示了核外电子数、核内质子数以及核的电荷数。

测量原子核电荷的方法有多种。比较精确的方法是在 1913 年由莫塞莱(H. G. J. Moseley)提出的。他发现元素所放出的特征 X 射线的频率 ν 与原子序数 Z 之间有下列关系：

$$\sqrt{\nu} = AZ - B \tag{1.1-1}$$

式中 A，B 是常量，对于一定范围内的元素，它们不随 Z 改变。因此，只要测量元素的特征 X 射线频率 ν，利用(1.1-1)式即可定出原子序数 Z。例如，根据由元素钇($_{39}$Y)到银($_{47}$Ag)的 K_α 线的频率，可定出 $A \approx 5.2 \times 10^7\ s^{-1/2}$，$B \approx 1.5 \times 10^8\ s^{-1/2}$。历史上，曾测量当时未知元素锝(Tc)的 K_α 线 $\nu_\alpha = 4.4 \times 10^{18}\ s^{-1}$。由(1.1-1)式求得 Tc 的 $Z = 43$。除 Tc 以外，元素钷($_{61}$Pm)、砹($_{85}$At)和钫($_{87}$Fr)都是利用莫塞莱方法发现的。

除 $Z = 43, 61, 93$ 的元素是人工制造的以外，从 $Z = 1$ 到 94 的元素，自然界中均存在。以后用人工方法还获得了从 $Z = 95$ 到 112 的元素。不过，$Z > 103$ 的元素，寿命都不足一小时，有的只有毫秒数量级。60 年代末，理论上预测有可能在 $Z = 114$ 附近存在一批寿命较长的超重元素，它们形成所谓“稳定岛”。几十年来人们一直试图用人工合成法，或在自然界中发现这些元素。最近已得到一些初步结果。

2. 核的质量

原子核的质量是原子质量与核外电子质量之差(当忽略核外电子的结合能时)。由于核的

质量不便于直接测量，通常都是通过测定原子质量（确切地说是离子质量）来推知核的质量的。其实，一般不必推算核的质量，只需利用原子质量，因为对于核的变化过程，变化前后的电子数目不变，电子质量可以自动相消。但对有些核变化过程，就必须考虑核外电子结合能的影响。

由于一个摩尔原子的任何元素包含有 6.022142×10^{23} 个原子［此即阿伏加德罗（Avogadro）常量 N_A］，因而一个原子的质量是很微小的，通常不是以克（g）或千克（kg）做单位，而是采用原子质量单位，记作 u（是 unit 的缩写）。一个原子质量单位定义如下：

$$1\mathrm{u} = {}^{12}\mathrm{C}\text{原子质量的}\frac{1}{12}$$

这种原子质量单位叫做碳单位，是 1960 年物理学国际会议通过采用的。现在被定为我国的法定计量单位。需要指出，在这以前，采用的是氧单位，记作 amu（是 atomic mass unit 的缩写）。1amu 定义为 ${}^{16}\mathrm{O}$ 原子质量的 $\frac{1}{16}$。碳单位和氧单位的换算关系如下：

$$1\mathrm{u} = 1.000318\ \mathrm{amu}$$

根据定义，原子质量单位与 g 或 kg 单位间的关系有

$$1\mathrm{u} = \frac{12}{N_A} \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6.022142 \times 10^{23}}\ \mathrm{g} = 1.6605387 \times 10^{-24}\ \mathrm{g} = 1.6605387 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

由此可见，阿伏加德罗常量 N_A 本质上是宏观质量单位“g”与微观质量单位“u”的比值。如果采用氧单位，则 N_A 是“g”与“amu”的比值。由于“amu”与“u”略有差异，因而氧单位的 N_A 与碳单位 N_A 也稍有不同。

显然，在碳单位中，一个 ${}^{12}\mathrm{C}$ 原子的质量为 12.000000 u；在氧单位中，一个 ${}^{16}\mathrm{O}$ 原子的质量为 16.000000 amu。这是区分两种单位制的明显标志①。

测量原子质量常用的仪器是质谱仪。它的基本原理如下：首先让原子电离，然后在电场中加速以获得一定动能，接着在磁场中偏转，由偏转的曲率半径的大小可求得离子的质量。

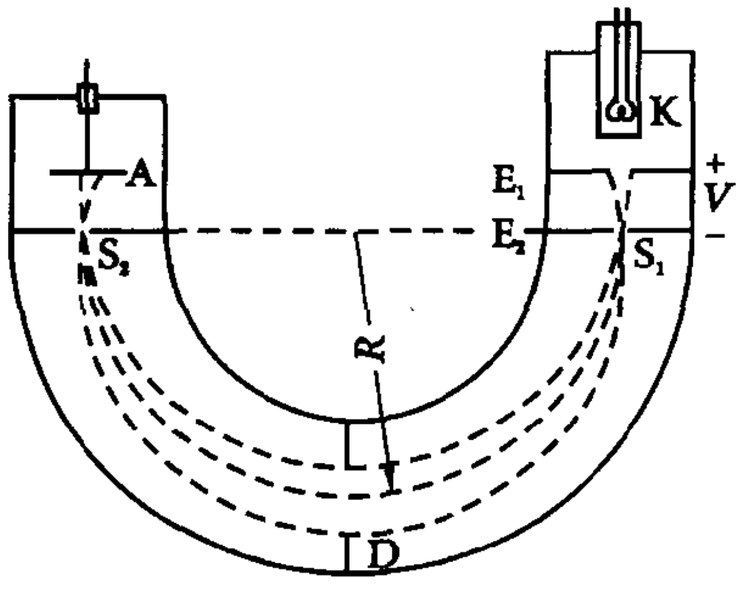


图 1-1　质谱仪原理图

图 1-1 是早期所用的一种质谱仪的原理图。D 为一扁平的真空盒，它放在一磁铁间隙内。磁铁产生的均匀磁场，其磁感应强度 $\boldsymbol{B}$ 垂直于真空盒平面。真空盒内主要有离子源 K、加速电极 E_1，E_2 和接收电极 A。由离子源产生的被测离子，通过加速电极的狭缝 S_1 后，获得动能 qV，q 是离子的电荷，V 是加速电极 E_1 和 E_2 之间的电势差。于是，质量为 M 的离子通过加速电极后所具有的速度 v 满足下列关系：

$$\frac{1}{2}Mv^2 = qV \tag{1.1-2}$$

被加速的离子在磁场 $\boldsymbol{B}$ 的作用下，将在垂直磁场的平面内以半径 R 作圆弧运动，最后通过狭缝 S_2 到达接收电极。于是有

① 有些文献书籍中，碳单位的符号也用 amu，不用 u。因此，为了判别是碳单位还是氧单位必须根据 ${}^{12}\mathrm{C}$ 或 ${}^{16}\mathrm{O}$ 的原子质量的数值来确定。

$$qvB = \frac{Mv^2}{R} \tag{1.1-3}$$

由(1.1-2)和(1.1-3)两式消去 v 可得

$$\frac{q}{M} = \frac{2V}{B^2R^2} \tag{1.1-4}$$

或

$$M = \frac{qB^2R^2}{2V} \tag{1.1-5}$$

因此,实验测得 q,B,R 和 V 的数值后,即可由(1.1-5)式求出离子的质量 M。实际仪器中,B 和 R 都已固定,q 也已知,于是只要改变加速电势差 V,就可测得不同的离子质量 M。例如,设离子的电量为一个电子电荷的数值,$B=0.3580$ T,$R=0.05$ m,实验测得 $V=672$ V 时,离子电流有一极大值,则由(1.1-5)式可以算出所测离子质量

$$M = \frac{1.6\times10^{-19}\times(0.358)^2\times(0.05)^2}{2\times672}\ \text{kg} = 3.81\times10^{-26}\ \text{kg}$$

所以被测原子的质量数

$$A = \frac{M}{1.66\times10^{-27}} = \frac{3.81\times10^{-26}}{1.66\times10^{-27}} = 23$$

实际测量中常利用高分辨的质谱仪对一些质量双线的测量结果作为标准质量谱。质量双线是两个荷质比$\frac{q_1}{M_1}$和$\frac{q_2}{M_2}$很接近的离子在质谱仪上所产生的谱线。由于它们的荷质比很接近,在测量它们的质量差时,系统误差可以抵消,因而这种测量的精度比绝对测量要高得多。标准的双线有以下一些:$(^1H_2)^+-(^2H)^+$,$(^2H_3)^+-(^{12}C)^{++}$,$(^{12}C^1H_4)^+-(^{16}O)^+$,设它们的质量差分别为 a,b,c,则有

$$\begin{cases} 2M(^1\text{H}) - M(^2\text{H}) = a \\ 3M(^2\text{H}) - \frac{1}{2}M(^{12}\text{C}) = b \\ M(^{12}\text{C}) + 4M(^1\text{H}) - M(^{16}\text{O}) = c \end{cases} \tag{1.1-6}$$

其中 $M(\text{X})$表示原子 X 的质量。当质量的单位用 u 表示时,则从(1.1-6)式可解得如下结果:

$$\begin{cases} M(^1\text{H}) = 1 + \frac{1}{6}(3a+b) \\ M(^2\text{H}) = 2 + \frac{1}{3}b \\ M(^{16}\text{O}) = 16 + \frac{2}{3}(3a+b) - c \end{cases} \tag{1.1-7}$$

这样,^{1}H,^{2}H 和^{16}O 的质量就可以通过质量差 a,b,c 的测量精确地得到。

表 1-1 列出了一些原子质量的测量值。由表可见,原子质量都接近于一个整数,此整数叫做原子核的质量数 A。例如,^{4}He,^{12}C,^{16}O,^{235}U 的质量数分别是 4,12,16,235。由于质子和中子的质量都十分接近于 1,而原子核是由质子和中子组成的,因而核的质量数 A 也就是核内质子数Z 和中子数N 之和,即质量数等于核子数。

表 1-1　一些原子的质量①

原子名称	原子质量/u	原子名称	原子质量/u
^{1}H	1.007825	^{7}Li	7.016005
^{2}H	2.014102	^{12}C	12.000000
^{3}H	3.016050	^{16}O	15.994915
^{4}He	4.002603	^{235}U	235.043944
^{6}Li	6.015123	^{238}U	238.050816

① 引自 A. H. Wabstra, et al., Nuclear Data Table, A9, 265(1971).

具有相同质子数 Z 和中子数 N 的一类原子核，称为一种核素。有时也把具有相同原子序数 Z 和质量数 A 的一类原子，称为一种核素。核素用下列符号表示：${}^{A}_{Z}X_{N}$。其中 X 是元素符号，A 是质量数，Z 是质子数(或叫电荷数)，N 是中子数。例如，${}^{7}_{3}Li_{4}$ 是元素锂的一种核素，它的质量数是 7，质子数是 3，中子数是 4。在实际工作中，往往只写出元素符号和质量数，省写了质子数和中子数。这是因为有了元素符号，也就知道了质子数；知道了质量数 A 和质子数 Z，也就知道了中子数 $N=A-Z$。

质子数相同，中子数不同的核素称为同位素。例如${}^{1}_{1}H$，${}^{2}_{1}H$，${}^{3}_{1}H$ 是氢的三种同位素，${}^{235}_{92}U$ 和 ${}^{238}_{92}U$ 是铀的两种同位素。以前在习惯上，往往用同位素的术语来代替核素使用。

中子数相同，质子数不同的核素称为同中子素，或称同中异位素。例如${}^{2}_{1}H$ 和${}^{3}_{2}He$。

质量数相同，质子数不同的核素称为同量异位素。例如${}^{40}_{18}Ar$，${}^{40}_{19}K$，${}^{40}_{20}Ca$。

质量数和质子数均相同(当然中子数也相等)，而能量状态不同的核素称为同核异能素。表示同核异能素的方法是在质量数后面加写 m，它表示这种核素的能量状态比较高。例如 ${}^{60m}Co$是${}^{60}Co$ 的同核异能素，前者的能量状态比后者高。

质子数和中子数互换的一对原子核，称为镜像核。例如${}^{7}_{3}Li_{4}$ 和${}^{7}_{4}Be_{3}$。

3. 核的半径

实验表明，原子核是接近于球形的。因此，通常用核半径来表示原子核的大小。核半径用宏观尺度来衡量是很小的量，为$(10^{-12}\sim10^{-13})$cm 数量级，无法直接测量，而是通过原子核与其它粒子相互作用间接测得它的大小。根据这种相互作用的不同，核半径一般有两种定义。

(1) 核力作用半径

由 α 粒子散射实验发现：在 α 粒子能量足够高的情况下，它与原子核的作用不仅有库仑斥力作用，当距离接近时，还有很强的吸力作用，这种作用力叫做核力。核力有一作用半径，在半径之外，核力为零。这种半径叫做核半径，这样定义的核半径是核力作用的半径。

实验上，通过中子、质子或其它原子核与核的作用所测得的核半径就是核力作用半径。实验表明：核半径与质量数 A 有关。它们之间的关系可近似地表示作下面的经验公式：

$$R\approx r_0A^{\frac{1}{3}} \tag{1.1-8}$$

式中 $r_0=(1.4\sim1.5)\times10^{-13}$ cm$=(1.4\sim1.5)$ fm。

(2) 电荷分布半径

核内电荷分布半径就是质子分布的半径。测量电荷分布半径比较准确的方法是利用高能电子在原子核上的散射，电子与原子核的作用实际上就是电子与质子的作用。为了准确地测

量质子分布半径,电子的波长必须小于核半径,因此电子的能量必须足够高。事实上,电子的波长 λ 与电子的动能 E_k 之间有以下关系:

$$\lambda = \frac{hc}{[E_k(E_k + 2E_0)]^{1/2}} \tag{1.1-9}$$

式中 E_0 是电子的静止能量。当 $E_k \gg E_0$ 时,(1.1-9)式成为

$$\lambda = \frac{hc}{E_k} \tag{1.1-10}$$

可见电子的动能越高,波长越短。

高能电子在核上散射的角分布是核内电荷分布的函数,而且电子能量越大,角分布曲线对电荷分布越敏感。用这种方法测得的核半径是

$$R \approx 1.1 \times A^{\frac{1}{3}}(\text{fm}) \tag{1.1-11}$$

利用高能电子在核上的散射,不仅可以测得核内电荷分布范围,而且可以获知电荷分布状况。图 1-2 表示核内电荷分布的大致情况。纵坐标 ρ 表示电荷密度,横坐标 r 表示离原子核中心的距离。由图可见,在原子核中央部分电荷密度是一常量,在边界附近逐渐下降。密度从 90% 下降到 10% 所对应的厚度,称为边界厚度 t。实验表明,对各种核都具有相同的 t 值:

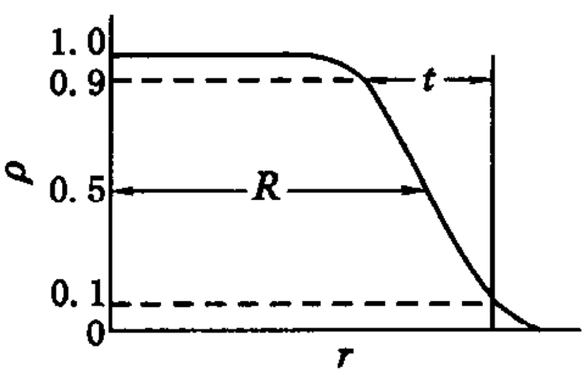


图 1-2 核内电荷分布状况

$$t = (2.4 \pm 0.3)\ \text{fm}$$

图 1-2 中的曲线可用下式表示:

$$\rho = \frac{1}{1 + e^{(r-R)/d}} \tag{1.1-12}$$

式中 d 表示核表面厚度的一个参量,它与 t 的关系如下:

$$t = 4d \ln 3 \tag{1.1-13}$$

此外,近年来人们还对核物质分布半径产生兴趣。核物质主要由质子和中子组成,因质子带电,中子不带电,从而可以设想核物质分布半径可能会不同于电荷分布半径。实验表明,对于具有较大中质比(中子数与质子数之比)的原子核,中子分布半径要略大于质子分布半径,即存在所谓"中子皮",其厚度一般为 0.2 fm 左右,而对于中质比很大的一些不稳定核(例如 ^{6}He, ^{8}Be 和 ^{11}Li 等,其中质比分别为 2,3 和 2.7),可以出现很厚的中子皮(^{6}He 和 ^{8}Be 的皮厚达 0.9 fm左右),甚至出现所谓"中子晕"。中子晕是指远离核芯的外围中子形成晕。这种核称为中子晕核,其中子分布半径比中子皮核的中子分布半径还要大。^{11}Li 是人们研究得最多的中子晕核,其晕厚达 1.7 fm 左右。中子皮核和中子晕核很难严格划分,一般将中子密度分布尾巴拖得很长的划为中子晕核。中子皮中可含多个中子,而中子晕中最多含两个中子。对中子晕核和中子皮核的研究有助于核结构理论的发展,是近年来的一个热点研究领域。

比较(1.1-8)和(1.1-11)式可知,核的电荷分布半径比核力作用半径要小一些。但是,不管怎样,重要的结论是核半径近似地正比于 $A^{1/3}$,也就是说原子核的体积近似地与 A 成正比。事实上,核的体积

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \approx \frac{4}{3}\pi r_0^3 A \propto A$$

即每个核子所占的体积近似地为一常量,或说各种核的核子密度(单位体积的核子数)n 大致

相同：

$$n = \frac{A}{V} \approx \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} \approx 10^{38}\ \mathrm{cm}^{-3}$$

取一个核子的质量 m_N 为 1.66×10^{-24} g 计算，则核物质的密度

$$\rho = nm_N \approx 1.66\times10^{14}\ \mathrm{g\cdot cm}^{-3}$$

即每立方厘米的核物质有亿吨重，可见核物质的密度是大得惊人的。

§1.2 原子核的自旋

原子核的角动量，通常称为核的自旋，是原子核的最重要的特性之一。产生原子核角动量的原因不难理解。事实上，由于原子核由中子和质子所组成，中子和质子是具有自旋为$\frac{1}{2}$的粒子，它们除有自旋外，还在核内作复杂的相对运动，因而具有相应的轨道角动量。所有这些角动量的矢量和就是原子核的自旋。它是核的内部运动所具有的，与整个核的外部运动无关。

原子核自旋角动量 $\boldsymbol{P}_I$ 的大小是

$$P_I = \sqrt{I(I+1)}\,\hbar \tag{1.2-1}$$

I 为整数或半整数，是核的自旋量子数。核自旋角动量 $\boldsymbol{P}_I$ 在空间给定 z 方向的投影 P_{Iz} 为

$$P_{Iz} = m_I\hbar \tag{1.2-2}$$

m_I，叫磁量子数，它可以取 $2I+1$ 个值：

$$m_I = I, I-1, \cdots, -I+1, -I$$

实际上，自旋量子数 I 是自旋角动量 $\boldsymbol{P}_I$ 在 z 方向投影的最大值(以 $\hbar$ 为单位)。通常用这个投影的最大值，即自旋量子数 I 来表示核的自旋的大小，正如核子的自旋量子数$\frac{1}{2}$用来表示核子的自旋一样。例如平常说^{14}N 的自旋为 1，是指它的 $I=1$；^{9}Be 的自旋为$\frac{3}{2}$，是指它的 $I=\frac{3}{2}$。

原子核的自旋可以通过原子光谱的超精细结构来测得。为了了解超精细结构的成因，先从光谱的精细结构谈起。原子处于激发态时，要通过处于高能级的电子跃迁到低能级来退激，此时可以放出光子，这叫原子发光。例如，早期发现的钠的 D 线(其波长 $\lambda_D = 589.3$ nm)是钠原子的价电子从 3P 能级跃迁到 3S 能级时发出的谱线，如图 1-3(a)所示。后经进一步研究，发现 D 线是由波长相差 0.6 nm 的 $\lambda_1 = 589.6$ nm 和 $\lambda_2 = 589.0$ nm 两条谱线构成。这叫钠 D 线的精细结构。精细结构是由于电子的自旋与轨道运动相互作用而产生的。电子的轨道角动量 $\boldsymbol{P}_l$ 与自旋 $\boldsymbol{P}_s$ 耦合成总角动量 $\boldsymbol{P}_j$，

$$\boldsymbol{P}_j = \boldsymbol{P}_l + \boldsymbol{P}_s \tag{1.2-3}$$

$\boldsymbol{P}_j = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar$，$\boldsymbol{P}_l = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$，$\boldsymbol{P}_s = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar$；$j$，$l$ 和 s 分别是电子的总角动量、轨道角动量和自旋角动量量子数。根据角动量耦合理论，j 取下列一系列值：

$$j = l+s, l+s-1, \cdots, |l-s|$$

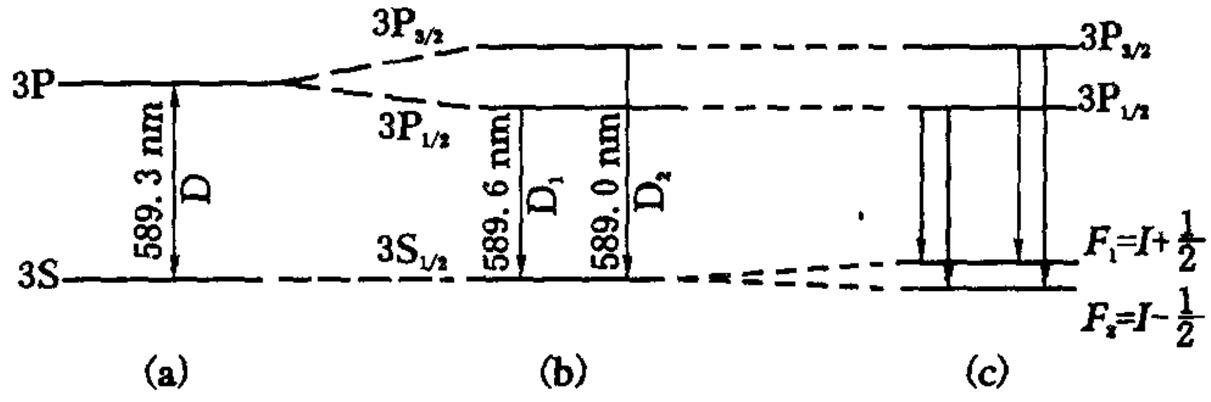


图 1-3　钠 D 线的精细结构和超精细结构

j 不同的能级具有不同的能量。因电子的 $s=\frac{1}{2}$，所以 j 只取 $l+\frac{1}{2}$，$l-\frac{1}{2}$ 两个值。这就使原来 l 为定值的一个能级分裂成两个具有不同 j 值的子能级，从而产生了光谱的精细结构。例如钠的 3P 能级，因 $l=1$，$s=\frac{1}{2}$，则分裂成 $j=\frac{3}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$ 的两个能级：$3P_{3/2}$ 和 $3P_{1/2}$。原来的 3S 能级，因 $l=0$，j 只能取 $\frac{1}{2}$ 值，则此能级不发生分裂。于是电子从子能级 $3P_{3/2}$ 和 $3P_{1/2}$ 跃迁到 $3S_{1/2}$ 能级时，就产生了 D 线的精细结构，如图 1-3(b)所示。

当光谱仪的分辨本领进一步提高后，发现 D_1 线又由相距为 0.0023 nm 的两条线组成，D_2 线由相距 0.0021 nm 的两条线组成。这种分裂大约为 D_1 和 D_2 线之间距离的 $\frac{1}{300}$。这就是原子光谱的超精细结构。

为什么会产生超精细结构？正如电子的自旋与轨道运动相互作用产生精细结构一样，超精细结构是由于核的自旋与电子的总角动量相互作用的结果。因为核自旋比电子自旋的影响小很多，所以这种能级分裂比精细结构情形小很多。

核的自旋 $\boldsymbol{P}_I$ 与电子的总角动量 $\boldsymbol{P}_j$ 耦合而成的原子的总角动量 $\boldsymbol{P}_F$ 为

$$\boldsymbol{P}_F = \boldsymbol{P}_I + \boldsymbol{P}_j \tag{1.2-4}$$

$\boldsymbol{P}_F$ 的大小为 $P_F=\sqrt{F(F+1)}\hbar$，F 可取下列数值：

$$F = I+j,\ I+j-1,\ \cdots,\ |I-j| \tag{1.2-5}$$

如果 $j\geqslant I$，F 有 $2I+1$ 个值；如果 $I\geqslant j$，F 有 $2j+1$ 个值。不同 F 的能级具有不同的能量。于是原来 F 为定值的能级又分裂成 $2I+1$ 或 $2j+1$ 个具有不同 F 值的子能级。当然，这种子能级之间的距离，比由不同 j 值的能级之间的距离要小很多，从而造成了原子光谱的超精细结构。例如钠的 $3S_{1/2}$ 能级，它最靠近原子核，受核自旋影响最大，其电子的 $j=\frac{1}{2}$，则 F 可取两个值：$F=I+\frac{1}{2}$，$I-\frac{1}{2}$。因此 $3S_{1/2}$ 能级分裂成具有不同 F 值的两个能级。$3P_{3/2}$ 和 $3P_{1/2}$ 能级也将分裂，但它们的分裂非常小，可暂不考虑。由于 $3S_{1/2}$ 能级一分为二，则由 $3P_{1/2}$ 跃迁到 $3S_{1/2}$ 的 D_1 线变成了双线，由 $3P_{3/2}$ 跃迁到 $3S_{1/2}$ 的 D_2 线也变成了双线，如图 1-3(c)所示。这就是超精细结构的成因。

下面我们讨论利用光谱线的超精细结构来定出核的自旋。

(1) 当 $I\leqslant j$ 时，由于 F 可取 $2I+1$ 个值，则能级分裂成 $2I+1$ 个子能级，所以，只要定出

子能级的数目就可求出 I。这方法对 I 小的核比较适用，尤其是当能级不分裂时，就可定出 $I=0$。

(2) 当 $I \geqslant j$ 时，由于 F 取 $2j+1$ 个值，能级分裂为 $2j+1$ 个，则无法利用子能级数目来确定 I。此时可采用所谓间距法则来求得 I。

从量子力学知道，$\boldsymbol{P}_I$ 与 $\boldsymbol{P}_j$ 的相互作用能量 E 正比于 $\boldsymbol{P}_I \cdot \boldsymbol{P}_j$，即

$$E = A\boldsymbol{P}_I \cdot \boldsymbol{P}_j \tag{1.2-6}$$

A 是常量。将(1.2-4)式两边平方：

$$P_F^2 = P_I^2 + P_j^2 + 2\boldsymbol{P}_I \cdot \boldsymbol{P}_j$$

则

$$\boldsymbol{P}_I \cdot \boldsymbol{P}_j = \frac{1}{2}(P_F^2 - P_I^2 - P_j^2) = \frac{1}{2}[F(F+1) - I(I+1) - j(j+1)]\hbar^2 \tag{1.2-7}$$

把(1.2-7)式代入(1.2-6)式，得

$$E = \frac{1}{2}A[F(F+1) - I(I+1) - j(j+1)]\hbar^2 \tag{1.2-8}$$

由于 F 可取 $2I+1$ 或 $2j+1$ 个值，则 E 也可取 $2I+1$ 或 $2j+1$ 个值。这就是能级分裂的原因。

设 $F=I+j, I+j-1, \cdots$ 时的相互作用能 E 分别为 $E_1, E_2, \cdots$，由(1.2-8)式就容易算得两相邻能级的间距 ΔE 为

$$\begin{aligned}
\Delta E_1 &= E_1 - E_2 = A\hbar^2(I+j) \\
\Delta E_2 &= E_2 - E_3 = A\hbar^2(I+j-1) \\
\Delta E_3 &= E_3 - E_4 = A\hbar^2(I+j-2) \\
&\cdots\cdots
\end{aligned} \tag{1.2-9}$$

所以有

$$\Delta E_1 : \Delta E_2 : \Delta E_3 : \cdots = (I+j) : (I+j-1) : (I+j-2) : \cdots \tag{1.2-10}$$

这种相邻能级间距的规则称为间距法则。

实验测得这些能级间距的比值后，即可由上式定出核的自旋 I 的值。显然，只有当 $I > \frac{1}{2}$ 和 $j > \frac{1}{2}$ 时，即能级分裂不止两个时，此法才能应用。例如，实验发现铋的 $\lambda = 472.2$ nm 谱线分裂成六条。$\lambda = 472.2$ nm 是对应于 $D_{3/2}$ 与 $S_{1/2}$ 之间的跃迁，发现能级分裂数分别为 4 和 2，即分裂为 $2j+1$ 个子能级，则 $I \geqslant j$。此时，第一种方法不能用，但可利用间距法则，测得 $D_{3/2}$ 的四个子能级的间距比是 6:5:4，由(1.2-10)式知：$I+j=6$，则由 $j=\frac{3}{2}$，得 $I=\frac{9}{2}$。

(3) 利用超精细结构谱线的相对强度测定 I

由于超精细结构谱线的相对强度正比于 $2F+1$，因而从相对强度之比可定出 I。事实上，设 R_1 和 R_2 分别是谱线 $F_1 = I+j$ 和 $F_2 = I+j-1$ 的相对强度，则有

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2F_1+1}{2F_2+1} = \frac{2(I+j)+1}{2(I+j-1)+1} = \frac{2(I+j)+1}{2(I+j)-1} \tag{1.2-11}$$

当上述两种方法都不适用时，可利用此种方法定出 I。例如钠 D 线的超精细结构，由于

$I \geqslant j$，则第一种方法不适用；另外由于 $3S_{1/2}$ 能级只可能分裂为两个子能级，即只有一个能量间距，所以第二种方法也不行。但可利用超精细谱线的相对强度之比来求得核的自旋 I。例如实验测得 D_1 线（或 D_2 线）的两超精细谱线的相对强度之比为 5∶3。由(1.2-11)式得

$$\frac{2(I+j)+1}{2(I+j)-1}=\frac{5}{3}$$

则 $I+j=2$。已知 $j=\frac{1}{2}$，所以得 $I=\frac{3}{2}$。

上述三种方法都是通过测量原子光谱来定核的自旋。此外，通过测量分子光谱等办法也可定出核的自旋，这里不再一一叙述。

分析核自旋的实验数据，得出以下两条规律：

(1) 偶 A 核的自旋为整数。其中偶偶核（即质子数 Z 和中子数 N 均为偶数的核）的 $I=0$。

(2) 奇 A 核的自旋为半整数。

这两条规律将在第八章的核结构的壳模型理论中进行讨论。

§1.3 原子核的磁矩

原子核是一个带电的系统，而且具有自旋，因此可以推测它应该具有磁矩。实验证实确是如此。在量子力学中，我们知道原子中电子的磁矩有两部分：自旋的磁矩

$$\boldsymbol{\mu}_s=-\frac{e}{m_e}\boldsymbol{P}_s=g_s\left(\frac{e}{2m_e}\right)\boldsymbol{P}_s \tag{1.3-1}$$

和轨道运动的磁矩

$$\boldsymbol{\mu}_l=-\frac{e}{2m_e}\boldsymbol{P}_l=g_l\left(\frac{e}{2m_e}\right)\boldsymbol{P}_l \tag{1.3-2}$$

式中 m_e 是电子的质量；$\boldsymbol{P}_s$ 和 $\boldsymbol{P}_l$ 是电子的自旋和轨道角动量；因子 g 称为电子的 g 因数，其值 $g_s=-2$，$g_l=-1$。若 $\boldsymbol{P}_s$ 和 $\boldsymbol{P}_l$ 的单位取 $\hbar$，则(1.3-1)和(1.3-2)式可写为

$$\boldsymbol{\mu}_s=g_s\mu_B\boldsymbol{P}_s \tag{1.3-3}$$

和

$$\boldsymbol{\mu}_l=g_l\mu_B\boldsymbol{P}_l \tag{1.3-4}$$

式中 $\mu_B=\frac{e\hbar}{2m_e}=9.2740\times10^{-24}\ \mathrm{A\cdot m^2}$，称之为玻尔磁子。通常电子的磁矩 $\boldsymbol{\mu}$ 用 μ_B 作单位，则 $\boldsymbol{\mu}$ 可写为

$$\boldsymbol{\mu}=\boldsymbol{\mu}_s+\boldsymbol{\mu}_l=g_s\boldsymbol{P}_s+g_l\boldsymbol{P}_l \tag{1.3-5}$$

实验表明，核子也有磁矩，与质子和中子自旋相应的磁矩分别为

$$\boldsymbol{\mu}_p=g_p\left(\frac{e}{2m_N}\right)\boldsymbol{P}_s,\quad \boldsymbol{\mu}_n=g_n\left(\frac{e}{2m_N}\right)\boldsymbol{P}_s$$

其中 g_p 和 g_n 分别为质子和中子的 g 因数，m_N 为核子质量。如果与电子自旋磁矩情形相比较，对于质子应该有 $g_p=+2$，对于中子，因它不带电，应该有 $g_n=0$。但实验证明，$g_p=+5.586$，$g_n=-3.826$。因此，通常称质子和中子具有反常磁矩。

与原子核的自旋 $\boldsymbol{P}_I$ 相联系，类似于(1.3-1)式，核的磁矩 $\boldsymbol{\mu}_I$ 为

$$\boldsymbol{\mu}_I = g_I\left(\frac{e}{2m_{\mathrm{p}}}\right)\boldsymbol{P}_I \tag{1.3-6}$$

g_I 称为核的 g 因数；m_{p} 是质子的质量。

由于 $\boldsymbol{P}_I$ 在空间给定 z 方向的投影 $P_{Iz} = m_I\hbar$ 有 $2I+1$ 个值：

$$m_I = I, I-1, \cdots, -I+1, -I$$

所以 $\boldsymbol{\mu}_I$ 在给定方向的投影 μ_{Iz} 也有 $2I+1$ 个值：

$$\mu_{Iz} = g_I\left(\frac{e\hbar}{2m_{\mathrm{p}}}\right)m_I \tag{1.3-7}$$

其最大投影(记作 μ_I')为

$$\mu_I' = g_I\left(\frac{e\hbar}{2m_{\mathrm{p}}}\right)I = g_I\mu_{\mathrm{N}}I \tag{1.3-8}$$

式中 $\mu_{\mathrm{N}} = \frac{e\hbar}{2m_{\mathrm{p}}} = 5.0508\times10^{-27}\ \mathrm{A\cdot m^2}$，称之为核磁子。因为 m_{p} 比 m_{e} 大 1836 倍，所以核磁子 μ_{N} 只有玻尔磁子 μ_{B} 的 $\frac{1}{1836}$。可见，核的磁矩比原子中的电子磁矩要小得多，这就是为什么超精细谱线的间距比精细结构谱线的间距要小得多的原因。

需要指出：通常是用核磁矩在给定 z 方向投影的最大值 μ_I' 来衡量核磁矩的大小，并且常以核磁子 μ_{N} 作单位。一般文献和书籍中所列核磁矩 μ 的大小就是指以 μ_{N} 作单位的 μ_I' 值。例如根据(1.3-8)式，质子和中子的磁矩分别为 +2.793 和 −1.913。

测量磁矩的方法有许多种，下面仅介绍比较重要的核磁共振法。

由(1.3-8)式知，若核的自旋 I 已知，测量磁矩的实质在于测量 g_I 因数。利用核磁共振法测量 g_I 因数的原理如下：将被测样品放在一个均匀的强磁场 $\boldsymbol{B}$ 中($\approx$1T)，由于核具有磁矩 $\boldsymbol{\mu}_I$，它在磁场中与 $\boldsymbol{B}$ 作用获得附加能量 E：

$$E = -\boldsymbol{\mu}_I\cdot\boldsymbol{B} = -\mu_{Iz}B \tag{1.3-9}$$

μ_{Iz} 是磁矩 $\boldsymbol{\mu}_I$ 在磁场方向 z 上的投影。由(1.3-7)式知，μ_{IZ} 有 $2I+1$ 个值，所以 E 也有 $2I+1$ 个值：

$$E = -g_I\mu_{\mathrm{N}}m_IB \tag{1.3-10}$$

这就是说，能量随核在磁场中的取向不同而不同。按核的取向不同，原来的能级分裂成 $2I+1$ 个子能级。$m_I = I$ 时，子能级的能量最低；$m_I = I-1$ 时，能量次之，……，$m_I = -I$ 的能量最高。根据选择定则 $\Delta m_I = 0, \pm1$，两相邻子能级间可以进行跃迁，跃迁能量 ΔE 由(1.3-10)式得

$$\Delta E = g_I\mu_{\mathrm{N}}B \tag{1.3-11}$$

可见，只要想法测得 ΔE，即可求出 g_I，从而就可获得核的磁矩。如果我们在垂直于均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 的方向再加上一个强度较弱的高频磁场，当其频率 ν 满足以下条件时

$$h\nu = \Delta E \tag{1.3-12}$$

则样品的原子核将会吸收高频磁场的能量而使核的取向发生改变，从而实现由较低的子能级向相邻较高子能级的跃迁。此时，高频磁场的能量将被原子强烈吸收，称为共振吸收；此时的频率 ν 称为共振频率。由(1.3-11)和(1.3-12)式得

$$g_I = h\nu/\mu_N B \tag{1.3-13}$$

因此,只要测得了 ν 和 B,利用上式即可求出 g_I。

图 1-4 是核磁共振法的原理图。一个 30 MHz 振荡器直接与一平衡线路的两臂相连。高频信号在 A 处分两路进行。两路线路基本相同,但其一路中置有被测样品,使其共处于均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 中。样品上绕有高频线圈,它产生与 $\boldsymbol{B}$ 垂直的一个高频磁场,在此分路中还有一个延迟电路,其作用是使高频信号的位相延迟 180°。因此不发生共振时,两路信号在两臂会合点 B 相互抵消。改变磁场 $\boldsymbol{B}$ 的大小,当其满足(1.3-12)式的条件时,样品发生共振吸收,有样品的一路信号强度减弱,此时在 B 点信号不能完全抵消,就有输出。将此信号放大后加到示波器进行观测。为了显示共振,另有一 30 Hz 低频振荡器接入均匀磁场 $\boldsymbol{B}$ 的附加线圈,使磁场在共振值附近变动,所以每秒只发生 30 次共振。同时将此低频电压输入示波器,作为示波器的扫描电压。于是,在发生共振时,示波器上将稳定地显示出共振曲线。实验结果表明,磁矩有正有负,正号表示其方向与自旋同向,负号表示与自旋反向。

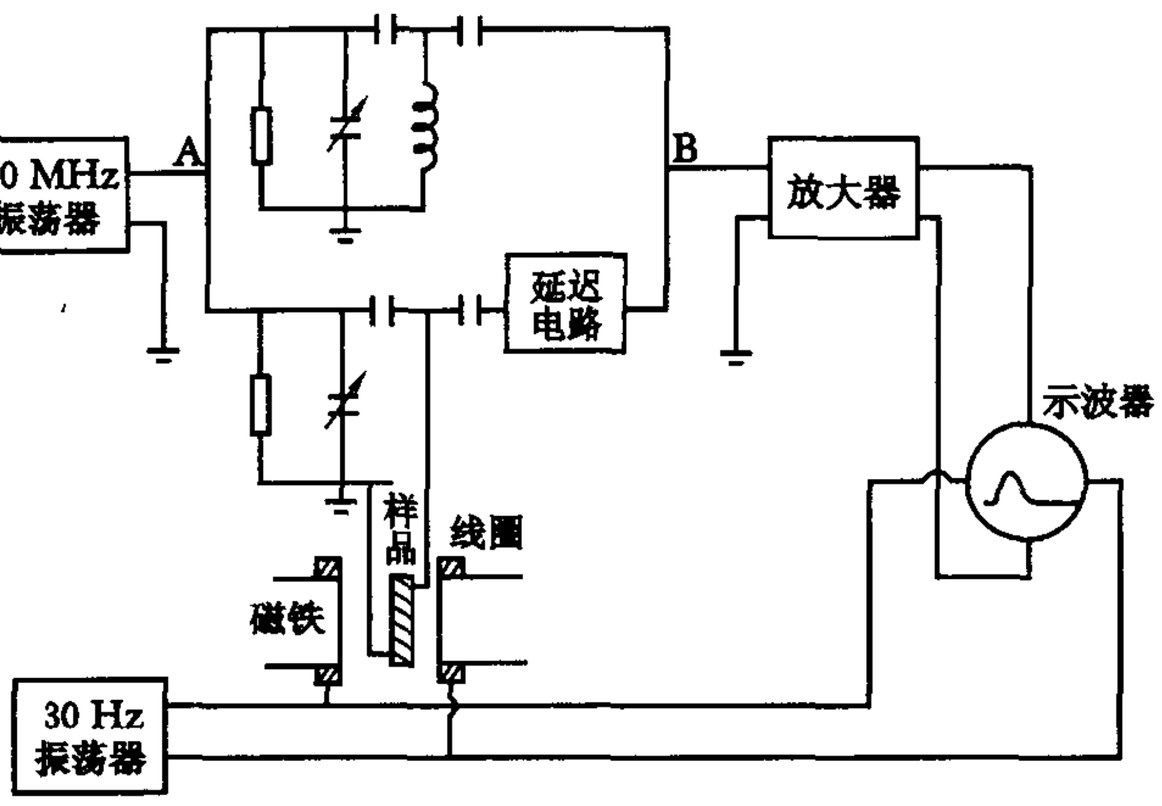


图 1-4　核磁共振法原理图

核磁共振有很多重要应用,例如,如果已知核的磁矩,实验上可改变共振频率 ν 来测得未知磁场 $\boldsymbol{B}$ 的大小,而且测量精度相当高。此外,核磁共振在物质结构的研究中有广泛的应用。

§1.4　原子核的电四极矩

前面已经指出,原子核是接近于球形的。进一步的实验表明,大多数原子核的形状是偏离于球形不大的轴对称椭球。这一点由原子核具有电四极矩得到证明。

原子核有电荷 Ze,这些电荷在核内的不同分布就产生不同的电势。如果核的电荷均匀分布于轴对称椭球形的核内,则它所产生的电势怎样呢?今考察在原子核的对称轴 z 上 z_0 点的电势 ϕ(图 1-5)。我们有

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_V \rho(x',y',z')\frac{\mathrm{d}\tau}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\rho\int_V \frac{\mathrm{d}\tau}{R} \tag{1.4-1}$$

式中 ϵ_0 是真空中的介电常量;$\rho(x',y',z')$是核内 $P(x',y',z')$点周围体 $\mathrm{d}\tau$ 中的电荷密度,

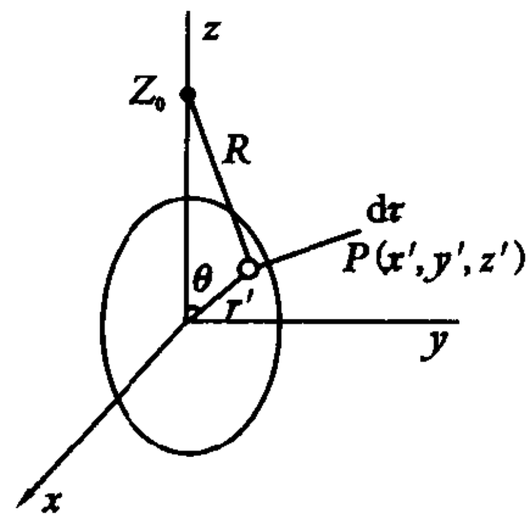


图 1-5　原子核产生的电势

并假设核内电荷均匀分布，则 ρ 为常量，可将它提到积分号外，积分限是原子核体积 V。

由于

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{\sqrt{z_0^2+r'^2-2z_0r'\cos\theta}}=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{r'^2}{z_0^{l+1}}\mathrm{P}_l(\cos\theta) \tag{1.4-2}$$

$\mathrm{P}_l(\cos\theta)$是勒让德多项式：

$$\mathrm{P}_0(\cos\theta)=1$$
$$\mathrm{P}_1(\cos\theta)=\cos\theta$$
$$\mathrm{P}_2(\cos\theta)=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$$
$$\cdots\cdots$$

则(1.4-1)式可写为

$$\begin{aligned}\phi&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{z_0^{l+1}}\rho\int_V r'^l\mathrm{P}_l(\cos\theta)\mathrm{d}\tau\\&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{z_0}\rho\int_V\mathrm{d}\tau+\frac{1}{z_0^2}\rho\int_V r'\cos\theta\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2z_0^3}\rho\int_V r'^2(3\cos^2\theta-1)\mathrm{d}\tau+\cdots\right\}\\&=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{Ze}{z_0}+\frac{1}{z_0^2}\rho\int_V z'\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2z_0^3}\rho\int_V(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau+\cdots\right\}\end{aligned} \tag{1.4-3}$$

式中第一项是单电荷的电势，即核的总电荷集中于核中心时所产生的电势，或者说电荷为球对称分布时所产生的电势；第二项是偶极子的电势；第三项是四极子的电势；以后各项可以忽略。

通常，定义 $\int_V\rho z'\mathrm{d}\tau$ 为电偶极矩，实验和理论分析表明，原子核无电偶极矩。定义

$$Q=\frac{1}{e}\int_V\rho(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau \tag{1.4-4}$$

为核的电四极矩，注意它有面积的量纲。

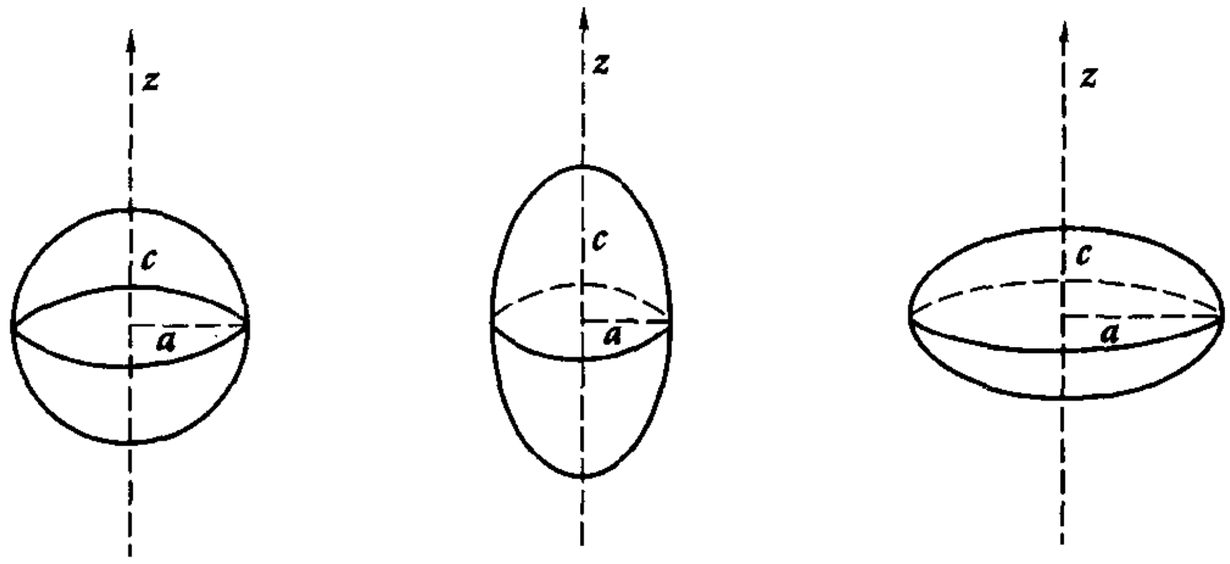
由上可以看到，如果原子核的电荷均匀分布于轴对称椭球形的核内，则它在对称轴方向所产生的电势可以看作一个单电荷电势和四极子电势之和。而四极子电势与电荷分布的形状密切相关，即原子核的形状决定着电四极矩的大小，正是由于这一点，电四极矩成为原子核的重要特性之一。

设椭球对称轴的半轴为 c，另外两个半轴为 a，则(1.4-4)式可写成一个简洁的表达式：

$$\begin{aligned}Q&=\frac{\rho}{e}\int_V(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau=\frac{Z}{V}\int_V(2z'^2-x'^2-y'^2)\mathrm{d}\tau\\&=\frac{Z}{V}\left(\frac{2}{5}c^2V-\frac{2}{5}a^2V\right)=\frac{2}{5}Z(c^2-a^2)\end{aligned} \tag{1.4-5}$$

从(1.4-5)式可知，当 $c=a$ 时，$Q=0$，即球形核的电四极矩为零，见图 1-6(a)；$c>a$ 时，$Q>0$，即长椭球形原子核具有正的电四极矩，见图 1-6(b)；$c<a$ 时，$Q<0$，即扁椭球形原子核具有负的电四极矩，见图 1-6(c)。所以，根据电四极矩 Q 值的大小和符号可以推知原子核偏离球形的程度。

令 ε 为原子核偏离球形程度的形变参量，定义 $\varepsilon\equiv\frac{\Delta R}{R}$，$R$ 为与椭球同体积的球的半径，



(a) 球形　　(b) 长椭球形　　(c) 扁椭球形

图 1-6　电四极矩与核形状的关系

ΔR 为椭球对称轴半径 c 与 R 之差,则

$$c = R(1 + \varepsilon) \tag{1.4-6}$$

由于

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^2 c$$

则有

$$a = \frac{R}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \tag{1.4-7}$$

将(1.4-6)式和(1.4-7)式代入(1.4-5)式,即得电四极矩 Q 与形变参量 ε 的关系如下:

$$Q \approx \frac{6}{5}ZR^2\varepsilon \approx \frac{6}{5}Zr_0^2A^{\frac{2}{3}}\varepsilon \tag{1.4-8}$$

实验测得 Q 值后,利用(1.4-8)式就可算出 ε。结果表明,对大多数原子核,ε 的绝对值是不等于零的小数,一般为百分之几。这说明大多数原子核是非球形的,但偏离球形的程度都不大。

原子核的电四极矩的存在将破坏原子光谱超精细结构的间距法则。实验分析这种偏离间距法则的程度,可以求得电四极矩。核的电四极矩还可以通过测量电四极矩共振吸收来获得。这两种方法都是利用核的电四极矩与核外电子的相互作用。此外,与核外电子无关,利用原子核本身能级间的跃迁也能测出电四极矩。实验表明,电四极矩有正有负,多数是正值。这说明大多数原子核的形状是长椭球。

§1.5　原子核的宇称

原子核的宇称是原子核的一个十分重要的特性。在讨论原子核的宇称以前,先对一般的宇称概念作一介绍。

宇称是微观物理领域中特有的概念,在经典物理中不存在这个物理量。它描写微观体系状态波函数的一种空间反演性质。设某一体系状态的波函数为 $\psi(x)$,x 代表该体系所有粒子的坐标。当它作空间反演时(即 $x \to -x$),可引入空间反演算符来表示这种运算,即

$$\hat{P}\psi(x) = \psi(-x) \tag{1.5-1}$$

算符 $\hat{P}$ 称为宇称算符。对某些波函数,存在着以下关系

$$\hat{P}\psi(x) = K\psi(x) \tag{1.5-2}$$

这表明波函数 $\psi(x)$是宇称算符 $\hat{P}$ 的本征态,K 是本征值。

用算符 $\hat{P}$ 作用于(1.5-2)式,得到

$$\hat{P}^2\psi(x) = K^2\psi(x) \tag{1.5-3}$$

由于 $\hat{P}^2\psi(x)=\hat{P}\psi(-x)=\psi(x)$,因而且 $K^2=1$,则 $K=\pm1$。所以,宇称算符的本征值只有 ±1 两个值。对于 $K=+1$ 的情形,即

$$\psi(-x) = \psi(x) \tag{1.5-4}$$

我们称这波函数具有正的(或说偶的)宇称,也就是该体系的宇称为正。对于 $K=-1$ 的情形,即

$$\psi(-x) = -\psi(x) \tag{1.5-5}$$

则称这波函数具有负的(或说奇的)宇称,也就是该体系的宇称为负。我们称这两种波函数都是具有确定宇称的。例如波函数 $\psi_1=A\cos kx$ 具有偶宇称,$\psi_2=A\sin kx$ 具有奇宇称。而有些波函数,例如 $\phi=ce^{ikx}$ 没有确定的宇称,它不是宇称算符的本征函数。

如果微观体系的规律在左右手坐标系中相同,即其哈密顿算符 $\hat{H}$ 在空间反演下保持不变:

$$\hat{H}(-x) = \hat{H}(x)$$

则 $\hat{H}$ 与 $\hat{P}$ 可以对易。事实上,对于任何波函数 $\psi(x)$,我们有

$$\hat{P}\hat{H}(x)\psi(x) = \hat{H}(-x)\hat{P}\psi(x) = \hat{H}(x)\hat{P}\psi(x)$$

所以

$$\hat{P}\hat{H} = \hat{H}\hat{P} \tag{1.5-6}$$

这表明宇称算符 $\hat{P}$ 的本征值 K 是好量子数,它的值不随时间改变。K 值不随时间改变的物理意义是:如果微观物理规律在空间反演下不变,则此微观体系的宇称将保持不变,体系内部变化时,变化前的宇称等于变化后的宇称。这就是宇称守恒定律。

原子核是由中子和质子组成的微观体系。它的状态往往可以近似地用在某种有心场中独立运动的诸核子的波函数的乘积来描写。这种描写对讨论原子核状态的宇称特别简单。我们知道,在有心场中运动的粒子波函数可写成如下形式(采用球坐标表示时):

$$\psi(r,\theta,\phi) = NR(r)P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi} \tag{1.5-7}$$

其中 N 是归一化常数,$R(r)$是径向波函数,它只与 r 的大小有关;$P_l^m(\cos\theta)$是缔合勒让特多项式,其微分形式为

$$P_l^m(\xi) = \frac{1}{2^l l!}(1-\xi^2)^{\frac{m}{2}}\frac{d^{l+m}}{d\xi^{l+m}}(\xi^2-1)^l \tag{1.5-8}$$

其中 $\xi=\cos\theta$,l 为轨道角动量量子数,m 为磁量子数。

现在我们来讨论(1.5-7)式的宇称,在球坐标里的空间反演是 $r\to r$,$\theta\to\pi-\theta$,$\phi\to\pi+\phi$(图 1-7)。于是 $R(r)$在反演后不变。由于空间反演下 $\xi\to-\xi$,则$(\xi^2-1)^l$ 在反演下不变号,但它每微商一次变一号,所以在反演下 $P_l^m(\xi)\to(-1)^{l+m}P_l^m(\xi)$。另外,在反演下 $e^{im\phi}\to e^{im(\pi+\phi)}=(-1)^m e^{im\phi}$,则 $\psi(r,\theta,\phi)$在空间反演后成为$(-1)^l\psi(r,\theta,\phi)$。这就是说,(1.5-7)式的宇称与 l 的奇偶性相同:l 为奇数时$\psi(r,\theta,\phi)$具有奇宇称,l 为偶数时则为偶宇称。因为

$\psi(r,\theta,\phi)$的宇称取决于轨道量子数 l,所以叫它为轨道宇称。

当考虑原子核中的诸核子在某种有心场中独立运动时,则诸核子波函数的宇称由其轨道量子数 l 决定。如上所述,原子核波函数可近似地考虑作诸核子波函数的乘积。因此,原子核的宇称 π_N 可看作诸核子的轨道宇称之积:

$$\pi_N = \prod_{i=1}^{A}(-1)^{l_i} \qquad (1.5\text{-}9)$$

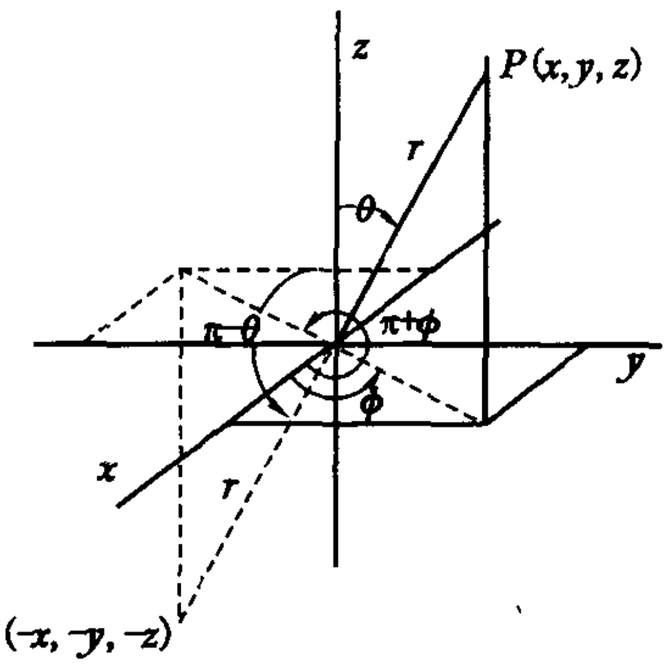


图 1-7　球坐标的空间反演

由量子力学知道,有心场中轨道量子数 l 是好量子数,所以按(1.5-9)式,一定的原子核状态具有确定不变的宇称。只有当原子核的状态改变时,即核内中子和质子状态改变时,原子核的宇称才会发生变化。因此,对原子核宇称的测定可以推知核内核子的运动规律,是研究核结构的重要手段之一。同时可以看到,对原子核宇称的测定只有当原子核状态发生变化时才有可能,实验上就是通过核衰变或核反应使原子核状态发生变化来获得核的宇称知识的。

通常核态的宇称是用加在自旋数值右上角的"+"或"-"号来表示。例如^{40}K 基态的自旋为 4,宇称为负,则表示为 4^-;^4He 基态的自旋为零,宇称为正,则表示为 0^+。

从前人们认为在一切微观过程中宇称是守恒的,即体系变化前后的宇称保持不变。1956年,李政道和杨振宁提出了在弱相互作用情形,例如 β 衰变,宇称不守恒的假设,后为吴健雄等人从实验上加以证实。这是近代物理学发展中的一个重大突破。有关宇称不守恒的问题将在第六章 β 衰变中专门讨论。

§1.6　原子核的统计性质

实验和理论分析表明,任何微观粒子的自旋量子数不是半整数就是整数。例如电子、质子、中子、中微子、μ 介子等的自旋为半整数,光子、α 粒子、π 介子等的自旋为整数。从量子力学知道,这两类不同的粒子分别组成的体系具有不同的统计性质。由自旋为半整数的粒子组成的两个或两个以上的全同粒子系统,遵从费米-狄拉克(Fermi-Dirac)统计律。所以,自旋为半整数的粒子也叫费米子。由自旋为整数的粒子组成的两个或两个以上的全同粒子系统,则遵从玻色-爱因斯坦(Bose-Einstein)统计律。自旋为整数的粒子也叫玻色子。费米子和玻色子具有不同的性质。费米子在每一量子状态中只能有一个,玻色子在每一量子状态中则可以有两个或两个以上。

由两个或两个以上全同费米子组成的系统,它的波函数是交换反对称的,即

$$\psi(r_1,\cdots r_j,\cdots,r_i,\cdots,r_n) = -\psi(r_1,\cdots,r_i,\cdots,r_j,\cdots,r_n) \qquad (1.6\text{-}1)$$

式中 $r_i(i=1,2,\cdots,n)$代表第 i 个粒子的空间坐标和自旋取向。此式表示将第 i 个粒子和第 j 个粒子互换后,描写系统的波函数差一符号。

如果系统是由两个或两个以上全同玻色子组成的,则它的波函数是交换对称的,即

$$\psi(r_1,\cdots,r_j,\cdots,r_i,\cdots,r_n) = \psi(r_1,\cdots,r_i,\cdots,r_j,\cdots,r_n) \qquad (1.6\text{-}2)$$

此式表示将第 i 个粒子和第 j 个粒子互换后，描写系统的波函数相同。

原子核的自旋可以是半整数，也可以是整数，这由质量数 A 来决定。§1.2 节中已指出，奇 A 核的自旋是半整数，偶 A 核的自旋是整数。所以，奇 A 核是费米子，偶 A 核是玻色子。这一结论也可利用(1.6-1)式来论证。设由两个相同的奇 A 核或偶 A 核组成一系统，这两个原子核状态的互换，相当于两个原子核的核子一一互换 A 次。核子是费米子，它遵从(1.6-1)式互换律，互换一次，波函数符号改变一次，互换 A 次，波函数符号的变化为 $(-1)^A$。所以 A 为奇数时，波函数变号，即为费米子；A 为偶数时，波函数不变号，即为玻色子。

推而广之，由奇数个费米子组成的粒子仍是费米子，由偶数个费米子组成的粒子则为玻色子，由不论是奇数还是偶数个玻色子组成的粒子总是玻色子。

原子核的统计性质在实验上可由双原子分子转动光谱的研究得到证明。

核的统计性质对论证核的质子-中子组成起过重大作用。在中子发现以前，人们曾认为质量数为 A 电荷数为 Z 的原子核是由 A 个质子和 $A-Z$ 个电子组成的。这固然可以解释原子核的质量数和电荷数，但它与核的统计性质相矛盾。按照核的质子-电子组成论，由于质子和电子都是费米子，则质量数为 A 电荷数为 Z 的原子核有 $2A-Z$ 个费米子。如果 Z 为偶数，则 $2A-Z$ 为偶数，于是该核为玻色子，如果 Z 为奇数，则 $2A-Z$ 为奇数，于是该核为费米子。可见，核是玻色子还是费米子视 Z 是偶数还是奇数而定，与 A 的奇偶性无关。这与实验结果矛盾。例如，由实验得知，$^{14}_{7}N$ 核遵从玻色统计。如果按照核的质子-电子组成论，它应遵从费米统计，但按核的质子-中子组成论，它是遵从玻色统计的。从而论证了质子-电子组成论的失败，质子-中子组成论的成功。

自中子发现后，原子核的质子-中子组成论已被人们所共识。它为核衰变、核反应和核裂变等大量实验所证实。但随着核物理研究的进展，尤其是中高能加速器的建立，发现质子和中子并不是点状粒子，而有其内部结构。一般认为它们是由夸克组成的，并且很可能围绕着介子云。因而提出了原子核的“非核子自由度”问题，即研究原子核物理不能简单地只考虑质子和中子自由度，还要考虑介子、夸克等非核子自由度。实验已发现，核内存在介子流、核子共振态、EMC 效应(即核内的夸克效应)和超核等现象。有关非核子自由度问题将在后面章节中详细讨论。

§1.7 原子核的同位旋

实验表明，核子之间的主要作用力为核力，它近似地与核子所带的电荷无关，即质子与质子之间、中子与中子之间、质子与中子之间的核力几乎是相等的。这说明质子和中子除了电荷不同外是很相象的，它们的自旋都是 $\frac{1}{2}$，质量也很相近。从而我们可以把质子和中子看成是处于不同电荷状态的同一种粒子，即核子，处于正电荷状态的核子是质子，处于负电荷状态的是中子。或者说质子是处于质子态的核子，中子是处于中子态的核子。为了描述核子的质子态和中子态，类似于描述自旋为 $\frac{1}{2}$ 核子的自旋算符 $\hat{s}$，引入一个新的算符 $\hat{t}$，称之为核子的同位旋矢量，其量子数 $t=\frac{1}{2}$。按习惯，$t_3=+\frac{1}{2}$ 的为质子态，$t_3=-\frac{1}{2}$ 的为中子态。对于两核子体系，和角动量相加的规则一样，总同位旋 $\hat{T}=\hat{t}(1)\pm\hat{t}(2)$ 是两个核子同位旋的矢量和。$T=1$

的态是同位旋三重态($T_3=1,0,-1$),$T=0$ 的态是同位旋单态,$T_3=0$。对于 A 个核子组成的原子核,总同位旋

$$\hat{T}=\sum_{i=1}^{A}\hat{t}_i \tag{1.7-1}$$

$$T_3=\sum_{i=1}^{A}t_{3i} \tag{1.7-2}$$

因为质子的 $t_3=\frac{1}{2}$,中子的 $t_3=-\frac{1}{2}$,所以原子核的

$$T_3=\frac{1}{2}(Z-N)=Z-\frac{A}{2} \tag{1.7-3}$$

由此式可见,同一种核素的所有能态都有相同的 T_3 值。那么,是否同一种核素的所有能态都有相同的 T 值呢?否。事实上,原子核同位旋量子数 T 满足下列关系:

$$\frac{1}{2}|Z-N|\leqslant T\leqslant\frac{1}{2}(Z+N) \tag{1.7-4}$$

即 T 的最大值为$\frac{1}{2}(Z+N)=\frac{1}{2}A$,$T$ 的最小值为$\frac{1}{2}|Z-N|=|T_3|$。而核的基态具有最小的 T 值。例如,^{14}N 基态的 $T_3=0$,$T=0$,第一激发态的 $T=1$,第二激发态的 $T=0$,…。

对于核子数 A 相同,自旋和宇称(即 I^{π})也相同,而且同位旋量子数 T 也相同,只是 T_3 不同的各个态,称为同位旋多重态。例如,^{14}C,^{14}O 的基态和^{14}N 的第一激发态构成了同位旋三重态(见图 1-8)。它们的 $T=1$,T_3 分别为 $-1,+1,0$。^{21}Ne 和^{21}Na 的基态和若干个低激发态——构成同位旋双重态(见图 1-9)。它们的 $T=\frac{1}{2}$,T_3 分别为$-\frac{1}{2}$和$\frac{1}{2}$。

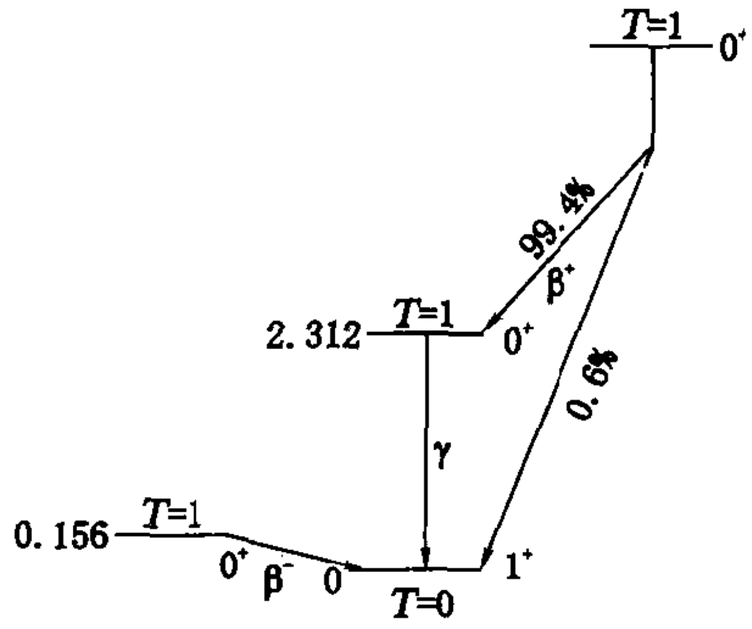


图 1-8　同位旋三重态

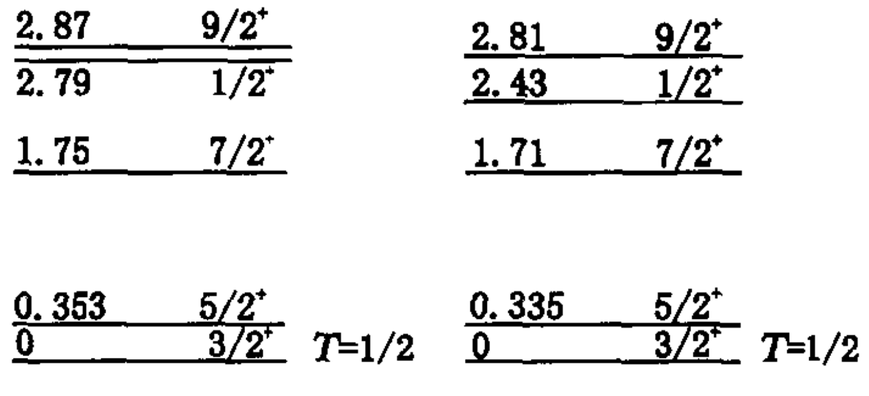


图 1-9　同位旋双重态

在轻核中,库仑作用小,同位旋 T 是好量子数。对于重核,库仑作用增大了,是否也有同位旋多重态呢?60 年代以来的实验表明,重核中也存在同位旋多重态。通常称它们为同位旋相似态。因为重核的 T 值都较大,很难发现多重态的所有成员,而只能找到少数成员。例如,$^{117}_{50}$Sn 的基态和$^{117}_{51}$Sb 的 11.2 MeV 激发态是属于 $T=\frac{17}{2}$多重态中的两个成员(图 1-10)。两者

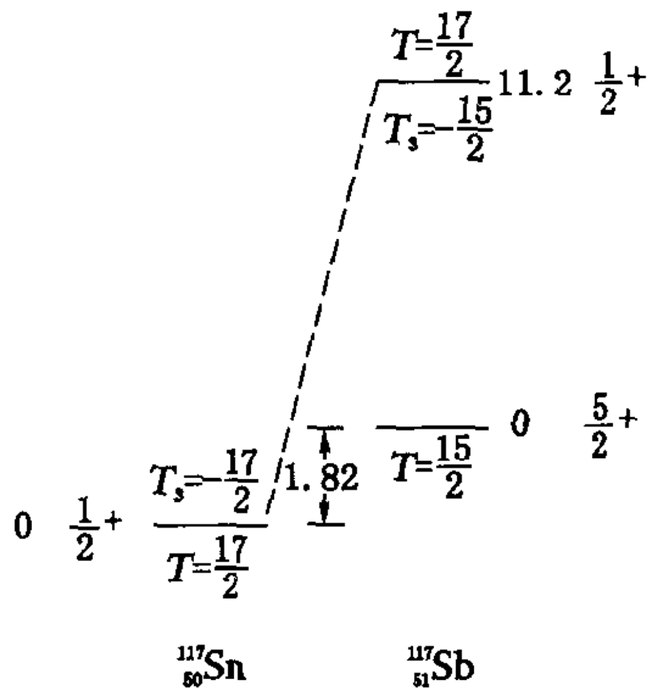


图 1-10　同位旋相似态

的特性十分相似，只是它们的能量相差很大，达到 13.02 MeV。这一数值正好等于两核的库仑能差 13.80 MeV 减去中子质子质量差所对应的能量 0.78 MeV。应当指出，^{117}Sb 的 $T=\frac{17}{2}$ 最低激发态比基态高 11.2 MeV。这样高能量的激发态已可以释放核子，一般讲该激发能区的能级已十分密集。但是，^{117}Sb 的 $T=\frac{17}{2}$ 能级由于与 ^{117}Sn 的基态相似，因而是分立的。

习　题

1-1. 实验测得某元素的特征 K_α 线的能量为 7.88 keV，试求该元素的原子序数 Z。

1-2. 用均匀磁场质谱仪，测量某一单电荷正离子，先在电势差为 1000 V 的电场中加速。然后在 0.1 T 的磁场中偏转，测得离子轨道的曲率半径为 0.182 m。试求(a)离子速度，(b)离子质量，(c)离子质量数。

1-3. 质子通过 1.3×10^6 V 的电势差后，在 0.6 T 的均匀磁场中偏转，如果让 ^{4}He 核通过 2.6×10^6 V 的电势差后，在均匀磁场中偏转与以上质子具有相同的轨道，问磁场应为多少 T?

1-4. 计算下列各核的半径：$^4_2$He，$^{107}_{47}$Ag，$^{238}_{92}$U，设 $r_0=1.45$ fm。

1-5. 实验测得 ^{241}Am 和 ^{243}Am 的原子光谱的超精细结构由六条谱线组成，已知相应原子能级的电子总角动量大于核的自旋，试求 ^{241}Am 和 ^{243}Am 核的自旋。

1-6. 试求半径为 ^{189}Os 核的 $\frac{1}{3}$ 的稳定核。

1-7. 试求 ^{7}Li，^{7}Be，^{14}N 和 ^{18}O 核的基态同位旋量子数 T 和 T_3。

1-8. 已知 ^{12}C 的第一激发态的同位旋量子数 $T=1$，问它与哪两个核的什么态组成同位旋三重态?

1-9. 设质子是一个密度均匀具有角动量为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$ 的球，且质子的所有电荷均匀分布于球表面，试计算质子的磁距；如果角动量的最大可观测分量是 $\frac{1}{2}\hbar$，试计算相应的磁距的最大可观测分量(用核磁子表示)。

1-10. 为什么原子核具有自旋？如何正确理解原子核自旋概念?

1-11. 核磁共振时原子核吸收磁场能量引起能级间跃迁，这种跃迁是核能级间的跃迁吗？为什么?

第二章　放射性和核的稳定性

§2.1　放射性衰变的基本规律

1. 放射性的一般现象

1896 年，贝可勒尔(H. Becquerel)在研究铀矿的荧光现象时，发现铀矿物能发射出穿透力很强并能使照相底片感光的不可见的射线。在磁场中研究这种射线的性质时，证明它是由三种成分组成的：其中一个成分在磁场中的偏转方向与带正电的离子流的偏转相同；另一个成分的偏转方向与带负电的离子流的偏转相同；第三个成分则不发生任何偏转。这三种成分的射线分别叫做 α，β 和 γ 射线。它们的本性和贯穿本领如下：

(1) α 射线是高速运动的氦原子核(又称 α 粒子)组成的。所以，它在磁场中的偏转方向与正离子流的偏转相同。它的电离作用大，贯穿本领小。

(2) β 射线是高速运动的电子流，它的电离作用较小，贯穿本领较大。

(3) γ 射线是波长很短的电磁波。它的电离作用小，贯穿本领大。

现在知道，有许多天然的和人工生产的核素都能自发地发射各种射线。有的发射 α 射线，有的发射 β 射线，有的发射 α 或 β 射线的同时也发射 γ 射线，有的三种射线均有。此外，还有发射正电子、质子、中子等其它粒子的。原子核自发地放射各种射线的现象，称为放射性。能自发地放射各种射线的核素称为放射性核素，也叫不稳定的核素。实验表明，对放射性核素加温、加压或加磁场，都不能抑制或显著地改变射线的发射。原来，放射性现象是由原子核的变化引起的，与核外电子状态的改变关系很小，因此，对放射性的研究是了解原子核的重要手段。

放射性与原子核衰变密切相关。所谓原子核衰变是指原子核自发地放射出 α 或 β 等粒子而发生的转变。

α 放射性与 α 衰变相联系。原子核自发地放射出 α 粒子而发生的转变，叫做 α 衰变。在 α 衰变中，衰变后的剩余核(通常叫子核)与衰变前的原子核(通常叫母核)相比，电荷数减少 2，质量数减少 4。我们可以用下列式子来表示 α 衰变：

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \tag{2.1-1} $$

式中，X 表示母核。Y 表示子核。例如 ${}^{210}_{84}\mathrm{Po}$ 的 α 衰变可写为

$$ {}^{210}_{84}\mathrm{Po} \rightarrow {}^{206}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} $$

β 放射性与 β 衰变相联系。原子核自发地放射出电子或正电子或俘获一个轨道电子而发生的转变，统称为 β 衰变。细分之，放射电子的称为 β^- 衰变；放射正电子的称为 β^+ 衰变；俘获轨道电子的称为轨道电子俘获。与 α 衰变类似，β 衰变的三种类型可分别用下式表示：

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + \mathrm{e}^- \tag{2.1-2a} $$

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} + \mathrm{e}^+ \tag{2.1-2b} $$

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + \mathrm{e}^- \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} \tag{2.1-2c} $$

其中 e^- 和 e^+ 分别代表电子和正电子。由上式可见，在 β 衰变中，子核与母核的质量数相同，只是电荷数相差 1。β^- 衰变相当于原子核的一个中子变成了质子；β^+ 衰变和轨道电子俘获相当于原子核的一个质子变成了中子。显然，子核和母核是相邻的同量异位素。例如 $^{32}_{15}P$ 的 β 衰变：$^{32}_{15}P \rightarrow ^{32}_{16}S + e^-$，$^{32}_{15}P$ 和 $^{32}_{16}S$ 是相邻的同量异位素。

γ 放射性既与 γ 跃迁相联系，也与 α 衰变或 β 衰变相联系。α 和 β 衰变的子核往往处于激发态。处于激发态的原子核要向基态跃迁，这种跃迁称为 γ 跃迁。在 γ 跃迁中通常要放出 γ 射线。因此，γ 射线的自发放射一般是伴随 α 或 β 射线产生的。例如，放射源 ^{60}Co 既具有 β 放射性，也具有 γ 放射性。这是由于放射性原子核 ^{60}Co 首先要 β 衰变至 ^{60}Ni 的激发态，然后当激发态跃迁到基态时会放射出 γ 射线来。γ 跃迁与 α 或 β 衰变不同，不会导致核素的变化，而只改变原子核的内部状态，因此 γ 跃迁的子核和母核，其电荷数和质量数均相同，只是内部状态不同而已。

放射性有天然放射性和人工放射性之分。天然放射性是指天然存在的放射性核素所具有的放射性。它们大多属于由重元素组成的三个放射系(即钍系、铀系和锕系)。这三个放射系，将在§2.2中专门讨论。此外，还存在一些非系列的天然放射性核素，例如 $^{3}_{1}H$，$^{14}_{6}C$，$^{40}_{19}K$，$^{50}_{23}V$，$^{87}_{37}Rb$，$^{115}_{49}In$，$^{130}_{52}Te$，$^{138}_{57}La$，$^{142}_{58}Ge$，$^{144}_{60}Nd$，$^{147}_{62}Sm$，$^{176}_{71}Lu$，$^{187}_{75}Re$，$^{192}_{78}Pt$，$^{209}_{83}Bi$ 等。几十年来，人们可以用人工办法(例如反应堆和加速器)来产生放射性，这叫人工放射性。目前，人工放射性核素远比天然放射性核素要多，它在科学研究和生产实践中发挥着更大的作用。

2. 放射性衰变的指数衰减规律

由上面讨论知道，一种放射性原子核经 α 或 β 衰变成为另一种原子核。实践表明，这种变化即使对于同一核素的许多原子核来说，也不是同时发生的，而是有先有后。因此，对于任何放射性物质，其原有的放射性原子核的数量将随时间的推移变得越来越少。

以 $^{222}_{86}Rn$ 的 α 衰变为例，把一定量的氡单独存放，实验发现，在大约四天之后氡的数量减少了一半，经过八天减少到原来的四分之一，经过十二天减到八分之一，一个月后就不到原来的百分之一了。这一衰变情况如图 2-1a 所示。

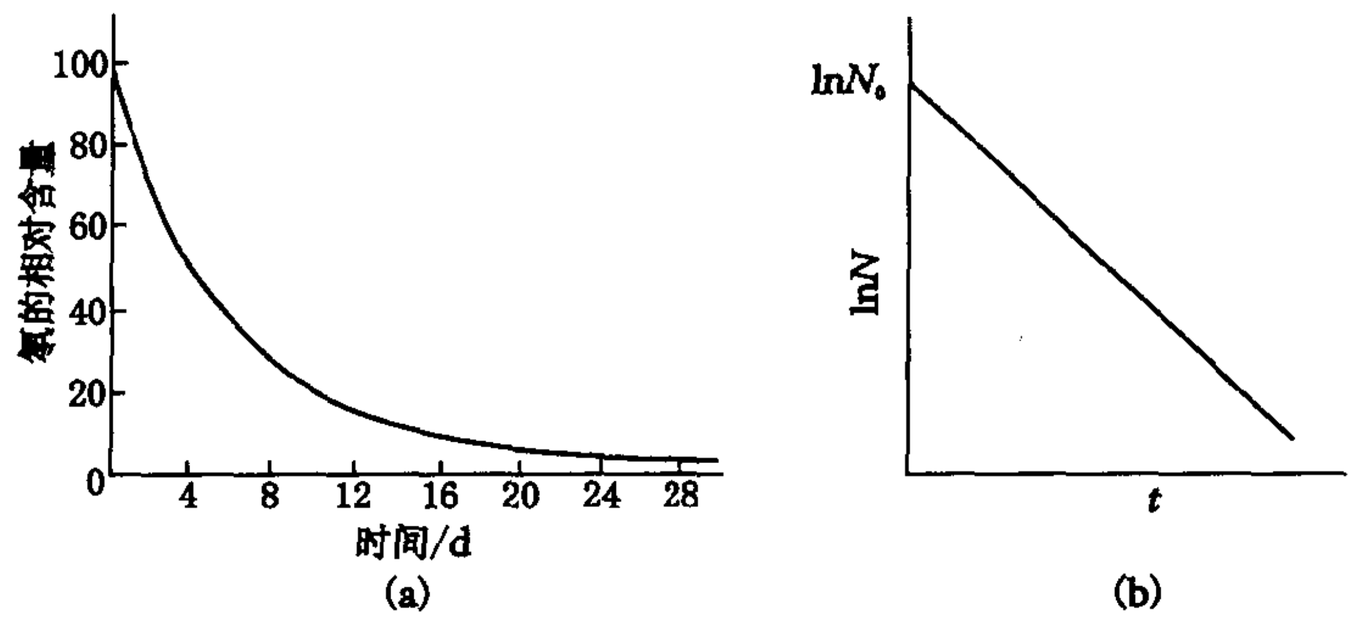


图 2-1　氡的衰变

如果以氡的数量的自然对数为纵坐标，以时间为横坐标作图，则图 2-1a 的曲线变成了直线(图 2-1b)。这一直线的方程为

$$\ln N = \ln N_0 - \lambda t \qquad (2.1\text{-}3)$$

其中，N_0 是时间 $t=0$ 时的氡的量，N 是 t 时刻的氡的量，$-\lambda$ 是直线的斜率。将(2.1-3)式化为指数形式，则得

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \tag{2.1-4}$$

可见氡的衰变服从指数衰减规律。实验表明，任何放射性物质在单独存在时都服从这样的规律。

(2.1-4)式中的 λ 是一个常量，称为衰变常量。注意它的量纲是时间的倒数。显然，λ 的大小决定了衰变的快慢。它只与放射性核素的种类有关。因此，它是放射性原子核的特征量。下面我们来分析一下衰变常量 λ 对于个别放射性原子核而言有何物理意义。

对(2.1-4)式微分得

$$-dN = \lambda N dt \tag{2.1-5}$$

$-dN$ 是原子核在 t 到 $t+dt$ 时间间隔内的衰变数。由式可见，此衰变数正比于时间间隔 dt 和 t 时刻的原子核数 N，其比例系数正好是衰变常量 λ。因此，λ 可以写为

$$\lambda = \frac{-dN/N}{dt} \tag{2.1-6}$$

显然，分子 $-dN/N$ 表示每个原子核的衰变概率。(2.1-6)式表明，衰变常量 λ 是在单位时间内每个原子核的衰变概率，这就是衰变常量的物理意义。因为 λ 是常量，所以每个原子核不论何时衰变，其概率均相同。这意味着，各个原子核的衰变是独立无关的。我们不能说哪一个核应该先衰变，哪一个核应该后衰变。每一个核到底何时衰变，完全是偶然性事件。但是偶然性中具有必然性。就大量原子核作为整体来说，其衰变则表现为(2.1-4)式这样必然性规律。所以，通常把指数衰减律(2.1-4)式也叫作放射性衰变的统计规律。它只适用于大量原子核的衰变，对少数原子核的衰变行为只能给出概率描写。其实，在实际应用中，我们所遇到的往往都是大数量的原子核。

(2.1-4)式所描述的是放射性核的数目随时间的衰减。由于测量放射性核的数目很不方便，而且往往没有必要，我们所感兴趣的又便于测量的是：在单位时间内有多少核发生衰变，亦即放射性核素的衰变率 $-\frac{dN}{dt}$，或叫放射性活度 A[①]。这个量可以通过测量放射线的数目来决定。

由(2.1-5)式得

$$A \equiv \frac{-dN}{dt} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t} \tag{2.1-7}$$

式中 $A_0 = \lambda N_0$ 是 $t=0$ 时的放射性活度。可见放射性活度和放射性核数具有同样的指数衰减规律。

描述衰变的快慢，除了用衰变常量 λ 以外，通常还用下面两个量——半衰期 $T_{1/2}$ 和平均寿命 τ。

半衰期 $T_{1/2}$ 是放射性原子核数衰减到原来数目的一半所需的时间。它与 λ 的关系容易推得。按 $T_{1/2}$ 的定义，当 $t = T_{1/2}$ 时，

$$N = \frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

① 放射性活度，以前称为放射性强度。

所以

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \tag{2.1-8}$$

可见 $T_{1/2}$ 与 λ 成反比。这是很自然的，因为 λ 越大，表示放射性衰减得越快，自然它衰减到一半所需的时间就越短。

平均寿命 τ 是指放射性原子核平均生存的时间。对大量放射性原子核而言，有的核先衰变，有的核后衰变，各个核的寿命长短一般是不同的，从 $t=0$ 到 $t=\infty$ 都有可能。但是，对某一核素而言，平均寿命只有一个。由(2.1-5)式可知，在 t 时刻的无穷小时间间隔 $\mathrm{d}t$ 内有 $-\mathrm{d}N$ 个核发生衰变，则可认为这 $-\mathrm{d}N$ 个核的寿命是 t，总寿命是 $(-\mathrm{d}N)t = t\lambda N\mathrm{d}t$。设 $t=0$ 时的原子核数是 N_0，则这 N_0 个核的总寿命为 $\int_0^\infty t\lambda N\mathrm{d}t$，所以平均寿命

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty t\lambda N\mathrm{d}t = \int_0^\infty \lambda t\mathrm{e}^{-\lambda t}\mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda} \tag{2.1-9}$$

可见平均寿命和衰变常量互为倒数。

由(2.1-8)和(2.1-9)式，可以得到 $T_{1/2}$ 与 τ 的关系

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau\ln 2 = 0.693\tau \tag{2.1-10}$$

可见，λ，$T_{1/2}$ 和 τ 这三个量，不是各自独立的，只要知道其中一个，即可求得其余两个。

当核素具有多种分支衰变时，各种分支衰变的规律应当如何？显然，按衰变常量的物理意义，总的 λ 应当是相应于各种衰变方式的部分衰变常量 λ_i 之和：

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

第 i 种分支衰变的部分放射性活度为

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{2.1-11}$$

总放射性活度为

$$A = \sum A_i = \lambda N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} \tag{2.1-12}$$

可见部分放射性活度在任何时候都是与总放射性活度成正比的。这里需要注意，部分放射性活度随时间是按 $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ 衰减而不是按 $\mathrm{e}^{-\lambda_i t}$ 衰减的。这是因为任何放射性活度随时间的衰减都是由于原子核数 N 减少，而 N 减少是所有分支衰变的总结果。

第 i 种分支衰变的部分放射性活度与总放射性活度之比，称为这种衰变的分支比，用 R_i 表示。由(2.1-11)和(2.1-12)式，分支比 R_i 可表示为

$$R_i \equiv \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda} \tag{2.1-13}$$

最后顺便指出，有些文献书籍还引用所谓部分半衰期 T_i，定义为 $T_i \equiv \frac{\ln 2}{\lambda_i}$。但它只能通过(2.1-13)式计算得到，而不能通过测量部分放射性活度的衰减直接得出。

3. 递次衰变规律

原子核的衰变往往是一代又一代地连续进行，直至最后达到稳定为止，这种衰变叫做递次衰变，或叫连续衰变。例如 $^{232}\mathrm{Th}$ 经过 α 衰变至 $^{228}\mathrm{Ra}$，然后接连二次 β^- 衰变至 $^{228}\mathrm{Th}$，再通过若干次 α 和 β^- 衰变，最后到稳定核 $^{208}\mathrm{Pb}$ 为止，如下式所示：

$$^{232}\mathrm{Th} \xrightarrow[1.41\times10^{10}\ \mathrm{a}]{\alpha} {}^{228}\mathrm{Ra} \xrightarrow[5.76\ \mathrm{a}]{\beta^-} {}^{228}\mathrm{Ac} \xrightarrow[6.13\ \mathrm{h}]{\beta^-} {}^{228}\mathrm{Th} \xrightarrow[1.913\ \mathrm{a}]{\alpha} \cdots \longrightarrow {}^{208}\mathrm{Pb}$$

箭头下面的数字表示半衰期。在递次衰变中,任何一种放射性物质被分离出来单独存放时,它的衰变都满足(2.1-4)式的指数衰减规律。但是,它们混在一起的衰变情况却要复杂得多。下面讨论这种递次衰变的规律。

首先考虑母体 A 衰变为子体 B 然后衰变为第二代子体 C 的情况:

$$\mathrm{A} \rightarrow \mathrm{B} \rightarrow \mathrm{C}$$

研究 A,B,C 的原子核数和放射性活度随时间的变化规律。

设 A,B,C 的衰变常量分别为 $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$;在时刻 t,A,B,C 的原子核数分别为 N_1,N_2,N_3;在 $t=0$ 时,只有母体 A,即 $N_2(0)=N_3(0)=0$。

由于子体的衰变不会影响母体的衰变,N_1 随时间的变化仍然服从指数衰减规律,即有

$$N_1 = N_1(0)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} \tag{2.1-14}$$

A 的放射性活度为

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1(0)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} = A_1(0)\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} \tag{2.1-15}$$

关于子体 B,单位时间核数目的变化$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}$,一方面以速率 $\lambda_1 N_1$ 从 A 中产生,另一方面又以速率 $\lambda_2 N_2$ 衰变为 C,即

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \tag{2.1-16}$$

利用(2.1-14)式对此微分方程求解,容易求得:

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1} N_1(0)(\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}) \tag{2.1-17}$$

这就是子体 B 的核数目随时间变化的规律。从而子体 B 的放射性活度为

$$A_2(t) = \lambda_2 N_2(t) = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} N_1(0)(\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}) \tag{2.1-18}$$

关于子体 C,如果它是稳定的,即 $\lambda_3=0$,则

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t} = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} N_1(0)(\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t})$$

作积分并利用初始条件($t=0,N_3=0$),则得:

$$N_3(t) = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} N_1(0)\left[\frac{1}{\lambda_1}(1-\mathrm{e}^{-\lambda_1 t}) - \frac{1}{\lambda_2}(1-\mathrm{e}^{-\lambda_2 t})\right] \tag{2.1-19}$$

由式可见,$t\rightarrow\infty$时,$N_3\rightarrow N_1(0)$,即此时母体 A 全部衰变成子体 C。显然,子体 C 的放射性活度 $A_3=\lambda_3 N_3=0$,因为它是稳定的。

如果 C 也不稳定($\lambda_3\neq0$),则对 N_3 有微分方程:

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t} = \lambda_2 N_2 - \lambda_3 N_3 \tag{2.1-20}$$

把(2.1-17)式代入得:

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t} + \lambda_3 N_3 = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1} N_1(0)(\mathrm{e}^{-\lambda_1 t} - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}) \tag{2.1-21}$$

最后可得：

$$N_3(t) = N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}) \tag{2.1-22}$$

式中 $h_1 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}$，$h_2 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$，$h_3 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$。此时 C 的放射性活度为

$$A_3(t) = \lambda_3 N_3 = \lambda_3 N_1(0)[h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}] \tag{2.1-23}$$

对于递次衰变系列 $A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \cdots \rightarrow A_n \rightarrow \cdots$，当开始只有母体 A_1 时，同理可得第 n 个放射体 A_n 的原子核数随时间的变化为

$$N_n(t) = N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t}) \tag{2.1-24}$$

式中 $h_1 = \dfrac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{n-1}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_n-\lambda_1)}$

$$h_2 = \frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{n-1}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_n-\lambda_2)}$$

……

$$h_n = \frac{\lambda_1\lambda_2\cdots\lambda_{n-1}}{(\lambda_1-\lambda_n)(\lambda_2-\lambda_n)\cdots(\lambda_{n-1}-\lambda_n)}$$

λ_n 为 A_n 的衰变常量。A_n 的放射性活度为

$$A_n(t) = \lambda_n N_n(t) = \lambda_n N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t}) \tag{2.1-25}$$

由上面的结果可以看到，递次衰变规律不再是简单的指数衰减律了。其中任一子体随时间的变化不仅和本身的衰变常量有关，而且和前面所有放射体的衰变常量都有关。只要各个放射体的衰变常量都已知，则任一放射体随时间的变化利用(2.1-24)和(2.1-25)式即可算出。

§2.2 放射性平衡

本节将进一步讨论只有两个放射体的递次衰变，即 $A \xrightarrow[T_1]{\lambda_1} B \xrightarrow[T_2]{\lambda_2} C$，其中 T_1 和 T_2 分别为母体 A 和子体 B 的半衰期，当时间足够长时，有可能出现放射性平衡。显然，在任何递次衰变中，母体 A 的变化情况总是服从指数衰减律。所以，我们感兴趣的是子体 B 的变化情况。在初始只有母体 A 的条件下，子体 B 的变化只决定于 λ_1 和 λ_2。现在分三种情况来讨论。

1. 暂时平衡

当母体 A 的半衰期不是很长，但比子体 B 的半衰期还是要长，即 $T_1 > T_2$ 或 $\lambda_1 < \lambda_2$ 时，则在观察时间内可以看出母体放射性的变化，以及子体 B 的核数目在时间足够长以后，将和母体的核数目建立一固定的比例，即此时子体 B 的变化将按母体的半衰期衰减。这叫暂时平衡。例如

$$^{200}_{78}\mathrm{Pt} \xrightarrow[12.6\ \mathrm{h}]{\beta^-} {}^{200}_{79}\mathrm{Au} \xrightarrow[0.81\ \mathrm{h}]{\beta^-} {}^{200}_{80}\mathrm{Hg}$$

$T_1 = 12.6$ h，$T_2 = 0.81$ h，即有 $T_1 > T_2$，而且 T_1 不是很长，在观察时间内可以看出母体 $^{200}_{78}\mathrm{Pt}$ 放射性的变化。

根据(2.1-17)式

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) e^{-\lambda_1 t}[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}]$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(t)[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}] \qquad (2.2\text{-}1)$$

由于 $\lambda_1 < \lambda_2$，当 t 足够大时，有 $e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t} \ll 1$，则此时(2.2-1)式成为

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1 \text{ 或 } \frac{N_2}{N_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \qquad (2.2\text{-}2)$$

子母体的放射性活度关系为

$$A_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} A_1 \text{ 或 } \frac{A_2}{A_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \qquad (2.2\text{-}3)$$

由(2.2-2)和(2.2-3)式可见，当时间足够长时，子母体间出现暂时平衡，即它们的核数目(或放射性活度)之比为一固定值。由于 N_1 和 A_1 是按半衰期 T_1 衰减，则当达到暂时平衡时，N_2 和 A_2 也按半衰期 T_1 衰减。

图 2-2 表示 $\lambda_1 < \lambda_2$ 时子体的生长和衰减情况。其中曲线 a 表示子体的放射性活度 A_2 随时间的变化；曲线 b 表示母体($T_1 = 8$ h)的活度 A_1 的变化；曲线 c 表示母子体的总放射性活度 $A_1 + A_2$ 随时间的变化；曲线 d 表示子体($T_2 = 0.8$ h)单独存在时的活度变化。由曲线 a 看到，子体的放射性活度最初随时间而增加，达到某一极大值后，按母体的半衰期而减少。此极大值的时间 t_m 可由下式求出：

$$\left.\frac{dA_2}{dt}\right|_{t=t_m} = 0 \qquad (2.2\text{-}4)$$

把(2.1-18)式代入得

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} - \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m} = 0$$

即

$$e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t_m} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

则得

$$t_m = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \qquad (2.2\text{-}5)$$

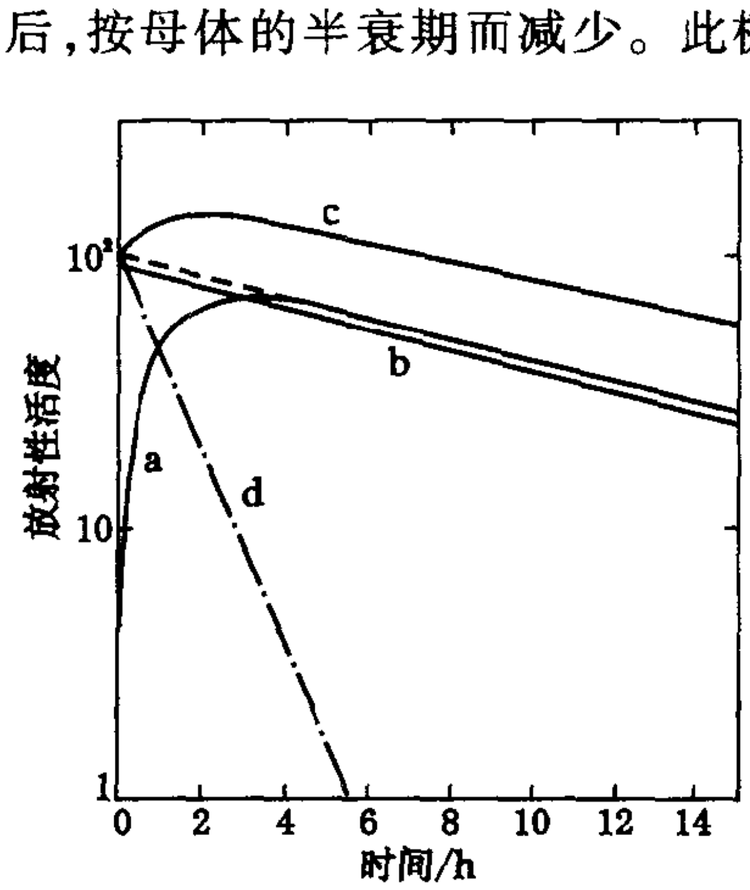


图 2-2　暂时平衡($\lambda_1 < \lambda_2$)

另一方面，(2.2-4)式可写为

$$\left.\frac{dN_2}{dt}\right|_{t=t_m} = 0$$

即

$$\lambda_1 N_1(t_m) - \lambda_2 N_2(t_m) = 0$$

所以

$$A_1(t_m) - A_2(t_m) = 0 \qquad (2.2\text{-}6)$$

此式表明，$t = t_m$ 时，母子体的放射性活度相等。如图 2-2 所示，此时曲线 b 和曲线 a 相交；$t < t_m$ 时，$A_2 < A_1$；$t > t_m$ 时，$A_2 > A_1$。

在实际应用中，知道 t_m 是很重要的，因为这时分离出子体，可以获得最大的活度。

对于多代子体的递次衰变 $A_1 \xrightarrow[\lambda_1]{} A_2 \xrightarrow[\lambda_2]{} A_3 \xrightarrow[\lambda_3]{} A_4 \xrightarrow[\lambda_4]{} \cdots$，只要母体 A_1 的衰变常量 λ_1 比各代子体的衰变常量 $\lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \cdots$ 都小，则当时间足够长时，整个衰变系列也会达到暂时平衡，即各放射体的数量(活度)之比不随时间变化，各子体都按母体的半衰期而衰减。出现这种情况不难理解。因为只要 λ_1 最小，则当时间足够长时，A_2 必然会和 A_1 达到平衡，这时 A_2 的衰变常量变成了 λ_1，因而 A_3 也必然会和 A_2 达到平衡，如此类推，整个系列都会达到平衡。

2. 长期平衡

当母体的半衰期比子体的长得多，即 $T_1 \gg T_2$ 或 $\lambda_1 \ll \lambda_2$，而且在观察时间内，看不出母体放射性的变化，在相当长时间以后($t \geqslant 7\ T_2$)，子体的核数目和放射性活度达到饱和，并且子母体的放射性活度相等。这叫长期平衡。例如

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow[1600\ \mathrm{a}]{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow[3.824\ \mathrm{d}]{\alpha} {}^{218}_{84}\mathrm{Po}$$

$T_1 = 1600$ a，$T_2 = 3.824$ d，$T_1 \gg T_2$，而且 T_1 很长，在观察时间内，例如几天或几十天不会看出 $^{226}\mathrm{Ra}$ 放射性的变化。

根据(2.1-17)式，我们有

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \mathrm{e}^{-\lambda_1 t} [1 - \mathrm{e}^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}]$$

$$= \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1(t)(1 - \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}) \qquad (2.2\text{-}7)$$

所以，当 t 相当大时，(2.2-7)式成为

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1 \qquad (2.2\text{-}8)$$

即

$$\lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1 \text{ 或 } A_2 = A_1 \qquad (2.2\text{-}9)$$

这就出现了长期平衡。

图 2-3 表示 $\lambda_1 \ll \lambda_2$ 时出现长期平衡的情况，其中 a 表示子体的活度，b 表示母体($T_1 = \infty$)的活度，c 表示母子体的总活度，d 表示子体($T_2 = 0.8$ h)单独存在时的活度变化。由曲线 a 看到，子体的放射性活度最初随时间而增加，然后达到某一饱和值，此时子体与母体的活度相等。所以，饱和时的总活度为母体活度的两倍。

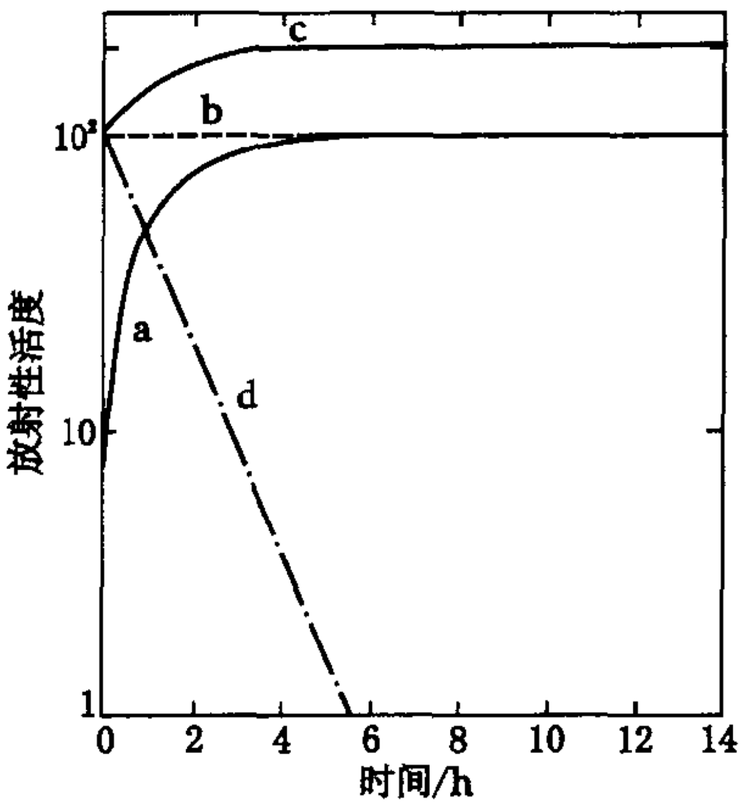


图 2-3　长期平衡($\lambda_1 \ll \lambda_2$)

对于多代子体的递次衰变，只要母体的半衰期很长，在观察时间内看不出母体的变化，而且各代子体的半衰期都比它短得多，则不管各代子体的半衰期相差多么悬殊，在足够长时间以后，整个衰变系列必然会达到长期平衡，即各个放射体的活度彼此相等：

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \cdots \qquad (2.2\text{-}10)$$

例如，后面要讨论的三个天然放射系就是属于这种情形。

利用(2.2-10)式我们可以求出寿命很长的放射性核素的半衰期,只要其中一个放射体的半衰期及其与所求放射体的原子数之比已知。例如,$^{231}_{91}\mathrm{Pa}\xrightarrow{\alpha}{}^{227}_{89}\mathrm{Ac}\rightarrow$,已知$^{227}\mathrm{Ac}$的半衰期为21.8 a,实验测得平衡时原子数之比$\frac{N(^{231}\mathrm{Pa})}{N(^{227}\mathrm{Ac})}=1505$,则可求得$^{231}\mathrm{Pa}$的半衰期

$$T(^{231}\mathrm{Pa}) = 1505 \times 21.8\ \mathrm{a} = 3.28 \times 10^4\ \mathrm{a}$$

3. 不成平衡的情况

当母体的半衰期小于子体的半衰期,即 $T_1 < T_2$ 或$\lambda_1 > \lambda_2$,母体按指数规律较快衰减;而子体的原子数开始为零,随时间逐步增长,越过极大值后较慢衰减,当 t 足够大时,子体则按自身 T_2 的半衰期而衰减。这种情况,不可能出现子体与母体的任何平衡。

根据(2.1-17)式,有

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0) \mathrm{e}^{-\lambda_2 t}\left[1 - \mathrm{e}^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t}\right] \tag{2.2-11}$$

由于 $\lambda_1 > \lambda_2$,当 t 足够大时,有 $\mathrm{e}^{-(\lambda_1 - \lambda_2)t} \ll 1$,方括号中变成 1,则此时(2.2-11)式成为

$$N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1(0) \mathrm{e}^{-\lambda_2 t} \tag{2.2-12}$$

此时子体的放射性活度为

$$A_2 = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} N_1(0) \mathrm{e}^{-\lambda_2 t} \tag{2.2-13}$$

可见当时间足够长时,母体将几乎全部转变为子体,子体则按自身的指数规律衰减。因此子母体间根本不会出现任何平衡。

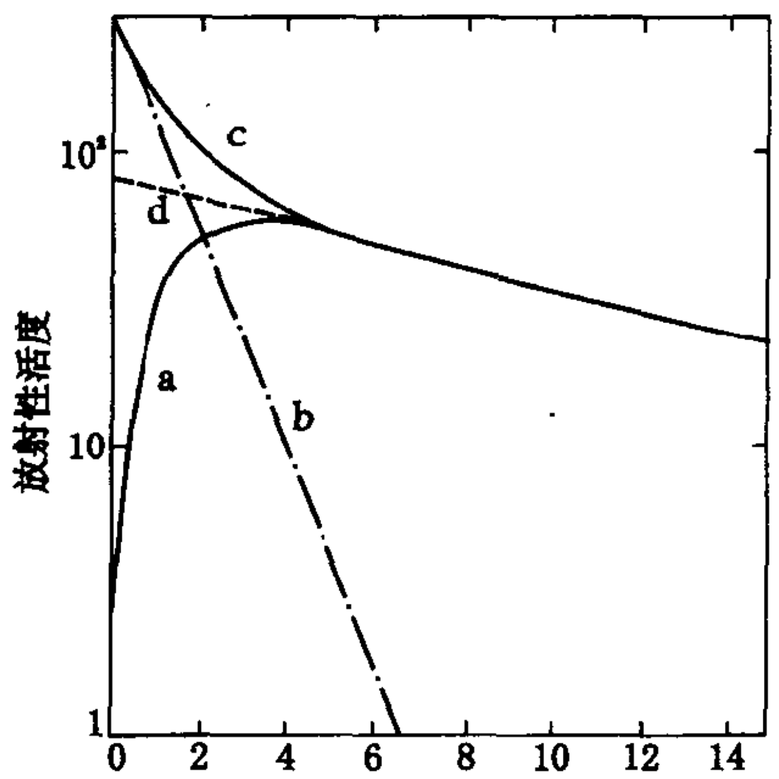


图 2-4　不成平衡($\lambda_1 > \lambda_2$)

图 2-4 表示 $\lambda_1 > \lambda_2$ 时子体的生长和衰减情况。其中 a 表示子体的活度变化,b 表示母体($T_1 = 0.8$ h)的活度衰减,c 表示母子体总活度的变化,d 表示子体($T_2 = 8$ h)单独存在时的活度变化。

对于不成平衡的递次衰变,为了得到单纯的子体,最简单的办法就是把放射体搁置足够长的时间,让母体几乎都衰变完,剩下就是单纯的较长寿命的子体。

由上面三种情形的讨论可以看到,对于任何递次衰变系列,不管各放射体的衰变常量之间相互关系如何,其中必有一最小者,即半衰期最长者,则在时间足够长以后,整个衰变系列只剩下半衰期最长的及其后面的放射体,它们均按最长半衰期的简单指数规律衰减。

4. 放射系

作为递次衰变规律和放射性平衡的应用,现在讨论放射系。

递次衰变系列通称放射系。地壳中存在的一些重的放射性核素形成三个天然放射系。它们的母体半衰期都很长,和地球年龄(约 10^9 a)相近或更长,因而经过漫长的地质年代后还能保存下来。它们的成员大多具有 α 放射性,少数具有 β 放射性,一般都伴随有 γ 辐射,但没有

一个具有 β^+ 衰变或轨道电子俘获的。每个放射系从母体开始，都经过至少是十次连续衰变，最后达到稳定的铅同位素。它们是：

（1）钍系

从 ^{232}Th 开始，经过 10 次连续衰变，最后到稳定核素 ^{208}Pb：$^{232}_{90}Th \xrightarrow[1.405\times10^{10}\ a]{\alpha} {}^{228}_{88}Ra \xrightarrow[5.75\ a]{\beta} {}^{228}_{89}Ac \xrightarrow[6.15\ h]{\beta} {}^{228}_{90}Th \xrightarrow[1.9131\ a]{\alpha} {}^{224}_{88}Ra \xrightarrow[3.66\ d]{\alpha} \cdots \rightarrow {}^{208}_{82}Pb$。这个系的成员，其质量数都是 4 的整倍数，即 $A=4n$，所以钍系也叫 $4n$ 系。母体 ^{232}Th 的半衰期为 1.405×10^{10} a。子体半衰期最长的是 ^{228}Ra，$T_{1/2}=5.75$ a。所以，钍系建立起长期平衡，需要几十年时间。

（2）铀系

从 ^{238}U 开始，经过 14 次连续衰变，最后到稳定核素 ^{206}Pb：$^{238}_{92}U \xrightarrow[4.468\times10^{9}\ a]{\alpha} {}^{234}_{90}Th \xrightarrow[24.10\ d]{\beta} \left\{ \begin{array}{l} {}^{234m}_{91}Pa \xrightarrow[1.17\ min]{\beta} \\ {}^{234}_{91}Pa \xrightarrow[6.70\ h]{\beta} \end{array} \right. {}^{234}_{92}U \xrightarrow[2.455\times10^{5}\ a]{\alpha} {}^{230}_{90}Th \xrightarrow[7.538\times10^{4}\ a]{\alpha} \cdots \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$。该系成员的质量数都是 4 的整倍数加 2，即 $A=4n+2$，所以铀系也叫 $4n+2$ 系。母体 ^{238}U 的半衰期为 4.468×10^{9} a。子体半衰期最长的是 ^{234}U，$T_{1/2}=2.455\times10^{5}$ a。所以，铀系建立起长期平衡，需要几百万年的时间。

（3）锕系

从 ^{235}U 开始，经过 11 次连续衰变，最后到稳定核素 ^{207}Pb：$^{235}_{92}U \xrightarrow[7.038\times10^{8}\ a]{\alpha} {}^{231}_{90}Th \xrightarrow[25.52\ h]{\beta} {}^{231}_{91}Pa \xrightarrow[3.28\times10^{4}\ a]{\alpha} {}^{227}_{89}Ac \xrightarrow[21.773\ a]{\beta,\alpha} \left\{ \begin{array}{l} {}^{227}_{90}Th \xrightarrow[18.72\ d]{\alpha} \\ {}^{223}_{87}Fr \xrightarrow[22.0\ min]{\beta} \end{array} \right. {}^{223}_{88}Ra \xrightarrow[11.435\ d]{\alpha} \cdots \rightarrow {}^{207}_{82}Pb$。由于 ^{235}U 俗称锕铀，因而该系叫做锕系。该系成员的质量数都是 4 的整倍数加 3，即 $A=4n+3$，所以锕系也叫 $4n+3$ 系。母体 ^{235}U 的半衰期为 7.038×10^{8} a。子体半衰期最长的是 ^{231}Pa，$T_{1/2}=3.28\times10^{4}$ a。所以，锕系建立起长期平衡，需要几十万年的时间。

从上面讨论看到，在地壳中存在 $4n$，$4n+2$，$4n+3$ 三个天然放射系，但是缺少 $4n+1$ 这样一个放射系。后来用人工方法合成了 $4n+1$ 系，把 ^{238}U 放在反应堆中照射，连续俘获三个中子变成 ^{241}U，它经两次 β^- 衰变变成了具有较长寿命（$T=14.4$a）的 ^{241}Pu。^{241}Pu 具有下列递次衰变：

$$^{241}_{94}Pu \xrightarrow[14.4\ a]{\beta} {}^{241}_{95}Am \xrightarrow[432\ a]{\alpha} {}^{237}_{93}Np \xrightarrow[2.14\times10^{6}\ a]{\alpha} {}^{233}_{91}Pa \xrightarrow[17\ d]{\beta} \cdots \rightarrow {}^{209}_{83}Bi。$$

在这个衰变系列中，^{237}Np 的半衰期最长，当时间足够长以后，^{241}Pu 和 ^{241}Am 几乎衰变完了，而 ^{237}Np 还会存在，并与其子体建立起平衡。所以这个系叫做镎系。该系成员的质量数都是 4 的整倍数加 1，即 $A=4n+1$，因而也称为 $4n+1$ 系。由于 ^{237}Np 的半衰期比地球年龄小很多，地壳中原有的 ^{237}Np 早已变成为 ^{209}Bi，所以人们在地壳中没有发现 $4n+1$ 系。

上面各个系的衰变过程，通常用图 2-5，2-6，2-7，2-8 来表示。

除了上述四个放射系外，裂变碎片也往往形成递次衰变的放射系，例如

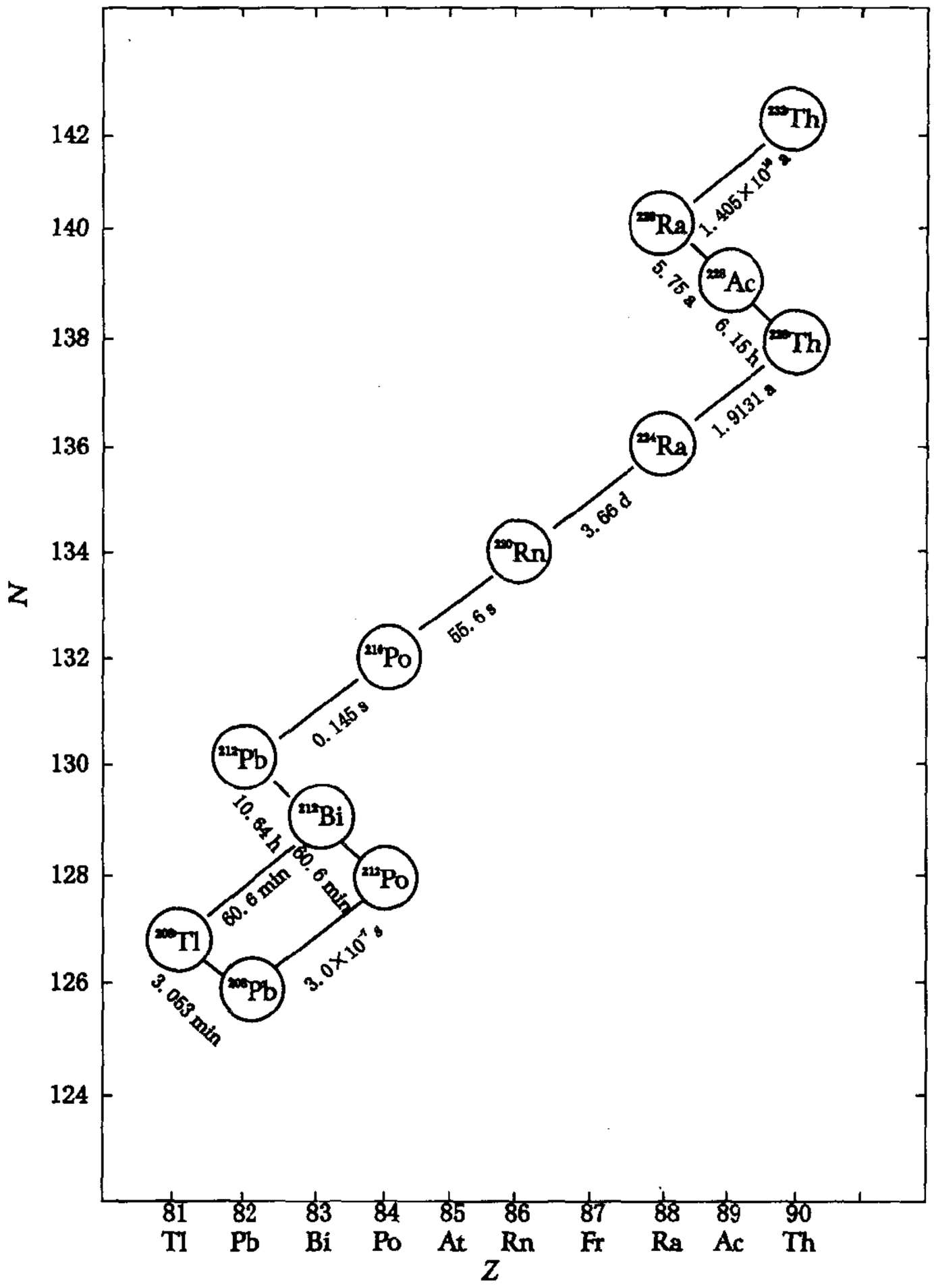


图 2-5　钍系($4n$)

$$^{140}_{54}\mathrm{Xe} \xrightarrow[14\ \mathrm{s}]{\beta^-} {}^{140}_{55}\mathrm{Cs} \xrightarrow[65\ \mathrm{s}]{\beta^-} {}^{140}_{56}\mathrm{Ba} \xrightarrow[12.8\ d]{\beta^-} {}^{140}_{57}\mathrm{La} \xrightarrow[40.3\ \mathrm{h}]{\beta^-} {}^{140}_{58}\mathrm{Ce} \quad (\text{稳定})$$

由于可利用的裂变碎片都是人工产生的,所以裂变碎片放射系(也叫裂变碎片链)都属于人工放射系。

§2.3　人工放射性的生长

在目前所知的 2000 多种放射性核素中,绝大多数是人工制造的。它们在科学研究和生产实践中发挥着重要作用,例如核燃料^{239}Pu 和强中子源物质^{252}Cf 就是用人工合成的。

人工放射性核素主要是用反应堆和加速器制备的。通过反应堆制备有以下两个途径:一是利用堆中强中子流来照射靶核,靶核俘获中子而生成放射性核;二是利用中子引起重核裂

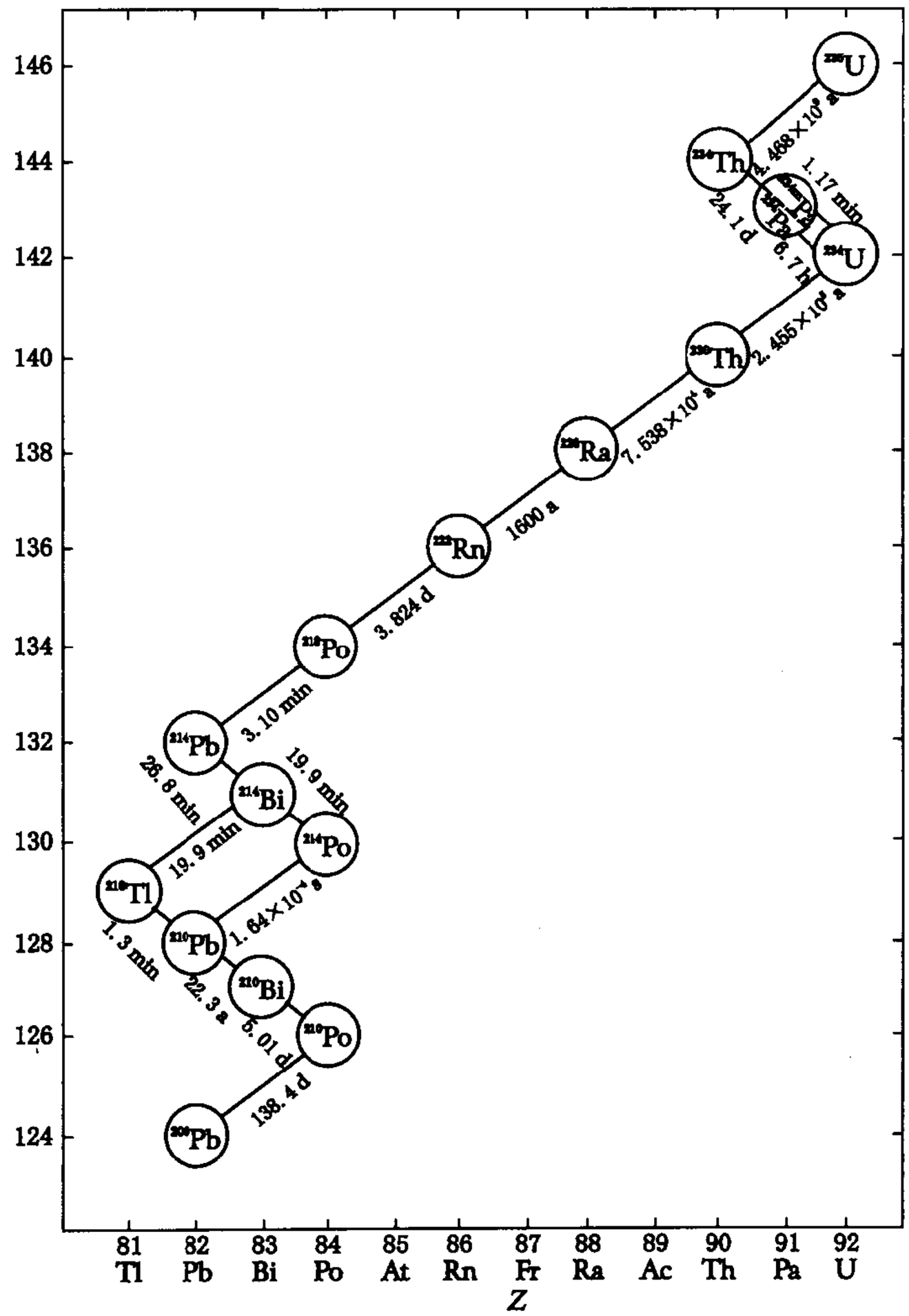


图 2-6　铀系($4n+2$)

变,从裂变碎片中提取放射性核素。用加速器制备主要通过带电粒子引起的核反应来获得反应生成核,这种生成核大多是放射性的。利用反应堆来生产,产量大,成本低,是人工放射性核素的主要来源。这样生产出来的是丰中子核素,因此它们通常具有 β^- 衰变。用加速器生产的则相反,往往是缺中子核素,因而具有 β^+ 衰变或轨道电子俘获,而且多数是短寿命的。所以利用反应堆和加速器这两种办法各有特点,相互补充。

下面我们讨论在制备放射性核素时,人工放射性随时间的生长情况。

如果带电粒子束或中子束的强度是固定的,则单位时间内产生人工放射性核素的原子核数目,即产生率 P 也是一定的。另一方面,生成的放射性原子核也在衰变,其衰变常量为 λ。令 $N(t)$代表照射开始后 t 时刻的放射性原子核数目,则 N 的变化率为

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = P - \lambda N$$

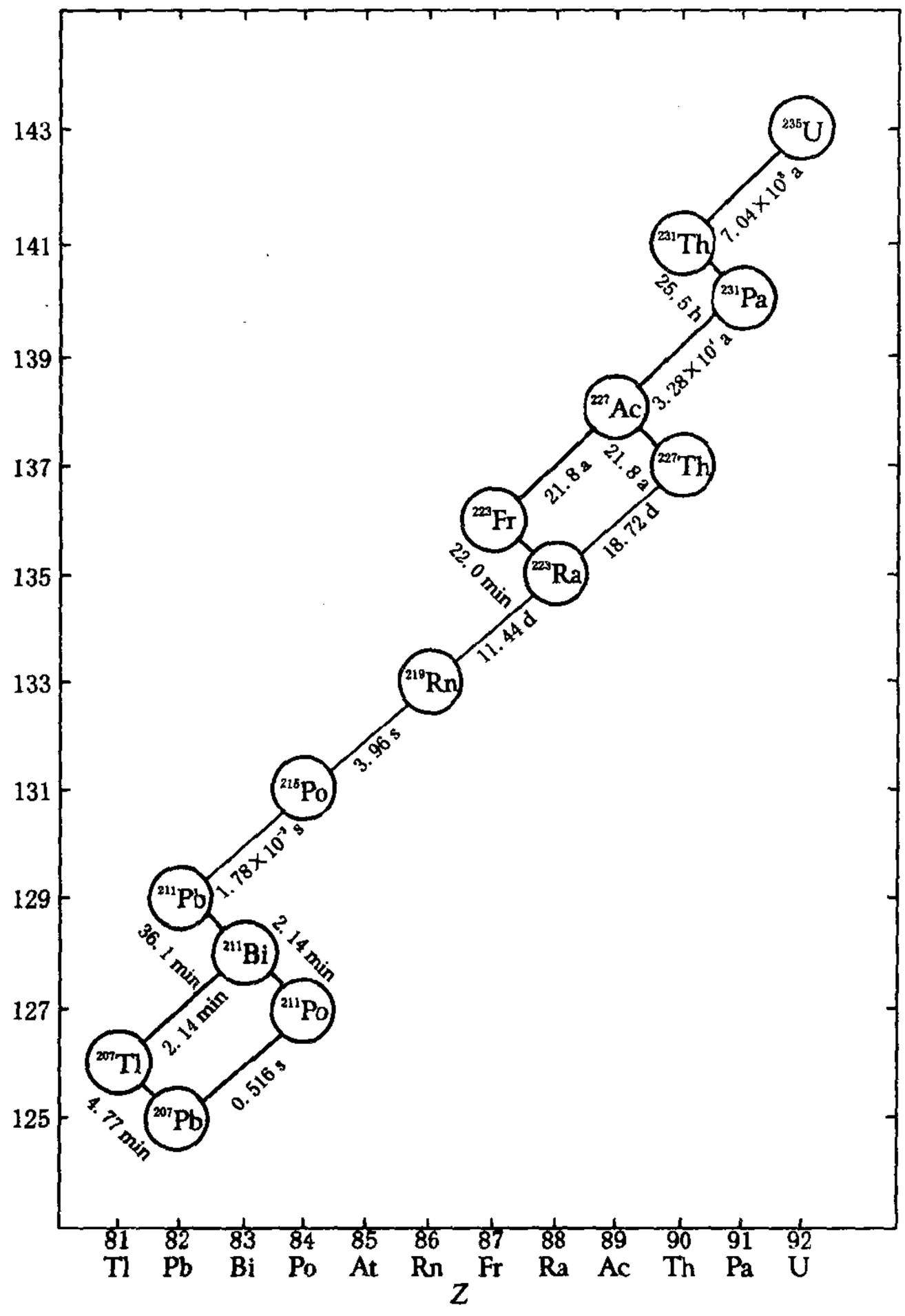


图 2-7　锕系$(4n+3)$

即

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}+\lambda N=P$$

解此微分方程并利用起始条件($t=0$ 时,$N=0$),可得生成的放射性原子核数目随时间的变化为

$$N(t)=\frac{P}{\lambda}(1-\mathrm{e}^{-\lambda t}) \tag{2.3-1}$$

放射性活度 $A(t)$随时间的变化为

$$A(t)=\lambda N(t)=P(1-\mathrm{e}^{-\lambda t}) \tag{2.3-2}$$

利用关系 $\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}$,上式可写为

$$A=P(1-\mathrm{e}^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}})=P(1-2^{-t/T_{1/2}}) \tag{2.3-3}$$

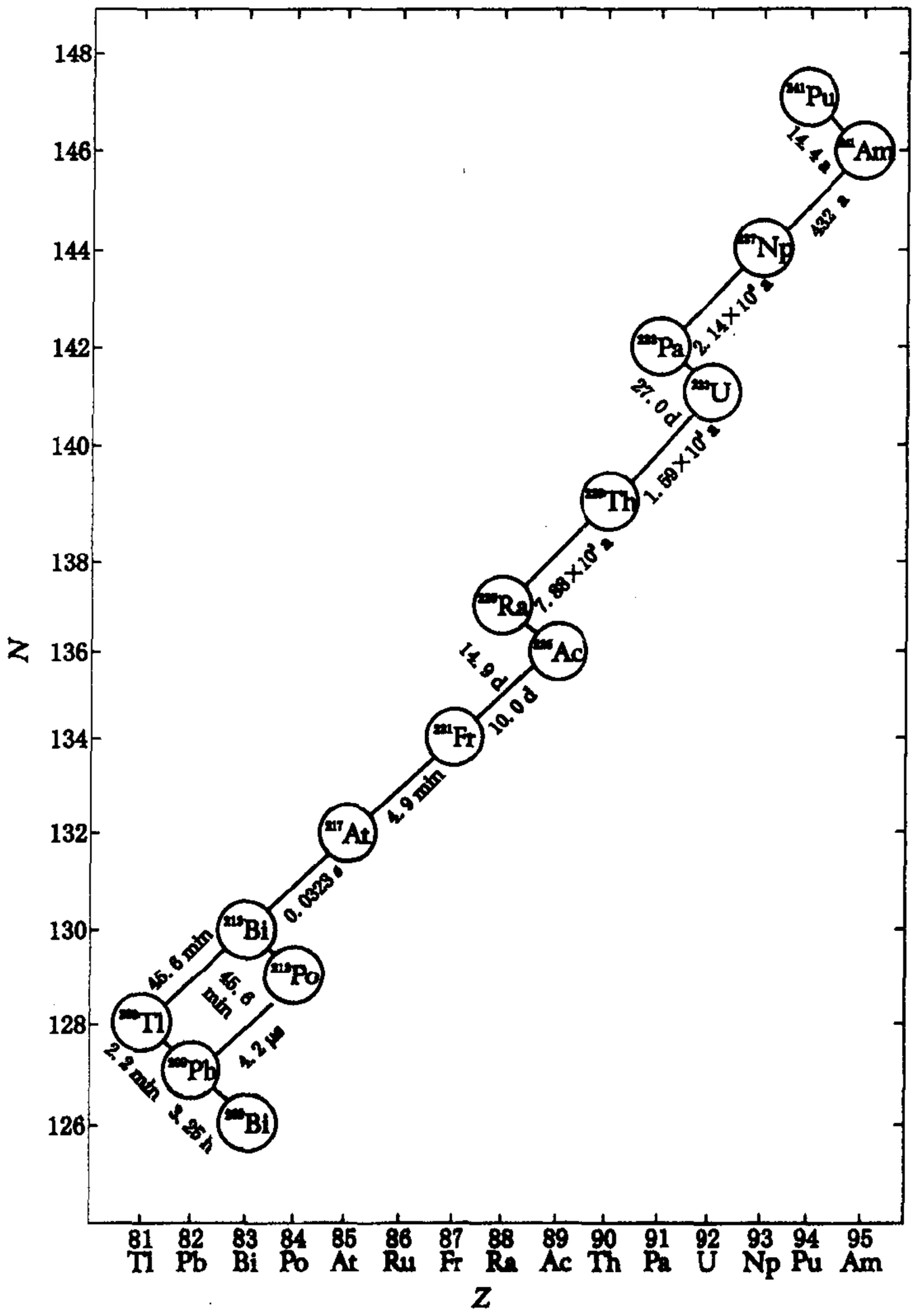


图 2-8　锕系$(4n+1)$

如果照射时间 t 以半衰期 $T_{1/2}$ 为单位来量度，即 $t = nT_{1/2}$，则上式还可写为

$$A = P(1 - 2^{-n}) \quad (2.3\text{-}4)$$

由(2.3-3)或(2.3-4)式，A 随 t 的变化可用图 2-9 或表 2-1 来表示。

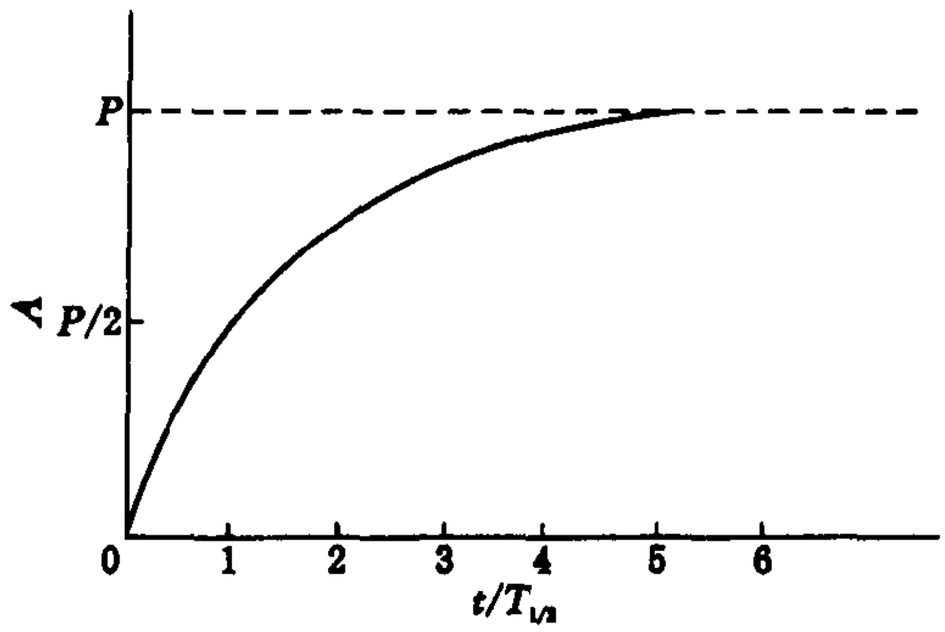


图 2-9　人工放射性的生长曲线

表 2-1　A 随 t 的变化

$t = nT_{1/2}$	$0.5T_{1/2}$	$1T_{1/2}$	$2T_{1/2}$	$3T_{1/2}$	$4T_{1/2}$	$5T_{1/2}$	$6T_{1/2}$
A	$0.293P$	$0.5P$	$0.75P$	$0.875P$	$0.938P$	$0.969P$	$0.985P$

可以看出，当 t 足够大时，放射性活度 A 为一饱和值 P，当照射时间大约为 5 个半衰期时，就接近饱和了。显然，无限制地增长照射时间是不能进一步提高放射性活度的，只能是白白浪费。所以，照射时间一般都选作小于 5 个半衰期。至于照射时间究竟多长才算合理，则要根据半衰期的长短，使用要求和是否经济等因素进行全盘考虑。

§2.4　放射性活度单位

衡量放射性物质的多少通常不用质量单位。因为质量的多少不能反映出放射性的大小，有些放射性大的物质，其质量不一定多，放射性小的物质，其质量不一定少。人们关心的是放射性物质的放射性活度（即单位时间的衰变数）的大小。过去，放射性活度的常用单位是居里（Curie，简记为 Ci），及其分数单位毫居里（1 mCi = 10^{-3} Ci）和微居里（1 μCi = 10^{-6} Ci）。居里的原先定义是：1 Ci 的氡等于和 1 g 镭处于平衡的氡的每秒衰变数，即 1 g 镭的每秒衰变数。在早期测得此衰变数为每秒 3.7×10^{10} 次。显然，这样的定义使用起来很不方便，因为它会随着测量的精度而改变。为了克服这一困难，1950 年以后规定：1 Ci 的放射源每秒产生 3.7×10^{10} 次衰变，即

$$1\ \text{Ci} = 3.7\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$

$$1\ \text{mCi} = 3.7\times10^{7}\ \text{s}^{-1}$$

$$1\ \mu\text{Ci} = 3.7\times10^{4}\ \text{s}^{-1}$$

除单位“居里”外，早期有的文献上还用另一放射性活度的单位“卢瑟福”（简记为 Rd）。它的定义如下：

$$1\ \text{Rd} = 1\times10^{6}\ \text{s}^{-1}$$

它和 mCi 的关系为

$$1\ \text{mCi} = 37\ \text{Rd}$$

1975 年国际计量大会（General Conference on Weights and Measures）通过决议，对放射性单位作了新的命名，规定国际单位制的“贝可勒尔”（Becquerel）为每秒一次衰变，符号为 Bq。因此，它与“居里”和“卢瑟福”的关系如下：

$$1\ \text{Ci} = 3.7\times10^{10}\ \text{Bq}$$

$$1\ \text{Rd} = 1\times10^{6}\ \text{Bq}$$

我国国家标准规定，放射性活度的法定计量单位是贝可勒尔，卢瑟福已废弃使用，居里也将淘汰。

知道了某放射源的放射性活度和半衰期，我们很容易推得该放射源所含该放射性物质的原子核数及其质量。事实上，放射性活度 A 等于衰变常量 λ 和原子核数 N 的乘积，于是原子核数

$$N = A/\lambda = AT_{1/2}/\ln2 \tag{2.4-1}$$

放射性物质的质量

$$m = (M/N_A) \cdot N = MAT_{1/2}/(N_A \ln 2) \tag{2.4-2}$$

式中 M 为原子质量，N_A 为阿伏加德罗常量。

例如，3.7×10^4 Bq 的^{60}Co 放射源(已知 $T_{1/2}=5.27$ a)，所含^{60}Co 的原子核数

$$N = AT_{1/2}/\ln 2 = 3.7\times10^4 \times 5.27 \times 3.16\times10^7/0.693 \text{ 个} = 8.89\times10^{12} \text{ 个}$$

^{60}Co 的质量

$$m = MAT_{1/2}/(N_A \ln 2) = 60\times8.89\times10^{12}/(6.022\times10^{23})\ \text{g} = 8.86\times10^{-10}\ \text{g}$$

可见，一般放射源的质量是甚微的，然而却包含有大量的原子核，足以保证衰变规律良好的统计性。

在实际应用中，经常遇到“比活度”和“射线强度”这两个物理量。现分述如下：

比活度(有时叫放射性比度)① 是指放射源的放射性活度与其质量之比，即单位质量放射源的放射性活度。

比活度的重要性在于它的大小表明了放射源物质纯度的高低。实际上，所谓某一核素的放射源，不大可能全部是由该种核素组成的，一般还有其它物质。其它物质相对含量大的放射源，其比活度则低，反之则高。例如，由上面计算的^{60}Co 源的放射性活度与质量之间的关系可以得出，如果该源全部由^{60}Co 组成，则其比活度为

$$3.7\times10^4\ \text{Bq}/8.86\times10^{-10}\ \text{g} = 4.18\times10^{13}\ \text{Bq}\cdot\text{g}^{-1}$$

这是理想情况。而实际生产的^{60}Co 源的比活度一般只有$(10^{11}\sim10^{12})$ Bq·g^{-1}。

射线强度是指放射源在单位时间内放出某种射线的个数。注意它是与放射性活度有区别的一个物理量，如果某放射源的一次衰变只放出一个粒子，例如^{32}P 的一次衰变只放出一个 β 粒子，则该源的射线强度和放射性活度相等。对大多数放射源，一次衰变往往放出若干个粒子，例如^{60}Co 源的一次衰变放出两个 γ 光子，所以^{60}Co 源的 γ 射线强度是放射性活度的两倍。

§2.5 放射性鉴年法

利用放射性衰变规律测量地质年代是放射性应用的重要组成部分。下面介绍常用的两种方法。

1. 利用长寿命核素的衰变

最早用来测量地质年代的是铀系、锕系等衰变系列。其母体的寿命长，与地球年龄相近。后来也发展了利用^{40}K，^{87}Rb 等长寿命核素。

现在我们先以^{87}Rb 的衰变为例讨论测定年代的原理。^{87}Rb 的半衰期为 4.75×10^{10} a，它放出 β 粒子衰变到稳定子体^{87}Sr。设母体^{87}Rb 在初始时刻核数目为 $N_p(0)$，则根据放射性指数衰变规律，母体在 t 时刻的核数目 $N_p(t)$ 为

$$N_p(t) = N_p(0)e^{-\lambda t} \tag{2.5-1}$$

式中 λ 为衰变常量。假设在^{87}Rb 衰变的初始时刻样品中不存在^{87}Sr，则样品中在 t 时刻子体

① 有的书上把比活度定义为单位质量纯放射性核素的放射性活度。实际上，它是指核素的本征比活度，是该核素的一个特征量。

^{87}Sr 的核数目 $N_d(t)$全由母体衰变而来，即

$$N_d(t) = N_p(0) - N_p(t) \tag{2.5-2}$$

利用(2.5-1)式和(2.5-2)式，容易推得：

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln\left[1 + \frac{N_d(t)}{N_p(t)}\right] \tag{2.5-3}$$

由此式可见，只要知道衰变常量和目前子核数与母核数之比，即可求得样品的年代。

关于利用放射系，同样可以得出上述结论。以铀系为例，母体^{238}U通过一系列 α 和 β 衰变，到达稳定的子体^{206}Pb。当放射系的衰变达到长期平衡时，与(2.5-3)式类似，子体^{206}Pb在 t 时刻的数目$N_d(t)$与母体^{238}U在初始时刻的数目 $N_p(t)$之间有以下关系：

$$N_d(t) + \sum_i N_i(t) = N_p(0) - N_p(t) \tag{2.5-4}$$

式中 $\sum_i N_i(t)$ 表示各代中间子体核数目之和。由于放射系的衰变达到平衡后，$\sum_i N_i(t) \ll N_d(t)$，于是(2.5-4)式可写为

$$N_d(t) = N_p(0) - N_p(t) \tag{2.5-5}$$

此式与(2.5-2)式完全相同。所以，利用放射系测定年代时，同样是应用(2.5-3)式即可。对铀系而言，只要测得当前子核^{206}Pb的数目 $N(^{206}Pb)$与母核^{238}U的数目 $N(^{238}U)$之比，即可求得样品的年代 t：

$$t = \frac{1}{\lambda_8}\ln\left[1 + \frac{N(^{206}Pb)}{N(^{238}U)}\right] \tag{2.5-6}$$

式中 λ_8 为^{238}U的衰变常量。

同理，对于锕系我们有

$$t = \frac{1}{\lambda_5}\ln\left[1 + \frac{N(^{207}Pb)}{N(^{235}U)}\right] \tag{2.5-7}$$

式中 $N(^{235}U)$和 $N(^{207}Pb)$分别为锕系母体^{235}U和子体^{207}Pb在 t 时刻的核数目；λ_5 为^{235}U的衰变常量。

对一含铀样品，原则上用(2.5-6)式和(2.5-7)式的任一个均可测定样品的年代，其结果应该彼此相同。但由于系统误差的影响，其结果可能会相差较大。为了降低系统误差的影响，往往通过测量 $N(^{206}Pb)$和 $N(^{207}Pb)$的比值来计算年龄。

由(2.5-6)式和(2.5-7)式，可以推得：

$$\frac{N(^{206}Pb)}{N(^{207}Pb)} = \frac{N(^{238}U)}{N(^{235}U)} \cdot \frac{e^{\lambda_8 t} - 1}{e^{\lambda_5 t} - 1} \tag{2.5-8}$$

对一般地质样品，通常有 $N(^{238}U)/N(^{235}U) = 138$。故测得 $N(^{206}Pb)/N(^{207}Pb)$后，即可算出 t。

2. 利用^{14}C的衰变

^{14}C的半衰期为 5730 a，长短比较适中。它主要用于考古学中的年代测定。^{14}C测定年代法的原理如下。

^{14}C具有 β^- 放射性，其半衰期比地球年龄短得多。本来不可能天然存在，因地球形成时存在的^{14}C基本上已衰变完。但由于宇宙射线产生的中子可与大气中的^{14}N起作用，通过核反应产生^{14}C。如果假定近几万年宇宙射线的强度是恒定的，则大气中^{14}C的相对含量就保持不变。

经测定，^{12}C 与 ^{14}C 的原子含量之比约为 $1:1.2\times10^{-12}$。由 ^{14}C 组成的 CO_2 和普通的 CO_2 混合在一起，直接或间接为各种生物所吸取。一切生物体通过新陈代谢不断地吸收和放出 CO_2，于是 ^{14}C 也就参与了这个循环过程，处于一种动态的平衡状态。所以一切生物体组织中 ^{14}C 与 ^{12}C 的含量之比就和大气中一样保持恒定。可以算得 1 g 生命机体的碳中含 ^{14}C 的数目约为 6×10^{10} 个，从而可算出 1 g 有生命机体每分钟发生 ^{14}C 衰变的数目约为 14 次。当生命一结束，生物体就停止与大气交换碳，从而生命体中的 ^{14}C 含量将随时间而减少，每经过 5730 a，减少一半，服从指数衰减率。所以，通过对样品中 ^{14}C 含量的测定，可以鉴定古生物的年代。

探测 ^{14}C 含量的方法通常是用放射性测量法。该方法早期是将待测样品制成 CO_2 或 C_2H_2 气体，充入计数管，后来是将样品制成的含碳化合物混入液体闪烁体中，使 ^{14}C 衰变时放出的 β 粒子被探测器所记录。这种方法的主要缺点之一是工作效率较低。例如，1 g 现代碳样品混入探测器的工作介质中，即使探测效率为 100%，每分钟也只有 14 个计数。所以，若欲积累 10000 个计数，则探测器需要工作大约 12 h。另一个主要缺点是样品的需求量较大，一般为克的量级。这就限制了对某些珍贵古物的测量。

20 世纪 70 年代中期发展起来的加速器质谱技术（简称 AMS）就可以克服上述困难。AMS 由于灵敏度很高，所以也叫超灵敏质谱方法。AMS 方法测量的不是核素的放射性，而是核素本身原子的数目。例如，测量 1 g 现代碳中 ^{14}C 的放射性，每分钟只有 14 个计数。但 1 g 现代碳中的 ^{14}C 原子数目却有 6×10^{10} 个。若直接测量 ^{14}C 原子，计数率就会高得多。AMS 方法正是直接测量 ^{14}C 原子的数目。这样，应用 AMS 方法不仅可以大大缩短测量时间（约比放射性法缩短近 100 倍），而且可以节省样品的量（约比放射性法减少 3～4 个量级）。

最后应该指出，AMS 技术不限于测量 ^{14}C，由于该方法具有极高的灵敏度，使得一些天然丰度极低的长寿命核素 ^{10}Be，^{26}Al，^{36}Cl，^{129}I 等的测量成为可能。目前，这些长寿命核素的测量已在研究稀少事件和分析极微量杂质方面得到广泛而重要的应用。

§2.6 原子核的结合能

1. 能量和质量的一般关系

能量和质量都是物质的属性。具有一定质量 m 的物体，它的相应的能量 E 由相对论公式

$$E = mc^2 \tag{2.6-1}$$

给出，其中 c 是真空中的光速。此式称为质能关系式或称质能联系定律。

相对论还给出，以速度数值为 v 运动的粒子的质量

$$m = m_0/\sqrt{1-(v/c)^2} \tag{2.6-2}$$

其中 m_0 是该粒子静止时（$v=0$）的质量，称为粒子的静止质量。此式表明，当粒子的速度 v 增大时，它的质量 m 也随之增大。因而，由(2.6-1)式确定的粒子的能量也随速度 v 而增大。真空中的光速 c 是粒子运动速度的极限。

将(2.6-2)式的等号两边平方，以(2.6-1)式代入，并引进以速度 v 运动的粒子的动量数值

$$p = mv \tag{2.6-3}$$

可以得到

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 \tag{2.6-4}$$

此式表示了运动粒子的总能量 E、动量 p 和它的静止质量 m_0 之间的关系，是相对论中的一个重要公式。

至于粒子的动能 E_k，它是粒子总能量 E 与静止质量所对应的能量 $m_0 c^2$ 之差，

$$E_k = E - m_0 c^2 \tag{2.6-5}$$

对于运动速度远小于光速（$v \ll c$）的经典粒子，有 $c^2 p^2 \ll {m_0}^2 c^4$，可以得到

$$\begin{aligned} E_k &= E - m_0 c^2 \\ &= m_0 c^2 \left[\left(1 + \frac{c^2 p^2}{m_0^2 c^4} \right)^{1/2} - 1 \right] \\ &\approx \frac{p^2}{2 m_0} \end{aligned} \tag{2.6-6}$$

和经典力学的结论相同。

对于光子，它的静止质量为零，$m_0 = 0$，有

$$E_k = E = cp \tag{2.6-7}$$

光子的总能量就是它的动能。应当注意，虽然光子的静止质量为零，但是光子的质量 $m = E/c^2$ 并不为零，而由光子的能量 E 所确定。

对于高速电子，$v \approx c$，它的能量很高，$E \gg m_0 c^2$，有

$$E_k \approx E \approx cp \tag{2.6-8}$$

它的总能量 E 几乎完全由它的动能 E_k 所确定。

现在对(2.6-1)式的两边取差分，

$$\Delta E = \Delta m c^2 \tag{2.6-9}$$

此式表示了体系能量的变化和质量的变化相联系。体系有质量的变化就一定有能量的变化，反之亦然。这表明，质量、能量这两个物质的属性是密切相联系的。只有质量而没有能量或只有能量而没有质量的物质是不存在的。对于孤立体系，总能量守恒，也必然地有总质量守恒。

对应于 1g 质量的能量是

$$\begin{aligned} E &= mc^2 = 10^{-3}\ \mathrm{kg} \times [2.99792458 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}]^2 \\ &= 8.98755179 \times 10^{13}\ \mathrm{J} \end{aligned} \tag{2.6-10}$$

从能量尺度看起来，这是个很大的量。

在 §1.1 中已指出，原子核的质量通常以原子质量单位 u 为单位。质量为 1 u 的能量

$$\begin{aligned} E &= mc^2 = 1.6605387 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} \times [2.99792458 \times 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}]^2 \\ &= 1.492418 \times 10^{-10}\ \mathrm{J} \end{aligned} \tag{2.6-11}$$

原子核物理学中，常用电子伏特(eV)作为能量单位。1 eV 是一个电子在真空中通过 1 V 电位差所获得的动能。

$$1\ \mathrm{eV} = 1.60217646 \times 10^{-19}\ \mathrm{J} \tag{2.6-12}$$

相应地，千电子伏特(keV)、兆电子伏特(MeV)和吉电子伏特(GeV)等，也是常用的能量单位。

$$\begin{aligned} 1\ \mathrm{keV} &= 10^3\ \mathrm{eV} \\ 1\ \mathrm{MeV} &= 10^6\ \mathrm{eV} \\ 1\ \mathrm{GeV} &= 10^9\ \mathrm{eV} \end{aligned} \tag{2.6-13}$$

可以推算出单位之间的换算关系，

$$1\ \mathrm{u} = 931.4940\ \mathrm{MeV}/c^2 \tag{2.6-14}$$

对于电子，它的静止质量

$$\begin{aligned} m_\mathrm{e} &= 5.4858 \times 10^{-4}\ \mathrm{u} \\ &= 0.51100\ \mathrm{MeV}/c^2 \end{aligned} \tag{2.6-15}$$

或者

$$m_\mathrm{e}c^2 = 511.00\ \mathrm{keV} \tag{2.6-16}$$

在表 2-2 中列出了一些粒子的静止质量和相应能量的数值。

表 2-2　一些粒子的质量和能量

粒　子	静止质量 m_0/u	能　量　m_0c^2/MeV
电子 e	0.00054858	0.51100
质子 p	1.007276	938.272
中子 n	1.008665	939.565
氘核 d	2.013553	1875.613
氚核 t	3.015501	2808.921
氦核 α	4.001506	3727.379

2. 质量亏损

实验发现，原子核的质量总是小于组成它的核子的质量和。以 α 粒子，即氦核(^{4}He)为例，组成核子的质量和是 $2m_\mathrm{p}+2m_\mathrm{n}$，氦核的质量是 $m(^4\mathrm{He})$(我们用小写字母 m 表示原子核的质量，括号中标以核素的名称)。它们之间的差是

$$\Delta m(^4\mathrm{He}) = (2m_\mathrm{p} + 2m_\mathrm{n}) - m(^4\mathrm{He}) \tag{2.6-17}$$

在具体计算中所涉及的质量总是用核素原子的质量，我们用大写字母 $M(Z,A)$或 $M(^A_Z\mathrm{X})$表示核素 $^A_Z\mathrm{X}$ 的原子质量，X 代表元素的化学符号，则有

$$M(Z,A) = m(Z,A) + Zm_\mathrm{e} - B_\mathrm{e}(Z)/c^2 \tag{2.6-18}$$

其中 $B_\mathrm{e}(Z)$是电荷数为 Z 的元素的电子结合能。由托马斯-费米(Tomas-Fermi)原子模型得出

$$B_\mathrm{e}(Z) = 15.73Z^{7/3}\ \mathrm{eV} \tag{2.6-19}$$

$B_\mathrm{e}(Z)/c^2$ 比起核的质量来是很小的；又由于在计算 Δm 时是算的质量差，相应地也有电子结合能的差。这样，含有 B_e 的项对于计算结果的影响就更小了。在实际计算中，总是略去了电子结合能这一项。于是

$$\begin{aligned} \Delta m(^4\mathrm{He}) &= \Delta M(^4\mathrm{He}) \\ &= 2M(^1\mathrm{H}) + 2m_\mathrm{n} - M(^4\mathrm{He}) \\ &= [2 \times (1.007825 + 1.008665) - 4.002603]\ \mathrm{u} \\ &= 0.030377\ \mathrm{u} \end{aligned} \tag{2.6-20}$$

对应的能量差是

$$\Delta E(^4\mathrm{He}) = \Delta M(^4\mathrm{He})c^2 = 28.30\ \mathrm{MeV} \tag{2.6-21}$$

组成某一原子核的核子质量和与该原子核质量之差称为原子核的质量亏损。即

$$\Delta M(Z,A) = ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_\mathrm{n} - M(Z,A) \tag{2.6-22}$$

实验发现,所有的原子核都有正的质量亏损,即

$$\Delta M(Z,A) > 0 \tag{2.6-23}$$

质量亏损还可以有更广泛的意义。我们可以引入“广义质量亏损”概念,把它定义为体系变化前后静止质量之差,即

$$\Delta M = \sum M_i - \sum M_f \tag{2.6-24}$$

式中右边第一项是体系在变化前的静止质量,第二项是体系发生变化后的静止质量。在这种意义下,$\Delta M>0$ 表示体系变化以后静止质量减少了。相应地,体系动能的变化 $\Delta E>0$,即有能量释放。这种变化称为放能变化,这里 ΔE 是变化后体系动能与变化前体系动能之差,即

$$\Delta E = \sum_f E_f - \sum_i E_i \tag{2.6-25}$$

其中 $\sum_f E_f$ 是体系变化后的动能, $\sum_i E_i$ 是体系变化前的动能。事实上,由于孤立体系的总能量是守恒的,即

$$\sum_i M_i c^2 + \sum_i E_i = \sum_f M_f c^2 + \sum_f E_f \tag{2.6-26}$$

则有关系

$$\Delta E = \Delta M c^2 \tag{2.6-27}$$

对于 $\Delta M<0$ 的情形,体系变化以后静止质量增大,相应地有 $\Delta E<0$,即要对体系提供能量,这种变化称为吸能变化。由广义质量亏损计算吸能和放能的数值,在核衰变、核反应和核裂变等有关章节中有具体的应用。

在某些原子核质量数据表中,不是直接列出核素的原子质量 M,而是列出$(M-A)$,称为核素的质量过剩①。M 是核素的原子质量,以 u 为单位,A 是核素的核子数。实际上用的是 $(M-A)c^2$,是质量过剩所对应的能量,通常用符号 Δ 表示。即

$$\Delta(Z,A) \equiv [M(Z,A) - A]c^2 \tag{2.6-28}$$

这样列表,应用起来较为方便,用质量差计算能量变化时,就省去了单位之间的换算。表 2-3 列出了某些核素的原子质量。应当注意表 2-3 与表 2-2 之间的差别,不要把核素的原子质量 M 和原子核的质量 m 混淆起来。

3. 原子核的结合能

原子核的质量比组成它的核子的总质量小,表明由自由核子结合而成原子核的时候,有能量释放出来。这种表示自由核子组成原子核所释放的能量称为原子核的结合能。核素的结合能用 $B(Z,A)$表示。根据相对论质能关系,它与核素的质量亏损 $\Delta M(Z,A)$的关系是

$$B(Z,A) = \Delta M(Z,A)c^2 \tag{2.6-29}$$

对于^{4}He,由(2.6-21)式知道

$$B(^4\mathrm{He}) = \Delta M(^4\mathrm{He})c^2 = 28.30\ \mathrm{MeV} \tag{2.6-30}$$

---

① 有时也称 $A-M$ 为质量亏损,和我们的定义不同。

表 2-3 一些核素的原子质量

元素符号	Z	A	M/u	Δ/MeV
n	0	1	1.008665	8.071
H	1	1	1.007825	7.289
	1	2	2.014102	13.136
	1	3	3.016049	14.950
He	2	3	3.016029	14.931
	2	4	4.002603	2.425
Li	3	6	6.015122	14.086
	3	7	7.016004	14.908
Be	4	9	9.012183	11.348
C	6	12	12.000000	0
	6	14	14.003242	3.020
N	7	14	14.003074	2.863
O	8	16	15.994915	−4.737
Al	13	27	26.981538	−17.197
Fe	26	56	55.934942	−60.601
U	92	235	235.043922	40.913
	92	238	238.050784	47.305

这就是说,两个质子、两个中子结合成一个氦核,要放出 28.30 MeV 的能量。相应地有质量的减少,这就是^{4}He 的质量亏损。或者说,若将^{4}He 核拆成自由的核子,为了克服核子之间的作用力,要用 28.30 MeV 的能量对体系作功。

利用(2.6-29)及(2.6-22)式,可以由核素的原子质量来计算原子核的结合能。

$$B(Z,A) = [ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_\mathrm{n} - M(Z,A)]c^2 \tag{2.6-31}$$

也可以写成

$$B(Z,A) = Z\Delta(^1\mathrm{H}) + (A-Z)\Delta(\mathrm{n}) - \Delta(Z,A) \tag{2.6-32}$$

例如,对于^{56}Fe,$Z=26$,$A=56$,根据表 2-3 中的数据,可得其结合能 $B(^{56}\mathrm{Fe})=492.3$ MeV。

表 2-4 列出了一些核素的结合能。从表中还可以看出,不同核素的结合能差别是很大的。一般地说,核子数 A 大的原子核结合能 B 也大。原子核平均每个核子的结合能又称为比结合能,用 ε 表示。

$$\varepsilon = B/A \tag{2.6-33}$$

比结合能表示了若把原子核拆成自由核子,平均对于每个核子所要做的功。比结合能 ε 的大小可用以标志原子核结合得松紧的程度。ε 越大的原子核结合得越紧;ε 较小的原子核结合得较松。表 2-4 也列出了一些核素的比结合能,氘核^{2}H 的比结合能 ε 最小,只有 1.112 MeV,^{238}U 核的结合能 B 很大,但是它的比结合能 ε 并不大,比^{56}Fe,Xe 等的 ε 值小。

4. 比结合能曲线

对于稳定的核素$^A_Z\mathrm{X}$,以 ε 为纵坐标,A 为横坐标作图,可以联成一条曲线,称为比结合能曲线,如图 2-10 所示。从图中可以看出一些特点,找到一些规律。

表 2-4　一些核素的结合能和比结合能

核　　素	结 合 能　B/MeV	比结合能　ε/MeV
^{2}H	2.224	1.112
^{3}He	7.718	2.573
^{4}He	28.30	7.07
^{6}Li	31.99	5.33
^{7}Li	39.24	5.61
^{12}C	92.16	7.68
^{14}N	104.66	7.48
^{15}N	115.49	7.70
^{15}O	111.95	7.46
^{16}O	127.61	7.98
^{17}O	131.76	7.75
^{17}F	128.22	7.54
^{19}F	147.80	7.78
^{40}Ca	342.05	8.55
^{56}Fe	492.3	8.79
^{107}Ag	915.2	8.55
^{129}Xe	1087.6	8.43
^{131}Xe	1103.5	8.42
^{132}Xe	1112.4	8.43
^{208}Pb	1636.4	7.87
^{235}U	1783.8	7.59
^{238}U	1801.6	7.57

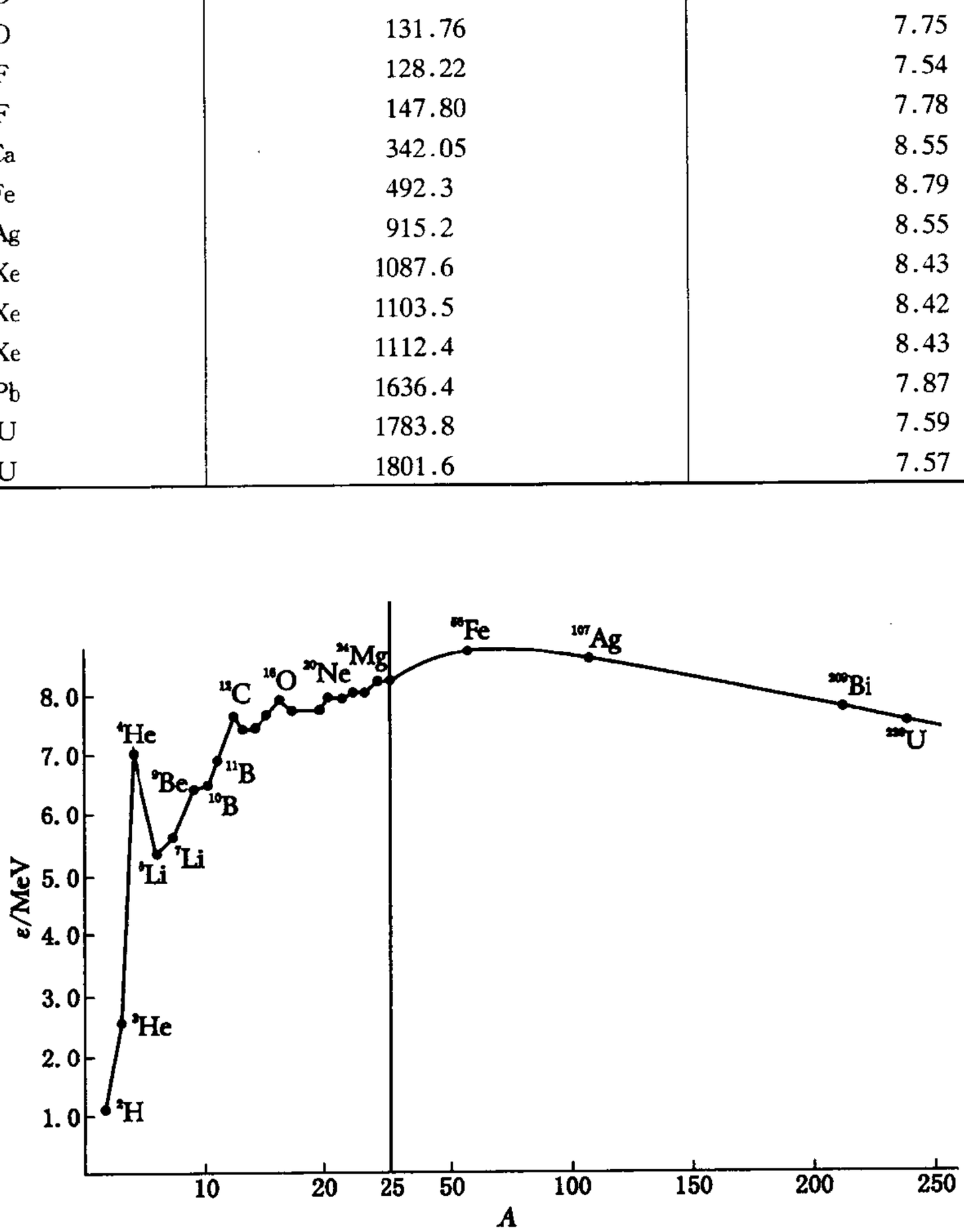


图 2-10　比结合能曲线

(1) 当 $A<30$ 时,曲线的趋势是上升的,但是有明显的起伏。为了看起来清楚起见,对于 $A\leqslant25$,加大了横轴的单位。在图中,峰的位置都在 A 为 4 的整数倍的地方,如^{4}He,^{12}C,^{16}O,^{20}Ne和^{24}Mg 等,这些原子核的质子数 Z 和中子数 $N=A-Z$ 都是偶数,称为偶偶核。而且它

们的 Z 和 N 还相等，这表明对于轻核可能存在 α 粒子的集团结构。

(2) 当 $A>30$ 时，$\varepsilon\approx 8$ MeV。与 A 很小时曲线的明显起伏不同，近似地有 $\varepsilon = B/A\approx$常量，即 $B\propto A$。这表明原子核的结合能粗略地与核子数成正比。这一关系的含义，将在§2.8中讨论。每个核子的结合能比原子中每个电子的结合能要大得多，说明在原子核中核子之间的结合是很紧的，而原子中电子被原子核的束缚要松得多。

(3) 曲线的形状是中间高，两端低。说明 A 为 50～150 的中等质量的核结合得比较紧，很轻的核和很重的核($A>200$)结合得比较松。正是根据这样的比结合能曲线，物理学家预言了原子能的利用。一种是重核的裂变，一个很重的原子核分裂成两个中等质量的原子核，ε 由小变大，有核能释放出来，俗称原子能。例如重核 ^{235}U，它吸收一个中子而成为 ^{236}U 随之可裂变成两个中等质量的碎片核。ε 由 7.6 增大到 8.5 MeV。一次裂变约有 210 MeV 的能量释放出来。这就是原子弹和裂变反应堆能够释放出巨大能量的道理。另一种是轻核的聚变，两个很轻的原子核聚合成一个重一些的核，ε 由小变大，也有核能释放出来。例如，氘核和氚核聚合反应生成氦核，并有中子放出。反应式是

$$^{2}H + {}^{3}H \rightarrow {}^{4}He + n$$

一次这样的聚变反应就有 20 MeV 以上的核能放出。这就是氢弹和热核反应释放大量能量的基本原理。

5. 最后一个核子的结合能

原子核最后一个核子的结合能，是一个自由核子与核的其余部分组成原子核时，所释放的能量。有时也讨论从原子核中分离出一个核子所要给予的能量，称为原子核的一个核子分离能。这两者在数值上是相等的。

原子核最后一个核子结合能的大小，反映了这种原子核相对邻近的那些原子核的稳定程度。

核素最后一个中子的结合能，是核素 $^{A}_{Z}X_{N}$ 中第 N 个中子的结合能，即

$$\begin{aligned} S_n(Z,A) &= [M(Z,A-1) + m_n - M(Z,A)]c^2 \\ &= \Delta(Z,A-1) + \Delta(n) - \Delta(Z,A) \end{aligned} \tag{2.6-34}$$

也可以由两个同位素 $^{A}_{Z}X$ 与 $^{A}_{Z-1}X$ 的结合能之差算出，

$$S_n(Z,A) = B(Z,A) - B(Z,A-1) \tag{2.6-35}$$

核素最后一个质子的结合能，是核素 $^{A}_{Z}X_{N}$ 中第 Z 个质子的结合能，即

$$\begin{aligned} S_p(Z,A) &= [M(Z-1,A-1) + M(^{1}H) - M(Z,A)]c^2 \\ &= \Delta(Z-1,A-1) + \Delta(^{1}H) - \Delta(Z,A) \end{aligned} \tag{2.6-36}$$

同理，也可以得出

$$S_p(Z,A) = B(Z,A) - B(Z-1,A-1) \tag{2.6-37}$$

例如，经计算得到

$$S_p(^{17}F) = B(9,17) - B(8,16) = 0.61 \text{ MeV}$$

$$S_p(^{16}O) = B(8,16) - B(7,15) = 12.12 \text{ MeV}$$

$$S_n(^{16}O) = B(8,16) - B(8,15) = 15.66 \text{ MeV}$$

$$S_n(^{17}O) = B(8,17) - B(8,16) = 4.15 \text{ MeV}$$

对于上述一些原子核，最后一个核子的结合能有巨大的差别，这表明，^{16}O 与邻近的原子核

^{17}O,^{17}F 等相比,稳定性要大得多。

§2.7 原子核稳定性的经验规律

有些原子核是稳定的,如^{1}H,^{2}H,^{12}C,^{133}Cs 等。有些原子核是不稳定的,能经过放射粒子而转化为稳定的原子核,例如^{3}H,^{14}C,^{137}Cs,^{210}Po 和^{252}Cf 等,可经 β 衰变、γ 跃迁、α 衰变和自发裂变等方式转化为稳定的原子核。

实验上发现的核素已有 2000 多种,其中只有近 300 种是稳定的。关于原子核的稳定性,由实验上得到了一些经验规律。

1. β 稳定线

把具有 β 稳定性的核素,标绘在 Z-N 平面上,发现这些原子核都集中在一条狭长的区域内,如图 2-11 所示。通过这个 β 稳定区的中心可以作一条曲线,称为 β 稳定线。对于 $A<40$ 的原子核,β 稳定线近似为直线,$N=Z$,即中子数 N 与质子数 Z 之比(中质比),$N/Z=1$。对于 $A>40$ 的原子核,β 稳定线的中质比 $N/Z>1$。对于^{208}Pb,它的中质比 $N/Z=1.54$。

β 稳定线可用下列经验公式表示,

$$Z=\frac{A}{1.98+0.0155A^{2/3}} \tag{2.7-1}$$

其中 $A=Z+N$。

在 β 稳定线左上部的核素,具有 β^- 放射性。如^{14}C,^{32}P 等,经放出 β^- 粒子分别转变成^{14}N,^{32}S 而向 β 稳定线靠拢。β 稳定线右下部的核素具有电子俘获 EC 或 β^+ 放射性。如$^{57}_{28}Ni$ 经 EC 过程或放出 β^+ 粒子转变成^{57}Co,再经 EC 过程转变成^{57}Fe,成为稳定的核素。这个变化过程也是向着 β 稳定线靠拢。β 稳定区能够形象地比喻作一个山谷,在山坡上的核素是不稳定的,经 β 衰变而落入谷底,就转变成 β 稳定性的核素了。

β 稳定线表示原子核中的核子有中子、质子对 称相处的趋势,即中子数 N 和质子数 Z 相等的核素具有较大的稳定性。这种效应在轻核中很显著。对于重核,核内质子数增多,库仑排斥作用增大了,要构成稳定的原子核就需要含有更多的中子以抵消库仑排斥作用。但是,并非包含中子数越多的核素就越稳定。由于中子、质子有对称相处的趋势,随着质量数 A 的增大,具有 β 稳定性的核素,它的中质比也逐渐地增大。

2. 核子数的奇偶

对于近 300 种稳定的核素,可以按质子数 Z、中子数 N 的奇偶分类,见表 2-5。偶数以 e 表示(even),奇数以 o 表示(odd)。

表 2-5 稳定核素的奇偶分类表

Z N	名 称	稳定核素数目
e e	偶偶核	156
e o	偶奇核	48
o e	奇偶核	50
o o	奇奇核	5
合 计		259

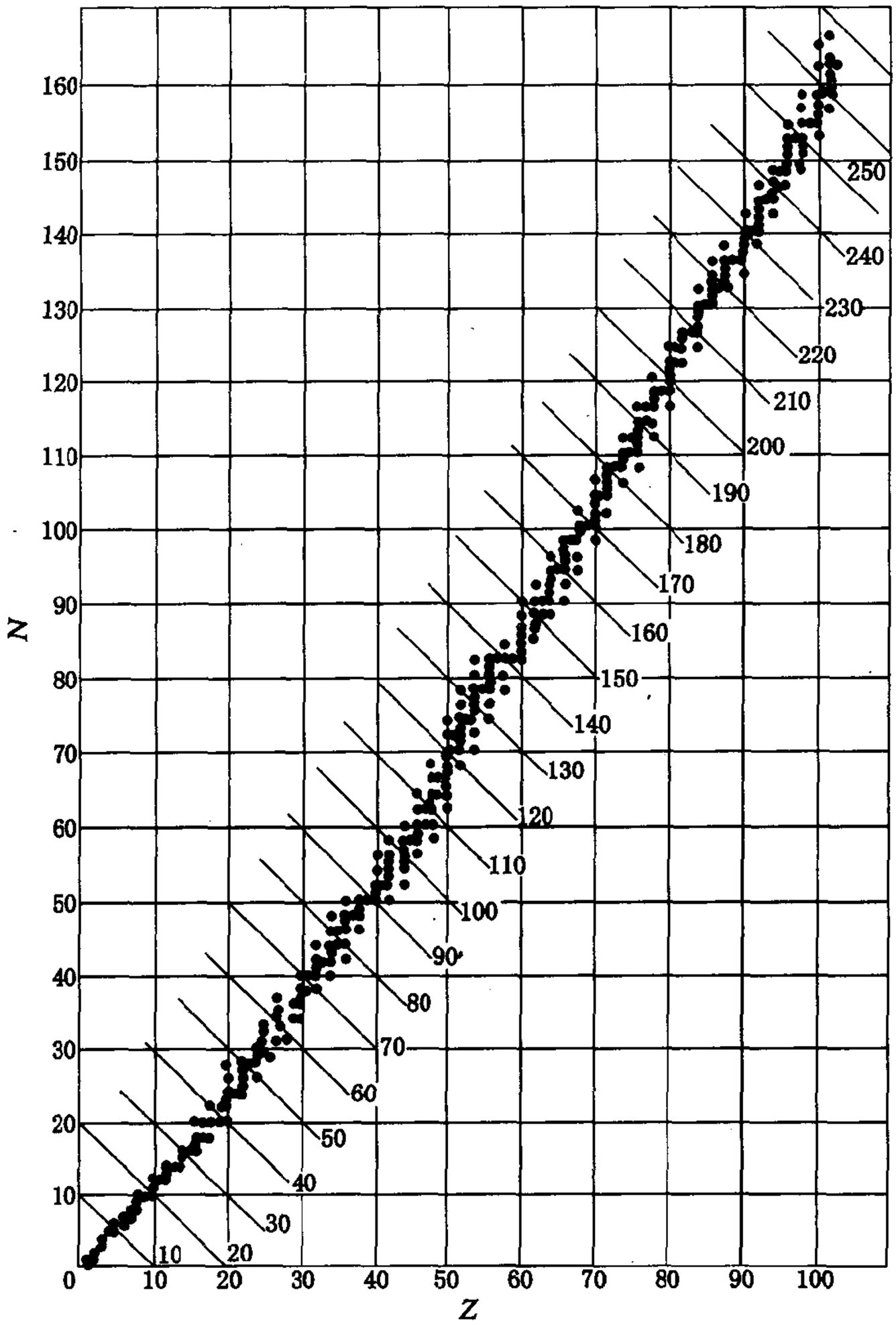


图 2-11　β稳定线的核在 *Z-N* 平面上的标绘

从表中可以看到，在稳定的核素中有一大半是偶偶核。而奇奇核只有 5 种，即^{2}H，^{6}Li，^{10}B，^{14}N 以及丰度较小的$^{180m}_{73}Ta$。奇 *A* 核有质子数为奇数和中子数为奇数的两类，稳定核素的数目差不多，介于稳定的偶偶核和奇奇核的数目之间。这表明质子数 *Z*、中子数 *N* 各自成对时，原子核有较大的稳定性。或者说，质子、中子各有配对相处的趋势。

3. 重核的不稳定性

另外，实验发现，能发生 α 衰变的天然放射性核素都是一些重核，其中最轻的是^{142}Ce，很重的核几乎都具有 α 放射性。能够发生自发裂变的核素也都是些很重的核。这是因为对于很重的原子核，其比结合能小，核子间结合得比较松。原子核的不稳定性就要通过 α 衰变、自发裂变等方式表现出来。

自然界存在最重的一些核素是^{235}U,^{238}U和极少量的^{244}Pu,而且它们都是放射性的。这表明重核的稳定性差。但是,前已指出,理论上预言,在$Z=114$,$N=184$附近的超重核有可能存在一定的稳定性,这有待通过实验来检验。

原子核的稳定性可以通过广义质量亏损来判断,显然,只有广义质量亏损$\Delta M>0$时,原子核的变化才有可能自发进行。

§2.8 原子核的液滴模型

原子核是由中子、质子(统称核子)组成的。由于核子之间的相互作用还不很清楚,在数学方法上也有困难,对原子核的研究常用一种唯象的方法——模型法,这就是以实验事实为根据,用人们所熟悉的某种事物来比喻,提出原子核结构或原子核反应机制的某种模型。通过理论和更多的实验结果进行比较,以检验模型的正确性,并确定其适用范围。模型法是研究原子核性质的一种重要方法,本课程中将广为应用。

1. 液滴模型的实验根据

液滴模型是早期的一种原子核模型,它将原子核比作一个液滴,将核子比作液体中的分子,主要的实验根据有两个。一是从比结合能曲线看出,原子核平均每个核子的结合能几乎是常量,即$B\propto A$。说明核子间的相互作用力具有饱和性,否则B将近似地与A^2成正比。这种饱和性与液体中分子力的饱和性类似。二是从原子核的体积近似地正比于核子数的事实知道,核物质密度几乎是常量,表示原子核是不可压缩的,这与液体的不可压缩性类似。由于质子带正电,原子核的液滴模型把原子核当作荷电的液滴。

2. 体积能、表面能和库仑能

根据液滴模型,原子核的结合能B主要包含体积能B_v、表面能B_s和库仑能B_c三项,

$$B = B_v + B_s + B_c \tag{2.8-1}$$

下面对(2.8-1)式逐项进行讨论。

作为液滴的原子核,具有体积V。对于最简单的球形核,$V=\frac{4}{3}\pi r_0^3 A$,A是核子数。原子核的体积能B_v是结合能B的主要项,它与原子核的体积V成正比,也就是与组成原子核的核子数A成正比。

$$B_v = a_v A \tag{2.8-2}$$

其中a_v是正的常量。

原子核作为液滴有它的表面,在表面的核子只受到内部核子的作用,比原子核内部的核子所受的作用要小些。在结合能中应该考虑表面核子与内部核子的差别,进行修正。可以把表面核子的结合能与液体的表面张力作用相比。表面核子不同于内部核子,对结合能的修正项,称为表面能B_s,它与原子核的表面积S成正比。球形核的表面积$S=4\pi R^2=4\pi r_0^2 A^{2/3}$,则

$$B_s = -\sigma 4\pi r_0^2 A^{2/3} \tag{2.8-3}$$

其中σ称为原子核的表面张力系数。上式可以写成

$$B_s = -a_s A^{2/3} \tag{2.8-4}$$

其中$a_s=\sigma 4\pi r_0^2$,是个正的常量。式中的负号表示表面能的作用与体积能的作用相反。表面

能的作用是使原子核有尽可能小的表面积。体积一定,有最小表面积的几何体是球体。因此,常把原子核近似地当作球形的。

质子间的静电相互作用对于结合能的贡献,称为库仑能 B_c。对于球形核,如果质子在核内是均匀分布的,电荷密度写作

$$\rho = \begin{cases} Ze/\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) & r \leqslant R \\ 0 & r > R \end{cases} \tag{2.8-5}$$

可以算得

$$B_c = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3e^2}{5r_0}Z^2A^{-1/3} \tag{2.8-6}$$

或者写成

$$B_c = -a_cZ^2A^{-1/3} \tag{2.8-7}$$

其中 $a_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3e^2}{5r_0}$ 是个常量;式中的负号表示质子间的库仑作用是相斥的,使原子核的结合能减小。如果原子核中的质子均匀地分布在核的表面,库仑能的绝对值要小些。但是,实验数据表明,原子核内的质子不是集中在球面,而是近似均匀地分布在球体内。

如果核的结合能仅仅有上面三项,我们将得出这样的结论:对于确定的 A 值,最稳定的原子核几乎全由中子组成。理由很明显,(2.8-1)式的前两项对于质子或中子是相同的,第三项是负的。对于给定的 A,Z 越小结合能就越大。这个结论与实际情形不符。这表明,(2.8-1)式所代表的经典荷电液滴还不能正确地反映出原子核结合能的特性。

在结合能公式中,还应该包含原子核稳定性的经验规律中所反映出的特点:核子间有中子、质子对称相处的趋势,有一项对称能 B_a;同类核子有配对相处的趋势,还有一项对能 B_p。

§2.9 原子核结合能的半经验公式

1. 对称能和对能

在§2.7中,从β稳定线的讨论知道,原子核内的中子和质子有对称相处的趋势。稳定的轻核都是中子数和质子数相等的,$N=Z$。当中子数和质子数不等时,也就是中子、质子非对称相处时,$N\neq Z$,结合能要降低,在结合能公式中应该附加一项非对称能 B_a,习惯上也称为对称能。对称能依赖于 N/Z,并且与 A 有关。当 $N=Z$ 时,即 $\frac{A}{2}=Z$ 时,对称能为零,是最大值。对于给定的组成,即确定的 N/Z,对称能可以写成

$$B_a = -a_a\left(\frac{A}{2}-Z\right)^2A^{-1} \tag{2.9-1}$$

其中,$A=N+Z$,a_a 是正的常量;负号表示使结合能减少。

对称能是一项量子效应。根据泡利不相容原理,在中子、质子对称相处的情形下,能填充的单粒子能级更低些。但是,在重核中库仑作用的效应增大。两者竞争的结果,在稳定的核素中,中质比随 A 增大。

从稳定核素的奇偶分类还知道,在原子核的组成中,有中子、质子各自成对相处的趋势。

同类核子成对相处时结合能增大;不成对时,结合能就小些。在结合能公式中还应附加一项对能 B_p,或者称为奇偶能。

$$B_p = \delta a_p A^{-1/2} \tag{2.9-2}$$

其中

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇 } A \text{ 核} \\ -1 & \text{奇奇核} \end{cases} \tag{2.9-3}$$

$a_p > 0$,是个常量。奇 A 核(包括奇偶核和偶奇核)的对能为零,作为对能的能量参考点。核素对能项的效应随着核子数 A 的增大而减弱。

对能也是一种量子效应。全同费米子的波函数是交换反对称的。当成对的同类核子相距很近,它们的空间波函数对称而自旋波函数反对称时,这样的成对核子有很强的吸引作用。所以,成对核子的总自旋为零时,附加的对能使结合能增大。

2. 结合能半经验公式

基于液滴模型,并考虑了对称能和对能,球形原子核的结合能半经验公式是

$$\begin{aligned} B(Z,A) &= B_v + B_s + B_c + B_a + B_p \\ &= a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2 A^{-1/3} - a_a \left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 A^{-1} + a_p \delta A^{-1/2} \end{aligned} \tag{2.9-4}$$

其中的各个常量 a,是由此公式与很多原子核基态的结合能数据作最佳拟合定出的参量。虽然液滴模型给出的(2.9-4)式中各项有明确的物理意义,但是系数 a 一般不能由理论本身导出,而依赖于实验数据。这样得到的公式是半经验公式,首先由魏茨泽克(Weizsäcker)在 1935 年提出。有一组参量[①]是

$$\begin{aligned} a_v &= 15.835 \text{ MeV} & a_v' &= 0.017000 \text{ u} \\ a_s &= 18.33 \text{ MeV} & a_s' &= 0.01968 \text{ u} \\ a_c &= 0.714 \text{ MeV} & a_c' &= 0.000767 \text{ u} \\ a_a &= 92.80 \text{ MeV} & a_a' &= 0.09962 \text{ u} \\ a_p &= 11.2 \text{ MeV} & a_p' &= 0.012 \text{ u} \end{aligned} \tag{2.9-5}$$

现在,利用(2.9-4),(2.9-5)式计算一些核的结合能,其结果列在表 2-6 中。表中还列出了(2.9-4)式中各项的值以及由核素的原子质量定出的结合能数值。后者以 B' 表示以区别于半经验公式的计算结果 B。可以从表中看出公式中各项对于结合能贡献的大小,也看到液滴模型的结合能半经验公式和实验结果是符合得相当好的,在 A 的很大范围内都能够适用。(2.9-4)式中可调节的参量有 5 个。在和实验数据拟合时也可选取不同的值。各组参量之间可以不同,甚至有较大的差别。但是,作为整个公式的结果,与实验数据的差别是很小的。

3. 应用举例

下面对于结合能半经验公式的应用举一些例子。

(1) 核素的质量

---

① 引自 S. Flügge, (ed.), Handbook der Physik, Band 38/1, Springer-Verlag, Berlin, 1958.

表 2-6　结合能的计算结果　　(单位:MeV)

核　　素	^{40}Ca	^{107}Ag	^{238}U
B_v	633.4	1694.4	3768.7
B_s	−214.4	−413.1	−704.0
B_c	−83.5	−332.2	−975.2
B_a	0	−36.6	−284.3
B_p	1.8	0	0.7
B	337.3	912.5	1805.9
B'	342.1	915.2	1801.6

由核素的结合能 $B(Z,A)$和质量 $m(Z,A)$的关系

$$m(Z,A) = Zm_p + (A-Z)m_n - B(Z,A)/c^2 \tag{2.9-6}$$

可以得到核素的原子质量

$$M(Z,A) = ZM(^1H) + (A-Z)m_n - B(Z,A)/c^2 \tag{2.9-7}$$

将(2.9-4)式代入上式,可以得到核素原子的质量半经验公式

$$M(Z,A) = ZM(^1H) + (A-Z)m_n - a'_vA + a'_sA^{2/3} + a'_cZ^2A^{-1/3} + a'_a\left(\frac{A}{2}-Z\right)^2A^{-1} - \delta a'_pA^{-1/2} \tag{2.9-8}$$

式中参量 $a' = a/c^2$。给出的一组参量见(2.9-5)式。计算结果与实验值的比较表明,在总体上两者是符合得很好的。但是,对于很轻的核以及在某些区域如 Z 或 N 为 50,82 等"幻数"附近,计算结果与实验值的差别较大。这是由于液滴模型只能给出统计结果,因而对于很轻的原子核此公式不适用。它只能给出平均结果,不能精细地反映核素个体的特性。这表明,液滴模型有它的局限性。

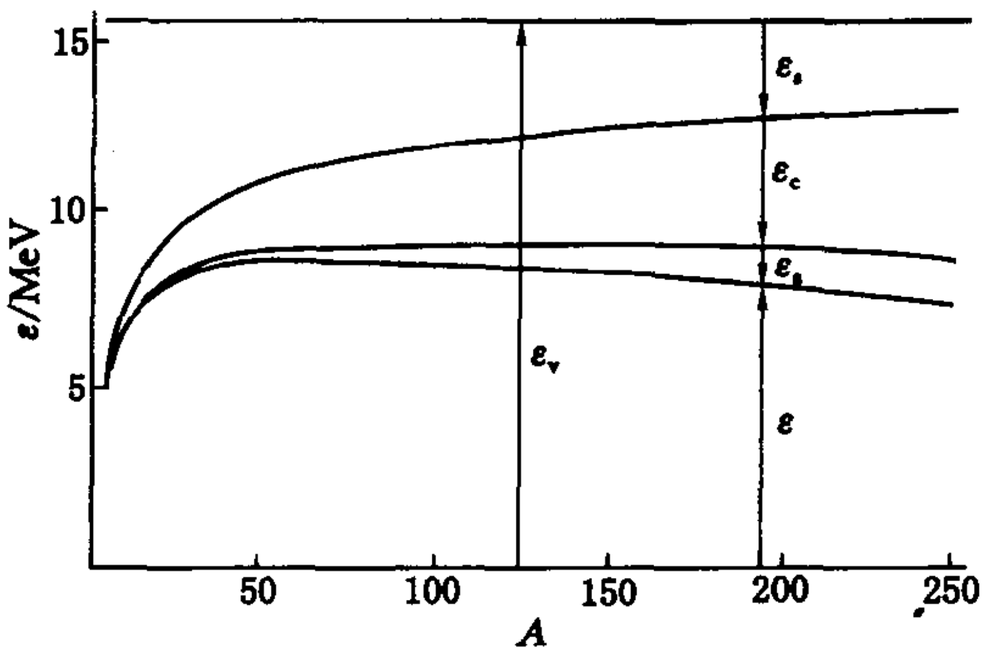


图 2-12　比结合能中各项的贡献

(2) 比结合能曲线

利用结合能半经验公式可以计算稳定核的结合能 $B(Z,A)$,从而得到比结合能 $\varepsilon(Z,A)$,并能作出 ε-A 曲线,见图 2-12。图中最下面的曲线是净的比结合能曲线。它的形状和实验得到的曲线(见图 2-10)形状很相像,曲线中间高,两端低,变化平稳。定量上也符合得很好,在很大范围内 $\varepsilon \approx 8$ MeV。图中的另几条曲线形象地表示了结合能公式中各项随核子数 A 变化时比结合能的变化趋势。比结合能中的体积能项 $\varepsilon_v = B_v/A$ 是常量,这是液滴模型的主要特征。表面能项($\varepsilon_s = B_s/A$)的数值随 A 减小,这是由于球体越大,表面核子所占的比例就越小的缘故。库仑能项的数值随 A 增大,这是因为 β 稳定线上的核素粗略地有 $Z \propto A$,则有 $\varepsilon_c = B_c/A$ 近似与 $A^{2/3}$ 成正比。由于 β 稳定线上核素的中质比 N/Z 随 A 增加由 1 上升到 1.5 以上,因而非对称能项($\varepsilon_a = B_a/A$)的数值也随 A 增大。图中没有标出对能的贡献。

(3) β 稳定线

由质量半经验公式,可以讨论稳定核素的 Z 和 A 的关系。对于有确定 A 的同量异位素,

具有怎样电荷数 Z 的核素是稳定的呢？β 稳定线上的核素是这一问题的解答。如果把 Z 处理成连续变量，并且暂先略去对能项，那么，满足

$$\frac{\partial M(Z,A)}{\partial Z} = 0 \tag{2.9-9}$$

的核素是 β 稳定的。β 稳定的核素其电荷数用 Z_s 表示，由(2.9-9)式及(2.9-8)式可得

$$Z_s = \frac{[a_a' + m_n - M(^1H)]A}{2(a_a' + a_c' A^{2/3})} \tag{2.9-10}$$

这和 β 稳定线的经验方程(2.7-1)式是一致的。由于 Z 是整数，同量异位素中稳定的核素就在 β 稳定线上或在 β 稳定线的近旁。这可以说明 Z-N 平面上狭长的 β 稳定区，见图 2-11。

(4) 同量异位素质能抛物线

β 衰变是相邻的同量异位素之间的转变。核素原子质量 $M(Z,A)$ 是 O-ZAM 直角坐标系中的曲面，称为核素的质能曲面。对于一定核子数 A 的同量异位素，平行于坐标面 O-ZM 的平面与质能曲面的截口线是条抛物线。它可以由质量半经验公式得到阐明。(2.9-8)式可以改写成 Z 的二次多项式

$$M(Z,A) = K_1 + K_2 Z + K_3 Z^2 - K_\delta \tag{2.9-11}$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 &= \left[m_n - \left(a_v' - \frac{1}{4} a_a' - a_s' A^{-1/3} \right) \right] A \\ K_2 &= -[m_n - M(^1H) + a_a'] \\ K_3 &= (a_a' + a_c' A^{2/3}) A^{-1} \\ K_\delta &= \delta a_p' A^{-1/2} \end{aligned} \tag{2.9-12}$$

对于一定的 A，质量公式中的 M 与 Z 关系为一条顶点在下的抛物线。曲线上的核素可以经 β^- 或 β^+ 衰变(包括 EC 过程)趋向抛物线的顶点。

对于奇 A 核，通常只有一个 β 稳定的核素，其质子数 Z 最靠近抛物线的顶点 Z_s。抛物线上不稳定的核素具有 β 放射性。曲线左支上的核素是丰中子的，经 β^- 衰变逐步趋向 β 稳定。曲线右支上的核素是缺中子的，经 β^+ 衰变或 EC 过程趋向 β 稳定，如图 2-13 所示。图中纵坐标是静止质量所对应的能量，零点是任意取的。

对于偶 A 核，由于对能的原因，奇奇核和偶偶核的表示式是不同的。考虑到质量公式中的对能项，奇奇核的抛物线顶点要抬高 K_δ，偶偶核的抛物线顶点要降低 K_δ。奇奇核与偶偶核的抛物线形状相同，它们的顶点相差 $2K_\delta$，见图 2-14。β 衰变是两曲线之间核素的变化，母核是偶偶核的，子核就是奇奇核；母核是奇奇核的，子核就是偶偶核。稳定的核素可以有两个，而且常是偶偶核。从图中还可以看出，有的奇奇核能够同时具有 β^+ 和 β^- 放射性。

原子核液滴模型公式能够成功地计算原子核基态的结合能和质量，是现有计算公式中和实验结果符合得最好的。公式中的参量由实验数据的拟合分析确定。公式中各项的物理意义比较明确，物理图像比较清楚。

液滴模型虽是早期的核模型，至今已有了不少改进，并仍在发展之中。还可以将液滴考虑得更深入一些，例如核密度不是常量而是某种形式的分布，中子和质子的分布可以有差别，在形变中电荷分布可以产生极化以及液滴并非完全不可压缩等等。

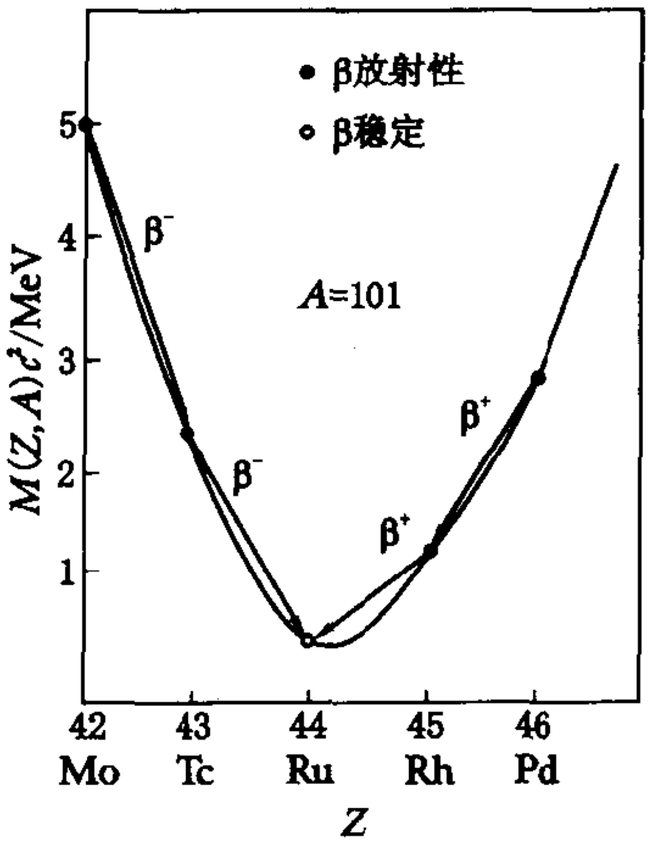


图 2-13　$A=101$ 的质能抛物线

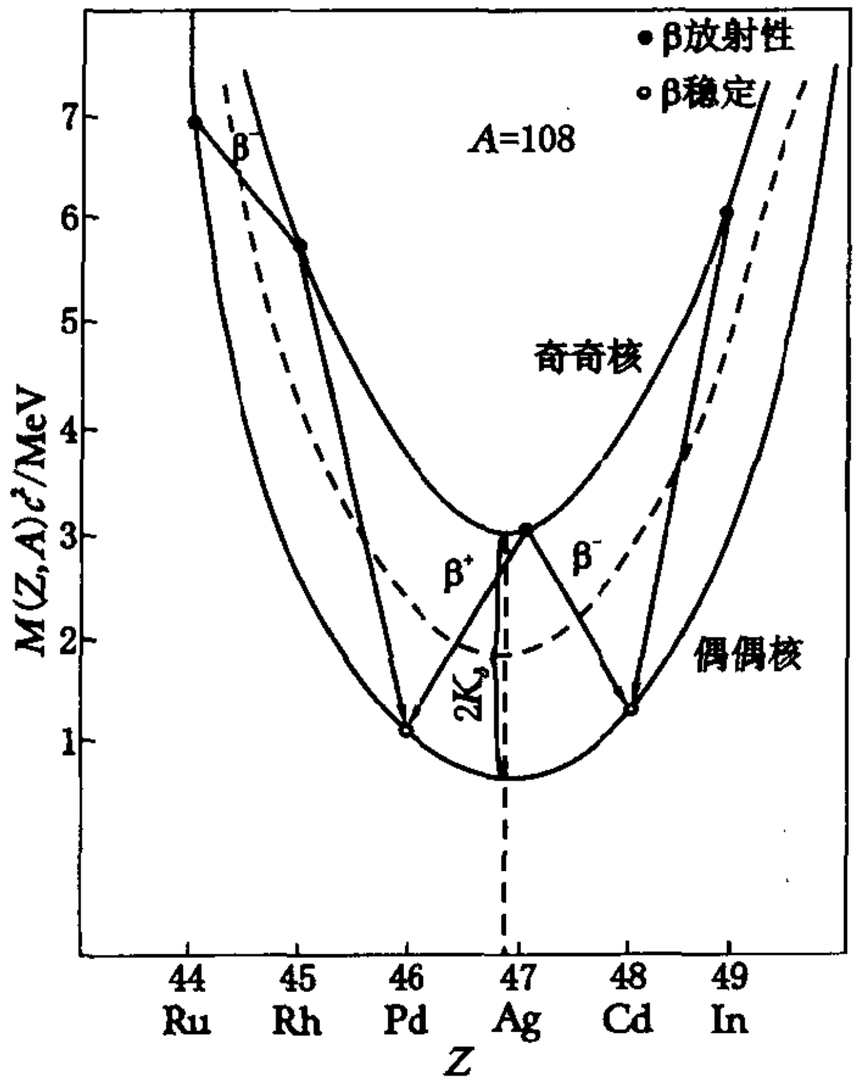


图 2-14　$A=108$ 的质能抛物线

以液滴形变解释原子核裂变是液滴模型又一重要成功之处。这将在第十一章中详细讨论。

习　题

2-1. 已知^{224}Ra 的半衰期 3.66 d,问一天和十天中分别衰变了多少份额？若开始有 1 μg,问一天和十天中分别衰变掉多少原子？

2-2. 已知^{222}Rn 的半衰期为 3.824 d,问 1 μCi 和 10^3 Bq 的^{222}Rn 的质量分别是多少？

2-3. 已知^{210}Po 的半衰期为 138.4 d,问 1 μg 的^{210}Po,其放射性活度为多少 Bq?

2-4. 用加速氘轰击^{55}Mn 来生成^{56}Mn,^{56}Mn 的产生率为 5×10^8 s^{-1},已知^{56}Mn 的半衰期为 2.579 h,试求轰击 10 h 后^{56}Mn 的放射性活度。

2-5. 用中子束照射^{197}Au 来生成^{198}Au,已知^{198}Au的半衰期 2.696 d,问照射多久才能达到饱和放射性活度的 95%？

2-6. 实验测得纯^{235}U 样品的放射性比度为 80.0 $Bq\cdot mg^{-1}$,试求^{235}U 的半衰期。

2-7. 某种放射性核素既有 α 放射性,又有 β 放射性,实验测得 β 射线强度 I_β 随时间 t 的衰减如下表所示,试求考虑到两种衰变时,该核素的半衰期。

t/min	0	1	2	4	6	8
I_β	1000	795	632	398	251	159

2-8. 假设地球刚形成时,^{235}U 和^{238}U 的相对丰度为 1:2,试求地球年龄。

2-9. 经测定一出土古尸的^{14}C 的相对含量为现代人的 80%,求该古人的死亡年代。

2-10. 已知人体的碳含量为 18.25%,问体重为 63 kg 的人体相当于活度为多少贝可勒尔和微居里的放射源。

2-11. 某一长毛象肌肉样品 0.9 mg,用超灵敏质谱计测量 189 min,得到$^{14}C/^{12}C$ 的原子比值 6.98×10^{-14}(±7%),试问该长毛象已死了多少年? 若用放射性法测量,达到与上法相同精度(±7%),至少要测量多长时间?

2-12. 试由质量亏损求出下列核素的结合能和比结合能:^{2}H,^{40}Ca,^{197}Au 和^{252}Cf。

2-13. 试由质量亏损求出下列各组核素的结合能:^{3}H,^{3}He,^{12}B,^{12}C,^{12}N 以及^{13}C,^{13}N。

2-14. ^{130}Te 可以经双 β^- 衰变生成^{130}Xe,试计算此两核素基态的能量差。

2-15. 试估算一下,1 kg ^{235}U 吸收中子完全发生裂变可释放多大能量(能量单位用 MeV)? 相当于多少吨煤燃烧时所释放的能量(每吨煤燃烧所放出的能量是 3.4×10^{10} J)?

2-16. 从^{13}C 核中取出一个中子或质子,各需多少能量? 试解释两者有很大差别的原因。

2-17. 试由结合能半经验公式(2.9-4)计算下列核素的结合能,并与实验结果比较:^{40}Ca,^{56}Fe和^{206}Pb。

2-18. 试由 β 稳定线的(2.7-1)式分别确定^{57}Ni 和^{140}Xe 经 β 衰变生成的 β 稳定性核素,并分别写出它们的 β 衰变链。

2-19. 若有半径为 R 的球带有电量 Q,分别对下列两种情形计算带电球的库仑能。(1)电荷均匀分布于球体内;(2)电荷均匀分布于球表面。

2-20. 任何递次衰变系列,在时间足够长以后,将按什么规律衰变?

2-21. 为什么在三个天然放射系中没有见到 β^+ 放射性和 EC 放射性?

2-22. 试证明 N 和 Z 相差为 1 的两个镜像核的结合能为 $a_cA^{2/3}$,其中 a_c 为结合能半经验公式中库仑项的常量。

第三章　核辐射测量

核辐射或射线是对伴随原子或核过程发射的电磁辐射或各种离子或次原子离子束的总称。各种原子或次原子离子束可以来自原子核发生变化的过程，可以直接由加速器产生，也可以来自地球外层及星际空间。核辐射的种类十分丰富，性质千差万别，既有带电粒子束，又有像 X，γ 射线及中子、中微子等电中性束；既有像质子、α 粒子（氦核）等稳定束，又有像 μ，π，κ 介子（其平均寿命分别为 2.212×10^{-6} s，2.55×10^{-8} s 和 1.224×10^{-8} s）及各种放射性核素等具有一定寿命的非稳定束；既有静止质量重达数百原子质量单位（u）的重离子束，又有静止质量为零或接近零的光子、中微子束。

核辐射测量的目的不仅是探知核辐射的存在和强弱，而且还要鉴别其种类（如质量数 A、电荷数 Z 等）和能谱、发射角分布等相关信息。不难理解，核辐射测量无论在基础研究还是在实际应用中都是很重要的。它是人们认识微观世界，了解原子、原子核甚至更深层次微观客体的组成、运动及变化规律的唯一工具。当两个原子核发生碰撞时，只有从实验上尽可能多而详尽地测量各种碰撞产物的产生概率和性质后，才有可能了解其反应机制和弹核靶核内部结构发生的变化。在实际应用领域，核辐射测量是核技术的重要组成部分，基于测量核辐射与物质相互作用前后性质的变化或诱发的新的核辐射，人们发展了不少独特而有效的高新技术：快速、无损、精确的成分及结构分析技术，地质、石油及矿藏的勘探技术，工业生产流程中自动、实时测控技术，半导体、金属材料改性和微加工技术以及物体内部结构的成像扫描技术等。与此同时，核辐射测量大大刺激了各种高、精、尖技术的向前发展。例如高能物理和中高能重离子核物理实验要求建立大容量、高速率和多参量的数据获取、贮存、传递及在线分析计算机信息系统。再如，核过程发生的时间尺度可以短至纳秒（10^{-9} s）、皮秒（10^{-12} s），甚至飞秒（10^{-15} s），也可长至百万年，甚至数十亿年，促进纳秒，甚至皮秒快电子学技术及地球、星球年鉴技术的发展。

本章首先讨论射线与物质的相互作用，它是核辐射测量方法和探测器的物理基础。由于核辐射种类繁多，性质迥异，本书只局限于讨论带电粒子和 γ 射线与物质的相互作用。中子与物质的相互作用将在本书第十章讨论，至于其他核辐射与物质相互作用，读者可以参看有关书籍或文章。第二节我们将主要介绍一些常用的典型核辐射探测器：气体探测器、闪烁探测器和半导体探测器。其后我们将依次介绍能量测量、符合测量及有关核辐射剂量和防护的有关内容。

§3.1　射线与物质的相互作用

1. 带电粒子与物质相互作用

具有一定动能的带电粒子射进靶物质（或称阻止介质或吸收介质）时，会与阻止介质原子的核和核外电子发生库仑相互作用。当然，如果带电粒子的动能足够高，能够克服阻止介质原子核的库仑势垒而靠近至核力作用范围（约 10^{-12} cm）时，它们也能发生核相互作用，但核相互

作用截面(约 10^{-26} cm^2)要比库仑相互作用截面(约 10^{-16} cm^2)小很多,在考虑带电粒子与物质相互作用时,我们往往只考虑库仑相互作用。

(i) 带电粒子与核外电子间的弹性和非弹性碰撞

带电粒子与核外电子间的非弹性碰撞会使核外电子改变其在原子中的能量状态。核外电子获得能量不足以挣脱原子的束缚成为自由电子时,可以由低能态跃迁到更高能态,这就是阻止介质原子被带电粒子激发的过程。受激发原子是不稳定的,很快(10^{-9} s~10^{-6} s)会退激至原子的基态而发射 X 射线。核外电子受激能量高过电离能时,受激原子立即分解成一个自由电子和一个失去自由电子的原子——正离子,即产生一个电子-离子对。这是阻止介质原子被带电粒子电离的过程。原子最外层电子束缚最松,因而被电离的概率最大。如果内层电子被电离后,原子留下的内层电子空穴会由外层电子填充而发射原子特征 X 射线或者发射俄歇电子。电离过程中产生的自由电子通常具有很低的动能,但在有的情形,它们具有足够高的动能称作 δ 电子,可以进而在阻止介质中使其他原子电离。带电粒子也会与阻止原子的核外电子发生弹性碰撞,这时带电粒子传递给核外电子的能量必须小于其最低激发能,在一般情形下,可以忽略它,除非对于极低能量(如 100 eV)入射电子的情形。带电粒子在阻止介质中,由于与核外电子的非弹性碰撞使原子发生激发或电离而损失自己的能量,称电离损失。从阻止介质对入射带电粒子作用来讲又称作电子阻止。研究结果表明:只要不是能量低的很重的带电粒子(比 α 粒子重),电离损失或电子阻止是带电粒子穿过阻止介质时能量损失的主要方式。

(ii) 带电粒子与阻止介质原子核间的弹性和非弹性碰撞

入射带电粒子在原子核近旁经过时,由于其间的库仑相互作用而获得加速度,伴随着发射电磁辐射即所谓韧致辐射,入射带电粒子因而损失能量,我们称之为辐射能量损失。电子的静止质量很小,容易获得加速度;辐射能量损失是其与物质相互作用的一种重要的能量损失方式。对于质子、α 粒子等重带电粒子,与介质原子核库仑作用引起的运动状态改变很小,在许多情形,特别对于由低原子序数原子组成的介质,辐射能量损失相比其他能量损失方式可以不予考虑。在阻止介质原子核方面,质子、α 粒子特别是更重的带电粒子由于库仑相互作用有可能使之从基态激发到激发态,这过程称作库仑激发。同样,发生这种作用方式的相对概率较少,通常情形也可忽略不计。另外,带电粒子与阻止介质原子核间可能发生弹性碰撞,这时碰撞体系保持总动能和总动量守恒,即带电粒子与原子核都不改变其内部能量状态,也不发射电磁辐射。但是入射带电粒子会因转移一部分动能给原子核而损失自己的动能,而阻止介质原子核因获得动能发生反冲,产生晶格原子位移形成缺陷,即引起辐射损伤。我们把入射带电粒子的这种能量损失称为核碰撞能量损失,从吸收介质对入射带电粒子的阻止作用来讲,又可称为核阻止。仅对能量很低的较重带电粒子($E/A \leqslant 10$ keV),核碰撞能量损失对总能量损失的贡献才变得重要起来。

由上面讨论,我们可以看出带电粒子与介质相互作用相当复杂,同时存在多种相互作用过程,不同作用过程相对概率的大小以及对入射带电粒子行为的影响不仅随能量和阻止介质不同而变化,而且还与带电粒子的质量密切相关。下面,我们对电子和质子、α 粒子等重带电粒子情形分别进行讨论。

(1) 质子、α 粒子等重带电粒子与物质相互作用

1) 单位路程上的能量损失——阻止本领

一个速度为 v、电荷 ze 的带电粒子穿过由原子序数 Z 的元素组成的纯阻止介质时,由于

与介质原子核外电子发生非弹性碰撞，经过单位路程后的能量损失或称阻止本领为（以 MeV/cm 或 MeV/(mg/cm^2)为单位）：

$$-\frac{dE}{dx}=\frac{4\pi z^2e^4ZN}{m_0v^2}\left[\ln\left(\frac{2m_0v^2}{I}\right)-\ln(1-\beta^2)-\beta^2\right] \tag{3.1-1}$$

式中 m_0 为电子静止质量，$\beta=v/c$，c 为光速，N 为阻止介质中单位体积的原子数目，I 为介质原子的平均电离电势，代表该原子中各壳层电子的激发和电离能之平均值。以 eV 为单位可近似表示为 $I\approx9.1Z(1+1.9Z^{-2/3})$。方括号中第二、三两项是相对论修正项，其结果是使 $-dE/dx$ 随带电粒子速度增加而减少到一极小值之后，又重新随速度增加而增加。这就是著名的贝特-布洛赫(Bethe-Block)公式。

根据(3.1-1)式，可以得到具有实际应用价值的规律。

(i) 同种入射粒子在不同阻止介质中，其 $-dE/dx$ 与阻止介质的电子密度 NZ 成正比。高原子序数、高密度的阻止介质对同一带电粒子有更大的阻止本领。

(ii) 质子、α 粒子等重带电粒子在介质中的阻止本领与其质量无关（这是因为入射粒子质量远大于电子静止质量），而只与其速度相关。在忽略只随速度缓慢变化的方括号的修正项时，$-dE/dx$ 与 $1/v^2$ 成正比。两种不同质量的入射粒子，只要它们的速度相同，所带电荷相同，在同一阻止介质中的阻止本领相同。例如 1 MeV 质子与 2 MeV 氘具有相同的阻止本领。

(iii) 带电粒子在介质中的阻止本领与其所带电荷数 z 的平方成正比。α 粒子在介质中阻止本领等于相同速度质子阻止本领的 4 倍。说明相同能量质子具有比 α 粒子更强的穿透能力。

利用上面规律，知道带电粒子 z_1e，E_1/m_1 在某种阻止介质中的阻止本领值后，可以方便地推得另一带电粒子 z_2e，E_2/m_2 在同一介质中的阻止本领值

$$\frac{(-dE/dx)_1}{(-dE/dx)_2}=\frac{z_1^2\cdot v_2^2}{z_2^2\cdot v_1^2}=\frac{z_1^2E_2/m_2}{z_2^2E_1/m_1} \tag{3.1-2}$$

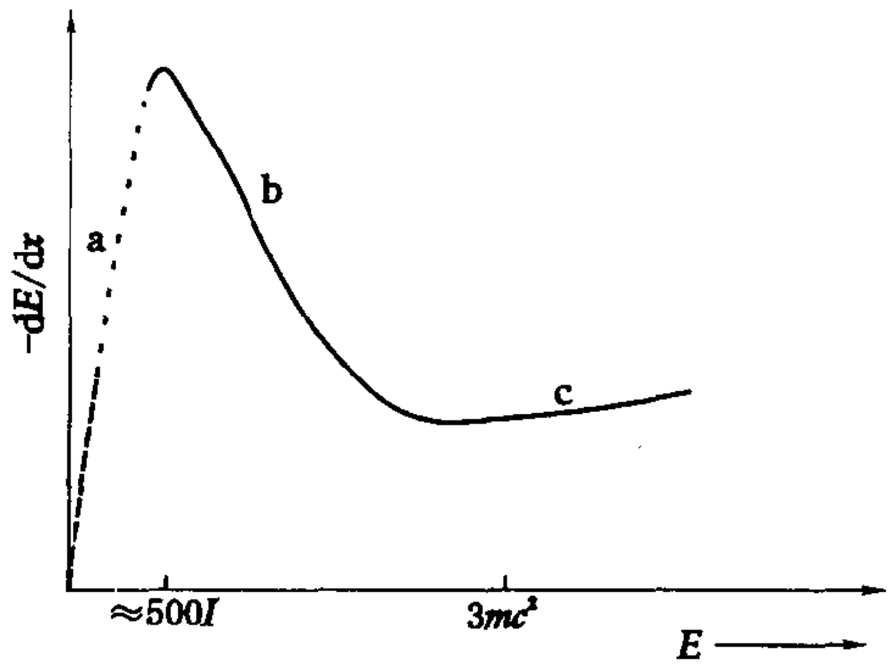


图 3-1　重带电粒子在宽广能区的 $-dE/dx$ 变化

另外根据(3.1-1)式可以知道对于确定一种阻止介质，入射带电粒子能量 E 和在阻止介质中能量损失 ΔE 的乘积与 mz^2 成正比。在由 E 和 ΔE 构成的坐标平面内，对于同一种粒子尽管 E 和 ΔE 值可以不同，但应处于 $E\cdot\Delta E=$ 常量的曲线上；不同入射粒子则应处于另一条 $E\cdot\Delta E=$ 常量的曲线上。这种基于同时测定 E 和 ΔE 的所谓 E-ΔE 计数器望远镜方法，已经成功地应用于鉴别带电粒子，特别是对它们的 z 鉴别。

应该指出：公式(3.1-1)只适用于计算在高速度区域，重带电粒子与阻止介质原子核外电子非弹性碰撞引起的能量损失。图 3-1 给出从低能至高能区域，重带电粒子在介质中阻止本领的变化关系。横坐标是以重带电粒子总能量 mc^2 为单位的对数标度，图中实线部分代表(3.1-1)式预测结果，与大量实验结果符合不错。但能量在 $500I$ 附近（相当于带电粒子速度 $v\approx3v_0z^{2/3}$，v_0 为玻尔速度），$-dE/dx$ 随带电粒子速度减少而增加的趋势减缓，并出现一极大值，这显然

不符合(3.1-1)式所预测的 $-dE/dx \propto 1/v^2$ 规律。在这附近能区,重带电粒子的电离能量损失过程十分复杂,受到多种因素的影响,定性上可理解为:速度变慢有利于重带电粒子与介质原子的核外电子传递能量,但当速度慢到一定限度后,介质原子中束缚紧的内壳层电子不再贡献于电离碰撞,而且重带电粒子从介质中俘获电子的概率增加,减少其有效电荷,电离碰撞能量损失会因此而减小。在这能区,至今仍无满意的理论描述。

对于更低能区,J. Lindhard 等人,基于重带电粒子与介质原子间屏蔽库仑相互作用势,得到电离碰撞引起的单位路程上的能量损失为

$$-\frac{dE}{dx} = z^{1/6} 8\pi e^2 N a_0 \frac{zZ}{(z^{2/3}+Z^{2/3})^{3/2}} \cdot \frac{v}{v_0} \qquad v < v_0 z^{2/3} \tag{3.1-3}$$

a_0 为玻尔半径。这就是考虑低能区重带电粒子阻止本领的 LSS 理论。它预测 $-dE/dx \propto v$ 的规律为部分实验结果证实,也与很多实验结果有分歧。

对于甚至更低的能区,重带电粒子与阻止介质原子核间的弹性碰撞逐渐成为其能量损失的主要过程。原则上,基于卢瑟福散射理论可以对它进行计算。

现在,对于氢和氦粒子在很多吸收介质中的阻止本领,在相当广阔能区已有较为精确的实验数据。

重离子($z>2$)核物理和重离子束应用研究的发展,要求人们深入了解重离子束与物质相互作用,迫切需要多种重离子束在不同介质中阻止本领的精确、系统的数据。应该说对于中低能区域,无论在理论方面还是在实验方面,还有不少工作可做。重离子束在介质中的能量损失在本质上与 p 和 α 粒子是一样的,除了核碰撞或核阻止的相对贡献更为重要外,主要差别在于重离子在介质中的运动,它可以从介质中俘获电子,也可以继续失去其核外电子。由于电荷交换过程使得重离子的电荷态在介质中不断变化,它不仅随重离子和阻止介质不同而不同,而且还与重离子束的能量紧密相关。在研究重离子与介质原子核外电子发生非弹性碰撞引起电离损失时,人们引人有效电荷 $z^*(v,Z)=z\gamma(v,Z)$ 的概念,其中 $\gamma(v,Z)$ 称为有效电荷比例。将(3.1-1)式分别应用于质子和具有相同速度 v 和有效电荷 $z^*(v,Z)$ 的重离子后,并考虑到在不是很低能量下,质子的有效电荷始终等于 1,于是

$$\gamma(v,Z) = \left(\frac{1}{z}\right) \cdot \left[\frac{(dE/dx)_h}{(dE/dx)_p}\right]^{1/2} \tag{3.1-4}$$

式中 $(dE/dx)_h$ 和 $(dE/dx)_p$ 分别代表具有相同速度 v 的重离子和质子在同一种阻止介质中的阻止本领,可见只要从实验上测得它们的数值后,就可得到速度为 v 的某种重离子在该阻止介质中的有效电荷。人们经过研究给出了拟合大量实验结果得到的计算有效电荷比例 γ 的经验公式以及在更低能区有关 γ 的理论表达式。基于这种思路,目前已经发表了各种重离子在不同阻止介质中广阔能区的阻止本领数据表及 TRIM 等计算程序。不过应该强调,对于中低能重离子在很多介质中的阻止本领数据还须依赖于可靠的实验测量,因为计算值与实验值的偏离往往超过 10%,有的甚至达到 50%以上。

上面讨论的是重带电粒子在单一元素介质中的阻止本领。对于化合物阻止介质的阻止本领计算,可以利用布喇格相加规则。(3.1-1)和(3.1-3)式给出的单一介质阻止本领显然与阻止介质的物理化学状态相关。为了便于比较周期表中不同元素的能量损失,可以引入原子阻止截面的概念 Σ,它等于阻止本领 (dE/dx) 除以阻止介质单位体积内的原子数 N。为简单,当其只考虑电子阻止,而忽略核阻止本领的情形,

$$\Sigma_e = -\frac{1}{N}(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)_e \tag{3.1-5}$$

原子阻止截面的量纲是 $\mathrm{eV}\cdot\mathrm{cm}^2/\mathrm{atom}$。于是根据布喇格相加规则,对于由 a 个 X 原子和 b 个 Y 原子构成某一化合物 $\mathrm{X}_a\mathrm{Y}_b$,每个化合物分子的阻止截面 $\Sigma_{\mathrm{X}_a\mathrm{Y}_b}$ 应由 X 和 Y 原子的阻止截面 Σ_{X} 和 Σ_{Y} 给出,即

$$\Sigma_{\mathrm{X}_a\mathrm{Y}_b} = a\Sigma_{\mathrm{X}} + b\Sigma_{\mathrm{Y}} \tag{3.1-6}$$

若用单位质量厚度上的能量损失来表示,化合物分子的阻止本领的布喇格相加规则为

$$(-\mathrm{d}E/\rho\mathrm{d}x)_{\mathrm{X}_a\mathrm{Y}_b} = W_{\mathrm{X}}(-\mathrm{d}E/\rho\mathrm{d}x)_{\mathrm{X}} + W_{\mathrm{Y}}(-\mathrm{d}E/\rho\mathrm{d}x)_{\mathrm{Y}} \tag{3.1-7}$$

式中密度 ρ 分别代表化合物 $\mathrm{X}_a\mathrm{Y}_b$、单质元素 X 和 Y 的密度,W_{X} 和 W_{Y} 则代表 X 原子和 Y 原子在化合物中的重量百分比,

$$W_{\mathrm{X}} = \frac{aM_{\mathrm{X}}}{aM_{\mathrm{X}} + bM_{\mathrm{Y}}},\ M_{\mathrm{Y}} = \frac{bM_{\mathrm{Y}}}{aM_{\mathrm{X}} + bM_{\mathrm{Y}}} \tag{3.1-8}$$

$M_{\mathrm{X}}, M_{\mathrm{Y}}$ 分别代表相应原子量。

显然,布喇格相加规则是一种近似,它忽略了化合物分子中各个原子间的结合能效应。一般讲,在中、高能粒子入射到中、重阻止介质的情形,近似较好。

2) 比电离及射程

带电粒子在阻止介质中由于与介质原子核外电子发生非弹性碰撞而不断损失自己的动能,使介质原子发生激发和电离。在阻止介质的单位路程上产生电子-正离子对数目称作比电离,它是原始比电离和次级比电离之和。前者直接由入射带电粒子产生,而后者则是由在原电离中释放出的较高能量(数 keV)电子进一步与介质原子碰撞产生的附加电离。

比电离直接联系于带电粒子在介质中的阻止本领,因而它与带电粒子速度 v,电荷 ze 以及阻止介质的性质有关。图 3-2 给出实验测得 Po 发射 α 粒子在标准状态空气中的比电离曲线,又称作布喇格(Bragg)曲线。横坐标是 α 粒子在空气中停止之前剩下的路程,又叫剩余射程。α 粒子单位路程上产生的电子-正离子对数目是不均匀的,随着在空气中穿过路程的增加,α 粒子不断产生电离并逐渐损失能量,在单位路程上产生比电离随之增加,直至当 α 粒子经能损后具有某一特定能量时,比电离达到最大值,随后,由于 α 粒子在空气中俘获电子而中性化,比电离急剧减小至零。这是所有重带电粒子在阻止介质中产生比电离的特征(当然对于能量不同,ze 不同的不同带电粒子,产生比电离数值会不同),因而通过测定布喇格曲线,可以用作对带电粒子的鉴别。

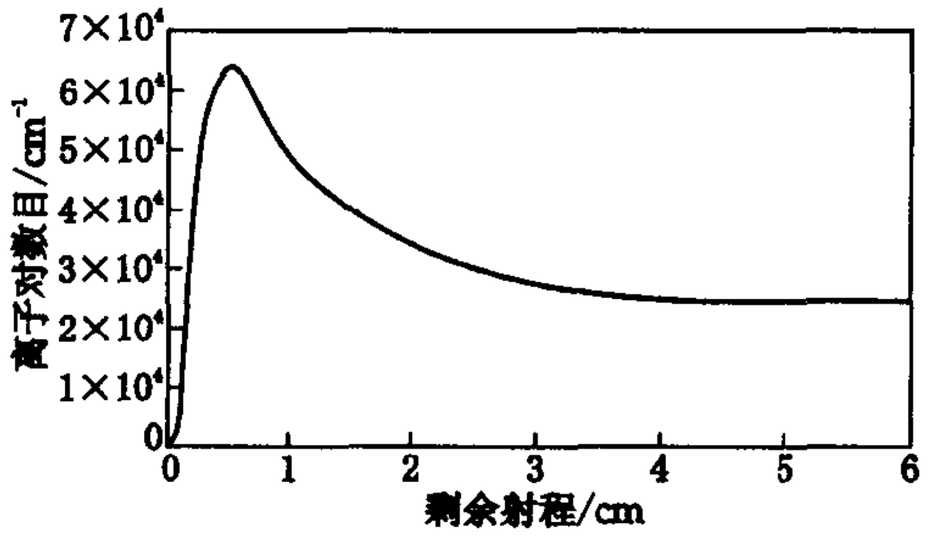


图 3-2 Po 发射 α 粒子在 15 ℃,101325 Pa 压力空气中的比电离曲线

阻止本领与比电离的比值,代表带电粒子在阻止介质中产生一对电子-正离子所需的平均能量 w。表 3-1 给出在几种纯气体中,对于不同能量 α 粒子和电子实验测得的平均能量值。其值基本与带电粒子的种类和能量无关。对于表中所列各种气体,产生一对离子对所需平均

能量介于 25 eV～43 eV 范围内。但对于液体和固体介质，其值要小得多，典型值约 5 eV，如 Si，$w \approx 3.6$ eV。须指出 w 值都比介质原子的电离电势值显著地大，因为带电粒子会因使介质原子激发或气体分子分解而损失能量。可见，只要全部收集带电粒子在某种阻止介质中产生的所有电子-离子对，就可以作为它在该介质中损失总能量的测量。

表 3-1　在几种纯气体中产生每对电子-离子所需平均能量　　（单位：eV）

气　体	5.3 MeV α 粒子	1.2 MeV α 粒子	β 电子
He	42.7	42.4	42.3
Ne	36.8	37.4	36.6
Ar	26.4	26.4	26.4
Kr	24.1	24.1	24.1
Xe	21.9	–	22.0
H_2	36.3	–	36.3
空气	35.5	37.1	34.0
N_2	36.6	38.1	35.0
O_2	32.5	–	30.9
CO_2	34.5	36.3	32.9
C_2H_4	28.0	29.8	26.2
C_2H_6	26.6	28.5	24.8
CH_4	29.2	31.0	27.3
C_2H_2	27.5	29.0	25.9

既然带电粒子在阻止介质中会不断损失能量，在其全部能量损失后，它就会停止在介质中。质子、α 粒子等重带电粒子在介质中路径近似一直线，走过路程长度近似等于它穿过阻止介质的厚度，相同能量的同种带电粒子在相同阻止介质中走过差不多相同的路程，因而常用所谓“射程”的概念来描述重带电粒子在介质中的行为，它与阻止本领有如下关系：

$$R = \int_{E_0}^{0} \mathrm{d}E/(-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x) \tag{3.1-9}$$

如果知道 $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ 随带电粒子能量变化的函数关系，由上式，从开始能量 E_0 积分至 0 就可以获得其射程。另外，由准直束的透射实验，可以直接测得射程。例如对各种能量的 α 粒子测定了在空气中的射程，在(4～15) MeV 能区得射程与能量关系为

$$R = (0.005E + 0.285)E^{3/2} \tag{3.1-10}$$

式中射程 R 单位为 cm，能量 E 单位为 MeV，由上式可知 5.3 MeV α 粒子在标准状态空气中射程约为 3.8 cm。

3）能量损失歧离与射程歧离

带电粒子在物质中损失能量是一个统计过程。一方面，一定能量的带电粒子穿过一定厚度阻止介质时发生碰撞数目具有一定的概率分布，另一方面，每次碰撞中其能量损失的多少也是有一定分布的。所以，一束单能的带电粒子穿过一定厚度 t 的介质后，透射的带电粒子不再具有单一能量，而成一能量分布，称作能量损失的歧离。图 3-3 给出 3 MeV 质子束穿过 3.3 mg/cm^2 Au 箔后，在比原始束能量平均低 117 keV 地方出现一较宽的能量分布。实验测量结果表明：随 Au 箔厚度 t 增加，不仅透射质子能量分布峰位向更低能量位置移动，即平均能量

损失越大,而且能量分布变得越宽。大量的研究结果表明:阻止介质厚度 t 很小时,透射束能量分布满足:

$$N(E)/N = \frac{1}{\alpha\pi^{1/2}}\exp\left[-\frac{(E-\overline{E})^2}{\alpha^2}\right] \tag{3.1-11}$$

$$\alpha = 2\sqrt{2}ze^2[\pi ZNt]^{1/2} \tag{3.1-12}$$

α 为分布宽度。实验上更经常用分布在半高度处的全宽度 FWHM 来表示,即 $\text{FWHM} = \frac{2.36}{\sqrt{2}}\alpha$。

能量损失歧离会直接影响到对带电粒子能量的测量。设想带电粒子束具有两组单能组分,其能量差别 ΔE,穿透阻止介质薄层后,由于能量损失歧离会使两个单能组分都展宽为一分布,如果其分布半高宽 FWHM 变得与 ΔE 相近时,人们将难以从实验上完全分开它们,因而能量损失歧离成了能量分辨的下限。

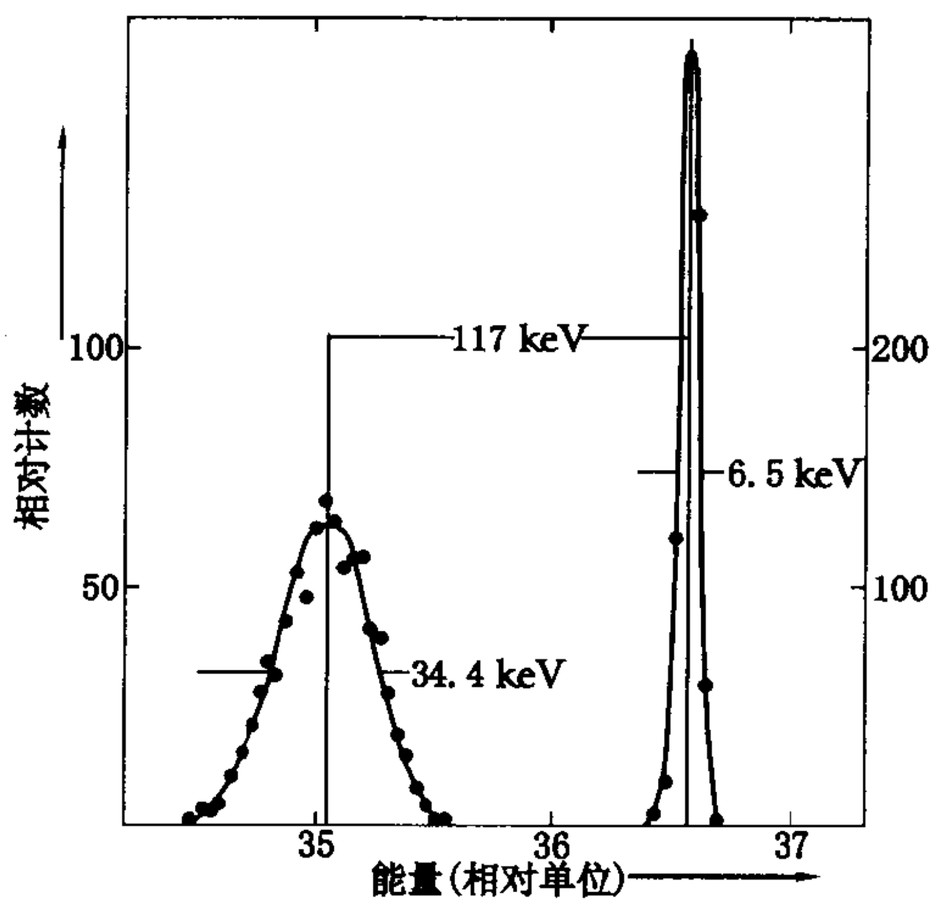


图 3-3　3 MeV 质子穿过 3.3 mg/cm² Au 箔后的能量损失

由于相同的原因,具有确定能量的带电粒子在某种阻止介质中的射程并不是完全确定的,它也将围绕某个平均值涨落。图 3-4 中曲线 a 表示单能准直 α 束穿过不同介质厚度后的强度变化关系曲线。对曲线 a 求微分就可得到 α 粒子射程分布曲线 b。它表明具有相同能量的 α 粒子束的射程是围绕一平均值 $\overline{R}$ 变化的。

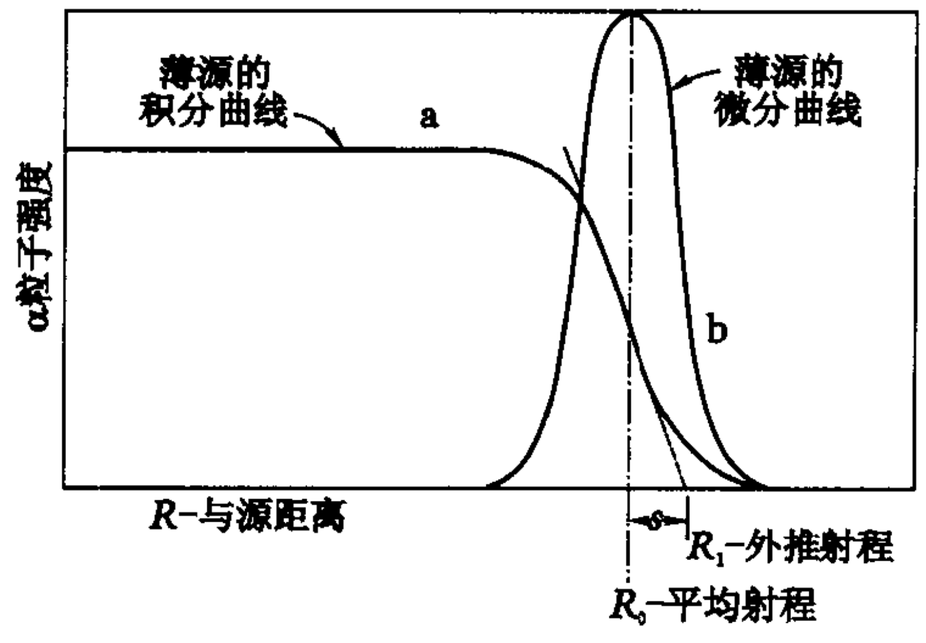


图 3-4　α 粒子的积分和微分射程分布曲线

(2) 电子与物质相互作用

电子静止质量要比质子、α 粒子等重带电粒子小三个数量级以上,尽管都是带电粒子,它与物质相互作用有自己的特点,其主要不同是不像质子和 α 粒子等重带电粒子在阻止介质中有确定的平均射程和走直线路径,电子路径是十分曲折的,单能电子的射程变化很大,其歧离可达(10～15)%。这主要因为电子在其路径上容易与阻止介质的原子核和核外电子发生多次散射,而且在与一个电子进行单次碰撞中就可损失一半能量。而质量为 M 的重带电粒子与电子进行单次碰撞,最大的能量损失份额仅为 $4\ m/M$,数值是非常小的。

与重带电粒子一样,电子在阻止介质中也会因使束缚电子激发和电离损失能量,然而电子的能量损失还有另一个重要机制即因显著改变自己能量状态而发生电磁辐射。

下面,我们将电子和正电子与物质相互作用一起进行讨论,这是因为它们的极其相似性。当然,电子与正电子在阻止介质中的最终命运是不同的。正电子在阻止介质中不断损失能量,在静止的时候会与介质中一个电子结合发生湮没,将电子正电子的静止能量转换成两个光子,每个光子的能量为 0.511 MeV,彼此向相反方向发射,这通常被称为湮没辐射。一个电子的

最终命运在绝大多数情形是被阻止在介质之中并成为阻止介质的电子成员。

1）电离能量损失

我们可按类似于重带电粒子的方式来处理电子在介质中的电离能量损失。但是存在两个明显不同，对于电子不像质子、α粒子等重带电粒子，弹粒子质量不能认为是无限大的，而需要考虑弹靶粒子的折合质量，另外，弹靶粒子同为电子，因而是不可区分的，故应考虑其交换性质。根据 Mφller 的结果有

$$-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x = \frac{2\pi e^4 ZN}{m_0 v^2}\left\{\ln\left[\frac{m_0 v^2 E}{2I^2(1-\beta^2)}\right] - \ln 2(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) + (1-\beta^2) + \frac{1}{8}(1-\sqrt{1-\beta^2})^2\right\} \tag{3.1-13}$$

在低速时（$\beta \approx 0$）有

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{4\pi e^4}{m_0 v^2} NZ\left[\ln\frac{2m_0 v^2}{I} - 1.2329\right] \tag{3.1-14}$$

它与(3.1-1)式十分相似。在忽略随电子速度 v 变化缓慢的方括号项的影响后，$-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ 也与弹粒子速度平方成反比。在相同能量时，电子速度要比质子等重带电粒子快很多，因而 $-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ 值要小许多，亦即同样能量的电子具有强得多的穿透本领。例如 1 MeV 的 α 粒子和电子在 Si 中，阻止本领值分别为 300 keV/μm 和 0.37 keV/μm。这些特点显然会影响到对它们的测量。

2）辐射能量损失

带电粒子受到阻止介质原子核的库仑相互作用，会发生速度变化而发射电磁辐射，按照经典电磁理论，单位时间内发射电磁辐射能量正比于其获得的加速度平方 $(zZ/m)^2$。由于电子质量比质子等重带电粒子小三个量级以上，如果重带电粒子穿透阻止介质时的辐射能量损失可以忽略的话，电子产生的辐射能量损失是不能不予以考虑的。电子在介质中穿过单位路程，辐射能量损失近似为

$$(-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)_\mathrm{r} \approx Z^2 N(E + m_0 c^2) \tag{3.1-15}$$

式中 $m_0 c^2$ 和 E 分别为电子的静止能量和动能。可以近似认为，它随电子能量增高而线性增加，与阻止介质的原子序数平方成正比，辐射能量损失与电离能量损失之比为

$$\frac{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)_\mathrm{r}}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)_\mathrm{e}} \approx \frac{EZ}{700} \tag{3.1-16}$$

式中 E 的单位用 MeV。可见对于 9 MeV 电子在阻止介质铅中，两种能量损失机制的贡献变得大致相同，差不多都为 1.45 keV/μm，对于能量大于 9 MeV 的电子，在铅中的辐射能量损失迅速变成主要的能量损失方式。

顺便指出：上面讨论的带电粒子穿过物质时发射电磁辐射的现象，实际只是韧致辐射。现在已经知道，带电粒子穿过介质时会使原子发生暂时极化。当这些原子退极化时也会发射电磁辐射，其波长在可见光范围，这种辐射称为契仑科夫辐射。

3）电子的散射和吸收

电子即使与介质原子核发生单次碰撞也会受到大的偏转，特别对于低能电子被高原子序数的原子核散射。当阻止介质足够厚时，由于多次散射会使入射电子的相当大部分具有大于 90°的散射角，发生所谓的背散射现象。它对 β 放射性测量有重要的影响，因为 β 放射源的衬

底材料可能使向探测器相反方向发射的电子散射回到探测器而使计数率明显增高，当衬底材料是高 Z 值元素组成时，计数率的增加会超过 50%。

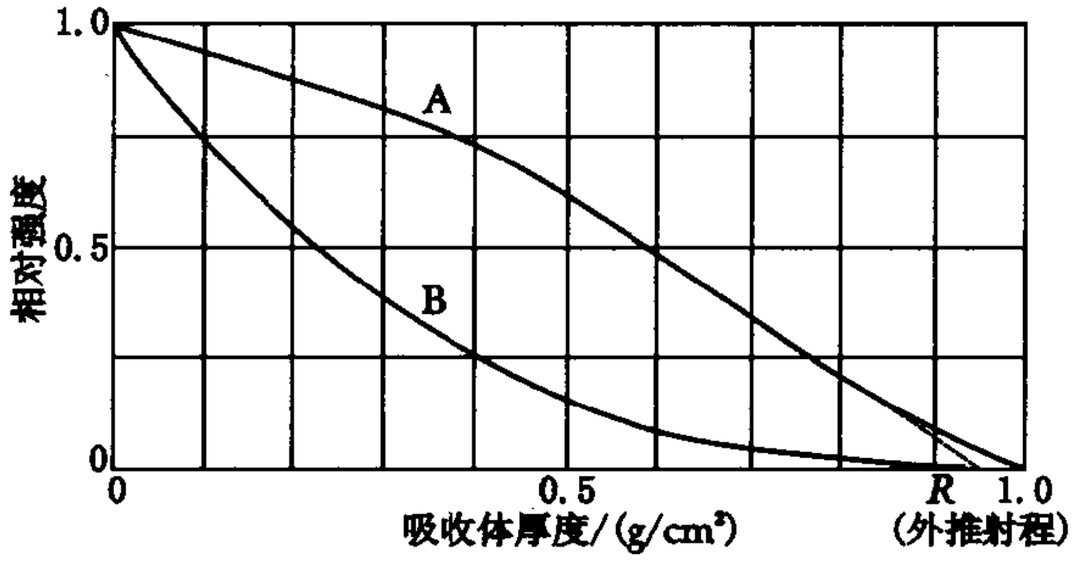


图 3-5　电子在介质中的吸收曲线

A—1.9 MeV 单能中子　B—E_m=1.9 MeV 的 β 电子

电子易于被散射，使准直电子束穿过物质的吸收曲线十分不同于重带电粒子(见图 3-4)。图 3-5 给出 1.9 MeV 单能电子和具有相同最大能量的 β 电子垂直进入吸收体的吸收曲线。图中横坐标为以吸收体面密度表示的厚度；纵坐标代表穿过相应介质厚度后的相对强度。对于单能电子吸收曲线 A，存在有一线性变化部分，可将这部分作线性外推至零(如图上所示)，研究表明所得吸收介质的外推厚度可视作给定能量电子的特征量，通常称作某种能量电子的外推射程或简称射程。对于 β 粒子，射程是难以直接从吸收曲线确定的。而只能根据吸收曲线的数据用一些方法来计算其射程。

L.Katz 和 A.S.Pendold 总结大量的研究结果发现电子在吸收介质中射程 $R(\mathrm{mg/cm^2})$ 与其能量 $E(\mathrm{MeV})$ 间存在如下经验关系：

$$\begin{aligned} R &= 412E^n \qquad n = 1.265 - 0.0954\ \ln E \quad 0.01\ \mathrm{MeV} < E < 3\ \mathrm{MeV} \\ R &= 530E - 106 \qquad\qquad\qquad\qquad\quad 1\ \mathrm{MeV} < E < 20\ \mathrm{MeV} \end{aligned} \tag{3.1-17}$$

对于具有连续能谱的 β 粒子，吸收曲线的大部分可以用指数函数描述即 $I/I_0 = \mathrm{e}^{-\mu_m d_m}$，式中 d_m 为吸收体厚度，以 $\mathrm{g/cm^2}$ 为单位，μ_m 称质量吸收系数，通常以 $\mathrm{cm^2/g}$ 为单位。它与 β 粒子最大能量 E_m(以 MeV 为单位)间有如下经验关系

$$\mu_m \approx \frac{17}{E_m^{1.14}} \quad 0.1\ \mathrm{MeV} < E_m < 4\ \mathrm{MeV} \tag{3.1-18}$$

尽管由于单个电子在介质中的散射和吸收，并不存在确定的射程，然而对于大量单能电子或对于同一放射源发射出 β 电子，穿过某种吸收介质的最大厚度即射程或其质量吸收系数仍不失为一特征量，它们与电子能量或 β 电子最大能量间有着一定的关系。目前在农、医等学科的放射性同位素应用中，人们有时还在用它来估计 β 电子的最大能量。

2. γ 射线与物质的相互作用

γ 射线和 X 射线分别起源于原子核能量状态变化过程和原子核外电子能量状态变化过程。连同正负电子结合发生的湮没辐射以及运动电子被阻止产生的韧致辐射，一起构成一种重要的核辐射类别——电磁辐射。它们都由具有能量 E 的光子组成，$E = h\nu = hc/\lambda$，h 为普朗克常量，c 为光速，ν 和 λ 分别是电磁辐射波频率和波长。从与物质相互作用的角度看，它们的性质并不因其起源不同而异，而仅仅决定于其组成的光子的能量。

γ 射线与物质相互作用机制显著不同于带电粒子，正如前面所讨论的那样，带电粒子与物质相互作用机制是通过与介质原子核和核外电子的库仑相互作用，在沿其运动路径上经过多次碰撞而逐渐损失其能量。γ 光子则是通过与介质原子或核外电子的单次作用，损失很大一部分能量或完全被吸收。γ 射线与物质相互作用主要有三种机制，即光电效应、康普顿散射和电子-正电子对产生。尽管还有其他的一些机制，如瑞利(Rayleigh)散射、光核反应等，但在通

常情况下它们的截面相对要小得多。

在准直 γ 射线穿过吸收介质的透射实验中，人们发现经准直后进入探测器的 γ 射线相对强度服从指数衰减规律：

$$I/I_0 = e^{-\mu d} \tag{3.1-19}$$

I/I_0 为穿过厚度为 d 的吸收介质后，γ 射线相对强度。μ 为 γ 射线穿过吸收介质的总线性衰减系数(量纲为长度倒数如 cm^{-1})。它包含了 γ 光子真正被介质吸收和被散射离开准直束的两种贡献。当然，如果实验装置允许被散射 γ 光子进入探测器(未准直或未完全准直)时，所得总衰减系数 μ 值会小些。

总衰减系数 μ 可以分解为相对于光电效应、康普顿散射及电子对产生效应的三部分衰减系数，即 $\mu = \tau + \sigma + k$，这里再次排除了瑞利相干散射的贡献，一方面因为它不代表一种能量吸收过程，另一方面由它引起的散射 γ 光子限制在小角度范围。

γ 射线穿过介质后的强度衰减行为，使得人们无法用与带电粒子穿透介质情形相同的概念“射程”来描述它，因为这时人们不能肯定地说能量 E 的 γ 光子最多只能穿过某一厚度 R 的介质。只可以知道它不穿过 R 距离的概率 $1 - e^{-\mu R}$。因此为了描述 γ 射线穿过阻止介质被吸收的行为，人们则采用为使初始光子强度减小一半所需某种吸收体的厚度即半衰减厚度 $x_{1/2}$，它与总线性衰减系数 μ 之间有如下关系：

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu} \tag{3.1-20}$$

另外，人们还引入平均射程 $\overline{R}$ 的概念，它代表一个 γ 光子在离开准直束线前穿过的平均距离

$$\overline{R} = \frac{\int_0^\infty x e^{-\mu x} \mu dx}{\int_0^\infty e^{-\mu x} dx} = \frac{1}{\mu} \tag{3.1-21}$$

在实际应用中，吸收体厚度 d 使用质量厚度单位，如 g/cm^2 或 mg/cm^2，相应的衰减系数则具有 cm^2/g 或 cm^2/mg 的量纲，称作质量衰减系数。图 3-6 给出(1.0～100) MeV γ 射线在 Pb，Cu，Fe，Al，H_2O，空气和 C 中总的质量衰减系数。首先 μ/ρ 随 E 增加而减少，然后达到一个宽的极小。该极小值相应的 γ 射线能量随阻止介质原子序数 Z 增加而移向更低能量。

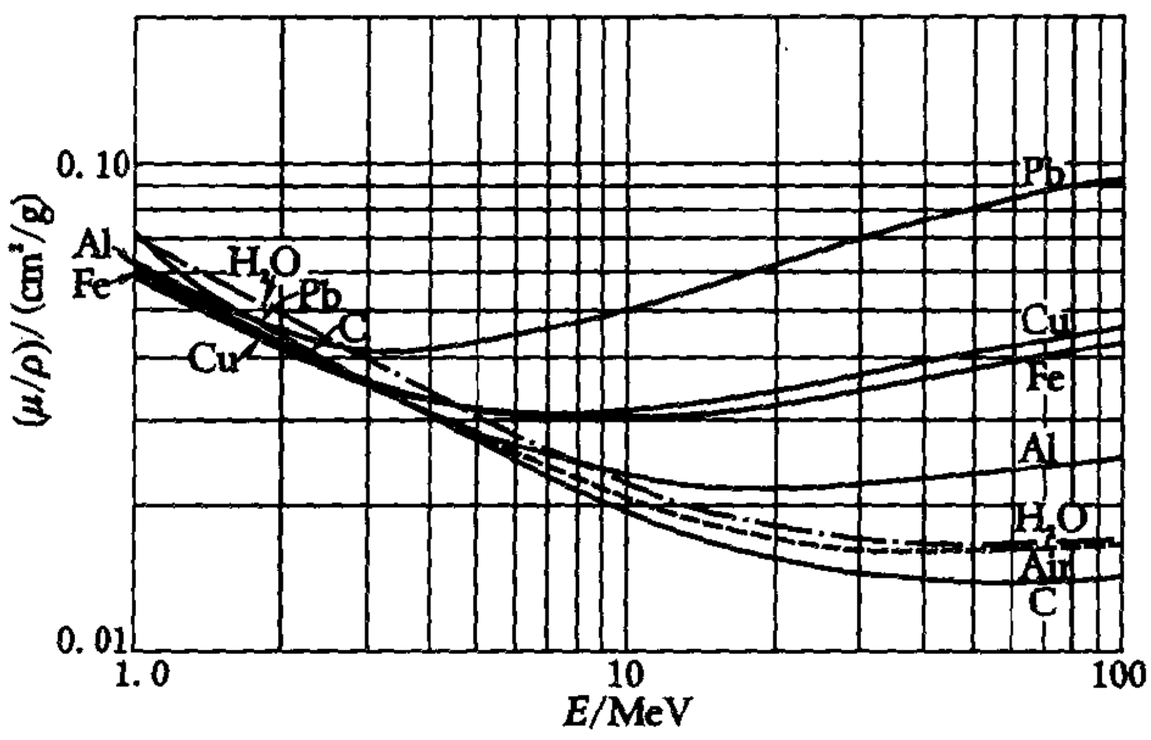


图 3-6　γ 射线在介质中的质量衰减系数

为深入了解 γ 射线与物质相互作用，下面对光电效应、康普顿散射及电子对产生效应分别进行讨论。

(1) 光电效应

介质原子作为一个整体与 γ 光子发生电磁相互作用，结果是吸收一个 γ 光子，并将 γ 光子的全部能量传递给一个束缚电子，该束缚电子摆脱原子对它的束缚之后发射出来，被称为光电

子。它具有确定的能量，其能量 $E_e = h\nu - B_i$，B_i 为出射电子在原子中的结合能，随束缚电子在原子中所处不同壳层而不同，K 壳层电子被原子束缚得最紧，B_i 值最大，从轻元素的几 keV 增至超铀元素的上百 keV。在发射光电子以后的原子中，留有一电子空穴，外壳层电子会填充这空穴，从而发射能量等于其结合能差值的原子特征 X 射线，或者外壳层电子直接获得原子的剩余激发能，发射出俄歇电子。不论是特征 X 射线还是俄歇电子，其能量都很低，几乎都能被介质所完全吸收，所以光电效应实际上是 γ 射线的一种能量的全吸收过程。

当 γ 光子能量大于介质原子 K 壳层电子结合能时，光电子可以出自不同原子壳层。不同壳层电子发生光电效应的截面是不同的，束缚愈紧的壳层电子发生光电效应截面愈大。对于 K 壳层电子，发生光电效应的截面为

$$\sigma_k = 32^{1/2}\alpha^4\left(\frac{m_0c^2}{h\nu}\right)^{7/2}Z^5\sigma_{th} \qquad h\nu \ll m_0c^2$$
$$\sigma_k = 1.5\alpha^4\left(\frac{m_0c^2}{h\nu}\right)Z^5\sigma_{th} \qquad h\nu \gg m_0c^2 \tag{3.1-22}$$

式中 $\sigma_{th} = \frac{8}{3}\pi\left(\frac{e^2}{m_0c^2}\right)^2 = 6.65\times10^{-25}\ \mathrm{cm}^2$ 为汤姆逊截面，α 为精细结构常量，其值为 1/137。σ_k 的表达式表明：

(i) σ_k 与介质的原子序数 Z^5 成正比，为利用 γ 射线与物质产生的光电效应，通过探测光电子来探测 γ 射线，选用高 Z 值的吸收介质对提高探测效率是十分有利的。

(ii) σ_k 随 γ 射线能量增高而减小，在低能区 σ_k 与 $(h\nu)^{-3.5}$ 成正比。σ_k 随 γ 光子能量增加而减小的总趋势可以这样理解：当 γ 光子能量刚好高于 K 壳层电子结合能时，相对于 γ 光子能量而言，K 壳层电子束缚得最紧，与原子 K 壳层电子发生光电效应的截面很大，当 γ 光子能量增加后，K 壳层电子束缚相对变弱甚至可视为“自由电子”，而自由电子是不能产生光电效应的，因而 σ_k 迅速下降。同样原因，在给定能量下，K 壳层电子相对于 L，M 等外壳层电子被原子束缚最紧，因而 K 电子发生光电效应截面最大。实验测量表明：L，M 等外层电子对光电效应总截面的贡献仅约 20%。

在光电效应中，光电子发射方向相对于 γ 光子入射方向不是各向同性的。图 3-7 以极坐标形式给出光电子在相对于 γ 光子入射方向的不同角度发射的概率。不同曲线上的数值代表入射 γ 光子的能量。可以看到：对于低能 γ 射线(20 keV)，光电子发射概率在接近垂直于 γ 入射方向最大，随着 γ 射线能量增加，最大概率逐渐趋向入射 γ 的方向。从图还可以看出：在 $\theta = 0°$ 或 180°方向没有光电子发射，这说明光电效应不是 γ 光子与自由电子间的碰撞。

(2) 康普顿散射

对于比较高能量的 γ 射线，能够忽略原子壳层电子的结合能而将它们视作自由电子，γ 光子可与这些自由电子发生弹性碰撞。图 3-8 为康普顿散射示意图。根据动量和能量守恒定律，可得散射 γ 光子能量 E_γ' 和出射康普顿电子动能 E_e 随散射光子出射角 θ 的变化关系，它们是

$$E_\gamma' = E_\gamma\Big/\left[1 + \frac{E_\gamma}{m_0c^2}(1-\cos\theta)\right] \tag{3.1-23}$$

$$E_e = \frac{E_\gamma^2(1-\cos\theta)}{m_0c^2 + E_\gamma(1-\cos\theta)} = E_\gamma\Big/\left[1 + \frac{m_0c^2}{E_\gamma(1-\cos\theta)}\right] \tag{3.1-24}$$

$$\cot\phi = \left(1 + \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}\right)\mathrm{tg}\frac{\theta}{2} \tag{3.1-25}$$

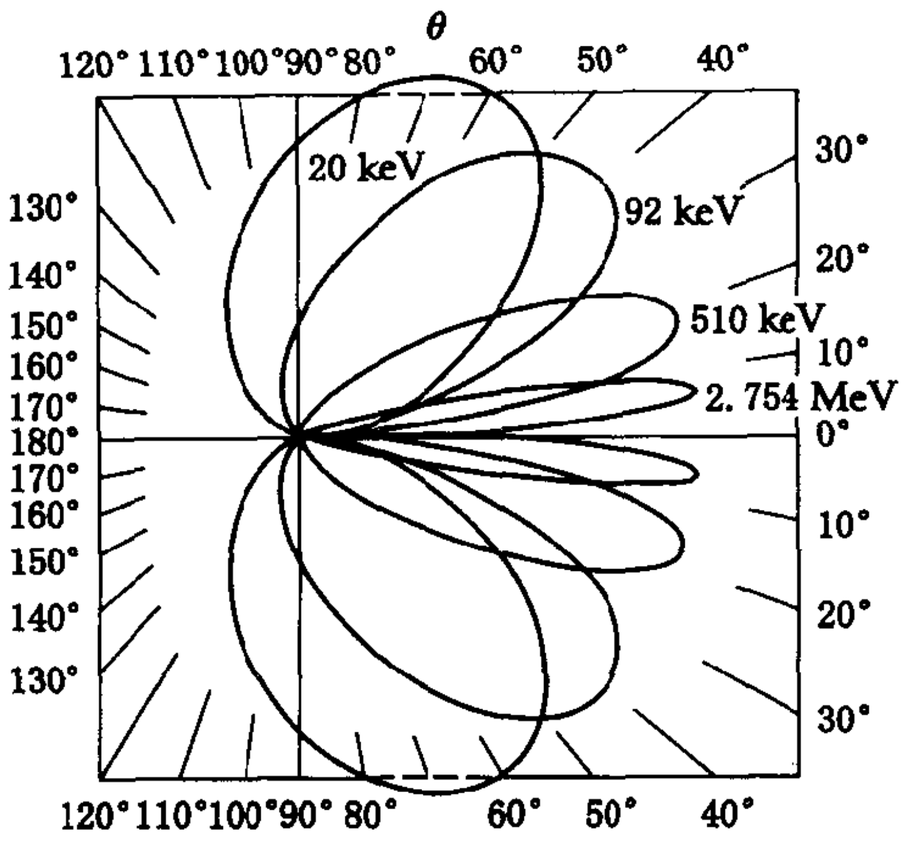


图 3-7　在光电效应中光电子发射角分布

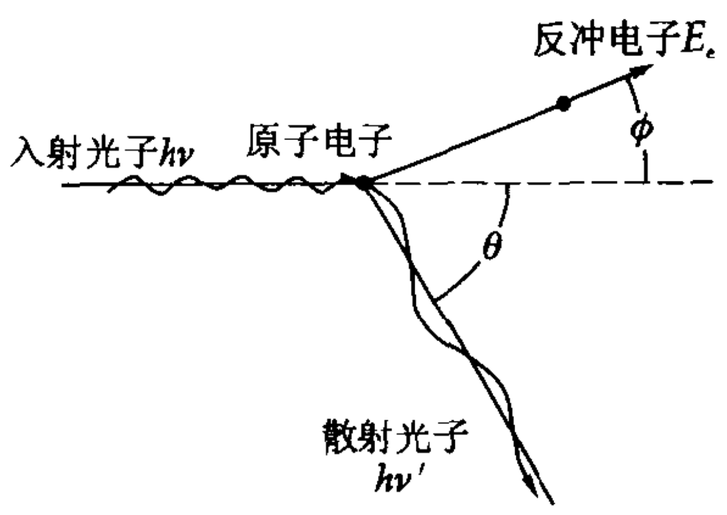


图 3-8　康普顿散射示意图

当 $\theta=0°$时 $E'_\gamma = E_\gamma$，$E_e=0$；$\theta=180°$时 $E'_{\gamma\min} = \dfrac{E_\gamma}{1+\dfrac{2E_\gamma}{m_0c^2}}$，$E_{e\max} = \dfrac{E_\gamma}{1+\dfrac{m_0c^2}{2E_\gamma}}$。可见对于单能 γ 光子，由于康普顿散射 γ 光子的出射角 θ 在 0°和 180°之间变化，其能量在 E_γ 和 $E'_{\gamma\min}$间变化。而康普顿电子只能在 90°和 0°间发射，其能量相应在 0 和 $E_{e\max}$之间连续变化，$E_{e\max}$称作康普顿边缘。康普顿电子在不同出射角发射概率是不同的，图 3-9 给出对于 $E_\gamma=0.510,1.20$ 和 2.76 MeV γ 射线计算得到的康普顿电子在不同出射角度的发射概率。可以看出：在 $\phi>90°$方向发射概率为 0，这是两个准自由粒子碰撞的一般特征。图 3-10 给出对于 $E_\gamma=0.510,1.20$ 和 2.76 MeV γ 射线产生康普顿散射电子的能谱。

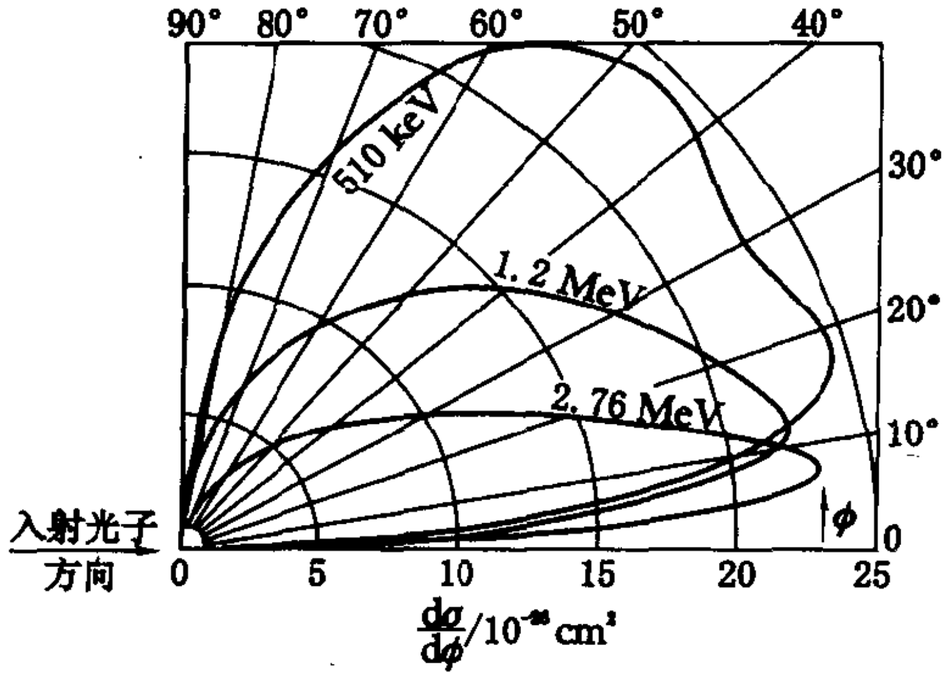


图 3-9　康普顿电子在不同发射角 ϕ 的发射概率 $d\sigma/d\phi$

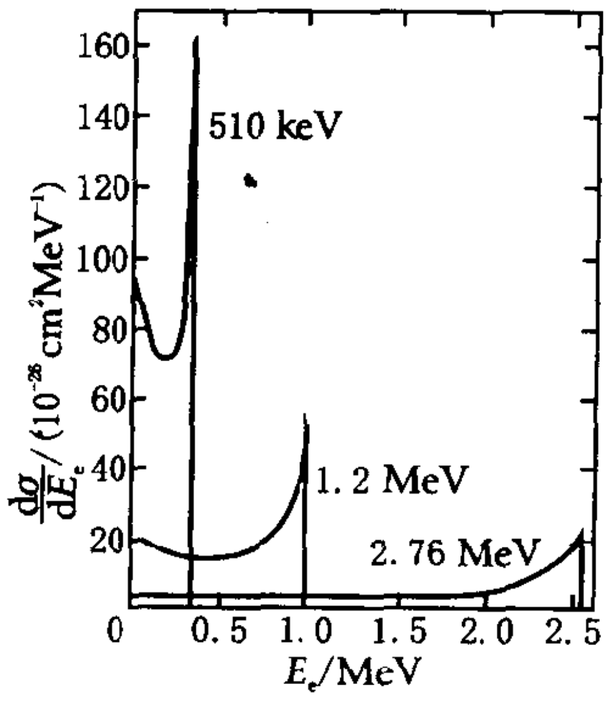


图 3-10　康普顿电子的能谱

最后，让我们给出康普顿散射的积分截面

$$\sigma_c = Z\pi\left(\frac{e^2}{m_0c^2}\right)^2 \frac{m_0c^2}{h\nu}\left(\ln\frac{2h\nu}{m_0c^2} + \frac{1}{2}\right) \quad h\nu \gg m_0c^2 \tag{3.1-26}$$

(3)电子对产生

一个 γ 光子的能量大于电子静止能量的 2 倍时,会在介质原子核库仑场中转换成一对正负电子,根据能量守恒定律有

$$h\nu = 2m_0c^2 + E_{e^+} + E_{e^-} \tag{3.1-27}$$

这过程称作电子对效应,它是高能 γ 与物质相互作用的一种主要方式。γ 光子的电子对效应必须要有第三者(如原子核)的参与以保证能量和动量守恒定律成立。

高能 γ 射线产生正负电子对的过程可以用狄拉克电子理论来理解。狄拉克关于自旋为 1/2粒子的相对论运动方程得到自由电子的能量本征值 $W = \pm(p^2c^2 + m_0^2c^4)^{1/2}$,具有正负能量的两个区域,即 W 值只可在 $-\infty$和 $-m_0c^2$ 或 $+m_0c^2$ 和 $+\infty$两区域取值,在 $-m_0c^2$ 和 $+m_0c^2$能区取值是禁止的。在平常状态下,所有负能量状态都被电子所填满,而且不能自发地跃迁到正能量状态。这时,所有负能级状态不给人们予任何可以探测的信号。当其一个能量 $E_\gamma > 2m_0c^2$ 的 γ 光子作用时 ,可能给处于负能级状态的一个电子予足够能量,跳过 $2m_0c^2$ 的能量禁区进入正能级区域,于是在 $+m_0c^2 \sim +\infty$正能级区出现一个通常的电子,与此同时在负能级区域留下一个“空穴”即认为产生一个正电子。

对于给定 E_γ 光子,在电子对产生过程中,正负电子的动能和是一定的。若能同时测定正负电子对的总能量,则可以知道 γ 光子能量。为探测正电子,人们广泛使用的方法是测量湮没辐射。因为正电子在介质中只有很短寿命,当它被减速至静止时会与介质中的一个电子发生湮没从而在彼此成 180°方向,发射两个能量各为 0.511 MeV 的 γ 光子,探测湮没辐射是判明正电子产生的可靠实验证据。

研究表明:电子对产生过程的截面与光子能量 E_γ 和阻止介质原子序数 Z 间有如下关系:

$$\begin{aligned} \sigma_p &\propto Z^2E_\gamma \qquad (h\nu > 2m_0c^2) \\ \sigma_p &\propto Z^2\ln E_\gamma \qquad (h\nu \gg 2m_0c^2) \end{aligned} \tag{3.1-28}$$

由电子对产生过程中动量守恒的要求,不难理解电子对出射方向应该趋于入射 γ 光子的方向,E_γ 愈大,正负电子出射方向愈向前,而且对称的位于入射光子方向两边。

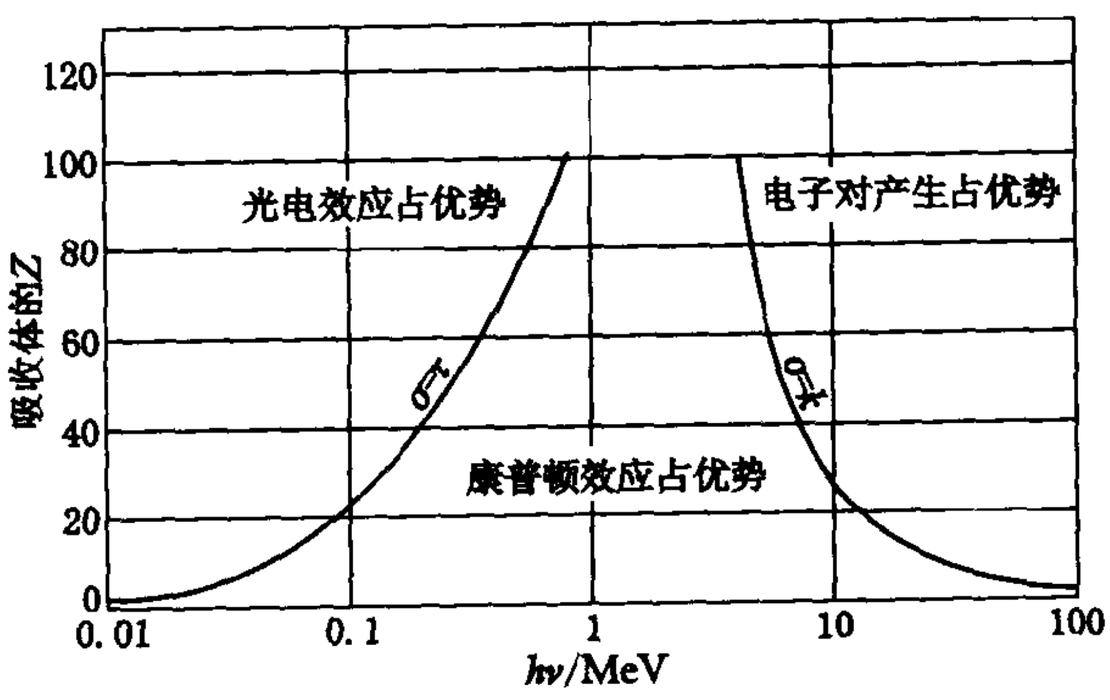


图 3-11 γ 射线产生光电效应、康普顿效应和电子对效应的相对重要性

前面,我们分别讨论了 γ 射线与物质相互作用的三种主要机制。实际上康普顿散射、光电效应总是同时存在的,当 $E_\gamma > 1.02$ MeV 时正负电子产生过程也会参与其中。图 3-11 给出对于不同能量 γ 射线和阻止介质,光电效应、康普顿散射和正负电子对产生三种机制的相对重要性。图中两条曲线分别代表 $\tau = \sigma$ 和 $\sigma = k$,即光电效应与康普顿散射和康普顿散射与电子对产生的贡献相等。可以认为低能 γ 射线在高 Z

介质中光电效应起主要作用，而中间能区康普顿散射有主要贡献，而仅对高能 γ 射线（≥10 MeV）和高 Z 介质，电子对效应才变成占压倒优势的过程。从γ射线的探测角度看，这些不同相互作用机制的同时存在，无疑会使对探测结果的解释变得复杂起来。例如 $^{137}Ba^{*} \rightarrow {}^{137}Ba$ 会发射 $E_\gamma = 0.661$ MeV 的 γ 射线，如果探测 0.661 MeV γ射线与物质相互作用产生的次级电子能量分布，则有如图 3-12 所示结果：光电峰 a，实际为 γ 被吸收的全能峰，相应能量 E_γ（光电子能量 $E_\gamma - B_i$ 再加上特征 X 射线或俄歇电子带走的能量 B_i，全部损失在吸收介质中），b 为康普顿散射边缘，相应于最大能量的康普顿散射电子

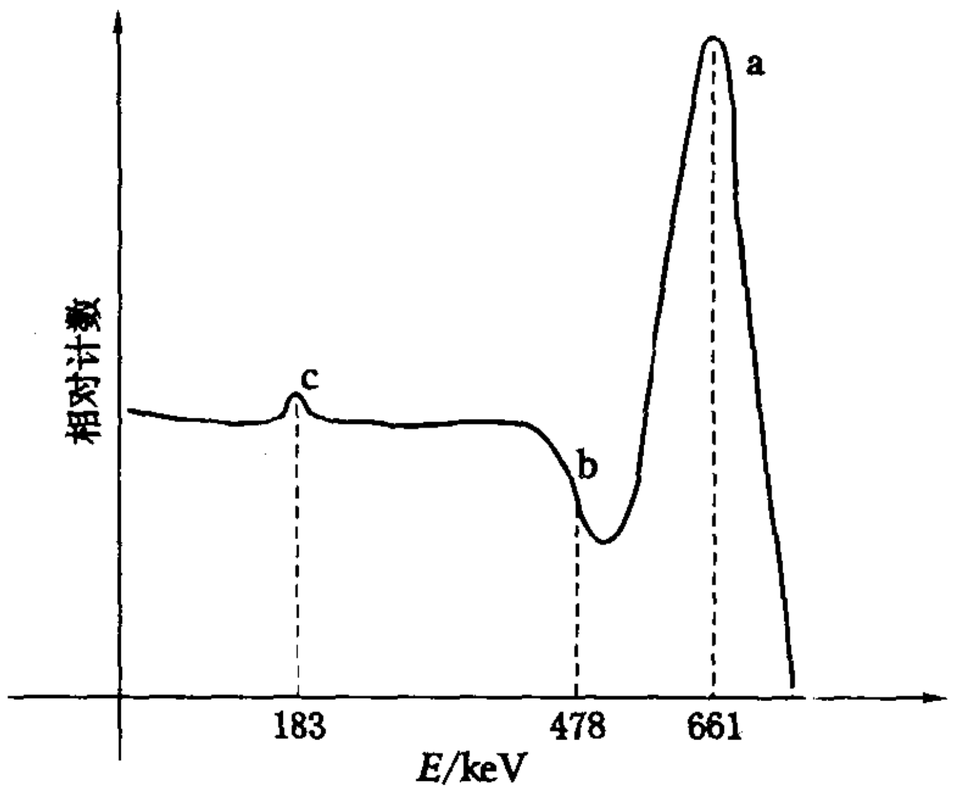


图 3-12　0.661 MeV γ射线产生的次级电子能谱

$$E_{cmax} = \frac{E_\gamma}{1 + \dfrac{m_0 c^2}{2E_\gamma}} \approx 0.478 \text{ MeV}$$

，c 代表康普顿散射中 180°反散射 γ 光子（$E_{\gamma min} = 0.183$ MeV）形成的光电峰。如果初始 γ 光子能量高于 1.02 MeV 还会出现由电子对效应引起的次级电子。

§3.2　核辐射探测器

核辐射探测器是通过核辐射与物质相互作用提供有关核辐射信息并对其进行分析处理的实验仪器。它由探测器本身和测量仪器设备两部分组成。射线与物质相互作用发生在探测器内，提供有关核辐射的丰富信息。与探测器配套的测量设备的功能则是对信号进行分析处理。不同类型探测器的主要特征是利用核辐射与物质相互作用的不同过程。基于核辐射在阻止介质中的电离效应构成最为庞大的电离型核辐射探测器，包括气体电离室、正比计数器、盖革-米勒计数管、半导体探测器、云室、火花室和径迹探测器等。带电粒子在这些探测器中直接产生电离，γ 射线，中子等不带电粒子则是先与物质相互作用产生带电的次级粒子后再在探测器中产生电离。在另一类探测器中，核辐射与物质相互作用使阻止介质的原子或分子激发，分解起着重要的作用，如闪烁探测器、核乳胶等。总之，几乎可以认为，通过任何一种相互作用都有可能设计一种核辐射探测器，如目前在高能物理中广泛使用的切连科夫计数器就是利用高速带电粒子，对大量阻止原子的极化效应，在退极化时产生干涉加强的连续波长可见光。

核辐射探测器还可按其工作状态分类成脉冲型和平均电流型探测器。脉冲型探测器响应于单个核辐射粒子与介质的相互作用。它输出的每个脉冲信号代表一个射线粒子与介质相互作用的结果；平均型探测器的输出信号则是大量射线粒子与探测器相互作用的平均效果，不企图区分单个射线粒子的效应。在核反应堆、核电站等核设施运行中，为监测、控制正常工作状态和核辐射剂量防护等目的，使用大量的平均型探测器，如电流电离室，其输出电流强度正比于单位时间射入探测器的核辐射粒子数目。

核辐射探测器按其功能来分类，有简单的计数器和能谱仪。前者只能提供入射核辐射粒

子的数目,确定核辐射的有无及其强弱,它不能鉴别核辐射种类,也不能确定射线粒子的能量或能量分布。能谱仪型核辐射探测器则可详细按能量将核辐射粒子进行分类,给出不同能量的核辐射粒子数目。另外还有位置灵敏探测器和时间探测器,前者给出核辐射的空间入射方向或空间位置分布的信息,后者则可给出核辐射到达或穿过探测器的时间信息或不同核辐射粒子间的时间顺序及关联信息。在高能物理和中高能重离子核反应实验中,往往需要成百上千具有上述各种功能的探测器,在计算机统一操纵下协同工作构成一个多探测器系统以尽可能完全地提供有关一个物理事件的各种参量。

本节只介绍几种常用的核辐射探测器的工作原理,而且重点放在探测器本身,关于分析处理探测器输出信号的电子电路部分可参看有关核电子学教科书。

1. 气体探测器

气体探测器是一类很古老的探测器。它具有一些不能由其他探测器替代的突出优点:探测器灵敏体积大小和形状几乎不受限制,没有核辐射损伤或极易恢复以及运行经济可靠等。虽曾一度有过被闪烁探测器和半导体探测器取代的危险,但 70 年代以后又有很大发展,特别在高能物理和中能重离子核物理研究中有着广泛的应用。气体探测器通常包括三类处于不同工作状态的探测器:电离室、正比室和雪崩室。它们的共同特点是通过收集射线穿过工作气体时产生的电子-正离子对来获得核辐射的信息。图 3-13 为气体探测器示意图。在具有中心丝作为阳极的金属圆筒容器内充以工作气体[如 Ar(90%) + CH_4(10%)],当一个射线粒子进入灵敏体积内,由于与工作气体分子作用产生电子离子对数目 N,在收集电场作用下,正离子和电子分别向内壁和中心丝运动。当 RC 时间常量比电荷收集时间长得多的条件下,收集全部离子对数目随所加工作电压 V 的变化曲线表示在图 3-14 内。图中曲线 1 和 2 分别代表具有不同比电离的 β 和 α 粒子。曲线显现五个不同区域:

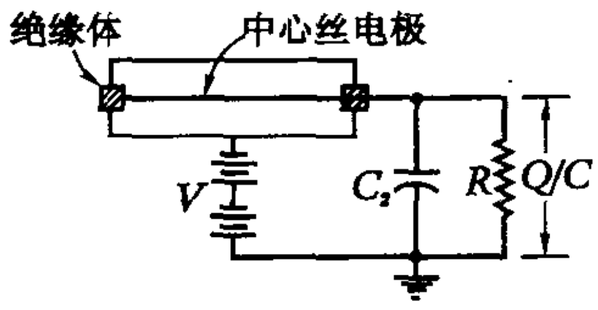


图 3-13　气体探测器示意图

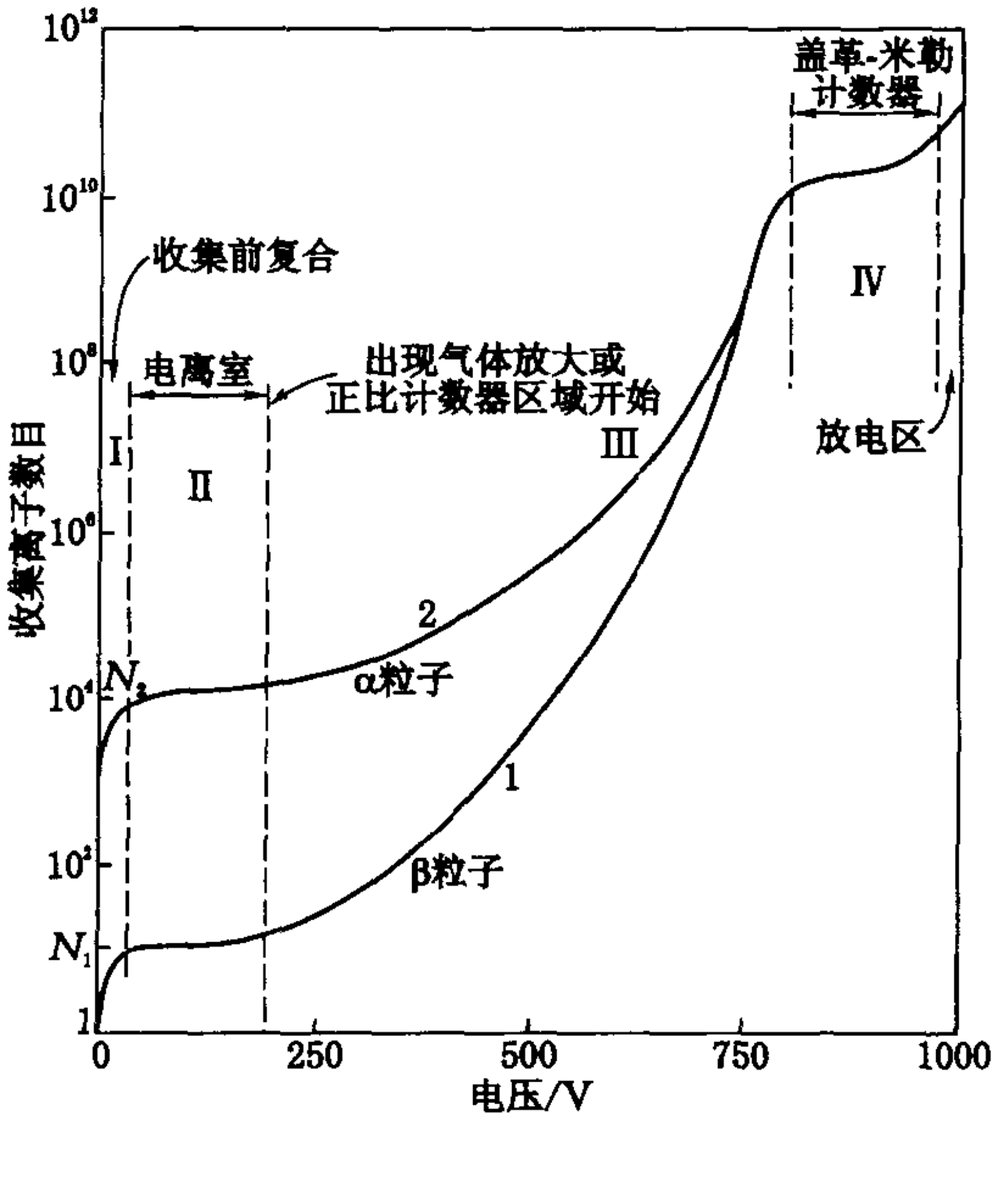


图 3-14　气体探测器的不同工作区域

Ⅰ区:收集的离子对数目随收集电压而增加。表明在Ⅰ区域内收集电压还不够高,射线粒子在工作气体中产生的电子-正离子对由于复合损失而未被完全收集。

Ⅱ区:称饱和区或电离室区。在Ⅱ区,收集电压实现了对射线粒子在工作气体中产生离子对的完全收集,因而,在一定的电压变化范围内,收集离子对数目不随工作电压而变化,电离室就工作在这个区域,对 α 和 β 粒子,收集的电荷及输出电压幅度分别为 $Q_2 = N_2 e, \Delta V_2 = \frac{N_2 e}{C}$;$Q_1 = N_1 e, \Delta V_1 = \frac{N_1 e}{C}$,应该正比于射线粒子在工作气体中损失的总能量。例如 5 MeV 的能量损失,全部收集所产生的电离(假定在

工作气体中产生一离子对，所需能量为 30 eV)，其总电荷 $Q=\frac{5\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}}{30}\text{C}=2.67\times10^{-14}\text{ C}$；当输出电容 $C=20\times10^{-12}\text{ F}$ 时，输出电压信号幅度 $\Delta V=\frac{2.67\times10^{-14}}{20\times10^{-12}}\text{V}\approx1.33\text{ mV}$。可见，电离室输出电信号幅度是很小的。无论对于平均电流型电离室还是电压脉冲型电离室其测量部分都必须对输出信号进行放大约($10^3\sim10^5$)倍！

电离室对入射核辐射的时间响应受到正离子和电子收集时间的限制。收集时间由正离子和电子在工作气体中的漂移速度决定。在通常情况下，电子漂移速度可比正离子高三个量级一般可达 10^6 cm/s，正离子漂移速度在一定范围内正比于收集电场强度而反比于气体工作气压，一般为 10^3 cm/s。可见，电离室具有较慢的时间特性，其值一般在几十微秒至几百微秒之间。

Ⅲ区为正比或限制正比区。在电离室区后，如果再增加工作电压，收集到的离子对数目又会重新随 V 增加而增大，但在开始区域，收集离子对数目仍保持与射线粒子在工作气体中产生的初始比电离成正比，这就是正比区。随后再增高收集电压时，对于具有更大比电离的 α 粒子，收集离子对数随电压增加变缓，而对 β 粒子则增加得更快，这表明进入了限制正比区。无论在正比区还是限制正比区，因为工作电压足够高，在中心丝阳极附近出现了高电场，当射线粒子在工作气体中产生的电子漂移到中心丝附近时，在平均自由程中获得的能量足以进一步电离与之碰撞的气体分子，所以最后收集到的离子对总电荷量不再等于射线粒子产生的原始电荷量 Q，而由于气体放大过程，使收集的总电量变为 MQ，M 称为气体放大倍数。在正比区，M 与射线粒子的原始比电离无关，只决定于工作电压，收集的总电量 MQ 仍保持着与射线粒子在灵敏体积内产生的总离子对数目成正比。但在限制正比区，这种严格的正比关系不再保持。通常的正比室都工作在正比区，气体放大倍数 M 可高达 10^4。由此带来的好处有：首先大大增大了气体探测器输出信号的幅度。这不仅减少了噪声的影响、提高了信噪比，而且简化了所需的测量设备。正比室十分适合于探测电离本领小的射线粒子如 β 粒子，甚至软 X 射线。其次，由于工作气体中电场强度增加，离子漂移速度得以提高，探测器的时间响应明显改进，可达几微秒，有利于探测强度更高的核辐射。但是，因为气体放大倍数对工作电压十分灵敏，工作电压微小变化会较大地影响探测器的输出信号。

Ⅳ区为雪崩区，盖革-米勒计数管和雪崩室就工作在这个区域。在这个区域内，收集的离子对数目根本与射线粒子在工作气体中产生的比电离无关，即使在工作气体中只产生一对离子对，收集的离子对数目也是很大的，其数值完全由气体探测器本身的特性及相随电子学电路来决定。显然工作在这区域的气体探测器只能用作计数、显示有无射线粒子进入探测器，根本无法分辨射线的种类和能量。但是，因为这种探测器的输出信号很大，可达伏的量级，灵敏度高，不需要放大就可直接用作计数，因而简单、经济。另外因为它有快的时间响应，在许多场合被广泛用来提供时间信号和触发信号。

下面，让我们更详细地介绍脉冲电离室和正比室。

(1) 脉冲电离室

虽然脉冲型和平均型电离室的工作都依赖于收集电离辐射在其灵敏体积内产生的离子对，然而因为脉冲型电离室用作研究电离辐射的单个粒子，电荷收集过程的细节具有重要意义。如果只要得到电离辐射的粒子数目，对脉冲的要求相对来说是简单的。只需脉冲幅度超

过与之相连的放大器下阈，而脉冲宽度足够窄以便允许区分随后到来的下一个脉冲就可以了。如果希望研究时间关系，则需知道电离辐射粒子到达电离室并产生脉冲的时间。如果进行能量测量，则需知道脉冲幅度和在其灵敏体积中电离数量的关系。

考虑图 3-13 所示连接于放大器输入端的电离室。在静态时收集极中心丝电压 $V=0$。设在 $t=0$ 时刻，具有 $+Ne$ 和 $-Ne$ 电荷的 N 对离子对在电离室中某点产生，负离子向收集电极运动而正电荷则向负压电极运动。在正负电荷达到各自电极时，这些电荷将被收集，从而改变储存在电极上的电荷。在足够长时间后，完成通过外接电阻 R 放电，收集电极的电压又重新回到原来的静态状态 $V=0$。我们希望知道的正是在这过程中 V 如何随时间的变化关系 $V(t)$。假定 t_+ 和 t_- 分别代表收集正负离子所需的时间，这些时间主要依赖于正负离子漂移速度和走过的距离。对于正、负离子，t_+ 和 t_- 有相同量级，对于正离子和自由电子 $t_- \ll t_+$，当其连接电路时间常量 $RC \gg t_+$ 时 $V(t)=q(t)/C$，其中 $q(t)=q_+(t)+q_-(t)$ 代表正负离子在收集电极上产生的净电荷。需要强调，并非正负离子被收集时才影响净电荷 $q(t)$。实际上即使在被收集之前，只要正负离子定向运动时也会通过感应电荷来影响 $q(t)$ 值。当 $t_- < t < t_+$ 时负电荷达到收集电极，使 $q_-(t)$ 变为 $-Ne$，于是 $V(t)=\dfrac{q_+(t)-Ne}{C}$。当正离子达到高压电极被收集时 $q_+(t)=0$，$V(t)=-Ne/C$。可见，仅当所有电荷都被收集后，$V(t)$ 才达到 $-Ne/C$ 值。图 3-15 定性给出随着 Ne 电荷被收集，$V(t)$ 的变化形状。这里假定了 Ne 电荷都产生在同一地点，当初始电离分布在一个空间区域时，因为对于不同离子对 t_- 和 t_+ 会发生变化，在 t_- 和 t_+ 处的不连续性会趋于消失。

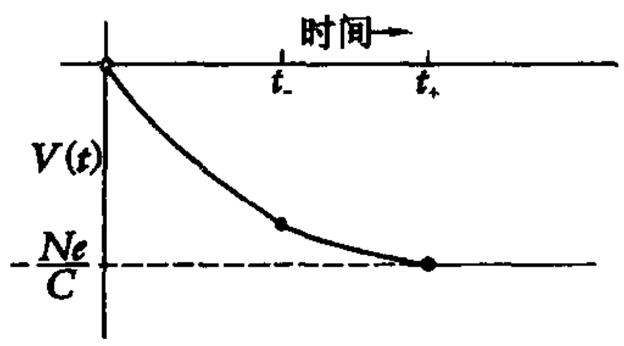


图 3-15　脉冲电离室的电压脉冲形状

由上面讨论，脉冲电离室在放大器输入端产生脉冲形状决定于原始电离离子对在收集电极上产生感应电荷随时间的变化。下面，让我们更定量地讨论平行板脉冲电离室的电压脉冲形状。当平行板电极线度远大于其间距 d 时，整个灵敏体积都可视为均匀电场，如图 3-16 所示。假定 $t=0$ 时刻在 $x=x_0$ 处有 N 对正负离子产生，正负离子在分别向高压电极（处于负高压）和收集电极漂移时，t 时刻在收集电极上产生的感应电荷为

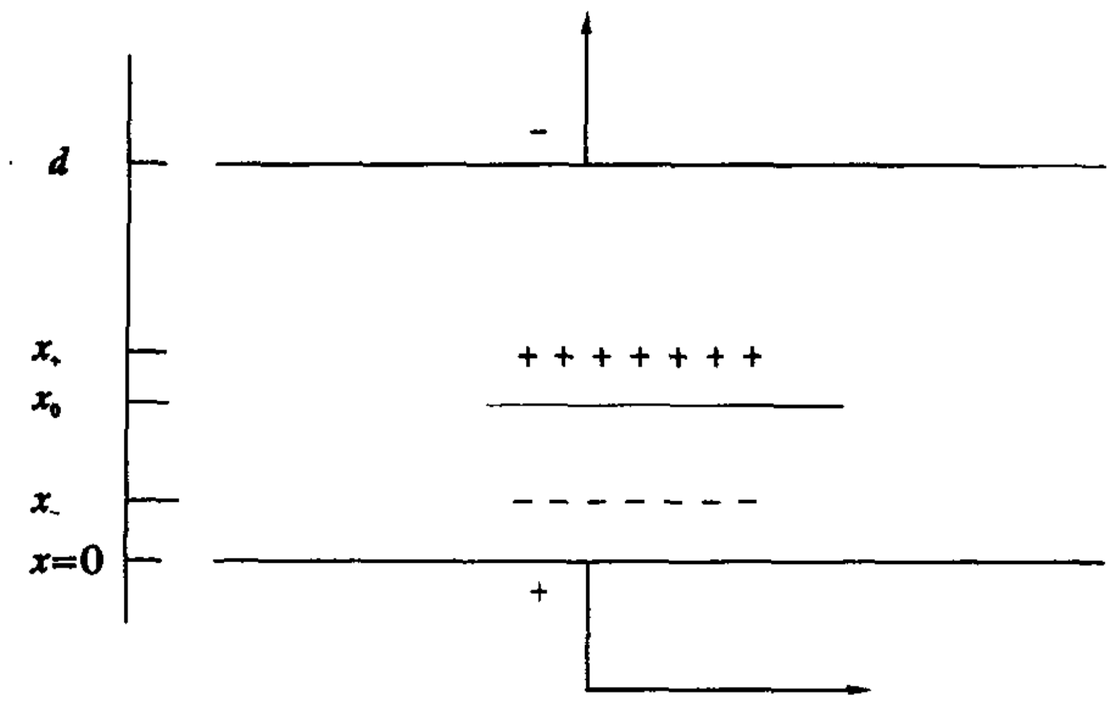


图 3-16　平行板电离室内电子-离子对的运动

$$q(t) = Ne\left(\frac{d - x_+}{d} - \frac{d - x_-}{d}\right) \tag{3.2-1}$$

其中 $x_+ = x_0 + \omega_+ t$，$x_- = x_0 - \omega_- t$，ω_+ 和 ω_- 分别是正离子和电子的漂移速度，x_+ 和 x_- 则分别代表正离子和电子在 t 时刻的位置。在收集电极(处零电位)上相应电压变化为

$$V(t) = \frac{Ne}{c}\left(\frac{d - x_+}{d} - \frac{d - x_-}{d}\right) \tag{3.2-2}$$

可见正负离子漂移速度决定脉冲上升快慢和宽度。在离子脉冲电离室中$\left(t \geqslant \frac{d - x_0}{\omega_+}\right)$，收集的是正负电荷所形成输出脉冲，其优点是脉冲高度正比于初始离子对数 N，而与在室中原始离子产生地点无关。在通常几何尺寸和工作气压下，正离子收集时间为几毫秒，为此与之相连输出电路的 RC 值必须至少取为 10 ms，这就限制了它只适用于低计数率情形(≤100 计数/s)。在电子脉冲电离室中，使用几乎不俘获自由电子形成负离子的工作气体，选择电路 RC 值远小于t_+而稍大于电子收集时间 t_-，典型值约(10～20) ns，这时可以认为电子已被收集而正离子几乎还未动，输出电压脉冲形状为

$$V(t) = \frac{Ne}{c}\left(\frac{-x_0 + x_0 - \omega_- t}{d}\right) = \frac{-Ne\omega_- t}{cd} \tag{3.2-3}$$

亦即 $V(t)$开始随时间 t 线性增加，直至电子完全被收集时，$V(t) = \frac{-Nex_0}{cd}$。这里，输出脉冲幅度 $V(t)$并不仅仅正比于 Ne，而与 N 对离子对产生地点 x_0 相关，所以它不能作为辐射粒子在工作气体中能量损失的量度。为了克服这问题，人们设计了如图 3-17 结构的屏栅电离室。这里栅网屏蔽正离子运动在阳极上的感应电荷，适当选取栅网网格大小和栅丝直径，并仔细调整阳极与栅网间电位差，使电子能穿过栅网而不被它俘获。于是，仅当在工作气体中产生的电子漂移通过栅网后，才会在阳极上观测到脉冲信号，而且脉冲高度正比于原始电离电荷 Ne 而不再与产生位置有关。

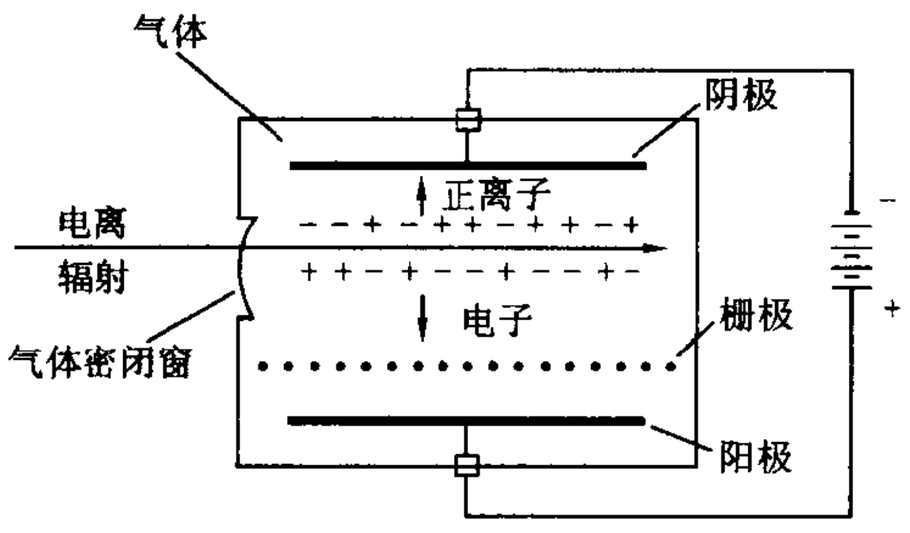


图 3-17　屏栅电离室结构示意图

(2) 正比室

正比室的重要特点是在收集由电离辐射产生的原始电离过程中存在气体放大效应，亦即当自由电子在向收集电极漂移时，由于存在足够强的电场，电子在平均自由程中获得的动能超过与之碰撞的中性气体分子电离能，所以会在工作气体中产生附加的电子-离子对。目前已经使用过多种电极结构来提供这类正比性气体放大，其中最广泛使用的电极结构如图 3-18 所示。阴极可以直接是金属管壳，也可是在玻璃管壳内壁上的金属镀层，其材料为高脱出功的金属如不锈钢、钢、镍等。因为细钨丝具有高强度和均匀性，经常用直径几十微米粗的钨丝作阳极。在这种电极结构下，电场强度分布为

$$E(r) = \frac{V}{r\ln(b/a)} \tag{3.2-4}$$

式中 V 为阳极和阴极间的电位差，a 和b 分别代表阳极丝半径和阴极内半径。$E(r)$随距中心丝距离减小而急剧增强。原始电离的自由电子当漂移至中心丝阳极附近时就会引发气体放

大,结果在中心丝附近形成自由电子和正离子构成的等离子体鞘。由于电子具有高迁移率且就在中心丝周围,所以被很快收集,随后正离子开始向阴极运动,在中心丝阳极上感应出电荷,选取输出电路时间常量 RC 值小于正离子收集时间,所以正比室的输出脉冲窄且其幅度正比于电离辐射在工作气体中产生的原电离而与产生位置无关,特别适合于测量低电离辐射粒子的能量,而且可以忍受较高的计数率。

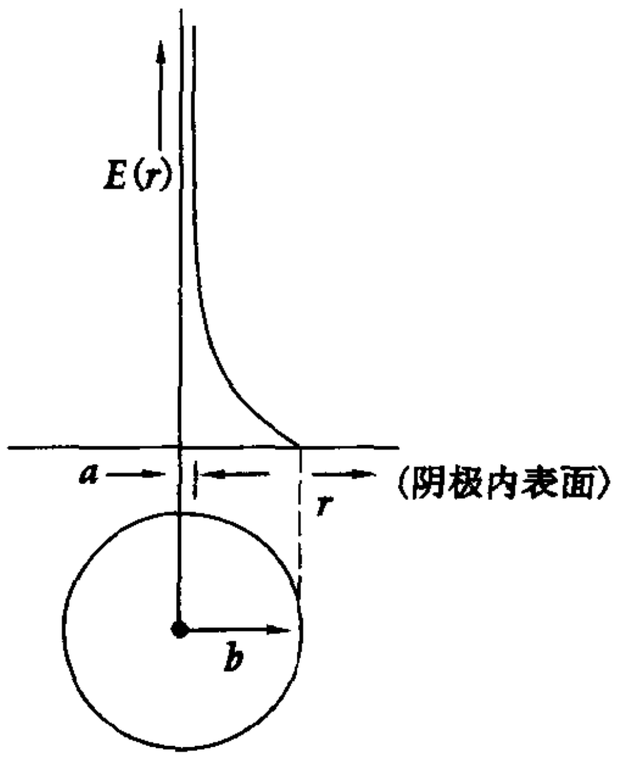


图 3-18　单丝正比室及其电场分布示意图

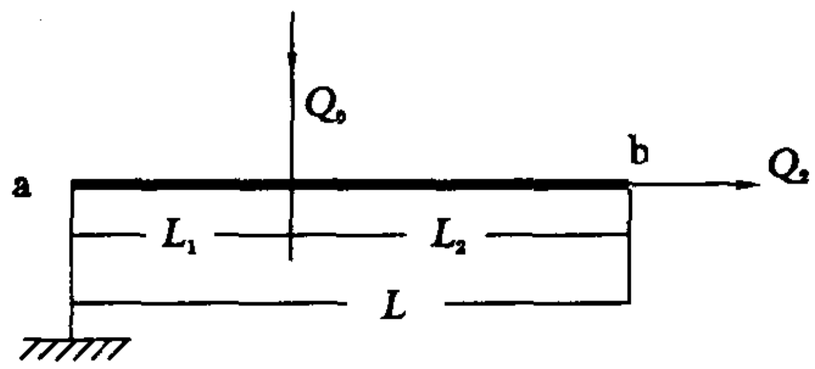


图 3-19　一维位置测量示意图

多丝正比室是单丝正比室的重要发展。阳极是由一些平行的等间距的金属细丝组成,固定在一个绝缘框架上并与一个平面阴极平行地安置在一起。每根阳极丝有自己独立的脉冲信号的处理电子电路。我们可以粗略地把它看成是由多个单丝正比室并联而成的。它不仅具有更高的探测效率,而且还具有好的时间特性(几百皮秒)及空间分辨(毫米量级)。在技术上建造灵敏面积高达平方米量级的多丝正比室已不困难。事实上,这种大灵敏面积的正比室已经成为 X 射线天文学研究的重要手段,可将它载入宇宙飞船用作太空的 X 射线探测器。工作在限制正比区的多丝正比室能够提供入射粒子的位置和时间信息。雪崩式的气体放大现象只发生在入射粒子的径迹附近,被"点火"的阳极丝的脉冲信号可提供一维位置信息。一维的位置信息还可以由图 3-19 的原理图读出。一根阳极丝的某一点收集到的信号电荷 Q_0 会分两路分别流向两端点 a 和 b,在端点 b 测得的电荷 Q_2 不仅与总的信号电量 Q_0 有关,而且还与相应电阻分额有关:

$$Q_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} Q_0 \approx \frac{L_1}{L_1 + L_2} Q_0 \tag{3.2-5}$$

式中第二等号是假定阳极丝的粗细均匀的情形,电阻与其相应长度成正比。这种两维位置灵敏的大面积正比室在医学和其他成像用途方面有着很好的应用前景。譬如现在使用的 X 胶片成像方法,由于感光灵敏度不高,患者需接受高的 X 射线剂量,而且成像清晰度不高。在重离子核反应中广泛使用两维位置灵敏正比室,它能同时提供入射带电粒子的多个参量:到达时间信号(精度几百皮秒)、能量损失信号(精度 10%～20%)以及 X, Y 入射方向的位置信号(毫米量级)。

2. 闪烁探测器

核辐射与物质相互作用会使阻止介质原子被激发,当这些被激发原子退激回到其基态时会发射光脉冲即称作闪烁。基于这种现象来探测核辐射的器件称作闪烁探测器。早在 20 世纪初卢瑟福就利用这个探测方法完成了观测 α 粒子被不同元素组成箔片的散射实验,成功地建立了原子的核式结构模型。卢瑟福当时使用的古老的闪烁探测器,只是一块 ZnS 粉末屏,当被散射的 α 粒子轰击到 ZnS 屏时,通过显微镜用人眼直接可观测到产生的微弱闪光。记录闪光数目就得到轰击 ZnS 屏的 α 粒子数目。实际上,这种最古老的闪烁探测器只能确定有多少核辐射粒子打到了 ZnS 屏上,即作为计数器使用,而不能知道 α 粒子的能量,也不能确定入

射粒子就是α粒子。

尽管现代闪烁探测器基于相同的物理过程,但由于科学技术的长足进步,与古老闪烁探测器相比,在许多方面都发生了根本性的变化。它不仅能用于确定核辐射的存在及强弱,而且能测定入射粒子的能量或能量分布甚至可鉴别其种类。目前,闪烁探测器已成为有效而最具广泛适用性的核辐射探测器之一,几乎可以用于核辐射的各种场合及对各种核辐射的探测。

图 3-20 是现代闪烁探测器的组成示意图。核辐射进入闪烁体后激发其组成原子或分子引起闪烁,闪烁光向四周发射,为有效地收集这些光,在闪烁体周围除留一窗以外都包上光反射层,以期射向四面八方的光线最终都能从窗口射到一个光灵敏表面即光电倍增管的光阴极,经过光电效应产生光电子。光电倍增管的另一作用是让初始光电子经过多个倍增电极发生电子数目倍增,在光电倍增管阳极上获得足够大的电流或电压脉冲,得到的电脉冲最后被输入到分析处理和测量的电子学系统。在有些场合,闪烁体出射窗口在形状和大小都无法与光电倍增管光阴极相匹配,这时,需要在闪烁体和光电倍增管光阴极间插入一光导,其几何形状分别与闪烁体和光阴极很好匹配,以减小光子损失。

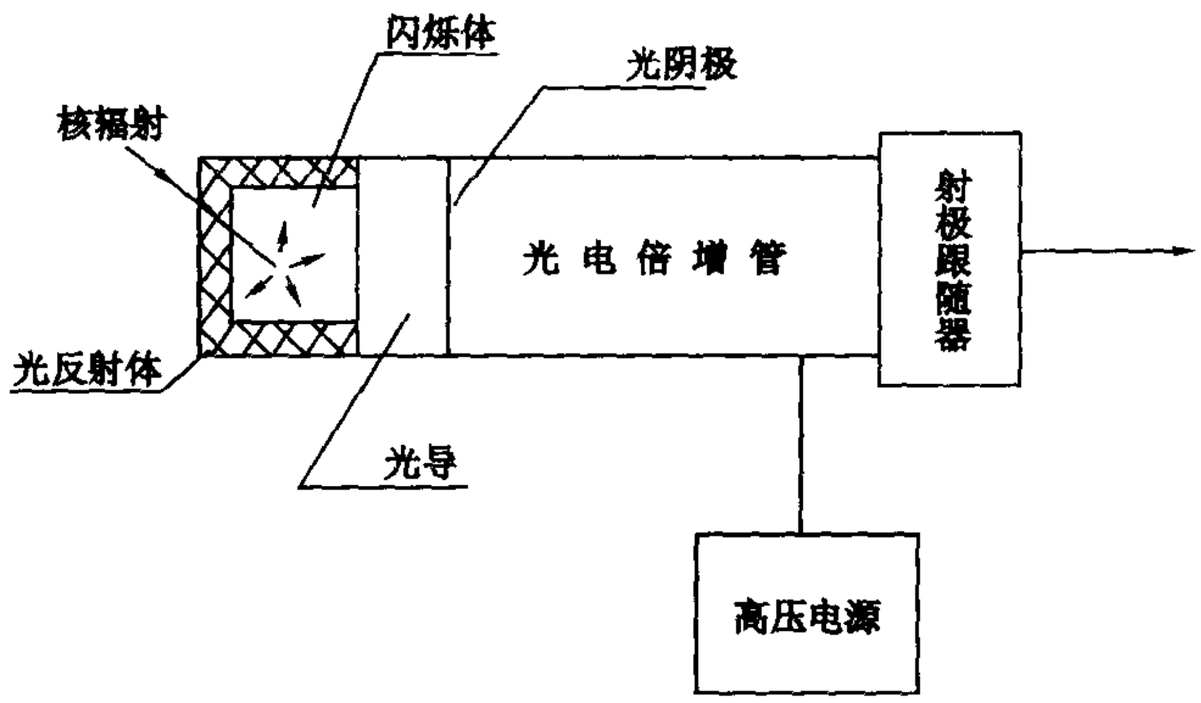


图 3-20　闪烁探测器的示意图

为了更好了解闪烁探测器的工作过程,我们将上面的定性描述分解为六个独立而又相衔接的过程:a) 闪烁体对核辐射的吸收及其组成原子的电离和激发;b) 在闪烁体中光脉冲的产生即通过荧光过程将射线在闪烁体的损失能量转换成发射光子的能量;c) 闪烁光子尽可能有效地从闪烁体传输到光电倍增管的光阴极;d) 光子被光阴极吸收通过光电效应产生光电子;e) 光电倍增管对电子进行倍增后,在阳极上获得电流或电压脉冲;f) 对光电倍增管输出电信号进行处理分析最终获得测量数据。设 n_e 代表在一次闪烁中光电倍增管光阴极发射,并被第一个倍增电极收集到的光电子数目,M 为光电倍增管的电子倍增系数。于是,光电倍增管输出的总电荷量 Q 为

$$Q = Men_e \tag{3.2-6}$$

其中

$$n_e = EF_n C_{np} T_p F_p S_m f F_c \tag{3.2-7}$$

这里,E 代表入射核辐射粒子的能量,F_n 代表闪烁体吸收核辐射总能量的份额,C_{np}代表在闪烁体中核辐射消耗能量被转换成光能量的效率,有人称为闪烁体的固有效率。因为闪烁体受

激后所发光谱是连续谱，所以 $C_{np}=\int_0^{\infty} C_{np}(\lambda)\mathrm{d}\lambda$，$C_{np}(\lambda)$则为闪烁体发射波长为 λ 的光子固有效率，对不同核辐射与不同闪烁体 $C_{np}(\lambda)$是不同的。T_p 为闪烁体对本身所发闪烁光的透明系数，F_p 代表 $T_p=1$ 时能够达到光电倍增管光阴极的光子份额，显然它的数值取决于闪烁体光反射层品质、光导透明度以及光所经过不同介质界面的损失情况。S_m 代表光阴极在最灵敏波长的灵敏度，其数值表示射在光阴极上单位电子伏特的光能释放出光电子数目。f 代表光阴极光谱灵敏度与闪烁体发射光谱分布的匹配程度，$f=\frac{1}{C_{np}S_m}\int_0^{\infty} C_{np}(\lambda)S(\lambda)\mathrm{d}\lambda$，$S(\lambda)$代表光阴极对波长为 λ 的光的灵敏度。F_c 代表光电倍增管第一倍增电极收集光电子的份额。实际上，上式中 8 个因子可进一步组合成三部分，EF_nC_{np}代表了在闪烁体中入射粒子能量转换成光能的数量，而 T_pF_p 则代表在全部光中有多大份额到达光电倍增管的光阴极，最后 S_mfF_c 代表每单位光能照射光阴极时，能够被第一个倍增电极收集的光电子数目，因为光电倍增管有很大的倍增系数 $10^4\sim10^9$，只要光阴极发射的光电子中有一个能被第一个倍增电极收集，在光电倍增管阳极就会有一个足够幅度的电信号输出。显然，在挑选闪烁探测器的各种部件及在组装和调试过程中，需根据具体的核辐射探测权衡上述各个因子使其乘积达到最大值，亦即能在光电倍增管阳极输出大的信号获得最佳信噪比。在希望用闪烁探测器测定核辐射粒子的能量分布时，还需使其总的输出电荷量 Q 与核辐射在闪烁体中的能量损失成正比，亦即要保证 M，C_{np}，T_p，F_p，S_m，f 和 F_c 这些因子与能量损失无关。

下面让我们分别对闪烁体和光电倍增管作一些更详细的讨论。

(1) 闪烁体

目前已有许多种物质可以用作闪烁体，即它们都能在核辐射作用下发出光脉冲。它们可以是无机闪烁体或有机闪烁体，前者的主要特征是包含有重元素，而后者的主要成分是芳香族碳氢化合物。一般说来，作为一种好的闪烁体应具有如下性质：a) 能高效率地将核辐射能量转换成荧光辐射能量。b) 对自己发射的荧光辐射是透明的。c) 荧光辐射的衰减时间短，所以一个入射粒子引起的光脉冲非常快，允许用于高计数率场合而避免重叠效应，也有利于用作获取核辐射粒子时间信息的时间探测器。在一级近似下，核辐射粒子到达探测器后 t 时刻发射光子数目 n_p 通常可用一个简单的函数形式来描述：$n_p=n_{p\infty}(1-\mathrm{e}^{-t/\tau})$，衰减时间 τ 代表发射光子总数的$(1-\mathrm{e}^{-1})$即 63%所需的时间。一般来说，有机闪烁体的 τ 值为 10^{-9} s 量级，而无机闪烁体闪烁衰减时间要长(10～100)倍。d) 闪烁体的发射光谱应与可用的光电倍增管光阴极的响应相匹配。图 3-21 给出几种典型闪烁体的发射光谱，从中可以知道某种闪烁体发射光谱的波长范围、发射概率最大的波长值等，据此来选择与之最佳匹配的光电倍增管。除此之外，闪烁体还有其他的性质如密度、物理及化学性质、几何尺寸和形状的适应性等，对它们的要求会因探测器应用于不同场合和目的而发生变化。例如为有效地探测高能量粒子，闪烁体应具有大的体积，对于低能且穿透本领小的重带电粒子的探测，闪烁体应做得薄而小，既可获得接近 100%的效率，又可以足够精确地确定入射粒子的位置。另外薄而小的闪烁体还可组装成点阵形式如探测带电粒子的 4π 球等多探测器系统。再如在讨论核辐射与物质相互作用时，我们知道对 γ 射线的探测是基于 γ 光子与阻止介质原子发生的光电效应、康普顿效应和电子对产生效应来产生次级电子，为提高对 γ 的探测效率使用具有高 Z 值和密度较大的无机闪烁体是必要的。含有少量杂质(称激活剂)铊(Tl)的 NaI 无机单晶即 NaI(Tl)晶体就是最经常用

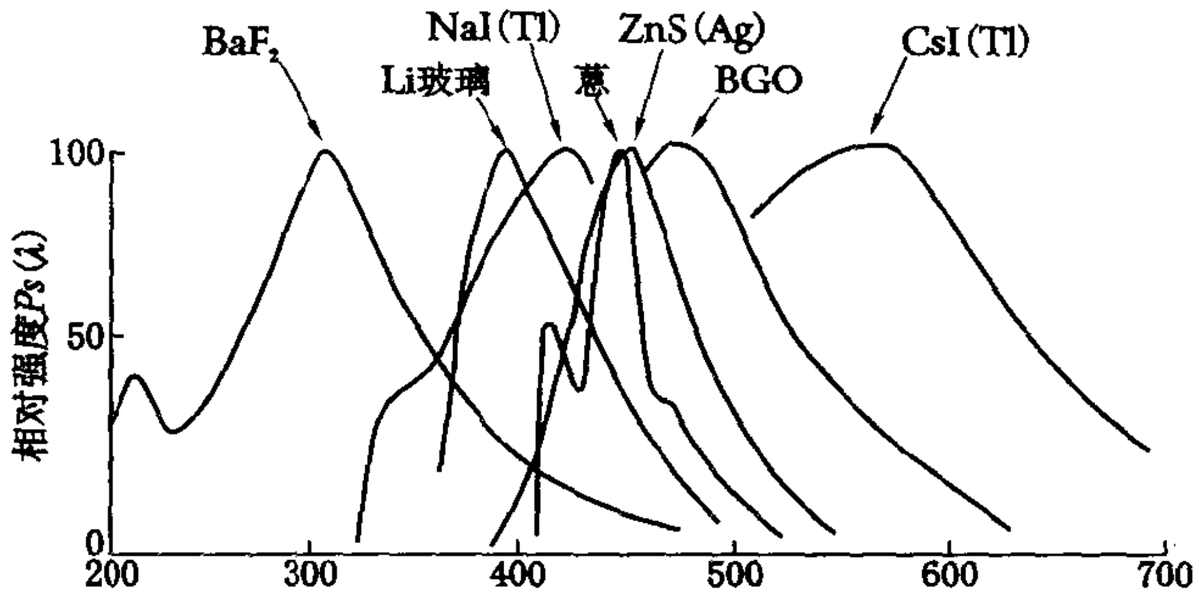


图 3-21　几种典型闪烁体的发射光谱

来探测 γ 射线的闪烁体，密度为 3.67 g/cm^2，重元素碘($Z=53$)的重量比约 8.5%，对 γ 射线的光电效应、康普顿效应和电子对产生的截面都高，所以对 γ 射线吸收效率高而且相对发光效率比有机闪烁体蒽晶体约高 2 倍多。它的发射光谱最强波长在 415 nm 附近，能与通常光电倍增管光阴极的光谱响应特性较好匹配。另外它可制成大尺寸晶体和不同形状，而且对自己发光有好的透明性。它的不足之处是具有较长的发光衰减时间(0.23×10^{-6} s)以及容易潮解而性能变差，因而要求有较密闭的封装使之不与空气接触。另一方面，为了探测快中子，一种有效方法是基于中子和质子的弹性碰撞，把自己相当大部分甚至全部动能传递给质子，通过探测反冲质子来间接探测中子。对于这类应用，合理的选择则是使用含有大量氢而密度小的有机闪烁体。塑料和液体闪烁体是最广泛使用的有机闪烁体，它们的突出优点是有快的时间响应，发光衰减时间为$(2\sim4)\times10^{-9}$s，能够根据不同需要容易制作成不同的几何形状及体积，对于建造大灵敏体积的系统相对比较便宜，在高能物理中已使用体积达 5×10^4 m^3 的液体闪烁体来研究中微子。另外，在液体闪烁体中，还可以混合其他液体和物质或待测放射性物质本身形成均匀介质，大大增加其有效性和适用性。表 3-2 列出几种常用闪烁体的主要性能。

表 3-2　几种常见闪烁体的主要性能①

类　别	闪烁体	最强发射波长/nm	闪烁衰减时间/μs	相应最强发射波长折射率	密度/(g/cm^3)	相对光输出(%)	
无机闪烁体	NaI(Tl)	415	0.23	1.775	3.67	100	230
	CsI(Tl)	565	1.00	1.80	4.51	45	
	BaF_2	325	0.63	1.49	4.88	20	
	ZnS(Ag)	450	0.070	2.356	4.09	130	300
有机闪烁体	蒽($C_{14}H_{10}$)	447	0.030	1.62	1.25	43	100
	联三苯($C_{18}H_{14}$)	415	0.0045		1.234		40
	联四苯($C_{24}H_{18}$)	440	0.0045		1.206		88
塑料闪烁体		370～434	0.002～0.02	1.58	1.03～1.14	30	33～40
液体闪烁体		385～430	0.0026～0.004	1.38～1.53	0.71～1.08	7～27	
锂玻璃闪烁体		395	0.020,0.060	1.55～1.58	2.4～2.5	14	

① 摘自：汲长松编著．核辐射探测器及实验技术手册．北京：原子能出版社，1990

(2) 光电倍增管

光电倍增管是一种电真空器件,其功能是将光信号转换为电信号并将其幅度放大。尽管制造厂商能够提供规格型号多种多样的、高灵敏、低噪声的能量型及时间型光电倍增管产品,但是根据共同的工作原理,所有光电倍增管都包含一个对光灵敏的光阴极,多个具有高的次级电子发射系数的倍增电极以及一个最后收集所有次级电子的阳极。作为闪烁探测器的重要部件,我们主要关心光电倍增管的光电转换特性、电子倍增特性、时间特性以及噪声和暗电流。为了读者在今后工作中能够根据实际需要正确选择合适的光电倍增管,下面对这四个主要性能指标作些简单介绍。

a) 光电转换特性

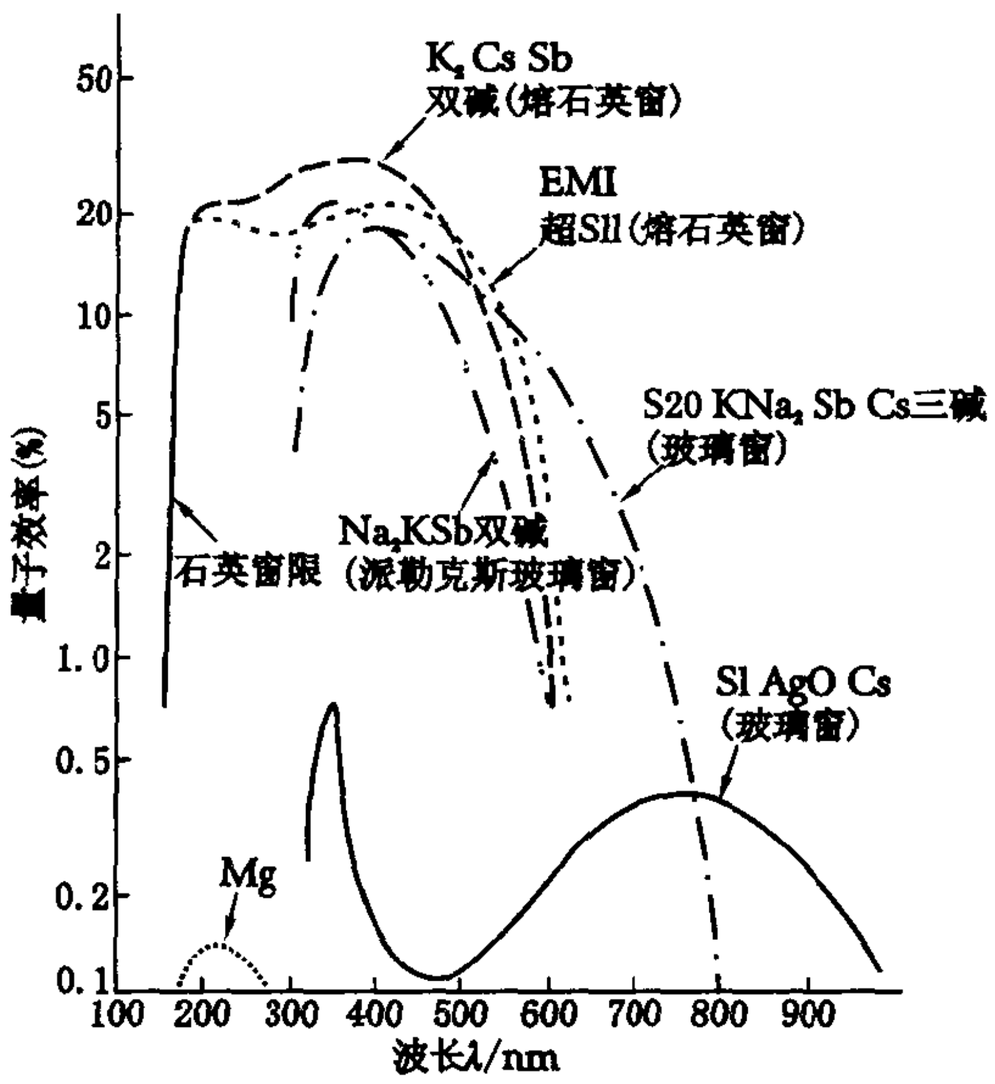


图 3-22 几种常见光阴极材料和窗材料组合的光谱响应

不难理解光电倍增管的光电转换特性决定于光阴极的光谱响应及光照灵敏度。在产品说明中厂商都会给出这两个物理量。光阴极的光谱响应是描述光阴极受不同波长光照射下发射光电子的效率变化关系。在实际情况下,由于光阴极是置于玻璃外壳内,光阴极的光谱响应会因入射光穿过外壳时被吸收而受到影响。图 3-22 给出对于不同光阴极材料和玻璃或石英窗的组合的光谱响应。图中纵坐标是量子效率,它代表光阴极发射光电子数目与入射光子数之比值。

光阴极光照灵敏度在实用上定义为:单位光通量的白光照射光阴极时发射的光电子流,即 $S_k = i_k/F$,其单位用微安/流明($\mu A/lm$),有时光电倍增管还给出在特定波段(如蓝光)的光阴极光照灵敏度。

b) 电子倍增特性

它主要由光电倍增管的放大倍数 M 或阳极灵敏度来描述。光电倍增管的电子倍增功能是利用在多个倍增电极上的次级发射现象实现的。如果第 i 个倍增电极上,次级电子与入射电子数目之比(有时称次级发射比)为 δ_i,则对于具有 n 个倍增电极的光电倍增管,总放大倍数 M 为

$$M = \delta_1 \delta_2 \cdots \delta_n \tag{3.2-8}$$

例如 $n = 10$ 时为得到 $M = 10^6$,平均每个倍增电极所需次级发射比约为 4。δ 值取决于倍增电极的材料以及倍增电极间的电位差。在一定倍增电极材料的条件下,一般说来增加电位差有利于增加次级发射比,但是,需要兼顾对上一个倍增电极次级电子的收集效率、阳极所得脉冲幅度均匀性和时间特性等其他性能。产品说明书上一般会给出一组推荐的光阴极、各倍增电极和阳极的分压电阻值。在许多场合,应该根据具体实验条件选定最佳分压电阻值。

有时厂家并不直接给出电子倍增系数 M,而是在给出光阴极光照灵敏度 S_k 的同时,给出光电倍增管的阳极光照灵敏度 S_2,它代表一个流明的光通量照在光阴极上时,在光电倍增管

阳极上输出电流 I_a 的大小。显然，$S_2 = g_c M S_k$，g_c 为第一倍增电极对光电子的收集效率。

c) 光电倍增管的时间特性

由于在光电倍增管中存在一个电子倍增过程，从光电倍增管阴极接受到一个光子到光电倍增管阳极出现一个大的电流脉冲，具有一定的时间延迟，称作渡越时间，加之光子打在光阴极的不同部位、光电子在光电倍增管中进行倍增所走过路径不尽相同，其相应的时间延迟是不同的而具有一定的时间分布。总之，不同类型光电倍增管具有相应的时间特性。在希望用闪烁探测器获得有关核辐射粒子的时间信息的场合，我们不仅要关注闪烁体的时间特性，而且也必须清楚知道光电倍增管的时间特性。

为描述光电倍增管的时间特性，厂家产品说明书中给出渡越时间(以及渡越时间离散)，阳极脉冲上升时间 t_r(以及上升时间的离散 Δt_r)，后者代表一极短光脉冲照射光电倍增管的光阴极时，阳极电脉冲从峰值的 10% 至 90% 所需的时间。在时间测量的实际应用中，人们更关心的光电倍增管时间特性是阳极脉冲的上升时间及其离散。不难理解，决定时间测量精度应该是光电倍增管阳极电脉冲的上升时间及其涨落。对于具有环状和直线聚焦型倍增电极系统的光电倍增管，阳极脉冲上升时间可以达 1 ns，因此十分适合于时间测量应用。

d) 光电倍增管的噪声和暗电流

当闪烁探测器应用于低辐射水平或低能辐射测量的场合，光电倍增管的噪声和暗电流指标是十分重要的。光电倍增管是对光灵敏且具有高放大倍数的器件，原则上讲，光电倍增管的暗电流和噪声都是不可完全消除的。光阴极的热电子发射及各电极的场致发射、光电倍增管内残余气体电离、周围环境及光电倍增管本身结构材料包含的本底放射性以及在高压条件下产生的漏电和放电都有可能导致噪声和暗电流。噪声的量度单位通常用等效噪声能量，它规定为当噪声脉冲计数率等于每秒 50 时，积分甄别电压所相应的能量。对于大多数光电倍增管，等效噪声能量为几十电子伏至几十千电子伏，暗电流为几纳安至几十纳安。

最后，我们在表 3-3 中列出部分光电倍增管的主要性能。

表 3-3　几种光电倍增管主要性能①

管　型	阴极有效直径/mm	倍增系统			光谱范围/nm	峰值波长/nm	阴极灵敏度/(μA/lm)	阳　极		噪声能量当量/keV	上升时间/ns
		结构	材料	级数				灵敏度/(A/lm)	暗电流/nA		
GDB-20	15	盒式	Sb-Cs	11	300～650	420	63	100	0.1	0.54	7
GDB-47	44	直线聚焦	Ag-Mg	12	300～650	420	75	2000	5	–	1.8
GDB-51	44	百叶窗式	Sb-Cs	10	300～650	420	60	30	0.1	0.2	
GDB-100	100	百叶窗式	Sb-Cs	10	300～650	420	40	50	100	2	

① 摘自：同表 3-2。

(3) 应用举例

作为闪烁探测器应用的例子，我们介绍 NaI(Tl)单晶 γ 谱仪。整个探测系统的方块图如图 3-23 所示。NaI(Tl)γ 闪烁探头包括 NaI(Tl)闪烁体、与之有光学耦合(有时还通过光导)的光电倍增管、光电倍增管各电极的电压分压系统和射极跟随器以及光、磁屏蔽外壳。射极跟随器的主要作用是实现光电倍增管输出阻抗与放大器输入阻抗间的匹配，有时还具有改变阳极

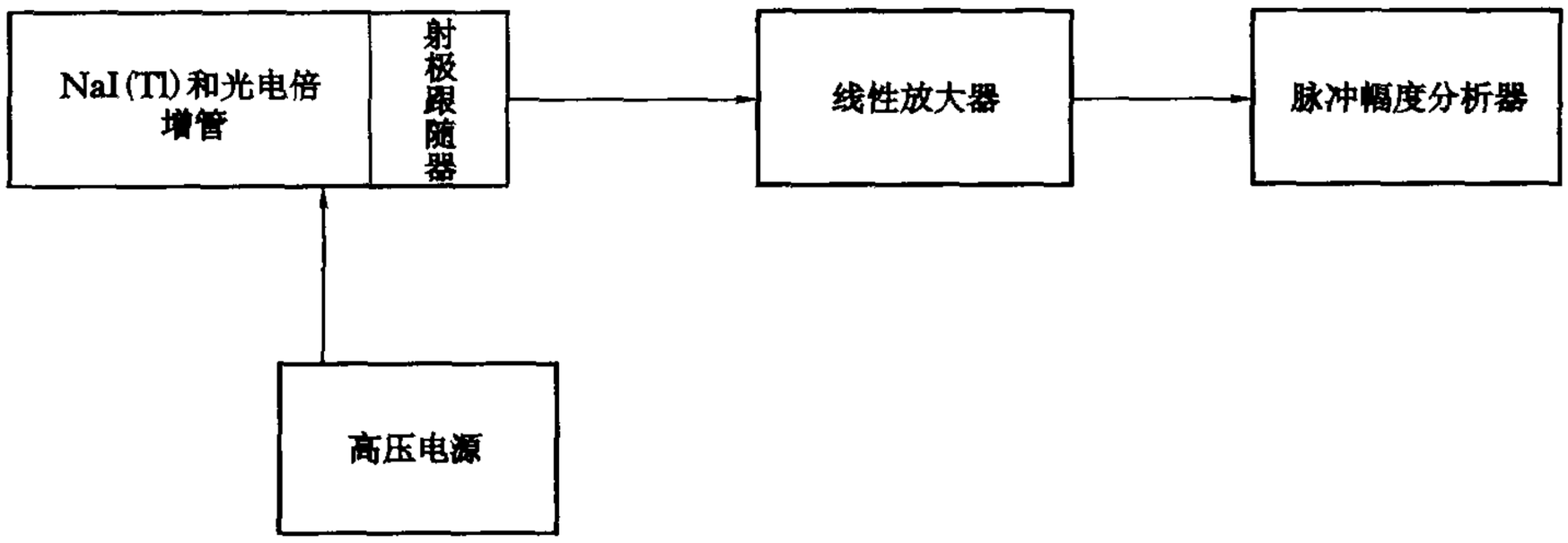


图 3-23　NaI(Tl)的单晶 γ 谱仪方框图

输出信号极性的功能。高压电源供给光电倍增管工作电压,一般可供正或负高压,电压数值连续可调以适合光电倍增管的要求。由于光电倍增管放大倍数对电压变化十分灵敏,要求高压电源稳定性好于 1×10^{-3}。另外,为保证光电倍增管工作稳定,高压分压器要有约 1 mA 的电流流过,因此要求高压电源输出电流 $I\geqslant1$ mA。线性放大器的作用是将输入电压脉冲幅度作线性放大,即放大倍数不因输入幅度不同而不同,否则将会对输入信号的幅度分布产生畸变,同时保证了最后测量的脉冲幅度正比于核幅射在闪烁体中的能量损失。另外要求线性放大器具有放大倍数连续可调而稳定并可改变其脉冲成形时间等功能。脉冲幅度分析器的功能是对放大器输出脉冲按其幅度大小进行分类,得到脉冲幅度在 h 至 $h+\Delta h$ 间的脉冲数目 $N(h)\Delta h$,若整个探测过程中能够保证脉冲幅度正比于核辐射在闪烁体中的能量损失,如果核辐射被完全阻止在闪烁体中即损失其全部能量,$N(h)\Delta h$ 也就是核辐射的能量分布。近代的脉冲幅度分析器由脉冲幅度转换成数字的转换器(Analog-digital converter,简写 ADC)、数据获取卡及一台式计算机组成。它不仅能够保证对放大器输出脉冲幅度的分析快速、简便和可靠,而且可以存储测得的 γ 谱,并对它作进一步的分析处理。

图 3-24 给出由 ϕ2.53 cm×3.79 cm 和 ϕ7.59 cm×7.59 cmNaI(Tl)测得 $E_\gamma=0.661$ MeV (^{137}Cs 放射源)的脉冲高度分布谱。$E_\gamma<1.02$ MeV,它与 NaI(Tl)闪烁体作用只有光电效应和康普顿效应发生。在光电效应过程中,次级光子为 X 射线,其能量低,基本上都可被 NaI(Tl)所吸收,因此光电效应得到相应光脉冲能量正比于初始 γ 射线能量 0.661 MeV(除非发生在闪烁体表面的情形),经光电倍增管和线性放大器后得相应于光电效应过程的电压脉冲峰,有时也称全能峰,相应的 γ 能量为 0.661 MeV。在康普顿散射过程中,初始 γ 射线有相当大部分能量为散射 γ 射线所带走,依赖于散射 γ 的散射角(0°~180°),散射 γ 光子具有 $E_{max}=E_\gamma$, $E_{min}=\dfrac{E_\gamma}{1+\dfrac{2E_\gamma}{m_0c^2}}=0.183$ MeV 之间的任意能量值,相应康普顿电子能量具有 0 至 0.478 MeV 的连续分布,它相应于测量脉冲高度分布中的平台,平台的高能边缘相应 γ 能量为 0.478 MeV。在 300 道附近的峰代表初始 γ 射线在周围材料中产生康普顿背散射光子 $E_{min}=0.183$ MeV 被 NaI(Tl)完全吸收所得的输出脉冲幅度分布。50 道附近的峰是由 ^{137}Ba 的 K-X 射线(37.4 keV)被 NaI(Tl)完全吸收后产生的脉冲幅度分布,我们能够看出两个重要现象:a) 除非使用非常大的 NaI(Tl)闪烁晶体或者采用特殊实验方法,闪烁探测器对于单能 γ 射线产生的

输出脉冲幅度具有连续分布，包含 γ 射线被完全吸收的脉冲组分和代表相应于被部分吸收的脉冲组分。当 NaI(Tl)闪烁体大小从 ϕ2.53 cm×3.79 cm 增加至 ϕ7.59 cm×7.59 cm，代表 0.661 MeV 全能峰部分随之增加，而其余的低能分布部分则减小。b) 相应于单能 γ 射线被完全吸收的全能峰具有高斯型分布。峰位相应于单能 γ 能量，峰宽通常用半高宽 FWHM(在一半峰高处的全宽度)来量度，代表单能 γ 光子被完全吸收时产生电压脉冲高度的统计展宽。可以概括为三方面贡献：单能 γ 光子在 NaI(Tl)闪烁体中产生并打在光电倍增管的光阴极上的平均光子数目的涨落；一个闪烁光子在光电倍增管光阴极上产生光电子并为第一个倍增电极收集概率的涨落；光电倍增管中光电子倍增过程的涨落以及线性放大器等的电子学噪声。统一规定用 FWHM 与峰位之比值的百分数来描述探测器系统的能量分辨率，而且能量分辨率会随 γ 能量而变化。对于 NaI(Tl)单晶 γ 谱仪，对于 $E_\gamma = 0.661$ MeV γ 射线，能量分辨率最好可达 7%左右。

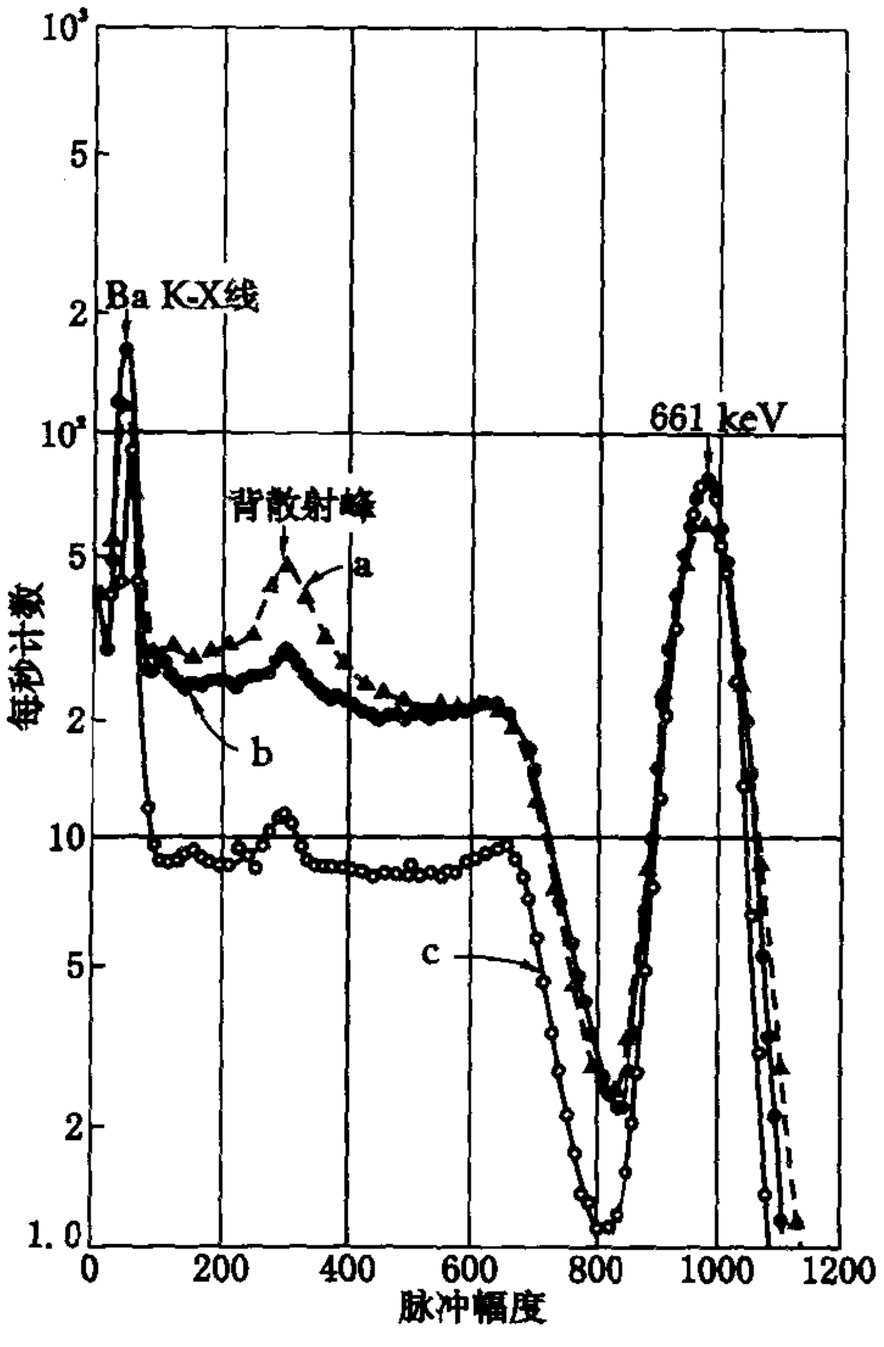


图 3-24　NaI(Tl)单晶 γ 谱仪测得的 $E_\gamma = 0.661$ MeV γ 射线的脉冲幅度谱

a—NaI(Tl)尺寸为 ϕ2.53 cm×3.79 cm，距放射源 5 cm　b—NaI(Tl)尺寸与 a 相同，距源 0.2 cm　c—NaI(Tl)尺寸为 ϕ7.59 cm×7.59 cm，距源 3 cm

3. 半导体探测器

半导体探测器也是基于核辐射在阻止介质中产生的电离效应。自 20 世纪 50 年代末期以来，半导体探测器的应用使核辐射的测量发生了革命性的变化。无论对于带电粒子还是 γ 射线，相对于气体探测器和闪烁探测器，半导体探测器所能达到的能量分辨率都能改善 1 至 2 个量级。根本原因是在像 Si 和 Ge 半导体材料中，核辐射产生一对电子-空穴的平均能量损失仅(3～5) eV，与之相比，在气体中相应物理量约 30 eV，而在闪烁探测器中，为在光电倍增管的第一倍增电极上接收一个光电子，核辐射需在闪烁体中平均损失约 300 eV。除此以外，半导体探测器具有很好的输出线性响应、体积小、响应快、使用非常方便灵活，而且外界电磁场对它的工作影响不大等。半导体探测器几乎在所有涉及核辐射测量的领域都有广泛的应用。但是由于半导体探测器具有突出的缺点，它并不能完全替代气体探测器和闪烁探测器。半导体探测器的主要缺点是：灵敏体积不能太大(10^2 cm^3)限制了它在探测高能核辐射和需要大探测立体角场合的应用。它对核辐射造成的损伤灵敏，在每平方厘米灵敏面积累积接收 10^{12} 快中子或 10^8 重离子后，探测器性能会明显变坏而且不能自行恢复，因而限制了它的使用寿命。

(1) 半导体探测器的工作原理

半导体探测器的工作原理十分类似于一个具有固体介质的电离室。从前面对气体电离室工作原理讨论中，我们知道作为电离室的工作介质必须满足以下条件：核辐射进入工作介质前没有或只有尽可能少的自由电荷载体存在；核辐射与工作介质相互作用能够产生正比于其能量损失的正负电荷载体；容易在工作介质中建立收集电荷载体的电场且对它们进行完全收集，

提供对核辐射的测量信号。一块均匀半导体材料作为工作介质是难以满足上述要求的。首先,因为核辐射在半导体中产生的信号电流为(10^{-6}～10^{-5}) A,为不致产生与信号大小差不多的噪声,在无核辐射进入半导体时,暗电流应为 10^{-6} A 甚至更小。另一方面,为了尽可能完全地收集核辐射在半导体中产生的电荷载体,在半导体中建立的收集电场应为 10^3 V/cm,甚至更高。这就要求作为固体电离室的均匀半导体介质具有很高的电阻率,其数值应在 10^9 Ω·cm 量级或更高。即使对于本征 Si 半导体材料,由于导带和价带间的能隙仅约 1.09 eV,在室温下由热激发产生的电子和空穴密度都可达 10^{10} cm^{-3},从而限制了在室温下本征 Si 的最高电阻率只能达约 10^5 Ω·cm。但是,如果将 p 型 Si 材料与 n 型 Si 材料接在一起时,形成的所谓 p-n 结却可满足上述三个条件。目前使用的半导体核辐射探测器正是利用置于反偏压的 p-n 结所具有的特殊性质,所以半导体探测器实际上是一种结型探测器。下面,首先让我们来讨论半导体 p-n 结的性质。

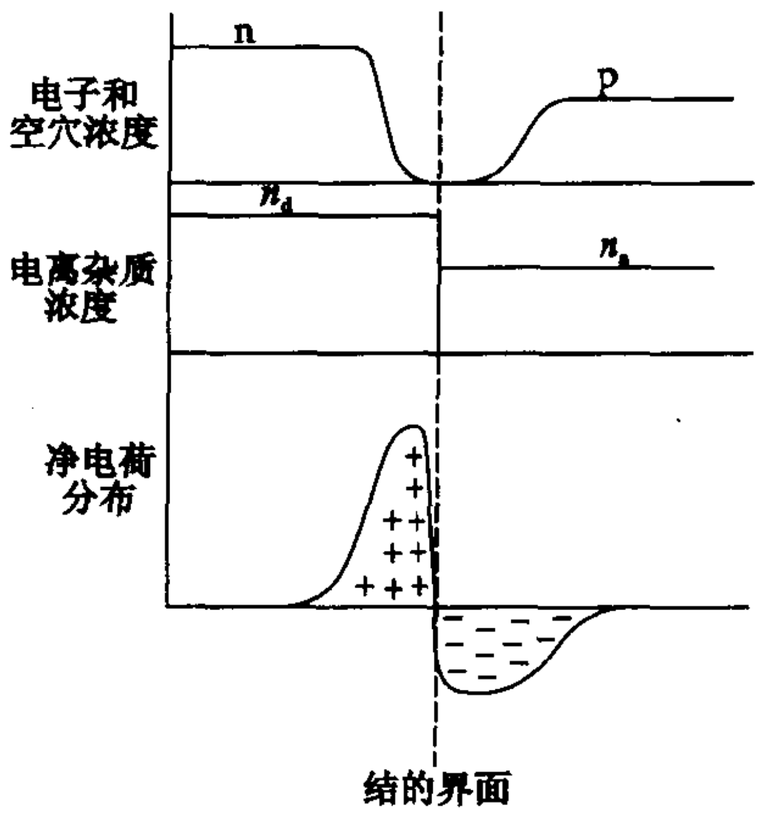


图 3-25　半导体 p-n 结性质

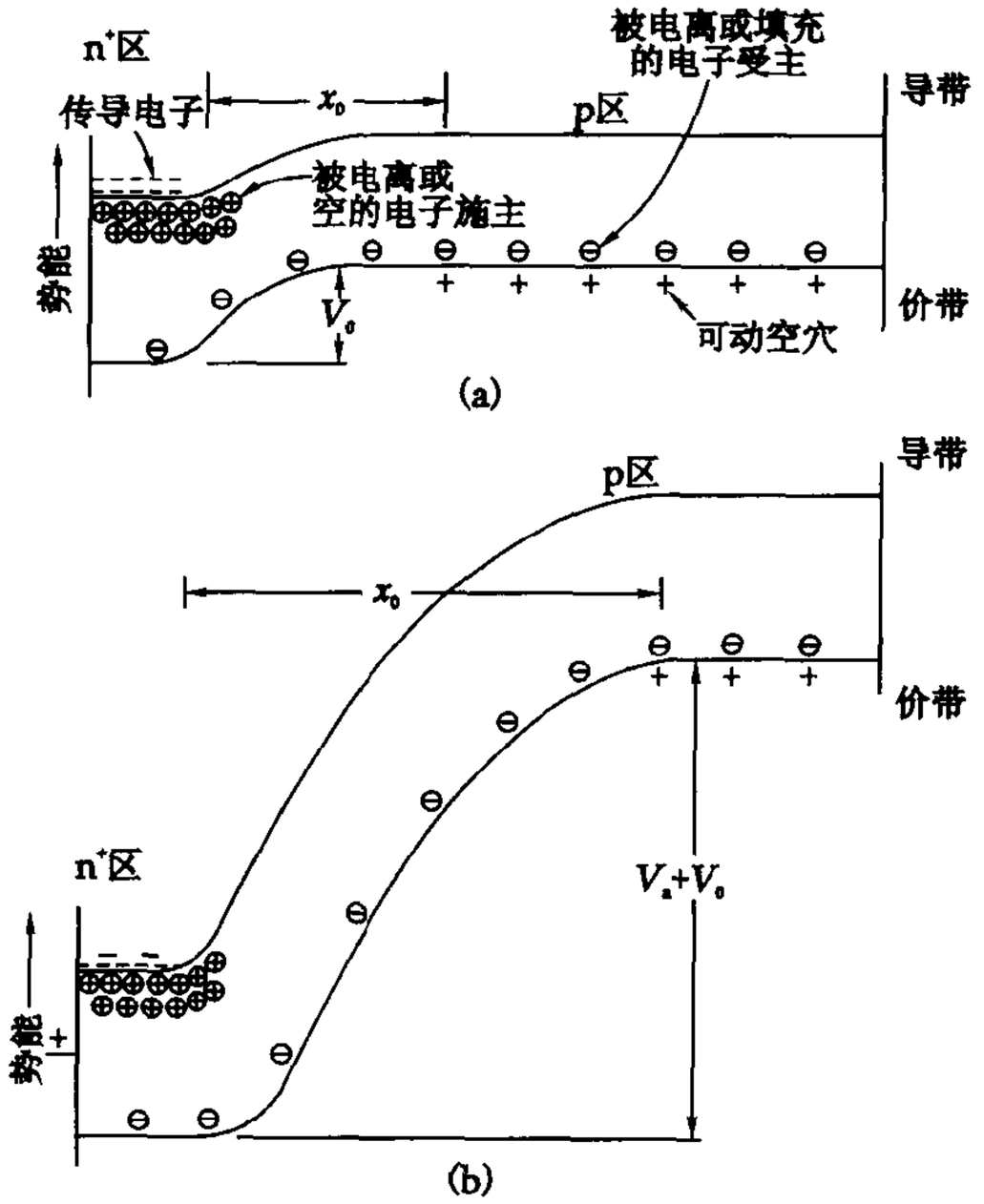


图 3-26　半导体 p-n 结等效能带

当 p 型半导体材料与 n 型半导体材料相连接时,电子将从 n 型材料向 p 型材料扩散,而空穴则从 p 型材料向 n 型材料扩散。图 3-25 中间给出扩散后的杂质浓度,在 n 型半导体材料中留下带正电荷的施主杂质浓度分布,而在 p 型材料中则留下带负电的受主杂质浓度分布。在 n 型区域,过量带正电荷的施主杂质和在 p 型区域带负电荷的受主杂质在界面处形成一个势垒区,阻止它们穿过边界。显然,由 p 型至 n 型材料流动的电流由于界面附近杂质浓度形成的势垒而不能继续。最后达成一平衡的电荷分布。这样的情形完全可以等效地用所谓能带图来描述。图 3-26(a),(b)分别给出在未加和加上偏压 V_a 的情形下,n,p,p-n 结区的能带结构变化图。p-n 结能带结构发生畸变的区域就是空间电荷区,而且因为 p 型区受主浓度还低于 n^+

区施主浓度,空间电荷区扩向 p 区要比扩向 n^+ 区深得多。在此情形下空间电荷区主要是以被 n^+ 区施主电子填充的 p 区受主中心为特征的,而且不再伴随有空穴,所以空间电荷区是具有很高电阻率的电荷耗尽区。

现在,让我们更为定量地讨论 n^+-p 结区的电位和电场的变化。为简便起见,我们假定在 p 型区内,从界面直到 x_0 距离所有受主杂质都是俘获有电子的,且其浓度为 n_a,它是 p 型区内唯一的载流子。同样假定在 n^+ 型区内,从界面至 x_1 的所有施主杂质都是被电离的,其浓度为 n_d,它也代表 n^+ 型区内唯一的载流子。在这样非常简化的假设下在 p 型区和 n^+ 型区内,泊松方程可以分别写作:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{n_a e}{k_0} \qquad \text{在 p 区} \qquad (3.2\text{-}9)$$

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{n_d e}{k_0} \qquad \text{在 } n^+ \text{ 区} \qquad (3.2\text{-}10)$$

式中 k_0 为半导体材料的介电常量。对上两式积分,可以得到 p 和 n^+ 型区的电场分布,

$$\frac{dV}{dx} = \frac{n_a e}{k_0}(x - x_0) \qquad \text{在 p 区} \qquad (3.2\text{-}11)$$

$$\frac{dV}{dx} = -\frac{n_d e}{k_0}(x + x_1) \qquad \text{在 } n^+ \text{ 区} \qquad (3.2\text{-}12)$$

这里取定 p-n^+ 界面坐标 $x=0$,在 n^+ 型区 x 值为负值,p 型区 x 值为正值(见图 3-27(a)),图 3-27(c)给出电场随距界面距离的变化。在界面处,有电场的极大值,随着远离界面,结区的电场强度线性下降。进一步对电场积分则可得如图 3-27(b)所示的电位随 x 的变化。在 p 型区内,x_0 与 $x=0$ 间的电位差 V_p 为

$$V_p = \frac{n_a e}{2k_0}x_0^2, \text{ 或 } x_0 = \left(\frac{2V_p k_0}{n_a e}\right)^{1/2} \qquad (3.2\text{-}13)$$

在 n 型区内,界面与 $x=-x_1$ 间的电位差 V_n 为

$$V_n = \frac{n_d e}{2k_0}x_1^2, \text{ 或 } x_1 = \left(\frac{2k_0 V_n}{n_d e}\right)^{1/2} \qquad (3.2\text{-}14)$$

由中性化要求,$x_1 n_d = x_0 n_a$。当 $n_d \gg n_a$ 时,应有 $x_0 \gg x_1$,电荷耗尽区厚度 $x_0 + x_1 \approx x_0$ 基本上都在界面的 p 型区一侧。电荷耗尽区域内的电位差 $V_p + V_n = V_0 \approx V_p$ 也基本上降在界面的 p 型区一侧。

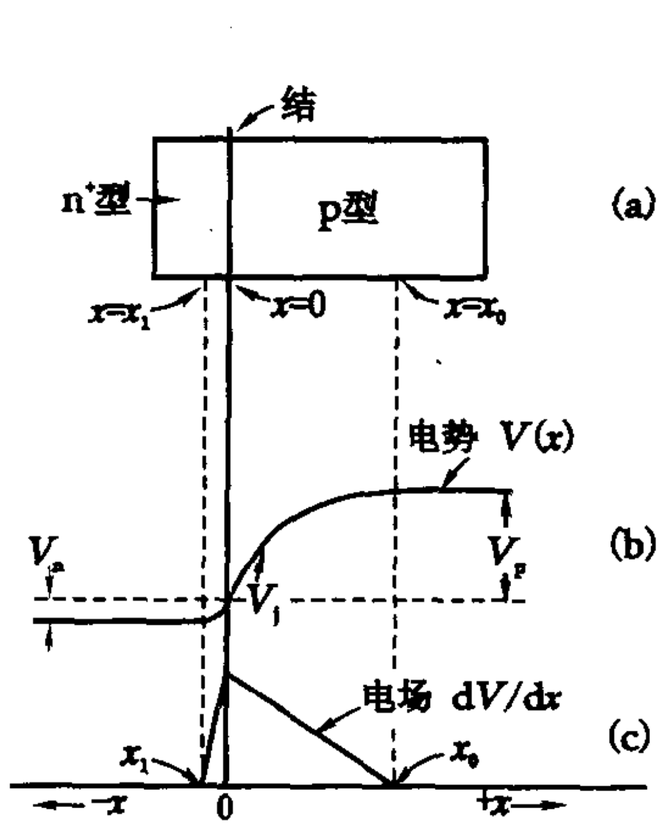


图 3-27 半导体 p-n 结区的电位及电场分布

由以上讨论,我们看到在 p-n 结区内,会出现一个空间电荷区,在这区域内具有很高电阻率,在没有核辐射进入这区域产生电子-空穴载流子对的情况下,尽管有接触电位差 $V_p + V_n$ 存在,也不会有电流流过,这表明半导体 p-n 结满足作为固体电离室介质的条件。但是,作为一个实际应用的结型探测器,空间电荷区厚度太薄,仅几十微米。收集电场强度也小,而且电容大会产生大的噪声。所以一个实用的半导体结型探测器,需外加上与接触电位相同极性的"反向"型偏压,即在 n^+ 型(或 n)边加正电位,而在 p 边加负电位,在这种情形下,n^+ 区中的电子和 p 区中的空穴将分别向结区外流动,从而进一步扩展空间电荷区的厚度。如果外加偏压

为 V,通常远大于 V_p 和 V_n,由(3.2-13)式和(3.2-14)式,对于分别以 p 型半导体和 n 型半导体为基质形成的 p-n 结,空间电荷区厚度为

$$x_p = \left(\frac{2k_0 V}{n_a e}\right)^{1/2} \tag{3.2-15}$$

$$x_n = \left(\frac{2k_0 V}{n_d e}\right)^{1/2} \tag{3.2-16}$$

更经常的形式是利用电阻率来替换载流子浓度。为此利用,$\rho_n \approx \frac{1}{e n_d \mu_d}$,$\rho_p = \frac{1}{e(n_a\mu_a + n_d\mu_d)} \approx \frac{1}{e n_a \mu_a}$,其中 μ_a 和 μ_d 分别为空穴及电子的迁移率,于是

$$x_p = (2k_0 \mu_a \rho_p V)^{1/2} \tag{3.2-17}$$

$$x_n = (2k_0 \mu_d \rho_n V)^{1/2} \tag{3.2-18}$$

可以看到耗尽层厚度与基质半导体材料中多数载流子的迁移率平方根成正比,在相同外加偏压和电阻率相同时,n 型材料中耗尽层厚度要大些。我们用 Si 的介电常量 $12 \times 8.85 \times 10^{-12}$ F/m,以及 300 ℃时空穴和电子的迁移率 480 $cm^2/(V \cdot s)$和 1350 $cm^2/(V \cdot s)$,可以得到对于由 Si 材料构成的 p-n 结如下实用的耗尽层厚度表达式。它们表明:可得到的耗尽层厚度与电阻率和外加偏压乘积的平方根成正比。

$$x_p = 0.32(\rho_p V)^{1/2} (\mu m) \tag{3.2-19}$$

$$x_n = 0.53(\rho_n V)^{1/2} (\mu m) \tag{3.2-20}$$

式中电阻率 ρ 以 Ω·cm 为单位,电压 V 以 V 为单位。例如使用 $\rho_n = 20000$ Ω·cm 的 n 型材料制成 p^+-n 结型探测器时,若外加偏压 200 V,则可得到耗尽层厚度 $x_n \approx 1.06$ mm 可完全阻止 12 MeV 的质子。

p-n 结的电容可以近似地等于以半导体材料为介质、平行板间距离等于耗尽层厚度的平行板电容器的电容,对于面积为 A (cm^2)

$$C_n = \varepsilon \frac{A}{x_n} = 2.0 \times 10^4 \, A(\rho_n V)^{-1/2} (pF/cm^2) \tag{3.2-21}$$

$$C_p = 3.3 \times 10^4 A(\rho_p V)^{-1/2} (pF/cm^2) \tag{3.2-22}$$

Si 材料电阻率愈高,反向偏压越高,其 p-n 结电容就越小。

基于上述公式,ORTEC 制成如图 3-28 的图表,可方便查出对于用 n 型和 p 型 Si 材料制成半导体探测器耗尽层厚度和电容与电阻率和反向偏压的关系,以及能够完全阻止的带电粒子的能量。

最后,关于 p-n 结型半导体探测器的性质我们还须提到漏电流,即不存在电离辐射条件下,流过 p-n 结的电流。了解其起源并设法尽量减小它是十分重要的,因为它直接决定着半导体探测器的信噪比,极大地影响到所能得到的能量分辨率。

漏电流由两部分组成:表面漏电流和体漏电流。前者的大小主要由 p-n 结制作方法、表面处理、周围环境等条件决定。而流过 p-n 结的体漏电流则主要决定于所用半导体材料的性质。体漏电流产生原因有二:一是载流子扩散进入耗尽层,另一个是在耗尽层内的俘获中心会产生载流子。这些载流子在反向偏压作用下流过 p-n 结形成体漏电流。在以前讨论半导体材料性质时,我们都看重多数载流子的行为,如在 n^+-p 结情形,p 型区性质主要由空穴决定,实际上

在 p 型区同时存在作为少数载流子的电子，它们在 p 型区扩散并不对 n^+-p 结性质产生明显影响，但是一旦它们偶尔扩散进入耗尽层区时，在反向偏压作用下会贡献于漏电流。然而在通常条件下，这种漏电流仅约 nA 量级或更小，所以可以忽略。另一方面，由于在耗尽层内俘获中心产生的载流子则可能是主要的漏电流源。显然，这种漏电流密度 J_v 应正比于耗尽层厚度 x 和载流子产生率 g，我们有

$$J_v = exg \qquad (3.2\text{-}23)$$

关于在耗尽层内单位时间俘获中心产生载流子 g 的计算，需要知道俘获中心对电子和空穴的俘获概率以及俘获中心在禁带能隙中的能级位置，因而比较复杂。假定多数载流子和少数载流子具有相同寿命，且俘获中心位于能隙中心时，得到最大的载流子产生率

$$g_{max} = \frac{n_i}{2\tau} \qquad (3.2\text{-}24)$$

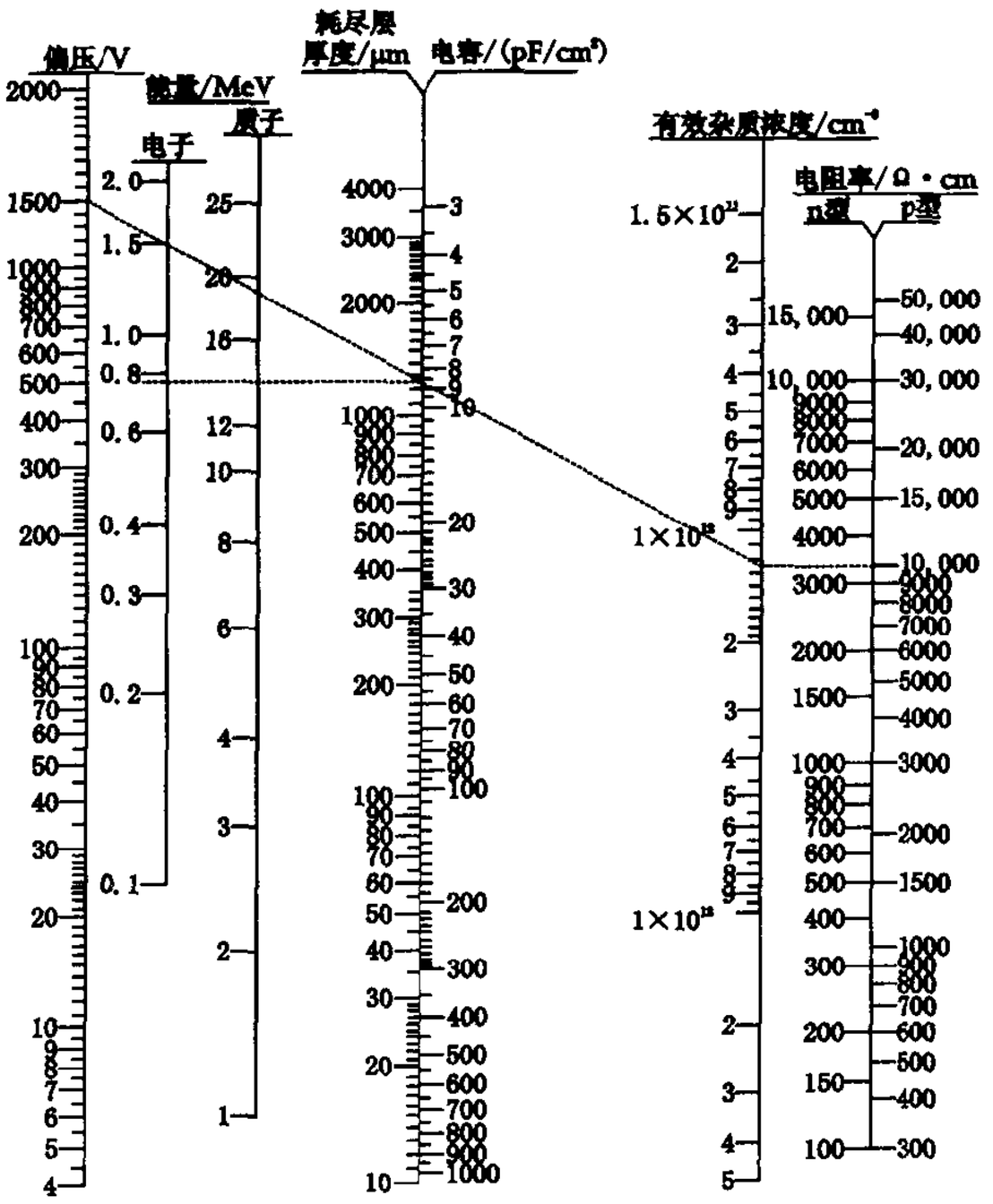


图 3-28　Si 半导体结型探测器的耗尽层厚度、电容及全阻止能量

于是体漏电流密度

$$J_v = \frac{en_i}{2\tau}x \qquad (3.2\text{-}25)$$

式中 n_i 为本征载流子浓度，Si 在室温条件下，$n_i = 1.5\times10^{10}\ \mathrm{cm}^{-3}$。$\tau$ 为少数载流子寿命以秒为单位，一般在(10^{-6}～10^{-4}) s 范围。x 为耗尽层厚度，以厘米为单位。可以看到体漏电流密度与少数载流子寿命成反比。另外因为 J_v 正比于耗尽层厚度，体漏电流与半导体材料电阻率及所加偏压乘积的平方根 $(\rho V)^{1/2}$ 成正比。例如 $x = 10^{-2}$ cm，$\tau = 100\ \mu$s 情形，$J_v = 1.2\times10^{-7}\ \mathrm{A/cm^2}$。

在大多数情形，对一个半导体结型探测器实际测到的漏电流都要比上面讨论的体漏电流大，说明表面漏电流是重要的。但因它涉及到制作工艺等具体而具有经验性的问题，我们不再对它进行讨论。

(2) 半导体探测器的类型

目前，进行商品生产并被广泛应用的半导体探测器几乎都是半导体结型探测器。所用半导体材料有 Si 和 Ge。实际上，最早使用的结型探测器是由 Ge 基质制作，后来因为 Ge 的 p-n 结探测器需在低温下工作，所以逐渐为 Si 材料结型探测器所代替，但是现在已经清楚：对于需要高能量分辨率的测量以及对于具有大的灵敏体积的半导体探测器，Si 材料结型半导体探测器也同样需要冷却。而且 Ge 半导体材料与 Si 材料相比具有一些重要优点：a) Ge 具有更高原子序数和更高密度，在给定耗尽层厚度下，能够完全阻止带电粒子的能量比 Si 约大 2 倍。由

于 γ 射线引起光电效应截面与 Z^5 成正比,因而 Ge 比 Si 有高得多的全能峰效率。目前实际使用的 γ 射线半导体探测器几乎都是用 Ge 材料制成的。b) 电离辐射为产生一对电子-空穴对所需平均能量,在同样 77 K 温度下,Ge 只需 2.96 eV 而 Si 需 3.76 eV。对于相同能量损失,Ge 探测器具有较 Si 探测器更小的信号电荷涨落。c) Ge 中电子和空穴的迁移率分别为 3800 $cm^2/(V\cdot s)$和 1800 $cm^2/(V\cdot s)$,显著高于在 Si 中的迁移率(分别为 1350 $cm^2/(V\cdot s)$和 480 $cm^2/(V\cdot s)$),加之,为完全阻止相同能量的电离粒子,Ge 所需耗尽层厚度要小,所以 Ge 探测器具有明显更快的电荷收集时间。下面,我们分别介绍面垒结型、扩散结型和 Li 漂移结型半导体探测器。

面垒结型半导体探测器:目前生产和使用的这类探测器,几乎都是金硅面垒探测器。它以高阻率 n 型 Si 作基质材料进行抛光后,对其一端表面进行化学刻蚀,由于自发氧化作用形成的表面态会产生高密度的空穴,实际上会在这个表面形成一 p 型层(更精确应是 p^+ 型层),然后通过蒸镀很薄一层 Au 以实现电接触,故在 Au 层附近,形成 p^+-n 结。当其相对于 n 型基质 Si 材料,Au 膜置以负电压时就会在金膜附近形成一耗尽层,耗尽层厚度与 n 型 Si 的电阻率与所加偏压乘积的平方根成正比。一般情况下,目前 Si 材料的电阻率低于 $10^5\ \Omega\cdot cm$,忍受偏压难以高过 2×10^3 V,金硅面垒探测器能达到的耗尽层厚度即探测器的灵敏层厚度不能超过几毫米。3 mm 厚耗尽层分别能完全阻止约 1.5 MeV 的电子、2.2 MeV 的质子和约 90 MeV 的 α 粒子。所以金硅面垒探测器在应用于 β 粒子测量方面受到极大限制,更不适合用于 γ 射线的探测。它的主要优势是应用于重带电粒子的探测,是目前灵活、轻便、适用性极强、性能优良的重带电粒子能谱仪。

扩散结型半导体探测器:通常在高纯度的 p 型 Si 中,扩散进高浓度的施主杂质(如磷)。于是在这表面形成一被高度掺杂的 n^+ 型层,而在 p 型 Si 内部的材料,具有相当低浓度的空穴,这样结构被称作是一个 n^+-p 结。用完全类似的方法,也可制成扩散 p^+-n 结,只是这时是用高电阻率的 n 型 Si 作基质,扩散进入 B 或 Ga 等受主杂质。与金硅面垒 p^+-n 结探测器一样,在两边制作接触电极并加上一反向偏压后,结区扩展形成一耗尽层,其厚度正比于基质 Si 材料电阻率和偏压乘积的平方根。两种技术制成的结型半导体探测器具有差不多的性能。相比之下,扩散结更为牢固,不怕触摩,而制作金硅面垒结的方法更为简便和灵活,易于制作具有不同用途、形状和大小各异的结型半导体探测器。目前除一些特殊情形外,金硅面垒探测器在许多应用场合都已取代扩散结型探测器。

Li 离子漂移型半导体探测器:Li 在 Si 和 Ge 中为施主杂质。在如 200 ℃的高温下,它是易动的。首先把 Li 扩散进 p 型 Si 或 Ge 中一浅层,得到一个 p-n 结,在高的温度下并对这 p-n 结置一反向偏压,则可使 Li^+ 离子向负压方向(即 p 型 Si)漂移,在漂移路径中会遇到固定在晶格位置的带负电荷的受主离子,发生 Li^+ 与受主杂质离子间的补偿,Li 离子就会保留在这里。

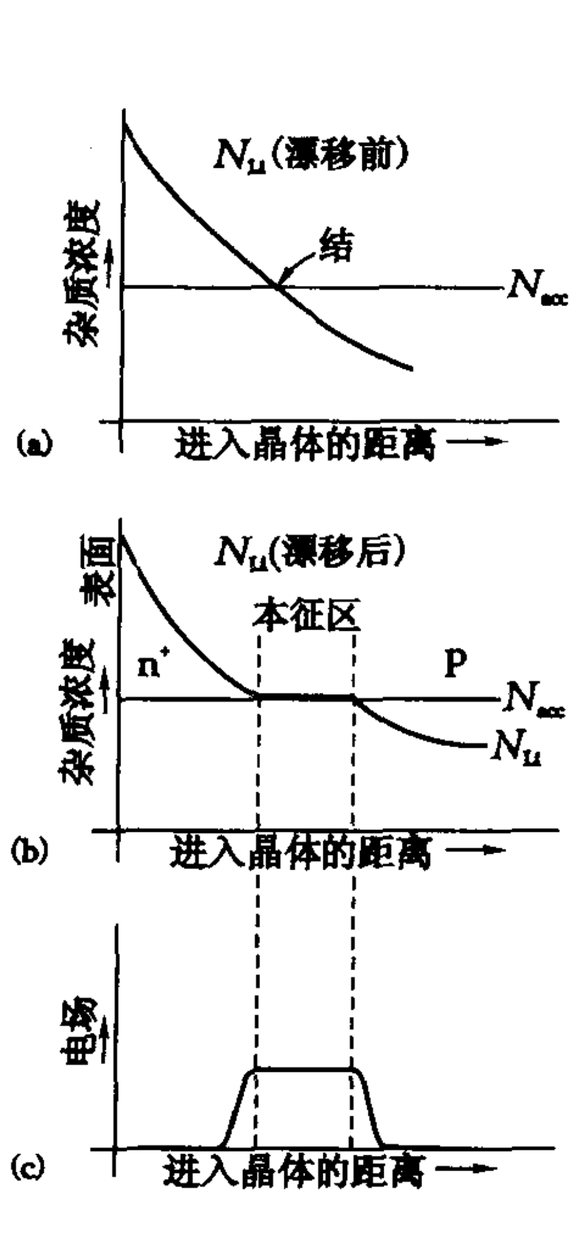


图 3-29 Li 在 Ge 中扩散、漂移后的杂质浓度分布

当更多的 Li^+ 漂移进入并穿过耗尽层区,会补偿更多的受主杂质,逐渐使耗尽层区增宽。图 3-29 a,b 分别表示经过 Li 离子扩散和漂移后,p 型 Ge 材料中杂质浓度分布,施主杂质 Li 与受主杂质完全补偿的区域(本征区)就是 Ge(Li)漂移探测器的灵敏区。图 3-29 c 给出当 n^+-p 结加上一反偏压后的电场分布。可以看到在本征区出现一均匀的高电场,有效地收集核辐射在灵敏区产生的电离电荷。用这种技术现在已可得到 2 cm 厚的耗尽层,十分适合用作高能量分辨的能谱仪,测量穿透本领强(如电子和低能 γ 射线)的核辐射。容易想到由于 Li 离子在 Si 或 Ge 中的易于游动性,为保持其性能的稳定,Ge(Li)和灵敏层厚度大的 Si(Li)探测器即使在处于不工作状态时也必须保持在液氮温度(77 K)。由于半导体材料纯化工艺的改进,70 年代已能生产出杂质浓度低至约 10^{10} atom/cm^3 的 Ge 材料,在反向偏压 10^3 V 时耗尽层厚度可达 10 mm 量级(对于 Si,目前仍未达到这样高的纯度),以这种高纯 Ge 材料为基质制成的 p-n 结型半导体探测器称作 HpGe 探测器,与 Ge(Li)相比,其最大优点是可以在室温下保存,只是在工作状态时要求处于液氮温度。按其灵敏体积形状,HpGe 探测器可分为平面型和同轴型。因为拉制 Ge 单晶棒直径的限制,平面型 HpGe 探测器灵敏体积受到限制,主要用于测量中、高能带电粒子(220 MeV 以下的 α 粒子,60 MeV 以下的质子和 10 MeV 以下的电子)和能量在(300~600) keV 的低能 γ 射线。为了探测高能量 γ 射线(≤10 MeV),则需要充分利用 Ge 单晶轴向长度制成的同轴型 HpGe 探测器,其灵敏体积可达 400 cm^3。尽管如此,与 NaI(Tl)闪烁探测器相比,HpGe 探测器的灵敏体积仍然受到极大的限制,加之 NaI(Tl)闪烁探测器对 γ 射线探测有更高的固有效率,HpGe 探测器对 γ 射线,特别是高能 γ 的探测效率仍低于 NaI(Tl)闪烁探测器。但因其能量分辨率大大高于 NaI(Tl)闪烁探测器(例如对 1.332 MeV 的 γ 射线,全能峰半高宽分别约为 2.0 keV 和 80 keV),HpGe 探测器在需要分辨复杂的 γ 能谱的场合占有不可替代的地位。

§3.3 能量测量与能量分辨

在原子核物理的基础研究及核辐射测量的各种应用中,几乎都要遇到对核辐射的能量测量或核辐射强度随能量的分布,即能谱的测量。伴随核衰变发射的 α,β 和 γ 射线,其能量直接联系于发生核衰变前后原子核状态的能量变化,在两个原子核发生核反应时,反应产物的能谱包含有关核反应过程及其运动学和动力学的丰富信息。在核辐射的广泛应用及对其防护中,由于各种核效应几乎都是能量相关的,难以避开对核辐射的能量测量。总之,对各种核辐射的能量或能谱测量在核辐射探测中占有重要地位。

对核辐射的能量测量方法有多种多样,而且随核辐射种类不同而异。最简单而古老的方法是吸收法,对于确定能量的重带电粒子在吸收介质中具有确定的射程,通过测得的射程及其与能量的关系可以得知重带电粒子的能量。对于 β 和 γ 射线的吸收虽然不存在真正含义的射程,但可通过测定在 Al 或 Pb 等吸收介质中的半吸收或完全吸收厚度,进而获得其能量的信息。吸收法对核辐射能量的测量相当粗糙,难以用来测定核辐射的能量分布。对于带电粒子的能量测量,还可以利用其在磁场中发生偏转的磁分析的方法。这种使用磁谱仪的方法,对带电粒子能谱的测量,分辨率很高,最好可达 10^{-4}精度。但是,用于高能重带电粒子的磁谱仪需要高达 10^4 T 的强磁场和较大的偏转半径(如 50 cm),磁铁可达上百吨。磁谱仪结构复杂、庞大笨重、造价昂贵、运行不易,而且可用的探测立体角较小。目前重离子磁谱仪几乎都仅用于

要求很高分辨率及高精度能量测量的场合。本节将集中讨论使用对能量灵敏的探测器测量核辐射能谱的方法。

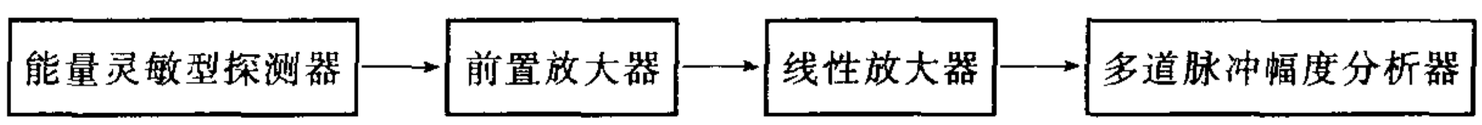


图 3-30　核辐射能谱仪方框图

在上节讨论的脉冲电离室、正比室、闪烁探测器和半导体结型探测器都是能量灵敏型探测器，它们的输出电信号幅度正比于核辐射进入其灵敏体积后的能量损失，当探测器灵敏体积足以完全阻止核辐射时，输出电信号幅度则正比于该核辐射的能量。使用能量灵敏型探测器的核辐射能谱仪还应包括配套的电子学仪器，图 3-30 给出最简单的核辐射能谱仪的方框图。线性放大器和多道脉冲幅度分析器属于通用的电子学仪器，与所用探测器的具体类型关系不大，其作用是将探测器输出电压信号作进一步的处理和分析。线性放大器一般可以接受正负极性幅度为几 mV 至 1 V 的输入电压脉冲信号，通过调节放大倍数将其线性地放大至最大约 10 V 的输出电压脉冲。为了获得高的信噪比，放大器应允许调节电压脉冲的形状。为适用于高计数率场合，放大器还应有抗脉冲堆积和极性零点调节等功能。显然线性放大器放大倍数的线性和稳定性是至关重要的。多道脉冲幅度分析器的功能是对线性放大器输出脉冲按高度进行分类。通常，它可以分析幅度小于 10 V 的正极性脉冲，分类成的道数可按幅度分辨率的要求选择 512，1024，4096 甚至 8192 道。对于待分析的输入脉冲还可设置符合或反符合的门信号，即仅当与待分析脉冲信号“同时”有选择的门信号输入时，脉冲高度分析器才对输入脉冲进行分析或不分析。功能更为完善的多道脉冲分析器还可存储测量的脉冲幅度谱，对其进行扣本底、寻找峰位、半高宽及面积等谱分析。与核辐射探测器配套的前置放大器分为普遍使用的电压灵敏和较为特殊的电荷灵敏两种类型。电压灵敏前置放大器的输出电压脉冲幅度正比于核辐射探测器在其输入端产生的电荷量 Q 除以总电容 C_0（C_0 包含探测器电容 C_d 和输入端对地的其他杂散电容的贡献）。对于诸如气体电离室和正比室一类探测器，其电容 C_d 不随工作电压改变而不同，C_0 为一常量而且一般数值都不大（如几十皮法），所以它们都使用电压灵敏型前置放大器。闪烁探测器因光电倍增管的电子倍增作用，其输出信号要大得多（几百 mV 至 1 V），通常它都不用前置放大器，而只需一个作为输入输出阻抗匹配器的射极跟随器。在需使用前置放大器情形，也是用电压灵敏型前置放大器。与电荷灵敏型前置放大器相比，电压灵敏前置放大器具有更快的脉冲上升时间和好一些的信噪比。用于半导体结型探测器的前置放大器都是电荷灵敏型的，这是因为半导体探测器具有大的电容（可达数百皮法），若使用电压灵敏前置放大器时输出电压脉冲幅度会很小以致难以获得满意的信噪比，更为重要的是对于半导体结型探测器（除全耗尽型和 Li 漂移结型以外），耗尽层厚度随工作反向偏压增加而增加，即探测器的电容与工作电压有关，对于核辐射在探测器中的相同能量损失（相同的电荷量 Q），在电压灵敏前置放大器输入端，进而在其输出端会有不同的电压脉冲幅度。与此同时，探测器的内阻也会发生变化而影响到电压脉冲形状。而电荷灵敏型前置放大器的输出电压脉冲幅度和形状，在相当宽的探测器工作条件范围内不会与探测器的电容和内部泄漏电阻有关，而只决定于反馈回路的电容 C_f 及跨接电阻。因而电荷灵敏前置放大器的输出电压脉冲幅度正

比于 Q/C_f，即正比于 Q。C_f 通常仅几个皮法。电荷灵敏前置放大器的输出电压脉冲幅度可达45 mV/MeV。

图 3-31 显示用 Si(Au)面垒探测器构成的带电粒子能谱仪，对于^{241}Am 发生 α 衰变($T_{1/2}$ = 432 a)放出主要的三群 α 粒子(能量和强度分别为 5.486 MeV(85.2%)，5.443 MeV(12.8%)和 5.389 MeV(1.4%))测得的脉冲幅度分布谱。图 3-32 则显示出使用由 NaI(Tl)γ 谱仪和由 HpGe γ 谱仪测得的脉冲幅度分布谱。在一般情况下，为将测得的脉冲幅度分布谱转换成相应核辐射的能谱，需要用精确已知能量的核辐射源在完全相同的实验条件下对核辐射能谱仪进行能量刻度。表 3-4 和表 3-5 分别列出目前最常用的 α 和 γ 放射源性质。

表 3-4　常用于能量刻度的 α 放射性源

核　素	$T_{1/2}$	α 粒子能量/MeV	绝对强度(%)
^{241}Am	432.2 a	5.486	85.2
		5.443	12.8
		5.389	1.4
^{239}Pu	2.41×10^4 a	5.155	73
		5.143	15.1
		5.103	11.5
^{210}Po	138.4 d	5.305	100
^{235}U	7.04×10^8 a	4.401	57
		4.365	18
^{238}U	4.47×10^9 a	4.196	77
		4.149	23
^{244}Cm	18.11 a	5.805	76.7
		5.763	23.3

表 3-5　常用于能量刻度的 γ 放射源

核　素	$T_{1/2}$	γ 能量/keV	绝对强度(%)
^{241}Am	432.2 a	59.5	36.0
^{243}Am	7380 a	74.66	67.4
^{57}Co	270 d	122.06	85.6
^{111}In	2.83 d	245.4	94.0
^{113}Sn	115 d	391.7	64.9
^{126}Sb	12.4 d	414.8	88.0
		720.5	58.0
^{134}Cs	2.06 a	569.2	14.0
^{54}Mn	312 d	834.8	100.0
^{65}Zn	244 d	1115.5	50.6
^{46}Sc	83.8 d	1120.5	100.0
^{60}Co	5.26 a	1173.0	99.95
		1332.5	99.98

由图 3-31 和 3-32 所示脉冲高度谱看出，即使单能核辐射粒子完全损失自己的能量在探

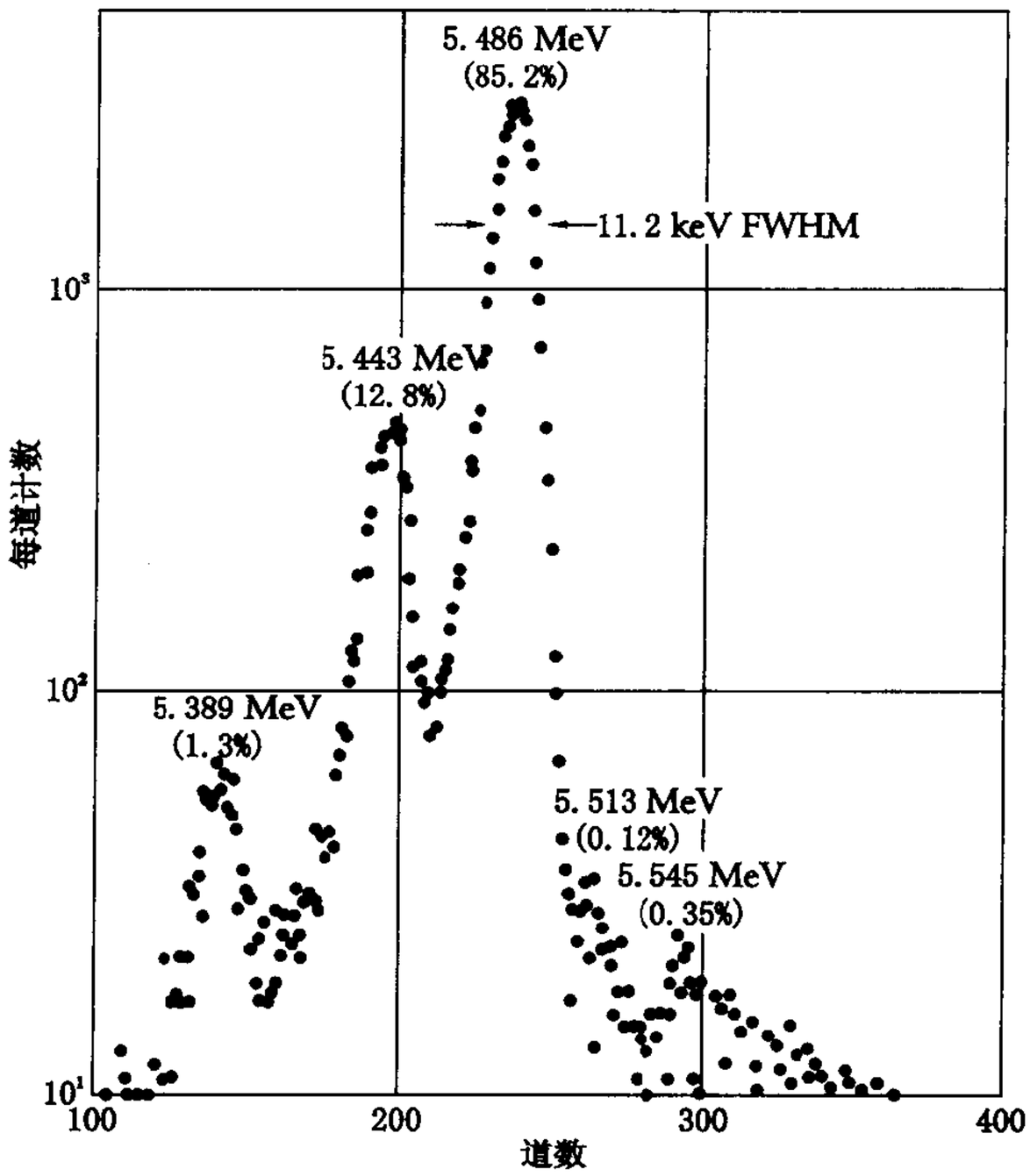


图 3-31　Si(Au)探测器测得 α 射线能谱

(引自:1995 年 EG&G ORTEC 公司产品目录,P459)

测器灵敏体积内的条件下,相应的脉冲高度并非完全一样,而是围绕某个脉冲高度涨落的。显然,如果这种涨落愈小且有规律,相应核辐射的能量则可被确定得愈精确,而且愈容易分辨开相邻能量的核辐射。例如图 3-32 中由 NaI(Tl)闪烁谱仪测得的 835 keV,1173 keV 和 1332 keV 三条 γ 射线的全能峰都比由 HpGe γ 谱仪测得的宽许多。为了定量地描述能谱仪的能量分辨性能,通常采用一个单能峰的分布半高宽(半高度的全宽度 FWHM)。理论上,它等于 2.36 倍正态分布的均方根差值。目前 HpGe γ 谱仪对 1.332 MeV 单能 γ 射线,相应峰的半高宽可小至 1.8 keV。NaI(Tl)单晶 γ 谱仪则约 80 keV。有时,也用 FWHM 除以峰位相应能量的百分数来描述谱仪的能量分辨率,如 HpGe γ 谱仪对 1.332 MeV γ 射线具有 0.135% 能量分辨率,而 NaI(Tl)约 6%,即比 HpGe γ 谱仪的能量分辨率差几十倍! 对于带电粒子能谱测量,气体电离室的能量分辨率,对 5 MeV α 粒子约 1%,而金硅面垒结型探测器可达(0.1～0.2)%。

在各种能谱仪中,引起单能核辐射全能峰幅度展宽的因素很多且相对重要性也各不相同。对于本章讨论的气体电离室、正比室、闪烁探测器及半导体探测器,为了从总体上了解和把握它们作为能谱仪的能量分辨率限制,我们不妨将这些因素分类成:a)核辐射进入探测器灵敏体积并在其中损失能量以及产生可收集的离子对数目的涨落;b)带电粒子的收集和倍增过程中的涨落;c)探测器和放大器的噪声。若它们对单能脉冲幅度分布的半高宽的独立贡献分别用 W_1,W_2 和 W_3 来表示,则单能峰的半高宽 W 等于

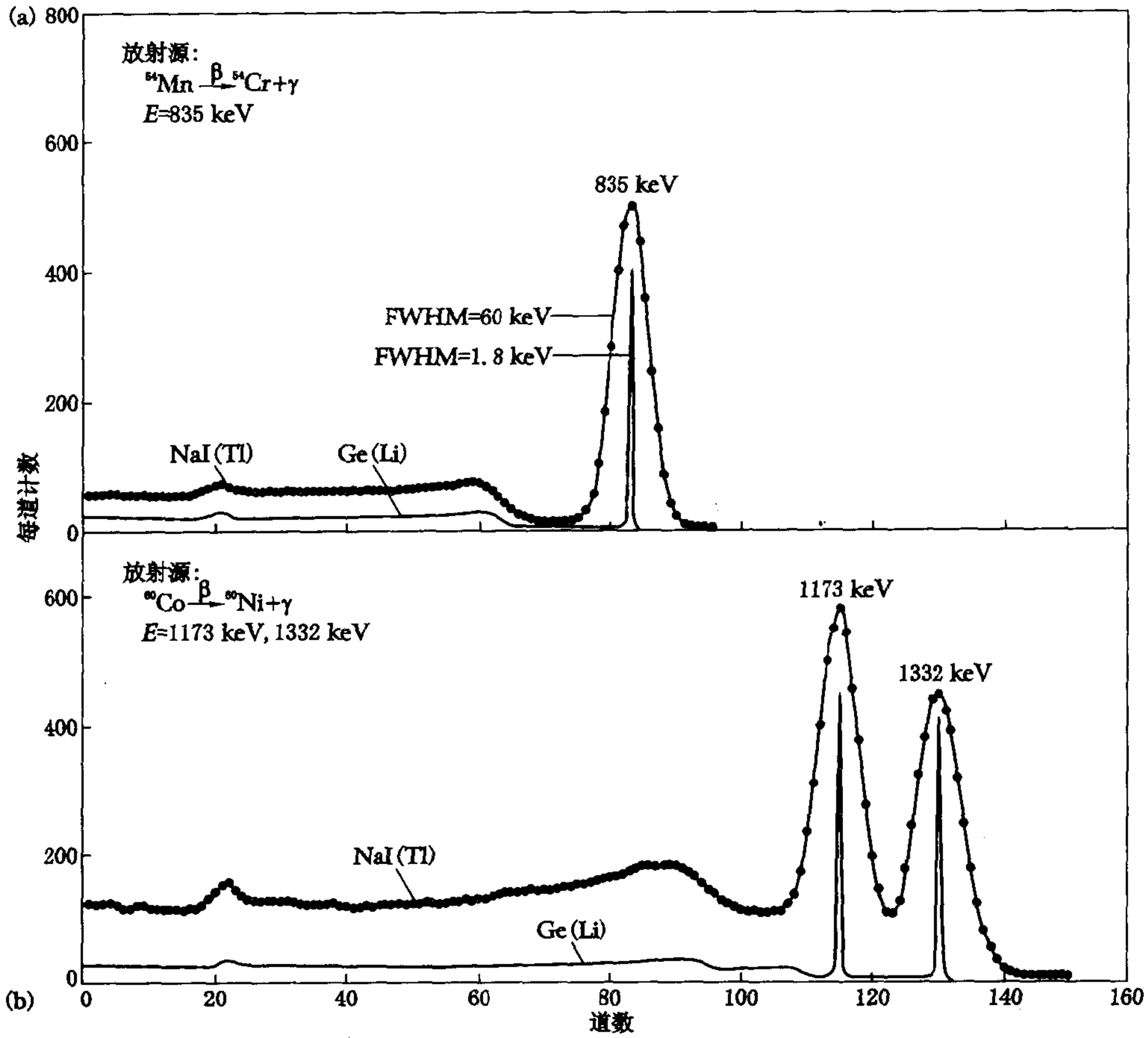


图 3-32　NaI(Tl)和 HpGe 测得 γ 能谱

$$W = (W_1^2 + W_2^2 + W_3^2)^{1/2} = 2.36(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)^{1/2} \tag{3.3-1}$$

为得第二个等式,假定了这些因素引起脉冲高度的涨落都服从正态分布,故分布半高宽可用相应的标准偏差来表示。

对于讨论的所有探测器系统,第一个因素即单能核辐射进入灵敏体积内损失其能量,产生可被收集的离子对数目并不是完全相同的,它围绕某一平均值作涨落。除了进入灵敏体积的路径分散、窗厚度、灵敏层厚度及阻止介质性质等因素引起的涨落外,核辐射与灵敏层介质相互作用过程本身的统计涨落就足以引起可观测的峰脉冲高度分布的展宽。假定核辐射粒子完全被阻止在灵敏介质中,损失其全部动能 E(MeV),产生一离子对所需能量为 ε(MeV),则可以产生的离子对数为 $n = E/\varepsilon$。假定产生一对离子是完全独立无关的,且 n 比较大,产生离子对数目的统计涨落就为$\sqrt{n}$。

$$W_1 = 2.36\sqrt{n\varepsilon} = 2.36(E\varepsilon)^{1/2} \tag{3.3-2}$$

实际上,n 对离子的产生并不是完全独立的,它损失的总动能必须精确等于 E,为此引入所谓

法诺(Fano)因子 F,它等于实际的均方涨落除以离子对数 n,故

$$W_1 = 2.36(FE\varepsilon)^{1/2} \tag{3.3-3}$$

Fano 指出,对于经常用作气体探测器介质的惰性气体,F 相当小($F\approx0.3$);对于 Si,Ge 等半导体介质,F 接近于 1。但在另一方面,在 Si 等半导体中 ε 约为 3 eV,而在惰性气体中约为 30 eV,可见对于相同的总能量损失 E,在半导体探测器中由于电离碰撞产生离子对数目涨落引起脉冲高度展宽要明显小于气体探测器。至于闪烁探测器中,虽然核辐射损失能量产生闪烁光子,而不是带电粒子,但可以类比地考虑在光电倍增管的第一倍增电极上收集到的光电子数目的涨落。大量研究表明,在通常情况下,为在第一倍增电极上收集到一个光电子,核辐射需平均损失(300～500) eV 的动能,而法诺因子约为 1。可见在闪烁探测器中,在光电倍增管的第一倍增电极上收集到的光电子数目的涨落会引起大的展宽,在很大程度上限制了闪烁探测器测量核辐射能谱的能量分辨率。

关于第二个因素即带电粒子收集和倍增过程中的涨落。对于半导体探测器和电离室,正常工作条件下,收集带电粒子是接近完全的,也不存在倍增过程,所以这因素引起的谱线展宽可以忽略。但对于正比室和闪烁探测器都存在倍增过程的涨落,而且这涨落十分灵敏地依赖于正比室和光电倍增管的工作电压。

第三个因素即探测器和放大器的噪声。在一般条件下,正比室和闪烁探测器,特别是闪烁探测器,这个因素对线展宽影响小,而对电离室和半导体探测器,可被认为是引起线展宽的主要因素。如果认为漏电流引起的噪声对于电离室和半导体探测器相差不多的话,散粒噪声(shot noise)对于半导体探测器更为重要,这主要因为它具有更大的杂散电容。

§3.4 符合测量与时间分辨

在核辐射测量中,我们不仅需要单独对一种核辐射进行测量,在许多场合,我们必须对一种核辐射的两个以上参量或对两种以上相互关联的核辐射进行测量。首先让我们来看看有关

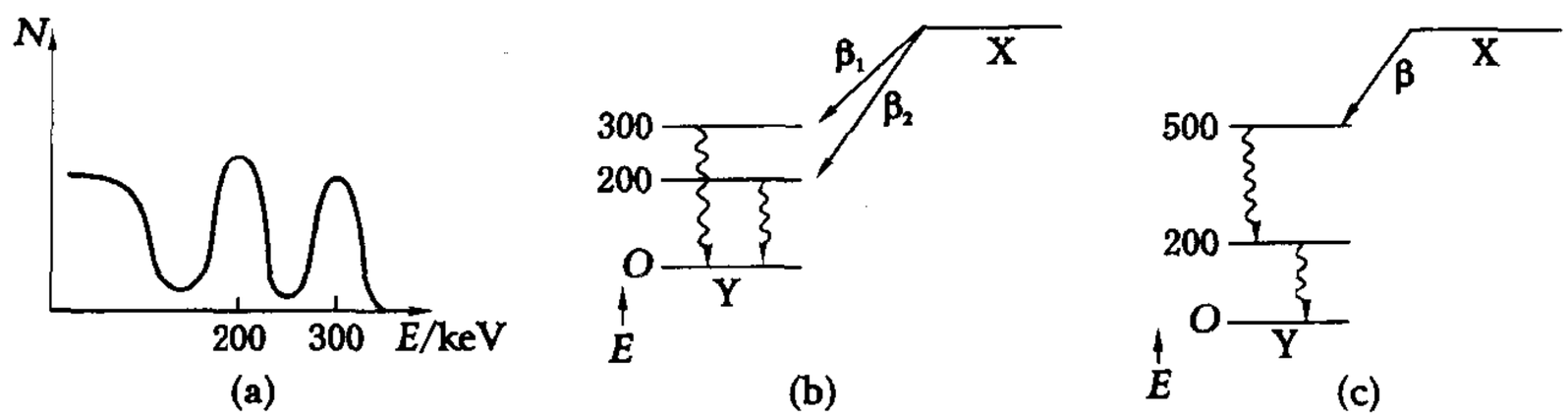


图 3-33 原子核发射 γ 能谱及能级结构举例

能级图的确定。图 3-33(a)显示对某放射性核素发射出的 γ 射线,用单个 γ 能谱仪测得的能谱。显然,由图 3-33(b)和(c)表示的核素 Y 的两种核能级结构图都能给出图 3-33(a)显示的 γ 能谱,即存在能量分别为 200 keV 和 300 keV 的两条 γ 射线。为了确定 Y 核到底具有哪种能级结构图,符合测量是不可避免的。当然可以用不同类型核辐射间的符合测量,这里,我们以 γ-γ 符合为例,讨论符合测量的主要特性。图 3-34 表示两重符合测量的示意图。S_1 和 S_2 代表两个 γ 探测器,标有 E_1 和 E_2 的两方块代表两种能量选择器,分别只让相应于 E_1 和 E_2 能量的

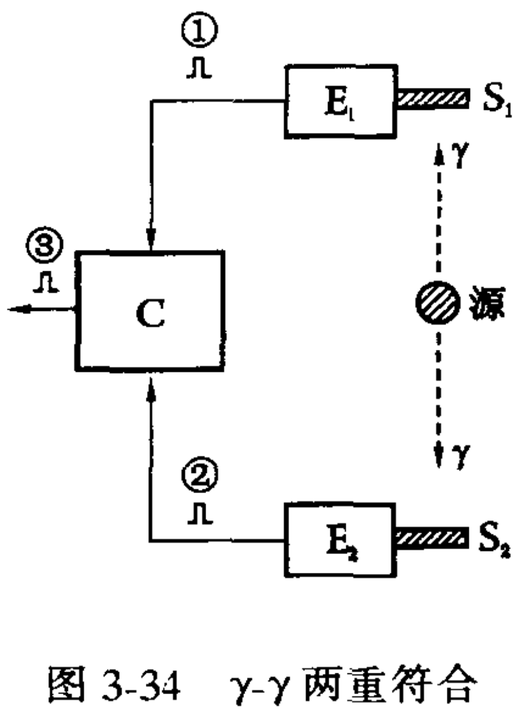


图 3-34　γ-γ 两重符合示意图

脉冲通过。图中“C”表示称作符合电路的电子学插件，其功能是：仅当它的两个输入端①和②“同时”有脉冲信号到达时，在其输出端③才有信号输出。当然，这里不可能实现“绝对的同时”，而总是表示在某一时间间隔内的同时，这个需要达到的最大时间间隔 τ 称作符合电路的分辨时间。亦即当这两脉冲间的时间间距大于 τ 时，则不再认为是“同时”。在当今快电子学技术条件下，τ 值一般可达(10^{-6} ~10^{-9}) s。原子核激发态能级寿命通常是非常短的，在图 3-33(c)的能级结构情形，可以认为两个 γ 光子的发射是同时的，符合电路 C 有输出，而如图 3-33(b)的情形，两个 γ 射线不可能同时出现在符合电路输入端，所以符合电路无输出。

1. 偶然符合与分辨时间

实验表明，即使核素 Y 具有图 3-33(b)所示能级结构，即两个 γ 射线并无时间上的关联，但是在符合电路分辨时间 τ 一定的情形下，如果 X 放射源强度相当高时，符合电路 C 仍然会有输出，这就是偶然符合。假定 X 源强 A_0(亦指每秒发生 A_0 次衰变)，Ω_i 和 ε_i 为探测器所张立体角及固有探测效率，在符合电路 C 的每个输入端，单位时间输入脉冲数目为

$$N_1 = A_0\Omega_1\varepsilon_1;\ N_2 = A_0\Omega_2\varepsilon_2 \tag{3.4-1}$$

显然，单位时间的偶然符合计数 N_f 不仅与 N_1 和 N_2 有关，而且随符合电路的分辨时间 τ 增大而增大。容易理解：

$$N_f = 2\tau N_1 N_2 \tag{3.4-2}$$

式中引入因子 2 是考虑到由输入①和②开启符合电路的对称性。如果选择 $\tau = 10^{-6}$ s，$N_1 = N_2 = 10^2\ s^{-1}$，则有偶然符合计数率 $2\times10^{-2}\ s^{-1}$，这个数值本身是不大的，但必须与真符合计数率相比较。为了简单地估算图 3-33(c)所示情形的真符合计数率 N_R，我们假定 γ_1 和 γ_2 发射不存在空间关联，即认为 300 keV γ 光子发射方向不显著影响 200 keV γ 光子的发射方向，于是

$$N_R = A_0(\Omega_1\varepsilon_1)(\Omega_2\varepsilon_2) \tag{3.4-3}$$

偶然符合与真符合计数率之比为

$$\frac{N_f}{N_R} = \frac{2\tau(A_0\Omega_1\varepsilon_1)(A_0\Omega_2\varepsilon_2)}{A_0(\Omega_1\varepsilon_1)(\Omega_2\varepsilon_2)} = 2\tau A_0 \tag{3.4-4}$$

为使测量结果可靠，必须调整实验条件以使 N_f/N_R 比值极小。可以看到 N_f/N_R 比值与探测器几何条件无关，只决定于符合电路分辨时间 τ 和所用放射源源强 A_0。另一方面，真符合计数率 N_R 则与立体角 $\Omega_1\cdot\Omega_2$ 乘积相关，所以为了获得高的真符合计数同时又少受偶然符合的影响，在使用合适的放射源源强条件下，尽量增大探测器立体角是十分有利的，同时应采用具有小分辨时间 τ 的符合电路。当然 τ 值不能小于发射体能级的平均寿命，否则将会损失真符合计数。对于所考虑的例子，当 X 放射源源强约 $10^3\ s^{-1}$，两个 γ 探测器足够靠近放射源，$\Omega_1\varepsilon_1 = \Omega_2\varepsilon_2 = 5\times10^{-3}$。在这条件下 N_f/N_R 约为 $2\times10^{-6}\times10^3 \approx 2\times10^{-3}$，而 $N_R \approx 0.025\ s^{-1}$，是可以接受的。

2. 时间测量及时间分辨

符合测量的另一例子是时间测量。在核物理实验中,对时间的测量是很重要的,它涉及粒子飞行时间、激发能级衰变的特征时间等。下面,我们以测量粒子飞行一定距离所需时间为例讨论实验方法原理。

一个质量为 M(u)、动能为 E(MeV)的粒子,飞行距离 L(m),所需时间 t(ns),在非相对论近似下可表示为

$$t = 71.9L\sqrt{m/E} \tag{3.4-5}$$

对于 1 MeV 中子,飞行 1 m 距离所需时间约 72.2 ns。从实验上一旦测得具有确定动能的粒子飞行一定距离所需时间后,可以鉴别该种粒子的质量,这是经常用于鉴别粒子质量的飞行时间质谱法。另一方面在知道粒子质量的条件下,通过飞行时间测量可以得到该种粒子的能量即经常使用的飞行时间能谱法。

显然,为了测定粒子飞行一段距离所需时间,需要定时精度高的"起始"和"到达"的时间标志信号,并设法测得这两个标志信号间的时间差。图 3-35 显示测量飞行时间原理示意图。飞行离子先后与两个探测器相互作用产生的两个信号,经恒分甄别器 CFD(Constant-Fraction Discriminator)分别得到"起始"和"到达"的定时信号,并分别输入至时间-脉冲幅度转换器 TAC(Time-to-Amplitude Converter)的"起始"和"到达"端。TAC 的功能是接收两个定时精度高,具有一定时间间隔的"起始"和"到达"时间标志信号,并将它们之间的时间间隔转换为与其成正比的输出脉冲幅度。利用多道脉冲幅度分析器 MCA(Multichannel Analyzer)对 TAC 输出脉冲幅度分类,从而获得相应的时间间隔分布。

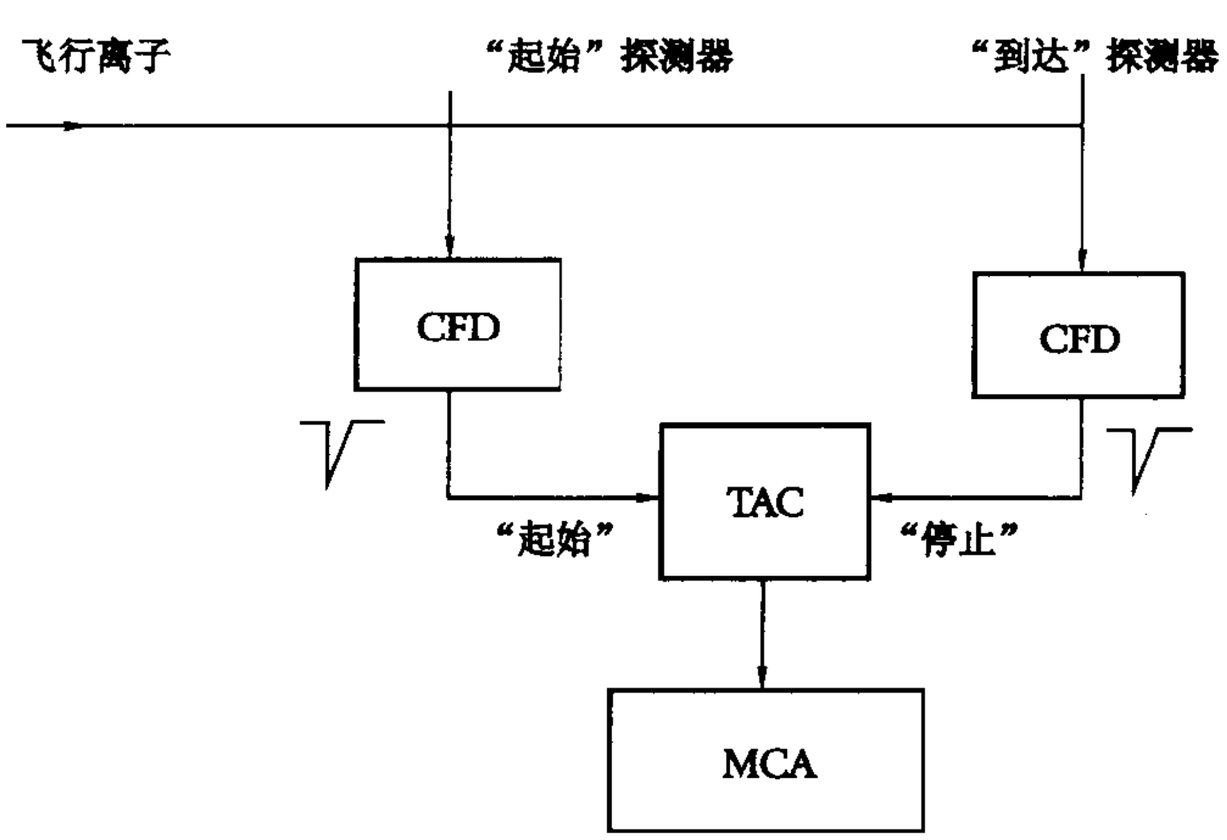


图 3-35　测量飞行时间原理图

对于能量和质量确定的粒子,飞行一定距离所需时间应是单一的。实际上用飞行时间方法测得的这时间是围绕某一平均值的一个分布,分布的宽窄通常用半高宽 FWHM 表示,称为时间测量系统的时间分辨,它直接影响到时间测量的精度。由图 3-35 可知,"起始"和"到达"时间标志信号通常是由粒子经过探测器产生的电信号,经过特殊的电子学单元对其进行处理后获得的定时信号,为保证时间测量具有高的精度,必须要求探测器具有非常快的时间响应特性和处理它的快电子学技术。现在,时间测量精度已可达到次纳秒(10^{-10} s)的量级。

§3.5　辐射剂量与防护

如何比较核辐射的强弱?如何衡量核辐射在介质中产生效应的大小?在前一章,我们引入了放射性活度的概念,它表示在放射源中单位时间发生衰变的原子核数目,而不管每次衰变中放射出核辐射的类型、数目及能量。放射性活度可以用来比较两个相同放射性核素发生相

同类型衰变所发射核辐射的强弱，例如 2×10^7 Bq ^{60}Co 发射的 γ 辐射要强于 1×10^7 Bq 的 ^{60}Co。但是，在比较不同类型或(和)具有不同能量的核辐射的强弱时，放射性活度就无能为力了。

所有核辐射具有一个共同的特性，就是它们都具有使与之作用的介质原子发生电离的能力。正是因为这个共同的特性，核辐射时常又被称为电离辐射。显然，我们可以根据核辐射在特定介质中产生电离的多少或沉积能量的数量来量度其强弱。下面，让我们首先考虑 γ 辐射穿过空气介质的情形。γ 辐射虽然不能直接使空气分子发生电离，但可通过其在空气中产生的自由电子使空气分子电离。于是，尽管 γ 能量及辐射源活度可能不同，只要在单位质量空气中产生的电离电荷量相同，我们可以认为这些 γ 辐射具有相同的强度。为此，人们引入照射量(exposure)X 的概念，

$$X=\frac{Q}{m} \tag{3.5-1}$$

Q 是 γ 辐射在质量为 m 的干燥空气中产生的电离电荷量，在国际单位制中照射量的单位为 C/kg。照射量 X 的传统单位为伦琴(Roentgen，简写 R)，它被定义为在标准状态下(0 ℃ 和 101325 Pa 压力)的 1 cm^3 空气(其相应质量为 0.001293 g)中，产生一静电单位的电离电荷，相应 γ 辐射的照射量。可见 1 R $=2.58\times10^{-4}$ C/kg，相应产生的单电荷离子对数目为 1.61×10^{15} ions/kg 或 2.08×10^9 ions/cm^3。如果，平均讲在空气中产生一对离子需要 γ 辐射沉积 34 eV 的能量，则 1 R 照射量引起空气吸收能量为 7.08×10^{10} eV/cm^3。

可以预期，有关辐射效应不仅决定于总照射量的大小，而且与核辐射在单位时间内产生的照射量有关。所以人们引入照射量率的概念。显然，一个 γ 辐射源产生的照射量率应正比于该放射源的活度 A，反比于辐射源距被照射 1 cm^3 空气的距离 d 的平方。

$$\frac{X}{t}=\frac{\Gamma A}{d^2} \tag{3.5-2}$$

式中 Γ 称作该 γ 辐射源的 Γ 常量。不难理解，即使 γ 源的放射性活度相同，由于可能会放出具有不同能量及相对强度的多条 γ 射线，它们产生的照射率是不同的。因而 Γ 值是表征 γ 辐射源产生照射率的一个特征量，其单位是 C·m^2/(kg·s·Bq)。表 3-6 中给出常用放射性同位素的 Γ 常量。

表 3-6　一些核素的 Γ 值

核　素	$T_{1/2}$	射线能量/MeV 及强度	Γ/[C·m^2/(kg·s·Bq)] $\times1.94\times10^{-18}$
^{22}Na	2.6 a	0.511(181),1.275(166)	1.20
^{24}Na	15.02 h	1.369(100),2.754(100)	1.84
^{59}Fe	44.6 d	0.143(1),0.192(3),1.099(56),1.292(44)	0.60
^{57}Co	270 d	0.014(9),0.122(85),0.136(11)	0.059
^{60}Co	5.27 a	1.173(100),1.333(100)	1.28
^{131}I	8.06 d	0.08(2),0.284(6),0.364(82),0.637(7),0.723(2)	0.22
^{137}Cs	30.1 a	0.032(8),0.661(85)	0.32
^{198}Au	2.7 d	0.412(95),0.676(1)	0.23
^{226}Ra 及其子体			*0.84*

前面讨论的吸收介质都是空气的情形,不同于空气的吸收介质会有不同的能量吸收。因此有必要引入一物理量以比较在不同吸收介质中由于电离引起的能量吸收。这个量被称作介质的吸收剂量 D①,在国际单位制中,吸收剂量的单位是J/kg,专门名称是戈端(Gy,gray),1 Gy代表在每公斤吸收介质中产生一焦耳的能量吸收。

核辐射在吸收介质中引起的辐射效应(例如对材料的辐射损伤和对人体的生物效应),并不完全决定于吸收剂量的大小。实际上,像α等重带电粒子在介质中射程很短,即在很短的路径上就可损失掉全部能量;另一方面,对于β和γ辐射则需在相对更长得多的路径上才损失掉全部能量。因此容易理解 1 Gy 的α辐射对于人体细胞的损害程度可能要比 1 Gy 的γ辐射高得多。为了量度不同核辐射引发生物效应的不同,特别是为了制定对人的核辐射防护标准,人们定义辐射的相对生物效应(RBE,relative biological effectiveness),它等于为了产生相同的生物效应,某种辐射的吸收剂量与γ射线吸收剂量之比值。RBE 是一个难以精确测定的物理量。在实际应用中,习惯上使用一个品质因子(Q,Quality factor)来替代它,品质因子是按照在吸收介质的单位路径上核辐射沉积能量的多少来确定的,对于在单位路径上沉积相当少能量的γ和β辐射,其 Q 定为 1,α粒子的 Q 则可达 20。表 3-7 中列出不同辐射的品质因子。这样,核辐射对生物体系的效应就可以用剂量当量 H② (Dose equivalent)来描述。剂量当量 H 等于生物体对辐射的吸收剂量 D 和该辐射的品质因子 Q 的乘积。它可表示为

$$H = D \cdot Q \tag{3.5-3}$$

剂量当量的国际单位制单位为 J/kg,专名为希沃特(Sv,sievent)。

表 3-7　常见的核辐射的 Q 值

辐 射 类 型	Q
X 射线,β,γ	1
低能 p,n(keV 量级)	2～5
高能 p,n(MeV 量级)	5～10
α粒子	20

综合上面的讨论,根据人们对核辐射的不同观测量,可以用不同的物理量来描述核辐射在吸收介质中产生效应的大小。表 3-8 给出这些物理量及其单位。

表 3-8　测量核辐射的物理量及单位

物 理 量	观 测 量	传统单位	SI 单位
活性(A)	衰变率	居里(Ci)	贝可勒尔(Bq)
照射量(X)	空气中产生的电离	伦琴(R)	库仑每千克(C/kg)
吸收剂量(D)	能量吸收	拉德(rad)	戈瑞(Gy)
剂量当量(H)	生物效应	雷姆(rem)	希沃特(Sv)

关于对核辐射的防护问题,应该说对于人体接受的剂量当量与其产生的危害性之间的关

① 传统单位是拉德(rad,radiation absorbed dose),1 rad 代表在每克吸收介质中发生 100 erg 的能量吸收。

② 剂量当量的传统单位为雷姆(rem, roentgen equivalent man),这时相应的吸收剂量以拉德 rad 为单位。

系,都还有待人们从理论及实验上去深入系统地进行研究。从核武器爆炸中,人们确切知道在大剂量当量(例如 1 Sv)的短期照射下即可造成生物体的死亡,但是,对于在低剂量当量的长期照射对生物体造成危害的详尽知识则知之不多。在目前情况下,核辐射防护的指导原则是尽可能地减少不必要接收的剂量当量。据此原则,考虑到人类生存环境中的本底辐射源(宇宙线、天然放射性),每年给予人体的剂量当量约为(1～2) mSv,国际辐射防护委员会(ICRP)推荐核辐射工作人员与公众每年允许的全身吸收剂量当量分别为 50 mSv 和 5 mSv。

习　　题

3-1. 如果已知质子在某种介质中的射程和能量关系曲线,试求出某一能量的氘、氚在同种介质中的射程值。

3-2. 利用 NaI(Tl) γ 谱仪测^{24}Na(E_γ=2.76 MeV)γ 谱,预测所测 γ 谱的大概形状。

3-3. 计算 4000 Bq 的^{210}Po 源(E_α=5.30 MeV),当发射的 α 粒子完全被阻止在一充 Ar 电离室的灵敏区内时,计算其产生的平均电流。

3-4. 试估算耗尽层厚度为 5 mm Si 探测器中,完全收集电离电荷的最短时间?

3-5. 用一个 Si(Au)探测器(基质材料电阻率 ρ=2000 Ω·cm)测 5.3 MeV α 粒子的能谱。外加偏压为 0 时,有无脉冲信号输出? 逐渐升高偏压,输出脉冲幅度有何变化? 探测器的能量分辨率会有什么变化? 实际上应选择什么样的偏压值?

3-6. 假定在 Si 和 Ge 探测器中除产生电子-空穴对数目的涨落不同外,其余因素对全能峰 FWHM 的贡献皆为 5 keV。若带电粒子在 Si 和 Ge 探测器中获得全能峰总的 FWHM=$50^{1/2}$ keV,试求相应的带电粒子能量?

第四章　核　　力

如果把原子核拆成自由核子，就要对体系做功。这表明核子之间有相互作用。具有正电荷的质子之间有库仑斥力，但如果仅仅有库仑力，中子、质子不会聚到一起构成原子核。存在着稳定的原子核这一事实表明，核子与核子之间有很强的作用力，称为核力。核力的作用要比库仑力强，而且主要是吸引力，这样才能克服库仑斥力而组成原子核。核子间的磁力也比核力的作用小得多，万有引力比起核力更是微不足道。从 α 粒子被原子核的散射实验可知，直到 10^{-14} m 这样短的距离，还是库仑散射，粒子间作用力主要是库仑力。只有当碰撞参数更小时，α 粒子散射才发生突变。这种情形不同于库仑散射，是核力起作用了。核力作用距离很短，大约是 10^{-15} m。库仑力是长程力，它的大小与距离平方成反比。核力却是短程力，核子之间距离超过某个很短的作用范围时，就没有核力作用了。粗略地说核力是短程的强相互作用，而且所起的作用主要是吸引的作用。

通常，我们假定两个核子之间的作用跟其近旁有无其它核子无关。这种两体相互作用的假设在原子核内并不很准确。从核力的介子场论，可以预期两核子之间的相互作用不仅可能受到其它核子的影响，而且还可能存在着和两体作用不同的三体、四体等多体力的作用。然而在核内核子间的相互作用还是以两体作用为主的，用两体作用的假设，已可以解释大量的实验事实。因此，在本书中仅限于讨论两体相互作用，并以作用势 V 表示这种作用。

直到现在，对于两体核力的了解也还不完全。对于核力的研究，通常有两个途径。一方面用唯象的方法，对氘核和核子-核子散射等进行实验研究和理论分析，以了解核力的性质和可能的形式。另一方面还可以用量子场论的方法来从根本上解释核力，比如认为核力是通过核子间交换介子而起的作用，从而导出核子-核子相互作用势，这就是核力的介子场理论。用介子场论得到的介子交换势，其效果可以与唯象核力基本符合。现在对于核力的更深入的认识，是把核力看作是由胶子在夸克间交换的强相互作用在核子之外的剩余相互作用。但从强相互作用的基本理论——量子色动力学出发来定量描述核力还是十分困难的。

本章主要介绍唯象核力，即由研究两核子体系得到核子-核子作用势。两核子体系有中子-质子(np)、质子-质子(pp)和中子-中子(nn)三种，np 体系有一个稳定的束缚态，即氘核基态。pp，nn 体系没有束缚态，即实验上没有发现稳定的 $^{2}_{2}\mathrm{He}$ 和双中子态 $^{2}_{0}\mathrm{n}$。pp 体系除了有核力外，还有库仑斥力。本章将由分析氘核基态、低能核子-核子散射和高能核子-核子散射，来讨论核力的性质。最后将简单地介绍核力的介子场论。

§4.1　氘核基态

1. 实验数据

由一个质子和一个中子组成的氘核只有一个束缚态，就是它的基态。氘核是稳定的核素，对于氘核性质的实验测定有很高的精确度。关于氘核的结合能 B(或氘核能量 $E=-B$)，它的总角动量 J，磁矩 μ_d 和电四极矩 Q_d 的数据见表 4-1。

表 4-1　氘核的实验数据①

结合能	B/MeV	2.224573 ± 0.000002
总角动量量子数	J	1
磁矩	μ_d/μ_N	$0.857438230 \pm 0.000000024$
电四极矩	$Q_d/10^{-2}$ b	0.2860 ± 0.0015

① http://www.nndc.bnl.gov/nndcscr/testwww/AR002H.HTML,1999 年。

氘核是 np 二核子体系,核子之间没有库仑力,只有核力。但是,氘核又过于简单,只有一个束缚态,因此不能由它得到关于核力较多的知识。

2. **中心力$^3S_1$ 态**

量子力学对于两体问题,总可以分成质心运动和相对运动来处理。讨论核子之间的相互作用,只需讨论核子之间的相对运动,而与体系的质心运动无关。核子-核子相互作用势只与核子间相对位置 $\boldsymbol{r}$、相对动量 $\boldsymbol{p}$ 以及两核子的自旋 $\boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2$ 有关。$\boldsymbol{\sigma}$ 是泡利算符,核子自旋算符 $\boldsymbol{s} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$,量子数 $s = 1/2$。核子-核子相互作用势函数可以写作 $V = V(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{p}, \boldsymbol{\sigma}_1, \boldsymbol{\sigma}_2)$。

最简单的势函数是只与核子间距离 r 有关的中心势 $V(r)$。氘核内两核子的相对运动可以近似地当作单粒子在中心势场中的运动。最简单的核子-核子作用中心势可取为球形直角势阱,

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < r_N \\ 0 & r > r_N \end{cases} \tag{4.1-1}$$

在图 4-1 中画出了球形直角势阱。当 $r > r_N$ 时 $V(r)$为零,这表示超过一定距离的两核子,就没有相互作用。选取自由中子、质子的状态为势能的零点。球形直角势阱有两个参数:V_0 和 r_N。V_0 是势阱深度,$V_0 > 0$。(4.1-1)式中的负号表示吸引力。r_N 是势阱的宽度,表示核力的力程。显然,球形直角势阱只是一种简单的近似,但它可以帮助我们理解核力的许多重要性质。

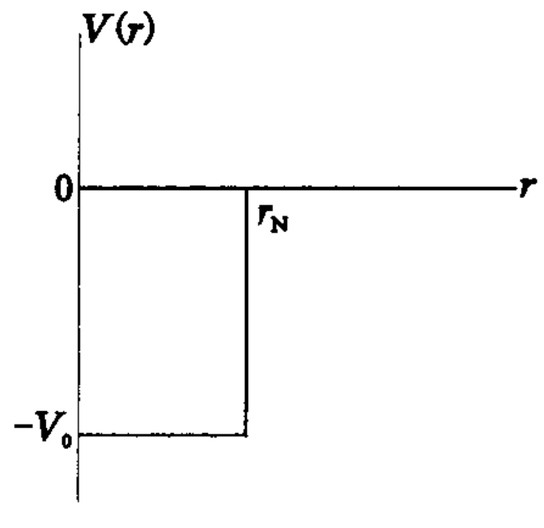


图 4-1　球形直角势阱

氘核只有一个束缚态,$E = -2.2246$ MeV。如果核子间相互作用取球形直角势阱这种形式,就可由薛定谔方程讨论参数 V_0 和 r_N 的关系,并得出波函数的一些性质。薛定谔方程是

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V(r)\right]\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r}) \tag{4.1-2}$$

其中的 $V(r)$是(4.1-1)式表示的势阱。μ 是中子、质子的约化质量

$$\mu = \frac{m_n m_p}{m_n + m_p} \approx \frac{1}{2}m_p \tag{4.1-3}$$

中心势场的薛定谔方程可以分离变量

$$\psi(\boldsymbol{r}) = \frac{u_1(r)}{r}Y_{lm}(\theta, \varphi) \tag{4.1-4}$$

其中 $u_l(r)$称为径向波函数,满足径向方程

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}+V(r)\right]u(r)=Eu(r) \tag{4.1-5}$$

这是能量 E 的本征方程。基态的能量最低，是 $l=0$ 的态，即质子、中子相对运动轨道角动量为零，亦称 S 态。氘核的总角动量 $\boldsymbol{J}=\boldsymbol{L}+\boldsymbol{S}$。由于 $l=0$，所以 $J=S$。实验测定氘核的 $J=1$，所以，质子与中子的总自旋 $S=1$，质子和中子自旋平行。对于氘核的这种态，用类似原子光谱的符号 $^3S_1$ 表示，S 表示 $l=0$ 的态。若 $l=1$，就是 P 态；$l=2$，就是 D 态。上标表示自旋多重数 $2S+1$。下标是总角动量量子数 J。

对于 $l=0$，径向方程(4.1-5)可以写成

$$\frac{\mathrm{d}^2u(r)}{\mathrm{d}r^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}[E-V(r)]u(r)=0 \tag{4.1-6}$$

这里略去了径向波函数的下标，记作 $u(r)$。$^3S_1$ 态的波函数

$$\psi(\boldsymbol{r})\propto u(r)/r \tag{4.1-7}$$

与角度无关，是球对称的。(4.1-6)式还可以简化成

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}+k^2u=0 & r<r_{\mathrm{N}}\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}-\gamma^2u=0 & r>r_{\mathrm{N}}\end{cases} \tag{4.1-8}$$

其中

$$k=\sqrt{2\mu(V_0-B)}/\hbar$$

$$\gamma=\sqrt{2\mu B}/\hbar \tag{4.1-9}$$

显然，当 $r=0$ 及 r 趋于无限大时，u 为零。即

$$u(0)=0,\ \lim_{r\to\infty}u(r)=0 \tag{4.1-10}$$

径向方程有解

$$\begin{aligned} u&=A_1\sin kr & r<r_{\mathrm{N}}\\ u&=A_2\mathrm{e}^{-\gamma(r-r_{\mathrm{N}})} & r>r_{\mathrm{N}}\end{aligned} \tag{4.1-11}$$

在 $r=r_{\mathrm{N}}$ 处，u 及其微商 $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}r}$ 分别连续，由此可以得到

$$k\,\mathrm{ctg}kr_{\mathrm{N}}=-\gamma \tag{4.1-12}$$

或者写成

$$\mathrm{ctg}\left[\frac{2\mu(V_0-B)r_{\mathrm{N}}^2}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}}=-\left[\frac{B}{V_0-B}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.1-13}$$

这是联系 V_0 与 r_{N} 的方程式。

对于 $\gamma\ll k$，即 $B\ll V_0$ 的情形，(4.1-13)式右边近似为零，则左边近似为 $\mathrm{ctg}\,\dfrac{\pi}{2}$（不可能为 $\mathrm{ctg}\,\dfrac{3\pi}{2}$，否则就不止一个束缚态了），因此得到

$$V_0r_{\mathrm{N}}^2\approx\frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu} \tag{4.1-14}$$

如果取核力力程 $r_N \approx 2$ fm,由此式可得势阱深度是 $V_0 \approx 26$ MeV[①],满足 $B \ll V_0$ 的条件。

利用在 $r = r_N$ 处 u 连续的条件,可知 $A_1 \sin k r_N = A_2$。为得到 A_1 或 A_2 的值,还要应用归一化条件

$$4\pi A_1^2 \int_0^{r_N} \sin^2 kr \mathrm{d}r + 4\pi A_2^2 \int_{r_N}^{\infty} \mathrm{e}^{-2\gamma(r-r_N)} \mathrm{d}r = 1 \tag{4.1-15}$$

从(4.1-15)式还可以看出氘核波函数的性质,了解氘核的密度分布。运用上述一些参数:B,r_N 和 V_0,可知(4.1-15)式左边第二项约是第一项的两倍。这说明在氘核中,发现核子间距离比力程大的概率有三分之二,核子间距离在力程以内的概率只有三分之一。氘核是质子、中子结合得很松的体系。将 B 的数值代入(4.1-9)式,可以直接得出

$$\gamma = 2.32 \times 10^{14} \ \mathrm{m}^{-1} \tag{4.1-16}$$

通常定义

$$R_d \equiv \frac{1}{\gamma} = 4.32 \ \mathrm{fm} \tag{4.1-17}$$

为氘核的"半径",表示氘核的大小。这个值与 $A \approx 30$ 的原子核的大小差不多。图 4-2 表示了氘核的波函数和势阱,也标出了半径 R_d 和氘核的能量 $E = -B$。

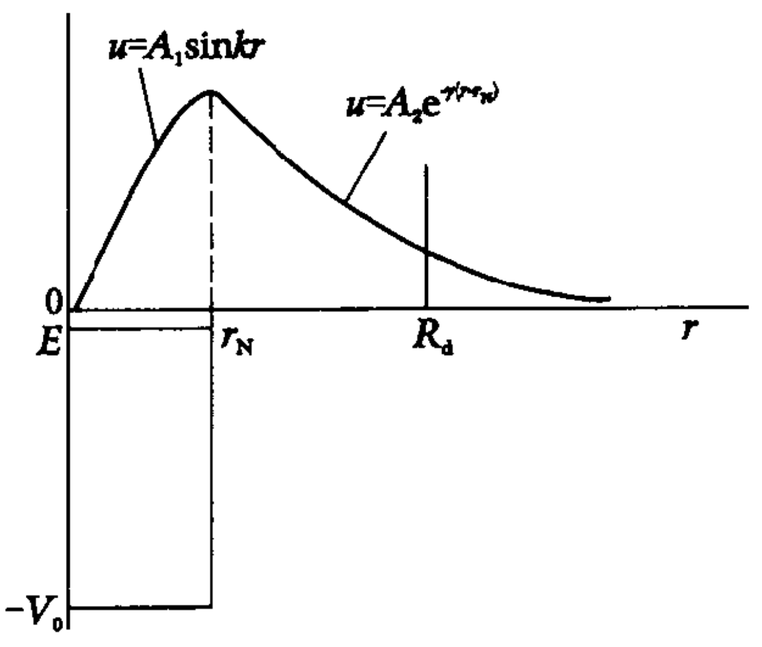


图 4-2 氘核的势阱和波函数

3. $^3S_1$ 和 $^3D_1$ 态的混合

对于总角动量为 1 的态,除了 $^3S_1$ 之外,还有 $^3P_1$,$^1P_1$ 和 $^3D_1$。中子、质子磁矩之和是

$$\mu_s = \mu_n + \mu_p = 0.879 \ \mu_N \tag{4.1-18}$$

如果氘是完全处在 $^3S_1$ 态上,则按照自旋偶合关系,氘的磁矩应当正好等于 μ_s。实验测得氘核矩 $\mu_d = 0.857 \ \mu_N$,与 μ_s 很相近,因此把氘核近似地当作 $^3S_1$ 态。但是,由于

$$\mu_s - \mu_d = 0.022 \ \mu_N \tag{4.1-19}$$

远远超过了实验误差,说明氘核不可能是纯 $^3S_1$ 态,而是不同 l 态的组合。

对于氘核,如果是总自旋为 S,轨道角动量为 l 的纯态,经计算可得到磁矩是

$$\mu_d = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{2} + \mu_s\right) + \frac{1}{2}\left(\mu_s - \frac{1}{2}\right)[s(s+1) - l(l+1)]\right\} \tag{4.1-20}$$

它以 μ_N 为单位。对于各个纯态,得到磁矩值是

$$\begin{aligned}
&^1P_1 \quad \mu_d = \frac{1}{2} \\
&^3S_1 \quad \mu_d = \mu_s = 0.879 \\
&^3P_1 \quad \mu_d = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \mu_s\right) = 0.689 \\
&^3D_1 \quad \mu_d = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2} - \mu_s\right) = 0.310
\end{aligned} \tag{4.1-21}$$

---

① 由 $r_N = 2$ fm,从解(4.1-13)求得 $V_0 = 36.6$ MeV。

从以上结果看出，氘核不是纯$^3S_1$态，不是其他的纯态，也不可能是$^3P_1$与$^1P_1$的混合态，只可能是$^3S_1$与$^3D_1$的混合态(P态和S态宇称不同，不能混合)。这种混合态的波函数可以写作

$$\psi(SD) = \cos\omega\psi(^3S) + \sin\omega\psi(^3D) \tag{4.1-22}$$

其中$\psi(^3S)$，$\psi(^3D)$是归一化的波函数，ω是参数。显然，$\psi(SD)$也是归一化的。用(4.1-22)式混合态的波函数计算磁矩，可得

$$\mu_d = 0.879 - 0.569\sin^2\omega \tag{4.1-23}$$

与实验比较，可以定出$\sin^2\omega = 0.04$。氘核主要是$^3S_1$态，有96%的概率，另外有4%的$^3D_1$态，这两者混合在一起组成了氘核。氘核的轨道角动量L^2不再是守恒量，波函数也不再是球对称的。因此，核子之间的作用除了中心力以外，还应该有一定成分非中心力的贡献。

具有球对称电荷分布的原子核没有电四极矩。实验测定氘核电四极矩$Q_d > 0$，说明氘核的电荷分布是长椭球形。氘核电四极矩更直接地表明了核力有非中心力。需要知道波函数才能计算电四极矩。实际计算表明，4%左右的D波足以给出实验测定的Q_d值。磁矩和电四极矩的实验结果都表明氘核是$^3S_1$和$^3D_1$态的混合态。不过，为给出正确的Q_d值，采用不同的核子势得到混有^3D态概率的百分数略有差别。^3D态概率在4%至7%之间都能给出正确的Q_d值。

4. 非中心力

以上的讨论，说明了氘核的质子、中子相互作用除了有中心力以外，还有非中心力。那么，两核子相互作用的非中心势应该具有怎样的形式呢？非中心势的形式首先是由介子场论的计算中得到。这里对非中心势作简要的介绍。

中心势$V(r)$只与核子之间的相对距离r有关，非中心势还与核子间相对位置$\boldsymbol{r}$的取向有关。要确定$\boldsymbol{r}$的方向，必须有另外的方向作参考。两个自旋为1/2的核子，有三个矢量：$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{\sigma}_1$和$\boldsymbol{\sigma}_2$。与方向有关的量是$\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}$和$\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2$。作为哈密顿量中的势函数必须在空间反演变换下保持不变。$\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r}$在空间反演变换下要变号。$\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2$在空间反演变换下不变号，$(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r})$也不变号。泡利算符$\boldsymbol{\sigma}$有如下性质，

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 1 \tag{4.1-24}$$

$$\sigma_x\sigma_y = i\sigma_z,\ \sigma_y\sigma_z = i\sigma_x,\ \sigma_z\sigma_x = i\sigma_y \tag{4.1-25}$$

因此在任何代数式中，$\boldsymbol{\sigma}_1$，$\boldsymbol{\sigma}_2$只出现一次式，更高方次的式子不能给出新的形式。可以拼凑成如下形式

$$S_{12} = 3\frac{(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{r})(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\boldsymbol{r})}{r^2} - \boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 \tag{4.1-26}$$

这是一个标量，而且对标号为1，2的两个核子是对称的。用两核子的总自旋$\boldsymbol{s} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2)$可以将(4.1-26)改写成

$$S_{12} = \frac{6(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{r})^2}{r^2} - 2S^2 \tag{4.1-27}$$

按经典关系，对于普通矢量，

$$\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{r} = Sr\cos\theta \tag{4.1-28}$$

θ是$\boldsymbol{S}$与$\boldsymbol{r}$的夹角，如果取$\boldsymbol{S}$方向为z轴，θ就是$\boldsymbol{r}$的极角。则

$$S_{12} = 6S^2\cos^2\theta - 2S^2 = 4S^2\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right) = 4S^2 P_2\cos\theta \qquad (4.1\text{-}29)$$

正是一个 D 波($l=2$)波函数的角度部分。

非中心力通常是张量力①,势函数可以写成如下形式

$$V_T = V_T(r)S_{12} \qquad (4.1\text{-}30)$$

其中 $V_T(r)$是 r 的函数。即

$$V_T = V_T(r)\left[\frac{6(\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{r})^2}{r^2} - 2\boldsymbol{S}^2\right] \qquad (4.1\text{-}31)$$

这里 $\boldsymbol{S}$ 是总自旋算符。

由于 $\boldsymbol{S}$ 作用于单态上恒等于零,因而在单态没有非中心力。非中心力只作用于三重态上。这说明非中心力是和核子的自旋有关的。

5. 自旋相关力

两个核子的自旋取向可以是平行的,$S=1$,或者是反平行的,$S=0$。总自旋确定的两核子的自旋波函数有

$$^3\chi_1 = \alpha_1\alpha_2$$

$$^3\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) \quad S=1, m_s = \begin{cases}1\\0\\-1\end{cases} \qquad (4.1\text{-}32)$$

$$^3\chi_{-1} = \beta_1\beta_2$$

$$^1\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) \quad S=0, m_s=0 \qquad (4.1\text{-}33)$$

其中 α_i 和 β_i 是核子 i 的自旋波函数,分别对应 $s_{zi}=\frac{\hbar}{2}$ 和 $s_{zi}=-\frac{\hbar}{2}$,$i=1,2$。

氘核是$^3S_1$ 与$^3D_1$ 的混合态,是自旋三重态,中子、质子的自旋平行。氘核只有一束缚态,就是说不存在自旋单态的束缚态。这表明,即便只考虑中心力,两核子的自旋平行或者反平行,它们的相互作用是不同的。核力的这种性质称为核力的自旋相关性。两核子自旋三重态的作用势以^3V 表示,自旋单态的作用势以^1V 表示,两者是不同的(实际上是取决于两核子的自旋之间的关系 $\boldsymbol{s}_1\cdot\boldsymbol{s}_2$)。中子、质子的自旋三重态中心力加上非中心力能形成一个束缚态,就是氘核基态。中子、质子自旋单态的中心力势阱不够强,不能形成束缚态。

氘核基态的研究使我们了解到:n-p 相互作用对于自旋三重态,有中心力和非中心力;对于自旋单态没有非中心力只有中心力;单态的中心力和三重态的中心力也有差别。讨论核子-核子散射,还可以了解 p-p 之间的核力和 n-n 之间的核力,并能得到关于核力的更多知识。

§4.2 核子-核子散射

1. 低能核子-核子散射

核子-核子散射有 n-p 散射、p-p 散射和 n-n 散射。n-n 散射没有直接实验。p-p 散射有核

① S_{12}是由二阶球张量,含有 S_{12}的势函数称张量势。如果核力是动量无关的,张量力就是非中心力的唯一形式。

力,还有库仑力。n-p 散射只有核力,我们将先讨论它。n-p 散射实验是用中子束轰击氢气或含氢物质来实现的。前者靶密度较小,后者要对靶中其它原子核(例如碳)的散射进行修正。中子打向质子主要是弹性散射,形成氘核的辐射俘获截面很小。

核子-核子散射,是讨论两核子的相对运动。可按质心系中具有折合质量 μ 的单粒子在势场中的运动来处理。入射粒子在实验室系的动能 E_L 是质心系相对运动动能 E 的 2 倍。

$$E_L = 2E \tag{4.2-1}$$

动能为 E_L 的中子,相应的相对运动波长

$$\lambda = \hbar/p = 6.44/\sqrt{E_L/2} \tag{4.2-2}$$

其中,波长 λ 以 fm 为单位,E_L 的单位是 MeV。当中子能量大于 10 eV,则 $\lambda \ll 10^{-10}$ m。可以认为入射中子每次只和一个质子相碰,质子在介质中的化学束缚可以忽略。

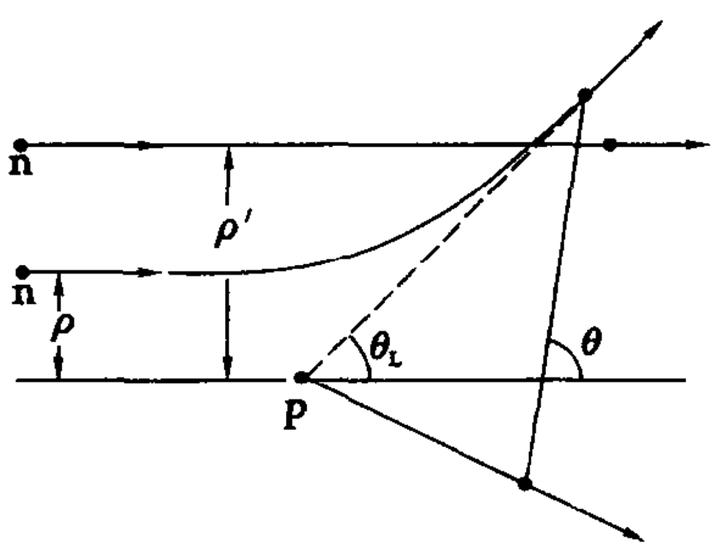


图 4-3 n-p 散射示意图

中子 n 打向固定的质子 p 靶,如图 4-3 所示,ρ 是碰撞参数。如果核力的力程是 r_N,则 $\rho \leqslant r_N$ 才有核力作用。中子相对质子的轨道角动量 $L = p\rho = \frac{\hbar}{\lambda}\rho$,$p$ 是相对运动动量数值。由量子力学知道 $L^2 = l(l+1)\hbar^2$,可得到

$$\sqrt{l(l+1)} \leqslant r_N/\hbar \tag{4.2-3}$$

如果 $r_N/\lambda < \sqrt{2}$,就只有 $l=0$ 的分波被散射,即 S 波散射。$E_L < 10$ MeV 的低能中子被质子的散射,$\lambda > r_N$,因此,只要考虑 S 波散射。下面简单介绍在 10 eV $< E_L <$ 10 MeV 的能量范围内适用的有效力程理论及其结果。

(1) n-p 散射有效力程理论简介

对于低能 S 波散射,径向波函数 $u(r)$ 满足径向方程

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2}V\right]u(r) = 0 \tag{4.2-4}$$

其中 $k = \frac{1}{\lambda} = \sqrt{2\mu E}/\hbar$,称为波数。当 r 较大,$V(r)$ 项可以忽略,这时

$$u(r) \to v(r) = \frac{\sin(kr+\delta)}{\sin\delta} = \cos kr + \frac{\sin kr}{k}(k\mathrm{ctg}\delta) \tag{4.2-5}$$

其中 δ 称为相移。如果只有 S 波对散射有贡献,散射是各向同性的,总截面为

$$\sigma = 4\pi\sin^2\delta/k^2 \tag{4.2-6}$$

从 $v(r)$ 的表达式(4.2-5)可以看出,量 $k\mathrm{ctg}\delta$ 完全由方程式(4.2-4)所决定。由于式(4.2-4)中只出现 k^2 项,把 k 换成 $-k$,方程式不变,$k\mathrm{ctg}\delta$ 的值也不变。因此,$k\mathrm{ctg}\delta$ 应是 k 的偶函数。当 k 较小时,可将 $k\mathrm{ctg}\delta$ 对 k^2 展开,取前两项,得

$$k\mathrm{ctg}\delta = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2}r_0k^2 \tag{4.2-7}$$

其中 a 称为散射长度,r_0 称为有效力程。在低能时,用(4.2-7)式表示 δ 随 k 的变化关系称为有效力程理论。经过一些数学运算,可以得出

$$r_0 = 2\int_0^\infty [v_0^2(r) - u_0^2(r)]dr \tag{4.2-8}$$

其中 $u_0(r)$为零能($k=0$)时径向方程(4.2-4)式的解。当 r 较大,$V(r)\to 0$ 时

$$u_0(r) \to v_0(r) = 1 - \frac{r}{a}$$

如果核力只在 $r<r_N$ 处起作用,则当 $r>r_N$ 时,$v_0^2 - u_0^2 = 0$。而当 $r=0$ 时,$v_0^2 - u_0^2 = 1$。如果用一次式 $1-\frac{r}{r_N}$来代替式(4.2-8)中的被积函数,就得到

$$\int_0^\infty (v_0^2 - u_0^2)\mathrm{d}r \approx \int_0^\infty \left(1 - \frac{r}{r_N}\right)\mathrm{d}r = \frac{1}{2}r_N \tag{4.2-9}$$

这样就有 $r_0 = r_N$。实际上,$(v_0^2 - u_0^2)$和$(1 - r/r_N)$有区别,因此 r_0 仅是核力力程的一种量度,所以称为有效力程。

根据有效力程理论

$$\sigma = 4\pi \frac{\sin^2\delta}{k^2} = \frac{4\pi}{k^2(1+\mathrm{ctg}^2\delta)} = \frac{4\pi}{k^2 + \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{2}r_0k^2\right)^2} \tag{4.2-10}$$

由上式可见,当 $k\to 0$ 时,有 $\sigma = 4\pi a^2$。因此,a 称为散射长度。

当存在非中心力作用时,上述理论仍然适用。

对于低能 n-p 散射,从实验上得知,在 10 eV$<E<$10 keV 内,截面几乎是常数,$\sigma =$ 20.44 b。这可以作为零能的 n-p 散射截面。由氘核束缚态得到的直角势阱,按(4.1-13)式选取参数,如 $r_N = 2.8$ fm,$V_0 = 21$ MeV,可以从理论上算出零能的 n-p 散射截面,$\sigma = 4.4$ b。理论值和实验结果差得很远,也难以通过在合理范围内调整参量得到与实验值相符合的结果。这是因为氘核只有 n-p 自旋三重态的相互作用。n-p 散射还应有自旋单态($S=0$)的相互作用,正如前面已指出,这种作用与三重态的不同。考虑了所有的作用,n-p 散射截面是

$$\sigma = \frac{3}{4}\sigma_t + \frac{1}{4}\sigma_s \tag{4.2-11}$$

其中,σ_t 和 σ_s 分别是自旋三重态和自旋单态的 n-p 散射截面,系数表示了统计权重,假设 σ_t 为 4.4 b,则由(4.2-11)式可以定出 $\sigma_s = 68$ b。两种截面大小不相同,又一次表明核力是自旋相关的。

由低能 n-p 散射实验和氘核的数据,可以定出 n-p 相互作用中自旋三重态和自旋单态情形的散射长度与有效力程①

$$\begin{aligned} a_t &= (5.425 \pm 0.0014)\ \text{fm}, & r_{0t} &= (1.749 \pm 0.008)\ \text{fm} \\ a_s &= (-23.714 \pm 0.013)\ \text{fm}, & r_{0s} &= (2.73 \pm 0.03)\ \text{fm} \end{aligned} \tag{4.2-12}$$

在确定 a_s 及 a_t 时,还用到了能量很低的冷中子为介质中质子相干散射的结果,这里不再详加讨论了。

低能 n-p 散射只能定出每种相互作用的两个参数 a 和 r_0,而与核子-核子作用势函数的详细形式无关。这称为低能散射的有效力程理论,或称低能散射势阱形状无关理论。这是容易理解的,低能入射粒子波长很长,不能细致地分辨势阱的形状。于是,任意的两参数势阱,只要

① 参见[12]51 页。

参量选得合适,就能和所有的低能核子-核子散射实验很好地符合。

当然,势阱形状还能由高能核子-核子散射来定。但是,有些计算中,人们还往往用一些较为简单的势阱来表示核子之间的短程作用,如直角势阱,高斯势阱等。

(2) 低能 p-p 散射和核力的电荷无关性

上面讨论了 n-p 的相互作用。我们需要通过低能 p-p 散射来研究 p-p 相互作用。这时,既有核力作用,还有库仑力作用。而且 p-p 体系是全同粒子体系,波函数是交换两个粒子反对称的。对于低能 p-p 散射,核力只在 $l=0$ 的态起作用。其它 l 值的态只有库仑散射,不受核力的作用。对于 $l=0$ 的态,空间波函数是对称的,为了保持整个波函数对于交换两个质子是反对称的,两质子的自旋必须反平行。因此,对于两质子的 S 态,只能是 $^1S_0$ 态。只有单态核力起作用。

库仑力是长程力,p-p 散射在小角度主要是库仑散射。散射总截面是发散的,只能讨论微分散射截面。从测定微分截面,可以定出在库仑力同时作用下,核力所引起的 $^1S_0$ 波相移。类似于低能 n-p 散射,对于低能 p-p 散射也有有效力程理论。可以定出散射长度 a_p 和有效力程 r_{0p},

$$\begin{aligned} a_p &= (-7.821 \pm 0.004)\ \text{fm} \\ r_{0p} &= (2.830 \pm 0.017)\ \text{fm} \end{aligned} \tag{4.2-13}$$

从上述结果也可以近似地得到仅仅是核力作用(没有库仑力)时的散射长度,

$$a_N' \approx -(16.8 - 17.11)\ \text{fm} \tag{4.2-14}$$

有效力程大体上仍和有库仑作用时相同。与前面所定出的 n-p 作用在 $^1S_0$ 态的散射长度 a_s 及有效力程 r_{0s}[见(4.2-12)式]相比,有效力程很接近,散射长度稍有差别。但是,由于散射长度对于势阱深度是很灵敏的函数,散射长度的这点差别引起势阱深度的差别不过百分之几。因此,可以近似地认为,在 $^1S_0$ 态,p-p 及 n-p 作用基本相同。低能 n-n 散射没有直接的实验,可以通过有两个中子产生的核反应来研究 n-n 相互作用。例如 $\pi + d \rightarrow n + n + \gamma$ 反应,对反应生成的三个粒子进行符合测量,可以得到 n-n 相互作用的知识。由实验间接定出的 n-n 作用散射长度和有效力程是

$$\begin{aligned} a_n &= (-17.4 \pm 1.8)\ \text{fm} \\ r_{0n} &= (2.4 \pm 1.5)\ \text{fm} \end{aligned} \tag{4.2-15}$$

上述结果与 p-p 散射所定出的值也很接近。

比较 $^1S_0$ 态的核力,可以认为 np,pp 和 nn 的核力近似相同。这表明在相对运动状态和自旋态相同时,核子之间的作用与核子带电荷(质子)或不带电荷(中子)无关。这仅仅是一个近似正确的结论。这一结论也为高能核子-核子散射所证实,是核力的一个重要性质。

2. 高能核子-核子散射

低能核子-核子散射只有 S 波散射,入射粒子能量提高时,有 $l \neq 0$ 的高次分波起作用,可以从中得到关于核力的更多知识。我们把这种散射称为高能核子-核子散射。其实,入射粒子的能量不一定很高。

(1) n-p 散射　交换力　自旋-轨道耦合力

对于各种入射中子能量的 n-p 散射,微分截面的实验结果画在图 4-4 中。图中所标的能量是实验室系入射中子的能量,以 MeV 为单位。从图中看出,入射中子能量 E_L 在 20 MeV

以下，n-p 散射微分截面曲线比较平坦，可以当作各向同性。随着入射能量增加，小角度的微分截面增大，这是 $l\neq 0$ 的分波起作用。但是，使人奇怪的是在反方向的微分截面也增大。在 90°附近，曲线有越来越深的谷，0°和 180°的峰几乎是对称的。当入射中子能量提高到 300 MeV 以上时，向后散射的中子甚至比向前散射的中子还多。如果中子和质子对心碰撞，中子停住而将能量全交给质子，使质子向前运动，那么这样的对心碰撞在质心系就是中子向后的散射，此时将有很大的动量传递。但是，这种大动量传递的事件，可能性是很小的，如果认为在散射过程中，中子和质子发生核作用时交换了电荷，使质子变成中子，中子变成质子，那么有了这种交换电荷的核作用，不需要大的动量传递，就能够解释高能 n-p 散射实验中微分截面的向后峰。实验表明，在核子-核子作用中有交换力，或者说核力有交换性。在具有交换性的核力作用下，中子与质子互换电荷态。更一般地，在 p-p 作用或 n-n 作用中也有交换作用。介子场论认为核力作用是通过交换介子实现的，这在本章最后将作介绍。如果交换力与寻常核力的强度相同，就可以解释 $E_L<300$ MeV 时，n-p 散射微分截面有几乎对称的向前、向后峰的现象。

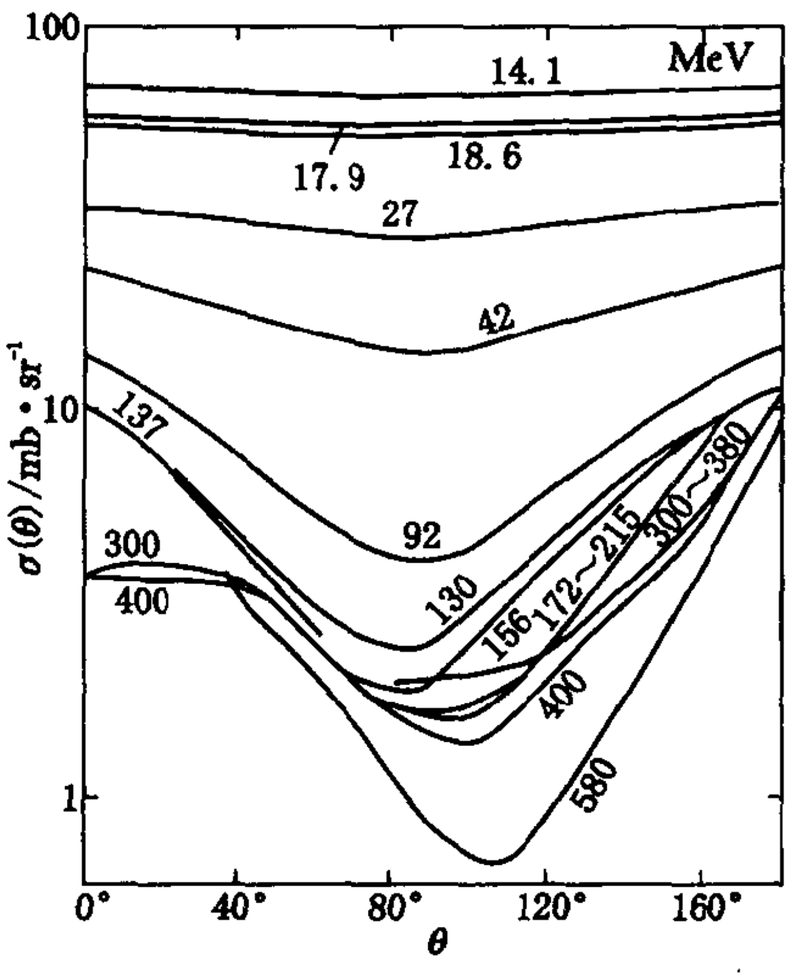


图 4-4　n-p 散射微分截面
[引自 W. N. Hess, Rev. Mod. Phys., 30, 368(1958).]

实验表明，高能核子-核子散射还会引起散射束的极化。所谓极化，是指核子的自旋平均值不为零，即 $\overline{\boldsymbol{S}}\neq 0$。通常我们从加速器得到的质子束或由核反应获得的中子束是未极化的，即对这种束 $\overline{\boldsymbol{S}}=0$，自旋没有一定的取向，对于极化束，我们可以写成 $\overline{\boldsymbol{S}}=\frac{1}{2}\hbar P\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{n}$ 表示极化方向的单位矢量，P 为极化度。$P=1$ 表示完全极化，相当于自旋完全沿 $\boldsymbol{n}$ 方向排列；$P=0$ 为未极化的情形；$0<P<1$ 称为部分极化。

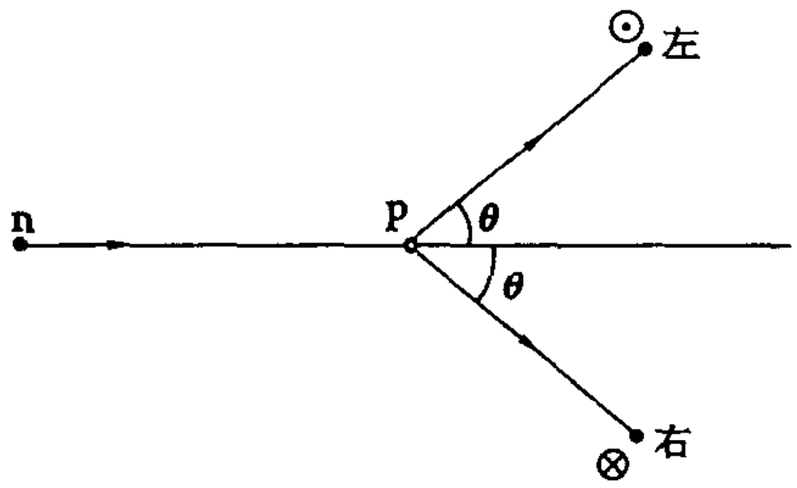


图 4-5　n-p 散射产生极化束

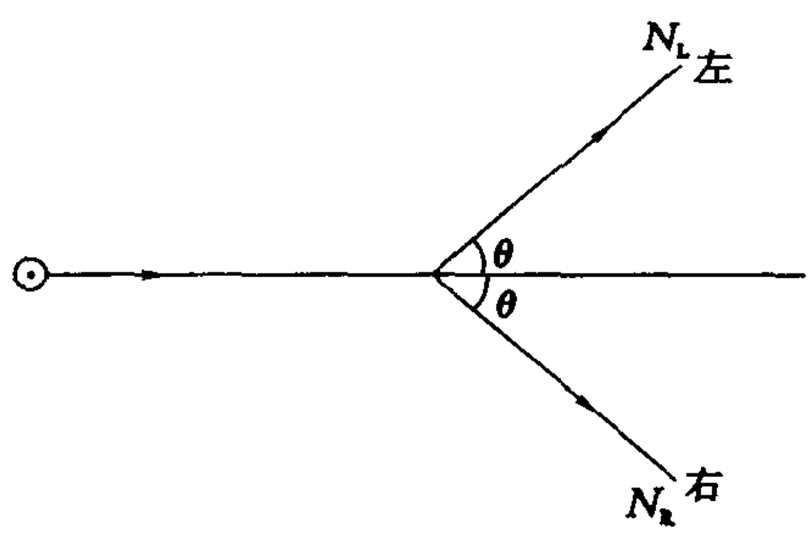


图 4-6　n-p 散射检验极化束

核子-核子散射能使未极化的入射束经散射后成为部分极化的散射束。一束未极化的中子被质子散射，则散射后的中子束和反冲的质子束都变成部分极化的，其极化方向都垂直于散

射平面(入射束与散射束所在的平面)。图 4-5 是 n-p 散射产生极化的示意图。向左散射的中子束若是向上极化,则向右散射的中子束极化就向下。如果两束的偏转角相等,则两者的极化度 P 相同,但这两束散射核子的数目是相同的。

核子-核子散射也可以用来判断一个核子束是否极化。图 4-6 说明极化束散射后出现左、右粒子数不同的示意图。如果入射束是极化的,极化方向垂直于散射平面,则经过同一偏转角 θ,向左、向右散射的粒子数 N_L,N_R 不等,由比值

$$\frac{N_L - N_R}{N_L + N_R}$$

可以计算入射束的极化度。因此,通过两次散射,可以获得核子-核子散射的极化度 $P(\theta)$。实验测定的 n-p 散射极化度 $P(\theta)$如图 4-7 所示。

单纯中心力场的作用和自旋的取向完全无关,不能引起极化,非中心力由于与自旋的取向有关,因而可以引起极化。但是,理论计算表明,仅仅是非中心力不能给出与实验相符的极化度,还要引进自旋-轨道耦合力,才足以定量符合实验观测到的极化数据。自旋-轨道耦合力的形式为

$$V_{L,S} = V_{L,S}(r)\boldsymbol{L} \cdot \boldsymbol{S}$$

其中,$\boldsymbol{L}$ 为核子间相对运动角动量算符,$\boldsymbol{S}$ 为自旋算符。这种力也只作用在自旋三重态上。单态的自旋为零,没有自旋-轨道耦合力。

极化实验要经过二次或多次的散射,计数率很低,实验比较难做。

(2) p-p 散射　排斥芯

对于 p-p 散射,随着入射质子能量增高,库仑散射越来越限于较小的散射角。各种入射能量的 p-p 散射微分截面的实验结果见图 4-8。p-p 散射是全同粒子散射,质心系的角分布为 90°对称,图中只画出 0°至 90°的角分布。实验室系入射质子的能量以 MeV 为单位,标在各曲线近旁。曲线平坦的部分是核力的作用,将核力作用外推到小角度,可以算出核作用总的散射截面。一般地总截面随入射粒子能量的增大而下降,近似地服从$\frac{1}{E}$律。但是,从图 4-8 中看出,E_L 在 170 MeV 至 460 MeV 之间微分截面基本相同,用一般的核子-核子作用势阱不能解释这个现象。

详细分析表明,只有在核子-核子作用势函数中引入排斥芯,即在 $r_0 \approx 0.4$ fm 处势函数有很强的排斥作用,再和非中心力以及自旋相关力作用联系起来,才能解释高能 p-p 散射实验,并且也能和低能 p-p 实验结果符合。具有排斥芯的中心势函数见图 4-9。图中 $r = r_c$ 处有竖直线的势函数称为硬芯势;另一势函数的变化较为缓慢,称为软芯势。

高能核子-核子散射实验有 $l \neq 0$ 分波的作用。又由于高能核子的波长很短,对势阱形状可分辨得较清楚。所以,高能核子-核子散射可以提供更多关于核子-核子作用势的知识。实验研究和理论分析表明,除进一步肯定了核力有中心力和张量力、核力与自旋有关外,还了解到核力有交换力,核力有自旋-轨道耦合力以及核力势函数有排斥芯等重要性质。特别值得指出,尽管质子-质子散射和质子-中子散射的微分截面有显著差别,仍然可以用相同的核力得到同时与 n-p,p-p 实验(包括极化实验)相符的计算结果。可以认为,微分截面表现上的差别,主要由于 p-p 是两个全同粒子的体系引起的。

我们不能直接进行 n-n 散射实验,但是在高能时,有 n-d 散射和 n-p 散射,可以近似地认为

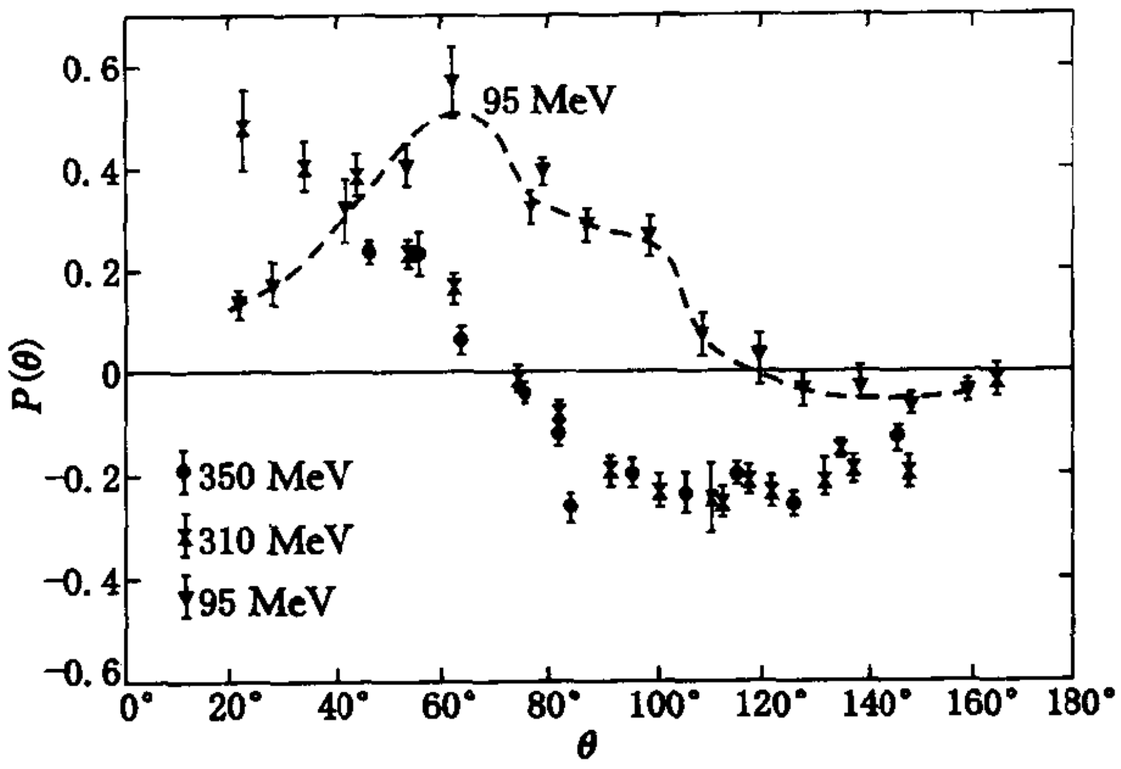


图 4-7　n-p 散射极化度 $P(\theta)$的实验结果
(引自[6]491 页)

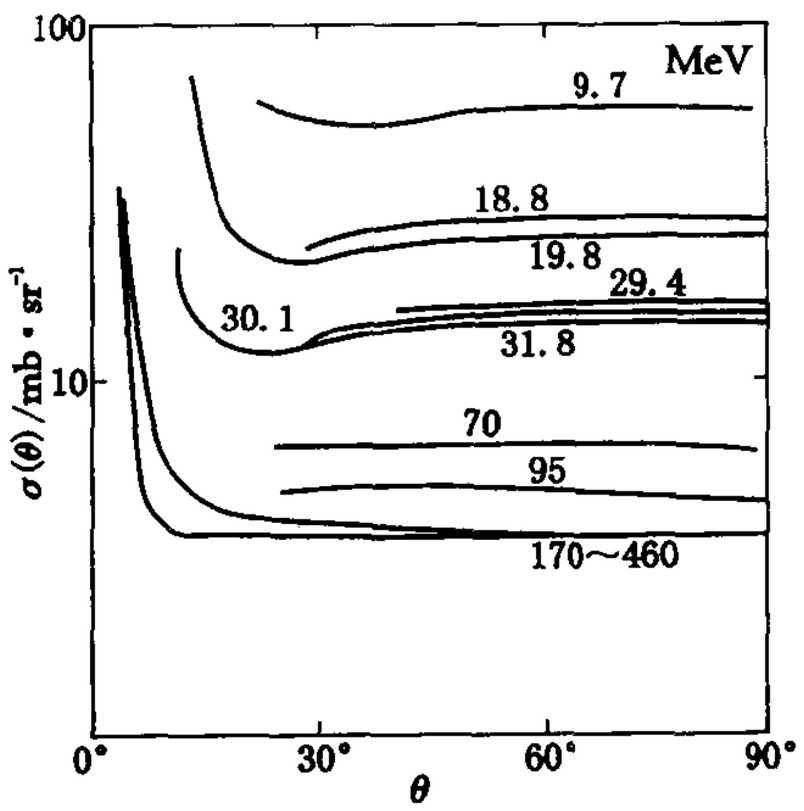


图 4-8　p-p 散射微分截面
[引自 W. N. Hess, Rev. Mod. phys., 30, 368(1958).]

$$\sigma_{n,d} = \sigma_{n,n} + \sigma_{n,p}$$

因此,通过测定散射微分截面 $\sigma_{n,d}$及 $\sigma_{n,p}$可得到 n-n 散射的微分截面。我们可以直接将这样得到的 $\sigma_{n,n}$与 $\sigma_{p,p}$进行比较,图 4-10 是比较的结果。实验点 $\sigma_{n,n}$和曲线 $\sigma_{p,p}$是一致的,认为 n-n 相互作用与 p-p 相互作用相同也并不与实验矛盾。当然,这还不能被认为是一种严格的论证。

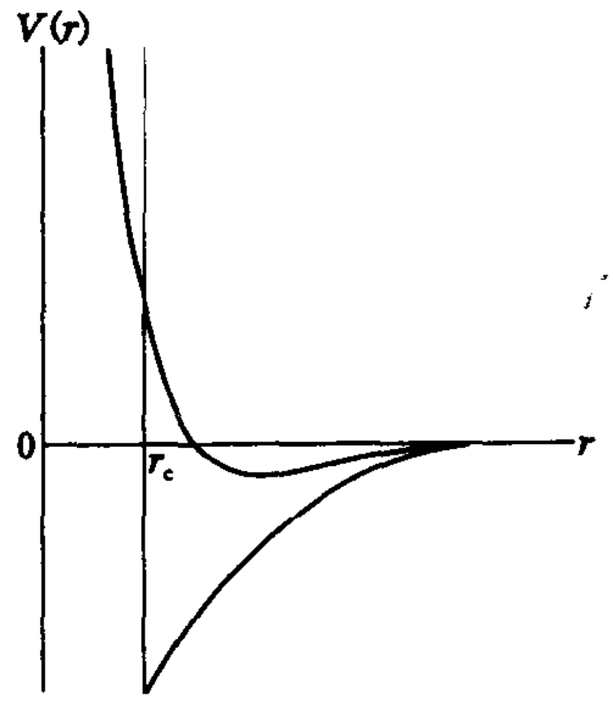


图 4-9　有排斥芯的中心势函数
(参见[PRE75]148 页)

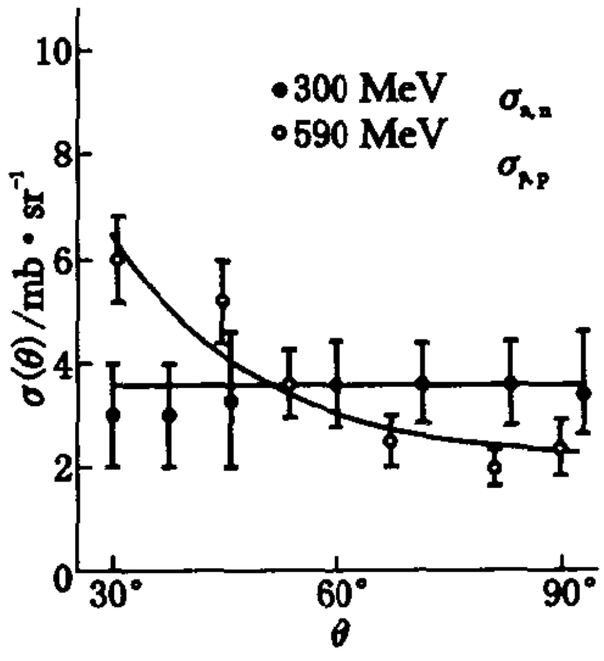


图 4-10　高能 n-n 和 p-p 散射截面
实验点是 $\sigma_{n,n}$;曲线是 $\sigma_{p,p}$

总之,可以认为,核力的电荷无关性质是从高能实验得到支持的。

§4.3　核力的主要性质

现在,我们概括地说明一下,从氘核性质和 n-p, p-p 散射分析所获得的核力主要性质是:
(1) 核力是短程力,其有效力程小于 3 fm。

(2) 核力和自旋有关,并且具有相当大的交换力成分。因此,核力作用可以分成四种:$^3V^+$表示自旋平行偶宇称态的相互作用;$^3V^-$表示自旋平行奇宇称态的相互作用;$^1V^+$表示自旋反平行偶宇称态的相互作用;$^1V^-$表示自旋反平行奇宇称态的相互作用。

(3) 自旋平行的三重态相互作用中还包括非中心力和自旋-轨道耦合力的作用。

(4) 核力有排斥芯,即当两核子的距离小于 0.4 fm 时有很强的排斥势,阻止两核子继续接近。

(5) 核力近似地具有电荷无关性质,即当两核子处于相同的自旋和宇称态时,其核作用势相同,不管这两个核子是 np,pp,还是 nn。

(6) 可以求得具有上述性质的唯象核力,并且能够比较满意地定量地符合有关两体相互作用的各种实验数据。

(7) 这样推得的,具有排斥芯和交换力的核力也满足前一章所提出的关于核力饱和性的要求。

对于核子-核子作用,中心力部分势函数可以写成

$$V_c = -V_0[W(r) + B(r)P_\sigma + M(r)P_x + H(r)P_H] \tag{4.3-1}$$

式中四项分别称为维格纳(Wigner)力、巴特列特(Bartlett)力、玛约喇纳(Majorana)力和海森伯(Heisenberg)力。式中 $W(r)$,$B(r)$,$M(r)$和 $H(r)$只是坐标 r 的函数。维格纳力就是寻常的中心力,其余的是些交换力。这些力是用提出或研究过这种力的人名来命名的。从上述(2),(3)两条,对于自旋三重态,其势函数可以写成

$$V = V_C(r) + V_T(r)S_{12} + V_{L,S}(r)\boldsymbol{L}\cdot\boldsymbol{S} \tag{4.3-2}$$

对于自旋单态,只有中心势 $V_C(r)$一项,其余两项为零。图 4-11 画出了四种中心势函数 $V_C(r)$,两种张量势函数 $V_T(r)$和两种自旋-轨道耦合势函数 $V_{L,S}(r)$。图中横坐标

$$x = \frac{m_\pi c}{\hbar}r \tag{4.3-3}$$

在 $x\approx0.35$ 处有竖直线,表示排斥硬芯。对于 $x<1.0$ 及 $x>1.0$ 用了不同的标度。图中核力大部分为吸引力,也有些势函数表示排斥力。核力和态宇称有关,偶宇称态的核力常常比奇宇称态的核力强。中心力与自旋的关系比较弱。中心力和张量力都在 $x=0.35$ 附近有排斥芯,排斥芯外面的吸引力力程约 2 fm。自旋-轨道耦合力的力程更短些。

§4.4 核力的介子场理论简介

1. 核力的介子场论

1935 年,汤川秀树研究核力时,依照电磁场量子理论中两个荷电粒子交换光子而产生库仑力,提出了核力的介子场论。他认为核子-核子间的相互作用是由于交换介子而引起的,并且由力程预言介子的质量介乎电子质量和核子质量之间,是电子质量的 200 多倍。实验上,首先探测到的质量在电子和核子之间的粒子是 μ 子,其质量

$$m_\mu = 206.77m_e = 105.66\ \mathrm{MeV}/c^2 \tag{4.4-1}$$

但 μ 子与核子的作用很弱,不是核力这种强作用所交换的粒子。1947 年,泡威尔(Powell)等从实验上发现了汤川预言的介子,称 π 介子。带有正、负电荷和不带电的三种 π 介子分别记作

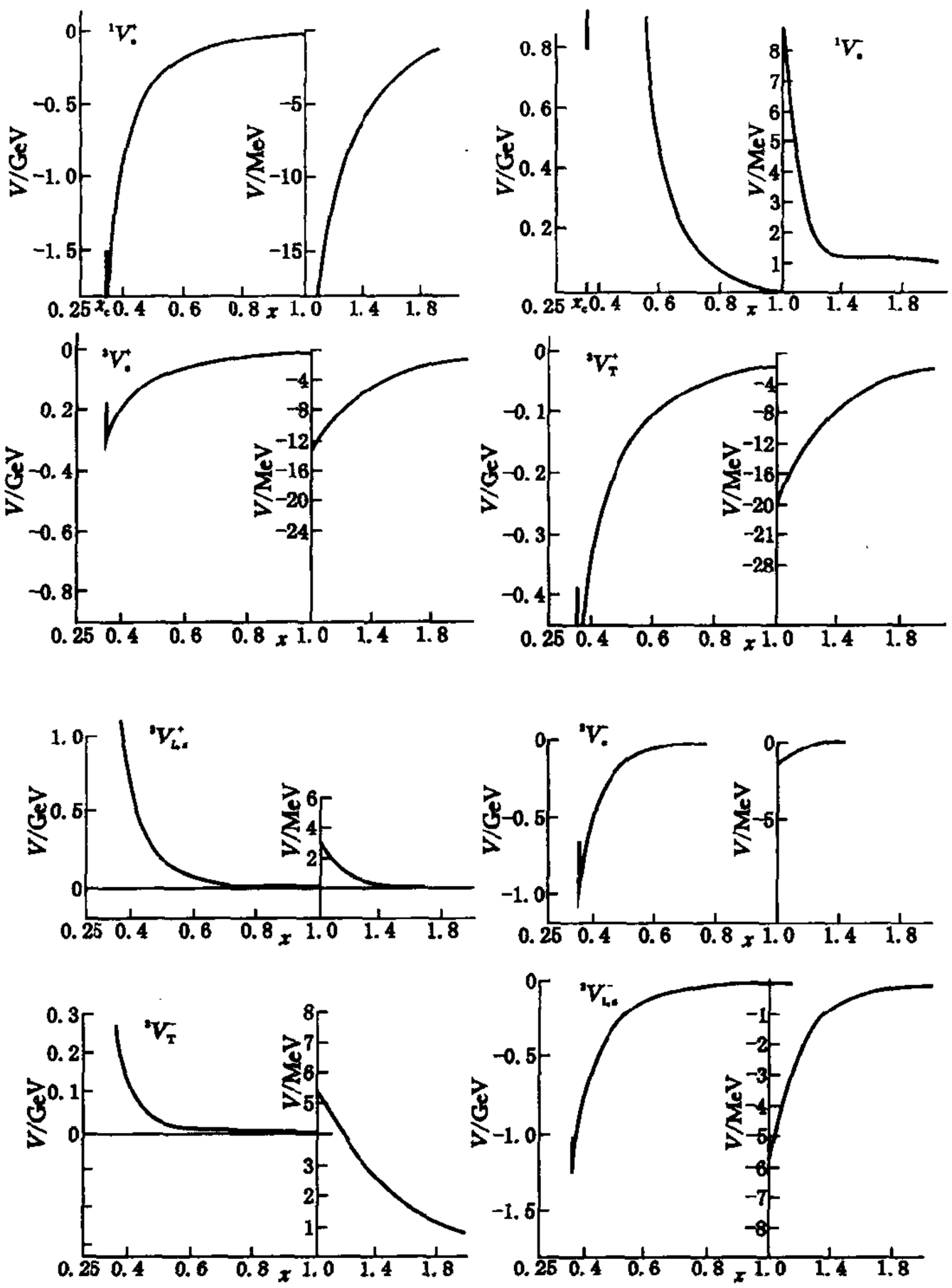


图 4-11　核子-核子势函数(参见[6]478 页)

π^+ ,π^- 和 π^0。π 介子的质量经实验测定是

$$m_{\pi^\pm} = 273.3\ m_e = 139.6\ \text{MeV}/c^2$$
$$m_{\pi^0} = 264.2\ m_e = 135.0\ \text{MeV}/c^2 \qquad (4.4\text{-}2)$$

从电磁场理论知道,在原点的电荷 e 产生的静电场电势 $\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e}{r}$。相距 r 的两个电荷 e,它们的库仑作用势能是

$$V = e\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r} \qquad (4.4\text{-}3)$$

类似的,在原点有核子,产生静介子场,介子的静止质量不为零($m_\pi \neq 0$),介子场的势 ϕ 是

$$\phi = \frac{g}{r}\exp\left(-\frac{m_\pi c}{\hbar}r\right) \qquad (4.4\text{-}4)$$

相距为 r 的两个核子之间的核力作用势能即为

$$V = -g\phi = -\frac{g^2}{r}\exp\left(-\frac{m_\pi c}{\hbar}r\right) \tag{4.4-5}$$

其中 g 表示相互作用强度，相当于电磁相互作用中的电荷 e。(4.5-5)式中的负号表示吸引力。这个势函数称为汤川势函数。π 介子的康普顿波长 λ_c 除以 2π 记作 λ_c，

$$\lambda_c = \frac{\lambda_c}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_\pi c} \approx 1.4 \text{ fm} \tag{4.4-6}$$

表示了核力的作用距离。势函数(4.5-5)随 r 的增大很快地趋近于零。表示了核力是短程力。λ_c 可以作为核力的力程。

电磁作用常数 $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}\approx\frac{1}{137}$，而核子-介子场作用常数由实验推得 $\frac{g^2}{\hbar c}\approx 15$。核力比电磁力的作用强得多。

在考虑交换力时，需要建立虚粒子(virtualparticle)的概念。核力的作用在较低能量下(比介子质量小)也是可以发生的，此时怎么可以认为核子发射了很重的介子而本身质量不变？这里的交换粒子，实际上是虚粒子。虚粒子用于传递相互作用，因而总是局限在一定时空范围内的。由于测不准关系，它本身可以不遵从自由粒子的能量-动量关系 $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$。表现到作用过程中，就是交换粒子的质量不确定，或者能量守恒在作用时间内($\Delta t < \hbar/(m_\pi c^2)$)是破坏的，破坏的范围就是 $\Delta E = m_\pi c^2$。当然，在能量足够高时，虚粒子也可以被实际的产生出来，成为满足上述能量-动量 -质量关系的实粒子，如上面测出的 π 介子。

核子与 π 介子场作用产生的 π 介子在极短的时间内被邻近的核子吸收或者又被核子自身吸收。核子与介子场作用产生的介子被邻近的核子所吸收就是核子间的碰撞。高能 n-p 散射所表现的交换力就可以了解为交换荷电 π 介子的作用，就是中子变为质子，质子变为中子的作用。可以把物理上的核子，看作是裸核子态及裸核子外围绕有 π 介子云态的叠加。具体地说，质子可以看成是裸质子、π^+ 介子云围绕着裸中子、π^0 介子云围绕着裸质子以及裸核子外有多个 π 介子态的叠加。

2. 单 π 介子交换势(OPEP)

严格从介子场论推导核力超过了本书范围。可以指出的是，由于核子和 π 介子场的作用是强作用，当两核子相距很近时，可以交换许多介子，目前还难以处理这种问题。当两核子相距较远时，相互作用主要通过交换一个介子实现。这时推得的相互作用势称为单 π 介子交换势 OPEP(One Pion Exchange Potential 的缩写)：

$$V_{\text{OPEP}} = g^2\frac{m_\pi c}{12M^2\hbar}\boldsymbol{\tau}(1)\cdot\boldsymbol{\tau}(2)\left[\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 + S_{12}\left(1+\frac{3}{x}+\frac{3}{x^2}\right)\frac{\mathrm{e}^{-x}}{x}\right] \tag{4.4-7}$$

其中 $x = \frac{m_\pi c}{\hbar}r$，$M$ 是核子质量，$M = \frac{1}{2}(m_p + m_n)$，$\boldsymbol{\tau}$ 是同位旋算符，S_{12} 如前面(4.1-6)式或(4.1-27)式所示。单 π 介子交换势主要是交换力和张量力。核子-核子作用势函数的长程部分($r > 3$ fm)，主要是单 π 介子交换的贡献。

核力除了单 π 介子交换作用外，还有两 π 介子交换，三 π 介子交换等多个 π 介子交换的作用。要导出多个 π 介子交换势函数非常困难，甚至是不可能的。但是，实验表明，多个 π 介子往往有很强的关联，能形成亚稳态，可以当作短寿命的玻色子。于是，可以用这种玻色子的单玻色子交换势 OBEP(One Boson Exchange Potential 的缩写)代替多个 π 介子交换势。

由交换质量较大的玻色子(400 MeV/c^2 ~ 700 MeV/c^2),又称标量介子(π介子称膺标量介子),可以导出表示核子-核子势的中程(1 fm~3 fm)作用的吸引力,如一般中心力和自旋-轨道耦合力。

由交换更大质量(770 MeV/c^2 ~ 1000 MeV/c^2)的矢量介子,还可以得到核心附近($r<1$ fm)核子势的性质。结果是在核心附近可能产生很强的排斥作用,即核子-核子势函数可能存在排斥芯。

单玻色子交换势函数中的耦合常数 g 要由核子-核子散射实验来确定,因此介子场论仍是半唯象的。现在,对于表示核子-核子势长程部分的 V_{OPEP} 已经比较肯定,由 V_{OPEP} 得到的结论能和大量的实验结果相符。目前应用的唯象核子-核子势函数的尾巴(长程部分)具有 V_{OPEP} 的形式。

核力的介子场论依然是一种唯象的理论。后面我们会看到,从根本上理解核力,还离不开夸克-胶子间强相互作用的概念。

习　题

4-1. 两质子相距 2 fm,分别计算它们的库仑能和万有引力势能。

4-2. 如果 $r_{\mathrm{N}}=2$ fm,试由(4.1-13)式定出球形直角势阱的深度 V_0。

4-3. ^{3}H 和 ^{3}He 的结合能之差是多少? 如果用库仑能来解释这一差值,估算质子在 ^{3}He 中的平均距离是多大?

4-4. 试证明(4.1-27)式与(4.1-26)式是等价的。

第五章 α 衰 变

α衰变是原子核自发地放射出α粒子而发生的转变。它的半衰期随核素的不同变化甚大,短者可小于 10^{-7} s,长者可达约 10^{15} a。α粒子的能量一般分布在(4～9) MeV 范围内。人们要问:"为什么α粒子能自发地从原子核中发射出来?哪些核素具有α放射性?α粒子能量和半衰期有何关系?……。"本章将讨论与此有关的一些问题。

§5.1 α衰变的能量

1. α粒子能量的测量——磁谱仪

1930 年以前,人们认为同一种原子核发射出来的α粒子的能量是单一的,没有发现所谓"精细结构"的现象。这是由于当时用来测量α粒子能量的方法是射程法,即是通过测量α粒子在空气中的射程来求得它的能量。这种方法的精确度不高。随着射线探测技术的发展,出现了电离室、磁谱仪和半导体探测器,因而测量α粒子能量的精度大大提高。例如,利用磁谱仪来测量,精度可达万分之一。从而对α粒子的能量可以作到精确测定。下面对磁谱仪的工作原理作一简单介绍。

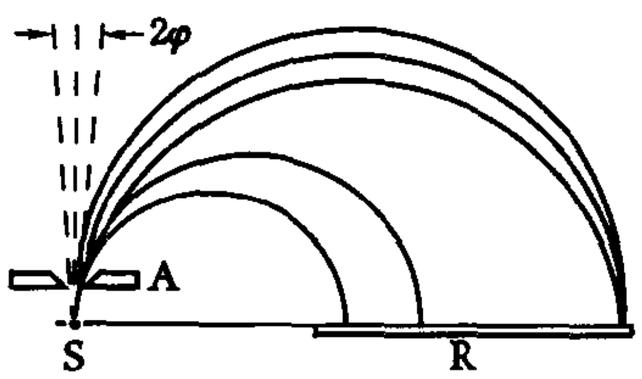


图 5-1 半圆谱仪的工作原理图

所谓磁谱仪是利用磁场来测定带电粒子能量的装置。图 5-1 是一种半圆谱仪的工作原理图。放射源 S,感光胶片 R 和限束光栏 A 都放在一个扁平的真空盒里。从放射源发出的带电粒子被限束光栏控制在 2φ 的角度内。垂直于真空盒,即垂直于画面加一均匀磁场 $\boldsymbol{B}$,从放射源放出的带电粒子受到一洛仑兹力 $q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$ 作用而发生偏转,q 是带电粒子的电荷,v 是它的速度。根据牛顿第二定律,有

$$\frac{mv^2}{\rho} = qvB \tag{5.1-1}$$

式中 m 是带电粒子的质量,ρ 是粒子运动轨道的半径。

于是粒子的动量

$$p = mv = qB\rho \tag{5.1-2}$$

由式可见,对于动量相同(从而能量相同)的α粒子具有同一轨道半径 ρ。如果源对光栏狭缝的张角 2φ 无限小,则具有相同能量的粒子经过 180°的偏转后,将聚集在感光胶片上距放射源具有同一距离的地方,胶片上就形成一条谱线。另一种能量的粒子将聚集在胶片上的另一处,形成另一条谱线。显然,由谱线的位置就可测得轨道半径 ρ 的大小,因源至谱线的距离就是直径 2ρ。将 ρ 值代入(5.1-2)式,即得粒子的动量,从而求得粒子的能量。

实际上,源对光栏狭缝的张角 2φ 不可能无限小,此时具有相同能量的粒子经过 180°的偏转后,聚集在感光胶片上所形成的谱线将有一定的宽度 Δx,见图 5-2。由图可见,中央轨道正好是半个圆周时,粒子束具有最窄的宽度,这就是半圆聚焦的原理。显然,

$$\Delta x = 2\rho(1-\cos\varphi) \qquad (5.1\text{-}3)$$

由于 φ 一般都很小,则有

$$\Delta x = \rho\varphi^2 \qquad (5.1\text{-}4)$$

应该注意到,谱线的右边界是由通过狭缝中心的粒子所决定的。因此,这一边界位置与狭缝宽度无关,从而可利用谱线的边界位置精确地确定粒子的能量。这就是常用半圆谱仪来精确地测定带电粒子能量的原因。

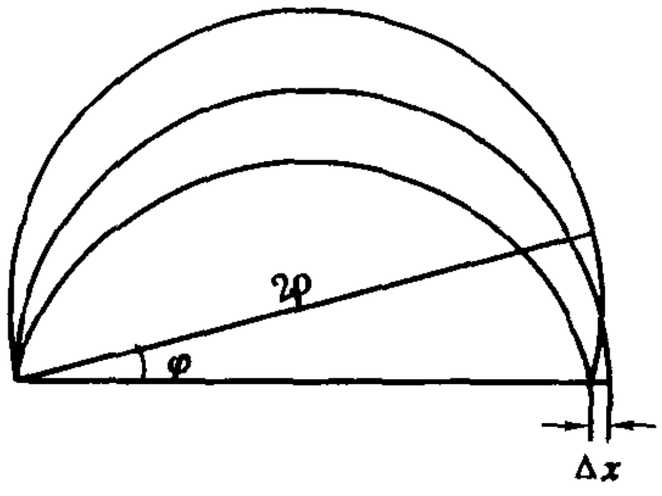


图 5-2 半圆谱仪的聚焦原理

利用(5.1-2)和(5.1-4)式,动量分辨率 R_p 可写为

$$R_p \equiv \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta x}{2\rho} = \frac{1}{2}\varphi^2 \qquad (5.1\text{-}5)$$

例如,设 $\varphi=2°$,则 $R_p=6.2\times10^{-4}$。此即表示两组动量的相对值相差为 6.2×10^{-4} 时,两组谱线就可以区分开来。(5.1-5)式中的 Δp 是指动量分布的全宽度。

对于寿命很长的辐射体,利用磁谱仪来进行研究是很困难的。这是由于,要保持磁谱仪的高分辨本领,就要对放射源的面积和谱仪的立体角都有一定的限制,因而计效率太低。例如,设所研究核素的质量数 A 约为 240,源面积约为 0.1 cm^2,源厚约为 10 $\mu g\cdot cm^{-2}$,则源中放射性原子核数目

$$N = (6.022\times10^{23}\times0.1\times10\times10^{-6})/240 = 2.5\times10^{15}$$

设源对光栏所张的立体角为 10^{-3} sr,则每秒所记的衰变数

$$n = (10^{-3}/4\pi)N\lambda = (10^{-3}/4\pi)\times2.5\times10^{15}\lambda$$

这里 λ 是衰变常量。令 $n=10^{-3}$(即每千秒记下一次衰变),此数一般已达记录下限。于是所测 λ 的下限 $\lambda_{min}=5\times10^{-15}$ s^{-1},它所对应的半衰期 $T_{1/2}=4.4\times10^6$ a。

对于长寿命的辐射体,使用半导体探测器或气体探测器较为适宜,因为这些探测器允许辐射体尽可能地靠近探测器的灵敏体积,因此可以有较大的立体角和用较大面积的源。

2. α 能谱的精细结构

用磁谱仪对 α 放射源的测量结果表明,一般讲,α 粒子的能量并不单一,而有不同的几组数值。图 5-3 是由磁谱仪测得的 ^{228}Th α 粒子的能量分布。由图可见,整个能谱是由四组单一谱线组成的复杂分布。这种复杂分布称为 α 能谱的精细结构。

在 α 谱的精细结构中,一般讲,只有一种能量的 α 粒子的强度最大,其它几种能量的 α 粒子的强度都较弱,它们的能量也比较低,

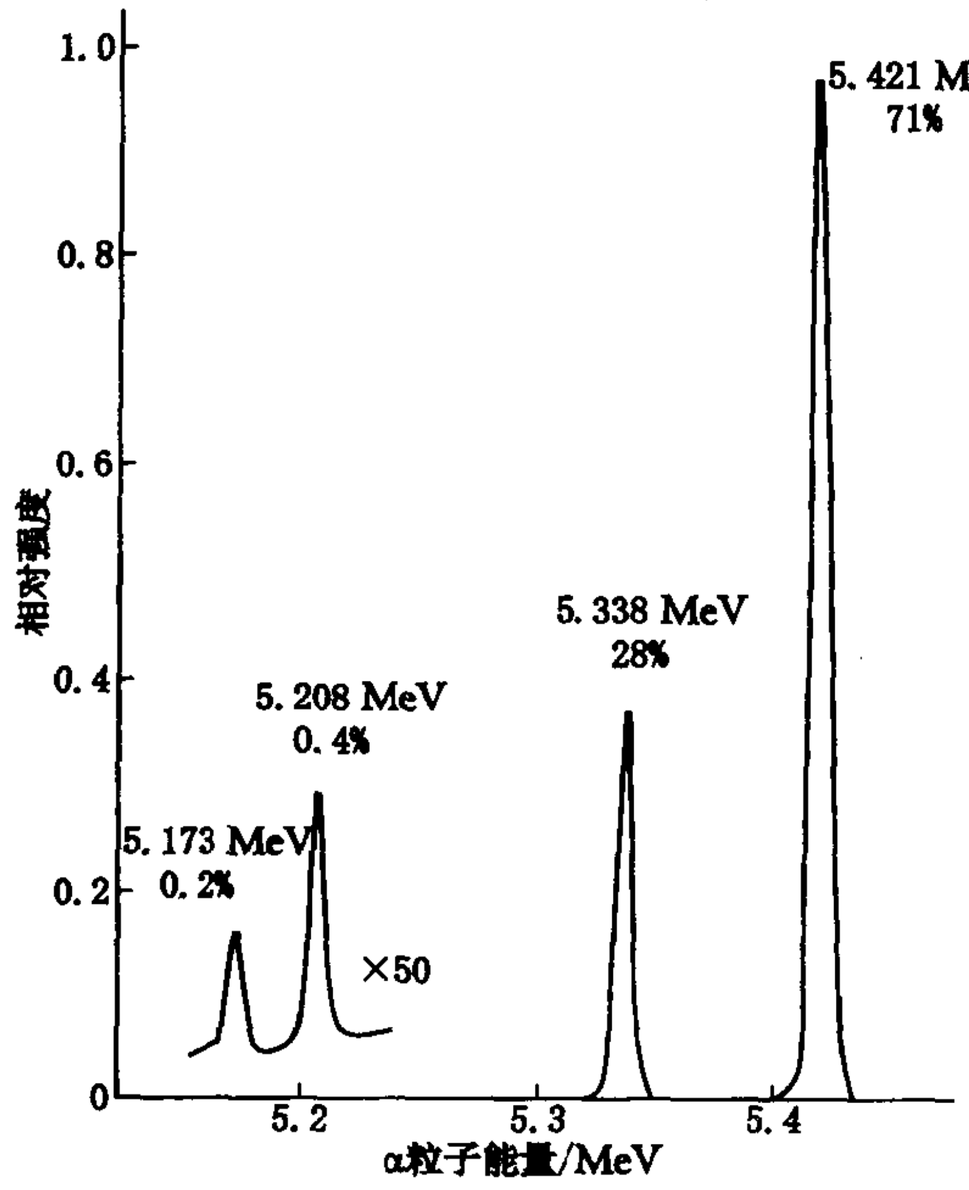


图 5-3 ^{228}Th 的 α 能谱

[引自 F Asaro et al., Phys. Rev., **92**, 1495(1953).]

亦即射程比较短，这种 α 粒子称为短射程 α 粒子。另一方面，对于放射性核素 ThC′($^{212}_{84}$Po)和 RaC′($^{214}_{84}$Po)观察到了另一种现象，除了最强的 α 粒子外，还发射出具有很大能量而强度很弱的 α 粒子，这种 α 粒子称为长射程 α 粒子。

3. α 粒子能量与 α 衰变能的关系

α 衰变能是指 α 衰变时放出的能量。此能量以 α 粒子动能和子核动能的形式出现。由于子核的动能不可能为零，因此 α 粒子的动能(通常就叫 α 粒子能量)总是小于其衰变能。根据动量和能量守恒定律，容易推得 α 粒子能量与衰变能之间的定量关系。

我们知道，α 衰变可表示为

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \tag{5.1-6}$$

其中，X 为母核，Y 为子核。今设 m_X，m_Y 和 m_α 分别为母核、子核和 α 粒子的质量，v_X，v_Y 和 v_α 为相应的速度。由动量守恒定律，因 $v_X=0$，得

$$m_Y v_Y = m_\alpha v_\alpha \tag{5.1-7}$$

则

$$v_Y = \frac{m_\alpha v_\alpha}{m_Y} \tag{5.1-8}$$

设 E_d，E_k 和 E_R 分别为衰变能、α 粒子动能和子核(也叫反冲核)的动能，则由能量守恒定律，

$$E_d = E_k + E_R = E_k + \frac{1}{2} m_Y v_Y^2 \tag{5.1-9}$$

将(5.1-8)式代入(5.1-9)式，

$$\begin{aligned} E_d &= E_k + \frac{1}{2} m_Y \left(\frac{m_\alpha v_\alpha}{m_Y}\right)^2 \\ &= E_k + \frac{m_\alpha}{m_Y} E_k \\ &= \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right) E_k \end{aligned} \tag{5.1-10}$$

利用 $\frac{m_\alpha}{m_Y} \approx \frac{4}{A-4}$($A$ 为母核质量数)，(5.1-10)式可写成

$$E_d = \left(\frac{A}{A-4}\right) E_k \tag{5.1-11}$$

所以 α 粒子的动能

$$E_k = \left(\frac{A-4}{A}\right) E_d \tag{5.1-12}$$

子核的反冲能

$$E_Y = E_d - E_k = \left(\frac{4}{A-4}\right) E_k = \frac{4}{A} E_d \tag{5.1-13}$$

由于 α 衰变核的质量数大多在 200 以上，则由(5.1-13)式可见子核的反冲能接近衰变能的 2%，其余的约 98%则为 α 粒子的动能。

4. 短射程、长射程 α 粒子与核能级的关系

短射程 α 粒子和长射程 α 粒子的产生与原子核的不同能级结构有关。下面分别加以讨

论。

(1)短射程 α 粒子

与原子的情况类似,原子核的内部能量是量子化的,就是说原子核可以处于不同的分立的能级状态。能量最低的状态称为基态,高于基态的能级统称为激发态。处于激发态的原子核是不稳定的,一般要放出 γ 射线退激到基态,或者先退激到较低的激发态而后再退激到基态。不同的能级结构反映了不同的原子核结构情况。因此,对核能级的研究是认识原子核结构的重要途径。

当原子核 ${}^{A}_{Z}X$ 放出 α 粒子而衰变为原子核 ${}^{A-4}_{Z-2}Y$ 时,它可以直接衰变到 Y 的基态,也可以先衰变到 Y 的激发态,然后放出 γ 射线再到基态。显然,当母核 X 衰变到子核 Y 的基态时,所放出的 α 粒子的能量要高一些;当母核 X 衰变到子核 Y 的激发态时,由于一部分能量要留作子核 Y 的激发态的能量,则此时放出的 α 粒子的能量要低一些。子核 Y 的激发能越高,α 粒子的能量就越低。这些能量较低的 α 粒子就是短射程 α 粒子。所以,短射程 α 粒子是从母核的基态衰变到子核的激发态时所发射的 α 粒子。

由此可见,测量母核放射出来的 α 粒子的能量就可以确定子核能级的能量。设母核放射出 $\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\cdots$ 的能量分别为 $E_k(\alpha_0),E_k(\alpha_1),E_k(\alpha_2),\cdots$,其中 α_0 是从母核基态跃迁到子核基态时放出的 α 粒子,α_1 是由母核基态到子核第一激发态的,α_2 是由母核基态到子核第二激发态的,……。于是 $E_k(\alpha_0)>E_k(\alpha_1)>E_k(\alpha_2)>\cdots$。由 α 粒子的能量可以求得相应的 α 衰变能 $E_d(\alpha_0),E_d(\alpha_1),E_d(\alpha_2),\cdots$。显然,$E_d(\alpha_0)>E_d(\alpha_1)>E_d(\alpha_2)>\cdots$。按能量守恒定律,

$$
\begin{aligned}
E_d(\alpha_0) &= E_d(\alpha_1) + E_1^* \\
E_d(\alpha_0) &= E_d(\alpha_2) + E_2^* \\
&\cdots
\end{aligned}
$$

其中 $E_1^*,E_2^*,\cdots$ 分别为子核第一、第二、……激发能级的能量。因此,各激发能级的能量为下列 α 衰变能之差,

$$
\begin{aligned}
E_1^* &= E_d(\alpha_0) - E_d(\alpha_1) \\
E_2^* &= E_d(\alpha_0) - E_d(\alpha_2) \\
&\cdots
\end{aligned}
$$

例如 ${}^{226}_{90}Th$ 衰变成 ${}^{222}_{88}Ra$ 时共放出四组 α 粒子。它们的能量列在表 5-1 中。E_k 表示 α 粒子的动能。E_d 表示 α 衰变能,它由(5.1-11)式计算所得。表中第三列表示 α_0 组衰变能与各组衰变能之差。由上所述,按能量守恒定律,此差值应等于各激发能级的能量。另一方面,由实验测得的 γ 射线的能量(列于表中第四列)也可推知各激发能级的能量,如图 5-4 所示。由图可见,它的激发能值与表 5-1 中所给的值很符合,这表明短射程 α 粒子的确是从母核基态跃迁到子核激发态时所产生的。

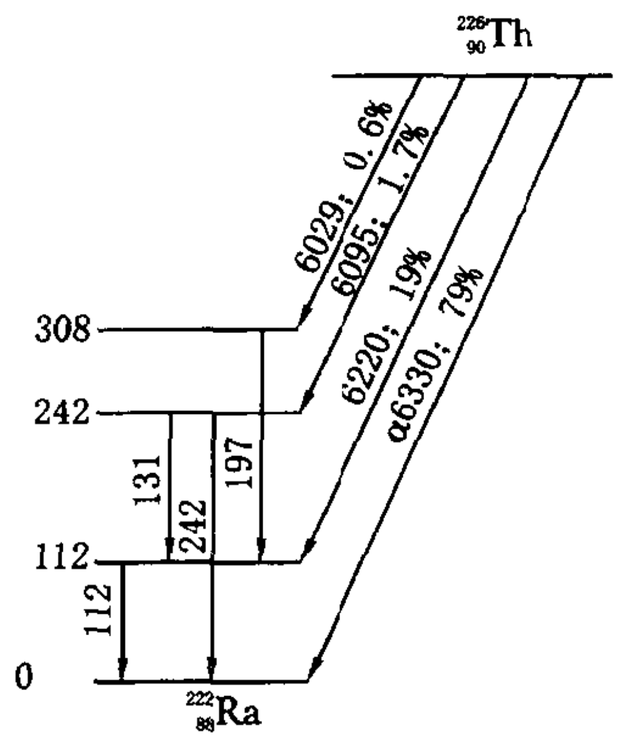


图 5-4 ${}^{226}_{90}Th$ 的衰变

表 5-1 $^{226}_{90}Th$ 的衰变数据①

	E_k/ MeV	E_d/ MeV	$[E_d(\alpha_0)-E_d]$/ MeV	E_γ/ MeV	相对强度
α_0	6.330	6.444	0		79%
α_1	6.220	6.332	0.112	0.112	19%
α_2	6.095	6.205	0.239	0.242	1.7%
α_3	6.029	6.137	0.307	0.197+0.112	0.6%

① F. Asaro et al., Phys. Rev. ,**104**,91(1956).

(2)长射程 α 粒子

以上讨论的 α 衰变,都是从母核的基态产生的。如果母核本身是一个衰变的产物,那么母核不仅可以处于基态,也可能处于激发态。处于激发态的母核可以通过 γ 射线的发射退激到基态,然后进行 α 衰变。但是也有可能从激发态进行 α 衰变。激发态究竟是发射 γ 射线还是发射 α 粒子,决定于相互竞争的这两个过程的概率。对一般的原子核,从激发态发射 γ 射线的概率要大得多,实际上观察不到 α 衰变。对少数几种原子核,从激发态进行 α 衰变占有一定的分支比(虽然所占的分支比很小),因而在实验上就能观察到从激发态进行的 α 衰变。显然,这种 α 粒子的能量比基态发射的 α 粒子的能量要大一些。激发能越高,α 粒子的能量就越大。这种 α 粒子就是长射程 α 粒子。所以,长射程 α 粒子是从母核的激发态衰变到子核的基态时所发射的 α 粒子。由于 γ 发射概率要比 α 衰变的概率大几个数量级,因此长射程 α 粒子的强度是极低的,只有总强度的 10^{-4} 到 10^{-7}。

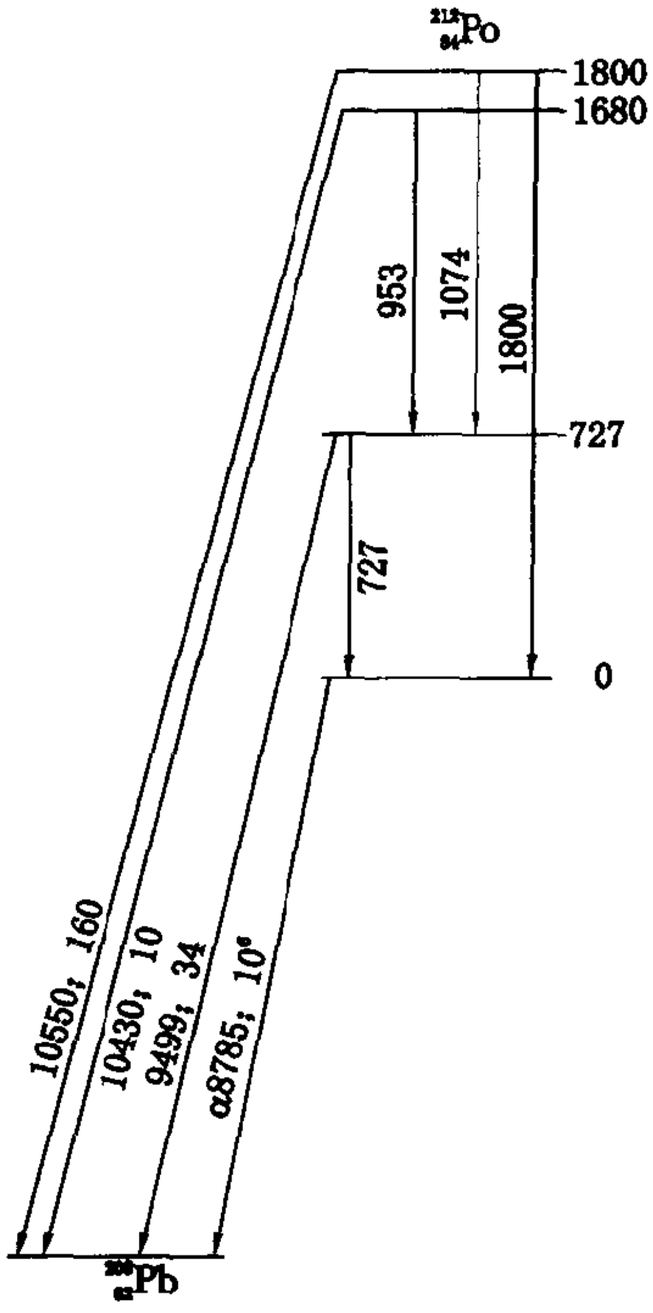


图 5-5 $^{212}_{84}Po$ 的衰变

在天然放射性核素中只观察到两种原子核 $^{212}_{84}Po$ 和 $^{214}_{84}Po$ 有长射程 α 粒子。我们以 $^{212}_{84}Po$ 为例进一步来说明长射程 α 粒子的成因。$^{212}_{84}Po$ 的 α 粒子能量和衰变图见表 5-2 和图 5-5。表中也列出了各组 α 粒子的衰变能与 α_0 组衰变能之差。此差值应等于 $^{212}_{84}Po$ 的激发能级的能量。另一方面,从实验测得的 γ 射线能量也可推知激发能值,见图 5-5 所示。由表 5-2 和图 5-5 可知,用两种方法推得的激发能值颇为一致。这就说明长射程 α 粒子的确是从母核的激发态产生的。

表 5-2 $^{212}_{84}Po$ 的衰变数据

	E_k①/ MeV	E_d/ MeV	$[E_d-E_d(\alpha_0)]$/ MeV	E_γ②/ MeV	相对强度①
α_0	8.785	8.954			10^6
α_1	9.499	9.682	0.728	0.727	34
α_2	10.432	10.633	1.679	0.953+0.727	10
α_3	10.550	10.753	1.799	1.800	160

① Chin-Fan Leang, Compt. Rend. ,**260**,3037(1965).

② А.Сергеев и др.,ЖЭТФ,**33**,1140(1957).

从以上讨论可以看到，由 α 粒子能谱可以获得原子核能级的知识，从而为研究原子核结构提供数据。

§5.2 α 衰变的实验规律

1. 衰变能随原子序数 Z 和质量数 A 的变化

实验表明，不是所有的原子核都能产生 α 衰变。对于天然放射性核素而言，α 衰变主要发生在重核。确切地讲，$A>140$ 的原子核才能发生 α 衰变。其原因何在？要回答这个问题，需要从衰变能讨论起。

原子核要自发地发射 α 粒子，显然必要的条件是衰变能大于零。根据定义，衰变能 E_d 为衰变前后诸粒子的静止质量之差所对应的能量，即为广义质量亏损所对应的能量，

$$E_d = (m_X - m_Y - m_\alpha) \times 931.5 \text{ (MeV)} \tag{5.2-1}$$

其中，m_X, m_Y, m_α 分别为母核、子核、α 粒子的质量，其单位为原子质量单位 u。

下面我们利用结合能的半经验公式从(5.2-1)式出发推导出 E_d 与 Z, A 的关系。

由质量亏损的表示式可得

$$m_X = Zm_p + (A - Z)m_n - \Delta m_X \tag{5.2-2}$$

式中 m_p, m_n 分别表示质子、中子的质量，Δm_X 为母核的质量亏损。

同理

$$\begin{cases} m_Y = (Z-2)m_p + (A-Z-2)m_n - \Delta m_Y \\ m_\alpha = 2m_p + 2m_n - \Delta m_\alpha \end{cases} \tag{5.2-3}$$

式中，$\Delta m_Y, \Delta m_\alpha$ 分别表示子核、α 粒子的质量亏损。

把(5.2-2)和(5.2-3)式代入(5.2-1)式，得

$$\begin{aligned} E_d &= (\Delta m_Y + \Delta m_\alpha - \Delta m_X) \times 931.5 \text{ (MeV)} \\ &= B_Y + B_\alpha - B_X \end{aligned} \tag{5.2-4}$$

式中 B_X, B_Y 和 B_α 分别表示母核、子核和 α 粒子的结合能，单位为 MeV。

如果结合能随 Z, A 的变化是平滑的。我们可以将(5.2-4)式中的$(B_Y - B_X)$近似地表示为 Z, A 的微分，即

$$E_d \approx \Delta B + B_\alpha = \frac{\partial B}{\partial Z}\Delta Z + \frac{\partial B}{\partial A}\Delta A + B_\alpha \tag{5.2-5}$$

式中 $\Delta Z = -2$, $\Delta A = -4$。

根据结合能的半经验公式(2.9-4)和(2.9-5)式，

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_a\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 / A - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + B_p$$

$$a_v = 15.835 \qquad a_s = 18.33$$

$$a_a = 92.80 \qquad a_c = 0.714 \tag{5.2-6}$$

在 α 衰变中，(5.2-6)式中的$\left(\frac{A}{2} - Z\right)$为常数；$B_p$ 在母核与子核间的变化很小，可以近似地看作常量。

将(5.2-6)式分别对 Z 和 A 求偏微分，然后代入(5.2-5)式可得

$$E_d = B_\alpha - 4a_v + \frac{8a_s}{3}\frac{1}{A^{1/3}} - a_a\left(1-\frac{2Z}{A}\right)^2 + 4a_c\frac{Z}{A^{1/3}}\left(1-\frac{Z}{3A}\right) \qquad (5.2\text{-}7)$$

将各系数值 a_v, a_s, a_a, a_c，以及 α 粒子的结合能 $B_\alpha = 28.3$ 代入(5.2-7)式，最后得到 E_d 与 Z, A 的关系式为

$$\begin{aligned} E_d &= 28.3 - 63.34 + 48.88\frac{1}{A^{1/3}} - 92.80\left(1-\frac{2Z}{A}\right)^2 + 2.856\frac{Z}{A^{1/3}}\left(1-\frac{Z}{3A}\right) \\ &= 48.88\frac{1}{A^{1/3}} - 92.80\left(1-\frac{2Z}{A}\right)^2 + 2.856\frac{Z}{A^{1/3}}\left(1-\frac{Z}{3A}\right) - 35.04 \qquad (5.2\text{-}8) \end{aligned}$$

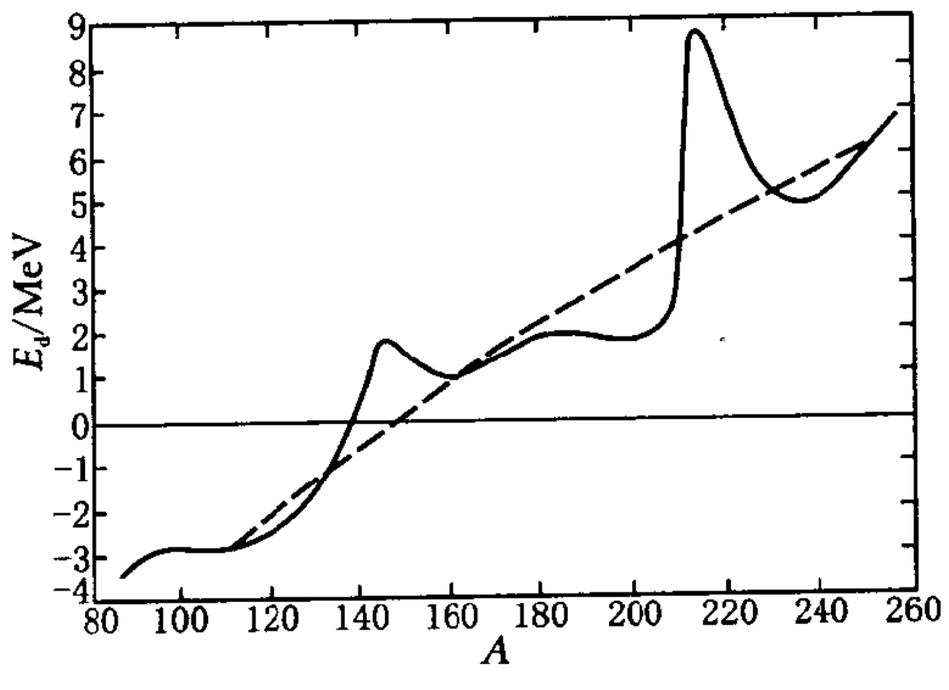


图 5-6　E_d 随 A 的变化

对于处于 β 稳定线的原子核，利用(5.2-8)式可以算出 E_d 随 A 的变化关系，此关系如图 5-6 中虚线所示。由图可见，对于 $A \geqslant 150$ 的原子核，E_d 才大于零，而且 E_d 随 A 的增加而增大。这就解释了为什么主要是重核才观察到 α 放射性。

应该指出，由(5.2-8)式所算得的衰变能在定量上与实验并不符合。根据实验测得的原子质量，利用(5.2-4)式所得的衰变能如图 5-6 中的实线所示。由图可见，曲线在 $A = 145$ 和 213 附近出现了两个峰；同时曲线与 $E_d = 0$ 线的交点由原来的 $A \approx 150$ 附近移到了 $A \approx 140$ 附近。这表明，对于 $A \geqslant 140$ 的原子核都有可能产生 α 衰变。实验上，在 $A = 145$ 附近，确实发现了天然存在的 α 衰变核，如 $^{147}_{62}\mathrm{Sm}$（$T_{1/2} = 1.06 \times 10^{11}$ a）和 $^{144}_{60}\mathrm{Nd}$（$T_{1/2} = 2.29 \times 10^{15}$ a）等。

(5.2-8)式与实验分歧的原因在于：它是根据比较粗糙的结合能半经验公式(5.2-6)推得的。(5.2-6)式只能反映结合能随 A, Z 变化的平均趋势，反映不出变化的起伏现象。这是由于(5.2-6)式的基础是原子核的液滴模型，它只正确地反映了核结构的一个侧面，另一个重要侧面需要用核结构的壳模型来处理。

2. 衰变能随同位素的变化

实验发现，同一元素的各种同位素的 α 衰变能可以近似地连成一条直线，如图 5-7 所示。由图可见，不计 $A = 209 \sim 213$ 及 $A = 250 \sim 254$ 范围，同一元素的各种同位素几乎都在一条直线上，而且衰变能随着质量数 A 的增大而减小。这种实验规律利用衰变能的表示式(5.2-8)容易说明。事实上，只要将(5.2-8)式对 A 求偏微商，即可求出 E_d 随 A 变化的斜率，

$$\frac{\partial E_d}{\partial A} = -16.29\frac{1}{A^{4/3}} - 371.20\frac{Z}{A^2}\left(1-\frac{2Z}{A}\right) - 0.952\frac{Z}{A^{4/3}}\left(1-\frac{4Z}{3A}\right) \qquad (5.2\text{-}9)$$

由于式中每项都是负的，所以斜率为负值，即 E_d 随 A 的增大而变小。

由图可见，在 $A = 209 \sim 213$ 的范围内，对于 Bi, Po, At 和 Rn 等同位素的规律与(5.2-9)式预言的相反，斜率出现了正值。这与前面讨论类似，这种分歧说明了液滴模型的局限性，需要考虑原子核的壳层结构才能解释。

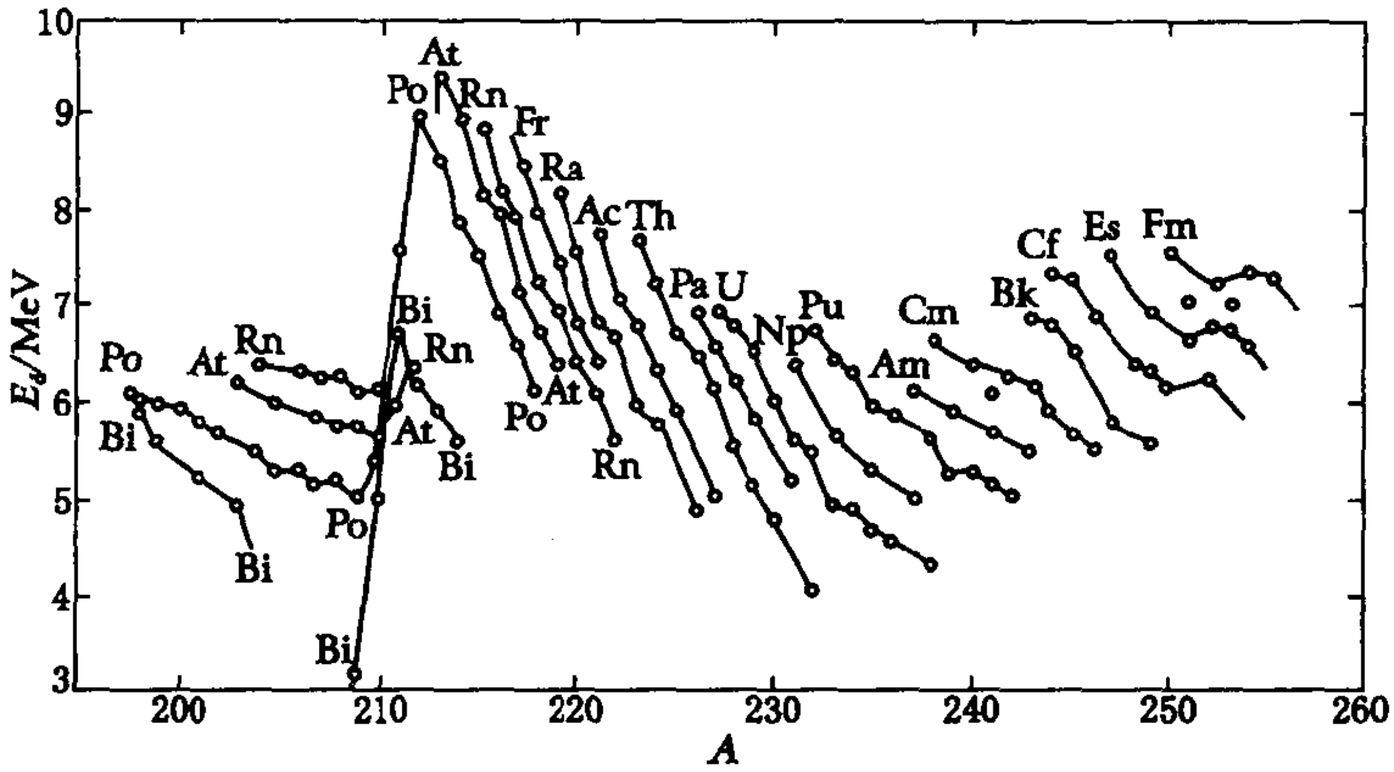


图 5-7　E_d 随同位素的变化

3. 衰变能和衰变常量的关系

早在 20 世纪初，人们对天然 α 放射性作了大量的实验工作，测量了许多原子核放射出来的 α 粒子的能量和半衰期，发现衰变能和衰变常量之间存在着一定的相互依赖关系。1911 年，盖革(Geiger)和努塔尔(Nuttall)总结成如下式表示的经验定律：

$$\lambda = aR^{57.5} \tag{5.2-10}$$

式中 λ 为衰变常量，R 是 α 粒子在空气中的射程，a 对同一个天然放射系而言是一常量。

由于射程和能量之间有以下经验关系：

$$R \propto E^{3/2} \tag{5.2-11}$$

所以(5.2-10)式可改写作如下形式

$$\lambda = a'E^{86.25} \tag{5.2-12}$$

或者写作

$$\log\lambda = A + 86.25\log E \tag{5.2-13}$$

式中 a' 与 A 均为常量。

应该指出，盖革-努塔尔定律有很大近似性，这是由于当时实验技术的限制。但是，从(5.2-12)式可见，衰变常量 λ 随 α 粒子能量的改变而剧烈地变化这一趋势是正确的。

表 5-3中列了某些天然α放射性原子核的数据。由表可见，衰变能越大衰变常量也越大，

表 5-3　一些 α 放射核的数据

α 放射核	E_d/ MeV	$T_{1/2}$	λ/s^{-1}
^{238}U	4.27	4.468×10^{9} a	4.9×10^{-18}
^{226}Ra	4.86	1.60×10^{3} a	1.4×10^{-11}
^{210}Po	5.40	1.384×10^{2} d	5.8×10^{-8}
^{222}Rn	5.58	3.824 d	2.1×10^{-6}
^{214}Po	7.83	1.64×10^{-4} s	4.2×10^{3}
^{212}Po	8.95	3.0×10^{-7} s	2.3×10^{6}

而且衰变常量对衰变能的依赖非常剧烈，当衰变能从 4.27 MeV 变到 8.95 MeV 时，即变化了 2.1 倍，衰变常量则从 $4.9\times10^{-18}\ s^{-1}$ 变为 $2.3\times10^{6}\ s^{-1}$，即变化 10^{24} 倍。这就是说，衰变能的微小改变却引起了衰变常量的巨大变化。

后来，人们积累了更多更为精确的实验材料，说明衰变常量不仅与能量有关，而且与原子序数有关。当用半衰期的对数对 α 粒子的能量（或能量的平方根）作图时，对各种元素可以得到一系列有规则的曲线。图 5-8 表示了八种元素的偶偶核的实验结果，图中只画出了从基态至基态的 α 衰变的实验数据。由图可见，除了 Em(Rn) 的两个同位素和 Po 的三个同位素外，同一元素的实验点都落在同一条直线上。它们所表示的半衰期和衰变能的关系可写成下面的经验公式

$$\log T_{1/2} = bE_d^{-1/2} - a \qquad (5.2\text{-}14)$$

利用半衰期和衰变常量之间的关系 $T_{1/2}=\frac{0.693}{\lambda}$，(5.2-14)式可改写为

$$\log\lambda = A - BE_d^{-1/2} \qquad (5.2\text{-}15)$$

式中 a, b 或 A, B 对同一元素是常量，但对不同元素则不同。

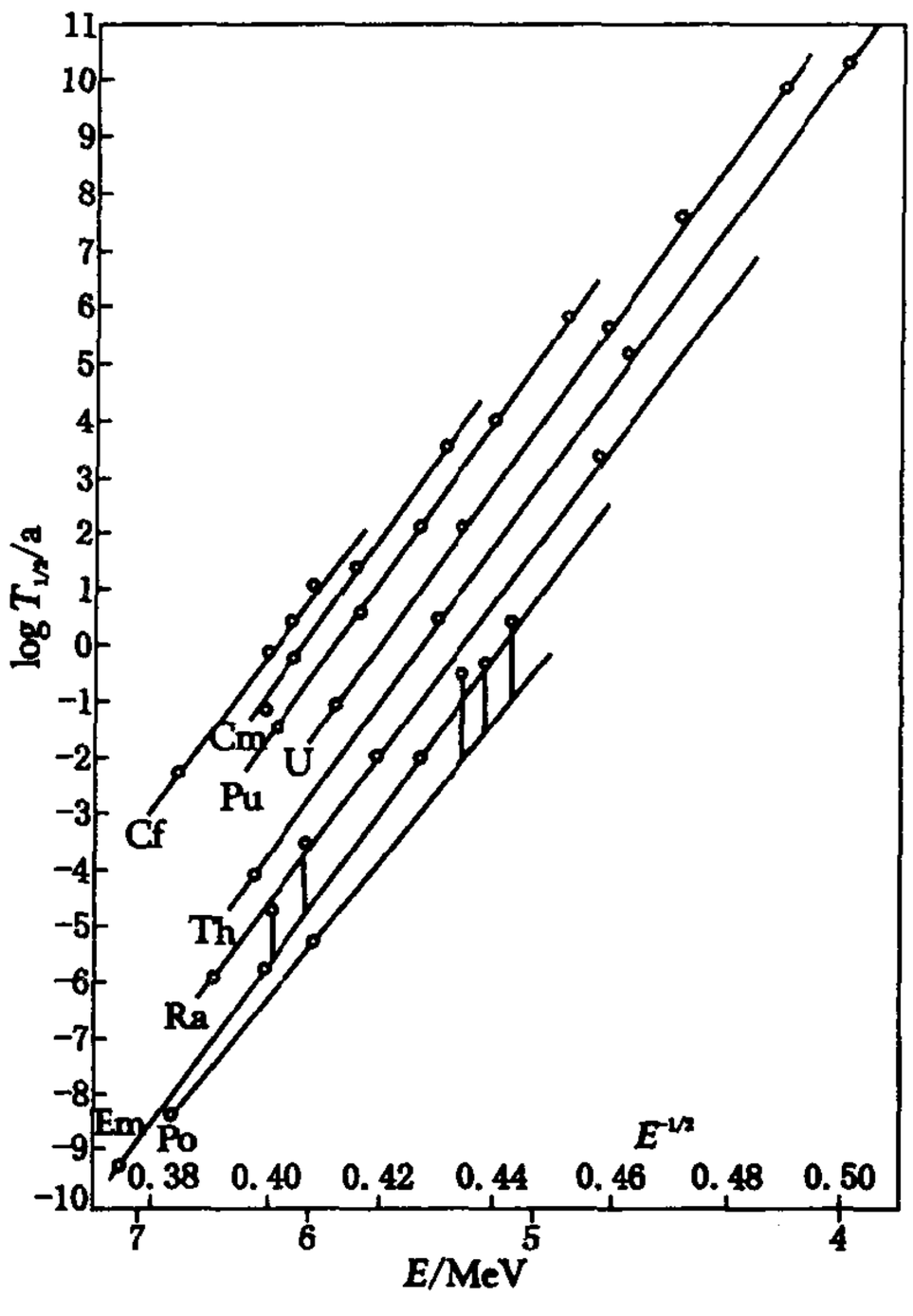


图 5-8　半衰期和 α 粒子能量的关系
（参见[12]511 页）

对奇 A 核和奇奇核也可作类似于图 5-8 的图示，但实验点偏离直线的情况就更为严重。这种偏离与原子核结构的详情有关，是有待进一步研究的问题。

§5.3　α 衰变的基本理论

上面提到，衰变常量和衰变能之间有强烈的依赖关系。怎样解释这种现象？这牵涉到 α 衰变的机制问题，就是说，α 粒子是怎样从原子核中发射出来的？

1. α 粒子与原子核的相互作用

假设核内存在 α 粒子，而且在高速度地运动着。核内的 α 粒子与其它核子之间主要存在着两种作用力：核力和库仑力。前者为吸引力，后者为排斥力，而且核力大大超过库仑力。由于核力是短程力，因而可以认为，α 粒子在核内所受的力近似地达到平衡，从而合力为零，于是想象 α 粒子在核内可以自由地高速度地运动。这是 α 粒子在核内的情形。当 α 粒子跑到核的边界时，由于下面要讨论的库仑势垒的阻挡，在一般情况下，不会跑到核外去，而被子核的核力拉向核内，只有很小的概率能穿透库仑势垒跑到核外。如果 α 粒子一旦脱离了原子核，它与子核之间的相互作用——核力就完全消失了，剩下的主要是库仑相互作用。

当用势能来表示上述相互作用随距离的变化时，就得到如图 5-9 所示的势能曲线。图中

r 表示 α 粒子与子核之间的距离，R 为子核和 α 粒子的半径之和，α 粒子相对于子核的势能用 $V(r)$ 表示。衰变前，α 粒子在母核内运动，这时 r 的变化范围为 $r<R$。由于在此范围内，α 粒子所受的力达到平衡，因此势能曲线可用水平线表示，设此势能为一常量 V_0。当 $r=R$ 时，即 α 粒子处于核的边界时，α 粒子受一很强的向核心的吸引力，所以势能曲线很陡上升。当 $r>R$ 时，由于 α 粒子与子核之间的作用力为库仑排斥力，因此势能遵从规律 $V(r)=\dfrac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$，$Z_1$ 和 Z_2 分别为 α 粒子和子核的电荷数，即 $Z_1=2$，$Z_2=Z-2$，Z 为母核电荷数。这样，α 粒子相对于子核的势能为

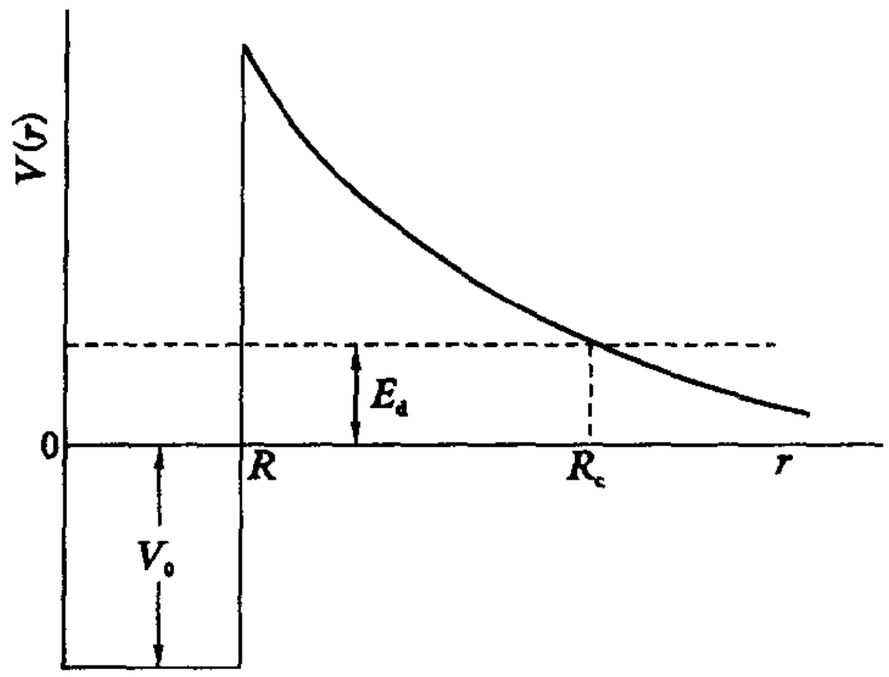


图 5-9　α 衰变的势能曲线

$$V(r)=\begin{cases}-V_0 & \text{当 } r<R \text{ 时}\\ \dfrac{2(Z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{当 } r>R \text{ 时}\end{cases} \tag{5.3-1}$$

2. 库仑势垒

由图 5-9 可见，α 粒子处于母核核内时，势能曲线像一个深井，称为势阱，V_0 叫做势阱的深度。势能曲线在母核的外围高高突起，像个壁垒，称为库仑势垒。$r=R$ 处，势垒最高，此值称为库仑势垒高度，或简称库仑势垒。根据(5.3-1)式，子核对于 α 粒子的库仑势垒高度

$$V_c=V(R)=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})} \tag{5.3-2}$$

式中 A_1 和 A_2 分别表示子核和 α 粒子的质量数。显然，对于任何两个原子核，设其电荷数和质量数分别为 Z_1，A_1 和 Z_2，A_2，则两核相互作用的库仑势垒高度

$$V_c=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})} \tag{5.3-3}$$

r_0 一般取值 1.45×10^{-13} cm。用能量单位 MeV 表示库仑势垒高度时，(5.3-3)式可近似地简写为

$$V_c\approx\frac{Z_1Z_2}{A_1^{1/3}+A_2^{1/3}} \tag{5.3-4}$$

应该指出，根据(5.3-1)式，α 粒子相对于子核的势能曲线在 $r=R$ 的地方有突变。但是实际上，由于在原子核的边界上，α 粒子所受的吸引力不是突然产生和消失的，而是在边界附近存在着一个很窄的过渡区，在这过渡区内，α 粒子所受的吸引力从零变到最大，从最大再变到零。所以，在 R 附近的势能曲线应该与图中所示的稍有不同。但这种改变对我们讨论的问题影响不大。

3. 经典理论的困难

前已指出，α 粒子的能量一般在(4～9) MeV 范围，例如 $^{212}_{84}$Po(ThC′)的 α 衰变能为 8.95 MeV。但是，利用(5.3-2)式算出 $^{212}_{84}$Po α 衰变时的库仑势垒高度 V_c 为 22 MeV，比 α 衰变能

8.95 MeV 要大得多。从经典观点看，α 衰变能比库仑势垒低的现象是不能理解的。因为 α 粒子要从核内发射出来，就要求 α 衰变能大于势垒高度。这可以从衰变过程中能量守恒的角度来分析。只有当 α 粒子和子核分离为足够远(严格讲，应为无限远)时，衰变能 E_d 才等于 α 粒子的动能与子核反冲能之和。当 α 粒子与子核分离得不够远时，衰变能并不完全以动能的形式出现，而一部分是以势能 $V(r)$的形式出现，即

$$E_d = E_k + E_Y + V(r)$$

其中，E_k，E_Y 分别表示 α 粒子和子核的功能。显然，只有 $E_k + E_Y > 0$，即 $E_d > V(r)$的地方，α 粒子才有可能存在。从图 5-9 可见，由于衰变能小于势垒高度，在 r 从 R 到 R_c 这段范围内，$E_d < V(r)$，则 $E_k + E_Y < 0$，即 α 粒子和子核的动能之和为负值，这是不可思议的。于是从经典观点看，α 粒子在 $R < r < R_c$ 的范围内不可能存在，这意味着 α 粒子不能从核中跑出来。所以，根据经典力学，α 衰变不能发生。

既然 α 衰变是客观存在的现象，而经典力学与 α 衰变的存在相矛盾，这只能说明经典力学的适用范围有它的局限性。实践表明，由 20 世纪 20 年代建立起来用来描述微观粒子运动的量子力学，能成功地描述 α 衰变的基本过程。

4. α 衰变的量子理论

由量子力学知道，微观粒子具有一定的概率能够穿透势垒，这种现象称为“隧道效应”。根据“隧道效应”，经典力学所不能解释的 α 衰变就成为可能了。

按量子力学的势垒穿透理论，α 粒子穿透势垒的概率为

$$P = e^{-G} = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\sqrt{2\mu[V(r)-E_d]}\,dr\right\}$$

$$= \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\left[2\mu\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}-E_d\right)\right]^{1/2}dr\right\} \qquad (5.3\text{-}5)$$

式中，μ 为 α 粒子与子核的折合质量，R_c 可由图 5-9 确定：$E_d = V(R_c) = \dfrac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_c}$，于是

$$R_c = \frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_d} \qquad (5.3\text{-}6)$$

下面，我们从(5.3-5)式出发，推导出衰变常量 λ 和能量 E_d 的关系。

由(5.3-5)和(5.3-6)式，

$$G = \frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\left[2\mu\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}-E_d\right)\right]^{1/2}dr$$

$$= \frac{2\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\int_R^{R_c}\left(\frac{R_c}{r}-1\right)^{1/2}dr \qquad (5.3\text{-}7)$$

对积分号下作变量变换，令

$$x = \arccos\left(\frac{r}{R_c}\right)^{1/2} \qquad (5.3\text{-}8)$$

则(5.3-7)式成为

$$G = \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\left[x(R) - \frac{1}{2}\sin 2x(R)\right]$$

$$= \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\psi\left(\frac{R}{R_c}\right) \tag{5.3-9}$$

其中

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right) = \arccos\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2} - \left(\frac{R}{R_c} - \frac{R^2}{R_c^2}\right)^{1/2} \tag{5.3-10}$$

可见 G 是$\left(\frac{R}{R_c}\right)$的函数,也就是$\left(\frac{E_d}{V_c}\right)$的函数,使用时可查图表(见图 5-10)。

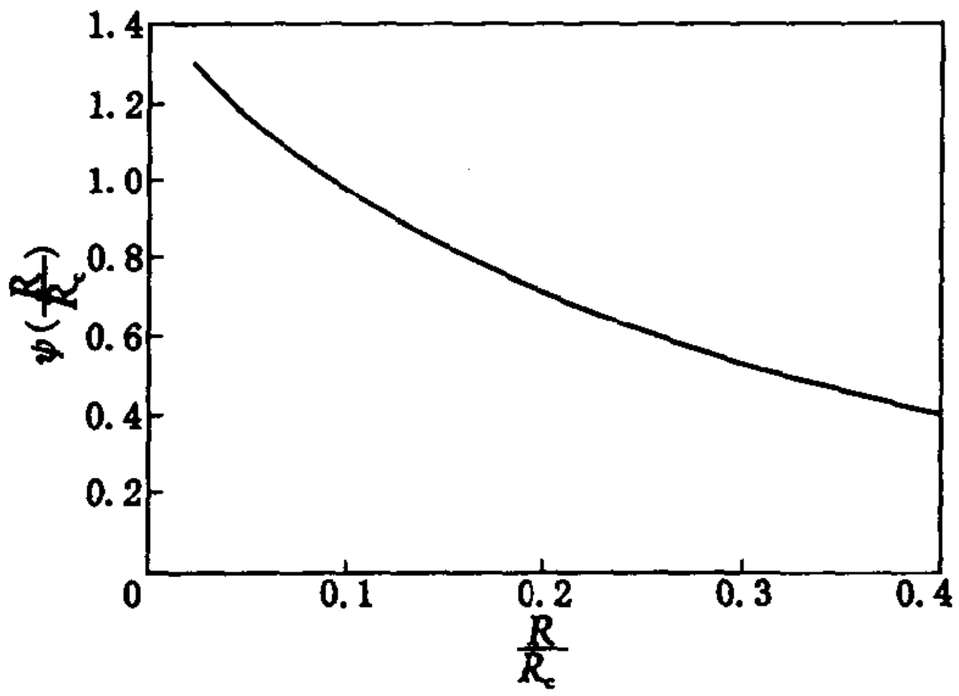


图 5-10 $\psi\left(\frac{R}{R_c}\right)$随$\frac{R}{R_c}$的变化

(5.3-9)式在一级近似下可以简化。由于$\frac{E_d}{V_c}\left(\text{或}\frac{R}{R_c}\right)$通常不大于$\frac{1}{3}$,则在一级近似下

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right) \approx \frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2} \tag{5.3-11}$$

因而(5.3-9)式成为

$$G = \frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\left[\frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2}\right] \tag{5.3-12}$$

当$\frac{E_d}{V_c} \ll 1$ 时,(5.3-12)式进一步简化为

$$G = \frac{\pi R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2\varepsilon_0 \hbar v} \tag{5.3-13}$$

其中 v 是 α 粒子的速度。

为了便于和实验作比较,(5.3-12)式可写为

$$G = \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} - \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar} \tag{5.3-14}$$

于是 α 粒子穿透势垒的概率成为

$$P = \exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\} \tag{5.3-15}$$

因为衰变常量 λ 是单位时间内发生 α 衰变的概率,所以它应等于 α 粒子在单位时间内碰撞势垒的次数 n 与穿透概率 P 的乘积:

$$\lambda = nP \tag{5.3-16}$$

令 R'为母核半径,v 为 α 粒子在母核内运动的速度,则

$$n = \frac{v}{2R'} \tag{5.3-17}$$

把(5.3-15)和(5.3-17)式代入(5.3-16)式,就得衰变常量 λ 与能量 E_d 的关系式

$$\lambda = \frac{v}{2R'}\exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\} \tag{5.3-18}$$

或写作对数形式:

$$\log\lambda = \log\frac{v}{2R'} - \left\{\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}} - \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\}\log e$$

$$= \log \frac{v}{2R'} - \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\epsilon_0 \hbar \sqrt{E_d}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\epsilon_0}\hbar}$$

$$= A - BE_d^{-1/2} \tag{5.3-19}$$

其中，

$$A = \log \frac{v}{2R'} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\epsilon_0}\hbar}, \quad B = \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\epsilon_0\hbar}$$

由(5.3-18)式可见，$\frac{v}{2R'}$与G因子相比，可视为常量。从而A，B对同一元素可视为常量。这样，由α衰变理论得到的(5.3-19)式和对偶偶核得出的实验规律(5.2-15)式完全一样。

从公式(5.3-18)还可看到，R的变化对λ的影响很灵敏；反之，λ的改变对R的影响很小，所以一个粗略的λ值可以较准确地决定R值。这样，实验测得α衰变的能量和衰变常量后，利用(5.3-18)式可以较准确地计算出R。用这种方法得到的原子核半径在10^{-12}cm量级，和用其它方法得到的结果基本一致。

5. 禁戒因子

公式(5.3-18)成功地解释了α衰变的一些规律，特别是对偶偶核基态之间的α衰变，定量上符合得相当好。但是，对其它情形，尤其是奇奇核的α衰变，理论和实验数据的比较在定量上出现了严重分歧。通常引入所谓禁戒因子F来描写这种分歧，它等于实验测得的半衰期T_{exp}与理论值T_{th}之比，即

$$F = T_{exp}/T_{th} \tag{5.3-20}$$

或以衰变常量λ的理论值λ_{th}与实验值λ_{exp}之比来表示

$$F = \lambda_{th}/\lambda_{exp} \tag{5.3-21}$$

对奇A核，F一般在100～1000范围；奇奇核的F则更大，个别核的禁戒因子高达10^{14}。现就理论与实验分歧的原因讨论下面两个问题。

(1) 角动量的影响

公式(5.3-18)是在假设α粒子带走的轨道角动量$l=0$时推导出来的。如果$l\neq0$，公式(5.3-5)中的$V(r)$应为库仑势能$V_c(r)$与离心势能$V_l(r)$之和，即

$$V(r) = V_c(r) + V_l(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \tag{5.3-22}$$

于是此时势垒高度要比$l=0$时高，而且l越大势垒越高，从而α衰变概率越小。

但是离心势垒的影响不会很大。这是由于$V_l(r) \ll V_c(r)$。事实上，

$$V_l(R) = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu R^2} \approx \frac{l(l+1)\times 10^{-68}}{8\times 1.66\times 10^{-27}\times 10^{-28}\times 1.6\times 10^{-13}} \approx \frac{l(l+1)}{20}(\text{MeV}) \tag{5.3-23}$$

$l=4$，$V_l(R)\approx 1$ MeV，而库仑势垒一般大于20 MeV。计算表明，角动量对衰变概率的影响通常不会改变数量级的大小。表5-4中列了对$Z=90$，$E=4.5$ MeV时的角动量对α衰变概率的影响。

表 5-4　角动量对 α 衰变概率的影响

l	0	1	2	3	4	5	6
λ_l/λ_0	1	0.84	0.60	0.36	0.18	0.078	0.028

(2) 形成因子的影响

推得公式(5.3-18)的另一条件是假设 α 粒子在 α 衰变前就存在于核内。实际情况可能不是这样，而是 α 粒子在衰变过程中才形成的。若设形成 α 粒子的概率为 k，那么由公式(5.3-16)有

$$\lambda = knP = k\frac{v}{2R}P \tag{5.3-24}$$

k 称为形成因子。由于 $k\leqslant 1$，于是依 k 值的不同，α 衰变就有可能出现不同程度的禁戒。而 k 值的大小与原子核结构有密切关系，两者之间的联系规律如何，至今还没有了解清楚，这是有待进一步研究的问题。

§5.4　质子及重离子放射性

现在我们来讨论与以 α 衰变很类似的一些问题。从能量守恒看，原子核不但可能自发地放射出 α 粒子，而且也有可能自发地放射出中子、质子或其它核子集团。事实上，对于丰中子核素，当其中质比远大于稳定核的中质比时，最后一个中子的结合能可能成为负值，于是它将自发地放射出中子，这是一种瞬发过程。至于所谓缓发中子，乃是处于激发态的原子核发射的中子，该激发态是某母核 β^- 衰变所形成的。所以缓发中子的半衰期实际上就是母核 β^- 衰变的半衰期。缓发中子现象将在第十一章中讨论。这里我们仅对质子放射性和重离子放射性作一简要介绍。

1. 质子放射性

对于普通的核素，最后一个质子的结合能总是正的，即对放射质子是稳定的。但处于 Z 为横轴 N 为纵轴的核素图右下方的原子核，当它们远离 β 稳定线时，它们的中质比远小于稳定核的中质比，最后一个质子的结合能有可能出现负值，因而可以自发地放射出质子。它与自发放射中子不同，不是瞬发过程，而与 α 衰变类似，由于库仑势垒的阻挡，具有一定的半衰期。所以，质子放射性也叫质子衰变。

质子衰变的理论和 α 衰变类似，通过质子穿透势垒概率的计算，可以得到质子衰变的半衰期。一般它比 α 衰变的半衰期要短得多。质子放射体都具有 β^+ 放射性或轨道电子俘获的竞争过程，从而它们的半衰期与竞争过程衰变概率的大小有关。

与缓发中子类似，也存在缓发质子的现象。它是从 β^+ 衰变或轨道电子俘获所形成的子核激发态上发射的质子。它的半衰期首先取决于母核 β^+ 衰变或轨道电子俘获的半衰期，同时也与质子穿透势垒所需的时间有关。实验上第一次观察到缓发质子现象是在 1962 年[①]。该实验利用 130 MeV 的 ^{20}Ne 离子轰击 Ni 和 Ta 靶，生成了缓发质子体 ^{17}Ne。这是实验上观测到质

① В. А. Карнаухов и др., Препринт ОИЯИ, Р-1072, Дубна, 1962.

子放射性的第一个事例。至今人们已发现了几十个缓发质子体,为核能级特性的研究开辟了新的途径。

实验上第一次观测到原子核直接发射质子的现象是在 1970 年①。在实验中,利用 35 MeV 的质子去轰击^{54}Fe,生成^{53}Co 的同核异能态^{53m}Co。它是一个质子直接发射体,虽然它的主要衰变方式是 β^+ 衰变,但也存在分支比为 1.5% 的质子发射方式。在后一方式中,^{53m}Co 放出能量为 1.59 MeV 的质子后变为^{52}Fe 的基态,这一衰变方式的半衰期约为 17 s。

1982 年首次在实验上观测到基态核的质子衰变②。该实验利用重离子^{58}Ni 束轰击^{96}Ru 靶生成基态质子衰变核^{151}Lu。^{151}Lu 是一个十分缺中子的核素,比稳定核素^{175}Lu 缺 24 个中子。也就是说,它是一个十分丰质子的核素,其最后一个质子结合能为负值。从能量上看,它是极不稳定的,但由于库仑势垒的阻挡,最后一个质子还能勉强维系在核内,质子只有通过势垒穿透跑到核外。该核发射出的质子能量为 1.23 MeV,半衰期约为 0.1 s。后来,随着实验技术的发展,先后又发现了 22 个从基态或同核异能态发射质子的核,它们是^{147}Tm,^{147m}Tm,^{109}I,^{113}Cs,^{112}Cs,^{146}Tm,^{146m}Tm,^{150}Lu,^{156}Ta,^{156m}Ta,^{160}Re,^{105}Sb,^{157}Ta,^{161m}Re,^{161}Re,^{165m}Ir,^{166m}Ir,^{166}Ir,^{167m}Ir,^{167}Ir,^{171m}Au 和^{185m}Bi。质子放射性的研究对提供质子滴线附近的核结构信息有重要意义。

对有些原子核,只发射一个质子的能量条件并不满足。但从对能考虑,可以同时放出两个质子。原子核同时自发发射两个质子的现象,称为双质子放射性。例如,在轻核范围内,^{6}Be,^{8}C,^{12}O,^{16}Ne 和^{19}Mg 等可能具有双质子放射性。一般的双质子放射体,不是由于寿命过短,就是由于质子能量太低,或是由于其它竞争衰变的影响,实验上很难观测到。1995 年有人观测到^{12}O 的双质子放射性③。计算表明,在中等重量的原子核范围,也存在双质子放射性的可能性。它们可以利用重离子核反应形成。例如,利用$^{40}_{20}$Ca 轰击$^{40}_{20}$Ca 可生成$^{76}_{40}$Zr;$^{58}_{28}$Ni 轰击$^{58}_{28}$Ni 可生成$^{112}_{56}$Ba。$^{76}_{40}$Zr 和$^{112}_{56}$Ba 可能是双质子放射体。对双质子放射性的实验研究,比单质子放射性有可能提供更多的知识。通过质子能谱和角关联的测量,将可能给出有关势垒形状和成对质子相互作用的知识。

2. 重离子放射性

原子核自发地放射出重离子的现象,称为重离子放射性。重离子是指比 α 粒子更重的离子。自从 1896 年贝克勒尔发现放射性直至 1984 年,人们一直只知道 α,β,γ 和质子放射性。为什么长期以来没有观察到重离子放射性呢? 原因有两个。一个原因是从能量考虑可自发发射重离子者,几乎都具有 α 放射性。重离子穿透势垒的概率一般比 α 粒子穿透概率要小。更重要的原因是原子核中不大可能有重离子集团结构。如果重离子被原子核发射出来,则很可能是在衰变过程中形成的。而重离子的形成概率一定比 α 粒子的形成概率小得多。因此,重离子放射性是不容易发现的。随着粒子甄别技术的发展,尤其是选择合适的固体径迹探测器,对重离子放射性的实验探索成为可能。我们在本书第一版(1981 年 1 月)中曾经预言,存在碳离子放射性的可能性,而且指出,选择^{224}Ra 和^{223}Ra 作为研究对象也许是最有希望的。果然,1984年英国科学家罗斯(H. J. Rose)和琼斯(G. A. Jones)首先发现了^{223}Ra具有碳离子放射

① K. P. Jackson et al., Phys. Lett. **B33**, 281(1970).
② S. Hofmann et al., Z. Phys. **A305**, 111(1982).
③ R. A. Kryger et al., Phys. Rev. Lett. **74**, 860(1995).

性①。他们利用半导体探测器粒子鉴别技术在 189 d 中观察到^{223}Ra 发射的 11 个^{14}C 粒子的计数。其衰变方式如下：

$$^{223}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{209}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{14}_{6}\mathrm{C}$$

而且测得相对 α 粒子的分支比为$(8.5 \pm 2.5) \times 10^{-10}$。随后，他们的结果被苏联②、法国③、美国④和中国⑤的研究组所证实。美国小组利用固体径迹探测器还首次发现^{224}Ra 和^{222}Ra 的^{14}C 放射性。从此，揭开了实验研究重离子放射性的新篇章。至今，已发现从^{221}Fr 至^{238}Pu 共有 18 种核具有重离子放射性。被发射的重离子有^{14}C，^{20}O，^{23}F，^{22}Ne，^{24}Ne，^{28}Mg，^{30}Mg 和^{32}Si 等，部分衰变半衰期从 10^{11} s 直至 10^{27} s，相对于 α 衰变的分支比很小，在 10^{-10}至 10^{-17}范围。

重离子放射性的研究可以提供重离子发射机制和核结构的信息。有关理论处理大致分两类：放射性衰变和自发裂变。前者遇到的困难是预形成概率的计算，后者的困难是难易解释重离子能谱的单一性。这些问题只有依靠更多的实验事实和理论研究逐步加以解决。

习　题

5-1. 实验测得^{210}Po 的 α 粒子能量为 5301 keV，试求其衰变能。

5-2. 利用核素质量，计算^{226}Ra 的 α 衰变能和 α 粒子的动能。

5-3. $^{211}_{83}$Bi 衰变至$^{207}_{81}$Tl，有两组 α 粒子，其能量分别为 $E(\alpha_0) = 6621$ keV，$E(\alpha_1) = 6274$ keV。前者相应为母核基态衰变至子核基态，后者相应为母核基态衰变至子核的激发态。试求子核$^{207}_{81}$Tl 激发态的能量，并画出此衰变纲图。

5-4. $^{218}_{84}$Po α 衰变至$^{214}_{82}$Pb，已知 α 粒子的动能 E_k 为 5.988 MeV，试计算反冲核$^{214}_{82}$Pb 的动能，并求出 α 衰变能 E_d。

5-5. 一块质量为 0.5 kg 的核燃料纯^{239}Pu，试计算这块核燃料存放时由于 α 衰变放出的功率为多少瓦(W)？

5-6. 试计算 α 粒子对于$^{20}_{10}$Ne，$^{112}_{50}$Sn，$^{238}_{92}$U 的库仑势垒，设 $r_0 = 1.45$ fm。

5-7. 已知 ThC′($^{212}_{84}$Po)对于基本 α 粒子组($E_0 = 8.785$ MeV)的半衰期为 3×10^{-7} s，试计算激发核 ThC′对于发射长射程 α 粒子($E_3 = 10.55$ MeV)的平均寿命，在计算时假定 α 粒子碰撞势垒的次数，在激发核内和在非激发核内都是相同的。

5-8. 试计算：(i)^{223}Ra 发射^{14}C 的动能 E_k 和库仑势垒 V_c；

(ii)^{53m}Co 发射质子的动能 E_k 和库仑势垒 V_c。

5-9. 利用结合能的半经验公式，推导出原子核发射质子的衰变能随 Z，A 变化的关系式。

5-10. 为什么能量低于 2 MeV 和高于 9 MeV 的 α 放射性很难探测到？

5-11. 为什么基态偶偶核 α 衰变时能量最大的 α 粒子强度最大？而奇 A 核的就不一定？

5-12. 有没有 α 稳定线？为什么？

---

① H. J. Rose and G. A. Jones, Nature **307**, 245(1984).

② D. V. Aleksandrov et al., JETP Lett., **40**, 909(1984).

③ S. Gales. et al., Phys. Rev. Lett. **53**, 759(1984).

④ P. B. Price et al., Phys. Rev. Lett. **54**, 297(1985).

⑤ Lu Xiting et al., CHIN. Phys. Lett. **4**, 227(1987).

第六章 β 衰 变

β 衰变是指原子核自发地放射出 β 粒子或俘获一个轨道电子而发生的转变。β 粒子是电子和正电子的统称。电子和正电子,它们的质量相同,电荷的大小也相等,但电荷符号相反。原子核衰变时,放出电子的过程称为 β^- 衰变;放出正电子的过程称为 β^+ 衰变。另外,还有一种 β 衰变过程,即原子核从核外的电子壳层中俘获一个轨道电子,这叫做轨道电子俘获。俘获 K 层电子,叫做 K 俘获。俘获 L 层电子,叫做 L 俘获。其余类推。由于 K 层电子最靠近原子核,因而一般 K 俘获的概率最大。

β 衰变的半衰期大致分布在 10^{-2} s 至 10^{18} a 的范围内,发射出粒子的能量最大为几个 MeV。β 衰变与 α 衰变不同,它不仅在重核范围内能发生,在全部周期表的范围内都存在 β 放射性核素。因此,对 β 衰变的研究比 α 衰变的研究更为重要。

§6.1 β 能谱的特点

1. β 谱的连续性

前已指出,α 衰变时发射出来的 α 粒子的能谱是分立的,这正反映了原子核能级的量子特性,表明原子核的能量状态是分立的。但是,无数实验指出,β 粒子的能谱与 α 粒子能谱不同,不是分立的而是连续的,即 β 衰变时放射出来的 β 射线,其强度随能量的变化为一连续分布。

通常用来测量 β 能谱的实验装置是 β 磁谱仪。它的基本原理与前章所述的 α 磁谱仪相同,即利用带电粒子在磁场中的偏转来测定它的能量。所不同的是,β 粒子的质量比 α 粒子的质量轻得多,因而它的速度比相同能量的 α 粒子的速度要大得多。例如,同样为 4 MeV 的能量,α 粒子的速度约为光速 c 的 5%,而 β 粒子的速度却为光速 c 的 99.5%,可见 β 粒子的速度接近光速。因此,在处理 β 粒子的有关问题时,必须考虑相对论效应。

根据相对论,β 粒子的总能量 E 与动量 p 有如下关系:

$$E^2 = c^2 p^2 + m_e^2 c^4 \tag{6.1-1}$$

式中 m_e 为电子的静止质量,c 为光速。

于是,β 粒子的动能

$$T = E - m_e c^2 = (c^2 p^2 + m_e^2 c^4)^{1/2} - m_e c^2 \tag{6.1-2}$$

由前章(5.1-2)式

$$p = eB\rho \tag{6.1-3}$$

其中 e 为 β 粒子的电荷。

将此式代入(6.1-2)式,则得

$$T = [c^2 e^2 (B\rho)^2 + m_e^2 c^4]^{1/2} - m_e c^2 \tag{6.1-4}$$

如果 T 用 keV 做单位,$B\rho$ 用 T·m 做单位,则(6.1-4)式可写成

$$T = 511.00\{[3441.8 \times 10^2 (B\rho)^2 + 1]^{1/2} - 1\} \tag{6.1-5}$$

式中 511.00 是用 keV 做单位的电子静止能量。

由(6.1-4)或(6.1-5)式可见,实验上测得 $B\rho$ 后,即可求得 β 粒子的动能 T。

图 6-1 是实验测得的 β 能谱的一般情形。由图可见:(1)β 粒子的能量是连续分布的;(2)有一确定的最大能量 E_m;(3)曲线有一极大值,即在某一能量处,强度最大。

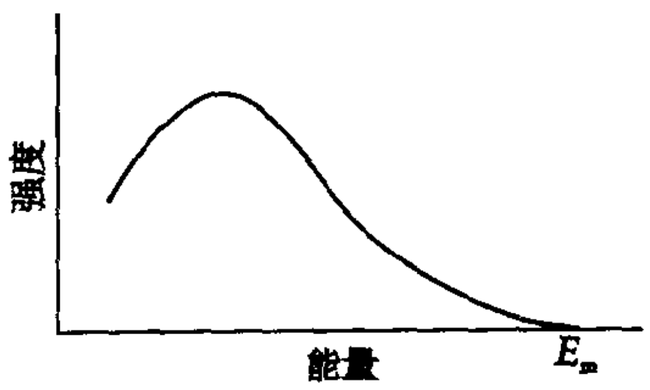


图 6-1 β能谱

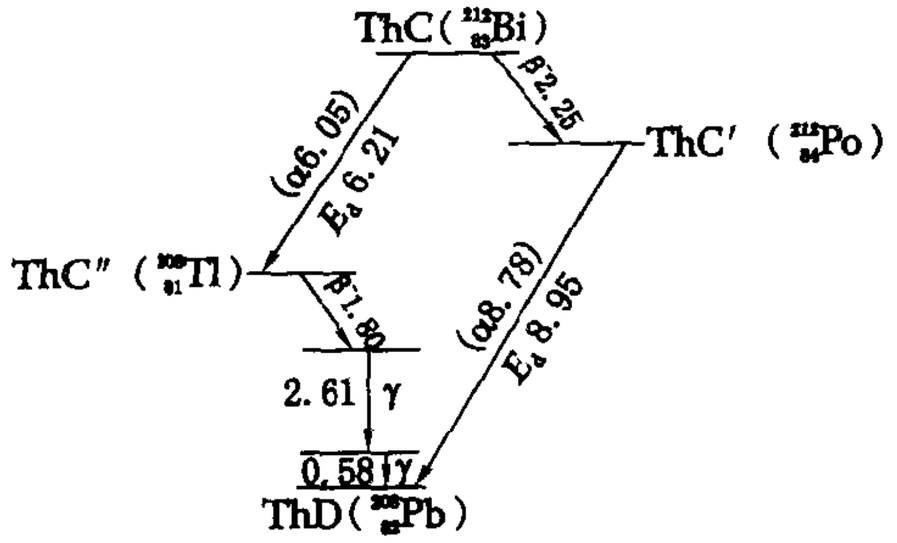


图 6-2 ThC 分支衰变链

2. β 衰变与能量守恒定律的"矛盾"

β 粒子能量的连续分布,这个现象在早期是很难理解的。因为大量事实证明,核衰变过程中放出的 α 射线和 γ 射线的能量是分立的,它与原子核的分立的能量状态相适应。既然 β 粒子也是从原子核中射出,那么它的能量好像也应该是分立的。但是,如上所述,实验上发现的 β 能谱是连续分布的,而且无数实验表明,最大能量 E_m 正好等于衰变能。ThC 分支衰变链的实验是一个很好的例子。ThC($^{212}_{83}$Bi)同时具有 β 和 α 衰变(图 6-2),β 衰变的子体为 ThC′($^{212}_{84}$Po),α 衰变的子体为 ThC″($^{208}_{81}$Tl)。这两个分支分别通过 α 衰变和 β 衰变及 γ 跃迁,汇合于同一个第二代子体 ThD($^{208}_{82}$Pb)。显然,这两个分支衰变链的能量释放是应该相等的,即两个分支的总衰变能相等。如果取 β 谱的最大能量作为 β 衰变能,则以上条件 可以满足。事实上,经 ThC′分支的总衰变能为

$$2.25\ \text{MeV} + 8.95\ \text{MeV} = 11.20\ \text{MeV}$$

经 ThC″分支的总衰变能为

$$6.21\ \text{MeV} + 1.80\ \text{MeV} + 2.61\ \text{MeV} + 0.58\ \text{MeV} = 11.20\ \text{MeV}$$

两者正好相等。这就说明 β 谱的最大能量 E_m 正好等于衰变能,β 谱中的其它能量都比这个衰变能小。于是产生了一个严重的问题:β 衰变中如何满足能量守恒定律?

为了解决上述困难,曾经提出过一些假说:

(1) 在 β 衰变中,母核首先通过放出 β 粒子跃迁到子核的许多不同能级上,然后子核通过释放 γ 光子由激发能级跃迁到基态。如果子核的能级很多,那么就可得到连续的电子谱和 γ 射线谱。但是实验指出,伴随 β 衰变发射的 γ 射线不是连续谱,而是分立谱,而且有些 β 衰变根本不发射 γ 射线。

(2) 设想 β 粒子刚从核中射出时具有相同的能量 E_m,但它在行进的路程中与放射源本身和周围介质的轨道电子相互作用的结果,把部分能量交给了轨道电子,即损失了部分能量。有

的β粒子能量损失多,有的损失少。因此,出现了β粒子能量的连续分布。为了检验这个假说是否正确,曾做了如下量热实验:把β放射源 RaE($^{210}_{83}$Bi)放在厚壁的量热器中,精确地测量β衰变时产生的热量。如果以上假说正确,那么量热器中测量到的每次衰变的能量,就应该是β粒子的最大能量 E_m,因量热器测到的能量也应包括β粒子交给轨道电子的那部分。但实验结果否定了以上假说,量热器测得的每次衰变放出的能量是 0.337 MeV,与β谱的平均值 0.331 MeV 相符合,而与最大能量 1.170 MeV 相差很远。

上述两个假说的被否定似乎表明:β衰变过程中的能量关系是与能量守恒定律相矛盾的。为了解决这一矛盾,在各种假说失败的情况下,泡利(W. Pauli)于 1930 至 1933 年间提出了β衰变放出中微子的假说,成功地解决了上述矛盾,并为以后的实验所证实。

§6.2 中 微 子

1. 中微子假说

泡利的中微子假说告诉我们:原子核在β衰变过程中,不仅放出一个β粒子,还放出一个不带电的中性粒子,它的质量小得几乎为零,所以叫做中微子,用符号 ν 表示。有了中微子假说,以上困难就迎刃而解了。这时β衰变过程中的动量守恒、能量守恒牵涉到三个物体(β粒子、中微子和反冲核),而不是两个物体。由于三个物体从一点分离时,它们之间的角度关系可以出现各种情况,都满足动量守恒,即保持三者的矢量之和为零:$\boldsymbol{p}_\beta + \boldsymbol{p}_\nu + \boldsymbol{p}_R = 0$,如图 6-3 所示,此处 $\boldsymbol{p}_\beta$,$\boldsymbol{p}_\nu$ 和 $\boldsymbol{p}_R$ 分别表示β粒子、中微子和反冲核的动量。从而三者之间的能量分配也可以出现各种情况,β粒子的能量从零至 E_m 之间都可能出现。下面考虑两种极端情况。

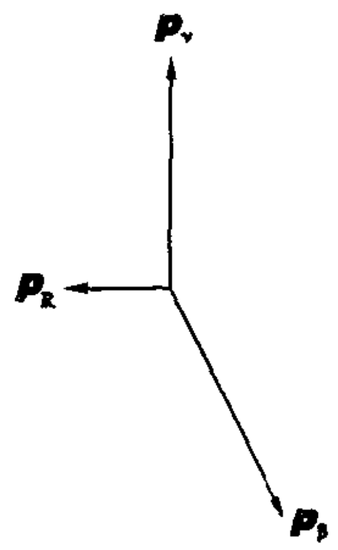


图 6-3 β衰变中诸粒子间的动量关系

(1)β粒子和反冲核的动量大小相等方向相反,即 $\boldsymbol{p}_\beta = -\boldsymbol{p}_R$。显然,这时 $\boldsymbol{p}_\nu = 0$。于是衰变能

$$E_d = E_\beta + E_R + E_\nu = E_\beta + E_R \tag{6.2-1}$$

其中 E_β,E_R 和 E_ν 分别表示β粒子、反冲核和中微子的动能。

另一方面,

$$E_R = \frac{p_R^2}{2m_R} = \frac{p_\beta^2}{2m_R} = \frac{(E_\beta + 2m_e c^2)E_\beta}{2m_R c^2} \tag{6.2-2}$$

其中 m_R 和 m_e 分别表示反冲核和电子的质量。

将(6.2-2)式代入(6.2-1)式,

$$E_d = E_\beta + \frac{(E_\beta + 2m_e c^2)E_\beta}{2m_R c^2} = E_\beta\left(1 + \frac{E_\beta}{2m_R c^2} + \frac{m_e}{m_R}\right) \approx E_\beta \tag{6.2-3}$$

即此时β粒子的动能大约等于衰变能。

(2)中微子和反冲核的动量大小相等方向相反,即 $\boldsymbol{p}_\nu = -\boldsymbol{p}_R$。显然,这时 $\boldsymbol{p}_\beta = 0$,所以 $E_\beta = 0$。

对于一般情况,β粒子的动能介于上述两种极端情况之间,而得到 $E_\beta = 0$ 至 E_m 的连续分布。

中微子是不带电的,而且质量和磁矩都几乎等于零,所以在量热器的实验中,它能透过量热器的厚壁而逃跑,量热器测到的能量只是β粒子的平均能量。至于反冲核的能量,与β粒子的平均能量相比可以忽略不计。

2. 中微子的性质

根据实验和理论考虑,可以得出中微子的一些基本性质。

(1)静止质量 m_ν

近期的实验表明,中微子静止能量的上限为 15 eV,在β衰变理论中,可近似地看成为零。因此,它的速度与光速相同,能量 E_ν 与动量 p_ν 之间的关系为

$$E_\nu = cp_\nu \tag{6.2-4}$$

(2)电荷 $q_\nu = 0$

由于β衰变的母子体是相邻的同量异位素,同时衰变过程只放出一个β粒子或吸收一个轨道电子,为保持衰变过程电荷守恒,中微子的电荷应为零。

(3)自旋 $I_\nu = \frac{1}{2}$

β衰变中母子核的质量数不变,则母子核的自旋必同为半整数或整数。由于β粒子(即普通的电子或正电子)的自旋为$\frac{1}{2}$,为保持角动量守恒,中微子的自旋必为半整数,而且实验表明,只能是$\frac{1}{2}$。例如下列衰变

$$^{14}\mathrm{O} \longrightarrow {}^{14}\mathrm{N}^* + \beta^+ + \nu \tag{6.2-5}$$

自旋：　0　　0　　1/2

按角动量守恒和β谱形分析,中微子的自旋 I_ν 只能为 1/2。

(4)遵从费米统计

β衰变中,母、子核的质量数不变,则母核和子核的统计性相同。因电子是费米子,为保持统计性守恒,中微子必为费米子。

(5)磁矩 μ_ν

实验没有测得中微子的磁矩,其上限不超过 $10^{-6}\mu_N$。

(6)螺旋性(helicity)$\mathscr{H} = \pm 1$[①]

螺旋性的定义如下:

$$\mathscr{H} = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{\sigma}}{|\boldsymbol{p}||\boldsymbol{\sigma}|} \tag{6.2-6}$$

式中 $\boldsymbol{p}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}$ 分别表示粒子的动量和自旋。理论和实验表明,中微子的螺旋性 $\mathscr{H} = \pm 1$。所以,中微子有两种螺旋性(见图 6-4)。$\mathscr{H} = +1$ 者称为反中微子,用符号 $\bar{\nu}$ 表示,其自旋方向与运动方向相同,即属于右旋粒子(运动方向与右手螺丝相同);$\mathscr{H} = -1$ 者就称为中微子,用 ν 表示,其自旋方向与运动方向相反,即属于左旋粒子(运动方向与左手螺丝相同)。$\bar{\nu}$ 和 ν 互为粒子和反粒子。实验证明,β^- 衰变放出的是反中微子 $\bar{\nu}$,β^+ 衰变和轨道电子俘获过程放出的是中微子 ν。

---

① 此式指 $\mathscr{H}$ 的本征值为 ± 1。

除上述性质外，中微子不仅在 β 衰变中产生，而且在其它许多基本粒子衰变中也会出现，其性质与 β 衰变的中微子有所不同，这将在第十三章中讨论。

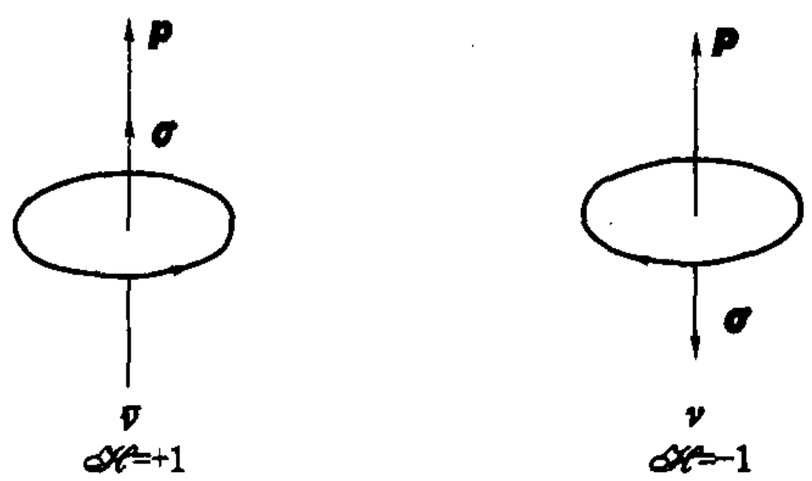


图 6-4　中微子的螺旋性

3. 中微子存在的实验证明

(1)间接证明

中微子的存在，后来为许多实验所证实。由于中微子与物质的作用概率很小，不易直接观察，大部分用来证明中微子存在的实验都是间接的。有的间接实验是测量 β 粒子和反冲核之间的角度关系。它的基本思想是这样：如果 β 衰变时只发射 β 粒子，不发射中微子，那么按动量守恒原理，β 粒子只能在反冲核的相反方向上才能探测到。如果 β 衰变时也发射出中微子，那么不仅在反冲核的相反方向上，而且在其它方向上也可能探测到 β 粒子。实验结果指出，β 粒子和反冲核的方向不是恰恰相反，这就表明一定有第三个粒子同时发出。进一步测量 β 粒子和反冲核的动量或能量，根据动量守恒和能量守恒定律就能确定第三个粒子的动量和能量，从而可以求出它的质量。用这种方法测得的中微子的静止质量几乎为零。

另一种间接实验是测量 K 俘获过程反冲核的能量。K 俘获的终态只有两个物体(中微子和反冲核)，所以它们的能量都是单一的，根据动量守恒以及中微子的能量近似等于衰变能 E_d，则反冲核的动能

$$E_R = \frac{p_R^2}{2m_R} = \frac{p_\nu^2}{2m_R} = \frac{E_d^2}{2m_R c^2} \tag{6.2-7}$$

式中 m_R 为反冲核的质量。注意分母是两倍反冲核的静止能，其数量级一般大于 10^4 MeV，而分子 E_d 一般为 MeV 数量级，所以反冲能 E_R 通常不到 100 eV。这对测量技术要求较高。正因为如此，反冲实验尽量采用轻核进行，以便获得尽可能大的反冲能。1952 年，戴维斯(R. Davis)①研究了 $^7_4$Be 的 K 俘获：

$$^7_4\mathrm{Be} + e^-_K \longrightarrow {}^7_3\mathrm{Li} + \nu + 0.86\ \mathrm{MeV}(E_R = 56\ \mathrm{eV}) \tag{6.2-8}$$

实验结果与发射中微子的结果是一致的。

(2)直接证明——自由中微子的记录

上述间接证明的实验，只能说明中微子的存在及其质量近似于零。它不能提供关于中微子的更多知识。为了研究中微子的一些重要特性(如与物质的相互作用截面和螺旋性等)，人们进行了艰巨的实验工作。莱尼斯(F. Reines)和柯文(C. L. Cowan)②研究了中微子与物质的相互作用截面。实验工作于 1953 年开始，于 1959 年获得了比较满意的结果。

中微子与物质的作用是极弱的，据理论估计，它与一般原子核的作用截面 σ 只有约 10^{-44} cm^2 数量级③。物质的原子密度 n 通常为约 10^{23} cm^{-3}，所以中微子在普通物质中的平均自由程

---

① R. Davis Jr., Phys. Rev., **86**, 976(1952).

② F. Reines and C. L. Cowan Jr., Phys. Rev. **113**, 273(1959).

③ σ 的大小与中微子的能量有关，这里所指的 σ 的数量级是对 β 衰变中产生的中微子的能量而言的。

$$l = \frac{1}{n\sigma} \approx \frac{1}{10^{23} \times 10^{-44}}\ \text{cm} = 10^{21}\ \text{cm} = 10^{16}\ \text{km}$$

比地球直径($\approx 1.3 \times 10^4$ km)大亿万倍。这表明中微子可以横贯地球通行无阻。因此,探测中微子需要庞大而又高灵敏度的设备。

莱尼斯和柯文实验的原理是利用中子衰变($n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}$)的逆过程:

$$\bar{\nu} + p \longrightarrow n + e^+ \tag{6.2-9}$$

即反中微子被质子俘获后产生中子和正电子。若实验能探测到这过程中同时产生的中子和正电子,则就直接证明了中微子的存在。记录了单位时间该事件发生的数目,就能获得反中微子与质子相互作用截面的大小。为了得到足够大的计效率,一方面需要强大的反中微子源和大体积的质子靶,另一方面需要有高效率和高灵敏的探测器。实验中利用高功率反应堆来产生强大的反中微子流。反应堆中的裂变碎片具有级联的 β^- 衰变,因此可放出大量反中微子(平均每次裂变放出 6.1 个)。实验装置由两个质子靶和三个液体闪烁探测器组成,位于距离反应堆 15 m 远的地下室中。为了进一步降低本底,整个系统用厚铅层屏蔽。质子靶为装在 200 L 的大水槽中的 $CdCl_2$ 水溶液。每个液体闪烁探测器包含有 1400 L 的液体闪烁体,各用 110 个 5 英寸口径的光电倍增管来记录每个闪烁体中产生的闪光。整个系统的工作原理如图 6-5 所示。反中微子射入水靶 A,若被靶中的质子俘获,则产生正电子和中子。正电子很快在水靶中损失掉全部动能。于是与靶中电子湮没产生一对能量为 0.511 MeV 的 γ 光子,它们分别同时在闪烁体 1 和 2 中产生闪光,这一过程大约为 10^{-9} s。另一方面,与正电子同时产生的中子,在水中慢化后被镉吸收,放出几个 γ 光子,其总能量为 9.1 MeV,这些光子也在闪烁体 1 和 2 中产生闪光,这一过程大约为 10^{-5} s。闪烁体 1 和 2 中产生的闪光被光电倍增管收集转化为电信号,经过精密的电子学仪器输入到双线示波器。为了保证记录的高灵敏度,还采用反符合技术来降低本底。因而示波器的荧光屏上只显示出以下信号的组合:从闪烁体 1 和 2 道来的一对能量为 0.511 MeV 的湮没辐射信号,接着相隔大约 10^{-5} s 后给出总能量为 9.1 MeV 的辐射俘获信号。这样,$\bar{\nu}$ 被质子俘获的现象,令人信服地得到了证明。

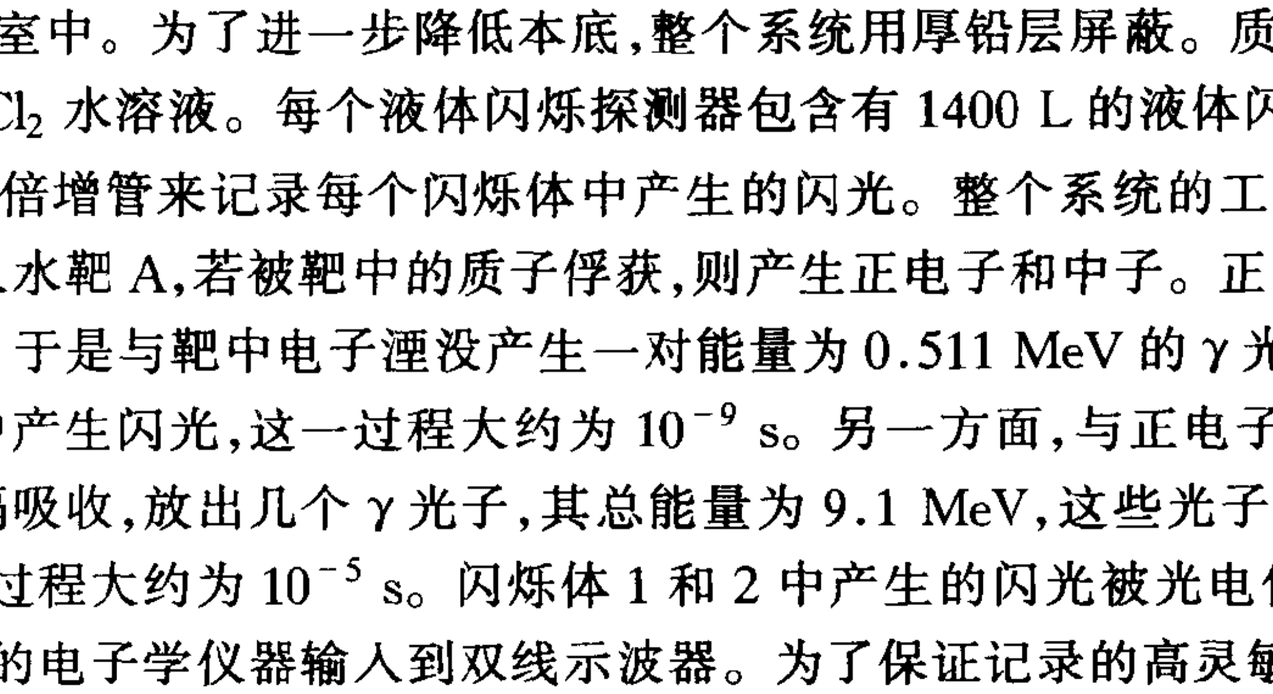


图 6-5 探测中微子实验的原理图

G—光电倍增管 C—电子学线路

反中微子与质子的作用截面可由下式计算

$$\sigma = \frac{R}{3600 N \Phi \varepsilon_\beta \varepsilon_n} \tag{6.2-10}$$

其中，R 为每小时测得的事件数，N 为靶中质子数，Φ 为反中微子注量率，ε_β 和 ε_n 分别表示 β^+ 和中子的探测效率。实验测得 $R \approx (36 \pm 4)\ h^{-1}$，$N = 8.3 \times 10^{28}$，$\varepsilon_\beta \approx 0.85 \pm 0.05$，$\varepsilon_n \approx 0.10 \pm 0.02$，并按每次裂变放出 6.1 个反中微子计算出 $\Phi \approx 1.3 \times 10^{13}\ cm^{-2} \cdot s^{-1}$。将这些数据代入(6.2-10)可得

$$\sigma_{exp} = (1.10 \pm 0.26) \times 10^{-43}\ cm^2 \tag{6.2-11}$$

此结果与理论值 σ_{th} 完全一致，

$$\sigma_{th} = (1.07 \pm 0.07) \times 10^{-43}\ cm^2 \tag{6.2-12}$$

§6.3 β 衰变的三种类型及其衰变能

将中微子考虑在内，β 衰变的三种类型可以用下列式子表示。

β^- 衰变：
$$^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu} \tag{6.3-1}$$

β^+ 衰变：
$$^A_Z X \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu \tag{6.3-2}$$

轨道电子俘获：
$$^A_Z X + e^- \longrightarrow {}^A_{Z-1} Y + \nu \tag{6.3-3}$$

其中 X 和 Y 分别表示母核和子核或相应的核素。

β 衰变的本质在于衰变过程中原子核中的一个中子转变成质子，或者是一个质子转变成中子。用式子作如下表示。

对于 β^- 衰变：
$$n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu} \tag{6.3-4}$$

对于 β^+ 衰变：
$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu \tag{6.3-5}$$

对于轨道电子俘获：
$$p + e^- \longrightarrow n + \nu \tag{6.3-6}$$

下面我们来讨论三种类型的 β 衰变的衰变能。按定义，衰变能 E_d 等于衰变前后静止能量之差。对于三种类型的 β 衰变分别讨论如下。

1. β^- 衰变

用 m_X，m_Y 和 m_e 分别代表母核，子核和电子的静止质量。考虑到中微子的静止质量为零，按(6.3-1)式，β^- 衰变的衰变能

$$E_d(\beta^-) = [m_X(Z,A) - m_Y(Z+1,A) - m_e]c^2 \tag{6.3-7a}$$

若以原子质量 M_X，M_Y 表示，并且忽略电子在原子中结合能的差异，那么

$$\begin{aligned} E_d(\beta^-) &= [M_X(Z,A) - Zm_e - M_Y(Z+1,A) + (Z+1)m_e - m_e]c^2 \\ &= [M_X(Z,A) - M_Y(Z+1,A)]c^2 \end{aligned} \tag{6.3-7b}$$

所以，β^- 衰变能等于母核原子和子核原子的静止能量之差。由(6.3-7b)式可见，只有母核的原子质量大于子核的原子质量时，即

$$M_X > M_Y \tag{6.3-7c}$$

才能发生 β^- 衰变。

2. β^+ 衰变

根据(6.3-2)式,β^+ 衰变能

$$E_d(\beta^+) = [m_X(Z,A) - m_Y(Z-1,A) - m_e]c^2 \tag{6.3-8a}$$

用原子质量来表示,并且忽略电子在原子中结合能的差异,则

$$E_d(\beta^+) = [M_X(Z,A) - Zm_e - M_Y(Z-1,A) + (Z-1)m_e - m_e]c^2$$

$$= [M_X(Z,A) - M_Y(Z-1,A) - 2m_e]c^2 \tag{6.3-8b}$$

所以,β^+ 衰变能等于母核原子的静止能减去子核原子的静止能再减去两个电子的静止能。由(6.3-8b)式可见,只有母核与子核的原子质量差大于两个电子的质量时,即

$$M_X - M_Y > 2m_e \tag{6.3-8c}$$

才能发生 β^+ 衰变。

3. 轨道电子俘获(通常用 EC 或 ε 表示)

轨道电子被俘获,必须克服它在原子中的结合能 B_i,下标 i 表示 K,L,M 等电子壳层。于是根据(6.3-3)式,发生第 i 层电子俘获的衰变能

$$E_d(i) = [m_X(Z,A) + m_e - m_Y(Z-1,A)]c^2 - B_i \tag{6.3-9a}$$

用原子质量来表示,并且忽略电子在原子中结合能的差异,则

$$E_d(i) = [M_X(Z,A) - Zm_e + m_e - M_Y(Z-1,A) + (Z-1)m_e]c^2 - W_i$$

$$= [M_X(Z,A) - M_Y(Z-1,A)]c^2 - W_i \tag{6.3-9b}$$

式中 W_i 是电子在子核原子中的结合能。所以,发生第 i 层电子俘获的衰变能等于母核原子的静止能减去子核原子的静止能再减去子核原子第 i 层电子的结合能。由(6.3-9b)式可见,只有母核的原子质量与子核的原子质量之差大于子核原子第 i 层电子结合能的相应质量时,即

$$M_X - M_Y > W_i/c^2 \tag{6.3-9c}$$

才能发生第 i 层的轨道电子俘获。

前面已经讲过,由于 K 层电子最靠近原子核,因而 K 俘获的概率最大。但是,当 $W_K/c^2 > M_X - M_Y > W_L/c^2$ 时,显然 K 俘获不可能发生,而 L 俘获的概率成为最大了。例如,^{202}Pb和^{205}Pb 的衰变就是这样。

需要注意,轨道电子俘获过程所形成的子核原子,它的内层电子缺少了一个。例如 K 俘获情形,K 层电子少了一个,子核原子处于不稳定的激发状态,于是邻近的 L 层电子就会跳到 K 层来填充 K 层电子的空位,这样,就会发射出特征 X 射线,或叫标识 X 射线。它的能量 $h\nu$ 显然为 K 层和 L 层电子的结合能之差

$$h\nu = W_K - W_L \tag{6.3-10}$$

所以,轨道电子俘获过程伴随着子核的特征 X 射线的发射。这一点在实验上很重要。因为轨道电子俘获本身不发射 β 粒子,只发射中微子,而后者在实验上很难探测。因此,一般是通过探测伴随粒子来记录轨道电子俘获。

K 俘获过程的另一种伴随粒子是俄歇电子。当一个 L 电子跳到 K 层来填充空位时,可以不发射 X 射线,而把能量交给另一个 L 电子,于是这个 L 电子就会克服结合能而飞出,这种电

子叫做俄歇电子。这样,俄歇电子的动能为

$$E_e = h\nu - W_L = W_K - 2W_L \tag{6.3-11}$$

还应当指出,比较(6.3-8c)式和(6.3-9c)式可以知道,由于 $2m_ec^2 \gg W_i$,能发生 β^+ 衰变的原子核可以发生轨道电子俘获。反之,能发生轨道电子俘获的原子核不一定能发生 β^+ 衰变。这主要是由能量条件来决定的。原则上,当能量满足 β^+ 衰变的条件时,轨道电子俘获和 β^+ 衰变可同时有一定的概率发生。但两者发生的概率之比,则要根据具体情况而定,有时实际上只可能观察到一种过程,另一过程的概率小到可以忽略不计。这将在 §6.9 中详细讨论。

4. 双 β 衰变

β 衰变除了上述常见的三种类型外,还存在一种非常稀少的所谓"双 β 衰变"。它是指原子核自发地放出两个电子或两个正电子,或发射一个正电子同时又俘获一个轨道电子,或俘获两个轨道电子的过程。如下式所示:

$$\left.\begin{aligned} {}^A_Z\mathrm{X} &\xrightarrow{2\beta^-} {}^A_{Z+2}\mathrm{Y} \\ {}^A_Z\mathrm{X} &\xrightarrow{2\beta^+} {}^A_{Z-2}\mathrm{Y} \\ {}^A_Z\mathrm{X} &\xrightarrow{\beta^+\epsilon} {}^A_{Z-2}\mathrm{Y} \\ {}^A_Z\mathrm{X} &\xrightarrow{2\epsilon} {}^A_{Z-2}\mathrm{Y} \end{aligned}\right\} \tag{6.3-12}$$

在上列任一过程中,原子核的电荷数改变 2。其发生的概率要比单 β 衰变的概率小得多,它只有在原子核的单 β 衰变在能量上被禁戒或由于母子核的角动量差很大时才能被观察到,只能在一些偶偶核中发生。由于偶质量数 A 的核素可以有 2~3 个稳定的偶偶同量异位素,它们的电荷数相差 2。图 6-6 中的横线 1,2,3,4,5,分别表示一组偶质量数 A 的同量异位素 1,2,3,4,5 的质量,其中 2 和 4 是偶偶同量异位素。由图可见,核素 2 和 4 的质量比相邻核素的质量均小,因此它们对于通常的 β 衰变是稳定的。但是,核素 2 和 4 的质量仍有差别。如果核素 2 的质量大于核素 4 的质量(如图所示的那样),那么,就有可能产生核素 2 ⟶4 的跃迁。这种跃迁的电荷数要改变 2,于是在跃迁中要同时放出两个电子。这种过程就是双 β 衰变。

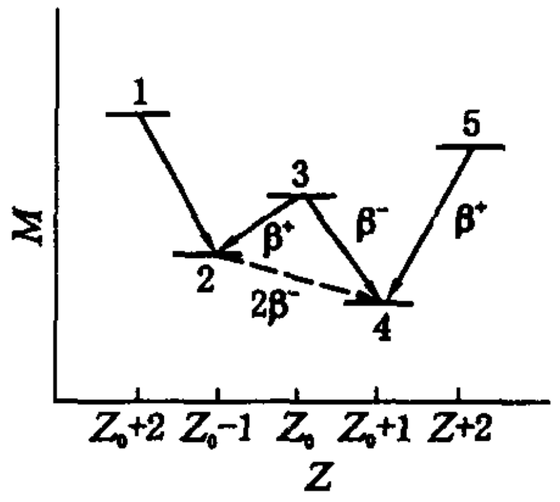


图 6-6 双 β 衰变示意图

在理论上,双 β 衰变可有两种不同的处理:

(1)放中微子的双 β 衰变,记为 2νββ。例如

$${}^A_Z\mathrm{X} \longrightarrow {}^A_{Z+2}\mathrm{Y} + 2\beta^- + 2\bar{\nu} \tag{6.3-13}$$

(2)不放中微子的双 β 衰变,记为 0νββ。例如

$${}^A_Z\mathrm{X} \longrightarrow {}^A_{Z+2}\mathrm{Y} + 2\beta^- \tag{6.3-14}$$

2νββ 过程放出的中微子是狄拉克(Dirac)中微子,其静止质量为零,即 $m_\nu = 0$;狄拉克中微子有正反之分,即 $\nu \neq \bar{\nu}$。0νββ 过程不放出中微子。该理论处理认为中微子无正反之分,即 $\nu \equiv \bar{\nu}$;其静止质量 $m_\nu \neq 0$。这种中微子称为马约喇纳(Majorana)中微子。因此,0νββ 过程本质上是核内以下两个过程的结果:

$$\mathrm{n} \longrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \bar{\nu} \tag{6.3-15}$$

$$\nu + n \longrightarrow p + e^- \tag{6.3-16}$$

由于过程(6.3-15)产生的 $\bar{\nu}$ 和 ν 相同,它很快被中子吸收发生过程(6.3-16),从而导致不放中微子的双 β 衰变。

可见,双 β 衰变的实验测量,可以用来鉴别中微子有无正反之分和中微子是否具有静止质量。这种鉴别在粒子物理学、天体物理学和宇宙学中有重大意义。这将在后面章节中详细讨论。

下面简要介绍一下双 β 衰变的实验测量。

(1)地球化学方法

由于双 β 衰变的半衰期 $T_{1/2}$ 比地球年龄长得多,所以当地球中含有双 β 衰变核素的矿石形成后,随着时间的推移,该矿石中将逐渐积累起衰变子体核素,子核数 N_d 与母核数 N_p 的关系如下:

$$N_d = N_p(1 - e^{-\lambda t}) \tag{6.3-17}$$

式中 t 为矿石年龄,λ 为双 β 衰变常量,而 $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$。由于 $t \ll T_{1/2}$,则(6.3-17)式为

$$N_d \approx N_p \lambda t = N_p t \ln 2 / T_{1/2} \tag{6.3-18}$$

$$T_{1/2} \approx \frac{N_p}{N_d} t \ln 2 \tag{6.3-19}$$

所以,如果矿石年龄已知,那么,测量矿石中的母核数和子核数后,即可求得双 β 衰变的半衰期,从而可以与理论值进行比较。

在理论上,如果原子核的矩阵元知道,那么 $2\nu\beta\beta$ 衰变概率,可以通过标准的 ββ 二级弱相互作用机制计算,$T_{1/2}(2\nu\beta\beta)$ 的理论值大约在 10^{20} a 左右。对于 $0\nu\beta\beta$ 衰变,衰变概率与中微子质量有关。所以在已知原子核矩阵元的情况下,由 $T_{1/2}(0\nu\beta\beta)$ 的测量可以定出中微子的质量。不过目前由于衰变机制和核矩阵元计算的不确定性以及 $T_{1/2}(0\nu\beta\beta)$ 实验值的不确定性,如果认为实验测得的半衰期是属于 $0\nu\beta\beta$ 衰变的话,我们只能定出中微子质量的范围。

用地球化学法研究最多的是 $^{82}_{34}Se$,$^{130}_{62}Te$ 和 ^{128}Te 的双 β 衰变,因为它们的子体 Kr 和 Xe 是惰性气体,便于收集和进行测量。实验结果是

$$T_{1/2}(^{82}Se \longrightarrow {}^{82}Kr) \approx 10^{20}\ a$$

$$T_{1/2}(^{130}Te \longrightarrow {}^{130}Xe) \approx 10^{21}\ a$$

$$T_{1/2}(^{128}Te \longrightarrow {}^{128}Xe) \approx 10^{24}\ a$$

需要指出,由地球化学方法测量只能得出有无双 β 衰变发生,至于是 2ν 过程还是 0ν 过程,那是不能确定的。要区分是 2ν 还是 0ν 过程,需要测量双 β 衰变电子的能谱。

(2)β 能谱法

对于 $0\nu\beta\beta$ 衰变,由(6.3-14)式可知,电子对的能量是单一的,即是一个线状谱;对于 $2\nu\beta\beta$ 衰变,电子对的能量分布则是连续谱,如图 6-7 所示。但在实验上,由于计数太少,很难在本底上区分出线状谱。

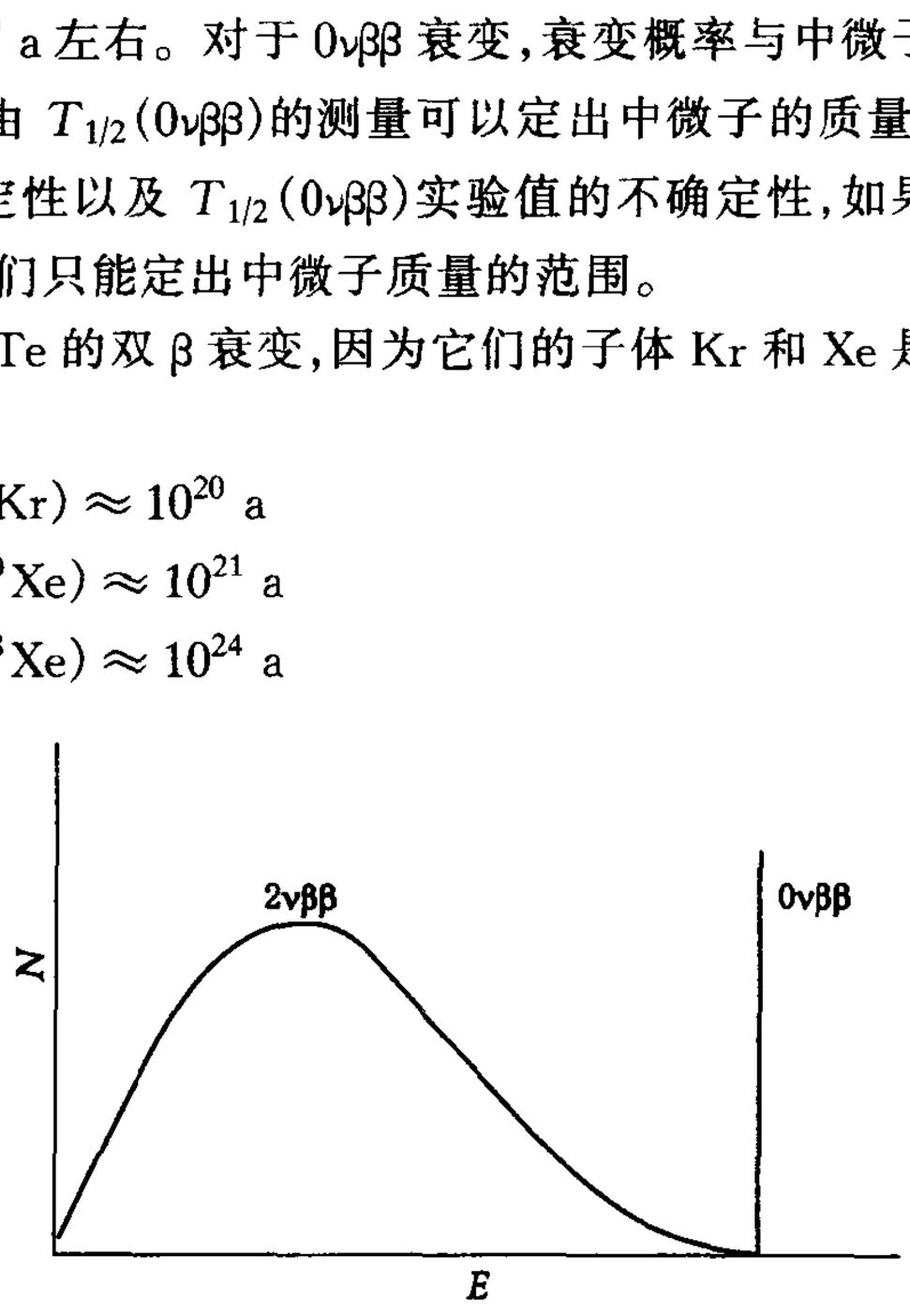


图 6-7　双 β 衰变的电子对能谱

迄今为止,实验表明,双 β 衰变肯定存在,但 0νββ 衰变却没有肯定结果,只能给出它的寿命下限,从而只能定出中微子质量的上限。迄今,多数实验室测量所得的中微子质量上限为几个电子伏。

实验上最有希望的是使用 Ge 探测器来进行 ^{76}Ge 的双 β 衰变的测量。有人估算,如果用一个 17 kg 的丰度为 86% 的浓缩 ^{76}Ge 探测器,运行 10 a,可将 $T_{1/2}(0\nu\beta\beta)$ 下限推至 10^{27} a,相应的中微子质量上限约为 0.05 eV。这在中微子质量测量中可能是一个很有希望的突破口。

§6.4 衰变纲图

核衰变也可用图来表示,这种图叫做衰变纲图。例如 $^{3}_{1}H$, $^{86}_{37}Rb$, $^{65}_{30}Zn$, $^{64}_{29}Cu$ 的衰变纲图分别如图 6-8,6-9,6-10,6-11 所示。下面我们介绍看阅衰变纲图的方法。

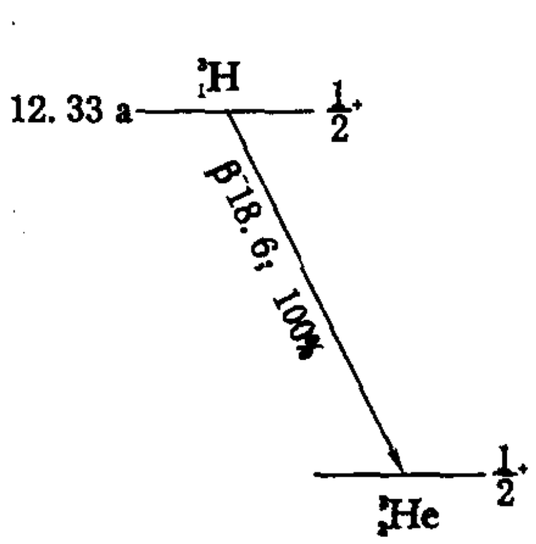


图 6-8 $^{3}_{1}H$ 的衰变纲图

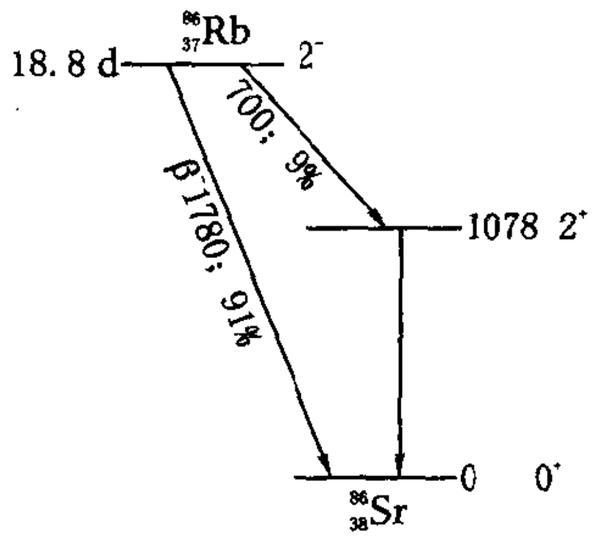


图 6-9 $^{86}_{37}Rb$ 的衰变纲图

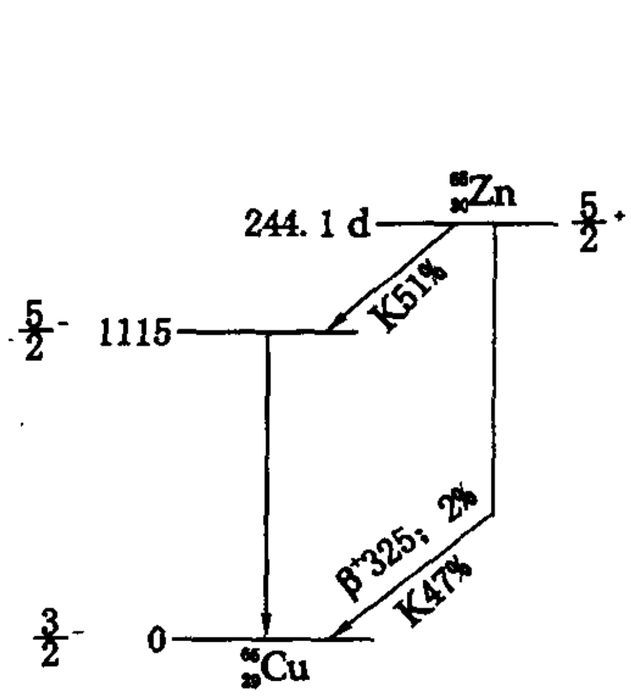


图 6-10 $^{65}_{30}Zn$ 的衰变纲图

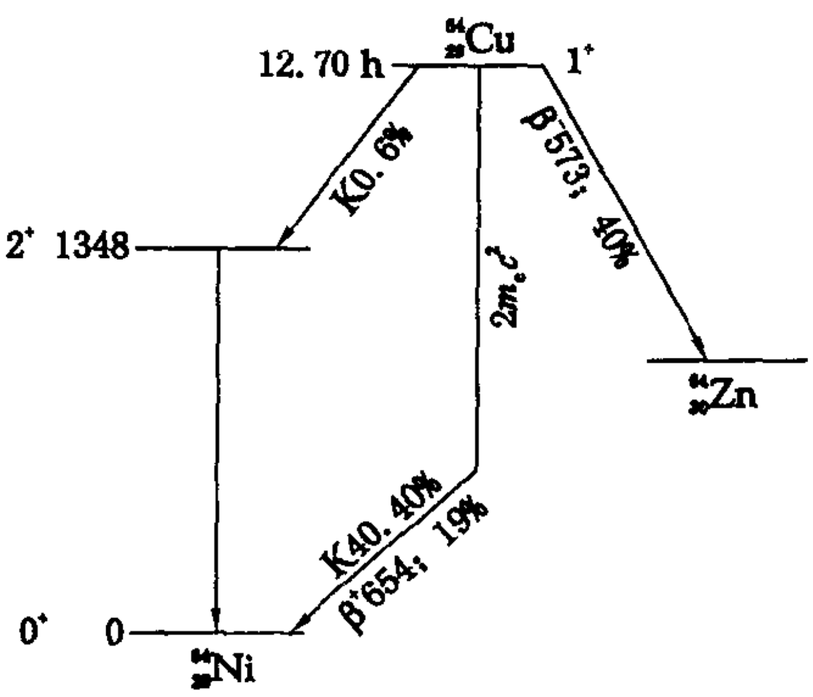


图 6-11 $^{64}_{29}Cu$ 的衰变纲图

图中横线表示原子核的能级,对应每种核素的最低一条横线表示基态,在它上面的横线表示激发态。箭头向右的斜线表示 β^- 衰变,箭头向左的斜线表示 β^+ 衰变或轨道电子俘获。斜线旁边都标有衰变类型、能量和分支比(以百分数表示)等。如图 6-11 中右边那条斜线旁的标字:β^- 573;40%,分别表示衰变类型为 β^- 衰变,β^- 粒子的最大能量为 573 keV,分支比为 40%。两能级之间的垂线表示 γ 跃迁。应当指出,衰变纲图一般都是根据原子质量差(而不是原子核的质量差)画出的。所以,对于 β^+ 衰变情形,由于母核与子核的原子质量差所对应的能

量减去两个电子的静止能量后才等于 β^+ 粒子的最大动能，因而在代表 β^+ 衰变的斜线前画了一条垂线表示两个电子的静止能量。还应指出，当通过 β^+ 衰变和轨道电子俘获到同一个能级时，为使衰变纲图简化，一般不单独用斜线来表示轨道电子俘获，而是在表示 β^+ 衰变的斜线旁同时标上 K 或 ε 等以示 K 俘获或轨道电子俘获。

除稳定核素外，基态能级旁都标有半衰期，由图 6-11 可见，$^{64}_{29}Cu$ 的半衰期为 12.70 h，$^{64}_{28}Ni$ 和 $^{64}_{30}Zn$ 则是稳定的。每条能级旁一般标有该能级的能量（相对于基态而言）、自旋和宇称。如图 6-11 左边部分为 $^{64}_{28}Ni$ 的能级，基态旁的标号 0^+ 及 0 表示该能级的自旋为零，宇称为偶，能量为零。激发态旁的标号 2^+ 及 1348 表示自旋为 2，宇称为偶，能量为 1348 keV。

衰变纲图的用途之一，是可以利用它来计算一定量放射性核素的放射性。

例 1. 1 ml ^3_1H（氚）的 β^- 粒子强度

$$I_{\beta^-} = 100\%\lambda N = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \frac{2N_A}{22.4\times10^3} = \frac{0.693\times2\times6.022\times10^{23}}{12.33\times3.16\times10^7\times22.4\times10^3}\ s^{-1} = 0.96\times10^{11}\ s^{-1}$$

例 2. 1 mg $^{64}_{29}Cu$ 的 β^+ 粒子强度

$$I_{\beta^+} = 19\%\lambda N = 0.19\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\frac{mN_A}{A} = \frac{0.19\times0.693\times10^{-3}\times6.022\times10^{23}}{12.70\times3600\times64}\ s^{-1} = 2.71\times10^{13}\ s^{-1}$$

§6.5 β 衰变的费米理论

在中微子假说提出后不久，1934 年费米（E. Fermi）基于中微子假说和实验事实建立了 β 衰变理论，成功地解释了实验上所观察到的 β 谱的形状、半衰期和能量的关系。以后的理论虽有很大发展，但基本思想是一致的。

1. 费米理论的基本思想

费米认为，β 衰变的本质在于原子核中的一个中子转变成质子，或者是一个质子转变成中子，而中子和质子可以看作是同一核子的两个不同的量子状态。它们之间的相互转变，就相当于核子从一个量子状态跃迁到另一个量子状态。在跃迁过程中，放出电子和中微子。所以，β 粒子是核子的不同状态之间跃迁的产物，事先并不存在于核内，正像原子发光的情形，光子是原子不同状态之间跃迁的产物，事先并不存在于原子内部一样。

费米理论是与原子发光理论类比产生的。引起原子发光的是电磁相互作用，这种相互作用人们已经研究得比较清楚，它是电磁场与轨道电子间的相互作用。作用的结果使原子不同状态之间引起跃迁，因而产生电磁辐射，即原子发光。类比于原子发光，费米提出 β 衰变是电子-中微子场与原子核的相互作用。作用的结果使核子不同状态之间引起跃迁，发射出电子、中微子。所以，原子发光和 β 衰变，两者的相互作用不同，前者是电磁相互作用，后者是一种弱相互作用。

2. β 衰变概率公式

下面来推导 β 衰变的概率公式。严格的理论需要场论，这里仅仅是一个示意的推导。

根据量子力学的微扰论，单位时间发射一动量在 p 到 $p+\mathrm{d}p$ 间 β 粒子的概率可表示为

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int\psi_f^* H\psi_i \mathrm{d}\tau\right|^2 \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E} \tag{6.5-1}$$

式中 ψ_i 为始态波函数,始态只有一个母核,设其波函数为 u_i,即 $\psi_i = u_i$;ψ_f 为终态波函数,终态有三个粒子:子核、β 粒子和中微子,设其波函数分别为 u_f,ϕ_β 和 ϕ_ν,由于它们之间的相互作用很弱,因而有 $\psi_f = u_f\phi_\beta\phi_\nu$;$\frac{dn}{dE}$为单位能量间隔的终态数目;$H$ 为 β 相互作用算符。

在费米理论中,简单地假定 H 等于常量 g[①]。与电磁场的相互作用常量 e 相类比,g 是描写电子-中微子场与核子的相互作用常量,这是一种弱相互作用,因此称 g 为弱相互作用常量。

于是,(6.5-1)式可写成

$$I(p)dp = \frac{2\pi g^2}{\hbar}\left|\int u_f^*\,\phi_\beta^*\,\phi_\nu^*\,u_i d\tau\right|^2\frac{dn}{dE} \tag{6.5-2}$$

假定发射出来的 β 粒子、中微子与子核间的作用很弱,则可以近似地把 β 粒子和中微子看作自由粒子,并以平面波来描写它们[②],即

$$\phi_\beta^* = V^{-1/2}\exp(-i\boldsymbol{k}_\beta\cdot\boldsymbol{r}) \tag{6.5-3}$$

$$\phi_\nu^* = V^{-1/2}\exp(-i\boldsymbol{k}_\nu\cdot\boldsymbol{r}) \tag{6.5-4}$$

式中 V 是归一化体积,$\boldsymbol{k}_\beta$ 和 $\boldsymbol{k}_\nu$ 分别是 β 粒子和中微子的波矢量。

把(6.5-3)和(6.5-4)式代入(6.5-2)式,得

$$I(p)dp = \frac{2\pi g^2}{\hbar V^2}\left|M_{if}\right|^2\frac{dn}{dE} \tag{6.5-5}$$

其中 $M_{if} = \int u_f^*\,u_i^*\exp[-i(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]d\tau$ 称为跃迁矩阵元。

现在来计算单位能量间隔的终态数目$\frac{dn}{dE}$。终态数目为子核、β 粒子和中微子的状态数的乘积。对某一确定的 β 衰变,子核的状态数是 1。至于 β 粒子,按照量子统计理论,体积 V 中动量在 p 到 $p+dp$ 之间的状态数

$$dn_\beta = \frac{4\pi p^2 dp}{(2\pi\hbar)^3}V$$

同样,中微子的状态数

$$dn_\nu = \frac{4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{(2\pi\hbar)^3}V$$

所以,终态密度为

$$\frac{dn}{dE} = \frac{dn_\beta dn_\nu}{dE} = \frac{16\pi^2 p^2 p_\nu^2 dp dp_\nu}{(2\pi\hbar)^6 dE}V^2 = \frac{p^2 p_\nu^2 dp dp_\nu}{4\pi^4\hbar^6 dE}V^2 \tag{6.5-6}$$

β 粒子与中微子的能量之和等于 β 粒子的最大能量 E_m,即

$$E + E_\nu = E_m$$

E_m 对某一确定的 β 衰变是一常量,则

$$dE = -dE_\nu$$

若中微子的静止质量 $m_\nu = 0$,有 $E_\nu = cp_\nu$,$dE_\nu = c\,dp_\nu$,所以有

---

① 相互作用 H 中,还应包含质子变为中子或中子变为质子的算符,以及电子中微子的产生和消灭算符。为了简化,我们先讨论 $H=g$ 的情形。

② 为了简化,我们没有写出它们的相对论波函数。

$$dE = -cdp_\nu \tag{6.5-7}$$

$$p_\nu = (E_m - E)/c \tag{6.5-8}$$

注意(6.5-7)式中的负号表示中微子动量增加时,β粒子能量减少。于是将(6.5-7)式代入(6.5-6)式时,可将负号略去。再将(6.5-8)式代入(6.5-6)式,得

$$\frac{dn}{dE} = \frac{p^2(E_m - E)^2 dp}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} V^2 \tag{6.5-9}$$

因此,(6.5-5)式成为

$$I(p)dp = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3}(E_m - E)^2 p^2 dp \tag{6.5-10}$$

这就是β衰变的概率公式。它表示单位时间发射动量在 p 到 $p+dp$ 之间的β粒子相对数目随动量的分布。由于跃迁矩阵元 M_{if} 一般随β粒子能量的变化不甚剧烈,对有些跃迁,M_{if} 实际是常量。所以β粒子的动量分布取决于统计因子 $(E_m - E)^2 p^2$。由图 6-12 可见,动量分布 $I(p)$ 在两端都以抛物线的形状下降为零,在中间有一极大值。这与实验结果基本一致。

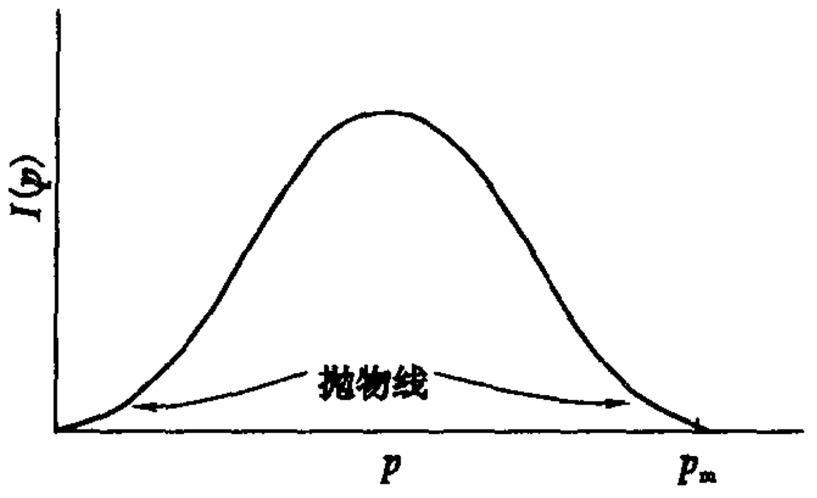


图 6-12　β粒子的动量分布

注意上面的推导,我们忽略了原子核的库仑场对发射β粒子的影响。这种影响对于高原子序数的核发射低能β粒子时尤其显著。考虑了库仑场的影响之后,(6.5-10)式的右边应乘上一个改正因子 $F(Z,E)$。它是子核电荷数 Z 和β粒子能量 E 的函数。通常称它为费米函数,或叫库仑改正因子。对费米函数的计算,一般相当复杂,应用时有现成的函数表或图(见图 6-13)可查。如果 Z 值比较小,$F(Z,E)$ 在非相对论近似中可用一简单函数来表示:

$$F(Z,E) = \frac{x}{1 - e^{-x}} \tag{6.5-11}$$

其中 $x = \pm \frac{2\pi Zc}{137v}$,对 β^- 衰变取正号,对 β^+ 衰变取负号;v 为β粒子的速度。

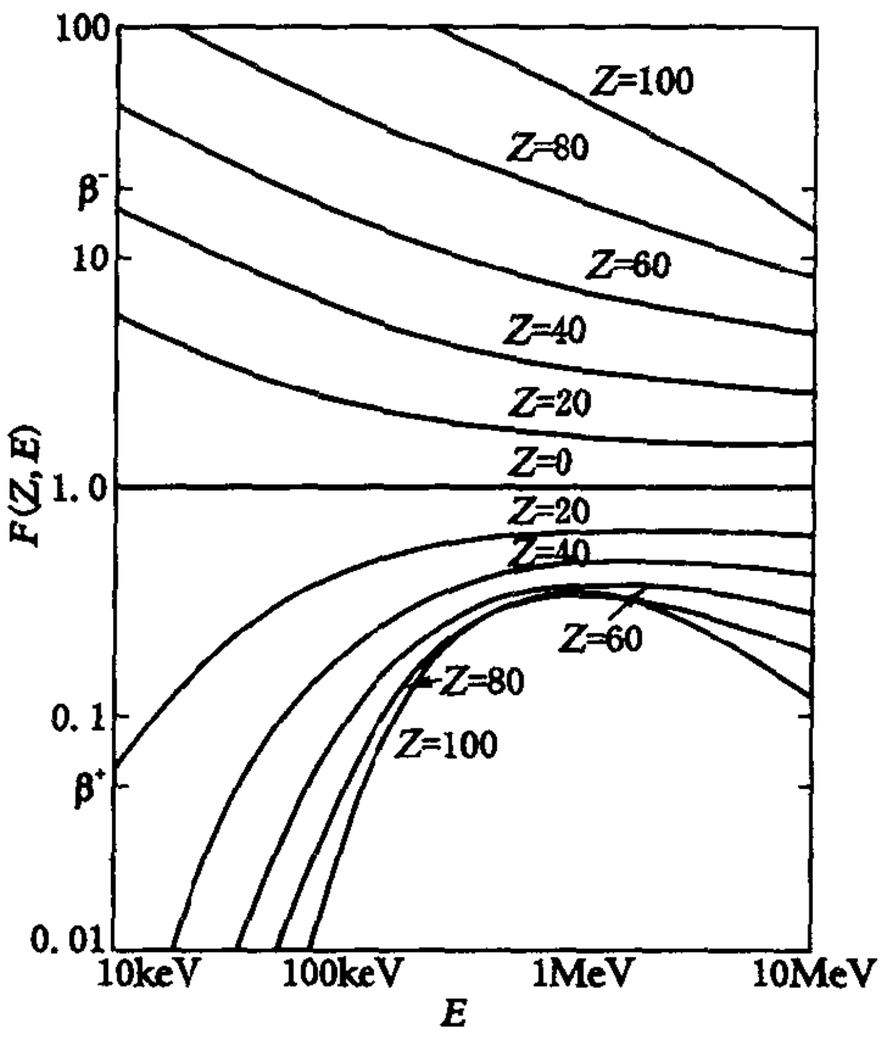


图 6-13　费米函数 $F(Z,E)$

考虑了库仑改正因子,β粒子动量分布的最后表达式为

$$I(p)dp = \frac{g^2 |M_{if}|^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} F(Z,E)(E_m - E)^2 p^2 dp \tag{6.5-12}$$

这是β衰变的基本公式,以后有关β衰变的跃迁分类、选择定则、β谱形和半衰期等的讨论都将以此式作为出发点。有了库仑改正因子后的β能谱如图 6-14 所示。下面将指出,它与实验结果符合得很好。

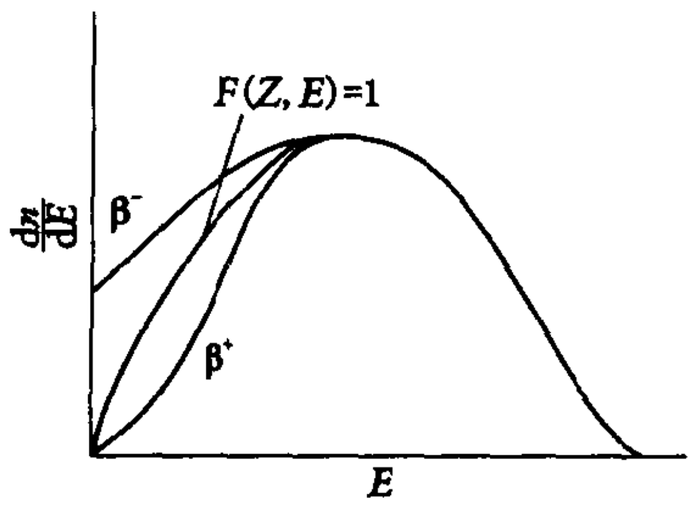


图 6-14　$F(Z,E)$ 对β能谱的影响

§6.6 跃迁分类和选择定则

1. 跃迁分类

根据跃迁矩阵元$|M_{if}|$的大小,可以将β跃迁进行分类。为此,我们把矩阵元中的指数项展为级数:

$$\exp[-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]=1-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}-\frac{1}{2!}[(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]^2+\cdots \quad (6.6\text{-}1)$$

可以证明,$(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}$一般在0.1~0.01范围,比1小很多。于是用此级数代入β衰变的基本公式(6.5-12)的矩阵元中时,级数的第一项对跃迁概率的贡献最大,依次递减。

我们也可以利用平面波展成球面波的公式得到同样的结论。

$$\exp[-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(-\mathrm{i})^l\mathrm{j}_l[|(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)|\cdot|\boldsymbol{r}|]\mathrm{P}_l(\cos\theta) \quad (6.6\text{-}2)$$

式中$\mathrm{j}_l[|\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu|\cdot|\boldsymbol{r}|]$是球贝塞尔函数,$\mathrm{P}_l(\cos\theta)$是勒让德多项式。因$|\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu|\cdot|\boldsymbol{r}|\ll 1$,则有

$$\mathrm{j}_l[|\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu|\cdot|\boldsymbol{r}|]\approx[|\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu|\cdot|\boldsymbol{r}|]^l/(2l+1)!!$$

其中$(2l+1)!!=1\times3\times5\times\cdots\times(2l+1)$。于是(6.6-2)式成为

$$\exp[-\mathrm{i}(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)(-\mathrm{i})^l}{(2l+1)!!}[|(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)|\cdot|\boldsymbol{r}|]^l\mathrm{P}_l(\cos\theta) \quad (6.6\text{-}3)$$

将(6.6-3)式代入(6.5-12)式的矩阵元中时,即得级数的第一项($l=0$)对跃迁概率的贡献最大,随l的增大而递减。

当第一项($l=0$项)有贡献时,称为容许跃迁。此时,跃迁矩阵元$M_{if}\approx\int u_f^*\,u_i\mathrm{d}\tau\equiv M$,它与轻子(即电子和中微子)的能量或动量无关,仅与跃迁前后原子核的状态有关。所以,也称M为原子核矩阵元。

如果级数的第一项在计算矩阵元时贡献为零,跃迁的概率就要小得多,这种跃迁称为禁戒跃迁。禁戒跃迁又分为几类:如果第二项($l=1$项)贡献是主要的,称为一级禁戒跃迁;如果第二项的贡献为零,第三项($l=2$项)的贡献成为主要的,称为二级禁戒跃迁;其余类推。所以,容许跃迁可以理解为主要发射s波的轻子,一级禁戒跃迁主要发射p波的轻子,二级禁戒跃迁主要发射d波轻子,……。

由于$(\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}$在0.1~0.01范围,因而一级禁戒跃迁概率比容许跃迁概率小几个数量级,而二级的又比一级的小几个数量级,……。级次越高,跃迁概率越小。

2. 选择定则

类似于原子跃迁中的选择定则,β衰变也须服从一定的选择定则。

(1)容许跃迁的选择定则

容许跃迁须遵从以下选择定则:

$$\left.\begin{aligned}\Delta I&=0,\pm1\\ \Delta\pi&=+1\end{aligned}\right\} \quad (6.6\text{-}4)$$

ΔI代表衰变前后原子核(母核和子核)的自旋变化,即母核自旋与子核自旋之差$\Delta I=I_i-I_f$;$\Delta\pi$代表母核与子核的宇称变化,即母核宇称与子核宇称之积$\Delta\pi=\pi_i\pi_f$,所以$\Delta\pi=+1$表示

母核与子核宇称相同，$\Delta\pi = -1$ 表示母核与子核的宇称相反。

例如：(i) ${}^{3}_{1}\mathrm{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^{3}_{2}\mathrm{He}$（图 6-8）。${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ 的 $I = \frac{1}{2}$，$\pi = +1$；${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 的 $I = \frac{1}{2}$，$\pi = +1$。于是 $\Delta I = 0, \Delta\pi = +1$，所以此跃迁为容许跃迁。

(ii) ${}^{64}_{29}\mathrm{Cu} \xrightarrow{\beta^+} {}^{64}_{28}\mathrm{Ni}$（图 6-11）。${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}$ 的 $I = 1$，$\pi = +1$；${}^{64}_{28}\mathrm{Ni}$ 的 $I = 0, \pi = +1$。于是 $\Delta I = +1, \Delta\pi = +1$，所以此跃迁也为容许跃迁。

选择定则可以分析衰变过程中有关守恒定律而得。

根据角动量守恒

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{s} + \boldsymbol{I} \tag{6.6-5}$$

$\boldsymbol{s}$ 和 $\boldsymbol{I}$ 分别代表轻子的自旋角动量和轨道角动量。

对于容许跃迁，$\boldsymbol{I} = 0$，则(6.6-5)式成为

$$\boldsymbol{I}_{\mathrm{i}} = \boldsymbol{I}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{s} \tag{6.6-6}$$

轻子自旋等于电子自旋和中微子自旋之和：

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{s}_{\mathrm{e}} + \boldsymbol{s}_{\nu}$$

电子和中微子的自旋均为 1/2，按角动量耦合规则，轻子的自旋(电子和中微子的总自旋)只有两种可能性：要么等于 0，此时电子和中微子的自旋反平行，即为独态；要么等于 1，此时电子和中微子的自旋平行，即为三重态。

根据(6.6-6)式，我们有

(i) 电子和中微子的自旋反平行时，

$$I_{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{f}}$$

所以

$$\Delta I = I_{\mathrm{i}} - I_{\mathrm{f}} = 0 \tag{6.6-7}$$

(ii) 电子和中微子的自旋平行时，

$$I_{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{f}} + 1, I_{\mathrm{f}}, I_{\mathrm{f}} - 1$$

所以

$$\Delta I = I_{\mathrm{i}} - I_{\mathrm{f}} = 1, 0, -1 \quad (0 \longrightarrow 0 \text{ 跃迁除外}) \tag{6.6-8}$$

(6.6-7)式称为费米选择定则，简称为 F 选择定则；相应的跃迁称为 F 跃迁；相应的 β 相互作用称为 F 相互作用。(6.6-8)式称为伽莫夫-泰勒(Gamov-Teller)选择定则，简称为 G-T 选择定则；相应的跃迁称为 G-T 跃迁；相应的 β 相互作用称为 G-T 相互作用①。

比较(6.6-7)式和(6.6-8)式可以看出：$0 \longrightarrow 0$ 跃迁只可能是 F 跃迁，即纯 F 跃迁，例如 ${}^{14}_{8}\mathrm{O} \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}_{7}\mathrm{N}^{*}$②，其自旋和宇称的变化是 $0^+ \longrightarrow 0^+$，所以是 F 型的容许跃迁；$\Delta I = \pm 1$ 的跃迁是纯 G-T 跃迁，例如 ${}^{6}_{2}\mathrm{He} \xrightarrow{\beta^-} {}^{6}_{3}\mathrm{Li}$，其自旋和宇称变化是 $0^+ \longrightarrow 1^+$，所以是 G-T 型容许跃迁；$\Delta I = 0, I_{\mathrm{i}} = I_{\mathrm{f}} \neq 0$ 的跃迁则是 F 跃迁与 G-T 跃迁的混合，例如中子衰变 $\mathrm{n} \xrightarrow{\beta^-} \mathrm{p}$，其自旋和宇称变化是 $\frac{1}{2}^{+} \longrightarrow \frac{1}{2}^{+}$，则此衰变中 F 跃迁和 G-T 跃迁均有。

根据宇称守恒的相互作用哈密顿量应是标量这一基本考虑，理论上引出 β 衰变最一般的

---

① G-T 相互作用的 H 中包含自旋算符，因此选择定则和作用常量都与 F 跃迁不同。

② 核素符号右上角的星号 *，表示原子核处于激发态。这里 ${}^{14}_{7}\mathrm{N}^{*}$ 指该核处于第一个激发态。

相互作用形式是五种可能的相互作用——标量(S)、矢量(V)、张量(T)、轴矢量(A) 和赝标量(P) 的线性组合。$H = \sum_{i=1}^{5} C_i H_i$，$H_i$ 代表五种相互作用中的某一种，系数 C_i 满足 $\sum_{i=1}^{5} C_i^2 = 1$。S 和 V 属于 F 相互作用，T 和 A 属于 G-T 相互作用。理论和实验研究结果表明，在 β 衰变中主要起作用的是 V 和 A 两种相互作用。从而跃迁概率公式(6.5-12)中的因子 $g^2 \mid M_{if} \mid^2$ 可以写成 $g_F^2 \mid M_F \mid^2 + g_{GT}^2 \mid M_{GT} \mid^2$，此处 M_F 和 M_{GT}称为 F 型矩阵元和 G-T 型矩阵元。g_F 和 g_{GT}分别是两种相互作用的常量。

关于宇称选择定则，对于 β 衰变不能简单地根据宇称守恒定律而得出。这是因为 β 衰变中宇称是不守恒的，这一点将在 §6.10 中详细讨论。但是，在非相对论处理中，β 衰变中原子核宇称的变化可以认为等于轻子带走的轨道宇称，即

$$\pi_i = \pi_f (-1)^l \tag{6.6-9}$$

其中 l 为轻子带走的轨道角动量。则由(6.6-9)式得 β 衰变的宇称选择定则

$$\Delta\pi = \pi_i \pi_f = (-1)^l \pi_f^2 = (-1)^l \tag{6.6-10}$$

对于容许跃迁，轻子带走的轨道角动量 $l = 0$，则得容许跃迁的宇称选择定则是

$$\Delta\pi = +1$$

(2)禁戒跃迁的选择定则

根据(6.6-5)式和(6.6-10)式不难得出禁戒跃迁的选择定则。

对于一级禁戒跃迁，$l = 1$。当电子和中微子的自旋反平行时，即 F 型跃迁时，按(6.6-5)式有

$$I_i = I_f + 1,\ I_f,\ I_f - 1$$

则得角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1 \quad (0 \longrightarrow 0 \text{ 跃迁除外}) \tag{6.6-11}$$

(6.6-11)式和(6.6-8)式在形式上完全一样，但其实质却不同。(6.6-11)式属于 F 型跃迁，(6.6-8)式属于 G-T 型跃迁。重要的是必须同时考虑宇称选择定则。按(6.6-10)式，对一级禁戒跃迁，

$$\Delta\pi = -1 \tag{6.6-12}$$

可见，它与容许跃迁是不同的。

当电子和中微子的自旋平行时，即为 G-T 型跃迁时，则按(6.6-5)式，对一级禁戒跃迁有

$$I_i = I_f + 2,\ I_f + 1,\ I_f,\ I_f - 1,\ I_f - 2$$

所以此时角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0, \pm 1, \pm 2 \tag{6.6-13}$$

把(6.6-11)，(6.6-13)和(6.6-12)式结合在一起，最后得一级禁戒跃迁的选择定则是

$$\left.\begin{aligned} \Delta I &= 0, \pm 1, \pm 2 \\ \Delta\pi &= -1 \end{aligned}\right\} \tag{6.6-14}$$

注意从上面讨论可以看出，对 $\Delta I = \pm 2$ 和 $0 \longrightarrow 0$ 的一级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是 F 型与 G-T 型相混合的。

对于二级禁戒跃迁，$l = 2$。与上述讨论完全类似，可以得出二级禁戒跃迁的选择定则如下：

$$\left.\begin{aligned}\Delta I &= \pm 2, \pm 3\\ \Delta\pi &= +1\end{aligned}\right\} \tag{6.6-15}$$

其中 $\Delta I = \pm 3$ 的二级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是混合跃迁。

应该指出，如果单从角动量守恒考虑，$\Delta I = 0, \pm 1$ 情形也可以产生二级禁戒跃迁。结合宇称选择定则 $\Delta\pi = +1$ 一起考虑，此时必能发生容许跃迁。由于二级禁戒跃迁比容许跃迁弱很多，从而完全可以忽略 $\Delta I = 0, \pm 1$ 的二级禁戒跃迁。

对于二级以上的禁戒跃迁，与二级禁戒跃迁的讨论完全相同，可以得出 n 级禁戒跃迁的选择定则如下：

$$\left.\begin{aligned}\Delta I &= \pm n, \pm (n+1)\\ \Delta\pi &= (-1)^n\end{aligned}\right\} \tag{6.6-16}$$

$\Delta I = \pm(n+1)$ 的 n 级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是混合跃迁。

下面举一些禁戒跃迁的例子。

(i)一级禁戒跃迁：$^{39}_{18}\mathrm{Ar} \xrightarrow{\beta^-} {}^{39}_{19}\mathrm{K}(7/2^- \longrightarrow 3/2^+)$，$^{111}_{47}\mathrm{Ag} \xrightarrow{\beta^-} {}^{111}_{48}\mathrm{Cd}(1/2^- \longrightarrow 1/2^+)$，$^{113m}_{48}\mathrm{Cd} \xrightarrow{\beta^-} {}^{113}_{49}\mathrm{In}(11/2^- \longrightarrow 9/2^+)$。

(ii)二级禁戒跃迁：$^{59}_{26}\mathrm{Fe} \xrightarrow{\beta^-} {}^{59}_{27}\mathrm{Co}(3/2^- \longrightarrow 7/2^-)$，$^{10}_{4}\mathrm{Be} \xrightarrow{\beta^-} {}^{10}_{5}\mathrm{B}(0^+ \longrightarrow 3^+)$。

(iii)三级禁戒跃迁：$^{87}_{37}\mathrm{Rb} \xrightarrow{\beta^-} {}^{87}_{38}\mathrm{Sr}(3/2^- \longrightarrow 9/2^+)$，$^{40}_{19}\mathrm{K} \xrightarrow{\beta^-} {}^{40}_{20}\mathrm{Ca}(4^- \longrightarrow 0^+)$。

(iv)四级禁戒跃迁：$^{115}_{49}\mathrm{In} \xrightarrow{\beta^-} {}^{115}_{50}\mathrm{Sn}(9/2^+ \longrightarrow 1/2^+)$。

四级以上的禁戒跃迁，由于它们的跃迁概率实在太小，至今在实验上还没有观察到。

§6.7 库里厄图

定量地考察实验上测得的 β 谱与理论公式(6.5-12)是否符合，就可对 β 衰变的费米理论作局部的检验。为了进行实验与理论的比较，一个比较方便的方法乃是观察函数 $[I(p)/Fp^2]^{1/2}$ 对于 E 的线性关系，公式(6.5-12)可改写为

$$[I(p)/Fp^2]^{1/2} = K(E_\mathrm{m} - E) \tag{6.7-1}$$

式中 $K = g\,|M_\mathrm{if}|/(2\pi^3 c^3 \hbar^7)^{1/2}$。从实验上测得 β 粒子的动量分布，来作 $[I(p)/Fp^2]^{1/2}$ 对 E 的图，看它是否一条直线，就可对理论和实验进行比较。用这种方法来表示实验结果的图，称为库里厄图(Kurie Plot)。现在分别对容许跃迁和禁戒跃迁的库里厄图讨论如下。

1. 容许跃迁的库里厄图

对于容许跃迁，跃迁矩阵元近似等于原子核矩阵元，即 $M_\mathrm{if} \approx M \equiv \int u_\mathrm{f}^*\, u_\mathrm{i}\,\mathrm{d}\tau$，它与 β 粒子的能量无关。此时，(6.7-1)式中的

$$\begin{aligned}K &= g\,|M_\mathrm{if}|/(2\pi^3 c^3 \hbar^7)^{1/2} = g\,|M|/(2\pi^3 c^3 \hbar^7)^{1/2}\\ &= \text{常量}\end{aligned}$$

因此库里厄图使得 β 能谱的实验结果画成一条直线。这不仅便于与理论进行比较，而且可以比较精确地确定 β 谱的最大能量 E_m。这是库里厄图的独到之处。如果利用普通的 β 能谱曲

线来确定β谱的最大能量,那将是十分困难的。因为普通的β能谱曲线在最大能量处与横轴相切,在切点附近,计数率很低,误差很大,所以不能精确地找到切点,从而不能精确地求得β谱的最大能量。可是,利用库里厄图就克服了上述困难。这时β谱的最大能量 E_m 由直线与横轴的交点来确定。即使β谱曲线高能尾端的计数率很低,误差很大,这也无妨,利用直线外推仍然可以比较准确地求出 E_m。

图 6-15 是^{64}Cu 的 β^- 谱的库里厄图。由图中直线与横轴的交点求得β谱的最大能量 E_m = 571 keV。可以看到,由最大能量直至 100 keV 处,实验点完全落在一条直线上,说明理论和实验符合得很好。但是,低能部分的实验结果和理论直线有偏离。这是由于放射源的自吸收和散射等因素引起的。为了减小源的自吸收和散射等影响,放射源需要做得尽量薄。可是放射源太薄,也会带来不利的影响。例如,计数率会很低,尤其在高能部分更是如此,这将增大确定最大能量 E_m 的误差。因此放射源厚度的选择需要根据具体实验要求而定。

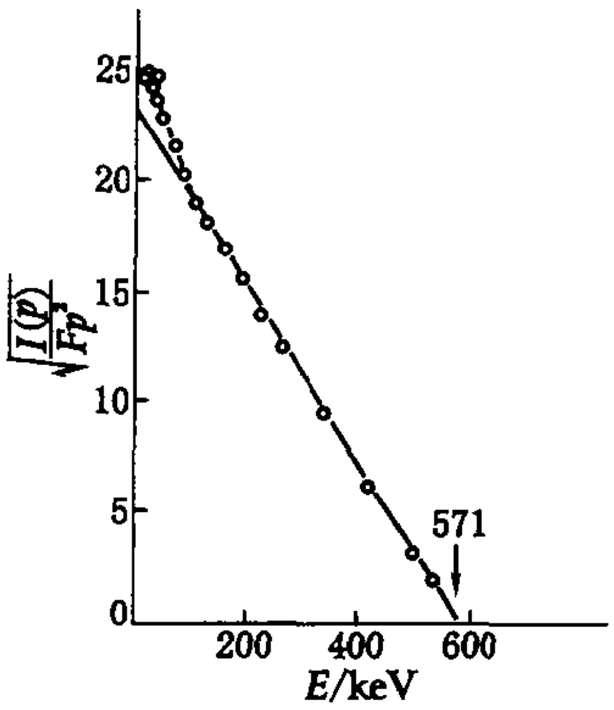


图 6-15 ^{64}Cu 的 β^- 谱的库里厄图

[引自 C. S. Wu et al., Phys. Rev., **75**, 315(1949); **75**, 1107(1949).]

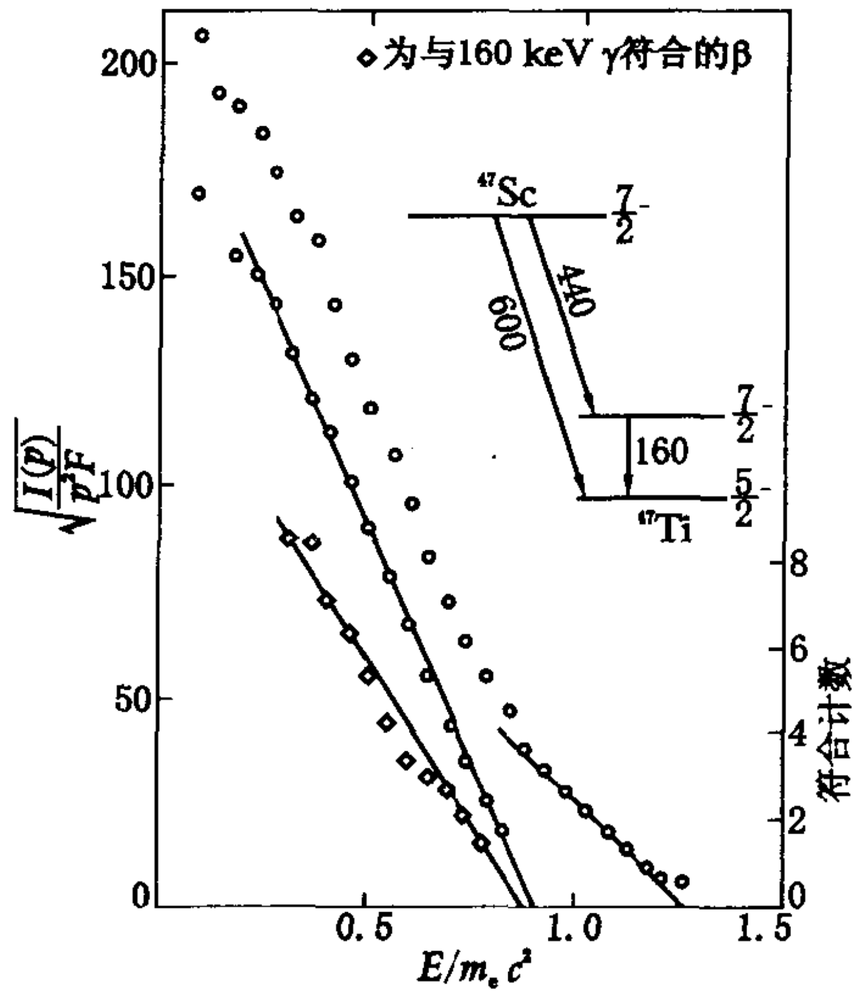


图 6-16 $^{47}_{21}Sc$ 的 β^- 谱的库里厄图

[引自 W. E. Graves et al., Phys. Rev., **101**, 1368(1956).]

库里厄图也可用来对复杂的β谱进行分解。在一般情况下,β衰变往往由母核的基态衰变到子核的几个不同的能态,这时就会发射出最大能量不同的几组β粒子来,这几组β粒子叠在一起的β谱称为复杂的β谱。复杂的β谱需要通过库里厄图才能分解开。图 6-16 是$^{47}_{21}Sc$ 的β谱的库里厄图。由于$^{47}_{21}Sc$ 的衰变有两组β粒子,所以它的库里厄图不是一条直线,而是一条折线。但是,对于任何容许型β衰变,不管β谱的成分多么复杂,总有一组β谱的能量最大,因而库里厄图的高能部分总是直线。对于$^{47}_{21}Sc$ 的库里厄图也是这样。如图所见,折线的右端为一直线,将此直线部分向低能方面延长即得第一组β谱的库里厄图,并由此可以推算出第一组β谱的分布 $I_1(p)dp$。再由差 $I_2(p) = I(p) - I_1(p)$可以作出第二组β谱的库里厄图。这样

就可以分别求出两组β谱的最大能量为600 keV和440 keV。由分解后的两个β谱的面积可以计算出它们的相对强度分别为27%和73%。由图6-16中的衰变纲图可见,两组β谱的最大能量之差应该等于子核的相应能级的能量差160 keV。实验上的确发现了160 keV的γ射线,而且与低能组β粒子(440 keV)同时发生。这也证明了上述用库里厄图分解β谱的方法是正确的。

2. 禁戒跃迁的库里厄图

对于禁戒跃迁,跃迁矩阵元 $M_{if}=\int u_f^* u_i \exp[-i((\boldsymbol{k}_\beta+\boldsymbol{k}_\nu)\cdot\boldsymbol{r}]d\tau$ 不等于原子核矩阵元 M。此时它不仅与原子核的波函数有关,而且与轻粒子的动量 p_β 和 p_ν 有关。一般地说,对于 n 级禁戒跃迁 M_{if} 可以成下列形式:

$$M_{if}=M[S_n(E)]^{1/2} \tag{6.7-2}$$

其中,M 是原子核矩阵元;$S_n(E)$称为 n 级形状因子,它是β粒子能量 E 的函数。

用(6.7-2)式代入(6.5-12)式,得到 n 级禁戒跃迁的动量分布如下:

$$I(p)dp=\frac{g^2|M|^2}{2\pi^3c^3\hbar^7}F(Z,E)(E_m-E)^2p^2S_n(E)dp \tag{6.7-3}$$

从而

$$[I(p)/Fp^2]^{1/2}=K(E_m-E)[S_n(E)]^{1/2} \tag{6.7-4}$$

其中,$K=g|M|/(2\pi^3c^3\hbar^7)^{1/2}$,是常量。

由于(6.7-4)式右边出现因子$[S_n(E)]^{1/2}$,严格地讲,此时的库里厄图不再是直线。但是,对于有些禁戒跃迁,$S_n(E)$随能量 E 的变化不灵敏,可以近似地看作常量。于是(6.7-4)式成为

$$[I(p)/Fp^2]^{1/2}=K'(E_m-E) \tag{6.7-5}$$

式中 $K'=K[S_n(E)]^{1/2}\approx$常量。

由此可见,有些禁戒跃迁的库里厄图仍然可能是条直线。但是对于选择定则 $\Delta I=\pm(n+1)$的禁戒跃迁,即纯 G-T 型禁戒跃迁,$S_n(E)$肯定不是常量,其值为

$$\left.\begin{aligned}
S_1(E)&=(W^2-1)+(W_0-W)^2\\
S_2(E)&=(W^2-1)^2+(W_0-W)^4+\frac{10}{3}(W^2-1)(W_0-W)^2\\
S_3(E)&=(W^2-1)^3+(W_0-W)^6+7(W^2-1)(W_0-W)^2[(W^2-1)+(W_0-W)^2]
\end{aligned}\right\} \tag{6.7-6}$$

式中,W 和 W_0 是以 m_ec^2 为单位的β粒子总能量及其最大值,即 $W=(E+m_ec^2)/m_ec^2$,$W_0=(E_m+m_ec^2)/m_ec^2$。

这种类型的跃迁,称为唯一型 n 级禁戒跃迁。这个名称的由来是由于人们早先认为这种跃迁的能谱形状是"唯一"与容许跃迁的谱形不同的。对于此种跃迁,按(6.7-4)式,库里厄图不是直线。但利用形状因子 $S_n(E)$对库里厄图进行改正后可以还原为直线。这时应当采用函数$[I(p)/Fp^2S_n]^{1/2}$对 E 来作图。由公式(6.7-4)得

$$[I(p)/Fp^2S_n]^{1/2}=K(E_m-E) \tag{6.7-7}$$

于是$[I(p)/Fp^2S_n]^{1/2}$和 E 是直线关系。

实验上常常根据(6.7-6)式选取形状因子。经过它改正后如果得到直线的库里厄图,那么可以肯定这种跃迁是唯一禁戒跃迁,其禁戒级次则由所选取的 $S_n(E)$ 的级次来定。所以,库里厄图可用来分析跃迁的性质,从而可以获得有关原子核能级自旋和宇称的知识。

图 6-17 是 ^{89}Sr β 谱的库里厄图。图中下面那条曲线是 $S_n=1$ 的,即未经形状因子改正的,上面那条直线是 $S_n=S_1$ 的,即经形状因子 S_1 改正的。这就表明库里厄图在引入 S_1 的改正后由曲线变成直线。所以,这一跃迁是唯一型一级禁戒跃迁。按选择定则,跃迁前后原子核的自旋和宇称的变化应该是:$\Delta I=2,\Delta\pi=-1$。

图 6-18 是 ^{10}Be β 谱的库里厄图。由图可见,未作形状因子改正的库里厄图不是一条直线。引入 S_1 的改正后,实验点仍然不在一条直线上。引入 S_2 的改正才得到一条直线。所以这一跃迁是唯一型二级禁戒跃迁。这时跃迁前后原子核的自旋和宇称的变化应该是:$\Delta I=3$,$\Delta\pi=+1$。

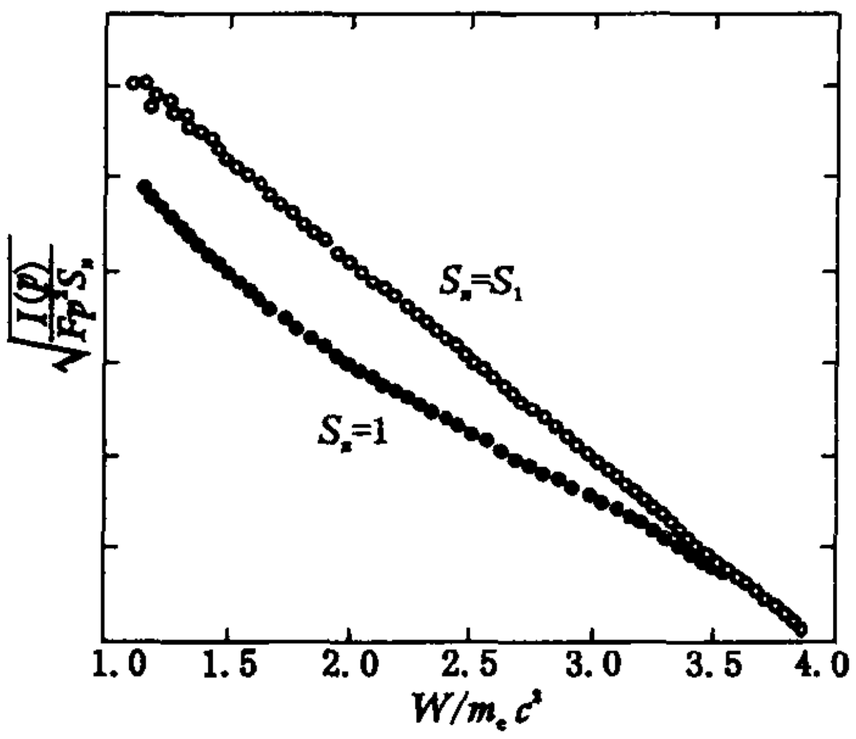


图 6-17 ^{89}Sr β^- 谱的库里厄图

[引自 F. K. Wohn et al., Nucl. Rhys., A **146**,33(1970).]

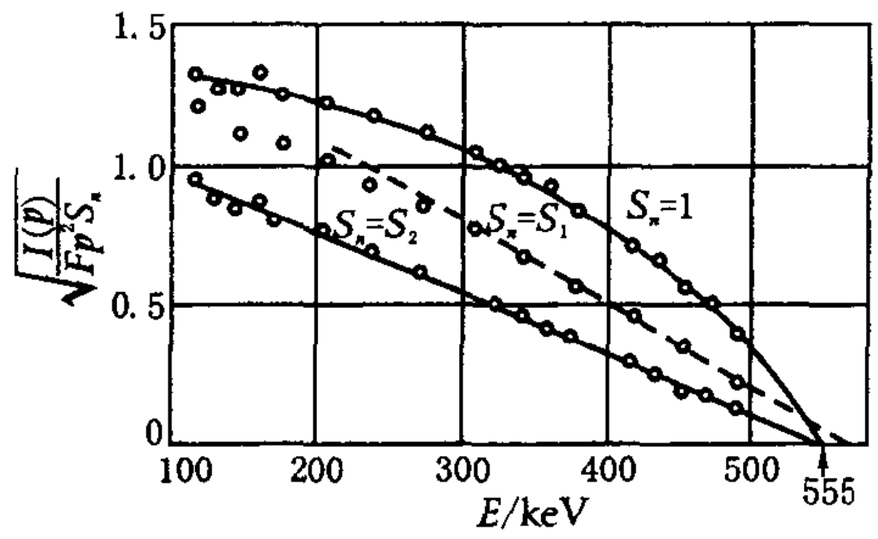


图 6-18 ^{10}Be β 谱的库里厄图

[引自 C. S. Wu, Rev. Mod. Rhys., **22**,386(1950).]

3. 由库里厄图确定中微子质量

β 能谱的测量是直接确定中微子质量的一种有效方法,它的原理如下。

可以证明,β 能谱库里厄图的高能端的形状是中微子质量的函数。由上面讨论知道,当中微子质量 $m_\nu=0$ 时,容许跃迁 β 谱的库里厄图是一条直线(见图 6-19),它与横轴的交点为 β 谱的最大能量 E_m。容易证明,如果 $m_\nu\neq0$,则此库里厄图的高能端将偏离直线,m_ν 越大,偏离越严重,将与横轴交于 E_m',E_m 和 E_m' 之差正好等于中微子的静止能量。

事实上,如果 $m_\nu\neq0$,则有

$$E_\nu^2=c^2p_\nu^2+m_\nu^2c^4 \tag{6.7-8}$$

两边取微分

$$E_\nu dE_\nu=c^2p_\nu dp_\nu$$

则

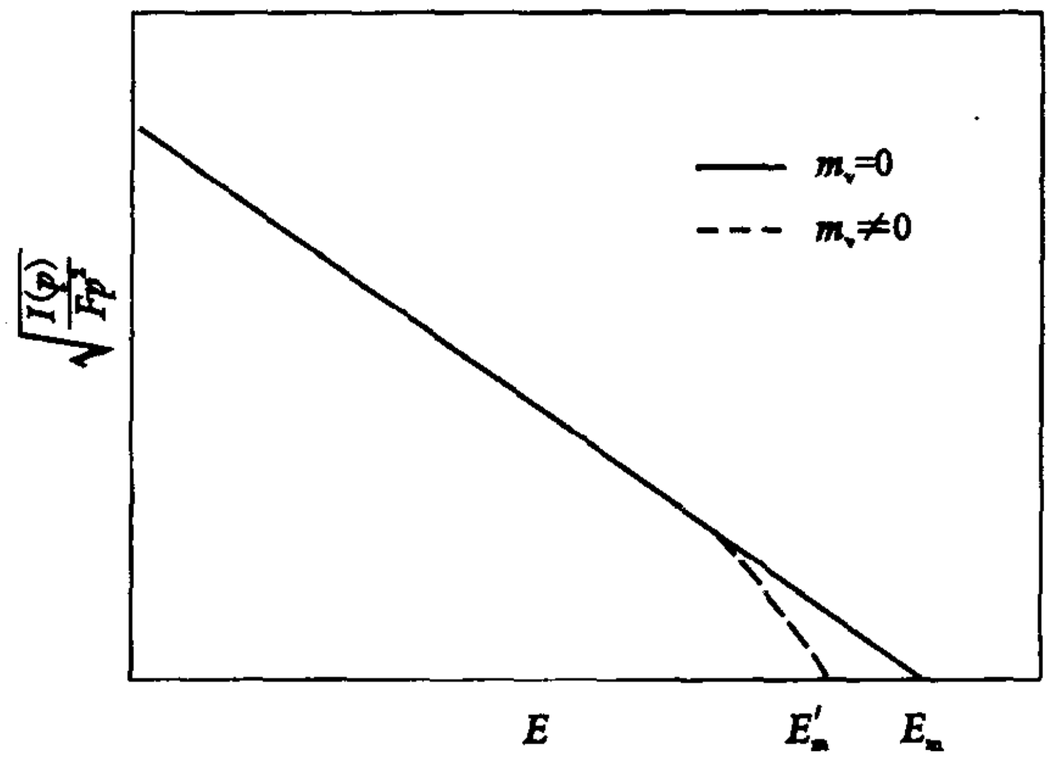


图 6-19　确定中微子质量的库里厄图

$$p_\nu^2 \mathrm{d}p_\nu = \frac{p_\nu E_\nu \mathrm{d}E_\nu}{c^2} = \frac{E_\nu \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2 c^4}}{c^3}\mathrm{d}E_\nu \tag{6.7-9}$$

将此式代入(6.5-6)式,再利用关系式 $E + E_\nu = E_\mathrm{m}$,有

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E} = \frac{p^2 p_\nu^2 \mathrm{d}p\mathrm{d}p_\nu}{4\pi^4 \hbar^6 \mathrm{d}E} V^2 = \frac{p^2 (E_\mathrm{m} - E)\mathrm{d}p}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} V^2 \sqrt{E_\nu^2 - m_\nu^2 c^4}$$

$$= \frac{p^2 (E_\mathrm{m} - E)^2 \mathrm{d}p}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} V^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2} \tag{6.7-10}$$

代入(6.5-5)式,有

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{g^2 \mid M_\mathrm{if} \mid^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} (E_\mathrm{m} - E)^2 p^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2}\,\mathrm{d}p \tag{6.7-11}$$

考虑库仑改正因子后,(6.7-11)式成为

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{g^2 \mid M_\mathrm{if} \mid^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} F(Z,E)(E_\mathrm{m} - E)^2 p^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2}\,\mathrm{d}p \tag{6.7-12}$$

此式与(6.5-12)式相比,多出一个因子 $\sqrt{1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2}$。

对容许跃迁,(6.7-12)式可写为

$$\sqrt{\frac{I(p)}{Fp^2}} = K(E_\mathrm{m} - E)\left[1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2\right]^{1/4} \tag{6.7-13}$$

式中 $K = g \mid M \mid /(2\pi^3 c^3 \hbar^7)^{1/2}$ = 常量。

现在我们对(6.7-13)式进行讨论。当 $E \ll E_\mathrm{m}$,由于中微子静止质量能远小于 β 谱的最大能量,即 $m_\nu c^2 \ll E_\mathrm{m}$,所以式中方括号项 $\left[1 - \left(\frac{m_\nu c^2}{E_\mathrm{m} - E}\right)^2\right]^{1/4} \approx 1$,则有 $[I(p)/Fp^2]^{1/2} \propto (E_\mathrm{m} - E)$,此时库里厄图为直线。当 E 接近 E_m 时,式中方括号项不能忽略,故此时库里厄图偏离直线,偏离程度依赖于 m_ν 的大小,m_ν 越大,偏离越大。当 $E_\mathrm{m} - E = m_\nu c^2$ 时,即 $E = E_\mathrm{m} - m_\nu c^2$ 时,$[I(p)/Fp^2]^{1/2} = 0$,则此时的 E 值为 E'_m,故得 $E_\mathrm{m} - E'_\mathrm{m} = m_\nu c^2$。

上述利用库里厄图测定中微子质量的原理虽然简单,但要在实验上实现此原理并不容易。由于 m_ν 极小,因此只有 E_m 值很小的β谱的库里厄图偏离直线的情况才能较易显示出来。迄今都采用^3H作为β放射源,它的 $E_m=18.6$ keV,是容许型β衰变中最小的。要测量这么低能量的β谱,尤其是测准计数率很低的高能端的形状,实验上要克服一系列困难:(i)放射源要薄而强,(ii)谱仪的能量分辨率要非常好,(iii)要很好处理放射源的分子效应等。

实验上最早利用氚β谱测量中微子质量是在1950年前后,早期测得 m_ν 的上限为250 eV。1972年测得 $m_\nu<60$ eV。1980年苏联留比莫夫(V. Lubimov)小组经过10年氚β谱测量后,第一次给出了中微子质量的下限,结果为 $14\ \text{eV}<m_\nu<46\ \text{eV}$,最概然值为 $m_\nu\approx34$ eV。不过,这一结果引起了一些国际同行的非议。后来,留比莫夫等人对数据作了修正后仍维持中微子质量非零的结论,他们在1988年给出新结果:$17\ \text{eV}<m_\nu<40\ \text{eV}$,最概然值为 $m_\nu\approx26$ eV。

80年代以来,国际上有多家实验室进行了中微子质量的测量,给出的最低上限约为10 eV,并不排除 $m_\nu=0$ 的可能性。到目前为止,中微子是否具有静止质量仍是一个未解之谜。

§6.8 衰变常量和比较半衰期

1. 萨金特定律

公式(6.5-12)表示单位时间内发射一动量在 p 与 $p+\mathrm{d}p$ 之间的β粒子的概率,则单位时间内发射一动量从零到最大值 p_m 范围内的β粒子的总概率(即衰变常量 λ)可以通过对(6.5-12)式积分来得到:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\int_0^{p_m}I(p)\mathrm{d}p\approx\frac{m_e^5c^4g^2\mid M_{if}\mid^2}{2\pi^3\hbar^7}f(Z,E_m)\tag{6.8-1}$$

其中

$$f(Z,E_m)=\int_0^{p_m}F(Z,E)\left(\frac{E_m-E}{m_ec^2}\right)^2\left(\frac{p}{m_ec}\right)^2\frac{\mathrm{d}p}{m_ec}\tag{6.8-2}$$

注意,(6.8-1)式中已假定 M_{if} 与β粒子能量关系可以忽略。

知道库仑改正因子 $F(Z,E)$ 以及β粒子的最大能量 E_m,按(6.8-2)式通过数值积分即可求得 $f(Z,E_m)$,从而由(6.8-1)式即得衰变常量 λ 或半衰期 $T_{1/2}$。$f(Z,E_m)$ 值,已制成曲线和表(例如图6-20),应用时只要查阅图表即可。

当 $E_m\gg m_ec^2$,并取 $F(Z,E)\approx1$ 时,(6.8-2)式的积分容易求出:

$$f(Z,E_m)=\text{常量}\times E_m^5\tag{6.8-3}$$

从而

$$T_{1/2}\propto1/E_m^5\ \text{或}\ \lambda\propto E_m^5\tag{6.8-4}$$

历史上曾把这一关系称为萨金特(Sargent)定律。

由(6.8-4)式可见,半衰期或跃迁概率与β粒子的最大能量有强烈的依赖关系。由于能量不同,即使对于同一类型的跃迁,例如均为超容许跃迁,半衰期可以相差 10^9,见表6-1。所以,仅仅半衰期不能反映跃迁类型的特征。

2. 比较半衰期

为了反映出不同跃迁类型的特征，下面引入比较半衰期。

由(6.8-1)式可得：

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 \mid M_{if} \mid^2} \qquad (6.8\text{-}5)$$

$fT_{1/2}$称为比较半衰期。由(6.8-5)式可见，$fT_{1/2}$值与跃迁矩阵元的绝对值平方$\mid M_{if} \mid^2$成反比，而$\mid M_{if} \mid^2$的大小对容许跃迁和不同级次的禁戒跃迁有很大差别，从而$fT_{1/2}$值可用来比较跃迁的级次。这就是称$fT_{1/2}$为比较半衰期的由来。下面根据(6.8-5)式分别对容许跃迁和禁戒跃迁进行讨论。

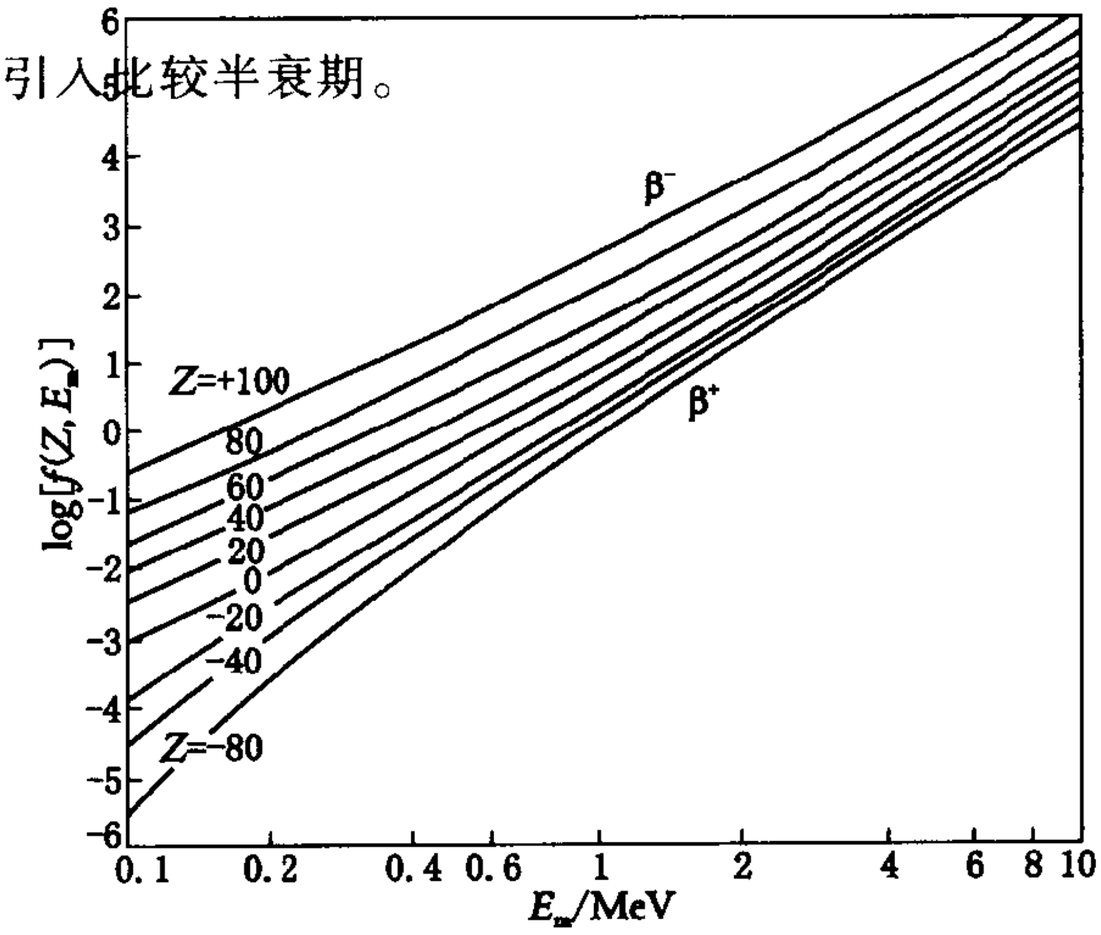


图 6-20　函数 $f(Z, E_m)$

(Z 的正负号分别表示 β^- 和 β^+ 衰变情形)

对于容许跃迁，(6.8-5)式成为

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 g^2 \mid M \mid^2} \qquad (6.8\text{-}6)$$

式中 M 为原子核矩阵元。它决定于母核与子核的波函数。若母核和子核的波函数很相像，两者几乎重叠，则$\mid M \mid^2$的值接近于1；需要考虑因不同同位旋态的结合给出附加因子时，$\mid M \mid^2$就接近另一整数，例如$0^+ \longrightarrow 0^+$跃迁的$\mid M \mid^2 \approx 2$。对于镜像核，由于它们的波函数很相像，所以镜像核之间的β跃迁，其矩阵元最大，因而$fT_{1/2}$值最小。凡母核与子核的波函数很相像的跃迁，称为超容许跃迁。表 6-1 中列出了这种跃迁的一些例子。

表 6-1　一些超容许跃迁[①]

衰　变　方　式	半衰期 $T_{1/2}$/s	$fT_{1/2}$/s
${}^{1}_{0}\mathrm{n} \xrightarrow{\beta^-} {}^{1}_{1}\mathrm{H}$	637	1115
${}^{3}_{1}\mathrm{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^{3}_{2}\mathrm{He}$	3.87×10^3	1131
${}^{14}_{8}\mathrm{O} \xrightarrow{\beta^+} {}^{14}_{7}\mathrm{N}^*$	71.36	3127
${}^{26m}_{13}\mathrm{Al} \xrightarrow{\beta^+} {}^{26}_{12}\mathrm{Mg}$	6.374	3086
${}^{34}_{17}\mathrm{Cl} \xrightarrow{\beta^+} {}^{34}_{16}\mathrm{S}$	1.565	3140
${}^{50}_{25}\mathrm{Mn} \xrightarrow{\beta^+} {}^{50}_{24}\mathrm{Cr}$	0.286	3125

① 转引自[6]422 页，[5]393 页。

从表中可以看到，虽然半衰期变化很大，然而$fT_{1/2}$值还是令人惊奇地接近于一定值，即为10^3的数量级。

对于一般的容许跃迁，原子核的质量大多在中等以上。此时由于库仑斥力的影响，质子和中子所占有的量子状态不很相同，母核和子核的波函数将相似得较少。因而跃迁矩阵元$\mid M \mid^2$就要比超容许跃迁情形小一些，而$fT_{1/2}$值就要大一些，一般在10^5的数量级。表 6-2

中列举了某些例子。

表 6-2　一些容许跃迁

衰　变　方　式	$fT_{1/2}$/s
$^{80}_{35}\mathrm{Br}\xrightarrow{\beta^-}{}^{80}_{36}\mathrm{Kr}$	3.2×10^5
$^{106}_{47}\mathrm{Ag}\xrightarrow{\beta^+}{}^{106}_{46}\mathrm{Pd}$	7.9×10^4
$^{138}_{54}\mathrm{Xe}\xrightarrow{\beta^-}{}^{138m}_{55}\mathrm{Cs}$	4.5×10^5
$^{134}_{57}\mathrm{La}\xrightarrow{\beta^+}{}^{134}_{56}\mathrm{Ba}$	6.3×10^4
$^{191}_{76}\mathrm{Os}\xrightarrow{\beta^-}{}^{191m}_{77}\mathrm{Ir}$	1.6×10^5

对于禁戒跃迁，当跃迁级次相差一个单位时，由于(6.8-5)式中的 $|M_{if}|$ 一般相差一二个数量级，故相邻级次的 $fT_{1/2}$ 值一般要相差三四个数量级。跃迁级次越高，$fT_{1/2}$ 值也越大。

因为 $fT_{1/2}$ 值都是很大的数，而且变化范围很广，所以通常使用 $\log fT_{1/2}$ 值，其中 $fT_{1/2}$ 是取秒作单位时的数值。一般衰变纲图中分支比后面括号中的数即为 $\log fT_{1/2}$ 值。

表 6-3 为各级跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值的大致范围。

表 6-3　各级跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃　迁　级　次	$\log fT_{1/2}$
超容许跃迁	2.9～3.7
容许跃迁	4.4～6.0
一级禁戒(非唯一型)	6～9
一级禁戒(唯一型)	8～10
二级禁戒	10～13
三级禁戒	15～18

以上划分是不严格的，只是指出了大致范围。但由实验测得 $\log fT_{1/2}$ 值后依据这个大致分类对于判断跃迁级次很有用处。

表 6-4 列举了若干禁戒跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值及禁戒级次。由表 6-4 可见，根据 $\log fT_{1/2}$ 值来判断跃迁级次，一般讲还是相当准确的。当然，为了判断更可靠，除 $\log fT_{1/2}$ 值外，有时还需要结合其它数据(例如 β 谱形等)来考虑。

表 6-4　一些禁戒跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃　迁　级　次	$\log fT_{1/2}$	禁戒级次
$^{39}\mathrm{Ar}\xrightarrow{\beta^-}{}^{39}\mathrm{K}(7/2^-\longrightarrow3/2^+)$	9.03	一级
$^{38}\mathrm{Cl}\xrightarrow{\beta^-}{}^{38}\mathrm{Ar}(2^-\longrightarrow0^+)$	8.15	一级
$^{22}\mathrm{Na}\xrightarrow{\beta^+}{}^{22}\mathrm{Ne}(3^+\longrightarrow0^+)$	11.9	二级
$^{10}\mathrm{Be}\xrightarrow{\beta^-}{}^{10}\mathrm{B}(0^+\longrightarrow3^+)$	12.08	二级
$^{40}\mathrm{K}\xrightarrow{\beta^-}{}^{40}\mathrm{Ca}(4^-\longrightarrow0^+)$	18.1	三级

利用 $\log fT_{1/2}$ 值还可以定出 β 衰变的常量 g。由(6.8-6)式可知，为了定出常量 g，必须知

道矩阵元$|M|$的大小。前已指出，在一般情况下，β 衰变中 F 相互作用和 G-T 相互作用都存在，则(6.8-6)式成为

$$fT_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4 (g_F^2 | M_F |^2 + g_{GT}^2 | M_{GT} |^2)} \tag{6.8-7}$$

由此式可见，特定常量有两个：g_F 和 g_{GT}。因此至少需要两个实验才能定出它们。为了便于比较精确地计算出原子核矩阵元，取镜像核之间的跃迁是最有利的，这是因为镜像核的波函数很相像。历史上常取最简单的一个镜像核之间的跃迁，即中子的 β 衰变作为实验。在这一跃迁中，母核和子核波函数就是中子和质子的波函数，它们都是自由粒子，所以原子核矩阵元可以精确计算。关键问题是精确测定中子的半衰期，其较新的实验数据是

$$T_{1/2} = (10.61 \pm 0.16)\ \text{min}$$

从而得到比较半衰期

$$fT_{1/2} = 1115\ \text{s} \tag{6.8-8}$$

因为中子的 β 衰变是 $1/2^+ \longrightarrow 1/2^+$ 的跃迁，所以衰变中 F 相互作用和 G-T 相互作用同时出现。理论计算给出，此时

$$| M_F |^2 = 1,\ | M_{GT} |^2 = 3 \tag{6.8-9}$$

将(6.8-8)和(6.8-9)式代入(6.8-7)式，得

$$g_F^2 + 3g_{GT}^2 = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} \times \frac{1}{1115} \tag{6.8-10}$$

决定常量 g 的另一实验常取 $^{14}O \longrightarrow {}^{14}N^*$ 的跃迁。它是 $0^+ \longrightarrow 0^+$ 跃迁，因此只有 F 相互作用，则按(6.8-7)式，有

$$g_F^2 | M_F |^2 = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} \frac{1}{fT_{1/2}} \tag{6.8-11}$$

关于 $^{14}O \longrightarrow {}^{14}N^*$ 衰变的较新的实验数据是

$$T_{1/2} = 71.36\ \text{s}$$

$$fT_{1/2} = 3127\ \text{s}$$

对于 $0^+ \longrightarrow 0^+$ 跃迁，$|M_F|^2 = 2$。于是从(6.8-11)式，有

$$2g_F^2 = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{m_e^5 c^4} \times \frac{1}{3127} \tag{6.8-12}$$

由(6.8-10)和(6.8-12)式，最后得

$$\frac{| g_{GT} |}{| g_F |} = 1.24 \tag{6.8-13}$$

可见 G-T 相互作用(即 A 相互作用)常量是 F 相互作用(即 V 相互作用)常量的 1.24 倍。

至于 g_F(通常用来表征弱相互作用的常量，或简写成 g)的大小直接可由(6.8-12)式得出。然而，为了得到 g 的更可靠的数值，可由若干个 $0^+ \longrightarrow 0^+$ 跃迁的实验数据平均导出。利用 ^{14}O，^{26}Al 和 ^{34}Cl 的 $fT_{1/2}$ 值，得出弱相互作用常量 g 的数值为

$$g = 1.415 \times 10^{-62}\ \text{J} \cdot \text{m}^3 \tag{6.8-14}$$

这个常量很小，说明电子中微子场与核子的相互作用是相当弱的，这也说明了 β 衰变过程为什么比 γ 衰变过程慢以及为什么很少观察到激发态的 β 衰变。

§6.9 轨道电子俘获

1. K 俘获衰变概率

β 衰变的基本公式(6.5-12)是在假定原子核放射出 β 粒子和中微子的情况下得到的。显然它不适用于轨道电子俘获情形。为了求得轨道电子俘获的跃迁概率,所用方法与推得(6.5-12)式的方法完全类似。所不同的是现在原子核要吸收一个电子,而只放出一个中微子。由于此时放出的中微子的能量不是连续的,因此单位时间的跃迁概率就等于电子俘获的衰变概率,不必对中微子的动量进行积分,于是轨道电子俘获的衰变概率 λ 可以直接表示为

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_f^* \hat{H}\psi_i \mathrm{d}\tau\right|^2 \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} \tag{6.9-1}$$

其中,$\hat{H}$ 是相互作用算符;终态波函数 ψ_f^* 可表示为子核波函数 u_f^* 和中微子波函数 ϕ_ν^* 的乘积,ϕ_ν^* 仍然是(6.5-4)式的平面波,始态波函数 ψ_i 也可近似地表示为母核波函数 u_i 和电子波函数 ϕ_e 的乘积,但此时 ϕ_e 不能用平面波来描述,因它不是自由粒子,而是束缚电子。下面我们只讨论 K 俘获,则 ϕ_e 应是 K 层电子的波函数①,即

$$\phi_K = \frac{1}{\pi^{1/2}}\left(\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}r\right) \tag{6.9-2}$$

于是容许跃迁的 K 俘获衰变概率为

$$\lambda_K = 2\times\frac{2\pi}{\hbar}\frac{g^2}{V}\frac{1}{\pi}\left(\frac{Zm_e e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}\right)^3 |M|^2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} \tag{6.9-3}$$

式中第一个因子 2 是考虑到 K 层有两个电子而引入的;M 为原子核矩阵元,$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu}$ 为终态密度。

除子核外,终态只有中微子,则终态密度

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} = \frac{4\pi p_\nu^2 \mathrm{d}p_\nu}{(2\pi\hbar)^3\mathrm{d}E_\nu}V \tag{6.9-4}$$

因中微子的能量 E_ν 与动量 p_ν 之间有 $E_\nu = cp_\nu$,所以(6.9-4)式成为

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} = \frac{E_\nu^2 V}{2\pi^2\hbar^3 c^3} \tag{6.9-5}$$

将(6.9-5)式代入(6.9-3)式,最后得

$$\lambda_K = \frac{2m_e^3 g^2}{\pi^2\hbar^7}\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 |M|^2 E_\nu^2 \tag{6.9-6}$$

若中微子能量 E_ν 用电子静止能量 $m_e c^2$ 为单位来表示,令 $W_\nu = \frac{E_\nu}{m_e c^2}$,则(6.9-6)式可写成

$$\lambda_K = \frac{2m_e^5 c^4 g^2}{\pi^2\hbar^7}\left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 |M|^2 W_\nu^2$$

---

① 这是把核作为点电荷的近似,实际计算中应考虑核的电荷分布。

$$= \frac{m_e^5 c^4 g^2 \mid M \mid^2}{2\pi^3 \hbar^7} f_K(Z, W_\nu) \tag{6.9-7}$$

其中

$$f_K(Z, W_\nu) = 4\pi \left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 W_\nu^2 \tag{6.9-8}$$

由(6.9-6)式可见,K 俘获概率 λ_K 与原子序数 Z 的三次方成正比。这可以定性地作如下解释:由于 Z 越大,K 层电子轨道越小,因而越容易被原子核俘获。

关于轨道电子俘获的选择定则,与 $\beta^\pm$ 衰变情形相同。而且,由(6.9-7)和(6.9-8)式可知,对于轨道电子俘获,也存在与 $\beta^\pm$ 衰变相类似的 $fT_{1/2}$ 值,只是此时 f 的表达式变得十分简单,不需要对中微子的动量作积分。

2. $\lambda_K/\lambda_{\beta^+}$

下面我们来讨论 K 俘获概率 λ_K 与 β^+ 衰变概率 λ_{β^+} 之比。

我们知道,当衰变前后原子质量差大于 $2m_e c^2$(1.022 MeV),且母核的电荷数比子核的电荷数大 1 时,轨道电子俘获和 β^+ 衰变原则上可以同时发生。研究两者的概率之比 $\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 可用来检验 β 衰变理论。对于容许跃迁,由(6.8-1)和(6.9-7)式得:

$$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}} = 4\pi \left(\frac{Ze^2}{\hbar c}\right)^3 W_\nu^2 / f(Z, E_m) \tag{6.9-9}$$

由此式可见,$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 与原子核矩阵元无关,因此,可以从理论上精确计算出它的数值,从而可以与实验测量值进行比较。表 6-5 列了一些 $\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 的理论和实验值。由表可见,除最后一个核的数据外,理论值和实验值很好一致。

表 6-5　一些 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 的理论和实验值

母　核	理论值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{th}$	实验值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{exp}$
^{18}F	0.029	0.030 ± 0.002
^{48}V	0.066	0.068 ± 0.02
^{52}Mn	1.77	1.81 ± 0.07
^{107}Cd	310	320 ± 30
^{111}Sn	1.5	2.5 ± 0.25

根据(6.9-9)式,对某一确定的 Z 值可以计算出 $\log\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 随正电子最大能量的变化关系,如图 6-21 所示。

由图可见,对于轻核,由于衰变能一般都较大,β^+ 衰变的概率占压倒优势,很难观察到与 β^+ 衰变同时产生的 K 俘获;对于重核,情况则相反,由于衰变能都较小,K 俘获概率可占压倒优势,β^+ 衰变的概率则很小;在中等重量的原子核范围内,两者往往同时发生。这与实际情况

完全相符。

到此为止,我们讨论了β衰变的三种类型($\beta^{\pm}$ 衰变和轨道电子俘获)的一些基本规律。最后,将跃迁级次的分类与判别总结于表 6-6 中。

表 6-6　β 衰变跃迁级次的分类

跃迁级次	选择定则 ΔI	选择定则 $\Delta\pi$	库里厄图	$\log fT_{1/2}$ 值
容许	0, ±1	+1	直线	3～6
一级禁戒	0, ±1	−1	S_1 改正后为直线	6～9
唯一型一级禁戒	±2	−1	S_1 改正后为直线	8～10
二级禁戒	±2	+1	S_2 改正后为直线	10～13
唯一型二级禁戒	±3	+1	S_2 改正后为直线	10～13
三级禁戒	±3	−1	S_3 改正后为直线	15～18
唯一型三级禁戒	±4	−1	S_3 改正后为直线	15～18

§6.10　宇称不守恒问题

在β衰变的研究中,一个很重要的突破是 1957 年发现宇称不守恒。它的发现不仅促进β衰变本身的研究,而且促使粒子物理研究的快速向前发展。本节对β衰变中的宇称不守恒作简要的介绍。

1. 宇称和宇称守恒

关于宇称和宇称守恒的概念在第一章中已进行过讨论。不过当时主要是讨论与原子核的宇称有关的问题。为了便于讨论宇称不守恒,我们先对粒子体系的宇称作一介绍。设由 n 个粒子组成一体系,如果各粒子作非相对论性运动,则该体系的宇称由两部分组成。一部分是粒子"内禀宇称"① P_i 的乘积,即 $\prod_{i=1}^{n} P_i$;另一部分是"轨道宇称",对 n 个粒子体系的轨道宇称,我们以 P_{on} 表示。因此,由 n 个粒子组成的体系,总的宇称是

$$\pi = \left(\prod_{i=1}^{n} P_i\right) P_{on} \tag{6.10-1}$$

前已指出,所谓宇称守恒,是指一个孤立体系的宇称不随时间变化。如果体系具有偶宇称则永远是偶宇称;如果具有奇宇称则永远是奇宇称。若体系内部发生变化,则变化前体系的宇

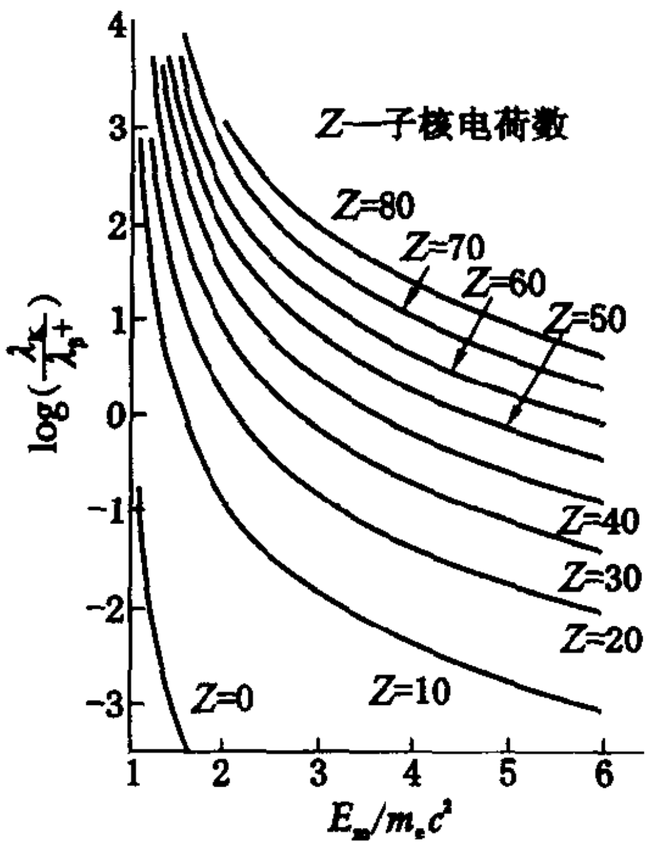


图 6-21　$\log\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 随电子最大能量的变化

① 粒子本身固有的宇称叫做内禀宇称。并不是所有微观粒子都有确定的内禀宇称。

称等于变化后体系的宇称。这就是宇称守恒定律。

因此,如果由 n 个粒子组成的一个体系,本身变成了由 m 个粒子组成的体系,则根据宇称守恒定律,有

$$\left(\prod_{i=1}^{n} P_i\right)P_{on} = \left(\prod_{j=1}^{m} P_j\right)P_{om} \tag{6.10-2}$$

我们知道,宇称守恒定律是与微观物理规律对空间反演的不变性相联系的,即一个微观物理过程和它的镜像过程的规律完全相同时,该微观体系的宇称是守恒的。反之亦然。

我们举一个微观现象中有关宇称守恒的例子。设有慢中子打在 ^{7}Be 核上,看能否产生两个 α 粒子的核反应(见图 6-22)。由后面第九章中讨论核反应遵从的一些守恒定律可以知道,对此设想的核反应,绝大部分守恒定律(如电荷守恒、质量数守恒、能量守恒、角动量守恒、统计性守恒等)都能满足,但不满足宇称守恒。事实上,根据(6.10-1)式,反应前宇称

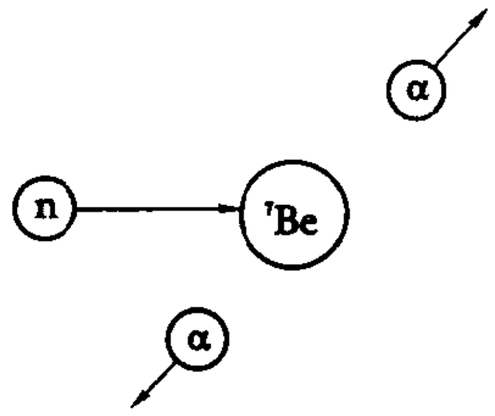


图 6-22 ^{7}Be + n ⟶ 2α

$$\pi_i = P_n \cdot P_{Be} \cdot (-1)^l = (+1)(-1)(-1)^0 = -1$$

其中 $l=0$ 是由于慢中子只有 s 波贡献。反应后的体系(2α)是由两个自旋为零的玻色子组成的,l 必为偶数,则反应后的宇称

$$\pi_f = P_\alpha^2(-1)^l = +1$$

即反应前后宇称不等。所以,根据宇称守恒定律,此设想的核反应不可能发生。实验证明,的确不存在这个核反应。如果快中子打在^{7}Be 核上,以上反应就容易发生,因它可以满足宇称守恒定律。大量事实表明,核反应过程中宇称是守恒的。

虽然宇称守恒是微观领域特有的定律,但在经典物理中也有相似的规律,即在宏观现象中互为镜像的两个过程都遵守同样的经典物理规律,换言之,对宏观物理现象,空间是左右对称的。

下面举一个经典物理现象中空间左右对称的例子。

设有一个中间真空的螺旋导管(图 6-23),其横截面位于画面。在螺旋管中放置一个 α 放射源,使 α 粒子沿着横截面并向上发射。当螺旋导管不通电时,α 粒子当然沿着虚线方向前进。如果导管通上反时针方向的恒稳电流,如图中箭头所示,则螺旋管中将产生恒稳磁场 $\boldsymbol{B}$,其方向垂直于画面向外,与 α 粒子的运动方向垂直。由于 α 粒子带正电荷 q,并具有速度 v,则 α 粒子受罗仑兹力

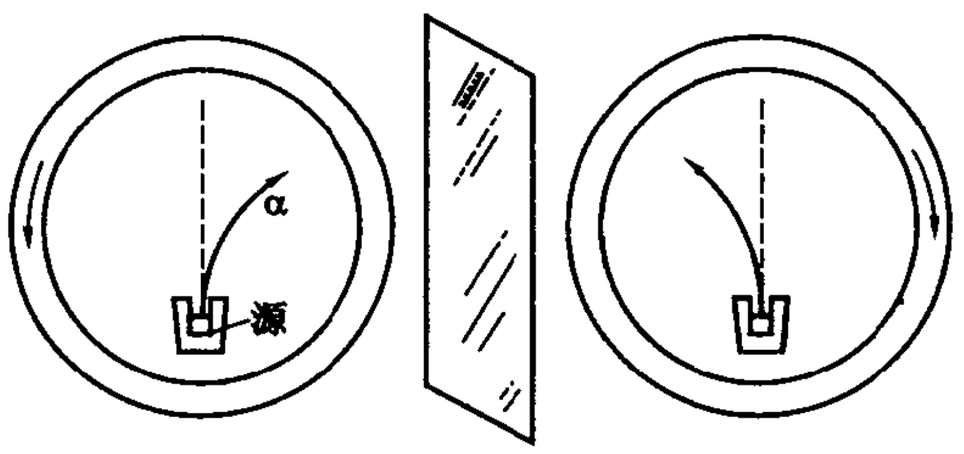


图 6-23 经典物理中宇称守恒举例

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

向右偏转。由牛顿第二定律,有

$$F = \frac{mv^2}{\rho}$$

其中,m 是 α 粒子的质量,ρ 是运动轨道的曲率半径。

于是 ρ 与 B 之间有下面的关系：

$$\rho = \frac{mv}{qB}$$

可见磁场愈强，曲率半径就愈小，即 α 粒子的运动轨道弯曲得愈厉害。

我们再来看看这一物理现象的镜像过程。图 6-23 中的右方表示镜像过程。由图可见，在镜像中，由于螺旋管的电流方向变为顺时针方向。若镜像过程也服从经典物理规律，则磁场方向为垂直于画面向里，此磁场对 α 粒子的作用将使其向左偏转，其运动轨道的曲率半径也为

$$\rho = \frac{mv}{qB}$$

可见，互为镜像的两个宏观物理过程都遵守同样的牛顿力学和电磁学的规律。换句话说，对宏观物理现象，空间是左右对称的。这一结论已被无数事实证明是正确无疑的。于是人们很自然地设想对于微观物理现象，空间也应该是左右对称的，即微观粒于体系应该服从宇称守恒定律。在 1957 年前，大量微观现象证明确是如此，例如上面举到核反应的过程就是这样。

2. “θ-τ 疑难”与李-杨假说

过去一直认为在一切微观过程中宇称都守恒，直到 1956 年在研究和分析介子的衰变时才使人们怀疑宇称守恒定律的普遍性。

现在让我们来分析 θ^+ 和 τ^+ 介子的衰变。从实验获得这两种介子的性质如下：

衰变方式	质量/m_e	占所有 K 介子衰变的百分比	平均寿命/s
$\theta^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^0$	966.7±2.0	29%	$(1.21\pm0.04)\times10^{-8}$
$\tau^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966.3±2.1	6%	$(1.19\pm0.05)\times10^{-8}$

我们看到，它们不仅质量相等、平均寿命相同，而且总是同时出现，并占 K 介子衰变的恒定百分比。因而自然会想到：它们可能是同一种粒子，即都是 K 介子，只是衰变方式不同而已。

但是，根据宇称守恒，可以推出 θ^+ 介子的宇称应为偶，τ^+ 介子的宇称则为奇。假定它们的自旋都是零，则对 θ^+ 衰变，按角动量守恒，终态（即衰变产物 π^+ 和 π^0）的总角动量为零。由于 π 介子的自旋为零，则 π^+ 和 π^0 的轨道角动量也为零，于是终态的宇称只决定于 π^+ 和 π^0 的内禀宇称。已知 π 介子的内禀宇称为奇，因而终态的宇称为 $(-1)^2 = +1$。按宇称守恒定律，即得始态 θ^+ 的内禀宇称为偶。对于 τ^+ 的衰变，通过类似的分析可以得到 τ^+ 的内禀宇称为奇。所以 θ^+ 和 τ^+ 介子的宇称是不一样的。因此根据宇称守恒定律，它们不是同一种粒子。这就和前面由它们的质量、寿命等性质所得出的结论相矛盾，从而产生了历史上所谓“θ-τ 疑难”。

解开这个疑难只能通过两个途径：一是认为宇称守恒是普遍定律，而 θ 和 τ 是两种粒子；二是认为 θ 和 τ 是同一种粒子，而宇称守恒在此不成立。第一个途径的困难是无法解释为什么 θ 和 τ 的性质是如此相似。第二个途径的困难是违背了传统的宇称守恒的概念。

1956 年，李政道和杨振宁[①]根据“θ-τ 疑难”的启示，抛弃了传统观念，大胆地沿着第二条途

① T. D. Lee and C. N. Yang, Phys. Rev., **104**, 254(1956).

径进行探索。他们认真地分析了有关宇称守恒的实验材料,结果发现在强相互作用和电磁相互作用中,宇称守恒有大量的实验证明;而在弱相互作用中,宇称守恒定律从来没有用专门的实验去检验过,而只是作为一个理论的推论被大家接受下来。于是他们在"θ-τ 疑难"的启示下,提出了在弱相互作用中宇称不守恒的假说,并且建议可以通过哪些实验来检验宇称是否守恒。其中一个实验,极化原子核^{60}Co 的 β 衰变,在 1957 年很快被吴健雄等人实现了,结果证明在 β 衰变中宇称是不守恒的。

3. 极化核^{60}Co 的 β 衰变实验①

这是证明宇称不守恒的第一个实验。它的基本思想是这样的:

设一原子核^{60}Co,它的自旋向上(图 6-24),则它的镜像自旋向下。当沿着自旋的反方向发射 β 粒子时,其镜像过程就沿着自旋方向发射 β 粒子。如果 β 衰变时宇称是守恒的,则互为镜像的两种过程都同样能实现。因而原子核沿着自旋的方向和沿着自旋的反方向发射 β 粒子的概率就应该一样,否则,就表明宇称不守恒。因此,只要测量这两个方向的 β 粒子发射概率是否相等就能判断 β 衰变时宇称是否守恒。

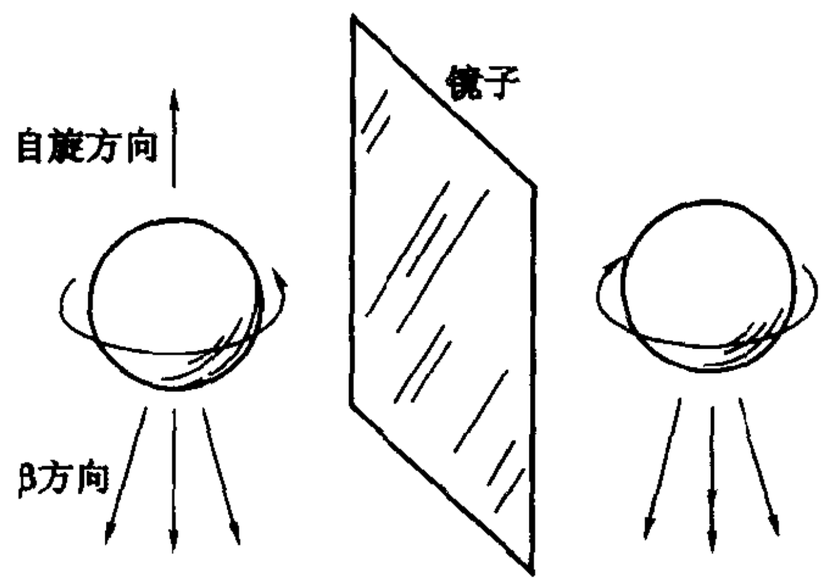


图 6-24　极化核^{60}Co β 衰变的镜像过程

但是在一般情况下,原子核是非极化的,就是说原子核的自旋取向是杂乱的,这是由于热运动的缘故。在非极化情形,即使每个原子核发射 β 粒子有一定的角分布,即发射 β 粒子的概率随原子核自旋方向与发射粒子方向之间的夹角不同而不同。但对于放射源,由于包含大量原子核,它们的自旋取向是杂乱的,因而就观察不到 β 粒子的角分布。为了检验宇称是否守恒,就需要把 β 放射源中的原子核按自旋的一定取向排列起来,即所谓极化。要使原子核极化,一是要降温,使热运动对原子核自旋取向的影响减弱;二是加磁场,通过磁场与原子核磁矩的作用把原子核排列起来。

吴健雄等人的实验就是依据以上思想进行的。实验装置如图 6-25 所示。把^{60}Co 源混在硝酸铈镁单晶的表面层内。硝酸铈镁是一种顺磁盐,在外磁场作用下可以磁化,产生一个很强的内磁场,利用这个内磁场使^{60}Co 极化。超低温是通过绝热退磁获得的,最低可降至 0.004 K 左右。^{60}Co 放出的 β 粒子射入源上方的蒽晶体,在晶体内产生的荧光通过有机玻璃光导传至光电倍增管记录下来。两块 NaI(Tl)晶体是用来记录^{60}Co 的 γ 射线的。其中一块大致沿极化核自旋方向;另一块垂直自旋方向。根据两块晶体测得的 γ 射线强度的差别可以确定原子核的极化程度。^{60}Co 的自旋方向可以通过外磁场的方向来改变。当磁场方向向上时,蒽晶体记录的是沿着自旋方向发射的 β 粒子;当磁场方向向下时,记录的是与自旋反方向发射的 β 粒子。因此,如果两种情况所测的强度相等,就表明宇称守恒,否则就表明宇称不守恒。

实验结果如图 6-26 所示。图中的横坐标是绝热退磁以后的时间。上图的纵坐标 ε_γ 是 γ 的各向异性度,它表示^{60}Co 的极化程度,定义为 $\varepsilon_\gamma \equiv [N_\gamma(\pi/2) - N_\gamma(0)]/N_\gamma(\pi/2)$,其中 $N_\gamma(\pi/2)$和 $N_\gamma(0)$分别表示垂直和平行于自旋方向的 γ 计数率。下图的纵坐标是原子核极化时

① C. S. Wu et al., Phys. Rev., **105**, 1413(1957).

与非极化时的β计数率之比,即相对计数率。由上图可见,极化程度随时间而减弱,这是由于样品的温度随时间不断上升的缘故。下图画了两种磁场方向上的β相对计数率随时间的变化,亦即随极化度的变化。当磁场方向向下时,在极化不为零的时间范围内,β相对计数率大于1;当磁场方向向上时,相对计数率小于1。这就表明β粒子沿着自旋方向和自旋反方向的发射概率不相等,而是后者大于前者。于是令人信服地证明了β衰变时宇称是不守恒的。

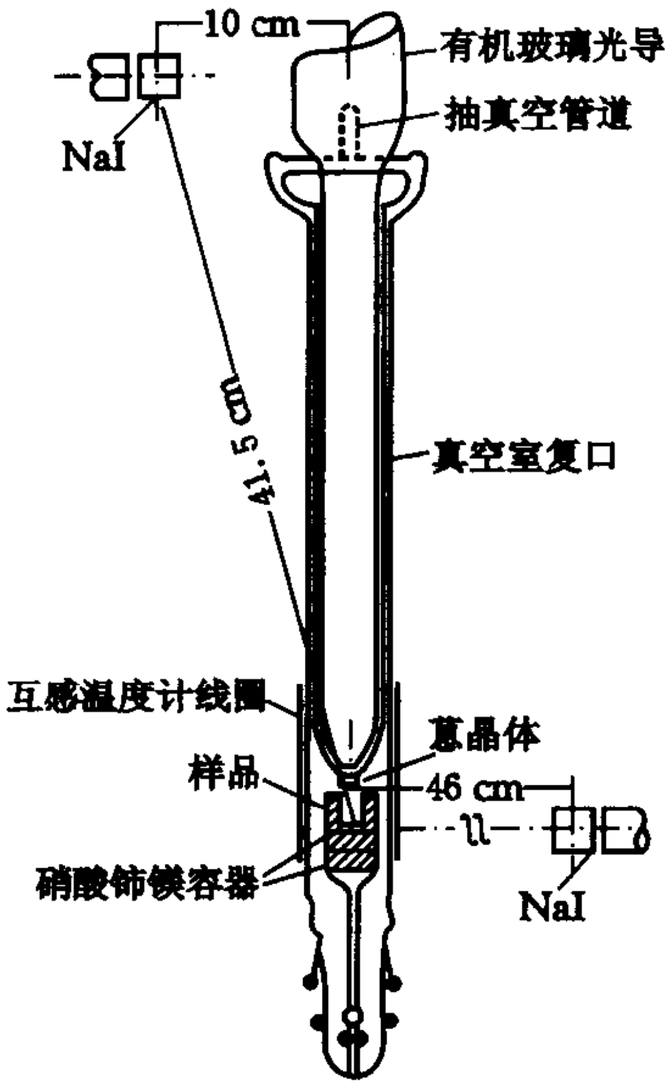


图 6-25　极化^{60}Co的β衰变实验

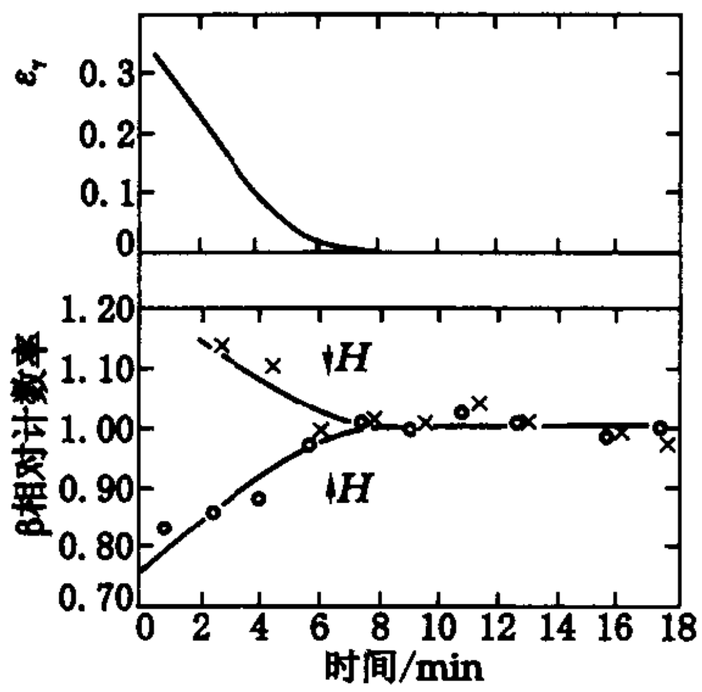


图 6-26　极化^{60}Co实验结果

不久以后,实验证明在介子衰变中宇称也是不守恒的。从而解开了前面提到的"θ-τ疑难"。原来τ和θ介子都是K介子,只是表明K介子有不同的衰变方式而已。于是得出结论:在整个弱相互作用中宇称守恒定律并不成立。至于在强相互作用和电磁相互作用中,至今的实验表明宇称守恒定律还是成立的。

4. β衰变中粒子的螺旋性

上面介绍的极化核^{60}Co的实验表明了在β衰变中宇称守恒定律的失效。与此相关,由理论可以得出,在β衰变中放出的中微子和电子没有确定的内禀宇称,它们具有一定的螺旋性,也就是说是纵向极化的。具有固定的纵向极化的粒子就没有内禀宇称。关于这一结论,我们可以作如下理解。例如中微子是纵向极化的。如前所述,迄今人们认为反中微子的自旋方向与运动方向相同,即它是右旋粒子,以$\bar{\nu}^R$表示;中微子的自旋方向与运动方向相反,即它是左旋粒子,以ν^L表示。而它们的镜像过程,即左旋反中微子$\bar{\nu}^L$和右旋中微子ν^R在世界上是不存在的,如图6-27所示,镜外状态是实在的,镜内状态则是虚构的。这表明中微子只存在两个状态$|\bar{\nu}^R\rangle$和|

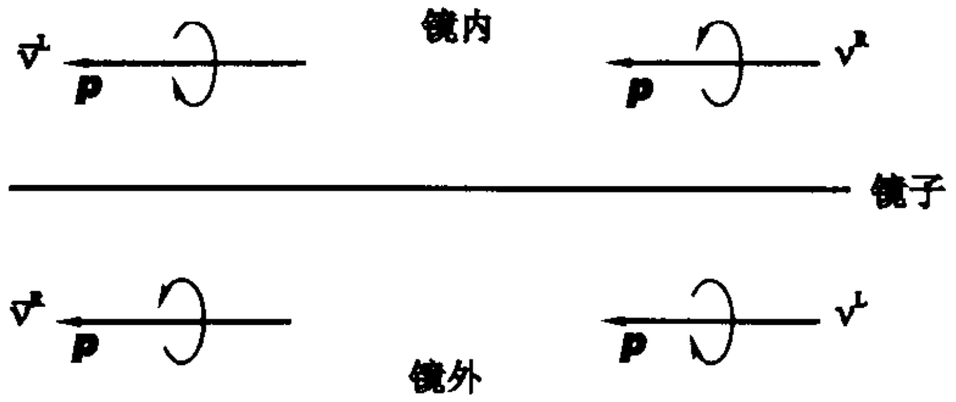


图 6-27　中微子的镜像过程

$\nu^L\rangle$,它们的空间反演态$|\nu^L\rangle$和$|\nu^R\rangle$并不存在。于是得出结论:中微子没有内禀宇称。关于中微子只存在两个状态的理论称为二分量中微子理论。该理论是在1957年宇称不守恒发现后不久分别由李政道、杨振宁和朗道提出的。理论预言,中微子两个状态的螺旋性$\mathcal{H}=\pm 1$。由二分量中微子理论还可得出:β粒子也是纵向极化的,其螺旋性$\mathcal{H}=\pm\frac{v}{c}$,此处$v$是β粒子的速度。随后进行了一系列实验,证实了二分量中微子理论的正确性。下面我们介绍一个典型的测量中微子螺旋性的实验。

在宇称不守恒发现后不久,哥尔德海伯(M. Goldhaber)等人于1958年第一次测定了中微子的螺旋性。这是一个十分精巧的实验。实验的基本思想是这样:在K俘获中放出中微子时,根据动量守恒和角动量守恒,如果中微子是纵向极化的,那么反冲核一定也是纵向极化的;反冲核的纵向极化则通过测量反冲核放出的γ光子的圆极化来确定;而γ光子的圆极化又利用巧妙设计的γ共振散射法来测量。因此,所选用的K俘获放射源必须伴随有γ辐射。为了实现共振散射,γ射线的能量应与中微子的能量大致相等。在哥氏的实验中,放射源选用$^{152m}_{63}Eu$。$^{152m}_{63}Eu$首先经K俘获衰变至于核的激发态$^{152}_{62}Sm^*$,然后$^{152}_{62}Sm^*$可以通过发射961 keV的γ射线到基态$^{152}_{62}Sm$。在此衰变过程中,核态的自旋和宇称变化是:$0^- \xrightarrow{K} 1^- \xrightarrow{\gamma} 0^+$。所以该K俘获是容许跃迁,中微子不带走任何轨道角动量。根据角动量守恒,有

$$^{152m}_{63}Eu + e^-_K \longrightarrow {}^{152}_{62}Sm^* + \nu \longrightarrow {}^{152}_{62}Sm + \nu + \gamma \tag{6.10-3}$$

$$\text{自旋:}\quad 0 \quad + \frac{1}{2} \longrightarrow \quad 1 \quad - \frac{1}{2} \longrightarrow \quad 0 \quad - \frac{1}{2} + 1$$

可见中微子和反冲核$^{152}_{62}Sm^*$的自旋方向应相反。根据动量守恒,中微子和反冲核的运动方向也是相反的。所以中微子和反冲核$^{152}_{62}Sm^*$有相同的螺旋性,从而在反冲核运动方向发射出的γ光子也有同样的螺旋性,于是该方向的γ光子是圆极化的。如果中微子的螺旋性为−1,则反冲核和与中微子相反方向发射的γ光子的螺旋性也为−1。因此,测量中微子的螺旋性就在于测量与中微子反方向发射的γ光子的螺旋性。对于后者的测量,通常也是很困难的,这是因为中微子的方向无法直接测定,只能间接测定。本实验中别具匠心地利用γ共振散射法出色地完成了任务,既测定了中微子的方向,又测出了γ光子的螺旋性,也就是中微子的螺旋性。第七章中将会讨论,所谓γ共振散射(或叫γ共振吸收)是指某核素放出的γ射线用来激发同类核素,在合适的条件下将被强烈吸收而使吸收体处于激发态,而后退激时又放出γ射线。由于原子核发射或吸收γ射线,本身要受到反冲,因此被发射的γ射线的能量就比原激发态的能量略低,而被吸收的γ射线则比激发态的能量略高。例如$^{152}_{62}Sm^*$发射961 keV的γ射线和^{152}Sm吸收961 keV γ射线时,原子核将获得约6.5 eV的反冲能,故被发射的γ射线不能使原来的能级获得激发。为了实现共振吸收,必须使γ射线的能量因原子核反冲而损失的部分得到补偿。本实验中由于中微子的能量(约890 keV)很接近于γ射线的能量,当两者的发射方向相反时,根据多普勒(Doppler)效应,γ射线能量的损失部分能得到很好补偿,从而可以引起共振吸收。但如果γ射线相对于中微子的发射不在相反方向时,则γ射线的能量低于共振吸收所需的能量,此时就不可能引起共振吸收或者概率很小。这样,探测共振散射的γ射线就相当于选定中微子的发射方向。哥尔德海伯等人的实验装置中,放射源$^{152m}_{63}Eu$放在分析磁铁内,

由放射源放出的 961 keV 的 γ 射线在环散射体 Sm_2O_3 上发生共振散射，经共振散射的 γ 射线用 NaI(Tl)闪烁谱仪记录。在放射源与闪烁探头之间加一锥形铅块以免闪烁谱仪记录直接来自放射源的 γ 射线。γ 射线的圆极化用分析磁铁来测定。当分析磁铁的磁场方向与 γ 射线的运动方向相同时，对右旋极化的 γ 射线的吸收大于左旋极化的 γ 射线。磁场方向与 γ 射线的运动方向相反时，γ 射线的吸收情况与以上相反。因此，藉助磁场方向的改变，可用来测量 γ 射线的圆极化程度。实验测得对两种磁场方向的计数率的相对差

$$\frac{N_- - N_+}{\frac{1}{2}(N_- + N_+)} = 0.017 \pm 0.003$$

其中，N_+ 和 N_- 分别为与 γ 射线运动同方向和反方向磁场时的计数率。此计数率的相对差与 100%左旋圆极化的计算值 0.025 一致。所以，最后得到在中微子反方向发射的 γ 光子的螺旋性为 −1。因此中微子的螺旋性等于 −1，即中微子是左旋粒子；同时可以推论反中微子的螺旋性等于 +1，即反中微子是右旋粒子。

实验表明，β 粒子也具有螺旋性。实验测得 ^{60}Co 放出的能量为 77 keV($v \approx 0.49c$)的电子的螺旋性大约为 −0.4。它与理论值 $-\frac{v}{c}$ 很好一致。可以推测 β^+ 粒子的螺旋性等于 $+\frac{v}{c}$。

习　题

6-1. 利用核素质量，计算 $^3_1H \longrightarrow {}^3_2He$ 的 β 谱的最大能量 E_m。

6-2. $^{47}_{23}V$ 既可产生 β^+ 衰变，也可产生 K 俘获，已知 β^+ 的最大能量为 1.89 MeV，试求 K 俘获过程放出的中微子的能量 E_ν。

6-3. 样品中含 $^{210}_{83}Bi$ 4.00 mg，实验测得半衰期为 5.01 d，放出 β 粒子的平均能量为 0.337 MeV，试求样品的能量辐射率 W。

6-4. 设在标准状态下的 2.57 cm^3 的氚气样品中，发现每小时放出 0.80 J 的热，已知氚的半衰期为 12.33 a，试求：(a)衰变率 D；(b)β 粒子的平均能量 $\bar{E}_\beta$；(c)$\bar{E}_\beta$ 与 β 谱的最大能量 E_m 之比 $\bar{E}_\beta/E_m$。

6-5. $^7_4Be \xrightarrow{K} {}^7_3Li$ 的衰变能 $E_d = 0.87$ MeV，试求 ^7_3Li 的反冲能 E_R。

6-6. ^{32}P 的 β 粒子最大能量 $E_m = 1.71$ MeV，计算放出 β 粒子时原子核的最大反冲能 E_{Re} 和发射中微子时核的最大反冲能 $E_{R\nu}$。

6-7. 放射源 $^{74}_{33}As$ 有：(a)两组 β^- 电子，其最大能量和分支比为 0.69 MeV，16% 和 1.36 MeV，16%，后者为相应至 $^{74}_{34}Se$ 基态之衰变；(b)两组 β^+ 电子，其最大能量和分支比为 0.92 MeV，25%和 1.53 MeV，2.8%，后者为相应至 $^{74}_{32}Ge$ 基态之衰变；(c)两组单能中微子：1.93 MeV，38%和 2.54 MeV，2.2%。试作出 $^{74}_{33}As$ 的衰变纲图，并求该放射源所放出的 γ 射线的能量(已知 Ge 的 K 电子结合能约为 0.01 MeV)。

6-8. 计算 ^{24}Na 的 β^- 衰变的 β 粒子最大能量 E_m，为什么在实验中没有观察到这组能量的 β 粒子？

6-9. 试判断下列 β 衰变的级次：

母　核	衰变类型	自旋和宇称	
		始态	末态
$^{1}_{0}N$	β^-	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$
$^{17}_{9}F$	β^+	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{5}{2}^+$
$^{55}_{26}Fe$	EC	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{5}{2}^-$
$^{75}_{32}Ge$	β^-	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{3}{2}^-$
$^{87}_{37}Rb$	β^-	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}^+$
$^{91}_{39}Y$	β^-	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{5}{2}^+$

6-10. 对于$^{42}_{21}Sc \xrightarrow[0.68s]{\beta^+} {}^{42}_{20}Ca$，查表得 $f(Z, E_m) = 10^{3.3}$，并已知子核的能级特性为 0^+。试求 $\log fT_{1/2}$ 值，并以此判断母核的能级特性。

6-11. 由磁谱仪测得^{32}P 的 β 谱的实验数据如下：强度正比于单位 $B\rho$ 间隔的电子数。

$B\rho \times 10^3$/T·m	强　度（相对单位）	$B\rho \times 10^3$/T·m	强　度（相对单位）
0.5	14	4.0	91
1.0	27	4.5	82
1.5	42	5.0	68
2.0	58	5.5	49
2.5	76	6.0	31
3.0	91	6.5	12
3.5	94	7.0	3

试求(a)电子的动量分布图；(b)电子的能量分布图；(c)库里厄图（设库仑改正因子为常量）；(d)β 谱的最大能量 E_m。

6-12. 已知^{15}N 的结合能为 115.49 MeV，^{15}O 的 β^+ 衰变能为 1.73 MeV，中子的 β^- 衰变能为 0.78 MeV，试求^{15}O 的结合能。

6-13. 已知^{43}Ti 的 β^+ 衰变能为 5.846 MeV，试求核半径常量 r_0 值。

6-14. 已知^{40}K 的 β^- 衰变的 $\log fT_{1/2} = 18.1$，并由库里厄图得知此跃迁为唯一型，试求^{40}K 的能级特性，并分析为什么实验上几乎观测不到^{40}K 的 β^+ 放射性。

6-15. 试论证 β 衰变中只放出一个而不是几个中微子。

第七章　γ 跃　迁

α 衰变和 β 衰变所形成的子核往往处于激发态。核反应所形成的原子核，情况也是如此。激发态是不稳定的，它要直接退激或者级联退激到基态。原子核通过发射 γ 光子（或称 γ 辐射）从激发态跃迁到较低能态的过程，称为 γ 跃迁，或称为 γ 衰变。由于 γ 跃迁的性质与激发态的性质相联系，因而通过它的研究，可以获得激发态能级特性的知识。本章将介绍 γ 辐射的多极性、跃迁概率、选择定则、内转换、同核异能态、角关联和穆斯堡尔效应等。

§7.1　γ 辐射的多极性

1. 经典的电磁辐射

为了便于对 γ 辐射的理解，先回顾一下经典的电磁辐射。

由经典电动力学知道，带电体系作周期性运动时会产生电磁辐射。例如，由两个电量相等符号相反的电荷 q 和 $-q$ 组成的偶极子作简谐振动，如图 7-1 所示。这两个电荷的位置随时间 t 的变化为

$$z_1 = a\sin\omega t$$

$$z_2 = -a\sin\omega t$$

其中 a 为振幅，ω 为角频率。两个电荷之间的距离随时间的变化为

$$z = z_1 - z_2 = 2a\sin\omega t$$

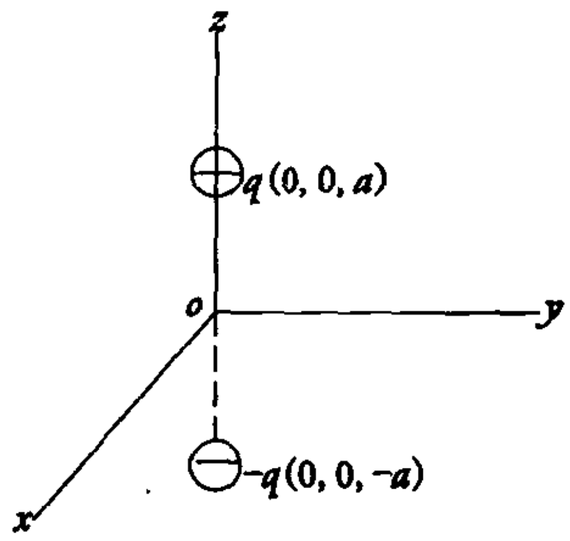


图 7-1　电偶极子

于是电偶极矩随时间的变化为

$$p \equiv qz = p_0\sin\omega t$$

其中 $p_0 = 2aq$。这种偶极振子所产生的辐射，叫做电偶极辐射。可以推得偶极振子单位时间放出的平均能量为

$$\overline{W} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{3c^3}p_0^2 \tag{7.1-1}$$

由两个偶极子组成的系统叫做四极子，它所产生的辐射叫做四极辐射；两个四极子组成的系统叫做八极子，它所产生的辐射叫做八极辐射；……。偶极辐射、四极辐射、八极辐射等统称为多极辐射。

由电多极子产生的辐射称为电多极辐射，磁多极子产生的辐射称为磁多极辐射，上面所举的偶极振子的例子是电偶极振子。如果在 $o \longrightarrow xy$ 平面内有一交变电流回路，角频率为 ω，这样一个电流回路就相当于一个沿 z 方向作简谐振动的磁偶极振子，它所产生的辐射就是磁偶极辐射。

由经典电动力学可以得到多极辐射能量发射率(单位时间发射的能量)的表达式。

对于 L 级的电多极辐射,有

$$W_E(LM) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\left|a_E\right|^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\frac{16\pi^2}{[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{L+1}{L}\right)k^{2L+4}\left|Q_{LM}\right|^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2}\left|Q_{LM}\right|^2 \tag{7.1-2}$$

$$Q_{LM} = \int r^L Y^*_{LM}(\theta,\phi)\rho\mathrm{d}\tau \tag{7.1-3}$$

Q_{LM}称为电多极矩,它与§1.4 中的定义差一系数。$Y_{LM}(\theta,\phi)$为 L 级的球谐函数,ρ 为电荷密度,$\mathrm{d}\tau$ 是体积元。

对于 L 级的磁多极辐射,有

$$W_M(LM) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\left|a_M\right|^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\frac{16\pi^2}{[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{L+1}{L}\right)k^{2L+4}\left|M_{LM}\right|^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}k^{2L+2}\left|M_{LM}\right|^2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2}\left|M_{LM}\right|^2 \tag{7.1-4}$$

$$M_{LM} = -\frac{1}{(L+1)c}\int r^L Y^*_{LM}(\theta,\phi)\ \boldsymbol{\nabla}\cdot(\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{j})\mathrm{d}\tau \tag{7.1-5}$$

M_{LM}称为磁多极矩,j 是电流密度。

多极辐射具有能量和角动量,它们是频率 ω 的函数。振动频率 ω 可以取任意值,辐射能量和角动量也可以取任意值。

2. 原子核的多极辐射

经典电磁辐射是指宏观的电荷电流体系所产生的多极辐射,它们遵从经典力学的规律。原子核 γ 跃迁时所产生的多极辐射,就不能用经典力学来处理。虽然原子核也是一个电荷电流的分布系统,但它是一个微观体系,其运动规律与宏观体系的运动规律有质的不同。它的许多现象,遵从量子力学的规律。微观体系的特点之一是能量和角动量的量子化,它们不能取任意值,只能取某些分立的值。例如,用来表示原子核能量状态的能级是分立的,原子核的角动量大小在空间某方向的投影只能是 $\hbar$ 的整数倍或半奇数倍。另外,原子核的状态还有确定的宇称。这些都与宏观体系根本不同。在讨论原子核的多极辐射时,应该注意微观体系的这些特点。

下面依次讨论 γ 辐射的能量、角动量和宇称。

因为原子核的能级是分立的,所以在两分立能级间的 γ 跃迁中所放出的 γ 光子具有单一的能量。设由能量为 E_i 的能级跃迁到能量为 E_f 的能级,如图 7-2 所示。根据能量守恒定律,γ 光子的能量为

$$E_\gamma = E_i - E_f \tag{7.1-6}$$

根据跃迁前后角动量守恒，γ 光子还具有确定的角动量。设原子核跃迁前的角动量为 $\boldsymbol{I}_i$，跃迁后的角动量为 $\boldsymbol{I}_f$，γ 光子的角动量为 $\boldsymbol{L}$，则有

$$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{I}_i - \boldsymbol{I}_f$$

即 L 可以取以下整数值

$$L = |I_i - I_f|, |I_i - I_f| + 1, \cdots, I_i + I_f \qquad (7.1\text{-}7)$$

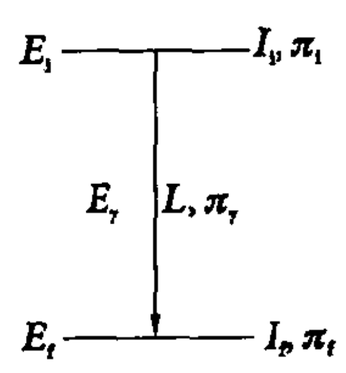


图 7-2　γ 跃迁与核能级的关系

从后面的讨论可以知道，L 越大，γ 跃迁的概率越小。因此，一般都取 L 的最小值，即 $L = |I_i - I_f|$。其它 L 值的跃迁概率可以忽略不计。

由于光子本身的自旋为 1，并考虑到光子是纵向极化的，则在 γ 跃迁中被光子带走的角动量不可能为零，至少是 1。因而，由 $I_i = 0$ 的状态跃迁到 $I_f = 0$ 的状态（称 0 ⟶ 0 跃迁），不可能通过发射 γ 光子来实现。另外，对于 $I_i = I_f \neq 0$ 的跃迁，若按(7.1-7)式，L 的最小值为零，但这也不可能，所以应该取 $L = 1$。

根据被 γ 光子带走的角动量的不同，可以把 γ 辐射分为不同的极次：$L = 1$ 的叫做偶极辐射；$L = 2$ 的叫做四极辐射；$L = 3$ 的叫做八极辐射等等。即角动量为 L 的 γ 辐射，它的极次为 2^L。

γ 跃迁是一种电磁相互作用，在电磁相互作用中宇称是守恒的，即 γ 跃迁要遵守宇称守恒定律。设原子核在跃迁前的宇称为 π_i，跃迁后的宇称为 π_f，则 γ 辐射的宇称 π_γ 由下式决定

$$\pi_i = \pi_f \pi_\gamma \qquad (7.1\text{-}8)$$

即

$$\pi_\gamma = \frac{\pi_i}{\pi_f} \qquad (7.1\text{-}9)$$

由(7.1-9)式可知，跃迁前后原子核的宇称相同时，γ 辐射具有偶宇称，跃迁前后原子核的宇称相反时，γ 辐射具有奇宇称。

根据 γ 辐射的宇称不同，γ 辐射分为两类，一类叫做电多极辐射，一类叫做磁多极辐射。宇称的奇偶性和 L 的奇偶性相同的为电多极辐射，相反的为磁多极辐射。因此，电多极辐射的宇称 $\pi_\gamma = (-1)^L$，磁多极辐射的宇称 $\pi_\gamma = (-1)^{L+1}$。

通常，电 2^L 极辐射用符号 EL 表示，例如 $E1$ 表示电偶极辐射，$E2$ 为电四极辐射，$E3$ 为电八极辐射，……。磁 2^L 极辐射用符号 ML 表示，例如 $M1$ 为磁偶极辐射，$M2$ 为磁四极辐射，$M3$ 为磁八极辐射，……。

电多极辐射的实质主要是由原子核内电荷密度变化引起的；磁多极辐射则由电流密度和内在磁矩的变化所引起。

γ 辐射的多极性是指辐射的电磁性质和极次。由辐射的角动量和宇称即可定出辐射的多极性，反之亦然。研究 γ 跃迁的重要任务之一是从实验定出 γ 辐射的多极性，以便和理论作比较。

§7.2　γ 跃迁概率

γ 跃迁与 α 衰变、β 衰变一样，都遵从指数衰变律

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

其中 λ 是衰变常量，也就是跃迁概率。我们知道，跃迁概率与半衰期 $T_{1/2}$ 或平均寿命 τ 有下面的关系

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

实验上往往通过测量半衰期或平均寿命来求得跃迁概率。γ 跃迁的半衰期一般比 α，β 衰变的半衰期要短，大多在 10^{-4} 至 10^{-16} s 之间。

1. 跃迁概率公式

由量子电动力学可以得出 γ 跃迁概率的公式，整个计算是一个繁杂的数学过程，其中要涉及到电磁场的量子化问题，这里不作具体推导，只列出最后结果。应该指出，由经典电磁场理论计算得到的多极辐射能量发射率公式(7.1-2)和(7.1-4)过渡到量子力学的描述，可以得出 γ 跃迁概率的表达式，其结果与由量子力学得到的公式完全相同。

把经典表达式(7.1-2)和(7.1-4)过渡到量子力学的表达式时，只需作两点改进：

(1)把辐射能量量子化。因 γ 跃迁时放出的能量不是连续的，而等于两能级的能量差，此差值应等于一个 γ 光子的能量 $E_\gamma = \hbar\omega$。于是单位时间放出的光子数，即 γ 跃迁概率 λ 应等于能量发射率除以 $\hbar\omega$。由此得到 L 级电和磁的多极辐射概率为

$$\lambda_E(LM) = \frac{W_E(LM)}{\hbar\omega} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}\mid Q_{LM}\mid^2 \qquad (7.2\text{-}1)$$

$$\lambda_M(LM) = \frac{W_M(LM)}{\hbar\omega} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}\mid M_{LM}\mid^2 \qquad (7.2\text{-}2)$$

式中 k 为光子的波数，它与角频率 ω 的关系为 $k = \frac{\omega}{c}$。

(2)原子核的电荷和电流分布用核态的波函数表示，即多极矩用矩阵元表示。这样(7.1-3)和(7.1-5)式成为

$$Q_{LM} = e\sum_{k=1}^{Z} r_k^L Y_{LM}^*(\theta_k, \phi_k)\psi_f^*\,\psi_i \mathrm{d}\tau \qquad (7.2\text{-}3)$$

$$M_{LM} = -\frac{1}{L+1}\frac{e\hbar}{2m_p c}\sum_{k=1}^{Z} r_k^L Y_{LM}^*(\theta_k, \phi_k)\ \nabla\cdot(\psi_f^*\,\hat{L}_k\psi_i)\mathrm{d}\tau \qquad (7.2\text{-}4)$$

式中 ψ_i 和 ψ_f 分别是原子核的始态和终态波函数，Z 是核的电荷数，m_p 是质子的质量。

在实际测量 γ 跃迁概率时，原子核始态的角动量是任意排列的，而且我们也不测光子和原子核终态角动量的方向。因此我们所关心的跃迁概率是 $\lambda(LM)$ 对始态角动量方向求平均，并对终态及光子的角动量方向求和。于是最后得到电 2^L 极辐射的跃迁概率 $\lambda_E(L)$ 和磁 2^L 极辐射的跃迁概率 $\lambda_M(L)$ 如下：

$$\begin{aligned}\lambda_E(L) &= \sum_{M_f=-I_f}^{I_f}\sum_{M=-L}^{L}\sum_{M_i=-I_i}^{I_i}\frac{1}{2I_i+1}\lambda_E(LM)\\ &= \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}\sum_{M_f MM_i}\frac{1}{2I_i+1}\mid Q_{LM}\mid^2\\ &= \frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}B(EL)\end{aligned} \qquad (7.2\text{-}5)$$

其中，$B(EL)=\sum_{M_f MM_i}\frac{1}{2I_i+1}\mid Q_{LM}\mid^2$

$$\lambda_M(L)=\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}B(ML) \tag{7.2-6}$$

其中，$B(ML)=\sum_{M_f MM_i}\frac{1}{2I_i+1}\mid M_{LM}\mid^2$

$B(EL)$和 $B(ML)$分别称为 EL 跃迁和 ML 跃迁的约化概率。它和跃迁的能量无关，仅仅和原子核的结构相联系，对核结构作一定的假设后，理论上可以把它计算出来。另一方面，通过对 γ 跃迁概率的测量，以及知道 γ 辐射的多极性后，由(7.2-5)和(7.2-6)式可以从实验上定出约化概率来。这样，实验和理论就可以进行比较，从而可以检验给定的核结构理论正确与否。

在核结构的壳模型中，γ 跃迁一般只是少数几个核子的跃迁。其中最简单的是单质子模型，即 γ 跃迁是由核中的一个质子状态改变所决定的。在此情形，约化概率的计算较为简单。作了一些特殊假设后，用这种模型计算出来的 γ 跃迁概率的上限为

$$\lambda_E(L)=\frac{2(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\frac{e^2}{\hbar c}(kR)^{2L}\omega$$

$$=\frac{4.4(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\left(\frac{E_\gamma}{197}\right)^{2L+1}(1.4\times A^{1/3})^{2L}\times 10^{21} \tag{7.2-7}$$

$$\lambda_M(L)=\frac{20(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{m_p cR}\right)^2(kR)^{2L}\omega$$

$$=\frac{1.9(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\left(\frac{E_\gamma}{197}\right)^{2L+1}(1.4\times A^{1/3})^{2L-2}\times 10^{21} \tag{7.2-8}$$

式中，R 为核的半径，A 为质量数，γ 跃迁的能量 E_γ 以 MeV 为单位，所得的 $\lambda_E(L)$，$\lambda_M(L)$的单位为 s^{-1}。

2. 跃迁概率数量级的比较

利用(7.2-7)和(7.2-8)式可以对各种跃迁概率的数量级进行比较。对于较重的原子核，$R\approx 10^{-12}$ cm，若光子能量为 1 MeV，则 $k\approx 5\times 10^{10}\ \mathrm{cm}^{-1}$，$kR\approx 5\times 10^{-2}$，因此

$$\lambda_E(L+1)/\lambda_E(L)\approx(kR)^2\approx 2.5\times 10^{-3}$$

$$\lambda_M(L+1)/\lambda_M(L)\approx(kR)^2\approx 2.5\times 10^{-3}$$

由此可见，跃迁概率随 L 的增加而很快变小。四极辐射的概率要比偶极辐射的概率小三个数量级，八极辐射的概率又比四极辐射的概率小三个数量级。当然，数量级的比较是与跃迁能量有关的。能量越低，相邻极次辐射的概率相差越大，例如，在 $E_\gamma\approx 20$ keV 时，相差可达六个数量级。

相同极次的磁辐射与电辐射概率的比较，由公式(7.2-7)和(7.2-8)式也可看出，

$$\lambda_M(L)/\lambda_E(L)=10\left(\frac{\hbar}{m_p cR}\right)^2\approx 4\times 10^{-3}$$

即相同极次的磁辐射概率比电辐射概率小二、三个数量级，因而 $\lambda_M(L)$与 $\lambda_E(L+1)$有相同的数量级。一般讲，磁偶极辐射可能和电四极辐射同时发生；磁四极辐射可能和电八极辐射同时发生；依次类推。

总结以上讨论,关于跃迁概率数量级的比较可以得出下面三点结论:

(i) 电辐射快于磁辐射;

(ii) 辐射的极次越低跃迁越快;

(iii) 一般讲,$\lambda_M(L)\approx\lambda_E(L+1)$。

表 7-1 对某些 γ 跃迁半衰期的理论值与实验值进行了比较。半衰期的理论值是根据公式(7.2-7)和(7.2-8)式计算得到的,并考虑了内转换系数的校正。由表 7-1 可见,实验所观察到的跃迁概率一般都比单质子模型公式所估计的要小一些,可以小 2～3 个数量级。这并不奇怪,因理论公式(7.2-7)和(7.2-8)式给出的跃迁概率是上限。奇怪的是,对于形变大的核,其 $E2$ 跃迁概率的实验值大大超过由理论公式给出的上限,甚至比理论值高达 100 倍。这是壳模型无法解释的。后面会讲到,它需要由核结构的综合模型来说明。

表 7-1 一些 γ 跃迁半衰期的理论值 T_{th} 和实验值 T_{exp}

核	E_γ/ MeV	跃迁类型	半衰期/s		T_{th}/T_{exp}
			T_{th}	T_{exp}	
^{13}N	2.38	$E1$	7×10^{-17}	1×10^{-15}	0.07
^{111}Cd	0.247	$E2$	1×10^{-8}	8×10^{-8}	0.1
^{186}Os	0.137	$E2$	5×10^{-8}	8×10^{-10}	63
^{197}Hg	0.134	$E2$	3×10^{-8}	7×10^{-9}	4
^{198}Hg	0.412	$E2$	4×10^{-10}	2×10^{-11}	20
^{114}In	0.192	$E4$	3×10^{4}	4×10^{6}	0.008
^{137}Ba	0.662	$M4$	2×10^{2}	2×10^{2}	1
^{133}Ba	0.276	$M4$	1×10^{5}	1×10^{5}	1

§7.3 选择定则

1. 选择定则表

在 §7.1 节中已指出,对于自旋为 I_i 宇称为 π_i 的始态至自旋为 I_f 宇称为 π_f 的末态的 γ 跃迁,根据角动量守恒定律,光子带走的角动量 L 按(7.1-7)式可以取以下数值:

$$L=|I_i-I_f|,|I_i-I_f|+1,\cdots,I_i+I_f$$

根据宇称守恒定律,光子带走的宇称 π_γ 由(7.1-9)式决定:

$$\pi_\gamma=\pi_i/\pi_f$$

由(7.1-7)和(7.1-9)式以及 §7.2 节中关于跃迁概率数量级的比较,可以得出始态(I_i,π_i)至末态(I_f,π_f)的跃迁选择定则。为简明起见,把它列表如下(表 7-2)。

表 7-2 γ 跃迁选择定则

$\Delta\pi$ \ ΔI	0 或 1	2	3	4	5
+	$M1(E2)$	$E2$	$M3(E4)$	$E4$	$M5(E6)$
−	$E1$	$M2(E3)$	$E3$	$M4(E5)$	$E5$

表中 ΔI 和 $\Delta\pi$ 分别表示始末态角动量和宇称的变化，括号内的跃迁类型表示有可能与括号前的跃迁同时出现。

2. 选择定则的应用

作为选择定则的应用，图 7-3 中引入一些跃迁的例子。这些例子都是从始末态的自旋和宇称，根据选择定则定出跃迁的类型。

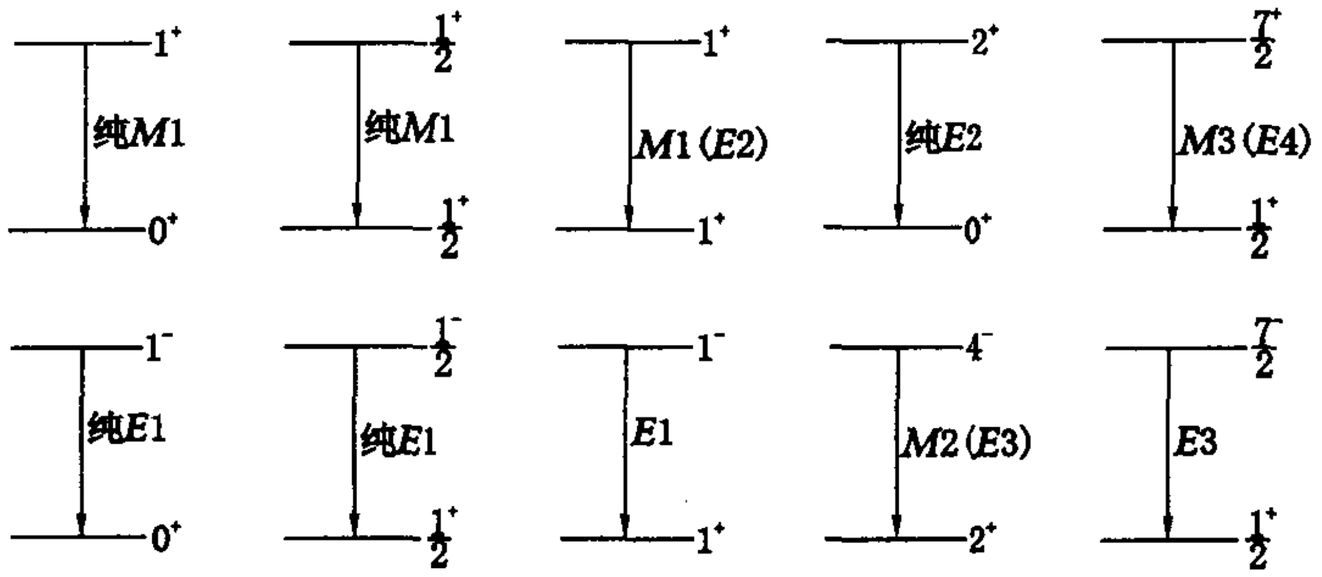


图 7-3　由始末态的自旋和宇称定出跃迁的类型

如果已知跃迁的类型和始末态中一个能级的自旋和宇称，由选择定则可以推出另一个能级的自旋和宇称。不过，这样定出的能级自旋一般有两种或三种可能值，需要配合其它数据最后才能肯定其中一个自旋值。由实验测得的跃迁类型推究出能级的特性（自旋和宇称），是核谱学的一项重要内容。

图 7-4 中引入选择定则在这方面应用的一些例子。图中上一排例子是从跃迁类型和始态的能级特性来推出末态的能级特性；下一排例子则是从跃迁类型和末态的能级特性推断出始态的能级特性。由图可见，这样定出的自旋一般有两个可能的值。但在某些情形下，也可以唯一地确定，如图中右边两个例子即是。

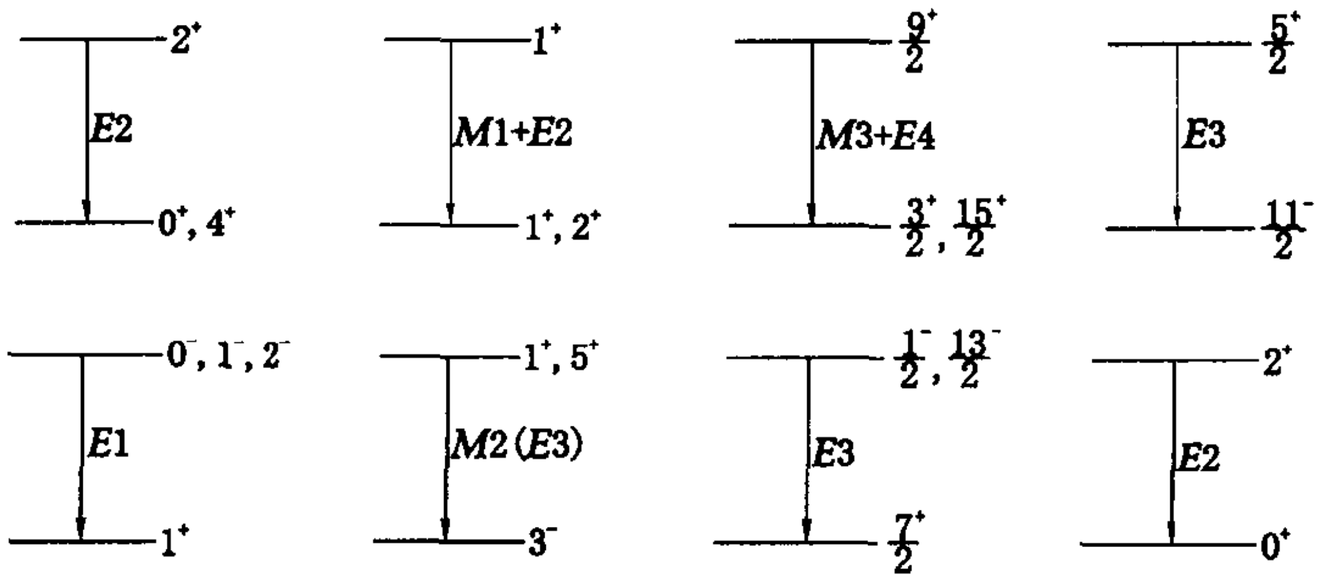


图 7-4　由跃迁的类型定出能级的自旋和宇称

§7.4　内　转　换

1. 内转换现象

原子核从激发态到较低的能态或基态的跃迁，除发射 γ 光子外，还可以通过发射电子来完

成。上面讨论了发射光子的情形,本节则要讨论发射电子的情形。研究表明,这种电子通常不是来自原子核,而是来自原子的电子壳层,即跃迁时可以把核的激发能直接交给原子的壳层电子而发射出来。这种现象称为内转换。内转换过程放出来的电子称为内转换电子。

应当指出,不能把内转换过程认作为内光电效应,即认为原子核先放出光子,然后光子把能量交给核外的壳层电子而放出电子来。因为发生内转换的概率,可以比光电效应的概率大很多。内转换电子是通过原子核的电磁场与壳层电子相互作用直接把激发能交给壳层电子而产生的,这同时并不产生 γ 光子。§7.1 节所指出的 0 ⟶0 跃迁,由于光子本身的自旋为 1,不能放射 γ 光子。但实验表明,0 ⟶0 跃迁能放出内转换电子。这也提供了内转换过程不是内光电效应的一个证明。

内转换电子是在早期研究 β 能谱时发现的,用磁谱仪测量 β 放射源的能谱时,发现有些放射源除具有 β 连续谱外,还出现一些单能电子峰。图 7-5 是 ^{137}Cs 的电子谱。由图可见,除了连续的 β 谱外,还有一些线状谱。这些谱线就是由内转换电子构成的。这是因为 ^{137}Cs β^- 衰变至 ^{137}Ba 的激发态,当后者跃迁至基态时,会发射出内转换电子来。

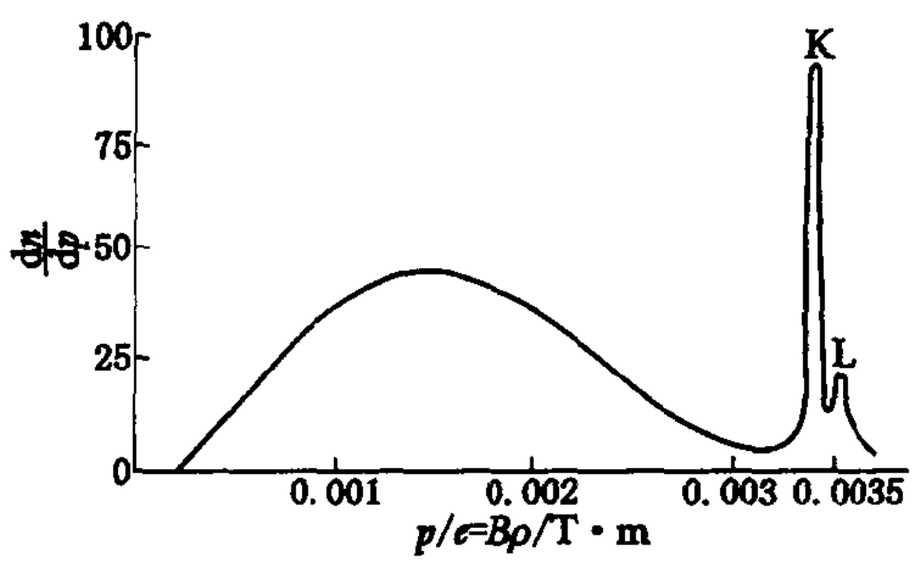


图 7-5 ^{137}Cs 的电子谱

2. 内转换电子的能量

根据能量守恒定律,内转换电子的能量 E_e 应该等于

$$E_e = E_\gamma - W \tag{7.4-1}$$

式中,E_γ 是跃迁的能量;W 是相应壳层电子的结合能。因此,对于 K 层内转换电子的能量 E_K 有

$$E_K = E_\gamma - W_K \tag{7.4-2}$$

L 层内转换电子的能量 E_L 有

$$E_L = E_\gamma - W_L \tag{7.4-3}$$

M 层内转换电子的能量 E_M 有

$$E_M = E_\gamma - W_M \tag{7.4-4}$$

式中 W_K,W_L,W_M 分别表示 K,L,M 层电子的结合能。

由于 L 层有三个支壳层:L_{I},L_{II},L_{III},则相应的电子结合能也有三个:$W_{L\mathrm{I}}$,$W_{L\mathrm{II}}$,$W_{L\mathrm{III}}$,从而 L 层的内转换电子也有三种能量:$E_{L\mathrm{I}}$,$E_{L\mathrm{II}}$,$E_{L\mathrm{III}}$,显然有以下等式:

$$\left.\begin{aligned} E_{L\mathrm{I}} &= E_\gamma - W_{L\mathrm{I}} \\ E_{L\mathrm{II}} &= E_\gamma - W_{L\mathrm{II}} \\ E_{L\mathrm{III}} &= E_\gamma - W_{L\mathrm{III}} \end{aligned}\right\} \tag{7.4-5}$$

由于 M 层有五个支壳层,则 M 层的内转换电子有五种能量,依此类推。

由以上的能量关系可以知道,当实验上测得某一壳层的内转换电子的能量后,加上该壳层的电子结合能,即得 γ 跃迁的能量。如实验测得 ^{137}Ba 的 $E_K = 624.2$ keV,查表得 $W_K =$

37.4 keV,则得^{137}Ba 的 γ 跃迁的能量,也即激发态的能量:$E_\gamma = 624.2 + 37.4 = 661.6$ keV。这种由内转换电子的能量来求得 γ 跃迁能量的方法是常用的较为准确的方法。这是因为内转换电子的能量可以用 β 磁谱仪相当准确地测定。

还应指出,内转换过程中由于原子的内壳层缺少了电子从而出现空位,外层电子则会来填充这个空位。于是与电子俘获情形相类似,内转换过程要伴随特征 X 射线或俄歇电子的发射。

3. 内转换系数

下面我们转入介绍内转换的一个重要物理量——内转换系数。

前面已经指出,原子核的激发态至较低能态或基态的跃迁,一般讲既可以通过发射光子,也可以通过发射内转换电子来实现。因此,原子核在两状态间的总跃迁概率 λ(指跃迁能量较低时)应该是两种过程的跃迁概率之和,即

$$\lambda = \lambda_\gamma + \lambda_e \tag{7.4-6}$$

式中 λ_γ 和 λ_e 分别为发射 γ 光子和内转换电子时的跃迁概率。

我们定义 λ_e 与 λ_γ 之比为内转换系数,一般以 α 表示,即

$$\alpha \equiv \lambda_e/\lambda_\gamma = N_e/N_\gamma \tag{7.4-7}$$

式中 N_e 和 N_γ 分别为单位时间内发射的内转换电子数和 γ 光子数。

如果用 $N_K, N_L, N_M, \cdots$分别表示单位时间内发射的 K,L,M,…层的内转换电子数,则可定义相应于各个壳层的内转换系数为

$$\alpha_K \equiv N_K/N_\gamma, \quad \alpha_L \equiv N_L/N_\gamma, \quad \alpha_M \equiv N_M/N_\gamma, \cdots \tag{7.4-8}$$

显然,总的内转换系数 α 为各壳层内转换系数之和,

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \cdots \tag{7.4-9}$$

根据内转换系数的定义知道,它可以由实验测定,即测量同一时间间隔内原子核所放射的内转换电子数和相应的 γ 光子数。另一方面,内转换系数可以由理论计算而得,因而可以进行实验值和理论值的比较,从中获得有关能级特性的重要知识。目前有关核衰变能级特性的大部分知识是从研究内转换而得的。

理论上对内转换系数 $\alpha = \lambda_e/\lambda_\gamma$ 的计算,不同于 λ_γ 的计算,它与原子核的矩阵元无关。这是由于 λ_e 和 λ_γ 都正比于原子核矩阵元的平方,后者同时出现于内转换系数的分子与分母中,因而相消了,所以对内转换系数可以进行比较精确的计算。但计算十分复杂,仅仅在某些条件限制下才能得到简洁的公式。

当 $W_K \ll E_K \ll m_e c^2$ 时,理论上可得 EL 和 ML 跃迁的 K 层内转换系数分别为

$$\alpha_K(EL) \approx Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \frac{L}{L+1} \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{L+5/2} \tag{7.4-10}$$

$$\alpha_K(ML) \approx Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{L+3/2} \tag{7.4-11}$$

由公式(7.4-10)和(7.4-11)式可见,内转换系数随原子核的电荷数 Z 和 γ 辐射的角动量 L 的增加而很快增加,随跃迁能量 E_γ 的增加而减小。因此,重核中跃迁前后能级的角动量之差很大而能量之差很小时,内转换系数是很大的($\alpha \gg 1$),以致于很难观察到 γ 辐射。这时可以利用不同壳层或支壳层的内转换系数分支比,例如 K/L 比及 $L_\mathrm{I}:L_\mathrm{II}:L_\mathrm{III}$ 等。其定义为

$$K/L \equiv N_K/N_L \tag{7.4-12}$$

$$L_I : L_{II} : L_{III} \equiv N_{LI} : N_{LII} : N_{LIII} \tag{7.4-13}$$

即使内转换系数 α 值不大,通常也是通过测量内转换系数分支比来与理论作比较。这是因为在分支比的测量中,所测的都是能量相近的内转换电子,仪器引起的系统误差可以互相抵消,从而转换系数分支比的测量常常比转换系数 α 的测量要精确得多。

4. 内转换系数应用举例

由上可见,根据内转换系数的实验值与理论值的比较,可以确定跃迁的多极性,从而可以确定原子核的角动量和宇称的变化。

兹举 ^{60}Co 的衰变以作说明。图 7-6 是 ^{60}Co 的衰变纲图。由图可见,从 ^{60}Co 的基态 β^- 衰变至 ^{60}Ni 的激发态后,接着进行能量为 1.17 MeV 和 1.33 MeV 的跃迁。对这两个跃迁,实验①测得内转换系数 α_K 分别为 $(1.50 \pm 0.06) \times 10^{-4}$ 及 $(1.16 \pm 0.06) \times 10^{-4}$,与表 7-3 中理论值进行比较后,就可确定这两个跃迁都是 $E2$ 跃迁。由实验测定 ^{60}Ni 基态的能级特性为 0^+,因此,根据 γ 跃迁的选择定则可以推知 ^{60}Ni 的第一激发态必为 2^+。同理,第二激发态则有两种可能:4^- 或 0^+,但由 β 衰变的知识可知,只能取 4^+ 不能取 0^+。

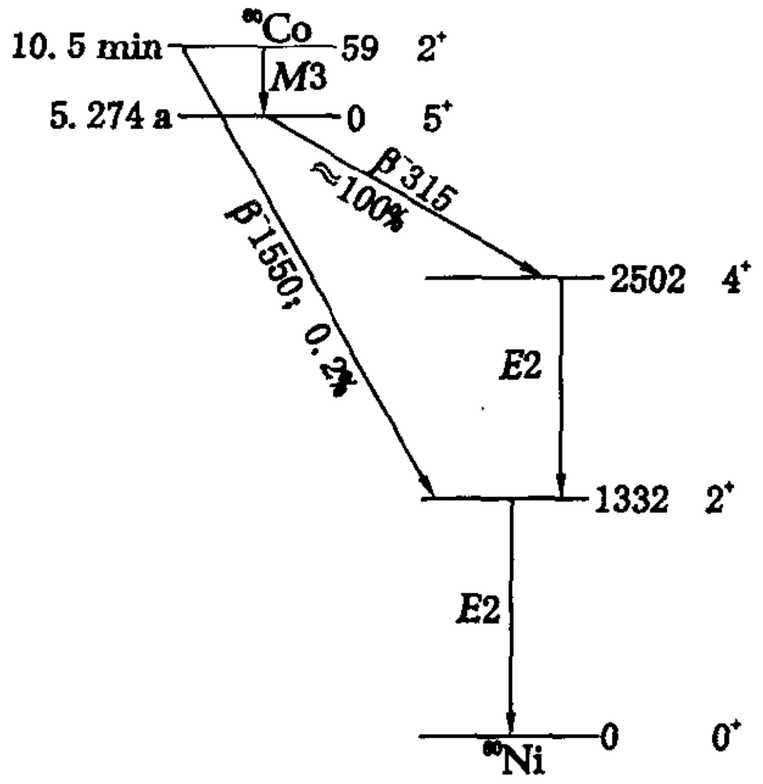


图 7-6 ^{60}Co 的衰变纲图

表 7-3 α_K 的理论值(10^{-4})

E_γ \ 跃迁类型	$E1$	$E2$	$E3$	$M1$	$M2$
1.17 MeV	0.72	1.55	3.01	1.38	2.87
1.33 MeV	0.58	1.17	2.07	1.03	2.07

这一例子说明内转换系数可用来决定能级的自旋和宇称。此外,为了使 γ 跃迁概率公式能与实验作比较,也必须知道内转换系数值。这是因为实验中测得的能级寿命既包含有 γ 跃迁的贡献,也包含有发射内转换电子概率的贡献。根据(7.4-6)和(7.4-7)式,平均寿命

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_\gamma + \lambda_e} = \frac{1}{\lambda_\gamma(1+\alpha)} \tag{7.4-14}$$

于是 γ 跃迁概率 λ_γ 可写作

$$\lambda_\gamma = \frac{1}{\tau(1+\alpha)} \tag{7.4-15}$$

兹举例说明(7.4-15)式的应用。以 ^{60}Co 的能量为 59 keV 的激发态至基态的跃迁为例(图 7-6),实验测得此跃迁的 $\frac{N_\gamma}{N_e} = (2.8 \pm 0.6) \times 10^{-3}$,则 $\alpha = 3.6 \times 10^2$。按(7.4-15)式,

① K. Kamada et al., J. Phys. Soc. (Japan), **13**, 763(1958).

$$\lambda_\gamma = \frac{1}{\tau(1+\alpha)} = \frac{1}{9.1\times10^2\times(1+3.6\times10^2)}\ \mathrm{s^{-1}} = 3.1\times10^{-6}\ \mathrm{s^{-1}}$$

其中 $\tau=\dfrac{T_{1/2}}{0.693}=9.1\times10^2$ s。

如果不考虑内转换系数的校正,则有

$$\lambda_\gamma' = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{9.1\times10^2}\ \mathrm{s^{-1}} = 1.1\times10^{-3}\ \mathrm{s^{-1}}$$

另一方面,能量为 59 keV 的 γ 跃迁概率的理论值,由公式(7.2-7)和(7.2-8)估算得出

λ_{M2}	λ_{M3}	λ_{M4}	λ_{E2}	λ_{E3}	λ_{E4}
3.3×10^2	1.1×10^{-5}	2.6×10^{-13}	2.3×10^4	0.78×10^{-3}	0.92×10^{-11}

将实验值与上述理论值进行比较后可见,在考虑了内转换系数对 λ_γ 的校正后,实验值与 $M3$ 的理论值相符;若不作 λ_γ 的校正,则与 $E3$ 相符,这就导致错误的结论。

§7.5 同核异能态

1. 同核异能态和同核异能素

前面已指出,γ 跃迁的半衰期一般都比较短,因而早先人们一直认为它是瞬时的。后来发现也存在半衰期长的 γ 跃迁,激发态的平均寿命甚至可达好几年。半衰期比较长的跃迁称为同核异能跃迁,寿命比较长的激发态称为同核异能态。显然,这种定义是不准确的。因为"比较长"的概念有相当任意性。早期人们把 0.1 s 当作"比较长"的起点,随着测量短寿命技术的发展,人们又把 10^{-10} s 当作"比较长"的起点,即把寿命大于 10^{-10} s 的激发态定义为同核异能态。现在,人们常把同核异能态理解为寿命可测量的激发态。这样,即使激发态的寿命小于 10^{-10} s,只要能够被测量,这种激发态就叫做同核异能态。同核异能态的定义之所以如此不同,是由于它与一般的激发态只有寿命长短之差异,而无质的不同。

寿命大于 0.1 s 的同核异能态称为长寿命的同核异能态。长寿命的同核异能态通常在质量数后面加上 m 来表示,例如 ^{60}Co 的同核异能态可表示为 ^{60m}Co。

由于有长寿命的同核异能态的存在,就可能存在这样的原子核,它们的电荷数和质量数完全一样,即核的组成完全相同,但放射性衰变的半衰期却不相同,这样的核素称为同核异能素。例如 ^{60m}Co 与 ^{60}Co 的电荷数和质量数都相同,但它们的半衰期却不同,前者为 10.5 min,后者为 5.27 a(图 7-6)。

同核异能素最早是在 1921 年发现的,发现 $^{234}_{90}$Th 的 β^- 衰变所形成的子体 $^{234}_{91}$Pa 有两种半衰期,如下式所示:

$$^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta^-} \begin{cases} ^{234m}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow[1.22\ \mathrm{min}]{\beta^-} \\ ^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow[6.7\ \mathrm{h}]{\beta^-} \end{cases} \tag{7.5-1}$$

$^{234m}_{91}$Pa 的半衰期为 1.22 min,$^{234}_{91}$Pa 的半衰期为 6.7 h,但它们的电荷数都是 91,质量数都是 234。后来才明白,^{234m}Pa 是 ^{234}Pa 的一个亚稳的激发态。这是在很长期间内唯一知道的同核异能素的例子。自 1934 年发现人工放射性后,新的同核异能素才不断地被人们所发现。

处于同核异能态的原子核，和处于一般激发态的原子核一样，通常可以通过γ跃迁或发射内转换电子退激到基态，只是跃迁概率较小而已。除此而外，有些同核异能态可以直接发生β衰变，例如^{234m}Pa和^{60m}Co；还有的同核异能态甚至可以发生α衰变，例如$^{211m}_{84}$Po。

2. 同核异能态和γ跃迁的关系

利用目前所知的有关原子核结构的知识，以及有关γ跃迁的知识，出现同核异能态的原因是不难理解的。这里指出同核异能态与γ跃迁的关系。

实验发现，同核异能态的角动量和基态（或相邻的较低激发态）的角动量之差 ΔI 较大，能量之差 ΔE 一般较小。根据§7.2节中的讨论，γ跃迁概率随 ΔI 的增加和 ΔE 减小而急剧地下降，因而这时跃迁概率就小，半衰期就长。例如，^{234m}Pa的角动量 $I_m=0$，而^{234}Pa基态的角动量 $I_0=4$，$\Delta I=4$；^{60m}Co的 $I_m=2$，^{60}Co的 $I_0=5$，$\Delta I=3$；^{211m}Po的 $I_m=25/2$，^{211}Po的 $I_0=9/2$，$\Delta I=8$，可见它们的 ΔI 都比较大，因而γ跃迁概率比较小。另外，根据§7.4节中的讨论，同核异能跃迁的内转换系数是比较大的。

3. 同核异能素岛

实验表明：同核异能态的存在是普遍现象，但长寿命同核异能素（相应同核异能跃迁的 $\Delta I\geqslant 3$）不是在元素周期表的全部范围内都有可能出现，它的分布随核子数的变化具有一定的规律性，形成所谓同核异能素岛，如图7-7所示。由图可见，它们几乎都集中在紧靠 Z 或 $N=50$，82，126等所谓幻数前面的区域。这种规律性能用下一章要讨论的核结构的壳模型理论得到成功的解释。

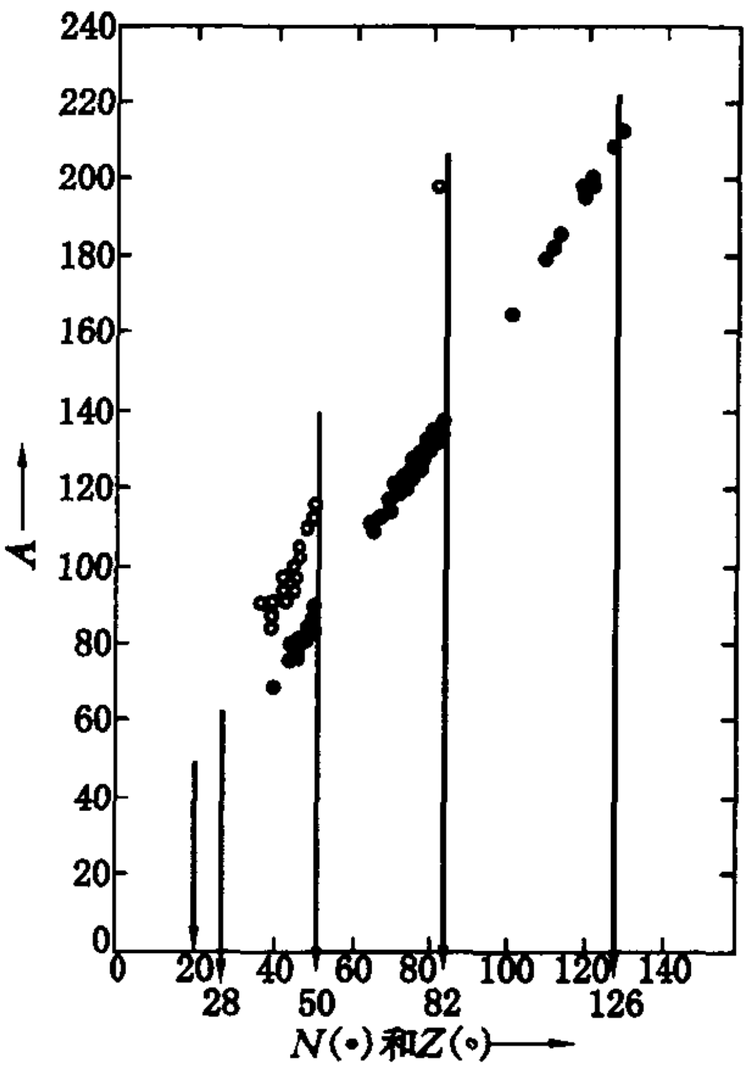


图7-7　同核异能素岛

综上所述，同核异能态有两个特点：一是寿命较长；二是γ跃迁的内转换系数较大。由于前者，使得我们有可能较详细地并直接地研究它们的许多性质。由于后者，便于我们较准确地推断γ跃迁的多极性。因此，人们对同核异能态的研究有很大的兴趣。

§7.6　级联γ辐射的角关联

1. 什么是γ-γ角关联

原子核由激发态跃迁到基态，有时要连续地通过几次γ跃迁，这时放出的辐射称为级联γ辐射。接连地放出的两个γ光子，若其概率与这两个γ光子发射方向的夹角有关，即夹角改变时，概率也变化，这种现象称为级联γ辐射的方向角关联，或简称为γ-γ角关联。

具体说，对 γ_1-γ_2 的级联辐射（图7-8），当原子核放出 γ_1 之后，接连地放射 γ_2 的概率 W 是与 γ_1 和 γ_2 之间的夹角 θ 有关，即 W 是 θ 的函数，$W=W(\theta)$，这种函数称为角关联函数。

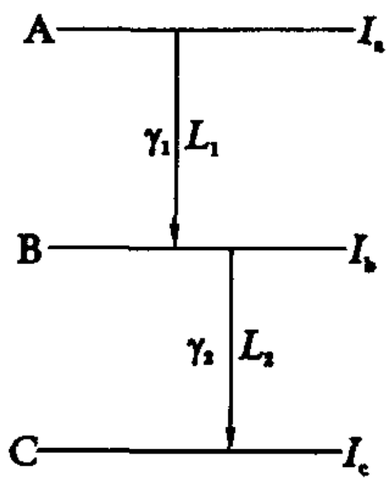


图7-8　γ级联辐射

由角关联理论知道，函数 $W(\theta)$ 只与每一跃迁前后原子核的角动量

以及 γ 辐射的角动量有关,而与它们的宇称以及跃迁的能量无关。因此,γ-γ 方向角关联的研究,通过实验与理论的比较,可以告诉我们有关原子核能级的角动量以及跃迁极次的知识。

2. 角关联的本质

为什么级联辐射会有角关联?其本质在于极化原子核发射粒子的概率会出现一定的角分布。放射性原子核放射粒子的概率一般和原子核自旋方向与发射粒子方向之间的夹角有关。可是对一般放射源,观察不到辐射的各向异性。这是由于放射源中原子核的自旋方向是杂乱的,没有一定的取向。结果各个原子核辐射的角分布混淆在一起,总的效果就看不出个别核发射粒子的角分布,表现出各向同性的分布。

为了要观察到原子核辐射的角分布,原子核的自旋需要有一定的取向。方法之一是把原子核按一定的自旋方向排列好,即把原子核极化。例如在前一章讨论 β 衰变的宇称不守恒时讲过的低温和加磁场的方法。但这牵涉到非常复杂的技术,而且目前还不能应用于所有原子核。另一方法是不必把原子核排列起来,而是在一堆杂乱安排的原子核中,选取自旋朝某些方向的原子核来进行观察。如果原子核接连地放出两个粒子(例如 γ_1 和 γ_2),那么,这种方法是可行的。这时可任意选择一个方向来记录 γ_1,由于 γ 辐射的各向异性,只有自旋有某种取向的原子核,在这个方向发射 γ_1 的概率才最大。这样,在一定的方向上测量 γ_1,就等于把那些自旋有某种取向的原子核挑选出来了。这些挑选出来的原子核接连发射的 γ_2,当然会呈现出一定的角分布。因此,γ_1 与 γ_2 之间就出现了角关联。应当指出,为了使挑选出来的原子核的自旋取向不受干扰而破坏,级联跃迁中间态 B 的寿命 τ_b 要小于 10^{-11} s,否则,角关联现象会受到干扰,甚至完全看不到。

3. 实验观察角关联的方法

由以上分析可以知道,为了在实验上观察到角关联,就必须同时记录 γ_1 和 γ_2。因此需要采用符合方法进行测量。图 7-9 是测量 γ-γ 方向角关联的实验装置示意图。S 是放射源,1 和 2 都是闪烁计数器。其中计数器 1 是固定的,用来记录 γ_1;计数器 2 是可动的,可在计数器 1 和放射源 S 组成的平面内绕 S 转动。因此夹角 θ 可以改变。这样,在不同 θ 角测得符合计数率,就可以得到 $W(\theta)$。将它与理论的角关联函数作比较,就可以定出有关能级的自旋以及 γ_1 和 γ_2 辐射的极次。

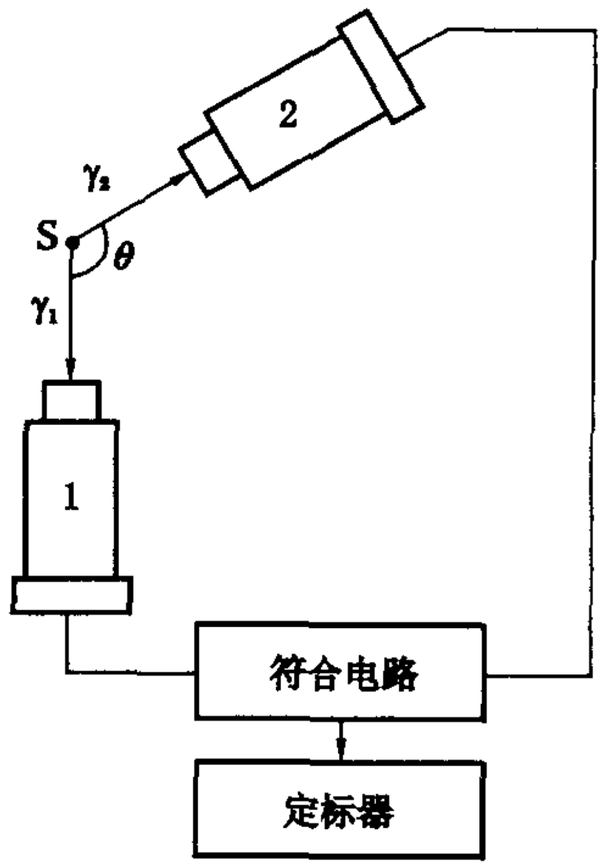


图 7-9 测量角关联的实验装置

4. 角关联函数

下面我们来介绍理论角关联函数的表达式。图 7-8 的级联跃迁常以 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$ 来表示,其中 L_1 和 L_2 表示 γ_1 和 γ_2 的角动量;I_a,I_b 和 I_c 分别表示原子核的始态、中间态和末态的自旋。按角关联理论,这种级联跃迁的角关联函数的一般形式为

$$W(\theta) = 1 + A_2 P_2(\cos\theta) + A_4 P_4(\cos\theta) + \cdots + A_{2n} P_{2n}(\cos\theta) \qquad (7.6\text{-}1)$$

其中 $P_{2n}(\cos\theta)$为勒让德多项式,

$$\left.\begin{aligned} P_0(\cos\theta) &= 1 \\ P_2(\cos\theta) &= \frac{1}{2}(3\cos^2\theta - 1) \\ P_4(\cos\theta) &= \frac{1}{8}(35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3) \end{aligned}\right\} \tag{7.6-2}$$

(7.6-1)式中的 n 不能大于 L_1, L_2 和 I_b 中之最小者，而且必须是整数。因此，当 $I_b = 0$ 或 $\frac{1}{2}$ 时，$n = 0$，则 $W(\theta)$ = 常数，即角关联不存在。

由(7.6-1)式容易看出：$W(\theta) = W(\pi - \theta)$，即角关联函数是对 90°对称的。因此，实验上只需测量 90°～180°的角关联函数即可。

系数 A_{2n} 是 I_a, I_b, I_c, L_1, L_2 的函数。为了计算方便，一般把它写成两部分的乘积，每一部分仅与一个 γ 跃迁有关，即

$$A_{2n} = F_{2n}(L_1 I_a I_b) F_{2n}(L_2 I_c I_b) \tag{7.6-3}$$

对于各种 I_a, I_b, I_c, L_1, L_2，系数 A_{2n} 的值有表可查。我们引入一部分比较常用的系数值列在表 7-4 中。例如，对级联跃迁 4(2)2(2)0 的 A_{2n} 进行计算，由表 7-4 查得：$F_2(2,4,2) = -0.1707$，$F_2(2,0,2) = -0.5976$，则 $A_2 = 0.1020$；$F_4(2,4,2) = -0.0085$，$F_4(2,0,2) = -1.069$，则 $A_4 = 0.0091$。

表 7-4　一些常用的角关联系数值

γ-γ 级联	A_2		A_4	
$I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$	$F_2(L_1 I_a I_b)$	$F_2(L_2 I_c I_b)$	$F_4(L_1 I_a I_b)$	$F_4(L_2 I_c I_b)$
0(1)1(1)0	0.7071	0.7071	0	0
1(1)1(1)0	−0.3536	0.7071	0	0
2(1)1(1)0	0.0707	0.7071	0	0
3(2)1(1)0	−0.1010	0.7071	0	0
0(2)2(2)0	−0.5976	−0.5976	−1.069	−1.069
1(1)2(2)0	0.4183	−0.5976	0	−1.069
2(1)2(2)0	−0.4183	−0.5976	0	−1.069
3(1)2(2)0	0.1195	−0.5976	0	−1.069
4(2)2(2)0	−0.1707	−0.5976	−0.0085	−1.069

所以，对于级联跃迁 4(2)2(2)0 的理论角关联函数为

$$W_{th}(\theta) = 1 + 0.1020P_2(\cos\theta) + 0.0091P_4(\cos\theta) \tag{7.6-4}$$

因此，由实验角关联曲线经过最小二乘法处理得到的实验角关联函数 $W_{exp}(\theta)$ 与各种可能的理论角关联函数 $W_{th}(\theta)$ 进行比较，就可以定出级联跃迁的性质。

此外，知道理论角关联函数的各系数值后，可以计算角关联函数的各向异性度 A，其定义如下：

$$A = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} \tag{7.6-5}$$

若角关联函数最高项的系数为 A_4，则利用(7.6-1)和(7.6-2)式容易推得各向异性度 A 与 A_2，

A_4 的关系：

$$A = \frac{1 + A_2 + A_4}{1 - A_2/2 + 3A_4/8} - 1 \tag{7.6-6}$$

对于给定的级联跃迁 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$，可查表得 A_2 及 A_4 值，将它们代入(7.6-6)式，即可得到各向异性度的理论值 A_{th}。例如，对于级联跃迁 4(2)2(2)0，查表得 $A_2=0.1020$，$A_4=0.0091$，则 $A_{th}=0.1667$。另一方面，实验上容易测定各向异性度 A_{exp}。事实上，只需测定两个角度的角关联值 $W(90°)$和 $W(180°)$，代入(7.6-5)式，即得各向异性度的实验值 A_{exp}。从而，理论值 A_{th}与实验值 A_{exp}可以进行比较。因此，通过 A 值的测量，也可以定出级联跃迁的性质。

应该指出，角关联函数中比 A_4 更高次项是很少出现的。这是因为 $L>2$ 的多极辐射的寿命常大于 10^{-6} s，从而中间态的寿命 $\tau_b \gg 10^{-11}$ s。前面已经指出，这种情形的级联辐射不会发生角关联。

5. 角关联举例——^{60}Ni

图 7-10 所示的是 ^{60}Ni 的角关联曲线。§7.4 中曾经指出，^{60}Co β^- 衰变至 ^{60}Ni 的激发态($E^*=2.50$ MeV)，然后连续进行两次 γ 跃迁至 ^{60}Ni 的基态，跃迁能量分别为 $E_{\gamma 1}=1.17$ MeV，$E_{\gamma 2}=1.33$ MeV。图 7-10 中的曲线是对于级联 4(2)2(2)0 的理论曲线。由图可见，实验点很好地落在理论曲线上。这表明 ^{60}Ni的级联跃迁发生于自旋为 4,2,0 的能级之间，γ_1 和 γ_2 的角动量都等于 2。此外，实验上测得的各向异性度 $A_{exp}=0.167\pm0.001$ 与级联 4(2)2(2)0 的理论值 $A_{th}=0.1667$ 也符合得很好。这也证明以上所得级联跃迁的性质是正确的。

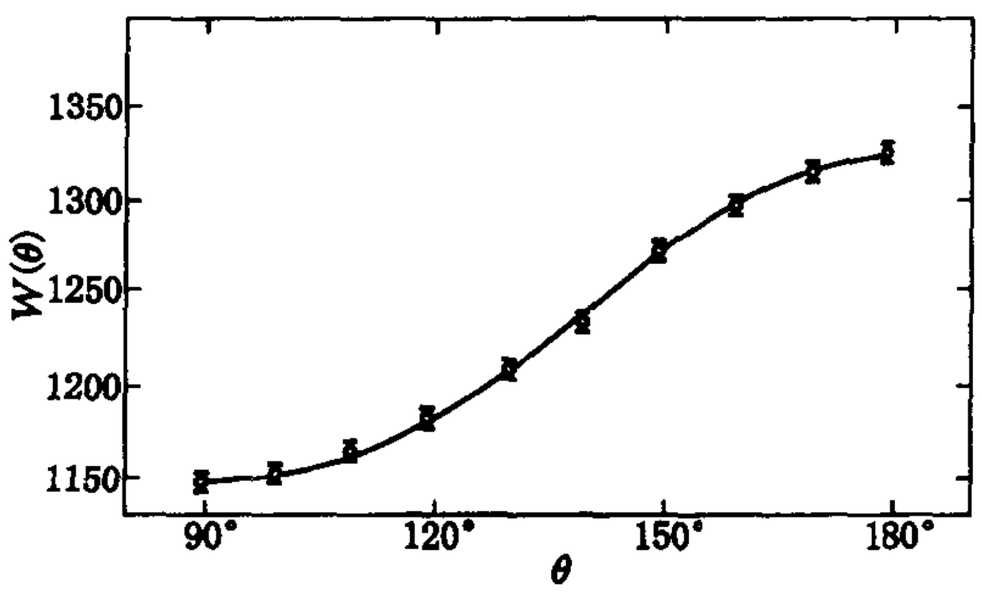


图 7-10 ^{60}Ni 的角关联

[引自 R. M. Steffen, Advances in Physics, 4,293(1955).]

6. 混合辐射的角关联

上面讨论的是纯多极辐射的角关联，但实际上，γ 辐射往往是混合的。现在我们对混合辐射的角关联作简要介绍。在此情况，角关联实验常用来测定 γ 辐射的混合比。混合比 δ 的定义如下：

$$\delta^2 \equiv \frac{L' \text{ 的强度}}{L \text{ 的强度}} \tag{7.6-7}$$

L 和 L'为混合辐射的角动量。今设级联 γ_1-γ_2 跃迁中 γ_1 是 L_1 和 L_1' 混合的，此级联跃迁可表示为 $I_a(L_1, L_1')I_b(L_2)I_c$。由角关联理论可得此种混合跃迁的角关联系数为

$$A_{2n} = [F_{2n}(L_1 I_a I_b) + 2\delta F_{2n}(L_1 L_1' I_a I_b) + \delta^2 F_{2n}(L_1' I_a I_b)]F_{2n}(L_2 I_c I_b) \tag{7.6-8}$$

其中 $F_{2n}(L_1 L_1' I_a I_b)$与其它各项 F_{2n} 函数一样，有现成的函数表可查。

例如,级联跃迁 $2^- \xrightarrow{\gamma_1} 1^+ \xrightarrow{\gamma_2} 0^-$,γ_1 为 $M1$ 和 $E2$ 的混合,即为级联 2(1,2)1(1)0。设混合比 $\delta=0.1$(即 γ_1 中 $E2$ 强度占 1% ,$M1$ 占 99%),则

$$\begin{aligned} A_2 &= [F_2(121) + 2\delta F_2(1221) + \delta^2 F_2(221)]F_2(101) \\ &= (0.0707 + 2\times 0.1 \times 0.4743 + 0.01 \times 0.3536) \times 0.7071 \\ &= 0.1196 \end{aligned}$$

所以

$$W(\theta) = 1 + A_2 \mathrm{P}_2(\cos\theta) = 1 + 0.1196\mathrm{P}_2(\cos\theta) \tag{7.6-9}$$

若 $\delta \approx 0$,即 γ_1 中 $E2$ 强度相对于 $M1$ 的强度可以忽略时,则

$$A_2 = F_2(121)F_2(101) = 0.0701 \times 0.7071 = 0.05$$

所以

$$W(\theta) = 1 + 0.05\mathrm{P}_2(\cos\theta) \tag{7.6-10}$$

比较(7.6-9)和(7.6-10)式,对 $\delta=0.1$ 和 $\delta=0$ 的两种角关联函数在实验上容易区分。可见,利用角关联实验,在一定条件下可以比较灵敏地测定混合 γ 辐射的强度比。

图 7-11 是 ^{111}In 的衰变纲图。由 ^{111}In 经 K 俘获至 ^{111}Cd 的能级特性为 $\frac{7}{2}^+$ 的激发态,然后通过级联 γ 跃迁至基态。对于级联跃迁 $\frac{7}{2}^+ \xrightarrow{\gamma_1} \frac{5}{2}^+ \xrightarrow{\gamma_2} \frac{1}{2}^+$,γ_1 很可能是 $M1$ 和 $E2$ 混合的,γ_2 通常是纯 $E2$ 辐射,于是可利用角关联实验来定出 γ_1 中 $E2$ 和 $M1$ 的混合比。^{111}Cd 的实验结果给出:$E2$ 的强度占 2% ,$M1$ 的强度占 98% 。

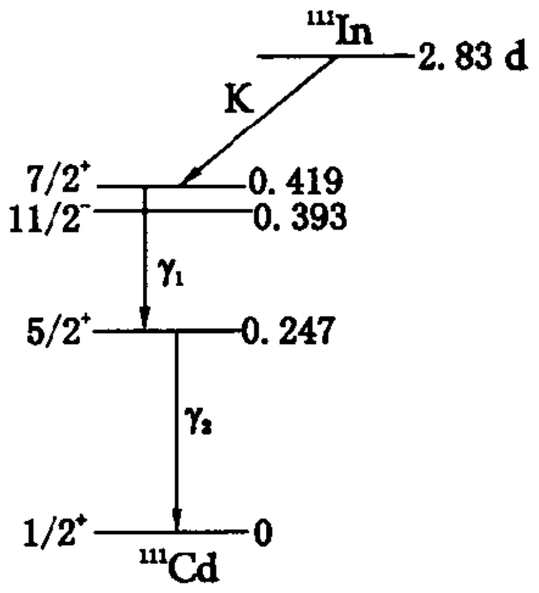


图 7-11 ^{111}In 的衰变纲图

对于 γ_1 和 γ_2 都是混合辐射的级联跃迁,其角关联函数也有人作过计算,情况较为复杂,在此从略。

以上我们介绍了 γ-γ 辐射的方向角关联。通过对它的研究,我们能获得有关能级和辐射的角动量以及辐射混合比的知识,但是不能确定它们的宇称。为了求得 γ 辐射和有关能级的宇称,需要测量 γ-γ 极化角关联。关于这方面的问题,这里就不再讨论了。

7. 受扰角关联

上面讨论的 γ 角关联是在假定没有外界电磁场的影响的条件下进行的。如果存在外场,则角关联将受干扰。这种角关联叫做受扰角关联。角关联受干扰的原因是由于外界电磁场与原子核的磁矩和电四极矩的作用使原子核级联辐射的中间态改变了自旋方向。因而角关联受干扰的程序既与中间态的磁矩或电四极矩有关,也与外场的性质有关。因此,在已知外场的情况下,受扰角关联常用来测量激发态的磁矩和电四极矩。另外,受扰角关联方法作为一种核探针,可以研究介质内部电磁场的性质。它在固体物理、生物化学、冶金技术等方面有着重要应用价值。

§7.7 穆斯堡尔效应

到目前为止的讨论中,我们认为各种原子核状态的能量具有完全确定的值。但是,对于大

多数情形,这只是一种近似。因为除了稳定的基态原子核外,所有各种状态的原子核都有一定寿命。根据量子力学的测不准关系,具有一定寿命的原子核的能量不是完全确定的,或者说,具有一定的能级宽度,在能级宽度 Γ 与平均寿命 τ 之间有下面的关系

$$\Gamma\tau \approx \hbar \tag{7.7-1}$$

可见状态的寿命越长,能级宽度就越窄。所以只有稳定核的基态才有完全确定的能量。

通过测量能级宽度可以求得跃迁概率。由(7.7-1)式知,跃迁概率 λ 与能级宽度成正比,

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\Gamma}{\hbar} \tag{7.7-2}$$

由于激发能级有一定宽度,所以 γ 跃迁时放出的 γ 射线的能量有一定展宽。这种展宽称为 γ 谱线的自然宽度。原则上,通过测量 γ 谱线的自然宽度可以测定激发能级的宽度,从而可以求得 γ 跃迁概率。然而,实验上要直接测出自然宽度,一般要求 γ 谱仪有极高的能量分辨本领。例如能量为 1 MeV 寿命为 10^{-13} s 的激发态跃迁到稳定核的基态时放出的 γ 射线的自然宽度为 6.58×10^{-3} eV。为了直接观测如此窄的自然宽度,γ 谱仪的能量分辨需要高达约 10^{-8}数量级。现有的 γ 谱仪远没有这么好的分辨本领。因此,常用间接方法来测量能级宽度,方法之一是所谓 γ 射线的共振吸收。

1. γ 射线的共振吸收

γ 射线的共振吸收在原理上和其它共振现象一样。假如收音机当其接收回路的频率等于某一电台的频率时,就会引起电磁波的共振吸收,收听到该电台的广播;两支频率相同的音叉靠近在一起,其中一支发生振动时,就会引起另一支音叉对于声波的共振吸收而发生振动;在原子光谱中,当一束光子的能量等于原子的激发态的能量时,就会引起光子的共振吸收。实现光子共振吸收的好办法就是让一原子放出的光子通过同类的原子,因为同类原子放出光子的能量等于相应激发能级的能量。

同样道理,在原子核情形,当入射 γ 射线的能量等于原子核激发能级的能量时,就会发生 γ 射线的共振吸收。这一道理早已被人们认识到。但是,γ 射线的共振吸收直到 1953 年才被发现,原因在于原子核发射或吸收 γ 射线时反冲作用的影响。原子核发射 γ 射线,一般要受到反冲,正如大炮发射炮弹,大炮本身要受到回座一样。因此,本来是静止的处于激发态的原子核,当它通过放射 γ 光子跃迁到基态时,将激发能 E_0 的绝大部分交给 γ 光子外,还有很小一部分变成了反冲原子核的动能 E_R。根据能量和动量守恒定律可以得出考虑反冲效应后的 γ 射线的能量

$$E_{\gamma e} = E_0 - E_R = E_0 - \frac{E_0^2}{2mc^2} \tag{7.7-3}$$

式中 m 是原子核的质量。可见,这时 γ 射线能量并不等于激发能 E_0,而是等于激发能 E_0 与反冲能量损失$\frac{E_0^2}{2mc^2}$之差。

同样道理,处于基态的同类原子核吸收 γ 光子时也会发生同样大小的反冲。因此,要把原子核激发到能量为 E_0 的激发态,γ 射线的能量 $E_{\gamma a}$必须大于 E_0,

$$E_{\gamma a} = E_0 + E_R = E_0 + \frac{E_0^2}{2mc^2} \tag{7.7-4}$$

这样，同一激发态的 γ 射线发射谱和吸收谱，其平均能量相差 $2E_R$，见图 7-12。显然，只有相应发射谱和吸收谱的重叠部分，即图 7-12 中的阴影区，γ 射线的共振吸收才能发生。所以，有显著共振吸收的必要条件是 $E_R \lesssim \Gamma$。如果 $E_R \gg \Gamma$，发射谱和吸收谱就不可能有重叠，当然就不可能发生共振吸收。对于原子情形，由于光子能量很小，因而反冲能量损失总是小于原子的能级宽度。例如，对钠原子的 D 线，能谱宽度 $\Gamma \approx 10^{-8}$ eV，而反冲能量损失 $E_R \approx 10^{-11}$ eV。所以实验上容易观察到共振吸收。原子核的情形则不然，通常 $E_R \gg \Gamma$。例如，对 ^{191}Ir 的 129 keV 的 γ 跃迁，$E_R = 0.047$ eV，$\Gamma = 4.6 \times 10^{-6}$ eV，反冲能量损失比能级宽度大很多，实际上不能观察到原子核的 γ 射线共振吸收。

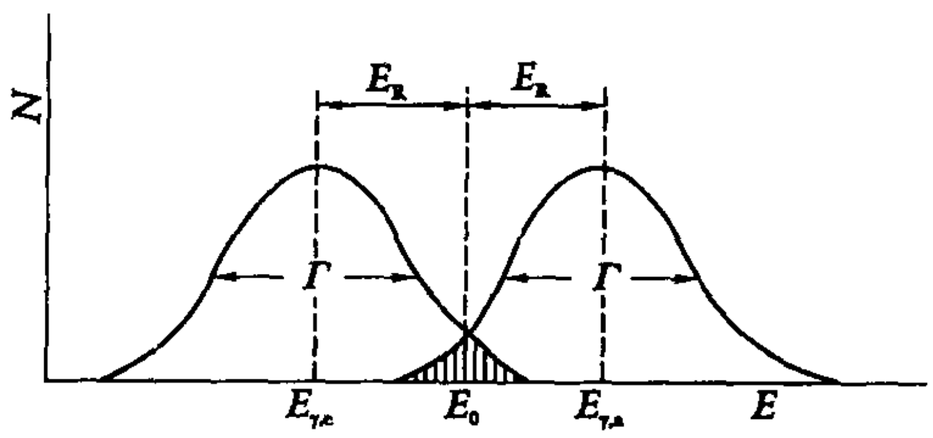


图 7-12　γ 射线的发射谱和吸收谱

由此可见，为了观测到 γ 射线的共振吸收，必须想法补偿反冲能量损失。一个办法是利用高速机械转动，使放射性原子核向吸收体运动。根据多普勒(Doppler)效应，放射源与接收器有相对运动时，接收器测得的 γ 射线的能量 E_γ' 和放射源放射出的 γ 射线能量 $E_{\gamma e}$ 不同，两者相差一个微量

$$E_\gamma' - E_{\gamma e} = E_{\gamma e}(v/c) \tag{7.7-5}$$

式中 v 是放射源与接收器的相对运动的速度。两者面向运动时，即 $v>0$，则 $E_\gamma' > E_{\gamma e}$；两者背向运动时，即 $v<0$，则 $E_\gamma' < E_{\gamma e}$。因此，若将放射源放在一个高速旋转的转子上，面向吸收体有一相对运动，选择合适的相对运动速度 v，使 $(E_\gamma' - E_{\gamma e})$ 值刚好等于 $2E_R$，那么，共振条件可以完全恢复。另一个办法是增加放射源或吸收体或两者的温度，使两者原子核之间有一合适的相对速度，从而达到补偿反冲能量损失的目的。

2. 穆斯堡尔效应①

1958 年穆斯堡尔(Mössbauer)发现，可以采用另一个更为聪明而且切实可行的办法来消除反冲，其原理并不深奥。我们知道，受反冲物体的质量越大，反冲能量所占的比例就越小。这个规律无论对于发射炮弹的大炮还是放出 γ 光子的原子核都是同样正确的。为了消除大炮的反冲，人们要用制动锄将大炮固定在大地上。同样，为了消除原子核的反冲，穆斯堡尔提出，可将原子放入固体晶格以便尽可能使其固定，即将放射 γ 光子的原子核与吸收 γ 光子的原子核束缚在晶格中。如果 γ 光子的能量满足一定的条件，那么这时遭受反冲的不是单个原子核，而是整块晶体。与单个原子核的质量相比，晶体的质量大得不可比拟。所以反冲速度极小，反冲能量实际等于零，整个过程可看作无反冲的过程。这种效应称为穆斯堡尔效应。因此，穆斯堡尔效应也被称为无反冲共振吸收。

根据理论计算，无反冲的发射 γ 光子的分数

$$f = \exp\left\{-\frac{3}{2}\frac{E_0^2}{2mc^2k\theta}\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{\pi T}{\theta}\right)^2\right]\right\} \tag{7.7-6}$$

式中，k 是玻耳兹曼常量，T 是晶体的温度，θ 是晶体的德拜(Debye)温度。上式只在温度 $T \ll$

① R. L. Mössbauer, Ann, Rev. Nucl. Sci., **12**, 123(1962).

θ 的情况下适用。由(7.7-6)式可见,为了得到足够大的无反冲发射分数,必须选择德拜温度较大的晶体,同时跃迁能量不能很大,一般应小于 100 keV。另外,选用较重的原子核,以及降低晶体的温度,也都有利于效应的观察。

历史上首次用来观察无反冲共振吸收的是^{191}Ir 的 129 keV 的能级。该能级是由放射源^{191}Os 经 β^- 衰变后形成的,如图 7-13 所示。实验装置的示意图见图 7-14。放射源^{191}Os 放在转盘上,通过准直孔的 γ 射线透过吸收片^{191}Ir 后被闪烁计数器 D 记录。放射源和吸收体都放在低温恒温器中,冷却到 $T=88$ K。当转盘的转速为零时,无反冲共振吸收最强,探测器的计数率降到最低。当放射源相对吸收体的运动速度为 v 时,由于多普勒效应 γ 射线能量改变 $\frac{v}{c}E_0$,共振吸收减小。在改变的范围超过能级宽度时,探测器的计数率迅速上升。图 7-15 是实验得到的共振吸收与相对运动速度 v 的关系。从谱线的半宽度可以得到能级宽度 $\Gamma=4.6\times10^{-6}$ eV。根据测不准关系,相应的能级寿命和跃迁概率分别为

$$\tau = 1.4\times10^{-10}\ \text{s}$$

$$\lambda = 7.1\times10^{9}\ \text{s}^{-1}$$

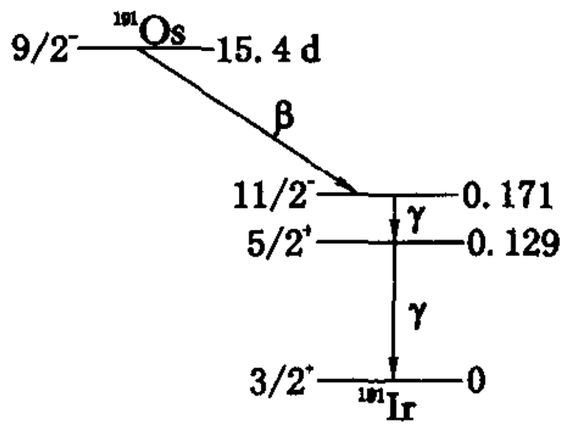


图 7-13 ^{191}Os 的衰变

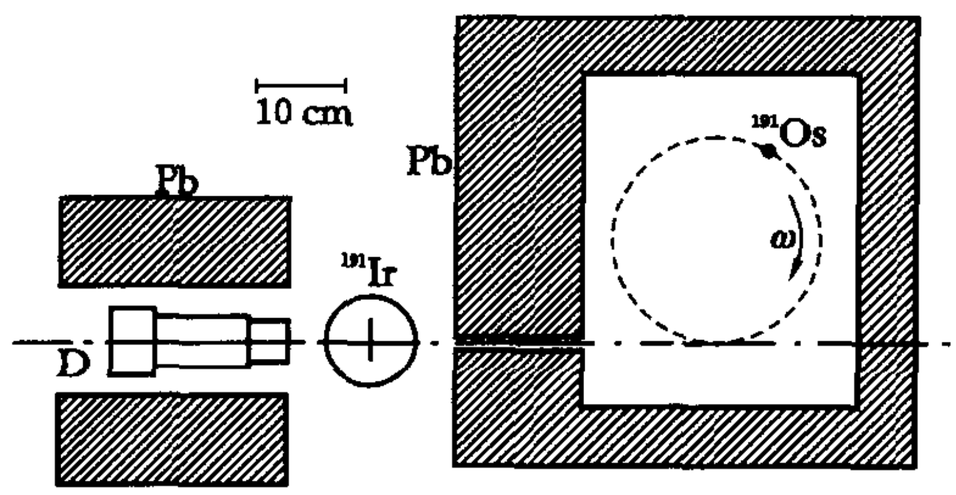


图 7-14 穆斯堡尔效应首次实验示意图

人们研究得最多的是^{57}Fe 的 14.4 keV 的 γ 射线。由于^{57}Fe 具有较高的德拜温度,在室温的条件下效应就十分显著($f\approx63\%$),所以它已成为重要的工作物质。

穆斯堡尔效应有极高的能量分辨本领,例如对^{191}Ir,$\frac{\Gamma}{E_0}=4\times10^{-11}$;对^{57}Fe,$\frac{\Gamma}{E_0}=3\times10^{-13}$;而对^{67}Zn 的 93 keV γ 射线则有$\frac{\Gamma}{E_0}=5\times10^{-16}$。所以,利用它可以直接观测核能级的超精细结构以及用来验证广义相对论等。

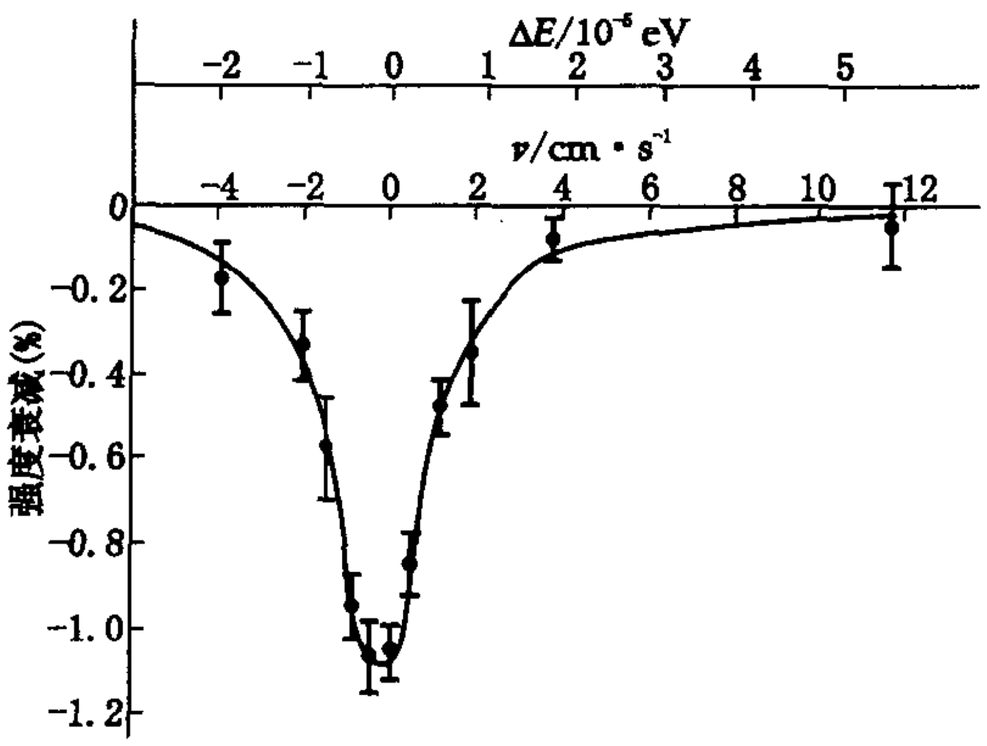


图 7-15 穆斯堡尔共振吸收谱线

广义相对论预言,在重力场作用下,光子的频率会发生改变,即所谓谱线红移。它是指在较弱的重力场处观测从较强的重力场处发射的谱线所得的频率比在重力场相同的两点间测得的低一些,即向长波方向移动,所以称为

红移。因而，当光子离开星球表面时，其频率将逐渐降低。理论预言，在地球表面附近，高度相差 h 的两点观测的相对频率变化为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{gh}{c^2} \approx 1.1 \times 10^{-16} h$$

其中，h 的单位为 m。例如，在地面上高度相差 20 m 处所测得的 γ 射线相对频率变化将为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx 2.2 \times 10^{-15}$$

1960 年庞德(R. V. Pound)和里布卡(G. A. Rebka)①利用穆斯堡尔效应在实验室内测量了光子在重力场中的频率变化。实验中需要十分小心地注意排除外界干扰频率变化的因素。例如，如果相距 20 m 放置的 ^{57}Co 放射源和 ^{57}Fe 吸收体的温差大到 1 ℃，则效应将被掩盖。庞德和里布卡第一次成功地获得了预期结果，实验值 $\Delta\nu_{exp}$ 与理论值 $\Delta\nu_{th}$ 很好一致：

$$\frac{\Delta\nu_{exp}}{\Delta\nu_{th}} = 1.05 \pm 0.10$$

这是穆斯堡尔效应在近代物理学的基础研究方面可称最为突出的成就。

穆斯堡尔效应的大量应用工作是基于原子核与核外电子间的超精细相互作用。

原子核电荷分布与核外电子电荷分布之间的库仑相互作用，会引起核能级的微小移动。由于基态和激发态原子核的电荷分布不同，这种能级移动也不同。基态和激发态的因库仑作用引起的能级移动之差称为同核异能移。由于同核异能移的大小与核外电子分布有关，所以利用穆斯堡尔效应可测出同核异能移的相对大小，从而可以研究核外电子分布情况。

我们知道，如果在原子核所处位置上存在电场梯度或磁场，则它们与原子核的电四极矩或磁矩相互作用将引起核能级的分裂。这种能级分裂可以利用穆斯堡尔效应灵敏地测出。因为电场梯度、磁场与核外电子分布的电磁性质有关，所以穆斯堡尔效应可作为研究原子核周围环境的灵敏探针，而这种探针所提供的微观结构的信息在物理学、化学、生物学、地质学、冶金学等学科的基础研究方面得到日益广泛的应用。起源于核物理研究的穆斯堡尔效应，已冲破核物理领域的界限，发展成为一门重要的边缘学科——穆斯堡尔谱学。

§7.8 实验研究核衰变能级图

研究核衰变的一个重要任务是：通过实验来建立核衰变能级图，通常叫做衰变纲图。衰变纲图是研究核结构的一个十分有用的工具，对它的大量的和系统的建立与分析，可以从一个侧面揭示出原子核的运动规律。

衰变纲图不仅对核结构的研究十分重要，而且对放射性核素的应用也不可缺少。它是核物理的一个重要分支——应用核谱学的基础。

本节以 $^{137}_{55}Cs$ 的衰变② 为例说明如何从实验着手来建立衰变纲图。

1. β 射线和内转换电子谱

用 β 磁谱仪测得的 β 谱和内转换电子谱如图 7-16 所示。由图可见，K 和 L 内转换谱线完

---

① R. V. Pound and G. A. Rebka, Phys. Rev. Letters, **4**, 274(1960).

② 图 7-16～20 引自 Y. Yoshizawa, Nucl. Phys., **5**, 122(1958)。

全分开,L 和 M 线也可分开。图 7-17 表示谱仪分辨率为 0.17 %时的 K,L 和 M 谱线。由这些谱线下的面积可以给出内转换系数之比 K/L 和 M/L。K 转换系数 α_K 可以由 K 转换电子与 β 谱的低能成分的强度来决定。从下面的讨论可以知道,这是由于 β 谱的低能成分的强度等于转换电子和 γ 射线的强度之和。由 K,L 或 M 线的峰值位置还可以求出 γ 跃迁的能量 E_γ。它们的结果列于表 7-5 中。

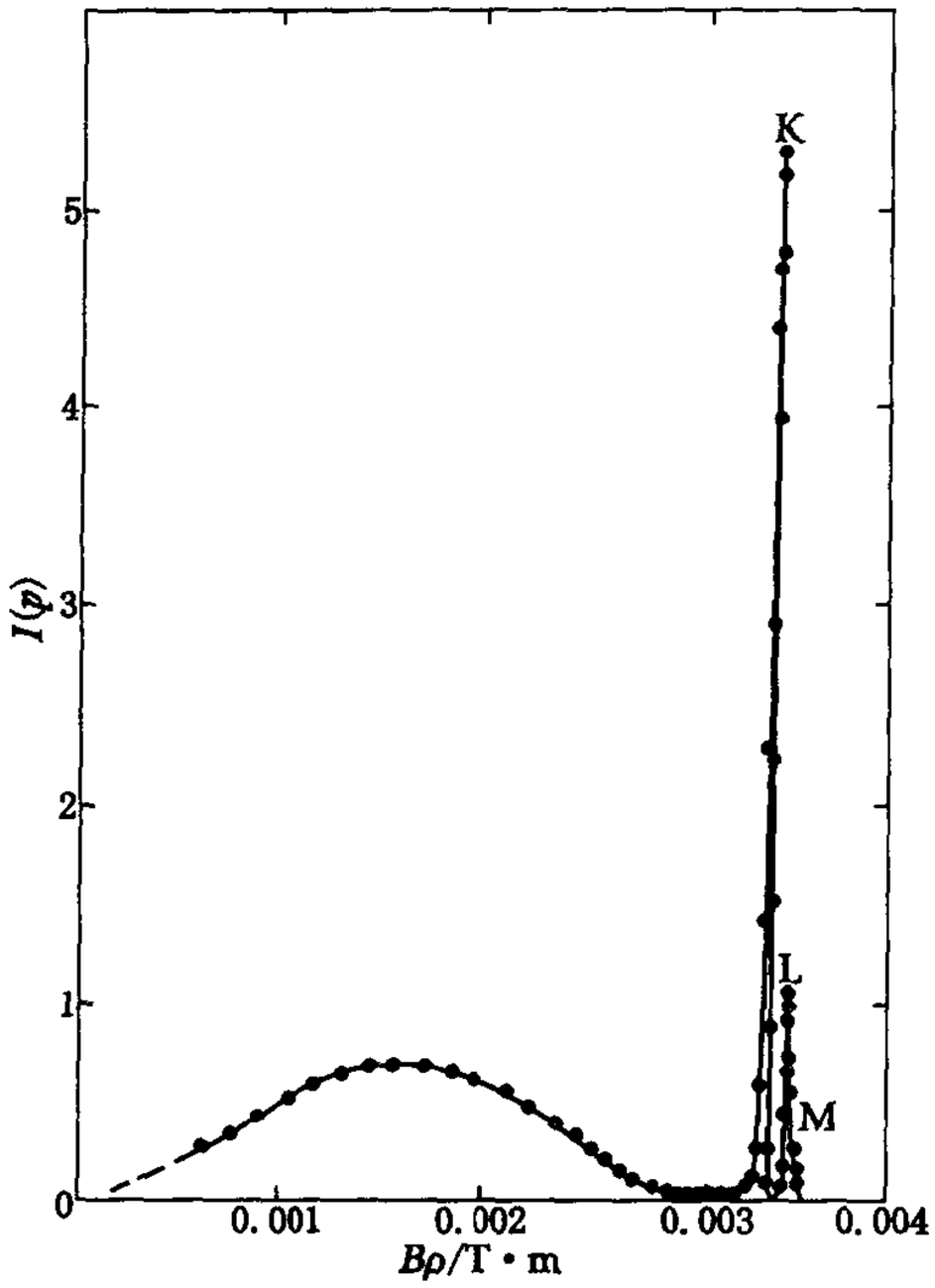


图 7-16 ^{137}Cs 的电子动量分布

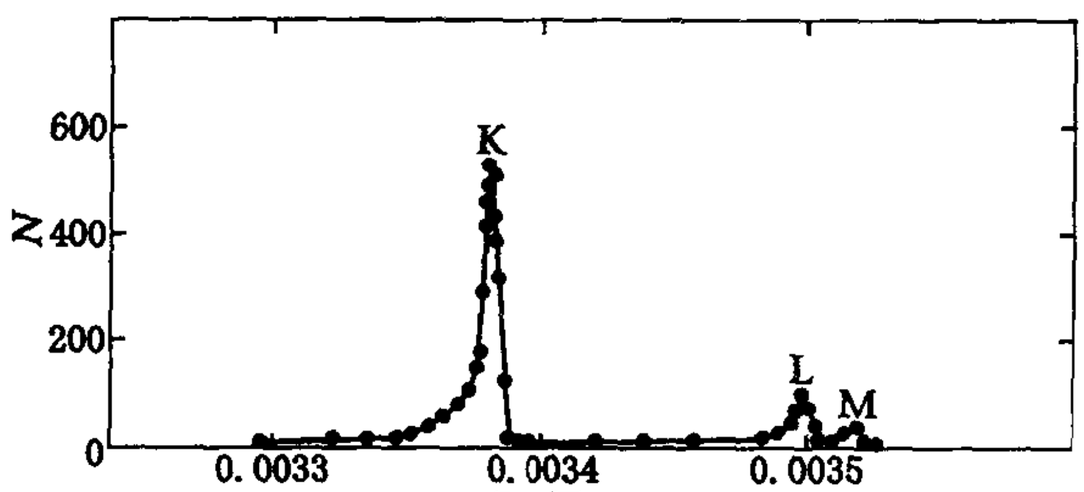


图 7-17 ^{137}Cs 的内转换谱线

表 7-5　^{137}Cs 衰变的实验数据

E_γ/ keV	661.6
α_K	0.0976 ± 0. 0055
K/L	5.66 ± 0.04
M/L	0.260 ± 0.002
E_m(低能部分)/ keV	514 ± 2
E_m(高能部分)/ keV	1176 ± 3
相对强度(低能部分/高能部分)	93/7

内转换系数的理论值列于表 7-6 中。由表可见,分支比 K/L 的实验值与 $M4$ 的理论值很好符合,因此可以断定此跃迁的多极性是 $M4$。另外,从 α_K 的实验值与理论值的比较也可得出 $M4$ 的结论。

表 7-6　^{137}Ba 内转换系数的理论值

	$E3$	$E4$	$E5$	$M3$	$M4$	$M5$
α_K	0.0092	0.028	0.042	0.040	0.0918	0. 22
K/L	5.9	4.5	3.4	6.7	5.66	5.1

关于 β 谱,经仔细地测量与分析发现存在两组成分,除低能成分外,还有强度较弱的高能成分。它的动量谱分布如图 7-18 中的黑点所示,其纵坐标标尺放大了 1000 倍。高能成分的低能部分被高强度的低能成分和内转换电子谱掩盖了,所以无法测出,只能通过库里厄图推得。

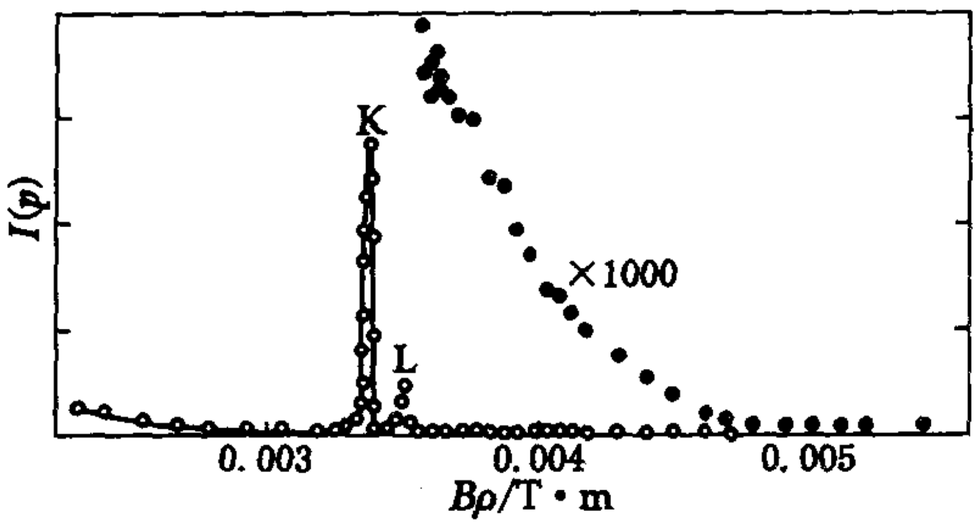


图 7-18　^{137}Cs β 谱的高能成分

经 β 谱的分解获得高低能成分的强度之比约为 7:93。

图 7-19 和 7-20 分别表示低能成分和高能成分的库里厄图。由图可见,低能成分经过形状因子 S_1 的校正后,库里厄图是一条直线。因此,它是唯一型一级禁戒跃迁。至于高能成分,其未经校正的库里厄图以及经唯一型形状因子校正的库里厄图都不是直线,因此它既不是容许跃迁,也不是唯一型禁戒跃迁。经合适的非唯一型形状因子 S_2' 校正后,库里厄图才是一条直线。所以,它是二级禁戒跃迁。由库里厄图获得高低能成分的最大能量分别是 1176 和 514 keV。

2. ^{137m}Ba 的寿命

利用快中子来轰击 ^{138}Ba,通过反应 ^{138}Ba(n,2n)^{137m}Ba,产生 ^{137}Ba 的长寿命的激发态 ^{137m}Ba。测其 γ 放射性随时间的衰减,获得这个同核异能态的半衰期 $T_{1/2} = 2.6\ min$。

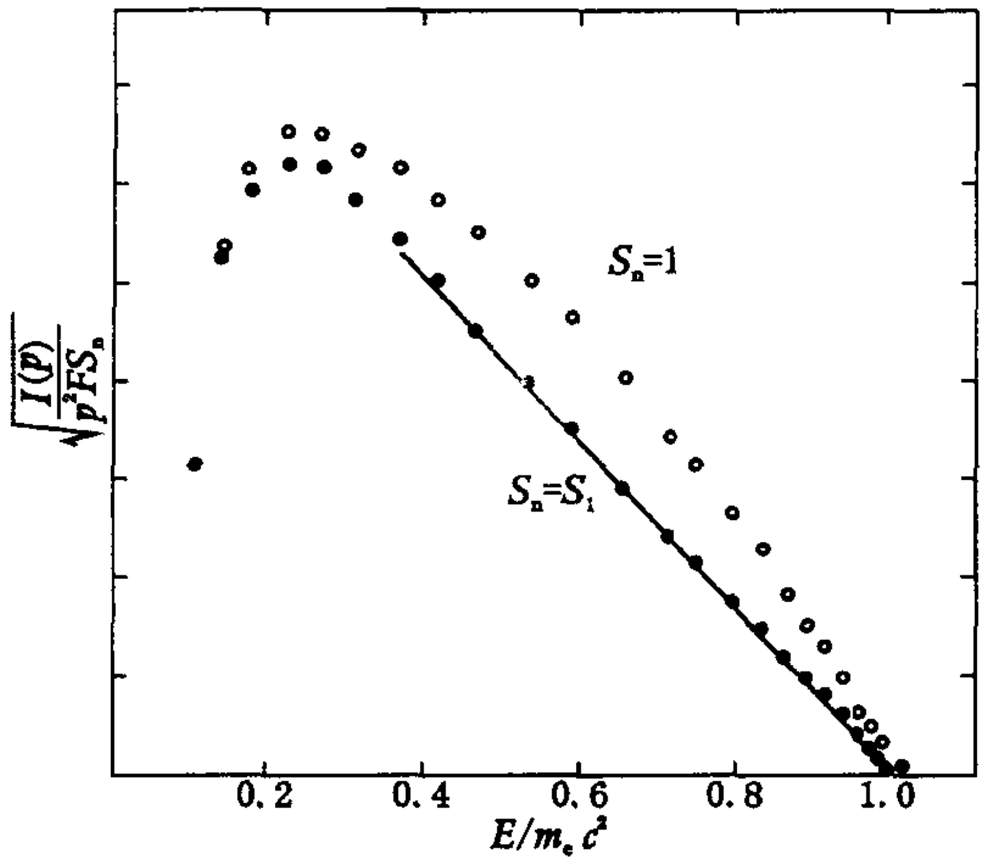


图 7-19 ^{137}Cs β 谱低能成分的库里厄图

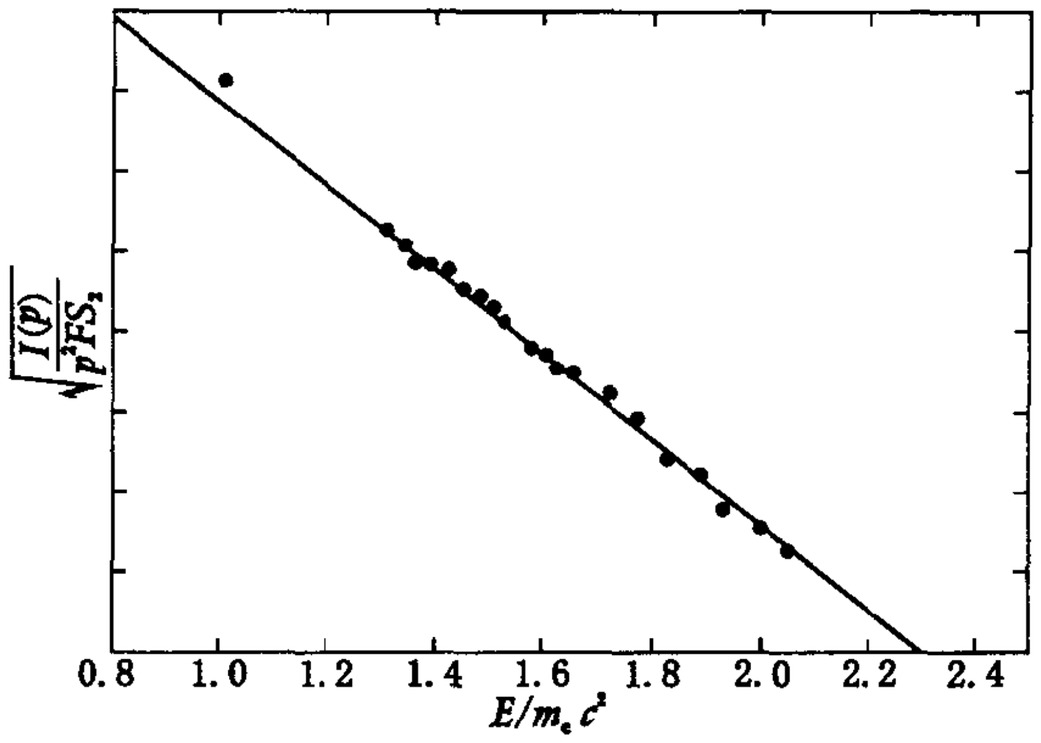


图 7-20 ^{137}Cs β 谱高能成分的库里厄图

3. 衰变纲图的建立

根据以上所得到的实验资料,我们可以建立$^{137}_{55}$Cs 的衰变纲图。

由于 β 谱高能成分的最大能量 1176 keV 正好等于低能成分的最大能量 514 keV 与 γ 射线的能量 661.6 keV 之和,因而可以推断高能成分的 β 跃迁是在母核$^{137}_{55}$Cs 至子核$^{137}_{56}$Ba 的基态之间的跃迁,如图 7-21 所示。而低能成分的 β 跃迁是到$^{137}_{56}$Ba的激发态的跃迁,此激发态的能量应该是 661.6 keV。激发态至基态的跃迁类型是 $M4$。已知$^{137}_{56}$Ba 的基态的自旋为 3/2,宇称为偶,则根据 $M4$ 型跃迁的选择定则:$\Delta I = 4, \Delta\pi = -1$,得知 661.6 keV 能级的特性为 $11/2^-$。由于 β 谱的高能成分是二级禁戒跃迁,则由选择定则:$\Delta I = 2, \Delta\pi = +1$,得出$^{137}_{55}$Cs基态的自旋为 7/2,宇称为偶。由此可以推得 β 谱的低能成分是在 $7/2^+$ 至 $11/2^-$ 之间的跃迁,因此它是唯一型一级禁戒跃迁。这正好和实验得到的结果符合。另外,还可以从高低能成分的 $\log fT_{1/2}$ 值推断出 β 跃迁的类型,看它们是否与前面所得的结论相符。已知$^{137}_{55}$Cs 的半衰期为 30 a,则对于高能成分的 β 跃迁,可以求得 $\log fT_{1/2} = 12$。根据表 6-6,它是二级禁戒跃迁。对于低能成分的 β 跃迁,则得 $\log fT_{1/2} = 9.5$,由表 6-6 知,它是唯一型一级禁戒跃迁。这些结论与由库里厄图所得的结果正好一致。

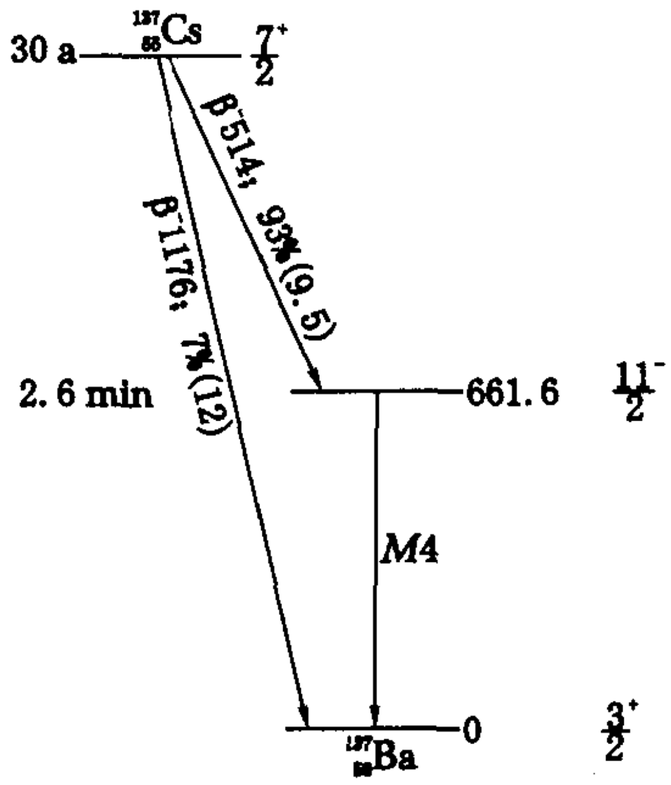


图 7-21 ^{137}Cs 的衰变纲图

另外,根据实验测得的$^{137m}_{56}$Ba 的寿命,我们也可以定出 γ 跃迁的多极性。由跃迁概率公式(7.2-7)和(7.2-8)计算出 661.6 keV 的 γ 跃迁的半衰期 T_{th},如表 7-7 所示。另一方面,γ 跃迁半衰期的实验值 T_{exp} 可以由公式(7.4-15)算得

表 7-7 ^{137m}Ba γ 跃迁的半衰期的理论值

	*E*3	*E*4	*E*5	*M*3	*M*4	*M*5
T_{th}/s	1.1×10^{-5}	1.5	5.1×10^{5}	1.3×10^{-3}	1.8×10^{2}	6.1×10^{7}

$$T_{exp} = \frac{\ln 2}{\lambda_\gamma} = [\tau(1+\alpha)]\ln 2$$
$$= T_{1/2}(1+\alpha) = 2.6\times 60\times(1+0.12)\ \text{s}$$
$$= 1.75\times10^{2}\ \text{s}$$

其中,内转换系数

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M = \alpha_K\left(\frac{K}{L}+1+\frac{M}{L}\right)\Big/\left(\frac{K}{L}\right)$$
$$= 0.0976(5.66+1+0.26)/5.66$$
$$= 0.12$$

可见,实验值与 *M*4 的理论值相符,这也验证了前面所得结论的正确。

至此,$^{137}_{55}$Cs 的衰变纲图已全部建立。需要指出,$^{137}_{55}$Cs 的衰变纲图是较为简单的一种,对于较为复杂的衰变纲图的确立,需要用到多种实验技术与实验方法。

习　题

7-1. 原子核^{69}Zn 处于能量为 436 keV 的同核异能态时,试求放射 γ 光子后的反冲动能 $E_{R\gamma}$和放射内转换电子后的反冲动能 E_{Re}。若^{69}Zn 处于高激发态,可能发射中子,试求发射能量为 436 keV 中子后的反冲能 E_{Rn}(已知 K 层电子的结合能为 9.7 keV)。

7-2. 试计算 1 μg 重的^{137}Cs 每秒放出多少个 γ 光子(已知^{137}Cs 的半衰期为 30.07 a,β 衰变至子核激发态的分支比为 93%,子核 γ 跃迁的内转换系数分别为 $\alpha_K = 0.0976$,$\frac{K}{L} = 5.66$,$\frac{M}{L} = 0.260$)。

7-3. 放射源$^{46}_{21}$Sc β^- 衰变至$^{46}_{22}$Ti 的激发态,然后接连通过两次 γ 跃迁至基态。由 β 磁谱仪在曲率半径为 20 cm 处测得此放射源的内转换 K 电子的峰与场强 0.02575,0.02166 T 对应。已知 Ti 的 K 电子结合能为 5.0 keV,试求 γ 跃迁的能量。

7-4. 实验测得$^{120}_{51}$Sb 有(a)两组 β^+ 电子:0.52 MeV,$\log fT_{1/2} = 5.5$;1.70 MeV,$\log fT_{1/2} = 4.5$。后者为相应至$^{120}_{50}$Sn 基态之跃迁。(b)一条 γ 射线,其能量为 1.181 MeV,属 *E*2 型。已知$^{120}_{50}$Sn 基态的自旋和宇称为 0^+,试画出衰变纲图,并标出各能级的自旋和宇称。

7-5. 设一核有大致等距分布的四条能级,其能级特性从下至上依次为 $\frac{1}{2}^+$,$\frac{9}{2}^+$,$\frac{3}{2}^-$,$\frac{9}{2}^-$。试画出能级图,标明最可能发生的跃迁类型。

7-6. $^{75}_{34}$Se 通过 K 俘获衰变至$^{75}_{33}$As 的激发态,后者跃迁至基态时,放出一系列 γ 光子或内转换电子。由 β 磁谱仪测得 22 条内转换电子谱线(见下表)。试确定所放出的 γ 光子的能量,并画出$^{75}_{33}$As 的能级图(已知 K,L,M 层电子的结合能分别为 11.9,1.5 和 0.2 keV)。

内转换电子能量(keV)(带 * 者发生在 K 层)

23.2	95.3	186.9	293.4
24.4	96.5	197.2	303.4
54.3	109.4*	253.3	390.0
64.6	124.3	263.6	400.5
68.9*	134.7	268.2	
85.0	136.0	278.5	

7-7. 对于下列 γ 跃迁,已知跃迁类型和始态的能级特性,试求末态的能级特性:(i)$1^+ \xrightarrow{E1}$; (ii)$2^- \xrightarrow{M2+E3}$; (iii)$4^+ \xrightarrow{E2}$; (iv)$1^+ \xrightarrow{M1+E2}$; (v)$0^+ \xrightarrow{M3}$。

7-8. 已知^{60}Co 几乎全部经容许型 β^- 衰变至^{60}Ni 的激发态,而后经级联两次 $E2$ 跃迁至基态,试画出衰变纲图,并求图中各能级的自旋和宇称。

第八章　核结构模型

原子核结构是原子核物理学的一个中心问题。它是物质结构的一个重要层次。人们通过对核结构问题的认识,可以从根本上加深对自然界的了解。

目前,尽管人们对物质结构的认识已深入到核子内部的夸克层次,但对基于核子的原子核结构的理论仍不成熟。关键问题有两个:一是核力的性质问题;二是量子力学的运用问题。显然,核内核子是通过核力结合在一起的,而正如前面已经指出的,人们对核力的性质了解得还很不够,这当然会影响我们的理论基础。即使对核力了解得十分清楚,也还要解决第二个棘手的问题。原子核是多粒子体系,目前量子力学的方法对解决这类强作用的、粒子数目不很大的多体问题还很困难。现今关于核结构的理论大多是半唯象的理论,即在一定的实验事实的基础上,对原子核作某种模型假设,用来解释原子核的某些性质。尽管这些模型都不是全面的,但它们指出了原子核内部运动的一些特点。对各种模型的深入研究,可以从不同侧面揭露出原子核的内部矛盾。这将大大有助于对原子核的全面认识和指导核技术的应用。

除了半唯象的模型理论外,核结构的微观理论也有了很大发展①。微观理论对核子间的作用力作一定假设后,代入多体哈密顿量中借用某种近似方法进行求解。典型的如哈里特-福克(Hartree-Fock)方法及其派生的理论。微观理论试图给模型理论提供比较可靠的物理依据并弥补模型理论在解释原子核性质时的某些不足。介绍这种理论超出本书范围。

本章将只介绍核结构的两种主要模型:壳模型和集体模型。关于液滴模型已在第二章中讨论过,此处不再重述。本章的末尾还要简要介绍核结构中的非核子自由度问题。

§8.1　幻数存在的实验根据

我们知道,当原子中的电子数等于某些特殊的数目(2,10,18,36,54,86)时,该元素特别稳定。它们不易与别的元素起作用,所以叫做惰性气体元素。利用量子力学,可以计算出以上特殊数目正是原子壳层结构中电子填满壳层时的数目。

奇怪的是,对于原子核也存在某些特殊的数目。当组成原子核的质子数或中子数为2,8,20,28,50,82和中子数为126时,原子核特别稳定。这些数目叫做“幻数”。由此启发人们提出一个问题:原子核中是否也存在壳层结构?在回答这个问题以前,我们先来讨论一下幻数存在的实验根据。

1. 核素丰度

核素丰度是指核素在自然界中的含量。当然影响核素丰度有多种因素,但是和其邻近各核素比较,丰度的大小,是核素稳定性的一种标志。对所有核素丰度进行研究后发现:

(1)地球、陨石以及其它星球的化学成分表明,下面几种核素的含量比附近核素的含量显得特别多:

---

① 参见[29]。

$^{4}_{2}He_{2}$，$^{16}_{8}O_{8}$，$^{40}_{20}Ca_{20}$，$^{60}_{28}Ni_{32}$，$^{88}_{38}Sr_{50}$，$^{90}_{40}Zr_{50}$，$^{120}_{50}Sn_{70}$，$^{128}_{56}Ba_{82}$，$^{140}_{58}Ce_{82}$，$^{208}_{82}Pb_{126}$。

可以看出，它们的质子数或中子数，或者两者都是幻数。

(2)在所有的稳定核素中，中子数 N 等于 20，28，50 和 82 的同中子素最多。$N=20$ 和 28 的有五个稳定同中子素，$N=50$ 的有六个，$N=82$ 的则有七个之多(见图 8-1)。

(3)当质子数 $Z=8,20,28,50$ 和 82 时，稳定同位素的数目同样要比邻近的元素多。$_{8}O$ 有三个稳定同位素，附近的元素只有一个或两个；$_{20}Ga$ 有六个稳定同位素，附近的只有两个或三个；$_{28}Ni$ 有五个稳定同位素，附近的只有一个或两个；$_{50}Sn$ 则有 10 个稳定同位素，它是稳定同位素最多的元素，$_{82}Pb$ 有四个稳定同位素，附近的只有一个或两个。

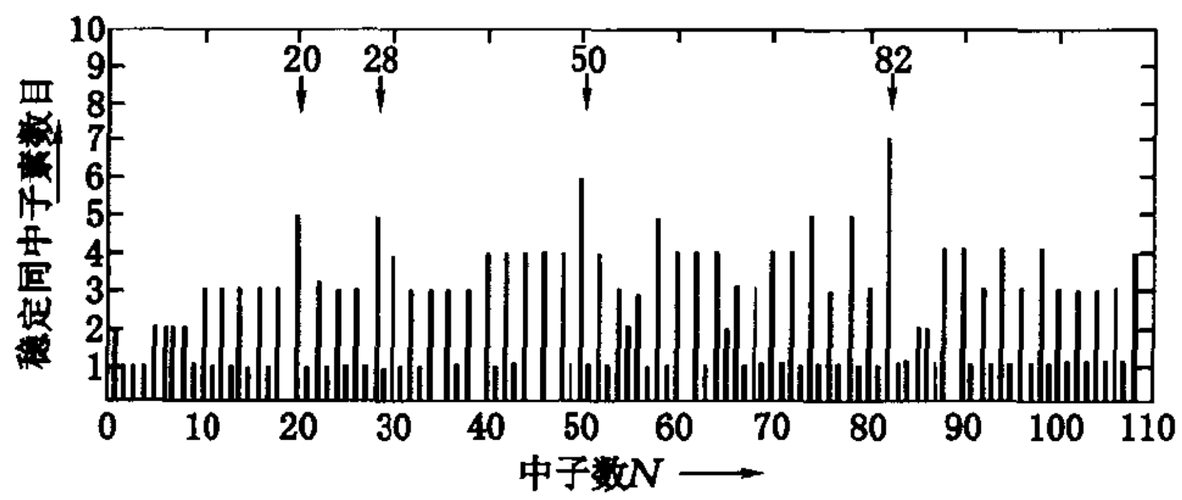


图 8-1　稳定同中子素分布

2. 结合能的变化

原子核的结合能，是原子核稳定性的一种表征。结合能的相对值越大，表示原子核结合得越紧密，稳定性就越好。

(1)中子结合能

图 8-2 表示轻核俘获一个中子所释放的能量 $E_{B,n}$，横轴表示核中原有的中子数 N。由图可见，当 $N=8$ 和 20 时，中子结合能 $E_{B,n}$ 比邻近核小。这表明幻数核具有较好的稳定性。对 Z 为幻数的核俘获一个质子的情形也是如此。

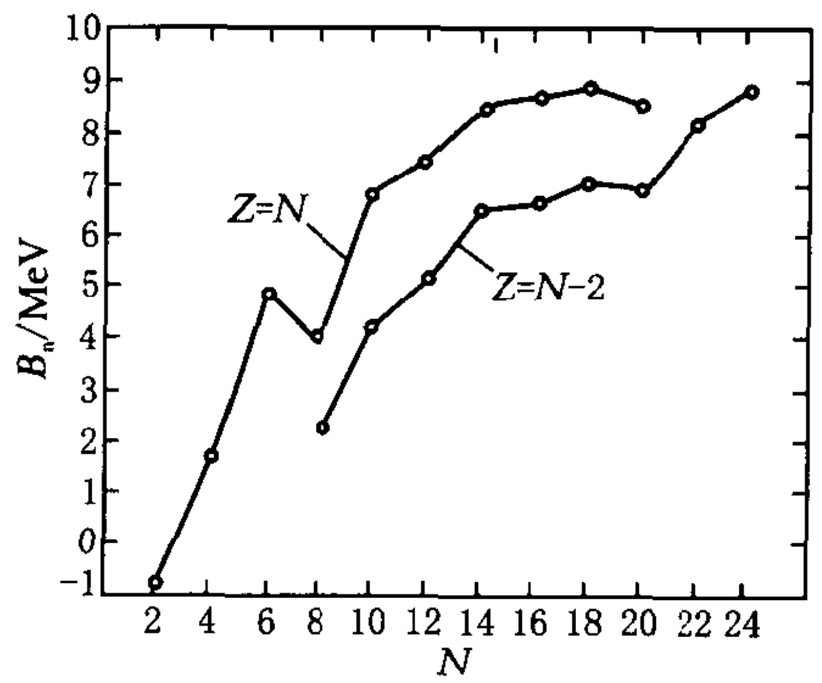


图 8-2　轻核的中子结合能

(2)总结合能

基于液滴模型所建立的结合能半经验公式随核子数的变化基本上是平滑的。它能正确地反映原子核结合能的平均特性，但发现实验的结合能 $E_{B,exp}$ 与液滴模型计算的结合能 $E_{B,th}$ 之间存在着偏离。当中子数或质子数等于幻数时偏离最大，此时 $E_{B,exp}$ 比 $E_{B,th}$ 大得最多(见图 8-3)。这表明这些原子核比一般的原子核要结合得更紧些。

3. α 衰变的能量

在 §5.2 中曾经指出，对于大多数具有 α 放射性的元素，同一元素的各种同位素的 α 衰变能可以连成一条直线，其斜率是负值(图 5-7)。但是，在 $A=209\sim213$ 范围内，对于 Bi，Po，At

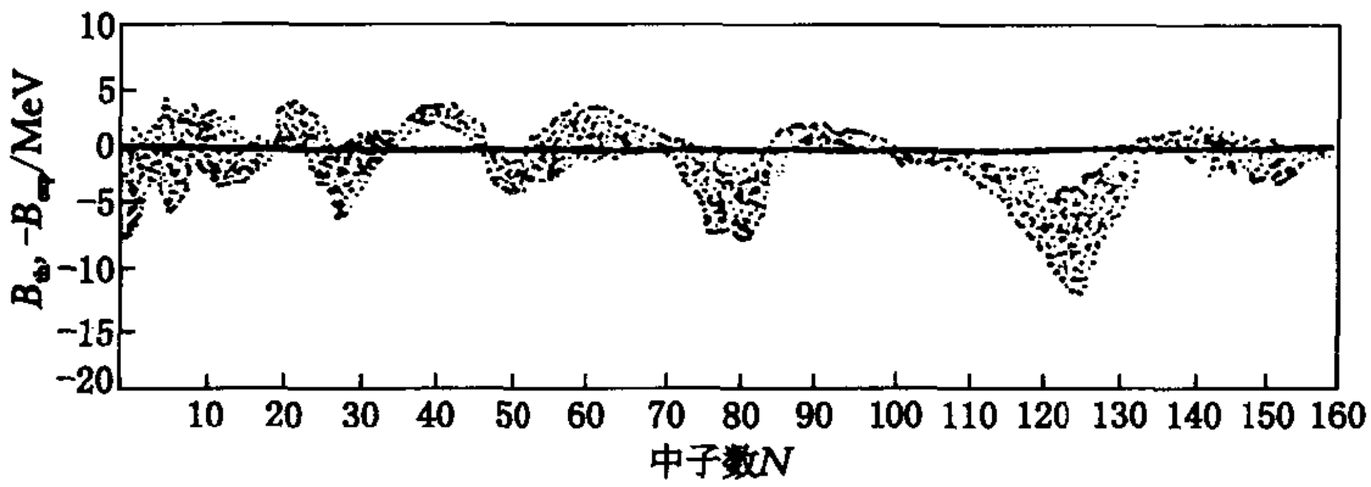


图 8-3　总结合能随中子数的变化

和 Rn 出现了反常现象，直线的斜率变成了正值。这可用中子数 $N=126$ 是幻数得到解释。$^{211}_{83}Bi$，$^{212}_{84}Po$，$^{213}_{85}At$ 都是 $N=128$ 的原子核，它们的中子数比幻数 126 多两个，因而不太稳定；α 衰变所形成的子核都是幻数核，比较稳定。因此，它们的衰变能很大。相反，$^{209}_{83}Bi$，$^{210}_{84}Po$，$^{211}_{85}At$ 和 $^{212}_{86}Rn$ 都是 $N=126$ 的幻数核，相对于非幻数的母核而言，稳定性好一些，而 α 衰变的子核 $N=124$，它们的中子数比幻数 126 少两个，相对于幻数的子核而言，稳定性就差一些。因此，它们的衰变能特别小。

以上讨论了幻数存在的部分实验事实。其它的事实还有很多，这里不再一一列举了。

§8.2　原子核的壳模型

鉴于幻数的存在，原子核中似乎应该存在类似原子的壳层结构。但是，原子核的结构比原子结构要复杂得多，原子核的许多特点是原子无法类比的。在讨论原子核的壳模型以前，先让我们回顾一下原子中的电子壳层是怎样形成的。

1. 原子中电子的壳层结构

在原子中、处于中心的原子核对于周围的电子来说可以看作是点电荷，它的库仑场是有心场。可以近似地认为，每个电子是在核和其它电子所组成的平均场中各自独立地运动，这个平均场是一种有心场。根据量子力学，它们的运动状态由四个量子数 n，l，m_l，m_s 来标志。此处 n 是主量子数，l 为轨道角动量量子数，m_l，m_s 分别为轨道磁量子数和自旋磁量子数。n 可取下列正整数

$$n = 1,2,3,\cdots$$

对一定的 n，

$$l = 0,1,2,\cdots,n-1\text{。共 } n \text{ 个值。}$$

对一定的 l，

$$m_l = l,l-1,l-2,\cdots,-l\text{。共 } 2l+1 \text{ 个值。}$$

对每一个 m_l，

$$m_s = \pm 1/2\text{，有两个值。}$$

对于库仑场，在不考虑电子自旋与轨道运动相互作用的情况下，电子状态的能量由量子数 n 和 l 决定。对于某一确定的 n，l 相同的状态，能量都一样。因而某一给定 l 的 $2l+1$ 个状

态,能量都相同,即 l 一定的能级是 $2l+1$ 度简并的。由泡利不相容原理知道,对于自旋 $s=1/2$ 的粒子,在同一个状态中不能同时容纳两个同类粒子。电子的自旋是 1/2,它应服从泡利原理。这样,在能量相同的同一个 l 能级上总共可以容纳 $2(2l+1)$个电子。对于 $l=0,1,2,3,4,5,6,7,\cdots$,分别用符号 s,p,d,f,g,h,i,j,…来表示。对于 s 能级,最多能容纳的电子数目 $N=2$;对于 p 能级,$N=6$;d 能级,$N=10$;f=能级,$N=14$;g 能级,$N=18$;h 能级,$N=22$;i 能级,$N=26$,j 能级,$N=30$。

由量子力学可以解得在给定的有心场中电子处于各能级的能量,能量随量子数 n 和 l 的增大而提高。由于内层电子对外层电子的屏蔽效应,实际的有心场与库仑场有所不同。所得的能级次序见表 8-1。能量最低的能级是 1s,其后的次序是 2s,2p,3s,3p,4s,3d,…。能级符号中的数字表示主量子数 n,如对 3d 能级,$n=3$,$l=2$。

电子处于最低能级最稳定,但由于泡利原理的限制,每一能级最多只能填充 $N=2(2l+1)$个电子。这样就可把电子按从低能级往高能级的次序逐个填充,从而形成所谓壳层结构。一些接近的能级组成一个壳层,各壳层之间则有较宽的能量差。最后得到原子中电子的壳层结构如表 8-1 所示。由表可见,满壳层时的电子总数是 2,10,18,36,54,86,它们正是惰性气体氦、氖、氩、氪、氙、氡的原子序数。

表 8-1　电子的壳层结构

壳　　层	能 级 次 序	各能级的电子数	满壳层电子总数
一	1s	2	2
二	2s,2p	2,6	10
三	3s,3p	2,6	18
四	4s,3d,4p	2,10,6	36
五	5s,4d,5p	2,10,6	54
六	6s,4f,5d,6p	2,14,10,6	86
七	7s,5f,6d,…	2,14,10,…	

2. 核内存在壳层结构的条件

由以上讨论可见,如果原子核中也存在类似于原子的壳层结构,则须满足下列条件:

(1)在每一个能级上,容纳核子的数目应当有一定的限制;

(2)核内存在一个平均场,对于接近于球形的原子核,这个平均场是一种有心场;

(3)每个核子在核内的运动应当是各自独立的。

第一个条件是满足的。因为中子和质子都是自旋为 1/2 的粒子,所以都服从泡利原理,从而每个中子和质子的能级容纳核子的数目受到一定的限制。中子和质子有可能各自组成自己的能级壳层。这一点与实验是符合的,因实验发现的幻数分别对中子和质子都存在。

后两个条件看来很难满足,这是由于原子核的情况与原子的情况有很大不同。首先,原子中的库仑作用力是一种长程力,而原子核中核子间的作用力主要是短程力,因而原子核中不像原子中那样存在一个明显的有心力。其次,核中的核子密度与原子中的电子密度相比,大得不可比拟,以致核子在核中的平均自由程可以比核半径小得多,于是可以想象核子间似应不断发生碰撞,因而很难理解核子在核中的运动可以是各自独立的。正是由于上述原因,核内存在壳层结构受到怀疑,以致在很长时期中壳层模型没有得到发展。尤其是只考虑核子间强相互作用的液滴模型能成功地解释许多现象,使得人们更加怀疑核内存在核子的独立运动的可能性。

3. 核的壳模型的基本思想

如上所述,人们曾对核的壳层结构抱有怀疑。但由于后来越来越多的实验事实证实了幻数的存在,而液滴模型在解释幻数的问题上又完全无能为力,于是迫使人们重新考虑核内存在壳层结构的可能性。其中心思想有下面两点:

(1)原子核中虽然不存在与原子中相类似的不变的有心力场,但我们可以把原子核中的每个核子看作是在一个平均场中运动,这个平均场是所有其它核子对一个核子作用场的总和,对于接近球形的原子核,可以认为这个平均场是一个有心场。

(2)泡利原理不但限制了每一能级所能容纳核子的数目,也限制了原子核中核子与核子碰撞的概率。因为原子核处于基态时,它的低能态填满了核子。如果两个核子发生碰撞使核子状态改变,则根据泡利原理,这两个核子只有去占据未被核子所占有的状态,这种碰撞的概率是很小的。这就使得核子在核内有较大的平均自由程,即单个核子能被看做在核中独立运动。所以,壳模型也叫独立粒子模型。

4. 单粒子能级

下面的任务就是选择有心场的具体形式①,以便得出的满壳层的核子数与幻数符合。

最简单的有心场是直角势阱和谐振子势阱。它们在数学上是最容易处理的。对于直角势阱(图 8-4),它的数学表示式为

$$V(r)=\begin{cases}-V_0 & r\leqslant R\\ 0 & r>R\end{cases} \tag{8.2-1}$$

谐振子势阱(图 8-5)的数学表示式为

$$V(r)=-V_0+\frac{1}{2}m\omega^2 r^2 \tag{8.2-2}$$

式中,r 是有心场的径向参量,即力场中的某一点至场中心的距离;R 是原子核的半径;V_0 是势阱深度;m 是核子质量,$\omega=(2V_0/mR^2)^{1/2}$。

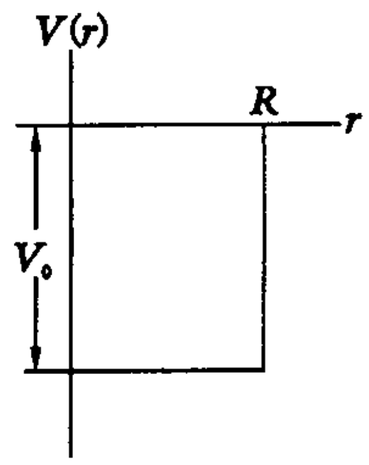


图 8-4　直角势阱

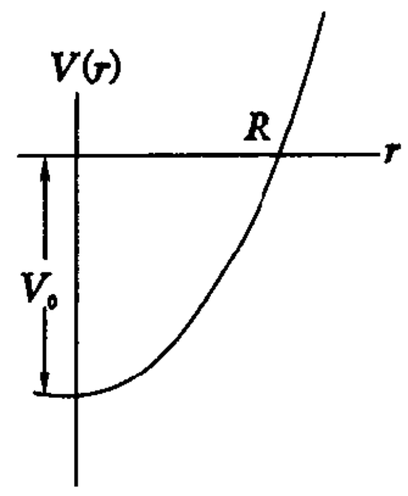


图 8-5　谐振子势阱

直角势阱的物理意义表示核子在原子核内部和外部都不受力,只在核的边界上才受很强的向里的力。谐振子势阱则表示核子在原子核的中心附近不受力,当核子从核中心附近向外移动时,受到一个逐渐变强的向里的力。显然它们都有缺点,谐振子势阱没有把核力的作用范

① 我们可以采用自洽场的方法,由核子之间的作用力求得核内核子所受的平均场和单粒子能级,从而得到核的壳层结构。这种微观理论超出了本书范围。在这里,我们采用唯象的办法,引入一个解析形式的有心场来得到壳层结构。

围局限于核内，直角势阱则认为核子从核的边界往外移动时所受的向里的力会发生从极大到零的突变，这些都与实际情况不符。同时，直角势阱把核子从核的边界往里移动时所受向里的力的变化也描写成无限快，这只是一个极端的近似。而谐振子势阱则把这种变化又描写得太慢了。实际的变化情况，应介于直角势阱与谐振子势阱之间。平均场理论的研究及与实验的比较表明，比较合理的核场是伍兹-萨克森(Woods-Saxon)势阱(图 8-6)：

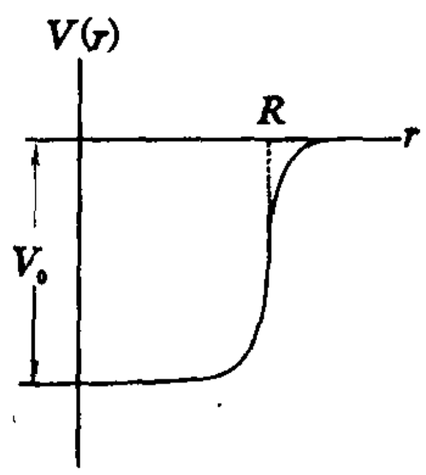


图 8-6 伍兹-萨克森势阱

$$V(r) = \frac{-V_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}} \qquad (8.2\text{-}3)$$

式中 V_0, R, a 是参量。用这种势阱进行处理一般需要用计算机进行数值计算，同时理论计算表明，不同势阱的选择对推得能级的次序影响很小。因此，下面的讨论我们先从直角势阱和谐振子势阱出发，尔后用内插法求得所需的能级。为了计算方便，假设直角势阱的壁是无限高的，可以证明，这不会改变所推得的能级次序。

利用量子力学，可以求得核子在谐振子势阱中运动时的能量

$$E_{\nu l} = (2(\nu-1)+l)\hbar\omega + (3/2)\hbar\omega = n_0\hbar\omega + (3/2)\hbar\omega \qquad (8.2\text{-}4)$$

$$n_0 = 2(\nu-1)+l$$

$$\nu = 1,2,3,\cdots$$

$$l = 0,1,2,\cdots$$

式中，n_0 是谐振子量子数，ν 是径向量子数，l 是轨道量子数。最后一项 $(3/2)\hbar\omega$ 为零级振动的能量。因它是常量，所以在讨论能级结构时可以略去。

我们仍用原子光谱中的符号来表示核子的能级。$l=0,1,2,3,\cdots$ 的能级分别用 s,p,d,f,…字母来表示。字母前面的数字表示 ν。

由(8.2-4)式可见，核子在谐振子势阱中运动时，其能级的能量决定于 n_0，n_0 又决定于 ν 和 l。一般讲，同一 n_0 可以有若干组 ν 和 l 的值。具体讨论如下：最低能级的 $n_0=0$，此时只有一组值：$\nu=1, l=0$，即 $n_0=0$ 的能级只有 1s 一个状态。对 $n_0=1$ 的能级也只有一个状态 1p，即 $\nu=1, l=1$。对 $n_0=2$，有两组 ν 和 l 的值，即 $\nu=2, l=0$，和 $\nu=1, l=2$。所以，$n_0=2$ 的能级包含有两种状态：2s 和 1d。同理可知，$n_0=3$ 的能级有两种状态：2p 和 1f；$n_0=4$ 的能级有三种状态：3s,2d,1g 等等(见表 8-2)。

根据泡利原理，同一 l 的状态最多能容纳 $2(2l+1)$ 个同类核子，从而可以得出谐振子势阱中同类核子填满相应能级时的总数，如表 8-2 所示。从表中可见，谐振子势阱只给出前面三个幻数：2,8,20，其它幻数没有出现。

利用量子力学，也可以求出核子在直角势阱中运动时的能量

$$E_{\nu l} = \hbar^2 X_{\nu l}^2/(2mR^2) \qquad (8.2\text{-}5)$$

式中 $X_{\nu l}$ 是贝塞尔函数 $j_{l+1/2}(kR)=0$ 的根，这里 k 是核子的波数。经计算，$X_{\nu l}$ 的数值如表 8-3 所示，它决定了能级次序。表 8-3 中的第二栏列了能级的次序，它是由调 $X_{\nu l}$ 的大小导出的，表中第三栏 $2(2l+1)$ 表示 (νl) 能级中最多能容纳的同类核子数；第四栏表示从最低能级到 (νl) 能级能容纳的同类核子总数。

表 8-2　谐振子势阱能级核子数

能级能量 $E_u(\hbar\omega)$	谐振子量子数 n_o	能级包含的状态	能级的同类核子数	前面各能级的同类核子总数
0	0	1s	2	2
1	1	1p	6	8
2	2	2s,1d	12	20
3	3	2p,1f	20	40
4	4	3s,2d,1g	30	70
5	5	3p,2f,1h	42	112
6	6	4s,3d,2g,1i	56	168

表 8-3　直角势阱能级核子数

X_u	能级(νl)	$2(2l+1)$	同类核子总数
3.142	1s	2	2
4.493	1p	6	8
5.763	1d	10	18
6.283	2s	2	20
6.988	1f	14	34
7.725	2p	6	40
8.183	1g	18	58
9.095	2d	10	68
9.356	1h	22	90
9.425	3s	2	92
10.417	2f	14	106

由表 8-3 可见,在直角势阱中能级的简并得到部分消除,不同状态(νl)具有不同的能量,而且能级的次序也与谐振子情形不同。但它也只能给出三个幻数:2,8,20,其它幻数同样不能出现。

由前面的讨论可知,核子在真正核场中的能级应介于两者之间,这种能级可以对以上两种能级用内插法粗糙地求得。然而内插获得的能级同样不能得出所有幻数,也只是出现前面三个:2,8,20。看来问题的本质不仅在于势阱的形状,尚须考虑别的重要因素。

5. 自旋-轨道耦合

以上的讨论,我们都没有考虑核子的自旋-轨道耦合问题。实验表明,核子的自旋-轨道耦合不但存在,而且这种耦合作用是很强的。由于核子的自旋和轨道角动量的耦合,核子的能量不仅取决于轨道角动量 l 的大小,而且取决于轨道角动量 $\boldsymbol{l}$ 相对于自旋 $\boldsymbol{s}$ 的取向。$\boldsymbol{s}$ 与 $\boldsymbol{l}$ 平行时(即总角动量 $\boldsymbol{j}$ 的量子数 $j = l + 1/2$ 时)的能量同 $\boldsymbol{s}$ 与 $\boldsymbol{l}$ 反平行时(即 $j = l - 1/2$ 时)的能量是不同的。因此,考虑自旋轨道耦合后,同一条 l 能级将劈裂成两条。由自旋轨道耦合引起的能级劈裂在讨论原子中电子能级的精细结构时已经遇到过。但是,在原子中,由于电子的自旋轨道耦合较弱,$j = l \pm 1/2$ 的两个能级的间隔与 l 不同的两相邻能级的距离相比是较小的,一般不会改变原来的能级次序。可是,原子核情况不同。核子的自旋轨道耦合是很强的,所劈裂的两个能级 $j = l \pm 1/2$ 的间隔可以很大,而且与 $(2l + 1)$ 成正比,随 l 的增加而增大,以致改变原

来的能级次序。另外，$j = l + 1/2$ 的能级低于 $j = l - 1/2$ 的能级。这一点与原子的情形也不同。

考虑自旋-轨道耦合后，同一 l 的能级分成了两条(注意，对于 $l = 0$ 的能级显然不存在自旋 - 轨道耦合问题，所以此能级仍是一条)。对于新的能级，应以(ν, l, j)三个量子数来表征。由于 j 在空间可有 $2j + 1$ 个不同的取向，所以这些新能级是 $2j + 1$ 度退化的。根据泡利原理，它们各自可容纳 $2j + 1$ 个同类核子。

考虑自旋-轨道耦合后的能级如图 8-7 所示。图中左边横线表示由谐振子势阱和直角势阱的能级内插而得的能级。新的能级图中在轨道角动量符号的右下角标出了 j 量子数，即 νl_j。由图可见，由于能级的劈裂，组成了新的原子核壳层。它们给出了全部幻数。两个幻数间的各能级，形成一个主壳层。主壳层内的每一能级，叫做支壳层。主壳层之间能量间隔较大，支壳层之间的能量间隔较小。新的主壳层的形成，是由于有些能级劈裂得特别大。例如，50,82,126 三个幻数分别落在 1g,1h,1i 的分裂处。因此，同一个主壳层内可以有宇称不同的能级，当 l 为偶数时宇称为正，l 为奇数时宇称为负，而且相邻能级的 j 值可以相差很大。

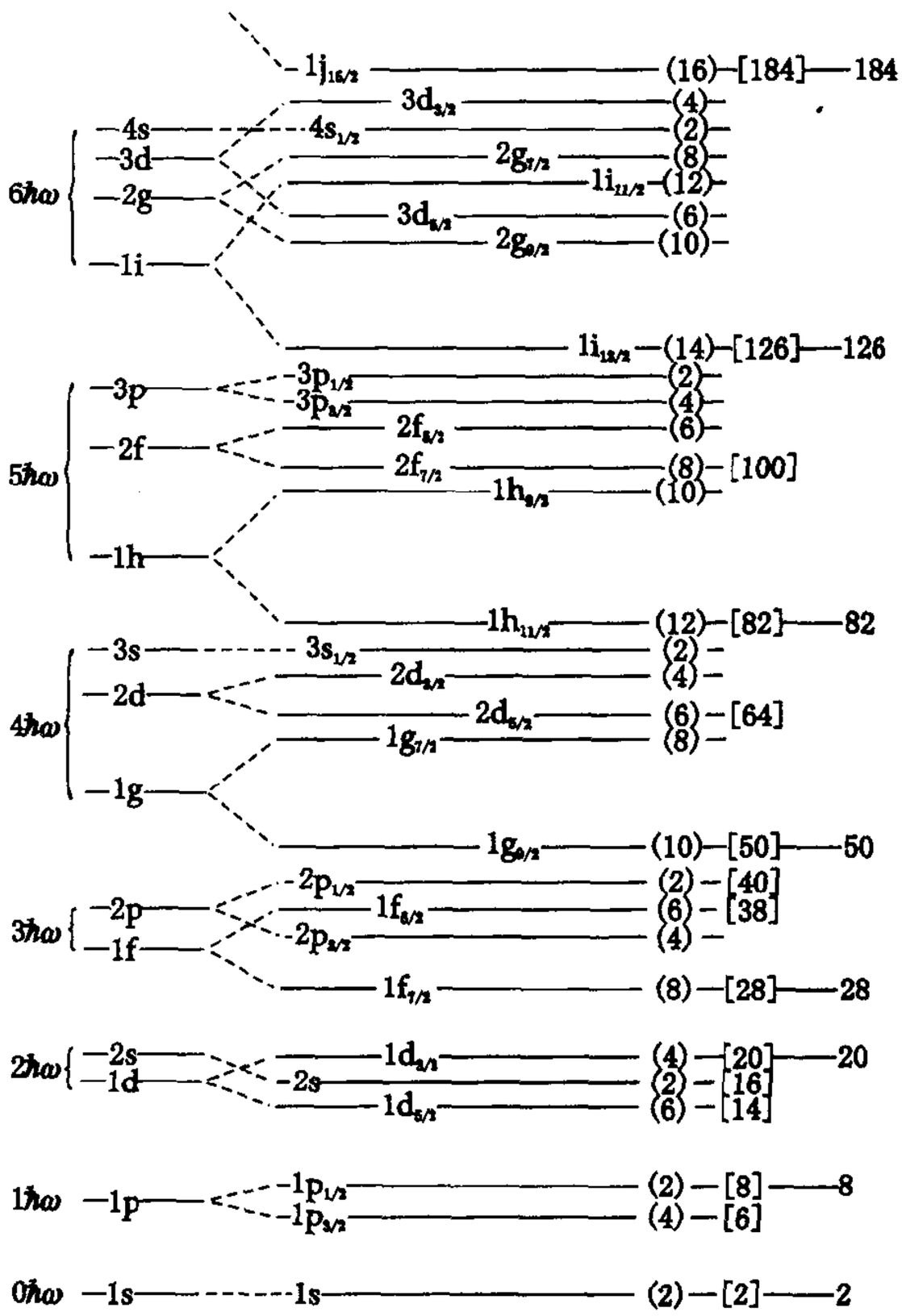


图 8-7　考虑自旋-轨道耦合后的核子能级(参见[13]58 页)

质子和中子各有一套能级。由于质子间具有库仑斥力，质子的能级比相应中子的能级要高一些，能级间距要大一些，能级的排列次序也有些不同，特别是当核子数较多时更是这样，但

主壳层的相对位置不变,即给出相同的幻数。

壳结构理论预言,82 以后的质子幻数可能是 114;126 以后的中子幻数是 184。因此,根据理论预言,质子数为 114 和中子数为 184 的原子核是双幻核。该核及其附近的一些核可能具有相当大的稳定性。它们比普通重核还重,所以称为超重核。实验发现和研究超重核,对核结构理论的发展将起重大作用,因而一直是人们重视的一个研究方向。最近已得到一些初步结果,有待进一步重复和证实。

6. 对关联

上面的讨论,主要是基于包括自旋-轨道耦合在内的平均场,以及核子可以独立地在这平均场中运动的假设。作为壳模型的改进,还应该考虑核子间存在的较小的"剩余"相互作用。核子间的相互作用除了平均场以外的部分,称为剩余相互作用。剩余相互作用的最重要的成分是同类核子间的短程吸引力。许多实验现象表明,两个同类核子间可以存在重要的相互关联,这叫对关联。例如,原子核质量公式中的奇偶质量差就是由对关联引起的。通常用来描述对关联的理论类似于超导性的 BCS(Bardeen-Cooper-Schripffer)理论。对关联主要对这样的核子对有重要使用,两者之间只有所处状态的磁量子数的符号相反,其余的量子数均相同。若用 k 表示状态的四个量子数,$-k$ 表示另一状态的四个量子数,而其中三个量子数均与 k 状态的相同,只是磁量子数 m 有相反的符号,则对关联主要发生在状态 k 和 $-k$ 的粒子之间。通常称状态的核子数为占有数。根据泡利不相容原理,占有数等于 1 或 0,用 ν_k^2 表示状态 k 的平均占有数,显然它在 0 与 1 之间变化。

忽略对关联时,在某一能量以下的每一状态都被粒子占有,在此能量以上的状态没有核子占据。这种区分占有能级和空缺(未占有)能级的能量,称为费米能量,并用 λ 表示。当考虑对关联时,理论给出,平均占有数是单粒子状态能量 ε_k 的函数,

$$\nu_k^2 = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{[(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2}}\right\} \tag{8.2-6}$$

其中,Δ 称为能隙,它与相互作用有关。由(8.2-6)式可见,对于 $\lambda - \varepsilon_k \gg \Delta$,$\nu_k^2 = 1$;对于 $\varepsilon_k - \lambda \gg \Delta$,$\nu_k^2 = 0$;对于 $\lambda = \varepsilon_k$,$\nu_k^2 = 1/2$。可见,由于对关联,平均占有数在费米能处并不产生突变,而主要在 2Δ 的能量间隔内连续改变。这表示原子核的基态并不决定于单一的组态,而决定于许多组态的线性组合。

偶偶核的最低激发态,除了后面要讨论的集体运动态之外,是由核子对的崩溃产生的,结果使核子对的一个粒子处于激发能级。因此,形成了一个"空穴"和一个非成对的粒子,通常称它们为准粒子。理论给出,准粒子的激发能

$$E_k = [(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2]^{-1/2} \tag{8.2-7}$$

由(8.2-7)式可见,当 $\varepsilon_k - \lambda \gg \Delta$ 时,$E_k \approx \varepsilon_k - \lambda$,当 $|\varepsilon_k - \lambda| \ll \Delta$ 时,$E_k \approx \Delta$。总之,$E_k > \Delta$。在偶偶核中,最低的内部激发态是两个准粒子态,其激发能是

$$E_{k1} + E_{k2} = [(\varepsilon_{k1} - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} + [(\varepsilon_{k2} - \lambda)^2 + \Delta^2]^{1/2} > 2\Delta \tag{8.2-8}$$

对于最低激发态,虽然 $\varepsilon_{k1} - \lambda$ 和 $\varepsilon_{k2} - \lambda$ 均小于 Δ,但是最小的激发能仍大于 2Δ。通常称 2Δ 为对能隙(pairing gap)。

对关联在壳模型和集体模型中有重要应用,有些实验现象只有考虑对关联才能得到合理的解释。

§8.3 壳模型的应用

壳模型虽能解释原子核的幻数，但从上一节自旋-轨道耦合的讨论中不难看出，这种解释是带有任意性的。只要自旋-轨道耦合引起的能级劈裂的程度有所改变，能级排列的次序就会发生变化，从而填满壳层的核子数就会与幻数不符。因此，必须要用更多的实验事实与壳模型比较，才能检验它的正确程度。下面进一步讨论与壳模型有关的一些实验事实。

1. 原子核基态的角动量和宇称

当质子和中子都填满最低一些能级时，原子核的能量最低，即为基态。当有些核子处于较高能级而其下面的能级未填满时，原子核的能量就较高，此为激发态。这些处于较高能态的核子叫做被激发的核子。这种核子越多，或它们的能级越高，则原子核的激发能也越高。

现在我们来讨论原子核处于基态时的能级特性——自旋和宇称。

原子核的角动量，通常称为原子核的自旋，是核内所有核子的角动量（包括自旋和轨道角动量）的矢量和。原子核的宇称是核内所有核子的宇称的乘积。

对于双幻数核，质子和中子都正好填满各自的主壳层，此时，每一角动量为 j 的能级上都充满了 $2j+1$ 个核子，它们的角动量朝向 $2j+1$ 个不同的方向。因此，其矢量和为零，则每一能级的角动量均为零，原子核的总角动量也为零，即双幻核的自旋为零。可以认为，填满一个主壳层时的核子是球对称分布的，所以双幻核具有球形。至于宇称，由于每条填满核子数的能级的核子数总是偶数，同一能级的每个核子的宇称都相同，则不论每个核子的宇称是正还是负，同一能级中所有核子的宇称之乘积总是正，即每个壳层具有正的宇称。所以，双幻核的宇称为正。壳模型对于双幻核性质的上述结论，已为实验所证实。

对于偶偶核，即质子数和中子数都为偶数的原子核，当偶数个核子处于最低那些能级时，在每一能级上所占有的核子数都是偶数。由于同一能级中的偶数个核子具有同样大小的角动量 j，而且由于对力的作用，成对的两个核子的 j 的方向是相反的，因而同一能级的所有核子的角动量矢量之和为零，则质子壳层和中子壳层都具有等于零的角动量。所以，偶偶核的自旋为零。偶偶核中每一能级的核子数为偶，因此它的宇称为正。有关偶偶核的自旋和宇称的结论已被实验很好证实，至今尚未发现例外。

对于奇 A 核，即质量数 A 为奇数的原子核，根据壳模型，其自旋和宇称可由填充壳层的最后那个奇数的核子的状态所决定。这是因为其余偶数个核子的贡献，相当于一个偶偶核的贡献，即给出零的角动量和正的宇称。因此，原子核的自旋应与最后一个奇核子的角动量 j 相同。宇称应由那个奇核子的轨道量子数 l 来决定，当 l 为偶数时宇称为正，l 为奇数时宇称为负。可见奇 A 核的状态，由单个非成对的核子的状态所决定。这种模型也叫单粒子模型。例如，$^{27}_{13}\mathrm{Al}$ 由 13 个质子和 14 个中子组成，其自旋和宇称应由第 13 个质子的状态来决定。由图 8-7 可知，该质子的状态是 $1d_{5/2}$，所以 $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ 的自旋为 5/2，宇称为正。再如 $^{67}_{30}\mathrm{Zn}$ 的 $Z=30$，$N=37$，其自旋和宇称应由第 37 个中子的状态 $1f_{5/2}$ 来决定。所以，$^{67}_{30}\mathrm{Zn}$ 的自旋为 5/2，宇称为负。更多的例子列于表 8-4 中，并与实验值作了比较。

表 8-4　一些奇 A 核的基态自旋和宇称

核	奇核子状态	I^π		核	奇核子状态	I^π	
		理论值	实验值			理论值	实验值
$^{11}_{5}B_6$	$1p_{3/2}$	$\frac{3}{2}-$	$\frac{3}{2}-$	$^{35}_{17}Cl_{18}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{13}_{6}C_7$	$1p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$	$^{37}_{18}Ar_{19}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{15}_{7}N_8$	$1p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$	$^{39}_{19}K_{20}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{17}_{8}O_9$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{55}_{25}Mn_{30}$	$1f_{7/2}$	$\frac{7}{2}-$	$\frac{5}{2}-$
$^{19}_{9}F_{10}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{67}_{30}Zn_{37}$	$1f_{5/2}$	$\frac{5}{2}-$	$\frac{5}{2}-$
$^{19}_{10}Ne_9$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{87}_{38}Sr_{49}$	$1g_{9/2}$	$\frac{9}{2}+$	$\frac{9}{2}+$
$^{23}_{11}Na_{12}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{3}{2}+$	$^{95}_{42}Mo_{53}$	$2d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$
$^{25}_{12}Mg_{13}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{137}_{56}Ba_{81}$	$2d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{27}_{13}Al_{14}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{201}_{80}Hg_{121}$	$2f_{5/2}$	$\frac{5}{2}-$	$\frac{3}{2}-$
$^{29}_{14}Si_{15}$	$2s_{1/2}$	$\frac{1}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{207}_{82}Pb_{125}$	$3p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$
$^{81}_{15}P_{16}$	$2s_{1/2}$	$\frac{1}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{209}_{82}Pb_{127}$	$2g_{9/2}$	$\frac{9}{2}+$	$\frac{9}{2}+$
$^{33}_{16}S_{17}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$	$^{209}_{83}Bi_{126}$	$1h_{9/2}$	$\frac{9}{2}-$	$\frac{9}{2}-$

根据单粒子模型来讨论奇 A 核的状态时，必须考虑对能效应对核子能级填充次序的影响。核子成对地填充能级时，要放出对能 δ。理论和实验表明：对能 δ 的大小与能级的角动量 j 有关，j 越大，δ 也越大，因此，当相邻两能级 1 和 2（假定能级 1 高于能级 2）的对能之差（$\delta_1-\delta_2$）大于其能级间距 ΔE 时，核子填充能级的次序就会改变，即未考虑对能效应时的较低能级尚未填满，就去填入较高能级。显然，只有能级 1 的角动量 j_1 大于能级 2 的角动量 j_2 时，对能效应才有可能起作用。对能效应起作用时，最后一个奇核子不是处于角动量较大的能级，而是处于角动量较小的能级。例如 $^{75}_{33}As$，$^{79}_{35}Br$ 和 $^{87}_{37}Rb$ 都是奇质子核，按图 8-7 的能级次序，它们的最后一个奇质子均应填在 $1f_{5/2}$ 能级，所以自旋都是 5/2，但实验值都是 3/2。这可以由对能效应来解释。如果此时 $2p_{3/2}$ 和 $1f_{5/2}$ 两相邻能级满足以下条件

$$2\Delta E > \delta_1 - \delta_2 > \Delta E \tag{8.3-1}$$

则以上三个核的质子组态分别是 $(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^2$，$(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^4$ 和 $(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^6$，即最后一个单质子不是处在 $1f_{5/2}$ 能级，而是处在 $2p_{3/2}$ 能级，所以它们的自旋都应该是 3/2，这与实验相符。当两相邻能级的对能之差

$$\delta_1 - \delta_2 > 2\Delta E \tag{8.3-2}$$

时，对能效应的作用对奇核子状态产生的结果与满足（8.3-1）式的情况相同，只是成对核子所处的状态有所不同罢了。

由表 8-4 可见，对于大多数奇 A 核的基态自旋和宇称，考虑对能效应后，壳模型能给出正确的值，但有少数情形例外。例如，在轻核范围内，$^{19}_{9}F_{10}$，$^{19}_{10}Ne_9$ 和 $^{23}_{11}Na_{12}$ 的理论值与实验值不符，这是因为这几个核有较大的形变，而基于球形对称场的壳模型对形变核的描写会遇到困

难。其它一些情形的例外，一般都是自旋的实验值比理论值少 1。

应该指出，奇 A 核的自旋总是半整数，这是因为每个核子的角动量均为半整数，奇数个半整数不论怎样耦合总是给出半整数。

对于奇奇核，即质子数和中子数都为奇数的原子核，壳模型的预言不如奇 A 核好。可以认为，奇奇核的自旋和宇称由最后两个奇核子决定。关于这两个奇核子的角动量如何耦合成核的自旋，有以下两个规则：

(i)若最后两个奇核子的自旋与轨道角动量都是平行的，即

$$j_n = l_n + 1/2, \quad j_p = l_p + 1/2$$

或者都是反平行，即

$$j_n = l_n - 1/2, \quad j_p = l_p - 1/2$$

其中，角标 n 表示中子，p 表示质子，则核的自旋 I 在多数情况下是

$$I = j_n + j_p \tag{8.3-3}$$

但有不少例外，如 $^{34}_{17}\mathrm{Cl}$ 的自旋不是 3 而是零；$^{58}_{27}\mathrm{Co}$ 自旋不是 5 而是 2。

(ii)若最后两个奇核子中的一个核子的自旋与轨道角动量是平行的，另一个核子的自旋与轨道角动量是反平行的，即

$$j_n = l_n + 1/2, \quad j_p = l_p - 1/2$$

或者

$$j_n = l_n - 1/2, \quad j_p = l_p + 1/2$$

则核的自旋

$$I = | j_n - j_p | \tag{8.3-4}$$

此规则也有例外，如 $^{40}\mathrm{K}$ 的自旋不是 2 而是 4。

以上两个规则说明奇质子和奇中子间存在较强的自旋耦合。使这两个核子的自旋有平行的倾向。

奇奇核的宇称等于最后两个奇核子所处状态的宇称之积，即核的宇称：

$$\pi = (-1)^{l_n + l_p} \tag{8.3-5}$$

质子和中子各自形成自己的壳层。但实验表明，两者之间并非完全没有相互干扰，这从分析奇 A 同位素的原子核的自旋可以说明。不少奇 Z 元素的各个奇 A 同位素的原子核，其自旋值不是完全相同。例如，碘的六个奇 A 同位素的原子核：$^{123}\mathrm{I}$，$^{125}\mathrm{I}$，$^{127}\mathrm{I}$，$^{129}\mathrm{I}$，$^{131}\mathrm{I}$ 和 $^{133}\mathrm{I}$，虽然它们的质子数都是 53，然而最后一个质子所处的状态却有差别，前三者的自旋为 5/2，后三者的自旋为 7/2。这说明因中子数的不同，质子能级也会改变，前三个核中最后一个质子处于 $2d_{5/2}$ 能级，后三个核中最后一个质子则处于 $1g_{7/2}$ 能级。

综上所述；壳模型能正确地预言绝大多数核的基态自旋和宇称。这是它的最大成功之处。

2. 同核异能素岛的解释

在 §7.5 中曾经指出，同核异能态之所以具有较长的寿命，是因为该态与相邻较低能态的角动量之差 ΔI 比较大，从而相应的 γ 跃迁概率较小。当 $\Delta I \geqslant 3$ 时，同核异能态的寿命相当长（$\tau \gtrsim 1\mathrm{s}$）。实验发现，这种长寿命同核异能态的分布随核子数的变化具有一定的规律性，它们几乎都集中在紧靠 Z 或 N 等于 50，82，126 等幻数前面的区域，形成所谓同核异能素岛（见图 7-7）。

壳模型能很好地解释同核异能素岛的出现。前面已指出，奇 A 核的基态自旋和宇称由最后奇核子的状态所决定。类似地，奇 A 核的单粒于激发态的能级特性可以被认为是由激发态时的奇核子的状态来决定。这样，只要在激发态和基态时奇核子所处的能级的角动量 j 相差很大($\geqslant 3$)，就会出现长寿命的同核异能态。

前已指出，在 50，82，126 三个幻数附近由自旋-轨道耦合引起的能级劈裂特别厉害，以至 j 值相差很大的能级可以相邻排列在一起。而且，这种相邻的两能级具有不同的宇称。这是形成长寿命同核异能态的根本原因。

由图 8-7 可见，在 Z 或 N 等于 38 以前，相邻两能级的 j 值最多相差 2，因此不会出现长寿命的同核异能态。在 38 以后，核子填入 $2p_{1/2}$ 和 $1g_{9/2}$ 两个能级中，这两个能级的 j 值相差为 4，因此 Z 或 N 等于 39 到 49 之间的原子核应该出现长寿命的同核异能态，即形成同核异能素岛。同样的道理，Z 或 N 在 65 到 81 之间和 101 到 125 之间也应该存在同核异能素岛。实验发现确是如此。对同核异能素岛的解释是壳模型的又一成功，并表明核内核子的运动的确存在很强的自旋-轨道耦合。

3. β 衰变与壳模型的关系

在第六章中已经讨论过，由实验测得的 $\log fT_{1/2}$ 值可以判断 β 衰变的跃迁级次。判别的标准如下：

跃迁级次	选择定则	$\log fT_{1/2}$
容许跃迁	$\Delta I=0,\pm1;\Delta\pi=+1$	3～6
一级禁戒跃迁	$\Delta I=0,\pm1,\pm2;\Delta\pi=-1$	3～6
二级禁式跃迁	$\Delta I=\pm2,\pm3;\Delta\pi=+1$	10～13
三级禁戒跃迁	$\Delta I=\pm3,\pm4;\Delta\pi=-1$	15～18

实验指出，奇 A 核的 β 衰变的 $\log fT_{1/2}$ 值与壳模型预言的跃迁级次相当符合。下面，我们来讨论基态至基态间的 β 跃迁。

根据壳模型，对于奇 A 核的 β 衰变，母核与子核的自旋和宇称的变化，就是奇中子与奇质子所在能级的 j 和 l 值的变化。例如，对于 $^{37}_{16}S_{21}\xrightarrow{\beta^-}{}^{37}_{17}Cl_{20}$，母核具有偶数个质子和奇数个中子，而子核具有偶数个中子和奇数个质子。按壳模型，母核与子核的自旋和宇称的变化应由第 21 个中子与第 17 个质子所处状态的变化来决定。根据图 8-7，第 21 和第 17 个核子的能态分别为 $1f_{7/2}$ 和 $1d_{3/2}$，从而 j 的变化 $\Delta j=2$，l 的变化 $\Delta l=1$。所以，此跃迁 $\Delta I=\Delta j=2$，$\Delta\pi=(-1)^{\Delta l}=-1$，即为一级禁戒跃迁，其 $\log fT_{1/2}$ 值应在 6～10 之间，这与 $\log fT_{1/2}$ 的实验值 7.1 很好符合。表 8-5 中列举了奇 A 核 β 衰变的若干例子。

4. 核的磁矩

按照壳模型，偶偶核的自旋为零，因此偶偶核的磁矩也为零。这与实验完全符合。

对于奇 A 核，自旋一般等于最后一个非成对核子的角动量，因此可以推测，奇 A 核的磁矩也应该等于最后一个核子的磁矩。

核内单个核子的磁矩 $\boldsymbol{\mu}_j$ 一般为核子轨道运动的磁矩 $\boldsymbol{\mu}_l$ 和核子自旋磁矩 $\boldsymbol{\mu}_s$ 组成，即

表 8-5　壳模型对 β 衰变的预言

β 衰变	奇核子能级	核自旋变化 $\Delta I=\Delta j$	核宇称变化 $\Delta\pi=(-1)^{\Delta l}$	$\log fT_{1/2}$ 实验值
${}^{3}_{1}H_{2}\longrightarrow{}^{3}_{2}He_{1}$	$1s_{1/2}\longrightarrow 1s_{1/2}$	0	$+1(\Delta l=0)$	3.1
${}^{35}_{18}S_{19}\longrightarrow{}^{35}_{17}Cl_{18}$	$1d_{3/2}\longrightarrow 1d_{3/2}$	0	$+1(\Delta l=0)$	5.0
${}^{111}_{50}Sn_{61}\longrightarrow{}^{111}_{49}In_{62}$	$1g_{7/2}\longrightarrow 1g_{9/2}$	1	$+1(\Delta l=0)$	4.7
${}^{111}_{47}Ag_{64}\longrightarrow{}^{111}_{48}Cd_{63}$	$2p_{1/2}\longrightarrow 3s_{1/2}$	0	$-1(\Delta l=1)$	7.3
${}^{141}_{58}Ce_{83}\longrightarrow{}^{141}_{59}Pr_{82}$	$2f_{7/2}\longrightarrow 2d_{5/2}$	1	$-1(\Delta l=1)$	7.7
${}^{89}_{38}Sr_{51}\longrightarrow{}^{89}_{39}Y_{50}$	$2d_{5/2}\longrightarrow 2p_{1/2}$	2	$-1(\Delta l=1)$	8.6
${}^{99}_{43}Tc_{56}\longrightarrow{}^{99}_{44}Ru_{55}$	$1g_{9/2}\longrightarrow 2d_{5/2}$	2	$+1(\Delta l=2)$	12.3
${}^{87}_{37}Rb_{50}\longrightarrow{}^{87}_{38}Sr_{49}$	$2p_{3/2}\longrightarrow 1g_{9/2}$	3	$-1(\Delta l=3)$	17.6
${}^{115}_{49}In_{66}\longrightarrow{}^{115}_{50}Sn_{65}$	$1g_{9/2}\longrightarrow 3s_{1/2}$	4	$+1(\Delta l=4)$	22.7

$$\boldsymbol{\mu}_j=\boldsymbol{\mu}_l+\boldsymbol{\mu}_s=g_l\boldsymbol{l}+g_s\boldsymbol{s}=g_j\boldsymbol{j}^{①} \tag{8.3-6}$$

$\boldsymbol{l}$，$\boldsymbol{s}$ 和 $\boldsymbol{j}$ 分别为核子轨道运动角动量、自旋和总角动量，g_l，g_s 和 g_j 分别为相应的 g 因数；磁矩以核磁子 μ_N 为单位，角动量以 $\hbar$ 为单位。

用 $\boldsymbol{j}$ 点乘(8.3-6)式，得

$$g_j\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=g_l\boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{j}+g_s\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{j} \tag{8.3-7}$$

由于

$$\begin{aligned}\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}&=j(j+1)\\ \boldsymbol{l}\cdot\boldsymbol{j}&=(\boldsymbol{j}^2+\boldsymbol{l}^2-\boldsymbol{s}^2)/2\\ &=[j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)]/2\\ \boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{j}&=(\boldsymbol{j}^2+\boldsymbol{s}^2-\boldsymbol{l}^2)/2\\ &=[j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)]/2\end{aligned}$$

代入(8.3-7)式并用$(j+1)$除等式两端，得

$$g_jj=g_l\frac{j(j+1)+l(l+1)-s(s+1)}{2(j+1)}+g_s\frac{j(j+1)+s(s+1)-l(l+1)}{2(j+1)} \tag{8.3-8}$$

注意，此式左边 g_jj 是角动量为 j 的一个核子的磁矩 μ_j，所以奇 A 核的磁矩 μ_I 可用(8.3-8)式右边计算，得以下表达式：

$$\mu_I=\begin{cases}g_l\left(I-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{2}g_s, & \text{当 } I=j=l+\dfrac{1}{2}\text{ 时}\\[2ex] \dfrac{I}{I+1}\left[g_l\left(I+\dfrac{3}{2}\right)-\dfrac{1}{2}g_s\right], & \text{当 } I=j=l-\dfrac{1}{2}\text{ 时}\end{cases} \tag{8.3-9}$$

所以对于奇 N 偶 Z 核，因中子的 $g_l=0$，$g_s=-3.82$，则

$$\mu_I=\begin{cases}-1.91, & \text{当 } j=l+\dfrac{1}{2}\text{ 时}\\[2ex] 1.91\dfrac{I}{I+1}, & \text{当 } j=l-\dfrac{1}{2}\text{ 时}\end{cases} \tag{8.3-10}$$

① 严格讲，此式对求同一角动量量子数状态之间的矩阵元才成立。

对于奇 Z 偶 N 核，因质子的 $g_l=1, g_s=5.58$，则

$$\mu_I=\begin{cases} I+2.29, & \text{当 } j=l+\frac{1}{2} \text{ 时} \\ I-2.29\dfrac{I}{I+1}, & \text{当 } j=l-\frac{1}{2} \text{ 时} \end{cases} \tag{8.3-11}$$

(8.3-10)和(8.3-11)式表示壳模型预言的奇 A 核的磁矩随自旋的变化关系。该关系也可用图 8-8 和图 8-9 表示。这四条线称为施密特(Schmidt)线，它是在壳层理论建立以前由施密特提出的。图中也画出了相应的实验点。空心点代表自旋与轨道角动量平行的核，打叉点代表自旋与轨道角动量反平行的核。由图可见，大部分实验点并没有落在施密特线上，而是落在各自的两条施密特线之间。但对同一个 j 值，大致可分成两组，一组比较靠近 $j=l+1/2$ 的施密特线，另一组比较靠近 $j=l-1/2$ 的施密特线。所以，壳模型对奇 A 核磁矩的预言虽不准确，但可描写磁矩变化的趋势，在已知核的自旋的情况下，通过磁矩的测量往往可以求得 l，从而定出核的宇称。

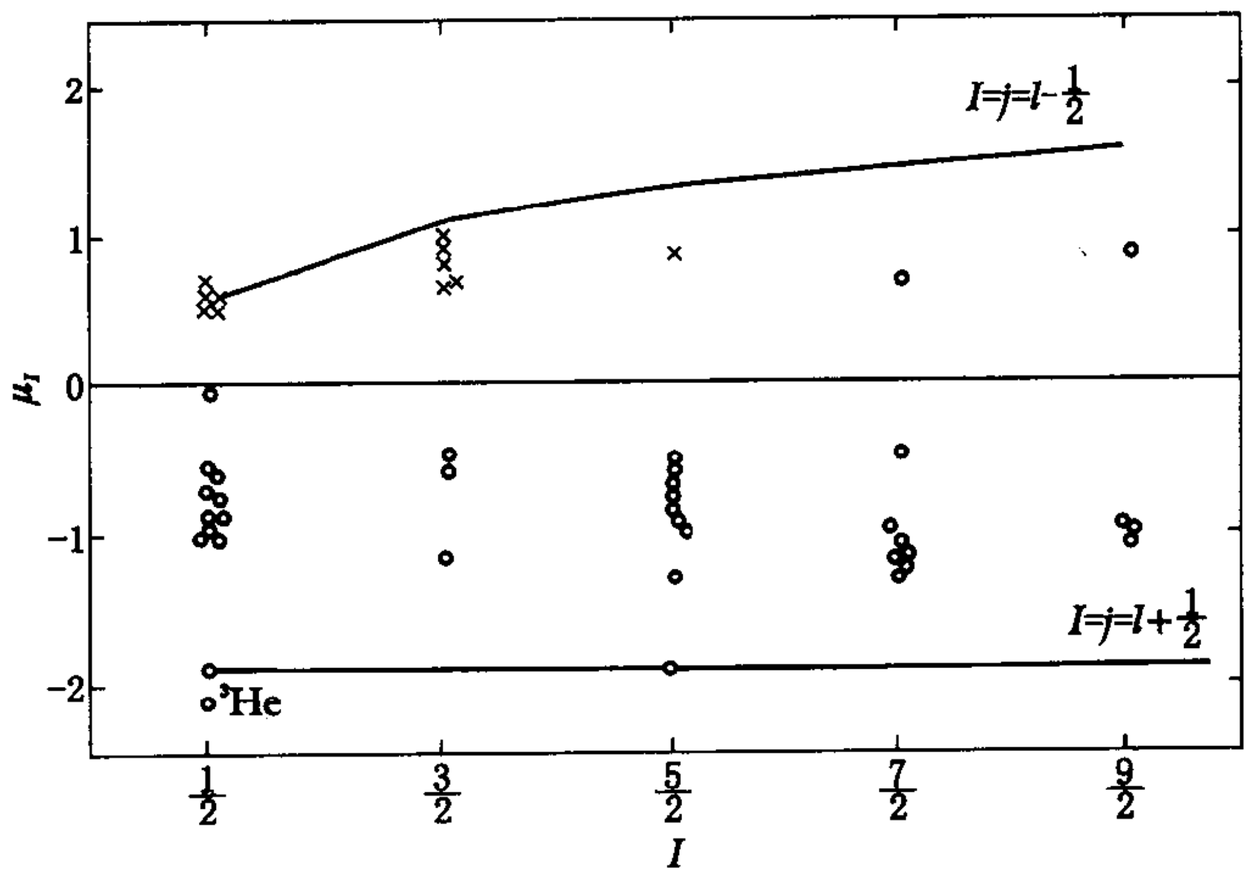


图 8-8　奇 N 核的磁矩随自旋的变化

5. 核的电四极矩

第一章中曾经讨论过，原子核中的电荷分布为球状时，电四极矩 $Q=0$；长椭球的 $Q>0$，扁椭球的 $Q<0$。如果认为核中的电荷分布是均匀的，那么，电四极矩的测定就可以估计出原子核的形状。根据壳模型，电四极矩是由未填满壳层的少数质子贡献的，并可定量地计算其大小。

当奇 Z 偶 N 核的满壳层外有 p 个质子处于角动量为 j 的能级上时，计算给出

$$Q=-<r^2>\frac{2j-1}{2(j+1)}\left[1-\frac{2(p-1)}{2j-1}\right] \tag{8.3-12}$$

其中$\langle r^2\rangle$为径向波函数 R_{nl} 的平均值。可见当 $p<(2j+1)/2$ 时，即外层质子数少于该层能填充粒子数的一半时，电四极矩具有负值；当 $p>(2j+1)/2$ 时，Q 为正。因此，对质子数为幻数加 1 的奇 A 核，Q 为负；对幻数减 1 的奇 A 核，Q 为正。这个结论与实验相符。例如，实验测

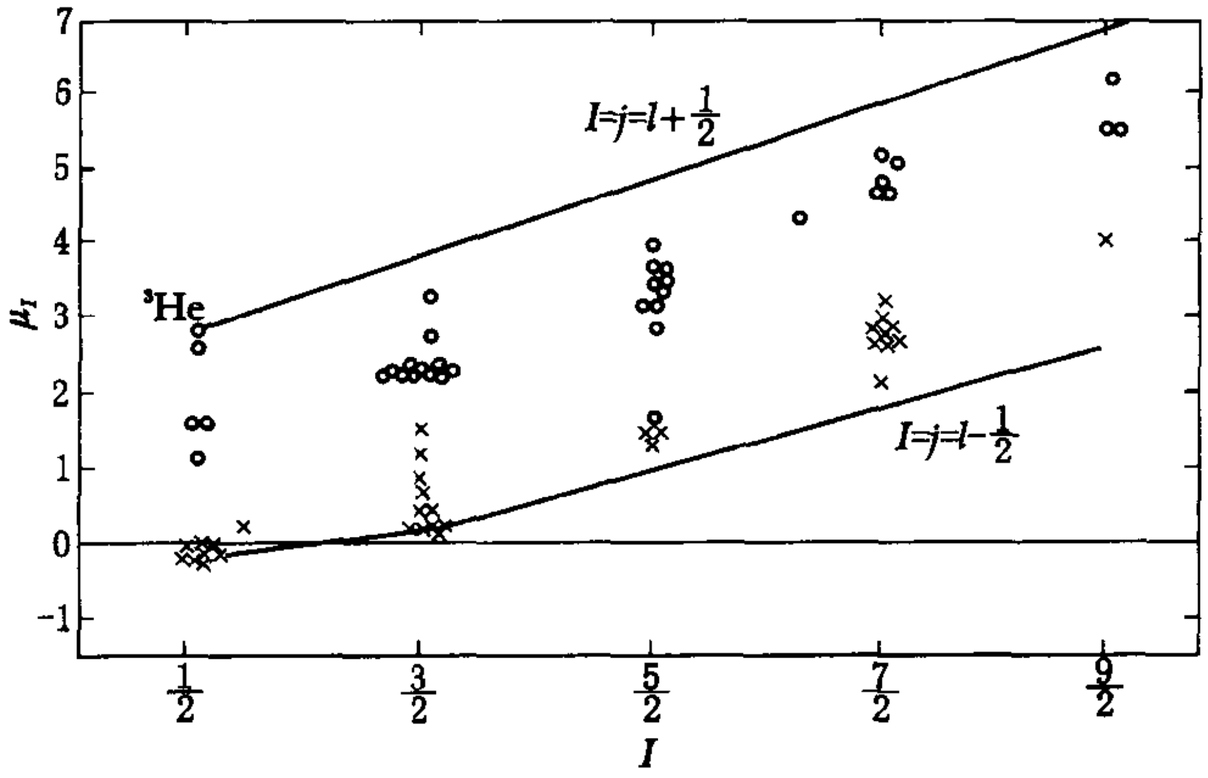


图 8-9　奇 Z 核的磁矩随自旋的变化

得 $^{45}_{21}\mathrm{Sc}$，$^{63}_{29}\mathrm{Cu}$，$^{65}_{29}\mathrm{Cu}$，$^{121}_{51}\mathrm{Sb}$，$^{123}_{51}\mathrm{Sb}$，$^{209}_{83}\mathrm{Bi}$ 等的 Q 为负，$^{59}_{27}\mathrm{Co}$，$^{113}_{49}\mathrm{In}$，$^{203}_{81}\mathrm{Tl}$，$^{205}_{81}\mathrm{Tl}$ 的 Q 为正。但简单的壳模型对电四极矩的预言，除对幻数附近的原子核有较好的符合以外，实验与理论有严重分歧(见图 8-10)。由图可见，对于远离幻数的核，例如 $^{175}\mathrm{Lu}$ 和 $^{181}\mathrm{Ta}$，电四极矩很大。计算表明，实验测得的 Q 值比理论值大得多，甚至高达 20 倍以上，并且奇中子核的电四极矩也不小。这说明，对于这些原子核的电四极矩，不像壳模型预言的那样，只是少数核子的贡献，而应该考虑大量核子的集体效应。

6. γ 跃迁概率

在第七章中曾经指出，基于壳模型得出的 γ 跃迁概率公式可以定性地用来判别跃迁的多极性，但在定量上一般不相符合。尤其是远离幻数的核，其 $E2$ 跃迁概率的实验值比理论值可以高达 100 多倍。这也反映了壳模型的局限性。

与壳模型有关的实验事实还很多，我们不再一一介绍了。

总结上面的讨论，可以得出以下两点：

(1)核内存在一个平均场，核子在这平均场中的独立运动有一定意义，且其运动有很强的自旋-轨道耦合。

(2)壳模型应用于幻数附近的原子核，相当成功；对远离幻数的原子核(也叫远离满壳层的原子核)，遇到了不少困难，这是壳模型的最大缺陷。

§8.4　集体模型的概念

壳模型在解释原子核的幻数、基态的自旋和宇称、同核异能素岛以及 β 衰变等方面都取得了很大成功。但壳模型也存在很多缺陷，如对远离双幻核区域的磁矩、电四极矩和 $E2$ 跃迁概率的解释遇到了很大困难。壳模型的成功表明核中粒子的独立运动确有一定意义；其缺陷则表明该模型的应用范围有一定的局限性，局限于双幻数附近的原子核，即球形核。为了使理论突破局限性，能适用于更多原子核，必须从有关的实验事实出发，提出新的核结构模型。

1. 集体运动的实验根据

原子核的运动形式，除核内存在核子的独立运动以外，许多事实表明原子核还具有集体运

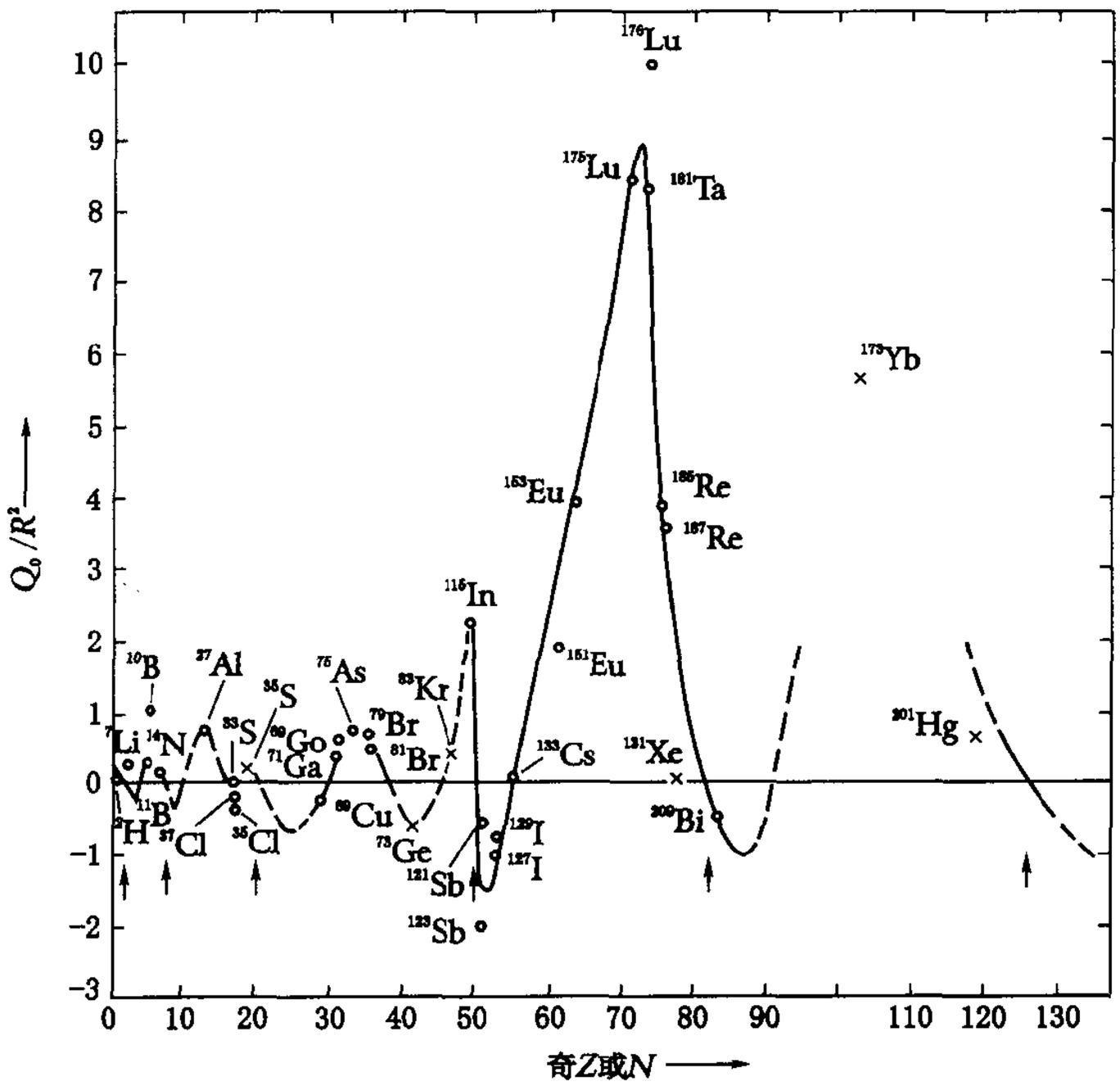


图 8-10　奇 Z 或 N 核的电四极矩

动的形式。特别明显的实验事实是偶偶核的能级规律。

实验上发现偶偶核的低激发能级规律有三类。一类是在双幻核附近，它们可用壳模型来解释，是由单核子激发产生的。简称为粒子能级。

第二类能级发现于离双幻核稍远的原子核（$60<A<150, 190<A<220$），其低激发能级之间的距离大致相等（图 8-11a），例如 ^{64}Zn，^{76}Se，^{92}Zr，^{102}Ru，^{122}Te，^{126}Xe，^{194}Pt，^{214}Po 等的能级。这类能级与谐振子能级的特点相符。由（8.2-4）式可知，谐振子的能级间距都是 $\hbar\omega$。这表明这类能级是由原子核的振动产生的，简称为振动能级。

第三类能级发现于远离双幻核的原子核（$150<A<190, A>220$）。这类能级的自旋依次是 0，2，4，6，…，能量之比有以下规律（图 8-11b）：$E_2:E_4:E_6:\cdots=3:10:21:\cdots$。例如，^{156}Gd，^{162}Dy，^{176}Hf，^{180}Hf，^{184}W，^{224}Ra，^{232}U，^{238}Pu，^{242}Am 等核的能级，这类能级与双原子分子的转动能级规律相符。对于双原子分子，其转动能级的能量 E_I 与其角动量 I 之间有以下关系：

$$E_I \propto I(I+1)$$

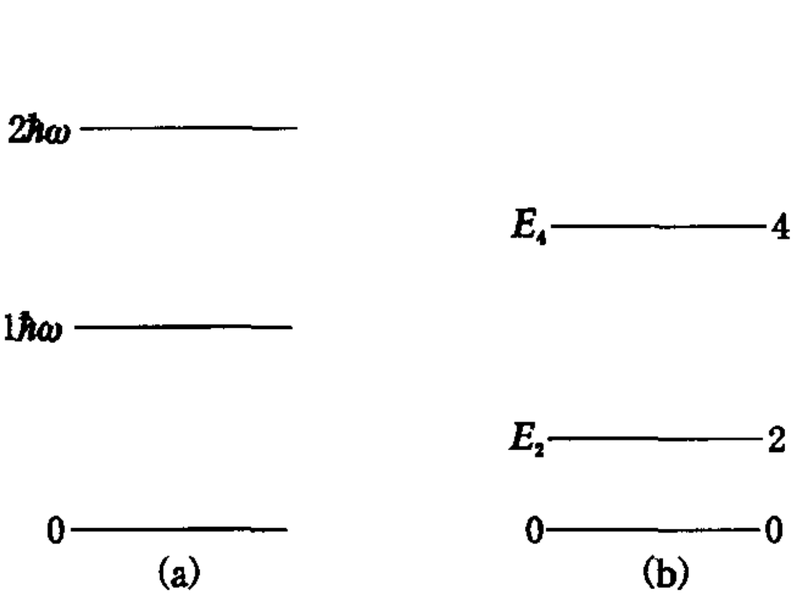


图 8-11　振动能级（a）和转动能级（b）

把 $I=0,2,4,6$ 代入，正好得出第三类能级的规律：

$$E_2 : E_4 : E_6 : \cdots = 6 : 20 : 42 : \cdots$$
$$= 3 : 10 : 21 : \cdots$$

这表明第三类能级是由原子核转动产生的，简称为转动能级。

以上事实说明原子核的运动形式，除了单粒子运动外，还存在振动运动和转动运动等集体运动。

2. 集体运动的理论分析——集体模型

振动能级和转动能级的规律是壳模型无法解释的。这是因为壳模型只考虑原子核中核子的独立运动，而没有考虑集体运动。这就是壳模型的局限性。为了把壳模型推广应用到所有原子核，就必须在考虑核子独立运动的同时，还要考虑到原子核的集体运动，从而发展了一个新的核模型——集体模型或叫综合模型。

集体模型的基础是壳模型，它保留了壳模型的基本概念，即认为核子在平均核场中独立运动并形成壳层结构。但它对壳模型作了重要补充，认为原子核可以发生形变(指球形变为非球形)，并产生转动和振动等集体运动。

下面我们来分析一下：为什么原子核会发生形变？形变和核子数的关系如何？

先看满壳层外只有一个核子的情况。前面曾经指出，满壳层的形状是球形。壳层外的核子，由于它具有确定的轨道角动量，则它的概率分布不是球形的。这将导致原子核出现非球形变化，然而这种变化非常小。重要的是这个外围核子的运动使满壳层的核子部分(简称为核心)受到一定的力，这力能使核心跟着产生形变。这叫做外围核子对满壳层核心的“极化”作用。原子核的形变，主要是由这种极化作用引起的。另一方面，核心中的核子间有相互作用，可以反抗外围核子对核心的极化而尽量保持原形。

在满壳层核心外只有一个或少数核子的情况，极化作用较小，不足以使原子核产生稳定的形变。当满壳层核心外有足够多的核子时，极化作用增大，反极化作用相对变小，这时原子核将产生稳定的形变。原子核形变的大小，依赖于满壳层核心外核子数的多少。我们可以用原子核的势能与形变的关系定性地来讨论这种变化。

图 8-12 表示下述四种情况下原子核的势能与形变的关系。纵坐标 V 表示原子核的势能，横坐标 β 是表示原子核偏离球形程度的一个形变参量。

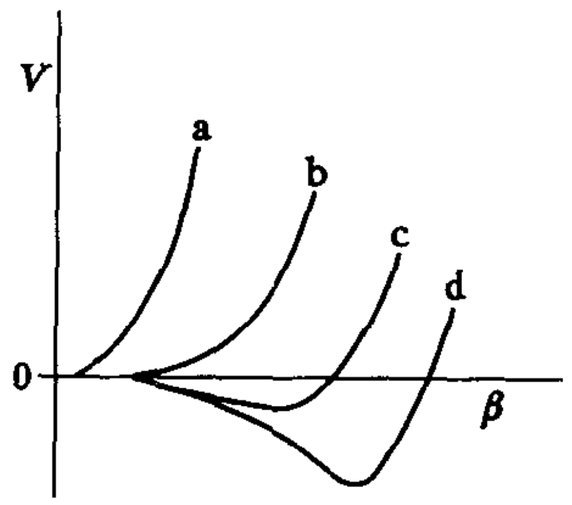


图 8-12　势能与形变的关系

(1)对于满壳层的原子核，即双幻核，稳定的形状是球形，即球形的能量最低。形状稍为偏离球形时，能量很快上升。如图中曲线 a 所示。

(2)对于满壳层外面有少数核子的原子核，由于增加了外围核子数，极化作用变大。但还不足以使原子核产生稳定的形变，原子核的稳定形状仍然是球形，即球形的能量最低。不过，此时原子核反抗形变的能力大大降低了。形状偏离球形时，能量上升变得比较缓慢(曲线 b)。

(3)对于满壳层外面有多个核子的原子核，外围核子对核心的极化作用大大加强，原子核的球形将不稳定，此时形变产生，能量最低处不在 $\beta=0$ 的地方，但形变还不算最大(曲线 c)。

(4)对于处于两个相邻满壳层中间的核,也叫远离满壳层的原子核,极化作用最强。此时形变达到最大,能量最低处在远离 $\beta=0$ 的地方(曲线 d)。

由上可以看到,原子核的平衡形状依赖于以下两种作用相互竞争的结果:(i)外围核子对核心的极化作用;(ii)核心保持球形的作用。

下面对原子核的转动和振动分别进行简要讨论。

原子核的转动概念既不同于刚体的转动,也不同于流体的转动,刚体转动时,各点有相同的角速度。图 8-13 表示刚体椭球的转动,由位置 a 转到位置 b 再转到位置 c 时,椭球中的各点都围绕转动轴在旋转。如图中的 M 和 Q 点具有共同的转动轴和相同的角速度。流体的转动则不同。图 8-14 表示液体椭球的转动。椭球内的各点并非真正在转动,而按箭头所示的方向在流动。椭球中的各点既没有相同的角速度,也没有共同的转动轴。但从整体看,椭球的取向随时间在改变,由位置 a 变到位置 b 再变到位置 c,就好像椭球在转动一样。这叫非旋转动。

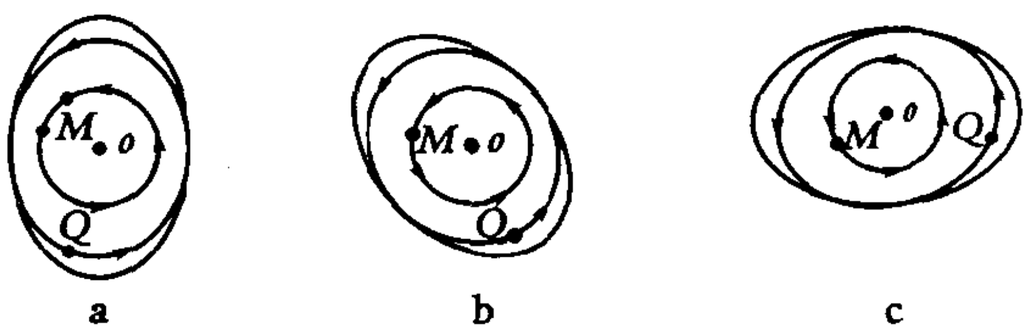


图 8-13　刚体椭球的转动

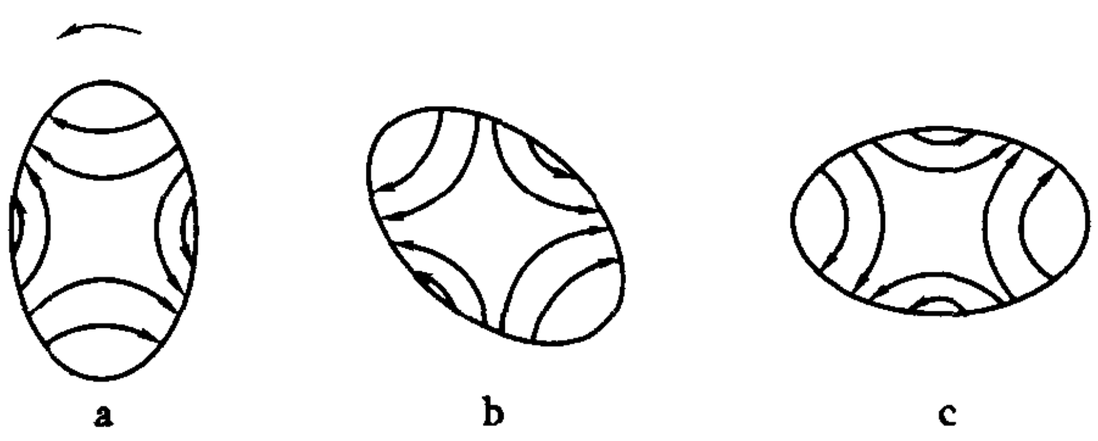


图 8-14　液体椭球的转动

原子核的转动与上述两者均不相同。具有形变的原子核(例如椭球形原子核),势场不再是球形对称了,而具有一定方向。当势场的方向在空间变化时,我们就说原子核进行了转动。所以,原子核的转动是指原子核势场空间取向的变化,并非像刚体那样真的在转动,或者像流体那样作非旋转动。对于球形核,它的势场是球对称的,没有特定的方向,所以球形核是无集体转动可言的。同理,形状为轴对称的原子核绕对称轴的集体转动也是没有意义的。总之,形变的原子核才有集体转动运动,而且原子核的转动不能同刚体或流体的转动混为一谈。

原子核的振动是指原子核在平衡形状附近作振荡。上面已经指出,原子核的形变是核内两种作用的结果:外围核子的极化作用和核心的反极化作用。于是可以认为,由于存在这两种作用,原子核有可能在平衡形状附近振动。假定核物质是不可压缩的,则在振动过程中核的体积保持不变,因而原子核的振动一般都是体积不变而形状变化的表面振动。图 8-15 表示平衡形状为球形时的三种类型的表面振动。

原子核的转动和振动都是大量核子参加的集体运动。这两种集体运动的引入是综合模型对壳模型的重要发展。综合模型认为,原子核一方面在做集体运动,另一方面核内核子又在各自的轨道上独立运动。由于原子核可以发生形变,则平均核场不一定是球对称的;又由于原子

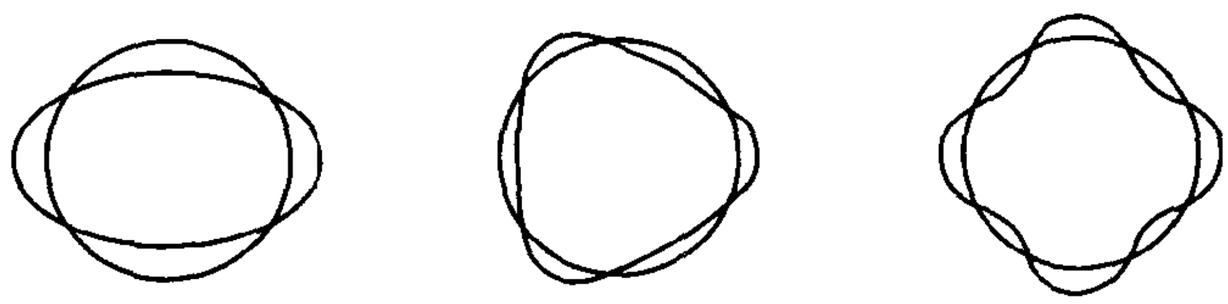


图 8-15　球形核的表面振动

核在集体运动，则核场不是静止而是变动的。因此，单个核子是在变动的核场中运动，它可以受集体运动的影响；反过来，单个核子的运动又会影响集体运动。这样，几种运动互相影响，情况是十分复杂的。然而，原子核集体运动的周期一般要比核内单个核子运动的周期长得多；换句话说，单粒子运动要比集体运动快得多。所以，综合模型在考虑核内核子在平均场中运动时，可以近似地认为平均场是不变的。即首先研究在平衡形状和某一方向的核场中的单粒子运动，然后再考虑原子核的缓慢的集体运动。这种近似地把单粒子运动和集体运动分开考虑的方法，叫做“浸渐近似”。利用浸渐近似，既可以计算出单粒子运动的能级，也可以计算出转动运动和振动运动的能级。

§8.5　转动能级和振动能级

上面介绍了集体模型的一般概念，本节我们将讨论集体模型对原子核的转动能级和振动能级的定量描述。下面可以看到，理论和实验符合较好，这是集体模型的成功之处。

1. 转动能级

假定形变原子核的平衡形状是一旋转椭球，对称轴为 $\boldsymbol{S}$（见图 8-16），则原子核只有绕垂直于 $\boldsymbol{S}$ 轴的轴转动才有意义。设转动的角动量为 $\boldsymbol{R}$，$\boldsymbol{R}$ 垂直于 $\boldsymbol{S}$。形变核的势场不是球对称的。核子在轴对称的椭球形场中运动时，核子的角动量 j 不再是运动常量，j 在对称轴上的投影 Ω 才是运动常量。Ω 可正可负，设其矢量 $\boldsymbol{\Omega}$ 的正方向与 $\boldsymbol{S}$ 相同。因此，考虑转动运动时，原子核的总角动量 $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{R}+\boldsymbol{\Omega}$。轴对称原子核的转动可用三个量子数来描述：总角动量量子数 I，$\boldsymbol{I}$ 在对称轴 $\boldsymbol{S}$ 上的投影 K 和在空间固定轴 $\boldsymbol{Z}$ 上的投影 M。于是 $K=\Omega$。这些量之间的关系见图 8-16。

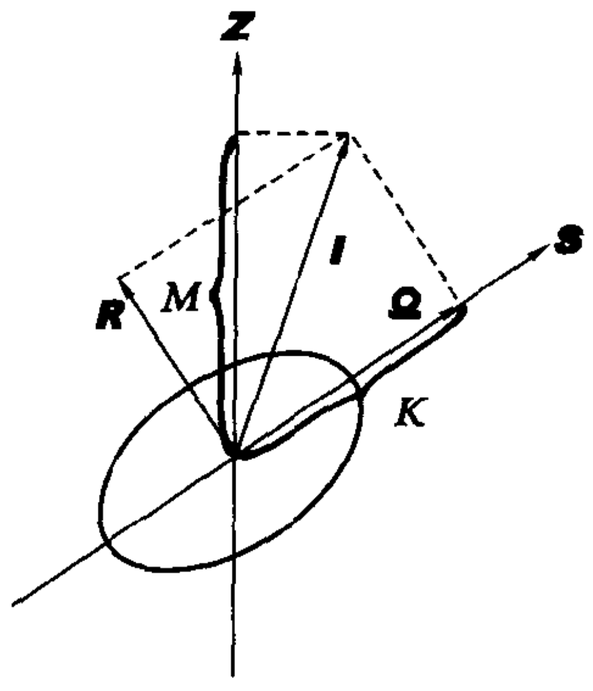


图 8-16　形变核的矢量模型

对于偶偶核，情形最简单，转动能级的能量可由下式计算：

$$E_I=\frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}I(I+1) \qquad (8.5\text{-}1)$$

其中 $\mathcal{J}$ 为转动惯量。偶偶核的 $\Omega=0$，即 $K=0$。于是 $\boldsymbol{I}=\boldsymbol{R}$，则原子核的总角动量 $\boldsymbol{I}$ 垂直于对称轴 $\boldsymbol{S}$。由于椭球形核对垂直于对称轴的中央平面也是对称的，则可以证明：偶偶核的转动能级的自旋只能为偶数，宇称为正。所以，(8.5-1)式中的 I 为

$$I=0,2,4,6,\cdots$$

假定对同一转动带，转动惯量不变，则转动能级的能量比例有以下简单关系

$$E_2:E_4:E_6:E_8:\cdots$$

$$= 6 : 20 : 42 : 72 : \cdots$$
$$= 1 : 10/3 : 7 : 12 : \cdots$$

这些关系,在低激发能级($I \leqslant 10$)时,与实验基本符合。实验结果如图 8-17 所示。由图可见,在 $150 < A < 190$ 和 $A > 220$ 两个范围内,即所谓大形变区,偶偶核的最低几个转动能级的能量比值与理论值符合得很好。但对较高能级,理论与实验之间存在着系统的偏离,实验值小于理论值。随着激发能的提高,偏离程度越来越大。分歧产生的原因可以解释如下:原子核的转动使核子受到一定的离心力,能级低时,转动得慢,离心力小、可以忽略不计。能级越高,转动越快,离心力越大,从而引起的形变也越大,结果转动惯量变大,转动能下降。此外,激发能高时,绝热近似条件变差,转动运动与内部运动将相互干扰。考虑到上述因素,在(8.5-1)式中需要增加一项修正项:

$$\Delta E_I = - BI^2(I+1)^2 \tag{8.5-2}$$

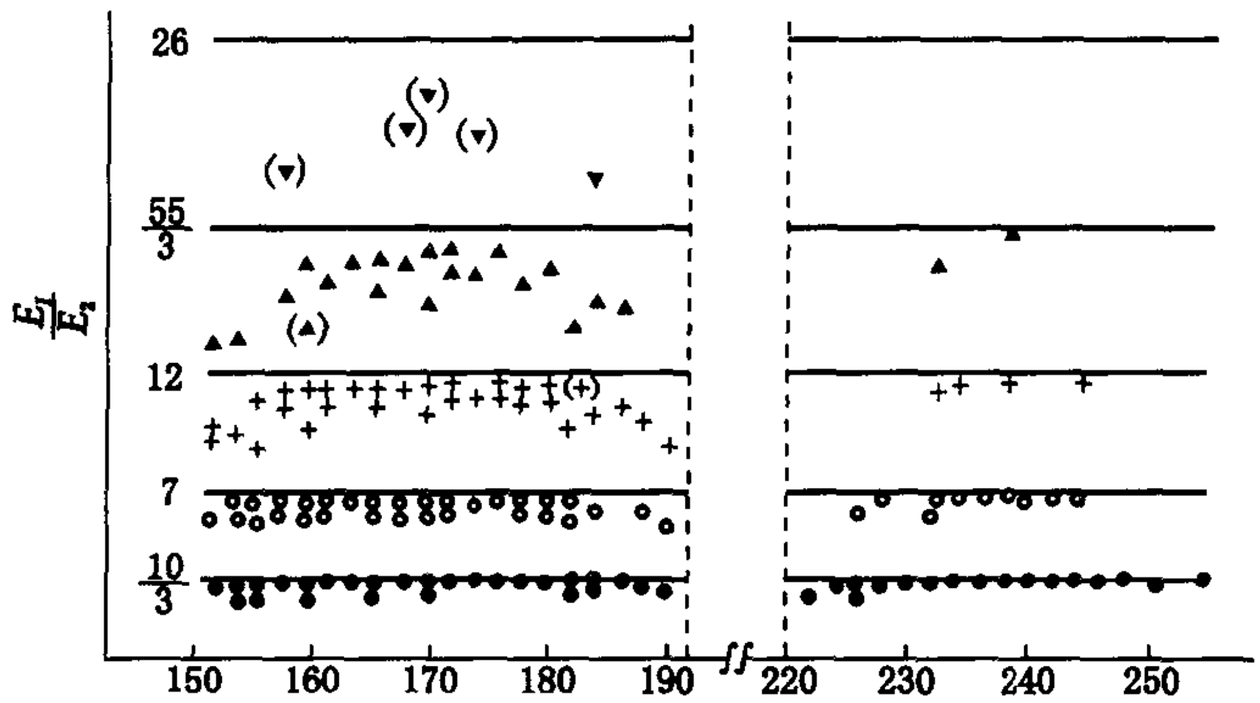


图 8-17　偶偶核转动能级的能量比值(参见[11]650 页)

则(8.5-1)式成为

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}} I(I+1) - BI^2(I+1)^2 \tag{8.5-3}$$

式中 B 为常数,$\mathcal{J}$ 也为常量,其值由实验确定。有了修正项,理论值和实验值可以符合得更好。图 8-18 所示的 $^{180}_{72}\mathrm{Hf}$ 的转动能级是一个很好的例子,能级旁所标的能量为实验值,圆括号中为未考虑修正的理论值,方括号中为考虑修正后的理论值。

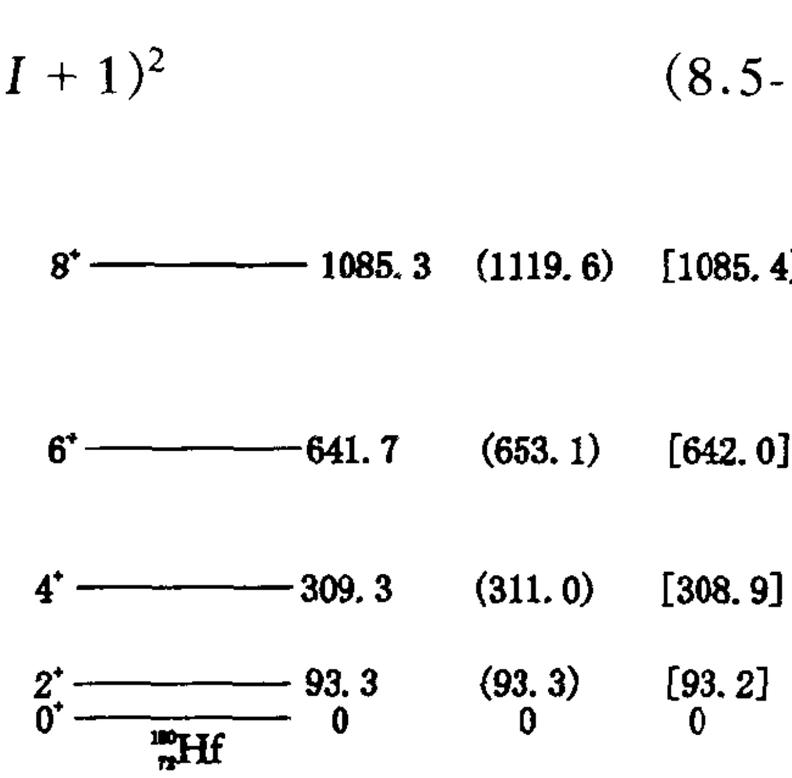


图 8-18　$^{180}_{72}\mathrm{Hf}$ 的转动能级
[引自 A. Bohr, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1, No. 8(1959).]

关于偶偶核低激发能级的自旋和宇称,实验值与转动能级的规律也完全相符。

对于形变的奇 A 核,由于有一个非成对的核子,情况比偶偶核复杂些。理论给出,对于每一个单粒子能级,可以存在一个转动带,同一个转动带,K 是常数,转动带的最低能级的自旋为 K,各较高能级的自旋依次为 $K+1, K+2, \cdots$。同一个转动带的各能级有相同的宇

称。转动带中各较高能级的能量相对于最低能级的能量为

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\left[I(I+1) - K(K+1)\right] \quad \left(K > \frac{1}{2} \text{ 时}\right) \tag{8.5-4}$$

若 $K=1/2$,则

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}\left[I(I+1) - \frac{3}{4} + a + a(-1)^{I+\frac{1}{2}}\left(I+\frac{1}{2}\right)\right] \tag{8.5-5}$$

其中,a 是常数,$\mathcal{J}$ 为常量,均由实验确定。

根据(8.5-4)式,对于 $K>1/2$ 的情形,转动带中各较高能级的能量相对于最低能级的能量比例为

$$\begin{aligned} & E_{K+1} : E_{K+2} : E_{K+3} : \cdots \\ = & (2K+2) : (4K+6) \\ & : (6K+12) : \cdots \\ = & (K+1) : (2K+3) \\ & : (3K+6) : \cdots \end{aligned}$$

奇 A 核转动能级的规律与实验结果符合得也很好。图 8-19 表示奇 A 核 ^{249}Bk 的能级。由图可见,它有 $K=7/2^+$,$K=3/2^-$ 和 $K=5/2^+$ 的三个转动带,各能级的自旋、宇称与各个转动带的规律相符。括号内的能量为按(8.5-4)式的计算值,可见各能级的能量与各转动带的能量规律符合得很好。

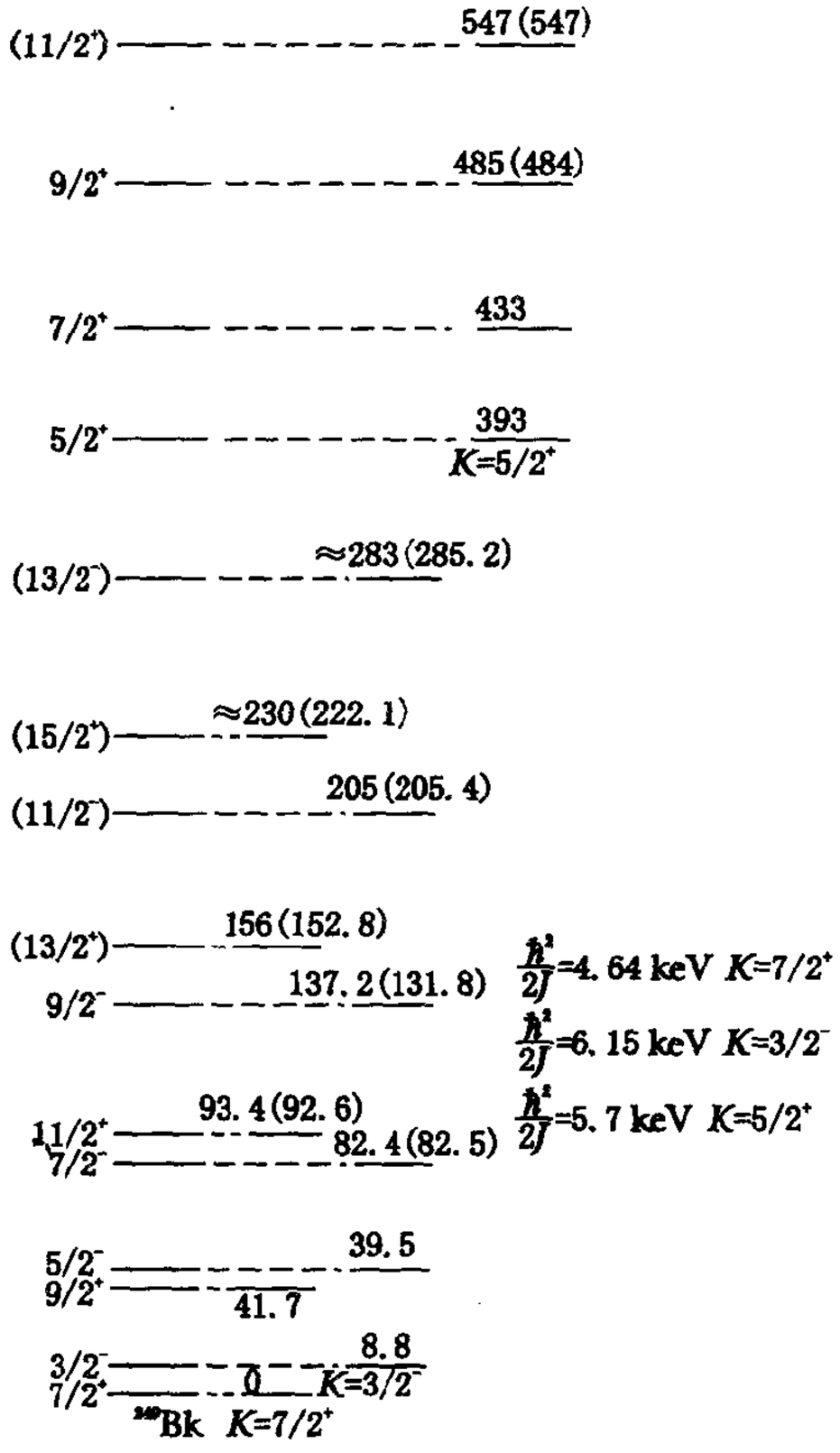


图 8-19 ^{249}Bk 的能级

[引自 Asaro et al., Proc. Int. Conf. Nucl Structure, Kingston 1960, p. 547]

图 8-20 是奇 A 核 ^{169}Yb 的能级。实验上发现有三个转动带,其 K 值分别 $7/2^+$,$1/2^-$ 和 $5/2^-$。图上括号内的能量为计算值。$K=1/2^-$ 的转动带的能量由(8.5-5)式算得,先由此转动带的第一、第二激发态的能量求得 $a=0.79$,利用此 a 值代入(8.5-5)式,即可求得更高激发态的能量。由图可见,对于 $K=1/2^-$ 的转动带的规律,理论和实验也很好符合。

2. 描写原子核形变的参量

在讨论振动能级以前,先扼要介绍一下原子核形变的定量描述。

假定核物质是不可压缩的,在形变中体积保持不变,任何形变原子核的表面在球坐标中的表示式 $R(\theta,\varphi)$,通常可用球谐函数的展开来表示:

$$R(\theta,\varphi) = R_0\left[1 + \sum\nolimits_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\right] \tag{8.5-6}$$

式中 R_0 近似为同体积的球形核的半径;$\alpha_{\lambda\mu}$ 表示形变的振幅;$\lambda=2$ 为四极形变,$\lambda=3$ 为八极形变,……。$\lambda=1$ 相当于质心的移动,形状并不改变,所以不予考虑。研究表明:$\lambda=2$ 的形变

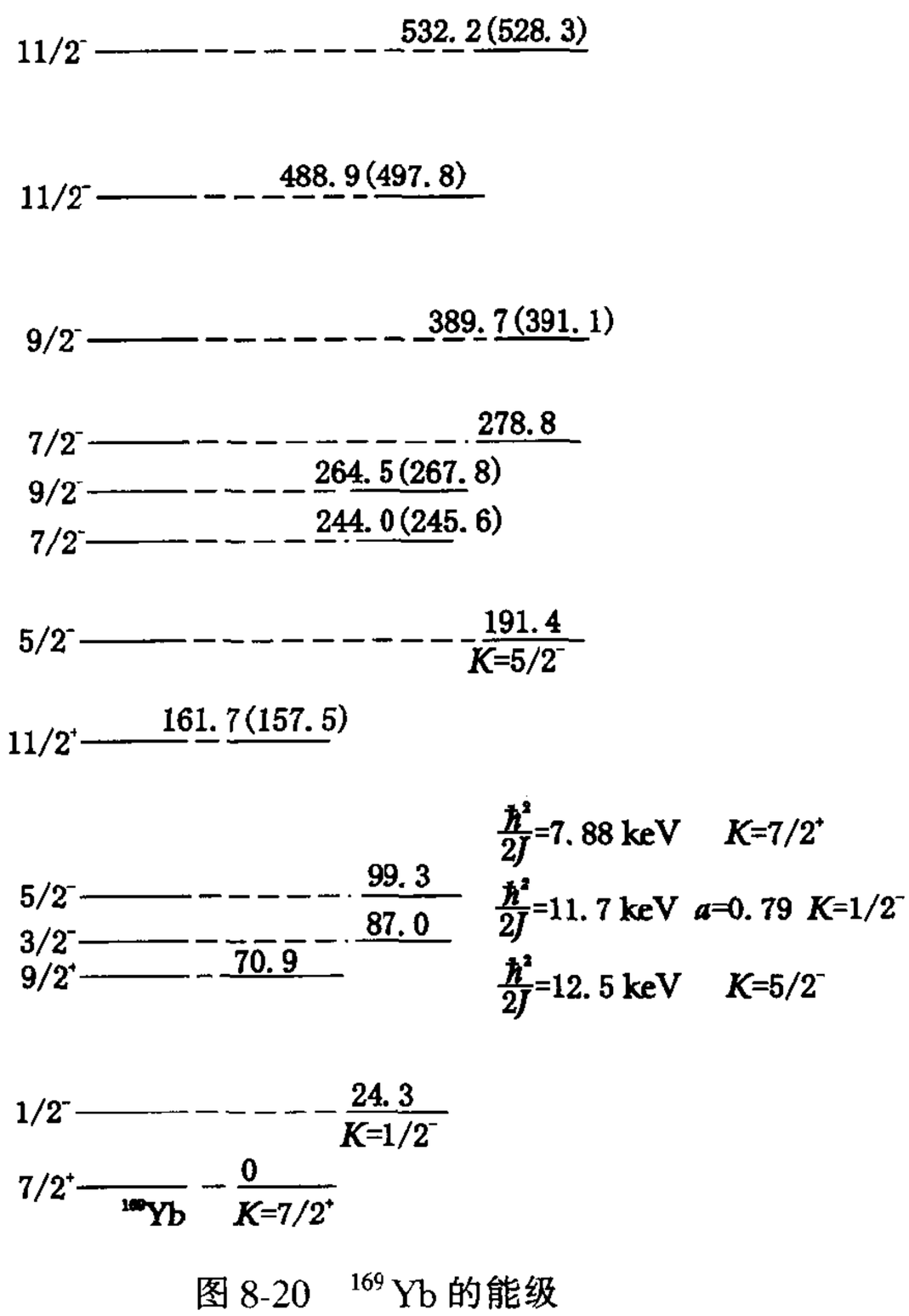


图 8-20 ^{169}Yb 的能级

[引自 Harmatz et al., Phys. Rev., 114,1082(1959)和
R. G. Wilson et al., Phys. Rev.,120,1843(1960)]

最为重要;$\lambda \geqslant 3$ 的形变只在重核中才可能出现。下面我们讨论 $\lambda = 2$ 的情形,此时(8.5-6)式为

$$R(\theta,\varphi) = R_0\left[1 + \sum_{\mu=-2}^{2} \alpha_\mu Y_{2\mu}(\theta,\varphi)\right] \tag{8.5-7}$$

若原子核的形状为一椭球,假定它的三个轴与直角坐标系的 x,y,z 轴重合。由椭球的对称性知,$R(\theta,\varphi)=R(\pi-\theta,\varphi)=R(\theta,-\varphi)$,则 $\alpha_1=\alpha_{-1}=0,\alpha_2=\alpha_{-2}$。于是(8.5-7)式成为

$$R(\theta,\varphi) = R_0\left[1 + \alpha_0 Y_{20}(\theta,\varphi) + \alpha_2 Y_{22}(\theta,\varphi) + \alpha_2 Y_{2-2}(\theta,\varphi)\right] \tag{8.5-8}$$

可见,一般用两个参量(α_0,α_2)可描述原子核的形变。通常不用 α_0 和 α_2,而用 β 和 γ。它们之间的关系如下:

$$\begin{cases} \alpha_0 = \beta\cos\gamma \\ \alpha_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma \end{cases} \tag{8.5-9}$$

利用(8.5-8)和(8.5-9)式,可以求得椭球的三个轴长与同体积球半径的偏离大小如下:

$$\begin{cases} \delta R_x = R_x - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos(\gamma - \dfrac{2}{3}\pi) \\ \delta R_y = R_y - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos(\gamma - \dfrac{4}{3}\pi) \\ \delta R_z = R_z - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos\gamma \end{cases} \tag{8.5-10}$$

根据(8.5-10)式,当 $\gamma=0$ 时,

$$\begin{cases} R_x = R_y = R_0(1 - \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta) \\ R_z = R_0(1 + \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta) \end{cases} \tag{8.5-11}$$

可见,此时椭球成为旋转椭球,其对称轴是 z。$\beta>0$ 为长椭球,$\beta<0$ 为扁椭球,β 越大轴对称形变越大。所以,β 是表征原子核轴对称形变的参量。

$\gamma=\pi/3$ 时,$R_x=R_z$,此时也是旋转椭球,对称轴是 y;当 $0<\gamma<\pi/3$ 时,椭球没有轴对称;$\gamma=\pi/6$ 时,偏离轴对称程度最大。所以,γ 是表征形变核偏离轴对称程度的参量。

描写旋转椭球形的原子核的形变参量,除 β 以外,还有 §1.6 中曾经用过的 ε 和后面将要引用的 δ,两者与 β 之间的关系如下:

ε 定义为对称轴半径与同体积球半径 R_0 之差值被 R_0 除。则由(8.5-11)式,得

$$\varepsilon = \frac{R_z - R_0}{R_0} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta = 0.631\beta \tag{8.5-12}$$

δ 定义为对称轴半径与非对称轴半径之差值被同体积球半径 R_0 除。则由(8.5-11)式,得

$$\delta = \frac{R_z - R_x}{R_0} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta = 0.946\beta \tag{8.5-13}$$

ε 和 δ 之间的关系为

$$\varepsilon = \frac{2}{3}\delta \tag{8.5-14}$$

3. 振动能级

当满壳层外的核子数不多时,原子核的稳定形变还不能发生。它的平衡形状仍然是球形。这种原子核,主要出现在 $60<A<150$ 和 $190<A<220$ 的区域中,这两个区域通常称为过渡区。过渡区的原子核具有明显的振动运动。主要形式是在球形附近作四极振动,此时 β 在零附近随时间作周期变化,即原子核的形状围绕球形在长椭球与扁椭球之间振动。理论给出:偶偶核的振动能量为

$$E = (N + 5/2)\hbar\omega \qquad N = 0,1,2,3,\cdots \tag{8.5-15}$$

这样的运动状态称为有 N 个"声子"的运动状态,每一个声子具有 2 个单位的角动量。能级分布如图 8-21 所示,能级间的距离相等,均为 $\hbar\omega$。能级的宇称都是正,能级的自旋也在图中标出。

实验上观察到的偶偶核的振动能谱,基本上与理论规律相符。第一激发态的能级特性总是 2^+,第二激发态具有 0^+,2^+ 或 4^+。第二激发态的能量,是第一激发能级的 2.2 倍左右。图 8-22 所示的 $^{122}_{52}\mathrm{Te}$ 的能级,是振动能谱的一个例子。

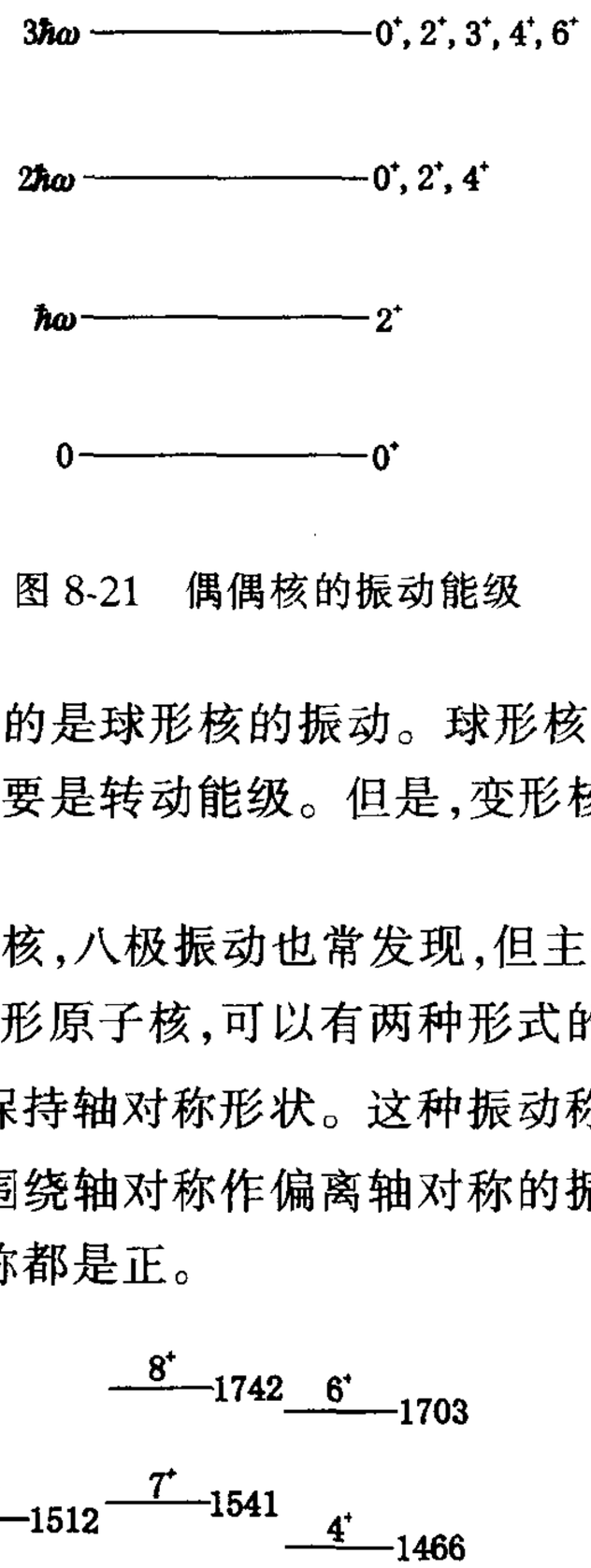


图 8-21　偶偶核的振动能级

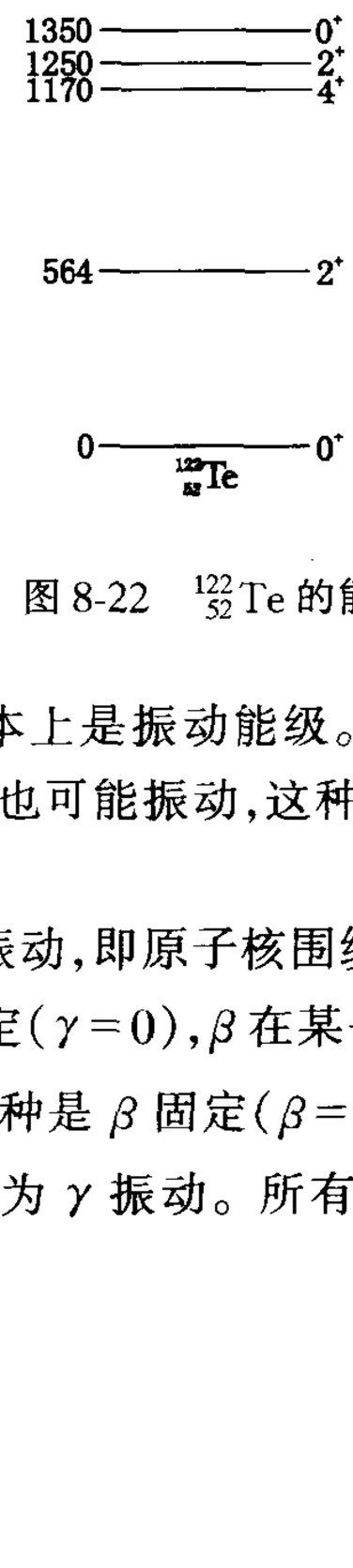


图 8-22　$^{122}_{52}$Te 的能级

以上讨论的是球形核的振动。球形核的低激发能级基本上是振动能级。对于非球形核，低激发能级主要是转动能级。但是，变形核围绕其平衡形状也可能振动，这种振动能级的能量一般较高。

对于变形核，八极振动也常发现，但主要形式仍是四极振动，即原子核围绕椭球形状振动。一个旋转椭球形原子核，可以有两种形式的振动：一是 γ 固定（$\gamma=0$），β 在某一定值 β_0 左右振动，即振动时保持轴对称形状。这种振动称为 β 振动。另一种是 β 固定（$\beta=\beta_0$），γ 在零左右振动，即形状围绕轴对称作偏离轴对称的振动。这种振动称为 γ 振动。所有偶偶核的 β 和 γ 振动能级，宇称都是正。

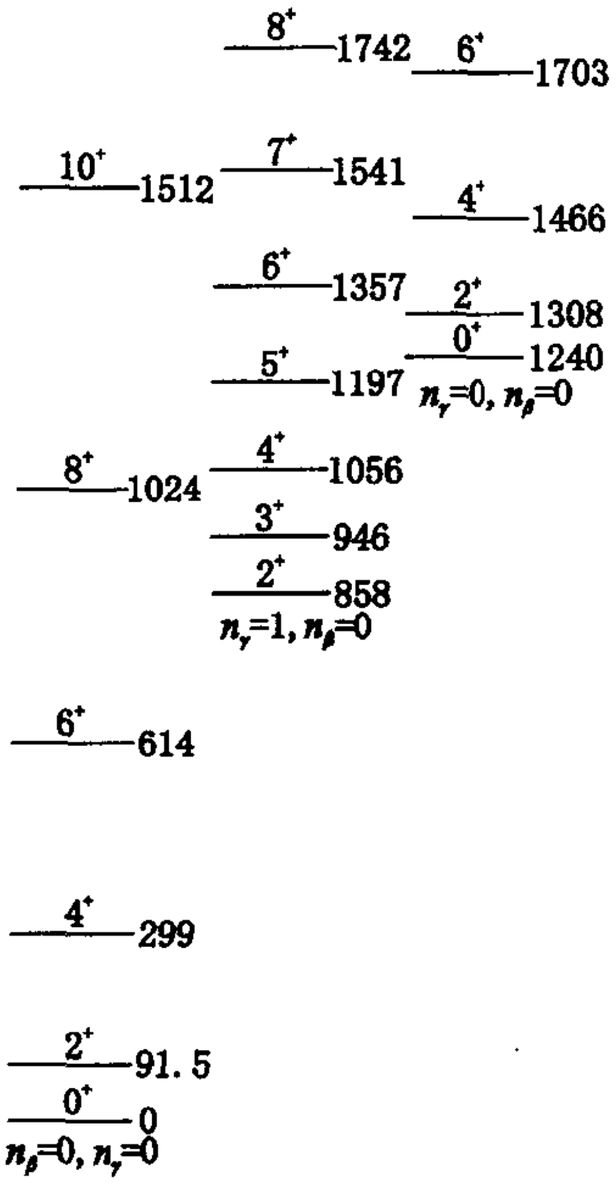


图 8-23　$^{164}_{68}$Er 的能级

（参见[12]378 页）

图 8-24　$^{232}_{92}$U 的能级

[引自 W. Else et al., Nucl. Phys., A187,545(1972)]

变形核振动的同时，也可以转动，因此在振动能级上可以出现一组转动能级。偶偶核的 β 振动态(如 $n_\beta=1, n_\gamma=0$)上的转动能级与基态转动能级具有相同的规律：$K=0, I^\pi=0^+, 2^+, 4^+, \cdots$。$\gamma$ 振动态(如 $n_\beta=0, n_\gamma=1$)上的转动能级规律是：$K=2, I^\pi=2^+, 3^+, 4^+$。n_β, n_γ 分别为 β 振动和 γ 振动量子数。图 8-23 和图 8-24 分别表示变形偶偶核 $^{164}_{68}\mathrm{Er}$ 和 $^{232}_{92}\mathrm{U}$ 的转动能级和振动能级。图 8-24 中的负宇称的能级是能量为 713 keV 的八极振动态上的转动能级。

关于奇 A 核的振动，研究得还很不够。

振动运动易和粒子运动发生相互干扰，因而绝热近似方法的应用有局限性。可是原子核存在振动运动是无疑的，而且几乎所有的原子核普遍存在。对振动运动的深入研究是十分重要的。

§8.6 变形核的基态性质

1. 变形核中的单粒子能级

前面曾经指出，壳模型在解释某些奇 A 核的基态自旋时，理论与实验不符。这是由于这些核具有形变的缘故。按照壳模型，单粒子能级是 $(2j+1)$ 度简并的。由于在形变的核场里，j 不再是运动常量，因而单粒子能级不再是 $(2j+1)$ 度简并。对于轴对称的椭球形核场，单粒子能级变成了二度简并，即相应于不同的 Ω 的绝对值有不同的能量，但 Ω 取正和取负时能量相同。从而，原来属于同一 j 值的能级劈裂成 $(2j+1)/2$ 个能级。每一个这样的能级相应于一个 Ω 的绝对值。它可以容纳两个同类核子。

尼尔逊(S. G. Nilsson)[①]计算了形变核中的单粒子能级。他用的是轴对称的谐振子势，并考虑自旋-轨道耦合和其它修正项。单粒子运动的哈密顿量是

$$H = p^2/2 + (m/2)[\omega^2(x^2+y^2) + \omega_z^2 z^2] + Cl\cdot s + Dl^2 \tag{8.6-1}$$

其中谐振子频率与形变参量 δ 有关：

$$\begin{aligned}\omega^2 &= \omega_0^2(1+2\delta/3)\\ \omega_z^2 &= \omega_0^2(1-4\delta/3)\end{aligned} \tag{8.6-2}$$

(8.6-1)式中的第一项是单粒子动能；第二项是轴对称的谐振子势；第三项是自旋-轨道耦合势；最后一项是对谐振子势的形状的修正，使势阱底部较平坦，因而 D 是负的。

由(8.6-1)式知道，计算得到的单粒子能级是形变参量 δ 的函数。图 8-25 是尼尔逊计算得到的形变核中最低部分的能级排列。纵坐标是能级的能量，横坐标是 δ。$\delta>0$ 时，形变核为长椭球形。$\delta<0$ 时，核为扁椭球形。$\delta=0$ 时核为球形，显然此时的能级就是前述壳模型的能级。

能级随形变的变化而移动，导致出现能级的许多交叉。一般讲，形变的增加使能级密度均匀化。但研究表明，当形变等于某些有理值时，能级的简并重新出现，形成形变壳层结构。形变壳给出的幻数可以与球形核的幻数不同。这种效应对超重核的稳定性和裂变是很重要的，这将在第十一章中进行讨论。

2. 变形核的基态自旋和宇称

---

① S. G. Nilsson, Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 29, No. 16(1955).

由上面的讨论可以知道，在变形核的基态中，核子总是成对地填充具有相反符号的 Ω 态。所以，对于偶偶核的基态立即得到 $\Omega=0$，即偶偶核的基态自旋为零。奇 A 核的基态自旋等于最后奇核子的 Ω。这样，就可以解决壳模型中认为例外的若干奇 A 核的基态自旋问题。例如，前面提到过的 $^{19}_{9}F_{10}$，$^{19}_{10}Ne_9$，$^{23}_{11}Na_{12}$，因为从测量它们的电四极矩得出它们的 $\delta>0$，则从图 8-25 可以知道 $^{19}_{9}F_{10}$ 的第 9 个质子填入 $1/2^+$ 的能级，所以基态自旋和宇称为 $1/2^+$，而不是 $5/2^+$。同理可得 $^{19}_{10}Ne_9$ 的基态自旋和宇称也是 $1/2^+$。$^{23}_{11}Na_{12}$ 的第 11 个质子填入 $3/2^+$ 的能级，所以它的基态自旋和宇称为 $3/2^+$。

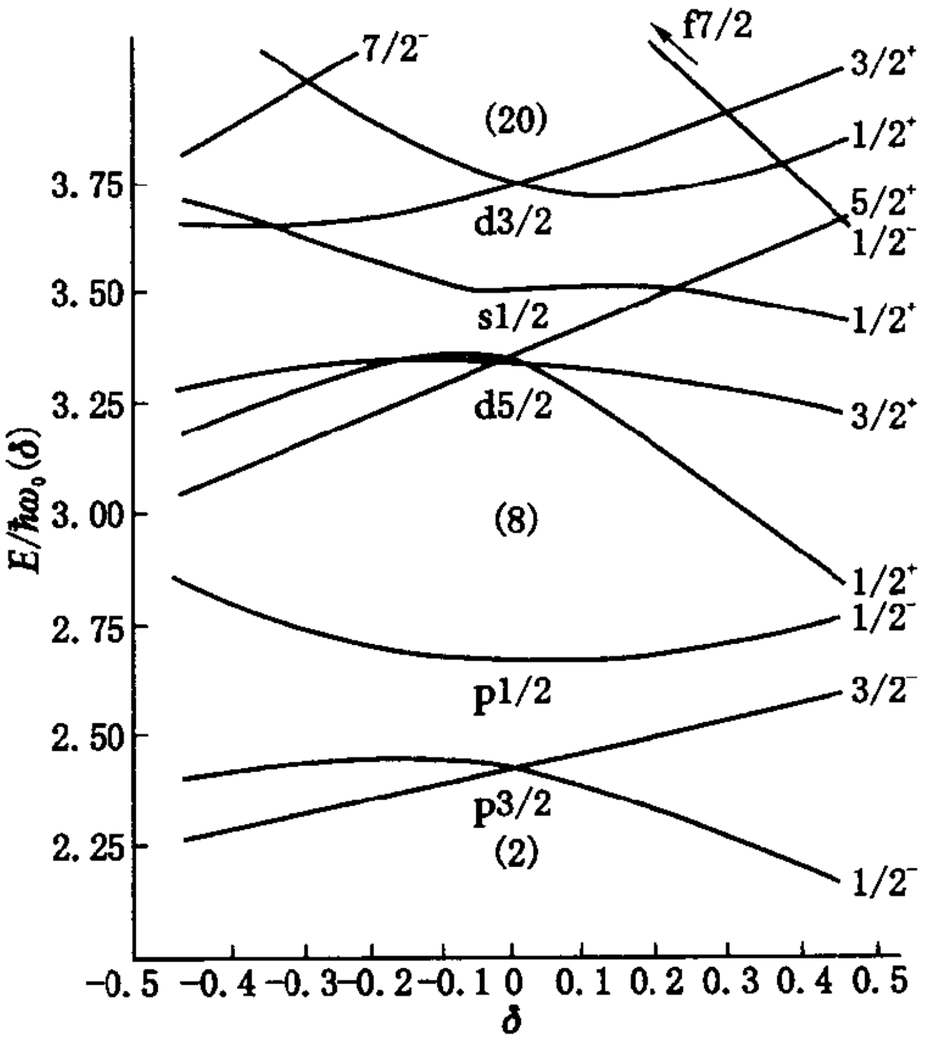


图 8-25　尼尔逊能级图

[引自 B. R. Mottelson ad S. G. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1, No. 8(1959)]

表 8-6 中列出了大形变区的一些奇 A 核的基态自旋和宇称的尼尔逊能级的预言值，并与实验值作了比较。对于大形变的重核，尼尔逊图的能级密度很大，同时考虑到由实验所得的形变参量的大小有一定误差，因此一般不能得出单一的自旋和宇称的预言值。但是，由表 8-6 可见，实验值总是和理论预言值之一相符合。

3. 变形核的磁矩

变形核的磁矩可以用集体模型来解释。集体模型认为，磁矩由两种运动产生：原子核的集体转动和单粒子运动。则奇 A 核的磁矩矢量

$$\boldsymbol{\mu} = g_\Omega \boldsymbol{\Omega} + g_R \boldsymbol{R} \tag{8.6-3}$$

式中 $\boldsymbol{\Omega}$ 和 $\boldsymbol{R}$ 的意义与图 8-16 相同；g_Ω 和 g_R 分别为单粒子运动和集体转动的 g 因数。

由(8.6-3)式可以推得原子核基态磁矩的大小：

$$\mu = I(g_\Omega I + g_R)/(I+1) \tag{8.6-4}$$

I 为基态自旋。对于重核，$g_R \approx 0.25 \sim 0.3$，$g_\Omega$ 的计算较复杂，视奇质子核和奇中子核而不同。总的说来，集体模型对磁矩的预言比壳模型要好些，而且奇质子核一般比奇中子核符合得更好。

4. 电四极矩

前面曾经指出，对于远离幻数的核，电四极矩的实验值可以比壳层模型的理论值大很多。根据集体模型，这是容易理解的。因为远离幻数的核都具有稳定的形变，从而有固定的内禀电四极矩。由集体模型可以计算得出实验观测的电四极矩 Q 与内禀电四极矩 Q_0 的关系如下：

$$Q = \frac{I(2I-1)}{(I+1)(2I+3)} Q_0 \tag{8.6-5}$$

可见，只要核自旋 $I \geqslant 1/2$，Q_0 越大，实验测得的电四极矩也越大；I 越大，Q 越接近于 Q_0。当 $I=0$ 或 $1/2$ 时，即使 $Q_0 \neq 0$，Q 也为零。例如，形变的偶偶核，当然都具有内禀电四极矩，但是

它们的电四极矩都是零。

表 8-6　一些变形奇 A 核的基态自旋和宇称

核	形变参量 δ	I^π 的理论值	I^π 的实验值
$^{151}_{63}$Eu	0.16	$\frac{3}{2}\pm,\frac{5}{2}\pm$	$\frac{5}{2}+$
$^{153}_{63}$Eu	0.30	$\frac{5}{2}+,\frac{3}{2}+$	$\frac{5}{2}+$
$^{159}_{65}$Tb	0.31	$\frac{3}{2}+,\frac{5}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{165}_{67}$Ho	0.30	$\frac{7}{2}-,\frac{1}{2}+$	$\frac{7}{2}-$
$^{169}_{69}$Tm	0.28	$\frac{1}{2}+,\frac{7}{2}-$	$\frac{1}{2}+$
$^{175}_{71}$Lu	0.28	$\frac{7}{2}+,\frac{5}{2}-$	$\frac{7}{2}+$
$^{181}_{73}$Ta	0.23	$\frac{5}{2}+,\frac{7}{2}-$	$\frac{7}{2}+$
$^{185}_{75}$Re	0.19	$\frac{9}{2}-,(\frac{5}{2}+)$	$\frac{5}{2}+$
$^{187}_{75}$Re	0.19	$\frac{9}{2}-,(\frac{5}{2}+)$	$\frac{5}{2}+$
$^{191}_{77}$Ir	0.14	$\frac{3}{2}+,\frac{1}{2}+,\frac{11}{2}-$	$\frac{3}{2}+$
$^{193}_{77}$Ir	0.12	$\frac{3}{2}+,\frac{1}{2}+,\frac{11}{2}-$	$\frac{3}{2}+$
$^{155}_{64}$Gd	0.31	$\frac{5}{2}+,\frac{3}{2}-,\frac{11}{2}-$	$\frac{3}{2}-$
$^{157}_{64}$Gd	0.31	$\frac{3}{2}-,\frac{5}{2}+$	$\frac{3}{2}-$
$^{167}_{68}$Er	0.29	$\frac{1}{2}-,\frac{7}{2}+,\frac{11}{2}-$	$\frac{7}{2}+$
$^{171}_{70}$Yb	0.29	$\frac{7}{2}+,\frac{1}{2}-,\frac{11}{2}-$	$\frac{1}{2}-$
$^{173}_{70}$Yb	0.29	$\frac{5}{2}-$	$\frac{5}{2}-$
$^{177}_{72}$Hf	0.26	$\frac{7}{2}-$	$\frac{7}{2}-$
$^{179}_{72}$Hf	0.27	$\frac{9}{2}+$	$\frac{9}{2}+$
$^{183}_{74}$W	0.21	$\frac{1}{2}-,\frac{7}{2}-,\frac{3}{2}-$	$\frac{1}{2}-$
$^{187}_{76}$Os	0.18	$\frac{1}{2}-,\frac{3}{2}-,\frac{9}{2}-$	$\frac{1}{2}-$
$^{189}_{76}$Os	0.15	$\frac{1}{2}-,\frac{3}{2}-,\frac{11}{2}+$	$\frac{3}{2}-$

通过电四极矩的测量，一般可以求得核的形变大小。在 §1.4 中曾经讨论过，旋转椭球核的内禀电四极矩为

$$Q_0 = (2/5)Z(c^2 - a^2) \tag{1.4-5}$$

利用(1.4-5)，(8.5-11)和(8.5-13)式，可以推得 Q_0 与形变参量 β 和 δ 的关系如下：

$$Q_0 = \frac{3}{\sqrt{5\pi}} ZR_0^2\beta\left(1 + \sqrt{\frac{5}{64\pi}}\beta\right) \tag{8.6-6}$$

和

$$Q_0 = \frac{4}{5}ZR_0^2\delta\left(1+\frac{\delta}{6}\right) \tag{8.6-7}$$

§8.7 原子核的高自旋态与超形变

在前面的讨论中,我们看到原子核的转动对能量有贡献。如果只考虑刚性的垂直于对称轴的转动,转动能可以表达为

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\mathcal{J}}[I(I+1)] \tag{8.7-1}$$

原子核能否被激发到很高的角动量状态上,取决于原子核稳定性的许多因素。实验发现,角动量量子数 I 可以达到几十,这就是原子核的高自旋态(一般自旋量子数大于 10 的核态称为高自旋态)。图 8-26 是原子核被激发到较高能量和角动量的示意图。在一定的角动量下,原子核有最低的激发能态,称为转晕态(yrast state)。将这些态连结起来的曲线,称为转晕线(yrast line)。最有利于观察到高自旋态的反应是重离子引起的(HI,xn)核反应,此处 HI 代表入射的重离子,xn 表示反应后有 x 个中子发射。重离子轰击容易带给复合的原子核较高的激发能和角动量,像图中粗黑线显示的区域。发射中子可以带走很多激发能,却不引起角动量的很大变化,从而使原子核达到较高角动量的转晕态附近,再通过 γ 跃迁沿转晕线回到低自旋态。对 γ 能谱可以进行精确的观测,从而能可靠的研究原子核在高自旋下的结构和性质。

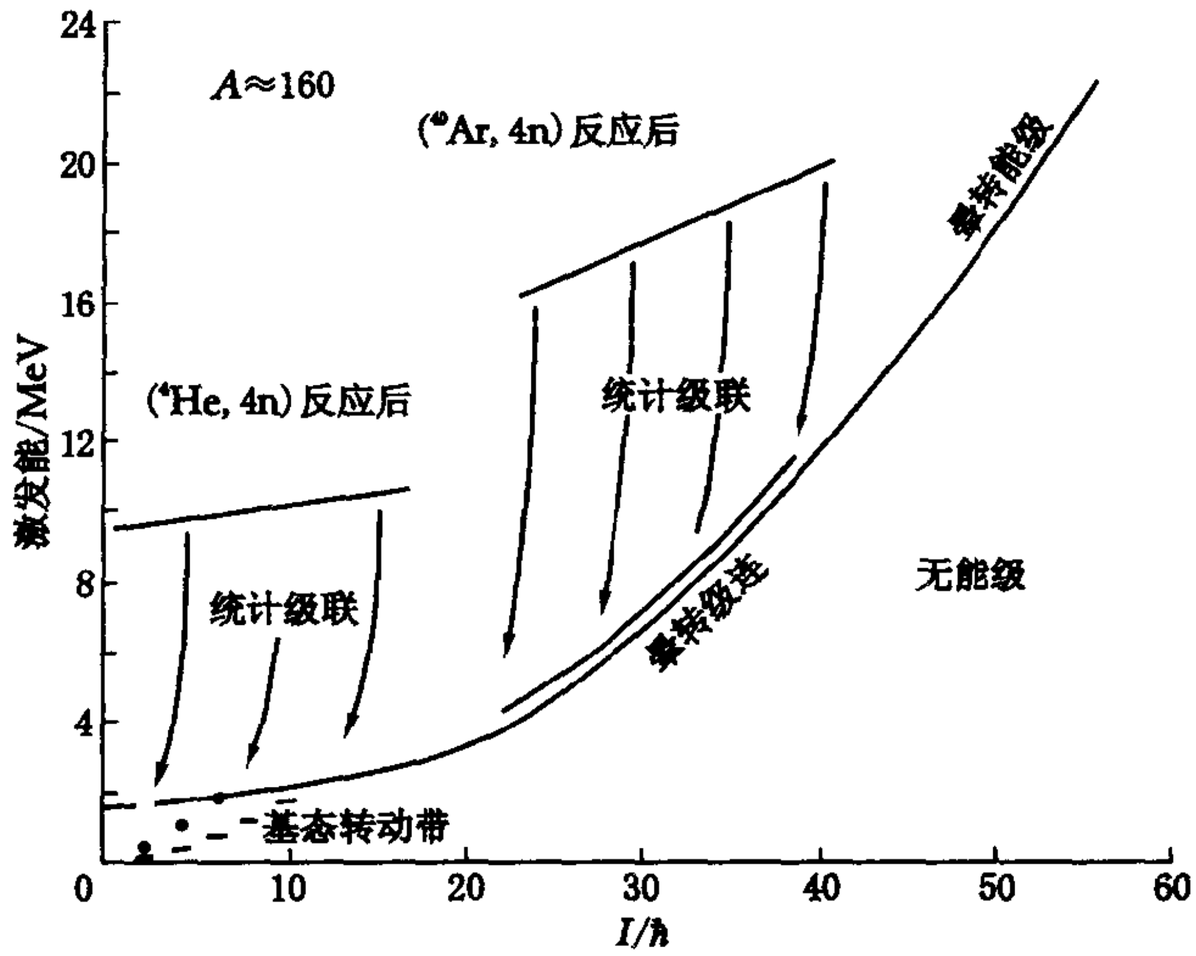


图 8-26 用(^{40}Ar,4n)反应在 $A\approx160$ 附近
形成的激发态及其衰变过程
[引自 J. O. Newton et al., Nucl. Phys. A141,631(1970).]

高自旋态不大可能由个别核子的运动引起,而是与核的集体运动有关。原子核不是刚体,它的形状、转动惯量、内部状态等都可能在高速旋转时发生变化,形成丰富多彩的现象。

在前面讨论转动能级的能量规律时,我们均假定转动惯量是常量。但实验表明,转动惯量是可变的,它随能级自旋的增加而增加。其实,只要(8.5-1)式中的 $\mathcal{J}$ 可变,转动能级的二参量

的能量公式(8.5-3)与单参量公式(8.5-1)是等价的。所以,预期可变转动惯量的公式与实验有最好的符合。20 世纪 60 年代末,马里斯柯棣(M. A. J. Mariscotti)等人提出了可变转动惯量模型,其结果与实验符合得很好。对于偶偶核,它的表达式如下:

$$E_I = (\hbar^2/2\mathcal{J})[I(I+1)] + C(\mathcal{J}-\mathcal{J}_0)^2/2 \tag{8.7-2}$$

其中 C 是常数;$\mathcal{J}$ 由以下条件决定:

$$\mathrm{d}E_I/\mathrm{d}\mathcal{J} = 0 \tag{8.7-3}$$

$\mathcal{J}_0$ 是 $I=0$ 时的转动惯量。

对转动角频率 ω 我们有

$$\mathcal{J}\omega = \hbar(I(I+1))^{1/2} \tag{8.7-4}$$

于是,从上列三式容易推出 $\mathcal{J}$ 与 ω 的关系如下:

$$\mathcal{J}-\mathcal{J}_0 = \omega^2/(2C) \tag{8.7-5}$$

对于大形变区偶偶核的低转动能级,实验很好地呈现出如式(8.7-5)的规律。

随着重离子核物理工作的开展,多年来获得不少高自旋转动态的实验数据,发现有的转动惯量随转动角频率的变化严重偏离(8.7-5)式的规律,如图 8-27 所示。图中,纵坐标是 $2\mathcal{J}/\hbar^2$,横坐标是 $\hbar^2\omega^2$,自左边开始第一点,对应 $I=2$,第二点对应 $I=4$,依次类推。由图可见,当 $I\leqslant 10$时,转动惯量随 ω^2 线性增加;当 $I>12$ 时,转动惯量急剧上升而出现回弯,曲线呈现 S 形。这种转动惯量随转动角频率变化的奇异现象,称为回弯(backbending)现象,它在变形核的高自旋态中普遍存在。不同核发生回弯时 I 取值可以不同。下面,我们来讨论如何由转动谱的实验数据来获得 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 与 $\hbar^2\omega^2$ 的关系图。

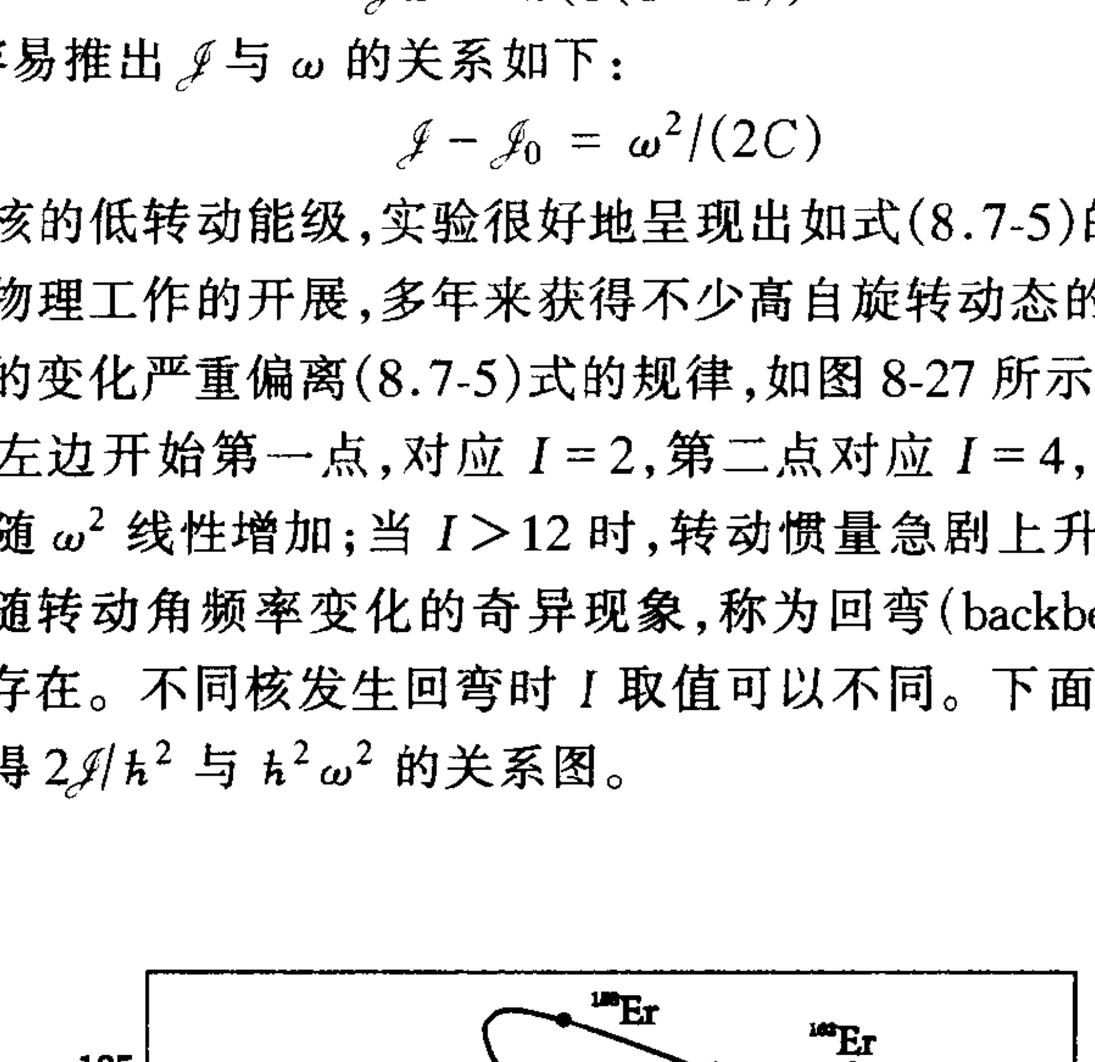


图 8-27　变形核高自旋态中的回弯现象

[引自 J. H. Hamilton et al., Phys. Today, 26, 4, 42(1973).]

按正则方程，$\dot{q}=\frac{\partial H}{\partial p}$，我们有

$$\omega = \frac{\mathrm{d}E}{\hbar \mathrm{d}(I(I+1))^{1/2}} \tag{8.7-6}$$

$$\hbar^2\omega^2 = 4I(I+1)\left[\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}(I(I+1))}\right]^2 \tag{8.7-7}$$

由(8.7-4)和(8.7-7)式得

$$\frac{2\mathcal{J}}{\hbar} = \left[\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}(I(I+1))}\right]^{-1} \tag{8.7-8}$$

利用偶偶核转动谱的实验数据，可以求得因子 $\mathrm{d}E/\mathrm{d}(I(I+1))$。事实上，对于高自旋态我们有

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}(I(I+1))} \approx \frac{\Delta E}{\Delta[I(I+1)]} = \frac{E_I - E_{I-2}}{4I-2} \tag{8.7-9}$$

(8.7-7)式中的因子 $I(I+1)$用相邻能级的平均值(I^2-I+1)代替，于是(8.7-7)和(8.8-8)式分别为

$$\hbar^2\omega^2 = \frac{I^2-I+1}{(2I-1)^2}(E_I - E_{I-2})^2 \tag{8.7-10}$$

和

$$\frac{2\mathcal{J}}{\hbar^2} = \frac{2(2I-1)}{E_I - E_{I-2}} \tag{8.7-11}$$

至此，利用(8.7-10)和(8.7-11)式即可作出偶偶核转动谱的 $2\mathcal{J}/\hbar^2$ 与 $\hbar^2\omega^2$ 关系图。

随着自旋的增大，原子核的形状也发生变化。1986 年，在英国的 Daresbury 实验室观察到了^{152}Dy 上的超形变转动带，从转动惯量的分析中知道核是长椭球形状，长短轴之比达到约 2:1。高自旋下的超形变是相对于裂变稳定的状态，这种稳定性与壳效应有很大关系。目前已在几十个核上发现了上百条超形变转动带，它们都出现在角动量为 $60\hbar$ 左右的高速转动条件下，说明高自旋和超形变有密切的关系，这为研究极端条件下核的结构和性质提供了崭新的领域①。

§8.8 原子核的非核子自由度

近些年来，核物理研究发展出了若干新的方向，其中一个重要领域是中高能核物理，它涉及到原子核结构的介子和夸克自由度，可视为是传统核物理与粒子物理的交叉。粒子物理的基本内容将在第十二章中介绍，这一节主要从核结构的角度介绍涉及新的自由度的一些问题。

1. 电子散射与 EMC 效应

按至今为止的认识，电子仍然是一个点粒子，而且电磁相互作用可以在量子电动力学的框架下精确计算。因此，用电子作为微观体系的探针有特别的优越性。

如果将原子核视为带 Ze 电荷的点粒子，可得电子在原子核上的卢瑟福散射截面：

---

① 参见[31]65 页。

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{(Ze^2)^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 4E^2 \sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{8.8-1}$$

在考虑到自旋的作用后,应修正为寞特(Mott)截面:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \left(1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \tag{8.8-2}$$

其中 $\beta = v/c$。由于原子核并不是点粒子,它的电荷有一定的空间分布,实验测得的截面应为

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot |F(q^2)|^2 \tag{8.8-3}$$

其中 $q = 2p\sin(\theta/2)$是动量转移,$F(q)$称为形状因子。可以证明在一级近似下,$F(q)$就是原子核的电荷分布 $f(r)$的富里叶变换:

$$F(q^2) = \int \mathrm{e}^{\mathrm{i}q\cdot r/\hbar} f(r)\mathrm{d}^3 r \tag{8.8-4}$$

图 8-28 显示了一些典型的电荷分布与形状因子间的关系。由实验测量得到 $F(q)$,就可以通过富里叶逆变换确定核的电荷分布。这样的实验要求电子的波长远小于核的尺度,一般需要几百 MeV 以上。当电子能量达到 1 GeV 以上,即波长小于 1 fm 时,通过散射可以"看"到核子内部的电荷分布。这时,除了电子电荷与核电荷之间的电作用之外,还必须考虑电子流与核子磁矩间的磁相互作用。这时,散射截面可以表达为

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left[\frac{G_{\text{E}}^2(Q^2) + \tau G_{\text{M}}^2(Q^2)}{1+\tau} + 2\tau G_{\text{M}}^2(Q^2)\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{8.8-5}$$

这儿,Q 是四维动量转移,$G_{\text{E}}(Q^2)$和 $G_{\text{M}}(Q^2)$是电形状因子和磁形状因子。$\tau = q^2/(4M^2c^2)$,其中 M 是核子的质量。从电、磁形状因子可以推出核子的电荷与电流分布。20 世纪 60 年代末期在斯坦福大学的 SLAC 实验室等进行了广泛的测量。实验数据分析表明,质子内电荷的分布即不是点状的,也不是均匀的,而是指数状的(见图 8-28):

$$\rho(r) = \rho(0)\mathrm{e}^{-ar}, a = 4.27\ \text{fm}^{-1} \tag{8.8-6}$$

而中子内部也有电荷分布,只是从外部看来正负电荷相互抵消。

当入射电子的能量足够高时,可以使核子激发,甚至发射出大量别的粒子。以 E 表示电子的入射能量,E'表示散射后能量,$\nu = E - E'$为能量转移,ν 很大的散射称为深度非弹散射。此时,散射截面可以表示成:

$$\left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega \mathrm{d}E}\right)_{\text{exp}} = \left(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\right)_{\text{Mott}} \cdot \left[W_2(Q^2,\nu) + 2W_1(Q^2,\nu)\tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{8.8-7}$$

W_2 和 W_1 称为结构函数。通常定义洛仑兹不变量 $x = Q^2/(2M\nu)$,并采用

$$\begin{aligned} F_1(x,Q^2) &= Mc^2 W_1(Q^2,\nu) \\ F_2(x,Q^2) &= \nu W_2(Q^2,\nu) \end{aligned} \tag{8.8-8}$$

作为结构函数的另一表达。当电子波长远小于核子尺度时,实验数据分析发现结构函数基本上与 Q^2 无关。这表明核子内部有点状的子结构。进一步的分析还得出这些点状成分的自旋为1/2。这为后来的强子的夸克模型提供了有力的证据。

更为有趣的是,实验发现核的环境有可能改变核子的内部状态。从一般分析看,这是很奇怪的。我们知道,原子核中典型的能量(如结合能)是 MeV 量级,而典型的动量(如费米动量)是 250 MeV/c 量级。这比在观察核子结构时所用的电子的能量和动量值小得多。因此,人们

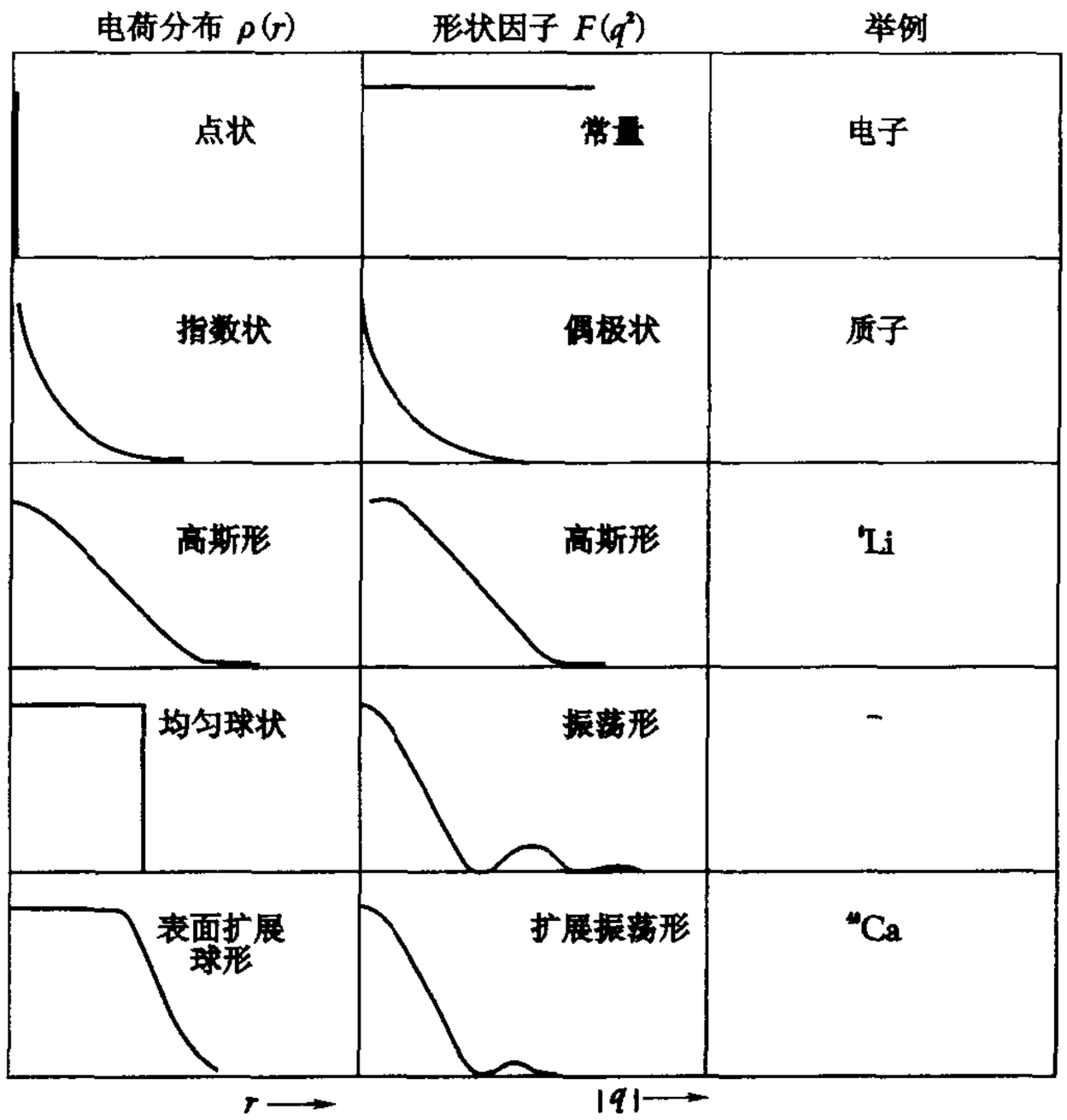


图 8-28　在玻恩近似下电荷的空间分布与形状因子间的关系[①]

有理由认为自由核子和核内束缚核子的结构函数是一样的。而实际的观察发现,核子的结构函数与核环境有很大的关系,这就是著名的 EMC 效应[②],是欧洲的 EMC 合作组在 1983 年首次发现的。如图 8-29 所示是^{40}Ca 的结构函数与氘的结构函数之比。^{40}Ca 是自然界中最重的质子数与中子数相同的稳定核素,而氘是最轻的这类核。在把这两个核比较时,可以避开质子与中子的结构函数的差别,集中考察核介质的效应。如图 8-29 所示,F_2^{Ca}/F_2^D 出现了明显偏离 1 的现象。实际上,核越重,EMC 效应越明显。理论上对 EMC 效应进行了多方面的解释,典型的如:不同核子中的夸克间的相互作用;核介质中核子体积的"膨胀";核子聚合成双核子、三核子等多夸克态;束缚态下核子有效质量的减小;费米运动的影响等等。但直到现在,仍然没有令人满意的结论。这就刺激了人们进一步去探索核子内外各种现象的关联,寻找传统的核物理与描写夸克-胶子相互作用的量子色动力学(QCD)之间的关系,从而构成了核物理的一个新的前沿。

2. 介子和夸克

在核力一章中,我们曾谈到核子间的核相互作用可用介子的交换来处理。这意味着由于核力的作用而形成的原子核结构中,也应当体现介子的效应。比如,在带电介子交换时,必然造成相关的电流,它叠加到核子电流上,会造成核磁矩的变化。图 8-30 显示了在萨克莱测量

① 参见[28]63 页。

② M. Arneodo, Phys. Rep. ,240,301(1994).

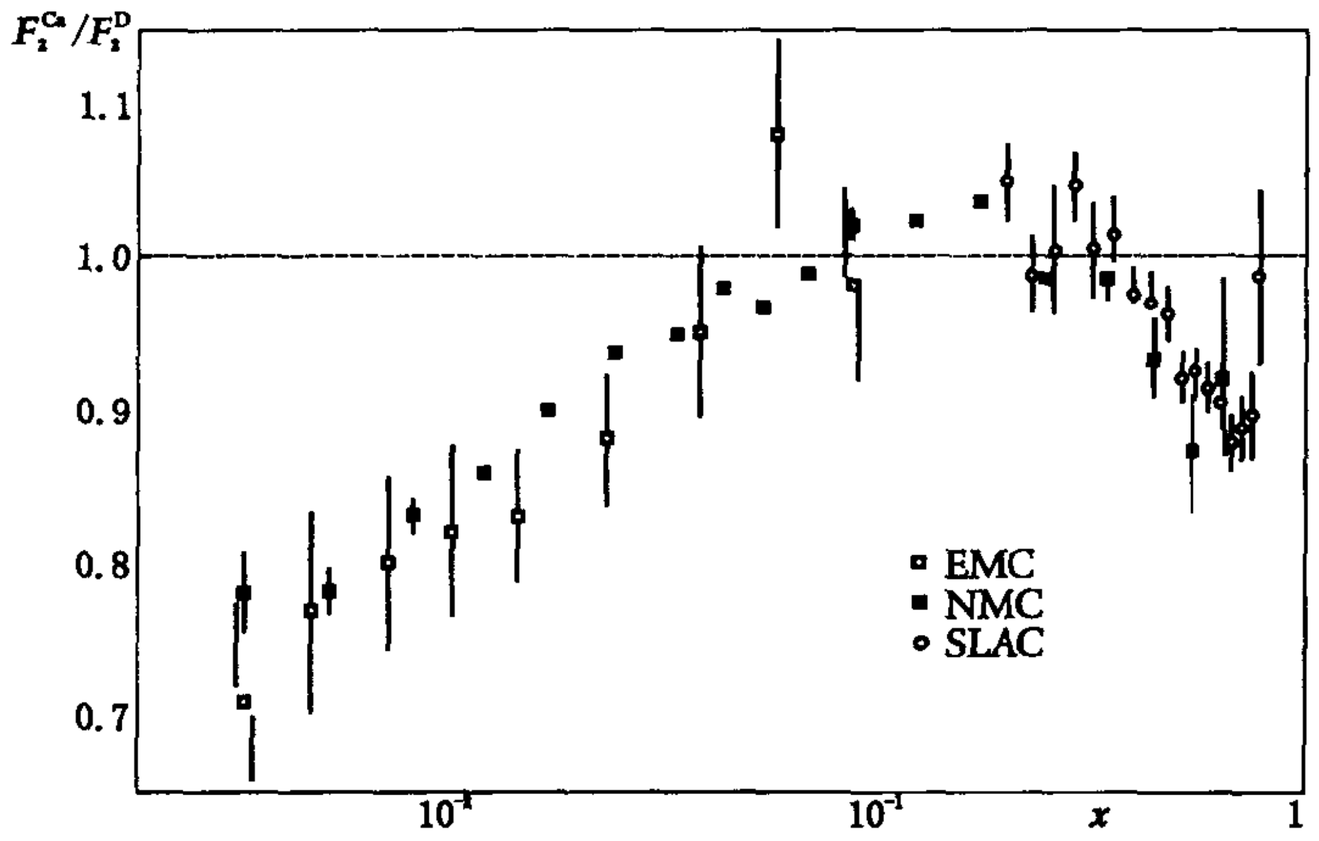


图 8-29　^{40}Ca 的结构函数与 D 的结构函数之比

[引自 R. G. Arnold et al., Phys. Rev. Lett. 52, 727(1994)]

的^{3}H的磁矩形状因子及其理论解释,图中黑实线是考虑了介子自由度计算的结果。介子自由度的考虑在这儿显然是必要的。人们对原子核结构的认识,与所采用的探针的特性有关。当在核反应中转移给原子核的能量超过 π 介子静止质量时,自由的介子可以被产生出来。能量转移超过约 300 MeV 时,核子本身可以被激发成 Δ 共振态,这种激发过程也是由复杂的介子交换引起的。总之,单用核子自由度无法解释许多实验事实 ,更合适的图像是认为核子的周围还有介子云。

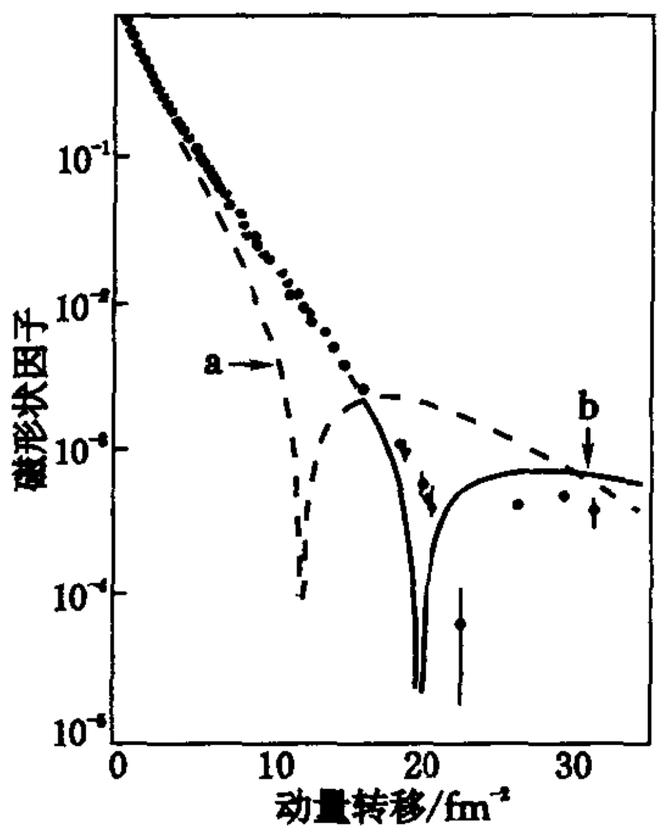


图 8-30　^{3}H 的磁矩及其理论解释①

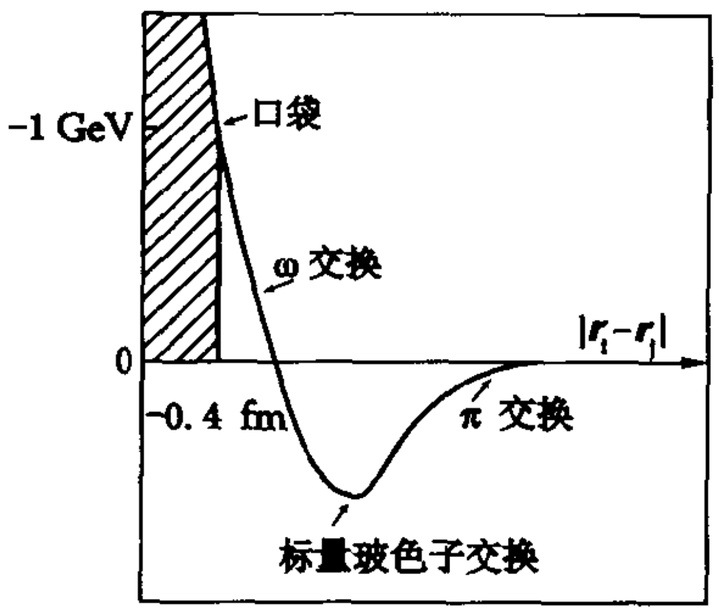


图 8-31　核子-核子相互作用势②

① 参见[27]371 页。

② 参见[27]377 页。

对核力的研究表明,当核子相互接近到 0.5 fm 左右时,会碰倒很强的排斥芯(图 8-31),说明核子的核心部分有不同的结构。从高能电子在核子上的深部非弹散射中,已发现核子内部有点状组分,加上其他理论和实验的工作,逐渐导致了强子的夸克模型的建立。强子是介子和重子的统称,他们均由夸克组成。夸克之间通过交换胶子传递强相互作用。强子中的介子是玻色子,自旋为整数;而重子是费米子,自旋为半整数。核子(质子和中子)就是重子中最常见的两种。实验表明,夸克在核子内部是准自由的,但在核子表面有极高的位垒,将夸克禁闭在很小的范围内。为此,可以用"口袋"模型来对核子内夸克的行为进行简单的分析。在这个模型中,夸克作为无质量的费米子在半径为 R 的球形口袋中自由运动,但不能穿出口袋。口袋的能量是:

$$E_{\text{bag}} = \frac{4}{3}\pi R^3 B + 3\left(\frac{2.04\hbar c}{R}\right) \tag{8.8-9}$$

其中第一项是口袋外部的压强 B 造成的,体现了夸克禁闭的特性;第二项是袋内三个夸克的动能,每个夸克的动能 $2.04\hbar c/R$ 是通过在袋内求解夸克基态波函数得到的。B 的数值可以通过使 $\mathrm{d}E_{\text{bag}}/\mathrm{d}R=0$ 来定出;当取 $R=0.8$ fm 时,$B=235\ \text{MeV}\cdot\text{fm}^{-3}$。从处理相互作用的方便考虑,可以将核子视为一个小的夸克口袋加上它周围的介子云,这样可以描写核力的介子交换理论和描写夸克-胶子相互作用的量子色动力学在不同的范围适用。尽管量子色动力学是更基本的理论,但由于应用到核系统时十分复杂,因此目前在处理核子间较长程的相互作用时采用介子交换理论仍有其方便之处。

天然存在的原子核都只包含质子和中子这两种重子,而它们都是由最轻的两种夸克-上夸克(up)和下夸克(down)组成的。还有其他四种夸克,它们是粲(charm)、奇异(strange)、顶(top)和底(bottom)夸克。目前人们对含有奇异夸克的物质已开始进行深入的研究。含有奇异夸克的重子被称为超子,含有超子的原子核称为超核。由于新的自由度(奇异量子数)的引入,奇异核相对于普通核有许多不同的性质。比如可以将两个上夸克、两个下夸克和两个奇异夸克放到一个口袋中组成对称性很好的双重子系统(H 粒子),计算表明这个系统的能量比两个分开的 Λ^0 超子的能量要低一些,因而有一定的稳定性。从实验上证实双重子的存在,是核结构研究中尚未解决的一个重要课题。

3. 夸克-胶子等离子体(QGP)[①]

强子的夸克结构能否打破,夸克能否从"口袋"中被释放出来,是涉及到量子色动力学和核物质结构的重大问题。我们知道,原子是可以打破的,在高温高压下,原子周围的电子可以被释放出来,形成等离子体。按照口袋模型,我们可以推测将夸克释放出来的条件。

我们看到核子口袋是由外部的压力和内部夸克运动的抵抗力形成的。要打破这种平衡,就需要使口袋内夸克的能量提高,对外的压力增大,以致使口袋破坏,夸克被释放出来。使夸克体系压力增大的途径有两个:一是增大夸克物质的温度,二是使强子数密度增加。我们在这儿讨论两种极端的情况。首先考虑一个在高温 T 下和体积 V 中处于热平衡的夸克、胶子系统。为简单起见,取夸克和胶子为没有质量的独立运动粒子,并且正反夸克数目相等,即净重子数为零。由量子统计可以证明,系统的压强

---

① 参见 Chenk-Yin Wong, Introduction to High Energy Heavy-Ion Collisions, World Scientific, 1994.

$$P = g_{\text{total}} \frac{\pi^2 (kT)^4}{90(\hbar c)^3} \tag{8.8-10}$$

其中

$$g_{\text{total}} = \left[g_{\text{g}} + \frac{7}{8}(g_{\text{q}} + g_{\bar{\text{q}}}) \right] \tag{8.8-11}$$

是总的简并度。由于一共有八种胶子,每种有两个自旋取向,因此胶子的简并度为 $g_{\text{g}} = 8 \times 2 = 16$。夸克有三种颜色,两种自旋取向,两种味(只考虑轻夸克——上夸克和下夸克),因此夸克的简并度 $g_{\text{q}} = g_{\bar{\text{q}}} = 3 \times 2 \times 2 = 12$。这样可以算出 $g_{\text{total}} = 37$,即

$$P = \frac{37\pi^2 (kT)^4}{90(\hbar c)^3} \tag{8.8-12}$$

这样,当 P 等于核子口袋的压强 B 时,就推出实现夸克胶子等离子体的转变温度:

$$kT_{\text{c}} = \left[\frac{90(\hbar c)^3}{37\pi^2} \right]^{\frac{1}{4}} B^{\frac{1}{4}} \tag{8.8-13}$$

当 $B = 235\ \text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$,$kT_{\text{c}} \approx 144\ \text{MeV}$。更精确的量子场论的计算给出的转变温度在 200 MeV 左右。此时,可以推出能量密度 $\varepsilon = 3P \approx 2.5\ \text{GeV} \cdot \text{fm}^{-3}$,这可视为 QGP 的特征能量密度。口袋中的夸克物质被加热超过转变温度时,袋内的压力将超过外部的压力,口袋被打破,夸克和胶子从禁闭中释放出来,从而使强子态转变成夸克-胶子等离子体。

另一个极端是 $T = 0$ 而夸克数密度很高的情况。此时,夸克将填充费米面以下的所有量子态。由统计力学可知,夸克的数密度

$$n_{\text{q}} = \frac{N_{\text{q}}}{V} = \frac{g_{\text{q}}}{(2\pi\hbar)^3} \int 4\pi p^2 \mathrm{d}p = \frac{g_{\text{q}} \mu_{\text{q}}^3}{6\pi^2 \hbar^3} \tag{8.8-14}$$

其中 μ_{q} 为费米面的动量,g_{q} 为夸克简并度。类似的可得能量密度为(假定夸克静止质量为零):

$$\varepsilon_{\text{q}} = \frac{E_{\text{q}}}{V} = \frac{g_{\text{q}}}{(2\pi\hbar)^3} \int 4\pi p^3 c \mathrm{d}p = \frac{c g_{\text{q}} \mu_{\text{q}}^4}{8\pi^2 \hbar^3} \tag{8.8-15}$$

而体系的压强 $P_{\text{q}} = \varepsilon_{\text{q}}/3$。体系的夸克数增加时,费米面提高,引起系统能量密度和压强的增大,当 $P_{\text{q}} = B$ 时,就会发生相变。由(8.8-14)和(8.8-15)引出:

$$n_{\text{q}} = 4 \left(\frac{g_{\text{q}}}{24\pi^2 \hbar^3 c^3} \right)^{\frac{1}{4}} P_{\text{q}}^{\frac{3}{4}} \tag{8.8-16}$$

而核子数密度 $n_{\text{B}} = n_{\text{q}}/3$。取 $P_{\text{q}} = B = 235\ \text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$,得转变点核子数密度:

$$n_{\text{c}} = 0.72\ \text{fm}^{-3} \tag{8.8-17}$$

在通常的原子核中 $n_0 = 0.14\ \text{fm}^{-3}$,因此,在温度为 0 时,实现夸克-胶子等离子体的核物质密度是正常情况的大约 5 倍。这只是最粗略的估算。采用非微扰的 QCD 格点规范理论计算的结果,转变密度 n_{c} 更大一些。

以上是两种极端的情况。一般地,转变温度和密度介于上述情况之间,大致如图 8-32 所示。

按照宇宙的大爆炸理论,在大爆炸后的约 10^{-3} s 以内,曾出现过夸克-胶子等离子体的状态。要在实验室中重现这种状态,目前所知的最好办法是利用超高能相对论重离子碰撞。当两个核子在高能下碰撞时,它们相互穿越,但将部分能量沉积在碰撞区域。质子-质子碰撞实验的分析表明,该区域的能量密度可达约 $0.3\ \text{GeV} \cdot \text{fm}^{-3}$。假如采用重离子,同时有数百个核

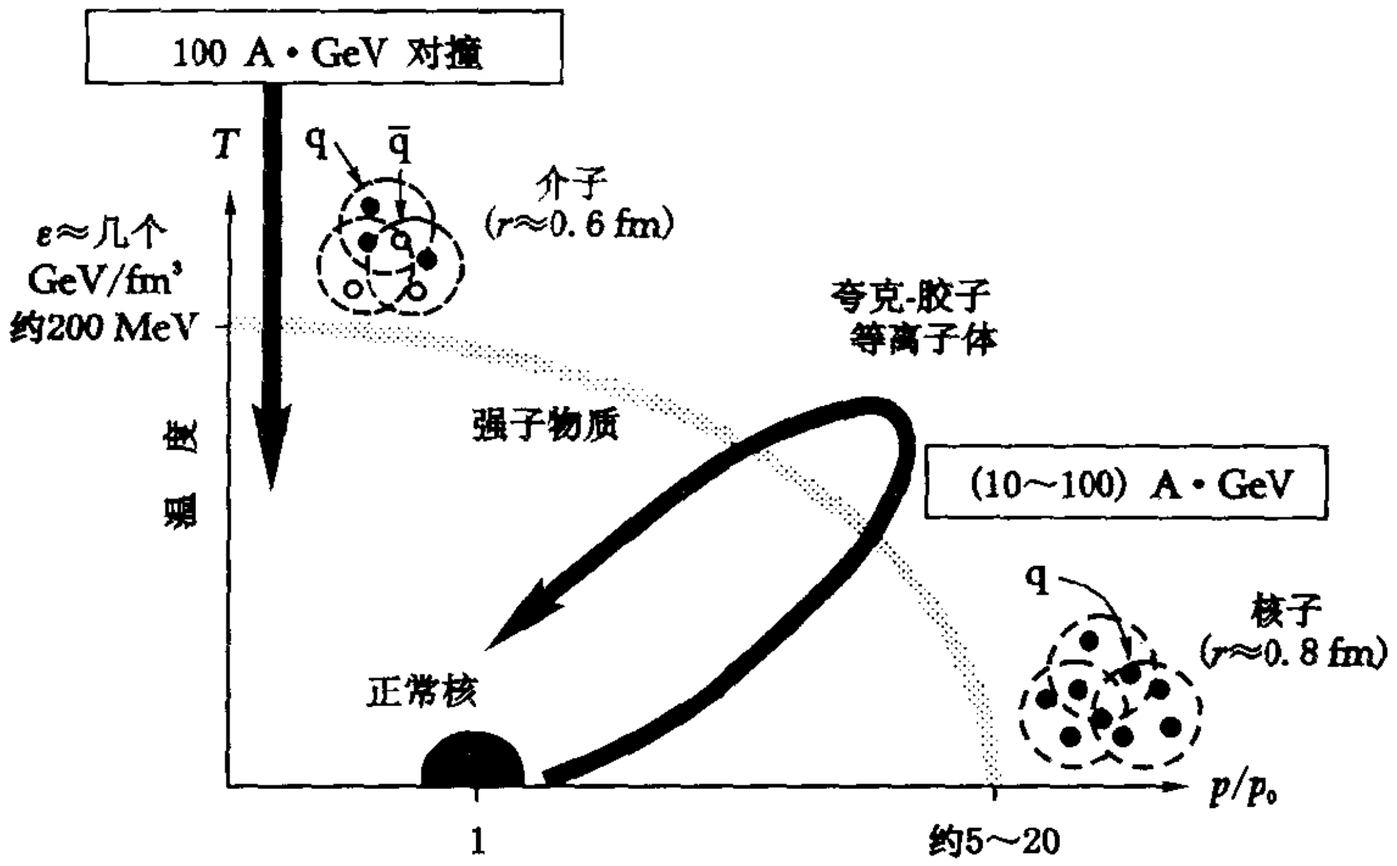


图 8-32　核物质相图

子参与碰撞，可使能量密度提高很多。近年来，在美国的 AGS(Brookhaven)和欧洲的 SPS(CERN)，已采用每核子上百 GeV 的中等质量离子进行了许多实验，达到了约 2 GeV·fm^{-3}的能量密度，观察到一些特殊的现象。从 1993 年以来，美国的 Brookhaven 国家实验室在原有重离子加速器 AGS 的基础上建造相对论重离子对撞机(RHIC)，已于 2000 年建成。它将使 Au 离子在每核子 100 GeV 下对撞，产生约 10 GeV·fm^{-3}的能量密度，比 QGP 所要求的能量密度高很多。因此如果 QGP 预言正确，RHIC 将创造这种状态。欧洲核子中心(CERN)也正在建造大强子对撞机(LHC)，除实现 7 TeV + 7 TeV 的质子对撞外，也将加速重离子，可以产生比 RHIC 更高的能量密度，但建成的时间预计在 2005 年以后。

习　题

8-1. 根据壳模型给出下列诸核基态的自旋和宇称：$^{9}_{4}\mathrm{Be}$，$^{14}_{7}\mathrm{N}$，$^{37}_{17}\mathrm{Cl}$，$^{43}_{20}\mathrm{Ca}$，$^{45}_{21}\mathrm{Sc}$，$^{63}_{29}\mathrm{Gu}$，$^{73}_{32}\mathrm{Ge}$，$^{83}_{36}\mathrm{Kr}$，$^{92}_{42}\mathrm{Mo}$，$^{143}_{60}\mathrm{Nd}$，$^{197}_{79}\mathrm{Au}$。

8-2. $^{87}_{39}\mathrm{Y}$ 有一长寿命的同质异能态，其激发能为 381 keV，试根据壳模型判断此同质异能态的自旋和宇称，并估算其半衰期。已知同质异能跃迁的内转换系数 $\alpha = 0.28$，并取 $r_0 = 1.4$ fm。

8-3. 根据壳模型判断下列 β 跃迁的级次：

$$\text{(i)}\ {}^{39}_{20}\mathrm{Ca} \xrightarrow{\beta^+} {}^{39}_{19}\mathrm{K};\ \text{(ii)}\ {}^{91}_{39}\mathrm{Y} \xrightarrow{\beta^-} {}^{91}_{40}\mathrm{Zr};$$

$$\text{(iii)}\ {}^{99}_{43}\mathrm{Tc} \xrightarrow{\beta} {}^{99}_{44}\mathrm{Ru};\ \text{(iv)}\ {}^{137}_{54}\mathrm{Xe} \xrightarrow{\beta^-} {}^{137}_{55}\mathrm{Cs}$$

8-4. 实验测得 $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ 的低激发态的能量依次为 49.8 keV，163 keV，333 keV，555 keV，试求它们的自旋和宇称，并确定它们向下的 γ 跃迁的多极性。

8-5. 实验测得 $^{137}_{70}\mathrm{Yb}$ 第一、第二激发态的能量分别为 78.7 keV 和 179.5 keV，并知基态的自旋和宇称为 $5/2^-$，试求激发态的自旋和宇称，并确定它们向下的 γ 跃迁的多极性。

8-6. 实验测得 $^{159}\mathrm{Tb}$ 的最低三个能级的能量、自旋和宇称如下：0：$2/3^+$；58 keV：$5/2^+$；137 keV：$7/2^+$。试求 $9/2^+$ 能级的能量。

第九章　原子核反应

前几章讨论的核衰变是不稳定的原子核自发发生的转变。转变的方向总是朝着稳定的原子核的方向发展，最后变成稳定的原子核。另一方面，稳定的原子核也可以转变为不稳定的原子核，只是不能自发产生，而是通过核反应形成的。

原子核与原子核，或者原子核与其它粒子（例如中子、γ光子等）之间的相互作用所引起的各种变化叫做核反应。各式各样的核反应是产生不稳定原子核的最根本的途径。

核反应过程对原子核内部结构的扰动以及所牵涉到的能量变化一般要比核衰变过程大得多。例如，核衰变只涉及低激发能级，通常在（3～4）MeV 以下，这是衰变核谱学的一个局限性。核反应涉及的能级可以很高，通常在一个核子的分离能以上，甚至高达几百 MeV 以上。反应核谱学是研究高激发能级的重要手段。核反应产生的现象丰富多采，光是轻粒子（不比 α 粒子更重的粒子）引起的核反应就有几千种。因而，核反应可在更广泛的范围内对原子核进行研究。此外，核反应是获得原子能和放射性核的重要途径，对它的研究具有很大的实际意义。

本章将讨论核反应的基本特点和规律。在 §9.1～§9.6 节中讨论核反应的一般描述，§9.7～§9.10 节中讨论核反应模型，§9.11～§9.12 节中讨论几种具体的反应类型。

§9.1　核反应概述

1. 实现核反应的途径

要使核反应过程能够发生，原子核或其它粒子（如中子、γ光子等）必须足够接近另一原子核，一般须达到核力作用范围之内，即小于 10^{-12} cm 的数量级。实现这一条件可以通过以下三个途径。

（1）用放射源产生的高速粒子去轰击原子核。例如，1919 年卢瑟福实现的历史上第一个人工核转变就是用放射源 RaC′（^{214}Po）的 α 粒子去轰击氮原子核，引起核反应：

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{4}_{2}\mathrm{He} \rightarrow ^{17}_{8}\mathrm{O} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \qquad (9.1\text{-}1)$$

此式表示 α 粒子（$^{4}_{2}$He）打在氮原子核 $^{14}_{7}$N 上，使 $^{14}_{7}$N 核转变成 $^{17}_{8}$O 核，同时放出一个质子 p（$^{1}_{1}$H 核）。这里，α 粒子称为入射粒子，也叫轰击粒子；$^{14}_{7}$N 核称为靶核；$^{17}_{8}$O 和 $^{1}_{1}$H 统称为反应产物，其中较重者 $^{17}_{8}$O 称为剩余核，较轻者 $^{1}_{1}$H 称为出射粒子。通常把反应式（9.1-1）简写为

$$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})\ ^{17}_{8}\mathrm{O}$$

用放射源提供入射粒子来研究核反应，入射粒子种类很少，强度不大，能量不高，而且不能连续可调。目前已很少用了。

（2）利用宇宙射线来进行核反应。宇宙射线是指来自宇宙空间的高能粒子。宇宙射线的能量一般都很高，最高可达 10^{21} eV，用人工办法要产生这样高能量的粒子近期是难以实现的。用它作为入射粒子来研究高能核反应有可能发现一些新现象。缺点是强度很弱，能观测到核反应的机会极小。然而，它具有上述独到之处的优点，人们一直在努力弥补它的缺点，做了不

少高能物理方面的研究工作。

(3)利用带电粒子加速器或反应堆来进行核反应。这是实现人工核反应的最主要的手段。随着粒子加速器技术的不断发展和性能改进,人们已能将几乎所有的稳定核素加速到单核子能量数百 MeV,甚至更高的能量。近期有望将^{197}Au 加速至 200 GeV/A。在束流强度和品质方面也有极大提高。人们已经可以使用种类繁多、能区宽、束流强和品质好的入射束流进行核反应实验,从而极大地扩展了核反应的研究领域。

2. 核反应的分类

核反应一般可表示为

$$A + a \rightarrow B + b \tag{9.1-2}$$

式中 A 和 a 分别表示靶核和入射粒子,B 和 b 表示剩余核和出射粒子,简写为

$$A(a,b)B$$

当入射粒子能量较高时,出射粒子可以不止一个,而有两个或两个以上。例如 30 MeV 的 α 粒子轰击^{60}Ni,可以产生反应:

$$^{60}Ni + \alpha \rightarrow {}^{62}Cu + p + n \tag{9.1-3}$$

简写为^{60}Ni(α,pn)^{62}Cu;40 MeV 的质子轰击^{209}Bi,可以产生反应:

$$^{209}Bi + p \rightarrow {}^{206}Po + 4n$$

简写为^{209}Bi(p,4n)^{206}Po。

核反应按出射粒子的不同,可以分为两大类,即核散射和核转变。

核散射是指出射粒子和入射粒子相同的核反应。核散射又分弹性散射和非弹性散射两种。

弹性散射是指散射前后系统的总动能相等,原子核的内部能量不发生变化。弹性散射的一般表示式是

$$A + a \rightarrow A + a \text{ 或 } A(a,a)A \tag{9.1-4}$$

例如,质子被碳核散射,散射后的碳核仍处于基态时,这一反应就是弹性散射。它表示为

$$^{12}C + p \rightarrow {}^{12}C + p \text{ 或 } {}^{12}C(p,p)\ {}^{12}C$$

非弹性散射是指散射前后系统的总动能不相等,原子核的内部能量要发生变化。最常见的非弹性散射是剩余核处于激发态的情形,它的一般表示式是

$$A + a \rightarrow A^* + a' \text{ 或 } A(a,a')A^* \tag{9.1-5}$$

例如,质子被碳核散射,散射后的碳核处于激发态时,这一反应就是非弹性散射。它表示为

$$^{12}C + p \rightarrow {}^{12}C^* + p' \text{ 或 } {}^{12}C(p,p')\ {}^{12}C^*$$

另一类核反应,即核转变,是指出射粒子和入射粒子不同的反应,前面所举的(9.1-1)和(9.1-3)式反应即是。

核反应按入射粒子种类不同也可分为:

(i)中子核反应。如中子弹性散射(n,n),中子非弹性散射(n,n′),中子辐射俘获(n,γ)等。

(ii)带电粒子核反应。它又可分为:质子引起的核反应,如(p,p),(p,n),(p,α)等;氘核引起的核反应,如(d,p),(d,α)等;α 粒子引起的核反应,如(α,n),(α,p)等,重离子(指比 α 粒子更重的离子)引起的核反应,如(^{12}C,4n),(^{16}O,α3n)等。

(iii)光核反应。即 γ 光子引起的核反应,如(γ,n),(γ,p)等。

此外,电子也可以引起核反应,其特点和光核反应类似。

核反应按入射粒子能量不同,还可不很严格地分为:

(i)低能核反应。指入射粒子的单核子能量 E 比靶核内核子的费米能量(约 30 MeV)低的核反应。此时产生的出射粒子的数目一般最多是(3~4)个。

(ii)中能核反应。指单核子能量为 30 MeV$<E/A<$1000 MeV 的核反应。此时可以使靶核散裂成许多碎片。当 $E/A>100$ MeV 时,还可以产生介子。

(iii)高能核反应。指 $E/A>1000$ MeV 的核反应。此时除可以产生介子外,还可以产生其它一些基本粒子和形成奇特核。

本章介绍的核反应主要是低能核反应。

3. 反应道

对一定的入射粒子和靶核,能发生的核反应过程往往不止一种。例如,能量为 2.5 MeV 的氘核轰击^{6}Li 时,可以产生下面一些反应:

$$
{}^{6}\mathrm{Li}+\mathrm{d}\rightarrow\begin{cases}{}^{4}\mathrm{He}+\alpha\\ {}^{7}\mathrm{Li}+\mathrm{p}_0\\ {}^{7}\mathrm{Li}^{*}(\text{第一激发态})+\mathrm{p}_1\\ {}^{7}\mathrm{Li}(\text{第二激发态})+\mathrm{p}_2\\ {}^{6}\mathrm{Li}+\mathrm{d}\\ \cdots\end{cases}\tag{9.1-6}
$$

式中 p_0,p_1 和 p_2 分别表示相应反应中放出的质子。

对应于每一种核反应过程,称为一个反应道。反应前的道称为入射道,反应后的道称为出射道,对于同一个入射道,可以有若干个出射道,如(9.1-6)式所示的反应。对于同一个出射道,也可以有若干个入射道,例如

$$
\left.\begin{array}{l}{}^{6}\mathrm{Li}+\mathrm{d}\\ {}^{7}\mathrm{Li}+\mathrm{p}\\ {}^{7}\mathrm{Be}+\mathrm{n}\end{array}\right\}\longrightarrow{}^{4}\mathrm{He}+\alpha
$$

产生各个反应道的概率是不等的,而且这种概率随入射粒子能量的变化而不同。能量增大时,一般要增加出射道。对于一定的入射粒子和靶核,到底能产生哪些反应道,这与核反应机制和核结构等问题都有关,同时它要被一些守恒定律所约束。

4. 核反应中的守恒定律

大量实验表明,核反应过程主要遵守以下几个守恒定律:

(1)电荷守恒。即反应前后的总电荷数不变。例如,在$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$ 反应中,反应前的总电荷数是 7+2=9,反应后的总电荷数也是 8+1=9。

(2)质量数守恒。即反应前后的总质量数不变。例如,在$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$ 反应中,反应前的总质量数是 14+4=18,反应后的总质量数也是 17+1=18。

(3)能量守恒。即反应前后体系的总能量(静止能量和动能之和)不变。

(4)动量守恒。即反应前后体系的总动量不变。例如,在$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$ 反应中,若靶核$^{14}_{7}\mathrm{N}$本来静止,则反应前的总动量为 α 粒子的动量,于是反应后的总动量——质子与$^{17}_{8}\mathrm{O}$ 核动量的矢量和必等于 α 粒子的动量。

(5)角动量守恒。即在反应过程中,总角动量不变。例如$^{14}_{7}N(\alpha,p)^{17}_{8}O$反应,反应前体系的总角动量为$^{14}_{7}N$核、α粒子的角动量以及两者相对运动的轨道角动量的矢量和。已知$^{14}_{7}N$核和α粒子的角动量分别为1和0,若两者对心碰撞,则其轨道角动量为0,于是反应前体系的总角动量为1。同时,已知$^{17}_{8}O$核和质子的角动量分别为5/2和1/2,则两者的矢量和是2或3。为了保持反应后体系的总角动量也是1,则$^{17}_{8}O$核与质子间的轨道角动量l只能取以下可能值:1,2,3或2,3,4。

(6)宇称守恒。即对每一类型的核反应,体系总的宇称不变。例如,$^{14}_{7}N(\alpha,p)^{17}_{8}O$反应,反应前体系的宇称等于$^{14}_{7}N$核、α粒子的宇称以及两者相对运动的轨道宇称之积。已知$^{14}_{7}N$核和α粒子的宇称都是+1。如果两者对心碰撞,则其轨道宇称也是+1。于是反应前体系的宇称$\pi_i=(+1)(+1)(+1)=+1$。同时,已知$^{17}_{8}O$和质子的宇称都是+1。为了保持反应后体系的宇称$\pi_f=+1$,则后两者相对运动的轨道宇称必为+1。从而,它们的轨道角动量l只能取偶数,即$l=0,2,4$等。如果入射波取$l=1$的分波,则质子和$^{17}_{8}O$相对运动的角动量量子数l只能取奇数,即$l=1,3,5$等。

§9.2 反 应 能

本节和下节,讨论能量守恒定律和动量守恒定律应用在核反应中所获得的某些重要结果。

1. 反应能

核反应过程中释放出的能量,称为反应能,通常用符号Q表示。因此,反应能就是反应后的动能减去反应前的动能。$Q>0$的反应叫做放能反应,$Q<0$的反应叫做吸能反应。

考虑反应能后,核反应的表示式为

$$A + a \rightarrow B + b + Q \tag{9.2-1}$$

例如反应

$$^{6}Li + d \rightarrow {}^{4}He + \alpha + 22.4\ MeV$$

其Q为正值,所以它是放能反应。

令E_A,E_a,E_B,E_b分别表示靶核、入射粒子、剩余核、出射粒子的动能;m_A,m_a,m_B,m_b分别表示它们的静止质量,并假设反应前后的粒子都是处于基态,根据反应能的定义有

$$Q = E_B + E_b - E_A - E_a \tag{9.2-2}$$

另一方面,利用广义质量亏损Δm,我们有

$$\begin{aligned} Q &= \Delta m c^2 \\ &= (m_A + m_a - m_B - m_b)c^2 \\ &= (M_A + M_a - M_B - M_b)c^2 \end{aligned} \tag{9.2-3}$$

式中,M_A,M_a,M_B,M_b代表反应前后相应粒子的原子质量。注意,在(9.2-3)式的推导中,采用原子质量来代替核的质量。这是因为核的总电荷在反应前后不变,则原子中的电子总数也不变,于是在原子质量相减的过程中,电子质量相消了。当然,反应前后电子在原子中的结合能是有变化的,但它甚小,可以忽略不计。

(9.2-2)和(9.2-3)式表明:Q值既可以通过实验测量反应前后各粒子的动能求得,也可以

由已知的各粒子的原子质量算出。对于后一种办法,举例说明如下:

对于$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$反应,反应前后各粒子的原子质量为

$$\begin{aligned} M_{\mathrm{A}}(^{14}\mathrm{N}) &= 14.003074\ \mathrm{u} \\ +)\ M_{\mathrm{a}}(^{4}\mathrm{He}) &= 4.002603\ \mathrm{u} \\ \hline & 18.005677\ \mathrm{u} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} M_{\mathrm{B}}(^{17}\mathrm{O}) &= 16.999133\ \mathrm{u} \\ +)\ M_{\mathrm{b}}(^{1}\mathrm{H}) &= 1.007825\ \mathrm{u} \\ \hline & 18.006958\ \mathrm{u} \end{aligned}$$

则

$$\Delta m = 18.005677\ \mathrm{u} - 18.006958\ \mathrm{u} = -0.001281\ \mathrm{u}$$

所以

$$Q = -0.001281 \times 931.5\ \mathrm{MeV} = -1.193\ \mathrm{MeV}$$

可见这是吸能反应。

(9.2-3)式还可以通过反应前后有关粒子的结合能之差表示出来。令m_{aA}表示粒子 a 与靶核 A 结合而成的中间核的质量,m_{bB}表示粒子 b 与剩余核 B 结合时生成核的质量,显然有$m_{\mathrm{aA}} = m_{\mathrm{bB}}$。则当(9.2-3)式右边括号内同时加减$m_{\mathrm{aA}}$时,有

$$\begin{aligned} Q &= [(m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{a}} - m_{\mathrm{aA}}) - (m_{\mathrm{B}} + m_{\mathrm{b}} - m_{\mathrm{bB}})]c^2 \\ &= B_{\mathrm{aA}} - B_{\mathrm{bB}} \end{aligned} \tag{9.2-4}$$

式中,B_{aA}为粒子 a 与靶核 A 的结合能,B_{bB}为粒子 b 与剩余核 B 的结合能。由此式可见,当$B_{\mathrm{aA}} > B_{\mathrm{bB}}$时,为放能反应,反之为吸能反应。

2. Q 方程

下面我们来讨论通过实验测量反应中有关粒子的动能来求 Q 值。

由于靶核在实验中往往是固定的,即$E_{\mathrm{A}} = 0$,则按(9.2-2)式,

$$Q = E_{\mathrm{B}} + E_{\mathrm{b}} - E_{\mathrm{a}} \tag{9.2-5}$$

剩余核的动能E_{B}一般较小,很难准确测定,有时它还不能穿出靶物质,根本无法直接测量。这样,实验测定 Q 值似乎成了问题。然而,我们可以利用动量守恒定律把E_{B}消掉。

用$\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}}, \boldsymbol{p}_{\mathrm{B}}, \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}}$分别表示粒子 a,B,b 的动量,按动量守恒定律有:

$$\boldsymbol{p}_{\mathrm{a}} = \boldsymbol{p}_{\mathrm{B}} + \boldsymbol{p}_{\mathrm{b}}$$

令θ表示出射粒子 b 的出射角,即出射粒子与入射粒子方向间的夹角,如图 9-1 所示,由余弦定律得

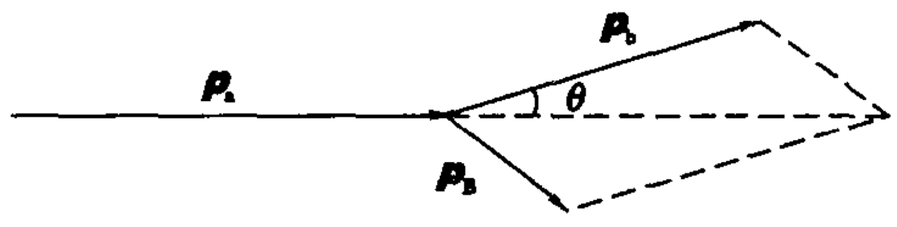


图 9-1　核反应中动量守恒示意图

$$p_{\mathrm{B}}^2 = p_{\mathrm{a}}^2 + p_{\mathrm{b}}^2 - 2p_{\mathrm{a}}p_{\mathrm{b}}\cos\theta$$

因$p^2 = 2mE$,则有

$$m_{\mathrm{B}}E_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{a}}E_{\mathrm{a}} + m_{\mathrm{b}}E_{\mathrm{b}} - 2(m_{\mathrm{a}}m_{\mathrm{b}}E_{\mathrm{a}}E_{\mathrm{b}})^{1/2}\cos\theta \tag{9.2-6}$$

将此式与(9.2-5)式合并消去E_{B},得到

$$Q = \left(\frac{m_{\mathrm{a}}}{m_{\mathrm{B}}} - 1\right)E_{\mathrm{a}} + \left(\frac{m_{\mathrm{b}}}{m_{\mathrm{B}}} + 1\right)E_{\mathrm{b}} - \frac{2(m_{\mathrm{a}}m_{\mathrm{b}}E_{\mathrm{a}}E_{\mathrm{b}})^{1/2}\cos\theta}{m_{\mathrm{B}}} \tag{9.2-7}$$

把式中的质量 m 之比改写为质量数 A 之比，一般不会影响精确度，于是(9.2-7)式可改写为

$$Q = \left(\frac{A_a}{A_B} - 1\right)E_a + \left(\frac{A_b}{A_B} + 1\right)E_b - \frac{2(A_a A_b E_a E_b)^{1/2}\cos\theta}{A_B} \tag{9.2-8}$$

由(9.2-7)或(9.2-8)式可见，只要测量 θ 角方向的出射粒子的动能 E_b(因实验中 E_a 一般已知)，即可求得 Q 值。当 $\theta=90°$时，上述两式最后一项为零。所以，在 θ 等于 90°方向进行测量，计算更为简单。

(9.2-7)或(9.2-8)式通常称为 Q 方程。

在实际问题中，常常需要知道出射粒子的能量 E_b，随出射角 θ 的变化关系，通常称为能量-角度关系，或能量角分布，我们用 $E_b(\theta)$来表示。当然，$E_b(\theta)$可以通过实验来测量，但在实际应用中，往往是通过求解 Q 方程得到的。

Q 方程的解如下：

$$E_b = \left\{\frac{(A_a A_b E_a)^{1/2}}{A_B + A_b}\cos\theta \pm \left[\left(\frac{A_B - A_a}{A_B + A_b} + \frac{A_a A_b}{(A_B + A_b)^2}\cos^2\theta\right)E_a + \frac{A_B}{A_B + A_b}Q\right]^{1/2}\right\}^2 \tag{9.2-9}$$

一个具体核反应的 Q 值，可以利用原子质量算得。因此，对应于某一入射粒子能量 E_a，应用上式即可求得能量-角度关系 $E_b(\theta)$。这种关系对于在实验中辨认粒子，以及在不同的出射角处选择一定能量的出射粒子是很有用的。

注意公式(9.2-9)中方括号前有正负号，一般只取正号，只有出现能量双值时，才同时取正负号。能量双值问题将在后面详细讨论。

3. 实验 Q 值

以上讨论 Q 值时，是假设反应前后的粒子都是处于基态。实际情形中，反应产物(特别是剩余核)可以处于激发态。现在来讨论剩余核处于激发态时的 Q 值，通常称它为实验 Q 值，用 Q'表示。

设剩余核的激发能为 E^*，则激发态剩余核的静止质量为

$$m_B^* = m_B + \frac{E^*}{c^2} \tag{9.2-10}$$

于是

$$\begin{aligned} Q' &= \Delta mc^2 = (m_A + m_a - m_B^* - m_b)c^2 \\ &= (m_A + m_a - m_B - m_b)c^2 - E^* \\ &= Q - E^* \end{aligned} \tag{9.2-11}$$

此处 Q 是剩余核处于基态时的反应能，由前所述，它可以通过各粒子的质量计算出来。

此式的物理意义是明显的，由于剩余核处于激发态。则其能量比基态时多了一部分激发能 E^*，这部分能量在核反应中没有转化为出射粒子和剩余核的动能。因此，反应过程中释放出的能量 Q'就要比剩余核处于基态时的 Q 少了一个 E^*。

(9.2-11)式可改写为

$$E^* = Q - Q' \tag{9.2-12}$$

此式表明，由实验测得 Q'后，即可求得剩余核的激发能。这是通过核反应获得原子核激发能数据的重要方法。

按定义，Q'与Q相仿，也是反应后的动能减去反应前的动能。所不同的是：在Q'情形剩余核处于激发态，在Q情形剩余核处于基态。因此，对于Q'，Q方程(9.2-7)和(9.2-8)同样适用。只是(9.2-7)式中的m_B应该用激发态的剩余核质量m_B^*来代替。但通常$E^* \ll m_B c^2$，所以有$m_B^* \approx m_B$。

下面举一例子说明Q方程的应用。

已知能量为2.0 MeV的氘束轰击^{6}Li靶时，在出射角$\theta = 155°$的方向探测到两种能量的质子：4.67和4.29 MeV，试求^{7}Li的激发能。

解：当剩余核^{7}Li处于基态时，利用原子质量，计算该反应的Q值如下：

$$^6\mathrm{Li} + {}^2\mathrm{H} \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + {}^1\mathrm{H}$$

$$\begin{array}{rr} 6.015123\ \mathrm{u} & 7.016005\ \mathrm{u} \\ +)2.014102\ \mathrm{u} & +)1.007825\ \mathrm{u} \\ \hline 8.029225\ \mathrm{u} & 8.023830\ \mathrm{u} \end{array}$$

则

$$\begin{aligned} Q &= (8.029225 - 8.023830) \times 931.5\ \mathrm{MeV} \\ &= 0.005395 \times 931.5\ \mathrm{MeV} \\ &= 5.03\ \mathrm{MeV} \end{aligned}$$

另一方面，利用例中给的已知数据代入方程(9.2-8)式，可以算得实验Q值：

$$Q_0' = \left(\frac{A_a}{A_B} - 1\right)E_a + \left(\frac{A_b}{A_B} + 1\right)E_b - \frac{2(A_a A_b E_a E_b)^{1/2}}{A_B}\cos\theta$$

$$\begin{aligned} &= \left[\left(\frac{2}{7} - 1\right)\times 2 + \left(\frac{1}{7} + 1\right)\times 4.67 - \frac{2(2\times 1\times 2\times 4.67)^{1/2}}{7}\cos 155°\right]\ \mathrm{MeV} \\ &= 5.03\ \mathrm{MeV} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q_1' &= \left[\left(\frac{2}{7} - 1\right)\times 2 + \left(\frac{1}{7} + 1\right)\times 4.29 - \frac{2(2\times 1\times 2\times 4.29)^{1/2}}{7}\cos 155°\right]\ \mathrm{MeV} \\ &= 4.55\ \mathrm{MeV} \end{aligned}$$

可见$Q_0' = Q$，所以能量为4.67 MeV的质子相应于生成^{7}Li基态的反应。利用(9.2-12)式可得^{7}Li的激发能

$$E^* = Q - Q_1' = (5.03 - 4.55)\ \mathrm{MeV} = 0.48\ \mathrm{MeV}$$

该实验中同时观测到0.48 MeV的γ射线。这也说明用上述方法定出的^{7}Li激发能值是可靠的。

§9.3 实验室坐标系和质心坐标系

实验室坐标系，简称L系，是指坐标原点固定在实验室中某一点(例如在核反应实验中的靶核)的坐标系。质心坐标系，简称C系，是指坐标原点固定在系统诸粒子的质心(例如在核反应问题中的入射粒子和靶核的质心)上的坐标系。显然，直接从实验中所取得的数据都是相对于L系而言的，下面要讲到的角分布和激发函数等数据就是这样。但是，在讨论理论问题时，如果采用L系往往比较麻烦，采用C系就比较简单。因此，讨论理论问题时均习惯用C系。为了使实验数据能与理论作比较，就需要将有关物理量从L系转换成C系，或从C系转

换成 L 系,本节主要讨论这种转换。

1. 相对运动动能

入射粒子 a 和靶核 A 相对于质心运动的动能之和通常称为入射粒子的相对运动动能,用 E' 表示。显然,这一物理量是 C 系中的物理量。下面我们来讨论它与 L 系中物理量的关系。

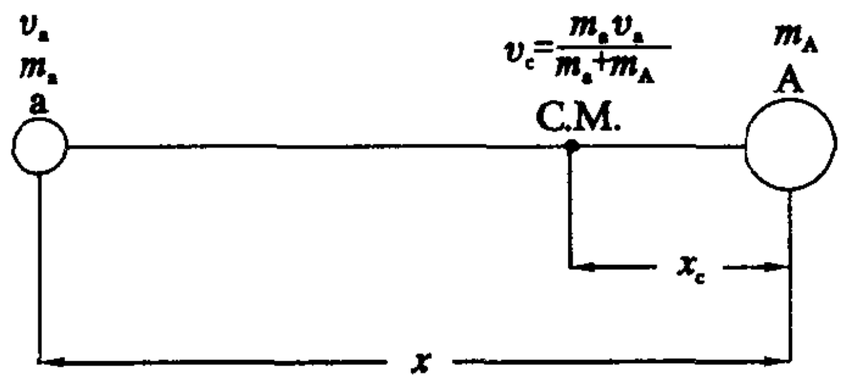


图 9-2　质心速度与入射粒子速度的关系

设 L 系的坐标原点取在靶核上,入射粒子 a 距靶核 A 的距离为 x(图 9-2),质心 C.M. 距靶核的距离为 x_c。则按质心定义,有

$$x_c = \frac{m_a x + m_A \times 0}{m_a + m_A} = \frac{m_a}{m_a + m_A} x \qquad (9.3\text{-}1)$$

上式对时间 t 求微商,得

$$\frac{dx_c}{dt} = \frac{m_a}{m_a + m_A} \frac{dx}{dt} \qquad (9.3\text{-}2)$$

式中 $\frac{dx}{dt}$ 为入射粒子 a 的速度,记为 v_a;$\frac{dx_c}{dt}$ 为质心的速度,记为 v_c,则(9.3-2)式可改写为

$$v_c = \frac{m_a}{m_a + m_A} v_a \qquad (9.3\text{-}3)$$

此式表示 a 以速度 v_a 向 A 运动时,质心以 $\frac{m_a}{m_a + m_A} v_a$ 的速度向 A 运动。于是,a 相对于质心的速度,即 a 在 C 系中的速度 v_a' 为

$$v_a' = v_a - v_c = v_a - \frac{m_a}{m_a + m_A} v_a = \frac{m_A}{m_a + m_A} v_a \qquad (9.3\text{-}4)$$

A 相对于质心的速度,即 A 在 C 系中的速度 v_A' 就等于质心相对于 A 的速度 v_c。只是速度的方向相反而已。则有

$$v_A' = v_c = \frac{m_a}{m_a + m_A} v_a \qquad (9.3\text{-}5)$$

利用(9.3-4)和(9.3-5)式即可求得 a 与 A 在 C 系中的动能之和 E'

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2} m_a v_a'^2 + \frac{1}{2} m_A v_A'^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{m_a m_A}{m_a + m_A} v_a^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu v_a^2 \end{aligned} \qquad (9.3\text{-}6)$$

其中 $\mu = \frac{m_a m_A}{m_a + m_A}$ 称为折合质量或约化质量。此式表明,入射粒子的相对运动动能可用折合质量及其在 L 系中的速度表示出来。

(9.3-6)式也可改写为

$$E' = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a \qquad (9.3\text{-}7)$$

这是一个重要的关系式,后面经常要用到它。

2. 阈能

对于吸能反应,$Q<0$。例如,吸能反应$^{14}N(\alpha,p)^{17}O$的 Q 为 -1.193 MeV。由于此反应是吸能的,因而只有当 α 粒子的动能大于一定数值时反应才能发生。那么,能使反应发生的 α 粒子的最低能量是多少呢? 初看起来,只要 α 粒子具有 1.193 MeV 的动能,以上反应就能发生。但实际上这是不够的。由于在 L 系中,反应前体系具有动量,则根据动量守恒定律,反应后必有相等的动量。因此,不可能在 L 系中反应产物没有动能。入射粒子所具有的动能,除了要供给被体系吸收的 $|Q|$ 值以外,为了保持动量守恒,还要供给反应产物以必要的动能。所以,E_a 必须大于 $|Q|$ 值,才能使反应发生。在 L 系中,能够引起核反应的入射粒子最低能量,称为该反应的阈能,以 E_{th} 表示。那么,E_{th} 究竟应该多大呢? 这需要借助 C 系来考虑。

在 C 系中,反应前后体系的动量均等于零,所以 C 系中反应产物不一定要有动能。因此,反应前体系在 C 系中的动能可以至少等于 $|Q|$,即

$$E' = |Q| \tag{9.3-8}$$

其中,E'是前面讨论过的入射粒子的相对运动动能。根据(9.3-7)式,有

$$|Q| = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a$$

即

$$E_a = \frac{m_a + m_A}{m_A} |Q| \tag{9.3-9}$$

此式表示,要使反应能够发生,入射粒子在 L 系中的动能 E_a 至少等于 $\frac{m_a + m_A}{m_A}|Q|$,这就是阈能 E_{th}。所以,最后得阈能的表示式为

$$E_{th} = \frac{m_a + m_A}{m_A} |Q| \tag{9.3-10}$$

例如,对于$^{14}N(\alpha,p)^{17}O$反应,阈能为

$$E_{th} = \frac{14+4}{4} \times 1.193 \text{ MeV} = 1.53 \text{ MeV}$$

即只有当 α 粒子的动能至少等于 1.53 MeV 时才能引起反应。

需要指出,对于放能反应,由于不需要供给能量,阈能原则上等于零。荷电粒子的能量低于反应阈时,即使是放能反应,也不能引起反应。这种反应阈决定于库仑势垒的大小,不属于这里要讨论的阈能。

3. 出射角在 L 系与在 C 系的转换关系

出射粒子 b 在 L 系中的速度 v_b 应该等于 b 在 C 系中的速度 v_b' 加上质心在 L 系中的速度 v_c,即

$$v_b = v_b' + v_c \tag{9.3-11}$$

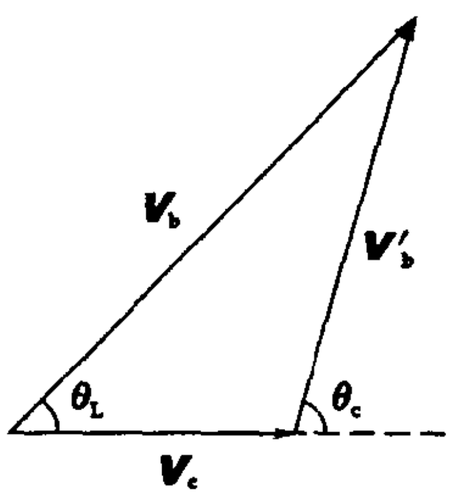


图 9-3 θ_L 与 θ_c 的关系

其向量之间的关系如图 9-3 所示。图中 θ_L 是 L 系中的出射角,θ_c 是 C 系中的出射角。根据正弦定理,有

$$\frac{v_b'}{\sin\theta_L} = \frac{v_c}{\sin(\theta_c - \theta_L)} \tag{9.3-12}$$

定义$\frac{v_c}{v_b}\equiv\gamma$,(9.3-12)式可改写为

$$\sin(\theta_c-\theta_L)=\gamma\sin\theta_L \tag{9.3-13}$$

所以

$$\theta_c=\theta_L+\sin^{-1}(\gamma\sin\theta_L) \tag{9.3-14}$$

可见,若已知 γ,则由 θ_L 角可换算出 θ_c 角。

另一方面,由图 9-3 可得:

$$v_b\cos\theta_L=v_c+v_b'\cos\theta_c \tag{9.3-15}$$

根据余弦定理,

$$\begin{aligned}v_b&=[v_c^2+v_b'^2-2v_cv_b'\cos(\pi-\theta_c)]^{1/2}\\&=[v_c^2+v_b'^2-2v_cv_b'\cos\theta_c]^{1/2}\end{aligned} \tag{9.3-16}$$

所以

$$\cos\theta_L=\frac{\gamma+\cos\theta_c}{(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_c)^{1/2}} \tag{9.3-17}$$

由此式可见,如果已知 γ,则可由 θ_c 角换算出 θ_L 角。

现在,我们来求 γ 的表达式,根据反应能 Q 的定义,它是等于反应后各粒子的动能减去反应前各粒子的动能,在质心系中表示为

$$Q=\frac{1}{2}m_bv_b'^2+\frac{1}{2}m_Bv_B'^2-E' \tag{9.3-18}$$

其中,v_b' 和 v_B' 分别是出射粒子和剩余核在质心系中的速度,E'是入射粒子的相对运动动能。

按动量守恒有

$$m_bv_b'=m_Bv_B' \tag{9.3-19}$$

由(9.3-18)和(9.3-19)两式,消去 v_B' 后可得

$$v_b'^2=\frac{2m_B}{m_b(m_b+m_B)}(E'+Q) \tag{9.3-20}$$

利用(9.3-3),(9.3-6)和(9.3-20)式,代入(9.3-12)式中,我们有

$$\gamma^2=\frac{m_am_b}{m_Am_B}\left(\frac{m_b+m_B}{m_a+m_A}\right)\frac{E'}{E'+Q} \tag{9.3-21}$$

用质量数 A 来表示时,注意到反应前后质量数相等:$A_b+A_B=A_a+A_A$,最后得 γ 的表达式为

$$\gamma=\left(\frac{A_aA_b}{A_AA_B}\cdot\frac{E'}{E'+Q}\right)^{1/2} \tag{9.3-22}$$

由(9.3-22)式可知,γ 一般是入射粒子能量的函数。入射粒子能量固定时,对确定的核反应,γ 是一常量。对于弹性散射,γ 与能量无关,因为此时 $Q=0$,$\gamma=\frac{A_a}{A_A}$。就此讨论下面两种极端情形:

(1)$A_A\gg A_a$ 时,$\gamma\approx0$。则由(9.3-14)式得

$$\theta_c=\theta_L$$

(2)$A_A=A_a$ 时,$\gamma=1$。则由(9.3-14)式得

$$\theta_c = 2\theta_L$$

下面我们来讨论 L 系和 C 系的相互转换与 γ 的关系。分两种情况讨论：

(1)$\gamma<1$。此时 $v_c<v_b'$，$\boldsymbol{v}_b$，$\boldsymbol{v}_c$，$\boldsymbol{v}_b'$ 三者之间的关系如图 9-4 所示。由图可见，$\theta_L=0°$时，$\theta_c=0°$，v_b 最大，即出射粒子在 0°方向能量最高。$\theta_L=180°$时，$\theta_c=180°$，v_b 最小，即出射粒子在 180°方向能量最低。v_b 是出射角 θ_L 或 θ_c 的单调下降的函数。平常我们遇到的大部分核反应，一般都是 $\gamma<1$，所以，大部分核反应的能量角分布是出射角的单调下降函数，而且在立体角的全部范围内都可能发现出射粒子。γ 越小，能量角分布越平坦，即出射粒子能量随出射角 θ_L 的变化越小。当 $\gamma\to0$ 时，出射粒子能量几乎不随 θ_L 变化，例如轻粒子在重靶核上的弹性散射就是这样，因为这时的 $\gamma\approx0$。反之，$\gamma\to1$ 时，出射粒子的能量随 θ_L 增大而下降最多，θ_L 等于大角度处，出射粒子的能量趋于零。

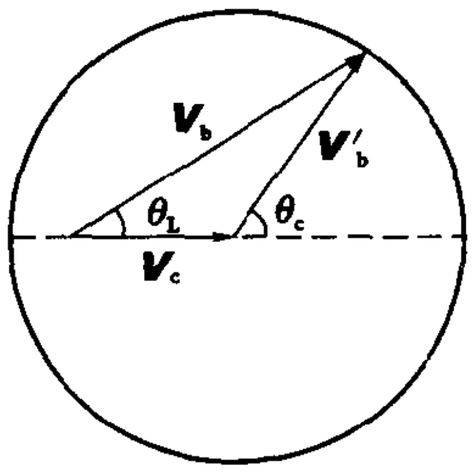


图 9-4　$\gamma<1$ 时 $\boldsymbol{v}_b$，$\boldsymbol{v}_c$，$\boldsymbol{v}_b'$ 三者之间的关系

(2)$\gamma>1$。此时 $v_c>v_b'$，$\boldsymbol{v}_b$，$\boldsymbol{v}_c$，$\boldsymbol{v}_b'$ 三者之间的关系如图 9-5 所示。由图可见，对某一确定的 θ_L，对应有两个 θ_c，从而对应有两个 v_b 值。所以，对于一个 θ_L 值，存在高低能两组出射粒子，高能组对应于小的 θ_c 值，低能组对应于大的 θ_c 值，其能量利用(9.2-9)式计算即得。(9.2-9)式中方括号前的正号对应高能组，负号对应低能组。这就是能量双值问题。另外，在 $\gamma>1$ 的情形，θ_L 不能在 0°～180°之间变化，只能小于或等于某一最大值 $\theta_{L,m}$，如图 9-6 所示。由图可见，当 $\theta_L=\theta_{L,m}$时，能量双值变成了单值，此时只对应一个 θ_c 值。显然，对于 $\theta_{L,m}$，我们有

$$\sin\theta_{L,m} = \frac{v_b'}{v_c} = \frac{1}{\gamma} \tag{9.3-23}$$

所以

$$\theta_{L,m} = \sin^{-1}\left(\frac{1}{\gamma}\right) \tag{9.3-24}$$

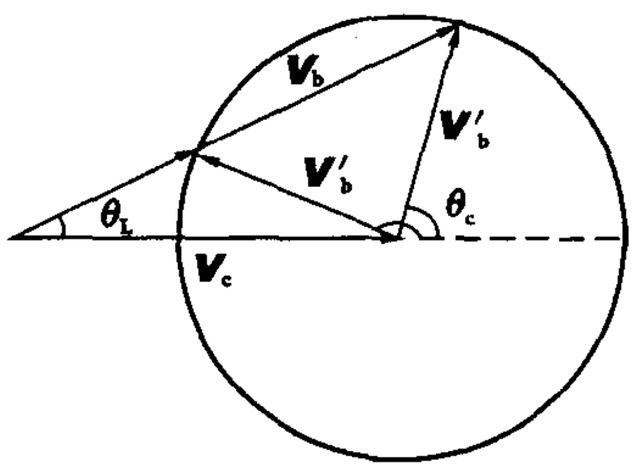


图 9-5　$\gamma>1$ 时 $\boldsymbol{v}_b$，$\boldsymbol{v}_c$，$\boldsymbol{v}_b'$ 三者之间的关系

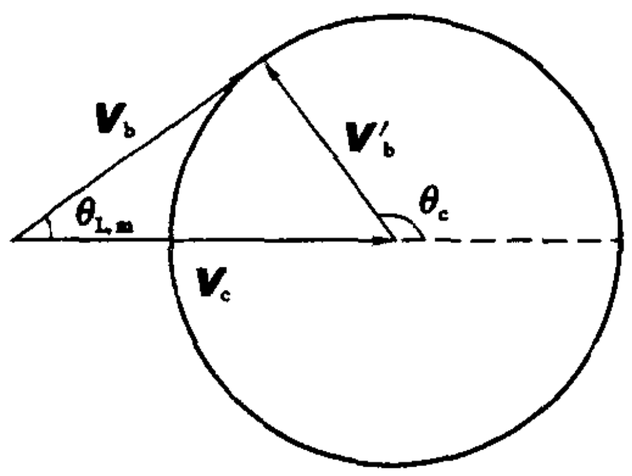


图 9-6　$\gamma>1$ 时 $\theta_L=\theta_{L,m}$情形

当 $\theta_L>\theta_{L,m}$时，不可能出现出射粒子，这种出射粒子只限于半张角为 $\theta_{L,m}$的圆锥内的现象，称为圆锥效应。利用圆锥效应，我们可以获得定向粒子束。圆锥效应出现的条件是 $\gamma>1$。由(9.3-22)式可见，对于通常的放能反应，一般不会出现 $\gamma>1$，只有入射粒子比靶核重的情况

下才会出现 $\gamma>1$。对于吸能反应，入射粒子能量在接近阈能时，原则上可以出现圆锥效应，只是发生核反应的概率一般较小。

§9.4 核反应截面与产额

当一定能量的入射粒子轰击靶核时，可能发生各种类型的反应。每种反应都有一定的概率，为了便于对核反应过程进行理论分析以及实际应用的需要，我们希望找到一个实验上可以测量的，理论上能够计算的，便于实验与理论比较的物理量来描述反应概率的大小，因此引入反应截面的概念。

1. 反应截面

设一薄靶，其厚度 x 甚小，入射粒子垂直通过靶子时能量可以认为不变。令靶中单位体积的靶核数为 N_v，则单位面积靶上的靶核数为 $N_s = N_v x$。如果入射粒子的强度，即单位时间的入射粒子数为 I，则单位时间内入射粒子与靶核发生的反应数 N' 应与 I 和 N_s 成正比，即

$$N' \propto IN_s \tag{9.4-1}$$

令其比例系数为 σ，则

$$N' = \sigma IN_s \tag{9.4-2}$$

σ 称为反应截面或有效截面。

因为

$$\sigma = \frac{N'}{IN_s} = \frac{\text{单位时间发生的反应数}}{\text{单位时间的入射粒子数} \times \text{单位面积的靶核数}}$$

所以，反应截面 σ 的物理意义是表示一个粒子入射到单位面积内只含一个靶核的靶子上所发生的反应概率，或者说，表示一个入射粒子同单位面积靶上一个靶核发生反应的概率。

因为 N' 和 I 的量纲相同，所以 σ 的量纲与 N_s 的量纲的倒数相同，即具有面积的量纲。因此，我们可以打个比喻，对于单位面积($1\ cm^2$)内只含一个靶核的靶子上，相当于存在一个有效截面积 $\sigma\ cm^2$，入射粒子碰到这个面积上就会发生反应。σ 是一个很小的量，大多数情形它要小于或等于原子核的横截面 πR^2，即约 $10^{-24}\ cm^2$ 的数量级。因此，反应截面 σ 的单位通常采用 $10^{-24}\ cm^2$，称为“靶恩”，简称“靶”，记作 barn 或 b。它是非法定计量单位。按国家标准规定，截面的法定计量单位是 m^2。鉴于国际上仍广泛使用 b，故本书中仍将继续使用它。于是

$$1\ \text{靶(b)} = 10^{-24}\ cm^2$$

$$1\ \text{毫靶(mb)} = 10^{-27}\ cm^2$$

$$1\ \text{微靶}(\mu\text{b}) = 10^{-30}\ cm^2$$

对于一定的入射粒子和靶核，往往有若干个反应道。如果 N' 是通过各个反应道的总反应率，则相应的 σ 称为核反应的总截面。如果 N' 只是通过某一反应道的反应率，则相应的 σ 称为分截面。所谓反应率指的是单位时间的反应数。显然，总截面应该等于所有分截面之和。

核反应中的各种截面均与入射粒子的能量有关。截面随入射粒子能量的变化关系称为激发函数。用此函数画成的曲线称为激发曲线。例如，反应 $^2H(d,n)^3He$ 和 $^3H(d,n)^4He$ 的激发曲线如图 9-7 所示。激发曲线的实验测量是核反应工作的一项主要任务，它在原子核物理基础研究和实际应用方面都是十分重要的。

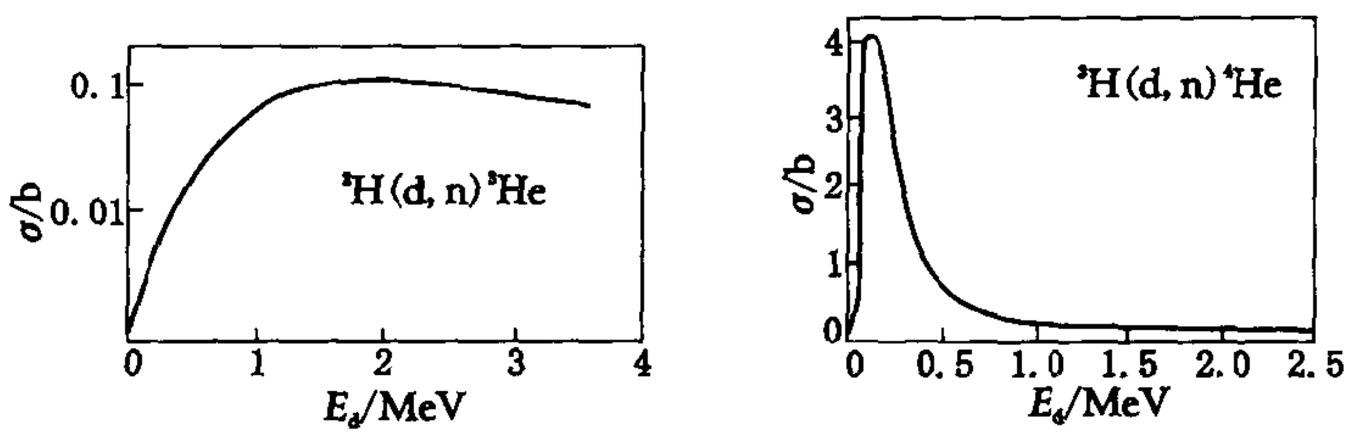


图 9-7 $^2H(d,n)^3He$ 和 $^3H(d,n)^4He$ 的激发曲线

2. 微分截面和角分布

在核反应中,还常常使用微分截面。它比总截面或分截面能更细致地反映核反应的特征,而且在实验测量中通常它是一个直接可测得的量。现讨论如下。

核反应的出射粒子往往可以向各方向发射。实验发现各方向的出射粒子数不一定相同,这表明出射粒子飞向不同方向的核反应概率不一定相等。

设单位时间出射至 $\theta\to\theta+d\theta$ 和 $\phi\to\phi+d\phi$ 间的立体角 $d\Omega$ 内的粒子数为 dN'(见图 9-8),则

$$\begin{aligned} dN' &\propto IN_s d\Omega \\ dN' &= \sigma(\theta,\phi) IN_s d\Omega \end{aligned} \tag{9.4-3}$$

式中 $\sigma(\theta,\phi)$称为微分截面,通常也用符号$\frac{d\sigma}{d\Omega}$来标记。于是微分截面的表达式为

$$\begin{aligned} \sigma(\theta,\phi) &= \frac{dN'}{IN_s d\Omega} \\ &= \frac{\text{单位时间出射至}(\theta,\phi)\text{方向单位立体角内的粒子数}}{\text{单位时间的入射粒子数}\times\text{单位面积的靶核数}} \end{aligned} \tag{9.4-4}$$

$d\Omega$ 的单位是球面度,记作 sr,所以微分截面的单位是靶恩/球面度($b\cdot sr^{-1}$)或毫靶/球面度($mb\cdot sr^{-1}$)等。

微分截面是核反应中的一个重要的物理量。其原因是:它既可以由实验直接测定,也可以由理论推导得出,便于实验和理论进行比较。另外,要想从实验求得某种反应道的分截面,往往需要通过微分截面的测量,将测量结果对立体角积分而得该反应道的分截面。通常这种分截面也叫积分截面。

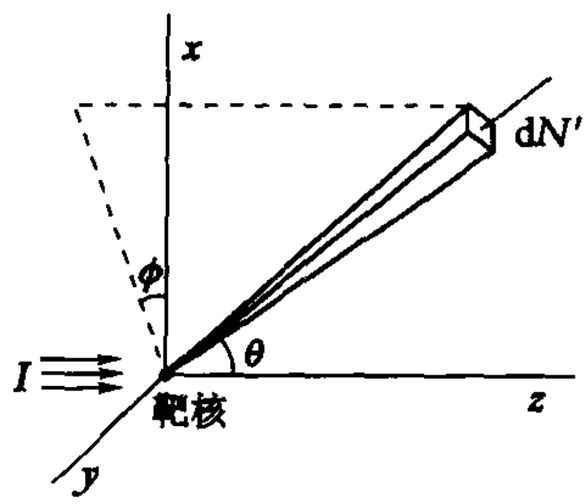


图 9-8 出射粒子角分布示意图

事实上,将(9.4-3)式两边对立体角积分,得

$$\begin{aligned} N' &= IN_s\int_\Omega \sigma(\theta,\phi)d\Omega \\ &= IN_s\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sigma(\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi \end{aligned} \tag{9.4-5}$$

对于一般的入射粒子和靶,微分截面对 ϕ 角是各向同性的,因而 $\sigma(\theta,\phi)$实际上只是 θ 的函数。于是,由(9.4-5)式可得分截面如下

$$\sigma = \frac{N'}{IN_s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sigma(\theta)\sin\theta d\theta d\phi$$

$$= 2\pi\int_0^{\pi}\sigma(\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{9.4-6}$$

微分截面 $\sigma(\theta)$随 θ 的变化曲线称为角分布。对一确定的反应道,角分布的形状一般随入射粒子能量的变化而变化,同时它随坐标系的选择而有所不同。通常遇到的角分布形状有以下几类变化趋势:(1)90°对称的(如图 9-9a 所示),(2)前倾的(图 9-9b),(3)后倾的(图 9-9c),(4)各向同性的(图 9-9d),(5)上下起伏的(图 9-9e)。图中 θ_c 是质心系中的出射角。

注意微分截面表达式(9.4-4)中的 $\mathrm{d}N'$,I,N_s 和 $\mathrm{d}\Omega$ 在实验中均可直接测量,所以微分截面 $\sigma(\theta)$可由实验直接测定。今举两例分别说明(9.4-4)和(9.4-6)式的具体应用。

例 1　能量为 77 MeV 的 $^{12}C^{4+}$ 轰击 ^{197}Au 靶,在 $\theta=12°$方向探测到 ^{12}C 的计数率 $\mathrm{d}N'=260\ \mathrm{s}^{-1}$,求 $\sigma(\theta)=?$ 已知实验条件如下:探测器孔径 $\phi=0.1$ cm,探测效率为 100%,探测器至靶距离 $r=15$ cm,束流强度 $I_e=0.01\ \mu$A,靶厚 $D=400\ \mu\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-2}$。

解:入射碳离子带的电荷数 $N_e=+4$,则单位时间的入射粒子数

$$I=\frac{I_e}{N_e e}=\frac{0.01\times10^{-6}}{4\times1.6\times10^{-19}}\ \mathrm{s}^{-1}=1.56\times10^{10}\ \mathrm{s}^{-1}$$

$$N_s=\frac{N_A D}{A}=\frac{6.022\times10^{23}\times400\times10^{-6}}{197}\ \mathrm{cm}^{-2}=1.2\times10^{18}\ \mathrm{cm}^{-2}$$

$$\mathrm{d}\Omega=\frac{\mathrm{d}s}{r^2}=\frac{\pi\phi^2/4}{r^2}=\frac{\pi\times0.1^2}{4\times15^2}\ \mathrm{sr}=3.5\times10^{-5}\ \mathrm{sr}$$

所以

$$\sigma(\theta)=\frac{\mathrm{d}N'}{IN_s\mathrm{d}\Omega}=\frac{260}{1.56\times10^{10}\times1.2\times10^{18}\times3.5\times10^{-5}}\ \mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{sr}^{-1}$$
$$=4\times10^{-22}\ \mathrm{cm}^2\cdot\mathrm{sr}^{-1}$$
$$=4\times10^{2}\ \mathrm{b}\cdot\mathrm{sr}^{-1}$$

例 2　在 ^{12}C 轰击 ^{209}Bi 的反应中,测得 α 粒子的角分布为 $\sigma(\theta)=0.4(1+\cos^2\theta)\ \mathrm{mb}\cdot\mathrm{sr}^{-1}$,求此反应截面 σ。

解:$\sigma=2\pi\int_0^{\pi}\sigma(\theta)\sin\theta\mathrm{d}\theta=2\pi\int_0^{\pi}0.4(1+\cos^2\theta)\times\sin\theta\mathrm{d}\theta=6.7\ \mathrm{mb}$

3. L 系 和 C 系微分截面的关系

实验中直接测定的微分截面是 L 系的微分截面 $\sigma_L(\theta_L)$,这里 θ_L 表示 L 系的出射角。理论中计算的则是 C 系微分截面 $\sigma_c(\theta_c)$,这里 θ_c 表示 C 系中的出射角。为了实验与理论能够进行比较,必须找出 $\sigma_L(\theta_L)$与 $\sigma_c(\theta_c)$的关系。

由(9.4-3)式知,单位时间内出射至 θ_L 到 $\theta_L+\mathrm{d}\theta_L$ 间的立体角 $\mathrm{d}\Omega_L$ 内的粒子数 $\mathrm{d}N'_L$ 为

$$\mathrm{d}N'_L=IN_s\sigma_L(\theta_L)\mathrm{d}\Omega_L$$

在 C 系中,相应的出射粒子数 $\mathrm{d}N'_c$ 为

$$\mathrm{d}N'_c=IN_s\sigma_c(\theta_c)\mathrm{d}\Omega_c$$

显然,出射粒子数 $\mathrm{d}N'$不随所选取的坐标系改变,即 $\mathrm{d}N'_L=\mathrm{d}N'_c$,所以

$$\sigma_L(\theta_L)\mathrm{d}\Omega_L=\sigma_c(\theta_c)\mathrm{d}\Omega_c \tag{9.4-7}$$

因 $\mathrm{d}\Omega=2\pi\sin\theta\mathrm{d}\theta$,则

$$\sigma_L(\theta_L)\sin\theta_L\mathrm{d}\theta_L=\sigma_c(\theta_c)\sin\theta_c\mathrm{d}\theta_c \tag{9.4-8}$$

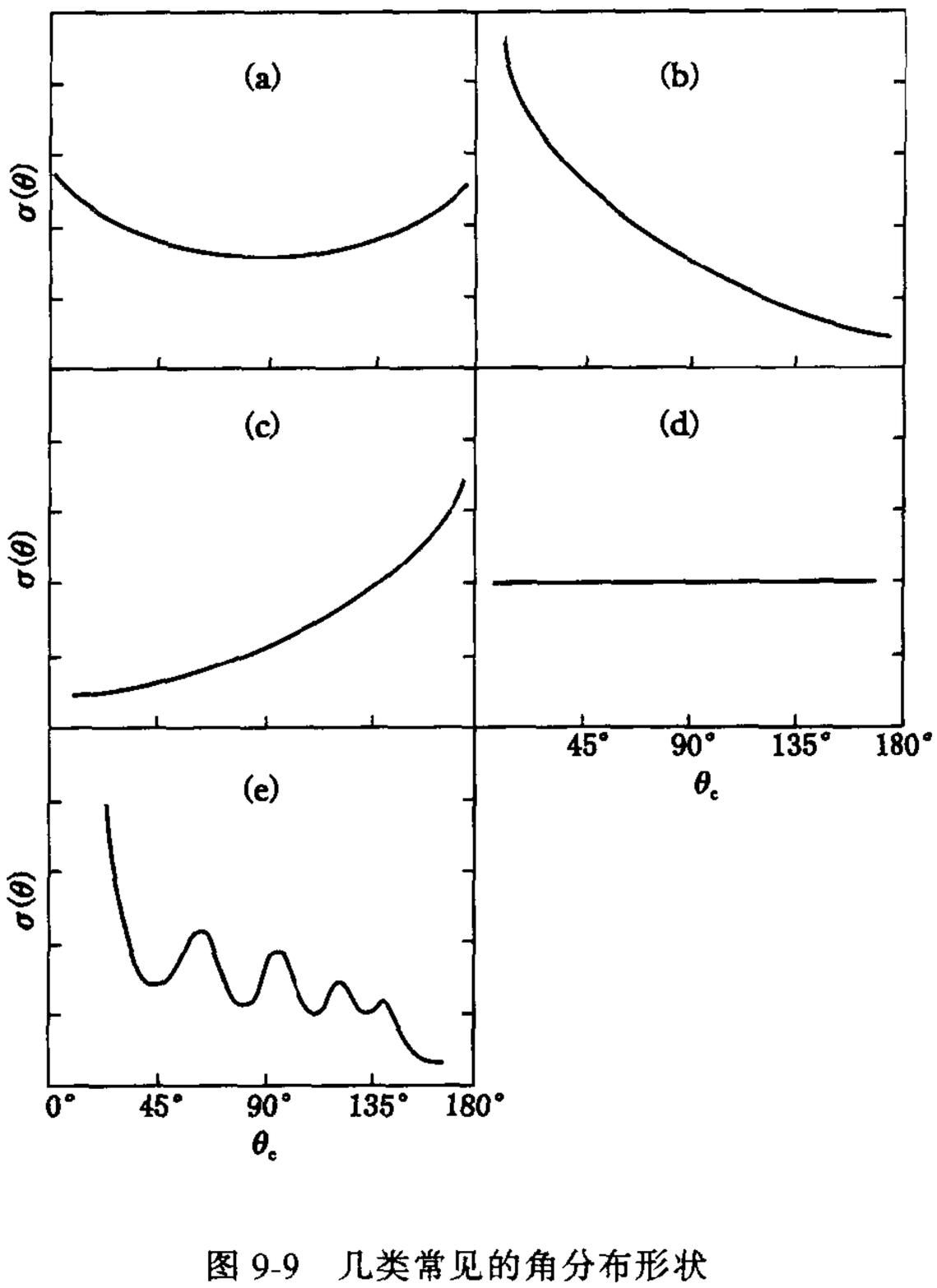


图 9-9　几类常见的角分布形状

对(9.3-17)式两边取微分得

$$\sin\theta_L d\theta_L = \frac{1+\gamma\cos\theta_c}{(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_c)^{3/2}}\sin\theta_c d\theta_c \tag{9.4-9}$$

用(9.4-9)式除(9.4-8)式,最后得

$$\sigma_L(\theta_L) = \frac{(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_c)^{3/2}}{1+\gamma\cos\theta_c}\sigma_c(\theta_c) \tag{9.4-10}$$

这就是 L 系和 C 系的微分截面的关系式,它在核反应的实际工作中经常用到。

今举一例说明它的应用。

例:在^{12}C轰击^{12}C的弹性散射实验中,在 $\theta_L=30°$处测得 $\sigma_L(\theta_L)=20\ \text{mb}\cdot\text{sr}^{-1}$,求质心系截面 $\sigma_c(\theta_c)$。

解:对于^{12}C在^{12}C上的弹性散射,$\gamma=1$,则由(9.3-14)式得 $\theta_c=2\theta_L=60°$,

$$\frac{(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_c)^{3/2}}{1+\gamma\cos\theta_c} = \frac{(2+2\cos\theta_c)^{3/2}}{1+\cos\theta_c} = 2\sqrt{3}$$

所以

$$\sigma_c(\theta_c) = \frac{20}{2\sqrt{3}}\ \text{mb}\cdot\text{sr}^{-1} = 5.7\ \text{mb}\cdot\text{sr}^{-1}$$

最后需要指出,由(9.4-10)式容易知道,若角分布在 C 系中 90°对称时,在 L 系中则不对

称,而出现前倾;在 C 系中各向同性时,在 L 系中也是前倾的。

4. 核反应产额

入射粒子在靶中引起的反应数与入射粒子数之比,称为核反应的产额。它是一个入射粒子在靶中引起反应的概率。

显然,反应产额与反应截面有关。对确定的入射粒子与靶物质,截面越大产额也越多。但是,产额不像截面那样仅仅决定于反应过程的特点,而且和靶的厚度、纯度以及靶材料的物理状态等有关。所以,在很多实验场合,例如在放射性核素的制造和射线剂量的计算等工作中,都需要用到反应产额的概念。

(1)中子反应的产额

设一强度为 I_0 的中子束垂直射入靶子,靶子的厚度为 D,如图 9-10 所示。当中子束在靶内通过时,由于与靶核发生反应,中子的强度愈来愈弱。

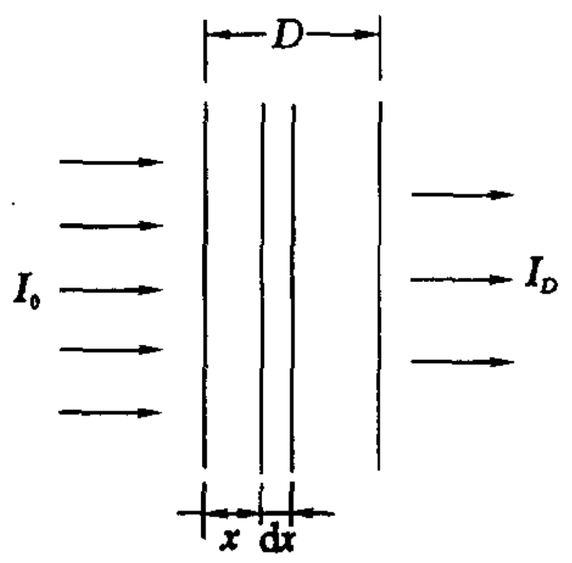


图 9-10 中子束通过靶子的情形

今考虑靶深为 x 处的 $\mathrm{d}x$ 薄层内,由核反应引起的中子强度的减小,根据(9.4-2)式应为

$$-\mathrm{d}I = IN_V\sigma\mathrm{d}x \tag{9.4-11}$$

式中 I 为靶深为 x 处的中子强度,N_V 为靶子单位体积的原子核数,σ 为中子与靶核作用的反应截面。由于中子在靶内通过时,不会与核外电子发生作用,因而只要中子不与原子核作用,它的能量就不改变。所以,中子在靶内各处的反应截面 σ 均相同,即为常量。对(9.4-11)式积分得

$$I = I_0\mathrm{e}^{-N_V\sigma x} \tag{9.4-12}$$

即中子束的强度随靶厚的增加而指数地减小。

设通过靶厚 D 时的中子强度为 I_D,则

$$I_D = I_0\mathrm{e}^{-N_V\sigma D} \tag{9.4-13}$$

中子在靶内单位时间产生的反应数为

$$N' = I_0 - I_D = I_0(1 - \mathrm{e}^{-N_V\sigma D}) \tag{9.4-14}$$

于是反应产额为

$$Y = \frac{N'}{I_0} = 1 - \mathrm{e}^{-N_V\sigma D} \tag{9.4-15}$$

当 $D \ll \frac{1}{N_V\sigma}$ 时,这种靶称为薄靶。对于薄靶,由(9.4-15)式可得

$$Y = N_V\sigma D = N_s\sigma \tag{9.4-16}$$

即薄靶的产额与靶厚、截面成正比。

当 $D \gg \frac{1}{N_V\sigma}$ 的靶称为厚靶。按(9.4-15),厚靶的 $Y=1$。

通过靶子的中子数与入射的中子数之比称为透射率 T。根据(9.4-13)式,

$$T = \frac{I_D}{I_0} = \mathrm{e}^{-N_V\sigma D} \tag{9.4-17}$$

透射率在实验中可直接测量,从而按(9.4-17)式即可求得反应截面 σ。用这种透射法测

得的截面是中子总截面,它是各种反应道(包括弹性散射在内)的分截面之和。由于在实验中不需要测量中子的绝对强度,只需测量中子强度之比。这样,系统误差可以抵消,因而所测截面的精度一般较高。

(2)带电粒子反应的产额

带电粒子与中子不同,当它通过靶子时,会与核外电子发生作用,则其能量受到损失。一定初始能量的入射粒子通过不同厚度的靶子时,其能量损失也不同,即在不同靶深处的能量就不等。由于反应截面 $\sigma(E)$是能量的函数,因而不同靶深处的截面是不同的。

令 I_0 和 I 分别表示射到靶上的和在靶深为x 处的带电粒子强度,N_V 为靶子单位体积的原子核数,则在靶深为 x 处的 $\mathrm{d}x$ 薄层内,单位时间的核反应数为

$$\mathrm{d}N' = IN_V\sigma(E)\mathrm{d}x \tag{9.4-18}$$

于是在厚度为 D 的靶中单位时间的总反应数为

$$N' = \int_0^D \mathrm{d}N' = \int_0^D IN_V\sigma(E)\mathrm{d}x \tag{9.4-19}$$

所以反应产额为

$$Y = \frac{N'}{I_0} = \frac{1}{I_0}\int_0^D IN_V\sigma(E)\mathrm{d}x \tag{9.4-20}$$

现分薄靶和厚靶情形进行讨论。

(i)薄靶

如果靶厚 D 很小,入射粒子在靶中的能量损失相对于初始动能 E_0 可以忽略不计时,这种靶称为薄靶。在此情形,$\sigma(E)$可视为常量,即 $\sigma(E)=\sigma(E_0)$。反应截面是一个很小的量,通常产生反应的粒子与未反应的粒子相比可以忽略不计。所以有 $I\approx I_0$。

于是(9.4-20)式成为

$$Y = N_V\sigma(E_0)\int_0^D \mathrm{d}x = N_V\sigma(E_0)D = N_s\sigma(E_0) \tag{9.4-21}$$

可见,与中子情形相同,带电粒子在薄靶中的产额也与靶厚、截面成正比。

(ii)厚靶

如果靶厚 D 大于粒子在靶中的射程$R(E_0)$,这种靶称为厚靶。在此情形的反应产额,根据(9.4-20)式有

$$\begin{aligned} Y &= N_V\int_0^D \sigma(E)\mathrm{d}x = N_V\int_0^{R(E_0)} \sigma(E)\mathrm{d}x \\ &= N_V\int_{E_0}^0 \sigma(E)\frac{\mathrm{d}E}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)} \end{aligned} \tag{9.4-22}$$

所以,得

$$Y(E_0) = N_V\int_0^{E_0}\left[\sigma(E)\Big/-\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)\right]\mathrm{d}E \tag{9.4-23}$$

式中 $-\left(\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)$为靶物质对入射带电粒子的阻止本领。

由(9.4-23)式可见,如果知道激发函数 $\sigma(E)$,就可以计算出带电粒子在厚靶中的反应产额。(9.4-23)式在实际工作中经常用到。

有时还用平均截面来表示反应产额。平均截面定义如下:

$$\overline{\sigma(E)} \equiv \frac{\int_0^R \sigma(E)\mathrm{d}x}{R} \tag{9.4-24}$$

则由(9.4-22)式,反应产额可表示为

$$Y = N_V R \frac{\int_0^R \sigma(E)\mathrm{d}x}{R} = N_V R\,\overline{\sigma(E)} \tag{9.4-25}$$

即带电粒子在厚靶中的产额与射程和平均截面成正比。

由(9.4-25)式可得厚靶中单位时间的核反应数

$$N' = YI_0 = I_0 N_V R\,\overline{\sigma(E)} \tag{9.4-26}$$

式中 I_0 为入射粒子的强度。

需要指出,以上关于反应产额的定义,是一个无量纲的物理量,在实际应用中,对于带电粒子的核反应,常采用有量纲的反应产额 Y',它定义为

$$Y' \equiv \frac{Y}{N_e e} = \frac{N'}{N_e e I_0} = \frac{\text{单位时间的核反应数}}{\text{入射粒子的电流强度}} \tag{9.4-27}$$

式中 N_e 为入射离子带的电荷数,e 是电子电量的绝对值。可见,产额 Y'表示单位电流强度的入射粒子在靶上单位时间内产生的核反应数,因此它的单位是 $\mu A^{-1}\cdot s^{-1}$或 μC^{-1}等。Y'与 Y 的定义无本质差别,只是所用的单位不同而已。

(3)核反应中放射性核素的生成

现在我们来讨论利用反应产额计算核反应中放射性核素的生成。

(i)照射时间 t 后生成核的衰变率

对于照射时间 t 后的生成核数,有以下微分方程

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = N_s \bar{\sigma} I(t) - \lambda N(t) \tag{9.4-28}$$

用 $e^{\lambda t}$ 乘上式两边,即可解得

$$N(t) = N_s \bar{\sigma} e^{-\lambda t} \int_0^t I(t) e^{\lambda t}\mathrm{d}t \tag{9.4-29}$$

所以照射时间 t 后的生成核的衰变率

$$A = \lambda N = N_s \bar{\sigma}\lambda e^{-\lambda t} \int_0^t I(t) e^{\lambda t}\mathrm{d}t \tag{9.4-30}$$

(ii)照射一段时间和冷却一段时间后生成核的衰变数

设 $0 \to t_1$ 为照射时间,$t_1 \to t_2$ 为冷却时间,$t_2 \to t_3$ 为测量时间,λ 为生成核的衰变常量。我们来计算时间 $t_2 \to t_3$ 内的总衰变数。

利用(9.4-29)式可得 t_1, t_2, t_3 时刻的生成核数分别为

$$N_1 = N_s \bar{\sigma} e^{-\lambda t_1} \int_0^{t_1} I(t) e^{\lambda t}\mathrm{d}t$$

$$N_2 = N_s \bar{\sigma} e^{-\lambda t_1} e^{-\lambda(t_2 - t_1)} \int_0^{t_1} I(t) e^{\lambda t}\mathrm{d}t$$

$$N_3 = N_s \bar{\sigma} e^{-\lambda t_1} e^{-\lambda(t_2 - t_1)} e^{-\lambda(t_3 - t_2)} \int_0^{t_1} I(t) e^{\lambda t}\mathrm{d}t$$

所以 $t_2 \to t_3$ 时间内的总衰变数

$$N_{23} = N_s \bar{\sigma} e^{-\lambda t_1} e^{-\lambda(t_2-t_1)} [1 - e^{-\lambda(t_3-t_2)}] \int_0^{t_1} I(t) e^{\lambda t} dt \qquad (9.4\text{-}31)$$

需要指出，当实验测得 $t_2 \rightarrow t_3$ 时间内的总衰变数 N_{23} 后，利用(9.4-31)式可以求得平均截面 $\overline{\sigma(E)}$。用薄靶做实验时，此平均截面就是入射粒子能量为 E 时的反应截面 $\sigma(E)$。这是利用生成核的放射性求反应截面的一种有效方法。

最后举一例说明如何估算由加速器生产的核素的放射性活度。

例：用能量为 7.5 MeV 的氘轰击厚靶 ^{56}Fe 生产核素 ^{57}Co 时，估算照射每微安小时能生成多少放射性活度的 ^{57}Co？已知相应的激发曲线变化平滑，氘的能量 $E_d = 7.5$ MeV 时，$\sigma = 480$ mb；$E_d = 5.0$ MeV 时，$\sigma = 330$ mb；$E_d < 5$ MeV 时，σ 甚小可忽略，^{57}Co 的半衰期 $T_{1/2} = 270$ d。

解：入射氘束电流强度 I_e 为 1 μA 时，入射粒子的强度

$$I = \frac{I_e}{N_e e} = \frac{10^{-6}}{1.6 \times 10^{-19}} \text{ s}^{-1} = 6.3 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$$

由氘在 ^{56}Fe 中的能量射程曲线查得：$E_d = 7.5$ MeV 时，射程 $R_1 = 82$ mg·cm^{-2}；$E_d = 5$ MeV 时，$R_2 = 42$ mg·cm^{-2}，则有效靶厚

$$D = (82 - 42) \text{ mg} \cdot \text{cm}^{-2} = 40 \text{ mg} \cdot \text{cm}^{-2}$$

从而

$$N_s = \frac{N_A D}{A} = \frac{6 \times 10^{23} \times 40 \times 10^{-3}}{56} \text{ cm}^{-2} = 4.3 \times 10^{21} \text{ cm}^{-2}$$

由已知的激发曲线可以估算出平均截面

$$\bar{\sigma} = \frac{\int_{R_2}^{R_1} \sigma(E) dR}{D} \approx 420 \text{ mb}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{270 \times 24} \text{ h}^{-1}$$

因为，$t \ll T_{1/2}$，所求 ^{57}Co 的放射性活度

$$A \approx N_s \bar{\sigma} I \lambda t = 4.3 \times 10^{21} \times 420 \times 10^{-27} \times 6.3 \times 10^{12} \times \frac{0.693}{270 \times 24} \times 1 \text{ Bq}$$

$$= 1.2 \times 10^5 \text{ Bq}$$

§9.5 核反应截面的一般特征和细致平衡原理

1. 核反应截面的一般特征

我们讨论核反应 A(a,b)B 的截面。为了方便，把入射粒子 a 和靶核 A 组成的状态用 α 表示，出射粒子 b 和剩余核 B 组成的状态用 β 表示。反应 A(a,b)B 可以看作是由状态 α 到状态 β 的跃迁，或者说，由 α 道跃迁到 β 道。假定末态 β 的数目很多以致可以看成是连续的，根据量子力学的微扰论，单位时间发生跃迁的概率是

$$W_{\alpha\beta} = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{\alpha\beta}|^2 \frac{dn}{dE_\beta} \qquad (9.5\text{-}1)$$

式中 $H_{\alpha\beta}$是跃迁矩阵元,$\frac{dn}{dE_\beta}$是末态密度。

现求末态密度。设整个体系所占的体积为 V,则体积 V 中相对动量在 p_b 到 $p_b + dp_b$ 之间的末态数

$$dn = \frac{4\pi p_b^2 dp_b}{(2\pi\hbar)^3} V g_\beta \tag{9.5-2}$$

其中 g_β 是末态的统计权重。设出射粒子 b 的自旋为 I_b,剩余核的自旋为 I_B,则 b 和 B 的简并度分别是$(2I_b+1)$和$(2I_B+1)$。于是末态的统计权重

$$g_\beta = (2I_b + 1)(2I_B + 1) \tag{9.5-3}$$

由于 β 道的相对运动动能,或简称为 β 道的能量 $E_\beta' = \frac{1}{2}\mu_\beta v_b^2$,这里 μ_β 是 β 道的折合质量,v_b 是出射粒子的相对速度,将 E_β' 微分得 $dE_\beta' = \mu_\beta v_b dv_b = v_b dp_b$,因而末态密度可写为

$$\frac{dn}{dE'_\beta} = \frac{4\pi\rho_b^2}{(2\pi\hbar)^3 v_b} V(2I_b + 1)(2I_B + 1) \tag{9.5-4}$$

将此式代入(9.5-1)式,得

$$W_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi\hbar^4}\frac{p_b^2}{v_b} V \mid H_{\alpha\beta} \mid^2 (2I_b + 1)(2I_B + 1) \tag{9.5-5}$$

令 A(a,b)B 的反应截面为 $\sigma_{\alpha\beta}$,根据定义,$\sigma_{\alpha\beta}$可用入射粒子的通量密度去除单位时间的跃迁概率求得。设单位体积的入射粒子数为 n_a,则入射粒子的通量密度是 $n_a v_a$,于是 A(a,b)B 反应截面可表示为

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{W_{\alpha\beta}}{n_a v_a} \tag{9.5-6}$$

根据入射粒子在体积 V 中的归一化要求,

$$n_a = \frac{1}{V} \tag{9.5-7}$$

利用(9.5-5),(9.5-6)和(9.5-7)式,得到截面的最后表达式为

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi\hbar^4}\frac{p_b^2}{v_a v_b} V^2 \mid H_{\alpha\beta} \mid^2 (2I_b + 1)(2I_B + 1) \tag{9.5-8}$$

(9.5-8)式是应用微扰论的结果。对于非微扰情形,理论可以证明,它也是成立的,只是跃迁矩阵元不同。(9.5-8)式中的未知项是跃迁矩阵元 $H_{\alpha\beta}$,它决定于原子核的内部结构。我们不准备对它进行具体讨论。但是,如果对 $H_{\alpha\beta}$作一定假设,则可以根据(9.5-8)式获得反应截面随能量变化的一般特征。

我们只考虑 a 与 A 之间和 b 与 B 之间的库仑势垒的影响,忽略离心势垒的作用,这对低能粒子入射和出射的情形是适宜的。除库仑势垒的作用外,假定跃迁矩阵元中的其余部分近似为常量,则有

$$H_{\alpha\beta} \propto e^{-(G_a + G_b)} \tag{9.5-9}$$

与 α 衰变情形类似,势垒穿透因子

$$G_a = \frac{2}{\hbar}\sqrt{2\mu_\alpha}\int\left(\frac{Z_a Z_A e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - E'_\alpha\right)^{1/2} dr \tag{9.5-10}$$

$$G_b = \frac{2}{\hbar}\sqrt{2\mu_\beta}\int\left(\frac{Z_b Z_B e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - E'_\beta\right)^{1/2} dr \tag{9.5-11}$$

这里 Z 是相应粒子的电荷数，μ 是道的折合质量，E' 是相对运动动能①。当库仑势垒很高或 E' 很小时，按(5.3-13)式，G_a 和 G_b 可表示为

$$G_a = \frac{2\pi Z_a Z_A e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar v_a} \tag{9.5-12}$$

$$G_b = \frac{2\pi Z_b Z_B e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar v_b} \tag{9.5-13}$$

下面我们对比较典型的几种反应道的截面 $\sigma_{\alpha\beta}$ 与能量的关系进行讨论。

(1)低能中子的弹性散射截面 $\sigma(n,n)$。此时 $v_a = v_b$，则 $\frac{p_b^2}{v_a v_b} = \mu_\beta^2$ 是一常量。另外，$G_a = G_b = 0$，则 $H_{\alpha\beta} \approx$ 常量。于是由(9.5-8)式得 $\sigma(n,n)$ 为常量。实验发现，中子能量 E_n 在大约 5 eV 以下与理论预言很好符合(图 9-11a)。

(2)低能中子的放能反应截面 $\sigma(n,b)$。由低能中子引起的(n,α)，(n,p)，(n,γ)，(n,f)(中子引起的裂变)等反应中，Q 值一般较大，为几 MeV 以上，而入射中子能量大约是几 eV。所以，出射粒子能量几乎不变，即 $v_b \approx$ 常量。由(9.5-13)式知，$G_b \approx$ 常量。另外，因入射粒子是中子，$G_a = 0$。于是，$H_{\alpha\beta} \approx$ 常量。则由(9.5-8)式得到低能中子的放能反应截面 $\sigma(n,b) \propto \frac{1}{v_n}$，即截面与入射中子速度成反比，这叫 $\frac{1}{v}$ 定律(图 9-11b)。

(3)中子的非弹性散射截面 $\sigma(n,n')$。在这种反应中，剩余核 B 处于激发态，因而反应能 Q 是负的，剩余核激发能 $E^* = -Q$。当入射中子能量 E_n 稍大于反应阈能 E_{th} 时，E_n 的相对变化不大，可看作常量，即 $v_n \approx$ 常量，而出射粒子的速度 v'_n 相对变化则较大。另外，$G_a = G_b = 0$，$H_{\alpha\beta} \approx$ 常量。于是，由(9.5-8)式得到 $\sigma(n,n') \propto v'_n \propto (E_n - E_{th})^{1/2}$(图 9-11c)。

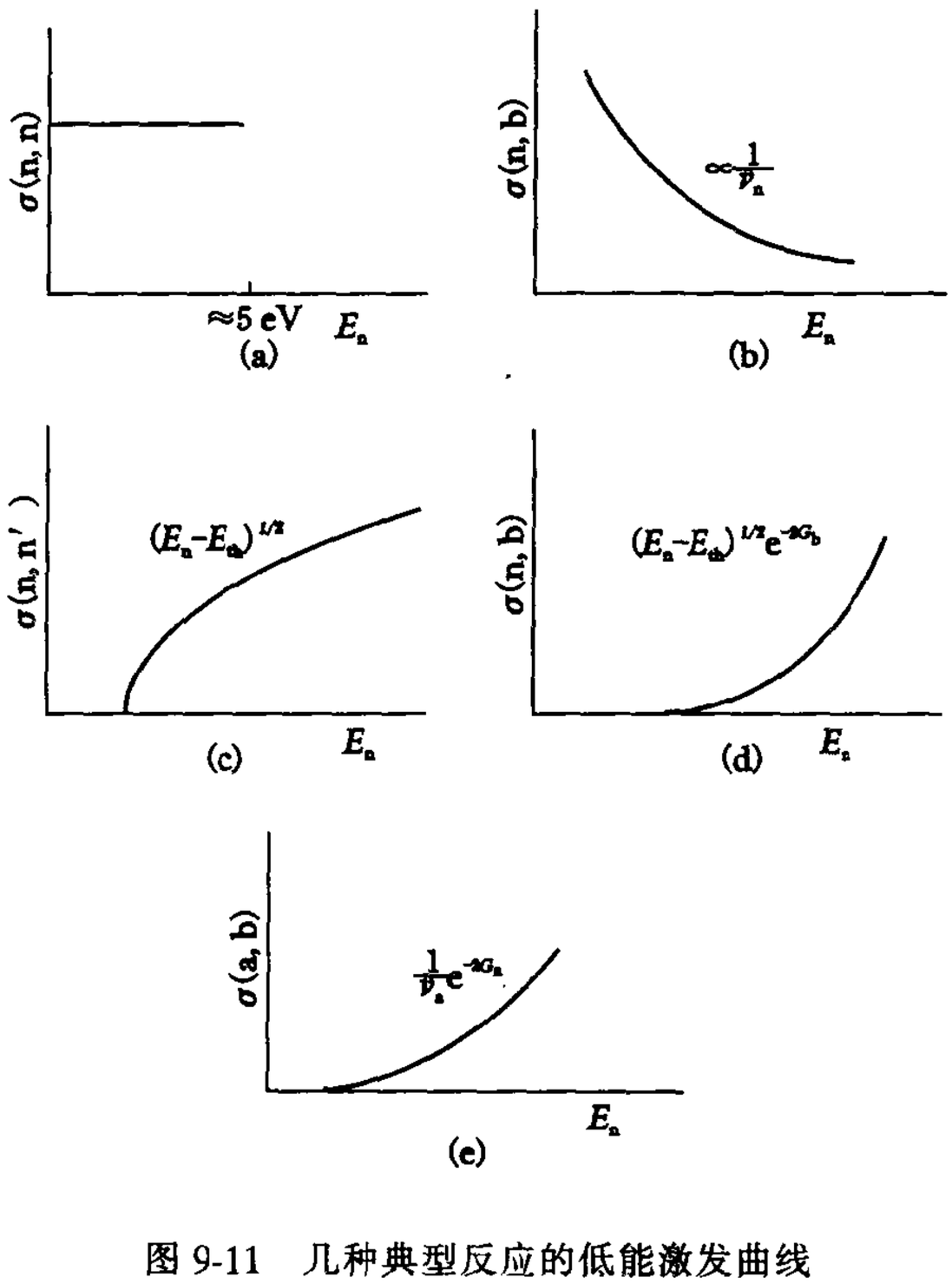


图 9-11　几种典型反应的低能激发曲线

(4)中子引起的发射带电粒子的吸能反应截面 $\sigma(n,b)$。例如，(n,p)和(n,α)反应的 Q 值

① 这里 E' 泛指 E'_α 和 E'_β，也称道的能量。E'_α 表示入射粒子 a 和靶核 A 相对于质心运动的动能，也称入射道能量；E'_β 表示出射粒子 b 和剩余核 B 相对于质心运动的动能，也称出射道能量。

为负时。这类反应的情况与第(3)类相似,所不同的是,这时应考虑 G_b 的作用,$H_{\alpha\beta}\propto e^{-G_b}$。所以,截面 $\sigma(n,b)\propto(E_n-E_{th})^{1/2}e^{-2G_b}$(图 9-11d)。

(5)带电粒子的放能反应截面 $\sigma(a,b)$。例如,(p,n),(α,n),(p,γ),(α,γ)等反应属于这一类。当入射粒子能量 $E_a\ll Q$ 时,$v_b\approx$常量。另外,这时 G_a 起作用,$H_{\alpha\beta}\propto e^{-G_a}$。所以,$\sigma(a,b)\propto\frac{1}{v_a}e^{-2G_a}$(图 9-11e)。

在讨论以上各类反应时,我们曾假定跃迁矩阵元中除势垒穿透因子外的部分近似为常量。这对截面出现共振的情况是不正确的。所以,上面的讨论只反映不考虑共振时的截面变化趋势。

2. 细致平衡原理

利用(9.5-8)式可以获得正逆反应截面之间的一个重要关系式。对于可逆反应 A+a⇌B+b,令正过程的截面为 $\sigma_{\alpha\beta}$,逆过程的截面为 $\sigma_{\beta\alpha}$,由于微扰哈密顿 $\hat{H}$ 是厄密算符,则对跃迁矩阵元 $H_{\alpha\beta}$[①],我们有

$$H_{\alpha\beta}^{*}=\left(\int\psi_{\beta}^{*}\hat{H}\psi_{\alpha}d\tau\right)^{*}=\left[\int(\hat{H}\psi_{\beta})^{*}\psi_{\alpha}d\tau\right]^{*}$$
$$=\int\psi_{\alpha}^{*}\hat{H}\psi_{\beta}d\tau=H_{\beta\alpha}$$

于是

$$|H_{\alpha\beta}|^{2}=|H_{\beta\alpha}|^{2}\tag{9.5-14}$$

因此,由(9.5-8)和(9.5-14)式立即得出 $\sigma_{\alpha\beta}$ 与 $\sigma_{\beta\alpha}$ 之间的重要关系式如下:

$$\frac{\sigma_{\alpha\beta}}{\sigma_{\beta\alpha}}=\frac{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)}\tag{9.5-15}$$

此关系式称为细致平衡原理。应该指出,(9.5-15)式只适用于参与反应的各粒子的非极化情形。当然,它对无自旋的粒子是适用的。另外,(9.5-15)式对于正逆过程微分截面之间的关系也成立。正逆反应 $^{12}C+\alpha\rightleftharpoons{}^{14}N+d$ 的角分布实验是证明细致平衡原理的一个极好例子(图 9-12)。

细致平衡原理有广泛应用。例如,它可用来确定粒子或核的自旋。现举例说明:对可逆反应 $d+d\rightleftharpoons{}^{3}He+n+3.26$ MeV,在 $E_d=10$ MeV 及匹配能量 $E_n=11.0$ MeV 时,实验测量得其反应截面比值 $\frac{\sigma_{dd}}{\sigma^{3}_{He,n}}=\frac{1}{1.8}$,已知 $I_n=\frac{1}{2}$,$I_d=1$,利用细致平衡原理可求得 ^{3}He 的自旋为 $\frac{1}{2}$。

§9.6 反应截面的分波分析

1. 半经典分波法

让我们来考虑入射粒子 a 与靶核 A 作用引起的反应,设 σ_{sc} 为它们的弹性散射截面,σ_r 为反应截面,它是指弹性散射截面以外的各种截面之和,因而也叫去弹性散射截面。显然,总截面

① 细致平衡原理在微扰近似不适用时也成立,一般论证超出了本书的范围。

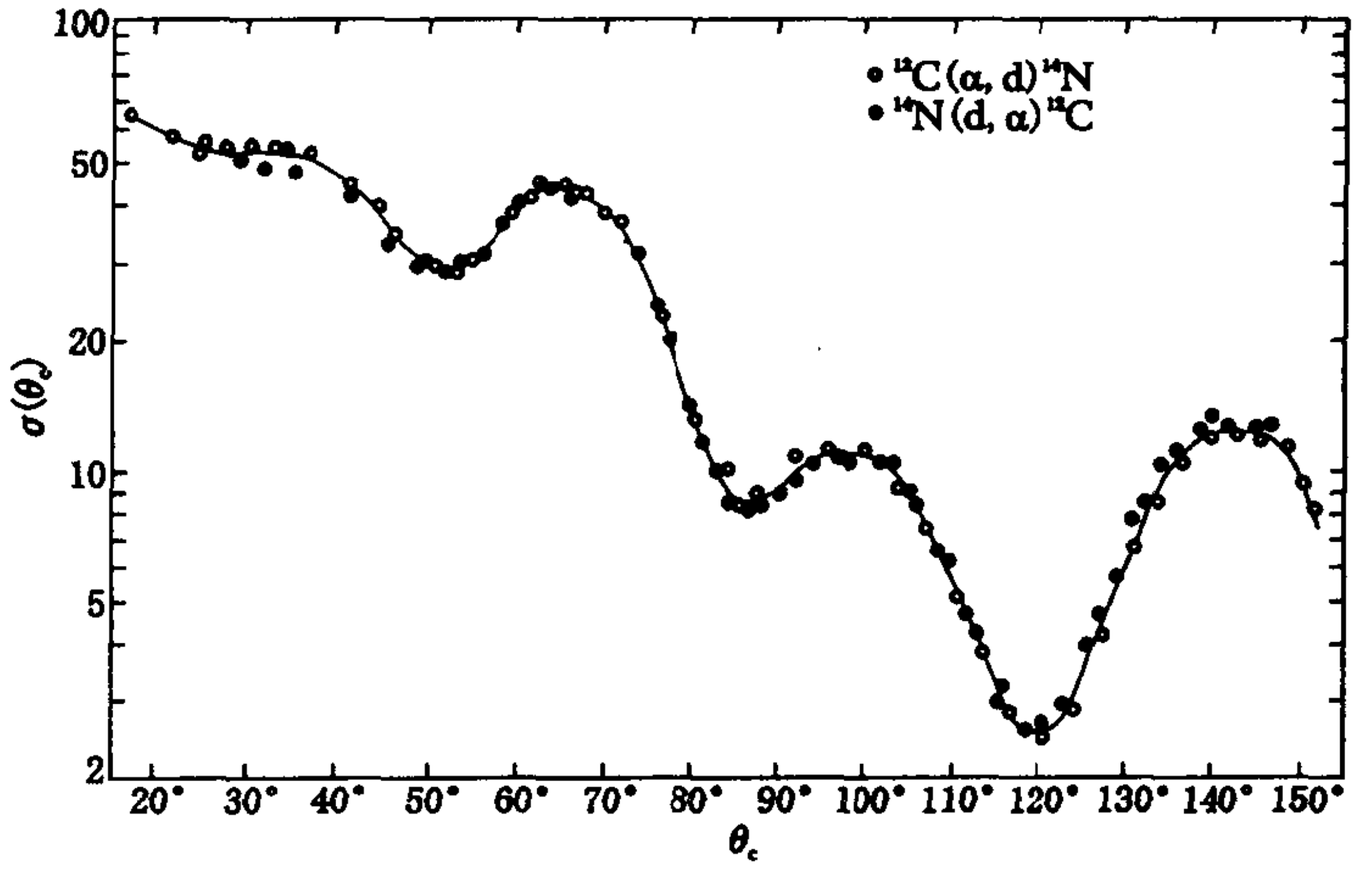


图 9-12　正逆反应$^{12}C+\alpha \rightleftharpoons {}^{14}N+d$的角分布

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r \tag{9.6-1}$$

在核反应的理论处理中，常将 σ_{sc} 和 σ_r 进行分波分析，对于自旋等于零的情形，可将截面分解为各种角动量所对应的截面之和：

$$\sigma_{sc} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{sc,l}, \quad \sigma_r = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{r,l} \tag{9.6-2}$$

式中 $\sigma_{sc,l}$ 和 $\sigma_{r,l}$ 分别是由角动量为 l 的入射粒子所引起的弹性散射截面和反应截面。

下面先用半经典的方法进行分析，然后用量子力学进行处理。为讨论简单起见，我们假设入射粒子是中子。

令 m_a 和 m_A 分别表示入射粒子 a 和靶核 A 的质量，v 为它们的相对运动速度，E'为入射道的能量，即入射粒子的相对运动动能，于是入射粒子的波数

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{\mu v}{\hbar} = \frac{\sqrt{2\mu E'}}{\hbar} \tag{9.6-3}$$

式中，$\lambda = \frac{\lambda}{2\pi}$，$\lambda$ 为德布罗意波长，λ通常称为折合德布罗意波长，$\mu = \frac{m_a m_A}{m_a + m_A}$，为折合质量。

我们按量子化的碰撞参量(或叫瞄准距离)将入射粒子束分割成一系列环形带，如图 9-13 所示。碰撞参量 ρ 是指靶核质心与入射粒子的入射线之间的垂直距离。于是入射道的角动量

$$L = \rho \mu v \tag{9.6-4}$$

由(9.6-3)和(9.6-4)式得

$$\rho = \frac{L}{\hbar}\lambda \tag{9.6-5}$$

我们将角动量 L 量子化

$$L = l\hbar \tag{9.6-6}$$

式中 $l=0,1,2,\cdots$。把(9.6-6)式代入(9.6-5)式，得

$$\rho = l\lambda \tag{9.6-7}$$

可见,角动量的量子化也就是碰撞参量的量子比。将量子化的碰撞参量记为 $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \cdots$,即 $\rho_0 = 0, \rho_1 = \lambda, \rho_2 = 2\lambda, \cdots, \rho_l = l\lambda, \cdots$。

由图 9-13 可见,碰撞参量为 ρ_l 的入射粒子束所占的面积,可近似地认为是第 l 带的截面积,即内径为 ρ_l 外径为 ρ_{l+1} 的环面积:

$$S_l = \pi\rho_{l+1}^2 - \pi\rho_l^2 = \pi\lambda^2(2l+1) \tag{9.6-8}$$

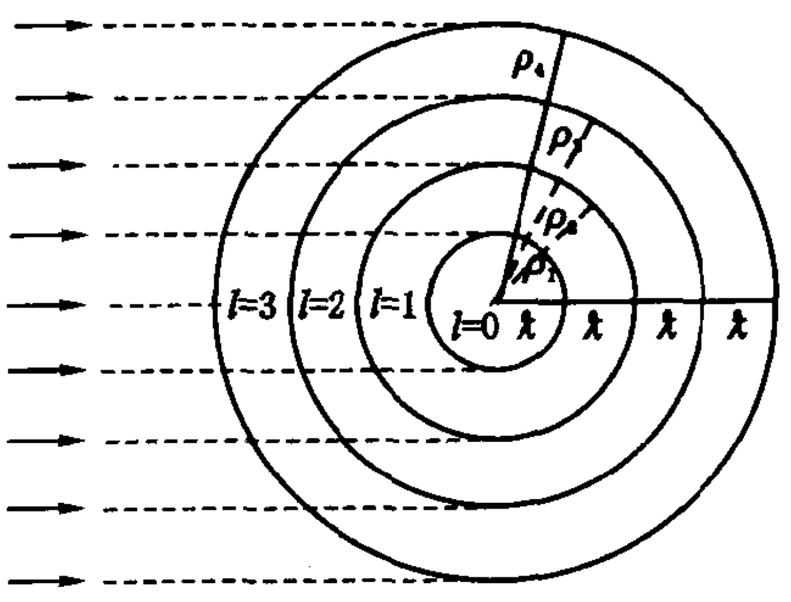


图 9-13　碰撞参量的量子化

由于从入射粒子束中不可能取出比原在其中更多的粒子,因而反应截面 $\sigma_{r,l}$ 不会大于第 l 带的截面积。于是,我们有

$$\sigma_{r,l} \leqslant \pi\lambda^2(2l+1) \tag{9.6-9}$$

2. 散射截面和反应截面的量子力学分波法表示

以上讨论的是半经典的方法。现在我们用量子力学进行处理。入射粒子束可用平面波 $\exp(ikr\cos\theta)$ 或 $\exp(ikz)$ 来表示,这里 k 是入射粒子的波数,z 是径向坐标 r 在入射粒子束的方向的投影,θ 是投影角。此平面波可以展成一系列围绕坐标原点的球谐函数。当 $kr \gg 1$ 时,此展开式是

$$\exp(ikz) = \frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}i^{l+1}\left\{\exp\left[-i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]-\exp\left[+i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]\right\}Y_{l,0}(\theta) \tag{9.6-10}$$

式中,含有 $\exp(-ikr)$ 的项代表一系列朝向原点的入射球面波,含有 $\exp(+ikr)$ 的项代表一系列背向原点的出射球面波。(9.6-10)式代表不存在任何吸收或散射中心的情况。但是,如果在坐标原点有一原子核,则出射球面波的振幅和位相一般要发生变化。这时,远离靶核处的新的波函数是

$$\psi(r) = \frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}i^{l+1}\left\{\exp\left[-i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]-\eta_l\exp\left[+i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]\right\}Y_{l,0}(\theta) \tag{9.6-11}$$

其中,出射波的系数 η_l 是一复数,代表角动量为 l 的出射分波的振幅和位相。下面将看到,应有 $|\eta_l| \leqslant 1$。由新的波函数(9.6-11)式减去平面波(9.6-10)式,得到远离靶核处的散射波的表达式:

$$\psi_{sc} = \psi(r) - \exp(ikz) = \frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}i^{l+1}(1-\eta_l)\exp\left[i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]Y_{l,0}(\theta) \tag{9.6-12}$$

散射截面 σ_{sc} 等于单位时间的散射粒子数 N_{sc} 除以入射粒子通量密度 Φ。N_{sc} 可以通过对半径为 r_0 的大球面的通量密度积分而得到,于是

$$N_{sc} = \frac{\hbar}{2i\mu}\int\left(\frac{\partial\psi_{sc}}{\partial r}\psi_{sc}^* - \frac{\partial\psi_{sc}^*}{\partial r}\psi_{sc}\right)r_0^2\sin\theta d\theta d\phi$$

$$= \frac{v\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\mid 1-\eta_l\mid^2 \tag{9.6-13}$$

其中 v 为粒子的速度,在平面波 $\exp(ikz)$ 中通量密度 Φ 的数值就等于粒子的速度 v。所以,得到散射截面的表达式为

$$\sigma_{sc} = \frac{N_{sc}}{\Phi} = \sum_{l=0}^{\infty}\pi\lambda^2(2l+1)\mid 1-\eta_l\mid^2 \tag{9.6-14}$$

$$\sigma_{sc,l} = \pi\lambda^2(2l+1)\mid 1-\eta_l\mid^2 \tag{9.6-15}$$

类似地,利用波函数(9.6-11)式可以推导出反应截面的表达式如下:

$$\sigma_r = \sum_{l=0}^{\infty}\pi\lambda^2(2l+1)(1-\mid\eta_l\mid^2) \tag{9.6-16}$$

$$\sigma_{r,l} = \pi\lambda^2(2l+1)(1-\mid\eta_l\mid^2) \tag{9.6-17}$$

由(9.6-17)式可见,应该要求 $\mid\eta_l\mid^2\leqslant 1$,否则反应截面 $\sigma_{r,l}$ 将成为负值。于是导致半经典讨论所得的结果:

$$\sigma_{r,l}\leqslant\pi\lambda^2(2l+1) \tag{9.6-9}$$

可见,$\sigma_{r,l}$ 的变化范围是 $0\sim\pi\lambda^2(2l+1)$,而 $\sigma_{sc,l}$ 的变化范围是 $0\sim4\pi\lambda^2(2l+1)$。当 $\eta_l=0$ 时,$\sigma_{sc,l}=\sigma_{r,l}=\pi\lambda^2(2l+1)$。当 $\mid\eta_l\mid=1$ 时,$\sigma_{r,l}=0$,但 $\sigma_{sc,l}$ 可以不为零,因 η_l 一般是复数,于是发生弹性散射时可以不伴随任何反应过程。相反,反应过程总是伴随有弹性散射。

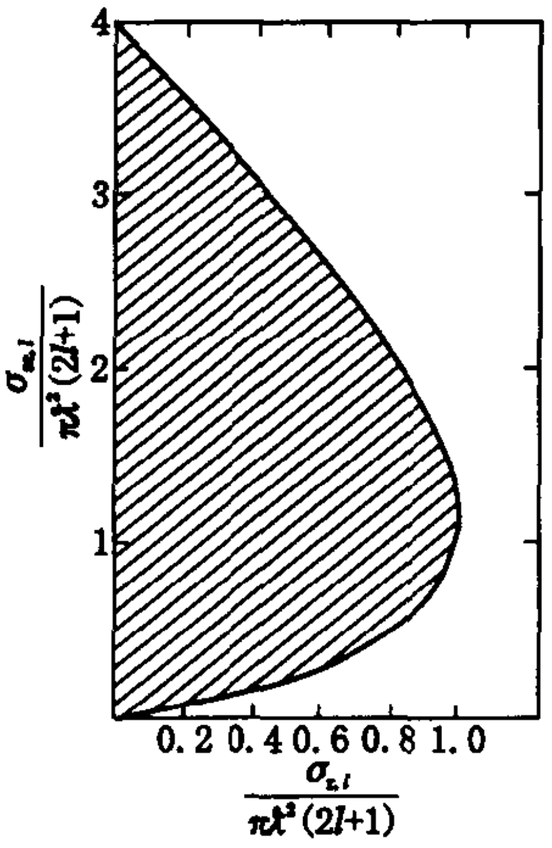


图 9-14 弹性散射截面与反应截面的关系

图 9-14 表示弹性散射截面与反应截面的关系,图中阴影部分表示可能值。由图可见,对应于一定值的 $\sigma_{r,l}$,$\sigma_{sc,l}$ 值的可取范围有一变化的上下限;对应于一定值的 $\sigma_{sc,l}$,$\sigma_{r,l}$ 值的变化有一极大值。

由(9.6-14)和(9.6-16)式,可得核反应的总截面

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r = \sum_{l=0}^{\infty}2\pi\lambda^2(2l+1)(1-\mathrm{Re}\eta_l) \tag{9.6-18}$$

$$\sigma_{t,l} = 2\pi\lambda^2(2l+1)(1-\mathrm{Re}\eta_l) \tag{9.6-19}$$

其中 $\mathrm{Re}\eta_l$ 表示 η_l 的实数部分。

3. η_l 与波函数的对数导数

(9.6-15),(9.6-17)和(9.6-19)式表明,截面 $\sigma_{sc,l}$,$\sigma_{r,l}$ 和 $\sigma_{t,l}$ 的大小决定于 η_l 值,而 η_l 与原子核的结构情况有关。下面我们来讨论如何由核表面上的条件来决定 η_l,从而决定截面。

假定原子核有一个完整的球形表面,R_a 和 R_A 分别表示入射粒子和靶核的半径,$R\equiv R_a+R_A$ 称为道半径①。当入射粒子 a 与靶核 A 之间的距离 r 大于道半径 R 时,两者之间无核力相互作用,因此认为 $r>R$ 的区域是在核之外,而 $r<R$ 的区域是在核之内。为简单起见,只讨论入射粒子为 $l=0$ 的中子的情形。此时,波函数(9.6-11)式成为

① 为简单起见,道半径符号仍用核半径符号 R 表示。本章中,除特别申明外,R 均表示道半径。实际上,在中子或质子入射时,道半径一般与靶核半径相等。

$$\psi = \frac{\sqrt{\pi}}{kr}\mathrm{i}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kr} - \eta_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}kr})\mathrm{Y}_{0,0} = \frac{u_0}{r}\mathrm{Y}_{0,0} \tag{9.6-20}$$

其中径向波函数 u_0 是

$$u_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{k}\mathrm{i}(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kr} - \eta_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}kr}) \tag{9.6-21}$$

中子在核内外的波函数必须连续。设 u_i 为核内中子波函数的径向部分，则 u_0 与 u_i 在 $r = R$ 处的 $l = 0$ 的对数导数 f 应相等，即

$$f \equiv \left(\frac{r}{u_\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}u_\mathrm{i}}{\mathrm{d}r}\right)_{r=R} = \left(\frac{r}{u_0}\frac{\mathrm{d}u_0}{\mathrm{d}r}\right)_{r=R} \tag{9.6-22}$$

显然，f 是入射粒子相对运动动能的函数。将(9.6-21)式代入(9.6-22)式，得

$$f = \frac{-\mathrm{i}kR\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kR} - \mathrm{i}kR\eta_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}kR}}{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kR} - \eta_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}kR}} \tag{9.6-23}$$

由此式可解得

$$\eta_0 = \frac{f + \mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}kR} \tag{9.6-24}$$

对数导数 f 一般是复数，令 $f = f_\mathrm{Re} + f_\mathrm{Im}\mathrm{i}$。如果 f 为一实数，即 $f = f_\mathrm{Re}$，则 $|\eta_0|^2 = 1$，由(9.6-17)式可知反应截面 $\sigma_{\mathrm{r},0} = 0$。所以，$f$ 是实数时，弹性散射是纯散射，不伴随有任何吸收反应。

将(9.6-24)式代入(9.6-15)式，则得 $l = 0$ 的散射截面

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{sc},0} &= \pi\lambda^2\left|1 - \frac{f + \mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}kR}\right|^2 \\
&= \pi\lambda^2\left|\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}kR} - 1 - \frac{2\mathrm{i}kR}{f - \mathrm{i}kR}\right|^2 \\
&= \pi\lambda^2\left|\mathrm{e}^{2\mathrm{i}kR} - 1 + \frac{-2\mathrm{i}kR}{f_\mathrm{Re} + \mathrm{i}(f_\mathrm{Im} - kR)}\right|^2 \\
&= \pi\lambda^2[A_\mathrm{pot} + A_\mathrm{res}]^2
\end{aligned} \tag{9.6-25}$$

其中

$$A_\mathrm{pot} = \mathrm{e}^{2\mathrm{i}kR} - 1 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}kR}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}kR} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kR}) = 2\mathrm{i}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kR}\sin kR \tag{9.6-26}$$

$$A_\mathrm{res} = \frac{-2\mathrm{i}kR}{f_\mathrm{Re} + \mathrm{i}(f_\mathrm{Im} - kR)} \tag{9.6-27}$$

因为 A_pot 与核的内部状态无关，所以称它为外部散射或势散射振幅。A_res 与核的内部状态有关，所以称它为内部散射或共振散射振幅。应该指出，将散射振幅分成势散射和共振散射这两个部分只在理论上具有意义，实验上测量的是 A_pot 与 A_res 的总贡献。但是，这种把散射振幅分为内外两部分的办法对于了解核反应的理论是十分重要的。

s 波中子的反应截面 $\sigma_{\mathrm{r},0}$ 可由(9.6-24)式代入(9.6-17)式而求得：

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{r},0} &= \pi\lambda^2(1 - |\eta_0|^2) \\
&= \pi\lambda^2\left[1 - \left|\frac{f_\mathrm{Re} + \mathrm{i}(f_\mathrm{Im} + kR)}{f_\mathrm{Re} + \mathrm{i}(f_\mathrm{Im} - kR)}\right|^2\right] \\
&= \pi\lambda^2\frac{-4kRf_\mathrm{Im}}{f_\mathrm{Re}^2 + (f_\mathrm{Im} - kR)^2}
\end{aligned} \tag{9.6-28}$$

由此式可见，f 的虚数部分为零时，$\sigma_{r,0}=0$，而且要使 $\sigma_{r,0}$ 是不为零的正量，f_{Im} 必须是负数。

§9.7 核反应的三阶段描述和核反应机制

本章以上各节叙述了核反应中的一些运动学关系，没有涉及核反应的动力学问题(即核反应过程)。本节将对核反应过程和核反应机制作一概述，为下面几节进一步讨论作准备。

1. 核反应过程的描述

在核反应机制理论发展的基础上，外斯柯夫(V. F. Weisskopf)于 1957 年对核反应过程提出了三阶段描述，如图 9-15 所示。它描绘了核反应过程的粗糙图像。

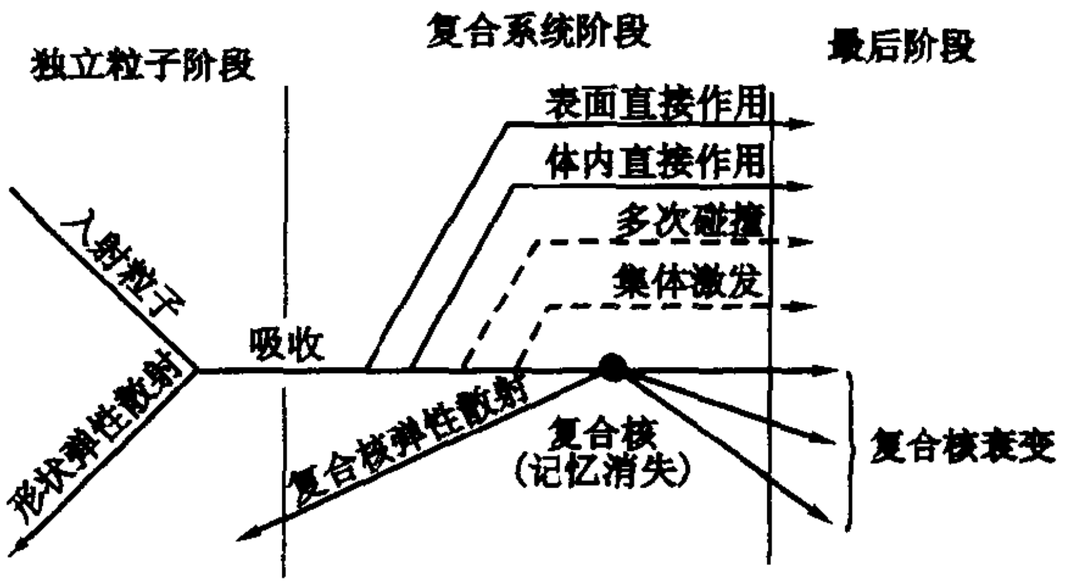


图 9-15 核反应过程的三阶段描述

第一阶段。入射粒子接近到靶核核场作用范围内，犹如光波射到一个半透明的玻璃球一样，可能发生两种情况：一是粒子进入靶核，被靶核吸收，好像玻璃球吸收了光波，这就引起核反应；二是粒子被靶核弹出来，好像光波遭到了玻璃球的反射和折射，这就是弹性散射。这两种过程广义上都叫做核反应。描述这一阶段的核反应模型称为光学模型。在这一阶段中，入射粒子在靶核核场中运动，保持相对独立性，所以通常叫做“独立粒子阶段”。

第二阶段。粒子被靶核吸收后，反应进入了第二阶段。在这一阶段中，粒子与靶核发生了能量交换，因而不再能看作是粒子在整个靶核作用下独立运动，而认为入射粒子和靶核形成了一个复合体系，所以叫做复合系统阶段。能量交换方式可以有如下几种。(i)入射粒子把能量交给靶核表面或体内的一个或几个核子使反应直接推向第三阶段。这种过程分别叫做表面直接作用和体内直接作用。(ii)入射粒子也可能在核内碰撞多次再发射出来，这叫做多次碰撞。(iii)入射粒子把部分能量交给靶核后飞出，这时靶核产生集体激发，引起核的集体转动、振动等，这叫做集体激发。以上几种统称为直接作用。直接作用过程中入射粒子在不同程度上保留了原有特性。(iv)入射粒子与靶核经过很多次碰撞，不断损失能量，最后停留在核内，和靶核融为一体，形成一个中间过程的原子核，叫做复合核。因此，可以认为复合核已“忘记”了原来的入射粒子，即“忘记”了复合核是怎样形成的。应该注意，复合系统是比复合核更为广泛的一个概念，前者中各种自由度不像后者中那样都必须达到平衡状态。除了直接过程和复合核过程外，还存在介于两者之间的过程，例如平衡前发射就是这种过程①。

第三阶段是核反应的最后阶段。在这阶段中，复合系统分解成出射粒子和剩余核。显然，分解出的粒子也有可能与入射粒子相同，同时剩余核处于基态，这就是弹性散射。这种经过复合核的弹性散射称为复合核弹性散射，它就是 §9.6 节中所讲的共振散射。独立粒子阶段所形成的弹性散射称为形状弹性散射，它就是 §9.6 节中所讲的势散射。

---

① 在有些直接过程(如多次碰撞)和平衡前发射之间没有严格的分界。

2. 两种核反应机制

由上面的讨论可以看到,核反应主要通过复合核和直接作用这两种机制进行。有些反应也存在介于两种机制之间的过程,例如平衡前发射便是。对于一个具体的反应,复合核过程和直接过程往往同时并存,但对于不同的入射粒子和靶核,不同的入射粒子能量,复合核截面和直接作用截面的相对大小是不同的。在某些情形,一种机制占压倒优势,以致在实验上观察不到两种反应机制的并存。两种机制各有特点。就作用时间而言,复合核过程通常比直接过程要长,复合核过程的时间可以长达 10^{-15}s,而直接过程的时间一般只有$(10^{-20}\sim10^{-22})$s,与入射粒子直接穿过靶核的时间相当。两种机制的出射粒子能谱和角分布,也是不同的。经过复合核发射的粒子能谱接近于麦克斯韦分布,角分布为各向同性或具有 90°对称性。通过直接过程发射的粒子具有一系列单值的能量,角分布既不具有各向同性,也不具有 90°的对称性,往往是前倾或后倾的。以上这些特点是很重要的,在实验上可用来判断不同反应机制的类型,以及估计各种反应机制所占的比例。

3. 各种截面之间的关系

根据上述的核反应图像,和由下面将要讨论的光学模型,按截面的平均值而言,可以得出下面几种有效截面之间的关系。总的有效截面 σ_t 等于势散射截面 σ_{pot} 与进入复合系统的吸收截面 σ_a 之和:

$$\sigma_t = \sigma_{pot} + \sigma_a \tag{9.7-1}$$

吸收截面等于复合核的形成截面 σ_{CN} 与直接反应截面 σ_D 之和:

$$\sigma_a = \sigma_{CN} + \sigma_D \tag{9.7-2}$$

由于弹性散射截面 σ_{sc} 等于势散射截面 σ_{pot} 与共振散射截面 σ_{res} 之和:

$$\sigma_{sc} = \sigma_{pot} + \sigma_{res} \tag{9.7-3}$$

则根据(9.6-1)式,总的有效截面也可写为

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r = \sigma_{pot} + \sigma_{res} + \sigma_r \tag{9.7-4}$$

式中 σ_r 为反应截面或叫去弹性散射截面。由(9.7-1)和(9.7-4)式可得

$$\sigma_a = \sigma_{res} + \sigma_r \tag{9.7-5}$$

比较(9.7-2)和(9.7-5)式可见,σ_{CN} 一般不等于 σ_r,只有当 σ_D 和 σ_{res} 可忽略时,两者才相等。

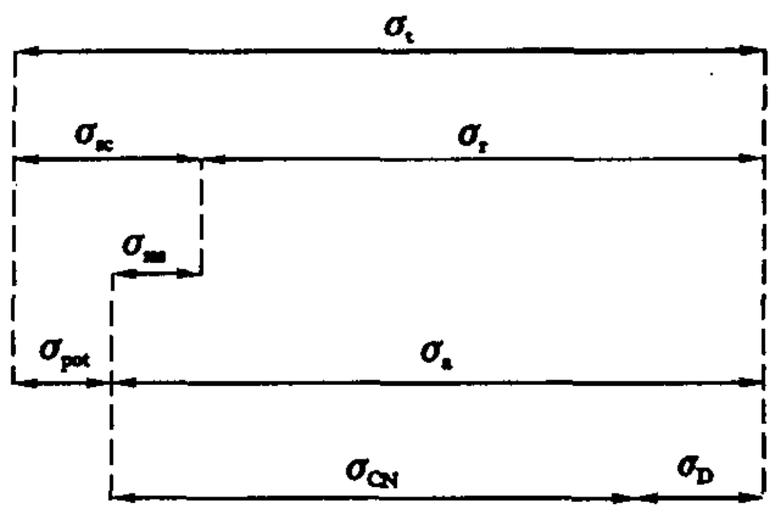


图 9-16　各种截面之间的关系

各种截面之间的关系总结于图 9-16 中。

§9.8　光学模型

1. 光学模型的基本思想

前已指出,光学模型认为,原子核好比一个半透明的玻璃球,入射粒子与靶核的作用如同光波射在玻璃球上,一部分透射或反射,一部分被吸收。透射或反射的光波相当于粒子被散射。被吸收的光波相当于粒子进入靶核,引起核反应。所以,光学模型认为靶核对于入射粒子

是半透明的,既不像早期研究核反应机制时提出的势阱模型那样,认为靶核几乎是完全透明的,也不像黑核模型那样,认为靶核是完全不透明的。因此,光学模型的理论处理是:对于入射粒子与靶核的作用引入一个复势阱,把它代入薛定谔方程中求解,然后可以计算出散射截面和吸收截面。

最简单的势阱形式是早期提出的复数直角势阱,即

$$V(r)=\begin{cases}-(V_0+\mathrm{i}W) & r\leqslant R\\ 0 & r>R\end{cases} \tag{9.8-1}$$

其中 V_0 和 W 是正实数,R 是道半径。

首先讨论一下复势(9.8-1)式具有什么效应。入射粒子在复势中的一维薛定谔方程是

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}x^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}(E'+V_0+\mathrm{i}W)\psi=0 \tag{9.8-2}$$

式中 μ 是入射粒子与靶核的折合质量,E'是入射粒子的相对运动动能。(9.8-2)式的解具有平面波的形式

$$\psi=\mathrm{e}^{\pm\mathrm{i}K_c x} \tag{9.8-3}$$

这里波数 K_c 是复数,

$$K_c=\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E'+V_0+\mathrm{i}W)} \tag{9.8-4}$$

令

$$K_c=K_1+\mathrm{i}K_2 \tag{9.8-5}$$

则当 $W\ll E'+V_0$ 时,将(9.8-4)式中的根式展开可得

$$K_1\approx\frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E'+V_0)} \tag{9.8-6}$$

$$K_2\approx\frac{WK_1}{2(E'+V_0)} \tag{9.8-7}$$

把(9.8-5)式代入(9.8-3)式,并取正号以表示 ψ 是向 x 正向传播的平面波,则有

$$\psi=\mathrm{e}^{\mathrm{i}K_1 x}\mathrm{e}^{-K_2 x} \tag{9.8-8}$$

因 $|\psi|^2=\mathrm{e}^{-2K_2 x}$,所以(9.8-8)式表明 ψ 是指数衰减波,衰减系数 $2K_2\propto W$,复势的虚数部分 W 表示对入射粒子的吸收,W 越大吸收越强烈。

指教衰减波 ψ 的平均衰减长度,即入射粒子在核内的平均自由程

$$L=\frac{1}{2K_2}=\frac{E'+V_0}{WK_1} \tag{9.8-9}$$

举一例子来估算一下 L 的大小。设相对运动动能 $E'=7$ MeV 的中子在复势 $V_0=42$ MeV 和 $W=0.03V_0=1.26$ MeV 中运动,则波数 K_c 的实数部分 K_1 按(9.8-6)式有

$$K_1\approx 0.22\times10^{13}\times\sqrt{49}\ \mathrm{cm}^{-1}=1.54\times10^{13}\ \mathrm{cm}^{-1}$$

于是由(9.8-9)式可得

$$L\approx\frac{49}{1.26\times1.54\times10^{13}}\ \mathrm{cm}=25.3\times10^{-13}\ \mathrm{cm}$$

一个质量数 $A=64$ 的原子核的半径

$$R\approx1.45\times10^{-13}\times64^{1/3}\ \mathrm{cm}=5.8\times10^{-13}\ \mathrm{cm}$$

即中子在核内的平均自由程大约相当于中量核半径的(3～5)倍。可见,入射中子是不容易被靶核吸收的,把靶核看成一个半透明的玻璃球是合理的。

2. 光学模型对截面的计算

光学模型的主要任务是解决入射粒子在核的平均场中的散射和吸收问题,至于粒子被核吸收后的进程,光学模型并不考虑。后者取决于考察的反应属于复合核反应机制,还是直接相互作用机制,以采用不同的理论方法。所以,光学模型只描述核反应过程的第一阶段,在第一阶段中,当入射粒子能量不是很低时,系统时间的不确定性一般小于 10^{-20} s,与此时间相应的能量不确定性约为 100 keV 的量级。这表明光学模型研究的是体系在此能量范围内的平均效应,因此光学模型所计算的截面是其平均值。

在能量间隔 ΔE 内的截面平均值可以表示为

$$\overline{\sigma} = \frac{1}{\Delta E}\int_{E-\frac{\Delta E}{2}}^{E+\frac{\Delta E}{2}} \sigma(E)\mathrm{d}E \tag{9.8-10}$$

于是,弹性散射截面的平均值,按(9.6-14)式有

$$\begin{aligned}\overline{\sigma_{sc}} &= \frac{1}{\Delta E}\int_{E-\frac{\Delta E}{2}}^{E+\frac{\Delta E}{2}} \sigma_{sc}(E)\mathrm{d}E \\ &= \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\frac{1}{\Delta E}\int_{E-\frac{\Delta E}{2}}^{E+\frac{\Delta E}{2}} |1-\eta_l|^2\mathrm{d}E \\ &= \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\langle|1-\eta_l|^2\rangle \end{aligned} \tag{9.8-11}$$

而

$$\begin{aligned}\langle|1-\eta_l|^2\rangle &= \langle|(1-\overline{\eta_l})+(\overline{\eta_l}-\eta_l)|^2\rangle \\ &= \langle|1-\overline{\eta_l}|^2\rangle + \langle|\overline{\eta_l}-\eta_l|^2\rangle + \langle 2\mathrm{Re}(1-\overline{\eta_l})^*(\overline{\eta_l}-\eta)\rangle \end{aligned} \tag{9.8-12}$$

因为$\langle|1-\overline{\eta_l}|^2\rangle = |1-\overline{\eta_l}|^2$,$\langle 2\mathrm{Re}(1-\overline{\eta_l})^*(\overline{\eta_l}-\eta_l)\rangle = 0$。

则(9.8-12)式成为

$$\langle|1-\eta_l|^2\rangle = |1-\overline{\eta_l}|^2 + \langle|\overline{\eta_l}-\eta_l|^2\rangle \tag{9.8-13}$$

把(9.8-13)式代入(9.8-11)式,最后得

$$\overline{\sigma_{sc}} = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)[|1-\overline{\eta_l}|^2 + \langle|\overline{\eta_l}-\eta_l|^2\rangle] \tag{9.8-14}$$

式中,第一项称为光学势弹性截面或形状弹性散射截面 σ_{pot},第二项是共振散射截面 σ_{res}。于是我们有

$$\overline{\sigma_{sc}} = \sigma_{pot} + \sigma_{res} \tag{9.8-15}$$

同理可得

$$\overline{\sigma_r} = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)[(1-|\overline{\eta_l}|^2) - \langle|\overline{\eta_l}-\eta_l|^2\rangle] \tag{9.8-16}$$

式中第一项是吸收截面 σ_a,第二项是共振散射截面 σ_{res},则

$$\overline{\sigma_r} = \sigma_a - \sigma_{res} \tag{9.8-17}$$

于是总截面

$$\overline{\sigma_t} = \overline{\sigma_{sc}} + \overline{\sigma_r} = 2\pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(1-\mathrm{Re}\,\overline{\eta_l}) = \sigma_{pot} + \sigma_a \tag{9.8-18}$$

后面的任务是将光学复势代入薛定谔方程中，求出核表面的对数导数 f_l，然后求得 η_l，利用(9.8-14)，(9.8-16)和(9.8-18)式，最后可得势散射截面 σ_{pot}、吸收截面 σ_a 和总截面 σ_t 的表达式。由于表达式较复杂，我们不在此列出。但可以想见，所得结果显然依赖于光学复势的选择。费许巴哈(H. Feshbach)等人首次利用复数直角势阱 $-(V_0+\mathrm{i}W)$ 计算了总截面随中子能量和靶核质量数的变化，获得了与实验测量符合较好的结果，部分计算结果和实验数据分别如图 9-17 和图 9-18 所示。他们选择的势阱参量是：$V_0=42$ MeV，$W=0.03V_0$，$R=1.45A^{1/3}$ fm。图中横坐标 $x^2=k^2R^2$ 正比于中子能量 E_n。当 E_n 用 MeV 作单位时，x^2 与 E_n 有下列关系

$$x^2=k^2R^2\approx 0.1\frac{A^{5/3}E_n}{A+1} \tag{9.8-19}$$

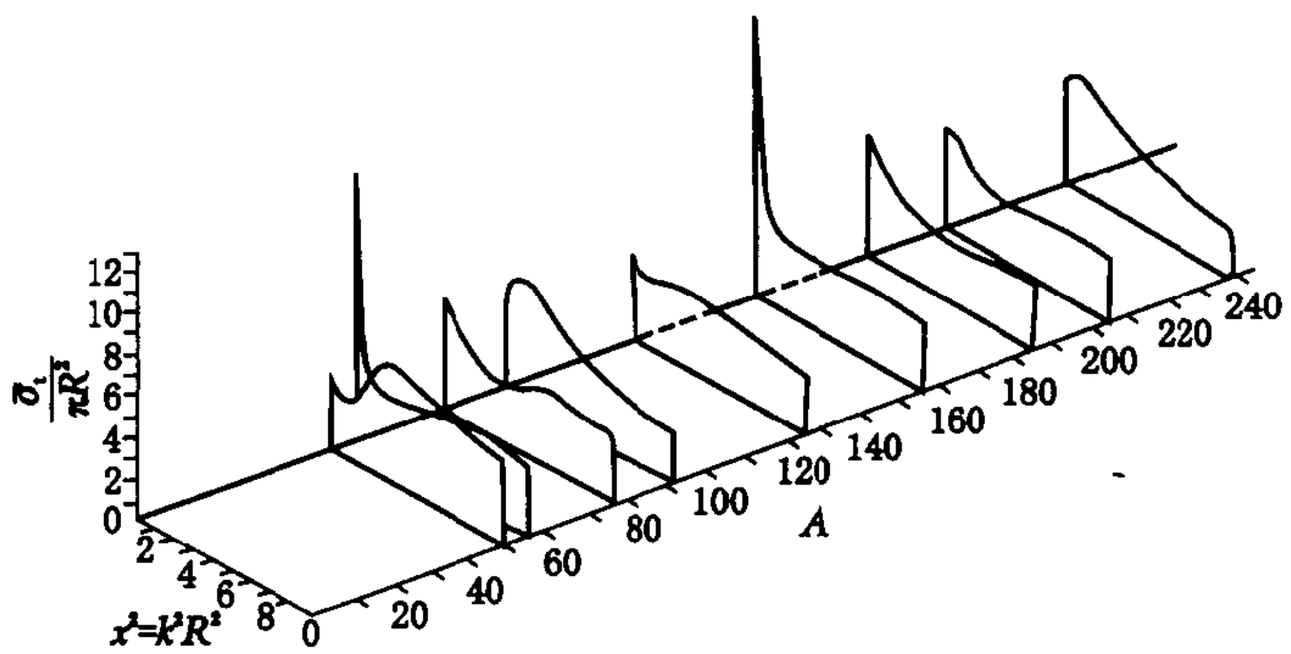


图 9-17　中子总截面随 x^2 和 A 变化的光学模型计算结果

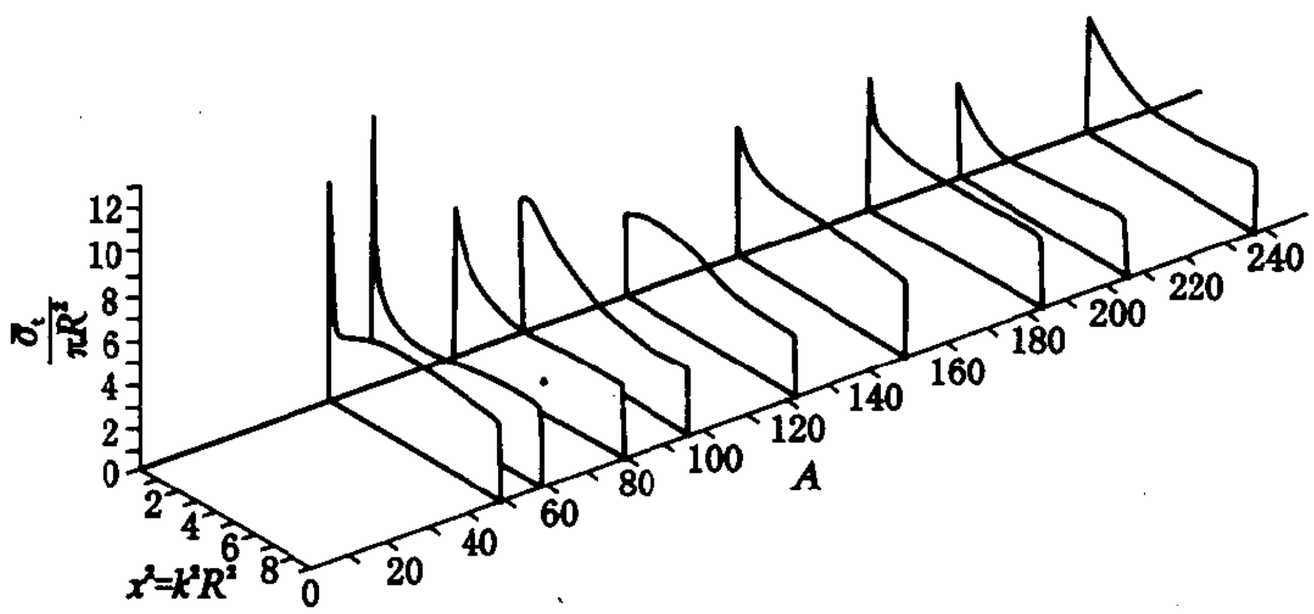


图 9-18　中子总截面随 x^2 和 A 变化的实验结果

由图 9-17 可见，总截面是随中子能量和靶核质量数变化的。对于固定的靶核，总截面随能量的变化可以出现起伏。同时，对于固定的能量，当能量较低时，总截面随 A 的变化也呈现出起伏现象。这种截面随 E_n，A 变化的起伏现象称为巨共振，与实验观测很好一致。对巨共振的解释是光学模型最早的成就之一。

此外，光学模型对解释弹性散射的角分布也是十分成功的。图 9-19 表示 30.3 MeV 的质子在一系列核上的弹性散射角分布，纵坐标代表测量弹性散射截面与卢瑟福散射截面的比值，

横坐标为质心系散射角。由图可见,光学模型的理论曲线与实验点符合得很好。

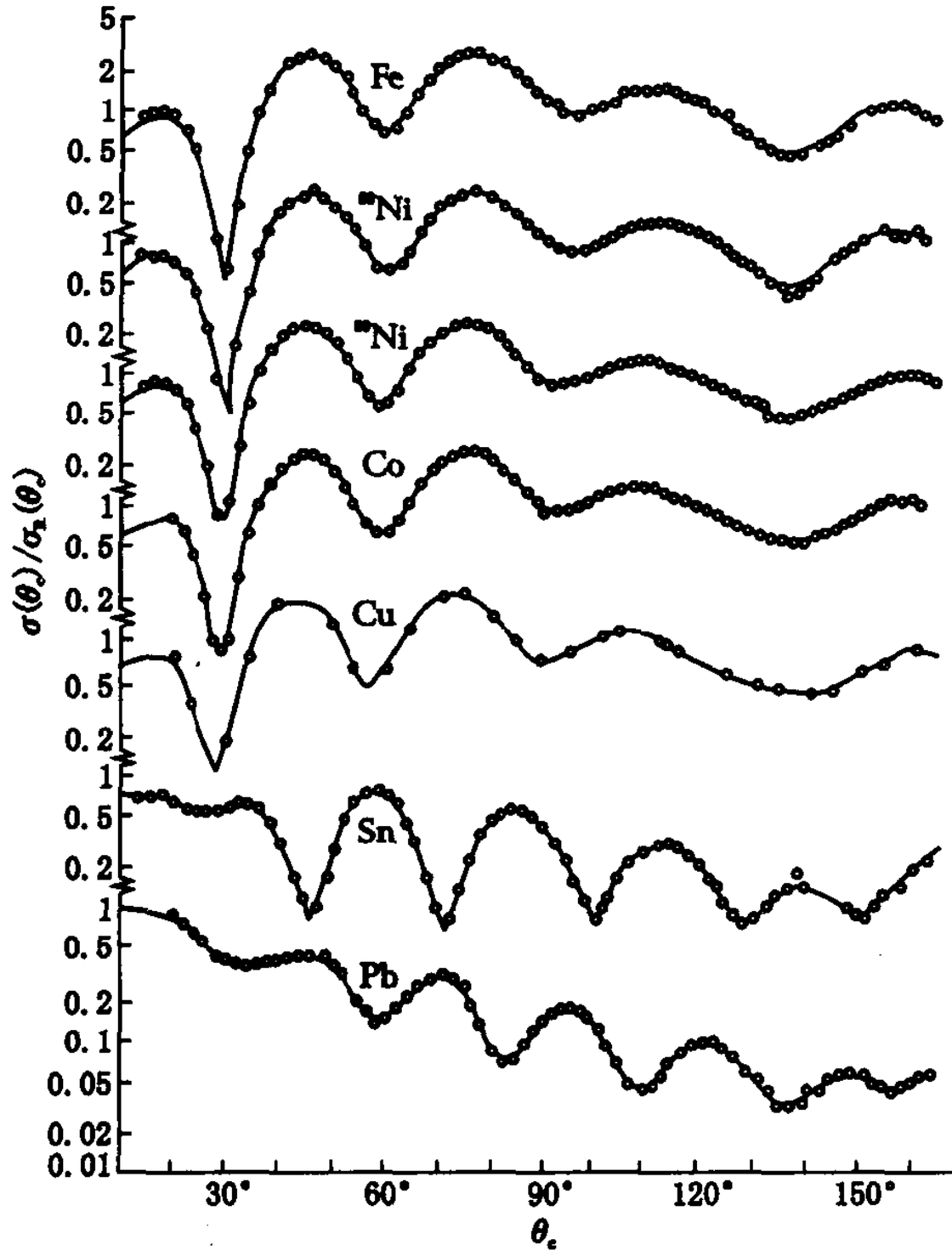


图 9-19　质子在一些核上的弹性散射角分布

已经作了大量有关光学模型的理论和实验工作,结果表明复数直角势阱还不是最好的光学势,采用下列伍兹-萨克森势阱能与实验符合得更好:

$$V(r) = \frac{-V(V + iW)}{1 + \exp\left(\dfrac{r - R}{a}\right)} \tag{9.8-20}$$

其中,a 是核表面厚度参量,称为弥散度;R 是道半径,即入射粒子半径与靶核半径之和:

$$R = r_0(A_I^{1/3} + A_T^{1/3}) \tag{9.8-21}$$

A_I 和 A_T 分别为入射粒子和靶核的质量数。当入射粒子为中子或质子时,(9.8-21)式一般可近似地表示为

$$R = r_0 A^{1/3} \tag{9.8-22}$$

此处 A 为靶核质量数,角标 T 已省略。(9.8-20)式中的 V, W, a, r_0 等光学模型参量由实验确定,其大小举一例以示一般。表 9.1 给出拟合质子弹性散射实验数据获得的一组最佳光学势参量。

对于中子或质子引起的核反应,光学势中引入自旋-轨道耦合力后,理论和实验符合得更好。另外,当低能粒子入射时,还发现光学势的虚数部分,若认为集中在核的表面,也可以改进所得的结果。

由(9.8-16)式可知,原子核的吸收截面能够表示为

$$\sigma_a = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)T_l = \sum_{l=0}^{\infty}\sigma_l \tag{9.8-23}$$

式中,$\sigma_l = \pi\lambda^2(2l+1)T_l$ 是轨道角动量为 l 的分波截面,T_l 是 l 分波的穿透系数,它决定于光学势的参量。

表 9-1　质子散射的一组最佳拟合参量

能量/ MeV	V_0/ MeV	W/ MeV	a/fm	r_0/fm
10	53	7	0.7	1.3
17	50	8	0.7	1.3
40	36	15	0.9	1.3
95	26	10	0.9	1.3

根据核反应的三阶段描述,入射粒子被靶核吸收后,除了通过复合核反应外,还有通过直接反应。由于低 l 分波的粒子接近于射向靶核的中心,高 l 分波的粒子接近于射向靶核的边缘,因此,可以认为低 l 分波给出复合核的形成截面,高 l 分波给出粒子擦边而过的直接反应截面。

于是复合核的形成截面 σ_{CN} 可以写为

$$\sigma_{CN} = \sum_{l=0}^{l_c}\pi\lambda^2(2l+1)T_l \tag{9.8-24}$$

其中 l_c 为 l 的切断值。$l \leqslant l_c$ 的所有分波用来形成复合核,$l > l_c$ 的分波产生直接反应。

§9.9　复合核模型

1. 复合核模型

在早期的核反应研究中,玻尔(N.Bohr)于 1936 年提出了复合核模型,成功地解释了许多核反应现象。该模型假定,一般的低能核反应分两个阶段进行,而且两个阶段独立无关。第一阶段是复合核的形成,即入射粒子与靶核作用后融合成激发的新核,这个核叫做复合核;第二阶段是复合核的衰变,即复合核分解成出射粒子和剩余核。这样,核反应过程可表示为

$$A + a \rightarrow C \rightarrow B + b \tag{9.9-1}$$

式中 C 表示复合核。

设复合核的形成截面为 $\sigma_{CN}(E_a)$,复合核通过发射粒子 b 的衰变概率为 $W_b(E^*)$。由于复合核的形成与衰变是两个相互独立的过程,则反应(9.9-1)式的截面 σ_{ab} 为

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(E_a)W_b(E^*) \tag{9.9-2}$$

式中 E_a 为入射粒子的能量,E^* 为复合核的激发能。

复合核模型的基本思想与描述核结构的液滴模型相同,也是把原子核比作液滴。当入射粒子射入靶核后,它与周围核子发生了强烈作用,从而把能量传给附近核子。这些核子又可以把能量传给自己周围的核子。这样,经过无数次碰撞,最后核子间的能量传递达到了动态平

衡,其他各种自由度也相继达成统计平衡,至此完成了复合核的形成阶段。这一阶段可以比作液滴的加热过程。一般所形成的复合核总是处于激发态,复合核的激发能相当于液滴增加的热量。

根据能量守恒定律,复合核的激发能 E^* 应该由两部分组成。一部分是入射粒子的相对运动动能:$E' = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a$[见(9.3-7)式];另一部分是入射粒子与靶核的结合能 B_{aA}。于是

$$E^* = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a + B_{aA} \tag{9.9-3}$$

此式表示实验测得了入射粒子的动能和查表获得反应前后各粒子的质量后,即可算得复合核的激发能。这是由实验研究复合核能级的重要途径。

复合核形成后,并不立刻进行衰变。因为要从复合核中发射核子,一般需要大约 8 MeV 的分离能。虽然复合核的激发能可以比 8 MeV 高,但激发能是在所有核子中分配的,每个核子得到的能量并不多。例如,质量数 $A = 100$ 的复合核,当激发能为 20 MeV 时,每个核子的平均能量只有 0.2 MeV。因此,要从核中发射出核子,必须在某一核子上集中足够大的能量,即需大于该核子的分离能。这就要求核子有足够频繁的能量交换。当某一核子上聚集到的能量大于分离能时,该核子就可能摆脱核力的束缚飞出原子核,完成了复合核的衰变。这与从液滴中蒸发出液体分子的情形相似。所以,复合核通过发射粒子而退激的过程也叫做粒子蒸发。蒸发后的余核还可以处于激发态,但它的激发能要比原始复合核的激发能低了。这正如液滴蒸发出液体分子后液滴的温度要降低一样。

由于复合核中在某一核子上聚集有足够大的能量的概率是很小的,因而需要足够多次的能量交换,于是复合核的寿命一般都比较长,可以长达 10^{-15} s。这比粒子直接穿过原子核的时间($10^{-20} \sim 10^{-22}$) s(原子核的线度/粒子速度)要大好几个数量级。

复合核的衰变方式一般不只一种,通常可以蒸发中子、质子、α 粒子或发射 γ 光子等。各种衰变方式各具有一定的概率,这种概率与复合核的形成方式无关,仅仅决定于复合核本身的性质。例如,能量为 2 MeV 的氘与 ^{39}K 作用可以引起下列反应:

$$^{39}K + d \rightarrow {}^{41}Ca^* \rightarrow \begin{cases} ^{39}K + d \\ ^{41}Ca + \gamma \\ ^{40}K + p \\ ^{40}Ca + n \\ ^{37}Ar + \alpha \\ ^{38}Ar + {}^3He \end{cases} \tag{9.9-4}$$

此式表明,复合核 $^{41}Ca^*$ 可以通过六种方式衰变。各种衰变道的相对概率完全由 $^{41}Ca^*$ 本身的性质决定,与 $^{41}Ca^*$ 的形成方式无关。在适当的条件下,原则上任何一个衰变道(如 $^{40}Ca + n$, $^{38}Ar + {}^3He$)都可用来作为入射道,形成相同的复合核 $^{41}Ca^*$,该复合核具有与(9.9-4)式同样的衰变方式。

2. 独立假设的实验证明

对于具有多种入射道和多种衰变方式的复合核反应过程,(9.9-1)式应改为下列一般形式

$$\left.\begin{matrix} A+a \\ A'+a' \\ A''+a'' \\ \cdots \end{matrix}\right\} \rightarrow C \rightarrow \left\{\begin{matrix} B+b \\ B'+b' \\ B''+b'' \\ \cdots \end{matrix}\right\} \tag{9.9-5}$$

根据(9.9-2)式,入射道为(A+a)的几个反应道的截面为

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{ab} &= \sigma_{CN}(E_a)W_b(E^*) \\ \sigma_{ab'} &= \sigma_{CN}(E_a)W_{b'}(E^*) \\ \sigma_{ab''} &= \sigma_{CN}(E_a)W_{b''}(E^*) \end{aligned}\right\} \tag{9.9-6}$$

于是

$$\sigma_{ab} : \sigma_{ab'} : \sigma_{ab''} = W_b(E^*) : W_{b'}(E^*) : W_{b''}(E^*) \tag{9.9-7}$$

对于(A′+a′)入射道,同理可得

$$\sigma_{a'b} : \sigma_{a'b'} : \sigma_{a'b''} = W_b(E^*) : W_{b'}(E^*) : W_{b''}(E^*) \tag{9.9-8}$$

因此,当不同入射道所形成的复合核的激发能 E^* 相等时,我们有

$$\sigma_{ab} : \sigma_{ab'} : \sigma_{ab''} = \sigma_{a'b} : \sigma_{a'b'} : \sigma_{a'b''} \tag{9.9-9}$$

此式是基于二阶段的独立假设,即复合核的形成与衰变为相互独立的假设得到的。果歇(Ghoshal)进行了一系列实验来检验这个假设。他用质子轰击^{63}Cu,α 粒子轰击^{60}Ni,两种情况形成的复合核都是$^{64}Zn^*$。他测量了下面六个反应道的截面:

$$^{63}Cu + p \rightarrow {}^{64}Zn^* \rightarrow \left\{\begin{matrix} {}^{63}Zn + n \\ {}^{62}Zn + 2n \\ {}^{62}Cu + p + n \end{matrix}\right.$$

$$^{60}Ni + \alpha \rightarrow {}^{64}Zn^* \rightarrow \left\{\begin{matrix} {}^{63}Zn + n \\ {}^{62}Zn + 2n \\ {}^{62}Cu + p + n \end{matrix}\right.$$

结果如图 9-20 所示。由实验得到以下关系:

$$\sigma_{p,n} : \sigma_{p,2n} : \sigma_{p,pn} = \sigma_{\alpha,n} : \sigma_{\alpha,2n} : \sigma_{\alpha,pn}$$

这与(9.9-9)式完全符合,证明了复合核理论关于二阶段的独立假设是正确的。

3. 核反应的共振

(1)核反应的共振现象

在第七章中讨论的 γ 射线共振吸收,和原子光谱的共振吸收一样,都属于电磁相互作用中的共振现象。实验表明,在核反应中,也存在共振现象。

实验测得的激发曲线 $\sigma(E)$,当入射粒子能量 E 为某些数值时,曲线呈现出一些尖锐的峰。这种现象称为核反应的共振。

例如,能量小于 400 keV 的中子轰击^{27}Al 时引起的$^{27}Al(n,n)^{27}Al$ 反应的激发函数如图 9-21 所示。当入射粒子能量 E 为 40,95,145,155,210,290,315 和 370 keV 时,曲线出现了极大值。这些能量称为共振能量。

利用复合核模型不难解释共振现象的出现。复合核具有一定的能级结构,当入射粒子的相对运动动能$\frac{m_A}{n_a + m_A}E$ 加上入射粒子和靶核的结合能 B_{aA} 正好等于复合核的一个能级的能

量时,入射粒子就会被强烈吸收,于是形成复合核的截面特别大,从而整个反应截面也就特别大。由此可见,通过实验测得激发曲线,找到入射粒子的共振能量后,利用(9.9-3)式即可求得复合核能级的激发能。

在上面的例子中,所形成的复合核是$^{28}Al^*$,其反应式为

$$^{27}Al + n \rightarrow {}^{28}Al^* \rightarrow {}^{27}Al + n \tag{9.9-10}$$

入射中子与靶核^{27}Al的结合能B_{aA}(核素和中子的质量以 u 为单位时)为

$$\begin{aligned} B_{aA} &= [M(^{27}Al) + m_n - M(^{28}Al)] \times 931.5\ \text{MeV} \\ &= [26.981539 + 1.008665 - 27.981905] \times 931.5\ \text{MeV} \\ &= 7.731\ \text{MeV} \end{aligned}$$

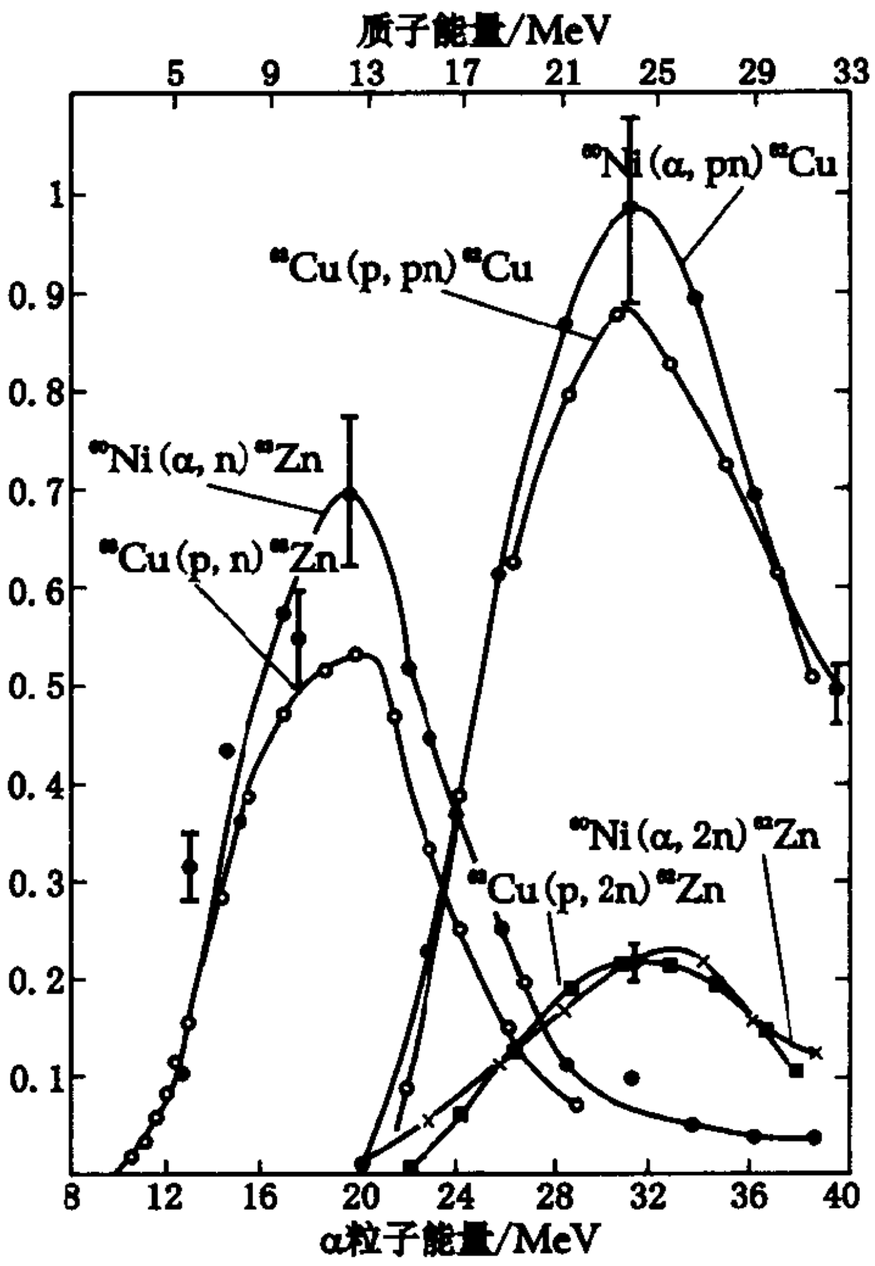


图 9-20　果歇证明复合核假设的实验

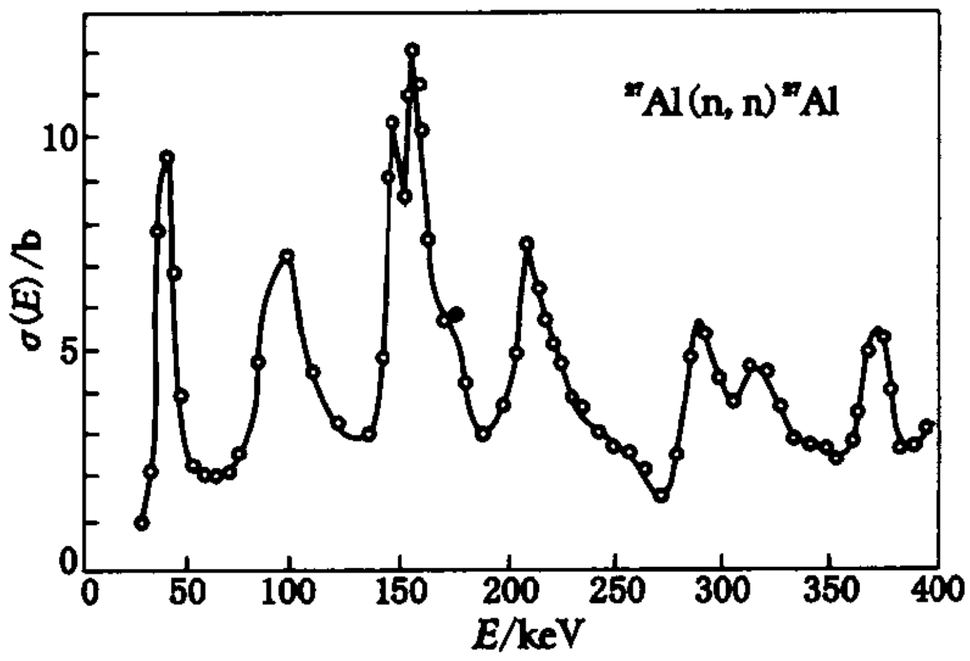


图 9-21　$^{27}Al(n,n)^{27}Al$ 的激发曲线

于是相应于入射粒子的共振能量 E 为 40 keV 的^{28}Al能级的能量是

$$\begin{aligned} E^*_{40} &= \frac{m_A}{m_a + m_A}E + B_{aA} \\ &= \left(\frac{27}{1+27} \times 0.040 + 7.731\right)\ \text{MeV} \\ &= 7.770\ \text{MeV} \end{aligned}$$

同理可得^{28}Al的更高能级的能量

$$E^*_{95} = 7.823\ \text{MeV}$$

$$E^*_{145} = 7.871\ \text{MeV}$$

$$E^*_{155} = 7.880\ \text{MeV}$$

$$E^*_{210} = 7.934 \text{ MeV}$$
$$E^*_{290} = 8.011 \text{ MeV}$$
$$E^*_{315} = 8.035 \text{ MeV}$$
$$E^*_{370} = 8.088 \text{ MeV}$$

(2)非束缚能级的寿命和宽度

从上面的例子可以看到,通过核反应形成的复合核的能级都较高,通常超过核子的分离能,这种能级称为非束缚能级,也有人称为虚能级。低于核子分离能的能级称为束缚能级。

对于非束缚能级,它不仅可以通过发射 γ 光子或内转换电子进行退激发,而且还可以通过发射核子进行退激发,有时也可以发射 α 粒子或其它复合粒子进行退激发。

复合核可以通过各种方式进行衰变,或说非束缚能级可以通过各种方式进行退激发。每种方式都有一定的概率。设 $W_1, W_2, W_3, \cdots$ 分别表示单位时间内各种衰变方式的概率,则单位时间的复合核衰变的总概率 W 为

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots \tag{9.9-11}$$

于是相应能级的平均寿命

$$\tau = \frac{1}{W} \tag{9.9-12}$$

根据量子力学的测不准关系,能级宽度 Γ 与平均寿命 τ 之间有以下关系

$$\Gamma\tau = \hbar \tag{9.9-13}$$

于是

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{\hbar}{\tau} = \hbar W \\ &= \hbar(W_1 + W_2 + W_3 + \cdots) \\ &= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots\end{aligned} \tag{9.9-14}$$

式中 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \cdots$ 为相应于各种衰变方式的分宽度。

此式表示能级的总宽度等于分宽度之和。总宽度越大,表示总的衰变概率越大,能级寿命越短。分宽度越大,表示相应过程衰变概率就越大。

由于非束缚能级一般可以通过放射 γ 光子,中子,质子和 α 粒子等方式进行退激。因此非束缚能级的总宽度 Γ 一般可以表示为

$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \cdots \tag{9.9-15}$$

式中,$\Gamma_\gamma, \Gamma_n, \Gamma_p$ 和 Γ_α 分别表示 γ 辐射宽度、中子宽度、质子宽度和 α 粒子宽度。

利用能级宽度,可以把 A+a→C→B+b 反应的截面(9.9-2)式表示为

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \tag{9.9-16}$$

(3)布莱特-维格纳(Breit-Wigner)公式

为了定量地描述核反应的共振现象,从理论上可以导出共振附近的截面和入射粒子能量的关系式。人们称它为布莱特-维格纳公式,简称 B-W 公式。下面对此公式进行推导。

为简单起见,仍讨论入射粒子为 s 波中子的情形。由(9.6-25)和(9.6-28)式知道,如果入射粒子的相对运动动能 E' 在某一能量 E_0 处,$f_{Re}(E_0)=0$,则此时弹性散射截面 $\sigma_{sc,0}$ 和反应截面 $\sigma_{r,0}$ 都有极大值。这表示在能量 E_0 时发生了共振,E_0 称之为共振能量。在共振能量附近,

可以把 $f_{\mathrm{Re}}(E')$展开成$(E'-E_0)$的幂级数,并取级数的第一项:

$$f_{\mathrm{Re}}(E') = \left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}(E'-E_0) \tag{9.9-17}$$

将此式代入射散截面 $\sigma_{\mathrm{sc},0}$的表达式(9.6-25)中,忽略势散射振幅 A_{pot}(因共振能量附近,A_{pot}相对讲很小),有

$$\sigma_{\mathrm{sc},0} \approx \pi\lambda^2 \frac{4k^2R^2}{f_{\mathrm{Re}}^2 + (f_{\mathrm{Im}} - kR)^2}$$

$$= \pi\lambda^2 \frac{4k^2R^2}{\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)^2_{E'=E_0}(E'-E_0)^2 + (f_{\mathrm{Im}} - kR)^2} \tag{9.9-18}$$

引入符号:

$$\Gamma_{\mathrm{a}} = \frac{2kR}{-\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}} \tag{9.9-19}$$

$$\Gamma_{\mathrm{r}} = \frac{2f_{\mathrm{Im}}}{\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}} \tag{9.9-20}$$

$$\Gamma = \Gamma_{\mathrm{a}} + \Gamma_{\mathrm{r}} \tag{9.9-21}$$

则共振能量附近的弹性散射截面可以表示为

$$\sigma_{\mathrm{sc},0} \approx \pi\lambda^2 \frac{\Gamma_{\mathrm{a}}^2}{(E'-E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{9.9-22}$$

这就是散射截面的 B-W 公式。

可以证明,(9.9-19)和(9.9-20)式中的$\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}$和 f_{Im}均小于零,所以 Γ_{a},Γ_{r} 和 Γ 都是正量。Γ_{a} 称为粒子 a 的分宽度,它决定弹性散射的概率。Γ_{r} 称为反应宽度,它决定复合核沿所有道(除了入射道以外)衰变的概率。Γ 称为总宽度,它决定复合核衰变的总概率。由(9.9-19)式可知,弹性散射分宽度 Γ_{a} 可分解成下面两个因子的乘积:

$$\Gamma_{\mathrm{a}} = 2k \cdot \frac{R}{-\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}} = 2k\gamma_{\mathrm{a}}^2 \tag{9.9-23}$$

其中

$$\gamma_{\mathrm{a}}^2 \equiv \frac{R}{-\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)_{E'=E_0}} \tag{9.9-24}$$

与核的内部结构有关,称之为弹性散射粒子的约化宽度。

将(9.9-17)式代入反应截面的表达式(9.6-28)中,有

$$\sigma_{\mathrm{r},0} = \pi\lambda^2 \frac{-4k^2R^2f_{\mathrm{Im}}}{\left(\frac{\mathrm{d}f_{\mathrm{Re}}}{\mathrm{d}E'}\right)^2_{E'=E_0}(E'-E_0)^2 + (f_{\mathrm{Im}} - kR)^2} \tag{9.9-25}$$

利用(9.9-19),(9.9-20)和(9.9-21)式,即得共振能量附近的反应截面为

$$\sigma_{r,0} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_r}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{9.9-26}$$

这就是截面 $\sigma_{r,0}$ 的 B-W 公式。对于慢中子引起的一般的核反应 A(a,b)B,其截面

$$\sigma_{ab} = \sigma_{r,0} \frac{\Gamma_b}{\Gamma_r} \tag{9.9-27}$$

利用(9.9-26)式,即得一般核反应的 B-W 公式为

$$\sigma_{ab} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{9.9-28}$$

B-W 公式只适用于描写单个共振能级附近的截面随能量的变化关系,因此也叫它为单能级公式。

现在对 B-W 公式作几点讨论:

(i)当 $E' = E_0$ 时,截面最大,此时发生共振。按(9.9-28)式,共振时的截面 σ_0 为

$$\sigma_0 = 4\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma^2} \tag{9.9-29}$$

如果 Γ 不很大,在此能量范围内 λ,Γ_a,Γ_b 可以近似地认为不变,则当 $E' = E_0 \pm \frac{\Gamma}{2}$ 时,$\sigma_{ab} = \frac{1}{2}\sigma_0$。所以,$\Gamma$ 为共振曲线的半高宽(见图 9-22),由此可见,通过实验测得共振能量附近的激发曲线,不仅可以求得复合核能级的能量,而且可以测定能级的寿命。

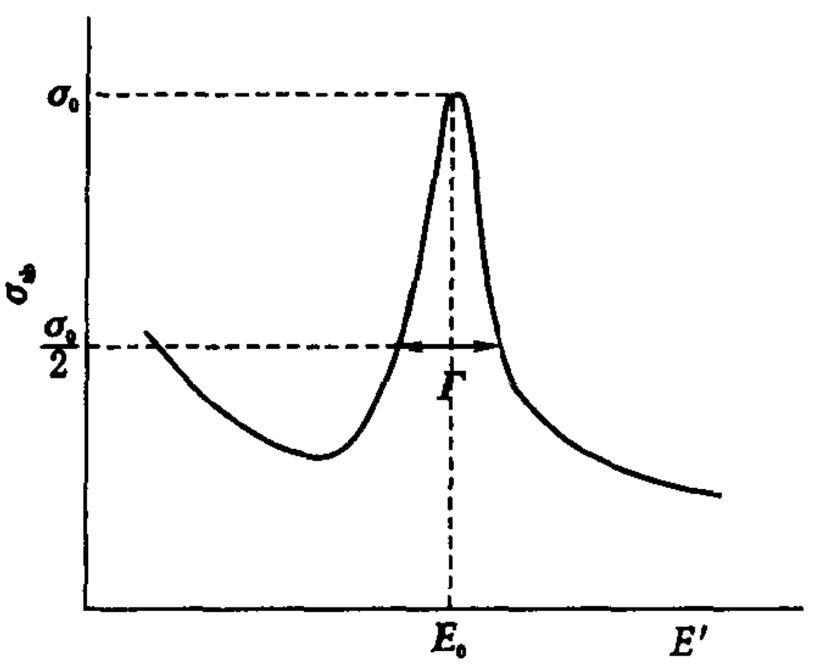


图 9-22　共振曲线的半高宽

慢中子与重靶核作用时,总宽度等于中子宽度 Γ_n 与 γ 宽度 Γ_γ 之和:$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_\gamma$,而 Γ_γ 又比 Γ_n 大得多,因此,总截面几乎等于辐射俘获截面 $\sigma_{n,\gamma}$。于是,共振时的 $\sigma_{n,\gamma}$ 按(9.9-29)式有

$$\sigma_0(n,\gamma) = 4\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n \Gamma_\gamma}{\Gamma^2} \approx 4\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \tag{9.9-30}$$

慢中子的 λ 比道半径 R 大得多,因此慢中子的辐射俘获截面可以比几何截面 πR^2 大得多。例如,^{115}In 的中子能量为 1.457 eV 时的共振截面 $\sigma_0(n,\gamma)$ 可达 2.8×10^4 b,而几何截面大约只有 1.6 b。利用(9.9-30)式,由实验测得 $\sigma_0(n,\gamma)$ 和 Γ 后,可以计算出中子宽度 Γ_n。例如,对于 ^{115}In 的 1.457 eV 的共振峰,实验测得 $\Gamma = 0.08$ eV,则由(9.9-30)式计算得出 $\Gamma_n = 1.3 \times 10^{-3}$ eV。

对于轻核、中量核和重幻核,它们的能级间距很大,因此具有的共振主要是弹性散射的共振。例如,铝在中子能量为 100 keV 的范围内,Γ_γ 比 Γ_n 要小三个数量级。

(ii)B-W 公式(9.9-28)可以写作两部分的乘积,即

$$\sigma_{ab} = \left[\pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}\right] \times \left[\frac{\Gamma_b}{\Gamma}\right] \tag{9.9-31}$$

与(9.9-16)式比较可以看出,乘积的第一个因子就是复合核的形成截面 σ_{CN},第二个因子 $\frac{\Gamma_b}{\Gamma}$是复合核通过(B+b)出射道衰变的概率。

于是

$$\sigma_{CN} = \pi \lambda^2 \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \tag{9.9-32}$$

由此可见,激发曲线共振峰的半高宽完全由复合核的形成截面 σ_{CN}决定,与复合核的衰变方式无关,后者只影响反应截面的大小。

(iii)为了详细地描绘出散射截面的共振曲线,在推导 $\sigma_{sc,0}$的表达式时,不能忽略势散射振幅 A_{pot}的贡献,则(9.9-22)式成为

$$\sigma_{sc,0} = \pi \lambda^2 \left| \frac{i\Gamma_a}{(E' - E_0) + i\Gamma/2} + 2ie^{ikR} \sin kR \right|^2 \tag{9.9-33}$$

为简单起见,假设只有散射,即 $\Gamma_{r,0} = 0$,并假定中子能量很低,即 $kR \ll 1$,则(9.9-33)式近似为

$$\sigma_{sc,0} \approx 4\pi \lambda^2 \left| \frac{i\Gamma}{2(E' - E_0) + i\Gamma} + ikR \right|^2 \tag{9.9-34}$$

在远离共振能量处,$\frac{\Gamma}{2(E' - E_0) + i\Gamma} \ll kR$,则得硬球散射公式

$$\sigma_{sc,0} \approx 4\pi R^2 \tag{9.9-35}$$

它相当于粒子在以半径为 R 的硬球上完全散射。所以,势散射振幅也叫硬球散射振幅。

当势散射振幅与共振散射振幅有同一数量级时,两者之间要产生干涉效应。事实上,从(9.9-34)式可见,这两个振幅在 $E' < E_0$ 时符号相反,在 $E' > E_0$ 时符号相同。因此在 $E' < E_0$ 时有相消干涉产生,并在 $E' - E_0 \approx -\frac{\Gamma}{2kR}$时截面有一极小值。图 9-23 表示在共振附近纯弹性散射截面的性质。

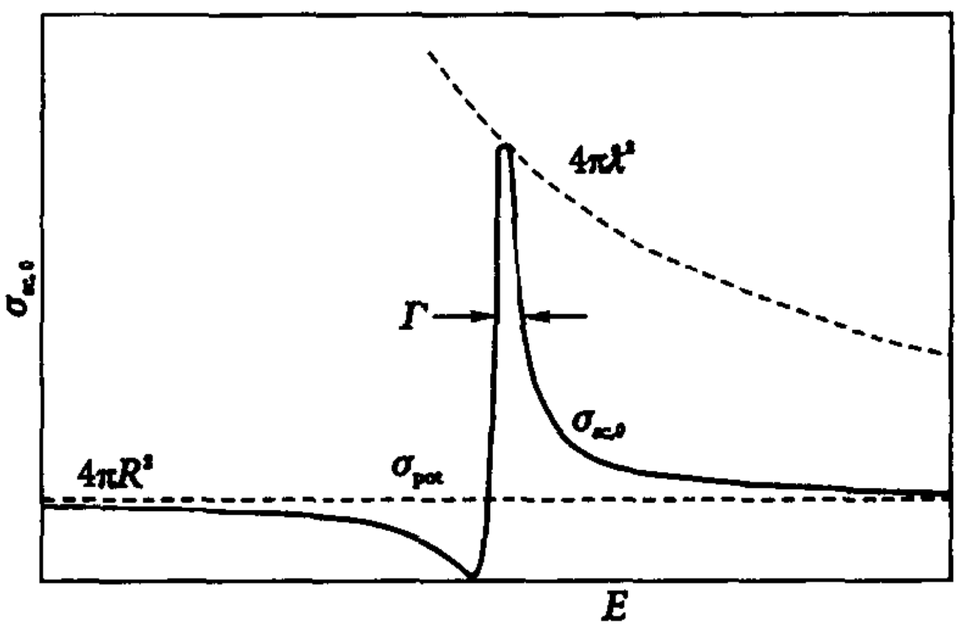


图 9-23 慢中子在共振附近的纯弹性散射截面

最后需要指出,上面讨论的是对慢中子($l = 0$)的 B-W 公式。当入射粒子的轨道角动量 $l \neq 0$ 时,B-W 公式(9.9-22),(9.9-26)和(9.9-28)式的右边均应乘上因子$(2l + 1)$。另外,根据角动量守恒的要求,还必须考虑反应前后自旋态的统计权重。设入射粒子、靶核和复合核的自旋分别为 I_a,I_A 和 I_c,则始态有$(2I_a + 1)(2I_A + 1)(2l + 1)$种可能,末态有$(2I_c + 1)$种可能。所以,复合核自旋具有确定的状态的相对数目,即统计因子为

$$g(I_c) = \frac{2I_c + 1}{(2I_a + 1)(2I_A + 1)(2l + 1)} \tag{9.9-36}$$

显然,对于慢中子入射到自旋为零的靶核上,统计因子 $g(I_c) = 1$。

考虑统计因子后,对于 l 分波的中子,公式(9.9-22),(9.9-26)和(9.9-28)的右边都应乘上

$(2l+1)g(I_c)$。例如,B-W 公式(9.9-28)成为

$$\sigma_l(a,b) = \frac{2I_c+1}{(2I_a+1)(2I_A+1)}\pi\lambda^2\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2} \tag{9.9-37}$$

带电粒子入射靶核时,由于库仑场的存在,共振理论比较复杂,但其结果本质上与中子情形相同。

以上讨论的 B-W 公式都没有考虑多普勒效应的影响。当由实验来确定共振能级的参量时,必须考虑因靶核的热运动所造成的共振曲线的多普勒加宽。

4. 连续区理论

当入射粒子能量不太高时,激发曲线往往出现一些共振峰。共振出现的能量范围通常叫做共振区。在共振区,理论上用 B-W 公式来描述。当入射粒子能量增大时,复合核处于较高的激发态,能级宽度加大,间距缩小,以致相互重叠,连成一片,这一能量范围通常叫做连续区。连续区一般是指入射粒子能量大约从 1 到 30 MeV 的能区。在连续区内,激发曲线不具有尖锐的共振峰,而呈现出比较平滑的变化。为了描写激发曲线的平滑变化,提出了一个连续区理论——黑核模型①。

(1)黑核模型的基本思想

黑核模型认为入射粒子与靶核作用时,一部分在靶核表面上被散射,另一部分进入靶核形成复合核。不管入射粒子具有什么样的能量,都能被靶核强烈吸收,这好像光学中的黑体能强烈吸收各种能量的光子一样,这是黑核模型名称的由来。

黑核模型是在复合核模型的基础上发展起来的,它与复合核模型一样,都是强吸收模型。它认为,入射粒子被原子核吸收后,立即把自己的能量交给原子核,很快丧失掉独立性,与靶核融合在一起而形成复合核,然后复合核进行衰变。不过,黑核模型认为开道数目很大,因此再通过入射道衰变的概率可以忽略,于是复合核的形成截面就是反应截面:$\sigma_{CN}=\sigma_r$。

黑核模型关于开道数目很大的假设,显然一般只适用于入射粒子能量较大的情况,因为此时复合核的激发能较高,出射道很多,以致可以忽略掉通过入射道的衰变。所以,黑核模型一般只适用于能量大于 1 MeV 的能区。若将黑核模型的应用范围外推至共振区,则只能认为是对共振区平均截面的近似描述。

下面按黑核模型来计算复合核的形成截面,讨论中子入射和带电粒子入射两种情形。

(2)中子反应的连续区理论

从波动观点看,中子碰到原子核时,有一定的概率在核的表面被反射,也有一定的概率透过核表面进入原子核。设中子透过靶核表面进入靶核的概率为 T,通常称它为穿透系数;中子与靶核作用的截面积为 S。则复合核的形成截面为

$$\sigma_{CN} = ST \tag{9.9-38}$$

中子与靶核作用的截面积按 §9.6 节中的分波分析容易求得。由(9.6-8)式知,轨道角动量为 l 的中子与靶核作用的分波截面积为

$$S_l = \pi\lambda^2(2l+1)$$

---

① 提出这个模型则是在光学模型以前,它所给的结果,都可以通过光学模型进行更精确的计算。不过,这模型能不经过复杂的运算,可以对截面作出估计。而且所含的物理图像很直观。这类简单的方法有时仍采用,因此我们在这里仍作简单的介绍。

同时,由图 9-13 可见,最大可能的 l 值由道半径 R 决定:

$$l_m = \frac{R}{\lambda} \tag{9.9-39}$$

截面积 S 等于所有可能的分波截面积之和,于是利用(9.6-8)和(9.9-39)式可得

$$S = \sum_{l=0}^{l_m} S_l = \sum_{l=0}^{R/\lambda} \pi \lambda^2 (2l+1) = \pi(R + \lambda^2) \tag{9.9-40}$$

下面我们来估算穿透系数 T。根据黑核模型的假设:$\sigma_{CN} = \sigma_r$ 和(9.6-16)式,我们有

$$\sigma_{CN} = \sum_{l=0}^{\infty} \pi \lambda^2 (2l+1) T_l \tag{9.9-41}$$

其中

$$T_l = 1 - |\eta_l|^2$$

严格讲,由光学模型算出 η_l,即可求得 T_l。这样,对不同的分波,T_l 是不同的,需要指出,(9.9-38)式是在假设 T_l 与 l 无关的条件下才成立。

现在来讨论黑核模型的 T_l 表达式。为此,我们近似地用一个直角势阱

$$V(r) = \begin{cases} 0 & r > R \\ -(V_0 + iW) & r \leqslant R \end{cases}$$

来表示核对入射中子的作用,则入射中子的径向波函数 $u(r)$满足方程式

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2}(E' - V)\right] u = 0 \tag{9.9-42}$$

式中,μ 表示中子与靶核的折合质量,E'表示中子的相对运动动能,l 表示中子相对于靶核的轨道角动量量子数。

在 $r \leqslant R$ 的区域中,

$$u(r) \approx Ae^{iKr} + Be^{-iKr}$$

其中,A,B 为常量;$K = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E' - V)}$。

根据黑核模型的假设,在 $r \approx R$ 处,球面出射波应该完全被吸收。因此,在 $KR \gg 1$ 时

$$u(r) \approx Be^{-iKr} \quad (r \leqslant R) \tag{9.9-43}$$

而中子在核内的波数为

$$K \approx \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E' + V_0)} \tag{9.9-44}$$

在这里忽略了其虚数部分。

于是 l 分波的对数导数

$$f_l = \left(\frac{r}{u}\frac{du}{dr}\right)_{r=R} = -iKR \tag{9.9-45}$$

将(9.9-45)式代入(9.6-24)式①,得

$$\eta_l = \frac{K - k}{K + k} e^{-2ikR} \tag{9.9-46}$$

式中

---

① (9.6-24)式是对 $l=0$ 的分波导出的。当 $kR \gg 1$ 时,此式对一般的 l 分波也适用。

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E'} \tag{9.9-47}$$

是中子在核外的波数。

因此,得

$$T_l = 1 - |\eta_l|^2 = \frac{4kK}{(k+K)^2} \tag{9.9-48}$$

可见黑核模型的 T_l 与 l 无关。

将(9.9-40)和(9.9-48)式代入(9.9-38)式,最后得中子反应的复合核截面 $\sigma_{CN}(n)$,即中子吸收截面 $\sigma_a(n)$的近似表达式

$$\sigma_{CN}(n) = \sigma_a(n) \approx \pi(R+\lambda)^2 \frac{4kK}{(k+K)^2} \tag{9.9-49}$$

利用类似的方法,可以求得势散射截面 σ_{pot}和总截面 σ_t

$$\sigma_{pot} = 4\pi(R+\lambda)^2\left[\frac{k^2}{(k+K)^2} + \frac{K-k}{K+k}\sin^2 kR\right] \tag{9.9-50}$$

$$\sigma_t = 2\pi(R+\lambda)^2\left(1 - \frac{K-k}{K+k}\cos 2kR\right) \tag{9.9-51}$$

现在对中子反应的连续理论的近似公式(9.9-49)作几点讨论:

(i)设 K_0 为中子能量等于零时的 K 值,即

$$K_0 = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu V_0} \tag{9.9-52}$$

注意到(9.9-47)和(9.9-44)式,我们有

$$K^2 = K_0^2 + k^2 \tag{9.9-53}$$

今举例说明 K_0,k 和K 值的大小。如果势阱深度 V_0 取作 40 MeV,μ 近似地用中子质量代替,由(9.9-52)式可以计算出

$$K_0 = 0.22 \times 10^{13} \times \sqrt{40}\ \text{cm}^{-1}$$
$$= 1.39 \times 10^{13}\ \text{cm}^{-1}$$

当入射中子的相对运动动能 $E' = 9$ MeV 时,由(9.9-47)和(9.9-44)式算得

$$k = 0.22 \times 10^{13} \times \sqrt{9}\ \text{cm}^{-1} = 0.66 \times 10^{13}\ \text{cm}^{-1}$$

$$K = 0.22 \times 10^{13} \times \sqrt{40+9}\ \text{cm}^{-1} = 1.54 \times 10^{13}\ \text{cm}^{-1}$$

此时穿透系数

$$T = \frac{4kK}{(k+K)^2} = \frac{4 \times 0.66 \times 1.54}{(0.66+1.54)^2} = 0.84$$

(ii)中子能量很低时,因 $k \ll K$,$\lambda \gg R$,则由(9.9-49)式得

$$\sigma_a(n) \approx \frac{4\pi}{kK} \approx \frac{4\pi}{kK_0} \propto \frac{1}{v} \tag{9.9-54}$$

这就是慢中子的吸收截面与中子速度成反比的$\frac{1}{v}$定律。可见,连续区理论外推到低能时也能近似地反映截面的平均变化趋势。

(iii)中子能量很高时,k 趋近于K,同时$\lambda \ll R$,则(9.9-49)式成为

$$\sigma_a(n) \approx \pi R^2 \tag{9.9-55}$$

此式表明中子能量很高时，中子吸收截面趋近于几何截面，穿透系数等于 1。应该注意，虽然此时中子在核表面上没有反射，但势散射仍然存在①。由(9.9-50)式，可得中子在很高能量时的势散射截面

$$\sigma_{\mathrm{pot}} \approx \pi R^2 \tag{9.9-56}$$

和中子总截面

$$\sigma_{\mathrm{t}} = \sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{n}) + \sigma_{\mathrm{pot}} = 2\pi R^2 \tag{9.9-57}$$

利用(9.9-51)式也可以得到同样结果。

由以上讨论可知，连续区理论所预言的中子吸收截面 $\sigma_{\mathrm{a}}(\mathrm{n})$ 与中子能量 E_{n} 的关系如图 9-24 中的实线所示。由图可见，它是一条单调下降的曲线，高能端单调地趋近于几何截面；低能端趋于无穷大。因此，连续区理论既不能预言高能端的实际存在的巨共振现象，在低能量中子区也不适用。

(3)带电粒子的反应截面

带电粒子核反应的连续区理论较为复杂，我们只作半经典的讨论。

如果把入射粒子和靶核看作具有明确边界的球。设两者的半径分别为 R_1 和 R_2，则按经典概念，只有当入射粒子的中心与靶核中心之间的距离 $R \leqslant R_1 + R_2$ 时，才能引起核反应(图 9-25)。这种反应截面叫做经典截面。显然，中子核反应的经典截面为几何截面 πR^2，R 是道半径。

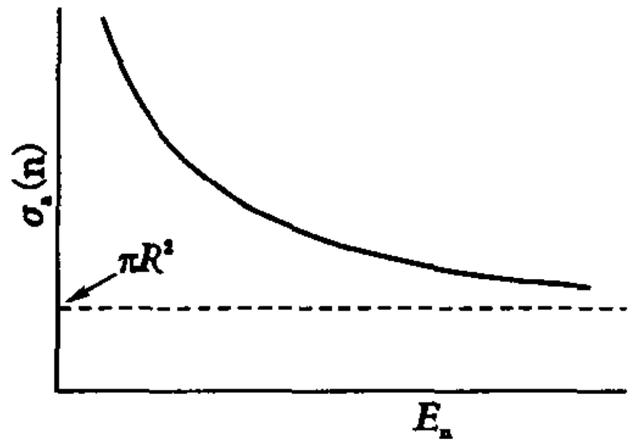


图 9-24　连续区理论的中子吸收截面

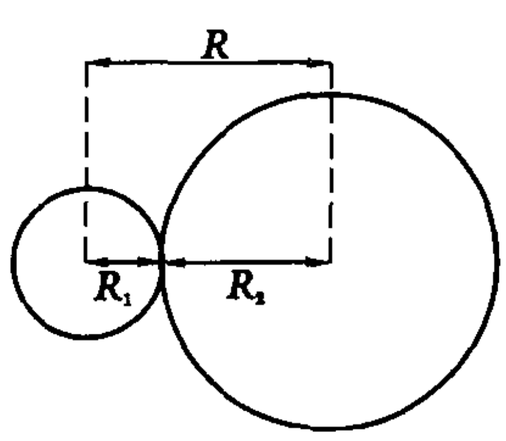


图 9-25　经典截面

带电粒子与中子不同，它与靶核作用时要受库仑势垒的阻挡。按经典概念，只有入射粒子的相对运动动能 E' 大于库仑势垒高度 $V(R) = \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$ 时，入射粒子才能进入靶核引起吸收反应。这种吸收反应的经典截面可以表示为

$$\sigma_{\mathrm{a}} = \begin{cases} \pi R^2 \left[1 - \dfrac{V(R)}{E'}\right] & E' > V(R) \\ 0 & E' < V(R) \end{cases} \tag{9.9-58}$$

由(9.9-58)式可见，入射粒子的相对运动动能 E' 超过库仑势垒越多，吸收截面越大。当 $E' \gg V(R)$ 时，吸收截面趋近于 πR^2。这种经典截面随能量的变化如图 9-26 中的点划线所示。

---

① 这种情况和光波遇到一完全不透明的物体时在物体边缘上仍有衍射相类似，这是一种物质波的衍射现象。

核反应的连续区理论，考虑了粒子的波动性，因此即使 $E' < V(R)$时，根据隧道效应，入射粒子也还有可能穿过势垒进入靶核引起核反应。显然，E'越大，穿透势垒概率就越大，从而吸收截面 σ_a 就越大。由连续区理论所得的吸收截面随能量的变化如图 9-26 中的实线所示。

根据连续区理论，带电粒子反应的吸收截面可近似地表作下式：

$$\sigma_a \approx \pi(R+\lambda)^2\left[1-\frac{V(R+\lambda)}{E'}\right] \tag{9.9-59}$$

(9.9-59)式称为连续区理论的近似公式。由此式可见，它的形式与经典截面(9.9-58)式类似，只是(9.9-58)式中的 R 换成了 $R+\lambda$。显然，(9.9-59)式的渐近值也是 πR^2。

由近似公式(9.9-59)式所得的结果，当$\frac{E'}{V(R)}>1.2$ 时，在 15% 误差范围内与连续区理论的计算值相符。按近似公式所得的截面随能量的变化，如图 9-26 中的虚线所示。

5. 复合核的衰变

复合核的衰变理论用于讨论复合核形成以后核反应的进程。因此，它是描写三阶段反应过程中的第三阶段的理论。当复合核的激发能比较低时，衰变方式一般比较简单，出射道不算多，可以用核反应共振的理论来描述。下面，让我们来讨论复合核处于高激发态时的衰变情况。

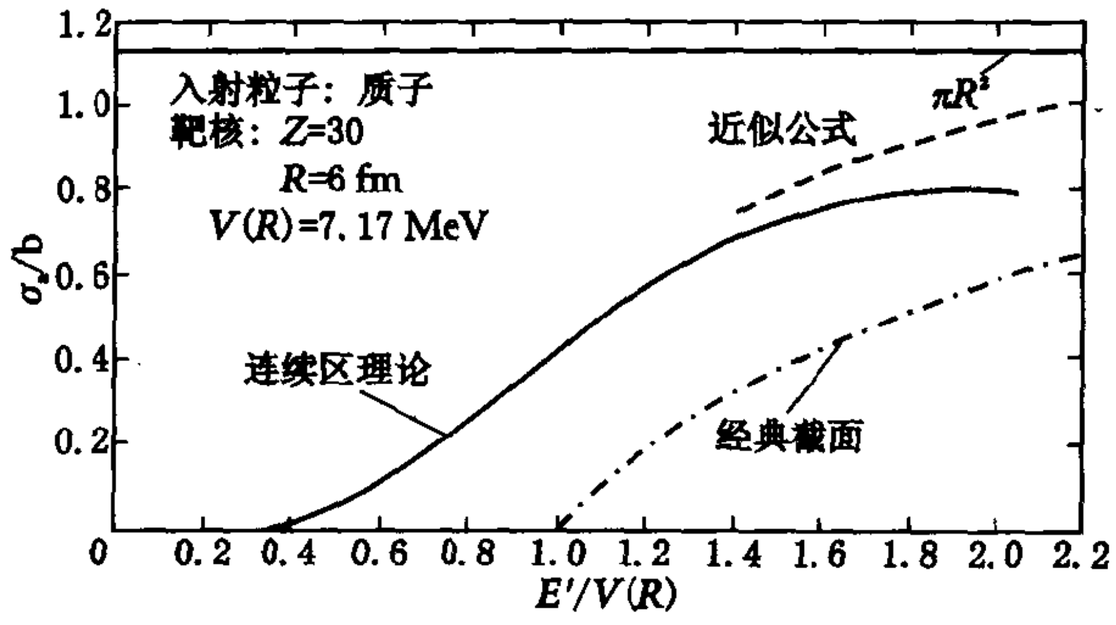


图 9-26　带电粒子核反应的连续区理论截面

(1)能级密度

复合核与通常原子核一样，较低激发能的能级是分立的。因此，当反应前由入射粒子和靶核形成的系统的能量等于由它们形成的复合核的某一能级的能量时，就会观察到尖锐的共振现象，但是，入射粒子的能量增大到一定数值时，这种尖锐的共振现象就消失了。这是因为较高能量的入射粒子所产生的复合核的激发能比较高。任何原子核，当它处于高激发态时，单位能量间隔的能级数目就会增多，每条能级的宽度也加宽，以致许多相邻的能级都挨着排在一起，连成一片。这样，当然个别能级的共振现象就不会出现，实验上观测到的只是许多能级的平均效应。

对于原子核的高激发能级，通常用能级密度来描述。能级密度 $\rho(E^*)$是指单位能量间隔的能级数目。根据理论和实验的考虑，能级密度与激发能 E^* 之间一般有下面的近似关系：

$$\rho(E^*) = c\mathrm{e}^{2\sqrt{aE^*}} \tag{9.9-60}$$

式中 c 和 a 是可调参量。如果 ρ 的单位是 MeV^{-1}，E^* 的单位是 MeV，则 c 和 a 的单位均为 MeV^{-1}。

(2)蒸发模型

前面曾经指出，处于激发态的复合核好比一个液滴，从液滴中蒸发出来的液体分子是各向同性的，即在各个方向蒸发分子的概率相等，而且能谱类似麦克斯韦分布。在通过复合核的反应中，出射粒子的能量也具有麦克斯韦分布的特点，在适当的条件下角分布也是各向同性的。因此，我们可以利用液滴蒸发的图像来处理复合核的衰变，这就是蒸发模型名称的由来。

(i)出射粒子的能谱

当复合核的激发能足够高时，衰变后的剩余核可以处于各种激发态，因此出射粒子也相应地具有各种能量。此时，A(a,b)B 反应可表示成下式

$$A + a \rightarrow C \rightarrow \begin{cases} B_0 + b_0 \\ B_1^* + b_1 \\ B_2^* + b_2 \\ \cdots \\ B_n^* + b_n \\ \cdots \end{cases} \qquad (9.9\text{-}61)$$

式中，B_0 和 b_0 分别表示处于基态的剩余核和相应的出射粒子，B_n^* 和 b_n 分别表示处于第 n 个激发态的剩余核和相应的出射粒子。它们之间的能级关系如图 9-27 所示。

若出射粒子是带电粒子，由于库仑势垒的存在，当粒子的能量小于库仑势垒时，只有通过隧道效应穿过势垒才能飞出原子核。所以，复合核蒸发质子、α 粒子等带电粒子的概率比较小，一般蒸发中子的概率要大得多。

下面，我们来计算复合核放射出的中子的能谱。

令 $n(E_n)dE_n$ 是中子能量在 $E_n \rightarrow E_n + dE_n$ 之间的相对数目，E_0 是中子的最大动能，于是剩余核的激发能 $E^* = E_0 - E_n$（图 9-27）。

由于复合核衰变至剩余核的激发能为 $E^* \rightarrow E^* + dE^*$ 之间的概率与此间的能级数目成正比，同时与复合核的中子宽度 $\Gamma_n(E_n)$ 成正比，于是

$$n(E_n)dE_n \propto \Gamma_n(E_n)\rho(E^*)dE^*$$
$$\propto \Gamma_n(E_n)\rho(E_0 - E_n)dE_n \qquad (9.9\text{-}62)$$

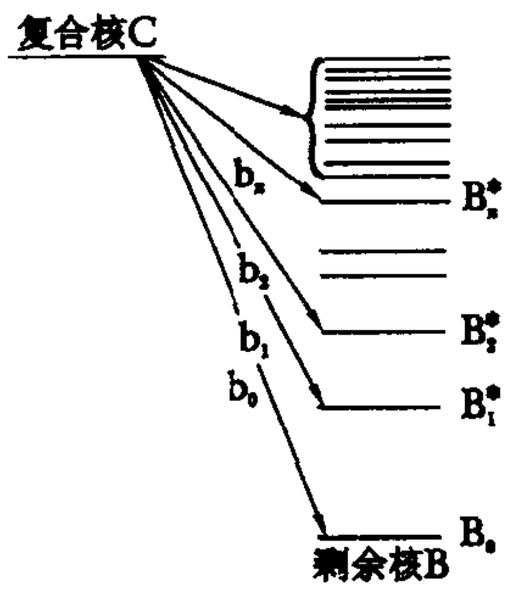


图 9-27　复合核蒸发中子

对于(9.9-61)式的反应截面可以写作

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(\alpha)\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \qquad (9.9\text{-}63)$$

其中，$\sigma_{CN}(\alpha)$是通过入射道(A+a)形成复合核的截面。对于(9.9-61)式逆过程的反应截面，我们有

$$\sigma_{ba} = \sigma_{CN}(\beta)\frac{\Gamma_a}{\Gamma} \qquad (9.9\text{-}64)$$

其中，$\sigma_{CN}(\beta)$是通过出射道(B+b)形成复合核的截面。

利用细致平衡原理(9.5-15)式，可以得到

$$\frac{\sigma_{CN}(\alpha)\Gamma_b}{\sigma_{CN}(\beta)\Gamma_a} = \frac{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)} \qquad (9.9\text{-}65)$$

即

$$\frac{\Gamma_a}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)\sigma_{CN}(\alpha)} = \frac{\Gamma_b}{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)\sigma_{CN}(\beta)} = 常量 \qquad (9.9\text{-}66)$$

则得

$$\Gamma_b \propto \sigma_{CN}(\beta) p_b^2 \propto E_b \sigma_{CN}(E_b) \tag{9.9-67}$$

假定 $\sigma_{CN}(E_b)$近似为常量①,则此式表明复合核发射粒子 b 的概率与粒子能量 E_b 成正比。因此,对于复合核发射中子,有

$$\Gamma_n(E_n) \propto E_n \tag{9.9-68}$$

将(9.9-68)和(9.9-60)式代入(9.9-62),得

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto E_n \mathrm{e}^{2\sqrt{a(E_0-E_n)}}\mathrm{d}E_n \tag{9.9-69}$$

当 $E_n \ll E_0$ 时,

$$2\sqrt{a(E_0-E_n)} \approx 2\sqrt{aE_0} - E_n\sqrt{\frac{a}{E_0}}$$

所以

$$\begin{aligned} n(E_n)\mathrm{d}E_n &\propto E_n \mathrm{e}^{-E_n\sqrt{a/E_0}}\mathrm{d}E_n \\ &\propto E_n \mathrm{e}^{-E_n/T}\mathrm{d}E_n \end{aligned} \tag{9.9-70}$$

可以看出,此式类似于麦克斯韦分布,通常叫它为蒸发谱②。(9.9-70)式中的 $T=(E_0/a)^{1/2}$,相当于麦克斯韦分布中的温度,所以叫它为核温度。它的量纲是能量。

复合核蒸发出的带电粒子的能谱和中子能谱具有类似的形式,但由于库仑势垒的影响,分布的平均能量要比中子能谱时大得多。

(ii)出射粒子的角分布

在考虑通过复合核的反应过程的方向关联问题时,情况和第七章讨论过的级联 γ 辐射非常类似。

考虑以下反应

$$A + a \rightarrow C \rightarrow B + b$$

设 s_A, s_a, I_C, s_B, s_b 分别表示靶核 A,入射粒子 a、复合核 C、剩余核 B 和出射粒子 b 的自旋(即角动量),用 I_a 和 I_b 分别表示入射粒子相对于靶核的轨道角动量和出射粒子相对于剩余核的轨道角动量。根据角动量守恒,我们有

$$s_A + s_a + l_a = I_C = s_B + s_b + l_b \tag{9.7-71}$$

令 $I_a = s_A + s_a$, $I_b = s_B + s_b$, I_a 和 I_b 分别称为入射道自旋和出射道自旋。若用道自旋表示,则上式可写为

$$I_a + l_a = I_C = I_b + l_b \tag{9.9-72}$$

采用第七章中级联 γ 辐射角关联的符号,(9.9-72)式类似地可记为 $I_a(l_a)I_C(l_b)I_b$。与角关联函数类似,可以得到以上反应的出射粒子角分布的理论公式

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = 1 + A\cos^2\theta + B\cos^4\theta + \cdots \tag{9.9-73}$$

式中,θ 是在质心系中的出射角;$A, B, \cdots$系数是入射粒子的能量以及 I_a, l_a, I_C, l_b, I_b 等的函数。

---

① $\sigma_{CN}(E_b)$为动能为 E_b 的中子射入到剩余核形成复合核的截面。当 E_b 比较大,例如为几个 MeV 时,可以认为 $\sigma_{CN}(E_b)$近似为常量。下面,(9.9-70)式是在此假设下推得的,更严格一些,则需用光学模型计算 $\sigma_{CN}(E_b)$。

② 麦克斯韦分布的形式为$\sqrt{E_n}\mathrm{e}^{-E_n/T}$。

与角关联情形相同,(9.9-73)式中 $\cos\theta$ 的最高次数不能大于 $2l_a$,$2l_b$ 和 $2I_C$ 中的最小者。所以,当复合核的角动量 $I_C=0$ 或 1/2,或 l_a 或 $l_b=0$ 的时候,角分布是各向同性的。否则,角分布为 90°对称。

由于角分布中 A,B,…系数与反应过程中有关原子核和粒子的角动量和轨道角动量量子数有关,所以通过角分布的实验测量,与理论曲线进行比较,可以获得有关原子核能级的角动量和宇称的知识。

(3)豪斯-弗希巴赫(Hauser-Feshbach)公式

H-F 公式是描述复合核衰变的更严格的统计理论,它在解释复合核反应实验数据方面有着广泛的应用。目前,描述复合核统计衰变的计算机程序都是以它为基础的。下面,我们推出关于复合核反应截面的 H-F 公式。实际上,也存在计算复合核反应微分截面的 H-F 公式,只是比较复杂,有兴趣的读者可参考有关文献。

根据复合核模型假设,对于

$$\underbrace{A+a}_{\alpha\text{道}} \rightarrow C \rightarrow \underbrace{B+b}_{\beta\text{道}}$$

l 分波的复合核反应截面

$$\sigma_{\alpha\beta,l} = \sigma_{CN,l}(\alpha)G_b$$

其中 $\sigma_{CN,l}(\alpha)=\pi\lambda_\alpha^2 T_\alpha g_\alpha$ 为通过 α 道形成复合核的截面,$T_\alpha=1-|\eta_l|^2$ 为 α 道穿透系数,$g_\alpha=\dfrac{2I_C+1}{(2I_a+1)(2I_A+1)}$ 为相应的权重统计因子。

$G_b=\Gamma_b/\Gamma$ 为复合核经 β 道的衰变概率,它等于复合核发射粒子 b 的部分宽度 Γ_b 与衰变总宽度 Γ 之比。显然

$$\sum_i G_i = \sum_i \frac{\Gamma_i}{\Gamma} = 1 \tag{9.9-74}$$

由细致平衡原理可知,

$$\frac{\sigma_{CN,l}(\alpha)p_\alpha^2}{g_\alpha\Gamma_a} = \frac{\sigma_{CN,l}(\beta)p_\beta^2}{g_\beta\Gamma_b} = C \tag{9.9-75}$$

C 为与各反应道无关的常量,它只决定于复合核的性质。由上式,得

$$G_b = \frac{\Gamma_b}{\Gamma} = \frac{\sigma_{CN,l}(\beta)p_\beta^2/g_\beta}{C\Gamma} \tag{9.9-76}$$

用(9.9-74)式可求出

$$C = \sum_i \sigma_{CN,l}(i)p_i^2/(g_i\Gamma) \tag{9.9-77}$$

于是,复合核经 β 道的衰变概率是

$$C_b = \frac{\sigma_{CN,l}(\beta)p_\beta^2/g_\beta}{\sum_i \sigma_{CN,l}(i)p_i^2/g_i} \tag{9.9-78}$$

(9.9-78)式说明:形成复合核截面大的反应道,也就是衰变概率大的出射道。而且,道动量愈高,形成复合核的激发能也愈高,因而衰变概率也愈大。

最后,对于复合核反应截面(仅 l 分波贡献)为

$$\sigma_{\alpha\beta,l} = \pi\lambda_\alpha^2 g_\alpha T_\alpha \frac{\sigma_{CN,l}(\beta)p_\beta^2/g_\beta}{\sum_i \sigma_{CN,l}(i)p_i^2/g_i} = \pi\lambda_\alpha^2 g_\alpha \frac{T_\alpha T_\beta}{\sum_i T_i} \tag{9.9-79}$$

这就是复合核反应截面的 H-F 公式。它表明:经复合核的反应截面的计算可归结为对所有可能道的穿透系数 T_i 的计算,而 T_i 可通过光学模型来计算。

最后应该指出,对于重的复合核,它的衰变不但可以通过蒸发粒子,而且可以通过裂变,即分裂成两个中等重量的原子核。通常用能级的裂变宽度 Γ_f 来表示裂变概率的大小。对于重核,裂变概率可以与发射中子概率相竞争,有时甚至裂变概率比发射中子概率大得多,即 $\Gamma_f/\Gamma_n \gg 1$。

复合核各种衰变方式的竞争情况与质量数 A 的关系可以归纳如下。对于轻核,由于库仑势垒较低,Γ_p 或 Γ_α 可以与 Γ_n 相比拟;此时不可能发生裂变,于是 $\Gamma_f=0$。对于中等重量的原子核,Γ_n 占优势。对于重核,Γ_f 可以与 Γ_n 相竞争,甚至可以占压倒优势;此时,库仑势垒较高,所以 Γ_p 和 Γ_α 一般较小。

§9.10 直接反应

实验表明:形成复合核不是所有核反应的必经阶段,在某些情况下,核反应不是经过复合核阶段,而是通过入射粒子与靶核中的少数核子直接相互作用来完成。例如,用 8.0 MeV 的氘轰击^{27}Al,发生^{27}Al(d,p)^{28}Al 反应的质子角分布如图 9-28 所示。由图可见,角分布对 90°角并不对称,而是明显的前倾。这说明这个反应不是经过复合核过程,而是属于另一种反应机制。20 世纪 50 年代初期,人们在核子与核的非弹性散射方面做了大量工作。结果表明,出射粒子的角分布对 90°角是非对称的,小角度出现最大值,它们的能谱也不符合复合核假设所预言的蒸发谱,高能部分大大超过蒸发谱。在(p,n)和(n,p)反应中观察到同样的现象。这说明入射粒子与靶核作用时,它们可以把本身的大部分能量传递给靶核中的一个或几个核子,而后者还来不及把能量分配给其它核子时,就由核内发射出来。这种相互作用机制,称为直接反应或直接相互作用。当入射粒子能量不太高时,主要是与靶核表面那些结合得最松的核子发生作用,这就是表面直接作用。入射核子的能量大于 50 MeV 时,不仅可以打出靶核表面的核子,而且能够把靶核深处的核子打出,这就是体内直接作用。

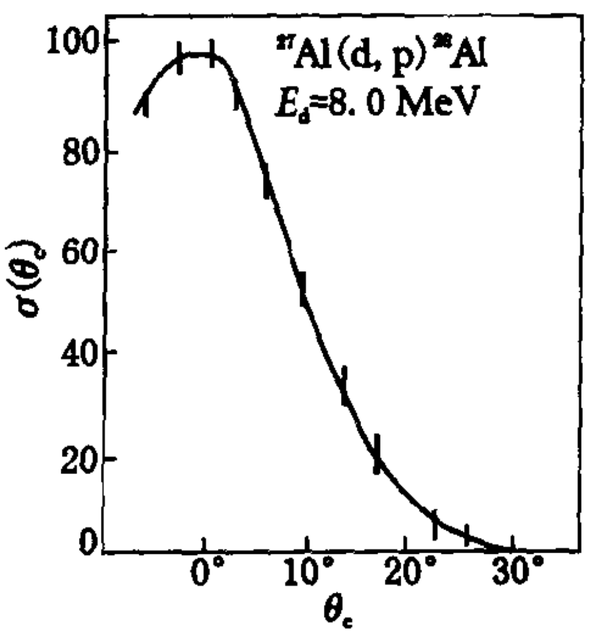


图 9-28 ^{27}Al(d,p)^{28}Al 反应的质子在质心系的角分布

1. 削裂反应

最典型的直接过程是削裂反应。它是指入射粒子打到靶核边上,其中一个或几个核子被靶核俘获,其余部分继续飞行前进。显然,能够引起削裂反应的入射粒子至少要由两个核子组成。最常见而且最重要的削裂反应是由氘核引起的反应。由氘核引起的反应简称氘核反应。另外,用^{3}H,^{3}He 等核作为入射粒子也能引起削裂反应。下面,我们只讨论氘核反应。

氘核反应在低能核物理以及实际应用中都占有重要的位置。组成氘核的质子和中子间结合得很松,结合能只有 2.22 MeV,平均每个核子的结合能只有 1.11 MeV,比一般原子核内每个核子的平均结合能(约 8 MeV)要小得多。因此,氘核反应的 Q 值通常都很大。例如,反应^{6}Li(d,α)^{4}He 的 Q 为 22.4 MeV,^{3}H(d,n)^{4}He 的 Q 为 17.6 MeV。这两个反应都属于轻核的

聚变反应,是氢弹爆炸和热核反应中的基本过程。利用反应$^3H(d,n)^4He$还可作为 14 MeV 中子的单能中子源。

削裂反应是欧本海末(Oppenheimer)和菲利普斯(Phillips)于 1935 年在研究低能氘核反应时发现的。对于同一种能量的氘核,(d,p)反应的截面比(d,n)反应的截面大。例如,5 MeV 的氘核与^{209}Bi作用,(d,p)反应的截面比(d,n)反应的截面大 10 倍,而且它们的比值随氘核能量的增加而减小。显然,这种实验现象是与复合核理论相矛盾的。按复合核模型,靶核吸收氘核形成复合核后,由于带电粒子受到库仑势垒的阻挡,发射质子的概率总要小于发射中子的概率,而且两者之比应该随着氘核能量的增加而增加。对于这种反常现象,欧本海末和菲利普斯首先提出可用"部分俘获过程"来解释。他们认为,由于氘核中的质子与中子结合得很松,当它接近靶核时,库仑作用将使氘核的中子一端靠近原子核,质子则被排斥得尽可能地远。结果,中子受核力作用被俘获,质子则受库仑斥力而飞开,(d,p)反应的概率大大增加。后来把这种部分俘获过程叫做低能削裂反应。

通过氘核削裂反应角分布的研究,可以获得核能级的自旋和宇称的知识。这是研究核结构的一种重要方法,对此进行下面的定性讨论。

对于氘核削裂反应 A(d,p)B,设 $\boldsymbol{I}_A$ 和 $\boldsymbol{I}_B$ 分别为靶核和剩余核的自旋,$\boldsymbol{s}_d, \boldsymbol{s}_p, \boldsymbol{s}_n$ 分别为氘核、出射质子、被俘中子的自旋,$\boldsymbol{l}_d, \boldsymbol{l}_p, \boldsymbol{l}_n$ 为相应粒子的轨道角动量。根据角动量守恒定律,有

$$\boldsymbol{I}_A + \boldsymbol{s}_d + \boldsymbol{l}_d = \boldsymbol{I}_B + \boldsymbol{s}_p + \boldsymbol{l}_p \tag{9.10-1}$$

因为

$$\boldsymbol{s}_d = \boldsymbol{s}_n + \boldsymbol{s}_p, \boldsymbol{l}_d = \boldsymbol{l}_n + \boldsymbol{l}_p$$

所以,(9.10-1)式可写为

$$\boldsymbol{I}_A + \boldsymbol{s}_n + \boldsymbol{l}_n = \boldsymbol{I}_B \tag{9.10-2}$$

由(9.10-2)式立即得出被俘中子的轨道角动量量子数 l_n 与 A,B 核的自旋和宇称的关系如下:

$$I_A + I_B + \frac{1}{2} \geqslant l_n \geqslant \left| \mid I_A - I_B \mid - \frac{1}{2} \right| \tag{9.10-3}$$

$$\pi_A \pi_B = (-1)^{l_n} \tag{9.10-4}$$

其中,I_A, I_B 分别为 A,B 核的自旋量子数;π_A, π_B 分别为 A,B 核的宇称。

设入射氘核动量为 $\hbar\boldsymbol{k}_d$,出射质子和被俘中子的动量分别为 $\hbar\boldsymbol{k}_p$ 和 $\hbar\boldsymbol{k}_n$,质子的出射角为 θ。根据动量守恒定律,有

$$\hbar\boldsymbol{k}_n = \hbar\boldsymbol{k}_d - \hbar\boldsymbol{k}_p \tag{9.10-5}$$

由余弦定律,可以得出被俘中子的波数 k_n 与质子出射角 θ 之间有以下关系(见图 9-29)

$$k_n = \left[(k_d - k_p)^2 + 4k_d k_p \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]^{1/2} \tag{9.10-6}$$

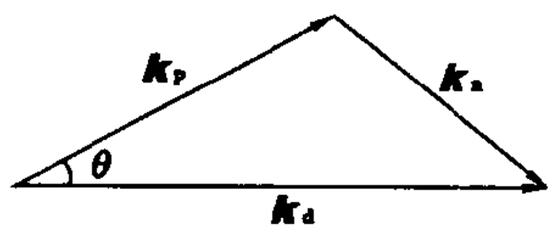


图 9-29 (d,p)反应中的动量关系

如果中子对靶核的碰撞参量等于道半径 R,则被俘中子的轨道角动量,按半经典处理有

$$\hbar k_n R = \hbar l_n$$

即

$$k_n R = l_n \qquad (9.10\text{-}7)$$

利用(9.10-7)式,可将(9.10-6)式写为

$$\frac{l_n}{R} = \left[(k_d - k_p)^2 + 4k_d k_p \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]^{1/2} \qquad (9.10\text{-}8)$$

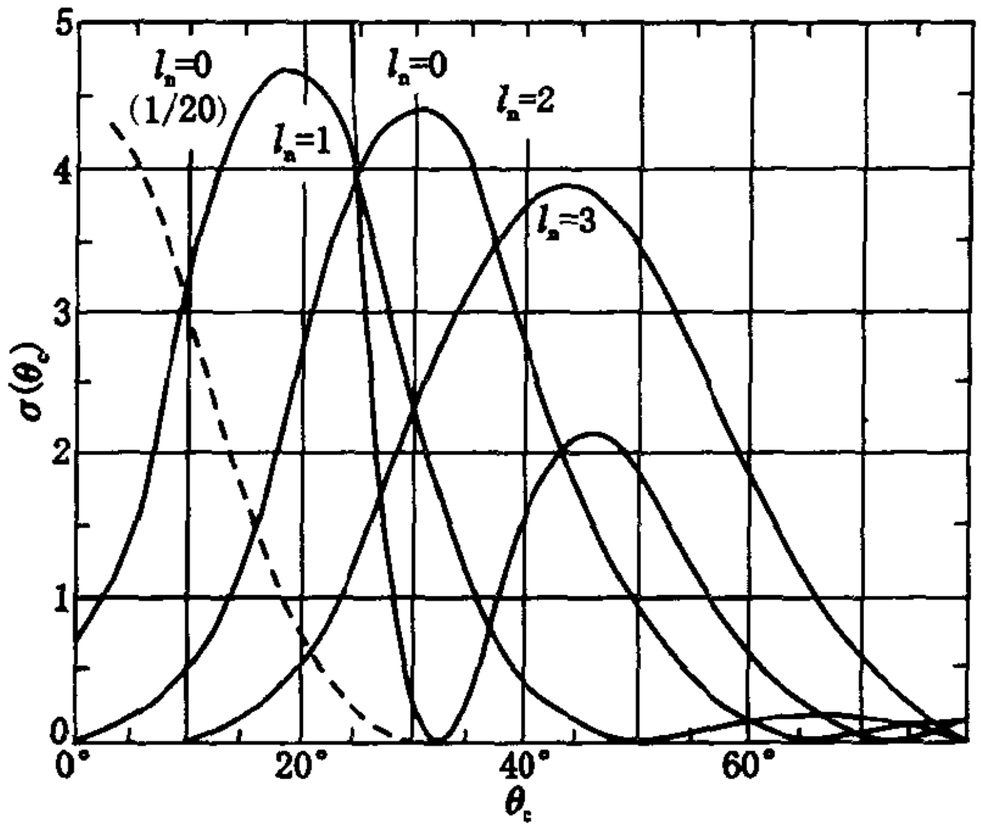


图 9-30 (d,p)反应的质子角分布

因此,为了满足等式(9.10-8)对于固定的 k_d 和 k_p 值,θ 的可能值是被条件(9.10-8)式所限制的,即 θ 只能取某些分立值,对于确定的 l_n 值,相应有确定的 θ 值。量子力学的测不准原理可以放宽这种由半经典处理所得的严厉条件。于是,可以期望质子角分布在围绕由等式(9.10-8)所确定的 θ 方向,应该出现峰值。例如,对于 $l_n=0$,在 $\theta=0°$处有峰值,l_n 增大时,角分布峰值所对应的 θ 也增大(见图 9-30)。实际上,由于 l_n 受(9.10-3)和(9.10-4)式限制,只能取几个固定的偶数或奇数值,因而出射质子的角分布只能在几个相应的角度上出现极大值。于是,根据实验测定的角分布,可以定出 l_n 的大小。由测定的 l_n 值,若已知靶核的自旋和宇称,则根据(9.10-2)和(9.10-4)式可以确定或限制剩余核的自旋和宇称。例如,$^{76}_{34}\mathrm{Se}(\mathrm{d,p})^{77}_{34}\mathrm{Se}$ 和 $^{40}_{20}\mathrm{Ca}(\mathrm{d,p})^{41}_{20}\mathrm{Ca}$ 反应,实验测得前者的角分布与 $l_n=1$ 的理论曲线相符,后者的角分布与 $l_n=3$ 的理论曲线相符。已知 $^{76}_{34}\mathrm{Se}$ 和 $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$ 的能级特性都是 0^+,则根据(9.10-2)式,$^{77}_{34}\mathrm{Se}$ 的自旋

$$I(^{77}_{34}\mathrm{Se}) = I(^{76}_{34}\mathrm{Se}) + s_n + l_n = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \\ 0 + \left|\frac{1}{2} - 1\right| = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$^{41}_{20}\mathrm{Ca}$ 的自旋

$$I(^{41}_{20}\mathrm{Ca}) = I(^{40}_{20}\mathrm{Ca}) + s_n + l_n = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2} \\ 0 + \left|\frac{1}{2} - 3\right| = \frac{5}{2} \end{cases}$$

根据(9.10-4)式,$^{77}_{34}\mathrm{Se}$ 和 $^{41}_{20}\mathrm{Ca}$ 的宇称分别为

$$\pi(^{77}_{34}\mathrm{Se}) = \pi(^{76}_{34}\mathrm{Se})(-1)^l = (+1)(-1)^1 = -1$$

$$\pi(^{41}_{20}\mathrm{Ca}) = \pi(^{40}_{20}\mathrm{Ca})(-1)^l = (+1)(-1)^3 = -1$$

2. 拾取反应

削裂反应的逆过程是拾取反应,例如(p,d),(n,d),(p,t),(p,α),(^{3}He,α)反应等。它是指入射粒子与靶核作用时,从靶核拾取一个或几个核子结合成较重的粒子并向外飞出的反应。拾取反应与削裂反应类似,没有通过复合核的形成,所以它是直接反应的一种类型。图 9-31 表示拾取反应 $^{13}\mathrm{C}(^3\mathrm{He},\alpha)^{12}\mathrm{C}$ 的角分布。由图可见,角分布对 90°角是非对称的,这说明反应

是一种直接过程。

3. 其它直接反应

除削裂反应和拾取反应外,还有几种常见的直接反应机制:

电荷交换反应　它是指入射粒子与靶核作用时,不交换粒子,只交换电荷的反应。例如有些(p,n)和(^{3}He,t)反应是最常见的电荷交换反应。

非弹性散射　入射粒子与靶核作用时,把部分能量交给靶核使其激发,而自己继续飞行。这种非弹性散射属于直接作用过程。它的角分布没有对 90°角的对称性,而与势弹性散射的衍射花样类似。

敲出反应　它是指入射粒子把部分能量直接交给靶核中的一个或几个粒子而使其飞出靶核的反应。此时入射粒子往往被靶核吸收。与削裂反应和拾取反应不同,出射粒子中不包含有原来入射粒子的成分。如果在敲出反应中,入射粒子也逃离靶核,则导致三体反应(即核反应的末态有三个物体)的产生。

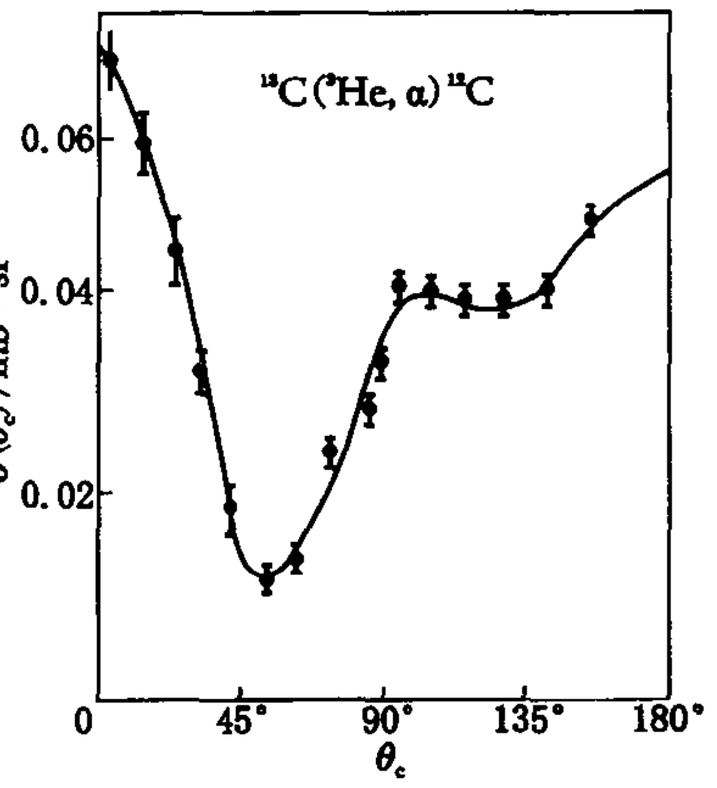


图 9-31　拾取反应^{13}C(^{3}He,α)^{12}C 的角分布

应该指出,在某些情况下同一个核反应同时存在两种直接过程。例如能量为 3.49 MeV 的氘核引起的^{16}O(d,p)^{17}O 反应,其角分布如图 9-32 所示。图中曲线表示包含有削裂反应和敲出反应两种直接过程的理论计算。峰值的数据与削裂反应中被俘中子的轨道角动量 $l_n=2$ 相符,如果只考虑削裂反应,大角度的曲线将显著下降,考虑敲出反应的贡献后,曲线与实验点符合得很好。这种敲出反应被解释为重粒子削裂机制。在入射氘核是静止的坐标系里,^{16}O 与氘核作用时,认为^{16}O核被削裂成两块:^{15}N 和 p。其中,^{15}N 与氘结合成剩余核^{17}O,质子则趋向于沿着^{16}O 核运动的方向(即氘核运动的反方向)继续前进,于是质子分布在大角度处显著抬高。但是,对这种重粒子削裂机制的解释必须十分小心。因为扭曲波玻恩近似(DWBA)理论,与原先把入射粒子和出射粒子看作平面波的勃脱勒(Butler)理论相比,对实验结果的解释要好得多。DWBA 理论对大角度微分截面的预言给出比勃脱勒理论大得多的数值。所以,在某些削裂反应的角分布中,大角度出现峰值可以是由于扭曲波效应,而不是重粒子削裂反应。

最后需要指出,直接反应的出现并不排除复合核过程的发生,两者往往同时并存。实验中可以通过出射粒子角分布和能谱的测量把上述两种过程区分开。图 9-33 所示的反应^{51}V(p,n)^{51}Cr 是直接过程和复合核过程同时并存的一个例子。图中曲线表示质子能量为 14.5 MeV 时,在 $\theta_L=23°$方向实验测得的出射中子的能谱。由图可见,在连续分布的蒸发谱上叠加有一个尖锐的峰,峰所对应的中子能量为 6.4 MeV。连续谱的中子是经过复合核机制产生的,单能中子则是通过(p,n)的直接过程发射的。

§9.11　重离子核反应

重离子核反应是指比 α 粒子更重的离子所引起的核反应。随着重离子加速器技术发展和日趋完善,目前,人们已经可以把自然界存在的几乎所有稳定核素加速到足以引起核反应的能

量,大大扩展了可能研究的反应体系,观察到轻离子核反应中未曾出现的、丰富的实验现象。今天重离子核反应已经成为核物理研究的主要领域。

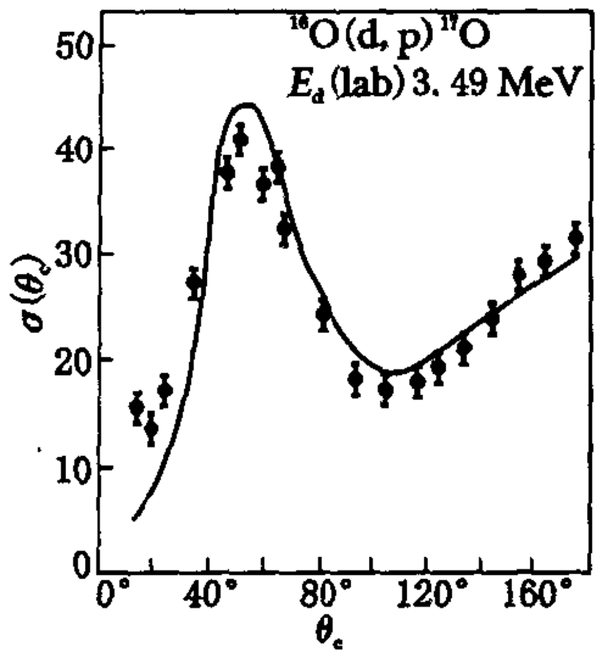


图 9-32 $^{16}O(d,p)^{17}O$ 反应的质子的角分布

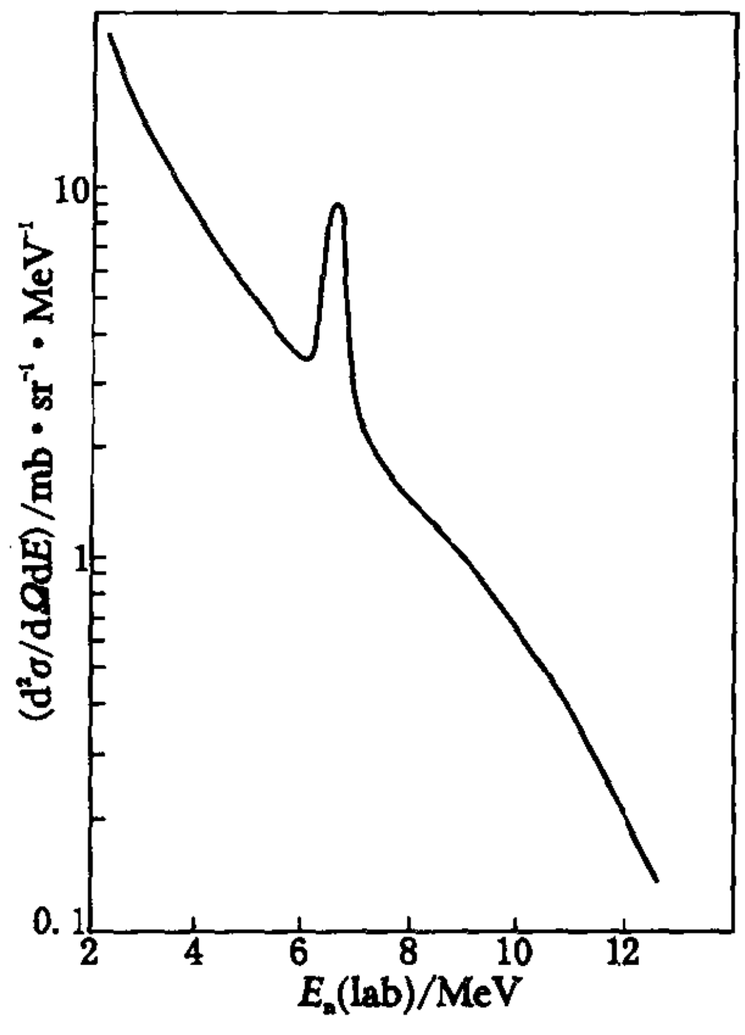


图 9-33 $^{51}V(p,n)^{51}Cr$ 反应的中子能谱

1. 重离子核反应的特点

与 p,d,α 等轻离子核反应相比,重离子核反应具有以下几个特点:

(1)库仑作用强

由于重离子的原子序数大,它同靶核的库仑相互作用要比轻离子情形大得多。

(2)生成合成体系的激发能高

重离子核反应中形成的合成体系的激发能一般为几十 MeV,甚至高达 100 MeV 以上。若用轻粒子核反应,要想得到如此高的激发能,由于非复合核过程的竞争,其概率是相当小的。

(3)带给合成体系的角动量大

由于重离子的质量大,与具有相同速度的轻粒子相比,重离子的动量就要大得多,因而重离子带给合成体系的角动量可以很大。表 9-2 列举了能量为 8 MeV·A^{-1} 的几种不同离子轰击镍靶所形成的复合核的最大角动量值 l_m。可以看出,离子越重,复合核的角动量越大,为研究高自旋核态提供了可能。

表 9-2 离子轰击镍靶形成的最大角动量

入射粒子	p	α	^{12}C	^{20}Ne	^{40}Ar
$l_m(\hbar)$	3	16	47	75	104

(4)重离子的波长短

2. 重离子核反应的分类

重离子与靶核作用时,按半经典处理,可用经典粒子碰撞的轨道图像来描述。相互作用的

程度随着碰撞参量 ρ 的由大到小，即轨道角动量 $l=\frac{\rho}{\lambda}$ 的由大到小，重离子与靶核的相互作用由浅到深。

按照这种相互作用的深浅程度，可将重离子反应进行分类(图 9-34)。

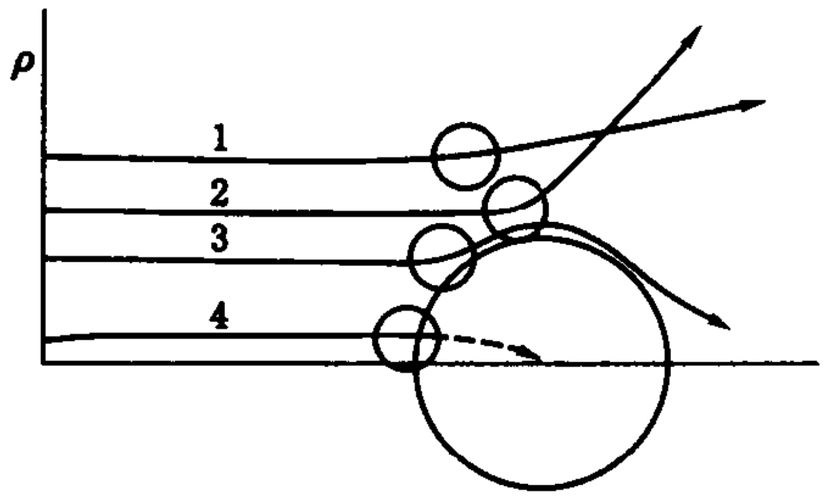


图 9-34　重离子反应随碰撞参量的变化

(1)碰撞参量较大时，只有库仑相互作用，碰撞的轨道如图中的 1 所示，这时只能发生卢瑟福散射和库仑激发。这叫重离子的远距离碰撞。

(2)碰撞参量大约等于道半径 R(即两核半径之和 R_1+R_2)时，核力开始起作用，但作用时间很短，两核相切擦边而过，碰撞轨道如图中的 2 所示。这时，既可以发生弹性散射、非弹性散射，也可以发生准弹性散射，即在两核表面交换少数核子的转移反应。反应过程中转移了少量能量、质量和电荷。这叫擦边相互作用或表面相互作用，也叫重离子的直接反应。

(3)碰撞参量继续减小时，两核作用程度加深，相切的时间加长，形成一个具有一定寿命的双核系统，相当多的核子参与了作用，在两个原子核之间发生了大数目的核子交换，反应过程转移了大量能量、质量和电荷，原子核可以高度被激发，但两核并未完全融合在一起，基本上保持各自的特性，相互作用后很快分开。这种作用叫做深度非弹性散射。就质量数和电荷数而言，出射核可以不同于入射核，所以也叫深度非弹性反应。它是体内相互作用的一种，作用轨道如图中的 3 所示。

(4)碰撞参量再减小时，两核可以融合为一体，相互作用时间足够长，致使各种自由度最后达到平衡，形成复合核，接着复合核进行衰变。有时在融合过程中，在达到平衡以前，可能发射少数粒子。这过程称为融合反应，它的作用轨道如图中的 4 所示。

按半经典的锐截止模型，以上分类情况可用表 9-3 来表示。表中 ρ_{gr} 和 l_{gr} 分别为擦边距离和擦边角动量，它表征核作用的最大界限。ρ_m 和 l_m 分别为体内相互作用的最大距离和最大角动量，ρ_{cr} 和 l_{cr} 分别为临界距离和临界角动量，它表征融合反应的最大界限。

表 9-3　按锐截止模型划分反应类型

碰撞参数	轨道角动量	反应类型
$\rho>\rho_{gr}$	$l>l_{gr}$	卢瑟福散射，库仑激发
$\rho_{gr}>\rho>\rho_m$	$l_{gr}>l>l_m$	准弹性散射
$\rho_m>\rho>\rho_{cr}$	$l_m>l>l_{cr}$	深度非弹性散射
$\rho<\rho_{cr}$	$l<l_{cr}$	融合反应

于是，重离子的直接反应截面 σ_D 可表示为

$$\sigma_D=\pi(\rho_{gr}^2-\rho_m^2)=\pi\lambda^2(l_{gr}^2-l_m^2) \tag{9.11-1}$$

深度非弹性散射截面

$$\sigma_{\mathrm{DIS}} = \pi \lambda^2 (l_{\mathrm{m}}^2 - l_{\mathrm{cr}}^2) \tag{9.11-2}$$

融合反应截面

$$\sigma_{\mathrm{F}} = \pi \lambda^2 l_{\mathrm{cr}}^2 \tag{9.11-3}$$

3. 重离子反应总截面的计算

总反应截面的计算除了利用光学模型以外,最常用的方法有下面两种。

(1)经典公式

按半经典锐截止模型,由(9.11-1),(9.11-2)和(9.11-3)式,可得总反应截面

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \sigma_{\mathrm{D}} + \sigma_{\mathrm{DIS}} + \sigma_{\mathrm{F}} = \pi \lambda^2 l_{\mathrm{gr}}^2 \tag{9.11-4}$$

其中,擦边角动量 l_{gr} 相应于两个经典硬球刚刚擦边接触的轨道角动量,根据能量守恒,入射粒子的相对运动动能 E' 等于入射粒子和靶核刚接触时的库仑能 V_{c} 加上此时的相对运动动能 E'_{gr},即

$$E' = V_{\mathrm{c}} + E'_{\mathrm{gr}} \tag{9.11-5}$$

因为

$$E'_{\mathrm{gr}} = \frac{p'^2}{2\mu} = \frac{p'^2 R^2}{2\mu R^2} = \frac{l_{\mathrm{gr}}(l_{\mathrm{gr}} + 1)\hbar^2}{2\mu R^2} \tag{9.11-6}$$

式中,p' 为入射粒子与靶核接触时的相对运动动量,R 为道半径,μ 为折合质量,则由(9.11-5)和(9.11-6)式可得

$$l_{\mathrm{gr}}(l_{\mathrm{gr}} + 1) = 2\mu R^2 (E' - V_{\mathrm{c}})/\hbar^2 \tag{9.11-7}$$

由于 $\lambda = \dfrac{\hbar}{\sqrt{2\mu E'}}$,(9.11-7)式可写为

$$l_{\mathrm{gr}}^2 \lambda^2 \approx R^2 \left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right) \tag{9.11-8}$$

将此式代入(9.11-4)式,即得总反应截面的最后表达式

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \pi R^2 \left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right) \tag{9.11-9}$$

此式就是(9.9-58)式,其中 $V_{\mathrm{c}} = \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$。

(2)抛物线近似

按分波分析,总反应截面的表达式是

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) T_l \tag{9.11-10}$$

其中 T_l 是穿透系数。为了便于计算 T_l,在入射粒子与靶核的相互作用势 $V(r)$的峰值附近,"抛物线近似"方法采用倒置的抛物线来描述 $V(r)$,即

$$V_l(r) = V_l(R_l) - \frac{(\hbar\omega_l)^2}{2\hbar^2/\mu}(r - R_l)^2 \tag{9.11-11}$$

其中曲率参量

$$\hbar\omega_l = \hbar \left[\left(-\frac{1}{\mu} \frac{\mathrm{d}^2 V_l}{\mathrm{d}r^2} \right)_{r=R_l} \right]^{1/2} \tag{9.11-12}$$

R_l 是 $V_l(r)$为极大值时的 r 值,即由下式确定:

$$\left.\frac{\mathrm{d}V_l(r)}{\mathrm{d}r}\right|_{r=R_l} = 0 \tag{9.11-13}$$

对于这种抛物线型的势垒,可以得到穿透系数的简单表达式:

$$T_l = \{1 + \exp[2\pi(V_l(R_l) - E)/\hbar\omega_l]\}^{-1} \tag{9.11-14}$$

上述两种方法各有优缺点。利用经典公式计算特别简单,但它没有考虑势垒穿透效应,因而能量接近于势垒时是不适用的。抛物线近似是一种较好的方法,虽然比经典公式要麻烦些,但比光学模型要简单得多,而且计算结果当能量稍高于势垒时与光学模型所得结果相当一致,它的缺点主要表现在低能区域,由于抛物线近似使势垒略为变薄,因而低能区域的计算值稍为偏高。

4. 库仑激发

当入射粒子的能量低于库仑势垒时,由于库仑势垒的阻挡,入射粒子一般不可能很靠近靶核。当然也有可能穿透势垒与靶核作用,但这种概率很小,对于重离子入射,这种概率更小。这时,入射粒子与靶核之间一般不会有核力作用,只有库仑相互作用。这种核与核之间的库仑相互作用,可以使原子核激发,这叫库仑激发。因此,这种核反应不是核力作用引起的,而是电磁相互作用引起的,实质上可以把它看作是 γ 跃迁的逆过程。

早期研究库仑激发用的入射粒子绝大多数是 p,d,α 等轻离子。20 世纪 50 年代末开始用重离子来进行实验,显示出重离子的库仑激发具有很大优越性。它不但截面大,很少有其它核反应的干扰,而且能通过多次激发,产生较大角动量的激发能级。它是研究原子核的低激发能级的有力工具。

现在我们来讨论库仑激发截面。

令 $2a$ 为入射粒子与靶核对心碰撞最接近的距离,则

$$a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\mu v^2} \tag{9.11-15}$$

式中,Z_1 和 Z_2 是入射粒子和靶核的原子序数,μ 是折合质量,v 是入射粒子的相对运动速度。

引入一个物理量 η,通常叫它为索末菲(Sommerfeld)参量,或碰撞指数,定义如下:

$$\eta \equiv \frac{a}{\lambda} \tag{9.11-16}$$

将(9.11-15)式代入上式,得

$$\eta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \tag{9.11-17}$$

理论上用经典轨道近似计算库仑激发截面的条件是

$$\eta \gg 1 \tag{9.11-18}$$

此即要求 $a \gg \lambda$。当此条件满足时,可以利用经典轨道概念来处理。重离子的 λ 比轻离子短,所以条件(9.11-18)式对于重离子库仑激发比轻离子能更好满足,η 通常在 25～75 范围内。

理论上用微扰理论计算库仑激发截面的条件是碰撞时间 a/v 必须小于核的激发周期 $\tau = \frac{\hbar}{\Delta E}$,这里 ΔE 是靶核的激发能。若用 ξ 表示两者之比,即

$$\xi \equiv \frac{a}{v}\cdot\frac{\Delta E}{\hbar} \tag{9.11-19}$$

则此条件可表示为

$$\xi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}\cdot\frac{\Delta E}{2E'} < 1 \tag{9.11-20}$$

式中 E' 为入射粒子的相对运动动能。综合以上两个条件表明，对于库仑激发作近似计算，必须满足

$$\frac{\Delta E}{E'} \ll 1 \tag{9.11-21}$$

在条件 $\eta \gg 1$ 和 $\xi < 1$ 满足时，可以得到 EL 级和 ML 级多极矩激发的截面分别为

$$\sigma_{EL} = \eta^2 a^{-2L+2}\frac{B(EL)}{(Z_2 e)^2} f_{EL}(\xi) \tag{9.11-22}$$

$$\sigma_{ML} = \eta^2 a^{-2L+2}\frac{B(ML)}{(Z_2 e)^2} f_{ML}(\xi) \tag{9.11-23}$$

式中 $B(EL)$ 和 $B(ML)$ 是约化跃迁概率，函数 $f(\xi)$ 一般有表可查。

对于 $\xi \ll 1$，

$$f_{E2} = 1 \tag{9.11-24}$$

实验测得库仑激发截面后，利用(9.11-22)和(9.11-23)式即可求得约化跃迁概率 B，从而可以与理论计算的 B 值进行比较。结果表明，对于 $E2$ 情形，实验 B 值比用单粒子模型计算的 B 值要大得多。这说明 $E2$ 型库仑激发和 $E2$ 型 γ 跃迁一样是与原子核的集体运动相联系的。

实验研究库仑激发主要通过两个途径。一是测量非弹性散射粒子，二是测量库仑激发后的退激 γ 辐射或内转换电子。通过非弹性散射截面的测定可以直接得到激发截面，而与衰变方式无关。通常都是测量出射角 θ 接近 180°方向的散射粒子，因为这时库仑激发概率最大，而弹性散射概率最小。通过退激 γ 辐射的能量、强度和角分布的测量，可以得知能级的能量、激发概率和跃迁的多极性等。

5. 弹性散射和非弹性散射

卢瑟福散射是核力作用范围之外的一种弹性散射。核与核之间作用的库仑位垒高度

$$V_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}$$

其中 Z_1, Z_2 分别是两个原子核的电荷数；R 是两个核的半径之和，即 $R = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$；$A_1$ 和 A_2 分别为两个核的质量数。

当两个碰撞的原子核的相对运动动能 E' 小于库仑位垒高度时，原子核除了库仑激发和以一定概率穿透势垒引起核反应之外，主要是在库仑场中弹性散射，这种库仑散射截面称为卢瑟福散射截面 σ_R。入射粒子与靶核不同时的卢瑟福散射微分截面在质心系中的表达式为

$$\sigma_R(\theta_c) = \frac{b^2}{16\sin^4(\theta_c/2)} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 E'}\right)^2 \frac{1}{16\sin^4(\theta_c/2)} \tag{9.11-25}$$

式中，θ_c 是质心系中的散射角，$b = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 E'}$ 是两个原子核对心碰撞最接近的距离。可以看到，库仑散射的微分截面与两个核电荷的乘积平方成正比，与相对运动动能 E' 的平方成反比。截面与散射角之间有更强烈的依赖关系，散射角越小，截面越大。图 9-35 表示 α 粒子在 ^{197}Au 上的库仑散射角分布，由图可见，小角度与大角度的截面之比高达 10^5。通常，卢瑟福散射截面

在实验室系中可简化作下式：

$$\sigma_R(\theta_L) = 1.296\left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 E}\right)^2\left[\csc^4\left(\frac{\theta_L}{2}\right) - 2\left(\frac{m_a}{m_A}\right)^2\right] \tag{9.11-26}$$

式中，θ_L 为实验室系中的散射角，E 为入射粒子的能量(以 MeV 为单位)，m_a 和 m_A 为入射粒子和靶核的质量，$\sigma_R(\theta_L)$的单位是 $mb\cdot sr^{-1}$。

入射粒子与靶核相同时的库仑散射称为莫特(Mott)散射，这时应考虑全同粒子效应，它的微分截面在质心系中的表达式是

$$\sigma(\theta_c) = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{Z^4 e^4}{16E'^2}\left\{\csc^4\left(\frac{\theta_c}{2}\right) + \sec^4\left(\frac{\theta_c}{2}\right) + \frac{(-1)^{2I}}{2I+1}\csc^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right)\sec^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right)\cos^2\left[\frac{Z^2 e^2}{\hbar v}\ln\left\{\tan^2\left(\frac{\theta_c}{2}\right)\right\}\right]\right\} \tag{9.11-27}$$

式中，I 是粒子的自旋，v 是粒子的相对运动速度。

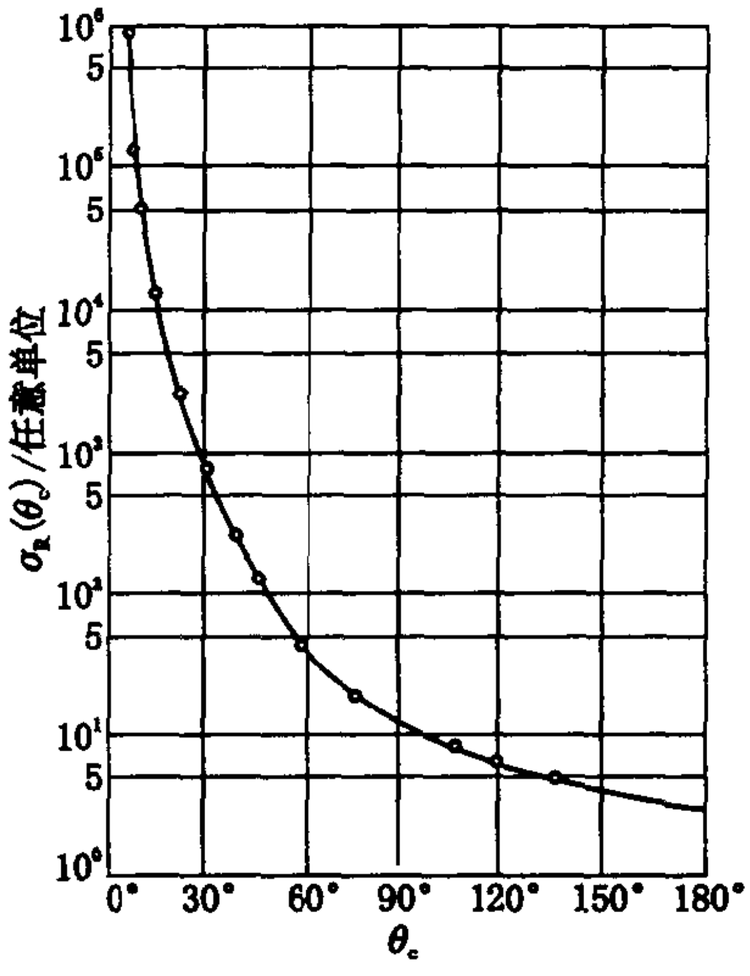


图 9-35 α 粒子在 ^{197}Au 上的库仑散射角分布

下面，让我们讨论能量超过库仑势垒的散射，此时弹性散射的微分截面出现振动变化。图 9-36 表示能量为 10 $MeV\cdot A^{-1}$ 的 ^{20}Ne 在 ^{197}Au 上的弹性散射角分布。由图可见，在小角度时，弹性散射截面接近于卢瑟福散射截面，但有起伏变化，在大角度时，弹性散射截面比卢瑟福散射截面小很多。实验表明，在重靶核上的弹性散射角分布都有与图 9-36 中所示相类似的特征。对于这类弹性散射，数学上处理比较简单而又与实验符合较好的理论是锐截止模型。此模型认为，对于入射的各 l 分波，存在一个 l'，$l \leqslant l'$ 的分波完全被核吸收，$l > l'$ 的分波完全不吸收，后者给出卢瑟福散射。l' 相应于经典的两个硬球刚刚接触时的轨道角动量，即擦边角动量 l_{gr}。

锐截止模型只有 l' 一个参量，由理论和实验的最佳拟合可以求得 l'，再利用(9.11-7)式可以定出 R。

图 9-36 中的曲线是用锐截止模型拟合的理论曲线，参量 $l' = 112$。由图可见，对小角度，理论和实验符合较好。而在大角度时，理论和实验不相符合，理论曲线高于实验点，而且上下起伏。

锐截止模型的粗糙性在于：在 $l \leqslant l'$ 时忽略了核表面折射率突然改变所引起的反射和核势引起的散射，而在 $l > l'$ 时，忽略了由于势垒穿透所引起的吸收。

后来有人用相移分析方法对锐截止模型进行改进，通过理论与实验的比较，不但可以定出 R，而且可以定出核表面厚度 t。

处理散射较好的理论是光学模型，由实验可以定出一套光学模型参量，从而可以与由其它类型实验所得的参量进行比较。

在非弹性散射中，靶核或出射粒子处于激发态。因此，库仑激发实际是一种非弹性散射。但是，通常所说的非弹性散射是由核力作用引起的靶核激发或出射粒子的激发。与轻粒子反应类似，对非弹性散射的研究，除了可以获得反应机制的知识外，还可获得原子核激发能级的知识。

6. 少数核子的转移反应

入射粒子与靶核之间发生一个或多个核子的转移或交换的反应，统称为转移反应。一两个核子的转移反应是表面相互作用的重要过程。在这种转移反应中，能量交换一般不大。因此，它的运动轨道近似地可用经典的库仑碰撞来描述。

下面仅就少数核子转移反应的表面性质进行讨论。

由经典力学可得，碰撞参量与散射角之间有以下关系：

$$\rho = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E'}\cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \tag{9.11-28}$$

式中，E'是入射道的相对运动动能，θ 是质心系散射角。可见 ρ 越小，θ 越大(见图 9-37)。弹靶核最接近的距离是

$$d_{\min} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E'}\left[1+\csc\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \tag{9.11-29}$$

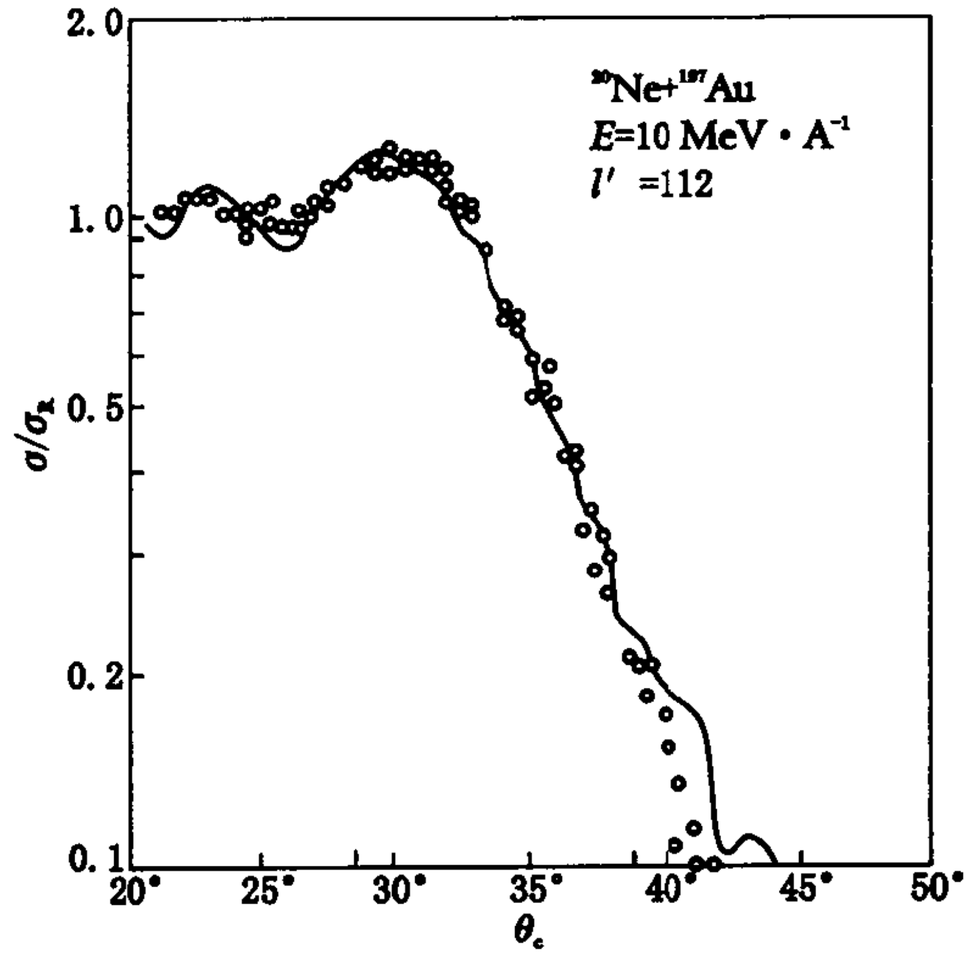


图 9-36　10 MeV·A^{-1} 的^{20}Ne 在^{197}Au 上的弹性散射角分布

实验测得转移反应^{197}Au(^{14}N,^{13}N)^{198}Au 在各种质心系能量下的角分布如图 9-38 所示。由图可见，入射粒子能量增大时，角分布的峰向小角度方向移动，角分布最大值处的 θ 与一定的碰撞参量 ρ 和一定的最接近距离 $d_{\min}$ 相对应，用 E'和 θ 代入(9.11-29)式可算出 $d_{\min}$。对应于各条曲线的峰值 θ，发现 $d_{\min}$ 接近于同一数值，$d_{\min}\approx 1.27\times10^{-12}$ cm，相当于 $r_0\approx 1.55$ fm。这表明单核子转移反应发生在原子核的表面。

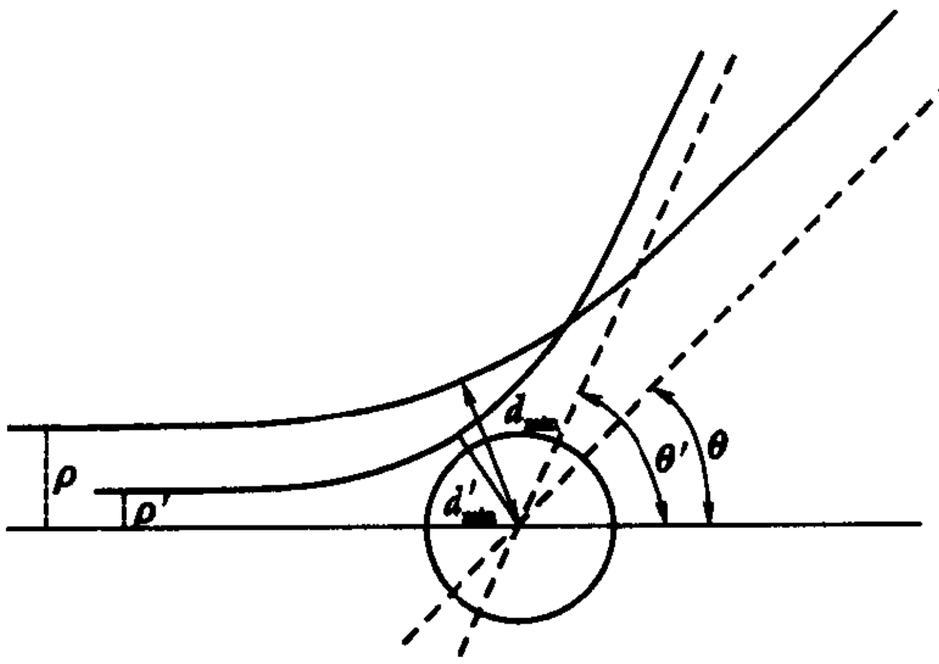


图 9-37　散射角随碰撞参量的变化

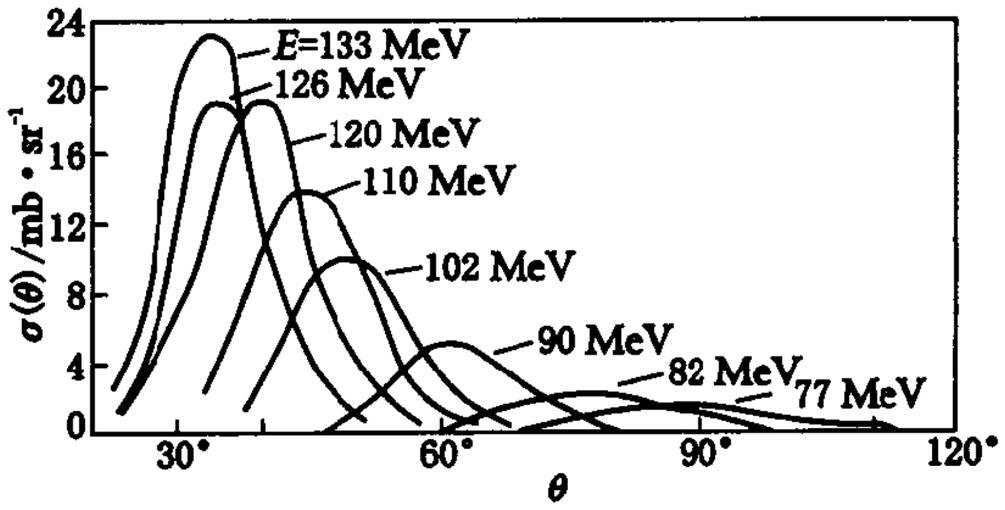


图 9-38　^{197}Au(^{14}N,^{13}N)^{198}Au 反应的角分布

转移反应中，一般转移一个核子的截面最大，随着转移核子数的增多，截面逐渐变小。关于多个核子的转移反应，一般认为不是直接作用过程，而是属于深度非弹性散射的范畴。

7. 深度非弹性反应

随着碰撞参量的减小，入射粒子和靶核之间的核力相互作用加强，致使两者可以暂时粘连在一起，这种系统通常称为中间复合体。它的发展前途一般只有两条：要么逐渐缩小形变，使两者完全融合在一起，导致复合核的形成；要么逐渐增大形变，导致重新分裂成两块碎片，这就是深度非弹性反应。所以，深度非弹性反应是介于直接反应和复合核反应之间的中间过程。直接反应的作用时间最短，约 10^{-22} s；复合核反应的作用时间最长，约($10^{-18}\sim10^{-15}$)s，深度非弹性反应的作用时间介于两者之间。中间复合体是系统由非平衡到统计平衡的过渡阶段。系统由非平衡达到统计平衡的过程称为“弛豫”。中间复合体的各种自由度都有弛豫特征，但具有不同的弛豫特征时间。实验结果表明：中质比自由度 N/Z 弛豫时间最短，在中间复合体中已经完全弛豫，达到平衡值$\frac{N_1+N_2}{Z_1+Z_2}$，而形状自由度和质量非对称自由度达成平衡的时间最长。一般情况下，在中间复合体重新分裂前，它们都不能达到完全弛豫。所以，深度非弹性反应的产物一方面反映出具有一定的统计性质，另一方面也部分地保留了入射道的特点。

图 9-39 表示深度非弹性反应的典型的实验结果。实验用 280 MeV 的^{40}Ar 轰击^{58}Ni，在出射角为 18°(接近擦边角)处探测到的钾同位素产额在 A-E_{lab} 平面上的分布，A 是钾的质量数，E_{lab}是钾的实验室系动能，对相等的计数连成同一条曲线。由图可见，钾按其能量可分为高低能两组：高能组在 240 MeV 处计数成峰，它是由准弹性反应造成的；低能组在 160 MeV 附近对应三种质量呈现三个峰，它是由深度非弹性反应造成的。为什么深度非弹性反应粒子的能量要比准弹性反应粒子的能量低得多？维辛斯基(J. Wilczynski)首先对此现象作了解释，提出了一张著名的维辛斯基图，见图9-40。他认为，根据经典轨道概念，入射粒子与靶核之间的碰

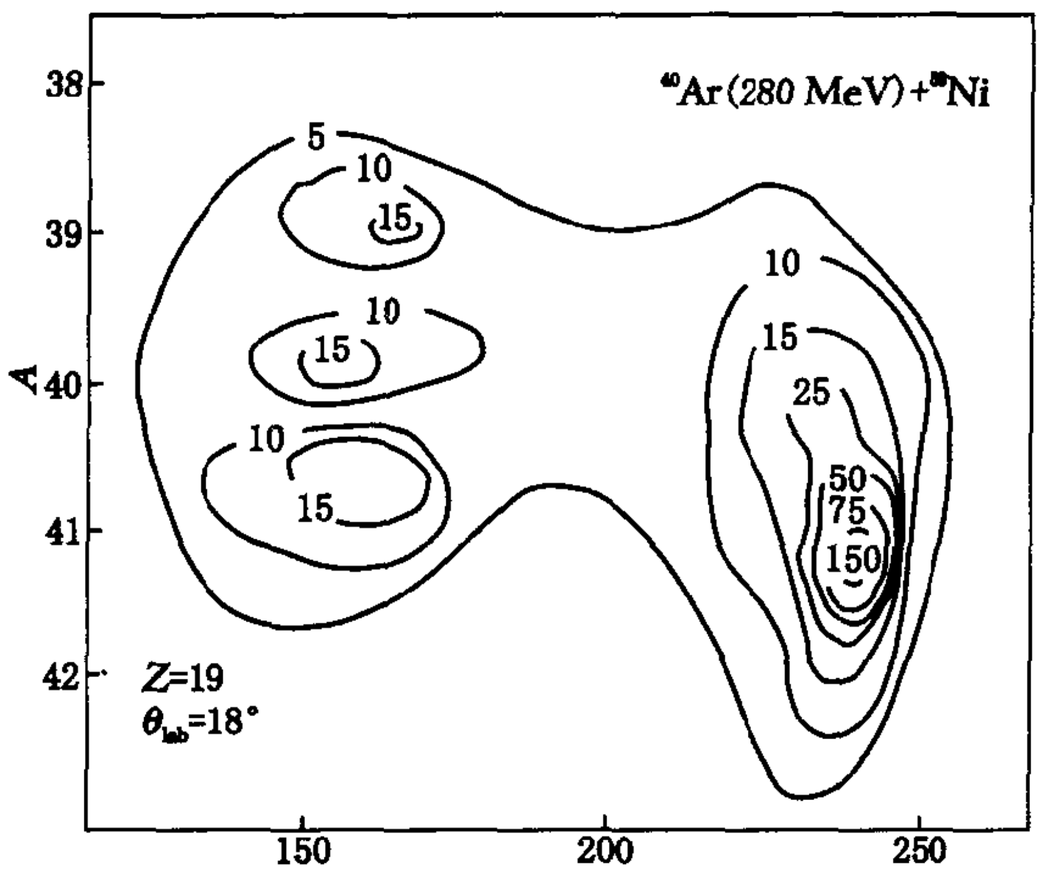


图 9-39 ^{40}Ar(280 MeV) + ^{58}Ni 反应的钾同位素产额分布

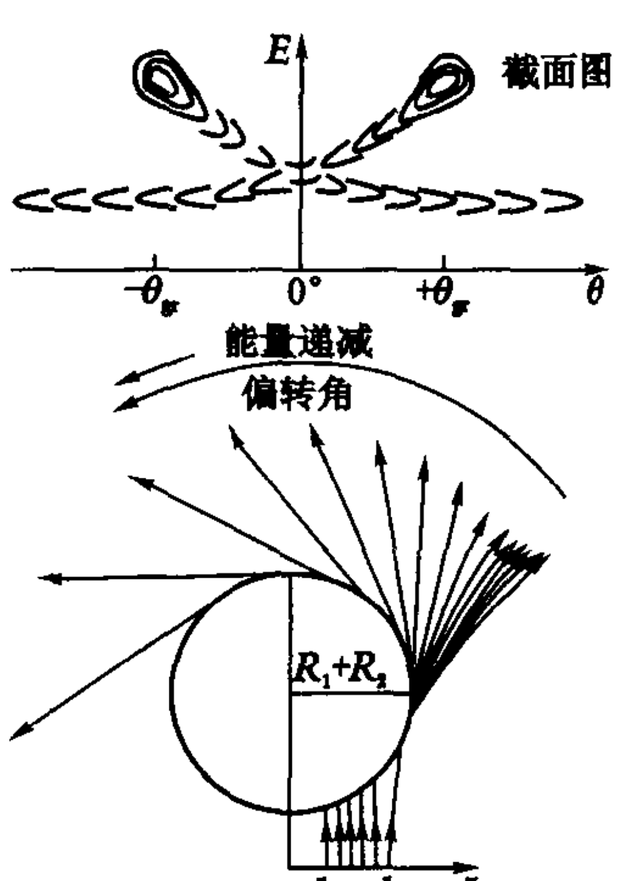


图 9-40 维辛斯基图：深度非弹性散射

撞参量 ρ 从擦边距离ρ_{gr}开始，核力开始起作用，此时对应的散射角 θ_{gr}称为擦边角。随着 ρ 的减小，核力作用越来越强，轨道越向小角度弯曲，最后偏向负角度，如图中的下半部分所示。这表示随着 ρ 亦即 l 的减小，入射粒子与靶核相互作用的时间增加。由于两者之间存在着摩擦

力,进一步增加了相互作用的时间,这种摩擦力使入射粒子的相对运动动能被阻尼,转化为原子核内部的激发能。l 越小,相切的时间就越长,摩擦力就越大,从而入射粒子的动能转移就越多。图中的上半部分表示截面在出射粒子能量和出射角组成的平面上的分布。由图可见,在出射角 $\theta=\theta_{gr}$ 时,出射粒子能量有高低两组,高能组对应正角,低能组对应负角。高能组对应于擦边而过的粒子,其相对运动动能基本没有损失;低能组对应于负偏角粒子,此时入射粒子与靶核相切时间长,动能损失大,所以低能组的能量比高能组要小得多。

深度非弹性反应是重离子引起的一种特殊反应机制,在轻离子引起的核反应中是不存在的。对深度非弹性反应机制的研究能够揭示重离子核反应过程的动力学效应,特别适合研究多个自由度的弛豫现象,获得一个非平衡核态过渡到平衡核态的详细信息。

8. 全融合反应

全融合反应是比复合核反应更为广泛的一个概念,它既包括复合核过程,也包括下述过程:当入射粒子与靶核形成中间复合体后,在向平衡态发展过程中,可以发射粒子,而后再过渡到统计平衡。所以,全融合截面一般要比复合核截面大,但是,为了讨论简便起见,不妨假设复合核截面等于全融合截面。

(1)全融合截面

全融合截面 σ_F 的计算是人们很感兴趣的一个问题,因为如果全融合截面大,人们企图通过复合核合成超重元素的希望也就比较大。按锐截止模型,全融合截面可以表示如下:

$$\sigma_F = \pi\lambda^2\sum_{l=0}^{l_\sigma}(2l+1)\approx\pi\lambda^2 l_{cr}^2 \tag{9.11-30}$$

这就是前面的(9.11-3)式。此式表明,$l\leqslant l_{cr}$ 的分波全部形成复合核,$l>l_{cr}$ 的分波对复合核完全没有贡献。根据锐截止模型,临界角动量 l_{cr} 是限制全融合截面的唯一参量。早期的理论认为,临界角动量的大小只决定于复合核本身的性质,而与复合核的形成方式无关。

最早是用转晕(yrast)能量的概念来估算临界角动量的。转晕能量 E_{yr} 是指一个给定角动量的原子核的最低激发能。角动量量子数 l 较大的情况下,转晕能量可近似地表示为转动能 E_R,即

$$E_{yr}\approx E_R=\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}} \tag{9.11-31}$$

其中 $\mathcal{J}$ 为原子核的转动惯量。

复合核的激发能 E^* 通常由两部分组成:

$$E^*=E_T+E_R \tag{9.11-32}$$

E_T 称为热能。可见,复合核的激发能总是大于或等于转动能,即

$$E^*\geqslant\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}=E_{yr} \tag{9.11-33}$$

如果转晕能量比复合核的激发能还高,则具有这种角动量的复合核是不能形成的,因此角动量受到转晕能量的限制,即临界角动量 l_{cr} 的上限由转晕能量所决定。

这种理论在定量上与实验符合得不好。后来发现,临界角动量不仅受复合核性质的限制,而且更受到入射道特性的限制。实验表明,通过不同入射道所形成的相同激发能的复合核,其临界角动量有很大差别。对于入射粒子和靶核不全是很重($Z_1Z_2<2000$)和入射能量不是很

高($E<3V_F$,V_F 为融合反应阈)的情形,临界角动量总的变化趋势是:Z_1Z_2 越大,l_{cr}越大;入射能量越高,l_{cr}越大。对此情形,提出了一些理论计算,与实验结果符合较好。例如,有人从分析实验数据半经验地提出所谓临界距离 d_{cr},认为入射粒子与靶核之间的中心距离达到临界距离时,就会发生融合反应,否则就不发生。临界距离可表示为

$$d_{cr} = r_{cr}(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \tag{9.11-34}$$

其中,A_1 和 A_2 分别表示入射粒子和靶核的质量数 r_{cr}称为临界距离参量,实验得出:

$$r_{cr} = (1.00 \pm 0.07)\ \text{fm} \tag{9.11-35}$$

但是,对于入射粒子与靶核全是很重的情形,实验测得的临界角动量变得很小,与理论计算分歧很大。例如,$^{84}Kr + ^{186}W$ 反应,实验测得的全融合截面与整个反应截面相比,几乎可以忽略不计。由此可以看出,通过复合核反应来合成超重元素将会遇到截面很小的困难。

当入射粒子不太重时,有人根据^{12}C,^{16}O,^{20}Ne 和^{40}Ar 轰击^{238}U 的实验,对复合核的形成截面 σ_{CN}总结出下面一个经验公式:

$$\sigma_{CN} = \frac{\sigma_r}{1 + 0.03A_1} \tag{9.11-36}$$

其中 A_1 是入射离子的质量数。由(9.11-36)式可见,复合核的形成截面在反应截面 σ_r 中所占的比例,只与入射粒子的种类有关,而与靶核的种类和入射粒子的能量无关。看来,这是过分简化了,对于像氮和氩这样较重的入射粒子,实验表明 σ_{CN}远比(9.11-36)式给出的要小。

(2)复合核的衰变

(i)中子蒸发

对于中等质量的复合核的衰变,发射中子的概率占优势。下面来讨论这种情形。

设 $P(E^*,x)$为激发能等于 E^* 的复合核恰好蒸发 x 个中子的概率,则重离子引起的发射 x 个中子的反应(HI,xn)的截面为

$$\sigma(\text{HI},x\text{n}) = \sigma_{CN}P(E^*,x) \tag{9.11-37}$$

根据杰克逊(Jackson)的简化的蒸发中子计算公式

$$\left.\begin{aligned} P(E^*,x) &= I(\Delta_x,2x-3) - I(\Delta_{x+1},2x-1) \\ I(z,n) &= \frac{1}{n!}\int_0^z x^n e^{-x}\,dx \\ \Delta_x &= \frac{1}{T}\Big(E^* - \sum_{i=1}^{x} B_i - E_R\Big) \end{aligned}\right\} \tag{9.11-38}$$

式中,T 是核温度,B_i 是第 i 个中子在复合核中的结合能,E_R 是转动能,$E_R = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mathcal{J}}$。图 9-41 表示(HI,$x$n)反应的典型激发曲线。图中实线是按(9.11-37)式计算的理论曲线,它呈现出具有宽度较大的峰,峰的半高宽一般为 10 MeV 左右。在峰值附近,理论与实验能很好符合;在曲线的高能端,实验值(如图中虚线所示)通常大于理论值,这似乎表明(HI,xn)反应不是完全通过复合核过程产生的,而应包括平衡前发射中子的贡献。

(ii)复合核的裂变

对于重的复合核,激发能超过裂变势垒时,由于裂变的竞争,蒸发中子的截面变小,但它的激发函数仍具有如图 9-41 相类似的形状,此时,蒸发中子的截面公式应修改为

$$\sigma(\mathrm{HI},x\mathrm{n}) = \sigma_{\mathrm{CN}} \prod_{i=1}^{x} \left(\frac{\Gamma_{\mathrm{n}}}{\Gamma_{\mathrm{n}} + \Gamma_{\mathrm{f}}}\right)_i P(E^*, x) \tag{9.11-39}$$

式中，Γ_{n} 和 Γ_{f} 分别为复合核能级的中子宽度和裂变宽度，它们都是激发能 E^* 的函数。

利用(9.11-39)式，可以得到裂变截面 σ_{f} 的表达式：

$$\sigma_{\mathrm{f}} = \sigma_{\mathrm{CN}}\left[1 - \sum_{x=1}^{x_{\mathrm{m}}} P(E^*, x) \prod_{i=1}^{x} \left(\frac{\Gamma_{\mathrm{n}}}{\Gamma_{\mathrm{n}} + \Gamma_{\mathrm{f}}}\right)_i\right] \tag{9.11-40}$$

式中 x_{m} 是复合核可能蒸发中子的数目的最大值。

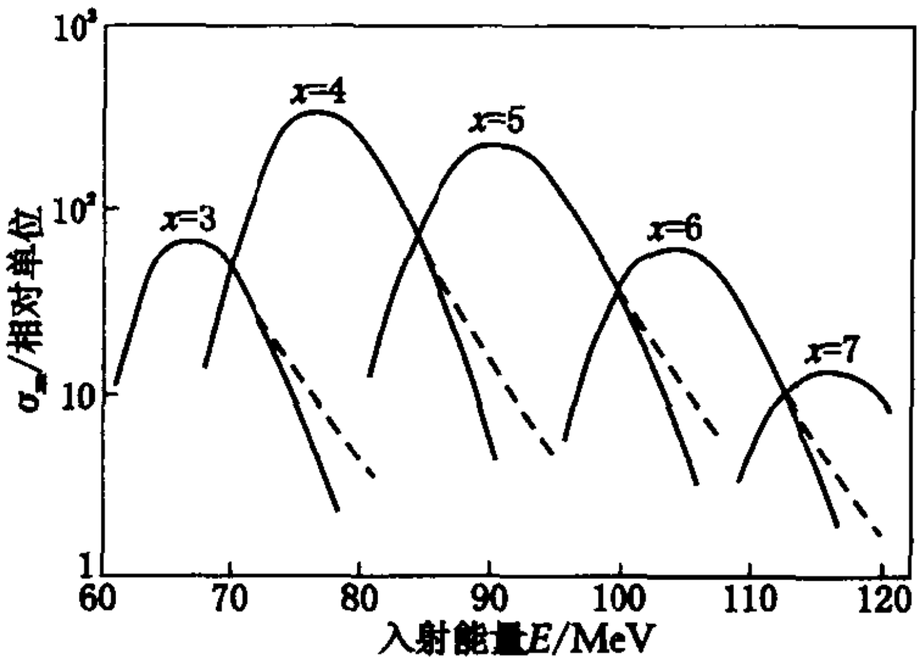


图 9-41 (HI,xn)反应的激发曲线

(iii)γ 退激

当复合核的激发能变低时，γ 退激的概率增大。激发能低于中子结合能和裂变势垒时，γ 退激通常成为唯一的衰变方式。

重离子核反应所形成的原始复合核具有高的激发能和大的角动量。通过几次级联中子蒸发可将激发能降低，而复合核的角动量却减少不多。有人计算过每个中子平均带走的角动量 $\bar{l} \approx (2\sim4)\hbar$。因此，蒸发 4 个中子时最多只能带走十几个 $\hbar$ 的角动量，而原始复合核的角动量比这个数要大得多(见表 9-2)。所以，复合核蒸发中子后还留下很大的角动量，往往可以形成大角动量的激发态。随后发生的级联 γ 退激是具有大角动量态之间的跃迁，测量这种跃迁的 γ 多重性对核理论的研究是重要的。

复合核的衰变除了上述几种方式外，当激发能较高时，尤其对于轻核，发射质子和 α 粒子的概率也相当大。关于这些衰变方式这里就不一一讨论了。

§9.12 放射性核束及其引起的核反应①

前面，我们讨论过的核反应都是利用自然界存在的稳定核素作为炮弹引起的。不难想象，随着放射性核束(Radioactive Nuclear Beams 缩写 RNB)的产生和应用，人们可以极大地扩展可利用的炮弹种类，观察到更为丰富的新的核反应实验现象，产生更多更加远离 β 稳定线的新核素，并且通过对它们的性质和内部结构的研究，更加严格地检验现已建立的核结构和核反应的理论模型，从而深化人们对核相互作用力和原子核内部运动规律的认识。

1. 放射性核束的产生

放射性核束的产生既是核反应研究成果的实际应用，又是核结构、核反应研究进入一个新阶段的重要标志之一。一般讲，任何一种产生放射性核束装置都包括放射性核素的产生和放射性核素束流的形成两个相继过程。两个过程的特性决定放射性核束装置的优点和不足。

---

① The ISO Spin Laboratory. Research opportunities with Radioactive Nuclear Beam, LALP 91-51.
The SPIRAL Radioactive Ion Beam Facility. GANIL R9402, May 1994.
RI Beam Factory. RIKEN Accelerator Research Facility. Aug, 1994.

任何放射性核素的产生通常都需要不同的核反应过程。早期，人们只能利用低能的轻粒子引起的核反应。显然，这类核反应过程不可能产生非常远离β稳定线的反应产物。新一代放射性核束装置几乎都是或利用高能（约1 GeV）、强流（几十 mA，甚至更高）的轻粒子在重靶引起散裂（Spallation）反应或用中、高能（几十至 1000 MeV/A）重离子引起的弹核碎裂（projectile fragmentation，缩写为 PF）或靶核散裂反应。图 9-42 显示分别由 40 MeV，156 MeV，1 GeV和 24 GeV 质子以及 77 MeV/A ^{12}C 在 ^{238}U 靶上发生反应产生 Rb 各种同位素的截面。从对于不同能量质子束相应曲线看出，为了产生宽的 Rb 同位素分布，增加至 GeV 的能量是必要的。同时看到利用中能重离子束产生非常远离β稳定线同位素是十分有效的。图 9-43 给出 60 MeV/A ^{18}O 轰击 ^{9}Be 靶时，从实验观测到的弹核碎裂产物的分布。因为这里使用的弹核是氧的最丰中子稳定同位素 ^{18}O，所以非常有利于产生比氧更轻的接近中子滴线的极丰中子核素。图 9-43 是在一定磁谱仪磁刚度取值下，鉴别出的产物在 *A-Z* 平面内的分布，横、纵坐标分别是以道数表示的飞行时间和能量损失。^{8}He，^{11}Li 和 ^{14}Be 等轻的中子滴线核十分清楚地被观察到。当然，根据所感兴趣的放射性核素不同，为了得到最高的产额，需要选择最佳的弹靶体系。

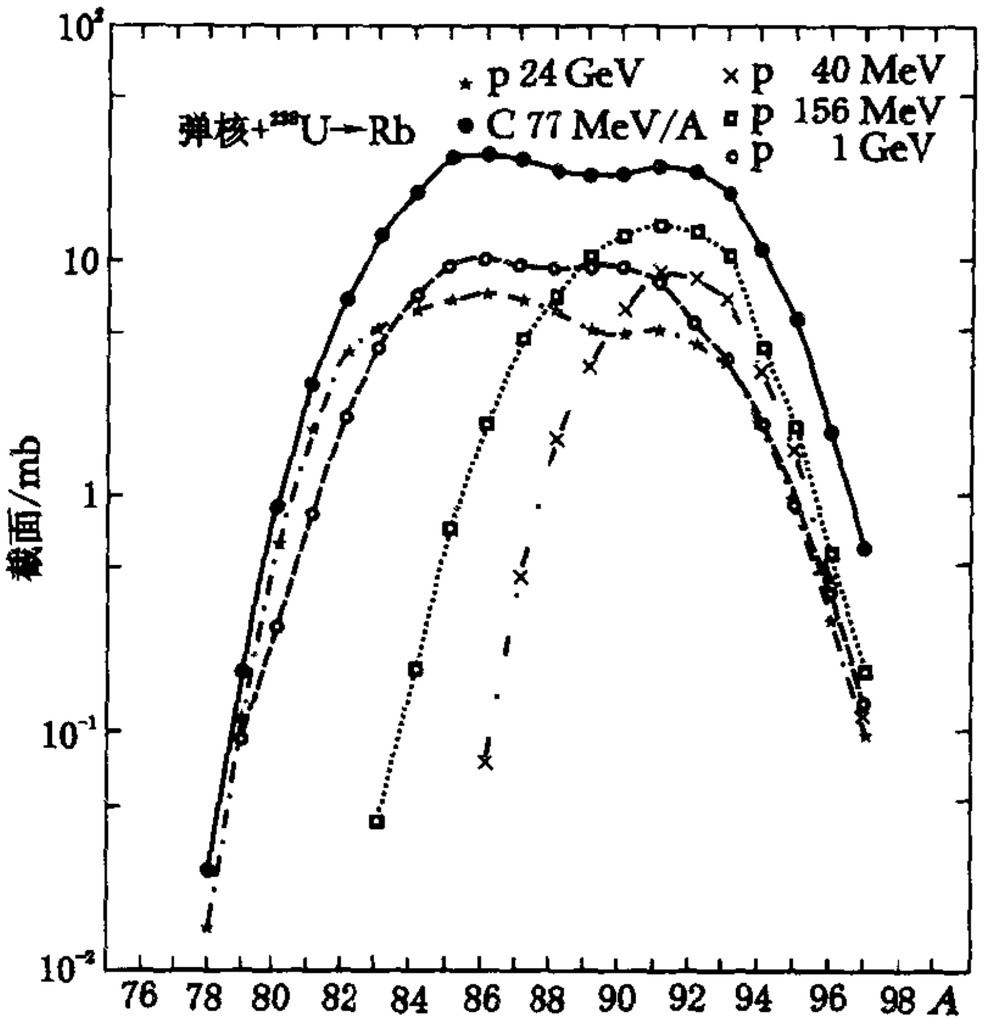


图 9-42　多种能量质子和 77 MeV/A ^{12}C 轰击 ^{238}U 生成 Rb 同位素的截面

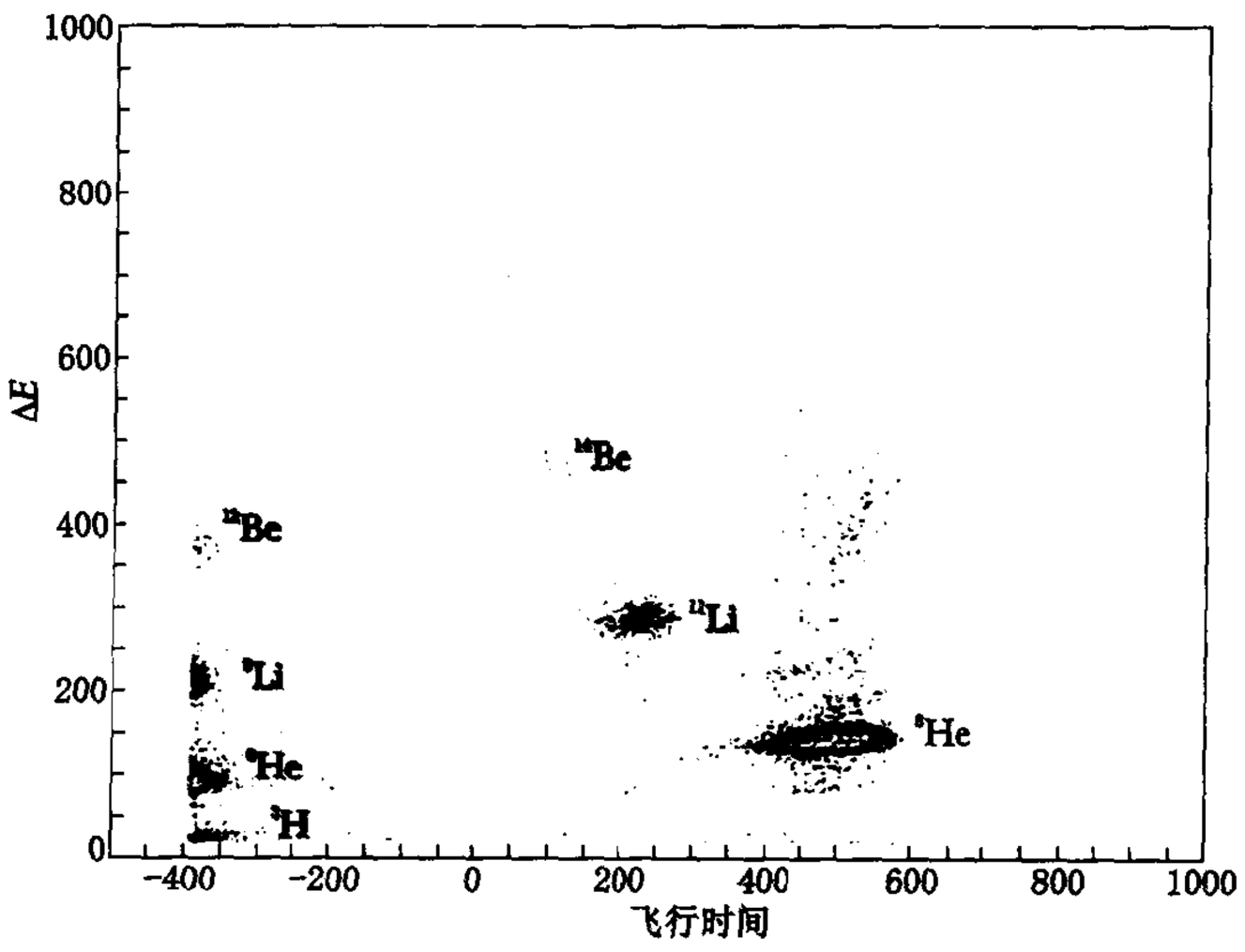


图 9-43　60 MeV/A $^{18}O+^{9}Be$ 产生的 ^{8}He 放射性束流

关于如何将核反应产生的放射性核素有效地加工成品质好的束流，一种方法是所谓的在线同位素分离器(Isotope Separator On Line，缩写为 ISOL)加后加速的办法，通常称为 ISOL 方法。在这种方法中，核反应产物在足够厚的靶介质中热化、扩散并从靶介质表面解吸附出来，紧接着立即被输运到离子源内，被电离成离子后提取成束流，然后由同位素分离器在线分离出感兴趣的放射性核束，最后经后加速系统将其加速到所需的能量。另一种方法只适用于中高能重离子束在靶上引起弹核碎裂反应以产生放射性核素的情形，通常称为 PF 方法。因为弹核碎裂反应是一种周边碰撞，产物具有弹核的大部分动量，在接近入射束的方向发射，利用电磁器件收集并按原子序数和质量数挑选出所需的放射性核束。这两种方法各有优缺点。用 ISOL 方法，人们能够获得更高的 RNB 流强。这得益于轻粒子初级束流要比重离子束流强许多，并且允许使用厚得多的靶。而且，因为对分离出的所需放射性核束的加速采用如重离子加速器相同的方法，所以所得 RNB 的品质十分优越，改变束流的能量也比较容易。它的主要缺点有两个：一是初级核反应的次级产物在靶介质中扩散和解吸附以及在离子源中电离过程需要一定的时间，其间放射性核素会有明显的衰变损失，从而在原则上限制了产生非常短(如几 μs)寿命的放射性核素束流；其次是次级产物在靶介质中的扩散、解吸附和在离子源中的电离过程具有强的元素相关性，这就使将放射性核素形成束流的效率与元素相关。当然，从另一角度看，这种元素相关性有可能大大提高 RNB 的纯度。另一种形成 RNB 的方法，即用电磁器件直接收集、分离由中、高能重离子产生的弹核碎裂产物，并形成束流的 PF 方法，其突出的优点是“快速”和与所选择放射性核束的元素性质无关。它不需要后加速，且因不存在 ISOL 方法中靶-离子源体系引发的复杂问题，在运行时变得更为简便和可靠。当然，这些优点是以产生的 RNB 流强更低、品质更差(具有更大的能散度、杂质沾污和更大的发射度)为代价的。容易看出：这两种形成 RNB 的方法是互补的，对这两种方法的比较和选择主要取决于所要研究的物理问题。一般来说，PF 方法适合于研究 RNB 本身性质和在明显高于库仑势垒能区的核反应机制，而 ISOL 方法更适合于低能(≤20 MeV/A)核反应研究，因而十分有利于通过低能核反应产生特定核素的核结构研究和核天体物理中的关键核反应的研究。为了覆盖 RNB 的宽阈能区，在高能强流质子加速器或中高能重离子加速器上同时建立 PF 和 ISOL 两种形成 RNB 的装置是必要的。事实上在法国 GANIL，除了已经建成并投入运行的 PF 装置外，现又正建造中能重离子的 ISOL 装置，从而使产生 RNB 覆盖 1.8 MeV/A～90 MeV/A 很宽的能量范围。

2. RNB 引起的核反应

与稳定核束引起核反应一样，研究 RNB 引起的核反应具有两方面的意义。一方面是通过核反应来研究核相互作用力、核反应机制和核反应动力学本身。另一方面是用核反应作为有力工具来研究原子核的内部结构，特别是对于质子和中子滴线核的核结构研究，RNB 核反应更是不可替代的工具。事实上，过去人们利用重离子诱发的熔合蒸发反应(HI，xn)产生 β 稳定线附近的缺中子核素，对它们的核结构研究，特别是在高激发态、高自旋核态和大形变的研究领域，取得了诸如发现回弯现象、热核巨共振和超形变态等重要成果。但是，由于使用的弹核只局限于稳定核，使得对远离 β 稳定线核结构的研究受到很大限制，难以实现对于滴线附近原子核性质的研究。RNB 引起的核反应可以产生非常长的同位素链或同中子素链直至中子或质子滴线核，必将极大地丰富人们对原子核性质的研究，使得对新幻数、新形变区、新激发模式和衰变方式以及新的奇异形变等方面的研究成为可能，有望在核结构研究领域出现新的突

破。本节仅限于讨论 RNB 引起核反应本身。

与稳定核束引起的核反应相比,RNB 产生的核反应具有如下特性:

i)同位旋可以作为一个能在宽范围内变化的参量,可以研究核相互作用势、核反应机制及动力学行为随同位旋变化的规律。

ii)反应 Q 值容易实现在大范围内变化,特别是在由滴线核引起核反应中,反应 Q 值可达几十 MeV。

iii)外层核子结合能容易在较大范围内变化。与此有关,现已发现有些滴线丰中子核具有十分扩展的中子分布,即所谓中子晕。利用这种扩展的中子皮、中子晕特殊分布,可以观测核反应机制及核反应动力学过程中的特殊效应。

下面,作为一些例子,介绍在几种核反应过程中 RNB 的特殊作用。

1)弹性和非弹性散射

对于核反应的光学模型研究,核子和轻核在不同靶上发生的弹性散射扮演着重要角色。这是因为理论上对弹性散射过程已经有了较为清楚的了解,通过由核子和稳定轻核在不同靶核上引起弹性和准弹散射的角分布测定,抽取出各种反应体系在不同能量下的光学模型势。目前已经建立起光学模型数据库,并将其与微观模型比较,获得了有关原子核结构和核子-核子作用力的基本信息。然而,光学势的同位旋相关性至今研究不多,RNB 装置能够提供质量数一定而同位旋值在宽范围内变化的束流,对于它们产生弹性散射的系统研究必能获得详细的有关光学势依赖同位旋的信息。从而,进一步检验弹性散射的光学模型并将其扩展至极端同位旋值范围。

非弹性散射可以激发各种类型的激发态。它适合于研究远离 β 稳定线原子核的激发态和共振态,特别是不稳定核的巨共振和研究原子核转动和振动引起的第一集体运动 2^+ 态。利用同位素链的不稳定核束进行系统研究将会提供接近滴线原子核结构的变化。

作为 RNB 弹性散射的例子,我们例举 ^{6}He 在 ^{12}C 靶上的弹性散射①。图 9-44 中带误差棒的点代表 9.9 MeV ^{6}He 在 ^{12}C 靶上的弹性散射角分布实验数据,图中实线、虚线和点虚线则是光学模型计算结果,所用光学势参量分别选用最初用于最佳拟合 ^{8}Li,^{6}Li 和 ^{4}He 与 ^{12}C 弹性散射数据的光学势参量。可以看出利用 ^{8}Li 和 ^{6}Li 的光学势参量与 ^{4}He 所用参量相比,对 ^{6}He + ^{12}C 的实验弹散角分布有更好的拟合,但是与光学模型计算相比 ^{6}He + ^{12}C 的实验数据随角度增加而更快下降,而且没有振荡现象出现,说明为拟合 9.9 MeV ^{6}He 在 ^{12}C 靶上的弹性散射角分布实验数据尚无合适的光学势参量可用。

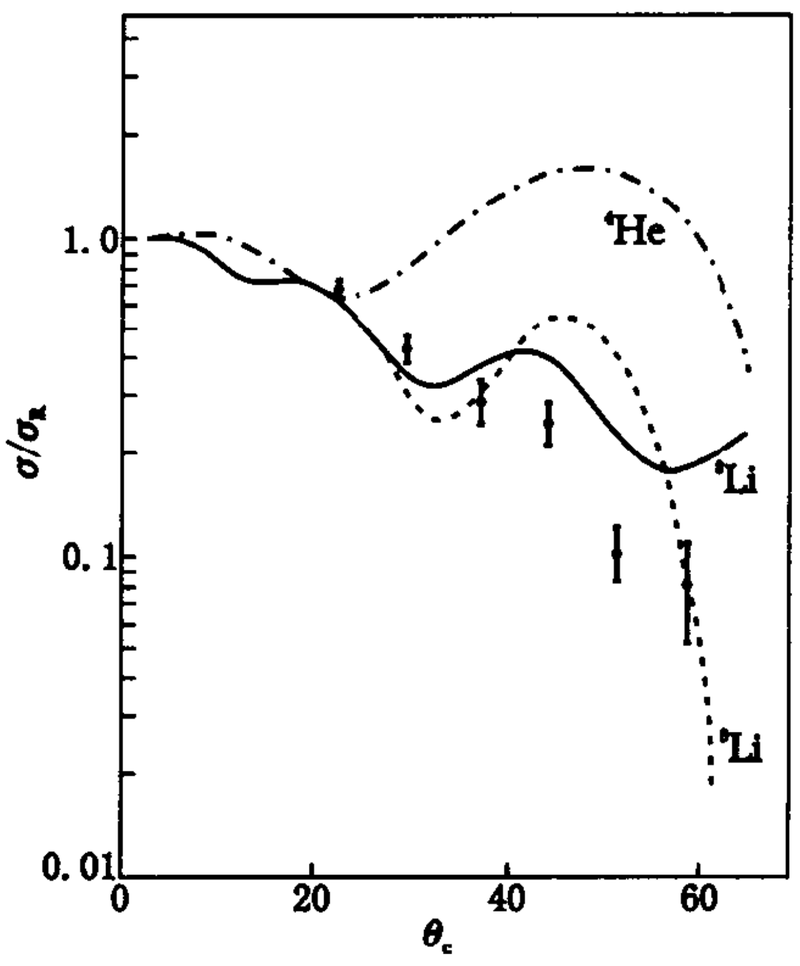


图 9-44　9.9 MeV ^{6}He 从 ^{12}C 的弹性散射角分布及与光学模型预言的比较

(2)转移反应

在由稳定核束引起的核子转移反应中,核子发生转移的核间距离约为(1～2)fm。在这样近的相互作

① R.E. Warner et al: Phys. Rev. C51(1995)178-181.

用距离内,库仑激发具有大的概率,使得对核子转移过程的了解变得复杂和困难。RNB 可以提供改变这种局面的理想工具。由于诸如^{11}Li,^{8}He 和^{11}Be 等中子滴线核具有十分扩展的中子分布,预计相互作用距离可以明显变长。因此,使用不同的同位素作弹核就能改变有效相互作用距离,库仑激发的重要性可以大为减少,并能研究它的系统性变化。更为优越的是使用具有系统性变化性质的 RNB 可以研究不同形状和自旋对核子转移的贡献。

核子的配对效应扮演重要角色,人们对于找寻增强的核子对转移具有浓厚兴趣。无论单核子还是核子对转移都可视作为一种两中心问题,转移核子或核子对通过势垒穿透来实现转移。在固体物理中有类似的两中心问题,即约瑟夫森效应(Josephson effect)。人们期望通过滴线核引起的转移反应,看到以双核子或多核子转移截面的显著增强为表征的"核约瑟夫森"效应。

3)熔合和垒下熔合反应

过去十多年,核反应研究最重要发现之一是观测到在相互作用势垒以下能区,重离子间熔合截面与简单的一维势垒穿透预言相比有几个量级的增强。尽管从理论和实验两方面对此现象进行了广泛的研究,但至今人们仍然未能完全了解它。RNB 可能成为解开这个谜底的极好探针,因为通过选用性质具有系统变化的 RNB 能够研究各种不同入射道的效应:熔合前的核子转移、熔合前弹核的破裂以及形变、振动和"颈"形成等。例如,关于熔合前弹核破裂的效应,C.H. Dasso 和 A. Vitturi①在研究^{11}Li + ^{208}Pb 熔合反应时,从理论上预言若考虑到^{11}Li 破裂成^{9}Li + 2n 的耦合后会使近垒及垒下熔合截面增强。而 M. S. Hussein 等人②同样对^{11}Li + ^{208}Pb 反应体系在近垒和垒下熔合截面作了理论计算,预言当考虑软模共振(pygmy resonance)激发与熔合道的耦合后,熔合截面可增加 2～3 个量级。但是,理论预言若再考虑^{11}Li 的破裂后,反而会使熔合截面减少。在实验方面,由于 RNB 流强要比稳定束流弱几个量级,加之近垒和垒下熔合截面又很小,使得实验结果误差较大。目前,关于在中子晕核引起的近垒和垒下熔合反应中,与破裂道耦合的效应是增强还是减少熔合截面尚无肯定的结论。

更高能区的熔合反应,因为它是人们企图生成超重元素的重要途径之一而一直受到重视。根据壳模型的预言,超重岛的核素具有大的中子过剩。用稳定核的不同组合都难以通过熔合反应产生具有非常高 N/Z 值的原子核,至今观测到的超铀元素也都限制在丰质子一边。可以预期,具有中子皮或中子晕的 RNB 对于熔合反应会有特殊的效应:一方面熔合反应可能在弹靶核心相距较远的时刻发生,即可能使熔合截面增强;另一方面由于中子皮或中子晕核低的中子束缚能致使熔合反应有高的反应 Q 值,不蒸发多个中子是难以实现熔合的。目前由中子皮或中子晕的 RNB 引起熔合反应的概率是增加还是减少倍受人们关注。

习　题

9-1. 试求$^{7}_{3}$Li(p,n)$^{7}_{4}$Be 的反应能 Q 和阈能 E_{th}。

9-2. 试求中子与^{16}O,^{17}O 核作用时发生(n,2n)反应的阈能 E_1 和 E_2,并解释两个阈能值的巨大差别。

9-3. 用能量为 1.51 MeV 的氘引起反应^{11}B(d,α)^{9}Be 中,在 $\theta = 90^{\circ}$方向测得 α 粒子能量为

---

① C. H. Dasso and A. Vitturi. Phys. Rev. C50(1994)R12.

② M. S. Hussein et al. Phys. Rev. C46(1992)377.

6.37 MeV,试求反应能 Q。

9-4. ^{210}Po 的 α 粒子($E_\alpha = 5.3$ MeV)在^{9}Be 靶上可以产生(α,n)反应,试求出射角 $\theta = 90°$ 时的中子能量 E_n。

9-5. 反应^{10}B(n,α)^{7}Li 用来记录慢中子,试求 α 粒子的动能 E_α 和反冲核的动能 E_R。

9-6. 引起反应^{7}Li(p,α)^{4}He 的质子能量为 1 MeV 时,如果两个 α 粒子相对于入射质子方向对称飞开,试求每一个 α 粒子的动能 E_α 和出射角 θ。

9-7. 试求镭-铍中子源的最大中子能量 E_m。已知镭源的 α 粒子的最大能量为 7.69 MeV。

9-8. 快中子照射铝靶时,能发生反应^{27}Al(n,p)^{27}Mg,$^{27}\mathrm{Mg} \xrightarrow[T_{1/2}=9.46\ \mathrm{min}]{\beta^-} {}^{27}\mathrm{Al}$。已知铝靶面积为 $2\times5\ \mathrm{cm}^2$,厚为 1 cm,靶面垂直于中子束,铝靶经通量密度为 $10^7\ \mathrm{cm}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的快中子长期照射后,经过 18.9 min,还有 4.18×10^2 Bq 的放射性,试求该反应的截面 σ。

9-9. 用 20 μA 的 3.5 MeV 的质子束轰击厚为 50 mg·cm^{-2}的^{7}Li 靶,通过^{7}Li(p,n)^{7}Be 反应产生放射性核素^{7}Be。设反应截面为 300 mb,试求轰击 2 h 后的放射性活度 A。

9-10. 厚为 0.02 cm 的金箔被通量密度为 $10^{12}\ \mathrm{cm}^{-2}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 的热中子照射 5 min,通过^{197}Au(n,γ)^{198}Au 反应生成^{198}Au。已知反应截面为 98.7 b,金的密度为 19.3 g·cm^{-3},试求每平方厘米产生^{198}Au 放射性活度 A。

9-11. 用 14 MeV 的氘核轰击磷粉靶,由于(d,p)反应产生放射性磷。当用 25 μA 的氘束照射 2 h 后,磷的 β 放射性为 5.44×10^8 Bq,试求此反应产额 Y。

9-12. 试求氘核俘获动能为 1 MeV 的质子所形成的^{3}He 核的激发能。

9-13. 试估算能量为 15 MeV 的中子与^{184}W 核作用时,复合核的形成截面约为几何截面的几倍?

9-14. 能量 $E_n = 1.44$ eV 的中子与^{115}In 核作用发生共振,其截面为 $2.7\times10^{-20}\ \mathrm{cm}^2$。已知 $\Gamma_n(\mathrm{eV}) = 10^{-3}\sqrt{E_n(\mathrm{eV})}$和 $\Gamma_\gamma \gg \Gamma_n$。试求复合核^{116}In 的平均寿命 τ。

9-15. 质子轰击^{7}Li 靶,当质子能量为 0.44,1.05,2.22 和 3.0 MeV 时,观察到共振。已知质子和^{7}Li 核的结合能为 17.21 MeV,试求所形成的复合核能级的激发能。

9-16. 对于反应$^{10}\mathrm{B} + \mathrm{d} \rightarrow {}^{8}\mathrm{Be} + \alpha + 17.8$ MeV,当氘束能量为 0.6 MeV 时,在 $\theta = 90°$方向上观察到四种能量的 α 粒子:12.2,10.2,9.0,7.5 MeV,试求^{8}Be 的激发能。

第十章　中子物理

中子物理是核物理的一个分支，它主要研究中子、中子和物质相互作用的性质。

中子物理的发展，对原子核理论的研究，对原子核基本性质的了解，是很重要的。在历史上，中子工作对于裂变的发现与研究、核反应理论的建立与发展，起过重要的作用。

原子能的开发及应用，更加促进了中子物理的研究。自从 1938 年发现中子能引起重核裂变，释放出核能以后，人们就以很大的精力研究中子及它和物质相互作用的性质，为建立反应堆和制造原子弹提供了许多有用的数据。

中子物理和其他学科相结合，在工、农、医各部门的应用，都取得了一些明显的效果，产生了一些有生命力的边缘学科。例如，利用慢中子的非弹性散射和衍射，研究原子和固体物质的性质；中子活化分析可使微量分析做到快速准确；中子测水、中子测井、中子辐照育种和中子成像等技术已较广泛地应用；另外，也开展了中子治癌的临床试验。

本章将首先简要地介绍中子的基本性质，然后依次介绍中子源、中子的慢化、扩散和中子的衍射。

§10.1　中子的基本性质

中子存在于除氢以外的所有原子核中，是构成原子核的重要组分。中子会以高度凝聚态形式构成中子星物质。自 1932 年恰德维克(Chadwich)等人发现中子以来，人们对中子的基本性质进行了大量研究，目前已有相当清楚的了解。

自由中子是不稳定的。一个自由中子会自发地转变成一个质子、一个电子(β^- 粒子)和一个反中微子，并释放出 0.782 MeV 的能量。自由中子的半衰期为(10.61 ± 0.16) min。自由中子的不稳定性反映出中子静止质量稍大于氢原子质量这个事实。两者的静止质量分别为 $m_n = 1.0086649\ \mathrm{u} = 939.5653\ \mathrm{MeV}/c^2$ 和 $m_H = 1.007825\ \mathrm{u} = 938.7830\ \mathrm{MeV}/c^2$。

中子总体是电中性的。但是，实验结果显示：中子具有内部的电荷分布。可以想象，如果中子内正负电荷分布的中心稍有不重合，中子就应该具有电偶极矩。中子的电偶极矩是否为零的问题带有基本的重要性，因为通过不同的相互作用理论，它联系于宇称守恒和时间反演对称性。目前已经发现，如果在中子内部分开的正负电荷都为电子电荷 e 时，其中心的距离必须少于 10^{-24} cm。这个上限还不足够地小，不能对理论上可能的相互作用形式作出肯定的选择，因而希望提高测量中子电偶极矩的实验精度。

中子有自旋角动量 $\hbar/2$，是费米子。所以它遵守费米统计，服从泡利不相容原理。

中子具有磁矩，$\mu_n = -1.913042\ \mu_N$，负号表示磁矩矢量与自旋角动量矢量方向相反。磁矩结构有一定分布，其均方根半径约为 0.9 fm。由于中子有磁矩，可以产生极化中子束。

中子具有强的穿透能力。它与物质中原子的电子相互作用很小，基本上不会因使原子电离和激发而损失其能量，因而比相同能量的带电粒子具有强得多的穿透能力。中子在物质中损失能量的主要机制是与原子核发生碰撞。由此产生两个问题：中子的探测和对中子的防护。

探测中子虽然可用核辐射探测一章所介绍的各种探测器，但必须特别考虑中子经过与原子核作用产生次级的带电粒子，通过对这些带电粒子的探测来获得入射中子的信息。因此，一般说来，对中子的探测效率更低，能量分辨也较差。对中子的屏蔽和防护是任何产生中子设备都必须认真解决的问题。

§10.2 中 子 源

为了研究中子与物质相互作用以及它们在实际问题中的应用，首先必须要有能够满足不同要求的中子源以产生所需的中子。当今，人们使用的中子源大致分成三类，即加速器中子源、反应堆中子源和放射性中子源。一般说来，前两种中子源，特别是加速器中子源性能更好，多用性强；而放射性中子源可实现便携式，使用方便，适合野外及现场使用。

1. 加速器中子源

加速器中子源是利用各种带电粒子加速器去加速某些粒子，如质子和氘等，用它们去轰击靶原子核产生中子。这种中子源的特点是可以在较广阔的能区内获得强度适中、能量单一的中子束流。

在低能加速器上用来产生(0～20) MeV 单能中子的几种反应如表 10-1 所列。下面对这几种反应的特性进行简略的讨论。

表 10-1 用在加速器上产生单能中子的核反应

核反应	Q 值/ MeV	单能中子能区/ MeV	入射粒子能量/ MeV	竞争反应	竞争反应阈能/ MeV
$D(d,n)^3He$	3.270	2.4～8.0	0.1～4.5	D(d,np)D	4.45
$T(d,n)^4He$	17.590	12～20	0.1～3.8	T(d,np)T	3.71
$^7Li(p,n)^7Be$	−1.644	0.12～0.6	1.92～2.4	$^7Li(p,n)^7Be^*$	2.38
$T(p,n)^3He$	−0.763	0.3～7.5	1.15～8.4	T(p,np)D	8.34

首先看 $T(d,n)^4He$ 和 $D(d,n)^3He$ 反应。这两个反应都是放热反应，它们发射中子的能量可由下式进行计算

$$E_n = \frac{E_d m_d m_n}{(m_B + m_n)^2}\left\{\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \frac{m_B(m_B + m_n)}{m_d m_n}\left[\frac{Q}{E_d} + \left(1 - \frac{m_d}{m_B}\right)\right]}\right\}^2 \tag{10.2-1}$$

式中 E_d 是入射氘核的动能，m_n，m_d 和 m_B 分别是中子、入射氘核和剩余核的质量，Q 是反应能，θ 为中子的出射角。从式中看出，中子的能量不仅和入射氘的动能 E_d 有关，而且和中子的出射角 θ 有关。两个反应截面随入射粒子能量的变化如图 10-1 所示。两种反应都会因为氘核破裂产生的破裂中子而受到干扰，限制了能够产生单能中子的能区，竞争反应过程 T(d,np)T 和 D(d,np)D 的阈能分别为 3.71 MeV 和 4.45 MeV。

$^7Li(p,n)^7Be$ 反应是一个吸热反应，它的反应阈能 E_{th} 为

$$E_{th} = -Q\frac{m_p + m(^7Li)}{m(^7Li)} \approx \frac{8}{7} \times 1.644\ \text{MeV} = 1.879\ \text{MeV} \tag{10.2-2}$$

当质子能量刚超过阈值时，只有在小角度才有中子发射。而且对每一角度，同一 E_p 有两种不同能量的中子，如图 10-2 所示。只有当 E_p 大于 $E_p^{'}$ 时才出现单能中子，$E_p^{'}$ 值为

$$E_p^{'} = \frac{m(^7\mathrm{Be})}{m_p - m(^7\mathrm{Be})} Q = 1.918\ \mathrm{MeV}$$

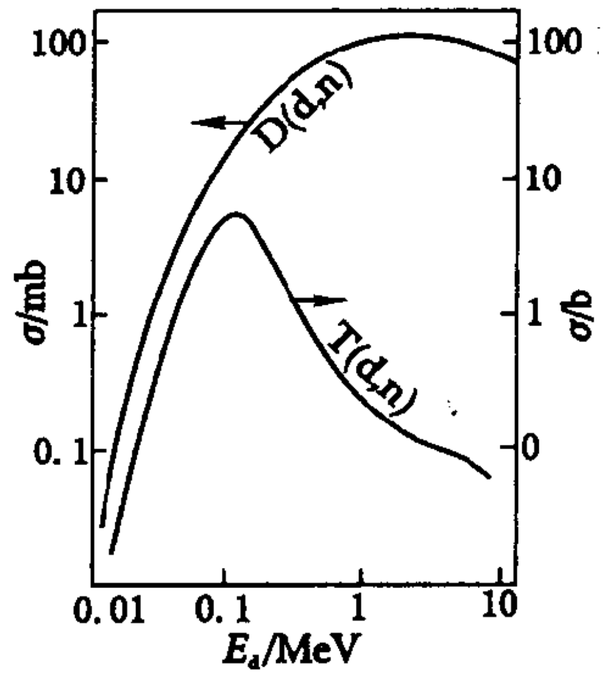


图 10-1　D(d,n)^{3}He(纵坐标单位用 mb)和 T(d,n)^{4}He(纵坐标单位用 b)的反应截面随 E_d 的变化

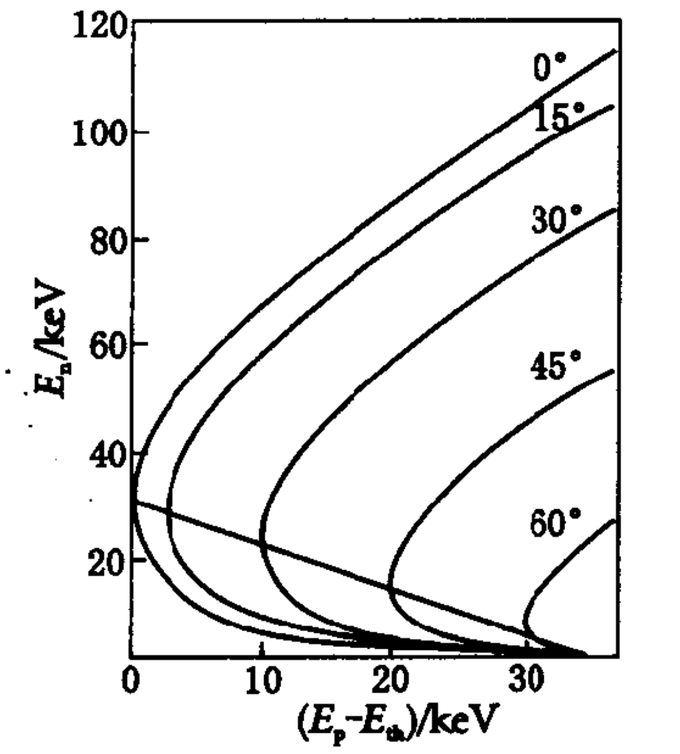


图 10-2　在阈能附近^{7}Li(p,n)^{7}Be 反应中，不同出射角中子能量 E_n 与 $E_p - E_{th}$ 的关系

当 $E_p = E_p^{'}$ 时，$\theta = 0°$方向的中子能量是 120 keV。当质子能量大于 2.378 MeV 时，^{7}Be 可能处在第一激发态，出现低能干扰中子。因此，^{7}Li(p,n)^{7}Be 反应只能得到(120～600) keV 的单能中子。这一反应的截面随能量的变化如图 10-3 所示。

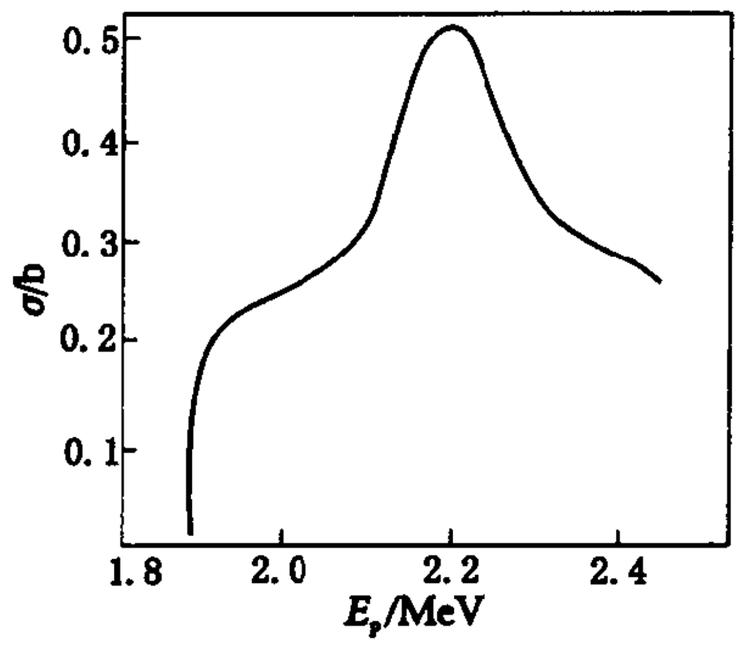


图 10-3　^{7}Li(p,n)^{7}Be 反应截面随 E_p 的变化

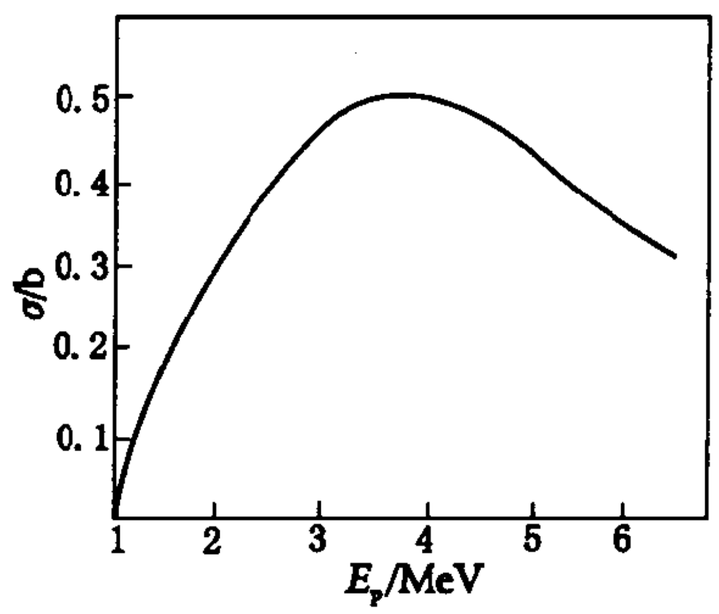


图 10-4　T(p,n)^{3}He 反应截面随 E_p 的变化

对于能量为 0.6 MeV 与 2.4 MeV 之间的单能中子，可用 T(p,n)^{3}He 反应得到。这一反应的阈能是 1.02 MeV，发射单能中子阈是 1.15 MeV。它的竞争反应是 T(p,np)D，相应的阈

值是 8.34 MeV。因此，$T(p,n)^3He$ 反应在 $\theta=0°$ 方向上，可以获得(0.29～7.5) MeV 的单能中子。它的反应截面随 E_p 的变化如图 10-4 所示。

最后值得提到的是利用数百 MeV 的脉冲强流电子束或质子束轰击 ^{238}U 等重靶，可以产生具有连续能谱的强中子源(称“白光”中子源)。结合飞行时间技术(飞行距离 200 m 或更长)可以一次实验获得宽广能区内不同单能点的中子反应截面曲线。与单能中子源相比，不仅效率高、能区全，而且系统误差小。

2. 反应堆中子源

反应堆中子源是利用重核裂变，在反应堆内形成链式反应，不断地产生大量的中子。这种中子源的特点是中子注量率大，能谱形状比较复杂。

反应堆中子源是一个体中子源，它的强度不宜用总的中子数来描述，而是用每秒进入某一截面的单位面积的中子数来表示，称为中子注量率(fluence rate)。一般反应堆中子注量率在活性区内达到 $\phi_0=(10^{12}\sim10^{14})\ s^{-1}\cdot cm^{-2}$，少数高通量堆，$\phi_0$ 可达 $10^{15}\ s^{-1}\cdot cm^{-2}$以上。

由活性区通过实验孔道引出堆外的中子束，它的注量率可用以下公式估算

$$\phi=\frac{S\phi_0}{4\pi L^2} \tag{10.2-3}$$

式中 S 是孔道在活性区的横截面积，L 是观测点到活性区的距离。

反应堆内中子能谱不是裂变中子谱，特别是热中子反应堆。图 10-5 给出一个热中子反应堆内所测的中子能谱。看出低能部分可用一定温度的麦克斯韦分布去拟合

$$N(E)=C\sqrt{E}e^{-E/kT} \tag{10.2-4}$$

式中 k 是玻尔兹曼常量，T 是慢化介质的绝对温度，图中拟合曲线的 $T=400$ K，谱的高能端部分大体服从 $\frac{1}{E}$ 的规律，有时称为费米谱。

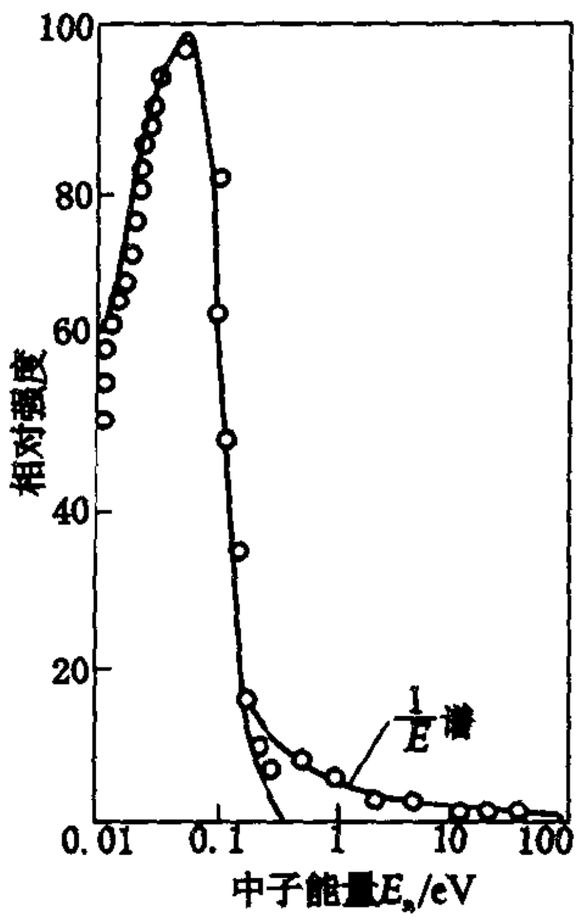


图 10-5 热中子反应堆内中子的能谱

总的来说一个反应堆产主的中子能谱是复杂的，为了从反应堆中得到单能中子，一般利用晶体单色器、过滤器和机械转子等。

3. 放射性中子源

放射性中子源是利用放射性核素衰变时放出的射线，去轰击某些轻靶核发生(α,n)和(γ,n)反应，而放出中子的装置。现在，人们也可直接利用超铀原子核自发裂变中放出的中子作为自发裂变中子源。

常用的(α,n)反应中子源，是将锕系重核 ^{210}Po，^{226}Ra，^{239}Pu，^{241}Am等 α 发射体粉末均匀、紧密地与 Be 粉相混合并压紧后密封在金属容器内制成的，通过放热核反应

$$^9Be+\alpha\rightarrow{}^{12}C+n+5.70\ MeV \tag{10.2-5}$$

产生中子。表 10-2 给出常用几种(α,n)放射性中子源的性质。

表 10-2　几种(α,n)中子源

α 源	$T_{1/2}$	中子能谱	γ 本低	每个 α 粒子产生的中子数目
^{210}Po	138 d	连续	低	6.75×10^{-3}
^{226}Ra	1690 a	连续	高	$(2.7\sim4.05)\times10^{-2}$
^{239}Pu	2.41×10^{4} a	连续	低	5.95×10^{-3}
^{241}Am	433 a	连续	低	5.95×10^{-3}

(γ,n)反应都是吸热的。用这种光中子源产生中子的主要特点是可以提供从 20 keV 到 1 MeV 间某些能量点的单能中子。利用中子结合能很低的^{9}Be 和 D 作靶核与 γ 发生作用：

$$\gamma + {}^{9}\mathrm{Be} \rightarrow {}^{8}\mathrm{Be} + \mathrm{n} - 1.665\ \mathrm{MeV} \tag{10.2-6}$$

$$\gamma + \mathrm{D} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{n} - 2.224\ \mathrm{MeV} \tag{10.2-7}$$

目前用得较多的例如^{124}Sb-^{9}Be($T_{1/2}=60.20$ d),^{24}Na-D,^{24}Na-^{9}Be($T_{1/2}=15.02$ h)光中子源分别提供 24 keV,0.264 MeV 和 0.97 MeV 的单能中子。

目前,常用的自发裂变中子源是^{252}Cf,其半衰期为 2.64 a,中子产额为 2.31×10^{12} $s^{-1}\cdot g^{-1}$,具有麦克斯韦能谱分布

$$N(E) = C\sqrt{E}\,e^{-E/E_T}$$

其中 C 是归一化常量,E_T 为分布参数,其测量值为 $E_T=(1.453\pm0.017)$ MeV。

§10.3　中子和物质的相互作用

为后面几节讨论的需要,本节将一般地介绍中子和宏观物质作用的特征,以及有关的几个基本概念。

1. 中子和宏观物质的相互作用

中子在介质中与介质原子的电子发生相互作用可以忽略不计。

中子与原子核的作用,根据中子能量,可以产生各种作用过程,包括弹性散射、非弹性散射和辐射俘获等。我们用 σ_s,$\sigma_{s'}$,σ_γ 和 σ_f,分别表示弹性散射、非弹性散射、辐射俘获和裂变的截面。而总截面 σ_t,应是所有可能各种反应截面之和

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_{s'} + \sigma_\gamma + \sigma_f + \cdots \tag{10.3-1}$$

其中辐射俘获和裂变等反应使中子被吸收,这些反应截面之和 σ_a 定义为中子被吸收截面,即：

$$\sigma_a = \sigma_\gamma + \sigma_f + \cdots \tag{10.3-2}$$

实验指出,当中子能量不高时,在一些轻核上弹性散射起主要作用,而且在低能部分截面近似为常量。例如,^{12}C 的 σ_s,σ_t,与能量的关系如图 10-6 所示。只有中子的能量超过一定的阈值时,才能在核上产生非弹性散射。

在吸收截面中最重要的是辐射俘获的贡献,这一过程比较多的发生在重核上,在轻核发生的概率较小,它可以在中子的所有能区上发生。在一般情况下,中子引起带电粒子飞出的反应截面比较小,除了^{10}B,^{3}He 和^{6}Li 等少数核外,在吸收截面中常不加以考虑。

2. 宏观截面

中子和原子核的反应截面 σ,在中子物理中常称为微观截面。微观截面 σ 和靶物质单位体积内原子核数 N 的乘积,称为宏观截面,用符号 Σ 表示

$$\Sigma = N\sigma \qquad (10.3\text{-}3)$$

$\Sigma_t = N\sigma_t$ 称为宏观总截面，$\Sigma_a = N\sigma_a$ 是宏观吸收截面，宏观散射截面是 $\Sigma_s = N\sigma_s$。

为了明确宏观截面的意义，让我们讨论以下的过程：

考虑有一靶，它的厚度为 D，参看图 9-10，初始入射中子束的强度为 I_0，穿过 x 距离后，中子束的强度变成 $I(x)$。再穿过距离 dx 后，中子束的强度将进一步的减弱，强度的变化为

$$-dI(x) = N\sigma_t I(x)dx = \Sigma_t I(x)dx$$

用 $I(x)$除上式得

$$-\frac{dI(x)}{I(x)} = \Sigma_t dx \qquad (10.3\text{-}4)$$

式中 $-dI(x)/I(x)$是在 dx 内发生反应的中子数和入射到 dx 面上中子数之比，表示中子在 x 到 $x+dx$ 内和靶核发生相互作用的概率。(10.3-4)式表明，$\Sigma_t dx$ 是中子在 dx 距离内和靶核发生作用的概率，因此 Σ_t 就是中子在靶内单位程长中发生相互作用的概率。相类似地 $\Sigma_a = N\sigma_a$ 和 $\Sigma_s = N\sigma_s$ 分别表示中子穿过物质单位厚度被吸收或散射的概率，宏观截面的常用单位是 cm^{-1}。

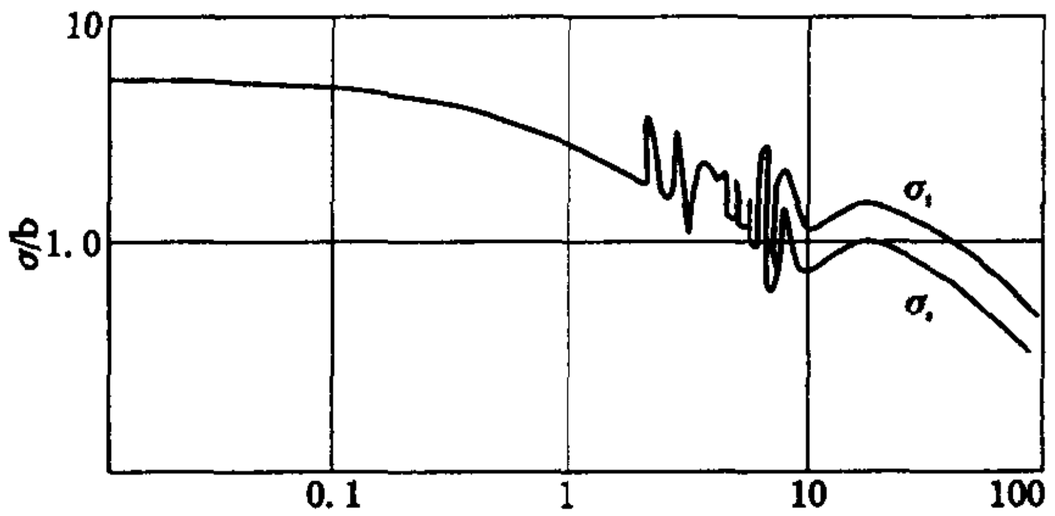


图 10-6　中子在^{12}C上弹性散射截面与总截面

对于只含一种核素的单一物质

$$N = \frac{\rho}{A}N_A \qquad (10.3\text{-}5)$$

其中 ρ 是物质的密度，A 是质量数，N_A 是阿伏加德罗常量。

考虑两种核素的均匀混合物，单位体积内每种核素的原子数分别是 N_1 和 N_2，令 σ_1 和 σ_2 分别是这两种核素和中子作用的截面，则中子在这物质中相应的宏观截面

$$\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 = N_1\sigma_1 + N_2\sigma_2$$

对于多原子分子，设分子量为 A，每个分子中第 i 种原子的数目为 l_i，则单位体积内第 i 种原子的总数

$$N_i = \frac{l_i\rho}{A}N_A$$

设 σ_i 是中子和第 i 种原子核发生某种反应的微观截面，则相应的宏观截面是

$$\Sigma = \frac{\rho N_A}{A}(l_1\sigma_1 + l_2\sigma_2 + \cdots) \qquad (10.3\text{-}6)$$

例如，动能为 1 eV 的中子，在氢核上的微观散射截面是 20 b，在氧核上的微观散射截面是 3.8 b，水的密度 $\rho = 1\ g\cdot cm^{-3}$，分子量是 18，这时中子在水中的宏观散射截面

$$\Sigma_s = \frac{6.02\times10^{23}}{18}(2\times20+3.8)\times10^{-24}\ cm^{-1}$$

$$= 1.5\ cm^{-1}$$

即表明能量为 1 eV 的中子，在水中经过 1 cm 距离时平均受到 1.5 次散射。

3. 平均自由程

由(10.3-4)式,容易理解 $e^{-\Sigma_t x}$ 表示中子在介质中穿过距离 x 而不受碰撞的概率。因此,中子在 x 至 $x+dx$ 距离内发生碰撞的概率 $P(x)dx$ 应为

$$P(x)dx = e^{-\Sigma_t x} \cdot \Sigma_t dx = \Sigma_t e^{-\Sigma_t x} dx \tag{10.3-7}$$

在介质中中子在连续两次碰撞之间穿行的距离称为自由程。由于原子核的空间分布和中子运动的无规性,自由程有长有短,但对一定能量的中子,它的平均值是一定的,称为平均自由程,用 λ_t 表示。显然,这个量应等于中子行进距离 x 对概率分布函数 $P(x)$ 的平均值

$$\lambda_t = \int_0^\infty xP(x)dx = \Sigma_t \int_0^\infty x e^{-\Sigma_t x} dx = \frac{1}{\Sigma_t} \tag{10.3-8}$$

同理可以引入散射平均自由程 λ_s 和吸收平均自由程 λ_a,分别为

$$\begin{aligned} \lambda_s &= \frac{1}{\Sigma_s} = \frac{1}{N\sigma_s} \\ \lambda_a &= \frac{1}{\Sigma_a} = \frac{1}{N\sigma_a} \end{aligned} \tag{10.3-9}$$

σ_s 和 σ_a 是中子能量的函数,所以 λ_s 和 λ_a 也是中子能量的函数。

§ 10.4 中子的慢化

不管是核裂变还是其他核反应产生的中子,其能量大都是几 MeV 的快中子。但在有些实际应用中,如热中子反应堆生产放射性同位素等工作中,常要能量为 eV 数量级的慢中子。将能量高的快中子变成能量低的慢中子过程,称为中子的慢化或中子的减速。

为对中子进行有效的慢化,通常选用散射截面大而吸收截面小的轻元素作慢化剂,如氢、重氢和石墨等。氢和重氢没有激发态,中子和它们作用,损失能量的主要机制是弹性散射。对石墨(^{12}C)来说,最低激发态的激发能是 4.44 MeV,因此当中子的能量低于反应阈能 E_{th} = 4.8 MeV时,在石墨上也只发生弹性散射。

1. 中子和核在弹性散射中能量的变化

作为弹性散射最重要的特点,是中子和核整个系统的动量和动能在碰撞前后不变。但是中子会把一部分动能传给原子核,使自己逐渐慢化。

设在实验室系中,原子核质量为 m,处于静止,中子速度为 v_1,发生弹性散射后,中子在散射角 θ 方向以速度为 v_2 飞出。散射前后的动能分别为 $E_1 = \frac{1}{2} m_n v_1^2$ 和 $E_2 = \frac{1}{2} m_n v_2^2$。

容易证明:在质心系中,弹性散射前后,中子和靶核的速度数值不发生变化,而只是改变速度方向。所以,弹性散射前后,中子在质心系的速度 v' 应等于

$$v' = v_1 - v_c = v_1 - \frac{m_n}{m + m_n} v_1 = \frac{m}{m + m_n} v_1 \tag{10.4-1}$$

根据 $\boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{v}_c + \boldsymbol{v}'$ 的平行四边形法则,可得在实验室系中,当弹性散射后中子速度的平方:

$$v_2^2 = v_c^2 + v'^2 + 2v_c v' \cos\theta_c = \frac{v_1^2}{(m + m_n)^2} (m_n^2 + m^2 + 2m_n m \cos\theta_c)$$

式中 θ_c 是质心系中中子散射角。因此弹性散射后与散射前中子动能之比为

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{\frac{1}{2}m_n v_2^2}{\frac{1}{2}m_n v_1^2}=\frac{1}{(m+m_n)^2}(m_n^2+m^2+2m_n m\cos\theta_c) \tag{10.4-2}$$

令

$$\alpha=\left(\frac{m-m_n}{m+m_n}\right)^2\approx\left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2 \tag{10.4-3}$$

其中 A 是靶核质量数,参量 α 表征靶核使中子慢化的能力。于是

$$\frac{E_2}{E_1}=\frac{1}{2}[(1+\alpha)+(1-\alpha)\cos\theta_c] \tag{10.4-4}$$

可以看出,弹性散射后中子能量 E_2 随质心系散射角 θ_c 而变化。当 $\theta_c=0°$时 $E_2=E_1$;当 $\theta_c=180°$时,中子有最大能量损失,这时 $E_{2\min}=\alpha E_1$。在一般情况下,经过一次弹性散射后,中子的动能应处于 αE_1 和 E_1 之间,即

$$\alpha E_1\leqslant E_2\leqslant E_1 \tag{10.4-5}$$

对于中子与氢发生弹性散射,$\alpha=0$,即中子可损失全部动能。对于石墨 $A=12$,$\alpha=0.716$,一次碰撞中子能量损失,不会超过初始能量的 28.4%。

2. 平均对数能量损失和平均碰撞次数

理论和实验表明,对于动能为几 eV 至几 MeV 的中子与原子核的弹性散射,在质心系中是各向同性的,即中子被散射到不同方向上单位立体角内具有相同概率。于是,中子散射到角度范围 $\theta_c\to\theta_c+d\theta_c$ 的概率为

$$f(\theta_c)d\theta_c=\frac{2\pi\sin\theta_c d\theta_c}{4\pi}=\frac{1}{2}\sin\theta_c d\theta_c \tag{10.4-6}$$

中子一次碰撞的平均能量损失为

$$\overline{\Delta E}=\int_0^\pi \Delta E f(\theta_c)d\theta_c=\frac{1}{2}E_1(1-\alpha)\int_0^\pi(1-\cos\theta_c)\frac{1}{2}\sin\theta_c d\theta_c=\frac{1}{2}E_1(1-\alpha) \tag{10.4-7}$$

可以看出,在连续的多次碰撞过程中,每次碰撞的平均能量损失$\overline{\Delta E}$是不同的。但是,人们发现每次碰撞的平均对数能量损失 $\varepsilon\equiv\langle\ln E_1-\ln E_2\rangle$与碰撞前的能量 E_1 无关,而只是靶核质量数的函数。容易计算

$$\begin{aligned}\varepsilon&\equiv\langle\ln E_1-\ln E_2\rangle\\&=-\int_0^\pi\ln\left\{\frac{1}{2}[(1+\alpha)+(1-\alpha)\cos\theta_c]\right\}\frac{1}{2}\sin\theta_c d\theta_c\\&=1+\frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\alpha\\&=1+\frac{(A-1)^2}{2A}\ln\frac{A-1}{A+1}\end{aligned} \tag{10.4-8}$$

这样,我们可以利用 ε 来计算中子能量从E_i 减少到 E_f 需要经过的平均碰撞次数 $\overline{N}$

$$\overline{N}=\frac{1}{\varepsilon}(\ln E_i-\ln E_f)=\frac{1}{\varepsilon}\ln(E_i/E_f) \tag{10.4-9}$$

例如用氢作减速剂,$A=1$,$\alpha=0$,$\varepsilon=1$,取 $E_i=2$ MeV,$E_f=0.025$ eV,得 $\overline{N}=18.2$ 次。而对

于用石墨和铀-238 作减速剂，分别得 $\epsilon = 0.157$ 和 0.00838，$\overline{N} = 115$ 和 2172 次。可见选用轻靶核作减速剂更为有效。

3. 慢化本领和减速比

一种物质的慢化能力单用 ϵ 来表示是不全面的。因为 ϵ 只表示在每次碰撞中平均对数能量损失的大小。中子在慢化介质中通过单位长度路程发生碰撞的次数即宏观散射截面 $\Sigma_s = N\sigma_s$ 的大小也直接影响到介质对中子慢化的能力。所以，我们引入慢化本领或减速能力，它等于宏观散射截面 Σ_s 与 ϵ 的乘积，即

$$\epsilon\Sigma_s = \epsilon N\sigma_s$$

这乘积值越大，中子在相同能量损失下在介质中经过的路程就越短，表明该介质有大的慢化本领。

在实际的慢化介质中，一方面中子被慢化，另一方面，它还可能被介质原子核所吸收。一种好的慢化介质不仅要有大的慢化本领，而且对中子的吸收要尽可能小。为此，人们引入减速比的概念 η，它被定义为

$$\eta = \epsilon\Sigma_s/\Sigma_a \tag{10.4-10}$$

式中 Σ_a 为介质对中子的宏观吸收截面，可见 η 表示物质在一平均吸收自由程中的慢化本领，它能更完整地描述慢化介质的品质。例如，对于热中子，水的 $\eta = 71$，而重水的 $\eta = 5670$，表明重水是比水更好的慢化剂，这是因为水的慢化本领虽然比重水大，但它对中子的吸收截面还更大。

4. 慢化长度与费米年龄

在许多实际问题中，例如反应堆的设计，还希望知道中子从能量 E_i 慢化到 E_f 时，在介质中穿行的平均距离。对于一个无限大介质中的单能点中子源，从理论上算出中子从初始能量 E_i 慢化到 E_f 过程中所穿行的距离的均方值 $\overline{R^2}$ 为

$$\overline{R^2} = 6\tau \tag{10.4-11}$$

$$\tau = \int_{E_f}^{E_i} \frac{\lambda_s^2}{3\epsilon(1-\overline{\cos\theta_L})}\frac{dE}{E} \tag{10.4-12}$$

量 τ 称为费米年龄。尽管用这个名称，τ 不具有时间的量纲，从(10.4-11)式看出，它具有面积的量纲。τ 是一个随中子慢化时间单调增加的函数。式中 $\overline{\cos\theta_L}$ 为实验室系中散射角的余弦对方向的平均值，它可利用在质心系与实验室系中散射角余弦的关系以及(10.4-6)式可得

$$\overline{\cos\theta_L} = \int_0^\pi \cos\theta_L f(\theta_c)\mathrm{d}\theta_c = \frac{1}{2}\int_0^\pi \frac{1+A\cos\theta_c}{\sqrt{1+A^2+2A\cos\theta_c}}\sin\theta_c\mathrm{d}\theta_c = \frac{2}{3A} \tag{10.4-13}$$

如果在所讨论的能区内，散射平均自由程 λ_s 与能量无关，则有

$$\tau = \frac{\lambda_s^2}{3\epsilon\left(1-\frac{2}{3A}\right)}\int_{E_f}^{E_i}\frac{\mathrm{d}E}{E} = \frac{\lambda_s^2}{3\epsilon\left(1-\frac{2}{3A}\right)}\ln(E_i/E_f) \tag{10.4-14}$$

τ 的平方根值称为慢化长度，用符号 L_m 表示

$$L_m = \sqrt{\tau} = \sqrt{\frac{\overline{R^2}}{6}} = \sqrt{\frac{\lambda_s^2}{\epsilon\left(3-\frac{2}{A}\right)}\ln\frac{E_i}{E_f}} \tag{10.4-15}$$

§10.5 中子的扩散

从中子源发出的中子一般都是快中子，由于慢化而成热中子。当 $\Sigma_s \gg \Sigma_a$，即 $\lambda_s \ll \lambda_a$ 时，热中子并不马上消失，还会在介质中不断地运动，并和介质中的原子核不断地碰撞。这时中子和介质的能量交换达到平衡，其效果就是中子从密度大的地方不断向密度小的地方迁移，这过程称为中子的扩散。

有关中子在介质中扩散的行为在反应堆设计中是很重要的，它在中子的其他应用问题上也是经常要考虑的。有关中子扩散理论的一般内容可参考中子物理和有关反应堆的专著。本节只用一个特别简化的例子，介绍中子扩散的基本物理图像。

我们讨论在无限均匀介质中一个点中子源发出中子在空间的稳定分布情况。设点源每秒钟发出 Q 个中子，中子在介质中不断地扩散并被介质吸收，经过一段时间达到一种稳定的分布。这时 $\partial n/\partial t = 0$，其中 n 表示中子数密度。另外假定除点源外，空间的其他地方不产生中子。在这情况下，可以将中子源作为一个边界条件来处理，仅考虑其周围空间中子密度的分布。对源外任一点 $P(r,\theta,\varphi)$，相应的扩散方程为

$$D\nabla^2 n - \Sigma_a n v = 0 \tag{10.5-1}$$

式中 D 称为扩散系数，它与中子的平均速度 v，中子的散射自由程 λ_s 有如下关系

$$D = \frac{v\lambda_s}{3(1-2/3A)} \tag{10.5-2}$$

于是(10.5-1)式可改写为

$$\nabla^2 n - \frac{1}{L_D^2} n = 0 \tag{10.5-3}$$

其中

$$L_D^2 = \frac{D}{\Sigma_a v} = \frac{\lambda_s \lambda_a}{3-2/A} \tag{10.5-4}$$

L_D 称为扩散长度，它的物理意义后面再讨论。现在讨论边界条件，在源 O 附近取一半径为 r_0 的球面，如图 10-7 中虚线所示。中子源每秒发出 Q 个中子，在 r_0 球面上的扩散流密度为 J_0，有

$$Q = 4\pi r_0^2 J_0 = -4\pi r_0{}^2 D \left.\frac{\partial n}{\partial r}\right|_{r=r_0}$$

得到

$$\left.\frac{\partial n}{\partial r}\right|_{r=r_0} = -\frac{Q}{4\pi r_0^2 D} = \frac{-Q}{4\pi r_0^2 \Sigma_a v L_D^2} \tag{10.5-5}$$

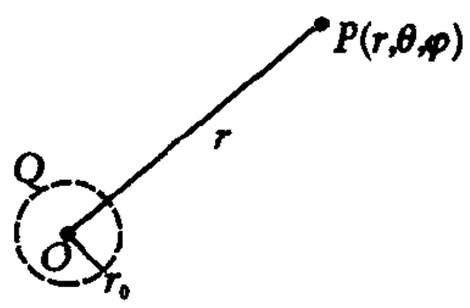


图 10-7 点中子源的边界条件

另一边界条件是

$$n\,|_{r\to\infty} = 0 \tag{10.5-6}$$

为解方程，取球坐标，取中子源所在 O 点为坐标原点，相应 P 点坐标为 r,θ,φ，如图 10-7 所示。由于分布是球对称的，中子密度 n 与 θ,φ 无关，只是 r 的函数。方程(10.5-3)可简化为

$$\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}r}\right) - \frac{1}{L_D^2} n = 0 \tag{10.5-7}$$

引入新变量

$$F = nr$$

方程(10.5-7)可改写为

$$\frac{\mathrm{d}^2F}{\mathrm{d}r^2} - \frac{1}{L_\mathrm{D}^2}F = 0$$

此方程的一般解为

$$F = A\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}} + C\mathrm{e}^{r/L_\mathrm{D}}$$

因此

$$n = A\frac{\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}}}{r} + C\frac{\mathrm{e}^{r/L_\mathrm{D}}}{r} \tag{10.5-8}$$

其中 A 与 C 是积分常量,由边界条件来确定。从边界条件(10.5-6)式得到 $C=0$,再利用边界条件(10.5-5)式

$$\left.\frac{\partial n}{\partial r}\right|_{r=r_0} = \left.\left(-\frac{A}{r^2}\mathrm{e}^{-\frac{r}{L_\mathrm{D}}} - \frac{A}{L_\mathrm{D}r}\mathrm{e}^{-\frac{r}{L_\mathrm{D}}}\right)\right|_{r=r_0} = -\frac{Q}{4\pi r_0^2 D}$$

考虑到 r_0 是一个很小的量,$\mathrm{e}^{-r_0/L_\mathrm{D}}=1$,$\frac{1}{r_0^2}\gg\frac{1}{L_\mathrm{D}}$,则有

$$A = \frac{Q}{4\pi D}$$

将 A,C 值代入(10.5-8)式,得到方程的解为

$$n(r) = \frac{Q}{4\pi Dr}\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}} \tag{10.5-9}$$

由此看出,中子的密度正比于源强 Q,这是由于扩散方程是线性方程的缘故。另外中子的密度随 r 增加指数减少,快慢和 L_D 有关,在这里扩散长度 L_D 表现为衰减长度,这是在特殊情况下,L_D 的一种特殊的意义。下面讨论一下 L_D 更普遍的意义。

设想一个中子从源 O 发出以后,在介质中由于与原子核的碰撞走折线,如图 10-8 所示。当走到 P 点,中子被介质所吸收,P 点离源的距离为 r。利用中子的密度分布(10.5-9)式,得到在 r 和 $r+\mathrm{d}r$ 之间体元内介质单位时间吸收的中子数

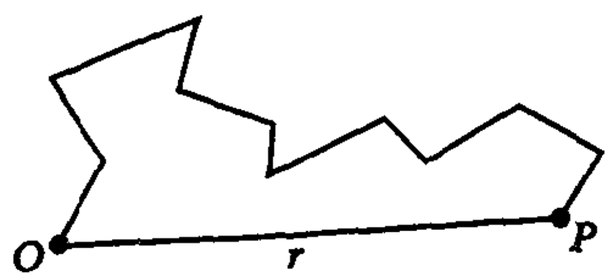


图 10-8　中子行径示意图

$$\mathrm{d}N = \Sigma_\mathrm{a}\upsilon n\mathrm{d}V = \frac{\Sigma_\mathrm{a}\upsilon Q}{4\pi Dr}\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}} \times 4\pi r^2\mathrm{d}r$$

$$= \frac{\Sigma_\mathrm{a}\upsilon Q}{D}r\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}}\mathrm{d}r = \frac{Q}{L_\mathrm{D}^2}r\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}}\mathrm{d}r$$

于是一个中子从 O 点产生,在 r 至 $r+\mathrm{d}r$ 的球壳内被吸收的概率为

$$p_\mathrm{a}(r)\mathrm{d}r = \frac{\mathrm{d}N}{Q} = \frac{r}{L_\mathrm{D}^2}\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}}\mathrm{d}r \tag{10.5-10}$$

$p_\mathrm{a}(r)$称为吸收概率分布函数,它满足规一化条件

$$\int_0^\infty p_\mathrm{a}(r)\mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r}{L_\mathrm{D}^2}\mathrm{e}^{-r/L_\mathrm{D}}\mathrm{d}r = 1$$

利用 $p_\mathrm{a}(r)$很容易求出中子在吸收前所走的距离平方的平均值

$$\overline{r^2} = \int_0^\infty r^2 p_a(r)\mathrm{d}r = \int_0^\infty \frac{r^3}{L_D^2}\mathrm{e}^{-r/L_D}\mathrm{d}r = 6L_D^2$$

因此可以得到

$$L_D^2 = \frac{1}{6}\overline{r^2} \tag{10.5-11}$$

此式表明,扩散长度的平方值,等于中子直线飞行距离的平方平均值的六分之一。所谓直线飞行距离是中子从发出点到被吸收点之间的直线距离。关于扩散长度的这一定义,在中子扩散理论中具有普遍的意义,不管前面给出的线性扩散方程是否能用,L_D^2 均定义为$\overline{r^2}/6$。L_D^2 又称为扩散面积。

通常把 L_m^2 和 L_D^2 相加,取为 L^2,即

$$L^2 = L_m^2 + L_D^2 \tag{10.5-12}$$

在反应堆物理中 L^2 称为徙动面积。它等于快中子经慢化成热中子且热中子扩散而被物质吸收所走直线距离平方平均值的六分之一,此量在计算反应堆临界体积时有用。

最后说明一点,就是所谓无限大的介质,其实只要介质线度大于 $5L$ 就行,因这时中子从表面泄漏已可以忽略不计。例如用水或石蜡对放射性中子源进行屏蔽,中子在其中的 L 等于 (6~7) cm,因此只要屏蔽箱的直径和深度各为 1 m,将源放在中心,装置就可以看成无限大的介质。

§10.6 中子的衍射[①]

中子和其他微观粒子一样,具有波粒二象性。前面讨论中子的慢化与扩散中,都将中子看成一个粒子,没有涉及它波动的特性,这节我们专门讨论中子的波性。

1. 中子的波长

从量子力学知道,一定动量的粒子,它相应的德布罗依波长,在非相对论近似下为

$$\lambda = \frac{h}{m_n v} \tag{10.6-1}$$

其中 h 是普朗克常量,$m_n v$ 是中子的动量。它可以用中子的能量来表示

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n E}} = \frac{2.860\times10^{-9}}{\sqrt{E}}\ (\mathrm{cm}) \tag{10.6-2}$$

式中能量 E 的单位用 eV。如果 λ 用 nm 为单位

$$\lambda = \frac{0.0286}{\sqrt{E}}\ (\mathrm{nm}) \tag{10.6-3}$$

由此可见,在一般情况下,中子的波长是比较短的。例如,当 $E = 1$ MeV 时,$\lambda = 2.86\times10^{-12}$ cm,它与核的线度同数量级。根据波与物质相互作用的特点,只有当中子的波长和物质结构的线度差不多时,其波性才比较明显。要使中子在原子或晶体上产生衍射,只有能量较低的中子才有可能,对热中子,$E = 0.025$ eV,相应 $\lambda = 0.182$ nm,这正好和原子的线度与晶格间距同数量级。

---

① G. E. Bacon, Neutron Diffraction, 3-ed., oxford, Clarendan, (1975).

衍射是波动性最突出的特征。早在 1936 年，人们就发现中子从晶体表面散射时出现衍射现象。将中子衍射现象用来研究固体物质的结构，是在 1945 年建立了核反应堆以后，因堆可以给出较大注量率的热中子流，同时建立起观测中子衍射现象的衍射谱仪。图 10-9 给出一台简易的中子衍射谱仪结构的示意图。仪器包括准直孔、单色器、转动样品台和中子记录系统。中子从反应堆准直孔引出，通过晶体单色器，得到单能中子束，打在样品上发生散射。利用 BF_3 计数管记录散射中子，测出衍射图形。通过衍射图形分析可得到有关样品的结构知识。

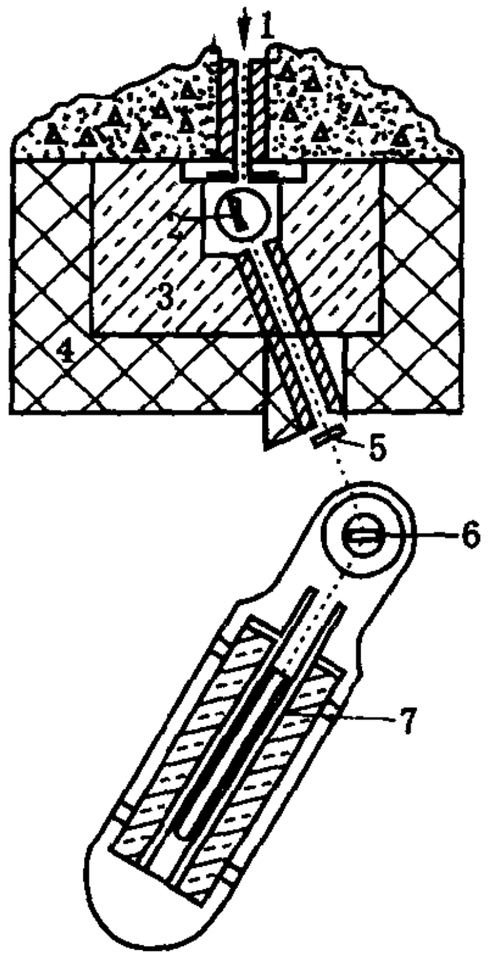


图 10-9　中子衍射谱仪
1—中子束　2—晶体单色器　3—含硼石蜡　4—铅　5—中子快门　6—样品　7—BF_3 正比计数器

2. 热中子衍射原理

为了讨论中子的衍射，必须先介绍一下有关晶体结构方面的一些知识。晶体一个很重要的特点，是它的原子在空间规则排列。一种最简单的结构是立方晶体结构。

在立方晶体中取任一原子 O 为原点，取三根相互垂直的晶轴为坐标轴 x, y, z，如图 10-10 所示。在坐标轴上每隔距离 a 有一原子，a 称为晶格常量。在晶体中通过不同原子可作成许多平面，称为晶面，如 $OABC$ 就决定一个晶面，ACD 决定另一个晶面，由于坐标原点选取的任意性，晶面的坐标位置是没有意义的，有意义的是各晶面的取向。在固体物理中通常是用密勒(Miller)指数来表示晶面的取向，如平行于 xy 平面的晶面密勒指数为(0,0,1)，晶面 ACD 和与它平行的晶面，如 EGH 的密勒指数是(1,1,1)。不同晶面上原子的密度不同，例如(0,0,1)就比(1,1,1)晶面的原子密度大，不同晶面的间距也不同，如(0,0,1)晶面的间距 $d = a$，而(1,1,1)晶面的间距 $d = a/\sqrt{3}$。

下面我们推导中子衍射的布喇格(Bragg)公式。先画一晶面，为方便起见，取(0,0,1)晶面，如图 10-11 所示。实际上对其他晶面也一样，不同的晶面只是晶面间距 d 不同。当中子波以掠射角 θ 射向晶面，在相邻两晶面上反射的中子波，程差为 $2d\sin\theta$。与 X 射线一样，当 $2d\sin\theta$ 等于中子波长的整数倍时，这两支反射波相干而加强，由许多层的相干作用，出现明显的衍射峰。中子衍射的布喇格公式

$$2d\sin\theta = n\lambda \quad (n = 1,2,3,\cdots) \tag{10.6-4}$$

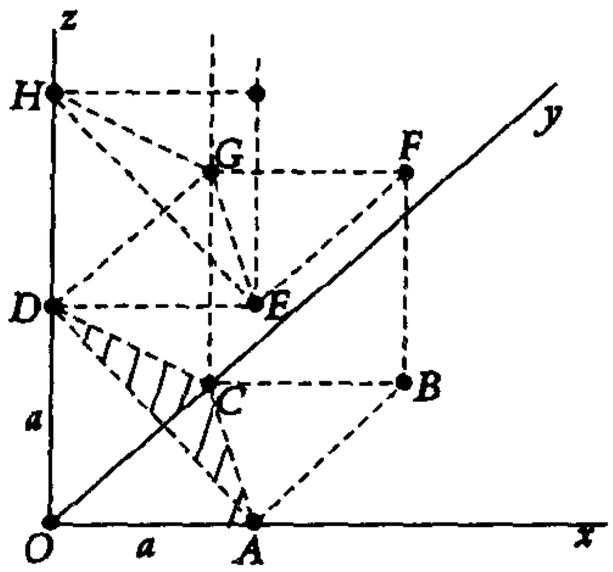


图 10-10　立方晶体结构

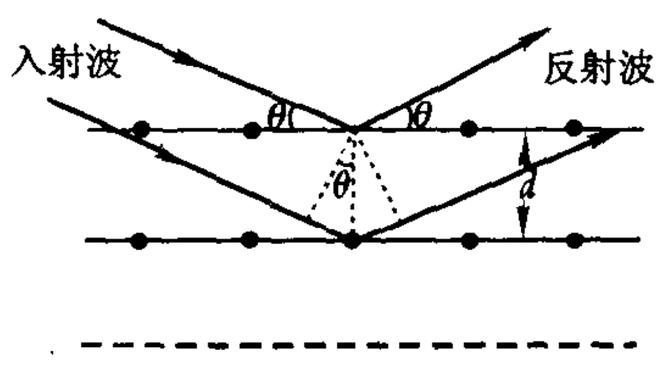


图 10-11　中子波在晶体上的反射

其中 λ 是散射中子的波长，n 为衍射级次。在反射中子束中，对应 $n=1$，称为一级衍射，其他称为次级衍射。通常一级衍射最强，强度随 n 的增加，迅速下降。实际应用中，只前面很少几级起作用。

当原子磁矩为零，或磁矩方向混乱分布的情况下，中子被晶体的散射主要是核散射。这时，理论给出布喇格衍射峰的强度 I 将正比于核结构因子 $F(N)$ 的平方

$$I \propto F^2(N) = \left| \sum_j b_j \exp\left\{2\pi i n \frac{\delta_j}{d}\right\} \right|^2 \tag{10.6-5}$$

其中 n 是衍射峰的级次，d 是反射晶面的间距，δ_j 是晶胞中第 j 个原子到反射面的距离。b_j 是第 j 个原子核的核散射振幅，式中求和号表示对一个晶胞中所有的原子求和。大多数元素的核散射振幅都已由实验测定。图 10-12 给出中子核散射振幅随原子量的变化关系。为了对比，图中也给出 X 射线散射振幅随原子量的变化曲线。从图中可以看出，中子核散射振幅随原子量 A 的增加起伏变化，而不像 X 射线那样随 A 的增加迅逐增加。中子在轻元素上的散射振幅与重元素上的散射振幅相差不大。另外，对同一元素的不同核素，中子的核散射振幅常有较大的差别。例如，在 ^1H 上，$b=-0.374\times10^{-12}$ cm；在 ^2H 上的 $b=-0.667\times10^{-12}$ cm。

对于磁性晶体，特别是铁磁材料，它与中子的磁相互作用已可以和核作用相比拟，磁散射效应必须考虑。对于非极化中子束，磁衍射峰的强度与磁结构因子 $F(M)$ 的平方成正比

$$I(M) \propto F^2(M) = \left| \sum_j p_j \exp\left\{2\pi i n \frac{\delta_j}{d}\right\} \right|^2 \tag{10.6-6}$$

其中 p_j 是晶胞中第 j 个原子的磁散射振幅，它随掠射角 θ 的增加而减少。图 10-13 中，实线给出中子在 Mn^{2+} 离子上磁散射振幅随 $\sin\theta/\lambda$ 的变化关系，为了比较，图中虚线画出了 X 射线在锰原子上的散射振幅随 $\sin\theta/\lambda$ 的变化关系。

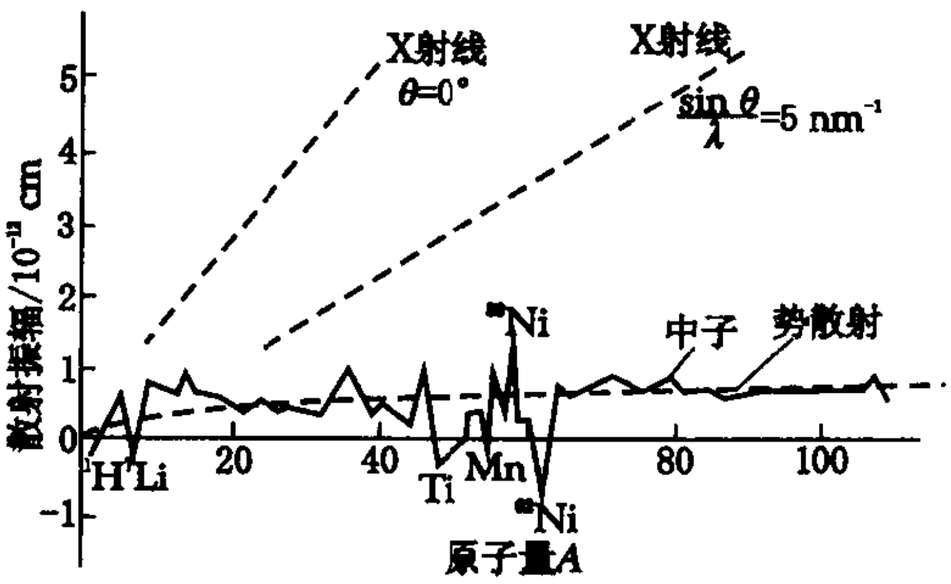


图 10-12　中子核散射振幅随原子量的变化

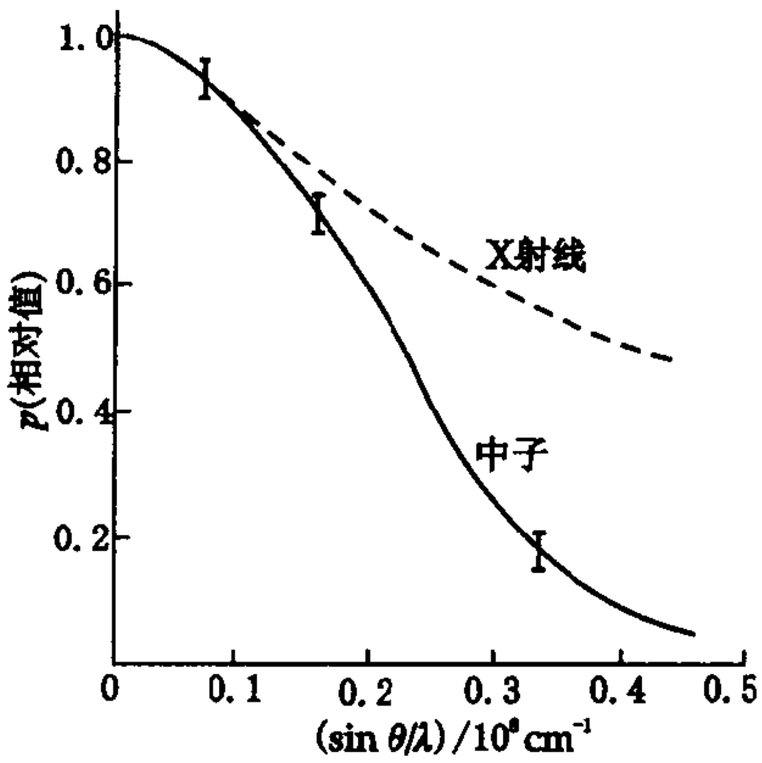


图 10-13　在 Mn^{2+} 离子上磁散射振幅随 $\sin\theta/\lambda$ 的变化

对于非极化中子束，它在磁性晶体上的散射，中子衍射峰的强度是核衍射强度和磁衍射强度之和。对于极化中子束，必须考虑到核散射振幅和磁散射振幅之间的相干现象，使衍射峰强度带来加强或减弱的效果。

3. 中子衍射应用实例

(1)晶体单色器

从反应堆引出的热中子是连续谱。如果在引出孔道外面安置一单晶片,中子束以掠射角 θ 射向单晶片。根据布喇格条件

$$\lambda = 2d\sin\theta$$

在与入射方向成 2θ 角的方向上可接受到波长为 λ 的单能中子,d 是反射晶面的间距。装置如图 10-14 所示。改变不同的 θ,就可以得到不同波长 λ 的单能中子。

(2)极化中子束

选取适当的铁磁晶体,通过相干衍射可以有效地得到极化中子束,下面说明其原理。

对任一非极化中子束,我们都可以看成两个相反方向极化中子束之和,如图 10-15 所示。入射中子束中一部分中子自旋向上为 s_1,另一部分中子自旋向下为 s_2。将中子束射到铁磁晶体表面,在某一晶面上发生布喇格反射。如果平行这反射面加一强磁场 $\boldsymbol{B}$,方向朝上,且场足够强,使铁磁晶体完全磁化。在这种情况下,自旋朝上的中子,磁散射振幅与核散射振幅同号,自旋朝下的中子的磁散射振幅与核散射振幅异号。若取中子的核散射振幅为 b,磁散射振幅为 p,则中子总的散射振幅

$$f = b \pm p \tag{10.6-7}$$

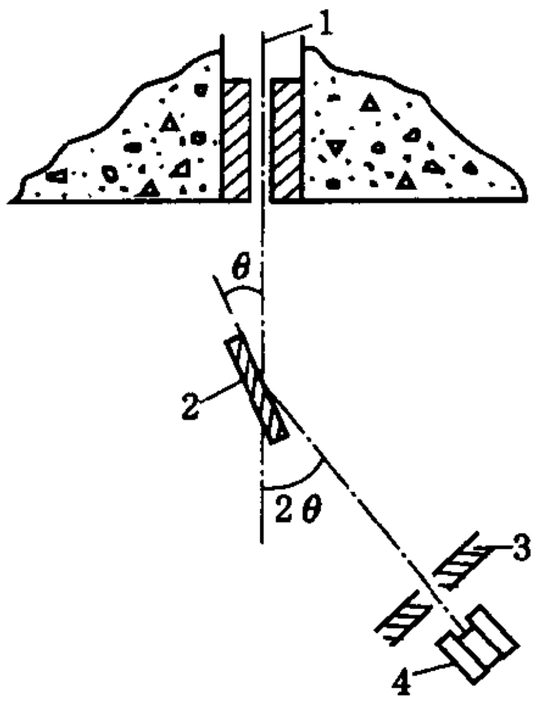


图 10-14　晶体单色器

1—中子束　2—单晶片

3—狭缝　4—探测器

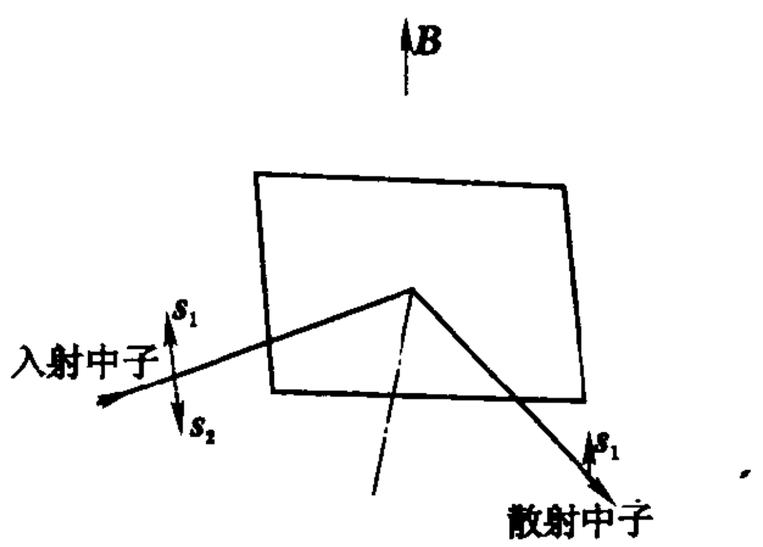


图 10-15　中子极化原理图

式中正号相应自旋朝上的中子,负号相应自旋朝下的中子。对于自旋朝上与朝下的中子,它们衍射峰的强度分别正比于 $(b+p)^2$ 和 $(b-p)^2$。适当选择反射物质,使 $b=p$,这时自旋朝下的中子散射振幅为零。反射束中只有自旋朝上的中子存在,达到产生极化中子束的目的。

由于磁散射振幅的大小与反射面和掠射角有关,因此,对于某种晶体,只有选定特殊的反射面和掠射角,才能产生完全极化的中子束。例如,磁铁矿(Fe_3O_4)晶体,反射面用(2,2,0)晶面,这时核散射振幅为 0.95×10^{-12} cm;当 $\theta=0°$ 时磁散射振幅为 1.35×10^{-12} cm。磁散射振幅随 $\sin\theta/\lambda$ 的增加而下降,当 $\sin\theta/\lambda=1.7\times10^{-2}$ nm^{-1} 时,振幅只有 $\theta=0°$ 时的百分之七十,

基本上和核散射振幅相等。在这个条件下,极化效率可达到95%。极化效率① P 定义为

$$P = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \tag{10.6-8}$$

其中 I_1 和 I_2 分别是散射后朝上朝下两种自旋态的中子数。

(3)晶体空间结构的测定

根据布喇格衍射公式,要测定晶面间距 d 和其它有关参量,要求中子波长 λ 和 d 同数量级。一般晶体晶面间距在(0.1~1) nm 之间,从反应堆出来的热中子能量在(0.1~0.0001) eV 之间,相应的波长为(0.03~3) nm,正好满足要求。

从图 10-12 可以看出,X 射线在物质上的散射振幅随 A 的增加迅速增加。因此,在用 X 射线来分析元素时,对于 A 值小的元素就不灵敏,对 A 值相近的元素分辨率差。图中还看到,中子在核上散射振幅不是随 A 变化的单调函数,相邻核素的散射振幅可以相差很大,因此,可以利用中子来研究近邻元素的结构差别。由于在轻元素和重元素上,中子有相近的散射振幅。例如,在^{2}H 上 $b = 0.667 \times 10^{-12}$ cm,在^{238}U 上 $b = 0.85 \times 10^{-12}$ cm。因此,利用中子衍射方法来测定含轻元素物质的结构,是十分有利的,特别是有机分子和生物分子,它们大都是碳氢化合物。因此,中子衍射技术和 X 射线衍射技术,在研究物质结构方面是相互补充的。

利用中子在磁性物质上的磁散射,还可以确定物质中原子磁矩的大小、取向和分布。螺旋性磁结构的发现就是中子衍射测量的结果。有关晶体空间结构测定的具体方法,已超出本书的范围,不在此介绍。

习　题

10-1. 从以下反应计算中子的质量

$$^{14}\mathrm{N} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{14}\mathrm{C} + {}^{1}\mathrm{H} + 0.623\ \mathrm{MeV}$$

10-2. 利用^{210}Po 的 α 粒子进行以下反应

$$^{11}\mathrm{B} + \alpha \rightarrow {}^{14}\mathrm{N} + \mathrm{n} + Q$$

实验测出^{14}N 的反冲能量为 0.8 MeV,中子动能为 4.31 MeV,试计算中子的质量。

10-3. 利用 D(d,n)^{3}He 反应产生中子,当 $E_d = 400$ keV 时,试求 $\theta = 0°$方向中子的动能。

10-4. 利用^{7}Li(p,n)^{7}Be 反应产生中子,希望在 $\theta = 0°$方向得到 500 keV 的中子,试求入射质子的能量应是多少?

10-5. 在石墨慢化剂中,将 2 MeV 中子热化需要的平均碰撞次数是多少?

10-6. 在某种能量下,中子弹性散射的微分截面可以用以下公式表示

$$\sigma_s(\theta) = a + b\cos\theta$$

(1)导出这能量处平均对数能量损失 ε 的公式;(2)当 $b \rightarrow 0$ 时这公式的极限是什么?

10-7. 已知石墨的密度是 1.6 g·cm^{-3},相应中子的 $\sigma_s = 4.8$ b,$\sigma_a = 3.4$ mb,试求它的散射自由程 λ_s,吸收自由程 λ_a 和热中子的扩散长度 L_D。

10-8. 在一无限均匀介质中有一无限平面中子源,单位面积每秒发出的中子数为 s,试求空间中子的密度分布。

10-9. 试计算中子和液氮($T = 77$ K)达到热平衡时,中子的平均动能、平均速度和德布罗

① 这时极化效率即散射后中子束的极化度。

依波长。

10-10. 已知某立方晶体中子单色器的 $a=0.2$ nm,利用它的(1,1,1)晶面为反射面,掠射角 $\theta=10°$,试求产生单能中子的能量。

10-11. 利用立方 Co-Fe 合金磁极化器产生极化中子束。已知 Co 和 Fe 的核散射振幅分别是 0.28×10^{-12} cm 和 0.96×10^{-12} cm;合金成分是 Co 占 92%,Fe 占 8%;合金(1,1,1)晶面磁散射振幅为 0.375×10^{-12} cm。试求此晶体产生极化中子束的效率。

第十一章　原子核的裂变和聚变

1932 年查德威克发现中子后，人们了解到原子核由质子、中子组成。用中子束辐照重元素以找寻元素周期表中更重的新元素工作激发了科学家很大的热情。在自然界存在的元素中，当时知道原子序数最大的是铀，$Z=92$。有人设想，用中子轰击铀，铀吸收中子经(n,γ)反应生成丰中子的新核素，再经 β^- 衰变就能产生第 93 号元素。如果再经多次接连 β^- 的衰变，还可以产生原子序数更高的新元素。对于 $Z>92$ 的元素统称超铀元素。看起来，用中子轰击重元素似乎是产生新超铀元素的一个途径。的确，用中子束辐照天然铀产生了很多种放射性核素。这些放射性核素到底是什么呢?

1938 年，哈恩(O. Hahn)和斯特拉斯曼(F. Strassmann)用放射化学的方法发现，在中子束辐照铀产生的放射性产物中具有钡($Z=56$)和镧($Z=57$)的放射性同位素，认识到中子轰击铀、钍等一些重原子核可以分裂成质量差不多大小的两个原子核。重核分裂成几个中等质量原子核的现象称为原子核裂变。原子核的转换方式除了以前讨论过的核衰变和核反应外，还有核裂变。通常，将重核分裂为两个碎片的情形称为二分裂变；重核分裂成三块或四块碎片的情形分别称为三分裂变和四分裂变。1947 年，钱三强、何泽慧等首先观察到中子轰击铀核时的三分裂变。三分裂变常是两个大些的碎片和一个 α 粒子。此种 α 粒子有较大的能量。α 粒子飞行方向倾向于与另两个碎片飞行方向垂直。三分裂变比二分裂变罕见，两者出现的概率之比是大约 3:1000。四分裂变就更少了。本课程只讨论二分裂变，简单地称作裂变。

裂变过程是原子核的一种重要的运动形态。对裂变现象及运动机制的研究是原子核物理学的一个重要方面。裂变所释放的大量能量为人类提供了一个重要的新能源，由此而发展了一个新的工程技术部门——核工程。本章将简要地介绍对裂变现象的实验观测及理论探讨的情况。同时，对轻原子核的聚变反应和受控核聚变也作简要的介绍。

§11.1　自发裂变与诱发裂变

1. 自发裂变

类似于放射性衰变，自发裂变是原子核在没有外来粒子轰击的情形下自行发生的核裂变。在第二章我们曾讨论过，中等质量核的比结合能比重核的大，因此裂变会有能量放出。仔细研究比结合能曲线发现，对于不很重的核，例如 $A>90$，核裂变从能量方面考虑就可能发生。就是说，如果 $A>90$ 的原子核能发生裂变，也会放出能量。但是，实验发现很重的核才能自发裂变。由此可见，有能量放出只是原子核自发裂变的必要条件，具有一定大小的裂变概率，才能在实验上观测到裂变事件。

很重的原子核大多具有 α 放射性。自发裂变和 α 衰变是重核衰变的两种不同方式，两者有竞争。对于 $Z\approx92$ 的核素，自发裂变比起 α 衰变可以忽略。^{252}Cf 能自发裂变也可以 α 衰变，自发裂变分支比约占 3%。^{252}Cf 是重要的自发裂变源和中子源。^{254}Cf 的自发裂变分支比是 99.7%，裂变是主要的衰变方式。一般地说，较轻的锕系核素自发裂变半衰期都比较长。

例如，^{238}U 的自发裂变半衰期 $T_{1/2}=1.01\times10^{16}$ a。其他核素的自发裂变半衰期，如^{235}U，$T_{1/2}=3.5\times10^{17}$ a；^{240}Pu，$T_{1/2}=1.45\times10^{11}$ a；^{242}Am，$T_{1/2}=9.5\times10^{11}$ a；^{252}Cf，$T_{1/2}=85.5$ a 和^{254}Cf，$T_{1/2}=60.5$ d 等等。一些锕系核素的自发裂变半衰期见图 11-1。对于偶偶核，半衰期有随 Z^2/A 下降的趋势。同一种元素的各种同位素半衰期差别很大，图中由实线相联。奇 A 核的自发裂变半衰期都比相邻偶偶核的大。

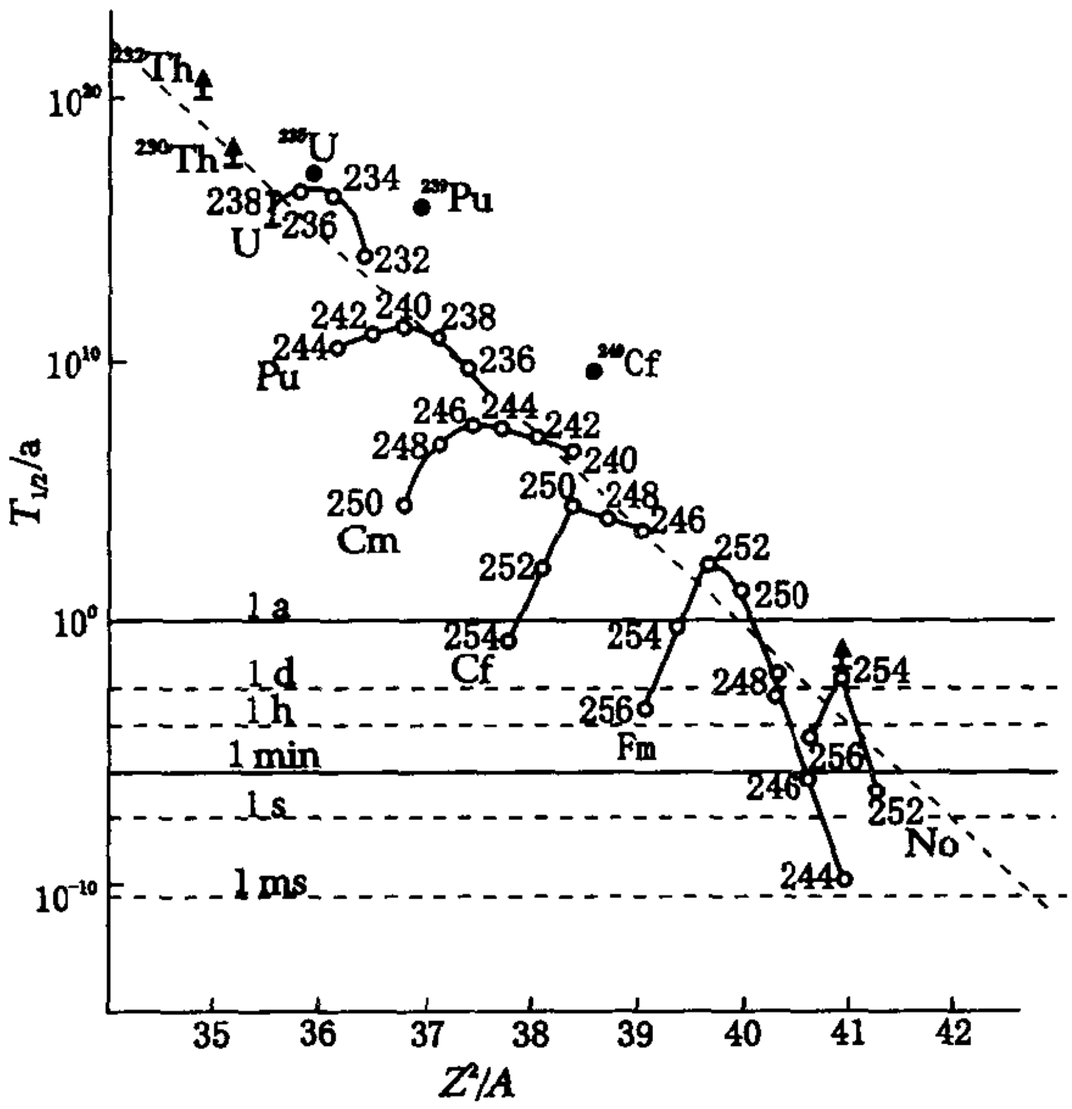


图 11-1　一些核素的自发裂变半衰期

和 α 衰变的势垒穿透类似，原子核自发裂变也要穿透势垒。这种裂变穿透的势垒称为裂变势垒。势垒穿透概率的大小和自发裂变半衰期密切相关，势垒穿透概率大，自发裂变容易发生，半衰期就短；势垒穿透概率小，自发裂变不容易发生，半衰期就长。自发裂变半衰期对于裂变势垒高度非常敏感，例如，垒高相差 1 MeV，半衰期可以差到 10^5 倍。

2. 诱发裂变

除了自发裂变，在外来粒子轰击下，重原子核也会发生裂变，这种裂变称为诱发裂变，它可以当作核反应的一个反应道，并记作 A(a,f)。其中，a 表示入射粒子，A 表示靶核，f 表示裂变，诱发裂变现象也说明裂变势垒的存在。发生裂变的核素称为裂变核。对于诱发裂变，入射粒子与靶核组成的复合核才是裂变核。当裂变核的激发能超过裂变势垒的高度时，裂变概率就显著地增大。

在诱发裂变中，中子诱发的裂变最重要，也研究得最多。由于中子和靶核的作用没有库仑势垒，能量很低的中子就可以进入核内使核激发而发生裂变。裂变过程又有中子发射，因而可能形成链式反应，这也是中子诱发裂变更受到重视的原因。以$^{235}U(n,f)$反应为例，这一过程可以用下式来描写

$$^{235}U + n \rightarrow {}^{236}U^* \rightarrow X + Y$$

这里 X 和 Y 表示两个裂变碎片（如$^{139}_{56}Br$ 和$^{97}_{36}Kr$），按这两个碎片的质量不同，分别称为重碎片和轻碎片，处于激发态的复合核$^{236}U^*$ 是裂变核。

诱发裂变概率的大小由裂变截面 σ_f 表示。裂变截面代表单位面积有一个靶核时入射一个粒子发生核裂变的概率。如同其它核反应截面一样，裂变截面 σ_f 也能由实验测定

$$\sigma_f = I_f/(I_a N_S) \tag{11.1-1}$$

其中 I_a 是单位时间入射粒子数，I_f 是单位时间发生裂变数，N_S 是单位面积的靶核数。探测技术中，要注意碎片与 α 粒子和其它轻带电粒子的鉴别；每次裂变有两个碎片，如果用测量到的碎片数来确定裂变数，只要对 2π 立体角求和。

表 11-1 列出了几种核素的热中子截面，包括裂变截面 σ_f、辐射俘获截面 σ_γ、吸收截面 σ_a 和总截面 σ_t。

表 11-1　几种核素的热中子截面[①]　　（单位：b）

	^{233}U	^{235}U	^{238}U	^{240}Pu
σ_f	533.1	582.2		742.5
σ_γ	47.7	98.6	2.7	268.8
σ_a	578.8	680.8	2.7	1011.3
σ_t	587.0	694.6	11.6	1019

① 核素常用数据表，原子能出版社，1977 年。

热中子可引起裂变的核素称为易裂变核，又称核燃料。^{235}U，^{239}Pu 和 ^{233}U 等都是核燃料。这些核素都有很大的热中子裂变截面。这些核燃料中只有 ^{235}U 天然存在，但是丰度较小，占 0.7%。天然铀中主要是 ^{238}U，其丰度为 99.3%。^{239}Pu 和 ^{233}U 非天然存在，要由核反应产生。

有些锕系区的偶偶核不能由热中子诱发裂变。当入射中子能量增高到一定数值时，这些核才发生裂变，这样的裂变称为有阈裂变。这些核素称为可裂变核。几种可裂变核的中子裂变激发曲线见图 11-2。从图中可以看出，入射中子能量提高到一定数值后裂变截面 σ_f 随中子入射能量 E_n 迅速上升。对于快中子引起的核裂变，随着中子能量的增高裂变截面的变化呈阶梯形。图 11-3 是 ^{238}U 快中子裂变截面的实验数据。第一个突变处是裂变阈，中子能量在裂变阈以下，裂变截面很小，在裂变阈附近裂变截面迅速地增大。入射中子能量增高到 6 MeV 左右出现第二个跃变。这表示除了(n,f)反应外，又打开了(n,n′f)反应道，复合核 $^{239}U^*$ 发射一个中子后，$^{238}U^*$ 还有足够的激发能发生裂变。入射中子能量再增高至 14 MeV 左右，$^{239}U^*$ 发射两个中子后，剩余核 $^{237}U^*$ 还有足够的激发能发生裂变，即又开放了(n,2nf)反应道，等等。(n,f)称为一次机会裂变，(n,n′f)和(n,2nf)分别称为二次机会裂变和三次机会裂变。入射中子能量逐渐升高达到各次裂变阈，分别打开一个个新的反应道，裂变截面随中子能量的变化就呈现阶梯形。图中插入的小图是理想情形，还标上了总的反应截面 σ_r 以便与裂变截面 σ_f 比较。

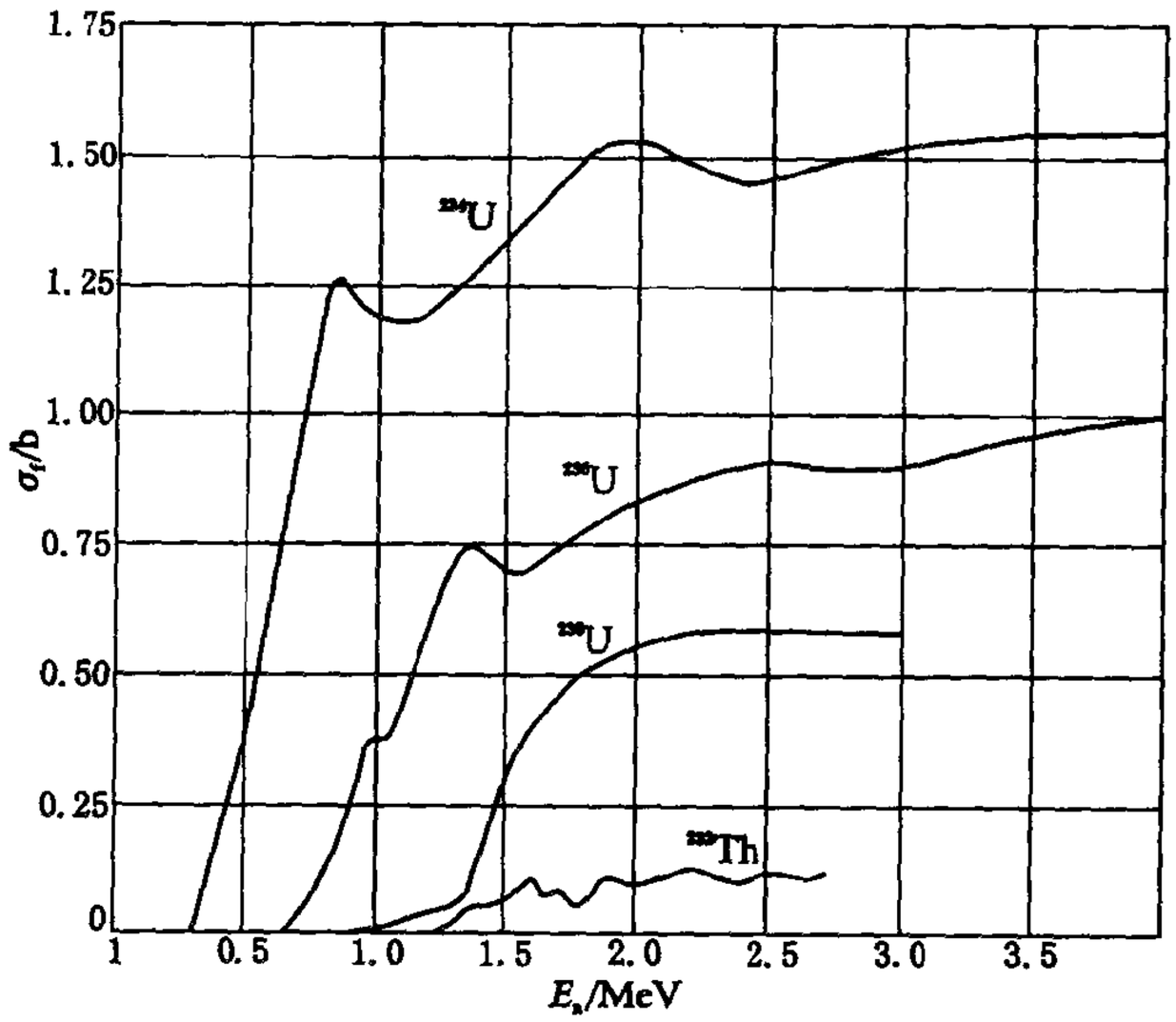


图 11-2　^{232}Th，^{234}U，^{236}U 和 ^{238}U 快中子裂变截面

除了中子可以诱发核裂变以外，具有一定能量的带电粒子如 p，d，α 和 γ 射线也能诱发核

裂变。

带电粒子要进入靶核内必须克服库仑势垒。氘核引起核裂变常是(d, pf)。氘核中的核子结合得比较松,当氘核接近靶核时受到极化,常是中子进入靶核内引起核裂变,而质子未进到靶核内就受靶核的库仑排斥作用而离去。这种核裂变实际上是中子诱发的裂变。能量很高的带电粒子甚至可以引起质量较小的元素(如 Cu)发生裂变。

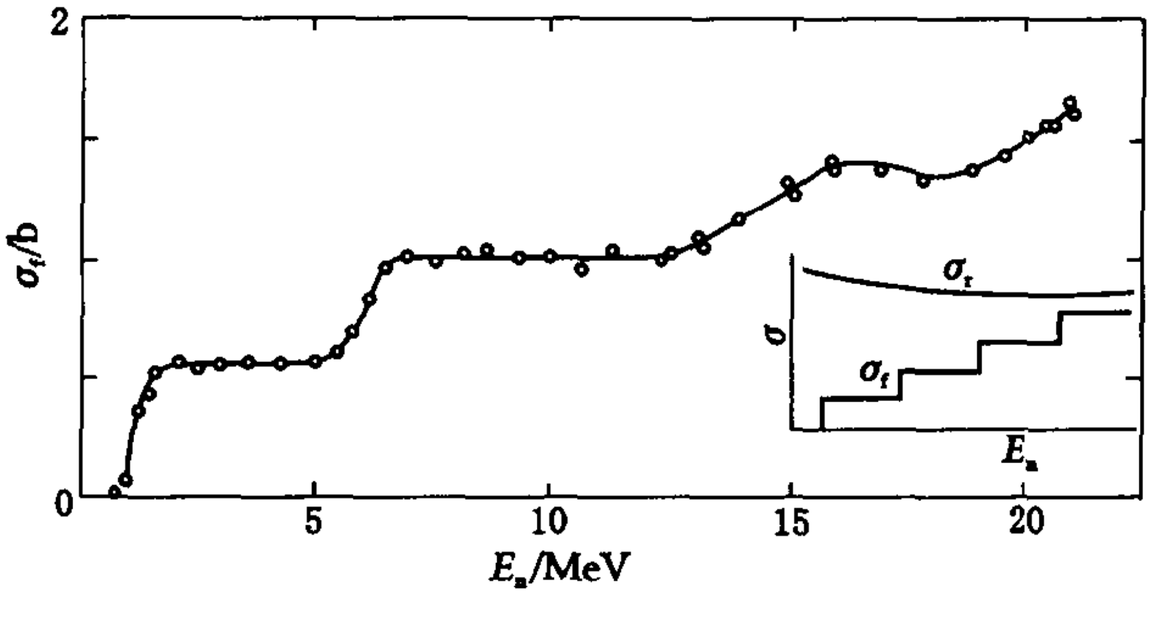


图 11-3 ^{238}U 快中子裂变截面

γ 射线引起的核裂变记作(γ,f),称为光致裂变,光致裂变截面都比较小。

高能粒子和重核作用还可能将靶核打散,出现很多自由核子或很轻的原子核,这种过程不再是核裂变而称为散裂反应。

重离子轰击重核时,融合在一起的复合核有很高的激发能,核裂变是复合核衰变的主要方式。

本书只讨论激发能较低的核裂变。

3. 裂变势垒高度

中等质量的原子核不出现自发裂变,诱发裂变也很困难,其原因是这些核素的裂变势垒很高。重核的裂变势垒就比较低。在容易发生核裂变锕系核素中,裂变势垒高度约 6 MeV。表 11-2 列出了一些核素的裂变势垒高度。

表 11-2 一些核素的裂变势垒高度 (单位: MeV)

核 素	势垒高度	核 素	势垒高度	核 素	势垒高度	核 素	势垒高度
^{178}Lu	28.7±3	^{211}Po	19.7±0.5	^{235}U	5.8	^{243}Pu	5.8
^{179}Ta	27±3	^{212}Po	18.6±0.5	^{236}U	5.9	^{244}Pu	5.4±0.3
^{186}Os	23.4±0.5	^{213}At	16.8±0.5	^{237}U	6.1	^{245}Pu	5.4
^{187}Os	22.7±0.5	^{226}Ra	8.5±0.5	^{238}U	5.8	^{241}Am	5.9±0.3
^{188}Os	24.2±0.5	^{227}Ra	8.5±0.5	^{239}U	6.2	^{242}Am	6.4
^{189}Ir	22±3	^{231}Th	6.2①	^{240}U	5.7	^{244}Am	6.3
^{191}Ir	23±3	^{232}Th	6.0	^{237}Np	5.6±0.3	^{245}cm	6.2
^{198}Hg	21.8±0.7	^{233}Th	6.4	^{238}Np	6.0	^{247}cm	5.9
^{207}Tl	22.3±0.5	^{234}Th	6.1	^{239}Pu	5.8	^{249}cm	5.5
^{207}Bi	21.2±0.5	^{232}Pa	6.3	^{240}Pu	5.9	^{245}Bk	5.9
^{209}Bi	22.6±0.5	^{233}U	5.7±0.3	^{241}Pu	5.9	^{253}Cf	5.3±0.3
^{210}Po	20.4±0.5	^{234}U	6.0	^{242}Pu	5.8±0.3		

① 未注明误差的实验值,其误差约为±0.2 MeV。

现在讨论一下为什么热中子能引起^{235}U裂变而不能使^{238}U裂变。

$^{235}U(n,f)$反应中，中子与^{235}U形成复合核$^{236}U^*$，裂变核是$^{236}U^*$。复合核的激发能由(9.9-3)式给出。对于热中子打^{235}U的情形，$E_a = E_n \approx 0$，B_{aA}就是^{236}U的最后一个中子的结合能 $S_n(^{236}U)$，由(2.6-34)式容易算得

$$\begin{aligned} E^* &= S_n(^{236}U) = \Delta(^{235}U) + \Delta(n) - \Delta(^{236}U) \\ &= (40.93 + 8.07 - 42.46)\ \text{MeV} = 6.54\ \text{MeV} \end{aligned} \tag{11.1-2}$$

^{236}U的裂变势垒高度 $E_b = 5.9$ MeV，有 $E^* > E_b$，热中子能引起^{235}U裂变。

$^{238}U(n,f)$反应中，裂变核是^{239}U。对此，也可以计算中子和^{238}U的结合能，亦即^{239}U的最后一个中子结合能

$$\begin{aligned} B_{aA} &= S_n(^{239}U) = \Delta(^{238}U) + \Delta(n) - \Delta(^{239}U) \\ &= (47.33 + 8.07 - 50.60)\ \text{MeV} = 4.80\ \text{MeV} \end{aligned} \tag{11.1-3}$$

^{239}U的裂变势垒高度 $E_b = 6.2$ MeV，热中子形成复合核^{239}U的激发能比裂变势垒低，不容易发生核裂变。当入射中子的能量提高到 $E_n \approx 1.4$ MeV 时，才有 $E^* \approx E_b$。我们称 $E_n = 1.4$ MeV 是$^{238}U(n,f)$反应的阈能。

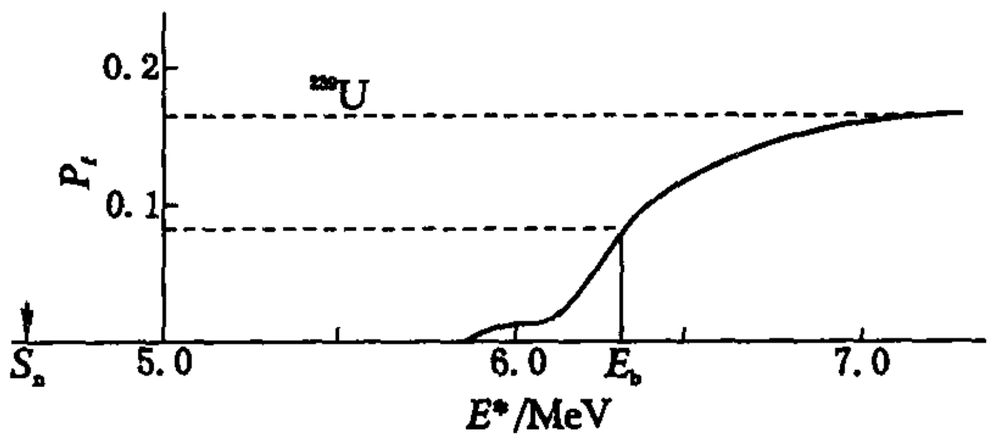


图 11-4 ^{239}U裂变概率

测定有阈裂变的激发曲线是确定核素裂变势垒高度的一种方法。图 11-4 是^{239}U裂变概率 P_f 随激发能 E^* 的变化曲线。裂变概率是裂变截面 σ_f 与反应截面 σ_r 之比，

$$P_f \equiv \sigma_f / \sigma_r \tag{11.1-4}$$

通常取裂变概率曲线坪顶高度一半处所对应的激发能为裂变核的裂变势垒高度 E_b。

§11.2 裂变后现象

1. 裂变后现象概述

原子核裂变成两个裂变碎片后，在库仑斥力作用下，分离飞开的碎片具有很大的动能。两个碎片的总动能占裂变释放能量的绝大部分。裂变碎片又有较高的激发能，是很不稳定的原子核，会有粒子发射出来。由 β 稳定线知道，稳定核的中质比(N/Z)随 A 的增加而增加，而碎片的中质比只能和裂变核相近，大于质量相同的稳定核，因此这些碎片是远离 β 稳定线的丰中子核。这些具有高激发能的裂变碎片会放出中子。经过发射中子后的碎片称为次级碎片，放中子前的裂变碎片，则称为初碎片或者称为裂变的初级产物。放出(1～3)个中子后，初级产物的激发能降低到约小于 8 MeV 时不足以发射核子，这时的次级碎片还能以 γ 跃迁的方式退激发。绝大多数 γ 射线在中子发射之后发出。以上发射中子和 γ 射线的过程分别在裂变后小于 10^{-15} s 和小于 10^{-11} s 这样短的时间内完成。这些中子和 γ 射线分别称为瞬发裂变中子和瞬发裂变 γ 射线。初级产物还是丰中子的核素，经过 β 衰变或多次 β 衰变链，最后转变为稳定的核素。裂变产物是发射中子后裂变碎片的统称，包括 β 衰变前的初级产物和 β 衰变子体。

作为例子，这里提出著名的 $A = 140$ 重碎片的 β 衰变链。

$$^{140}\mathrm{Xe}\xrightarrow[16\ \mathrm{s}]{\beta^-}{}^{140}\mathrm{Cs}\xrightarrow[66\ \mathrm{s}]{\beta^-}{}^{140}\mathrm{Ba}\xrightarrow[12.8\ \mathrm{d}]{\beta^-}{}^{140}\mathrm{La}\xrightarrow[40\ \mathrm{h}]{\beta^-}{}^{140}\mathrm{Ce}(\text{稳定})$$

正是对这个β衰变链的研究,发现了原子核的裂变。

轻碎片中 $A=99$ 的β衰变链

$$^{99}\mathrm{Nb}\xrightarrow[2.4\ \mathrm{min}]{\beta^-}{}^{99}\mathrm{Mo}\xrightarrow[67\ \mathrm{h}]{\beta^-}{}^{99}\mathrm{Tc}\xrightarrow[2.12\times10^5\ \mathrm{a}]{\beta^-}{}^{99}\mathrm{Ru}(\text{稳定})$$

这是人造元素锝(Tc,$Z=43$)的重要来源。

β衰变半衰期是 10^{-2} s或者更长,比上述发射中子和γ射线的时间长得多。因而β衰变过程称为慢过程。在β衰变过程中,偶尔也有些衰变中形成的核素,其激发能超过中子结合能,又有可能发射中子。例如,在轻碎片 $A=87$ 的β衰变链中,^{87}Br 经 β^- 衰变到^{87}Kr,^{87}Kr 的一个激发能级可以发射中子。当 β^- 衰变到这样的能级时,立即有中子发射。实验上,中子发射的半衰期是 55 s,是^{87}Br β^- 衰变的半衰期。衰变纲图见图 11-5。这种在β衰变慢过程中发射的中子,称为缓发中子。其中,激发态的^{87}Kr 称为中子发射体,^{87}Br 称为缓发中子先驱核。又如重碎片 $A=137$ 的β衰变链中,^{137}Xe 也是中子发射体,中子发射半衰期由β衰变母核^{137}I 的半衰期($T_{1/2}=22$ s)所决定。这里的^{137}I 是缓发中子先驱核。缓发裂变中子的产额约占裂变中子总数的 1%。

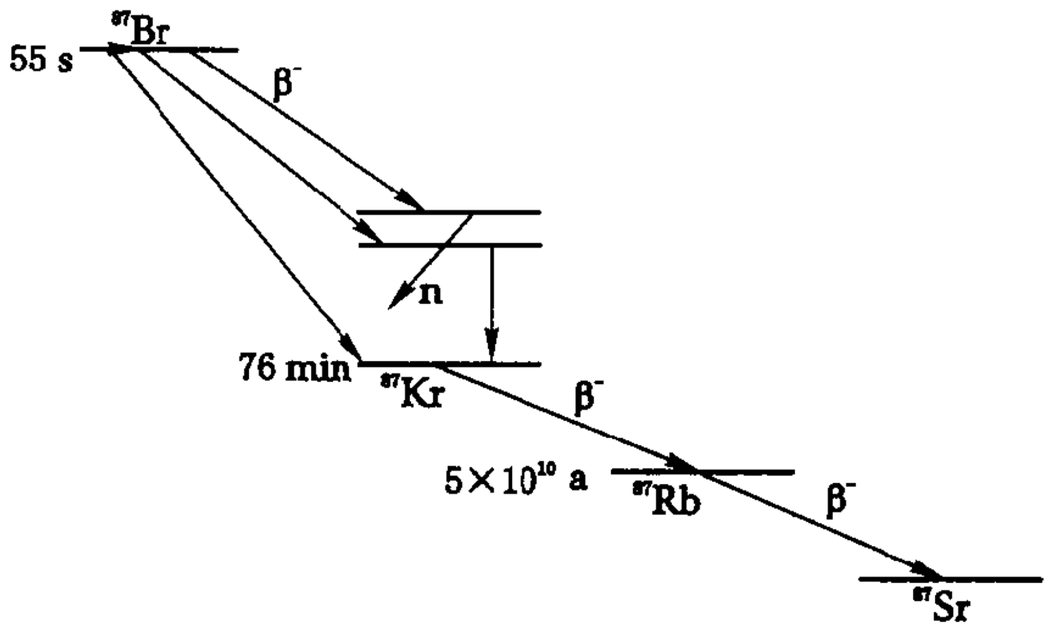


图 11-5 ^{87}Kr 发射中子的衰变纲图

对于慢中子诱发的核裂变,裂变后各种过程的能量分配见表 11-3。表中的数值是平均值。

原子核受激产生裂变以及裂变后瞬发中子、γ射线的过程可以由图示意。图 11-6 表示裂变过程的时间顺序和两个碎片的距离。图中各事件的序号是:0,原子核受激发;1,裂变;2,碎片获得动能的 90%;3,发射中子;4,发射γ射线;5,碎片停止。水平坐标表示时间的相关量,用$(20+\lg t)$单位表示,其中 t 为以 s 为单位的时间值。竖直坐标表示碎片间距离的相关量,用$(13+\lg r)$单位表示,其中 r 为以 cm 为单位的距离值。ρ 是碎片所通过的介质密度,图中的 $\rho=1$。

表 11-3 慢中子诱发裂变每次裂变的能量分配 (单位:MeV)

靶　核	^{235}U	^{239}Pu
轻碎片	99.8	101.8
重碎片	68.4	73.2
裂变中子	4.8	5.8
瞬发γ射线	7.5	≈7
裂变产物的β射线	7.8	≈8
裂变产物的γ射线	6.8	≈6.2
中微子(测不到)	(≈12)	(12)
可探测总能量	195	202

2. 裂变碎片质量分布

裂变碎片质量分布 $Y(A)$，又称裂变碎片按质量分布的产额①，其中的 A 是碎片的质量，以 u 为单位，近似地是质量数。裂变碎片质量分布是核裂变问题中极重要的物理量，虽有不少实验数据，但是还没有很满意的理论。

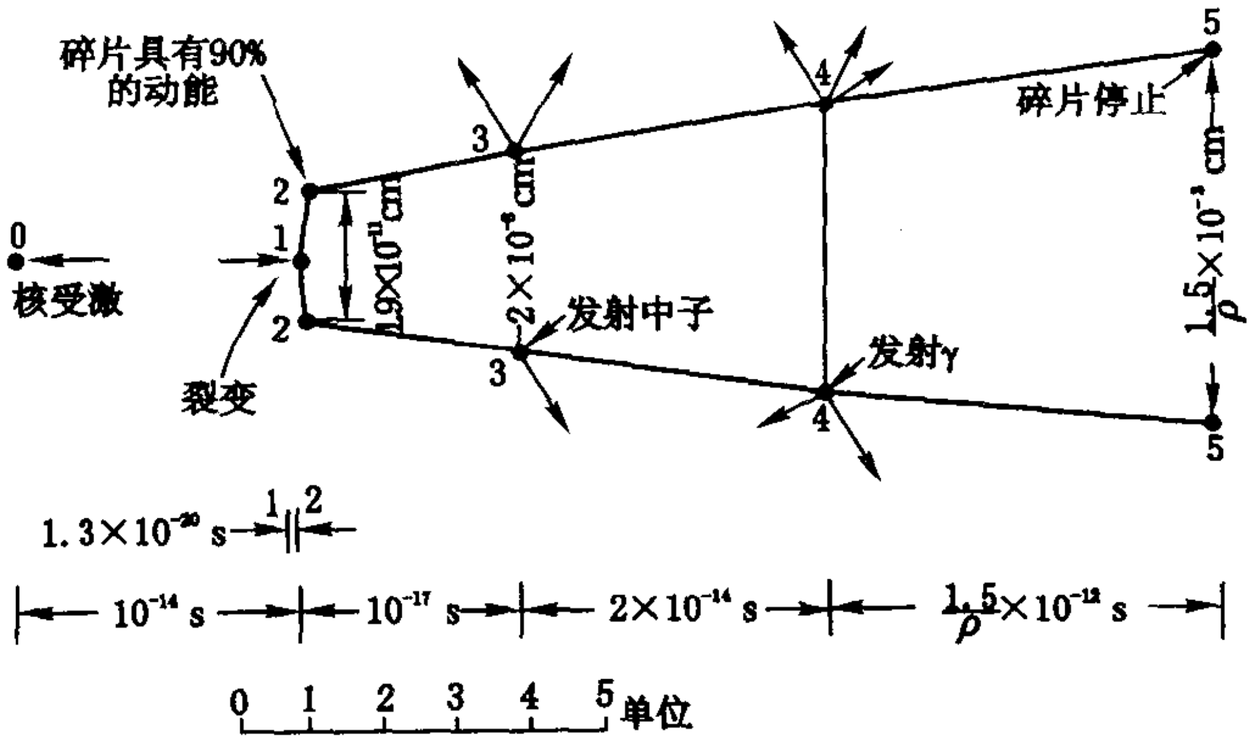


图 11-6　诱发裂变过程示意图

每次核裂变产生两个碎片，所以总的产额不是 1 而是 2。

$$\sum_{A} Y(A) = 2 \qquad (11.2\text{-}1)$$

如果裂变核的质量数记作 A_f，那么，质量数为 A_1 与质量数为 $A_2 = A_f - A_1$ 的两个碎片称为一对互补的裂变碎片。

(1)碎片质量分布的测定

实验测定裂变碎片的质量分布分为放中子前的裂变产额 $Y(A^*)$和放中子后的裂变产额 $Y(A)$两种。本处用有星号“*”的量表示与放中子前碎片有关的物理量，无星号的表示放中子后的。

放射化学分析法和质谱法可以确定核素的种类和数量，用于测量裂变碎片可以得到放中子后的裂变产额 $Y(A)$②。但是，为了了解核裂变的机制，作理论上的探讨，常需要知道放中子前的裂变产额 $Y(A^*)$。下面介绍两种测定 $Y(A^*)$的方法：双能量测量和双速度测量。

经过能量刻度的固体探测器可以测量裂变碎片的动能。同时测定一对互补裂变碎片的动能称为双能量测量。所测定的能量是放中子后碎片的动能 E_{k1} 和 E_{k2}，要进行一些修正才能和放中子前的碎片质量 m_1^* 和 m_2^* 联系起来。

由动量守恒和质量守恒可知

$$m_1^* E_{k1}^* = m_2^* E_{k2}^* \qquad (11.2\text{-}2)$$

$$m_1^* + m_2^* = A_f \qquad (11.2\text{-}3)$$

$$m_i = m_i^* - \nu_i \qquad i = 1,2 \qquad (11.2\text{-}4)$$

其中，A_f 是裂变核的质量，质量都以 u 为单位，ν_i 是第 i 个碎片发射的中子数。由(11.2-2)式和(11.2-3)式可得

$$\begin{aligned} m_1^* &= \frac{A_f E_{k2}^*}{E_{k1}^* + E_{k2}^*} \\ m_2^* &= \frac{A_f E_{k1}^*}{E_{k1}^* + E_{k2}^*} \end{aligned} \qquad (11.2\text{-}5)$$

如果认为裂变中子都是由碎片蒸发出来的，则中子的发射不改变碎片的速度，就有

---

① 核素的裂变产额又有独立产额与累积产额等之别，独立产额指放中子后 β 衰变前的各核素的产额。累积产额指独立产额加上由于 β 衰变而生成的该核素的产额。

② 包括所有质量数是 A 的核素，这个值与 β 衰变无关，称为质量产额。

$$v_i = v_i^* \qquad i = 1,2 \tag{11.2-6}$$

于是,得到

$$E_{ki}^* = E_{ki}\left(\frac{m_i^*}{m_i}\right) \qquad i = 1,2 \tag{11.2-7}$$

以及

$$m_1^* = \frac{A_f E_{k2}}{E_{k2} + E_{k1}(1 + \xi_1)} \tag{11.2-8}$$

$$m_2^* = A_f + m_1^*$$

其中,ξ_1 是碎片发射中子的修正参量,注意到 $\nu_i \ll m_i$ 可有

$$\xi_1 = \frac{1 + \nu_1/m_1}{1 + \nu_2/m_2} - 1 \approx \frac{\nu_1}{m_1} - \frac{\nu_2}{m_2} \tag{11.2-9}$$

可见,需要知道 ν_i 才能由 E_{k1} 和 E_{k2} 得到 m_1^* 和 m_2^*。ν_i 与碎片的质量和能量有关。不容易知道,常以该碎片放出中子数的平均值 $\overline{\nu_i}$ 代替 ν_i 以近似得到裂变产额 $Y(A^*)$。$\overline{\nu_i}$ 需要另行测定。

双速度测量是用飞行时间法同时测得一对互补裂变碎片的速度 v_i,$i = 1,2$。也假定(11.2-6)式成立,并根据(11.2-3)式和

$$m_1^* v_1^* = m_2^* v_2^* \tag{11.2-10}$$

可得

$$m_1^* = \frac{A_f v_2}{v_1 + v_2}$$

$$m_2^* = \frac{A_f v_1}{v_1 + v_2} \tag{11.2-11}$$

由双速度测量的事件数分布就可以得到初碎片的质量分布 $Y(A^*)$。以后的讨论中,为简单起见如不加说明都略去星号以 $Y(A)$ 表示放中子前的裂变碎片的产额。

(2)对称分布与非对称分布

裂变碎片质量分布 $Y(A)$ 与裂变核是什么核素有关,还与裂变核的激发能有关。

$Z \leqslant 84$ 的核素,裂变碎片呈对称分布,即质量为 A_f 的裂变核分成两个相同的碎片 $A_1 = A_2 = A_f/2$ 的分法是最概然的。这样的核裂变称为对称裂变。$Z \geqslant 100$ 的核素发生裂变也主要是对称裂变。但是,对于 $90 \leqslant Z \leqslant 98$ 核素的自发裂变或低激发能的诱发裂变,碎片质量分布是非对称的,称为非对称裂变。随着裂变核激发能增高,非对称裂变逐渐向对称裂变的模式过渡,对于镭等某些核素的裂变,会出现对称裂变与非对称裂变两种同等重要的模式,因而为三个峰的碎片质量分布。以上各种情形见图 11-7。

现在,对非对称裂变再进行一些讨论。^{235}U 的热中子诱发裂变,碎片质量分布的非对称性极为突出,见图 11-8(a)。重碎片峰位在 $A_H \approx 140$ 处,轻碎片峰在 $A_L \approx 96$ 处,产额约 6%。而在对称分裂的 $A = \frac{236}{2} = 118$ 处,产额曲线有很深的谷,$Y(118) = 0.010\%$,峰谷比约 600。^{233}U和^{239}Pu 的热中子诱发裂变以及^{252}Cf 的自发裂变都是非对称裂变,其碎片质量分布见图 11-9。图中纵坐标是对数坐标,各曲线以裂变核核素符号标明。

从以上四条非对称裂变的质量分布曲线可以看出,重碎片的峰位几乎不变,$A_H \approx 140$,而

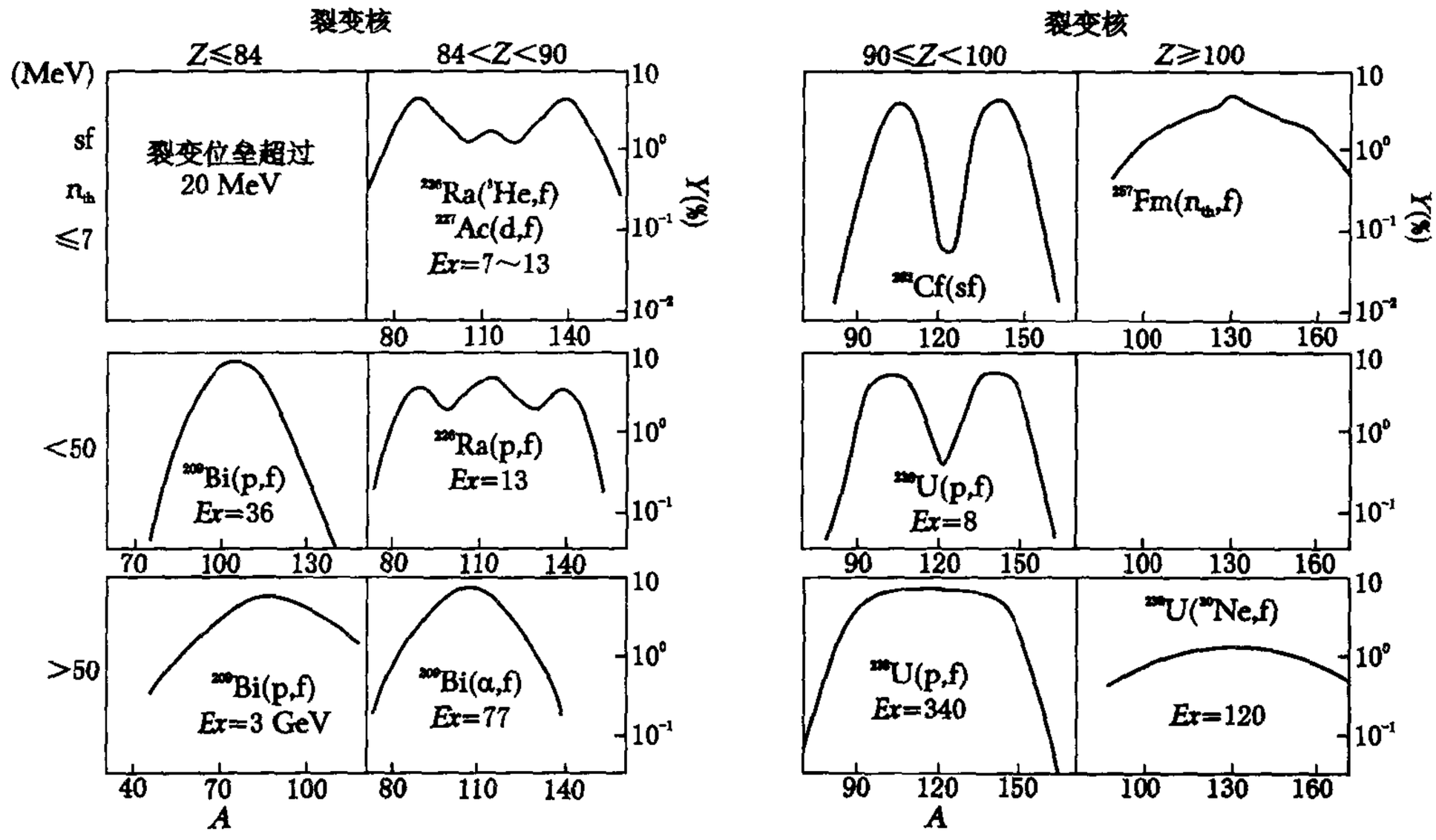


图 11-7　一些核裂变的质量分布

轻碎片的峰位 A_L 与 A_H 互补。^{233}U 的热中子裂变，$A_L \approx 94$。^{239}Pu 的热中子裂变，$A_L \approx 100$。^{252}Cf 的自发裂变，$A_L \approx 112$。这表明，$A_H \approx 140$ 的碎片特别容易形成，可能是一种壳效应。

随着入射中子能量增大，裂变核的激发能也增加，对称裂变的产额也随着提高。例如，14 MeV中子引起^{235}U 的裂变，碎片质量分布曲线的峰谷比降为 5。能量更高的中子引起^{235}U 的裂变有可能成为对称裂变。

3. 碎片的动能

(1)碎片总动能

一对互补裂变初碎片的总动能是 $E_k = E_{k1} + E_{k2}$。由双能量测量，再经过碎片放中子的校正可得到两初碎片的总动能分布 $n(E_k)$，表示总动能为 E_k 的相对事件数。最概然总动能记作$[E_k]$。实验发现初碎片的总动能只与裂变核有关而与裂变核的激发能 E^* 无关。

碎片的动能绝大部分来源于断裂时两碎片之间的库仑能。对此，可以作一些定性的讨论。如果裂变核(Z,A)发生对称裂变，$Z_1 = Z_2 = Z/2$，$A_1 = A_2 = A/2$。两个相切的球形碎片的库仑能是

$$V_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z^2 e^2}{8\left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} r_0 A^{1/3}} \tag{11.2-12}$$

可见库仑能 V_c 与 $Z^2/A^{1/3}$ 有关，裂变碎片总动能的实验结果列于表 11-4，并有经验公式

$$[E_k] = 0.1071 Z^2 A^{-1/3} + 22.2 \tag{11.2-13}$$

其中能量单位为 MeV。

由碎片总动能可以估算裂变核分成两个碎片时碎片中心的距离，$D \approx 18$ fm。

(2)动能按碎片质量的分布

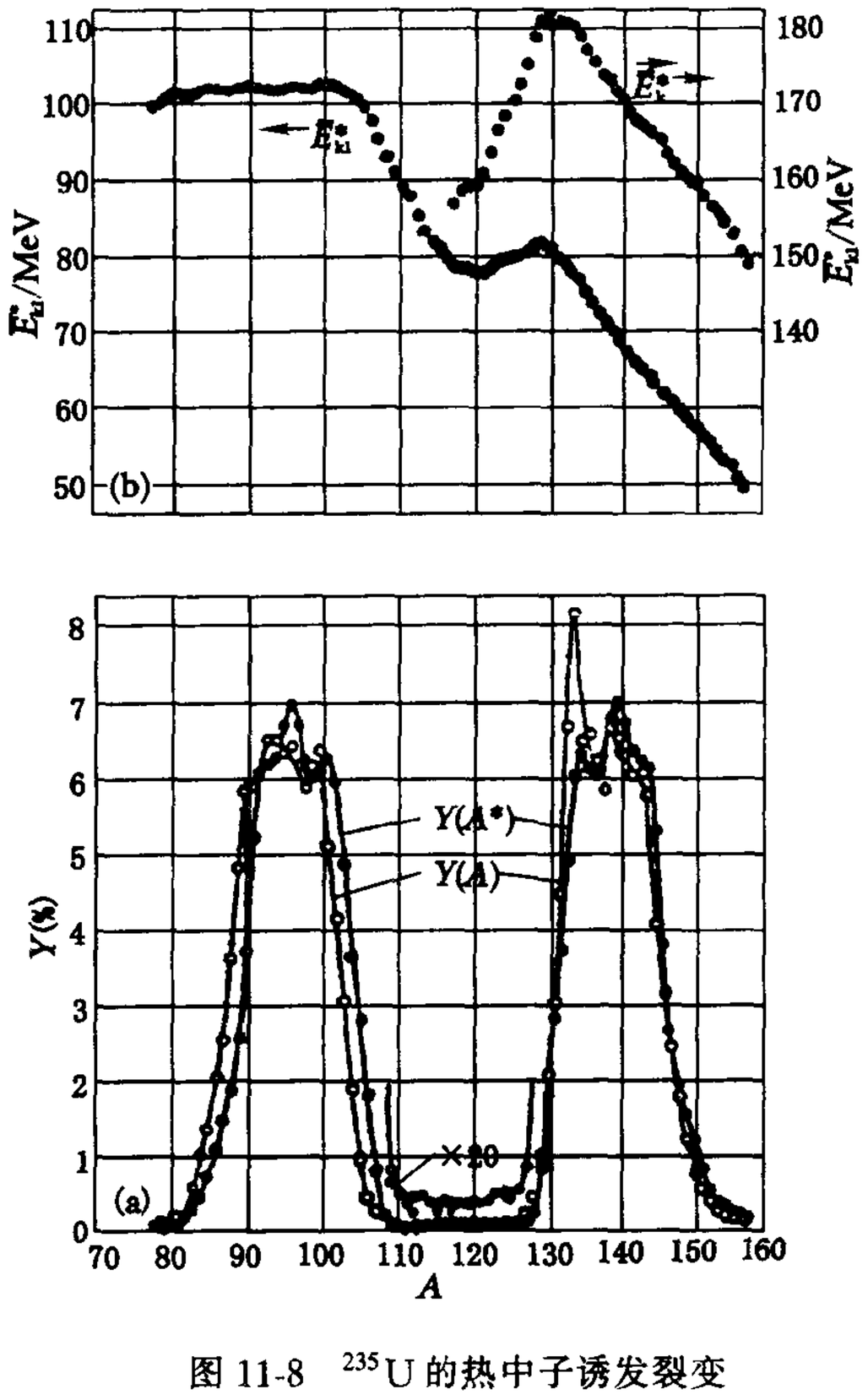


图 11-8 ^{235}U 的热中子诱发裂变

裂变碎片动能按碎片质量的分布 $\overline{E_{k1}^*}(A)$ 的实验结果见图 11-8(b)。从图中发现轻碎片具有较大的动能。由于动量守恒，轻、重碎片的动量数值相等，轻碎片的速度大因而有较大的动能。如果考虑碎片总动能按重碎片质量的分布，并以 $\overline{E_k^*}(A)$ 表示，

$$\overline{E_k^*} = \overline{E_{k1}^*} + \overline{E_{k2}^*} \qquad (11.2\text{-}14)$$

总动能是一对互补碎片的动能之和，实验结果是平均值，右上角星号（*）表示放中子前的初碎片。从图中发现，当重碎片质量 $A \approx 132$ 时，总动能 $\overline{E_k^*}(A)$ 最大。对于很多裂变核都有类似的结果。$A=132$ 可以是 $Z=50, N=82$ 的满壳层。这表明发生断裂时壳结构可能起着重要的作用。当 $A=132$ 时碎片的形状近似于球形，形变小，断裂时两碎片中心较近，因此由库仑能转变成的动能就比较大。

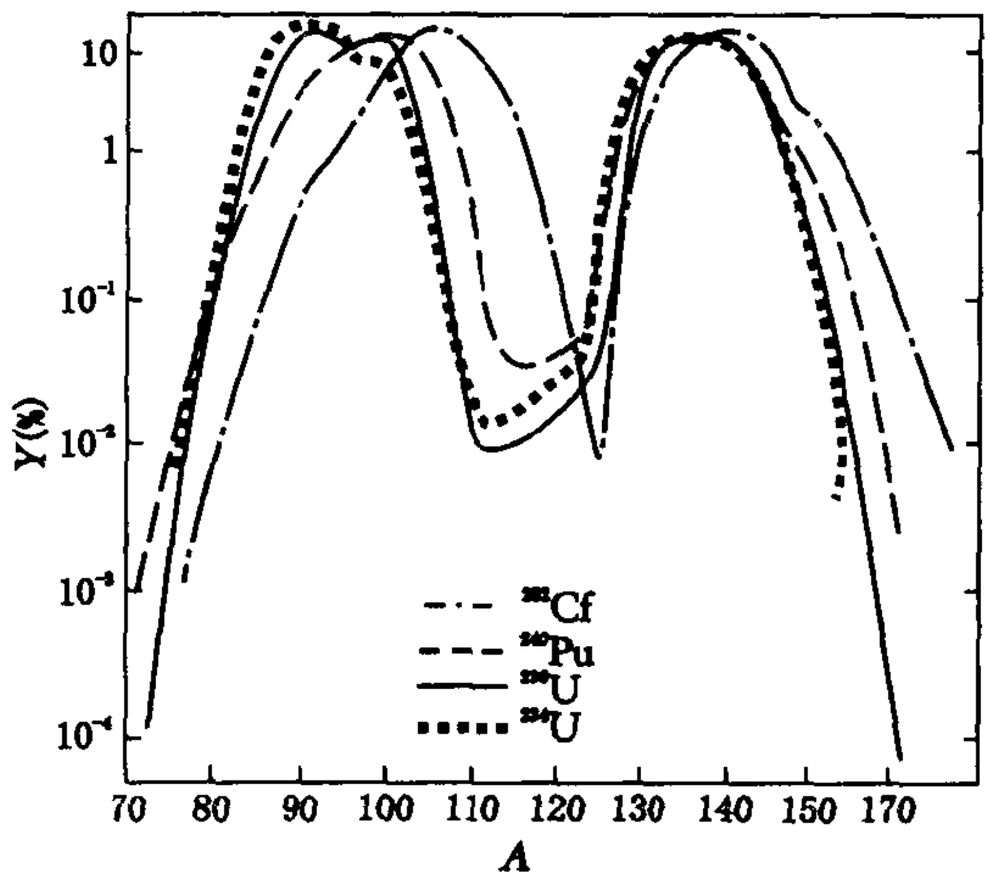


图 11-9 非对称核裂变的质量分布

表 11-4　裂变碎片的总动能

裂变核	靶核	入射粒子	$Z^2A^{-1/3}$	激发能 E^* / MeV	$[E_k]$/ MeV
^{186}Os	^{176}Yb	109 MeV ^{12}C	1012	88	127 ± 6
	^{170}Er	116 MeV ^{16}O		116	128 ± 6
^{201}Tl	^{194}Au	70 MeV ^{4}He	1120	67	142.1 ± 4
^{198}Pb	^{132}W	102 MeV ^{16}O	1154	68	144 ± 5
		165 MeV ^{16}O		126	147 ± 5
^{213}At	^{209}Bi	65 MeV ^{4}He	1210	54	150.1 ± 4
^{232}Pa	^{230}Th	12 MeV ^{2}H	1348	20	166.3 ± 2.0
^{234}U	^{233}U	热中子	1374	5.9	169.4 ± 1.7
	^{230}Th	29.5 MeV ^{4}He		24	166.0 ± 2.0
^{236}U	^{233}U	热中子	1370	5.3	168.3 ± 1.7
	^{232}Th	21.4 MeV ^{4}He		16	172.5 ± 3.2
		65.0 MeV ^{4}He		59	168.0 ± 4.5
^{240}Pu	^{239}Pu	热中子	1422	6.5	175.0 ± 1.7
^{242}Pu	^{238}U	25.7 MeV ^{4}He	1418	20	176.0 ± 3.2
		65.0 MeV ^{4}He		59	173.0 ± 4.0
^{252}Cf	自发裂变		1521	0	185.7 ± 0.1

4. 裂变中子

核裂变放出的中子称为裂变中子。瞬发裂变中子能谱 $N(E)$和每次裂变放出的平均中子数$\bar{\nu}$在核裂变基础研究和应用中都是很重要的物理量。我们将介绍 $N(E)$和$\bar{\nu}$的实验结果,还要介绍裂变中子数按碎片的分布和缓发裂变中子的一些实验结果。

(1)瞬发裂变中子能谱

核裂变瞬发中子的能量分布 $N(E)$称为瞬发裂变中子能谱,简称裂变中子能谱。能量 E 是裂变中子在实验室系的动能。裂变中子能谱是连续谱,裂变中子的平均能量约 2 MeV。

裂变中子能谱的实验结果可由一个参量的麦克斯韦(Maxwell)分布曲线表示,

$$N(E) \propto \sqrt{E}\exp(-E/T_M) \tag{11.2-15}$$

其中,参量 T_M 称为麦克斯韦温度。可以算出裂变中子的平均能量

$$\bar{E} = \frac{\int_0^\infty EN(E)\mathrm{d}E}{\int_0^\infty N(E)\mathrm{d}E} = \frac{3}{2}T_M \tag{11.2-16}$$

^{252}Cf 自发裂变的裂变中子能谱和^{235}U 热中子诱发裂变的裂变中子能谱常用作标准的裂变中子能谱,其谱参量 T_M 以及平均能量$\bar{E}$为

$$\begin{aligned} &^{252}\mathrm{Cf(sf)} \quad T_M = (1.453 \pm 0.017)\ \mathrm{MeV}, \bar{E} = (2.179 \pm 0.025)\ \mathrm{MeV} \\ &^{235}\mathrm{U} + \mathrm{n_{th}} \quad T_M = (1.319 \pm 0.019)\ \mathrm{MeV}, \bar{E} = (1.979 \pm 0.029)\ \mathrm{MeV} \end{aligned} \tag{11.2-17}$$

裂变中子能谱的麦克斯韦分布谱形见图 11-10,实验点是^{235}U 热中子诱发裂变的结果。随着入射中子能量的增加,诱发裂变中子能谱的平均能量略有提高。

裂变中子平均能量$\bar{E}$和每次裂变放出的平均中子数$\bar{\nu}$之间有一定的关系,泰瑞尔(J. Ter-

rell)由蒸发模型得到半经验公式①

$$\overline{E} = A + B\sqrt{\bar{\nu} + 1} \tag{11.2-18}$$

其中参量 A 和 B 由与实验比较得出

$$A = 0.75 \qquad B = 0.65 \tag{11.2-19}$$

$\overline{E}$, A 和 B 的单位为 MeV。

准确的标准裂变中子能谱对于其他中子能谱的测定、中子探测器的各种能量的效率刻度、裂变截面的测定和测定 $\bar{\nu}$ 值等方面都有很大的用处。

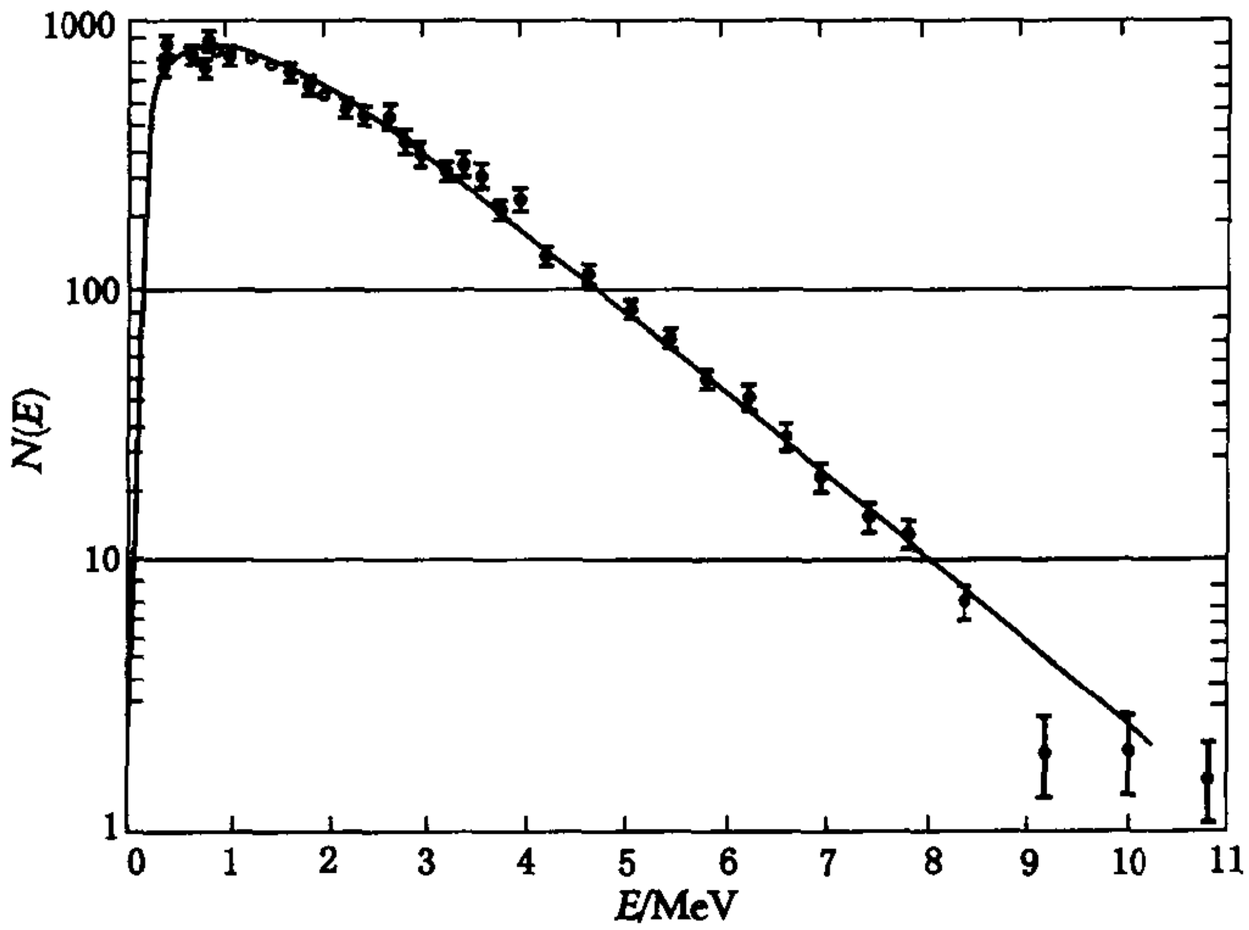


图 11-10　裂变中子能谱

裂变中子的角分布在实验室系中强烈地倾向碎片飞行的方向。在碎片质心系中,角分布近似地为各向同性。这表明裂变中子主要是由碎片蒸发出来的,而且是在碎片由于库仑作用加速之后蒸发出来的。前面在碎片双能量测量中曾经假定碎片发射中子前后速度不变,这个假定是合理的。另外,核裂变在原子核断裂时也可能有部分中子在断裂的颈部(形变中的最细部分)发射出来。断裂颈发射中子在实验室系是各向同性的。实验表明,断裂颈发射中子比碎片蒸发中子少得多。

(2)每次裂变平均中子数

每次裂变放出的平均中子数记作 $\bar{\nu}$。裂变瞬发中子和缓发中子都对 $\bar{\nu}$ 值有贡献。有

$$\bar{\nu} = \bar{\nu}_p + \bar{\nu}_d \approx \bar{\nu}_p \tag{11.2-20}$$

其中的$\overline{\nu_p}$和$\overline{\nu_d}$分别是每次裂变的平均瞬发中子数和平均缓发中子数。

由每次裂变平均中子数的定义

$$\overline{\nu_p} = \sum_{\nu} \nu P(\nu) \tag{11.2-21}$$

$P(\nu)$为每次裂变的中子数概率分布,可用高斯(Gauss)分布表示,即

$$P(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(\nu - \bar{\nu})^2}{2\sigma^2}\right] \tag{11.2-22}$$

除了^{252}Cf 自发裂变外,对于大多数裂变核,分布宽度参量 $\sigma = 1.08$。图 11-11 是一些核裂变的 $P(\nu)$实验值,实线为高斯分布。

一些核裂变的 $\bar{\nu}$ 值列于表 11-5。表中的数据以^{252}Cf 自发裂变的 $\bar{\nu}$ 值作为归一的标准。

当入射中子能量增高时,裂变核的激发能也随之增高。前面曾讨论过碎片的动能几乎与裂变核的激发能无关。裂变核激发能增高,使碎片的激发能增高,在这种情形下,会发射更多的 裂变中子。例如,^{235}U中子诱发裂变,$\bar{\nu}_p$值随入射中子能量E_n的变化见图11-12。$\bar{\nu}_p$随

① J. Terrell. Phys. Rev., 113, 527(1959);胡济民和王正行,高能物理与核物理,第 6 期,772(1979)。

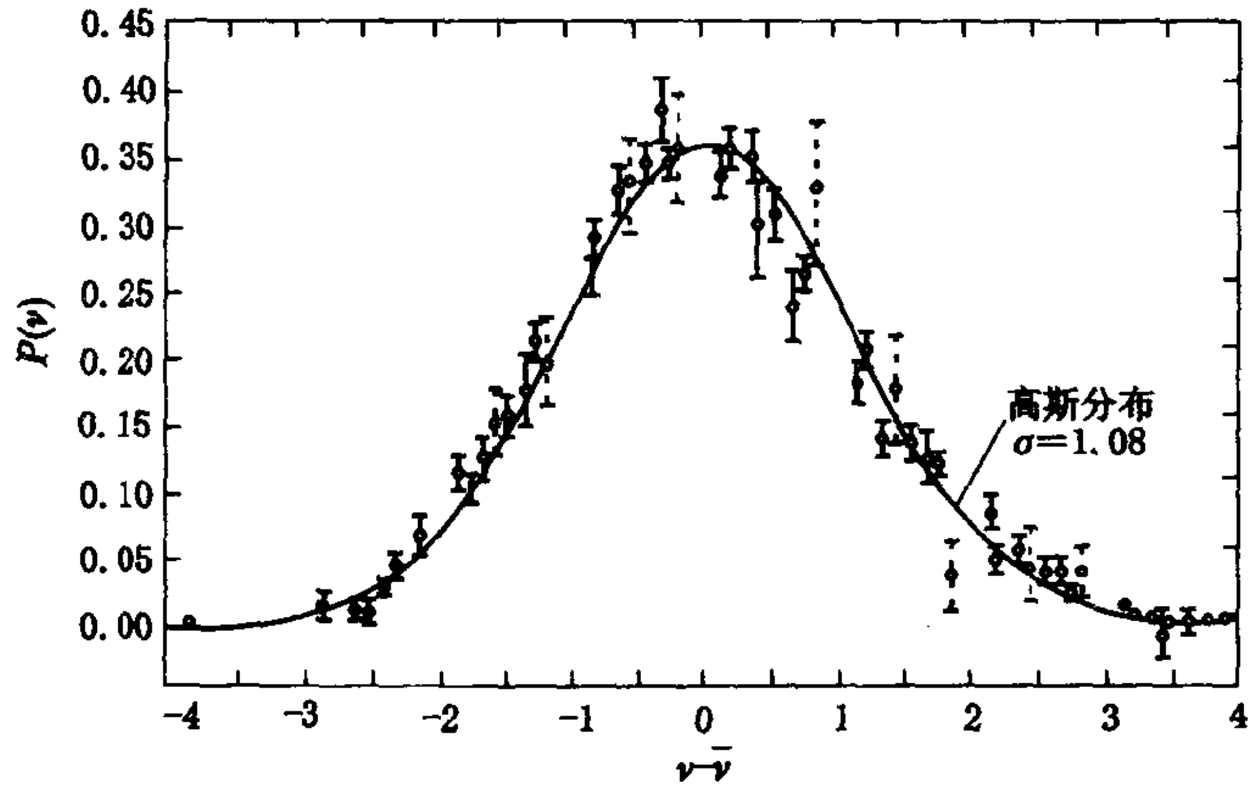


图 11-11　每次裂变放出中子数的概率分布

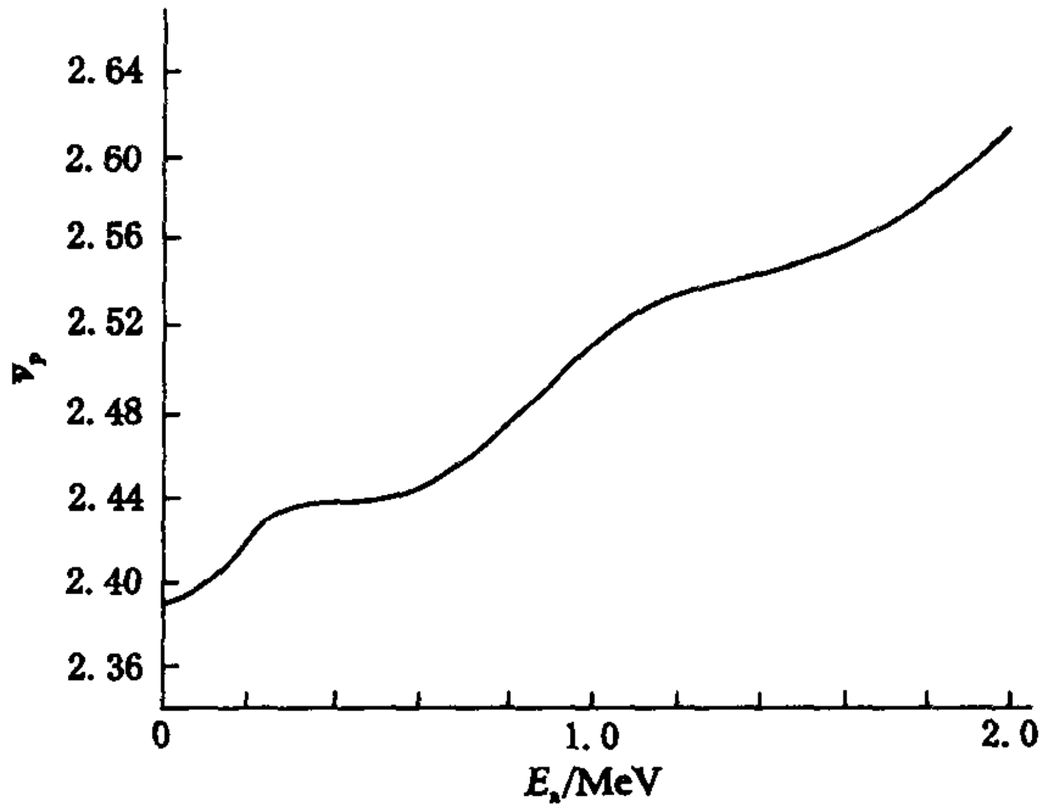


图 11-12　^{235}U 中子诱发裂变的 $\bar{\nu}_p$ 值

E_n 近似线性上升，稍有波动。

表 11-5　每次裂变平均中子数 $\bar{\nu}$①

热中子诱发裂变		自 发 裂 变	
裂 变 核	$\bar{\nu}$	裂 变 核	$\bar{\nu}$
^{234}U	2.478±0.007	^{238}U	2.00±0.08
^{236}U	2.405±0.005	^{240}Pu	2.16±0.02
^{240}Pu	2.884±0.007	^{242}Pu	2.15±0.02
^{242}Am	3.22±0.04	^{246}cm	3.00±0.20
^{244}cm	3.43±0.05	^{252}Cf	3.764
^{246}cm	3.83±0.03	^{254}Cf	3.88±0.14

① 以 ^{252}Cf 自发裂变 $\bar{\nu}=3.764$ 归一，现有推荐值是 $\bar{\nu}=3.731\pm0.009$。

对于裂变物质，中子诱发裂变的参量除了 $\bar{\nu}$ 还有中子裂变截面 σ_f 和中子辐射俘获截面

σ_γ,还可以定义两个有用的参量。一个参量是辐射俘获对裂变的截面比 α,

$$\alpha = \frac{\sigma_\gamma}{\sigma_f} \tag{11.2-23}$$

对于有共振的情形,$\alpha = \Gamma_\gamma/\Gamma_f$,其中 Γ_γ 和 Γ_f 分别是此共振的辐射宽度和裂变宽度。另一个参量是每一个中子被裂变物质吸收后产生的中子数 η,

$$\eta = \bar{\nu}\frac{\sigma_f}{\sigma_f + \sigma_\gamma} \tag{11.2-24}$$

或者写成

$$\eta = \bar{\nu}/(1+\alpha) \tag{11.2-25}$$

^{235}U 吸收一个热中子产生的中子数 η 特别重要,在 §11.5 中将仔细讨论。

在 $\bar{\nu}, \sigma_f, \sigma_\gamma, \alpha$ 和 η 这 5 个量中只有 3 个是独立的。

(3)缓发裂变中子

缓发裂变中子产生于裂变产物的某些 β 衰变链中。缓发中子的半衰期就是中子发射体的 β 衰变母核(或称缓发中子先驱核)的 β 衰变半衰期。按缓发中子半衰期不同,常将它分成几组。表 11-6 中列出了几种裂变物质的缓发裂变中子实验数据。

表 11-6　几种裂变物质的缓发裂变中子

先驱核	$T_{1/2}$/s	E/ keV	100 次裂变的缓发中子数		
			^{235}U	^{238}U	^{239}Pu
^{87}Br	54.5	250	0.052	0.054	0.021
^{137}I	24.4	560	0.346	0.564	0.182
^{88}Br	16.3				
^{138}I	6.3	405	0.310	0.667	0.129
^{89}Br	4.4				
$^{93,94}Rb$	≈6				
^{139}I	2.0	450	0.624	1.60	0.199
Cs,Sb,Te	1.6~2.4				
$^{90,92}Br$	1.6				
^{93}Kr	1.5				
$^{140}I+Kr$	0.5		0.182	0.93	0.052
Be,Rb,As	0.2		0.066	0.31	0.027
合计			1.58	4.12	0.61

§11.3　裂变的液滴模型理论

原子核裂变的过程比较复杂,理论还不很成熟。这里主要介绍原子核裂变的液滴模型理论。

在核裂变发现后不久，玻尔(N.Bohr)和惠勒(J. A. Wheeler)用液滴模型成功地对裂变过程作了理论解释。关于原子核的液滴模型，在第二章已讨论过，就是把原子核当作荷电的液滴，原子核的结合能包括体积能、表面能、库仑能、对称能和对能等项。球形液滴发生形变时它的势能有变化，势能和结合能有相反的符号。形变时库仑能和表面能有相反的变化趋势。根据液滴模型，一般的原子核在球形时处于势能最低点。小形变时表面能的增加超过了库仑能的减小，即形变使势能增大，因而球形核是稳定的。当形变较大时，对于裂变核则有可能向更大的形变发展直至断裂。一个大液滴断裂成两个较小的液滴后，由于库仑斥力，使分成的两个荷电液滴分离飞开。这就是液滴模型中原子核裂变的机制。

1. 液滴形变

在液滴模型中，认为原子核像液滴一样是不可压缩的。在形变过程中和裂变前后原子核的体积保持不变。

如果把核的形变看作轴对称的，并取对称轴为 z 轴，形变核的表面一般地可以表示为

$$R(\theta) = R_0\lambda\left[1 + \sum_{n=2}^{N}\alpha_n P_n(\cos\theta)\right] \tag{11.3-1}$$

其中 R_0 是未形变的球半径，引入参量 λ 为了使形变时保持体积不变。α_n 是形变参量。如 $\alpha_n \neq 0$就称为有 2^n 极形变。n 为偶数的形变对于 $O\text{-}xy$ 坐标平面对称，称为对称形变。n 为奇数的形变是非对称形变。在质心系中形变时质心位置不变，因此 $\alpha_1 = 0$。最简单的对称形变 $n = 2$，是四极形变。

2. 库仑能与表面能

荷电液滴的电荷分布以 $\rho(\boldsymbol{r})$表示，它的库仑能就是

$$E_c = \frac{1}{2}\int d\tau\int d\tau' \frac{\rho(\boldsymbol{r})\rho(\boldsymbol{r}')}{4\pi\varepsilon_0 \mid \boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}' \mid} \tag{11.3-2}$$

式中因子$\frac{1}{2}$是因为算两个荷电小体元的库仑能时重复了一次。库仑能与电荷分布及液滴的形状有关。

液滴的表面积以 S 表示，它的表面能就是

$$E_s = \sigma S \tag{11.3-3}$$

其中 σ 是液滴的表面张力系数，表面能与液滴的形状有关。

如果原子核只有最简单的小形变，我们来看看核的势能如何变化。对称的四极小形变记作 $\alpha_2 = \varepsilon$，是个小量。这时的原子核形状是略有伸长的旋转椭球。此椭球的长半轴 c 和短半轴 a 可以分别写成

$$\begin{aligned} c &= R(1 + \varepsilon) \\ a &= R/\sqrt{1 + \varepsilon} \end{aligned} \tag{11.3-4}$$

其中 R 是未形变的球半径。为保证伸长的椭球与原来的球有相同的体积

$$V = \frac{4}{3}\pi c a^2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \tag{11.3-5}$$

椭球的表面积是

$$S = 2\pi\left[a^2 + \frac{ca\sin^{-1}e}{e}\right] \tag{11.3-6}$$

其中

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{a}{c}\right)^2} \tag{11.3-7}$$

是长、短半轴为 c,a 的椭圆的偏心率。略去 ϵ 的高次项,可以得到小形变椭球的表面积

$$S = 4\pi R^2\left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2\right) \tag{11.3-8}$$

球形原子核的表面能记作 E_{s0},有

$$E_{s0} = \sigma \times 4\pi R^2 \tag{11.3-9}$$

小形变椭球形原子核的表面能就是

$$E_s = E_{s0}\left(1 + \frac{2}{5}\epsilon^2\right) \tag{11.3-10}$$

均匀体电荷分布球形原子核的库仑能记作 E_{c0},有

$$E_{c0} = \frac{3}{5}\frac{Z^2e^2}{4\pi\epsilon_0 R} \tag{11.3-11}$$

小形变椭球形原子核的库仑能,经计算可得

$$E_c = E_{c0}\left(1 - \frac{1}{5}\epsilon^2\right) \tag{11.3-12}$$

原子核变形不改变它的体积。形变前后重核的对能变化很小,可以忽略。那么,重核形变中势能的变化主要是库仑能和表面能的变化。

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_c + E_s - (E_{c0} + E_{s0}) \\ &= \frac{2}{5}\epsilon^2 E_{s0}\left(1 - \frac{E_{c0}}{2E_{s0}}\right) \\ &= \frac{2}{5}\epsilon^2 E_{s0}(1 - x)\end{aligned} \tag{11.3-13}$$

其中引入新的参量 x,称为裂变参量

$$x = \frac{E_{c0}}{2E_{s0}} \tag{11.3-14}$$

如果 $\Delta E > 0$,表示形变使势能升高,那么球形核是稳定的。由(11.3-13)式可知,对于稳定的球形核,裂变参量 $x < 1$。$x > 1$ 的原子核,有 $\Delta E < 0$。形变使原子核的势能降低,这样,原子核稍有形变就不能恢复,形变将不断发展直至裂变。因而,$x \geqslant 1$ 的原子核是不稳定的。

由液滴模型的结合能半经验公式(2.9-4)式和(2.9-5)式的参量可得(取三位有效数字)

$$x = 0.0200Z^2/A \tag{11.3-15}$$

对于 $x = 1$,有 $Z^2/A = 50.0$,称为 Z^2/A 的临界值,并记作

$$(Z^2/A)_c = 50.0 \tag{11.3-16}$$

一些核素的 Z^2/A 值是:^{238}U,$Z^2/A = 35.6$;^{238}Pu,$Z^2/A = 36.8$;^{238}Cf,$Z^2/A = 38.1$;等等。

以上讨论的是在小形变情形下球形原子核的稳定程度。实际上,原子核裂变时形变很大也很复杂。但是,裂变参量 x 与形变无关。它是核素本身的属性,是有关裂变核稳定程度的一个重要物理量。

如果利用考虑了原子核具有弥散边界且可能发生形变得到改进的液滴模型结合能半经验公式及其相应的拟合参量的数值,表面能与对称能有关,即包含对称能的表面修正,可得

$$x = \frac{k_c Z^2 A^{-1/3}}{2c_s A^{2/3}} = \frac{Z^2/A}{50.88[1 - 1.7826(N - Z^2)/A^2]} \tag{11.3-17}$$

这种情形下，裂变参量 x 并不与 Z^2/A 成正比。按(11.3-17)式，有 ^{210}Po $x = 0.711$，^{235}U $x = 0.773$，^{254}Fm $x = 0.842$。

裂变核的 x 值上限不超过 1，下限又怎样呢？如果考虑原子核(Z, A)分裂成两个同样的碎片，碎片的 $Z_1 = Z_2 = Z/2$，$A_1 = A_2 = A/2$，即对称裂变的情形下，可以计算对称裂变释放的能量。此能量与裂变前后的质量亏损相联系

$$\begin{aligned}\Delta E &= [M(Z,A) - 2M(Z/2,A/2)]c^2 \\ &= 2B(Z/2,A/2) - B(Z,A)\end{aligned} \tag{11.3-18}$$

只要考虑表面能和库仑能的变化。对于裂变前一个球形裂变核，

$$\begin{aligned}B_{s0} &= -c_s A^{2/3} \\ B_{c0} &= -k_c Z^2 A^{-1/3}\end{aligned} \tag{11.3-19}$$

裂变后两个球形碎片核

$$\begin{aligned}B'_{s0} &= -2c_s(A/2)^{2/3} = 2^{1/3} B_{s0} \\ B'_{c0} &= -2k_c\left(\frac{Z}{2}\right)^2\left(\frac{A}{2}\right)^{-1/3} = 2^{-2/3} B_{c0}\end{aligned} \tag{11.3-20}$$

所以

$$\begin{aligned}\Delta E &= (B'_{c0} + B'_{s0}) - (B_{c0} + B_{s0}) \\ &= B_{s0}(2^{1/3} - 1) + B_{c0}(2^{-2/3} - 1) \\ &= B_{s0}[(2^{1/3} - 1) + 2x(2^{-2/3} - 1)] \\ &\approx B_{s0}[0.26 - 0.74x]\end{aligned} \tag{11.3-21}$$

若有裂变能释放需要 $\Delta E > 0$，注意结合能和势能有相反的符号，$B_{s0} < 0$，则要求

$$x > \frac{0.26}{0.74} \approx 0.35 \tag{11.3-22}$$

当 $x = 0.35$ 时，对于 β 稳定线上的核素，约有 $A = 90$。这表明只有 $A > 90$ 的原子核发生裂变才有能量放出。实际上，由于存在着裂变势垒，只有对那些很重的核素才能观察到自发裂变现象。

这样，裂变核的裂变参量 x 只能限制在一定的范围内

$$0.35 < x < 1 \tag{11.3-23}$$

3. 势能面

由液滴模型可以讨论原子核形变时势能的变化。一般讲，势能为形变参量的函数。当只考虑 α_2, α_4 不为零的简单对称形变时，α_2-α_4 平面上的一些等能线可以表示势能随形变参量的变化，称为原子核形变的势能面 $V(\alpha_2, \alpha_4)$。连接势能相等的点所成的曲线称为等势线，与表示地形图的等高线类似。图 11-13 表示 $x = 0.8$ 的势能面，其中 $a_\lambda = [(2\lambda + 1)/4\pi]^{1/2}\alpha_\lambda$。从图中可以看出，球形裂变核的基态是个局部极小，是个势能谷。在 α_2 和 α_4 相当大的地方是个更深的势能深渊，形变很大就要进入势能深渊而发生核裂变。由球形势能谷到断裂的势能深渊要经过一个势能突起的垒。由球形核开始形变到发生裂变的形变过程称为裂变路径，每一裂变路径上都有一个势能最高点，其中最低的一个最高点称为鞍点，在图 11-13 中用“×”表

示。鞍点如同山路的隘口，是山脊的最低点。那里的势能面呈马鞍形，因而得名鞍点。

更一般地处理，可以计算多维 α_i 形变空间的势能面。对于对称裂变，有人曾算过 18 个形变参量的势能面。

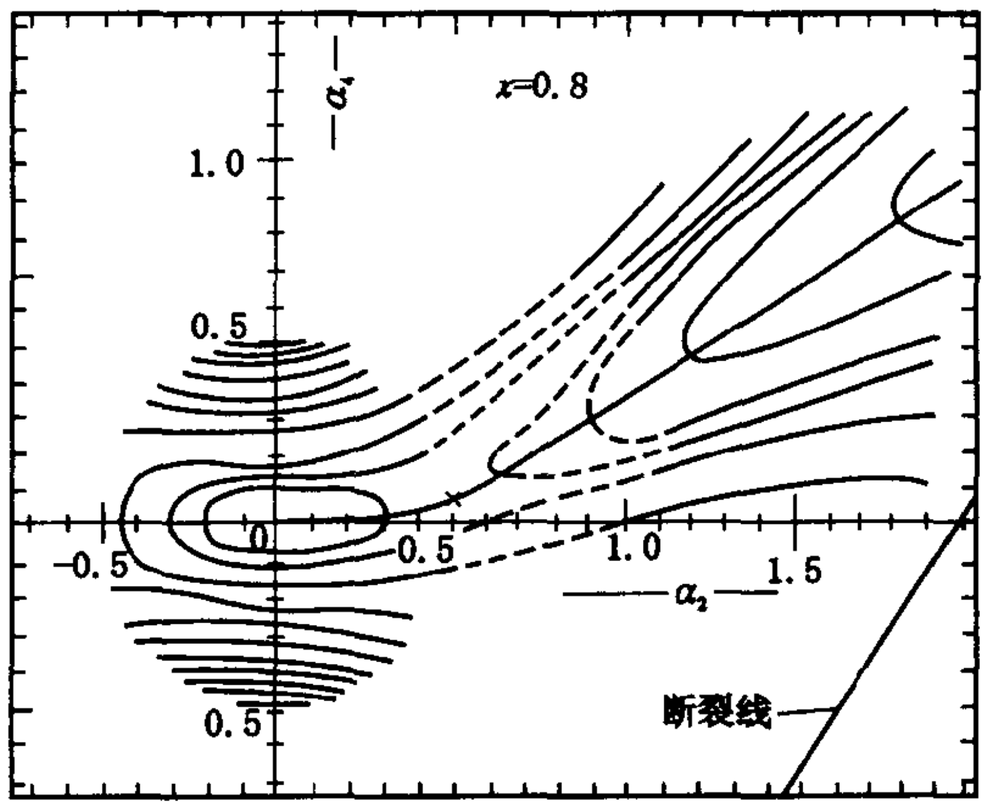


图 11-13　裂变核的势能面

4. 裂变势垒

自发裂变和诱发裂变的讨论都表明核裂变受到裂变势垒的阻挡。由势能面还知道，裂变势垒是核裂变要克服的最低势垒。现在由液滴模型讨论，荷电液滴沿着过鞍点的裂变路径形变时势能的变化情形，作出势能随形变的一条曲线。断裂后的形变由两碎片球心的距离表示。断裂后只有两碎片的库仑作用，势能曲线具有双曲线形式。图 11-14 是核裂变过程势能曲线示意图，取裂变核基态的能量作为势能的零点。裂变核的基态是球形，它的形变为零。有形变时，势能增高，表示球形核是稳定的。这种势能曲线的势垒称为裂变势垒，裂变势垒高度以 E_b 表示。裂变势垒峰值的位置就是鞍点(图中 A 点)。超过鞍点，势能曲线随形变的增大而下降，形变越来越大。当形变发展到一定程度，裂变核断裂成两部分，断裂时的形变称为断点(图中 B 点)。在断点，刚断开的碎片可以有很大的形变。形变的碎片要恢复成球形使形变的集体运动能量转变成碎片的激发能。断点的情形比较复杂，对断点的势能了解得还很不清楚。图 11-14 的断点附近的势能曲线我们用虚线表示。对于裂变核基态和两个碎片分离相距无限远这两种情形，势能值是知道的，分别记作 E_g 和 $E_1 + E_2$。这两者能量的差就是裂变能 $\Delta E = E_g - (E_1 + E_2)$，与裂变前后的质量亏损 ΔM 相对应。

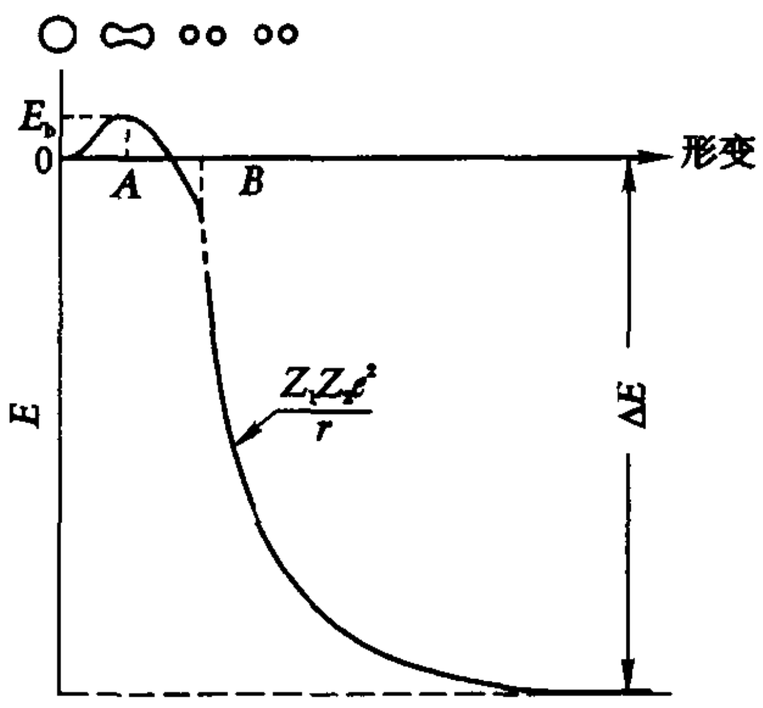


图 11-14　核裂变势能曲线示意图

图 11-14 的上部表示裂变过程中原子核的形变，包括原点处的球形、鞍点形变、断点形变和分离的两个球形碎片等形状示意图。

作为计算裂变能的例子，我们讨论 ^{235}U 俘获中子对称裂变的特殊情形，$A_1 = A_2 = \frac{A}{2} = 118$，$Z_1 = Z_2 = \frac{Z}{2} = 46$。初碎片远离 β 稳定线，核素质量没有实验数据，可按一些系统学得到的 Δ 值计算得 $\Delta E \approx 190$ MeV。或者按(2.9-4)式计算结合能，并略去较小的对能项，也可算得

$$\begin{aligned}\Delta E = \Delta Mc^2 &= 2B\left(\frac{Z}{2},\frac{A}{2}\right) - B(Z,A)\\ &= a_s A^{2/3}(1-2^{1/3}) + a_c Z^2 A^{-1/3}(1-2^{-2/3})\\ &= -0.2599 a_s A^{2/3} + 0.3700 a_c Z^2 A^{-1/3}\end{aligned} \tag{11.3-24}$$

由(2.9-5)式的参量 $a_s = 18.33$ MeV, $a_c = 0.714$ MeV 及 $Z = 92, A = 236$,得

$$\Delta E = (-182 + 362)\ \text{MeV} = 180\ \text{MeV} \tag{11.3-25}$$

这样算出的 ΔE 数值比起从比结合能的变化得到的每次裂变释放能量(约 210 MeV)小一些。这里的 ΔE 只是对称裂变所生成两个初碎片的动能和 γ 退激放出的一些能量。极度丰中子的初碎片有很高的激发能。经发射中子、β 衰变等退激过程还会放出(20～30) MeV 的能量。

裂变参量 x 不同的核素有不同的势能曲面,鞍点的核形变也不相同。图 11-15 画出了各种 x 值鞍点处原子核的形状。$x = 1$,在鞍点原子核是球形的,不存在裂变势垒。这样的原子核不稳定,球形的核会发生裂变。当 $x = 0.9$ 时,鞍点的原子核是略有伸长的椭球。$x = 0.8$,在鞍点核形变的伸长更显著。$x = 0.7$ 时,原子核在鞍点的形状是一个中间有凹陷颈的旋转体。形变增大,中间的颈子渐渐变细而成哑铃形。形变再增大达到断点,裂变核的细颈断开分成两个裂变碎片。x 值越小,鞍点时原子核形成的颈子越细,原子核的伸长倒反而小了。作为极端的情形,$x = 0$,表示库仑能比起表面能已显得无关紧要,核力的吸引作用占绝对优势。这种情形下鞍点原子核的形状是两个相切的球。从原子核在鞍点的形状可以看出 x 大的核素在鞍点的形变小,容易裂变;x 小的核素在鞍点形变得厉害,不容易发生裂变。这些讨论可以使我们进一步了解核素裂变参量 x 的物理意义。

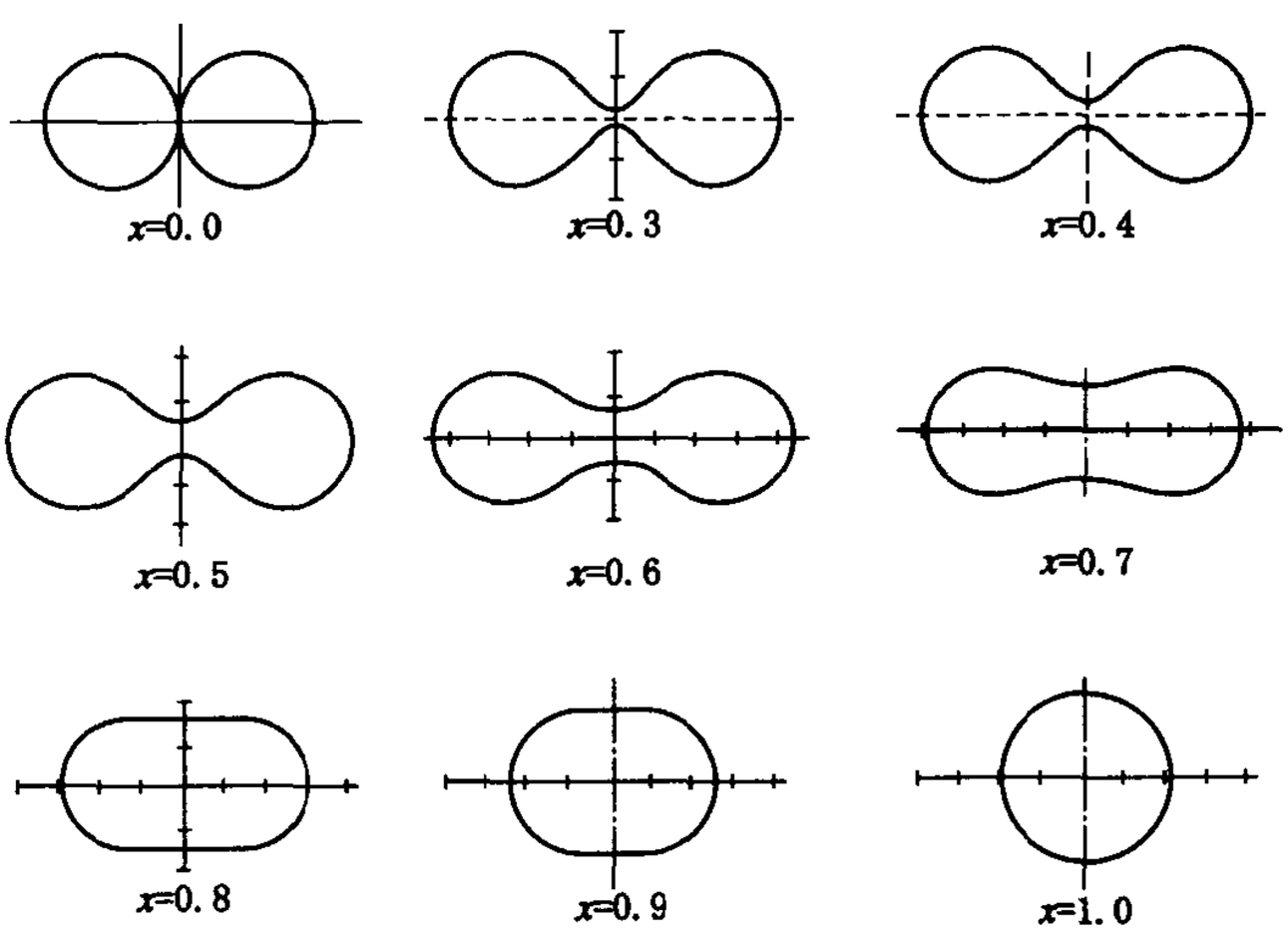


图 11-15　原子核在鞍点的形状

5. 核裂变的液滴模型理论成功与不足之处

裂变势垒高度 E_b 和裂变参量 x 之间有一定的关系。当 $\frac{2}{3} < x < 1$ 时,由液滴模型理论可得近似公式

$$E_b = 0.83(1 - x)^3 E_{s0} \tag{11.3-26}$$

随 x 的增大,裂变势垒高度 E_b 减小,因此裂变变得容易发生。这和实际情形大体上符合。但是,仔细地与实验数据比较后发现,此公式与锕系核素的情况不符。锕系核素的裂变势垒高度 $E_b \approx 6$ MeV 几乎不随 x 变化。

自发裂变半衰期的实验结果见图 11-1。对于偶偶核,由液滴模型理论得到的结果如虚直

线所示。从图中看出,液滴模型表示的趋势是对的。又从图中看出,对于偶偶核,同一种元素的各种同位素其自发裂变半衰期有较大变化(由实曲线相连),这是液滴模型不能解释的。

液滴模型理论计算表明,沿着裂变路径,裂变势垒是形状简单的单峰势垒,不存在随形变的更复杂结构。势能曲面在形变为零时是势能极小值;非对称裂变鞍点的势能比对称裂变的高,即非对称裂变的过程中要遇到更高的裂变势垒。就是说,用液滴模型处理核裂变问题得到这样的结论:裂变势垒是简单的单峰形势垒,裂变核的基态是球形,而且主要的是对称裂变,非对称裂变的概率比对称裂变概率小。这些结论都与锕系核不符。例如,锕系核基态就不是球形的,而且主要是非对称裂变。

实验结果和液滴模型的矛盾提醒人们,在讨论核裂变中必定还有重要的因素没有考虑。液滴模型完全没有考虑核内核子的个体效应,得出的结果只是平均结果,因而不能反映核内核子个体运动的特性。核内单粒子运动所表现的壳效应反映了这种特性。核裂变也应当考虑单粒子运动的壳效应。

§11.4 壳 修 正

1. 液滴模型与壳模型

液滴模型能准确地计算原子核基态的质量,计算值与实验结果的平均偏差小于 0.3%,在满壳层的^{208}Pb,计算值与实验结果的差别很大,也还小于 1%。这是现有的其他计算方法所难达到的。另一方面,用液滴模型算得的结果只可能是平均结果,结合能随 Z 和 A 的变化是平滑的,完全不能反映实验所表现出来的壳层结构。虽然液滴模型计算的相对偏差不大,但是能量的计算值与实验结果的绝对值差几个 MeV,与某些核素的裂变势垒高度比较起来,就是个不容忽视的数值。例如,锕系核的裂变势垒高度只有 6 MeV。

壳模型能很好地反映原子核能级的壳结构,能由平均场中单粒子运动说明实验上出现的幻数,说明单粒子能级的次序和分壳层的现象。但是,壳模型不能准确地计算出核素的势能值,也不能给出核素能量随核形变的正确变化。

这两种模型各从一个侧面反映了原子核的性质,各具优点,也有各自的局限性,不能圆满地反映原子核的性质。如果将液滴模型和壳模型的优点结合起来,使得既能像液滴模型那样准确地计算原子核的总能量,又可以像壳模型那样反映出单粒子运动的壳效应,就使人比较满意了。这就是斯特鲁金斯基(B. M. Струтинский)提出的壳修正方法的出发点。

2. 壳修正方法

如果核内的核子不是处在分立的能级,而是随能量连续分布。为说明方便起见,讨论核内只含有一种粒子——中子的情形,对于有质子的情形,讨论也是类似的。能量在 ε 到 $\varepsilon+\mathrm{d}\varepsilon$ 间的粒子数是 $n(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon$,那么原子核的总能量是

$$E=\int_{-\infty}^{\varepsilon_{\mathrm{f}}}\varepsilon n(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon-\overline{V} \tag{11.4-1}$$

并且有

$$\int_{-\infty}^{\varepsilon_{\mathrm{f}}}n(\varepsilon)\mathrm{d}\varepsilon=N \tag{11.4-2}$$

其中 N 是组成原子核的中子数,(11.4-2)式定义了单粒子填充的最高能量 ε_{f},称为费米(Fer-

mi)能。原子核的势能算符

$$V = \sum_{i>j} V_{ij} \tag{11.4-3}$$

V_{ij}是粒子i与粒子j之间的相互作用势能。势能的平均值记作$\overline{V}$。单粒子的能量和并不等于原子核的总能量。由于计算粒子i的势能时考虑了V_{ij},在计算粒子j的势能时也考虑了V_{ij},一对粒子的相互作用计算了两次,因而要减去一次。所以,(11.4-1)式中有减去势能平均值$\overline{V}$的一项。当选择了适当的$n(\varepsilon)$,则由(11.4-1)式算得的就应该是液滴模型得到的原子核能量。核子数随能量连续分布的情形实际上是原子核能量的平均结果。粒子的能级是不连续的,在壳模型中,可以表示这种不连续能级。粒子数分布可以写成δ函数的形式,

$$n(\varepsilon) = \sum_{i}^{\nu} n_i \delta(\varepsilon - \varepsilon_i) \tag{11.4-4}$$

其中n_i是能量为ε_i能级上的粒子数。原子核有N个中子,对于原子核的基态,最低的一些能级填满粒子,ν是填充粒子能级的最高序号,

$$\sum_{i}^{\nu} n_i = N \tag{11.4-5}$$

从壳模型可以得到单粒子的总能量是

$$E_{\mathrm{SH}} = \int_{-\infty}^{\varepsilon_{\mathrm{f}}} \varepsilon n(\varepsilon) \mathrm{d}\varepsilon = \sum_{i} \varepsilon_i n_i \tag{11.4-6}$$

现在对壳模型的结果作平均,将$\delta(\varepsilon - \varepsilon_i)$换成连续分布函数,例如高斯分布(实际计算中采用的连续分布函数还要复杂些),记作$g_i(\varepsilon)$。

$$\delta(\varepsilon - \varepsilon_i) \to \frac{1}{\sqrt{\pi}\gamma} \mathrm{e}^{-(\varepsilon - \varepsilon_i)^2/\gamma^2} \approx g_i(\varepsilon) \tag{11.4-7}$$

式中的分布宽度参量γ应当足够地大。当γ大于壳层之间的能级差时,所得结果才真正是平均的,光滑的。对壳结构作过平均的粒子数分布记作$\tilde{n}(\varepsilon)$,波纹号"~"表示用连续分布函数$g_i(\varepsilon)$所作的平均。

$$\tilde{n}(\varepsilon) = \sum g_i(\varepsilon) n_i \tag{11.4-8}$$

于是,可得壳模型单粒子总能量的平均值

$$\tilde{E}_{\mathrm{SH}} = \int_{-\infty}^{\varepsilon_{\mathrm{f}}} \varepsilon \tilde{n}(\varepsilon) \mathrm{d}\varepsilon \tag{11.4-9}$$

并有

$$\int_{-\infty}^{\varepsilon_{\mathrm{f}}} \tilde{n}(\varepsilon) \mathrm{d}\varepsilon = N \tag{11.4-10}$$

(11.4-6)式的E_{SH}与(11.4-9)式作了平均的$\tilde{E}_{\mathrm{SH}}$之差

$$\Delta E = E_{\mathrm{SH}} - \tilde{E}_{\mathrm{SH}} \tag{11.4-11}$$

称为原子核能量的壳修正。

若从壳模型考虑,原子核的能量E,应该是

$$E = E_{\mathrm{SH}} - \overline{V} \tag{11.4-12}$$

可以改写成

$$E = E_{\mathrm{SH}} - \tilde{E}_{\mathrm{SH}} + \tilde{E}_{\mathrm{SH}} - \overline{V} \tag{11.4-13}$$

前面曾指出过,适当的粒子数按能量的分布所得到的平均结果(11.4-1)式是液滴模型给出的原子核能量。以液滴模型的原子核能量 E_{LD} 代替 $\widetilde{E}_{SH}-\overline{V}$ 就得到在液滴模型这一平均效应上的壳修正。原子核的能量写成

$$E = \Delta E + E_{LD} \tag{11.4-14}$$

这个式子既包含了具有正确平均效应的液滴模型,又包含了反映单粒子运动壳结构的壳修正。液滴模型的能量如同平的水面,它给出了正确的平均值。壳修正如同水面上的波纹,它表示了相对平均值的起伏,反映了核素的壳效应。这一方法是很巧妙的,已经得到广泛的应用。含有壳修正的原子核能量的实际计算比较复杂,是较为专门的问题,超出了本课程的范围。下面对于由壳修正得到的裂变势垒作一些讨论。

3. 双峰势垒

在球形核中,单粒子能级严重兼并,能级分布疏密悬殊,形成明显的壳层。这在实验上表现为幻数。在形变核的平均场中,单粒子运动的能级次序和能级间隔都会随形变而变化,并且部分地解除能级兼并。形变有使单粒子能级趋向均匀的倾向。但是,在某些形变的情况下可能形成类似球形势场中单粒子运动的新壳层。有形变时原子核能量的壳修正与形变方式、形变大小有关,还与原子核的质子数、中子数有关。

由液滴模型得到的原子核基态是球形的,并给出单峰势垒,如图 11-16 中虚线所示。图中横轴所标形变是沿某一裂变路径的形变。把原子核的壳修正能量加到液滴模型能量表示式上,将对裂变势垒的形状有很大的影响,对于锕系核素就产生了形变基态,即势能极小的原子核不是球形而有一定的形变。随着形变增大壳修正有正有负,使得在比基态形变更大的形变处出现第二个势能极小,壳修正后的裂变势垒在图 11-16 中用实线表示。裂变势垒是双峰型的,称为双峰势垒。图中 Ⅰ 表示第一阱,Ⅱ 表示第二阱。我们曾指出过,鞍点附近像个山口,在液滴模型势能曲面上比较平坦,加上壳修正就能形成第二个极小点。第二个势能极小的形变通常在液滴模型的鞍点附近。对于 $142 \leqslant N \leqslant 148$ 的核素有明显的双峰势垒。

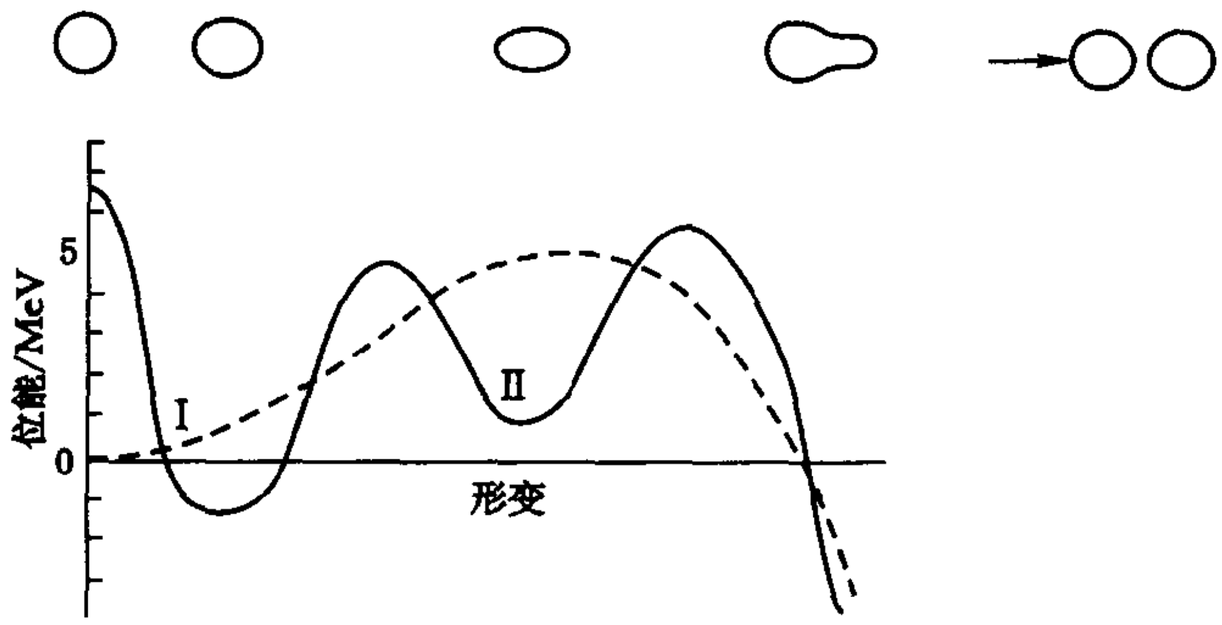


图 11-16　壳修正后的双峰势垒

双峰型裂变势垒的形状随核素而异。计算结果表明,在元素钍(Th)的各同位素中,第二个极小很浅,第二个势垒比第一个势垒高得多。在铀的同位素中,第二个极小深度增加,第二势垒仍比第一势垒高。这一趋势延续到钚和镄的同位素中,第二势垒只是稍高于第一势垒。对于锎及更重的原子核($Z>95$),第二势垒变得低于第一势垒。对于锿第二势垒比第一势垒

低得多,第二个极小几乎不出现。更重的原子核就没有第二个势能极小值,不再是双蜂裂变势垒而是单峰势垒。图 11-17 是计算得到的一些核素的裂变势垒。在双峰势垒中,裂变势垒高度是指两个势垒中较高的那个峰到基态的能量差。

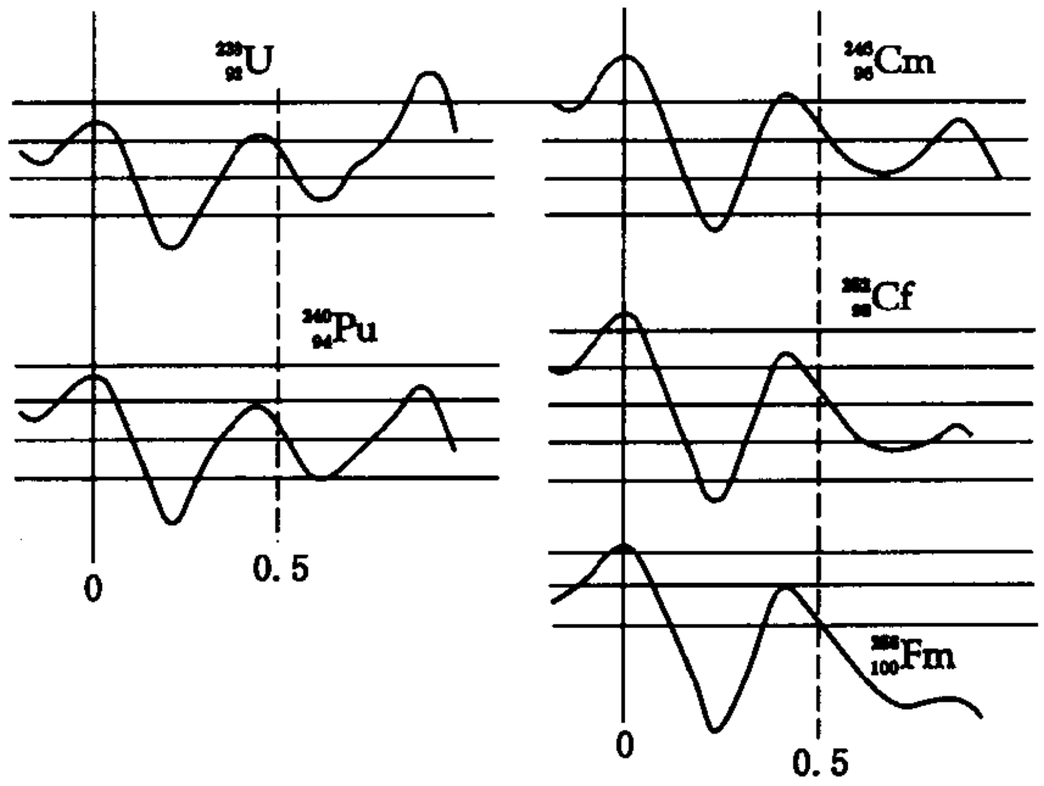


图 11-17　计算得出的一些裂变势垒
相邻两水平线间隔 2 MeV

4. 裂变同核异能素

1962 年,波列卡诺夫(С. М. Подиканов)等人在试图由重离子核反应合成 $Z=102$, 104 等新元素时,发现了同核异能素^{242m}Am。它的自发裂变半衰期是 0.014 s,比通常^{242}Am的自发裂变半衰期小 21 个数量级,它不同于 γ 跃迁中讨论过的同核异能素而称为裂变同核异能素,或称为形状同核异能素、形变同核异能素。到现在,已发现的裂变同核异能素有三十多种,列于表 11-7 中。在这些裂变同核异能素中,最先发现的^{242m}Am 的自发裂变半衰期最长。

表 11-7　裂变同核异能素

Z	元素	A	$T_{1/2}$	Z	元素	A	$T_{1/2}$	Z	元素	A	$T_{1/2}$
92	U	235	20 ns?	94	Pu	242f$_1$	4 ns	96	cm	240	10 ps
		236	0.12 μs			242f$_2$	28 ns			241	15 ns
		238	0.19 μs			243	0.05 μs			242f$_1$	0.04 ns
93	Np	237	45 ns			244	0.4 ns			242f$_2$	0.2 μs
94	Pu	235	30 ns	95	Am	235	?			243	0.04 μs
		236f$_1$	0.03 μs			236	?			244f$_1$	<5 ps
		236f$_2$	0.03 μs			237	5 ns			244f$_2$	>100 ns
		237f$_1$	0.11 μs			238	35 ns			245	13 ns
		237f$_2$	1.1 μs			239	0.16 μs	97	Bk	242f$_1$	0.6 μs
		238f$_1$	0.6 μs			240	0.9 ms			244f$_2$	10 ns
		238f$_2$	6 ns			241	1.5 μs			243	5 ns
		239f$_1$	8 μs			242	14.0 ms			244	0.8 ns
		239f$_2$	0.01 μs?			243	5 μs			245	2 ns
		240	3.8 ns			244	1.1 ms	98	Cf	246	0.05 μs
		241f$_1$	24 μs			245	0.6 μs				
		241f$_2$	30 ns?			246	0.07 ms				

用壳修正后的双峰裂变势垒能成功地解释这种裂变同核异能素。双峰势垒受到实验结果

的检验,表明壳修正方法是正确的。

可以认为,裂变同核异能态是处在双峰势垒的第二个势阱中的最低能态,它和基态的不同之点在于形状不同,裂变同核异能态又称为形状同核异能态。第二个阱比第一个阱高,这种态只要穿透第二个势垒就发生裂变,穿透势垒的概率比基态情形下穿透势垒的概率大得多,因此自发裂变的半衰期就很小。只有当双峰势垒的第二个阱足以形成有一定寿命的束缚态时,才出现形状同核异能素。现已发现的形状同核异能素都集中在 $92 \leqslant Z \leqslant 98$ 的区域。

实验上还发现了从第二阱的能级到第一阱能级间的 γ 跃迁,其能量与已知能级差相符。这从一个方面说明确实存在双峰势垒。另一方面,对于个别具有裂变同核异能态的核素,由实验测出了两个转动带,对应于两个不同的转动惯量。表示这种核素有两种不同的形状,正好说明双峰势垒有两种形状的束缚态。其中,形变小的是裂变核的形变基态,对应于第一阱中的最低态;形变大的是形状同核异能态,对应于第二个阱中的最低态。两者形状不同,自发裂变半衰期有显著的差异。

用壳修正后的双峰裂变势垒不仅正确地解释了形状同核异能素,还能成功地说明诱发裂变的中间结构和共振结构。壳修正对于非对称裂变也能作出解释,还预言在 $Z=114, N=184$ 附近可能有稳定的超重核。

§11.5 链式反应与裂变反应堆

1. 链式反应与裂变反应堆

易裂变物质,例如 ^{235}U 吸收一个慢中子后发生裂变,裂变中子又可以引起易裂变核产生新的核裂变。这样一个使裂变反应持续进行下去的反应过程称为链式反应。

产生链式反应最基本的条件为:当一个核吸收一个中子发生裂变,而裂变释放的中子中至少平均有一个中子能又一次引起裂变。如果平均不到一个中子能引起裂变,则链式反应逐渐停止。超过一个中子引起裂变,则链式反应就会不断增强。因此只有满足一定条件的体系才能实现链式反应。例如,在一块纯的天然金属铀中就不会发生链式反应。这是因为天然铀中主要是 ^{238}U(占 99.3%),只有能量在 1 MeV 以上的中子才能引起 ^{238}U 裂变。而裂变中子经过非弹性散射,很快地能量就降到 1 MeV 以下。^{235}U 的热中子裂变截面虽然很大,但是在碰撞减速过程中,绝大部分中子都会被 ^{238}U 吸收,能引起 ^{238}U 裂变的概率非常小。因此,在这种体系中不能发生裂变链式反应。又如纯粹的 ^{235}U 体系中,若其体积很小时,裂变中子大部分逸出体外,也不能实现链式反应。若其体积很大时,大部分中子能再引起裂变,那么链式反应又会进行得十分剧烈,变成核爆炸。由此可见,要实现可控制的链式反应需要一种适当的装置,这种装置称为核裂变反应堆,简称反应堆。

根据引起裂变的中子能量,反应堆可分为热中子反应堆和快中子反应堆。前者主要利用 ^{235}U 热中子裂变截面很大的特点。如果将裂变中子的能量在吸收很弱的介质(称为减速剂)中迅速降到热能,则由于 ^{235}U 热中子裂变截面比 ^{238}U 的吸收截面大得多,可以用天然铀或低浓缩铀来实现链式反应。这种反应堆称热中子反应堆。若是用高度浓集的 ^{235}U 或 ^{239}Pu 作为核燃料,就不必依赖于热中子引起裂变,这种反应堆中没有专门的减速剂,引起裂变的中子主要是能量较高的中子,因此称为快中子反应堆。到目前为止,用于发电的反应堆主要是热中子堆。下面,我们将简要地介绍热中子反应堆的一些基本概念。

2. 实现链式反应的条件

若要在可裂变物质中实现链式反应就要求在中子增殖过程中,中子密度不随时间减少。现在讨论一下,一个中子由产生到被吸收的一些遭遇,看看哪些条件影响着链式反应。

一个中子由产生到最后被物质吸收,称为中子的一代。中子一代所经过的时间称为一代时间,用 τ 表示。各个中子的历史千变万化,这里的一代中子和一代时间都是平均的概念。

在无限大的介质中,一个中子经一代所产生的中子数称为中子的增殖因数,用 k_∞ 表示。写成式子是

$$k_\infty = \frac{\text{单位时间生成的中子数}}{\text{单位时间吸收的中子数}}$$

要使无限大的介质中有链式反应发生,需要 $k_\infty \geqslant 1$,称为临界条件。$k_\infty = 1$ 的情形称为链式反应的临界状态。

在介质中,中子密度 $n(t)$ 满足方程

$$\frac{\mathrm{d}n(t)}{\mathrm{d}t} = n(t)(k_\infty - 1)/\tau \tag{11.5-1}$$

方程(11.5-1)的解是

$$n(t) = n(0)\mathrm{e}^{(k_\infty - 1)t/\tau} \tag{11.5-2}$$

当 $k_\infty > 1$,中子密度随时间指数地增长,链式反应越演越烈。

增殖因数 k_∞ 是由介质的性质确定的,它取决于核燃料的种类、浓缩程度,还取决于减速剂的种类、核燃料和减速剂的混合方式等等。

在有限大小的反应堆中,有些中子会经反应堆的器壁泄漏而损失。为了达到临界状态,要求 $k_\infty > 1$,以补偿这种损失。对于有限大小的反应堆,有一个有效增殖因数 k,

$$k = \frac{\text{单位时间生成的中子数}}{\text{单位时间被吸收的中子数} + \text{单位时间泄漏的中子数}}$$

显然,$k_\infty > k$。k_∞ 只是介质的函数,k 除了与介质有关外,还与反应堆的几何形状、大小有关。$k > 1$ 是有限大小反应堆的临界条件。

热中子能引起 $^{235}\mathrm{U}$ 裂变,也有部分热中子被减速剂吸收,一个热中子在介质中被核燃料吸收的概率称为热中子利用因数 f。对于均匀介质,

$$f = \frac{N_\mathrm{U}\sigma_\mathrm{a}(\mathrm{U})}{\sum_j N_i\sigma_\mathrm{a}(i) + N_\mathrm{U}\sigma_\mathrm{a}(\mathrm{U})} \tag{11.5-3}$$

其中,N_U 和 N_i 分别是单位体积中铀和第 i 种核素的原子数,$\sigma_\mathrm{a}(\mathrm{U})$ 和 $\sigma_\mathrm{a}(i)$ 分别是 U 和第 i 种核素的总吸收截面,对于裂变核,总吸收截面是(n,γ)反应与(n,f)反应截面之和。即

$$\sigma_\mathrm{a} = \sigma_\gamma + \sigma_\mathrm{f} \tag{11.5-4}$$

此外,对于每个热中子被核燃料吸收后发出的平均中子数 η,可以由(11.2-24)式给出。

于是

$$k_\infty = \eta f \tag{11.5-5}$$

这个关系对于 $^{235}\mathrm{U}$ 和减速剂均匀混合的均匀堆近似地正确。如果用铀作为核燃料,含有 $^{235}\mathrm{U}$ 与 $^{238}\mathrm{U}$。$^{235}\mathrm{U}$ 占分数 R,则 $^{238}\mathrm{U}$ 占 $1-R$。以 $\sigma_\mathrm{f}(5)$ 表示 $^{235}\mathrm{U}$ 的热中子裂变截面,$\sigma_\gamma(5)$,$\sigma_\gamma(8)$ 分别表示 $^{235}\mathrm{U}$ 和 $^{238}\mathrm{U}$ 的(n,γ)截面。以,$\sigma_\mathrm{f}(\mathrm{U})$ 和 $\sigma_\gamma(\mathrm{U})$ 表示这种铀的热中子裂变截面和(n,

γ)截面，

$$\sigma_f(\mathrm{U}) = R\sigma_f(5) \tag{11.5-6}$$

$$\sigma_\gamma(\mathrm{U}) = R\sigma_\gamma(5) + (1-R)\sigma_\gamma(8) \tag{11.5-7}$$

这种情形下的 η 值由下式表示

$$\eta(\mathrm{U}) = \bar{\nu}\frac{\sigma_f(\mathrm{U})}{\sigma_f(\mathrm{U}) + \sigma_\gamma(\mathrm{U})} \tag{11.5-8}$$

对于天然铀或者稍加浓缩的铀，其中含有^{238}U。在快中子轰击下，^{238}U 可发生裂变，也有裂变中子发出。这对中子增殖是有利的。可定义快中子裂变因数 ϵ

$$\epsilon = \frac{\text{快中子裂变产生的中子数} + \text{热中子裂变产生的中子数}}{\text{热中子裂变产生的中子数}}$$

显然，$\epsilon > 1$。

在天然铀中，中子减速到热能之前，要经过共振区。^{238}U 吸收共振中子的概率很大，共振吸收属于非裂变吸收。中子逃脱共振吸收的概率用 p 表示。只有逃脱共振的中子才有可能经过碰撞减速成为热中子。

ϵ 和 p 都依赖于核燃料、减速剂的组成，并且和它们的几何排列有关。将核燃料棒安置在减速剂内的栅格上的反应堆称为非均匀堆。图 11-18 是非均匀堆结构的示意图。这样的几何结构有下列几种效应：(i)能够增大快中子裂变因数 ϵ 值，对于中子增殖有利。(ii)^{238}U 有很强的中子共振吸收。对于非均匀堆，有可能让中子在无铀区完成中子减速，使进入铀棒的中子已经逃脱了共振，增大中子逃脱共振吸收的概率 p 值。(iii)还会有些共振中子由减速剂进到铀棒中去。^{238}U对共振中子的吸收截面虽然很大，但是只在铀块的表面发生这种共振吸收。在铀块内部还可以有很多中子经过碰撞减速而逃脱了共振吸收，使得中子逃脱共振吸收的概率 p 值并不是很小。如果铀块增大，表面层体积与总体积之比就减小。对于 p 值，铀块大是有利的。(iv)另一方面，对于大块体积的铀，在块内或靠近块处的中子密度比减速剂中的中子密度小。在减速剂中，中子被吸收增多，热中子利用因数 f 降低，这又对中子增殖不利。f 值和 p 值的矛盾要权衡解决。以上四种效应中，最重要的是(iii)。非均匀堆的优点是能利用天然铀或者低浓缩铀作反应堆的核燃料。

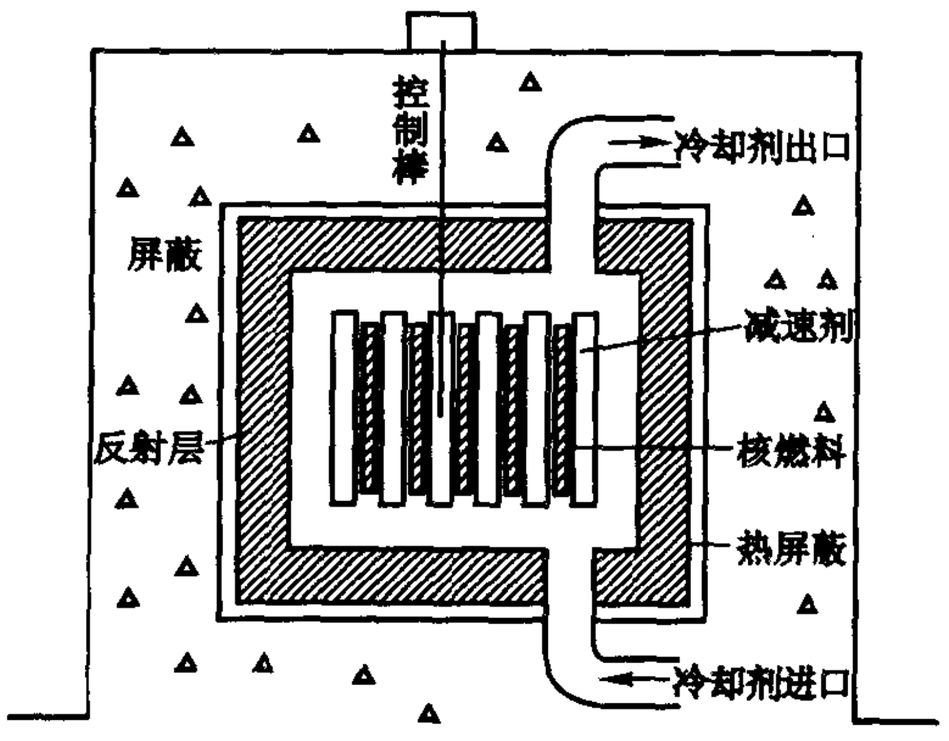


图 11-18　非均匀堆结构示意图

当考虑了快中子裂变和共振吸收的效应后，反应堆的增殖因数 k_∞ 可以表示为

$$k_\infty = \eta f \epsilon p \tag{11.5-9}$$

这就是著名的四因子公式。

再考虑有限大小的反应堆，有中子经反应堆器壁泄漏出去。用 P 表示中子不泄漏出反应堆的概率，有限大小反应堆的有效增殖因数是

$$k = \eta f \epsilon p P \tag{11.5-10}$$

图 11-19 表示了在有限大小反应堆中,中子的有效利用。中子不泄漏概率包括了快中子的、共

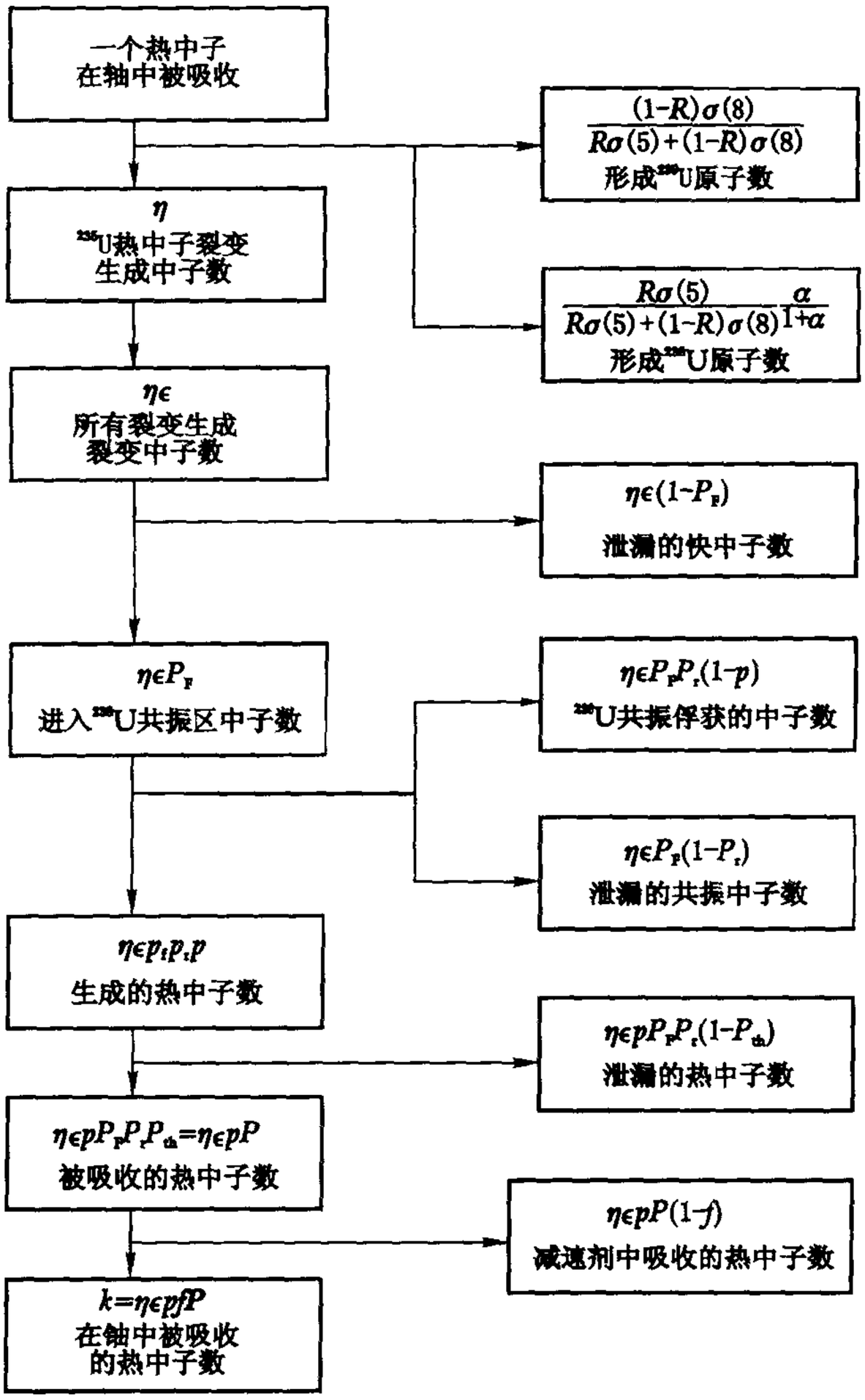


图 11-19 热中子反应堆中子的有效利用

振中子的和热中子的三部分。

$$P = P_F P_r P_{th} \tag{11.5-11}$$

天然铀与石墨均匀混合的介质,当碳原子数与铀原子数之比为 400∶1 时,得到最大的 $k_\infty = 0.78$,达不到链式反应的临界条件。如果在石墨为减速剂的介质中,将直径 2.5 cm 的天然铀棒放成栅格的样子,使铀棒中心轴间距离是 11 cm,就有

$$\epsilon = 1.028 \quad p = 0.905$$
$$f = 0.888 \quad \eta = 1.308 \tag{11.5-12}$$

从而可以得到

$$k_\infty = \epsilon p f \eta = 1.0806 \tag{11.5-13}$$

这样分布的“裸”堆,边长为 5.55 m 的立方体就能达到链式反应的临界状态。

实际上,绝大多数反应堆都在“裸”堆外面再围以反射层。反射层是用非裂变的减速材料制成。常用石墨和轻金属铍(Be)作反射层。有了反射层还可以减小反应堆的临界体积。

3. 反应堆的控制

反应堆要保持链式反应,但又不能使链式反应剧烈到不可收拾的地步,这就存在着反应堆控制问题。反应堆的控制主要是调节反应堆里的中子密度,改变 k 值,将热中子吸收截面很大的镉(Cd)或硼(B)做成柱形的棒作为控制棒。由控制棒插入活性区的多少,调节中子密度的变化。控制棒完全插入反应堆的活性区,使中子密度迅速地下降,就可以使链式反应停止。对反应堆的中子通量监察,能自动调节控制棒的升降,这就可以自动调节 k 值,使反应堆保持所需要的链式反应。

这里特别要指出的就是在反应堆的控制中,缓发中子起着极为重要的作用。

由式(11.5-2)知道,中子密度 $n(t)$ 随时间 t 作指数变化。对于天然铀-石墨反应堆,一代时间 $\tau = 10^{-3}$ s。反应堆周期

$$T = \tau/(k-1) \tag{11.5-14}$$

如果 $k>1$,在 T 这样长的时间里,中子密度增长为 e 倍。若 $k=1.001$,反应周期是 1 s。$k=1.01$ 反应堆周期就是 0.1 s。反应堆周期太短,控制就不易实现。$\frac{k-1}{k}=\rho$ 称为介质的活性,可得 $k=\frac{1}{1-\rho}$,活性大,增殖因数也大。

缓发中子是在 β 衰变链中产生,并按 β 衰变半衰期变化,相对说来有较长的半衰期。由于缓发中子比裂变有个滞后时间,因而使反应堆周期 T 主要由各组缓发中子所占分数及各组缓发中子的半衰期所决定。反应堆周期可增长至几十秒或者更长,使得反应堆的控制从容得多,变得比较容易实现。

反应堆里有些裂变产物(如 ^{135}Xe,^{149}Sm)的热中子吸收截面很大,对反应堆很不利。这些裂变产物称为反应堆中的毒物。特别是 ^{135}Xe,它的热中子(n,γ)的截面约 2.7×10^6 b,产额又大。在反应堆运行时,$^{135}Xe(n,\gamma)^{136}Xe$ 反应使 ^{135}Xe 保持一定含量,达到平衡。在停堆后,^{135}Xe 不能经过吸收中子而减少,在 β 衰变链中反而有积累,约 10 h 积累量达到最大。如果停堆后不久又要启动,需要备有更多的活性。

裂变产物的积累,对热中子利用因数 f 有影响。在反应堆控制有关动力学中要考虑这些因素。

纯的 ^{235}U 达到临界状态的体积称 ^{235}U 的临界体积。对于有反射层的球体,^{235}U 临界体积的球半径约 2.4 cm。相应地,^{235}U 的球形临界质量约 1 kg。

超过临界体积的 ^{235}U 将是危险的,能发生剧烈的链式反应。原子弹爆炸就是不可控制的链式反应,核爆炸可以用普通炸药起爆,将几块稍小于临界体积的 ^{235}U 同时挤到一起。使得 ^{235}U 具有超临界的体积,随即就发生裂变链式反应的核爆炸。

易裂变核素还有 ^{239}Pu,^{233}U 和 ^{233}Th 等。很多超铀元素如镅、锔和锫的某些同位素都是很好的可裂变物质。

4. 裂变反应堆的应用

一般地说,利用原子核反应所释放的能量作为能源就称为核能源。目前已经应用的只有

裂变这一种核能源。在下一节中,我们将讨论聚变能源,那是一个潜力更大的核能源。但是,由于很多技术上的困难,人们预测在近几十年中最主要的核能源还是裂变能源。截止 1996 年,世界各国已运转的发电反应堆约有 430 座。利用裂变反应堆作为能源,要特别注意安全问题,以防止发生释放大量放射性,危害工作人员及居民的事故。应该指出,由于核工程技术人员和管理人员对安全问题的重视,到目前为止已经运行的核电站极少发生过严重的放射性逸出事故。但是,由于一旦发生重大事故,后果十分严重,因而安全问题始终应该是核能利用中要特别注意的头等重要的问题。其次是放射性废物的处理问题。对于建立个别的反应堆或核电站,这个问题并不严重,但是,从长远的观点来看,在核电站大量发展的情况下,放射性废物的处理问题就变得严重起来。目前已受到各核能利用较多的国家的重视。关于核能利用的另一个重要问题是核燃料的再生问题。天然的核燃料主要是^{235}U,这是天然铀中含量极少的一种核素。而自然界大量的^{238}U和^{232}Th吸收中子经过两次 β 衰变后分别转变成^{239}Pu和^{233}U,这两种核素都是很好的核燃料。因此,利用反应堆中的中子还可以产生核燃料。这种过程称为核燃料的再生。从燃料经济的观点看,如何能使反应堆中再生的燃料超过消耗的燃料是核燃料循环中一个重大的问题。这也是目前核能发展中的一个重要技术问题。不少国家都在进行这方面的研究工作。

核能利用虽然是建造反应堆的主要目的,但不是唯一的目的。人们还为其他目的建造各种不同的反应堆。例如,生产堆,着重用来生产^{239}Pu,这种堆主要采用天然铀热中子反应堆。还有的堆专门设计用来生产超铀元素,如^{252}Cf,或者其他放射性核素。也有一种中子注量率特别高的材料试验堆,专门用来研究和检验反应堆的燃料元件和结构材料的抗辐照性能。最后还应指出,反应堆能提供强中子源和强 γ 辐射源,它是开展原子核物理、固体物理、辐射化学和放射生物学研究的重要设备。对于大规模推广核技术的应用,反应堆也是不可缺少的设备。

§11.6 轻原子核的聚变反应

1. 巨大的能源

当我们查看轻原子核的结合能时,发现其比结合能有高有低,如表 11-8 所列。总的来说,它们都比中重核平均比结合能 8.4 MeV 低,特别值得注意的是最前面的几个核的比结合能特别低。氘的比结合能为 1.112 MeV,$^{4}_{2}He$的比结合能是 7.075 MeV。因此,当四个氢或两个氘结合成一个氦时,会放出很大的能量,分别为每核子 7 MeV 和 6 MeV。这种轻原子核聚合成较重原子核的核反应称为核聚变反应,简称为核聚变。一般说来,轻原子核聚变比重原子核裂变放出更大的比结合能。现在人们已经知道,在宇宙中能量的主要来源就是原子核的聚变,太阳和宇宙中的其他大量恒星,能长时间发热、发光,都是由于轻核聚变的结果。

随着人类社会的发展,人们对能源的需要已越来越大。有人对人类所需能源和现有能源的存储量作了一个很粗略的估计,如表 11-9 所列。现有能源存储量的估计可能偏低,目前还在不断地发现新的矿藏。就算存储量再提高一倍,这个数字看来也是很有限的。因此,随着能量消耗量的增加,寻找新能源已引起人们的极大关切。1 L 海水所含的氘的聚变能相当 400 L 石油燃烧时所产生的能量,这样、从海水中提取氘,它聚变所放出的总能量,估计可达 5×10^{31} J。因此,核聚变是一个很重要的潜在能源。

表 11-8　轻核的结合能

核	结合能/ MeV	比结合能/ MeV
$^{1}_{1}H$	0	0
$^{2}_{1}H$	2.224	1.112
$^{3}_{1}H$	8.481	2.827
$^{3}_{2}He$	7.718	2.573
$^{4}_{2}He$	28.30	7.075
$^{6}_{3}Li$	31.99	5.332
$^{7}_{3}Li$	39.24	5.606
$^{9}_{4}Be$	58.16	6.462
$^{10}_{5}B$	64.75	6.475
$^{11}_{5}B$	76.20	6.928
$^{12}_{6}C$	92.16	7.680

表 11-9　能源存储量的估计

能量消耗量	
在 1850 年以前	$(6\sim9)\times10^{21}$ J
1850～1950 年	4×10^{21} J
目前每年消耗量	0.2×10^{21} J
估计 2000 年每年消耗	1×10^{21} J
现有能源存储量估计	
可用煤	32×10^{21} J
可用石油	8×10^{21} J
裂变能	575×10^{21} J

2. 太阳中的核聚变

早在 20 世纪 30 年代人们就认识到,炽热的太阳和天空的大部分恒星的能量的主要来源是轻核的聚变。它们是怎样的一种核聚变过程呢？根据太阳和恒星中存在的主要元素是氢,人们认为是四个 p 结合成一个$^{4}_{2}He$ 的过程。当然,四个 p 不会一下就结合成为一个$^{4}_{2}He$,而要通过一定的反应链来实现。通过理论和实验的分析,目前人们认为在太阳和其他恒星中主要存在两种反应过程:

(1)质子-质子反应链

反应方程式	反应寿命	
$p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu$	7×10^{9} a	
$d + p \rightarrow {}^{3}_{2}He + \gamma$	4 s	(11.6-1)
$\underline{{}^{3}_{2}He + {}^{3}_{2}He \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2p}$	4×10^{5} a	
$4p \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2e^{+} + 2\nu + 24.7$ MeV		

其中反应寿命定义为

$$\tau = \frac{n}{\omega R}$$

n 是单位体积中核的数目，R 为单位时间和单位体积中的反应数，ω 是每次反应消耗的核数。所给反应寿命的数值是对太阳中心温度为 1.5×10^7 K 而言的。反应链中第一个反应截面很小，实验没法测量，理论估算为 10^{-23} b。这截面小的原因在于，当两个质子要形成 d，必须在相碰的一瞬间，其中有一个质子发生 β^+ 衰变成为中子。这是一个弱相互作用过程，概率很小，因而反应截面很小，反应寿命长。由于太阳中 $^3_2$He 的动能不高，受到库仑势垒的作用，$^3_2$He 和 $^3_2$He 之间的反应截面也小，因此这一反应的反应寿命比较长，但比第一个反应寿命短。恒星的寿命主要由第一个反应所决定。

(2)碳-氮反应链

反应方程式	反应和衰变寿命
$^{12}_6\mathrm{C}+\mathrm{p}\rightarrow{}^{13}_7\mathrm{N}+\gamma$	10^6 a
$^{13}_7\mathrm{N}\rightarrow{}^{13}_6\mathrm{C}+\mathrm{e}^+ +\nu$	10 min
$^{13}_6\mathrm{C}+\mathrm{p}\rightarrow{}^{14}_7\mathrm{N}+\gamma$	2×10^5 a
$^{14}_7\mathrm{N}+\mathrm{p}\rightarrow{}^{15}_8\mathrm{O}+\gamma$	2×10^7 a
$^{15}_8\mathrm{O}\rightarrow{}^{15}_7\mathrm{N}+\mathrm{e}^+ +\nu$	2 min
$^{15}_7\mathrm{N}+\mathrm{p}\rightarrow{}^{12}_6\mathrm{C}+{}^4_2\mathrm{He}+\gamma$	10^4 a

$$4\mathrm{p}\rightarrow{}^4_2\mathrm{He}+2\mathrm{e}^+ +2\nu+24.7\ \mathrm{MeV} \tag{11.6-2}$$

在碳-氮反应链中，其中的 C，N 等元素是不损失的，只起催化剂的作用。当恒星开始形成时，^{12}C，^{13}N，^{13}C，^{14}N 等核素的量是变化的，但经过几百万年就形成一个稳定的丰度。和放射性衰变链相似，各核素的丰度与其反应寿命成正比，反应寿命长的，相应成分就多。

对以上两个反应链，在恒星中到底哪个起主要作用呢？这取决于恒星的成分和它的中心温度的高低。图 11-20 给出两个反应链在单位时间、单位质量中产生的能量随温度的变化。从图中看出，当 $T=18\times10^6$ K 时，两个反应链的能量产生率相等。这表明，当恒星中心温度高于 18×10^6 K 时，产生的能量主要来源是碳-氮反应链；温度低于 18×10^6 K 时，反应以 p-p 链为主。太阳中心温度是 15×10^6 K，因此反应以 p-p 链为主，其产生的能量约占总能量的 96%。

3. 人工可利用的聚变反应及其截面

以上两组反应链，要在地球上人工实现是不可能的，因其反应截面太小，反应时间太长。除了恒星的引力条件外，在地球上不可能把那么高温度的等离子体约束那么长的时间。所以，在地球上人工可能利用的轻核聚变反应，应是在温度不太高时具有较大截面的反应。这类反应主要有以下两种：

$$\mathrm{T}+\mathrm{d}\rightarrow{}^4_2\mathrm{He}+\mathrm{n}+17.58\ \mathrm{MeV} \tag{11.6-3}$$

$$\mathrm{D}+\mathrm{d}\rightarrow\begin{cases}{}^3_2\mathrm{He}+\mathrm{n}+3.27\ \mathrm{MeV}\\ \mathrm{T}+\mathrm{p}+4.04\ \mathrm{MeV}\end{cases} \tag{11.6-4}$$

反应式(11.6-3)，在入射氘能量为 105 keV 附近出现共振，相应的截面是 5 b；当能量比 100 keV 低时，仍然有比其他反应较高的截面；截面 σ 和入射氘核能量 E_d 的关系，如图 11-21 所

示。此反应截面可以用以下半经验公式表示

$$\sigma = \frac{6 \times 10^4}{E_d} \exp[-47.40/\sqrt{E_d}] \tag{11.6-5}$$

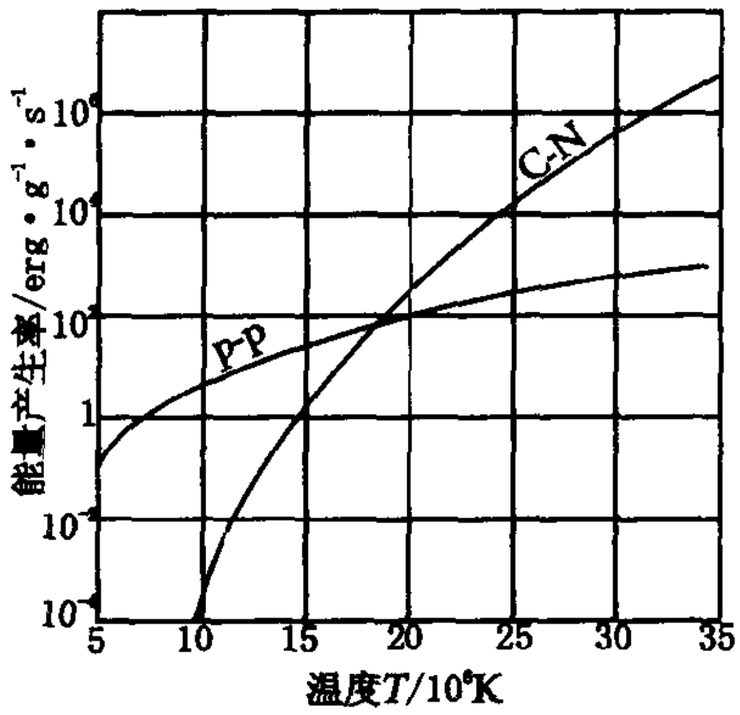


图 11-20　p-p 和 C-N 反应链
能量产生率随温度的变化

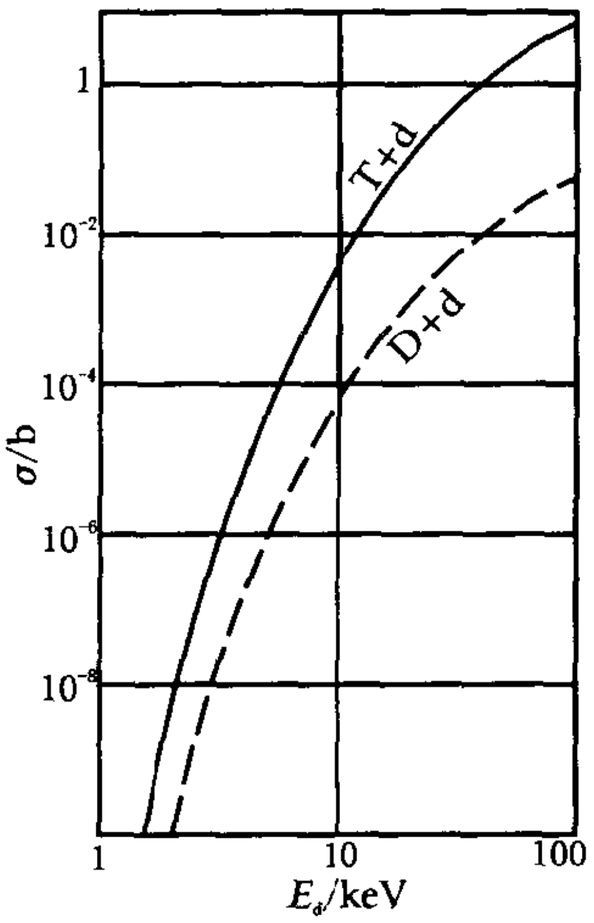


图 11-21　(T + d)和
(D + d)的反应截面

其中,σ 单位用 b,E_d 的单位用 keV。此式与前面讨论过的 α 粒子势垒穿透公式很相似。根据电磁作用下时间反演不变性原理,当粒子具有相同动能时,从库仑势垒外穿入的概率和从库仑势垒内穿出的概率相等,这种相似性是不难理解的。(11.6-5)式中系数是由实验截面值的拟合分析中得到的。

D + d 反应存在两种反应道。从实验上得到生成 p + T 和 $n + {}^3_2\mathrm{He}$ 的截面近似相等,如表 11-10 所列。因此,可加起来用一条激发曲线来表示,如图 11-21 中虚线所示,其半经验的拟合公式为

$$\sigma = \frac{2.88 \times 10^2}{E_d} \exp[-45.8/\sqrt{E_d}] \tag{11.6-6}$$

其中,σ 单位用 b,E_d 的单位是 keV。从表 11-10 中看出,在能量较低时 D + d 反应截面比 T + d 反应截面小两个数量级。但氚材料天然存在的极少,需要人工生产。生产氚的反应除了 D(d,p)T 外,主要还有 ${}^6\mathrm{Li}(n,\alpha)\mathrm{T}$ 反应和 ${}^7\mathrm{Li} + n(\text{快}) \rightarrow {}^4\mathrm{He} + \mathrm{T} + n(\text{慢})$ 的反应。而氘是天然存在的,容易从水中提取出来。因此,对今后建立大量的聚变反应堆来说,最好采用 D + d 反应。

除反应式(11.6-3)和(11.6-4)以外,还可利用的聚变反应有:

$${}^3\mathrm{He} + \mathrm{d} \rightarrow \mathrm{p} + {}^4_2\mathrm{He} + 18.4\ \mathrm{MeV} \tag{11.6-7}$$

这种反应的优点,一方面是反应 Q 值高,另一方面反应产物是质子和 α 粒子,没有中子,因此具有防护条件简单,能量转换容易等特点。它的缺点就是在温度较低时,反应截面小,建堆需用较高的温度,另外 ${}^3\mathrm{He}$ 要靠人工生产。

另外,人们还建议利用 ${}^{11}\mathrm{B} + {}^1\mathrm{H}$ 反应来建聚变堆。

$${}^{11}_5\mathrm{B} + {}^1_1\mathrm{H} \rightarrow {}^{12}_6\mathrm{C} + \gamma + 18.4\ \mathrm{MeV} \tag{11.6-8}$$

其优点是燃料容易得到,缺点也是温度较低时反应截面小。

表 11-10　三种反应的截面

d能量/ keV	D(d,p)T/mb	D(d,n)$^3_2$He/mb	T(d,n)$^3_2$He/mb
13.0	0.0352	0.0329	7.8
19.0	0.213	0.200	44.8
22.0	0.391	0.367	85.9
25.0	0.629	0.592	144
30.0	1.14	1.08	278
36.0	1.98	1.88	519
40.0	2.56	2.43	0.723×10^3
53.0	4.98	4.78	1.62×10^3
60.0	6.50	6.25	2.18×10^3
67.0	8.14	7.86	2.82×10^3
73.0	9.59	9.30	3.36×10^3
80.0	11.2	10.9	3.93×10^3
93.0	13.9	13.6	4.74×10^3
100.0	15.4	15.2	4.90×10^3
107.0	16.5	16.6	4.95×10^3
110.0	17.1	17.0	4.95×10^3
113.0	17.5	17.4	4.94×10^3

4. 热核反应

利用加速器产生上面的一些反应是很容易的。但是,我们从一个简单的计算就会发现,利用加速器得到的加速粒子去打固定靶,不可能产生富余的能量。

我们以 D+d 反应为例来说明,利用倍加器加速氘,使能量达到 50 keV,用它去轰击固体的氘靶,产生聚变反应:

$$D + d \rightarrow \begin{cases} T + p \\ {}^3He + n \end{cases}$$

当 d 打入冷的靶物质时,必与其中的冷电子相互作用,其碰撞截面可以简单地利用库仑散射截面来估算

$$\sigma_c \approx (e^2/\mu v_i^2)^2$$

其中 v_i 是入射氘的速度,μ 为折合质量。每次碰撞,d 的能量损失近似为 $\Delta E = \frac{m}{M}E_d$,$E_d$ 是入射 d 的动能,m 和 M 分别为电子和氘核的质量。因此,当 d 进入靶后,与电子作用产生的能量损失率为

$$\frac{dE}{dt} = n_e \sigma_C v_i \frac{m}{M} E_d = n_e \left[\left(\frac{e^2}{\mu v_i^2} \right)^2 \frac{m}{M} \right] v_i E_d$$

$$= n_e\left[\left(\frac{e^2}{2E_d}\right)^2 \frac{M}{m}\right]v_i E_d \tag{11.6-9}$$

其中，n_e 是电子的密度，方括号中的量相当于氘核损失掉全部入射能量的有效截面，以 σ_e 表示，当 $E_d = 50$ keV 时，可以算出

$$\sigma_e = \left[\frac{(4.8\times10^{-10})^2}{10^5\times(1.6\times10^{-12})}\right]^2 \times 3600\ \text{cm}^2 \approx 7.5\times10^{-21}\ \text{cm}^2$$

相同氘核入射能量下，D+d 聚变反应总截面 σ_F 约为 8.7×10^{-27} cm^2，这两种截面之比为

$$R = \frac{\sigma_F}{\sigma_e} = \frac{8.7\times10^{-27}}{7.5\times10^{-21}} \approx 10^{-6}$$

这表示一百万个氘核进入靶内，大约只有一个引起 D+d 反应，其他的都因库仑散射而损失掉了。可见，即使每次反应放出 4 MeV 能量，近似为 50 keV 的一百倍，从能量平衡角度来看，此方法仍是得不偿失的。怎样才能消除散射电子的能量损失呢？那只有将电子温度加热到跟入射离子一样高，也就是其平均动能相等。这时，物质已不是一般的固体，而是等离子体了。

等离子体是大量正离子和电子的集合体，是物质的一种新形态，称为物质的第四态。将上亿度的等离子体约束在一定区域内，维持一段时间，使其中轻核产生聚变反应，称为热核反应。

氢弹爆炸就是一种人工实现的不可控的热核反应。据一般猜测，氢弹中的爆炸材料主要是氘、氚、锂的某种凝聚态物质。比较大的可能性是氘化锂和氚化锂的混合物，锂的作用是在爆炸过程中补充氚的供应，反应式为

$$\begin{aligned} &D + T \rightarrow {}^4He + n \\ &{}^6Li + n \rightarrow {}^4He + T \\ \hline &{}^6Li + D \rightarrow 2\,{}_2^4He + 22.4\ \text{MeV} \end{aligned} \tag{11.6-10}$$

一般认为氢弹爆炸所需要的初始高温是由裂变的原子弹提供的。装在氢弹内的裂变物质爆炸产生高温高压，使轻核聚变，放出更大的能量。一般原子弹爆炸威力为 2 万吨级，氢弹的爆炸威力为 100 万吨级。一刹那间在局部产生 100 万吨 TNT 炸药的爆炸力，除了进行杀伤和爆破外，是很难作为一般能源来加以利用的。受控热核反应就是要根据人们的需要，有控制地源源不断地产生聚变，以提供能源。为了达到这个目的，必须造成一个稳定的高温等离子体，使它有足够的时间产生聚变反应，放出的能量能够超过维持这反应所消耗的能量。

§11.7 受控核聚变

根据上节讨论，要实现受控热核反应，必须建立一个热绝缘的稳定的高温等离子体。在其中产生的聚变核能，减去辐射和其他能量损失以后，还能超过加热物质所需要的能量，并在能量上有所增益，为达到这一点，对产生反应的轻核等离子体的温度、密度和约束时间将有一定的要求，其临界要求称为劳森(Lawson)判据。

1. 劳森判据的一般形式

一个热核装置的输入功率，应包括加热等离子体的能量和各种热力学过程引起的能量损

失。冷却的器壁不但受不了灼热的等离子体的碰撞，而且会由于溅射产生大量的杂质，使等离子体区遭受破坏。因此，不能用固体容器对等离子体进行约束，而必须利用磁场或惯性约束，在这种情况下，对流和热传导引起的能量损失可以暂不考虑，而只考虑辐射的能量损失。若韧致辐射功率为 P_b，等离子体约束时间为 τ，当温度为 T 时所需输入的能量：

$$E_{in} = 3nkT + P_b\tau \tag{11.7-1}$$

式中右边第一项是等离子体的动能，第二项是韧致辐射的能量损失。这里假定等离子体中电子和离子具有同样的密度 n 和温度 T，k 是波尔兹曼常量。系统的输出能量来源于热核聚变，取聚变功率为 P_R，则输出能量为

$$E_{out} = P_R\tau \tag{11.7-2}$$

劳森判据最简单的形式为：$E_{in} \leqslant E_{out}$，即

$$3nkT + P_b\tau \leqslant P_R\tau \tag{11.7-3}$$

对一个具体装置来说，产生的能量是不可能完全转变为输入能量的。假定转换效率为 ϵ，作为一个装置的起动条件应为

$$\epsilon(E_{in} + P_R\tau) \geqslant E_{in} \tag{11.7-4}$$

即

$$\epsilon\left(\frac{3nkT + P_b\tau + P_R\tau}{3nkT + P_b\tau}\right) \geqslant 1 \tag{11.7-5}$$

改变一下形式可写成

$$\epsilon\left[1 + \frac{P_R/(3n^2kT)}{1/(n\tau) + P_b/(3n^2kT)}\right] \geqslant 1 \tag{11.7-6}$$

这就是一个实际可控热核装置的 $n\tau$ 值和 T 起动时必须满足的条件，即为劳森判据的一般形式。取 $\epsilon = 1/2$，就得到(11.7-3)式的条件。为了得到 $n\tau$ 值和 T 的具体结果，需要具体计算 P_b 和 P_R 的大小。

对于韧致辐射功率，根据量子力学计算结果为

$$P_b = \frac{32}{3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{Z^3e^6n_in_e}{m_ec^3\hbar}\sqrt{\frac{kT}{m_e}} \tag{11.7-7}$$

式中 Z 是离子的电荷数，n_i 和 n_e 分别是离子和电子的数密度，m_e 是电子的质量，c 为光速。对 D+D 反应系统，电子的动力学温度 kT 以 keV 为单位时，代入具体数据得到

$$P_b = 5.35 \times 10^{-31} n_D^2 (kT)^{1/2} (\mathrm{W \cdot cm^{-3}}) \tag{11.7-8}$$

而对 50%D 和 50%T 的混合系统

$$P_b = 2.14 \times 10^{-30} n_D n_T (kT)^{1/2} (\mathrm{W \cdot cm^{-3}}) \tag{11.7-9}$$

式中 n_D 和 n_T 分别是氘和氚的数密度，单位用 $\mathrm{cm^{-3}}$。

设单位时间、单位体积中产生的聚变反应数为 R，每次反应放出的能量为 E_R，则聚变反应的功率密度为

$$P_R = RE_R \tag{11.7-10}$$

假如 i, j 两类离子的数密度为 n_i 和 n_j，反应截面为 σ，相对运动速度为 v，则 i 类离子中一个离子在单位时间和 j 类离子发生反应的概率为 $n_j\sigma v$。现单位体积中有 n_i 个 i 类离子，则单位

时间、单位体积内两类离子发生反应的总数为

$$R = n_i n_j \langle \sigma v \rangle \tag{11.7-11}$$

其中$\langle \sigma v \rangle$表示 σv 对粒子速度分布的平均。假定系统已达到热平衡,可取麦克斯韦分布,再利用截面和能量的具体表达形式,可以算出相应的平均值。对 D+D 和 D+T 反应得到

$$R_{DD} = 2.3 \times 10^{-14} n_D^2 \left(\frac{1}{kT}\right)^{2/3} e^{-18.8/(kT)^{1/3}}$$

$$R_{DT} = 3.7 \times 10^{-12} n_D n_T \left(\frac{1}{kT}\right)^{2/3} e^{-20/(kT)^{1/3}} \tag{11.7-12}$$

当取 $kT = 10$ keV 时,分别算出 D+D 和 D+T 反应的功率密度为

$$P_R^{DD} \approx 5 \times 10^{-31} n_D^2 (\mathrm{W \cdot cm^{-3}}) \tag{11.7-13}$$

$$P_R^{DT} \approx 2.1 \times 10^{-28} n_D n_T (\mathrm{W \cdot cm^{-3}}) \tag{11.7-14}$$

式中 n_D 和 n_T 分别是氘和氚的数密度,单位用 $\mathrm{cm^{-3}}$。把这结果和(11.7-8),(11.7-9)式比较可以看出,当等离子体温度 $kT = 10$ keV 时,D+T 反应产生的功率大于韧致辐射的功率损失,而 D+D 反应则小于韧致辐射的功率损失。通常我们把满足(11.7-3)式中等号的条件称为点火条件。将已求出的 P_b,P_R 与 n,T 的关系式代入(11.7-3)式,取等号可得到:

$$\frac{P_R \tau}{3nkT + P_b \tau} = \frac{P_R/(3n^2 kT)}{1/(n\tau) + P_b/(3n^2 kT)} = \frac{f(T)}{\frac{1}{n\tau} + \frac{c}{T^{1/2}}} = 1 \tag{11.7-15}$$

其中,c 是一个常量,$f(T)$是和反应有关的温度函数。下面,我们分别就磁约束和惯性约束两种情况,讨论为实现点火,$n\tau$ 和 T 要取的数值。

2. 实现受控热核聚变的可能途径

由上面的讨论可以知道,为了实现受控热核聚变并获得能量增益,必须至少满足由(11.7-6)式给出的劳森判据。核心问题是设法产生并约束一个热绝缘的稳定的高温等离子体,其密度要足够的高,被约束的时间要足够的长。人们为此目标已经进行近半个世纪的不懈努力,正在一步步地接近实现受控热核聚变的最终目的。

目前,研究受控热核聚变的实验装置多种多样,但是,根据其实现约束的原理,这些装置可以分为两类:磁约束和惯性约束。这里,我们不打算也不可能涉及磁约束和惯性约束的具体工程技术问题,只是非常简单地介绍这两类装置的原理及各自的点火条件。

磁约束是受控热核聚变研究中最早提出的方法,也是目前认为比较更有希望在近期内实现点火条件的途径。根据等离子体中带电粒子与磁场间的洛仑兹力作用以及高温等离子体的稳定性研究,精心设计的各种特殊的磁场形态实现对高温等离子体的约束,在众多类型的磁约束装置中托卡马克(Tokamak)装置则是最有希望的一种。图 11-22 是托卡马克装置示意图。利用变压器的脉冲磁场,在真空盒内形成很强的电流,大型装置的流强可达 10^6 A 以上。由于电流的欧姆加热使等离子体的温度自动上升,可达到 20 keV。为了约束和稳定等离子体,另外利用绕环的线圈产生强大的环向磁场,其磁力线方向与电流方向相反。这磁场和电流所产生的磁场一起约束等离子体,并具有抑制磁流体不稳定性的作用。在稳定状态下,等离子体压强和磁压强必须相等。设等离子体内部的磁场强度为 H_i,外部的磁场强度为 H_0,内部等离子体压强为 P_i,则有

$$P_i + \frac{H_i^2}{8\pi} = \frac{H_0^2}{8\pi} \tag{11.7-16}$$

若 $H_i=0$,外磁场 H_0 所能维持的最大压强 P_m 为

$$P_m = \frac{H_0^2}{8\pi} \qquad (11.7\text{-}17)$$

当 $H_0=2$ T 时,算出 $P_m=15.8$ 大气压。利用近似理想气体的压强公式,等离子体压强 $P=nkT$,当 $kT=10$ keV 时,对应 P_m 的等离子体密度被限制为 $n_m \approx 10^{15}$ cm^{-3}。这表明在外磁场为 2 T 时,等离子体密度为 10^{15} cm^{-3}时所能支持的等离子最高温度 $kT=10$ keV。从点火条件(11.7-15)式可以导出,对 D+T 核燃料,$kT=10$ keV 时相应等离子的 $n\tau$ 值为 $n\tau=10^{14}$ s·cm^{-3}。取 $n=10^{15}$ cm^{-3},相应约束时间为 $\tau \approx 0.1$ s。综合上面的讨论,对于磁约束装置,D+T 反应达到点火所需要的基本条件为

$$kT = 10 \text{ keV} \quad n\tau = 10^{14} \text{ s}\cdot\text{cm}^{-3}$$
$$n = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \text{ 时} \quad \tau = 0.1 \text{ s} \qquad (11.7\text{-}18)$$

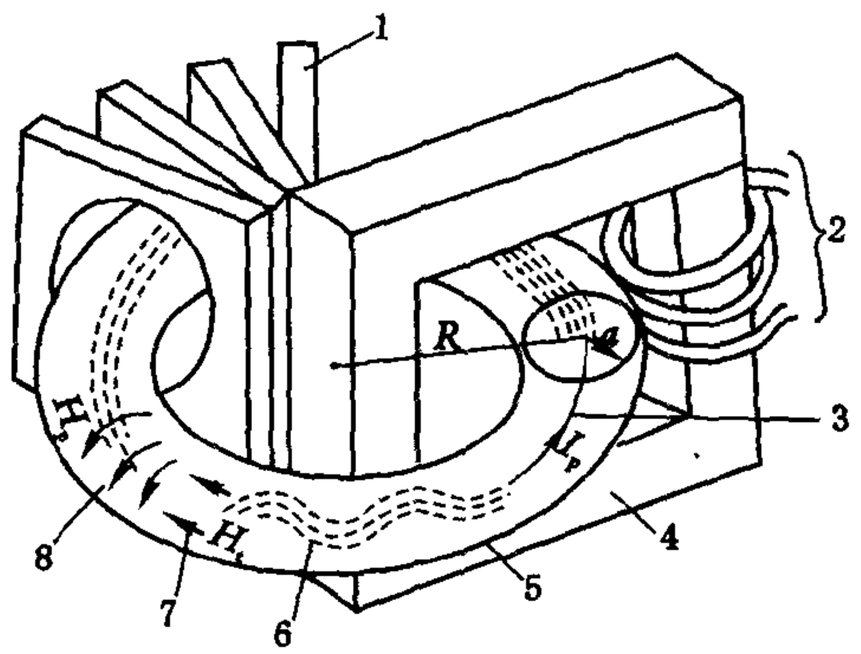


图 11-22 托卡马克装置示意图

1—产生环场的线圈盘 2—变压器线圈 3—等离子体电流 4—变压器铁心 5—金属外壳 6—螺旋场 7—环场 H_t 8—角场 H_p

实际上,在美国普林斯顿实验室建成的名为 TFTR 的托卡马克装置十多年前已经实现等离子体温度高达 20 keV(略大于 10^8 K)及 $n\tau \approx 7\times10^{13}$ s·cm^{-3},应该说已经十分接近满足点火条件的要求。

另一类研究可控热核聚变的装置是惯性约束装置。惯性约束装置是精确利用来自四面八方的激光束、相对论电子束或高能重离子束,在一个很短的时间内,同时射向一个微小的靶丸,使其加热、压缩以产生热核聚变。在这种情况下,由于约束时间短,可不考虑辐射能量损失。对于 T+D 靶丸,每一次靶丸爆炸相应的输入和输出能量分别为

$$E_{in} = \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{3}{2} nk(T_e + T_i)$$
$$E_{out} = \frac{4}{3}\pi r^3 \times \frac{n^2}{4}\langle\sigma v\rangle E_R \tau \qquad (11.7\text{-}19)$$

其中 r 和 n 分别是靶丸的半径和核的数密度,T_e 和 T_i 分别是电子和离子的温度,$\frac{n^2}{4}\langle\sigma v\rangle$是平均聚变反应率,$E_R$ 则为一次 T+D 反应释放的能量,其值为 17.58 MeV,τ 为热等离子体维持的时间,即惯性约束时间。当 $kT_e=kT_i=10$ keV 时,得到实现点火的条件为

$$n\tau \geqslant 6\times10^{13} \text{ s}\cdot\text{cm}^{-3} \qquad (11.7\text{-}20)$$

对固体 T+D 靶,$n=5\times10^{22}$ cm^{-3},给出 $\tau \geqslant 1.2$ ns。由于对等离子体没有加任何力场约束,则约束时间完全取决于等离子体的惯性运动。取热等离子体扩散速度为 v_s,因小球半径是 r,则有 $\tau \approx r/v_s$,v_s 可取等离子体内声速的大小,即 $v_s=\left(\frac{2kT}{M}\right)^{1/2}$,其中 M 为等离子体内离子的平均质量,对 D+T 靶,$M\approx4\times10^{-24}$ g,当其 $kT=10$ keV 时,可算出 $v_s=9\times10^7$ cm·s^{-1},由(11.7-20)式得到靶丸半径 $r=v_s\tau \geqslant 1.1\times10^{-1}$ cm。为加热半径 $r=1.1$ mm 的靶丸球到温度 $kT=10$ keV,所需要的能量

$$E_{in} = \frac{4}{3}\pi r^3 \times 3nkT \approx 1.3\times10^6 \text{ J} \qquad (11.7\text{-}21)$$

考虑到维持时间 τ 为 1.2 ns,则对于激光或相对论电子束所需功率为 1.1×10^{15} W。为使惯性约束的可控热核聚变实现点火,在建造高效率、高功率激光器或在多束相对论电子束的高度精确聚焦方面还有待进一步努力。

值得指出,上面讨论的是涉及如何实现可控热核聚变的点火条件的问题。即使实现了点火条件,为了实现可控热核聚变装置的商业运行,仍然还有许多困难问题有待解决。例如聚变装置第一容器器壁抗中子辐照损伤的问题。目前研究较多的热核反应,无论 D+D 还是 T+D,反应过程都有较多注量率的中子产生,对容器壁的损伤是相当严重的。

习　题

11-1. 试估算在贮存的 1000 kg 天然铀中,每年由于自发裂变有多少^{235}U 和^{238}U 损失掉?通过 α 衰变的损失又有多少?

11-2. 在^{235}U(n,f)反应中,碎片共放出两个中子,又经 β 衰变后成为次级碎片^{95}Mo 和^{139}La。计算这一过程释放的总裂变能。

11-3. 试估算在^{235}U(n,f)反应中,断点时两个碎片中心的距离 D。

11-4. 试估算下列反应的裂变阈能,^{232}Th(n,f),^{240}Pu(n,f)和^{237}Np(n,f)。

11-5. 试导出小形变下椭球表面积的近似表达式(11.3-8)。

11-6. 试计算下列核素的可裂变参量:^{210}Po,^{235}U,^{238}U,^{240}Pu,^{242}Am,^{252}Cf 和^{254}Fm。

11-7. 为使铀的 $\eta=1.7$,试求铀中^{235}U 要浓集到什么程度?

11-8. 已知氘在氢元素中的丰度是 1/6000,试计算 1 L 水将其中氘提取出来产生核聚变所能放出的能量。

11-9. 一个聚变堆的功率为 10^6 kW,以 D+T 为燃料,试计算每秒钟要消耗多少氚。

11-10. 试从 D+T 反应截面的半经验公式计算,$E_d=5$ keV,$E_d=50$ keV 时的反应截面。

11-11. 试利用 D+D 反应截面的半经验公式计算 $E_d=10$ keV 和 100 keV 时的反应截面。

11-12. 当 $kT=20$ keV,$n_D=10^{15}$ cm^{-3}时,试计算 D+D 等离子体聚变反应功率密度和韧致辐射损失。

第十二章　原子核的亚核子物理

从前面的章节中知道，人们在 1913 年认识原子核，1919 年发现质子，1932 年发现中子。从那时起，原子核被视为由质子和中子（核子）在核力的作用下组成。

但很快人们就发现以核子为基础的核结构理论局限性很大。理论上，对核力的描述完全是经验性的，对 β 衰变等的解释也不能在传统核结构的框架下解决。实验上，在宇宙线和较高能量的加速器实验中，发现了大量的不同于核子的新的粒子[①]。这样，就产生了亚核子的概念。亚核子物理曾经就是指粒子物理，但随着时间的推移，粒子物理逐渐推进到更深入和更基本的层次上。我们在这儿使用的亚核子物理，是比核子层次更深入的核物理（如强子物理）和粒子物理的概括。由于它是作为本科核物理教材的一个小部分，因此只能是入门性质的非常粗略的介绍。

§ 12.1　粒子与高能碰撞

寻找物质世界的最基本单元和基本相互作用，一直是物理学的最前沿——粒子物理的根本任务。由于不断有更深的物质层次被发现，因此粒子的概念是随时间变化的。人们曾使用“基本粒子”的说法，但现在已不多见，原因是不断出现“基本粒子”不基本的现象。

在 20 世纪 30 年代的时候，粒子的概念主要是指电子、中子、质子、光子和中微子。30 年代末 40 年代初，宇宙线实验中发现了 μ 子和 π 介子，1947 年又发现了奇异粒子。后来随着加速器能量的提高，大量新粒子被观察到。对这些粒子进行分类，找出它们结构上的规律性，是五六十年代粒子物理的一项基础性工作。如同对元素的性质进行分类和排队导致了对原子结构的认识一样，对粒子的分类也直接促成了对粒子更深层结构的认识。1964 年，盖尔曼（M. Gell-Mann）和兹韦格（G. Zweig）各自独立地提出了强子结构的夸克模型，在以后几十年的理论和实验研究中得到支持。与此同时，关于相互作用的规范场理论（强相互作用的量子色动力学、电磁与弱相互作用的弱电统一理论）取得很大成功。目前，人类对于物质世界基本结构和基本相互作用的认识已达到一个比较完整的阶段，在科学上的意义不亚于原子论的建立。由于篇幅的原因，我们不完全按历史顺序介绍，而是首先直接给出目前已比较成熟的基本知识[②]。

1. 粒子的分类与物质结构

基于标准模型，物质世界的基本的粒子可以分为夸克、轻子和规范玻色子。夸克和轻子又可统称为物质粒子，而规范玻色子也可称为场粒子或相互作用粒子。

夸克和轻子都是自旋为 1/2 的费米子，但夸克参与强相互作用而轻子不参与强相互作用。类似于电磁相互作用中的电荷，在强相互作用中引入了色荷的概念。强作用只对带色的粒子

---

① 参见[6]681 页。

② 参见[26]1 页。

起作用。夸克带色,而轻子不带色。注意,色在这里用来表示一种抽象的内禀自由度,与日常生活中的颜色没有任何关系。

至今为止,共发现了六种夸克,被称为六种"味"(flavors),它们是上夸克(up)、下夸克(down)、奇异夸克(strange)、粲夸克(charmed)、底夸克(bottom)和顶夸克(top),通常用它们英文名字的第一个字母来表示。这些夸克被划分为三代:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

每个括号中为一代。上面一排(u,c,t)带的电荷为 $q=2e/3$,而下面一排(d,s,b)带的电荷为 $q=-e/3$。夸克为什么是三代?有没有更多的夸克?至今尚无肯定的答案。每味夸克又可带红、蓝、绿三种颜色之一。每一种夸克都对应着一种反夸克。所以总的夸克数是 36。夸克带有另一种量子数:重子数。每个夸克的重子数为 $B=1/3$,反夸克的 $B=-1/3$。实验观测到重子数是守恒的。由夸克组成的重子数不为 0 的粒子称为重子,比如质子(uud)和中子(udd)的 $B=1$。由夸克和反夸克组成的粒子 $B=0$,称为介子。重子和介子统称为强子,它们参与强相互作用。至今的实验表明,任何带色的粒子都不能是自由粒子,而是被束缚在整体上无色的强子内部,这就是所谓的色禁闭或夸克禁闭现象。正是这种现象,使夸克的组合方式受到许多限制。也是由于夸克的禁闭,使得自由夸克质量的定义变得不明确,我们到后面再来讨论这个问题。

到目前为止发现的轻子也是 6 种味,也可分为三代:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

电子(e)、μ 子(μ)和 τ 子(τ)带电荷 $-e$,而它们对应的中微子(ν_e,ν_μ,ν_τ)的电荷为 0。可以分别定义电轻子数、μ 轻子数和 τ 轻子数,至今的实验观测表明它们各自守恒。每一种轻子都对应一种反轻子,因此共有 12 种轻子。轻子的轻子数为 1,反轻子的轻子数为 -1。自由轻子的质量列在表 12-1 中。中微子的质量只是给出了上限,不排斥其为 0。尽管许多物理学家相信中微子有非 0 的质量,但在实验上确定非常困难,原因是中微子既不参与强相互作用,也不参与电磁相互作用,很难进行精确测量。

表 12-1　轻子质量

ν_e	$<8\ \mathrm{eV}/c^2$	e	$0.51\ \mathrm{MeV}/c^2$
ν_μ	$<0.25\ \mathrm{MeV}/c^2$	μ	$105.6\ \mathrm{MeV}/c^2$
ν_τ	$<35\ \mathrm{MeV}/c^2$	τ	$(1776.9\pm0.5)\ \mathrm{MeV}/c^2$

在标准模型的框架中,夸克和轻子是基本的物质粒子。除此之外,还有传递相互作用的粒子,它们的自旋是整数,被称为规范玻色子,也简称为场粒子。表 12-2 列出了与四种基本相互作用相对应的场粒子。规范玻色子的反粒子也是表中的粒子,比如 W^+ 和 W^- 互为反粒子,Z^0 的反粒子就是它本身。引力子与物质的作用太弱因而无法单独测出,它们的存在和性质都是由理论给出的。除引力子外,其它规范玻色子都已实际发现了。我们对光子已很熟悉。1979 年在德国汉堡的 PETRA 正负电子对撞机上发现了胶子,其性质与理论预言的一样。20 世纪

80 年代粒子物理最重大发现，是探测到电弱统一理论早就预言的 $W^{\pm}$ 和 Z^0 玻色子。规范玻色子的预言和发现当属人类最重要的科学成就之列。

表 12-2　相互作用和规范玻色子

相互作用	作 用 于	规范玻色子
引力作用	所有有质量的粒子	引力子(无质量、自旋 2)
电磁作用	所有带电粒子	光子(无质量、自旋 1)
弱作用	夸克、轻子、电弱规范玻色子	$W^{\pm}$，Z^0(重粒子、自旋 1)
强作用	所有带色荷粒子(夸克和胶子)	8 种胶子(无质量、自旋 1)

除夸克、轻子和规范玻色子外，标准模型还要求有另外一类粒子才能说明粒子的质量，那就是自旋为 0 的希格斯(Higgs)玻色子。电弱统一理论要求至少有一种电中性的希格斯玻色子 H^0，但完全可能有很多种。实验寻找希格斯玻色子并确定其性质是当今粒子物理学最核心的问题。我们将在后面更清楚地了解这一点。

其于上述有关粒子的知识，人们对物质的微观结构有了新的整体性的认识：夸克通过强作用(由胶子传递)而被束缚成强子；色中性的强子之外的剩余强相互作用就是核力，它将核子束缚成原子核；带正电的原子核与带负电的电子(轻子)通过电磁相互作用(由光子传递)结合成原子；电中性的原子之外的剩余电磁相互作用将原子束缚成分子；分子构成了各种材料。这就是基于标准模型的物质结构的整个框架。

应当说明的是，尽管到目前为止实验室中已经发现了数百种强子和许多轻子以及规范玻色子，但完全稳定的粒子只有质子、电子、光子和中微子，以及它们的反粒子。其它粒子都会自发衰变。

2. 相互作用与费曼图

粒子的运动和变化离不开相互作用。在经典力学中，我们知道，运动规律由牛顿方程，或等效的哈密顿或拉格朗日方程来描写，相互作用以力或作用势的形式进入方程。在量子力学中，描写运动规律的是 $H\psi = i\partial\psi/\partial t$，相互作用也是出现在哈密顿量 H 中。量子力学中的运动就是状态波函数的变化，实际要运算的是截面和跃迁概率等量，常用的办法是从薛定谔方程出发，写出相应的矩阵元并加以计算。

粒子物理涉及到的是微观高能的问题，需要既是量子化又是相对论的理论，这就是量子场论，它要求相互作用场的量子化和引入相应的传播相互作用的粒子。我们可以直观地分析一下这样做的道理。假如我们有一些粒子，它们之间可以发生相互作用，一开始系统处于平衡状态。在某一时刻，假如我们从外部给某个粒子以推动，由于粒子间的相互作用，系统的各个粒子的运动状态都将发生改变。按照相对论，任何信号的传递速度都不能超过光速，相互作用也不例外。也就是说，一个粒子状态的改变，到引起周围其它粒子状态的改变，必须经过一定的时间。又按照量子理论，物理量的改变是以量子化的方式进行的。也就是说，相互作用发生时，是一份一份的物理量以一定的速度在空间传播，这实际上就是相互作用粒子的概念。

(1)量子场论基础上的相互作用

量子场论认为，每一种粒子都对应着一种场。不同的场在空间相互重叠。场的能量最低

态称为基态。所有的场均处于基态时为物理真空。场的激发表现为粒子,不同的激发状态对应于粒子的不同模式和数目。场的互为复共轭的两种激发表现为粒子和反粒子。

规范场理论是一种特殊的量子场论,它要求所采用的拉格朗日量具有特殊的规范对称性。重要的是,这种对称性的要求"自然"导致相互作用的引入,因此,人们把这种理论称为相互作用的规范理论,规范性也成了理论合理性的一个重要标志。为了对规范理论有一定的实际了解,我们举一个简单的例子。在量子力学中,我们知道物理观测量只依赖于波函数的绝对值的平方$|\psi|^2$。因此,我们要求量子理论在如下的变换下不变:

$$\psi(\boldsymbol{x},t) \to \psi'(\boldsymbol{x},t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\chi(\boldsymbol{x},t)}\psi(\boldsymbol{x},t) \tag{12.1-1}$$

其中$\chi(\boldsymbol{x},t)$是相因子,它在各时空点上可以取不同的值,这种相变换也被称为局域规范变换。奇怪的是,自由粒子的薛定谔方程并不满足这种规范不变性。也就是说,如果一个自由粒子的波函数ψ满足薛定谔方程:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\psi(\boldsymbol{x},t) = \mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\boldsymbol{x},t) \tag{12.1-2}$$

可以推知由(12.1-1)式定义的ψ'并不满足上述方程。对于带电荷q的粒子在电磁场中的运动,我们知道薛定谔方程应当改写为

$$\frac{1}{2m}(-\mathrm{i}\hbar\boldsymbol{\nabla} - \frac{q}{c}\boldsymbol{A})^2\psi = (\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial t} - qV)\psi \tag{12.1-3}$$

这里,$\boldsymbol{A}$,V是电磁场的势。此时,对于下面的协同变换:

$$\left.\begin{aligned}
&\psi(\boldsymbol{x},t) \to \psi'(\boldsymbol{x},t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\chi(\boldsymbol{x},t)}\psi(\boldsymbol{x},t)\\
&\boldsymbol{A} \to \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} - \frac{\hbar c}{q}\boldsymbol{\nabla}\chi\\
&V \to V' = V + \frac{\hbar}{q}\frac{\partial\chi}{\partial t}
\end{aligned}\right\} \tag{12.1-4}$$

带电磁作用势的薛定谔方程不变。这一结果可以被解释为:理论的"相"变换不变性的要求,导致必须引入特定的相互作用势,也就是引入特定的相互作用粒子。这种相与势的协同变换就是一种简单的规范变换。为描写当今粒子物理的实验事实,需要三种内禀规范变换不变性。所有粒子都具有U(1)对称性,即局域的相变换不变性。所有粒子也都有SU(2)对称性。U(1)与SU(2)对称性导致电弱统一的规范理论,预言了四种相互作用粒子,就是γ光子、Z^0及$W^{\pm}$玻色子。Z^0及$W^{\pm}$粒子都是在电弱理论建立之后有目的的找到的,是规范理论成功的重要证据。所有粒子也都具有SU(3)对称性,相对应的规范玻色子是八种胶子,由胶子传递的相互作用就是强相互作用,描写它的规范理论称为量子色动力学(QCD)。这里的U(1),SU(2),SU(3)是用群来表示的三组内禀变换。

在量子场论的基础上,我们可以概括目前对相互作用认识的状况(表12-3)。至今为止,描写引力作用的最好理论仍是广义相对论,但它是非量子化的。人们正在努力构造引力的量子场理论,并试图将它与其它相互作用统一起来。20世纪70年代时,弱相互作用的存在已是公认的事实,但并没有类似于量子电动力学那样的规范理论来描写。现在,电弱统一的规范理论已经建立并完全得到实验验证,成为量子场论成功的典范。同样,1970年前后,人们对强相互作用的认识还基本是唯象的。现在,强相互作用可以用满足规范变换不变性的量子场理论来描写。与电磁相互作用是发生在电荷之间的相类似,强相互作用是发生在"色"荷之间的。夸克和胶子是带色的,因而参与强相互作用。描写强相互作用的量子场理论因而被称为量子

色动力学(Quantum Chromodynamics,QCD)。由于历史的原因,电弱统一理论和量子色动力学被称为“标准模型”,它的特征是规范的量子场理论。至今为止的实验事实与标准模型符合得很好。这促使人们相信:可以在理论的层面对物理规律的真实性作出某种先导的判断,即一个“真实”的理论应当可以按照量子场论的要求写出具有一定规范对称性的拉格朗日量,并且由此导出的物理观测量都是有限的。

表 12-3　已知的相互作用力

作 用 力	1970 年的理论	90 年代的理论	未 来?
引力作用	非量子理论	未变	?
电磁作用	量子电动力学(QED)	电弱统一理论(EW)	大统一理论?
弱作用	非规范理论		
强作用	非规范理论	量子色动力学(QCD)	

(2)费曼图

从上面的介绍知道,相互作用都是由粒子的交换来实现的。这种过程可以用图形来形象的表示,被称为费曼图。费曼图采用一些基本的规定:

a)时间轴向上或向右,即以下面或左面代表初态,上面或右面代表末态;

b)用实线——代表物质粒子(费米子),用波纹线~~~代表光子,用虚线……代表 W 和 Z 玻色子,用卷线ෆෆෆ 代表胶子;

c)正粒子(e^-,μ^-,p,n 等)用沿时间轴的箭头表示,反粒子(e^+,μ^+,$\bar{p}$,$\bar{n}$ 等)用逆时间轴的箭头表示;

d)费曼图一般由外线、内线和顶点构成。外线表示入射或出射粒子,即初末态实粒子,其一端接顶点,另一端开放。内线两端都接顶点,反映中间过程,往往表示虚粒子(传播相互作用)。顶点是几条线的交点,也是相互作用的发生点。图 12-1 给出了费曼图的几个例子。

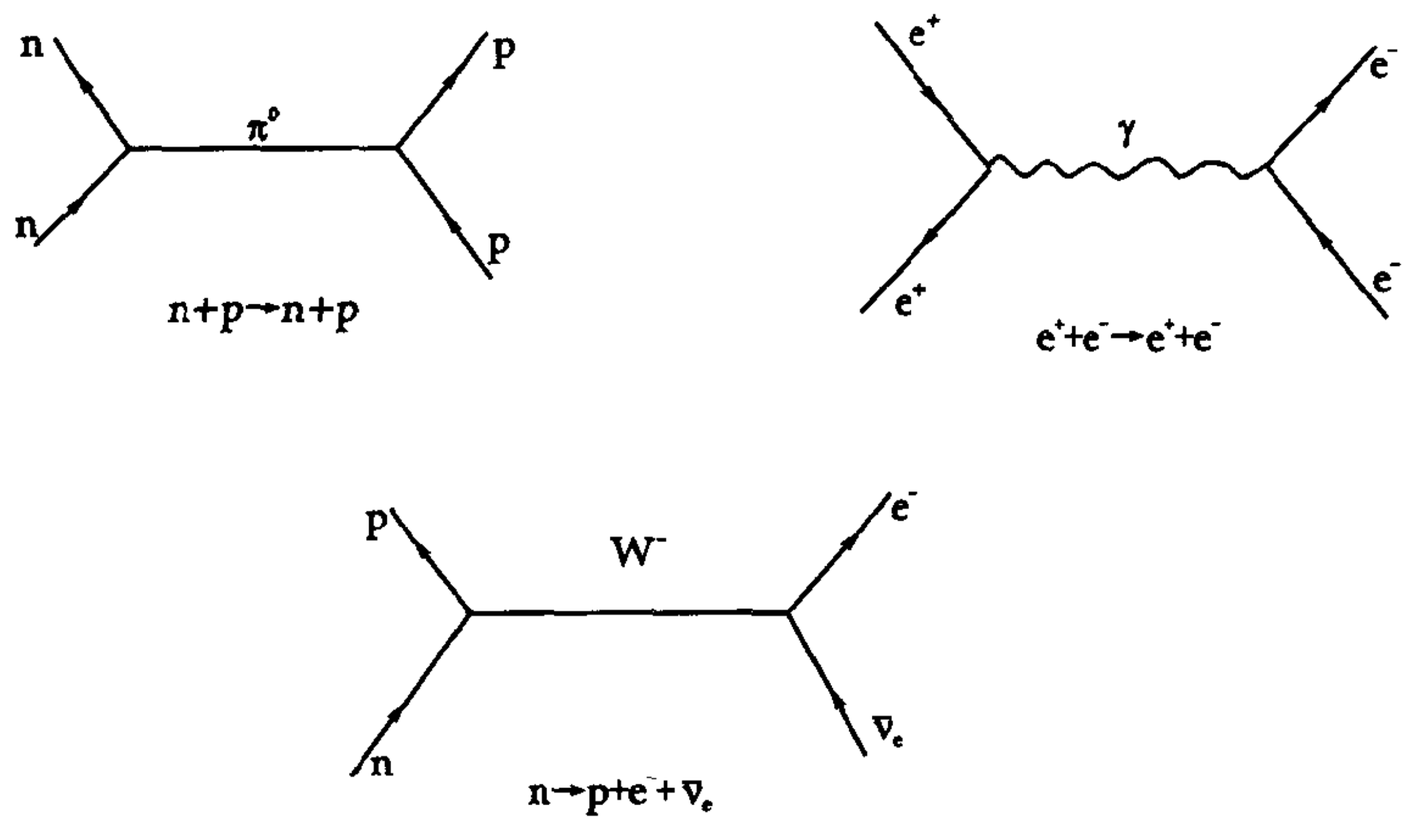


图 12-1　费曼图举例

费曼图不仅用于直观表示，而且可用于定量估计各种反应和衰变的概率，不过对这些定量规则的介绍已超出了本书的范围。

3. 高能碰撞

我们知道，核子的线度是 10^{-15} m 量级，而夸克、轻子等的线度比核子还要小得多，一般认为小于 10^{-18} m。按照量子力学原理，动量为 p 的粒子的约化德布罗意波长为$\lambda = \hbar/p$。为估算方便，假定粒子的静止质量远小于其动能，则总能量 $E \approx pc$。这样，如果要研究核子层次上的结构，要求波长为 fm 量级，则碰撞能量应在上百 MeV。而如果要研究夸克层次上的结构，则要求碰撞能量有上百 GeV。另外，人们在实验中发现的粒子，绝大部分寿命很短，在自然界中并不存在。为了有效的研究这些粒子，首先需要大量地产生它们。由于众多的粒子质量很大，产生它们就需要很高的能量。为此，人们通常把粒子物理又称作是高能物理。

早期人类接触到的高能粒子来自宇宙空间，也就是宇宙射线。宇宙射线的研究在历史上对粒子物理的发展起过重要作用，像 e^+、μ 子、π 介子等，都是首先在宇宙射线中观察到的。宇宙射线中存在着一些特殊的粒子，如太阳中微子；并且存在着能量极高的粒子(可达 10^{21} eV)，比人工加速所能达到的能量(10^{12} eV 量级)高得多。因此，宇宙射线始终是研究粒子物理、天体物理等的重要工具。但由于宇宙线中高能粒子的强度非常弱，因此实验很难做。在地面上观察到的宇宙射线，不仅包括直接来自宇宙空间的初级射线，也包括和大气层中的原子核发生反应后形成的次级射线。宇宙射线的总强度随高度的变化如图 12-2 所示。其中最强处在离地面约 20 km 高的地方，比地表的射线强约 50 倍。在 50 km 以上的高空，几乎全是初级射线，强度大约为 3000 $m^{-2}s^{-1}sr^{-1}$。大气下层宇宙射线强度的减弱是由于大气的吸收作用。初级宇宙射线中有质子、α 粒子和少数更重的原子核等，它们的起源是核天体物理的重要问题，我们将会在第 13 章中介绍。大气层中的次级宇宙射线包括质子、$\pi^{\pm}$ 介子、$\mu^{\pm}$ 轻子、电子、光子等。由于 μ 子的穿透力最强，因此到海平面处的带电粒子主要是 μ 子。显然，为了利用较多的宇宙射线的信息，最好到海拔高度较大的地方进行探测。我国高能物理工作者在西藏羊八井设立的宇宙射线探测基地，已经成为世界上最好的宇宙线实验室之一。

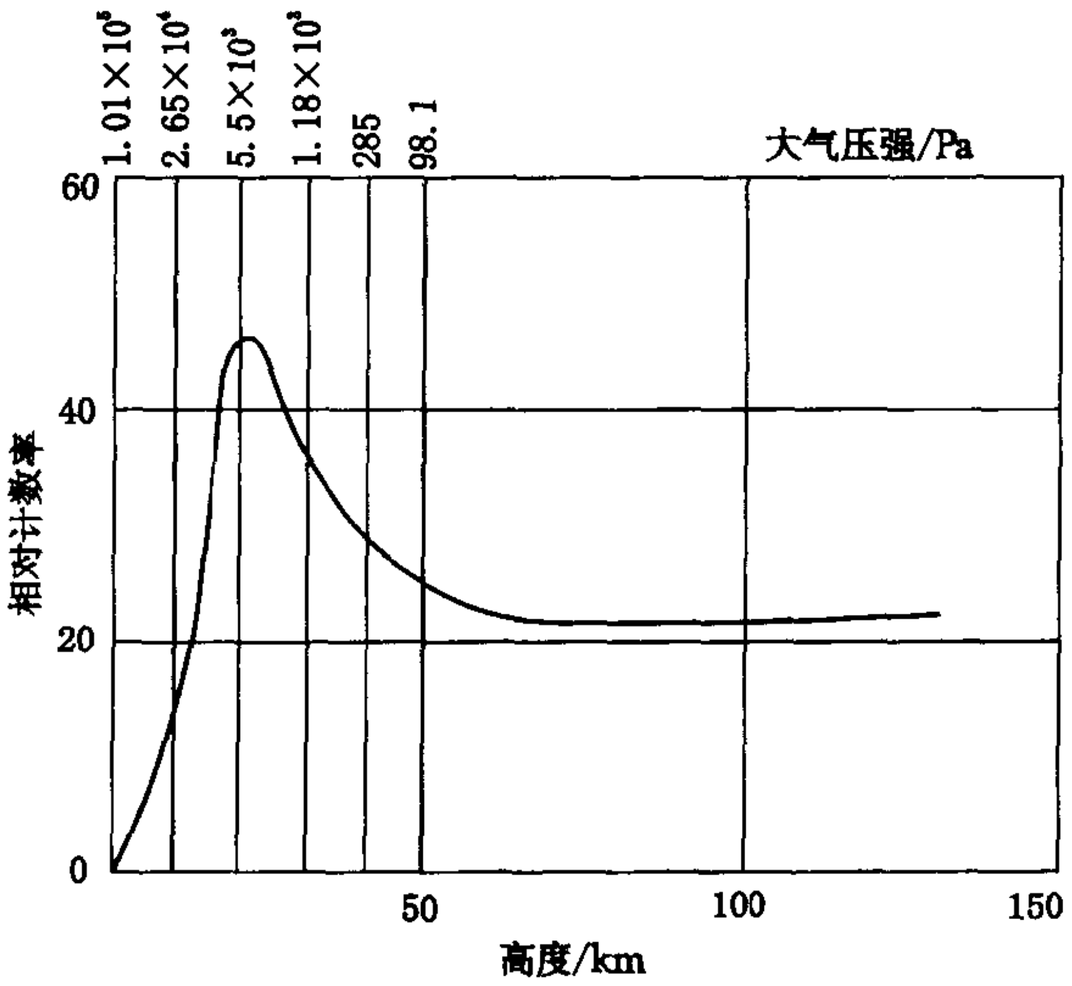


图 12-2　宇宙射线强度随高度的分布

当今用于实验的高能粒子，主要还是由高能加速器提供的，其种类包括直线加速器、同步加速器、对撞机等。从物理实验的角度看，加速器有四个性能是最重要的。其一是被加速的粒子种类。任何长寿命的带电粒子原则上都可以被加速。但实际上，根据研究的目的和技术实现的难度，高能物理中主要加速正负电子和正反质子，近年来也有不少加速重离子的。采用初级粒子打靶后产生次级粒子的办法，人们还可获得中微子、π 介子、K 介子、光子、μ 子等束流。第二个重要的指标是加速能量。我们在前面已经分析了，粒子物理需要的碰撞能量是 GeV 到

TeV 量级。加速器能量的提高受到许多技术方面的限制。比如用直线加速器,能量的提高会使得长度增加。而采用环行加速器时,对电子而言,轫致辐射造成的能量损失限制了能量的提高,要达到 100 GeV 以上是非常困难的。加速器的第三个基本的参量是它的流强或亮度。流强用于在固定靶实验中表示每秒钟入射的粒子数。在对撞机实验中,亮度定义为单位时间内碰撞发生的次数 N 与相互作用截面 σ 之比:$L = N/\sigma$。显然,亮度包含了对撞机的流强和聚焦对准等许多技术因素,它的单位常用 $cm^{-2}s^{-1}$。第四个实验上关心的量是可用能,也就是质心系能量。按照相对论关系,两粒子 a 和 b 的四维动量之和的平方是洛仑兹变换不变的:

$$s = (E_a + E_b)^2 - (\boldsymbol{p}_a c + \boldsymbol{p}_b c)^2 = (E_a' + E_b')^2 - (\boldsymbol{p}_a' c + \boldsymbol{p}_b' c)^2 = E_c^2 \quad (12.1\text{-}5)$$

其中 E 表示总能量,$\boldsymbol{p}$ 是动量,上标"′"表示质心系,E_c 是质心系总能量。对高能实验,假定 $E \gg m$,在固定靶实验中,可以推知 $E_c = \sqrt{s} \approx \sqrt{2E_a m_b c^2} \propto \sqrt{E_a}$,即可用能正比于实验室能量的开平方,也就是说,在能量很高时,可用能随实验室能量增加很慢。而在对撞实验中,假定对撞粒子的质量和能量相同,则质心系能量就是对撞束的实验室能量之和,即所有实验室能量都是可用的。所以,采用对撞机对于提高实验能量是有利的,但对撞机的亮度不容易提高。除以上四种基本参量外,其它如束团结构、能散度等等也是很重要的。

对高能碰撞产物的探测,也是非常复杂的事情。由于粒子物理感兴趣的事例的概率(截面)非常之小,因此通常需要在接近 4π 的立体空间进行探测。由于高能碰撞下有大量粒子产生,因此需要同时鉴别和记录大量性质很不一样的粒子。又由于高能产物的穿透力很强,因此探测物质需要有相当的纵深。这几方面的要求,决定了高能物理探测器必然是庞大、复杂和昂贵的。大型的高能探测系统一般都包含以下几个部分:

(1)磁铁。大多数探测系统都整个的或部分的包含在一个大型磁铁内,从而可以根据径迹在磁场中的偏转来确定带电粒子的动量。

(2)径迹探测器。大多数探测系统都用气体室等测量带电粒子径迹的空间位置。

(3)量能器。它们用适当的材料吸收粒子的能量并给出正比的信号。一般分别设置电磁量能器和强子量能器,它们各自采用对电子光子敏感或对强子敏感的材料。

(4)顶点探测器。通常指放在碰撞点周围的空间分辨率极高的探测器,用于确定极短寿命的粒子的衰变顶点。

(5)μ 子探测器。μ 子是长寿命粒子,且不参与强相互作用,电离能损也很小(因为质量大),因此具有很强的穿透力。一般是在量能器之外放置专门的 μ 子探测器。

(6)电子学与计算机。高能探测系统通常在极短的时间内(纳秒量极)产生数以百万计的信号。这对信号的同步,触发,实时处理和记录提出了极高的要求。因此,高能物理实验一直是最先进的电子和计算系统发展的重要推动力。

以上这些部分的实现,涉及到众多领域的高新技术,需要各方面的专家合作来实现。

高能物理实验设施的建设和运行要耗费大量的人力物力,是典型的大科学,因此往往需要依靠整个国家或许多国家共同的力量来建设。目前世界上最大型的高能实验中心如:

在瑞士日内瓦的欧洲核子中心(CERN),由欧共体成员国共同主办,也吸收其他国家参加。它在 1971 年建成了能量 2×31.5 GeV、亮度 3.1×10^{30} $cm^{-2}s^{-1}$ 的 pp 对撞机 ISR;1982 年建成了能量 $2\times(270\sim500)$ GeV、亮度 1×10^{30} $cm^{-2}s^{-1}$ 的 $p\bar{p}$ 对撞机 SPS,随后在其上观察到了 W 和 Z 玻色子,现在仍用于中微子和 K 介子物理等;1989 年建成了能量 2×60 GeV、亮

度 $1.6\times10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的 e^+e^- 对撞机 LEP-Ⅰ,1996 年升级为能量 2×175 GeV、亮度 $4\times10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的 LEP-Ⅱ,用于 W 和 Z 物理等研究,并对限定 Higgs 玻色子的质量范围起了重要作用;目前正利用 LEP 的环线建设大型强子对撞机 LHC(质子和重离子对撞),预计将在 2005～2008 年分阶段投入使用,质子碰撞能量 2×7 TeV、亮度$>10^{34}\ cm^{-2}s^{-1}$,这将是人类在一定时期内加速器能量和亮度的极限,主要用于研究 Higgs 粒子、超对称粒子、CP 对称性破缺、b 和 t 夸克物理等,中国政府已投资参与这个目前世界上规模最大的国际合作项目。

在美国意利诺州的费米国家实验室,1986 年建成了能量 2×1000 GeV、亮度约 $10^{30}\ cm^{-2}s^{-1}$的 $p\bar{p}$ 对撞机 TEVATRON,后升级到亮度约 $10^{32}\ cm^{-2}s^{-1}$。1994 年测定 t 夸克质量。

在美国纽约的 BNL 国家实验室,在 32 GeV 的质子和重离子同步加速器的基础上,1999 年建成了相对论重离子对撞机 RHIC,它提供每核子 2×250 GeV 的 Au 对撞束,亮度约 $2\times10^{26}\ cm^{-2}s^{-1}$,主要用于研究夸克-胶子等离子体。还将提供能量 2×250 GeV,亮度约 $10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的极化质子对撞束。

在美国加利佛尼亚州斯坦福大学的 SLAC 国家实验室,1987 年建成了能量 2×50 GeV、亮度约 $6\times10^{30}\ cm^{-2}s^{-1}$的 e^+e^- 直线型对撞机 SLC。目前正在原有的 PEP 对撞机基础上建设 b 工厂。

在美国的康奈尔大学,1979 年建成了能量 2×8 GeV、亮度约 $5\times10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的 e^+e^- 对撞机,后来进一步提高亮度,用于研究 b 物理。

在德国汉堡的 DESY 国家实验室,1990 年建成了 30 GeV 的 e^- 与 800 GeV 的 p 对撞机 HERA,质心能量 317 GeV、亮度约 $10^{32}\ cm^{-2}s^{-1}$。

在中国北京的 BEPC 国家实验室,1988 年建成了能量 $2\times(2.2\sim2.8)$ GeV、亮度约 $10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的 e^+e^- 对撞机,1992 年以很高的精度测定 τ 轻子质量,是国际上 τ-粲物理研究中心。

在日本筑波的 KEK 国家实验室,1986 年建成了能量 2×30 GeV、亮度约 $10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$的 e^+e^- 对撞机 TRISTAN,并正在此基础上建设 b 工厂,将使亮度达到 $10^{33}\ cm^{-2}s^{-1}$以上。

还有其它一些设施不再一一例举。

§12.2 强子及其共振态

前面我们谈到,人们曾经把原子核作为是由核子(质子和中子)组成的。后来发现了大量的核子以外的其他强子,促使人们去寻找原子核的新的结构。对强子的研究大大推动了粒子物理的进展;反过来,粒子物理的进展又加深了人们对强子和核的认识。

1. π 介子的性质

介子是自旋为整数的强子。最早认识的介子是 π 介子,它是介子家庭中最轻的一种。

从第四章我们知道,π 介子最初是作为相互作用的场粒子提出来的,并于 1947 年在宇宙线实验中发现。随后,同步回旋加速器的能量超过了 π 介子产生阈,大量的介子被探测到,从而可以详细地研究它的性质。

(1)π 介子的电荷。实验证明,π 介子有三种,分别带电荷 $+e$,0 和 $-e$,被称为 π^+,π^0和 π^-,π^+ 和 π^- 互为反粒子,而 π^0的反粒子就是它本身。

(2)π介子的同位旋。由于π介子的电荷态有三种,与核子的情形相比较,可以给出π介子的同位旋为 $T=1$,它的投影 $T_3=+1,0$ 和 -1 分别对应于 π^+,π^0 和 π^-。这些同位旋量子数的合理性在涉及π介子的反应与衰变中得到证实。

(3)π介子的质量。π介子的质量被多种方法测量过,目前最好的结果是①

$$m_{\pi^\pm}=(139.56995\pm0.00035)\ \text{MeV}$$

$$m_{\pi^0}=(134.9764\pm0.0006)\ \text{MeV}$$

带电的和中性的π介子质量之差归因于电磁相互作用。这个质量差也可能是造成 nn,np 和 pp 散射截面差别的原因。

(4)自旋和宇称。从 π^0 到 $\gamma\gamma$ 的衰变或从阈能下核子-核子碰撞中π的产生,比如 $p+p\to p+n+\pi^+$,容易判定π介子的自旋是整数。π自旋的具体数值,可以通过比较反应 $p+p\to d+\pi^+$ 和它的逆反应 $\pi^++d\to p+p$ 的截面来确定。按照细致平衡原理,这两个反应的截面的差别仅仅在于统计因子和动力学因子,即:

$$\frac{\sigma(pp\to d\pi)}{\sigma(d\pi\to pp)}=\frac{g(pp\to d\pi)k_\pi^2}{g(d\pi\to pp)k_p^2}=\frac{(2s_\pi+1)(2s_d+1)}{\frac{1}{2}(2s_p+1)^2}\frac{k_\pi^2}{k_p^2}=\frac{3(2s_\pi+1)}{2}\frac{k_\pi^2}{k_p^2} \tag{12.2-1}$$

式中 g 是统计因子,分母中还考虑了全同粒子的影响。从实验测得的截面值,可以推出 $s_\pi=0$,这一结果在很宽的能区都成立。对于中性的 π^0 粒子,也可以从 2γ 衰变中导出 $s_\pi=0$。

π介子的内禀宇称可由低能(S波)俘获反应如 $\pi^-+d\to n+n$ 推出。这个反应初态的宇称是

$$\pi_i=\pi_\pi\pi_d(-1)^{l_i}=\pi_\pi \tag{12.2-2}$$

其中用到 $\pi_d=1$ 和 $l_i=0$。而末态的宇称

$$\pi_f=\pi_n\cdot\pi_n(-1)^{l_f} \tag{12.2-3}$$

按照宇称守恒,我们有

$$\pi_\pi=(-1)^{l_f} \tag{12.2-4}$$

为了确定 l_f 的奇偶性,需要用到角动量守恒。初态的总角动量

$$\boldsymbol{J}_i=\boldsymbol{s}_\pi+\boldsymbol{s}_d+\boldsymbol{l}_i \tag{12.2-5}$$

已知 $s_\pi=0,l_i=0$ 和 $s_d=1$,显然 $J_i=1$。末态的总角动量

$$\boldsymbol{J}_f=\boldsymbol{s}_{n_1}+\boldsymbol{s}_{n_2}+\boldsymbol{l}_f \tag{12.2-6}$$

由于中子是自旋 1/2 粒子,它的总波函数相对于中子的交换必须是反对称的,即如果自旋部分是对称的($s_{n_1}+s_{n_2}=1$),则空间部分必须是反对称的($l_f=$奇数);反过来,如果自旋部分是反对称的($s_{n_1}+s_{n_2}=0$),则空间部分必须是对称的($l_f=$偶数)。后一种情况是不可能的,因为总角动量守恒要求 $J_f=J_i=1$。所以,只能取 $l_f=$奇数,从而由(12.2-4)式得 $\pi_\pi=-1$。用类似的方法可以求得 π^- 和 π^0 的宇称为负。

(5)π介子的衰变。π介子是最轻的强子,因此不可能由强作用衰变到其他强子,而只能通过更缓慢得多的电磁或弱过程衰变。

---

① Particle Physics Booklet, LBNL, 1998.

π^0的主要衰变道是：

$$\pi^0 \to \gamma + \gamma$$

这是一个典型的电磁衰变，它的半衰期是 10^{-16} s 的量级。这个时间对于直接测量来讲是太短了，但如果用能级宽度来推测，这个时间又显得太长了，因为按照测不准关系，10^{-16} s 对应的能级宽度只有约 8 eV，比目前 γ 探测器的能量分别率小得多。为此，人们用测量 π^0 介子的光产生截面的办法，来间接推出 π^0 的平均寿命为①

$$\tau_{\pi^0} = (0.82 \pm 0.04) \times 10^{-16}\ \text{s}$$

$\pi^0 \to 2\gamma$ 过程占 π^0 衰变的 98.8% 的分支比，另一种竞争的过程是占 1.2% 的 $\pi^0 \to \gamma + e^+ + e^-$。

由于轻子数守恒的原因，$\pi^\pm$ 的衰变只能是弱衰变，其半衰期是 10^{-8} s 的量级，可以进行直接测量。1971 年，艾瑞斯等人在伯克利的质子同步回旋加速器上获得 π 介子次级束。他们在不同距离上测量 π 介子相对数目的变化，推出 $\pi^\pm$ 的平均寿命为 $\tau = (26.02 \pm 0.04)$ ns②。实验上 π^+ 和 π^- 的平均寿命在误差范围内是相同的，这与 CPT 守恒的要求是一致的。带电 π 介子的主要衰变道如下：

$$\begin{aligned}
\pi^- &\to \mu^- + \bar{\nu}_\mu && (\approx 100\%)\\
&\to e^- + \bar{\nu}_e && (1.23 \times 10^{-4})\\
&\to \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \gamma && (1.24 \times 10^{-4})\\
&\to e^- + \bar{\nu}_e + \gamma && (5.6 \times 10^{-8})\\
&\to e^- + \bar{\nu}_e + \pi^0 && (1.03 \times 10^{-8})
\end{aligned}$$

对 π^+ 粒子的衰变，只需把上列粒子都变成它们的反粒子就行了。由于 μ 轻子数，电轻子数和 τ 轻子数各自守恒，上述衰变末态中同类轻子和反轻子必须成对出现。又考虑到电荷守恒，必然要求有中微子出现，也就是必须通过弱衰变。

$\pi^\pm$ 衰变到 μ 或 e 的概率相差很大，这可以用统计和禁戒因子来解释。我们知道，在相互作用矩阵元相同的条件下，衰变概率正比于末态的态密度。对于两体衰变，末态密度：

$$\rho(E_f) \equiv \frac{1}{V}\frac{dn}{dE_f} = \frac{4\pi p^2}{h^3}\frac{dp}{dE_f} \tag{12.2-7}$$

这里，E_f 是末态总能量，p 是某一个衰变粒子的动量值，显然，

$$E_f = m_\pi c^2 = E_\nu + E_\pm = cp + \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4} \tag{12.2-8}$$

$$dE_f = \left[c + \frac{1}{2}(c^2p^2 + m^2c^4)^{-1/2}2c^2p\right]dp \tag{12.2-9}$$

这里，m 是带电轻子(e 或 μ)的质量。由(12.2-8)式和(12.2-9)式可以推出：

$$p^2\frac{dp}{dE_f} = \frac{(m_\pi^2 + m^2)(m_\pi^2 - m^2)^2}{8\,cm_\pi^4} \tag{12.2-10}$$

另外还有一个修正因子也应当出现在态密度函数中。在比如 $\pi^- \to e^- + \bar{\nu}_e$ 衰变中，由于 π^- 处于静止且自旋为 0，则 e^- 和 $\bar{\nu}_e$ 的自旋之和必为 0。由于所有反中微子的螺旋性为 +1(见第 §6.2 节)，即自旋和动量平行，则显然电子的自旋和动量也平行。然而，β 衰变中的高速电子的螺旋性平均为 $-v/c \approx -1$。即只有比例为 $1 - v/c$ 的电子具有 +1 的螺旋性。按前面的分

① Browmen et al., Phys. Rev. Lett. 33, 1400(1974).

② Ayres et al., Phys. Rev. D3, 1051(1971).

析,螺旋性为 -1 的部分是被禁止的,因此,能够测量到的概率需乘上因子

$$1-\frac{v}{c}=\frac{2m^2}{m_\pi^2+m^2} \tag{12.2-11}$$

由此,衰变常量

$$\lambda \propto \frac{m^2(m_\pi^2-m^2)^2}{m_\pi^4} \tag{12.2-12}$$

从而

$$\frac{\lambda(\pi\to e\nu)}{\lambda(\pi\to \mu\nu)}=\frac{m_e^2(m_\pi^2-m_e^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2-m_\mu^2)^2}=1.28\times10^{-4} \tag{12.2-13}$$

这与实验观察到的$(1.23\pm0.02)\times10^{-4}$是一致的。

2. π 介子的产生及利用 π 介子束进行物理实验

在宇宙射线中发现 π 介子之后不久,加速器可以提供的束流能量就超过了 π 介子的产生阈能,从而开创了在实验室中研究 π 物理的新领域。20 世纪 70 年代以来,在几个称为"介子工厂"的实验室中(美国 Los Alamos 的 LAMPF,加拿大温歌华的 TRIUMF,瑞士 Zurich 的 SIN 等),用强流质子打出大量的 π 介子,并将它们作为次级束流引出开展新的实验,取得了大量关于强子的知识。

(1)π 介子的产生

产生 π 介子的最简单方法是利用核子-核子碰撞:

$$\begin{aligned} p+p &\to p+p+\pi^0\\ &\to p+n+\pi^+\\ p+n &\to p+p+\pi^-\\ &\to p+n+\pi^0 \end{aligned} \tag{12.2-14}$$

上式的反应 Q 值为负,实验室阈能约为 $T_{th}=290$ MeV。注意反应前后都是 2 个核子,这是重子数守恒所要求的。图 12-3 是单 π 介子产生截面随能量的变化。在阈能之上,截面迅速增大,在 800 MeV 左右达到一个平台。

与轻子数守恒和重子数守恒不同的是,没有要求自旋为整数的粒子数目守恒的规则。因此,只要能量更高,就可以产生更多的介子,比如在大约 600 MeV 之上,就可以打出两个介子

$$\begin{aligned} p+p &\to p+p+\pi^+ +\pi^-\\ &\to p+p+\pi^0+\pi^0\\ &\to p+n+\pi^0+\pi^+\\ &\to n+n+\pi^+ +\pi^+ \end{aligned} \tag{12.2-15}$$

图 12-4 是双 π 介子产生截面。显然,约(500~800) MeV 区间是"π 介子工厂"的最佳工作能区。入射能量太低,介子产生截面太小;入射能量太高,又会出现几种不同出射能量的介子,造成次级处理困难。除了核子-核子碰撞的强作用过程外,π 介子也可在电磁过程中产生,如:

$$\begin{aligned} \gamma+p &\to n+\pi^+\\ &\to p+\pi^0 \end{aligned}$$

这里需要的光子阈能为约 150 MeV。

(2)π 与核子的反应

π 介子次级束提供了一种新的实验手段,可以研究一个新的领域。最基础的实验,是 π 与

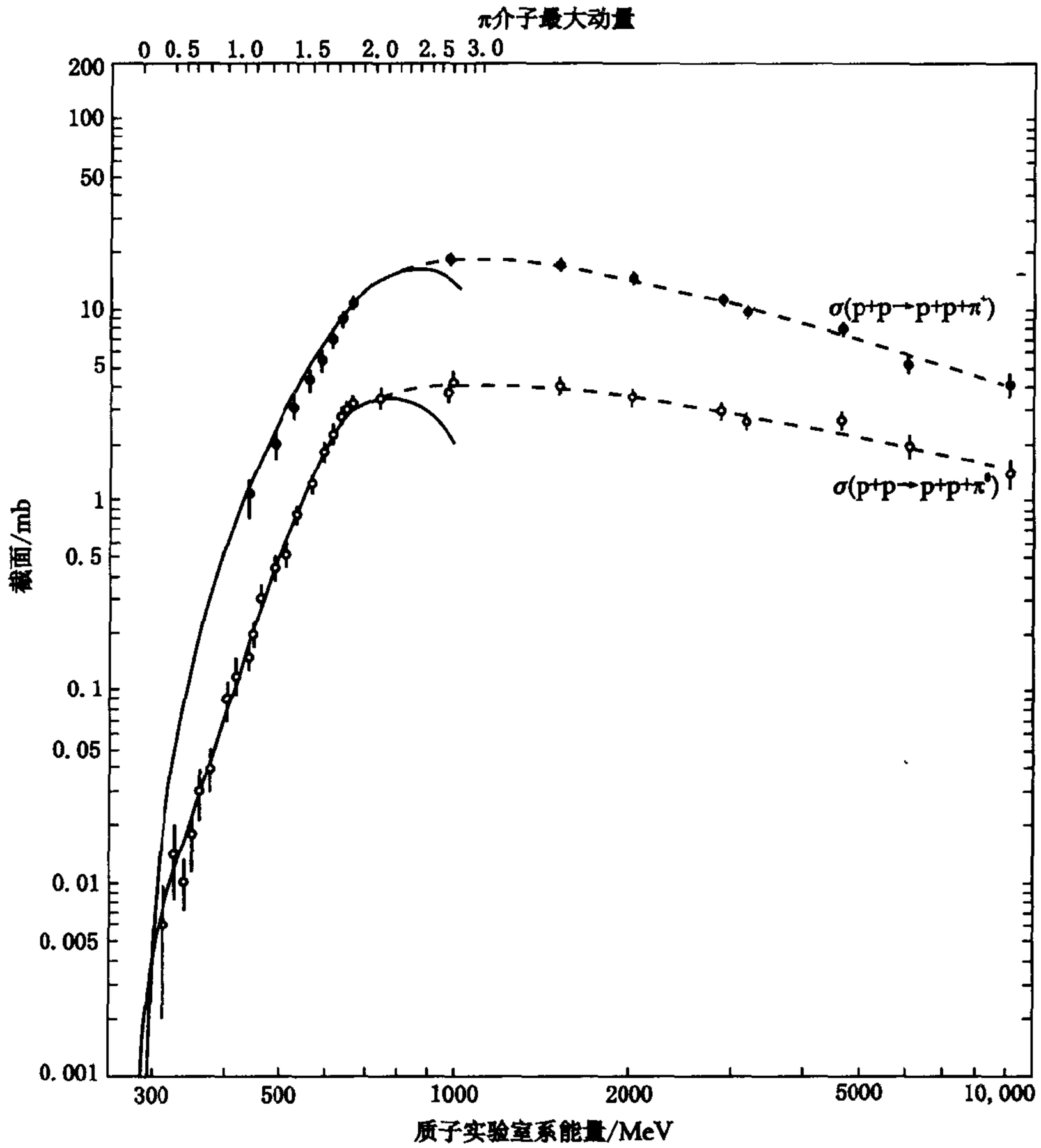


图 12-3　pp 碰撞的单 π 介子产生截面

[引自 W.O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

核子的反应,它们可以分为弹性散射、非弹散射和电荷交换反应。弹性散射如:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p \qquad \pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$$

非弹散射如:

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + p$$
$$\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + n$$

电荷交换反应如:

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n$$

图 12-5 和图 12-6 显示了 π-核子反应的截面随 π 入射能量的变化。从图中我们看到几个宽共振。从不同的实验中(比如通过测量衰变粒子),我们可以测出这些共振的能量、寿命、自旋、宇称、衰变模式等。它们的存在与通常的粒子或核的激发态等并无区别,只是寿命很短。后面我们会看到,这些态寿命短的原因是它们可以通过强作用衰变。人们习惯上把可以强衰变的粒子称作共振态粒子。$\pi^+ p$ 的总截面在 π 能量为 200 MeV 处(对应质心能量为 1232 MeV)有一

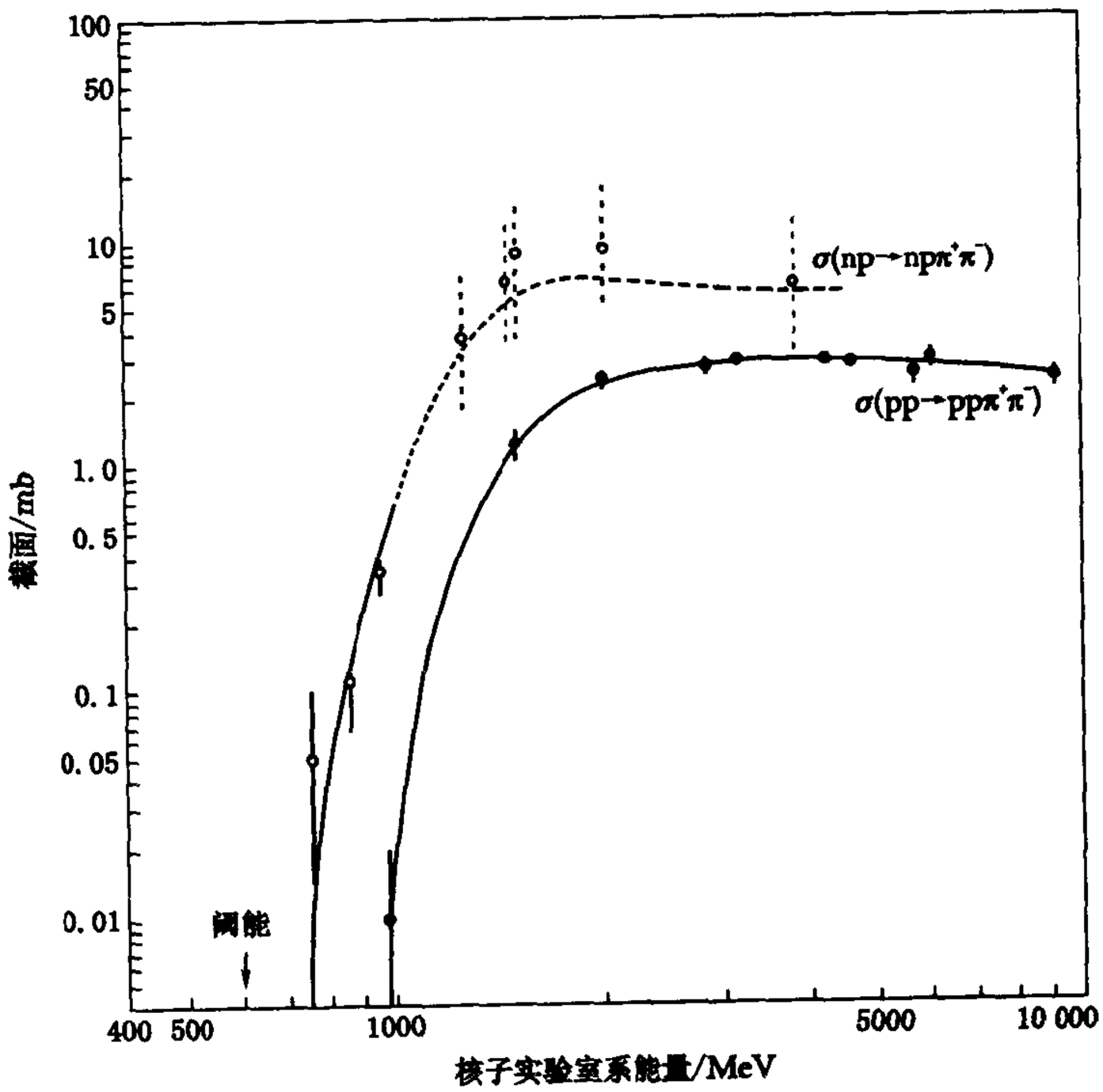


图 12-4　NN 碰撞的双 π 介子产生截面

[引自 W. O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

个很大的共振峰。在 $\pi^- p$ 的实验中(图 12-6)和其他相关实验中发现了同样的现象。除了这个最强的共振外,还有一系列其他较弱的共振。这些共振可以分为两个系列,一是电荷四重态(+2,+1,0,−1)系列,被称为 Δ 系列;二是电荷双重态(+1 和 0)系列,被称为 N 系列。与核子的情况类似,可以指定 Δ 系列的同位旋 $T=3/2$,而 N 系列的同位旋 $T=1/2$。在不考虑电磁相互作用的情况下,这种同位旋多重态的质量应当是相同的。实际观察到的多重态的质量分裂只是 MeV/c^2 的量级,比共振态的质量小得多,因而再次验证了强相互作用的电荷无关性。$T=3/2$ 和 $T=1/2$ 的共振态可以被视为是 $T=1$ 的 π 介子和 $T=1/2$ 的核子耦合而成的。

共振截面的大小与共振态的自旋多重性有关:

$$\sigma = \frac{\pi}{k^2}\frac{\Gamma\Gamma_{\pi p}}{(E-E_R)^2+\Gamma^2/4}\frac{2s_\Delta+1}{(2s_\pi+1)(2s_p+1)} \tag{12.2-16}$$

这里 Γ 是 Δ 共振态的总宽度,$\Gamma_{\pi p}$ 是 πp 道的分宽度,E_R 是共振能量,s 是粒子的自旋($s_\pi=0$,$s_p=1/2$)。利用已知数据,可以得到当 $E=E_R$ 时

$$\sigma = \frac{2\pi}{k^2}(2s_\Delta+1) \tag{12.2-17}$$

在 π 介子的入射能量为 200 MeV 时,测得截面峰值为 200 mb,由此推出 $s_\Delta=3/2$。宇称的正负取决于 π 介子与质子之间的轨道角动量,可以通过角动量守恒关系推出轨道角动量,从而得到宇称。运用类似的方法,可以定出 N 和 Δ 系列的物理参量。表 12-4 给出了实际的结果。

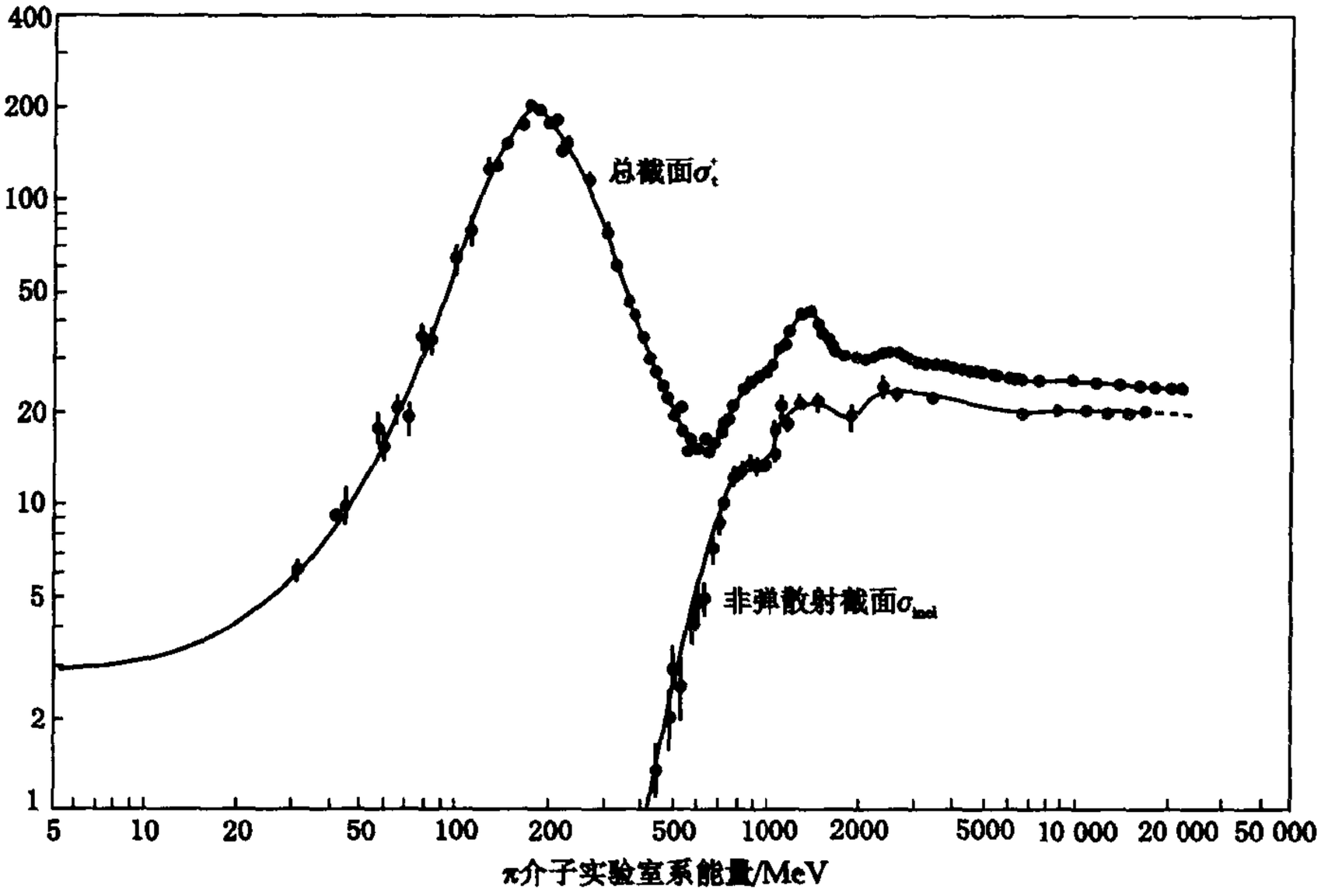


图 12-5　$\pi^+ + p$ 反应的总截面和非弹截面

[引自 W.O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

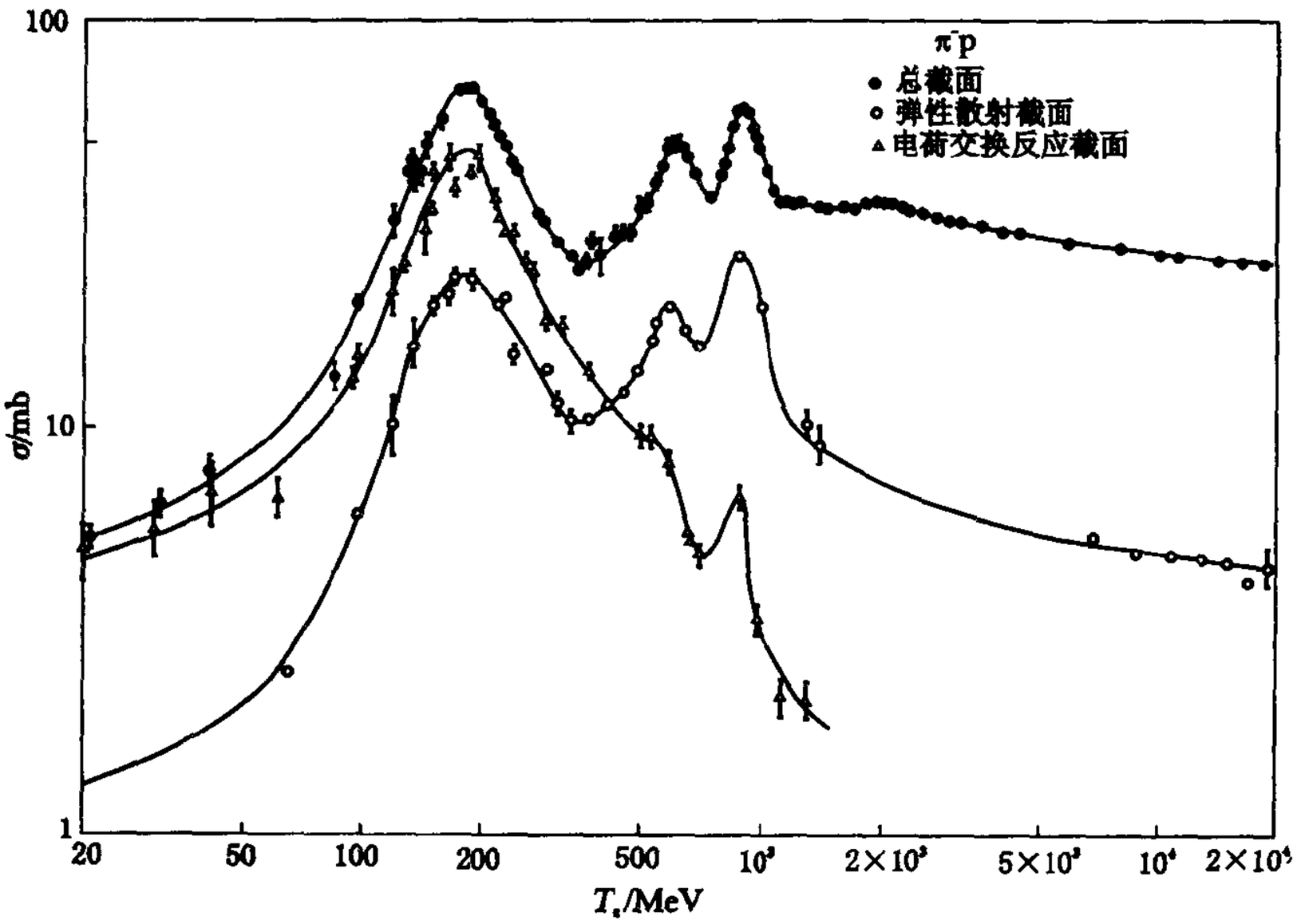


图 12-6　$\pi^- + p$ 反应的截面

[引自 R.J. Cence, Pion-Nucleon Scattering, Princeton University Press, 1969.]

表 12-4　核子的共振态

标 示	能量/ MeV	宽度/ MeV	自旋宇称	同位旋	l_π
N(939)	939	–	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(1440)	1440	200	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(1520)	1520	125	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	2
N(1535)	1535	150	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	0
N(1650)	1650	150	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	0
N(1675)	1675	155	$\frac{5}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	2
N(1680)	1680	125	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	3
N(1720)	1720	200	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(2190)	2190	350	$\frac{7}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	4
N(2220)	2220	400	$\frac{9}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	5
N(2250)	2250	300	$\frac{9}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	4
Δ(1232)	1232	115	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	1
Δ(1620)	1620	140	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	0
Δ(1700)	1700	250	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	2
Δ(1905)	1905	300	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	3
Δ(1910)	1910	220	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	1
Δ(1950)	1950	240	$\frac{7}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	3
Δ(2420)	2420	300	$\frac{11}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	5

(3)共振态的衰变

核子共振态可以通过强衰变到较轻的共振态,如:

$$\begin{aligned}
N(1440) &\to N(939) + \pi \qquad (\approx 60\%)\\
&\to \Delta(1232) + \pi \qquad (\approx 20\%)\\
\Delta(1232) &\to N(939) + \pi\\
N(1650) &\to N(939) + \pi \qquad (\approx 60\%)\\
&\to \Delta(1232) + \pi \qquad (\approx 10\%)\\
&\to N(939) + \rho \qquad (\approx 20\%)\\
\Delta(1950) &\to N(939) + \pi \qquad (\approx 40\%)\\
&\to \Delta(1232) + \pi \qquad (\approx 40\%)\\
&\to N(939) + \rho \qquad (\approx 20\%)
\end{aligned}$$

有的衰变看起来在能量上似乎是不可能的,比如 N(1650)→N(939) + ρ。这是由于初态粒子有很大的宽度,而用数字标明的只是共振态的平均值。

除了 πN 散射和共振态的衰变之外，其它许多过程（如 pp，γp，ep 散射）中，也观察到 Δ 和 N 系列共振态。核子的共振也是核子有内部结构的重要证据。

(4)介子共振态

π 介子是介子家庭中最轻的成员。在核子-核子和 π-核子反应中，当能量提高时，其它更重的介子也可以产生出来。由于没有介子数守恒的限制，这些较重的介子可以通过强作用在 10^{-23} s 量级的极短时间内衰变到若干个 π 介子。对于这样短寿命的共振态的存在，通常只能通过不变质量法来确定。作为例子，我们来看看 ρ^+ 粒子的发现。在如下的两组反应中，初态和末态粒子是完全相同的：

$$\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$$
$$\rightarrow \pi^+ + \pi^0$$
$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + p$$

假定 π 介子是来自于 ρ，则按照能量动量守恒：

$$E_\rho = E_{\pi^+} + E_{\pi^0}, \quad \boldsymbol{p}_\rho = \boldsymbol{p}_{\pi^+} + \boldsymbol{p}_{\pi^0} \tag{12.2-18}$$

由此得

$$m_\rho c^2 = [E_\pi^2 - c^2 p^2]^{1/2} = [(E_{\pi^+} + E_{\pi^0})^2 - c^2 \mid \boldsymbol{p}_{\pi^+} + \boldsymbol{p}_{\pi^0} \mid^2]^{1/2} \tag{12.2-19}$$

即从 π 介子能量动量的测量中可以推出常量——ρ 介子的质量，这就是不变质量法。显然如果 π 介子并不来自衰变母体 ρ，则从末态测量中得到的上式右边的量是无规则的分布。图 12-7 给出了通过末态 π 介子测量 ρ 的不变质量谱。图中的峰结构表明了 ρ 的存在，ρ 本身的共振宽度和测量的误差决定了图中峰的宽度。在峰下边有连续的本底分布，对应于直接的三体末态过程。通过一定的数学公式拟合，可以定出相继的两体过程和直接的三体过程各自所占的比例（概率）。由不变质量法容易得出 ρ 共振态的中心质量是 770 MeV，而宽度为 150 MeV。实际上，ρ 是同位旋 $T=1$ 的三重态 ρ^+，ρ^0 和 ρ^-。通过测量衰变出的 π 介子对的相对角分布，可

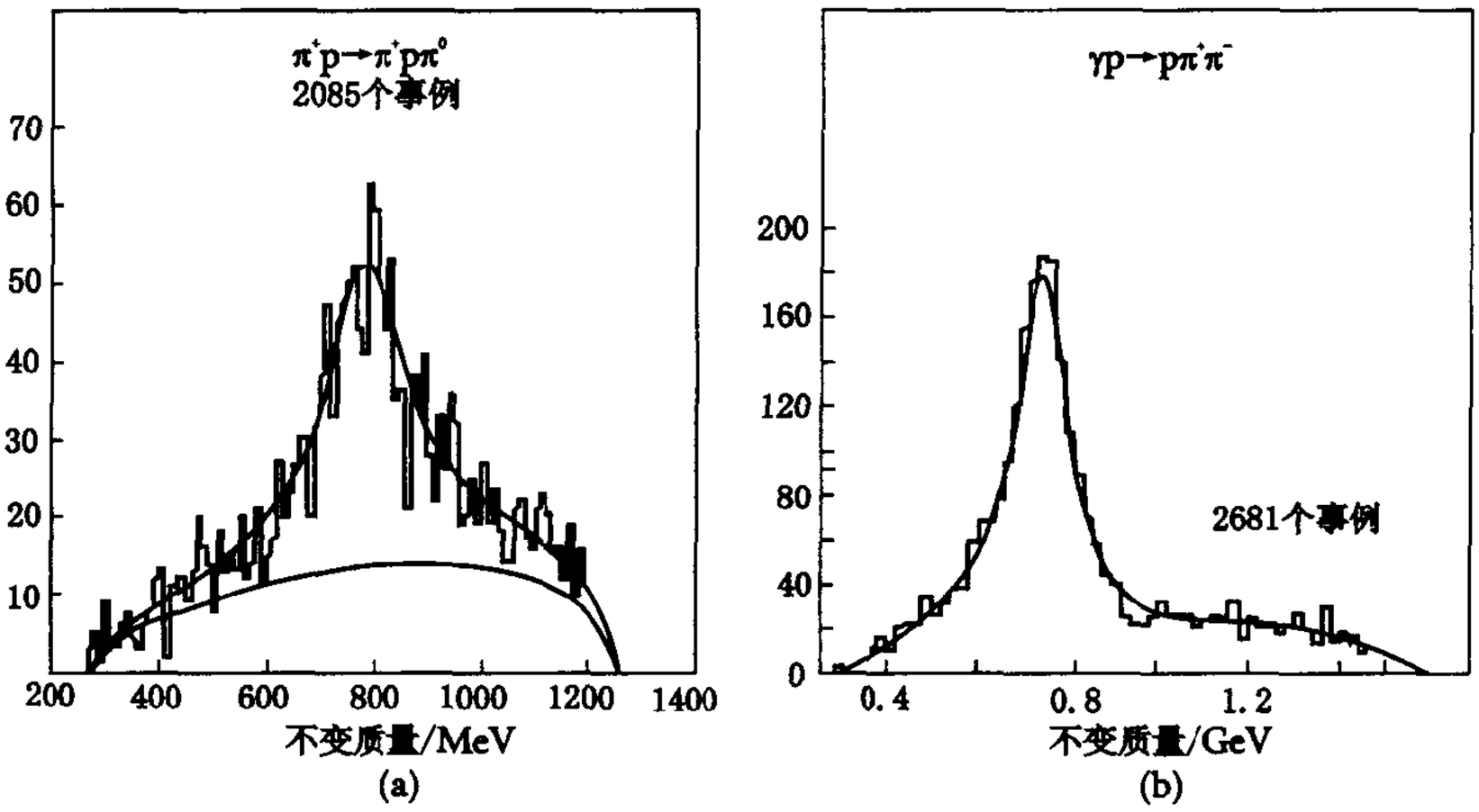


图 12-7　ρ 共振态的不变质量谱

(a)用 $\pi^+\pi^0$ 计算　(b)用 $\pi^+\pi^-$ 计算

[引自 F. E. James et al., Phys. Rev. 142, 896(1966)(左图)

和 J. Ballam et al., Phys. Rev. D5, 545(1972)(右图)]

以定出它们之间的轨道角动量 $l=1$,从而 ρ 的自旋为 1,宇称为 −1。其它的一些反应过程(如 $e^+ + e^-$,$p+\bar{p}$ 等);也能产生介子共振态。实验上发现的 π 介子共振态构成了一个系列,被列在表 12-5 中。共振态衰变的最直接方式是通过 10^{-23} s 量级的快过程到多 π 末态,但有时这种衰变受到同位旋守恒的限制,这时较慢的[$(10^{-16}\sim10^{-20})$ s]电磁衰变就成为主要的渠道。

表 12-5　部分介子共振态

符 号	质量/(MeV/c^2)	自旋宇称	同位旋	宽度/ MeV	主要衰变模式
η	549	0^-	0	0.00083	γγ(39%)
					$3\pi^0$(32%)
					$\pi^+\pi^-\pi^0$(24%)
					$\pi^+\pi^-\gamma$(5%)
ρ	769	1^-	1	154	2π(100%)
ω	783	1^-	0	9.9	$\pi^+\pi^-\pi^0$(90%)
					$\pi^0\gamma$(9%)
					$\pi^+\pi^-$(1%)
η′	958	0^-	0	0.29	ηππ(65%)
					$\rho^0\gamma$(30%)
					ωγ(3%)
					γγ(2%)
ϕ	1020	1^-	0	4.2	K^+K^-(49%)
					K_LK_S(35%)
					$\pi^+\pi^-\pi^0$(15%)
					ηγ(1%)
f	1270	2^+	0	178	ππ(84%)
					$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$(3%)
					$K\bar{K}$(3%)

3. 奇异介子和重子

在微观世界中,往往需要引入新的自由度和对称性来解释一些与已有的规律相矛盾的现象,奇异性的发现就是一个早期的典型例子。

在 π 介子与核子的反应中,人们发现一种奇怪的新的介子,被称为 K 介子:

$$\pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^-$$

K 的质量约 500 MeV,可带正或负电荷,产生截面很大,是典型的强作用过程。奇怪的是,K 介子并不像通常的 π 共振态那样通过强过程衰变成若干个 π 介子,而是主要通过弱过程衰变(寿命 10^{-8} s 量级)

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (63\%) \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad (21\%) \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \quad (6\%) \end{aligned}$$

$$\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \qquad (2\%)$$
$$\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \qquad (3\%)$$
$$\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \qquad (5\%)$$
$$\rightarrow e^+ + \nu_e \qquad (0.0015\%)$$

另一个奇异的现象是,奇异介子在反应中总是成对产生。为了解释这些“奇异”现象,人们引入了一个新的量子数(自由度)——奇异量子数 S,并要求它在强相互作用和电磁相互作用中是守恒的,但在弱作用过程中可以改变。我们可以指定 K^+ 的奇异数 $S=1$,而 K^- 的奇异数显然就应该是 $S=-1$,这样就解释了“奇异”现象。K^+ 和 K^- 互为反粒子。K 介子家族还有不带电荷的 K^0 和 $\overline{K}^0$,它们也互为反粒子,奇异数 $S=\pm 1$。随着能量的提高,人们发现 K 介子也有共振态,如 K^*,K_1,K_2 等。较重的奇异粒子可以在保持奇异数不变的条件下,通过强衰变到较轻的奇异粒子。但最轻的奇异粒子,如 K 介子,就只能通过弱衰变到非奇异粒子。除了奇异介子外,人们还发现了大量的带奇异性的重子(费米子),被称为超子。超子的奇异数很容易从强作用产生过程中确定。如:

$$\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$$

根据奇异数守恒和 $S(K^+)=1$,很容易确定 $S(\Lambda^0)=-1$。表 12-6 给出了已发现的奇异重子的基本性质。人们还发现自旋为 1/2 的八种重子 n,p,Λ^0,$\Sigma^{+,0,-}$,$\Xi^{0,-}$ 性质相似,构成一个组,奇异数分布在 0 到 2,我们在后面会看到它们在强子结构上的特殊意义。另一组是自旋为 3/2 的重子(包括 Δ 粒子),奇异数分布在 0 到 3 之间。

表 12-6 已发现的奇异重子——超子

名 称	质量(MeV/c^2)	自旋宇称	同位旋 T,T_3	奇异数	宽度或寿命	主要衰变模式
Λ^0	1116	$\frac{1}{2}^+$	0,0	−1	2.6×10^{-10} s	$p\pi^-(64\%)$;$n\pi^0(36\%)$
Σ^+	1189	$\frac{1}{2}^+$	1,+1	−1	0.80×10^{-10} s	$p\pi^0(52\%)$;$n\pi^+(48\%)$
Σ^0	1192	$\frac{1}{2}^+$	1,0	−1	5.8×10^{-20} s	Λ_γ
Σ^-	1197	$\frac{1}{2}^+$	1,−1	−1	1.5×10^{-10} s	$n\pi^-$
Ξ^0	1315	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2},+\frac{1}{2}$	−2	2.9×10^{-10} s	$\Lambda\pi^0$
Ξ^-	1321	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$	−2	1.6×10^{-10} s	$\Lambda\pi^-$
Σ^{*+}	1382	$\frac{3}{2}^+$	1,+1	−1	35 MeV	$\Lambda\pi(80\%)$;$\Sigma\pi(12\%)$
Σ^{*0}	1382	$\frac{3}{2}^+$	1,0	−1	35 MeV	
Σ^{*-}	1387	$\frac{3}{2}^+$	1,−1	−1	40 MeV	
Ξ^{*0}	1532	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2},+\frac{1}{2}$	−2	9 MeV	Ξ_π
Ξ^{*-}	1535	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$	−2	10 MeV	
Ω^-	1673	$\frac{3}{2}^+$	0,0	−3	0.82×10^{-10} s	$\Lambda K(69\%)$;$\Xi\pi(31\%)$

粗看起来，Λ^0 很像一个重的中子（“奇异中子”），可以用研究核子-核子相互作用的办法来研究超子-核子相互作用。类似于第四章的情况，我们可以设法得到超子-核子束缚体系或进行超子-核子散射。问题是，超子的束流或靶都难于得到。实验上比较好的办法，是在奇异数守恒的反应 $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$ 中得到 Λ^0，而 Λ^0 在靶中运动时就可能与质子作用。实验分析表明，低能下的 $\Lambda^0 p$ 散射可以用散射长度 $a = (-1.8 \pm 0.2)$ fm 和有效半径 $r_0 = (3.16 \pm 0.52)$ fm 来表征（由于数据的限制无法区分单态和三重态）。散射长度的结果表明，$\Lambda^0 p$ 作用比 np 作用要弱一些。由于 a 是负值，因而也不能有 $\Lambda^0 p$ 束缚态，即没有奇异氘。研究奇异性的另一种重要方式是制造奇异原子核，即超核。它的基本过程是将核内的一个中子置换成 Λ^0，即 $K^- + n \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$。从动力学计算知道，当在前角方向（与入射 K 粒子同向）探测到 π 介子时，同时出现的 Λ^0 的动能很小，因而有很大的概率停留在核内原中子的轨道上。但由于 Λ^0 与中子不是全同粒子，在壳层上的分布不受泡利不相容原理的限制，因而会很快跃迁到能量最低的轨道上，然后再通过弱衰变到 $n + \pi^0$，相应的超核也变到正常原子核。类似于最后一个中子的结合能，可以定义超核中 Λ^0 的结合能：

$$B_\Lambda = [m(\Lambda^0) + m(^{A-1}X) - m(^{A}_{\Lambda}X)]c^2 \tag{12.2-20}$$

图 12-8 给出了较轻的超核的 Λ^0 结合能，可以看出它与核子数目 A 大致成正比，这是因为在轻核中，Λ^0 可与所有其他核子作用。对于重的超核，实验测量较困难，但已发现 Λ^0 结合能饱和在 23 MeV 左右。

奇异性的研究是核物理的一个新领域，超子和超核是新的核物质。奇异粒子可以容易地进入原子核的内部，这是通常的核反应难以做到的。为了深入研究奇异性，实验上需要建立所谓的 K 介子工厂，即用几个 GeV 的质子打靶产生大量的 K 介子，把 K 介子重新聚焦加速后作为次级束流用到实验中。目前准备兴建的日本强子装置（JHF）就将起到 K 介子工厂的作用。

4. K 衰变中的 CP 不守恒

在 K 介子的衰变中发现一些不寻常的现象。比如粒子自发衰变成反粒子是普遍禁止的，但人们却观察到 K^0 到 $\bar{K}^0$ 的转变。另外，K^0 和 $\bar{K}^0$ 都可以衰变到 2π 粒子，但这种衰变违反 CP 守恒定律。这一点可以验证如后。我们知道，C 是把正粒子变成反粒子的变换，而 P 是宇称变换。比如用 $\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$ 表示双 π^0 末态，则由于 K 和 π 的自旋都为 0，按总角动量守恒必有 $l = 0$，因此：

$$\begin{aligned} P\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) &= (-1)^2(-1)^l\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) \\ C\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) &= \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) \qquad (12.2\text{-}21) \\ CP\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) &= \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) \qquad (12.2\text{-}22) \end{aligned}$$

即 $\Psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$ 在 CP 变换下不变。类似的可得到 $\Psi(\pi_a^+, \pi_b^-)$ 在 CP 变换下不变（同样还可得到 $\Psi(3\pi)$ 在 CP 变换下改变符号）。然而初态 K 粒子在 CP 变换下却要发生变化：

$$\begin{aligned} CP\Psi(K^0) &= -\Psi(\bar{K}^0) \\ CP\Psi(K^0) &= -\Psi(\bar{K}^0) \qquad (12.2\text{-}23) \end{aligned}$$

这表明，在 CP 守恒的条件下，$K \rightarrow 2\pi$ 衰变应当是禁止的。在 β 衰变的研究中，我们认识到弱作用过程中 C 和 P 分别都是不守恒的，但 CP 联合起来是守恒的。CP 守恒与 $K \rightarrow 2\pi$ 衰变的实验事实发生了明显的矛盾。对以上问题的解释，是认为 K^0 和 $\bar{K}^0$ 不是独立的粒子，而是其它独立粒子的耦合。定义：

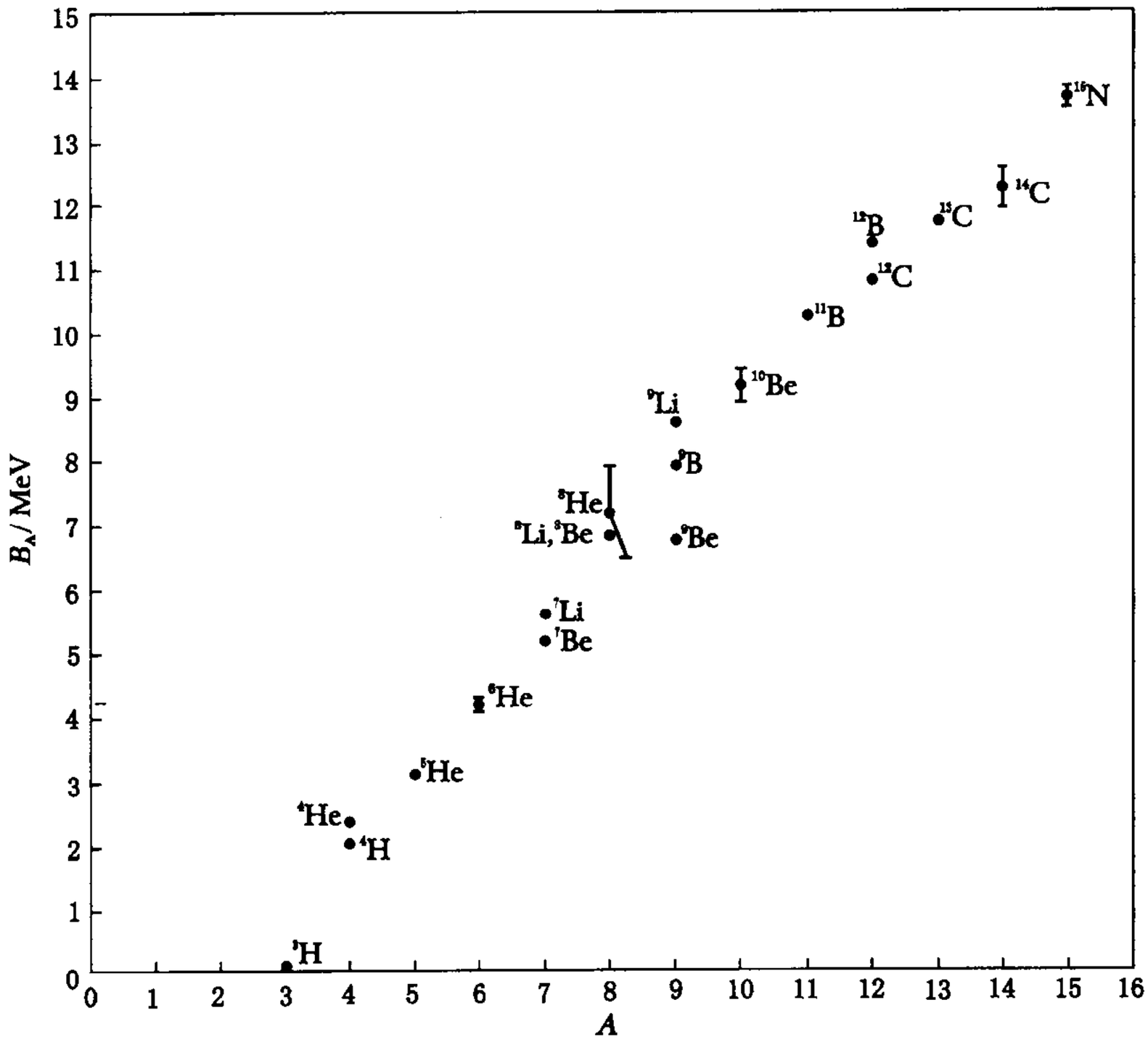


图 12-8　超核中的 Λ^0 结合能[①]

$$\Psi(K_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi(K^0) - \Psi(\overline{K}^0)]$$

$$\Psi(K_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi(K^0) + \Psi(\overline{K}^0)] \tag{12.2-24}$$

显然

$$CP\Psi(K_1) = \Psi(K_1);\quad CP\Psi(K_2) = -\Psi(K_2) \tag{12.2-25}$$

因此,在 CP 守恒条件下,$K_1 \to 2\pi$ 和 $K_2 \to 3\pi$ 是容许的,K^0 和 $\overline{K}^0$ 都可以衰变到 2π 的原因是它们都含有 K_1 的成分。然而,K_1 和 K_2 没有确定的奇异数,不能在奇异数守恒的反应中产生。整个过程于是应理解为:在奇异数守恒的强作用过程,比如 $\pi^+ + p \to K^+ + \overline{K}^0 + p$ 或 $\pi^- + p \to K^0 + \Lambda^0$ 中,产生了有确定奇异数的粒子 K^0 或 $\overline{K}^0$,由于 CP 守恒的要求它们本身不能直接经弱过程衰变,但它们的成分 K_1 和 K_2 可以分别进行 2π 和 3π 弱衰变。

我们注意到,K_1 和 K_2 并不是互为反粒子的关系,因此它们的性质,如质量、寿命等,可以很不一样。实际上,K_1 和 K_2 的质量还是相近的,但寿命却很不一样。我们知道,衰变概率是与末态的态密度,因而与动量的平方成正比的。$K_1 \to 2\pi$ 的衰变中释放动能约 200 MeV,而 $K_2 \to 3\pi$ 衰变只释放动能约 70 MeV,因此,K_1 衰变比 K_2 衰变快得多。实验测得的平均寿命为

① 参见[22]691 页。

$$\tau(K_1) = 0.893 \times 10^{-10}\ \mathrm{s}, \quad \tau(K_2) = 5.17 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

即,K_1 的平均飞行距离只有约 2.67 cm,而 K_2 的平均飞行距离达到 15.5 m。于是,K_1 和 K_2 被更恰当的称为 K_S 和 K_L,S 和 L 表示短和长。利用 K_S 和 K_L 寿命的区别,可以解释 K^0 到 $\overline{K}^0$ 的转变。比如在反应中产生的 K^0,一开始含有的 K_S 和 K_L 成分恰好保证为纯的 K^0,没有 $\overline{K}^0$;但一段时间后,K_S 的成分减少,K_L 为主。K_L 中有等量的 K^0 和 $\overline{K}^0$,因而可以观察到 $\overline{K}^0$。这就说明了从 K^0 到 $\overline{K}^0$ 转变的现象。

1964 年,克罗林(Cronin)和费齐(Fitch)等人做了一个实验,来验证 K 衰变中的 CP 守恒问题。如图 12-6 所示,它们使一束 K^0 粒子穿过足够长的距离,从而保证它的 K_S 成分已衰减到可以忽略不计。用两个对称的谱仪来观察 2π 衰变,由不变质量法给出母体质量,同时由 2π 的总动量计算出母体的运动方向。在要求不变质量为 K_L^0 的质量(498 MeV),而且总动量在束流方向时,测得的必为 2π 衰变,而不是 3π 中的两个组分粒子造成的假 2π 现象。如果 CP 守恒,显然这样观察到的 2π 衰变应当为 0。但实际上在排除了所有本底之后,仍发现了大约 0.3%分支比的 2π 衰变,这表明弱衰变中 CP 有轻微的破缺。在 K 粒子的其它衰变道中(比如 $K_L \to \pi^- + \mu^+ + \bar{\nu}_\mu$ 和 $K_L \to \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ 的比较),也发现了约 0.3% 的 CP 破缺。CP 破缺是一个很基本的物理问题。由于人们普遍相信 CPT(T 是时间反演)是守恒的,因此如果 CP 对称性破缺,则 T 也是破缺的。但是 30 多年过去了,尽管已做了大量的实验,仍然还没有在 K 以外的其它系统中确认 CP 或 T 破缺,理论上也还没有对 CP 破缺的根源作出可信的解释。目前人们普遍认为在底夸克构成的系统中更容易观察到 CP 破缺,这是兴建 B 工厂的最主要动机。CP 破缺的意义非常重大。我们生活的宇宙是由物质,而不是由反物质构成的。这种自然选择很可能就是由 CP 破缺造成的。我们在第十三章中还会再讨论这个问题。

除了常规粒子、奇异粒子外,后来还陆续发现了许多带粲、底和顶的介子和重子(共振态),它们构成了丰富的强子家族。目前发现的强子已达数百种。

§12.3 强子的夸克结构与强相互作用

在第八章中,我们看到核子内部是有结构的,依据的是高能电子散射实验。从上一节我们看到,强子有大量的种类且可以被激发(共振态),这也说明强子不可能是基本粒子,而应该有内部结构。这与历史上从分子到原子的认识很相似。分子的种类非常之多,但大量的实验发现分子之间的演化(反应)受到严格的约束——即存在着元素守恒的关系;进而发现元素是和物质结构的新层次——原子相联系的,对于化学反应来说,原子才是基本的成分。原子理论的确立和元素周期表的出现,使化学成为有坚实理论基础的科学。原子核和强子的多样性,与当年的分子很相似。探讨强子内部的更基本的结构,在人类认知历史上具有重大的意义。在 20 世纪五六十年代,人们在这方面做了许多试探,后来公认比较成功的是夸克结构模型。

1. 强子的夸克结构

将已知的强子按同位旋第三分量 T_3 和奇异数 S 在二维平面上排列,可以得到有完美对称性的分类图。图 12-9 显示了自旋为 0 和 1 的介子,以及自旋为 1/2 和 3/2 的重子的二维排列。所有这些图都可以由三个粒子 u,d,s(以及它们的反粒子)的简单结构(图 12-10)耦合而成(图 12-11)。显然,这三种粒子可被认为是构成强子的基本单元,历史上被取名为夸克,u,d

和 s 被称为是夸克的三种味。夸克模型是 1964 年由盖尔曼(Murry Gell-Mann)和兹韦格(George Zweig)分别独立地提出的。

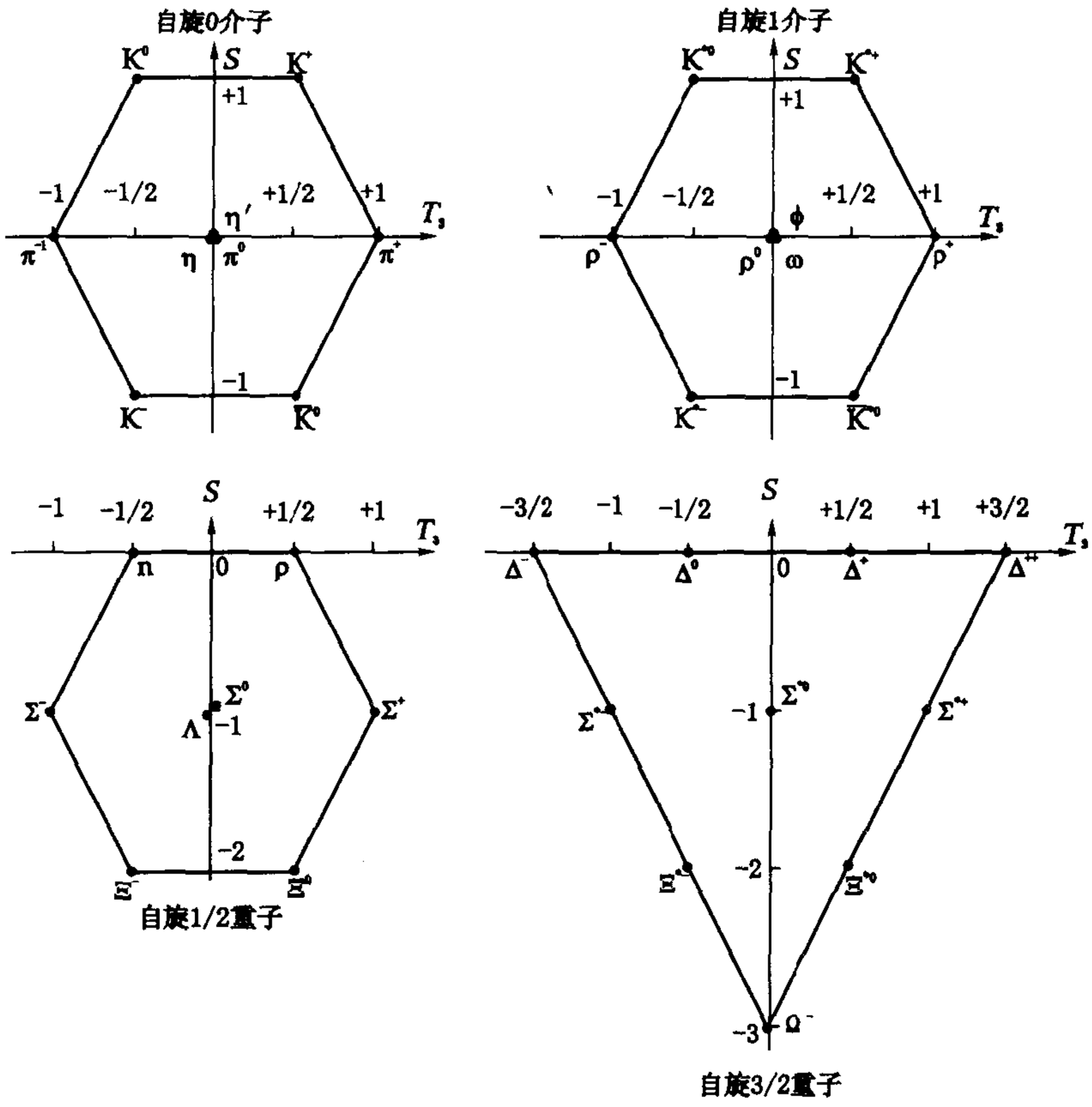


图 12-9　介子和重子在同位旋对奇异数二维图上的排列

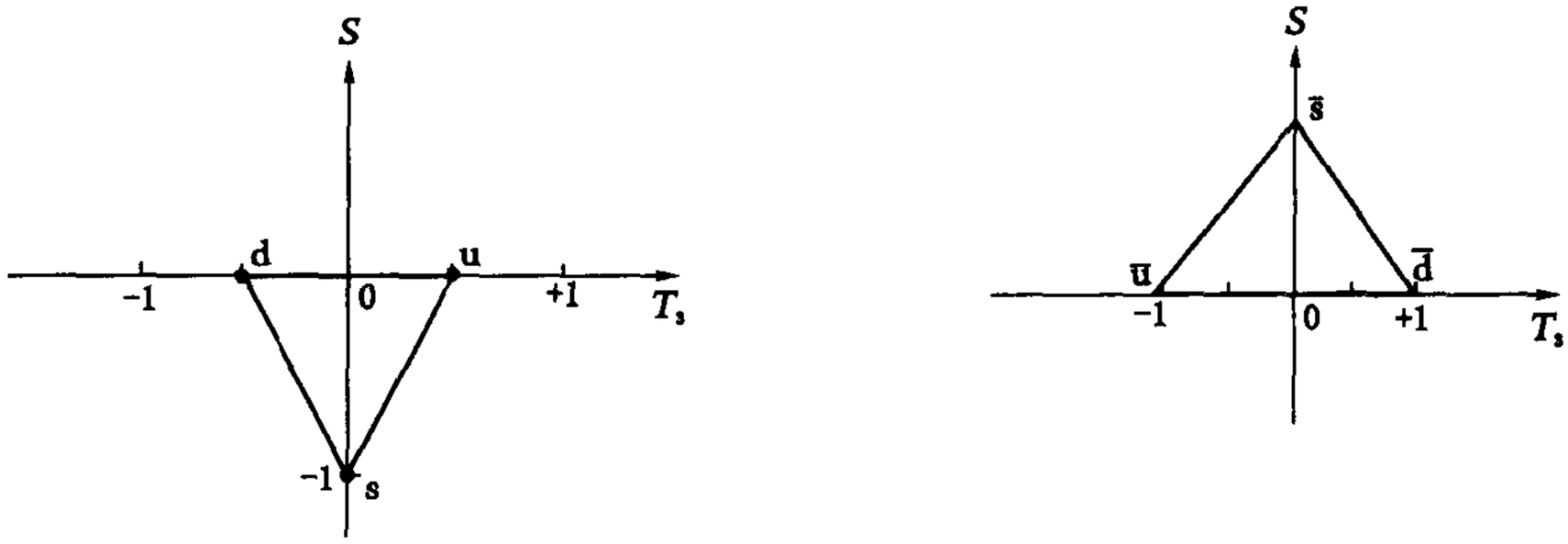


图 12-10　基本的三夸克-反夸克图

从强子的夸克结构中,可以得出夸克的一些基本性质。如果我们认可 $ddd=\Delta^-$, $uuu=\Delta^{++}$, $sss=\Omega^-$,则必然采用分数的电荷,即 $Q_u=\frac{2}{3}e$, $Q_{d,s}=-\frac{1}{3}e$。同样的可以导出夸克的

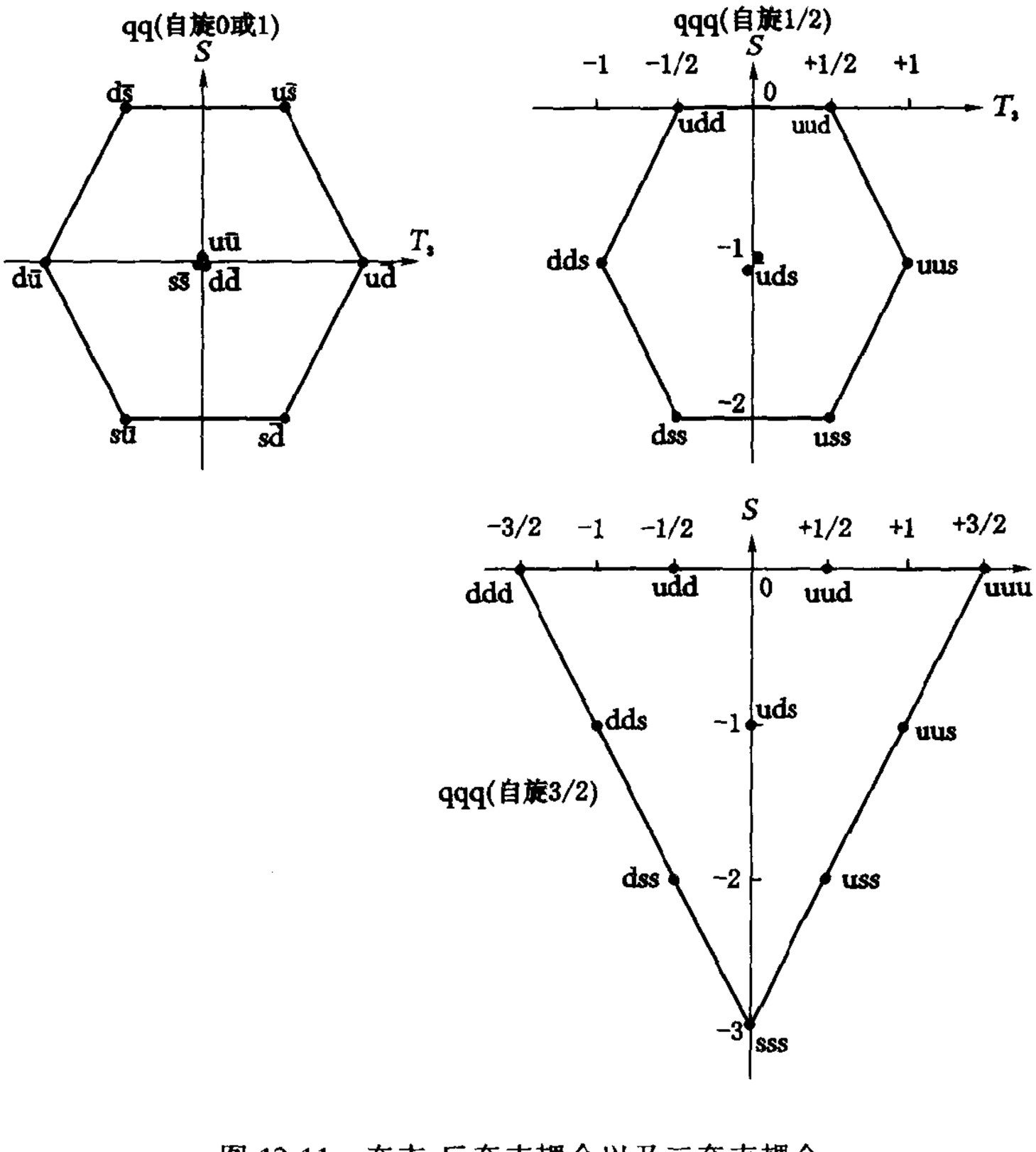


图 12-11　夸克-反夸克耦合以及三夸克耦合

重子数为 1/3,自旋为 1/2 等等。表 12-7 列出了 u,d,s 夸克的主要量子数。

表 12-7　夸克的基本性质

夸 克	自 旋	电荷(e)	同位旋(T,T_3)	重离子数	奇异数
u	1/2	2/3	(1/2,1/2)	1/3	0
d	1/2	−1/3	(1/2,−1/2)	1/3	0
s	1/2	−1/3	(0,0)	1/3	−1

当把三个相同夸克(比如 uuu)耦合成总自旋 3/2 的强子基态($l=0$)时,出现了三个全同费米子在同一个量子态上的问题,违反了公认的泡利不相容原理。解决这个问题的办法,是引入一个新的自由度——色,夸克可以在色自由度上取不同的量子数的值:红(R)、蓝(B)和绿(G)(注意:夸克的味和色都是人们对夸克内禀自由度取的名称,与日常生活中的味和色没有任何关系)。这样就避免了与泡利不相容原理的冲突,比如 Δ^{++} 可被认为是夸克组合 $u_R u_B u_G$。类似的,反夸克带反色 $\bar{R},\bar{B}$ 或 $\bar{G}$。同种色和反色相加为无色,三种色等量混合也为无色。实验上至今没有观察到带色的粒子,这就是著名的"色禁闭"现象。"色禁闭"要求我们在给出强子波函数时,色的部分必须满足特定的要求。对于重子,夸克波函数写作:

$$\Psi = \Psi_{spin}\Psi_{space}\Psi_{flavor}\Psi_{color} \tag{12.3-1}$$

其中 Ψ_{color} 是反对称色波函数，可用符号表示如：

$$\Psi_{color} = \frac{1}{\sqrt{6}}[RGB + BRG + GBR - RBG - BGR - GBR] \tag{12.3-2}$$

而对于正反夸克组成的介子，对称的色波函数为

$$\Psi_{color} = \frac{1}{\sqrt{6}}[R\bar{R} + G\bar{G} + B\bar{B} + \bar{R}R + \bar{G}G + \bar{B}B] \tag{12.3-3}$$

无色的要求使我们无法构筑 2 夸克或 4 夸克态等。引入色自由度以后，夸克的种类增加了三倍，这会影响到反应过程的统计性。比如 $e^+e^- \rightarrow$强子过程会由于色自由度而使反应道增加，也就是使截面增大，这已为实验所证实，由此说明了色的真实性。

按照量子色动力学(QCD)，夸克间的相互作用是由交换胶子来实现的，胶子的静止质量为 0、自旋为 1。胶子所代表的相互作用就是强相互作用，也叫色相互作用、色力或色场等。强作用只发生在带色的粒子之间，色的地位如同电磁相互作用里的电荷，因此，又把色称为色荷。与电荷不同的是，夸克的色的性质在强作用中是可以被改变的，这就要求胶子也要带色，胶子本身也能与其它带色粒子(夸克和胶子)发生强相互作用。如图 12-12 显示的是一个 $R\bar{B}$ 胶子在红和蓝夸克间交换的情况：R 夸克发射出 R 和 $\bar{B}$ 色胶子，获得 B 色；而 B 夸克吸收 $R\bar{B}$ 胶子，变成 R 色。在 3 色空间，应当有 8 种独立的胶子，它们都带有色和反色。胶子存在的真实性已有实验依据。最直接的依据是三喷注现象。在高能正负电子湮没实验中产生一对正反夸克：$e^+ + e^- \rightarrow \gamma \rightarrow q + \bar{q}$，当正反夸克的能量足够高时，会产生相反方向的两组强子喷注，但在少数情况下，也观察到三组强子喷注。由于在这样的反应中不可能产生三个夸克，因此判断其中一个喷注是由胶子引起的。三个喷注间的角度关系也与胶子的自旋为 1 相一致。

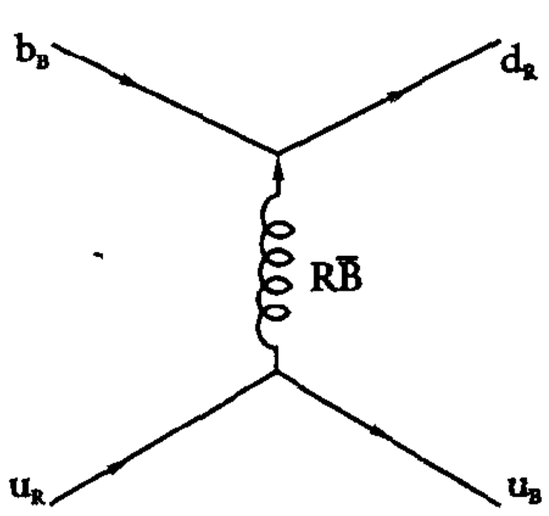


图 12-12 $R\bar{B}$ 胶子在红和蓝夸克间交换

强子内部的夸克间总是通过胶子在发生相互作用，因此按统计平均强子内部在任意时刻都有一定数目的胶子。胶子可以转化为正负夸克对，正负夸克对也可湮没成胶子。在平衡条件下，强子内部就必然还存在附加的数目有一定涨落的正负夸克对，它们的量子数互相抵消，因而对强子的内禀物理性质(各种量子数)没有贡献。我们把这些夸克称作海夸克。与此相对应，把前面谈到的决定强子性质的夸克称作价夸克，它们也在强子的反应与衰变中表现出来。高能散射实验证明，强子内部的夸克和胶子所带的动量分别约占强子动量的一半。夸克所带的动量主要归价夸克所有，海夸克所占很少(见 12.4-7 式)。

2. 夸克模型中的反应与衰变

至今为止，所有涉及到强子的反应和衰变都可以从夸克模型中得到解释，其中有几条规则是必须遵守的：

1)强相互作用不能改变夸克的味，而只能将夸克重新组合；

2)夸克和反夸克可以成对的产生或湮没，与正负电子的情形类似；

3)弱作用可以改变夸克的味，同时发射或吸收 $W^{\pm}$ 玻色子，如：

$$u \rightarrow d + W^+ \qquad \bar{u} \rightarrow \bar{d} + W^-$$

$$s \to u + W^- \qquad \bar{s} \to \bar{u} + W^+$$

它们的逆过程也成立。但是通过中性玻色子来改变夸克的味是禁止的，比如 $s \to d + Z^0$ 是不成立的，中性过程只能是夸克对的产生或湮没如 $Z^0 \to u + \bar{u}$。

图 12-13(a)显示如下反应的夸克过程：

$$\pi^+ (u\bar{d}) + p(uud) \to \pi^0(u\bar{u}) + \Delta^{++}(uuu)$$

它的基本过程是 $d + \bar{d} \to u + \bar{u}$，即一对正负夸克的湮没和另一对正负夸克的产生。将 $u\bar{u}$ 换成 $s\bar{s}$，就得到如图 12-13(b)所示的反应末态。图中给出的只是简化的表示，实际上反应的过程涉及到大量的胶子交换和色的变化，由于比较复杂而略去了。由于强作用不改变夸克的味，因此一些守恒定律，如奇异数、重子数守恒等，在反应的夸克模型中自然满足。在 $e^+ e^- \to$ hadro ns 反应中，一般是正负电子先湮没成虚光子，光子再变成若干对正负夸克。如图 12-14 所示，光子产生 $u\bar{u}$ 和 $d\bar{d}$ 对，它们短暂的耦合成 ρ^0 介子（$\rho^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$），然后再衰变到 π^+ 和 π^-。

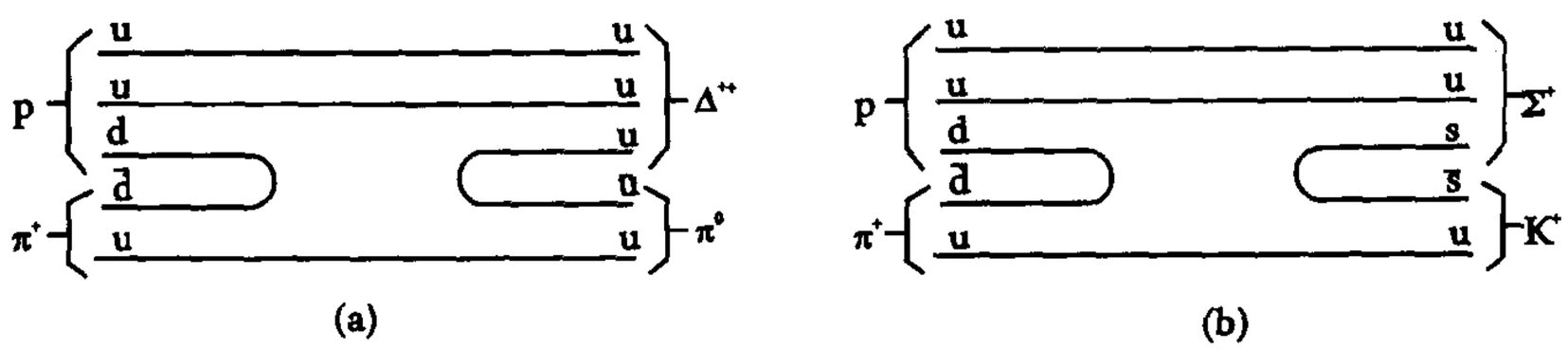


图 12-13　反应的夸克结构

(a)$\pi^+ + p \to \pi^0 + \Delta^{++}$　(b)$\pi^+ + p \to \Sigma^+ + K^+$

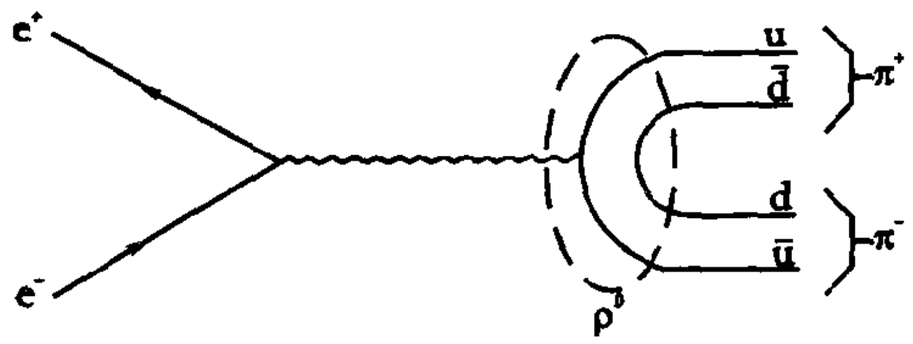


图 12-14　$e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$ 反应

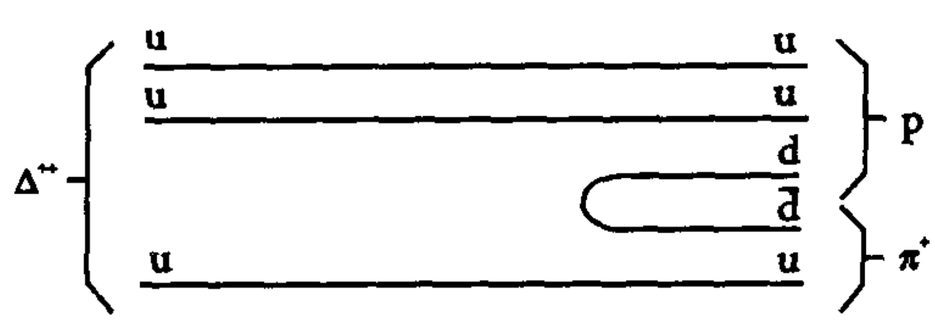


图 12-15　$\Delta^{++} \to p + \pi^+$ 中的夸克结构

强子可以通过强相互作用、电磁相互作用或弱相互作用衰变。强衰变过程是夸克重组和正负夸克对产生的过程。图 12-15 给出了一个典型的例子。强衰变中一个重要的现象是，如果初态的夸克完全湮没成胶子，末态再重新产生其它夸克对，即初末态夸克被“隔离”开（$q\bar{q} \to$ gluo ns $\to q\bar{q}$），这样的强过程相对于有夸克连接的过程被大大压低。图 12-16 给出了一个例子。$\phi \to 3\pi$ 与 $\phi \to K^+ K^-$ 相比，前者的衰变能和末态空间要比后者大许多，因而原则上应当有更大的概率。但实际测得前者的概率为约 15%而后者为约 85%，即前者被大大压低了（但仍然是强过程）。实际上，由于夸克本身带有色，不可能直接由一对正反夸克湮没成一个胶子或由一个胶子直接产生一对正反夸克，“隔离”过程必须交换多个胶子才能实现，这在定量上是一种更高次的过程，概率就小一些。这种由于夸克“隔离”而压低强衰变的规则被称为兹韦格(Zweig)规则。

强子的电磁衰变包含正反夸克湮没成光子和夸克辐射光子的过程，光子又可变成正反轻

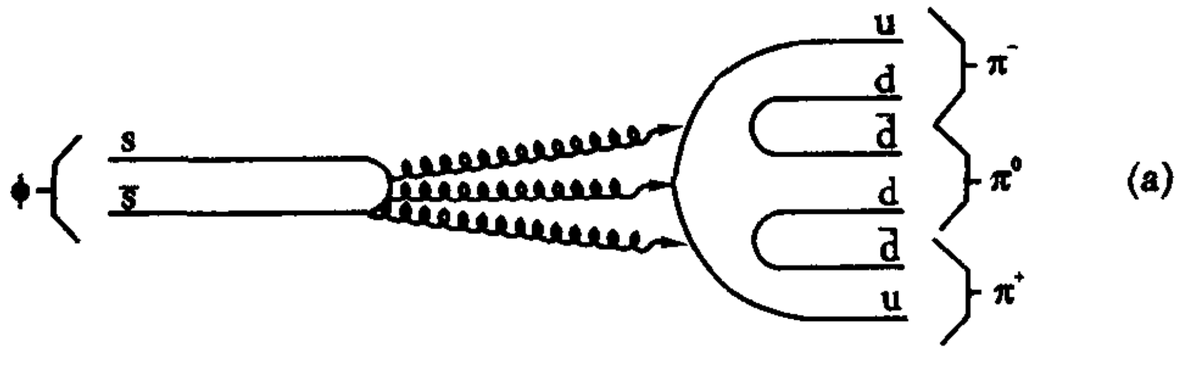
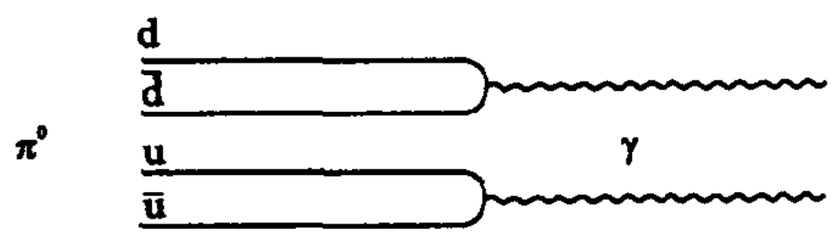


图 12-16　(a)$\phi \to 3\pi$ 衰变；　(b)$\phi \to K^+ K^-$ 衰变

子对。图 12-17 给出了几个例子。



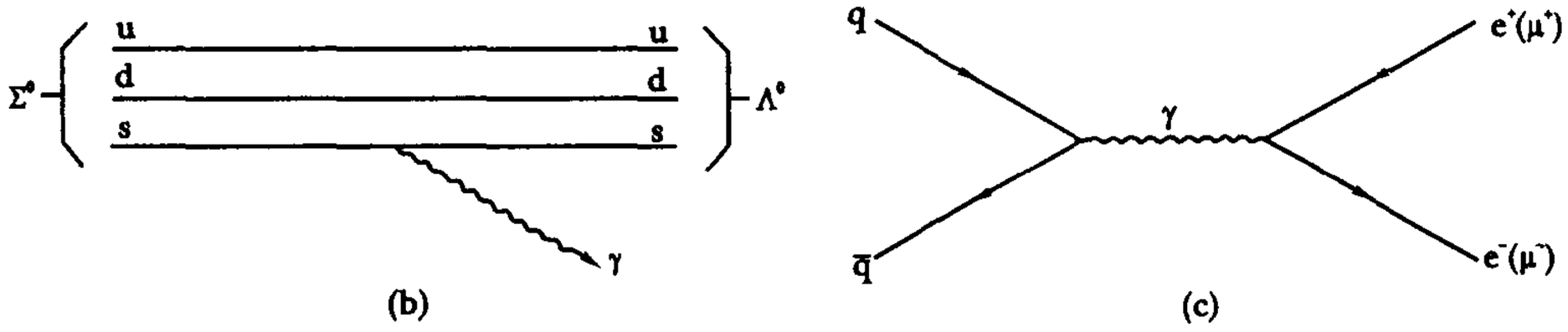


图 12-17　(a)$\pi^0 \to 2\gamma$ 衰变；(b)$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ 衰变；(c)$q\bar{q} \to \gamma \to e^+ e^-$ 过程

弱衰变可以改变夸克的味，其中基本的过程是夸克发射 $W^{\pm}$ 玻色子，W 玻色子又衰变到轻子对($e\ \nu_e$，$\mu\ \nu_\mu$)或被其它夸克吸收。图 12-18 给出了熟悉的中子和 π 介子的弱衰变过程，它们的末态出现轻子而初态只有强子，因而也被称为半轻子过程。图 12-19 给出了 Σ^+ 的几种弱衰变，其中 $\Sigma^+ \to n + e^+ + \nu_e$ 由于包含较多的 W 玻色子(较多的弱作用顶点)，因而概率小得多。

3. 粲、底和顶

(1)粲夸克

较早的夸克模型只包括 u，d 和 s 三种夸克。为了解释奇异粒子衰变中的一些反常现象，格拉肖等人(Glashow，Iliopoulis 和 Maiani)于 1970 年提出了第四种夸克——粲(charm 或 c)夸克。c 夸克的粲量子数 $C=1$，而所有其它夸克的 $C=0$。强和电磁相互作用中 C 量子数守恒，

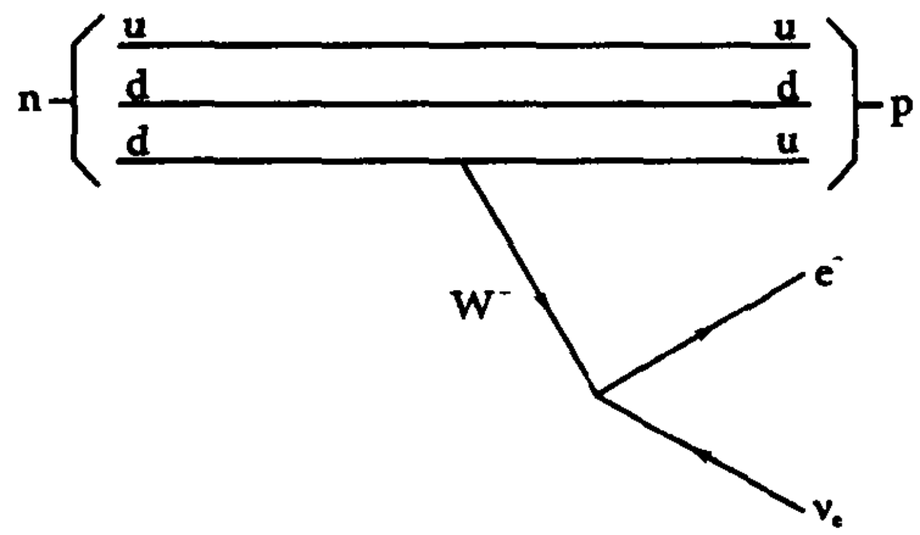


图 12-18　$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ 和 $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ 衰变

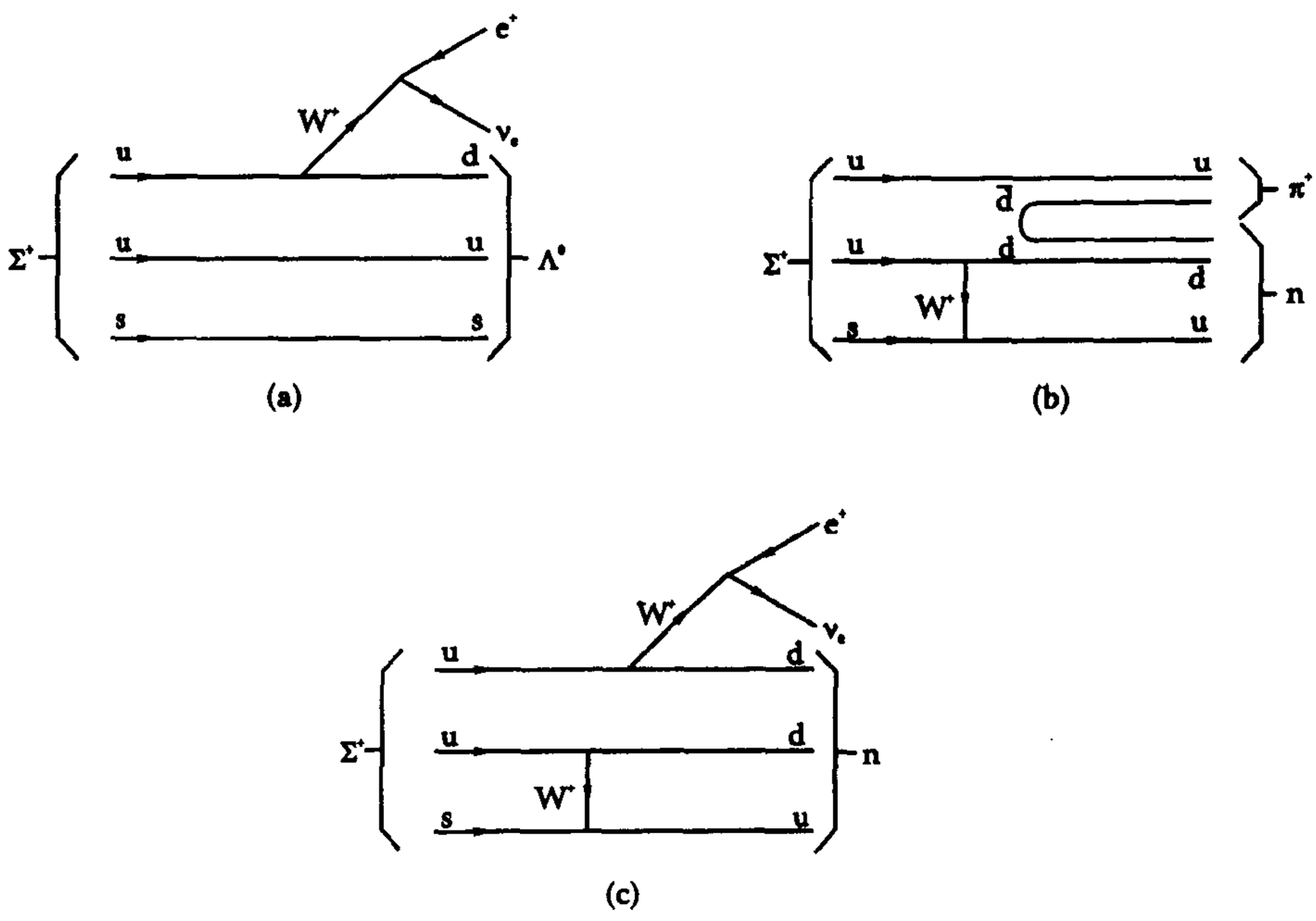


图 12-19　(a)$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$ 衰变;(b)$\Sigma^+ \rightarrow n + \pi^+$ 衰变;
(c)$\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}_e$ 衰变

而在弱相互作用中 C 量子数可以改变(也是通过发射或吸收 W 玻色子)。c 夸克的地位与 u 夸克类似,它的电荷为 $\frac{2}{3}e$,奇异数 $S=0$,可以通过 c 将 s 夸克转变到 d 夸克 $s \overset{W}{\longleftrightarrow} c \overset{W}{\longleftrightarrow} d$。

1974 年,在 SLAC 的 e^+e^- 电子对撞和 Brookhaven 的质子质子对撞中发现了一个非常窄的共振,它的物理宽度只是当时的探测能量分辨率的约 1/100。这个新的共振态当时被 SLAC 组称为 Ψ 粒子,而被 Brookhaven 组称为 J 粒子,现在普遍被称为 J/Ψ 或 Ψ 粒子。J/Ψ 的能量是 3097 MeV,宽度只有 0.087 MeV。单从能量上看,J/Ψ 很容易衰变到 $\pi^+\pi^-$,K^+K^-,3π,$p\bar{p}$ 等强子道,宽度应该在 100 MeV 左右,而实际上却小了约 3 个量级。很快人们认识到 J/Ψ 是 $c\bar{c}$

夸克组态,被称为粲偶素(charmonium)。如图 12-20(a),(b)所示,J/Ψ 到非粲粒子的衰变由于维格规则而压低很多。$c\bar{c}$ 可以有更高的共振态 Ψ′(3686),Ψ″(4040),Ψ‴(4415)等,它们可以在不违反维格规则的条件下衰变到其它粲粒子(如图 12-20(c))。

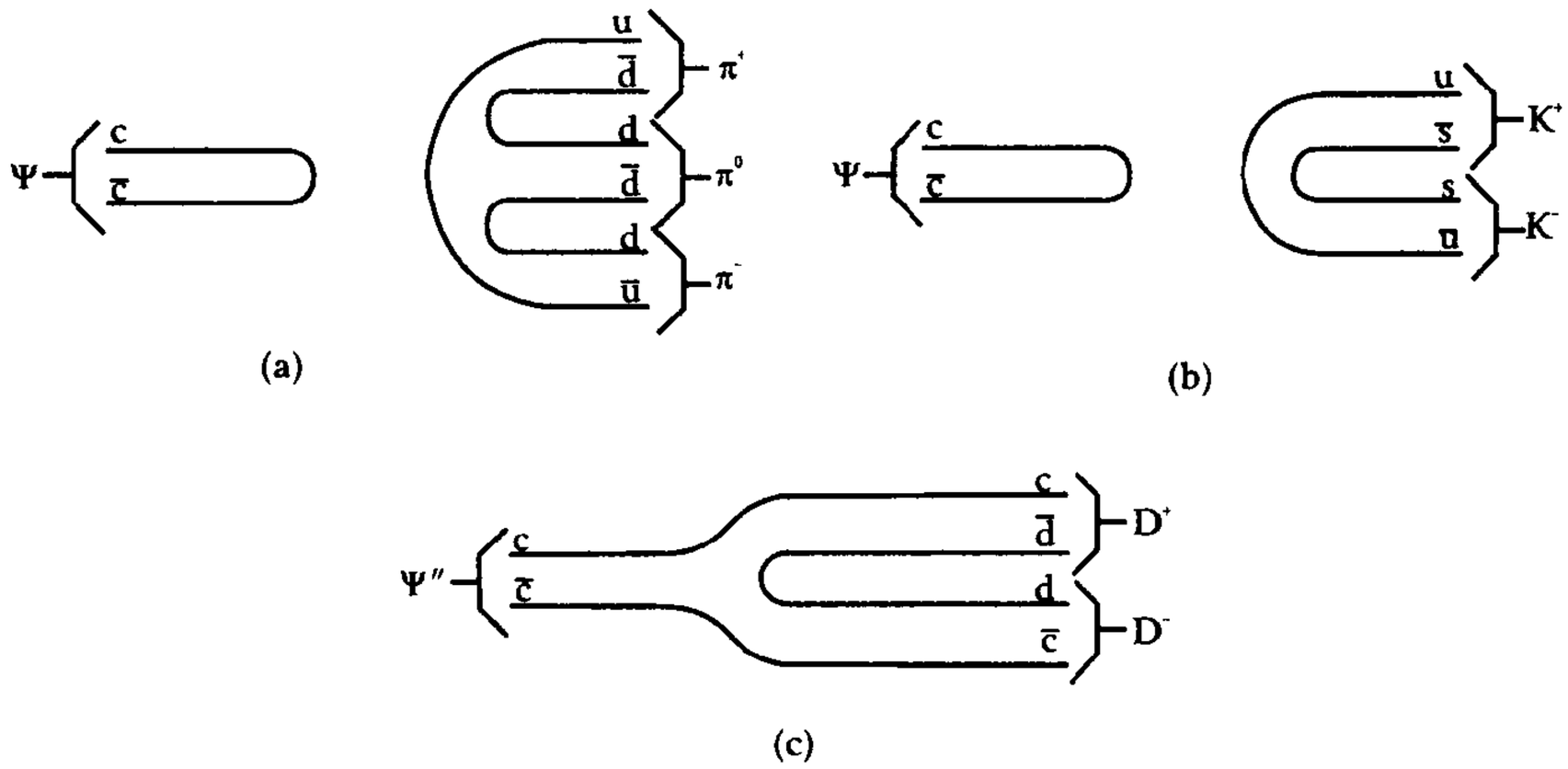


图 12-20　(a),(b)由维格规则压低的 $c\bar{c}$ 两种衰变;(c)维格规则容许的 $c\bar{c}$ 衰变

c 夸克可与 u,d 夸克结合形成 D 介子,与 s 夸克结合形成 F 介子(图 12-21(a))。同样可以组合成带 c 夸克的重子(图 12-21(b),(c))。可以想象这些介子和重子都还有相应的更高能量的共振态。带粲的粒子(共振态)统称为粲素,它们有的已经在实验上发现(如 $D^{\pm}$,D^0,$\bar{D}^0$,$F^{\pm}$(又称 $D_s^{\pm}$),Λ_c^+,Σ_c,Ξ_c,Ω_c^0 等),有的还没有被观察到。粲自由度的研究还有大量的空白。我国北京的正负电子对撞机占有研究粲物理最佳能区(由于能区的关系,也是研究 τ 轻子物理最有利的设施),但为了观察到概率很低的物理现象,需要大大提高现有的对撞机亮度。

(2)底夸克和顶夸克

1977 年,在美国 fermilab 的 pp 对撞实验和德国 DESY 的 e^+e^- 对撞实验中,发现了一些新的窄共振,它的能量为 9460 MeV,宽度只有 0.052 MeV。与 J/Ψ 的情况类似,这里发现的是一种新的夸克偶素:正反底夸克(bottom)的组合 $b\bar{b}$,被记作 Υ。底夸克偶素也有若干更高的共振态。图 12-22 给出了自旋为 1 的夸克偶素的能级图,它们在结构上很相似。实验上也已经发现了 b 与 u 或 d 夸克组成的介子 $B^{\pm}$,B^0 和 $\bar{B}^0$,b 和 s 夸克组成的介子 B_s^0 和 $\bar{B}_s^0$,以及含 b 夸克的重子 Λ_b^0。显然 b 物理还是基本未开垦的领域。由于理论预言 CP 不守恒在带 b 的系统中会表现得更明显,因而人们对 b 物理表现出特别的兴趣。在美国的 SLAC 和日本的 KEK 都正在建造 b 工厂,酝酿着重大的新发现。

b 夸克的电荷是 $-\frac{1}{3}e$,与(u,d)和(c,s)比较,可以看出这是第三代夸克的一个成员,人们相信它应当有一个带 $\frac{2}{3}e$ 电荷的伙伴——顶夸克。寻找顶夸克的努力持续了近 20 年。1994 年,Fermilab 宣布发现了顶夸克,它的质量高达约 174 GeV。顶粒子的产生需要极高能量的对撞机,美国的 Fermilab 和欧洲的 LEP(及共后续者 LHC)将是世界上研究顶物理的主要设施。

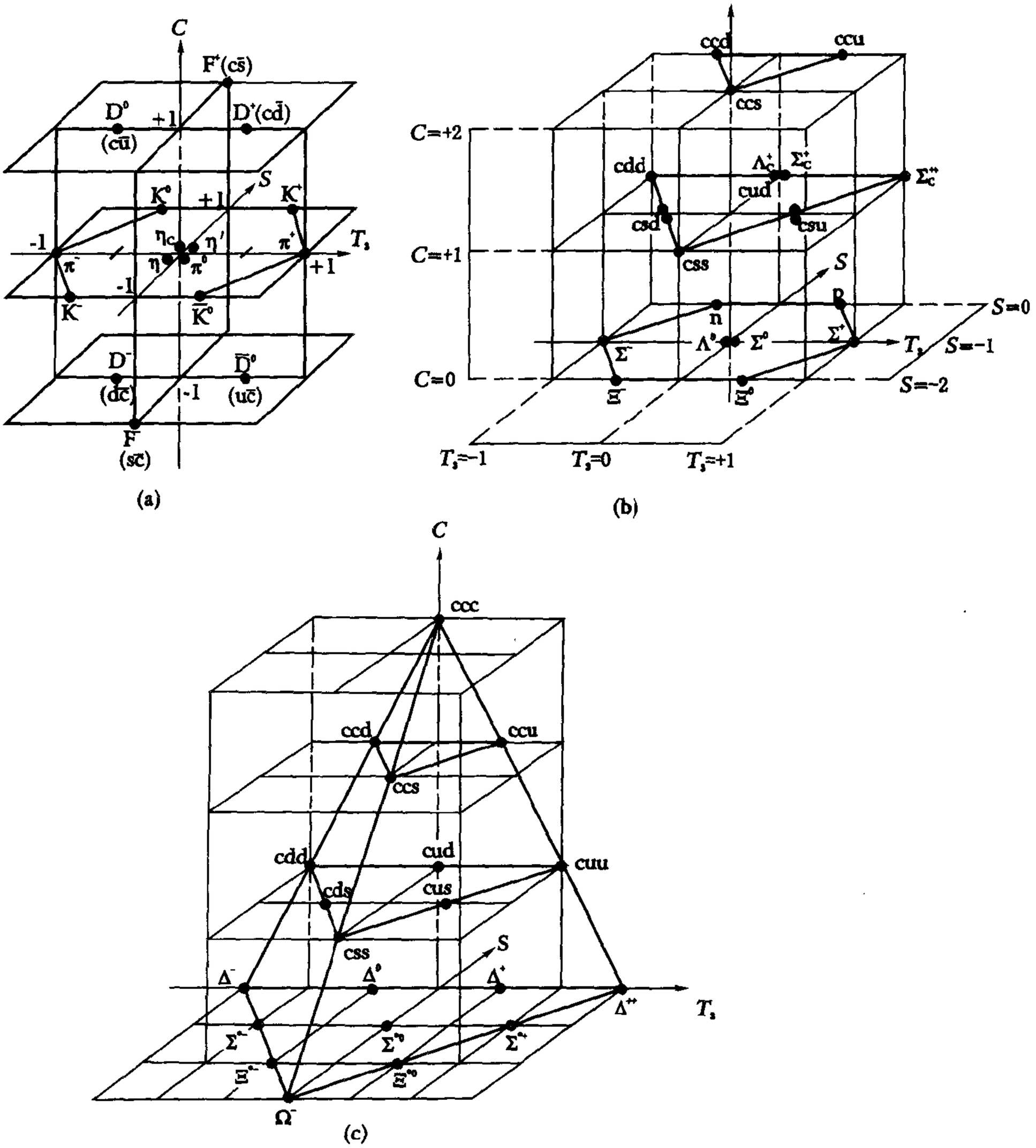


图 12-21　由 u,d,s,c 组成的可能的介子和重子

(a)自旋为 0 的介子　(b)自旋为 1/2 的重子　(c)自旋为 3/2 的重子

4. 强相互作用与夸克动力学

前面已经谈到,强相互作用是发生在色荷之间的,由胶子来传递。描写这种作用的理论是量子色动力学(quantum chromodynamics 或 QCD)。QCD 是一种规范量子场理论,它要求夸克的运动规律(拉格郎日量)满足 SU(3)规范不变性,由此导出由 8 种胶子传递的色相互作用场。我们不可能在此讲述 QCD 理论,只是简单地归纳强相互作用的一些基本特征。

与其他相互作用比较,强作用的特征首先是强度大。由于不同的相互作用是发生在不同

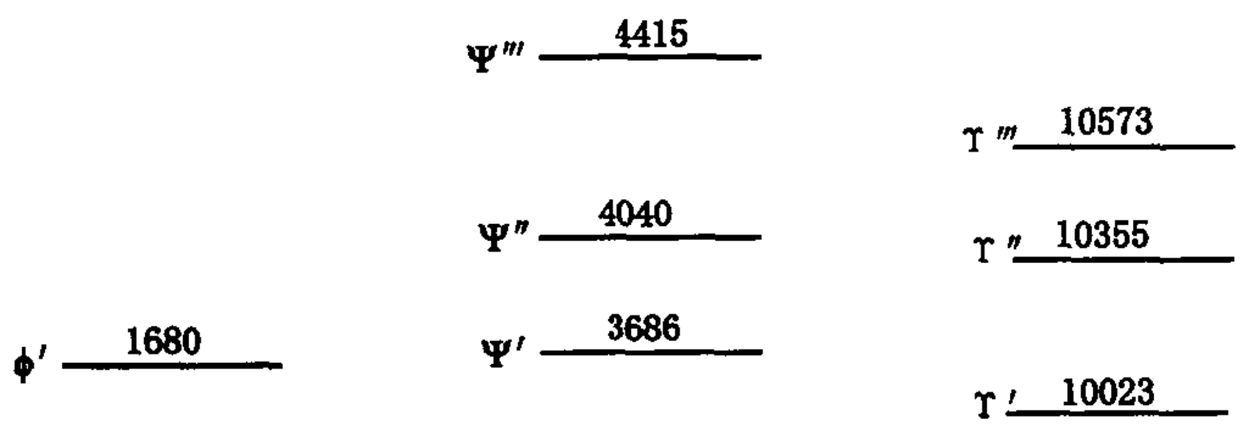


图 12-22　自旋为 1 的夸克偶素能级图[①]

的“荷”之间，并且与距离等有关，因而难于做普遍的比较，而只能在典型的物理问题中来比较。比如微观上比较力的强度可从几方面考虑。一是考虑典型过程中的截面值：强过程（比如 πN 反应）的总截面是 10^{-2} b 量级；电磁过程（比如 γN 反应）的总截面是 10^{-4} b 量级；弱过程（比如 νN 反应）的总截面是 10^{-14} b 量级；而引力在微观粒子作用中实际观察不到。另一种办法是比较不同衰变过程的寿命：强衰变的典型寿命是 10^{-23} s；电磁衰变的典型寿命是 10^{-16} s；弱衰变的典型寿命是 10^{-8} s。还可以直接比较典型距离上力的相对大小（表 12-8）。由这些比较，可以看出四种相互作用强度的明显区别，其比例关系大致为强：电磁：弱：引力 $= 10^{2}:1:10^{-10}:10^{-36}$。理论上常采用相互作用的耦合常量来标志作用的强度，但它们的确定，也是依赖于实验测定的截面和衰变常量等，因此与前面的描述是一致的。应当指出，这里给出的比例关系是基于目前的核和粒子物理实验的，如果把能量提高许多，观察更小距离处的情况，则强度关系会发生很大变化，甚至出现几种力统一的现象，我们在后面还会再讨论这个问题。

表 12-8　相互作用强度相对比较（取电磁作用强度为 1）

比较关系		引力	弱作用	电磁作用	强作用	
					基本作用	剩余作用
两 u 夸克相距	10^{-18} m	10^{-41}	0.8	1	25	—
	3×10^{-17} m	10^{-41}	10^{-4}	1	60	—
原子核中的两个质子		10^{-36}	10^{-7}	1	—	20

强相互作用的另一个重要的特征是色禁闭和渐近自由。至今在高达 TeV 能量的实验中，始终没有观察到自由的夸克和其他带色粒子，夸克总是结合成无色的强子出现。然而，高能量下的深度非弹散射又揭示了夸克另一面的特征，即夸克群体在近距离上几乎是自由运动的。这两种看起来矛盾的现象可以从色场与电磁场的比较来唯象地解释。按照量子电动力学，电

① 参见[22]740 页。

磁作用是通过交换光子来实现的。光子本身不带电,不参与电磁作用,也就不影响带电粒子本身的状态和电磁场的分布。强作用的情况却很不一样。夸克发射带色的胶子后,自身的色要改变,并且夸克与胶子还要发生作用引起更多的胶子交换。这样,看起来就好像夸克把自身的色荷弥散到了强子尺度[(0.5~1.0) fm]的空间,对于进入这个空间的其它夸克而言,就如同进入了一个色荷球一样,感受到的作用大大降低了(可对比电荷球的情形),这就是渐近自由现象。类似的可解释"色禁闭"。当两个电荷通过交换光子相互作用时,各自在空间形成的电场的分布并不改变,总的电场就是两个点电荷场在空间的叠加,不受光子的影响(见图 12-23),作用力(正比于力线的密度)因而随距离的增加而很快减小。两个夸克间的色作用却不是单夸克色场的简单叠加,作用中交换的胶子会改变色场的分布,使外部的色场被抵消,场集中在两个夸克之间,作用力与距离无关,在图 12-23 中表现为力线的密度在两夸克的连线上是常量。这样,如果试图分开两个夸克,就需要作无穷大的功。实际上,不等两夸克分开,当作功超过产生一对新的正反夸克所需的能量时,就会形成新的粒子。这就说明了为什么向强子注入能量的结果,不是使夸克分开,而是产生新的强子。能量足够高时,这个过程可以持续下去,直到动能被充分耗散,这就是强子簇射(喷注)。实验发现,10 GeV 的动能可引发平均约 7 个强子,而 100 GeV 动能可引发平均约 15 个强子,强子数的增加比较缓慢,并且由于 π 介子是最轻的强子,因而是簇射的主要成分。夸克由于动能增加而强子化的过程,在 fm 量级的范围内就完成了,因而在实验中并不能直接观察到夸克的分离现象。

要对色相互作用作精确的定量计算是十分困难的,但对正反夸克体系,我们可以用简单的唯象势来做一些粗略的估算。考虑到作用力近似为常量的特征,我们可以取线性势

$$V(r) = kr - V_0 \tag{12.3-4}$$

其中 r 为夸克间距离,k,V_0 为参量。对较重的夸克(如 $c\bar{c}$,$b\bar{b}$),可近似地采用薛定谔方程求解,它的径向部分(取 $l=0$)为

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u}{dr^2} + [kr - V_0]u(r) = Eu(r) \tag{12.3-5}$$

解出本征值为

$$E_n = |a_n| \left(\frac{k^2\hbar^2}{2m}\right)^{1/3} - V_0 \tag{12.3-6}$$

各能级对应的参量 a_n 的值可以从数学用表上查到:$a_1 = -2.3381$,$a_2 = -4.0879$,$a_3 = -5.5206$,$a_4 = -6.7867$,$a_5 = -7.9441$,…。图 12-24 将计算值和实验值做了比较;如果采用更复杂一些的势,能与实验符合得更好。由于夸克是禁闭在强子内部的,我们无法测量自由夸克的静止质量。而在各种计算中采用的夸克质量,都是模型相关的有效质量。比如上面薛定谔方程中的质量,实际上吸收了许多复杂的因素,我们把它称为组分夸克质量。最简单的情况下,可以采用:

$$m_b c^2 \approx \frac{1}{2} m_\Upsilon c^2 \approx 4.7\ \text{GeV}$$

$$m_c c^2 \approx \frac{1}{2} m_\psi c^2 \approx 1.5\ \text{GeV}$$

$$m_s c^2 \approx \frac{1}{2} m_\phi c^2 \approx 0.5\ \text{GeV}$$

对于 u 和 d 夸克,没有 $u\bar{u}$,或 $d\bar{d}$ 共振态存在。由于中子和质子质量相近,可以取 $m_u \approx m_d$,从

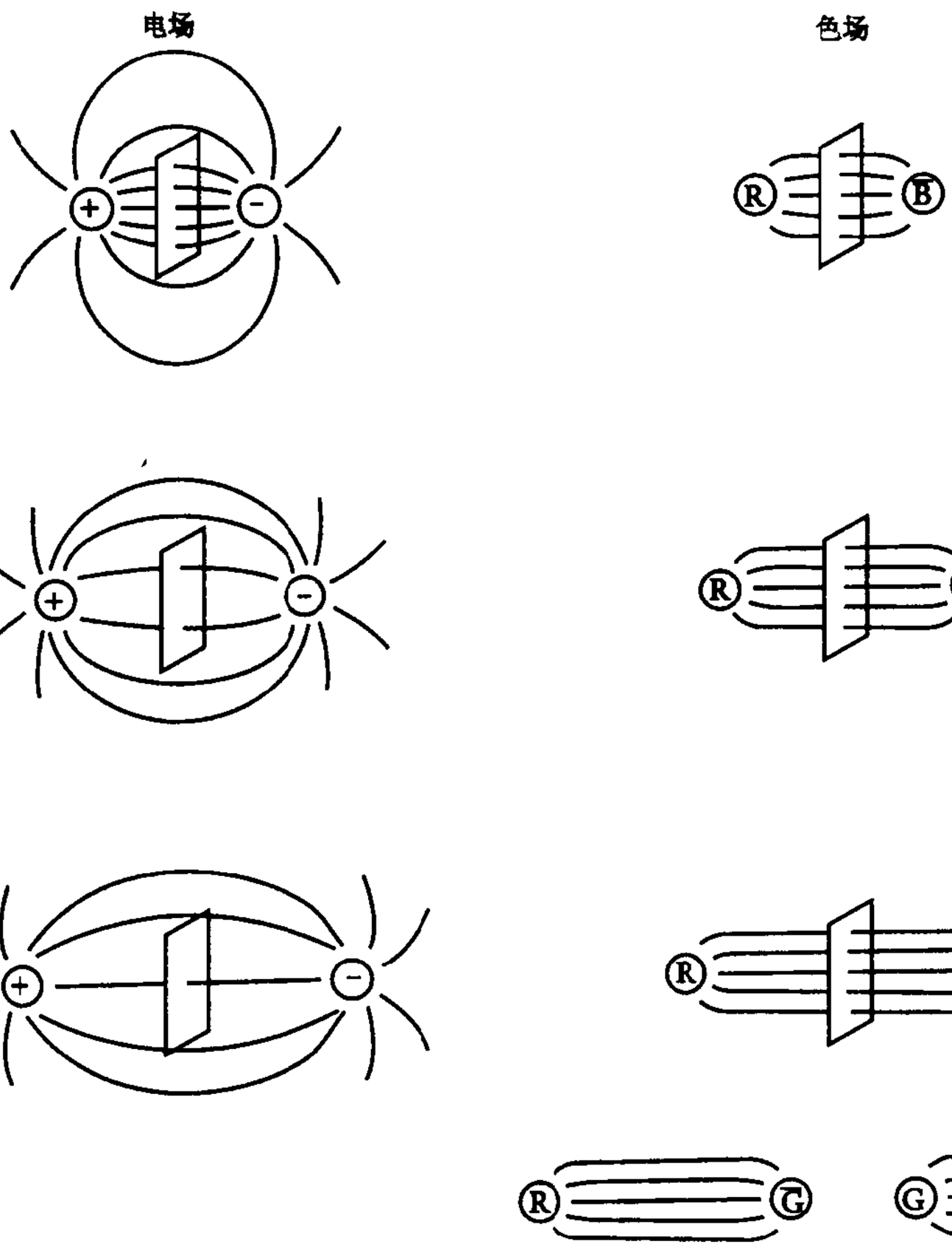


图 12-23　两个点电荷或色荷间的场随距离的变化
（横截面上的力线密度与力的强度成正比）

而估算出 $m_u c^2 \approx m_d c^2 = \frac{1}{2} m_\rho c^2 \approx 380$ MeV，或 $m_u c^2 \approx m_d c^2 = \frac{1}{3} m_n c^2 \approx 310$ MeV，平均得大约 $m_u c^2 \approx m_d c^2 \approx 350$ MeV。将这些有效夸克质量用于估算其它强子的质量，以及用于估算重子的磁矩等，都得到与实验测量相近的结果，从而说明了夸克结构模型的合理性。

应当指出的是，色禁闭并不是量子场理论所必然要求的，而是至今为止的实验现象的总结，人们并未放弃寻找单个夸克或胶子的努力。另外，至今人们只观察到正反夸克组成的介子和三夸克组成的重子，但原则上其它色单态也可能存在。比如 6 夸克的共振态已经被一些理论模型所预言，但经过近 20 年的努力还没有在实验中确认。胶子原则上也可组合出色单态（胶子球），目前已发现了一些可能的对象，但还需要进一步确认。

§12.4　弱相互作用与电弱统一理论

从实验的角度看，认识弱作用要困难得多。首先，从来没有发现过由弱作用形成的束缚态

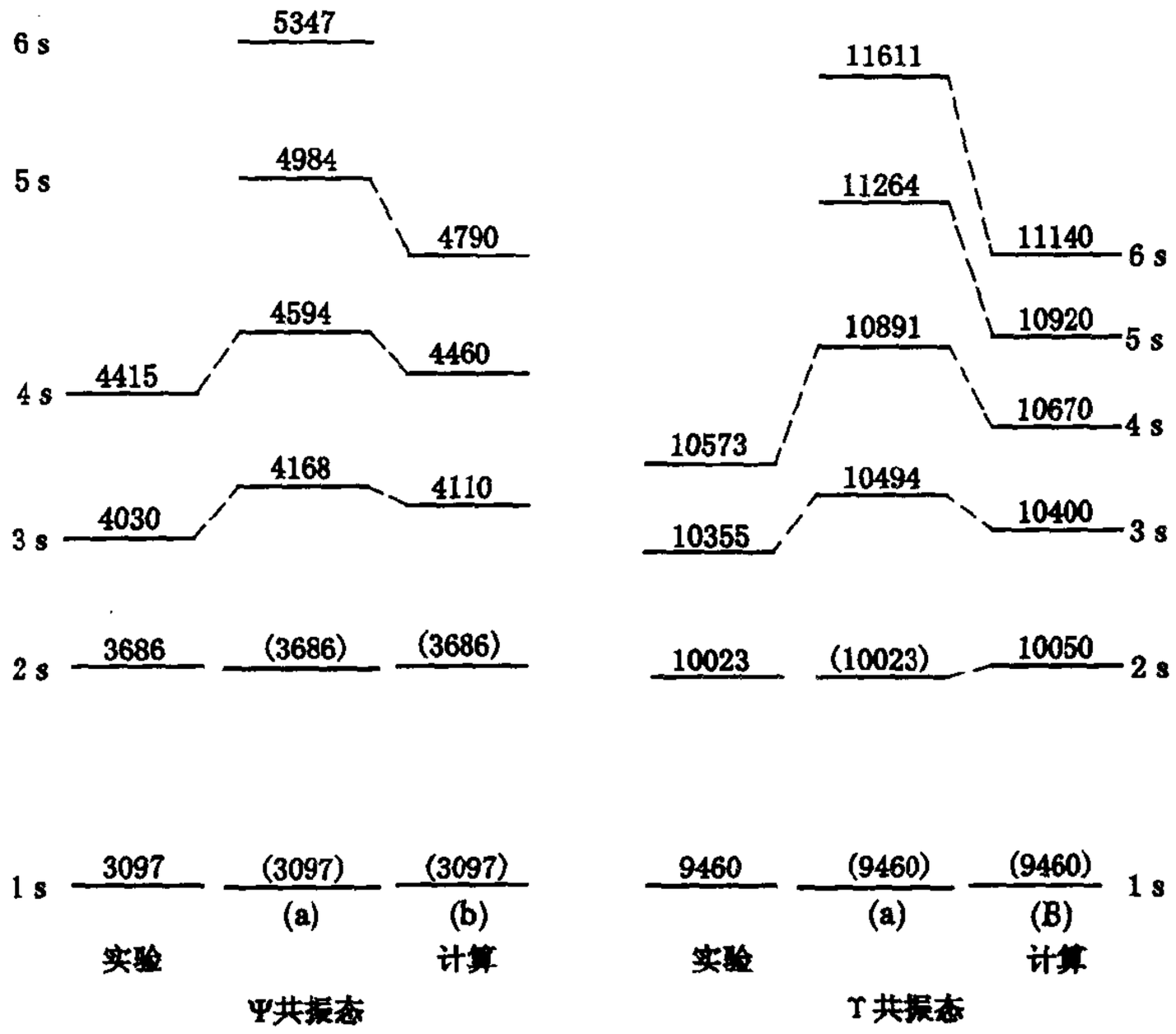


图 12-24　用简单势模型计算的 qq 系统能级图

(势函数取为:(a)$V(r)=kr-V_0$;(b)$V(r)=kr-b/r$。

括号中的数字是计算时的输入数据,用于确定参数(k,V_0,b))

[参见 E. Eichten et al., Phys. Rev. D21,203(1980)]

或共振态,因而没有系列的能谱供研究(而强作用有 $q\bar{q}$ 系统;核力有氘束缚态;电磁作用有氢原子系统;引力作用有恒星-行星系统等)。另外,弱作用的散射或反应过程截面太小(比电磁过程小 10 个数量级!),在纯的弱散射中(比如 νN)测量十分困难。而在与强或电磁过程混合时,弱过程完全被掩盖。因此,主要只能通过衰变过程来积累弱作用的知识。

归纳前面的介绍,我们可以给出弱衰变发生的特征:(a)有中微子出现;(b)夸克的味改变;(c)衰变概率(宽度)比电磁或强衰变小得多,平均寿命 10^{-8} s 量级。弱作用对夸克和轻子都存在。我们在前面的章节中已经积累了不少原子核和强子的弱衰变知识,因此在这一章里,我们将更多地涉及轻子系统。

1. 轻子家族

至今发现了三种带电的轻子(e,μ,τ)和它们的反粒子。电子和 μ 子是最轻和次轻的带电粒子,因而在电荷守恒条件下,电子必然是稳定粒子,而 μ 子衰变时必然产生电子:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

μ 子不能简单地衰变到电子和光子,因而它不是电子的激发态,而是一种新的粒子。τ 轻子比 μ 子要重得多,而且比许多强子还重,因此可以有更多的衰变形式:

$$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$$

$$\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

$$\rightarrow \pi^- + \nu_\tau$$

与三种带电轻子相对应的是三种不带电的轻子——中微子，它们的存在由各种弱衰变中的守恒关系得到证实。许多中性粒了(如光子、π^0 介子等)的反粒子就是它们本身，而实验表明中微子和反中微子却是不同的粒子。比如在 β 衰变中产生的中微子 $\bar{\nu}_e$ 可以引起正电子的产生($\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$)，但却不可能引起负电子的产生；反之，从 β^+ 衰变中产生的中微子 ν_e 可以引起负电子的产生($\nu_e + n \rightarrow p + e$)，但却不可能引起正电子的产生，这证明 $\bar{\nu}_e$ 和 ν_e 不相同。μ 和 τ 中微子也和它们的反中微子相区别。

与夸克相类似，轻子也可划分为三代。为什么没有更高的代至今仍是个迷。如前所述，夸克的不同代之间可以通过弱作用相互转化，而轻子的各代却是严格区分的，这表现为三种轻子数(电轻子数 L_e，μ 轻子数 L_μ 和 τ 轻子数 L_τ)各自守恒(以下用到轻子数守恒时，均指三种轻子数分别守恒)。按照定义所有轻子的轻子数为 1，而所有反轻子的轻子数为 −1，因此可以将一个系统的轻子数表达为

$$L_l = N(l) - N(\bar{l}) + N(\nu_l) - N(\bar{\nu}_l) \qquad l = e,\mu,\tau \tag{12.4-1}$$

其中 N 为系统中某种轻子的数目。下面是一些容许的和禁止的过程举例：

容许	禁止
$p + \mu^- \rightarrow \nu_\mu + n$,	$p + \mu^- \rightarrow \pi^0 + n$,
$e^+ \rightarrow e^- \rightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu$,	$e^+ + e^- \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_\mu$,
$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$,	$\pi^- \rightarrow e^- + \nu_e$,
$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$,	$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$,
$\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_\tau$,	$\tau^- \rightarrow \pi^- + \nu_e$

实验表明，违反轻子数守恒规律的概率小于 10^{-11}。

2. 弱作用分类

我们已经知道，弱作用是由 $W^\pm$ 玻色子(电性流)或 Z^0 玻色子(中性流)来传递的。电性流过程可以分为三类。

(1)轻子过程

如果 W 玻色子的两端都只与轻子连接，就称为轻子过程。它的基本变化是 $l + \bar{\nu}_l \leftrightarrow l' + \bar{\nu}_l'$[图 12-25(a)]，典型例子如[图 12-26(a)]：

$$\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau, \quad \nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$$

(2)半轻子过程

基本过程是 $q_1 + \bar{q}_2 \leftrightarrow l + \bar{\nu}_l$[图 12-25(b)]，此时 W 玻色子的一端接轻子，另一端接夸克，典型例子如[图 12-26(b)]：

强子过程	夸克过程
$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$	$d + \bar{u} \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

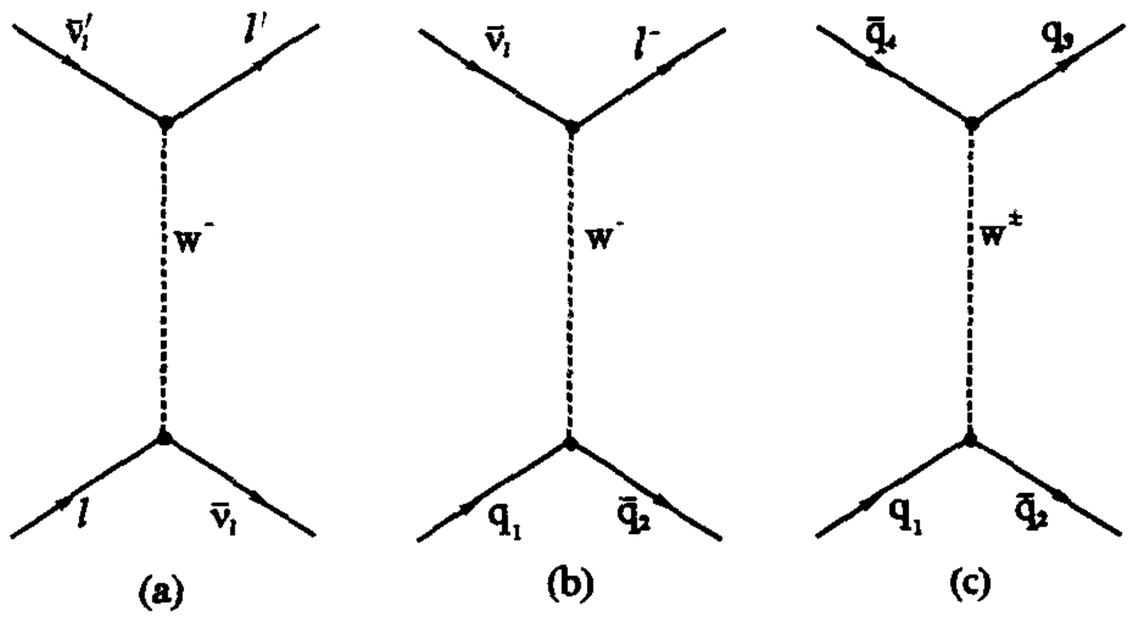


图 12-25　(a)轻子过程;(b)半轻子过程;(c)非轻子过程

$$K^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad s + \bar{u} \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e \qquad d \to u + e^- + \bar{\nu}_e$$

它们的逆过程也成立,如中子衰变的逆过程:$p + e^- \to n + \nu_e$,$p + \bar{\nu}_e \to n + e^+$,$\nu_e + n \to p + e^-$,其中后两种反应可用于正反中微子的探测。

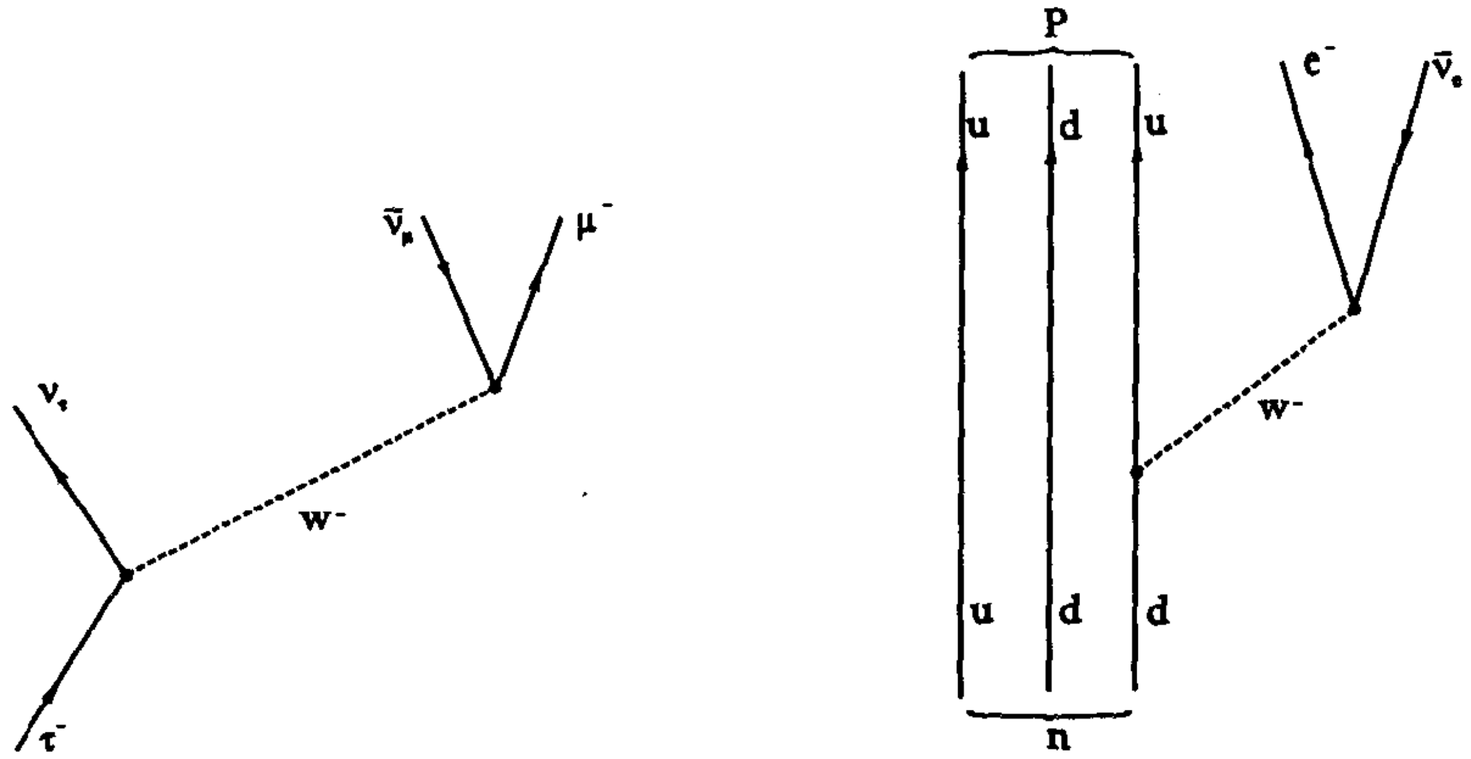


图 12-26　(a)$\tau^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$;(b)$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$

(3)非轻子过程

基本过程是 $q_1 + \bar{q}_2 \leftrightarrow q_3 + \bar{q}_4$[图 12-25(c)],此时 W 玻色子的两端都接夸克,典型例子如图 12-27。

从以上几种类型可以总结出电性流所遵从的基本规则。W 玻色子的作用顶点可表示为 Wf_1f_2,在每一个这种顶点处要求:电荷守恒;轻子数守恒(注意 W 的轻子数为 0);夸克数守恒(夸克的夸克数为 1;反夸克的夸克数为 −1)。注意最后一条是指夸克的数目,而夸克的味是可以改变的。当顶点的 f_1f_2 为轻子 $l\nu$ 时,作用强度对各代轻子是相似的。但当 f_1f_2 为夸克 q_1q_2 时,作用强度与代有关。如果两个夸克来自同一代,则强度最大(取相对值 1);如果来自第一和第二两代,则相对强度约 0.2;如果来自第二和第三两代,则相对强度约 0.05;如果来自

第一和第三两代，则相对强度小得多。作用强度的大小对应于过程发生的概率。

中性流的作用顶点可表示为 Zf_1f_2，由于 Z^0 不带电，且不能通过 Z^0 改变夸克的味，因此要求 $f_1=f_2$ 或 $f_1=\bar{f}_2$。中性流引起的衰变也可分为轻子过程，半轻子过程等，这儿不再详述。

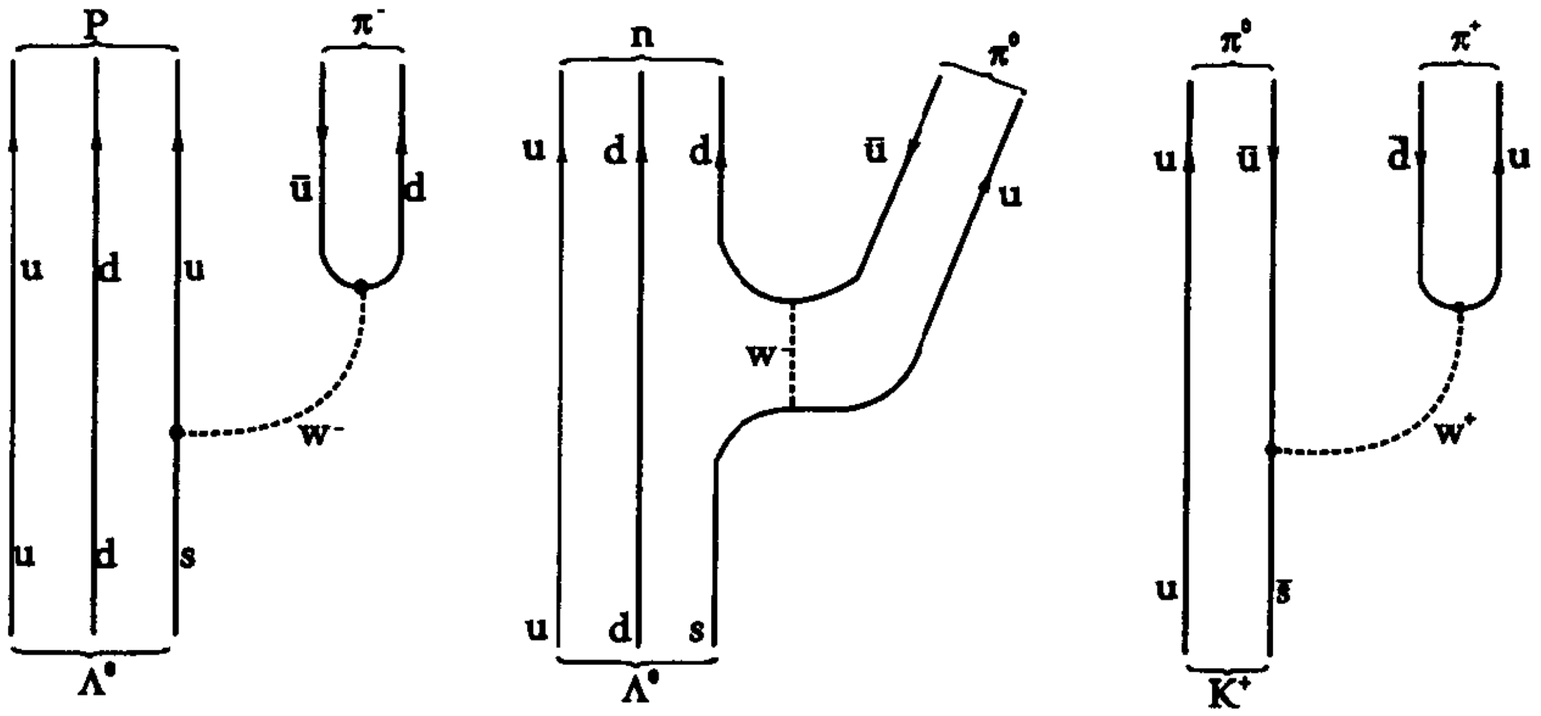


图 12-27　几个典型的非轻子衰变

3. 宇称不守恒

弱作用的一个重要特点是宇称不守恒，我们在 β 衰变中已证实了这种现象，在这里作更系统的讨论。

与宇称相关联的一个物理量是螺旋性(helicity)$h=\dfrac{\boldsymbol{s}\cdot\boldsymbol{p}}{|\boldsymbol{s}||\boldsymbol{p}|}$，它是一个赝标量，在宇称变换下改变符号。在相对论量子力学中，自旋 1/2 粒子的运动由狄拉克方程描写。对于静止质量为 0 的粒子，狄拉克方程有两个解，分别具有正的(右旋)和负的(左旋)手征性(chirality)。螺旋性和手征性密切相关，对于无质量的以光速运动的粒子，二者是完全一致的。原则上，由自旋 1 粒子交换的相互作用可以是矢量型和赝矢量型的组合。但为了保持宇称守恒，即在左右旋粒子间做相同的耦合，它必须是纯的矢量型或赝矢量型。比如电磁相互作用就是纯矢量型的。在宇称不守恒的情况下，作用矩阵元可以同时具有矢量或赝矢量两部分，假定它们的强度分别为 c_V 和 c_A。当相互作用是等强度的矢量部分和赝矢量部分之和时(V+A)，它只能耦合于右旋费米子或左旋反费米子。而当相互作用是等强度的矢量部分和赝矢量部分之差时(V−A)，它只能耦合于左旋费米子或右旋反费米子。从一些典型的弱衰变实验中(比如极化条件下 μ 子到电子的衰变)，得到 W 玻色子对轻子的作用是 V−A 型的，即 $c_V=-c_A$，因而人们称电性流的理论是 V−A 理论。此时，宇称不守衡达到最大。由这种作用只能产生左旋中微子或右旋反中微子，这在所有实验中都得到证实。质量不为 0 的粒子的情况要复杂些，它们的螺旋性通常为小数，可视为左旋和右旋粒子的叠加。

由于中微子的螺旋性有选择性，容易看出中微子不满足正反共轭(电荷共轭)变换 C。也就是说，包含中微子的物理过程中 C 不守恒。实际上，所有弱过程中都有 C 不守恒。但是，CP 的联合作用将左旋中微子变成右旋反中微子，它们都是物理上存在的，也就是说，弱作用过程 CP 是守恒的。目前发现的 CP 不守恒的例外是 K 介子的衰变，其中 CP 的破缺也是轻微的。

4. 电弱统一和 W,Z 玻色子

电弱统一理论是格拉肖(S. Glashow)在 1961 年提出，温伯格(S. Weinberg)和萨拉姆(A.

Salam)在 1967 年各自独立的完成的。在这个理论中,电磁和弱作用被视为属于 SU(2)×U(1)规范对称性的同一种相互作用,通过传递 γ,$W^{\pm}$ 和 Z^0 四种玻色子来实现。理论的最重要预言是 Z^0 玻色子的存在。理论的详细表述需要用到场论和群论的许多知识,我们在这而只是简化的说明其基本思想。

(1)弱同位旋

可以引入一个弱同位旋量子数(T)来帮助我们理解电弱统一理论。每一代左旋夸克或轻子构成一个弱同位旋费米子双重态,它们可以通过发射或吸收 W 玻色子而相互转变。指定这样的双重态的 $T=1/2, T_3=\pm 1/2$。对右旋的反费米子,T_3 和电荷的符号改变。与此不同的是,右旋费米子(或左旋反费米子)不能与 W 玻色子耦合,它们是弱同位旋单态($T=0, T_3=0$)。表 12-9 列出了这些电弱作用的多重态。

(2)温伯格角

我们要求 T_3 在电性流作用中守恒,这样就必须有 $T_3(W^{\pm})=\pm 1$。显然 $W^{\pm}$ 是弱同位旋三重态中的两个,应当还有一个 $T=1, T_3=0$ 的态,我们称其为 W^0。W^0 并不等同于 Z^0,因为 W^0 与 $W^{\pm}$ 应当有相同的作用强度(用弱荷 g 标志),而实验表明 Z^0 与 $W^{\pm}$ 的作用强度并不相同。为此,我们可以引入一个相互作用的弱同位旋单态 B^0,它的 $T=0, T_3=0$,作用强度可以与 W 的不一样(用弱荷 g' 标志)。B^0 和 W^0 作用到费米子时,不改变费米子的弱同位旋,也就是不改变费米子种类。

表 12-9 电弱作用的多重态

			T	T_3
$\begin{pmatrix}\nu_e\\ e\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau\end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\begin{cases}1/2\\ -1/2\end{cases}$
e_R	μ_R	τ_R	0	0
$\begin{pmatrix}u\\ d'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}c\\ s'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}t\\ b'\end{pmatrix}_L$	$\frac{1}{2}$	$\begin{cases}1/2\\ -1/2\end{cases}$
u_R	c_R	t_R	0	0
d_R	s_R	b_R	0	0

电弱统一理论的基本思想是:实验上可观测的中性玻色子——γ 光子和 Z^0,是 B^0 和 W^0 线性组合,组合参量由在电弱空间的旋转角 θ_W(温伯格角)决定:

$$|\gamma\rangle = \cos\theta_W |B^0\rangle + \sin\theta_W |W^0\rangle$$
$$|Z^0\rangle = -\sin\theta_W |B^0\rangle + \cos\theta_W |W^0\rangle \qquad (12.4\text{-}2)$$

通过要求光子在中微子上的耦合强度为 0,可以得到关系:

$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}, \quad \cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}, \quad \tan\theta_W = \frac{g'}{g} \qquad (12.4\text{-}3)$$

还可得到 W 和 Z 玻色子的质量之比

$$m_W/m_Z = |\cos\theta_W| \qquad (12.4\text{-}4)$$

从各种涉及弱相互作用的实验中(如 $\nu e, e^+e^-$ 散射),可以定出

$$\sin^2\theta_W = 0.2319 \pm 0.0005 \tag{12.4-5}$$

由弱衰变的计算公式可以得到

$$m_W c^2 = \left[\frac{4\pi\alpha}{8\sin^2\theta_W} \cdot \frac{\sqrt{2}(\hbar c)^3}{G_F}\right]^{1/2} \approx 78\ \text{GeV} \tag{12.4-6}$$

$$m_Z c^2 = \frac{m_W c^2}{|\cos\theta_W|} \approx 89\ \text{GeV}$$

其中 α 为精细结构常量，G_F 为费米常量。可见，电弱统一理论的关键是四种玻色子的统一描写，特别是预言了 Z^0 粒子的存在。20 世纪 70 年代，由中性粒子交换(中性流)的弱作用过程得到众多实验的证实，表明了电弱统一理论的正确性。格拉肖、温伯格和萨拉姆为此获得了 1979 年的诺贝尔物理学奖。

电弱统一理论的更直接验证，是找到实粒子 W 和 Z，这需要做极高能下正反轻子或正反夸克的碰撞。1983 年，在欧洲核子中心的 SPS 上实现了 270 GeV 束流能量下的 $p\bar{p}$ 对撞，然后按照如下衰变模式确认玻色子的出现：

$$W^{\pm} \to e^{\pm} + \nu_e(\bar{\nu}_e), \quad W^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad Z^0 \to e^+ + e^-, \quad Z^0 \to \mu^+ + \mu^-$$

测量 Z^0 的衰变比较容易，因为两个衰变粒子都是带电轻子。在 W 的衰变中有一个末态粒子是很难探测的中微子。解决的办法是探测所有其它粒子，然后根据总动量守恒来确定有无中微子逃出，这要求探测器要很好的覆盖 4π 立体角空间。测量的电子或 μ 子能量高达 50 GeV 左右，为此需要建造体积庞大的探测系统。图 12-28 是当时 UA1 探测器工作的情况。当时的结果还比较粗，目前比较精确的结果是：

$$m_W c^2 = (80.41 \pm 0.10)\ \text{GeV}, \quad m_Z c^2 = (91.187 \pm 0.007)\ \text{GeV} \tag{12.4-7}$$

与电弱统一理论预言的非常接近，表明了理论的巨大成功。实验的领导者 C. 鲁比亚(C. Rubbia)为此获得了 1984 年的诺贝尔物理学奖。

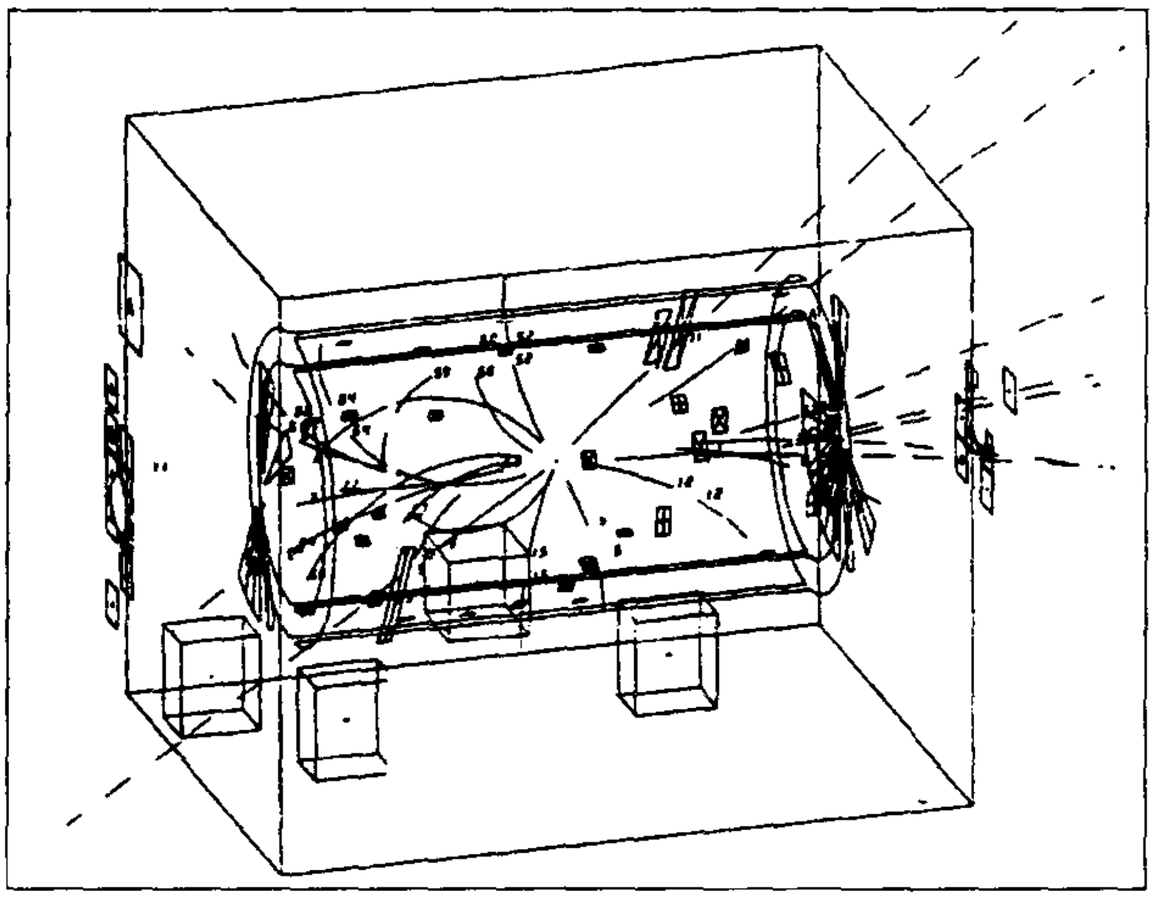
1989 年以后，CERN 的正负电子对撞机 LEP 达到了足够高的能量，可以产生 Z^0 ($e^+ + e^- \to Z^0$)，并且在质心能量超过 2 倍 W 质量后，还可同时产生两个 W 玻色子($e^+ + e^- \to Z^0 \to W^+ + W^-$)。电子碰撞的信号要干净得多，这样就大大丰富了 W 和 Z 的研究，目前对它们的各种性质和衰变分支都已作了比较详细的研究，具体结果可查粒子数据表。

§12.5 对称性与守恒定律

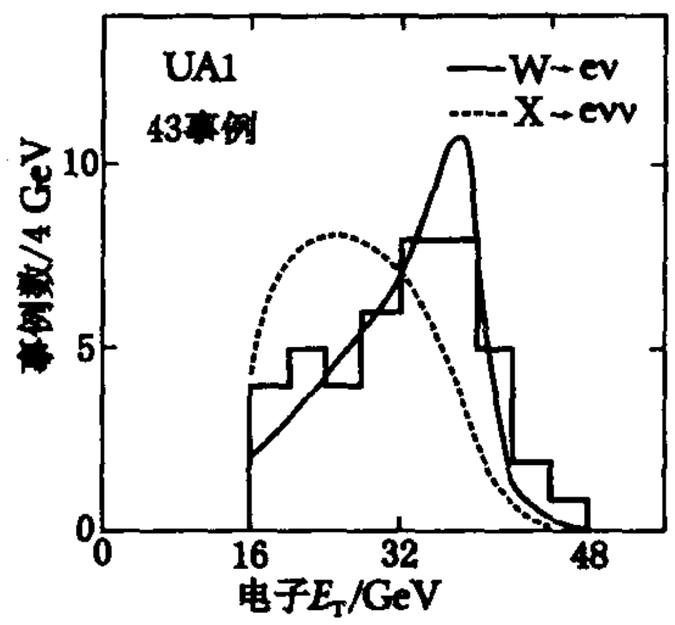
对称性与守恒定律是物理学最基本的知识和研究课题。从前面的章节中可以看出，粒子物理是对称性与守恒定律最为丰富的领域。在前面个别讨论的基础上，我们在这一节中给出比较系统的有关对称性的知识。

1. 对称性

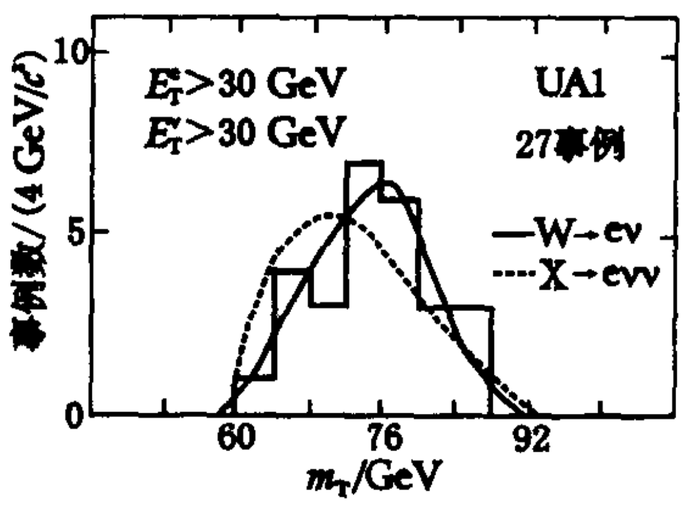
首先，需要明确对称性在不同理论框架下的含义。德国数学家威尔(H. Weyl, 1885—1995)给日常碰到的几何对称性下了一个非常好的定义。他说："假定你对某个系统施加一种操作，如果系统在被操作前后看起来完全一样，我们就说系统在这个操作下是对称的，或系统具有这个操作所对应的对称性"。在经典物理学中，对称性是指物理规律及其表达式在某种变换下不变。比如按照牛顿定律，两点间的万有引力只与它们的间距有关，系统的空间平移、转



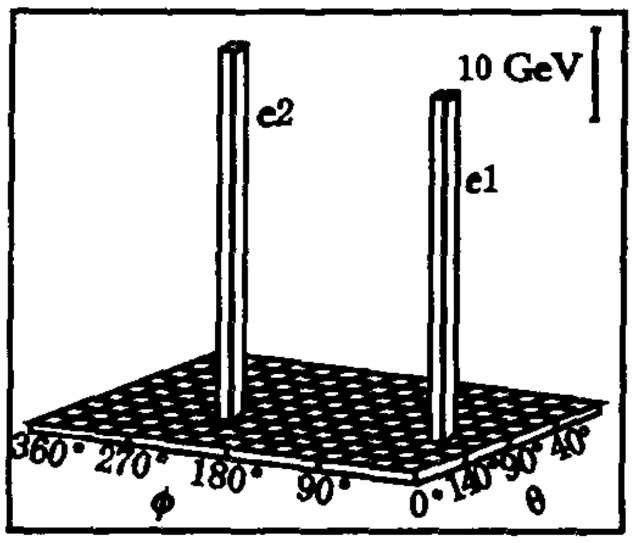
(a)



(b)



(c)



(d)

图 12-28 (a)在 CERN 的 SPS 上的一次 $p\bar{p}$ 对撞的粒子径迹重建图[引自 G. Arnison et al., Phys. Lett. **B126**,398(1983)]。(b),(c)在 $p+\bar{p}\rightarrow W+$其它,然后 $W\rightarrow e+\nu$ 实验中测得的电子能谱和电子加中微子总能量谱。实线表示丢失动量与电子动量相反的事例,而虚线表示三体本底。重建的 W 玻色子质量为(81±2) GeV[引自 G. Arnison et al., Phys. Lett. **B129**, 273(1983)]。(d)在 $p+\bar{p}\rightarrow Z^0+$其它,然后 $Z^0\rightarrow e^+ + e^-$ 实验中测得的电子的角度和能量,由它们重建的Z^0的质量为(91±2)GeV[P. Bagnaia et al., Phys. Lett. **B129**,130(1983)]

动、时间推移等并不影响作用力及其数学表达，由此我们说牛顿定律具有相应的几种对称性。在量子力学中，系统的描述依赖于波函数。对称性是指变换前后的波函数满足相同的运动方程，并由此导出变换算符与哈密顿量对易。在量子场论中，对称性是指系统的拉格朗日量在某种变换下不变。

自然界中的对称性是和守恒定律相联系的，这一点可用内特尔(Noether)定理来表述：如果运动规律在某一变换下具有不变性，则必然相应地存在一个守恒定律。这个定理最初是在经典物理中提出的，后来证明它在量子理论中也成立。李政道教授指出，对称性根源于自然界中某些绝对量的不可测量性。比如，空间的绝对位置、绝对方向不可测量，绝对时间不可测量等。

对称性可分为时空对称性和内禀对称性，前者对应于经典的时空变换，而后者指在粒子内禀的广义坐标上的变换，没有经典对应。对称变换又可分为连续变换和分立变换。连续变换对应的是相加性守恒量(即总体量是各部分的该量之和，如能量、动量、电荷、奇异数等)，而分立变换对应的是相乘性守恒量(即总体量是各部分的该量之积，如宇称等)。

2. 自然界的守恒定律

表 12-10 给出了目前认识到的对称性和守恒定律。其中大部分已在前面接触过，这里再作一些补充。

表 12-10　对称性与守恒定律

	对称性	守恒量	适用范围		
			强作用	电磁作用	弱作用
连续变换	空间平移	动量 p	Y	Y	Y
	空间转动	角动量 J	Y	Y	Y
	时间平移	能量 E	Y	Y	Y
	电荷规范变换	电荷 Q	Y	Y	Y
	重子数规范变换	重子数 B	Y	Y	Y
	电轻子数规范变换	电轻子数 L_e	Y	Y	Y
	μ 轻子数规范变换	μ 轻子数 L_μ	Y	Y	Y
	τ 轻子数规范变换	τ 轻子数 L_τ	Y	Y	Y
	同位旋空间转动	同位旋 I	Y	N	N
	绕同位旋 3 分量转动	同位旋 3 分量	Y	Y	N
	奇异数规范变换	奇异数 S	Y	Y	N
	粲数规范变换	粲数 C	Y	Y	N
	底数规范变换	底数 D	Y	Y	N
分立变换	正反粒子变换	C 宇称	Y	Y	N
	空间反射	宇称 P	Y	Y	N
	时间反演		Y	Y	N
	G 变换	G 宇称	Y	N	N
	全同粒子变换	变换性质	Y	Y	Y

(1)正负粒子变换(又叫电荷共轭变换)C，是指在一个系统中，将全部粒子转换成它们各自的反粒子。在 C 变换下，粒子的所有内禀相加性量子数(如 Q，B，L_e，S 等)都改变符号，而时间、空间、动量、角动量等不变。在 C 变换下，电磁场强度 $\boldsymbol{E}$，$\boldsymbol{B}$ 也要变号，因而光子具有负的 C 宇称。凡是内禀相加性量子数皆为 0 的中性粒子，称为纯中性粒子，它们的反粒子就是

它们本身(如光子,π^0,ρ^0,η 等)。对于非纯中性粒子,由于相加性量子数不为 0(正反粒子不相同),为了满足守恒关系,正反粒子必须成对产生或湮没。由多个粒子组成的系统,其 C 变换特性不仅与各粒子本身的 C 量子数有关,而且与系统的时空结构有关系。比如对于一对正反粒子组成的系统,其 C 量子数为 $(-1)^{l+s}$,与两粒子的轨道量子数 l 和总自旋 s 有关。

(2)G 变换,指 C 变换和绕同位旋第二轴转动 180°变换的乘积:$G=CI_2(180°)$。由于许多粒子不是 C 的本征态,计算 C 量子数不方便,这时往往采用 G 宇称。同一组同位旋多重态具有相同的 G 宇称,比如 π^+,π^- 和 π^0 的 G 宇称都是 -1。G 宇称可视为是 C 宇称的推广,但仍然不是所有粒子均具有确定的 G 宇称。

(3)CPT 守恒。如前所述,在中性 K 介子的衰变中发现了少量的 CP 不守恒现象。但人们仍然相信,CPT 守恒是严格成立的。在量子场论中,CPT 守恒可以从理论上得到严格的证明,并被称为 CPT 定理。它的表述是:任何一种定域相互作用的哈密顿量,如果满足洛伦兹变换下的不变性,则该相互作用在 CPT 联合作用下是不变的。因此,CP 守恒在弱作用中的破坏,就意味着 T 对称性在弱作用中也是破坏的。根据 CPT 守恒,可以推出:正反粒子具有相同的质量和寿命,它们的磁矩大小相等而符号相反。对这些物理量的测量,也提供了实验检验 CPT 定理的途径。至今的实验数据表明,CPT 定理在误差范围内是严格成立的。

§12.6 标准模型及其发展

1. 标准模型

标准模型是目前人们用来描写“基本”粒子和它们的相互作用的比较成熟的规范量子场论理论(它被称为模型只是由于历史的原因),它的内容包括:

(A)“基本”粒子

(1)自旋 1/2 的费米子:三代轻子及其反粒子;三代夸克及其反粒子。

(2)自旋 1 的规范玻色子:四种电弱玻色子(γ,$W^{\pm}$,W^0);八种胶子。

(3)自旋 0 的希格斯玻色子。

(B)相互作用

(1)电弱统一理论——EW。

(2)强作用的量子色动力学——QCD。

尽管至今并未观察到自由的夸克和胶子,科学家们相信标准模型是目前人类认识物质世界的基本理论。夸克存在的真实性是基于强子谱的分析、轻子的深度非弹散射以及正负电子湮没产生强子时的统计性等等。相互作用玻色子的存在是理论的规范不变性所要求的,同时也有许多实验证据。至今为止,标准模型与实验符合得很好,因此人们有理由相信它是在相当范围内成立的基本理论。但标准模型在诸多基本的方面仍存在问题。

标准模型面临的最大困难可能是质量问题。在标准模型中,具有规范不变性的拉格郎日量不含质量项,也就是说,出现在规范理论中的费米子和玻色子原则上都没有质量,这显然与实验不符;而如果人为的加入质量项,又必然要破坏规范不变性。解决这个矛盾的办法,是引入至少一种特殊的自旋为 0 的玻色子场,称为希格斯(higgs)场。规范玻色子和费米子场可以与希格斯场发生作用而获得质量。在希格斯场存在的情况下,物理真空(场能量的最低点)将偏离规范对称点。也就是说,拉格郎日量本身具有规范不变性,但在真空点附近规范对称性是

破缺的,在真空基础上获得的粒子可以具有质量。这样就同时照顾到了规范对称性和质量。但这样解决问题,不是从物理原理出发,而更像是一种技术手法。由于质量在任何理论中都具有核心地位,希格斯玻色子的存在与否,就成了涉及整个理论框架的关键问题。对希格斯场的描写有较大的任意性,这给实验带来了很大的困难。希格斯玻色子的质量被预言在 4 GeV/c^2 到 1 TeV/c^2 之间。目前实验已排除了大约小于 100 GeV/c^2 的质量区。欧洲核子中心(CERN)正在建造一台价值 23 亿美元的大强子对撞机(LHC),将采用 pp 对撞,对撞能量将达到 2×7 TeV,亮度 10^{34} $cm^{-2}s^{-1}$。它的首要目标,就是寻找希格斯玻色子。LHC 预计在 2004 年后投入运行,中国政府已经投入了一些经费,支持中科院高能物理所和北京大学、中国科技大学、南京大学等参与 LHC 上物理工作的合作。显然,如果在 LHC 上找不到希格斯粒子,则目前看起来很美观的规范场理论框架将不得不重新考虑。

如果希格斯玻色子存在,则规范场理论具有基本的合理性因而应当在标准模型的基础上继续发展。目前仍有许多基本问题是标准模型无法解答的,比如:

(1)粒子的代。目前发现的轻子和夸克都是三代。在标准模型的计算中为了抵消掉非正常项,要求费米子成代出现,但并不限制只有三代。目前这还是一个需要由实验回答的问题。确定有无新的代仍具有重要的意义。假如能发现许多新的代,可能意味着夸克和轻子不是基本的,应当有更深层次的结构。反之,如果代数限定在小的范围,则会促使人们以夸克轻子作为基础去寻求更高的对称性。

(2)标准模型中仍然有许多的参量需要由实验确定,比如相互作用的耦合常量(e,g,g_s),电弱混合角(θ_W)以及费米子(夸克和轻子)的质量、希格斯玻色子的质量等。

(3)标准模型的对称性有明显的缺陷。比如弱作用可以改变夸克的味,因此夸克的三代之间可以相互转变;但目前没有发现任何作用可以改变轻子的代,这种夸克与轻子的不对称性在标准模型中无法解释。又比如左旋费米子在标准模型里是 SU(2)双重态,而右旋费米子却是单态。还有费米子和玻色子在理论中的地位有明显区别;电弱统一而与强作用不统一,引力场还没有量子理论等等。这些都表明标准模型可能是更完整的对称性更高的理论的一部分。

以上讲到的这些缺陷的存在,并不降低标准模型的地位。首先,标准模型在至少 100 GeV 以下能区与实验符合很好,与历史上任何别的理论相比,它的适用范围是空前的。另外,标准模型提供了理论的完美性,它同时包含了相对论和量子理论的成就,并以其规范性而在数学上自恰,这就使它一方面为未来理论的发展提供了应当遵守的基本框架,另一方面又具有很强的预言实验的能力。因此,认为标准模型是人类对物质世界认知历史上的一个重要台阶是不过分的。

2. 大统一理论

物理学家总是追求基本的和简单统一的理论。历史上,麦克斯韦曾将电和磁统一为经典的电磁场理论。爱因斯坦曾试图将电磁力和引力统一描述但没有成功。温伯格、萨拉姆和格拉肖建立了规范量子场的电弱统一理论。很自然,物理学家们设想这个过程可以继续下去,而相对比较容易的是将电弱理论与强作用的量子色动力学统一起来,形成所谓的大统一理论——GUTs(grand unified theories)。

当我们谈论相互作用的统一时,都有一个适用的能量范围的问题。实际上在现实世界中,四种基本相互作用是明显区别的。所谓统一,是指在高得多的能量下,相互作用可以遵从统一的规范对称性,具有相同的作用强度和同一组规范玻色子。但在较低能量下,对称性发生自发

破缺,表现为对称性、强度和交换玻色子都不同的几种相互作用。为了理解对称性自发破缺的概念,我们可以比较气体到晶体的变化。设想一个由大量原子组成的系统,当温度很高时,系统呈自由气体状态,在各个方向上性质完全相同,即具有充分的几何对称性。当温度降低以至形成晶体时,系统内部形成晶轴,有了特定的内在方向,原有的几何对称性就降低了。这就是体系相变过程中为达到能量较低的状态而引起的对称性的自发破缺。相互作用对称性的自发破缺具有类似的含义。当我们在前面比较相互作用的强度时,都是以目前实验室的测量为基础的,相互作用的耦合常量(比如电磁作用里的常量 e 或 $\alpha = e^2/(4\pi\varepsilon_0 \hbar c)$)也是按现有的数据定出来的。实际上,耦合常量并非真正的常量,而是随能量变化的,只是变得很缓慢。我们不去推导,只是定性的来分析这个问题。由于高能下的作用对应于近距离的作用,所以能量尺度的问题也就是空间尺度的问题。比如考虑一个电子的静电作用,在一般的测量中(如密里根油滴实验),作用虚光子的波长较大,感受到的是较大范围的电子的存在,作用强度由电荷量 e 决定。但在极高能散射实验中,动量转移大,虚光子波长很短,可以感受到极小尺度的电子,此时电子的有效电荷会增大。如图 12-29(a)所示,在电子附近,由于电场极强而会使真空极化,由虚光子引起大量虚的正负电子对,它们的正电荷朝向待测电子而负电荷相对远离,因此在外部的任何距离上测量,都会有裸电荷被屏蔽的现象,从而使有效作用强度降低。当然这种变化主要发生在极短的距离处。比如在 10^{-3} fm 处(动量转移约 200 GeV/c),有效电荷量增加约 1%;在 10^{-9} fm 处,有效电荷增加约 2%,而在 1 fm 之外,有效电荷量都是 e。由此可见,所谓相互作用耦合常量实际上巡行耦合常量(running coupling constant),即与能量(或距离)有关的常量。强作用的耦合常量也发生类似的变化,但变化的方向却正好相反。比如一个 u_R 夸克可以发射 $R\bar{B}$,$R\bar{G}$ 等虚胶子使自己的 R 色荷被弥散开去[图 12-29(b)],从而使近距离处的有效作用降低,u_R 本身变成 u_B 或 u_G 夸克($u_R \to u_B + R\bar{B}$,$u_R \to u_G + R\bar{G}$)。这些变化意味着在一定的能量下,不同相互作用的耦合常量可能变得相等从而无法区分。不同模型下定量计算的结果很不一样。图 12-30 是一个例子,它表明在大约 100 GeV 时,电磁和弱相互作用统一,而在约 10^{15} GeV 能区,强和电弱作用统一。引力的统一问题更加复杂,而且只能在更高的能量下实现。

在有了力的统一的图像之后,需要解决具体的理论实现问题。GUT 的基本思想,是将所有的费米子(轻子和夸克)当成一组粒子来考虑,也就是将色的三维空间和电弱的二维空间扩展成统一的五维空间,费米子的运动方程至少满足 SU(5)对称性。SU(5)的多重态可以表示为比如$[(\nu_e, e^-), (\bar{d}_R, \bar{d}_G, \bar{d}_B)]_L$,前面两个是 SU(2)双重态,后三个是 SU(3)三重态,都采用左旋粒子(下标 L)是为了保持所需的对称性。SU(5)对称性所导致的相互作用应由 24 个规范玻色子来代表,除了已有的 12 个($\gamma, W^{\pm}, Z^0$ 和 8 个胶子)外,其它是 6 个带色和带 $-e/3$ 电荷(Y_R, Y_G, Y_B)或 $4e/3$ 电荷(X_R, X_G, X_B)的玻色子及其反粒子,被称为 Y 粒子或 X 粒子。

GUT 可以提供一些重要的预言。首先,在标准模型中作为自由参量出现的电弱混合角在 GUT 中可以被推算出来,结果是 $\sin^2\theta_W = 0.22$,与实验结果非常接近。GUT 还可以计算同一代费米子的质量关系,比如它给出 τ 轻子与 b 夸克的质量之比为 1∶3,与实际的结果相符。GUT 的更有趣的结论是,轻子和夸克之间可以直接耦合,也就是说,在 10^{15} GeV 能区,轻子和夸克实际上是同类粒子,可以相互转化,轻子数和重子数不再分别守恒,而需要统一考虑(B-L 守恒)。这时,夸克可以通过发射一种 X 粒子直接衰变成轻子($q \to X + l$)。这种过程的出现,

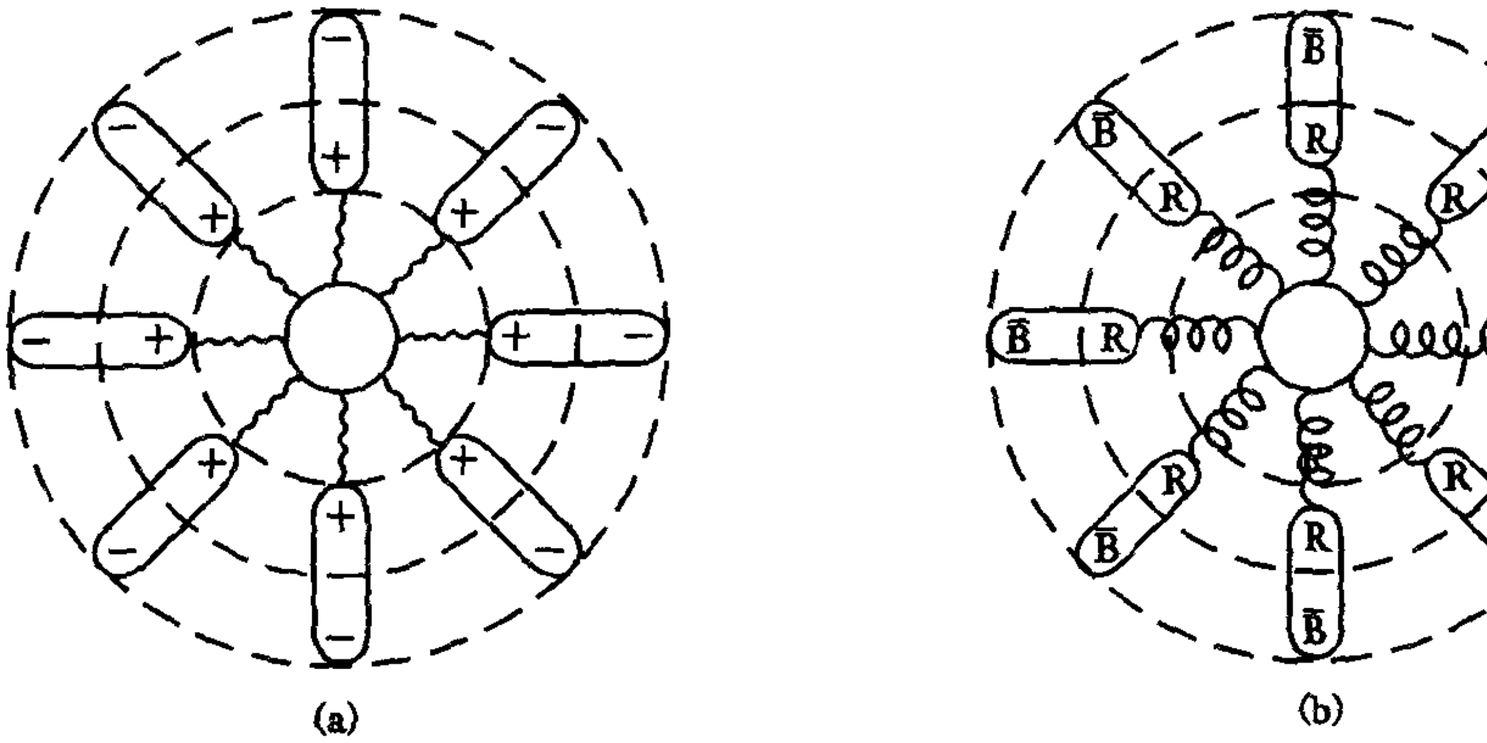


图 12-29　示意图(a)一个待测的电子被虚 e^+e^- 对所包围；(b)一个 R 夸克发射虚 $R\bar{B}$ 胶子使其 R 色被弥散到更大范围

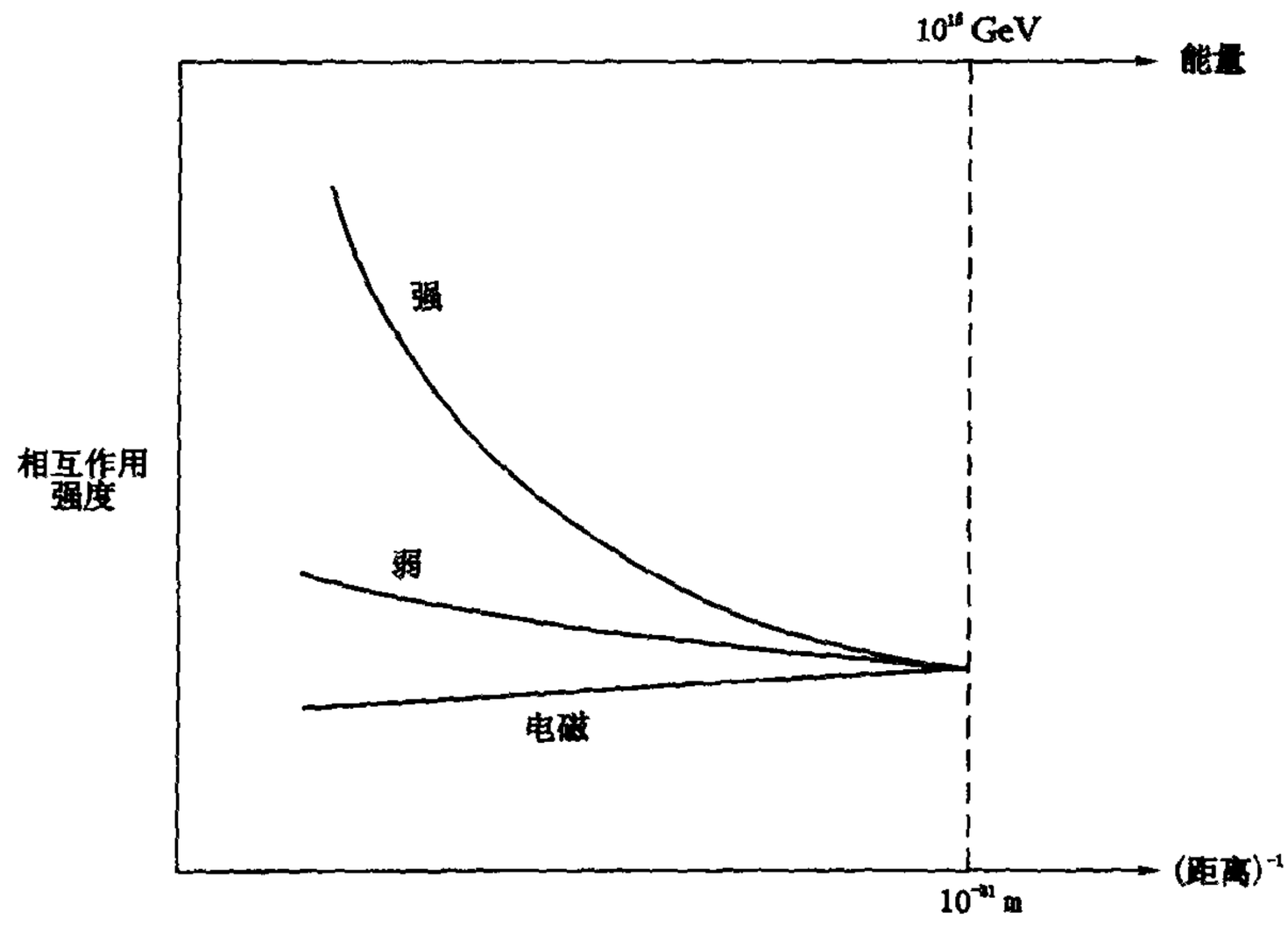


图 12-30　相互作用强度随能量的变化

使得质子可以衰变(图 12-31)。按照 X 粒子的质量为 10^{15} GeV,可以估算出质子的寿命是 10^{31}a量级。这个量很大,但还是可以测量的。用边长 20 m 的立方体容器装满水,其中的质子可达 10^{33}个,这样可以期望其中每天有大约一个质子衰变。但经过大量的实验,人们尚未观察到质子衰变,说明质子的寿命还要长得多,但如果超过 10^{33} a,则会造成 GUT 若干预言之间的巨大矛盾。所以 GUT 尽管有理论上的吸引力,但目前看来仍有较大的缺陷。

3. 包罗一切的理论

在标准模型的基础上,理论物理学家已经在试图构造包括所有相互作用和基本粒子,并且具有完整的对称性和时空变换特性的包罗一切的理论 TOE(theories of everything),其中典型的如超对称和超弦理论。

超对称理论将费米子和玻色子等价看待，每个费米子都对应一个玻色子，反之亦然。所以夸克对应自旋为整数的标量夸克 $\tilde{q}$(squark)，而光子对应自旋是 1/2 的光微子 $\tilde{\gamma}$(photino)，胶子对应胶微子 $\tilde{g}$(gluino)等等。超对称理论有许多优越性，比如它自然地包含了标准模型，可以容纳引力场，可以解释天体物理中的某些疑难问题等等。目前已利用超对称理论进行了许多定量计算和预言，实验上也已经把寻找超对称粒子作为重要课题(比如 LHC 的物理目标)。

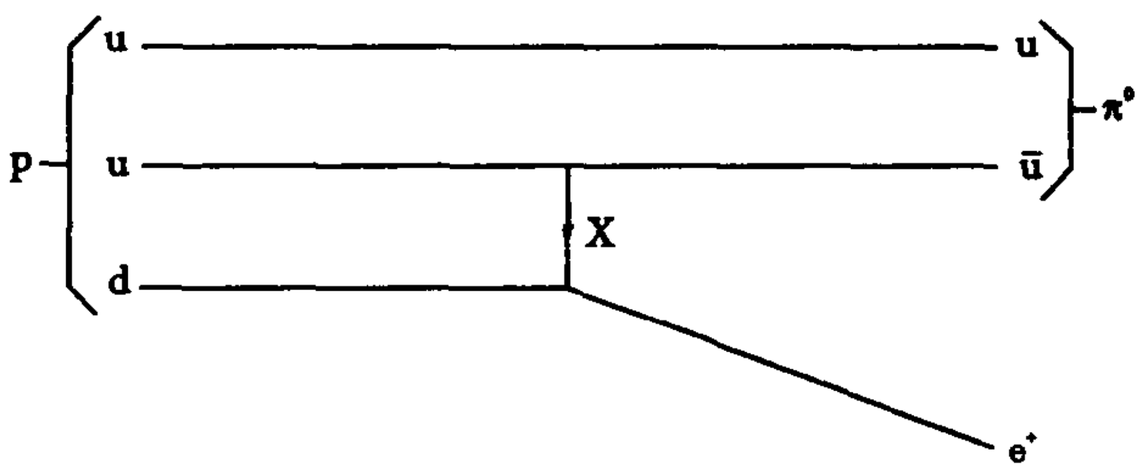


图 12-31　质子衰变过程

在超弦理论中，粒子被视为一条弦，而不是一个点。理论在高维空间中来表示，可以导出所有的粒子和相互作用。

总之，标准模型在理论上提供了比较完美的框架，与实验符合很好，它的成功是人类认识物质世界的一个重要里程碑。与此同时，标准模型还为基本物理学进一步的发展提供了重要的理论原则和实验检验的基础。

习　　题

12-1. 计算 1 GeV 的质子和 1 GeV 的 ^{197}Au 的德布罗意波长。

12-2. 讨论在反应 $\pi^- + d \rightarrow n + n + \pi^0$ 中容许的角动量和宇称。已知 π 介子的自旋宇称是 0^-，而且入射 π^- 的能量很低。

12-3.(a)说明 $\pi^+\pi^-$ 系统只能处在轨道角动量量子数 l = 偶数而总同位旋 $T=0$ 或 2 的态上，或者 l = 奇数而 $T=1$ 的态上。(b)说明 $\pi^0\pi^0$ 系统只能在 $T=0$ 或 2 的态上，因而 l 只能为偶数。(c)讨论 $\pi^+\pi^+$ 系统可能的状态。

12-4.(a)产生 Ω^- 的常用办法是采用 p-p 对撞，给出遵守所有强作用守恒定律的反应并算出反应所需的阈能。(b)给出用 K^- 产生 Ω^- 的反应并算出阈能。

12-5. 在衰变母体为静止的参照系中，计算每个衰变产物的动能(对重粒子采用非相对论近似)：

(a)$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$；

(b)$\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$；

(c)$\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + K^-$；

(d)$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$

12-6. 在衰变母体为静止的参照系中，计算每个衰变产物的最大动能(对重粒子采用非相对论近似)：

(a)$\omega \rightarrow \pi^+ + \pi^- + \pi^0$；

(b)$K_L^0 \rightarrow \pi + \mu^+ + \nu_\mu$；

(c)$\Sigma^- \rightarrow n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$；

(d)$\psi \rightarrow \omega + K^0 + \bar{K}^0$

12-7. 在下列反应中，计算出各出射粒子的总动能。假定式中第一个粒子以给出的动量

入射到静止的第二个粒子上。

(a)$K^- + p \rightarrow \Sigma^- + \pi^+$　　$p_i = 1.2\ \mathrm{GeV}/c$

(b)$\pi^- + p \rightarrow \rho^0 + n$　　$p_i = 2.4\ \mathrm{GeV}/c$

12-8. 假定下列反应中前一粒子入射到静止的第二个粒子上,求反应的阈能:

(a)$K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$;

(b)$\bar{p} + p \rightarrow \gamma$;

(c)$\pi^- + p \rightarrow \omega + n$

12-9. 分析下列衰变或反应违反了那些守恒定律。如果可能,指出这些过程通过什么相互作用仍能发生。

(a)$\pi^+ + p \rightarrow p + p + \pi^0$;

(b)$\Sigma^+ \rightarrow n + e^+ + \nu_e$;

(c)$K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + e^-$;

(d)$\pi^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \Sigma^0$;

(e)$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^0 + \pi^-$;

(f) $K^+ \rightarrow \pi^+ + e^+ + \mu^-$

12-10. 用夸克结构分析下列衰变过程:

(a)$\Omega^- \rightarrow \Lambda^0 + K^-$;

(b)$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$;

(c)$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-$;

(d)$\Lambda_c^+ \rightarrow p + \bar{K}^0$

12-11. 用夸克结构分析下列反应过程:

(a)$K^- + p \rightarrow \Omega^- + K^+ + K^0$;

(b)$p + p \rightarrow p + \pi^+ + \Lambda^0 + K^0$;

(c)$K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$;

(d)$\pi^- + n \rightarrow \Delta^- + \pi^0$

12-12. 按夸克结构分析下列反应与衰变过程:

(a)$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$;

(b)$\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$;

(c)$K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$

第十三章　核天体物理学基础

对于核物理和粒子物理工作者而言，早期宇宙是一个难得的天然加速器，它所提供的粒子能量和密度是人工方法永远无法企及的。尽管不可能对早期宇宙中的现象做任何直接测量，但是通过对最终产物的分析和对各种反应的实验室研究，我们可以推知当时的许多情况。实际上，现在流行的大爆炸宇宙学正是基于广义相对论、粒子物理的标准模型、粒子与核反应数据，以及一些合理的假设。任何理论都必须首先能导出宇宙中早期形成的轻同位素的丰度，进一步是确定在恒星中重元素的形成原因。

从地球的角度看，宇宙的演化可以分为四个阶段：原初核合成和原子的形成；星系凝聚；恒星核合成；太阳系的形成。我们所说的宇宙的年龄是这四个阶段相加而成。第一阶段从大爆炸到稳定的氢和氦原子（以及极少量的其他较重原子）的形成。尽管有涉及到核和粒子性质的许多不定因素的影响，对这一阶段的持续时间的推测还是比较准确的。并且由于这一阶段相对而言是很短的（约 10^6 a），因此对上百亿年的宇宙年龄的影响可以忽略不计。星系凝聚阶段是由万有引力控制的，它的持续时间约 20 亿年，核物理和粒子物理对这一阶段没有影响。恒星核合成阶段的不确定因素最多，需要大量实验室的核反应研究。最后，太阳系的变迁是最清楚的。显然，从核物理和粒子物理的角度，我们关心的是第一和第三阶段。

§13.1　大爆炸及其实验依据

20 世纪最重大的发现之一，就是宇宙的膨胀。这一现象是哈勃在分析遥远星系的光谱时发现的。由遥远星系发出的光谱线，相对于地球上同样光源发出的谱线，向长波方向移动，这就是所谓的“红移”现象。与多普勒效应相类似，“红移”表明了光的发射体以一定的速度相对于地球远去。哈勃分析了星系后退的速度，并得到了哈勃定律：

$$v = Hd \tag{13.1-1}$$

其中 v 是星系后退的速度，d 是另外独立测得的星系离地球的距离，而 H 是与距离无关的常量，被称为哈勃常量，即与距离无关。图 13-1 给出了星系的距离与后退速度的关系图。可以看出，实验定的哈勃常量误差很大，分布在（50～100）$\mathrm{km\cdot s^{-1}/Mpc}$ 之间。分析表明，哈勃常量的平均值是 67 $\mathrm{km\cdot s^{-1}/Mpc}$。Mpc 是天文上使用的距离单位，一个 Mpc 等于 3.26×10^6 光年。

依据现在观测的结果，膨胀是宇宙的基本性质。但由于万有引力的作用，膨胀的特性是随时间变化的，即哈勃常量实际上是时间的函数。我们定义 $R(t)$ 为宇宙中任意星系间的典型距离，由哈勃定律：

$$H = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} \tag{13.1-2}$$

利用广义相对论，可以导出 H 的时间依赖关系：

$$H^2 = \frac{(\mathrm{d}R/\mathrm{d}t)^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \tag{13.1-3}$$

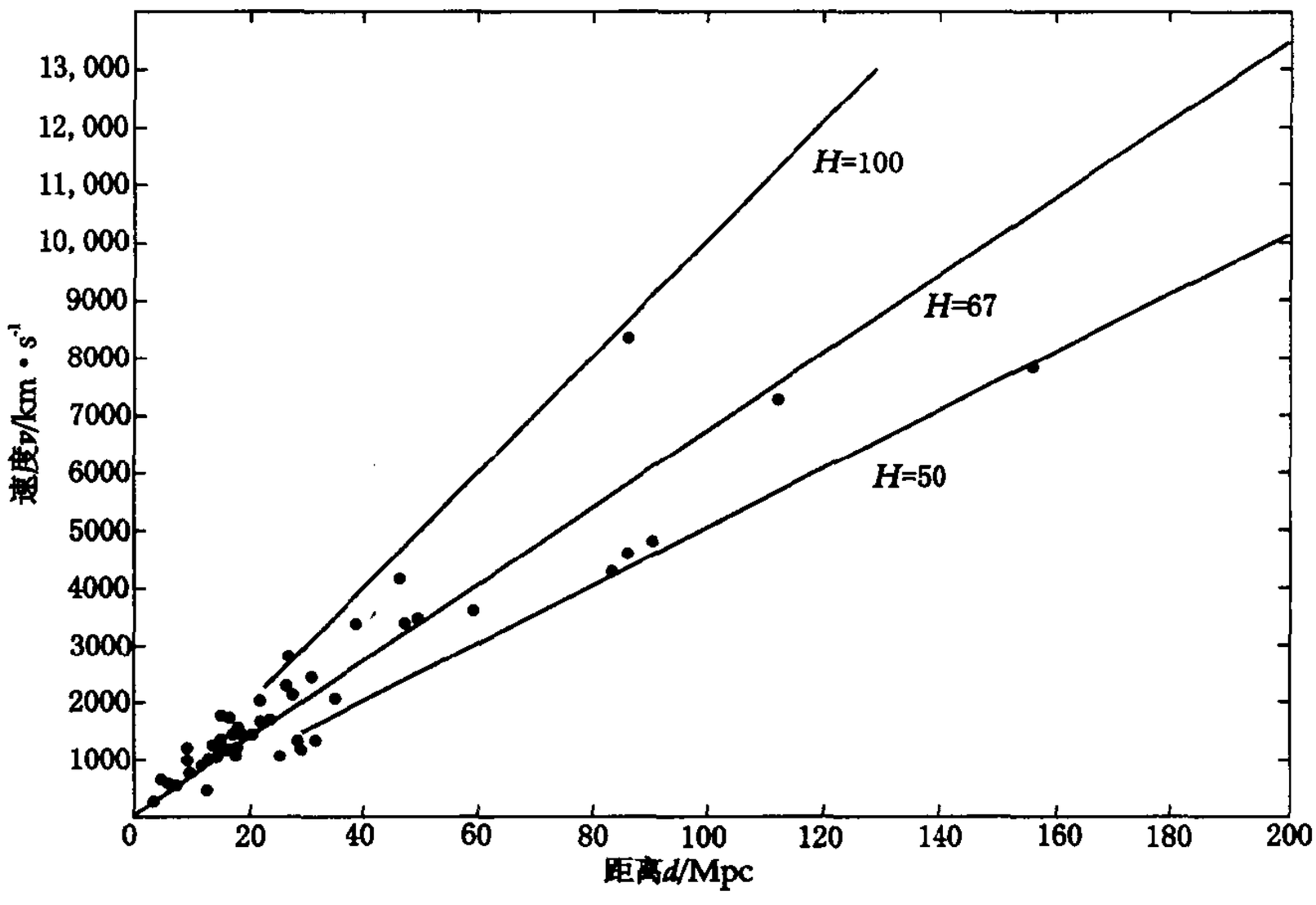


图 13-1　当今的星系距离与后退速度之间的关系

[引自 M.Rowan-Robinson, The Cosmological Distance Ladder, Freeman, New York, 1985]

其中 G 是牛顿引力常量，$\rho(t)$是宇宙的平均质量能量密度，它是随时间变化的。k 是由基本时空几何决定的参量：$k=0$ 对应“平缓”的空间；$k=+1$ 对应“封闭”的空间；$k=-1$ 对应鞍状的弯曲空间。Λ 是天体常量，在这里的讨论中可以略去。

如果宇宙从 $t=0$ 开始就以匀速膨胀，即 $\mathrm{d}R/\mathrm{d}t$ 为常量，则 13.1-1 式可改写为 $d=vt$。按目前的哈勃常量，可以推出宇宙的年龄 $t=1/H\approx(15\pm5)$ Ga。这当然只是一个上限。由于过去宇宙膨胀速度比现在大(哈勃常量 H 比现在的大)，因此宇宙的实际年龄应当比 15 Ga 小一些。图 13-2 显示了各种参量对估计宇宙年龄的影响。其中 $q=-R(\mathrm{d}^2R/\mathrm{d}t^2)/(\mathrm{d}R/\mathrm{d}t)^2$ 是无量纲的减速参量，用以描写引力对宇宙膨胀的减缓作用。

上面的估算中，假定了宇宙有一个年龄的起点 $t=0$，此时宇宙的半径 $R=0$。这就是说，宇宙膨胀的观点必然导致一个时间的奇异点，在这个点上宇宙的所有物质(能量)被压缩在极小的范围内，导致无穷大的能量密度。这就是所谓大爆炸的产生点。为了分析方便，我们假定 13.1-3 式中的 $k=0$。在紧随大爆炸之后，可以想象只有能量极高的粒子以光速运动，$E=pc=hc/\lambda$ 成立。能量密度

$$\rho_R=\frac{E}{V}=E_q\cdot n_q\propto\frac{1}{R}\cdot\frac{1}{R^3}$$

其中 E_q 表示每个量子的能量，n_q 表示单位体积中的量子数目。因此，可以取 $\rho_R=C/R^4$。代入 13.1-3 式，得

$$\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{8\pi GC}{3}}\frac{1}{R^2}\qquad(13.1\text{-}4)$$

积分得

$$t=\sqrt{\frac{3}{32\pi G\rho_R}}\qquad(13.1\text{-}5)$$

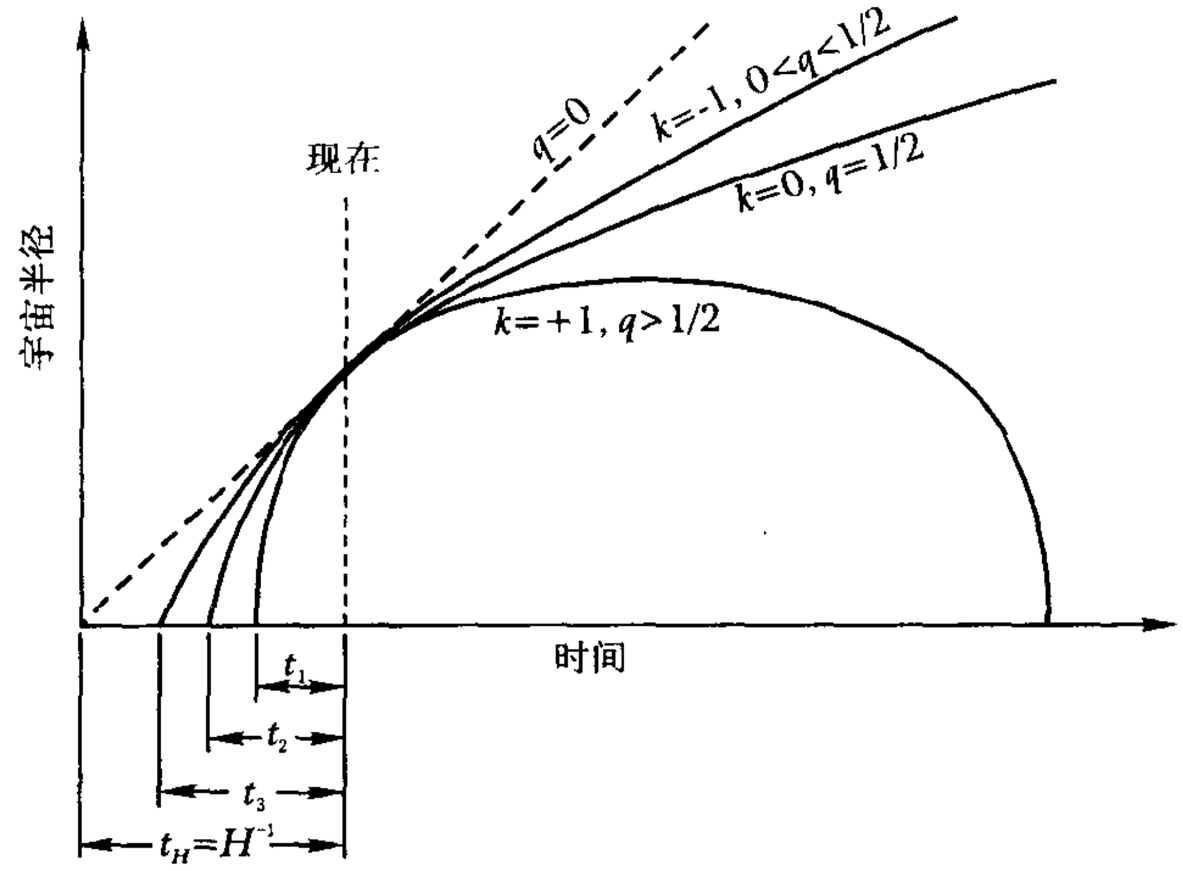


图 13-2　不同参量条件下宇宙的半径随时间的变化[①]

如果用黑体辐射的能量密度 $u(T)$取代 ρ_R，得到温度关系：

$$\rho_R = \sigma T^4 \tag{13.1-6}$$

其中 σ 是斯特藩常量。这样，我们就可得到在辐射为主的阶段中时间 t(s)和温度 T(K)之间的重要关系：

$$T = \frac{1.5 \times 10^{10}}{t^{1/2}} \tag{13.1-7}$$

温度是描写早期宇宙的重要参量。温度足够高时，光子和其它粒子处于平衡状态，正反粒子的产生和湮没也是平衡的。比如对于电子，$e^+ + e^- \leftrightarrow 2\gamma$ 过程是平衡的。为了使两个光子变成正负电子的过程能够发生，要求光子的能量至少为 0.511 MeV，对应的温度是 6×10^9 K。显然当温度低于这个值时，反应的平衡将被打破，正负电子湮没成光子，而逆过程却不能发生，宇宙中正负电子减少，而光子增加。

我们于是得到大爆炸宇宙学的框架如下：当今的宇宙是在无穷高温度和能量密度的时空奇异点上产生的，初始的成分是最基本的粒子和反粒子以及光辐射。随着宇宙的膨胀和冷却，各类正反粒子逐渐退出与光辐射的平衡。我们现今观察到的，是粒子湮没后的剩余部分以及不再能产生粒子的较低能量的光辐射。

除了宇宙的膨胀现象外，对大爆炸理论的另一个重要支持，是宇宙的微波背景辐射。这种背景辐射就是大爆炸的剩余辐射，它是在 1964 年由贝尔实验室的彭齐阿斯(Penzias)和威尔逊(Wilson)发现的。当时他们在调整一个用于联系人造卫星的天线，当波长调到 73.5 mm 时，发现一种无论如何也去不掉的背景“噪声”。他们最后认定这是一种在各个方向上均匀存在的真实信号，对应于 3.1 K 温度的黑体辐射。随后天文学家们进行了全面的能谱测量，发现这种背景辐射的确满足黑体辐射的能量分布。现在得到的背景温度的最好结果是(2.7±0.1) K。

尽管大爆炸理论已得到很好的证明，但仍有许多问题并不清楚。比如，是什么因素导致均

① 参见[22]758 页。

匀分布的粒子凝聚成星系？在时空奇异点另一侧的宇宙是否与现存的宇宙对称？大爆炸时是否有我们现在未知的大量奇异粒子存在？等等。

§13.2 早期宇宙中的粒子与核相互作用

1. 早期宇宙中的粒子相互作用

尽管我们不知道大爆炸时的细节情况，但从温度的变化中，可以了解大爆炸以后的基本过程。比如，在大约 $t=10^{-12}$ s 时，按照 13.1-7 式，温度为约 10^{16} K，相当于粒子的平均能量 kT 为大约 1000 GeV。除了可能是禁闭的夸克之外，所有已知的粒子都可以在这个能量下产生出来，并且都与辐射场达到热平衡。典型的过程如：

$$\gamma+\gamma\leftrightarrow e^{+}+e^{-};\ \gamma+\gamma\leftrightarrow\mu^{+}+\mu^{-};\ \gamma+\gamma\leftrightarrow\tau^{+}+\tau^{-}$$

各种粒子的相对数目完全由态密度所决定。由于粒子的静止质量远小于 1000 GeV，动量空间的大小对每种粒子都相似，因此各种粒子的产生率和粒子数密度都只是正比于粒子的内禀自由度。假如有高于第三代的轻子的话，也会以同样的概率产生出来。

按照黑体辐射的描写，光子体系的能量密度为

$$u(E)\mathrm{d}E=\frac{8\pi E^{3}}{(hc)^{3}}\frac{1}{\mathrm{e}^{E/kT}-1}\mathrm{d}E \tag{13.2-1}$$

而 $\mathrm{d}E$ 能量区间的数密度为

$$n(E)\mathrm{d}E=\frac{u(E)}{E}\mathrm{d}E=\frac{8\pi E^{2}}{(hc)^{3}}\frac{1}{\mathrm{e}^{E/kT}-1}\mathrm{d}E \tag{13.2-2}$$

对能量积分得到温度 T(K)下光子的总的能量密度和数密度为

$$\rho_{\gamma}=4.7\times10^{3}T^{4}\quad(\mathrm{eV/m^{3}}) \tag{13.2-3}$$

$$N_{\gamma}=2.0\times10^{7}T^{3}\quad(\text{光子}/\mathrm{m^{3}}) \tag{13.2-4}$$

对于当今 2.7 K 的背景辐射，光子的平均能量为 0.001 eV，数密度为 $4\times10^{8}\ \mathrm{m^{-3}}=400\ \mathrm{cm^{-3}}$，而能量密度为约 $0.25\ \mathrm{eV/cm^{3}}$。

现今宇宙中的物质密度比较难估计。对可见的重子物质(明物质)的估计是 $\rho_{0}\approx3\times10^{-31}\ \mathrm{g/cm^{3}}$。但星系的运动表明宇宙中还存在相当多的暗物质。考虑到暗物质，我们人为的将物质密度提高一倍，得到 $\rho_{0}\approx6\times10^{-31}\ \mathrm{g/cm^{3}}\approx0.4$ 核子$/\mathrm{m^{3}}$。可见当今宇宙的核子数密度比背景光子小 10^{9} 倍。我们的宇宙模型必须要能说明这一点。

宇宙模型需要说明的另一个问题是物质与反物质的平衡。人们相信现在的宇宙只是由物质构成的，而没有自然存在的反物质，这显然与初始宇宙的状况不一样。目前估计这种不平衡是由 CP 不守恒造成的。在 $t<10^{-6}$ s($E\geqslant1$ GeV)时，正反核子一方面湮没成光子，另一方面又从其他途径产生正反核子(或正反夸克)。产生的过程由于 CP 不守恒造成正物质多于反物质。

现在我们考虑 $t>10^{-6}$ s 的时期。这时，$T\leqslant10^{13}$ K($E\leqslant1$ GeV)，正反核子湮没，且不再能与它的逆过程平衡。湮没之后剩余少量的正物质。由于存在一定丰度的轻子，弱作用可以发生，使得质子和中子可以相互转化：

$$p+\bar{\nu}_{e}\leftrightarrow n+e^{+},\ n+\bar{\nu}_{e}\leftrightarrow p+e^{-}$$

假如轻子足够的丰富，质子和中子数就可以达到一定的平衡关系。

在 $t=10^{-2}$ s，$T=10^{11}$ K($E=10$ MeV)时，带电轻子中只有正反电子存在，正反 μ 子和 τ 子都湮没了，且不再能由辐射光子产生。然而，通过弱中性作用，可以产生所有的中微子：

$$e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e,\ e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu,\ e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \nu_\tau + \bar{\nu}_\tau$$

假如中微子的质量远小于 10 MeV，以上反应会达到平衡，中微子的相对数目也会保持不变。

每一种轻子都有一个统计权重 g_1，也就是它的简并度。显然：

$$g_e = 4\ (2\text{ 个自旋态，正反粒子态})$$

$$g_{\nu_i} = 2\ (\text{正反粒子态}, i = e,\mu,\tau)$$

每一种粒子的能量密度满足费米-狄拉克分布：

$$u(E)\mathrm{d}E = g_i \frac{4\pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT}+1}\mathrm{d}E \tag{13.2-5}$$

积分可得总的数密度和能量密度：

$$N_e = \frac{3}{2}N_\gamma,\ \rho_e = \frac{7}{4}\rho_\gamma,\ N_\nu = \frac{3}{4}n_\nu N_\gamma,\ \rho_\nu = \frac{7}{8}n_\nu \rho_\gamma \tag{13.2-6}$$

其中 n_ν 是中微子的种类数(考虑 e,μ,τ 时，$n_\nu=3$)。

中子比质子重一点，因此在温度 T 下的平衡混合物中，按照玻耳兹曼分布可得

$$\frac{N_n}{N_p} = e^{-(m_n-m_p)/kT} \tag{13.2-7}$$

在 $kT=10$ MeV 时($t\approx0.01$ s)，可以算得 $N_n/N_p=0.88$。当然，维持平衡需要在环境中有足够多的轻子。

在 $t=1$ s 时($T=10^{10}$ K，$E=1$ MeV)，中微子反应不再能发生，宇宙进入了中微子退耦合时代。中微子随着宇宙自由膨胀，不受核反应的影响。随后，由两个光子产生正负电子的过程也终止了，而正负电子湮没成光子引起光子数密度相对增加，并导致光子体系的温度高于中微子体系的温度，其比例关系为

$$\frac{T_\gamma}{T_\nu} = \left(\frac{11}{4}\right)^{1/3} \approx 1.4 \tag{13.2-8}$$

计算中假定有三代轻子。由此可知现在宇宙中背景中微子的温度大约是 2 K。而数密度也与背景光子同数量级。

在正负电子湮没之后，宇宙中剩下大量的光子和中微子，相当于光子的 10^{-9} 比例的电子和质子，比质子略少的中子(有的理论预言也有极少量的较重的原子核)。这样就终止了粒子反应的阶段而开始了核反应的阶段。

2. 原初核合成

在质子中子形成后的第一批核反应应当是

$$n + p \rightarrow d + \gamma,\ p + p \rightarrow d + e^+ + \nu_e$$

在温度很高时，由于光子数密度非常大，氘核产生后立即分解，无法积累。分解氘核所需的光子能量是氘的结合能 $E_0=2.225$ MeV。但是，我们不能以光子的平均能量来考虑。按照 13.2-1 式，光子的能量分布有一个指数衰减的尾巴，在平均能量很低时，也有高能量的成分。由于光子数密度比核子数密度大 10^9 倍，因此即便是很小比例的高能成分也足以造成氘的及时分解。为了确定氘开始积累的时间，我们积分计算在一定温度 T 下能量高于 E_0 的光子的数目与总数之比，结果为

$$f(E > E_0) = 0.42e^{-E_0/kT}\left[\left(\frac{E_0}{kT}\right)^2 + 2\left(\frac{E_0}{kT}\right) + 2\right] \qquad (13.2\text{-}9)$$

其中假定了 $E_0 \gg kT$。由于中子数密度低于质子数密度,由 n+p 反应生成氘的概率由中子数目决定。按照式 13.2-7,中子数与质子数之比与温度有关。由前面的讨论知道,在一定的温度之下,n-p 之间的转换会终止。这个使中质比"冻结"下来的温度是 9×10^9 K,对应的 $N_n/N_p \approx 0.2$,而时间是约 3 s。显然,如果如前所述,核子与光子之比是 10^{-9} 的话,为了使产生的氘及时分解成核子,需要的能量高于 E_0 的光子数目与总光子数目之比应为 0.2×10^{-9}。由 13.2-9 式可知,此时对应的温度是 $T=9\times10^8$ K,而时间是 $t\approx250$ s。在这个时间之后,光子场不足以使所有的氘核分解,从而开始积累氘核素。

一旦形成了足够量的氘,其它的核反应就成为可能。首先是形成质量数 3 的核:

$$d + n \rightarrow {}^3H + \gamma;\ d + p \rightarrow {}^3He + \gamma$$

或者通过反应:

$$d + d \rightarrow {}^3H + p;\ d + d \rightarrow {}^3He + n$$

然后可以形成${}^4He$:

$${}^3H + p \rightarrow {}^4He + \gamma;\ {}^3He + n \rightarrow {}^4He + \gamma$$

这些反应都是放能反应,因此会自然发生。质量数为 5 和 6 的原子核不稳定,${}^8Be$ 也不稳定。质量数为 7 的核可以被产生出来:

$${}^4He + {}^3H \rightarrow {}^7Li + \gamma;\ {}^4He + {}^3He \rightarrow {}^7Be + \gamma$$

但由于库仑排斥作用,反应的概率非常低。这样,在 250 s 之后,所有的中子都将变成 He 原子核。考虑到从 3 s 到 250 s 之间中子的自发 β 衰变,可以推出相对丰度 $N_{He}/N_p = 0.061$。这样,${}^4He$ 的相对质量丰度为约 0.24。如果不考虑后来在星体中的核反应,则${}^4He$ 的丰度应当从 250 s 一直保持到现在。实际上,现在从各种天体物质中观察到的结果与上述的数字非常接近。然而,前面的推导实际上与我们取的原初核子和光子之比(取决于 CP 破缺的程度)有密切关系,也依赖于中子 β 衰变的半衰期和模型中中微子有多少代。图 13-3 显示了这种复杂的依赖性。

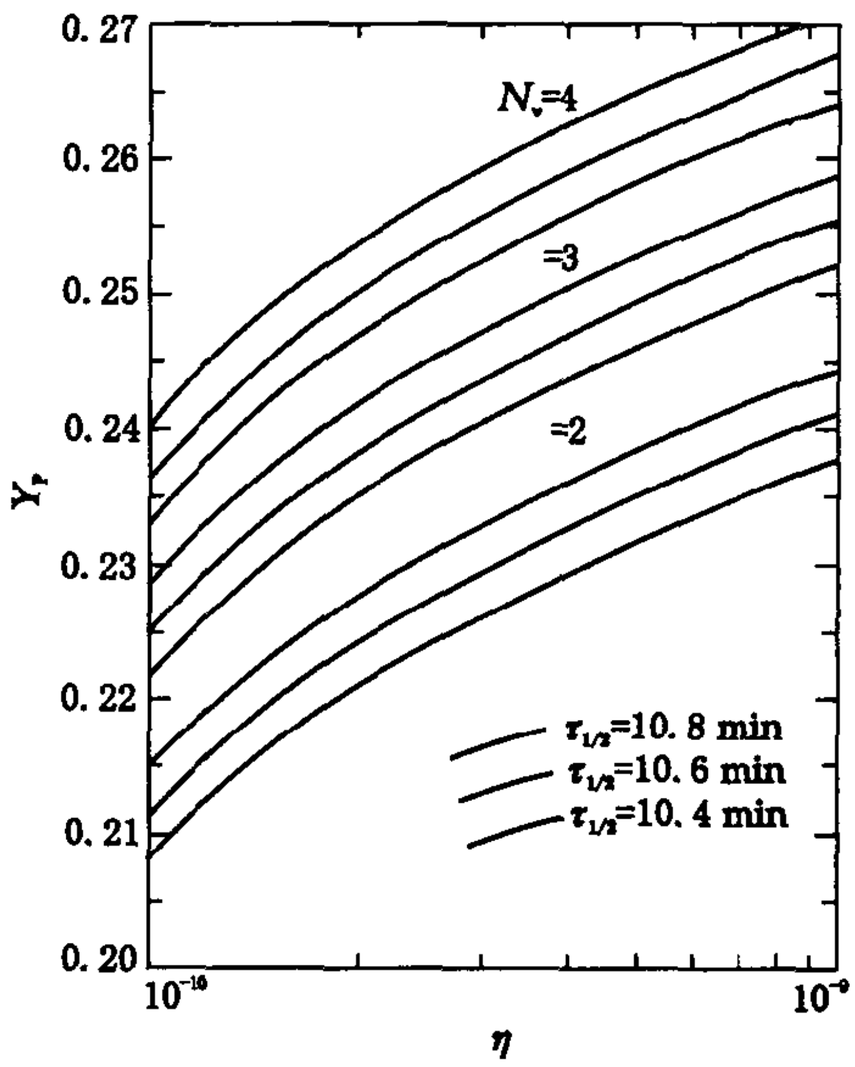


图 13-3 原初 He 丰度 Y_p 对核子-光子比 η 的依赖关系
(图中给出了不同中子半衰期和中微子代数的情况)
[引自 D.N. Schramm et al., Phys. Lett. B141, 337(1984)]

除了${}^4He$ 之外,宇宙间还存在很少比例的原初${}^2H$,${}^3He$ 和${}^7Li$。氘的含量与早期核子与光子之比关系很大。在核子含量高时,氘更容易被反应掉,因而剩余含量就低一些。目前测得的最好值是 $N_d/N_p \approx (1\sim3)\times10^{-5}$。${}^3He$ 的情况也类似,原初核子相对于光子的含量越高,${}^3He$ 的丰度就越低。由于现在的${}^3He$ 有部分是在星体演化过程中由原初的${}^2H$ 反应而来的,因此将现在观察到${}^3He + {}^2H$ 等同于原初的${}^3He + {}^2H$ 更合适。从太阳系中得到的结果是 $(N_{^2H} + N_{^3He})/N_p < 6\times10^{-5}$。图 13-4 是用标准模型(三代中微子)计算的轻核丰度与原初核子和光

子之比 η 的关系。从现在的轻核丰度可以推知 η 应当大于 4×10^{-10}。从图 13-3 看出,这个值排斥了有四代中微子的可能性。尽管轻核的丰度受后来星体中的核反应的影响,不能完全等同于原初的状况,但这仍然给出了对轻子代数的基本的限制。

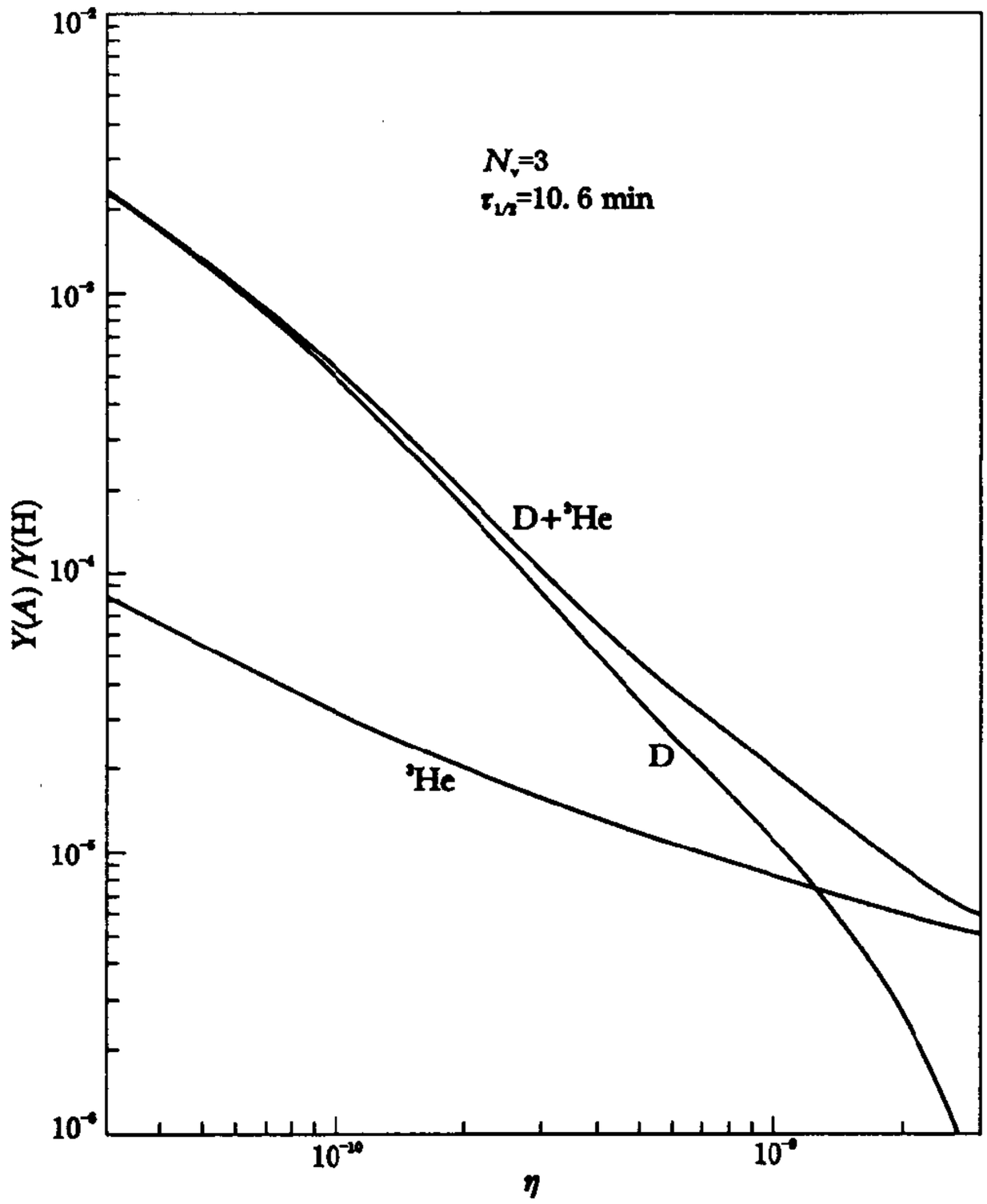


图 13-4 ^{2}H 和 ^{3}He 的相对丰度与核子-光子比 η 的关系

[引自 J. Yang et al., Astrophys. J. 281, 493(1984)]

在稳定的轻原子核(如^{2}H,^{4}He,^{7}Li)形成后,宇宙继续膨胀和冷却直到光子退耦合,也就是光子能量低于原子的电离能。这时,稳定的原子就形成了。原子形成期大约是 700000 a 的时候(温度约 3000 K)。此后,光子体系也就像中微子体系一样,不再参与反应,随宇宙自由膨胀和冷却,直到现在的 2.7 K。

§13.3 恒星中的核反应

1. 恒星中 $A\leqslant60$ 的原子核的合成

原子形成之后,由于某种不稳定的因素造成了星系的形成。一开始,星系是 H 和 He 原子的混合体。由于引力的作用,星系要发生坍缩,使得原子核的动能增加,也就是体系的温度增加。当温度足够高时,带电粒子间可以克服库仑势垒而发生熔合核反应,从而形成较重的原子核。熔合反应中释放出来的辐射能量形成向外的压力,阻止进一步的引力坍缩。这样星体就

处于一段时期的平衡状态(比如太阳),时间可以持续高达 10^{10} a。当参与熔合反应的核被烧尽后,对外的压力减小,引力坍缩又开始,温度继续升高直到下一种更重的原子核开始燃烧。这种过程反复进行,不断产生出更重的核素。这是 $A \leqslant 60$ 原子核形成的大致机制。

由质子合成氦原子核的反应已经在上一节中讨论到了。一般地,星体的核心部分温度比较高,燃烧比较快。当核心的氢燃烧结束后,引力坍缩开始,温度可能达到 $(1\sim2)\times10^8$ K(现在进行 H 燃烧的太阳的内部温度是约 10^7 K)。这时,^4He-^4He 熔合的库仑位垒被克服。熔合反应产生的辐射使星体的外层扩张(100~1000)倍,表层的能量密度和温度因此会降低,成为所谓的红巨星。

在反应 $^4He + {}^4He \rightarrow {}^8Be$ 中,末态粒子 ^8Be 不稳定,寿命只有 10^{-16} s,衰变的主要方式是分解回 ^4He。反应的 Q 值是 -91.9 keV,而在 2×10^8 K 时,^4He 的平均质心能量只有 17 keV,因此只有少数分布在高能端的 He 原子能实现反应。平衡时,^8Be 的含量约是 ^4He 的 4×10^{-3} 倍。

我们知道星球上 C 的含量很高,远多于我们按正常 $2\alpha \rightarrow {}^8Be$ 和 $^8Be + \alpha \rightarrow {}^{12}C$ 反应计算的结果。后来发现,^{12}C 在 7.65 MeV 处有一个激发态。$^8Be + \alpha \rightarrow {}^{12}C$ 反应释放的能量是 7.45 MeV。加上所处温度下体系的动能,足以使共振核反应发生。这样就解释了 C 的高含量问题。

有了 ^{12}C,存在 ^4He 的条件下,就能发生其它的 α 反应如:

$$^{12}C + {}^4He \rightarrow {}^{16}O + \gamma \qquad (Q = 7.16\ \text{MeV},\ E_B = 3.57\ \text{MeV})$$

$$^{16}O + {}^4He \rightarrow {}^{20}Ne + \gamma \qquad (Q = 4.73\ \text{MeV},\ E_B = 4.47\ \text{MeV})$$

$$^{20}Ne + {}^4He \rightarrow {}^{24}Mg + \gamma \qquad (Q = 9.31\ \text{MeV},\ E_B = 5.36\ \text{MeV})$$

这里,Q 是反应释放出的能量,E_B 是反应的库仑势垒。可以看出,随着反应体系变重,库仑位垒越来越高,反应率必然会降低,难于以这种方式产生更重的核。

在 H,He 和较重的核素都存在的环境中,会进行比较复杂的级联反应,使各种核素的量达到一定的平衡关系。典型的如 CNO 循环,也就是从 C 出发,经过 N 和 O 又回到 C 的反应:

$$^{12}C + p \rightarrow {}^{13}N + \gamma$$

$$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^+ + \nu_e$$

$$^{13}C + p \rightarrow {}^{14}N + \gamma$$

$$^{14}N + p \rightarrow {}^{15}O + \gamma$$

$$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^+ + \nu_e$$

$$^{15}N + p \rightarrow {}^{12}C + {}^4He$$

在循环中,C 的作用是协助将环境中的质子消耗掉,把它们转变成中子和正电子,使 He 的含量增加;同时,循环中的某些核素也会反应到更重的核。

当 He 燃烧开始减弱时,引力坍缩又开始了。只要星体质量足够大,就可以达到足够高的温度(约 10^9 K),使 ^{12}C 和 ^{16}O 燃烧:

$$^{12}C + {}^{12}C \rightarrow {}^{20}Ne + {}^4He \text{ 或 } {}^{23}N + p$$

$$^{16}O + {}^{16}O \rightarrow {}^{28}Si + {}^4He \text{ 或 } {}^{31}P + p$$

与此同时,α 和核子的俘获反应仍可发生。而 ^{14}N 俘获 α 可以产生系列核 $^{14}N \rightarrow {}^{18}O \rightarrow {}^{22}Ne \rightarrow {}^{26}Mg\cdots$。其它像 (α,n),(p,γ) 反应等也能发生,但概率要小得多。

产生靠近质量数 60 的原子核的最后过程是 Si 燃烧。但此时由于库仑势垒太高,直接的

熔合反应难于发生,主要靠 α 俘获反应产生更重的核:

$$^{28}\mathrm{Si} + {}^{4}\mathrm{He} \rightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \gamma$$

在 Si 燃烧的平衡期中,一部分 Si 分解回到更轻的核,而其它部分变到更重的核。这类反应将终止于 $A=56$ 的原子核($^{56}\mathrm{Ni}$,$^{56}\mathrm{Co}$,$^{56}\mathrm{Fe}$)。这几个核的比结合能最大,因而使俘获反应不再有利。这样,过程就停止了。

要定量的算出各种核素的丰度,就必须知道在各个能量下的反应截面。为此,需要进行大量的实验室测量。反应的能量一般在 1 MeV 以下。特别是有共振存在时,实验确定共振能量和宽度特别重要。

2. 重核素的形成

对于 $A>56$ 的原子核,熔合和带电粒子俘获反应不再是有利的形成方式,产生机制主要是中子俘获反应。比如,在中子丰富的环境中,从$^{56}\mathrm{Fe}$开始可以有以下过程:

$$^{56}\mathrm{Fe} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{57}\mathrm{Fe} + \gamma;\quad {}^{57}\mathrm{Fe} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{58}\mathrm{Fe} + \gamma;\quad {}^{58}\mathrm{Fe} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{59}\mathrm{Fe} + \gamma$$

再往下的过程取决于中子流的强度。$^{59}\mathrm{Fe}$ 是丰中子的放射性核,半衰期为 45 d。假如中子流很弱,使得平均的中子俘获时间大于 45 d,则$^{59}\mathrm{Fe}$ 主要通过 β 衰变到$^{59}\mathrm{Co}$,然后再俘获中子到$^{60}\mathrm{Co}$(图 13-5),这样的过程称为慢过程。反之,假如中子流很强,使得平均的中子俘获时间远小于核的半衰期,则中子俘获的过程将继续下去而产生$^{60}\mathrm{Fe}$($t_{1/2}=3\times10^{5}$ a),$^{61}\mathrm{Fe}$($t_{1/2}=6$ min),$^{62}\mathrm{Fe}$($t_{1/2}=68$ s)等等(快过程)。显然,中子数的增加使核越加远离 β 稳定线,从而寿命变短。当寿命短于中子平均俘获时间,就优先发生 β 衰变,使核的原子序数增加 1,同时稳定性也提高。中子俘获与 β 衰变的竞争就这样延续下去(如图 13-5),可以制造出许多的核素,它们大部分是远离稳定线的放射性核。

在快、慢过程的选择中,中子流强是一个关键的因素。为此,需要认真考虑中子的来源。在(α,n)反应中可以发射中子,但这只对某些丰中子的核有效。比如:$^{13}\mathrm{C}(\alpha,\mathrm{n})^{16}\mathrm{O}$($Q=2.2$ MeV),$^{22}\mathrm{Ne}(\alpha,\mathrm{n})^{25}\mathrm{Mg}$($Q=-0.48$ MeV)。这些反应可以在 He 燃烧或红巨星阶段发生。计算表明,在红巨星温度($(1\sim2)\times10^{8}$ K)下,中子密度 n_{n} 是 10^{14} m^{-3}的量级。反应率为

$$r \approx n_{\mathrm{n}} < \sigma v > \tag{13.3-1}$$

在 2×10^{8}K 温度下,热平衡中子的平均速度约 2×10^{6} m/s,而在这个能量(约 20 keV)下中子俘获截面约 0.1 b。所以 $r\approx2\times10^{-9}$ s^{-1},也就是差不多 20 a 一次。这显然是慢过程。要使快过程发生,需要将反应率提高 10 个量级,也就是需要将中子流强提高许多。人们猜想只有在超新星爆发那样的剧烈过程中才能产生如此多的中子,但对超新星的认识目前还很不清楚。不管怎样,由于在宇宙间存在快过程是确切事实,因此,我们可以肯定宇宙中的某些地方存在这样极强的中子源。

对于持续很长时间的慢过程,我们可以设想存在各种相关核数量之间的平衡。也就是说,每种核都会逐渐达到稳定的丰度,这使它的产生率和消失率相等。比如对于质量数为 A 的核,丰度为 N_A,变化率应为

$$\frac{\mathrm{d}N_A}{\mathrm{d}t} \propto \sigma_{A-1}N_{A-1} - \sigma_A N_A \tag{13.3-2}$$

平衡时,要求 $\mathrm{d}N_A/\mathrm{d}t=0$,即

$$\sigma_{A-1}N_{A-1} = \sigma_A N_A = \text{常量} \tag{13.3-3}$$

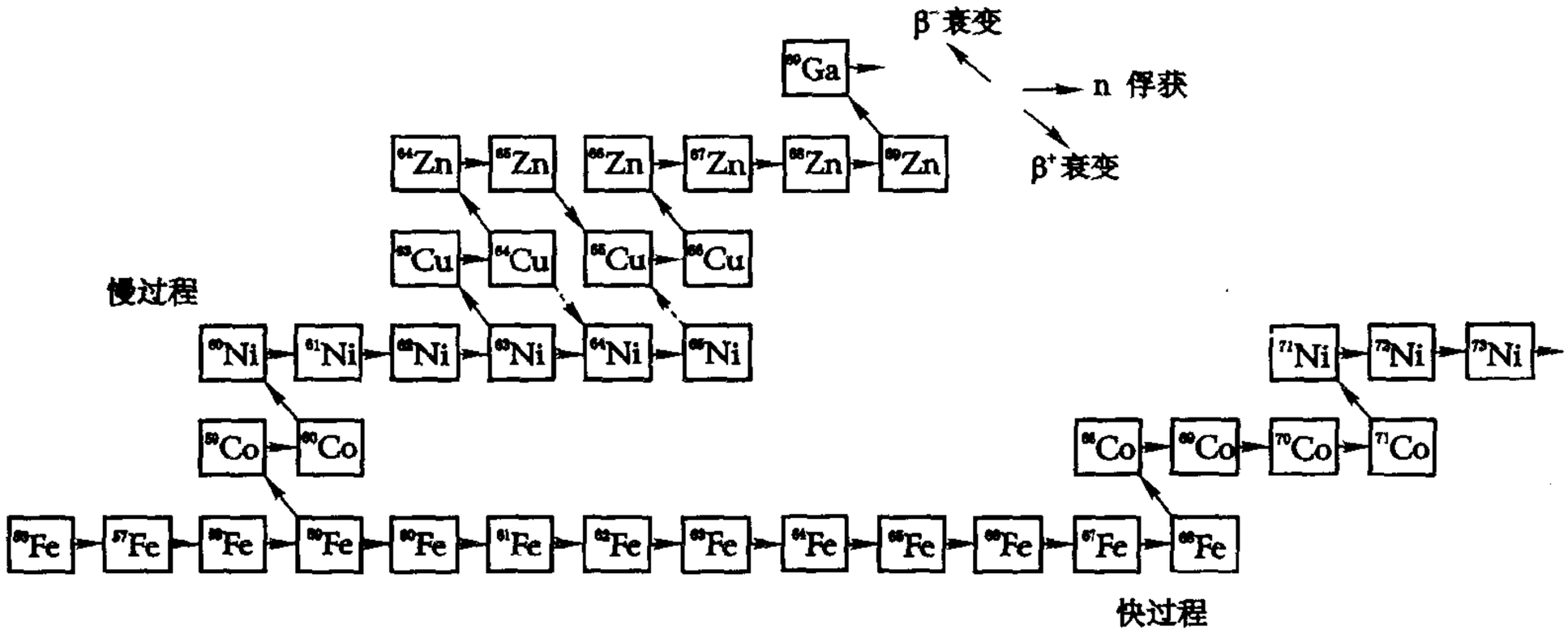


图 13-5　从^{56}Fe 开始的快(r)过程和慢(s)过程

(慢过程中的虚线表示达到^{65}Cu 的另一种可能的途径;
快过程可以有许多别的可能性(取决于衰变寿命和中子流强),图中只画出了一种)

可见 σN 与 A 无关。图 13-6 给出了按实际丰度算出的 σN 对 A 的依赖关系。实际上,Fe 的丰度不是由慢过程决定的,它比慢过程给出的值要高的多,因此在 $A\approx60$ 附近 σA 出现高峰,然后再逐渐降到平衡值。图中的平滑变化和趋于常量的现象表明了慢过程假设的合理性。

图 13-7 给出了导致稳定同位素的完整的快慢过程路径。慢过程基本上是沿着 β 稳定线走,直到^{209}Bi 为止。$A>209$ 的核稳定性太差,无法使慢过程继续。快过程没有这个限制,它可以延续下去,直到裂变半衰期变得跟快过程的俘获时间相当。靠近快过程终点处,有可能通过 β 衰变达到超重核素。如果这种推算是对的,则自然界中应当存在超重核。但至今尚没有实验支持这一点。

在靠近中子幻数的地方,β 衰变的寿命变得特别短,中子的增加立即转化为质子的增加,于是在快过程中出现了沿 $N=50,82$ 和 126 的直线。由于直线上的核随后也会衰变到 β 稳定线上,因此会造成 $A=80,130$ 和 195 附近丰度的增加,这与观察到的结果一致。

3. 恒星的演化

上面我们谈到了恒星中核反应的具体过程。这些过程必然会对整体的星体演变起到内在的控制作用;反过来,星体的宏观状态也会制约微观过程的进行。

首先,我们假定恒星的寿命开始于巨大的冷却的星际物质云团,物质的主要成分是氢和氦。当云团在引力作用下坍缩时,温度自然会升高。按照维里定理(virial theorem)① 对于一个开放的引力束缚系统,内部平均动能 $\bar{T}$ 与引力势能之间满足关系:

$$2\bar{T}+\bar{\Omega}=0 \tag{13.3-4}$$

系统的总能量是 $E=\bar{T}+\bar{\Omega}$。如果系统是束缚的,则 E 必须是负数,而束缚能 $B=-E$。所以:

$$\mathrm{d}B=-\mathrm{d}(\bar{T}+\bar{\Omega})=\mathrm{d}\bar{T} \tag{13.3-5}$$

这表明,束缚能的增加等同于系统动能的增加,也就是温度的增加。当星体坍缩时,增加的束

① 参见[24]347 页。

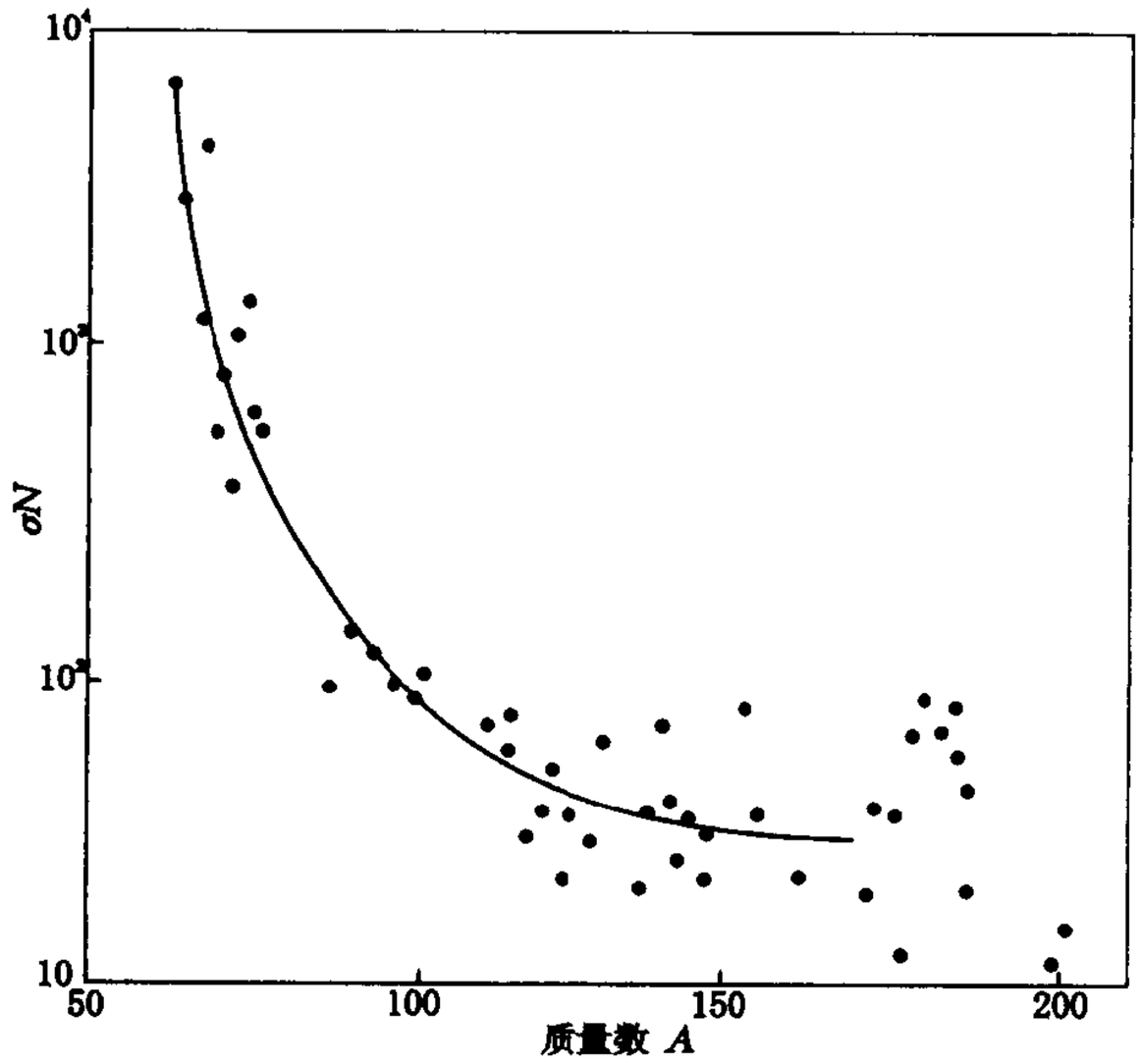


图 13-6　σN 对 A 的依赖关系

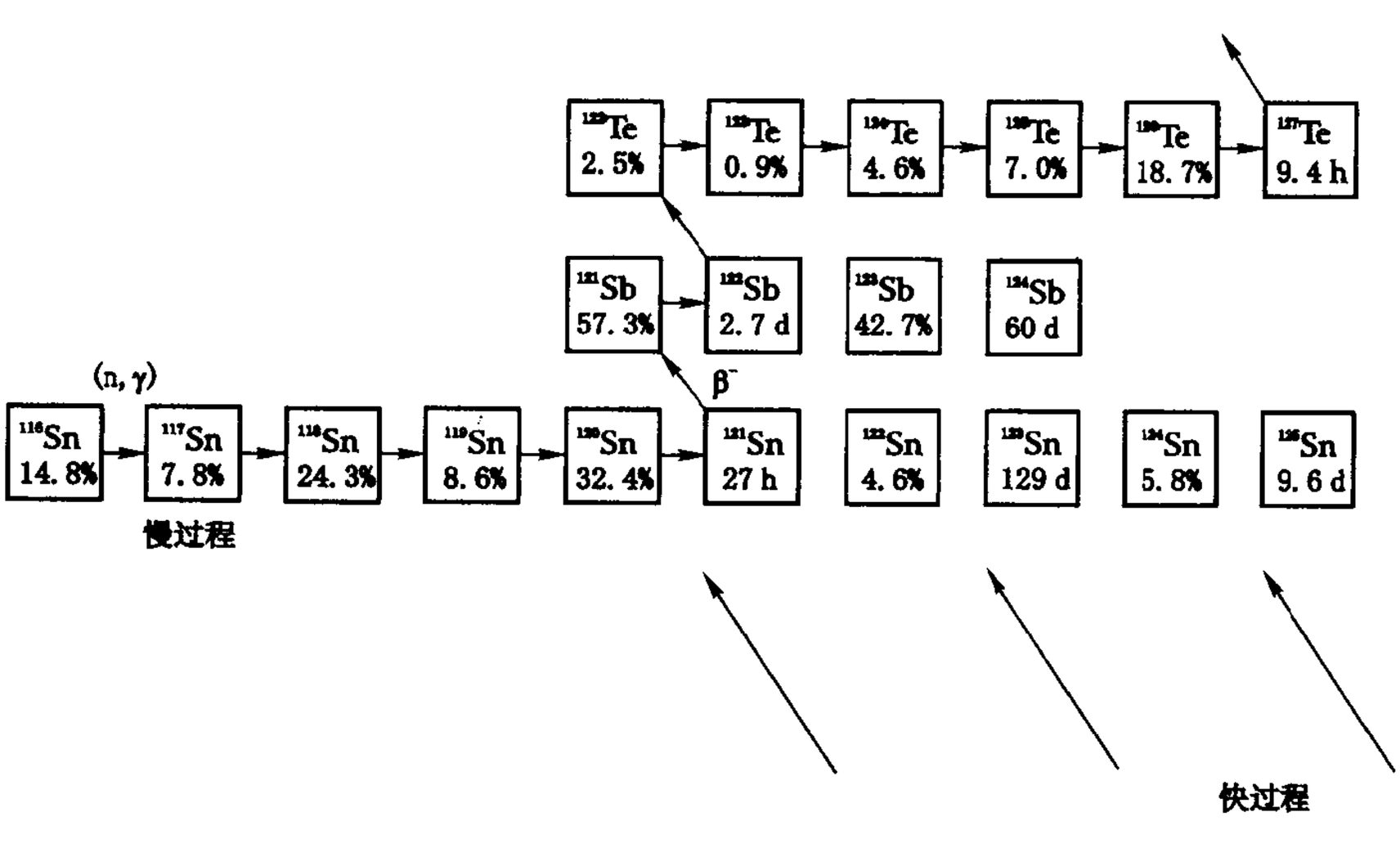


图 13-7　快慢过程中的中子俘获路径

缚能必须从星体表面辐射出去。这种辐射造成的内部压力与引力在各个阶段与各个层面上的平衡，星体的中心温度最高(T_c)。随着能量的释放，星体继续坍缩，最后的结局取决于系统的初始质量。在恒星的尺度上，质量的合适单位是太阳质量，记作 $M_\odot$，等于 1.99×10^{30} kg。如果初始星体的质量小于 0.1 $M_\odot$，则由于电子简并形成的对外的压力足以抵抗引力坍缩，星体终止于冷却的电子、质子和 α 粒子的混合体。如果初始星系的质量大于 0.1 $M_\odot$，T_c 将达到 10^7 K，使氢燃烧点火。核反应释放的能量补充了星体表面释放出去的能量，系统形成平衡。

氢的燃烧可以持续很长的时间。比如在太阳中氢燃烧已进行了 5×10^9 a,并且还会继续 5×10^9 a。质量较大的系统核心的密度较高,氢的燃烧更快。如果初始质量大于 0.25 $M_\odot$,核心的氢烧完之后,引力坍缩使 T_c 可以达到 10^8 K,核心处氦燃烧点火(而周围还是氢燃烧)。这种燃烧、坍缩、再燃烧的过程继续下去,按照初始质量的不同而产生不同的后果。质量大于 4 $M_\odot$ 的星体,核心的氦消耗之后发生碳燃烧,导致 O,Ne 和 Mg 的核心。质量大于 10 $M_\odot$ 的星体可以燃烧 O,Si 等,直到形成 Fe 的核心。这时星体的结构就像一个洋葱,从里到外依次是 Fe,Si,Ne,O,C,He,H 等。外层的燃烧使 Fe 的核心越来越大,引力的作用最终会打破电子简并的抗衡作用,造成急剧的坍缩,引起超新星爆发。巨大的能量在爆发中被释放出来,将外层的大量物质(多达 1.4 $M_\odot$)抛射到星际空间。剩下的部分将变成中子星,或者在质量特别大的情况下变成黑洞。超新星爆发发生在差不多一秒钟的极短时间内,它在爆发中释放的能量比在此前整个星体演变期中释放的能量还多。爆发后的几天内,超新星将巨大的星际空间照亮。对于质量较小达不到 Fe 的核心的星体,最终形成白矮星,即由电子简并支撑的由较轻原子核和电子构成的等离子体核心。白矮星形成过程中,也会将一部分物质抛向星际空间。中子星也是一种燃烧的残余物,只不过它的电子简并已被打破,支撑它的是中子的简并。而黑洞则是被引力完全控制的奇异天体现象。

燃烧和坍缩过程中被抛射到星际空间的 H,He 等,会成为新的星体的原材料,进入又一个循环。每一次循环都会留下一个质密的星体,并使重元素逐渐增加。

§13.4 宇宙中的中微子

中微子涉及到粒子物理和天体物理中许多未解的重要问题,值得作出专门的讨论。

1. 太阳中微子丢失

前面我们谈到,宇宙中存在大量原初大爆炸时期产生的中微子。在大约 1 s 以后,宇宙的温度降到 10^{10} K 以下,原初中微子退出各种核反应,它们自由地随着宇宙膨胀和冷却。

在后来恒星中的核反应过程里,不断需要将质子转化成中子,以形成较重的原子核。质子到中子的转换必然产生中微子:$p\rightarrow n+e^+ +\nu_e$,或等价的反应 $e^- +p\rightarrow n+\nu_e$。这些中微子的能量远高于原初中微子现在的能量。中微子产生后,立即从星体的核心里穿出,带走一部分能量。在研究恒星内部状况的时候,中微子是最好的探针,因为光子只反应恒星表面的情况。

由于离地球最近的恒星是太阳,地球上接受到的较高能量的中微子主要来自太阳。按照太阳模型,可以推算出到达地球的各种太阳中微子的流强:

$p+p\rightarrow e^+ +\nu_e+d$	6.1×10^{14}	$\nu_e m^{-2}s^{-1}$
$^7_4Be+e^-\rightarrow\nu_e+^7_3Li$	3.4×10^{13}	$\nu_e m^{-2}s^{-1}$
$^{14}_7N\rightarrow{}^{14}_6C+e^+ +\nu_e$	2.6×10^{12}	$\nu_e m^{-2}s^{-1}$
$^{15}_8O\rightarrow{}^{15}_7N+e^+ +\nu_e$	1.8×10^{12}	$\nu_e m^{-2}s^{-1}$
$^8_5B\rightarrow{}^8_4Be+e^+ +\nu_e$	3.2×10^{12}	$\nu_e m^{-2}s^{-1}$

可以看出,中微子的流强非常大。然而,人们在地球上进行了大量艰苦的实验,找到的高能量

的太阳中微子只有预计的约 40%。这就是著名的太阳中微子丢失现象①。后来有新的实验报道说找到了 60%的中微子,但丢失仍然很严重。这个现象引出了十分重要的问题:

(1)现有的太阳模型可能有重大的错误,它高估了太阳核心中的某些重要的核反应;

(2)太阳的核心可能不稳定,我们目前可能正处于太阳的"安静"期,即核反应相对不活跃的时期。

(3)中微子可能有质量,这样就会导致三种中微子之间的相互转化,电中微子的减少可能是它们部分转化成了其它中微子的结果。

具体究竟是什么原因造成了太阳中微子的丢失,至今仍然是个谜。从粒子物理的角度,人们最感兴趣的是中微子震荡。

2. 中微子质量问题

中微子有无质量,对粒子物理和天体物理都有重大的影响。就天体物理而言,由于大爆炸产生的中微子数量巨大(与光子相当),因此即便中微子只有几十 eV 的静止质量,也足以引起宇宙封闭甚至震荡。在粒子物理的标准模型中,中微子质量是一个没回答的问题。在上一章中曾经讲到,规范对称性要求所有费米子的质量为 0。在使用 Higgs 机制解释质量的来源时,要求费米子的左旋分量和右旋分量都存在,由此得到的质量被称为狄拉克质量。但至今为止,人们并没有发现右旋的中微子。如果右旋中微子的确不存在,则中微子没有狄拉克质量。但由此又会同样无法回答为什么没有右旋中微子。总之,中微子有没有质量,如同有没有右旋中微子一样,是对粒子物理理论的挑战。

有许多十分困难的实验在试图确定中微子的质量。目前得到的上限是:$m_{\nu_e}/m_e \leqslant 1.6\times 10^{-5}$, $m_{\nu_\mu}/m_\mu \leqslant 2.4\times 10^{-3}$, $m_{\nu_\tau}/m_\tau \leqslant 2\times 10^{-2}$②。如果中微子有质量,一个重要的可以比较精确观察的现象,就是中微子震荡。为了简单起见,我们假定只有两代中微子:ν_e 和 ν_μ。在弱作用中产生的中微子是弱作用的本征态而并不一定是能量(质量)本征态,但可以表示为能量本征态 ν_1 和 ν_2 的线性组合。比如在 $t=0$ 时刻:

$$\begin{aligned}\nu_\mu(0) &= \nu_1(0)\cos\alpha + \nu_2(0)\sin\alpha \\ \nu_e(0) &= -\nu_1(0)\sin\alpha + \nu_2(0)\cos\alpha\end{aligned} \tag{13.4-1}$$

这里,α 被称为混合角。在不知道造成粒子质量的作用机制时,α 只能由实验来确定。如果所有中微子的质量都为 0,则无法区分弱作用本征态和质量本征态,上式中可取 α 等于 0。α 不为 0 意味着有的中微子质量不为 0,且质量本征态是非简并的。质量本征态随时间的变化为

$$\nu_i(t) = e^{-iE_i t/\hbar}\nu_i(0) \tag{13.4-2}$$

其中 $i=1$ 或 2,E_i 是粒子的总能量。于是,在 t 时刻,

$$\begin{aligned}\nu_\mu(t) &= e^{-iE_1 t/\hbar}\nu_1(0)\cos\alpha + e^{-iE_2 t/\hbar}\nu_2(0)\sin\alpha \\ &= e^{-iE_1 t/\hbar}(\nu_\mu(0)\cos^2\alpha - \nu_e(0)\cos\alpha\sin\alpha) + e^{-iE_2 t/\hbar}(\nu_\mu(0) - \nu_e(0)\sin\alpha\cos\alpha) \\ &= (e^{-iE_1 t/\hbar}\cos^2\alpha + e^{-iE_2 t/\hbar}\sin^2\alpha)\nu_\mu(0) + \sin\alpha\cos\alpha(e^{-iE_2 t/\hbar} - e^{-iE_1 t/\hbar})\nu_e(0)\end{aligned} \tag{13.4-3}$$

---

① 参见[24]359 页。

② 参见[26]。

由于 $E_1=\sqrt{m_1{}^2c^4+p^2c^2}$，$E_2=\sqrt{m_2{}^2c^4+p^2c^2}$（$p$ 是本征态的动量），当 $m_1\neq m_2$ 时，上式中第二项不为0。也就是说，在0时刻纯的 ν_μ 态，到 t 时刻会有一定比例的 ν_e 态混入，其概率为

$$P(\nu_\mu\to\nu_e)=|<\nu_e(0)\mid\nu_\mu(t)>|^2=\sin^2\alpha\cos^2\alpha\mid e^{-iE_2t}-e^{-iE_1t}\mid^2 \tag{13.4-4}$$

由于

$$\mid e^{-iE_2t/\hbar}-e^{-iE_1t/\hbar}\mid^2=2[1-\cos(E_2-E_1)t/\hbar] \tag{13.4-5}$$

带入13.4-4式得

$$P(\nu_\mu\to\nu_e)=\frac{1}{2}\sin^2 2\alpha[1-\cos(E_2-E_1)t/\hbar] \tag{13.4-6}$$

有趣的是，ν_μ 转变成 ν_e 的概率是随时间震荡的，这就是所谓的“中微子震荡”现象。

“震荡”是一种显著的变化，比较容易由实验来确定。我们可以做一点定量的估算。在 t 时刻，中微子飞行的距离 $x\approx ct$，且：

$$\begin{aligned}E_2-E_1&=pc\sqrt{1+\frac{m_2{}^2c^2}{p^2}}-pc\sqrt{1+\frac{m_1{}^2c^2}{p^2}}\\&=pc\left[\left(1+\frac{m_2{}^2c^2}{2p^2}\right)-\left(1+\frac{m_1{}^2c^2}{2p^2}\right)+\cdots\right]\approx\frac{(m_2{}^2-m_1{}^2)c^4}{2pc}\end{aligned} \tag{13.4-7}$$

由此

$$\cos\frac{(E_2-E_1)t}{\hbar}\approx\cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right),\ \text{其中}\ L=\frac{4\pi pc\hbar c}{(m_2{}^2-m_1{}^2)c^4} \tag{13.4-8}$$

L 被称为有效长度，在这个距离上，$P(\nu_\mu\to\nu_e)$发生一个周期的变化。举例来看，如果$(m_2{}^2-m_1{}^2)c^4=10\ \text{eV}^2$，$pc=400\ \text{MeV}$，则 $L=100\ \text{m}$。这当然是由高能加速器提供中微子束流的情况。对于低能的中微子，比如反应堆提供的中微子，L 可以小得多。

3. 中微子质量对宇宙演化的影响

前面已经谈到，宇宙的膨胀有几种可能。如果宇宙的平均质量密度比较小，则引力作用不会减小和终止宇宙的膨胀，星系之间的距离会越来越大。假定重子都是可衰变的，则经过很长时间后，宇宙将只剩下光子、中微子和引力子，它们随宇宙的膨胀而不断冷却下去。反之，如果宇宙的质量超过一定限度，则宇宙膨胀会逐渐减缓，并且到一定极限后收缩，重新回到奇异点而发生又一次大爆炸，开始新的膨胀。界于两者之间的，是一种平缓的状态，对应的宇宙质量密度为 $m_{\text{crit}}\approx1\times10^{-26}\ \text{kg/m}^3$，被称为临界质量密度。目前观察到的重子物质密度（称为明物质），只有临界密度的约5%，显然不足以停止宇宙的膨胀。然而，依据对星系运动的观察，人们估计宇宙间的物质密度接近于 m_{crit}，也就是说，大部分提供引力作用的物质并不以我们熟悉的重子形式存在，它们被称为暗物质（dark matter）。宇宙中有大量的光子背景辐射，但光子质量为0，不能提供引力作用。我们知道，中微子的数密度 N_ν 与光子相当，也就是说是重子数密度 N_B 的约 10^9 倍。如果中微子的质量不为0，则可以计算中微子的质量密度与临界质量密度之比：

$$\Omega_\nu=\frac{N_\nu m_\nu}{m_{\text{crit}}}=\frac{10^9N_Bm_B}{m_{\text{crit}}}\cdot\frac{m_\nu}{m_B}=10^9\Omega_B\frac{m_\nu}{m_B} \tag{13.4-9}$$

已知 $\Omega_B\approx0.05$，如果要求由中微子提供达到 m_{crit} 所需的质量，则应当有 $\Omega_\nu\approx1$，对应的中微

子质量为

$$m_\nu \approx \frac{m_B}{10^9 \times 0.05} \approx 2 \times 10^{-8} m_{proton} \approx 20\ \text{eV} \tag{13.4-10}$$

可见,即便中微子只有很小的质量,也足以改变宇宙的命运。从目前的实验结果看,中微子的平均质量应小于 20 eV,不足以构成全部的暗物质。于是人们还在努力寻找其他的暗物质来源,比如超对称粒子等。

宇宙间还有许多有趣的现象与粒子物理和核物理关系密切,如 γ 爆、反物质等,在此不再详述。

习　题

13-1.(a)在一个膨胀的宇宙中,质量密度应当按 R^{-3} 降低。在 13.1-3 式中取 $k=0$ 和 $\Lambda=0$,求出 $R(t)$ 的表达式。(b)给出 H^{-1} 和宇宙年龄之间的关系。

13-2.(a)在大约什么时段,宇宙中有大量的 K^0 和 $\overline{K}^0$ 介子?(b)这些介子与核子和反核子的作用是否可以造成物质和反物质的不平衡。

13-3.(a)假定核子与光子之比为 10^{-10},用 13.2 节中的方法计算氘核形成时宇宙的年龄。(b)假定所有的中子都与等量的质子结合成 α 粒子,在考虑到(a)中估算的时间内中子的放射性衰变后,计算比值 N_{He}/N_p。

13-4. 采用图 13-5 的方法,画出从 ^{69}Zn 到 ^{90}Zr 的 s 过程路径。找出在这个范围内不能通过 s 过程达到的稳定核。

13-5. 按上题的要求处理 ^{90}Zr 到 ^{116}Zn。

参 考 文 献

1 褚圣麟．原子核物理学导论．高等教育出版社，1965

2 夏蓉．原子核物理讲义．人民教育出版社，1961

3 梅镇岳．原子核物理学．科学出版社，1961

4 J.R. 拉马什著．核反应堆理论导论．洪流译．原子能出版社，1977

5 Marmier P, Sheldon E. Physics of Nuclei and Particles. New York and London: Academic Press Inc., 1969

6 E Segre Nuclei and Particles. 2-ed. Mass: W. A. Benjamin, Inc., Reading, 1977

7 Enge H A. Introduction to Nuclear Physics. Mass: Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, 1966

8 Smith G M H. A Textbook of Nuclear Physics. Oxford: Pergamon Press, LTD., 1965

9 Мухин К Н. Введение в Ядерную Физику. Москва: Госатомиздат, 1963

10 Evans R D. The Atomic Nucleus. New York: McGraw-Hill, 1955

11 Siegbahn K(ed.). Alpha-, Beta-and Gamma-Ray Spectroscopy. Amsterdam: North-Holland, 1965

12 Preston M A, Bhaduri R K. Structure of the Nucleus. Mass: Addison-Wesley Publishing Co., Inc., Reading, 1975

13 Mayer M G, Jensen J H D. Elementary Theory of Nuclear Shell Structure. New York: Wiley, 1955

14 Blatt J M, Weisskopf V F. Theoretical Nuclear Physics. New York: Wiley, 1952

15 Давыдов А С. Теория Атомного Ядра. Москва: Физматгиз, 1958

16 Koester L, Steyerl A. Neutron Physics. Berlin: Sprinter, 1977

17 Vandenbosch R, Huizenga J R. Nuclear Fission. New York: Academic Press, 1973

18 Kammash T. Fusion Reactor Physics. Michigan: Ann, Arbor, 1975

19 Ryder L. Elementary Particles and Symmetries. New York: Cardon and Breach Sci. Pub., 1975

20 Nikolic M(ed.). Methods in Subnuclear Physics: Vol. V, Part 1, Cardon and Breach Sci. New York: Pub., 1977

21 Jagdish K. Tuli (ed.). Nuclear Wallet Cards. 5-ed. Brookhaven National Laboratory, 1995

22 Krane K S. Introductory Nuclear Physics. New York: John Wiley & Sons, 1987

23 Jelley N A. Fundamentals of Nuclear Physics. Cambridge University Press, 1990

24 Williams W S C. Nuclear and Particle Physics. Oxford: Clarendon Press, 1991

25 Patel S B. Nuclear Physics – An Introduction. Bombay: New Age International, 1991

26 Kane G. Mordern Elementary Particle Physics. Addison-Wesley Pub. Com., 1993

27 Heyde K. Basic Ideas and Concepts in Nuclear Physics. Bristol and Philadelphia, 1994

28 Povh B, Rith K, Scholz C, Zetsche F. Particles and Nuclei – An Introduction the Physical Concepts. Translated by M. Lavelle. Springer, 1995

29 胡济民，杨伯君，郑春开．原子核理论：第一卷．原子能出版社，1993

30 胡济民．原子核理论：第二卷．原子能出版社，1996

31 丁大钊，陈永寿，张焕乔．原子核物理进展．上海科学技术出版社，1997

32 徐四大．核物理学．清华大学出版社，1992

33 王炎森，史幅庭．原子核物理学．原子能出版社，1998

习 题 答 案

1-1. $Z=29$。

1-2. (a) $1.099\times10^{7}\ \mathrm{cm\cdot s^{-1}}$; (b) $2.653\times10^{-23}\ \mathrm{g}$; (c) 16。

1-3. $1.20\times10^{4}\ \mathrm{T\cdot m}$。

1-4. 2.3 fm; 6.9 fm; 9.0 fm。

1-5. $\frac{5}{2}$。

1-6. $^{7}\mathrm{Li}$。

1-7. $^{7}\mathrm{Li}: T=\frac{1}{2},\ T_3=\frac{1}{2}$; $^{7}\mathrm{Be}: T=\frac{1}{2}, T_3=\frac{1}{2}$;

$^{14}\mathrm{N}: T=0, T_3=0$; $^{18}\mathrm{O}: T=1, T_3=-1$。

1-8. $^{12}\mathrm{N}$ 和 $^{12}\mathrm{B}$ 的基态。

1-9. $\frac{5}{6}\sqrt{3}\mu_{\mathrm{N}}$; $\frac{5}{6}\mu_{\mathrm{N}}$。

2-1. 17.2%,84.9%; 4.62×10^{14},2.28×10^{15}。

2-2. $6.50\times10^{-12}\ \mathrm{g}$; $1.76\times10^{-13}\ \mathrm{g}$。

2-3. $1.66\times10^{8}\ \mathrm{Bq}$。

2-4. $4.66\times10^{8}\ \mathrm{Bq}$。

2-5. $11.7\ \mathrm{d}$。

2-6. $7.0\times10^{8}\ \mathrm{a}$。

2-7. $3.01\ \mathrm{min}$。

2-8. $5.1\times10^{9}\ \mathrm{a}$。

2-9. 公元 155 年。

2-10. 2.65 Bq,0.072 μCi。

2-11. 2.35×10^{4} a,196 d。

2-12.

	$^{2}\mathrm{H}$	$^{40}\mathrm{Ca}$	$^{197}\mathrm{Au}$	$^{252}\mathrm{Cf}$
B/MeV	2.224	342.05	1599.38	1881.21
ϵ/MeV	1.112	8.55	7.92	7.47

2-13.

	$^{3}\mathrm{H}$	$^{3}\mathrm{He}$	$^{12}\mathrm{B}$	$^{12}\mathrm{C}$	$^{12}\mathrm{N}$	$^{13}\mathrm{C}$	$^{13}\mathrm{N}$
B/MeV	8.48	7.72	79.57	92.16	74.02	97.11	94.10

2-14. $E(^{130}\mathrm{Te})-E(^{130}\mathrm{Xe})=2.54\ \mathrm{MeV}$。

2-15. 约 5×10^{26} MeV; 约 2500 kg。

2-16. 4.95 MeV; 17.53 MeV。

2-17.

^{40}Ca	^{58}Fe	^{208}Pb
337.3 MeV (342.1 MeV)	487.2 MeV (492.3 MeV)	1624.8 MeV (1636.4 MeV)

2-18. $^{57}Ni \xrightarrow{\beta^+} {}^{57}Co \xrightarrow{\beta^+} {}^{57}Fe$;

$^{140}Xe \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}Cs \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}Ba \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}La \xrightarrow{\beta^-} {}^{140}Ce$。

2-19. (1)$E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3}{5}\frac{Q^2}{R}$; (2)$E_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{2}\frac{Q^2}{R}$。

3-3. 1.28×10^{-10} A。

3-4. 1.67×10^{-7} s。

3-6. 分别为 1.39 MeV 和 1.58 MeV。

4-1. 0.72 MeV; -5.8×10^{-37} MeV。

4-2. 36.6 MeV。

4-3. 0.76 MeV; 1.9 fm。

5-1. 5404 keV。

5-2. 4.87 MeV; 4.78 MeV。

5-3. 354 keV。

5-4. 0.112 MeV; 6.11 MeV。

5-5. 0.96 W。

5-6. 4.6 MeV; 15.5 MeV; 23.4 MeV。

5-7. 2×10^{-11} s。

5-8. (i)$E_k = 29.8$ MeV, $V_c = 59.0$ MeV; (ii)$E_k = 1.56$ MeV, $V_c = 5.5$ MeV。

6-1. 18.6 keV。

6-2. 2.91 MeV。

6-3. 0.99 W。

6-4. (a)2.46×10^{11} s^{-1}; (b) 5.6 keV; (c) 0.30。

6-5. 58 eV。

6-6. 78 eV; 49 eV。

6-7. 0.61 MeV; 0.67 MeV。

6-8. 5.515 MeV。

6-9. 容许; 容许;容许; 容许; 三级禁戒; 一级禁戒。

6-10. 3.1; 0^+ 或 1^+。

6-11. (d)1.72 MeV。

6-12. 111.96 MeV。

6-13. 1.39 fm。

6-14. 4^-。

7-1. 1.5 eV; 4.9 eV; 6.4 keV。

7-2. $2.66\times10^{6}\ s^{-1}$。

7-3. 1.12 MeV; 0.89 MeV。

7-4. $^{120}_{50}Sn^{*}:2^{+}$; $^{120}_{51}Sb:1^{+}$。

7-5. $9/2^{-}\rightarrow9/2^{+}:E1$; $3/2^{-}\rightarrow1/2^{-}:M1+E2$; $9/2^{+}\rightarrow1/2^{-}:M4+E5$。

7-6.

γ跃迁编号	E_γ/keV	E_e/keV	相应壳层
1	24.7	23.2	L
		24.4	M
2	66.2	54.3	K
		64.6	L
3	80.8	68.9	K
4	96.8	85.0	K
		95.3	L
		96.4	M
5	121.3	109.4	K
6	136.2	124.3	K
		134.7	L
		136.0	M
7	198.8	186.9	K
		197.2	L
8	265.2	253.3	K
		263.6	L
9	280.1	268.2	K
		278.5	L
10	305.1	293.4	K
		303.4	L
11	402.0	390.0	K
		400.5	L

7-7. (i)0^{-},1^{-},2^{-}; (ii)4^{+}; (iii)2^{+},6^{+}; (iv)1^{+}; (v)3^{+}。

7-8. ^{60}Co 基态:5^{+};^{60}Ni 基态:0^{+},第一激发态:2^{+},第二激发态:4^{+}。

8-1. $3/2^{-}$,1^{+},$3/2^{+}$,$7/2^{-}$,$7/2^{-}$,$3/2^{-}$,$9/2^{+}$,$9/2^{+}$,0^{+},$7/2^{-}$,$3/2^{+}$。

8-2. $9/2^{+}$; 14 h。

8-3. (i)容许跃迁; (ii)唯一型一级禁戒跃迁; (iii)二级禁戒跃迁; (iv)一级禁戒跃迁。

8-4. 2^+,4^+,6^+,8^+; $2^+ \rightarrow 0^+ : E2$, $4^+ \rightarrow 2^+ : E2$, $6^+ \rightarrow 4^+ : E2$, $8^+ \rightarrow 6^+ : E2$。

8-5. $7/2^-$,$9/2^-$; $7/2^- \rightarrow 5/2^- : M1+E2$, $9/2^- \rightarrow 7/2^- : M1+E2$, $9/2^- \rightarrow 5/2^- : E2$。

8-6. 243.6 keV。

9-1. −1.643 MeV; 1.88 MeV。

9-2. 16.6 MeV; 4.4 MeV。

9-3. 8.03 MeV。

9-4. 8.5 MeV。

9-5. 1.78 MeV; 1.01 MeV。

9-6. 9.17 MeV; 83.3°。

9-7. 13.0 MeV。

9-8. 0.28 mb。

9-9. 1.75×10^{7} Bq。

9-10. 1.04×10^{8} Bq。

9-11. 8.6×10^{-4}。

9-12. 6.16 MeV。

9-13. 2.8 b; 约 1.2 倍。

9-14. 0.8×10^{-14} s。

9-15. 17.60,18.13,19.15 和 19.84 MeV。

9-16. 3.0,4.8,7.0 MeV。

10-1. 1.008662 u。

10-2. 1.00904 u。

10-3. 3.37 MeV。

10-4. 2.489 MeV。

10-5. 115。

10-7. 2.59 cm,27.3 m,58.8 cm。

10-9. 3.32×10^{-3} eV,797 $m\cdot s^{-1}$,910 nm。

10-11. 99%。

11-1. 1.4×10^{-8} μg,6.8×10^{-5} μg; 6.9 μg,1.5×10^{2} μg。

11-2. 208 MeV。

11-3. 约 18 fm。

11-4. 1.1 MeV,0.7 MeV,0.5 MeV。

11-6. 0.711,0.773,0.770,0.790,0.799,0.821,0.842。

11-7. 1.2%。

11-8. 4.2×10^{6} kJ。

11-9. 1.77×10^{-3} g。

11-10. 7.4×10^{-6} b; 1.47 b。

11-11. 9.6×10^{-6} b; 3×10^{-2} b。

11-12. 1.8 $W\cdot cm^{-2}$; 2.4 $W\cdot cm^{-2}$。

12-1. 0.73 fm。

12-4. (a)$p+p\rightarrow\Omega^{-}+p+K^{+}+K^{+}+K^{0}$, 1551 MeV。

(b)$K^{-}+p\rightarrow\Omega^{-}+K^{+}+K^{0}$,2690 MeV。

12-5. (a) $T_{\nu}=29.8$ MeV, $T_{\mu}=4.12$ MeV;

(b) $T_{p}=5.43$ MeV, $T_{\pi}=32.7$ MeV;

(c) $T_{\Lambda^{0}}=19.9$ MeV, $T_{K}=43.4$ MeV;

(d) $T_{\pi^{+}}=108.6$ MeV, $T_{\pi^{0}}=110.6$ MeV。

12-6. (a) $T_{\pi^{0}}^{max}=217.8$ MeV, $T_{\pi^{\pm}}^{max}=215.6$ MeV;

(b) $T_{\nu}^{max}=188.4$ MeV, $T_{\pi^{-}}^{max}=128.8$ MeV, $T_{\mu^{+}}^{max}=162.7$ MeV;

(c) $T_{\nu_{\mu}}^{max}=135.4$ MeV, $T_{n}^{max}=21.6$ MeV, $T_{\mu^{-}}^{max}=122.6$ MeV;

(d) $T_{K^{0},\bar{K}^{0}}^{max}=826.4$ MeV, $T_{\omega^{0}}^{max}=705.3$ MeV。

12-7. (a)896.9 MeV; (b) 1632.8 MeV。

12-8. (a)662.8 MeV; (b)45817 MeV; (c)960.1 MeV。

12-9. (a)$\Delta B\neq0$; (b)$\Delta S\neq0$,弱作用; (c)$\Delta S\neq0$,弱作用;

(d)$\Delta B\neq0$,$\Delta S\neq0$; (e)$\Delta S\neq0$,弱作用; (f)$\Delta S\neq0$,$\Delta l_{e}\neq0$,$\Delta l_{\mu}\neq0$。

13-1. (a)$R=(6\pi Gc)^{1/3}t^{2/3}$; (b)$H=\frac{2}{3t}$。

13-2. 2.6×10^{-6} s。

13-3. (a)319 s; (b)0.066。

附录一　部分核素数据和粒子数据[①]

Ⅰ. 部分核素数据[②]

Z	符号	A	$J\pi$	Δ/MeV	$T_{1/2}$, Γ 或丰度
0	n	1	1/2+	8.071	10.4 min
1	H	1	1/2+	7.289	99.985%
		2	1+	13.136	0.015%
		3	1/2+	14.950	12.33 a
2	He	3	1/2+	14.931	0.000137%
		4	0+	2.425	99.999863%
		6	0+	17.594	806.7 ms
		8	0+	31.598	119.0 ms
		10	0+	48.81	0.3 MeV
3	Li	6	1+	14.086	7.5%
		7	3/2−	14.908	92.5%
		9	3/2−	24.954	178.3 ms
		11	3/2−	40.79	8.5 ms
4	Be	7	3/2−	15.769	53.29 d
		8	0+	4.942	6.8 eV
		9	3/2−	11.348	100%
		10	0+	12.607	1.51×10^{6} a
		11	1/2+	20.174	13.81 s
5	B	10	3+	12.051	19.9%
		11	3/2−	8.668	80.1%
		12	1+	13.369	20.20 ms
6	C	12	1+	0.000	98.89%
		13	1/2−	3.125	1.11%
		14	0+	3.020	5730 a
7	N	12	1+	17.338	11.000 ms
		13	1/2−	5.345	9.965 min
		14	1+	2.863	99.634%
		15	1/2−	0.101	0.366%
8	O	15	1/2−	2.855	122.24 s
		16	0+	−4.737	99.762%
		17	5/2+	−0.809	0.038%
		18	0+	−0.782	0.200%
9	F	19	1/2+	−1.487	100%
10	Ne	20	0+	−7.042	90.48%
		21	3/2+	−5.732	0.27%
		22	0+	−8.024	9.25%
11	Na	22	3+	−5.182	2.6019 a
		23	3/2+	−9.530	100%
		24	4+	−8.418	14.9590 h
12	Mg	24	0+	−13.933	78.99%
		25	5/2+	−13.193	10.00%
		26	0+	−16.215	11.01%
		27	1/2+	−14.587	9.458 min
		28	0+	−15.019	20.91 h
13	Al	27	5/2+	−17.197	100%
14	Si	28	0+	−21.493	92.23%
		29	1/2+	−21.895	4.67%
		30	0+	−24.433	3.10%
15	P	31	1/2+	−24.441	100%
		32	1+	−24.305	14.262 d
16	S	32	0+	−26.016	95.02%
		33	3/2+	−26.586	0.75%
		34	0+	−29.932	4.21%
		36	0+	−30.664	0.02%
17	Cl	35	3/2+	−29.014	75.77%
		37	3/2+	−31.761	24.23%
18	Ar	36	0+	−30.230	0.3366%
		38	0+	−34.715	0.0632%
		40	0+	−35.040	99.6003%
19	K	39	3/2+	−33.807	93.2581%
		40	4−	−33.535	1.277×10^{9} a 0.0117%
		41	3/2+	−35.559	6.7302%
20	Ca	40	0+	−34.846	96.941%
		42	0+	−38.547	0.647%
		43	7/2−	−38.408	0.135%

① 主要供做习题使用。

② 摘自 Nuclear Wallet Cards (Fifth edition), BNL, July 1995。

Z	符号	A	Jπ	Δ/MeV	$T_{1/2}$, Γ 或丰度
		44	0+	−41.469	2.086%
		46	0+	−43.135	0.004%
		48	0+	−44.215	$>6\times10^{18}$ a
					0.187%
21	Sc	45	7/2−	−41.069	100%
		46	4+	−41.759	83.79 d
22	Ti	43	7/2−	−29.320	509 ms
		46	0+	−44.125	8.25%
		47	5/2−	−44.932	7.44%
		48	0+	−48.487	73.72%
		49	7/2−	−48.558	5.41%
		50	0+	−51.426	5.18%
23	V	47	3/2−	−42.004	32.6 min
		50	6+	−49.218	1.4×10^{17} a
					0.250%
		51	7/2−	−52.198	99.750%
24	Cr	50	0+	−50.255	$>1.8\times10^{17}$ a
					4.345%
		52	0+	−55/413	83.789%
		53	3/2−	−55.281	9.501%
		54	0+	−56.929	2.365%
25	Mn	55	5/2−	−57.707	100%
26	Fe	52	0+	−48.33	8.275 h
		54	0+	−56.249	5.845%
		56	0+	−60.601	91.754%
		57	1/2−	−60.176	2.119%
		58	0+	−62.149	0.282%
27	Co	53 m	(19/2−)	−39.45	247 ms
		59	7/2−	−62.224	100%
28	Ni	57	3/2	−56.076	35.60 h
		58	0+	−60.223	68.077%
		60	0+	−64.468	26.223%
		61	3/2−	−64.217	1.140%
		62	0+	−66.743	3.634%
		64	0+	−67.096	0.926%
29	Cu	63	3/2+	−65.576	69.17%
		65	3/2−	−67.260	30.83%
30	Zn	64	0+	−66.000	48.6%
		66	0+	−68.897	27.9%
		67	5/2−	−67.877	4.1%
		68	0+	−70.004	18.8%
		69 m	9/2+	−67.976	13.76 h
		70	0+	−69.560	$>5\times10^{14}$ a
					0.6%
31	Ga	69	3/2−	−69.321	60.108%
		71	3/2−	−70.135	39.892%
32	Ge	70	0+	−70.561	21.23%
		72	0+	−72.585	27.66%
		73	9/2+	−71.297	7.73%
		74	0+	−73.422	35.94%
		76	0+	−73.213	7.44%
33	As	74	2−	−70.659	17.77 d
		75	3/2−	−73.032	100%
34	Se	74	0+	−72.213	0.89%
		76	0+	−75.251	9.36%
		77	1/2−	−74.599	7.63%
		78	0+	−77.025	23.78%
		80	0+	−77.759	49.61%
		82	0+	−77.593	1.1×10^{20} a
					8.73%
35	Br	79	3/2−	−76.068	50.69%
		81	3/2	−77.974	49.31%
36	Kr	78	0+	−74.158	$\geqslant2.0\times10^{21}$ a
					0.35%
		80	0+	−77.893	2.25%
		82	0+	−80.588	11.6%
		84	0+	−82.430	57.0%
		86	0+	−83.261	17.3%
37	Rb	85	5/2−	−82.165	72.165%
		87	3/2	−84.593	4.75×10^{10} a
					27.835%
38	Sr	84	0+	−80.643	0.56%
		86	0+	−84.519	9.86%
		87	9/2−	−84.876	7.00%
		88	0+	−87.918	82.58%
39	Y	89	1/2−	−87.701	100%
40	Zr	90	0+	−88.769	51.45%
		91	5/2+	−87.893	11.22%
		92	0+	−88.456	17.15%
		94	0+	−87.268	17.38%
		96	0+	−85.441	3.9×10^{19} a
					2.80%
41	Nb	93	9/2+	−87.210	100%
42	Mo	92	0+	−86.806	14.84%
		94	0+	−88.411	9.25%
		95	5/2+	−87.709	15.92%
		96	0+	−88.792	16.68%
		97	5/2+	−87.542	9.55%

Z	符号	A	Jπ	Δ/MeV	$T_{1/2}$,Γ或丰度
		98	0+	−88.113	24.13%
		100	0+	−86.185	1.2×10^{19} a
					9.63%
43	Tc	97	9/2+	−87.221	2.6×10^{6} a
		98	(6)+	−86.429	4.2×10^{6} a
		99	9/2+	−87.324	2.111×10^{5} a
44	Ru	96	0+	−86.067	5.52%
		98	0+	−88.225	1.88%
		99	5/2+	−87.618	12.7%
		100	0+	−89.219	12.6%
		101	5/2+	−87.950	17.0%
		102	0+	−89.099	31.6%
		104	0+	−88.092	18.7%
45	Rh	103	1/2−	−88.023	100%
46	Pb	102	0+	−87.926	1.02%
		104	0+	−89.392	11.14%
		105	5/2+	−88.414	22.33%
		106	0+	−89.905	27.33%
		108	0+	−89.521	26.46%
		110	0+	−88.35	11.72%
47	Ag	107	1/2−	−88.405	51.839%
		109	1/2−	−88.719	48.161%
48	Cd	106	0+	−87.134	1.25%
		108	0+	−89.253	0.89%
		110	0+	−90.349	12.49%
		111	1/2+	−89.254	12.80%
		112	0+	−90.581	24.13%
		113	1/2+	−89.049	9.3×10^{15} a
					12.22%
		114	0+	−90.021	28.73%
		116	0+	−88.719	7.49%
49	In	113	9/2+	−89.365	4.29%
		115	9/2+	−89.536	4.41×10^{14} a
					95.71%
50	Sn	112	0+	−88.658	0.97%
		114	0+	−91.557	0.65%
		115	1/2+	−90.031	0.34%
		116	0+	−91.523	14.54%
		117	1/2+	−90.397	7.68%
		118	0+	−91.652	24.22%
		119	1/2+	−90.066	8.58%
		120	0+	−91.102	32.59%
		122	0+	−89.944	4.63%
		124	0+	−88.236	5.79%
51	Sb	121	5/2+	−89.589	57.21%
		123	7/2+	−89.222	42.79%
52	Te	120	0+	−89.40	0.096%
		122	0+	−90.303	2.603%
		123	1/2+	−89.171	$>1\times10^{13}$ a
					0.908%
		124	0+	−90.524	4.816%
		125	1/2+	−89.028	7.139%
		126	0+	−90.071	18.952%
		128	0+	−88.993	7.7×10^{24} a
					31.687%
		130	0+	−87.353	2.7×10^{21} a
					33.799%
53	I	127	5/2+	−88.988	100%
54	Xe	124	0+	−87.658	0.10%
		126	0+	−89.174	0.09%
		128	0+	−89.861	1.91%
		129	1/2+	−88.697	26.4%
		130	0+	−89.881	4.1%
		131	3/2+	−88.415	21.2%
		132	0+	−89.279	26.9%
		134	0+	−88.124	10.4%
		136	0+	−86.424	$>9.3\times10^{19}$ a
					8.9%
		140	0+	−73.00	13.60 s
55	Cs	133	7/2+	−88.075	100%
		137	7/2+	−86.550	30.07 a
56	Ba	130	0+	−87.271	0.106%
		132	0+	−88.439	0.101%
		134	0+	−88.954	2.417%
		135	3/2+	−87.855	6.592%
		136	0+	−88.891	7.854%
		137	3/2+	−87.726	11.23%
		138	0+	−88.266	71.70%
57	La	138	5+	−86.529	1.05×10^{11} a
					0.0902%
		139	7/2+	−87.235	99.9098%
58	Ce	136	0+	−86.49	0.19%
		138	0+	−87.57	0.25%
		140	0+	−88.087	88.48%
		142	0+	−84.542	$>5\times10^{16}$ a
					11.08%
59	Pr	141	5/2+	−86.025	100%
60	Nd	142	0+	−85.959	27.13%

Z	符号	A	Jπ	Δ/MeV	$T_{1/2}$,Γ 或丰度
		143	7/2−	−84.011	12.18%
		144	0+	−83.757	2.29×10^{15} a
					23.80%
		145	7/2−	−81.441	8.30%
		146	0+	−80.935	17.19%
		148	0+	−77.417	5.76%
		150	0+	−73.693	$>1.1\times10^{19}$ a
					5.64%
61	Pm	145	5/2+	−81.278	17.7 a
62	Sm	144	0+	−81.975	3.1%
		147	7/2−	−79.276	1.06×10^{11} a
					15.0%
		148	0+	−79.346	7×10^{15} a
					11.3%
		149	7/2−	−77.146	$>2\times10^{15}$ a
					13.8%
		150	0+	−77.061	7.4%
		152	0+	−74.772	26.7%
		154	0+	−72.465	22.7%
63	Eu	151	5/2+	−74.663	47.8%
		153	5/2+	−73.377	52.2%
64	Gd	152	0+	−74.716	1.08×10^{14} a
					0.20%
		154	0+	−73.716	2.18%
		155	3/2−	−72.080	14.80%
		156	0+	−72.545	20.4%
		157	3/2	−70.834	15.65%
65	Tb	159	3/2+	−69.542	100%
66	Dy	164	0+	−65.977	28.2%
67	Ho	165	7/2−	−64.907	100%
68	Er	166	0+	−64.934	33.6%
69	Tm	169	1/2+	−61.282	100%
70	Yb	174	0+	−56.953	31.8%
71	Lu	175	7/2+	−55.174	97.41%
72	Hf	180	0+	−49.790	35.100%
73	Ta	181	7/2+	−48.441	99.988%
74	W	184	0+	−45.706	$>3\times10^{17}$ a
					30.642%
75	Re	187	5/2+	−41.218	4.35×10^{10} a
					62.60%
76	Os	192	0+	−35.882	41.0%
77	Ir	193	3/2+	−34.537	62.7%
78	Pt	195	1/2−	−32.813	33.8%
79	Au	197	3/2+	−31.157	100%
		198	2−	−29.598	2.69517 d
80	Hg	202	0+	−27.362	29.86%
81	Tl	205	1/2+	−23.835	70.476%
		207	1/2+	−21.045	4.77 min
82	Pb	206	0+	−23.801	24.1%
		208	0+	−21.764	52.4%
		209	9/2+	−17.628	3.253 h
		214	0+	−0.189	26.8 min
83	Bi	209	9/2−	−18.272	100%
		211	9/2−	−11.869	2.14 min
84	Po	210	0+	−15.969	138.376 d
		212	0+	−10.385	0.299 μs
		218	0+	8.351	3.10 min
86	Rn	222	0+	16.366	3.8235 d
88	Ra	223	3/2+	17.23	11.435 d
		226	0+	23.661	1600 a
90	Th	230	0+	30.856	7.538×10^{4} a
		231	5/2+	33.810	25.52 h
		232	0+	35.443	1.405×10^{10} a
					100%
		235	(1/2)+	44.25	7.1 min
92	U	234	0+	38.140	2.455×10^{5} a
					0.0055%
		235	7/2−	40.913	703.8×10^{6} a
					0.720%
		238	0+	47.305	4.468×10^{9} a
					99.2745%
93	Np	237	5/2+	44.867	2.144×10^{6} a
		238	2+	47.450	2.117 d
94	Pu	239	1/2+	48.583	24110 a
		240	0+	50.120	6565 a
		241	5/2+	52.950	14.35 a
95	Am	242	1−	55.463	16.02 h
98	Cf	252	0+	76.027	2.645 a
100	Fm	254	0+	80.897	3.240 h

Ⅱ. 部分粒子数据①

名称	$I(J^P)$	质量/MeV	寿命或宽度
规范玻色子			
γ	$1(1^-)$	0	稳定
W	(1)	80410	2060 MeV
Z	(1)	91187	2490 MeV
轻子			
e	(1/2)	0.51099907	稳定
μ	(1/2)	105.6658389	2.19703×10^{-6} s
τ	(1/2)	1777.05	290.0×10^{-15} s
介子			
$\pi^{\pm}$	$1(0^-)$	139.56995	2.6033×10^{-8} s
π^0	$1(0^-)$	134.9764	8.4×10^{-17} s
η	$0(0^-)$	547.30	1.18 keV
ρ	$1(1^-)$	770.0	150.7 MeV
ω	$0(1^-)$	781.94	8.41 MeV
φ	$0(1^-)$	1019.413	4.43 MeV
$K^{\pm}$	$1/2(0^-)$	493.677	1.2386×10^{-8} s
K^0	$1/2(0^-)$	497.672	
$D^{\pm}$	$1/2(0^-)$	1869.3	1.057×10^{-12} s
D^0	$1/2(0^-)$	1864.6	0.415×10^{-12} s
J/Ψ	$0(1^-)$	3096.88	87 keV
ϒ	$0(1^-)$	9460.37	52.5 keV
重子			
Δ	$3/2(3/2^+)$	1232	120 MeV
Λ	$0(1/2^+)$	1115.683	2.632×10^{-10} s
Σ^+	$1(1/2^+)$	1189.37	0.799×10^{-10} s
Σ^-	$1(1/2^+)$	1197.449	1.479×10^{-10} s
Σ^0	$1(1/2^+)$	1192.642	7.4×10^{-20} s
Ξ^0	$1/2(1/2^+)$	1314.9	2.9×10^{-10} s
Ξ^-	$1/2(1/2^+)$	1321.32	1.639×10^{-10} s
Ω^-	$0(3/2^+)$	1672.45	0.822×10^{-10} s

① 摘自 Particle Data Booklet, Particle Data Group, LBNL, 1999。

附录二　常用物理常量[①]

1. 真空中光速

$$c = 2.99792458 \times 10^{10}\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}} = 2.99792458 \times 10^{8}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

2. 普朗克常量

$$h = 6.62606876 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

$$\hbar = 1.054571596 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

$$= 6.58211889 \times 10^{-16}\ \mathrm{eV \cdot s} = 6.58211889 \times 10^{-22}\ \mathrm{MeV \cdot s}$$

3. 玻耳兹曼常量

$$k = 1.3806503 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$$

$$= 0.86173423 \times 10^{-4}\ \mathrm{eV \cdot K^{-1}} = 0.86173423 \times 10^{-10}\ \mathrm{MeV \cdot K^{-1}}$$

4. 阿伏加德罗常量

$$N_A = 6.02214199 \times 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$$

5. 元电荷

$$e = 4.803204197 \times 10^{-10}\ \mathrm{esu(静电单位)} = 1.602176462 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

6. 电子静止质量

$$m_e = 9.10938188 \times 10^{-28}\ \mathrm{g} = 9.10938188 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 0.510998902\ \mathrm{MeV \cdot}\ c^{-2}$$

7. 质子静止质量

$$m_p = 1.67262158 \times 10^{-24}\ \mathrm{g} = 1.67262158 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 938.271998\ \mathrm{MeV \cdot}\ c^{-2}$$

8. 中子静止质量

$$m_n = 1.67492716 \times 10^{-24}\ \mathrm{g} = 1.67492716 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 939.565330\ \mathrm{MeV \cdot}\ c^{-2}$$

9. 里德伯常量

$$R_\infty = 1.0973731568549 \times 10^{5}\ \mathrm{cm^{-1}} = 1.0973731568549 \times 10^{7}\ \mathrm{m^{-1}}$$

10. 玻尔半径

$$a_0 = 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2 / m_e e^2$$

$$= 5.291772083 \times 10^{-9}\ \mathrm{cm} = 5.291772083 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$$

11. 精细结构常数

$$\alpha = e^2 / 4\pi\varepsilon_0 \hbar c = 7.297352533 \times 10^{-3}$$

$$\alpha^{-1} = 137.03599976$$

12. 电子的康普顿波长

$$\lambda_{c,e} = h / m_e c = 2.426310215 \times 10^{-10}\ \mathrm{cm} = 2.426310215 \times 10^{-12}\ \mathrm{m}$$

13. 玻尔磁子

$$\mu_B = e\hbar / 2m_e = 9.27400899 \times 10^{-24}\ \mathrm{J \cdot T^{-1}} = 5.788381749 \times 10^{-11}\ \mathrm{MeV \cdot T^{-1}}$$

14. 电子磁矩

---

① 摘自 P. J. Mohr, B. N. Taylor, J. Phys. Chem. Ref. Data 28, 1713(1999)。

$$\mu_e = 1.0011596521869\ \mu_B = 9.28476362 \times 10^{-24}\ \mathrm{J \cdot T^{-1}}$$

15. 核磁子

$$\mu_N = e\hbar/2m_p = 5.05078317 \times 10^{-27}\ \mathrm{J \cdot T^{-1}} = 3.152451238 \times 10^{-14}\ \mathrm{MeV \cdot T^{-1}}$$

16. 质子磁矩

$$\mu_p = 2.792847337\ \mu_N = 1.410606633 \times 10^{-26}\ \mathrm{J \cdot T^{-1}}$$

17. 经典电子半径

$$r_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2 = 2.817940285 \times 10^{-13}\ \mathrm{cm} = 2.817940285 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$$

18. 理想气体在标准温度气压下的摩尔体积

$$V_m = 22.413996 \times 10^3\ \mathrm{cm^3 \cdot mol^{-1}} = 22.413996 \times 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot mol^{-1}}$$

19. 原子质量单位

$$1\ \mathrm{u} = 1.66053873 \times 10^{-24}\ \mathrm{g} = 1.66053873 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 931.494013\ \mathrm{MeV \cdot}\ c^{-2}$$

20. 能量单位转换因数

$$1\ \mathrm{eV} = 1.602176462 \times 10^{-12}\ \mathrm{erg} = 1.602176462 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$$1\ \mathrm{MeV} = 3.829296 \times 10^{-14}\ \mathrm{cal}$$

$$1\ \mathrm{cal} = 4.184000\ \mathrm{J} = 2.611446 \times 10^{13}\ \mathrm{MeV}$$

索　引

A

锕系　actinium series　31,298
鞍点　saddle point　328
暗物质　dark matter　409

B

白矮星　white dwarf　407
半导体探测器　semiconductor detector　80
比电离　specific ionization　59
比活度　specific activity　37
比结合能　specific binding energy　43
比较半衰期　comparative half-life　151
变形核　deformed nucleus　208
表面能　surface energy　48
玻尔磁子　Bohr magneton　12
标准模型　standard model　350,390

C

粲粒子　charmed particle　377
粲夸克　charmed quark　375
超精细结构　hyperfine structure　9
超允许跃迁　superallowed transition　152
超新星　supernova　407
超重核　superheavy nucleus　335
超重元素　superheavy element　4
超子　hyperon　367
出射道　outgoing channel　229
出射粒子　outgoing particle　227
磁矩　magnetic moment　12
磁谱仪　magnetic spectrometer　113
磁约束　magnetic confinement　347

D

大爆炸　big bang　396
大统一理论　grand unified theory　391
单粒子模型　single-particle model　194
单粒子态　single-particle state　194
氘核　deuteron　97
德拜温度　Debye temperature　182
等离子体　plasma　345
电四极矩　electric quadrupole moment　14
电磁相互作用　electromagnetic interaction　140
电荷交换反应　charge exchange reaction　278
电荷守恒　charge conservation　389
电荷无关性　charge independence　105
电离　ionization　56
电离室　ionization chamber　69
电弱统一理论　electro-weak unified theory　385
δ电子　delta electron　56
电子阻止　electronic stopping　56
底夸克　bottom quark　377
CPT 定理　CPT theorem　390
顶夸克　top quark　377
独立粒子模型　independent-particle model　194
短程力　short-range force　108
断点　scission point　329
对产生　pair creation, pair production　67
对称性　symmetry　387
对称裂变　symmetrical fission　319
对关联　pairing correlation　198
对能　pairing energy　49
对能隙　pairing gap　198
多极辐射　multipole radiation　165
多极性　multipolarity　165
多普勒效应　Dopper effect　182

E

俄歇电子　Auger electron　136
二分量中微子理论　two-component neutrino theory　162
二分裂变　binary fission　312

F

反常磁矩　anomalous magnetic moment　12
反粒子　antiparticle　351
反应产额　reaction yield　242
反应产物　reaction product　227
反应道　reaction channel　229
反应截面　reaction cross-section　238
反应能　reaction energy　230
反中微子　antineutrino　132
放能反应　exothermic reaction　230
放射系　radioactive series　30
放射性　radioactivity　22
放射性核素　radioactive nuclide　23,289
放射性活度　activity, radioactivity　36
放射性鉴年法　radioactive dating　37

放射性平衡　radioactive equilibrium　27
非弹性碰撞　inelastic collision　56
非弹性散射　inelastic scattering　228,283
飞行时间　time-of-flight　93
费恩曼图　Feynman diagram　352
费米函数　Fermi function　142
分辨率　resolution　80
分辨时间　resolving time　92
分波分析　partial-wave analysis　248
分波截面　partial-wave cross-section　259
分宽度　partial width　263
分支比　branching ration　25
丰中子核素　neutron-rich nuclide　33,290
辐射防护　radiation protection　95
辐射俘获　radiative capture　299
辐射剂量　radiation dose　93
辐射损伤　radiation damage　56
符合测量　coincidence measurement　91
K 俘获　K-capture　136
复合核　compound nucleus　259
复合核模型　compound-nucleus model　259
复合核衰变　compound-nucleus decay　260
复势　complex potential　255

G

盖革-米勒计数器　Geiger-Müller counter　70
盖革-努塔尔定律　Geiger-Nuttall law　120
高能物理　high-energy physics　355
高自旋态　high-spin state　218
各向异性度　anisotropy　178
共振截面　resonance cross-section　265
共振能量　resonance energy　261,263
共振态　resonance state　361
惯性约束　inertial confinement　348
光电倍增管　photomultiplier method　77
光电峰　photopeak　68
光电效应　photoelectric effect　64
光学模型　optical model　254
光学势　optical potential　258
规范场论　gauge field theory　353
规范玻色子　gauge boson　351
硅面垒探测器　silicon surface barrier detector　85
轨道电子俘获　orbital electron capture　22,135
轨道角动量　orbital angular momentum　259,280

H

哈勃常量　Hubble constant　396
哈勃定律　Hubble law　396
核半径　nuclear radius　7
核磁共振　nuclear magnetic resonance　13
核磁子　nuclear magneton　13
核电荷数　nuclear charge number　4
核反应　nuclear reaction　227
核电站　nuclear power station　340
核反应堆　nuclear reactor　335
核结构　nuclear structure　190
核聚变　nuclear fusion　340
核力　nuclear force　97
核裂变　nuclear fission　312
核模型　nuclear model　190
核能　nuclear energy　340
核燃料　nuclear fuel　314
核乳胶　nuclear emulsion　68
核散射　nuclear scattering　228
核素　nuclide　7
核温度　nuclear temperature　273
核物质　nuclear matter　8
核形变　nuclear deformation　328
核质量　nuclear mass　4
核子　nucleon　4
核子分离能　unclean separation energy　45
核自旋　nuclear spin　9
核阻止　nuclear stopping　56
黑洞　black hole　407
轰击粒子　bombarding particle　227
宏观截面　macroscopic cross-section　299
缓发质子　delayed proton　126
缓发中子　delayed neutron　317
幻核　magic nucleus　199
幻数　magic number　190
回弯　backbending　219
混合比　mixing ratio　179
活度　activity　36

J

奇 A 核　odd-A nucleus　12,47
奇奇核　odd-odd nucleus　46
基本粒子　elementary particle　350
激发函数　excitation function　238
激发曲线　excitation curve　238
激发态　excited state　232

极化度 polarization 161
集体模型 collective model 205
集体振动 collective vibration 206
集体转动 collective rotation 207
级联辐射 cascade radiation 176
级联跃迁 cascade transition 177
几何截面 geometrical cross-section 270
剂量当量 dose equivalent 95
胶子 gluon 351
交换力 exchange force 111
角动量守恒 angular-momentum conservation 230
角分布 angular distribution 160
角关联 angular correlation 176
结合能 binding energy 39
介子 meson 109,357
介子场理论 meson field theory 109
禁戒跃迁 forbidden transition 143
浸渐近似 adiabatic approximation 209
径迹探测器 track detector 68
镜像核 mirror nuclei 7,152
巨共振 giant resonance 257

K

康普顿电子 Compton electron 65
康普顿散射 Compton scattering 66
康普顿效应 Compton effect 65,67
口袋模型 bag model 224
库里厄图 Kurie plot 146
库仑激发 Coulomb excitation 56,282
库仑能 Coulomb energy 48,326
库仑势垒 Coulomb barrier 122,283
夸克 quark 224,370
夸克-胶子等离子体 quark-gluon plasma 224
夸克禁闭 quark confinement 379
夸克模型 quark model 370
扩散长度 diffusion length 304

L

劳森判据 Lawson criterion 346
离心势垒 centrifugal barrier 125
粒子物理 particle physics 350
链式反应 chain reaction 335
裂变参量 fission parameter 327,328
裂变产额 fission yield 318
裂变产物 fission product 316
裂变截面 fission cross-section 313
裂变势垒 fission barrier 313,329
裂变碎片 fission fragment 316
裂变中子 fission neutron 322
临界角动量 critical angular momentum 287
临界距离 critical distance 288
临界体积 critical volume 339
临界质量 critical mass 339
螺旋性 helicity 132

M

脉冲电离室 pulse ionization chamber 70
母核 parent nucleus 22
穆斯堡尔效应 Mössbauer effec 180

N

镎系 neptunium series 31
内禀电四极矩 intrinsic electric quadrupole moment 216
内禀宇称 intrinsic parity 159
内转换 internal conversion 171
内转换电子 internal conversion electron 172
内转换系数 internal conversion coefficient 173
能级密度 level density 271
能量分辨率 energy resolution 80,86
能量守恒 energy conservation 229
能量损失 energy loss 56
尼尔逊能级 Nilsson energy level 216
扭曲波玻恩近似 distorted wave Born approximation, DWBA 278

O

偶偶核 even-even nucleus 46

P

平衡前发射 pre-equilibration emission 254
平均场 mean field 194
平均寿命 mean lifetime 24,263
屏栅电离室 grid ionization chamber 72

Q

奇异粒子 strange particle 366
奇异夸克 strange quark 351
奇异数 strangeness number 367
壳层模型 shell model 192
壳修正 shell correction 331
强相互作用 strong interaction 378
强子 hadron 351

切连科夫计数器 Cherenkov counter 68
轻子 lepton 143,351
轻子数 leptonic number 351
球形核 spherical nucleus 207
缺中子核素 neutron-deficient nuclide 33,291
全熔合反应 complete fusion reaction 287

R

热核反应 thermonuclear reaction 345
人工放射性 artificial radioactivity 32
韧致辐射 bremsstrahlung 56
熔合反应 fusion reaction 293
容许跃迁 allowed transition 143
入射道 incoming channel 229
入射粒子 incoming particle 227
弱相互作用 weak interaction 140

S

萨金特定律 Sargent law 151
三分裂变 ternary fission 312
色荷 color charge 372,378
上夸克 up quark 351
闪烁探测器 scintillation detector 73
闪烁谱仪 scintillation spectrometer 89
射程 range 59
α射线 α-ray 22
β射线 β-ray 22
γ射线 γ-ray 22
深度非弹性反应 deep inelastic reaction 286
剩余核 residual nuclease 22,227
剩余相互作用 residual interaction 252
施密特线 Schmidt lines 204
拾取反应 pick-up reaction 277
实验 Q 值 experimental Q-value 232
矢量玻色子 vector boson 385
势阱 potential well 122
势垒 potential barrier 122
势能面 potential energy surface 328
势散射 potential scattering 252
守恒定律 conservation law 229
受控热核聚变 controlled thermonuclear fusion 345
受扰角关联 perturbed angular correlation 180
α衰变 α-decay 113
β衰变 β-decay 129
衰变常量 decay constant 24
衰变分支比 decay fraction 25
衰变纲图 decay scheme 139
衰变链 decay chain 316
衰变能 decay energy 115
双峰势垒 double-humped barrier 333
双β衰变 double β-decay 137
瞬发中子 prompt neutron 316
碎裂反应 fragmentation reaction 290

T

弹性散射 elastic scattering 228
弹性散射截面 elastic scattering cross-section 254
探测效率 detection efficiency 75
特征X射线 characteristic X-ray 136
体积能 volume energy 48
天然放射性 natural radioactivity 23
同核异能素 isomer 7
同核异能素岛 island of isomerism 176
同量异位素 isobar 7
同位素 isotope 7
同位旋 isobaric spin, isospin 19
同位旋多重态 isospin multiplet 20
同位旋相似态 isospin analog state 20
同中异位素 isotone 7
钍系 thorium series 31
统计性质 statistics 18

W

微分截面 differential cross-section 239
唯一性禁戒跃迁 unique forbidden transition 148
稳定岛 island of stability 4
β稳定线 β-stability line 46
无反冲共振吸收 recoilless resonance absorption 182

X

吸能反应 endothermic reaction 230
吸收截面 absorption cross-section 299
希格斯粒子 Higgs particle 391
细致平衡原理 detailed balance principle 248
削裂反应 stripping reaction 275
星系 galaxy 396
形变参量 deformation parameter 15,326
形成因子 formation factor 126
形状同核异能素 shape isomer 334
选择定则 selection rule 143
下夸克 down quark 351
EMC效应 EMC effect 222

F 相互作用 Fermi interaction 144
G-T 相互作用 Gamow-Teller interaction 144

Y

湮没辐射 annihilation radiation 61
液滴模型 liquid-drop model 48,325
θ-τ 疑难 theta-tau puzzle 159
铀系 uranium series 31
诱发裂变 induced fission 313
宇称 parity 16
宇称不守恒 parity non-conservation 157
宇宙线 cosmic ray 355
阈能 threshold energy 235
原子核 atomic nucleus 4
原子质量 atomic mass 5
原子质量单位 atomic mass unit 5
圆锥效应 cone effect 237
γ 跃迁 γ-transition 165
跃迁概率 transition probability 168

Z

增值因数 multiplication factor 336
照射量 exposure 94
锗探测器 germanium detector 86
β 振动 β-vibration 214
γ 振动 γ-vibration 214
振动能级 vibrational energy level 213
蒸发模型 evaporation model 271
正比室 proportional chamber 72
直接反应 direct reaction 275
质量过剩 mass excess 42
质量亏损 mass defect 41
质量数 mass number 6
质子 proton 4
质子放射性 proton radioactivity 126
中微子 neutrino 131
中微子假说 neutrino hypothesis 131
中微子振荡 neutrino oscillation 409
中质比 neutron-proton ratio 46,286
中子 neutron 4,295
中子晕 neutron halo 8,292
中子核反应 neutron nuclear reaction 228
中子滴线 neutron drip line 291
中子扩散 neutron diffusion 304
中子皮 neutron skin 8,292
中子数 neutron number 7
中子星 neutron star 295
中子衍射 neutron diffraction 306
中子源 neutron source 296
中子注量率 neutron fluence rate 298
重离子 heavy ion 278
重离子核反应 heavy-ion nuclear reaction 278
重离子放射性 heavy-ion radioactivity 126
重子 baryon 351
重子数 baryon number 351
转动能级 rotational energy level 209
转移反应 transfer reaction 285,292
转晕态 yrast state 218
转晕线 yrast line 218
子核 daughter nucleus 22
自旋 spin 9
自发裂变 spontaneous fission 298,312
综合模型 unified model 208
总截面 total cross section 254,299
阻止本领 stopping power 56



ISBN 7-5022-2188-3

9 787502 221881 >

ISBN 7-5022-2188-3/O571

定价：36.00 元

[General Information]
书名=原子核物理　　（修订版）
作者=卢希庭主编
页数=428
SS号=11132595
出版日期=2000年10月第1版

封面页
书名页
版权页
前言页
目录页
绪论
第一章　原子核的基本性质
1．1　原子核的电荷、质量和半径
1．2　原子核的自旋
1．3　原子核的磁矩
1．4　原子核的电四极矩
1．5　原子核的宇称
1．6　原子核的统计性质
1．7　原子核的同位旋
习题
第二章　放射性和核的稳定性
2．1　放射性衰变的基本规律
2．2　放射性平衡
2．3　人工放射性的生长
2．4　放射性活度单位
2．5　放射性鉴年法
2．6　原子核的结合能
2．7　原子核稳定性的经验规律
2．8　原子核的液滴模型
2．9　原子核结合能的半经验公式
习题
第三章　核辐射测量
3．1　射线与物质的相互作用
3．2　核辐射探测器
3．3　能量测量与能量分辨
3．4　符合测量与时间分辨
3．5　辐射剂量与防护
习题
第四章　核力
4．1　氘核基态
4．2　核子－核子散射
4．3　核力的主要性质
4．4　核力的介子场理论简介
习题
第五章　α衰变
5．1　α衰变的能量
5．2　α衰变的实验规律
5．3　α衰变的基本理论
5．4　质子及重离子放射性
习题
第六章　β衰变
6．1　β能谱的特点
6．2　中微子
6．3　β衰变的三种类型及其衰变能
6．4　衰变纲图
6．5　β衰变的费米理论
6．6　跃迁分类和选择定则
6．7　库里厄图
6．8　衰变常量和比较半衰期
6．9　轨道电子俘获
6．10　宇称不守恒问题
习题
第七章　γ跃迁
7．1　γ辐射的多极性
7．2　γ跃迁概率
7．3　选择定则
7．4　内转换
7．5　同核异能态

7．6　级联γ辐射的角关联
7．7　穆斯堡尔效应
7．8　实验研究核衰变能级图
习题
第八章　核结构模型
8．1　幻数存在的实验根据
8．2　原子核的壳模型
8．3　壳模型的应用
8．4　集体模型的概念
8．5　转动能级和振动能级
8．6　变形核的基态性质
8．7　原子核的高自旋态与超形变
8．8　原子核的非核子自由度
习题
第九章　原子核反应
9．1　核反应概述
9．2　反应能
9．3　实验室坐标系和质心坐标系
9．4　核反应截面与产额
9．5　核反应截面的一般特征和细致平衡原理
9．6　反应截面的分波分析
9．7　核反应的三阶段描述和核反应机制
9．8　光学模型
9．9　复合核模型
9．10　直接反应
9．11　重离子核反应
9．12　放射性核束及其引起的核反应
习题
第十章　中子物理
10．1　中子的基本性质
10．2　中子源
10．3　中子和物质的相互作用
10．4　中子的慢化
10．5　中子的扩散
10．6　中子的衍射
习题
第十一章　原子核的裂变和聚变
11．1　自发裂变与诱发裂变
11．2　裂变后现象
11．3　裂变的液滴模型理论
11．4　壳修正
11．5　链式反应与裂变反应堆
11．6　轻原子核的聚变反应
11．7　受控核聚变
习题
第十二章　原子核的亚核子物理
12．1　粒子与高能碰撞
12．2　强子及其共振态
12．3　强子的夸克结构与强相互作用
12．4　弱相互作用与电弱统一理论
12．5　对称性与守恒定律
12．6　标准模型及其发展
习题
第十三章　核天体物理学基础
13．1　大爆炸及其实验依据
13．2　早期宇宙中的粒子与核相互作用
13．3　恒星中的核反应
13．4　宇宙中的中微子
习题
参考文献
习题答案
附录一　部分核素数据和粒子数据
附录二　常用物理常量

索引
附录页