目　　录

基本粒子性质表 …… xi

第一章　绪论 …… 1

1.1　最熟悉的基本粒子 …… 1

1.2　单位与运动学 …… 2

1.3　截面和相互作用 …… 4

1.4　相互作用和衰变时间 …… 10

1.5　粒子的分类 …… 12

1.6　电荷守恒、重子数守恒和轻子数守恒 …… 13

1.7　反粒子 …… 15

第二章　对称性和守恒定律 …… 16

2.1　经典物理学中的对称性 …… 16

2.2　量子物理学中的对称性 …… 19

2.3　规范变换和其它对称性 …… 23

2.4　带电 π 介子的自旋 …… 23

2.5　中性 π 介子的自旋 …… 24

2.6　空间反演和宇称 …… 25

2.7　强和电磁相互作用中宇称守恒 …… 30

2.8　光子的宇称 …… 31

2.9　带电 π 介子的宇称 …… 31

2.10　中性 π 介子的宇称 …… 32

2.11　时间反演 …… 33

2.12　强和电磁相互作用中的时间反演不变性 …… 34

2.13　电荷共轭 …… 36

2.14　强和电磁相互作用中 C 守恒 …… 37

2.15　自然定律和边界条件的注释 …… 38

2.16 对称性和群 …… 39
第三章 同位旋 …… **43**
3.1 引言：一个假设 …… 43
3.2 假设的证据 …… 44
3.3 核力的电荷对称性 …… 45
3.4 核力的电荷无关性 …… 47
3.5 核子和同位旋 …… 49
3.6 同位旋变换 …… 50
3.7 强相互作用中的同位旋守恒 …… 54
3.8 π 介子电荷无关性的含意 …… 55
3.9 π 介子和同位旋 …… 56
3.10 π 介子的升算符和降算符 …… 59
3.11 同位旋的合成 …… 60
3.12 广义泡利不相容原理：氘核 …… 61
3.13 强相互作用中同位旋守恒的检验 …… 65
3.14 G 宇称 …… 66
3.15 小结 …… 68
附录 …… 68
第四章 奇异数 …… **76**
4.1 奇异粒子的发现 …… 76
4.2 导致引进奇异量子数的佯谬 …… 79
4.3 奇异粒子的同位旋和盖尔曼-西岛关系 …… 81
4.4 K 介子的宇称 …… 85
4.5 Σ 的宇称 …… 86
4.6 Ξ 的宇称 …… 87
第五章 弱和电磁相互作用中同位旋和奇异数的选择定则 …… **88**
5.1 引言：轻子和非轻子弱相互作用 …… 88
5.2 奇异数守恒的半轻子弱相互作用 …… 89
5.3 奇异数改变的半轻子弱相互作用 …… 92

5.4 非轻子弱相互作用 …… 95
5.5 电磁相互作用 …… 97
第六章 核子的电磁结构 …… 100
6.1 电子和核子的差别 …… 100
6.2 描述结构的形状因子 …… 103
6.3 质子和中子的形状因子 …… 107
6.4 电子-质子非弹性散射 …… 111
6.5 类时光子实验 …… 115
第七章 共振态 …… 120
7.1 一个例子：$\Delta(1236)$ …… 120
7.2 $\Sigma(1385)$ …… 124
7.3 $\Lambda(1405)$ 和 $\Lambda(1520)$ …… 125
7.4 $\Xi(1530)$ …… 125
7.5 $\Omega(1672)$ …… 125
7.6 ρ 介子 …… 126
7.7 ω 介子 …… 127
7.8 φ 介子 …… 130
7.9 η 介子 …… 130
7.10 K^* 介子 …… 132
7.11 不存在的状态 …… 134
7.12 共振态是复合的吗? …… 134
第八章 弱相互作用和宇称破坏 …… 138
8.1 θ-τ 疑难 …… 138
8.2 对宇称破坏的直接观察 …… 141
8.3 β 衰变中的宇称破坏 …… 143
8.4 宇称破坏和中微子 …… 145
8.5 中微子的螺旋性 …… 148
8.6 π-μ-e 衰变序列 …… 150
8.7 Λ 的非轻子衰变 …… 151
8.8 β 衰变中 CP 守恒 …… 154

第九章　K介子衰变和宇称破坏 …… 156
9.1　*CPT* 定理 …… 156
9.2　中性*K*介子的盖尔曼-派斯理论 …… 158
9.3　*K*介子干涉量度学和 K_1-K_2 质量差 …… 162
9.4　K_1-K_2 质量差作为 $|\Delta S| = 1$ 选择定则的证据 …… 164
9.5　*K* 衰变中 *CP* 不变性的推论 …… 165
9.6　在 $K_1^0 \to 2\pi$ 衰变中的 $\Delta I = 1/2$ 定则 …… 167
9.7　*CP* 破坏的发现 …… 168
9.8　*CP* 疑难的分析 …… 169
9.9　实验结果 …… 173
9.10　超弱理论 …… 174
9.11　*K* 衰变中的 *T* 和 *CPT* …… 175
9.12　再论*K*介子干涉量度学 …… 176
9.13　*CP* 破坏和时间指向(箭头) …… 178
第十章　矢量流守恒理论和么正对称 …… 180
10.1　引言——需要比同位旋更高的对称性 …… 180
10.2　中子衰变和μ子衰变 …… 181
10.3　矢量流守恒（CVC）理论 …… 185
10.4　CVC 小结和向么正对称过渡 …… 190
10.5　么旋超多重态：八重法 …… 193
10.6　么旋超多重态：十重法和一重法 …… 196
10.7　关于么正对称性意义的评论 …… 198
第十一章　么正对称性和夸克模型 …… 202
11.1　同位旋和奇异数的结合 …… 202
11.2　构造同位旋多重态 …… 204
11.3　构造 SU_3 超多重态 …… 205
11.4　夸克模型 …… 208
11.5　质量公式 …… 212
11.6　电磁质量差的质量公式 …… 218
11.7　夸克模型的意义——夸克存在吗? …… 219

11.8 关于"基本性"的注释 …… 220
第十二章 卡比波理论、手征对称和流代数 …… 223
12.1 普适性的卡比波理论 …… 223
12.2 卡比波理论的一个解释 …… 226
12.3 部分守恒的轴矢流 …… 228
12.4 手征对称 …… 232
12.5 流代数 …… 234
第十三章 弱相互作用和电磁相互作用的统一以及粲数 …… 240
13.1 弱和电磁相互作用的统一理论 …… 241
13.2 粲数 …… 247
13.3 整体和局部对称性,希格斯机制 …… 251
13.4 关于新的窄共振态的注释 …… 254
13.5 结束语 …… 256
最常用的一些常数 …… 261
附录 …… 262
I. 相对论运动学 …… 262
II. 狄拉克方程 …… 266
III. 相空间积分 …… 272
IV. Dalitz 图 …… 276

第一章 绪 论

1.1 最熟悉的基本粒子

早在研究原子结构时期，人们就发现了电子 e^-、质子 p 和中子 n，这些都是人们最熟悉的基本粒子。从发现光电效应后，人们就已知道了电磁辐射的量子——光子 γ；通过对中子 β 衰变 $n \to p + e^- + \bar{\nu}$（其中发射出一个反中微子）的研究，推测出中微子的存在。同光子一样，中微子的静质量为零。在 1933 年，人们认为这些粒子以及正电子 e^+ 和反中微子 $\bar{\nu}$ 是仅有的基本粒子。

1935 年，汤川预言了一种新粒子，称之为介子，认为它是产生核力的原因。后来，安德森（Anderson）和内德迈耶（Neddermeyer）同时在宇宙线中找到了介子的实验证据。但是，1947 年对这些介子的进一步研究表明，它们并不具有汤川介子应具有的性质。同年，鲍威耳（Powell）在照像乳胶中发现了两种不同的介子：汤川（π）介子和较轻的 μ 介子（后者现称为 μ 子，它就是安德森和内德迈耶所发现的介子），两种介子性质完全不同，从而解决了基本粒子物理中的第一次危机。

我们假定读者对 1947 年以前发现的这些粒子已有初步了解。本章将对这些粒子做进一步的讨论。有关它们的性质都列在本书开头几页的表格中[1]。

---

1) 有关基本粒子历史的通俗资料，请参看杨振宁著《基本粒子发现简史》一书(中译本)，Princeton University Press, 1961。

1.2 单位与运动学

在基本粒子物理中，习惯上用 MeV 作为能量单位。$1\text{MeV} = 10^6\text{eV} = 1.602 \times 10^{-6}\text{erg} = 1.602 \times 10^{-13}\text{joul}$。因为在宇宙线和加速器内的粒子运动速度很大，所以在计算动量和质量时必须利用熟知的相对论关系式：

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4。 \tag{1.1}$$

式中 E 是能量，p 是动量，m 是粒子的静质量，c 是光速。因为经常碰到 c，故通常取 $c = 1$。能量、动量和质量都以 MeV 为单位（严格地说，能量的单位是 MeV，动量的单位是 MeV/c，而质量的单位是 MeV/c^2）。因此，质子的质量是

$$m_p = 938.21 \pm 0.01\text{MeV}/c^2,$$

这意味着 $m_pc^2 = 938.21 \pm 0.01\text{MeV}$。由于加速器的能量越来越高，也已采用

$$1\text{GeV} = 1\text{BeV} = 10^3\text{MeV}$$

作为能量单位。

为了弄清相对论运动学如何起作用，我们从 $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ 衰变来计算 π^+ 的质量。ν_μ 的下标 μ 强调这个中微子是和 μ 子一齐产生的。我们假定

$$m_\mu = 105.65\text{MeV}/c^2, \quad m_{\nu_\mu} = 0$$

其中第一式与事实精确相符，而第二式则有些疑问。

由（1.1）式可知，能量和动量并不是相互独立的。如果我们利用虚的第四个坐标的规定，把它们写成四维矢量，$p = (\boldsymbol{p}, iE)$（或 (p_x, p_y, p_z, iE)），则（1.1）（取 $c = 1$）变成

$$\boldsymbol{p}^2 - E^2 = -m^2$$

或

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - E^2 = -m^2。 \tag{1.2}$$

我们必须选取一个适当的参考系来进行计算。在这个例子

中，最好选择 π^+ 处于静止的参考系。这时 π^+ 的能量-动量是

$$P_\pi = (0, 0, 0, im_\pi)。$$

如果 μ 子沿正 z 轴方向运动，则中微子将沿负 z 轴方向运动，且

$$P_\mu = (0, 0, p_\mu, iE_\mu),$$

$$P_\nu = (0, 0, p_\nu, iE_\nu)。$$

由能量-动量守恒给出

$$P_\pi = P_\mu + P_\nu,$$

亦即

$$m_\pi = E_\mu + E_\nu,$$

$$p_\mu + p_\nu = 0,\ p_\mu = -p_\nu = p。 \tag{1.3}$$

由 (1.2) 式有

$$E_\mu = \sqrt{m_\mu^2 + p^2},\quad E_\nu = p, \tag{1.4}$$

其中已利用了 $m_\nu = 0$。把 (1.4) 式代回 (1.3) 式，给出

$$m_\pi^* = \sqrt{m_\mu^2 + p^2} + p。$$

根据 μ^+ 在磁场中的偏转，实验上测得

$$p = 29.80 \pm 0.04\text{MeV/c},$$

因此，最后得到

$$m_{\pi^+} = \sqrt{(105.65)^2 + (29.80)^2} + 29.80$$

$$= 139.58 \pm 0.05\text{MeV/c}^2。$$

在这个计算中，我们假定 $m_\nu = 0$。原则上只要把上面算出的 m_π 值与其它实验所算出的值比较，即可检验这个假定。但遗憾的是，在此实验中，m_π 值对 m_{ν_μ} 的值很不敏感，即使 $m_{\nu_\mu} = 2\text{MeV}$，$m_\pi$ 也只改变 0.07MeV，这勉强比实验误差略大一些。ν_μ 质量的实验上限是 1.6MeV**。

习题 考虑反应 $\pi^- + p \to n + \gamma$。假定 π 介子是在围绕质子 p 的

---

* 原文为 m_μ。——译者注

** 根据最近的报道，$m_{\nu_\mu} < 510\text{KeV}$。——译者注

S 态玻尔（Bohr）轨道上被俘获的（因此可以忽略 π 介子的动能），试证释放中子的动能(＝总能量－静质量能)为 8.872McV。

1.3 截面和相互作用

通过研究粒子之间的反应截面，我们得到了大量资料。这些截面采用面积单位(1 靶，$b = 10^{-24}\text{cm}^2$)，根据量子力学规则，反应截面与发生反应的几率有关。我们来考察三种典型过程：

a) $\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p$,

该反应截面如图 1.1 所示。 峰值约为 200mb，当 π 介子动能很大时，σ 减少到几十个 mb。

b) $\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$,

这称为 π 介子的光致产生，峰处的截面约为 200μb，它比反应(a)的截面约小 100—1000 倍。这是涉及 γ 的典型反应。

c) $\nu_e + n \rightarrow e^- + p$, $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$,

这两个反应的理论截面画在图 1.3 中，截面～$10^{-14}b$，约为(a)截面的 10^{-12} 倍，这是涉及中微子的典型反应。(ν_e 的下标表示中微子出现在 e^-(或 e^+)的反应中。有关粒子和反粒子的规定以后再作说明。)

对这三类反应截面值相差这么大的解释是，自然界里存在三种不同类型的相互作用，称为强相互作用、电磁相互作用和弱相互作用，并且分别以(a)、(b)和(c)的截面为其特征。当然，电磁相互作用并不是新东西，早在十八世纪库仑（Coulomb）最先对它有所认识。另外两种作用则是二十世纪发现的。实验上发现有如下的规则：

所有包含 γ 的反应都是电磁相互作用，

所有包含 ν 的反应都是弱相互作用，

所有包含 e 的反应都是电磁或弱相互作用，

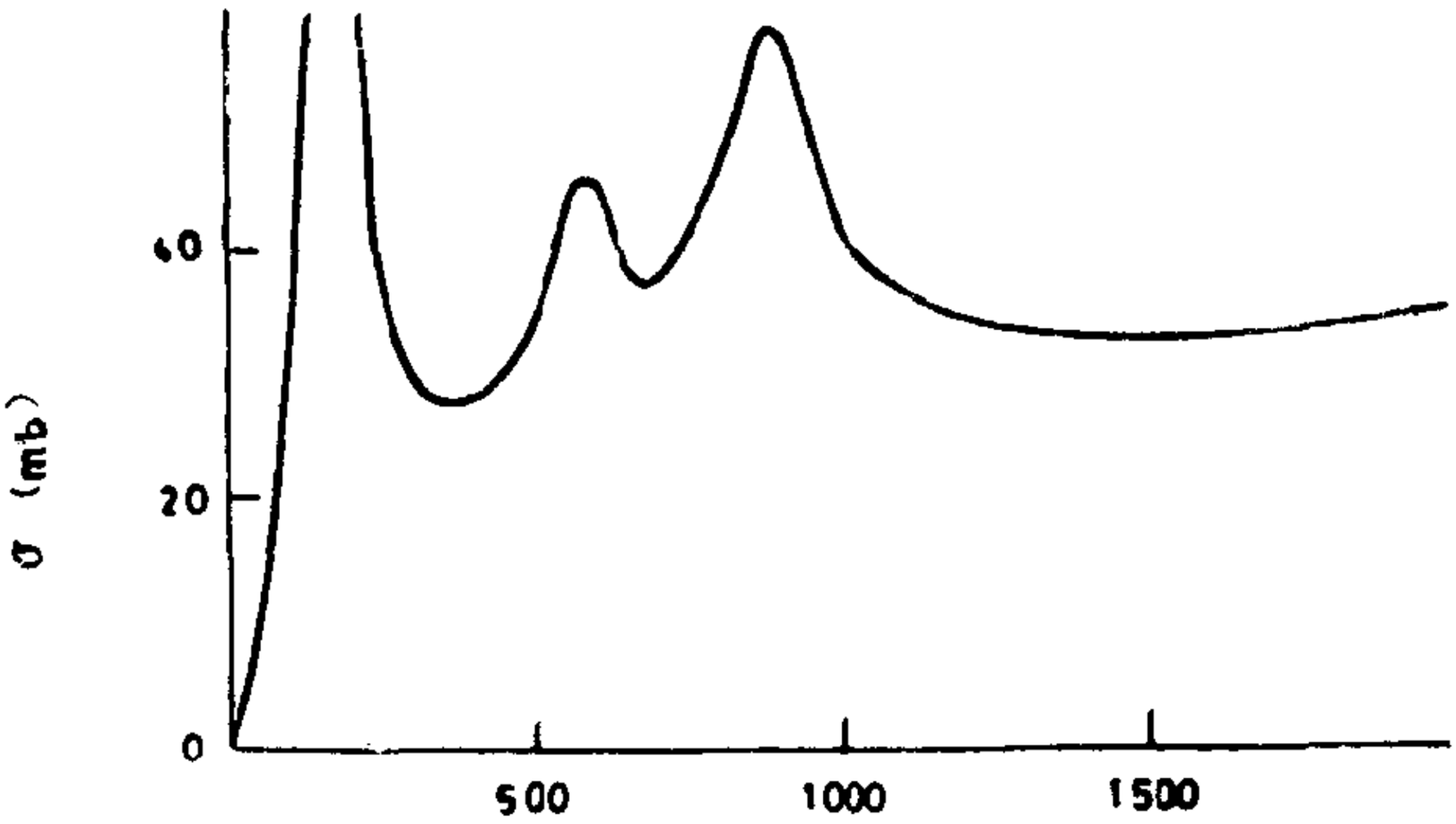


图 1.1　$\pi^+ + p$ 散射的总截面

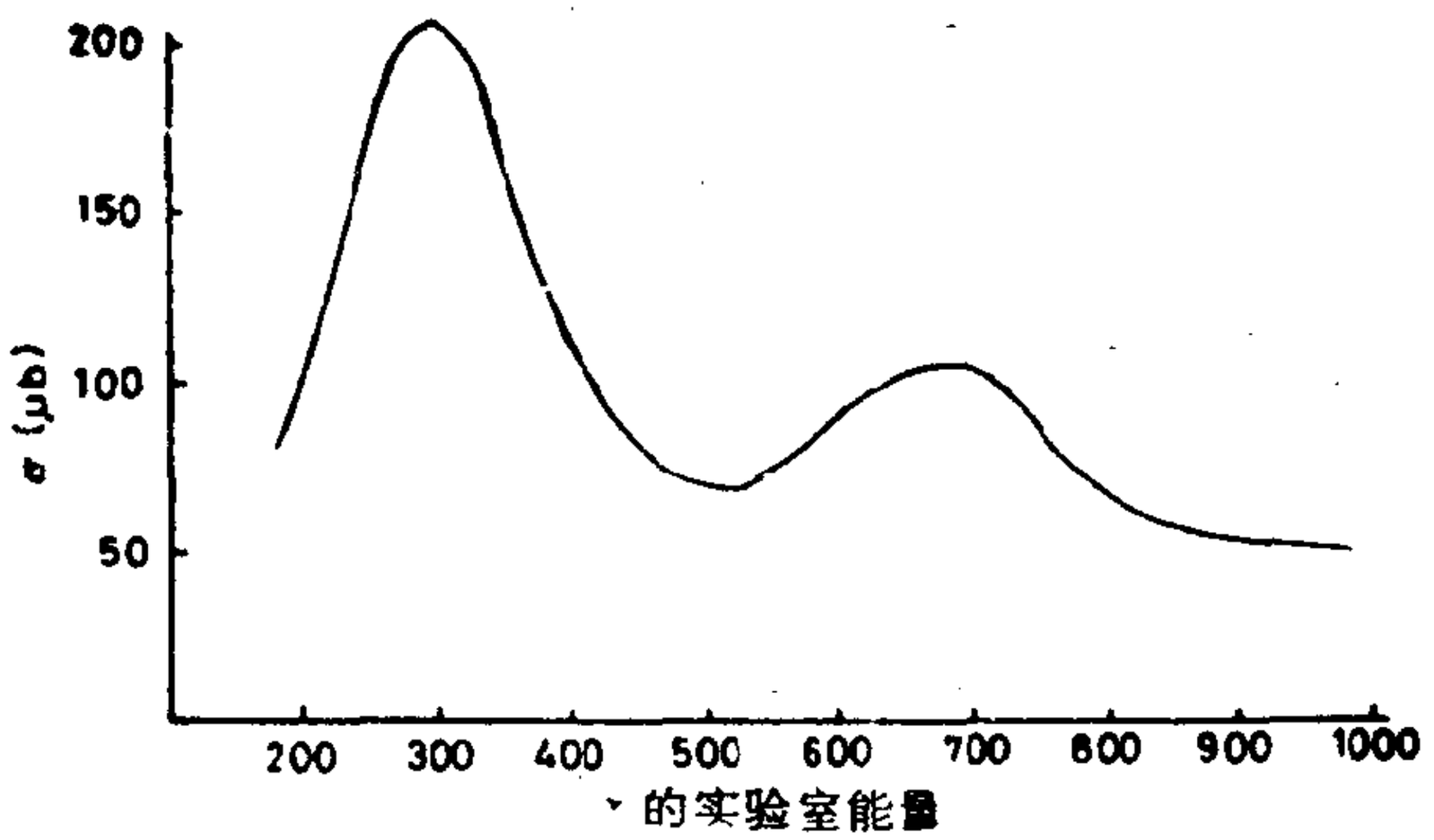


图 1.2　$\gamma + p \rightarrow \pi^+ + n$ 的截面

所有包含 μ 的反应都是电磁或弱相互作用。

一般说来，所有其余的粒子三种类型的相互作用都可能参与。例如，在上述反应 (a)、(b) 和 (c) 中都有质子，但是在实验室中观察到的质子反应大多数是强反应；这是因为对质子反应来说强相互作用是主要的。

在自然界中还有第四种相互作用——引力相互作用，它是我们在日常生活中唯一能感觉到的相互作用，它是牛顿 (Newton) 在十七世纪发现的。引力作用极其微弱——比弱

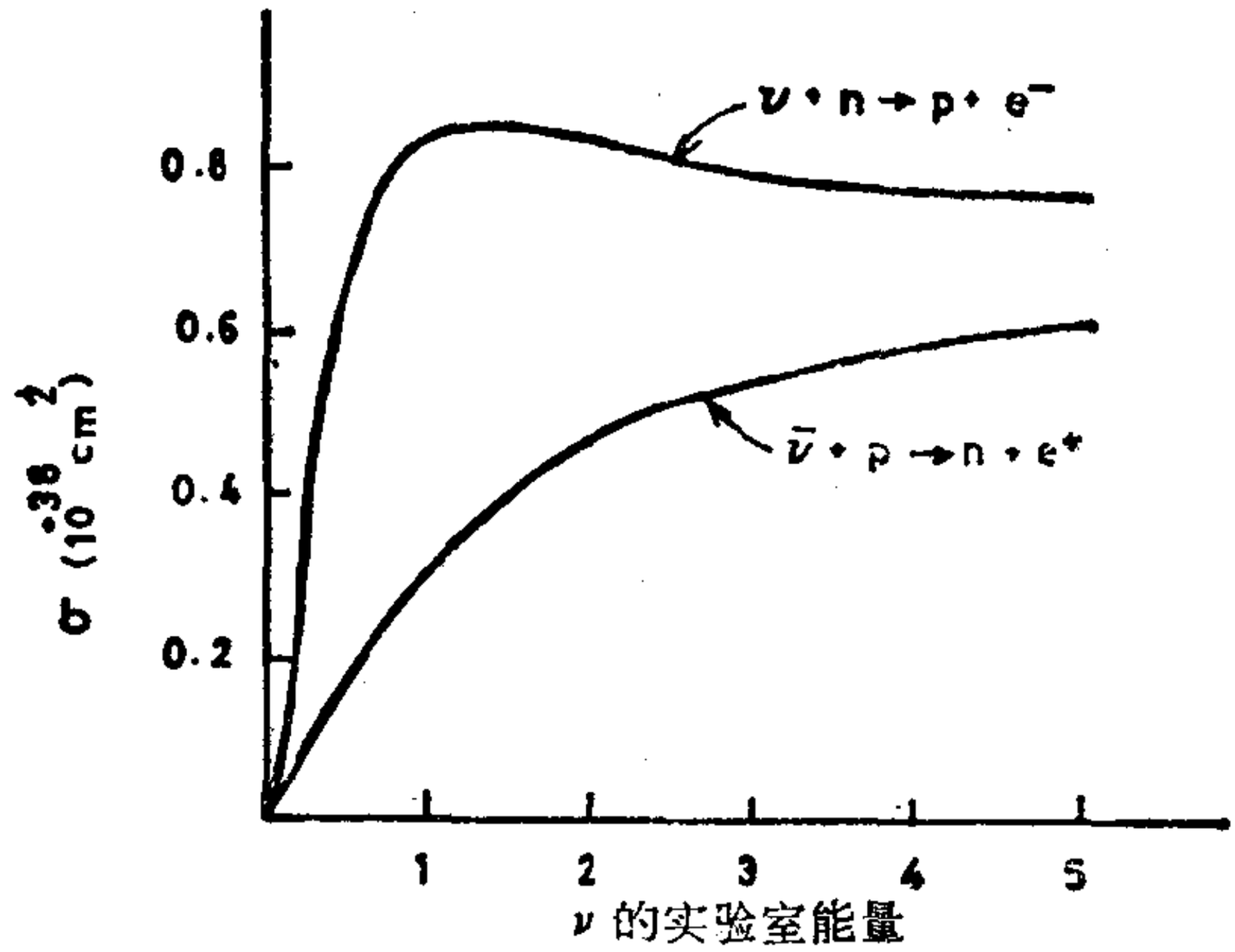


图 1.3　$\nu_e + n \to p + e^-$ 和 $\bar{\nu}_e + p \to n + e^+$ 的理论截面
(引自 Lee and Young, *Phys. Rev. letters*, 4, 307 ,1960).

相互作用的强度弱 10^{25} 倍。

四种基本相互作用的比较见表 1.1。

表　1.1

相互作用	强　　度	媒　　介	力　　程
强	1	?	$\sim 10^{-13}$cm
电磁	10^{-2}	γ	∞
弱	10^{-12}	—(或 W)	0(或 $\hbar/m_W c$)
引力	10^{-37}	引力子	∞

相对强度粗略地等于 (a)、(b) 和 (c) 中典型截面之比。研究这些相互作用(引力相互作用除外)在基本粒子物理中具有十分重要的意义。本书主要是这部分内容。现在对每一种相互作用简介如下:

电磁相互作用

这种相互作用我们了解得最透彻，因而最容易讨论. 按

照定义，电磁相互作用涉及光子，实光子或虚光子。上面的(b)反应就是包含一个实光子的例子，而弹性 e^-p 散射

$$e^- + p \to e^- + p$$

则是含有一个虚光子的例子。在经典物理学中，我们常说，这些粒子发生相互作用是因为电子“感觉”到质子的电磁场，从而影响了电子的运动。但是，在量子场论中，电磁场本身是量子化的，变成类似粒子的光子，这时我们说，在这种相互作用中电子和质子“交换”一个光子。这种情况用图 1.4 中的费曼图（Feynman diagram）表示。由于光子从发射到重新被吸收的时间很短，根据测不准原理无法探测到它，所以光子是虚的。设光子能量为 E，那么在比 $\tau \sim \hbar/E$ 更短的时间间隔内，不可能探测到它。在这段时间内，光子通过的距离为 $c\tau \sim c\hbar/E$，这就是力程。光子的能量越大(因而动量越大)，力程就越短。

粒子可能有的最小能量是它的静质量。光子的静质量为零，因此这时的力程是无限大。正因为如此，电磁力比较容易发现。两个带电体，无论相距多远，它们之间的库仑力总是存在的。

通过电磁相互作用的反应的另一些例子是，

$$\pi^0 \to 2\gamma$$

$$\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma,$$

$$e^- + e^- \to e^- + e^-,$$

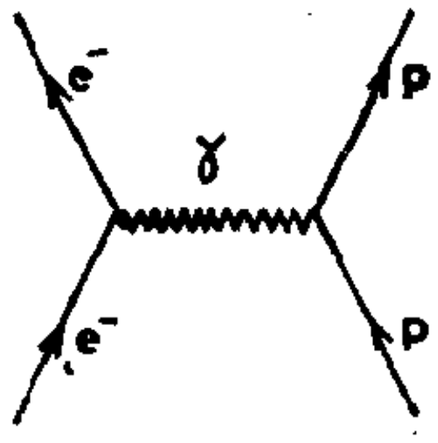


图 1.4　以交换光子为媒介的电子-质子散射

最后一个反应与电子-质子散射类似。

强相互作用

因为这种相互作用把核子束缚在一起，所以核物理学家称它为核相互作用。显然它很强(因为原子核非常稳定)并且是短程的(因为相邻原子的原子核并未相互"感觉"到)。汤川认为，与电磁相互作用类似，在原子核内，p 和 n 之间也交换着一种粒子，这种交换就提供了强力，如图 1.5 所示。如果交换粒子(现在称为 π 介子)的质量为 m_π，则力程是 $\hbar/m_\pi c$。假如力程$\sim 10^{-13}$cm，则 $m_\pi \sim$ 180MeV。

正如上面所提到的，在一阵混乱之后，终于发现了 π 介子，它的确是原子核内质子和中子（即在低能时）之间强力的主要承担者。

但是，与电磁相互作用完全由光子来传递不同，强相互作用并不是完全由 π 介子来传递的。例如，π 介子本身之间的强相互作用不可能通过交换 π 介子来传递，还必须交换某些其他东西。此外，仅用 π 介子交换不能很好地描述高能质子-质子和质子-中子散射，因此也需要有某些别的东西。

事实上，目前对强相互作用的媒介并不了解*。一种可能是交换所谓的"雷奇极点"（Regge poles)。这些雷奇极点是

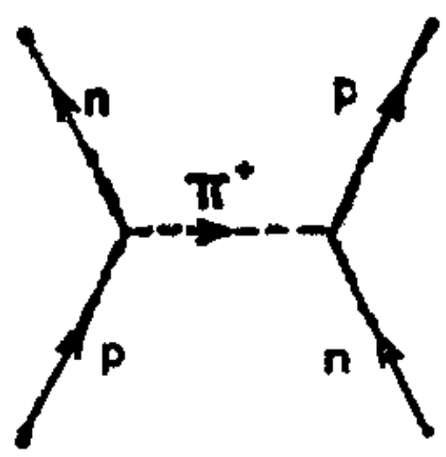


图 1.5　中子和质子之间由交换 π 介子来传递的强相互作用

* 按照目前的量子色动力学理论，强相互作用的媒介是色场的量子——胶子。——译者注

由全部自旋值（包括非物理值）来确定的，当自旋变成物理值时，雷奇极点就对应于一个真实的粒子[1]。

弱相互作用

弱相互作用的经典模型是费米（Fermi）建立的，他认为这种相互作用是力程为零的点相互作用。于是，β-衰变

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}$$

用图 1.6 的费曼图描绘。目前没有实验方面的原因怀疑费米理论，但它有一些理论上的问题。假如弱相互作用不是点相互作用，而是由如图 1.7 所示的交换一个“中间玻色子”所引起的（图 1.7 表示 β-衰变 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ 是如何以玻色子 W 为媒介的），则这些问题就不那么严重。如果中间玻色子存在，它可能有多种衰变方式，例如

$$W^{\pm} \to e^{\pm} + \nu_e,$$

$$W^{\pm} \to \mu^{\pm} + \nu_\mu,$$

$$W^{\pm} \to \pi^{\pm} + \pi^0。$$

人们已做了许多实验，在各种反应中寻找玻色子 W。例如，在反应

$$\nu_e + p \to p + e^- + W^+$$

中，未能找到任何 W，这说明或者是 W 不存在，或者是由于 W 太重，以致现有的加速器能量尚不足以在这些反应中产生 W。假定 W 存在的话，就能用这些实验给出它质量的下限为*

$$m_W > 2\text{GeV}$$

---

1) 有关雷奇极点更多的资料，参见 D. H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, Chapter 7; S. Frautschi, *Regge Poles and S Matrix Theory*, W. A. Benjamin, 1963; 或 R. Omnes, *Introduction to Particle Physics*, Wiley-Interscience, 1971, Chapter 14.

* 据最近的报道，$m_W > 30\text{GeV}$。——译者注

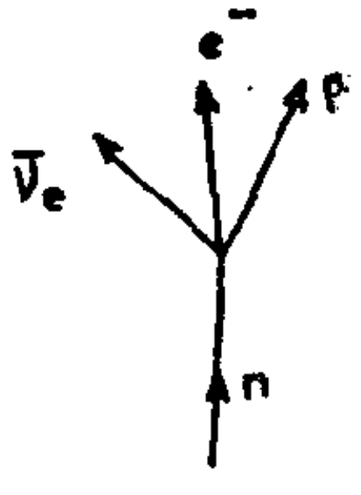


图 1.6 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ 的费米弱相互作用

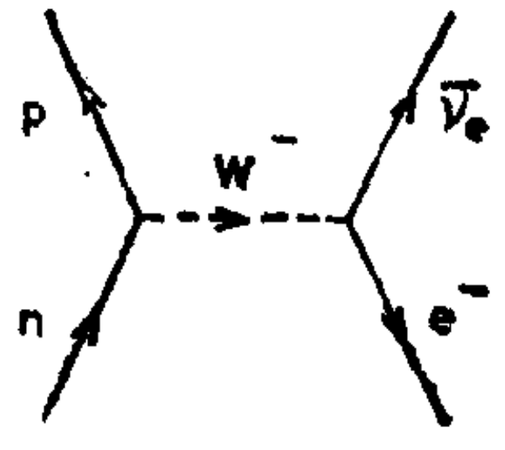


图 1.7 以中间玻色子 W 为媒介的中子 β 衰变 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$

引力相互作用

所有粒子，甚至光子，都受引力作用。假定自然界是一致的，则引力场一定也是量子化的，在引力相互作用中必然交换引力场的量子——引力子。这种粒子的静质量必定为零，因为引力的力程是无限大，并且引力子以光速运动。由于爱因斯坦（Einstein）的经典理论是非线性的（引力能量本身受引力作用），因而建立量子化的引力理论很困难。

最近，韦伯（Weber）声称已观察到来自银河系中心的引力波[1]。若能证实这一点，就存在一些虽然渺茫但却激动人心的希望，即在遥远的将来可能观察到单个引力子。

因为引力比其它力弱得多，所以在研究基本粒子时把它略去，下面将不再提及。

当然，物理学家们相信，所有这四种基本相互作用最终将归结为一个单一的综合结构，但没人敢说，这种最高的进展即将来临。

1.4 相互作用和衰变时间

上面讨论的基本粒子的三种相互作用不仅是产生两体反

1) 见 J. Weber, *Phy. Rev. Letters*, **22**, 1320(1969); **24**, 276(1970); **25**, 180 (1970).

应的原因，而且它们也引起衰变。实际上，弱相互作用就是通过 β-衰变 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ 发现的。正象反应有特征截面一样，衰变也有特征寿命。先看强相互作用，如果典型的截面是

$$\sigma_{强} \sim 10^{-25}\text{cm}^2,$$

则相应的强相互作用的长度是

$$l_{强} = \sqrt{\sigma_{强}} \sim 3 \times 10^{-13}\text{cm}$$

与此相应的时间是

$$\tau_{强} \sim l_{强}/c \sim 10^{-23}\text{sec}。$$

这正是发生强相互作用时间的数量级，比如说，它比 Λ 粒子的寿命

$$\tau_{\Lambda} \sim 10^{-10}\text{sec}$$

短得多。于是我们断定，Λ 衰变(为 $p\pi^0$，$pe^-\bar{\nu}_e$，等)必定是弱相互作用(根据量子力学的几率解释，相互作用越弱，作用时间越长)。我们已经知道，在 $\Lambda \to pe^-\bar{\nu}_e$ 中因为含有 $\bar{\nu}_e$，所以是弱相互作用。而这个讨论的目的是要证明：虽然在 $\Lambda \to p\pi^-$ 中不含有中微子，但它也是弱相互作用。

事实上，10^{-10} 秒是弱衰变的典型时间，在粒子表中可以挑出许多这样的衰变来。这样量级的时间是通过测量粒子在气泡室中径迹长度直接得到的。比如说，若粒子以速度 $v = c/10$ 运动(因为 $v/c = 1/10$，时间膨胀非常小)，衰变前粒子在气泡室中飞行的距离为

$$d = 3 \times 10^{10} \times 1/10 \times 10^{-10} = 0.3\text{cm},$$

而这样的径迹长度是可测量的。但是，对于 10^{-23} 秒的衰变时间，径迹长度就不可能测量了。另一方面，如果一个粒子在这样短的时间内衰变，则将有一个可测量的宽度(质量的不确定程度)，即

$$\Gamma \sim \frac{\hbar}{T} \sim \frac{6 \times 10^{-22}\text{MeVsec}}{10^{-23}\text{sec}} \sim 60\text{MeV}。$$

这样大小的宽度是很容易测量的。 例如，图 1.1 中第一个峰是由 Δ 粒子引起的，从图上可直接读出其宽度为 120MeV。大多数较高质量的粒子（“共振态”）的宽度都属于这个量级，因此它们是通过强相互作用衰变的。

通过电磁相互作用的衰变介于两者之间，例如，宽度小于 10MeV（如 η 衰变，宽度是 2.3KeV）或寿命短于 10^{-10} 秒（如 Σ^0 衰变，寿命是 10^{-14} 秒）。

这些规则仅仅是引导性的，因为一个粒子的衰变时间不仅依赖于相互作用的强度，而且还与衰变产物的可用相空间有关。中子 β-衰变 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ 的寿命（1000 秒）比 10^{-10} 秒要长得多，这是因为剩余的能量很少。 这种衰变可以与圣诞节前星期六下午在拥挤的城镇上停一辆汽车相比——原则上是可能的，但几乎没有任何可用的空地，因此要花很长时间才能停下。

1.5 粒子的分类

粒子 $e^{\pm}$, ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$ 和 γ 都不参于强相互作用，除光子外，它们的自旋都是 1/2（以 $\hbar$ 为单位）。对它们命名如下：

轻子 $e^{\pm}$, $\mu^{\pm}$, ν_e, $\bar{\nu}_e$, ν_μ, $\bar{\nu}_\mu$ 自旋为 1/2

光子 γ 自旋为 1

参于强相互作用的粒子称为强子。

强子 p, n, π, Σ, K, $\cdots$ 自旋为 $n/2$（n 为整数）

当然，所有的强子不是费米子就是玻色子，它们又分别被称为重子和介子：

重子 p, n, Σ, Λ, $\cdots$ 自旋为 1/2

Δ, Ω^-, $\cdots$ 自旋为 3/2

	•	•
	•	•
	•	•
介子	π, K, $\cdots$	自旋为 0
	ρ, ω, K^*, $\cdots$	自旋为 1
	•	•
	•	•
	•	•
	•	•

1.6 电荷守恒、重子数守恒和轻子数守恒

以上分类的优点在于类守恒。

到目前为止，我们暗中假定粒子可以用它的电荷 Q 来标记。应该明白，这是因为在所有反应中电荷守恒。从来还没有观察到电荷不守恒的反应：例如 $n \to p + \gamma$，如果出现这种情况，则整个标记问题就会发生混乱。因此存在着如下的联系

粒子的标记$\longleftrightarrow$量子数守恒。

现在看来，质子是绝对稳定的*，特别是它并未衰变成正电子

$$p \not\to e^+ + \gamma,$$

为什么？答案必然是存在一个重子数 B 的守恒定律。这里

重子	$B = 1$
介子、轻子和光子	$B = 0$

我们从未见过违反这个定律的反应；在任何反应中，改变重子

---

* 根据目前的弱、电、强相互作用的大统一理论，质子对于重子数不守恒的相互作用是不稳定的，理论上估计 $\tau_N \sim 10^{32}$ 年。最近的实验给出核子总寿命的下限是 $\tau_N \geqslant 10^{30}$ 年(例如见 J. Learned et al, *Phys. Rev. Letters*, **43**(1979, 907)。——译者注

数是不可能的。轻子也有类似情况，例如

$$e^- + e^- \not\rightarrow \pi^- + \pi^-,$$

这是轻子数 L 守恒的证据(其中 e^-的 $L=1$，而 π^- 的 $L=0$)。
而且我们可以进一步说，下列反应并未发生

$$\mu^\pm \not\rightarrow e^\pm + \gamma,$$

$$\mu^\pm \not\rightarrow e^\pm + e^+ + e^-,$$

因此，单凭轻子数守恒不能解释这一点。此外，

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e,$$

但是

$$\pi^- \not\rightarrow \mu^- + \nu_\mu, \quad \pi^- \not\rightarrow e^- + \nu_e,$$

并且

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

但是

$$n \not\rightarrow p + e^- + \nu_e.$$

(中微子和反中微子的螺旋性不同——见第八章，这使得我们能从实验上区分它们。)还有

$$\nu_\mu + \text{核子} \rightarrow \text{核子} + \mu^-,$$

$$\nu_\mu + \text{核子} \not\rightarrow \text{核子} + e^-,$$

这就是在 1962 年证明中微子 ν_e 和 ν_μ 不同所做的实验。

为了解释所有这一切，我们引进两个独立的量子数 L_e 和 L_μ(电子数和 μ 子数)，并采用以下规定：

	L_e	L_μ
e^-	1	0
e^+	−1	0
ν_e	1	0
$\bar{\nu}_e$	−1	0
μ^-	0	1
μ^+	0	−1
ν_μ	0	1

$\bar{\nu}_\mu$	0	-1
其它粒子	0	0

L_e 和 L_μ 在所有相互作用中都守恒，当然，$L = L_e + L_\mu$ 也守恒。注意，μ 衰变按

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

进行，与 L_e 和 L_μ 守恒一致。

习题 1）对照有关 L_e 和 L_μ 的规定，解释所有列出的实验事实。

习题 2）下列衰变中哪些不能发生？为什么？

$\pi^- \to e^- e^+ e^-$；　$n \to p\mu^- \nu_\mu$；　$n \to \mu^+ \mu^- \gamma$；　$n \to \mu^+ e^- \nu_e$；

$\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$；　$\pi^+ \to \pi^0 e^+ \bar{\nu}_e$；　$\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$；　$\pi^0 \to e^+ \nu_e$。

1.7 反粒子

毫无疑问，读者是熟悉反粒子概念的。每个粒子都有相应的反粒子，它们与正粒子有相同的质量、自旋，但它们的 Q，B，L_e 和 L_μ（以及奇异数 S——见第四章）值皆相反。在前面的轻子表中已经包括了粒子和反粒子。$Q = B = L_e = L_\mu = S = 0$ 的粒子，其反粒子就是它本身，例如光子和 π^0 介子。粒子和反粒子相互湮灭给出 $Q = B = L_e = L_\mu^* = S = 0$ 的态。例如：

$$p + \bar{p} \to \pi^+ + \pi^- + 2\pi^0 \quad \text{（强相互作用）}$$

$$e^+ + e^- \to 2\gamma \quad \text{（电磁相互作用）}$$

补 充 读 物

[1] Swartz, C. E. *The Fundamental Particles*, Addison-Wesley, 1965.

[2] Perkins, D. H. *Introdnction to High Energy Physics*, Addison-Wesley, 1972, Chapter 1.

[3] Longo, M. J. *Fundamentals of Elementary Particle Physics*. McGraw-Hill 1973, Chapters 1 and 4.

---

* 原文漏印 $L_{\mu 0}$ ——译者注

第二章　对称性和守恒定律

近二十多年来，研究对称性是基本粒子物理的主要课题之一。部分原因是由于迄今为止还没有令人满意的强作用和弱作用理论；而次于了解理论的最好办法，是了解这理论具有什么样的对称性。另外，因为研究对称性已开辟了一个极其丰富的研究领域，诸如：同位旋、么正对称和 Ω^-、夸克、宇称破坏、CP 破坏以及流代数，它们都与对称性有关。作为以下各章讨论这些专题的基础，有必要对于对称性做一些一般性介绍。

2.1　经典物理学中的对称性

物理学中的对称性是不可测量性或不可区分性的一个结果。举例来说，空间没有绝对原点，也就是说，我们可以任意选择坐标系的原点，而物理学定律保持不变。换句话说，绝对位置是不可测量的。这会有什么结果呢？

考虑一个由两个彼此相互作用的粒子组成的孤立系统。若粒子的坐标分别为 $\mathbf{r}_1$ 和 $\mathbf{r}_2$，则相互作用势能为

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2),$$

它是两个粒子位置的函数。可是，若空间中没有绝对的原点，我们就可以从不同的原点来量度坐标；这原点是从先前的原点经平移 $-\mathbf{a}$[1] 距离后得到的。在这个坐标系中测到的势能为

$$V(\mathbf{r}_1 + \mathbf{a}, \mathbf{r}_2 + \mathbf{a})。$$

1）或者换个说法，我们可以通过平移 a 移动到一个新位置。

但是，如果两原点是等价的，则对所有的 **a** 能量必定相同，

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1 + \mathbf{a}, \mathbf{r}_2 + \mathbf{a})。 \tag{2.1}$$

满足上述这种方程的两个变量的函数必定只是差 $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ 的函数。例如，我们可以取 $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2$ 或者 $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp i\mathbf{k}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)$，它们都满足 (2.1) 式。另一方面，若 $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)^2$，则 $V(\mathbf{r}_1 + \mathbf{a}, \mathbf{r}_2 + \mathbf{a}) = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + 2\mathbf{a})^2$，(2.1) 式不能成立。因此我们有

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)。 \tag{2.2}$$

而力 **F** 由

$$\mathbf{F} = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}}$$

给出。所以，作用在这两个粒子上的力分别是

$$\mathbf{F}_1 = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1}, \quad \mathbf{F}_2 = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2},$$

而作用在这个系统上的总力为

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1} - \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2}。 \tag{2.3}$$

但是，根据 (2.2) 式

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1} = \frac{\partial V}{\partial (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}, \quad \frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2} = -\frac{\partial V}{\partial (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)},$$

所以

$$\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_1} = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{r}_2},$$

再由 (2.3) 式

$$\mathbf{F} = 0; \tag{2.4}$$

即作用在两个只有彼此相互作用的粒子上的总力 (total force) 为零。这意味着什么？按牛顿第二运动定律

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \tag{2.5}$$

式中 **P** 是动量。(2.4) 和 (2.5) 式给出

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt}=0;\ \mathbf{P}=\text{常量。} \tag{2.6}$$

换句话说，该系统动量守恒。上述讨论可以推广到任意数目粒子的情形，并且可以说，一个孤立的粒子系统的动量守恒。

通过这个例子，我们已经可以看出(a)绝对位置的不可测量性，(b)空间平移下的不变性[(2.1)式]和(c)动量守恒[(2.6)式]之间的联系。

这些概念之间的联系是十分普遍的；它不但适用于经典物理，而且也适用于量子物理，并且除了空间原点外，还适用于其它一些不可测量的量。首先让我们考虑经典物理中的普遍公式。一个系统用拉格朗日函数 L 来描述，L 是粒子(用 i 来标记)的广义坐标 q_i 及其时间微商 $\dot{q}_i^*$ 和时间 t 的函数：$L=L(q_i, \dot{q}_i, t)$。拉格朗日(Lagrange)方程是[1]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_i}=0。$$

若坐标 q_i 不是绝对可测的，则 L 与 q_i 无关，于是 $\partial L/\partial q_i=0$，因此拉格朗日方程给出

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right)=0;\ \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}=\text{常量。}$$

然而，$\partial L/\partial \dot{q}_i=p_i$ 是广义动量，因此我们有 $p_i=$ 常量。由此可见广义坐标的不可测量性意味着广义动量守恒。如果 q 是位置，p 就是动量；如果 q 是角度，p 就是角动量。因此，正如以上由空间平移下的不变性导致线动量守恒那样，我们看到空间转动下的不变性(从空间中绝对方向的不可测量性得

---

* 原文为 $\dot{q}$。——译者注

1) 例如，参看 H. Goldstein, *Classicall Mechanics*, Addison-Wesley, 1950 Chapter 1. 本书现已出版，请参看《经典力学》，汤家镛、陈为恂译，科学出版社，1981年。

出）导致角动量守恒。（空间所有方向的等价性决不是显然的，甚至在没有先人为主的思想时也是如此。“前后左右”看起来并不等价于“上”或“下”。但是，牛顿认识到这是由于引力的缘故，而不是空间的内禀性质。对牛顿来说，这就是苹果落地的意义。）最后，因为没有绝对的时间原点，所以任何系统在时间平移下一定不变。L 不会与 t 有关：

$$\frac{\partial L}{\partial t} = 0。$$

然而，由于 $\partial L/\partial t = -\partial H/\partial t$[1]，故 $\partial H/\partial t = 0$，从而得到

$$H = 常量，$$

式中 H 是哈密顿（Hamiltonian）函数，它代表总能量，因此能量守恒。这些不变性和守恒定律都总结在表 2.1 中。迄今所知，它们对一切物理定律都适用，因此它们一定是强相互作用、弱相互作用和电磁相互作用的对称性。

2.2 量子物理学中的对称性

现在，让我们讨论量子理论。这时，系统用满足薛定谔（Schrödinger）方程[2]

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \tag{2.7}$$

的波函数 $\psi(x, t)$ 来描述。式中 H 为哈密顿算符，或能量算符。其复共轭方程是

$$H\psi^* = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi^* \tag{2.8}$$

我们考虑一个可观察量 Q，在 t 时刻它的期待值是

---

1) 见前引 Goldstein 的著作，Chapter 7。
2) 见，例如 R. M. Eisberg, *Fundamentals of Modern Physics*, Wiley, 1961, p. 321。

$$\bar{Q}(t) = \int \psi^*(t) Q \psi(t) d^3x$$

由(2.7)式和(2.8)式得出 $\bar{Q}$ 的变化率为

$$i\hbar \frac{d}{dt} \bar{Q}(t) = \int \psi^*(t)(QH - HQ)\psi(t) d^3x$$

$$= \int \psi^*(t)[Q, H]\psi(t) d^3x。 \qquad (2.9)^*$$

表 2.1　自然界中的一些对称性(精确的和不精确的)

不可测量性	意味着在下述变换下的不变性	守 恒 量	对称性成立的程度
空间的绝对位置	空间平移	动量	精确
绝对时间	时间平移	能量	精确
空间的绝对方向	转动	角动量	精确
带电粒子和中性粒子的相对相位	电荷规范变换	电荷 Q	精确
重子和其它粒子的相对相位	重子规范变换	重子数 B	精确
e^- 和 ν_e 与其它粒子的相对相位	电子数规范变换	电子数 L_e	精确
μ^- 和 ν_μ 与其它粒子的相对相位	μ 子数规范变换	μ 子数 L_μ	精确
(不可区分性)左和右	空间反演 P	宇称	在弱相互作用中破坏
时间流动方向	时间反演 T	——	破坏原因不明
粒子和反粒子之间的差异	电荷共轭	电荷宇称	在弱作用，或许还有电磁作用中破坏

式中

$$[Q, H] = QH - HQ \qquad (2.10)$$

称为 Q 和 H 的对易子。若 Q 的期待值守恒，则

$$\bar{Q} \text{ 守恒：} \frac{dQ}{dt} = 0 \Rightarrow [Q, H] = 0, \qquad (2.11)$$

---

* 原书中(2.9)式和(2.11)式 $\frac{d}{dt}$ 误为 $\frac{\partial}{\partial t}$，现已更正，并且(2.9)式成立的条件是 Q，不显含 t。——译者注

就说Q和H是对易的。

现在考虑坐标系沿 x 轴作一距离为 $-\delta x$ 的无穷小位移。波函数变成

$$\psi(x) \to \psi(x+\delta x) = \left(1 + \delta x \frac{\partial}{\partial x}\right)\psi(x)$$

$$= \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta x p_x\right)\psi(x) \quad (2.12)$$

这里已利用了泰勒（Taylor）级数展开，并只取到 δx 的一次项，其中

$$p_x = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \quad (2.13)$$

称为沿 x 轴平移的生成元。它将被看作是量子理论中的动量算符[1]。下面我们要证明，空间无穷小（沿 x 轴）平移下的不变性意味着动量（沿 x 轴的分量）守恒。为此，我们注意到，如果系统在 $x \to x + \delta x$ 平移下不变，则 H 的期待值也不变

$$\int \psi^*(x) H \psi(x) d^3x = \int \psi^*(x+\delta x) H \psi(x+\delta x) d^3x$$

$$= \int \psi^*(x)\left(1 - \frac{i}{\hbar}\delta x p_x\right) H \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta x p_x\right)\psi(x) d^3x。$$

这意味着

$$H = \left(1 - \frac{i}{\hbar}\delta x p_x\right) H \left(1 + \frac{i}{\hbar}\delta x p_x\right)$$

$$= H - \frac{i}{\hbar}\delta x [p_x, H] + 0(\delta x)^2,$$

亦即 $$[p_x, H] = 0;\ \bar{p}_x \text{ 守恒。} \quad (2.14)$$

这里已利用了(2.11)式，证毕。对于 $y \to y + \delta y$，$z \to z + \delta z$ 作同样的计算，我们发现，正像经典理论一样，空间平移下的不变性意味着动量守恒。同样地，时间平移下的不变性给

1) 参见，前引 Eisberg 著作，p. 203。

出能量守恒。

最后，我们考虑角动量。绕 z 轴转过 $\delta\varphi$ 的无穷小转动给出

$$x' = x + y\delta\varphi \equiv x + \Delta x,$$
$$y' = y - x\delta\varphi \equiv y + \Delta y,$$
$$z' = z \equiv z + \Delta z。 \tag{2.15}$$

波函数变成

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{r}) &\to \psi(\mathbf{r}) + \Delta\mathbf{r}\cdot\nabla\psi(\mathbf{r}) + \cdots \\ &= \psi + \Delta x\frac{\partial\psi}{\partial x} + \Delta y\frac{\partial\psi}{\partial y} + \Delta z\frac{\partial\psi}{\partial z} + \cdots \\ &= \left[1 + \left(y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y}\right)\delta\varphi\right]\psi + \cdots \\ &= \left[1 - \frac{i}{\hbar}L_z\delta\varphi\right]\psi + \cdots \end{aligned} \tag{2.16}$$

式中

$$L_z = \frac{\hbar}{i}\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right) \tag{2.17}$$

是绕 z 轴转动的生成元。应该看出，它正是量子理论中角动量 z 分量的算符[1]。其余的证明与动量的情况一样。这就是说，绕 z 轴转动的不变性意味着 L_z 守恒：

$$[L_z, H] = 0, \bar{L}_z \text{ 守恒。} \tag{2.18}$$

不言而喻，绕所有轴转动下的不变性意味着整个角动量守恒，

$$[\mathbf{L}, H] = 0;\ \bar{\mathbf{L}} \text{ 守恒。} \tag{2.19}$$

不难写出 (2.12) 式和 (2.16) 式的有限形式：

$$\begin{aligned}&\text{沿 } x \text{ 轴平移：} && \psi \to \exp(ixp_x/\hbar)\psi; \\ &\text{任意平移：} && \psi \to \exp(i\mathbf{x}\cdot\mathbf{p}/\hbar)\psi。 \\ &\text{绕 } z \text{ 轴转动：} && \psi \to \exp(-i\varphi L_z/\hbar)\psi; \end{aligned} \tag{2.20}$$

在经典理论和量子理论中，我们都由三个不可测量的量的存在导出了三个守恒量的存在。值得指出的是，这些量是非常基本的。它们表示出物理定律无论在何时何地都相同，且与在空间中的取向无关。若这些不变性不成立，则自然定律将因时间和地点的不同而异，实验就不能重复，科学本身也就不可能存在。

2.3 规范变换和其它对称性

在第一章中我们已经讨论了四个与空间、时间无关的守恒定律：电荷 Q，重子数 B，电子数 L_e 和 μ 子数 L_μ。这些定律都是从所谓规范变换下物理定律的不变性得出的。在电荷的情况下，它们表示带电粒子波函数相对于中性粒子波函数的相位是不可测量的。规范变换下的不变性导致一个守恒流，从而导致电荷守恒。

这四类“荷”的守恒定律与动量、能量和角动量守恒定律的共同之处在于它们都是绝对的。在它们是所有(强、弱和电磁)相互作用的对称性这一意义上，它们是精确的对称性。这与后面要讨论的对称性截然不同。这些对称性分为两类。第一类是与空间反演和时间反演有关的对称性，第二类是与空间和时间完全无关的对称性；这包括同位旋、奇异数和么正对称。所有这些对称性至少被一种相互作用所破坏；我们把它们称为近似对称性。本书的其余部分主要将讨论这些对称性。

2.4 带电 π 介子的自旋

由于角动量守恒，所有基本的量子系统必定处于角动量的本征态。基本粒子的内禀角动量称为粒子的自旋。让我们来讨论实验上如何确定带电 π 介子的自旋。方法是比较

$\pi^+ + d \to p + p$ 及其逆反应 $p + p \to \pi^+ + d$ 的反应率。式中 d 是氘核。

假设反应 $a + b \to c + d$ 在时间反演下不变（见 2.11 和 2.12 节），则成立所谓细致平衡原理。按照这个原理

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(a + b \to c + d)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(c + d \to a + b)} = \left(\frac{p_f}{p_i}\right)^2 \frac{(2s_c + 1)(2s_d + 1)}{(2s_a + 1)(2s_b + 1)}$$

式中 s_i 是 i 的自旋，p_i 和 p_f 分别是反应 $a + b \to c + d$ 在质心系中初态和末态的相对动量。由于 p 和 d 分别具有 $s=1/2$ 和 $s = 1$，我们有

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+ + d \to p + p)}{\frac{d\sigma}{d\Omega}(p + p \to \pi^+ + d)} = \frac{p^2}{q^2} \frac{4}{3(2s_{\pi^+} + 1)}$$

式中 p 和 q 分别是质心系中质子和 π 介子的动量。对于这两个过程在各种动量下的截面进行了测量，给出的结果是 $s_{\pi^+} = 0$。因为 π^- 是 π^+ 的反粒子，所以 π^- 的自旋也是零。

2.5 中性 π 介子的自旋

我们相信 π^0 的自旋也是零，但只有间接的证据。证据来自衰变

$$\pi^0 \to 2\gamma。$$

首先，可以证明，若 π^0 的自旋 $s = 1$，这个衰变将是禁戒的；这就剩下 $s = 0$ 和 $s \geqslant 2$。余下的分析不仅涉及到求自旋，而且还要求出宇称。（宇称将在下一节讨论，这里只需提一下：玻色子的宇称不是 $+1$ 就是 -1）。

现在论证如下：在这个衰变中，两个光子将被极化——每个光子不是左旋就是右旋，而且它们都衰变成电子-正电子

对

$$\pi^0 \to \gamma \quad + \gamma$$
$$\hookrightarrow e^+e^- \qquad \hookrightarrow e^+e^-,$$

每对产物确定一个平面。可以证明，如果 π^0 的自旋-宇称为 0^+，则两个平面平行，倘若为 0^-，则它们相互垂直。实验中发现它们相互垂直，表明自旋-宇称为 0^-。这一论证不能严格排除自旋 $\geqslant 2$ 的可能性，但这并未严重到不值得进一步讨论这个问题的程度。此外，同位旋的成功(见第三章)要求 π^0 与 $\pi^\pm$ 有相同的自旋，即自旋为零[1]。

2.6 空间反演和宇称

一般论述

虽然宇称是基本粒子物理的关键性概念之一，但它的基础和自旋不同。自旋的存在来源于角动量守恒，并且这是由转动下的不变性所保证的。但是，由

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{P} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \\ t \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

所定义的空间反演并不是一个转动(其中 P 是宇称算符)。这点很容易看出，比如说，观察绕 z 轴转动 π 角，便得到

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{R_z(\pi)} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ z \\ t \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

---

1) 有关 $\pi^0 \to 2\gamma$ 衰变进一步详细的讨论，例如参见 I. S. Hughes., *Elementary Particles Penguin*, 1972, p. 63; 或 G. Källén, *Elementary Particles Physics*, Addison-Wesley, 1964, p. 50。

(见图 2.1)。上式与(2.22)式的区别在于它只有两个坐标反号。因此,从转动下的不变性得不出空间反演的不变性[1)]。事实上,从这一点就可看出,自然界在宇称变换下并不是完全不变的;正如将要在第八章中看到的,弱相互作用就是这样。让我们略去弱相互作用,考虑薛定谔方程

$$H(\mathbf{x})\psi(\mathbf{x}, t) = i\frac{\partial\psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t}, \tag{2.24}$$

式中H是哈密顿算符。若H在$\mathbf{x}\to-\mathbf{x}$下不变,则

$$H(\mathbf{x}) = H(-\mathbf{x})。 \tag{2.25}$$

在(2.24)式中把$\mathbf{x}$换成$-\mathbf{x}$,则得

$$H(-\mathbf{x})\psi(-\mathbf{x}, t) = i\frac{\partial\psi(-\mathbf{x}, t)}{\partial t},$$

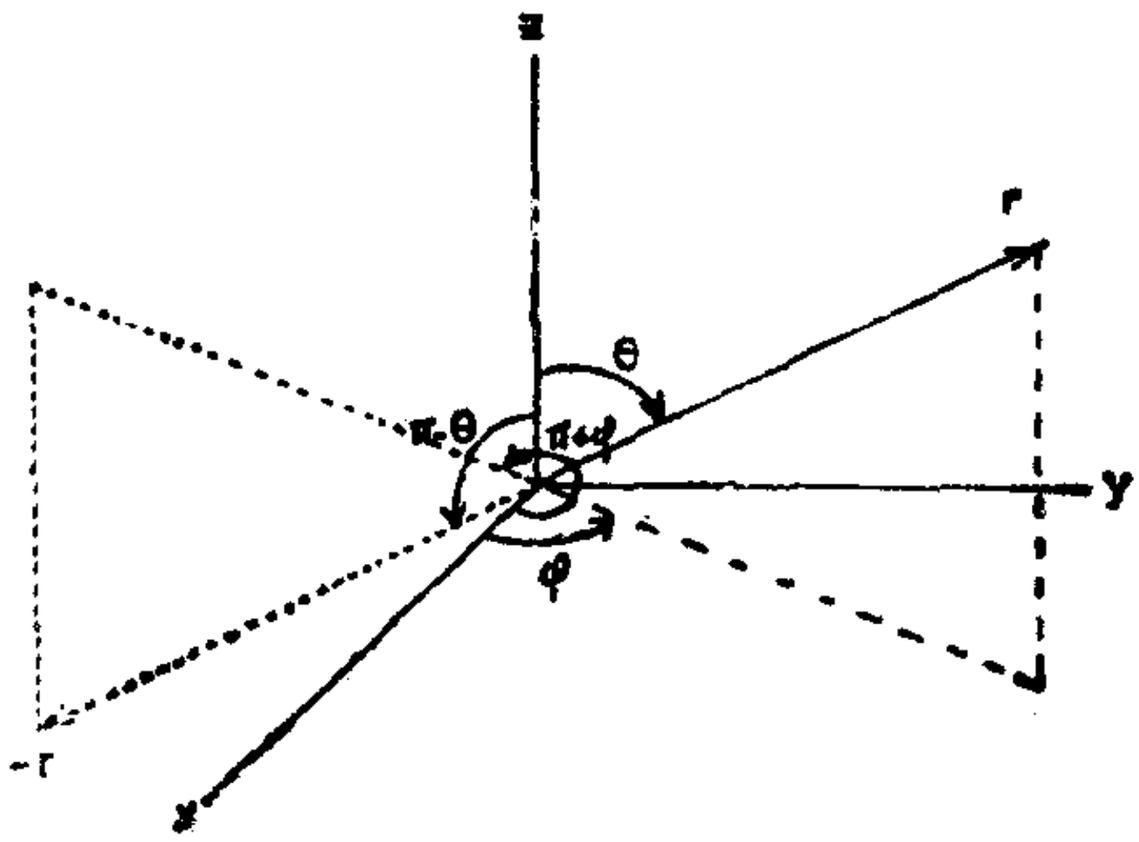


图 2.1

利用(2.25)式给出

$$H(\mathbf{x})\psi(-\mathbf{x}, t) = i\frac{\partial\psi(-\mathbf{x}, t)}{\partial t},$$

因此$\psi(-\mathbf{x}, t)$和$\psi(\mathbf{x}, t)$满足同样的方程。我们可令

1) 1963年7月,在哥本哈根举行的一次学术演讲中,派依斯(A. Pais)记载了他和狄拉克(Dirac)的对话。问:“为什么在你的名著«量子力学»中没有引进宇称?”狄拉克以他特有的坦率回答:“因为我不相信它!”

$$\psi(-\mathbf{x}, t) = \psi'(\mathbf{x}, t) = P\psi(\mathbf{x}, t), \qquad (2.26)$$

式中 P 是宇称算符，而组合式

$$\psi_o(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi(\mathbf{x}, t) - \psi'(\mathbf{x}, t)),$$

$$\psi_E(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi(\mathbf{x}, t) + \psi'(\mathbf{x}, t)), \qquad (2.27)$$

分别具有奇宇称和偶宇称：

$$P\psi_0 = -\psi_o, \; P\psi_E = \psi_E \text{。}$$

读者还可验证，$[H, P] = 0$，因而宇称是守恒的。宇称是一种量子数，它的守恒是空间反演不变性的结果。

宇称和角动量

角动量为 l，角动量的第三分量为 m 的波函数是 $Y_l^m(\theta, \varphi)$[1]，其中 θ 和 φ 是如图 2.1 中所示的角度。在空间反射 $(x, y, z) \to (-x, -y, -z)$ 下，可以看出

$$\theta \xrightarrow{P} \pi - \theta, \quad \varphi \xrightarrow{P} \pi + \varphi,$$

由于

$$Y_l^m(\theta, \varphi) \propto \sin^{|m|}\theta P_l^m(\cos\theta) e^{im\varphi},$$

式中 $P_l^m(\cos\theta)$ 是 $(\cos\theta)^{l-|m|}$ 阶组合勒让德（Legendre）多项式，因此，在空间反射下，

$$\begin{aligned} Y_l^m(\theta, \varphi) &\to Y_l^m(\pi - \theta, \pi + \varphi) \\ &= (+1)^{|m|}(-1)^{l-|m|}(-1)^m Y_l^m(\theta, \varphi) \\ &= (-1)^l Y_l^m(\theta, \varphi), \end{aligned}$$

所以轨道角动量为 l 的态的宇称是 $(-1)^l$。

内禀宇称

由粒子 a 和 b 组成的态用波函数

1）参见前引 Eisberg 著作，p. 301，p. 304。

$$\Psi_{ab} = \psi_a\psi_b$$

来描述。若 a 和 b 的内禀宇称为 ε_a 和 ε_b，则

$$P\psi_a = \varepsilon_a\psi_a,\ P\psi_b = \varepsilon_b\psi_b,$$

若 a 和 b 之间的轨道角动量为 l，则

$$P\Psi_{ab} = \varepsilon_a\varepsilon_b(-1)^l\Psi_{ab}。$$

现在设想粒子 c 是在 a 和 b 的散射过程中产生的，

$$a + b \to a + b + c,$$

并设右边总轨道角动量的最大取值*为 L。那么，若该反应中宇称守恒，则

$$\Psi^*_{ab}P\Psi_{ab} = \Psi^*_{abc}P\Psi_{abc},$$

即

$$\varepsilon_a\varepsilon_b(-1)^l = \varepsilon_a\varepsilon_b\varepsilon_c(-1)^L,$$

亦即

$$\varepsilon_c = (-1)^{L+l},$$

它给出 c 的内禀宇称。然而，如果 c 不能单独产生，就不能确定它的内禀宇称。例如，若 c 是费米子，或者它带有电荷，则必定有另一个粒子 d 与 c 一齐产生。由上面的论证将给出 $\varepsilon_c\varepsilon_d$ 的值，而不可能单独地定出 ε_c。因此，只是对于能够单独产生的粒子，即不带电(且不带奇异数)的玻色子，才能完全地确定它的内禀宇称。

相对宇称

稍想一下就会明白，由于守恒定律，内禀宇称的应用受到限制。电荷守恒禁止单个带电粒子自行产生，因此妨碍确定

---

* 原文为"总角动量为 L" 但在末态有三个粒子的情况下应定义 a 与 b 之间相对轨道角动量 l_1 和 c 与 a、b 质心之间的相对轨道角动量 l_2这时 L 取值为 $|l_1-l_2|\cdots\cdots l_1+l_2$。末态的轨道宇称为 $(-1)l_1 + l_2$ 参见§8.1。——译者注

其内禀宇称。但是，假如有两个带电粒子 c^+ 和 d^+，则可能有反应

$$a + c^+ \to a + d^+,$$

如果初态和末态的轨道角动量是 l_1 和 l_2，则宇称守恒给出

$$\varepsilon_a\varepsilon_c(-1)^{l_1} = \varepsilon_a\varepsilon_d(-1)^{l_2},$$

亦即

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_d} = (-1)^{l_1+l_2},$$

这样就可以求出 c^+ 和 d^+ 的相对宇称。对于重子数，情况与电荷数完全相同。对于奇异数也是如此，因为改变奇异数从而能够对奇异粒子和非奇异粒子作出比较的相互作用是弱相互作用，而弱相互作用是破坏宇称的，因此是没有用的。

从上述这些考虑得出，所有重子的宇称只能相对于(比如说) p，n 和 Λ 的宇称而确定。表示这一点的简便方法是采用

规定：p，n 和 Λ 均有正宇称。 (2.28)

后面一些例子将说明如何实际运用这一规定。

粒子和反粒子

可以证明

$$\left\{\begin{array}{l}\text{玻色子：粒子和反粒子有相同的宇称}\\ \text{费米子：粒子和反粒子有相反的宇称}\end{array}\right\} \qquad (2.29)$$

P 变换

根据定义 $\mathbf{r} \xrightarrow{P} -\mathbf{r}$，$t \xrightarrow{P} t$，且因 $\mathbf{P} = m\dot{\mathbf{r}}$，于是得出动量 $\mathbf{P} \xrightarrow{P} -\mathbf{P}$；又因 $\mathbf{l} = \mathbf{r} \times \mathbf{P}$，所以角动量(以及自旋)不变号。表 2.2 列出了这些变换以及后面将要讨论的其它一些变换的性质。

表 2.2

量	P 变换	T 变换	C 变换
$\mathbf{r}$	$-\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$	$\mathbf{r}$
t	t	$-t$	t
$\mathbf{p}$ (动量)	$-\mathbf{p}$	$-\mathbf{p}$	$\mathbf{p}$
$\mathbf{l}=r\times p$ (角动量)	$\mathbf{l}$	$-\mathbf{l}$	$\mathbf{l}$
σ(spin)	σ	$-\sigma$	σ
$\mathbf{E}$	$-\mathbf{E}$	$\mathbf{E}$	$-\mathbf{E}$
$\mathbf{B}$	$\mathbf{B}$	$-\mathbf{B}$	$-\mathbf{B}$
Q	Q	Q	$-Q$

2.7 强和电磁相互作用中宇称守恒

强相互作用中宇称守恒的经典检验是谭纳 (Tanner) 做的，在相应于 Ne^{20} 的一个激发态(已知它的自旋—宇称是 1^+)的能量区域内研究了反应

$$p + F^{19} \rightarrow O^{16} + \alpha_0$$

在此能区内，如果反应实际上以如下方式进行

$$\begin{matrix} p + F^{19} \rightarrow Ne^{20*} \rightarrow O^{16} + \alpha \\ \qquad\qquad\quad 1^+ \qquad 0^+ \quad 0^+, \end{matrix}$$

则在 α 粒子的谱上会出现共振态。 由于 O^{16} 和 α 的 J^P 都是 0^+，所以相应于 $l=0,1,2,\cdots$的末态有 0^+, 1^-, $2^+,\cdots$。 J 守恒要求 1^-，但因 Ne^{20*} 的自旋-宇称是 1^+，所以如果宇称守恒，则该反应就是禁戒的。这时，在 α 谱上将不会出现共振态。 这样，谭纳给出了在这种强相互作用中宇称破坏的上限是

$$|F|^2 < 4\times 10^{-8},$$

其中 F 为宇称破坏振幅和宇称守恒振幅的相对强度。最近的类似实验使这个数字降低到 $|F|^2 < 10^{-12}$。

如果在强子之间有破坏宇称的相互作用，则这些态中将

存在相应的宇称杂质，即态不具有单一的宇称，而将混有少量相反宇称的态。上面引用的 F 的上限已经排除了由电磁相互作用引起的这种混合，从而证明电磁相互作用是宇称守恒的。事实上，上限 10^{-12} 已经进入破坏宇称的弱相互作用的范围（见表 1.1），因此不可能再改进这个上限了。

2.8 光子的宇称

我们用 4 维矢势 $(\mathbf{A}, i\varphi) = A_\mu$ 来描述光子，其中 $\mathbf{A}$ 为矢势，φ 是标势。由

$$\mathbf{B} = \mathrm{curl}\mathbf{A}, \quad \mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi - \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{A} \tag{2.30}$$

给出电场 $\mathbf{E}$ 和磁场 $\mathbf{B}$。电场可由一对带相反电荷、位于 $z = z_0/2$ 和 $z = -z_0/2$ 处且与 xy 平面平行的平板产生。在宇称变换下，$z \to -z$，平板互换了位置，因而改变了 $\mathbf{E}$ 的方向

$$\mathbf{E} \xrightarrow{P} -\mathbf{E}。$$

由于算符 $\mathrm{grad} \equiv \mathbf{i}(\partial/\partial x) + \mathbf{j}(\partial/\partial y) + \mathbf{k}(\partial/\partial z)$ 在宇称变换下变号，由 (2.30) 可知，这意味着 A_μ 的变换是

$$(\mathbf{A}, i\varphi) \xrightarrow{P} (-\mathbf{A}, i\varphi), \tag{2.31}$$

即 A_μ 的行为类似于普通的矢量，而与赝矢量不同；A_μ 的空间部分变号，而光子的内禀宇称为负。

习题 利用 (2.31) 证明，在宇称变换下 $\mathbf{B}$ 具有赝矢量的性质，验证这对应于电荷作圆周运动产生 B 的物理图象。

2.9 带电 π 介子的宇称

利用反应

$$\pi^- + d \to 2n \tag{2.32}$$

可以确定 π^- 的宇称，其中 π^- 是从绕氘核 d 的 S-轨道上俘获的。因为 $l = 0$，左边的宇称为

$$\varepsilon(lhs) = \varepsilon(\pi^-)\varepsilon(d)(-1)^l = \varepsilon(\pi^-)\varepsilon(d)。$$

又因为 d 是轨道角动量为零的 p 和 n 的束缚态（混有少量 $l=2$ 的态），利用规定(2.28)，于是 $\varepsilon(d)=+1$，因而

$$\varepsilon(lhs) = \varepsilon(\pi^-)。 \tag{2.33}$$

另一方面，d 的自旋为 1，因此 $(\pi^- d)$ 的角动量 $J=1$。根据角动量守恒，$2n$ 态的 J 也等于 1。两个中子的态服从泡利(Pauli)不相容原理，因此允许的态是(参看表 3.3)

$S=1$(对称)，　l 为奇数(反对称)；

$S=0$(反对称)，　l 为偶数(对称)。

但是，当 $S=0$ 和 l 为偶数时，J 为偶数；而我们这里的 $J=1$。因此，两个中子只能处于 $S=1$，$l=1$ $(J=1)$ 的态，并且

$$\varepsilon(2n) = [\varepsilon(n)]^2(-1)^1 = -1。$$

假定宇称守恒，把它与(2.33)相比则给出 $\varepsilon(\pi^-)=-1$。因为 π 介子是玻色子，则 π^+ 与 π^- 有相同宇称。因此，在规定(2.28)的条件下，带电 π 介子的宇称为负。

2.10 中性 π 介子的宇称

与反应(2.32)大不相同，反应

$$\pi^- + d \to 2n + \pi^0 \tag{2.34}$$

看来是高度禁戒的。利用上面的分析不难看出，如果 π^0 和 π^- 的宇称同为(−1)，则反应(2.34)就会发生，不过，π^0 是在相对于 $2n$ 为 $l=1$ 的态上发射的。但是，若 π^- 和 π^0 的宇称相反，则反应可以在 $l=0$ 态发生，因此反应将快得多。事实是观察到的反应率非常慢，这表明 π^0 的(内禀)宇称为负。

反应 $\pi^0 \to 2\gamma$ 也是挺有趣的。利用它已得出 π^0 的自旋为零，还给出 π^0 的宇称为 −1。从另一方面看，这倒可以认为是电磁相互作用中宇称守恒的证据。

总之，π 介子的自旋-宇称 $J^P=0^-$，它们是赝标量粒子

表 2.3

场/粒子	P 变换下的性质	类　型	J^P	例子*
自旋 0	$\varphi \to \varphi$	标量	0^+	$\delta(980)$、$\varepsilon(1300)$
自旋 0	$\varphi \to -\varphi$	赝标量	0^-	π
自旋 1	$(\mathbf{V}, V_4) \to (-\mathbf{V}, V_4)$	矢量	1^-	γ
自旋 1	$(\mathbf{V}, V_4) \to (\mathbf{V}, -V_4)$	赝矢量（轴矢量）	1^+	$B(1235)$

* 见 1980 年 Particle Data Group 的数据。——译者注

——见表 2.3。

2.11 时间反演

类似于 (2.22) 式，时间反演定义为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{T} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ -t \end{pmatrix}。 \tag{2.35}$$

由哈密顿量 H 所表征的量子系统满足薛定谔方程

$$H\psi(\mathbf{x}, t) = i\frac{\partial\psi(\mathbf{x}, t)}{\partial t}。 \tag{2.36}$$

但是，即使 H 在时间反演下不变，$H \xrightarrow{T} H$，时间反演系统的相应方程

$$H\psi(\mathbf{x}, -t) = -i\frac{\partial\psi(\mathbf{x}, -t)}{\partial t}, \tag{2.37}$$

也与 (2.36) 不同。$\psi(\mathbf{x}, t)$ 和 $\psi(\mathbf{x}, -t)$ 并不满足同样的方程。　与 $\psi(\mathbf{x}, -t)$ 满足同样方程的量是 $\psi^*(\mathbf{x}, t)$，因为 (2.36) 的复共轭方程是

$$H^*\psi^*(\mathbf{x}, t) = -i\frac{\partial\psi^*(\mathbf{x}, t)}{\partial t}。$$

因此我们可令 $\psi(\mathbf{x}, -t) = \psi^{*\prime}(\mathbf{x}, t)$。$T$ 将波函数变成它的复共轭意味着态不可能处于 T 的本征态，因而不存在相应的守恒量子数。这是时间反演和空间反演之间一个根本的差别。

直到 1964 年，人们还认为所有的物理定律都在时间反演下不变，即认为在微观尺度上时间的指向(箭头)是不可测量的(在宏观尺度上，因为系统总是趋于较混乱的状态，所以有时间箭头)。然而，对衰变 $K_2^0 \to 2\pi$ 的观察提供了 T 不变性并不是自然界的一条普适规律的间接证据。这将在第九章中讨论。

2.12 强和电磁相互作用中的时间反演不变性

由于时间反演建立了波函数 $\psi_\alpha(t)$ 与其复共轭 $\psi_\alpha^*(-t)$ 之间的关系，从而把跃迁矩阵元 $\psi_\alpha^* M \psi_\beta$ 和 $\psi_\beta^* M \psi_\alpha$ 联系起来。换句话说，它建立了 $\alpha \to \beta$ 和 $\beta \to \alpha$ 振幅间的关系。检验 T 不变性的方法是比较既可"正向"也可"反向"进行过程的反应率。例如

$$^{24}\mathrm{Mg} + d \longleftrightarrow {}^{25}\mathrm{Mg} + p$$

$$^{24}\mathrm{Mg} + \alpha \longleftrightarrow {}^{27}\mathrm{Al} + p \qquad (2.38)$$

注意，这类称为细致平衡原理的检验并不说明正向和反向反应的跃迁率相等。由费米的黄金规则[1]给出 $\alpha \to \beta$ 的跃迁率 W

$$W_{\alpha\to\beta} = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{\alpha\beta}|^2 \rho_\beta$$

式中 $M_{\alpha\beta}$ 是矩阵元，ρ_β 是 β 态中的态密度。按照细致平衡原理，$|M_{\alpha\beta}| = |M_{\beta\alpha}|$，但是当相空间因子 ρ_β 与 ρ_α 不同时，

---

1) 参见前引 Eisberg 的著作 p. 291。

$W_{\alpha\to\beta}$ 将不等于 $W_{\beta\to\alpha}$。

已用反应（2.38）证明了 T 不变性成立的精确度好于0.5%。当然，这是对强相互作用的检验。

电磁相互作用中的细致平衡检验也已在反应

$$n + p \longleftrightarrow d + \gamma \tag{2.39}$$

中做过，结果表明与细致平衡原理一致，但只有大约 20% 的精确度。对于电磁相互作用中 T 不变性的最引人注意的检验是不存在中子电偶极矩。中子虽然是中性的，但其内部可以有正、负电荷分布。如果正、负电荷的“重心”不在同一点上，而是分开一个距离 $\mathbf{d}$，就产生了一个偶极矩 $fe\mathbf{d}$（其中 f 是表征这种效应大小的数）。$\mathbf{d}$ 的指向将如何？因为与中子相联系的唯一的另一个内禀矢量是中子的自旋 $\boldsymbol{\sigma}$，所以我们预期 $\mathbf{d}$ 与 $\boldsymbol{\sigma}$ 平行。然而，量 $e\mathbf{d}\cdot\boldsymbol{\sigma}$ 的存在就是 T 破坏的证据（见表2.2），因为

$$fe\mathbf{d}\cdot\sigma \xrightarrow{T} -fe\mathbf{d}\cdot\boldsymbol{\sigma}。 \tag{2.40}$$

这样，T 不变性要求

$$fe\mathbf{d}\cdot\sigma = -fe\mathbf{d}\cdot\sigma，\ 即\ f = 0。$$

最近几年，拉姆塞（Ramsey）和他的同事们为了测量中子的电偶极矩，做了非常精确的实验。目前的上限是

$$\mu_{偶极矩}(n) = (2\pm2)\times 10^{-23}\mathrm{e}\cdot\mathrm{cm} \tag{2.41}$$

对这个检验的解释有一个小小的困难。因为除了(2.40)式之外，我们还有

$$fe\mathbf{d}\cdot\boldsymbol{\sigma} \xrightarrow{P} -fe\mathbf{d}\cdot\boldsymbol{\sigma}。$$

这样，中子电偶极矩的存在也是宇称破坏的证据。但是电磁相互作用是宇称守恒的，所以，它可以与 T 不变性无关地保证 $f = 0$。然而弱相互作用是破坏宇称的，因此偶极矩可能是由于破坏 P 的弱相互作用与破坏 T 的电磁相互作用之间的相互

影响而引起的。如果是这样，f 必定是一个乘积

$$f = (G_F M_p^2) \cdot g$$

式中 G_F 是费米弱耦合常数（见 10.2 节），$G_F M_p^2 \approx 10^{-5}$ 是表征弱相互作用的无量纲的数，而 g 是表征电磁相互作用破坏 T 的程度的参数。这样，偶极矩的大小将为

$$\mu_{\text{偶极矩}}(n) \sim f \cdot \lambda_p e$$

式中 $\lambda_p = \hbar / M_p c$ 是质子的康普顿（Compton）波长 $= 2 \times 10^{-14}$cm。这就给出

$$\mu_{\text{偶极矩}}(n) \sim g \cdot 10^{-5} \times 2 \times 10^{-14} \text{e} \cdot \text{cm}$$

$$= 2g \times 10^{-19} \text{e} \cdot \text{cm}。$$

与(2.41)式比较后给出 $g < 10^{-4}$。 这是在上述检验的测量中电磁相互作用 T 不变性成立的精确度。

2.13 电荷共轭

除了与时间和空间有关的 T 和 P 外，可以定义一种将每个粒子与其反粒子互换的运算

$$C：\text{粒子} \longleftrightarrow \text{反粒子}$$

因此，C 使所有的荷（电荷、重子数和轻子数，以及奇异数）改变了符号。 由于 **E** 和 **B** 是静电荷和运动电荷产生的， 因此 $\mathbf{E} \xrightarrow{C} -\mathbf{E}$, $\mathbf{B} \xrightarrow{C} -\mathbf{B}$。 另一方面，所有时空量均不变（见表 2.2）

C 的本征态必定是零电荷的。 例如，π^0，$p\bar{p}$，γ，e^+e^-。对这些态，我们可定义一个“电荷宇称”* ϵ_c。

$$C_\varphi = \epsilon_c \varphi。$$

由于 C^2 显然是恒等变换，所以

$$\epsilon_c^2 = 1, \quad \epsilon_c = \pm 1。$$

---

* 以下简称“荷称”。——译者注

因为 $\mathbf{E} \xrightarrow{C} -\mathbf{E}$，$\mathbf{B} \xrightarrow{C} -\mathbf{B}$，所以

$$A_\mu = (\mathbf{A}, i\varphi) \xrightarrow{C} -A_\mu,$$

因而光子的荷称为负，

$$C\gamma = -\gamma: \ \eta_c(\gamma) = -1。 \tag{2.42}$$

下面我们会看到，在强作用和电磁作用中，C 守恒相当精确，因而从衰变 $\pi^0 \to 2\gamma$ 来确定 π^0 的荷称是有意义的。实际上，从(2.42)式直接得出，

$$C\pi^0 = \pi^0: \ \eta_c(\pi^0) = +1。 \tag{2.43}$$

2.14 强和电磁相互作用中 C 守恒

C 不变性的许多预言很难检验，因为它们使涉及粒子的反应和涉及反粒子的反应发生关系，但是并不总能容易地得到反粒子。例如，由于缺少天然的反质子，所以很难对 $\pi^-\bar{p}$ 和 π^+p 的散射加以比较。检验 C 不变性的最好方法是利用 C 的本征态，例如 $p\bar{p}$。事实上，在质子-反质子湮灭反应

$$p + \bar{p} \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0 + \cdots$$

中，如果 C 不变性成立，则 π^+ 和 π^- 的角分布必定相同。人们已验证了这个预言，并发现 C 不变性以高于 1% 的精确度成立。

最近几年李政道及其同事们已对电磁相互作用中的 C 守恒提出了怀疑(见 9.8 和 9.9 节)。然而，迄今还没有 C 破坏的确凿证据。检验 C 破坏的一个简便方法是测量在

$$\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0 \tag{2.44}$$

衰变中寻找 π^+ 和 π^- 分布的不对称性。由 η 的寿命看，它是电磁衰变。最近的实验(1968 年)给出的不对称性为 $1.5 \pm 0.5\%$。我们谨慎地得出结论：在 C 变换下电磁相互作用的不变性大约精确到这个水平。

2.15 自然定律和边界条件的注释

众所周知(至少对于化学家们),有许多“旋光”有机化合物,它们能使光的极化平面向左或向右旋转。例如,自然界中的葡萄糖就是右旋的。重要的是,应该认识到这并不是宇称破坏的证据,因为在实验室里可以制成左旋葡萄糖,而它的其它性质和右旋葡萄糖完全一样。在自然界中只有一种葡萄糖的原因是地球环境演化的早期阶段机遇所起的作用,而在整个演化过程中,只有一种类型持续占主导地位。这是因为两个右旋分子可以发生反应的方式,对于一个左旋分子和一个右旋分子则不能发生反应,这是由分子的几何性质所决定的。因此,上述的不对称性是由于初始条件缺乏对称,而不是由于自然定律的任何内在不对称所引起的。

关于 C 不变性也可以作类似的评论。地球(或许还有太阳系)是由质子、中子和电子构成,而不是由反质子、反中子和正电子构成,这一事实并不是 C 破坏的证据。C 不变性意味着粒子和反粒子以同样的方式发生反应,而不是说它们的数目到处相等。地球由 p, n 和 e^- 构成这一事实是由行星形成时的初始条件所决定的。

描述任何一个物理系统,必须包括理论(或自然定律)以及表征具体问题的边界条件的知识。在上面的例子中,边界条件就只是初始条件。有趣的是,边界条件总是处在理论的范围之外,因而没有理论能够解释它们。正如维格纳(Wigner)所评述的,我们对物理世界的知识如此清晰地分成这样两类是非常奇特的[1)]。

---

1) 参见 E. P. Wigner, *Nobel prize acceptance speech, in The Nobel Lectures, Elsevier*, 1964. Reprinted in E. P. Wingner, *Symmetries and Reflection*, MIT press, 1972。

2.16 对称性和群

读者将会理解，对称变换一定具有以下性质：一种特定类型的两个相继的变换等价于一个同一类型的变换，这是条公理。假如由于某些古怪的原因使得两个空间平移

$$x' = x + a;\ x'' = x' + b \tag{2.45}$$

不等价于一个总平移

$$x'' = x + (a + b) \tag{2.46}$$

则我们就谈不上什么空间平移下的不变性。

具有这种简单性质的变换，我们就称其构成一个群。群的定义如下：群G是一系列元素(在这儿指物理运算)的一个集合

$$G = \{A, B, C, \cdots\}$$

对这些元素，定义了一个单一的组合(或乘法)定律。元素A和B的乘积AB必须满足下列条件(符号$\in$表示"属于")：

1）封闭性：若$A \in G$，$B \in G$，则$AB = C \in G$。

2）结合律：若$A \in G$，$B \in G$，$C \in G$，

则$(AB)C = A(BC)$，

其中A、B和C是任意的，两边都可以记作ABC。

3）单位元素：存在一个元素$I \in G$，对每个$A \in G$都有

$$AI = IA = A,$$

I称为恒等元素或单位元素。

4）逆元素：对于每个元素$A \in G$都存在元素$A^{-1} \in G$，使得

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I,$$

则称A^{-1}是A的逆元素。

从数学上说，对称性的结果是由群的结构决定的。可以作出的一个首要区分是，群是阿贝尔（Abelian）群（或可易群）还是非阿贝尔群。若两个相继变换不管它们进行的顺序

如何，都给出相同的结果，则变换群称为阿贝尔群，例如上面提到的平移群。在(2.45)式中，是先平移 a 再平移 b，现在如果把顺序倒过来，则有

$$x_1 = x + b;\ x_2 = x_1 + a,$$

即

$$x_2 = x + (a + b) = x''。$$

最后结果与顺序无关。所以空间平移群（同理，时间平移群）是阿贝尔群。类似地，先沿 x 轴平移后再沿 y 轴平移，与先沿 y 轴平移，再沿 x 轴平移所得结果显然相同。这点留给读者自己去证明。因此，由三维空间中所有平移构成的群是阿贝尔群或可易群。

在量子论中，平移变换相当于使波函数乘上因子 $\exp(ixp_x/\hbar)$，$\exp(iyp_y/\hbar)$ 和 $\exp(izp_z/\hbar)$（参见(2.20)式），p_x，p_y 和 p_z 称为空间平移的生成元。因为平移是对易的，所以生成元也是对易的。定义两个生成元 p_x 和 p_y 的对易子为

$$[p_x, p_y] = p_xp_y - p_yp_x。 \tag{2.47}$$

这时，生成元的对易性简单地表述为

$$[p_x, p_y] = [p_y, p_z] = [p_z, p_x] = 0。 \tag{2.48}$$

转动变换稍复杂些，但它们的确构成一个群。因为可以证明，两个任意的转动等价于一个绕适当选择的轴并转过一个

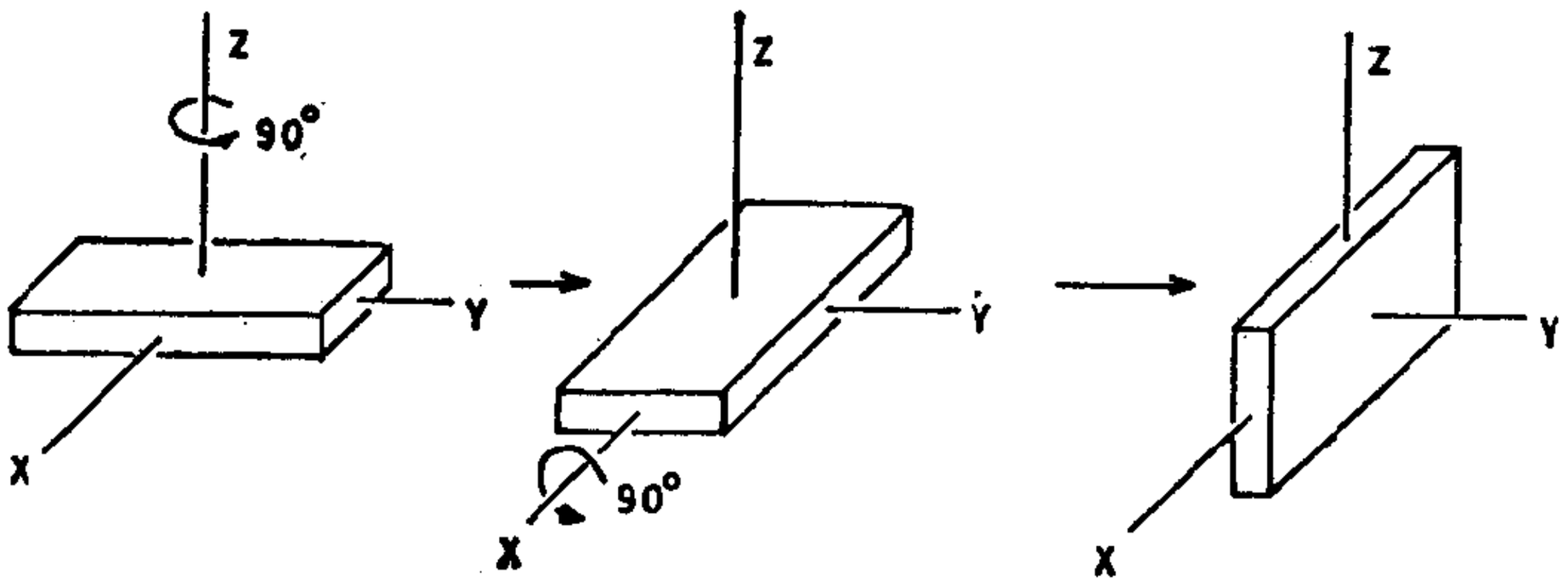


图 2.2

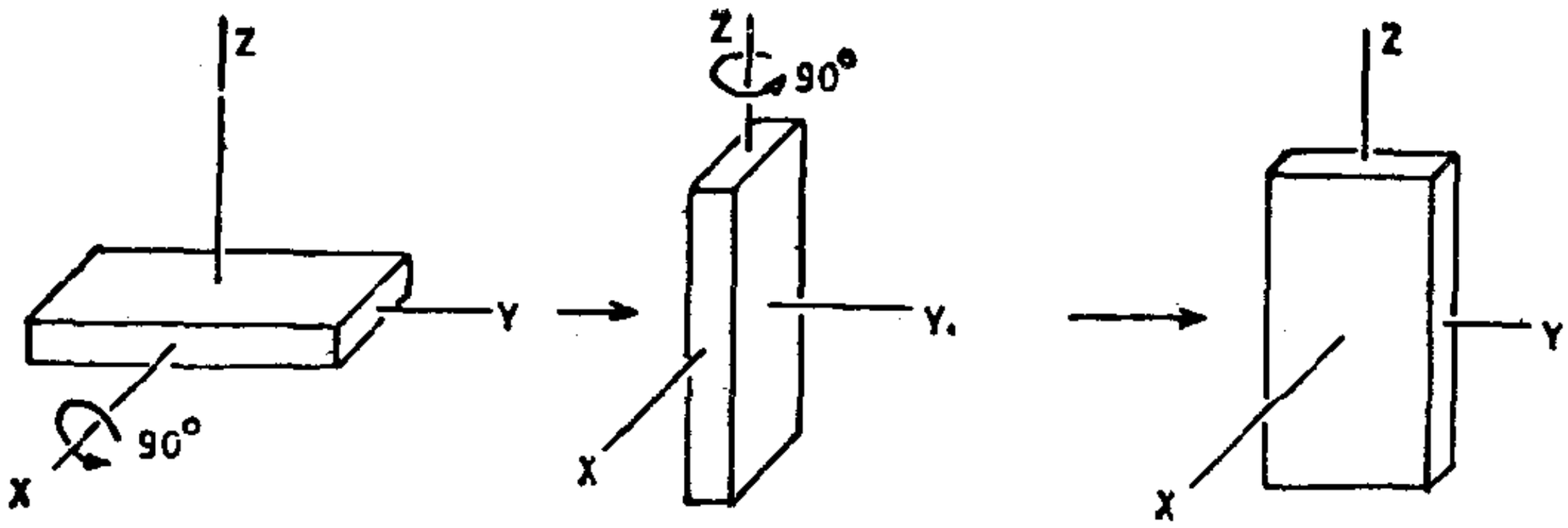


图 2.3

适当角度的转动。然而，绕不同轴的转动是不可对易的。这点很容易用实例加以说明[1]。我们用一本书做下面的转动：1. 先绕 z 轴转 90°，再绕 x 轴转 90°（图 2.2）。2. 先绕 x 轴转 90°，再绕 z 轴转 90°（图 2.3）。这两个结果完全不同。

在量子论中，由于转动是用 (2.16) 式[或 (2.21) 式]*来表示的（对于绕 x 轴和 y 轴的转动是用包含 L_x 和 L_y 的类似式子），所以转动生成元 L_x，L_y，和 L_z 是不可对易的。可以证明[2]，它们满足以下关系（取 $\hbar = 1$）

$$[L_x, L_y] = iL_z,$$
$$[L_y, L_z] = iL_x,$$
$$[L_z, L_x] = iL_y, \tag{2.49}$$

这些式子称为对易关系。

习题 利用 (2.17)** 式以及关于 L_x，L_y 的类似表达式，证明对易关系 (2.49)。[提示：因为 L_x，L_y 和 L_z 都是算符，先将 (2.49) 式运算在一个函数 $f(x, y, z)$ 上，然后再利用 (2.17) 式]

对易关系几乎完全表征了群的结构。具有三个满足 (2.49) 式对

---

1) 以下这段说明引自 R. P. Feyman, *Theory of Fundamental Process*, Benjamin, 1962, 第三章。

2) 见上引 Feyman 著作，Chapter 3。

* 原文误为 (2.19) 式。——译者注

** 原文误为 (2.20) 式。——译者注

易关系的生成元的群，称为 SU_2 群或 SO_3 群。它是三维空间中的转动群。下面我们会发现，同位旋不变性是用同样的群来描述的。

习题 证明

$$[p_x, L_y] = ip_z \text{ 及其循环置换式。} \tag{2.50}$$

这些对易关系表示，在转动下，(p_x, p_y, p_z) 相当于矢量的三个分量。

作为最后一个例子，我们指出洛仑兹推动变换（Lorentz boost）并不构成一个群。两个相继的沿不同方向的推动变换并不等价于一个单一的推动变换，但是把转动包括进来就可以构成一个群。这种由推动变换和转动变换两者构成的群称为全洛仑兹群，其结构非常复杂。此外，我们在第十二章中还会看到，按照手征对称的夸克模型，手征变换本身不能构成一个群，但包括了同位旋变换后就构成了一个群。

补 充 读 物

[1] Feynman, R. P., R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. III, Addison-Wesley,, 1965, Chapter 17. (Symmetries and conservation laws in quantum theory.)

[2] Gürsey, F., "Introduction to Group Theory" in *Relativity, Groups and Topology* (C. DeWitt and B. DeWitt, Eds.) Blackie. London; Gordon and Breach, New York, 1964.

[3] Skinner, R., *Mechanics*, Blaisdell 1969, section 3.4. (Symmetry and conservation laws in classical physics.)

[4] Rowe, E. G., and E. J. Spuires, "Present Status of *C*, *P* and *T* invariance", Reports on *Progress in Physics*, **32**, 273 (1969).

[5] Weyl, H., *Symmetry*, Princeton University Press, 1952.

[6] Wick, G. C., "Group Theory. Invariance Principles. Symmetries." in *High Energy Physics* (C. Dewitt & M. Jacobs, eds.), Gordon & Breach, 1965.

[7] Wick, G. C., "Invariance Principles of Nuclear Physics," *Annual Reviews of Nuclear Science*, 8, 1(1958).

第三章 同 位 旋

3.1 引言：一个假设

查阅基本粒子表，立刻就可看出，中子和质子非常相似：它们的质量为 $m_p = 938.3\text{MeV}$，$m_n = 939.6\text{MeV}$；自旋都是 1/2；重子数都是 $B = 1$；只有电荷(以及磁矩)不同。我们知道，它们都受强力(核力)和电磁力的作用，还知道强力远大于电磁力。 于是我们可以作一假设： 如果中子和质子的电荷(以及磁矩)相同，则它们就会有相同的质量。换句话说，它们的质量差完全是由它们的电荷(因而它们的电磁相互作用)不同所引起的。在这样说时，我们必须假定“如果中子和质子电荷相同”这句话是有些意义的。而事实上，它们的电荷并不相同。但是，如果电磁相互作用与强相互作用无关，则我们可以假想一个虚构的世界，在这个世界中这两种相互作用可以各自独立地“引入”和“取消”。这样，当我们取消电磁相互作用从而使所有由电荷和磁矩引起的吸引和排斥作用均归于消失时，我们就说中子和质子将是不可区分的。

从另一种观点来看这个问题，我们可以说，在创造物理世界的过程中，我们先引入强相互作用，于是质子、中子以及它们之间的核相互作用出现了，而且它们是简并的。然后，我们再引入电磁相互作用，于是质子出现电荷和相应的磁矩，而中子则没有；因而它们的质量分裂了(且 n 比 p 重)。 从这方面看，这个假设可复述为

如果只考虑强相互作用，质子和中子是全同的。在真实的世界中，它们之所以可以区分只是由于它们有不同的电磁

相互作用[1]。 (3.1)

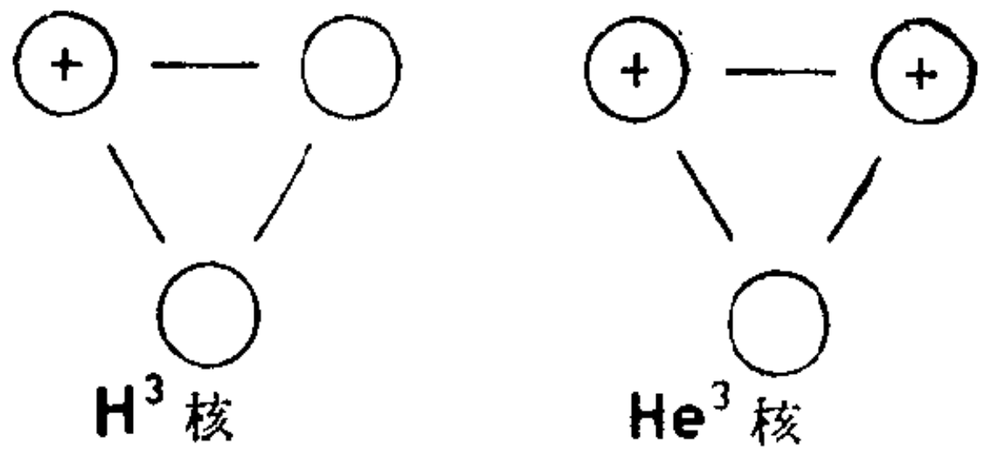


图 3.1

3.2 假设的证据

要检验假设(3.1)，理想的方法是计算由电荷和磁矩所引起的 n 和 p 的质量变化，然后与实际质量差作比较。遗憾的是，至今还没有人能成功地作出这种计算。因此，我们必须另找证据。

作为假设成立的一个基本而粗略的标志，我们研究下面这个比值：$\frac{\text{质量差}}{\text{平均质量}}$。

根据经验，我们预计它差不多等于电磁作用和强作用的相对强度（即暗中假定强相互作用决定了基本粒子的大部分质量）。这个相对强度 $\sim 10^{-2}$—10^{-3}（见第一章），而

$$\frac{m_n - m_p}{1/2(m_n + m_p)} = \frac{1.3}{939} \approx 10^{-3},$$

1) 这里必须明白的是，我们之所以能够想像由真实世界到虚构世界作一短暂的游览，仅仅是由于电磁相互作用比强相互作用弱得多，因而可以被当作是一种小的微扰。换句话说，可以想象一个没有电磁相互作用的世界，而没有强相互作用的世界则是完全不可思议的。

因此从数量级上证实了这个假设[1]。

但是，最直接的证据来自对原子核内部强相互作用的研究。下面我们先讨论核力的两个性质，然后再考虑它们与假设(3.1)的关系。

3.3 核力的电荷对称性

第一个性质与所谓的"镜象核"(即质子数和中子数互换的一对核)有关，这种镜象核在 $n \longleftrightarrow p$ 下可以相互转换。例如图 3.1 所示的 H^3 和 He^3 就是镜象核。

假定只存在两体力，则在这两个核中有三对相互作用。在 H^3 中，它们是 p–n，p–n，和 n–n；而在 He^3 中则是 p–n，p–n 和 p–p。这样，差别是在 H^3 中有 n–n 力，而在 He^3 中有 p–p 力。如果略去由磁矩引起的相互作用，则 n–n 力是纯的强力，而 p–p 力中有强力部分和静电力(库仑力)部分。我们用明显

---

1) 奇怪的是，为什么不带电的中子反而比带电的质子来得重。这似乎并不支持电磁力是破坏同位旋对称性的唯一因素，因为电磁力必定会使带电粒子更重一些。然而，正如费曼 (Feynman) 和斯皮斯曼 (Speismen) 所指出的[*Physical Review*, 94 500 (1954)]，情况并不那样简单，因为中子和质子不仅有电荷，而且还有反常磁矩，因此还应考虑这些磁矩与电磁场的相互作用。由于中子的反常磁矩 ($-1.91\mu_N$) 数值上大于质子的反常磁矩 ($1.79\mu_N$)，因而确实可以想象总的电磁效应会使中子的质量比质子大(自能较大)。但遗憾的是，费曼和斯皮斯曼未能算出质量差应该是多少。因为按照标准的计算方法，涉及到的自能像所有的自能一样是无穷大！为了得到一个有限的结果，人们不得不任意地"截断"积分限，但这意味着引进一个额外的自由参数，即积分上限。稍加推广，我们采用把所有强子(不只是质子和中子)归入电荷多重态(见第四章)的观点。从本书开头的表中看到，就稳定的重子 (即 n，p；Σ^-，Σ^0，Σ^+；Ξ^0，Ξ^-) 而言，存在一条规则：粒子带负电越多就越重。这可能是意味深长的。但是，对于介子，甚至连简单的经验规则都没有。带电 π 介子比中性 π 介子重，但 K 介子的情况恰好相反！整个电磁质量差的问题是一个很伤脑筋而又急需解决的问题。

的标记把它们写成 $V_{nn} = (V_{强力})_{nn}$，

$V_{pp} = (V_{强力}) + (V_{库仑力})_{pp}$，

其中 V 代表势。

现在研究镜象核的性质，请先注意，两镜象核之间的任何差异都是由 $(V_{强力})_{nn}$ 和 $(V_{强力})_{pp}$ 之间的差以及 $(V_{库仑力})_{pp}$ 所引起的。H^3 和 He^3 的结合能是：

$$H^3: \ B.E = 8.492\text{MeV},$$

$$He^3: \ B.E = 7.728\text{MeV}。$$

我们可以计算在 He^3 中由 $(V_{库仑力})_{pp}$ 引起的库仑能：

$$1/2Z(Z-1) \times 6/5 \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

（式中 $R = 1.45 \times 10^{-15}(A)^{1/3}m$）

$$= \frac{6 \times (1.6 \times 10^{-19})^2}{5 \times 1.45 \times (3)^{1/3} \times 10^{-15} \times 4\pi \times 8.85 \times 10^{-12}} J$$

$$= 1.32 \times 10^{-13} J$$

$$= 0.826\text{MeV}。$$

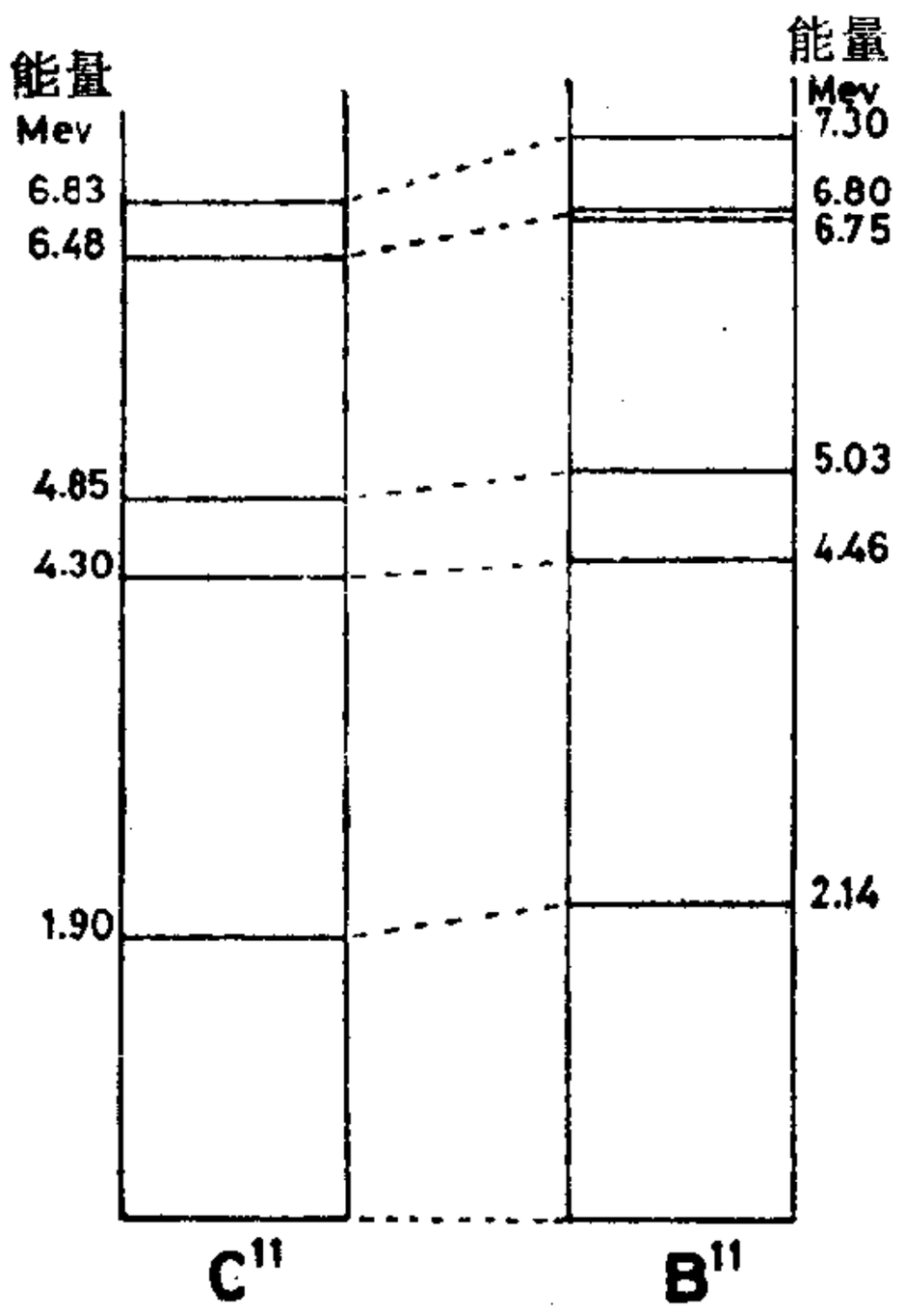


图 3.2　核 C^{11} 和 B^{11} 的能级

结合能实际相差 0.764MeV，它与 0.826MeV 十分接近；特别是当我们注意到 R 所用的公式对于象 H^3e 这样的轻核来说给出的 R 值略偏小，则两者符合得就更好。因此可以断定，结合能之差只用 $(V_{库仑力})_{pp}$ 来解释就够了。

一个更灵敏的检验是查看成对镜象核的能级。例如，考虑图 3.2 所示的 B^{11} 和 C^{11} 的低能级。图中已指定基态的能量为零，可以看出两个核中各激发能级的能量都非

常接近地对应着。能量差也可用质子的电荷来解释。

根据诸如此类的证据，我们推断： 两镜象核之间的差异仅用 $(V_{库仑力})_{pp}$ 便可说明。因此，

$$(V_{强力})_{nn} = (V_{强力})_{pp}$$

这称为核力的电荷对称性。

3.4 核力的电荷无关性

考虑两个(镜象)核 B^{12} 和 N^{12}。它们都有自旋-宇称为 1^+ 的基态，它们都衰变到 C^{12} 的基态（B^{12} 通过发射一个电子，N^{12} 通过发射一个正电子），C^{12} 基态的自旋-宇称为 0^+。 B^{12} 基态和 C^{12} 基态之间的能量差为 13.37MeV，而 N^{12} 和 C^{12} 基态之间的能量差为 16.43MeV，这种情况如图 3.3 所示。正如由核力的电荷对称性所期待的，分别包含 $5p$，$7n$ 和 $7p$，$5n$ 的 B^{12} 和 N^{12} 的基态非常相似。相形之下，C^{12} 的基态有 $6p$ 和 $6n$，具有完全不同的能量和量子数。不过，通过考察，我们发现 C^{12} 在15.11MeV处有一个自旋-宇称为 1^+ 的激发态，它通过发射光子正常地衰变到基态。这个能级的能量处在 B^{12} 和 N^{12*} 基态能量之间。这意味着什么?

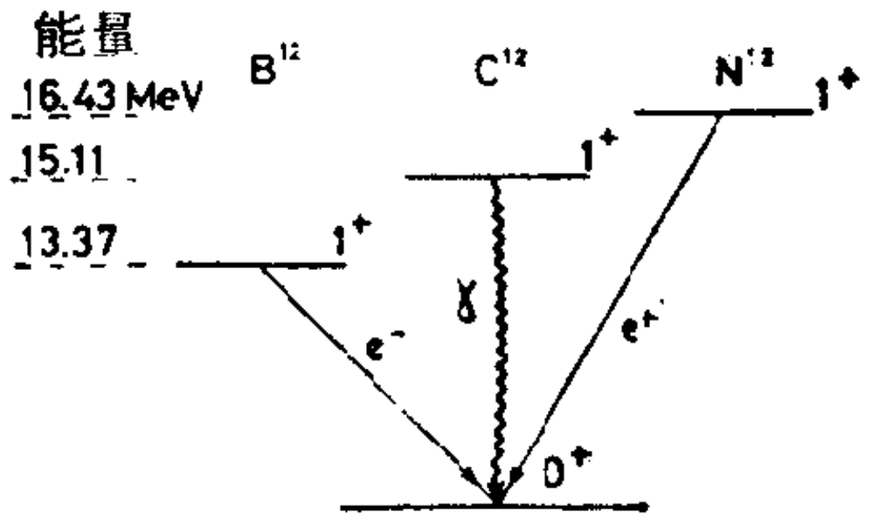


图 3.3

让我们看一下在这些核中粒子对之间力的数目。 在有 $5p$ 和 $7n$ 的 B^{12} 中，存在着 $5!/(3!2!) = 10$ 个 p-p 力，$7!/$

---

* 原文为 C^{12}。——译者注

$(5!2!) = 21$ 个 n–n 力和 $7 \times 5 = 35$ 个 p–n 力。对于 C^{12} 和 N^{12} 可以得到类似的数字，这些都列在表 3.1 中，在表中还注明了 $Z(Z-1)$ 的值，它正比于 p–p 排斥力的库仑能。当比较这三种核时，我们看到，从 B^{12} 到 N^{12}，库仑能在增加，而能级能量的增加大体与此相似，由此我们断定其它的力全部相等。即在相同的态中，

$$(V_{强力})_{pp} = (V_{强力})_{nn} = (V_{强力})_{pn}。 \tag{3.2}$$

表 3.1　B^{12}、C^{12} 和 N^{12} 中 p–p、p–n 和 n–n 力的个数以及这些核 $Z(Z-1)$ 的值

	pp	nn	pn	总数	$Z(Z-1)$
B^{12}	10	21	35	66	20
C^{12}	15	15	36	66	30
N^{12}	21	10	35	66	42

“在相同的态中”这一限制是必须加的，因为 n–p 可以出现在 $^1S_0$ 和 $^3S_1$ 两种态中，而 p–p 和 n–n 由于泡利不相容原理只能出现在 $^1S_0$ 态中（当然，这就是为什么在 B^{12} 和 N^{12} 中没有与 C^{12} 基态相应的态的原因。）只有当这些粒子处在同样状态时，才可比较它们的相互作用能。

显然，条件 (3.2) 包括了电荷对称性，但它比电荷对称性更强，我们称它为核力的电荷无关性。由于 C^{12} 中 p–n 相互作用的数目只是刚超过 N^{12} 和 B^{12} 中的数目，因而这不能作为电荷无关性的很有说服力的证据。但是，在另外许多三联核中也发现有类似情况存在。即如果我们取两个有 $n \pm 1$ 个中子和 $n \mp 1$ 个质子的镜象核，就会发现它们有类似的能级（可以是基态，也可以不是基态）——这就是电荷对称性。现在如果考察处在它们之间的有 n 个中子和 n 个质子的原子核，则我们发现在一个中间的位置上有相应的能级。确有这种情况

的三联核的例子是 He^6, Li^6, Be^6; C^{14}, N^{14}, O^{14}; O^{18}, F^{18}, Ne^{18}。

除了这些来自核的静态性质的证据外，从低能散射数据中还得到对于电荷无关性的另一些证据。详细情况请读者查阅最近的评论[1]。这里我仅指出，根据散射数据的分析，证明电荷无关性大约在 0.8% 的精确度内成立。

我们断定，质子和中子之间的相互作用的确是与电荷无关的，因此可以认为假设 (3.1) 是合理的——在一个只有强相互作用的世界中，质子和中子将是完全相同的。

3.5 核子和同位旋

正如海森堡（Heisenberg）最初所述，由于质子和中子非常相似，使得我们可以把它们看成是一种粒子——核子 N 的两种状态。我们引进与自旋类似的量“同位自旋”(现在常简称为同位旋或 I-旋，以 I 表之)，并说核子的同位旋 $I = 1/2$。I 沿第三轴的两个分量态 $I_3 = 1/2$, $I_3 = -1/2$，分别表示 n 和 p。这完全对应于电子的情况，电子自旋为 1/2，而自旋沿 z 轴的投影为 $+1/2$ 或 $-1/2$。

$$\begin{aligned}
&\text{电子 } e \quad \text{自旋 } s = 1/2 \begin{cases} s_z = +1/2 \text{ 自旋向上}, \\ s_z = -1/2 \text{ 自旋向下}, \end{cases} \\
&\text{核子 } N \quad \text{同位旋 } I = 1/2 \begin{cases} I_3 = +1/2 \text{ 同位旋向上}, \\ I_3 = -1/2 \text{ 同位旋向下}。 \end{cases}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

对于核子，在 I_3 和电荷 Q 之间显然有一个关系

$$N: \ Q = I_3 + 1/2。 \tag{3.4}$$

重要的是，要认识到在上面的表述中并没有新的物理内容，而纯粹是形式上的类比。物理内容将在稍后引入。现在，

---

1) E. M. Henley, in *Isospin in Nuclear Physics*, ed. D. H. Wilkinson. North-Holland, 1969。

因为同位旋和普通自旋之间的这种相似是如此诱人，并且经常要涉及到它，所以牢记它们之间的差别是重要的。最明显的一个差别是：自旋是角动量，它与普通三维空间中转动下的行为有关；而同位旋则与一个纯抽象空间中的行为有关，按(3.4)式，这个空间的第三轴与电荷有关(正是由于这个原因，我们称它为第三轴，而不是 z 轴)。另一些差别将在后面讨论。

维格纳曾指出，除非核子间主要的力与电荷无关，即除非核子(具有不同电荷)的两个分量以相同的方式相互作用，否则同位旋就是一个无用的概念。上面我们已经看到，这对于核子之间的强相互作用是真实的，虽然对于核子的电磁相互作用并不如此。就自旋来说，类似的情况是什么？我们考虑氢原子中的电子。当没有磁场时，自旋向上、向下态是简并的。但是，当加进磁场时两个态获得不同的能量，于是简并被破坏(正是由此导致塞曼（Zeeman）效应)。零磁场中的原子相当于在只有强相互作用的世界中的核子(简并情况)，而非零磁场中的原子则相当于在强和电磁相互作用的世界中的核子(非简并情况)。这种类比的限制是，在原子的情况中，磁场可以任意地“引入”或“取消”；而解除 p/n 简并性的电磁相互作用则象贫困一样，总是跟随着我们。一个没有电磁相互作用的世界是纯属虚构的。

3.6 同位旋变换

如同自旋 1/2 的情况一样，核子的波函数可以用二分量函数表示。

$$\psi_N = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = ap + bn \qquad (3.5)$$

式中

$$p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}。$$

若引进矩阵

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{3.6}$$

(它们是泡利自旋矩阵),则有

$$\tau_3 p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = p,$$

$$\tau_3 n = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -n。$$

由(3.4),要求 $I_3 p = 1/2 p$, $I_3 n = -1/2 n$, 因此对于核子我们确认

$$I_3 = 1/2\tau_3, \tag{3.7}$$

同样地,定义

$$I_1 = 1/2\tau_1, \quad I_2 = 1/2\tau_2, \tag{3.8}$$

于是算符

$$I_+ \equiv I_1 + iI_2 = 1/2(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.9}$$

$$I_- \equiv I_1 - iI_2 = 1/2(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

对 p 态和 n 态作用后有以下结果:

$$I_+ p = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0, \tag{3.11}$$

$$I_+ n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = p, \tag{3.12}$$

$$I_- p = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = n, \tag{3.13}$$

$$I_- n = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0。 \tag{3.14}$$

I_+ 将 $n(I_3 = -1/2)$ 变成 $p(I_3 = +1/2)$，而 I_- 将 p 变成 n，因此把 I_+ 和 I_- 分别称为升算符和降算符。它们的作用可以图解地表示在图 3.4 上。对于核子，它们的矩阵表示是 τ_+ 和 τ_-；事实上，τ_1，τ_2 和 τ_3 是 $I = 1/2$ 态的 I_1，I_2 和 I_3 的矩阵表示。

现在考虑绕 I_2 轴旋转 θ 角，如图 3.5。同位旋波函数 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ 变换成[1]

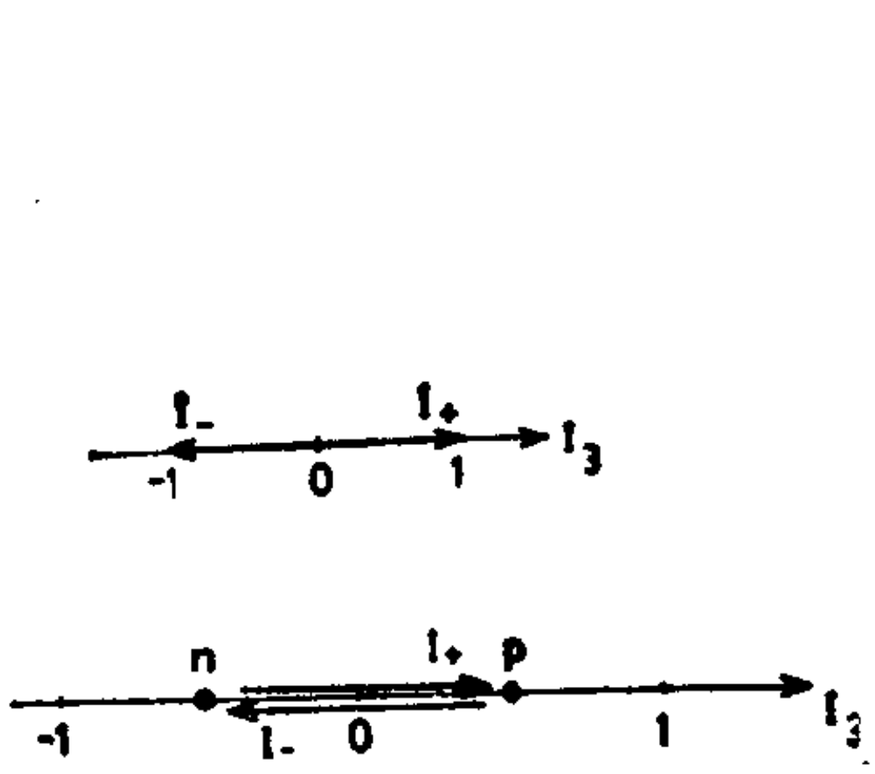


图 3.4 升算符和降算符 I_+ 和 I_-，以及它们对核子态 p 和 n 的作用

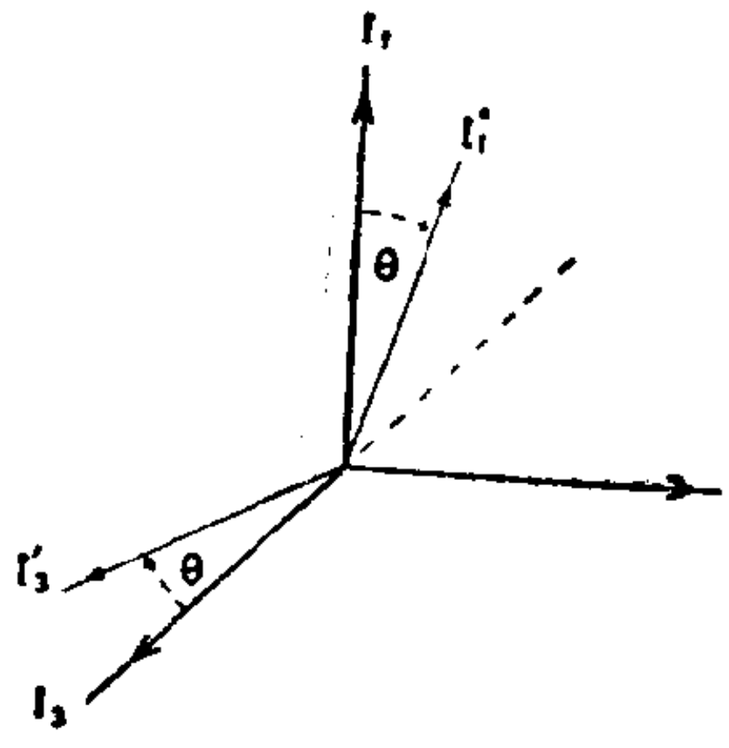


图 3.5

$$a \to a' = a\cos\theta/2 + b\sin\theta/2,$$
$$b \to b' = -a\sin\theta/2 + b\cos\theta/2,$$

或

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta/2 & \sin\theta/2 \\ -\sin\theta/2 & \cos\theta/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}。 \quad (3.15)$$

利用 (3.6) 式可以写成

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} a' \\ b \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cos\theta/2 + i\tau_2 \sin\theta/2 \right] \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

---

1) 这个公式是从自旋 1/2 直接照搬过来的。对于自旋的情况，例如参见 R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, vol. 3, Addison-Wesley 1965, Chapter 6。

又因 $(\tau_2)^2=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$，因此上式又可写为

$$\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}a'\\b'\end{pmatrix}=\exp(i\tau_2\theta/2)\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}=\exp(iI_2\theta)\begin{pmatrix}a\\b\end{pmatrix}。\quad(3.16)$$

习题 用指数展开证明(3.16)式。

正像(2.21)式表示在普通空间中绕 z 轴的转动一样，(3.16)式表示在同位旋空间中绕“2”轴的转动。如忽略因子 i，可以建立以下联系：

$$\left.\begin{matrix}\text{在普通空间中}\\ L_x,\ L_y,\ L_z\end{matrix}\right\}\text{相当于}\left\{\begin{matrix}\text{在同位旋空间中}\\ I_1,\ I_2,\ I_3\end{matrix}\right.。$$

I_1，I_2 和 I_3（或等价地，I_+，I_- 和 I_3）是同位旋空间中转动群的生成元。在数学上，这个群等同于普通空间中的转动群，即 SO_3 或 SU_2。

变换(3.15)式和(3.16)式的物理意义是什么？这些变换改变了 a 和 b 的值；而根据(3.5)式 a 是核子处在质子态的振幅，b 是核子处在中子态的振幅。因此，通过改变这些振幅，同位旋转动把质子态和中子态有效地混合起来。由于强相互作用是电荷无关的，所以它不能区分质子和中子，因此强相互作用在同位旋空间转动下是不变的。

就守恒定律来说，应用第二章中的论证得到下面的结论：

$$\begin{cases}\text{强相互作用同位旋守恒，}\\ \text{电磁相互作用同位旋不守恒。}\end{cases}\quad(3.17)$$

若我们把核子系统的哈密顿(能量)算符分成强力和电磁力两部分，则

$$H=H_{\text{强力}}+H_{\text{电磁力}}。$$

这就意味着[类似于(2.19)式]

$$[\mathbf{I},H_{\text{强力}}]=\mathbf{I}H_{\text{强力}}-H_{\text{强力}}\mathbf{I}=0,\quad(3.18)$$

$$[\mathbf{I},H_{\text{电磁力}}]=\mathbf{I}H_{\text{电磁力}}-H_{\text{电磁力}}\mathbf{I}\neq 0。\quad(3.19)$$

因此，可以把表 3.2 的项目增补到表 2.1 中，关键性的限制条件是： 与其它对称性不同，同位旋对称性仅仅是强相互作用的对称性[1]。因为区分质子态和中子态的是电磁相互作用，所以我们对第二章开头所讨论的联系有了另外的解释，

对称性 ⟷ 不可区分性，

对称性破坏 ⟷ 可区分性。

表 3.2

质子和中子对于强相互作用的不可区分性	意味着强相互作用在同位旋空间转动下的不变性	同位旋守恒

3.7 强相互作用中的同位旋守恒

让我们用与普通角动量类比的办法继续进行讨论。在上一章中我们已讲过 [见(2.19)]**L** 是守恒的。然而，正如读者熟知的那样，当粒子有自旋时，守恒量子数是 $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$，即总角动量，结论是[2]：

J 是一个“好”量子数： 一个系统的态可以用 **J** 以及 J_z 的本征值来标记。共有 $2J + 1$ 个态，它们都是简并的。(3.20)

现在让我们假定，不仅质子和中子的强相互作用，而且所有的强相互作用都是同位旋守恒的。类似的结论是：

就强相互作用而言，**I** 是一个“好”的量子数： 一个（具有强相互作用的基本粒子）系统的态可以用 **I** 以及 I_3 的本征值来标记。共有 $2I + 1$ 个态，它们都是简并的。 (3.21)

这个规则仅当自然界中只有强相互作用时才是精确的。虽然在自然界中存在其它的相互作用，但强相互作用是主要

1) 在第五章中我们将看到，弱相互作用和电磁相互作用一样，同位旋不守恒。

2) 参见 R. M. Eisberg, *Fundmentals of Modern Physics*, Wiley, 1961, Section, 11.5。

的。 因此强相互作用的对称性是自然界的一种近似对称性。代替(3.21)式我们有

I 是强相互作用的一个“好”量子数。一个强相互作用的粒子（强子）系统的态可以用 **I** 和 I_3 的本征值来标记。共有 $2I+1$ 个态，它们是近似简并的。 (3.22)

I 和 **J** 一样，是一个矢量量子数，我们将采用记号 $I=|\mathbf{I}|$。尽管重复令人乏味，但我们还是用核子 N 作为(3.22)的一个例子。 核子是一个 $I=1/2$ 的系统，$I_3=\pm 1/2$ 的两个分量就是 p 和 n，它们是近似简并的。

3.8 π 介子电荷无关性的含意

因为 π 介子“传统上”是核力（强相互作用）的传递者(见第一章)，我们自然要问：从核力的电荷对称性和电荷无关性我们可以推导出有关 π 介子的什么结果呢？正如在第一章中所阐明的，p–n 力是由交换带电 π 介子所引起的，一种是交换 π^+，另一种是交换 π^-，如图 3.6。 力程是

$$R_{pn} \propto \frac{1}{m_{\pi^+}},$$

而 $m_{\pi^+}=m_{\pi^-}$。 若只有 π^+ 和 π^-，则 p–p 力和 n–n 力就必须由交换 π^+ 和 π^- 两者来提供，因为只有这样，才等于未交换电荷(图 3.7)。这种力的力程是

$$R_{nn}=R_{pp} \propto \frac{1}{2m_{\pi^+}}=1/2R_{pn}。$$

因为两个 π 介子比一个 π 介子“能够把核子更牢地胶”在一起，所以这种力应当比 p–n 力更强。

但是电荷无关性恰恰表明，在大小和力程两方面，p–n 力都和 p–p 力、n–n 力相等。 这意味着必定有与 π^+ 和 π^- 质量相同的不带电的第三个 π 介子——π^0。这样，p–p 力和 n–n 力

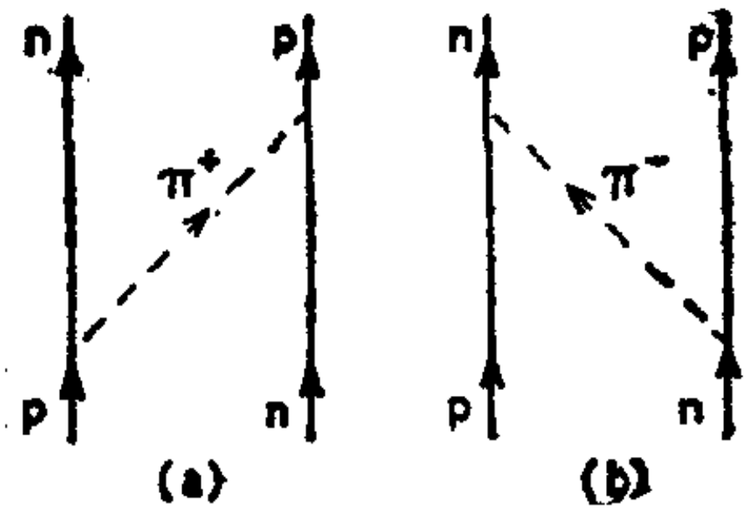


图 3.6

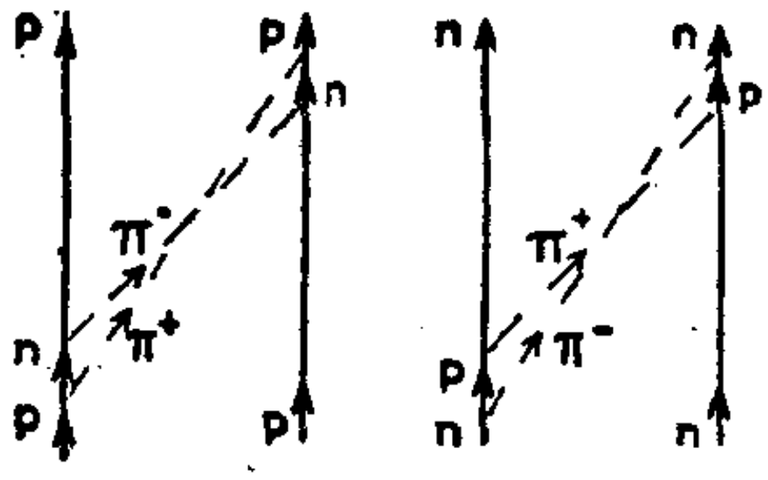


图 3.7

就是由交换单个 π 介子——π^0 所引起的，如图 3.8 所示，其力程是

$$R_{nn} = R_{pp} = R_{pn} \propto \frac{1}{m_{\pi^0}} = \frac{1}{m_{\pi^+}}。$$

请注意：单靠电荷对称性不足以推出 π^0 的存在，我们还需要电荷无关性。

由核力的电荷无关性得出以下推论：

必定存在三种 π 介子，其电荷为 $+1, 0, -1$；它们与核子的强相互作用相同，并且有相同的质量。但要夸大这种推论的重要性则是困难的。实验上，π 介子的质量是 $m(\pi^+) = m(\pi^-) = 139.6\text{MeV}$；$m(\pi^+) = 135.0\text{MeV}$。通常认为，$m(\pi^+) \neq m(\pi^0)$ 要归因于 $\pi^\pm$ 和 π^0 的电磁相互作用，它使得带电 π 介子稍重一些；并且，完全与核子的情况一样，在取消电磁相互作用的虚构世界中，π^+、π^- 和 π^0 是全同的。

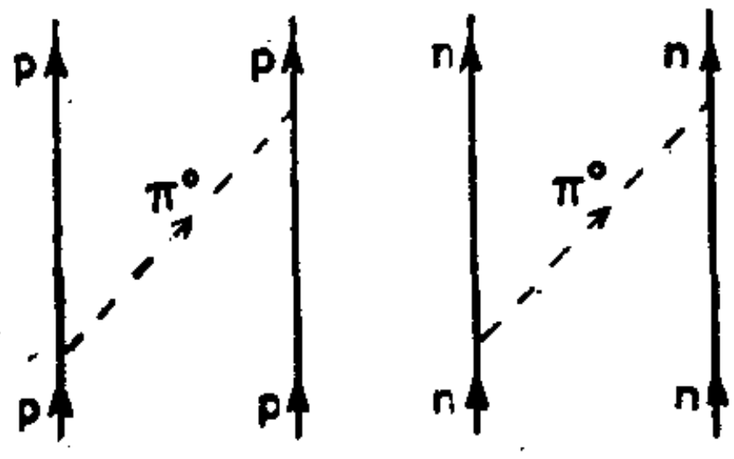


图 3.8

由电荷无关性得到的这些推论是凯默（Kemmer）首先作出的。

3.9 π 介子和同位旋

现在让我们只用同位旋来讨论，给出上一节结果的另一

种形式。结果表明这种形式更为简洁，并且有可能顺利地推广到除 π 介子以外的粒子上，还可以给表述（3.22）一个说明。

首先，我们研究图 3.6(a)。把图中 π 介子与核子线的交点称为“顶点”。这样在图 3.6(a) 中有两个顶点。在第一个顶点上有“反应”

$$p \to n + \pi^+,$$

而在第二个顶点上有

$$n + \pi^+ \to p。$$

这些反应与

$$p + \bar{n} \to \pi^+ \tag{3.23}$$

和

$$n + \bar{p} \to \pi^- \tag{3.24}$$

密切相关。式中 $\bar{n}$ 和 $\bar{p}$ 表示反中子和反质子。这里我们用了以下规则：若从反应的一边取去一个粒子，就在另一边加上它的一个反粒子。依此规则，图 3.8* 顶点上的反应

$$p \to p + \pi^0, \quad n \to n + \pi^0,$$

变成

$$p + \bar{p} \to \pi^0, \tag{3.25}$$

$$n + \bar{n} \to \pi^0。 \tag{3.26}$$

因为就强相互作用而言，p 和 n 是全同的，所以从(3.23)式到(3.26)式的反应可写成

$$N + \bar{N} \to \pi, \tag{3.27}$$

式中 N 是核子，而 π 是 π 介子。

现在集中注意(3.27)式，N 是一个同位旋 $I = 1/2$ 的粒子，$\bar{N}$ 也是 $I = 1/2$，那么 π 介子的同位旋是多少？我们已经看到，同位旋是作为在数学上完全与自旋等同而设想出来的。因此，从数学的角度看，我们的问题相当于：在反应

---

* 原文是图 3.7。——译者注

$a + b \to c$ 中，若 a 和 b 的自旋都是 1/2，问 c 的自旋是多少？ 假定不包括轨道角动量（因不存在类似的“轨道同位旋”），则答案是 0 或 1。一般的规则通常称为矢量加法规则是[1]

$$s_c = |s_a - s_b|,\ |s_a - s_b| + 1, \cdots, s_a + s_b。$$

若 $s_a = s_b = 1/2$，则给出 $s_c = 0, 1$。因此，回到反应 (3.27)，我们看到若 $I_N = I_{\bar{N}} = 1/2$，则 $I_\pi = 0, 1$。或一般地说，若 $a + b \to c$，则

$$I_c = |I_a - I_b|,\ |I_a - I_b| + 1, \cdots, I_a + I_b。 \quad (3.28)$$

现在，若 $I_\pi = 0$，则 $2I_\pi + 1 = 1$，即只有一种 π 介子。若 $I_\pi = 1$，则 $2I_\pi + 1 = 3$，即有三种 π 介子。结果表明，在这两种可能性中，自然界已选择了 $I_\pi = 1$。

现在我们来看如何把上面 (3.22) 的说法用到 π 介子上。π 介子是 $I = 1$ 的粒子，因此包含 $2I + 1 = 3$ 个态，有 $I_3 = +1, 0, -1$，它们是 π^+，π^- 和 π^0。除电荷外，它们是全同的，因而是近似简并的。

自然界选择了三种 π 介子而不是一种，这是由汤川力的性质决定的。若汤川力如图 3.9 所示，就只有一种 π 介子——π^0。但 p-n 力并不如此，而是象图 3.6 所示的一种交换力，所以必定至少要有另一种带电的 π 介子。换句话说，一共要有三种 π 介子。交换力的条件与同位旋完全无关，它是一个附加的限制，使得 π 介子的数目是三而不是一。

最后，让我们象 (3.3) 式那样，把 π 介子的情况概括地写成：

$$\pi \text{ 介子：同位旋 } I = 1 \begin{cases} I_3 = +1, \pi^+ \\ I_3 = 0, \pi^0 \\ I_3 = -1, \pi^-。 \end{cases} \quad (3.29)$$

---

1) 例如参见 R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics*, McGraw-Hill, 1959, Section 5—7；或前引 Eisberg 的著作，p.431。

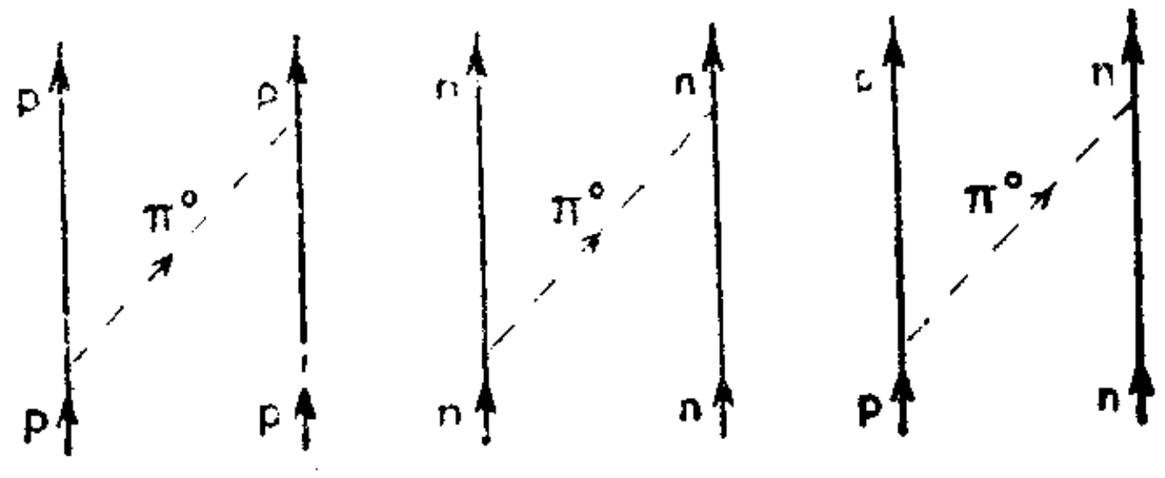


图 3.9

与(3.4)式相对应,我们有

$$\pi:\ Q = I_3 \tag{3.30}$$

3.10 π 介子的升算符和降算符

类似于核子同位旋双重态的(3.11)到(3.14)式,对于 π 介子同位旋三重态也有相应的关系式。按算符 I_- 的定义,它使 I_3 的值降低 1,因此我们期望有

$$I_-\pi^+ = a\pi^0$$

式中 a 为数字系数。问题是,a 的值是多少?答案可以这样来求,即按照(3.23)到(3.26)式的意思,假定 π 介子是核子和反核子的束缚态。当然,事实并非如此,π 介子正像 p,n 一样是基本的;不过对于现在的目的,这无关紧要。核子和反核子的双重态是

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix},\quad \bar{N} = \begin{pmatrix} -\bar{n} \\ \bar{p} \end{pmatrix}。 \tag{3.31}$$

请注意,$\bar{n}$ 的同位旋向上($I_3 = 1/2$),因为它有较高的电荷。$\bar{n}$ 前面的负号是为了使相位一致。如果 $\pi = (N\bar{N})$,为了得到正确的电荷,显然有

$$\pi^+ = -(p\bar{n}),\quad \pi^- = (n\bar{p})。 \tag{3.32}$$

那么 π^0 是什么?它可能是 $p\bar{p}$ 或者是 $n\bar{n}$,因此可写成它们的组合

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}), \tag{3.33}$$

式中 $1/\sqrt{2}$ 是 π^0 波函数的归一化系数。(3.32)式和(3.33)式中的负号是（3.31）式中负号的直接结果。 由（3.13）式和(3.14)式,我们有

$$I_-p = n, \quad I_-n = 0。 \tag{3.34}$$

由(3.31)式,还有

$$I_-\bar{n} = -\bar{p}, \quad I_-\bar{p} = 0。 \tag{3.35}$$

现在,从(3.32)式,(3.34)式和(3.35)式给出

$$\begin{aligned} I_-\pi^+ &= -I_-(p\bar{n}) \\ &= -(I_-p)\bar{n} - p(I_-\bar{n}) \\ &= -n\bar{n} + p\bar{p} \\ &= \sqrt{2}\,\pi^0, \end{aligned}$$

最后一步用到了(3.33)式。 这就回答了最初的问题： $a = \sqrt{2}$。用同样的方法,易于证明:

$$I_-\pi^+ = \sqrt{2}\,\pi^0, \quad I_-\pi^0 = \sqrt{2}\,\pi^-, \quad I_-\pi^- = 0;$$

$$I_+\pi^- = \sqrt{2}\,\pi^0, \quad I_+\pi^0 = \sqrt{2}\,\pi^+, \quad I_+\pi^+ = 0。 \tag{3.36}$$

在图 3.10 中,图解地表示了这些运算。

习题 证明(3.36)式。

图 3.10 I_+ 和 I_- 对 π 介子态 π^+, π^0 和 π^- 的运算

3.11 同位旋的合成

（3.11）到（3.14）式以及（3.36）式都是下述一般公式的特例

$$I_+(I, I_3) = \sqrt{(I - I_3)(I + I_3 + 1)}(I, I_3 + 1), \quad (3.37)$$

$$I_-(I, I_3) = \sqrt{(I + I_3)(I - I_3 + 1)}(I, I_3 - 1), \quad (3.38)$$

式中 (I, I_3) 表示同位旋为 I 而其第三分量为 I_3 的态。

习题 验证由 (3.37) 式和 (3.38) 式给出 (3.11) 式—(3.14) 式和 (3.36) 式。

事实上，我们本来可以倒过来对 π 介子进行计算，即先从 (3.37) 式和 (3.38) 式导出 (3.36) 式，最后得出 (3.32) 式和 (3.33) 式。如果那样做，则问题变成：由两个 $I = 1/2$ 的多重态 (p, n) 和 $(-\bar{n}, \bar{p})$ 组合成的 $I = 1$ 多重态的 $I_3 = -1, 0, 1$ 态是什么样的？答案就会是 [利用记号 (I, I_3)]:

$$(\pi^+)\colon (1, 1) = -(p\bar{n}),$$

$$(\pi^0)\colon (1, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}),$$

$$(\pi^-)\colon (1, -1) = (n\bar{p})。 \quad (3.39)$$

这件事的重要性在于，可用上述方法构成更高的同位旋态。例如，考虑 π 介子-核子系统的态。若同位旋对它们的生成物是好量子数，根据矢量加法规则，它们的同位旋必定是 $I = 3/2$ 或 $1/2$。于是，我们想知道如何用 π^+, π^0, π^- 和 p, n 来表示 $(3/2, 3/2)$，$(3/2, 1/2)$ 等等的态。为此，我们完全按上面的方法进行，利用方程 (3.11)—(3.14) 和 (3.36)—(3.38)。例如，可以得到

$$(3/2, 3/2) = \pi^+ p, \quad (3.40)$$

$$(3/2, 1/2) = \sqrt{2/3}(\pi^0 p) + \sqrt{1/3}(\pi^+ n), \quad (3.41)$$

$$(1/2, 1/2) = \sqrt{1/3}(\pi^0 p) - \sqrt{2/3}(\pi^+ n)。 \quad (3.42)$$

在本章末尾的附录中给出了上式的完整推导，其中还给出了 $I=2, 1, 0$ 的 (2π) 态。

3.12 广义泡利不相容原理：氘核

氘核 d（重氢核）是质子-中子的强相互作用束缚态。这样，按照 (3.22) 式它应有确定的同位旋，那么这个同位旋将

是多少?

在强相互作用的范围内，p 和 n 是 $s = 1/2$，$I = 1/2$ 的全同粒子。按照泡利不相容原理，没有两个位于同一地点的(或严格地说，没有两个波函数重叠的)全同费米子[1]可以处在同一个态中。有一种更为精确的表述法，即波函数对于粒子坐标交换是反对称的。我们通过证明这两种说法的等价性，来帮助读者回忆。为简便起见，暂不考虑自旋来研究两个全同费米子 a 和 b。记得在量子理论中，波函数规定了一个态的振幅，我们令 $\psi_a(x)$ 为粒子 a 在 x 处的振幅，$\psi_b(y)$ 为 b 在 y 处的振幅。于是，a 在 x 和 b 在 y 的振幅就是

$$\psi_a(x)\psi_b(y)。$$

同样地，a 在 y 而 b 在 x 的振幅为

$$\psi_a(y)\psi_b(x)。$$

现在由于这两个费米子是全同的，因而是不可区分的，所以我们只能问一个粒子在 x，另一个在 y 的振幅将是怎样的。显然，这个振幅应当包含上述两个振幅，并且份量相等。不相容原理告诉我们取反对称的组合，因此总振幅为

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(x)\psi_b(y) - \psi_a(y)\psi_b(x)]。$$

它具有所要求的反对称性质，即在 $x \longleftrightarrow y$ 互换下，$A \to -A$，但 A 又具有当 $x \to y$ 时 $A \to 0$ 的性质，因此在同一地点找到两个费米子的振幅为零。这就是原始的表述，于是证明完毕。

为包括自旋，我们只要把不相容原理推广为，在空间坐标和自旋坐标的交换下，振幅 A 应该是反对称的。设自旋波函数是 u 和 v，它们表示粒子自旋向上或自旋向下的振幅。总波函数列在表 3.3 上。从中看出，总自旋 $S = 1$ 的波函数对

---

1) 完整的解释请参见前引 Eisberg 著作，第 12 章。

于自旋坐标交换是对称的（因此对于空间坐标交换是反对称的），而 $S=0$ 的波函数对于自旋坐标交换是反对称的（对于空间坐标交换是对称的）[1]。

表 3.3　自旋 1/2 的全同粒子 a 和 b 的波函数，在空间坐标 (x, y) 和自旋坐标 (u, v) 同时交换下，是全反对称的。箭头表示自旋向上和向下态，即 u 态和 v 态。

态	波　函　数	S_z	S
↑↓	$1/2[\psi_a(x)\psi_b(y)+\psi_a(y)\psi_b(x)][u_av_b-v_au_b]$	0	0
↑↑	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(x)\psi_b(y)-\psi_a(y)\psi_b(x)]u_au_b$	1	1
↑↓	$1/2[\psi_a(x)\psi_b(y)-\psi_a(y)\psi_b(x)][u_av_b+v_au_b]$	0	
↓↓	$\frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_a(x)\psi_b(y)-\psi_a(y)\psi_b(x)]v_av_b$	−1	

为了包括同位旋，我们把不相容原理再进一步推广为“广义不相容原理”。这个原理表明，两个全同费米子的总波函数在空间、自旋和同位旋坐标同时交换下，应该是反对称的。总波函数写成

$$\Psi=\psi_{空间}\psi_{自旋}\psi_{同位旋}, \tag{3.43}$$

式中

$$\psi_{空间}=\sqrt{1/2}[\psi_a(x)\psi_b(y)\pm\psi_a(y)\psi_b(x)],$$

$$\left.\begin{aligned}\psi_{自旋}=&\sqrt{1/2}(u_av_b-v_au_b)\\ &u_au_b\\ &\sqrt{1/2}(u_av_b+v_au_b)\\ &v_av_b\end{aligned}\right\}\text{其中的一个公式，}\tag{3.44}$$

类似地，

1）例如参见前引 Eisberg 著作 p. 370。

$$\psi_{\text{同位旋}} = \left.\begin{array}{l} \sqrt{1/2}(p_a n_b - n_a p_b) \\ p_a p_b \\ \sqrt{1/2}(p_a n_b + n_a p_b) \\ n_a n_b \end{array}\right\} \text{其中的一个公式。} (3.45)$$

这意味着波函数Ψ表示位于点x和y的两个核子a和b具有自旋向上和向下（u和v）以及同位旋向上和向下（p和n）的不同组合的振幅。这些同位旋波函数列在表3.4中，它是直接仿照表3.3中的自旋波函数写出来的。

现在如果要求总波函数(3.43)式在空间、自旋和同位旋坐标同时交换下为反对称，则在选取(3.44)—(3.46)中的波函数时，或者三个全是反对称，或者一个反对称两个对称。氘核主要处于$^3S_1$态，即$L=0, S=1$，但混有少量的$^3D_1$态，即$L=2, S=1$。对于$L=0$或2的空间对称性（$x \longleftrightarrow y$），由$(-1)^L = +1$给出，因此$\psi_{\text{空间}}$是对称的。

表3.4 在同位旋坐标(p, n)交换下，两个全同核子a和b的对称和反对称波函数

态	同位旋波函数	I_3	I
$p+n$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(p_a n_b - n_a p_b)$	0	0
$p+p$	$p_a p_b$	1	1
$p+n$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(p_a n_b + n_a p_b)$	0	1
$n+n$	$n_a n_b$	−1	1

由于$S=1$，从表3.3知$\psi_{\text{自旋}}$也是对称的，因此$\psi_{\text{同位旋}}$必为反对称，于是总波函数为

$$\Psi = \frac{1}{2\sqrt{2}}[\psi_a(x)\psi_b(y) + \psi_a(y)\psi_b(x)][\underbrace{u_a v_b + v_a u_b}]$$

在$x \longleftrightarrow y$下对称　　在$u \longleftrightarrow v$下对称

$$\cdot\ [\underbrace{p_a n_b - n_a p_b}] \qquad (3.46)$$

在 $p \longleftrightarrow n$ 下
反对称

换句话说，根据表 3.4，d 的同位旋 $I = 0$。这是个重要的预言，因为它说明 d 是一个同位旋单态，因而没有带不同电荷的“伙伴”，例如 (pp) 或 (nn)。实验上发现确实如此，即不存在与 d 相似的 pp 或 nn 态。这样，类似于 (3.3) 式和 (3.29)* 式，我们有

$$\text{氘核 } d\text{：同位旋 } I = 0 — I_3 = 0\ d, \qquad (3.47)$$

又因 d 的 $B = 2$，$Q = 1$ 而 $I_3 = 0$，因此有以下关系

$$d\text{：}\ Q = I_3 + 1。 \qquad (3.48)$$

3.13 强相互作用中同位旋守恒的检验

首先考虑反应

(1)
$$\begin{array}{cccccc} & n & + & p & \to & \pi^0 & + & d \\ I & 1/2 & & 1/2 & & 1 & & 0 \\ I_3 & -1/2 & & 1/2 & & 0 & & 0 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{cccccc} & p & + & p & \to & \pi^+ & + & d \\ I & 1/2 & & 1/2 & & 1 & & 0 \\ I_3 & 1/2 & & 1/2 & & 1 & & 0 \end{array}$$

式中已注明每个粒子的 I 和 I_3 值。这两个反应右边都是 $I = 1$。这样，若反应中 I 守恒，左边也一定是 $I = 1$。因为 (2) 的左边有 $I_3 = 1/2 + 1/2 = 1$，所以是一个纯的 $I = 1$ 的态。然而，在反应 (1) 中 $n + p$ 的 $I_3 = 1/2 - 1/2 = 0$，且它属于 $I = 1$ 或 $I = 0$ 的可能性相等。因此，$n + p$ 只有一半机会为 $I = 1$，而 $p + p$ 则总有 $I = 1$。于是截面之比应

---

* 原文是 (3.28) 式。——译者注

为

$$R = \frac{\sigma(n + p \to \pi^0 + d)}{\sigma(p + p \to \pi^+ + d)} = 1/2,$$

因为只有处于 $I = 1$ 态中的 $n + p$ 才能通过反应给出 $\pi^0 + d$。这就是在强相互作用中关于同位旋守恒的杨氏检验。实验上发现，在 10% 的误差范围内，$R = 1/2$。

作为进一步的检验，考虑反应

$$p + d \to \pi^0 + He^3,$$

$$p + d \to \pi^+ + H^3。$$

因为 d 有 $I = 0$，所以这两个反应的初态有 $(I, I_3) = (1/2, 1/2)$。I 守恒要求末态有同样的值。可是 π 的 $I = 1$，而 (He^3, H^3) 构成一个类似于 (p, n) 的同位旋双重态。在 (3.42) 式中，作代换 $(p, n) \to (He^3, H^3)$ 即可得到 (He^3, H^3) 和 (π^+, π^0, π^-) 的 $(1/2, 1/2)$ 态。

$$(1/2, 1/2) = \sqrt{1/3}(\pi^0 + H^3e) - \sqrt{2/3}(\pi^+ + H^3)$$

由此得出

$$\frac{(p + d \to \pi^+ + H^3) \text{ 的振幅}}{(p + d \to \pi^0 + He^3) \text{ 的振幅}} = -\sqrt{2},$$

又由于截面 $\sigma \propto |\text{振幅}|^2$，因此

$$\frac{\sigma(p + d \to \pi^+ + H^3)}{\sigma(p + d \to \pi^0 + He^3)} = 2。$$

实验上已发现这个比值为 2，其精确度比 10% 稍好一些。

3.14 G 宇称

电荷共轭 C 具有这样的性质，即只有中性态是 C 的本征态。利用同位旋可以定义一个推广的 C，称为 G 共轭。它所具有的性质是，不仅中性态而且带电态也是 G 的本征态。G 的本征值称为这种态的 G 宇称。G 定义如下：

$$G = \exp(i\pi I_2)C,$$

式中 $\exp(i\pi I_2)$ 是绕同位旋第二轴转动 180° 的算符。π 介子场定义为

$$\pi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_1 + i\pi_2),$$

$$\pi^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi_1 - i\pi_2),$$

$$\pi^0 = \pi_3.$$

因此，

$$C\pi^\pm = \pi^\mp, \quad C\pi^0 = \pi^0.$$

这意味着

$$\begin{pmatrix}\pi_1\\ \pi_2\\ \pi_3\end{pmatrix} \xrightarrow{C} \begin{pmatrix}\pi_1\\ -\pi_2\\ \pi_3\end{pmatrix},$$

此外

$$\begin{pmatrix}\pi_1\\ \pi_2\\ \pi_3\end{pmatrix} \xrightarrow{\exp(i\pi I_2)} \begin{pmatrix}-\pi_1\\ \pi_2\\ -\pi_3\end{pmatrix},$$

于是

$$\begin{pmatrix}\pi_1\\ \pi_2\\ \pi_3\end{pmatrix} \xrightarrow{G} \begin{pmatrix}-\pi_1\\ -\pi_2\\ -\pi_3\end{pmatrix},$$

可见 π 介子处于 G 的本征态，并且本征值（G 字称）为 -1，

$$G\pi^+ = -\pi^+, \quad G\pi^- = -\pi^-, \quad G\pi^0 = -\pi^0.$$

显然，若 I 和 C 都是好量子数，则 G 也是一个好量子数，这在强相互作用中是对的，因为电磁相互作用破坏 I。这意味着，由于奇数个 π 介子的 $G = -1$，而偶数个 π 介子的 $G = 1$，所以奇数个 π 介子和偶数个 π 介子之间的强跃迁是禁戒的。

G 字称是由米歇尔（Michel）引进的，他称之为同位字称。

C 是平面[这里是(1,3)* 平面]反射。 $\exp(i\pi I_2)$ 表示绕"2"轴(垂直于上述平面)转动 π 角。这类似于空间反射的定义(参见 8.2 节)。

3.15 小结

概述一下本章的结果，并把它们分类整理成稍微不同的形式以强调我们在研究强相互作用时已学到的新方法。

1) 质子、中子、三种 π 介子和氘核存在于电荷族中。这种电荷族是由电荷相继差 1 个单位的几乎全同的粒子组成的族。如果在族中有 $2I+1$ 个粒子，则我们说，有一个同位旋为 I 的粒子。 因此， 核子 $N(p,n)$ 的 $I=1/2$，π 介子 (π^+,π^0,π^-) 的 $I=1$，氘核 (d) 的 $I=0$。

2) 在这些粒子的强相互作用中，同位旋守恒。 因为 I 是同位旋空间中的矢量，所以在同位旋相加时，要用矢量加法规则。

补充读物

[1] Kemmer, N., J. C. Polkinghorne and D. L. Pursey, "Invariance in Elementary Particle Physics", *Reports on Progress in Physics*, **22**, 368(1959).

[2] Marshak, R. E. and E. C. G. Sudarshan, *Introduction to Elementary Particle Physics*, Interscience, 1961, Chapter 5.

[3] Nishijima, K., *Fundamental Particles*, Benjamin, 1963, Chapter 3.

附　　录

同位旋的合成

考虑一个同位旋为 I，而 $I_3=I, I-1,\cdots,-I$ 的同位

---

* 同位旋空间中的"1"轴和"3"轴构成的平面。——译者注

旋多重态，把这 $2I+1$ 个态记作 (I, I_3)。根据关系式[参见(3.37)和(3.38)式]

$$I_+(I, I_3) = \sqrt{(I-I_3)(I+I_3+1)}(I, I_3+1), \quad (3A.1)$$

$$I_-(I, I_3) = \sqrt{(I+I_3)(I-I_3+1)}(I, I_3-1), \quad (3A.2)$$

定义升算符 I_+ 和降算符 I_-。把上述定义应用于 $I=1/2$ 的核子 $N[(1/2, 1/2)=p, (1/2, -1/2)=n]$ 得到

$$I_+ n = p, \quad (3A.3)$$

$$I_- p = n, \quad (3A.4)$$

$$I_+ p = I_- n = 0, \quad (3A.5)$$

$$I_3 p = 1/2 p, \quad I_3 n = -1/2 n。 \quad (3A.6)$$

注意：(3A.1)式和(3A.2)式中的系数已经选择得使它们能给出(3A.5)式，(3A.5)式说明在多重态中不存在比 p 的 I_3 值更高或比 n 的 I_3 值更低的粒子。同样地，把(3A.1)式和(3A.2)式应用于 π 介子 $[I=1: (1, 1)=\pi^+, (1, 0)=\pi^0, (1, -1)=\pi^-]$ 给出

$$I_+ \pi^- = \sqrt{2}\pi^0, \quad (3A.7)$$

$$I_+ \pi^0 = \sqrt{2}\pi^+, \quad (3A.8)$$

$$I_- \pi^+ = \sqrt{2}\pi^0, \quad (3A.9)$$

$$I_- \pi^0 = \sqrt{2}\pi^-, \quad (3A.10)$$

$$I_+ \pi^+ = I_- \pi^- = 0, \quad (3A.11)$$

$$I_3 \pi^+ = \pi^+, \quad (3A.12)$$

$$I_3 \pi^0 = 0, \quad (3A.13)$$

$$I_3 \pi^- = -\pi^-。 \quad (3A.14)$$

现在考虑两个粒子 A 和 B（同位旋分别为 I_A 和 I_B）的系统。利用矢量加法规则，总同位旋是

$$I = I_A + I_B, I_A + I_B - 1, \cdots, |I_A - I_B|。 \quad (3A.15)$$

我们感兴趣的问题是：对于在(3A.15)式中每个可能的同位

旋 I，它的多重态(I, I_3)如何由 A 和 B 的态构成？为了解决这个问题，注意

$$I_\pm = I^A_\pm + I^B_\pm。 \tag{3A.16}$$

πN 系统

为确定起见，我们考虑 πN 系统。根据矢量加法规则，$I = 3/2$ 或 $1/2$。因此总共有六个态：$(3/2, 3/2)$，$(3/2, {}_1/2)$，$(3/2, -1/2)$，$(3/2, -3/2)$；和 $(1/2, 1/2)$，$(1/2, -1/2)$。这些态必须用 π 介子态和核子态来表示。首先，“最高态”显然必定是

$$(3/2, 3/2) = \pi^+ p, \tag{3A.17}$$

因为 $I_3 = 3/2$ 的态只有这一个。现在将 I_- 作用于两边，由(3A.2)，左边给出

$$I_-(3/2, 3/2) = \sqrt{3}(3/2, 1/2), \tag{3A.18}$$

由(3A.16)式，右边为

$$\begin{aligned} I_-(\pi^+ p) &= I^\pi_-(\pi^+ p) + I^N_-(\pi^+ p) \\ &= (I_-\pi^+)p + \pi^+(I_- p) \\ &= \sqrt{2}(\pi^0 p) + (\pi^+ n), \end{aligned} \tag{3A.19}$$

其中已用过(3A.4)式和(3A.9)式。现在(3A.17)—(3A.19)式给出

$$(3/2, 1/2) = \sqrt{2/3}(\pi^0 p) + \sqrt{1/3}(\pi^+ n), \tag{3A.20}$$

把 I_- 应用于(3A.20)式给出

$$I_-(3/2, 1/2) = 2(3/2, -1/2), \tag{3A.21}$$

而上式右边又等于(利用(3A.20)式)

$$\begin{aligned} &I_-[\sqrt{2/3}(\pi^0 p) + \sqrt{1/3}(\pi^+ n)] \\ &\quad = \sqrt{2/3}[(I_-\pi^0)p + \pi^0(I_- p)] \\ &\qquad + \sqrt{1/3}[(I_-\pi^+)n + \pi^+(I_- n)] \end{aligned}$$

$$= \sqrt{2/3}[\sqrt{2}(\pi^- p)+(\pi^0 n)]+\sqrt{1/3}[\sqrt{2}(\pi^0 n)+0]$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}}(\pi^- p)+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}(\pi^0 n)。 \qquad (3A.22)$$

于是得到

$$(3/2, -1/2) = \sqrt{1/3}(\pi^- p)+\sqrt{2/3}(\pi^0 n)。 \quad (3A.23)$$

没有必要再对(3A.23)式应用 I_-，因为显然有

$$(3/2, -3/2) = \pi^- n, \qquad (3A.24)$$

它是唯一的 $I_3 = -3/2$ 的态。

其余两个态 (1/2, 1/2) 和 (1/2, −1/2) 可以由它们分别与(3/2, 1/2)和(3/2, −1/2)态正交的条件得出。于是

$$(1/2, 1/2) = \sqrt{2/3}(\pi^+ n) - \sqrt{1/3}(\pi^0 p),$$

$$(1/2, -1/2) = \sqrt{1/3}(\pi^0 n^*) - \sqrt{2/3}(\pi^- p)。 \quad (3A.25)$$

除(3A.25)外，还有已经得到的态是

$$(3/2, 3/2) = \pi^+ p,$$

$$(3/2, 1/2) = \sqrt{2/3}(\pi^0 p)+\sqrt{1/3}(\pi^+ n),$$

$$(3/2, -1/2) = \sqrt{1/3}(\pi^- p)+\sqrt{2/3}(\pi^0 n),$$

$$(3/2, -3/2) = \pi^- n。 \qquad (3A.26)$$

[由(3A.25)式易于证明，$I_+(1/2, 1/2)=I_-(1/2, -1/2)=0$ 和 $I_+(1/2, -1/2) = (1/2, 1/2)$]。

由(3A.25)式和(3A.26)式可以反过来给出：

$$(\pi^+ p) = (3/2, 3/2),$$

$$(\pi^0 p) = \sqrt{2/3}(3/2, 1/2) - \sqrt{1/3}(1/2, 1/2),$$

$$(\pi^+ n) = \sqrt{1/3}(3/2, 1/2)+\sqrt{2/3}(1/2, 1/2),$$

$$(\pi^- p) = \sqrt{1/3}(3/2, -1/2) - \sqrt{2/3}(1/2, -1/2),$$

---

* 原文是 π。——译者注

$$(\pi^0 n) = \sqrt{2/3}(3/2, -1/2) + \sqrt{1/3}(1/2, -1/2),$$
$$(\pi^- n) = (3/2, -3/2)。 \qquad (3A.27)$$

对于任意的同位旋，表示这种结果的最容易的方法是写成数值系数(称为克来布施-高登系数)表，此表列在下面。在表中除了采用(J, M)，(j, m)代替(I, I_3)外，其它自明。

作为同位旋合成的最后一个例子，对于两个 π 介子的$(I, I_3 = 0)$态，1×1 表给出：

$$(2,0) = \frac{1}{\sqrt{6}}(\pi^-\pi^+ + \pi^+\pi^- + 2\pi^0\pi^0),$$

$$(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^+\pi^- - \pi^-\pi^+)^*,$$

$$(0,0) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\pi^+\pi^- + \pi^-\pi^+ - \pi^0\pi^0)。 \qquad (3A.28)$$

值得注意的是，(2, 0)态和(0, 0)态在 $\pi^+ \longleftrightarrow \pi^-$ 交换下是对称的，而(1, 0)态是反对称的。

$1/2 \times 1/2$

		J	1	1	0	−1
		M	1	0	0	−1
m_1	m_2					
1/2	1/2		1			
1/2	−1/2			$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$	
−1/2	1/2			$\sqrt{1/2}$	$-\sqrt{1/2}$	
−1/2	−1/2			1		

* 原式为 $\frac{1}{\sqrt{2}}(\pi^-\pi^+ - \pi^+\pi^-)$。——译者注

$1\times 1/2$

		J	3/2	3/2	1/2	3/2	1/2	3/2
		M	3/2	1/2	1/2	−1/2	−1/2	−3/2
m_1	m_2							
1	1/2		1					
1	−1/2			$\sqrt{1/3}$	$\sqrt{2/3}$			
0	1/2			$\sqrt{1/3}$	$\sqrt{1/3}$			
0	−1/2					$\sqrt{2/3}$	$\sqrt{1/3}$	
−1	1/2					$\sqrt{1/3}$	$-\sqrt{2/3}$	
−1	−1/2							1

$3/2\times 1/2$

		J	2	2	1	2	1	2	1	2
		M	2	1	1	0	0	−1	−1	−2
m_1	m_2									
3/2	1/2		1							
3/2	−1/2			1/2	$\sqrt{3}/2$					
1/2	1/2			$\sqrt{3}/2$	−1/2					
1/2	−1/2					$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$			
−1/2	1/2					$\sqrt{1/2}$	$-\sqrt{1/2}$			
−1/2	−1/2							$\sqrt{3}/2$	1/2	
−3/2	1/2							1/2	$-\sqrt{3}/2$	
−3/2	−1/2									1

$2\times1/2$

		J	5/2	5/2	3/2	5/2	3/2	5/2	3/2	5/2	3/2	5/2
		M	5/2	3/2	3/2	1/2	1/2	−1/2	−1/2	−3/2	−3/2	−5/2
m_1	m_2											
2	1/2		1									
2	−1/2			$\sqrt{1/5}$	$\sqrt{4/5}$							
1	1/2			$\sqrt{4/5}$	$-\sqrt{1/5}$							
1	−1/2					$\sqrt{2/5}$	$\sqrt{3/5}$					
0	1/2					$\sqrt{3/5}$	$-\sqrt{2/5}$					
0	−1/2							$\sqrt{3/5}$	$\sqrt{2/5}$			
−1	1/2							$\sqrt{2/5}$	$-\sqrt{3/5}$			
−1	−1/2									$\sqrt{4/5}$	$\sqrt{1/5}$	
−2	1/2									$\sqrt{1/5}$	$-\sqrt{4/5}$	
−2	−1/2											1

1×1

		J	2	2	1	2	1	0	2	1	2
		M	2	1	1	0	0	0	−1	−1	−2
m_1	m_2										
1	1		1								
1	0			$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$						
0	1			$\sqrt{1/2}$	$-\sqrt{1/2}$						

1	−1					$\sqrt{1/6}$	$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/3}$					
0	0					$\sqrt{2/3}$	0	$-\sqrt{1/3}$					
−1	1					$\sqrt{1/6}$	$-\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/3}$					
0	−1								$\sqrt{1/2}$	$\sqrt{1/2}$			
−1	0								$\sqrt{1/2}$	$-\sqrt{1/2}$			
−1	−1												1

$3/2 \times 1$

	J	5/2	5/2	3/2	5/2	3/2	1/2	5/2	3/2	1/2	5/2	3/2	5/2
	M	5/2	3/2	3/2	1/2	1/2	1/2	−1/2	−1/2	−1/2	−3/2	−3/2	−5/2
m_1	m_2												
3/2	1	1											
3/2	0		$\sqrt{2/5}$	$\sqrt{3/5}$									
1/2	1		$\sqrt{3/5}$	$-\sqrt{2/5}$									
3/2	−1				$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{5/2}$	$\sqrt{1/2}$						
1/2	0				$\sqrt{3/5}$	$\sqrt{1/15}$	$-\sqrt{1/3}$						
−1/2	1				$\sqrt{3/10}$	$-\sqrt{8/15}$	$\sqrt{1/6}$						
1/2	−1							$\sqrt{3/10}$	$\sqrt{8/15}$	$\sqrt{1/6}$			
−1/2	0							$\sqrt{3/5}$	$-\sqrt{1/15}$	$-\sqrt{1/3}$			
−3/2	1							$\sqrt{1/10}$	$-\sqrt{2/5}$	$\sqrt{1/2}$			
−1/2	−1										$\sqrt{3/5}$	$\sqrt{2/5}$	
−3/2	0										$\sqrt{2/5}$	$-\sqrt{3/5}$	
−3/2	−1												1

第四章　奇　异　数

1947 年，人们发现了 π 介子，这对汤川理论是一个重大的支持。当时在物理学界开始流行起这样的看法，即组成物质和能量的所有“基本粒子”都已发现了。然而，真实情况远非如此！ 就在同一年，一系列新粒子中的第一个被发现了，由于这些粒子性质奇特，而被称为“奇异粒子”。下面，我们先描述一下这些性质，然后再对它们做理论上的解释，最后讨论奇异粒子的字称。

4.1　奇异粒子的发现

1947 年，曼彻斯特（Manchester）大学的罗切斯特（Rochester）和巴特勒（Butler）在用云室研究宇宙线时，观察到第一个奇异粒子反应。图 4.1 是他们所观察的一种典型衰变的示意图。其中实线表示带电粒子，它在云室中留下一条电离

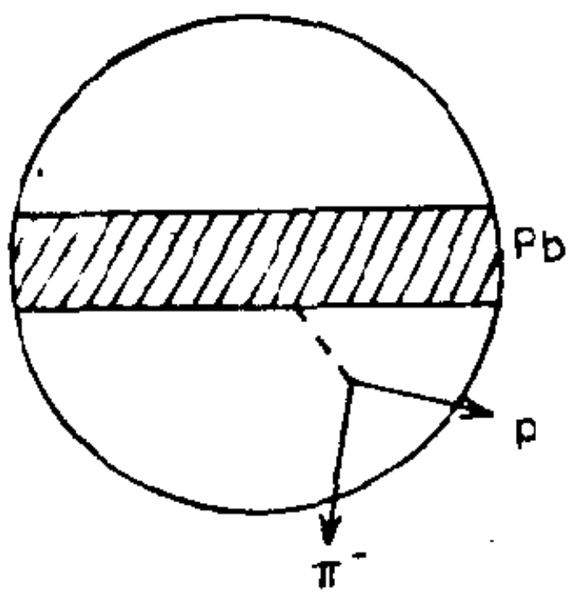


图 4.1　罗切斯特和巴特勒观察到的那类衰变

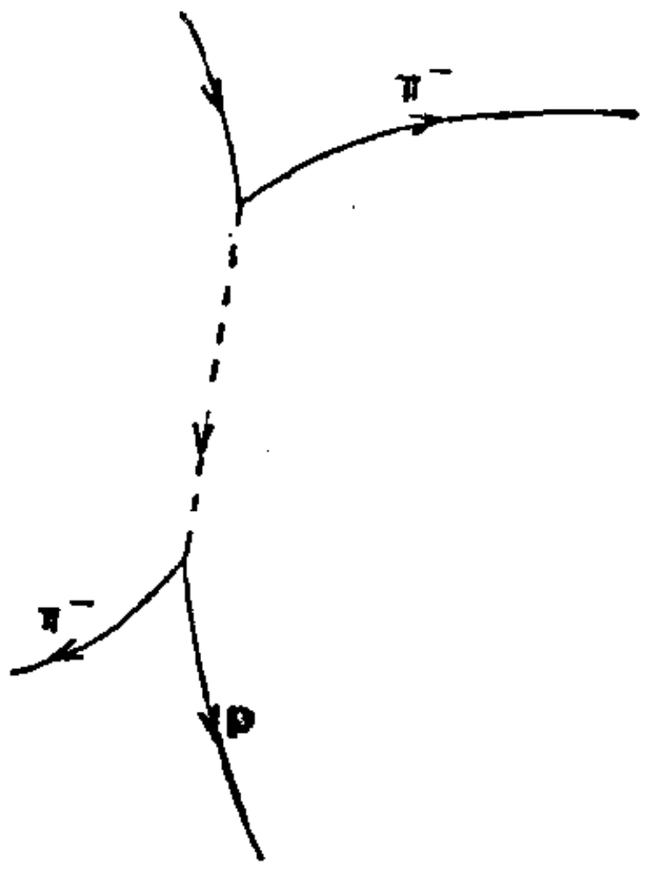


图　4.2

径迹。虚线表示中性粒子，它没有留下径迹。图 4.1 中有一个未知粒子衰变成一个质子和一个负 π 介子。分析了几个这样的衰变后，推断出中性粒子是在横置于云室中的铅板内产生的。测量径迹的曲率（云室放在磁场中）和电离密度，可以算出 p 和 π^- 的能量和动量。因而可以知道 p 和 π^- 的静质量，这样就可求出衰变粒子的静质量。

在随后几年中，又观察到几个类似的衰变，其中最有趣的是 1953 年帕萨丹纳（Pasadena）小组的柯旺（Cowan）观察到的衰变，如图 4.2 所示。这个衰变分为两个阶段：一个未知的负粒子先衰变成一个中性粒子和一个 π^-，然后这个中性粒子再像图 4.1 那样衰变成 p 和 π^-。

当实验室中的加速器能够产生这些粒子时，这方面的研究有了很大的进展。1954 年，布鲁克海文宇宙加速器（Brookhaven cosmotron）第一次在实验室中产生了这些粒子。把负 π 介子加速到 1.5GeV 去轰击质子，发生了如下的反应：

$$\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0 \tag{4.1}$$

它给出两个中性粒子，现在称为 Λ(lambda) 和 K^0。随后的衰变（如图 4.3 所示）是

$$\Lambda \rightarrow p + \pi^- \tag{4.2}$$

和

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \tag{4.3}$$

人们已从宇宙线事件中对它们有了认识。Λ 衰变与图 4.1 所示的衰变一样，K^0 衰变也已观察到（由于它的衰变径迹很像“V”，所以最初把这些粒子称为 V_1 和 V_2，但我们宁可用它们现在的名称，以免混淆）。

除反应（4.1）外，人们还观察到反应

$$\pi^- + p \rightarrow \Sigma^- + K^+, \tag{4.4}$$

接着衰变成

$$\Sigma^- \to n + \pi^-, \tag{4.5}$$

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^0 \tag{4.6}$$

(Σ 读成西格玛)。后来,人们通过如下的衰变方式

$$\Sigma^+ \to n + \pi^+,\ \Sigma^+ \to p + \pi^0, \tag{4.7}$$

$$K^- \to \pi^- + \pi^0, \tag{4.8}$$

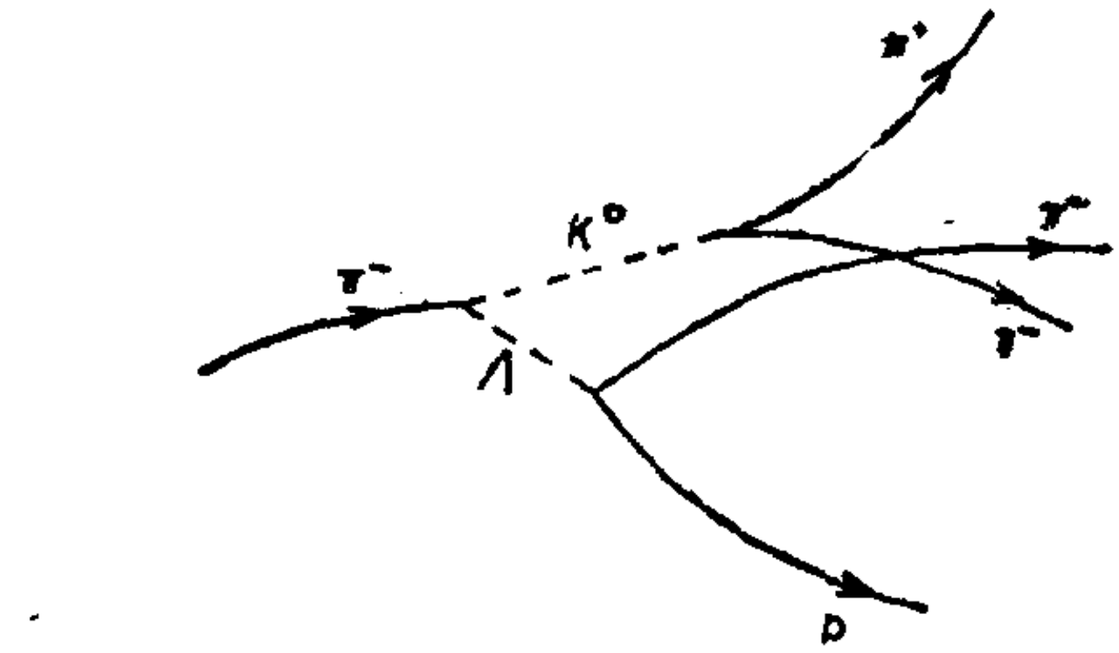


图 4.3

发现了 Σ^+ 和 K^-。图 4.2 中分两个阶段衰变的"级联"粒子命名为 Ξ^-(克西 (Ksi)负),

$$\Xi^- \to \Lambda + \pi^- \\ \quad\quad \lfloor\!\to p + \pi^-。 \tag{4.9}$$

所有这些新粒子的质量都列在表 4.1 中。因为 Σ^+ 和 Σ^- 的质量近似相等,这表明它们是同一个同位旋多重态的成员,所以用相同的符号 Σ 表示。此外,因为 K^+ 和 K^- 互为反粒子

表 4.1

粒 子	质量 (MeV)
Λ	1115.4
Σ^-	1197.2
Σ^+	1189.4
Ξ^-	1320.8
K^0	497.8
K^+	493.8
K^-	493.8

[(4.8)式的衰变产物是(4.6)的衰变产物的反粒子]，所以它们质量相同。

4.2 导致引进奇异量子数的佯谬

现在有了一张新粒子的表，让我们对它们的产生和衰变作一决定性的考察。反应(4.1)是典型的，因此我们就考察这个反应。在布鲁克海文实验的能量(1.5GeV)上，π—p 散射的总截面是 34±3mb，而反应(4.1)的截面约为 1mb。换句话说，(4.1)一定是强相互作用的反应——新粒子与 π 介子和核子强烈地相互作用。另一方面，由图 4.3 中的径迹可见，(4.2)和(4.3)等衰变发生得很慢。通过测量 Λ 和 K 所走的距离，求出 $\Lambda \to p + \pi^-$ 和 $K^0 \to \pi^+ + \pi^-$ 的半衰期分别为 1.8×10^{-10} 秒和 0.7×10^{-10} 秒。这是弱相互作用引起衰变的典型时间。可是，如果 Λ 和 K^0 是由 π 和 N 通过强相互作用产生的，那为什么它们不再通过强相互作用衰变呢？似乎是由于某种原因，Λ 和 K^0 在它们的衰变中故意地联合抵制强相互作用。这究竟是为什么呢？

应当指出：甚至在实验室产生奇异粒子以前，这个佯谬就已明显了；解决这个问题的重要关键是由南部、西岛、山口和大根田(1951)以及派依斯(Pais，1952 年)先后提出的协同产生(associated production)假设。他们预言，奇异粒子成对产生，但却单个衰变。这等于说，强相互作用一定涉及一对奇异粒子，而弱相互作用只涉及单个奇异粒子。因此，有一种选择定则在起作用。除涉及两个奇异粒子的弱衰变 $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$ 的(4.9)* 外，所有上面的反应都服从这条定则。然而，即使撇开这个例外，我们仍有理由反对上述假设，因为它

---

* 原文为(4.8)。——译者注

相当特殊，它看起来更像一条经验法则，而不像一个“解释”。

在引进一个新量子数以后，这种情况就非常清楚了。这个新量子数称为奇异数，记作 S。每个粒子都有一个特定的（整数）S 值，π 介子和核子的 $S=0$。Λ, K, Σ 等新粒子的 $S \neq 0$，因此称它们为“奇异粒子”。两个粒子的奇异数正好等于它们各自奇异数的和；换句话说，奇异数是“相加的”，正象电荷 Q 是相加的一样。现在的思想是：强相互作用奇异数守恒，而弱相互作用奇异数改变。因此，我们在反应（4.1）中（任意地）规定 Λ 的 $S=-1$，而 K^0 的 $S=+1$，那么反应前后的净奇异数就都为零，因而奇异数守恒。但是衰变（4.2）和（4.3）中奇异数显然有所改变。正是由于这个原因，奇异粒子的衰变是弱衰变。上面提到的选择定则现在就更清楚了。对各种粒子规定其 S 值（如表 4.2），我们就能解释（4.1）到（4.9）的反应过程。但是不难看出，单靠这些过程还不足以确定 S。例如，考察过程（4.4）、（4.5）和（4.6），我们看到 Σ^- 和 K^+ 的 S 等值异号，所以它们的和为零。但我们不知道是 Σ^- 的 $S=-1$，K^+ 的 $S=+1$，还是相反。事实上，是否可能有 Σ^- 的 $S=-2$，K^+ 的 $S=+2$（或者相反）？

表 4.2　临时规定的奇异数

粒　子	奇异数（S）
N	0
π	0
Λ	−1
K^0	+1
Σ^-	±1
K^+	±1
Σ^+	±1
K^-	±1
Ξ^-	−2

通过对(4.9)的分析，我们至少可以回答最后这个问题。我们看到，Ξ^- 并没有直接衰变成 $p+2\pi^-$，而是先衰变成 $\Lambda+\pi^-$，然后 Λ 再衰变成 $p+\pi^-$，这是为什么？一种明显的解释是，规定 Ξ^- 的 $S=-2$，并建立以下定则：

弱相互作用仅使 S 改变一个单位，$|\Delta S|=1$ (4.10)

因此 Ξ^- 不能直接衰变成 $p+2\pi^-$。我们再看(4.4)、(4.5)和(4.6)，因为 K^+ 和 Σ^- 一步就衰变成 π 介子和核子，所以它们一定有 $S=\pm1$。并且(4.7)和(4.8)中的 K^- 和 Σ^+ 一定也是 $S=\pm1$。

4.3 奇异粒子的同位旋和盖尔曼-西岛关系

在上一章中我们看到：有一种遵守矢量加法规则的量子数——同位旋，它在 π 介子和核子的强相互作用中守恒。现在，我们把这种情况推广，假定

同位旋在奇异粒子的强相互作用中守恒。 (4.11)

并由此推论：

对奇异粒子来说，同位旋是一个好量子数，因此奇异粒子存在于同位旋多重态(电荷族)中，多重态成员的质量几乎相等。 (4.12)

Σ、Λ 粒子

记住(4.12)，我们考虑 Σ^+，Λ 和 Σ^-。它们会不会是一个 $I=1$ 的多重态的成员呢？由于 m_Λ 比 m_{Σ^+} 和 m_{Σ^-} 约小 80MeV，所以回答必然是否定的。因此，(a) 预言有一个 Σ^0 粒子，质量为 $m_{\Sigma^0}\approx m_{\Sigma^\pm}$，从而构成 $I=1$ 的 Σ 三重态；(b) 规定 Λ 的 $I=0$，这是因为不存在质量与它相近的其它带电粒子。后来果然发现了 Σ^0，质量是 1192.5MeV，且以如下的电磁方式衰变

$$\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma_0 \qquad (4.13)$$

这说明以前之所以没有发现它，是因为它很快地衰变成 Λ_0。现在我们有

$$\Sigma \quad \text{同位旋 } I = 1 \begin{cases} I_0 = +1 & \Sigma^+ \\ I_3 = 0 & \Sigma^0 \\ I_3 = -1 & \Sigma^-, \end{cases} \qquad (4.14)$$

以及

$$\Lambda \quad \text{同位旋 } I = 0 \text{——} I_3 = 0 \quad \Lambda \qquad (4.15)$$

还要注意，由反应 (4.2)，(4.5)，(4.7) 和 (4.13) 可知，Λ 和 Σ 的重子数 $B = 1$（在所有相互作用中 B 都守恒），Λ 有 $S = -1$；但我们仍然不知道（见表 4.2）Σ^+、Σ^0 和 Σ^- 有 $S = -1$ 还是 $S = +1$。这一点要由下面描述的盖尔曼-西岛关系来决定。

在上一章中[见 (3.4)，(3.30) 和 (3.48)] 我们曾看到，对于核子、π 介子和氘核，有以下关系式：

$$N\text{：}(B = 1)\ Q = I_3 + 1/2$$

$$\pi\text{：}(B = 0)\ Q = I_3$$

$$d\text{：}(B = 2)\ Q = I_3 + 1_0$$

考虑重子数后，显然可以把它们合并成一个适用于这些非奇异粒子的关系式：

$$Q = I_3 + 1/2B_0 \qquad (4.16)$$

现在 Λ 的 $I_3 = 0$，$B = 1$，$Q = 0$，这样，由于 Λ 的 $S = -1$，我们可以把 (4.16) 式推广为

$$Q = I_3 + 1/2(B + S)_0 \qquad (4.17)$$

从而解释了 Λ_0。这就是所谓的盖尔曼-西岛关系。按定义，N，π，d 和 Λ 满足这个关系。但我们立即会看到，对所有其他的粒子，它导致了一些前后一致和令人满意的规定。$(B+S)$ 这个量有时称为“超荷”，记作 Y，这样，(4.17) 式变成

$$Q = I_3 + Y/2。 \tag{4.18}$$

盖尔曼-西岛关系预言，Σ 多重态的 $S = -1$。例如，Σ^+ 的 $Q = 1$，$I_3 = 1$，$B = 1$，因此(4.17)式要求 $S = -1$。为便于查考，奇异粒子的量子数和质量都列在表 4.3 中。

在结束 Σ 和 Λ 的讨论之前，值得注意两点：(a) 对于粒子和反粒子，不仅其 Q 和 B 值相反而且 S 值也相反。(b) Σ^+，Σ^0 和 Σ^- 的质量相差不到 1%。把电荷无关性推广到奇异粒子的假设((4.11)和(4.12))看来完全被证实了。

表 4.3

粒子	B	S	I_3	质量 (MeV)	I
π^+	0	0	1	139.6	
π^0	0	0	0	135.0	1
π^-	0	0	−1	139.6	
K^+	0	1	1/2	493.8	
K^0	0	1	−1/2	497.8	1/2
$\overline{K^0}$	0	−1	1/2	497.8	
K^-	0	−1	−1/2	493.8	1/2
p	1	0	1/2	938.3	
n	1	0	−1/2	939.6	1/2
Λ	1	−1	0	1115.4	0
Σ^+	1	−1	1	1189.4	
Σ^0	1	−1	0	1192.3	1
Σ^-	1	−1	−1	1197.2	
Ξ^0	1	−2	1/2	1314.3	
Ξ^-	1	−2	−1/2	1320.8	1/2

K 介子

我们再回到反应(4.1)。注意，因为它是强相互作用，由(4.11)可知这个反应是同位旋守恒的。因为 $\pi^- + p$ 有 $I = 3/2$ 或 $1/2$，所以 $\Lambda + K^0$ 也如此；又因 Λ 的 $I = 0$，这说明 K

的 $I = 3/2$ 或 $1/2$，因而 K^0 必定是四个一组或两个一组的粒子族的成员。按我们最初的规定，K^0 的 $S = 1$，由 (4.17) 式给出 $I_3 = -1/2$，因此完整的多重态必定是

$$I = 3/2, \quad K^{++} \quad K^{+} \quad K^{0} \quad K^{-}$$
$$I_3: \ 3/2 \quad 1/2 \quad -1/2 \quad -3/2$$

或是

$$I = 1/2 \quad K^{+} \quad K^{0}$$
$$I_3 \quad 1/2 \quad -1/2。$$

我们已在象 (4.4) 这样的反应中发现了 K^+，并且因为 Σ^- 的 $S = -1$，所以 K^+ 的 $S = 1$，与 K^0 的 S 相同，这正好符合上述每一个方案的要求。但是，从来没有发现质量约为 495MeV 的 K^{++}，因此推断 K^+ 和 K^0 是 $I = 1/2$ 和 $S = 1$ 的多重态的两个成员

$$K \quad \text{同位旋 } I = 1/2 \begin{cases} I_3 = 1/2 & K^{+} \\ I_3 = -1/2 & K^{0}。 \end{cases} \tag{4.19}$$

它们的质量分别是 493.8MeV 和 497.8MeV，其接近的程度使我们确信这个质量差只是由电磁力引起的。

粒子 (K^+, K^0) 有 $S = -1$ 的反粒子 $(K^-, \bar{K}^0)$，因此，与 π^0 不同，K^0 不是它自己的反粒子。由此可以得到一些非常值得注意的结论，这将在第八和第九章中讨论。此外，K^+ 和 K^- 一定有相同的质量，实验上发现确实如此。最后，K^- 的 $S = -1$，因此它不会在类似 (4.1) 和 (4.4) 的反应中与 Λ 和 Σ 一齐产生。由于在强相互作用中奇异数守恒，而这种产生过程是禁戒的，这就解释了当初观察到的 K^+ 超过 K^- 而占优势的现象。（注意，如果 K 的 $I = 3/2$，则 K^- 就有 $S = 1$，而这种优势就无法解释）。总之，我们有

$$\bar{K} \quad \text{同位旋 } I = 1/2 \begin{cases} I_3 = 1/2 & \bar{K}^{0} \\ I_3 = -1/2 & K^{-}。 \end{cases} \tag{4.20}$$

前面已约定 Ξ^- 的 $S=-2$，并知道它有 $Q=-1$ 和 $B=1$［因为在(4.9)中 B 精确守恒］，于是借助(4.17)式，给出 Ξ^- 的 $I_3=-1/2$。与此相一致的 I 最小值是 $I=1/2$，而 $I_3=+1/2$ 的粒子应是 Ξ^0，后来发现了这个粒子，而且在伯克利高能质子同步稳相加速器（Berkeley bevatron）上的产生反应

$$K^-+p\to\Xi^-+K^+,$$
$$K^-+p\to\Xi^0+K^0,$$

与这些量子数一致。此外，从来没有发现 Ξ^{--} 和 Ξ^+。因此，利用与对 K 介子完全相同的论证，就排除了 $I=3/2$ 或更高的可能性，于是我们有

$$\Xi\quad \text{同位旋}\ I=1/2\begin{cases} I_3=1/2 & \Xi^0 \\ I_3=-1/2 & \Xi^-。\end{cases} \tag{4.21}$$

Ξ^- 和 Ξ^0 的质量相差不到1%，于是再一次给奇异粒子强相互作用同位旋守恒的假设以强有力的支持。

这些结果都总结在表 4.3 中。当初，奇异粒子使人如此迷惑不解，而现在我们能以简洁的形式把它们纳入一定的同位旋多重态，这对于同位旋守恒及其推论是一个巧妙而强有力的证明。

4.4 K 介子的宇称

人们从反应

$$K^-+He^4\to{}_\Lambda H^4+\pi^0$$

来确定 K^- 的宇称。其中 ${}_\Lambda H^4$ 是所谓 H^4 的“超碎片”，即用 Λ 取代 H^4 中的一个中子，这就是说，${}_\Lambda H^4=(pnn\Lambda)$。因此上述反应相当于 $K^-+p\to\Lambda+\pi^0$。大家知道，K^-，He^4 和 π^0 自

旋都是零。可以证明 ${}_{\Lambda}H^{4}$ 的自旋也是零。在这种情况下，因为没有自旋牵涉进来，所以总角动量守恒就是轨道角动量守恒。因此，$(l)_{左}=(l)_{右}=l$；这样，宇称守恒就意味着

$$\varepsilon(K^{-})(-1)^{l}=\varepsilon(\pi^{0})(-1)^{l},$$

即

$$\varepsilon(K^{-})=\varepsilon(\pi^{0})=-1,$$

其中我们已用了规定(2.28)，$\varepsilon(p)=\varepsilon(n)=\varepsilon(\Lambda)=1$，于是，推导出 He^{4} 和 ${}_{\Lambda}H^{4}$ 有正宇称。

显然，这个论证的关键是 ${}_{\Lambda}H^{4}$ 的自旋为零。而实际情况有些不清楚，但目前理论和实验的比较，确实是倾向于 ${}_{\Lambda}H^{4}$ 的自旋为零。

我们推断：K^{-} 有负宇称，并且由于 K 介子是玻色子，因此 K^{+} 的宇称也为负；根据同位旋对称性，K^{0} 和 $\bar{K}^{0}$ 也有负宇称。换句话说，K 和 $\bar{K}$ 像 π 一样，是 0^{-}(赝标)粒子。(注意，如果在上面的讨论中不参考规定(2.28)，则得到的结论是 K-N-Λ 的相对宇称为奇。)

4.5 Σ 的宇称

研究 Σ 的生成和衰变

$$K^{-}+p\rightarrow\Sigma^{\pm,0}+\pi^{\mp,0},\ \Sigma\rightarrow N+\pi,$$

可以得到关于 Σ 宇称的证据。所测量的量是 Σ 衰变相对于产生平面的不对称性。这种分析相当冗长乏味，因此我们只简单地说一下，实验证据(尽管有些含糊)给出[1] K-N-Σ 相对宇称为奇，或者利用规定(2.28)，推断 Σ 有正宇称。

还值得提到的是，对于 Σ^{0}-Λ 的相对宇称有一个独立的检验，就是测量

1) 进一步详细资料，参见 K. Nishijima, *Fundamental Particles*, Benjamin, 1963, P. 303。

$$\Sigma^0 \to \Lambda + e^+ + e^-$$

的反应率。这是一个电磁过程，类似于 $\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma$ 的“内转换”。这个证据再次给出[1] Σ^0-Λ 的相对宇称为偶。

4.6 Ξ 的宇称

研究反应

$$\Xi^- + p \to 2\Lambda$$

可以确定 Ξ^- 的宇称。如果初态和末态的轨道角动量是 l_i 和 l_f，则有

$$\varepsilon(\Xi^-)\varepsilon(p)(-1)^{l_i} = (\varepsilon(\Lambda))^2(-1)^{l_f}$$

或

$$\varepsilon(\Xi^-) = (-1)^{l_i+l_f}\varepsilon(p)。$$

有意义的是，可以与 Λ 宇称无关地确定 Ξ^--p 的相对宇称。这是因为 Ξ^- 和 p 的奇异数之差为偶数。通过测量 l_i 和 l_f 可以确定 Ξ^--p 的相对宇称，但这种实验至今尚未做成。

考虑到同位旋对称性，我们相信 Ξ^0 和 Ξ^- 有相同的宇称（相对于 p 和 n）。

补 充 读 物

[1] Gell-Mann, M. and A. H. Rosenfeld, “Hyperons and Heavy Mesons (systematics and decay)”, *Annual Reviews of Nuclear Science*, **7**, 407 (1957).

[2] Kemmer, N., J. C. Polkinghorne and D. L. Pursey, “Invariance in Elementary Particle Physics”, *Reports on Progress in Physics*, **22**, 368 (1959).

[3] Nishijima, K., *Fundamental Particles*, Benjamin, 1963, Chapter 6.

1) 进一步详细资料，参见 S. Gasiorowicz, *Elementary Particles Physics*, Wiley, 1967, p. 220。

第五章　弱和电磁相互作用中同位旋和奇异数的选择定则

5.1　引言：轻子和非轻子弱相互作用

在前几章我们已经研究了同位旋量子数和奇异数量子数，并看到它们在强相互作用中都守恒。但是我们也看到，同位旋 I 在电磁相互作用中不守恒，而奇异数 S 在弱相互作用(或至少在某些弱相互作用)中不守恒。这就提出了一个问题：这些相互作用是以特殊的还是以规则的方式改变 I 和 S？我们曾注意到，为了解释级联粒子的两级衰变

$$\begin{array}{l} \Xi^- \to \Lambda + \pi^- \\ \qquad\quad \big\lfloor \to p + \pi^-, \end{array}$$

我们不得不引进以下的规则，即对于这些弱相互作用，S 仅仅改变 1：

$$|\Delta S| = 1。$$

这就已经部分地回答了我们的问题。这是一个奇异数改变的非轻子弱相互作用(见下文)所服从的奇异数选择定则。本章我们要寻求所有弱作用和电磁相互作用所服从的同位旋和奇异数的选择定则。

但在此之前，让我申明，选择定则决不是一个新的概念，而是应该在原子物理中早就熟悉的。原子中最普通的辐射跃迁属于电偶极类型，在单电子原子中，若忽略自旋，则支配这种跃迁的选择定则是

$$\Delta l = \pm 1,\ \Delta m = \pm 1, 0,\ \Delta n \text{ 不限。}$$

我们想要找的选择定则与此类似，所不同的是，我们在这里不

讨论象角动量这样的时空量子数，而只考虑同位旋和奇异数。

有两类弱相互作用，一类包含中微子，另一类不包含中微子。前者还包含 e^- 或 μ^-（或 e^+、μ^+），一个典型的例子是中子的 β 衰变

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e。$$

因为它们包含轻子，所以称为半轻子（有时简称轻子）弱相互作用。那些不包含中微子的弱相互作用，因为它们完全不包含轻子，而称之为非轻子弱相互作用。上一章我们看到过许多这样的例子，例如

$$\Lambda \to p + \pi^-。$$

虽然半轻子和非轻子弱相互作用的强度基本相同，但它们的起因可能稍有不同。因此，下面我们将分别讨论它们。

最后，还有只包含轻子的弱相互作用，称为纯轻子弱相互作用。仅有的纯轻子衰变是

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

和

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu,$$

而弹性散射

$$e^- + \bar{\nu}_e \to e^- + \bar{\nu}_e$$

（至今尚未在实验中做到）也是一个纯轻子弱作用过程。本章将不讨论这类作用，因为对于轻子不存在同位旋和奇异数，而我们感兴趣的恰恰是这些量子数的选择定则。

5.2 奇异数守恒的半轻子弱相互作用

奇异数守恒弱衰变的第一个例子是

$$\begin{array}{lccc} & n & \to p + e^- + \bar{\nu}_e & (5.1) \\ I & 1/2 & \to \quad 1/2 & \\ I_3 & -1/2 & \to -1/2 & \\ S & 0 & \to \quad 0 & \end{array}$$

显然这个衰变不改变奇异数，我们记作 $\Delta S = 0$。而

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{I}_f - \mathbf{I}_i, \tag{5.2}$$

$$\Delta I_3 = (I_3)_f - (I_3)_i, \tag{5.3}$$

式中 f 和 i 表示末态和初态。(5.2) 式要用到矢量加法规则，按照这个规则，$\mathbf{I}_f$ 和 $\mathbf{I}_i$ 的矢量和取从 $I_f + I_i$ 到 $|I_f - I_i|$ 之间递差为 1 的所有值。这与 $\mathbf{I}_f$ 和 $-\mathbf{I}_i$ 的矢量和完全相同；换句话说，两矢量的矢量差与它们的矢量和相同。因此，(5.2) 式可改写成

$$\Delta \mathbf{I} = \mathbf{I}_f + \mathbf{I}_i, \tag{5.4}$$

此外有

$$|\Delta I_3| \leqslant \Delta I, \tag{5.5}$$

式中 $\Delta I = |\Delta \mathbf{I}|$（这是因为一个矢量沿任何轴的分量绝不会超过这个矢量的长度）。

再回到中子衰变，我们有

$$\Delta I_3 = 1/2 - (-1/2) = 1。 \tag{5.6}$$

另一方面，按 (5.4) 式，ΔI 是 1/2 和 1/2 的矢量和，即[1)]

$$\Delta I = 0 \text{ 或 } 1, \tag{5.7}$$

但由 (5.5) 式和 (5.6) 式看出，我们只能有

$$\Delta I = 1。 \tag{5.8}$$

将 (5.6) 和 (5.8) 式写在一起，即

$$\Delta I = 1, \ \Delta I_3 = 1。 \tag{5.9}$$

---

1) 或许读者会发现，直观地导出 (5.7) 式更有收益。将 (5.2) 式写成 $\mathbf{I}_i + \Delta \mathbf{I} = \mathbf{I}_f$ 的形式，我们看到，$\Delta \mathbf{I}$ 是一个矢量，利用矢量加法规则，它加上 $\mathbf{I}_i$ 就得到 $\mathbf{I}_f$。对于中子的 β 衰变 (5.1) 来说，$\Delta \mathbf{I}$ 是这样一个矢量，它与 $\mathbf{I} = 1/2$ 矢量相加将得出 $\mathbf{I} = 1/2$；它可以是 0 或 1，因为 $1/2+0=1/2$，而 $1/2+1=1/2$ 或 $3/2$，这就用较繁琐的方法给出与 (5.7)* 式相同的结果。

* 原文是 (5.8) 式。——译者注

现在考虑衰变

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \qquad (5.10)$$

$$\begin{array}{cc} I & 1 \\ I_3 & 1 \end{array}$$

这是带电 π 介子最普通的衰变方式。右边只包含未定义同位旋和奇异数的粒子，因此，通过检验我们有

$$\Delta I = 1,\ \Delta I_3 = -1, \qquad (5.11)$$

当然，$\Delta S = 0$。

现在考虑带电 π 介子的相当稀有的衰变方式

$$\pi^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e \qquad (5.12)$$

$$\begin{array}{ccc} I & 1 & 1 \\ I_3 & 1 & 0 \end{array}$$

显然 $\Delta S = 0$。按(5.3)式，我们有

$$\Delta I_3 = -1, \qquad (5.13)$$

而 ΔI 是 1 和 1 的矢量和，即

$$\Delta I = 0,\ 1,\ 2。 \qquad (5.14)$$

与(5.13)式比较，则给出

$$\Delta I = 1 \text{ 或 } 2,\ \Delta I_3 = -1。 \qquad (5.15)$$

这意味着有两种可能的通道发生衰变(5.12)。通过使 I 改变 1 的相互作用出现一种振幅，而通过使 I 改变 2 的相互作用出现另一种振幅。遗憾的是，实验上不可能分开这两个振幅。但是，由(5.9)式和(5.11)* 式来看，作如下的假设是很有吸引力的：

奇异数守恒的半轻子弱相互作用服从选择定则

$$\Delta S = 0,\ \Delta I = 1,\ \Delta I_3 = \pm 1。 \qquad (5.16)$$

---

* 原文是 (5.10)。——译者注

我们发现在凡是能够检验的地方这个假设总是成立的。

5.3 奇异数改变的半轻子弱相互作用

我们完全按照前节的方法来研究奇异粒子的衰变。首先，衰变

$$\Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}_e \qquad (5.17)$$

I	0	1/2
I_3	0	1/2
S	−1	0
Q	0	1

显然有选择定则

$$\Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I = 1/2。 \qquad (5.18)$$

当然，$\Delta Q = 1$ 并不意味着电荷不守恒，而只表明强子的电荷不守恒。

其次，衰变

$$\Sigma^- \to n + e^- + \bar{\nu}_e \qquad (5.19)$$

I	1	1/2
I_3	−1	−1/2
S	−1	0
Q	−1	0

服从

$$\Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I_3 = 1/2, \qquad (5.20)$$

而由矢量加法规则，有

$$\Delta I = 1/2, 3/2。 \qquad (5.21)$$

衰变(5.19)非常稀少，并且总数少于所有 Σ^- 衰变的0.1%。然而对应的 Σ^+ 衰变却从未见过(确切地说，总数少于所有 Σ^+ 衰变的 2×10^{-5})，

$$\Sigma^+ \to n + e^+ + \nu_e^* \qquad (5.22)$$

I	1	1/2
I_3	1	−1/2
S	−1	0
Q	1	0

利用前面的方法，这个衰变应有

$$\Delta S = -\Delta Q = 1,\ \Delta I = 3/2\ (\text{禁戒}), \qquad (5.23)$$

式中 $\Delta I = 3/2$ 是因为 $\Delta I_3 = -3/2$。

我们对衰变 $\Sigma^+ \not\to n + e^+ + \nu_e$ 的解释是，$\Delta I = 3/2$ 是禁戒的。这样就可以合理地假设，在衰变(5.19)中，只有 $\Delta I = 1/2$ 的振幅对反应作出贡献。汇集奇异重子的轻子衰变资料，我们有选择定则

$$\Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I = 1/2。 \qquad (5.24)$$

现在让我们考察奇异介子 K 的衰变。它与 π 介子衰变(5.10)和(5.12)非常类似，有

$$K^+ \to \mu^+ + \nu_\mu \qquad K^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (5.25a、b)$$

I	1/2	1/2
I_3	1/2	−1/2
S	1	−1
Q	1	−1

和

$$K^+ \to \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \qquad K^- \to \pi^0 + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (5.26a、b)$$

I	1/2	1	1/2	1
I_3	1/2	0	−1/2	0
S	1	0	−1	0
Q	1	0	−1	0

---

* 原文为 $\bar{\nu}_e$。——译者注

通过检验，(5.25)的两个衰变服从

$$\Delta S = \Delta Q = -1,\ \Delta I = 1/2;\ \Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I = 1/2。 \tag{5.27a、b}$$

利用现在已经熟悉的推理方法，(5.26)的两个衰变都有 $\Delta I = 1/2$ 或 $3/2$。但是，可以证明，如果只有 $\Delta I = 1/2$，则轻子衰变率之间有下列关系

$$\Gamma(K_2^0 \to \pi^- + \mu^+ + \nu_\mu) + \Gamma(K_2^0 \to \pi^+ + \mu^- + \bar{\nu}_\mu) = 2\Gamma(K^+ \to \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu)。 \tag{5.28}$$

(K_2^0 是 K^0 和 $\bar{K}^0$ 的线性叠加，这将在第九章中讨论)。在误差范围内，实验已证实了关系式(5.28)。换句话说，$\Delta I = 3/2$ 的振幅无贡献，因此对于反应(5.26)，我们有

$$\Delta S = \Delta Q = -1,\ \Delta I = 1/2;\ \Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I = 1/2。 \tag{5.29a、b}$$

这些与(5.27)式相同。

最后，确实已经看到的 Ξ 的唯一的轻子衰变是

$$\Xi^- \to \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e。 \tag{5.30}$$

特别是没有见过衰变 $\Xi^- \to n + e^- + \bar{\nu}_e$[1]。因此，我们可以合理地期望，对于 Ξ 的轻子衰变有

$$\Delta S = \Delta Q = 1,\ \Delta I = 1/2, \tag{5.31}$$

而 $\Delta S = 2$ 禁戒，正如本章引言中所讲的，这与 Ξ 的非轻子衰变完全一样。

总之，我们可以有把握地说

奇异数改变的轻子弱相互作用服从选择定则

$$\Delta S = \Delta Q = \pm 1,\ \Delta I = 1/2 \tag{5.32}$$

习题 用盖尔曼-西岛关系证明，对于轻子衰变

1) 实验上，$\frac{\text{rate}(\Xi^- \to n e^- \bar{\nu}_e)}{\text{rate}(\Xi^- \to \Lambda e^- \bar{\nu}_e)} < 1/2$。

$$\Delta S = -\Delta Q \text{ 意味着 } \Delta I = 3/2。 \tag{5.33}$$

5.4 非轻子弱相互作用

上一章我们看到许多非轻子*弱相互作用的例子，它们对引进奇异数起了关键性的作用。为方便起见，让我们在这里列出这些衰变：

$$\Lambda \to p + \pi^-, \tag{5.34}$$

$$\Sigma^+ \to n + \pi^+, \tag{5.35}$$

$$\Sigma^+ \to p + \pi^0, \tag{5.36}$$

$$\Sigma^- \to n + \pi^-, \tag{5.37}$$

$$\Xi^- \to \Lambda + \pi^-, \tag{5.38}$$

$$K^0 \to \pi^+ + \pi^-, \tag{5.39}$$

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^0。 \tag{5.40}$$

容易验证，所有这些衰变都服从[1]

$$\Delta S = -2\Delta I_3 = \pm 1。 \tag{5.41}$$

要进一步讨论的唯一问题是，它们服从 $\Delta = 1/2$ 还是 $\Delta I = 3/2$，或者两者都服从。这要通过比较它们衰变到不同末态的衰变率来决定。例如，考虑 $\Lambda \to p + \pi^-$，Λ 的 $I = 0$，因此，假如衰变服从 $\Delta I = 1/2$，则 $p + \pi^-$ 处于 $I = 1/2$ 态。完全同样的论证可用于衰变 $\Lambda \to n + \pi^0$。但由附录 3A 的 (3A.25) 式 (71 页)，我们看出组合

$$\sqrt{1/3}(\pi^0 n) - \sqrt{2/3}(\pi^- p)$$

是个纯 $I = 1/2$ 态。换句话说，$I = 1/2$ 态中的 $(\pi^- - p)$ 振

---

* 原文为轻子。——译者注

1) 实验结果

$$\frac{\text{rate}(\Xi^- \to n + \pi^-)}{\text{rate}(\Xi^- \to \Lambda + \pi^-)} < 10^{-3}$$

给出了 Ξ 衰变中 $\Delta S \neq 2$ 的可靠程度。

幅是 $I = 1/2$ 态中的 $(\pi^0 n)$ 振幅的 $(-\sqrt{2})$ 倍。或者，因为几率$\propto$|振幅|^2，所以 $I = 1/2$ 态中出现 $(\pi^- p)$ 的几率是 $I = 1/2$ 态中出现 $(\pi^0 n)$ 的几率的两倍。 因此， 若 Λ 衰变服从 $\Delta I = 1/2$，则

$$\frac{\text{rate}(\Lambda \to \pi^- p)}{\text{rate}(\Lambda \to \pi^0 n)} = 2$$

或者

$$R = \frac{\text{rate}(\Lambda \to \pi^- p)}{\text{rate}(\Lambda \to \pi^- p) + \text{rate}(\Lambda \to \pi^0 n)} = 2/3。$$

R 最近的实验值是 0.653 ± 0.013，这给 Λ 非轻子衰变服从 $\Delta I = 1/2$ 提供了一个有力的证据。

对于 Σ 衰变 (5.35) 到 (5.37)，存在着 $\Delta I = 1/2$ 选择定则的类似检验。 这又涉及到测量它们的相对衰变率，且再次发现与 $\Delta I = 1/2$ 无矛盾。 对于 Ξ 衰变也得到同样的结论；$\Delta I = 1/2$ 定则对 $\Xi^0 \to \Lambda + \pi^0$ 和 $\Xi^- \to \Lambda + \pi^-$ 相对衰变率的预言也与实验完全相符。

现在我们讨论 K 介子衰变 (5.39) 和 (5.40)。 实验上，$K^0 \to \pi^+ + \pi^-$ 衰变比 $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ 衰变大约快 450 倍*，这本来是 $\Delta I = 1/2$ 定则的一个推论。(实际上，当初盖尔曼和派依斯假设 $\Delta I = 1/2$ 规则正是为了解释这个事实。) 为了看出这一点，考虑普通衰变 $K \to 2\pi$。 K 有 $I = 1/2$，因此若引起衰变的相互作用使 I 改变 1/2，则 2π 态必定有 $I = 0$ 或 1。另一方面，2π 态将服从广义泡利原理 (见第三章)，按照这个原理，2π 系统的波函数在空间、自旋和同位旋坐标同时交换下一定是对称的。 空间对称性是 $(-1)^l$，这里 l 是两个 π 介子的相对角动量。由于 K 和 π 的自旋都是零(见 2.4, 2.5 和 8.1

---

* 原文为 $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$ 比 $K^0 \to \pi^+ + \pi^-$ 快 700 倍。——译者注

节)，因此 $I = 0$，于是波函数在空间坐标交换下是对称的。同理，由于不包含自旋，它对于自旋坐标交换也是对称的。因此对于同位旋坐标交换必定是对称的。可是两个 π 介子系统有 $I = 0, 1$ 或 2，而从附录 3A 的 (3A.28) 式下面的叙述可见，在同位旋坐标交换下，$I = 0, 2$ 的波函数为对称，而 $I = 1$ 的为反对称。因此，结论是 2π 末态所允许的同位旋为

$$I = 0, 1, \ \Delta I = 1/2 \text{ 定则；}$$

$$I = 0, 2, \ \text{广义泡利原理。}$$

若二者同时成立，则只有 $I = 0$。这就正好禁戒了衰变 $K^+ \to \pi^+ + \pi^0$，因为其末态 $I_3 = 1$，即 $I \geqslant 1$。这样就解释了为什么这个衰变比容许衰变 $K^0 \to \pi^+\pi^-$ 要稀少得多。

因此，$\Delta I = 1/2$ 定则对重子和介子的非轻子衰变都适用，并且

非轻子弱相互作用服从选择定则

$$|\Delta S| = 1, \ \Delta I = 1/2。 \tag{5.42}$$

习题 用盖尔曼-西岛关系证明，对于非轻子弱相互作用，$\Delta I = 1/2$ 意味着 $|\Delta S| = 1$，但反过来不成立。

5.5 电磁相互作用

含有光子的反应是电磁相互作用。我们首先考虑衰变

$$\pi^0 \to 2\gamma \tag{5.43}$$

$$\begin{array}{ll} I & 1 \\ I_3 & 0 \\ S & 0 \end{array}$$

这是 π^0 最最普通的衰变方式。因为光子既无同位旋，也无奇异数，这个衰变显然有

$$\Delta I = 1, \ \Delta I_3 = 0, \ \Delta S = 0。 \tag{5.44}$$

我们从未见到K介子的电磁衰变，因此现在就转而讨论重子。正如在(4.13)中所见，Σ^0的电磁衰变是

$$\Sigma^0 \to \Lambda + \gamma \tag{5.45}$$

I	1	0
I_3	0	0
S	−1	−1

显然，这个衰变象$\pi^0 \to 2\gamma$一样，服从选择定则(5.44)。

现在考虑过程

$$\gamma + d \to p + n \tag{5.46}$$

I	0	1/2	1/2
I_3	0	1/2	−1/2
S	0	0	0

由于明显的理由，这反应称为氘核的光致裂变。在第三章中我们看到d的$I = 0$。因为$(p + n)$的I可以是0，也可以是1，所以，一般说来，(5.46)将有

$$\Delta I = 0, 1, \ \Delta I_3 = 0, \ \Delta S = 0。 \tag{5.47}$$

在前两个例子中，我们看到$\Delta I = 1$，这个例子提出了如下的问题：电磁相互作用有时也服从$\Delta I = 0$吗？回答是肯定的，一个直接的例证是衰变

$$\eta \to 2\gamma \tag{5.48}$$

I	0
S	0

η介子将在7.9节讨论，但这里所要知道的只是，它是一个自旋、同位旋都为零的不带电介子。(5.48)是它的一种衰变方式。显然有

$$\Delta I = 0, \ \Delta I_3 = 0, \ \Delta S = 0。 \tag{5.49}$$

我们相信，选择定则(5.47)对电磁相互作用是普遍成立的。它们是很有意思的选择定则。首先，电磁相互作用保持

奇异数不变，因此它们只在具有相同奇异数的粒子（或粒子集合）之间起作用。其次，电磁相互作用 I_3 守恒，这与电荷——即强子的电荷守恒有关。然而，按照（5.47）式，关于电磁相互作用最有趣的事情或许是，它们包含两个“部分”，一部分 $\Delta I = 0$，另一部分 $\Delta I = 1$。$\Delta I = 0$ 的部分是造成 $\eta \to 2\gamma$ 的原因，而 $\Delta I = 1$ 的部分则是 $\pi^0 \to 2\gamma$ 的原因。$\Delta I = 0$ 部分服从与强相互作用完全相同的选择定则，每个量子数都守恒，即 $\Delta S = \Delta I = \Delta I_3 = 0$。那么，电磁相互作用的这个部分与强相互作用之间有什么差别呢？首先，在强度上有差别，电磁相互作用的强度约为强相互作用的百分之一。此外，关于衰变 $\eta \to 2\gamma$ 还有一个原则性的问题，我们说 $\Delta I = 0$ 是因为 η 是一个 $I = 0$ 的强子，而光子是一个同位旋未下定义的粒子。数学上看来，这等于要求光子的 $I = 0$，但这并不是说光子是一个 $I = 0$ 的强子。它不是这样一个强子。强相互作用只是同位旋和奇异数都相同的两组强子之间跃迁的原因，但 $\eta \to 2\gamma$ 则是一个 $I = S = 0$ 的强子和一个非强子态——一种截然不同的东西——之间的跃迁。

习题 利用盖尔曼-西岛关系证明，对于强子的电磁相互作用，$\Delta S = 0$ 意味着 $\Delta I_3 = 0$，并且反过来也对。但从 $\Delta S = 0$ 得不出有关 ΔI 的选择定则[1]。

1）本章补充读物请参见第四章的参考文献。

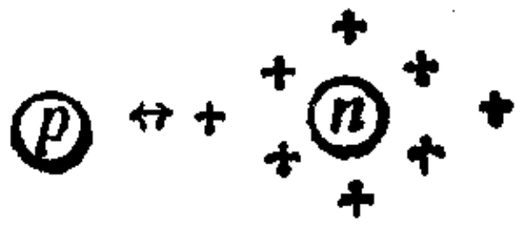
第六章　核子的电磁结构

至此，我们已经讨论了基本粒子之间的相互作用，但还没有涉及到粒子本身的内部结构。在本章中，我们研究质子和中子的结构，这种结构是由电子在质子和中子上的弹性和非弹性散射揭示出来的。由于它们与电子的相互作用是电磁相互作用，所以我们得到的将是有关核子电磁结构的信息，例如，电荷分布。除了这个题目明显的内在重要性外，结果表明在核子电磁结构和一些强相互作用现象之间存在着一些联系。对这些事情大都还不理解，而对这一领域的探索则是目前实验和理论粒子物理中最振奋人心的方面之一。

6.1　电子和核子的差别

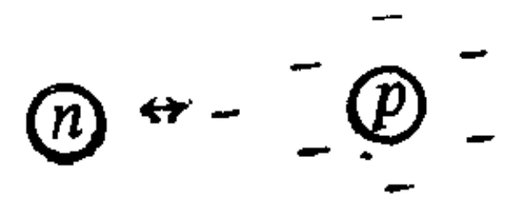
电子被认为是点电荷，因此当它与光子相互作用时，它们是在特定的时空点上作用的。另一方面，质子是被 π 介子云包围着的，因此质子在它一生中的某些时候可以是一个“裸”质子；但是有时它也可能是一个被 π^+ 介子云包围的中子，二者之间的跃迁是

$$p \leftrightarrow n + \pi^+$$



类似地，一个中子在它一生中的某些时候，是以一个被 π^- 介子云所包围的质子的形式出现的。

$$n \leftrightarrow p + \pi^-$$



显然，这些 π 介子云引起了核子的结构。因为 π 介子是带电的，所以它引起了电荷与磁距的分布。换句话说，将存在一个与电荷和磁距有联系的大小，它粗略地等于 π 介子的康普顿波长 $\sim 10^{-13}$cm。

电子与核子之间的这种差别可以通过比较电子-电子散射和电子-核子散射来加以说明。二者都是电磁相互作用，并且都是用交换一个虚光子来描述的（至少在一级近似下是如此）。如上所述，光子是在一个点上与电子"相连接"的，因此相应的图是图 6.1，它代表了 e-e 散射。在 e-p 散射中、交换的光子与质子的相互作用可以不局限在一点上。通常画一个"泡"来表示这种情况，如图 6.2。这泡是由 π 介子云引起的，在图 6.3 中对此作了图解说明。首先，质子有机会以"裸"质子的形式出现，这时它就像电子一样，与光子在一个点上相互作用。另一方面，相应于 $p \to n + \pi^+$，γ 光子可与带电 π 介子云相互作用，如图 6.3 中右边第二个图所示。然而，虚介子 π^+ 本身也可（虚）分解为，比如说，$\Sigma^+\Lambda$，而光子 γ 可以与 Σ^+ 相互作用；如此等等——不难画出更复杂的图形。图6.2中的泡代表所有这些可能图形的总和，它描述了质子的非类点性质。

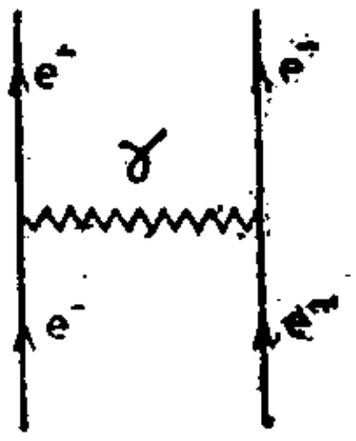


图 6.1

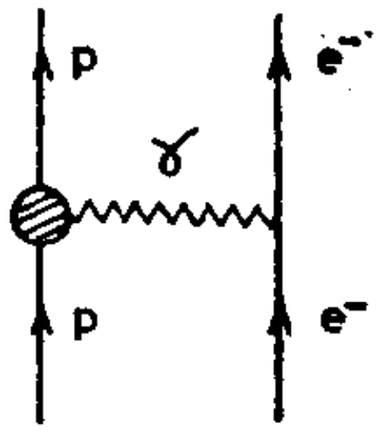


图 6.2

存在 π 介子云的第一个推论是核子有反常磁矩。狄拉克（Dirac）曾证明，自旋为 1/2 的点粒子，象电子一样，有一个磁矩，它等于

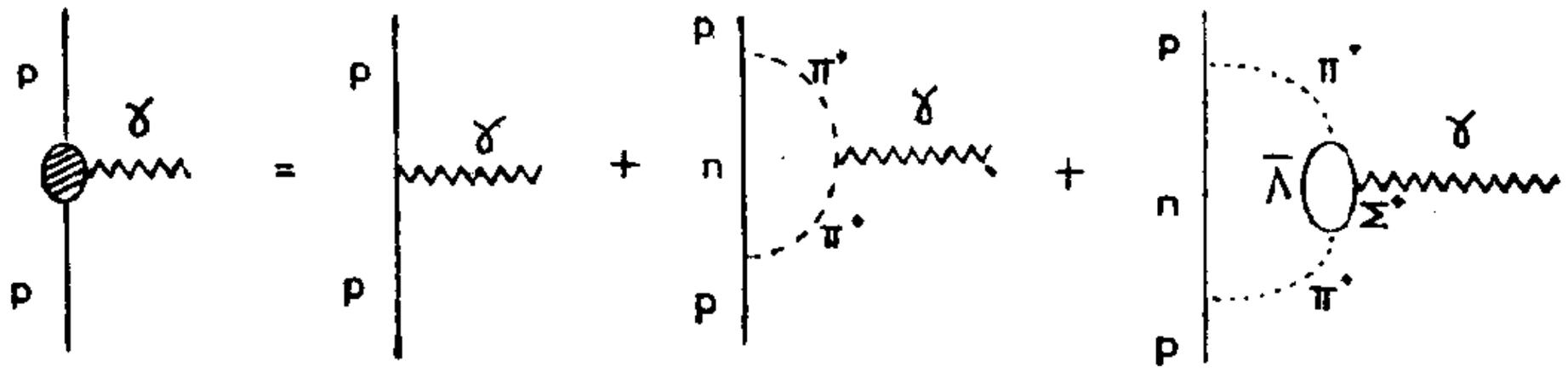


图 6.3

$$\mu = \frac{Q\hbar}{2mc}, \tag{6.1}$$

式中 Q 是电荷，m 是质量。如果质子和中子都是点粒子，则应有

$$\mu_p = \mu_N, \quad \mu_n = 0。 \tag{6.2}$$

但实验值是*

$$\mu_p = 2.79\mu_N, \quad \mu_n = -1.91\mu_N, \tag{6.3}$$

式中 $\mu_N = e\hbar/2m_Nc$ 是核磁子。(6.2) 和(6.3)之差称为反常磁矩，它是由 π 介子云引起的。显然，带电粒子的环流云将给出一个额外的磁矩。

在继续研究核子之前，应该指出，电子也是被云包围着的，在这种情况下，是虚光子云。它们可以进一步虚分解为 e^+e^- 对，然后再重新组合成光子 $\gamma \to e^+e^- \to \gamma$，这正像 π 介子有 $\pi^+ \to \Sigma^+\Lambda \to \pi^+$ 一样。由于这个原因，我们预期电子的磁矩将不会精确地等于它的狄拉克值。但是，光子与电子的相互作用比 π 介子与核子的相互作用要弱得多，因此，相应的反常磁矩也小得多。另外，光子 γ 与电子 e 之间的相互作用是由量子电动力学（一个完全成熟的理论）描述的。将（6.1）式写成

$$\mu = g_s \frac{e\hbar}{2mc} s,$$

式中 s 是本征值为 $+1/2$ 和 $-1/2$ 的自旋算符，于是我们看

---

* 原文误为 $\mu_p = 2.78\mu_N$, $\mu_n = -1.93\mu_N$。——译者注

到，点状狄拉克粒子应有 $g_s = 2$。对于由光子云所引起的 g 值的改变，量子电动力学给出下列微扰级数

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{理论}} = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.32848\,\frac{\alpha^2}{\pi^2} + 0.19\,\frac{\alpha^3}{\pi^3}$$

$$= (115964.1 \pm 0.3) \times 10^{-8}, \qquad (6.4)$$

式中精细结构常数 $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$。$\left(\frac{g-2}{2}\right)$ 的实验值为

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{\text{实验}} = (115964.4 \pm 0.7) \times 10^{-8},$$

这标志着实验的精确性和量子电动力学的正确性都是成功的。

然而，对质子和中子则不可能进行类似的计算。这是因为［类似于(6.4)的］强耦合常数 $g_{\pi NN}$ 的微扰级数是发散的(由于 $g_{\pi NN} \simeq 14$，而 $\alpha = 1/137$)。这个结果当然是荒谬的——因为核子的反常磁矩虽大，但决不会是无穷大！遗憾的是，至今还没有一个强相互作用的定量理论能正确地算出反常磁矩。

6.2 描述结构的形状因子

设 e–p 散射的运动学如图 6.4 所示，其中 p_1，p_2，p_3，p_4 和 q 是 4 动量。能量-动量守恒给出

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4, \qquad (6.5)$$

$$q = p_3 - p_4 = p_2 - p_1. \qquad (6.6)$$

根据能量、动量和质量间的相对论性关系(取 $c = 1$ 的单位)，我们有

$$p_1^2 = \mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_1 - E_1^2 = -m_p^2, \qquad (6.7a)$$

$$p_2^2 = \mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{p}_2 - E_2^2 = -m_p^2, \qquad (6.7b)$$

$$p_3^2 = \mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_3 - E_3^2 = -m_e^2, \qquad (6.7c)$$

$$p_4^2 = \mathbf{p}_4 \cdot \mathbf{p}_4 - E_4^2 = -m_{c0}^2 \qquad (6.7d)$$

另一方面，对于光子，我们有

$$\begin{aligned} q^2 &= (p_3 - p_4)^2 \\ &= p_3^2 + p_4^2 - 2(\mathbf{p}_3 \cdot \mathbf{p}_4 - E_3E_4) \\ &= -2m_e^2 - 2p_3p_4\cos\theta + 2E_3E_4, \end{aligned}$$

式中 $p_3 = |\mathbf{p}_3|$，$p_4 = |\mathbf{p}_4|$，θ 是电子散射角。如果电子是完全相对论性的，则 $E_3, E_4 \gg m_e$，$E_3 = p_3$，$E_4 = p_4$，我们有

$$\begin{aligned} q^2 &= 2E_3E_4(1 - \cos\theta) \\ &= 4E_3E_4\sin^2(\theta/2) > 0, \end{aligned} \qquad (6.8)$$

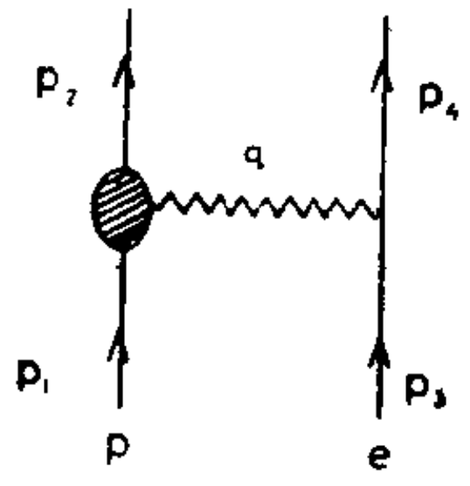


图 6.4　$e^- + p \to e^- + p$ 的费曼图

它是一个正量。这与实光子不同，因为实光子的质量为零，所以 $q^2 = 0$。习惯上称

$q^2 < 0$ 是类时的(有质量的粒子可以是实的)，

$q^2 = 0$ 是类光的(无质量的粒子是实的)，

$q^2 > 0$ 是类空的(所有粒子都是虚的)。　　(6.9)

在 e-p 散射中交换的光子是类空的，因此它一定是个虚粒子，因为实光子是类光的。

在有了这些运动学的准备之后，现在来研究质子的结构。表示质子广延结构的一个简单方法是将乘积波函数(其中，光子被一个点质子所吸收)

$$\int \exp(ip_2.x)\exp(-ip_1.x)\exp(-iqx)d^4x, \qquad (6.10)$$

↑　　↑　　↑

末态 p　　初态 p　　γ

换成，比如说

$$\iint \exp(ip_2.x)\exp(-ip_1.x)F(x-x')\exp(-iq.x')d^4x d^4x' \tag{6.11}$$

而在(6.11)中，光子被在 x' 的虚介子云吸收，这介子云是由在 x 处的质子发射的。$F(x-x')$ 测量了这种电荷分布。如果电荷分布是一个点，则 $F(x-x')=\delta(x-x')$ 是一个狄拉克 δ 函数。这时(6.11)式又回到(6.10)式。(6.11)式可以写成

$$\int e^{i(p_2-p_1-q)\cdot x}F(q^2)d^4x, \tag{6.12}$$

式中

$$F(q^2)=\int e^{-iq\cdot y}F(y)d^4y \tag{6.13}$$

是电荷分布 $F(x-x')$ 的(四维)傅里叶(Fourier)变换，称为质子的形状因子。应该注意，(6.10)式到(6.13)式的积分都是四维的，当然它们是完全相对论性的。三维电荷分布的意义是不明确的，例如在一个参考系中球对称的分布在另一个参考系中却不是球对称的。不管怎么说，这表明除非在非相对论性极限下，q_4(等于 i 乘上能量转换)很小(即当质子只有很小的反冲)时，否则 $F(x-x')$ 不能简单地解释为空间电荷分布。

利用(6.13)式的非相对论性的形式

$$F(q^2)=\int e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}\rho(\mathbf{r})d^3r \tag{6.14}$$

计算一下汤川势的形状因子是有益处的，式中(球对称)电荷分布 $\rho(r)$ 为

$$\rho(r)=\frac{m^2}{4\pi}\frac{e^{-mr}}{r},$$

其中 m 是汤川介子的质量。选 $\mathbf{q}$ 沿 z 轴方向，我们得到

$$F(q^2) = \frac{m^2}{4\pi}\iiint e^{-iqr\cos\theta}\frac{e^{-mr}}{r}r^2 dr\, d\cos\theta d\varphi,$$

即

$$F(q^2) = \frac{m^2}{q^2+m^2} = \frac{1}{1+\frac{q^2}{m^2}}。 \tag{6.15}$$

习题 证明(6.15)式

描述质子结构的形状因子(6.15)式是 q^2 的函数。它在 $q^2=-m^2$ 处有一个单极点，这一点的 q^2 值是类时的；而在散射实验中，q^2 是类空的，因此极点处在实验包含的 q^2 范围之外。

如上所述，点电荷用一个狄拉克 δ 函数 $F(x-x')=\delta(x-x')$ 表示。由(6.13)式，不难看出相应的形状因子为

$$\text{(点电荷)}\quad F(q^2)=1, \tag{6.16}$$

正如所预料的，这是个常数。这些电荷分布和形状因子都列在表 6.1 中。

在非相对论性极限下，对于小 q^2 我们可以定义一个与电荷分布有联系的大小。其作法如下。如果 $\rho(r)$ 是球对称的，在(6.14)式中完成对 θ 和 φ 的积分不难得到

$$F(q^2) = \int \rho(r)\frac{\sin qr}{qr}4\pi r^2 dr。 \tag{6.17}$$

表 6.1 各种势的电荷分布、形状因子和均方电荷半径

电荷分布 $\rho(r)$	形状因子 $F(q^2)$	大小 即均方电荷半径 $\langle r^2\rangle$
点 $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$	常数 1	0
汤川 $\frac{m^2}{4\pi}\frac{e^{-mr}}{r}$	单极点 $\frac{1}{1+\frac{q^2}{m^2}}$	$\frac{6}{m^2}$
指数 $\frac{m^3}{8\pi}e^{-mr}$	双极点 $\left(\frac{1}{1+\frac{q^2}{m^2}}\right)^2$	$\frac{12}{m^2}$

对于小 q^2，可将 $\sin qr$ 展开

$$\sin qr = qr - \frac{1}{3!}(qr)^3 + \cdots,$$

且只保留前两项。总电荷 Q 由下式给出

$$Q = \int \rho(r) 4\pi r^2 dr。$$

定义均方电荷半径 $\langle r^2 \rangle$ 为

$$\langle r^2 \rangle = \frac{1}{Q} \int \rho(r) 4\pi r^4 dr, \tag{6.18}$$

这样我们有

$$F(q^2) \approx Q\left(1 - \frac{1}{6}\langle r^2 \rangle q^2\right)。 \tag{6.19}$$

对于汤川势，将 (6.15) 式展成 q^2 的幂级数，并与 (6.19) 式比较，即得 $\langle r^2 \rangle = 6/m^2$。这表明汤川介子越重，电荷分布范围越小。

6.3 质子和中子的形状因子

π 介子云赋予核子电荷分布和磁矩分布两者以结构。但它们之间的关系并不象（6.1）式到（6.3）式那样简单明了。为了表达这种情况，我们对于电荷和磁矩分布引入各自的形状因子。并且对于质子和中子两者都这样做，因此总共有四个函数：

$$\begin{aligned} G_E^p(q^2)&: \quad p \text{ 的电形状因子}, \\ G_E^n(q^2)&: \quad n \text{ 的电形状因子}, \\ G_M^p(q^2)&: \quad p \text{ 的磁形状因子}, \\ G_M^n(q^2)&: \quad n \text{ 的磁形状因子}。 \end{aligned} \tag{6.20}$$

“实际的”电荷和磁矩值[见(6.3)式]应是被波长很长(即 $q \to 0$)的光子所“感到”的值，因此把(6.3)式和(6.20)比较后，得到

$$\begin{aligned} G_E^p(0) &= 1, \qquad G_E^n(0) = 0, \\ G_M^p(0) &= 2.79, \quad G_M^n(0) = -1.91, \end{aligned} \tag{6.21}$$

式中 G_M 的单位是核磁子。

对于交换单光子的微分散射截面（如图 6.4）由罗森布鲁斯（Rosenbluth）公式给出：

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{点}\left\{\frac{(G_E^p)^2+\dfrac{q^2}{4M^2}\dfrac{(G_M^p)^2}{\mu_N^2}}{1+\dfrac{q^2}{4M^2}}\right.$$

$$\left.+\frac{q^2}{2M^2}\frac{(G_M^p)^2}{\mu_N^2}\mathrm{tg}^2(\theta/2)\right\},\qquad(6.22)$$

式中 M 为质子质量，θ 是电子散射角，而 $\left(\dfrac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{点}$ 表示点质子散射[称为莫特（Mott）散射]的微分截面

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{点}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{莫特}=\frac{\alpha^2}{4E_4^2}\cdot\frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\cdot\frac{1}{1+\left(\dfrac{2E_4}{M}\right)\sin^2(\theta/2)}。\qquad(6.23)$$

(6.22)式中第二个因子描述了核子结构对散射的影响。在大 q^2 时，这种影响最为显著。一般地说，如果用表 6.1 中的形状因子 $F(q^2)$ 取代(6.22)中的 G，则我们看到

$$\text{汤川：}\quad\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{点}\cdot\frac{1}{q^4}\quad(\text{当 } q^2\to\infty)$$

$$\text{指数：}\quad\frac{d\sigma}{d\Omega}=\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{点}\cdot\frac{1}{q^8}\quad(\text{当 } q^2\to\infty)\qquad(6.24)$$

在这两种情况下截面都比点粒子的散射截面下降得快。

为求得核子的形状因子，固定 q^2，作出

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}\left[\frac{\alpha^2}{4E_4^2}\frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)}\frac{1}{1+(2E_4/M)\sin^2(\theta/2)}\right]^{-1}$$

随 $\mathrm{tg}^2(\theta/2)$ 变化的图形。按照(6.22)式和(6.23)式应得到一条直线，它的斜率和截距为 $G_E^p(q^2)$ 和 $G_M^p(q^2)$。对不同的 q^2 值重复这个步骤，就可以确定出形状因子作为 q^2 的函数。中子的形状因子是从电子-氘核散射中扣除电子-质子散射的贡献，再对结合效应作一微小修正后得到的。

$G_M^p(q^2)$ 和 $G_E^p(q^2)$ 随 q^2 变化的曲线如图 6.5 所示。我们发现 $G_{E,M}^p(q^2)$ 和 $G_M^n(q^2)$ 对 q^2 的依赖关系完全相同；这个简单的规律称为标度性定律

$$G_E^p(q^2) = \frac{G_M^p(q^2)}{2.79} = \frac{G_M^n(q^2)}{-1.91} = G(q^2)。 \tag{6.25}$$

此外，

$$G_E^n(q^2) = 0。 \tag{6.26}$$

这个唯一的形状因子 $G(q^2)$ 可以很好地用双极点拟合 (the dipole fit) 来描述

$$G(q^2) = \left(\frac{1}{1 + q^2/0.71}\right)^2, \tag{6.27}$$

式中 q^2 以 $(\mathrm{GeV}/c)^2$ 为单位。由表 6.1 可见，这个式子相当于指数型电荷分布，而不是汤川型电荷分布。这一结果有些出人意外，其意义还不清楚。非常有趣的是，本世纪五十年代末，当人们只在低 q^2 做实验时，发现用表示汤川型介子的单极点之和可能拟合 $G(q^2)$：

$$\text{低 } q^2\text{：}\ G(q^2) = \sum_i \frac{g_i}{1 + \dfrac{q^2}{M_i^2}}。 \tag{6.28}$$

事实上，1959 年弗雷泽 (Fraser) 和富尔科 (Fulco) 曾作过这种拟合，预言了具有恰当质量 $q^2 = -M_i^2$ (类时) 的介子。这些介子曾被解释成 $\pi\pi$ 共振态，例如，相应于图 6.3 右二图的简单化解释——见图 6.6。按照费曼图的规则，一个顺时行进的 π^+ 与一个逆时行进的 π^- 等价。因此我们可以画出与

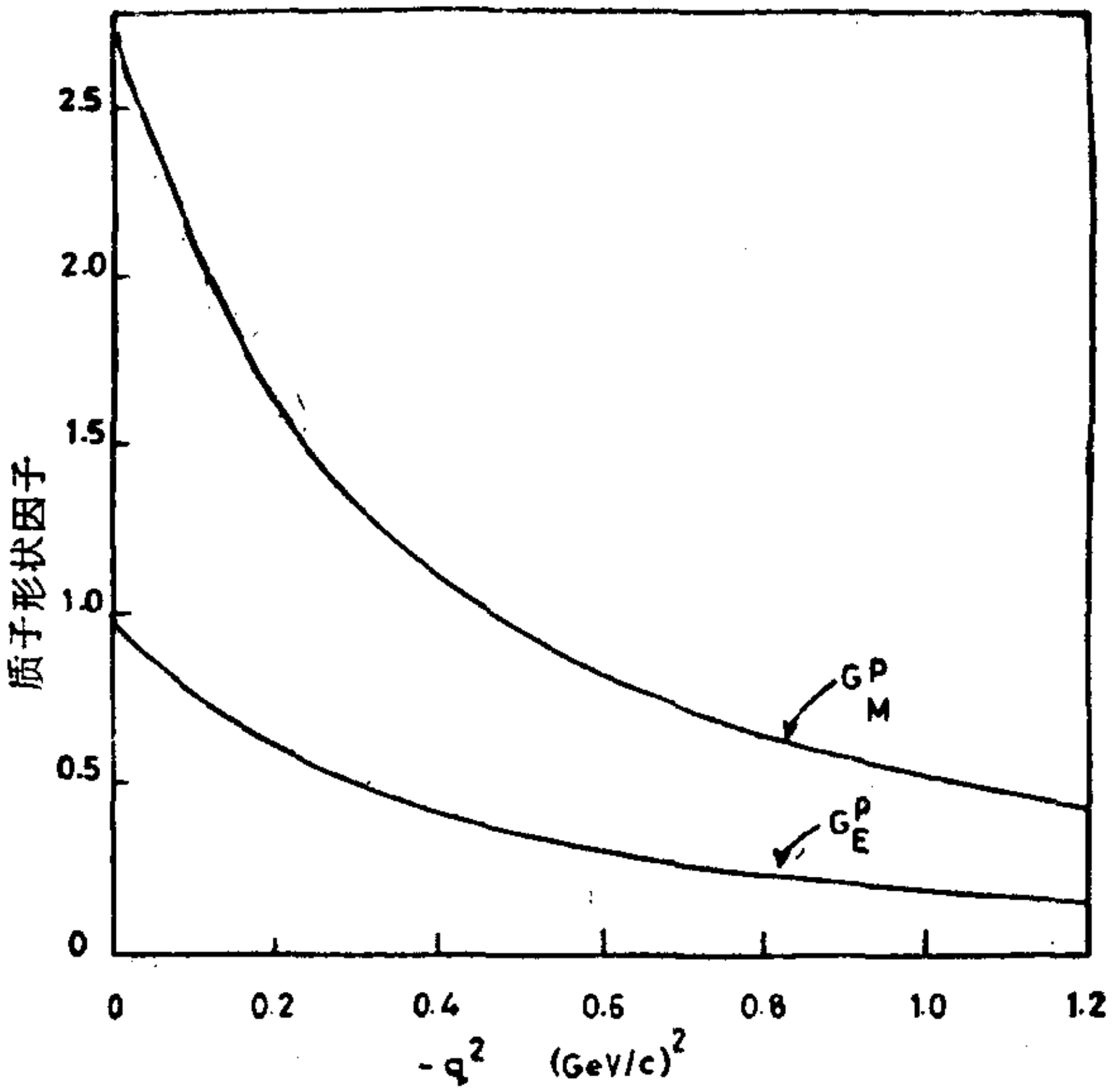


图 6.5

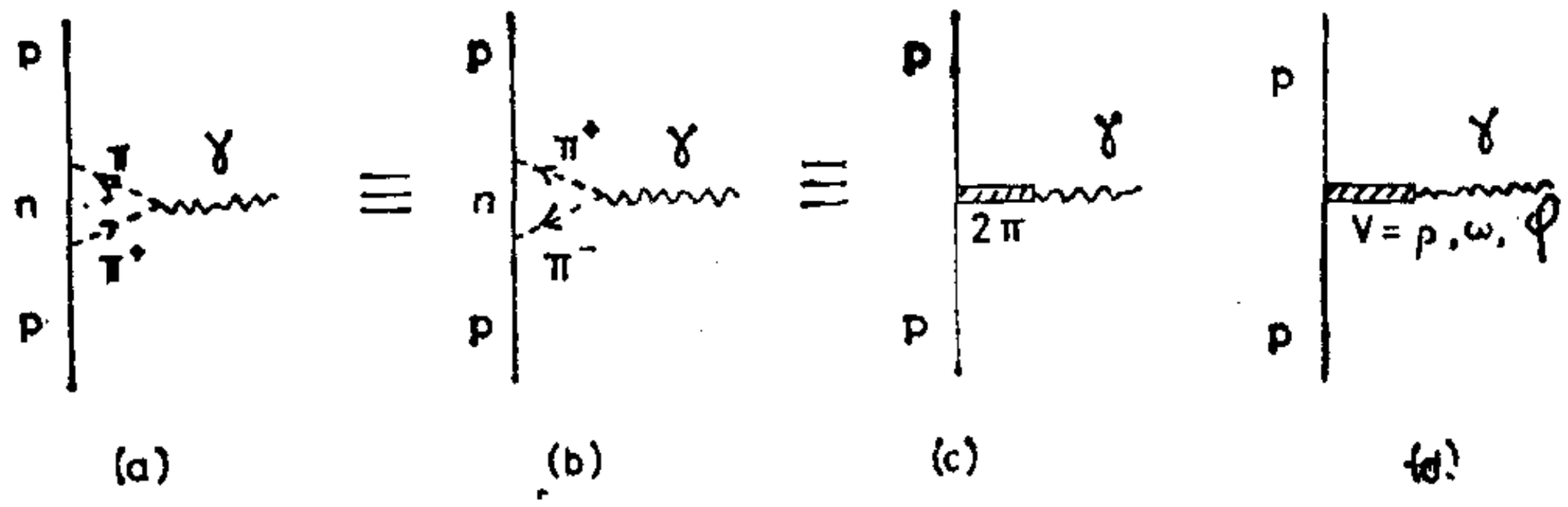


图 6.6

(a) 等价的 (b)。 然后在 (b) 中把两个 π 介子看成是一个共振态，如图 (c)。 这种 $\pi\pi$ 共振态必定有与光子相同的 $J^P = 1^-$。 弗雷泽、富尔科以及南部都用这种方法预言了 ρ 介子和 ω 介子。不过，当发现这些介子时，它们的质量比预计的来得大。

最后，对双极点拟合 (6.27) 式可作两点说明；第一，正如

在(6.24)式中所见，当 q^2 增大时，微分截面迅速减小；第二，相应于双极点形状因子（见表 6.1）的指数电荷分布具有如下性质：

$$\rho(r) = \frac{m^3}{8} e^{-mr}: \text{ 当 } r \to 0, \rho(r) \to \text{常数},$$

这表明核子内部没有硬心。（相反，汤川型电荷分布是有硬心的。）注意，这并不意味着在质子内部没有硬的“种子”，而只说明如果有“种子”存在它们并不聚集在中心。

于是，质子不象中心有个硬核的李子。剩下的问题是，核子究竟是象一团没有“种子”的果酱，还是象一个内部有“种子”的石榴？为了回答这个问题，我们来讨论非弹性散射。

6.4 电子-质子非弹性散射

在电子-原子散射中，除了保持原子仍处于基态的弹性过程外，还有使原子激发到一个分立能级的非弹性过程，此外还有一个使原子电离的非弹性过程的连续区。类似地，在电子-原子核散射中，核可以保持其基态(弹性散射)，或者被非弹性地激发到一个分立的能级，或甚至裂解并喷射出单个核子，这类似于原子电离。与原子散射和核散射相类似，除了电子-质子弹性散射外，还有非弹性散射，这时质子或者被激发到一个分立能级——共振态——或者超出这个范围被激发到连续区域。在此区域中，开始了所谓的 π 离化（pionization）。

让我们先考察如图 6.7 所示的 e-p 散射运动学。p 和 p' 是电子初态和末态的四动量，初态质子动量为 P，末态（不管它是什么）的四动量为 p_1。用下式定义变量 ν 是有益的，

$$M\nu = -q \cdot P, \tag{6.29}$$

式中 M 为质子质量。在靶质子静止的参考系中，$P = (0, 0, 0, iM)$，因此 $\nu M = -q_4(iM) = (E - E')M$，式中 E 和 E'

是电子在上述参考系中初态和末态的能量。这样一来，

$\nu = E - E'$ = 在靶静止系中的能量损失。　　(6.30)

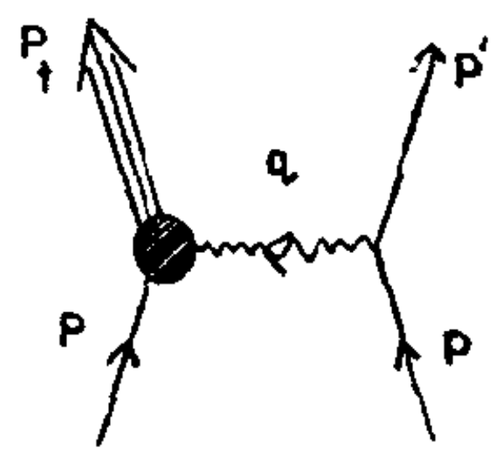


图 6.7　$e^- + p \to e^- +$ 任何粒子过程的运动学

现在 $q + P = P_f$，因此末态质量 M_f 由下式给出

$$\begin{aligned} M_f^2 &= -P_f^2 = -(q+P)^2 \\ &= -q^2 - P^2 - 2P\cdot q \\ &= -q^2 + M^2 + 2M\nu, \\ M_f^2 &= M^2 - q^2 + 2M\nu, \end{aligned} \qquad (6.31)$$

其中已用了（6.29）式。 在弹性散射中 $M_f = M$，因此由(6.31)式得出

弹性散射：　　$q^2 = 2M\nu$。　　(6.32)

如果被激发成一个共振态，则 $M_f = M_{共振}$，因而有

共振激发：　　$q^2 = 2M\nu + M^2 - M^2_{共振}$。　　(6.33)

最后，当质子被激发到共振态范围以外而进入连续区(即所谓深度非弹性散射)时，我们有

深度非弹性散射：　$q^2 = 2M\nu + M^2 - M_f^2$，　　(6.34)

M_f^2 ↑ 连续

这三个运动学区域如图 6.8 所示。

非弹性散射实验的要点在于， 一旦进入图 6.8 中的连续区，则散射过程实际上是

$$e^- + p \to e^- + \text{任何强子}。$$

此外，如果在实验中只观察散射的电子而不观察强子末态，则所测截面是产生许多不同强子末态的截面之和。费曼称这种

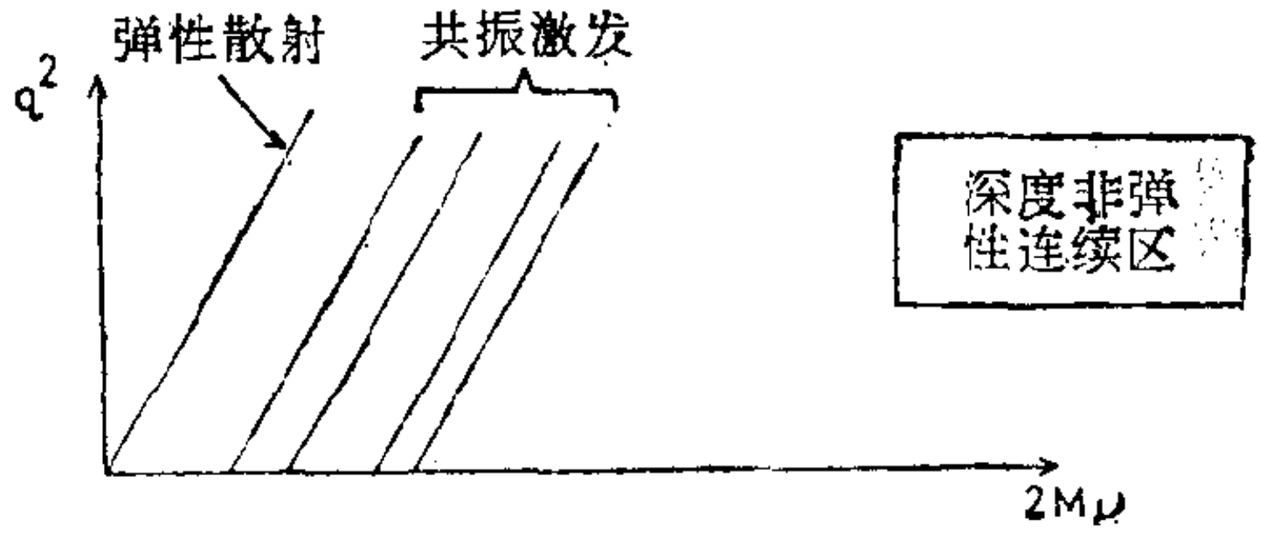


图 6.8

截面为单举（inclusive）截面。于是由(6.34)式明显看出，因为 M_i^2 是连续区，未曾测量过，它可取所有的值，因而 q^2 和 ν 是独立变量。在弹性散射和共振激发中，从(6.32)和(6.33)可见，q^2 和 ν 不是独立变量。因此在非弹性散射*中有一个额外运动自由度。这使我们能从非弹性散射实验中抽取比弹性散射实验更多的信息。在非相对论性图象中，弹性散射给出了空间（$\mathbf{r} = q$ 的傅里叶变换）电荷分布，而非弹性散射却给出瞬时电荷分布，即空时（$\mathbf{r}, t = q, E$ 的傅里叶变换）电荷分布。

弹性散射的(6.22)式可以写成**

$$\left(\frac{d\sigma}{dq^2}\right)_{\text{弹性}} = \left(\frac{d\sigma}{dq^2}\right)_{\text{点}} [A(q^2) + B(q^2)\tan^2(\theta/2)],$$

式中 A 和 B 是形状因子 G_E 和 G_M 的组合。这种形式可简单地推广到非弹性散射，注意这时有两个独立变量 q^2 和 ν 而不仅仅是一个 q^2，因此我们设

$$\frac{d^2\sigma}{dq^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4} \cdot \frac{E'}{E} [2W_1(q^2, \nu)\sin^2(\theta/2) + W_2(q^2, \nu)\cos^2(\theta/2)], \qquad (6.35)$$

式中 W_1 和 W_2 叫做结构因子***，它们相当于非弹性散射的

---

* 原文误为“弹性散射”。——译者注

** 原文误为 $\tan^2(\theta)$。——译者注

*** 现在一般称为结构函数。——译者注

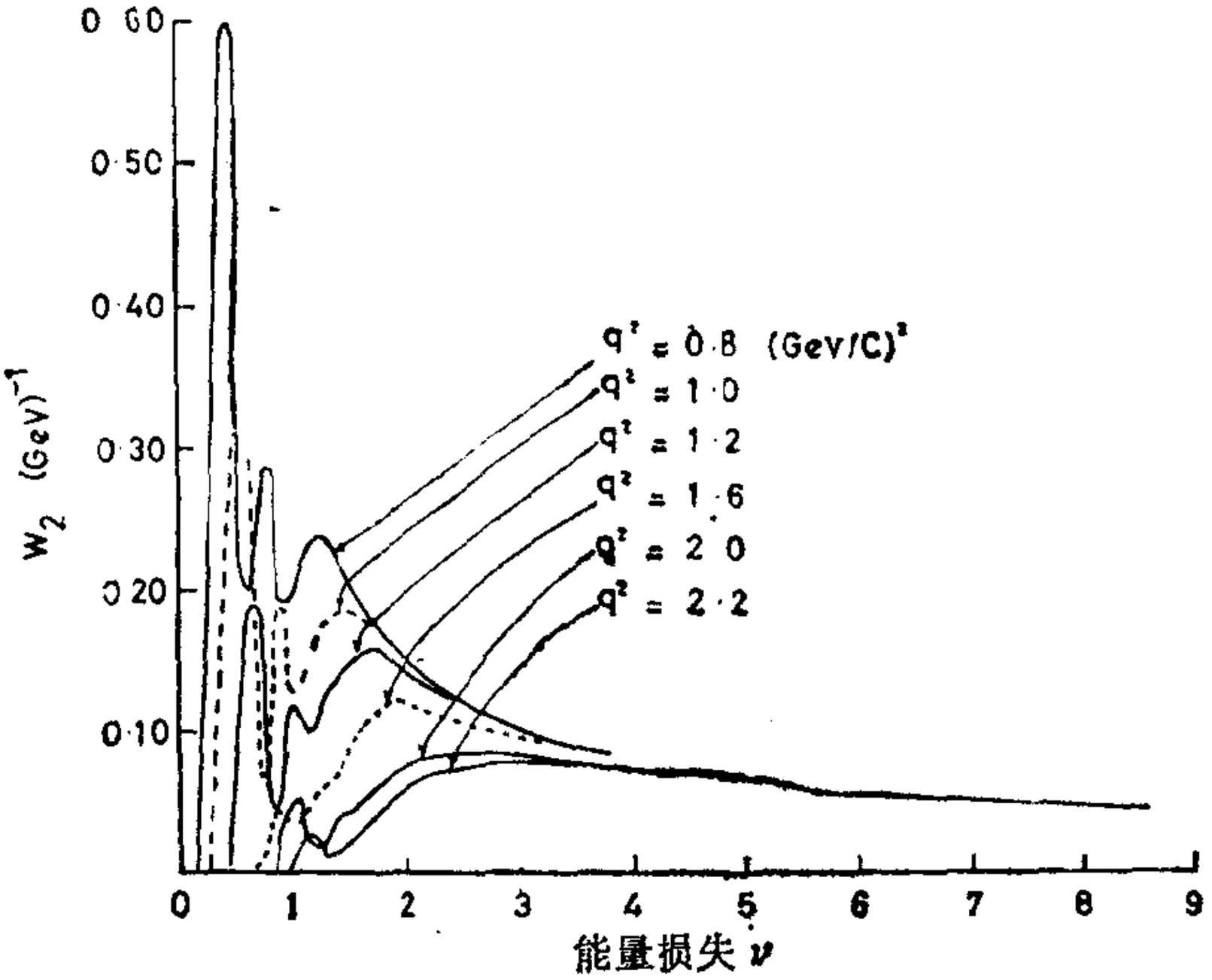


图 6.9　对于不同的 q^2 值，$W_2(q^2, \nu)$ 随 $\nu = E - E'$ 而变化的图

(After Panofsky, 14th International Conference on High Energy Physics, Vienna, 1968, CERN, Geneva, 1968)

形状因子。通过在不同角度上的实验，可以把 W_1 和 W_2 分开来。但是，在小角度时 W_2 起主要作用，图 6.9 表示在 6° 时，所做的实验结果，表示对于不同的 q^2 值 W_2 随 ν 的变化。我们可以注意到以下几个特征：

a）在小 ν 区域，W_2 的峰相应于弹性形状因子和分立共振的激发。当 $\nu \gtrsim 3\text{GeV}$ 时，曲线变得平滑起来，这相应于“非离化，”即末态处在连续区中。

b）当 q^2 固定时，如果将 $d^2\sigma/dq^2d\nu$ 对 ν 积分，则由于曲线有一个长的尾巴，结果给出一个大的 $(d^2\sigma/dq^2)_{\text{非弹性}}$ 值，它与点质子的莫特截面不相上下。这和弹性散射截面 (6.24)形成鲜明的对照，后者随 q^2 增加而迅速减小。

c）当 $\nu \gtrsim 4\text{GeV}$ 时，对于所有的 q^2 值，W_2 随 ν 变化图上的实验点都落在同一曲线上。换句话说，W_2 变成只是一

个变量 ν/q^2 的函数，而不是如先验地所想的那样是两个独立变量 ν 和 q^2 的函数，定义 $\omega = M\nu/q^2$，ω 是无量纲的，因此是标度不变的，于是我们看到当 ν 很大时 W_2 变成标度不变的。

特征 (b) 有力地暗示这种散射是来自核子内部的类点组份。这种情况可以与卢瑟福(Rutherford) 的发现相比拟，即从原子散射出的 α 粒子只与点(至少几乎是点)核相互作用。费曼构造了一个模型，按照这个模型，核子是这些类点组份（费曼称为部分子[1])的松散结合物。在深度非弹性散射中，光子只与其中的一个部分子发生相互作用。相反，弹性散射则是来自部分子云的相干散射。这些部分子云的空间分布（通过傅里叶变换)给出了形状因子对 q^2 的强烈依赖关系。

可以用部分子模型解释特征 (c)，即观察到的标度性。实际上，标肯 (Bjorkon) 根据其它理论已经预言了这种标度性。尽管如此，得到这种实验确属意外，由此已经开创了大量的理论研究工作，并且至今仍很活跃。尽管费曼的部分子理论是最形象化的，但它也不过是许多理论中的一个。

一种诱人的想法是，部分子可能就是夸克——即由么正对称(见第十一章)所建议的强子的可能组份。通过假设部分子就是夸克来解释实验数据已取得一些进展。无论如何，深度非弹性散射实验看来已经可以揭示出质子内部有“种子”——这表明质子象一个石榴，而不象果酱。

6.5 类时光子实验

在到此为止讨论过的两种过程中，光子都是类空的，$q^2 > 0$。正如在 (6.8) 式中所见，这是由于 $q = p_3 - p_4$ 是两个类

1) 有关部分子模型更进一步的讨论参见 R. P. Feynman, *Photon-Hadron Interaction*, Benjamin, 1972。

时动量的差。然而，粒子物理的原则之一是，特殊过程的动力学本质上与能量和动量的特殊值无关。因此，举例来说，$q^2 > 0$ 的 e-p 弹性散射的动力学特征也应该出现在 $q^2 < 0$（类时光子）的过程中。反应

$$e^- + e^+ \to \bar{p} + p \tag{6.36}$$

就是这种过程，其费曼图如图 6.10 所示。这是电子-正电子湮没反应。显然，产生 p 和 $\bar{p}$ 需要极高的能量。

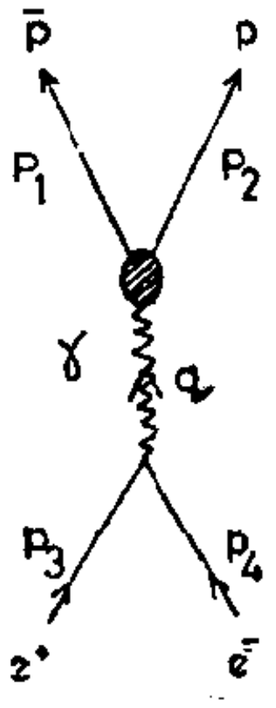


图 6.10 $e^+ + e^- \to p + \bar{p}$ 的费曼图

最近几年，利用 e^- 与 e^+ 的对撞束可能进行这类实验，在贮存环内高能量的 e^- 束和 e^+ 束沿相反方向作环流运动，通常每转一周对撞一、二次。第一个对撞束实验是 1967 年和 1968 年在新西伯利亚（Novosibirsk）［西伯利亚（Siberia）］和奥尔塞（Orsay）（法国）完成的。对撞束最大的运动学优点在于质心系能量就是实验室能量（而在常用的定靶加速器中，由于靶是静止的，要损失很多能量）。因此 e^+ 和 e^- 的能量-动量为

$$p_3 = (0, 0, p, iE),$$
$$p_4 = (0, 0, -p, iE),$$

而

$$q = p_3 + p_4 = (0, 0, 0, 2iE),$$
$$q^2 = -4E^2。 \tag{6.37}$$

正如所料，q^2 是类时的，在这个过程中 q 是能量而不是动量传递。在低能情况下，没有足够的能量产生 $p\bar{p}$，但可以产生 π 介子，

$$e^+ + e^- \to 2\pi, 3\pi。 \tag{6.38}$$

现在回过来讨论电子-核子弹性散射过程。假如光子与

强子相互作用时，它真的具有类似于矢量介子 ρ，ω 和 φ 一样的行为(正如按照图 6.6 中的费曼图，从形状因子预言 ρ 和 ω 时所建议的)，则我们就期待过程 (6.38) 中的类时光子也会“转变成”矢量介子。这表示在图 6.11 中。如果这个图表示了在 (6.38) 过程中发生的情况，则我们将期望看到 2π 例如，在 ρ 介子质量 765MeV 处有一个峰，这个峰相应于

$$e^+ + e^- \to \rho \to \pi^+ + \pi^-。$$

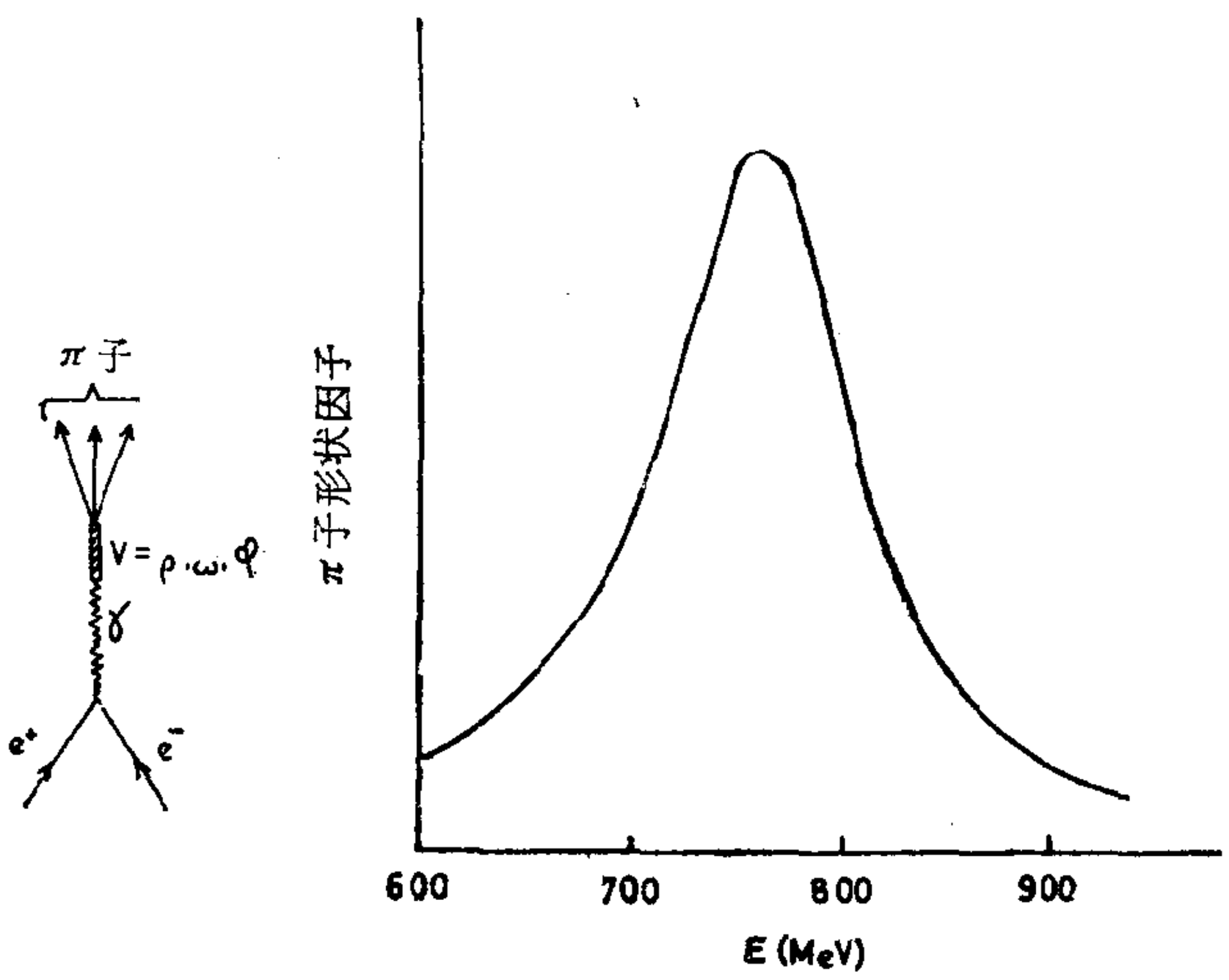


图 6.11 $e^+ + e^- \to n\pi$ 中间通过矢量介子 ρ，ω 和 φ 的费曼图

图 6.12

在奥尔塞和新西伯利亚确实已经看到了这个峰，奥尔塞的结果如图 6.12 所示。在其他的对撞束实验中还观察到以下反应

$$e^+ + e^- \to \omega \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0,$$

$$e^+ + e^- \to K + \bar{K}。$$

这些实验证实了从核子形状因子发展出来的概念。事实

上，这些过程的类似性还在继续发展。正象预言了矢量介子的单极点求和式(6.28)只适用于低 q^2 一样，最近在弗拉斯卡蒂（Frascati）（意大利)的对撞束实验也表明，在高 q^2 下产生的 π 介子比图 6.11 中所暗示的要多得多。这两种情况中的矢量介子是相关的，但由此还不能提供一种光子与强子相互作用方式的完整描述。

在高能时，e^- 和 e^+ 对撞环可以产生的粒子远不止 π 介子一种。具有特殊意义的是反应

$$e^+ + e^- \rightarrow \text{任何强子} \tag{6.39}$$

对所有强子道求和的截面。图 6.13 是这个过程的费曼图，这只不过是

$$e^- + p \rightarrow e^- + \text{任何强子} \tag{6.40}$$

的类时-γ 形式，而按照图 6.7 中的费曼图，反应(6.40)中的 γ 是类空的。正如深度非弹过程（6.40）表明可能存在类点的强子组份一样，可以期望对撞束实验(6.39)会对此问题提供额外的证据。如果部分子存在，则(6.39)与能量(q^2)的关系应是 $\sigma \propto 1/E^2$，而不是象弹性形状因子那样随 q^2 更迅速地下降。事实上，由德瑞尔(Drell)报告的在弗拉斯卡蒂的实验表明(参见参考文献)，在能量区间 $1.4\text{GeV} \leqslant 2E \leqslant 2.4\text{GeV}$，总截面(能量平均)为

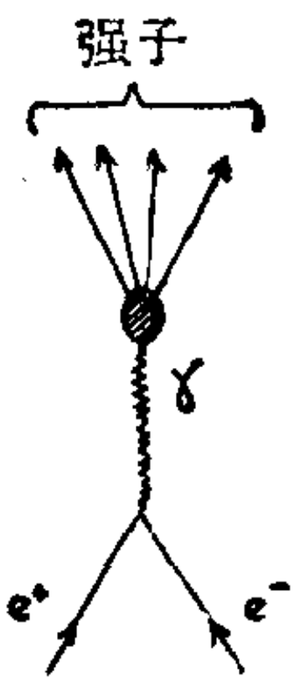


图 6.13

$$\sigma(e\bar{e} \to \text{强子}) \approx 30 \pm 10\text{nb}。 \tag{6.41}$$

它随能量的变化关系与 $1/E^2$ 的下降是“相容的”。[由前面讨论的标度不变性不难导出 σ 对 E 的这种依赖关系。若 σ 只与运动学有关，由于 σ 的量纲是(长度)^2，而长度 $= c\hbar$(能量)$^{-1}$，所以我们必定有 $\sigma \propto E^{-2}$。这只不过是量纲分析，与 c 和 $\hbar$ 的选用无关]。此外，$e\bar{e}$ 湮没成类点 μ 对的截面是

$$\sigma(e\bar{e} \to \mu\bar{\mu}) \approx 21\text{nb}/E^2_{\text{Gev}},$$

这与(6.41)式是可以相比的。

补　充　读　物

[1] Drell, S. D., “Electromagnetic Interactions with emphasis on Colliding Rings, Partons and the Light Cone”, *Proc. Amsterdam Conf on Elementary Particles* 1971, (A. G. Tenner and M. J. G. Veltman, eds.) North-Holland, 1972.

[2] Griffy, T. A. and L. I. Schiff, “Electromagnetic Form Factors” in *High Energy Physics*, (E. H. S. Burhop, ed.) vol I, Academic Press, 1967.

[3] Jackiw, R., “Introducing Scale Symmetry”, *Physics Today*, January 1972, p. 23.

[4] Kendall, H. W. and W. K. Panofsky, “The Structure of the Proton and the Neutron”, *Scientific American*, **224**, 60, (1971).

[5] Wilson, R. “Form Factors of Elementary Particles”, *Physics Today*, January 1969, p. 47.

第七章　共　振　态

随着产生更高能量的大型加速器的投入使用，人们发现了越来越多的共振态。共振态是一种具有完全确定的自旋、宇称、同位旋和奇异数的强子态。有关产生这些共振态的强相互作用的动力学是基本粒子物理中尚未解决的重要问题之一。尽管最近几年与此有关的雷奇极点理论有了一些非常重大的进展，但这不是本书要讨论的内容[1)]。本章从更实用的角度出发，对一些相当典型的共振态作一简单唯象的探讨。图 7.3 和图 7.4 表示直到大约 1900MeV 为止的重子和介子共振态。本章最后对共振态是否象“稳定”强子一样基本，稍加评论。

7.1　一个例子：Δ(1236)

这是人们发现的第一个共振态，有时记作 N_{33}^{*}（33 表示自旋为 3/2，同位旋为 3/2）。1952 年费米在芝加哥发现，在入射 π 介子能量约为 195MeV 处，π 介子-核子散射截面出现一个高峰，这就是 N_{33}^{*}。当时，没有人意识到随后会涌现出一大批共振态。

从共振峰出现在 π 介子实验室动能 T_π 为 195MeV 处这一事实可以直接推算出共振态的质量。这就是图 7.1 中的第一个峰值，它对应于

$$\pi + p \rightarrow \Delta \rightarrow \pi + p。 \tag{7.1}$$

---

1) 有关强相互作用动力学的介绍参见本章末“参考文献”中 R. Omnes 和 D. H. Perkins 的著作。

因为静质量 $m_\pi = 140\text{MeV}/c^2$，所以 π 介子总能量为 $195 + 140 = 335\text{MeV}$，于是在实验室系中 π 介子的动量为

$$P_\pi = \sqrt{E_\pi^2 - m_\pi^2} = \sqrt{335^2 - 140^2} = 304\text{MeV}/c。$$

在实验室系中，质子是静止的，因此可取 Z 轴沿着 π 介子的运动方向，四动量为(以 MeV 为单位)

$$P_\pi = (0, 0, 304, 335i),$$

$$P_p = (0, 0, 0, 938i),$$

于是共振态的总能量-动量

$$P_\Delta = P_\pi + P_p = (0, 0, 304, 1273i),$$

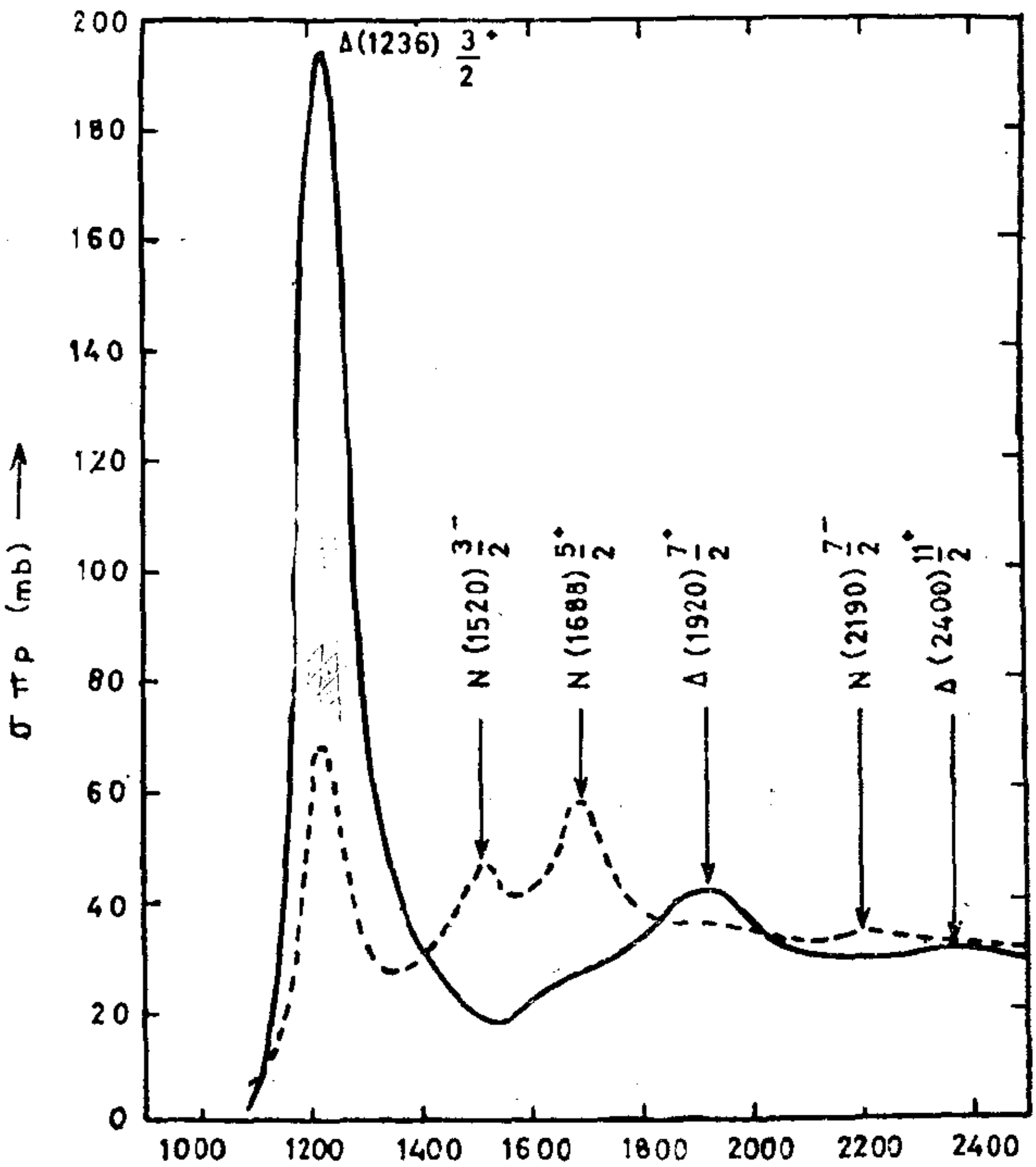


图 7.1　$\pi^+ p$(实线)和 $\pi^- p$(虚线)散射的总截面

相应的质量是

$$M_\Delta = \sqrt{1273^2 - 304^2} = 1236\text{MeV}/c^2。$$

因为在产生反应中 I 守恒，所以同位旋必定是 1/2 或 3/2。由于共振峰不仅出现在 $\pi^- p$ 截面（$I_3 = -1/2$）中，而且也出现在 $\pi^+ p$ 截面（$I_3 = 3/2$）中，显然有 $I = 3/2$，而由盖尔曼-西岛关系给出电荷态为

Δ:　　$\Delta^{++}, \Delta^+, \Delta^0, \Delta^-$。（$I = 3/2$）。

最后，我们来考虑它的自旋和宇称。最简单的做法是假定Δ的自旋为 3/2（这正是它具有的自旋）。根据矢量加法规则，它强衰变为具有轨道角动量 $l = 1$ 或 2 的 $N(s = 1/2)$ 和 $\pi(s = 0)$。Δ的宇称

$$\varepsilon(\Delta) = \varepsilon(N)\varepsilon(\pi)(-1)^l = (-1)^{l+1} \qquad (7.2)$$

取决于 l。用 j 表示Δ的自旋，并任意假定 $j_z = 1/2$。现在我们必须用态(l, m)和(s, s_z)（这里 l 是 π 介子与核子的相对轨道角动量，s 为质子自旋）来表示态(j, j_z)。因为$(j, j_z) = (3/2, 1/2)$且 $s = 1/2$，所以，

(a) 如果 $l = 1$，则

$$\psi_j(3/2, 1/2)$$
$$= c_1\psi_l(1, 1)\psi_s(1/2, -1/2) + c_2\psi_l(1, 0)\psi_s(1/2, 1/2),$$

式中 c_1 和 c_2 是克莱布施-高登（Clebsch-Gordon）系数。如果在上式中作如下代替：（轨道 $l = 1$）→（π 介子 $I = 1$）和（核子 $s = 1/2$）→（核子 $I = 1/2$），这方程在形式上就与同位旋的方程 (3A-20) 类似。因此，我们可以设

$$\psi_j(3/2, 1/2) = \sqrt{1/3}\psi_l(1, 1)\psi_s(1/2, -1/2)$$
$$+ \sqrt{2/3}\psi_l(1, 0)\psi_s(1/2, 1/2)。$$

轨道波函数 $\psi_l(l, m)$ 是

$$\psi_l(l, m) = Y_m^l(\theta, \varphi),$$

其中 Y_l^m 是组合勒让德多项式。现在 $\psi_j(3/2,1/2)$ 表示成 θ 和 φ 的函数，而 π 介子的强度分布为

$$I(\theta)=\psi_j^*(3/2,1/2)\psi_j(3/2,1/2)$$
$$=1/3|Y_1^1|^2+2/3|Y_0^1|^2。$$

因为不仅 $\psi_s(1/2,-1/2)$ 和 $\psi_s(1/2,1/2)$ 正交，而且 Y_1^1 和 Y_0^1 也正交，所以 $I(\theta)$ 中没有干涉(交叉)项。用

$$Y_1^1=-\sqrt{3/8}\sin\theta e^{i\varphi},\quad Y_0^1=\sqrt{3/4\pi}\cos\theta$$

代入上式，得到

$$I(\theta)\propto\sin^2\theta+4\cos^2\theta=1+3\cos^2\theta。\qquad(7.3)$$

(b) 如果 $l=2$，则

$$\psi_j(3/2,1/2)=\sqrt{3/5}Y_1^2\psi_s(1/2,-1/2)$$
$$-\sqrt{2/5}Y_0^2\psi_s(1/2,1/2)。$$

克莱布施-高登系数 $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 和 $-\sqrt{\frac{2}{5}}$ 是从附录 3A 的“2 × 1/2”表中查得的。由于

$$Y_1^2=-\sqrt{\frac{15}{8\pi}}\sin\theta\cos\theta e^{i\varphi},\quad Y_0^2=\sqrt{\frac{5}{4\pi}}(3/2\cos^2\theta-1/2),$$

我们得到的 π 介子角分布是

$$I(\theta)=5/4\pi[3/5\cdot3/2\sin^2\theta\cos^2\theta+2/5$$
$$\cdot1/4(9\cos^4\theta-6\cos^2\theta+1)\propto1+3\cos^2\theta。\qquad(7.4)$$

比较(7.3)式和(7.4)式，表明角分布只与 j 有关，而与 l 无关。

习题 证明，如果 π 介子-核子共振态的 $j=1/2$，则对于 $l=0$，$l=1$，角分布都是各向同性的。

以上计算的意义在于证明 π 介子-核子共振态的自旋 j 是从散射 π 介子的角分布得出的，但这还未确定 l，因此不能从 (7.2) 式得到共振态的宇称。为了确定 l 需要进行相移分析，或者测量出射核子的极

化[1]。对Δ来说，两种方法都给出 $l = 1$，因此，由 (7.2) 式，共振态有偶宇称：$J^P = 3/2^+$。

7.2 Σ(1385)

这是人们发现的第一个奇异共振态，常用 $Y_1^*(1385)$ 表示。它的发现是因为在反应

$$K^- + p \to \Lambda + \pi^+ + \pi^-$$

的 π 介子能谱中观察到一个峰。这个峰表明末态不是包含三个独立的粒子而是两个，因此反应是

$$K^- + p \to \Sigma(1385) + \pi \qquad (7.5)$$
$$\hookrightarrow \Lambda + \pi \quad 。$$

从峰处的 π 介子动能可以算出 $\Sigma(1385)$ 的质量。在质心系中

$$W = E_1 + E_2 + E_3,$$
$$0 = \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_3,$$

式中 (E_1, p_1) 等是三个末态粒子的能量和动量。粒子对 (1,2)——这里是 $(\Lambda\pi)$——的不变(质量)^{2}是

$$M^2_{\text{共振}} = (E_1 + E_2)^2 - (\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)^2$$
$$= (W - E_3)^2 - \mathbf{P}_3^2$$
$$= W^2 + m_3^2 - 2WE_3,$$

它与第三个粒子的能量成比例。根据峰处的 π 介子能量 E_3，就可以确定 $M_{\text{共振}}$。

(7.5) 这类过程称为形成 (formation) 实验，即共振态与另一个粒子同时产生。与此相反，(7.1) 类型的过程称为产生 (production) 实验，在这类过程中共振态单独产生。对于实验工作者来说，这是一个重要的差异，因为在形成过程中运

---

1) 例如参见 G. Källén, *Elementary Particle Physics*, Addison-Wesley, Chapter 4. 作者在比本章更高的水平上对 π 介子-核子散射做了精辟的分析，他用了狄拉克习-刃记号。

动学稍复杂一些。

我们来讨论 $\Sigma(1385)$，由它的衰变可见，其同位旋显然是 $I=1$。通过测量衰变产物的角分布和 Λ 的极化，得出它的自旋和宇称是 $J^P=3/2^+$；这和 $\Delta(1236)$ 相同。

7.3 $\Lambda(1405)$ 和 $\Lambda(1520)$

这两个粒子都是作为反应

$$\pi^- + p \to \Sigma^+ + K^0 + \pi^-$$

中 K 介子谱的峰而被观察到的，例如，这表明反应是

$$\pi^- + p \to \Lambda(1405) + K^0$$
$$\qquad\qquad\quad \hookrightarrow \Sigma^+ + \pi^- \quad 。$$

$\Lambda(1405)$ 和 $\Lambda(1520)$ 的同位旋都是零，而 $J^P=1/2^-(1405)$，$J^P=3/2^-(1520)$。

7.4 $\Xi(1530)$

最肯定的 $S=-2$ 的重子共振态是 $\Xi(1530)$，它是 1962 年在以下反应中发现的，

$$K^- + p \to \begin{cases} K^+ + \Xi^- + \pi^0 \\ K^0 + \Xi^- + \pi^+ , \\ K^0 + \Xi^0 + \pi^0 , \end{cases} \tag{7.6}$$

这相当于

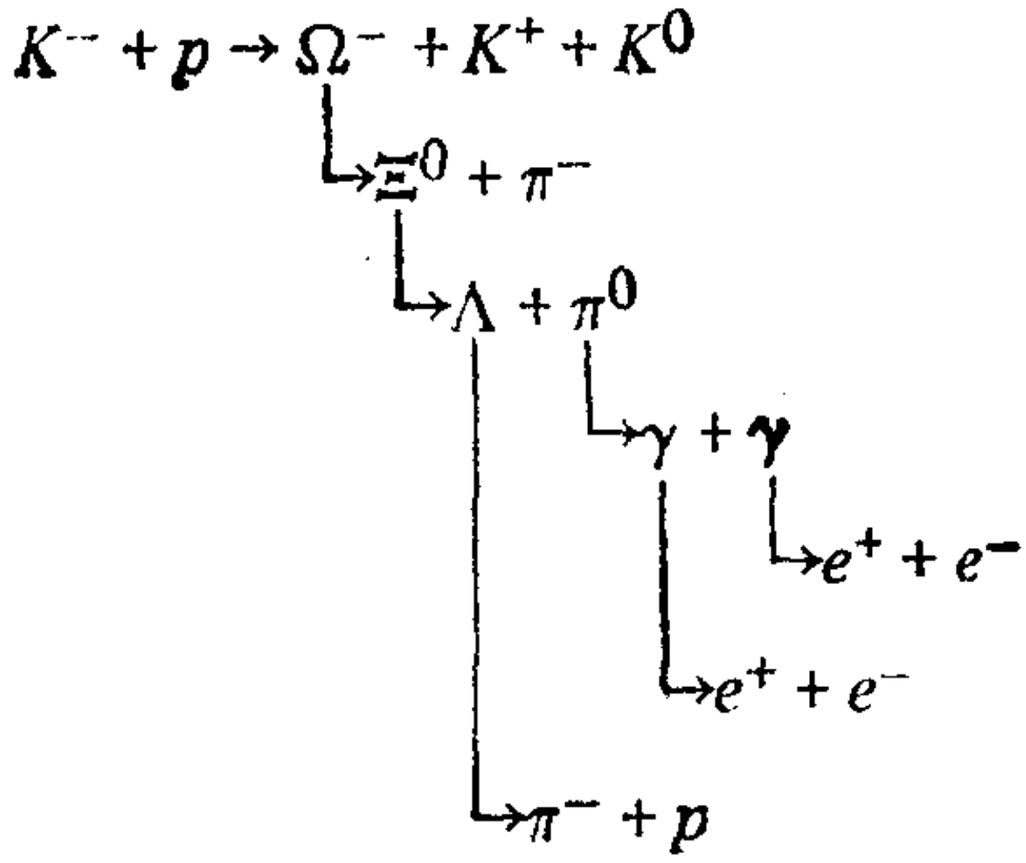
$$\bar{K} + p \to \Xi(1530) + K$$
$$\qquad\qquad \hookrightarrow \Xi + \pi 。$$

从(7.6)中前两个过程的相对率推断出 $I=1/2$。

7.5 $\Omega(1672)$

1962 年，人们根据么正对称性预言了这个粒子，并预言它有 $I=0$，$S=-3$。1964 年，在一个气泡室事件中，第一

次发现了 Ω，该事件可再现为



注意，第一级衰变 $\Omega \to \Xi + \pi$ 破坏 S 和 I，因此是弱衰变。对于强相互作用的衰变，Ω 是稳定的，因此，严格地说，它不是一个共振态。在第十章中将进一步讨论这个问题。

7.6 ρ 介子

第一个介子共振态是 1961 年发现的 ρ 介子。在反应

$$\pi^- + p \begin{cases} \to \pi^+ + \pi^- + n \\ \to \pi^- + \pi^0 + p \end{cases}$$

的 π 介子对的谱中发现一个峰，质量为 765MeV。在反应

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^0 + p$$

中发现了同样的峰，但在 $\pi^+ p \to \pi^+ \pi^+ n$ 中没有发现峰，这说明 $I = 1$。总同位旋为奇的两个 π 介子必定有奇的相对轨道角动量，因此 $J = 1, 3, \cdots$。实验上，π 介子的角分布具有如下的形式：

$$I(\theta) = A + B\cos\theta + C\cos^2\theta,$$

这是 $l = 1$ 态的特征分布，因此表明 $J = 1$。宇称显然是 $(-1)^2(-1)^l = -1$，所以 $J^P = 1^-$。具有这种自旋和宇称的介子(象光子一样)，称为矢量介子。

回忆一下在上一章中对形状因子的讨论，ρ 介子的存在

是由核子的电磁形状因子所预言的。但它却是在纯的强相互作用过程中被发现的。

7.7 ω 介子

另一个重要的矢量介子是 ω。它是 1961 年在湮灭反应

$$p + \bar{p} \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^0 + \pi^- + \pi^-$$

中，作为 $(\pi^+\pi^-\pi^0)$ 谱的峰而被发现的。但在 $(\pi^+\pi^+\pi^-)$，$(\pi^+\pi^-\pi^-)$*，$(\pi^+\pi^+\pi^0)$ 或 $(\pi^-\pi^-\pi^0)$ 的谱中都没有峰，因此 ω 的 $I = 0$。

构成 $I = 0$ 的 3π 态的最好办法是把 $3\pi(I = 0)$ 看成是 $\pi(I = 1)$ 和 $2\pi(I = 1)$ 的组合，而 $2\pi(I = 1)$ 的波函数可由附录 3A 中的 1×1 表来确定：

$$\Psi(3\pi;\ 0,\ 0) = \frac{1}{\sqrt{3}}[\varphi_{\pi^+}\Phi(2\pi;\ 1,\ -1) + \varphi_{\pi^-} - \Phi(2\pi;\ 1,\ 1) - \varphi_{\pi^0}\Phi(2\pi;\ 1,\ 0)]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}}(\varphi_{\pi^+}\varphi_{\pi^0}\varphi_{\pi^-} - \varphi_{\pi^+}\varphi_{\pi^-}\varphi_{\pi^0} + \varphi_{\pi^-}\varphi_{\pi^+}\varphi_{\pi^0} - \varphi_{\pi^-}\varphi_{\pi^0}\varphi_{\pi^+} + \varphi_{\pi^0}\varphi_{\pi^-}\varphi_{\pi^+} - \varphi_{\pi^0}\varphi_{\pi^+}\varphi_{\pi^-})。$$

这个同位旋波函数在任何两个 π 介子交换下都是反对称的。因为 π 介子是玻色子，这就意味着它们的位形空间波函数必定也是反对称的。换句话说，衰变振幅 $M(p_i, E_i)$ 作为 π 介子（用 i 标记）能量和动量的函数，对于 p_i 和 E_i 必定是反对称的。因为 M 描述了 ω 和 3π 之间的跃迁，所以宇称守恒给出

$$\varphi_\omega^* M(\mathbf{p}_i, E_i)\Psi_{3\pi} = (-1)^3\varepsilon(\omega)\varphi_\omega^* M(-\mathbf{p}_i, E_i)\Psi_{3\pi}, \quad (7.7)$$

式中 $\varepsilon(\omega)$ 是 ω 的宇称。

---

* 原文为 $(\pi^+\pi^+\pi^-)$。——译者注

现在，我们能够讨论 ω 可能的自旋-宇称规定。首先，由于角动量守恒和宇称守恒，0^+ 是不可能的；因为假如 $J(\omega)=0$，则 3π 态的 $L=0$，从而它的宇称是 $(-1)^3(-1)^L=-1$，这与假定 ω 有正宇称相矛盾。

其次考虑 $J^P=0^-$。假如是这样，由 (7.7) 式可知，M 是一个标量函数并且对于 $\mathbf{p}_i$ 和 E_i 是反对称的。这可由 M 表示成下式得到：

$$J^P=0^-:\ M\propto(E_1-E_2)(E_2-E_3)(E_3-E_1)。\tag{7.8}$$

如果 ω 是一个 1^+ (赝矢)介子，根据 (7.7) 式，M 一定是由 E_i 和 $\mathbf{p}_i$ 构成的一个矢量函数(并且和前面一样，它对于下标必定是反对称的)。最简单的这种矢量函数是

$$J^P=1^+:\ M\propto E_1(\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_3)+E_2(\mathbf{p}_3-\mathbf{p}_1)+E_3(\mathbf{p}_1-\mathbf{p}_2)。\tag{7.9}$$

另一方面，如果 ω 是 1^- (矢量)介子，则 M 是一个赝矢量，而我们有

$$\begin{aligned}J^P=1^-:\quad M&\propto\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_2\times\mathbf{p}_3+\mathbf{p}_3\times\mathbf{p}_1\\&\propto 3\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2。\end{aligned}\tag{7.10}$$

得到最后的形式 $3\mathbf{p}_1\times\mathbf{p}_2$ 是因为在 ω 静止系中 $\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3=0$。现在的问题是判断在实际的衰变中表示式(7.8)，(7.9) 和 (7.10) 中哪一个是对的。达利兹 (Dalitz) 曾对衰变 $K\to 3\pi$ (它与 $\omega\to 3\pi$ 的重要相似之处在于两者的末态都包含三个粒子)作过确切的分析。跃迁率通常由下式给出：

$$W=\frac{2\pi}{\hbar}|M|^2\rho_f,$$

式中 M 为跃迁振幅，ρ_f 为末态密度或相空间因子。达利茨证明了，对一个三体末态来说，ρ_f 与粒子的能量有关，其形式如下[1)]

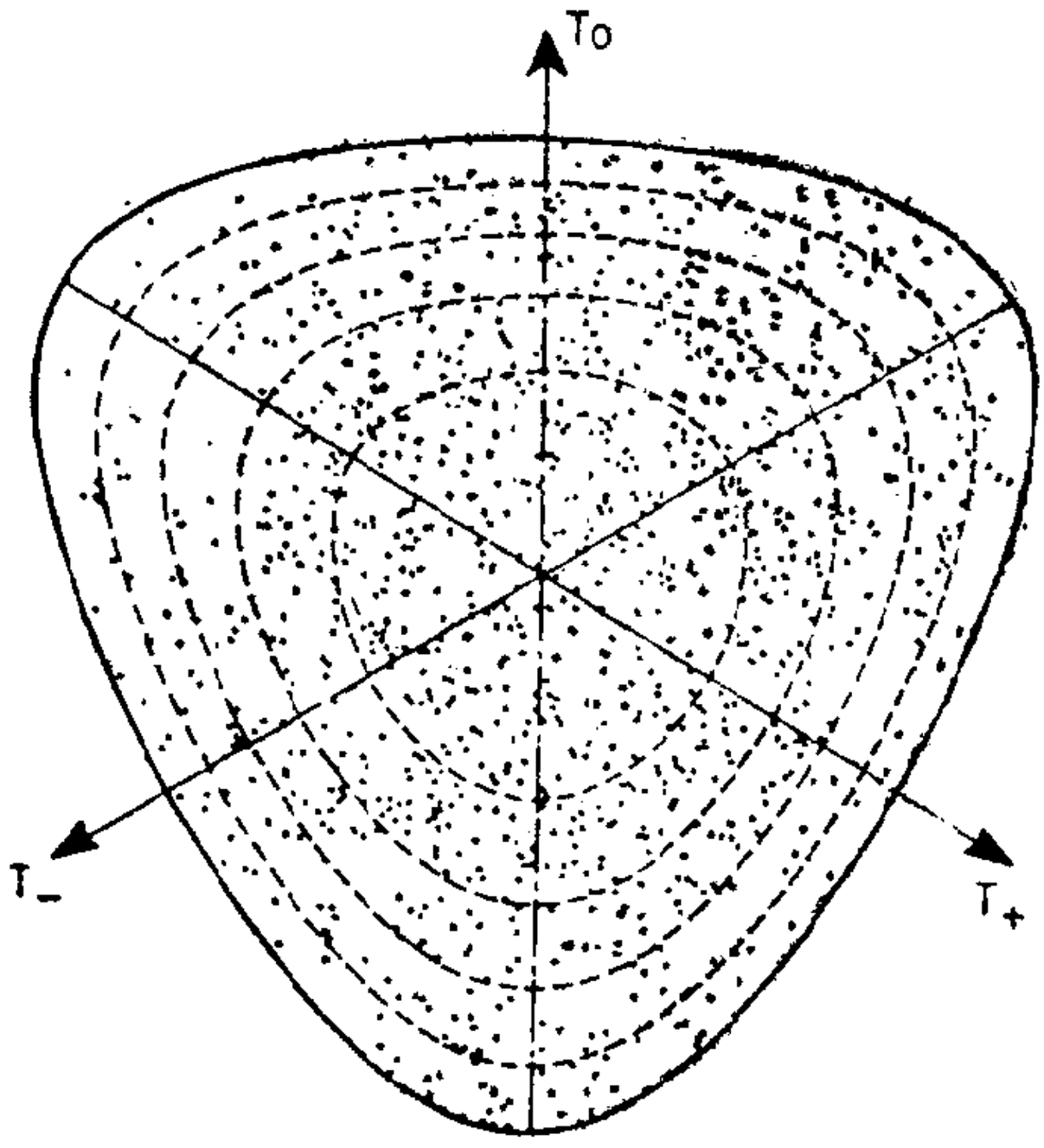
---

1) 例如参见前引 G. Kallén 著作，pp. 196—197。

$$\frac{\partial^2 W}{\partial E_1 \partial E_2} = |M|^2。$$

换句话说，如果把每一个衰变事件用 E_1-E_2 图上的一个点来表示，则点的密度就直接度量了 $|M|^2$。这种图称为达利兹图。

最常见的是把点标绘在 E_1，E_2 和 E_3 轴互成 120° 角的对称图上。图 7.2* 表示 $\omega \to 3\pi$ 衰变的这种图；T_0，T_+ 和 T_- 分别是 π^0，π^+ 和 π^- 的动能。现在，如果 M 由 (7.8) 式给出，则沿直线 $E_1 = E_2$，$E_2 = E_3$，$E_3 = E_1$，即沿达利兹图的对称轴，M 等于零。这样一来，沿这些轴将出现点的空缺。但由图 7.2 可发现，并没有出现这种空缺，因此排除了 $J^P = 0^-$。再



(a)

图 7.2　$\omega \to 3\pi$ 衰变的达利兹图(引自 C. Alff et al, *Physical Review Latters*, 9, 325(1962))

---

* 原文该图为 7.3，现按出现次序先后改为 7.2，同理，原书中的图 7.2 改为图 7.3，文中说明也作了相应的改动。——译者注

看表示式(7.9)，它导致在达利兹图中心（$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_3$）处出现空缺，这在图 7.3 上也没有观察到，于是又排除了 $J^P = 1^+$。最后，(7.10) 式导致在 $\mathbf{p}_1 \| \mathbf{p}_2$ 处出现点的空缺。$\mathbf{p}_1 \| \mathbf{p}_2$ 是一个极端的运动学条件，并对应于达利兹图的边界。由图 7.2 可见，在边界附近点子确实不多。因此从 (7.10) 式我们断定：ω 的 $J^P = 1^-$，即它是一个矢量介子(实际上，2^+ 给出的点子分布与 1^- 相同，但达利兹根据其它理由排除了 2^+)。

7.8 φ 介子

1963 年，在研究反应

$$K^- + p \rightarrow \begin{cases} \Lambda + K^+ + K^- \\ \Lambda + K^0 + \bar{K}^0 \end{cases}$$

中的 K-$\bar{K}$ 不变质量时，发现在 1020MeV 处有一个窄峰，这就是 φ 介子。由于带电的 K-$\bar{K}$ 对应物在反应

$$K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + K^- + K^0$$

中没有出现峰，所以 φ 的 $I = 0$。φ 唯一地衰变成 $K\bar{K}$，

$$\varphi \rightarrow K^+ + K^-,$$

且角分布表明 φ 的自旋为 1。于是由宇称守恒得出 $P(\varphi) = (-1)^2(-1)^1 = -1$。因此 φ 是一个 $I = 0$，$S = 0$ 的矢量 (1^-) 粒子；事实上，它的量子数与 ω 相同，区别在于 φ 衰变成 $K\bar{K}$，而 ω 衰变成 3π。

7.9 η 介子

它是 1961 年在反应

$$\pi^+ + d \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

的 (3π) 系统中作为一个峰被首次发现的，它的质量为 549MeV。在这个实验中，它清晰地衰变成 3π，

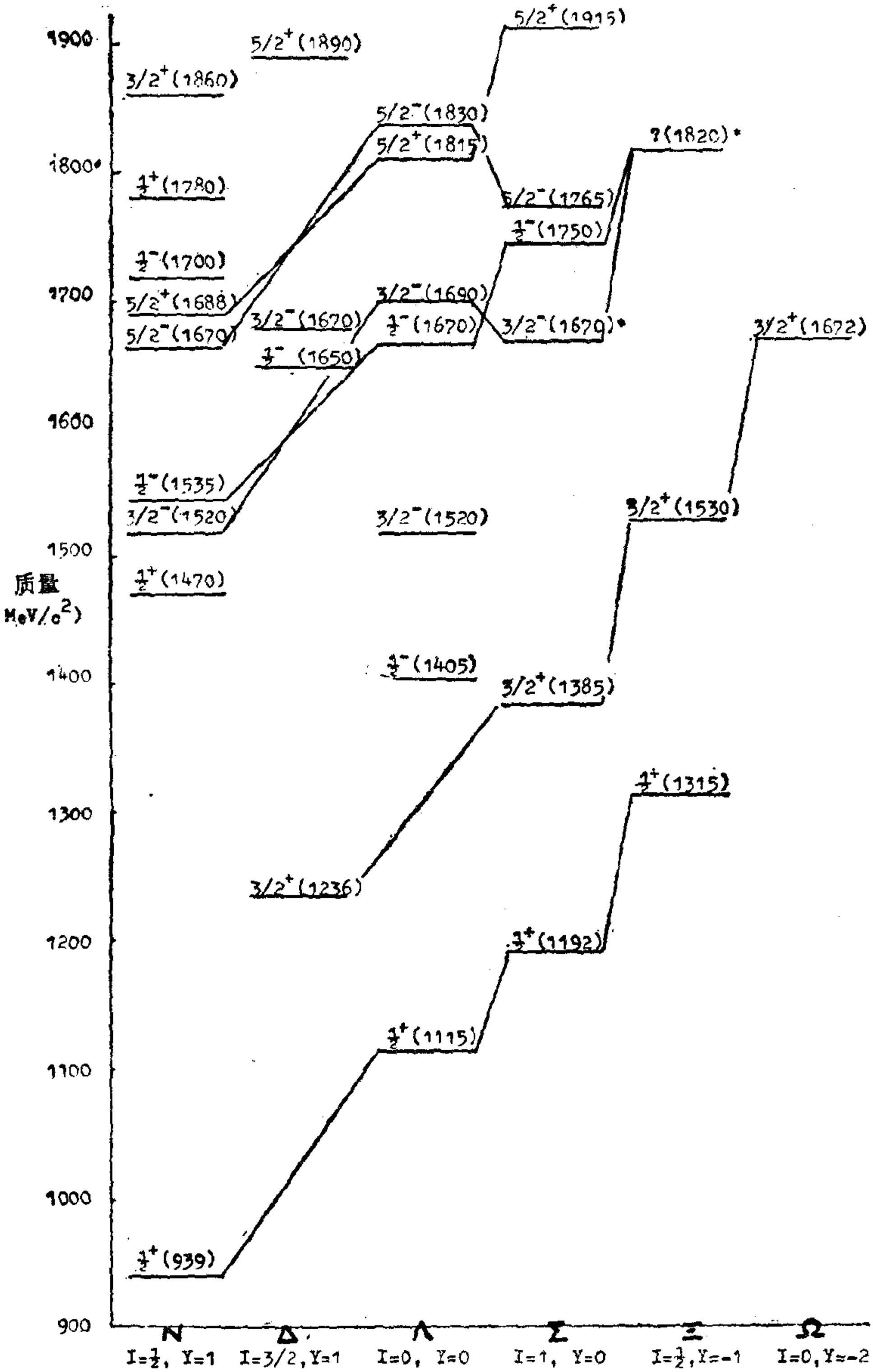


图 7.3　直到 1900MeV 左右的重子态。标出的编组相应于 SU_3 八重态和十重态(见第十一章)。右上角带 * 号表示对于 $\Sigma(1670)$ 和 $\Xi(1820)$ 的情况并不清楚[资料引自 "Review of Particle Properties", *Reviews of Modern Physics*, 45, no. 2, pt II (supplement), 1973]

$$\pi^+ + d \to p + p + \eta$$
$$\eta \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0。$$

从来没有观察到带电的 η，因此 $I = 0$。 确定其自旋和宇称的最显而易见的方法是完全仿照 $\omega \to 3\pi$ 的做法来分析 $\eta \to 3\pi$ 的达利兹图。 回顾前面的分析： 不可能有 0^+，而 0^-，1^+ 和 1^- 都给出了达列兹图的特征区域，在这些区域中事件很少；对于所有这三种情况，达利兹图上的点都是非均匀分布的。 但实验结果表明，$\eta \to 3\pi$ 的达列兹图是一个均匀分布。这里究竟出了什么错误？解决这个问题的关键是考察 η 的主要衰变方式

$$\eta \to 2\gamma, \qquad 39\%$$
$$\eta \to 3\pi^0 \text{ 或 } 2\pi^0\gamma, \quad 31\%$$
$$\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0, \qquad 25\%$$
$$\eta \to \pi^+\pi^-\gamma。 \qquad 5\%$$

由于 $\eta \to 2\gamma$ 是电磁衰变，所以量值相当的其他衰变也是电磁衰变。因此，在这些衰变中同位旋不守恒。这样一来，对 ω 所做的论证就不能用于 η。 均匀分布的达利兹图意味着衰变振幅是个常数，于是，η 的自旋为 0，因而它的宇称为负，即 $J^P = 0^-$。 象 π 和 K 一样，η 也是一个赝标介子。 有趣的是，1961 年盖尔曼为了填充 π 和 K 的么旋超多重态，曾预言了一个 $I = Y = 0$ 的赝标介子，这就是 η 介子。

7.10 K^* 介子

这个共振态作为一个峰出现在如下一些反应的 $K\pi$ 质量谱中

$$K^- + p \to \begin{cases} p + \bar{K}^0 + \pi^- \\ p + K^- + \pi^0, \end{cases}$$

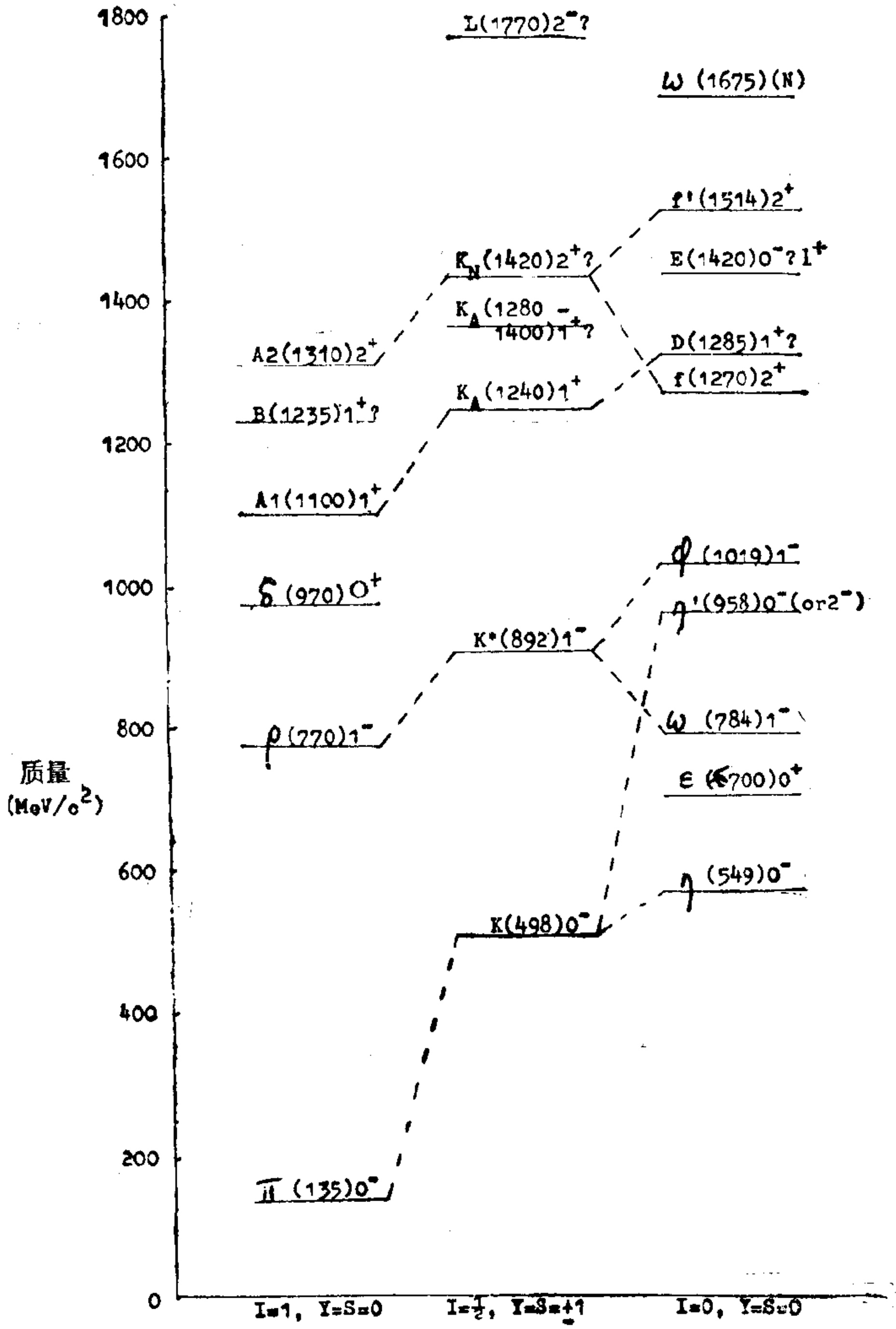


图 7.4　约到 1800MeV 的介子态。标出的编组相应于 SU_3 八重态和单态(九重态)；见第十一章。“N”表示宇称 $P=(-1)^J$——“正常”。“A”表示 $P=(-1)^{J+1}$——“反常”。“？”表示 J^P 不确定[资料引自 “Review of Particle properties,” *Reviews of Modern Physics*, **45**, no. 2, pt II (supplement), 1973]

$$K^+ + p \rightarrow \begin{cases} p + K^0 + \pi^+ \\ p + K^+ + \pi^0 \end{cases},$$

它的质量是 892MeV。通过测量宽度比

$$R = \frac{\Gamma(K^{*-} \rightarrow \bar{K}^0 + \pi^-)}{\Gamma(K^{*-} \rightarrow K^- + \pi^0)},$$

不难确定它的同位旋（必定是 3/2 或 1/2）。就同位旋而言，πK 系统与 πN 系统是一样的。查阅(3A.25)和(3A.26)式后我们看到，如果 K^* 的 $I = 3/2$，则 $R = 1/2$，而如果 $I = 1/2$，则 $R = 2$。实验给出 $R = 1.4 \pm 0.4$，所以我们推断 $I = 1/2$。另外，π 和 K 的角分布暗示 K^* 的自旋为 1。因此，它是一个 1^- 介子。

7.11 不存在的状态

由于存在这么多的粒子态，因此同样重要的是查问一下，是否有某些态"能够"存在，而实际上并不存在。从图 7.3 和图 7.4 中可以看到确实有些态属于这一类型。特别是

(a) 除氘核 d 外，不存在 $B = 2$ 的态。

(b) 没有 $I = 3/2$，$S \neq 0$ 的重子，例如 KN 共振态。

(c) 没有 $I = 2$ 的介子态，例如 $\pi^+\pi^+$ 共振态。

事实上，我们可以做个一般的观察：当质量越来越大时，所遇到的是更高自旋的态，而不是更高同位旋或更高奇异数的态。象上面(a)，(b)和(c)这样一些态称为例外态（exotic state），目前还不完全了解这些态为什么不存在。不过，将要在第十一章中讨论的夸克模型对这种情况有一些解释。

7.12 共振态是复合的吗?

乍看起来，自然会认为共振态不过是较稳定粒子的复合

态，因而认为它较少基本性。但是，近年来赞成这种观点的人不多了。许多物理学家认为，共振态正像其它粒子一样是“基本”的。支持这种观点的理由是：

1）假如 Σ^0 的质量仅仅再高出 6%，则它对于强衰变 $\Sigma^0 \to \Lambda + \pi^0$ 就是不稳定的。从理论上讲，Σ^0 应是一个共振态，但在上述事件中认为 Σ^0 本质上比 Λ 的基本性来得小，则是不合理的。

2）许多共振态都不止一种衰变方式。例如，$\Lambda(1520) \to N\bar{K}$，$\Sigma\pi$ 和 $\Lambda\pi\pi$；$\varphi \to K^+K^-$，K_LK_S 和 3π，那么，这个态是由哪一组衰变产物复合成的呢？此外，还存在许多虚跃迁，如 $\Sigma \to \Lambda + \pi$，因为能量上的限制而不引起衰变。对于这种情况的一个适当的模型是把共振态表示成空腔共振器，在一定的频率上它可与一定的沟道(衰变方式)相通。在频率不适当时，沟道是关闭的；而且有些沟道在阈以下。这种共振态模型肯定比直接复合态模型更有吸引力。更详细的讨论，读者可参阅丘（Chew）、盖尔曼和罗森弗尔德（Rosenfeld）的文章(见“进一步读物”)。

3）如果把共振态和稳定粒子都画在 J（自旋）-(质量)^2 图上，则 B；I 和 S 相同的态落在一些直线上；图 7.5 表示了一个例子。这些直线称为雷奇轨迹，而这种图称为丘-弗劳茨(Frautschi) 图。1959 年，雷奇对薛定谔方程作了开创性的分析，他把方程中的角动量作为复变量来处理。丘、弗劳茨以及另一些人发展了这种思想，建立了一种可行的强相互作用动力学理论，其中自旋以复变量的形式出现。基于这种思想，任何强子都是散射振幅中与自旋的物理值(整数或半奇整数)相对应的一个极点——所谓的雷奇极点。雷奇轨迹只不过是自旋 J 对能量(或等价地说质量)的依赖关系 $J(m^2)$ 的一种表现形式。当沿着一条雷奇轨迹运动时，每当 J 通过整数值(或半

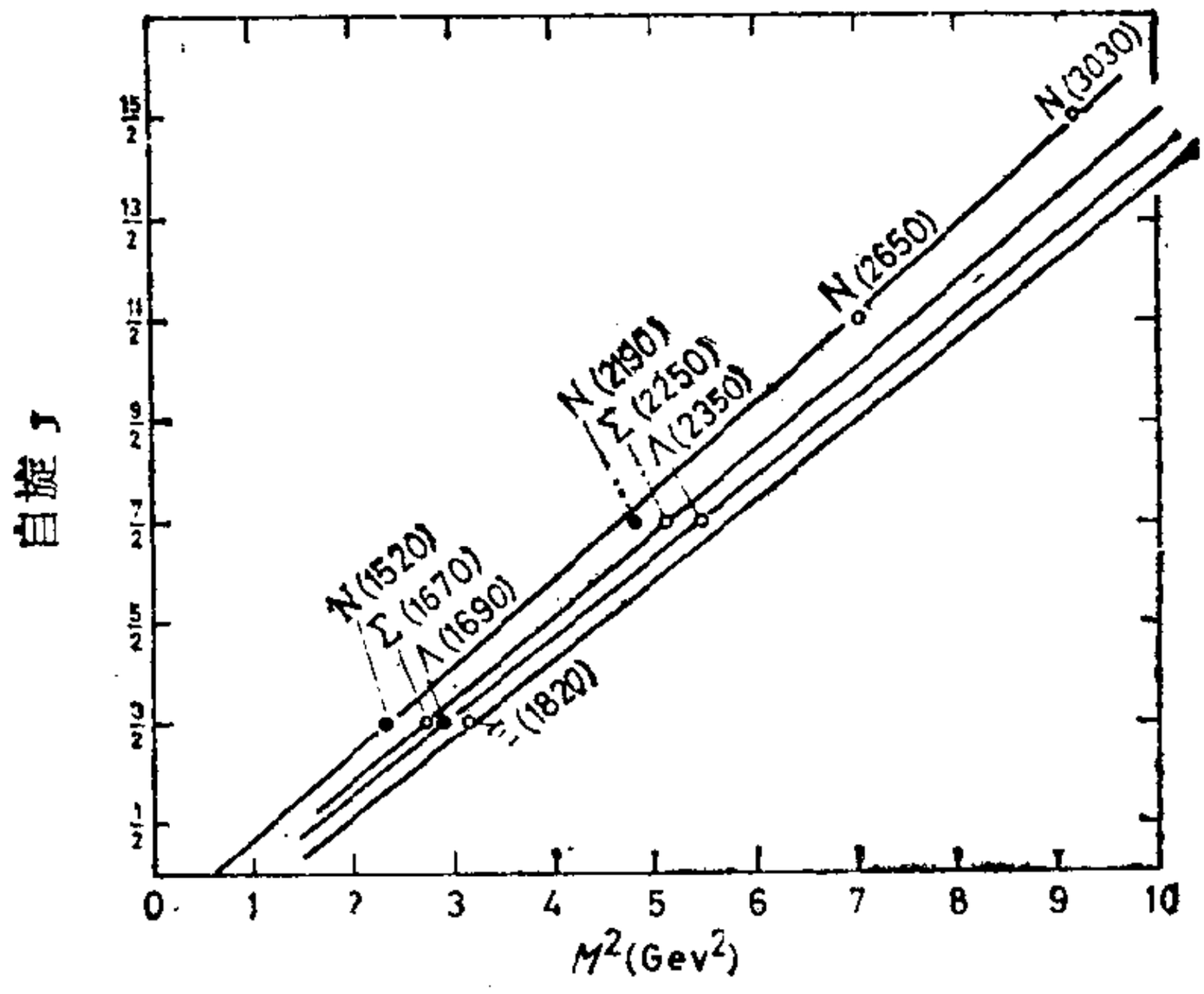


图 7.5　奇宇称重子态的雷奇轨迹。“●”表示自旋确定，“○”表示自旋不确定(注意，现在已证实 $\Sigma(1670)$ 的自旋是 3/2)。

奇整数值)时，就出现一个强子[1]。所谓“稳定”强子只不过是轨迹上位置最低的一个成员，它们与任何其它成员没有本质上的不同。

4）缺乏例外态也不支持共振态是复合的图象。当 π^+ 和 π^- 是如此密切相关时，为什么有 π^+ 和 π^- 的复合态，而没有 π^+ 和 π^+ 的复合态？ 图 7.3 和图 7.4 中的图象(使人们联想起类似的原子和原子核的谱）表明，强子的激发模型比复合模型更富有启发性。

根据这些理由，许多物理学家相信丘所说的“核民主”：没有哪一个强子比其它任何强子更基本，共振态和稳定粒子之间的唯一差别是共振态较重。

补 充 读 物

[1] Chew. G F., M. Gell-Mann and A. H. Rosenfeld, ‘‘Strongly

1）实际上，在任何给定的轨迹上，这种强子出现的间隔为 $\Delta J = 2$。

Interacting Particles'', *Scientific American*, February 1964.
[2] Jacob, M., Contribution to M. Jacob and G. F. Chew, *Strong Interaction Physics*, Benjamin, 1964.
[3] Miller, D. H., ''The Elementary Particles with Strong Interactions. I The Baryon Systems, II The Meson Systems.'' in *High Energy Physics*, vol. IV (E. H. S. Burhop, ed.), Academic Press, 1969.
[4] Omnès, R., *Introduction to Particle Physics*, Wiley-Interscience 1971, Chapters 8, 9 and 14.
[5] Perkins, D. H., *Introductino to High Energy Physics*, Addison-Wesley 1972, Chapter 7.

第八章　弱相互作用和宇称破坏

8.1　θ–τ 疑难

在 1956 年前的几年中，人们观察到两个粒子，当时称为 θ 和 τ，按以下方式衰变

$$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0,$$
$$\tau^+ \to 2\pi^+ + \pi^-, \qquad (8.1)$$

并指出 θ 和 τ 的质量为 $(966.7 \pm 2.0)m_e$ 和 $(966.3 \pm 2.0)m_e$，而寿命为 $(1.21 \pm 0.02) \times 10^{-8}$ 秒和 $(1.19 \pm 0.05) \times 10^{-8}$ 秒。曾有过一个明显的结论：它们是以不同方式衰变的同一种粒子。但是达利兹的分析表明，θ 和 τ 具有相反的宇称，因此不可能是同一种粒子。其论证如下：

考虑衰变 $\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$。如果 θ^+ 的自旋是 s，则两个 π 介子的相对轨道角动量一定也是 s（因为 π 介子没有自旋），因而末态的宇称是 $(-1)^2(-1)^s = (-1)^s$。如果宇称守恒，则初态 θ^+ 的宇称也是 $(-1)^s$，因此 θ^+ 可能的自旋-宇称为 $0^+, 1^-, 2^+, \cdots$。除了 $\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$ 以外，人们还观察到衰变 $\theta^0 \to \pi^0 + \pi^0$，$\theta^0$ 与 θ^+ 质量相近。然而，根据泡利原理，在这种中性衰变中，两个全同玻色子的末态的 l 一定为偶。因此 θ^0 的自旋-宇称限制为 $0^+, 2^+, 4^+, \cdots$。如果 θ^+ 和 θ^0 属于同一个同位旋多重态，则这种限制也适用于 θ^+。这样，θ 就是一个自旋为偶宇称为正的介子。

现在考虑衰变 $\tau^+ \to 2\pi^+ + \pi^-$。为了推断 τ^+ 的自旋和宇称，达利兹设计了一种作图法（现在称为达利兹图），在上一章 §7.7 中分析 ω 介子时已经讨论过这种图。设 τ 的自旋为

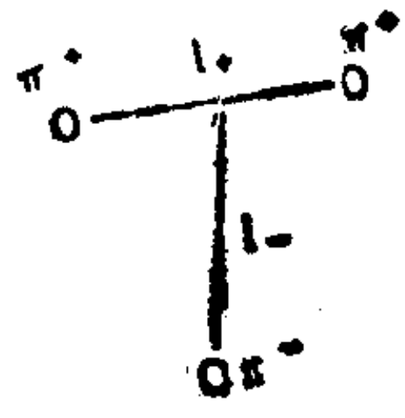


图 8.1　衰变 $\tau^+\to\pi^+\pi^+\pi^-$ 中的相对轨道角动量 l_+ 和 l_-

J，则三个 π 介子末态的总角动量也是 J。设 l_+ 是两个 π^+ 对于它们质心的轨道角动量，而 l_- 是 π^- 相对于 $2\pi^+$ 质心的角动量，如图 8.1 所示。这样，根据矢量加法规则

$$|l_+ - l_-| \leqslant J \leqslant l_+ + l_-。$$

因为两个 π^+ 全同，所以 l_+ 必定为偶。表 8.1 列出了 l_+，l_- 和 J 的可能值。τ^+ 的宇称 P 计算如下。$(2\pi^+)$ 的宇称是 $(-1)^2(-1)^{l_+} = (-1)^{l_+}$，$\pi^-$ 的宇称是 -1，因此总宇称是

$$P = (-1)^{l_+}(-1)(-1)^{l_-}$$
$$= (-1)^{l_+ + l_- + 1}。$$

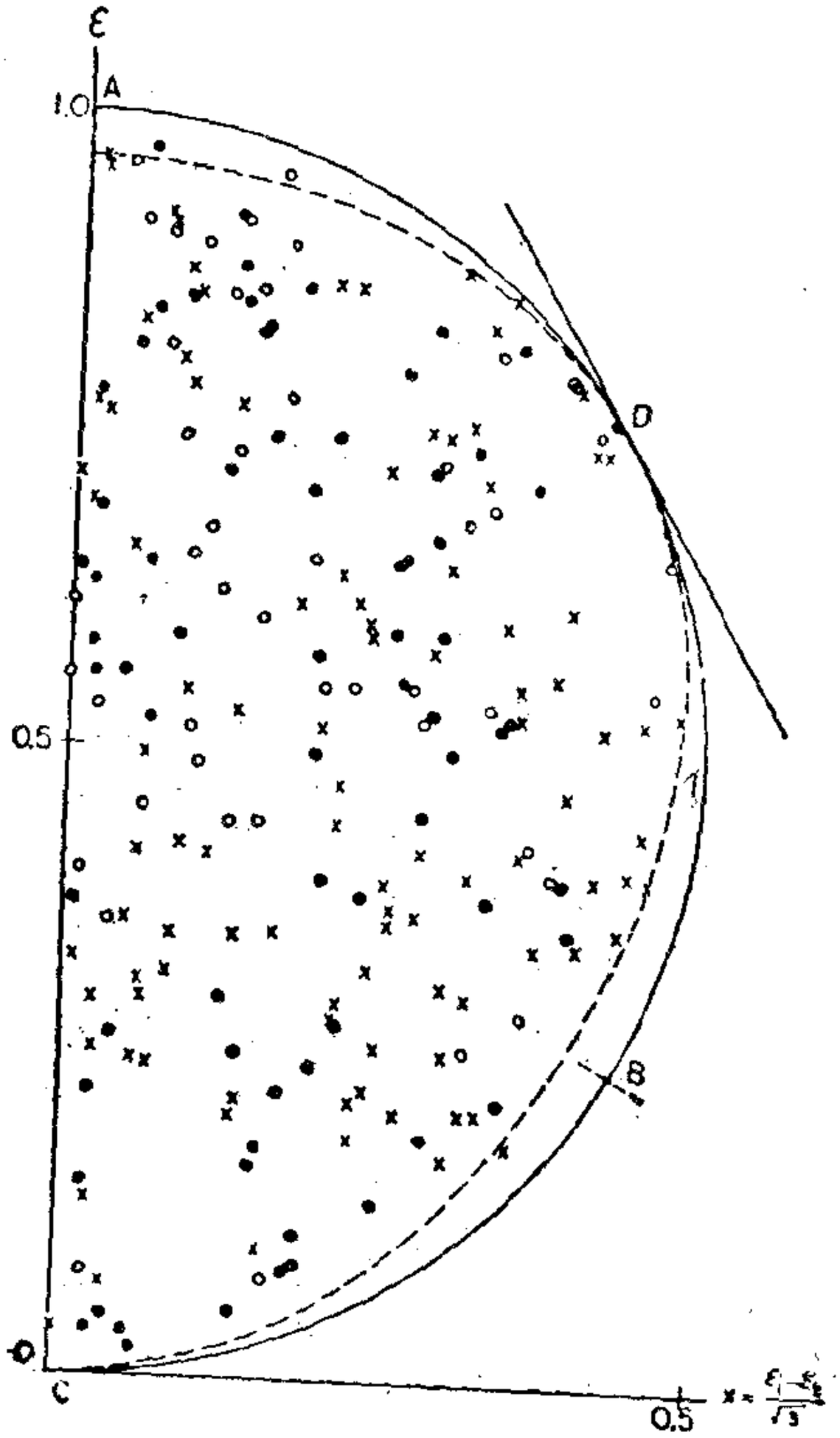
现在如果 $J \neq 0$，则或者 $l_+ \neq 0$，或者 $l_- \neq 0$，或者两者都不等于零。例如，如果 $l_+ \geqslant 2$，则不应有 $2\pi^+$ 相对静止的衰变（因为当 $2\pi^+$ 相对静止时 $l_+ = 0$）。这种情况出现在 π^- 的能量达到最大可能值时，也就是在达利兹图的顶部区域。因此，如果 $l_+ \geqslant 2$，在这个区域内事件点将很少。类似地，若 $l_- \geqslant 1$，则在 π^- 相对于 $2\pi^+$ 质心为静止的区域，即达利兹图

表　8.1

l_-	l_+	J^P
0	0	0^-
1	0	1^+
2	0	2^-
0	2	2^-
1	2	$1^+, 2^+, 3^+$
2	2	$0^-, 1^-, 2^-, 3^-, 4^-$

的底部将出现点子的空缺。实验结果如图 8.2 所示，点的分布是均匀的，而且精确度很高。这意味着 $l_+ = l_- = 0$，因此 τ^+ 的 $J^P = 0^-$。

因此，θ 和 τ 不可能是同一种粒子，因为 $J^P(\tau) = 0^-$，不



● 71　哥仑比亚事例
× 100　伯克利事例
○ 48　麻省理工学院事例

图 8.2　衰变 $\tau^+(K^+) \to \pi^+\pi^+\pi^-$ 的达利兹图。ε 为 π^- 的动能除以它的最大可能值。ε_1 和 ε_2 为 π^+ 动能的相应的值，这里 $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$。实验点应位于相对论性边界（虚线）之内。半圆形边界 ABC 是在非相对论性能量的假定下，由动量守恒得到的。[引自 J. Orear et al., *Physical Review*, 102, 1676(1956)。]

可能是 θ 的自旋-宇称。 这就产生了 θ-τ 疑难： θ 和 τ 是不是同一种粒子？ 两方面的证据似乎都令人信服；一方面 θ 和 τ 有相同的质量和寿命，而另一方面它们有不同的宇称。这有两种可能性：

A） θ 和 τ 是不同的粒子，因为它们的宇称不同。 它们具有相同的质量和寿命是偶然的巧合。这称为“宇称双重态”理论。

B） θ 和 τ 是具有单一质量、寿命、自旋和宇称的同一种粒子，但在衰变(8.1)中有一个衰变改变了宇称，即宇称不守恒。

这两种可能性都涉及概念上的激烈变化，可是李和杨相当大胆地选择了其中更激烈的可能性B，他们指出到当时为止并不存在弱相互作用宇称守恒的证据； 而从衰变(8.1)的寿命看，它们显然是弱相互作用。于是，他们提出了一个决定性的实验，以便查明在核的 β 衰变中宇称是否守恒。 吴及其合作者做成了这个实验，并且惊人地证实在 Co^{60} 的 β 衰变中宇称确实被破坏了。 这证明(B)是正确的，从而建议 θ 和 τ 是同一种粒子；这种粒子现在称为 K 介子，$J^P = 0^-$。衰变(8.1)就是

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^0, \tag{8.2}$$

$$K^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-, \tag{8.3}$$

因此(8.2)破坏了宇称，而(8.3)宇称守恒。现在，我们来仔细考虑李和杨的建议以及吴的历史性实验。

8.2 对宇称破坏的直接观察

如果上面的(B)是 θ-τ 疑难的正确答案，则观察到衰变(8.1)本身就是宇称不守恒的证据。 但这并不相应于我们直观上所理解的宇称不守恒。 我们希望有左右不对称的证据，

而这些衰变只是宇称量子数不守恒的证据，并且在用宇称破坏来解释它们时需要以量子理论为工具。李和杨建议的优点在于它提供了直接观察左右不对称的可能性，而不必涉及量子(或任何其它)理论。

为了看出宇称运算如何把左变成右，考察图 8.3(a) 中的右手坐标系。回忆一下空间反演或宇称算符 P 的定义（参见 2.6 节）：

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix} \xrightarrow{P} \begin{pmatrix} -x \\ -y \\ -z \\ t \end{pmatrix} \tag{8.4}$$

或更简洁地

$$\mathbf{r} \xrightarrow{P} -\mathbf{r}, \quad t \xrightarrow{P} t. \tag{8.5}$$

图 8.3(b) 是反演后的坐标系。这是个左手系。为了看出这

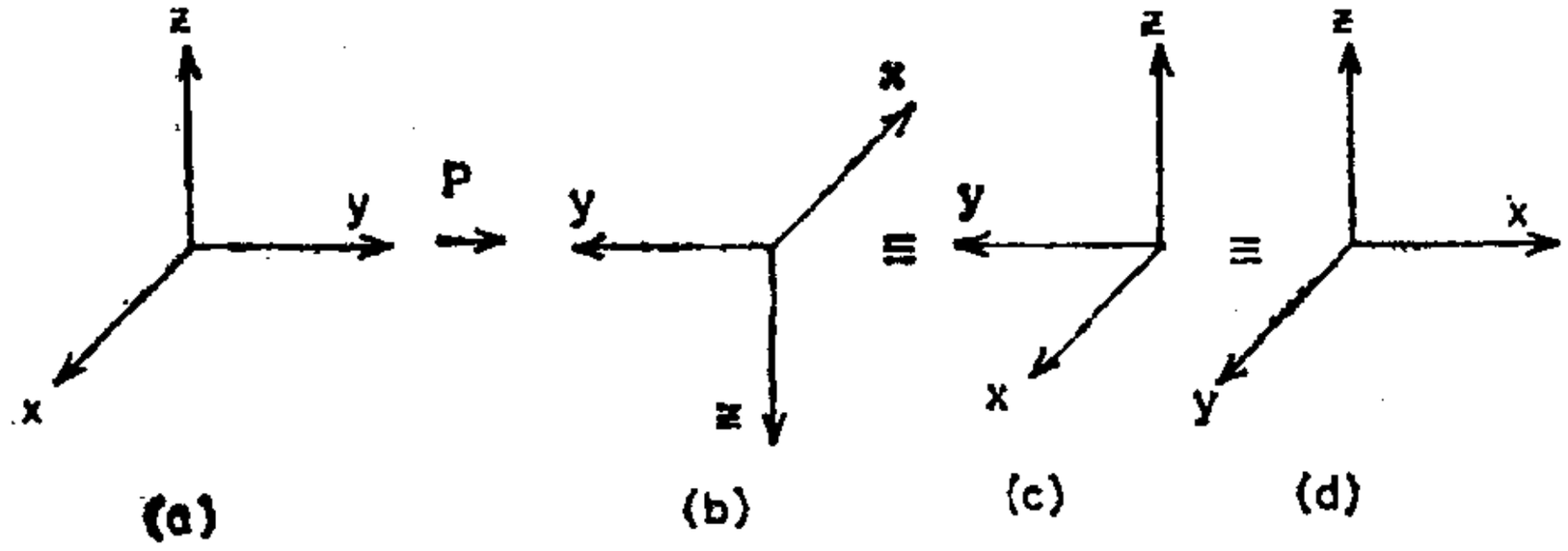


图 8.3　宇称算符 P 将右手坐标系 (a) 变换成 (b)，再将 (b) 依次绕 y 轴转动 π，绕 z 轴转动 $\pi/2$，就变换成左手坐标系 (d)。

一点，先把 (b) 绕 y 轴转动 180°，然后再绕 z 轴转 90°，最后的位置 (d) 显然是个左手系。(当然，转动不改变坐标系的手性是不言自明的。) 比较图 8.3(a) 和 (c)，我们看到宇称运算等价于对一个平面(镜)——这里是 xz 平面——的反射，反射使 $y \to -y$。事实上，我们可以写

$$P = S_{xz} R_y(\pi) \tag{8.6}$$

其中

$$S_{xz} = \text{对 } xz \text{ 平面的反射},$$

$$R_y(\pi) = \text{绕 } y \text{ 轴转动 } \pi.$$

P 等价于 S 是因为 R 不改变手性。正是由于这一点，我们可以用镜象反射来表示状态的宇称[1]。

说一个反应宇称守恒，就是说它在左手系和右手系中看起来是一样的。换句话说，左和右是不可区分的。如果在反应中宇称不守恒，则这个反应在右手系和左手系中看起来就不一样，这时我们说左和右是可以区分的。象在第三章中那样，我们建立以下联系

对称性→不可区分性，

对称性破坏→可区分性。

可以更精确地陈述这种联系。我们关心的是可观察量；例如：位置 $\mathbf{r}$，动量 $\mathbf{p}$，角动量 l 等等。在宇称变换下这些可观察量的变化已列在表 2.2(p.30) 中。在 P 变换下，形式为 $\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}$ 的可观察量不变号，但形式为 $\mathbf{p}\cdot\mathbf{l}$ 或 $\mathbf{p}\sigma$ 的可观察量变号。这样，对后面两种可观察量的观测将会提供宇称破坏的证据。吴健雄等人的 β 衰变实验所依靠的正是这个事实。

8.3 β 衰变中的宇称破坏

现在，我们来讨论由吴、安布勒 (Ambler)、海华德 (Hayward)、霍普斯 (Hoppes) 和赫德森 (Hudson) 对 Co^{60} 的 β 衰变所做的决定性实验，

---

1) 这点在三维空间中成立。在二维空间中，宇称运算定义为 $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -x \\ -y \end{pmatrix}$，这只不过是在该平面中转过 π 的一个转动。因此，在二维空间中转动不变性意味着宇称守恒。在四维 (事实上，在任何偶数维) 空间中有同样的结论。

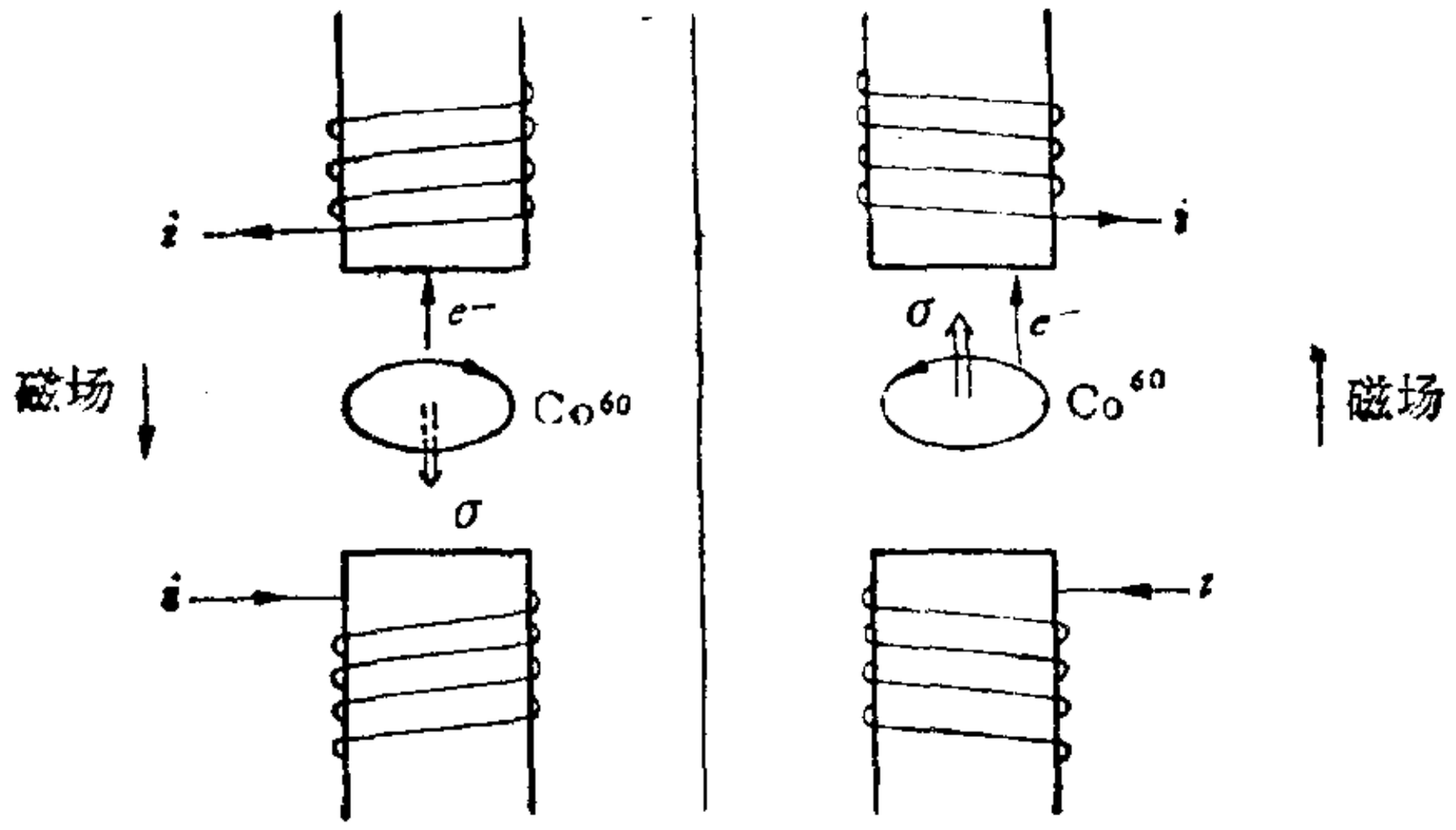


图 8.4 $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + e^- + \bar{\nu}$ 衰变中 e^- 发射的优先方向

$$Co^{60} \rightarrow N_i^{60} + e^- + \bar{\nu}_e,$$

当然，它等价于中子的 β 衰变

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e.$$

测量的是由极化 Co^{60} 核发射出的电子的角分布。钴盐的核是用磁场来极化的，样品保存在极低的温度下，以减少热运动. 实验方法的独到之处是，他们在把钴盐温度降低到所需要的 0.01°K 的同时，成功地测量了电子的角分布。与这种实验装置的复杂程度相比，得到的结果是极其简单的；他们观测到电子有一个优先发射方向，如图 8.4 所示。无须依靠任何 β 衰变理论，就可看出这种衰变是破坏宇称的，因为在图 8.4 的镜象反射中，螺线管的电流反了向，从而反转了磁场和钴核的自旋排列方向。但是电子的发射方向并不反过来；因此，与实验显示的电子在反平行于核自旋方向优先发射的情况相反，镜象实验将显示电子发射集中在平行于核自旋的方向。因此原实验和它的镜象实验是可区分的，这表明宇称被破坏了。

如果用 σ 表示核的自旋，$\mathbf{p}$ 表示电子动量，$\langle\rangle$ 表示平均值，则这个实验表明

$$\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle < 0。$$

在镜反射 S 下，我们有

$$\sigma \xrightarrow{S} -\sigma, \quad \mathbf{p} \xrightarrow{S} \mathbf{p},$$

因此

$$\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle \xrightarrow{S} -\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle。$$

等价地，在 P 变换下，$\sigma \to \sigma$，$\mathbf{p} \to -\mathbf{p}$，$\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle \to -\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle$，

假如在 β 衰变中宇称守恒，则我们应该有 $\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle = -\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle$. 即 $\langle \sigma \cdot \mathbf{p} \rangle = 0$；电子发射将是各向同性的。

实际上，电子的角分布是

$$4\pi I(\theta) = 1 + A \frac{\langle J_z \rangle}{J} \frac{v}{c} \cos\theta,$$

其中 J 是钴核的自旋，v/c 为电子的螺旋性 h（螺旋性 $h = \sigma \cdot \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$。是自旋沿运动方向的分量）。实验给出

$$A \approx -1 \tag{8.7}$$

这表明有宇称最大破坏，因为 $|A|$ 必须小于 1。根据对 β 衰变中宇称最大破坏的认识，我们得到一些美学上的好处。

这个实验以及在 1957 年所做的许多其它实验（见后面 8.6、8.7 节中 π，μ 和 Λ 的衰变）一起辉煌地证实了李和杨的建议，即弱相互作用中宇称一般说来并不守恒。

如前所述，对称性破坏与可测量性相联系着。在宇称破坏的情况下，显然左和右之间的绝对差别是可测量的。一个有趣的习题是为 Co^{60} 实验的进行程序设计出一套指令，使我们能够通知遥远星系上的居民，哪一边是他们的右手。

8.4 宇称破坏和中微子

现在自然要提出一个问题，为什么 β 衰变破坏宇称？在 β 衰变中是否存在某种可能引起宇称破坏的特殊情况？首先我们注意到，破坏宇称的方式是，吴实验的宇称变换实验（这

实验的结果是$\langle\sigma\cdot\mathbf{p}\rangle>0$）是不存在的实验所测的量是$\sigma\cdot\mathbf{p}$，对于单个粒子，这个量与前面定义的螺旋性$h$有关。

$$h=\frac{\sigma\cdot\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|},\tag{8.8}$$

它是自旋沿动量方向的投影。对于通常的自旋为1/2的粒子，例如质子，有两个自旋方向，因此波函数有两个分量。然而，自旋1/2粒子的狄拉克的相对论性理论预言一个四分量的波函数；另外两个分量对应于反粒子态，也有两个自旋方向。这四个态可以方便地取为本征值$h=\pm1$的螺旋性本征态，尽管我们知道物理质子的螺旋性为$\pm v/c$（v是它的速度）；换句话说，物理质子的波函数是$h=\pm1$的波函数的线性组合。把$h=+1$和$h=-1$分别称为右旋（R）态和左旋（L）态，则质子波函数写成

$$p=\begin{pmatrix}p_L\\p_R\\\bar{p}_L\\\bar{p}_R\end{pmatrix}。\tag{8.9}$$

这是一个由左旋质子、右旋质子、左旋反质子和右旋反质子组成的四分量“旋量”。在宇称变换下，左与右互换，但粒子与反粒子不变：

$$p_L\overset{P}{\longleftrightarrow}p_R,\quad \bar{p}_L\overset{P}{\longleftrightarrow}\bar{p}_R。\tag{8.10}$$

继吴实验后，李、杨、朗道（Landau）以及萨拉姆（Salam）提出了二分量中微子理论。按照这种理论，中微子波函数写成

$$\nu=\begin{pmatrix}\nu_L\\—\\—\\\bar{\nu}_R\end{pmatrix}。\tag{8.11}$$

换句话说，只存在左旋中微子和右旋反中微子；另外两个态不

存在。

显然，这种中微子的存在本身就破坏了宇称，因为在宇称运算下，

$$\nu_L \xrightarrow{P} -(\nu_R);\quad \bar{\nu}_R \xrightarrow{P} -(\bar{\nu}_L)。 \tag{8.12}$$

即中微子由存在的状态变换到不存在的状态[1]。这样，所有包含中微子的相互作用都不可避免地破坏宇称。

当然，中微子波函数也可以选择为具有另外两个分量的形式

$$\nu' = \begin{pmatrix} — \\ \nu_R \\ \bar{\nu}_L \\ — \end{pmatrix}, \tag{8.13}$$

但宇称仍将被破坏。这两种选择的取舍将由实验来决定。如果规定在中子 β 衰变时与电子一起发射的粒子是反中微子，

即

$$n \to p + e^- + \bar{\nu}, \tag{8.14}$$

则实验可以确定这个粒子是右旋还是左旋。这个实验（在下节讨论）表明（8.14）式中的反中微子是右旋的，而中微子是左旋的；正和（8.11）一样。

最后，有必要作三条评述：

1）把上述（8.14）反应中发射出来的中性粒子定义为反中微子，是为了保持第一章所讨论的轻子数守恒，并符合规定

$$L_e- = L_\nu = 1;\ L_e+ = L_{\bar{\nu}} = -1^*;$$

因此，若电子是轻子，则中微子也是轻子，而反中微子是反轻子。这纯粹是一种规定，但与电子同时发射的粒子究竟是右

1）或等价地说，变换到存在但不相互作用的状态。这两种说法没有本质上的差别，因为存在只有通过相互作用才能认识。

* 原式为 $L_e+ = -1$。——译者注

旋的还是左旋的则不是规定的。

2）二分量中微子理论和轻子数守恒定律一起暗示出中微子的静质量为零。这是因为，如果它有非零的静质量，中微子就不会以光速运动，在这种情况下我们就有可能赶过它；这时，我们将会看到一个左旋粒子变成一个右旋粒子，因为当观察者的速度超过中微子的速度时，中微子的动量改变了符号，但自旋不变号。 按照二分量理论， 这意味着当赶过中微子（ν_L）时我们看到的是一个反中微子（$\bar{\nu}_R$），而这违背轻子数守恒定律。因此，赶过中微子是不可能的，这表明中微子必定以光速运动，所以静质量为零[1]（实验给出 $m_{\nu_e} < 60\text{MeV}$）。

3）对 β 衰变中宇称破坏的这种解释并没有说明非轻子衰变 $K \to 2\pi$，$\Lambda \to p + \pi^-$ 等过程为什么破坏宇称。 这仍然是个相当大的谜。

8.5 中微子的螺旋性

如前所约，我们现在来研究中微子是左旋的实验证据，即

1）狄拉克方程可以写成（取 $c = 1$）

$$(E - \sigma \cdot \mathbf{P})u = mv,$$
$$(E + \sigma \cdot \mathbf{P})v = mu,$$

式中 u 和 v 都是二分量波函数，σ 是 2×2 的泡利矩阵。 对于零质量，上述方程组退耦 (decouple) 成

$$(E - \sigma \cdot \mathbf{P})u = 0,$$
$$(E + \sigma \cdot \mathbf{P})v = 0,$$

这两个方程称为 Weyl 方程。 它们的本征值方程是 $E^2 = \mathbf{P}^2$ 或 $E = \pm|\mathbf{P}|$（因为 $\sigma^2 = 1$）。这正是对零质量所期待的情况，解 $E = -|P|$ 被解释成对应于反粒子。按照螺旋性的定义 (8.8)，我们有

$$h_u = \frac{\sigma \cdot \mathbf{P}}{|\mathbf{P}|} u = \frac{E}{|\mathbf{P}|} u = \begin{cases} +u \text{ 粒子} \\ -u \text{ 反粒子}, \end{cases}$$

对于 v 的解，符号相反。对一个二分量零质量自旋为 1/2 的粒子，u 和 v 分别对应于两种选择 (8.13) 和 (8.11)。 在发现宇称破坏之前很久，Weyl 就发现了这些方程，但由于它们不满足宇称守恒，而没有引起人们的重视。

它的螺旋性 $h = -1$。这个实验是由戈德哈伯（Goldhaber）、格罗津（Grodzins）和森耶尔（Sunyar）做成的，情况大致如下。代替(8.14)，考察等价的反应

$$e^- + p \to n + \nu_e。$$

这正是K壳层电子被核A俘获时发生的反应

$$e^- + \underset{J=0}{A} \to \underset{J=1}{B^*} + \nu,$$

留下的是一个受激核 B^*。假定这两个核具有自旋0和1（如上面标出的），并假定 B^* 通过发射光子衰变到它的自旋为零的基态，

$$B^* \to B + \gamma。$$

通过共振道 B^*，总的反应是 $e^- + A \to B + \nu + \gamma$。可以证明，当光子和中微子沿相反方向离去时满足共振条件。

现在考虑 J_z 的守恒，并注意虽然光子自旋为1，但光子静质量为零，这意味着 $J_z = \pm 1$；而 $J_z = 0$ 的态不存在。取中微子的发射方向为 z 轴。若中微子是左旋的，则它的 $J_z = -1/2$，J_z 守恒要求作如下规定(见图 8.5(a))

$$\begin{array}{cccccc} & e^- & + & A & \to & B & + & \nu_L & + & \gamma, \\ J_z: & 1/2 & & 0 & & 0 & & -1/2 & & 1 \end{array}$$

因此光子有 $J_z = 1$ 但它沿负 z 轴方向运动；所以螺旋性是 -1，和中微子螺旋性相同。另一方面，如果中微子右旋（$h = 1$），则应有[见图 8.5(b)]

$$\begin{array}{cccccc} & e^- & + & A & \to & B & + & \nu_R & + & \gamma \\ J_z: & -1/2 & & 0 & & 0 & & 1/2 & & -1, \end{array}$$

即光子有正螺旋性——仍然与中微子的螺旋性相同。因此，不论是哪种情况下，测出光子的螺旋性就等于测量了中微子的螺旋性。

戈德哈伯等人相当巧妙地找到了具有上述要求自旋的核：Eu^{152} 有 $J^P = 0^-$，并在K俘获后给出激发的 1^- 态 Sm^{152}；

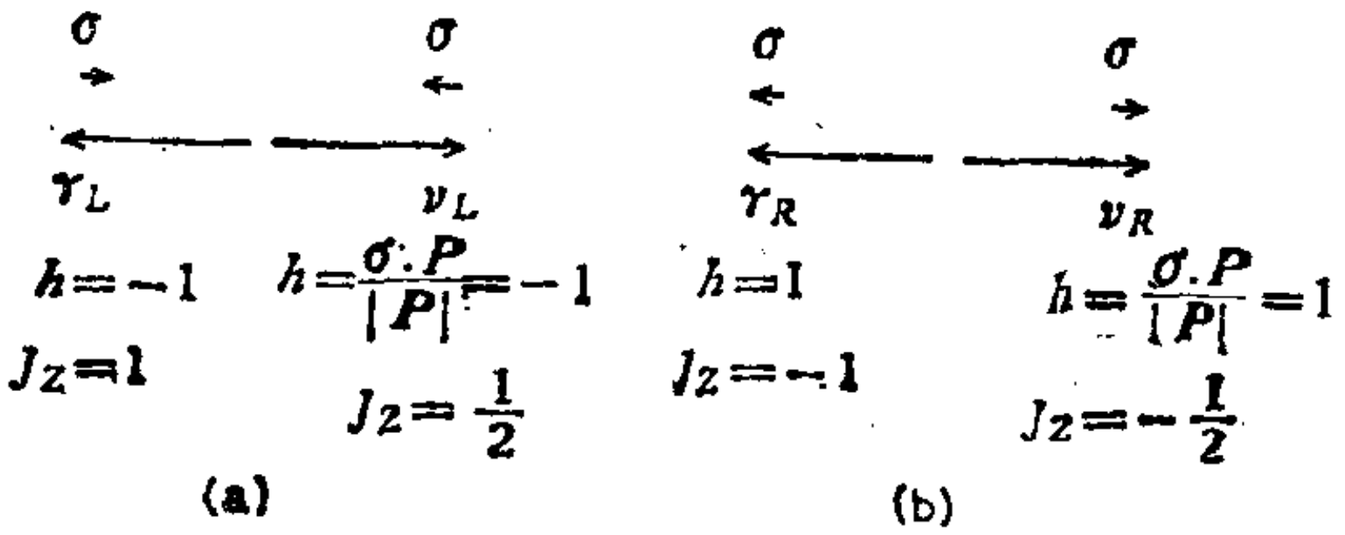


图 8.5　在确定中微子螺旋性的实验中，γ 和 ν 的发射情况

后者又衰变到 0^+ 基态*。实验结果表明，发射的光子有负的螺旋性，由此可见中微子也有负的螺旋性，即它是左旋的。

8.6　π-μ-e 衰变序列

正如上面指出的，核 β 衰变并不是观察到宇称破坏的唯一衰变。李和杨的建议具有普遍性，即预期弱相互作用应破坏宇称。在已做过的实验中有一个关于衰变序列

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu,$$

$$\mu^+ \to e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

的实验。如果在 π 衰变中宇称不守恒，则 $\sigma_\mu \cdot \mathbf{p}_\mu$ 可能不为零，即 μ 子可能是纵向极化的。事实上，若 ν_μ 左旋，为了保持动量守恒，μ^+ 也将是左旋的——见图 8.6。

μ 子在衰变之前将慢化并静止下来，而在适当的物质中慢化时它的自旋方向不会改变。这样，我们就有了一个静止的极化 μ 子源。如果在 μ^+ 衰变中宇称也不守恒，则 $\langle \sigma_\mu \cdot \mathbf{p}_e \rangle$ 的值将不为零，即相对于原来 μ^+ 动量的正电子分布是前后不对称的。弗里德曼（Friedman）、特莱吉（Telegdi）、加文（Garwin）、莱德曼（Lederman）和温里克（Weinrich）仅在 β 衰变的结果知道以后几天就观察到这种不对称。这些结果证

---

* 原文为 1^+ 基态。——译者注

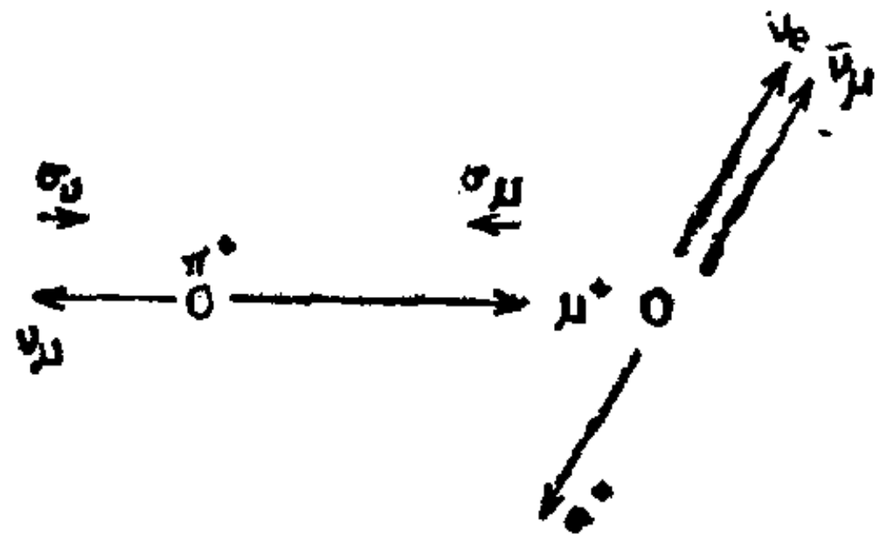


图 8.6　π-μ-e 衰变序

明，在 $\pi \to \mu\nu$ 和 $\mu \to e\bar{\nu}\nu$ 两个衰变中宇称都不守恒。

8.7　Λ 的非轻子衰变

Λ 的主要衰变方式

$$\Lambda \to p + \pi^-$$

提供了（除 $K^+ \to 3\pi$ 外）可以检验宇称破坏的另一个非轻子衰变的例子。事实上，用下面的推理就证明了宇称破坏。

Λ 和 p 的自旋都是 1/2，所以末态轨道角动量可以是 $l = 0$ 或 $l = 1$。这些态有不同的宇称，但若衰变破坏宇称，则两者都是允许的。我们称 $l = 0$ 的态为 s 波态，$l = 1$ 的态为 p 波态。任意假定 Λ 的 $J_z = 1/2$，则末态也应是 $J_z = 1/2$。如果末态的 $l = 0$，则波函数为

$$\psi_s = a_s Y_0^0 \psi(1/2, 1/2), \tag{8.15}$$

式中

a_s 是 s-波衰变振幅，

Y_0^0 是 $l = 0$，$m = 0$ 的轨道波函数，

$\psi(1/2, 1/2)$ 是 $s = 1/2$，$m = 1/2$ 的质子自旋波函数。

若 $l = 1$，则 p 波末态波函数是

$$\psi_p = a_p[c_1 Y_1^1 \psi(1/2, -1/2) + c_2 Y_0^1 \psi(1/2, 1/2)],$$

式中符号与（8.15）式中的符号意义相同；c_1 和 c_2 为克莱布施-高登系数，与方程（3A.25）比较，$c_1 = \sqrt{2/3}$，$c_2 =$

$-\sqrt{1/3}$。Y_m^l 为球谐函数，且

$$Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_0^1 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta, \quad Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta^{i\varphi},$$

因此，

$$\psi_s = \frac{a_s}{\sqrt{4\pi}}\psi(1/2, 1/2),$$

$$\psi_p = \frac{-a_p}{\sqrt{4\pi}}[\sin\theta e^{i\varphi}\psi(1/2, -1/2) + \cos\theta\psi(1/2, 1/2)]。$$

末态波函数是

$$\psi = \psi_s + \psi_p = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}[(a_s - a_p\cos\theta)\psi(1/2, 1/2) - a_p\sin\theta e^{i\varphi}\psi(1/2, -1/2)],$$

利用 $\psi(1/2, 1/2)$ 和 $\psi(1/2, -1/2)$ 的正交性，得出强度分布为

$$\psi^*\psi \propto |a_s - a_p\cos\theta|^2 + |a_p|^2\sin^2\theta$$
$$= |a_s|^2 + |a_p|^2 - 2Re(a_s a_p^*)\cos\theta。$$

这个表示式具有 $1 + \alpha\cos\theta$ 的形式，这里

$$\alpha = -\frac{2Re(a_s a_p^*)}{|a_s|^2 + |a_p|^2} \tag{8.16}$$

是衰变的不对称(或上/下)参数。θ 为 π^- 的动量和 Λ 自旋之间的夹角。由于在实际情况中 Λ 并不是完全极化的，所以角分布将是

$$1 + \alpha P\cos\theta,$$

式中 P 为 Λ 的横向极化。现在的 θ 实际上是末态 π^- 的方向与 Λ 产生平面的夹角，如图 8.7 所示。这个产生平面由产生反应

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^0$$

中 Λ 的方向和初态 π^- 的方向所确定。显然，在宇称变换下，

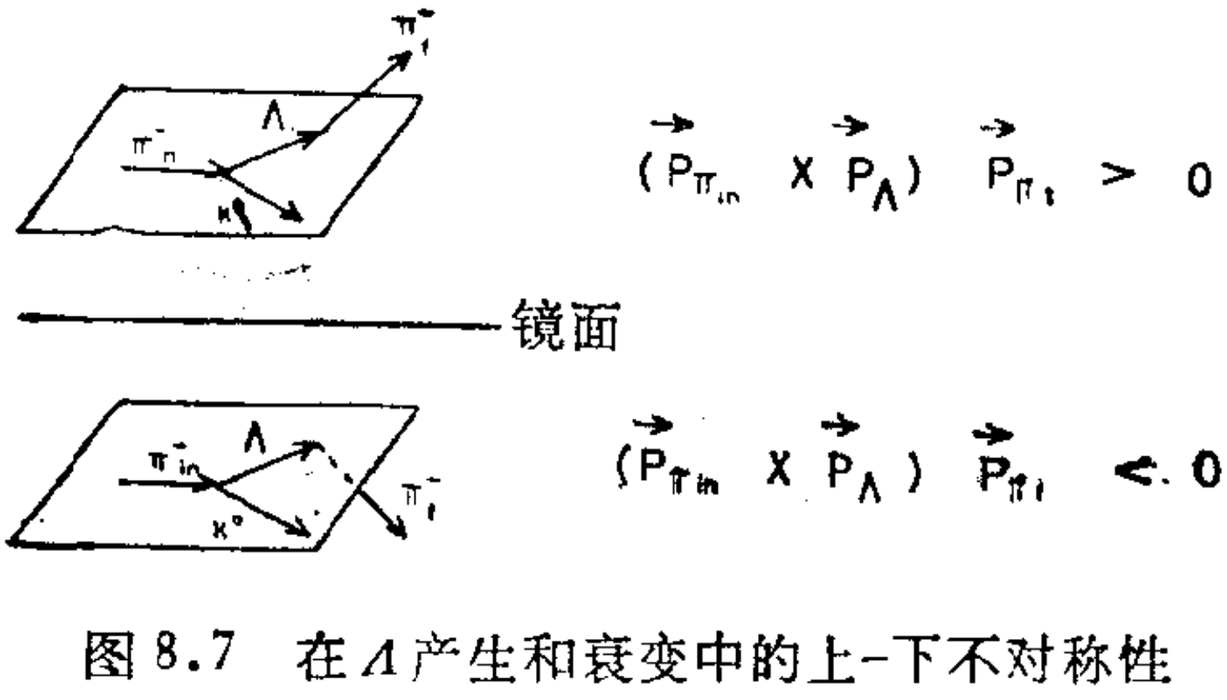


图 8.7　在 Λ 产生和衰变中的上-下不对称性

三个动量的乘积变号；参看图 8.7，显而易见，如果“向上”衰变比“向下”衰变多，则在镜中看到的衰变与原衰变不同，即宇称被破坏了。克拉福特（Crawford）等人、艾斯勒（Eisler）等人以及阿戴尔（Adair）和利普纳(Leipuner）所做的 Λ 衰变的早期实验给出 $\alpha P \approx +0.7$，证实了宇称破坏。

有关 Λ, Σ 和 Ξ 自旋的注释

李和杨曾证明，如果在上述衰变中 Λ 的自旋为 s，则

$$|\alpha\bar{P}| \leqslant \frac{1}{2s}, \tag{8.17}$$

式中 $\bar{P}$ 为 P 的平均值。对于 $s = 1/2$，(8.17)式给出 $|\alpha\bar{P}| \leqslant 1$，而对于 $s = 3/2$，$|\alpha\bar{P}| \leqslant 1/3$。上述 $\alpha\bar{P}$ 的实验值$\sim$0.7 清楚地说明 Λ 的自旋为 1/2。此外，实验已证明

$$\alpha\bar{P}(\Sigma^+ \to p + \pi^0) = 0.75 \pm 0.17,$$

$$\alpha\bar{P}(\Xi^- \to \Lambda + \pi^-) = 0.52 \pm 0.26^*,$$

这表明 Σ^+ 的自旋为 1/2，而 Ξ^- 大概也是这样。

应当指出，这并不是确定 Λ, Σ 和 Ξ 自旋的唯一方法，但李、杨定理优于其它方法之处在于它与 π 和 K 的自旋无关，而在其它方法中则必须假定 π 和 K 的自旋为零。事实上，我们

---

* 原文为 $P(\Xi^- \to \Lambda + \pi^-) = 0.52 \pm 0.26$。——译者注

完全确信 Λ，Σ 和 Ξ 的自旋都是 1/2。

8.8 β 衰变中 CP 守恒

在 2.13 节中曾定义过电荷共轭算符 C，它使粒子与反粒子互换而不改变其螺旋性。因此，作用于 (8.9) 式旋量 p，有以下结果

$$P_L \overset{C}{\longleftrightarrow} \bar{P}_L; \quad P_R \overset{C}{\longleftrightarrow} \bar{P}_R。$$

所以，中微子波函数 (8.11) 式变换为

$$\nu_L \xrightarrow{C} -(\bar{\nu}_L); \quad \bar{\nu}_R \xrightarrow{C} -(\nu_R),$$

即变到一个不存在的状态，因此我们预期 β 衰变破坏 C。正象它提供了一个个可区分左和右的方法一样，它也提供了一个区分粒子和反粒子的方法。

习题 直接验证，在 Co^{60} 试验中，把粒子换成反粒子将使 $\langle \sigma \cdot \mathbf{P} \rangle$ 变号。

然而，C 和 P 的组合运算却给出

$$\nu_L \overset{CP}{\longleftrightarrow} \bar{\nu}_R^{*},$$

两者都存在。这暗示 β 衰变中 CP 守恒；事实上，与实验完全一致的现有衰变理论都是 CP 守恒的。即就左↔右、粒子↔反粒子的变换来说，吴的实验看起来将是全同的，

$$\langle \sigma \cdot \mathbf{P} \rangle \xrightarrow{CP} \langle \sigma \cdot \mathbf{P} \rangle;$$

亦即在 CP 变换前后，电子的优先发射方向都朝后。

这就有一个推论，即 Co^{60} 实验不能同时用来定义左和右以及粒子和反粒子。通常需要固定一个之后再确定另一个。因此，当我们通过 Co^{60} 实验与银河系远方的居民通讯时，如果他们相对于我们碰巧是由反物质构成的，则我们定义为右的

---

* 原文为 $\nu_L \overset{CP}{\longleftrightarrow} \nu_R$。——译者注

一方，对他们将是左方。

本章开始讨论了 θ 和 τ 衰变（K 衰变）中宇称破坏的可能性。然后证明了 β 衰变（以及另一些衰变）破坏宇称，但保持 CP 不变。于是合乎逻辑的是回到 K 衰变，需要回答的问题是，它们是否也有 CP 守恒？这就需要发展 K 介子的理论，而这将是下一章的主题。

补充读物

[1] Lee, T. D. Nobei prize lecture 1957, in *Nobel Lectures*; *Physics* 1942—1962, Elsevier, 1964.

[2] Lee, T. D. and C. N. Yang, "Parity Nonconservation and a Two-component Theory of the Neutrino", *Physical Review* **105**, 1671(1957).

[3] Lee, T. D. and C. N. Yang, "Question of Parity Conservation in Weak Interactions", *Physical Review* **104**, 254 (1956).

[4] Wu, C. S., E. Ambler, R. Hayward, D. Hoppes and R. Hudson, "Experimental Test of Parity Conservation in Beta Decay", *Physical Review*, **105**, 1413(1957).

[5] Wu, C. S., Beta Decay", in *Weak Interactions and High Energy Neutrino Physics*, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", course 32, Academic Press, 1966.

第九章　K介子衰变和宇称破坏

由于发现了宇称破坏，迫使物理学家们竭力考察其它的分立对称性，想知道它们当中有哪些（如果有的话）仍保持不受破坏。在上一章中已经看到，二分量中微子理论意味着不仅 P 破坏而且 C 也破坏，但 CP 却守恒。那么 T 的情况如何？（回顾第二章，因为 T 将波函数变成其复共轭函数，所以不存在与 T 不变性相联系的守恒量子数。正因为这样，从实验上检验 T 不变性要比检验 P 或 C 不变性困难些。）在这些研究中最值得注意的分枝是所谓的 CPT 定理。这个定理是由施温格（Schwinger）、吕德斯（Lüders）和泡利证明的，它在任何分立对称性的讨论中都起着重要的作用。本章先描述 CPT 定理，接着讨论盖尔曼和派斯提出的 K 衰变理论。这个理论使我们能够确定 K 衰变是否也象 β 衰变一样，CP 守恒。结果表明，绝大多数 K 衰变 CP 守恒，但少数不守恒。本章末尾概述了至今尚未解决的 K 衰变中的 CP 破坏问题。

9.1　CPT 定理

顾名思义，CPT 定理涉及到 CPT 连乘积的变换，即改变 $\mathbf{r} \to -\mathbf{r}$，$t \to -t$ 和粒子$\longleftrightarrow$反粒子。这个定理是说，假定只考虑定域相互作用，任何满足狭义相对论的量子场论，自动地在 CPT 变换下不变。

因此，所有的相互作用，甚至弱相互作用，在 CPT 变换下都是不变的。显然，这个定理的含义是 CPT 乘积运算比 C，P 和 T 中任何一个单独的运算都更为基本。如果实验上发现了 CPT 不变性遭到破坏的证据，其影响将比 C，P 和 T 不变

性分别受到破坏的影响(虽然它们看来会有影响!)更为深远。因为它将动摇量子场论的基础。

CPT 定理的一个推论是，如果一个相互作用在 C，P 或 T 变换之一下不变，则它在另外两个的乘积变换下也一定不变；同样地，如果相互作用在其中一个的变换下是非不变的，则在另外两个乘积的变换下，也一定是非不变的。因此，β 衰变破坏 P 的事实意味着它破坏 CT；而它在 CP 变换下的不变性则暗示着它在 T 变换下也不变，即它不能区分时间的前后流向。β 衰变在 T 变换下的不变性意味着费米和盖莫夫(Gamow)-特勒（Teller）耦合常数（见 10.2 节）的相位相差 180°。实验测得的相位差为 $180° - (1.3 \pm 1.3)°$。衰变 $\Lambda \to p + \pi^-$ 看来也是 T 不变的；T 不变性的条件是 s 波和 p 波的振幅同相位，而实验上测得的相位差为 $2.8° \pm 4°$。下面我们将讨论 K 衰变的 CP（因而 T）不变性问题。

CPT 定理的另一个重要推论是，粒子与反粒子有相同的质量和寿命。正如可以预料的，这也是 C 不变性(如果它是精确的)的一个简单推论；但这个推论也可由 *CPT* 不变性得出，这表明 C 不变性破缺(例如 β 衰变)并不意味着破坏这种相等性。这种相等性是否成立给 *CPT* 定理提供了一个最好的检验。实验证据可概述如下：

a) e^+ 和 e^- 质量相等(误差在 $1/10^5$ 之内)——这是对于电磁相互作用 *CPT* 的一个检验。K^+ 和 K^-，π^+ 和 π^- 的质量相等（误差在 $1/10^3$ 之内）则为强相互作用 *CPT* 不变性提供了证据。但对 *CPT* 的最好检验是测量 K^0 和 $\overline{K^0}$ 的质量差。这个质量差不能直接测出，但它肯定小于 K_L^0 和 K_S^0 的质量差(见下文)，实验给出

$$\frac{m(K^0) - m(\overline{K^0})}{m(K)} \leqslant \frac{m(K_L^0) - m(K_S^0)}{m(K)} = 0.71 \times 10^{-14}。$$

这是一个非常严格的限制，这一实验证据表明强、电磁和弱相互作用在 CPT 下的不变性以很高的精确度成立。

b）实验表明，粒子和反粒子，$\mu^{\pm}$，$\pi^{\pm}$ 和 $K^{\pm}$，的寿命相差不到万分之五。

c）CPT 不变性还意味着 e^+ 和 e^-，μ^+ 和 μ^- 的磁矩大小相等，方向相反，实验测得的差值为

$$|\mu(\mu^+)| - |\mu(\mu^-)| = (-1.2 \pm 1.6) \times 10^{-6};$$

$$|\mu(e^+)| - |\mu(e^-)| = (1.6 \pm 2.2) \times 10^{-5*}。$$

总之，还没有发现 CPT 不变性的破坏。

9.2 中性 K 介子的盖尔曼-派斯理论

现在回过来讨论 K 衰变。我们已经认识到，θ 衰变破坏 P，而 τ 衰变 P 守恒。另外，在上一章曾看到

$$\theta^+ = \tau^+ = K^+。 \tag{9.1}$$

θ 和 τ 衰变只不过是 K^+ 衰变的 2π 方式和 3π 方式。试问，θ^0 和 τ^0 是什么？

$$\left.\begin{matrix}\theta^0\\ \tau^0\end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix}K^0\\ \overline{K^0}\end{matrix}\right\}? \tag{9.2}$$

按照 $|\Delta S| = 1$ 的定则，K^0 和 $\overline{K^0}$ 都可衰变成 π 介子，因此，对如何选择 θ^0 和 τ^0 就有一些灵活性。1955 年，还在人们认识到 θ 衰变破坏宇称（和电荷宇称——见下文）之前，盖尔曼和派斯就已研究过这个问题。实际上，他们假定 K 衰变 C 守恒，但这对于他们的主要论证并不是必不可少的。他们的主要论证如下。

考虑粒子 K^0 和 $\overline{K^0}$，由于它们的奇异数分别是 $S = 1$ 和 $S = -1$，所以它们互为反粒子。为了比较，考虑中子和反中

---

* 原文为 10^5。——译者注

子，n 和 $\bar{n}$。它们也是电中性的，有 $B=1$ 和 $B=-1$，并且互为反粒子。然而，这两种情况有着严格的差别；B 是一个绝对守恒的量子数，而 S 仅在强相互作用和电磁相互作用中守恒。弱相互作用引起 $|\Delta S|=1$ 的衰变

$$K^0 \to 2\pi,\quad \overline{K_0} \to 2\pi。$$

另外，第二个过程的逆过程

$$2\pi \to K^0,$$

也应是可能的，至少作为虚过程是如此(因为它是吸能反应)，它与第一个衰变结合起来给出总的转换

$$K^0 \to 2\pi \to \overline{K^0},$$

$\uparrow$

虚过程

即 $K^0 \longleftrightarrow \overline{K^0}$；粒子和反粒子通过弱相互作用混合起来。相反，中子和反中子绝不能混合，因为它们的 B 值不同，而绝没有改变 B 的相互作用。

$$\begin{array}{ccc} K^0 & \leftrightarrow & \overline{K^0} \\ S=1 & \sim & S=-1 \end{array} \quad ; \quad \begin{array}{cc} n & \not\leftrightarrow \bar{n} \\ B=1 & B=-1 \end{array}$$

弱相互作用

这种观察构成了盖尔曼-派斯理论的基础。

现在考虑这种混合对于 K 衰变到 π 介子的影响。设 $K^0 \to 2\pi$ 的振幅为 A，则由 CPT 定理得出 $\overline{K^0} \to 2\pi$ 的振幅为 $-A$。通过简单的相加和相减，得到表 9.1 中的混合态衰变成 2π 的振幅为 $\sqrt{2}\,A$ 和 0；换句话说，存在两种混合，一种衰变成 2π。而另一种则不然(读者可以回忆一下，量子论的基本假设是，采用振幅 A 相加而不是几率 $|A|^2$ 相加。这通常称为叠加原理，它说明粒子具有波一样的特性)。因此，定义

$$K_1^0 = \sqrt{1/2}(K^0 - \overline{K^0}), \tag{9.3}$$

$$K_2^0 = \sqrt{1/2}(K^0 + \overline{K^0}), \tag{9.4}$$

我们看到

$$K_1^0 \to 2\pi, \quad K_2^0 \not\to 2\pi。 \tag{9.5}$$

由于 2π 是 K 介子最容易得到的衰变方式，所以 (9.5) 式暗示 K_1^0 的寿命短，而 K_2^0 的寿命长。K_2^0 将通过其它的方式，主要是 3π，但因相空间较小，所以衰变的时间较长，

$$\tau_{K_1^0} \ll \tau_{K_2^0}。$$

这个对 K 介子衰变有两种不同寿命的预言是盖尔曼和派斯得出的主要结果。(9.3) 和 (9.4) 式可反过来写成

$$K^0 = \sqrt{1/2}(K_1^0 + K_2^0), \tag{9.6}$$

$$\overline{K^0} = \sqrt{1/2}(K_2^0 - K_1^0)。 \tag{9.7}$$

由 (9.3) 式和 (9.4) 式可知，K_1^0 和 K_2^0 是不同的态，但它们不是粒子和反粒子。它们没有确定的 S 值，但这无关紧要，因为弱相互作用 S 不守恒。因此，通过弱相互作用衰变的态不需要是 S 的本征态。重要的是，K_1^0 和 K_2^0 是（通过弱相互作用）

表 9.1

衰　　变	振　　幅
$K^0 \to 2\pi$	A
$\overline{K^0} \to 2\pi$	$-A$
$\sqrt{1/2}\,(K^0 - \overline{K^0}) \to 2\pi$	$\sqrt{2}\,A$
$\sqrt{1/2}\,(K_0 + \overline{K^0}) \to 2\pi$	0

衰变的态，而 K^0 和 K^0 是（通过强相互作用）产生的态。这些具有确定寿命的（衰变）态并不是具有确定奇异数的（产生）态，而是它们的线性混合。

这样的结论是非常有趣的，更不用说它是多么奇特。我们考虑通过 π—p 散射产生的 K^0。

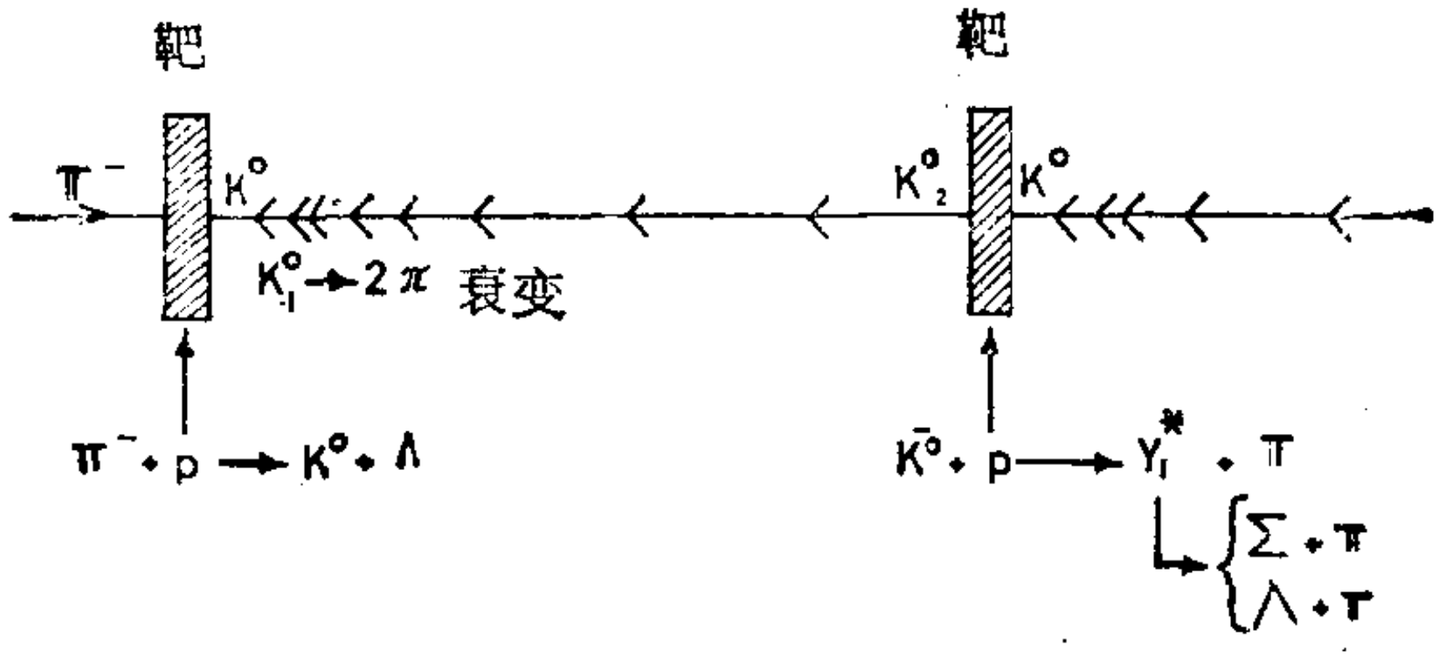


图 9.1　K^0 到 $\overline{K^0}$ 的转换和从 K_2^0 束中再生 K_1^0

$$\pi^- + p \to \Lambda + K^0$$
$$\hookrightarrow \sqrt{1/2}(K_1^0 + K_2^0)$$

这里已利用 (9.6) 式把 K^0 表示成 K_1^0 和 K_2^0。现在 K_1^0 分量从束流中消失而衰变成 2π，如图 9.1 所示。在远离 K^0 源的路上，大部分 K_1^0 分量已衰变掉，而束流几乎是纯的长寿命的 K_2^0。由 (9.4) 式可知，这意味着粒子束将是 K^0 和 $\overline{K^0}$ 的等量混合，而在束流刚产生时却是纯的 K^0。这意味着，K^0 已经部分地转换成 K^0。这个预言可以作为对于理论的决定性检验。由于 $\overline{K^0}$ 可以通过反应

$$\overline{K^0} + p \to Y_1^* + \pi \qquad (9.8)$$
$$\hookrightarrow \begin{cases} \Sigma + \pi \\ \Lambda + \pi \end{cases}$$

来探测，因此，如果束流中有 $\overline{K^0}$，则当把第二个靶放在束流中时，上述反应就会发生。注意，Y_1^* 不能由 K^0 产生，因为奇异数不对；于是探测到 $(\Sigma + \pi)$ 或 $(\Lambda + \pi)$ 就证明束流中有 $\overline{K^0}$。派斯和佩香尼 (Piccioni) 提出的这一检验，已在伯克利 (Berkeley) 液氢气泡室的末态衰变粒子的探测中得到肯定的证明。

由于反应 (9.8)，在通过第二个靶以后 $\overline{K^0}$ 已被吸收掉，束流又变成纯的 K^0。由(9.6)式可知，K^0 是 K_1^0 和 K_2^0 的等量混

合。换句话说，K_1^0已从纯K_2^0束中再生。和前面一样，现在K_1^0分量又开始衰变，因此在远离第二个靶的地方束流又变成纯K_2^0。在真空中衰变使K^0转换成$\overline{K^0}$，而通过物质介质由K_2^0再生出K_1^0。这种转换和再生可以无止境地继续下去，当然，束流的强度将不断减小。

值得强调的是，这个理论之所以如此引人注意是因为，它是非常直接地由量子力学的叠加原理得出来的。因此，它的实验验证可以看成是量子理论最生动的证明之一。

9.3 K介子干涉量度学和K_1-K_2质量差

让我们定量地分析上述转换过程。如果K_1^0的寿命是τ_1，则相应的衰变宽度是$\Gamma_1 = \hbar/\tau_1$，在“自然”单位中$\hbar = 1$，因此$\Gamma_1 = 1/\tau_1$；K_1^0介子在t时刻的波函数与它在$t = 0$时刻的波函数有以下关系

$$\psi(K_1, t) \propto \psi(K_1, 0) e^{-1/2\Gamma_1 t}。$$

因为有1/2，于是在t时刻后发现K_1介子的几率是

$$P = |\psi(K_1, t)|^2 \propto \exp(-\Gamma_1 t)|\psi(K_1, 0)|^2。$$

如果K_1^0介子的静质量是m_1，则上式应改写成

$$\psi(K_1, t) = \psi(K_1, 0) e^{(-im_1 - 1/2\Gamma_1)t},$$

这个质量恰好引起波函数振荡。同样，在t时刻发现K_2的振幅为

$$\psi(K_2, t) = \psi(K_2, 0) e^{(-im_2 - 1/2\Gamma_2)t}。$$

实验上测得

$$\tau_1 \sim 10^{-10}\text{sec}, \quad \tau_2 \sim 5 \times 10^{-8}\text{sec},$$

因此，

$$\Gamma_1 \sim 10^{10}\text{sec}^{-1} \sim 6.6 \times 10^{-6}\text{eV},$$

$$\Gamma_2 \sim 2 \times 10^{7}\text{sec}^{-1} \sim 1.2 \times 10^{-8}\text{eV},$$

$$\Gamma_1 \approx 500\Gamma_2。$$

以上由时间倒数转换成能量是乘了普朗克（Planck）常数 $\hbar$（$\hbar = 1.05 \times 10^{-34}$joul · sec $= 6.58 \times 10^{-16}$eV · sec）得到的。

表 9.2

	强相互作用的 K 介子		弱相互作用的 K 介子	
	K^0	$\bar{K}^0$	K_1^0	K_2^0
S	1	−1	—	—
τ(sec)	—	—	8×10^{-11}	5×10^{-8}

根据 (9.7) 式，在 t 时刻发现 $\bar{K}^0$ 的振幅为

$$\begin{aligned}\psi(\bar{K}^0, t) &= \sqrt{1/2}[\psi(K_2, t) - \psi(K_1, t)] \\ &= \sqrt{1/2}[\psi(K_2, 0)e^{(-im_2-1/2\Gamma_2)t} \\ &\quad - \psi(K_1, 0)e^{(-im_1-1/2\Gamma_1)t}]。\end{aligned} \tag{9.9}$$

现在假定在 $t = 0$ 时刻 K^0 从反应*$\pi^- + p \to K^0 + \Lambda$ 中产生出来，如图 9.1 所示，因为 K^0 是 K_1 和 K_2 的等量混合，所以

$$\psi(K_1, 0) = \psi(K_2, 0) = \psi_0;$$

这样由 (9.9) 式得

$$\psi(\bar{K}^0, t) = \frac{\psi_0}{\sqrt{2}}[e^{(-im_2-1/2\Gamma_2)t} - e^{(-im_1-1/2\Gamma_1)t}],$$

而在 t 时刻发现 $\bar{K}^0$ 的几率为**

$$\begin{aligned}P(\bar{K}^0, t) &= |\psi(\bar{K}^0, t)|^2 \\ &= \frac{|\psi_0|^2}{2}[e^{-\Gamma_2 t} + e^{-\Gamma_1 t} - 2Re\, e^{(-im_2+im_1)t}e^{-1/2(\Gamma_1+\Gamma_2)t}] \\ &= \frac{|\psi_0|^2}{2}[e^{-\Gamma_2 t} + e^{-\Gamma_1 t} - 2\cos(\Delta m t)e^{-1/2(\Gamma_1+\Gamma_2)t}],\end{aligned} \tag{9.10}$$

式中 $\Delta m = m_2 - m_1$，并且已用了公式 $|x + y|^2 = |x|^2 +$

---

* 原文为反应 $\pi^- \to K^0 + \Lambda$。——译者注

** 原式第二、三行括号中第三项前为正号。——译者注

$|y|^2 + 2Re(x^*y)$。（9.10）式是两个按指数减少的项与一个包含 Δm 的干涉项之和。对于具有 τ_1 数量级的时间，括号中的函数画在图 9.2 中。可以看出，束流中 $\overline{K^0}$ 介子的数目灵敏地依赖于 Δm。这个数目可以由放在离 K^0 生成点不同距离的靶(如图 9.1 所示)所吸收的束流来确定。用这种方法可以求出 Δm 的值。[(9.10)式只依赖于Δm 的大小，而与 Δm 的符号无关。]实验值有些分散，但它们的数量级是 $|\Delta m| \sim 0.5\Gamma_1$。彼柯辛尼（Piccioni）以及古德（Good）等人做了一个更复杂的干涉实验，不仅测量 Δm 的大小，而且也测量 Δm 的符号。李和吴对所有的实验结果给出一个平均值

$$\Delta m = (0.5 \pm 0.1)\Gamma_1 \approx 10^{-5}\text{eV}, \qquad (9.11)$$

因此 K_2 比 K_1 重。最后再重复一遍，因为 K_1 和 K_2 不是粒子和反粒子，所以它们不需要有相同的质量。它们的质量不同是由于它们的衰变方式不同。

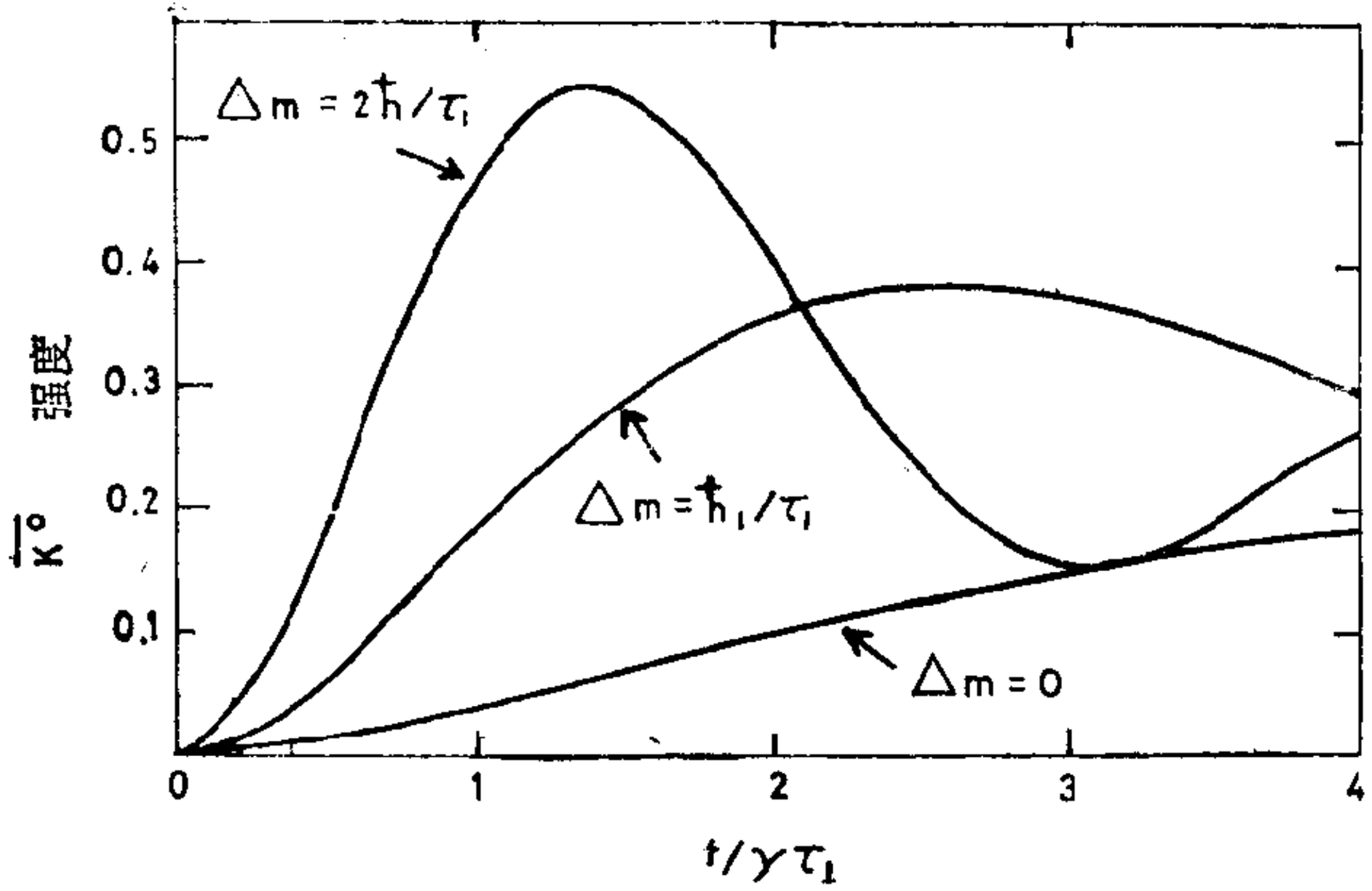


图 9.2　在一个初始是 K^0 的束中，$\overline{K^0}$ 的强度作为飞行时间的函数。

9.4　K_1–K_2 质量差作为 $|\Delta S| = 1$ 选择定则的证据

如果弱相互作用服从 $|\Delta S| = 1$，则 K^0—$\overline{K^0}$ 混合至少是

一个二级效应。例如，通过 2π 中间态 $K^0 \longleftrightarrow 2\pi \longleftrightarrow \overline{K^0}$。每一个 $|\Delta S| = 1$ 的弱过程的强度为 $0.1G$，这里 $G \sim 10^{-5} m_p^{-2}$ 是 $\Delta S = 0$ 过程的弱耦合常数。在这种情况下，预期质量差将有如下的数量级

$$|\Delta m| \sim m_K^5 (0.1G)^2 \sim 10^{-4}\text{eV},$$

式中引进 m_K 是为了得到质量的量纲。这个估计确实与(9.11)式很接近。

另一方面，如果弱相互作用有一个 $\Delta S = 2$ 的分量，则 $K^0 \longleftrightarrow \overline{K^0}$ 混合可作为一级效应出现。而质量差估计将是

$$|\Delta m| \sim m_K^3 (0.1G) \sim 140\text{eV};$$

它比实验值大好几个数量级。这是弱相互作用没有 $\Delta S = 2$ 分量的最好证据。这个论证是由奥孔（Okun'）和庞捷柯夫（Pontecorvo）提出的。

9.5 K 衰变中 CP 不变性的推论

算符 C 定义为

$$CK^0 = \overline{K^0}, \quad C\overline{K^0} = K^0。$$

根据(9.3)式和(9.4)式可得

$$CK_1^0 = -K_1^0, \quad CK_2^0 = K_2^0。 \tag{9.12}$$

由于 K^0 和 $\overline{K^0}$ 宇称都为负，

$$PK^0 = -K^0, \quad P\overline{K^0} = -\overline{K^0},$$

因而 K_1^0 和 K_2^0 的宇称也都为负，

$$PK_1^0 = -K_1^0, \quad PK_2^0 = -K_2^0。 \tag{9.13}$$

联合(9.12)式和(9.13)式，得到

$$CPK_1^0 = K_1^0, \tag{9.14}$$

$$CPK_2^0 = -K_2^0。 \tag{9.15}$$

即 K_1^0 和 K_2^0 是本征值为 $+1$ 和 -1 的 CP 本征态。

现在来看 π 介子。先考虑轨道角动量为 l 的 2π 态

$(\pi^+\pi^-)$。我们有

$$P(\pi^+\pi^-) = (-1)^l(-1)^l(\pi^+\pi^-) = (-1)^l(\pi^+\pi^-),$$

因为 C 使 π^+ 和 π^- 互换，所以

$$C(\pi^+\pi^-) = (\pi^-\pi^+) = (-1)^l(\pi^+\pi^-)。$$

由此得出

$$CP(\pi^+\pi^-) = (-1)^{2l}(\pi^+\pi^-) = +(\pi^+\pi^-)。 \quad (9.16)$$

再考虑 $(\pi^+\pi^-\pi^0)$ 态，其中 π^+ 和 π^- 之间的角动量为 l，π^0 和 π^+，π^- 质心之间的角动量为 l'（参看图 8.1）。我们有

$$\begin{aligned} P(\pi^+\pi^-\pi^0) &= (-1)^3(-1)^{l+l'}(\pi^+\pi^-\pi^0) \\ &= (-1)^{l+l'+1}(\pi^+\pi^-\pi^0), \\ C(\pi^+\pi^-\pi^0) &= (\pi^-\pi^+\pi^0) \\ &= (-1)^l(\pi^+\pi^-\pi^0), \\ CP(\pi^+\pi^-\pi^0) &= (-1)^{2l+l'+1}(\pi^+\pi^-\pi^0) \\ &= (-1)^{l'+1}(\pi^+\pi^-\pi^0)。 \end{aligned}$$

因为 K 的自旋为零，所以在衰变 $K \to 3\pi$ 中 l 和 l' 最可能的值为 $l = l' = 0$（实际上，K 的自旋就是这样推断出来的，因为 $K \to 3\pi$ 的达利兹图暗示 $l = l' = 0$，见 8.1 节）。在这种情况下，

$$CP(\pi^+\pi^-\pi^0)_{l=l'=0} = -(\pi^+\pi^-\pi^0)_{l=l'=0}。 \quad (9.17)$$

这些结果总结在表 9.3 中。

如果在 K 衰变中 CP 守恒（如同在 β 衰变中一样），则衰变只允许在具有相同 CP 本征值的态之间进行，即

表 9.3

	P	C	CP
K_1^0	−	−	+
K_2^0	−	+	−
$(\pi^+\pi^-)l = 0$	+	+	+
$(\pi^+\pi^-\pi^0)l = l' = 0$	−	+	−

$$K_1^0 \to 2\pi,\quad K_2^0 \to (3\pi)_{l=l'=0}。 \tag{9.18}$$

特别是，衰变

$$K_2^0 \to 2\pi \text{ 严格禁戒。} \tag{9.19}$$

参考图 9.1，如果在远离 K^0 源的地方察看，将观察不到 2π 衰变。直到 1964 年都没人观察到，于是人们确信 K 衰变(事实上，所有的弱相互作用) CP 守恒。

值得注意的是，由 (9.18) 式可见，(9.2) 式的答案是

$$\theta^0 = K_1^0,\quad \tau^0 = K_2^0, \tag{9.20}$$

θ^0 和 τ^0 是不同的粒子，而 θ^+ 和 τ^+ 是相同的粒子 K^+ [(9.1) 式]。这就使得李和杨对 θ–τ 之谜的分析变得更为曲折。他们建议的全部力量在于，θ 和 τ 是相同的粒子，因而宇称不守恒。可是我们现在看到，虽然 θ^0 和 τ^0 有相同的自旋和宇称，但它们却没有相同的 CP 值。并且它们也没有相同的质量，这是因为在质量和衰变方式之间存在着联系。所以事情并不象我们在上一章中所理解的那样简单。

9.6 在 $K_1^0 \to 2\pi$ 衰变中的 $\Delta I = 1/2$ 定则

回忆一下，在第五章*中，我们曾设想出 $\Delta I = 1/2$ 规则以解释为什么衰变 $K^+ \to \pi^+\pi^0$ 比 $K_1^0 \to 2\pi$ 慢得多。现在可以用这一规则来计算 $K_1^0 \to \pi^0 + \pi^0$ 和 $K_1^0 \to \pi^+ + \pi^-$ 的相对衰变率，并与实验比较。

2π 态的 $l = 0$，所以空间波函数是对称的。π 介子没有自旋，因此没有自旋波函数。于是广义泡利原理要求它有对称的同位旋波函数，即(见 (3A.28) 式下的评述) $I = 0$ 或 2。由于 K_1^0 的 $I = 1/2$，所以 $\Delta I = 1/2$ 定则要求 (2π) 末态有 $I = 0$ 或 $I = 1$。这两个条件结合起来要求 $I = 0$。根据

---

* 原文为第 4 章。——译者注

(3A-28)式，(0，0) 态是

$$(0,0)=\sqrt{1/3}\ (\pi^+\pi^- + \pi^-\pi^+ - \pi^0\pi^0)。$$

观察到的衰变 $K_1^0\to\pi^+\pi^-$ 或者对应于组合 $\pi^+\pi^-$，或者对应于 $\pi^-\pi^+$；因此衰变到 $I=0$ 的带电 π 介子态的几率是衰变到 $I=0$ 中性 π 介子态几率的两倍。于是衰变宽度 Γ 满足

$$\frac{\Gamma(K_1^0\to\pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_1^0\to\pi^0\pi^0)}=2。$$

李和吴(见“参考文献”)指出，各种实验所确定的这个比值虽然不够一致，但却得到一个加权平均值 2.14 ± 0.10，这对衰变 $K_1^0\to 2\pi$ 中的 $\Delta I=1/2$ 定则是一个相当好的支持。

9.7 *CP* 破坏的发现

1964 年，克里斯坦森 (Christenson)，克罗宁 (Cronin)，菲奇 (Fitch) 和特莱 (Turlay)-(CCFT) 在研究 K 衰变的过程中，对 CP 守恒建立了一个新的界限。实际上，他们发现了衰变 $K_2^0\to 2\pi$，而按照 (9.19) 式，如果 CP 守恒，$K_2^0\to 2\pi$ 是禁戒的。他们观察到这个衰变的振幅比允许衰变 $K_1^0\to 2\pi$ 的振幅要小得多。事实上，CCFT 估算出

$$\eta_{+-}\equiv\frac{\mathrm{Amp}(K_2^0\to\pi^+\pi^-)}{\mathrm{Amp}(K_1^0\to\pi^+\pi^-)}=(2.3\pm0.3)\times10^{-3},$$

因此这个衰变相当稀少——但确实发生了，从而摧毁了物理学家对 CP 守恒的基本性质曾经有过的任何信心。这一实验后来又被发现者以及其他人重复做过，对这一效应的真实性是无可置疑的。此外，还观察到衰变 $K_2^0\to 2\pi^0$。

在分析这问题 (我们将称它为 CP 疑难) 之前，为了集中方向，有必要排除一种最平庸的“解释”，即 CCFT 看到的不是 $K_2^0\to 2\pi$，而是 $K_1^0\to 2\pi$，而 K_1^0 是由 K_2^0 在物质介质 (实验是在氦中做的)中再生出来的。事实上，CCFT 在估算了这种再

生 K_1^0 的总数后断定，再生的 K_1^0 太少，不能解释这种效应。为了彻底解决这个问题，又在真空中重复做过这个实验，结果仍然观察到 $K_2^0 \to 2\pi$。

9.8 *CP* 疑难的分析

正如从 (9.8) 式和表 9.3 所看到的，*CP* 守恒只允许发生衰变 $K_1^0 \to 2\pi$，$K_2^0 \to 3\pi$，而这两个衰变都发生了。现在，CCFT 的实验向我们提出了 *CP* 疑难：

$$\left.\begin{aligned} K_2^0 &\to 2\pi \ (CP = 1) \\ K_2^0 &\to 3\pi \ (CP = -1) \end{aligned}\right\} \text{“同一种粒子”衰变成具有相反 } CP \text{ 的态。}$$

把它与 θ-τ 疑难比较，会有所启发，

$$\left.\begin{aligned} \theta &\to 2\pi \ (P = 1) \\ \tau &\to 3\pi \ (P = -1) \end{aligned}\right\} \text{“同一种粒子”衰变成具有相反 } P \text{ 的态。}$$

解决 θ-τ 疑难有两条出路(见 8.1 节)。

(A) θ 和 τ 是具有不同字称的不同粒子，而自旋、质量和寿命相同是“偶然的”。

(B) θ 和 τ 是相同粒子，但两个衰变中有一个破坏 P。

用同样的方法来分析 *CP* 疑难(尽管不完全类似)是有益的：

1) 两种 K_2^0 是不同的粒子；换句话说，在 K_2 粒子束中混有少量的 K_1，CCFT 实际上看到的是 $K_1 \to 2\pi$（注意，如前面所解释的，这不是由再生得到的）。

2) 两种 K_2^0 是相同的粒子，但存在一种破坏 *CP* 的相互作用，它引起衰变 $K_2^0 \to 2\pi$。

现在分别考虑这两种情况：

情况 1) 在 K_2 粒子束中混有少量 K_1

在讨论 K^0-$\overline{K^0}$ 系统时，我们曾看到具有确定寿命的态是

K_1^0 和 K_2^0:

$$K_1^0 = \sqrt{1/2}\ (K^0 - \overline{K^0}),\ K_2^0 = \sqrt{1/2}\ (K^0 + \overline{K^0})。$$

现在对它们稍加修改,假定具有确定寿命的态为

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1-\varepsilon)K^0 - (1+\varepsilon)\overline{K^0}],\quad (9.21)$$

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}[(1+\varepsilon)K^0 + (1-\varepsilon)\overline{K^0}],\quad (9.22)$$

$\varepsilon \ll 1$,

式中 K_S^0 是短寿命的,K_L^0 是长寿命的,即

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}[K_1^0 - \varepsilon K_2^0]$$

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}[K_2^0 + \varepsilon K_1^0];$$

短寿命态 K_S^0 大部分是 K_1^0,但混有少量的 K_2^0(杂质)。我们习惯上认为是 $K_1^0 \to 2\pi$ 的衰变实际上是 K_S^0 衰变的 K_1^0 部分,而我们曾认为是 $K_2^0 \to 3\pi$ 的衰变则是 K_L^0 衰变的 K_2^0 部分:具有确定寿命的物理粒子正是 K_S^0 和 K_L^0。现在,在 CCFT 的观察中,我们终于看到 K_L^0 衰变的 K_1^0 部分,如图 9.3 所示。

在这种类型的理论中,CP 破坏的原因不在于 $K_S^0 \to 2\pi$ 衰变本身,而是由于衰变粒子实际上是一些具有不同 CP 值的粒子的混合。问题在于,怎么会出现这种情况呢?我们以后再讨论这个问题。

先让我们导出 η_{+-} 的表达式

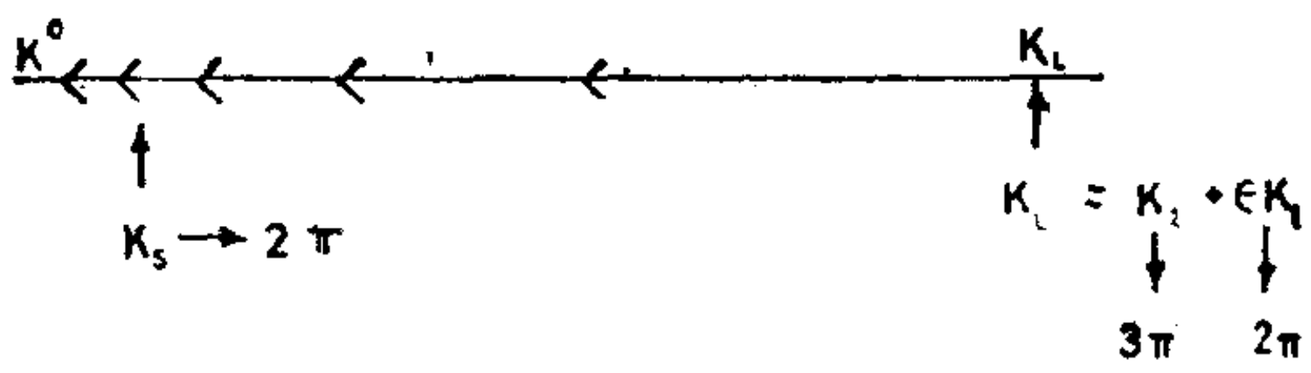


图 9.3 主要衰变 $K_S^0 \to 2\pi$ 和 $K_L^0 \to 3\pi$,稀有衰变 $K_L^0 \to 2\pi$。

$$\eta_{+-} = \frac{\mathrm{Amp}(K_2 \to \pi^+\pi^-)}{\mathrm{Amp}(K_1 \to \pi^+\pi^-)}$$

$$= \frac{(K_L \text{中 } K_1 \text{的分数}) \times \mathrm{Amp}(K_1 \to \pi^+\pi^-)}{\mathrm{Amp}(K_1 \to \pi^+\pi^-)}$$

$$= K_L \text{中 } K_1 \text{的分支比}$$

$$= \varepsilon_0$$

类似地，

$$\eta_{00} = \frac{\mathrm{Amp}(K_2 \to \pi^0\pi^0)}{\mathrm{Amp}(K_1 \to \pi^0\pi^0)} = \varepsilon,$$

即

$$\eta_+ = \eta_{00} \tag{9.23}$$

情况 2） 衰变振幅中的 CP 破坏

在 K 粒子束中没有杂质。 CCFT 的观察表明，存在一种引起衰变

$$K_2^0 \to 2\pi$$

$$CP: \quad -1 \quad +1$$

的相互作用，它的强度为

$$\frac{\mathrm{Amp}(K_2^0 \to 2\pi)}{\mathrm{Amp}(K_1^0 \to 2\pi)} \times G \approx 10^{-3}\mathrm{G},$$

并且破坏 CP。 为了导出类似于情况 1）中 (9.23) 式的 η_{+-} 和 η_{00} 的关系，在这里最好是研究已提出理论[1]的两个具体例子：

a）非轻子弱相互作用有一个 $\Delta I = 3/2$ 的部分，其强度为 10^{-3}G，它破坏 CP。 在这种情况下，衰变 $K_2^0 \to \pi^+\pi^-$ 和 $K_2^0 \to \pi^0\pi^0$ 将服从 $\Delta I = 3/2$ 定则，而不服从 $K_1^0 \to \pi^+\pi^-$ 和

1） 实际上，在文献中有几十种 CP 破坏的理论，有些已被废弃，好多正在衰亡，在余下的理论中，我只想引用情况 2）的两个例子以及情况 1）的一个例子。

$K_1^0 \to \pi^0\pi^0$ 所特有的 $\Delta I = 1/2$ 定则。由于 $\Delta I = 1/2$ 定则给出

$$\mathrm{Amp}(K_1^0 \to \pi^+\pi^-) = \sqrt{2}\,\mathrm{Amp}(K_1^0 \to \pi^0\pi^0),$$

$\Delta I = 3/2$ 定则将给出

$$\mathrm{Amp}(K_2^0 \to \pi^+\pi^-) = \sqrt{1/2}\mathrm{Amp}(K_2^0 \to \pi^0\pi^0),$$

因此得到

$$\frac{\mathrm{Amp}(K_2^0 \to \pi^+\pi^-)}{\mathrm{Amp}(K_1^0 \to \pi^+\pi^-)} = \frac{1/2\mathrm{Amp}(K_2^0 \to \pi^0\pi^0)}{\mathrm{Amp}(K_1^0 \to \pi^0\pi^0)},$$

即

$$\eta_{+-} = 1/2\eta_{00}。 \tag{9.24}$$

b）伯恩斯坦（Bernstein），范伯格（Feinberg）和李提出了一个与一般信念截然不同的革命性建议，认为强子的电磁相互作用破坏 C 和 T，但守恒 P。而 $K_2^0 \to 2\pi$ 是由弱相互作用（强度为 G）和电磁相互作用（强度为 $\alpha/\pi \approx 2 \times 10^{-3}$）的联合效应引起的。因此，它按照表 9.4 的方案破坏 CP 和 P。他们指出：要发现电磁相互作用是否破坏 C 是不容易的，因为可能显示出 C 破坏的大多数反应由于其它的原因而被禁戒。因此强子电磁相互作用守恒 C 的证据不多。作为一个检验，他们建议观察衰变 $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 中 π^+/π^- 的不对称性。但目前还没有很肯定的证据(见 2.14 节)。

因为电磁相互作用服从 $\Delta I = 0, 1$（见第五章），与 $\Delta I = 1/2$ 的弱相互作用结合起来，便有 $\Delta I = 3/2$ 和 $\Delta I = 1/2$ 振幅的混合。这两种振幅分别给出 (9.23) 和 (9.24)，因此混合振幅给出的既不是 (23)，也不是 (24)；但必定有

$$\eta_{00} \neq \eta_{+-}。 \tag{9.25}$$

当然，也可能电磁相互作用包含一个 C 守恒的部分和一个 C 破坏的部分，它们分别服从 $\Delta I = 0, 1$ 和 $\Delta I = 0$ 选择定则，在这种情况下，$\eta_{00} = \eta_{+-}$。但一般地说，我们可以预料有 (9.25) 式。

表 9.4　按照伯恩斯坦，范伯格和李的方案，强子弱相互作用（wk）和电磁相互作用（em）的对称性

	P	C	CP	T	CPT
wk	×	×	√	√	√
em	√	×	×	×	√
wk + em	×	×	×	×	√

9.9　实验结果

对于理论物理学家和实验物理学家来说，CP 破坏最令人恼火的性质是它的效应很小。这就使得它既难于测量又难于解释。自 1964 年以来，实验结果的变动相当大，只是到最近才开始稳定下来。最新的数字为[1)]

$$\eta_{+-} = |\eta_{+-}| e^{i\varphi_{+-}},\quad \eta_{00} = |\eta_{00}| e^{i\varphi_{00}},$$

$$|\eta_{+-}| = (1.95 \pm 0.03) \times 10^{-3},$$

$$|\eta_{00}| = (2.24 \pm 0.20) \times 10^{-3},$$

$$\varphi_{+-} = 43.6^\circ \pm 3.3^\circ,$$

$$\varphi_{00} = 43^\circ \pm 19^\circ。$$

因此，在误差范围内，$\eta_{+-} = \eta_{00}$（大小和相位都相等）。这就有利于情况（1），而排除了情况(2a)。对于情况（2b），最好的检验方法是寻找在其它电磁过程中的 C 破坏。　衰变 $\eta \to \pi^+\pi^-\pi^0$ 已经讲过了。此外，中子电偶极矩的上限很小似乎暗示电磁相互作用守恒 C（见 2.12 节对于这一问题的讨论）。

属于情况（1）的理论至今仍与实验一致。应该注意，由于在这种情况下把 CP 破坏归因于 K 介子束流中的 CP 杂质，所以有一个重要的预言：　CP 破坏只在中性 K 介子衰变中出

1) 例如参见 K. Winter, Rapporteur's talk on Weak Interactions, In *Proc. Amsterdam Conf.on Elementary Particles* 1971, (A. G. Tenner and M. J. G. Veltman, eds.) North-Holland, 1972。

现。下面我们再讨论一例属于情况(1)的理论。

9.10 超弱理论

按照沃尔芬斯坦（Wolfenstein）所提出的这种理论，存在一种使 K^0 和 $\overline{K^0}$ 混合并破坏 CP 的相互作用，且它和守恒 CP 也能使 K^0 和 $\overline{K^0}$ 混合的普通弱相互作用一起，使具有确定寿命的态不是 CP 的本征态，即这些态不是 K_1^0 和 K_2^0，而是两者的混合。由于这种新相互作用直接混合 K^0 和 $\overline{K^0}$，所以它服从 $|\Delta S| = 2$。

$$\underset{S=1}{K^0} \longleftrightarrow \underset{|\Delta S|=2}{} \underset{S=-1}{\overline{K^0}}。$$

我们用耦合常数 G_{swk} 来表征这种相互作用的强度。（稀有）衰变 $K_L^0 \to 2\pi$ 是由上述一级混合引起的，因此它的振幅正比于 G_{swk}。另一方面，(通常)衰变 $K_S^0 \to 2\pi$ 是由普通弱相互作用的二级混合 $K^0 \longleftrightarrow 2\pi \longleftrightarrow \overline{K^0}$ 引起的，因此它的振幅正比于 G^2。于是我们有

$$\frac{\text{Amp}(K_L \to 2\pi)}{\text{Amp}(K_S \to 2\pi)} \approx \frac{G_{\text{swk}}}{G^2} \approx 10^{-3},$$

即

$$G_{\text{swk}} \approx 10^{-3}G^2; \quad G_{\text{swk}} \approx 10^{-8}G,$$

式中已设 $G \approx 10^{-5}m_p^{-2}$，并采用质子质量作为自然单位以比较这两个不同量纲的量。这样，超弱相互作用比普通弱相互作用的 10^{-8} 倍还弱，因此而得名。这个理论除了预言 $\eta_{+-} = \eta_{00}$ 外，还预言 $\varphi_{+-} = \varphi_{00} = 45°$，这些都与实验一致。

在衰变

$$K_L^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e, \quad K_L^0 \to \pi^- + e^+ + \nu_e, \quad (9.26)$$

中，也已发现了 CP 破坏，方法是寻找在这两个衰变中所发射的正电子和电子数给出的非零的电荷不对称性

$$\delta = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-}。 \tag{9.27}$$

实验给出 $\delta = (3.22 \pm 0.29) \times 10^{-3}$，这与超弱理论相符。在(9.26)式的两个衰变中，*CP* 破坏给出一个重要推论是，它们提供了物质和反物质之间的绝对差别；在 *CP*-镜像世界中，除 δ 改变符号外，所有的物理定律看起来都相同。衰变(9.26)与 $K_2^0 \to 2\pi$ 的关系和核的 β 衰变与 $\theta^+ \to 2\pi$，$\tau^+ \to 3\pi^*$ 的关系一样，它们都提供了区分物质与反物质的方法，而衰变 $K_2^0 \to 2\pi$ 以及 $\theta \to 2\pi$，$\tau \to 3\pi$ 仅仅表明 *CP* 以及 *P* 是破坏的。这种情况概括在表 9.5 中，由衰变 $K_L^0 \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ 和 $K_L^0 \to \pi^- + e^+ + \nu_e$ 规定的物质和反物质的差别是绝对的，因为这时不仅 *C* 和 *P* 分别被破坏，而且 *CP* 也遭破坏。

表 9.5

对 称 性	表明对称性遭到破坏的衰变	提供物质和反物质（左和右）之间(相对的和绝对的)差别的衰变
P, *C* *CP*.	$K^+ \to 2\pi$ $K^+ \to 3\pi$ $K_1^0 \to 2\pi$ $K_2^0 \to 2\pi$	$n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ (相对的) $K_L \to \pi^- + e^+ + \nu_e$ $K_L \to \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ (绝对的)

最后，格塞（Gürsey）和派斯曾提出一种特殊形式的超弱理论，他们认为 $|\Delta S| = 2$ 的 K^0-$\overline{K^0}$ 混合是由一个自旋为零、$S = 2$ 的无质量的宇宙场所引起的。

9.11 *K* 衰变中的 *T* 和 *CPT*

关于 *K* 衰变中 *T* 不变性和 *CPT* 不变性，有一些与 *CP* 守

---

* 原文为 $\tau^+ \to 2\pi$。——译者注

恒无关的检验。这些不变性表现为与衰变有关的各种参数之间的等式或不等式。按照最近的证据[1)]，在 $K_2^0 \to 2\pi$ 衰变中确实破坏了 T 不变性，但 CPT 不变性依然精确成立。

关于分立对称性运算 P，C 和 T 以及它们的组合的讨论到此结束。假如我们暂时承认超弱理论是正确的，则可以把各种相互作用在 P，C 和 T 变换下的行为总结在表 9.6 中。然而，如果引起衰变 $K_2^0 \to 2\pi$ 的是电磁作用或其它机制，则读者可以对表 9.6 作相应的修改。关于超弱理论，一件有意义的事情是：如果它是正确的，则在粒子之间就存在一种前所未知的相互作用——这样一来，包括引力在内，就有五种基本相互作用。

表 9.6　粒子之间的基本相互作用（假定有超弱相互作用），以及它们在 P，C，T 和 CPT 变换下的不变性（√）和非不变性（×）

	P	C	T	CPT
强	√	√	√	√
电磁	√	√	√	√
弱	×	×	√	√
超弱	×	×	×	√

9.12　再论 K 介子干涉量度学

1965 年，菲奇（Fitch），罗思（Roth），拉斯（Russ）和弗农（Vernon）做了一个非常重要的实验。这个实验利用干涉法给出了一种区别物质和反物质的方法，它超过了衰变 (9.26) 中由正的电荷不对称性所允许的区别。这个实验的实质是观察从 K_L 直接衰变出的 2π 和从 K_L 束流中再生的 K_S 衰变出的 2π 之间的干涉：

1) 例如参见前引 K. Winter 著作。

$$\left.\begin{aligned} K_L &\to 2\pi \\ K_L \to K_S &\to 2\pi \end{aligned}\right\} \text{观察干涉。}$$

在物质介质中具有确定寿命的 K'_S 和 K'_L 态不同于在真空中具有确定寿命的 K_S 和 K_L 态，这是因为在物质中，$\overline{K^0}$（至少是部分地）被吸收了，从而改变了 K^0 和 $\overline{K^0}$ 的混合。这种具有确定寿命的混合显然与物质的性质以及物质的密度有关，因为密度越大，K^0 被吸收的越多。在再生物质内部的深处，K'_S 将衰变殆尽，而只留下纯的 K'_L：

$$K'_L = K_L + CK_S \tag{9.28}$$

式中 C 是与这种物质的性质和密度有关的常数。这样，衰变到 2π 的总振幅为

$$A = \mathrm{Amp}(K_L \to 2\pi) + C\,\mathrm{Amp}(K_S \to 2\pi),$$

$$2\pi \text{ 的强度} = |A|^2。 \tag{9.29}$$

当 A 中两项大小相等时，将观察到最大干涉；菲奇等人用不同密度的物质做这种实验来改变 C，终于得到了最大相长干涉。

在反物质构成的世界中将发生什么情况？因为 K_S 和 K_L 所包含的 K^0 和 $\overline{K^0}$ 混合物是由物理定律确定的，而与它们周围的介质无关，所以在两个世界中 K_S 和 K_L 是相同的。所不同的是反物质世界中的再生物质将是由反质子、反中子和正电子构成的。因此，在原始 K_L 粒子束中被吸收掉的是 K^0，而不是 $\overline{K^0}$，

$$K^0 + \bar{p} \to \pi + \bar{Y}_1^* \dashrightarrow \begin{cases} \bar{\Sigma} + \pi \\ \bar{\Lambda} + \pi。 \end{cases}$$

所以在最后的粒子束中将含有更多的 $\overline{K^0}$ 而不是 K^0。把(9.21)式和(9.22)式反过来写成

$$K^0 \sim (1-\varepsilon)K_S + (1+\varepsilon)K_L,$$

$$\overline{K^0} \sim -(1+\varepsilon)K_S + (1-\varepsilon)K_L。$$

我们看到，这相当于把 K_S 加到 K_L 粒子束上，但与(9.28)式的符号相反：

$$K_L'' = K_L - C'K_S。$$

[$C' \approx C$；差别在于$(1+\varepsilon)$和$(1-\varepsilon)$的不同。]于是，代替(9.29)式，观察到 2π 的振幅为

$$A = \mathrm{Amp}(K_L \to 2\pi) - C'\mathrm{Amp}(K_S \to 2\pi),$$

$$2\pi \text{ 的强度} = |A|^2。$$

通过改变再生物质的密度，可以调整到最大干涉，这时便产生最大相消干涉。

因此，利用干涉度量法，仅从 $K \to 2\pi$ 衰变就可能得到物质和反物质的绝对区别。

9.13 *CP* 破坏和时间指向(箭头)

最后，由于在 *CPT* 变换下 K 衰变(大概)是不变的，所以它们破坏 *CP* 就意味着它们破坏 T。K 衰变规定了一个“时间指向”；在时间反演的世界里正象在 *CP*-镜象世界里一样，(9.27)式中的 δ 应该是负的，上面讨论的干涉也应该是相消的。(附带说一下，不存在与 T 反演世界通讯的可能性。假如有可能发送一个信号进入并离开时间倒流的区域，则就有可能在发出“通知”之前收到“答复”；这就破坏了因果性。)因此，不仅存在一个与热力学有关的时间指向(熵随时间增加)，而且还存在一个在微观尺度上的时间指向[1]。

自然界中的“分立对称性”使物理学出现了一系列意外事件。在1956年以前，人们曾相信所有七种运算 P，C，T，CP，CT，PT 和 CPT 都是自然界的精确对称性。而在经过这许多

1) 还可能有一个由宇宙学规定的时间指向；例如参见 T. Gold in *Recent Developments in General Relativity*, Pergamon Press, 1962.

年以后人们认识到，最多只剩下一个 CPT 是精确的对称性。

补 充 读 物

K 介子

[1] Feynman, R. P., R. B. Leighton and M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, vol* III, Adison-Wesley, 1965, Section 11.5.

[2] Gell-Mann, M. and A. Pais, "Behavior of Neutral Particles under Charge Conjugation", *Physical Review* 97, 1387 (1955).

[3] Lee, T. D. and C. S. Wu, "Weak Interactions, Chapter 9", *Annual Reviews of Nuclear Science*, **16**(1966).
Pergamon, 1965, *Chapters* 14—16.

[4] OKun', L. B. *Weak Interactions of Elementary Particles*,

CP 破坏

[5] Bell, J. S., "Theory of Weak Interactions". in *High Energy Physics*, (C. DeWitt and M. Jacob, eds.), Gordon & Breach, 1965.

[6] Bernstein, J., *Elementary Particles and their Currents*, Freeman, 1968, pp. 302—318.

[7] Cabibbo, N., "Possible Consequences of the $K_1^0 \to \pi^+\pi^-$ decay", in *Symmetries in Elementary Particle Physics* (A. Zichichi, ed.), Academic Press, 1965.

[8] Christenson, J. H, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, "Evidence for the 2π decay of the K_2^0 meson", *Physical Review Letters* 13, 138 (1964).

[9] Kabir, P. K., *The CP Puzzle: Strange Decays of the Neutral Kaon*, Academic Press, 1968.

[10] Sachs, R. G., "Time Reversal", *Science*, 176, 587 (1972).

[11] Wigner, E. P. "Violations of Symmetry in Physics", *Scientific American*, December, 1965.

第十章　矢量流守恒理论和么正对称

10.1　引言——需要比同位旋更高的对称性

五十年代末和六十年代初，人们发现了许多新粒子和共振态。这使粒子物理学家们感到为难——真有这么多基本粒子吗？对于每一个相信自然界最终简单性（这确实是每个物理学家的信念）的人由于面对新粒子以如此不可抗拒的规律涌现出来而感到不安。人们企图建立一些模型，使所有的粒子都可由少数几个基础粒子"构成"。坂田（Sakata）模型就是其中之一，后面我们将有机会讨论它。但是由于种种原因，这些模型不大令人信服。

与此同时，人们认识到，由于对称性的存在，情况大为改善。例如，依靠同位旋，我们在列举粒子时，不需要分别计数质子和中子，因为它们仅仅是相同粒子的不同状态。同样地，只有"一种"π介子和"一种"Σ等。利用同位旋对称性，我们可以减少独立粒子的数目。但在 1960 年前后，人们感到仅有同位旋是不够的，因为同位旋多重态还是太多了。我们需要比同位旋对称性"更大"的另一种对称性，使我们能把 N, Σ, Λ 和 Ξ 等多重态看成是同一种粒子的不同状态。当然，照实际情况来看，这种讲法是难以置信的；因为即便略去电磁和弱相互作用，在 N, Σ, Λ 和 Ξ 之间仍有很大的差别。但由于它们的宇称和自旋相同，而且质量分开得不很远——例如见图 7.3*，所以可认为"N, Σ, Λ 和 Ξ 近似地是同一种粒子的不

---

* 原文是图 8.2。——译者注

同状态”的说法至少是讲得通的。事实上，这种讲法正是盖尔曼提出的“更高”对称性，叫做么正对称性的结论之一。本章和下一章的目的正是要描述这个非常重要的盖尔曼理论。

1960 年前后，许多人都企图发现一个更高的对称性。大多数研究者只是在强相互作用的范围内探讨这个问题。然而，盖尔曼却通过弱相互作用这个“后门”探讨这个问题，推广了他和费曼在 1958 年提出的概念。本章，我们集中讨论通过弱相互作用的处理方法，下一章再集中讨论强相互作用的方法。最值得注意的是，两种方法导致相同的对称性方案；对于出现这种情况的原因还不太了解，虽然盖尔曼已开创了一些有趣的研究[1),2)]。

10.2 中子衰变和 μ 子衰变

让我们非常简要地复述一下有关核 β 衰变的一两件事实[3)]。按照费米的观点，β 衰变是由一种引起 $n \to p + e^- + \bar{\nu}$ 跃迁的相互作用所造成的。允许跃迁有两种类型：费米跃迁和盖莫夫-特勒跃迁。在费米跃迁中，核的自旋不变，即 $(e^- \bar{\nu})$ 的 $J = 0$，且因为允许跃迁 $L = 0$，所以 $S = 0$。于是有

$$\text{费米跃迁：}\quad n \to p + e^- + \bar{\nu}, \qquad (10.1)$$

$\Delta J = 0$，$S = 0$

（其中箭头表示自旋向上态和自旋向下态）。这些过程的跃迁

1) 例如参见 M. Gell-Mann in *Proceedings of the Eleventh International Universitätswochen für Kernphysik*, Schladming, Austria (ed. P. Urban), Springer, 1972, page 733。

2) 么正对称是由盖尔曼(M. Gell-Mann)和奈曼(Y.Ne'eman)各自独立提出的，但盖尔曼给出了非常详细的研究结果，由于在这方面以及在基本粒子理论其它方面的贡献，盖尔曼获得了 1969 年诺贝尔 (Nobel)物理学奖金。

3) 更完整的说明，见 H. A. Enge, *Introduction to Nuclear Physics*, Addison-Wesley, 1966, pp. 313 et seq; 或 R. B. Leighton, *Principles of Modern Physics*, McGraw-Hill, 1959, 15.8 节。

率为

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} G_F^2 \left| \int (\psi_p^* \psi_n)(\psi_e^* \psi_\nu) d\tau \right|^2 \rho(E), \qquad (10.2)$$

式中 G_F 称为费米弱耦合常数，$\rho(E)$为末态密度。

在盖莫夫-特勒跃迁中，核自旋改变。

盖莫夫-特勒跃迁：

$$\underset{\Delta J=1}{n \rightarrow p} + \underset{S=1}{e^- + \bar{\nu}}, \qquad (10.3)$$

其跃迁率为

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} G_{GT}^2 \left| \int (\psi_p^* \sigma \psi_n)(\psi_e^* \sigma \psi_\nu) d\tau \right|^2 \rho(E), \qquad (10.4)$$

式中 G_{GT} 为盖莫夫-特勒耦合常数，σ 为自旋算符。

根据对纯费米衰变和纯盖莫夫-特勒衰变的研究，常数 G_F 和 G_{GT} 可由实验求出，

$$G_F = (1.415 \pm 0.002) \times 10^{-49} \text{ergcm}^3,$$

$$G_{GT} = (1.67 \pm 0.04) \times 10^{-49} \text{ergcm}^3,$$

$$G_{GT} = (1.18 \pm 0.03) G_F。 \qquad (10.5)$$

出现在(10.2)式和(10.4)式中的表达式$(\psi^* \psi)$和$(\psi^* \sigma \psi)$不是相对论性的协变量。$\psi^* \psi$ 不是标量，而是一个四维矢量的第四分量。$\psi^* \sigma \psi$ 是一个四维赝矢量的三个分量(因为自旋 σ 是一个赝矢量)。在狄拉克理论中，相对论性的表达式为，

$$\text{矢量流 } V_\lambda = \psi \gamma_\lambda \psi = (\psi \boldsymbol{\gamma} \psi, i\psi \gamma_4 \psi) \xrightarrow[\text{极限}]{\text{非相对论}} (0, i\psi^* \psi), \qquad (10.6)$$

$$\text{轴矢流 } A_\lambda = \psi \gamma_\lambda \gamma_5 \psi = (\psi \boldsymbol{\gamma} \gamma_5 \psi, i\psi \gamma_4 \gamma_5 \psi) \xrightarrow[\text{极限}]{\text{非相对论}} (\psi^* \boldsymbol{\sigma} \psi, 0)。 \qquad (10.7)$$

它们的非相对论性极限就是费米和盖莫夫-特勒表达式。这里 ψ 是一个 4 行一列的矢量，$\bar{\psi}$ 与 ψ^* 有关，$\boldsymbol{\gamma}$ 和 γ_4 都是 4×4

矩阵[1]。下标 λ 取值 1,2,3,4。这样，在完全相对论性的理论中，代替表达式(10.2)和(10.4)的将是“流-流”相互作用。

费米：

$$(\psi_p^*\psi_n)(\psi_e^*\psi_\nu)\rightarrow\sum_{\lambda=1}^{4}(\bar{\psi}_p\gamma_\lambda\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma_\lambda\psi_\nu)。\tag{10.8}$$

盖莫夫-特勒：

$$(\psi_p^*\sigma\psi_n)(\psi_e^*\sigma\psi_\nu)\rightarrow\sum_{\lambda=1}^{4}(\bar{\psi}_p\gamma_\lambda\gamma_5\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma_\lambda\gamma_5\psi_\nu)。\tag{10.9}$$

有些衰变是纯费米型，有些是纯盖莫夫-特勒型，但由(10.1)式和(10.3)式可见，自由中子衰变两者都可能。因此，一般情况下我们预期这两项都存在。但要注意，V_λ 和 A_λ，即矢量流和轴矢流，有相反的宇称。因此，如果两项都存在，则中子衰变将破坏宇称。这正是我们已经知道的情况。

对于引起中子衰变的相互作用最简单的假设是，它包含相等份量的矢量流和轴矢流

$$H=\sum_{\lambda=1}^{4}G_F(V_\lambda^{pn}+A_\lambda^{pn})(V_\lambda^{ev}+A_\lambda^{ev})$$

$$=\sum_{\lambda=1}^{4}G_F\{(\bar{\psi}_p\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu)\}。\tag{10.10}$$

因此跃迁率为

$$T=\frac{2\pi}{\hbar}\frac{1}{2}\left|\int H d\tau\right|^2\rho(E)。\tag{10.11}$$

(10.10)式称为 $V-A$ 理论。出现在(10.11)式中的因子 1/2 是为了补偿 $(1+\gamma_5)$ 所引起的项数的重复。由于矢量流给出费米跃迁而轴矢流给出盖莫夫-特勒跃迁，所以它们在(10.10)式中对称地出现意味着

---

1) 有关 Dirac 理论的初步介绍，见前引 Leighton 著作，20-11 节。

$$G_F = G_{GT},$$

但从(10.5)式看出这是错误的。另一方面，二分量中微子理论要求($e\nu$)项对称地包含V和A[这是因为矩阵$(1+\gamma_5)$只选择左旋中微子和右旋反中微子]。于是，我们可以修正(10.10)式，以给出更合乎实际的相互作用，

$$H = \sum_{\lambda=1}^{4} G_F(\psi_p\gamma_\lambda(1+1.18\gamma_5)\psi_n)(\psi_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu), \tag{10.12}$$

其中已考虑到$G_{GT} = 1.18G_F$，[参见(10.5)式]。我们可以把(10.12)式称为$V-1.18A$理论。

现在考虑μ衰变，

$$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \tag{10.13}$$

其寿命为

$$\tau = (2.198\pm0.001)\times 10^{-6}\text{sec}, \tag{10.14}$$

类似于中子衰变的(10.10)式和(10.11)式，其相互作用能为

$$H_\mu = \sum_{\lambda=1}^{4} G_\mu(\psi_\mu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu)(\psi_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu)^*, \tag{10.15}$$

得出跃迁率为

$$T = \frac{2\pi}{\hbar}\frac{1}{2}\left|\int H_\mu d\tau\right|^2\rho(E)。 \tag{10.16}$$

在(10.15)式的两项中，A和V都是对称地出现，这是由于这两项都含有中微子，而一般认为中微子无质量，且是二分量的。利用(10.16)式，计算出的μ寿命为

$$\frac{1}{\tau} = \frac{G_\mu^2 m_\mu^2}{192\pi^3}$$

---

* 原式为$H_\mu = \sum_{\lambda=1} G_F(\bar{\psi}_\mu\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu)(\bar{\psi}_e\gamma_\lambda(1+\gamma_5)\psi_\nu)$。——译者注

与(10.14)式的实验值比较后得出

$$G_\mu = (1.4350 \pm 0.0003) \times 10^{-49}\text{erg cm}^3\text{*}。 \quad (10.17),$$

值得注意的是，G_μ 和 G_F 的值非常接近(比较(10.5)式和(10.17)式)，它们几乎相同。但遗憾的是，在误差范围内，它们毕竟是不同。假如所有的耦合常数 G_F, G_{GT} 和 G_μ 全都相等，则弱相互作用就有一个普适性；即所有衰变的强度都相等。然而，尽管(10.5)式和(10.17)式似乎暗示了这种普适性但还是被断然否定了。根据(10.5)式和(10.17)式，

$$G_\mu \simeq G_F: \frac{G_\mu - G_F}{G_F} = 2.8 \pm 0.13\%, \quad (10.18)$$

$$G_{GT} = 1.18 G_F\text{**}。 \quad (10.19)$$

这就提出了两个问题：

(1) 为什么 G_μ 和 G_F 如此接近?

(2) 为什么 $G_{GT}/G_F = 1.18$? (10.20)

第二个问题将在第十二章处理，现我们着手讨论第一个问题。

10.3 矢量流守恒(CVC)理论

最简单的办法是暂时忽略 G_μ 和 G_F 之间的差异，而假定它们实质上相同。即 (pn) 对与 $(e\nu)$ 场的(费米)耦合和 $(\mu\nu)$ 与 $(e\nu)$ 的耦合具有相同的强度。这听起来很简单，但是结果表明这种说法具有极不寻常的含意。为了看出这一点，考虑一个非常类似的情况，即 p 和 μ^+ 有相同的电荷

$$Q(p) = Q(\mu^+) = e。 \quad (10.21)$$

粒子的电荷确定了带电粒子与电磁场(光子)耦合的强度。对于 μ 子，这种耦合非常简单，如图 10.1 所示。但是，质子的情况不同，尽管它有时就只是一个质子(图 10.2(a))，但有一个

---

* 原式括号中为 1.4350±0.003。——译者注

** 按最近的实验数据，$G_{GT} = 1.26 G_F$。——译者注

虚分解成 $n + \pi^+$（图 10.2(b)）的振幅，甚至 π^+ 还可以进一

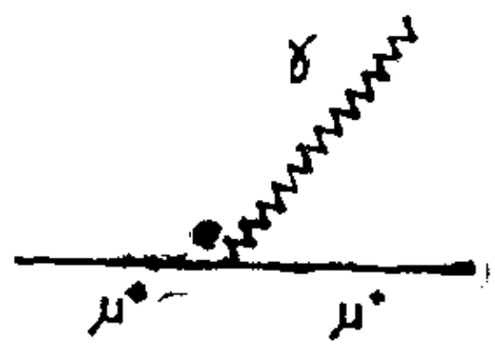


图 10.1　光子和 μ 子耦合的费曼图

步分解，比如说分解成 $\Sigma^+ + \bar{\Lambda}$［图 10.2(c)］。这些由虚 π 云引起的分解有使质子避开光子的屏蔽效应。人们预料这会造成两者的电荷不同，但按照（10.21）式，它并没有造成差异。原因是电荷守恒；无论质子怎样分解，因为电荷决不会损失，所以光子总是看到相同的电荷，而不管电荷由什么粒子携带着。因此，这种屏蔽无关紧要。电荷守恒的方程为

$$\frac{dQ}{dt} = 0, \tag{10.22}$$

这是从电磁流守恒方程

$$\sum_{\lambda} \frac{\partial}{\partial x_\lambda} J_\lambda = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} J_0 \tag{10.23}$$

得出的，式中 $J_4 = iJ_0$，而 Q 与 J_0 有关［事实上，把（10.23）式对整个空间积分，并设在无穷远处 $\mathbf{J}=0$，如果令 $Q = \int J_0 d^3x$，就得到（10.22）式］。

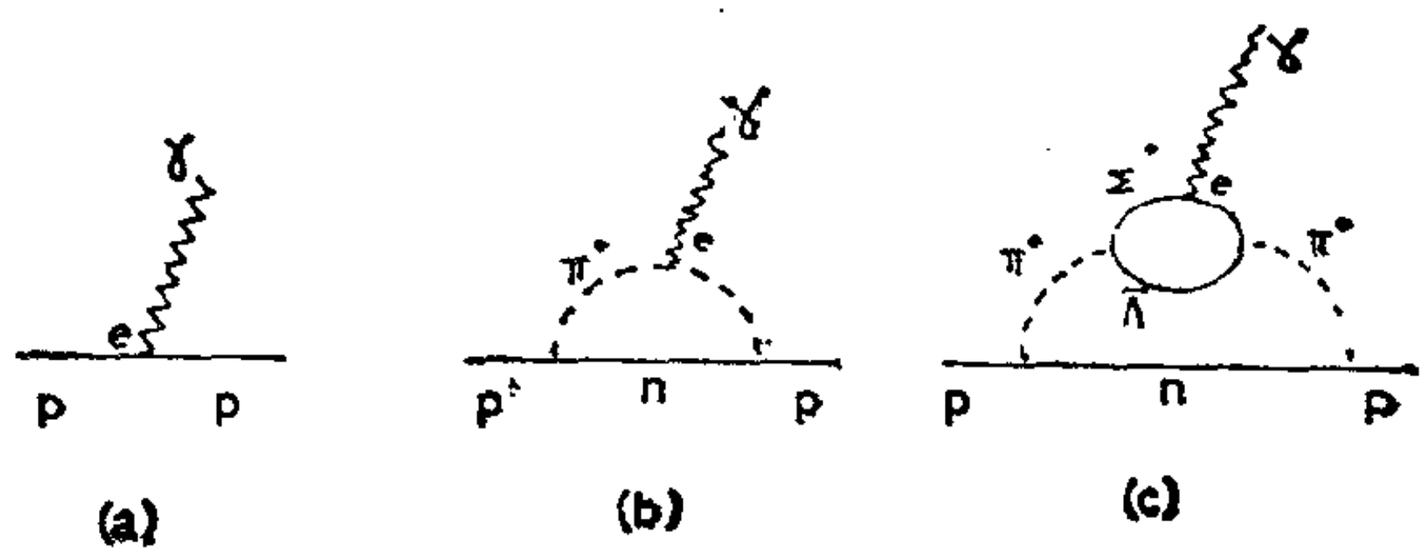


图 10.2　与光子和质子的一些耦合通道相对应的费曼图

类似的考虑对于（近似）等式（10.18）也适用。G_μ 是在 μ 衰变中测量出来的，而 μ 是按图 10.3 中的费曼图衰变的。

但是，在 n 衰变中，π 云的存在意味着除了图 10.4(a) 中的“裸”衰变外，与 (ev) 场相互作用而衰变的可以是一个虚 π 介子，或一个虚 Σ，甚至还可以是别的什么粒子，只有当裸 (np) 偶的这种屏蔽无关紧要时，换句话说，只有当“弱荷” G_F 守恒：

$$\frac{dG_F}{dt} = 0 \tag{10.24}$$

时，等式(10.18)才能在所有各阶上成立；这就意味着所有的(费米)跃迁

$$\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e,$$
$$\Sigma^- \to \Sigma^0 + e^- + \bar{\nu}_e \tag{10.25}$$

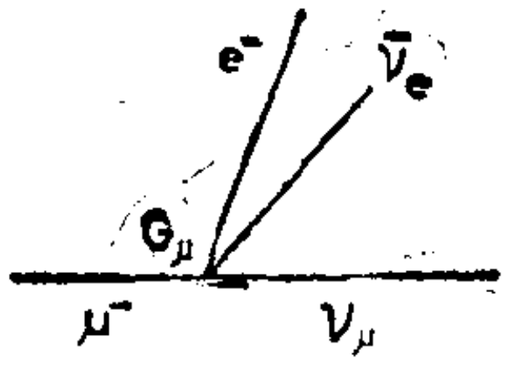


图 10.3　μ 子衰变的费曼图

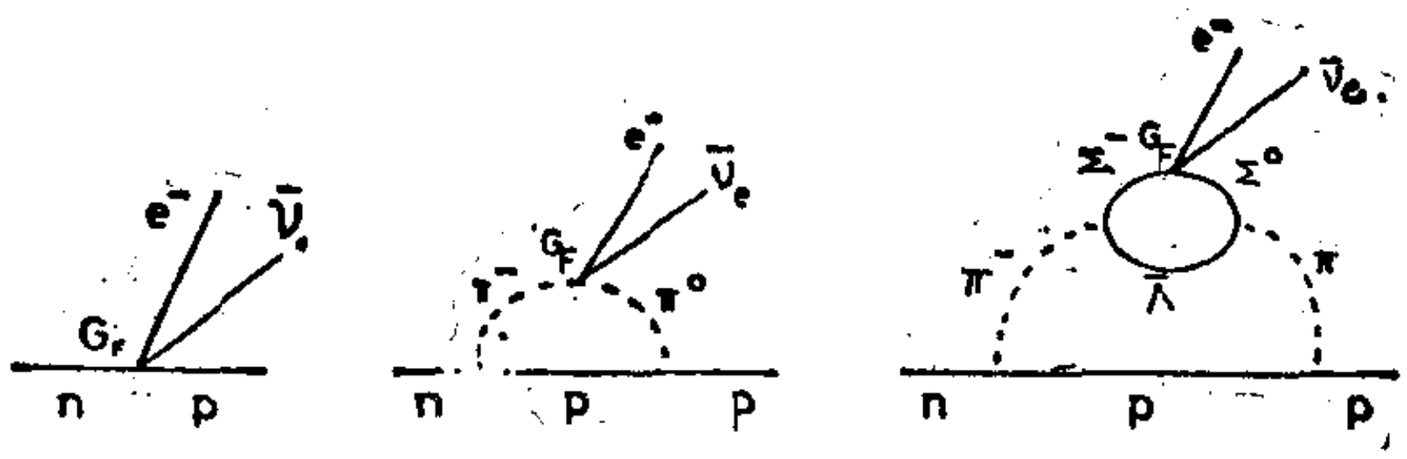


图 10.4　某些中子衰变的费曼图

等等都是由相同的耦合常数 G_F 来表征的。此外，弱荷 G_F 守恒等价于“费米”流守恒，上面曾看到，费米流是矢量流 V_λ，因此，我们最后得到矢量流守恒 (CVC)，

$$\frac{\partial}{\partial x_\lambda} V_\lambda = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial t} V_0 = 0 \tag{10.26}$$

[而且，把 (10.26) 对整个空间积分，弃去表面项，并令 $G_F =$

$\int V_0 d^3x$，即可导出（10.24）式。]

费米跃迁（10.25）和核 β 衰变中的费米跃迁有相同的强度，这个事实提供了一个检验 CVC 理论的方法。实际上，衰变

$$\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e \qquad (10.27)$$

是一个纯费米跃迁（$0^- \to 0^-$），因此其强度由 G_F 唯一给定。于是计算出的寿命为

$$\tau = 2.49 \pm 0.03\text{sec},$$

它与普通的 π^- 衰变的寿命

$$\tau_{\pi^-} = (2.55 \pm 0.03) \times 10^{-8}\text{sec}$$

相比，得到分支比为

$$R = \frac{\tau_{\pi^-}}{\tau} = (1.02 \pm 0.02) \times 10^{-8}。$$

换句话说，在一亿次 π 衰变中，大约有一个 π 介子按（10.27）式衰变。R 的实验值是

$$R_{\text{实验}} = (1.3 \pm 0.2) \times 10^{-8},$$

在实验误差范围内与理论值一致。

现在的问题是，矢量流为什么会守恒？盖尔斯坦(Gershtein)和泽尔多维奇（Zeldovich）后来又有费曼和盖尔曼作了富有启发性的回答。为了领会它的意义，考虑有关矢量流 V_λ 的以下事实：

1）它引起强子衰变

$$n \to p + \text{轻子},$$
$$\pi^- \to \pi^0 + \text{轻子},$$
$$\Sigma^- \to \Sigma^0 + \text{轻子},$$
$$\text{等等……} \qquad (10.28)$$

其选择定则为

$$\Delta I_3 = 1, \quad \Delta S = 0。 \qquad (10.29)$$

2）考虑 π 衰变 $\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ 的矢量流 $V_\lambda^{\pi^-\pi^0}$，它一

定是 π 介子波函数的函数，并且也一定是一个 4 矢量。唯一与 π 介子有关的 4 矢量是它的能量-动量，因此我们设

$$V_\lambda^{\pi^-\pi^0} = \varphi_\pi^*-[p_\lambda(\pi^-) + p_\lambda(\pi^0)]\varphi_{\pi^0}。 \tag{10.30}$$

假设 π 介子波函数是平面波，则它们与 $x_\lambda = (\mathbf{x}, it)$ 的关系为

$$\varphi_\pi \propto \exp i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{x} - Et) = \exp i\sum_{\lambda=1}^{4} p_\lambda x_\lambda。 \tag{10.31}$$

在这种情况下，

$$\frac{\partial}{\partial x_\lambda}\varphi_{\pi 0} = ip_\lambda(\pi^0)\varphi_{\pi^0},$$

$$\frac{\partial}{\partial x_\lambda}\varphi_{\pi-}^* = -ip_\lambda(\pi^-)\varphi_{\pi-}^*。$$

这样，$V_\lambda^{\pi^-\pi^0}$ 的散度为

$$\begin{aligned}\sum_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} V_\lambda^{\pi^-\pi^0} = &\sum_\lambda\left\{\left(\frac{\partial}{\partial x_\lambda}\varphi_{\pi-}^*\right)(p_\lambda(\pi^-) + p_\lambda(\pi^0))\varphi_{\pi^0}\right.\\ &\left.+ \varphi_{\pi-}^*(p_\lambda(\pi^-) + p_\lambda(\pi^0))\left(\frac{\partial}{\partial x_\lambda}\varphi_{\pi^0}\right)\right\}\\ = i\sum_\lambda\{&-p_\lambda(\pi^-)p_\lambda(\pi^-)\\ &+ p_\lambda(\pi^0)p_\lambda(\pi^0)\}\times\varphi_{\pi-}^*\varphi_{\pi^0}\\ = i\{&m^2(\pi^-) - m^2(\pi^0)\}\varphi_{\pi-}^*\varphi_{\pi^0}。\end{aligned} \tag{10.32}$$

于是，流守恒 (10.26) 式成立的条件是

$$m(\pi^-) = m(\pi^0), \tag{10.33}$$

选择定则 (10.29) 也就是同位旋升算符 I_+——例如见图 3.4 和图 3.10——所服从的选择定则。另外，(10.33) 式是一个在同位旋守恒适用的范围内成立的条件。这样我们就可以假定有如下的等同关系

弱相互作用矢量流 $\longleftrightarrow$ 同位旋流，

$$\text{弱荷 } G_F \longleftrightarrow I_+, I_-。 \tag{10.34}$$

由于同位旋是一个(近似)对称性，所以同位旋流是(近

似)守恒的。把弱矢量流和同位旋流等同起来,就解释了为什么矢量流会守恒。于是,在像(10.27)* 那样的过程中,守恒的弱荷 G_F 与同位旋升算符 I_+ 等同,而在 $p \to n +$ 轻子,$\pi^0 \to \pi^- +$ 轻子等(吸能)反应中,相应的弱荷与 I_- 等同。

10.4 CVC 小结和向么正对称过渡

为清楚起见,最好把上述主要步骤小结如下:

a) 我们看到,μ 衰变和核 β 衰变中的费米跃迁强度几乎相等;$G_\mu \simeq G_F$。

b) 即使对于"裸"耦合常数,$G_\mu \simeq G_F$ 成立,由于 π 云的屏蔽效应,一般说来,G_F 的真实物理值将有很大的不同。

c) 屏蔽效应不起作用(像对质子电荷那样)的条件是弱荷 G_F——以及相应的弱矢量流 V_λ——守恒。这就是 CVC 理论。

d) 如果把 V_λ 流和同位旋流等同起来,则 V_λ 自动守恒。这是由于同位旋作为强相互作用的对称性,是(几乎)守恒的;作为支持这种等同性的证据,请注意 $\Delta S = 0$ 弱相互作用的选择定则(因此也是弱荷的选择定则)是 $\Delta I_3 = \pm 1$——这刚好是 I 旋升算符 I_+ 和降算符 I_- 的选择定则。

现在,读者或许已经忘记本章的主要目的(正如在本章引言中所说的),是要引出一个比同位旋更高的对称性,以便把奇异数包括进来。对这个目的来说,小结中的(d)是重要的。用很普通的话来说,(d)表明在 $\Delta S = 0$ 的半轻子弱衰变的选择定则和不包含奇异数的强作用对称性——同位旋之间有一个关系,即对称性的生成元(I_+, I_-)服从弱跃迁的选择定则。

盖尔曼以此为向导,引出了一个更高的对称性。他提出:

---

* 原文为(10.26)。——译者注

这种对称性的升算符和降算符由所有轻子弱衰变(不仅是奇异数守恒的衰变而且有奇异数改变的衰变)的选择定则给出。这些选择定则是

$$\Delta S = 0, \quad \Delta I_3 = \pm 1;$$

$$\Delta S = \pm 1, \quad \Delta I_3 = \pm 1/2。$$

这等价于(5.16)式和(5.32)式*，并表示在图 10.5 中。 与 $\Delta S = 0$, $\Delta I_3 = +1$ 和 $\Delta I_3 = -1$ 对应的升、降算符就是 I_+ 和 I_-。 把与 $\Delta S = \pm 1$, $\Delta I_3 = \pm 1/2$ 的升、降算符称为 V_+ 和 V_-。我们有

$$(\Delta S = 0, \Delta I_3 = \pm 1) \longleftrightarrow I_+, I_-,$$

$$(\Delta S = \pm 1, \Delta I_3 = \pm 1/2) \longleftrightarrow V_+, V_-,$$

如图 10.6 所示。I_+, I_- 和 I_3 有如下的对易关系：

$$[I_1, I_2] = iI_3 \quad 及其循环置换式， \tag{10.35}$$

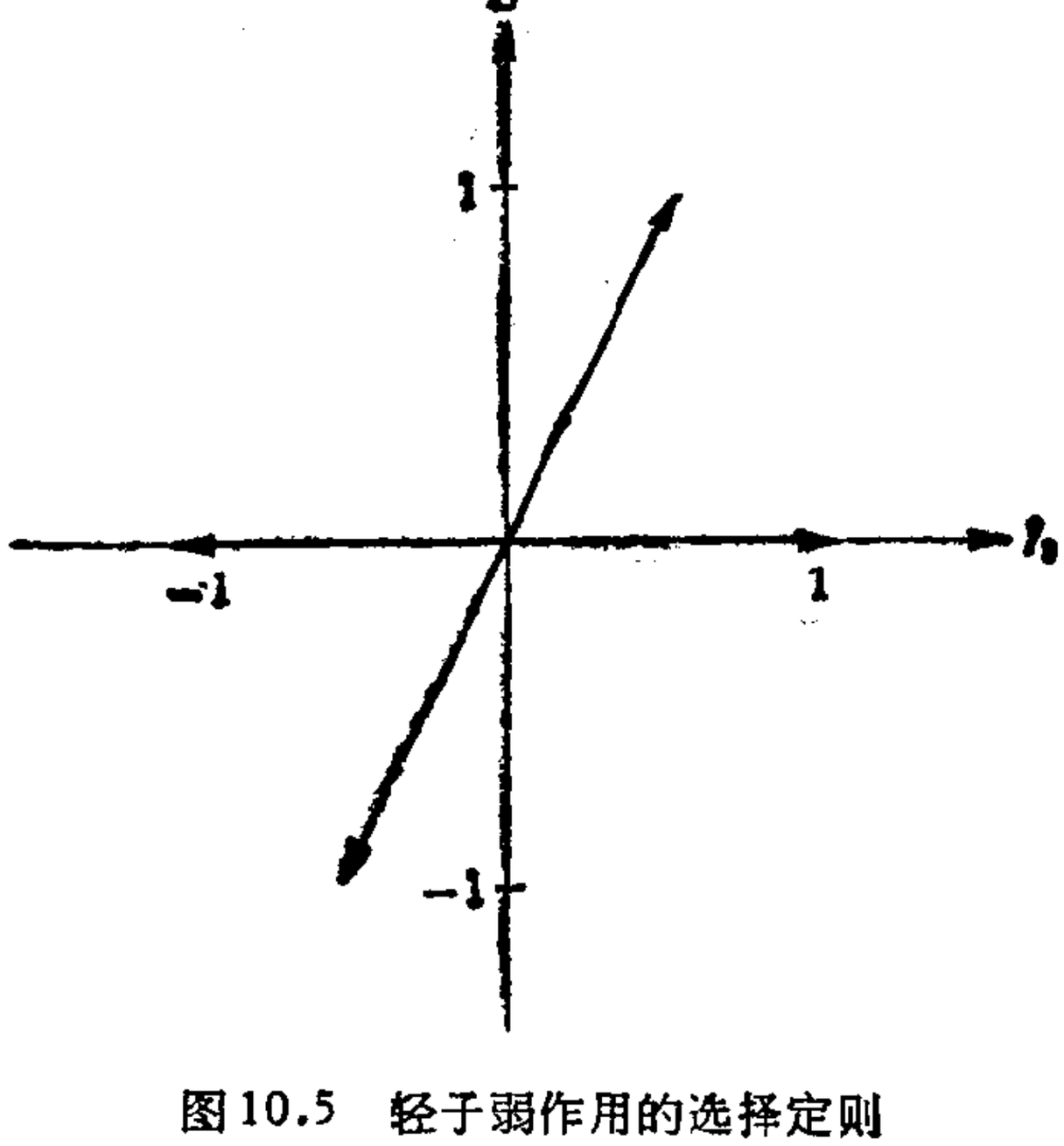


图 10.5　轻子弱作用的选择定则

---

* 原文为 (5.19) 和 (5.35) 式。——译者注

式中 $I_{\pm} = I_1 \pm iI_2$。例如，这意味着

$$[I_+, I_-] = 2I_3。 \tag{10.36}$$

在第二章中曾指出，对称变换构成群，因而变换的生成元也构成群。在第三章中（特别是（3.16）式下面的说明）我们看到，同位旋变换群简单地就是三维转动群，记作 SO_3 或 SU_2。它的生成元是 I_1，I_2 和 I_3，或等价的 I_+，I_- 和 I_3。现在，这个群加上前面的 V_+ 和 V_- 后扩大了。事实上，V_+，V_- 和 V_3 是另一个称为 V 旋的转动群 SU_2 的生成元，

$$[V_1, V_2] = iV_3 \quad 及其循环置换式， \tag{10.37}$$

式中

$$V_{\pm} = V_1 \pm iV_2。$$

但是，V 旋和 I 旋不能对易，例如

$$V_+I_- \neq I_-V_+,$$

$$[V_+, I_-] \neq 0。$$

这表明，虽然 I 旋和 V 旋分别生成转动群，但结合在一起时却不生成群，还必须加上另一些生成元，令它们为 U_+，U_- 和 U_3，即 U 旋的生成元（见图 10.6）。它们满足

$$[U_1, U_2] = iU_3 \quad 及其循环置换式， \tag{10.38}$$

式中

$$U_{\pm} = U_1 \pm iU_2。$$

I 旋，V 旋和 U 旋的九个生成元合在一起构成一个封闭系，并生成一个 SU_3 群（实际上，SU_3 只有八个独立的生成元，因为在

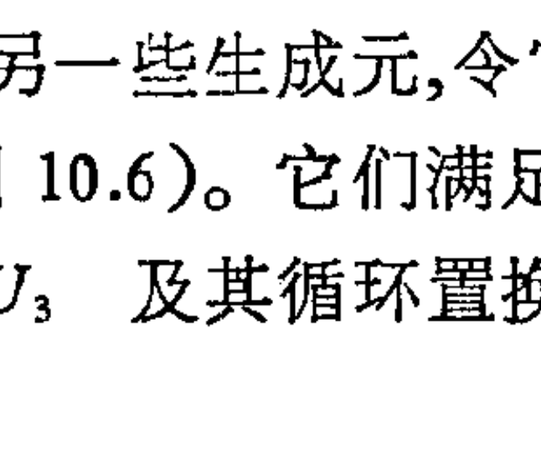


图 10.6　么正对称性的升、降算符

九个生成元之间还有一个关系)。

算符 U_+ 和 U_- 并不对应于任何观察到的轻子弱衰变的选择定则——加上它们只是为了完备性。现在我们来看看利用 I 旋，V 旋和 U 旋（这样命名类似于动词的变化形式）的这些算符，能产生什么样的强相互作用对称性。

10.5 么旋超多重态：八重法

我们从质子 p 开始，把它画在 $Y-I_3$ 图上(如图 10.7，这里 $Y = S + B$)。正像 p 在它自己的同位旋多重态中那样，我们假定它在超多重态中也是“最高态”。于是作为(方程(3.11)) $I_+p = 0$ 的推广，我们有

$$I_+p = V_+p = U_+p = 0。 \tag{10.39}$$

为得到其余的粒子，必须应用余下的降算符 I_-，V_- 和 U_-。和以前一样，I_- 给出中子，而 V_- 和 U_- 分别给出 $I_3 = 0$，$Y = 0$ 和 $I_3 = 1$，$Y = 0$ 的粒子。可以把这些粒子分别等同于 Λ 或 Σ^0 和 Σ^+。把 V_- 和 U_- 作用在 n 上，得到 $I_3 = -1$，$Y = 0$ 和 $I_3 = 0$，$Y = 0$ 的粒子，我们分别把它们等同于 Σ^- 和 Σ^0 或 Λ。继续照此办理，直到获得一个“封闭”的图形为止；这是一个“最低态”与“最高态”具有相反量子数的对称图形。在这种情况下，由于 $p(I_3 = 1/2,\ Y = 1)$ 是服从 (10.39) 式的最高态，因此 $\Xi^-(I_3 = -1/2, Y = -1)$ 就是服从

$$I_-\Xi^- = V_-\Xi^{-*} = U_-\Xi^- = 0。$$

的最低态，现在我们有了一个由八个粒子 p，n，Σ^+，Σ^0，Σ^-，Λ 和 Ξ^- Ξ^0组成的“超多重态”，而 Σ^0 和 Λ 出现在同一点 $I_3 = Y = 0$ 上[1]。所有这 8 个粒子都有 $B = 1$ 和 $J^P = 1/2^+$；即它

---

* 原文漏掉 $= V_-\Xi^-$。——译者注

1) 读者可能不同意这种提法，因为我们只需要七个粒子，而 Λ 不出现．为证明一定有八个粒子，需要用群论的方法作适当的处理，但是在下一章中，我们将使这件事显得更合理些。

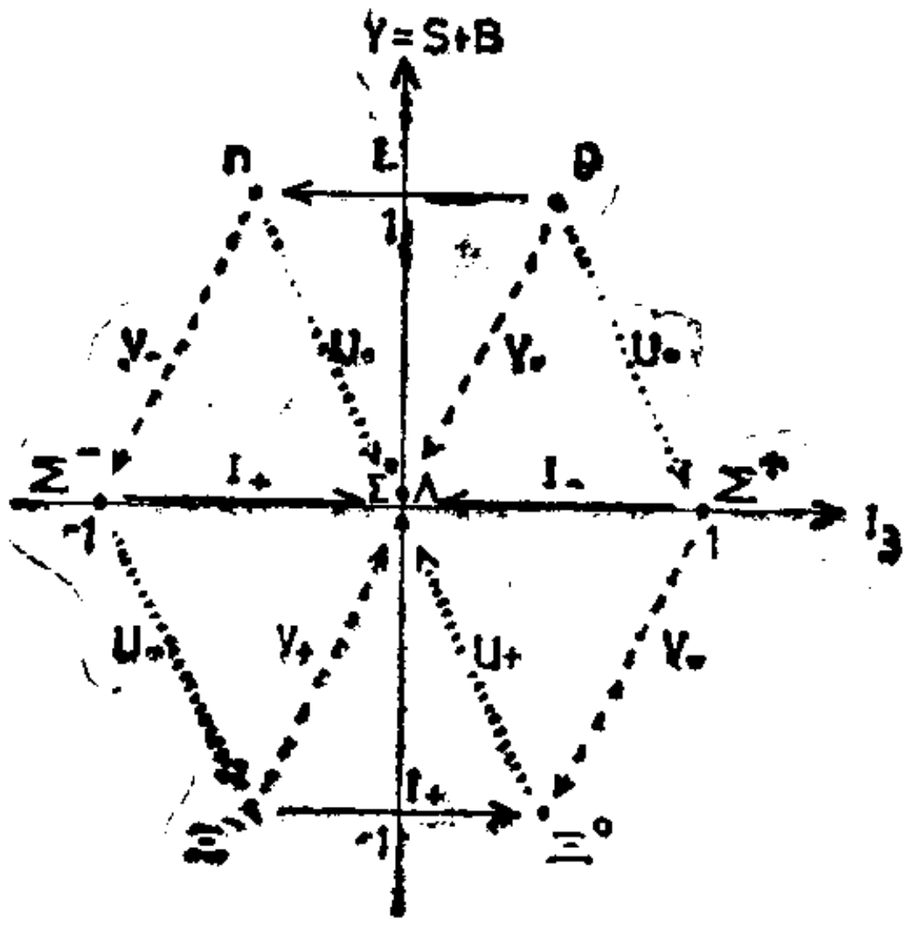


图 10.7　在么旋超多重态中的八个 $1/2^+$ 重子（重子八重态）

们只是同位旋和奇异数不同。这个超多重态，或者说超族，包括四个同位旋族，它们的量子数和质量如下：

$$\begin{aligned} N \quad & I = 1/2 \quad Y = 1 \quad (S = 0) \quad 939 \ \text{MeV}, \\ \Lambda \quad & I = 0 \quad Y = 0 \quad (S = -1) \quad 1115 \ \text{MeV}, \\ \Sigma \quad & I = 1 \quad Y = 0 \quad (S = -1) \quad 1192 \ \text{MeV}, \\ \Xi \quad & I = 1/2 \quad Y = -1 \quad (S = -2) \quad 1314 \ \text{MeV}。 \end{aligned}$$

这些粒子的质量并不相同，但作为它们之间差异的量度，有

$$\frac{m(\Sigma) - m(N)}{m(\Sigma) + m(N)} = \frac{253}{2131} \approx 12\%,$$

$$\frac{m(\Xi) - m(N)}{m(\Xi) + m(N)} = \frac{375}{2253} \approx 17\%, \qquad (10.40)$$

因此可以合理地认为这些粒子是近似简并的。

从实验上看，在上述质量范围内，$J^P = 1/2^+$ 和 $B = 1$ 的粒子只有这八个，而这种较高的对称性恰好把它们全部归入一个超多重态。可以说，我们有了一种复合量子数，称为么正自旋（或简称么旋）。它是同位旋的推广，包括了同位旋和奇异数。这八个粒子 N, Σ, Λ 和 Ξ 是 $J^P = 1/2^+$, $B = 1$, 质量在 1100 MeV 左右的一个粒子的八种状态。我们能够设想出

一个假想的极限，在这种极限下，这八个粒子将是简并的。按照盖尔曼的说法：

在么旋空间的转动下，强相互作用近似不变。因此强子存在于超族(超多重态)中，而超族的成员形成了一个近似简并的同位旋多重态的族，这些同位旋多重态除了 I 和 S 不同外，其它全同。

在么旋空间中的转动通常把图 10.7 中超多重态内部的任一粒子转换成其余粒子的混合。如果强相互作用不能区分这 8 个 $1/2^+$ 的重子，则强相互作用在这些转动下是不变的。么正对称的哲理是，情况近似如此。

因为在上述超多重态中有八个重子，所以称为重子八重态。盖尔曼曾强调指出，在这种八重法中，八个粒子只不过是一种粒子的八个状态，因而它们之中没有哪一个比任何另外一个更基本——它们处于完全同等的地位。这与坂田模型大不相同，后者把 p，n 和 Λ 看成是真正的基本粒子，而其它重子则是由这三种粒子及其反粒子的组合构成的，例如 $\Sigma^+=(p\bar{n}\Lambda)$。八重法与坂田模型是不相容的。

当着手讨论 0^- 介子时，我们发现也有八个粒子。而且它们正好填入与 $1/2^+$ 重子相同的量子数图形（只要画出 $Y-I_3$ 图，而不是 $S-I_3$ 图）：

$$\begin{aligned} K \quad & I=1/2 \quad Y=S=1 \quad & 495\ \text{MeV}, \\ \eta \quad & I=0 \quad Y=S=0 \quad & 549\ \text{MeV}, \\ \pi \quad & I=1 \quad Y=S=0 \quad & 140\ \text{MeV}, \\ \bar{K} \quad & I=1/2 \quad Y=S=-1 \quad & 495\ \text{MeV}, \end{aligned}$$

如图 10.8 所示。除了 I 和 S 不同外，这八个介子具有相同的量子数，$J^P=0^-$，$B=0$。但它们的质量很成问题：

$$\frac{m(K)-m(\pi)}{m(K)+m(\pi)}=\frac{355}{635}\approx 56\%。 \qquad (10.41)$$

这使得同位旋族是“近似简并”的说法缺少说服力。但情况并不像看上去的那么坏，在下一章和第十二章中对赝标介子的质量将作进一步的讨论。

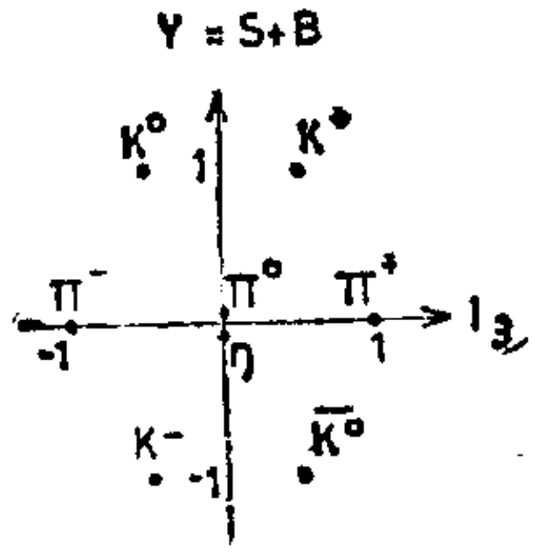


图 10.8　0^- 介子的八重态

10.6　么旋超多重态：十重法和一重法

由 $I_\pm$，$V_\pm$ 和 $U_\pm$，是不是只能构成一个象图 10.7 那样的图形呢？　回答显然不是。　正像 $I_\pm$ 能够生成同位旋 $I = 0$，1/2，1，···的各种多重态一样，一般说来，可以预料由图 10.6 中的 $I_\pm$，$V_\pm$ 和 $U^*_\pm$ 能够生成许多具有不同结构的超多重态。另一方面，虽然原则上同位旋 0，1/2，3/2，2，5/2…… 中的任何一个都是可能的，但事实上只观察到 $I = 0$，1/2，1，3/2。类似的情况对于么旋也存在；目前相信，在所有可能的超多重态图形中，只有三个存在于自然界中。上述八重态就是其中的一个。另外两个分别包含十个粒子和一个粒子，称为十重态和单态。

首先考虑十重态，这相应于图 10.9 中的图形，它由以下的同位旋多重态构成：

$I = 3/2$　　$Y = 1$　　（四个粒子），

$I = 1$　　$Y = 0$　　（三个粒子），

$I = 1/2$　　$Y = -1$　　（二**个粒子），

---

* 原文是 $Y_{\pm}$。——译者注

** 原文为 3。——译者注

$$I = 0^*\quad Y = -2\qquad (\text{一个粒子}).$$

填入十重态的一组已知粒子是 $J^P = 3/2^+$ 的重子共振态组。在 1962 年，已知的 $3/2^+$ 粒子只有九个，它们是

$$\Delta(1236\text{MeV}) \qquad I = 3/2 \quad Y = 1 \qquad (S = 0),$$

$$Y_1^* = \Sigma(1385\text{MeV}) \quad I = 1 \qquad Y = 0 \qquad (S = -1),$$

$$\Xi^* = \Xi(1530\text{MeV}) \quad I = 1/2 \quad Y = -1 \quad (S = -2),$$

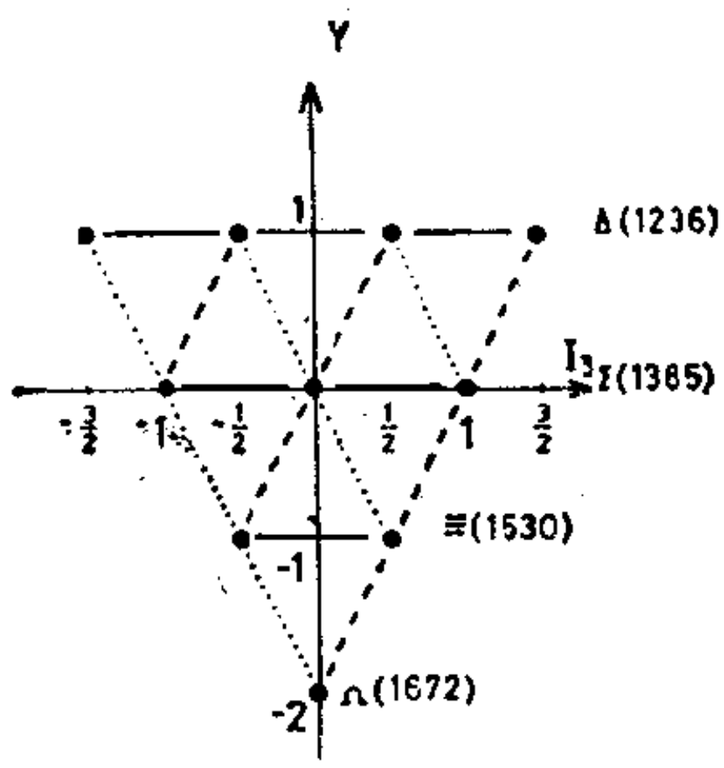


图 10.9　由图 6 的升和降算符得到的 $3/2^+$ 粒子十重态

并发现它们占据了十重态“上面”九个位置。这意味着，必定存在第十个粒子，它的 $I = 0$，$Y = -2\,(S = -3)$，并且 $J^P = 3/2^+$。此外，虽然上述九个粒子质量不同，但从上面可以看出，它们的质量对于 Y 是等间隔改变的，且间隔为 146 MeV。如果假定这个等间隔规则对于待寻的粒子（称为 Ω^-）也适用，则

$$m(\Omega) - m(\Xi^*) = m(\Xi^*) - m(Y_1^*) = m(Y_1^*) - m(\Delta), \tag{10.42}$$

于是 $m(\Omega) = 1676$ MeV。由于它的 $S = -3$，所以奇异数守恒的最低质量衰变方式为

$$\Omega \to \Xi^0 + K^-,$$

质量　（MeV）	1675	1315	498

* 原文为 1。——译者注

而这在能量上是禁戒的。因此 Ω 对于强相互作用是稳定的，它也许是最后剩下的一个稳定粒子(因此用希腊字母表中最后一个字母 Ω 表示它)。于是预计 Ω^- 可以通过 $\Delta S = 1$ 的弱相互作用衰变：

$$\Omega^- \to \begin{cases} \Lambda + K^-, \\ \Xi^- + \pi^0, \\ \Xi^0 + \pi^-。 \end{cases}$$

由于衰变是弱的，所以寿命约为 10^{-10} 秒，因而它在气泡室中的径迹应是可见的。这样来预言一个粒子的精确性质，至少可以说，在基本粒子物理中是很不平常的。1964 年，发现了质量为 1686 ± 12 MeV 的 Ω^-，这是么正对称性的一大成功。

最后，还有只包含一个粒子的超多重态，即单态。它只不过是一个 $I = Y = 0$ 的粒子，即 $I = 0$，$S = -1$ 的重子；或 $I = S = 0$ 的介子。有一些粒子被认为是单态，这将在下一章中讨论。

10.7 关于么正对称性意义的评论

我们记得，寻找比同位旋更高对称性的目的是为了解决粒子数众多的问题。只要存在这种对称性，就意味着又少了些独立粒子。现在我们已看到：较高的对称性确实存在；粒子并不是真正独立的，因为它们不仅属于同位旋多重态，而且同位旋多重态又属于么旋超多重态，超多重态含有几个具有不同奇异数(超荷)的同位旋多重态。这种么正对称性，或 SU_3 对称性，比同位旋对称性更难理解。因此，让我们再分析一下它的某些特点：

a) 所有的强子都属于 SU_3 超多重态

这是该理论的一条公理。根据定义，强子参与强相互作用，而强相互作用保持么旋不变，因此强子一定属于 SU_3 超多

重态。用群论的语言来说，强子一定属于 SU_3 的“表示”。这是一种非常有力的说法；如果发现一个同位旋多重态，我们就知道它一定属于一个 SU_3 超多重态，于是就自动地预言了更多的粒子。举例来说，假若我们发现了 p 和 n，并猜想它们属于一个八重态，则我们就自动地预言了 Σ^+, Σ^0, Σ^-, Λ, Ξ^0 和 Ξ^- 的存在，并且这些粒子有相同的 $J^P = 1/2^+$ 和相近的质量。当然，p 和 n 也可以不属于八重态，但在 SU_3 中没有一个超多重态是只包含两个粒子的，除一个粒子外，最少有三个粒子（至于什么样的超多重态可以存在的问题，将在下一章中讨论）。因此，发现了 p 和 n 之后，我们总能预言一些别的东西；预言的东西完全取决于 p 和 n 属于什么样的超多重态。在这个意义上，粒子不是独立的——只有超多重态是独立的。

b）SU_3 是一个近似（“破缺”）的对称性

在超多重态内部，同位旋多重态并不是简并的。我们曾看到，对于 $1/2^+$ 重子八重态 $\Delta m/m \approx 15\%$；而对于 0^- 介子八重态，$\Delta m/m \approx 56\%$；对于 $3/2^+$ 重子十重态，$\Delta m/m \approx 9\%$。暂不考虑有问题的 0^- 介子八重态，可以认为，这种对称性大约在 15% 的精确度内成立。由于它的这种近似性质，故有时又称它为“破缺”对称性。

问题在于，为什么对称性是破缺的？是什么原因引起了破缺？我们知道，例如在同位旋情况下，大概是电磁相互作用引起了破缺；但在么旋情况下，没有已知的自然界的力能够成为引起破缺的原因. 但是，奈曼（Ne'eman）猜测可能有一种相互作用引起了么正对称的破缺，而这种相互作用也许就是引起神秘的 μ–e 质量差的原因。

无论如何，利用把强相互作用的哈密顿量分成两部分的办法来表示“破缺”对称性是方便的，

$$H_{强} = H_{SU_3} + \varepsilon H_{中强}。 \tag{10.43}$$

$H_{中强}$ 是引起对称性破缺(例如质量差)的原因，而 H_{SU_3} 是对称性存在的根据。 ε 是度量这种对称性破缺的参数. 由上述可见，$\varepsilon \sim \Delta m/m \sim 0.15$。 正像在第三章中关于引入或取消电磁相互作用的讨论一样，我们可以设想引入或取消 $H_{中强}$ 也是可能的(尽管这是办不到的!)，并且可以用改变 ε 值来表示这种情况。这样，当 $\varepsilon \to 0$ 时，超多重态就变成简并的了(如果电磁相互作用可以忽略)。

然而，许多物理学家觉得用哈密顿量的语言来讨论强相互作用是完全不适当的。按照这种观点，(10.43) 式或许是描述情况的一种有用的方法，但仅此而已。

按照另一学派的观点，SU_3 是内禀破缺的，也就是说，根本不存在一种对称情况，这种对称情况后来被微扰所破坏，而是对称性从一开始出现就已经是破缺的。

目前我们的结论只能是，SU_3 破缺是一个尚未解决的重大问题。

c) 同位旋和奇异数不是无关的

这似乎是一种奇怪的说法，但 SU_3 的含意之一确实是 I 与 S 有关联。例如，当我们发现了一个具有特定奇异数的同位旋多重态，我们就按照图 10.6 的规则预言了具有不同 S 值的另一些同位旋多重态。 I 值必定相差 1/2 或 1，而 S 值对应地分别相差 1 或 0。 任意地组合 I 和 S 是不允许的。在这个意义上，S 和 I 不是无关的(一个有趣的历史类比是时间和空间，在爱因斯坦之前，它们也曾被认为是无关的)。

d) SU_3 不能预言什么样的超多重态是存在的

这一点很重要，一旦我们识别出超多重态的一些成员，则 SU_3 要求其它成员存在，但 SU_3 不能预言什么样的超多重态应该是原先存在的。 例如，依靠 SU_3 本身并不能告诉我们八重态应在自然界中出现。任何能回答这一问题的理论必定超出

SU_3 的范围之外。有意义的是，在自然界中只发现单态、八重态和十重态这三个超多重态。为什么会是这样？这个问题将在下一章中讨论。

补 充 读 物

[1] Feynman, R. P. and M. Gell-Mann, "Theory of the Fermi interaction", *Physical Review* **109** 193 (1958).

[2] Wu, C. S., "The Universal Fermi Interaction and the Conserved Vector Current in Beta Decay", *Reviews of Modern Physics* **36**, 618 (1964).

么正对称性

[3] Barnes, V. E. et al., "Observation of a Hyperon with Strangeness Minus Three", *Physical Review Letters* **12**, 204(1964). Reprinted in M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, op. cit.

[4] Chew, G. F., M. Gell-Mann and A. H. Rosenfeld, "Strong Interacting Particles", *Scientific American*, February, 1964.

[5] Gell-Mann, M., "The Eightfold Way: A Theory of Strong Interaction Symmetry", Caltech report (1961), unpublished. Reprinted in M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, op. cit.

[6] Gell-Mann, M. and Y. Ne'eman, *The Eightfold Way*, Benjamin, 1964.

[7] Lichtenberg, D. B. *Unitary Symmetry and Elementary Particles*, Academic Press, 1970.

[8] Matthews, P. T., *Introduction to Quantum Mechanics*, second edition. McGraw-Hill, 1968, Chapter 14.

[9] Matthews, P. T., "Unitary Symmetry", in *High Energy Physics* vol. I (E. H. S. Burhop, ed.), Academic Press, 1967.

第十一章　么正对称性和夸克模型

11.1　同位旋和奇异数的结合

在上一章中，我们从弱相互作用的选择定则导出了么正对称性，SU_3。按照许诺，现在我们来说明，当纯粹考虑强相互作用时怎样才能得到这个结果。总观前文，问题只不过是如何把同位旋和奇异数——强相互作用守恒的两个量子数组合起来。把它们组合成"高维"量子数(同位旋是三维量子数，而电荷只是一维量子数)，将对粒子可能有的 I 和 S 的允许组合自动地加上限制。这将是一种使粒子世界"人口爆炸"的混乱状态变得有秩序的方法。

问题是如何做到这一点，或许最容易的回答方法是遵循所有粒子都是由一组基础粒子构成的传统思想。就同位旋来说，如果所有粒子都是由某一多重态构成的，则最简单的多重态是 $I = 1/2$ 的费米子多重态。任何的 I 值都可以由足够多的 $I = 1/2$ 态的组合构成。当然，任何基础粒子一定是费米子，因为费米子可以构成玻色子，而反过来则不行。显然可以选择核子作为基础粒子。例如 π 介子可看成象 (3.29)* 式那样的核子-反核子**束缚态:

$$\pi^+ = p\bar{n},$$

$$\pi^0 = \sqrt{1/2}(p\bar{p} - n\bar{n}),$$

$$\pi^- = n\bar{p}.$$

---

* 原文为 (2.39) 式。——译者注

** 原文为核子-反中子。——译者注

这是 1949 年费米和杨首先提出的模型。 这一模型有许多理论上的困难，但是为了教学的目的最好暂不评论，而继续提出如下问题：如果非奇异粒子是由 p 和 n 构成，那么奇异粒子由什么构成？换句话说，怎样才能把费米-杨的理论推广，以便包括奇异粒子？

坂田曾研究了这个问题，他在 1956 年提出，所有的强子都是由图 11.1 所示的三种基础态 (p,n,Λ) 复合而成的。 这只不过是加上了 Λ 的费米-杨理论。 按这种方法构成其它粒子的例子是 $\pi^+ = p\bar{n}$, $K^+ = p\bar{\Lambda}$, $\Sigma^+ = p\Lambda\bar{n}$, $\Xi^- = \Lambda\Lambda\bar{p}$, $K^0 = n\bar{\Lambda}$, 等等。 坂田模型标志着 SU_3 的诞生，因为池田 (Ikeda)、大川 (Ogawa) 和大贯 (Ohnuki) 曾指出，正如 $I = 1/2$ 的 (p, n) 形成同位旋群 SU_2 的最低维“非平凡”表示一样，按照坂田模型，(p,n,Λ) 形成了 SU_3 的最低维非平凡表示(在这两种情况中，“平凡”表示都是单态；在SU_2 中是 $I = 0$，在 SU_3 中是 $I = Y = 0$).

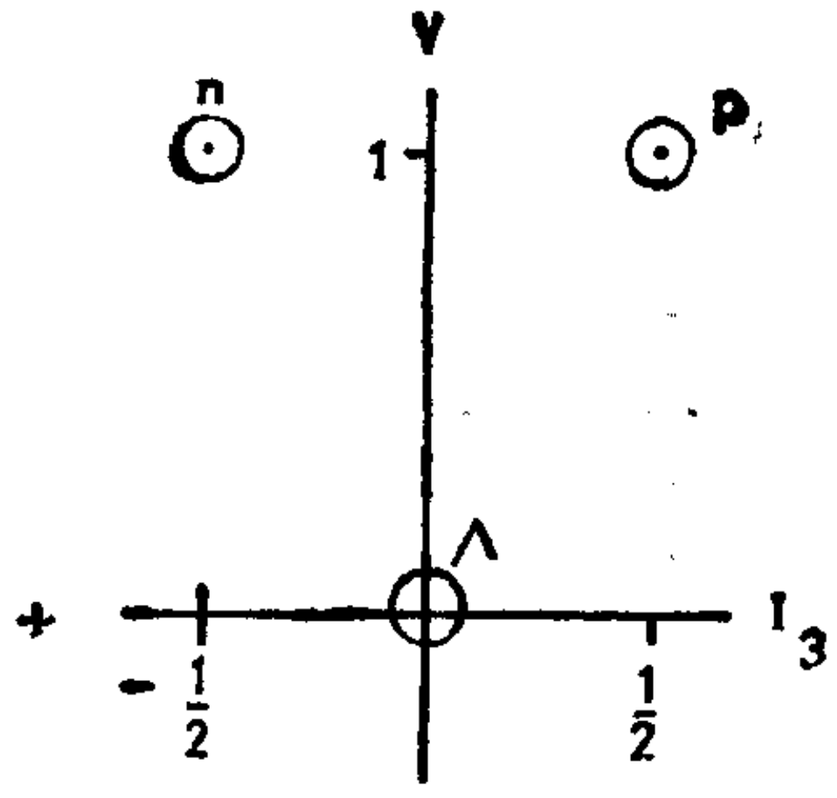


图 11.1 坂田模型中的 p, n 和 Λ

确定了基础粒子之后，下一个问题是，它们组成复合态的规则是什么？对于同位旋，这就是矢量加法规则。对于 SU_3，我们需要类似的规则。找到这种规则的最容易的方法是用图解表示矢量加法规则，这样就可直接推广到 SU_3.

11.2 构造同位旋多重态

作为矢量加法规则的一个例子,考察由 $I=1$ 和 $I=1/2$ 的两个粒子复合成的一个粒子，复合粒子有 $I=3/2$ 或 $I=1/2$;我们写成

$$(I=1)\times(I=1/2)=(I=3/2)+(I=1/2). \quad (11.1)$$

$I=1$ 的粒子有三个态 $I_3=1,0,-1$; $I=1/2$ 的粒子和 $I=3/2$ 的粒子分别有两个态的四个态。因此,(11.1)式可以写成

$$\mathbf{3\times 2=4+2}, \quad (11.2)$$

其中数字表示态的个数;因为 $3\times2=4+2$，所以方程两边态的个数相同。要清楚地写出这些态,我们可用*

$$\underset{-1}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{0}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1}{\cdot}\times\underset{-1/2}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1/2}{\cdot} \quad (11.3)$$

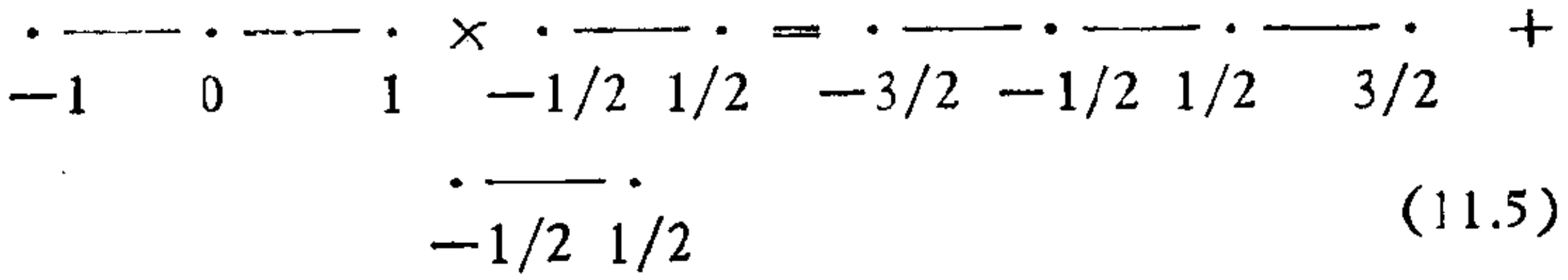
表示(11.2)式的左边,其中圆点表示 I_3 的值。这是三个态与两个态的乘积,可计算如下：因为 I_3 的值只是相加,所以 $I_3=1$ 与 $I_3=\pm1/2$ 组合后给出 $I_3=3/2$，$1/2$。$I_3=0$ 与 $I_3=\pm1/2$ 组合后给出 $I_3=\pm1/2$,而 $I_3=-1$ 与 $I_3=\pm1/2$ 组合后给出 $I_3=-3/2$,$-1/2$。因此我们有

$$\underset{-1}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{0}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1}{\cdot}\times\underset{-1/2}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1/2}{\cdot}=\underset{-3/2}{\cdot}\!\!-\!\!:\!\!-\!\!\underset{-1/2}{:}\!\!-\!\!:\!\!-\!\!\underset{1/2}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{3/2}{\cdot} \quad (11.4)$$

换句话说,为了得到(11.4)式的右边,只要把 $I=1/2$ 图的中心($I_3=0$ 处)依次叠加到 $I=1$ 图 $I_3=1,0,-1$ 的三个态上,并标出 $I_3=\pm1/2$ 态的新位置。这就给出了(11.4)式中的六个圆点，然后把这六个态分解成两个具有单一同位旋的态,于是我们有

---

* 原图为 $\underset{-1}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{0}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1}{\cdot}\times\underset{-1}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{0}{\cdot}\!\!-\!\!\underset{1}{\cdot}$ 现修改如正文中的图,(11.4)和(11.5)中也作了相应的修改。——译者注



(11.5)

图解变换(11.4)和(11.5)可概括成以下规则:

为了得到两个同位旋的乘积，把一个同位旋图的中心依次叠加到另一个同位旋图的每个态上，并标出第一个同位旋各态的最后位置，再把所得到的图分解成具有单一 I 值的图。

(11.6)

11.3 构造 SU_3 超多重态

现在，不难把规则(11.6)推广到么旋。但在此之前，最好先摆脱坂田模型的限制。我们假定有三个基础粒子，但不是 p、n 和 Λ。事实上，我们放弃了历史上的做法而采用 1964 年盖尔曼提出的三个基础粒子，他称它们为夸克[1]。这三个粒子的超荷与 p，n 和 Λ 不同，而是如图 11.2 所示。(u 和 d 表示

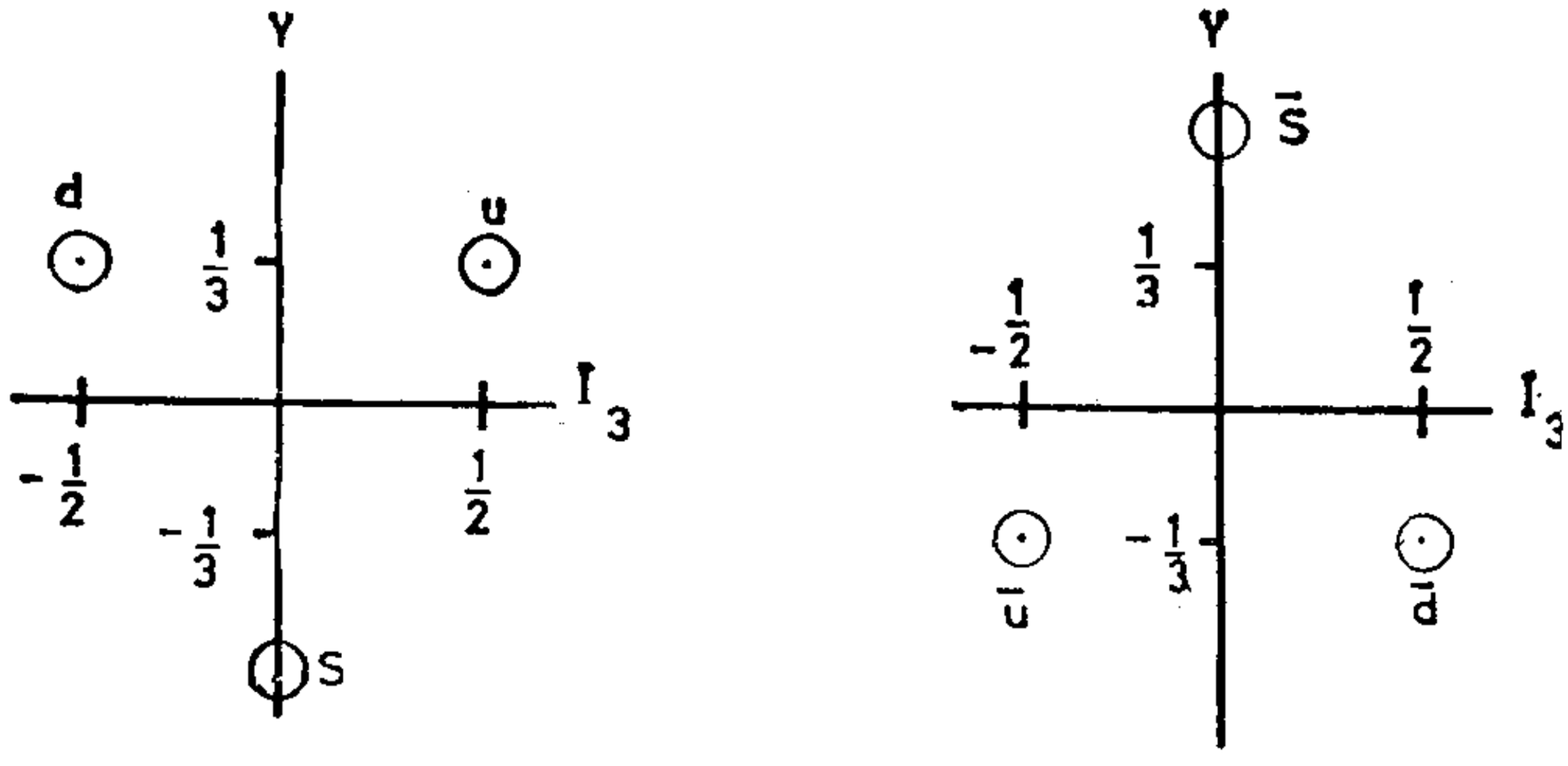


图 11.2 超多重态 3 和3 *——夸克和反夸克

1) 与此同时，茨维格 (Zweig) 也提出了夸克，他称它们为爱斯 "aces"。夸克一词来自 James Joyce's 所著"芬尼根彻夜祭"中的一句话 "Three quarks for Muster Mark!"。

同位旋向上和向下，s 表示单态）下面我们会明白 Y 选取分数值的理由。反夸克 $\bar{u}$，$\bar{d}$ 和 $\bar{s}$ 有相反的 I_3 和 Y 值，也表示在图 11.2 上。夸克和反夸克的超多重态分别记作 **3** 和 **3***。

现在我们来看看夸克和反夸克组合后得到什么样的态。为此，利用规则（11.6），并把其中的“同位旋”换成“么旋”。这意味着要把 **3*** 图的中心依次叠加到 **3** 图的每一个态上，并标明九个最终态的位置。所得到的图形如图 11.3 所示，在原点上有三个态。这个图形可分解成两个超多重态，**8** 和 **1**，如图 11.4。因此我们有

$$\mathbf{3}\times\mathbf{3}^{*}=\mathbf{8}+\mathbf{1} \tag{11.7}$$

这是与（11.2）类似的 SU_3（么旋）表示式。适当地改变规则（11.6）的措词，便得出以下规则：

为得到两个么旋的乘积，把一个么旋图的中心依次叠加到另一个么旋图中的每一个态上，并标出第一个么旋各态的最终位置，再把所得到的图分解成具有单一么旋值的图。 (11.8)

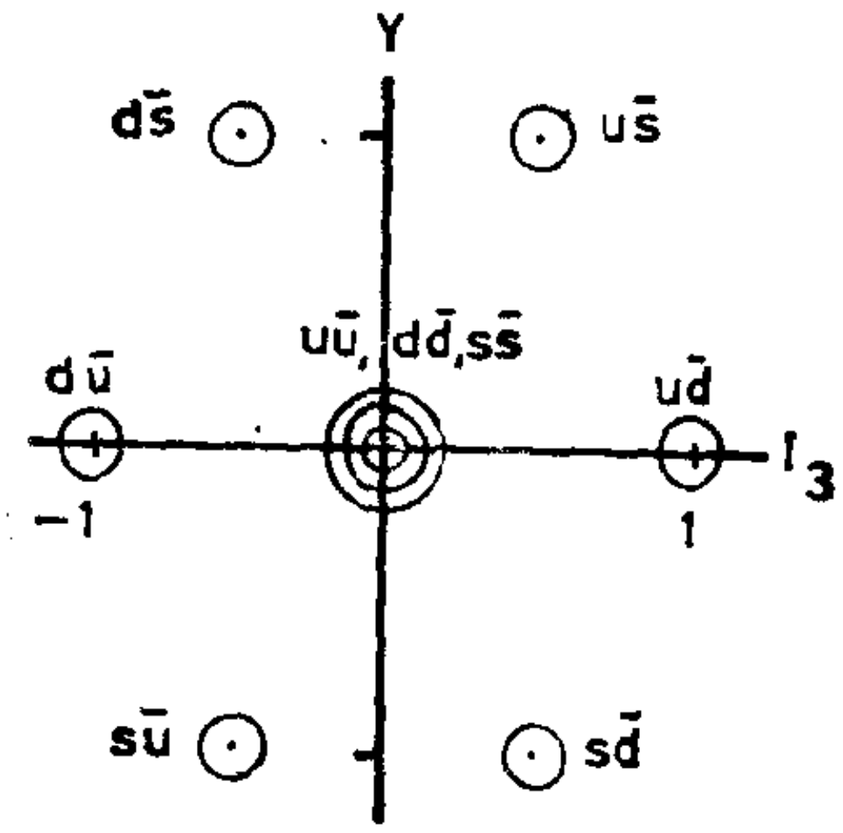


图 11.3

（11.7）式中的八重态与图 10.7 和图 10.8 中的八重态是相同的。用文字来表述，（11.7）式告诉我们，一个夸克和一个

反夸克的任意复合态，或是属于 SU_3 的八重态，或是属于 SU_3 的单态。

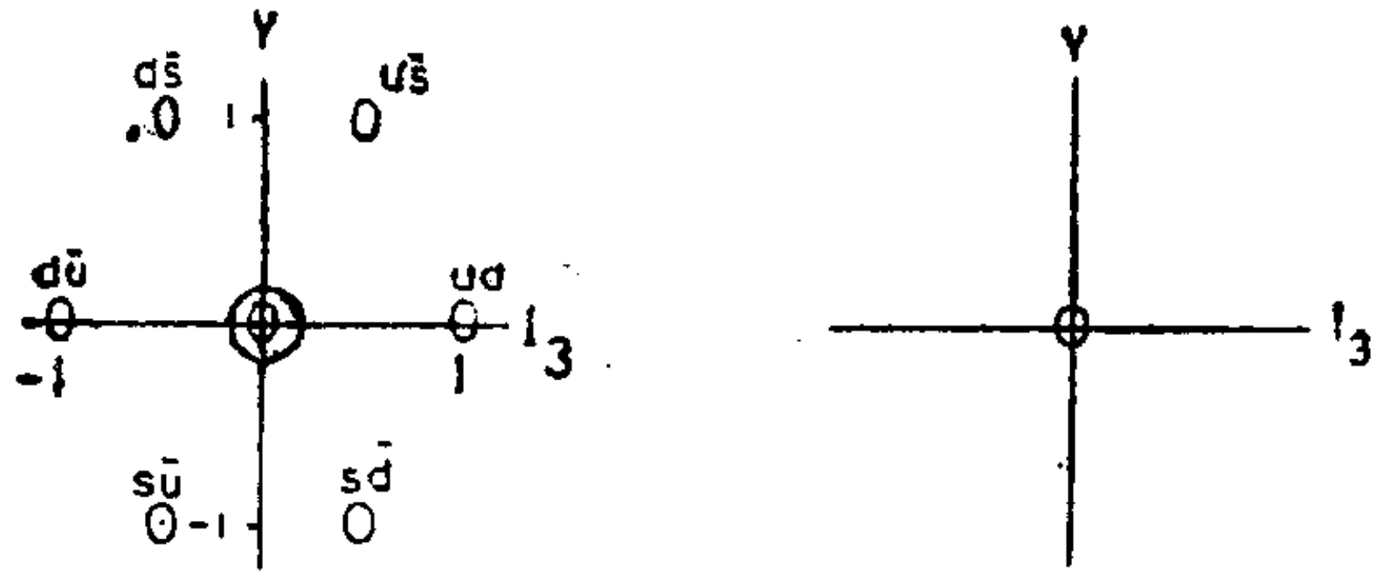


图 11.4　八重态 **8** 和单态 **1**。 八重态中 $I_3 = Y = 0$ 的态是 $(2s\bar{s} - u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{6}$ 和 $(u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$，而单态为 $(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$

现在来看看，当夸克与夸克组合时会有什么结果。 按与上面相同的方法进行，利用规则 (11.8) 和图 11.2 中对于夸克的 **3** 图，容易看出，

$$\mathbf{3\times 3=6+3^*}, \tag{11.9}$$

式中超多重态 **6**——六重态——如图 11.5 所示。

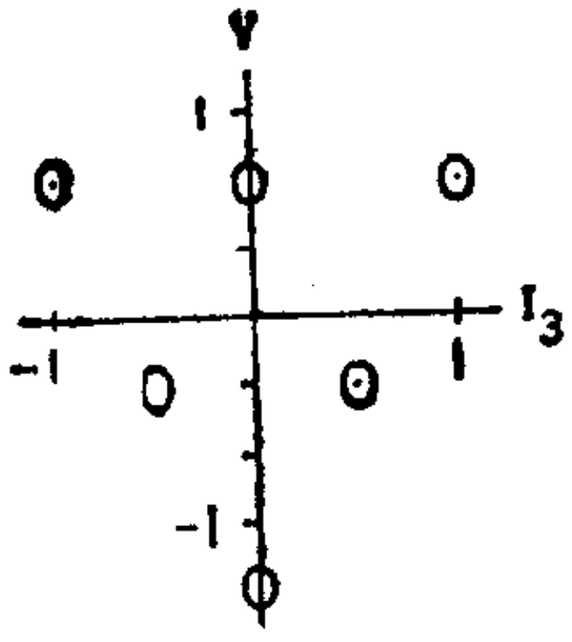


图 11.5　六重态 **6**

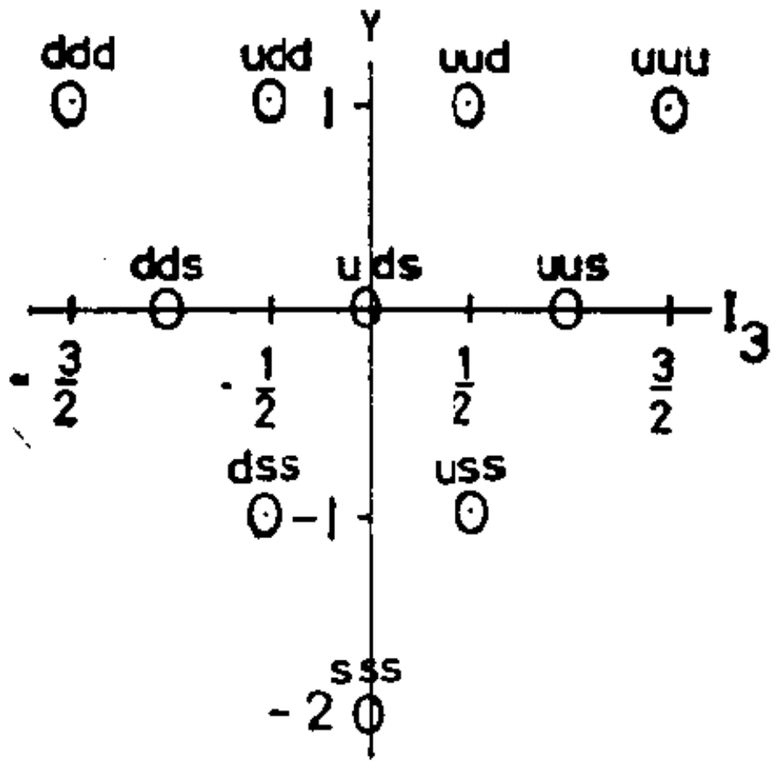


图 11.6　十重态 **10**

习题　证明 (11.9) 式。

现在，我们再把另一个夸克加到这两个夸克上，即我们需要计算 $\mathbf{3\times 3\times 3}$。利用 (11.9) 式，我们有

$$\mathbf{3\times 3\times 3=(6+3^*)\times 3=(6\times 3)+(3^*\times 3)}。 \tag{11.10}$$

利用规则 (11.8)，得到

$$\mathbf{6\times3=10+8},\qquad(11.11)$$

式中 **10** 是图 11.6 所示的十重态，而 **8** 是图 11.4 中的八重态。为方便起见，在 **10** 中每个态包含的 u, d 和 s 成分都已标出。可以看出，**10** 和图 10.9 中的十重态是一样的。

习题 证明 (11.11) 式

(11.10) 式右边的 $\mathbf{3^*\times3}$ 已从 (11.7) 式得到，因此，把 (11.7) 式，(11.10) 式和 (11.11) 式结合起来我们有[1]

$$\mathbf{3\times3\times3=10+8+8+1}。\qquad(11.12)$$

用文字来表达，(11.12) 式说明三个夸克的态，或者属于十重态，或者八重态，或者单态。

11.4 夸克模型

在上一章中我们看到，$1/2^+$ 重子和 0^- 介子都属于八重态，而 $3/2^+$ 重子属于十重态。另一方面，上面已看到 $q\bar{q}$ 属于八重态或单态，而 qqq 属于十重态，八重态或单态。现在我们假定

所有介子是 $(q\bar{q})$ 的束缚态，

所有重子是 (qqq) 的束缚态。　　(11.13)

夸克一定是费米子，它们可能有的最低自旋值是 1/2。它们还必须有 $B=1/3$，以便使重子有 $B=1$。这样一来，从盖尔曼-西岛关系。

$$Q=I_3+\frac{B+S}{2},$$

得到不平常的 Q 值 2/3 和 $-1/3$。夸克的量子数总结在表 11.1 中。

参照 (11.13) 式，最低质量和最低自旋的粒子将是那些夸克之间轨道角动量为零 ($L=0$) 的粒子；粒子的自旋较高

---

1) 顺便指出，(11.7), (11.10) — (11.12) 式都与简单的算术运算“一致”：$3\times3=9=6+3$；$6\times3=18=10+8$；$3\times3\times3=27=10+8+8+1$。

只不过是由于 L 较高。这种"轨道激发"模型将自动地导致质量随自旋的增加而增加。

表 11.1 u, d 和 s 夸克的量子数

夸　克	I	I_3	S	B	Q
u	1/2	1/2	0	1/3	2/3
d	1/2	1/2	0	1/3	−1/3
s	0	0	1	1/3	−1/3

为更详细地研究这个模型，最好分别讨论介子和重子。

介子

如果介子是 $(q\bar{q})$ 束缚态，则按照 (11.7) 式它们一定全部属于么正八重态或单态。这就是说，不应有 $I=3/2$（如 $K^+\pi^+$ 或 $K^-\pi^-$ 共振态），$I=2$（如 $\pi^+\pi^+$ 或 $\pi^-\pi^-$ 共振态）或 $Y=S=\pm 2$（K^+K^+ 或 K^-K^- 共振态）的介子，因为这些介子不可能填入八重态。事实确实是这样；尽管作了大量的探测，却从未在上述系统中发现过共振态(见 7.11 节)。

$(q\bar{q})$ 系统的自旋 $S=1$ 或 0，且由于 q 和 $\bar{q}$ 的宇称相反，所以宇称 $=(-1)^{L+1}$（L 是轨道角动量）。因此最低态（它们具有最低的 L 值）是

$$L=0,\ J=0,1 \rightarrow \left.\begin{matrix} 0^- & {}^1S_0 \\ 1^- & {}^3S_1 \end{matrix}\right\} 8,1,$$

$$L=1,\ J=0,1,2 \rightarrow \left.\begin{matrix} 0^+ & {}^3P_0 \\ 1^+ & {}^3P_1 \\ 1^+ & {}^1P_1 \\ 2^+ & {}^3P_2 \end{matrix}\right\} 8,1, \qquad (11.14)$$

其中已采用了记号 ${}^{2S+1}L_J$. 于是，夸克模型预言了具有上述

自旋和宇称值的介子八重态和单态的存在，并且，一般说来，质量随 L 因而随自旋的增加而增加。已知的介子态已列在图 7.4 中，其中已辨认出几个八重态和单态。为了填满这些多重态，有些粒子还有待发现。可以看出，一般说来，由上面（11.14）式所预示的态的型式与现存的态对应得非常好。质量最低的八重态是 0^- 和 1^-，并且还存在具有这些量子数的单态 $\eta'(958)$（但它也可能是 $J^P = 2^-$）和 $\varphi(1019)$ 或 $\omega(784)$。我们很难确定 ω 和 φ 中哪个是 $I = Y = 0$ 的 SU_3 单态，哪个是八重态的 $I = Y = 0$ 成员，这是因为它们没有像 $\eta(549)$ 和 $\eta'(958)$ 那样大的质量差。这个问题将在下面 11.5 D 节中讨论。正如（11.14）式所给出的，实验上还发现了一个部分完整的 0^+ 八重态和单态以及两个 1^+ 八重态的迹象。最后，已经发现了完整的 2^+ 八重态和单态。这些资料均列在表 11.2 中。

表 11.2　由夸克模型得出的 $L = 0, 1$ 的介子八重态和单态。？ 表示态还没有被证实

$2S+1L_J$	J^P	八重态和单重态			
		$I=1,\ Y=0$	$I=1/2,\ Y=\pm1$	$I=0,\ Y=0$	$I=0,\ Y=0$
$^1S_0$	0^-	$\pi(135)$	$K(498)$	$\eta(549)$	$\eta'(958)$
$^3S_1$	1^-	$\rho(765)$	$K^*(891)$	$\omega(784)$	$\phi(1019)$
$^3P_0$	0^+	$\delta(962)$	?	$\varepsilon(700—1000)$	$S^*(1070)$
$^3P_1$	1^+	$A1(1070)$	$K_A(1240)$	$D(1285)$	?
$^1P_1$	1^+	$B(1235)$	$K_A(1320)$	?	?
$^3P_2$	2^+	$A2(1310)$	$K_N(1420)$	$f(1260)$	$f'(1514)$

重子

如果重子是 (qqq) 束缚态，按照（11.12）式，它们都应该属于十重态、八重态或单态。这与观测结果一致；从未发现过 $Y = 2$（K^+p 共振态）或 $Y = -1$，$I = 3/2$（$\pi^-\Xi^-$ 共振态）的

重子态——见 7.11 节。假如发现了这种态，则应把它们放入 SU_3 的其它多重态，例如 **27** 或 **10***，它们对应的将不是 qqq，而是例如 $qqqq\bar{q}$ 这样的束缚态。

若三个夸克的总角动量为 L，则可令

$$\mathbf{L} = \mathbf{l}_1 + \mathbf{l}_2,$$

式中 $\mathbf{l}_1$ 是两个夸克在它们质心系中的相对角动量，而 $\mathbf{l}_2$ 是第三个夸克相对于前两个夸克质心的角动量。按照轨道激发假设，最低质量的重子将有 $L = \mathbf{l}_1 = \mathbf{l}_2 = 0$，而宇称 $(-1)^L = +1$（取夸克宇称为正）。根据矢量加法规则，三个自旋 1/2 的粒子的总自旋是 $S = 3/2$ 或 $1/2$，因此这些重子的总角动量和宇称由下式给出：

$$J^P = 3/2^+, 1/2^+.$$

正如表 11.3 所指出的，这就是核子八重态和 $\Delta(1236)$ 十重态的 J^P 值。

次低质量的重子将是具有 $L = 1$ 的态，即或者 $\mathbf{l}_1 = 1$，$\mathbf{l}_2 = 0$，或者 $\mathbf{l}_1 = 0$，$\mathbf{l}_2 = 1$，两种情况下的宇称都是 $(-1)^L = -1$. 根据矢量加法规则，J^P 的允许值将是

$$J^P = 1/2^-, 3/2^-, 5/2^-。$$

逐个检查出现在图 7.2 中的重子共振态，我们可以识别出几个

表 11.3　根据夸克模型得出的 $L = 0, 1$ 的重子超多重态。

***表示态未完全确定**

	J^P	超多重态			
$L = 0$	$1/2^+$	**8:** $N(939)$,	$\Lambda(1115)$,	$\Sigma(1192)$,	$\Xi(1315)$
	$3/2^+$	**10:** $\Delta(1236)$,	$\Sigma(1385)$,	$\Xi(1530)$,	$\Omega(1672)$
$L = 1$	$1/2^-$	**1:** $\Lambda(1405)$			
	$3/2^-$	**1:** $\Lambda(1520)$			
	$1/2^-$	**8:** $N(1535)$,	$\Lambda(1670)$,	$\Sigma(1750)$,	$\Xi(1820)^*$
	$3/2^-$	**8:** $N(1520)$,	$\Lambda(1690)$,	$\Sigma(1670)^*$,	$\Xi(1820)^*$
	$5/2^-$	**8:** $N(1670)$,	$\Lambda(1830)$,	$\Sigma(1765)$,	$\Xi(1940)^*$

具有这些 J^P 值的超多重态，并把它们列在表 11.3 中。

11.5 质量公式

由于 SU_3 是一种破缺对称性，使它较难处理。八重态和十重态的粒子质量就说明了这个问题。如果对称性是精确的，则粒子应是简并的(即质量都相同)。然而，在提出 SU_3 的同时，盖尔曼和大久保 (Okubo) 还提出了一个“质量公式”。按照这个公式，超多重态的粒子质量不是毫无规则的，而是服从一个相当简单的关系式。这说明对称性的破缺方式是相当简单的。盖尔曼-大久保质量公式的原始推导用的是群论方法，这方面的内容超出本书范围之外。但是，如果假定 u 和 d 的质量相同(同位旋对称)，而 s 的质量与 u，d 不同，我们就能从夸克模型导出这个质量公式。知道粒子所包含的夸克，立即可以得到质量之间的关系。这一节专门来导出这些公式。

A　0^-介子八重态

比较图 11.4 和图 10.8，我们查明：

$$K^+ = u\bar{s},\ K^0 = d\bar{s}, \tag{11.15}$$

$$\pi^+ = -u\bar{d},\ \pi^0 = (u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}),\ \pi^- = d\bar{u}, \tag{11.16}$$

$$\eta = (u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}), \tag{11.17}$$

$$\eta' = (u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}) \text{ — } SU_3 \text{ 单重态}, \tag{11.18}$$

$$\bar{K}^0 = -s\bar{d},\ K^- = s\bar{u}, \tag{11.19}$$

其中 π^0，η 和 η'，是 $u\bar{u}$，$d\bar{d}$ 和 $s\bar{s}$ 的什么样的组合，尚待求出。我们先求 π^0。为此，利用第三章中定义的算符 I_+ 和 I_-。例如，根据 (3.36) 式，我们有

$$I_-\pi^+ = \sqrt{2}\,\pi^0, \tag{11.20}$$

现在考察 (11.16) 式，双重态 (u, d) 和 $(-\bar{d}, \bar{u})$ 在 I_- 下的性质象 (p, n) 和 $(-\bar{n}, \bar{p})$ 一样，因此，与 (3.34) 和 (3.35) 类

似，

$$I_-u = d,\ I_-\bar{d} = -\bar{u},$$

所以

$$I_-(-u\bar{d}) = -(I_-u)\bar{d} - u(I_-\bar{d}),$$
$$= -d\bar{d} + u\bar{u}。 \tag{11.21}$$

与(11.20)式比较，由于 $\pi^+ = -u\bar{d}$ [见(11.16)式]，所以我们有

$$\pi^0 = \sqrt{1/2}(u\bar{u} - d\bar{d})。 \tag{11.22}$$

其它的未知态是 η 和 η'。η' 容易写出，因为它是一个 SU_3 单态，这意味着它是一个 I 旋，U 旋和 V 旋的单态，因此应该是 $u\bar{u}$，$d\bar{d}$ 和 $s\bar{s}$ 的对称组合，即

$$\eta' = \sqrt{1/3}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})。 \tag{11.23}$$

最后，η 一定与 π^0 和 η' 两者都正交，这个要求给出

$$\eta = \sqrt{1/6}(2s\bar{s} - u\bar{u} - d\bar{d})。 \tag{11.24}$$

习题 1) 证明 π^0，η 和 η' 是相互正交的。

2) 把(3.37)式中的 I 旋换成 U 旋，则有

$$U_+(U, U_3) = \sqrt{(U - U_3)(U + U_3 + 1)}\,(U, U_3 + 1),$$

利用此式证明八重态中的 U_t 旋三重态为

$$(K^0,\ 1/2(\pi^0 + \sqrt{3}\eta),\ \bar{K}^0)。$$

3) 证明 η' 有 $I = U = V = 0$。

现在设

$$m_u = m_d = m_{\bar{u}} = m_{\bar{d}} = m_1,$$
$$m_s = m_{\bar{s}} = m_2, \tag{11.25}$$

并假定夸克和反夸克结合，其结合能 b 对于八重态内部的每一个粒子都是相同的。作为一个例子，我们来计算 K^0 的质量。利用(11.15)式，这个质量就是能量算符(在零动量时)的期待值：

$$m_{K^0} = \int(\psi_{\bar{s}}\psi_d)^* H\psi_{\bar{s}}\psi_d d\tau - b$$

$$= \int(\psi_{\bar{s}}\psi_d)^*(H_{\bar{s}} + H_d)(\psi_{\bar{s}} - \psi_d)d\tau - b$$

$$= \int(\psi^*_{\bar{s}}H_{\bar{s}}\psi_{\bar{s}})(\psi^*_d\psi_d)dT + \int(\psi^*_{\bar{s}}\psi_{\bar{s}})(\psi^*_dH_d\psi_d)d\tau - b$$

$$= m_{\bar{s}} + m_d - b$$

$$= m_1 + m_2 - b,$$

其中用到了(11.25)式。 利用波函数的正交归一化关系，$\int\psi^*_a\psi_b d\tau = \delta_{ab}$。类似地可以算出其余粒子的质量。这样我们得到

$$m_K = m_1 + m_2 - b,$$

$$m_\pi = 2m_1 - b,$$

$$m_\eta = 2/3m_1 + 4/3m_2 - b,$$

$$m\bar{K} = m_1 + m_2 - b_\circ \qquad (11.26)$$

消去 m_1, m_2 和 b,给出

$$\frac{m_K + m\bar{K}}{2} = \frac{3m_\eta + m_\pi}{4}_\circ \qquad (11.27)$$

由于 $m_K = m\bar{K}$, 上式简化成

$$m_K = 1/4(3m_\eta + m_\pi)_\circ \qquad (11.28)$$

(11.28)式的左边是 498 MeV，而右边是 446 MeV。大约相差 11%，如果在(11.28)式中用(质量)^2 代替(质量),则符合程度可以改善。这样就有

$$m_K^2 = \frac{3m_\eta^2 + m_\pi^2}{4}, \qquad (11.29)$$

它的左边$=0.248\,(\mathrm{GeV})^2$，而右边$=0.230\,(\mathrm{GeV})$；相差在 8% 之内。现在一般认为，赝标介子的质量公式是(质量)^2 公式，(即(11.29)式)，虽然原因并不完全了解。

习题 1) 证明(11.26)式。

2) 采用这样的观点，即公式(11.28)实际上应当是一个对于粒子 i 的能量 E_i 的公式。其中 $E_i^2 = m_i^2 + p^2$, p 是粒子的动量。假设在完全对称的极限下，0^- 介子的质量为零。试证明(11.29)式。

B $3/2^+$ 重子十重态

对于 $3/2^+$ 重子十重态，质量公式的导出是很简单的。只

要比较图 10.9* 和图 11.6，并利用（11.25）式，便给出

$$m_\Delta = 3m_1 - B_0,$$

$$m_{Y_1^*} = 2m_1 + m_2 - B_0,$$

$$m_{\Xi^*} = m_1 + 2m_2 - B_0,$$

$$m_\Omega = 3m_2 - B_0, \qquad (11.30)$$

式中 B_0 是三个夸克的结合能。由上式立即得出等间隔规则（10.42）式。

C $1/2^+$ 重子八重态

$1/2^+$ 八重态成员的夸克成分与 $3/2^+$ 十重态中具有同样 I_3 和 Y 成员的夸克成分恰好相同。比较图 10.7 和图 10.9 并利用（11.30）式，则给出

$$\Lambda \to N: m_N = 3m_1 - B_1,$$

$$Y_1 \to \begin{cases} \Sigma: m_\Sigma = 2m_1 + m_2 - B_1, \\ \Lambda: m_\Lambda = 2m_1 + m_2 - B_1, \end{cases}$$

$$\Xi^* \to \Xi: m_\Xi = m_1 + 2m_2 - B_1. \qquad (11.31)$$

这些关系意味着

$$\frac{m_N + m_\Xi}{2} = \frac{3m_\Lambda + m_\Sigma}{4}. \qquad (11.32)$$

这个公式与实验符合得极好。在上式中取中性粒子，左边＝1127MeV，右边＝1135 MeV，相差不到 1%。（11.31）式还暗示了一个与实验不符的关系，$m_\Sigma = m_\Lambda$，但这并不是更普遍的盖尔曼-大久保质量公式(见后)的结果，因此，可以作为是夸克模型的个别问题而不予深究。

D 1^- 介子单态和八重态

由（11.28）式，直接作 $K \to K^*$，$\eta \to \omega$，和 $\pi \to \rho$ 代换，

---

* 原文为图 10.8。——译者注

给出

$$m_{K^*} = \frac{3m_\omega + m_\rho}{4},$$

其左边=892 MeV，而右边=778 MeV，相差约为 14%。这是相当大的，由此提醒我们不应该作上述代换，但这样一来又意味着 K^*，ρ，ω 和 $\bar{K}^*$ 并不构成一个真实的八重态（因为假如是构成八重态，它们就要等价于 K，π，η 和 $\bar{K}$）。怎么会是这样呢？线索来自 φ 介子的存在，它的质量与 ω 介子相近，

$$\varphi(1019)\text{：}\ I = 0, S = 0,$$

$$\omega(784)\text{：}\ I = 0, S = 0。$$

现在设想一个普遍的情况，有两个具有相同 J^P 和 B 的粒子，它们的 $I = 0, S = 0$，但质量不同，以致它们一个属于八重态，另一个属于单态。换句话说，除了么旋以外，它们所有的量子数都相同，而质量不同。如果么正对称性是精确的，则问题并不复杂，但事实上它不精确，这意味着强相互作用的对称破缺部分可以改变一个态的么旋，虽然它不能改变同位旋和奇异数（它们在强相互作用下严格守恒）。因此，可能出现

$$(I = 0, Y = 0 \text{ 八重态}) \xleftrightarrow{SU_3 \text{ 破缺的强相互作用}} (I = 0, Y = 0 \text{ 单重态})$$

和粒子混合。

现在把这种想法用到 ω 和 φ 上。假定在 SU_3 精确对称的世界中，属于八重态和单态的粒子分别是 φ_8 和 φ_1。现在，“引入”破坏对称的力以后，使这些粒子混合，而给出真实的、观测到的 ω 和 φ。这种混合由下式给出，

$$\varphi = \varphi_8 \cos\theta + \varphi_1 \sin\theta,$$

$$\omega = -\varphi_8 \sin\theta + \varphi_1 \cos\theta。 \qquad (11.33)$$

因此，物理粒子 ω 和 φ 并不分别属于单一的 SU_3 超多重态。θ 称为混合角。

习题 证明，若 φ_8 和 φ_1 正交，则 ω 和 φ 也正交。

现在我们作一特殊的假设：φ 仅由 s 和 $\bar{s}$ 夸克构成，而 ω 仅由 u，d，$\bar{u}$ 和 $\bar{d}$ 夸克构成：

$$\varphi = s\bar{s},$$

$$\omega = \sqrt{1/2}\,(d\bar{d} + u\bar{u})。 \qquad (11.34)$$

φ_8 类似于 η，而 φ_1 类似于 η'；因此，根据 (11.23) 式和 (11.24) 式，得

$$\varphi_8 = \sqrt{1/6}\,(2s\bar{s} - d\bar{d} - u\bar{u}),$$

$$\varphi_1 = \sqrt{1/3}\,(s\bar{s} + d\bar{d} + u\bar{u})。 \qquad (11.35)$$

由 (11.34) 式和 (11.35) 式，得

$$\varphi = \sqrt{2/3}\,\varphi_8 + \sqrt{3/1}\,\varphi_1,$$

$$\omega = -\sqrt{1/3}\;\varphi_8 + \sqrt{2/3}\,\varphi_1。 \qquad (11.36)$$

这表明 φ 有 2/3 的几率属于八重态，有 1/3 的几率作为单态，而 ω 正好相反。这样，混合角由 $\sin\theta = \sqrt{1/3}$ 给出，即 $\theta \approx 35°$。(11.34) 式意味着

$$\varphi_8 = \sqrt{2/3}\,\varphi - \sqrt{1/3}\,\omega,$$

$$\varphi_1 = \sqrt{1/3}\,\varphi + \sqrt{2/3}\,\omega。 \qquad (11.37)$$

构成真实的 1^- 介子八重态的粒子是 ρ，φ_8，K^*，它们将服从任何八重态的质量公式(参考 (11.28) 式)，于是有

$$3m_{\varphi_8} + m_\rho = 4m_{K^*}。$$

利用 (11.37) 式，最后得到

$$2m_\varphi + m_\omega + m_\rho = 4m_{K^*}。 \qquad (11.38)$$

(11.38) 式的左边是 3588 MeV，而右边是 3568 MeV，这个公式在很高的精确度上成立。

E 盖尔曼-大久保质量公式

上述八重态和十重态的质量公式是普遍的盖尔曼-大久保质量公式

$$m = m_0 + m_1 S + m_2[1/4S^2 - I(I+1)] \qquad (11.39)$$

的特例，式中 S 和 I 是粒子的奇异数和同位旋。如果限制 0^-

介子应该用 m^2 而不是 m，以及 1^- 介子存在混合，则读者可以证明（11.39）式包含着上面引出的公式。

11.6 电磁质量差的质量公式

至此，所讨论的质量公式建立了在同一么旋超多重态内部不同同位旋多重态之间的质量关系，并且是通过假设一个特殊的么旋不守恒的模型而导出的。在这个模型中，u 夸克和 d 夸克具有相同的质量 m，而 s 夸克的质量为 $m_2(\neq m_1)$，因此同位旋对称性仍成立。为研究引入电磁相互作用时粒子质量如何改变，需要对电磁相互作用如何影响么旋作一些假设。

以 $1/2^+$ 重子八重态为例。比较图 10.6 和图 10.7，可以写出 U 旋多重态：

$$\begin{aligned} U &= 1/2 \quad (p, \Sigma^+), \\ U &= 1 \quad\ (n, \alpha\Sigma^0 + \beta\Lambda, \Xi^0), \\ U &= 0 \quad\ (\beta\Sigma^0 - \alpha\Lambda), \\ U &= 1/2 \quad (\Sigma^-, \Xi^-), \end{aligned}$$

式中 α 和 β（满足 $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$）是确定 Σ^0 和 Λ 在 U 旋三重态和单态中比例的系数[参见（11.24）式下面的习题（2）]。要注意的是，在同一个 U 旋多重态内，所有粒子电荷相同；由此，我们可作一个猜测，即电磁相互作用保持 U 旋守恒，这就是说它对 U 旋多重态的所有成员有同样的影响。设粒子的符号就表示它们的质量，如果在引入电磁相互作用以前，粒子质量为 N，Σ，Λ 和 Ξ，则在电磁力出现后，对 U 旋双重态成员的质量就有一个共同的移动

$$\begin{aligned} p &= N + \delta_0, \\ \Sigma^+ &= \Sigma + \delta_0, \end{aligned} \tag{11.40}$$

类似地有

$$n = N + \delta_1,$$
$$\Xi^0 = \Xi + \delta_1,$$
$$\Sigma^- = \Sigma + \delta_2,$$
$$\Xi^- = \Xi + \delta_2。 \qquad (11.41)$$

(11.40) 和 (11.41) 式意味着

$$\Xi^- - \Xi^0 = (\Sigma^- - \Sigma^+) + (p - n), \qquad (11.42)$$

其左边=6.6±0.9 MeV，而右边 =(8.0−1.3)±0.2=6.7±0.2 MeV——非常符合。(11.42) 式称为柯尔曼(Coleman)-格拉肖 (Glashow) 公式。

11.7 夸克模型的意义——夸克存在吗?

夸克模型的主要吸引力在于它解释了为什么在自然界中所观察到的超多重态只有单态、八重态和十重态。此外，“轨道激发”模型解释了最低质量态的自旋和宇称。一般地说，它解释了为什么粒子和共振态不是彼此的复合态(见 7.12 节)，而它们都是具有不同激发能量的夸克和反夸克的复合物。假如夸克存在，则那个与实验非常一致的质量公式就有了简单的来由。根据夸克模型还可以证明中子和质子磁矩之比为

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = -\frac{2}{3}。$$

这与实验值 −1.91/2.79=−0.68 非常符合。

所有这一切都归功于夸克模型，但是在相反的方面，夸克迄今未能作为单个粒子被人们发现。所有的实验都致力于寻找电荷 $Q = 2/3$ 或 $-1/3$ 的粒子。通过它的微弱电离，这种电荷应是可探测的，它的电离密度应是单位电荷带电粒子产生的电离密度的 4/9 或 1/9 ($= Q^2$)。人们曾在以下几方面寻找过夸克：(a) 在高能加速器中作为 $q\bar{q}$ 偶产生；(b) 在宇宙线中；(c) 在地球上的物质样品中。

结果是：（a）若 $M_q < 5\text{GeV}$，则反应截面为 $\sigma < 4 \times 10^{-37}\text{cm}$ $(Q = 2/3)$，$\sigma < 3 \times 10^{-39}\text{cm}^2$ $(Q = -1/3)$。这些数据是由索普科夫（Serpukhov）（苏联）给出的。这样小的截面自然与夸克和强子之间应存在很强的相互作用是不相容的，这意味着 $M_q > 5\text{GeV}$。（b）在宇宙线中，夸克的通量 $< 10^{-10}$ 夸克/厘米^2·立体角·秒。（c）根据石墨样品的分析，表明在 2×10^8 个核子中少于一个夸克。在这一点上，应该记住的是，至少有一种夸克必须是稳定的——带分数电荷的粒子只能衰变到另一个带分数电荷的粒子，而不会衰变成带整数电荷的粒子——因此，如果在地球形成后的 10^9 年中有任何夸克曾打到地球上，那么现在它必定还在这里。

鉴于这些，现在许多物理学家正在重新回到夸克不存在的观点，即它们只不过是“数学实体”，这使得夸克模型的成就变得更加难以理解。

11.8 关于“基本性”的注释

若夸克存在，它们显然是真正的“基本粒子”。然而，即使夸克不存在，从所有强子都属于单态、八重态或十重态这一事实还是可以得到教益的。为了看出这一点，让我们假定某些粒子比其它粒子更为基本。什么样的粒子可以称得上是基本的呢？

作为第一种猜测，我们可以假定稳定的粒子是真正基本的，而其余是复合的。这种观点很难使人相信，因为考虑到 $3/2^+$ 十重态的情况：Δ，Y_1^* 和 Ξ^* 都是不稳定的，而 Ω 是稳定的（当然，这是就强相互作用而言）。但是么正对称性的整个思想是，属于同一个超多重态的粒子是同一个粒子的不同态，因此 Ω 与十重态的其它成员之间没有根本的差别。所以稳定性并不是基本性的判据。

作为第二种猜测，我们假定 $1/2^+$ 和 0^- 八重态是基本的，而其它的超多重态是复合的。按照这种观点，$3/2^+$ 十重态的成员应该是 $1/2^+$ 和 0^- 粒子的 $l=1$ 的复合态。按一般的说法，Δ是一个“π介子-核子共振态”。两个八重态的成员的复合态应属于包含在乘积 **8×8** 中的那些超多重态之一，这个乘积给出如下的分解：

$$\mathbf{8\times 8=27+10+10^*+8+8+1}。\qquad (11.43)$$

勤快的读者可以证明，式中的 **10*** 是 $Y\to -Y$ 的 **10**，而 **27** 是一个形状与 **8** 相同的六边形，只要在 **8** 的图形外面再增加一“层”态，并把所有内部态的简并度提高 1，就得到了 **27**。因此，没有足够的理由认为复合态一定属于 **10**，而不属于 **10*** 或 **27**。但是，已知的粒子中没有属于 **10*** 或 **27** 的。因此最合乎逻辑的看法是，现存的 10 重态不是出现在(11.43)式中的那个 **10**，而是在 $\mathbf{3\times 3\times 3=10\times 8\times 8\times 1}$ 中的 **10**；它不是 0^- 介子和 $1/2^+$ 重子的复合态。

于是，我们得到这样的看法，即 $3/2^+$ 十重态和 $1/2^+$ 或 0^- 八重态一样基本。并且，一般说来，没有哪个超多重态比任何另外一个超多重态更基本。有趣的是，这种纯粹基于 SU_3 群的论证导致与 7.12 节相同的“核民主”的结论。

补　充　读　物

[1] See the Further Reading in Chapter 10, under "Unitary Symmetry", and the following.

[2] Berman, S. M., "Elements of SU_3", in *Symmetries in Elementary Particle Physics*, (A. Zichichi, ed.), Academic Press, 1965.

[3] Dalitz, R. H., "Quark Models for the Elementary Particles", in *High Energy Physics* (C. DeWitt and M. Jacob, eds.), Gordon and Breach, 1965.

[4] Dalitz, R. H., "Quarks, the Hadronic Sub-units?", in *Contemporary Physics*, International Atomic Energy Agency, Vienna, 1969.

[5] Kokkedee, J. J. J., *The Quark Model*, Benjamin, 1964.

[6] Lipkin, H. J., *Lie Groups for Pedestrians*, North-Holland, 1965.

[7] Lipkin, H. J., "Particle Physics for Nuclear Physicists" in *Physique Nucléaire/Nuclear Physics* (C. DeWitt and V. Gillet, eds.) Gordon and Breach, 1969.

[8] Morpurgo, G. "A Short Guide to the Quark Model", *Annual Reviews of Nuclear Science* **20**, 105(1970).

第十二章　卡比波理论、手征对称和流代数

本章，我们再回过头来讨论由(10.5)式和(10.17)式给出的耦合常数 G_F，G_{GT} 和 G_μ，

$$G_F = (1.415 \pm 0.002) \times 10^{-49}\text{erg cm}^3,$$

$$G_{GT} = (1.67 \pm 0.04) \times 10^{-49}\text{erg cm}^3,$$

$$G_\mu = (1.4350 \pm 0.0003) \times 10^{-49}\text{erg cm}^3,$$

$$g_A = G_{GT}/G_F = 1.18 \pm 0.02。 \tag{12.1}$$

矢量流守恒理论正是由近似等式

$$G_F \approx G_\mu \tag{12.2}$$

引出的。但是，在 10.3 节中着重指出，CVC 理论只保证

$$G_F^{实} = G_F^{裸};$$

换句话说，G_F 的“裸”值不会被 π 介子云所改变。但是等式(12.2)是近似的这一事实是一个逻辑上独立的情况。G_F 和 G_μ 之间的精确关系是由卡比波 (Cabibbo) 阐明的。本章先讨论卡比波理论，然后我们继续考虑，如果弱矢量流守恒，那末弱轴矢流又怎样呢？正是出于这种考虑，而提出了强相互作用的手征对称 (Chiral symmetry)。最后，给出盖尔曼流代数理论的最基本的轮廓，其目的在于用它来解决对称性破坏的问题。在阿德勒 (Adler) 和韦斯伯格 (Weisberger) 的著名论文中，就是利用流代数和从手征对称得到的一些概念，估算了上面的 g_A 值，得到的结果和实验值非常接近。

12.1　普适性的卡比波理论

目前的问题是 G_F 和 G_μ 之间的关系。多年来，由于二者

接近，欺骗了物理学家们，使他们相信下面的“简单的普适性”关系。

简单的普适性：$G_F = G_\mu$. (12.3)

按照上式，μ 衰变和 $\Delta S = 0$ 的半轻子衰变中的费米跃迁强度相同。然而，这个简单的普适性是错误的，因为由 (10.18) 式有

$$\frac{G_\mu - G_F}{G_F} = 2.8\%, \tag{12.4}$$

那末，G_μ 和 G_F 之间如果有关系的话，究竟是什么样的关系呢？

卡比波指出，由于 SU_3，我们不能只考虑 $\Delta S = 0$ 的衰变而不考虑 $\Delta S = 1$ 的衰变。（事实上，当初正是同时考虑了这两种类型的衰变才导致了 SU_3）这意味着，作为一个普适性的方案还应当描绘出 $\Delta S = 1$ 衰变的费米常数(我们用 G'_F 表示它)的特征。这种情况可用图 12.1 中的图形来表示。G_μ 描述了 μ 衰变的强度。G_F 表示在所有 $\Delta S = 0$，$|\Delta I_3| = 1$ 衰变中费米跃迁的强度，例如，

$$\begin{aligned} G_F: \quad & n \to p + e^- + \bar{\nu}_e \\ & \pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e \\ & \Sigma^+ \to \Sigma^0 + e^+ + \nu_e, \end{aligned} \tag{12.5}$$

而 G'_F 表示在 $|\Delta S| = 1$, $|\Delta I_3| = 1/2$ $(\Delta S = \Delta Q)$ 的衰变中费米跃迁的强度，例如，

$$\begin{aligned} G'_F: \quad & \Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}_e \\ & \Sigma^- \to n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\ & K^+ \to \pi^0 + e^+ + \nu_e \end{aligned} \tag{12.6}$$

$$\Xi^- \to \Lambda + e^- + \bar{\nu}_e.$$

实验上，这些奇异数改变的衰变非常弱，

$$G'_F \sim \frac{1}{10} G_F. \tag{12.7}$$

因此，普适性方案 $G_F' = G_F = G_\mu$ 直接与实验矛盾。卡比波建议用如下的方案代替它：

卡比波普适性：$\sqrt{G_F^2 + (G_F')^2} = G_\mu$。　　(12.8)

其简便的参数形式是

$$\left.\begin{aligned} G_F &= G_\mu \cos\theta_V \\ G_F' &= G_\mu \sin\theta_V \end{aligned}\right\} \theta_V = \text{“卡比波角”} \qquad (12.9)$$

下标 V 表示矢量流，正如第十章所见，费米跃迁是通过矢量流进行的。因为 $|\Delta S| = 1$ 的衰变较弱，所以预料 θ_V 很小。比较 $K^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$ 和 $\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$（两者都是纯的 $0^- \longrightarrow 0^-$ 的费米跃迁）的衰变率，便给出 $G_F'/G_F = \tan\theta_V$ 的值，由此得到

$$\theta_V = 0.247 \pm 0.008. \qquad (12.10)$$

θ_V 既说明了 G_F 和 G_μ 之间的差别，又测量了奇异数改变的衰变和奇异数守恒的衰变的相对强度。

值得注意的是，$K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ 与 $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ 是两个盖莫夫-特勒跃迁［见下面的(12.17)式］，其耦合常数分别为 G_{GT}' 和 G_{GT}，比较它们的衰变率后给出

$$\theta_A = \tan^{-1}(G_{GT}'/G_{GT}) = 0.226 \pm 0.005, \qquad (12.11)$$

θ_A 与 θ_V 非常接近。

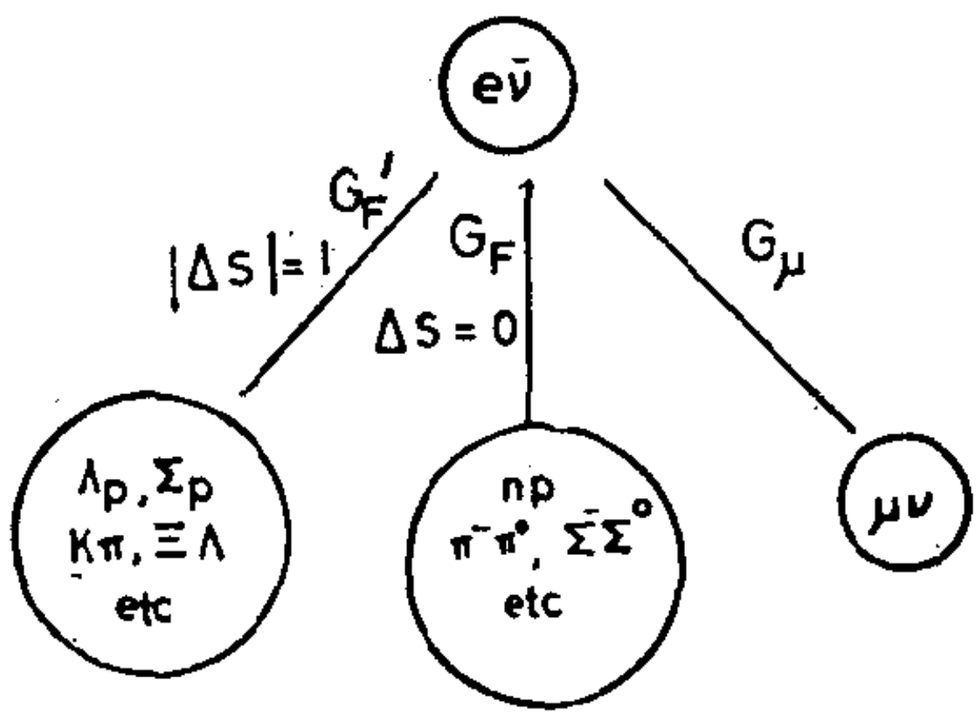


图 12.1　μ 衰变的耦合常数及在 $\Delta S = 0$ 和 $|\Delta S| = 1$ 的半轻子衰变中费米跃迁的耦合常数。

这意味着，卡比波角不仅测量了 $\Delta S = 0$ 与 $|\Delta S| = 1$ 的费米

(矢量流)跃迁的相对强度,而且也测量了 $\Delta S=0$ 与 $|\Delta S|=1$ 的盖莫夫-特勒(轴矢流)跃迁的相对强度:

$$\frac{G'_{GT}}{G_{GT}} \approx \frac{G'_F}{G_F}; \qquad \theta_A \approx \theta_V。 \tag{12.12}$$

重子衰变 $\Lambda \to pe^-\nu$, $\Sigma^- \to ne\nu$, $\Sigma^- \to n\mu\nu$ 等,既包含费米项,也包含盖莫夫-特勒项,因此,可利用它们分别确定出 θ_V 和 θ_A,结果是

$$\theta_V = 0.233 \pm 0.012,$$
$$\theta_A = 0.238 \pm 0.018。 \tag{12.13}$$

我们可取平均值为

$$\theta_V \approx \theta_A = \theta = 0.25 = 14^\circ。 \tag{12.14}$$

利用(12.14),得

$$G_\mu = G_F \sec\theta = 1.458 \times 10^{-49} \text{erg cm}^3。$$

这个结果稍大了些,但是,在所有这些数字的估算中,误差相当大,以致还不允许对理论和实验做可靠的比较。

我们顺便指出,只有在 G'_F 不受虚粒子云(在这种情况下是虚 K 介子云)的影响时,卡比波理论才有意义。这只要 V 旋流守恒也就行了。在 SU_3 对称的情况下这是成立的。事实上,与(10.30)式和(10.32)式类似,我们有

$$\frac{\partial}{\partial x_\lambda} V^{K^-\pi^0} \propto m^2(K^-) - m^2(\pi^0),$$

并且当 $m_K = m_{\pi^0}$ 时,亦即在严格的 SU_3 对称极限下,$V_\lambda^{K^-\pi^0}$ 确实守恒。

12.2 卡比波理论的一个解释

(12.8)和(12.9)式可表示成图 12.2 的形式。强子的弱作用矢量流有两个分量,一个在 $\Delta S = 0$ 的"方向"上,一个在 $\Delta S = 1$ 的"方向"上,它们与 $(e\nu)$ 的耦合强度分别为 G_ε 和

G_F'. 未分解的强子流的耦合强度是

$$\sqrt{G_F^2 + G_F'^2}$$

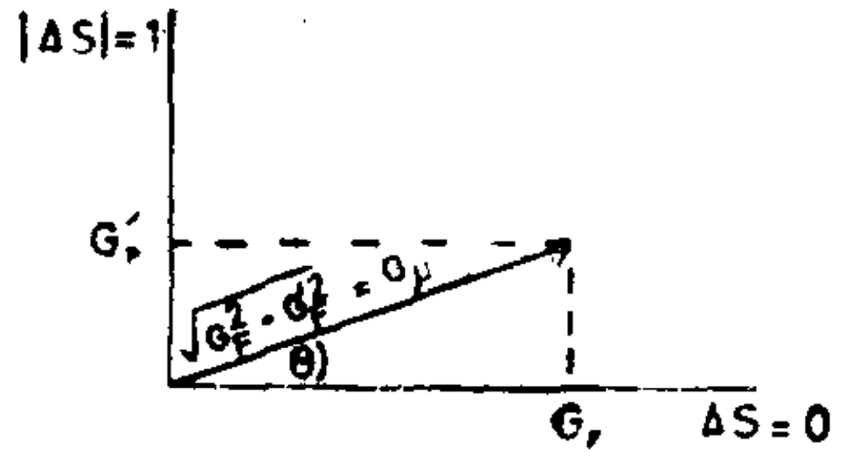


图 12.2 根据卡比波理论，强子弱流的耦合。

它和 μ 衰变中轻子流 $(\mu\nu)$ 与 $(e\nu)$ 的耦合强度 G_μ 相同。卡比波理论由于建立了轻子和强子之间的联系而著称，是目前罕见的几种理论之一。

在精确的 SU_3 对称极限下，奇异粒子和非奇异粒子之间没有差别，因此，$\Delta S = 0$ 和 $|\Delta S| = 1$ 过程之间也没有差别。于是，角度 θ 是不可测量的。正是对称破缺的"中强"相互作用区分了不同奇异数的同位旋多重态，因而"固定"了图 12.2 上的轴。在这个意义上，角度 θ 更多地起因于强相互作用，而不是弱相互作用。卡比波角的由来是个意义重大的问题，但至今尚未解决。其中一个困难是，这个角度必定起因于强相互作用和弱相互作用的相互影响，然而，我们对这两种相互作用都没有真正的了解。

使卡比波角的意义具体化的另一种方法是考虑夸克的轻子衰变。假设夸克的质量服从 $m_s, m_d > m_u$，那末可能发生如下衰变：

$$\Delta S = 0, \quad \Delta I = 1: \quad G_F: \ d \to u + e^- + \bar{\nu}_e;$$

$$\Delta S = 1, \quad \Delta I = 1/2: \ G_F': \ s \to u + e^- + \bar{\nu}_e.$$

现在取消破坏 SU_3 的相互作用，使得 d 和 s 变成简并的，但保留电磁相互作用，所以 d 和 s 仍比 u 为重。因此，混合粒子 $(\cos\theta d + \sin\theta s)$ 衰变成 u 的振幅正比于

$$\cos\theta G_F + \sin\theta G'_F = G_\mu,$$

而正交粒子（$\sin\theta d - \cos\theta s$）衰变成 u 的振幅正比于

$$\sin\theta G_F - \cos\theta G'_F = G_\mu(\sin\theta\cos\theta - \cos\theta\sin\theta)$$
$$= 0,$$

换句话说，它是稳定的。从弱相互作用的观点看来，这些都是粒子的自然选择，一种粒子以具有“普适”强度的振幅衰变，而另一种粒子是稳定的。正是 SU_3 破缺的中强相互作用分开了这些粒子，并使最后的两种“物理”粒子（如果我们可以把夸克称为物理粒子的话！）都发生衰变。

对于角 θ 的这些解释，是卡比波提出的。

12.3 部分守恒的轴矢流

在第十章和本章第一节中，我们已经看到，强子的弱轻子衰变是用矢量流（费米耦合的相对论形式）和轴矢流（盖莫夫-特勒耦合的相对论形式）来描述的。我们也看到，矢量流是守恒的，原因是（弱）矢量流等同于（强）同位旋流。这样，弱相互作用和强相互作用现象之间有一个对应关系，

$$\Delta S = 0 \quad \text{衰变：CVC} \longleftrightarrow \text{同位旋对称}\ (SU_2),$$
$$|\Delta S| = 1 \quad \text{衰变：CVC} \longleftrightarrow \text{么旋对称}\ (SU_3)。 \quad (12.15)$$

现在自然会问：轴矢流也守恒吗？倘若守恒，那末在强相互作用中有象（12.15）的对称性表现形式吗？

自 1958 年提出 CVC 理论后，几乎有十年，手征对称课题都没有什么进展，其原因乍看起来是由于对上述问题还没有鼓舞人心的答案。而物理学家们现在才确信，轴矢流是近似守恒的，并且在强相互作用中确有其表现形式，但是它与 CVC 的表现形式是完全不同的类型。从而需要在概念上提高，这就说明了耽误的原因。

让我们假设轴矢流守恒，并称之为 CAC 假说。这样，由

于轴矢流与矢量流有相反的宇称，所以我们预期对于（12.15）中的每个同位旋或 SU_3 多重态，将存在另一个简并多重态，除宇称相反外，其它与原多重态相同。例如，对于核子，将相应有一个与之简并的同位双重态，其 $B=1$，$S=0$，$I=1/2$，质量 $=939$ MeV 和 $J^P=1/2^-$。但是，在自然界中这当然是不真实的，甚至连近似真实都谈不上。核子的质量是 939 MeV，但是，具有相同量子数的最低态 $1/2^-$ 粒子的质量是 1535 MeV。类似地，π 介子质量为 135 MeV，但其它方面相同的 0^+ 粒子最小质量为 975 MeV。这种宇称双重态的明显欠缺，可以作为推翻 CAC 假说的一个理由。1958 年泰勒（Taylor）曾提出了怀疑 CAC 的另一个理由，这是出于研究带电 π 介子的主要衰变

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu。 \tag{12.16}$$

相互作用通常写成流的乘积的形式，一个是 $(\mu\nu)$ 对的流，另一个是 π 介子流。π 介子流一定是四矢量，且因 π 介子自旋为零，所以，与其有关的四矢量只是它的动量 p_λ。因此流是

$$A_\lambda^{\pi^-} = f_\pi p_\lambda \varphi_{\pi-}, \tag{12.17}$$

式中 f_π 是表示相互作用强度的常数（与 G_F 和 G_{GT} 类似），而 $\varphi_{\pi-}$ 是 π 介子场。正如所指出的，因为 p_λ 是一个矢量，而 φ 是一个赝标量，所以这种流是一个轴矢量。应该把它和对应于（稀有）衰变 $\pi^- \to \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ 的（10.30）式的矢量流比较。我们用导出（10.32）式同样的方法，计算 $A_\lambda^{\pi^-}$ 的散度，结果是

$$\sum_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\lambda^{\pi^-} = i m_\pi^2 f_\pi \varphi_{\pi-}, \tag{12.18}$$

假若 CAC 成立，则上式应为零。由于 $m_\pi \neq 0$，这就意味着 $f_\pi = 0$；倘若如此，π 衰变就是禁戒的。这当然是荒谬的。因此，轴矢流不守恒。

面对这两个令人沮丧的事实(不存在宇称双重态，π 介子衰变不禁戒)，似乎已经山穷水尽。然而，许多人并未就此罢休，特别是南部和阿德勒，他们沿着下面的线索继续探讨。

(12.18)式的右边不为零，但 m_π^2 是小量——π 介子是现有强子中最轻的——因此散度几乎为零。方程(12.18)在建立轴矢流部分守恒假说(PCAC)中起着极重要的作用，这个假说是：轴矢流不守恒，但若 π 介子质量为零，它将守恒；它是“部分”守恒。现在问题是，这样会有什么结论？上述两个困难又如何避免？我们已看到，宇称双重态连近似(“部分”)真实都谈不上，因此，我们必须寻求另外的结论。思路是分别比较衰变 $\pi^- \to \pi^0 e^- \bar{\nu}_e$ 和 $\pi^- \to e^- \bar{\nu}_e$ 中的流 $V_\lambda^{\pi^-\pi^0}$ 和 $A_\lambda^{\pi^-}$。最简便的方法是列表比较——见表 12.1。前几项很清楚，多半在前面已讲过。流 V_λ 和 A_λ 引起强子态之间的跃迁：$\pi^- \to \pi^0$，$\pi^- \to$ 真空。如果这些态的质量相等，则这些流是守恒的；CVC 意味着 $m(\pi^-) = m(\pi^0)$，而 PCAC 意味着，若 $m_\pi = 0$，则轴矢流守恒。前面我们已经看到，CVC 与同位旋对称性有关。例如，只要同位旋对称是精确的，则条件 $m(\pi^-) = m(\pi^0)$ 成立。进一步的例子是，同位旋把含有 π^- 的过程和含有 π^0 的过程的振幅通过简单的克莱布施-高登系数联系起来。例如，由 (3A.27) 式得出，在 $\Delta(1236)$ 共振态附近(即，如果散射在 $I=3/2$ 态中进行)，

$$\mathrm{Amp}(\pi^- p \to \pi^0 n) = \sqrt{2}\,\mathrm{Amp}(\pi^- p \to \pi^- p)。$$

类似地，对于轴矢流 A_λ，在它守恒的极限情况下，包含(无质量)π 介子的过程和不含 π 介子的过程也有一个关系。因此，在部分守恒的现实情况下，包含(有质量)π 介子的过程和不含 π 介子的过程有一个关系。即 $\alpha \to \beta$(α 和 β 是任意的)过程和 $\alpha \to \beta + \pi^0$ 过程的振幅之间有一个关系，因此，$\pi + \alpha \to \pi + \beta$，$\alpha \to \beta + 2\pi$ 等过程也是这样。而且，在 π 和“ — ”(真

空)简并的极限情况下,即在 π 介子能量和动量为零(因此,质量当然为零)的极限情况下,这些关系变成精确的。这样的 π 介子叫做软 π 介子。换言之,轴矢流守恒所得到的不是简并性,而是含有不同个数的软 π 介子过程的振幅之间的关系。这些关系就是所谓阿德勒相容性条件的例子。

在现实世界中,π 介子并不是无质量的,因此,阿德勒条件必须附有一个计及 π 介子质量的规定。所用的规定是,当 π 介子质量从它的物理值变为零时,散射振幅光滑地变化。在数学上,这表示为利用色散关系的方法进行外推。例如,对于 π–N 散射,阿德勒条件说明软 π 介子的截面应为零。

$$\sigma(\pi + N \to \pi + N) \xrightarrow{p_i^\mu \to 0} 0. \qquad (12.19)$$

表 12.1

流 跃 迁	流守恒条件	流守恒意味着如下介子参与的强相互作用过程之间有一个关系
$V_\lambda^{\pi^-\pi^0}$ $\pi^- \to \pi^0(+e\nu)$	$m_{\pi^-} = m_{\pi^0}$	π^- 和 π^0
$A_\lambda^{\pi^-}$ $\pi^- \to -(\mu\nu)$	$m_{\pi^-} = 0$	π^- 和一(真空)

这是个值得注意的预言。由实验数据可以推出的仅仅是值

$$\lim\sigma(\pi + N \to \pi + N), \qquad (12.20)$$

式中取极限是指 $\mathbf{P}^\pi \to 0$, $p_4 \to im_\pi$。阿德勒利用色散关系,证明了当 $m_\pi \to 0$ 时,(12.20)式的极限实际上就是零。

请注意,这个条件只涉及到强相互作用,它是相应于弱轴矢流部分守恒的对称性条件。南部称这种对称性为隐对称性(hidden symmetry)。这是因为既使在对称是精确的情况下,物理状态也不是这种对称算符的本征态。例如,根据同位旋对称,质子是 I_3 的本征态,即

$$I_3 p = 1/2\, p。$$

但是,从轴矢流导出的相应算符,记作 I_3^5,却有如下效应:

$$I_3^5 p = (p + \pi^0)。$$

因此，无论是质子还是其它粒子，都不是 I_3^5 的本征态——正如没有哪个粒子是 I_+ 或 I_- 的本征态一样。［右上标 5 来自矩阵 γ_5，因为在狄拉克粒子的轴矢流中包含 γ_5 矩阵——见(10.7)式。］

12.4 手征对称

同位旋变换生成了转动群 SU_2。那末，在考虑 PCAC 时，该如何推广这个群呢？正象同位旋荷由

$$I_i = \int V_0^i d^3x \quad (i = 1,2,3), \tag{12.21}$$

定义一样(其中 $V_0^i = -iV_i^i$，是 $\Delta I=1$ 矢量流的时间分量)，“轴同位旋”荷的定义是

$$I_i^5 = \int A_0^i d^3x \quad (i = 1, 2, 3), \tag{12.22}$$

其中 A_0^i 是 $\Delta I = 1$ 轴矢流的时间分量。I_1，I_2 和 I_3 是同位旋转动的生成元，因此，它们服从对易关系 (2.49)。

$$[I_1, I_2] = iI_3 \text{及其循环置换式，} \tag{12.23}$$

I_i^5 是同位旋空间中一个矢量的分量，于是，得出 I_i^5 和 I_i 的对易关系为

$$[I_1^5, I_2] = iI_3^5 \text{ 及其循环置换式，} \tag{12.24}$$

这相应于动量与角动量的对易关系 (2.50)，(2.50) 表示动量是普通空间的矢量。

作为完整的描述，我们需要知道 I^5 诸分量之间的对易关系。一种可能是

$$[I_1^5, I_2^5] = 0 \quad \text{等等，} \tag{12.25}$$

许多轴矢流的场论模型给出这一结果。然而，盖尔曼根据夸克模型曾提出

$$[I_1^5, I_2^5] = iI_3 \quad \text{及其循环置换式。} \tag{12.26}$$

如果定义

$$I_i^L = 1/2(I_i + I_i^5), \quad I_i^R = 1/2(I_i - I_i^5), \tag{12.27}$$

并分别称为“左旋”和“右旋”同位旋，则对易关系(12.23)，(12.24)和(12.26)可以另行表达。易证这就是

$$[I_1^L, I_2^L] = iI_3^L \quad \text{及其循环置换式},$$

$$[I_1^R, I_2^R] = iI_3^R \quad \text{及其循环置换式},$$

$$[I_i^L, I_j^R] = 0。 \tag{12.28}$$

I_i^L 和 I_i^R 之所以这样命名，是因为在夸克模型中它们是作用在左旋和右旋夸克波函数上的。由于 $\mathbf{I}$ 和 $\mathbf{I}^5$ 宇称相反，所以在宇称变换下，$\mathbf{I}^L$ 和 $\mathbf{I}^R$ 彼此互换。

$$\mathbf{I}^L \overset{P}{\longleftrightarrow} \mathbf{I}^R。 \tag{12.29}$$

$\mathbf{I}^L$ 和 $\mathbf{I}^R$ 生成两个彼此对易的转动群。因此，整个群是这些群的乘积 $SU_2 \times SU_2$。

在 $SU_2 \times SU_2$ 变换下，强相互作用近似不变。更确切地说，在电磁相互作用和 π 介子质量均可忽略的极限情况下，强相互作用是 $SU_2 \times SU_2$ 不变的，于是我们有

$$\frac{d}{dt}\mathbf{I}^L = \frac{d}{dt}\mathbf{I}^R = 0,$$

或者，等价地

$$m_\pi = 0, \quad [H, I^L] = [H, I^R] = 0。 \tag{12.30}$$

这种对称性就是手征对称的一个例子。(手征即手系性)。

整个方案可以推广到 SU_3。设 F_i 表示 SU_3 的生成元，它们是 I_1，I_2 和 I_3 的推广，一共有八个(I旋，U旋和V旋，共九个，但它们之间有一个关系；$9 - 1 = 8$)，所以 $i = 1, \cdots, 8$。当 SU_3 超多重态简并时，即当取消了所谓的中强相互作用时，SU_3 是精确的。PCAC 可能有希望推广到 SU_3，因此，相应于(12.18)，对于 $|\Delta S| = 1$ 的轴矢流，我们将有

$$\sum_{\lambda}\frac{\partial}{\partial x_{\lambda}}A_{\lambda}^{K}=f_{K}m_{K}^{2}\varphi_{K},$$

式中 f_K 是度量 $K^-\to\mu^-\bar{\nu}_\mu$ 衰变强度的常数，m_K 是 K 介子质量，而 φ_K 是 K 介子的波函数。这个推广的 PCAC 将给出在 $m_K=0$ 时严格适用的软 K 介子的阿德勒条件。为了检验这些条件，需要把 m_K 从物理值外推到 0，几乎要越过 500 MeV，要想不含糊的做到这一点是困难的。

定义 F_i^5 为 SU_3 的轴荷，我们再次取组合式

$$F_i^L=1/2(F_i+F_i^5),\quad F_i^R=1/2(F_i-F_i^5),$$

它们生成了左么旋和右么旋。它们合在一起定义了群 $SU_3\times SU_3$。这个群只有在如下三个条件成立时才是精确的：

1）没有电磁相互作用；

2）SU_3 是精确的，即不存在中强的破缺相互作用；

3）$m_\pi=m_K=m_\eta=0$。

现实世界与此很少有关系！因此，$SU_3\times SU_3$ 是一个严重破缺的对称性。这些结果总结在表 12.2 中。

12.5 流代数

最后，我们回到 $g_A=G_{GT}/G_F$ 的值的问题，1965 年，阿德勒和韦斯伯格利用盖尔曼提出的所谓流代数以及上面所描述的 PCAC 理论，计算了 g_A 的值。一般所谓的阿德勒-韦斯伯格求和规则是值得注意的，这有两条理由：（1）g_A 的预计值和实验值十分接近；（2）特别是，弄清楚了 g_A 与 π 介子-核子的散射截面有关。这是弱和强相互作用之间有关联的又一个例子。下面只能扼要地给出阿德勒和韦斯伯格的计算，其细节远远超出了本书的范围。

我们先检验一下流代数的假设。为简单起见，以 $SU_2\times SU_2$ 为例。前面已经看到，如果自然界是 $SU_2\times SU_2$ 对称的，

表 12.2

弱　　流	守恒假设	严格成立的极限	强相互作用的对称性			
			名　　称	群	表现形式	对称的精确度
$V^{\Delta S=0}$ $A^{\Delta S=0}$	CVC PCAC	没有电磁相互作用 $m_\pi = 0$	同位旋对称。 手征同位旋对称	SU_2 $SU_2 \times SU_2$	简并的同位旋多重态 简并的同位旋多重态，零质量 π 介子，软 π 介子的阿德勒条件，	几乎是精确的 严重破缺
$V^{\Delta S=0}$ 和 $V^{\Delta S=1}$	CVC	没有电磁相互作用。 没有中强相互作用。	么正对称	SU_3	简并的 SU_3 多重态	严重破缺
$A^{\Delta S=0}$ 和 $A^{\Delta S=1}$	PCAC	$m_\pi = m_K = m_\eta = 0$	手征么正对称	$SU_3 \times SU_3$	简并的 SU_3 多重态，零质量的 π, K, η 介子，软 π, K, η 的阿德勒条件。	极严重的破缺

则下列关系成立。首先，由 I_1, I_2, I_3, I_1^5, I_2^5, I_3^5 生成了 $SU_2 \times SU_2$ 变换，它们之间的对易关系是 (12.23), (12.24) 和 (12.26)，即

$$[I_1, I_2] = iI_3 \quad \text{及其循环置换式，}$$
$$[I_1^5, I_2] = iI_3^5 \quad \text{及其循环置换式，}$$
$$[I_1^5, I_2^5] = iI_3 \quad \text{及其循环置换式。} \qquad (12.31)$$

其次，因为这些生成元产生了一个(破缺)对称性，所以生成元(近似)守恒，亦即

$$[I_i, H] = [I_i^5, H] \approx 0 \quad (i = 1, 2, 3)。 \qquad (12.32)$$

现在，与同位旋，么正旋和手征对称有关的最突出的问题恰恰是它们都不是精确的对称性，也就是说，(12.32) 只是近似的。因此，早在 1962 年盖尔曼就提出，即使关系式 (12.32) 只是近似的，关系式 (12.31) 仍然严格成立。这就是说，我们可以从 (12.31) 式得到尽可能多的知识，而不担心对称只是近似的，所得的结果将与 (12.32) 无关。这种设想倘若成功，其吸引力在于它对一个近似对称性给出了一个精确的数学意义。就此而言，流代数的基本原理超出了对称性，但它又利用了由对称性发展出来的概念。 这个方案之所以称为流代数，是因为群的生成元满足的关系式 (12.31) 称为生成元的代数；而在现在的情况下，生成元又与物理流有关。

阿德勒-韦斯伯格关系是流代数的第一个突出的成就。它是从 (12.31) 的第三组方程导出的，回顾一下，这组方程是一个单独的假设[见前面 (12.26) 式]，未必正确[见 (12.25) 式]，但是，它是由夸克模型给出的。如果它成立，那末这个代数(或群)就是 $SU_2 \times SU_2$ 代数[见 (12.27) 和 (12.28)]。 和往常一样，定义

$$I_\pm^5 = I_1^5 \pm iI_2^5, \qquad (12.33)$$

于是，(12.31) 的第三组方程给出

$$[I_+^5, I_-^5] = 2I_3 \qquad (12.34)$$

现在来计算(12.34)式两边在物理质子态之间的矩阵元，这给出一个“求和规则”

$$\sum_a (\psi_p^* I_+^5 \psi_a)(\psi_a^* I_-^5 \psi_p) - \sum_a (\psi_p^* I_-^5 \psi_a)(\psi_a^* I_+^5 \psi_p)$$

$$= 2(\psi_p^* I_3 \psi_p), \qquad (12.35)$$

其中 $\sum_a$ 是对所有中间态 a 求和。由于 $(\psi_p^* I_+^5 \psi_a) = (\psi_a^* I_-^5 \psi_p)$,* (12.35)式变成

$$\sum_a |\psi_a^* I_-^5 \psi_p|^2 - \sum_a |\psi_a^* I_+^5 \psi_p|^2 = 2\psi_p^* I_3 \psi_p。 \qquad (12.36)$$

(12.36)式的右边显然等于1。在左边的第一项中，一个重要的中间态是中子，这是因为 I_-^5 降低了 p 的电荷，而引起 $p \to n$ 跃迁的弱流不但包含矢量流而且包含轴矢流。其系数正比于 G_{GT}。因此，(12.36)式变成(带有其它假设)

$$\left(\frac{G_{GT}}{G_F}\right)^2 + \sum_{a \neq n} |\psi_a^* I_-^5 \psi_p|^2 - \sum_a |\psi_a^* I_+^5 \psi_p|^2 = 1。 \qquad (12.37)$$

现在利用 PCAC。由(12.22)式，$I_+^5 = \int A_0^+ d^3x$，又由(12.18)式

$$\sum_\lambda \frac{\partial}{\partial x_\lambda} A_\lambda^+ = \text{常数}\ \varphi_\pi +;$$

总效应是 $I_\pm^5$ 与 $\pi^\pm$ 场有关。因此，(12.37)式左边* 的最后一项与 $\pi^+ p$ 的散射截面成正比，而第二项与 $\pi^- p$ 的散射截面成正比。于是求和规则化为

$$1 - \frac{1}{g_A^2} = \text{const.} \int \frac{dW}{W} [\sigma^{\pi^+ p}(W) - \sigma^{\pi^- p}(W)], \qquad (12.38)$$

---

* 原文为右边。——译者注

式中 W 是 π 介子的能量。（12.38）式的一个有趣的性质是，右边是两个正量之差，原则上可正可负，因此，没有说明 $G_{GT} > G_F$ 还是 $G_{GT} < G_F$. 事实上，正如我们从图 8.1 一眼就能看出的，积分的主要贡献来自 $\Delta(1236)$共振态，在这个共振态的区域内，

$$\sigma^{\pi^+ p} \gg \sigma^{\pi^- p},$$

因此，右边是正的，因而

$$|g_A| > 1。$$

因为 PCAC 只适用于 π 介子质量为零的极限情况，因此对有限质量的 π 介子，要做修正。韦斯伯格最后得到下面的预言：

$$|g_A| = 1.15,$$

和实验值

$$g_A = 1.18 \pm 0.02。$$

比较，符合得极好。费解的 g_A 值问题，与 π 介子-核子散射动力学联系起来便解决了。附带，还值得注意的是，阿德勒-韦斯伯格求和规则的成功指出，两个轴向荷的对易子是一个矢量荷；亦即可靠成立的是方程（12.25）而不是（12.26），因此流代数就是 $SU_2 \times SU_2$ 代数。可以认为这是夸克模型的间接证据。

这种方案可以推广到 $SU_3 \times SU_3$，把 KN 和 $\bar{K}N$ 散射截面与 g_A 联系起来。正如上面指出的，在这种计算中有更多的不确定性，但韦斯伯格求出

$$g_A = 1.20 \pm 0.10,$$

这肯定和前面的值一致。

补 充 读 物

[1] Adler, S. L. and R. F. Dashen *Current Algebras*, Benjamin. 1968.

[2] Cabibbo, N. "Unitary Symmetry and Leptonic Decays", *Physical Review Letters*, **10**, 531 (1963).

[3] Cabibbo, N. "Weak Interactions and the Unitary Symmetry", in *Weak Interactions and High Energy Neutrino Physics*, "Enrico Fermi" International School of Physics, course 32, Academic Press, 1966.

[4] Gell-Mann, M. "The Symmetry Group of Vector and Axial Vector Currents", *Physics*, **63** (1964). Reprinted in M. Gell-Mann and Y. Ne'eman, The *Eightfold way*, Benjamin, 1964.

[5] Gell-Mann, M., R. J. Oakes and B. Renner, "Behavior of Current Divergences under $SU_3 \times SU_3$", *Physical Review*, **175**, 2195(1968).

[6] Nambu, Y. "Chiral Symmetries", in *Group Theoretical Concepts and Methods in Elementary Particle Physics* (F. Gürsey, ed.), Gordon and Breach, 1964.

[7] Renner, B., *Current Algebras and their Application*, Pergamon, 1968.

第十三章　弱相互作用和电磁相互作用的统一以及粲数

多年来，人们已经认识到，弱相互作用和电磁相互作用有相同的一面：假若中间玻色子 W 存在，则它象光子一样，自旋为 1。但它们也有不同的一面：量子电动力学是“可重正化的”，而费米的弱相互作用理论是“不可重正化的”。粗略地说，这意味着在费米相互作用中，微扰级数的每一项比前一项是更高级的无穷大！因此级数的发散毫无希望消除。电动力学的情况则不然，原因在于光子自旋为1，而且是无质量的(光子无质量是与电动力学在规范变换下的不变性密切相关的)。前几年，主要由温伯格（Weinberg）和萨拉姆提出了一种弱相互作用和电磁相互作用的“统一”理论。他们利用弱相互作用和电磁相互作用的相似性(二种场量子的自旋都是 1)提出了一个可重正化的弱相互作用模型。

必须克服的困难是，尽管中间玻色子自旋为 1，但质量并不为零。统一理论有很大的美学上的吸引力，因为在该理论中弱相互作用和电磁相互作用不是独立的——它们只不过是一种相互作用的两个“分量”。

最初的温伯格-萨拉姆理论有好多种方案，而其中大多数的特点是预言存在所谓弱的中性流。的确发现某些弱中性流存在的证据，然而，与此同时，预言的另一些中性流看来并不存在。解决这个困难的办法是除了先前的三种夸克外再引进第四种夸克。这第四种夸克应携带一种新的量子数，称为“粲数”(Charm)。

本章专门讨论这些问题。最后再对 1974 年 11 月所发现的新粒子作些解释。目前(1975 年 4 月)人们对它还不了解，但是一些物理学家认为新粒子是粲数存在的证据。

13.1 弱和电磁相互作用的统一理论

如上所述，统一理论的目的在于得到一个“可重正化”的弱相互作用理论，即(在重新定义一些常数后)使微扰理论中的截面保持有限。为了达到这一点，本节将讨论弱相互作用应该满足的条件。

最好我们先回顾一下 1.3 节的内容，特别是图 1.4，图 1.6 和图 1.7。图 1.4 描绘了 e^- 和 p 之间的电磁相互作用，图 1.6 描绘了引起中子 β 衰变的费米“点”相互作用，而图 1.7 则描绘了以中间玻色子 W^- 为媒介的相同过程。在经典场论中，电磁相互作用被描述为：带电粒子在它自己的周围产生了电磁场，在这个场中的任何其它带电粒子的运动将要受到一定的影响。在量子场论中，场应该量子化，即应具有粒子性。电磁场的量子是 γ 光子——这就是图 1.4 所示的情况。如果弱相互作用以同样的方式进行，则参与弱相互作用的粒子在它们本身的周围将产生一个“弱场”，另一些参与弱相互作用的粒子将受到这个场的作用。这种弱场的量子是 W ——这就是图 1.7 所示的情况(当然，这种论点也类似于汤川的论点，即存在一种强场，场的量子为 π，如图 1.5)。

在 10.2 节我们曾看到，在费米理论中，图 1.6 中 n–p–e–ν 顶点的耦合常数记作 G_F。但若 β 衰变实际上按照图 1.7 进行，则相应的耦合常数是 p–n–W (或 e–ν–W) 顶点的耦合常数，记作 g。类似地，图 1.4 中 p–p–γ 和 e–e–γ 顶点的耦合常数就是电荷 e。可以把 g 看成是衰变粒子所携带的“弱荷”的数量。

$$\left.\begin{array}{ll} n-p-e-\nu & \text{耦合常数 } G_F \\ n-p-W & \text{耦合常数 } g \\ p-p-\gamma & \text{耦合常数 } e \end{array}\right\} \tag{13.1}$$

总的说来，因为图 1.6 和图 1.7 描述了相同的过程，所以 G_F 和 g 之间必定存在一个关系。这种关系是

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2}\,M_W^2}。 \tag{13.2}$$

于是，G_F 很小可以有两方面的因素，或者是 g 很小（“内禀弱相互作用”），或者是质量 M_W 很大。如果 M_W 足够大，则 g 也可以相当大。这样，我们观察到的弱相互作用很弱，仅仅是由于中间玻色子太重的缘故。（13.2）式可改写成

$$M_W^2 = \frac{g^2}{4\sqrt{2}\,G_F}。 \tag{13.3}$$

弱相互作用和电磁相互作用的统一理论给出了 e 和 g 之间的关系，由这关系并通过（13.3）式就可预言 M_W 的值。下面我们再讨论这个问题。

现在，让我们把前几章所学过的有关强子（所有强子，不只是中子）的半轻子衰变汇集到一起，首先，在第五章（5.16）和（5.32）式，我们曾看到有两种衰变，一种是 $\Delta S = 0$，$\Delta I = 1$ 的衰变，另一种是 $\Delta S = 1$，$\Delta I = 1/2$ 的衰变。另外，在第十二章（12.9）式中，我们看到与这些衰变相应的费米耦合常数分别是 $G\cos\theta$ 和 $G\sin\theta$，其中 $G = G_\mu$ 和 $\theta = \theta_V = \theta_A =$ 卡比波角。其次，在第十章我们看到（10.8）和（10.10）式，费米相互作用写成了“流-流”的形式。因此，把这些结果汇集到一起，我们可以推广（10.10）式，而写出一般的费米相互作用的哈密顿量

$$H = G[\cos\theta J_+^{\Delta S=0} + \sin\theta J_+^{\Delta S=1}][j_-], \tag{13.4}$$

（$J_+^{\Delta S=0}$、$J_+^{\Delta S=1}$：强子流；j_-：轻子流）

式中轻子流由下式给出

$$j_- = \bar{e}\nu_e \tag{13.5}$$

(13.5)式是(10.10)式中第二个因子的缩写，即把 ϕ_e 写成 $\bar{e}$，ϕ_ν 写成 ν，并省去因子 $\gamma_\lambda(1+\gamma_5)$。(13.5)式中 j 的下标负号表示这个流是负的，它产生一个电子 e^- 并湮灭一个中微子 ν(或等价地说，产生一个反中微子 $\bar{\nu}$)。同样地，(13.4)式中的强子流是正的。例如，中子衰变产生一个质子并湮灭一个中子，π^- 衰变[见(12.5)式]湮灭 π^- 而产生 π^0。在这两种情况下，强子电荷都增加一个单位。类似地，$J_+^{\Delta S=1}$ 的典型分量，如 $\Lambda \to p + e^- + \bar{\nu}$，$\Sigma^- \to n + e^- + \bar{\nu}$，都包含着强子电荷的增加。

最后，我们用夸克模型来表达(13.4)式，对于夸克模型可参看第十一章，特别是图11.2。考虑 $J_+^{\Delta S=0}$，它将包含象 $n \to p$，$\pi^- \to \pi^0$，$\Sigma^0 \to \Sigma^+$ 之类的项。写出这些粒子的夸克成分，我们有 $n = (udd)$，$p = (uud)$，$\pi^- = (\bar{u}d)$，$\pi^0 = 1/\sqrt{2}(\bar{u}u - \bar{d}d)$ 等等，这些都是可以核对的。例如，利用表 11.1 和图 11.3。结果表明，在 $J_+^{\Delta S=0}$ 中所有的项都等价于夸克跃迁 $d \to u$(或 $\bar{u} \to \bar{d}$)。因此我们可以写成

$$J_+^{\Delta S=0} = (\bar{u}d), \tag{13.6}$$

它消灭一个 d 夸克并产生一个 u 夸克(或等价地，消灭一个 $\bar{u}$ 而产生一个 $\bar{d}$)。类似地，可以用夸克的语言来表达奇异数改变的流，

$$J_+^{\Delta S=1} = (\bar{u}s), \tag{13.7}$$

其中由一个 s 夸克产生一个 u 夸克。现在把(13.4)—(13.7)式合并起来，我们有

$$\begin{aligned} H &= G[\cos\theta \bar{u}d + \sin\theta \bar{u}s][\bar{e}\nu] \\ &= G[J_+][j_-]。 \end{aligned} \tag{13.8}$$

至此，读者可能已经忘记了我们想要做的事，即写出一个

象电磁相互作用那样的弱相互作用可重正化的条件。现在我们能够做这件事了。1967 年，温伯格曾猜想[后来由特豪夫(G. 'tHooft) 证明]，弱相互作用是可重正化的，只要：

(a) 中间玻色子 W 的"裸"质量为零，就象光子 γ 一样。

(b) 强子流 J 和轻子流 j 是一个对称群的生成元。

条件 (a) 是相当专门性的，它等于说在一个"理想的"世界中，$M_W = 0$；然后，中间玻色子通过量子场论中一个相当奇特的技巧而获得非零质量，这称为"希格斯 (Higgs) 机制"。这一点将在第三节中进一步讨论，现在暂不管它。

下面着重讨论条件 (b)。原则上，这种群可以是任意的。不过，在温伯格-萨拉姆模型中选取的是三维转动群[1]。在第二章中我们曾看到，普通三维空间中转动群的生成元是[参见 (2.17) 式] L_x, L_y 和 L_z，它们服从关系式 (2.49)。由此可见，j 必须有三个分量(尽管这时是在抽象空间中)，它们也应服从 (2.49) 式：

$$\begin{aligned} j_x j_y - j_y j_x &= i j_z, \\ j_y j_z - j_z j_y &= i j_x, \\ j_z j_x - j_x j_z &= i j_y. \end{aligned} \tag{13.9}$$

设

$$j_+ = j_x + i j_y, \quad j_- = j_x - i j_y, \quad j_0 = j_z,$$

这就给出

$$j_+ j_- - j_- j_+ \equiv [j_+, j_-] = 2 j_0 \tag{13.10}$$

现在来计算 j_0。根据 (13.8) 式，我们有 $j_- = (\bar{e}\nu)$，用矩阵形式把它表示如下：

$$\begin{aligned} j_- &= \bar{e}\nu \\ &= (\bar{\nu}\bar{e}) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \\ &\equiv \psi m_- \psi, \end{aligned} \tag{13.11}$$

1) 确切地说，这个群是乘积群 SU (2)×U(1)。SU(2) 是由"弱同位旋"生成的转动群，而 U (1) 是由"弱超荷"生成的一个阿贝尔规范群。

其中

$$\psi = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi} = (\bar{\nu}\bar{e}), \quad m_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}。$$

类似地，

$$\begin{aligned} j_+ &= \bar{\nu} e \\ &= (\bar{\nu}\bar{e}) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \\ &= \bar{\psi} m_+ \psi, \end{aligned} \tag{13.12}$$

其中

$$m_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}。$$

读者可检验一下，在得到(13.11)和(13.12)式时只用到通常的矩阵乘法规则。现在我们有

$$\begin{aligned} [m_+, m_-] &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

因此，根据(13.10)，(13.11)和(13.12)式，得

$$\begin{aligned} 2j_0 &= \bar{\psi}[m_+, m_-]\psi \\ &= (\bar{\nu}\bar{e}) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \\ &= (\bar{\nu}\nu - \bar{e}e) \\ j_0 &= 1/2(\bar{\nu}\nu - \bar{e}e) \end{aligned} \tag{13.13}$$

弱中性流　　电磁流

条件(b)，即物理流生成一个转动群，这意味着；若 j_+ 和 j_- 是物理流(而它们正是这样)，则 j_0 也一定是物理流。j_0 由两项组成，其中第二项 $\bar{e}e$ 是湮灭一个电子并产生另一个电子

的流。显然这正是电磁流，并对应于图 1.4 中 $e-e-\gamma$ 的顶点。确切地说，它也可以对应于这样的图形，即把图 1.4 中的光子用(重的)中性的中间玻色子代替。于是我们看到，电磁流不可避免地被带入了这种对称性方案——这就是为什么理论是弱、电磁相互作用的统一理论的原因。但是，j_0 还有另外一项，即 $\bar{\nu}\nu$，它产生一个中微子并湮灭另一个中微子，例如在以下过程中

$$\nu + p \to \nu + n + \pi^+,$$
$$\nu + p \to \nu + p + \pi^0。 \tag{13.14}$$

因此，这个理论预言，除了通常的弱过程，像 $n \to p + e^- + \bar{\nu}$ 或 $\nu + n \to p + e^-$，其中出现一个中微子和一个电子，还应该有象(13.14)那样只涉及中微子的过程，这些过程称为弱中性流过程。

象(13.14)之类的过程人们找了好多年，终于在 1973 年在日内瓦欧洲核子研究中心 (CERN) 观察到了。不久，在 1974 年，美国费米国立加速器实验室 (FNAL) 也观察到这类过程。有关这些实验的讨论和原始参考文献，请读者查阅本章最后列出的克莱因 (Cline)，曼 (Mann) 和罗比亚 (Rubbia) 的两篇评论。

尽管观察到弱中性流是温伯格-萨拉姆理论的一个成功，但我要提醒读者注意，在 (13.14) 式中我曾未加说明地指出：强子流，除了是中性的以外，它不携带奇异数；右边强子的 $S = 0$。规定这一限制的理由是由于没有观察到 K 介子的中性流衰变：

$$K^+ \to \pi^+ + e^+ + e^-,$$
$$K^+ \to \pi^+ + \nu + \bar{\nu},$$
$$K^0 \to \mu^+ + \mu^-。 \tag{13.15}$$

由此我们推断不存在奇异数改变的中性流。牢记这个关键性

的限制，现在我们要利用流生成转动群的事实来计算强子中性流的一般形式。我们将发现，奇异数守恒和奇异数改变的两种流都存在。为了排除奇异数改变的流，我们必须引进具有新量子数"粲数"的第四种夸克。下一节就做这件事。但在结束本节之前，让我说一下。例如，由(13.13)式所暗示出的弱作用和电磁作用的统一，导致电荷 e 和(13.1)式中 $p-n-W$ 耦合常数 g 之间有一个关系。这个关系就是 g 大于 e

$$g > e。$$

根据(13.3)式，这就给出

$$M_W^2 > \frac{e^2}{4\sqrt{2}\,G_F}。 \tag{13.16}$$

应该明白，(13.16)式只有在 $\hbar = c = 1$ 时的"自然"单位制中成立。在量纲上正确的方程(记住 G 的单位是 $\mathrm{Jm^3}$)是

$$M_W^2 > \frac{1}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{e^2}{\varepsilon_0 \hbar c} \cdot \frac{\hbar^3}{cG},$$

式中因子 $e^2/\varepsilon_0\hbar c = 4\pi\alpha$ 是无量纲的，其中 α 为精细结构常数 $= 1/137$。把 $G = 1.4 \times 10^{-62}\mathrm{Jm^3}$ 代入，得到

$$M_W > 6.68 \times 10^{-26}\mathrm{kg} = 37\mathrm{GeV}。 \tag{13.17}$$

因此温伯格-萨拉姆理论可推得中间玻色子的质量的下限为 37 GeV；这与实验下限2 GeV ((1.5)式)是完全相容的！

13.2 粲数

我们用计算轻子中性流 j_0 的同样方法来计算强子中性流 J_{00} 根据(13.8)式，对于正的带电流我们有

$$J_+ = \bar{u}\cos\theta d + \bar{u}\sin\theta s$$

$$= (\bar{u}\bar{d}s)\begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

$$\equiv \bar{\psi} M_+ \psi, \tag{13.18}$$

式中

$$\psi = (\bar{u}\bar{d}\bar{s}), \psi = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}, M_+ = \begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}。$$

类似地，负的带电流是

$$\begin{aligned} J_- &= \bar{d}\cos\theta u + \bar{s}\sin\theta u \\ &= (\bar{u}\bar{d}\bar{s}) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \\ &\equiv \psi M_- \psi, \end{aligned}$$

式中

$$M_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & 0 \end{pmatrix}。$$

类似于(13.13)* 式，我们有

$$\begin{aligned} 2J_0 &= \bar{\psi}[M_+, M_-]\psi \\ &= (\bar{u}\bar{d}\bar{s}) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos^2\theta & -\cos\theta\sin\theta \\ 0 & -\cos\theta\sin\theta & -\sin^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \\ &= (\bar{u}u - \underbrace{\cos^2\theta \bar{d}d}_{\Delta S = 0} - \sin^2\theta \bar{s}s) - \underbrace{\sin\theta\cos\theta(\bar{d}s + \bar{s}d)}_{|\Delta S| = 1}。 \end{aligned}$$

这样，强子中性流除了包含 $\Delta S = 0$ 的项(它使 u 夸克转变到 u 夸克，或 d 到 d，或 s 到 s)外，还包含 $|\Delta S| = 1$ 的项(它使 d 转变为 s 或使 s 转变为 d)。由于没有发现(13.15)中的衰变，所以 $|\Delta S| = 1$ 的项恰恰是我们不想要的。这样，对强子

---

* 原文为(13.10)式。——译者注

流取卡比波形式的统一规范理论陷入了困境。但是，在 1970 年，格拉肖，依里奥普鲁斯（Iliopoulos）和马亚尼（Maiani）提出一个避开这种困难的方法（尽管他们的文章并未涉及温伯格-萨拉姆理论）。这些作者提议有四种夸克，而不是三种夸克。新增加的夸克 c 与 u 有相同的重子数、电荷数和奇异数，所不同的是它有一种从未注意到的量子数——粲数 C。这四种夸克都列在表 13.1 中。现在，带电强子流 J_+ 除含有 (13.18) 式中的 $\bar{u}d$ 和 $\bar{u}s$ 项("粲数守恒"项)外，还包含 $\bar{c}d$ 和 $\bar{c}s$ ("粲数"改变项):

$$\begin{aligned} J_+ &= \bar{u}(\cos\theta d + \sin\theta s) + \bar{c}(-\sin\theta d + \cos\theta s) \\ &= (\bar{c}\bar{u}\bar{d}\bar{s}) \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ u \\ d \\ s \end{pmatrix} \\ &\equiv \bar{\psi} C_+ \psi \end{aligned} \tag{13.19}$$

表 13.1　在"粲夸克"模型中四种夸克的量子数

夸　克	B	Q	S	C
c	1/3	2/3	0	1
u	1/3	2/3	0	0
d	1/3	−1/3	0	0
s	1/3	−1/3	−1	0

类似地，

$$\begin{aligned} J_- &= (\bar{c}\bar{u}\bar{d}\bar{s}) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ u \\ d \\ s \end{pmatrix} \\ &\equiv \psi C_- \psi \end{aligned}$$

于是容易看出，

$$[C_+, C_-] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

因此

$$\begin{aligned} J_- &= 1/2\psi[C_+, C_-]\psi \\ &= 1/2(\bar{c}c + \bar{u}u - \bar{d}d - \bar{s}s), \end{aligned} \tag{13.20}$$

其中不含有 $\Delta S = 1$ 项，这正是我们所希望的。

引进新夸克和新量子数便拯救了统一规范理论。假若这种量子数存在，它应该以类似于奇异数的方式表现其影响——在强相互作用下守恒，而在弱相互作用下改变[更确切地说，由(13.19)式可见“带电”半轻子衰变将包含 $\Delta C = 0$ 和 $|\Delta C| = 1$ 的项，而由(13.20)式看到，“中性”半轻子衰变粲数守恒，正如它们的奇异数守恒一样，$\Delta C = \Delta S = 0$]。到目前为止*，关于粲数还没有直接的证据。假如它存在，则现在加速器的能量对于产生粲粒子还不够高，这正象四十年代加速器能量低于奇异粒子的产生阈一样。

但还有问题；如果有四种夸克，则强相互作用的对称群不再是 SU(3)，而是 SU(4)。这样，强子本身将集合成 SU(4) 的多重态，每个多重态包含着 C 不相同的粒子。这正象一个 SU(3) 多重态（例如介子八重态）包含了几个具有不同 S 的 SU(2) 多重态（同位旋双重态 $S = 1$，同位旋三重态 $S = 0$，同位旋单态 $S = 0$，同位旋双重态 $S = -1$）一样。因此，SU(4) 的介子多重态包含 $15(=4^2-1)$ 个粒子。

---

* 在过去几年中，这些想法完全被证实了。1974 年 11 月丁肇中和里希特 (Richter) 发现了由粲夸克和反粲夸克构成的净粲数为零的 J/ψ 粒子。不久，又发现了明显带粲数的介子和重子。——译者注

$$
\begin{array}{lll}
 & \mathrm{SU}(3) & \text{粲数} \\
\mathrm{SU}(4):15 & \left\{\begin{array}{ll} 3^* & C=1 \\ 8 & C=0 \\ 1 & C=0 \\ 3 & C=-1 \end{array}\right. &
\end{array} \qquad (13.21)
$$

至今已发现的只是其中的八重态和单态。展望未来，一大批质量大于 2GeV 的带粲数的 SU(3) 介子三重态(当然，还有类似的重子多重态)有待我们去发现。

13.3 整体和局部对称性，希格斯机制

弱作用和电磁作用的统一规范理论有两个奇妙的特点。第一，这个理论虽然在对称群 ("弱同位旋" SU(2)) 变换下具有不变性，但在这种对称群变换下构成多重态的粒子，例如 (13.11) 中的电子和中微子，却不是简并的。这种情况在由带电中间玻色子 $W^{\pm}$ 和 γ 光子组成的多重态中更为明显。为了说明与同位旋的类似性，我们假定存在一种守恒量子数"弱同位旋" I^W，并有以下多重态

$$
\begin{array}{lll}
 & I_3^W & \text{质量 } (\mathrm{MeV}/c^2) \\
I^W=1/2 & \left\{\begin{array}{ll} 1/2 & \nu \\ -1/2 & e^- \end{array}\right. & \begin{array}{l} 0 \\ 0.5 \end{array} \\
I^W=1 & \left\{\begin{array}{ll} 1 & W^+ \\ 0 & \gamma \\ -1 & W^- \end{array}\right. & \begin{array}{l} >37000 \\ 0 \\ >37000 \end{array}
\end{array}
$$

由此可见，连近似的简并性都不存在。因此，缺少简并性是第一个奇妙的特点。第二个奇妙的特点是，中间玻色子不具有零质量。这里的关键是，在一个规范理论(象电动力学)中自旋为 1 的"规范"粒子一定是零质量的(象光子)。现在，

弱、电磁的统一理论是一种规范理论，但是 W 粒子的质量不等于零。如上所述，这是通过所谓的希格斯机制获得的。

在描述这个问题之前，首先扼要地说一下“规范理论”这一术语是什么意思，以及为什么这种理论通常会导致零质量的粒子。

规范理论是一种“局部”对称性理论，它与“整体”对称性理论不同。对称性与量子数守恒有关，例如电荷守恒是与电荷规范变换下的不变性有关的(见表 2.1)。现在，如果在坎特伯雷的总电荷突然减少了 100 库仑，而在北京的总电荷同时增加了 100 库仑，则整体(全球)的电荷守恒，但在局部范围内电荷不守恒。局部电荷守恒要求在个别体积中电荷的改变伴随着邻近体积中电荷的补偿性改变。现在我们从数学上来表达这个问题。在电动力学中，电荷守恒表达为要求在

$$\psi(x) \to \exp(ie\lambda)\psi(x) \tag{13.22}$$

变换下的不变性。式中 ψ 表示任意的场，e 是它的电荷。这意味着场的相位改变(13.22)不会引起物理情况的改变。然而，因为 λ 是一个常量，所以(13.22)式似乎暗示着，若我们改变在坎特伯雷的一个电子的相位，则我们就应同时改变在北京或遥远星系上一个电子的相位。但这与相对论有抵触，按照相对论，信息不可能超光速传播。因此，在被类空间隔分开的坎特伯雷和北京的两个电子的相对相位是任意的。这意味着(13.22)中的 λ 不应该是常量，而应该是一个时-空函数 $\lambda(x)$。这样，我们就要考虑在局部变换

$$\psi(x) \to \exp(ie\lambda(x))\psi(x) \tag{13.23}$$

下的不变性。但是，电动力学在(13.23)式变换下并不是不变的，只有再附加一个对四矢势 A_μ 的变换，

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{\partial\lambda(x)}{\partial x_\mu}, \tag{13.24}$$

电动力学的规律才是不变的。这就叫做规范变换，其重要性在于，仅当光子质量为零时，电动力学才能在(13.24)式变换下不变。(因为拉格朗日函数中质量项的形式应为

$$\sum_{\mu=1}^{4} m^2 A_\mu A_\mu ,$$

除非 $m^2 = 0$，否则它在(13.24)式变换下不是不变的。)由此得出结论：局部电荷守恒意味着光子质量为零。另一方面，整体电荷守恒就没有这种结果。现在，我们把这一整套思想推广到非阿贝尔对称群 SU(2)。令这个群的生成元为弱同位旋，与普通(强)的同位旋不同，现在我们要求弱同位旋局部守恒，其结果是

(1) 弱相互作用粒子和电磁相互作用粒子应构成简并的多重态，差别只是它们的电荷不同。

(2) 应该有三个自旋为 1 的无质量"规范"粒子 W^+，γ，W^-，它们属于一个 $I^W = 1$ 的多重态。 (13.25)

这些就是由 SU(2) 规范理论正常地预期到的结论。

然而，在上一章我们考虑手征对称时曾看到(见 12.3 节和表 12.2)这种对称性的表现不是存在相反宇称的简并粒子，而是只有单一宇称的粒子加上三个无质量的 π 介子[或者，在 SU(3) 的情况下，有八个无质量的赝标介子]。这种现象叫做"自发破缺对称"。我们现在假定，弱同位旋对称性也是自发破缺的。因此，类似于三个无质量的 π 介子，我们期待有三个无质量零自旋的粒子。另外，因为弱同位旋对称性是规范对称性(即局部对称性)，所以，自然我们要期待：

(a) 无质量的电子和中微子；

(b) 三个无质量的标量粒子，电荷数为 $+1$，0，-1；

(c) 三个无质量的"矢量"(自旋为 1)粒子 W^+，γ，W^-。 (13.26)

可是 1964 年希格斯证明了这种情况不会发生。 若用于当前讨论的特定模型(温伯格 1967)上,它们就换成

(a) 无质量的中微子,而有质量的电子;

(b) 一个中性的有质量的标量粒子;

(c) 三个矢量粒子,其中 W^+ 和 W^- 有质量而 γ 无质量。

(13.27)

当然,除了(b)外,在自然界中观察到的正是这样。而(b),即有质量的中性标量场,(迄今)仍无候选者。 在从(13.26)过渡到(13.27)时, 发生两个带电标量场与 W^+ 和 W^- "结合", 为这些场得到质量提供了所需要的额外自由度(可以回忆起,自旋为 1 的无质量场有两个自旋投影 $S_z=1,-1$, 而自旋为 1 的有质量场则有三个投影 $S_z=1,0,-1$)。

总之,我们有一个弱作用和电磁作用统一的规范理论,其性质如下:

(a) 它是一个规范理论,因此是可重正化的;

(b) 包含一个有质量的电子和一个无质量的中微子(以及类似地, 一个有质量的 μ 子和一个无质量的 μ 中微子);

(c) 包含两个有质量的带电中间玻色子 $W^{\pm}$,一个无质量的光子 γ 和一个有质量的中性玻色子 Z^{0*};

(d) 包含一个有质量的中性标量粒子(迄今没有观察到这个希格斯粒子);

(e) 包含带粲数的强子,但迄今没有观察到**。

13.4 关于新的窄共振态的注释

1974 年 11 月, 人们在 3.1 GeV 和 3.7 GeV 处发现了两个

---

* 出现这个额外的玻色子 Z^0 是因为这个对称群实际上是 SU(2)×U(1),而不是简单的 SU(2)。

** 见 13.2 节末的译者注。

玻色子共振态。第一个通常记作 ψ，是麻省理工学院布鲁克海文小组和斯坦福-伯克利小组各自独立发现的。前者在反应 $p + Be \to e^- + e^+ +$ 任何粒子的 (e^+e^-) 不变质量谱中发现了一个峰，后者是在电子-正电子湮灭 $e^+ + e^- \to$ 任何粒子的反应中发现 ψ 的。两周之后，加利福尼亚小组宣布发现了第二个共振态 ψ'。这两个共振态最显著的特点是它们的宽度很窄。$\psi(3105)$ 的宽度太窄以致不能直接在实验曲线上显示出来。实验给出的宽度 $\Gamma < 1.3$ MeV，而实际上衰变成强子的宽度估计是 $\Gamma = 50$keV。$\psi'(3695)$ 有同样的情况。为对照起见，具有启发性的是将 e^+e^- 湮灭中 ψ 的产生以及随后的衰变

$$e^+ + e^- \to \psi \to \text{强子}$$

和 1967 年第一次观察到的 ρ 相应的产生和衰变

$$e^+ + e^- \to \rho \to \text{强子}$$

作一比较。但是，ρ 衰变到强子的宽度为 $\Gamma_\rho \sim 150$ MeV。ψ 粒子的寿命比大多数(以 ρ 为典型的)强子共振态的寿命约长 10^3—10^4 倍。

已经有了几种解释这个窄共振的理论。因为对 ψ 粒子的认识可能有迅速的进展，所以详细讨论它的现状是没有意义的。下面只限于做些一般性的考察，以使人们了解发展的可能范围。至于最新资料，建议读者最好查阅(例如)物理评论快报的最近版本。

(a) 显然，一种可能性是，ψ 和 ψ' 不是强子*。因为 ψ (以及 ψ')的自旋很可能是 1，那末它们会不会是中间玻色子？如果是，就必须要解释为什么它们有两个，且都是中性的；又为什么(至少到现在为止)没有发现带电的玻色子？还有，按

---

* 见 13.2 节末的译者注，实验证据表明 J/ψ 是 $(\bar{c}c)$ 束缚态。

照温伯格-萨拉姆理论，W 的质量至少是 37 GeV [参见(13.17)式]，因此 ψ 不可能是 W。若它们是弱玻色子，则我们预料在衰变中宇称会有破坏，这种情况与在 Λ 衰变(见 8.7 节)中所观察到的类似，它将给出上-下不对称性。

(b) 目前流行的理论是 ψ 介子有"隐粲"，即它们是 $(\bar{c}c)$ 态。为了解释它们的长寿命，要引用一种机制，叫做"兹维格(Zweig)规则"。按此规则，介子 $(\bar{a}a)$ 的正常强衰变是

$$(\bar{a}a) \to (\bar{a}q) + (a\bar{q}) + \cdots。$$

因此，举例来说，若一个介子只是由奇异夸克 $(\bar{s}s)$ 构成，则衰变产物将包括象 $(\bar{s}u)$，$(\bar{s}d)$，$(s\bar{u})$ 或 $(s\bar{d})$ 这样的介子，换句话说，都是奇异介子。查阅本书前面的粒子表，我们看到 φ 介子衰变成 $\bar{K}K$ 的宽度很大，但它衰变为 3π 却受到强烈的抑制。另外，由 (11.34) 式看出，φ 的确是一个 $(s\bar{s})$ 束缚态。因此把兹维格规则用于 φ 衰变，就解释了为什么衰变成非奇异粒子的分支比很小。若 $\psi = (\bar{c}c)$，并应用兹维格规则，则它将优先衰变成带粲介子，但若这些粒子较重(因为 c 本身大概比 s，d 和 u 都重)，则这种衰变从能量上看是禁戒的，因而 ψ 的宽度将很小。假如这些 ψ 确实是 $(\bar{c}c)$ 束缚态，则如上节所讨论的，粲粒子的质量将预计在 2 GeV 左右。

(c) 或许在现有理论的范围内不能解释 ψ 粒子。比如，自然界中可能还存在一种迄今未被人们注意到的新的相互作用，它比强相互作用弱，但又比电磁相互作用强。

13.5 结束语

本书试图通过研究对称性来讲述基本粒子物理学最近几十年来已经取得的一些进展，而显露出来的并不是一个简单的图象，现在我想以一、两点说明作为结束。

首先，对称性本身具有四种类型

(1) 连续的空-时对称性

空间转动

空间平移

时间平移

洛仑兹变换

(2) 分立的空-时对称性

空间反演

时间反演

(3) 规范变换

电荷规范

重子和轻子规范

弱同位旋和超荷规范

(4) 严格(与空时无关)“内部”的对称性

同位旋

么正旋

手征对称

第一类和第三类是精确的，由它们所导出的守恒定律是精确的守恒定律，例如，能量-动量守恒和电荷守恒。第一类对称性成立是由于空间-时间自身的性质，或许这就是它们是普适对称性的原因。

可是，(2) 中的空间反演和时间反演仅仅是近似的对称性。空间反演对称性被弱相互作用所破坏，而破坏时间反演的一些相互作用迄今不明，也许是电磁相互作用，也许是迄今未知的超弱相互作用，也可能两者都不是。在 1957 年和 1964 年，人们十分惊奇地发现，这些分立的对称性并不是普适的。

无论在理论上还是实验基础上，人们确信有一种分立对称性是精确的，这就是 CPT。但这并不是一个纯粹的空-时对称性，因为使粒子转换到反粒子的 C 变换与空间和时间无关。

其次，存在着“内部”对称性（4），它们都只是近似对称性，为方便起见，称之为相互作用的对称性。最主要的问题是，为什么内部对称性仅仅是近似的？或反问，它们究竟为什么存在？在本书中，我们对强相互作用，弱相互作用和电磁相互作用作了习惯的区分，含蓄地假设它们是相互无关的。但是，这可能不是真实情况；看来有理由相信，不同的相互作用“彼此相识”。回忆一下弱相互作用破坏宇称，这要求存在宇称相反的矢量流和轴矢流，这些流具有同位旋和奇异数选择定则的量子数。当矢量流结合成对易子时，生成一个对称群［SU(2)或 SU(3)］，它实际上是强相互作用的对称群。而且，最近发现轴矢流也如此。把轴矢流包括进去，则强相互作用的对称性扩大成 SU(2) × SU(2) 或 SU(3) × SU(3)。但是，这种对称性的表现方式与 SU(2) 和 SU(3) 的表现方式不同。它们不是通过简并多重态而是通过存在无质量的粒子来表现自己（或者说，由于对称性只是近似的，因此粒子几乎是无质量的）。

因此，我们不仅看到弱相互作用和强相互作用之间有联系，而且也看到对称性有两种不同的表现方式：或者通过简并多重态，或者通过无质量粒子。

最后，对弱相互作用和电磁相互作用有了一个统一的规范理论。在这里，对称性的表现形式既不是简并多重态，也不是无质量零自旋的粒子。实际上，对称性的存在并不是很明显的，然而只要它存在，我们就希望发现希格斯粒子；而且，至少在理论的一种方案中我们还预期有带粲强子的存在。如果一旦发现了粲粒子，则在这个程度上夸克是真实的，于是“基础”粒子将是四个轻子（e^-，ν_e，μ^-，ν_μ），四个夸克（c，u，d，s），光子 γ 和中间玻色子 $W^\pm$，Z^0，或许还有一些把夸克“胶合”起来构成强子的额外玻色子，它们称为“胶子”。因为有四个轻子和四个夸克，所以应存在一种轻子-强子对称性。实际

上，这曾是引入第四个夸克的理由之一[标肯（Bjorken）和格拉肖，1964]。

大多数物理学家都承认近几年来已经取得了巨大的进展，但是看来仍然不知道最终的解在哪里。为了把现有的理论纳入一个统一的方案，可能需要提出一些全新的概念；另一方面，我们可能已经具备了所有必要的资料，而只是需要有人来正确理解它们的意义。

据传说，哲学家阿维森纳（Avicenna）曾问一位泛神论神秘主义者：“如果无人在场观察，那么有什么东西会被看见呢？”后者回答：“如果有一位先知在场观看，那么又有什么东西不能被看见呢？”

补　充　读　物

温伯格-萨拉姆统一理论

[1] A. Benvenuti *et al* ''Observation of muonless neutrino-induced inealstic interactions'' *Physical Review Letters* **32**, 800(1974)

[2] D. B. Cline, A. K. Mann and C. Rubbia ''The detection of weak neutral currents'' *Scientific American, December* 1974, p. 108.

[3] F. J. Hassert et al ''Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment'' *Physics Letters* **46B**, 138(1973)

[4] A. Salam ''Weak and electromagnetic interactions'' in Elementary *Particle Physics* (N. Svartholm. ed.) Almquist and Wiksells, Stockholm (1968) p. 367.

[5] S. Weinberg ''A model of leptons'' *Physical Review Letters* **19**, 1264 (1967)

[6] S. Weinberg ''Recent progress in gauge theories of the weak, electromagnetic and strong interactions'' *Reviews of Modern Physics* **46**, 225 (1974)

[7] S. Weinberg ''Unified theories of elementary particle interaction'' *Scientific American July* 1974, p. 50

粲数

[8] J. D. Bjφrken and S. L. Glashow ''Elementary particles and SU(4)'' *Physics Letters* **11**, 255(1964).

[9] M. K. Gaillard, B. W. Lee and J. L. Rosner ''Search for Charm'' Fermilab Reports 74/86 and 75/14 THY (Fermi National Accelerator Laboratory, Batavia, Illinois, U. S. A.)

[10] S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani ''Weak Interactions with lepton-hadron symmetry'' *Physical Review* D **2**, 1285(1970)

J/4 粒子

[11] J. J. Aubert et al ''Experimental observation of a heavy particle J'' *Physical Review Letters* **33**, 1404 (1974).

[12] J.-E. Augustin *et al* ''Discovery of a narrow resonance in e^+ e^- annihilation'' *Physical Review Letters* **33**, 1406 (1974)

[13] The CERN Theory Boson Workshop ''The narrow peaks in $pp \rightarrow e^+ e^- + X$ and $e^+ e^-$ annihilation'' CERN report number TH 1964 (9th December 1974) CERN, Geneva, Switzerland.

最常用的一些常数

光速	c	2.998×10^{10}cm/sec
普朗克常数$(1/2\pi)$	$\hbar$	6.582×10^{-22}MeV · sec
玻兹曼常数	k	8.617×10^{-11}MeV/K
精细结构常数	$\frac{e^2}{\hbar c}$	$\frac{1}{137.036}$
电子"半径"	$\frac{e^2}{m_e c^2}$	2.818fm
电子康普顿波长	$\frac{\hbar}{m_e c}$	386 fm
π 介子康普顿波长	$\frac{\hbar}{m_\pi c}$	1.414 fm
质子康普顿波长	$\frac{\hbar}{m_p c}$	0.210 fm
核磁子	$\frac{e\hbar}{2m_p c}$	3.153×10^{-18}MeV/Gauss
质量：电子	m_e	0.511MeV/c^2
π^0 介子	m_{π^0}	135.0MeV/c^2
$\pi^\pm$ 介子	$m_{\pi^\pm}$	139.6MeV/c^2
质子	m_p	938.3MeV/c^2

附　　录

I. 相对论运动学

1. 几个关系式

静质量为m的粒子的总能量E与动量$\mathbf{p}$之间有如下关系:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4, \tag{I.1}$$

并且

$$\begin{cases} E = \gamma mc^2 \\ \mathbf{p} = \gamma\beta mc, \end{cases} \tag{I.2}$$

其中

$$\beta = \frac{\mathbf{v}}{c}, \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{I.3}$$

$\mathbf{v}$是粒子的速度。由(2)式可得

$$\beta = \frac{\mathbf{p}c}{E}, \qquad \gamma = \frac{E}{mc^2}。 \tag{I.4}$$

这表明，如果已从实验上定出E和$\mathbf{p}$，就可由(1)式定出m，而从(4)式可算出它的速度v及洛仑兹因子γ。

2. 两种极端情况

对于$p \ll mc$(非相对论情况)，

$$E = mc^2\left(1 + \frac{p^2}{m^2c^2}\right)^{1/2} \cong mc^2 + \frac{p^2}{2m} + \frac{p^4}{8m^3c^2} + \cdots,$$

其中第一项为静能，第二项是非相对论动能表示式。

对于$p \gg mc$(极端相对论情况)，

$$E = pc\left(1 + \frac{m^2c^2}{p^2}\right)^{1/2} \cong pc + \frac{m^2c^3}{2p} + \cdots。$$

如果粒子静质量为零(例如光子、中微子),则

$$E = pc。 \tag{1.5}$$

3. 洛仑兹不变量

如果定义一个四维矢量 p,它的分量是

$$p_1 = p_x,\ p_2 = p_y,\ p_3 = p_z,\ p_4 = \imath\frac{E}{c} \tag{1.6}$$

或

$$p_\mu = \left(\mathbf{p},\ \imath\frac{E}{c}\right), \tag{1.6'}$$

则它的"长度"平方

$$p^2 = \sum_{\mu=1}^{4} p_\mu p_\mu\ (\equiv p_\mu p_\mu) = \mathbf{p}^2 - \frac{E^2}{c^2} = -m^2c^2 \tag{1.7}$$

是一个洛仑兹不变量。

如果在惯性系 K 中粒子的动量、能量是 $\mathbf{p}$、E,则在另一个相对于 K 以常速度 V 沿 x 轴运动的惯性系 K' 中(见图 I.1),

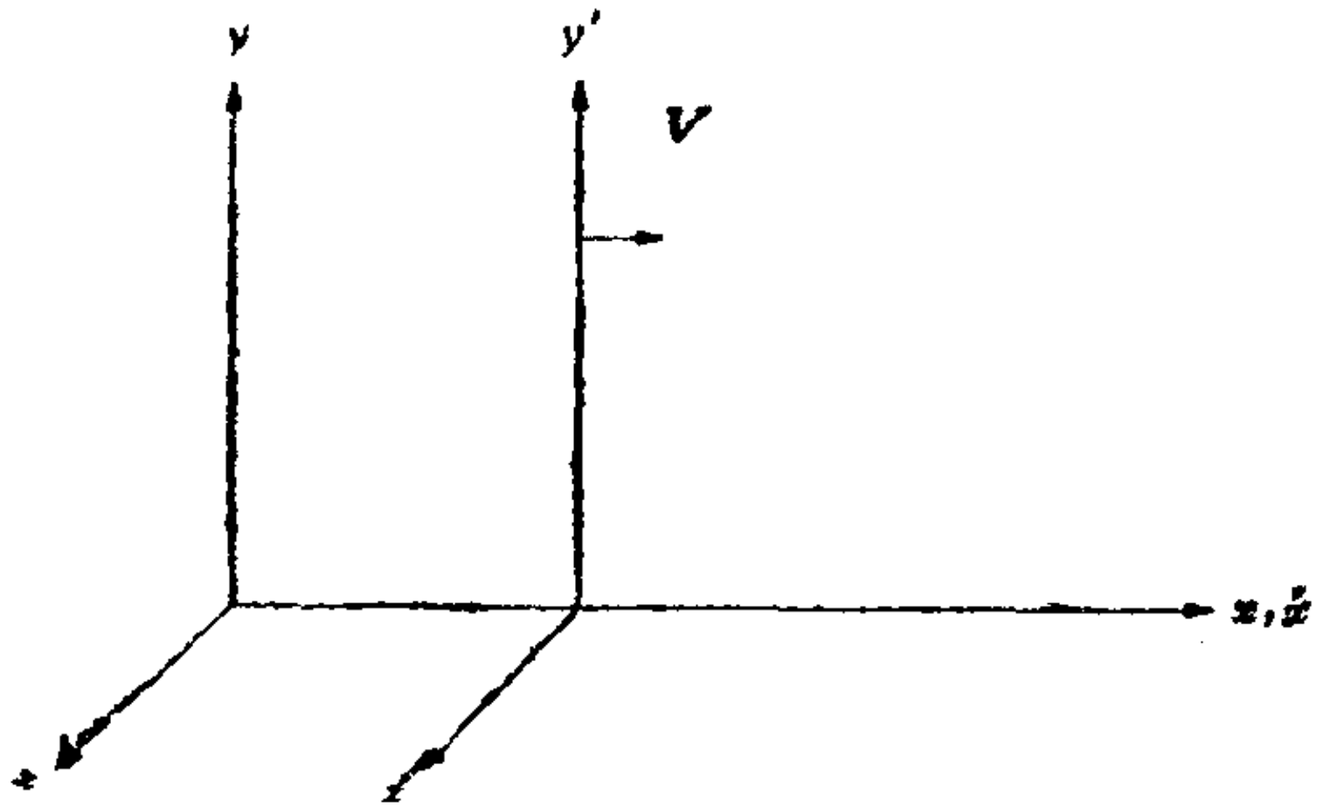


图 I.1

粒子的动量、能量 $\mathbf{p}'$,E' 可由下述洛仑兹变换给出:

$$\begin{cases} p'_x = \gamma\left(p_x - \dfrac{V}{c^2}E\right) \\ p'_y = p_y \\ p'_z = p_z \\ E' = \gamma(E - Vp_x), \end{cases} \tag{1.8}$$

直接计算可以证明(I.8)满足下式

$$p_x'^2 + p_y'^2 + p_z'^2 - \frac{E'^2}{c^2} = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \frac{E^2}{c^2}。$$

4. 角度的变换

定义横动量

$$p_T = (p_y^2 + p_z^2)^{1/2}$$

则 **p** 与 x 轴间的夹角 θ 为

$$\tan\theta = p_T/p_x。$$

在 K' 系中,横动量仍为 p_T,但 **p**′ 与 x 轴的夹角变为 θ'

$$\tan\theta' = p_T/p_x' \frac{p_T/|\mathbf{p}|}{\gamma(p_x/|\mathbf{p}| - \frac{V}{c^2}E/|\mathbf{p}|)}$$

$$= \frac{\sin\theta}{\gamma\left(\cos\theta - \frac{V}{v}\right)}, \tag{I.9}$$

或者,反过来有

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta'}{\gamma\left(\cos\theta' + \frac{V}{v'}\right)}。 \tag{I.10}$$

注意,v 和 v' 是粒子在 K 和 K' 系中的速度,而 V 是 K' 系相对于 K 系的速度。

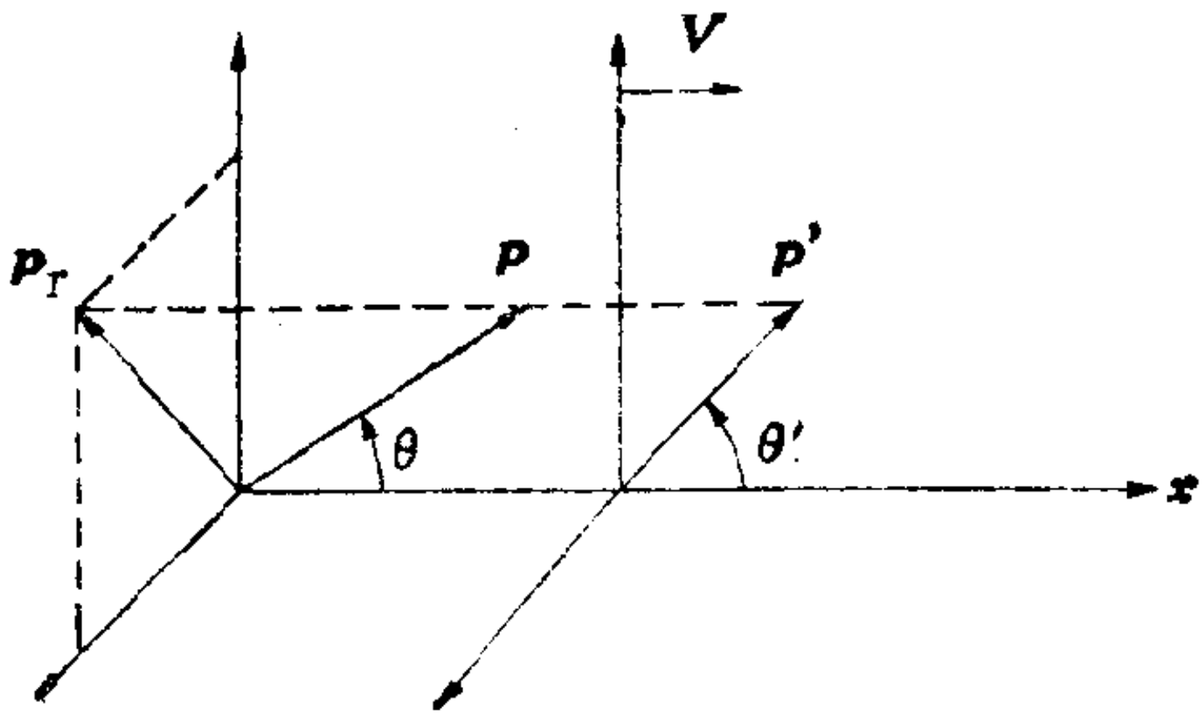


图 1.2

5. 两粒子碰撞的实验室系和质心系

对于两个粒子 a 和 b 的碰撞，通常选取两种不同的参考系。

实验室系（L）：定义是靶粒子 b 静止的系统，即

$$\mathbf{p}_b^L = 0。 \tag{1.11}$$

质心系（c）：定义是两粒子总动量为 0 的系统，

$$\mathbf{p}_a^c + \mathbf{p}_b^c = 0。 \tag{1.12}$$

更确切地，应称为动量中心系统。

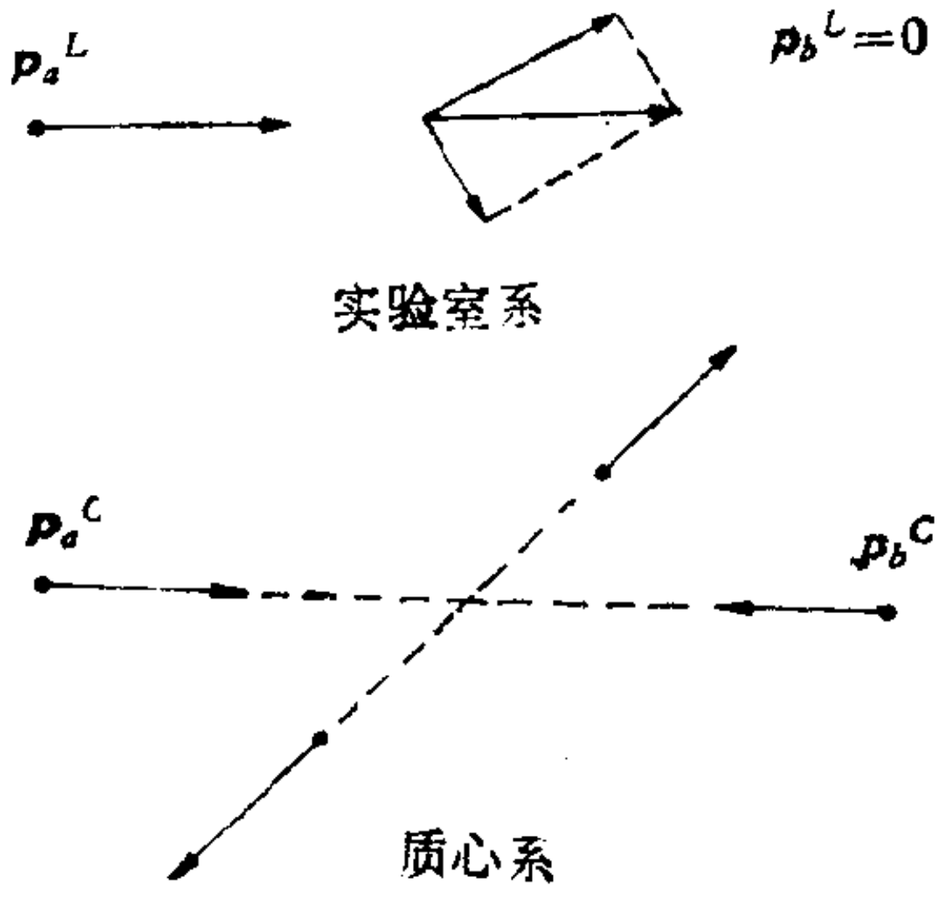


图 1.3

由于两粒子四维动量的和仍是一个四维矢量，因此

$$(p_a^L + p_b^L)^2 = (p_a^c + p_b^c)^2$$

应是一洛仑兹不变量。

由此可得

$$(\mathbf{p}_a^L + \mathbf{p}_b^L)^2 - (E_a^L + E_b^L)^2/c^2$$
$$= (\mathbf{p}_a^c + \mathbf{p}_b^c)^2 - (E_a^c + E_b^c)^2/c^2。$$

定义质心系总能量

$$W = E_a^c + E_b^c = \sqrt{S},$$

则得

$$S = W^2 = (E_a^L + m_b c^2)^2 - (\mathbf{p}_a^L)^2 c^2$$
$$= 2m_b c^2(E_a^L) + (m_a^2 + m_b^2)c^4, \quad (I.13)$$

于是有

$$E_a^L = \frac{1}{2m_b c^2}[S - (m_a^2 + m_b^2)c^4], \quad (I.14)$$

以及

$$(\mathbf{p}_a^L)^2 = \frac{1}{4m_b^2 c^4}[S^2 - 2S(m_a^2 + m_b^2)c^4 + (m_a^2 - m_b^2)^2 c^8]。$$

(I.15)

当 $E_a^L \gg m_a c^2$ 和 $m_b c^2$ 时，由 (I.13) 得

$$W \cong \sqrt{2m_b c^2}\,(E_a^L)^{1/2}。 \quad (I.16)$$

这表明，当实验室系中入射粒子能量增大 100 倍时，质心系总能量只增大 10 倍。例如质子-质子碰撞，$E_a^L = 100$ GeV 时，$W \cong 14.14$ GeV。如要使 W 增加到 141 GeV，则需要实验室系入射质子的总能量高达 10^4 GeV。

对于通过共振态(质量为 M^*)的两体反应，

$$m_a + m_b \to M^* \to m_c + m_d + \cdots。$$

E_a^L 有一个最小值，称为该反应的阈能，显然

$$(E_a^L)_{阈} = \frac{1}{2m_b}[M^{*2} - (m_a^2 + m_b^2)]c^2。 \quad (I.17)$$

II. 狄 拉 克 方 程

1. 狄拉克方程与狄拉克矩阵

在 $\hbar = c = 1$ 单位制中，由

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2$$

算符化$\left(E \to i\hbar\frac{\partial}{\partial t},\ \mathbf{p} \to i\hbar\nabla\right)$给出的克来因-高登方程

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = (\nabla^2 - m^2)\psi \quad 或 \quad (\Box - m^2)\psi = 0 \qquad (II.1)$$

只能描述自旋为零的粒子。

自旋 1/2 的粒子波函数满足狄拉克方程

$$\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + m\right)\psi = 0。 \qquad (II.2)$$

重复指标 μ 意味着 μ 从 $1 \to 4$ 求和。其中 γ_μ 是四个 4×4 的数字矩阵(狄拉克 γ 矩阵),在 γ_4 为对角的标准表示中,

$$\gamma_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}; \qquad \gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix} \quad (k = 1,2,3)。 \qquad (II.3)$$

其中 σ_k 是 2×2 的泡利矩阵,I 是 2×2 单位矩阵,

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}。 \qquad (II.4)$$

γ 矩阵满足如下的反对易关系

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}。 \qquad (II.5)$$

定义一个新的矩阵 γ_5:

$$\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4; \quad 在标准表示中 \ \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & -I \\ -I & 0 \end{pmatrix}。 \qquad (II.6)$$

它与四个 γ_μ 全部反对易,且 $\gamma_5^2 = I$,即

$$\gamma_5\gamma_\mu + \gamma_\mu\gamma_5 = 0, \quad \gamma_5^2 = I。 \qquad (II.7)$$

2. 平面波解

满足 (II.2) 的 ψ 是四行一列的矩阵,对于平面波,可以写成

$$\psi = w(p)e^{ip_\mu x_\mu}; \qquad w(p) = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}。 \qquad (II.8)$$

其中 u 和 v 是二分量(泡利)旋量，$w(p)$ 称为狄拉克旋量，这时狄拉克方程 (II.2) 可化为

$$(i\ \gamma_\mu p_\mu + m)w(p) = 0。 \tag{II.9}$$

为简便起见，设粒子动量 **p** 沿 z 轴方向，即 $p_x = p_y = 0$，$p_z = p$，则由上式得

$$\begin{cases} (-E + m)u_1 + pv_1 = 0 \\ (-E + m)u_2 - pv_2 = 0 \\ (E + m)v_1 - pu_1 = 0 \\ (E + m)v_2 + pu_2 = 0。 \end{cases} \tag{II.10}$$

(*a*) 先讨论粒子静止的情况 ($p = 0$)，由上式得

$$E = m: \quad u_1, u_2 \neq 0, \quad v_1 = v_2 = 0;$$
$$E = -m: \quad v_1, v_2 \neq 0, \quad u_1 = u_2 = 0。$$

考虑到归一化条件，可取如下四个独立解

$$E = m: \quad w_{\uparrow}^{(+)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w_{\downarrow}^{(+)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$E = -m: w_{\uparrow}^{(-)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad w_{\downarrow}^{(-)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}。 \tag{II.11}$$

它们分别代表正能态 ($E = m$) 静止粒子，自旋平行 ($w_{\uparrow}^{(+)}$) 或反平行 ($w_{\downarrow}^{(+)}$) 于 z 方向，负能态 ($E = -m$) 静止粒子，自旋平行 ($w_{\uparrow}^{(-)}$) 或反平行 ($w_{\downarrow}^{(-)}$) 于 z 方向。

(*b*) 当 $p \neq 0$ 时，相应的解为

$$w_{\uparrow}^{(+)}(p)=N\begin{pmatrix}1\\0\\p/(|E|+m)\\0\end{pmatrix},$$

$$w_{\downarrow}^{(+)}(p)=N\begin{pmatrix}0\\1\\0\\-p/(|E|+m)\end{pmatrix};$$

$$w_{\uparrow}^{(-)}(p)=N\begin{pmatrix}-p/(|E|+m)\\0\\1\\0\end{pmatrix},$$

$$w_{\downarrow}^{(-)}(p)=N\begin{pmatrix}0\\p/(|E|+m)\\0\\1\end{pmatrix}。\qquad (\text{II}.12)$$

其中归一化因子为

$$N=\sqrt{\frac{|E|+m}{2|E|}},\qquad |E|=+\sqrt{p^2+m^2}。\qquad (\text{II}.13)$$

3. 狄拉克粒子的内禀宇称

在空间反演 $P(\mathbf{r}\to-\mathbf{r},\ t\to t)$ 下，狄拉克方程变为

$$\left(\gamma_4\frac{\partial}{\partial x_4}-\gamma_k\frac{\partial}{\partial x_k}+m\right)\psi(-\mathbf{r},t)=0。$$

上式从左面乘上 γ_4，利用 $\gamma_4\gamma_k+\gamma_k\gamma_4=0$，可得

$$\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu}+m\right)\gamma_4\psi(-\mathbf{r},t)=0。$$

因此 $\gamma_4\psi(-\mathbf{r},t)$ 与 $\psi(\mathbf{r},t)$ 满足同样的方程，于是

$$\gamma_4\psi(-\mathbf{r},t)\sim\psi(\mathbf{r},t)\quad 或\quad \psi(-\mathbf{r},t)=\xi_P\gamma_4\psi(\mathbf{r},t)。$$

其中 ξ_P 是模为 1 的常数，$|\xi_P|^2 = 1$。下面取 $\xi_P = 1$，现以 (II.11) 为例，讨论狄拉克粒子的内禀宇称对正能态(粒子态)，有

$$w_{\uparrow}^{(+)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\hat{P} w_{\uparrow}^{(+)} = \gamma_4 w_{\uparrow}^{(+)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = w_{\uparrow}^{(+)}$$

以及

$$\hat{P} w_{\downarrow}^{(+)} = w_{\downarrow}^{(+)};$$

而对于负能态(或等价地，反粒子态)，有

$$\hat{P} w_{\uparrow}^{(-)} = -w_{\uparrow}^{(-)}, \quad \hat{P} w_{\downarrow}^{(-)} = -w_{\downarrow}^{(-)}。$$

由此可见，在 $\xi_P = 1$ 的条件下，正能态的宇称为正，负能态的宇称为负。这表明满足狄拉克方程的费米子与反费米子有相反的内禀宇称。

4. 中微子

当 $m = 0$ 时，狄拉克方程化为

$$\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} \psi_\nu = 0 \quad 或 \quad \gamma_4 \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_4} = -\gamma_k \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_k},$$

因此

$$i\hbar \frac{\partial \psi_\nu}{\partial t} = \hbar c \gamma_4 \gamma_k \frac{\partial \psi_\nu}{\partial x_k}。 \tag{II.14}$$

由 (II.3) 式可知，

$$\gamma_4 \gamma_k = i \gamma_5 \hat{\sigma}_k, \quad \hat{\sigma}_k = \begin{pmatrix} \sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix} (k = 1,2,3)。 \tag{II.15}$$

由于 $\gamma_5^2 = I$ 以及 $\gamma_5 \hat{\sigma}_k = \hat{\sigma}_k \gamma_5$，从 (II.14) 式可得

$$\begin{cases} i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t}(\gamma_5\psi_\nu) = i\hbar c\hat{\sigma}_k\dfrac{\partial\psi_\nu}{\partial x_k} \\ i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t}(\psi_\nu) = i\hbar c\hat{\sigma}_k\dfrac{\partial}{\partial x_k}(\gamma_5\psi_\nu), \end{cases}$$

上二式相加或相减后得到

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}[(1\pm\gamma_5)\psi_\nu] = \pm i\hbar c\hat{\sigma}_k\frac{\partial}{\partial x_k}[(1\pm\gamma_5)\psi_\nu], \quad \text{(II.16)}$$

可见 $(1\pm\gamma_5)\psi_\nu$ 是能量算符 $i\hbar\dfrac{\partial}{\partial t}$ 的平面波本征态，相应的本征值是

$$E = -c\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}, \quad \text{对于 } \psi_{\nu L} = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi_\nu;$$

$$E = +c\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}, \quad \text{对于 } \psi_{\nu R} = \frac{1}{2}(1-\gamma_5)\psi_\nu. \quad \text{(II.17)}$$

引入因子 1/2 是为了使它们满足

$$\gamma_5\psi_{\nu L} = \psi_{\nu L}, \qquad \gamma_5\psi_{\nu R} = -\psi_{\nu R}. \quad \text{(II.18)}$$

对于无质量的中微子 $E = |\mathbf{p}|c$，故

$$\text{对 } \psi_{\nu L}: \ \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = -1;$$

$$\text{对 } \psi_{\nu R}: \ \frac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = +1. \quad \text{(II.19)}$$

这表明 $\dfrac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi_\nu$ 态的螺旋性 $h = \dfrac{\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = -1$，即左旋中微子。而 $\psi_{\nu R}$ 态的螺旋性为 $h = +1$，即右旋中微子。实验上发现中微子总是左旋的，即在自然界中只存在 $\psi_{\nu L}$ 态，而不存在 $\psi_{\nu R}$ 态。对于反中微子，正好相反，即只有右旋态，而没有左旋态。

在 γ_5 为对角的表示中，

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \qquad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_k \\ i\sigma_k & 0 \end{pmatrix} (k = 1,2,3)。$$

狄拉克方程 $(i\gamma_\mu p_u + m)w(p) = 0$ 化为

$$\begin{pmatrix} 0 & -E + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \\ -E - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} w(p) = -mw(p),$$

或用二分量旋量 u, v 表示成[见(II.8)式]

$$(E - \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})v = mu,$$

$$(E + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p})u = mv。$$

当 $m = 0$ 时,得到两个分离的二分量方程,即 weyl 方程。

III. 相空间积分

按照量子理论的公式,从初态 i 到一个特定末态 f 单位时间内的跃迁几率为

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{if}|^2 \rho_f, \tag{III.1}$$

其中 M_{if} 是跃迁矩阵元,$\rho_f = \frac{dN}{dE_f}$ 是末态密度,E_f 是末态总能量,而 N 是末态粒子在动量空间中的态数。

1. 单粒子末态:

如果在末态中只有一个粒子,取立方体(体积为 V)归一化,则动量处在 $\mathbf{p} \to \mathbf{p} + d\mathbf{p}$ 中的态数为

$$dn = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} d^3\mathbf{p},$$

其中 $d^3\mathbf{p}$ 是动量空间中的体积元。取球坐标,

$$d^3\mathbf{p} = |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| d\Omega = p^2 dp d\Omega,$$

因此包括各种方向和大小的动量的单粒子末态的态数为

$$N_1 = \int dn = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3\mathbf{p} = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3} \int p^2 dp d\Omega。$$

考虑到 $E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$，则 $pdp = \frac{1}{c^2}EdE$，因此

$$N_1 = \frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\int \frac{Ep}{c^2}dEd\Omega。$$

由于 $\int d\Omega = 4\pi$ 故得

$$N_1 = \frac{V}{2\pi^2\hbar^3c^2}\int EpdE, \quad \rho_{1f} = \frac{VEp}{2\pi^2\hbar^3c^2}。 \tag{III.2}$$

2. 两粒子末态：

如果两个粒子完全无关，则

$$dn = \frac{V^2}{(2\pi\hbar)^3}d^3\mathbf{p}_1d^3\mathbf{p}_2。$$

但是在粒子物理中，散射或衰变过程末态两个粒子的总动量是一定值，因此它们的动量并不是独立的，这时会有一个能量动量守恒的 δ 函数。为简便起见，下面取 $\hbar = c = 1$ 单位制，并将常数因子 $\frac{V}{(2\pi\hbar)^3}$ 等等略而不写，而只计算如下的相空间积分

$$\begin{aligned}
n_2 &= \int d^3\mathbf{p}_1d^3\mathbf{p}_2\delta^4(P_f - p_1 - p_2) \\
&= \int d^3\mathbf{p}_1d^3\mathbf{p}_2\delta^3(\mathbf{P}_f - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\delta(E_f - E_1 - E_2) \\
&= \int d^3\mathbf{p}_1\delta(E_f - E_1 - E_2)\big|_{E_2=\sqrt{(\mathbf{P}_f-\mathbf{p}_1)^2+m_2^2}} \\
&= \int p_1^2dp_1d\Omega_1\delta(E_f - E_1 - E_2)\big|_{E_2=\sqrt{(\mathbf{P}_f-\mathbf{p}_1)^2+m_2^2}},
\end{aligned}$$

利用 $E_1^2 = p_1^2 + m_1^2$ 可得 $p_1dp_1 = E_1dE_1$，再利用

$$\int dx\delta[f(x)] = \int \frac{\delta[f(x)]df(x)}{|\partial f(x)/\partial x|} = \left|\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|^{-1}_{x=x_0},$$

x_0 是 $f(x) = 0$ 的解，则

$$n_2 = \int p_1 E_1 dE_1 d\Omega_1 \delta(E_f - E_1 - \sqrt{(\mathbf{P}_f - \mathbf{p}_1)^2 + m_2^2})$$

$$= \int d\Omega_1 p_1 E_1 \left| \frac{\partial(E_f - E_1 - E_2)}{\partial E_1} \right|^{-1}$$

$$= \int d\Omega_1 p_1 E_1 \left(1 + \frac{\partial E_2}{\partial E_1}\right)^{-1}_{\circ}$$

由于

$$E_2^2 = m_2^2 + \mathbf{P}_f^2 - 2\mathbf{P}_f \cdot \mathbf{p}_1 + E_1^2 - m_1^2,$$

因此

$$2E_2 \frac{\partial E_2}{\partial E_1} = -2\mathbf{P}_f \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_1}{\partial E_1} + 2E_1$$

$$= -2\mathbf{P}_f \cdot \mathbf{p}_1 \frac{E_1}{p_1^2} + 2E_1,$$

$$1 + \frac{\partial E_2}{\partial E_1} = 1 + \frac{E_1 p_1^2 - (\mathbf{P}_f \cdot \mathbf{p}_1) E_1}{E_2 p_1^2}$$

$$= \frac{E_f p_1^2 - (\mathbf{P}_f \cdot \mathbf{p}_1) E_1}{E_2 p_1^2};$$

因此

$$n_2 = \int d\Omega_1 \frac{E_1 E_2 |\mathbf{p}_1|^3}{|\mathbf{p}_1|^2 E_f - (\mathbf{P}_f \cdot \mathbf{p}_1) E_1}_{\circ} \qquad \text{(III.3)}$$

如果取末态质心系，则

$$|\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2| = p_f^c, \quad \mathbf{P}_f = 0, \quad E_f = E_f^c,$$

于是有

$$n_2 = \int d\Omega_1 \frac{E_1 E_2 p_f^c}{E_f^c}_{\circ} \qquad \text{(III.4)}$$

3. 三粒子末态：

我们只讨论 $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 = 0$ 末态质心系的三粒子相空间积分

$$n_3 = \int d^3\mathbf{p}_1 d^3\mathbf{p}_2 d^3\mathbf{p}_3 \delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3)\delta(E_f - E_1 - E_2 - E_3),$$

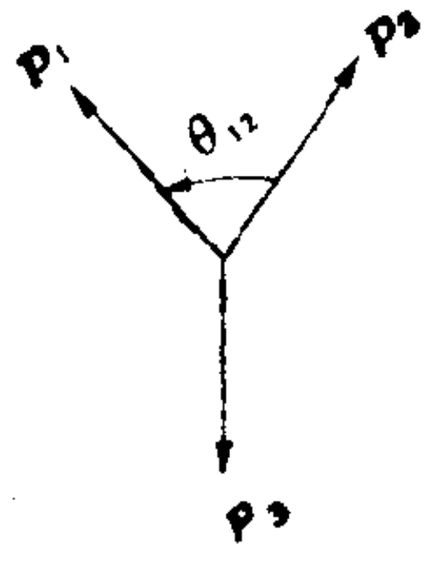


图 III.1

考虑到 $p_1dp_1 = E_1dE_1$, $p_2dp_2 = E_2dE_2$ 以及

$$E_3^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\theta_{12},$$

$$p_1p_2d\cos\theta_{12} = E_3dE_3,$$

则得

$$n_3 = \int p_1^2dp_1p_2^2dp_2d\Omega_1d\Omega_{12}\delta(E_f - E_1 - E_2 - E_3)$$

$$= 4\pi\int E_1dE_1 \cdot E_2dE_2 \cdot p_1p_2d\cos\theta_{12}d\phi_{12}\delta(E_f - E_1 - E_2 - E_3)$$

$$= 8\pi^2\int E_1E_2E_3dE_1dE_2dE_3\delta(E_f - E_1 - E_2 - E_3)$$

$$= 8\pi^2\int E_1E_2E_3dE_1dE_2. \qquad \text{(III.5)}$$

如果采用洛仑兹不变的相空间

$$I_3 = \int\frac{d^3\mathbf{p}_1}{2E_1}\cdot\frac{d^3\mathbf{p}_2}{2E_2}\cdot\frac{d^3\mathbf{p}_3}{2E_3}\delta^3(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_3 - \mathbf{P}_f)\delta(E_1 + E_2 + E_3 - E_f), \qquad \text{(III.6)}$$

则在质心系中，它的形式非常简单

$$I_3 = \pi^2\int dE_1dE_2. \qquad \text{(III.7)}$$

在分析三粒子末态的 Dalitz 图中要用到这一结果。

IV Dalitz 图

以 $\omega \to 3\pi$ 衰变为例说明 Dalitz 图的意义以及如何利用它确定 ω 粒子的自旋宇称。

1. $\omega \to 3\pi$ 衰变运动学

在 ω 介子为静止的参考系中，ω 的四动量为

$$P_\omega = (\mathbf{o}, iM)。 \tag{IV.1}$$

设末态 π^+、π^-、π^0 的四动量分别为 p_1, p_2, p_3, 且 $p_i=(\mathbf{P}_i, i\varepsilon_i)$, 则能量动量守恒给出(取 $c=1$)

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = M, \tag{IV.2}$$

$$\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2 = 0。 \tag{IV.3}$$

由于 π 介子的动能是 $T_i = \varepsilon_i - m_i$，因此

$$T_1 + T_2 + T_3 = M - (m_1 + m_2 + m_3) = M - 3m_\pi \equiv Q。 \tag{IV.4}$$

量 Q 称为衰变的可用总动能，对于一个确定的衰变过程，Q 为一常量。对于

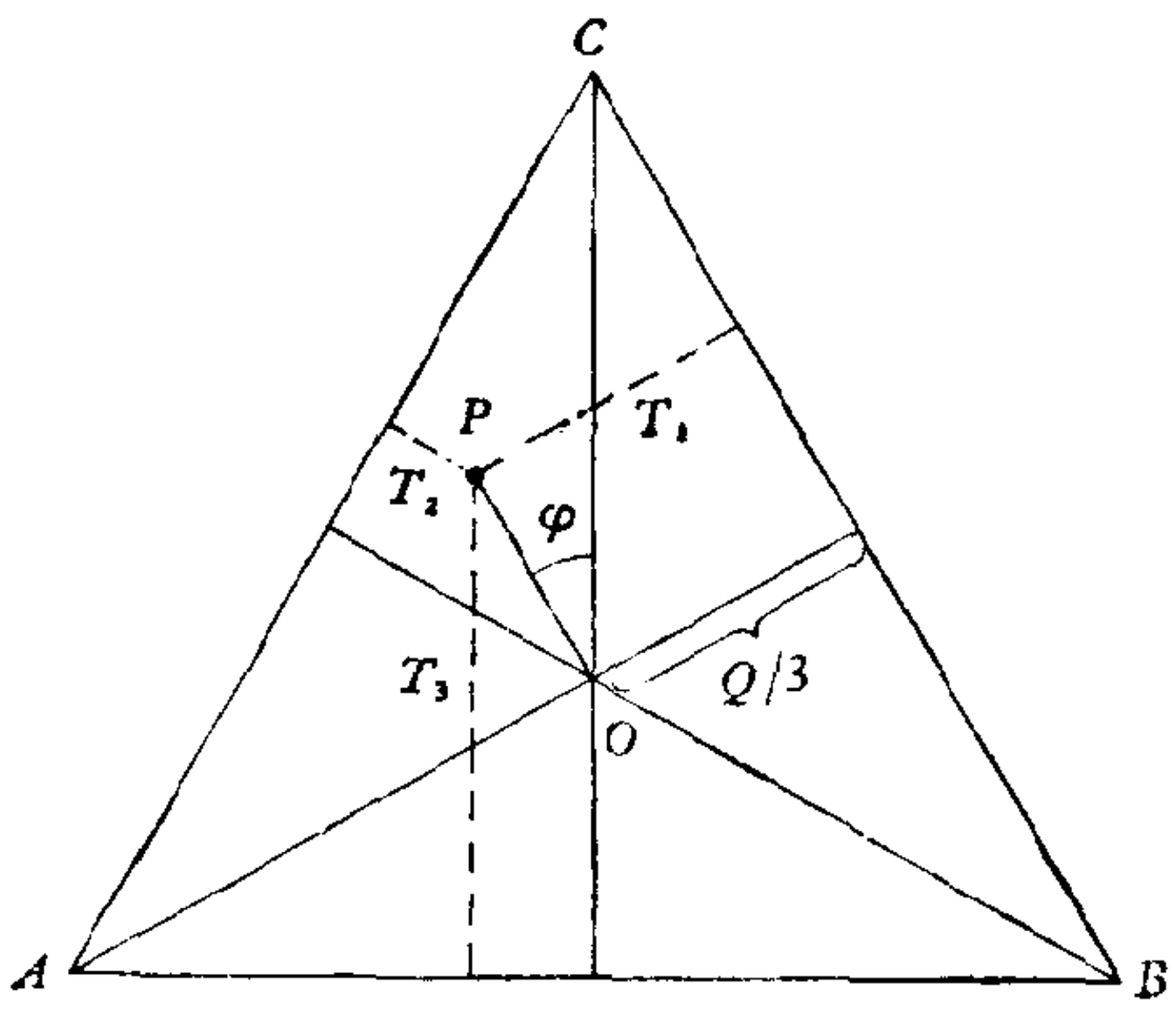


图 IV.1　Dalitz 三角形

$$\omega \to 3\pi:\quad Q \simeq 369\ \text{MeV};$$
$$K \to 3\pi: Q \simeq 79\ \text{MeV}。 \tag{IV.5}$$

2. Dalitz 图

现在画一个等边三角形 ABC，设中心 O 到三个边的垂直距离为 $Q/3$，则三角形内任意一点 P 到三个边的垂直距离之和必定是 Q（即任意一根中垂线的长度）。

利用上述性质，可用 P 到三边的垂直距离分别代表 T_1，T_2 和 T_3 的大小（如图 IV.1）。如用极坐标表示，则有

$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{Q}{3}\left[1 + \rho\cos\left(\varphi - \dfrac{2}{3}\pi\right)\right] \\ T_2 = \dfrac{Q}{3}\left[1 + \rho\cos\left(\varphi + \dfrac{2}{3}\pi\right)\right] \\ T_3 = \dfrac{Q}{3}\left[1 + \rho\cos\varphi\right], \end{cases} \tag{IV.6}$$

其中线段 OP 的长度设为 $\frac{1}{3}Q\rho$，φ 是 OP 与 OC 的夹角。因此凡满足(IV.4)式（能量守恒）的事件点一定落在三角形 ABC 内。但落在 ABC 内的事件点不一定能满足 (IV.3) 式（动量守恒），例如顶点 C，

$$T_1 = T_2 = 0,\quad T_3 = Q。$$

这等于说，粒子 1 和 2 静止，而只有粒子 3 以可能有的最大速度运动，这显然不能满足动量守恒。

现在来求同时满足 (IV.2) 和 (IV.3) 式的事件点所允许落的区域。从 (IV.3) 式，有

$$(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = \mathbf{p}_3^2,$$

或

$$p_1^2 + p_2^2 + 2p_1p_2\cos\theta = p_3^2,$$

因此

$$4p_1^2p_2^2 \geqslant (p_1^2 + p_2^2 - p_3^2)^2。 \qquad (IV.7)$$

利用

$$p_i^2 = T_i(T_i + 2m), \qquad (IV.8)$$

$$\sum_{i=1}^{3} T_i^2 = \frac{Q^2}{3}\left(1 + \frac{\rho^2}{2}\right), \qquad (IV.9)$$

以及 (IV.4) 式，则 (4.7) 式化为(取等号)

$$\rho^2 = \left[1 + \frac{2\sigma}{(2-\sigma)^2}(1 + \rho\cos 3\varphi)\right]^{-1} \quad \left(\sigma = \frac{Q}{M}\right)。 \qquad (IV.10)$$

代表真实衰变的事件点必定落在由 (IV.10) 式所确定的封闭曲线内。为了大致看清这类曲线的形状，讨论两种极限情况：

a) $\sigma = \frac{Q}{M} \to 0$ （非相对论情况）

例如，对于 $K \to 3\pi$ 衰变 $\sigma \approx 0.16$，这时 (IV.10) 式化为 $\rho^2 = 1$，它是一个以等边三角形中心 O 为圆心以 $Q/3$ 为半径的一个内切圆(如图 IV.2)。

b) $\sigma = \frac{Q}{M} \to 1$ （极端相对论情况）

这时 (IV.10) 式化为

$$2\rho^3\cos 3\varphi + 3\rho^2 - 1 = 0, \qquad (IV.11)$$

它可以写成

$$(2\rho\cos\varphi - 1)(\rho\cos\varphi + 1 + \sqrt{3}\rho\sin\varphi)$$

$$(\rho\cos\varphi + 1 - \sqrt{3}\rho\sin\varphi) = 0。$$

其中每一个括号为零，都给出一条直线。例如 $2\rho\cos\varphi = 1$ 是图 IV.2 中的直线 DE，另外两条是 EF 和 FD，它们围成一个小的等边三角形。

对于一般情况，$0 < \sigma < 1$，曲线 (IV.10) 将处在内切圆与 ΔDEF 之间，通常呈盾形。因此满足 (IV.2) 和 (IV.3)

的事件点（T_1, T_2, T_3）只能落在这个盾形区域内。这种图称为 Dalitz 图，曲线 $DHEF$ 称为边界。

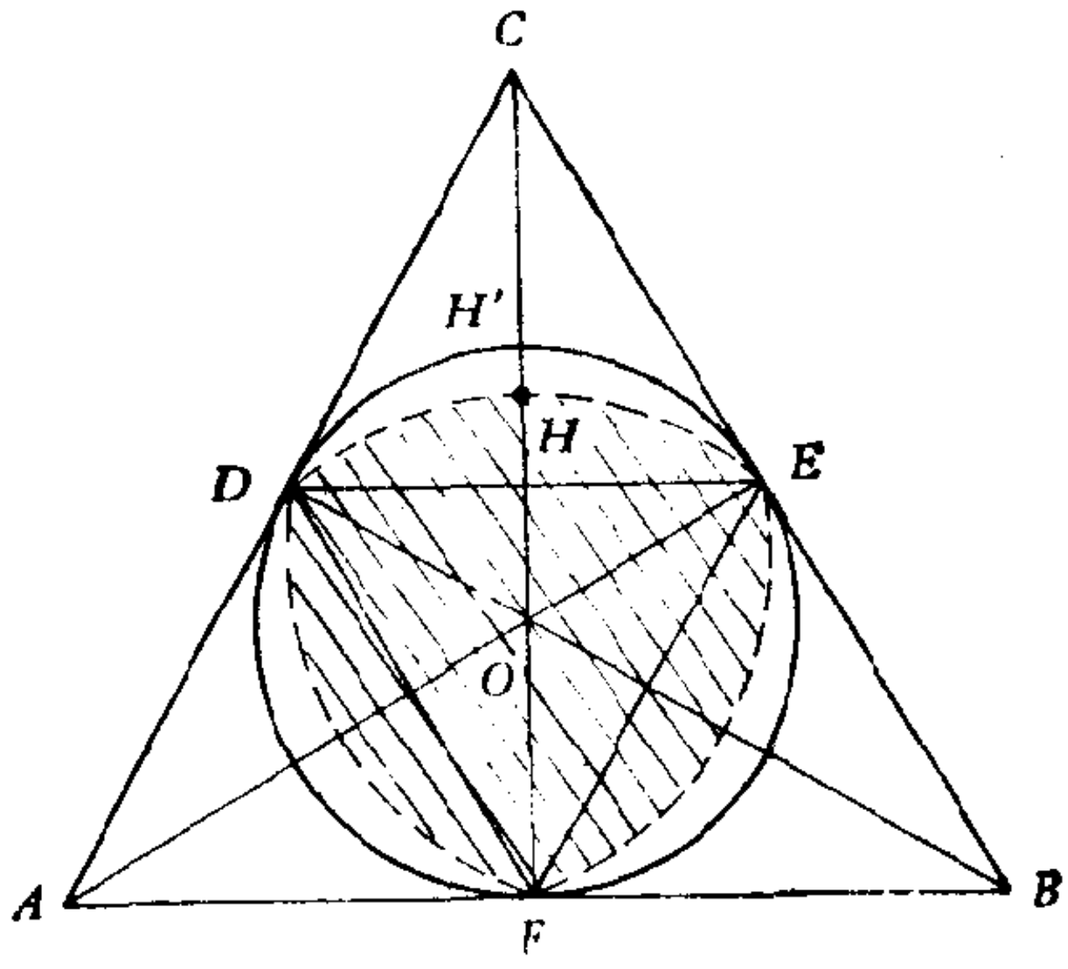


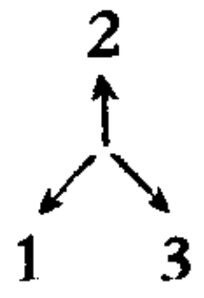
图 IV.2　Dalitz 图及其边界

3. 在 Dalitz 图不同区域中的运动学情况

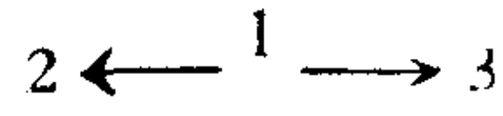
由于 Dalitz 图对于三条垂线是对称的，因此只要讨论六分之一就可以了。例如 OEH 区域。

（a）沿 OE 线：

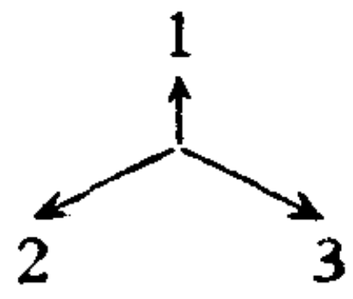
中心点 O：　$T_1 = T_2 = T_3 = \frac{Q}{3}$；



E　　点：　$T_1 = 0$, $T_2 = T_3 = \frac{Q}{2}$；



O 与 E 之间：$0 < T_1 < \frac{Q}{3}$, $T_2 = T_3 > T_1$。



（b）沿 OH 线：

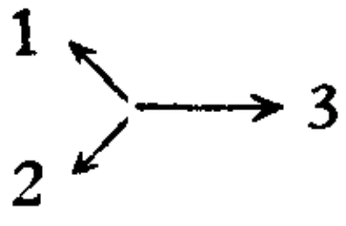
中心点 O：与上同；

H 点：$T_1 = T_2$，$T_3 = (T_3)_{最大} = \dfrac{Q}{2M}(M + m)$；

$$\begin{matrix} 1 \leftarrow \\ 2 \leftarrow \end{matrix} \longrightarrow 3$$

（这时 $\mathbf{p}_1 \| \mathbf{p}_2$，$|\mathbf{p}_3| = 2|\mathbf{p}_1| = 2|\mathbf{p}_2|$）

OH 之间：$\dfrac{Q}{3} < T_3 < (T_3)_{最大}$，$T_1 = T_2 < T_3$。



(c) 在 EH 弧线上：

E 点：同 (a)；　$2 \longleftarrow 1 \longrightarrow 3$

H 点：同 (b)；　$3 \longleftarrow \begin{matrix} \rightarrow 1 \\ \rightarrow 2 \end{matrix}$

EH 之间：$T_1 < T_2 < T_3$。　$3 \longleftarrow \begin{matrix} \rightarrow \\ \rightarrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$

4. ω 介子的自旋宇称

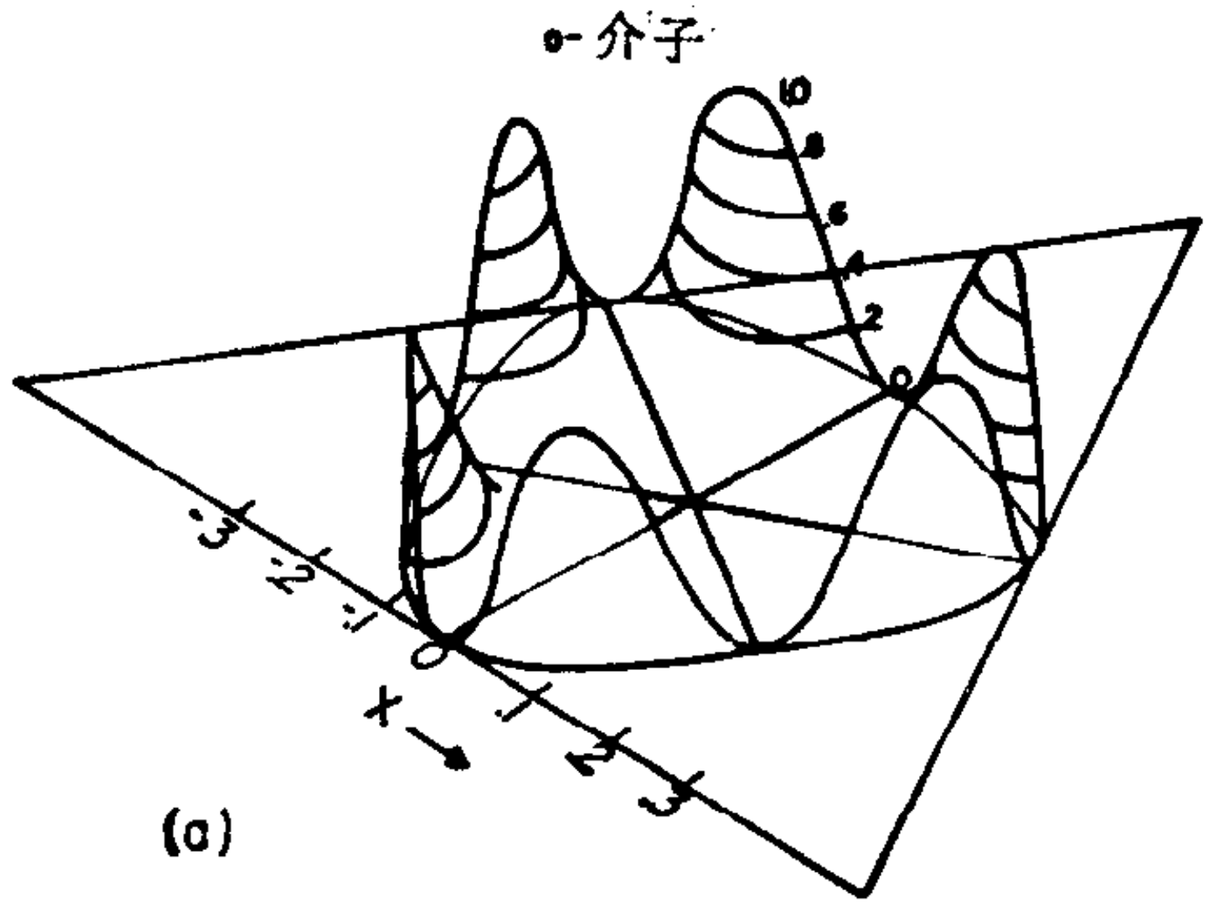
现在考虑 $\omega \to 3\pi$ 衰变，根据对称性的讨论，0^+ 不可能，对于 0^-，1^+，1^-，振幅 $M(\mathbf{p}_i, E_i)$ 有不同的形式：

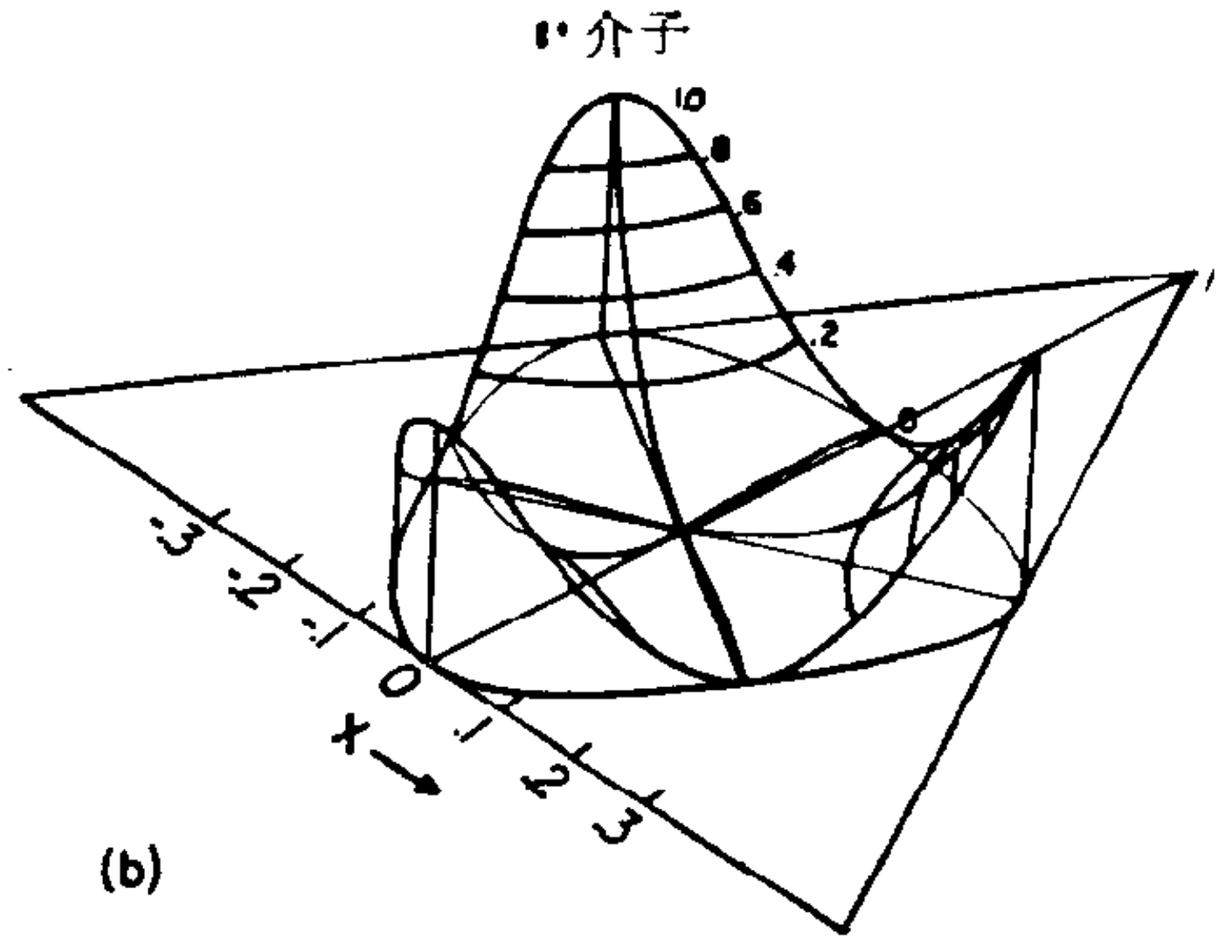
(a) $J^P = 0^-$：$M \propto (T_1 - T_2)(T_2 - T_3)(T_3 - T_1)$。在三条垂线上，$M = 0$。

(b) $J^P = 1^+$：$M \propto \mathbf{p}_1(T_2 - T_3) + \mathbf{p}_2(T_3 - T_1) + \mathbf{p}_3(T_1 - T_2)$，在中心处，$M = 0$。

(c) $J^P = 1^-$：$M \propto \mathbf{p}_1 \times \mathbf{p}_2 + \mathbf{p}_2 \times \mathbf{p}_3 + \mathbf{p}_3 \times \mathbf{p}_1$，在 Dalitz 图边界上，$M = 0$。

实验点分布表明，在 Dalitz 图边界附近点子稀少（$M \approx 0$），因此断定 ω 介子的 J^P 为 1^-。





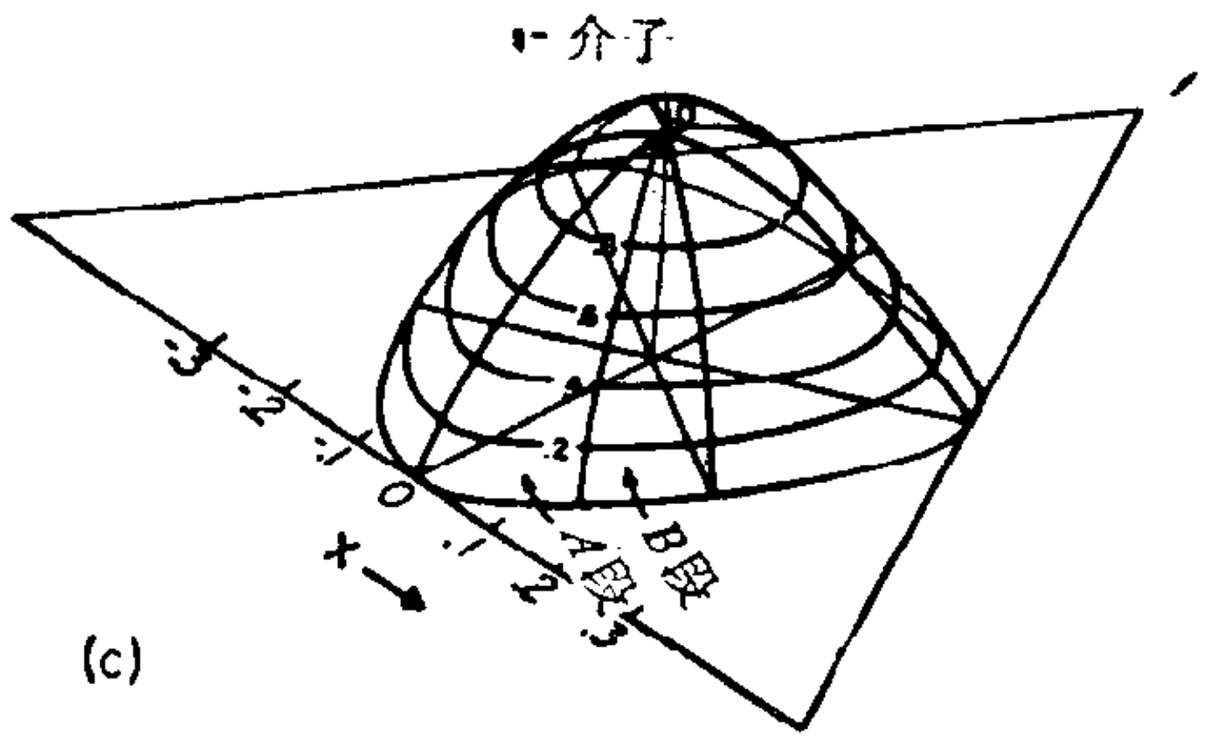


图 IV.3　$\omega \to 3\pi$ 衰变 Dalitz 图的几种可能的几率分布

［Ｇｅｎｅｒａｌ　Ｉｎｆｏｒｍａｔｉｏｎ］
书名＝基本粒子与对称性
作者＝［美］Ｌ．赖德
页数＝２８１
ＳＳ号＝１００７２６１８
出版日期＝１９８３年４月第１版