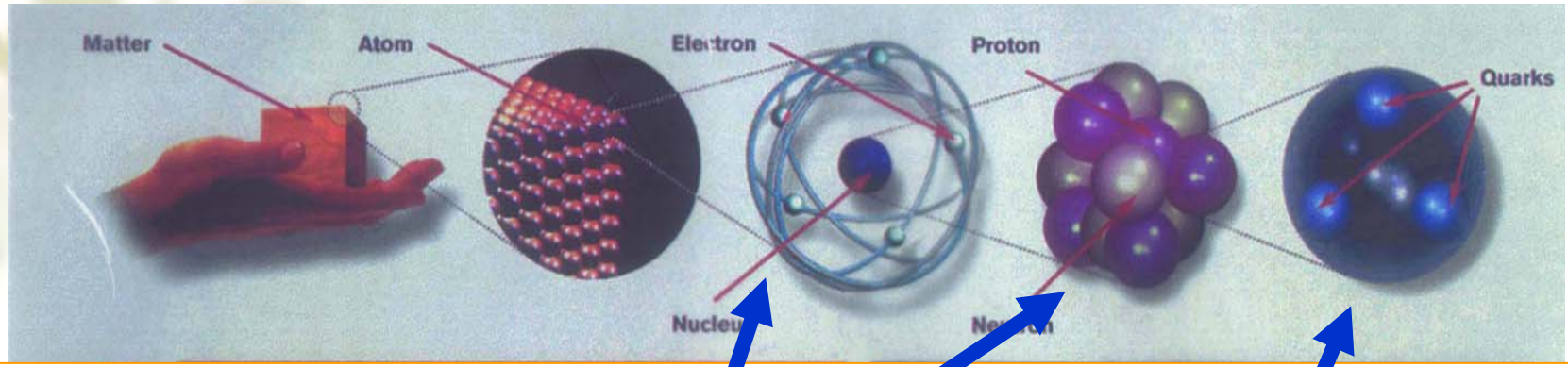
核物理与粒子物理

导论

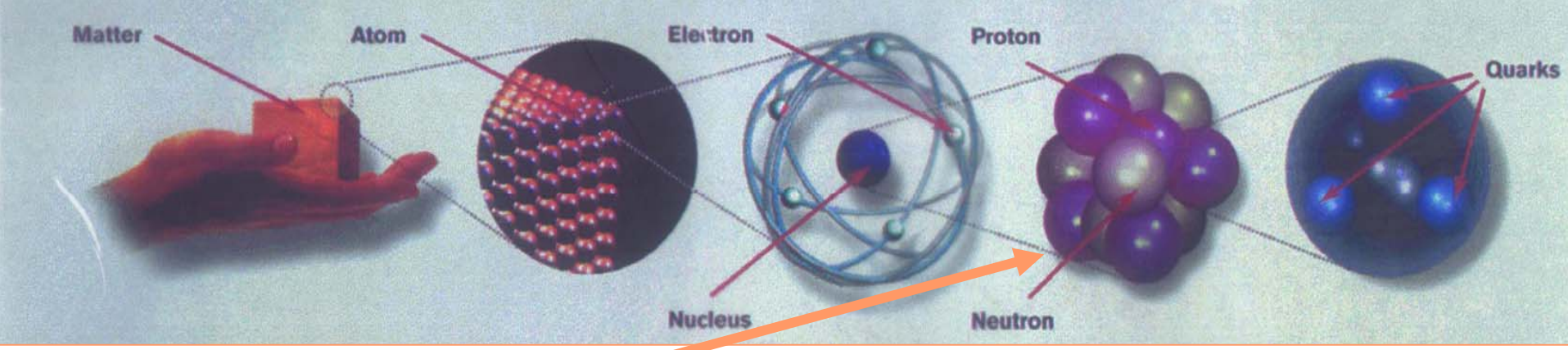
微观世界中的结构与相互作用



$$\mathrm{H} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{A}} \frac{\vec{p}_i^{\,2}}{2m_i} + \sum_{i<j=1}^{A} V(\vec{r}_i, \vec{r}_j)$$

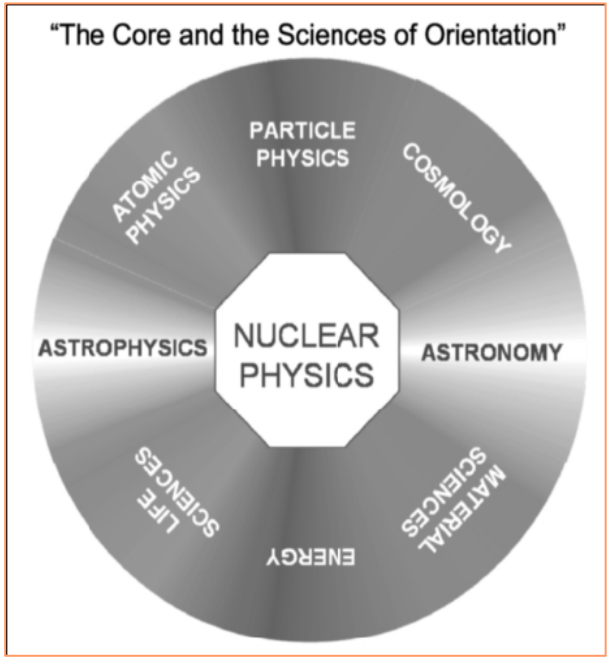
量子场论

[Heyde, “Introduction”]



原子核：

- 强作用量子多体复杂系统
- 关系能源、国家安全等重大应用
- 大科学 — 带动先进复杂技术
- 人才培养 — 科学和技术综合型



主要前沿：

- 强子物理
- 放射性核束物理
- 高温高密核物质
- 核天体物理
- 原子核中的基本相互作用与对称性

选择因素

国际长远学术发展
国家大科学工程安排
实验工作和队伍基础
关联重大应用

原子核是物质结构的一个微观层次，是典型的量子多体复杂体系。原子核中包含了丰富的内秉自由度与最多种类的基本相互作用，储存着宇宙间绝大部分能量。100近百年来，核物理与粒子物理处于物质科学的最前沿，对人类的生存发展和国家的地位与安全发挥了重大影响，成为衡量综合国力的一项重要标志。在自身发展的同时，还为其它许多学科提供了重要的理论基础和研究手段。进入21世纪，核能和核安全在国家核心利益中的地位愈加显著。在基础研究方面，以兴建若干大科学工程为标志，国际上核物理和粒子物理学科正在继续蓬勃发展并面临着重大的突破，必将继续对各国的国防、能源、交叉学科等的发展起重要的推动作用。面对今天极具挑战的国际环境，中国理应在这种大科学领域中有所为，积极参与国际竞争，以提高国家和民族的地位，为核科技的未来发展提供的亟需的人才和高科技储备。

核物理是典型的大科学，在全球范围开放合作竞争。在这种研究中，实验装置的建设通常都需要自主研发，因此对于工业技术的带动和实验人才综合能力的培养特别有利，但同时也有出人才和出成果的周期比较长，需要比较大的公共资源投入的特点。

■学科（广义）：

研究物质结构的最微观层次和最丰富的基本相互作用，也是核技术应用的基础。

■ 课程目的：

介绍基本知识，接触学科前沿，提供比较实际的科学思维训练。

* 接近实际，依赖实验，唯象成分较多。

* 希望研究性强一点

■ 主要内容

http://hep.pku.edu.cn/~yeyl/nucl_Part_lecture/

[见目录]

教师：叶沿林 yeyl@pku.edu.cn， 62761193

助教：卢飞 lufei@hep.pku.edu.cn, 62761194

■ 先修课：

普通物理、高等数学、部分理论物理、部分数理方法。

与量子力学同时

■ 考试：平时20%; 期中30%； 期末50%

前 言

- 探索物质历史回顾

公元前11世纪，周代，中国祖先“五行”说（一切物质都由 金、木、水、火、土五种基元组成）。

旧石器时代：约170-1万年前（石器、骨器、装饰）

新石器时代： 约1万-4千年前（彩陶、符号、农业）

夏：前21-前16世纪（青铜、酒器、手工业）

商：前16-前11世纪（甲骨文、歌舞）

周：前11世纪-前771年（诗歌、典章制度）

公元前430年左右，古希腊哲学家认为大地由土、气、水、火四种基元组成。德谟克利特（Democritus）提出“原子”的概念，认为物质是由微小个体组合而成的。

以上只有哲学的意义。

春秋：前770-前476年

战国：前475-前221年

秦：前221-前207年

西汉：前206-8年

东汉：25-220年

三国：220-265年

西、东晋、十六国

265-420年

南北朝：420-589年

隋：581-618年

唐：618-907年

五代十国：907-960年

北宋、辽，南宋、金：

960-1279年

元：1271-1368年

1661年，玻意尔从化学意义上给出元素定义：元素是一种基质，它可以与其它元素结合形成“化合物”，但把它从化合物中分离出来后，它便不可能被分解成比它更简单的物质。1803年，英国化学家道尔顿提出化学原子论：每种元素都对应一种物质单元——原子；元素的差别是由于它们所对应的原子不同；化学反应中原子不变。（原子的真实性问题？）1869年，俄国化学家门捷列夫与德国化学家迈耶建立元素周期表。

19世纪末，化学和经典物理学的完整体系建立。

力学：

开普勒三定律：1609-1619年

伽利略落体定律：1638年

牛顿（1642-1727），

伯努利（1700-1782），

拉格郎日（1736-1813）

热力学统计物理，光学：17-19世纪

电磁学（+光学）：

库伦（1736-1806），奥斯特（1777-1851），安培（1775-1836），法拉第（），欧姆（1784-1854），麦克斯韦（1831-）

明：1368-1644年

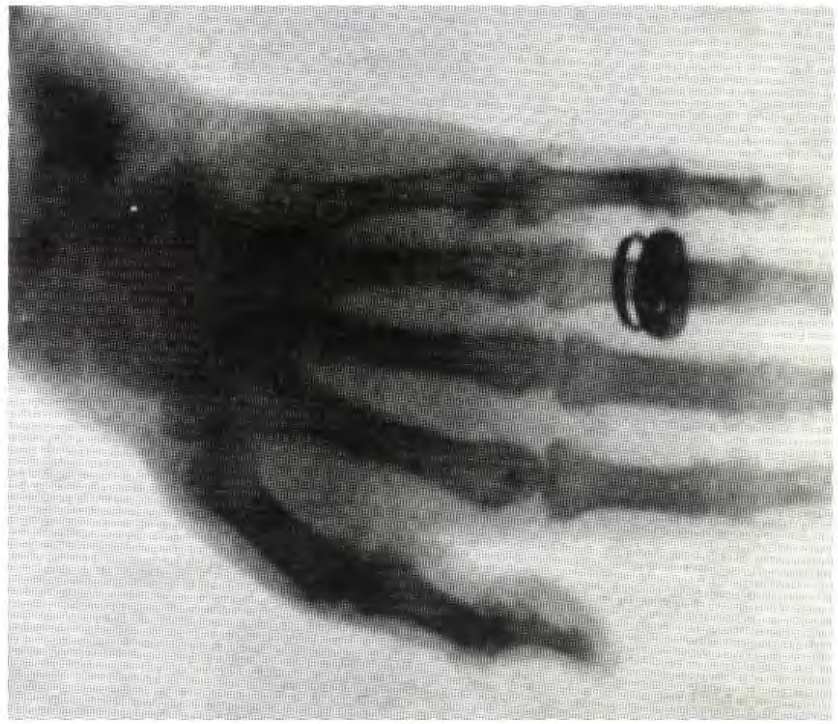
清：1644-1911年

核科学的创立阶段

1895年，伦琴（Rontgen）发现X射线。

1896年，贝克勒尔（Becquerel*）发现铀的天然放射性。这是人类第一次发现核现象，但当时并不理解。

（注：* 表示诺贝尔奖获得者）



第一张人手X光片

1897年，汤姆逊（J.J.Thomson）发现电子。

1898年，居里*（Curie）夫妇分离出放射性的钋（Polonium）和镭（Radium）。

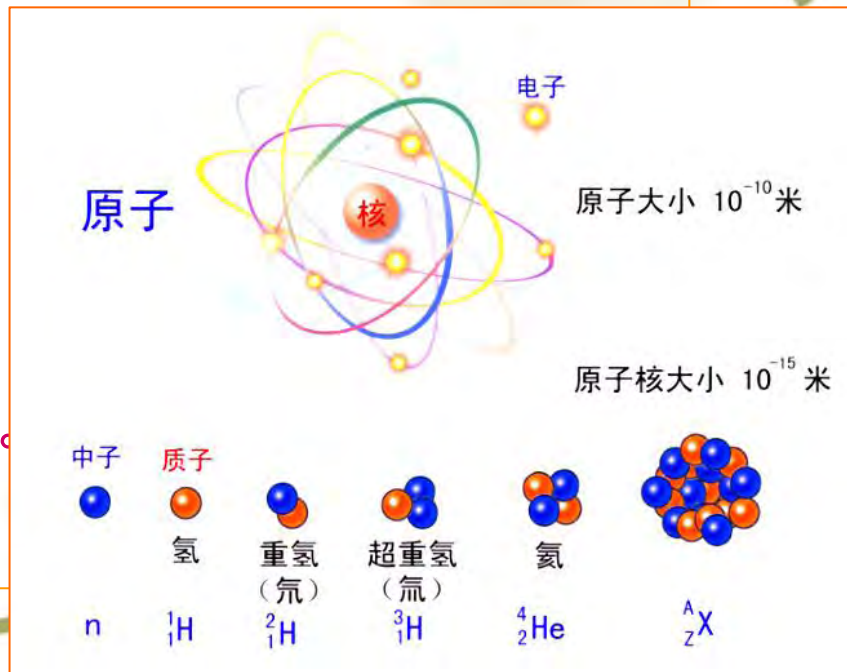
1898年，卢瑟福（Ruthfold）发现α、β射线。

1900年，维拉德发现γ射线。

1905年，爱因斯坦*（Einstein）提出相对论。

1909年，卢瑟福*验证α粒子就是氦原子核。

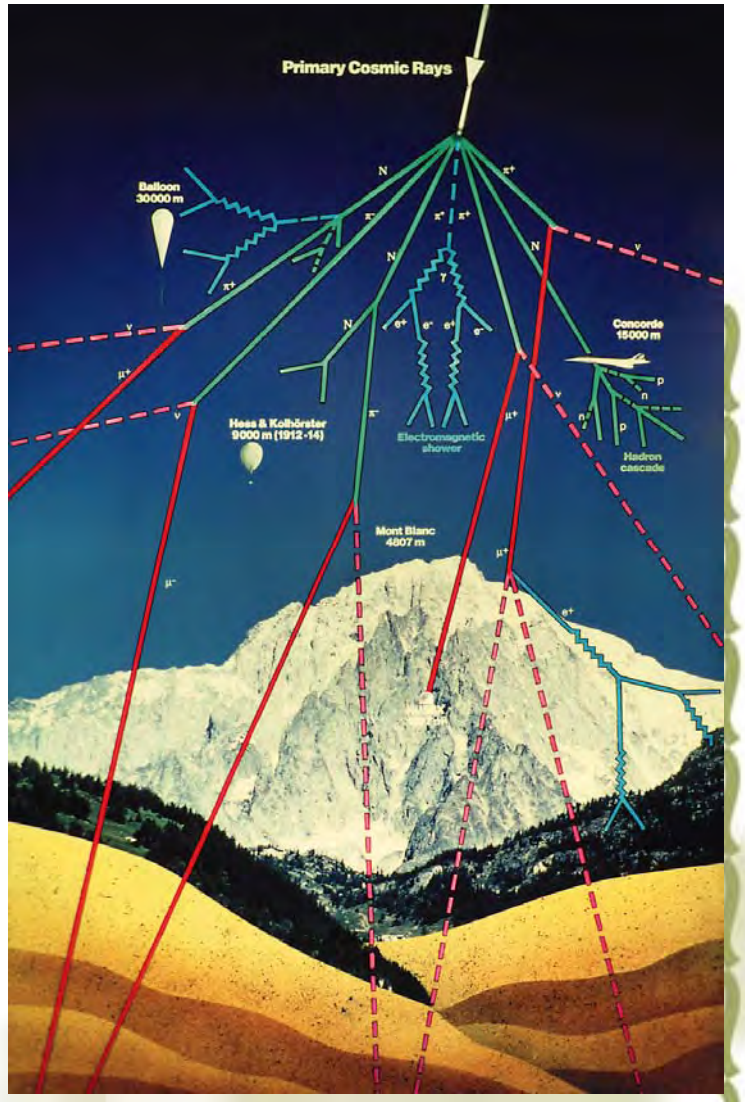
1911年，卢瑟福用α粒子轰击金箔发现原子核。



1912年，赫斯发现宇宙射线。

1912年，威尔逊*（Wilson）建立云室。

1913年，汤姆逊*(Thomson)发现稳定同位素。



1913年，北大设物理门。

1914年，默塞莱（Moseley）用X射线测定原子核的电荷。

1919年，卢瑟福*等实现首次人工核反应。

1919年，阿斯顿*（Aston）建立质谱仪。

1925年，Goudsmit和Uhlenbeck提出自旋的概念。

1926年，薛定谔*（Schrodinger）建立量子力学。

1928年，Gamow、Gurney和Condon提出α放射性理论。

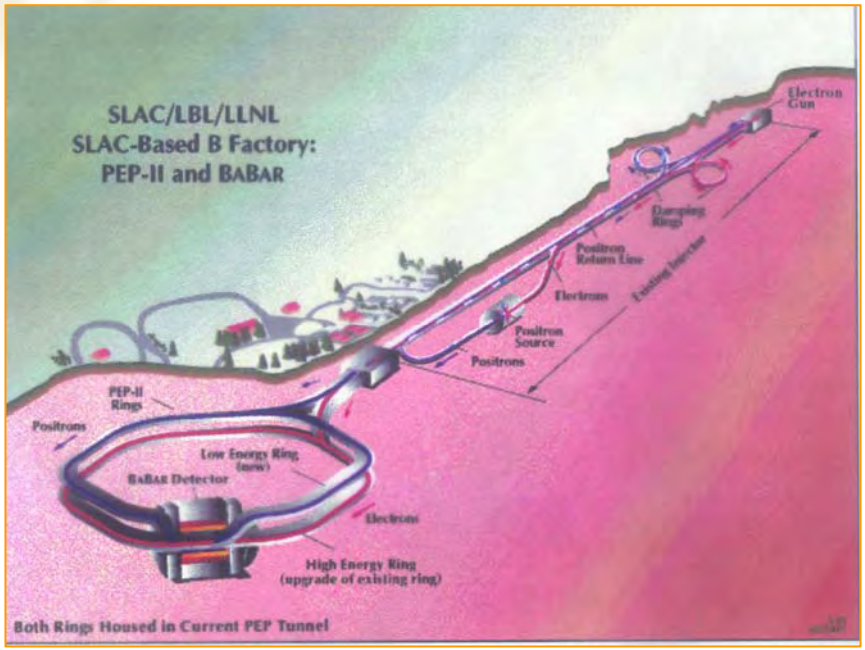
1930年，泡利*（Pauli）提出中微子假说。

叶企孙先生1921年在美国用X-射线法测定的普朗克常数是当时最精确的值，被物理学界沿用达16年之久。

吴有训先生1925年以他精湛的实验技术、严密细致的工作和精辟的理论分析，为康普顿效应的确证及其丰富、发展作出了杰出的贡献。

赵忠尧先生1930年在美国进行的“硬γ射线散射”实验研究中，发现了“反常吸收”和“特殊辐射”新现象，特别是他测定的“特殊辐射”能量是0.5MeV（等于一个电子的质量）。两年之后，安德森在他的师兄赵忠尧实验的启发下，在宇宙线的云室照片中发现了正电子（科学家发现的第一个反粒子）。

1931年，范德格拉夫(Van De Graaff)建立静电加速器。
1931年，Sloan*和Lawrence*建立线性加速器。
1932年，Lawrence*和Livingston建立回旋加速器。





1932年，Urey*、Brickwedde和Murphy发现氘核。

1932年，安德逊*（Anderson）发现正电子。

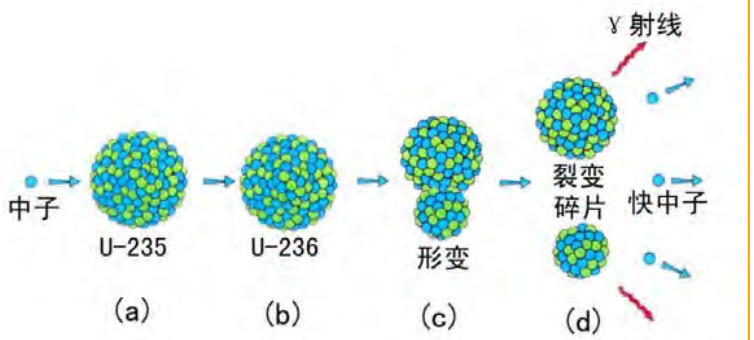
1932年，查德威克*(Chadwick)发现中子。

1932年，海森堡*（Heisenberg）提出核的质子-中子结构模型。

1932年，赵忠尧在清华开创我国的核物理实验研究。

■经典核物理的成熟阶段

1932年，Cockcroft*和Walton*利用加速器实现核反应。
1934年，居里*和约里埃*（I.Curie, F.Joliot）发现人工放射性。
1934年，费米*（E.Fermi）提出β衰变理论。
1935年，Yukawa*提出介子假说
1935年，Bothe*建立符合测量方法。
1936年，玻尔*（N.Bohr）提出复合核理论。
1937年，Neddermeyer和Anderson*发现宇宙射线中的μ轻子。
1938年，Hahn*和Strassman发现重核裂变。
1938年，Bethe*提出天体中的热核能源。
1939年，N.Bohr*和Wheeler建立裂变的液滴模型。
1940年，McMillan*和Seaborg*产生第一个超铀元素。



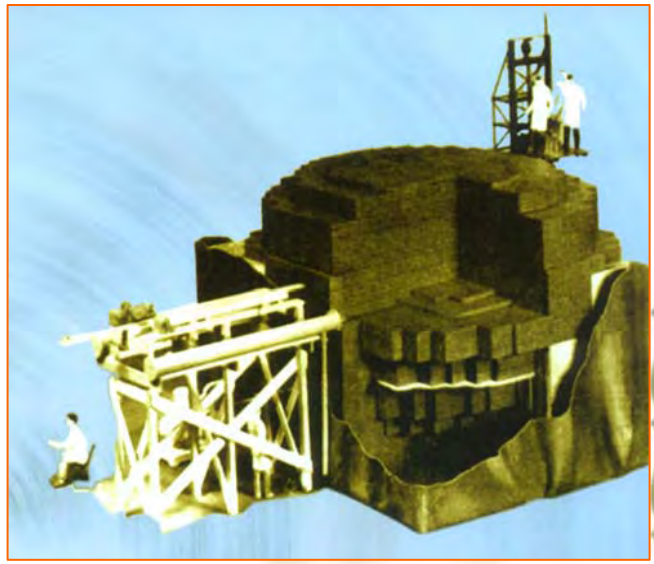
原子核裂变
（放出2～3个中子和
200MeV 能量）

1941年，Kerst建立第一台电子加速器。

1942年，费米*(Fermi)等实现受控链式核反应。

1944年，McMillan*和Veksler建立同步加速器的相稳定方法。

1945年，第一次原子弹爆炸。（赵忠尧现场观察）





(b)美国投向日本长崎的原子弹（胖子）

长3.252m　直径1.525m

重4.54吨　装钚-239～20公斤

威力～2万吨TNT当量

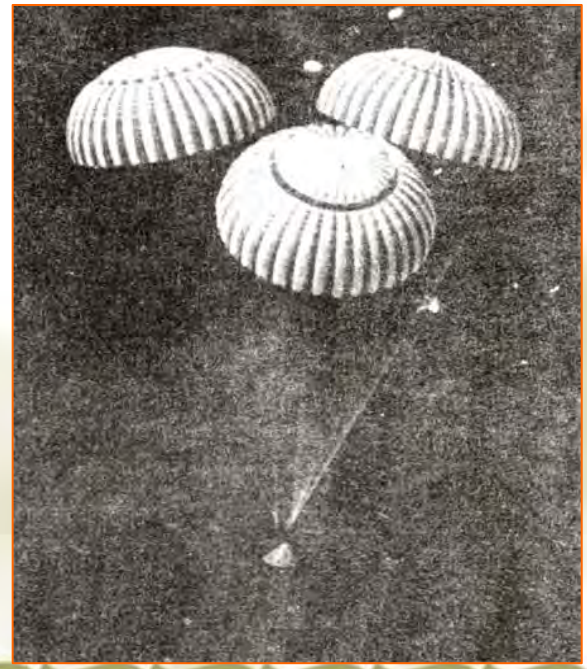


(c)美国投向日本广岛的原子弹（小男孩）

长3.05m　直径0.71m

重～5吨　装铀-235～60公斤

威力 1.25～1.7万吨TNT当量



1946年，Gamow提出大爆炸学说。

1946年，Bloch*和Purcell*建立核磁共振方法。

1947年，Libby*发展放射性测年方法。

1947年，在Berkeley建立第一台质子同步加速器（350MeV）。

1947年，Powell*发现π介子。

1948年，Alvarez*建立第一台质子直线加速器。

1949年，Mayer*、Jenson*、Haxel和Suess提出核的壳模型。

1949年，Kallmann、Coltman和Marshall建立闪烁探测器。

1952年，在Brookhaven建成2.3GeV质子同步加速器。

1952年，第一次热核武器爆炸。

1953年，Gell-Mann*和Nishijima*提出奇异性假说。

1953年，A.Bohr*、Mottelson*和Rainwater*提出原子核的集体模型。

钱三强1946～1948年留法期间，发现了铀核受慢中子轰击后可分裂为三块或四块裂变碎片，即三分裂和四分裂现象，并提出了三分裂机制。约里奥-居里认为，这是第二次世界大战后他们的实验室里的一个最重要的成就。

1947年张文裕在美国普林斯顿大学，从实验上发现了μ子是弱作用粒子和“μ子原子”，以及证明μ子被核俘获后在定态轨道间跃迁时会发射低能光子，国际上称之为“张原子”和“张辐射”，开拓了奇异原子研究的新领域。

虞福春先生在斯坦福大学从事博士后研究期间，在核磁共振研究领域取得了重大科研成就，载入二十世纪科技发展史册。**1949**年他在世界上最先确立核磁共振化学位移效应和自旋耦合劈裂效应，为核磁共振谱学奠定了基础；**1950**年首次测定**17O**自旋值**5/2**，证实了存在自旋—轨道耦合的核壳层结构理论；精确测定**20**多个稳定核素磁矩，对核基本参数测定和核结构研究作出了显著贡献。他是布洛赫（**F. Bloch**）核磁共振学派的重要成员，也是第一个涉足此领域并有重大贡献的中国科学家，在国际上享有很高声誉。

■粒子物理的建立和核物理的发展

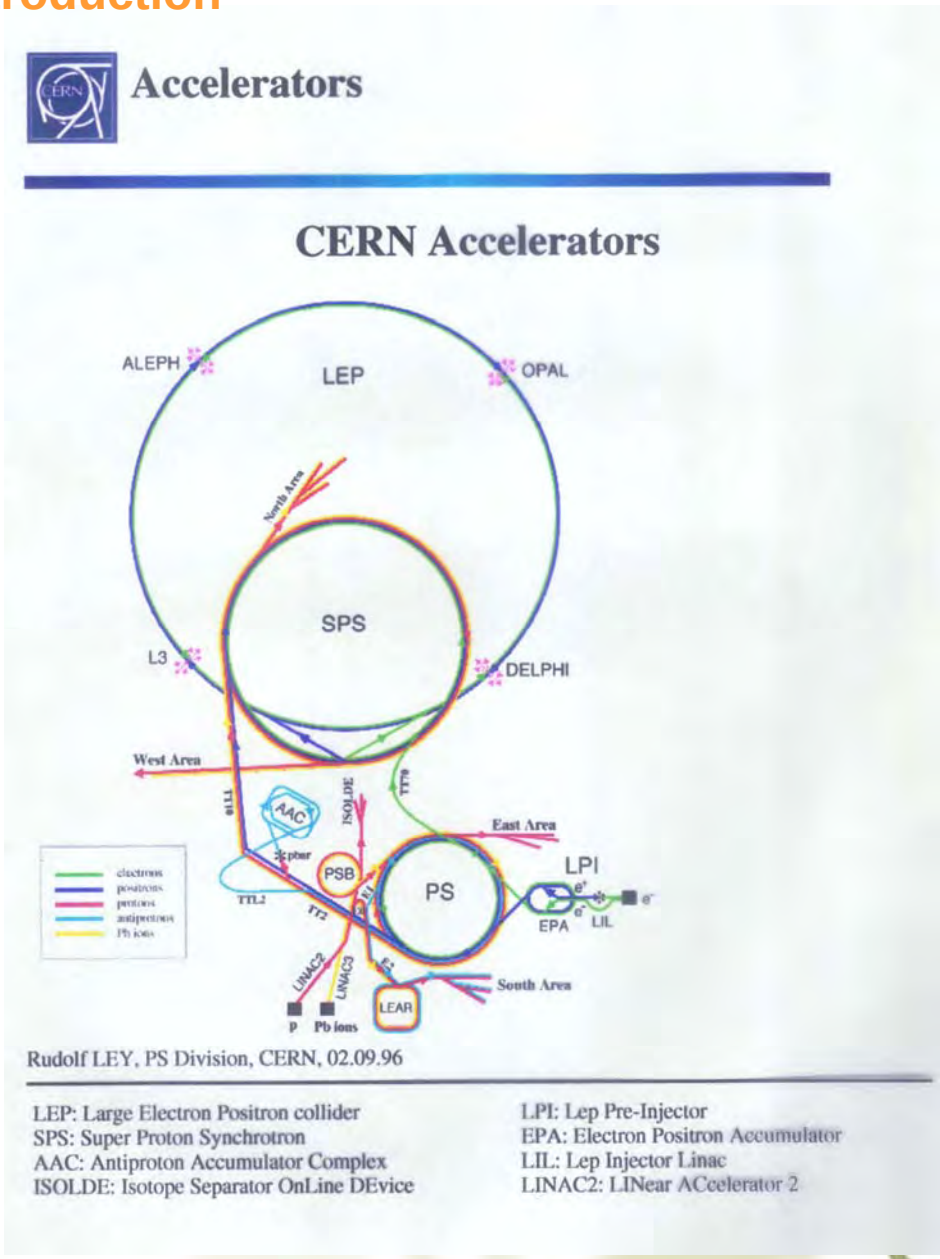
1953年，Brookhaven发现奇异粒子。
1955年，Chamberlain*和Segre*发现反质子。
1956年，Reines和Cowan观测到中微子。
1956年，李政道*、杨振宁*、吴健雄等发现弱作用中的宇称不手恒。
1958年，Mossbauer发明无反冲的γ射线发射。
1959年，在CERN建成26GeV的质子同步加速器。
1964年，Cronin*和Fitch*在K0的衰变中发现CP不守恒。
1964年，Gell-Mann*和Zweig*建立强子的夸克模型。

1951年中国成立近代物理研究所从事原子核物理研究，

1955年，北大建立物理研究室，后改名技术物理系。

1967年，在SLAC建成20GeV电子直线加速器。
1967年，Weinberg*和Salam*提出电弱统一理论。
1970年，Glashow*提出粲夸克假说。

1971年，在CERN建成质子-质子对撞机。
1971年，A.Johnson等发现核的高自旋态中的回弯现象。
1972年，在Fermilab建成500GeV质子同步加速器。
1974年，Richter*和丁肇中*发现J/Ψ粒子，肯定了粲夸克的存在。
1975年，Perl*发现τ轻子。
1977年，Lederman发现ϒ粒子,预示了底夸克的存在。
1982年，W.Alfred*等——发展核天体物理。
1983年，在CERN开始运行300GeV的质子-反质子对撞机SPS。
1983年，Rubbia*等发现W±、Z^0玻色子，验证了弱电统一理论。



1985年，Tanihata等发现晕核。

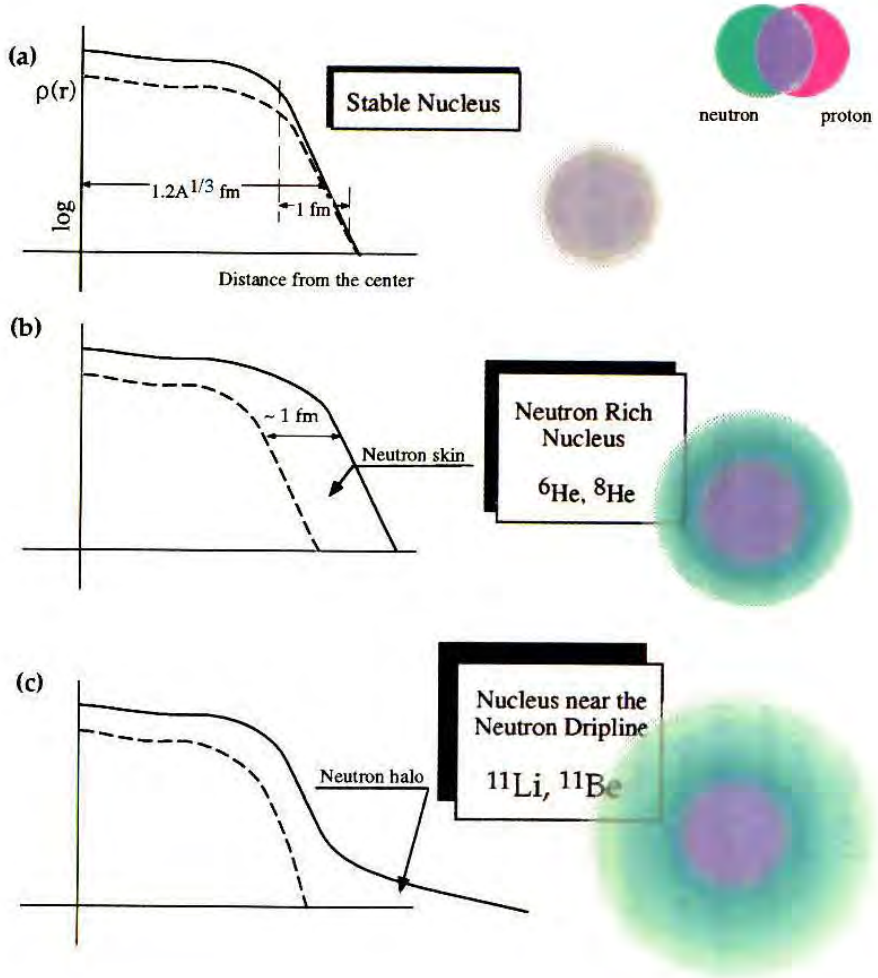


Fig. 3. 4

The ratio of the proton and the neutron density is almost constant everywhere in a stable nucleus. However the neutron skins develops when more neutrons are added on unstable neutron rich nuclei.

Then neutron halos are formed in nuclei near and on the dripline.

The proton skin may also be formed in proton rich unstable nuclei.

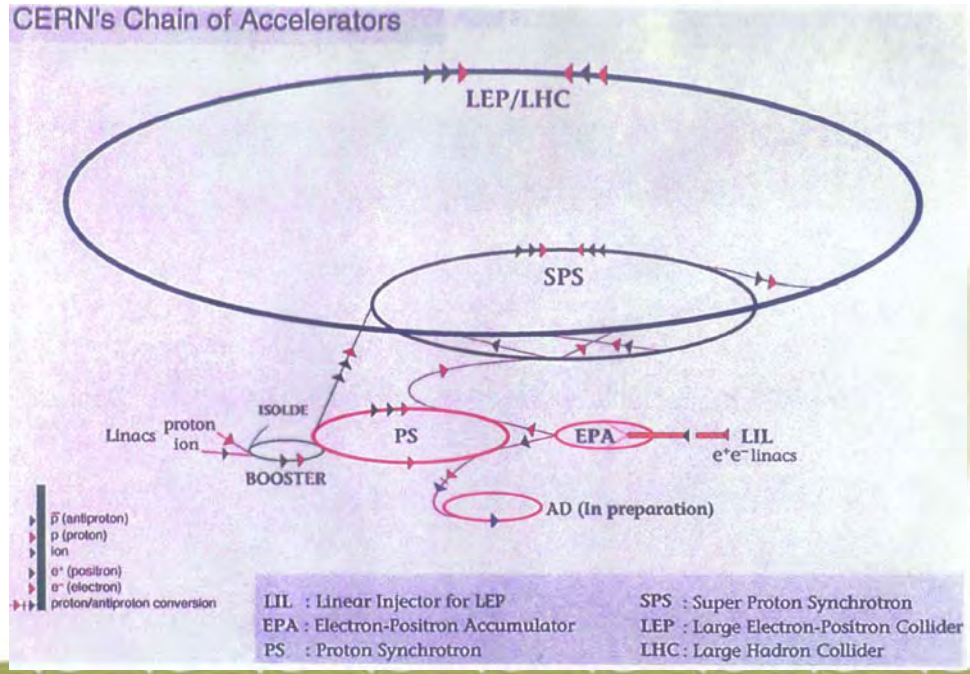
1986年， P.J.Twin等观测到核的超形变态。

1986年， 在Fermilab建成1TeV质子-反质子对撞机Tevatron。

1988年，北京正负电子对撞机建成。

1989年， 在CERN建成大型正负电子对撞机LEP,1996年升级为LEP-II。





1989年，兰州重离子回旋加速器建成。

1989年，北京2 x 13 MV 串列静电加速器建成。



1990年△，Friedman*等用电子的深度非弹散射研究核子结构。

（注：△表示为获得诺贝尔奖时间，而非取得成果时间。）

1992年△，Charpak*和Georges*发展多丝正比室技术。

1992年，在BEPC上精确测定τ轻子质量。

1994年△，Brockhouse*,Bertramin*，Shull*和Clifford*发展中子散射应用技术。

1994年，在Fermilab测出t夸克质量。

1994-1996年，在GSI等找到106、108和110号元素。

1995年△，Reines和Frederick探测中微子。

1998年，在日本Super-Kamiokande宣布观察到中微子震荡。

1998年，Oganessian等宣称找到112和114号超重元素。

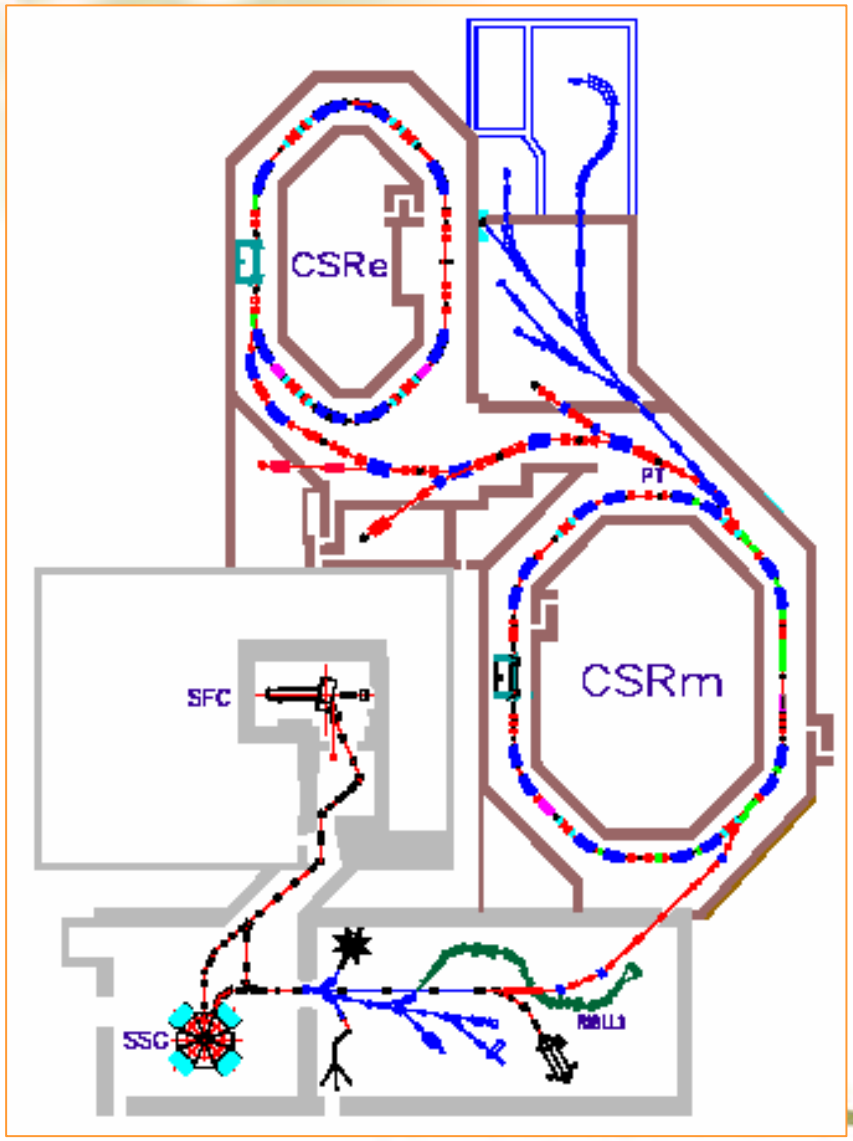
1999年，V.Ninov等宣称找到118号超重元素极其α衰变链。

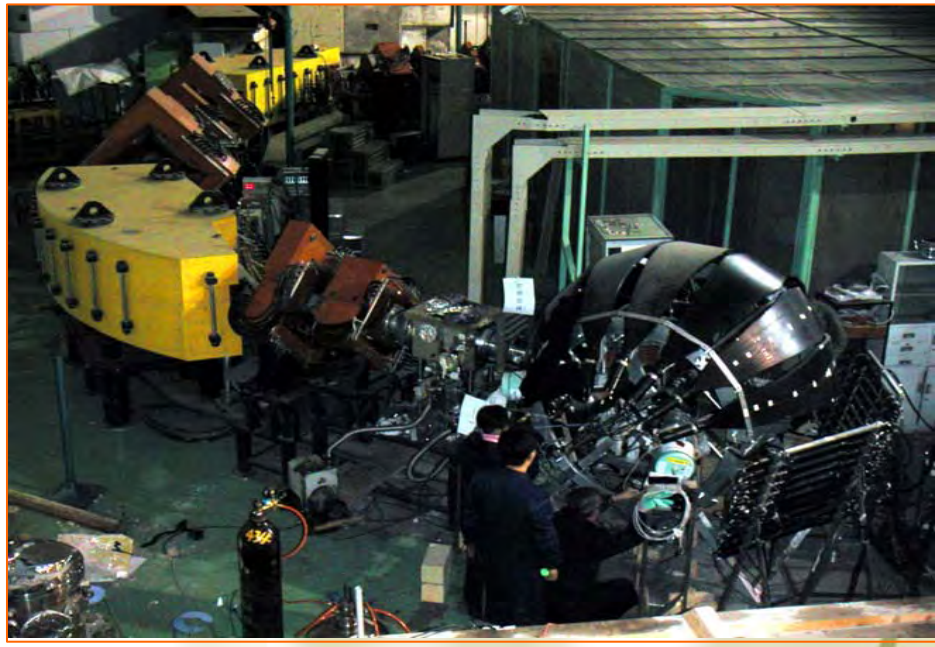
2000年，在Brookhaven建成相对论重离子对撞机RHIC。
（中国参与）



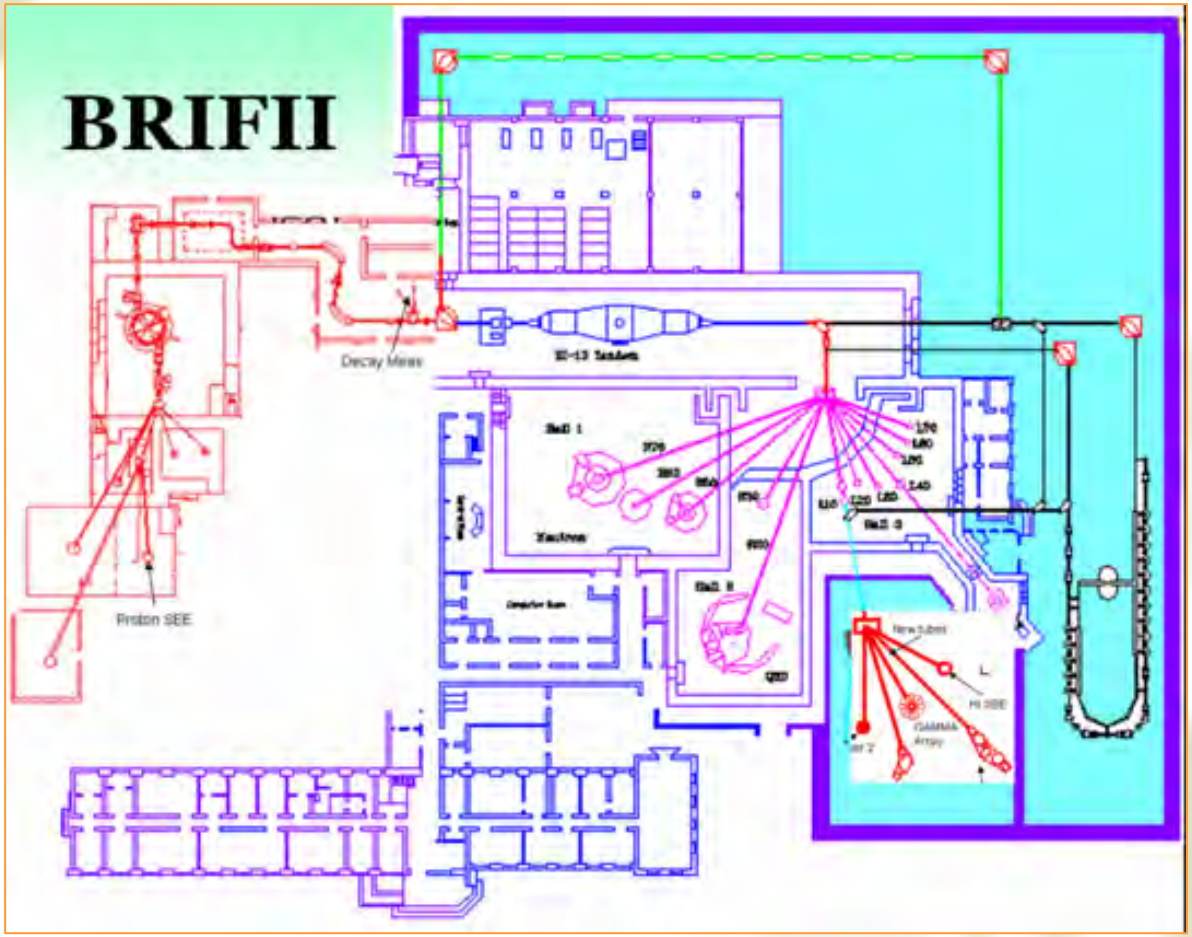
∽2001年，在SLAC和KEK建成B工厂。

∽2006-2008年，兰州冷却储存环放射性束装置建成。

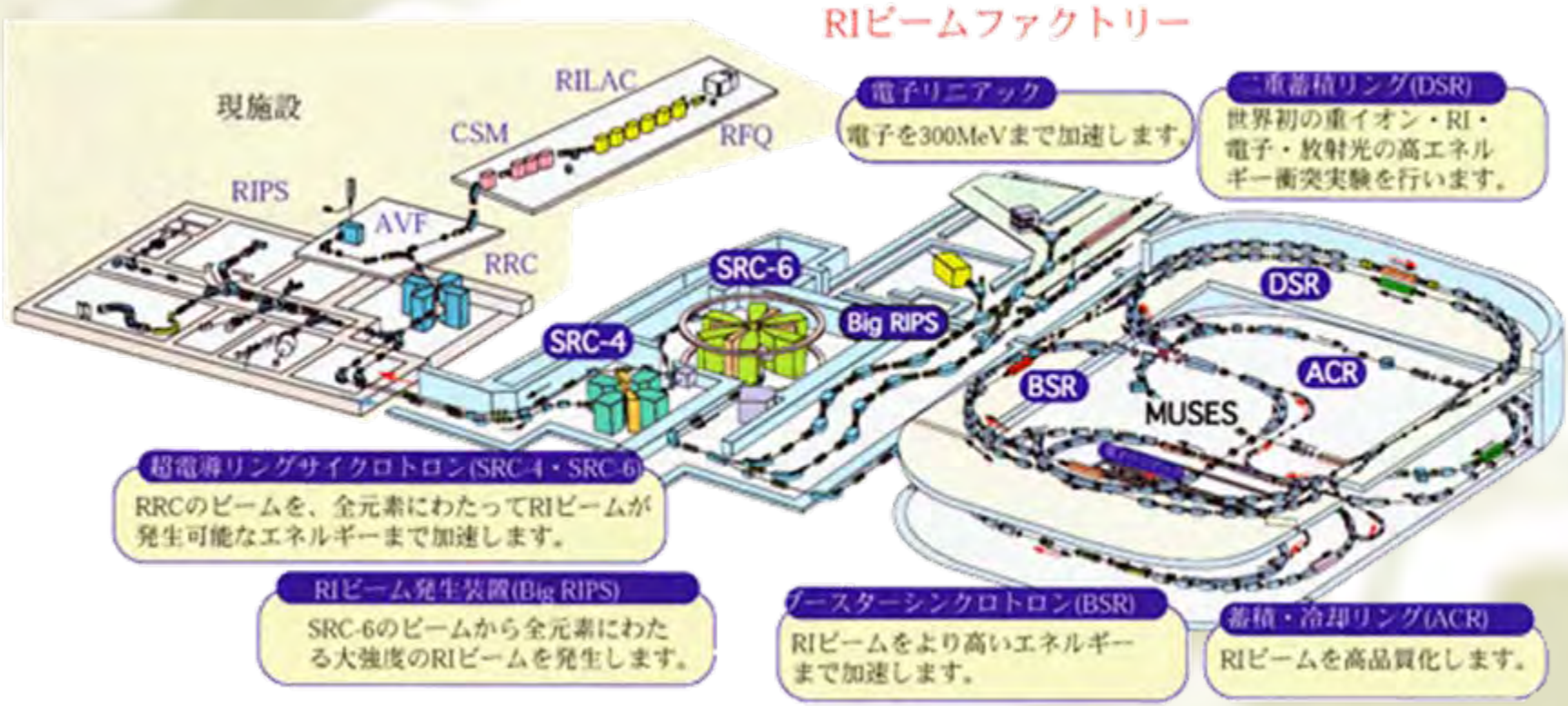




∽2007年，北京正付电子对撞机升级工程完成。
∽2010年，中国原子能研究院放射性束装置完成。



∽2007-2010年，在RIKEN建成新一代放射性束装置。
（北大长期合作）



放射性核束物理在世界范围的新装置

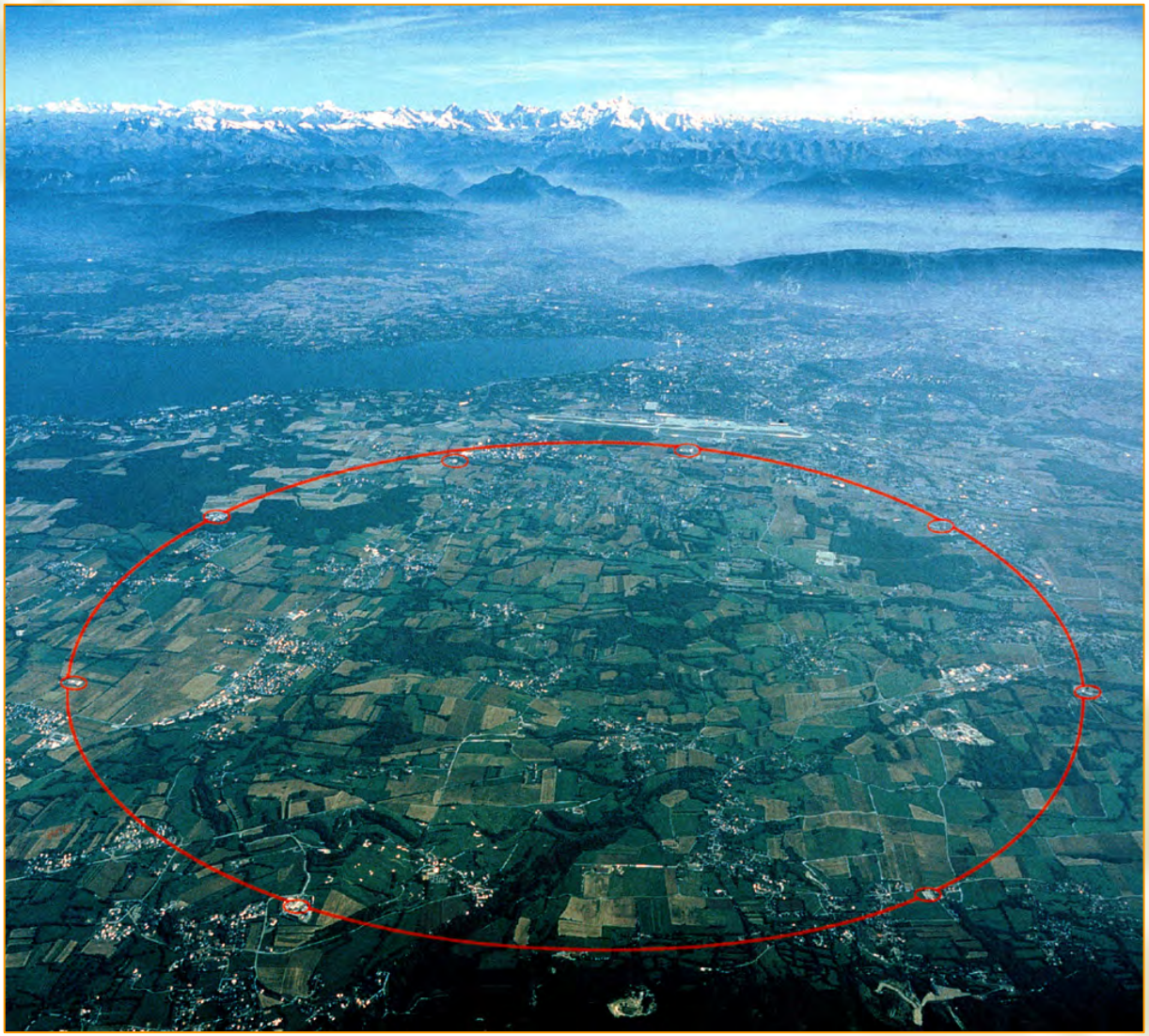


美国 RIA
Rare Isotope
Accelerator

欧洲 GSI升级
和EURISOL

日本
Radioactive Ion
Beam Factory

∽2007年，在CERN建成大型强子对撞机LHC。（中国参与）



高能实验 - 探测器 - CMS

北大组承担

Magnet

Tracker

EM Calorimeter

Hadron Calorimeter

Muon detector

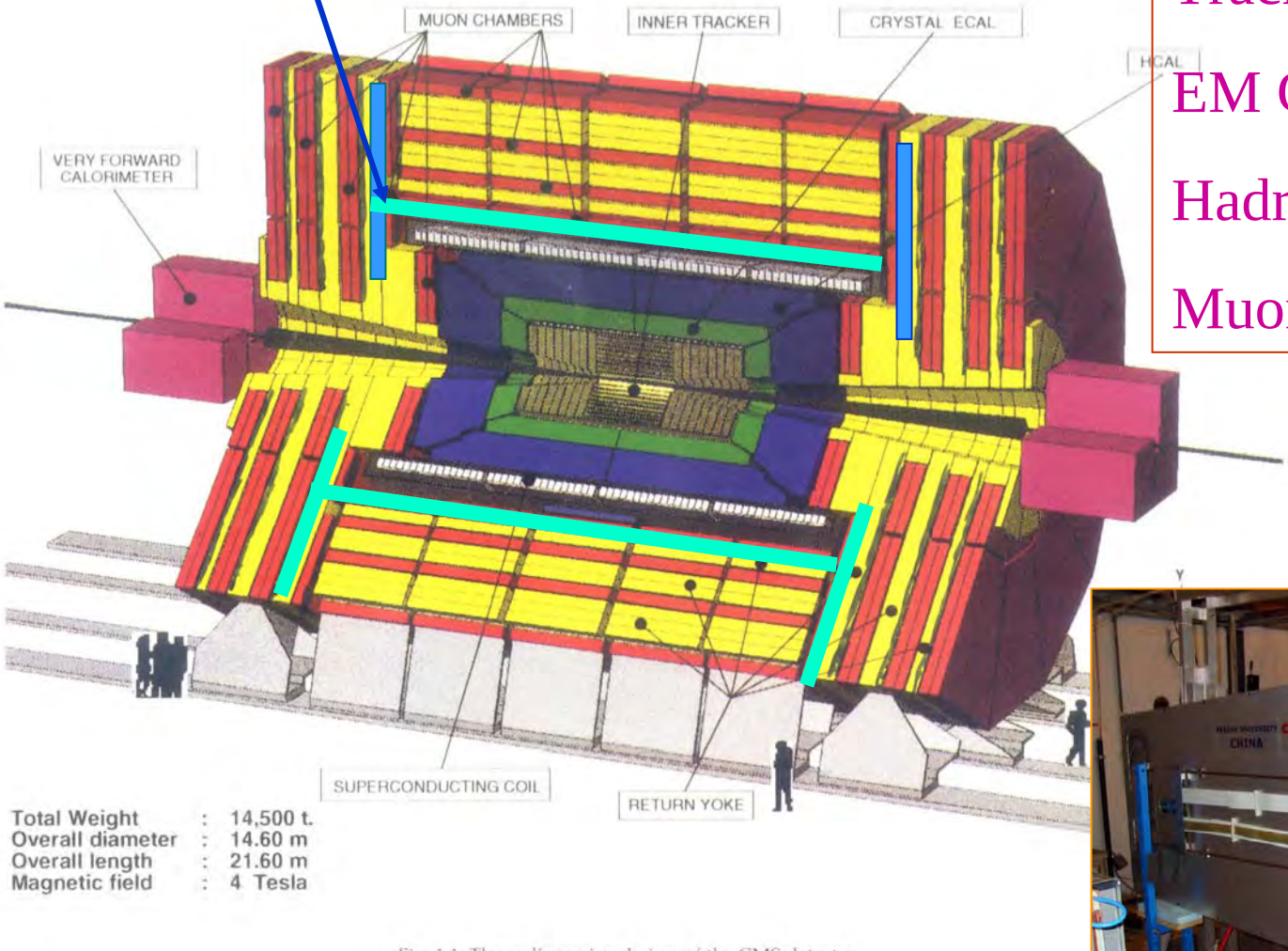
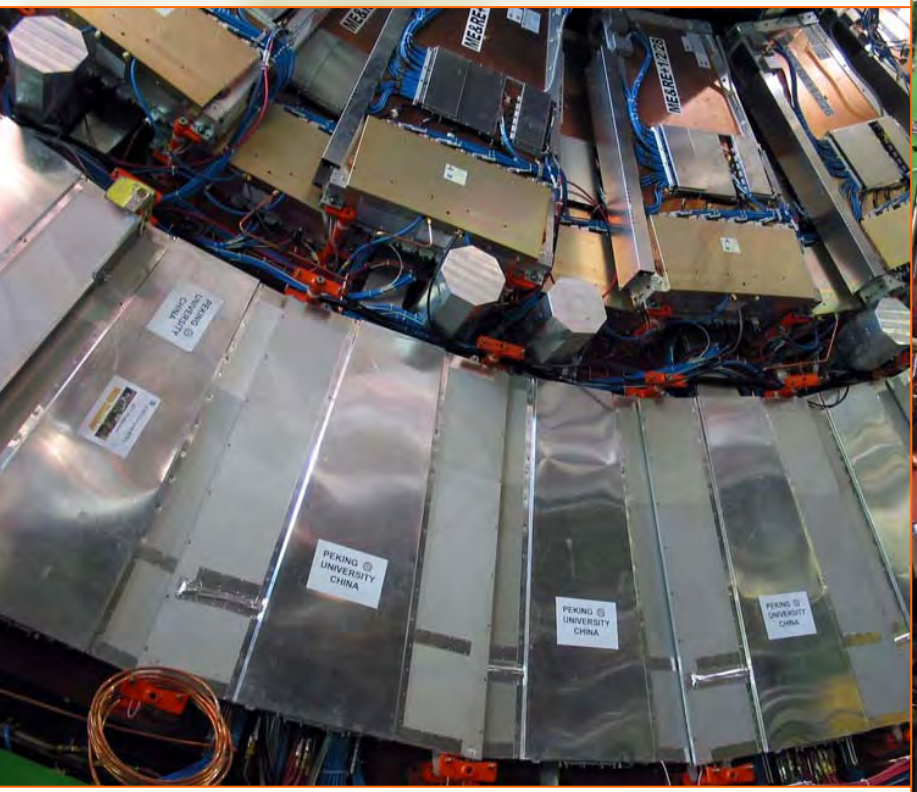


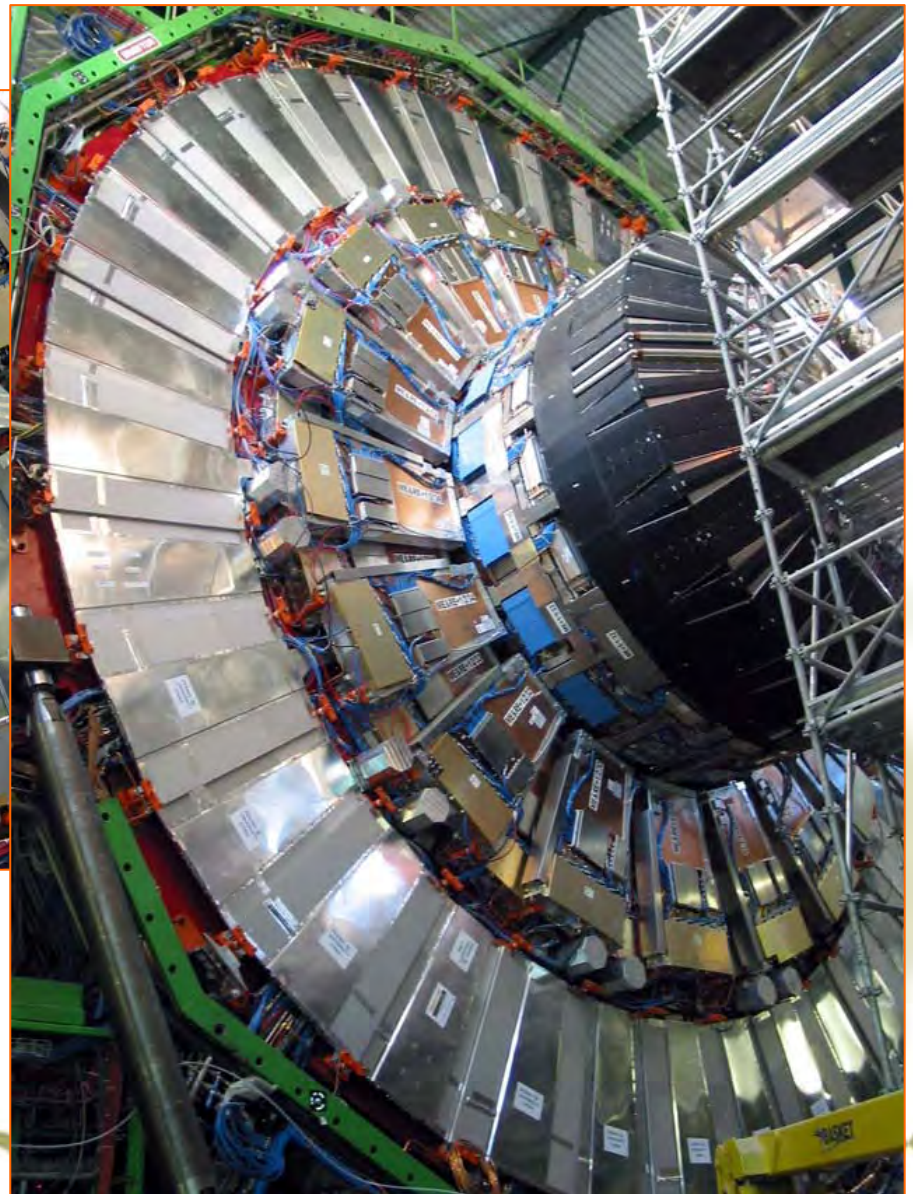
Fig. 1.1: Three-dimensional view of the CMS detector.

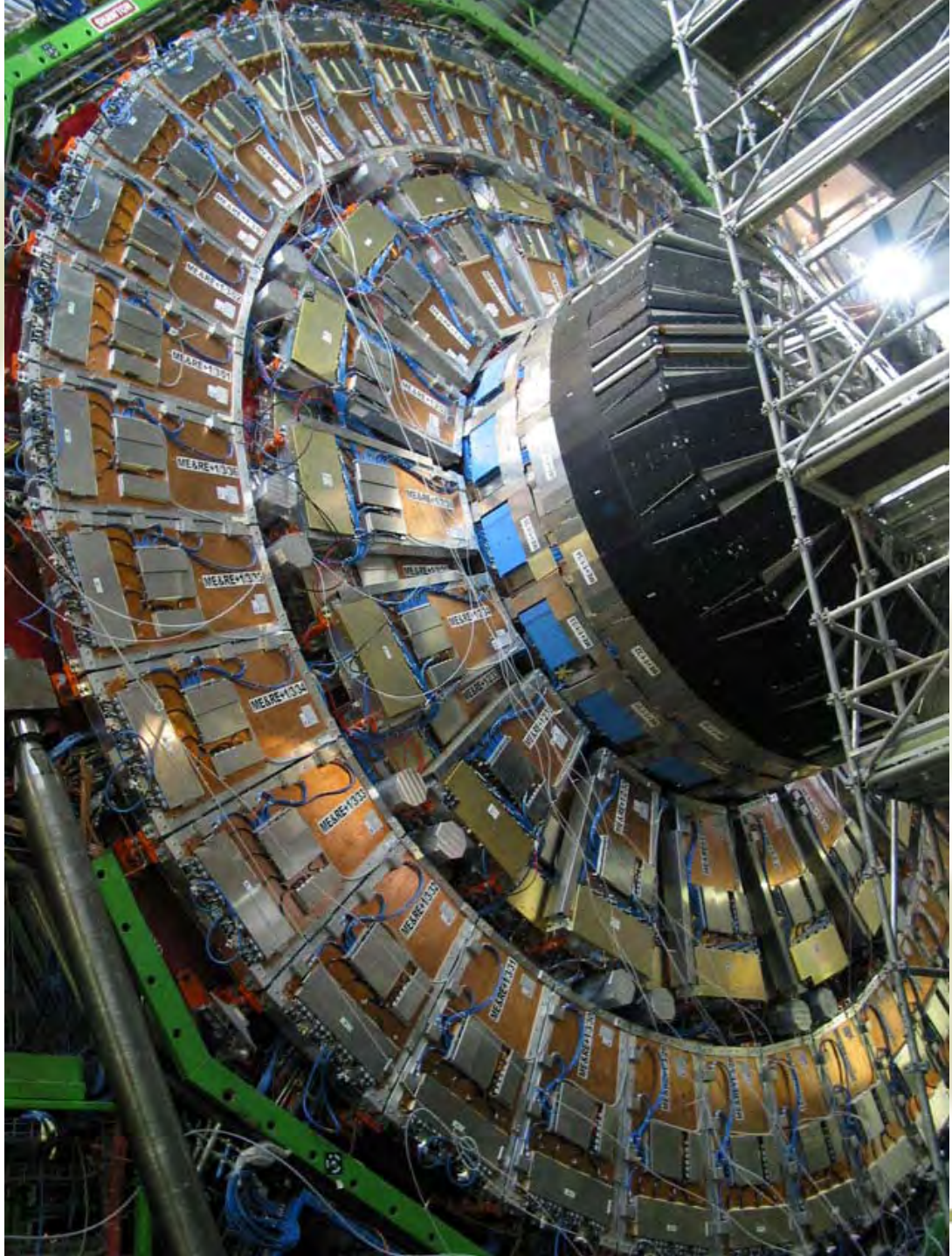


LHC-CMS 探测器

北大组批量测试安装-2006.2.13.







裂变核能源

全球核发电量 ∽ 16% (法国80%）

∽ 27% (WMO预计到2030年）

中国核发电量 ∽ 2.3% （目前总发电量）

636万 千瓦装机容量

中国核发电量∽ 5-10% （总发电量，2020年前）

5000万-1亿千瓦 新装机容量

20-40个将新建的核电机组

数万本科生，数千研究生

2030年？

聚变能源 – ITER计划

特殊应用

科研和民用核技术：

加速器、核探测、

医学、材料、生物、考古、农业

大科学管理

引导工业进步

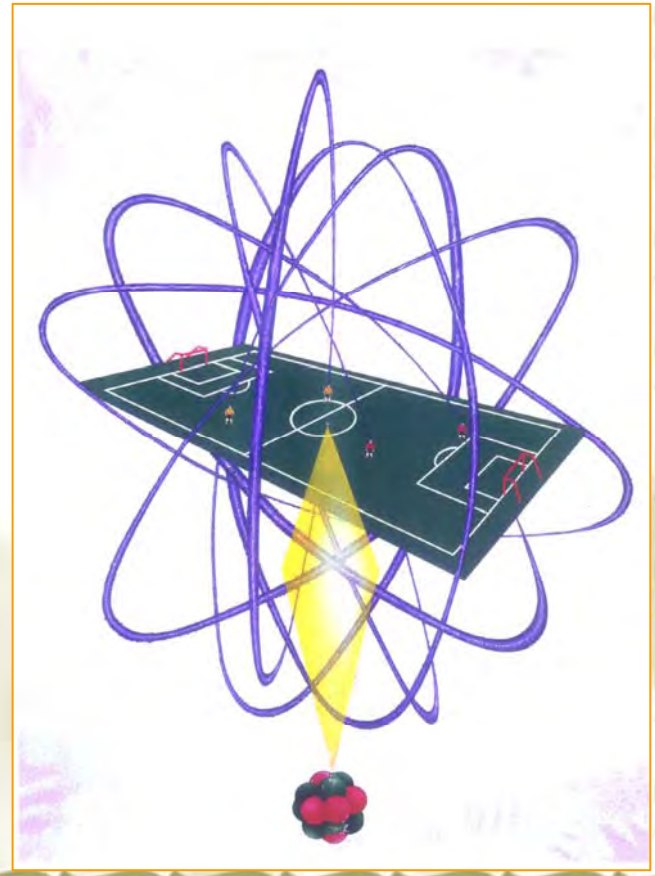
第一章 原子核的基本性质

静态性质：标志一个核的存在的基本物理量

电荷、质量、半径、自旋、磁矩、电四极矩、宇称、统计性等

动态性质：标志原子核发生变化的物理量

衰变寿命、分之比等



§1.1 原子核的电荷、质量和半径

1. 电荷

Rutherford大角散射：确定原子有一个核心

原子—— 原子核+核外电子

原子核：$\sim 10^{-14}$m

占有99.9%以上的原子质量

$Q_{原子}=Q_{核}+Q_{电子}=0$

Z= 原子序数=核电荷数=核内质子数

测定原子核电荷

Rutherford方法：$N \propto Z^2$

Moseley方法： $\sqrt{\nu} = AZ - B$

对于特定的X射线，**A, B**=常数

*对短寿命重元素，需采用复杂的电荷辨别方法(相对论效应）

*1-94号元素：天然存在（43、61、93号元素除外）

95-114号元素：人工产生

超重岛？

2. 核的质量

$$M_A = M_N + M_e - W_e$$

$$1\text{u} = \frac{^{12}\text{C原子质量}}{12} = \frac{1}{N_\text{A}} = 1.6605402\times10^{-27}\,\text{kg}$$

$$= 931.49423\,\text{MeV/c}^2$$

特征能量单位：keV、MeV、GeV、TeV

10^3 10^6 10^9 10^{12} eV

1eV=1.60217733 x 10^{-19} J

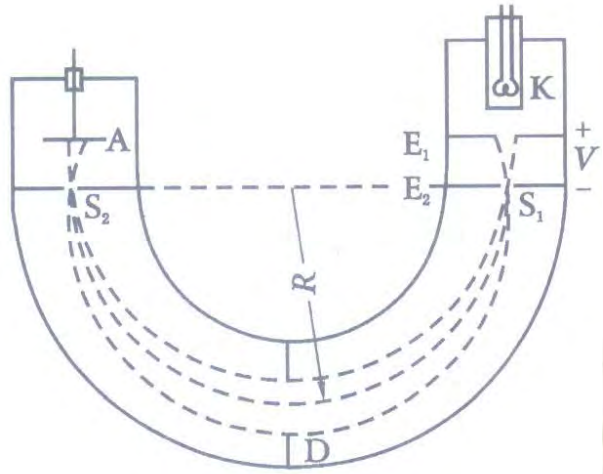


图 1-1 质谱仪原理图

测质量的质谱仪方法（电磁方法）：

$$qV=\frac{1}{2}Mv^2 \qquad \frac{Mv^2}{R}=qvB$$

$$M=\frac{qB^2R^2}{2V}$$

V：电压[V]； B：磁感应强度[$tesla$]； R：半径[m]； q：电荷[C]； M：质量[kg]

原子核的质量数=质子数+中子数≈核的质量整数（u)

核素(Nucleus)：有确定的质子数和中子数 ($^{197}_{79}$Au, $^{10}_{5}$B, $^{16}_{6}$C, $^{10}_{2}$He, $^{11}_{3}$Li, $^{11}_{4}$Be)

同位素(Isotope)：质子数相同的一类核素 ($^{1}_{1}$H,$^{2}_{1}$H,$^{3}_{1}$H $^{235}_{92}$U,$^{238}_{92}$U)

同中子数(Isotone)：中子数相同的一类核素 ($^{2}_{1}$H,$^{3}_{2}$He,$^{4}_{3}$Li)

同量异位素(Isobar)：质量数相同的一类核素 ($^{40}_{18}Ar$,$^{40}_{19}K$,$^{40}_{20}Ca$)

同核异能素(Isomer)：有确定的质子数和中子数但能量不同的核素 ($^{60m}_{27}Co$或$^{60}_{27}Co^{*}$)

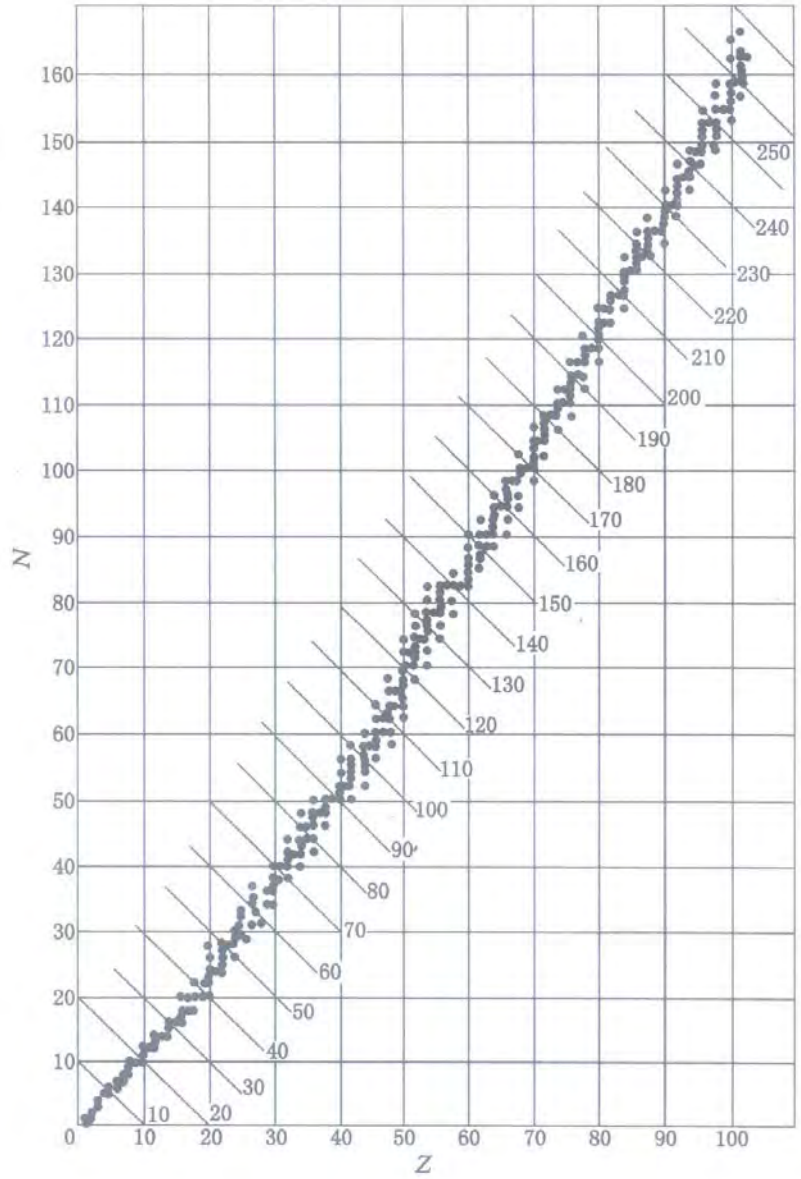


图 2-11　β稳定线的核在 Z-N 平面上的标绘

Box 1a. Heyde, P.43, The heaviest artificial elements in nature: from Z=109 towards Z=112

表 1-1　一些原子的质量①

原子名称	原子质量/u	原子名称	原子质量/u
^{1}H	1.007825	^{7}Li	7.016005
^{2}H	2.014102	^{12}C	12.000000
^{3}H	3.016050	^{16}O	15.994915
^{4}He	4.002603	^{235}U	235.043944
^{6}Li	6.015123	^{238}U	238.050816

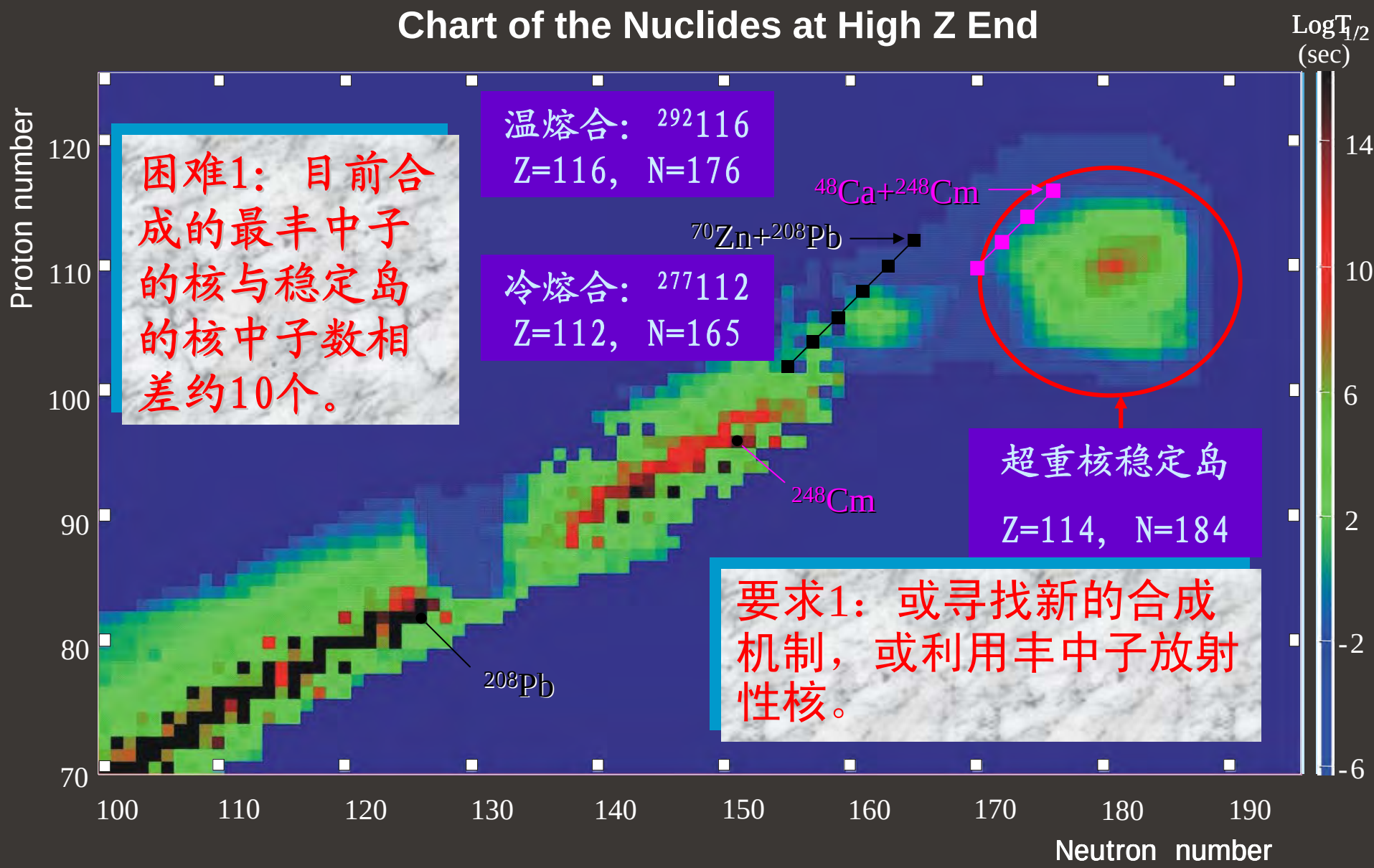
Mass excess:　$\Delta = M - A$　in MeV or u

http://nst.pku.edu.cn/ (核科学与核技术教育部网上合作研究中心)

http://www.nndc.bnl.gov/index.jsp

不稳定原子核的质量有一定宽度：$\Delta E\,\tau = \hbar$

超重核研究现状和发展趋势



从1969至1974，美国Berkeley和俄罗斯Dubna，重离子诱发的“热熔合”，合成了104、105和106三种元素的几个同位素。中子跑走太多，融合截面小。

1973年，Dubna小组利用40Ar+208Pb反应证实了他们提出的以双幻核为靶以减少复合核的激发能，降低复合核裂变的竞争，提高重余核产额的想法 -“冷熔合”。德国GSI在1975年建成了重离子强流直线加速器、研制了重余核分离设备SHIP和单个原子的α衰变关联测量技术，使得他们可以分离寿命短至几个微秒的蒸发余核并测量其α衰变。从1981-1996年，GSI小组利用强流54Cr，58Fe，62Ni，64Ni和70Zn束流轰击208Pb和209Bi靶，先后合成了Z=107－112的6种新元素的一系列同位素。在“冷熔合”反应中，所要合成元素的生成截面随其原子序数的增加而呈指数下降，合成Z＝112的元素已经达到目前GSI技术条件的极限。

2004年，日本的RIKEN小组利用极强的70Zn束流轰击209Bi靶合成了113号元素。近几年来，Dubna小组考虑到“冷熔合”反应截面的减小，选择了双幻核48Ca轰击丰中子锕系靶，通过所谓的“温熔合”来产生接近理论预言的球形超重稳定岛的长寿命核。该实验室经过一系列艰苦的设备改造后，于1998年底开始了Z≥114号元素的合成探索。基于单个原子的α衰变关联测量技术，先后获得了1个^{289}114、2个^{288}114、2个^{287}114、2个 ^{292}116、3个^{288}115、1个^{287}115和2个^{294}118衰变事件。尽管目前报道的实验结果已经合成到了118号元素（117号未见报道），但被确认的结果只到112号元素，113－116和118号元素的确认需待进一步的验证实验。

1、^{259}Db合成：首次进入超重核区

测量结果：E_α = 9.47MeV,

$T_{1/2}$ = 0.47 s, Q_α=9.70MeV

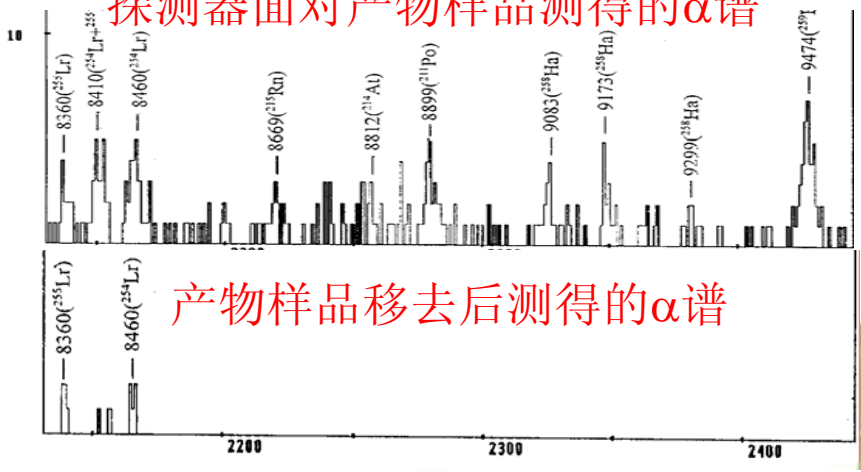
我国新核素合成首次进入超重区！

$^{22}Ne+^{241}Am \rightarrow ^{259}Db$

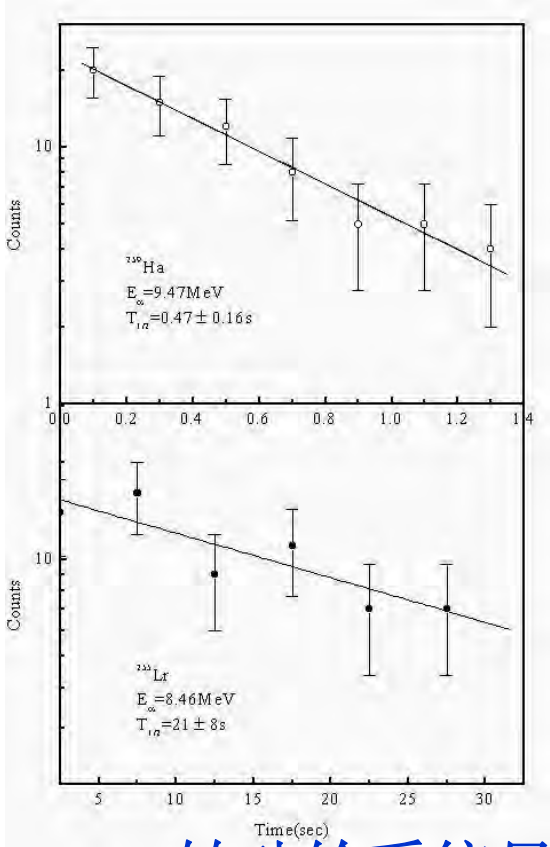
A new alpha-emitting isotope ^{259}Db

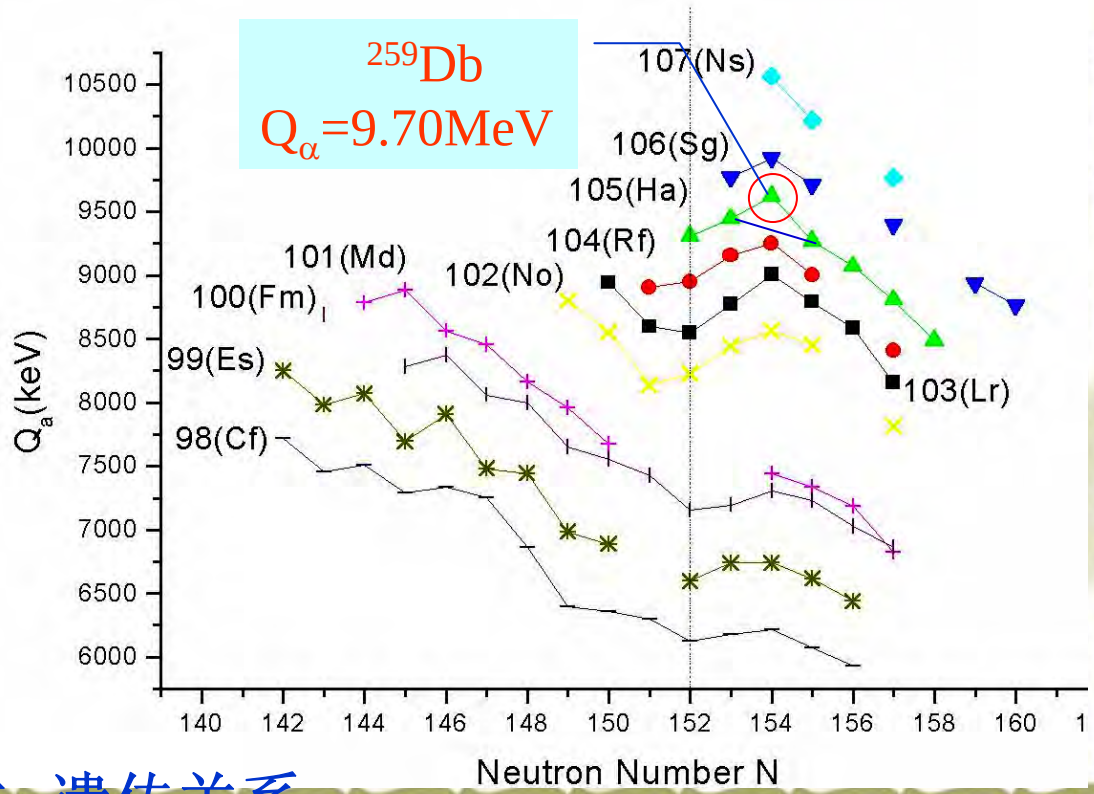
Euro. Phys. J., A10, (2001) 21-25

探测器面对产物样品测得的α谱



产物样品移去后测得的α谱

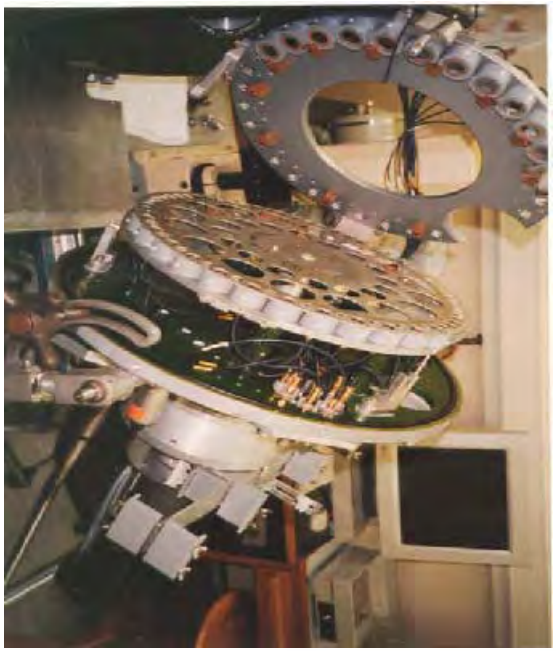




He-jet + 转动轮系统母子体α遗传关系

2、Z=107超重新核素^{265}Bh的合成

靶材料：^{243}Am靶的制备
束流材料：金属^{26}Mg的还原
束流时间：约250小时
束流强度：0.8μA
束流能量：168MeV
反应道：$^{26}Mg+^{243}Am \rightarrow ^{265}Bh+4n$



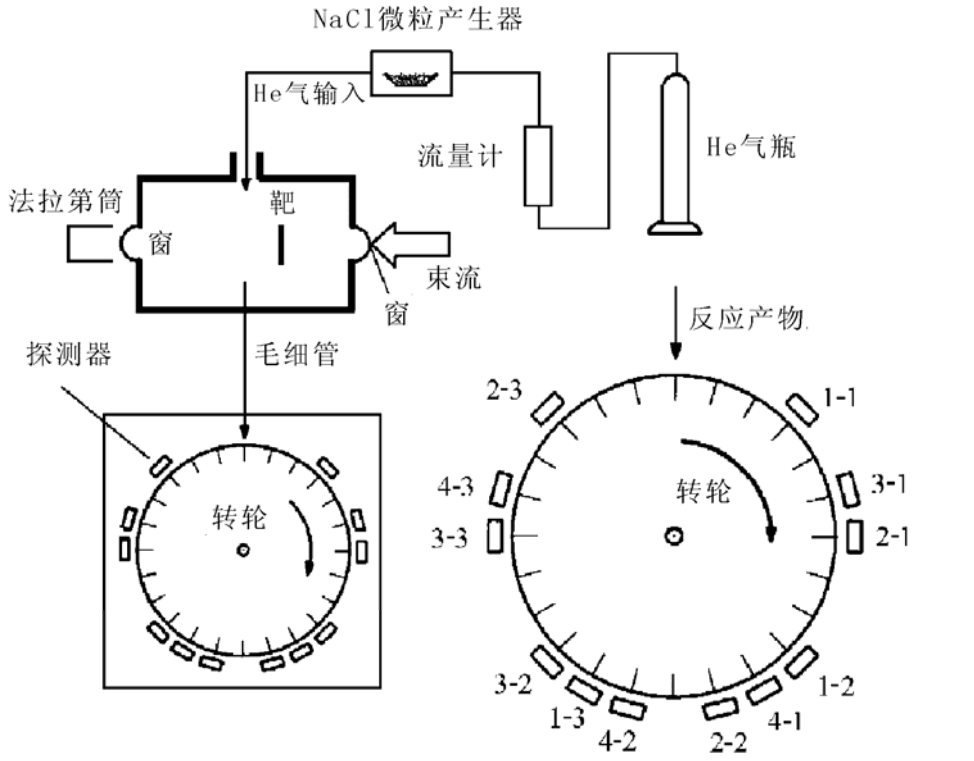
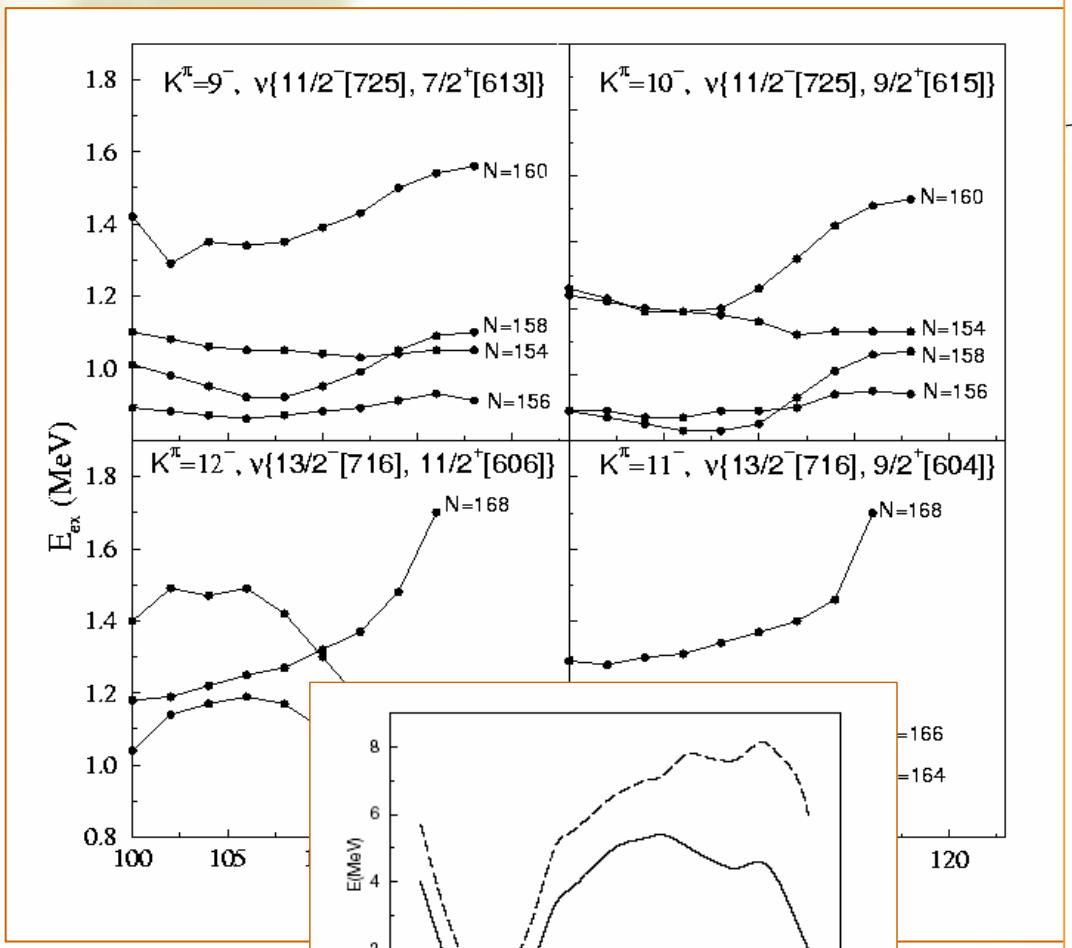
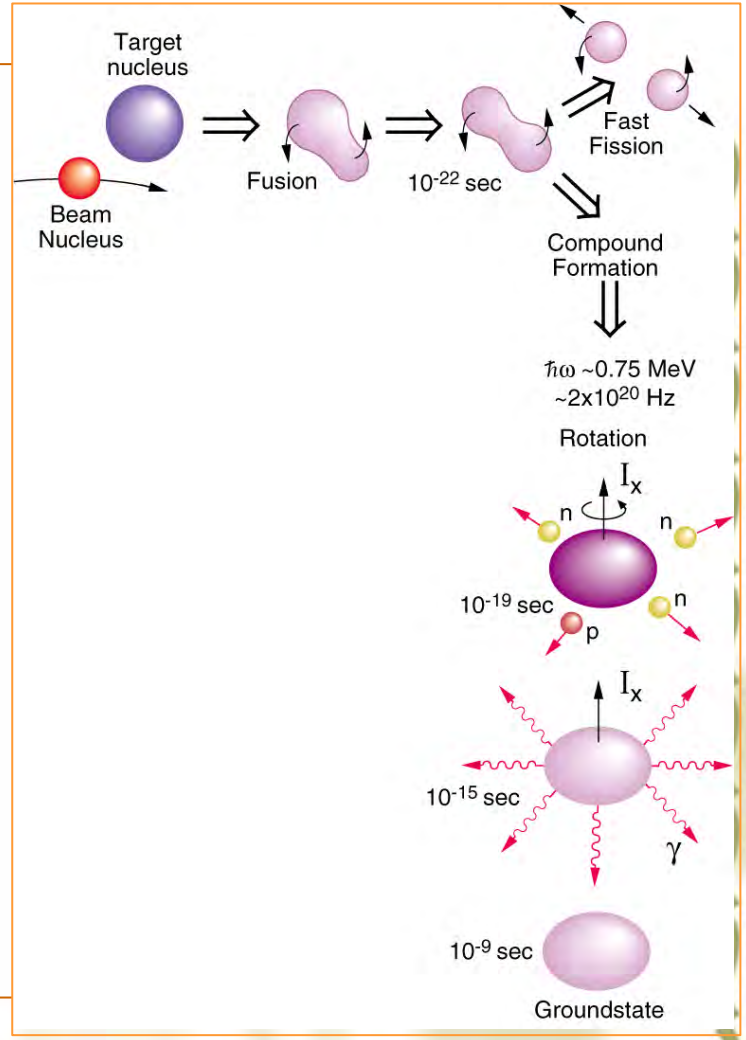


图1 氦喷嘴靶室和毛细管传输以及转轮收集和探测系统简图。探测器的排列表示在右下部分。

F.R. Xu, *et al.*, PRL92, 252501 (2004)





■ 未来5年—
超重元素探索和新核素的合成

关键科学问题：超重核合成的新机制和技术

1）截面**1 pb**以下；**2**）现有融合体系中子数缺**10**个左右；**3**）长寿命核无法利用现有在束 α-α 级联衰变的方法进行单个事件鉴别

主要研究内容：

1）合成和用单粒子技术鉴别Z >= 110的新核素一个以上

2）验证新的超重谱仪

3）理论与实验结合探索超重核合成新机制和新的直接鉴别方法

4）系统研究超铀（Z>90)区核的性质

前五年：

合成了 $^{259}_{105}Db$, $^{265}_{107}Bh$

使用**He-jet +** 转动轮系统

少量融合机制研究

3. 核的半径

原子核近似为球形，可定义半径或平均半径（10^{-14}~10^{-15}m)。
“虚”表面，半径的定义模型相关。
核的大小的测量：电子、中子、质子散射；反应截面测量等。

（a） 核力作用半径

由核散射、核反应等确定：近似地 $\sigma = \pi R^2$

通常： $R \approx r_0 A^{1/3}$, $r_0=(1.4\sim1.5)$ fm , $1\text{fm}=10^{15}\text{m}$

(b) 电荷分布半径

核内电荷分布半径　质子分布的半径

高能电子散射：

$$\lambda = \frac{hc}{[E_k(E_k + 2E_0)]^{1/2}}$$

λ：电子的波长；E_k：电子的动能；E_0：是电子的静止能量。

当$E_k \gg E_0$时：

$$\lambda = \frac{hc}{E_k}$$

高能电子在核上散射的角分布近似为核内电荷分布的傅立叶变换。电荷分布半径：

$$R \approx 1.1 \times A^{1/3} \ \text{fm}$$

实际上，对于较重的核：

$$\rho = \frac{1}{1+e^{(r-R)/d}}$$

d（**diffuseness**）表示核表面厚度的一个参量。以 **t** 表示密度从 **90%**降到 **10%**所对应的厚度（称为表面厚度），则它与 ***d*** 的关系为：

$$t = 4d\ln 3$$

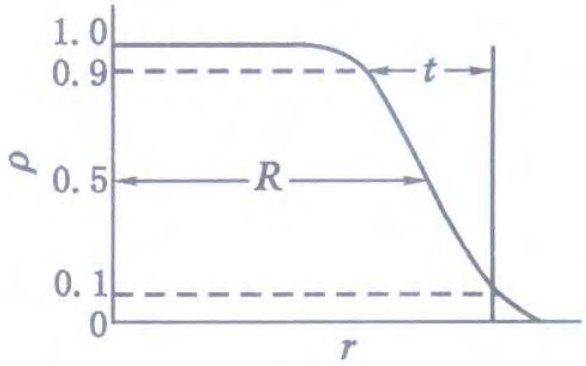


图 1-2　核内电荷分布状况

核的电荷分布半径比核力作用半径要小一些。

$$\rho_{\text{mass}}(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{A} \left|\varphi_{\alpha_k}(\vec{r})\right|^2$$

“中子晕”：指远离核芯的外围很宽范围的中子分布。这种核称为中子晕核。^{6}He，^{11}Li，^{11}Be，^{14}Be等。是一种量子效应。

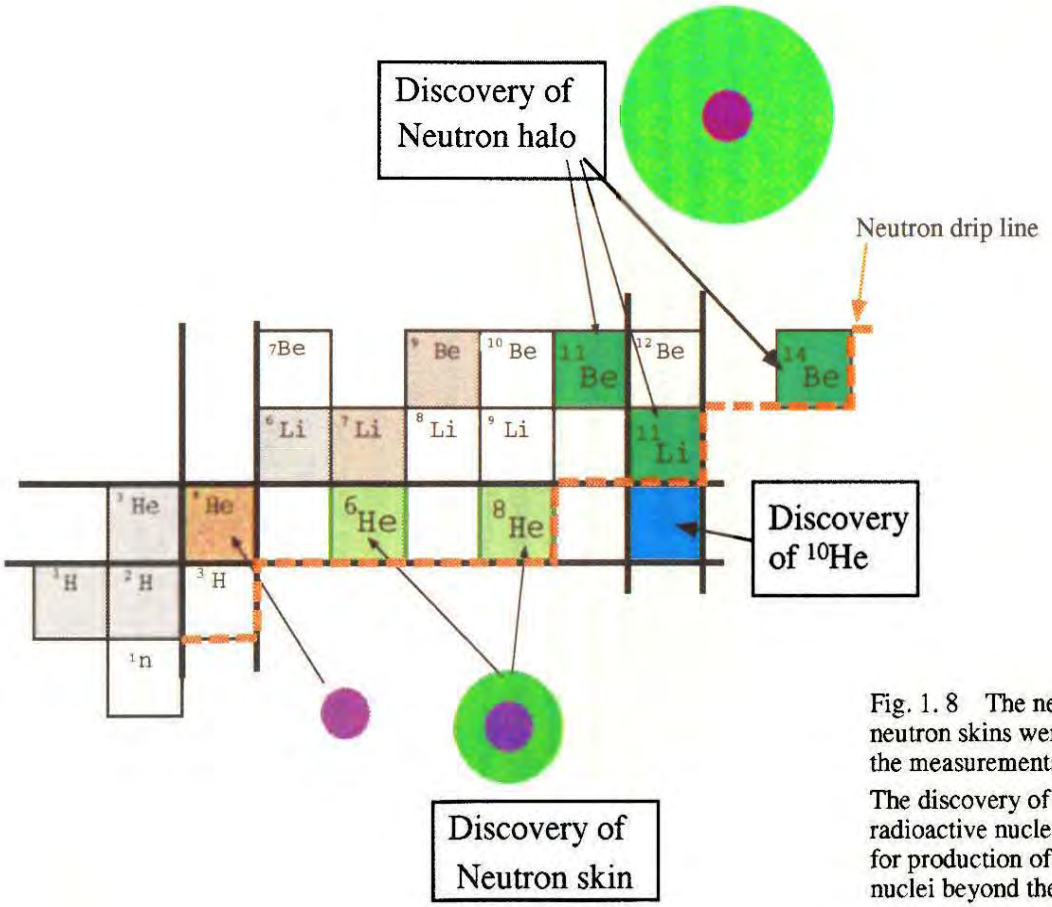
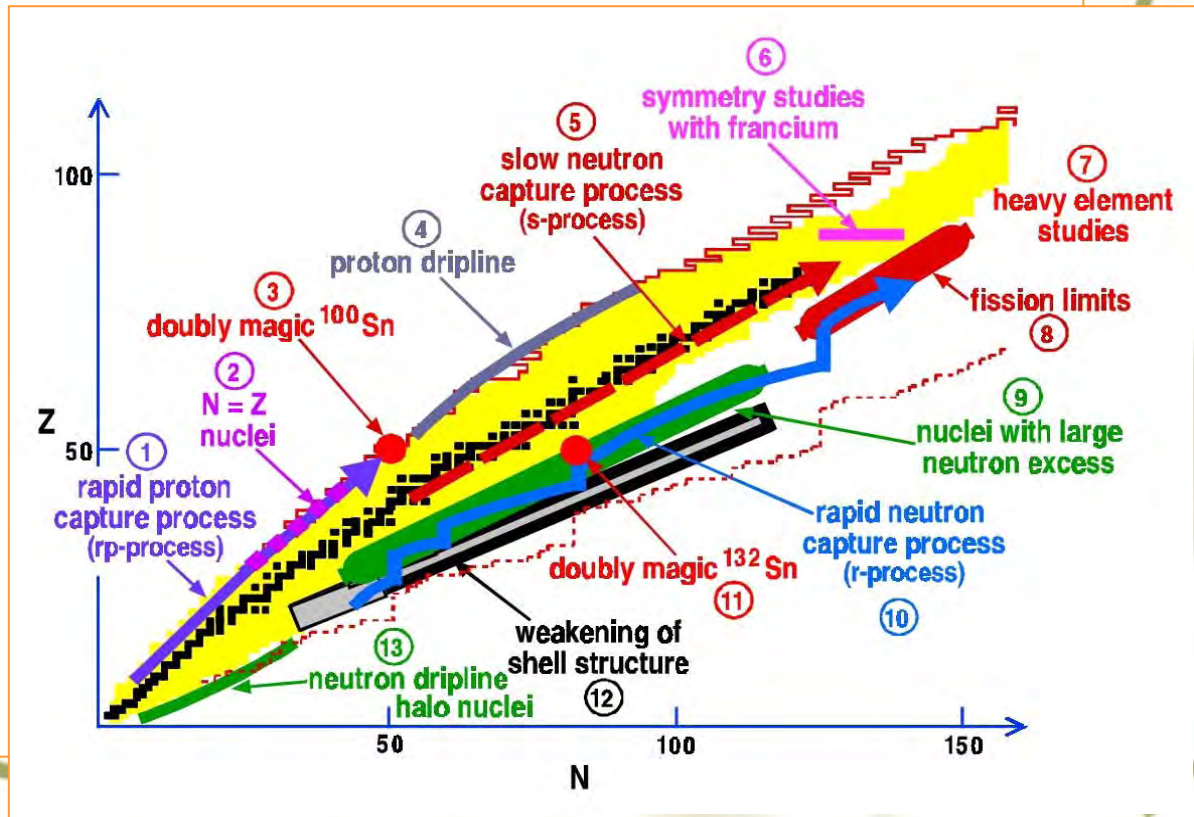
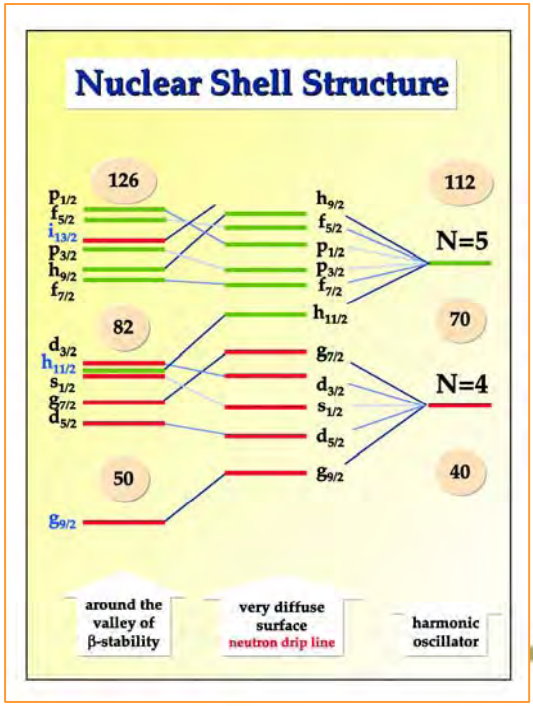


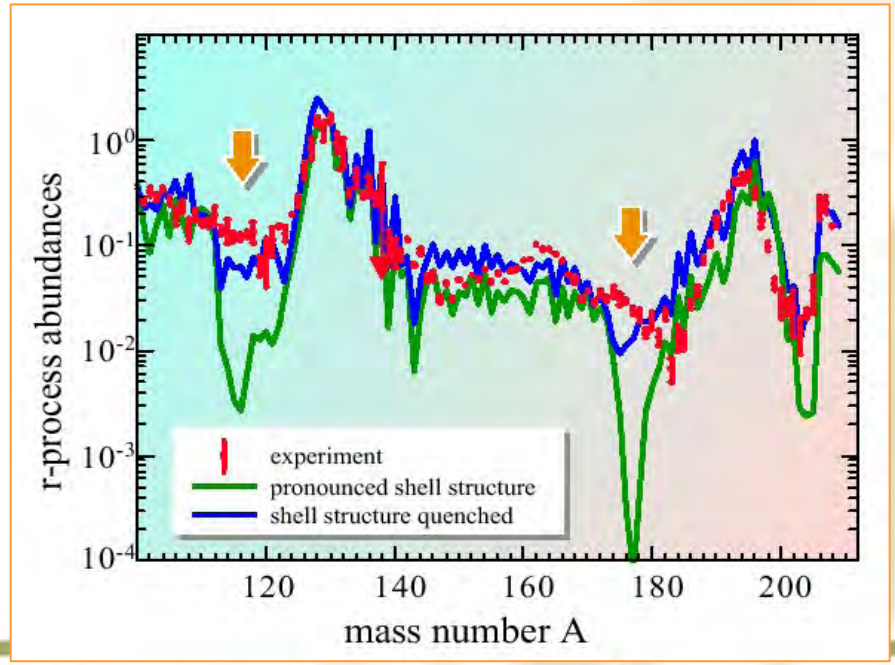
Fig. 1. 8 The neutron halo and neutron skins were discovered from the measurements of matter radii. The discovery of ^{10}He proves that a radioactive nuclear beam is effective for production of exotic nuclei and nuclei beyond the driplines.

放射性核束物理是近20年发展起来的核物理新领域，它研究的对象是在新型大科学装置上已经或即将产生的数千个非稳定（**unstable**）也就是弱束缚（**weak-binding**）的核素,而过去近百年只研究了几百个在稳定区附近的核素。在初期的研究中，已经发现了晕结构、集团自组织、新幻数、非线性多中子关联、连续态强耦合、同位旋相变等量子多体的新现象，并观察到反常截面增大、多反应道耦合、集团破裂和转移等新的反应机制和效应。放射性核束物理研究是对广阔的核科学未知领域的探索，正在极大地改变对原子核的传统认识。



与此同时，天体物理的许多重要问题如能量和元素的来源，中子星的结构和冷却，超新星的爆发，都涉及到基本的核物理问题，尤其是弱束缚核的结构和反应。另一方面，天体中的核过程与核聚变等装置中的核过程相似，通过相关研究可以为核能源开发应用等提供重要信息和参考资料。核物理与天体物理的交叉不仅是人类认识天体及宇宙演化过程及规律的重要方式，并且与能源开发和利用、国防安全建设等密切相关。放射性核束物理涉及众多新的核样本和核数据，将在超重核合成合成、新型核材料、新型核能装置等方面产生难以估量的重大影响。





对稳定核，半径近似地正比于 $A^{1/3}$，即原子核的体积近似地与 A 成正比：

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3\approx\frac{4}{3}\pi r_0^3 A\propto A$$

核的核子密度（单位体积的核子数）：

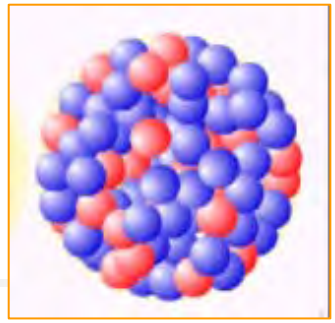
$$n=\frac{A}{V}\approx\frac{A}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A}\approx 10^{38}\qquad(\mathrm{cm^{-3}})$$

取一个核子的质量 m_N 为 $1.66\times10^{-24}\mathrm{g}$ 计算，核物质的密度

$$\rho=nm_N\approx 1.66\times10^{14}\qquad(\mathrm{g\cdot cm^{-3}})$$

即每立方厘米的核物质有亿吨重。

§1.2 原子核的自旋



原子核的自旋：原子核的总角动量

所有核子自旋和轨道角动量的矢量和

(*可否从夸克迭加？)

$$\vec{j}_k = \vec{l}_k + \vec{s}_k$$

$$\vec{I} = \sum_{k=1}^{A} \vec{j}_k$$

correct operators

(I^2, I_z)

原子核自旋角动量量子数为 **I** 时，角动量 $\mathbf{P}_I$ 的本征值：

$$P_I = \sqrt{I(I+1)}\hbar, \qquad I \text{ 为整数或半整数}$$

核自旋角动量 $\mathbf{P}_I$ 在空间给定 ***z*** 方向的投影 P_{Iz} 为

$$P_{Iz} = m_I \hbar$$

m_I 叫磁量子数，它可以取 $2I+1$ 个值:

$$m_I = I,\ I-1,\ \cdots,\ -I+1,\ -I$$

自旋量子数 ***I*** 是自旋角动量 $\mathbf{P}_I$ 在 ***z*** 方向投影的最大值(以 $\hbar$ 为单位)。

通常用 ***I*** 来表示核的自旋的大小。

例：^{14}**N** 的自旋为 **1**，是指它的 $I=1$;

^{9}**Be** 的自旋为 **3/2**，是指它的 $I=3/2$。

最常用的测量核的基态自旋的方法是利用原子光谱的超精细结构。

原子光谱的精细结构：电子的轨道角动量 $\mathbf{P}_l$ 与自旋 $\mathbf{P}_s$ 耦合成总角动量 $\mathbf{P}_j$，

$$\mathbf{P}_j = \mathbf{P}_l + \mathbf{P}_S$$

$$P_j = \sqrt{j(j+1)}\hbar, \quad P_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar, P_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar;$$

j、l 和 s 分别是电子的总角动量、轨道角动量和自旋角动量量子数：

$$j = l+s,\ l+s-1,\ \cdots,\ |l-s|$$

对 $l=1, s=\frac{1}{2}$，$j=\frac{3}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$ ，能级：3P ⟶ $3P_{3/2}$ 和 $3P_{1/2}$。

对 $l=0$，j 只能取 $\frac{1}{2}$ 能级：3S ⟶ $3S_{1/2}$

$$V \propto \vec{l} \cdot \vec{s}$$

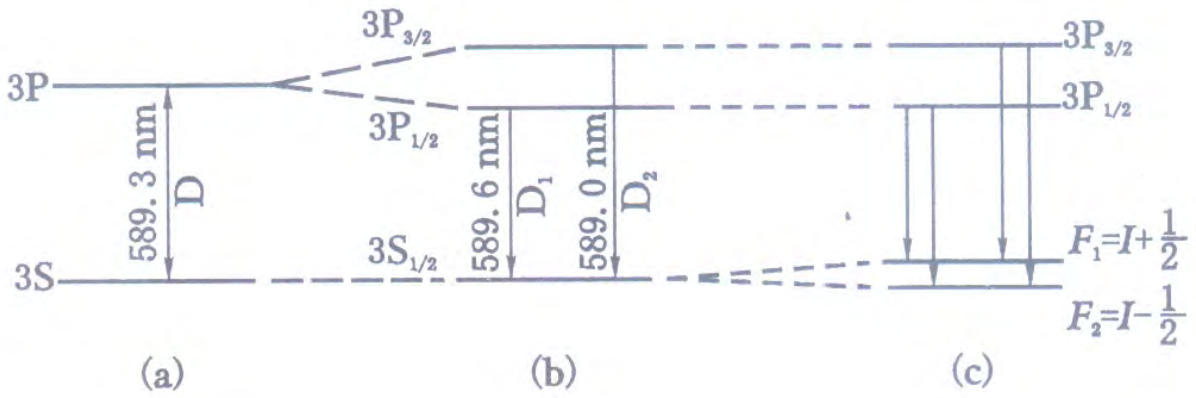


图 1-3 钠 D 线的精细结构和超精细结构

超精细结构：核的自旋与电子的总角动量耦合

$$\mathbf{P}_F = \mathbf{P}_I + \mathbf{P}_j$$

F 可取值：

$$F = I + j, I + j - 1, \cdots, |I - j|$$

如果 $j \geqslant I$，F 有 $2I+1$ 个值；如果 $I \geqslant j$，F 有 $2j+1$ 个值。

不同 F 的能级具有不同的能量。从而造成了原子光谱的超精细结构。

超精细结构能级的间距只有精细结构的几百分之一。

光谱线的超精细结构可用来定出核的基态自旋（利用谱线条数、谱线间距之比、或谱线强度）。

问题讨论：如何从实验确定原子核的自旋

基态规律：

（1）偶 A 核的自旋为整数。其中偶偶核（即质子数 Z 和中子数 N 均为偶数的核）的 $I=0$。

（2）奇 A 核的自旋为半整数。

这两条规律将在第八章的核结构的壳模型理论中进行讨论。

激发态自旋，特别是高自旋的测量依靠衰变谱学何核反应等测量。

§1.3 原子核的磁矩

电子轨道运动的磁矩：

$$\mu_l = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{P}_l = g_l\left(\frac{e}{2m_e}\right)\mathbf{P}_l \quad , \quad g_l = -1$$

电子自旋的磁矩：

$$\mu_s = -\frac{e}{m_e}\mathbf{P}_s = g_s\left(\frac{e}{2m_e}\right)\mathbf{P}_s \quad , \quad g_s = -2$$

!!

$\mathbf{P}_S$ 和 $\mathbf{P}_l$ 是电子的自旋和轨道角动量；因子 g 称为电子的 g 因数。

$\mathbf{P}_S$ 和 $\mathbf{P}_l$ 取以 $\hbar$ 为单位，则：

$$\mu_S = g_S \mu_B \mathbf{P}_S \quad , \quad \mu_l = g_l \mu_B \mathbf{P}_l$$

玻尔磁子：$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 9.2740 \times 10^{-24}\ \mathbf{A \cdot m^2}$。

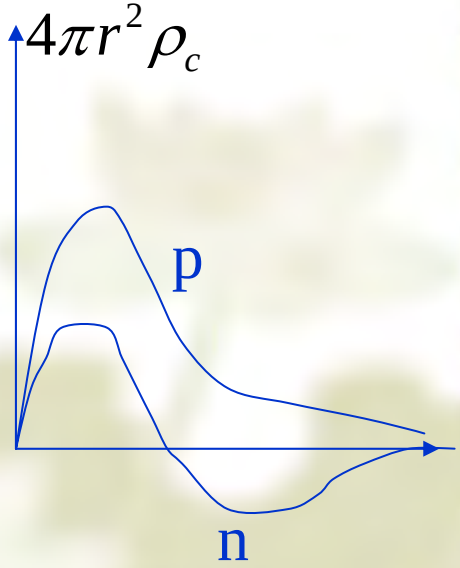
电子的磁矩：

$$\mu = \mu_S + \mu_l = (g_S \mathbf{P}_S + g_l \mathbf{P}_l)\,\mu_B$$

质子和中子自旋相应的磁矩：

$$\mu_p = g_p\left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)P_S, \qquad \mu_n = g_n\left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)P_S$$

g_p 和 g_n 分别为质子和中子的 g 因数，m_p 为质子质量。如果与电子自旋磁矩情形相比较，对于质子应该有 $g_p = +2$，对于中子，因它不带电，应该有 $g_n = 0$。但实验证明，$g_p = +5.586$，$g_n = -3.826$。这表明核子有内在结构。



核的磁矩 μ_I ：

$$\mu_I = g_I\left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)P_I$$

g_I 称为核的 g 因数

P_I 在空间给定 z 方向的投影 P_{Iz} 有 $2I+1$ 个值：

$$m_I = I,\ I-1,\ \cdots,\ -I+1,\ -I$$

μ_I 在给定方向的投影 μ_{IZ} 也有 $2I+1$ 个值：

$$\mu_{Iz} = g_I\left(\frac{e\hbar}{2m_p}\right)m_I$$

其最大投影 $$\mu_I' = g_I(\frac{e\hbar}{2m_p})I = g_I\mu_N I$$

核磁子：$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5.0508\times10^{-27}\mathrm{A\cdot m^2}$，是玻尔磁子$\mu_B$的$\frac{1}{1836}$。

通常是用核磁矩在给定 z 方向投影的最大值 μ_I' 来衡量核磁矩的大小，并且常以核磁子μ_N 作单位。一般文献和书籍中所列核磁矩μ的大小就是指以 μ_N 作单位的 μ_I' 值。例如质子和中子的自旋投影值为 1/2，因此磁矩分别为 **+2.793** 和**−1.913**。

核磁共振法测磁矩

将被测样品放在一个均匀的强磁场 **B** 中（≈**1T**），由于核具有磁矩μ_I，它在磁场中与 **B** 作用获得附加能量：

$$E=-\mu_I \cdot \mathbf{B}=-\mu_{IZ}B = -g_I\mu_N m_I B$$

Z 是磁场方向。**m** 有 $2I+1$ 个值，所以 **E** 也有 $2I+1$ 个值。

$$\Delta E = g_I\mu_N B$$

问题讨论：测到原子磁矩还是核磁矩？改变的是原子状态还是核的状态？

在垂直于均匀磁场 **B** 的方向再加上一个强度较弱的高频磁场，当其频率 ν 满足：

$$h\nu = \Delta E$$

高频磁场的能量将被原子强烈吸收，称为共振吸收。

$$g_I = h\nu / \mu_N B$$

测得了共振 ν 和磁场 B，可求出 g_I。

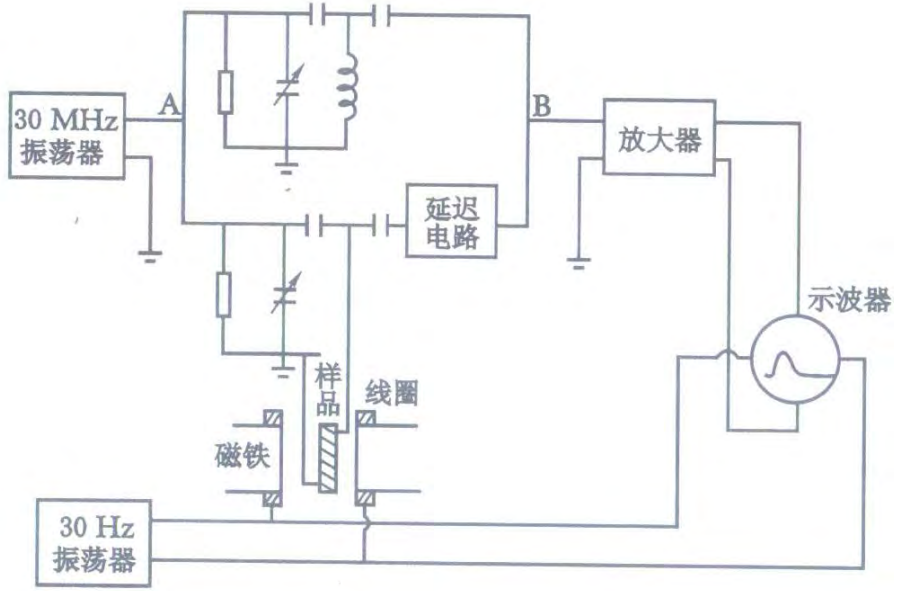


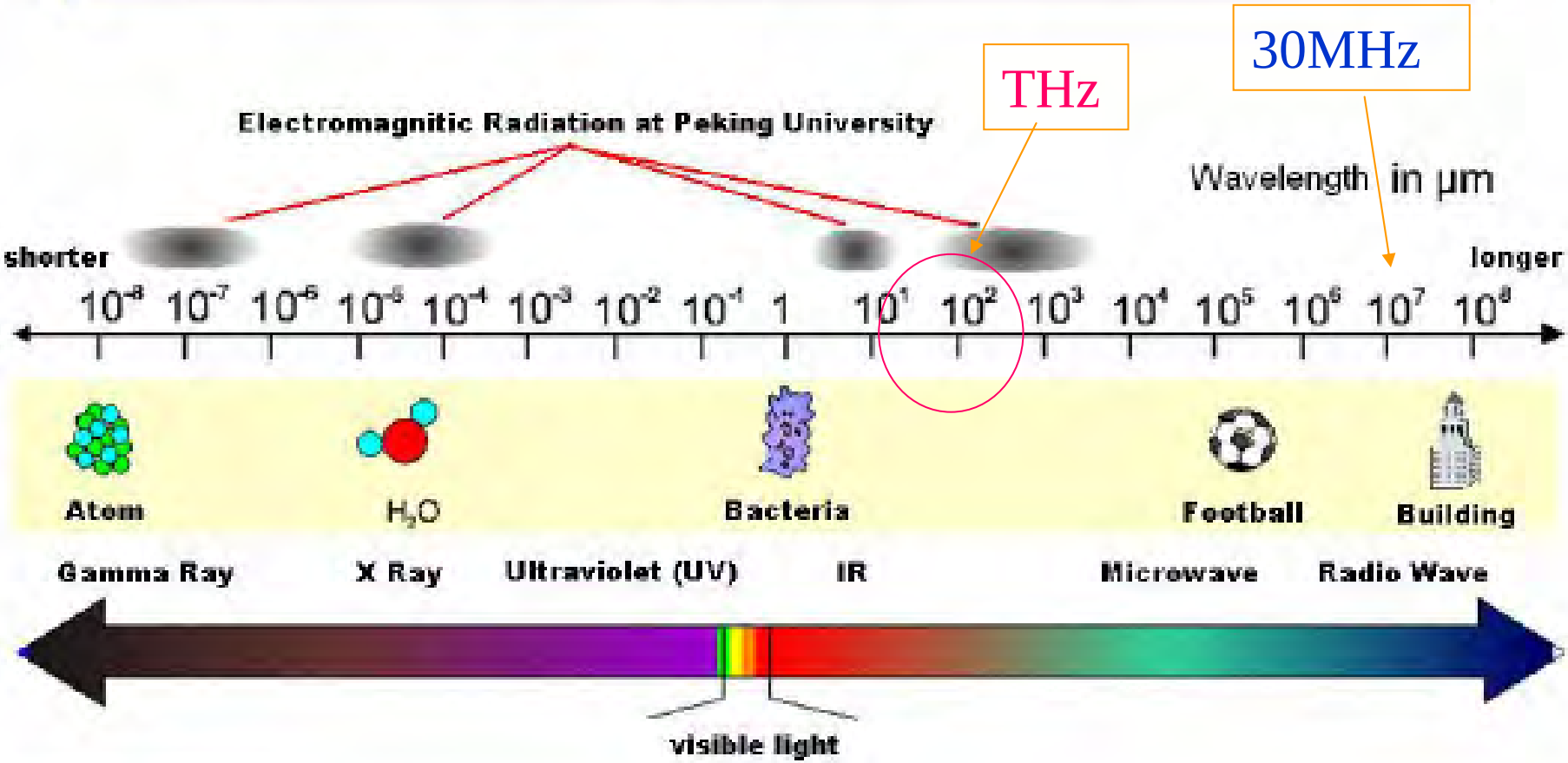
图 1-4　核磁共振法原理图

核磁共振的应用

高精度测磁场强度。

核磁共振仪

PKU-FEL实验平台覆盖的电磁波谱



§1.4　原子核的电四极矩

在原子核的对称轴 z 上 z_0 点的电势 ϕ:

$$\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V \rho(x',y',z')\frac{\mathrm{d}\tau}{R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\rho\int_V\frac{\mathrm{d}\tau}{R}$$

式中 ε_0 是真空中的介电常数；$\rho(x',y',z')$ 是核内 $P(x',y',z')$ 点周围体 $\mathrm{d}\tau$ 中的电荷密度，假设核内电荷 ρ 为常数，可将它提到积分号外，积分限是原子核体积 V。

由于

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{\sqrt{z_0^2+r'^2-2z_0r'\cos\theta}}=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{r'^2}{z_0^{l+1}}P_l(\cos\theta)$$

$P_l(\cos\theta)$ 是勒让德多项式：

$$P_0(\cos\theta)=1$$
$$P_1(\cos\theta)=\cos\theta$$
$$P_2(\cos\theta)=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$$
$$\cdots\cdots$$

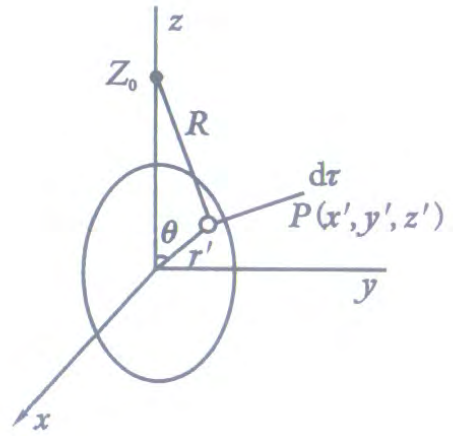


图 1-5　原子核产生的电势

则

$$\phi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{l=0}^{\infty}\frac{1}{z_0^{l+1}}\rho\int_V r'^{l}P_l(\cos\theta)\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{z_0}\rho\int_V\mathrm{d}\tau+\frac{1}{z_0{}^2}\rho\int_V r'\cos\theta\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2z_0{}^3}\rho\int_V r'^2(3\cos^2\theta-1)\mathrm{d}\tau+\cdots\right\}$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{Ze}{z_0}+\frac{1}{z_0{}^2}\rho\int_V z'\mathrm{d}\tau+\frac{1}{2z_0{}^3}\rho\int_V(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau+\cdots\right\}$$

式中第一项是单电荷的电势，即核的总电荷集中于核中心时所产生的电势，或者说电荷为球对称分布时所产生的电势；第二项是偶极子的电势；第三项是四极子的电势；以后各项可以忽略。

由于宇称守恒，原子核的奇数阶电多极矩为 **0**。

定义$\int_V\rho z'\mathrm{d}\tau$为电偶极矩。原子核的电偶极矩为 **0**。

定义

$$Q=\frac{1}{e}\int_V\rho(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau$$

$$Q(I,M)=\int\Psi_I^{*M}(\vec{r})(3z'^2-r'^2)\Psi_I^{M}(\vec{r})d\tau$$

为核的电四极矩，它有面积的量纲。

注：对不在对称轴上的点的电势，上述分析也成立。

四极子电势与电荷分布的形状密切相关，电四极矩成为原子核的重要特性之一。

设椭球对称轴的半轴为 c，另外两个半轴为 a，则

$$Q=\frac{\rho}{e}\int_V(3z'^2-r'^2)\mathrm{d}\tau=\frac{Z}{V}\int_V(2z'^2-x'^2-y'^2)\mathrm{d}\tau$$

$$=\frac{Z}{V}(\frac{2}{5}c^2V-\frac{2}{5}a^2V)=\frac{2}{5}Z(c^2-a^2)$$

当 $c=a$ 时，$Q=0$，即球形核的电四极矩为零。

$c>a$ 时，$Q>0$，即长椭球形原子核具有正的电四极矩。

$c<a$ 时，$Q<0$，即扁椭球形原子核具有负的电四极矩。

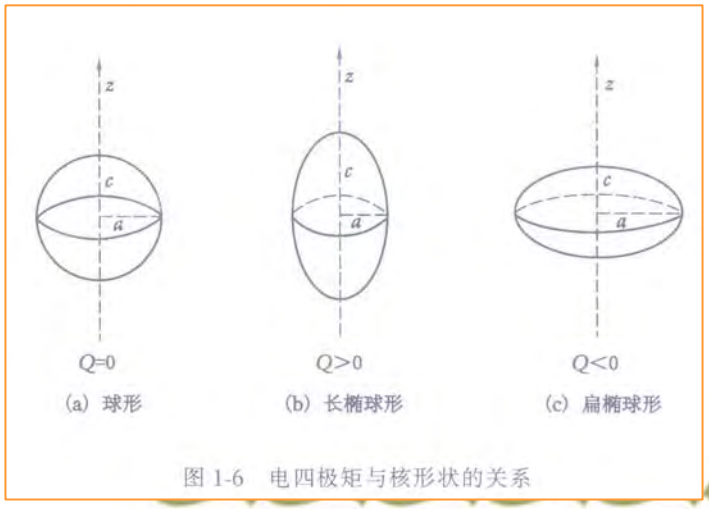
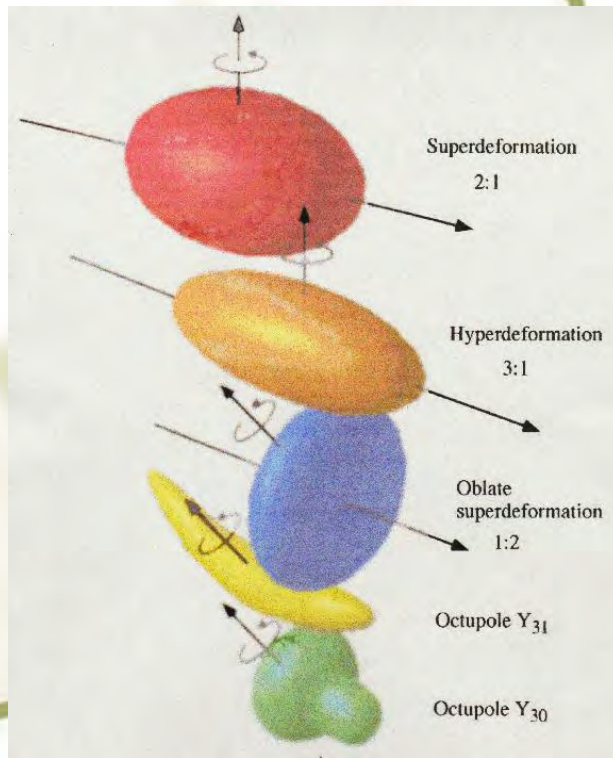


图 1-6　电四极矩与核形状的关系



令 ε 为原子核偏离球形程度的形变参量，定义 $\varepsilon \equiv \frac{\Delta R}{R}$，$R$ 为与椭球同体积的球的半径，ΔR 为椭球对称轴半径 c 与 R 之差，则

$$c = R(1+\varepsilon)$$

由于

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^2 c$$

有

$$a = \frac{R}{\sqrt{1+\varepsilon}}$$

所以

$$Q \approx \frac{6}{5} Z R^2 \varepsilon \approx \frac{6}{5} Z r_0^2 A^{\frac{2}{3}} \varepsilon$$

实验测得 Q 值后，就可算出ε。

对大多数原子核，ε的绝对值为百分之几。这说明大多数原子核是非球形的，但偏离球形的程度都不大。

测量电四极矩：原子光谱超精细结构

电四极矩共振吸收

原子核本身能级间的跃迁

[Heyde, P.20-25]

§1.5 原子核的宇称

对称性

经典系统的对称性："A thing is symmetrical if there is something that you can do to it so that after you have finished doing it it looks the same as it did before." （德国数学家 H.Weyl, 1885-1955）

经典物理规律的对称性：规律的表达式在某种变换下保持不变。

量子系统的对称性：假定 Ψ 是运动方程的解（一种可能的状态），如果经过变换之后的波函数 $\Psi' = \hat{Q}\Psi$ ($\hat{Q}$是变换算符)也必然是运动方程的解，则体系对于变换 Q 是对称的。

量子运动规律的对称性：

$[\hat{H},\hat{Q}] = \hat{H}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{H} = 0$, 或 $\hat{Q}\hat{H}(\vec{r})\hat{Q}^{-1} = \hat{H}(-\vec{r}) = \hat{H}(\vec{r})$

宇称是描写微观体系状态波函数的一种空间反演性质

$$\hat{P}\psi(x)=\psi(-x)$$

算符 $\hat{P}$ 称为宇称算符。对某些波函数，存在着以下关系

$$\hat{P}\psi(x)=K\psi(x)$$

这表明波函数 ψ（x）是宇称算符 $\hat{P}$ 的本征态，K 是本征值。

显然

$$\hat{P}^2\psi(x)=K^2\psi(x)$$

由于 $\hat{P}^2\psi(x)=\hat{P}\psi(-x)=\psi(x)$，因而且 $K^2=1$，则 $K=\pm1$。所以，宇称算符的本征值只有±1 两个值。对于 $K=+1$ 的情形，即

$$\psi(-x)=\psi(x)$$

我们称这波函数具有正的（或说偶的）宇称，也就是该体系的宇称为正。对于 $K=-1$ 的情形，即

$$\psi(-x)=-\psi(x)$$

则称这波函数具有负的（或说奇的）宇称，也就是该体系的宇称为负。我们称这两种波函数都是具有确定宇称的。例如波函数 $\psi_1=A\cos kx$ 具有偶宇称，$\psi_2=A\sin kx$ 具有奇宇称。而有些波函数，例如 $\phi=ce^{ikx}$ 没有确定的宇称，它不是宇称算符的本征函数，但可以分解成宇称本征函数的线性迭加。

如果微观体系的规律在左右手坐标系中相同，即其哈密顿算符 $\hat{H}$ 在空间反演下保持不变：

$$\hat{H}(-x)=\hat{H}(x)$$

则 $\hat{H}$ 与 $\hat{P}$ 可以对易。事实上，对于任何波函数 ψ（x），我们有

$$\hat{P}\hat{H}(x)\psi(x)=\hat{H}(-x)\hat{P}\psi(x)=\hat{H}(x)\hat{P}\psi(x)$$

所以

$$\hat{P}\hat{H}=\hat{H}\hat{P}$$

这表明宇称是守恒量，它的本征值 ***K*** 是好量子数**(P** 的平均值和概率分布不值不随时间改变**)**。

所有原子核都有确定的宇称，这是有强相互作用的性质决定的。
基本粒子有的没有确定的宇称.

在有心场中的本征态：

$$\psi(r,\theta,\phi) = NR(r)P_l^m(\cos\theta)e^{im\phi}$$

其中 ***N*** 是归一化常数，***R***（***r***）是径向波函数，只与 ***r*** 的大小有关；P_l^m**(cos**θ**)**是缔合勒让德多项式，其微分形式为

$$P_l^m(\xi) = \frac{1}{2^l l!}(1-\xi^2)^{\frac{m}{2}}\frac{\mathrm{d}^{l+m}}{\mathrm{d}\xi^{l+m}}(\xi^2-1)^l$$

其中ξ**=cos**θ，***l*** 为轨道角动量量子数，

m 为磁量子数。

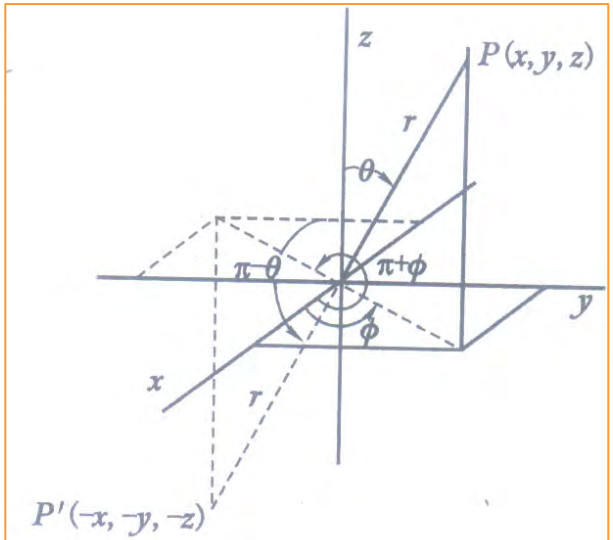


图 1-7　球坐标的空间反演

空间反演是 $r\to r$，$\theta\to\pi-\theta$，$\phi\to\pi+\phi$。***R***（***r***）在反演后不变，$\xi\to-\xi$，则$(\xi^2-1)^l$在反演下不变号，但它每微商一次变一号，所以在反演下$P_l^m(\xi)\to(-1)^{l+m}P_l^m(\xi)$。另外，在反演下 $e^{im\phi}\to e^{im(\pi+\phi)m}=(-1)^m e^{im\phi}$，则 $\Psi(r,\theta,\phi)$ 在空间反演后成为$(-1)^l\Psi(r,\theta,\phi)$ 。

l 为奇数时 $\Psi(r,\theta,\phi)$ 具有奇宇称，***l*** 为偶数时则为偶宇称。

独立粒子模型：原子核波函数可近似地考虑作诸核子波函数的乘积。

由于核子的内秉宇称为+1，因此，原子核的宇称π_N可看作诸核子的轨道宇称之积：

$$\pi_N = \prod_{i=1}^{A} (-1)^{l_i}$$

由量子力学知道，有心场中轨道量子数 ***l*** 是好量子数，一定的原子核状态具有确定的宇称。

表示法：　　自旋^{宇称}=J^{P}

例：^{40}K 基态的自旋为 4，宇称为负，则表示为 4^-；

^{4}**He** 基态的自旋为零，宇称为正，则表示为 0^+。

§1.6 原子核的统计性质

由自旋为半整数的粒子组成的两个或两个以上的全同粒子系统，遵从费米一狄拉克（**Fermi 一 Dirac**）统计律。所以，自旋为半整数的粒子也叫费米子。

由自旋为整数的粒子组成的两个或两个以上的全同粒子系统，则遵从玻色一爱因斯坦（**Bose 一 Einstein**）统计律。自旋为整数的粒子也叫玻色子。

费米子在每一量子状态中只能有一个，玻色子在每一量子状态中则可以有两个或两个以上。

由两个或两个以上全同费米子组成的系统，它的波函数是交换反对称的，即

$$\psi(r_1,\ldots,r_j,\ldots r_i,\ldots,r_n)= - \psi(r_1,\ldots,r_i,\ldots r_j,\ldots,r_n)$$

此式表示将第 i 个粒子和第 j 个粒子互换后，描写系统的波函数差一符号。

如果系统是由两个或两个以上全同玻色子组成的，则它的波函数是交换对称的，即

$$\psi(r_1,\ldots,r_j,\ldots r_i,\ldots,r_n)=\psi(r_1,\ldots,r_i,\ldots r_j,\ldots,r_n)$$

将第 i 个粒子和第 j 个粒子互换后，描写系统的波函数相同。

原子核的自旋可以是半整数，也可以是整数

奇 A 核的自旋是半整数，偶 A 核的自旋是整数。所以，奇 A 核是费米子，偶 A 核是玻色子。

推而广之，由奇数个费米子组成的粒子仍是费米子，由偶数个费米子组成的粒子则为玻色子，由不论是奇数还是偶数个玻色子组成的粒子总是玻色子。

§1.7 原子核的同位旋

质子和中子看成是处于不同电荷状态的同一种粒子，即核子。处于正电荷状态的核子是质子，处于负电荷状态的是中子。

核子的同位旋矢量，其量子数 $t=\frac{1}{2}$。按习惯，$t_3=+\frac{1}{2}$ 的为质子态，$t_3=-\frac{1}{2}$ 的为中子态。

对于两核子体系，和角动量相加的规则一样，总同位旋 $\hat{T}=\hat{t}(1)+\hat{t}(2)$ 是两个核子同位旋的矢量和。$T=1$ 的态是同位旋三重态（$T_3=1,0,-1$），$T=0$ 的态是同位旋单态，$T_3=0$。

对于由A个核子组成的原子核，总同位旋

$$\hat{T}=\sum_{i=1}^{A}\hat{t}_i$$

$$T_3=\sum_{i=1}^{A}t_{3i}$$

因为质子的 $t_3=\frac{1}{2}$,中子的 $t_3=-\frac{1}{2}$，所以原子核的

$$T_3=\frac{1}{2}(Z-N)=Z-\frac{N}{2}$$

同一种核素的所有能态都有相同的 T_3 值，而：

$$\frac{1}{2}|Z-N|\le T\le\frac{1}{2}(Z+N)$$

核的基态具有最小的 T 值。例如，^{14}N 基态的 $T_3=0$，$T=0$，第一激发态的 $T=1$，第二激发态的 $T=0$，…。

对于核子数 A 相同，自旋和宇称（即 I^{π}）也相同，而且同位旋量子数 T也相同，只是 T_3 不同的各个态，称为同位旋多重态。例如，^{14}C、^{14}O 的基态和 ^{14}N 的第一激发态构成了同位旋三重态。它们的 $T=1$， T_3 分别为−1，+1，0。^{21}Ne 和 ^{21}Na 的基态和若干个低激发态一一构成同位旋双重态。它们的 $T=\frac{1}{2}$， T_3 分别为− $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{1}{2}$。

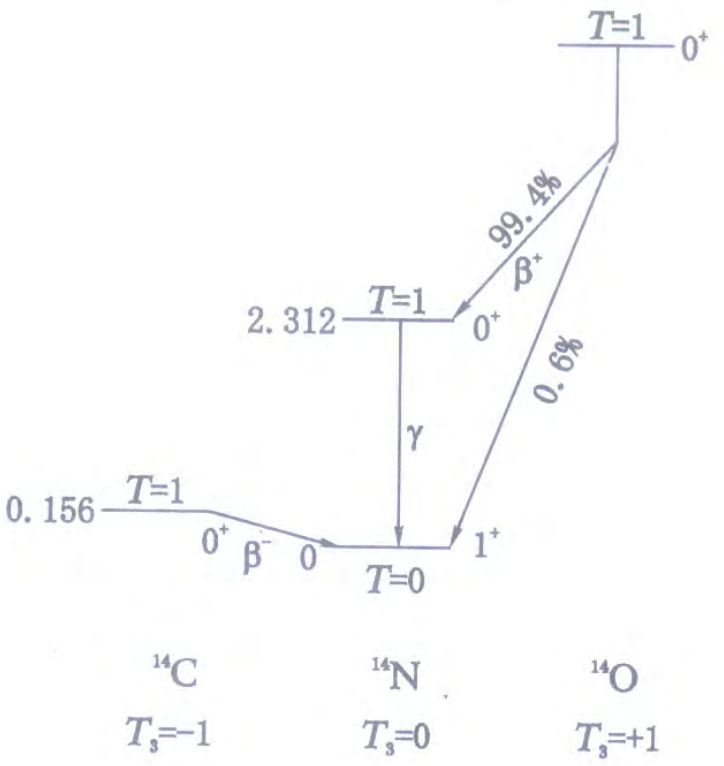


图 1-8　同位旋三重态

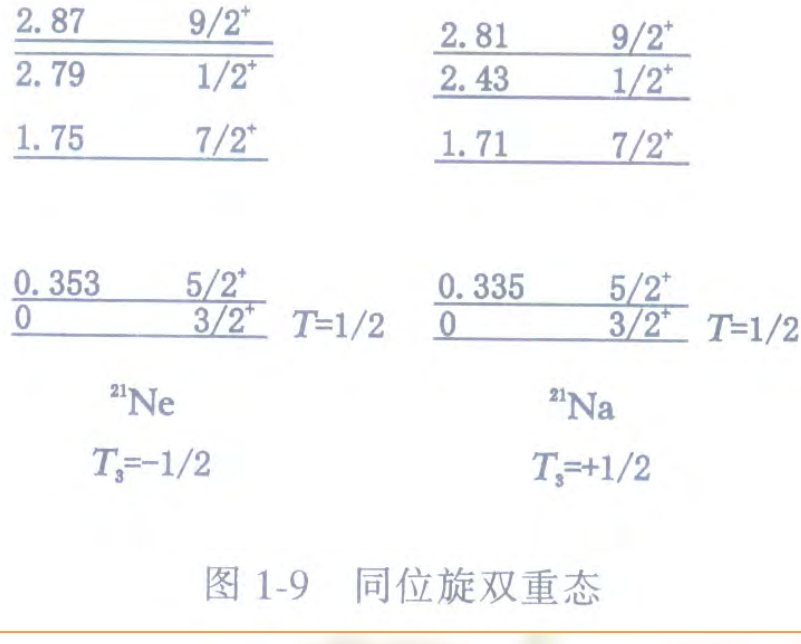
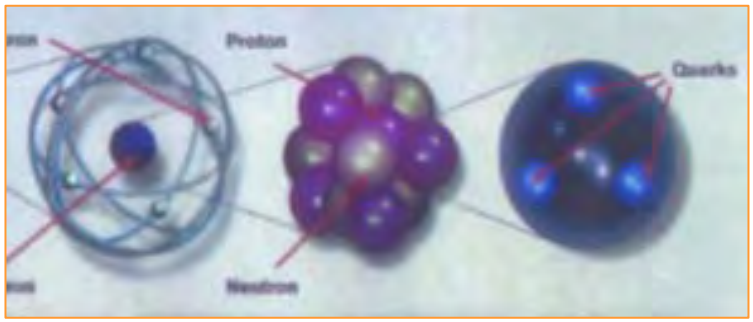


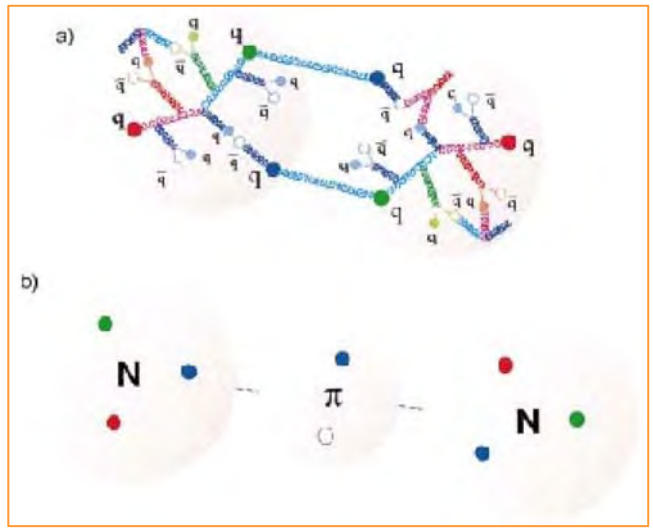
图 1-9　同位旋双重态

§1.8 夸克与轻子

（书： §12.1）

原子核的质子-中子组成
原子核的“非核子自由度”：“Parton”、介子流、核子共振态、
EMC效应（即核内的夸克效应）和超核等
目前认为核子是由夸克组成的，并且很可能围绕着介子云。





粒子的分类与物质结构

基于标准模型，物质世界的基本的粒子可以分为：

物质粒子 { 夸克（自旋1/2 、带色、参与强作用）
轻子（自旋1/2 、不带色、不参与强作用）

场粒子　　规范玻色子

直今为止，共发现了六种夸克，被称为六种“味”（**flavors**）。

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

Q	B
$2e/3$	1/3
$-e/3$	1/3

代	1	2	3

每味夸克又可带红、兰、绿三种颜色之一。每一种夸克都对应着一种反夸克(**Q**、**B**反号）。所以总的夸克数是**36**。

由夸克组成的重子数不为0的粒子称为重子，比如质子（uud）和中子（udd）的$B=1$。

由夸克和反夸克组成的粒子$B=0$，称为介子。

实验观测到重子数是守恒的。

强子（参与强相互作用）{ 重子 / 介子

至今的实验表明，任何带色的粒子都不能是自由粒子，而是被束缚在整体上无色的强子内部，这就是所谓的色禁闭或夸克禁闭现象。正是这种现象，使夸克的组合方式受到许多限制。也是由于夸克的禁闭，使得自由夸克质量的定义变得不明确，我们到后面再来讨论这个问题。

到目前为止发现的轻子也是6种味，也可分为三代：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

Q	L_i
0	1
$-e$	1

代	1	2	3

可以分别定义电轻子数L_e、μ 轻子数L_μ和 τ 轻子数L_τ，至今的实验观测表明它们各自守恒。

每一种轻子都对应一种反轻子(Q、L_i反号），因此共有12种轻子。

自由轻子的质量列在表中。中微子的质量只是给出了上限，不排斥其为**0**。尽管许多物理学家相信中微子有非**0**的质量，但在实验上确定非常困难，原因是中微子既不参与强相互作用，也不参与电磁相互作用，很难进行精确测量。

ν_e	$< 8\ eV/c^2$	e	$0.51\ MeV/c^2$
ν_μ	$< 0.25\ MeV/c^2$	μ	$105.6\ MeV/c^2$
ν_τ	$<35\ MeV/c^2$	τ	$1776.9 \pm 0.5\ MeV/c^2$

Particles

Leptons

	Electric Charge		Electric Charge
Tau	-1	Tau Neutrino	0
Muon	-1	Muon Neutrino	0
Electron	-1	Electron Neutrino	0

Quarks

	Electric Charge		Electric Charge
Bottom	-1/3	Top	2/3
Strange	-1/3	Charm	2/3
Down	-1/3	Up	2/3

each quark: ●R, ●B, ●G 3 colors

The particle drawings are simple artistic representations

习　　题

1-1．实验测得某元素的特征 K_α 线的能量为 7.88keV，试求该元素的原子序数 Z。

1-2．用均匀磁场质谱仪，测量某一单电荷正离子，先在电势差为 1000V 的电场中加速．然后在 0.1T 的磁场中偏转，测得离子轨道的曲率半径为 0.182m。试求（*a*）离子速度，（*b*）离子质量，（*c*）离子质量数。

1-3．质子通过 1.3×10^6V 的电势差后，在 0.6T 的均匀磁场中偏转，如果让 ^{4}He 核通过 2.6×10^6V 的电势差后，在均匀磁场中偏转与以上质子具有相同的轨道，问磁场应为多少 T？

1-4．计算下列各核的半径：$^4_2$He，$^{107}_{47}$Ag，$^{238}_{92}$U，设 $r_0=1.45$fm。

1-5. 实验测得 ^{241}Am 和 ^{243}Am 的原子光谱的超精细结构由六条谱线组成，已知相应原子能级的电子总角动量大于核的自旋，试求 ^{241}Am 和 ^{243}Am 核的自旋。

1-6．试求半径为 ^{189}Os 核的 $\frac{1}{3}$ 的稳定核。

1-7．试求 ^{7}Li、^{7}Be、^{14}N 和 ^{18}O 核的基态同位旋量子数 T 和 T_3。

1-8．已知 ^{12}C 的第一激发态的同位旋量子数 $T=1$，问它与哪两个核的什么态组成同位旋三重态？

1-9．设质子是一个密度均匀具有角动量为 $\frac{\sqrt{3}}{2}\hbar$ 的球，且质子的所有电荷均匀分布于球表面，试计算质子的磁距；如果角动量的最大可观测分量是 $\frac{1}{2}\hbar$，试计算相应的磁距的最大可观测分量（用核磁子表示）。

1-10．为什么原子核具有自旋？如何测定原子核的自旋？

1-11．核磁共振时原子核吸收磁场能量引起能级间跃迁，这种跃迁是核能级间的跃迁吗？为什么？

Box 1a. Heyde, P.43
The heaviest artificial elements in nature: from Z=109 towards Z=112

第二章 放射性和核的稳定性

§2.0 核与粒子的不稳定性

核基态的不稳定性 —

核转变（β、α）

（弱作用和

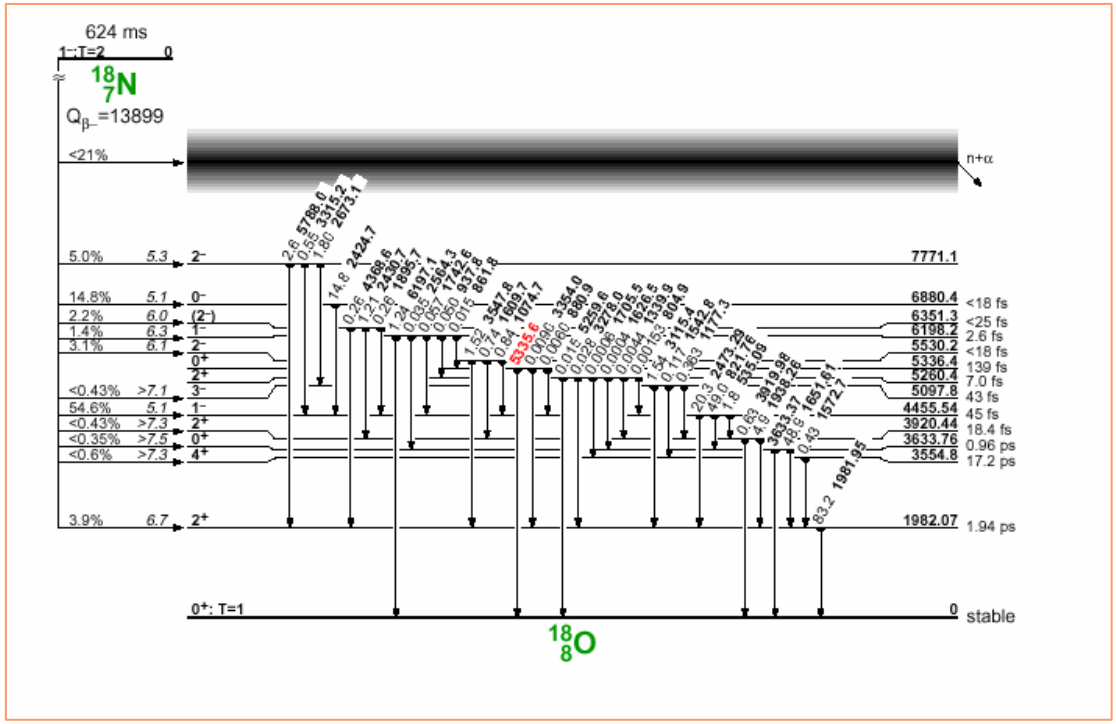
库仑作用）

激发态的不稳定性 —

γ衰变（电磁作用）

共振态衰变 —

粒子发射（强作用或核作用）



§2.1 放射性衰变的基本规律

1. 放射性的一般现象

原子核自发地放射各种射线的现象，称为放射性。能自发地放射各种射线的核素称为放射性核素(**radioactive nucleus**)，也叫不稳定的核素(**unstable nucleus**)。放射性现象是由原子核的内部变化引起的。

天然放射线主要有三种：α，β和γ 射线:

1. α射线是高速运动的氦原子核（又称α粒子）组成的。所以，它在磁场中的偏转方向与正离子流的偏转相同。它的电离作用大，贯穿本领小。

2. β射线是高速运动的电子流，它的电离作用较小，贯穿本领较大。

3. γ射线是波长很短的电磁波。它的电离作用小，贯穿本领大。

原子核衰变是指原子核自发地放射出α或β等粒子而发生的转变。

原子核自发地放射出α粒子而发生的转变，叫做α衰变。

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

X 表示母核，**Y** 表示子核

例：$^{210}_{84}\mathrm{Po}\rightarrow{}^{206}_{82}\mathrm{Pb}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$

原子核自发地放射出电子或正电子或俘获一个轨道电子而发生的转变，统称为β衰变。放射电子的称为β^-衰变；放射正电子的称为β^+衰变；俘获轨道电子的称为轨道电子俘获。

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y}+\mathrm{e}^-,\quad {}^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y}+\mathrm{e}^+,\quad {}^{A}_{Z}\mathrm{X}+\mathrm{e}^-\rightarrow{}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y}$$

其中 e^-和 e^+分别代表电子和正电子。

β^-衰变相当于原子核的一个中子变成了质子；β^+衰变和轨道电子俘获相当于原子核的一个质子变成了中子。

处于激发态的原子核要向基态跃迁，这种跃迁称为γ跃迁。在γ跃迁中通常要放出γ射线。因此，γ射线的自发放射一般是伴随α或β射线产生的。

注：天然放射性是指天然存在的放射性核素所具有的放射性。它们大多属于由重元素组成的三个放射系（即钍系、铀系和锕系）。这三个放射系之外，还存在一些非系列的天然放射性核素，例如**H，C，K，V，Rb，In，Te，La，Ce，Nd，Sm，Lu，Re，Pt，Bi**等。

用人工办法（例如反应堆和加速器）来产生放射性，这叫人工放射性。

2. 放射性衰变的指数衰减规律

放射性是一种自发的随机过程：

$$dN=-\lambda N dt, \quad N=N_0 e^{-\lambda t},$$

任何放射性物质在单独存在时都服从这样的规律。λ称为衰变常数，是在单位时间内每个原子核的衰变概率，它的量纲是时间的倒数。N_0是时间$t=0$时核的数量，N是t时刻的数量

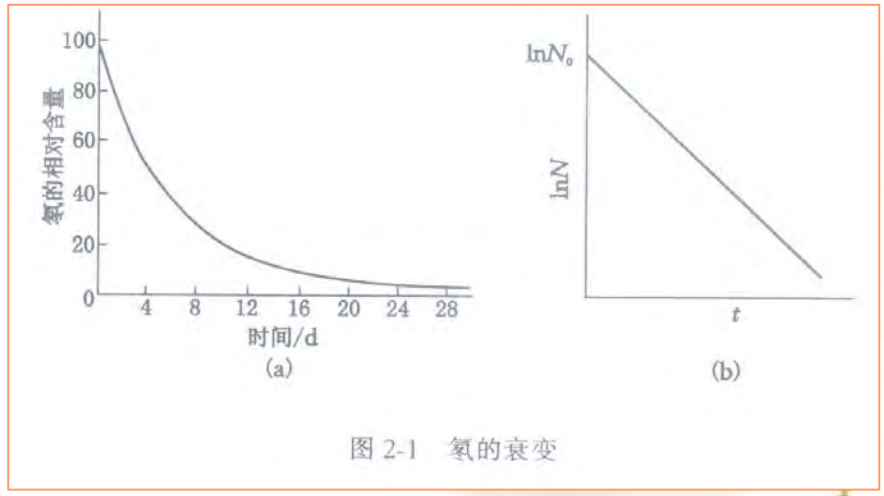


图 2-1　氡的衰变

通常把指数衰减律也叫作放射性衰变的统计规律。它只适用于大量原子核的衰变，对少数原子核的衰变行为只能给出概率描写。

指数率的普遍性质：

（1） 各个粒子的行为相互独立。

（2） 过程发生的概率与“历史”无关。

（3） 在极小的时空间隔里，过程发生的概率正比于该间隔。

放射性活度

$$A \equiv \frac{-\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$$

半衰期 $T_{1/2}$ 是放射性原子核数衰减到原来数目的一半所需的时间

$$N = \frac{1}{2} N_0 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$

所以

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

平均寿命 τ 是指放射性原子核平均生存的时间：

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \lambda N \mathrm{d}t = \int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} \mathrm{d}t = \frac{1}{\lambda}$$

$T_{1/2}$ 与 τ 的关系

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2 = 0.693\tau$$

当核素具有多种分支衰变时，总的λ应当是相应于各种衰变方式的部分衰变常数λ_i之和：

$$\lambda = \sum_i \lambda_i$$

第 i 种分支衰变的部分放射性活度为

$$A_i = \lambda_i N = \lambda_i N_0 e^{-\lambda t}$$

总放射性活度为

$$A = \sum A_i = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

部分放射性活度随时间是按$e^{-\lambda t}$衰减而不是按$e^{-\lambda_i t}$衰减的。

衰变的分支比：

$$R_i \equiv \frac{A_i}{A} = \frac{\lambda_i}{\lambda}$$

3.递次衰变规律

原子核的衰变往往是一代又一代地连续进行，直至最后达到稳定为止，这种衰变叫做递次衰变，或叫连续衰变。例

$$^{232}\mathrm{Th} \xrightarrow[1.41\times10^{10}\,\mathrm{a}]{\alpha} {}^{228}\mathrm{Ra} \xrightarrow[5.76\mathrm{a}]{\beta^-} {}^{228}\mathrm{Ac} \xrightarrow[6.13\mathrm{h}]{\beta^-} {}^{228}\mathrm{Th} \xrightarrow[1.913\mathrm{a}]{\alpha} \cdots \longrightarrow {}^{208}\mathrm{Pb}$$

对于

$$\mathbf{A}\rightarrow\mathbf{B}\rightarrow\mathbf{C}$$

设 **A**，**B**，**C** 的衰变常数分别为λ_1，λ_2，λ_3；在时刻 t，**A**，**B**，**C** 的原子核数分别为 N_1，N_2，N_3；在 $t=0$ 时，只有母体 A，即 $N_2(0)=N_3(0)=0$。对于 **A**

$$N_1 = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$A_1(t) = \lambda_1 N_1 = \lambda_1 N_1(0)e^{-\lambda_1 t} = A_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

对于 B

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

对此微分方程求解，容易求得：

$$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_1(0)(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

子体 **B** 的放射性活度为

$$A_2(t)=\lambda_2 N_2(t)=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$$

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t}=\lambda_2 N_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)\left(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}\right)$$

作积分并利用初始条件（$t=0$，$N_3=0$）：

$$N_3(t)=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)\left[\frac{1}{\lambda_1}(1-e^{-\lambda_1 t})-\frac{1}{\lambda_2}(1-e^{-\lambda_2 t})\right]$$

$t\to\infty$时，$N_3\to N_1(0)$，母体 **A** 全部衰变成子体 **C**。s

如果 **C** 也不稳定（$\lambda_3\neq 0$），则对 N_3 有微分方程：

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t}=\lambda_2 N_2-\lambda_3 N_3$$

$$\frac{\mathrm{d}N_3}{\mathrm{d}t}+\lambda_3 N_3=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$$

最后可得：

$$N_3(t)=N_1(0)(h_1e^{-\lambda_1 t}+h_2e^{-\lambda_2 t}+h_3e^{-\lambda_3 t})$$

式中 $h_1=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}$，$h_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}$，$h_3=\frac{\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}$。此时 **C** 的放射性活度为

$$A_3(t) = \lambda_3 N_3 = \lambda_3 N_1(0)[h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + h_3 e^{-\lambda_3 t}]$$

对于递次衰变系列 $\mathbf{A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow \cdots \rightarrow A_n \rightarrow \cdots}$，当开始只有母体 $\mathbf{A_1}$ 时，同理可得第 n 个放射体 $\mathbf{A}_n$ 的原子核数随时间的变化为

$$N_n(t) = N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t})$$

式中

$$h_1 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)\cdots(\lambda_n - \lambda_1)},$$

$$h_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_2)(\lambda_3 - \lambda_2)\cdots(\lambda_n - \lambda_2)},$$

……

$$h_n = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_{n-1}}{(\lambda_1 - \lambda_n)(\lambda_2 - \lambda_n)\cdots(\lambda_{n-1} - \lambda_n)};$$

λ_n 为 $\mathbf{A}_n$ 的衰变常数。$\mathbf{A}_n$ 的放射性活度为

$$A_n(t) = \lambda_n N_n(t) = \lambda_n N_1(0)(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t} + \cdots + h_n e^{-\lambda_n t})$$

§2.2 放 射 性 平 衡

讨论问题

放射性平衡：在一定条件下，放射系列中的核出现稳定的比例关系。

讨论 $A \xrightarrow[T_1]{\lambda_1} B \xrightarrow[T_2]{\lambda_2} C$。

1．暂时平衡

母体 A 的半衰期不是很长（变化可观察），但 $T_1>T_2$ 或 $\lambda_1<\lambda_2$ 时，子体 B 的核数目在时间足够长以后，将和母体的核数目建立一固定的比例，子体 B 的变化将按母体的半衰期衰减。例

$$^{200}_{78}\mathrm{Pt} \xrightarrow[12.6\mathrm{h}]{\beta^-} {}^{200}_{79}\mathrm{Au} \xrightarrow[0.81\mathrm{h}]{\beta^-} {}^{200}_{80}\mathrm{Hg}$$

T_1＝12.6h，T_2=0.81h，即有 $T_1>T_2$，而且 T_1 不是太长，在观察时间内可以看出母体 $^{200}_{78}$Pt 放射性的变化。

$$N_2(t)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t})$$

$$=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)e^{-\lambda_1 t}[1-e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}]$$

$$=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(t)[1-e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}]$$

当 t 足够大时，有 $e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}$ «1，则此时式成为

$$N_2=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1 \quad 或 \quad \frac{N_2}{N_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}$$

子母体的放射性活度关系为

$$A_2=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}A_1 \quad 或 \quad \frac{A_2}{A_1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}$$

图：a 表示子体的放射性活度 A_2 随时间的变化；b 表示母体（T_1＝8h）的活度 A_1 的变化；c 表示母子体的总放射性活度 A_1+A_2 随时间的变化：d 表示子体（T_2＝0.8h）单独存在时的活度变化。

A_2 达到极大值时间 t_m：

$$\left.\frac{\mathrm{d}A_2}{\mathrm{d}t}\right|_{t=t_m}=0$$

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m}-\lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m}=0, \qquad e^{(\lambda_1-\lambda_2)t_m}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

$$t_m=\frac{1}{\lambda_1-\lambda_2}\ln\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$$

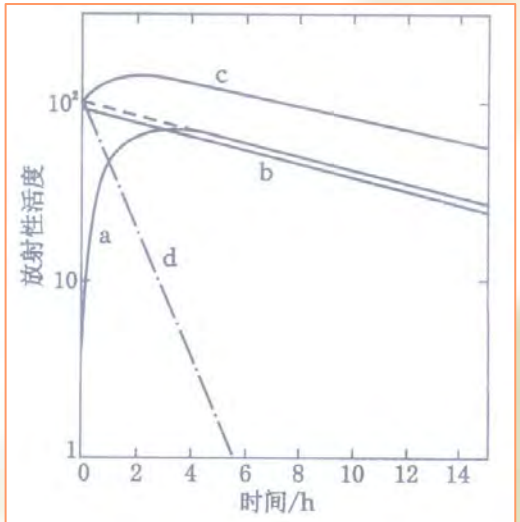


图 2-2　暂时平衡（$\lambda_1<\lambda_2$）

另一方面

$$\left.\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t}\right|_{t=t_\mathrm{m}} = 0$$

即 $\lambda_1 N_1(t_\mathrm{m}) - \lambda_2 N_2(t_\mathrm{m}) = 0$

所以 $A_1(t_\mathrm{m}) - A_2(t_\mathrm{m}) = 0$

此式表明，$t=t_\mathrm{m}$ 时，母子体的放射性活度相等, 此时曲线 ***b*** 和曲线 ***a*** 相交；$t<t_\mathrm{m}$ 时，$A_2<A_1$；$t>t_\mathrm{m}$ 时，$A_2>A_1$。

对于多代子体的递次衰变 $\mathbf{A_1} \xrightarrow{\lambda_1} \mathbf{A_2} \xrightarrow{\lambda_2} \mathbf{A_3} \xrightarrow{\lambda_3} \mathbf{A_4} \xrightarrow{\lambda_4} \cdots\cdots$，只要母体 $\mathbf{A_1}$ 的衰变常数 λ_1 比各代子体的衰变常数 λ_2，λ_3，λ_4……都小，则当时间足够长时，整个衰变系列也会达到暂时平衡，即各放射体的数量（或活度）之比不随时间变化，各子体都按母体的半衰期而衰减。

2．长期平衡

$T_1 \gg T_2$ 或 $\lambda_1 \ll \lambda_2$，而且在观察时间内，看不出母体放射性的变化，在相当长时间以后（$t \geq 7T_2$），子体的核数目和放射性活度达到饱和，并且子母体的放射性活度相等。例

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow[1600\mathrm{a}]{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} \xrightarrow[3.824\mathrm{d}]{\alpha} {}^{218}_{84}\mathrm{Po}$$

T_1=1600a，T_2=3.824d，T_1»T_2，而且 T_1 很长，在观察时间内看不出 ^{226}Ra 放射性的变化。

$$N_2(t)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)e^{-\lambda_1 t}[1-e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}]=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}N_1(t)(1-e^{-\lambda_2 t})$$

当 *t* 相当大时，

$$N_2=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}N_1$$

即

$$\lambda_2 N_2=\lambda_1 N_1 \quad 或 \quad A_2=A_1$$

图示：*a* 表示子体的活度，*b* 表示母体（$T_1=\infty$）的活度，*c* 表示母子体的总活度，*d* 表示子体（T_2=0.8h 单独存在时的活度变化。

对于多代子体的递次衰变，只要母体的半衰期很长，在足够长时间以后，整个衰变系列必然会达到长期平衡，

$$\lambda_1 N_1=\lambda_2 N_2=\lambda_3 N_3=\cdots$$

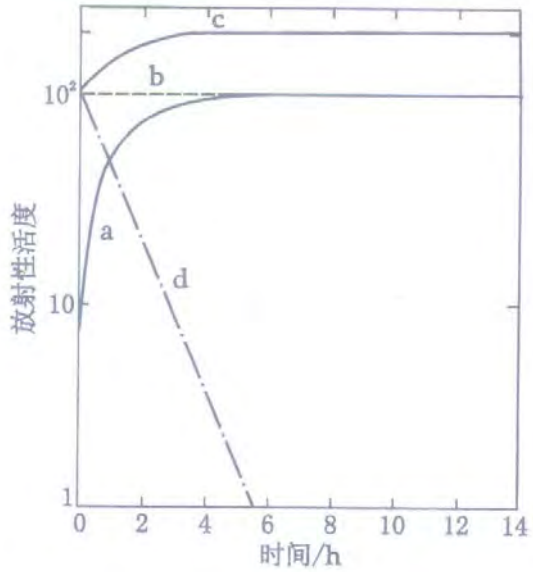


图 2-3　长期平衡($\lambda_1 \ll \lambda_2$)

3. 不成平衡

$T_1<T_2$ 或 $\lambda_1>\lambda_2$，母体按指数规律较快衰减；

$$N_2(t)=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}N_1(0)e^{-\lambda_2 t}[1-e^{-(\lambda_1-\lambda_2)t}]$$

由于$\lambda_1>\lambda_2$，当 t 足够大时，有 $e^{-(\lambda_1-\lambda_2)t} \ll 1$，

$$N_2=\frac{\lambda_1}{\lambda_1-\lambda_2}N_1(0)e^{-\lambda_2 t}$$

此时子体的放射性活度为

$$A_2=\lambda_2 N_2=\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_1-\lambda_2}N_1(0)e^{-\lambda_2 t}$$

图：***a*** 表示子体的活度变化，***b*** 表示母体（T_1＝0.8h）的活度衰减，***c*** 表示母子体总活度的变化，***d*** 表示子体（T_2=8h）单独存在时的活度变化。

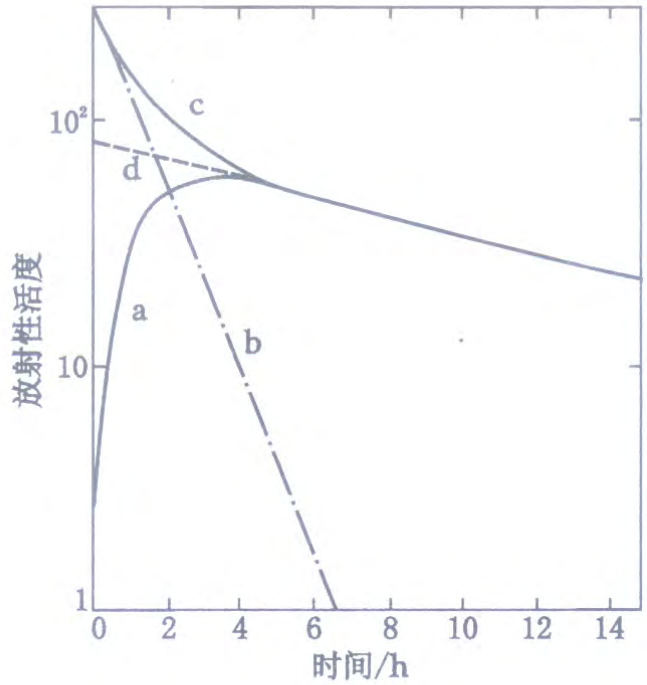


图 2-4　不成平衡（$\lambda_1>\lambda_2$）

讨论问题

4. 放射系(chain of radioactive decay)

地壳中存在的一些重的放射性核素形成三个天然放射系。它们的母体半衰期都很长，和地球年龄（～10^9a）相近或更长。成员大多具有α放射性，少数具有β放射性，一般都伴随有γ辐射，但没有一个具有β^+衰变或轨道电子俘获的。每个放射系从母体开始，都经过至少是十次连续衰变，最后达到稳定的铅同位素。

(1) 钍系

从^{232}Th开始，经过10次连续衰变，最后到稳定核素^{208}Pb。成员的质量数都是4的整倍数，即$A=4n$，所以钍系也叫 $4n$ 系 。 母体 ^{232}Th 的半衰期为 1.41×10^{10}a。子体半衰期最长的是^{228}Ra，$T_{1/2}=5.76$a。所以，钍系建立起长期平衡，需要几十年时间。

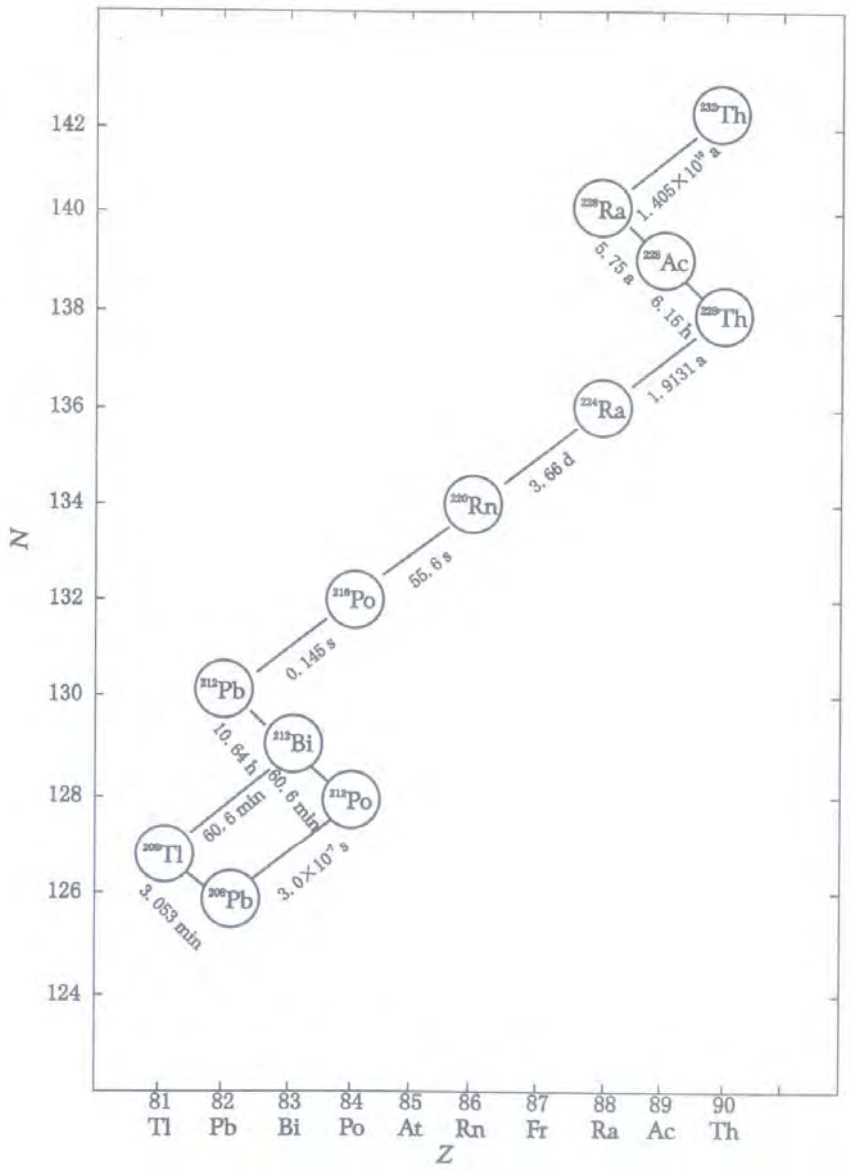


图 2-5　钍系($4n$)

(2) 铀系

从^{238}U开始，经过14次连续衰变，最后到稳定核素^{206}Pb。成员的质量数都是4的整倍数加2，即$A=4n+2$，所以铀系也叫$4n+2$系。母体^{238}U的半衰期为$4.468\times10^{9}a$。子体半衰期最长的是^{234}U，$T_{1/2}=2.45\times10^{5}a$。所以，铀系建立起长期平衡，需要上百万年的时间。

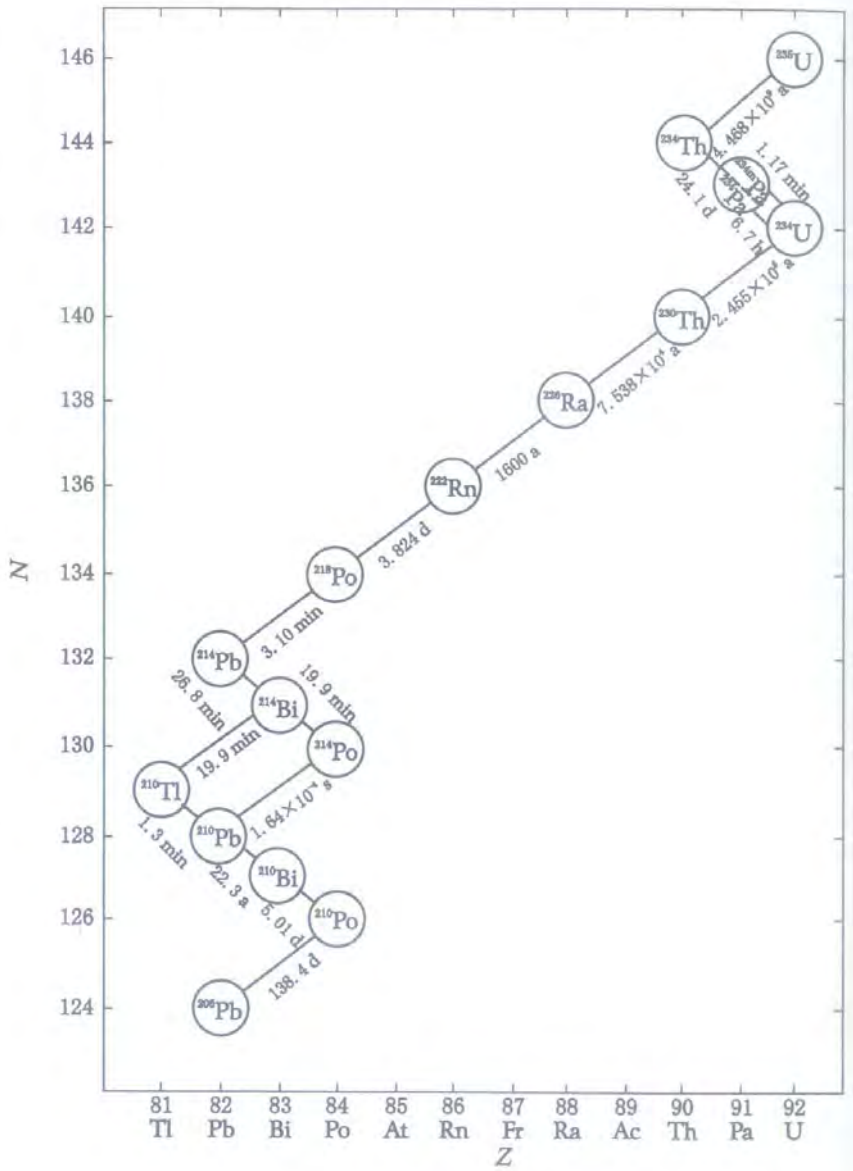


图 2-6　铀系($4n+2$)

(3) 锕系

^{235}U俗称锕铀，因而该系叫做锕系。该系成员的质量数都是4的整倍数加3，即$A=4n+3$，所以锕系也叫4n+3系。母体^{235}U的半衰期为7.038×l0^{8}a。子体半衰期最长的是^{231}Pa，$T_{1/2}$＝3.28×10^{4}a。所以，锕系建立起长期平衡，需要几十万年的时间。

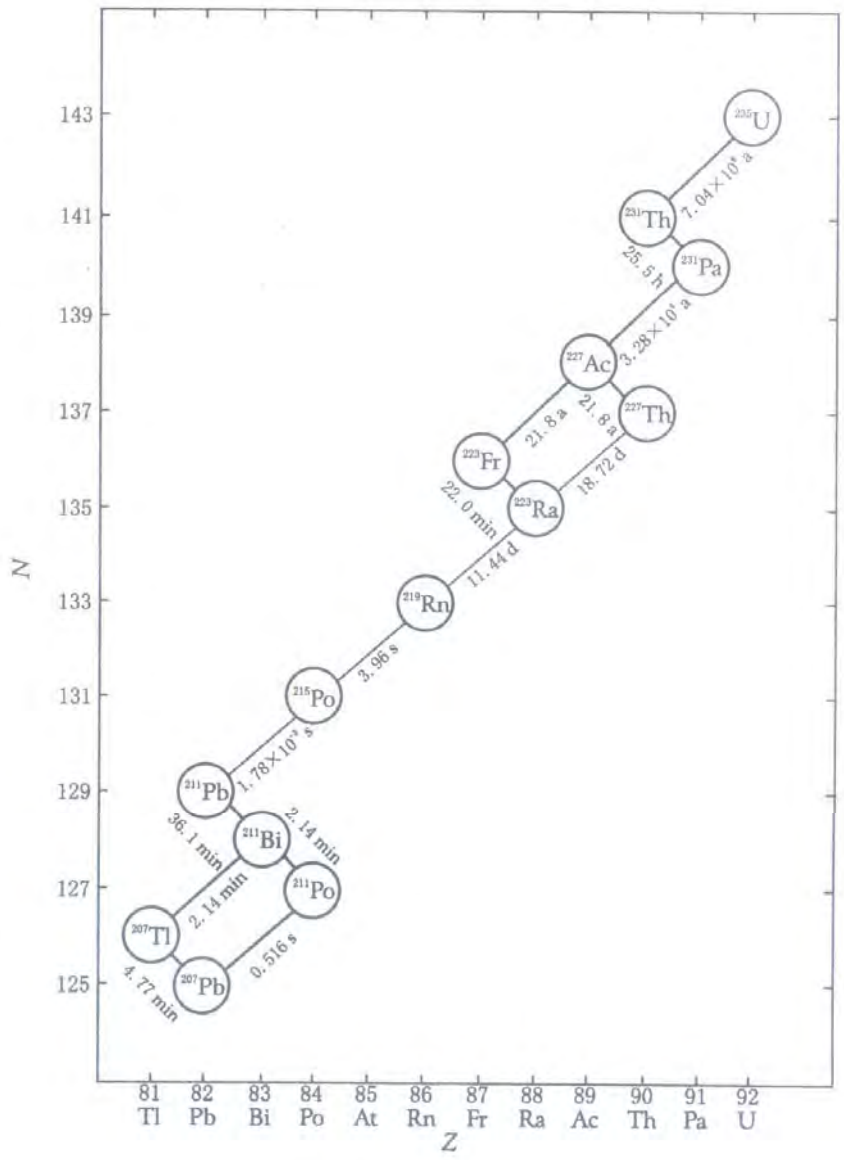


图 2-7　锕系(4n+3)

地壳中存在$4n$、$4n+2$、$4n+3$三个天然放射系，但是缺少$4n+1$这样一个放射系。后来用人工方法合成了$4n+1$系。把^{238}U放在反应堆中照射，连续俘获三个中子变成^{241}U,它经两次β衰变变成了具有较长寿命（T＝14.4a）的^{241}Pu。在这个衰变系列中，^{237}Np的半衰期最长，所以这个系叫做镎系。该系成员的质量数都是4的整倍数加1，即$A=4n+1$，因而也称为$4n+1$系。由于^{237}Np的半衰期比地球年龄小很多，地壳中原有的^{237}Np早已变成为^{209}Bi，所以人们在地壳中没有发现$4n+1$系。

除了上述四个放射系外，裂变碎片也往往形成递次衰变的放射系。裂变碎片放射系（也叫裂变碎片链）都属于人工放射系。

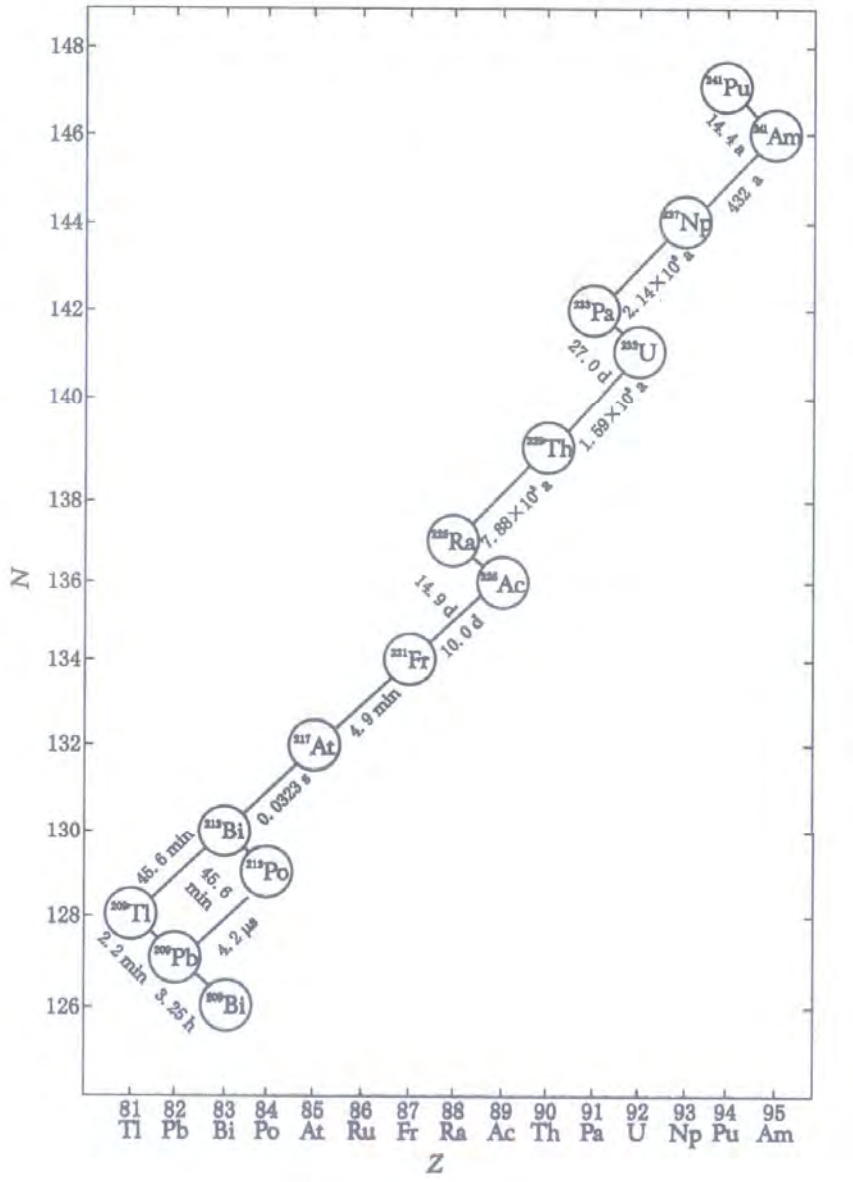


图 2-8　锕系$(4n+1)$

§2.3 人工放射性的生长

如果带电粒子束或中子束的强度是固定的，则单位时间内产生人工放射性核素的原子核数目，即产生率 ***P*** 也是一定的。另一方面，生成的放射性原子核也在衰变，其衰变常数为λ。

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}=P-\lambda N,\quad \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}+\lambda N=P,\quad N(t)=\frac{P}{\lambda}(1-e^{-\lambda t})$$

$$A(t)=\lambda N(t)=P(1-e^{-\lambda t}),$$

$$A=P(1-e^{-\frac{t\ln 2}{T_{1/2}}})=P(1-2^{-t/T_{1/2}})$$

当***t***足够大时，放射性活度***A***为一饱和值***P***，

当照射时间大约为5个半衰期时，就接近饱和了

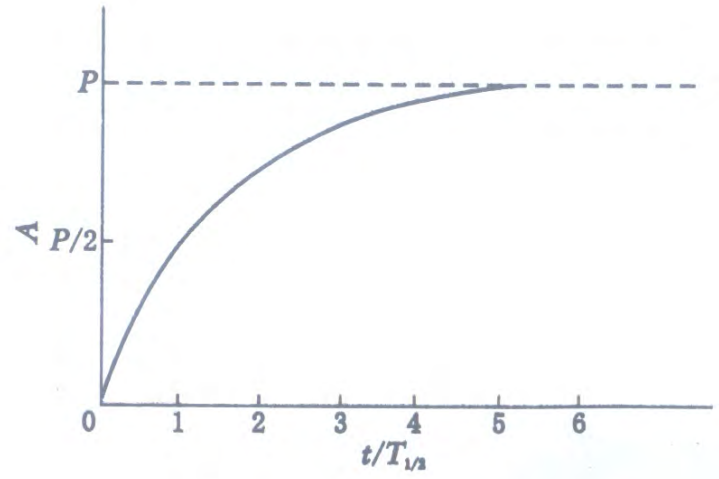


图 2-9 人工放射性的生长曲线

§2.4 放射性活度单位

国际单位制“贝可勒尔”（**Becquerel**）：每秒一次衰变，符号为 **Bq**。

1Ci=3.7×l0^{10}Bq，　1Rd＝l×l0^{6}Bq

我国国家标准规定，放射性活度的法定计量单位是贝可勒尔，卢瑟福单位已废弃使用，居里单位也将淘汰。

放射源所含该放射性物质的原子核数

$$N = A/\lambda = AT_{1/2}/\ln 2$$

放射性物质的质量

$$m = (M/N_{\mathrm{A}})\cdot N = MAT_{1/2}/(N_{\mathrm{A}}\ln 2)$$

式中 M 为原子量，N_{A} 为阿伏伽德罗常数。

一般放射源的质量是甚微的，然而却包含有大量的原子核，足以保证衰变规律良好的统计性。

比活度（有时叫放射性比度）:放射源的放射性活度与其质量之比，即单位质量放射源的放射性活度。

射线强度：放射源在单位时间内放出某种射线的个数。

§2.5 放射性鉴年法（radioactive dating）

1．利用长寿命核素的衰变

母体在 t 时刻的核数目 $N_p(t)$为

$$N_p(t) = N_p(0)e^{-\lambda t}$$

t 时刻子体核数目 $N_d(t)$全由母体衰变而来，即

$$N_d(t) = N_p(0) - N_p(t)$$

$$t = \frac{1}{\lambda}\ln[1 + \frac{N_d(t)}{N_p(t)}]$$

0时刻产生母体而子体不存在？

关于利用放射系，同样可以得出上述结论。

$$t = \frac{1}{\lambda_8}\ln[1 + \frac{N(^{206}\mathrm{Pb})}{N(^{238}\mathrm{U})}]$$

$$t = \frac{1}{\lambda_5}\ln[1 + \frac{N(^{207}\mathrm{Pb})}{N(^{235}\mathrm{U})}]$$

$$\frac{N(^{206}\mathrm{Pb})}{N(^{207}\mathrm{Pb})} = \frac{N(^{238}\mathrm{U})}{N(^{235}\mathrm{U})} \bullet \frac{e^{\lambda_8 t} - 1}{e^{\lambda_5 t} - 1}$$

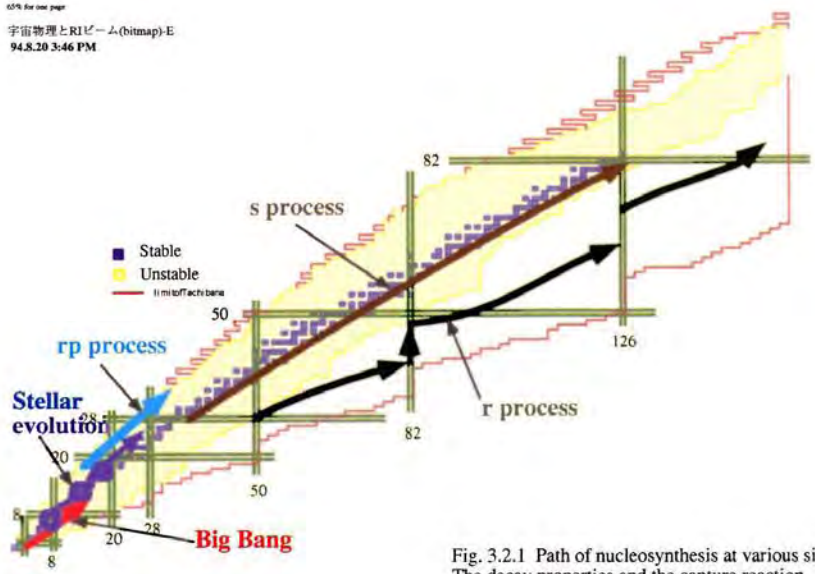


Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

Box 2a

2．利用 ^{14}C 的衰变

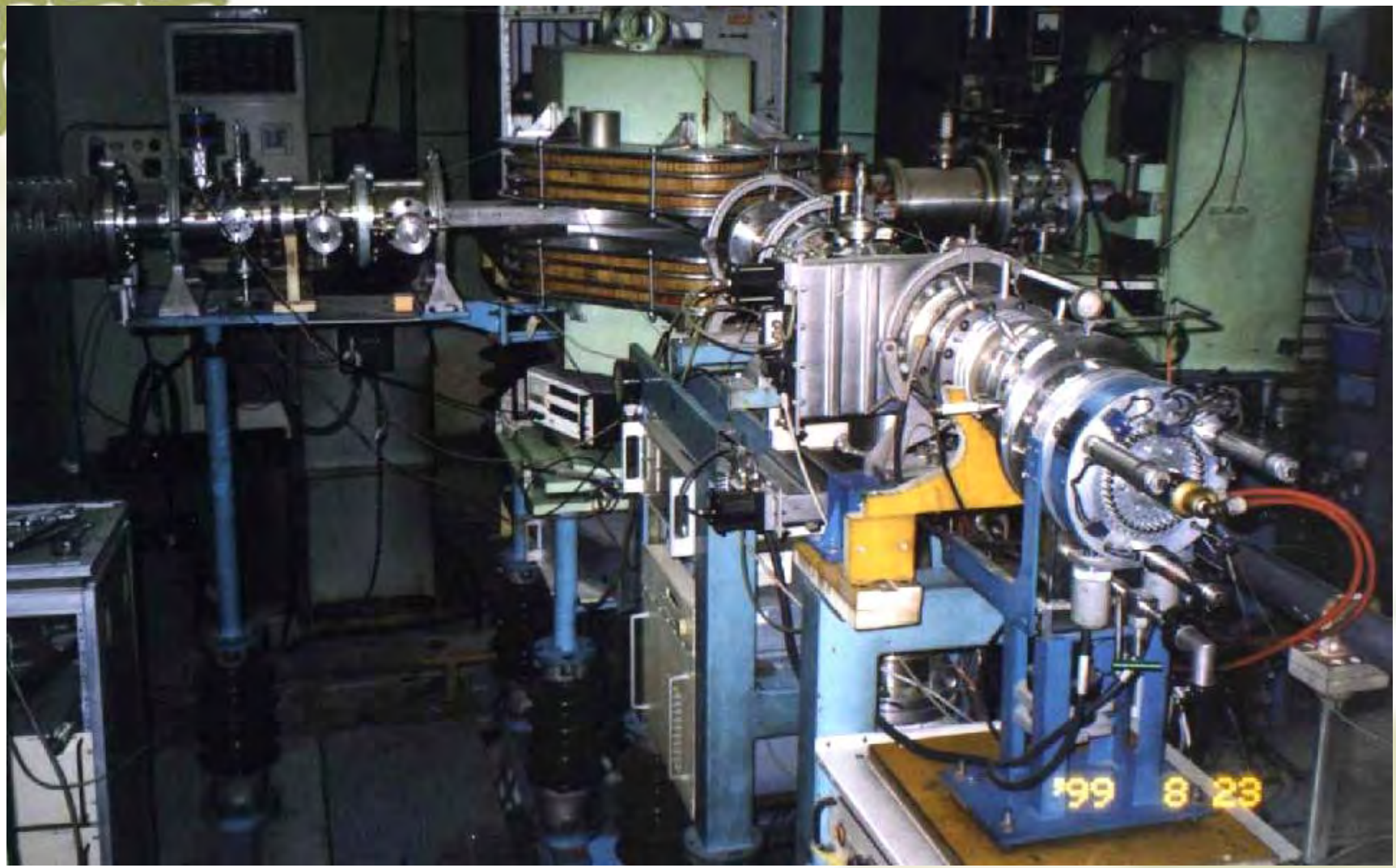
^{14}C 的半衰期为 5730 年，长短比较适中。它主要用于考古学中的年代测定。^{14}C 测定年代法的原理如下。

宇宙射线产生的中子可与大气中的 ^{14}N 起作用，通过核反应产生 ^{14}C。如果假定近几万年宇宙射线的强度是恒定的，则大气中 ^{14}C 的相对含量就保持不变。经测定，^{14}C 与 ^{12}C 的含量之比约为 $1:1.2\times10^{-12}$。一切生物体组织中 ^{14}C 与 ^{12}C 的含量之比就和大气中一样保持恒定。可以算得 1 克生命机体的碳中含 ^{14}C 的数目约为 6×10^{10} 个，从而可算出 1 克有生命机体每分钟发生 ^{14}C 衰变的数目约为 14 次。当生命一结束，生物体就停止与大气交换碳，通过对样品中 ^{14}C 含量的测定，可以鉴定古生物的年代。

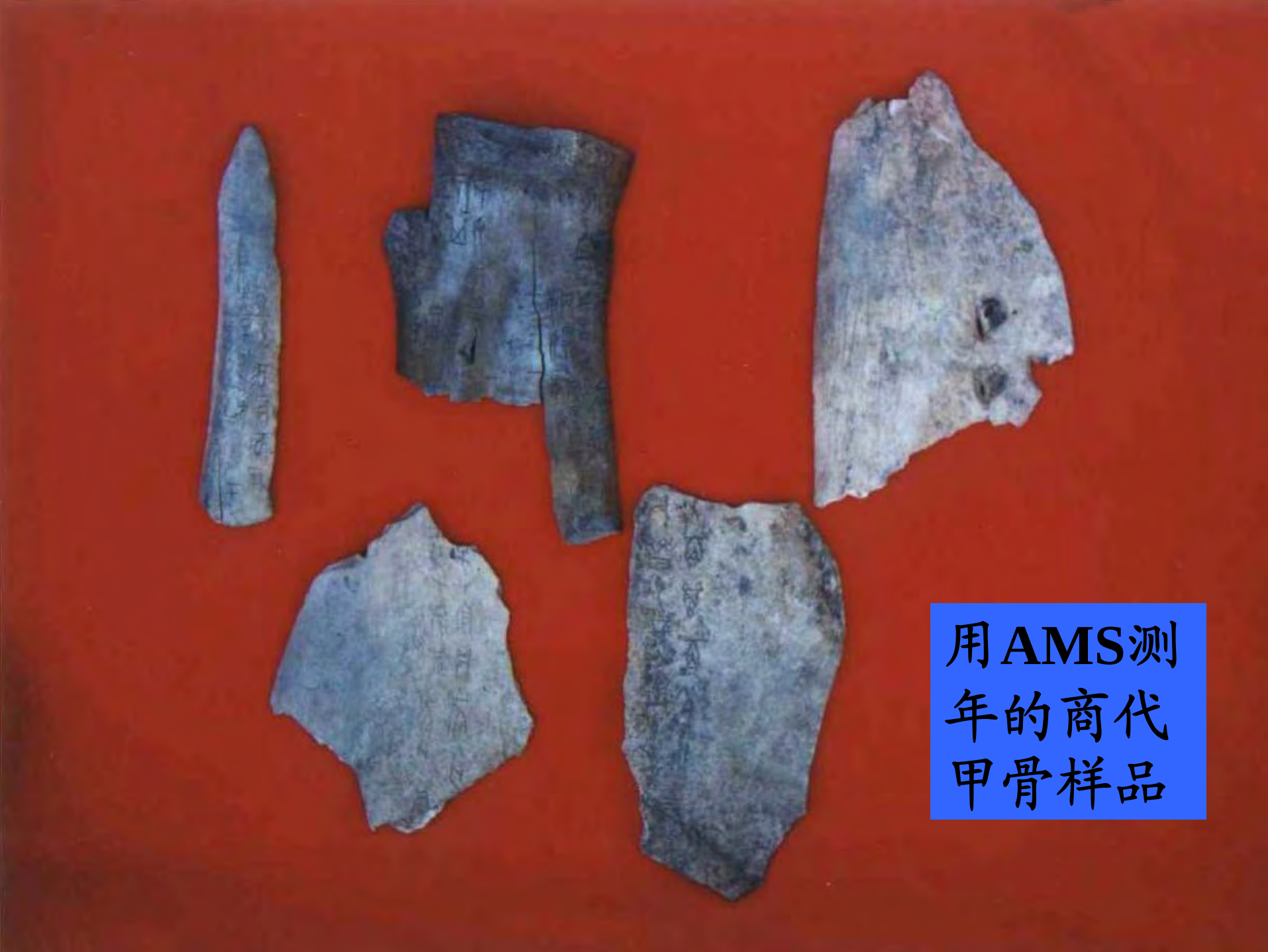
AMS超灵敏质谱方法： 直接测量样品中^{14}C原子的数目与^{12}C数目之比。目前可测到10^{-15}精度。


1


5



PKUAMS注入系统


用AMS测
年的商代
甲骨样品

§2.6　原子核的结合能

1. 能量和质量的一般关系

质能关系式

$$E = mc^2$$

对于静止和运动粒子均成立。对于孤立体系，总能量守恒，也必然地有总质量守恒。

以速度数值为υ运动的粒子的质量

$$m = m_0 / \sqrt{1-(\upsilon/c)^2}$$

其中 $\boldsymbol{m_0}$ 是粒子的静止质量。当粒子的速度υ增大时，它的质量 $\boldsymbol{m}$ 也随之增大。引进以速度υ运动的粒子的动量数值

$$p = m\upsilon$$

可以得到

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4 = m^2 c^4$$

粒子的动能 $\boldsymbol{E_k}$

$$E_k = E - m_0 c^2$$

对于运动速度远小于光速（$\upsilon \ll c$）的经典粒子，有 $c^2p^2 \ll m_0^2c^4$，可以得到

$$E_k = E - m_0c^2 = m_0c^2[(1+\frac{c^2p^2}{m_0^2c^4})^{1/2} - 1] \approx \frac{p^2}{2m_0}$$

和经典力学的结论相同。

对于光子，$m_0=0$，有

$$E_k = E = cp$$

光子的总能量就是它的动能。应当注意，虽然光子的静止质量为零，但是光子的质量 $m=E/c^2$ 并不为零，而由光子的能量 E 所确定。

对于高速电子，$\upsilon \sim c$，它的能量很高，$E \gg m_0c^2$，有

$$E_k \approx E \approx cp$$

1g 质量的能量

$$E=mc^2=10^{-3}\text{kg}\times[2.99792458\times10^8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]^2$$
$$=8.98755179\times10^{13}\ \text{J}$$

从能量尺度看起来，这是个很大的量。

原子核的质量通常以原子质量单位 **u** 为单位。质量为 **1u** 的能量

$$E=mc^2=1.6605402\times10^{-27}\text{kg}\times[2.99792458\times10^8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]^2$$
$$=1.492419\times10^{-10}\ \text{J}$$

原子核物理学中，常用电子伏特（eV）作为能量单位。1eV是一个电子在真空中通过 1V 电位差所获得的动能。

$$1\ \text{eV}=1.60217733\times10^{-19}\ \text{J}$$

$$1\text{keV}=10^{3}\text{eV},\quad 1\text{MeV}=10^{6}\text{eV},\ 1\text{GeV}=10^{9}\text{eV}$$

$$1\text{u}=931.4943\ \text{MeV}/c^{2}$$

对于电子，它的静止质量

$$m_e=5.4858\times10^{-4}\text{u}=0.51100\ \text{MeV}/c^{2}$$

$$m_e c^{2}=511.00\ \text{keV}$$

表 2-2　一些粒子的质量和能量

粒　子	静止质量 m_0/u	能　量　m_0c^2/MeV
电子 e	0.00054858	0.51100
质子 p	1.007276	938.272
中子 n	1.008665	939.565
氘核 d	2.013553	1875.613
氚核 t	3.015501	2808.921
氦核 α	4.001506	3727.379

2. 质量亏损

组成某一原子核的核子质量和与该原子核质量之差称为原子核的质量亏损：

$$\Delta m(Z,A)=Zm_p+(A-Z)m_n-m(Z,A)$$

Mass deficit

实验发现，原子核的质量总是小于组成它的核子的质量和（这里指静止质量）$\Delta m>0$。例

$$\Delta m(^4\mathrm{He})=(2m_p+2m_n)-m(^4\mathrm{He})$$

在具体计算中所涉及的质量总是用核素原子的质量，我们用大写字母 ***M***（**Z**，**A**）表示原子质量，

$$M(Z,A)=m(Z,A)+Zm_e-B_e(Z)/c^2$$

其中 B_e（Z）是电荷数为 Z 的元素的电子结合能。由托马斯一费米（**Tomas** 一 **Fermi**）原子模型

$$B_e(Z)=15.73Z^{7/3}\mathrm{eV}$$

B_e（Z）$/c^2$ 比起核的质量来是很小的；又由于在计算Δm 时是算的质量差，相应地也有电子结合能的差。这样，含有 B_e 的项对于计算结果的影响就更小了。在实际计算中，总是略去了电子结合能这一项。于是

$$\begin{aligned}\Delta m(^4\mathrm{He}) &= \Delta M(^4\mathrm{He})\\ &= 2M(^1\mathrm{H})+2m_n-M(^4\mathrm{He})\\ &= 2(1.007825+1.008665)-4.002603\\ &= 0.030377\mathrm{u}\end{aligned}$$

对应的能量差是

$$\Delta E(^4\mathrm{He}) = \Delta M(^4\mathrm{He})c^2 = 28.30\mathrm{MeV}$$

因此，质量亏损也可用原子质量表示，

$$\Delta M(Z,A) = ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_\mathrm{n} - M(Z,A)$$

显然对于稳定原子核

$$\Delta M(Z,A) > 0$$

“广义质量亏损”：体系变化前后静止质量之差

$$\Delta M = \sum M_\mathrm{i} - \sum M_\mathrm{f}$$

式中右边第一项是体系在变化前的静止质量，第二项是体系发生变化后的静止质量。$\Delta M > 0$ 表示体系变化以后静止质量减少了。相应地，体系动能的变化 $\Delta E > 0$，即有能量释放。这种变化称为放能变化。ΔE 是变化后体系动能与变化前体系动能之差，

$$\Delta E = \sum_\mathrm{f} E_\mathrm{f} - \sum_\mathrm{i} E_\mathrm{i}$$

其中 $\sum_\mathrm{f} E_\mathrm{f}$ 是体系变化后的动能，$\sum_\mathrm{i} E_\mathrm{i}$ 是体系变化前的动能。

事实上，由于孤立体系的总能量是守恒的，即

$$\sum_{\mathrm{i}} M_{\mathrm{i}} c^2 + \sum_{\mathrm{i}} E_{\mathrm{i}} = \sum_{\mathrm{f}} M_{\mathrm{f}} c^2 + \sum_{\mathrm{f}} E_{\mathrm{f}}$$

则有关系

$$\Delta E = \Delta M c^2$$

对于$\Delta M < 0$ 的情形，体系变化以后静止质量增大，相应地有$\Delta E < 0$，即要对体系提供能量，这种变化称为吸能变化。

（$M-A$），称为核素的质量过剩。M 是核素的原子质量，以 **u** 为单位，A 是核素的核子数。 $(M-A)c^2$，是质量过剩所对应的能量，通常用符号Δ表示。即

$$\Delta(Z, A) \equiv [M(Z, A) - A]c^2$$

Mass excess

这样列表，应用起来较为方便，用质量差计算能量变化时，就省去了单位之间的换算。

表2-3　一些核素的原子质量

元素符号	Z	A	M/u	Δ/MeV
n	0	1	1.008665	8.071
H	1	1	1.007825	7.289
	1	2	2.014102	13.136
	1	3	3.016049	14.950
He	2	3	3.016030	14.931
	2	4	4.002603	2.425
Li	3	6	6.015123	14.087
	3	7	7.016004	14.908
Be	4	9	9.012183	11.348
C	6	12	12.000000	0
	6	14	14.003242	3.020
N	7	14	14.003074	2.863
O	8	16	15.994915	-4.737
Al	13	27	26.981542	-17.194
Fe	26	56	55.934940	-60.604
U	92	235	235.043925	40.916
	92	238	238.050786	47.307

3. 原子核的结合能

自由核子组成原子核所释放的能量称为原子核的结合能。 它是原子核整体稳定性的度量.

核素的结合能用 ***B***（***Z***，***A***）表示。相据相对论质能关系，它与核素的质量亏损ΔM（***Z***，***A***）的关系是

$$B(Z,A) = \Delta M(Z,A)c^2$$

对于 ^{4}**He**

$$B(^4\mathrm{He}) = \Delta M(^4\mathrm{He})c^2 = 28.30\mathrm{MeV}$$

两个质子、两个中子结合成一个氦核，要放出 **28.30MeV** 的能量。将 ^{4}**He** 核拆成自由的核子，为了克服核子之间的作用力，要用 **28.30MeV** 的能量对体系作功。

可以由核素的原子质量来计算原子核的结合能。

$$B(Z,A) = [ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_\mathrm{n} - M(Z,A)]c^2$$

也可以写成

$$B(Z,A) = Z\Delta(^1\mathrm{H}) + (A-Z)\Delta(\mathrm{n}) - \Delta(Z,A)$$

一般地说，核子数 ***A*** 大的原子核结合能 ***B*** 也大。

原子核平均每个核子的结合能又称为比结合能，用 ε 表示。

$$\varepsilon = B/A$$

比结合能表示，若把原子核拆成自由核子，平均对于每个核子所要做的功。比结合能 ε 的大小可用以标志原子核结合得松紧的程度。

表 2-4　一些核素的结合能和比结合能

核素	结合能 B/MeV	比结合能 ε/MeV
^{2}H	2.224	1.112
^{3}He	7.718	2.573
^{4}He	28.30	7.07
^{6}Li	31.99	5.33
^{7}Li	39.24	5.61
^{12}C	92.16	7.68
^{14}N	104.66	7.48
^{15}N	115.49	7.70
^{15}O	111.95	7.46
^{16}O	127.61	7.98
^{17}O	131.76	7.75
^{17}F	128.22	7.54
^{19}F	147.80	7.78
^{40}Ca	342.05	8.55
^{56}Fe	492.3	8.79
^{107}Ag	915.2	8.55
^{129}Xe	1087.6	8.43
^{131}Xe	1103.5	8.42
^{132}Xe	1112.4	8.43
^{208}Pb	1636.4	7.87
^{235}U	1783.8	7.59
^{238}U	1801.6	7.57

4. 比结合能曲线

对于稳定的核素**X**，以ε为纵坐标，A为横坐标作图，可以联成一条曲线，称为比结合能曲线。

（1）当$A<30$时，上升,起伏, 可能存在α粒子的集团结构。

（2）当$A>30$时，$\varepsilon\approx 8\text{MeV}$。即$B\propto A$。

（3）曲线的形状是中间高，两端低：(a)重核的裂变；(b) 轻核的聚变，

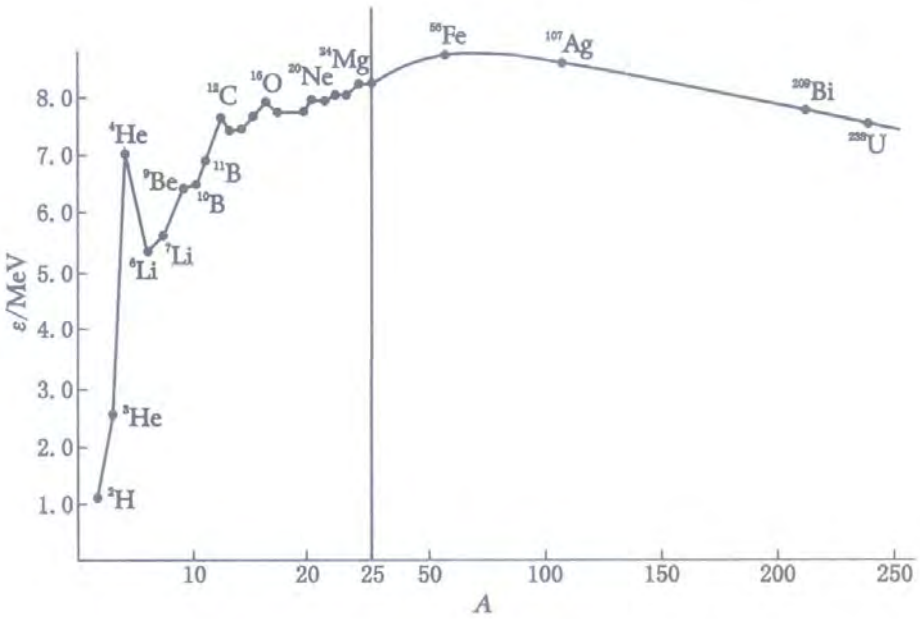


图 2-10　比结合能曲线

核作用的饱和性

北京大学恢复等离子体学科和推动聚变研究进展情况

北京大学聚变研究筹备组，2006.2.24.

一、历史

1957年5月，“国际受控热核反应与等离子体学术会议”在意大利召开，我国派出搞实验的李整武先生和搞理论的胡济民先生（北大）参加。后来我国逐步发展等离子学科。北大物理系赵凯华、黄云、夏梦芬等，技术物理系胡济民、郑春开，地球物理系蒲祖荫等，都长期在等离子体物理界工作并有很大贡献。 但物理系及技术物理系几年前在老教师退休后基本上中断了这一学科。

两年前，九院张维岩、常铁强、方勤学等来北大推动ICF的理论工作。

二、最近的进展

1. 酝酿

2005年9月，开始考虑陈骝教授等在浙大的国际会议上提出的推动国内等离子体学科恢复发展的建议。

2005年9月24日，北大物理学院在翠宫饭店召开内部“十一五”发展务虚会，一致认为应该推动恢复发展等离子体学科。

2005年10月8日，北大在西郊宾馆举行研讨会，大连工学院王晓钢教授到会介绍情况，北大常务副校长林建华、校长助理李晓明和科研部领导参加，物理学院、地空学院、力学系得有关领导和老师参加。会上，学校领导和大家都认为应该推动等离子体学科的发展和聚变研究中心的建立。随后设立了李晓明、叶沿林、周辉牵头的筹备组，开始工作。

2. 交流活动

2005年10月后，与海外相关学者一致保持密切联系。

2005年11月5-6日，北大代表团访问585所。

2005年12月9日，贺贤土先生来北大做报告。

2005年12月11-12日，北大代表团访问中科院合肥等离子体所。

2006年2月24日，由学校科研部邀请国家科技部ITER办公室罗德隆处长一行到北京大学物理学院，就北大参与聚变研究的背景和前景进行了座谈交流。

2006年3月7日，北大筹备组拜访了正在参加全国政协会的霍裕平院士（ITER中国专家组组长），汇报北大相关情况。





3. 启动人才培养和队伍建设

在2005年10月22日美国APS/DPP会议上发布招聘教授、副教授广告。

2005年11月30日，物理学院工作会议，安排刘玉鑫、樊铁栓、冒亚军、徐仁新4位教授开始招收等离子体方向的研究生；在海外提供的方案基础上初步确定等离子研究生课程计划；安排教师准备课程。初步安排未来聚变模拟中心访问学者工作地点。

2006年1月，申报聘请王晓钢为北大兼职教授、陈骝为北京大学客座教授，准备协助申报林志宏为长江讲座教授。

三、下一步工作

1. 2006年5月15-19日在北大举行“the workshop on China ITER simulation initiative (CISI)”，会议由合肥等离子所、四川585所、大连工学院、北大共同主办，北大承办。（audiences and volunteers?)

2. 北大将在2006年秋季开始对本科生四年级开设等离体入门课程，对研究生开设系列专业课程，目前正由蒲祖荫老师牵头抓紧准备。

3. 加强与领导部门和各方面联络，开始筹备在校内成立“北大聚变研究中心（Center for Fusion Studies, PKU）”，争取得到国家和各方面支持。

5. 最后一个核子的结合能

一个自由核子与核的其余部分组成原子核时，所释放的能量，称为最后一个核子的结合能。

从原子核中分离出一个核子所要给予的能量，称为原子核的一个核子分离能。

两者在数值上是相等。

原子核最后一个核子结合能的大小，反映了这种原子核相对邻近的那些原子核的稳定程度，通常是一种量子现象。

核素最后一个中子的结合能，是核素 ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}_{N}$ 中第 N 个中子的结合能，即

$$S_{\mathrm{n}}(Z,A)=[M(Z,A-1)+m_{\mathrm{n}}-M(Z,A)]c^{2}$$

$$=\Delta(Z,A-1)+\Delta(\mathrm{n})-\Delta(Z,A)$$

也可以由两个同位素 ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$ 与 ${}^{A-1}_{Z}\mathrm{X}$ 的结合能之差算出，

$$S_{\mathrm{n}}(Z,A)=B(Z,A)-B(Z,A-1)$$

核素最后一个质子的结合能，是核素 ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}_{N}$ 中第 Z 个质子的结合能，即

$$S_{\mathrm{p}}(Z,A)=[M(Z-1,A-1)+M({}^{1}\mathrm{H})-M(Z,A)]c^{2}$$

$$=\Delta(Z-1,A-1)+\Delta({}^{1}\mathrm{H})-\Delta(Z,A)$$

同理，也可以得出

$$S_{\mathrm{p}}(Z,A)=B(Z,A)-B(Z-1,A-1)$$

例

$S_p(^{17}\mathrm{F}) = B(9,17) - B(8,16) = 0.61\,\mathrm{MeV}$

$S_p(^{16}\mathrm{O}) = B(8,16) - B(7,15) = 12.12\,\mathrm{MeV}$

$S_n(^{16}\mathrm{O}) = B(8,16) - B(8,15) = 15.66\,\mathrm{MeV}$

$S_n(^{17}\mathrm{O}) = B(8,17) - B(8,16) = 4.15\,\mathrm{MeV}$

对于上述一些原子核，最后一个核子的结合能有巨大的差别，这表明，**^{16}O** 与邻近的原子核 **^{17}O**、**^{17}F** 等相比，稳定性要大得多。

晕核：

^{6}He: $S_n = 1.84$ MeV; $S_{2n} = 0.973$ MeV, $S_p = 28.2$ MeV

^{11}Li: $S_n = 0.72$ MeV; $S_{2n} = 0.306$ MeV; $S_p = 15.3$ MeV

^{11}Be: $S_n = 0.504$ MeV; $S_p = 20.55$ MeV

^{14}B: $S_n = 0.973$ MeV; $S_p = 18.8$ MeV

^{17}Ne: $S_p = 1.479$ MeV $S_{2p} = 0.943$ MeV

Deal of Transfer

But I want to
buy one by one!

1.8￥ for one fish,
0.9￥ for two fishes.



^{6}He:

S_{1n}=1.867MeV;

S_{2n}=0.973 MeV;

S_{1n+1n}?

§2.7 原子核稳定性的经验规律

有些原子核是稳定的，如 ^{1}H、^{2}H，^{12}C，^{133}Cs 等。有些原子核是不稳定的，能经过放射粒子而转化为稳定的原子核，例如 ^{3}H，^{14}C，^{137}Cs,^{210}Po 和 ^{252}Cf 等，可经β衰变、γ跃迁、α衰变和自发裂变等方式转化为稳定的原子核。

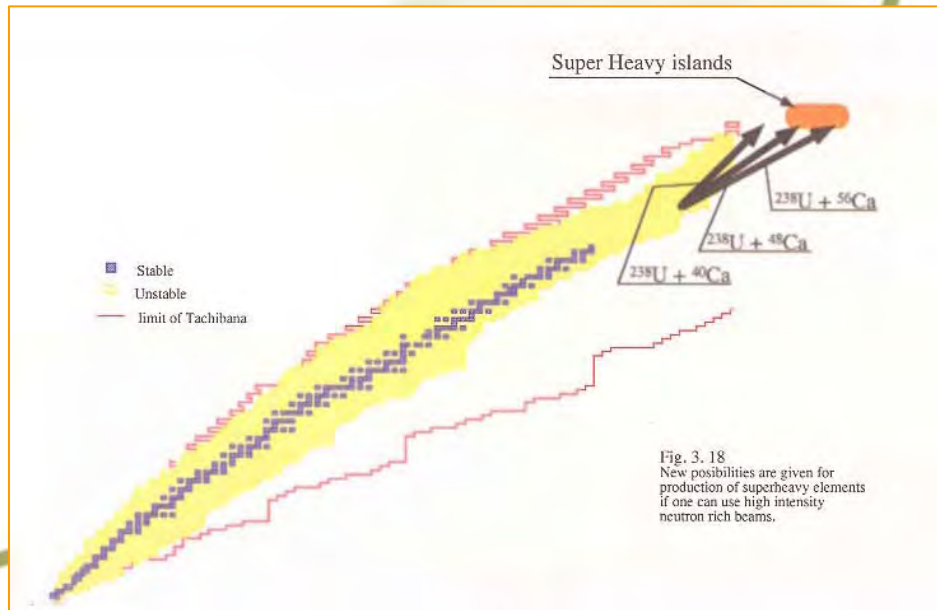
实验上发现的核素已有 2000 多种（预言有约 8000 种），其中只有近 300 种是稳定的。关于原子核的稳定性，由实验上得到了一些经验规律。

1．β稳定线

在 Z–N 平面上，连接具有β稳定性的核素的曲线，称为β稳定线。对于 $A<40$ 的原子核，β稳定线近似为直线，$N=Z$，即中子数 N 与质子数 Z 之比（中质比），$N/Z=1$。对于 $A>40$ 的原子核，β稳定线的中质比 $N/Z>1$。对于 ^{208}Pb，它的中质比 $N/Z=1.54$。

β稳定线可用下列经验公式表示，

$$Z = \frac{A}{1.98 + 0.0155\ A^{2/3}}$$



在β稳定线丰中子一侧的核素，具有β放射性。β稳定线丰质子一侧的核素具有电子俘获 **EC** 或β^+放射性。

β稳定线表示原子核中的核子有中子、质子对称相处的趋势，即中子数 ***N*** 和质子数 ***Z*** 相等的核素具有较大的稳定性。这种效应在轻核中很显著。对于重核，核内质子数增多，库仑排斥作用增大了，要构成稳定的原子核就需要含有更多的中子以抵消库仑排斥作用。随着质量数 ***A*** 的增大，具有β稳定性的核素，它的中质比也逐渐地增大。

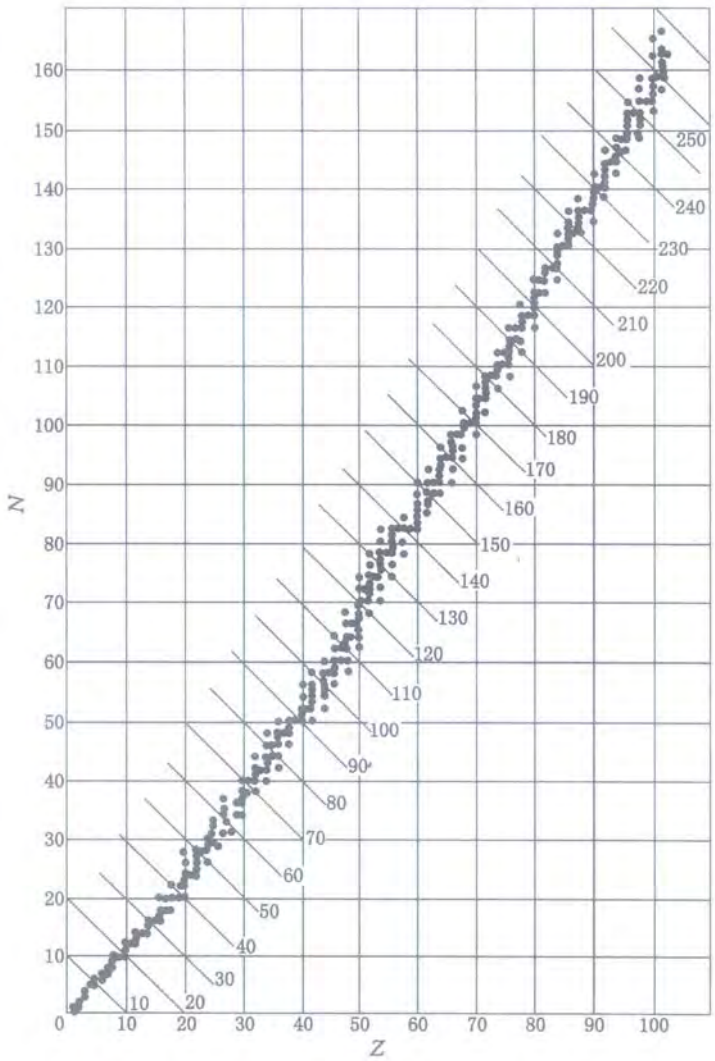


图 2-11　β 稳定线的核在 *Z*-*N* 平面上的标绘

2. 核子数的奇偶

对于近 **300** 种稳定的核素，可以按质子数 ***Z***、中子数 ***N*** 的奇偶分类，见表 2-5。偶数以 **e** 表示（**even**），奇数以 **o** 表示（**odd**）。

表 **2-5**　稳定核素的奇偶分类表

Z　*N*	名　　称	稳定核素数目
E　e	偶偶核	**156**
E　o	偶奇核	**48**
O　e	奇偶核	**50**
O　o	奇奇核	**5**
合	计	**259**

从表中可以看到，在稳定的核素中有一大半是偶偶核。而奇奇核只有 **5** 种，即 $^{2}\mathbf{H}$，$^{6}\mathbf{Li}$，$^{10}\mathbf{B}$，$^{14}\mathbf{N}$ 以及丰度较小的 $^{180\mathrm{m}}_{73}\mathbf{Ta}$。奇 ***A*** 核有质子数为奇数和中子数为奇数的两类，稳定核素的数目差不多，介于稳定的偶偶核和奇奇核的数目之间。这表明质子、中子各有配对相处的趋势。

3. 重核的不稳定性

另外，实验发现，能发生α衰变的天然放射性核素都是一些重核，其中最轻的是 ^{142}Ce，很重的核几乎都具有α放射性。能够发生自发裂变的核素也都是些很重的核。

自然界存在最重的一些核素是 ^{235}U，^{238}U 和极少量的 ^{244}Pu，而且它们都是放射性的。这表明重核的稳定性差。但是理论上预言，在 $Z=114$，$N=184$ 附近可能存在超重的稳定岛。

原子核的稳定性可以通过广义质量亏损来判断，显然，只有广义质量亏损 $\Delta M>0$ 时，原子核的变化才有可能自发进行。

§2.8 原子核的液滴模型

原子核是由中子、质子（统称核子）组成的量子多体系统。由于核子之间的相互作用还不很清楚，在数学方法上也有困难，对原子核的研究常用一种唯象的方法——模型法。

模型：以一定物理概念为基础对一定范围的实验事实进行归纳所得的理论描写。模型通常含有一定数目的参数，需要由实验定出。模型具有一定的预言能力。

模型法是物理学研究的一种重要方法，在科学研究中广为应用。

1．液滴模型的实验根据

液滴模型是早期的一种原子核模型，它将原子核比作一个液滴，将核子比作液体中的分子，主要的实验根据有两个。

一是从比结合能曲线看出，原子核平均每个核子的结合能几乎是常数，即 $B \propto A$。说明核子间的相互作用力具有饱和性(短程)，否则 B 将近似地与 A^2 成正比。这种饱和性与液体中分子力的饱和性类似。

二是从原子核的体积近似地正比于核子数的事实知道，核物质密度几乎是常数，表示原子核是不可压缩的(排斥芯)，这与液体的不可压缩性类似。由于质子带正电，原子核的液滴模型把原子核当作荷电的液滴。

2．体积能、表面能和库仑能

根据液滴模型，原子核的结合能 B 主要包含体积能 B_v、表面能 B_s 和库仑能 B_c 三项，

$$B = B_v + B_s + B_c$$

体积能 B_v 是结合能 B 的主要项，它与原子核的体积 V 成正比，也就是与组成原子核的核子数 A 成正比。

$$B_v = a_v A$$

其中 a_v 是正的常量。

长程作用：$B \propto \frac{A(A-1)}{2} \approx A^2$

核子只受到内部核子的作用，比原子核内部的核子所受的作用要小些。在结合能中应该考虑表面核子与内部核子的差别，进行修正。可以把表面核子的结合能与液体的表面张力作用相比。球形核的表面积 $S=4\pi R^2=4\pi r_0^2 A^{2/3}$，则

$$B_s = -\sigma 4\pi r_0^2 A^{2/3}$$

其中σ称为原子核的表面张力系数。上式可以写成

$$B_s = -a_s A^{2/3}$$

其中 $a_s=\sigma 4\pi r_0^2$，是个正的常量。式中的负号表示表面能的作用与体积能的作用相反。表面能的作用是使原子核有尽可能小的表面积。体积一定，有最小表面积的几何体是球体。

质子间的静电相互作用对于结合能的贡献，称为库仑能 B_c。对于球形核，如果质子在核内是均匀分布的，电荷密度写作

$$\rho=\begin{cases} Ze/(\dfrac{4}{3}\pi R^3) & r\le R \\ 0 & r>R \end{cases}$$

可以算得

$$B_c=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3e^2}{5r_0}Z^2A^{-1/3}$$

或者写成

$$B_c=-a_cZ^2A^{-1/3}$$

其中 $a_c=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{3e^2}{5r_0}$ 是个常量；式中的负号表示质子间的库仑作用是相斥的，使原子核的结合能减小。

如果核的结合能仅仅有上面三项：对于确定的 A 值，最稳定的原子核几乎全由中子组成?

在结合能公式中，还应该包含原子核稳定性的经验规律中所反映出的特点：核子间有中子、质子对称相处的趋势，有一项对称能 B_a；同类核子有配对相处的趋势，还有一项对能 B_p。

§2.9 原子核结合能的半经验公式

1. 对称能和对能

从β稳定线的讨论知道，原子核内的中子和质子有对称相处的趋势。对称能可以写成

$$B_a = -a_a\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 A^{-1}$$

其中，$A=N+Z$，a_a 是正的常量；负号表示使结合能减少。

对称能是一项量子效应。根据泡利不相容原理，在中子、质子对称相处的情形下，能填充的单粒子能级更低些。但是，在重核中库仑作用的效应增大。两者竞争的结果，在稳定的核素中，中质比随A增大。

在原子核的组成中，有中子、质子各自成对相处的趋势。同类核子成对相处时结合能增大。

$$B_{\mathrm{p}} = \delta a_{\mathrm{p}} A^{-1/2}$$

其中

$$\delta = \begin{cases} 1 & \text{偶偶核} \\ 0 & \text{奇}A\text{核} \\ -1 & \text{奇奇核} \end{cases}$$

$a_{\mathrm{p}}>0$，是个常量。奇 A 核（包括奇偶核和偶奇核）的对能为零，作为对能的能量参考点。核素对能项的效应随着核子数 A 的增大而减弱。

对能也是一种量子效应。全同费米子的波函数是交换反对称的。当成对的同类核子相距很近，它们的空间波函数对称而自旋波函数反对称时，这样的成对核子有很强的吸引作用。所以，成对核子的总自旋为零时，附加的对能使结合能增大。

2．结合能半经验公式

基于液滴模型，并考虑了对称能和对能，球形原子核的结合能半经验公式是

$$B(Z,A)=B_{\mathrm{v}}+B_{\mathrm{s}}+B_{\mathrm{c}}+B_{\mathrm{a}}+B_{\mathrm{p}}$$

$$=a_{\mathrm{v}}A-a_{\mathrm{s}}A^{2/3}-a_{\mathrm{c}}Z^{2}A^{-1/3}-a_{\mathrm{a}}\left(\frac{A}{2}-Z\right)^{2}A^{-1}+a_{\mathrm{p}}\delta A^{-1/2}$$

其中的各个常量 ***a***，是由此公式与很多原子核基态的结合能数据作最佳拟合定出的参量。虽然液滴模型给出的式中各项有明确的物理意义，但是系数 ***a*** 一般不能由理论本身导出，而依赖于实验数据。这样得到的公式是半经验公式，首先由魏茨泽克（**Weizsäcker**）在 **1935** 年提出。有一组参量是

$a_{\mathrm{v}}=15.835$ MeV	$a'_{\mathrm{v}}=0.017000$ u
$a_{\mathrm{s}}=18.33$ MeV	$a'_{\mathrm{s}}=0.01968$ u
$a_{\mathrm{c}}=0.714$ MeV	$a'_{\mathrm{c}}=0.000767$ u
$a_{\mathrm{a}}=92.80$ MeV	$a'_{\mathrm{a}}=0.09962$ u
$a_{\mathrm{p}}=11.2$ MeV	$a'_{\mathrm{p}}=0012$ u

数值大小的含义？

表 2-6　结合能的计算结果（单位：MeV）

核　　素	^{40}Ca	^{107}Ag	^{238}U
B_v	633.4	1694.4	3768.7
B_s	-214.4	-413.1	-704.0
B_c	-83.5	-332.2	-975.2
B_a	0	-36.6	-284.3
B_p	1.8	0	0.7
B	337.3	912.5	1805.9
B'	342.1	915.2	1801.6

3．应用举例

（1）核素的质量

由核素的结合能 $B(Z, A)$ 和质量 $m(Z, A)$ 的关系

$$m(Z,A) = Zm_{\mathrm{p}} + (A-Z)m_{\mathrm{n}} - B(Z,A)/c^2$$

可以得到核素的原子质量

$$M(Z,A) = ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_{\mathrm{n}} - B(Z,A)/c^2$$

$$M(Z,A) = ZM(^1\mathrm{H}) + (A-Z)m_{\mathrm{n}} - a'_{\mathrm{v}}A + a'_{\mathrm{s}}A^{2/3} + a'_{\mathrm{c}}Z^2A^{-1/3}$$

$$+ a'_{\mathrm{a}}\left(\frac{A}{2} - Z\right)^2 A^{-1} - \delta a'_{\mathrm{p}}A^{-1/2}$$

式中参量$a'=a/c^2$。计算结果与实验值的比较表明，在总体上两者是符合得很好的。但是，对于很轻的核以及在某些区域如 Z 或 N 为 50、82 等“幻数”附近，计算结果与实验值的差别较大。

（2）比结合能曲线

利用结合能半经验公式可以计算稳定核的结合能 $B(Z, A)$，从而得到比结合能$\varepsilon(Z, A)$，并能作出ε–A 曲线。

比结合能中的体积能项$\varepsilon_v = B_v/A$ 是常数，这是液滴模型的主要特征。表面能项 $(\varepsilon_s = B_s/A)$的数值随 A 减小，这是由于球体越大，表面核子所占的比例就越小的缘故。库仑能项的数值随 A 增大，这是因为β稳定线上的核素粗略地有 $Z \propto A$，则有$\varepsilon_c = B_c/A$ 近似与 $A^{2/3}$ 成正比。由于β稳定线上核素的中质比 N/Z 随 A 增加由 1 上升到 1.5 以上，因而非对称能项（$\varepsilon_a = B_a/A$）的数值也随 A 增大。图中没有标出对能的贡献。

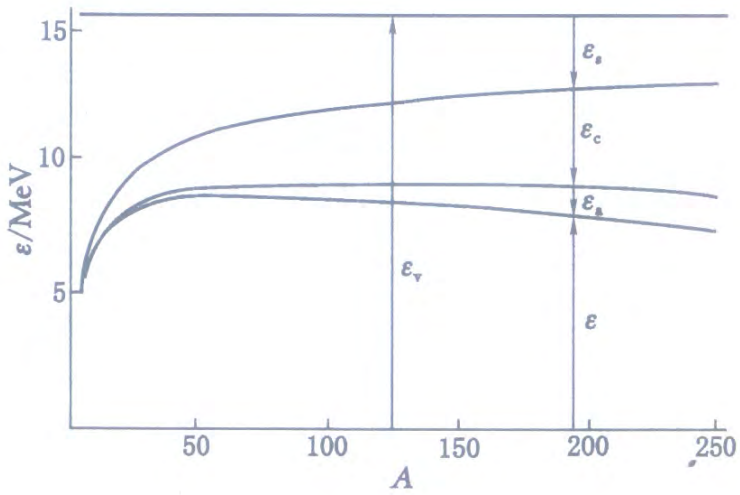


图 2-12　比结合能中各项的贡献

（3）β稳定线

对于有确定A的同量异位素，具有怎样电荷数Z的核素是稳定的呢？β稳定线上的核素是这一问题的解答。如果把Z处理成连续变量，并且暂先略去对能项，那么，满足

$$\frac{\partial M(Z,A)}{\partial Z}=0$$

的核素是β稳定的。β稳定的核素其电荷数用Z_S表示，则

$$Z_S=\frac{[a'_a+m_n-M(^1H)]A}{2(a'_a+a'_cA^{2/3})}$$

（4）同量异位素质能抛物线

核素原子质量 M（Z，A）是 O–ZAM 直角坐标系中的曲面，称为核素的质能曲面。对于一定核子数 A 的同量异位素，质量公式可以改写成 Z 的二次多项式

$$M(Z,A)=K_1+K_2Z+K_3Z^2-K_\delta$$

其中

$$K_1=[m_\mathrm{n}-(a'_\mathrm{v}-\tfrac{1}{4}a'_\mathrm{a}-a'_\mathrm{s}A^{-1/3})]A$$

$$K_2=-[m_\mathrm{n}-M(^1\mathrm{H})+a'_\mathrm{a}]$$

$$K_3=(a'_\mathrm{a}+a'_\mathrm{c}A^{2/3})A^{-1}$$

$$K_\delta=\delta a'_\mathrm{p}A^{-1/2}$$

对于一定的 A，质量公式中的 M 与 Z 关系为一条顶点在下的抛物线。曲线上的核素可以经 β^- 或 β^+ 衰变（包括 EC 过程）趋向抛物线的顶点。

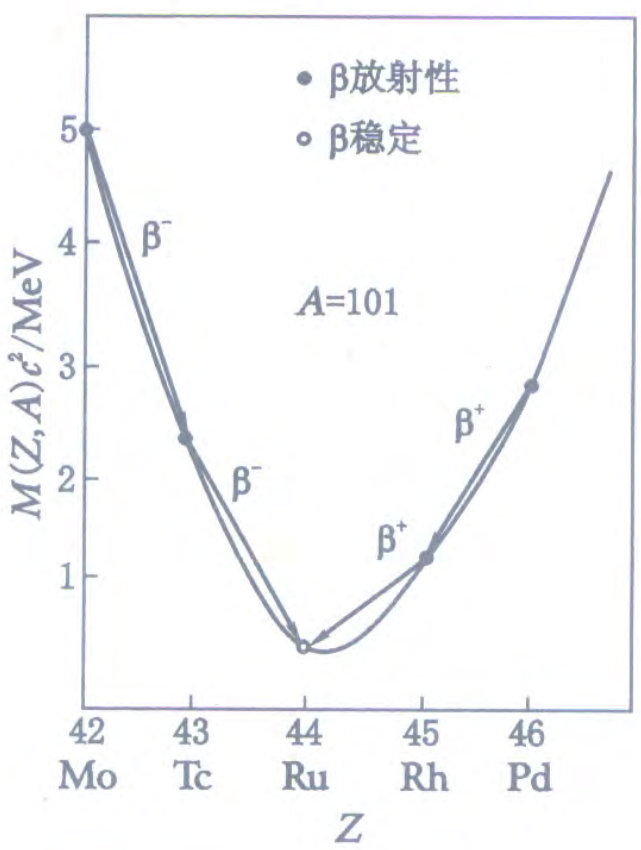


图 2-13　$A=101$ 的质能抛物线

对于奇 A 核，通常只有一个β稳定的核素，其质子数 Z 最靠近抛物线的顶点 Z_s。

对于偶 A 核，由于对能的原因，奇奇核和偶偶核的表示式是不同的。奇奇核与偶偶核的抛物线形状相同，它们的顶点相差 $2K_\delta$。β衰变是两曲线之间核素的变化，母核是偶偶核的，子核就是奇奇核；母核是奇奇核的，子核就是偶偶核。稳定的核素可以有两个，而且常是偶偶核。

原子核液滴模型公式能够成功地计算原子核基态的结合能和质量，公式中各项的物理意义比较明确，物理图象比较清楚。

可以用液滴形变解释原子核裂变

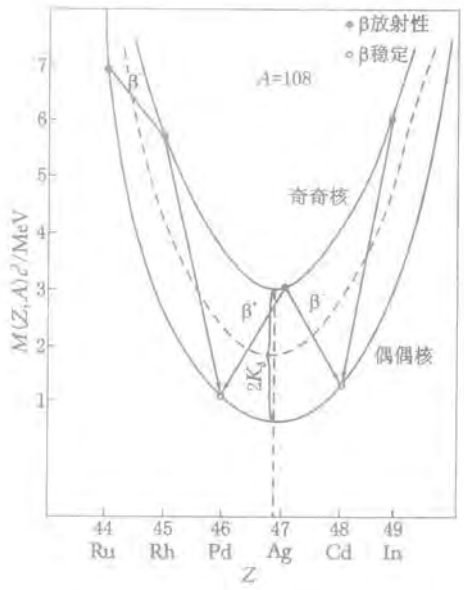


图 2-14　A = 108 的质能抛物线

习　　题

2-1. 已知 ^{224}Ra 的半衰期为 3.66d，问一天和十天中分别衰变了多少份额？若开始有 1μg，问一天和十天中分别衰变掉多少原子？

2-2. 已知 ^{222}Rn 的半衰期为 3.824d，问 1μCi 和 10^3Bq 的 ^{222}Rn 的质量分别是多少？

2-3. 已知 ^{210}Po 的半衰期为 138.4d,问 1μg 的 ^{210}Po，其放射性活度为多少 Bq？

2-4. 用加速氘轰击 ^{55}Mn 来生成 ^{56}Mn，^{56}Mn 的产生率为 $5\times10^8 s^{-1}$，已知 ^{56}Mn 的半衰期为 2.579h,试求轰击 10h 后 ^{56}Mn 的放射性活度。

2-5. 用中子束照射 ^{197}Au 来生成 ^{198}Au，已知 ^{198}Au 的半衰期为 2.696d，问照射多久才能达到饱和放射性活度的 95%？

2-6. 实验测得纯 ^{235}U 样品的放射性除比度为 80.0Bq·mg^{-1}，试求 ^{235}U 的半衰期。

2-7. 某种放射性核素既有α放射性，又有β放射性，实验测得β射线强度 I_β随时间 t 的衰减如下表所示，试求考虑到两种衰变时，该核素的半衰期。

t / min	0	1	2	4	6	8
I_β	1000	795	632	398	251	159

2-8. 假设地球刚形成时，^{235}U 和 ^{238}U 的相对丰度为 1：2，试求地球年龄。

2-9. 经测定一出土古尸的 ^{14}C 的相对含量为现代人的 80%，求该古人的死亡年代。

2-10. 已知人体的碳含量为 18.25%，问体重为 63 公斤的人体相当于活度为多少贝可勒尔和微居里的放射源。

2-11. 某一长毛象肌肉样品 0.9mg，用超灵敏质谱计测量 189 分钟，得到 $^{14}C/^{12}C$ 比值为 6.98×10^{-14}(±7%)，试问该长毛象已死了多少年？若用放射性法测量，达到与上法相同精度(±7%)，至少要测量多长时间？

2-12. 试由质量亏损求出下列核素的结合能和比结合能：^{2}H，^{40}Ca，^{197}Au 和 ^{252}Cf。

2-13. 试由质量亏损求出下列各组核素的结合能：^{3}H，^{3}He，^{12}B，^{12}C，^{12}N 以及 ^{13}C，^{13}N。

2-14. ^{130}Te 可以经双 β^- 衰变生成 ^{130}Xe，试计算此两核素基态的能量差。

2-15. 试估算一下，1 公斤 ^{235}U 吸收中子完全发生裂变可释放多大能量（能量单位用 MeV）？相当于多少吨煤燃烧时所释放的能量（每吨煤燃烧所放出的能量是 3.4×10^{10} J）？

2-16. 从 ^{13}C 核中取出一个中子或质子，各需多少能量？试解释两者有很大差别的原因。

2-17. 试由结合能半经验公式（2.9-4）计算下列核素的结合能，并与实验结果比较：^{40}Ca，^{56}Fe 和 ^{206}Pb。

2-18. 试由（2.7-1）式的β稳定线分别确定 ^{57}Ni 和 ^{140}Xe 经β衰变生成的β稳定性核素，并分别写出它们的β衰变链。

2-19. 若有半径为 R 的球带有电量 Q，分别对下列两种情形计算带电球的库仑能。（1）电荷均匀分布于球体内；（2）电荷均匀分布于球表面。

2-20. 任何递次衰变系列，在时间足够长以后，将按什么规律衰变？

2-21. 为什么在三个天然放射系中没有见到 β^+ 放射性和 EC 放射性？

2-22. 试证明 N 和 Z 相差为 1 的两个镜象核的结合能为 $a_c A^{2/3}$，其中 a_c 为结合能半经验公式中库仑项的常量。

Box 2b Neutron star stability （Heyde P.226)

$$a_v A - \frac{1}{4} a_a A + \frac{3}{5}\frac{GM^2}{r_0 A^{1/3}} = 0$$

讨论问题：（1）可否从原子核连续变化到中子星？（2）可否组成质子星？

$G = 6.7\times10^{-11}\,\mathrm{Jmkg^{-2}}$ $M = AM_n$ $r_0 = 1.2\mathrm{fm}$

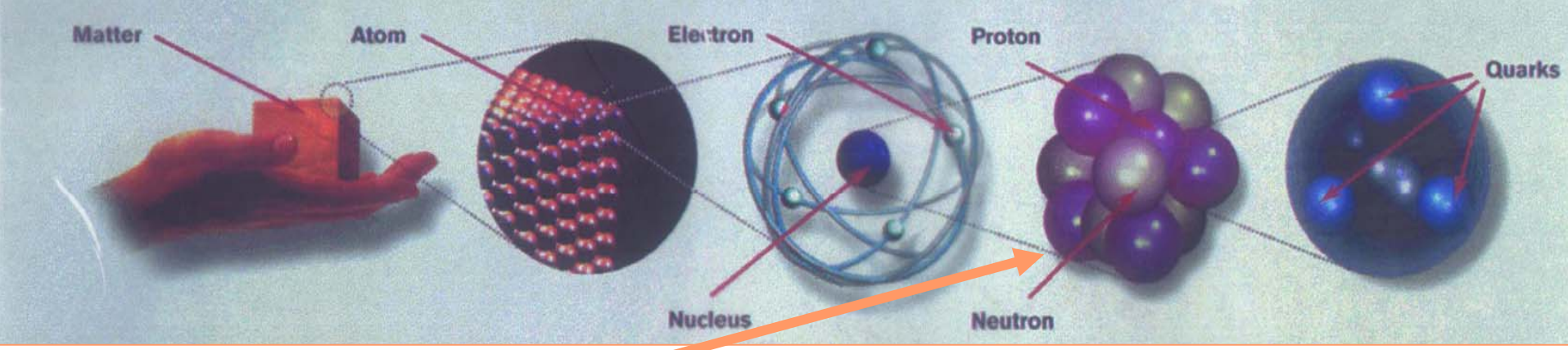
$1\mathrm{MeV}=1.602\times10^{-13}\mathrm{J}$ $M_n = 1.67\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$

得出： $A \cong 5\times10^{55}$ $R \cong 4.3\mathrm{km}$ $M \cong 0.045\,\mathrm{M}_\otimes$

More precise calculations give a value of about $0.1\,M_\otimes$

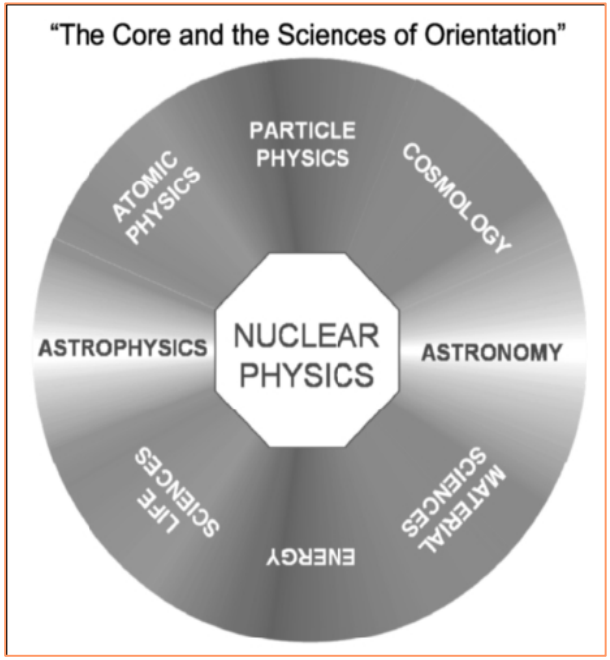
Box 2c Beyond the neutron drip line of stability (Heyde P.227) (NuPECC long-range-plan-2004)

Box 2d SARS疫情分析及对北京疫情走势的预测



原子核：

- 强作用量子多体复杂系统
- 关系能源、国家安全等重大应用
- 大科学 — 带动先进复杂技术
- 人才培养 — 科学和技术综合型



主要前沿：

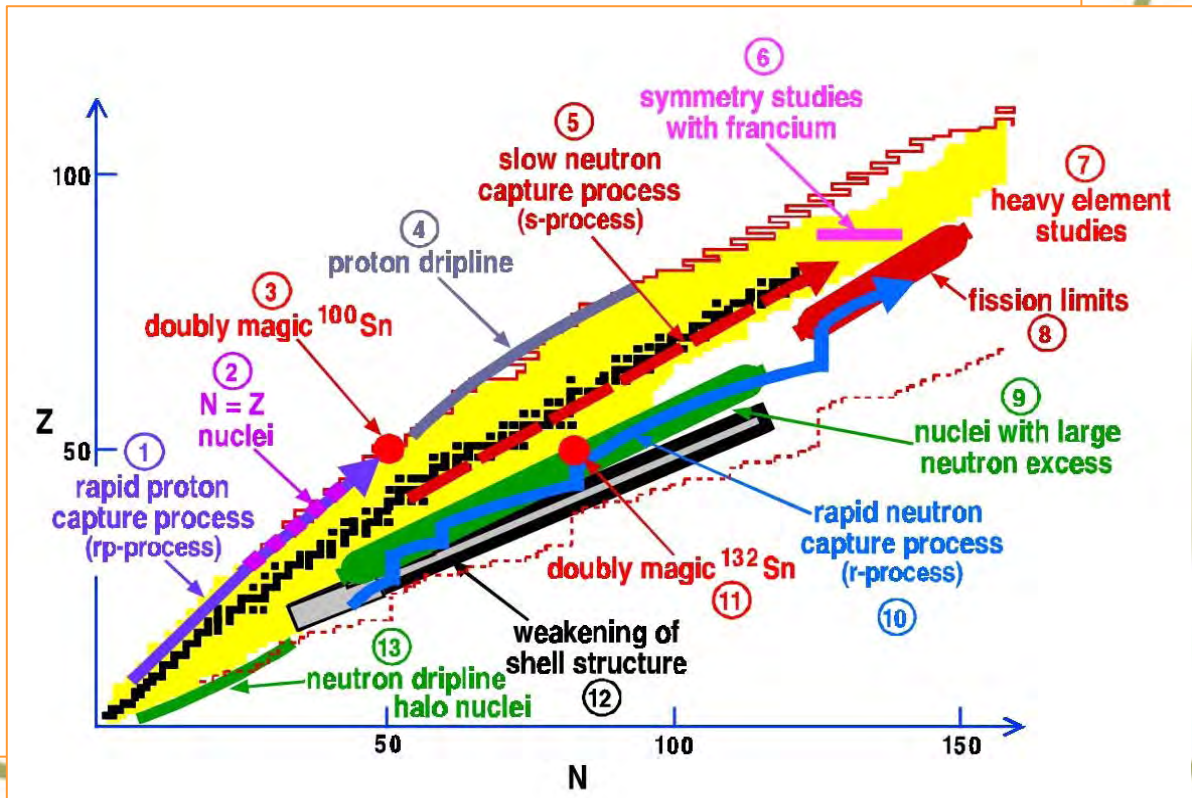
- 强子物理
- 放射性核束物理
- 高温高密核物质
- 核天体物理
- 原子核中的基本相互作用与对称性

选择因素

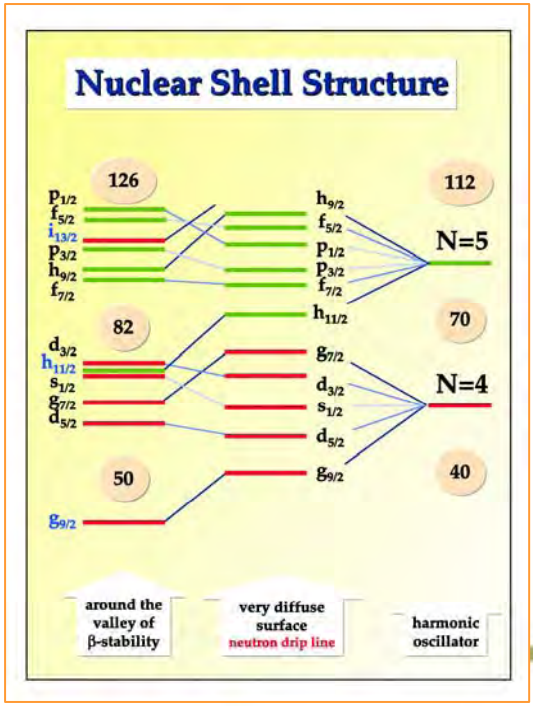
国际长远学术发展
国家大科学工程安排
实验工作和队伍基础
关联重大应用

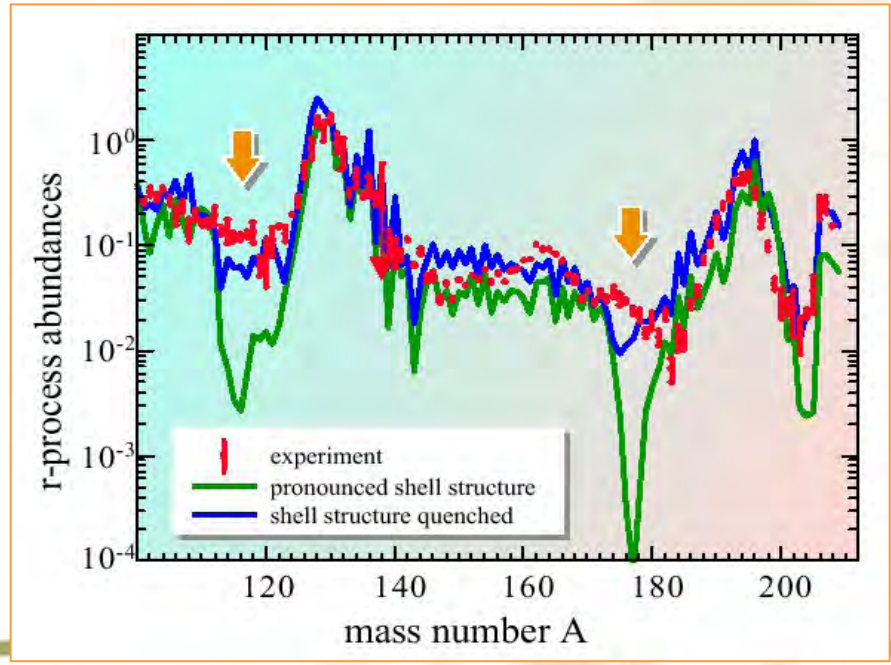
Box 2c

放射性核束物理是近20年发展起来的核物理新领域，它研究的对象是在新型大科学装置上已经或即将产生的数千个非稳定（unstable）也就是弱束缚（weak-binding）的核素,而过去近百年只研究了几百个在稳定区附近的核素。在初期的研究中，已经发现了晕结构、集团自组织、新幻数、非线性多中子关联、连续态强耦合、同位旋相变等量子多体的新现象，并观察到反常截面增大、多反应道耦合、集团破裂和转移等新的反应机制和效应。放射性核束物理研究是对广阔的核科学未知领域的探索，正在极大地改变对原子核的传统认识。



与此同时，天体物理的许多重要问题如能量和元素的来源，中子星的结构和冷却，超新星的爆发，都涉及到基本的核物理问题，尤其是弱束缚核的结构和反应。另一方面，天体中的核过程与核聚变等装置中的核过程相似，通过相关研究可以为核能源开发应用等提供重要信息和参考资料。核物理与天体物理的交叉不仅是人类认识天体及宇宙演化过程及规律的重要方式，并且与能源开发和利用、国防安全建设等密切相关。放射性核束物理涉及众多新的核样本和核数据，将在超重核合成合成、新型核材料、新型核能装置等方面产生难以估量的重大影响。





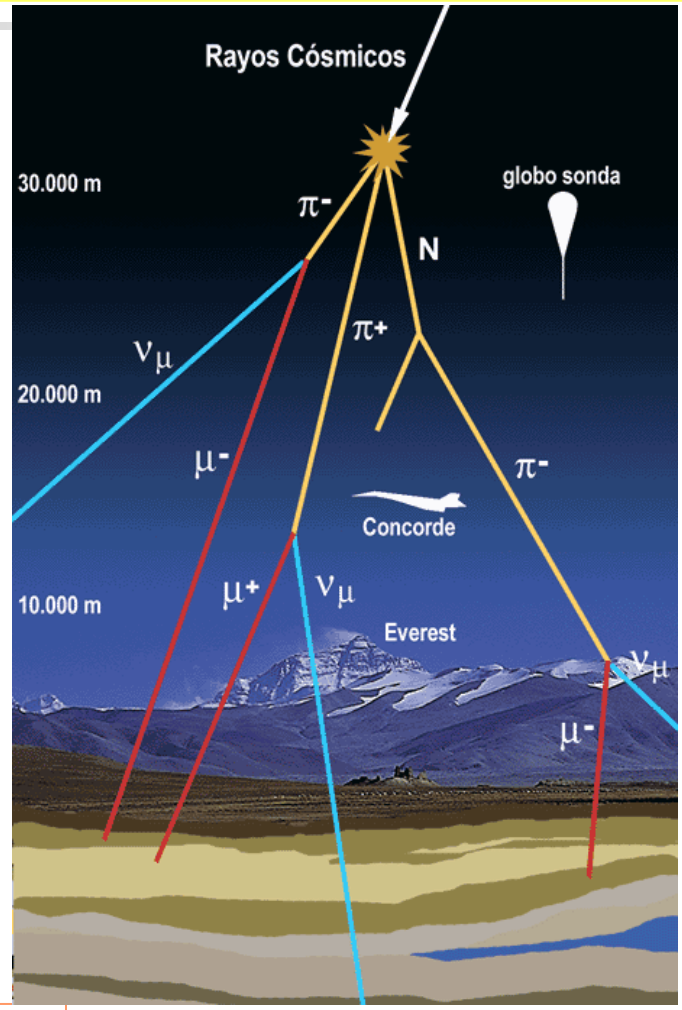
第三章 粒子源与粒子的测量

§3.0 粒子源

天然粒子源：放射源、宇宙线

加速器粒子源：

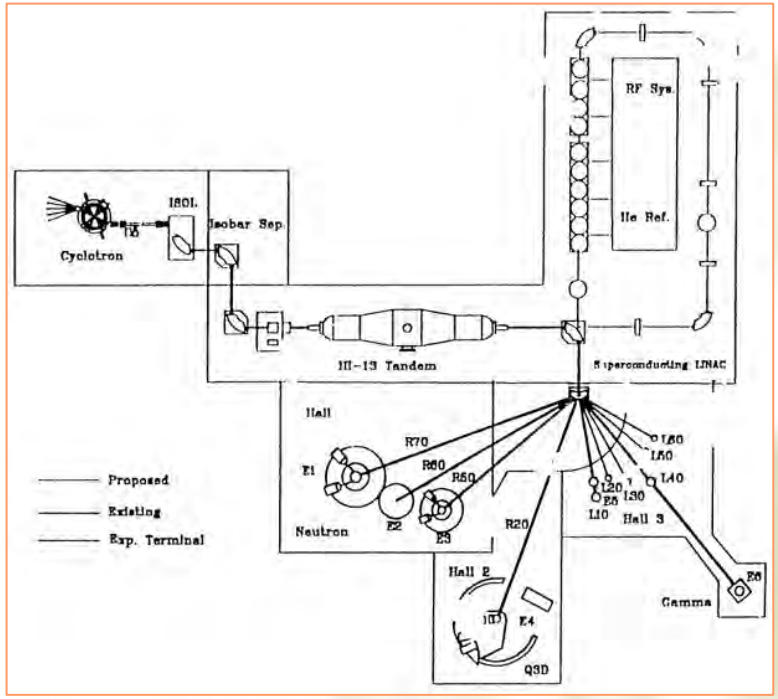
- 静电加速器
- 串列静电加速器
- 直线加速器
- 回旋加速器
- 同步回旋加速器
- 对撞机
- 次级束流线与储存环

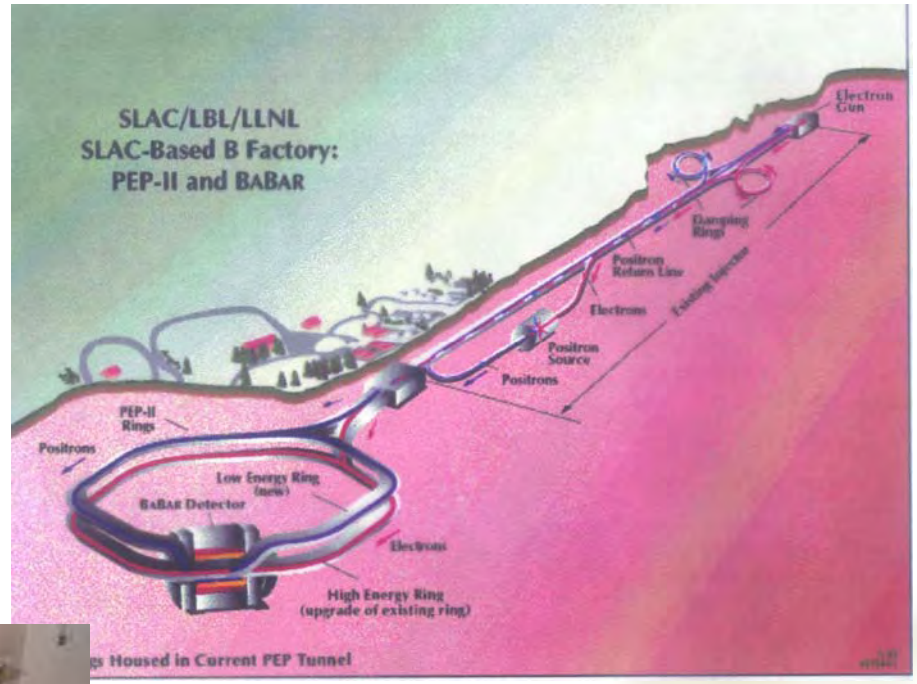


后续课程：《辐射物理基础》《加速器物理基础》



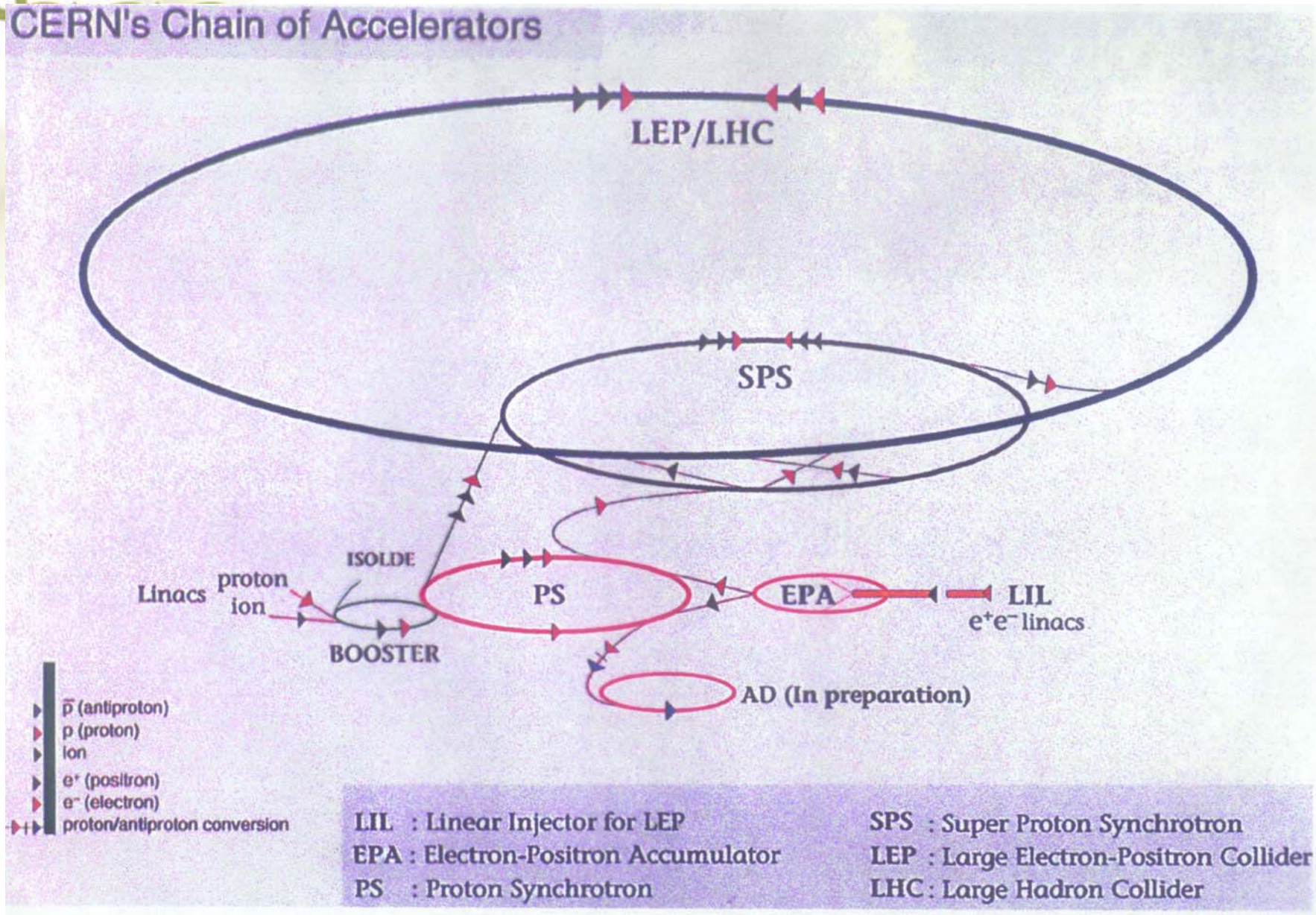



RF Sys.
He Ref.
ISOL
Isobar Sep.
Cyclotron
HI-13 Tandem
Superconducting LINAC
Hall
R70
R60
R50
E1
E2
E3
R20
L60
L50
L40
L30
L20
E5
L10
Hall 3
Neutron
Hall 2
E4
Q3D
E6
Gamma
Proposed
Existing
Exp. Terminal

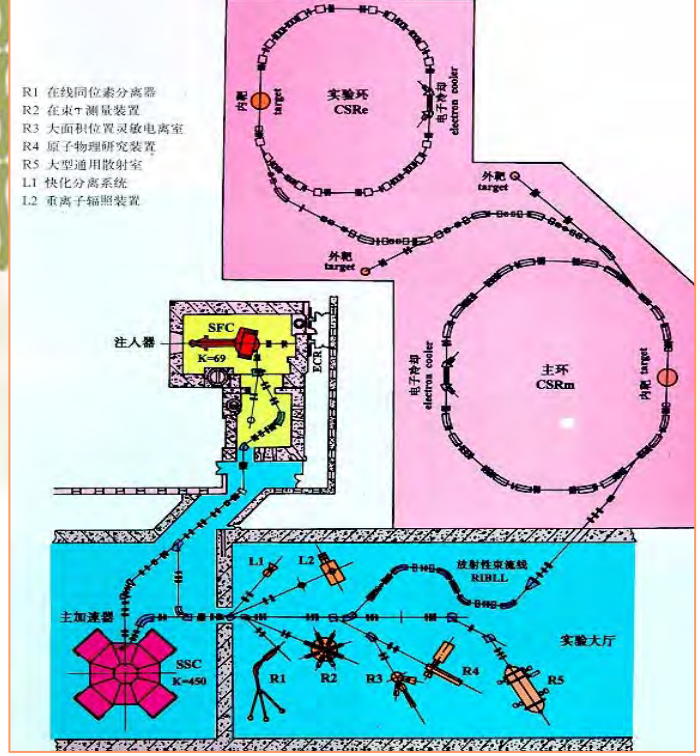

SLAC/LBL/LLNL
SLAC-Based B Factory:
PEP-II and BABAR
Electron Gun
Damping Rings
Positron Return Line
Electrons
Positron Source
Positrons
PEP-II Rings
Positrons
Low Energy Ring (new)
BABAR Detector
Electrons
High Energy Ring (upgrade of existing ring)
Housed in Current PEP Tunnel

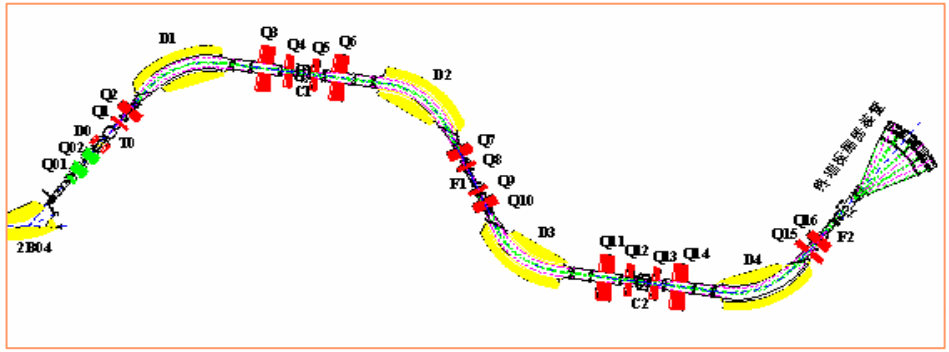


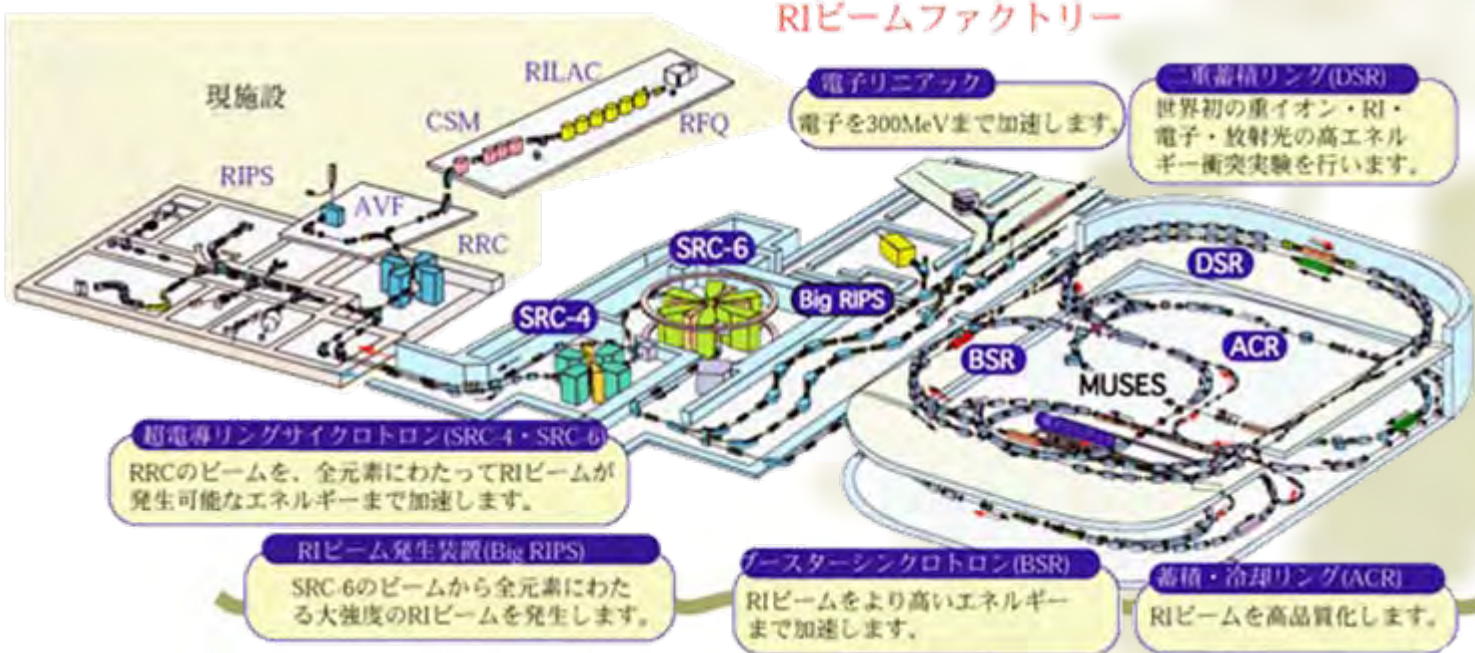
CERN's Chain of Accelerators



LIL : Linear Injector for LEP
EPA : Electron-Positron Accumulator
PS : Proton Synchrotron
SPS : Super Proton Synchrotron
LEP : Large Electron-Positron Collider
LHC : Large Hadron Collider


R1 在线同位素分离器
R2 在束γ测量装置
R3 大面积位置灵敏电离室
R4 原子物理研究装置
R5 大型通用散射室
L1 快化分离系统
L2 重离子辐照装置
实验环
CSRe
内靶
target
电子冷却
electron cooler
外靶
target
外靶
target
SFC
K=69
注入器
ECR
主环
CSRm
电子冷却
electron cooler
内靶 target
L1
L2
放射性束流线
RIBLL
主加速器
实验大厅
SSC
K=450
R1
R2
R3
R4
R5


D1
Q3
Q4
Q5
Q6
D2
Q2
Q1
D0
Q02
Q01
I0
2B04
C1
Q7
Q8
F1
Q9
Q10
D3
Q11
Q12
Q13
Q14
D4
C2
Q16
Q15
F2


RIビームファクトリー
現施設
RILAC
CSM
RFQ
RIPS
AVF
RRC
SRC-6
SRC-4
Big RIPS
DSR
BSR
ACR
MUSES
電子リニアック
電子を300MeVまで加速します。
二重蓄積リング(DSR)
世界初の重イオン・RI・電子・放射光の高エネルギー衝突実験を行います。
超電導リングサイクロトロン(SRC-4・SRC-6)
RRCのビームを、全元素にわたってRIビームが発生可能なエネルギーまで加速します。
RIビーム発生装置(Big RIPS)
SRC-6のビームから全元素にわたる大強度のRIビームを発生します。
ブースターシンクロトロン(BSR)
RIビームをより高いエネルギーまで加速します。
蓄積・冷却リング(ACR)
RIビームを高品質化します。

探测对象：带电粒子，中性粒子；稳定粒子，

非稳定粒子；重粒子；轻粒子

观测量：粒子种类；强度；能量；角分布；自旋等

§3.1 射线与物质的相互作用

1．带电粒子与物质相互作用：

主要是与核外电子发生库仑相互作用

带电粒子在阻止介质中，由于与核外电子的非弹性碰撞使原子发生激发或电离而损失自己的能量，称电离损失。研究结果表明：只要不是能量低的很重的带电粒子（比α粒子重），电离损失或电子阻止是带电粒子穿过阻止介质时能量损失的主要方式。

（1）质子、α粒子等重带电粒子与物质相互作用：

一个速度为υ、电荷ze的带电粒子穿过由原子序数Z的元素组成的纯阻止介质时，由于与介质原子核外电子发生非弹性碰撞，经过单位路程后的能量损失或称阻止本领为：

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=\frac{4\pi z^2e^4ZN}{m_0\upsilon^2}\left[\ln\left(\frac{2m_0\upsilon^2}{I}\right)-\ln\left(1-\beta^2\right)-\beta^2\right]$$

式中m_0为电子静止质量，$\beta=\upsilon/c$，c为光速，N为阻止介质中单位体积的原子数目，I为介质原子的平均电离电势，代表该原子中各壳层电子的激发和电离能之平均值。方括号中第二、三两项是相对论修正项，其结果是使$-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$随带电粒子速度增加而减少到一极小值之后，又重新随速度增加而增加。这就是著名的贝特－布洛赫（Bethe-Block）公式。

$$-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x \sim \frac{mz^2}{E}$$

入射带电粒子能量E和在阻止介质中能量损失ΔE的乘积与mz^2成正比,与E成反比。

射程：

$$R = \int_{E_0}^{0} \mathrm{d}E/\left(-\mathrm{d}E/\mathrm{d}x\right)$$

能量损失歧离与射程歧离：

$$N(E)/N = \frac{1}{\alpha\pi^{1/2}} \exp\left[-\frac{\left(E-\bar{E}\right)^2}{\alpha^2}\right]$$

α为分布宽度

$$\alpha = 2\sqrt{2}ze^2\left[\pi ZNt\right]^{1/2}$$

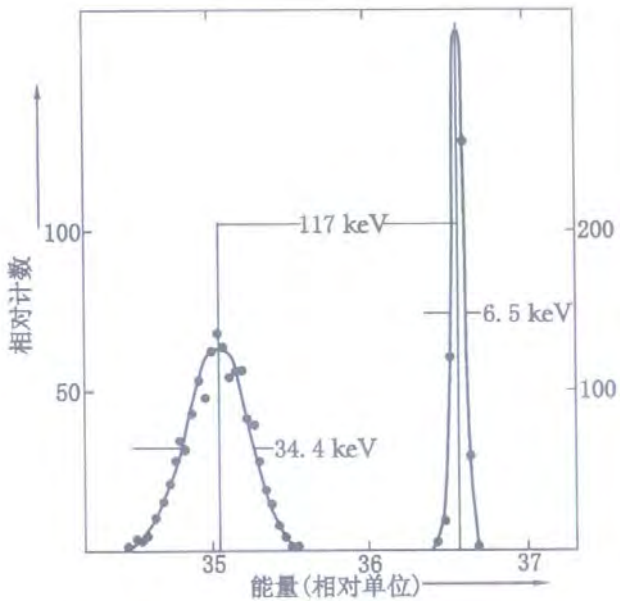


图 3-3　3 MeV 质子穿过 3.3 mg/cm^2 Au 箔后的能量损失

2．γ射线与物质的相互作用：

γ射线和X射线分别起源于原子核能量变化过程和原子核外电子能量状态变化过程。

γ射线与物质相互作用主要有三种机制，即光电效应、康普顿散射和电子—正电子对产生。

$$I/I_0 = e^{-\mu d}$$

总衰减系数μ可以分解为相对于光电效应、康普顿散射及电子对产生效应的三部分衰减系数，即 $\mu = \tau + \sigma + k$

$$x_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu} = \frac{0.693}{\mu}$$

$$\overline{R} = \frac{\int_0^\infty x e^{-\mu x} \mu \, \mathrm{d}x}{\int_0^\infty e^{-\mu x} \, \mathrm{d}x} = \frac{1}{\mu}$$

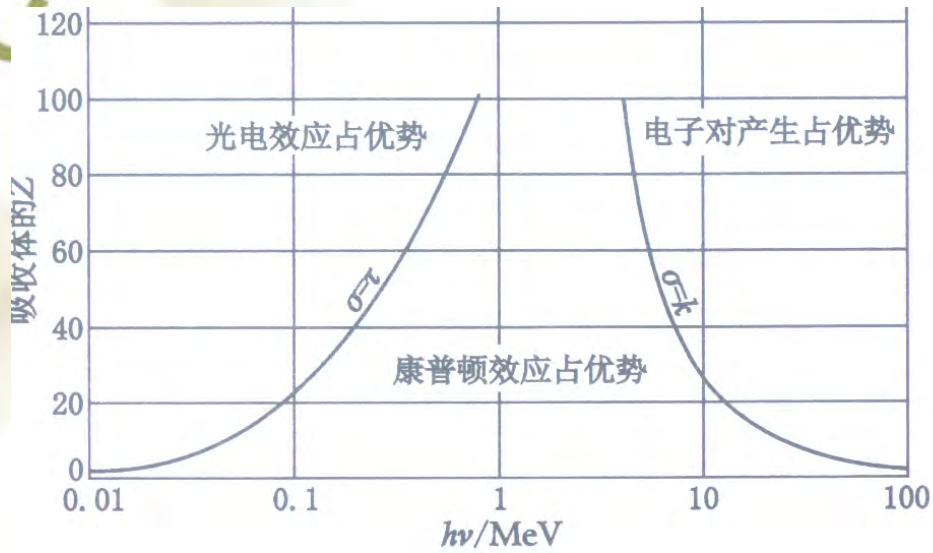


图 3-11　γ射线产生光电效应、康普顿效应和电子对效应的相对重要性

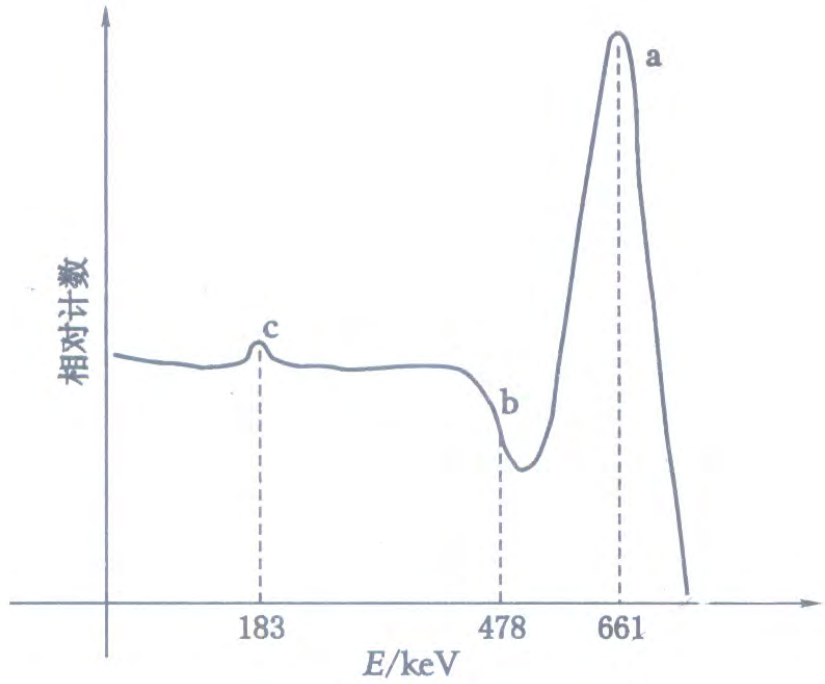


图 3-12　0.661 MeV γ射线产生的次级电子能谱

§3.2 核辐射探测器

通过核辐射与物质相互作用提供有关核辐射信息并对其进行分析处理的实验仪器。

1. 气体探测器：

电离室、正比室和雪崩室。它们的共同特点是通过收集射线穿过工作气体时产生的电子—正离子对来获得核辐射的信息

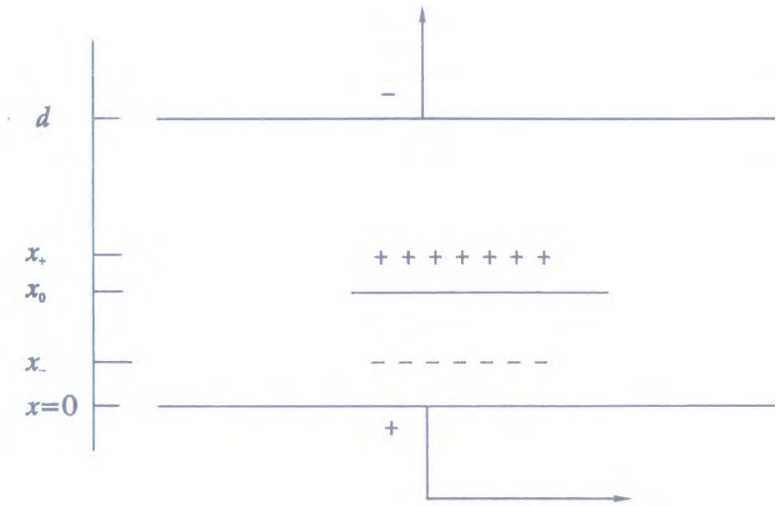


图 3-16　平行板电离室内电子-离子对的运动

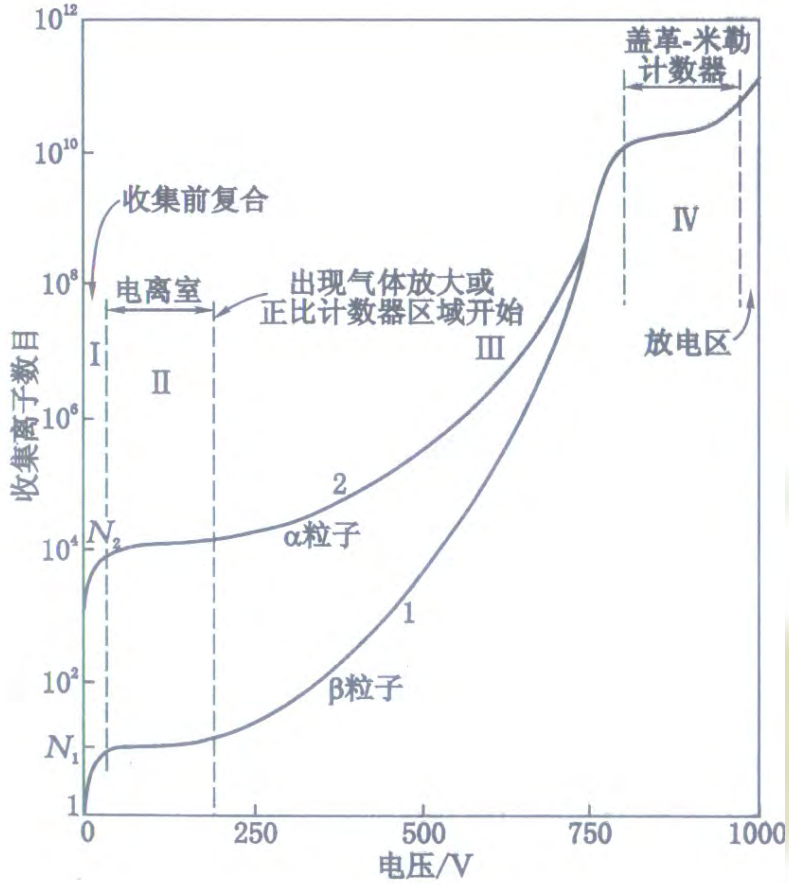
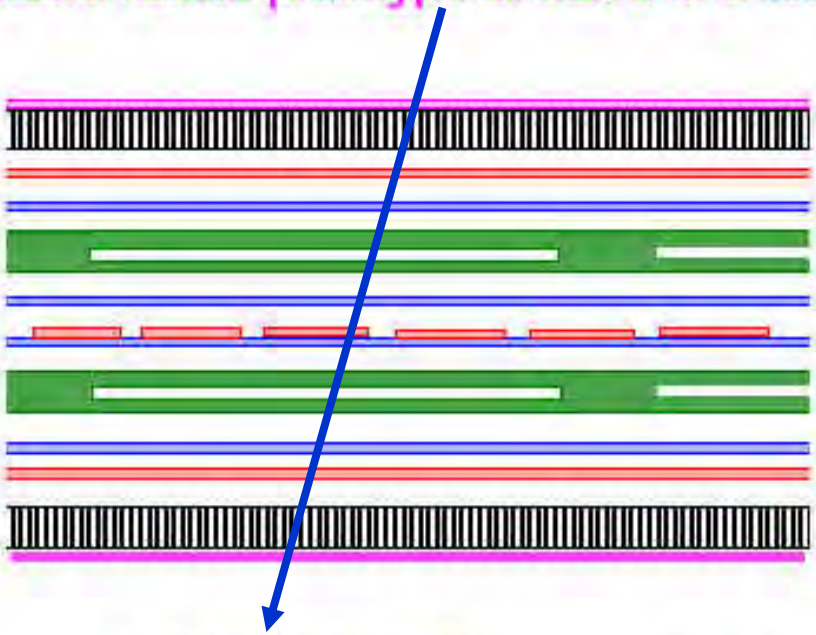


图 3-14　气体探测器的不同工作区域

assembly of RE1/2 fullsize prototype at CERN: RPC structure



gas-gaps(with graphite and insulation layer)
insulation layer
copper signal ground layer

honeycomb plate
read-out strips
Al. shielding layer





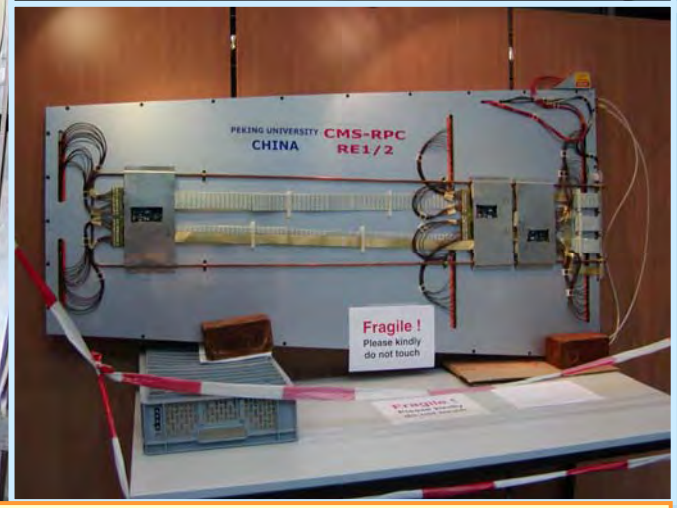




R&D at
PKU
1999年

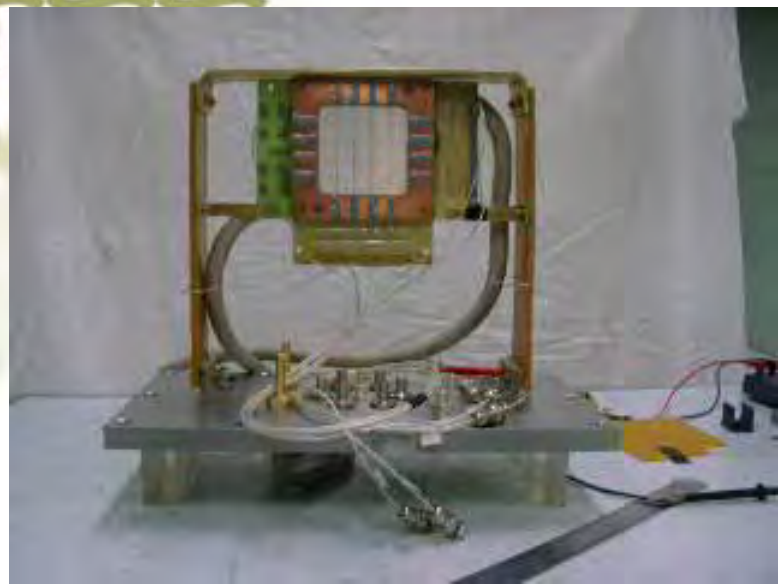


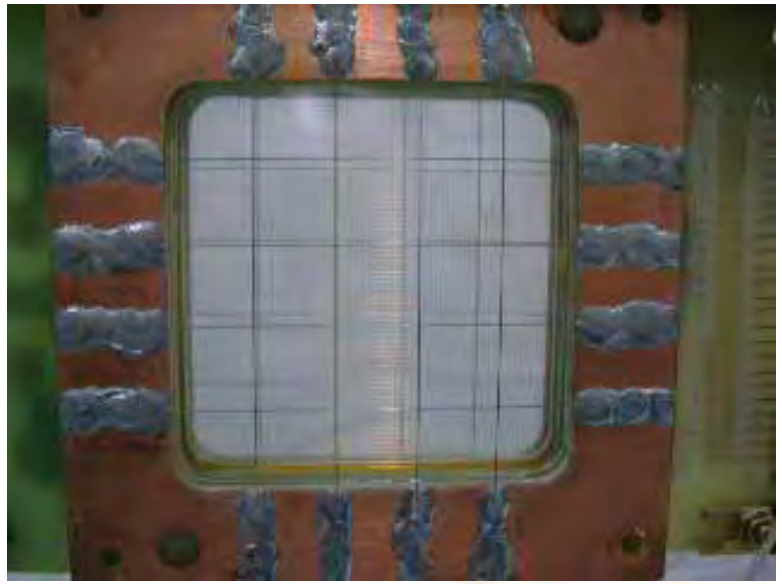


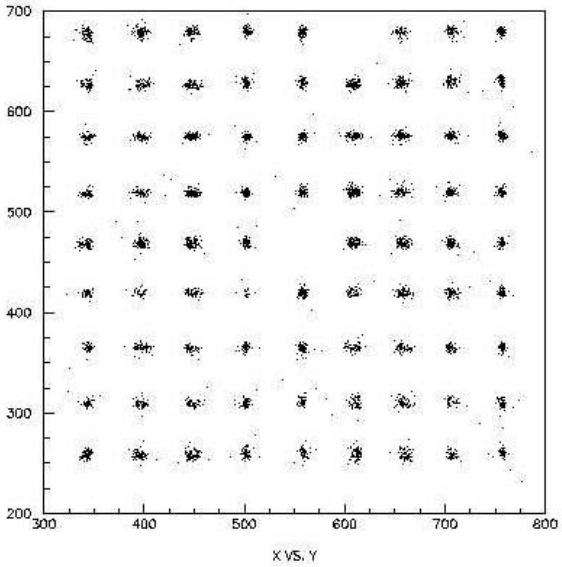


RE1/2 prototype，
2002年9月

G.Iaselli：“I am glad to hear that the test went well. The PU group certainly deserve congratulation for the good job”.







Low Pressure Multi-Wire Proportional Chamber

2. 闪烁探测器

核辐射与物质相互作用会使阻止介质原子被激发，当这些被激发原子退激回到其基态时会发射光脉冲即称作闪烁。基于这种现象来探测核辐射的器件称作闪烁探测器。

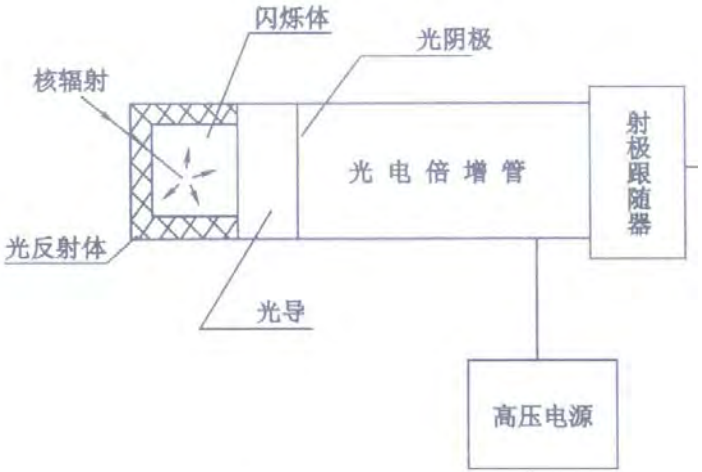


图 3-20　闪烁探测器的示意图

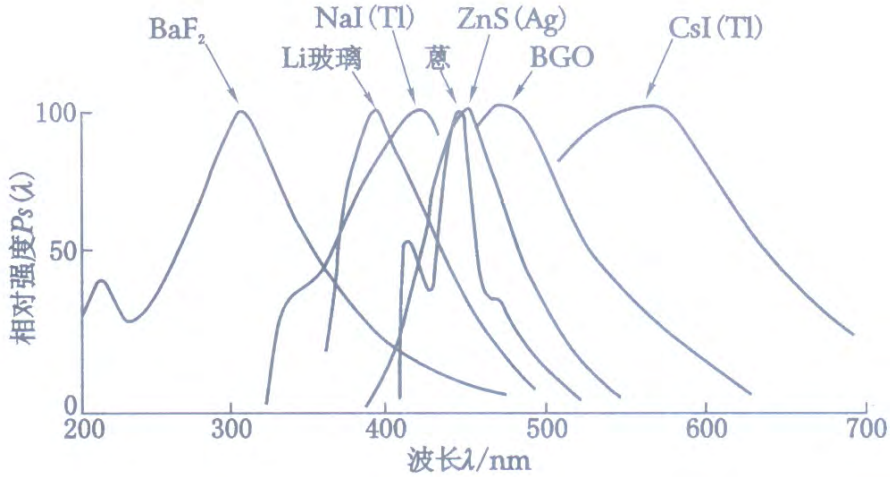
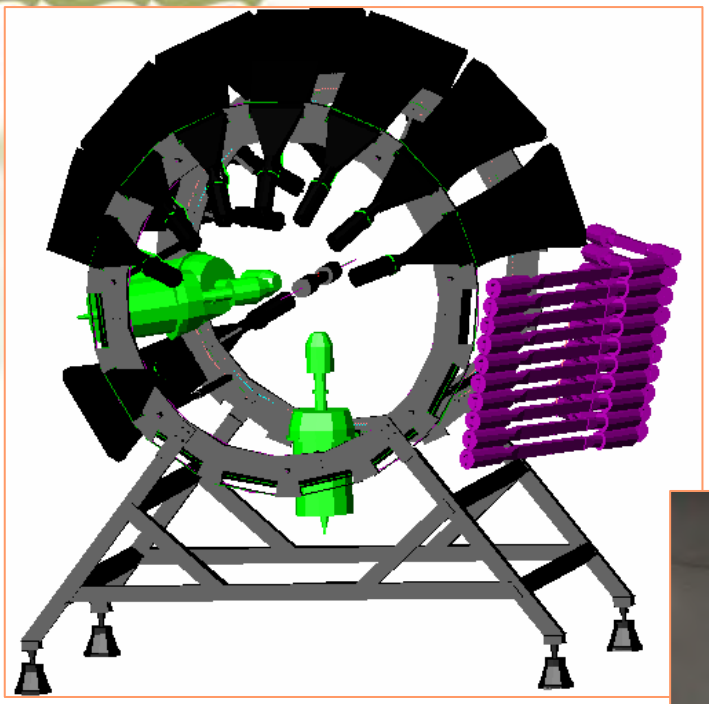


图 3-21　几种典型闪烁体的发射光谱

表 3-2　几种常见闪烁体的主要性能[①]

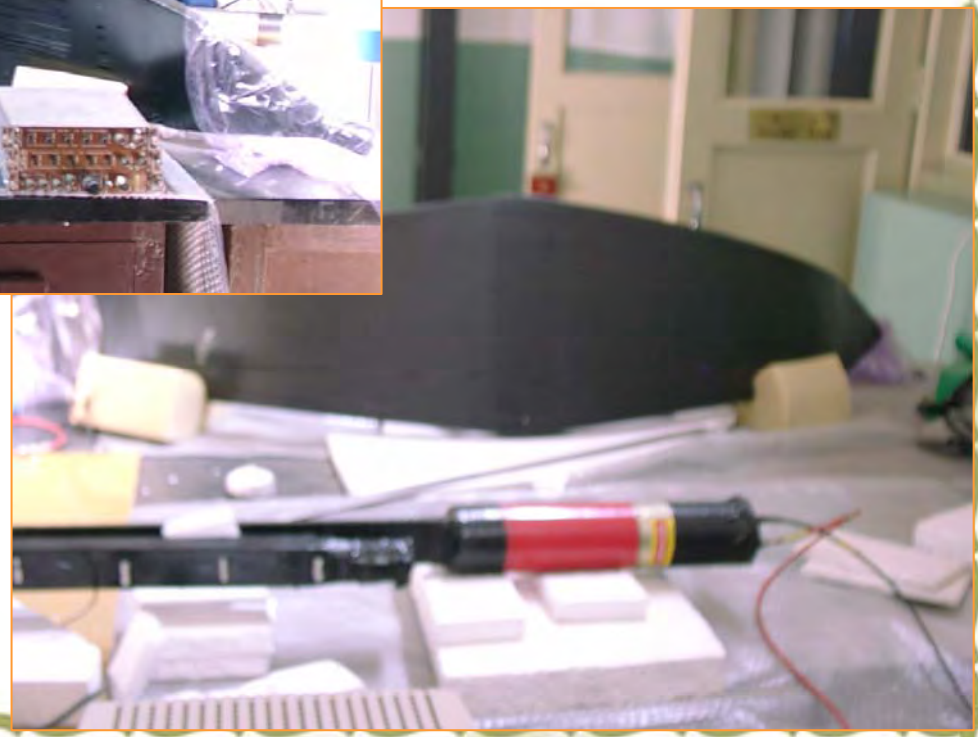
类　别	闪烁体	最强发射波长/nm	闪烁衰减时间/μs	相应最强发射波长折射率	密度/(g/cm^3)	相对光输出(%)	
无机闪烁体	NaI(Tl)	415	0.23	1.775	3.67	100	230
	CsI(Tl)	565	1.00	1.80	4.51	45	
	BaF_2	325	0.63	1.49	4.88	20	
	ZnS(Ag)	450	0.070	2.356	4.09	130	300
有机闪烁体	蒽($C_{14}H_{10}$)	447	0.030	1.62	1.25	43	100
	联三苯($C_{18}H_{14}$)	415	0.0045		1.234		40
	联四苯($C_{24}H_{18}$)	440	0.0045		1.206		88
塑料闪烁体		370～434	0.002～0.02	1.58	1.03～1.14	30	33～40
液体闪烁体		385～430	0.0026～0.004	1.38～1.53	0.71～1.08	7～27	
锂玻璃闪烁体		395	0.020,0.060	1.55～1.58	2.4～2.5	14	

① 摘自：汲长松编著．核辐射探测器及实验技术手册．北京：原子能出版社，1990









Prototyping and testing

3．半导体探测器：

半导体探测器也是基于核辐射在阻止介质中产生的电离效应。在像Si和Ge半导体材料中，核辐射产生一对电子—空穴的平均能量损失仅(3～5)eV，与之相比，在气体中相应物理量约30eV，而在闪烁探测器中，为在光电倍增管的第一倍增电极上接收一个光电子，核辐射需在闪烁体中平均损失约300eV。主要缺点是：

灵敏体积不能太大（10^2cm^3）限制了它在探测高能核辐射和需要大探测立体角场合的应用。它对核辐射造成的损伤灵敏，在每平方厘米灵敏面积累积接收10^{12}快中子或10^8重离子后，探测器性能会明显变坏而且不能自行恢复，因而限制了它的使用寿命。

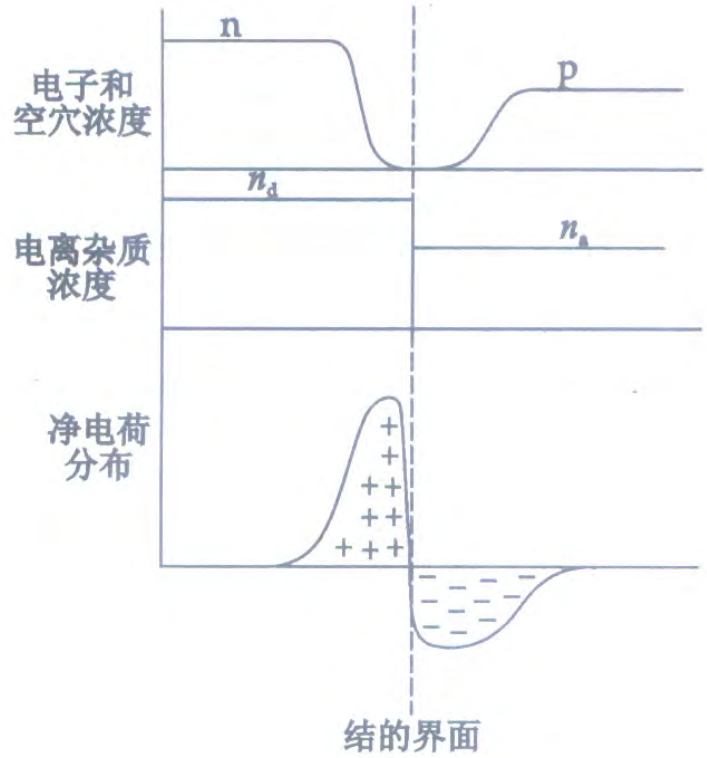
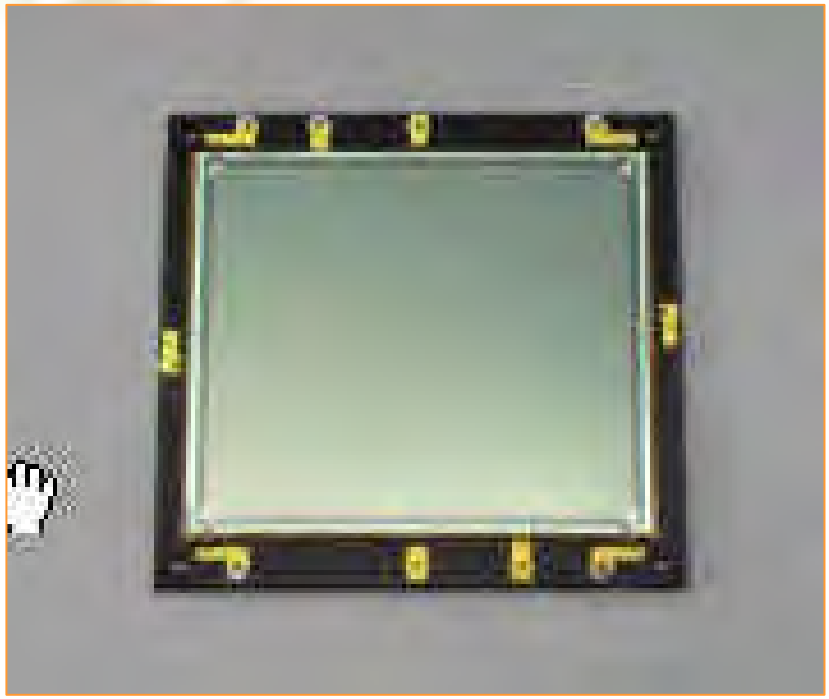
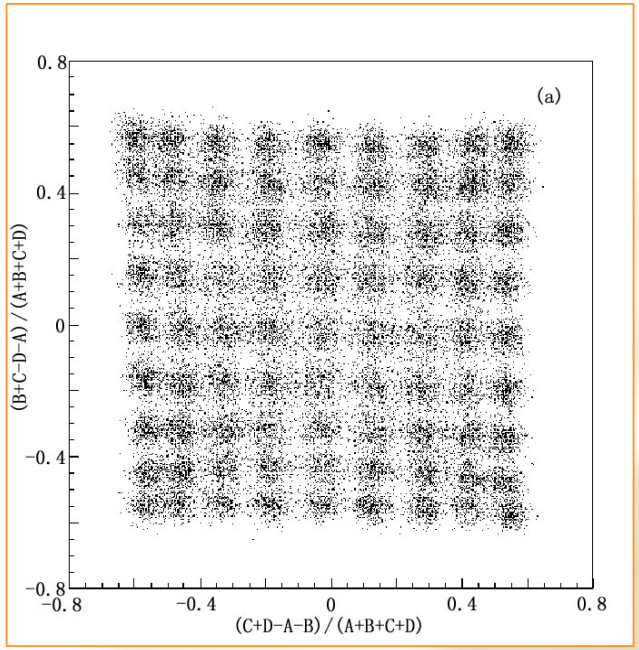


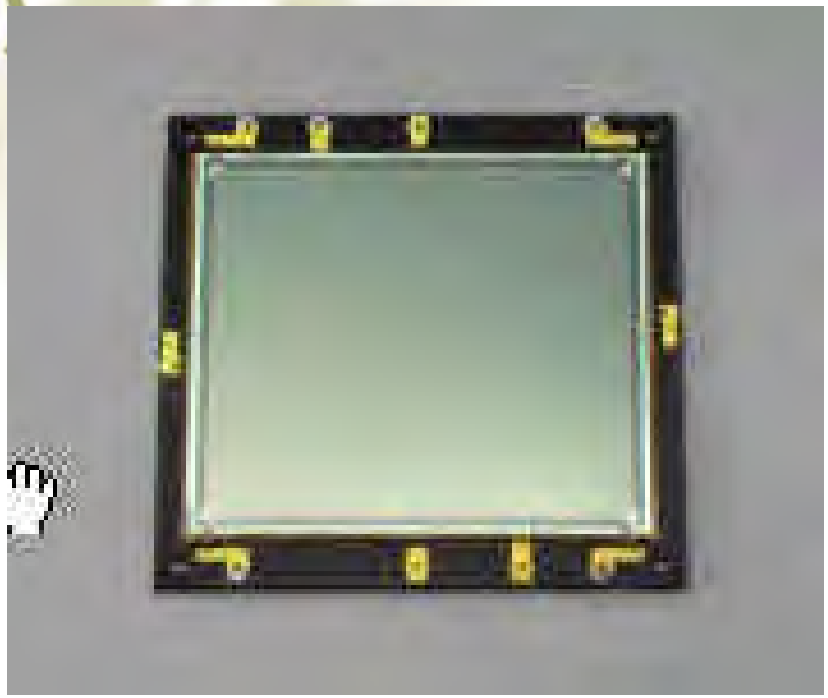
图 3-25　半导体 p-n 结性质

PSD：HAMAMATSU离子注入型硅探测器，灵敏面积为45mm×45mm，厚度为325±15μm，阳极的四个角上读出位置信号，从探测器背面的金层取出能量信号。全耗尽电压为80V，最大可达100V，暗电流为100nA，最大可达500nA，全耗尽时电容为780pF。前放用Amptek A250 组装 。经测试，位置分辨率约2mm。

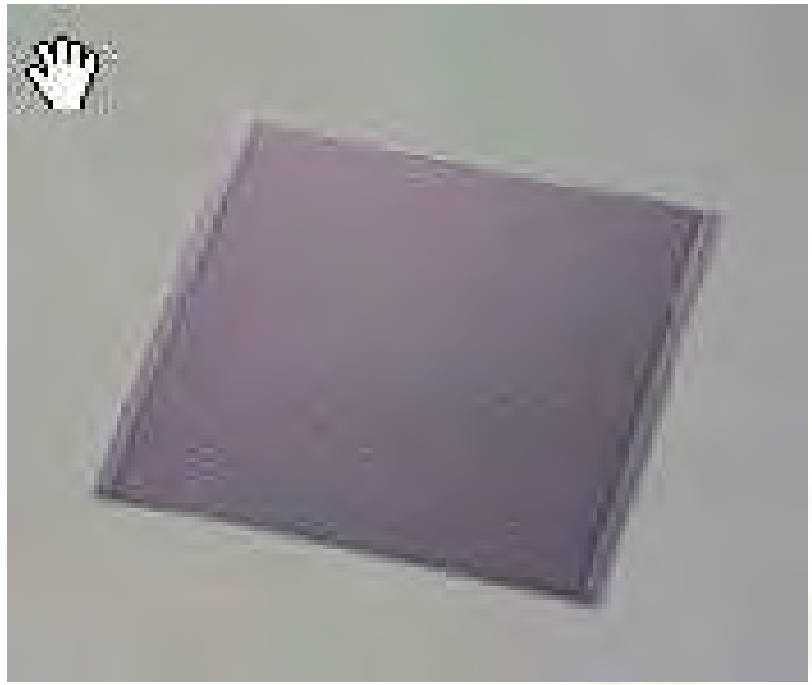




Hamamatsu-S5378



Hamamatsu-S5378PSD



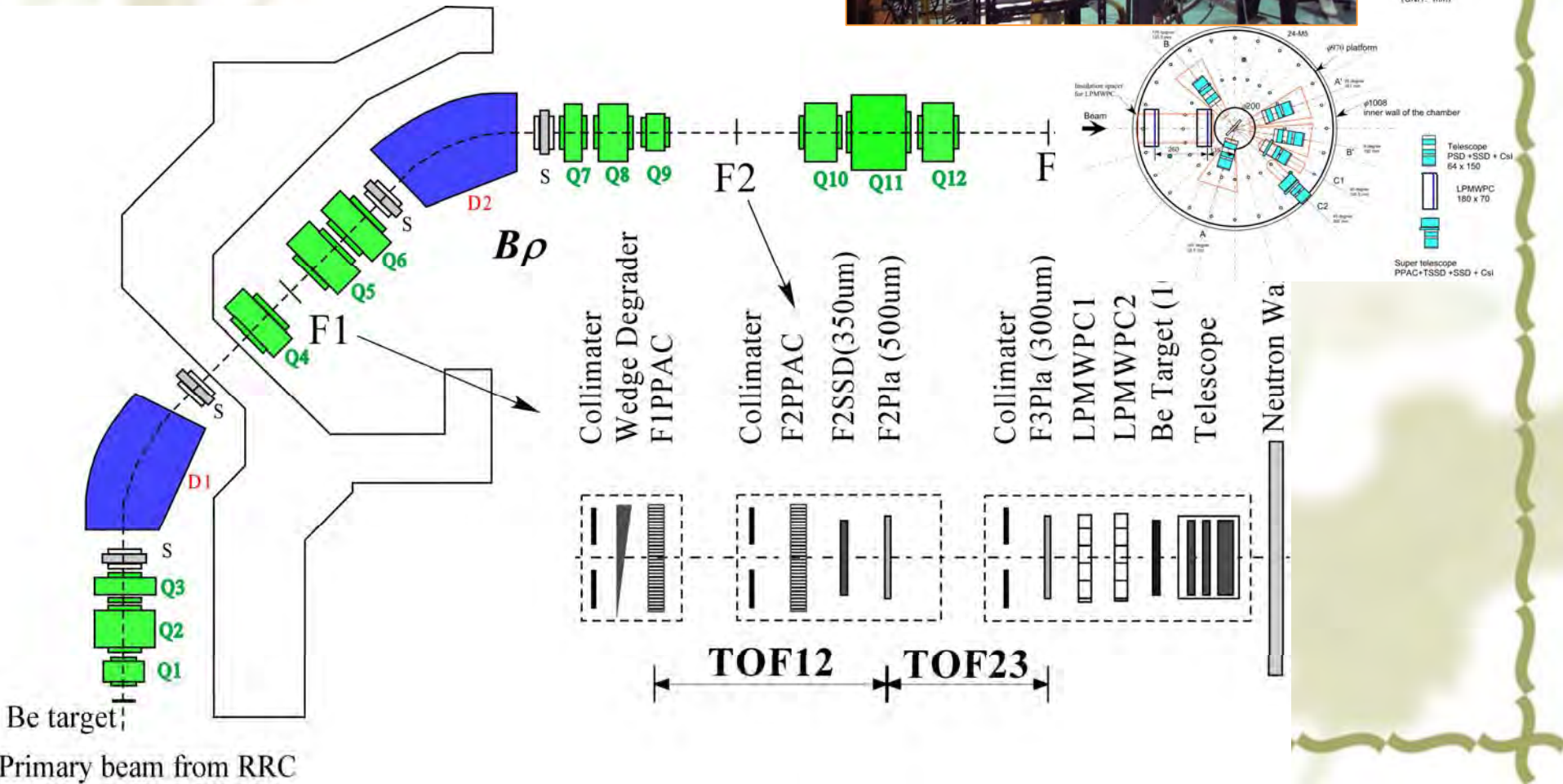
Hamamatsu-S6933strip

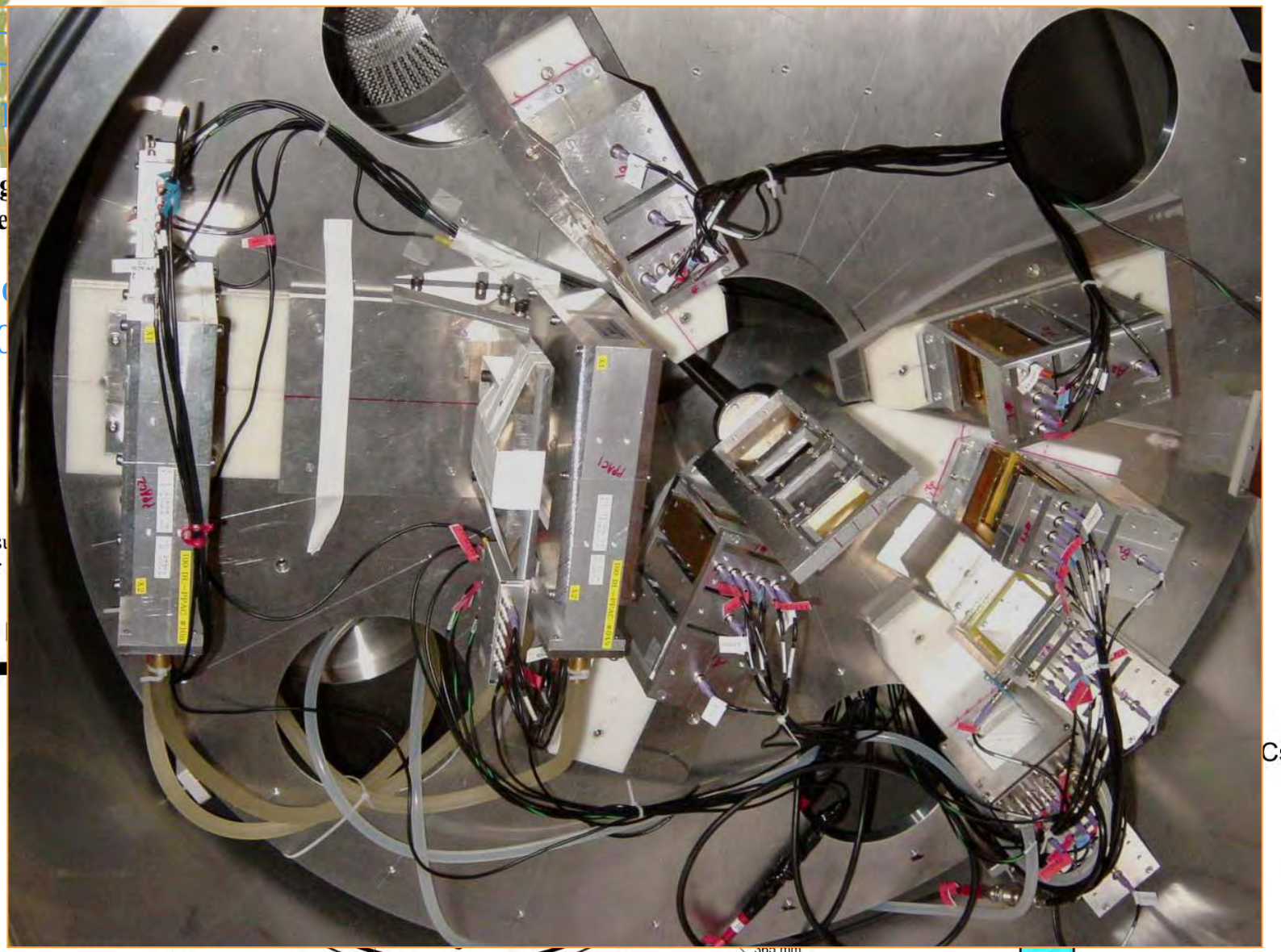


Super Telescope II: PPAC+TSSD+SSD+CsI

RIPS setup




D2
S
Q7
Q8
Q9
F2
Q10
Q11
Q12
Bρ
Q6
Q5
Q4
F1
D1
Q3
Q2
Q1
Be target
Primary beam from RRC
Collimater
Wedge Degrader
F1PPAC
Collimater
F2PPAC
F2SSD(350um)
F2Pla (500um)
Collimater
F3Pla (300um)
LPMWPC1
LPMWPC2
Be Target (1
Telescope
Neutron Wa
TOF12
TOF23
(UNIT: mm)
Beam
Telescope
PSD +SSD + CsI
64 x 150
LPMWPC
180 x 70
Super telescope
PPAC+TSSD +SSD + CsI



Csl

Scin.

A

107 degree
52.5 mm

Super telescope
PPAC+TSSD +SSD + CsI

- 能量测量
- 时间测量
- 动量测量
- 粒子分辨
- 符合测量
- 电子学、数据获取、计算机

第四 章　相互作用

交换力的概念 (书P.109、P.352)

粒子的运动和变化离不开相互作用。在经典力学中，我们知道，运动规律由牛顿方程，或等效的哈密顿或拉格朗日方程来描写，相互作用以力或作用势的形式进入方程。在量子力学中，描写运动规律的是$H\Psi=i\partial\Psi/\partial t$，相互作用也是出现在哈密顿量$H$中。量子力学中的运动就是状态波函数的变化，实际要运算的是截面和跃迁概率等量，常用的办法是从薛定谔方程出发，写出相应的矩阵元并加以计算。

粒子物理涉及到的是微观高能的问题，需要既是量子化又是相对论的理论，这就是量子场论，它要求相互作用场的量子化和引入相应的传播相互作用的粒子。相互作用发生时，是一份一份的物理量以一定的速度在空间传播，这实际上就是相互作用粒子的概念。

测不准关系与交换粒子

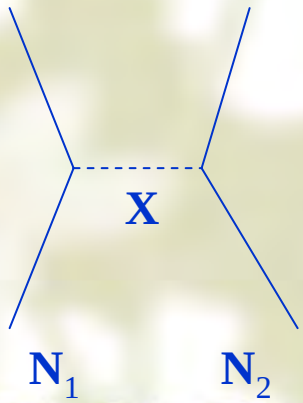
$$N_1 \to N_1 + X, \qquad X + N_2 \to N_2$$

在交换过程中，能量的不确定度为 $m_X c^2$ 。力程

$$R \sim c\Delta t = c\frac{\hbar}{m_X c^2} \approx \frac{200MeV \cdot fm}{m_X c^2}$$

$m_X c^2 \to 0, \quad R \to \infty$;

$m_X c^2 \sim 100\text{MeV}, \quad R \sim 2\text{fm}$



1935年，汤川秀树建立核力的介子场论。他认为核子-核子间的相互作用是由于交换介子而引起的，并且由力程预言介子的质量介乎电子质量和核子质量之间，是电子质量的**200**多倍。实验上，首先探测到的质量在电子和核子之间的粒子是μ子，其质量

$$m_{\mu} = 206.6 m_{e} = 105.66 MeV / c^{2}$$

但μ子与核子的作用很弱，不是核力这种强作用所交换的粒子。**1947**年，泡威尔（**Powel1**）等从实验上发现了汤川预言的介子，称π介子。带有正、负电荷和不带电的三种π介子分别记作π^{+}、π^{-}和π^{0}。π介子的质量经实验测定是

$$m_{\pi^{\pm}} = 273.3 m_{e} = 139.6 \mathrm{MeV}/c^{2}$$

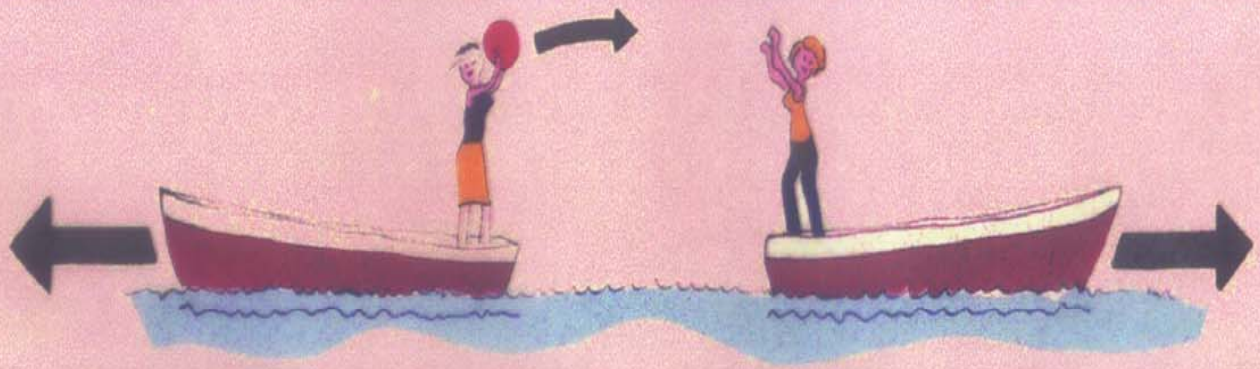
$$m_{\pi^{0}} = 264.2 m_{e} = 135.0 \mathrm{MeV}/c^{2}$$

虚粒子(virtualparticle)的概念

核力的作用在较低能量下（比介子质量小）也是可以发生的，此时怎么可以认为核子发射了很重的介子而本身质量不变？这里的交换粒子，实际上是虚粒子。虚粒子用于传递相互作用，因而总是局限在一定时空范围内的。由于测不准关系，它本身可以不遵从自由粒子的能量-动量关系。表现到作用过程中，就是交换粒子的质量不确定，或者能量守恒在作用时间内（$\Delta t \prec \hbar/(m_\pi c^2)$）是破坏的，破坏的范围就是 $\Delta E = m_\pi c^2$。当然，在能量足够高时，虚粒子也可以被实际的产生出来，成为满足上述能量-动量-质量关系的实粒子，如上面测出的π介子。

THE FORCES IN NATURE

TYPE	INTENSITY OF FORCES (DECREASING ORDER)	BINDING PARTICLE (FIELD QUANTUM)	OCCURS IN:
STRONG NUCLEAR FORCE	~1	GLUONS (NO MASS)	ATOMIC NUCLEUS
ELECTRO-MAGNETIC FORCE	$\sim \frac{1}{1000}$	PHOTON (NO MASS)	ATOMIC SHELL ELECTROTECHNIQUE
WEAK NUCLEAR FORCE	$\sim \frac{1}{100000}$	BOSONS Z^0, W^+, W^- (HEAVY)	RADIOACTIVE BETA DESINTEGRATION
GRAVITATION	$\sim 10^{-38}$	GRAVITON ?	HEAVENLY BODIES



THE EXCHANGE OF PARTICLES IS RESPONSIBLE FOR THE FORCES

§ 4.1 § 4.2 强相互作用和弱相互作用的概念

p.350-354

（1） 量子场论基础上的相互作用

量子场论认为，每一种粒子都对应着一种场。不同的场在空间相互重叠。场的能量最低态称为基态。所有的场均处于基态时为物理真空。场的激发表现为粒子，不同的激发状态对应于粒子的不同模式和数目。场的互为复共轭的两种激发表现为粒子和反粒子。

规范场理论是一种特殊的量子场论，它要求所采用的拉格朗日量具有特殊的规范对称性。重要的是，这种对称性的要求“自然”导致相互作用的引入，因此，人们把这种理论称为相互作用的规范理论，规范性也成了理论合理性的一个重要标志。举一个简单的例子。在量子力 学中，我们知道物理观测量只依赖于波函数的绝对值的平方$|\Psi|^2$。因此，我们要求量子理论在如下的变换下不变：

$$\psi(\vec{x},t) \to \psi'(\vec{x},t) = e^{-i\chi(\vec{x},t)}\psi(\vec{x},t)$$

其中 $\chi(\vec{x},t)$ 是相因子，它在各时空点上可以取不同的值，这种相变换也被称为局域规范变换。奇怪的是，自由粒子的薛定谔方程并不满足这种规范不变性。也就是说，如果一个自由粒子的波函数Ψ满足薛定谔方程：

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{x},t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t) \qquad (12.1-2)$$

可以推知由**(12.1—1)**式定义的Ψ‘ 并不满足上述方程。对于带电荷**q**的粒子在电磁场中的运动，我们知道薛定谔方程应当改写为：

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla-\frac{q}{c}\vec{A})^2\psi=(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-qV)\psi \qquad (12.1-3)$$

$\vec{A},V$ 是电磁场的势。此时，对于下面的协同变换，带电磁作用势的薛定谔方程不变：

$$\left.\begin{aligned}
&\psi(\vec{x},t)\to\psi'(\vec{x},t)=e^{-i\chi(\vec{x},t)}\psi(\vec{x},t)\\
&\vec{A}\to\vec{A}'=\vec{A}-\frac{\hbar c}{q}\nabla\chi\\
&V\to V'=V+\frac{\hbar}{q}\frac{\partial\chi}{\partial t}
\end{aligned}\right\}\qquad(12.1-4)$$

这一结果可以被解释为：理论的“相”变换不变性的要求，导致必须引入特定的相互作用势，也就是引入特定的相互作用粒子。这种相与势的协同变换就是一种简单的规范变换。

为描写当今粒子物理的实验事实，需要三种内秉规范变换不变性。

所有粒子都具有U（1）对称性，即局域的相变换不变性。

所有粒子也都有SU(2)对称性。U（1）与SU(2)对称性导致电弱统一的规范理论，预言了四种相互作用粒子，就是γ光子、Z^0及$W^{\pm}$玻色子。Z^0及$W^{\pm}$粒子都是在电弱理论建立之后有目的的找到的，是规范理论成功的重要证据。

所有粒子也都具有SU(3)对称性，相对应的规范玻色子是八种胶子，由胶子传递的相互作用就是强相互作用，描写它的规范理论称为量子色动力学（QCD）。

这里的U(1)、SU(2)、SU(3)是用群来表示的三组内秉变换。

目前对相互作用认识的状况

表12.3 已知的相互作用力

作用力	1970年的理论	1990年代的理论	未来?
引力作用	非量子理论	未变	?
电磁作用	量子电动力学(QED)	电弱统一理论(EW)	大统一理论?
弱作用	非规范理论		
强作用	非规范理论	量子色动力学(QCD)	

传递相互作用的粒子(场粒子) :整数自旋，被称为规范玻色子。

相互作用和规范玻色子

相互作用	作用于	规范玻色子
引力作用	所有粒子	引力子（无质量、自旋2）
电磁作用	所有带电粒子	光子（无质量、自旋1）
弱作用	夸克、轻子、电弱规范玻色子	$W^{\pm}$、Z^{0}（重粒子、自旋1）
强作用	所有带色荷粒子（夸克和胶子）	8种胶子（无质量、自旋1）

由于历史的原因，电弱统一理论和量子色动力学被成为“标准模型”，它的特征是规范的量子场理论。至今为止的实验事实与标准模型符合的很好。这促使人们相信：可以在理论的层面对物理规律的真实性作出某种先导的判断，即一个“真实”的理论应当是可以按照量子场论的要求写出具有一定规范对称性的拉格朗日量，并且由此导出的物理观测量都是有限的。

Summary



Quantum Gravity ?

Super Unification

Grand Unification

SUSY ?

Electroweak Model

Standard model

QCD

QED Electro magnetism *Maxwell*

Magnetism

Long range

Electricity

Weak Theory

Fermi Weak Force

Short range

Nuclear Force

Short range

Universal Gravitation *Einstein, Newton*

Kepler Celestial Gravity

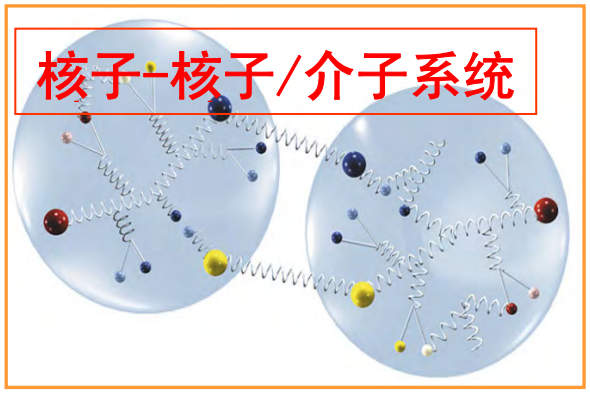
Long range

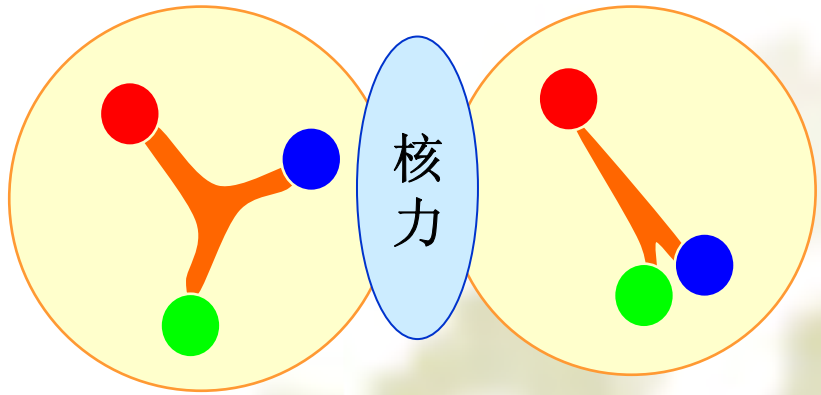
Terrestrial Gravity *Galilei*

Theories:

STRINGS? RELATIVISTIC/QUANTUM CLASSICAL

* 强作用的QCD理论还面临对称性自发破缺和色禁闭等基本疑难问题。
* 将QCD直接应用到强子和核领域几乎是不可能的。





探索未知：摸着石头过河

李政道，**2003.9.15.**于北大物理楼：

霍金当然有很大的成就。至于说过二十年可以了解什么，再过二十年又可以了解什么，好像是十八年以后又是一条好汉，这是没什么道理的。因为我们对宇宙的了解，不光是人的一生，不光是我们和下一代的一生，人类永远要追求下去。因为宇宙本身在变，大统一理论的名字是大统一，但没有一个理论真正是大统一的。我们对宇宙并没有一个大统一的观测。观测不断在改进，理论也会不断的跟着改。尤其是现在，对于宇宙的边界不清楚，简单地说，我们发现暗物质暗能量在我们的宇宙中极为广泛。物质和我们熟悉的物质不完全一样，能量和我们熟悉的能量也不完全一样。宇宙的实质远远超过我们人类自己的了解。

大统一统一什么呢？我们连对象还没有搞清楚。当然，你说不管什么我都统一它那也可以，不过显然你要了解什么是你要统一的对象，而这一点我们还没有了解。所以在二十一世纪我们面对的挑战并不小于十九世纪末二十世纪初的那些挑战的，我相信还有更大的变化。

§4.3 核力及其基本性质

核子-核子之间的作用力，称为核力。

核作用力是强相互作用在核子之外的剩余相互作用。

唯象核力：由研究两核子体系得到核子-核子作用势。两核子体系有中子-质子（np）、质子-质子（pp）和中子--中子（nn）三种。np体系有一个稳定的束缚态，即氘核基态。pp、nn体系没有束缚态，即实验上没有发现稳定的双质子和双中子态。pp体系除了有核力外，还有库仑斥力。

我们将分析氘核基态、低能核子-核子散射和高能核子-核子散射，来讨论核力的性质。最后将简单地介绍核力的介子场论。

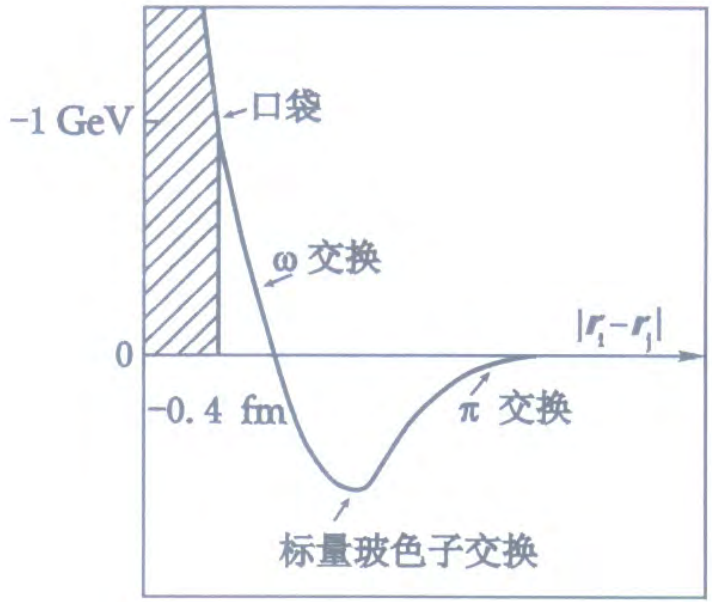


图 8-31 核子-核子相互作用势②

§4.3.1 氘核基态

1. 实验数据

表4—1 氘核的实验数据

结合能	B（MeV）	2.224573±0.000002
自旋宇称	J^{π}	1^{+}
磁矩	$\mu_d(\mu_N)$	0.857438230±0.000000024
电四极矩	$Q_d(10^{-2}b)$	0.2860±0.0015

氘核是np二核子体系，核子之间没有库仑力，只有核力。但是，氘核又过于简单，只有一个束缚态，因此不能由它得到关于核力较多的知识。

2. 在中心力假设下求解$^3S_1$态

一般地

$V=V(\mathrm{r}, \mathrm{p}, \sigma_1, \sigma_2)$

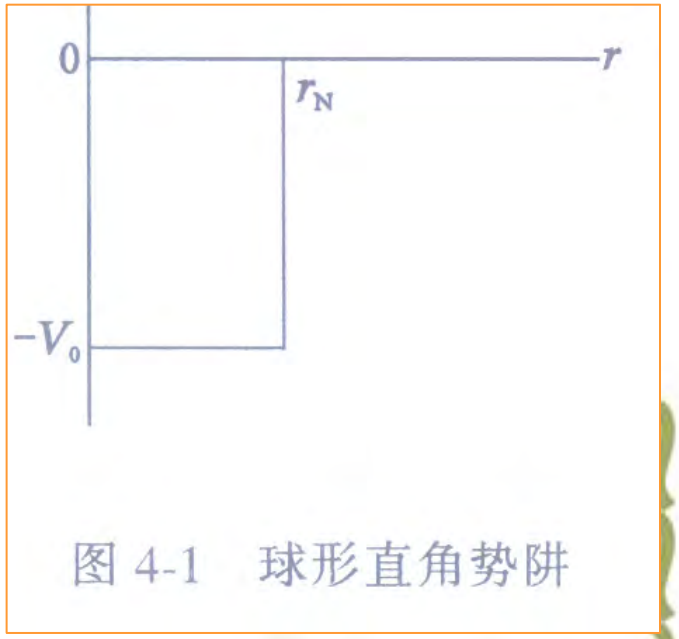


图 4-1　球形直角势阱

最简单的势函数是只与核子间距离r有关的中心势V（r）。氘核内两核子的相对运动可以近似地当作单粒子在中心势场中的运动。最简单的核子-核子作用中心势可取为球形直角势阱，

$$V(r)=\begin{cases}-V_0 & r<r_N \\ 0 & r>r_N\end{cases} \qquad (4.1-1)$$

球形直角势阱有两个参数：V_0和r_N。V_0是势阱深度，$V_0>0$。负号表示吸引力。r_N是势阱的宽度，表示核力的力程。显然，球形直角势井只是一种简单的近似，但它可以帮助我们理解核力的许多重要性质。

氘核只有一个束缚态，$E=-2.2246\text{MeV}$。可由薛定谔方程讨论参数V_0和r_N的关系，并得出波函数的一些性质。薛定愕方程是

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2+V(r)\right]\psi(\mathbf{r})=E\psi(\mathbf{r}) \qquad (4.1-2)$$

$$\mu=\frac{m_{\mathrm{n}}m_{\mathrm{p}}}{m_{\mathrm{n}}+m_{\mathrm{p}}}\approx\frac{1}{2}m_{\mathrm{p}} \qquad (4.1-3)$$

中心势场的薛定谔方程可以分离变量

$$\psi(\mathbf{r})=\frac{u_{\mathrm{l}}(r)}{r}Y_{\mathrm{lm}}(\theta,\varphi) \qquad (4.1-4)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2}+\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}+V(r)\right]u(r)=Eu(r) \qquad (4.1-5)$$

这是能量E的本征方程。基态的能量最低，是l=0的态，即质子、中子相对运动轨道角动量为零，亦称S态。氘核的总角动量J＝L＋S。由于l=0，所以J=S。实验测定氘核的J=1，所以，质子与中子的总自旋S＝1，质子和中子自旋平行。对于氘核的这种态，用类似原子光谱的符号$^3S_1$表示，S表示l=0的态。若l＝1，就是P态；l＝2，就是D态。上标表示自旋多重数2S＋1。下标是总角动量量子数J。

对于l＝0，径向方程（4.1-5）可以写成（注：V可与自旋有关）

$$\frac{\mathrm{d}^2u(r)}{\mathrm{d}r^2}+\frac{2\mu}{\hbar^2}[E-V(r)]u(r)=0 \qquad (4.1-6)$$

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}+k^2u=0 & r<r_N\\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2}-\gamma^2u=0 & r>r_N\end{cases} \qquad (4.1-8)$$

$$k=\sqrt{2\mu(V_0-B)}/\hbar$$

$$\gamma=\sqrt{2\mu B}/\hbar \qquad (4.1-9)$$

显然，当$r=0$及r趋于无限大时，u为零。即

$$u(0)=0,\qquad \lim_{r\to\infty}u(r)=0 \qquad (4.1-10)$$

径向方程有解

$$u=A_1\sin kr \qquad r<r_N$$

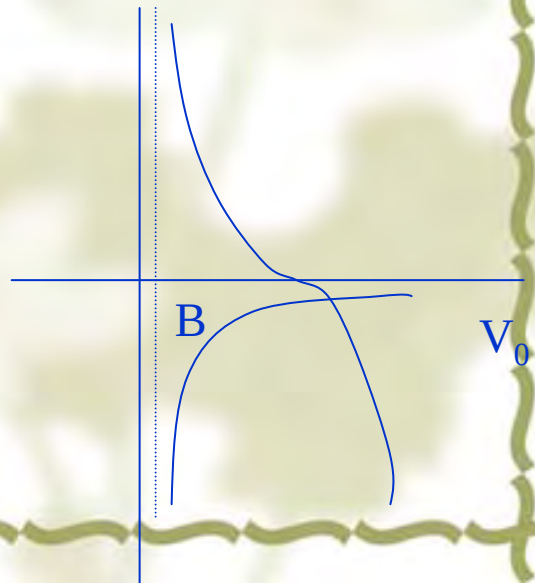
$$u=A_2e^{-\gamma(r-r_N)} \qquad r>r_N \qquad (4.1-11)$$

在$r=r_N$处，u及其微商分别连续，由此可以得到$A_1\sin kr_N=A_2$

$A_1k\cos kr_N=-A_2\gamma$

$$kctgkr_N=-\gamma \qquad (4.1-12)$$

$$ctg\left[\frac{2\mu(V_0-B)r_N^2}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}}=-\left[\frac{B}{V_0-B}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (4.1-13)$$



$B \ll V_0$的情形（注：求出恰好可以有束缚态时所需的势井深度）

$$ctg\left[\frac{2\mu V_0 r_N^2}{\hbar^2}\right]^{\frac{1}{2}} = 0 \qquad (4.1-13)$$

$[2\mu V_0 r_N^2/\eta^2]^{1/2}=\pi/2$

$$V_0 r_N^2 \approx \frac{\pi^2\hbar^2}{8\mu} \qquad (4.1-14)$$

如果取核力力程$r_N \approx 2$ fm，由此式可得势阱深度是$V_0 \approx 26$MeV，满足$B<<V_0$的条件。

严格求解(4.1-13)求得$V_0=36.6$ MeV。

利用在$r=r_N$处u连续的条件，可知$A_1\sin kr_N=A_2$。为得到A_1或A_2的值，还要应用归一化条件

$$4\pi A_1^2\int_0^{r_N}\sin^2 kr\mathrm{d}r+4\pi A_2^2\int_{r_N}^{\infty}e^{-2\gamma(r-r_N)}\mathrm{d}r=1 \quad (4.1-15)$$

由B、r_N和V_0，可知（4˜1—15）式左边第二项约是第一项的两倍。这说明在氘核中，发现核子间距离比力程大的几率有三分之二，核子间距离在力程以内的几率只有三分之一。氘核是质子、中子结合得很松的体系。将B的数值代人（4˜1—9）式，可以直接得出

$$\gamma=2.32\times10^{14}\,\mathrm{m}^{-1} \quad (4.1-16)$$

通常定义

$$R_\mathrm{d}\equiv\frac{1}{\gamma}=4.32\mathrm{fm} \quad (4.1-17)$$

如果$V_0<26$MeV，则没有氘束缚。

B=0时的波函数？

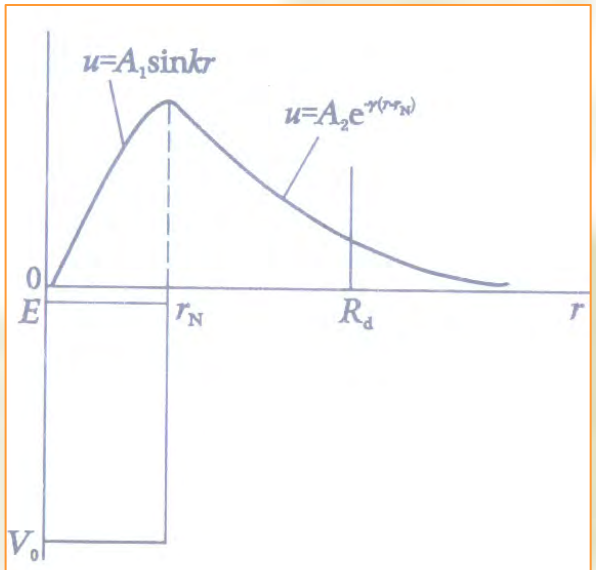


图 4-2　氘核的势阱和波函数

$^{2S+1}L_j$

不可能是纯的P态（数值太小），也不可能P态和S、D态混合，因为宇称不同

3 $^3S_1$和$^3D_1$态的混合

如果为非中心力，有可能混入其它轨道态。

对于总角动量为1的态，除了$^3S_1$之外，还可以$^3D_1$。 中子、质子磁矩之和是

$$\mu_s = \mu_n + \mu_p = 0.879\,\mu_N \qquad (4.1-18)$$

如果氘是完全处在$^3S_1$态上，则按照自旋偶合关系，氘的磁矩应当正好等于μ_s.。实验测得氘核矩μ_d=0.857μ_N，与μ_s很相近，因此把氘核近似地当作$^3S_1$态。 但仍有：

$$\mu_s - \mu_d = 0.022\,\mu_N \qquad (4.1-19)$$

远远超过了实验误差，说明氘核不可能是纯$^3S_1$态，而是不同*l*态的组合。

$$\psi(\mathrm{SD}) = \cos\omega\psi(^3\mathrm{S}) + \sin\omega\psi(^3\mathrm{D}) \qquad (4.1-22)$$

$$\mu_d = \cos^2\omega\ \ \mu(^3S) + \sin^2\omega\ \ \mu(^3D)$$

$$= \mu(^3S) - \sin^2\omega\ [\mu(^3S) - \mu(^3D)]$$

$$= 0.879 - 0.569\sin^2\omega$$

与实验比较，可以定出$\sin^2\omega = 0.04$。氘核主要是$^3S_1$态，有96%的几率，另外有4%的$^3D_1$态，这两者混合在一起组成了氘核。L简并，波函数也不再是球对称的。因此，自旋平行的核子之间的作用除了中心力以外，还应该有一定成分非中心力的贡献。

氘核电四极矩$Q_d>0$，说明氘核的电荷分布是长椭球形。实际计算表明，4%左右的D波足以给出实验测定的Q_d值。

4．非中心力（与空间取向有关）

以上的讨论，说明了氘核的质子、中子相互作用除了有中心力以外，还有非中心力。

中心势V（r）只与核子之间的相对距离r有关，非中心势还与核子间相对位置r的取向有关。要确定r的方向，必须有另外的方向作参考。两个自旋为1/2的核子，有三个矢量：r、σ_1和σ_2。与方向有关的量是$\sigma_1 \cdot r$、$\sigma_2 \cdot r$和$\sigma_1 \cdot \sigma_2$。作为哈密顿量中的势函数必须在空间反演变换下保持不变。$\sigma_1 \cdot r$、$\sigma_2 \cdot r$ 在空间反演变换下要变号。$\sigma_1 \cdot \sigma_2$在空间反演变换下不变号，（$\sigma_1 \cdot r$）（$\sigma_2 \cdot r$）也不变号。泡利算符σ有如下性质，

$$\sigma_x^{\,2} = \sigma_y^{\,2} = \sigma_z^{\,2} = 1 \qquad (4.1-24)$$

$$\sigma_x \sigma_y = i\sigma_z, \quad \sigma_y \sigma_z = i\sigma_x, \quad \sigma_z \sigma_x = i\sigma_y \qquad (4.1-25)$$

因此在任何代数式中，σ_1、σ_2只出现一次式，更高方次的式子不能给出新的形式。可以拼凑成如下形式

$$S_{12}=3\frac{(\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\mathbf{r})(\boldsymbol{\sigma}_2\cdot\mathbf{r})}{r^2}-\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 \qquad (4.1-26)$$

用两核子的总自旋 $\mathbf{s}=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)$可以将（**4.1—26**）改写成

$$S_{12}=\frac{6(\mathbf{S}\cdot\mathbf{r})}{r^2}-2S^2=4S^2P_2(\cos\theta) \qquad (4.1-27)$$

$$V_T = V_T(r)S_{12} \qquad (4.1-30)$$

由于**S**作用于单态上恒等于零，因而在单态没有(不感受）非中心力。非中心力只作用于三重态上。这说明非中心力是和核子的自旋有关的。

显然，非中心力应当包含在氘核基态的精确求解中。

5. 自旋波函数

两个核子的自旋取向可以是平行的（$S=1$，三重态）或者是反平行的（$S=0$，单态）。总自旋确定的两核子的自旋波函数有

$$^3\chi_1 = \alpha_1\alpha_2$$

$$^3\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) \qquad S=1,\quad m_s = \begin{cases} 1 \\ 0 \\ -1 \end{cases} \qquad (4.1-32)$$

$$^3\chi_{-1} = \beta_1\beta_2$$

$$^1\chi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1) \qquad S=0, m_s=0 \qquad (4.1-33)$$

氘核是$^3S_1$与$^3D_1$的混合态，是自旋三重态，中子、质子的自旋平行。氘核只有一束缚态，就是说不存在自旋单态的束缚态(如 $^1S_0$态）。中子、质子的自旋三重态中心力加上非中心力能形成一个束缚态，就是氘核基态。中子、质子自旋单态的中心力势阱不够强，不能形成束缚态。这表明，两核子的自旋平行或者反平行，它们的相互作用（即使只考虑中心力）是不同的。核力的这种性质称为核力的自旋相关性。两核子自旋三重态的作用势以^3V表示，自旋单态的作用势以^1V表示。

氘核基态的研究使我们了解到：n-p相互作用对于自旋三重态，有较强的中心力和迭加的非中心力；对于自旋单态没有非中心力，只有一个比较弱的中心力。

问题：对于pp或nn系统，能否有$^3S_1$态。

能否有$^1S_0$、 $^3P_0$ 、 $^3P_1$ 、 $^3P_2$ 态

§4.3.2. 核子-核子散射

光的衍射：

（1） 入射光为平面波，出射光为球面波，能量密度按 $1/r^2$，振幅按 1/r 衰减；

（2） 在球形波面上，光强度的交替变化是由衍射光的干涉造成的；

（3） 在远处放置的探测器测到的既有入射波，也有散射波。

粒子的散射与光的衍射有相似之处：

（1）波动特性

（2）势井的作用-改变出射波的位相

1．低能核子-核子散射

n-p 散射：只有核力

p-p 散射：较复杂

n-n 散射：n-n 散射没有直接实验

仍采用球方势井：

$$V(r)=\begin{cases}V_0' & r\le R\\ 0 & r>R\end{cases}$$

对 **r<R**，考虑到边界条件（**r=0** 时，**u=0**）

$u(r)=A\sin(k_1 r)$　　$k_1=\sqrt{2\mu(E-V_0')}$

对 **r>R,**

$$u(r)=C'\sin(k_2 r)+D'\cos(k_2 r)\qquad k_2=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

或　　$$u(r)=C\sin(k_2 r+\delta)$$

其中δ称为相移。显然$C'=C\cos\delta,\ D'=C\sin\delta$ 。

连续性要求：

$$C\sin(k_2R+\delta)=A\sin k_1R$$

$$k_2C\cos(k_2R+\delta)=k_1A\cos k_1R$$

即

$$k_2ctg(k_2R+\delta)=k_1ctgk_1R$$

由此可解出 δ 。

分析：

$$V_0' = 0, \quad k_1 = k_2, \quad \delta = 0;$$

$$V_0' < 0, \quad k_1 > k_2, \quad \delta > 0; \quad \text{吸引}$$

$$V_0' > 0, \quad k_1 < k_2, \quad \delta < 0; \quad \text{外推}$$

对于 **l>0** 的波，有离心势 $\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$，会产生不同的 δ_l。对于非球方势井，情况类似。

一般地，入射波

$$\Psi_{in} = Ae^{i(kz-wt)}$$

按球面波分解，取$l = 0$部分：

$$\Psi_{in} = \frac{A}{2ik}\left[\frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r}\right]$$

出射　入射

考虑势场的作用，总的波函数在 **r** 很大时为

$$\Psi = \frac{A}{2ik}\left[\frac{e^{i(kr+\beta)}}{r} - \frac{e^{-ikr}}{r}\right]$$

按 **S** 波方程的解，当 **r** 很大时

$$\Psi(r)=\frac{C}{r}\sin(kr+\delta_0)$$

$$=\frac{C}{r}[\frac{e^{i(kr+\delta_0)}-e^{-i(kr+\delta_0)}}{2i}]$$

$$=\frac{C}{2i}e^{-i\delta_0}[\frac{e^{i(kr+2\delta_0)}}{r}-\frac{e^{-ikr}}{r}]$$

显然， $\beta=2\delta_0, A=kCe^{-i\delta_0}$ 。

散射波

$$\Psi_{sc}=\Psi-\Psi_{in}=\frac{A}{2ik}(e^{2i\delta_0}-1)\frac{e^{ikr}}{r}$$

散射流

$$j_{sc}=\frac{\hbar}{2\mu i}(\Psi_{sc}^{*}\frac{\partial\Psi_{sc}}{\partial r}-\frac{\partial\Psi_{sc}^{*}}{\partial r}\Psi_{sc})=\frac{\hbar|A|^2}{\mu kr^2}\sin^2\delta_0$$

而入射流

$$j_{in}=\frac{\hbar k|A|^2}{\mu}$$

在一定方向上 $d\Omega$ 立体角内穿出的粒子数与入射粒子数之比是微分截面：

$$d\sigma = \frac{j_{sc} r^2 d\Omega}{j_{in}} = \frac{\sin^2 \delta_0}{k^2}, \qquad \text{总截面} \quad \sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\sigma = \frac{4\pi \sin^2 \delta_0}{k^2}$$

显然，如果高次波也有贡献，则总截面需要对各个相移求和。

对 S 波，当入射能量很小时，则 k_2 很小，而 k_1 是由 V_0 所决定的常数。

在连续性方程中，可取

$$k_2 ctg(k_2 R + \delta) = k_1 ctg(k_1 R) = -\alpha$$

α 为正常数。上式可解出

$$\sin^2 \delta_0 = \frac{\cos k_2 R + \frac{\alpha}{k_2} \sin k_2 R}{1 + \frac{\alpha^2}{k_2^2}}$$

对于 k_2 很小的情况，可取 $k_2^2 << \alpha^2$，$k_2 R << 1$，

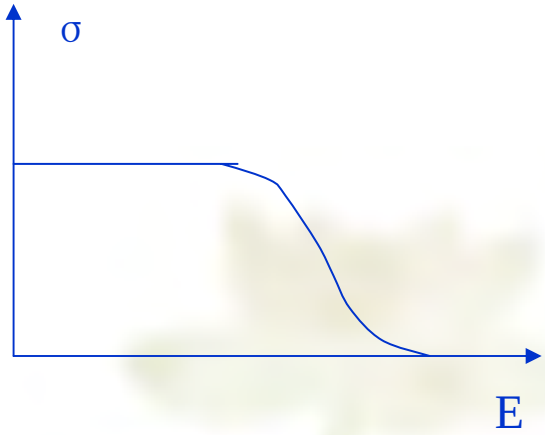
$$\sigma = \frac{4\pi}{k_2^2 + \alpha^2}(\cos k_2 R + \frac{\alpha}{k_2} \sin k_2 R) \approx \frac{4\pi}{\alpha^2}(1 + \alpha R) \cong 4.6 \text{ b}$$

用氘核势阱估算。

对于低能 **n-p** 散射，从实验上得知，在 **10eV<E<10keV** 内，截面几乎是常数，但σ **=20.44b**， 比上面推出的结果大得多。

实际上，上面推导中采用的是氘核中 **n-p** 自旋三重态相互作用的数据。**n-p** 散射还应有自旋单态（$S=0$）的相互作用，正如前面已指出，这种作用与三重态的不同。应当取

$$\sigma = \frac{3}{4}\sigma_t + \frac{1}{4}\sigma_s \qquad (4.2-11)$$



σ_t 和 σ_s 分别是自旋三重态和自旋单态的 **n-p** 散射截面。σ_t 应为 **4.6b**，σ**=20.44b**，则可以定出 σ_s**=68b**。两种截面大小差别很大，表明自旋单态的作用与三重态是不一样的。

请由单态的低能截面推出对应的势井深度 V_0

对于能量稍高的 **S** 波散射，截面随能量的升高而降低，即σ是 $k=k_2$ 的函数。由上面的公式分析，σ 与 k 的符号无关，即σ可按 k 的偶次幂展开。历史上常用有效射程法来研究。

$$\sigma = 4\pi\frac{\sin^2\delta}{k^2} = \frac{4\pi}{k^2(1+\mathrm{ctg}^2\delta)} = \frac{4\pi}{k^2+\left(-\frac{1}{a}+\frac{1}{2}r_0k^2\right)^2} \qquad (4.2-10)$$

由上式可见，当 $k\to 0$ 时，有$\sigma=4\pi a^2$。

a 称为散射长度，实际上是与散射的强度有关。

r_0 在近似求解中是一个与相互作用范围有关的量，具有长度的量纲，因此被称为有效力程。

由低能 **n-p** 散射实验和氘核的数据，可以定出 **n-p** 相互作用中自旋三重态

$$a_t = 5.425 \pm 0.0014\text{fm}, \qquad r_{0t} = 1.749 \pm 0.008\text{fm}$$

$$a_s = -23.714 \pm 0.013\text{fm}, \qquad r_{0s} = 2.73 \pm 0.03\text{fm}$$

和自旋单态情形的散射长度与有效力程

低能 **n-p** 散射只能定出每种相互作用的两个参数 a 和 r_0，而与核子-核子作用势函数的详细形式无关。这称为低能散射的有效力程理论，或称低能散射势阱形状无关理论。这是容易理解的，低能入射粒子波长很长，不能细致地分辨势阱的形状。于是，任意的两参数势阱，只要参量选得合适，就能和所有的低能核子-核子散射实验很好地符合。

（2）低能 p-p 散射和核力的电荷 无关性

既有核力作用，还有库仑力作用。两种作用都造成相移而且无法简单分开。

p-p 体系是全同粒子体系，散射截面在质心系中相对于 90^0 对称。波函数是交换两个粒子反对称的。对于 $l=0$ 的态，空 间波函数是对称的，两质子的自旋必须反平行。因此，对于两质子，只能是 $^1S_0$ 态，即只有单态核力起作用。

对于低能**p-p**散射也有有效力程理论。可以定出散射长度a_p和有效力程r_{0p}，

$$a_p = -7.821 \pm 0.004\text{fm}$$

$$r_{0p} = 2.830 \pm 0.017\text{fm}$$

从上述结果也可以近似地得到仅仅是核力作用（没有库仑力）时的散射长度，

$$a_N \approx -(16.8 - 17.11)\text{fm}$$

有效力程大体上仍和有库仑作用时相同。与前面所定出的 **n-p** 自旋单态的散射长度 a_s 及有效力程 r_{0s} 相比，有效力程很接近，散射长度稍有差别。但是，由于散射长度对于势阱深度是很灵敏的函数，散射长度的这点差别引起势阱深度的差别不过百分之几。因此，可以近似地认为，在 $^1S_0$ 态，**p-p** 及 **n-p** 作用基本相同。

低能 **n-n** 散射没有直接的实验，可以通过间接实验来确定。由实验间接定出的 **n-n** 作用散射长度和有效力程是

$$a_n = -17.4 \pm 1.8\text{fm}$$

$$r_{0n} = 2.4 \pm 1.5\text{fm}$$

上述结果与 **p-p** 散射所定出的值也很接近。

比较 $^1S_0$ 态的核力，可以认为 **np**，**pp** 和 **nn** 的核力近似相同。这表明在相对运动状态和自旋态相同时，核子之间的作用与核子带电荷（质子）或不带电荷（中子）无关。这仅仅是一个近似正确的结论。这一结论也为高能核子-核子散射所证实，是核力的一个重要性质。

2．高能核子-核子散射

交换力　n-p 散射微分截面有几乎对称的向前、向后峰的现象。

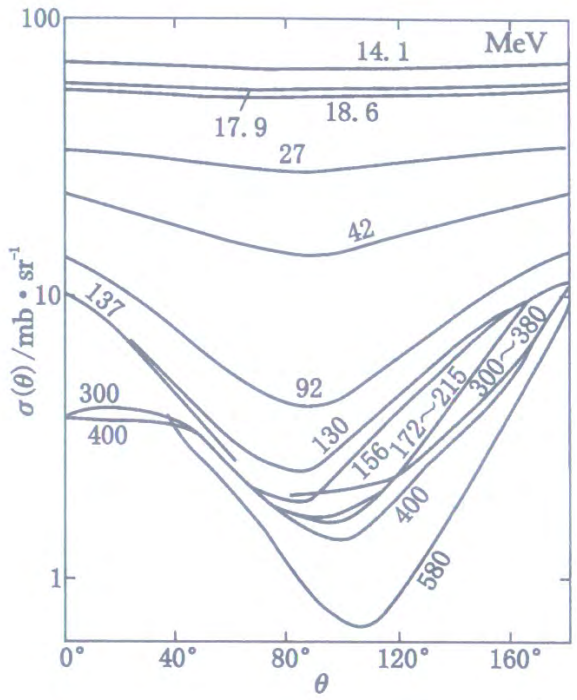


图 4-4　n-p 散射微分截面

[引自 W. N. Hess, Rev. Mod. Phys. ,30,368(1958).]

自旋-轨道耦合力

$$V_{L,S}=V_{L,S}（r）L\cdot S$$

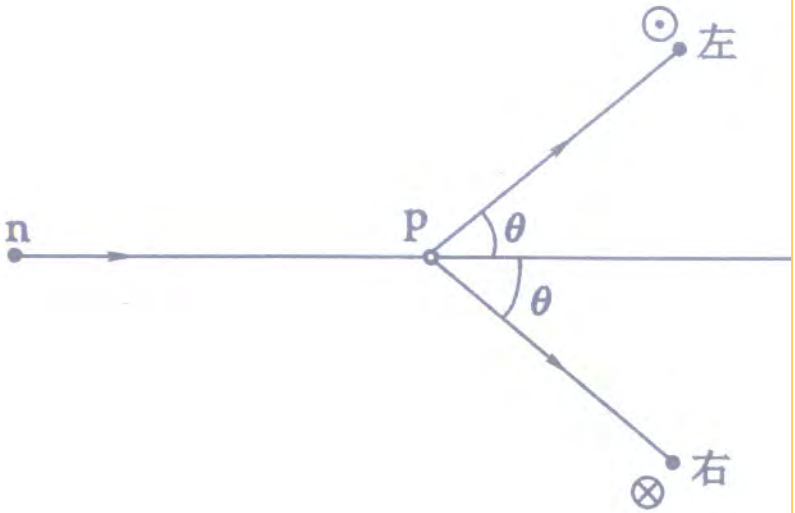


图 4-5　n-p 散射产生极化束

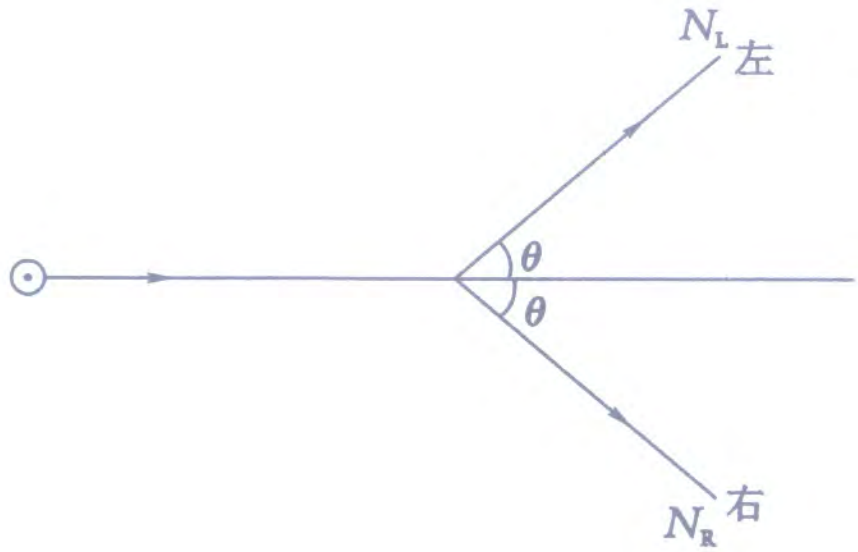


图 4-6　n-p 散射检验极化束

p-p散射 在r_0≈0.4fm处势函数有很强的排斥作用

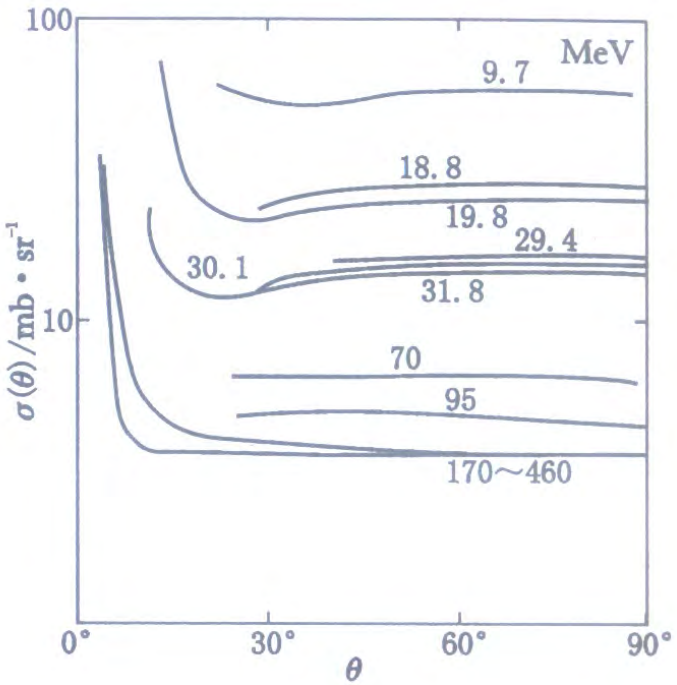


图 4-8 p-p 散射微分截面
[引自 W. N. Hess, Rev. Mod. phys., 30, 368(1958).]

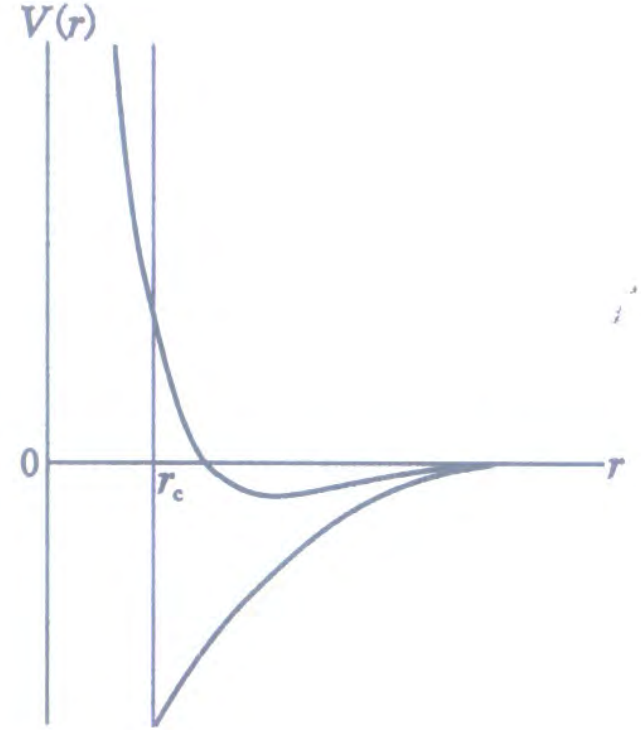


图 4-9 有排斥芯的中心势函数

§4.3.3. 核力的主要性质

核力主要性质是：

（1）核力是短程力，其有效力程小于 **3fm**。

（2）核力和自旋有关，并且具有相当大的交换力成分。

（3）自旋平行的三重态相互作用中还包括非中心力(方向相关)和自旋-轨道耦合力(动量相关力)的作用。

（4）核力有排斥芯，即当两核子的距离小于 **0.4fm** 时有很强的排斥势，阻止两核子继续接近。

（5）核力近似地具有电荷无关性质，即当两核于处于相同的自旋和宇称态时，其核作用势相同，不管这两个核子是 **np**，**pp** 还是 **nn**。

对于自旋三重态，其势函数可以写成

$$V = V_{\mathrm{C}}(r) + V_{\mathrm{T}}(r) S_{12} + V_{\mathrm{L,S}}(r) \mathbf{L}\cdot\mathbf{S}$$

对于自旋单态，只有中心势 $V_{\mathrm{C}}(r)$ 一项，其余两项为零。自旋单态的 $V_{\mathrm{C}}(r)$ 与三重态的不一样。

§4.3.4. 核力介子场理论简介

1935 年，汤川秀树建立核力的介子场论。他认为核子-核子间的相互作用是由于交换介子而引起的，并且由力程预言介子的质量介乎电子质量和核子质量之间，是电子质量的 **200** 多倍。实验上，首先探测到的质量在电子和核子之间的粒子是μ子，其质量

$$m_{\mu} = 206.6m_{e} = 105.66MeV/c^{2}$$

但μ子与核子的作用很弱，不是核力这种强作用所交换的粒子。**1947** 年，泡威尔（**Powel1**）等从实验上发现了汤川预言的介子，称π介子。带有正、负电荷和不带电的三种π介子分别记作π^{+}、π^{-}和π^{0}。π介子的质量经实验测定是

$$m_{\pi^{\pm}} = 273.3m_{e} = 139.6MeV/c^{2}$$

$$m_{\pi^{0}} = 264.2m_{e} = 135.0MeV/c^{2}$$

相距为 ***r*** 的两个核子之间的核力作用势取为

$$V = -g\,\Phi = -\frac{g^{2}}{r}\exp(-\frac{m_{\pi}c}{\hbar}r)$$

其中 **g** 表示相互作用强度，相当于电磁相互作用中的电荷 **e**，负号表吸引力。这个势函数称为汤川势函数。π介子的康普顿波长λ_c除以 **2**π记作，

$$\lambda\!\!\!^{-}_{c} = \frac{\lambda_c}{2\pi} = \frac{\hbar}{m_{\pi}c} \approx 1.4\text{fm}$$

表示了核力的作用距离。势函数随 **r** 的增大很快地趋近于零。表示了核力是短程力。$\lambda\!\!\!^{-}_{c}$可以作为核力的力程。

电磁作用常数$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\hbar c}\approx\frac{1}{137}$，而核子—介子场作用常数由实验推得$\frac{g^2}{\hbar c}\approx 15$。核力比电磁力的作用强得多。

核子与介子场作用产生的介子被邻近的核子所吸收就是核子间的碰撞。高能 **n-p** 散射所表现的交换力就可以了解为交换荷电π介子的作用，就是中子变为质子，质子变为中子的作用。可以把物理上的核子，看作是裸核子态及裸核子外围绕有π介子云态的叠加。具体地说，质子可以看成是裸质子、π^+介子云围绕着裸中子、π^0介子云围绕着裸质子以及裸核子外有多个π介子态的叠加。

2．单π介子交换势（OPEP）

可以指出的是，由于核子和π介子场的作用是强作用，当两核子相距很近时，可以交换许多介子，目前还难以处理这种问题。当两核子相距较远时，相互作用主要通过交换一个介子实现。这时推得的相互作用势称为单π介子交换势 **OPEP（One Pion Exchange Potential 的缩写）：**

$$V_{\mathrm{OPEP}} = g^2 \frac{m_\pi c}{12M^2\hbar} \boldsymbol{\tau}(1)\cdot\boldsymbol{\tau}(2)\left[\boldsymbol{\sigma}_1\cdot\boldsymbol{\sigma}_2 + S_{12}\left(1+\frac{3}{x}+\frac{3}{x^2}\right)\frac{e^{-x}}{x}\right] \qquad (4.4-7)$$

其中 $x = \frac{m_\pi c}{\hbar} r = r/\lambda_c$，$M$ 是核子质量 $M = \frac{1}{2}\left(m_{\mathrm{p}} + m_{\mathrm{n}}\right)$，$\tau$ 是同位旋算符。单π介子交换势主要是交换力和张量力。核子-核子作用势函数的长程部分（**r>3fm)**，主要是单π介子交换的贡献。

核力除了单π介子交换作用外，还有两π介子交换、三π介子交换等多个π介子交换的作用。要导出多个π介子交换势函数非常困难，甚至是不可能的。但是，实验表明，多个π介子往往有很强的关联，能形成亚稳态，可以当作短寿命的玻色子。于是，可以用这种玻色子的单玻色子交换势代替多个π介子交换势。

由交换质量较大的玻色子（**400 MeV/c^2~700MeV/c^2**）可以导出表示核子-核子势的中程（**1fm~3fm**）作用的吸引力，如一般中心力和自旋-轨道耦合力。

由交换更大质量（770 MeV/c2~1000MeV/c2）的矢量介子，还可以得到核心附近（r<1fm）核子势的性质。结果是在核心附近可能产生很强的排斥作用，即核子-核子势函数可能存在排斥芯。

单玻色子交换势函数中的耦合常数g要由核子-核子散射实验来确定，因此介子场论仍是半唯象的。现在，对于表示核子-核子势长程部分的V_{OPEP}已经比较肯定，由V_{OPEP}得到的结论能和大量的实验结果相符。目前应用的唯象核子-核子势函数的尾巴（长程部分）具有V_{OPEP}的形式。

核力的介子场论依然是一种唯象的理论。后面我们会看到，从根本上理解核力，还离不开夸克-胶子间强相互作用的概念。

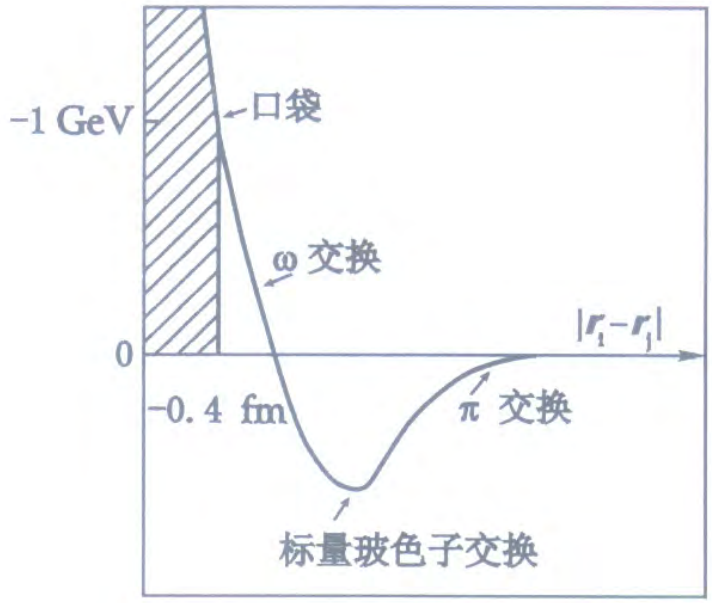


图 8-31　核子-核子相互作用势②

习　题

4-1．两质子相距2fm，分别计算它们的库仑能和万有引力势能。

4-2．如果$r_N=2$fm，试由（4.1-13）式定出球形直角势阱的深度V_0。

4-3．^{3}H和^{3}He的结合能之差是多少？如果用库仑能来解释这一差值，估算质子在^{3}He中的平均距离是多大？

4-4．试证明（4.1-27）式与（4.1-26）式是等价的。

第五章 α 衰 变

α衰变是原子核自发地放射出α粒子而发生的转变。

α粒子是一个特别稳定的轻原子核。**1903**年发现α 射线。**Rutherford**是研究和应用α射线的最重要人物。

§5.1 α衰变的能量

1. α粒子能量的测量——磁谱仪

α射线的能谱测量：

射程法： $\frac{\Delta E}{E} \sim 10\%$

半导体探测器： **~0.2%**

磁谱法： **~0.01%**

$$\frac{m\upsilon^2}{\rho} = q\upsilon B \qquad p = m\upsilon = qB\rho$$

谱：粒子数目随某一物理量的分布（概率分布）

$$\Delta x = 2\rho(1-\cos\varphi) \qquad \Delta x = \rho\varphi^2$$

动量分辨率R_p $$R_p \equiv \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta x}{2\rho} = \frac{1}{2}\varphi^2$$

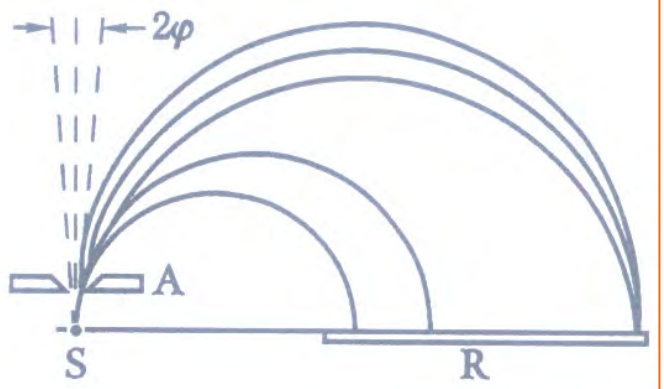


图 5-1　半圆谱仪的工作原理图

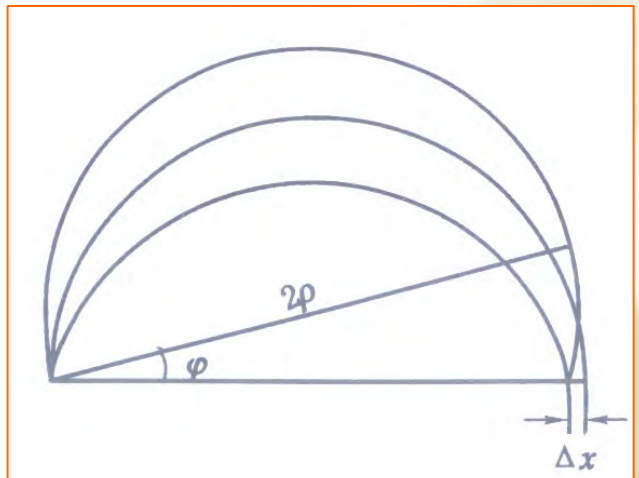


图 5-2　半圆谱仪的聚焦原理

2. α能谱的精细结构

一般的，放射源出来的α 粒子有好几种能量和强度，表现为能谱上的多个峰位和峰面积。

在α 谱的精细结构中，一般只有一种能量的α 粒子的强度最大，其它几种能量的α 粒子的强度都较弱，它们的能量也比较低，亦即射程比较短，这种α粒子称为短射程α粒子。

另一方面，对于放射性核素**ThC′(Po)**和**RaC′(Po)**观察到了另一种现象，除了最强的α粒子外，还发射出具有很大能量而强度很弱的α粒子，这种α粒子称为长射程α粒子。

3. α粒子能量与α衰变能的关系

衰变能： α衰变时放出的能量。

$$E_d = E_k + E_R = E_k + \frac{1}{2} m_Y \upsilon_Y^{\ 2}$$

$$m_Y \upsilon_Y = m_\alpha \upsilon_\alpha$$

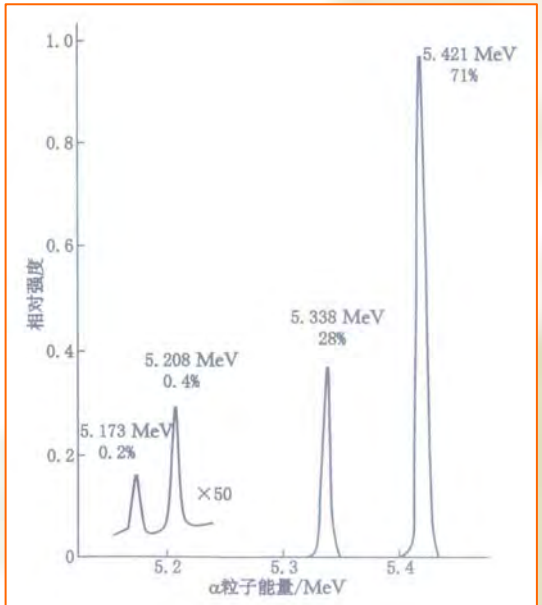


图 5-3 ^{228}Th 的 α 能谱

[引自 F Asaro et al., Phys. Rev., **92**, 1495(1953).]

$$E_{\mathrm{d}} = E_{\mathrm{k}} + \frac{1}{2} m_{\mathrm{Y}} (\frac{m_{\alpha} \upsilon_{\varepsilon}}{m_{\mathrm{Y}}})^2 = E_{\mathrm{k}} + \frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Y}}} E_{\mathrm{k}}$$

$$= (1 + \frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Y}}}) E_{\mathrm{k}}$$

$$\frac{m_{\alpha}}{m_{\mathrm{Y}}} \approx \frac{4}{A-4}$$

$$E_{\mathrm{d}} = (\frac{A}{A-4}) E_{\mathrm{k}} \qquad E_{\mathrm{k}} = (\frac{A-4}{A}) E_{\mathrm{d}}$$

$$E_{\mathrm{Y}} = E_{\mathrm{d}} - E_{\mathrm{k}} = (\frac{4}{A-4}) E_{\mathrm{k}} = \frac{4}{A} E_{\mathrm{d}}$$

4. 短射程、长射程α粒子与核能级的关系

$$\Delta E_d = E^* = E_\gamma$$

短射程α粒子是从母核的基态衰变到子核的激发态时所发射的α粒子。

长射程α粒子是从母核的激发态衰变到子核的基态时所发射的α粒子。

从云室中观察

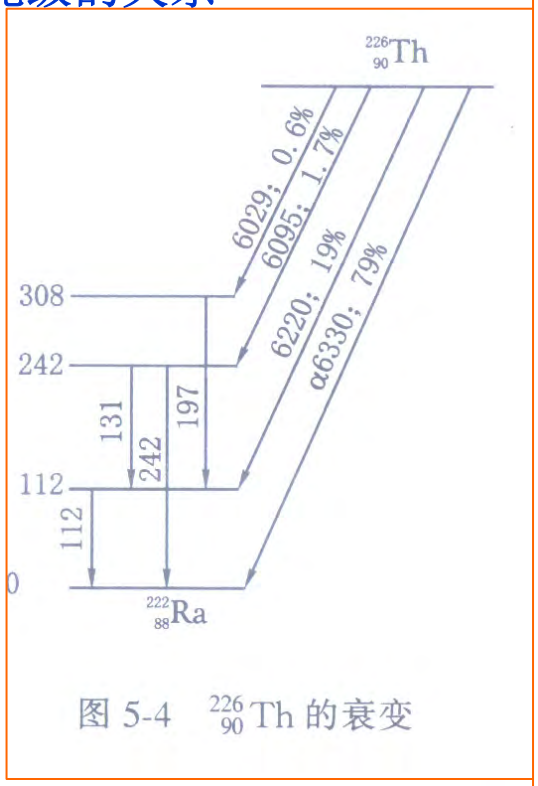


图 5-4 $^{226}_{90}$Th 的衰变

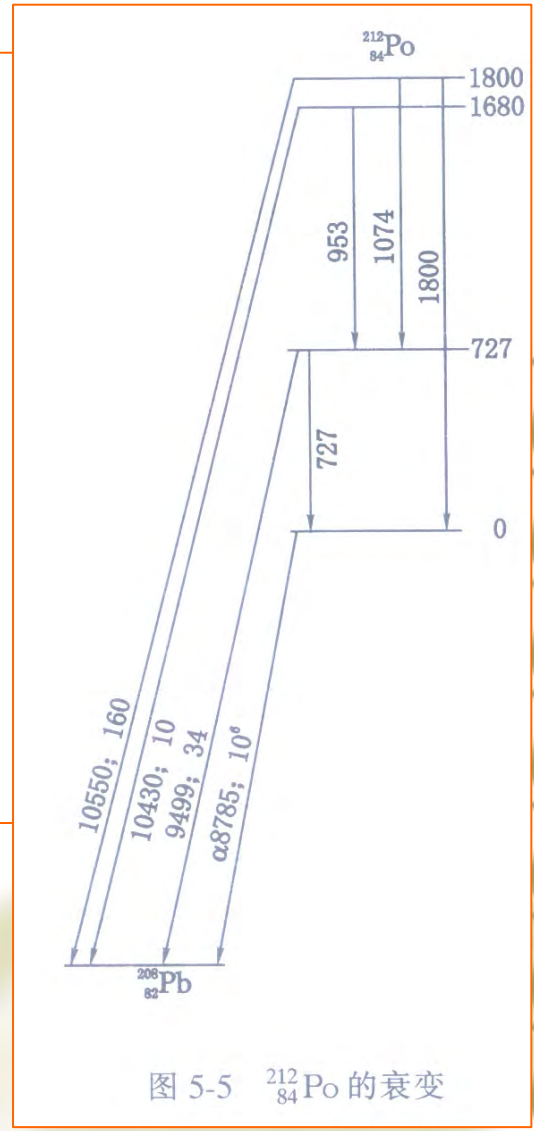
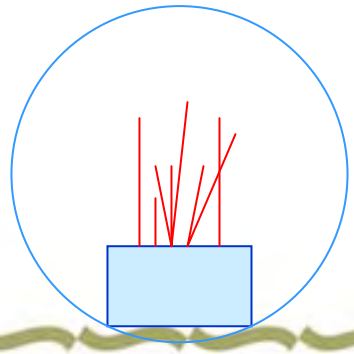


图 5-5 $^{212}_{84}$Po 的衰变



§5.2 α衰变的实验规律

1. 衰变能随原子序数Z和质量数A的变化

$$E_{\mathrm{d}} = (m_{\mathrm{X}} - m_{\mathrm{Y}} - m_{\alpha}) \times 931.5\mathrm{MeV}$$

$$m_{\mathrm{X}} = Zm_{\mathrm{p}} + (A - Z)m_{\mathrm{n}} - \Delta m_{\mathrm{X}}$$

$$\begin{cases} m_{\mathrm{Y}} = (Z-2)m_{\mathrm{p}} + (A-Z-2)m_{\mathrm{n}} - \Delta m_{\mathrm{Y}} \\ m_{\alpha} = 2m_{\mathrm{p}} + 2m_{\mathrm{n}} - \Delta m_{\alpha} \end{cases}$$

$$E_{\mathrm{d}} = (\Delta m_{\mathrm{Y}} + \Delta m_{\alpha} - \Delta m_{\mathrm{X}}) \times 931.5\mathrm{MeV}$$

$$= B_{\mathrm{Y}} + B_{\alpha} - B_{\mathrm{X}} = (A-4)(\varepsilon_{\mathrm{Y}} - \varepsilon_{\mathrm{X}}) - 4(\varepsilon_{\mathrm{X}} - \varepsilon_{\alpha})$$

如果结合能随**Z**，**A**的变化是平滑的。我们可以将式中的（B_{Y}-B_{X}）近似地表示为**Z**，**A**的微分，即

$$E_{\mathrm{d}} \approx \Delta B + B_{\alpha} = \frac{\partial B}{\partial Z}\Delta Z + \frac{\partial B}{\partial A}\Delta A + B_{\alpha}$$

式中ΔZ＝-2，ΔA= -4。

根据结合能的半经验公式

$$B = a_{\mathrm{v}}A - a_{\mathrm{s}}A^{2/3} - a_{\mathrm{a}}(\frac{A}{2} - Z)^2 / A - a_{\mathrm{c}}\frac{Z^2}{A^{1/3}} + B_{\mathrm{p}}$$

在α衰变中，$(\frac{A}{2} - Z)$为常数；B_{p}在母核与子核间的变化很小，可以近似地看作常量。

$$E_{\mathrm{d}} = B_{\alpha} - 4a_{\mathrm{v}} + \frac{8a_{\mathrm{s}}}{3}\frac{1}{A^{1/3}} - a_{\mathrm{a}}(1 - \frac{2Z}{A})^2 + 4a_{\mathrm{c}}\frac{Z}{A^{1/3}}(1 - \frac{Z}{3A})$$

将各系数值a_{v}，a_{s}，a_{a}，a_{c}，以及α粒子的结合能B_{α}=28.3代入

$$E_d = 28.3 - 63.34 + 48.88\frac{1}{A^{1/3}} - 92.80(1-\frac{2Z}{A})^2 + 2.856\frac{Z}{A^{1/3}}(1-\frac{Z}{3A})$$

$$= 48.88\frac{1}{A^{1/3}} - 92.80(1-\frac{2Z}{A})^2 + 2.856\frac{Z}{A^{1/3}}(1-\frac{Z}{3A}) - 35.04$$

对于处于β稳定线的原子核，利用稳定线的**A(Z)**关系，可以算出E_d随A的变化关系。对于$A \gtrsim 150$的原子核，E_d才大于零，而且E_d随A的增加而增大。这就解释了为什么主要是重核才观察到α放射性。

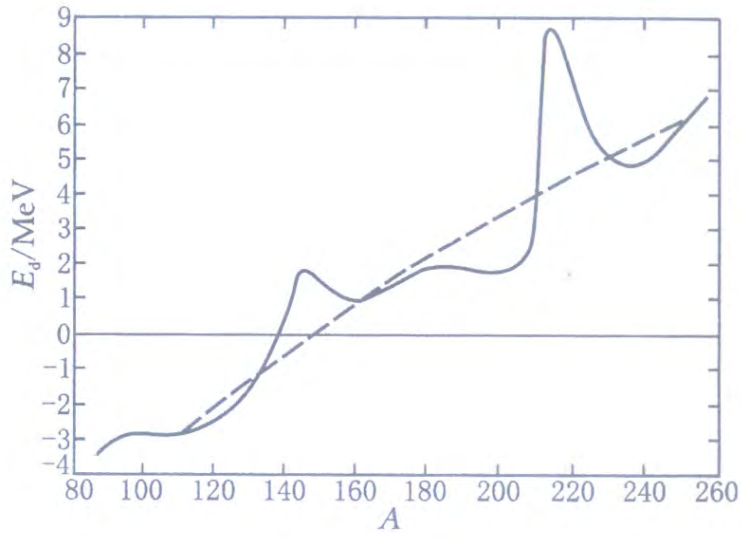


图 5-6　E_d 随 A 的变化

2. 衰变能随同位素的变化

$$\frac{\partial E_d}{\partial A} = -16.29\frac{1}{A^{4/3}} - 371.20\frac{Z}{A^2}\left(1-\frac{2Z}{A}\right) - 0.952\frac{Z}{A^{4/3}}\left(1-\frac{4Z}{3A}\right)$$

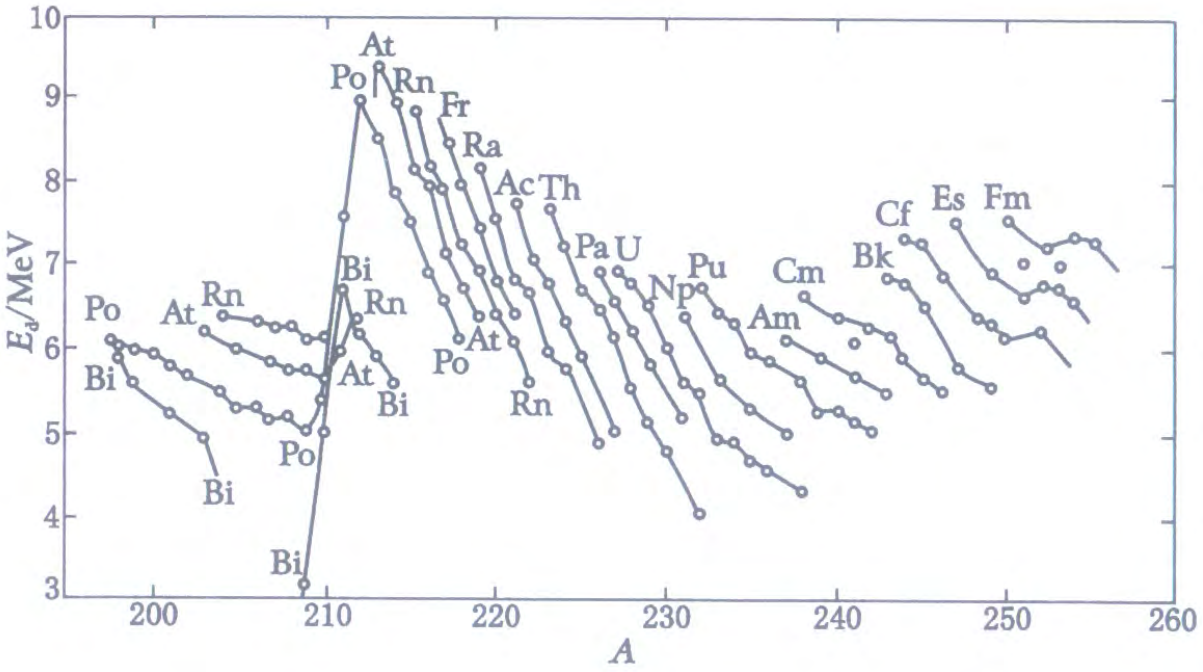


图 5-7　E_d 随同位素的变化

问题：

衰变能随Z的变化（A不变）？

3. 衰变能和衰变常量的关系

同一元素的半衰期和衰变能的关系可写成下面的经验公式

$$\log T_{1/2} = bE_{\mathrm{d}}^{-1/2} - a \qquad \log \lambda = A - BE_{\mathrm{d}}^{-1/2}$$

式中***a***，***b***或***A***，***B***对同一元素是常量，但对不同元素则不同。

表 5-3　一些 α 放射核的数据

α 放射核	E_{d}/ MeV	$T_{1/2}$	λ/s^{-1}
$^{238}\mathrm{U}$	4.27	4.468×10^{9} a	4.9×10^{-18}
$^{226}\mathrm{Ra}$	4.86	1.60×10^{3} a	1.4×10^{-11}
$^{210}\mathrm{Po}$	5.40	1.384×10^{2} d	5.8×10^{-8}
$^{222}\mathrm{Rn}$	5.58	3.824 d	2.1×10^{-6}
$^{214}\mathrm{Po}$	7.83	1.64×10^{-4} s	4.2×10^{3}
$^{212}\mathrm{Po}$	8.95	3.0×10^{-7} s	2.3×10^{6}

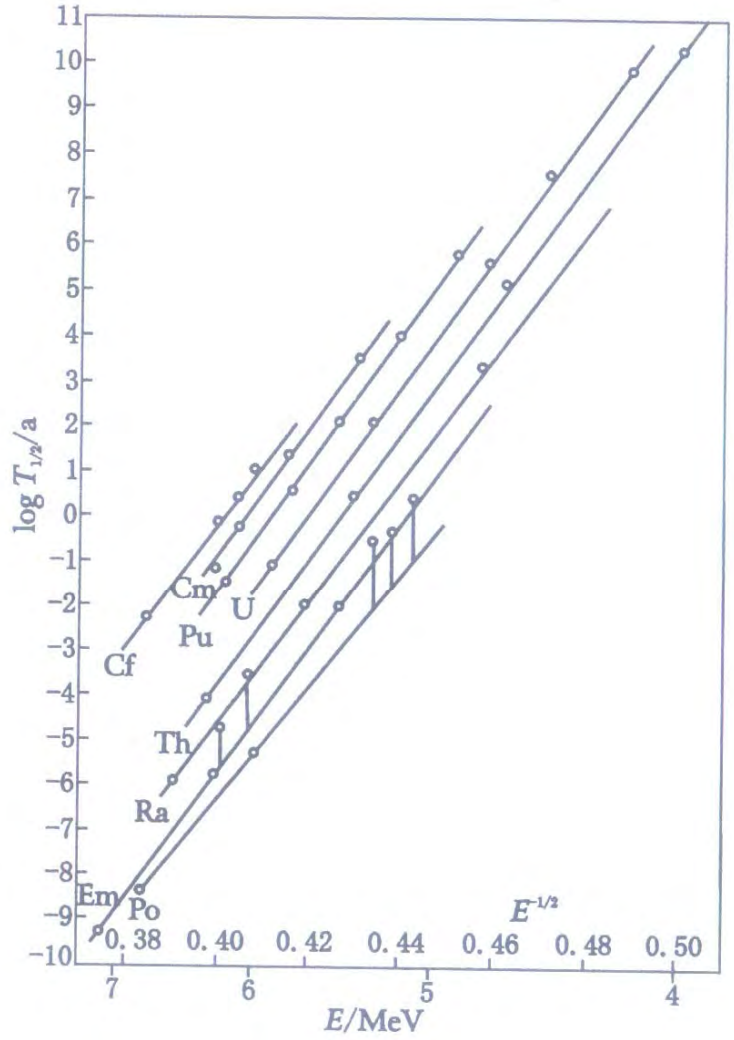


图 5-8　半衰期和 α 粒子能量的关系

（参见[12]511 页）

§5.3 α 衰 变 的 基 本 理 论

1. α 粒子与原子核的相互作用

Gamow and Gurney, 1928 年:

α 粒子在衰变前已经在母核内形成，并自由地高速运动；由于隧道效应， α 粒子以一定几率穿过相互作用位垒发射出来。衰变几率：

$$\lambda = nP$$

n：单位时间内 α 粒子碰撞势垒的次数；

P：穿透几率。

问题：核内形成 α 集团并获得高能量的机制和概率；
（课堂讨论）

α 粒子在核内的运动；
表面作用和穿透

作用势：
内部作用力很小，作用势近似为常数；
表面有很强的吸引力，作用势很快升高；
核外只有库仑相互作用。

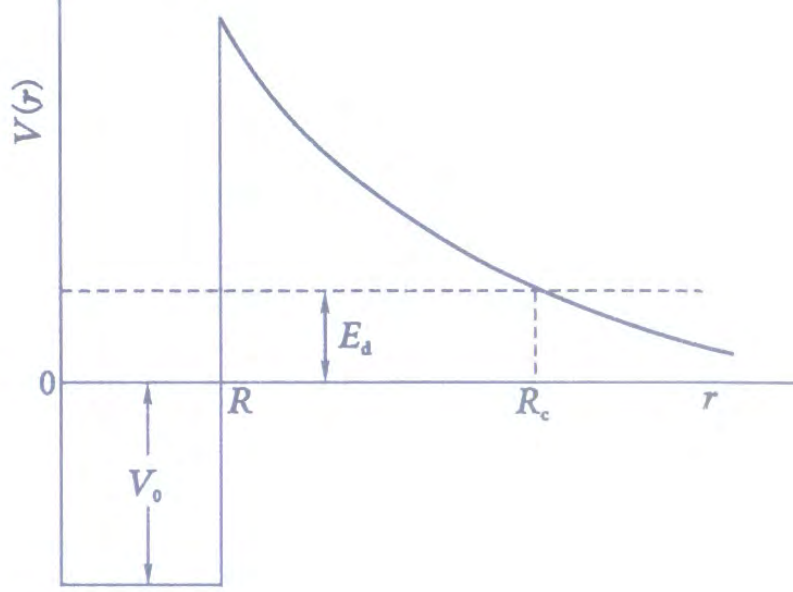


图 5-9 α 衰变的势能曲线

近似：

$$V(r)=\begin{cases}-V_0 & \text{当}r<R\text{时}\\ \dfrac{2(Z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} & \text{当}r\geq R\text{时}\end{cases}$$

思考题：用测不准关系估计 α 粒子在势井中的最小动能。

2．库仑势垒

势能曲线在母核的外围突起，称为库仑势垒。$r=R$ 处，子核对于α 粒子的库仑势垒高度

$$V_c=V(R)=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})}$$

式中 A_1 和 A_2 分别表示子核和α 粒子的质量数。显然，对于任何两个原子核，设其电荷数和质量数分别为 Z_1，A_1 和 Z_2，A_2，则两核相互作用的库仑势垒高度

$$V_c=\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0(A_1^{1/3}+A_2^{1/3})}$$

r_0 一般取值 1.45×10^{-13}cm。用能量单位 MeV 表示库仑势垒高度时，式可近似地简写为

$$V_c\approx\frac{Z_1Z_2}{A_1^{1/3}+A_2^{1/3}}$$

3．经典理论的困难

例如 $^{212}_{84}$**Po** 的α 衰变能为 **8.95MeV** 但 α 衰变时的库仑势垒高度 V_c 为 **22MeV**，比α 衰变能 **8.95MeV** 要大得多。

而从经典观点看，α 粒子要从核内发射出来，要求α 衰变能大于势垒高度。

4．α 衰变的量子理论

由量子力学知道，微观粒子具有一定的概率能够穿透势垒，这种现象称为“隧道效应”。根据“隧道效应”，经典力学所不能解释的α 衰变就成为可能了。

按量子力学的势垒穿透理论（**l=0,**一维问题），α 粒子穿透势垒的概率为**(WKB** 方法**)**

$$P = \mathrm{e}^{-G} = \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\sqrt{2\mu[V(r)-E_d]}\,\mathrm{d}r\right\}$$

$$= \exp\left\{-\frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\left[2\mu\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}-E_d\right)\right]^{1/2}\mathrm{d}r\right\}$$

式中，μ为α 粒子与子核的折合质量，

R_c：　　$E_d = V(R_c) = \dfrac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 R_c}$，

$$R_c = \frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 E_d}\quad ,$$

显然：　　$V_c / E_d = R_c / R$

下面推导出衰变常量λ和能量 E_d 的关系。

$$G=\frac{2}{\hbar}\int_R^{R_c}\left[2\mu\left(\frac{Z_1Z_2e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}-E_d\right)\right]^{1/2}\mathrm{d}r$$

$$=\frac{2\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\int_R^{R_c}\left(\frac{R_c}{r}-1\right)^{1/2}\mathrm{d}r$$

对积分号下作变量变换，令

$$x=\arccos\left(\frac{r}{R_c}\right)^{1/2}$$

（推导）

则

$$G=\frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\left[x(R)-\frac{1}{2}\sin 2x(R)\right]$$

$$=\frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\psi\left(\frac{R}{R_c}\right)$$

其中

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right)=\arccos\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2}-\left(\frac{R}{R_c}-\frac{R^2}{R_c{}^2}\right)^{1/2}$$

可见 G 是$\left(\frac{R}{R_c}\right)$的函数。也就是$\left(\frac{E_d}{V_c}\right)$的函数，使用时可查图表

由于$\frac{E_d}{V_c}$（或$\frac{R}{R_c}$）通常不大于$\frac{1}{3}$，在一级近似下

$$\psi\left(\frac{R}{R_c}\right)\approx\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2}\qquad G=\frac{2R_c\sqrt{2\mu E_d}}{\hbar}\left[\frac{\pi}{2}-2\left(\frac{R}{R_c}\right)^{1/2}\right]$$

为了便于和实验作比较，式可写为

$$G=\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}}-\frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}$$

于是α 粒子穿透势垒的概率成为

$$P=\exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}}+\frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\}$$

衰变常量

$$\lambda=nP$$

令 R'为母（$R'\approx R$）核半径，υ为α 粒子在子核内运动的速度，则

$$n=\frac{\upsilon}{2R'}$$

得衰变常量λ与能量 E_d 的关系式

$$\lambda=\frac{\upsilon}{2R'}\exp\left\{-\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_d}}+\frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\}$$

$$\lambda = \frac{c}{2R}\left[\frac{2(E_d - V_0)}{\mu c^2}\right]^{1/2} \exp\left\{-\frac{Z_1 Z_2 \pi\alpha\sqrt{2\mu c^2}}{\sqrt{E_d}} + \left(\frac{32\alpha\mu c^2 Z_1 Z_2 R}{\hbar c}\right)^{1/2}\right\}$$

对于^{238}U：

$$Z_1 Z_2 \pi\alpha\sqrt{2\mu c^2} \approx 250, \qquad \frac{32\alpha\mu c^2 Z_1 Z_2}{\hbar c} \approx 28$$

或写作对数形式：

$$\log\lambda = \log\frac{\upsilon}{2R'} - \left\{\frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{2\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_\mathrm{d}}} - \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}\right\}\log e$$

$$= \log\frac{\upsilon}{2R'} - \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\varepsilon_0\hbar\sqrt{E_\mathrm{d}}} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}$$

$$= A - BE_\mathrm{d}^{-1/2}$$

其中，

$$A = \log\frac{\upsilon}{2R'} + \frac{4e[\mu(Z-2)R]^{1/2}}{2.3\sqrt{\pi\varepsilon_0}\hbar}, \quad B = \frac{\sqrt{2\mu}(Z-2)e^2}{4.6\varepsilon_0\hbar}$$

n 的估算

$\frac{v}{c} = \left[\frac{2(E_d + V_0)}{\mu c^2}\right]^{\frac{1}{2}}$，**$R'$=1.45$A^{1/3}$ fm,**

对 ^{238}**U，v~10^9 cm/s，** R'**~10^{-12} cm，n~10^{21} /s**

对不同核和不同α衰变能，***n*** 变化不大。

n = $\frac{\upsilon}{2R'}$ 与 ***G*** 因子相比，可视为常量。从而 ***A***，***B*** 对同一元素可视为常量。这样，由α 衰变理论得到的公式和对偶偶核得出的实验规律式完全一样。

讨论：

a) λ或 $T_{1/2}$（$T_{1/2}=0.693/\lambda$）对 E_d 的依赖非常强烈（指数关系）

$$\lambda = \exp[\ln 10 \cdot (A - \frac{B}{\sqrt{E_d}})]$$

显然，E_d 增大时，λ也增大，$T_{1/2}$ 减小。

例：${}^{A}_{90}Th$ 的α 衰变

A	E_d(MeV)	$T_{1/2}$(s)	
		测 量	计 算
220	8.95	10^{-5}	3.3×10^{-7}
222	8.13	2.8×10^{-3}	6.3×10^{-5}
224	7.31	1.04	3.3×10^{-2}
226	6.45	1854	6.0×10
228	5.52	6.0×10^{7}	2.4×10^{6}
230	4.77	2.5×10^{12}	1.0×10^{11}
232（稳定）	4.08	4.4×10^{17}	2.6×10^{16}

在 10^{20} 变化范围内，计算的不准确度在 10^{2} 范围。

b) λ或 $T_{1/2}$（$T_{1/2}=0.693/\lambda$）对 R 的依赖也很强烈

R 增大时，λ增大，$T_{1/2}$ 减小。

例：A~230 的核，R 变化 4%($1.25A^{1/3} \rightarrow 1.20A^{1/3}$)

λ变化 5 倍左右。

可以用λ的测量来准确的定出 R。

思考题：许多重核是椭球形状的。如果这种核发射 α 粒子，问从哪个方向发射的概率比较大？

5．禁戒因子

位垒穿透公式成功地解释了α 衰变的一些规律，特别是对偶偶核基态之间的α 衰变，定量上符合得相当好。但是，对其它情形，尤其是奇奇核的α 衰变，理论和实验数据的比较在定量上出现了严重分歧。通常引入所谓禁戒因子 F 来描写这种分歧，它等于实验测得的半衰期 T_{exp} 与理论值 T_{th} 之比，即

$$F = T_{exp} / T_{th}$$

或以衰变常量λ的理论值λ_{th} 与实验值λ_{exp} 之比来表示

$$F = \lambda_{th} / \lambda_{exp}$$

对奇 A 核，F 一般在 **100~1000** 范围；奇奇核的 F 则更大，个别核的禁戒因子高达 10^{14}。现就理论与实验分歧的原因讨论下面两个问题：

（1）角动量的影响

公式是在假设α 粒子带走的轨道角动量 $l=0$ 时推导出来的。如果 $l\neq0$， $r>R$ 时的 $V(r)$应为库仑势能 $V_c(r)$与离心势能 $V_l(r)$之和，即

$$V(r) = V_c(r) + V_l(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \qquad r > R$$

于是此时势垒高度要比 $l=0$ 时高，而且 l 越大势垒越高，从而α 衰变概率越小。

但是离心势垒的影响不会很大。这是由于 $V_l(r) \ll V_c(r)$。事实上，

$$V_l(R)=\frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu R^2}=\frac{l(l+1)(\hbar c)^2}{2\mu c^2 R^2}\approx\frac{l(l+1)}{10}\quad(\mathrm{MeV})$$

$l=3$，$V_l(R)\approx 1$ MeV，而库仑势垒一般大于 20 MeV，计算表明，角动量对衰变概率的影响通常不会改变数量级的大小，表 5-4 中列了对 $Z=90$，$E=4.5$ MeV 时的角动量对 α 衰变概率的影响。

表 5-4 角动量对 α 衰变概率的影响

L	0	1	2	3	4	5	6
λ_l/λ_0	1	0.84	0.60	0.36	0.18	0.078	0.028

（2）形成因子的影响

另一条件是假设 α 粒子在 α 衰变前就存在于核内。实际情况可能不是这样，而是 α 粒子在衰变过程中才形成的。若设形成 α 粒子的概率为 k，那么

$$\lambda=knP=k\frac{\upsilon}{2R'}P$$

k 称为形成因子。由于 $k\leqslant 1$，于是依 k 值的不同，α 衰变就有可能出现不同程度的禁戒。而 k 值的大小与原子核结构有密切关系，两者之间的联系规律如何，至今还没有了解清楚。

§5.4 质子及重离子放射性

1．质子放射性

对于普通的核素，最后一个质子的结合能总是正的，即对放射质子是稳定的。但对丰质子核，最后一个质子的结合能有可能出现负值，因而可以自发地放射出质子。它与自发放射中子不同，不是瞬发过程，而与α 衰变类似，由于库仑势垒的阻挡，具有一定的半衰期。所以，质子放射性也叫质子衰变。

质子衰变的理论和α 衰变类似，通过质子穿透势垒概率的计算，可以得到质子衰变的半衰期。

影响因素：

库仑位垒低，使λ增大，$T_{1/2}$减小；

E_d一般较小，使λ减小，$T_{1/2}$增大；

与β^+放射性或轨道电子俘获竞争；

Hofmman et al., Z.Phys., A305(1982)111

$$^{58}_{25}Ni + ^{96}_{44}Ru \rightarrow ^{151}_{71}Lu$$

$$\mapsto ^{150}_{70}Yb + p \qquad (T_{1/2} = 85\ ms)$$

^{151}Lu 比稳定核素 ^{175}Lu 缺 4 个中子。也就是说，它是一个十分丰质子的核素，其最后一个质子结合能为负值。从能量上看，它是极不稳定的，但由于库仑势垒的阻挡，最后一个质子还能勉强维系在核内，质子只有通过势垒穿透跑到核外。该核发射出的质子能量为 1.23MeV，半衰期约为 0.1s。

后来，随着实验技术的发展，先后又发现了许多直接质子衰变核，如：^{147}Tm、^{147m}Tm、^{109}I、^{113}Cs、^{112}Cs、^{146}Tm、^{146m}Tm、^{150}Lu、^{156}Ta、^{156m}Ta、^{160}Re、^{105}Sb、^{157}Ta、^{161m}Re、^{161}Re、^{165m}Ir、^{166m}Ir、^{166}Ir、^{167m}Ir、^{167}Ir、^{171m}Au 和 ^{185m}Bi。质子放射性的研究对提供质子滴线附近的核结构信息有重要意义。

对有些原子核，只发射一个质子的能量条件并不满足。但从对能考虑，可以同时放出两个质子。原子核同时自发发射两个质子的现象，称为双质子放射性。例如，在轻核范围内，^{6}Be，^{8}C，^{12}O，^{16}Ne 和 ^{19}Mg 等可能具有双质子放射性。对于一般的双质子放射体，不是由于寿命过短，就是由于质子能量太低，或是由于其它竞争衰变的影响，迄今在实验上只发现一个事例，即 1995 年首次观测到 ^{12}O 的基态双质子衰变。

2. 重离子放射性

原子核自发地放射出重离子的现象，称为重离子放射性。重离子是指比α 粒子更重的离子。自从 **1896** 年贝克勒尔发现放射性直至 **1984** 年，人们一直只知道α、β、γ 和质子放射性。

影响因素：

库仑位垒高，使λ减小，$T_{1/2}$ 增大；

E_{d} 一般较大，使λ增大，$T_{1/2}$ 减小；

与α 放射性竞争；

重离子在核内形成的概率很小。

卢希庭先生在本书第一版（**1981** 年 **1** 月）中曾经预言，存在碳离子放射性的可能性；而且指出，选择 ^{224}**Ra** 和 ^{223}**Ra** 作为研究对象也许是最有希望的。果然，**1984** 年英国科学家罗斯（**H. J. Rose**）和琼斯（**G. A. Jones**）首先发现了 ^{223}**Ra** 具有碳离子放射性。他们利用半导体探测器粒子鉴别技术在 **189** 天中观察到 ^{223}**Ra** 发射的 **11** 个 ^{14}**C** 粒子的计数。

$$^{223}_{88}\mathrm{Ra} \rightarrow {}^{219}_{86}\mathrm{Rn} + \alpha \qquad T_{1/2} \approx 10^{6}\,\mathrm{s}$$

$$\rightarrow {}^{209}_{82}\mathrm{Pb} + {}^{14}_{6}\mathrm{C} \qquad T_{1/2} \approx 10^{15}\,\mathrm{s} \qquad E_{\mathrm{d}} = 31.8\,\mathrm{MeV}$$

随后，他们的结果被苏联、法国、美国和中国的研究组所证实。美国小组利用固体径迹探测器还首次发现 ^{224}Ra 和 ^{222}Ra 的 ^{14}C 放射性。从此，揭开了实验研究重离子放射性的新篇章。至今，已发现许多核具有重离子放射性。例如，^{232}U 可以发射 ^{24}Ne，^{234}U 可以发射 ^{24}Ne 和 ^{28}Mg，^{237}Np 可以发射 ^{30}Mg，^{240}Pu 和 ^{241}Am 可以发射 ^{34}Si 等。放射出的重离子能量大约分布在 30 至 80MeV 范围。实验测得的重离子衰变相对于α 衰变的分支比很小，大多在 10^{-9} 至 10^{-13} 范围，有的甚至小于 10^{-15}。

重离子放射性的研究可以提供重离子发射机制和核结构的信息。有关理论处理大致分两类：放射性衰变和自发裂变。前者遇到的困难是预形成概率的计算，后者的困难是难以解释重离子能谱的单一性。这些问题只有依靠更多的实验事实和理论研究逐步加以解决。

位垒穿透的方法也用于裂变、融合反应等。

习　题

5-1．实验测得 ^{210}Po 的α 粒子能量为 5301 keV，试求其衰变能。

5-2．利用核素质量，计算 ^{226}Ra 的α 衰变能和α 粒子的动能。

5-3．$^{211}_{83}$Bi 衰变至 $^{207}_{81}$T1，有两组α 粒子，其能量分别为 E（α_0）＝6621 keV，E（α_1）=6274 keV。前者相应为母核基态衰变至子核基态；后者相应为母核基态衰变至子核的激发态。试求子核 $^{207}_{81}$T1 激发态的能量，并画出此衰变纲图。

5-4．$^{218}_{84}$Po α 衰变至 $^{214}_{82}$Pb，已知α 粒子的动能 E_k 为 5.988 MeV，试计算反冲核 $^{214}_{82}$Pb 的动能，并求出α 衰变能 E_d。

5-5．一块重为半公斤的核燃料纯 ^{239}Pu，试计算这块核燃料存放时由于α 衰变放出的功率为多少瓦（W）？

5-6．试计算α 粒子对于 $^{20}_{10}$Ne，$^{112}_{50}$Sn，$^{238}_{92}$U 的库仑势垒，设 r_0＝1.45fm。

5-7．已知 ThC′（$^{212}_{84}$Po）对于基本α 粒子组（E_0＝8.785 MeV）的半衰期为 3×10^{-7}s，试计算激发核 ThC′对于发射长射程α 粒子（E_3＝10.55 MeV）的平均寿命，在计算时假定α 粒子碰撞势垒的次数，在激发核内和在非激发核内都是相同的。

5-8．试计算：（i）^{223}Ra 发射 ^{14}C 的动能 E_k 和库仑势垒 V_C；（ii）^{53m}Co 发射质子的动能 E_k 和库仑势垒 V_C。

5-9．利用结合能的半经验公式，推导出原子核发射质子的衰变能随 Z，A 变化的关系式。

5-10．为什么能量低于 2MeV 和高于 9MeV 的α 放射性很少见？

5-11．为什么基态偶偶核α 衰变时能量最大的α 粒子强度最大？而奇 A 核的就不一定？

5-12．有没有α 稳定线？为什么？

第六章 β 衰 变

β衰变: 原子核自发地放射出β粒子或俘获一个轨道电子而发生的转变。

放出电子的过程称为β⁻衰变;

放出正电子的过程称为β⁺衰变。

原子核从核外的电子壳层中俘获一个轨道电子叫做轨道电子俘获。俘获K层电子，叫做K俘获。俘获L层电子，叫做L俘获。其余类推。由于K层电子最靠近原子核，因而一般K俘获的概率最大。

半衰期: 10^{-2}s~10^{18}a

发射出粒子的能量最大为几个MeV

在全部周期表的范围内都存在β放射性核素

相对论动力学:

$$p=\frac{mc\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},\qquad \beta=\frac{v}{c};$$

$$E^2=p^2c^2+m^2c^4=\frac{m^2c^4}{1-\beta^2}$$

$$\frac{pc}{E}=\beta;\qquad T=E-mc^2=\frac{1}{2}mv^2\left(1+\frac{3}{4}\frac{v^2}{c^2}+\cdots\right)\xrightarrow{v<<c}\frac{1}{2}mv^2$$

§6.1 β 能谱的特点

1. β 谱的连续性

β 衰变时放射出来的β 射线，其强度随能量的变化为一连续分布。

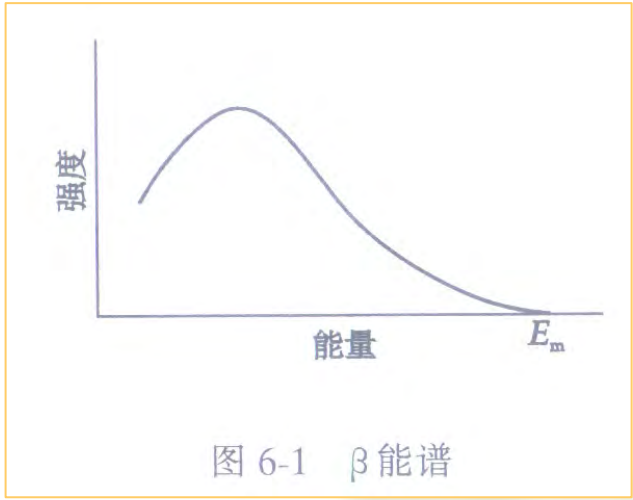


图 6-1 β能谱

β 粒子的动能

$$T = E - m_e c^2 = (c^2 p^2 + m_e^2 c^4)^{1/2} - m_e c^2$$

由 $p = eB\rho$ （对高速问题也成立）

得 $$T = [c^2 e^2 (B\rho)^2 + m_e^2 c^4]^{1/2} - m_e c^2$$

如果 T 用 keV 做单位，$B\rho$用 T • m 做单位，则

$$T = 511.00\{[3441.8 \times 10^2 (B\rho)^2 + 1]^{1/2} - 1\}$$

式中 511.00 是用 keV 做单位的电子静止能量。

实验：（1）β 粒子的能量是连续分布的；（2）有一确定的最大能量 E_m；（3）曲线有一极大值，即在某一能量处，强度最大。

2. β 衰变与能量守恒定律的“矛盾”

实验上发现的β 能谱是连续分布的，而且无数实验表明，最大能量 E_m 正好等于衰变能。

如果是两体衰变 $X \to Y + \beta$，由于 $m_e << m_Y$，应有 $T_\beta \cong E_d$，能量是确定的

§6.2 中　微　子

1．中微子假说

泡利的中微子假说告诉我们：原子核在β 衰变过程中，不仅放出一个β 粒子，还放出一个不带电的中性粒子，它的质量小得几乎为零，所以叫做中微子，用符号 ν 表示。

$$p_\beta+p_\nu+p_R=0,$$

$$E_{\mathrm{d}}=T_\beta+T_{\mathrm{R}}+T_\nu\cong T_\beta+T_\nu$$

T_β，可在 0—E_d之间变化。怎么分布

（1）β 粒子和反冲核的动量大小相等方向相反，即 $p_\beta=-p_R$。显然，这时 $p_\nu=0$。于是

$$T_{\mathrm{R}}=\frac{P_{\mathrm{R}}^2}{2m_{\mathrm{R}}}=\frac{P_\beta^2}{2m_{\mathrm{R}}}=\frac{(T_\beta+2m_{\mathrm{e}}c^2)T_\beta}{2m_{\mathrm{R}}c^2}$$

$$E_{\mathrm{d}}=T_\beta+\frac{(T_\beta+2m_{\mathrm{e}}c^2)T_\beta}{2m_{\mathrm{R}}c^2}=T_\beta(1+\frac{T_\beta}{2m_{\mathrm{R}}c^2}+\frac{m_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{R}}})\approx T_\beta$$

即此时β 粒子的动能大约等于衰变能。

（2）中微子和反冲核的动量大小相等方向相反，即 $p_\nu=-p_R$。显然，这时 $p_\beta=0$，所以 $T_\beta=0$。

对于一般情况，β 粒子的动能介于上述两种极端情况之间，而得到 $T_\beta=0$ 至 E_m 的连续分布。

2．中微子的性质

根据实验和理论考虑，可以得出中微子的一些基本性质。

（1）静止质量 m_ν

近期的实验表明，电中微子静止能量的上限为 3eV，在β 衰变理论中，可近似地看成为零。因此，它的速度与光速相同，能量 E_ν与动量 p_ν之间的关系为

$$E_\nu = cp_\nu$$

中微子质量是否为 0，是理论和实验上有重大意义的问题。

(2) 电荷 q=0

（3）自旋 $I_\nu=\frac{1}{2}$

β 衰变中母子核的质量数不变，则母子核的自旋必同为半整数或整数。由于β 粒子（即普通的电子或正电子）的自旋为$\frac{1}{2}$，为保持角动量守恒，中微子的自旋必为半整数，而且实验表明，只能是$\frac{1}{2}$。例如下列衰变

$$^{14}\mathrm{O}\rightarrow{}^{14}\mathrm{N}^{*}+\beta^{+}+\nu$$

自旋：　　0　　0　　1/2

按角动量守恒和β 谱形分析，中微子的自旋 I_ν只能为 1/2。

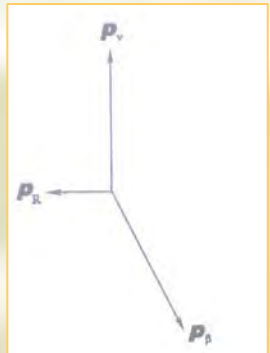


图 6-3　β 衰变中诸粒子间的动量关系

（4）遵从费米统计

β 衰变中，母、子核的质量数不变，则母核和子核的统计性相同。因电子是费米子，为保持统计性守恒，中微子必为费米子。

（5）磁矩μ_ν

实验没有测得中微子的磁矩，其上限不超过 $1.5 \times 10^{-10}\mu_B$。

（6）螺旋性（helicity）$H = \pm 1$

螺旋性的定义如下：

$$H = \frac{\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma}}{|\mathbf{p}||\boldsymbol{\sigma}|}$$

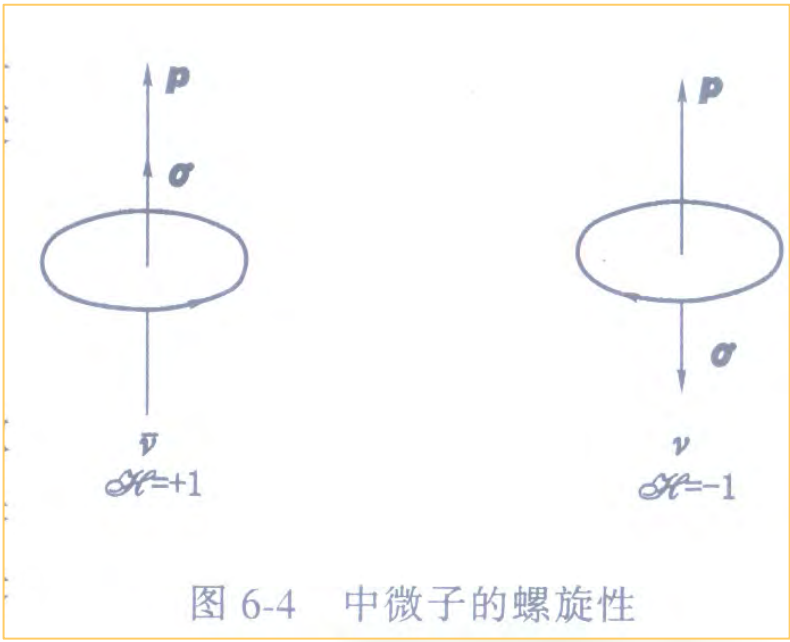


图 6-4　中微子的螺旋性

式中 p 和σ分别表示粒子的动量和自旋。理论和实验表明，中微子的螺旋性 $H=\pm1$。所以，中微子有两种螺旋性。$H=+1$ 者称为反中微子，用符号 $\bar{\nu}$ 表示，其自旋方向与运动方向相同，即属于右旋粒子（运动方向与右手螺丝相同）；$H=-1$ 者就称为中微子，用 ν 表示，其自旋方向与运动方向相反，即属于左旋 粒子（运动方向与左手螺丝相同）。$\bar{\nu}$ 和 ν 互为粒子和反粒子。实验证明，β^- 衰变放出的是反中微子 $\bar{\nu}$，β^+ 衰变和轨道电子俘获过程放出的是中微子 ν。

3. 实验证明

$$\bar{\nu}+p \rightarrow n+e^{+}$$

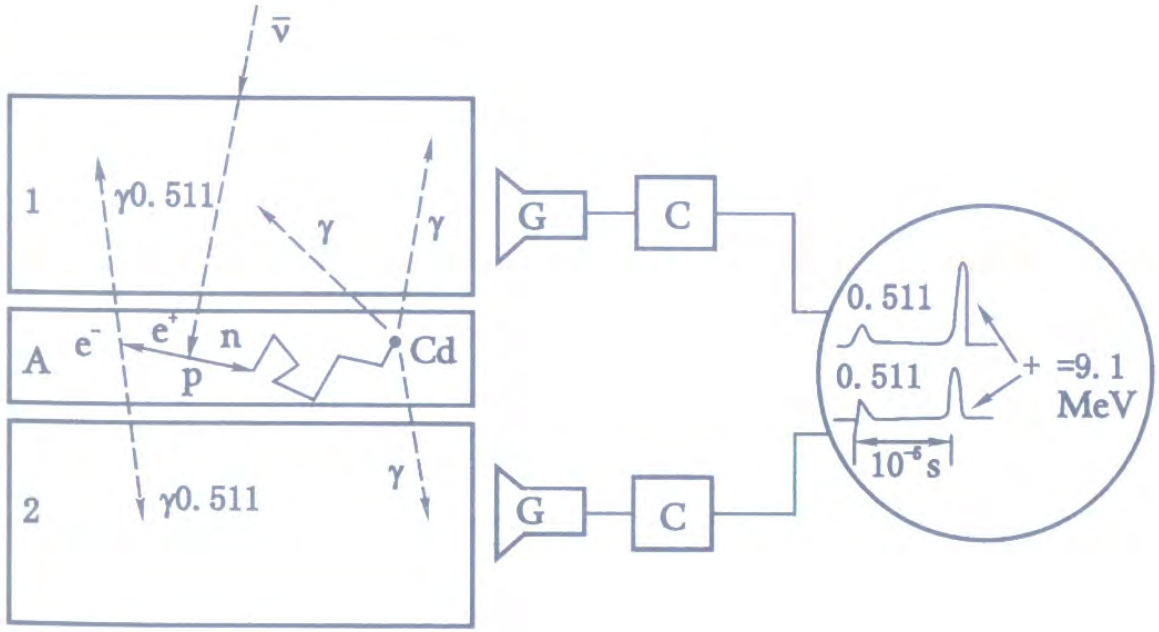


图 6-5　探测中微子实验的原理图

G—光电倍增管　C—电子学线路

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}$$

$$e^{+} + e^{-} \rightarrow 2\gamma$$



§6.3 β 衰变的三种类型及其衰变能

将中微子考虑在内，β 衰变的三种类型可以用下列式子表示。

β^- 衰变：$${}^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y}+\mathrm{e}^{-}+\bar{\nu}$$

β^+ 衰变：$${}^{A}_{Z}\mathrm{X}\rightarrow{}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y}+\mathrm{e}^{+}+\nu$$

轨道电子俘获：$${}^{A}_{Z}\mathrm{X}+\mathrm{e}^{-}\rightarrow{}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y}+\nu$$

其中 **X** 和 **Y** 分别表示母核和子核或相应的核素。

β 衰变的本质在于衰变过程中原子核中的一个中子转变成质子，或者是一个质子转变成中子。用式子作如下表示。

对于 β^- 衰变：

$$\mathrm{n}\rightarrow\mathrm{p}+\mathrm{e}^{-}+\bar{\nu}$$

对于 β^+ 衰变：

$$\mathrm{p}\rightarrow\mathrm{n}+\mathrm{e}^{+}+\nu$$

对于轨道电子俘获：

$$\mathrm{p}+\mathrm{e}^{-}\rightarrow\mathrm{n}+\nu$$

1. β^- 衰变

a) 自由中子衰变

$$n \to p + e^- + \bar{\upsilon}_e$$

$$E_d = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\upsilon}})c^2$$

$$= 939.573 - 938.280 - 0.511 - m_{\bar{\upsilon}}c^2$$

$$= 0.782 - m_{\bar{\upsilon}}c^2$$

又 $$E_d = T_p + T_e + T_{\bar{\upsilon}} \cong T_e + T_{\bar{\upsilon}}$$

实验测得 $T_e^{\max} = 0.782 \pm 0.013$ MeV，所以，

$$m_{\bar{\upsilon}}c^2 \le 0.013 \text{ MeV}$$ 。

b) 核衰变

用 m_X，m_Y 和 m_e 分别代表母核，子核和电子的静止质量。考虑中微子的静止质量为零，β^- 衰变的衰变能

$$E_d(\beta^-) = [m_X(Z, A) - m_Y(Z+1, A) - m_e]c^2$$

若以原子质量 M_X、M_Y 表示，并且忽略电子在原子中结合能的差异，那么

$$E_d(\beta^-) = [M_X(Z, A) - Zm_e - M_Y(Z+1, A) + (Z+1)m_e - m_e]c^2$$

$$= [M_X(Z, A) - M_Y(Z+1, A)]c^2$$

只有

$$M_X > M_Y$$

才能发生 β^- 衰变。

2．β^+衰变

$$E_{\mathrm{d}}(\beta^+)=[m_{\mathrm{X}}(Z,A)-m_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)-m_{\mathrm{e}}]c^2$$

用原子质量来表示，并且忽略电子在原子中结合能的差异，则

$$E_{\mathrm{d}}(\beta^+)=[M_{\mathrm{X}}(Z,A)-Zm_{\mathrm{e}}-M_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)+(Z-1)m_{\mathrm{e}}-m_{\mathrm{e}}]c^2$$

$$=[M_{\mathrm{X}}(Z,A)-M_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)-2m_{\mathrm{e}}]c^2$$

只有

$$M_{\mathrm{X}}-M_{\mathrm{Y}}>2m_{\mathrm{e}}$$

才能发生β^+衰变。

3．轨道电子俘获（通常用 EC 或 ε 表示）

$$E_{\mathrm{d}}(i)=[m_{\mathrm{X}}(Z,A)+m_{\mathrm{e}}-\frac{w_i}{c^2}-m_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)]c^2$$

用原子质量来表示，并且忽略电子在原子中结合能的差异，则

$$E_{\mathrm{d}}(i)=[M_{\mathrm{X}}(Z,A)-Zm_{\mathrm{e}}+m_{\mathrm{e}}-M_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)+(Z-1)m_{\mathrm{e}}]c^2-W_i$$

$$=[M_{\mathrm{X}}(Z,A)-M_{\mathrm{Y}}(Z-1,A)]c^2-W_i$$

只有

$$M_{\mathrm{X}}-M_{\mathrm{Y}}>W_i/c^2$$

才能发生第 ***i*** 层的轨道电子俘获。

轨道电子俘获过程所形成的子核原子，它的内层电子缺少了一个。例如 K 俘获情形，K 层电子少了一个，子核原子处于不稳定的激发状态，于是邻近的 L 层电子就会跳到 K 层来填充 K 层电子的空位，这样，就会发射出特征 X 射线，

$$h\nu = W_{\mathrm{K}} - W_{\mathrm{L}}$$

当一个 L 电子跳到 K 层来填充空位时，可以不发射 X 射线，而把能量交给另一个 L 电子，于是这个 L 电子就会克服结合能而飞出，这种电子叫做俄歇电子。这样，俄歇电子的动能为

$$E_{\mathrm{e}} = h\nu - W_{\mathrm{L}} = W_{\mathrm{K}} - 2W_{\mathrm{L}}$$

由于 $2m_{\mathrm{e}}c^2 >> W_i$，能发生 β^+ 衰变的原子核可以发生轨道电子俘获。反之，能发生轨道电子俘获的原子核不一定能发生 β^+ 衰变。这主要是由能量条件来决定的。原则上，当能量满足 β^+ 衰变的条件时，轨道电子俘获和 β^+ 衰变可同时有一定的概率发生。

例：

	$E_d(MeV)$	$T_{1/2}$
$^{23}Ne \rightarrow {}^{23}Na + e^- + \bar{\upsilon}$	4.38	38s
$^{99}Te \rightarrow {}^{99}Ru + e^- + \bar{\upsilon}$	0.29	2.1×10^5 a
$^{25}Al \rightarrow {}^{25}Mg + e^+ + \upsilon$	3.26	7.2s
$^{124}I \rightarrow {}^{124}Te + e^+ + \upsilon$	2.14	4.2d
$^{15}O + e^- \rightarrow {}^{15}N + \upsilon$	2.75	1.22s

4. 双β 衰变

原子核自发地放出两个电子或两个正电子，或发射一个正电子同时又俘获一个轨道电子，或俘获两个轨道电子的过程。

双β 衰变的实验测量，可以用来鉴别中微子有无正反之分，和中微子是否具有静止质量。

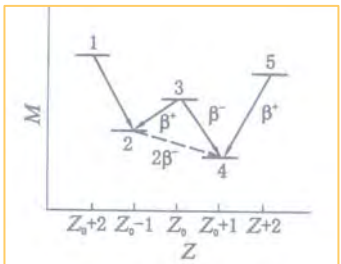


图 6-6　双 β 衰变示意图

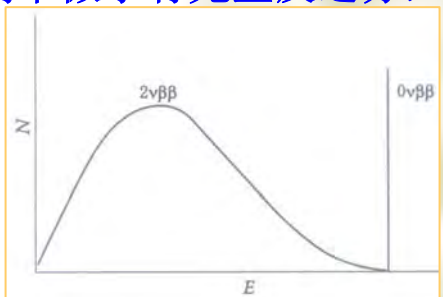


图 6-7　双 β 衰变的电子对能谱

§6.4 衰 变 纲 图

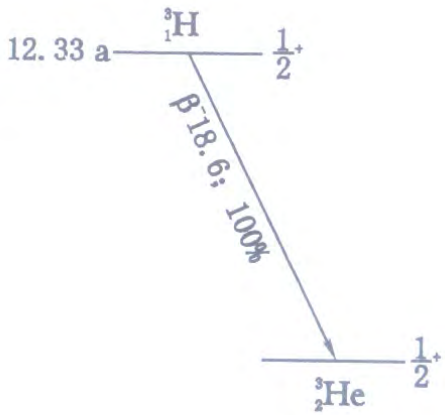


图 6-8 $^{3}_{1}H$ 的衰变纲图

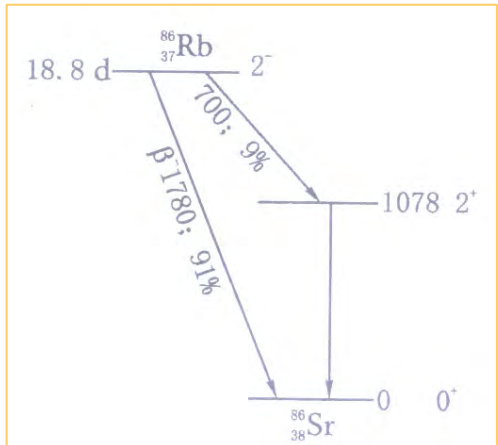


图 6-9 $^{86}_{37}Rb$ 的衰变纲图

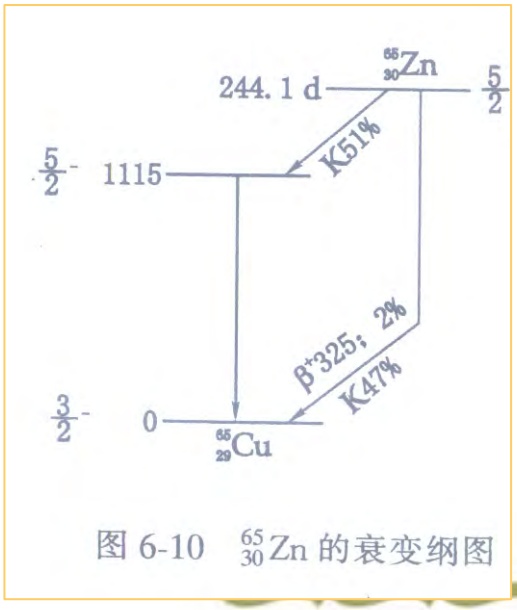


图 6-10 $^{65}_{30}Zn$ 的衰变纲图

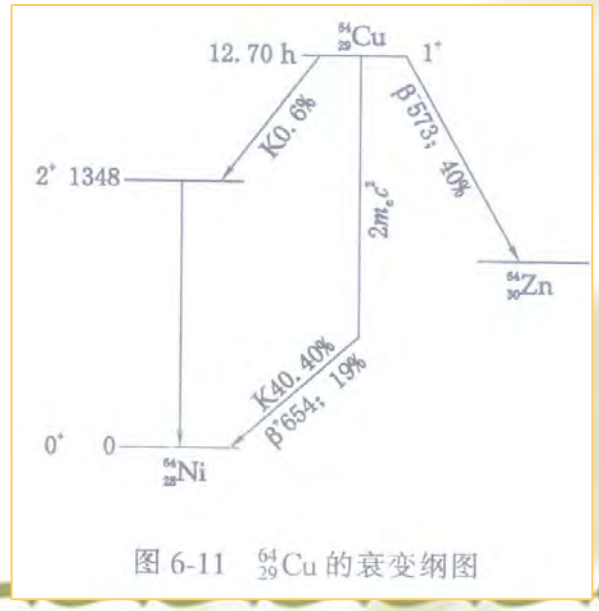


图 6-11 $^{64}_{29}Cu$ 的衰变纲图

§6.5 β 衰变的费米理论

1934 年费米（**E. Fermi**）基于中微子假说和实验事实建立了 β 衰变理论。

1. 费米理论的基本思想

β 衰变的本质：$\mathrm{p} \leftrightarrow \mathrm{n}$ 量子态跃迁

在跃迁过程中，放出电子和中微子。

电子–中微子场与原子核的相互作用——弱相互作用。

2. β 衰变概率公式

下面来推导 β 衰变的概率公式。严格的理论需要场论，这里仅仅是一个示意的推导。

根据量子力学的微扰论，单位时间发射一动量在 p 到 $p+\mathrm{d}p$ 间 β 粒子的概率可表示为

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_{\mathrm{f}}^{*} H \psi_{\mathrm{i}} \mathrm{d}\tau\right|^{2} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}$$

注：H不显含时间

显然，衰变常数 $\lambda = \int_{0}^{p_m} I(p)dp$

$\Psi_i = u_I$；　$\Psi_f = u_f \phi_\beta \phi_\nu$；　$\frac{dn}{dE}$ 为单位能量间隔的终态数目；H 为β相互作用算符。

在费米理论中，简单地假定 H 等于常量 g。与电磁场的相互作用常量 e 相类比，g 是描写电子-中微子场与核子的相互作用常量，这是一种弱相互作，因此称 g 为弱相互作用常量。

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi g^2}{\hbar}\left|\int u_f^* \phi_\beta^* \phi_\nu^* u_i \mathrm{d}\tau\right|^2 \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}$$

假定发射出来的β 粒子、中微子与子核间的作用很弱，则可以近似地把β 粒子和中微子看作自由粒子，并以平面波来描写它们，即

$$\phi_\beta^* = V^{-1/2} \exp(-i\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{r})$$

$$\phi_\nu^* = V^{-1/2} \exp(-i\mathbf{k}_\nu \cdot \mathbf{r})$$

式中 V 是归一化体积，$\mathbf{k}_\beta$和 $\mathbf{k}_\nu$分别是β 粒子和中微子的波矢量。

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi g^2}{\hbar V^2}\left|M_{if}\right|^2 \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}$$

其中 $M_{if} = \int u_f^* u_i \exp[-i(\mathbf{k}_\beta + \mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]\mathrm{d}\tau$称为跃迁矩阵元。

终态数目为β 粒子和中微子的状态数的乘积。至于β 粒子，按照量子统计理论，体积 V 中动量在 p 到 $p+\mathrm{d}p$ 之间的状态数

$$\mathrm{d}n_\beta=\frac{4\pi p^2\mathrm{d}p}{(2\pi\hbar)^3}V$$

注：三个粒子，两个可以自由选择动量

同样，中微子的状态数

$$\mathrm{d}n_\nu=\frac{4\pi p_\nu^2\mathrm{d}p_\nu}{(2\pi\hbar)^3}V$$

所以，终态密度为

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}=\frac{\mathrm{d}n_\beta\mathrm{d}n_\nu}{\mathrm{d}E}=\frac{16\pi^2p^2p_\nu^2\mathrm{d}p\mathrm{d}p_\nu}{(2\pi\hbar)^6\mathrm{d}E}V^2=\frac{p^2p_\nu^2\mathrm{d}p\mathrm{d}p_\nu}{4\pi^4\hbar^6\mathrm{d}E}V^2$$

β 粒子与中微子的能量之和等于β 粒子的最大能量 E_m，即

$$E+E_\nu=E_\mathrm{m}$$

E_m 对某一确定的β 衰变是一常量，则

$$\mathrm{d}E=-\mathrm{d}E_\nu$$

若中微子的静止质量 $m_\nu=0$，有 $E_\nu=cp_\nu$，$\mathrm{d}E_\nu=c\mathrm{d}p_\nu$，所以有

$$\mathrm{d}E=-c\mathrm{d}p_\nu$$

$$p_\nu=(E_\mathrm{m}-E)/c$$

中微子动量增加时，β 粒子能量减少。

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}=\frac{p^2(E_\mathrm{m}-E)^2\mathrm{d}p}{4\pi^4\hbar^6c^3}V^2$$

因此，

$$I(p)\mathrm{d}p=\frac{g^2\left|M_{\mathrm{if}}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7c^3}(E_{\mathrm{m}}-E)^2\,p^2\mathrm{d}p$$

这就是β 衰变的概率公式。它表示单位时间发射动量在 p 到 $p+\mathrm{d}p$ 之间的β 粒子相对数目随动量的分布。由于跃迁矩阵元 M_{if} 一般随β 粒子能量的变化不甚剧烈，对有些跃迁，M_{if} 实际是常量。所以β 粒子的动量分布取决于统计因子 $(E_{\mathrm{m}}-E)^2p^2$。

考虑了库仑场的影响之后，应乘上一个改正因子 $F(Z，E)$。它是子核电荷数 Z 和β 粒子能量 E 的函数。通常称它为费米函数，或叫库仑改正因子。对费米函数的计算，一般相当复杂，应用时有现成的函数表或图可查。如果 Z 值比较小，$F（Z，E）$在非相对论近似中可用一简单函数来表示：

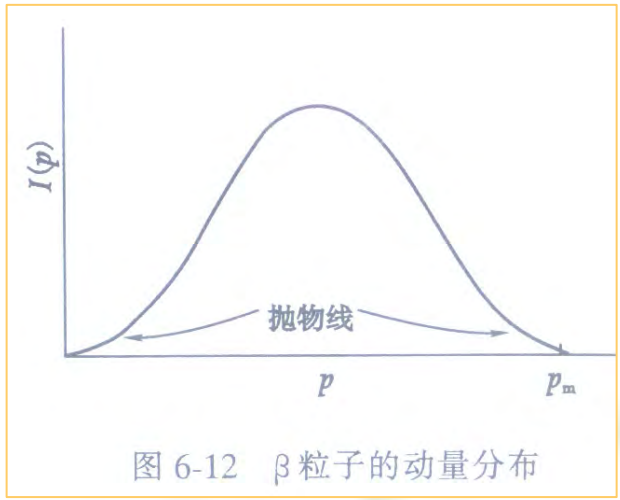


图 6-12　β粒子的动量分布

$$F(Z,E)=\frac{x}{1-e^{-x}}$$

其中 $x=\pm\dfrac{2\pi Zc}{137\upsilon}$，对 β^- 衰变取正号，对β^+衰变取负号；υ为β 粒子的速度。

考虑了库仑改正因子，β 粒子动量分布的最后表达式为

$$I(p)\mathrm{d}p=\frac{g^2\left|M_{\mathrm{if}}\right|^2}{2\pi^3c^3\hbar^7}F(Z,E)(E_{\mathrm{m}}-E)^2\,p^2\mathrm{d}p$$

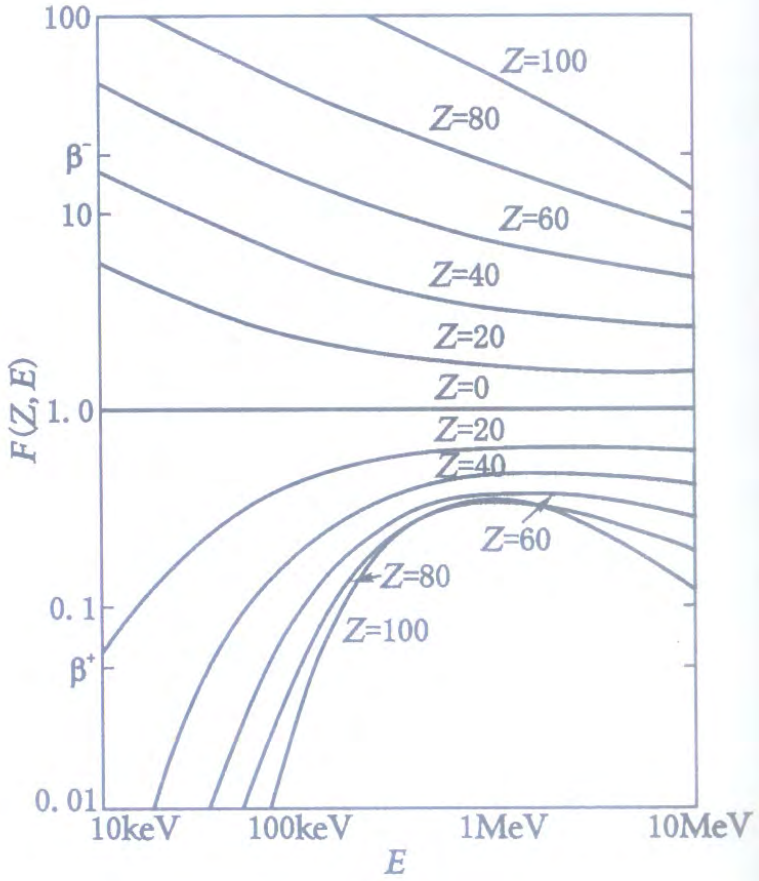


图 6-13　费米函数 $F(Z,E)$

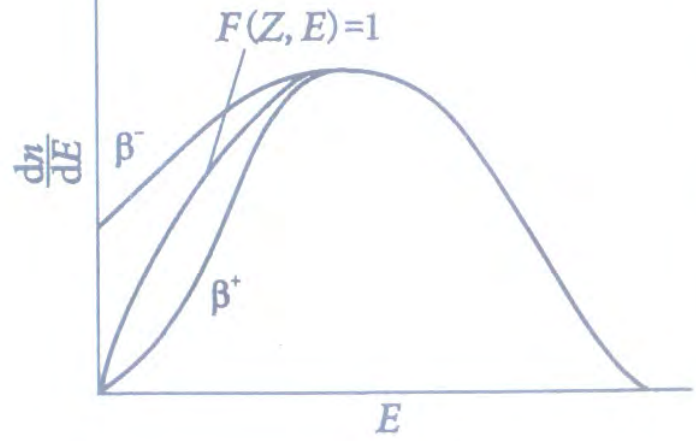


图 6-14　$F(Z,E)$对 β 能谱的影响

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_{\mathrm{f}}^{*} H \psi_{\mathrm{i}} \mathrm{d}\tau\right|^{2} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}$$

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{g^{2}\left|M_{\mathrm{if}}\right|^{2}}{2\pi^{3}c^{3}\hbar^{7}} F(Z,E)(E_{\mathrm{m}}-E)^{2} p^{2}\mathrm{d}p$$

$$M_{\mathrm{if}} = \int u_{\mathrm{f}}^{*} u_{\mathrm{i}} \exp[-i(\ \mathbf{k}_{\beta}+\mathbf{k}_{\nu})\cdot\mathbf{r}]d\tau$$

§6.6 跃迁分类和选择定则

1．跃迁分类

$$M_{if}=\int u_f^* u_i \exp[-i(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]d\tau$$

根据跃迁矩阵元$|M_{if}|$的大小，可以将β 跃迁进行分类。

$$\exp[-i(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]=1-i(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}-\frac{1}{2!}[(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]^2+\cdots$$

注：$k=|\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\upsilon|$和$\mathbf{r}$为轻子对相对于原子核运动波矢和相对位置矢量。

由 $pc=\hbar kc\sim 10\text{MeV}$,得$k\sim 1/20\,\text{fm}^{-1}$。$\mathbf{k}$ 比 1 小很多。

我们也可以利用平面波展成球面波的公式得到同样的结论。

在核的范围内

$$\exp[-i(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]=\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)(-i)^l j_l[|(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)|\cdot|\mathbf{r}|]P_l(\cos\theta)$$

式中 $j_l[|\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu|\cdot|\mathbf{r}|]$是球贝塞尔函数，$P_l(\cos\theta)$是勒让特多项式。因$|\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu|\cdot|\mathbf{r}|\ll 1$，则有

$$j_l[|\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu|\cdot|\mathbf{r}|]\approx[|\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu|\cdot|\mathbf{r}|]^l/(2l+1)!!$$

角动量宇称

其中$(2l+1)!!=1\times3\times5\times\cdots\times(2l+1)$。于是式成为

$$\exp[-i(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}]=\sum_{l=0}^{\infty}\frac{(2l+1)(-i)^l}{(2l+1)!!}[|(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)|\cdot|\mathbf{r}|]^l P_l(\cos\theta)$$

即得级数的第一项（$l=0$）对跃迁概率的贡献最大，随 l 的增大而递减。

当第一项（$l=0$ 项）有贡献时，称为容许跃迁，此时，跃迁矩阵元 $M_{if}\approx\int u_f^* u_i \mathrm{d}\tau\equiv M$，

它与轻子（即电子和中微子）的能量或动量无关，仅与跃迁前后原子核的状态有关。所以，也称 M 为原子核矩阵元。

如果级数的第一项在计算矩阵元时贡献为零，跃迁的概率就要小得多，这种跃迁称为禁戒跃迁。禁戒跃迁又分为几类：如果第二项($l=1$ 项)贡献是主要的，称为一级禁戒跃迁；如果第二项的贡献为零，第三项($l=2$ 项)的贡献成为主要的，称为二级禁戒跃迁；其余类推。所以，容许跃迁可以理解为主要发射 s 波的轻子，一级禁戒跃迁主要发射 p 波的轻子，二级禁戒跃迁主要发射 d 波轻子，……等等。

由于$(\mathbf{k}_\beta+\mathbf{k}_\nu)\cdot\mathbf{r}$ 在 0.1-0.01 范围，因而一级禁戒跃迁概率比容许跃迁概率小几个数量级，而二级的又比一级的小几个数量级，……。级次越高，跃迁概率越小。

2．选择定则

以**l**和**s**表示电子和中微子共同带走的轨道角动量和自旋。

角动量守恒：$\vec{I}_i=\vec{I}_f+\vec{l}+\vec{s},\qquad s=0,1$

宇称的变化：$\pi_i/\pi_f=(-1)^l$ (实验证明)

Allowed decays

（1）容许跃迁的选择定则

$l=0,$ 所以$\Delta\pi=\pi_i/\pi_f=(-1)^l=+1$

$s=0$时，$\Delta I=I_i-I_f=0;$

$s=1$时，$\Delta I=I_i-I_f=0,\pm1$ （$0\to0$ 跃迁除外）

F

G-T

即容许跃迁须遵从以下选择定则：

$$\left.\begin{aligned}\Delta I&=0,\ \pm1\\ \Delta\pi&=+1\end{aligned}\right\}$$

例如：（i）${}^{3}_{1}\mathrm{H}\xrightarrow{\beta^-}{}^{3}_{2}\mathrm{He}$ **(图 6-8)**。${}^{3}_{1}\mathrm{H}$ 的 $I=\frac{1}{2}$，$\pi=+1$；${}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 的 $I=\frac{1}{2}$，$\pi=+1$。于是ΔI=0，$\Delta\pi$=+1，所以此跃迁为容许跃迁。

（ii）${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}\xrightarrow{\beta^+}{}^{64}_{28}\mathrm{Ni}$ **(图 6-11)**。${}^{64}_{29}\mathrm{Cu}$ 的 $I=1$，$\pi=+1$；${}^{64}_{28}\mathrm{Ni}$ 的 $I=0$，$\pi=+1$。于是ΔI=+1，$\Delta\pi$=+1，所以此跃迁也为容许跃迁。

S=0 时的选择定则称为费米选择定则，简称为 **F** 选择定则；相应的跃迁称为 **F** 跃迁；相应的β 相互作用称为 **F** 相互作用。S=1 时的选择定则称为 **Gamov-Teller** 选择定则，简称为 **G-T** 选择定则；相应的跃迁称为 **G-T** 跃迁；相应的β 相互作用称为 **G-T** 相互作用。

0→0 跃迁只可能是 **F** 跃迁，即纯 **F** 跃迁，

例如${}^{14}_{8}\mathrm{O}\xrightarrow{\beta^+}{}^{14}_{7}\mathrm{N}^{*}$，其自旋和宇称的变化是 $0^+\rightarrow0^+$，所以是 **F** 型的容许跃迁；ΔI＝士 **1** 的跃迁是纯 **G-T** 跃迁，例如${}^{6}_{2}\mathrm{He}\xrightarrow{\beta^-}{}^{6}_{3}\mathrm{Li}$，其自旋和宇称变化是 $0^+\rightarrow1^+$，所以是 **G-T** 型容许跃迁；$\Delta I=0$，$I_i=I_f\neq0$ 的跃迁则是 **F** 跃迁与 **G-T** 跃迁的混合，例如中子衰变 $\mathrm{n}\xrightarrow{\beta^-}\mathrm{p}$，其自旋和宇称变化是 $\frac{1}{2}^{+}\rightarrow\frac{1}{2}^{+}$，则此衰变中 **F** 跃迁和 **G-T** 跃迁均有。

跃迁概率公式中的因子 $g^2|M_{if}|^2$ 可以写成 $g_F^2|M_F|^2+g_{GT}^2|M_{GT}|^2$，此处 M_F 和 M_{GT} 称为 F 型矩阵元和 G-T 型矩阵元，g_F 和 g_{GT} 分别是两种相互作用的常量。

Forbidden decays

（2）禁戒跃迁的选择定则

对于一级禁戒跃迁，$l=1$。当 s=0 时，即 F 型跃迁时，有

$$I_i=I_f+1,\ I_f,\ I_f-1$$

则得角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0,\pm 1,\ (0\to 0\text{跃迁除外})$$

$$\Delta\pi=-1$$

当 s=1 时，即为 G-T 型跃迁时，对一级禁戒跃迁有

$$I_i=I_f+2,\ I_f+1,\ I_f,\ I_f-1,\ I_f-2$$

所以此时角动量选择定则

$$\Delta I = I_i - I_f = 0,\pm 1,\pm 2$$

最后得一级禁戒跃迁的选择定则是

$$\left.\begin{aligned}\Delta I &= 0,\pm 1,\pm 2\\ \Delta\pi &= -1\end{aligned}\right\}$$

对$\Delta I=\pm 2$ 和 $0\to 0$ 的一级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是 F 型与 G-T 型相混合的。

对于二级禁戒跃迁，$I=2$。与上述讨论完全类似，可以得出二级禁戒跃迁的选择定则如下：

$$\left.\begin{aligned}\Delta I &= \pm 2, \pm 3\\ \Delta\pi &= +1\end{aligned}\right\}$$

其中$\Delta I=\pm 3$ 的二级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是混合跃迁。

如果单从角动量守恒考虑，$\Delta I=0$，± 1 情形也可以产生二级禁戒跃迁。结合宇称选择定则$\Delta\pi=+1$ 一起考虑，此时必能发生容许跃迁。由于二级禁戒跃迁比容许跃迁弱很多，从而完全可以忽略$\Delta I=0$，± 1 的二级禁戒跃迁。

对于二级以上的禁戒跃迁，与二级禁戒跃迁的讨论完全相同，可以得出 n 级禁戒跃迁的选择定则如下：

$$\left.\begin{aligned}\Delta I &= \pm n, \pm (n+1)\\ \Delta\pi &= (-1)^n\end{aligned}\right\}$$

$\Delta I=\pm(n+1)$的 n 级禁戒跃迁是纯 G-T 型跃迁，其它情形则是混合跃迁。

下面举一些禁戒跃迁的例子。

(i) 一级禁戒跃迁：$^{39}_{18}\mathrm{Ar}\xrightarrow{\beta^-}{}^{39}_{19}\mathrm{K}\ (7/2^-\to 3/2^+)$，$^{111}_{47}\mathrm{Ag}\xrightarrow{\beta^-}{}^{111}_{48}\mathrm{Cd}(1/2^-\to 1/2^+)$，$^{113m}_{48}\mathrm{Cd}\xrightarrow{\beta^-}{}^{113}_{49}\mathrm{In}\ (11/2^-\to 9/2^+)$。

(ii)二级禁戒跃迁：$^{59}_{26}\mathrm{Fe}\xrightarrow{\beta^-}{}^{59}_{27}\mathrm{Co}\ (3/2^-\to 7/2^-)$，$^{10}_{4}\mathrm{Be}\xrightarrow{\beta^-}{}^{10}_{5}\mathrm{B}\ (0^+\to 3^+)$。

(iii)三级禁戒跃迁：$^{87}_{37}\mathrm{Rb}\xrightarrow{\beta^-}{}^{87}_{38}\mathrm{Sr}\ (3/2^-\to 9/2^+)$，$^{40}_{19}\mathrm{K}\xrightarrow{\beta^-}{}^{40}_{20}\mathrm{Ca}\ (4^-\to 0^+)$。

(iv)四级禁戒跃迁：$^{115}_{49}\mathrm{In}\xrightarrow{\beta^-}{}^{115}_{50}\mathrm{Sn}\ (9/2^+\to 1/2^+)$。

四级以上的禁戒跃迁，由于它们的跃迁概率实在太小，至今在实验上还没有观察到。

§6.7 库里厄图

为了进行实验与理论的比较，一个比较方便的方法乃是观察函数$[I(p)/Fp^2]^{1/2}$对于E的线性关系，

$$\left[I(p)/Fp^2\right]^{1/2}=K(E_{\mathrm{m}}-E)$$

式中$K=g|M_{\mathrm{if}}|/\left(2\pi^3c^3\hbar^7\right)^{1/2}$。从实验上测得$\beta$粒子的动量分布，来作$[I(p)/Fp^2]^{1/2}$对$E$的图，看它是否一条直线，就可对理论和实验进行比较(scaling)。用这种方法来表示实验结果的图，称为库里厄图(Kurie Plot)。

1．容许跃迁的库里厄图

对于容许跃迁，跃迁矩阵元近似等于原子核矩阵元，即$M_{\mathrm{if}}\approx M\equiv\int u_{\mathrm{f}}^{*}u_{\mathrm{i}}\mathrm{d}\tau$，它与$\beta$粒子的能量无关。

$$K=g|M_{\mathrm{if}}|/\left(2\pi^3c^3\hbar^7\right)^{1/2}=g|M|/\left(2\pi^3c^3\hbar^7\right)^{1/2}=\text{常量}$$

因此库里厄图使得β能谱的实验结果画成一条直线。这不仅便于与理论进行比较，而且可以比较精确地确定β谱的最大能量E_{m}。

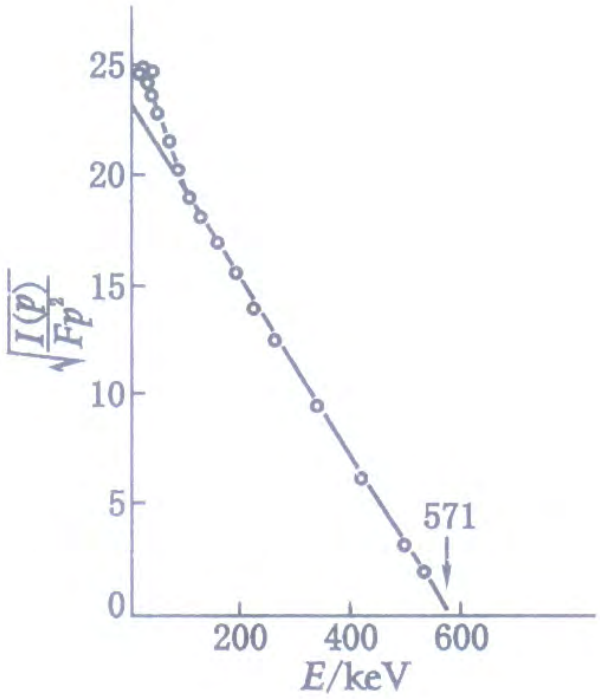


图 6-15 ^{64}Cu 的 β^- 谱的库里厄图

[引自 C. S. Wu et al., Phys. Rev., **75**,315(1949);**75**,1107(1949).]

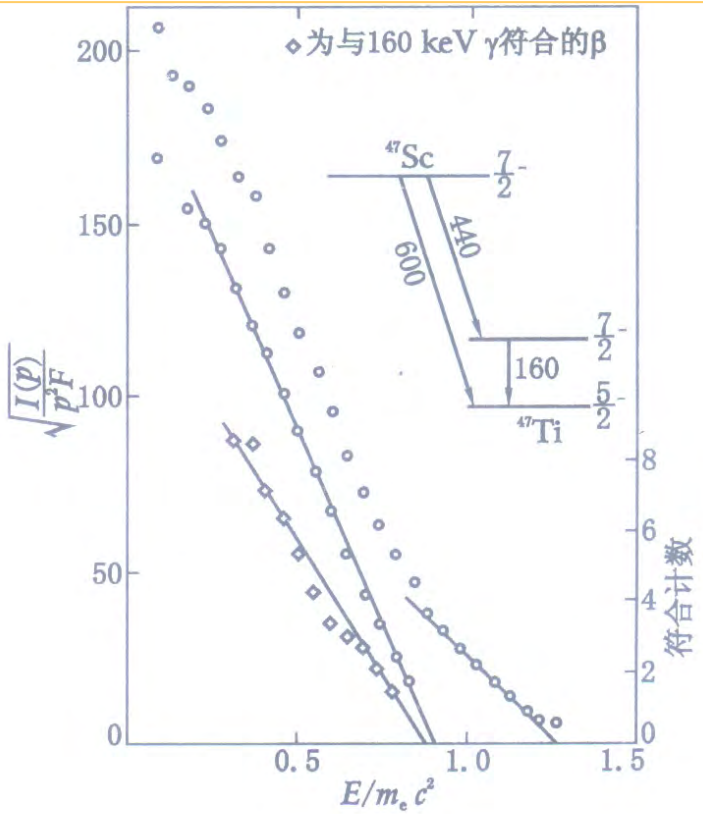


图 6-16 $^{47}_{21}Sc$ 的 β^- 谱的库里厄图

[引自 W. E. Graves et al., Phys. Rev., **101**,1368(1956).]

库里厄图也可用来对复杂的β 谱进行分解。在一般情况下，β 衰变往往由母核的基态衰变到子核的几个不同的能态，这时就会发射出最大能量不同的几组β 粒子来，这几组β 粒子叠在一起的β 谱称为复杂的β 谱。复杂的β 谱需要通过库里厄图才能分解开。

容许跃迁可以用来确定 E_m，即确定衰变能 E_d。

2. 禁戒跃迁的库里厄图

对于禁戒跃迁，跃迁矩阵元不等于原子核矩阵元 M。此时它不仅与原子核的波函数有关，而且与轻粒子的动量 p_β 和 p_ν 有关。一般地说，对于 n 级禁戒跃迁 M_{if} 可以写成下列形式：

$$M_{\mathrm{if}} = M[S_n(E)]^{1/2}$$

其中，M 是原子核矩阵元；$S_n(E)$ 称为 n 级形状因子，它是β 粒子能量 E 的函数。

n 级禁戒跃迁的动量分布如下：

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{g^2|M|^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} F(Z,E)(E_{\mathrm{m}} - E)^2 p^2 S_n(E)\mathrm{d}p$$

$$\left[I(p)/Fp^2\right]^{1/2} = K(E_{\mathrm{m}} - E)[S_n(E)]^{1/2}$$

其中，$K = g|M|/(2\pi^3 c^3 \hbar^7)^{1/2}$，是常量。式右边出现因子$\left[S_n(E)\right]^{1/2}$，严格地讲，此时的库里厄图不再是直线。但是，对于有些禁戒跃迁，$S_n(E)$ 随能量 E 的变化不灵敏，可以近似地看作常量。于是式成为

$$\left[I(p)/Fp^2\right]^{1/2} = K'(E_{\mathrm{m}} - E)$$

其中 $K' = K[S_n(E)]^{1/2} \approx$ 常量。

由此可见，有些禁戒跃迁的库里厄图仍然可能是条直线。此时无法确定跃迁的级次。

但是对于选择定则$\Delta I = \pm (n+1)$的禁戒跃迁，即纯 G-T 型禁戒跃迁，$S_n(E)$ 肯定不是常量，其值为

$$\left.\begin{aligned} S_1(E) &= (W^2-1)+(W_0-W)^2 \\ S_2(E) &= (W^2-1)^2+(W_0-W)^4+\frac{10}{3}(W^2-1)(W_0-W)^2 \\ S_3(E) &= (W^2-1)^3+(W_0-W)^6+7(W^2-1)(W_0-W)^2[(W^2-1)+(W_0-W)^2] \end{aligned}\right\}$$

式中，W 和 W_0 是以 $m_e c^2$ 为单位的 β 粒子总能量及其最大值，即 $W=(E+m_e c^2)/m_e c^2$，$W_0=(E_m+m_e c^2)/m_e c^2$。

这种类型的跃迁，称为唯一型 n 级禁戒跃迁。对于此种跃迁，库里厄图不是直线。但利用形状因子 $S_n(E)$ 对库里厄图进行改正后可以还原为直线。这时应当采用函数 $\left[I(p)/Fp^2S_n\right]^{1/2}$ 对 E 来作图

$$\left[I(p)/Fp^2S_n\right]^{1/2}=K(E_m-E)$$

于是 $\left[I(p)/Fp^2S_n\right]^{1/2}$ 和 E 是直线关系。

经过它改正后如果得到直线的库里厄图，那么可以肯定这种跃迁是唯一禁戒跃迁，其禁戒级次则由所选取的 $S_n(E)$ 的级次来定。所以，库里厄图可用来分析跃迁的性质，从而可以获得有关原子核能级自旋和宇称的知识。

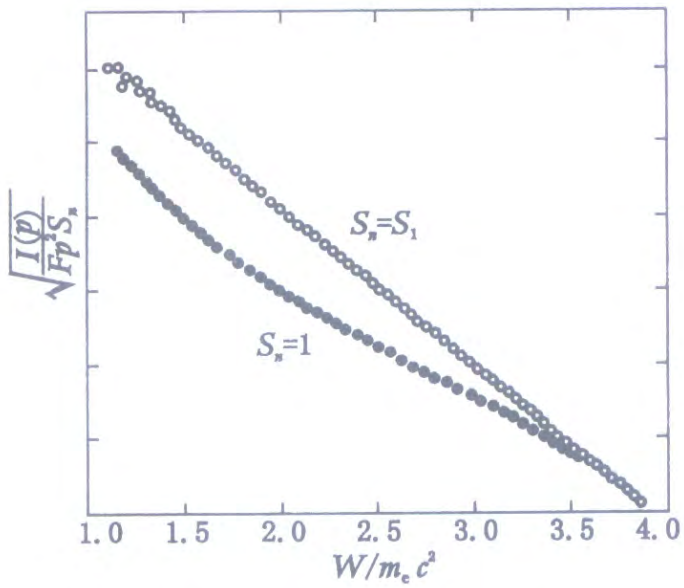


图 6-17 ^{89}Sr β^- 谱的库里厄图

[引自 F. K. Wohn et al., Nucl. Rhys., A **146**,33(1970).]

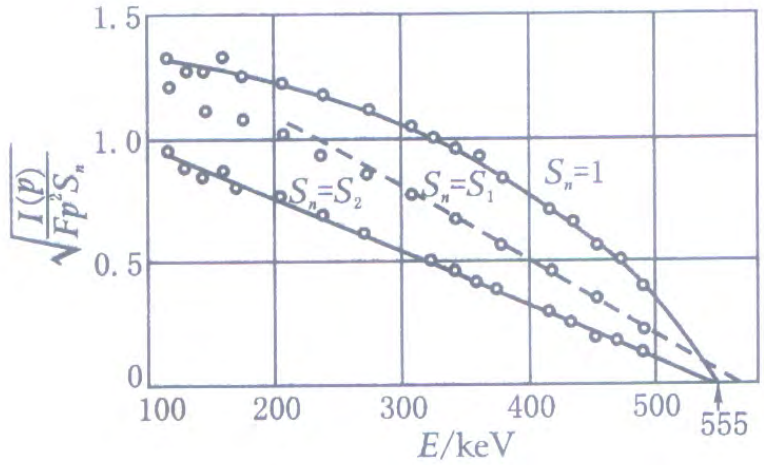


图 6-18 ^{10}Be β 谱的库里厄图

[引自 C. S. Wu, Rev. Mod. Rhys., **22**,386(1950).]

3．由库里厄图确定中微子质量

β 能谱的测量是直接确定中微子质量的一种有效方法，它的原理如下。

可以证明，β 能谱库里厄图的高能端的形状是中微子质量的函数。由上面讨论知道，当中微子质量 $m_\nu = 0$ 时，容许跃迁 β 谱的库里厄图是一条直线，它与横轴的交点为 β 谱的最大能量 E_m。容易证明，如果 $m_\nu \neq 0$，则此库里厄图的高能端将偏离直线，m_ν 越大，偏离越严重，将与横轴交于 E'_m，E_m 和 E'_m 之差正好等于中微子的静止能量。

80 年代以来，国际上有多家实验室进行了中微子质量的测量，给出的最低上限约为 10eV，并不排除 $m_\nu = 0$ 的可能性。到目前为止，中微子是否具有静止质量仍是一个未解之谜。

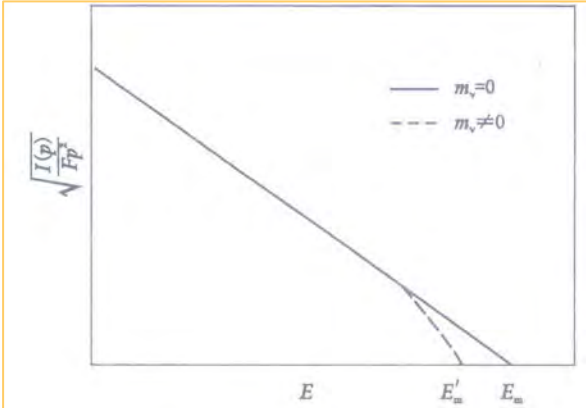


图 6-19　确定中微子质量的库里厄图

§6.8 衰变常量和比较半衰期

1. 萨晋定律

衰变常量λ:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\int_0^{p_m} I(P)\mathrm{d}p\approx\frac{m_e{}^5c^4g^2\left|M_{if}\right|^2}{2\pi^3\hbar^7}f(Z,E_m)$$

态空间效应

其中

$$f(Z,E_m)=\int_0^{p_m}F(Z,E)\left(\frac{E_m-E}{m_ec^2}\right)^2\left(\frac{p}{m_ec}\right)^2\frac{\mathrm{d}p}{m_ec}$$

注意，式中已假定 M_{if} 与β 粒子能量关系可以忽略。

知道库仑改正因子 $F(Z,E)$ 以及β 粒子的最大能量 E_m，通过数值积分即可求得 $f(Z,E_m)$，从而由式即得衰变常量λ或半衰期$T_{1/2}$。 $f(Z,E_m)$ 值，已制成曲线和表，应用时只要查阅图表即可。

当$E_m>>m_ec^2$，并取$F(Z,E)\approx1$时，

$$f(Z,E_m)=\text{常数}\times E_m{}^5$$

从而

$$T_{1/2}\propto 1/E_m{}^5\text{或}\lambda\propto E_m{}^5$$

历史上曾把这一关系称为萨晋(Sargent)定律。

仅仅半衰期不能反映跃迁类型的特征。

2. 比较半衰期

为了反映出不同跃迁类型的特征，下面引入比较半衰期。

Scaling

Comparative Half-Lives

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e{}^5 c^4 g^2 |M_{if}|^2}$$

$fT_{1/2}$ 称为比较半衰期。由式可见，$fT_{1/2}$ 值与跃迁矩阵元的绝对值平方 $|M_{if}|^2$ 成反比，而 $|M_{if}|^2$ 的大小对容许跃迁和不同级次的禁戒跃迁有很大差别，从而 $fT_{1/2}$ 值可用来比较跃迁的级次。

对于容许跃迁，

$$fT_{1/2} = \frac{2\pi^3\hbar^7 \ln 2}{m_e{}^5 c^4 g^2 |M|^2}$$

式中 M 为原子核矩阵元。它决定于母核与子核的波函数。若母核和子核的波函数很相象，两者几乎重叠，则 $|M|^2$ 的值接近于 1；需要考虑因不同同位旋态的结合给出附加因子时，$|M|^2$ 就接近另一整数，例如 $0^+ \to 0^+$ 跃迁的 $|M|^2 \approx 2$。对于镜象核，由于它们的波函数很相象，所以镜象核之间的 β 跃迁，其矩阵元最大，因而 $fT_{1/2}$ 值最小。凡母核与子核的波函数很相象的跃迁，称为超容许跃迁。

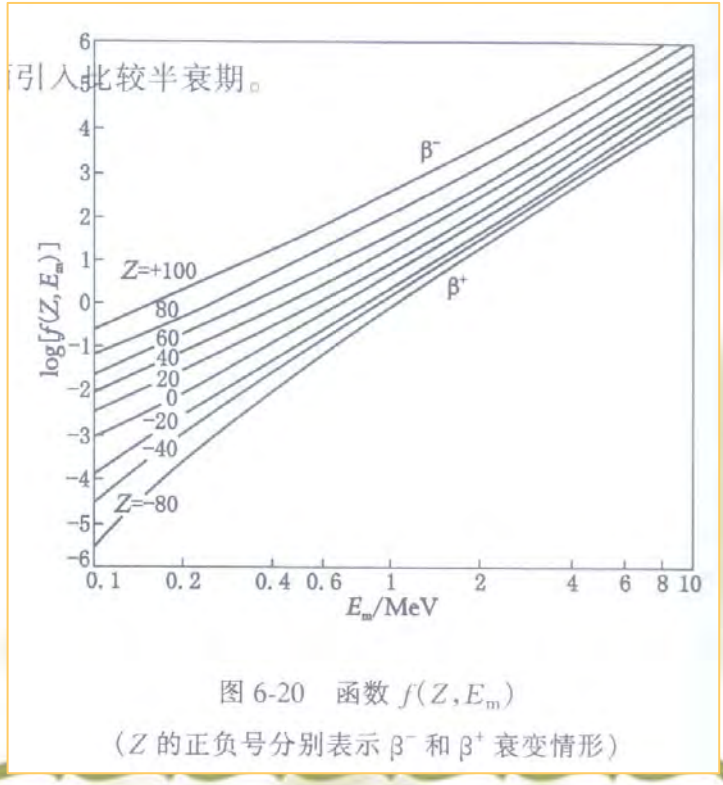


图 6-20　函数 $f(Z, E_m)$

（Z 的正负号分别表示 β^- 和 β^+ 衰变情形）

表 6-1 一 些 超 容 许 跃 迁

衰 变 方 式	半衰期 $T_{1/2}$ / s	$fT_{1/2}$ / s
$^{1}_{0}\mathrm{n}\xrightarrow{\beta^-}{}^{1}_{1}\mathrm{H}$	637	1115
$^{3}_{1}\mathrm{H}\xrightarrow{\beta^-}{}^{3}_{2}\mathrm{He}$	3.87×10^{8}	1131
$^{14}_{8}\mathrm{O}\xrightarrow{\beta^+}{}^{14}_{7}\mathrm{N}^{*}$	71.36	3127
$^{26\mathrm{m}}_{13}\mathrm{Al}\xrightarrow{\beta^+}{}^{26}_{12}\mathrm{Mg}$	6.374	3086
$^{34}_{17}\mathrm{Cl}\xrightarrow{\beta^+}{}^{34}_{16}\mathrm{S}$	1.565	3140
$^{50}_{25}\mathrm{Mn}\xrightarrow{\beta^+}{}^{50}_{24}\mathrm{Cr}$	0.286	3125

即为 10^3 的数量级。

对于一般的容许跃迁，原子核的质量大多在中等以上。此时由于库仑斥力的影响，质子和中子所占有的量子状态不很相同，母核和子核的波函数将相似得较少。因而跃迁矩阵元 $|M|^2$ 就要比超容许跃迁情形小一些，而 $fT_{1/2}$ 值就要大一些，一般在 10^5 的数量级。

表 6-2 一 些 容 许 跃 迁

衰 变 方 式	$fT_{1/2}$ / s
$^{80}_{35}\mathrm{Br}\xrightarrow{\beta^-}{}^{80}_{36}\mathrm{Kr}$	3.2×10^{5}
$^{106}_{47}\mathrm{Ag}\xrightarrow{\beta^+}{}^{106}_{46}\mathrm{Pd}$	7.9×10^{4}
$^{188}_{54}\mathrm{Xe}\xrightarrow{\beta^-}{}^{188\mathrm{m}}_{55}\mathrm{Cs}$	4.5×10^{5}
$^{134}_{57}\mathrm{La}\xrightarrow{\beta^+}{}^{134}_{56}\mathrm{Ba}$	6.3×10^{4}
$^{191}_{76}\mathrm{Os}\xrightarrow{\beta^-}{}^{191\mathrm{m}}_{77}\mathrm{Ir}$	1.6×10^{5}

对于禁戒跃迁，当跃迁级次相差一个单位时，$|M_{if}|$一般相差一、二个数量级，故相邻级次的 $fT_{1/2}$ 值一般要相差三、四个数量级。跃迁级次越高，$fT_{1/2}$ 值也越大。

因为 $fT_{1/2}$ 值都是很大的数，而且变化范围很广，所以通常使用 $\log fT_{1/2}$ 值。一般衰变纲图中分支比后面括号中的数即为 $\log fT_{1/2}$ 值。

表 6-3 各级跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃迁级次	$\log fT_{1/2}$
超容许跃迁	2.9~3.7
容许跃迁	4.4~6.0
一级禁戒（非唯一型）	6~9
一级禁戒（唯一型）	8~10
二级禁戒	10~13
三级禁戒	15~18

表 6-4 一些禁戒跃迁的 $\log fT_{1/2}$ 值

跃迁级次	$\mathrm{Log}\ fT_{1/2}$	禁戒级次
$^{39}\mathrm{Ar}\xrightarrow{\beta^-}{}^{39}\mathrm{K}(7/2^-\rightarrow 3/2^+)$	9.03	一级
$^{38}\mathrm{Cl}\xrightarrow{\beta^-}{}^{38}\mathrm{Ar}(2^-\rightarrow 0^+)$	8.15	一级
$^{22}\mathrm{Na}\xrightarrow{\beta^+}{}^{22}\mathrm{Ne}(3^+\rightarrow 0^+)$	11.9	二级
$^{10}\mathrm{Be}\xrightarrow{\beta^-}{}^{10}\mathrm{B}(0^+\rightarrow 3^+)$	12.08	二级
$^{40}\mathrm{K}\xrightarrow{\beta^-}{}^{40}\mathrm{Ca}(4^-\rightarrow 0^+)$	18.1	三级

利用 $\log fT_{1/2}$ 值还可以定出β 衰变的常量 g。为了定出常量 g，必须知道矩阵元$|M|$的大小。在一般情况下，β 衰变中 **F** 相互作用和 **G-T** 相互作用都存在

$$fT_{1/2}=\frac{2\pi^3\hbar^7\ln 2}{m_e^{\ 5}c^4(g_F^2|M_F|^2+g_{GT}^2|M_{GT}|^2)}$$

由此式可见，特定常量有两个：g_F 和 g_{GT}。因此至少需要两个实验才能定出它们。为了便于比较精确地计算出原子核矩阵元，取镜象核之间的跃迁是最有利的，这是因为镜象核的波函数很相象。历史上常取最简单的一个镜象核之间的跃迁，即中子的β 衰变作为实验。在这一跃迁中，母核和子核波函数就是中子和质子的波函数，它们都是自由粒子，所以原子核矩阵元可以精确计算。关键问题是精确测定中子的半衰期，其较新的实验数据是

$$T_{1/2}=10.61\pm 0.16\,\text{min}$$

从而得到比较半衰期

$$fT_{1/2}=1115\text{s}$$

因为中子的β 衰变是 $\frac{1}{2}^+\rightarrow\frac{1}{2}^+$ 的跃迁，所以衰变中 **F** 相互作用和 **G-T** 相互作用同时出现。理论计算给出，此时

$$|M_F|^2=1,\quad |M_{GT}|^2=3$$

$$g_F^2+3g_{GT}^2=\frac{2\pi^3\hbar^7\ln 2}{m_e^{\ 5}c^4}\times\frac{1}{1115}$$

决定常量 g 的另一实验常取 $^{14}\mathrm{O}\rightarrow{}^{14}\mathrm{N}^{*}$ 的跃迁。它是 $0^{+}\rightarrow 0^{+}$ 跃迁，因此只有 **F** 相互作用

$$g_{\mathrm{F}}^{2}\left|M_{\mathrm{F}}\right|^{2}=\frac{2\pi^{3}\hbar^{7}\ln 2}{m_{\mathrm{e}}{}^{5}c^{4}}\frac{1}{fT_{1/2}}$$

关于 $^{14}\mathrm{O}\rightarrow{}^{14}\mathrm{N}^{*}$ 衰变的较新的实验数据是

$$T_{1/2}=71.36\mathrm{s}$$

$$fT_{1/2}=3127\mathrm{s}$$

对于 $0^{+}\rightarrow 0^{+}$ 跃迁，$\left|M_{\mathrm{F}}\right|^{2}=2$。于是

$$2g_{\mathrm{F}}^{2}=\frac{2\pi^{3}\hbar^{7}\ln 2}{m_{\mathrm{e}}{}^{5}c^{4}}\times\frac{1}{3127}$$

最后得

$$\frac{\left|g_{\mathrm{GT}}\right|}{\left|g_{\mathrm{F}}\right|}=1.24$$

可见 **G-T** 相互作用（即 ***A*** 相互作用）常量是 **F** 相互作用（即 ***V*** 相互作用）常量的 **1.24** 倍。

为了得到 g 的可靠的数值，可由若干个 $0^{+}\rightarrow 0^{+}$ 跃迁的实验数据平均导出。利用 $^{14}\mathrm{O}$，$^{26}\mathrm{Al}$ 和 $^{34}\mathrm{Cl}$ 的 $fT_{1/2}$ 值，得出弱相互作用常量 g 的数值为：

$$g=1.415\times10^{-62}\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{m}^{3}$$

这个常量很小，说明电子中微子场与核子的相互作用是相当弱的，这也说明了 β 衰变过程为什么比 γ 衰变过程慢以及为什么很少观察到激发态的 β 衰变。

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_{\mathrm{f}}^{*} H \psi_{\mathrm{i}} \mathrm{d}\tau\right|^{2} \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E}$$

$$I(p)\mathrm{d}p = \frac{g^{2}\left|M_{\mathrm{if}}\right|^{2}}{2\pi^{3}c^{3}\hbar^{7}} F(Z,E)(E_{\mathrm{m}}-E)^{2}\, p^{2}\mathrm{d}p$$

$$M_{if} = \int u_{\mathrm{f}}^{*} u_{\mathrm{i}} \exp[-i(\vec{k}_{\beta}+\vec{k}_{\nu})\cdot\vec{r}]d\tau$$

选择定则

$$\left[I(p)/Fp^{2}\right]^{1/2} = K(E_{\mathrm{m}}-E)[S_{n}(E)]^{1/2}$$

$$K = g\left|M_{\mathrm{if}}\right| \Big/ \left(2\pi^{3}c^{3}\hbar^{7}\right)^{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \int_{0}^{p_{\mathrm{m}}} I(P)\mathrm{d}p \approx \frac{m_{\mathrm{e}}{}^{5}c^{4}g^{2}\left|M_{\mathrm{if}}\right|^{2}}{2\pi^{3}\hbar^{7}} f(Z,E_{\mathrm{m}})$$

$$fT_{1/2} \approx \frac{2\pi^{3}\hbar^{7}\ln 2}{m_{\mathrm{e}}{}^{5}c^{4}g^{2}\left|M_{\mathrm{if}}\right|^{2}}$$

$$f(Z,E_{\mathrm{m}}) = \int_{0}^{p_{\mathrm{m}}} F(Z,E)\left(\frac{E_{\mathrm{m}}-E}{m_{\mathrm{e}}c^{2}}\right)^{2}\left(\frac{p}{m_{\mathrm{e}}c}\right)^{2}\frac{\mathrm{d}p}{m_{\mathrm{e}}c}$$

§6.9 轨道电子俘获

1. K 俘获衰变概率

原子核要吸收一个电子，放出一个中微子，

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar}\left|\int \psi_{\mathrm{f}}^{*}\hat{H}\psi_{\mathrm{i}}\,\mathrm{d}\tau\right|^{2}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$$

$$\Psi_f^* = u_f^*\Phi_\nu^* \qquad \Phi_\nu^* = \frac{1}{V^{1/2}}\exp(-i\vec{k}\cdot\vec{r})$$

$$\Psi_i = u_i\,\Phi_k \qquad \Phi_k = \frac{1}{\pi^{1/2}}\left(\frac{\alpha Z\, m_e c^2}{\hbar c}\right)^{3/2}\exp\left(-\frac{\alpha Z\, m_e c^2}{\hbar c}r\right)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\,\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137}$$

Z越大，电子波函数越收缩到中心位置

于是 K 俘获衰变概率为

$$\lambda_{\mathrm{K}} = 2\times\frac{2\pi}{\hbar}\frac{g^2}{V}\frac{1}{\pi}\left(\frac{\alpha Z m_{\mathrm{e}}c^2}{\hbar c}\right)^3|M|^2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$$

$$M = \int u_f^* u_i \exp\left(-\frac{\alpha Z m_{\mathrm{e}}c^2}{\hbar c}r - i\vec{k}\cdot\vec{r}\right)d\tau$$

式中第一个因子 2 是考虑到 K 层有两个电子而引入的；$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}}$ 为终态密度。

除子核外，终态只有中微子，则终态密度

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\nu}} = \frac{4\pi p_{\nu}^2\mathrm{d}p_{\nu}}{(2\pi\hbar)^3\mathrm{d}E_{\nu}}V$$

因中微子的能量 E_ν 与动量 p_ν 之间有 $E_\nu = cp_\nu$，所以

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\nu} = \frac{E_\nu^2 V}{2\pi^2\hbar^3 c^3}$$

最后得

$$\lambda_{\mathrm{K}} = \frac{2(m_{\mathrm{e}}c^2)^3 g^2 c}{\pi^2(\hbar c)^7}(\alpha Z)^3 |M|^2 E_\nu^2$$

若中微子能量 E_ν 用电子静止能量 $m_{\mathrm{e}}c^2$ 为单位来表示，令 $W_\nu = \frac{E_\nu}{m_{\mathrm{e}}c^2}$，则**(6.9-6)**式可写成

$$\lambda_{\mathrm{K}} = \frac{2(m_{\mathrm{e}}c^2)^5 g^2 c}{\pi^2(\hbar c)^7}(\alpha Z)^3 |M|^2 W_\nu^2$$

$$= \frac{(m_{\mathrm{e}}c^2)^5 g^2 c|M|^2}{2\pi^3(\hbar c)^7} f_k(Z, W_\upsilon)$$

$$f_k(Z, W_\upsilon) = 4\pi(\alpha Z)^3 W_\upsilon^2$$

可见，**K** 俘获概率 λ_{K} 与原子序数 **Z** 的三次方成正比。

关于轨道电子俘获的选择定则，与 $\beta^\pm$ 衰变情形相同,只是 $\vec{l}$ 只对应于中微子带走的轨道角动量。对于轨道电子俘获，也存在与 $\beta^\pm$ 衰变相类似的 $fT_{1/2}$ 值，只是此时 f 的表达式变得十分简单，不需要对中微子的动量作积分。

2. $\lambda_K / \lambda_{\beta^+}$

下面我们来讨论 K 俘获概率 λ_K 与 β^+ 衰变概率 λ_{β^+} 之比。

我们知道，当衰变前后原子质量差大于 $2m_e c^2$ (1.022 MeV)，且母核的电荷数比子核的电荷数大 1 时，轨道电子俘获和 β^+ 衰变原则上可以同时发生。研究两者的概率之比

表 6-5 一些 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 的理论和实验值

母核	理论值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{th}$	实验值 $\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)_{exp}$
^{18}F	0.029	0.030 ± 0.002
^{48}V	0.066	0.068 ± 0.02
^{52}Mn	1.77	1.81 ± 0.07
^{107}Cd	310	320 ± 30
^{111}Sn	1.5	2.5 ± 0.25

$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 可用来检验 β 衰变理论。对于容许跃迁

$$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}} = f_k(Z, W_\upsilon) / f(Z, E_m)$$

由此式可见，$\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 与原子核矩阵元无关，因此，可以从理论上精确计算出它的数值，从而可以与实验测量值进行比较。表 6-5 列了一些的 $\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}$ 理论和实验值。由表可见，除最后一个核的数据外，理论值和实验值很好一致。

对某一确定的 **Z** 值可以计算出 $\log\left(\frac{\lambda_K}{\lambda_{\beta^+}}\right)$ 随 β^+ 电子最大能量的变化关系。对于轻核，由于衰变能一般都较大，β^+ 衰变的概率占压倒优势，很难观察到与 β^+ 衰变同时产生的 **K** 俘获：对于重核，情况则相反，由于衰变能都较小，**K** 俘获概率可占压倒优势，β^+ 衰变的概率则很小；在中等重量的原子核范围内，两者往往同时发生。这与实际情况完全相符。

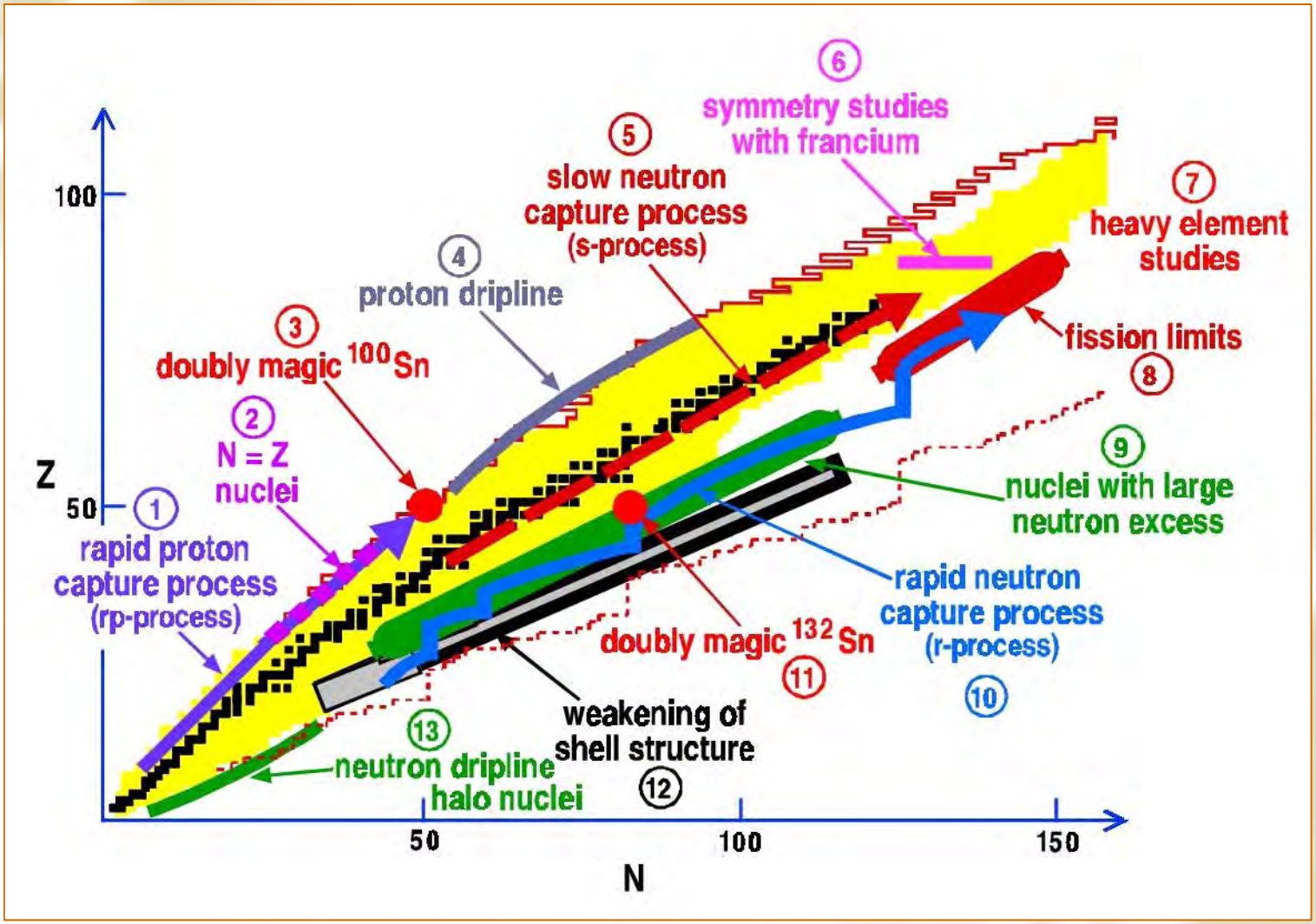
到此为止，我们讨论了 β 衰变的三种类型（$\beta^{\pm}$ 衰变和轨道电子俘获）的一些基本规律。最后，将跃迁级次的分类与判别总结于表 **6-6** 中。

表 6-6　β 衰变跃迁级次的分类

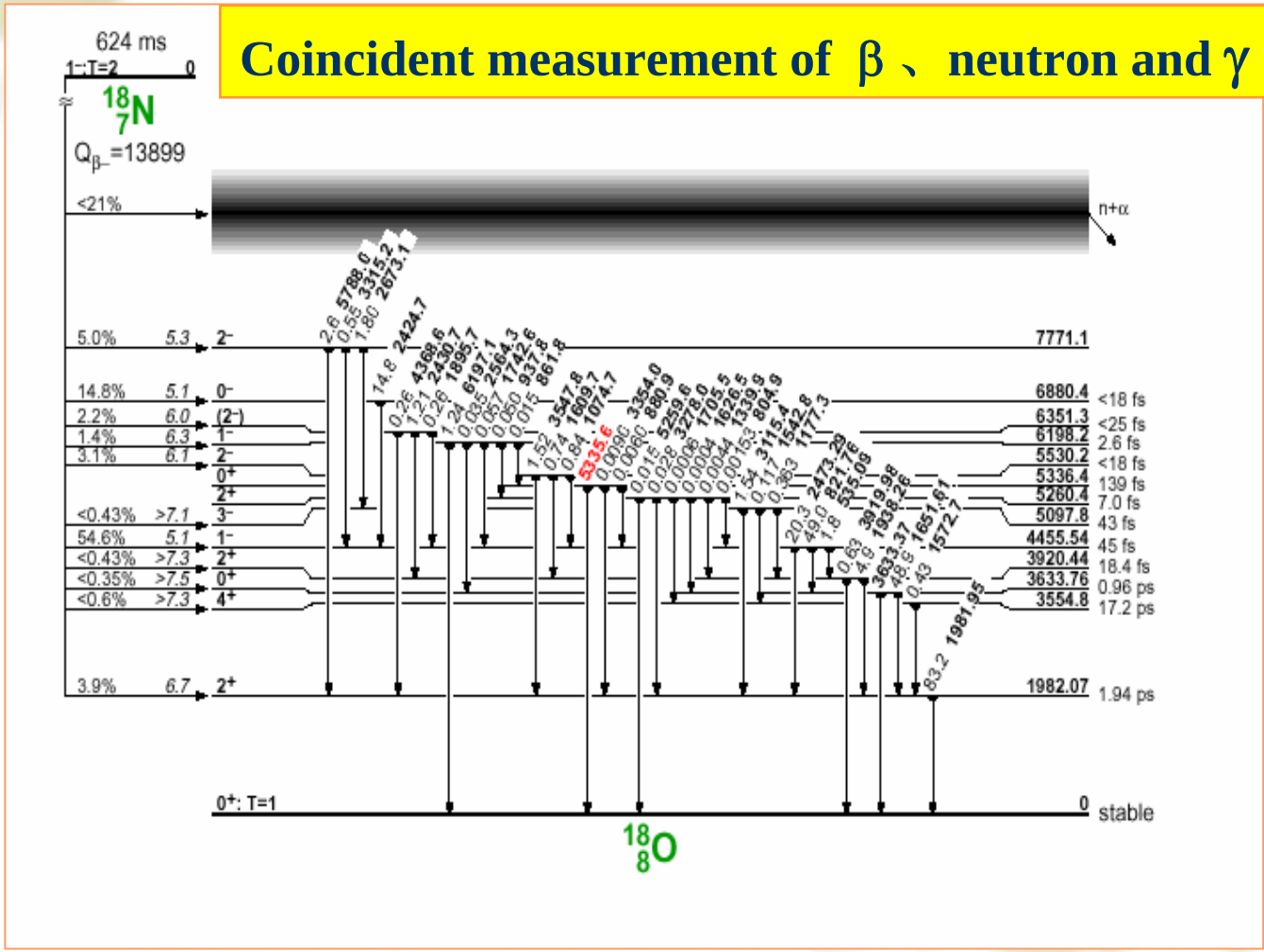
跃迁级次	选择定则 ΔI	选择定则 $\Delta\pi$	库里厄图	Log $fT_{1/2}$ 值
容许	0, ±1	+1	直线	3~6
一级禁戒	0, ±1	−1		6~9
唯一型一级禁戒	±2	−1	S_1 改正后为直线	8~10
二级禁戒	±2	+1		10~13
唯一型二级禁戒	±3	+1	S_2 改正后为直线	10~13
三级禁戒	±3	−1		15~18
唯一型三级禁戒	±4	−1	S_3 改正后为直线	15~18

吴健雄：“一些‘禁戒’谱被接二连三的发现，这些谱是从根本上不同于容许谱的形状的。在看过这么多的容许谱之后，见到真正的禁戒谱是多么的喜悦”。

β衰变与中子发射

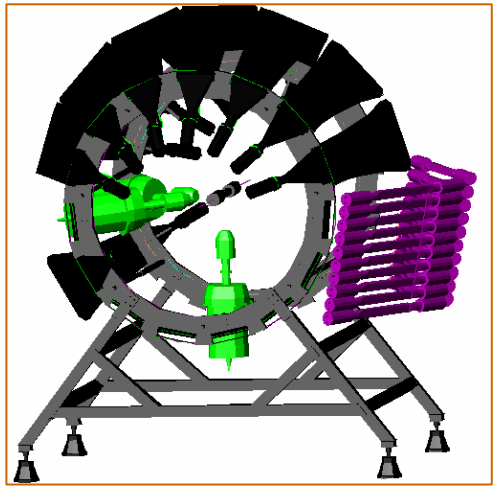

6
symmetry studies
with francium
5
slow neutron
capture process
(s-process)
7
heavy element
studies
4
proton dripline
3
doubly magic 100Sn
fission limits
8
2
N = Z
nuclei
9
nuclei with large
neutron excess
Z
100
50
1
rapid proton
capture process
(rp-process)
rapid neutron
capture process
(r-process)
10
doubly magic 132Sn
11
13
weakening of
shell structure
12
neutron dripline
halo nuclei
50
100
150
N

中子球与β延迟中子衰变测量



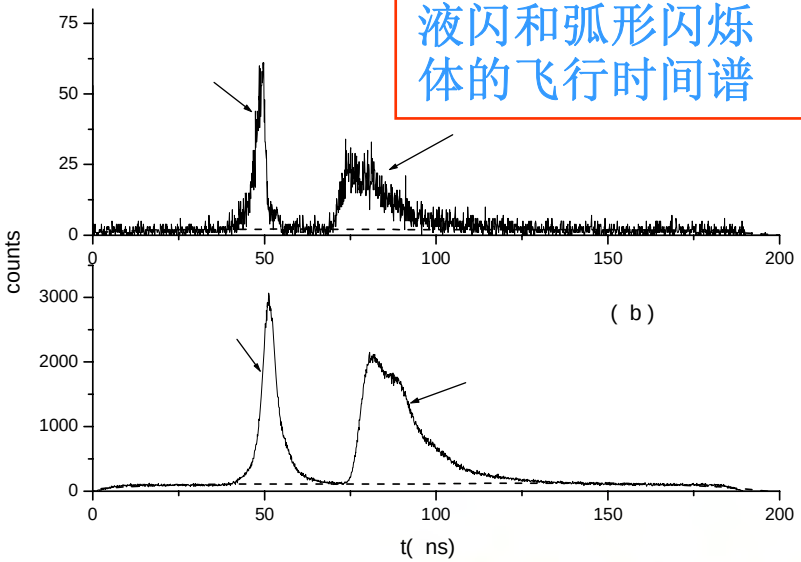
中子球与β延迟中子衰变测量

中子球探测系统(HENDA)的研制

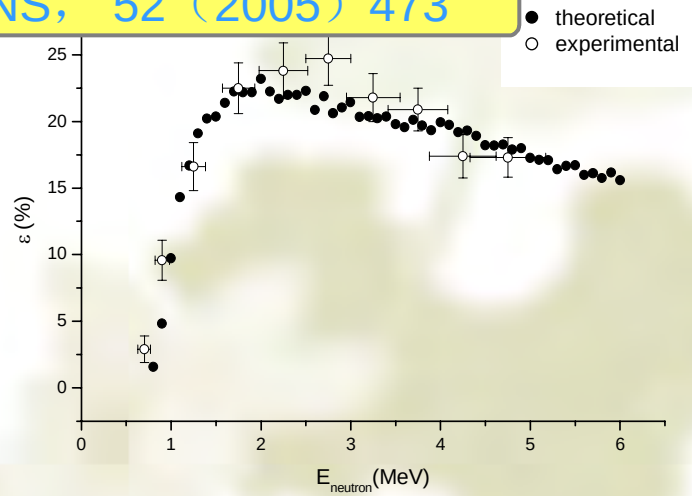




液闪和弧形闪烁体的飞行时间谱

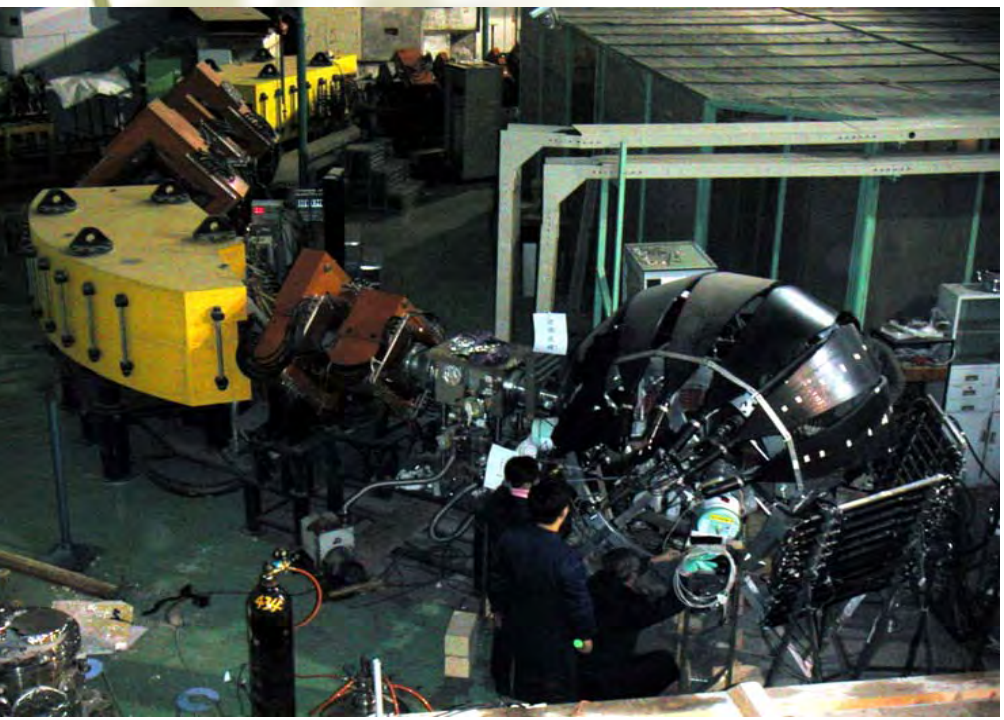


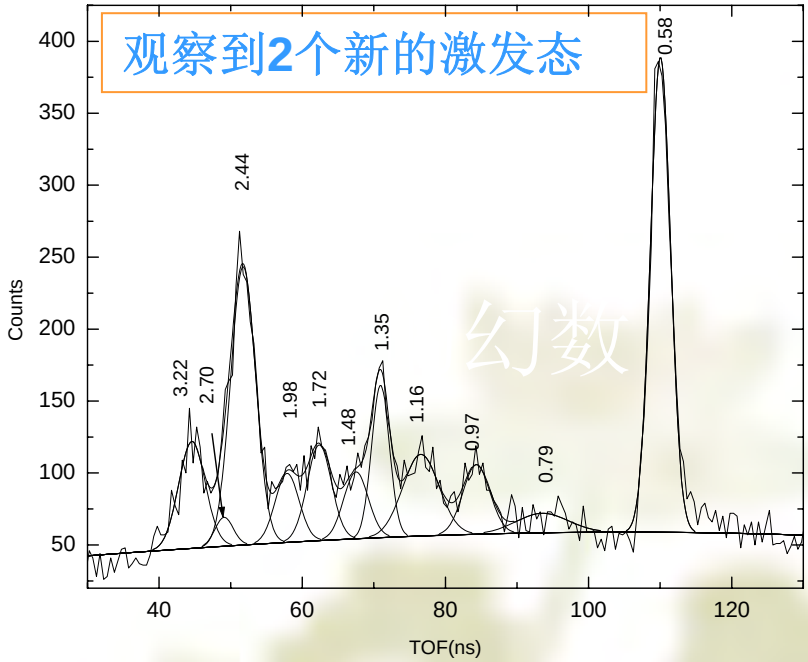
Q.Hu, Z.Li, Y. Ye et al.,
IEEE-NS， 52（2005）473



闪烁体的实验与模拟效率比较

^{18}N的β-缓发中子飞行时间谱





北大组实验
Nov.23,2004，兰州
β 缓发中子衰变实验
研究^{18}N核结构

PHYSICAL REVIEW C 72, 064327 (2005)

β-decay of the neutron-rich nucleus ^{18}N

§6.10 宇称不守恒问题

1957 年李政道、杨振宁、吴健雄发现宇称不守恒。

1. 宇称和宇称守恒

设由 n 个粒子组成一体系，如果各粒子作非相对论性运动，则该体系的宇称由两部分组成。一部分是粒子“内禀宇称” P_i 的乘积，即 $\prod_{i=1}^{n} P_i$；另一部分是“轨道宇称”，对 n 粒子体系的轨道宇称，我们以 P_{on} 表示。因此，由 n 个粒子组成的体系，总的宇称是

$$\pi = \left(\prod_{i=1}^{n} P_i \right) P_{on}$$

宇称守恒，是指一个孤立体系的宇称不随时间变化。如果体系具有偶宇称则永远是偶宇称；如果具有奇宇称则永远是奇宇称。若体系内部发生变化，则变化前体系的宇称等于变化后体系的宇称。

	定义	检验	
		成立	不成立
几何对称性	操作前后体系是否一样	图形重合	不重合
经典物理规律	物理规律在变换下不变	物理过程经变换后仍是真实物理过程	物理过程在变换后不是真实过程
量子规律	如果Ψ是运动方程的解则变换后的$\Psi' = R\Psi$也必然是运动方程的解。	物理过程经变换后出现的概率相同	物理过程经变换后不能等概率出现

对称性对应于守恒量。

我们举一个微观现象中有关宇称守恒的例子。设有慢中子打在 ^{7}**Be** 核上，看能否产生两个α 粒子的核反应。由后面第九章中讨论核反应遵从的一些守恒定律可以知道，对此设想的核反应，绝大部分守恒定律(如电荷守恒、质量数守恒、能量守恒、角动量守恒、统计性守恒等)都能满足，但不满足宇称守恒。事实上，反应前宇称

$$\pi_{\mathrm{i}} = P_{\mathrm{n}} \cdot P_{\mathrm{Be}} \cdot (-1)^{l} = (+1)(-1)(-1)^{0} = -1$$

其中$l = 0$是由于慢中子只有 ***s*** 波贡献。反应后的体系（2α）是由两个自旋为零的玻色子组成的，交换对称，l必为偶数，则反应后的宇称

$$\pi_{\mathrm{f}} = P_{\alpha}^{2}(-1)^{l} = +1$$

即反应前后宇称不等。所以，根据宇称守恒定律，此设想的核反应不可能发生。实验证明，的确不存在这个核反应。如果快中子打在 ^{7}**Be** 核上，以上反应就容易发生，因它可以满足宇称守恒定律。大量事实表明，核反应过程中宇称是守恒的。

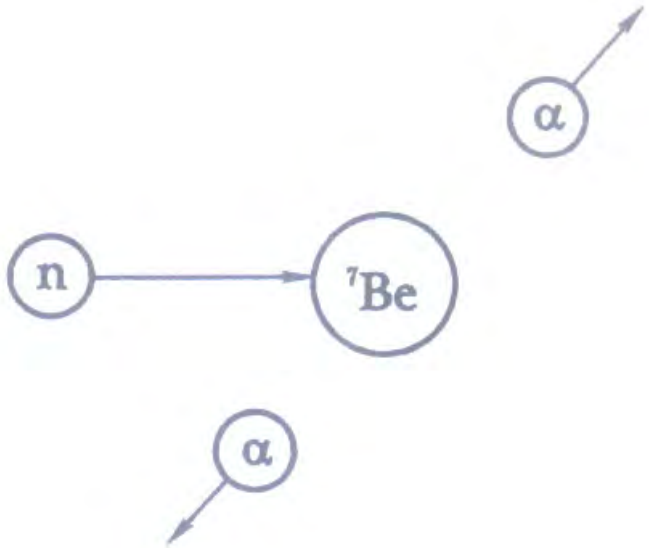


图 6-22　$^{7}Be + n \longrightarrow 2\alpha$

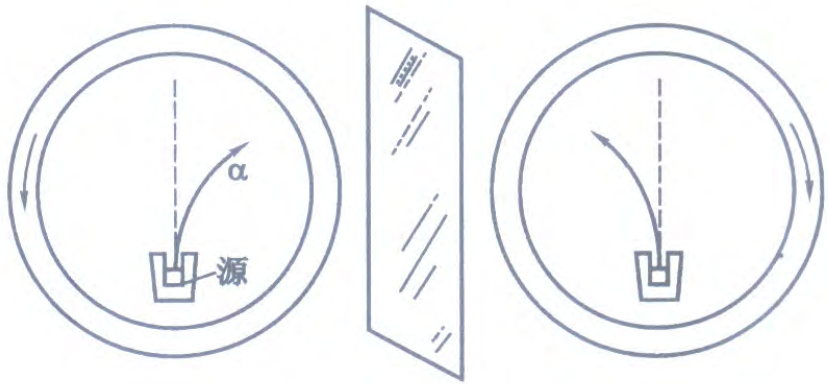


图 6-23　经典物理中宇称守恒举例

宇称变换等于镜象变换乘以饶镜面法线转动 180 度的变换。由于转动不变性对各种相互作用成立，则宇称变换等价于镜象变换。

2. “τ-θ之谜”与李-杨假说

过去一直认为在一切微观过程中宇称都守恒，直到 1956 年在研究和分析 K 介子的衰变时才使人们怀疑宇称守恒定律的普遍性。

分析 τ^+ 和 θ^+ 介子的衰变。从实验获得这两种介子的性质如下：

衰 变 方 式	质 量 / m_e	占所有 K 介子衰变的百分比	平均寿命 / s
$\theta^+ \to \pi^+ + \pi^0$	966.7 ± 2.0	29%	$(1.21 \pm 0.04) \times 10^{-8}$
$\tau^+ \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$	966.3 ± 2.1	6%	$(1.19 \pm 0.05) \times 10^{-8}$

我们看到，它们不仅质量相等、平均寿命相同，而且总是同时出现，并占 K 介子衰变的恒定百分比。因而自然会想到：它们可能是同一种粒子，即都是 K 介子，只是衰变方式不同而已。

但是，根据宇称守恒，可以推出θ^+介子的宇称应为偶，τ^+介子的宇称则为奇。假定它们的自旋都是零，则对θ^+衰变，按角动量守恒，终态（即衰变产物π^+和π^0）的总角动量为零。由于π介子的自旋为零，则π^+和π^0的轨道角动量也为零，于是终态的宇称只决定于π^+和π^0的内禀宇称。已知π介子的内禀宇称为奇，因而终态的宇称为$(-1)^2=+1$。按宇称守恒定律，即得始态θ^+的内禀宇称为偶。对于τ^+的衰变，通过类似的分析可以得到τ^+的内禀宇称为奇。所以θ^+和τ^+介子的宇称是不一样的。因此根据宇称守恒定律，它们不是同一种粒子。这就和前面由它们的质量、寿命等性质所得出的结论相矛盾，从而产生了历史上所谓“τ-θ 之谜”。

解开这个谜题只能通过两个途径：一是认为宇称守恒是普遍定律，而τ和θ是两种粒子；二是认为τ 和θ 是同一种粒子，而宇称守恒在此不成立。第一个途径的困难是无法解释为什么τ 和θ 的性质是如此相似。第二个途径的困难是违背了传统的宇称守恒的概念。

1956 年，李政道和杨振宁认真地分析了有关宇称守恒的实验材料，结果发现在强相互作用和电磁相互作用中，宇称守恒有大量的实验证明；而在弱相互作用中，宇称守恒定律从来没有用专门的实验去检验过，而只是作为一个理论的推论被大家接受下来。于是他们在“τ-θ之谜”的启示下，提出了在弱相互作用中宇称不守恒的假说，并且建议可以通过哪些实验来检验宇称是否守恒。其中一个实验，极化原子核 ^{60}**Co** 的β衰变，在 **1957** 年很快被吴健雄等人实现了。

李：

1956年4月3-7日，Rochester粒子物理会议，讨论了θ-τ之谜，提出宇称不守恒的可能，没有任何结论。

4月8日或9日，李政道建议斯坦伯格分析重粒子衰变实验数据，得不出定论。（宇称不守恒思想的突破！）

5月初，李杨见面，在“天津饭店”，杨慢慢地不再反对了，愿意合作。

杨：

在“上海餐馆”，在一个节骨眼上，我想到了应该把产生过程的对称性同衰变过程分离开来。后来，他（李）同意了我的意见。。。要把β衰变的计算做完。

文章：1956年6月22日寄出，10月1日发表。

3. 极化核 ^{60}Co 的β 衰变实验

理论：弱作用中有赝标量的项$<\vec{\sigma}\cdot\vec{p}>$（$\vec{\sigma}$和$\vec{p}$分别是核自旋和电子动量），它在空间反演下变号。如果这一项不为 **0**，则β衰变中宇称不守恒。这一项在纯 **G-T** 跃迁中特别明显。

实验检验：^{60}Co 的β衰变，$5^+ \rightarrow 4^+$，为纯 **G-T** 型容许跃迁，适宜检验宇称不守恒问题。

将母核极化，观察沿自旋方向和逆自旋方向发射的β粒子是否等概率。如果相等，则镜象过程可以等概率实现，宇称守恒；如果不等，镜象过程不能等概率实现，宇称不守恒。

主要困难：极化的实现和保持；极化度的测定；源和低温冷井的制作；低温下β粒子的探测。各种干扰的排除。

结果：沿自旋方向和逆自旋方向发射的β粒子概率相差很大。

结论：在整个弱相互作用中宇称守恒定律并不成立。至于在强相互作用和电磁相互作用中，至今的实验表明宇称守恒定律还是成立的。

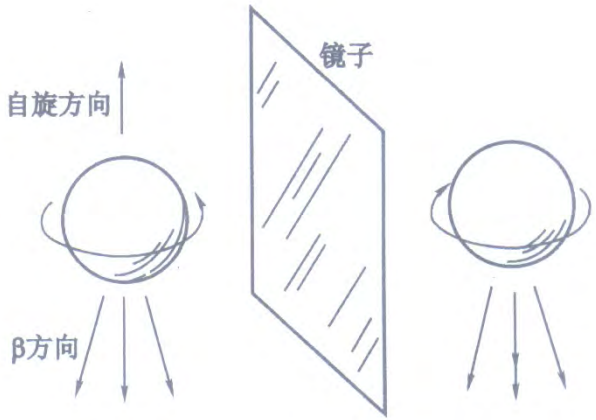


图 6-24　极化核^{60}Co β衰变的镜像过程

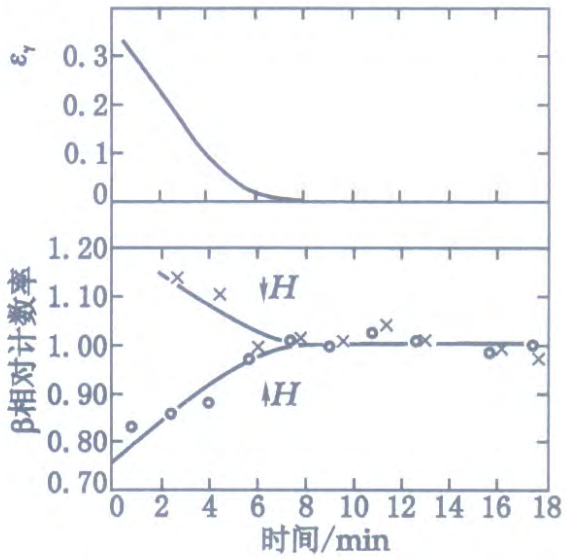


图 6-26　极化^{60}Co 实验结果

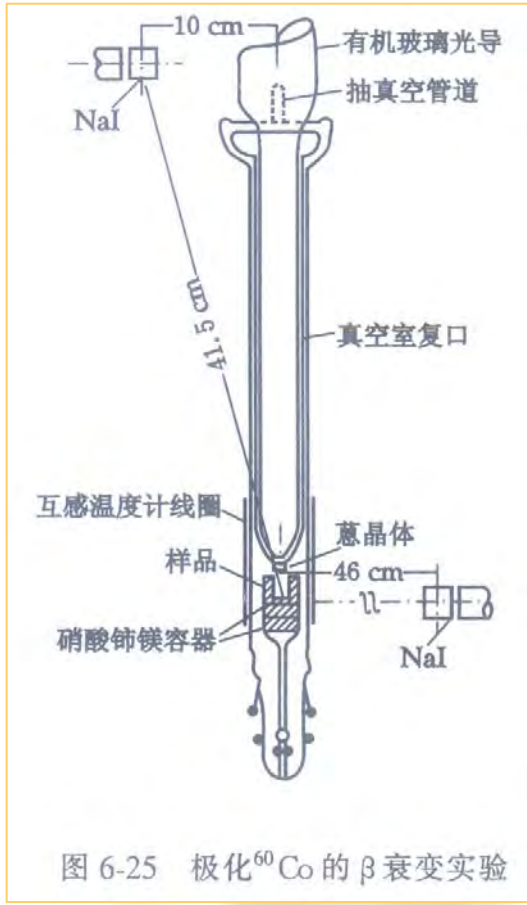


图 6-25　极化^{60}Co 的β衰变实验

吴健雄（1912-1997，江苏浏河人）：

1930年进中央大学，1934年毕业，到浙江大学任助教。

1936年去美国留学，没去密西根，留在了伯克利（开明，学术活跃，男女平等）。名义导师E.Lawrence, 实际指导赛格瑞。

1942年与袁家骝结婚。

1942年，美国一流大学中没有女的物理教席；1943年成为普林斯顿有史以来第一位女性讲师（Lawrence）推荐。1944年到哥伦比亚大学，从事与核武器有关的工作。1946-1952年，从事β衰变研究，世界著名。1952年哥大副教授。转向粒子物理。

1956年早春（5月里的某一天），与李政道商量测量宇称不守恒的方法。提出^{60}Co极化方法。验证^{60}Co基态自旋为5而不是4。与国家标准局（Ambler,Hudson,Hayward,Hoppes)合作获得低温系统。生长硝酸铈镁大单晶。1956年12月试验，1957年1月9日完全确定（立即讨论并投出稿件，PR在1月15日收到，2月15日letter发表）。1月11日，哥伦比亚大学会议（李、杨主持）。1月15日下午，哥伦比亚大学物理系发布消息。1月底，美国物理学会纽约年会。

4. β衰变中粒子的螺旋性

上面介绍的极化核^{60}Co的实验表明了在β 衰变中宇称守恒定律的失效。与此相关，由理论可以得出，在β 衰变中放出的中微子和电子没有确定的内禀宇称，它们具有一定的螺旋性，也就是说是纵向极化的。具有固定的纵向极化的粒子就没有内禀宇称。关于这一结论，我们可以作如下理解。例如中微于是纵向极化的。如前所述，迄今人们认为反中微子的自旋方向与运动方向相同，即它是右旋粒子，以 $\bar{\nu}^{R}$表示；中微子的自旋方向与运动方向相反，即它是左旋粒子，以ν^{L}表示。

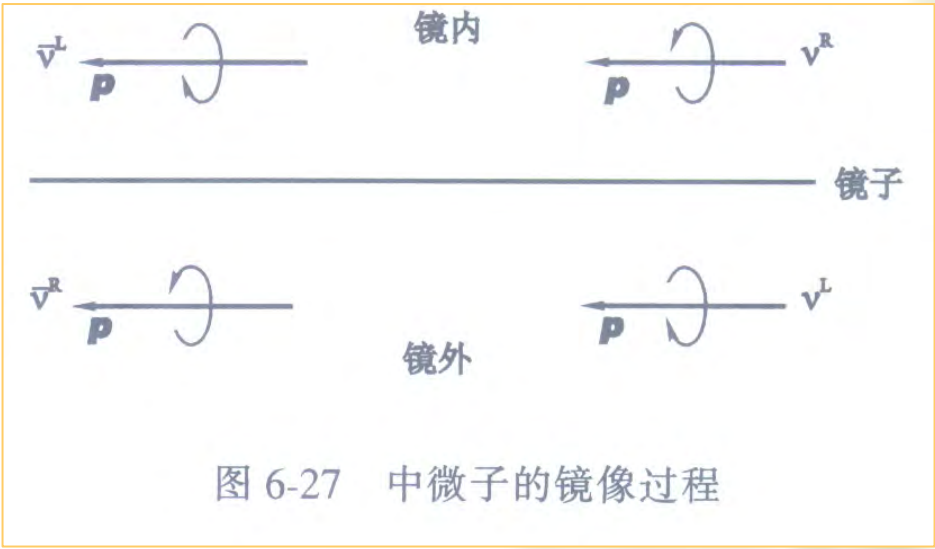


图 6-27　中微子的镜像过程

如果中微子有确定的内秉宇称，说明它的内部宇称守恒，则它的镜象粒子应当等概率的出现。

然而，镜象粒子——左旋反中微子 $\bar{\nu}^L$ 和右旋中微子 ν^R 在世界上是不存在的，及镜外状态是实在的，镜内状态则是虚构的。这表明中微子只存在两个状态 $|\bar{\nu}^R\rangle$ 和 $|\nu^L\rangle$，它们的空间反演态 $|\bar{\nu}^L\rangle$ 和 $|\nu^R\rangle$ 并不存在。于是得出结论：中微子没有内禀宇称。关于中微子只存在两个状态的理论称为二分量中微子理论。该理论是在 **1957** 年宇称不守恒发现后不久分别由李政道、杨振宁和朗道提出的。理论预言，中微子两个状态的螺旋性 $\mathscr{H}=\pm 1$。由二分量中微子理论还可得出：β 粒子也是纵向极化的，其螺旋性 $\mathscr{H}=\pm\frac{\upsilon}{c}$，此处 υ 是 β 粒子的速度。随后进行了一系列实验，证实二分量中微子理论的正确性。

生物手性问题：

自然界中的氨基酸有左和右手性两种对映构体，而组成蛋白质的α-氨基酸却几乎都是左手性的。

天然糖中有左和右两种手性糖，而核糖核酸 **RNA** 和脱氧核糖核酸 **DNA** 中的核糖却全都是有右手性。

习　题

6-1．利用核素质量，计算 ${}^{3}_{1}\mathrm{H}\rightarrow{}^{3}_{2}\mathrm{He}$ 的 β 谱的最大能量 E_{m}。

6-2．${}^{47}_{23}\mathrm{V}$ 既可产生 β^{+} 衰变，也可产生 K 俘获，已知 β^{+} 的最大能量为 1.89 MeV，试求 K 俘获过程放出的中微子的能量 E_{ν}。

6-3．样品中含 RaE 4.00 mg，实验测得半衰期为 5.01d，放出 β 粒子的平均能量为 0.337 MeV，试求样品的能量辐射率 W。

6-4．设在标准状态下的 2.57 cm^{3} 的氚气样品中，发现每小时放出 0.80 J 的热，已知氚的半衰期为 12.33 a，试求：(a) 衰变率 D；(b) β 粒子的平均能量 $\overline{E}_{\beta}$；(c) $\overline{E}_{\beta}$ 与 β 谱的最大能量 E_{m} 之比 $\overline{E}_{\beta}/E_{\mathrm{m}}$。

6-5．${}^{7}_{4}\mathrm{Be}\xrightarrow{\mathrm{K}}{}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ 的衰变能 $E_{\mathrm{d}}=0.87$ MeV，试求 ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$ 的反冲能 E_{R}。

6-6．${}^{32}\mathrm{P}$ 的 β 粒子最大能量 $E_{\mathrm{m}}=1.71$ MeV，计算放出 β 粒子时原子核的最大反冲能 E_{Re} 和发射中微子时核的最大反冲能 $E_{\mathrm{R}\nu}$。

6-7．放射源 ${}^{74}_{33}\mathrm{As}$ 有：(a) 两组 β^{-} 电子，其最大能量和分支比为 0.69 MeV，16%和 1.36 MeV，16%，后者为相应至 ${}^{74}_{34}\mathrm{Se}$ 基态之衰变；(b) 两组 β^{+} 电子，其最大能量和分支比为 0.92 MeV，25%和 1.53 MeV，2.8%，后者为相应至 ${}^{74}_{32}\mathrm{Ge}$ 基态之衰变；(c) 两组单能中微子：1.93 MeV，38%和 2.54 MeV，2.2%。试作出 ${}^{74}_{33}\mathrm{As}$ 的衰变纲图，并求该放射源所放出的 γ 射线的能量。（已知 Ge 的 K 电子结合能为≈0.01 MeV。）

6-8．计算 ${}^{24}\mathrm{Na}$ 的 β^{-} 衰变的 β 粒子最大能量 E_{m}，为什么在实验中没有观察到达这组能量的 β 粒子？

6-9．试判断下列 β 衰变的级次：

母　核	衰　变　类　型	自　旋　和　宇　称	
		始　态	末　态
${}^{1}_{0}\mathrm{N}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{+}$	$\frac{1}{2}^{+}$
${}^{17}_{9}\mathrm{F}$	β^{+}	$\frac{5}{2}^{+}$	$\frac{5}{2}^{+}$
${}^{55}_{26}\mathrm{Fe}$	EC	$\frac{3}{2}^{-}$	$\frac{5}{2}^{-}$
${}^{75}_{32}\mathrm{Ge}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{3}{2}^{-}$
${}^{87}_{37}\mathrm{Rb}$	β^{-}	$\frac{3}{2}^{+}$	$\frac{3}{2}^{+}$
${}^{91}_{39}\mathrm{Y}$	β^{-}	$\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{5}{2}^{+}$

6-10．对于 ${}^{42}_{21}\mathrm{Sc}\xrightarrow[0.68\mathrm{s}]{\beta^{+}}{}^{42}_{20}\mathrm{Ca}$，查表得 $f(Z,E_{\mathrm{m}})=10^{3.3}$，并已知子核的能级特性为 0^{+}。试求 $\log fT_{1/2}$ 值，并以此判断母核的能级特性。

6-11．由磁谱仪测得 ^{32}P 的 β 谱的实验数据如下：强度正比于单位 $H\rho$ 间隔的电子数。

$B\rho\times10^3$ / T·m	强　　度 (相对单位)	$B\rho\times10^3$ / T·m	强　　度 (相对单位)
0.5	14	4.0	91
1.0	27	4.5	82
1.5	42	5.0	68
2.0	58	5.5	49
2.5	76	6.0	31
3.0	91	6.5	12
3.5	94	7.0	3

试求 (a) 电子的动量分布图；(b) 电子的能量分布图；(c) 库里厄图（设库仑改正因子为常量）；(d) β 谱的最大能量 E_{m}。

6-12．已知 ^{15}N 的结合能为 115.49 MeV，^{15}O 的 β^+ 衰变能为 1.73 MeV，中子的 β^- 衰变能为 0.78 MeV，试求 ^{15}O 的结合能。

X 6-13．已知 ^{43}Ti 的 β^+ 衰变能为 5.846 MeV，试求核半径常量 r_0 值。

6-14．已知 ^{40}K 的 β^- 衰变的 $\log fT_{1/2}$=18.1，并由库里厄图得知此跃迁为唯一型，试求 ^{40}K 的能级特性，并分析为什么实验上几乎观测不到 ^{40}K 的 β^+ 放射性。

6-15．试论证 β 衰变中只放出一个而不是几个中微子。

第七章　γ　跃　迁

原子核通过发射γ 光子（或称γ 辐射）从激发态跃迁到较低能态的过程，称为γ 跃迁，或称为γ 衰变。

§7.1　γ 辐射的多极性

1．经典的电磁辐射

由两个电量相等符号相反的电荷 q 和$-q$ 组成的偶极子作简谐振动，

$$z_1 = a\sin\omega t$$

$$z_2 = -a\sin\omega t$$

$$z = z_1 - z_2 = 2a\sin\omega t$$

电偶极矩随时间的变化为

$$p \equiv qz = p_0\sin\omega t$$

其中 $p_0 = 2aq$ 。偶极振子单位时间放出的平均能量为

$$\overline{W} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\omega^4}{3c^3}p_0^2$$

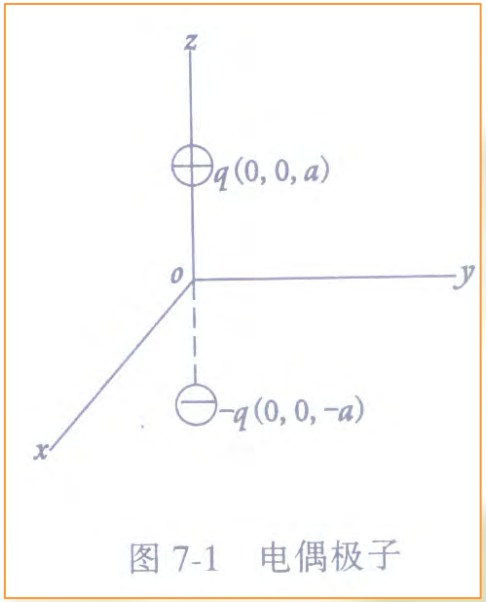


图 7-1　电偶极子

由两个偶极子组成的系统叫做四极子，它所产生的辐射叫做四极辐射；两个四极子组成的系统叫做八极子，它所产生的辐射叫做八极辐射；…。偶极辐射、四极辐射、八极辐射等统称为多极辐射。

由电多极子产生的辐射称为电多极辐射，磁多极子产生的辐射称为磁多极辐射。如果在 $o-xy$ 平面内有一交变电流回路，角频率为 ω，这样一个电流回路就相当于一个沿 **z** 方向作简谐振动的磁偶极振子，它所产生的辐射就是磁偶极辐射。

由经典电动力学可以得到多极辐射能量发射率(单位时间发射的能量)的表达式。对于 ***L*** 级的电多极辐射，有

$$W_E(LM)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}|a_E|^2$$

$\omega=kc$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\frac{16\pi^2}{[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{L+1}{L}\right)k^{2L+4}|Q_{LM}|^2$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{\omega}{c}\right)^{2L+2}|Q_{LM}|^2$$

$$Q_{LM}=\int r^L Y^*_{LM}(\theta,\phi)\rho\mathrm{d}\tau$$

Q_{LM} 称为电多极矩。$Y_{LM}(\theta,\ \phi)$ 为 ***L*** 级的球谐函数，ρ 为电荷密度，$\mathrm{d}\tau$ 是体积元。

对于 ***L*** 级的磁多极辐射，有

$$W_M(LM)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}|a_M|^2$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{c}{2\pi k^2}\frac{16\pi^2}{[(2L+1)!!]^2}(\frac{L+1}{L})k^{2L+4}|M_{LM}|^2$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}k^{2L+2}|M_{LM}|^2$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)c}{L[(2L+1)!!]^2}(\frac{\omega}{c})^{2L+2}|M_{LM}|^2$$

$$M_{LM}=-\frac{1}{(L+1)c}\int r^L Y_{LM}^*(\theta,\phi)\nabla\cdot(\mathrm{r}\times\mathbf{j})\mathrm{d}\tau$$

M_{LM}称为磁多极矩，**j** 是电流密度。

多极辐射具有能量和角动量，它们是频率ω的函数。振动频率ω可以取任意值，辐射能量和角动量也可以取任意值。

2．原子核的多极辐射

微观体系的特点之一是能量和角动量的量子化，它们不能取任意值，只能取某些分立的值。用来表示原子核能量状态的能级是分立的，原子核的角动量大小在空间某方向的投影只能是$\hbar$的整数倍或半奇数倍。原子核的状态还有确定的宇称。

因为原子核的能级是分立的

$$E_\gamma = E_\mathrm{i} - E_\mathrm{f}$$

根据跃迁前后角动量守恒，γ 光子还具有确定的角动量:

$$\mathbf{L} = \mathbf{I}_\mathrm{i} - \mathbf{I}_\mathrm{f}$$

$$L = |I_\mathrm{i} - I_\mathrm{f}|, |I_\mathrm{i} - I_\mathrm{f}| + 1, \cdots, I_\mathrm{i} + I_\mathrm{f}$$

从后面的讨论可以知道，L 越大，γ 跃迁的概率越小。因此，一般都取 L 的可能的最小值，即 $L = |I_\mathrm{i} - I_\mathrm{f}|$。

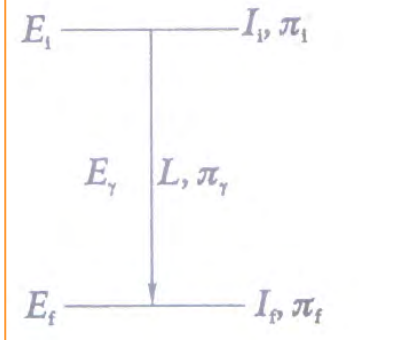


图 7-2 γ跃迁与核能级的关系

由于光子本身的自旋为 1，并考虑到光子是纵向极化的，并且光子的轨道角动量是垂直于光子运动方向的，因此，则在γ 跃迁中被光子带走的角动量不可能为零，至少是 1。

因而，由 $I_\mathrm{i} = 0$ 的状态跃迁到 $I_\mathrm{f} = 0$ 的状态(称 $0 \to 0$ 跃迁)，不可能通过发射γ 光子来实现。另外，对于 $I_\mathrm{i} = I_\mathrm{f} \neq 0$ 的跃迁， L 的最小值为零，但这也不可能，所以应该取 $L=1$。

根据被γ 光子带走的角动量的不同，可以把γ 辐射分为不同的极次：$L=1$ 的叫做偶极辐射；$L=2$ 的叫做四极辐射；$L=3$ 的叫做八极辐射等等。即角动量为 L 的γ 辐射，它的极次为 2^L。

γ 跃迁要遵守宇称守恒定律

$$\pi_{\mathrm{i}} = \pi_{\mathrm{f}} \pi_{\gamma}$$

$$\pi_{\gamma} = \frac{\pi_{\mathrm{i}}}{\pi_{\mathrm{f}}}$$

跃迁前后原子核的宇称相同时，γ 辐射具有偶宇称，跃迁前后原子核的宇称相反时，γ 辐射具有奇宇称。

矢量场

光子场是矢量场，其宇称不仅仅由 **L** 决定。

宇称的奇偶性和 ***L*** 的奇偶性相同的为电多极辐射，相反的为磁多极辐射。因此，电多极辐射的宇称 $\pi_{\gamma} = (-1)^{L}$，磁多极辐射的宇称 $\pi_{\gamma} = (-1)^{L+1}$。

通常，电 2^{L} 极辐射用符号 **EL** 表示，例如 **E 1** 表示电偶极辐射，**E 2** 为电四极辐射，**E 3** 为电八极辐射……。磁 2^{L} 极辐射用符号 **ML** 表示，例如 **M1** 为磁偶极辐射，**M 2** 为磁四极辐射，**M 3** 为磁八极辐射……。

电多极辐射的实质主要是由原子核内电荷密度变化引起的；磁多极辐射则由电流密度和内在磁矩的变化所引起。

§7.2 γ 跃迁概率

γ 跃迁与 α 衰变、β 衰变一样，都遵从指数衰变律

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$$

实验上往往通过测量半衰期或平均寿命来求得跃迁概率。γ 跃迁的半衰期一般比 α，β 衰变的半衰期要短，大多在 10^{-4} 至 10^{-16} s 之间。

1. 跃迁概率公式

由量子电动力学可以得出γ 跃迁概率的公式。

由经典电磁场理论计算得到的多极辐射能量发射率公式过渡到量子力学的描述，可以得出γ 跃迁概率的表达式，其结果与由量子场论得到的公式形式上完全相同，只需作两点改进：

(1) 把辐射能量量子化。因γ 跃迁时放出的能量不是连续的，而等于两能级的能量差，此差值应等于一个γ 光子的能量 $E_\gamma = \hbar\omega$ 。于是单位时间放出的光子数，即γ 跃迁概率λ 应等于能量发射率除以$\hbar\omega$ 。由此得到 ***L*** 级电和磁的多极辐射概率为

$$\lambda_E(LM) = \frac{W_E(LM)}{\hbar\omega} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}|Q_{LM}|^2$$

$$\lambda_M(LM) = \frac{W_M(LM)}{\hbar\omega} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}|M_{LM}|^2$$

式中 k 为光子的波数，它与角频率 ω 的关系为 $k = \frac{\omega}{c}$ 。

(2) 原子核的电荷和电流分布用核态的波函数表示，即多极矩用矩阵元表示。

$$Q_{LM} = e\sum_{k=1}^{Z}\int r_k^L Y_{LM}^*(\theta_k,\phi_k)\psi_f^*\psi_i \mathrm{d}\tau$$

$$M_{LM} = -\frac{1}{L+1}\frac{e\hbar}{2m_p c}\sum_{k=1}^{Z}\int r_k^L Y_{LM}^*(\theta_k,\phi_k)\nabla\cdot(\psi_f^*\hat{L}_k\psi_i)\mathrm{d}\tau$$

式中ψ_i 和ψ_f 分别是原子核的始态和终态波函数，***Z*** 是核的电荷数，m_p 是质子的质量。

对始态角动量方向求平均，并对终态及光子的角动量方向求和：

$$\lambda_E(L)=\sum_{M_f=-I_f}^{I_f}\sum_{M=-L}^{L}\sum_{M_i=-I_i}^{I_i}\frac{1}{2I_i+1}\lambda_E(LM)$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}\sum_{M_fMM_i}\frac{1}{2I_i+1}|Q_{LM}|^2$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}B(EL)$$

其中，$B(EL)=\sum_{M_fMM_i}\frac{1}{2I_i+1}|Q_{LM}|^2$

$$\lambda_M(L)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{8\pi(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\frac{k^{2L+1}}{\hbar}B(ML)$$

其中，$B(ML)=\sum_{M_fMM_i}\frac{1}{2I_i+1}|M_{LM}|^2$

B(EL)和 ***B(ML)***分别称为 ***EL*** 跃迁和 ***ML*** 跃迁的约化概率。它和跃迁的能量无关，仅仅和原子核的结构相联系，对核结构作一定的假设后，理论上可以把它计算出来。另一方面，通过对γ 跃迁概率的测量，以及知道γ 辐射的多极性后，可以从实验上定出约化概率来。这样，实验和理论就可以进行比较，从而可以检验给定的核结构理论正确与否。

最简单的单质子模型：γ 跃迁是由核中的一个质子状态改变所决定的。在此情形，约化概率的计算较为简单。作了一些特殊假设后，用这种模型计算出来的γ 跃迁概率的上限为

$$\lambda_E(L)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\frac{e^2}{\hbar c}(kR)^{2L}\omega$$

$$=\frac{4.4(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\left(\frac{E_\gamma}{197}\right)^{2L+1}(1.4\times A^{1/3})^{2L}\times10^{21}$$

$$\lambda_M(L)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{20(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\frac{e^2}{\hbar c}\left(\frac{\hbar}{m_pcR}\right)^2(kR)^{2L}\omega$$

$$=\frac{1.9(L+1)}{L[(2L+1)!!]^2}\left(\frac{3}{L+3}\right)^2\left(\frac{E_\gamma}{197}\right)^{2L+1}(1.4\times A^{1/3})^{2L-2}\times10^{21}$$

式中，***R*** 为核的半径，***A*** 为质量数，γ 跃迁的能量 E_γ 以 **MeV** 为单位，所得的$\lambda_E(L)$，$\lambda_M(L)$的单位为 $\mathbf{s^{-1}}$。

2．跃迁概率数量级的比较

对于较重的原子核，$R\approx10\,\mathrm{fm}$，若光子能量为 **1MeV**，则$k\approx5\times10^{-3}\,\mathrm{fm}^{-1}$，（$\lambda\!\!\!^{-}=200\,\mathrm{fm}$），$kR\approx5\times10^{-2}=1/20$，因此

$$\lambda_E(L+1)/\lambda_E(L)\approx(kR)^2\approx2.5\times10^{-3}$$

$$\lambda_M(L+1)/\lambda_M(L)\approx(kR)^2\approx2.5\times10^{-3}$$

数量级的比较也是与跃迁能量有关的。能量越低，相邻极次辐射的概率相差越大，例如，在 $E_\gamma\approx$ **20 keV** 时，相差可达六个数量级。

相同极次的磁辐射与电辐射概率的比较，

$$\lambda_M(L)/\lambda_E(L)=10\left(\frac{\hbar}{m_p cR}\right)^2\approx 4\times10^{-3}$$

即相同极次的磁辐射概率比电辐射概率小二、三个数量级，因而$\lambda_M(L)$与$\lambda_E(L+1)$有相同的数量级。一般讲，磁偶极辐射可能和电四极辐射同时发生；磁四级辐射可能和电八极辐射同时发生；依此类推。

总结以上讨论，关于跃迁概率数量级的比较可以得出下面三点结论：

(i) 电辐射快于磁辐射；

(ii) 辐射的极次越低跃迁越快$\lambda_E(L)/\lambda_E(L+1)\sim10^3$；

(iii)一般讲，$\lambda_M(L)\approx\lambda_E(L+1)$ 。

表 7-1　一些γ 跃迁半衰期的理论值 T_{th} 和实验值 T_{exp}

核	E_γ / MeV	跃迁类型	半衰期 / s		T_{th}/T_{exp}
			T_{th}	T_{exp}	
^{13}N	2.38	*E*1	7×10^{-17}	1×10^{-15}	0.07
^{111}Cd	0.247	*E*2	1×10^{-8}	8×10^{-8}	0.1
^{186}Os	0.137	*E*2	5×10^{-8}	8×10^{-10}	63
^{197}Hg	0.134	*E*2	3×10^{-8}	7×10^{-9}	4
^{198}Hg	0.412	*E*2	4×10^{-10}	2×10^{-11}	20
^{114}In	0.192	*E*4	3×10^{4}	4×10^{6}	0.008
^{137}Ba	0.662	*M*4	2×10^{2}	2×10^{2}	1
^{133}Ba	0.276	*M*4	1×10^{5}	1×10^{5}	1

§7.3 选 择 定 则

1．选择定则表

光子带走的角动量 L 可以取以下数值：

$$L = |I_i - I_f|, |I_i - I_f| + 1, \cdots, I_i + I_f \quad ,$$ **L=0 除外**

根据宇称守恒定律，光子带走的宇称

$$\pi_\gamma = \pi_i / \pi_f$$

始态（I_i，π_i）至末态（I_f，π_f）的跃迁选择定则列表如下。

表 7-2 γ 跃 迁 选 择 定 则

$\Delta\pi$ \ ΔI	0 或 1	2	3	4	5
+	*M*1(*E*2)	*E*2	*M*3(*E*4)	*E*4	*M*5(*E*6)
–	*E*1	*M*2(*E*3)	*E*3	*M*4(*E*5)	*E*5

表中ΔI 和$\Delta\pi$分别表示始末态角动量和宇称的变化，括号内的跃迁类型表示有可能与括号前的跃迁同时出现（需要根据 I_I 和 I_f 的值具体分析）。

2．选择定则的应用

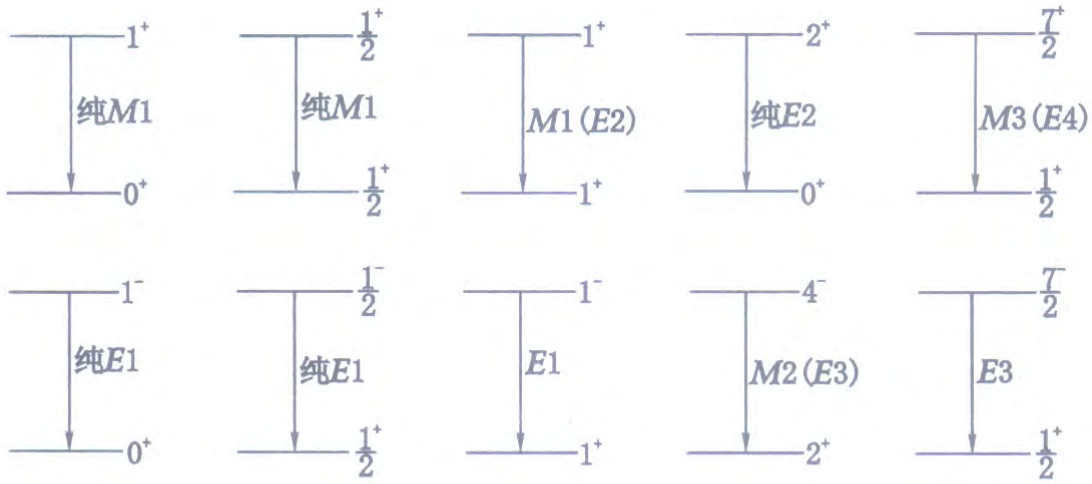


图 7-3　由始末态的自旋和宇称定出跃迁的类型

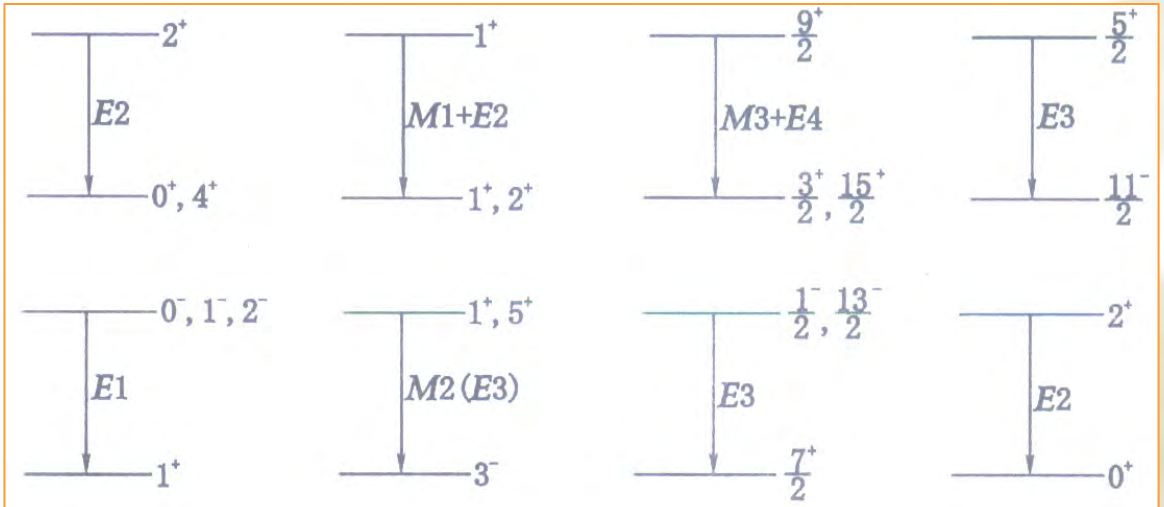


图 7-4　由跃迁的类型定出能级的自旋和宇称

§7.4 内 转 换

1. 内转换现象

原子核从激发态到较低的能态或基态的跃迁，除发射γ光子外，还可以通过发射电子来完成。这种电子通常不是来自原子核，而是来自原子的电子壳层，即跃迁时可以把核的激发能直接交给原子的壳层电子而发射出来。这种现象称为内转换。内转换过程放出来的电子称为内转换电子。

不能把内转换过程认作为内光电效应，即认为原子核先放出光子，然后光子把能量交给核外的壳层电子而放出电子来。因为发生内转换的概率，可以比光电效应的概率大很多。内转换电子是通过原子核的电磁场与壳层电子相互作用直接把激发能交给壳层电子而产生的，这同时并不产生γ光子。如对$0\to0$跃迁，不能放射γ光子。但实验表明，$0\to0$跃迁能放出内转换电子。这也提供了内转换过程不是内光电效应的一个证明。

内转换电子是在早期研究β能谱时发现的，用磁谱仪测量β放射源的能谱时，发现有些放射源除具有β连续谱外，还出现一些单能电子峰。

2．内转换电子的能量

$$E_e = E_\gamma - W$$

对于 K 层内转换电子的能量 E_K 有

$$E_K = E_\gamma - W_K$$

L 层内转换电子的能量 E_L 有

$$E_L = E_\gamma - W_L$$

M 层内转换电子的能量 E_M 有

$$E_M = E_\gamma - W_M$$

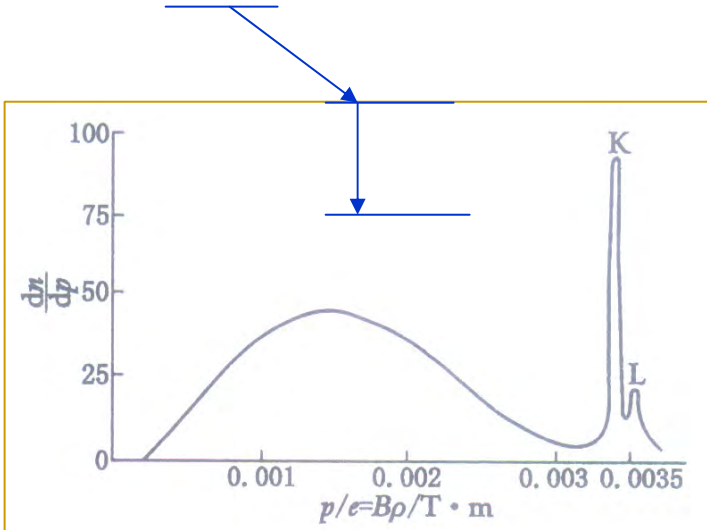


图 7-5 ^{137}Cs 的电子谱

式中 W_K，W_L，W_M 分别表示 K，L，M 层电子的结合能

由于 L 层有三个支壳层：$L_{Ⅰ}$，$L_{Ⅱ}$，$L_{Ⅲ}$，则相应的电子结合能也有三个：$W_{LⅠ}$，$W_{LⅡ}$，$W_{LⅢ}$，从而 L 层的内转换电子也有三种能量：$E_{LⅠ}$，$E_{LⅡ}$，$E_{LⅢ}$，显然有以下等式：

$$\left.\begin{aligned} E_{LI} &= E_\gamma - W_{LI} \\ E_{LII} &= E_\gamma - W_{LII} \\ E_{LIII} &= E_\gamma - W_{LIII} \end{aligned}\right\}$$

由于 M 层有五个支壳层，则 M 层的内转换电子有五种能量，依此类推。

如实验测得 ^{137}Ba 的 E_K=624.2 keV，查表得 W_K=37.4 keV，则得：

E_γ＝624.2＋37.4＝661.6 keV。

内转换过程要伴随特征 X 射线或俄歇电子的发射。

3. 内转换系数

$$\lambda = \lambda_\gamma + \lambda_e$$

式中λ_γ和λ_e分别为发射γ 光子和内转换电子时的跃迁概率。

定义λ_e与λ_γ之比为内转换系数，一般以α表示，即

$$\alpha \equiv \lambda_e / \lambda_\gamma = N_e / N_\gamma$$

式中 N_e和 N_γ分别为单位时间内发射的内转换电子数和γ 光子数。

定义相应于各个壳层的内转换系数为：

$$\alpha_K \equiv N_K / N_\gamma , \alpha_L \equiv N_L / N_\gamma , \alpha_M \equiv N_M / N_\gamma , \cdots$$

显然，

$$\alpha = \alpha_K + \alpha_L + \alpha_M + \cdots$$

根据内转换系数的定义知道，它可以由实验测定，即测量同一时间间隔内原子核所放射的内转换电子数和相应的γ 光子数。另一方面，内转换系数可以由理论计算而得，因而可以进行实验值和理论值的比较，从中获得有关能级特性的重要知识。目前有关核衰变能级特性的大部分知识是从研究内转换而得的。

理论上对内转换系数$\alpha = \lambda_e / \lambda_\gamma$ 的计算，不同于λ_γ的计算，它与原子核的矩阵元无关。这是由于λ_e和λ_γ都正比于原子核矩阵元的平方，后者同时出现于内转换系数的分子与分母中，因而相消了，所以对内转换系数可以进行比较精确的计算。

当 $W_K \ll E_K \ll m_e c^2$ 时，理论上可得 *EL* 和 *ML* 跃迁的 K 层内转换系数分别为

$$\alpha_K(EL) \approx Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \frac{L}{L+1} \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{L+5/2}$$

$$\alpha_K(ML) \approx Z^3 \left(\frac{1}{137}\right)^4 \left(\frac{2m_e c^2}{E_\gamma}\right)^{L+3/2}$$

内转换系数随原子核的电荷数 *Z* 和γ 辐射的角动量 *L* 的增加而很快增加，随跃迁能量 E_γ的增加而减小。因此，重核中跃迁前后能级的角动量之差很大而能量之差很小时，内转换系数是很大的($\alpha \gg 1$)，以致于很难观察到γ 辐射。这时可以利用不同壳层或支壳层的内转换系数分支比，例如 *K/L* 比及 $L_{\mathrm{I}}:L_{\mathrm{II}}:L_{\mathrm{III}}$等。其定义为

$$K/L \equiv N_K/N_L$$

$$L_{\mathrm{I}} : L_{\mathrm{II}} : L_{\mathrm{III}} \equiv N_{\mathrm{LI}} : N_{\mathrm{LII}} : N_{\mathrm{LIII}}$$

即使内转换系数α 值不大，通常也是通过测量内转换系数分支比来与理论作比较。这是因为在分支比的测量中，所测的都是能量相近的内转换电子，仪器引起的系统误差可以互相抵消，从而转换系数分支比的测量常常比转换系数α 的测量要精确得多。

4．内转换系数应用举例

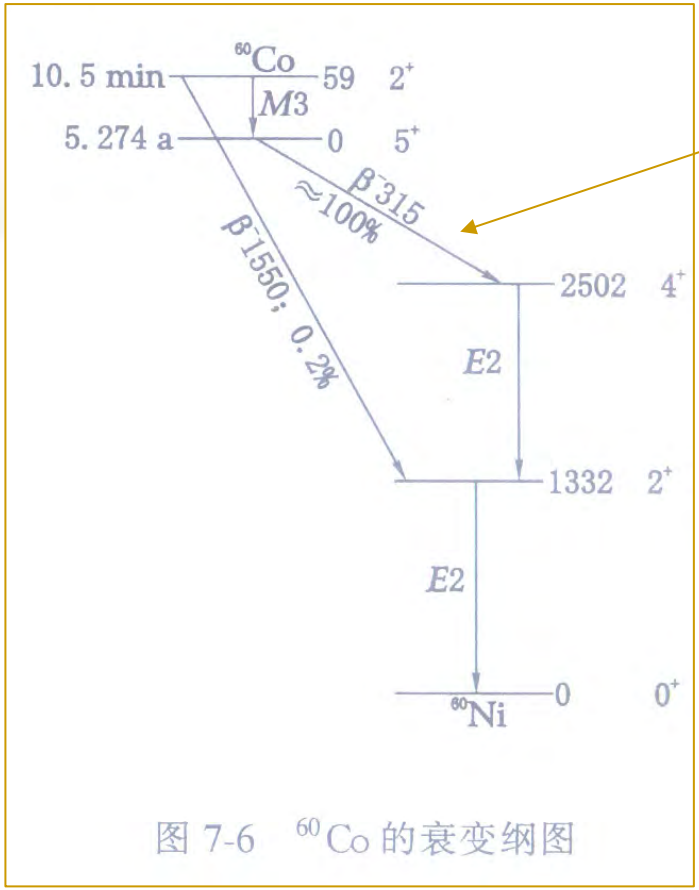


图 7-6 ^{60}Co 的衰变纲图

纯GT型容许跃迁

表 7-3 α_K 的理论值(10^{-4})

E_γ \ 跃迁类型	$E1$	$E2$	$E3$	$M1$	$M2$
1.17 MeV	0.72	1.55	3.01	1.38	2.87
1.33 MeV	0.58	1.17	2.07	1.03	2.07

§7.5 同 核 异 能 态

1．同核异能态和同核异能素（新的储能方式？）

寿命比较长的激发态称为同核异能态。

寿命大于 0.1s 的同核异能态称为长寿命的同核异能态。长寿命的同核异能态通常在质量数后面加上 m 来表示，例如 ^{60}Co 的同核异能态可表示为 ^{60m}Co。

由于有长寿命的同核异能态的存在，就可能存在这样的原子核，它们的电荷数和质量数完全一样，即核的组成完全相同，但放射性衰变的半衰期却不相同，这样的核素称为同核异能素。例如 ^{60m}Co 与 ^{60}Co 的电荷数和质量数都相同，但它们的半衰期却不同，前者为 10.5min，后者为 5.27a。

同核异能素最早是在 **1921** 年发现的，发现 $^{234}_{90}\mathrm{Th}$ 的 β^- 衰变所形成的子体 $^{234}_{91}\mathrm{Pa}$ 有两种半衰期，如下式所示：

$$^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta^-} \begin{cases} ^{234m}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow[1.22\mathrm{min}]{\beta^-} \\ ^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow[6.7\mathrm{h}]{\beta^-} \end{cases}$$

$^{234m}_{91}\mathrm{Pa}$ **的半衰期为 1.22 min，** $^{234}_{91}\mathrm{Pa}$ **的半衰期为 6.7h，但它们的电荷数都是 91，质量数都是 234。^{234m}Pa 是 ^{234}Pa 的一个亚稳的激发态。这是在很长期间内唯一知道的同核异能素的例子。自 1934 年发现人工放射性后，新的同核异能素才不断地被人们所发现。**

处于同核异能态的原子核，和处于一般激发态的原子核一样，通常可以通过γ跃迁或发射内转换电子退激到基态，只是跃迁概率较小而已。除此而外，有些同核异能态可以直接发生β衰变，例如^{234m}Pa和^{60m}Co；还有的同核异能态甚至可以发生α衰变，例如$^{211m}_{84}$Po。

2．同核异能态和γ跃迁的关系

同核异能态的角动量和基态（或相邻的较低激发态）的角动量之差ΔI较大，能量之差ΔE一般较小。γ跃迁概率随ΔI的增加和ΔE减小而急剧地下降，因而这时跃迁概率就小，半衰期就长。例如，^{234m}Pa的角动量$I_m=0$，而^{234}Pa基态的角动量$I_0=4$，$\Delta I=4$；^{60m}Co的$I_m=2$，^{60}Co的$I_0=5$，$\Delta I=3$；^{211m}Po的$I_m=25/2$，^{211}Po的$I_0=9/2$，$\Delta I=8$，可见它们的ΔI都比较大，因而γ跃迁概率比较小。同核异能跃迁的内转换系数比较大。

3．同核异能素岛

长寿命同核异能素（相应同核异能跃迁的$\Delta I\geq 3$）不是在元素周期表的全部范围内都有可能出现，它的分布随核子数的变化具有一定的规律性，形成所谓同核异能素岛，如图 7-7 所示。由图可见，它们几乎都集中在紧靠Z或$N=50$，82，126 等所谓幻数前面的区域。这种规律性能用下一章要讨论的核结构的壳模型理论得到成功的解释。

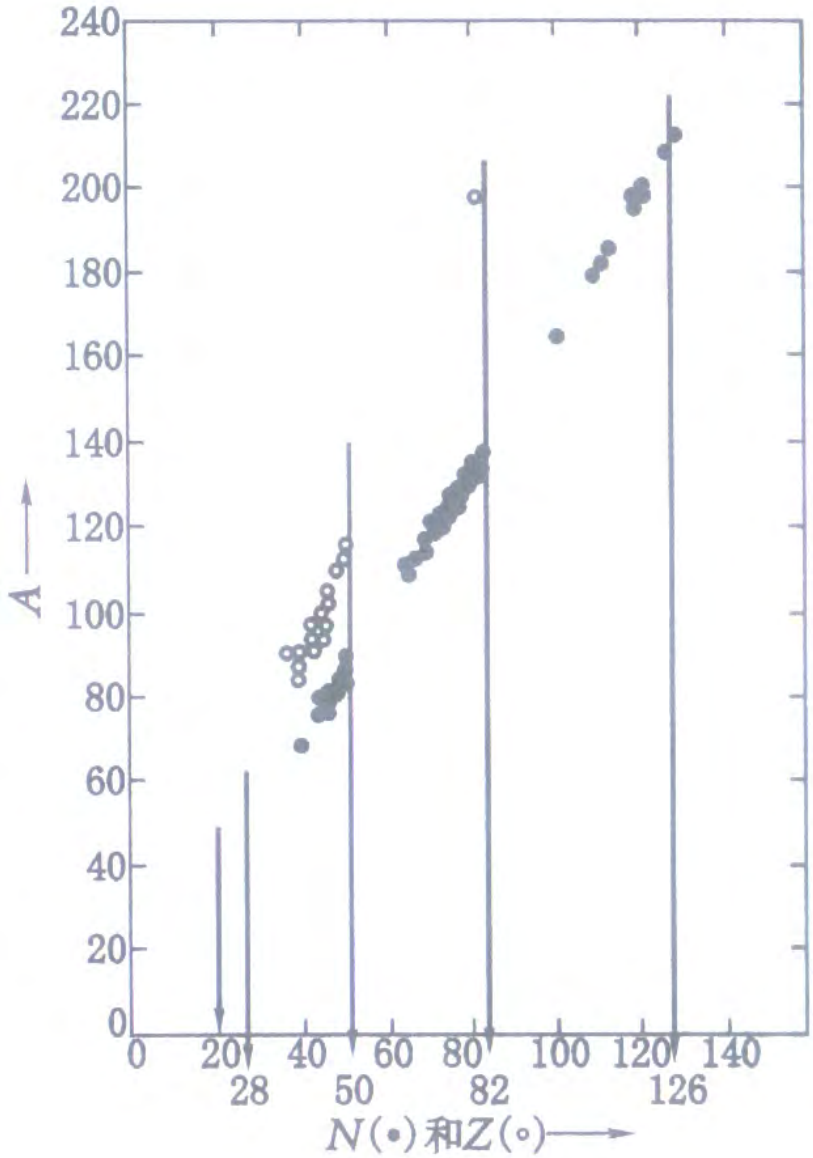

240
220
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
A
0
20
40
60
80
100
120
140
28
50
82
126
N(•)和Z(◦)

图 7-7　同核异能素岛

§7.6 级联γ辐射的角关联（略）

极化原子核发射粒子的概率会出现一定的角分布。

1．什么是γ-γ角关联

原子核由激发态跃迁到基态，有时要连续地通过几次γ跃迁，这时放出的辐射称为级联γ辐射。

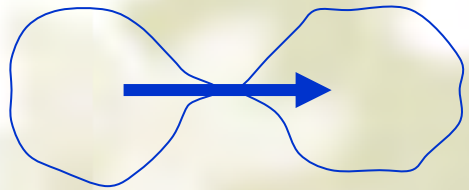
接连地放出的两个γ光子，若其概率与这两个γ光子发射方向的夹角有关，即夹角改变时，概率也变化，这种现象称为级联γ辐射的方向角关联，或简称为γ-γ角关联。

当原子核放出γ_1之后，接连地放射γ_2的概率W是与γ_1和γ_2之间的夹角θ有关，即W是θ的函数，$W=W(\theta)$，这种函数称为角关联函数。

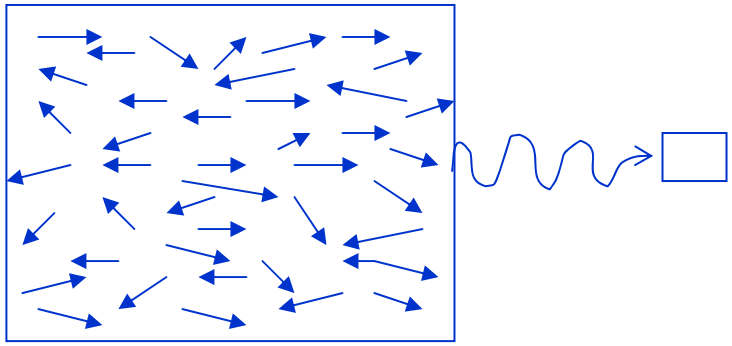
由角关联理论知道，函数$W(\theta)$只与每一跃迁前后原子核的角动量以及γ辐射的角动量有关，而与它们的宇称以及跃迁的能量无关。因此，γ-γ方向角关联的研究，通过实验与理论的比较，可以告诉我们有关原子核能级的角动量以及跃迁极次的知识。

2．角关联的本质

可是对一般放射源，观察不到辐射的各向异性。这是由于放射源中原子核的自旋方向是杂乱的，没有一定的取向。结果各个原子核辐射的角分布混淆在一起，总的效果就看不出个别核发射粒子的角分布，表现出各向同性的分布。



为了要观察到原子核辐射的角分布，原子核的自旋需要有一定的取向。方法之一是把原子核按一定的自旋方向排列好，即把原子核极化。另一方法是不必把原子核排列起来，而是在一堆杂乱安排的原子核中，选取自旋朝某些方向的原子核来进行观察。如果原子核接连地放出两个粒子（例如γ_1 和γ_2），那么，这种方法是可行的。这时可任意选择一个方向来记录γ_1，由于γ 辐射的各向异性，只有自旋有某种取向的原子核，在这个方向发射γ_1 的概率才最大。这样，在一定的方向上测量γ_1，就等于把那些自旋有某种取向的原子核挑选出来了。这些挑选出来的原子核接连发射的γ_2，当然会呈现出一定的角分布。因此，γ_1 与γ_2 之间就出现了角关联。为了使挑选出来的原子核的自旋取向不受干扰而破坏，级联跃迁中间态 **B** 的 寿命τ_b 要小于 10^{-11}s。



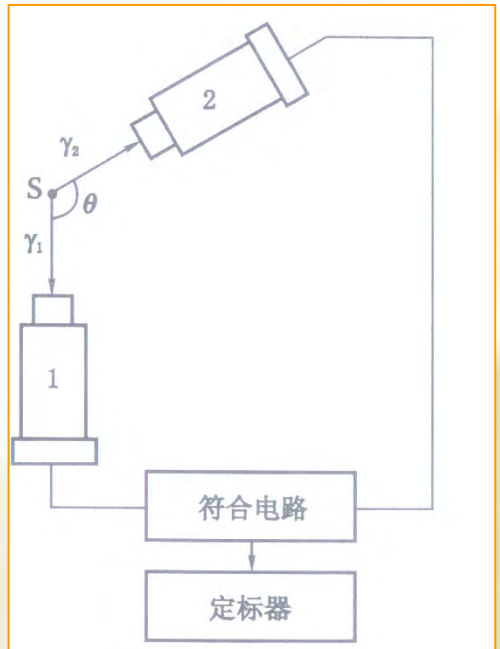


图 7-9　测量角关联的实验装置

3．实验观察角关联的方法

4．角关联函数

下面我们来介绍理论角关联函数的表达式。

γ_1 和 γ_2 级联跃迁常以 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$ 来表示，其中 L_1 和 L_2 表示 γ_1 和 γ_2 的角动量；I_a，I_b 和 I_c 分别表示原子核的始态、中间态和末态的自旋。按角关联理论，这种级联跃迁的角关联函数的一般形式为

$$W(\theta)=1+A_2P_2(\cos\theta)+A_4P_4(\cos\theta)+\cdots+A_{2n}P_{2n}(\cos\theta)$$

其中 $P_{2n}(\cos\theta)$ 为勒让德多项式，

$$\left.\begin{aligned}P_0(\cos\theta)&=1\\P_2(\cos\theta)&=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)\\P_4(\cos\theta)&=\frac{1}{8}(35\cos^4\theta-30\cos^2\theta+3)\end{aligned}\right\}$$

n 不能大于 L_1，L_2 和 I_b 中之最小者，而且必须是整数。因此，当 $I_b=0$ 或 $\frac{1}{2}$ 时，$n=0$。则 $W(\theta)$=常数，即角关联不存在。

由于宇称守恒，$W(\theta)=W(\pi-\theta)$，即角关联函数是对 90°对称的。因此，实验上只需测量 90°—180°的角关联函数即可。

表 7-4　一 些 常 用 的 角 关 联 系 数 值

γ-γ 级联 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$	A_2		A_4	
	$F_2(L_1I_aI_b)$	$F_2(L_2I_cI_b)$	$F_4(L_1I_aI_b)$	$F_4(L_2I_cI_b)$
0(1)1(1)0	0.7071	0.7071	0	0
1(1)1(1)0	−0.3536	0.7071	0	0
2(1)1(1)0	0.0707	0.7071	0	0
3(2)1(1)0	−0.1010	0.7071	0	0
0(2)2(2)0	−0.5976	−0.5976	−1.069	−1.069
1(1)2(2)0	0.4183	−0.5976	0	−1.069
2(1)2(2)0	−0.4183	−0.5976	0	−1.069
3(1)2(2)0	0.1195	−0.5976	0	−1.069
4(2)2(2)0	−0.1707	−0.5976	−0.0085	−1.069

系数 A_{2n} 是 I_a，I_b，I_c，L_1，L_2 的函数。为了计算方便，一般把它写成两部分的乘积，每一部分仅与一个γ 跃迁有关，即

$$A_{2n} = F_{2n}(L_1 I_a I_b) F_{2n}(L_2 I_c I_b)$$

对于各种 I_a，I_b，I_c，L_1，L_2，系数 A_{2n} 的值有表可查。我们引入一部分比较常用的系数值列在表 7-4 中。例如，对级联跃迁 4(2)2(2)0 的 A_{2n} 进行计算，由表 7-4 查得：$F_2(2,4,2)=-0.1707$，$F_2(2,0,2)=-0.5976$，则 $A_2=0.1020$；$F_4(2,4,2)=-0.0085$，$F_4(2,0,2)=-1.069$，则 $A_4=0.0091$。

所以，对于级联跃迁 4(2)2(2)0 的理论角关联函数为

$$W_{\text{th}}(\theta) = 1 + 0.1020 P_2(\cos\theta) + 0.0091 P_4(\cos\theta)$$

由实验角关联曲线经过最小二乘法处理得到的实验角关联函数 $W_{exp}(\theta)$与各种可能的理论角关联函数 $W_{th}(\theta)$进行比较，就可以定出级联跃迁的性质。

此外，知道理论角关联函数的各系数值后，可以计算角关联函数的各向异性 A，其定义如下：

$$A \equiv \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)}$$

若角关联函数最高项的系数为 A_4，则容易推得各向异性度 A 与 A_2，A_4 的关系：

$$A = \frac{1 + A_2 + A_4}{1 - A_2/2 + 3A_4/8} - 1$$

对于给定的级联跃迁 $I_a(L_1)I_b(L_2)I_c$，可查表得 A_2 及 A_4 值，即可得到各向异性度的理论值 A_{th}。例如，对于级联跃迁 4(2)2(2)0，查表得 A_2＝0.1020，A_4＝0.0091，则 A_{th}＝0.1667。另一方面，实验上容易测定各向异性度 A_{exp}。事实上，只需测定两个角度的角关联值 $W(90°)$和 $W(180°)$，即得各向异性度的实验值 A_{exp}。从而，理论值 A_{th} 与实验值 A_{exp} 可以进行比较。因此，通过 A 值的测量，也可以定出级联跃迁的性质。

应该指出，角关联函数中比 A_4 更高次项是很少出现的。这是因为 $L>2$ 的多极辐射的寿命常大于 10^{-6}s，从而中间态的寿命 $\tau_b \gg 10^{-11}$s。前面已经指出，这种情形的级联辐射不会发生角关联。

5．角关联举例——^{60}Ni

§7.7 穆 斯 堡 尔 效 应

除了稳定的基态原子核外，所有各种状态的原子核都有一定寿命。根据量子力学的测不准关系，具有一定寿命的原子核的能量不是完全确定的，或者说，具有一定的能级宽度，在能级宽度Γ与平均寿命τ之间有下面的关系

$$\Gamma\tau \approx \hbar \qquad \lambda = 1/\tau = \Gamma/\hbar$$

通过测量能级宽度可以求得跃迁概率。跃迁概率λ与能级宽度成正比，

实验上要直接测出自然宽度，一般要求γ 谱仪有极高的能量分辨本领。例如能量为 **1MeV** 寿命为 10^{-13}**s** 的激发态跃迁到稳定核的基态时放出的γ 射线的自然宽度为 6.58×10^{-3}**eV**。为了直接观测如此窄的自然宽度，γ 谱仪的能量分辨需要高达$\approx10^{-8}$ 数量级。现有的γ 谱仪远没有这么好的分辨本领。因此，常用间接方法来测量能级宽度，方法之一是γ 射线的共振吸收。

1．γ 射线的共振吸收

通常的共振不用考虑反冲问题（质量大，频率低）。

γ 射线的共振吸收直到 **1953** 年才被发现，原因在于原子核发射或吸收γ 射线时反冲作用的影响。本来是静止的处于激发态的原子核，当它通过放射γ 光子跃迁到基态时，将激发能 E_0 的绝大部分交给γ 光子外，还有很小一部分变成了反冲原子核的动能 E_R。根据能量和动量守恒定律可以得出考虑反冲效应后的γ 射线的能量

$$E_{\gamma e} = E_0 - E_R = E_0 - \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

式中 m 是原子核的质量。可见，这时γ 射线能量并不等于激发能 E_0，而是等于激发能 E_0 与反冲能量损失 $\frac{E_0^2}{2mc^2}$ 之差。

同样道理，处于基态的同类原子核吸收γ 光子时也会发生同样大小的反冲(动量守恒)。因此，要把原子核激发到能量为 E_0 的激发态，γ 射线的能量 $E_{\gamma a}$ 必须大于 E_0，

$$E_{\gamma a} = E_0 + E_R = E_0 + \frac{E_0^2}{2mc^2}$$

这样，同一激发态的γ 射线发射谱和吸收谱，其平均能量相差 $2E_R$。显然，只有相应发射谱和吸收谱的重叠部分，γ 射线的共振吸收才能发生。所以，有显著共振吸收的必要条件是 $E_R \lesssim \Gamma$。对于原子核，通常 $E_R \gg \Gamma$。例如，对 ^{191}Ir 的 129keV 的γ 跃迁，$E_R = 0.047$eV，$\Gamma = 4.6\times10^{-6}$eV，反冲能量损失比能级宽度大很多，实际上不能观察到原子核的γ 射线共振吸收。

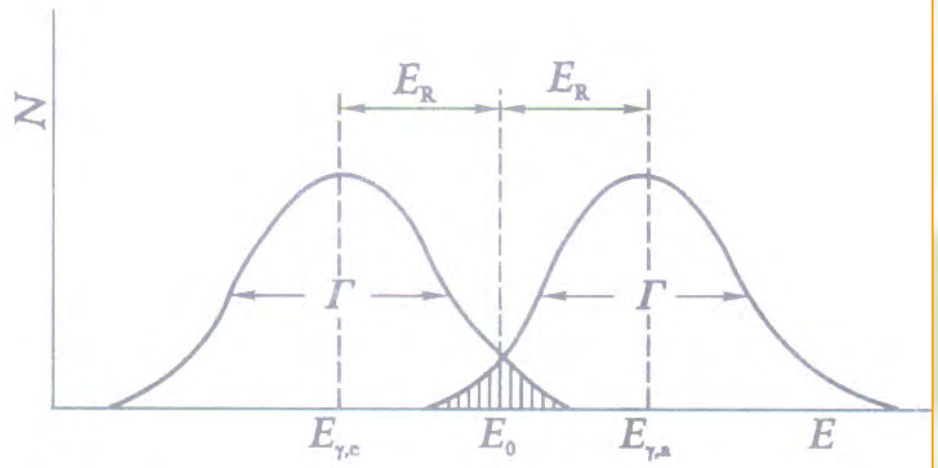


图 7-12　γ射线的发射谱和吸收谱

由此可见，为了观测到γ射线的共振吸收，必须想法补偿反冲能量损失。一个办法是利用高速机械转动，使放射性原子核向吸收体运动。根据多普勒(Doppler)效应，

$$E'_{\gamma} - E_{\gamma e} = E_{\gamma e}(\upsilon/c) \qquad \textbf{(7.7-4)}$$

因此，若将放射源放在一个高速旋转的转子上，共振条件可以恢复。

2．穆斯堡尔效应

将原子放入固体晶格以便尽可能使其固定，即将放射γ 光子的原子核与吸收γ 光子的原子核束缚在晶格中。如果γ 光子的能量满足一定的条件，那么这时遭受反冲的不是单个原子核，而是整块晶体。与单个原子核的质量相比，晶体的质量大得不可比拟。所以反冲速度极小，反冲能量实际等于零，整个过程可看作无反冲的过程。这种效应称为穆斯堡尔效应。因此，穆斯堡尔效应也被称为无反冲共振吸收。

根据理论计算，无反冲的发射γ 光子的分数

$$f = \exp\{-\frac{3}{2}\frac{E_0^2}{2mc^2k\theta}[1+\frac{2}{3}(\frac{\pi T}{\theta})^2]\}$$

式中，k 是玻耳兹曼常量，T 是晶体的温度，θ是晶体的德拜(Debye)温度。上式只在温度 $T \ll \theta$的情况下适用。可见，

为了得到足够大的无反冲发射分数，必须选择德拜温度较大的晶体，同时跃迁能量不能很大， 一般应小于**100 keV**。另外，选用较重的原子核，以及降低晶体的温度，也都有利于效应的观察。

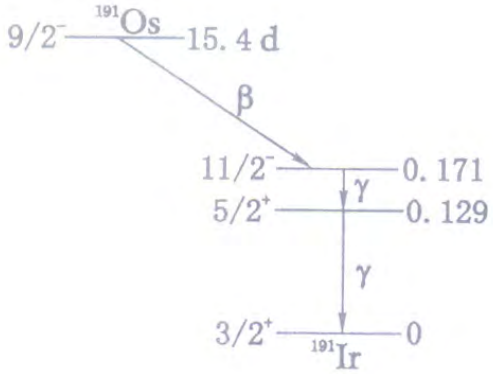


图 7-13　^{191}Os 的衰变

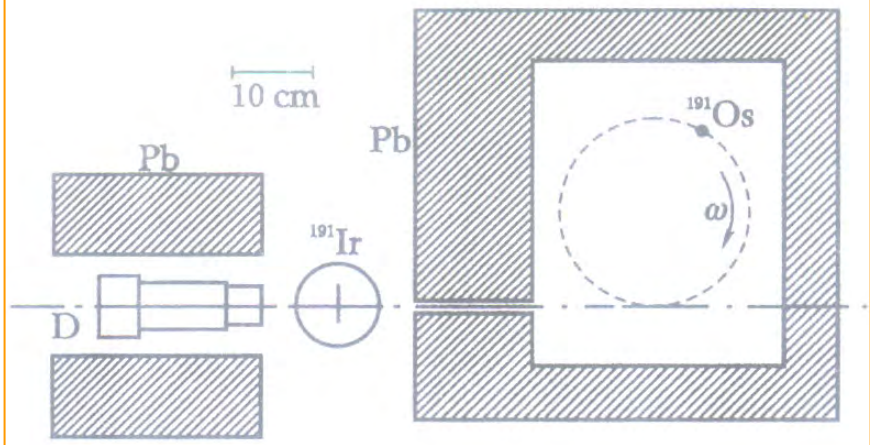


图 7-14　穆斯堡尔效应首次实验示意图

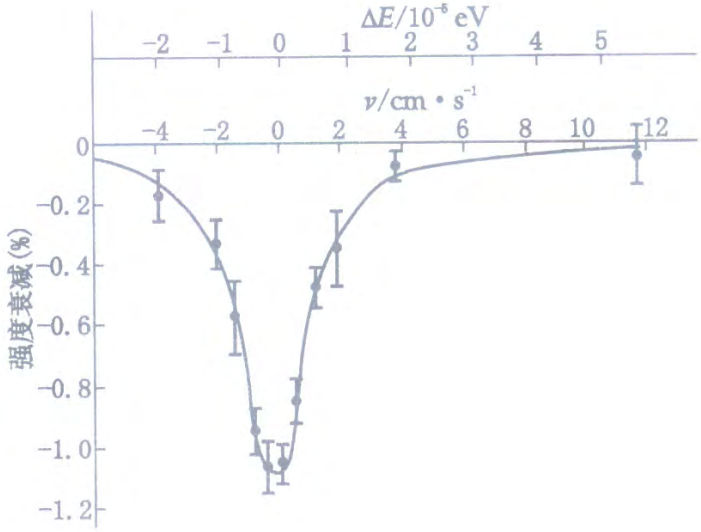


图 7-15　穆斯堡尔共振吸收谱线

穆斯堡尔效应有极高的能量分辨本领，例如对 $^{191}\mathrm{Ir}$，$\frac{\Gamma}{E_0}=4\times10^{-11}$；对 $^{57}\mathrm{Fe}$，$\frac{\Gamma}{E_0}=3\times10^{-13}$；而对 $^{67}\mathrm{Zn}$ 的 93keVγ 射线则有 $\frac{\Gamma}{E_0}=5\times10^{-16}$。所以，利用它可以直接观测核能级的超精细结构以及用来验证广义相对论等。

广义相对论预言，在较弱的重力场处观测从较强的重力场处发射的谱线所得的频率比在重力场相同的两点间测得的低一些，即向长波方向移动，所以称为红移。因而，当光子离开星球表面时，其频率将逐渐降低。理论预言，在地球表面附近，高度相差 h 的两点观测的相对频率变化为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}=\frac{gh}{c^2}\approx1.1\times10^{-16}h$$

其中，h 的单位为 m。例如，在地面上高度相差 20 m 处所测得的γ 射线相对频率变化将为

$$\frac{\Delta\nu}{\nu}\approx2.2\times10^{-15}$$

1960 年庞德**(R. V. Pound)**和里布卡**(G. A. Rebka)**利用穆斯堡尔效应在实验室内测量了光子在重力场中的频率变化。

$$\frac{\Delta\nu_{\exp}}{\Delta\nu_{th}} = 1.05 \pm 0.10$$

这是穆斯堡尔效应在近代物理学的基础研究方面可称最为突出的成就。

穆斯堡尔效应的大量应用工作是基于原子核与核外电子间的超精细相互作用。

穆斯堡尔谱学。

§7.8　实验研究核衰变能级图

研究核衰变的一个重要任务是：通过实验来建立核衰变能级图，通常叫做衰变纲图。衰变纲图是研究核结构的一个十分有用的工具，对它的大量的和系统的建立与分析，可以从一个侧面揭示出原子核的运动规律。

衰变纲图不仅对核结构的研究十分重要，而且对放射性核素的应用也不可缺少。它是核物理的一个重要分支——应用核谱学的基础。

本节以 $^{137}_{55}\mathrm{Cs}$ 的衰变为例说明如何从实验着手来建立衰变纲图。

应用：能量关系（$E_{\mathrm{m}}, E_{\gamma}, E_{\mathrm{e}}$）

内转换系数；半衰期；角关联；选择定则。

库里厄图；比较半衰期；选择定则。

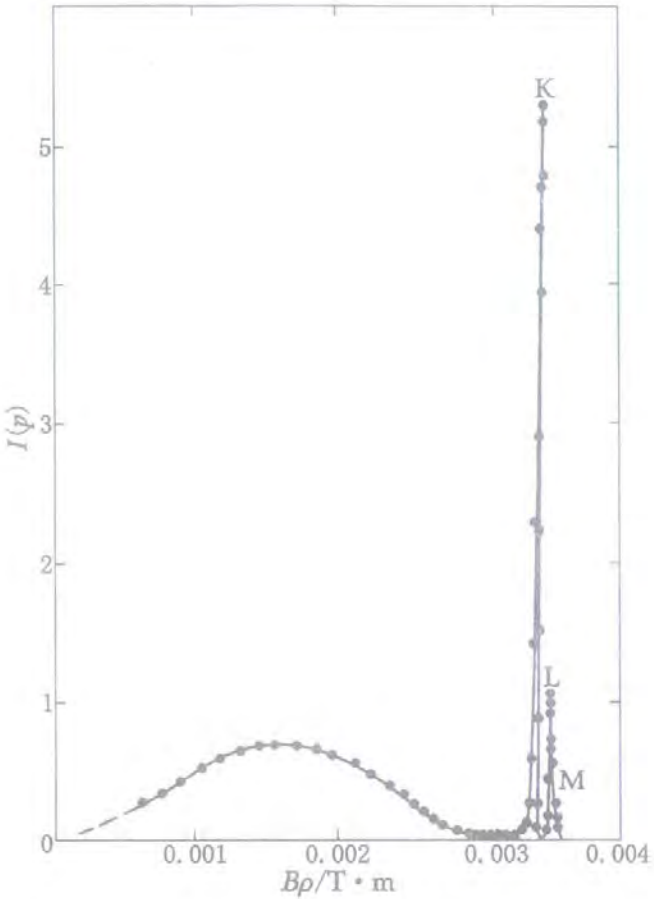


图 7-16 ^{137}Cs 的电子动量分布

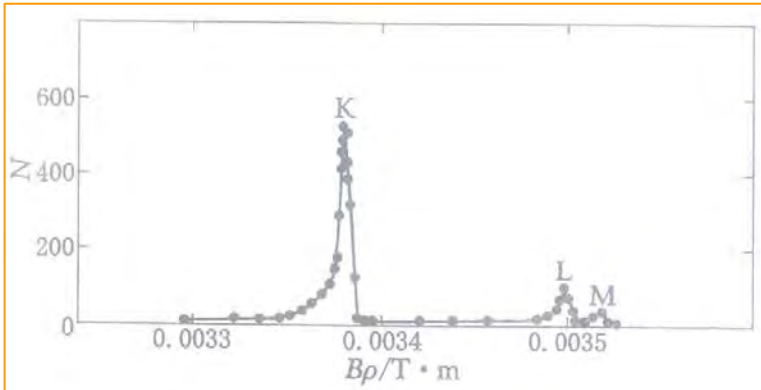


图 7-17 ^{137}Cs 的内转换谱线

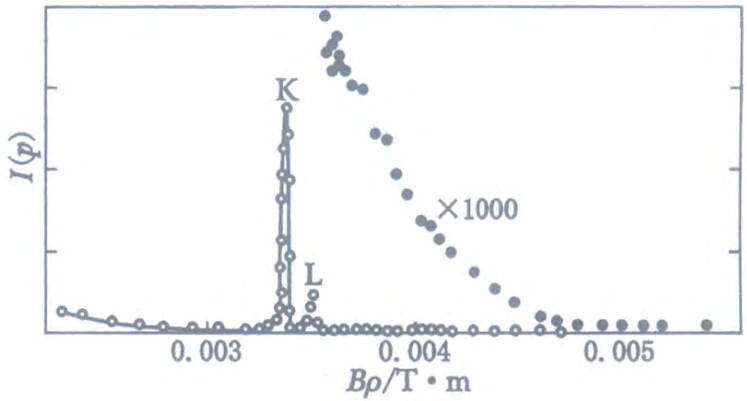


图 7-18 ^{137}Cs β 谱的高能成分

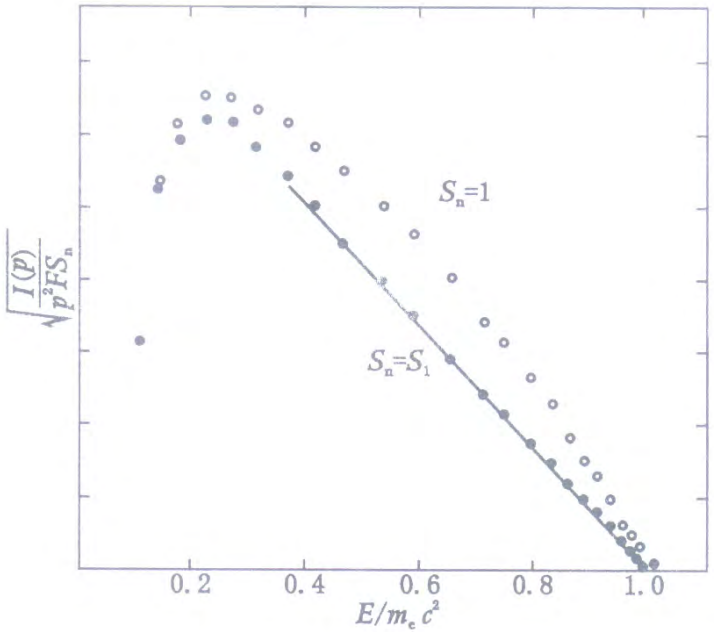


图 7-19 ^{137}Cs β 谱低能成分的库里厄图

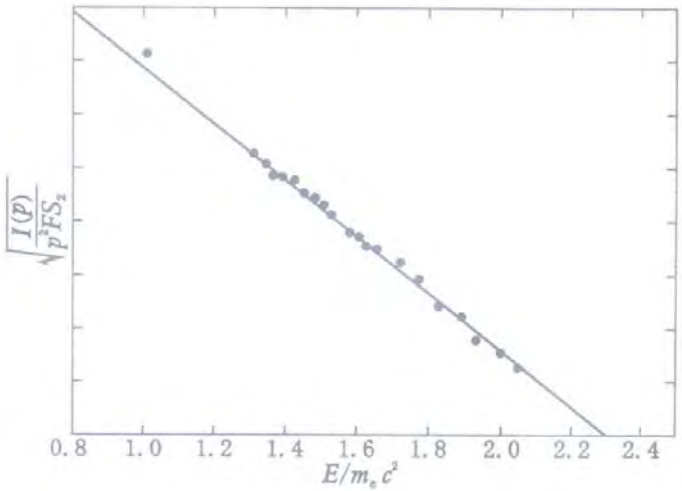


图 7-20 ^{137}Cs β 谱高能成分的库里厄图

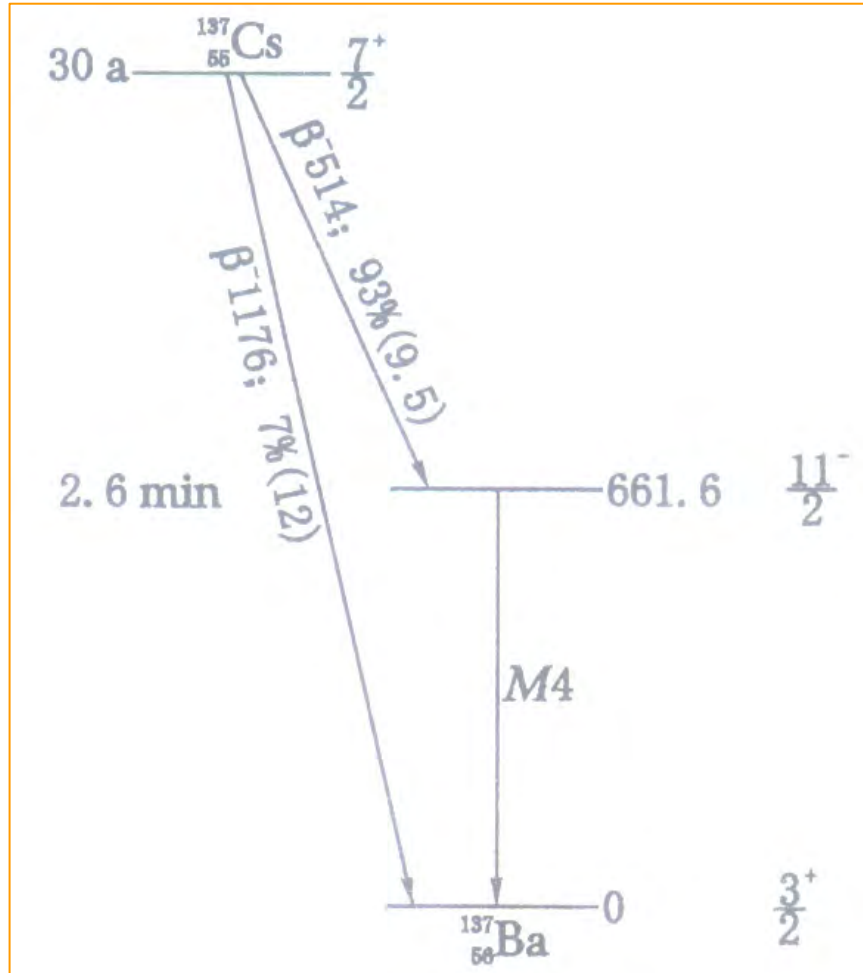


图 7-21 ^{137}Cs 的衰变纲图

习　　题

7-1．原子核 ^{69}Zn 处于能量为 436 keV 的同核异能态时，试求放射γ 光子后的反冲动能 $E_{R\gamma}$和放射内转换电子后的反冲动能 E_{Re}。若 ^{69}Zn 处于高激发态，可能发射中子，试求发射能量为 436keV 中子后的反冲能 E_{Rn}。(已知 K 层电子的结合能为 9.7keV。)

7-2．试计算 1μg 重的 ^{137}Cs 每秒放出多少个γ 光子。(已知 ^{137}Cs 的半衰期为 30.17a，β衰变至子核激发态的分支比为 93%，子核γ 跃迁的内转换系数分别为α_K=0.0976，$\frac{K}{L}=5.66$，$\frac{M}{L}=0.260$。)

7-3．放射源 $^{46}_{21}\mathrm{Sc}$ β^- 衰变至 $^{46}_{22}\mathrm{Ti}$ 的激发态，然后接连通过两次γ 跃迁至基态。由β磁谱仪在曲率半径为 20cm 处测得此放射源的内转换 K 电子的峰与场强 0.02575，0.02166 T 对应。已知 Ti 的 K 电子结合能为 5.0keV，试求γ 跃迁的能量。

7-4．实验测得 $^{120}_{51}\mathrm{Sb}$ 有 (a) 两组β^+电子：0.52 MeV，$\log fT_{1/2}$=5.5；1.70 MeV，$\log fT_{1/2}$=4.5。后者为相应至 $^{120}_{50}\mathrm{Sn}$ 基态之跃迁。(b) 一条γ 射线，其能量为 1.181MeV，属 E 2 型。已知 $^{120}_{50}\mathrm{Sn}$ 基态的自旋和宇称为 0^+，试画出衰变纲图，并标出各能级的自旋和宇称。

7-5．设一核有大致等距分布的四条能级，其能级特性从下至上依次为$\frac{1}{2}^+$，$\frac{9}{2}^+$，$\frac{3}{2}^-$，$\frac{9}{2}^-$。试画出能级图，标明最可能发生的跃迁类型。

7-6．$^{75}_{34}\mathrm{Se}$ 通过 K 俘获衰变至 $^{75}_{33}\mathrm{As}$ 的激发态，后者跃迁至基态时，放出一系列γ 光子或内转换电子。由β 磁谱仪测得 22 条内转换电子谱线（见下表）。试确定所放出的γ 光子的能量，并画出 $^{75}_{33}\mathrm{As}$ 的能级图。(已知 K，L，M 层电子的结合能分别为 11.9、1.5 和 0.2keV。)

内转换电子能量(keV)（带*者发生在 K 层)

23.2	95.3	186.9	293.4
24.4	96.5	197.2	303.4
54.3	109.4*	253.3	390.0
64.6	124.3	263.6	400.5
68.9*	134.7	268.2	
85.0	136.0	278.5	

7-7．对于下列γ 跃迁，已知跃迁类型和始态的能级特性，试求末态的能级特性：(i) $1^+ \xrightarrow{E1}$；(ii) $2^- \xrightarrow{M2+E3}$；(iii) $4^+ \xrightarrow{E2}$；(iv) $1^+ \xrightarrow{M1+E2}$；(v) $0^+ \xrightarrow{M3}$。

7-8．已知 ^{60}Co 几乎全部经容许型 β^- 衰变至 ^{60}Ni 的激发态，而后经级联两次 $E2$ 跃迁至基态，试画出衰变纲图，并求图中各能级的自旋和宇称。

第八章 核 结 构 模 型

原子核结构是原子核物理学的一个中心问题。它是物质结构的一个重要层次。人们通过对核结构问题的认识，可以从根本上加深对自然界的了解。

核结构：1）以核子的运动为基础研究原子核的结构；
2）以夸克-胶子的运动为基础研究强子和原子核的结构。

原子核：由强作用主导的量子多体系统。

核结构的理论仍不成熟。关键问题有两个：一是核力的性质问题；二是量子力学在有限多体系的运用问题。

半唯象的理论：在一定的实验事实的基础上，对原子核作某种模型假设，用来解释原子核的某些性质。

微观理论：对核子间的作用力做一定假设后，代入多体哈密顿量中借用某种近似方法进行求解。典型的如哈里特-福克（Hartree-Fock）方法及其派生的理论。

本章将只介绍核结构的两种主要模型：壳模型和集体模型。

Fermi气体模型

小报告：Heyde P.228

§ 8.1　幻数存在的实验根据

当组成原子核的质子数或中子数为 2，8，20，28，50，82 和中子数为 126 时，原子核特别稳定。这些数目叫做“幻数”。

1．核素丰度

核素丰度是指核素在自然界中的含量。对所有核素丰度进行研究后发现：

（1）地球、陨石以及其它星球的化学成分表明，下面几种核素的含量比附近核素的含量显得特别多：

$$^{4}_{2}\mathrm{He}_{2}，^{16}_{8}\mathrm{O}_{8}，^{40}_{20}\mathrm{Ca}_{20}，^{60}_{28}\mathrm{Ni}_{32}，^{88}_{38}\mathrm{Sr}_{50}，^{90}_{40}\mathrm{Zr}_{50}，^{120}_{50}\mathrm{Sn}_{70}，^{128}_{56}\mathrm{Ba}_{82}，^{140}_{58}\mathrm{Ce}_{82}，^{208}_{82}\mathrm{Pb}_{126}。$$

可以看出，它们的质子数或中子数，或者两者都是幻数。

（2）在所有的稳定核素中，中子数 N 等于 20，28，50 和 82 的同中子素最多。

（3）当质子数 $Z=8$，20，28，50 和 82 时，稳定同位素的数目同样要比邻近的元素多。

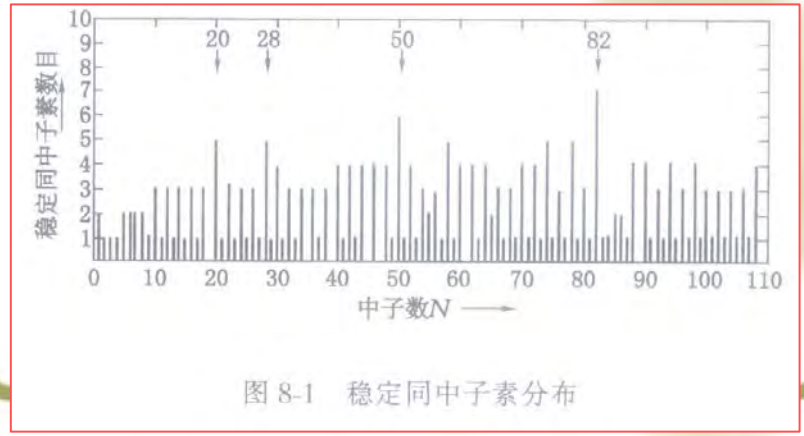


图 8-1　稳定同中子素分布

65% for one page

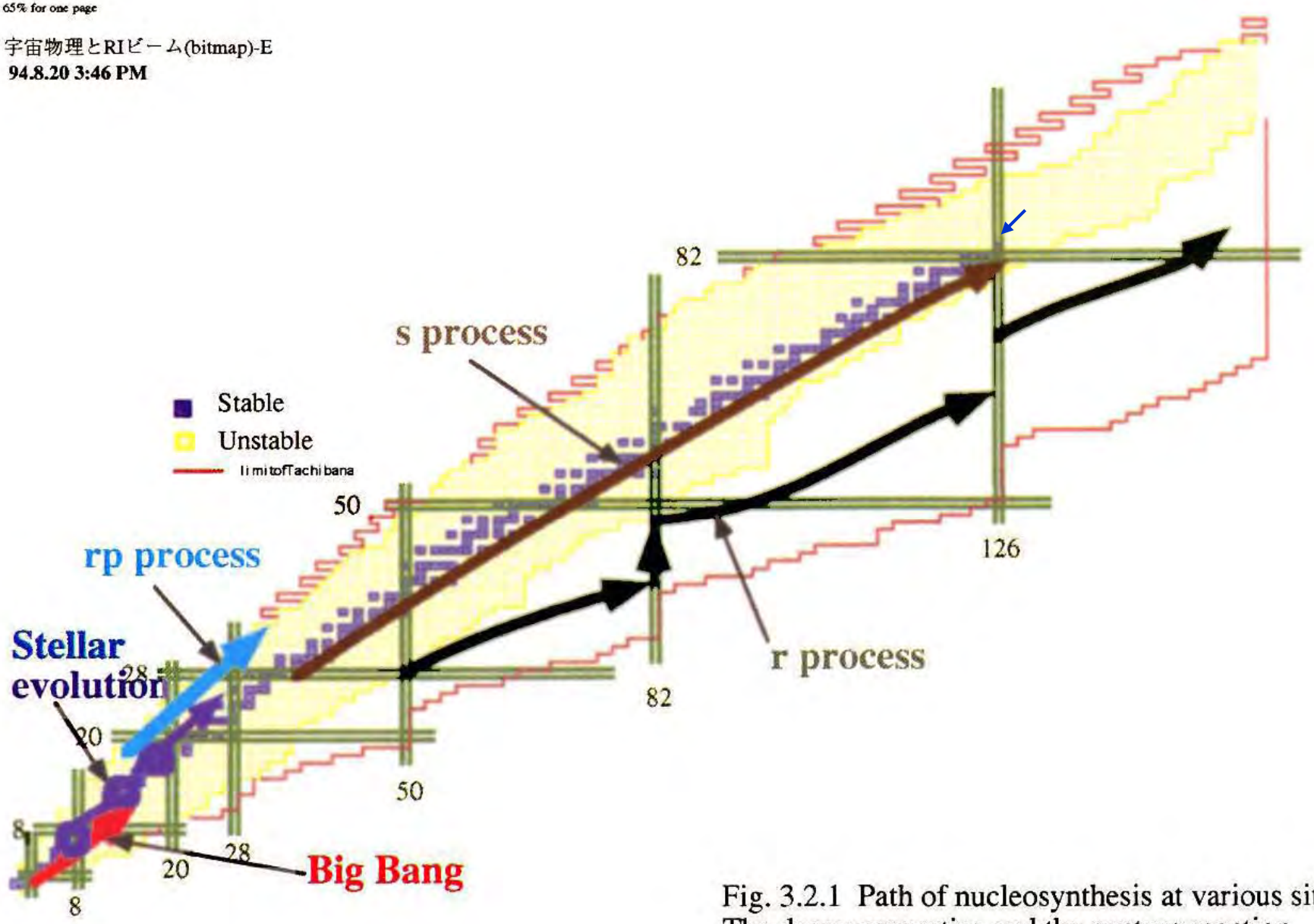


Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

2．结合能的变化

原子核的结合能，是原子核稳定性的一种表征。结合能的相对值越大，表示原子核结合得越紧密，稳定性就越好。

（1）中子结合能

（2）总结合能

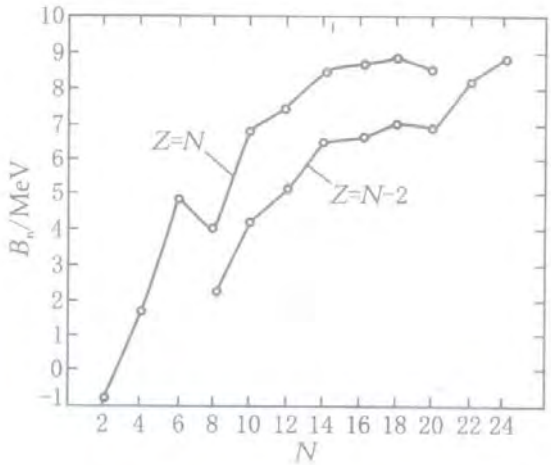


图 8-2　轻核的中子结合能

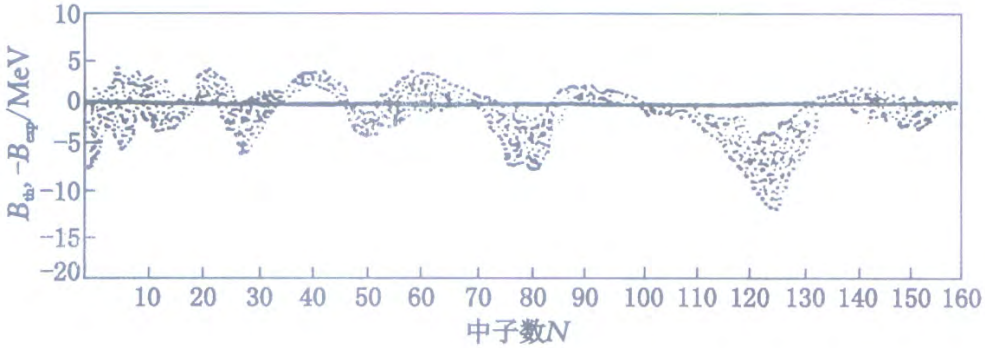


图 8-3　总结合能随中子数的变化

N: 原有的中子数

3．α衰变的能量

对于大多数具有α放射性的元素，同一元素的各种同位素的α衰变能可以连成一条直线，其斜率是负值。但是，在$A=209-213$范围内，对于Bi、Po、At和Rn出现了反常现象，直线的斜率变成了正值。这可用中子数$N=126$是幻数得到解释。

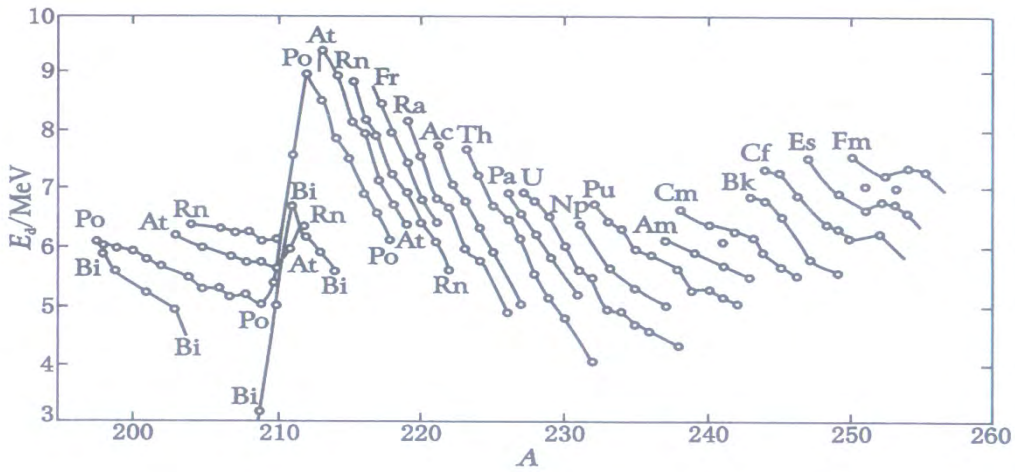


图 5-7　E_d 随同位素的变化

§ 8.2 原子核的壳模型

1. 原子中电子的壳层结构

可以近似地认为，每个电子是在核和其它电子所组成的平均场中各自独立地运动，这个平均场是一种有心场。根据量子力学，它们的运动状态由四个量子数n，l，m_l，m_s来标志。此处n是主量子数，l为轨道角动量量子数，m_l，m_s分别为轨道磁量子数和自旋磁量子数。n可取下列正整数

$$n=1，2，3，\cdots$$

对一定的 n，

$$l=0，1，2，\cdots，n-1。共\ n\ 个值。$$

对一定的 l，

$$m_l=l，l-1，l-2，\cdots，-l，\quad 共\ 2l+1\ 个值。$$

对每一个 m_l ，

$$m_s=\pm 1/2，有两个值。$$

在能量相同的同一个 l 能级上总共可以容纳 $2(2l+1)$ 个电子。对于 $l=0,1,2,3,4,5,6,7,\cdots$，分别用符号 s,p,d,f,g,h,i,j $\cdots$ 来表示。

由量子力学可以解得在给定的有心场中电子处于各能级的能量，能量随量子数 n 和 l 的增大而提高。由于内层电子对外层电子的屏蔽效应，实际的有心场与库仑场有所不同。所得的能级次序见表 8－1。能量最低的能级是 1s，其后的次序是 2s、2p、3s、3p、4s、3d、$\cdots$。

表 8-1　电子的壳层结构

壳　层	能 级 次 序	各能级的电子数	满壳层电子总数
一	1s	2	2
二	2s,2p	2,6	10
三	3s,3p	2,6	18
四	4s,3d,4p	2,10,6	36
五	5s,4d,5p	2,10,6	54
六	6s,4f,5d,6p	2,14,10,6	86
七	7s,5f,6d,…	2,14,10,…	

电子处于最低能级最稳定，但由于泡利原理的限制，每一能级最多只能填充$N=2(2l+1)$个电子。这样就可把电子按从低能级往高能级的次序逐个填充，从而形成所谓壳层结构。一些接近的能级组成一个壳层，各壳层之间则有较宽的能量差。最后得到原子中电子的壳层结构如表8－1所示。由表可见，满壳层时的电子总数是2，10，18，36，54，86，它们正是惰性气体氦、氖、氩、氪、氙、氡的原子序救
。

2. 核内存在壳层结构的条件

（1）在每一个能级上，容纳核子的数目应当有一定的限制；

（2）核内存在一个平均场，对于接近于球形的原子核，这个平均场是一种有心场；

Nuclear mean field: Heyde P. 251

（3）每个核子在核内的运动应当是各自独立的。

第一个条件分别对质子中子满足。

3. 核的壳模型的基本思想

可以把原子核中的每个核子看作是在一个平均场中运动，这个平均场是所有其它核子对一个核子作用场的总和，对于接近球形的原子核，可以认为这个平均场是一个近似的有心场。

泡利原理不但限制了每一能级所能容纳核子的数目，也限制了原子核中核子与核子碰撞的概率，使得核子在核内有较大的平均自由程，即单个核子能被看作在核中独立运动。所以，壳模型也叫独立粒子模型。

多体问题变成1体问题

4．单粒子能级

直角势阱：

$$V(r)=\begin{cases}-V_0 & r\le R\\ 0 & r>R\end{cases} \qquad (8.2-1)$$

谐振子势阱：

$$V(r)=-V_0+\frac{1}{2}m\omega^2r^2 \qquad (8.2-2)$$

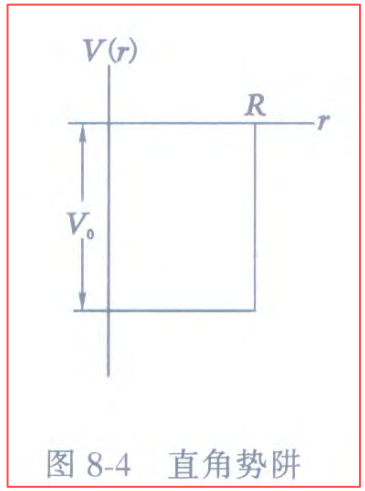


图 8-4　直角势阱

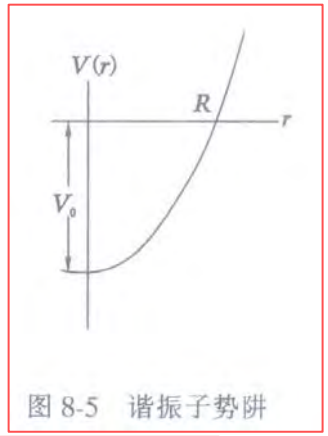


图 8-5　谐振子势阱

比较合理的核场是伍兹一萨克森（Woods 一 Saxon）势阱：

$$V(r)=\frac{-V_0}{1+e^{\frac{r-R}{a}}} \qquad (8.2-3)$$

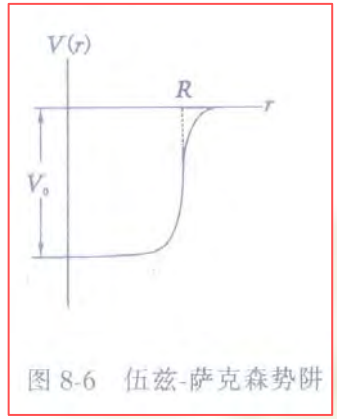


图 8-6　伍兹-萨克森势阱

式中 V_0、R、a 是参量。

我们先从直角势阱和谐振子势阱出发，尔后用内插法求得所需的能级。为了计算方便，假设直角势阱的壁是无限高的，可以证明，这不会改变所推得的能级次序。

核子在谐振子势阱中运动时的能量

$$E_{\nu l}=（2（\nu\text{-}1）+l）\hbar\omega+（3/2）\hbar\omega=n_o\hbar\omega+（3/2）\hbar\omega \qquad （8.2\text{-}4）$$

$$n_o=2（\nu\text{-}1）+l$$

$$\nu=1,2,3,\ \cdots$$

$$l=0,1,2,\ \cdots$$

Heyde， P. 244

式中，n_o是谐振子量子数，ν 是径向量子数，l 是轨道量子数。最后一项（3/2）$\hbar\omega$为零级振动的能量。因它是常数，所以在讨论能级结构时可以略去。

核子在谐振子势阱中运动时，其能级的能量决定于 n_o，n_o 又决定于ν 和 l 。一般讲，同一 n_o 可以有若干组ν 和 l，的值。

谐振子势阱只给出前面三个幻数：2，8，20，其它幻数没有出现。

$$n_o = 2(\nu-1) + l$$

表 8-2　谐振子势阱能级核子数

能级能量 $E_u(\hbar\omega)$	谐振子量子数 n_o	能级包含的状态	能级的同类核子数	前面各能级的同类核子总数
0	0	1s	2	2
1	1	1p	6	8
2	2	2s,1d	12	20
3	3	2p,1f	20	40
4	4	3s,2d,1g	30	70
5	5	3p,2f,1h	42	112
6	6	4s,3d,2g,1i	56	168

同n0的宇称相同

利用量子力学，也可以求出核子在直角势阱中运动时的能量

$$E_{\nu l} = \hbar^2 X_{\nu l}^2 / (2mR^2) \qquad (8.2\text{—}5)$$

Heyde， P. 242

式中$X_{\nu l}$是贝塞尔函数$j_{l+1/2}(kR) = 0$的根，这里k是核子的波数。在直角势阱中能级的简并得到部分消除，不同状态（νl）具有不同的能量，而且能级的次序也与谐振子情形不同。但它也只能给出三个幻数：2，8，20，其它幻数同样不能出现。

表 8-3　直角势阱能级核子数

$X_{\nu l}$	能级（νl）	$2(2l+1)$	同类核子总数
3.142	1s	2	2
4.493	1p	6	8
5.763	1d	10	18
6.283	2s	2	20
6.988	1f	14	34
7.725	2p	6	40
8.183	1g	18	58
9.095	2d	10	68
9.356	1h	22	90
9.425	3s	2	92
10.417	2f	14	106

内插不能给出新的幻数。

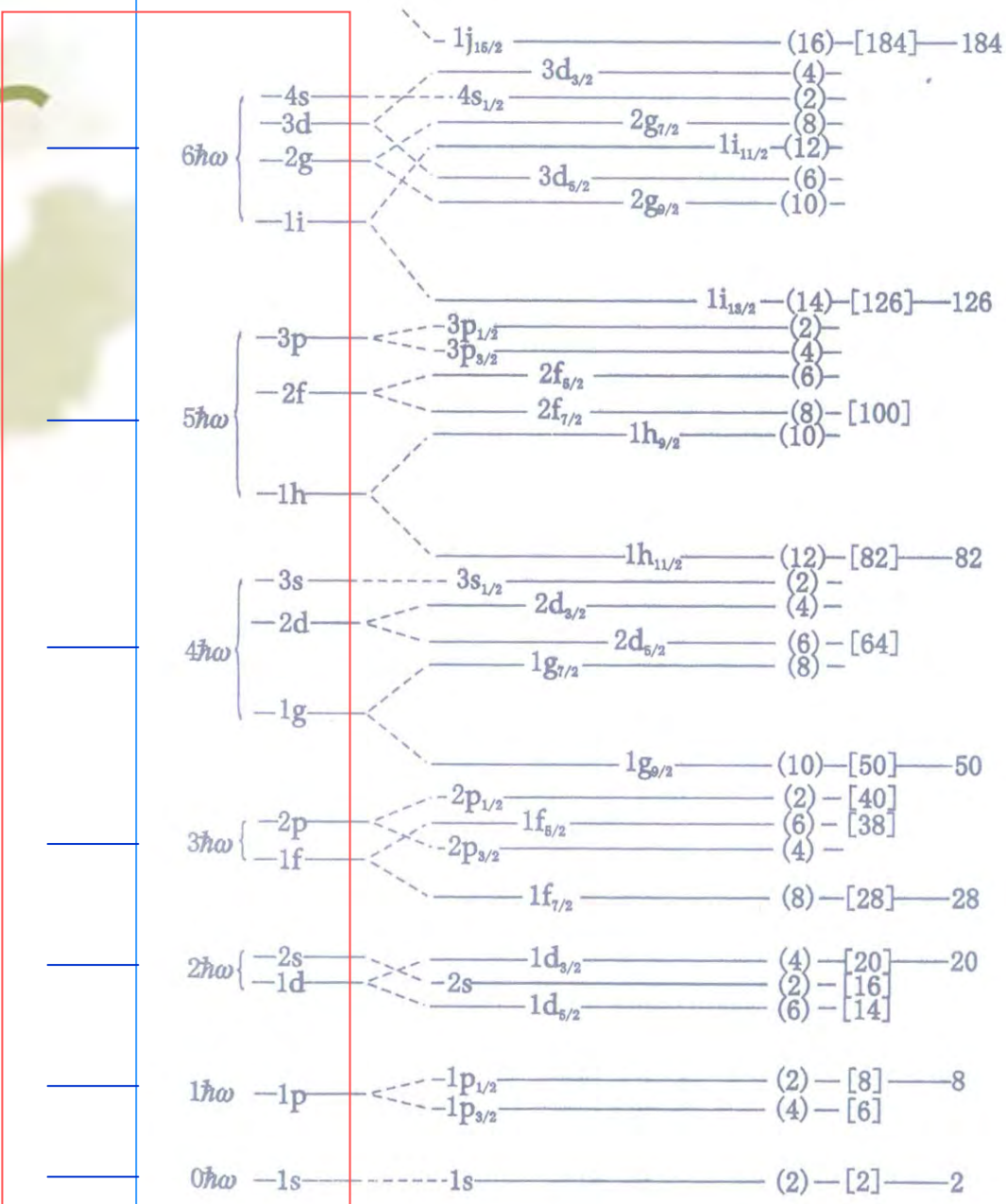


图 8-7　考虑自旋-轨道耦合后的核子能级(参见[13]58 页)

5. 自旋－轨道耦合

$$V(\vec{r}) = V_C(\vec{r}) + V_{LS}(\vec{r})\vec{L}\cdot\vec{S}$$

自旋的作用？

实验表明，核子的自旋一轨道耦合不但存在，而且这种耦合作用是很强的。

$$\mathbf{j} = \mathbf{l} + \mathbf{s}, \quad j = l - 1/2, \text{或} l + 1/2$$

$$j^2 = l^2 + s^2 + 2\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$$

$$\mathbf{l}\cdot\mathbf{s} = \frac{1}{2}[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4}] = \begin{cases} \frac{1}{2}l & \text{对} j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}(l+1) & \text{对} j = l - \frac{1}{2} \end{cases}$$

自旋轨道作用势表达为 $V_{ls}(r)\mathbf{l}\cdot\mathbf{s}$，$V_{ls}(r)$ 为负作用势。

因此，考虑自旋轨道耦合后，同一条 *l* 能级将劈裂成两条。由自旋轨道耦合引起的能级劈裂在讨论原子中电子能级的精细结构时已经遇到过。但是，在原子中，由于电子的自旋轨道耦合较弱，*j* =*l* 士 1/2 的两个能级的间隔与 *l* 不同的两相邻能级的距离相比是较小的，一般不会改变原来的能级次序。可是，原子核情况不同。核子的自旋轨道耦合是很强的，所劈裂的两个能级 *j* =*l* 士 1/2 的间隔可以很大，而且与（2 *l*+1）成正比，随 *l* 的增加而增大，以致改变原来的能级次序。另外，*j* =*l*+1/2 的能级低于 *j* =*l* 一 1/2 的能级。这一点与原子的情形也不同。

对于新的能级，应以（v, l, j）三个量子数来表征，这些新能级是$2j+1$度退化的。

考虑自旋—轨道耦合后的能级如图8—7所示。它们给出了全部幻数。

两个幻数间的各能级，形成一个主壳层。主壳层内的每一能级，叫做支壳层。主壳层之间能量间隔较大，支壳层之间的能量间隔较小。新的主壳层的形成，是由于有些能级劈裂得特别大。因此，同一个主壳层内可以有宇称不同的能级，当l为偶数时宇称为正，l为奇数时宇称为负，而且相邻能级的j值可以相差很大。

质子和中子各有一套能级。由于质子间具有库仑斥力，质子的能级比相应中子的能级要高一些，能级间距要大一些，能级的排列次序也有些不同，特别是当核子数较多时更是这样，但主壳层的相对位置不变，即给出相同的幻数。

壳结构理论预言，82以后的质子幻数可能是114；126以后的中子幻数是184。因此，根据理论预言，质子数为114和中子数为184的原子核是双幻核。该核及其附近的一些核可能具有相当大的稳定性，称为超重核。实验发现和研究超重核，对核结构理论的发展和应用将起重大作用。

超重合成、分离、鉴别、性质研究再次成为热点

美国Berkeley和俄罗斯Dubna 1969至1974：“热熔合”，104、105、106三种元素的几个同位素。中子跑走太多，融合截面小。

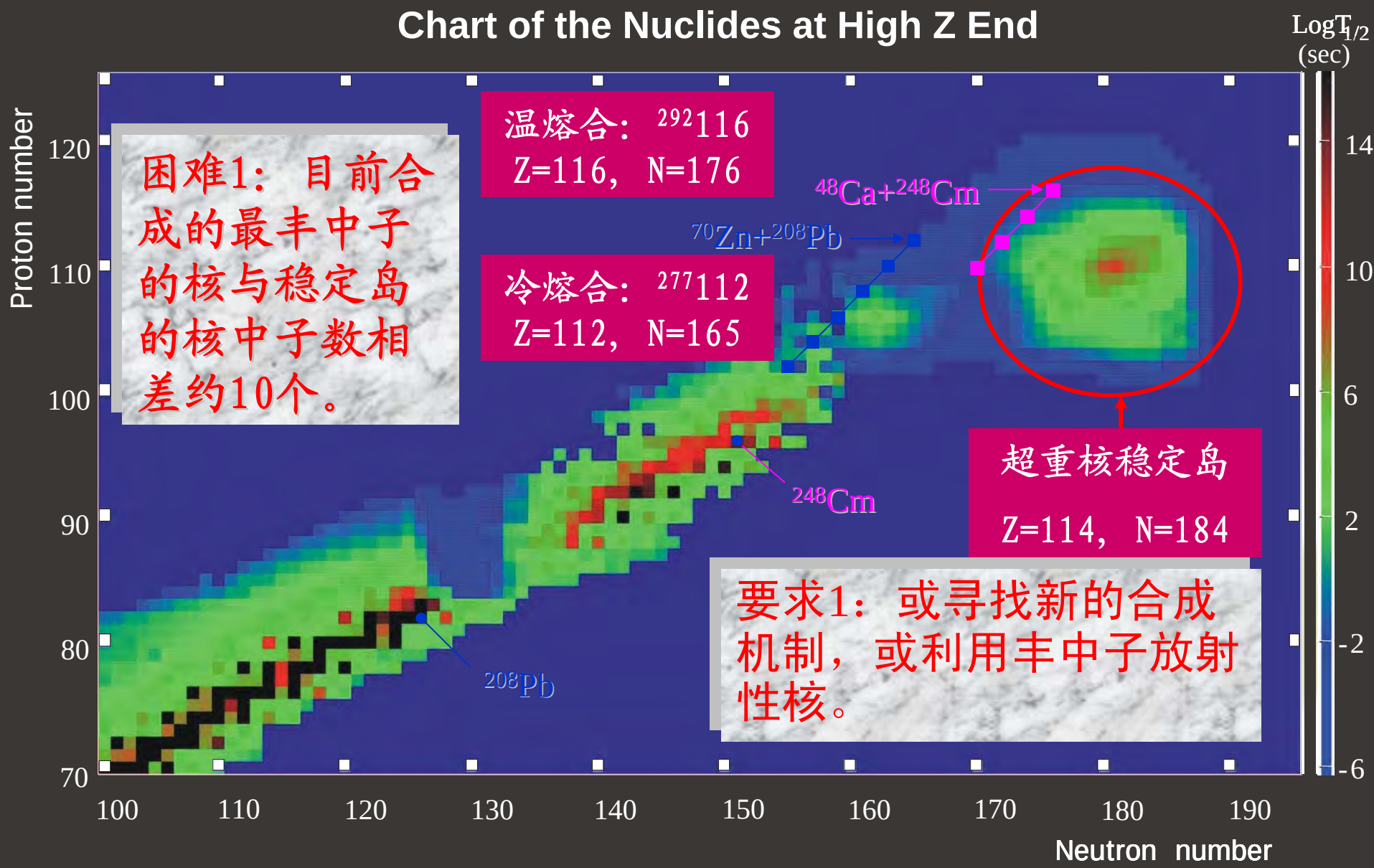
德国GSI1981-1996年：利用强流54Cr，58Fe，62Ni，64Ni和70Zn束流轰击208Pb和209Bi靶（“冷熔合”），先后合成了Z=107－112的6种新元素的一系列同位素。生成截面随其原子序数的增加而呈指数下降，合成Z＝112的元素已经达到目前GSI技术条件的极限。

日本的RIKEN 2004年：利用极强的70Zn束流轰击209Bi靶合成了113号元素。

俄罗斯Dubna近几年：选择了双幻核48Ca轰击丰中子锕系靶，通过“温熔合”来产生接近理论预言的球形超重稳定岛的长寿命核。基于单个原子的α衰变关联测量技术，先后获得了1个^{289}114、2个^{288}114、2个^{287}114、2个 ^{292}116、3个^{288}115、1个^{287}115和2个^{294}118衰变事件。

尽管目前报道的实验结果已经合成到了118号元素（117号未见报道），但被确认的结果只到112号元素，113－116和118号元素的确认需待进一步的验证实验。

超重核研究现状和发展趋势



6. 对关联（不讲）

许多实验现象表明，两个同类核子间可以存在重要的相互关联，这叫对关联。

若用 k 表示状态的四个量子数，—k 表示另一状态的四个量子救，而其中三个量子数均与 k 状态的相同，只是磁量子数 m 有相反的符号。对关联主要发生在状态 k 和一 k 的粒子之间。通常称状态的核子数为占有数。根据泡利不相容原理，占有数等于 1 或 0，用 v_k^2 表示状态 k 的平均占有数，显然它在 0 与 1 之间变化。

忽略对关联时，在某一能量以下的每一状态都被粒子占有，在此能量以上的状态没有核子占据。这种区分占有能级和空缺（未占有）能级的能量，称为费米能量，并用λ表示。当考虑对关联时，理论给出，平均占有数是单粒子

$$v_k^2 = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{\varepsilon_k - \lambda}{\left[(\varepsilon_k - \lambda)^2 + \Delta^2\right]^{1/2}}\right\} \qquad (8.2-6)$$

状态能量ε_k的函数，其中，Δ称为能隙，它与相互作用有关。

由（8.2—6）式可见，对于$\lambda - \varepsilon_k \gg \Delta$，$v_k^2 = 1$；对于$\varepsilon_k - \lambda \gg \Delta$，$v_k^2 = 0$；对于$\lambda = \varepsilon_k$，$v_k^2 = 1/2$。可见，由于对关联，平均占有数在费米能处并不产生突变，而主要在 2Δ的能量间隔内连续改变。这表示原子核的基态并不决定于单一的组态，而决定于许多组态的线性组合。

§8.3 壳 模 型 的 应 用

1. 原子核基态的角动量和宇称

双幻核基态的自旋为零，宇称为正。已为实验所证实。

偶偶核基态的自旋为零，宇称为正。已被实验很好证实。

对于奇 *A* 核，原子核的自旋应与最后一个奇核子的角动量 *j* 相同。宇称应由那个奇核子的轨道量子数 *l* 来决定。

奇 *A* 核的状态，由单个非成对的核子的状态所决定。这种模型也叫单粒子模型。例如，$^{27}_{13}\mathrm{Al}$ 自旋和宇称应由第 13 个质子的状态来决定。该质子的状态是 $1d_{5/2}$，所以 $^{27}_{13}\mathrm{Al}$ 的自旋为 5/2，宇称为正。再如 $^{67}_{30}\mathrm{Zn}$ 的自旋和宇称应由第 37 个中子的状态 $1f_{5/2}$ 来决定。所以，$^{67}_{30}\mathrm{Zn}$ 的自旋为 5/2，宇称为负。更多的例子列于表 8 — 4 中，并与实验值作了比较。

表 8-4　一些奇 A 核的基态自旋和宇称

核	奇核子状态	I^π		核	奇核子状态	I^π	
		理论值	实验值			理论值	实验值
$^{11}_{5}B_6$	$1p_{3/2}$	$\frac{3}{2}-$	$\frac{3}{2}-$	$^{35}_{17}Cl_{18}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{13}_{6}C_7$	$1p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$	$^{37}_{18}Ar_{19}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{15}_{7}N_8$	$1p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$	$^{39}_{19}K_{20}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{17}_{8}O_9$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{55}_{25}Mn_{30}$	$1f_{7/2}$	$\frac{7}{2}-$	$\frac{5}{2}-$
$^{19}_{9}F_{10}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{67}_{30}Zn_{37}$	$1f_{5/2}$	$\frac{5}{2}-$	$\frac{5}{2}-$
$^{19}_{10}Ne_9$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{87}_{38}Sr_{49}$	$1g_{9/2}$	$\frac{9}{2}+$	$\frac{9}{2}+$
$^{23}_{11}Na_{12}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{3}{2}+$	$^{95}_{42}Mo_{53}$	$2d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$
$^{25}_{12}Mg_{13}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{137}_{56}Ba_{81}$	$2d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$
$^{27}_{13}Al_{14}$	$1d_{5/2}$	$\frac{5}{2}+$	$\frac{5}{2}+$	$^{201}_{80}Hg_{121}$	$2f_{5/2}$	$\frac{5}{2}-$	$\frac{3}{2}-$
$^{29}_{14}Si_{15}$	$2s_{1/2}$	$\frac{1}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{207}_{82}Pb_{125}$	$3p_{1/2}$	$\frac{1}{2}-$	$\frac{1}{2}-$
$^{81}_{15}P_{16}$	$2s_{1/2}$	$\frac{1}{2}+$	$\frac{1}{2}+$	$^{209}_{82}Pb_{127}$	$2g_{9/2}$	$\frac{9}{2}+$	$\frac{9}{2}+$
$^{33}_{16}S_{17}$	$1d_{3/2}$	$\frac{3}{2}+$	$\frac{3}{2}+$	$^{209}_{83}Bi_{126}$	$1h_{9/2}$	$\frac{9}{2}-$	$\frac{9}{2}-$

根据单粒子模型来讨论奇*A*核的状态时，必须考虑对能效应对核子能级填充次序的影响。核子成对地填充能级时，要放出对能δ。理论和实验表明：对能δ的大小与能级的角动量*j*有关，*j*越大，δ也越大，因此，当相邻两能级1和2（假定能级1高于能级2）的对能之差（$\delta_1-\delta_2$）大于其能级间距ΔE时，核子填充能级的次序就会改变，即未考虑对能效应时的较低能级尚未填满，就去填入较高能级。显然，只有能级1的角动量j_1大子能级2的角动量j_2时，对能效应才有可能起作用。对能效应起作用时，最后一个奇核子不是处于角动量较大的能级，而是处于角动量较小的能级。

例如$^{75}_{33}As$, $^{79}_{35}Br$和$^{87}_{37}Rb$都是奇质子核，按图8－7的能级次序，它们的最后一个奇质子均应填在$1f_{5/2}$能级，所以自旋都是5/2，但实验值都是3/2。这可以由对能效应来解释。

$1f_{5/2}$ ——————

$2p_{3/2}$ ——————

$1f_{7/2}$ —————— 28

对能使成对的核子倾向于处在J较大的态上。

如果此时 $2p_{3/2}$ 和 $1f_{5/2}$ 俩相邻能级满足以下条件

$$2\Delta E > \delta_1 - \delta_2 > \Delta E \qquad (8.3-1)$$

则以上三个核的质子组态分别是 $(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^2$、$(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^4$ 和 $(2p_{3/2})^3(1f_{5/2})^6$，即最后一个单质子不是处在 $1f_{5/2}$ 能级，而是处在 $2p_{3/2}$ 能级，所以它们的自旋都应该是 3/2，这与实验相符。当两相邻能级的对能之差

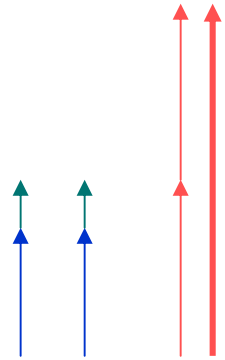
$$\delta_1 - \delta_2 > 2\Delta E \qquad (8.3-2)$$

时，对能效应的作用对奇核子状态产生的结果与满足（8.3－1）式的情况相同，只是成对核子所处的状态有所不同罢了。

在轻核范围内，${}^{19}_{9}F_{10}$，${}^{19}_{10}Ne_9$ 和 ${}^{23}_{11}Na_{12}$ 的理论值与实验值不符，这是因为这几个核有较大的形变，而基于球形对称场的壳模型对形变核的描写会遇到困难。其它一些情形的例外，一般都是自旋的实验值比理论值少 1。

应该指出，奇 A 核的自旋总是半整数，这是因为每个核子的角动量均为半整数，奇数个半整数不论怎样耦合总是给出半整数。

奇奇核的自旋和宇称由最后两个奇核子决定。关于这两个奇核子的角动量如何耦合成核的自旋，有以下两个规则：



（i）若最后两个奇核子的自旋与轨道角动量都是平行的，即

$$j_n = l_n + 1/2,\ \ j_p = l_p + 1/2$$

或者都是反平行，即

$$j_n = l_n - 1/2,\ \ j_p = l_p - 1/2$$

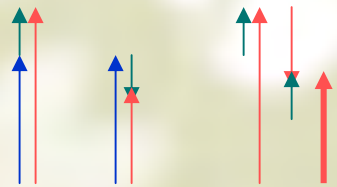
其中，角标n表示中子，p表示质子，则核的自旋I在多数情况下是

$$I = j_n + j_p \qquad (8.3-3)$$

但有不少例外，如$^{34}_{17}$Cl的自旋不是3而是零；$^{58}_{27}$Co自旋不是5而是2。

（ii）若最后两个奇核子中的一个核子的自旋与轨道角动量是平行的，另一个核子的自旋与轨道角动量是反平行的，即

$$j_n = l_n + 1/2,\ \ j_p = l_p - 1/2$$



或者

$$j_n = l_n - 1/2,\ \ j_p = l_p + 1/2$$

则核的自旋

$$I = |j_n - j_p| \qquad (8.3-4)$$

此规则也有例外，如^{40}K的自旋不是2而是4。

以上两个规则说明奇质子和奇中子间存在较强的自旋耦合。使这两个核子的自旋有平行的倾向。

奇奇核的宇称等于最后两个奇核子所处状态的宇称之积，即核的宇称：

$$\pi = (-1)^{l_n + l_p} \qquad (8.3-5)$$

质子和中子各自形成自己的壳层。但实验表明，两者之间并非完全没有相互干扰，不少奇 Z 元素的各个奇 A 同位素的原子核，其自旋值不是完全相同。例：^{123}I，^{125}I，^{127}I，^{129}I，^{131}I，和 ^{133}I，虽然它们的质子数都是 53，然而最后一个质子所处的状态却有差别，前三者的自旋为 5/2，后三者的自旋为 7/2。

综上所述；壳模型能正确地预言绝大多数核的基态自旋和宇称。这是它的最大成功之处。

2．同核异能素岛的解释

长寿命同核异能态的分布随核子数的变化具有一定的规律性，它们几乎都集中在紧靠 Z 或 N 等于 50，82，126 等幻数前面的区域，形成所谓同核异能素岛（见图 7—7）。

3．β衰变与壳模型的关系

实验指出，奇 A 核的β衰变的 $\log fT_{1/2}$ 值与壳模型预言的跃迁级次相当符合。

4．核的磁矩

按照壳模型，偶偶核的自旋为零，因此偶偶核的磁矩也为零。这与实验完全符合。

对于奇 A 核，自旋一般等于最后一个非成对核子的角动量，因此可以推测，奇 A 核的磁矩也应该等于最后一个核子的磁矩。

核内单个核子的磁矩 μ_j 一般为核子轨道运动的磁矩 μ_l 和核子自旋磁炬 μ_s 组成，即

$$\mu_j = \mu_l + \mu_s = g_l \mathbf{l} + g_s \mathbf{s} = g_j \mathbf{j} \qquad (8.3 - 6)$$

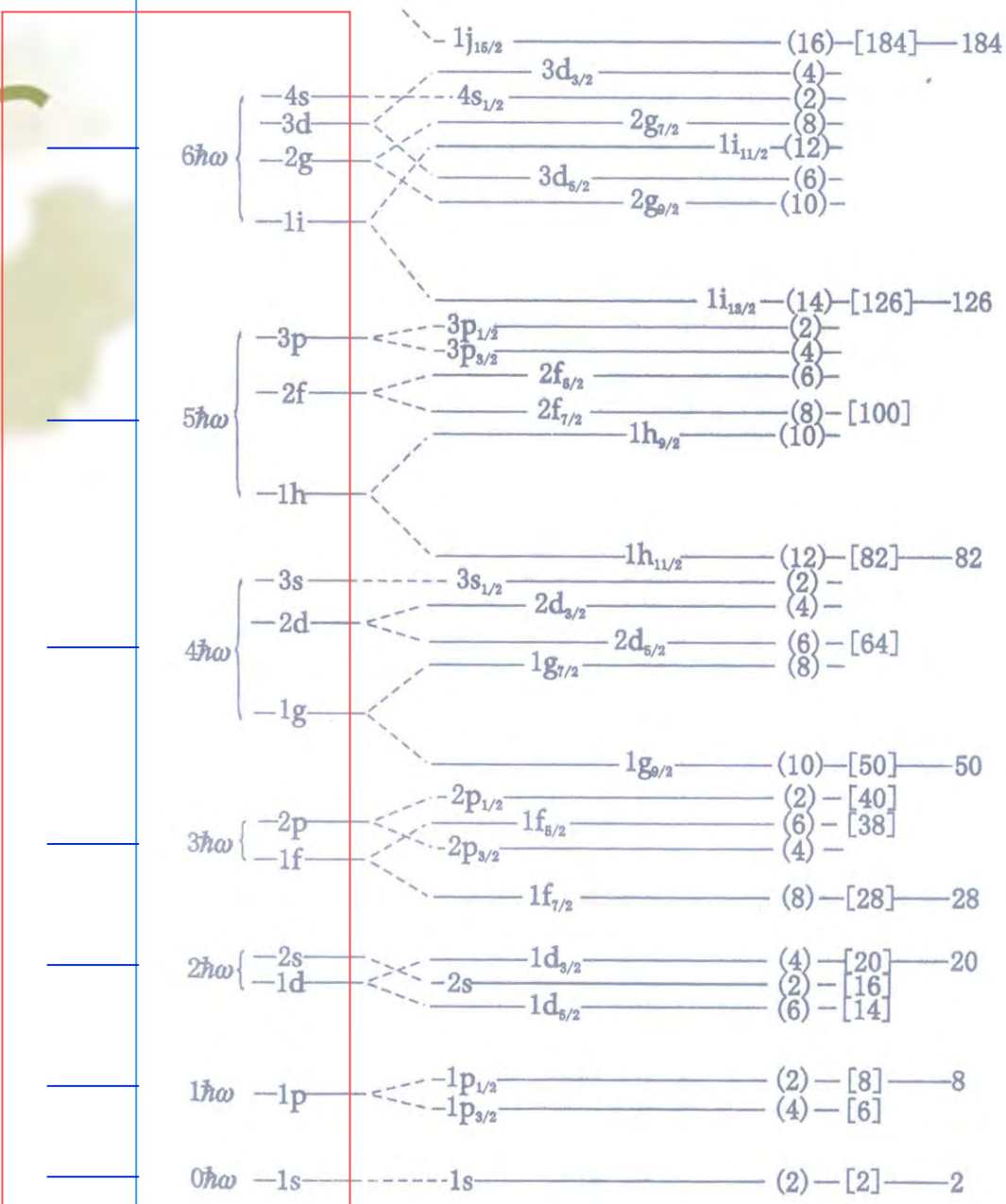


图 8-7　考虑自旋-轨道耦合后的核子能级(参见[13]58 页)

l, s 和 j 分别为核子轨道运动角动量、自旋和总角动量，g_l，g_s，和 g_j 分别为相应的 g 因数；磁矩以核磁子 μ_N 为单位，角动量以 $\hbar$ 为单位。

用 j 点乘（8.3—6）式，得

$$g_j \, \mathrm{j} \cdot \mathrm{j} = g_l \, \mathrm{l} \cdot \mathrm{j} + g_s \mathrm{s} \cdot \mathrm{j} \qquad (8.3 - 7)$$

由于

$$\mathrm{j} \cdot \mathrm{j} = j(j+1)$$

$$\mathrm{l} \cdot \mathrm{j} = (j^2 + l^2 - s^2)/2$$

$$= [j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)]/2$$

$$\mathrm{s} \cdot \mathrm{j} = (j^2 + s^2 - l^2)/2$$

$$= [j(j+1) s(s+1) - l(l+1)]/2$$

代入（8.3—7）式并用（j 十 1）除等式两端，得

$$g_j j = g_l \frac{j(j+1) + l(l+1) - s(s+1)}{2(j+1)} + g_s \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2(j+1)} \qquad (8.3-8)$$

注意，此式左边 $g_j j$ 是角动量为 j 的一个核子的磁矩 μ_j，所以奇 A 核的磁矩 μ_I 可用

$$\mu_I = \begin{cases} g_l(I - \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} g_s, & \text{当} I = j = l + \frac{1}{2} \text{时} \\ \frac{I}{I+1}[g_l(I + \frac{3}{2}) - \frac{1}{2} g_s], & \text{当} I = j = l - \frac{1}{2} \text{时} \end{cases} \qquad (.8.3-9)$$

（8.3—8）式右边计算，得以下表达式：

所以对于奇 N 偶 Z 核，因中子的 $g_l = 0$，$g_s = -3.82$，则

$$\mu_I = \begin{cases} -1.91, & \text{当} j = l + \frac{1}{2} \text{时} \\ 1.91 \frac{I}{I+1}, & \text{当} j = l - \frac{1}{2} \text{时} \end{cases} \qquad (8.3-10)$$

对于奇 **Z** 偶 **N** 核，因质子的 $g_l = 1$，$g_s = 5.58$，则

$$\mu_I = \begin{cases} I + 2.29 & \text{当} j = l + \frac{1}{2} \text{时} \\ I - 2.29\dfrac{I}{I+1} & \text{当} j = l - \frac{1}{2} \text{时} \end{cases} \qquad (8.3-11)$$

施密特（Schmidt）线，

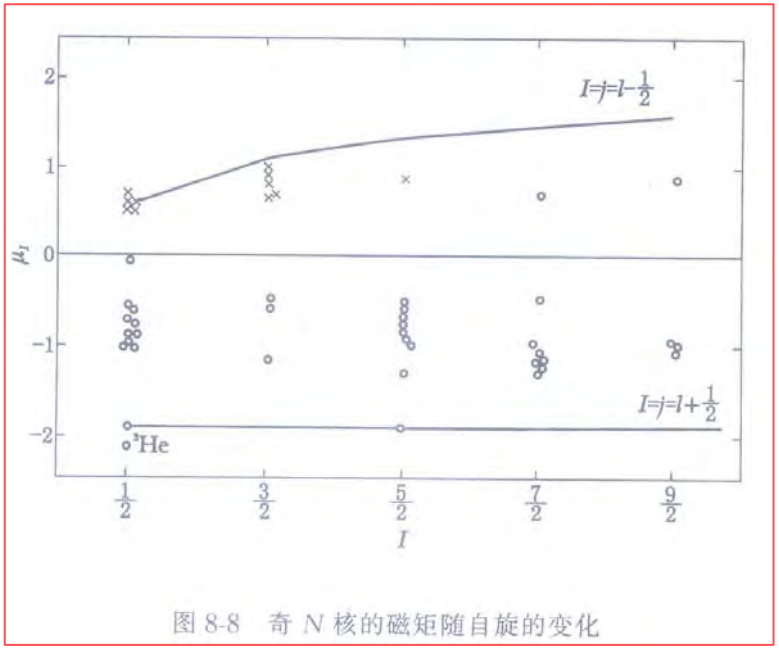


图 8-8　奇 N 核的磁矩随自旋的变化

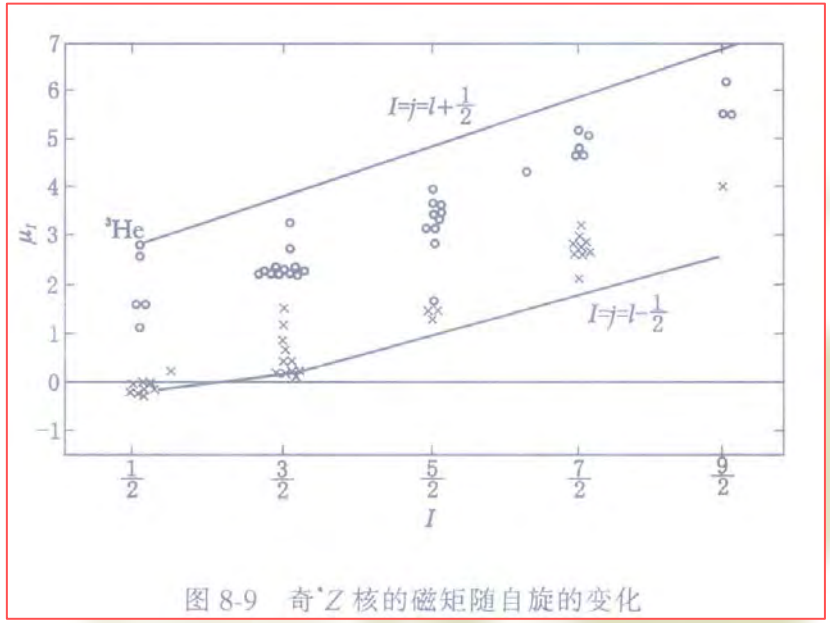


图 8-9　奇 Z 核的磁矩随自旋的变化

5. 核的电四极矩

根据壳模型，电四极矩是由未填满壳层的少数质子贡献的，并可定量地计算其大小。

当奇Z偶N核的满壳层外有p个质子处于角动量为j的能级上时，计算给出

$$Q = -\langle r^2 \rangle \frac{2j-1}{2(j+1)}\left[1-\frac{2(p-1)}{2j-1}\right]$$

其中$\langle r^2 \rangle$为径向波函数R_{nl}的平均值。可见当$p < (2j + 1)/2$时，即外层质子数少于该层能填充粒子数的一半时，电四极矩具有负值；当$p > (2j + 1)/2$时，Q为正。因此，对质子数为幻数加1的奇A核，Q为负；对幻数减1的奇A核，Q为正。这个结论与实验相符。

但简单的壳模型对电四极矩的预言，除对幻数附近的原子核有较好的符合以外，实验与理论有严重分歧。计算表明，实验测得的 Q 值比理论值大得多，甚至高达 20 倍以上，并且奇中子核的电四极矩也不小。这说明，对于这些原子核的电四极炬，不象壳模型预言的那样，只是少数核子的贡献，而应该考虑大量核子的集体效应。

6. γ跃迁概率

基于壳模型得出的γ跃迁概率公式可以定性地用来判别跃迁的多极性，但在定量上一般不相符合

总结上面的讨论：

（1） 核内存在一个平均场，核子在这平均场中的独立运动有一定意义，且其运动有很强的自旋一轨道耦合。

（2） 壳模型用于确定核基态的自旋和宇称相当成功。

（3）对于原子核的其它性质，壳模型应用于幻数附近相当成功；对远离幻数的原子核（也叫远离满壳层的原子核），遇到了不少困难。

Nuclear mean field

$$H = \sum_{i=1}^{A} \frac{\vec{p}_i}{2m_i} + \sum_{i<j=1}^{A} V(\vec{r}_{\mathrm{i}}, \vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{j}})$$

A – independent nuclear Hamiltonian

$$H_0 = \sum_{i=1}^{A} \left(\frac{\vec{p}_i}{2m_i} + \mathrm{U}(|\vec{r}_{\mathrm{i}}|) \right) = \sum_{i=1}^{A} h_0(\mathrm{i})$$

if $h_0(\mathrm{i})\varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}) = \varepsilon_{\mathrm{i}}\varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}) \qquad i = n_i, l_i, j_i, m_i$

then(no antisymmetrization)

$$\psi_{1,2.....A}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, ..., \vec{r}_A) = \prod_{i=1}^{A} \varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}_i)$$

$$H_0\psi = E_0\psi \qquad E_0 = \sum_{i=1}^{A} \varepsilon_{\mathrm{i}}$$

Heyde， P. 253: Hartree-Fock a tutorial

$$U(\vec{r}) = \int \rho(\vec{r}\,')V(\vec{r},\vec{r}')\mathrm{d}\vec{r}\,' = \sum_{b\in F}\int \varphi_b^*(\vec{r}')V(\vec{r},\vec{r}')\varphi_b(\vec{r}')\mathrm{d}\vec{r}\,'$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m_i}\Delta\varphi_i(\vec{r}) + \sum_{b\in F}\int \varphi_b^*(\vec{r}')V(\vec{r},\vec{r}')\varphi_b(\vec{r}')\varphi_i(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}\,' = \varepsilon_i\varphi_i(\vec{r})$$

$$i = 1, 2, ..., A, A+1, ...$$

antisymmetrization

$$\varphi_b(\vec{r}')\varphi_i(\vec{r}) \to [\varphi_b(\vec{r}')\varphi_i(\vec{r}) - \varphi_b(\vec{r})\varphi_i(\vec{r}\,')]$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m_i}\Delta\varphi_i(\vec{r}) + \sum_{b\in F}\int \varphi_b^*(\vec{r}')V(\vec{r},\vec{r}')\varphi_b(\vec{r}')\varphi_i(\vec{r})\mathrm{d}\vec{r}\,'$$

$$-\sum_{b\in F}\int \varphi_b^*(\vec{r}')V(\vec{r},\vec{r}')\varphi_b(\vec{r})\varphi_i(\vec{r}\,')\mathrm{d}\vec{r}\,' = \varepsilon_i\varphi_i(\vec{r})$$

using the notation

$$U_{\mathrm{H}}(\vec{r}) \equiv \sum_{b \in F} \int \varphi_{\mathrm{b}}^{*}(\vec{\mathrm{r}}') V(\vec{r}, \vec{r}') \varphi_{\mathrm{b}}(\vec{\mathrm{r}}') \mathrm{d}\vec{r}\,'$$

$$U_{\mathrm{F}}(\vec{r}, \vec{r}\,') \equiv \sum_{b \in F} \int \varphi_{\mathrm{b}}^{*}(\vec{r}\,') V(\vec{r}, \vec{r}') \varphi_{\mathrm{b}}(\vec{r}) \mathrm{d}\vec{r}\,'$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m_i} \Delta \varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}) + U_{\mathrm{H}}(\vec{r}) \varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}) - \int U_{\mathrm{F}}(\vec{r}, \vec{r}\,') \varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r}\,')$$

$$= \varepsilon_{\mathrm{i}} \varphi_{\mathrm{i}}(\vec{r})$$

3.2. First example: ab initio quantum Monte Carlo calculations for nuclei with A ≤ 12

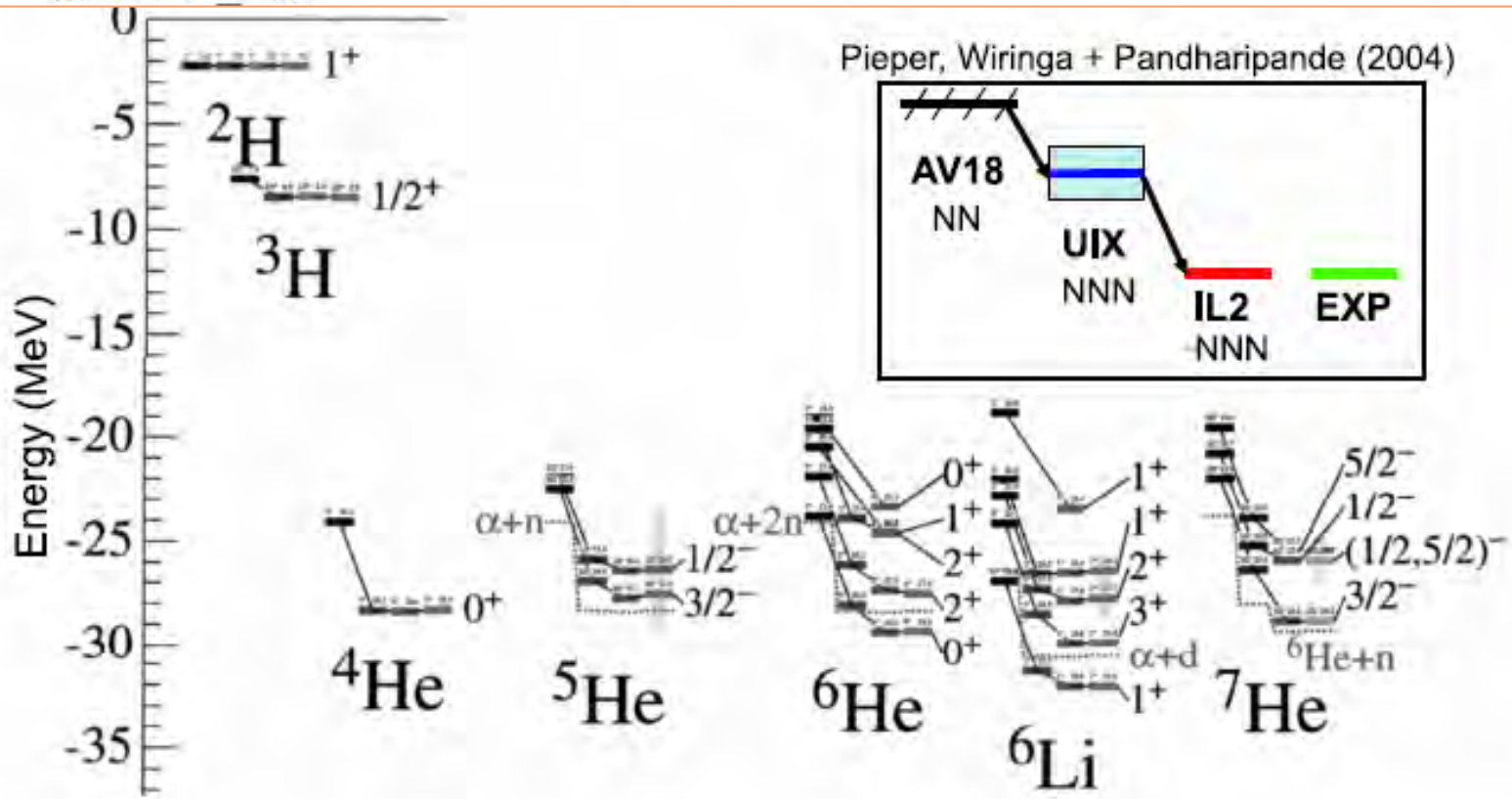


Figure 8. Nuclear binding energies and energy levels for light nuclei. The right-most bars denote experimental energies compared with results from GFMC calculations using the Argonne NN potential (AV18) and AV18 plus the Urbana - IX or the Illinois - 2 NNN potentials indicated by the three bars left to the experimental energies, respectively. The importance of three-body forces is evident. (This figure is part of a larger poster printed for me kindly by S. C. Pieper [20] on March 11, 2004.)

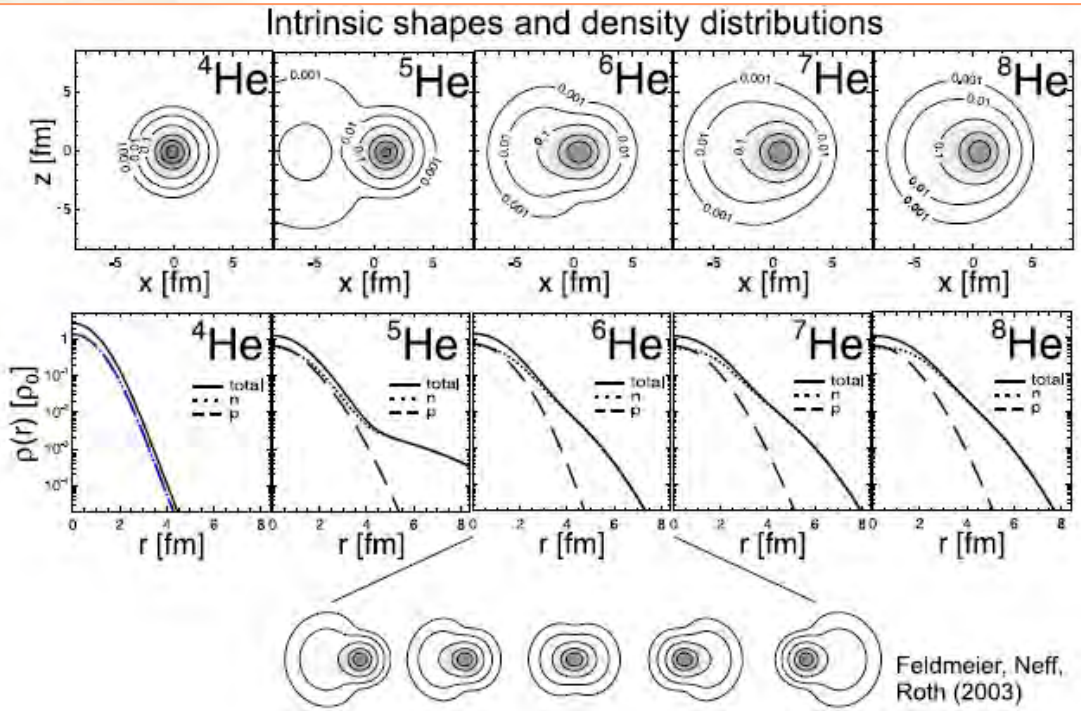
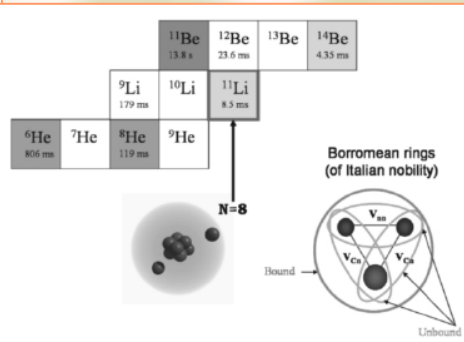


Figure 12. For the isotopes ^{4}He, ^{5}He, ^{6}He, ^{7}He, and ^{8}He intrinsic shapes are shown in the upper part and the corresponding neutron, proton and total densities as a function of radius in the lower part. For the ^{6}He nucleus the superposition of the zero-point motion of paired neutrons indicated at the bottom of the figure is essential in explaining the Borromean behavior of this halo nucleus (from [29]).



§ 8.4 集体模型的概念

1. 集体运动的实验根据

实验上发现偶偶核的低激发能级规律有三类。一类是在双幻核附近，它们可用壳模型来解释，是由单核子激发产生的。简称为粒子能级。

第二类能级发现于离双幻核稍远的原子核（$60<A<150$，$190<A<220$），其低激发能级之间的距离大致相等，与谐振子能级的特点相符。。

第三类能级发现于远离双幻核的原子核（$150<A<190$，$A>220$）。这类能级的自旋依次是0，2，4，6，…，能量之比E_2：E_4：E_6 ：…=3，10：21：…，与双原子分子的转动能级规律相符。对于双原子分子，其转动能级的能量E_I与其角动量I之间有以下关系：

$$E_I \propto I(I+1)$$

这表明第三类能级是由原子核转动产生的，简称为转动能级。

以上事实说明原子核的运动形式，除了单粒子运动外，还存在振动运动和转动运动等集体运动。

65% for one page

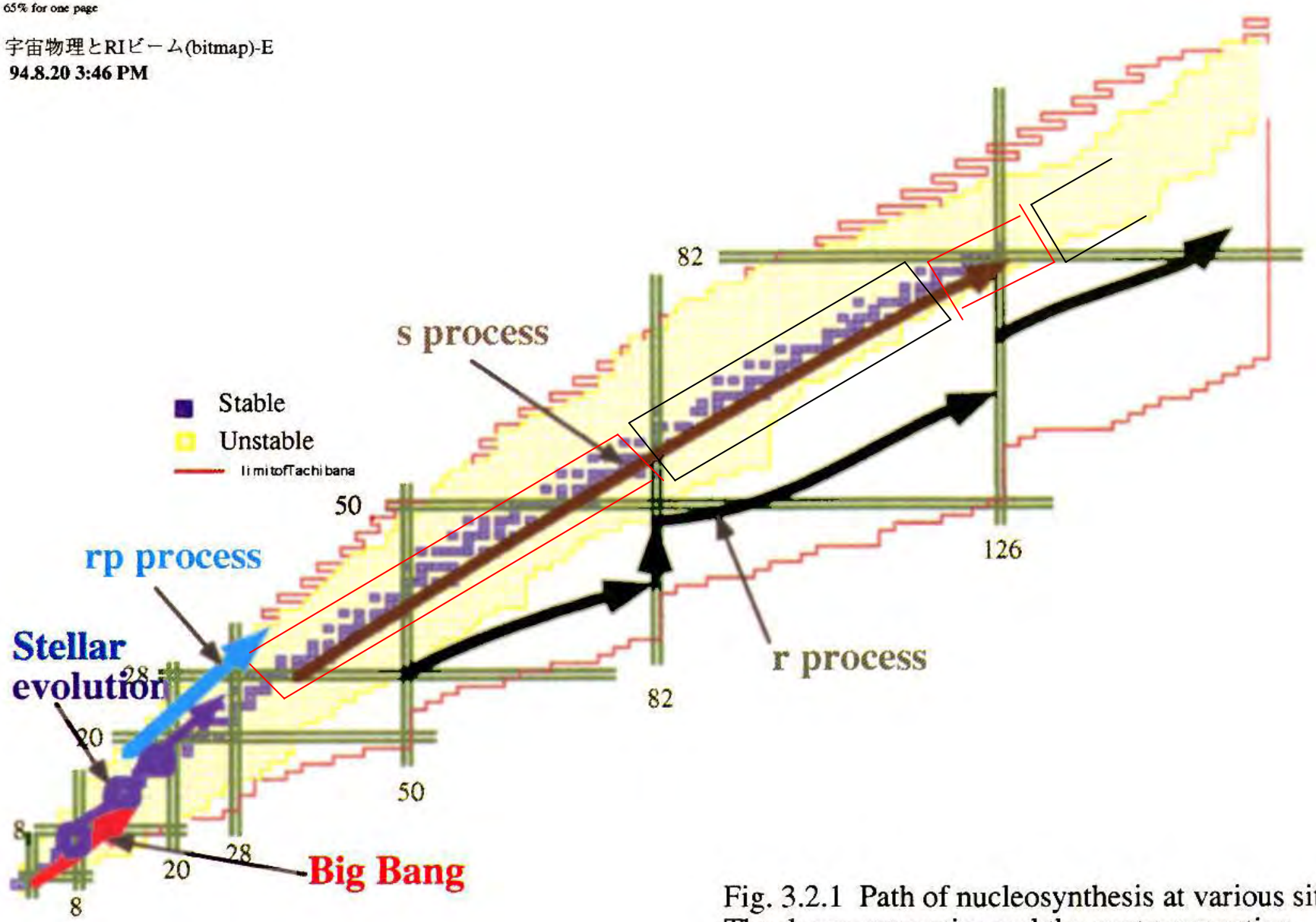


Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

2．集体运动的理论分析——集体模型

集体模型的基础是壳模型，它保留了壳模型的基本概念，即认为核子在平均核场中独立运动并形成壳层结构。但它对壳模型作了重要补充，认为原子核可以发生形变（指球形变为非球形），并产生转动和振动等集体运动。

原子核的平衡形状依赖于以下两种作用相互竞争的结果：（i）外围核子对核心的极化作用；（ii）核心保持球形的作用。

原子核的转动概念既不同于刚体的转动，也不同于流体的转动。

原子核的转动是指原子核势场空间取向的变化。对于球形核，它的势场是球对称的，没有特定的方向，所以球形核无集体转动可言的。同理，形状为轴对称的原子核绕对称轴的集体转动也是没有意义的。

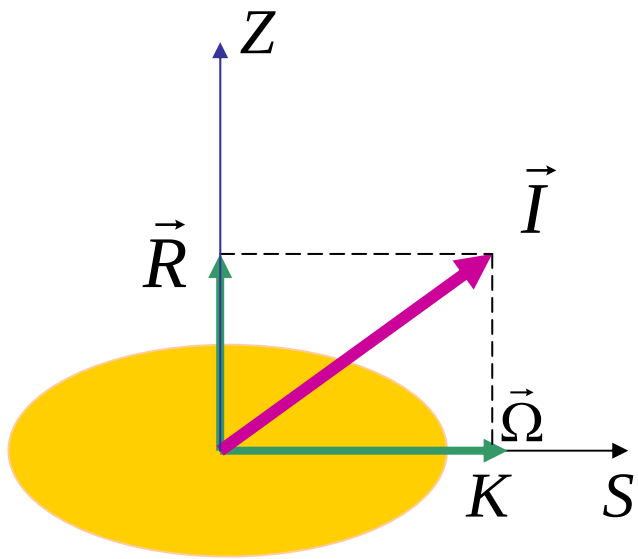
原子核的振动是指原子核在平衡形状附近作振荡。假定核物质是不可压缩的，则在振动过程中核的体积保持不变，因而原子核的振动一般都是体积不变而形状变化的表面振动。

综合模型：原子核一方面在做集体运动，另一方面核内核子又在各自的轨道上独立运动。由于原子核可以发生形变，则平均核场不一定是球对称的；又由于原子核在集体运动，则核场不是静止而是变动的。因此，单个核子是在变动的核场中运动，它可以受集体运动的影响；反过来，单个核子的运动又会影响集体运动。这样，几种运动互相影响，情况是十分复杂的。然而，原子核集体运动的周期一般要比核内单个核子运动的周期长得多；换句话说，单粒子运动要比集体运动快得多。这种近似地把单粒子运动和集体运动分开考虑的方法，叫做“绝热近似”。

§ 8.5 转动能级和振动能级

1. 转动能级

$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{j} = \vec{R} + \vec{\Omega}$$



(1) 偶偶核， *j*=0

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Im} I(I+1)$$

$$I^{\pi} = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, \ldots$$

$$E_2 : E_4 : E_6 : E_8 \ldots = 1 : \frac{10}{3} : 7 : 12 \ldots$$

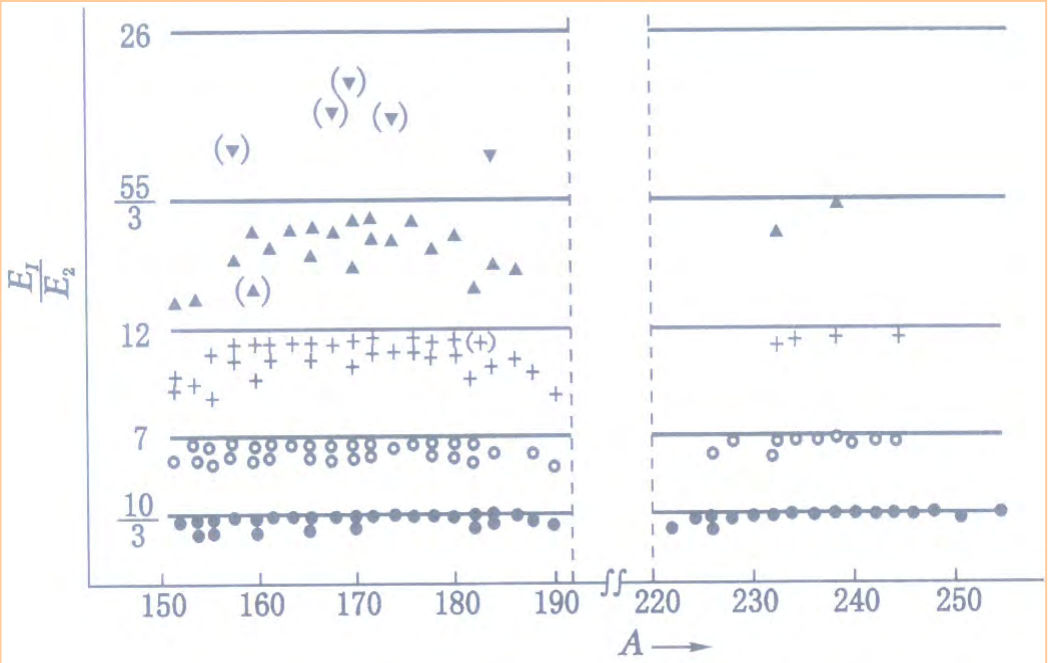


图 8-17　偶偶核转动能级的能量比值(参见[11]650 页)

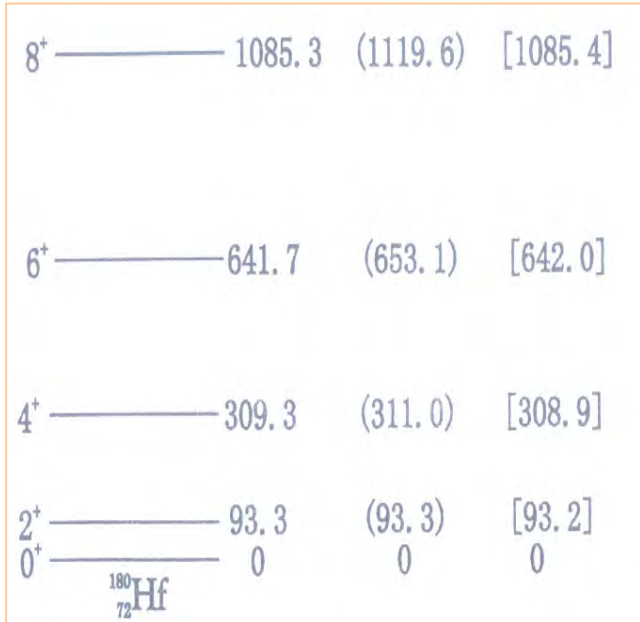


图 8-18　$^{180}_{72}$Hf 的转动能级

修正：

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Im} I(I+1) - BI^2(I+1)^2 \qquad (8.5-3)$$

（2）奇A核

$$\vec{I} = \vec{R} + \vec{j}$$

守恒量：（I^2, I_3）=（I^2, K）

I=K, K+1, K+2, …

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Im}[I(I+1) - K(K+1)] \qquad (K > \frac{1}{2} \text{ 时}) \qquad (8.5-4)$$

E_{K+1}:E_{K+2}:E_{K+3}:…

＝（2K＋2）:（4K＋6）:（6K＋12）: …

＝（K＋1）:（2K＋3）:（3K＋6）: …

$$E_I = \frac{\hbar^2}{2\Im}[I(I+1) - \frac{3}{4} + a + a(-1)^{I+\frac{1}{2}}(I+\frac{1}{2})] \qquad (K = \frac{1}{2}) \qquad (8.5-5)$$

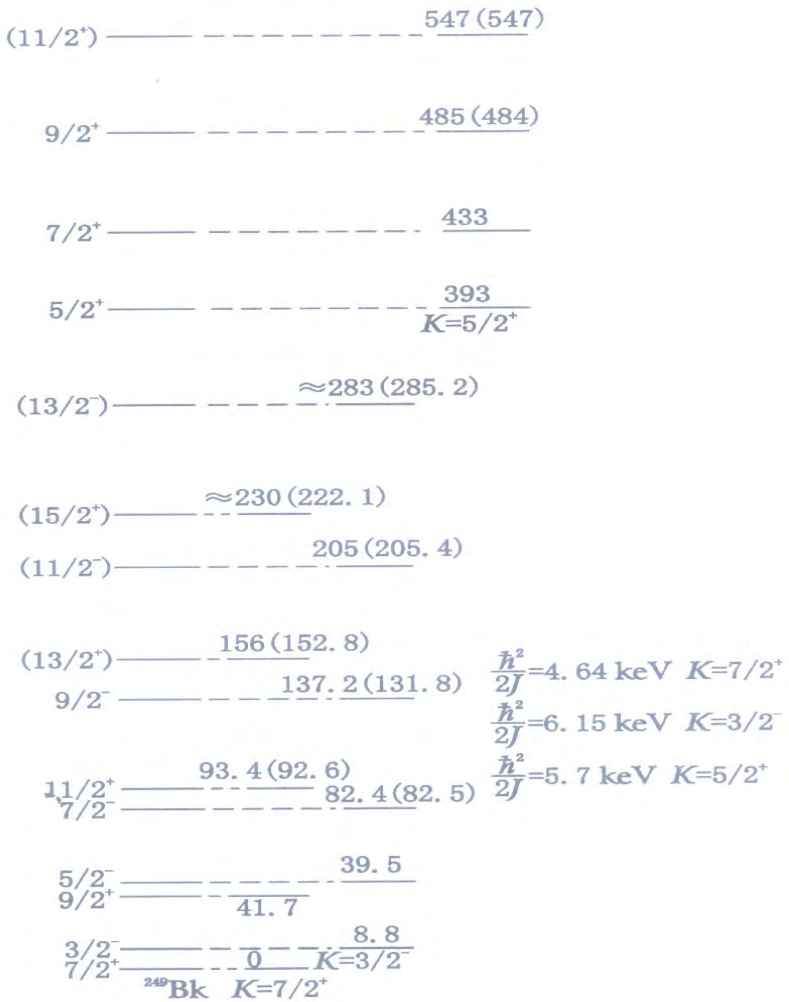


图 8-19 ^{249}Bk 的能级

[引自 Asaro et al., Proc. Int. Conf. Nucl Structure, Kingston 1960, p. 547]

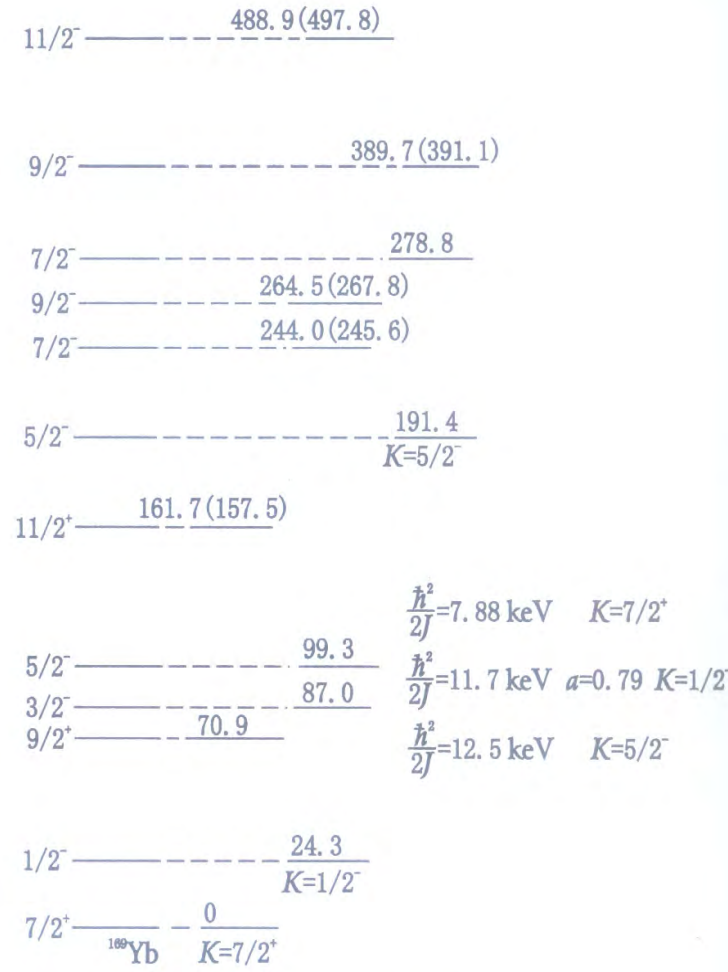


图 8-20 ^{169}Yb 的能级

[引自 Harmatz et al., Phys. Rev., 114, 1082(1959)和 R. G. Wilson et al., Phys. Rev., 120, 1843(1960)]

2. 描写原子核形变的参量

假定核物质是不可压缩的，在形变中体积保持不变，任何形变原子核的表面在球坐标中的表示式 $R(\theta,\varphi)$，通常可用球谐函数的展开来表示：

$$R(\theta,\varphi) = R_0\,[\,1 + \sum_{\lambda\mu}\alpha_{\lambda\mu}Y_{\lambda\mu}(\theta,\varphi)\,]$$

式中 R_0 近似为同体积的球形核的半径；$\alpha_{\lambda\mu}$表示形变的振幅；$\lambda=2$ 为四极形变，$\lambda=3$ 为八极形变，•••。$\lambda=1$ 相当于质心的移动，形状并不改变，所以不予考虑。研究表明：$\lambda=2$ 的形变最为重要；$\lambda\geq3$ 的形变只在重核中才可能出现。下面我们讨论$\lambda=2$ 的情形，此时(8.5－6)式为

$$R(\theta,\varphi) = R_0[1+\sum_{\mu=-2}^{2}\alpha_\mu Y_{2\mu}(\theta,\varphi)] \qquad (8.5-7)$$

若原子核的形状为一椭球，假设它的三个轴与直角坐标系的 x, y, z 轴重合。由椭球的对称性知，$R(\theta,\varphi)=R(\pi-\theta,\varphi)=R(\theta,-\varphi)$，则$\alpha_1=\alpha_{-1}=0$, $\alpha_2=\alpha_{-2}$ 。 于是(8.5－7)式成为

$$R(\theta,\varphi) = R_0\,[\,1 + \alpha_0Y_{20}(\theta,\varphi) + \alpha_2Y_{22}(\theta,\varphi) + \alpha_2Y_{2-2}(\theta,\varphi)\,]$$

可见，一般用两个参量（α_0, α_2）可描述原子核的形变。通常不用α_0 和α_2，而用β和γ。它们之间的关系如下：

$$\begin{cases}\alpha_0 = \beta\cos\gamma \\ \alpha_2 = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\beta\sin\gamma\end{cases} \qquad (8.5-9)$$

利用(8.5 一 8)和(8.5－9)式，可以求得椭球的三个轴长与同体积球半径的偏离大小如下：

$$\begin{cases} \delta R_x = R_x - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos(\gamma - \dfrac{2}{3}\pi) \\ \delta R_y = R_y - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos(\gamma - \dfrac{4}{3}\pi) \\ \delta R_z = R_z - R_0 = \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta R_0 \cos\gamma \end{cases} \qquad (8.5-10)$$

根据(8.5 一 10)式，当γ＝0 时，

$$\begin{cases} R_x = R_y = R_0(1 - \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta) \\ R_z = R_0(1 + \sqrt{\dfrac{5}{4\pi}}\beta) \end{cases} \qquad (8.5-11)$$

可见，此时椭球成为旋转椭球，其对称轴是 z。$\beta > 0$ 为长椭球，$\beta < 0$ 为扁椭球，β越大轴对称形变越大。所以，β是表征原子核 轴对称形变的参量。

$\gamma = \pi/3$ 时，$R_x = R_z$，此时也是旋转椭球，对称轴是 y；当 $0 < \gamma < \pi/3$ 时，椭球没有轴对称；$\gamma = \pi/6$ 时，偏离轴对称程度最大。所以，γ是表征形变核偏离轴对称程度的参量。

ε定义为对称轴半径与同体积球半径 R_0 之差值被 R_0 除。则由（8.5 一 11）式，得

$$\varepsilon = \frac{R_z - R_0}{R_0} = \sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta = 0.631\beta \qquad (8.5-12)$$

δ定义为对称轴半径与非对称轴半径之差值被同体积球半径

$$\delta = \frac{R_z - R_x}{R_0} = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{5}{4\pi}}\beta = 0.946\beta \qquad (8.5-13)$$

R_0除。则由(8.5 一 11)式，得

ε与δ之间的关系为 $\varepsilon = \frac{2}{3}\delta$ 。

3．振动能级

振动的量子化处理。

$E = (N + 5/2)\hbar\omega \quad N = 0, 1, 2, 3, \cdots$

振动能级

Heyde P. 342

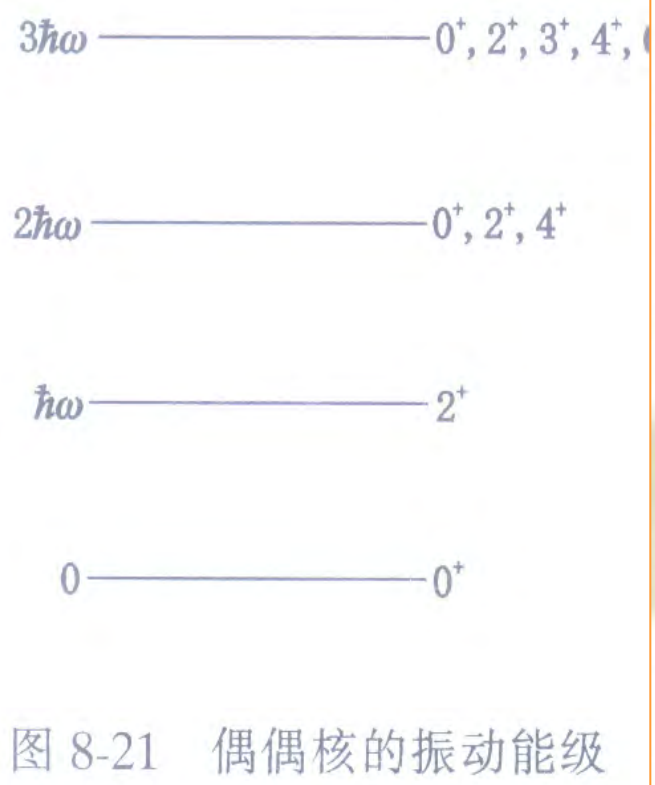


图 8-21　偶偶核的振动能级

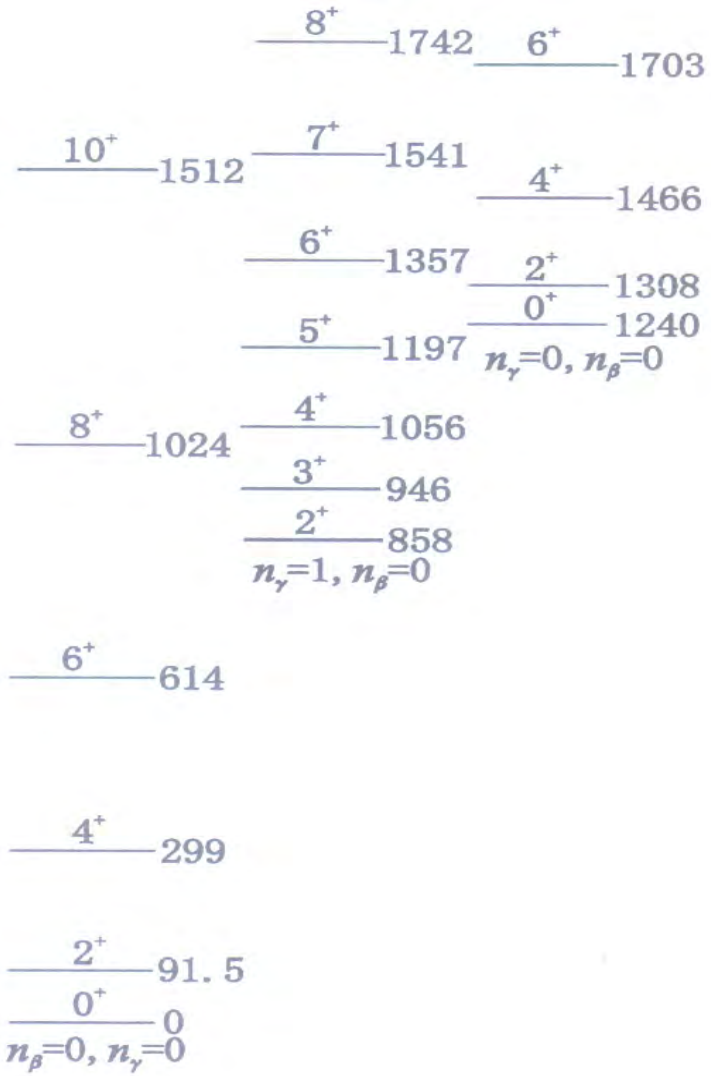


图 8-23 $^{164}_{68}$Er 的能级

（参见[12]378 页）

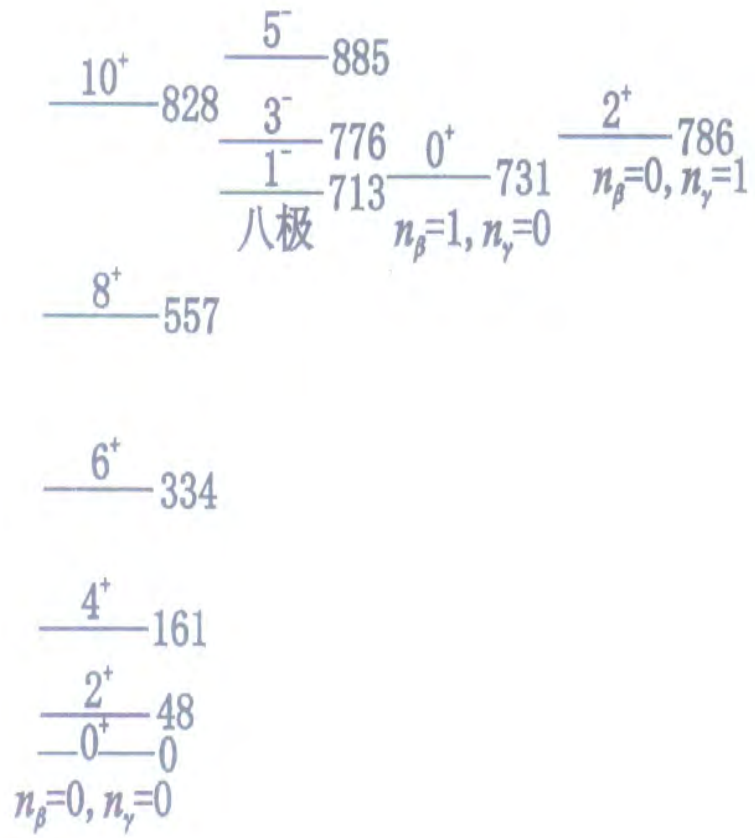


图 8-24 $^{232}_{92}$U 的能级

[引自 W. Else et al., Nucl. Phys., A187,545(1972)]

§ 8.6 变形核的基态性质

Nilsson势

$$H = p^2/2 + (m/2)[\omega^2(x^2+y^2) + \omega_z^2 z^2] + C\,\mathbf{l}\cdot\mathbf{s} + D\mathbf{l}^2 \quad (8.6-1)$$

其中谐振子频率与形变参量δ有关：

$$\omega^2 = \omega_0^2\,(1 + 2\delta/3)$$

$$\omega_z^2 = \omega_0^2\,(1 - 4\delta/3)$$

变形核的磁矩和电四极矩（略）

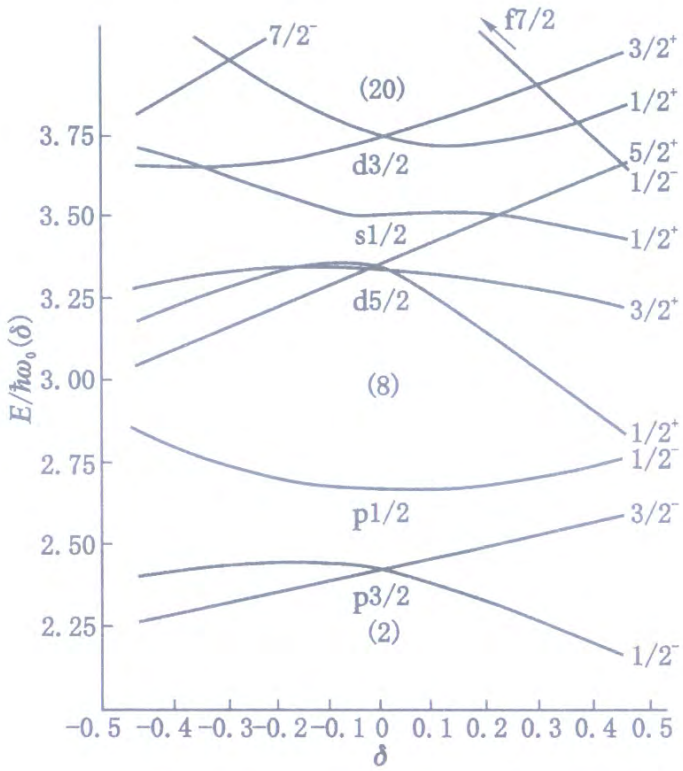


图 8-25　尼尔逊能级图

[引自 B. R. Mottelson ad S. G. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 1, No. 8(1959)]

§ 8.7 原子核的高自旋态与超形变

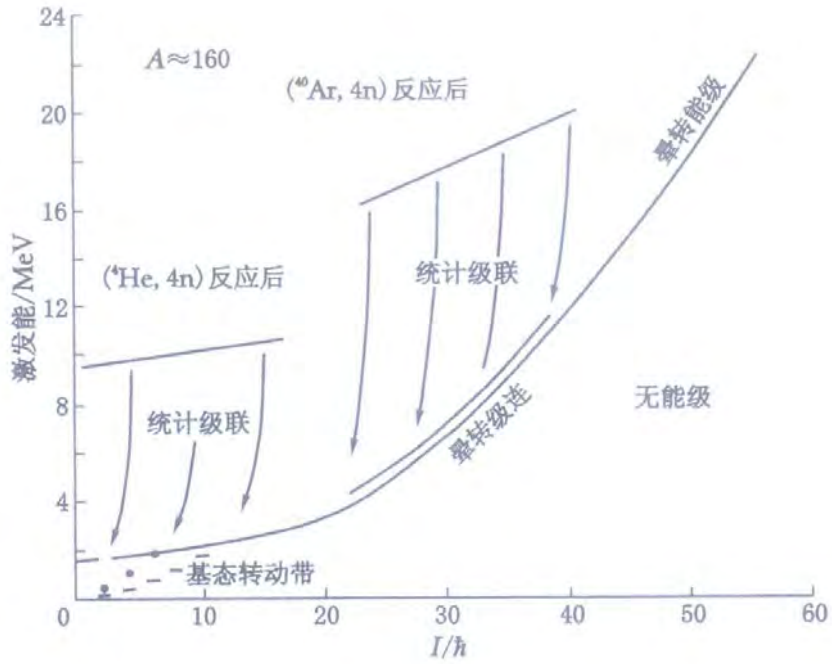


图 8-26　用(^{40}Ar,4n)反应在 $A\approx160$ 附近形成的激发态及其衰变过程

[引自 J. O. Newton et al., Nucl. Phys. A141,631(1970).]

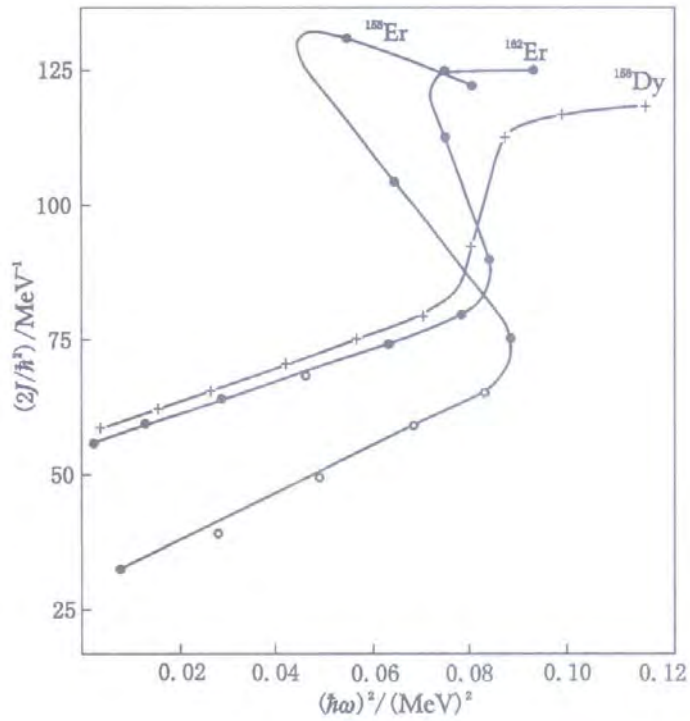
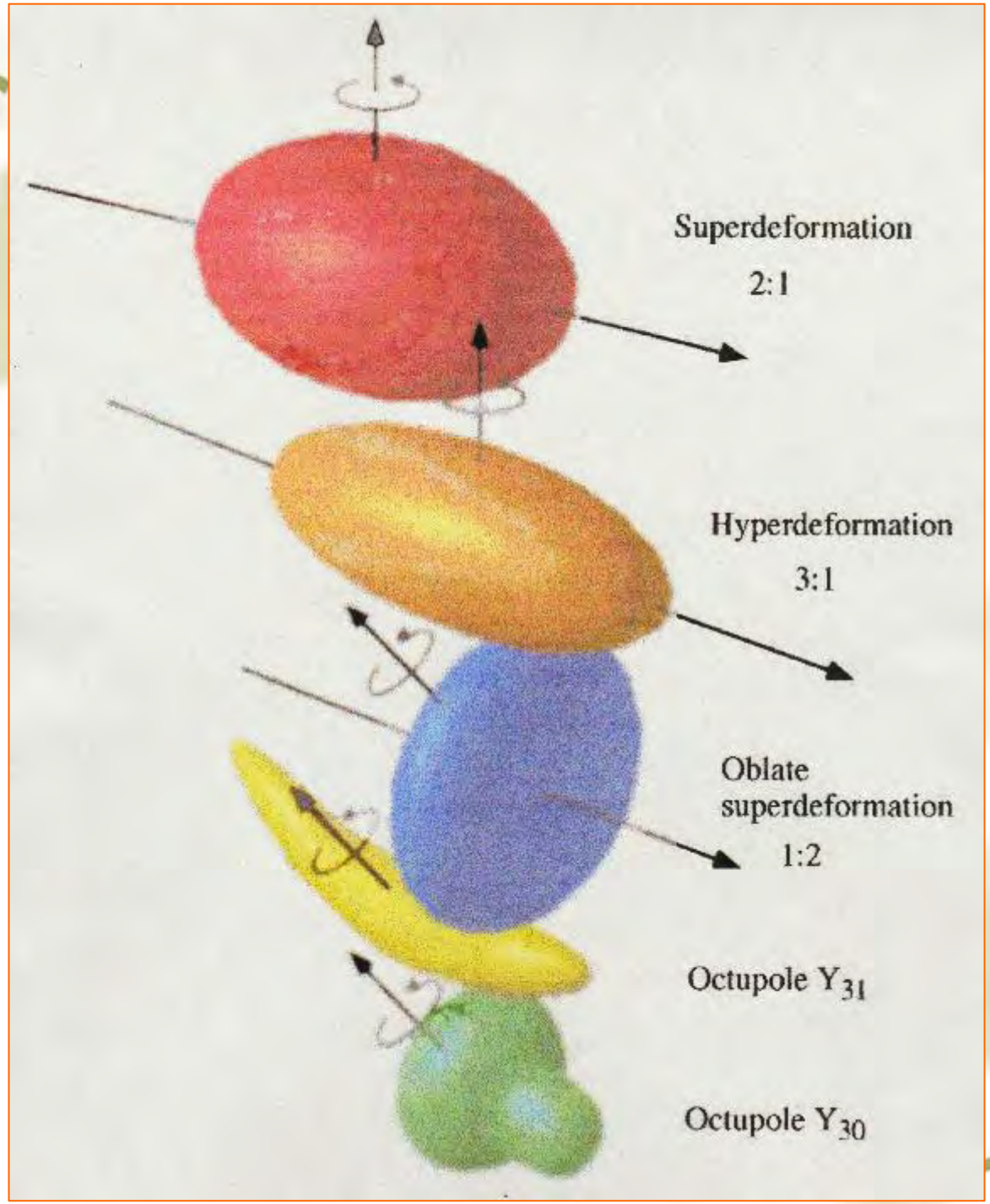


图 8-27　变形核高自旋态中的回弯现象

[引自 J. H. Hamilton et al., Phys. Today,26,4,42(1973).]


Superdeformation
2:1
Hyperdeformation
3:1
Oblate
superdeformation
1:2
Octupole Y_{31}
Octupole Y_{30}

§ 8.8 原子核的非核子自由度

涉及到原子核结构的介子和夸克自由度，可视为是传统核物理与粒子物理的交叉。

1. 电子散射与 EMC 效应

按至今为止的认识，电子仍然是一个点粒子，而且电磁相互作用可以在量子电动力学的框架下精确计算。因此，用电子作为微观体系的探针有特别的优越性。

如果将原子核视为带 Ze 电荷的点粒子，可得电子在点电荷上的卢瑟福散射截面：

$$(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\text{Rutherford}} = \frac{(Ze^2)^2}{(4\pi\varepsilon_0)^2 4E^2 \sin^4(\frac{\theta}{2})} \qquad (8.8-1)$$

在考虑到自旋的作用后，应修正为窦特(Mott)截面：

$$(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\text{Mott}} = (\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\text{Rutherford}} (1-\beta^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})) \qquad (8.8-2)$$

其中β＝v/c。由于原子核并不是点粒子，它的电荷有一定的空间分布，实验测得的截面应为：

$$(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\text{exp}} = (\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\text{Mott}} \cdot |F(q^2)|^2 \qquad (8.8-3)$$

其中 $q = 2p\sin(\theta/2)$ 是动量转移，$F(q)$ 称为形状因子。可以证明在一级近似下，$F(q)$ 就是原子核的电荷分布 $f(r)$ 的富里叶变换：

$$F(q^2) = \int e^{iq.r/\hbar} f(r)\mathrm{d}^3 r \qquad (8.8-4)$$

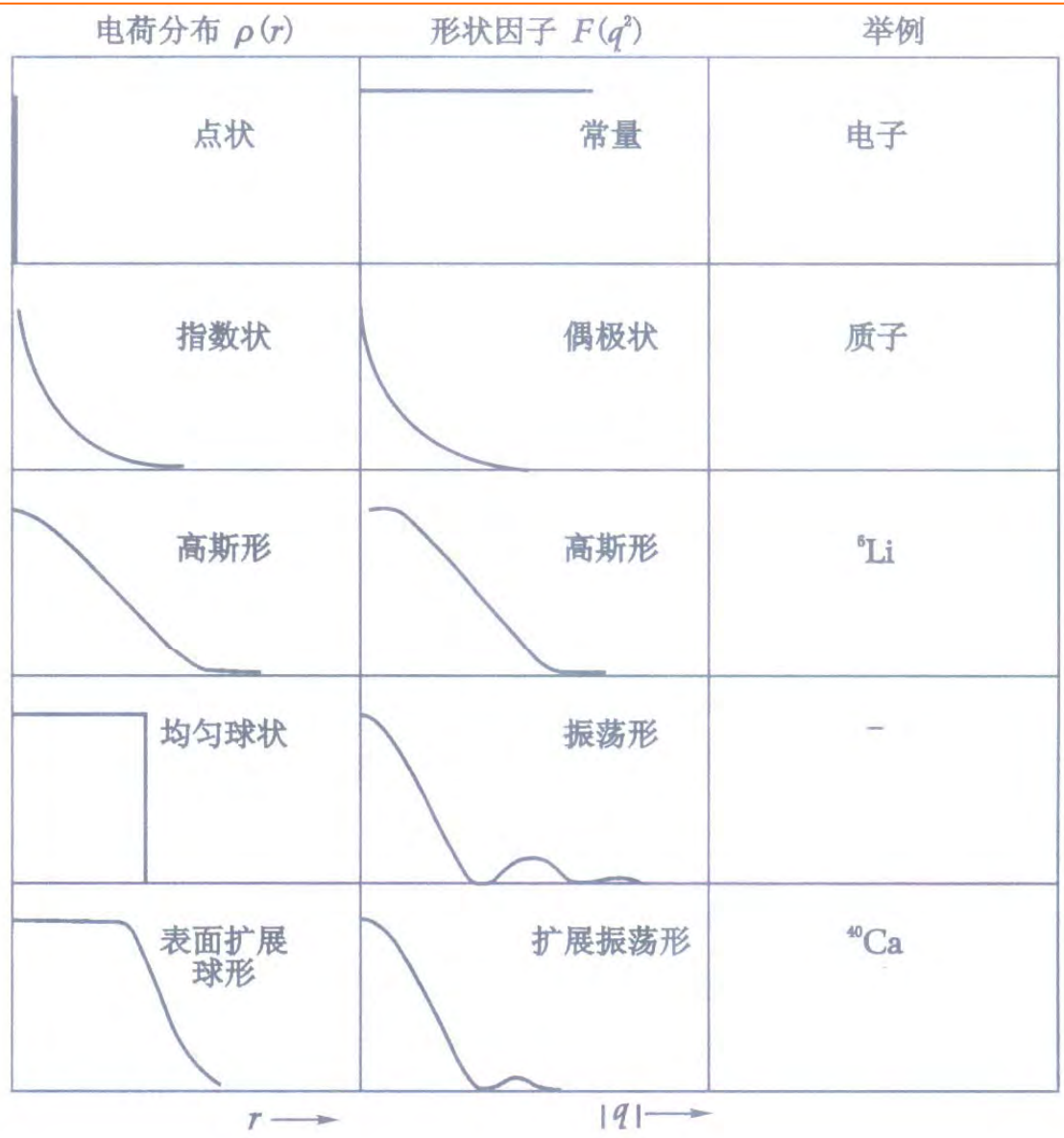


图 8-28　在玻恩近似下电荷的空间分布与形状因子间的关系[①]

由实验测量得到 $F(q)$，就可以通过富里叶逆变换确定核的电荷分布。这样的实验要求电子的波长小于核的尺度，一般需要几百 MeV 以上。当电子能量达到 1GeV 以上，即波长远小于 1fm 时，通过散射可以“看” 到核子内部的电荷分布。这时，除了电子电荷与核电荷之间的电作用之外，还必须考虑电子流与核子磁矩间的磁相互作用。这时，散射截面可以表达为：

$$(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\exp}=(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\mathrm{Mott}}[\frac{(G_{\mathrm{E}}{}^{2}(Q^{2})+\tau G_{\mathrm{M}}{}^{2}(Q^{2})}{1+\tau}+2\tau G_{\mathrm{M}}{}^{2}(Q^{2})\tan^{2}(\frac{\theta}{2})] \qquad (8.8-5)$$

这儿，Q 是四维动量转移，$G_E(Q^2)$ 和 $G_M(Q^2)$ 是电形状因子和磁形状因子。$\tau=q^2/(4M^2c^2)$，其中 M 是核子的质量。从电、磁形状因子可以推出核子的电荷与电流分布。六十年代末期在斯坦福大学的 SLAC 实验室等进行了广泛的测量。实验数据分析表明，质子内电荷的分布即不是点状的，也不是均匀的，而是指数状的（见图 8－28）：

$$\rho(r) = \rho(0)\mathrm{e}^{-ar},\quad a=4.27\ \mathrm{fm}^{-1} \qquad (8.8-6)$$

而中子内部也有电荷分布，只是从外部看来正负电荷相互抵消。

当入射电子的能量足够高时，可以使核子激发，甚至发射出大量别的粒子。以 E 表示电子的入射能量，E' 表示散射后能量，$\upsilon=E-E'$ 为能量转移，υ 很大的散射称为深度非弹散射。此时，散射截面可以表示成：

$$(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}E})_{\exp}=(\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega})_{\mathrm{Mott}}\cdot[W_2(Q^2,\nu)+2W_1(Q^2,\nu)\tan^2(\frac{\theta}{2})] \qquad (8.8-7)$$

W_2 和 W_1 称为结构函数。通常定义洛仑兹不变量 $x=Q^2/(2M\upsilon)$，并采用

$$F_1(x,Q^2) = Mc^2\,W_1(Q^2,\upsilon)$$

$$F_2(x,Q^2) = \upsilon\,W_2(Q^2,\upsilon) \qquad (8.8-8)$$

作为结构函数的另一表达。当电子波长远小于核子尺度时，实验数据分析发现结构函数基本上与 Q^2 无关。这表明核子内部有点状的子结构。进一步的分析还得出这些点状成分的自旋为 1/2。这为后来的强子的夸克模型提供了有力的证据。

实验发现核的环境有可能改变核子的内部状态。核子的结构函数与核环境有很大的关系，这就是著名的 EMC 效应，是欧洲的 EMC 合作组在 1983 年首次发现的。核越重，EMC 效应越明显。理论上对 EMC 效应进行了多方面的解释，典型的如：不同核子中的夸克间的相互作用；核介质中核子体积的“膨胀”；核子聚合成双核子、三核子等多夸克态；束缚态下核子有效质量的减小；费米运动的影响等等。但直到现在，仍然没有令人满意的结论。

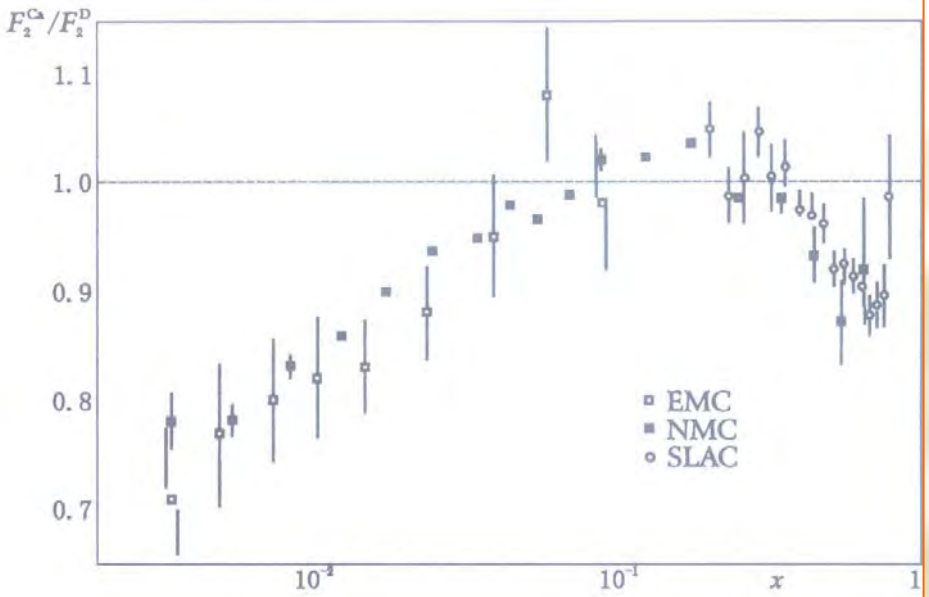


图 8-29 ^{40}Ca 的结构函数与 D 的结构函数之比

[引自 R. G. Arnold et al., Phys. Rev. Lett. 52, 727(1994)]

2.介子和夸克

在核力一章中，我们曾谈到核子间的核相互作用可用介子的交换来处理。这意味着由于核力的作用而形成的原子核结构中，也应当体现介子的效应。比如，在带电介子交换时，必然造成相关的电流，它叠加到核子电流上，会造成核磁矩的变化。图8－30显示了在萨克莱测量的^3H的磁矩形状因子及其理论解释，介子自由度的考虑在这儿显然是必要的。人们对原子核结构的认识，与所采用的探针的特性有关。当在核反应中转移给原子核的能量超过π介子静止质量时，自由的介子可以被产生出来。能量转移超过约300MeV时，核子本身可以被激发成Δ共振态，这种激发过程也是由复杂的介子交换引起的。总之，单用核子自由度无法解释许多实验事实，更合适的图象是认为核子的周围还有介子云。

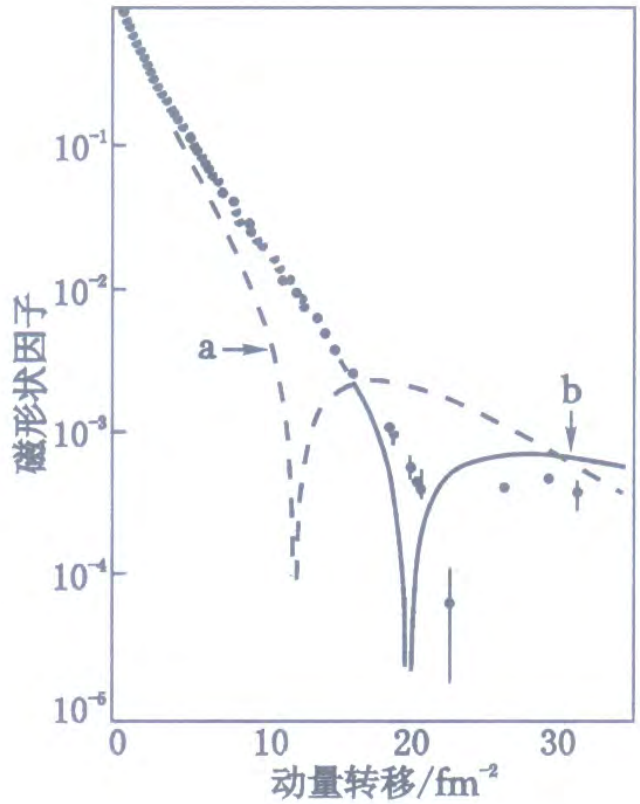


图 8-30　^3H 的磁矩及其理论解释①

对核力的研究表明，当核子相互接近到**0.5fm**左右时，会碰倒很强的排斥芯。从高能电子在核子上的深部非弹散射中，已发现核子内部有点状组分，加上其他理论和实验的工作，逐渐导致了强子的夸克模型的建立。强子是介子和重子的统称，他们均由夸克组成。夸克之间通过交换胶子传递强相互作用。强子中的介子是玻色子，自旋为整数；而重子是费米子，自旋为半整数。核子（质子和中子）就是重子中最常见的两种。

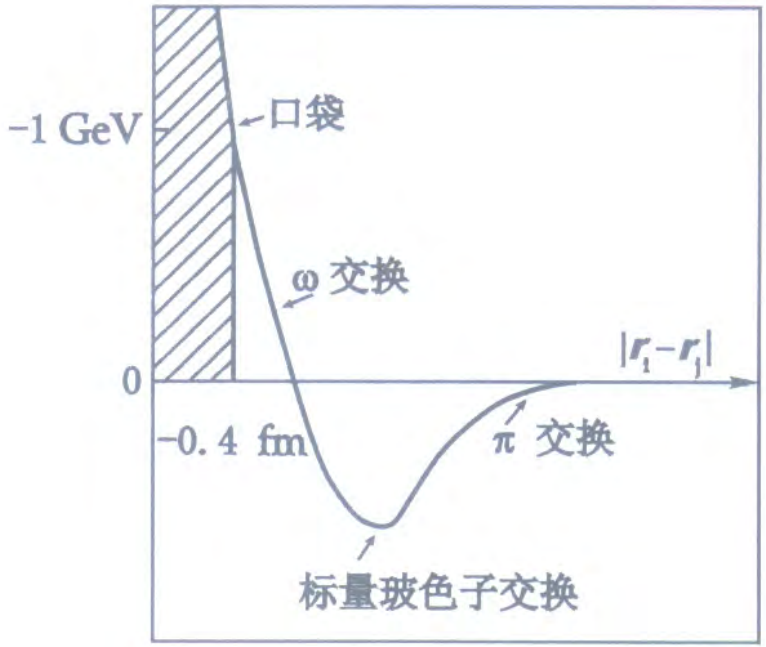


图 8-31　核子-核子相互作用势②

实验表明，夸克在核子内部是准自由的，但在核子表面有极高的位垒，将夸克禁闭在很小的范围内。为此，可以用“口袋”模型来对核子内夸克的行为进行简单的分析。在这个模型中，夸克作为无质量的费米子在半径为**R**的球形口袋中自由运动，但不能穿出口袋。口袋的能量是：

$$E_{bag} = \frac{4}{3}\pi R^3 B + 3\left(\frac{2.04\hbar c}{R}\right) \qquad (8.8\quad 9)$$

其中第一项是口袋外部的压强***B***造成的，体现了夸克禁闭的特性；第二项是袋内三个夸克的动能，每个夸克的动能 $2.04\hbar c/R$ 是通过在袋内求解夸克基态波函数得到的。***B***的数值可以通过使 $dE_{bag}/dR = 0$来定出； 当取$R=0.8$fm时，$B=235$ MeV·fm^{-3}。从处理相互作用的方便考虑，可以将核子视

为一个小的夸克口袋加上它周围的介子云，这样可以描写核力的介子交换理论和描写夸克－胶子相互作用的量子色动力学在不同的范围适用。

天然存在的原子核都只包含质子和中子这两种重子，而它们都是由最轻的两种夸克－上夸克(up)和下夸克(down)组成的。现在已经发现，还有其他四种夸克可以在实验中产生，他们是粲(charm)、奇异(strange)、顶(top)和底(bottom)夸克。目前人们对含有奇异夸克的物质已开始进行深入的研究。含有奇异夸克的重子被称为超子，含有超子的原子核称为超核。由于新的自由度（奇异量子数）的引入，奇异核相对于普通核有许多不同的性质。

3. 夸克—胶子等离子体（QGP）

强子的夸克结构能否打破，夸克能否从“口袋”中被释放出来，是涉及到量子色动力学和核物质结构的重大问题。首先考虑一个在高温T下和体积V中处于热平衡的夸克、胶子系统。为简单起见，取夸克和胶子为没有质量的独立运动粒子，并且正反夸克数目相等，即净重子数为零。由量子统计可以证明，系统的压强

$$P = g_{\text{total}} \frac{\pi^2 (kT)^4}{90(\hbar c)^3} \qquad (8.8\quad 10)$$

其中

正反夸克统计（密度）性质的平均效应

$$g_{\text{total}} = [g_{\text{g}} + \frac{7}{8}(g_{\text{q}} + g_{\bar{\text{q}}})] \qquad (8.8\quad 11)$$

是总的简并度。由于一共有八种胶子，每种有两个自旋取向，因此胶子的简并度为$g_g = 8 \times 2 = 16$。夸克有三种颜色，两种自旋取向，两种味（只考虑轻夸克—上夸克和下夸克），因此夸克的简并度$g_q = g_{\bar{q}} = 3 \times 2 \times 2 = 12$。这样可以算出$g_{total} = 37$，即

$$T(\mathrm{K}) = 1.2\times10^{10}\,E(\mathrm{MeV})$$

$$P = \frac{37\pi^2(kT)^4}{90(\hbar c)^3} \qquad (8.8-12)$$

这样,当 P 等于核子口袋的压强 B 时,就推出实现夸克胶子等离子体的转变温度:

$$kT_c = [\frac{90(\hbar c)^3}{37\pi^2}]^{\frac{1}{4}} B^{\frac{1}{4}} \qquad (8.8-13)$$

当 B=235 MeV·fm^{-3}, $kT_c \approx$ 144 MeV。更精确的量子场论的计算给出的转变温度在 200MeV 左右。此时，可以推出能量密度$\varepsilon = 3P \approx$ 2.5GeV·fm^{-3}，这可视为 QGP 的特征能量密度。口袋中的夸克物质被加热超过转变温度时,袋内的压力将超过外部的压力,口袋被打破,夸克和胶子从禁闭中释放出来,从而使强子态转变成夸克－胶子等离子体。

另一个极端是 $T=0$ 而夸克数密度很高的情况。此时，夸克将填充费米面以下的所有量子态。由统计力学可知，夸克的数密度

$$n_q = \frac{N_q}{V} = \frac{g_q}{(2\pi\hbar)^3}\int 4\pi p^2 \mathrm{d}p = \frac{g_q \mu_q^{\ 3}}{6\pi^2\hbar^3} \qquad (8.8-14)$$

其中μ_q为费米面的动量，g_q为夸克简并度。类似的可得能量密度为（假定夸克静止质量为零）：

$$\varepsilon_q = \frac{E_q}{V} = \frac{g_q}{(2\pi\hbar)^3}\int 4\pi p^3 c \mathrm{d}p = \frac{c g_q \mu_q^{\ 4}}{8\pi^2\hbar^3} \qquad (8.8-15)$$

而体系的压强 $P_q = \varepsilon_q/3$。体系的夸克数增加时，费米面提高，引起系统能量密度和压强的增大，当 $P_q = B$ 时，就会发生相变。由(8.8 - 14)和(8.8 - 15)引出：

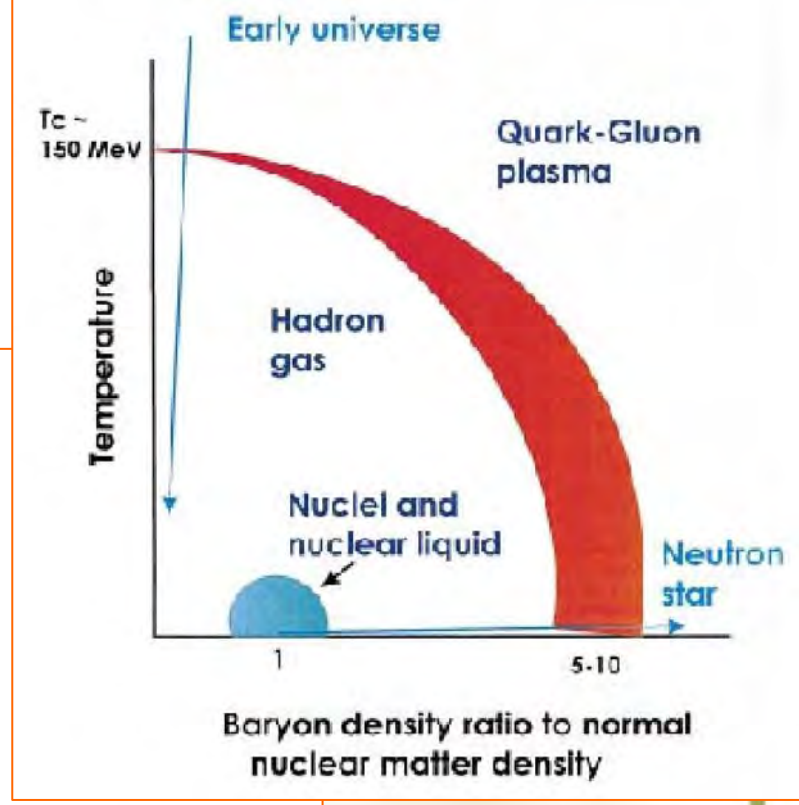
$$n_q = 4\left(\frac{g_q}{24\pi^2\hbar^3c^3}\right)^{\frac{1}{4}} P_q^{\frac{3}{4}} \qquad (8.8-16)$$

而核子数密度 $n_B = n_q/3$。取 $P_q = B = 235$ MeV·fm^{-3}，得转变点核子数密度：

$$n_c = 0.72 \text{ fm}^{-3} \qquad (8.8 - 17)$$

在通常的原子核中 $n_0 = 0.14$ fm^{-3}，因此，在温度为 0 时，实现夸克—胶子等离子体的核物质密度是正常情况的大约 5 倍。这只是最粗略的估算。采用非微扰的 QCD 格点规范理论计算的结果，转变密度 n_c 更大一些。

以上是两种极端的情况。一般地，转变温度和密度介于上述情况之间，大致如图 8—32 所示。


Early universe
Tc ~
150 MeV
Quark-Gluon
plasma
Temperature
Hadron
gas
Nuclei and
nuclear liquid
Neutron
star
1
5-10
Baryon density ratio to normal
nuclear matter density

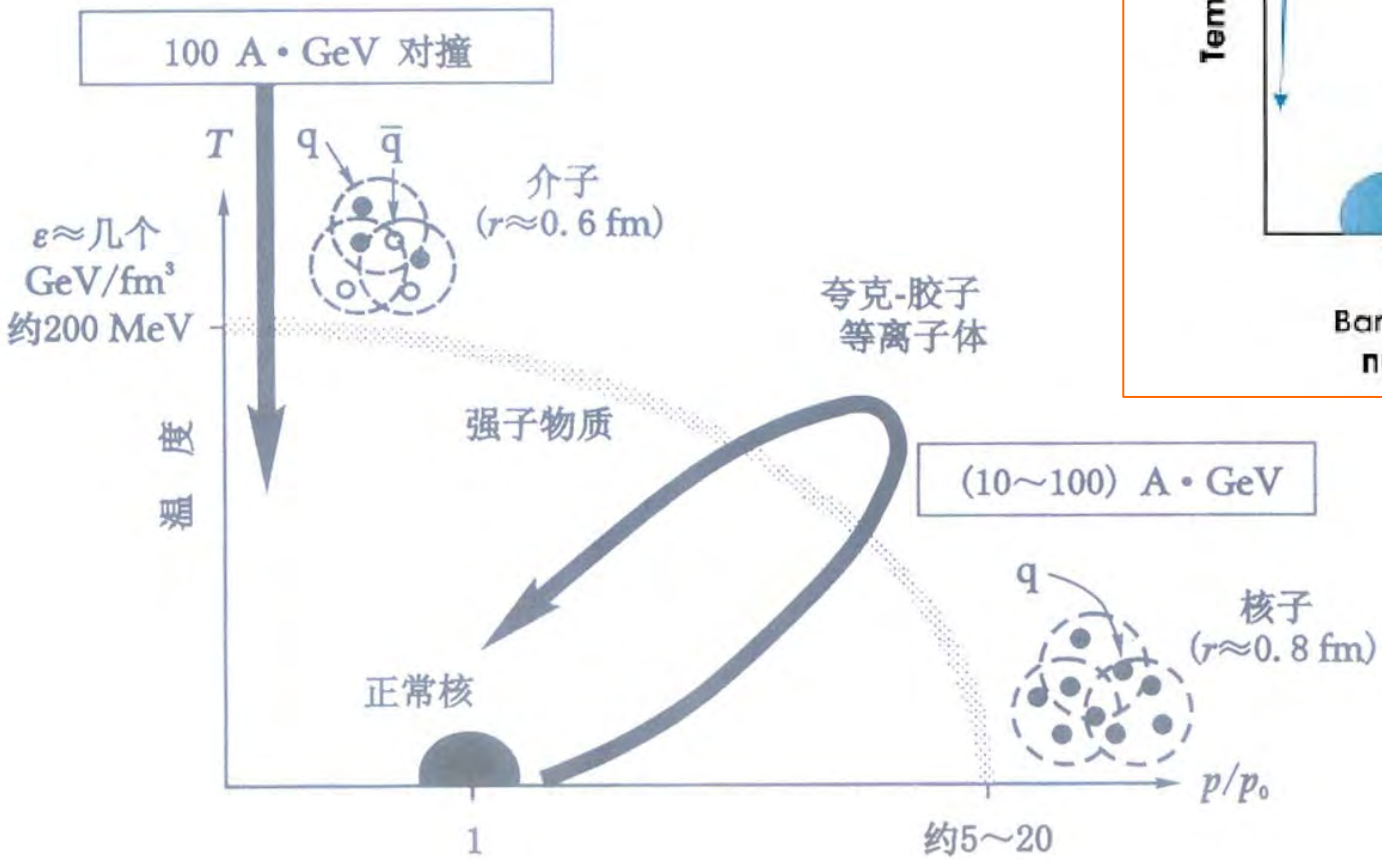

100 A • GeV 对撞
T
q
q̄
介子
(r≈0.6 fm)
ε≈几个
GeV/fm³
约200 MeV
夸克-胶子
等离子体
强子物质
温度
(10～100) A • GeV
q
核子
(r≈0.8 fm)
正常核
p/p₀
1
约5～20

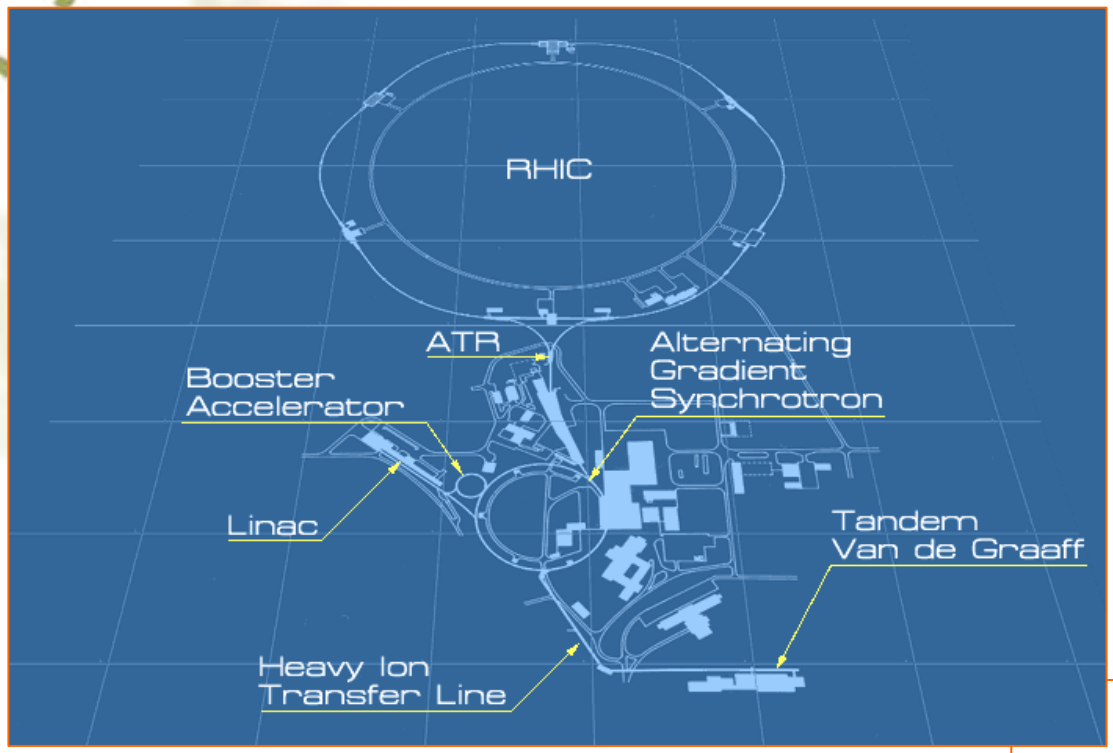
图 8-32　核物质相图

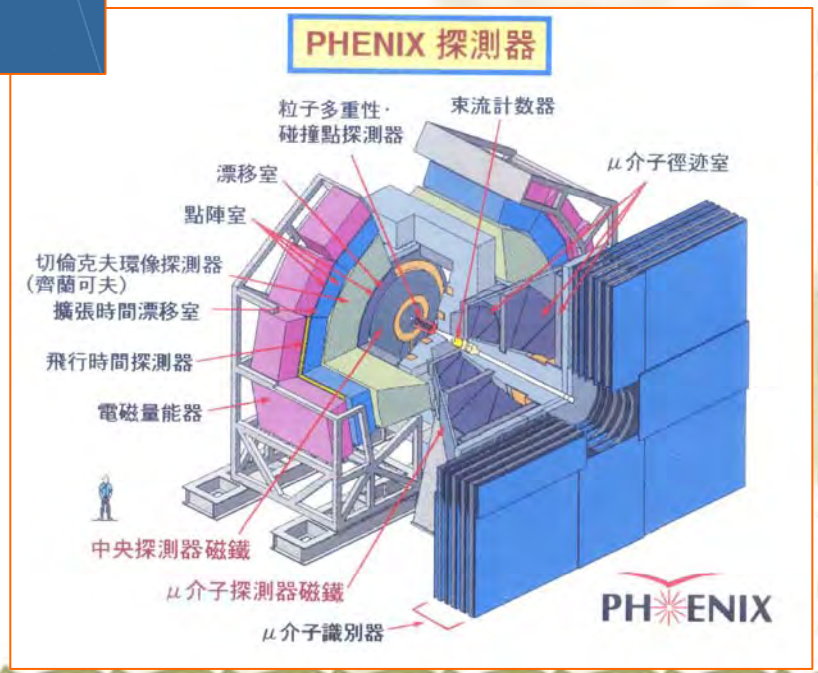
宇宙的大爆炸理论指出，在大爆炸后的约10^{-3}秒以内，曾出现过夸克－胶子等离子体的状态。要在实验室中重现这种状态，目前了解的最好办法是利用超高能相对论重离子碰撞。当两个核子在高能下碰撞是，他们相互穿越，但将部分能量沉积在碰撞区域。质子－质子碰撞实验的分析表明，该区域的能量密度可达约$0.3GeV\cdot fm^{-3}$。假如采用重离子，同时有数百个核子参与碰撞，可使能量密度提高很多。近年来，在美国的AGS(Brookhaven)和欧洲的SPS(CERN)，已采用每核子上百GeV的中等质量离子进行了许多实验，达到了约2 $GeV\cdot fm^{-3}$的能量密度，观察到一些特殊的现象，但还没有夸克－胶子等离子体出现的明确证据。从1993年以来，美国的Brookhaven国家实验室在原有重离子加速器AGS的基础上建造相对论重离子对撞机(RHIC)，已经在2000年建成（图8－34）。它使Au离子在每核子100GeV下对撞，产生约$10GeV\cdot fm^{-3}$的能量密度，比QGP所要求的能量密度高很多。 因此如果QGP预言正确的化，RHIC能够创造这种状态。欧洲核子中心（CERN）也正在建造大强子对撞机（LHC），除实现7TeV + 7TeV的质子对撞外，也将加速重离子，可以产生比RHIC更高的能量密度，但建成的时间预计在2007年以后。

RHIC开始采集数据，北大高能实验组参加。北大也参加LHC探测器建造和物理实验。

2000年，在Brookhaven建成相对论重离子对撞机RHIC。




RHIC
ATR
Alternating
Gradient
Synchrotron
Booster
Accelerator
Linac
Tandem
Van de Graaff
Heavy Ion
Transfer Line


PHENIX 探測器
粒子多重性·
碰撞點探測器
束流計數器
μ介子徑迹室
漂移室
點陣室
切倫克夫環像探測器
(齊蘭可夫)
擴張時間漂移室
飛行時間探測器
電磁量能器
中央探測器磁鐵
μ介子探測器磁鐵
μ介子識別器
PHENIX



习　　题

8-1. 根据壳模型给出下列诸核基态的自旋和宇称：$^{9}_{4}\mathrm{Be}$, $^{14}_{7}\mathrm{N}$, $^{37}_{17}\mathrm{Cl}$, $^{43}_{20}\mathrm{Ca}$, $^{45}_{21}\mathrm{Sc}$, $^{63}_{29}\mathrm{Gu}$, $^{73}_{32}\mathrm{Ge}$, $^{83}_{36}\mathrm{Kr}$, $^{92}_{42}\mathrm{Mo}$, $^{101}_{44}\mathrm{Ru}$, $^{143}_{60}\mathrm{Nd}$, $^{197}_{79}\mathrm{Au}$ 。

8-2. $^{87}_{39}\mathrm{Y}$ 有一长寿命的同质异能态，其激发能为 **381 keV**，试根据壳模型判断此同质异能态的自旋和宇称，并估算其半衰期。已知同质异能跃迁的内转换系数α=0.28，并取 r_0=1.4fm。

8-3. 根据壳模型判断下列 β 跃迁的级次：

$$(i)\ {}^{39}_{20}\mathrm{Ca}\xrightarrow{\beta^+}{}^{39}_{19}\mathrm{K};\quad (ii)\ {}^{91}_{39}\mathrm{Y}\xrightarrow{\beta^-}{}^{91}_{40}\mathrm{Zr};$$

$$(iii)\ {}^{99}_{43}\mathrm{Tc}\xrightarrow{\beta^-}{}^{99}_{44}\mathrm{Ru};\quad (iv)\ {}^{137}_{54}\mathrm{Xe}\xrightarrow{\beta^-}{}^{137}_{55}\mathrm{Cs}.$$

8-4. 实验测得 $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ 的低激发态的能量依次为 **49.8 keV**，**163 keV**，**333 keV**，**555keV**，试求它们的自旋和宇称，并确定它们向下的 γ 跃迁的多极性。

8-5. 实验测得 $^{137}_{70}\mathrm{Yb}$ 第一、第二激发态的能量分别为 **78.7 keV** 和 **179.5 keV**，并知基态的自旋和宇称为 **$5/2^-$**，试求激发态的自旋和宇称，并确定它们向下的 γ 跃迁的多极性。

8-6. 实验测得 **^{159}Tb** 的最低三个能级的能量、自旋和宇称如下：**0:$2/3^+$**；**58 keV:$5/2^+$**；**137 keV：$7/2^+$**，试求 **$9/2^+$**能级的能量。

8-7 利用核子的口袋模型，计算当半径 **R=0.5 fm** 时，对应的口袋压强 **B**。以这个 **B** 值，重新计算 **QGP** 相变的 kT_c 和 n_c。

第九章 原 子 核 反 应

原子核与原子核，或者原子核与其它粒子（例如中子、γ 光子等）之间的相互作用所引起的原子核的各种变化叫做核反应。

目的：认识原子核结构，应用核效应。

核反应与核衰变的区别：自发与外在作用的区别

变化范围与程度相差很大

§9.1 核反应概述

1. 实现核反应的途径

必须使相互作用粒子接近到核力作用范围之内，即小于10^{-14}m的数量级。

（1） 用放射源产生的高速粒子去轰击原子核。

$$^{14}_{7}\mathrm{N}+^{4}_{2}\mathrm{He}\rightarrow^{17}_{8}\mathrm{O}+^{1}_{1}\mathrm{H}$$

α粒子称为入射粒子，也叫轰击粒子；$^{14}_{7}$N核称为靶核；$^{17}_{8}$O和$^{1}_{1}$H统称为反应产物，其中较重者称为剩余核，较轻者称为出射粒子。通常把反应式简写为

$$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$$

α用放射源提供入射粒子来研究核反应，入射粒子种类很少，强度不大，能量不高，而且不能连续可调。目前已很少用了。

（1） 利用宇宙射线来进行核反应。

（2） 利用带电粒子加速器或反应堆来进行核反应。

人们已经可以使用种类繁多、能区宽、束流强和品质好的入射束流进行核反应实验，从而极大地扩展了核反应的研究领域。

静电加速器

串列静电加速器

直线加速器

回旋加速器

同步回旋加速器

对撞机

次级束流线与储存环

2．核反应的分类

核反应的表示：

$$A + a \longrightarrow B + b \qquad (9.1\text{-}2)$$

或

A（a，b）B

当入射粒子能量较高时，出射粒子可以不止一个，而有两个或两个以上。例如**30MeV**的α粒子轰击^{60}**Ni**，可以产生反应：

$$^{60}\mathrm{Ni} + \alpha \rightarrow {}^{62}\mathrm{Cu} + \mathrm{p} + \mathrm{n}$$

简写为

$$^{60}\mathrm{Ni}(\alpha, \mathrm{pn})^{62}\mathrm{Cu}$$

核反应分类

按出射粒子

- 核反应
  - 核散射
    - 弹性散射　A(a,a)A
    - 非弹性散射　$A(a,a')A^{*}$
  - 核转变　$A(a,b)B$　$b \neq a, B \neq A$

按入射粒子种类

- 核反应
  - 中子核反应　$(n,n),(n,n'),(n,p)$……
  - 带电粒子核反应　$(p,X),(\alpha,X)$……
  - 光核反应　(γ,X)
  - 重离子核反应　(HI,X)
  - 放射性束核反应　(RIB,X)
  - ……

按入射能量

核反应
- 低能核反应 E/A≺30MeV　　小于费米能
- 中能核反应 30MeV≺E/A≺1000MeV　　大于费米能
- 高能核反应 1000　MeV≺E/A　　亚核子自由度

按物理机制

核反应
- 复合核反应
- 熔合反应
- 直接核反应
- 碎裂反应
- 深度非弹反应
- .....

3. 反应道

对一定的入射粒子和靶核，能发生的核反应过程往往不止一种。例如，能量为2.5MeV的氘核轰击^{6}Li时，可以产生下面一些反应：

$$
{}^{6}\mathrm{Li}+d\rightarrow\begin{cases}{}^{4}\mathrm{He}+\alpha\\ {}^{7}\mathrm{Li}+\mathrm{P}_{0}\\ {}^{7}\mathrm{Li}^{*}(\text{第一激发态})+\mathrm{p}_{1}\\ {}^{7}\mathrm{Li}(\text{第二激发态})+\mathrm{p}_{2}\\ {}^{6}\mathrm{Li}+\mathrm{d}\\ \cdots\end{cases}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}{}^{6}\mathrm{Li}+\mathrm{d}\\ {}^{7}\mathrm{Li}+\mathrm{p}\\ {}^{7}\mathrm{Be}+\mathrm{n}\end{array}\right\}\longrightarrow{}^{4}\mathrm{He}+\alpha
$$

式中p_0，p_1和p_2分别表示相应反应中放出的质子。

每一种核反应过程，称为一个反应道。反应前的道称为入射道，反应后的道称为出射道，对于同一个入射道，可以有若干个出射道，对于同一个出射道，也可以有若干个入射道。产生各个反应道的概率是不等的，而且这种概率随入射粒子能量的变化而不同。

4. 观测量与守恒定律

物理观测量：粒子种类（粒子鉴别）、截面、能量、角度，极化度……

直接观测量：能量、位置、飞行时间、飞行径迹、记数率……

核反应过程主要遵守以下几个守恒定律：

（1）电荷守恒。即反应前后的总电荷数不变。

（2）质量数守恒。即反应前后的总质量数不变。只对低能反应适用。

（3）能量守恒。即反应前后体系的总能量（静止能量和动能之和）不变。

（4） 动量守恒。即反应前后体系的总动量不变。

（5） 角动量守恒。即在反应过程中，总角动量不变。

（6） 宇称守恒。即对每一类型的核反应，体系总的宇称不变。

例：

$$^{14}_{7}\mathrm{N}(\alpha,\mathrm{p})^{17}_{8}\mathrm{O}$$

$^{14}_{7}\mathrm{N}$ 核和α粒子的角动量分别为1和0，宇称都是＋1。若两者对心或低能碰撞，则其轨道角动量为0，于是反应前体系的总角动量为1，总宇称是＋1 。

$^{17}_{8}\mathrm{O}$ 核和质子的角动量分别为5/2和1/2，宇称都是＋1。角动量的矢量和是2或3。为了保持反应后体系的总角动量也是1，核与质子间的轨道角动量*l*只能取以下可能值：1，2，3或2，3，4。为了保持宇称守恒，轨道角动量只能取2和4。

§9.2 反 应 能

应用能量守恒定律和动量守恒定律

1．反应能

核反应过程中释放出的动能，称为反应能，通常用符号**Q**表示。

Q＞0的反应叫做放能反应，**Q＜0**的反应叫做吸能反应。

考虑反应能后，核反应的表示式为

$$A + a \rightarrow B + b + Q$$

例如反应

$$^{6}\mathrm{Li} + \mathrm{d} \rightarrow {}^{4}\mathrm{He} + \alpha + 22.4\,\mathrm{MeV}$$

其**Q**为正值，所以它是放能反应。

对于两体过程

令E_A，E_a，E_B，E_b分别表示靶核、入射粒子、剩余核、出射粒子的动能；m_A，m_a，m_B，m_b分别表示它们的静止质量，根据反应能的定义有

$$Q=E_B+E_b-E_A-E_a$$

$$\begin{aligned} Q &= \Delta mc^2 \\ &= \left(m_A + m_a - m_B - m_b\right)c^2 \\ &= \left(M_A + M_a - M_B - M_b\right)c^2 \end{aligned}$$

2．Q方程

由于靶核在实验中往往是固定的，即$E_A=0$，则

$$Q = E_B + E_b - E_a$$

用P_a，P_B，P_b分别表示粒子a，B，b的动量，按动量守恒定律有：

$$\vec{P}_a = \vec{P}_b + \vec{P}_B$$

令θ表示出射粒子b的出射角，即

出射粒子与入射粒子方向间的夹角

$$p_B^2 = p_a^2 + p_b^2 - 2p_a p_b \cos\theta$$

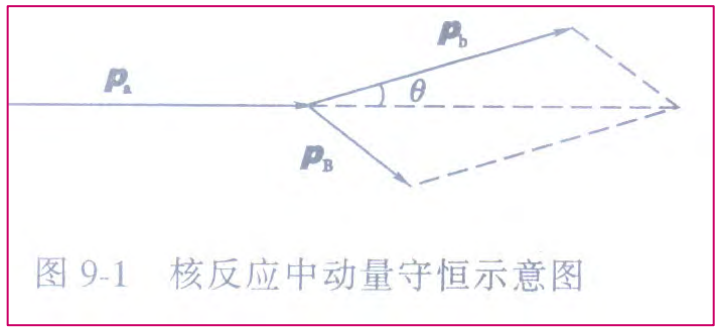


图 9-1　核反应中动量守恒示意图

因，$p^2 = 2mE$，则有

$$m_B E_B = m_a E_a + m_b E_b - 2(m_a m_b E_a E_b)^{1/2}\cos\theta$$

消去E_B，得到

$$Q = \left(\frac{m_a}{m_B} - 1\right)E_a + \left(\frac{m_b}{m_B} + 1\right)E_b - \frac{2(m_a m_b E_a E_b)^{1/2}\cos\theta}{m_B}$$

$$Q = \left(\frac{A_a}{A_B} - 1\right)E_a + \left(\frac{A_b}{A_B} + 1\right)E_b - \frac{2(A_a A_b E_a E_b)^{1/2}\cos\theta}{A_B}$$

只要测量θ 角方向的出射粒子的动能E_b（因实验中E_a一般已知，即可求得Q值。当θ =90°时，上述两式最后一项为零。所以，在θ 等于90°方向进行测量，计算更为简单。

上式通常称为Q方程。

出射粒子的能量E_b随出射角θ 的变化关系，通常称为能量—角度的动力学关系，或能量角分布，我们用E_b（θ）来表示。可以通过求解Q方程得到Q方程的解如下：

$$E_b = \left\{ \frac{(A_a A_b E_a)^{1/2}}{A_B + A_b} \cos\theta \pm \left[\left(\frac{A_B - A_a}{A_B + A_b} + \frac{A_a A_b}{(A_B + A_b)^2} \cos^2\theta \right) E_a + \frac{A_B}{A_B + A_b} Q \right]^{1/2} \right\}^2$$

3．实验Q值

剩余核处于激发态时的Q值，通常称为实验Q值，用Q'表示。

设剩余核的激发能为E^*，则激发态剩余核的静止质量为

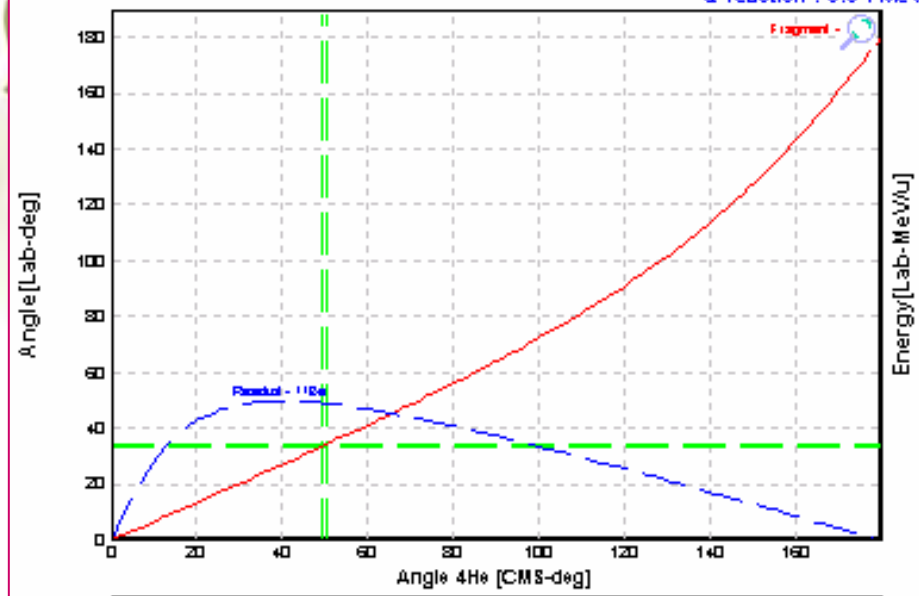
$$m_B^* = m_B + \frac{E^*}{c^2}$$

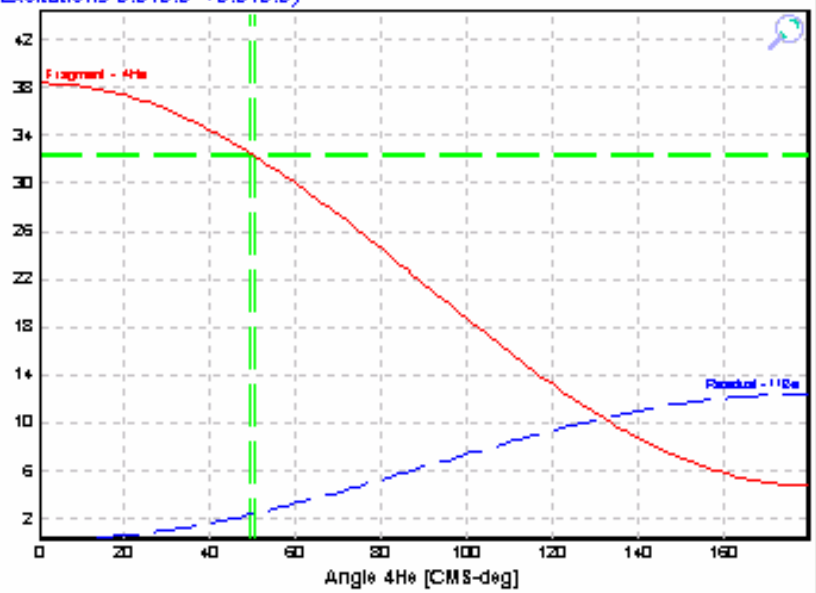
Reaction's Kinematics

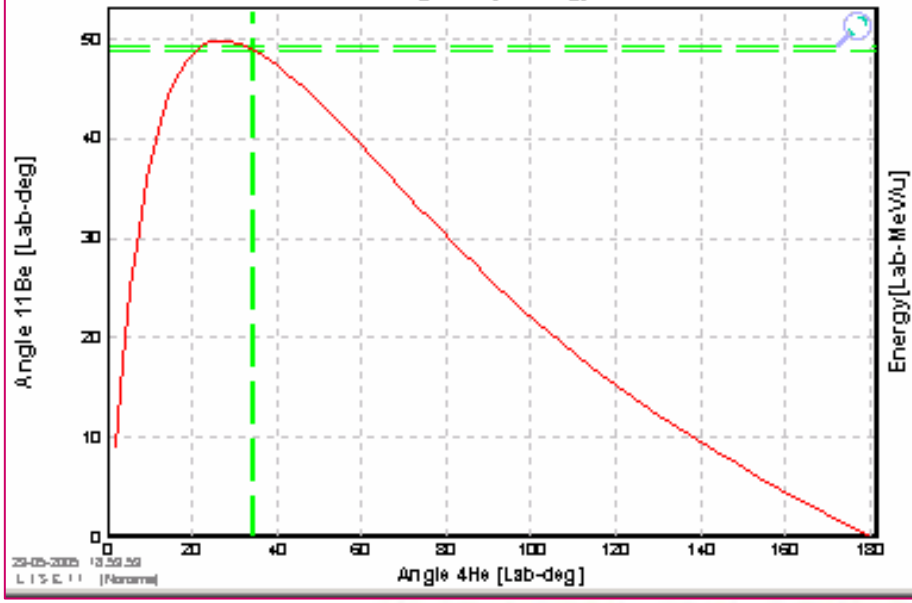
6He + 9Be => 4He + 11Be 9Be(6He, 4He)11Be

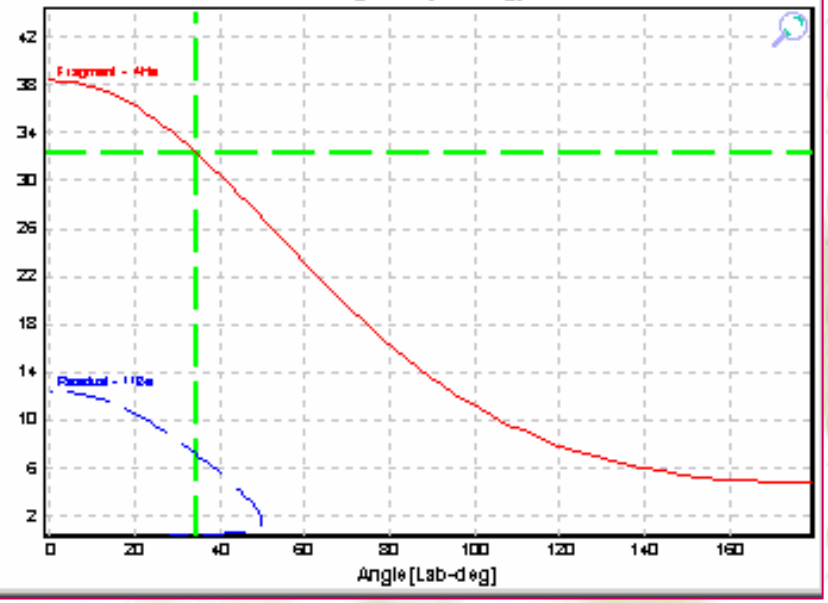
Projectile Energy : 24.85 MeV/u

Q reaction : 6.34 MeV (Excitations 0.0+0.0=>0.0+0.0)









$$Q' = \Delta mc^2 = \left(m_A + m_a - m_B^* - m_b\right) c^2$$
$$= \left(m_A + m_a - m_B - m_b\right) c^2 - E^*$$
$$= Q - E^*$$

对于Q'，Q方程同样适用　$m_B^* \approx m_B$

例：

§9.3 实验室坐标系和质心坐标系

实验室坐标系，简称L系，是指坐标原点固定在实验室中某一点的坐标系。质心坐标系，简称C系，是指坐标原点固定在系统诸粒子的质心上的坐标系。显然，

直接从实验中所取得的数据都是相对于L系。

讨论理论问题时习惯用C系，原因是C系的能量为可用能，且C系与相对运动坐标系有等价关系。

1．质心运动

$$x_c = \frac{m_a x + m_A \times 0}{m_a + m_A} = \frac{m_a}{m_a + m_A} x$$

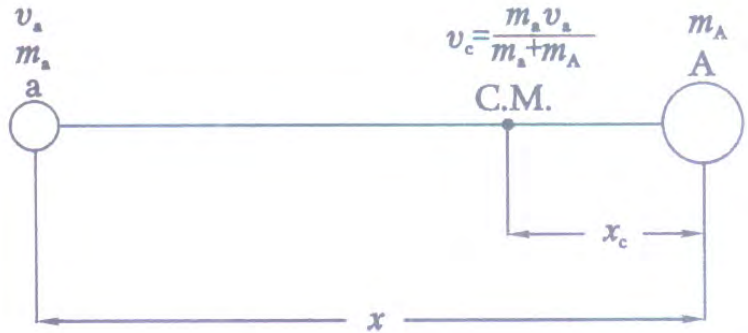


图 9-2　质心速度与入射粒子速度的关系

上式对时间t求微商，得

$$\frac{\mathrm{d}x_c}{\mathrm{d}t}=\frac{m_a}{m_a+m_A}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \qquad \upsilon_c=\frac{m_a}{m_a+m_A}\upsilon_a$$

相对于质心

$$\upsilon_a'=\upsilon_a-\upsilon_c=\upsilon_a-\frac{m_a}{m_a+m_A}\upsilon_a=\frac{m_A}{m_a+m_A}\upsilon_a$$

$$\upsilon_A'=\upsilon_c=\frac{m_a}{m_a+m_A}\upsilon_a$$

约化质量

$$\mu=\frac{m_a m_A}{m_a+m_A}$$

$$E'=\frac{1}{2}m_a v_a^{'1\,2}+\frac{1}{2}m_A v_A^{'2}$$

$$=\frac{1}{2}\frac{m_a m_A}{m_a+m_A}\upsilon_a^2$$

$$=\frac{1}{2}\mu\upsilon_a^2$$

$$=\frac{1}{2}\frac{m_A}{m_a}(m_a+m_A)v_c^2$$

$$E'=\frac{m_A}{m_a+m_A}E_a$$

2. 吸能反应的阈能 （ Q< 0)

由于在L系中，反应前体系具有动量，则根据动量守恒定律，反应后必有相等的动量。因此，不可能在L系中反应产物没有动能。

在C系中，反应前后体系的动量均等于零，所以C系中反应产物不一定要有动能。 最少：

$$E' = |Q|$$

所以

$$E_{\text{th}} = \frac{m_{\text{a}} + m_{\text{A}}}{m_{\text{A}}}|Q|$$

例：$^{14}\text{N}(\alpha,\text{p})^{17}\text{O}$ $\quad E_{\text{th}} = \frac{14+4}{14} \times 1.193 = 1.53(\text{MeV})$

注：能量动量守恒只是反应发生的必要条件，并不充分。

3. 出射角在L系与在C系的转换关系

$$\mathbf{v}_b = \mathbf{v}'_b + \mathbf{v}_c \qquad \frac{\upsilon'_b}{\sin\theta_L} = \frac{\upsilon_c}{\sin(\theta_c - \theta_L)}$$

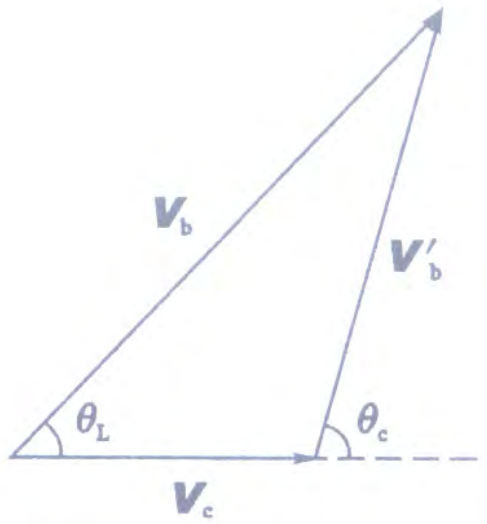


图 9-3 θ_L 与 θ_c 的关系

定义 $\dfrac{\upsilon_c}{\upsilon'_b} \equiv \gamma$

$$\sin(\theta_c - \theta_L) = \gamma \sin\theta_L$$

$$\theta_c = \theta_L + \sin^{-1}(\gamma \sin\theta_L)$$

另一方面

$$\upsilon_b \cos\theta_L = \upsilon_c + \upsilon'_b \cos\theta_c$$

$$\upsilon_b = \left[\upsilon_c^2 + \upsilon_b'^2 - 2\upsilon_c\upsilon'_b \cos(\pi - \theta_c)\right]^{1/2} = \left[\upsilon_c^2 + \upsilon_b'^2 + 2\upsilon_c\upsilon'_b \cos\theta_c\right]^{1/2}$$

所以 $$\cos\theta_L = \frac{\gamma + \cos\theta_c}{(1 + \gamma^2 + 2\gamma\cos\theta_c)^{1/2}}$$

γ 很小或很大？

求γ的表达式

$$Q=\frac{1}{2}m_{\mathrm{b}}\upsilon_{\mathrm{b}}'^{2}+\frac{1}{2}m_{\mathrm{B}}\upsilon_{\mathrm{B}}'^{2}-E'$$

按动量守恒 $m_{\mathrm{b}}\upsilon_{\mathrm{b}}'=m_{\mathrm{B}}\upsilon_{\mathrm{B}}'$

$$\upsilon_{\mathrm{b}}'^{2}=\frac{2m_{B}}{m_{\mathrm{b}}\left(m_{\mathrm{b}}+m_{\mathrm{B}}\right)}\left(E'+Q\right)$$

v_b' 与在质心系中的角度无关。

V_c也是E'的函数，所以

$$\gamma^{2}=\frac{m_{\mathrm{a}}m_{\mathrm{b}}}{m_{\mathrm{A}}m_{\mathrm{B}}}\left(\frac{m_{\mathrm{b}}+m_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{a}}+m_{\mathrm{A}}}\right)\frac{E'}{E'+Q}$$

用质量数A来表示时，注意到反应前后质量数相等，得

$$\gamma=\left(\frac{A_{\mathrm{a}}A_{\mathrm{b}}}{A_{\mathrm{A}}A_{\mathrm{B}}}\cdot\frac{E'}{E'+Q}\right)^{1/2}$$

对于弹性散射，γ与能量无关，因为此时$Q=0$， **a=b， A=B:**

$$\gamma=\frac{A_{\mathrm{a}}}{A_{\mathrm{A}}}$$

两种极端情形：

（1）$A_{\mathrm{A}}>>A_{\mathrm{a}}$时，$\gamma\approx0$。则由（**9.3-14**）式得

$$\theta_{\mathrm{c}}=\theta_{\mathrm{L}}$$

（2）$A_{\mathrm{A}}=A_{\mathrm{a}}$时，$\gamma=1$。则由（**9.3-14**）式得

$$\theta_{\mathrm{c}}=2\theta_{\mathrm{L}}$$

讨论L系和C系的相互转换与γ的关系

（1）$\gamma<1$，　$v_c<v_b'$

（2）$\gamma>1$，

$$\sin\theta_{L,m}=\frac{v_b'}{v_c}=\frac{1}{\gamma}\qquad \theta_{L,m}=\sin^{-1}\left(\frac{1}{\gamma}\right)$$

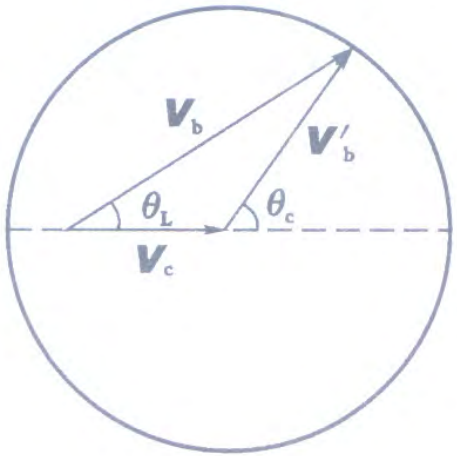


图 9-4　$\gamma<1$ 时 v_b，v_c，v_b' 三者之间的关系

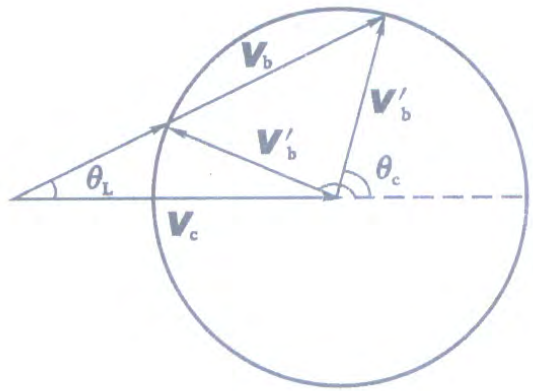


图 9-5　$\gamma>1$ 时 v_b，v_c，v_b' 三者之间的关系

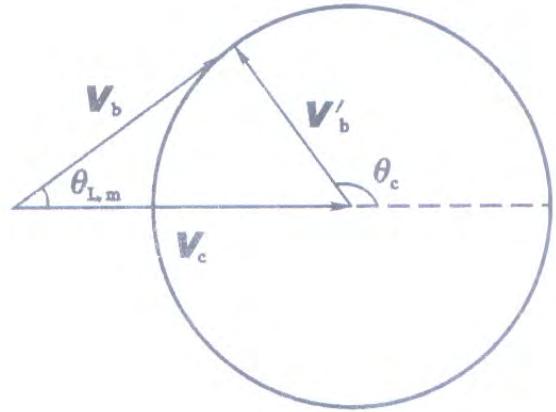


图 9-6　$\gamma>1$ 时 $\theta_L=\theta_{L,m}$ 情形

当$\theta_L > \theta_{L,m}$时，不可能出现出射粒子，这种出射粒子只限于半张角为$\theta_{L,m}$的圆锥内的现象，称为圆锥效应。圆锥效应出现的条件是$\gamma > 1$。对于通常的放能反应，只有入射粒子比靶核重的情况下才会出现$\gamma > 1$。对于吸能反应，入射粒子能量在接近阈能时，原则上可以出现圆锥效应，只是发生核反应的概率一般较小。

4. 质心系与相对运动坐标系的关系

实验：转化到质心坐标系

理论：相对运动坐标系

二者等价

§9.4 核反应截面与产额

1．反应截面

薄靶：入射粒子垂直通过靶子时能量可以认为不变。

靶厚：单位面积靶上的靶核数为$N_s = N_V x$。

束流强度，即单位时间的入射粒子数为I。

单位时间内入射粒子与靶核发生的反应数N'应与I和N_s成正比，

令其比例系数为σ，则

$$N' = \sigma I N_s$$

$$\sigma = \frac{N'}{IN_s}$$

$$= \frac{\text{单位时间发生的反应数}}{\text{单位时间的入射粒子数} \times \text{单位面积的靶核数}}$$

σ称为反应截面或有效截面。

物理意义：在入射粒子看来，每个靶核所贡献的有效相互作用面积。

IN_S为单位面积上单位时间内粒子穿越的次数。

理论定义：

$$\sigma = \frac{\int j_{out} r^2 d\Omega}{j_{inc}}$$

与实验定义等价。

σ 是一个很小的量，大多数情形它要小于或等于原子核的横截面πR^2，即≈$10^{-24}cm^2$的数量级。因此，反应截面σ 的单位通常采用$10^{-24}cm^2$，称为“靶恩”，简称“靶”，记作**barn**或**b**。它是非法定计量单位。按国家标准规定，截面的法定计量单位是m^2。但国际上仍广泛使用**b**。

$$1\ \text{靶}(\text{b}) = 10^{-24}\ \text{cm}^2$$
$$1\ \text{毫靶}(\text{mb}) = 10^{-27}\ \text{cm}^2$$
$$1\ \text{微靶}(\mu\text{b}) = 10^{-30}\ \text{cm}^2$$

对于一定的入射粒子和靶核，往往有若干个反应道。如果N'是通过各个反应道的总反应率，则相应的σ称为核反应的总裁面。如果N'只是通过某一反应道的反应率，则相应的σ称为分截面。显然，总截面应该等于所有分截面之和。

截面随入射粒子能量的变化关系称为激发函数。用此函数画成的曲线称为激发曲线。

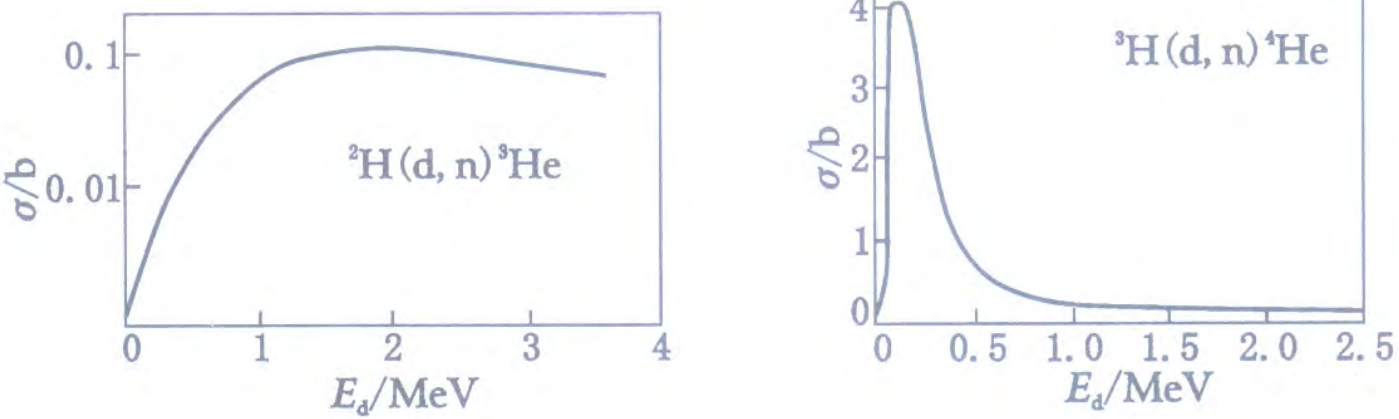


图 9-7　$^2H(d,n)^3He$ 和 $^3H(d,n)^4He$ 的激发曲线

2．微分截面和角分布

单位时间出射至$\theta \to \theta+\mathrm{d}\theta$和$\phi \to \phi+\mathrm{d}\phi$间的立体角$\mathrm{d}\Omega$内的粒子数为$\mathrm{d}N'$（见图9-8），则

$$\mathrm{d}N' \propto IN_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\Omega$$

$$\mathrm{d}N' = \sigma(\theta,\phi) IN_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\Omega$$

$$\sigma(\theta,\phi) = \frac{\mathrm{d}N'}{IN_\mathrm{s}\,\mathrm{d}\Omega}$$

$$= \frac{\text{单位时间出射至}(\theta,\ \phi)\text{方向单位立体角内的粒子数}}{\text{单位时间的入射粒子数}\times\text{单位面积的靶核数}}$$

$\sigma(\theta,\phi)$称为微分截面，通常也用符号$\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}$来标记。$\mathrm{d}\Omega$的单位是球面度，记作sr，所以微分截面的单位是靶恩／球面度（$\mathrm{b\cdot sr^{-1}}$）或毫靶／球面度（$\mathrm{mb\cdot sr^{-1}}$）等。

从实验求得某种反应道的分截面，往往需要通过微分截面的测量，将测量结果对立体角积分而得该反应道的分截面。通常这种分截面也叫积分截面。

$$N' = IN_s \int_{\Omega} \sigma(\theta,\phi)\mathrm{d}\Omega$$
$$= IN_s \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sigma(\theta,\phi)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$$

对于一般的入射粒子和靶，微分截面对ϕ角是各向同性的，因而σ（θ，ϕ）实际上只是θ的函数。于是，

$$\sigma = \frac{N'}{IN_s} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sigma(\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$$
$$= 2\pi\int_0^{\pi} \sigma(\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta$$

微分截面σ（θ）随θ的变化曲线称为角分布。

微分截面σ（θ）可由实验直接测定。

例1，例2

3. L系和C系微分截面的关系

$$\mathrm{d}N'_{\mathrm{L}} = IN_{\mathrm{s}}\sigma_{\mathrm{L}}(\theta_{\mathrm{L}})\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{L}} \qquad \mathrm{d}N'_{\mathrm{c}} = IN_{\mathrm{s}}\sigma_{\mathrm{c}}(\theta_{\mathrm{c}})\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{c}}$$

由 $\mathrm{d}N'_{\mathrm{L}} = \mathrm{d}N'_{\mathrm{c}}$ 得 $\sigma_{\mathrm{L}}(\theta_{\mathrm{L}})\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{L}} = \sigma_{\mathrm{c}}(\theta_{\mathrm{c}})\mathrm{d}\Omega_{\mathrm{c}}$

$$\mathrm{d}\Omega = 2\pi\sin\theta\,\mathrm{d}\theta \qquad \sigma_{\mathrm{L}}(\theta_{\mathrm{L}})\sin\theta_{\mathrm{L}}\,\mathrm{d}\theta_{\mathrm{L}} = \sigma_{\mathrm{c}}(\theta_{\mathrm{c}})\sin\theta_{\mathrm{c}}\,\mathrm{d}\theta_{\mathrm{c}}$$

由
$$\cos\theta_{\mathrm{L}} = \frac{\gamma + \cos\theta_{\mathrm{c}}}{\left(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_{\mathrm{c}}\right)^{1/2}}$$

得
$$\sin\theta_{\mathrm{L}}\,\mathrm{d}\theta_{\mathrm{L}} = \frac{1+\gamma\cos\theta_{\mathrm{c}}}{\left(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_{\mathrm{c}}\right)^{3/2}}\sin\theta_{\mathrm{c}}\,\mathrm{d}\theta_{\mathrm{c}}$$

所以
$$\sigma_{\mathrm{L}}(\theta_{\mathrm{L}}) = \frac{\left(1+\gamma^2+2\gamma\cos\theta_{\mathrm{c}}\right)^{3/2}}{1+\gamma\cos\theta_{\mathrm{c}}}\sigma_{\mathrm{c}}(\theta_{\mathrm{c}})$$

例：

4. 核反应产额

入射粒子在靶中引起的反应数与入射粒子数之比，称为核反应的产额。它是一个入射粒子在靶中引起反应的概率，与靶厚有关。

（1）中子反应的产额

$$\mathrm{d}I = IN_{\mathrm{V}}\sigma\,\mathrm{d}x \qquad I = I_0 e^{-N_{\mathrm{V}}\sigma x}$$

$$I_{\mathrm{D}} = I_0 e^{-N_{\mathrm{V}}\sigma D}$$

$$N' = I_0 - I_D = I_0\left(1 - e^{-N_{\mathrm{V}}\sigma D}\right)$$

$$Y = \frac{N'}{I_0} = 1 - e^{-N_{\mathrm{V}}\sigma D}$$

薄靶，$D \ll \dfrac{1}{N_{\mathrm{V}}\sigma}$

$$Y = N_{\mathrm{V}}\sigma D = N_{\mathrm{s}}\sigma$$

透射率

$$T=\frac{I_{\mathrm{D}}}{I_0}=e^{-N_{\mathrm{V}}\sigma D}$$

（2）带电粒子反应的产额

$$\mathrm{d}N'=IN_{\mathrm{V}}\sigma(E)\mathrm{d}x \qquad N'=\int_0^D \mathrm{d}N'=\int_0^D IN_{\mathrm{V}}\sigma(E)\mathrm{d}x$$

$$Y=\frac{N'}{I_0}=\frac{1}{I_0}\int_0^D IN_{\mathrm{V}}\sigma(E)\mathrm{d}x$$

（i）薄靶，　$\sigma(E)=\sigma(E_0)$，$I\approx I_0$

$$Y=N_{\mathrm{V}}\sigma(E_0)\int_0^D \mathrm{d}x=N_{\mathrm{V}}\sigma(E_0)D=N_{\mathrm{s}}\sigma(E_0)$$

（ii）厚靶　　靶厚D大子粒子在靶中的射程$R(E_0)$

$$Y=N_{\mathrm{V}}\int_0^D \sigma(E)\mathrm{d}x=N_{\mathrm{V}}\int_0^{R(E_0)}\sigma(E)\mathrm{d}x$$

$$=N_{\mathrm{V}}\int_{E_0}^0 \sigma(E)\frac{\mathrm{d}E}{(\mathrm{d}E/\mathrm{d}x)}$$

$$Y(E_0)=N_{\mathrm{V}}\int_0^{E_0}\left[\sigma(E)\Big/-\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)\right]\mathrm{d}E$$

$-(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x})$ 为靶物质对入射带电粒子的阻止本领。

平均截面 $\overline{\sigma(E)}\equiv\dfrac{\int_0^R\sigma(E)\mathrm{d}x}{R}$

$$Y=N_{\mathrm{V}}R\frac{\int_0^R\sigma(E)\mathrm{d}x}{R}=N_{\mathrm{V}}R\overline{\sigma(E)}$$

$$N'=YI_0=I_0N_VR\overline{\sigma(E)}$$

（3）核反应中放射性核素的生成

入射粒子强度I为常数时

$$\frac{dN(t)}{dt} = N' - \lambda N(t) \qquad N' = YI = N_S \overline{\sigma}\, I$$

$$A = \lambda\, N(t) = N_S \overline{\sigma}\, I(1 - e^{-\lambda t}) \qquad \lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}}$$

$t >> T_{1/2}$时，　$A \approx N_S \overline{\sigma}\, I$

$t << T_{1/2}$时，　$A \approx N_S \overline{\sigma}\, I \lambda\, t$

入射粒子流强随时间变化时，需要对***I(t)***积分。

§9.5 核反应截面的一般特征和细致平衡原理

1．核反应截面的一般特征

对于核反应A（a，b）B，为了方便，把入射粒子a和靶核A组成的状态用α 表示，出射粒子b和剩余核B组成的状态用β 表示。反应A（a，b）B可以看作是由状态α 到状态β 的跃迁，或者说，由α 道跃迁到β 道。假定末态β 的数目很多以致可以看成是连续的，根据量子力学的微扰论，单位时间发生跃迁的概率是

$$W_{\alpha\beta}=\frac{2\pi}{\hbar}\left|H_{\alpha\beta}\right|^2\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_\beta}$$

$$\mathrm{d}n=\frac{4\pi p_\mathrm{b}^2\,\mathrm{d}\,p_\mathrm{b}}{(2\pi\hbar)^3}Vg_\beta \qquad g_\beta=(2I_b+1)(2I_\mathrm{B}+1)$$

$$E'_\beta=\frac{1}{2}\mu_\beta\upsilon_\mathrm{b}^2 \qquad \mathrm{d}E'_\beta=\mu_\beta\upsilon_\mathrm{b}\,\mathrm{d}\upsilon_\mathrm{b}=\upsilon_\mathrm{b}\,\mathrm{d}\,p_\mathrm{b}$$

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E'_\beta}=\frac{4\pi p_\mathrm{b}^2}{(2\pi\hbar)^3\upsilon_\mathrm{b}}V(2I_\mathrm{b}+1)(2I_\mathrm{B}+1)$$

$$W_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi\hbar^4}\frac{p_{\mathrm{b}}^2}{\upsilon_{\mathrm{b}}}V\left|H_{\alpha\beta}\right|^2\left(2I_{\mathrm{b}}+1\right)\left(2I_{\mathrm{B}}+1\right)$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{W_{\alpha\beta}}{n_{\mathrm{a}}\upsilon_{\mathrm{a}}} \qquad n_{\mathrm{a}} = \frac{1}{V}$$

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{\pi\hbar^4}\frac{p_{\mathrm{b}}^2}{\upsilon_{\mathrm{a}}\upsilon_{\mathrm{b}}}V^2\left|H_{\alpha\beta}\right|^2\left(2I_{\mathrm{b}}+1\right)\left(2I_{\mathrm{B}}+1\right)$$

2. 细致平衡原理

对于可逆反应A＋a 〈——〉 B＋b，令正过程的截面为$\sigma_{\alpha\beta}$，逆过程的截面为$\sigma_{\beta\alpha}$。由于微扰哈密顿是厄密算符，

$$H_{\alpha\beta}^{*}=\left(\int\psi_{\beta}^{*}\hat{H}\psi_{\alpha}\,\mathrm{d}\tau\right)^{*}=\left[\int\left(\hat{H}\psi_{\beta}\right)^{*}\psi_{\alpha}\,\mathrm{d}\tau\right]^{*}$$

$$=\int\psi_{\alpha}^{*}\hat{H}\psi_{\beta}\,\mathrm{d}\tau=H_{\beta\alpha}$$

$$\left|H_{\alpha\beta}\right|^{2}=\left|H_{\beta\alpha}\right|^{2}$$

$$\frac{\sigma_{\alpha\beta}}{\sigma_{\beta\alpha}}=\frac{p_{\mathrm{b}}^{2}\left(2I_{\mathrm{b}}+1\right)\left(2I_{\mathrm{B}}+1\right)}{p_{\mathrm{a}}^{2}\left(2I_{\mathrm{a}}+1\right)\left(2I_{\mathrm{A}}+1\right)}$$

§9.6 反应截面的分波分析

1. 半经典分波法

依据角动量守恒，可将截面分解为各种角动量所对应的截面之和：

$$k=\frac{1}{\lambda\!\!\!^{-}}=\frac{\mu\upsilon}{\hbar}=\frac{\sqrt{2\mu E'}}{\hbar}$$

$$L=\rho\mu\upsilon \qquad \rho=\frac{L}{\hbar}\lambda\!\!\!^{-}$$

$$L=l\hbar \qquad \rho=l\lambda\!\!\!^{-}$$

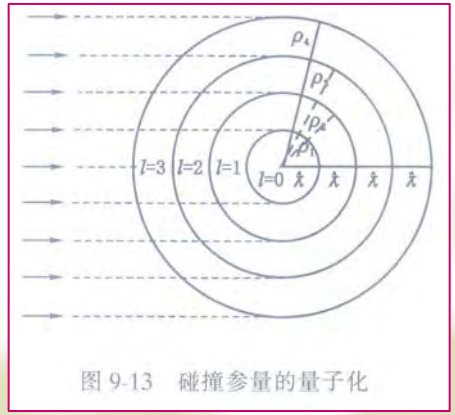


图 9-13　碰撞参量的量子化

$$S_l=\pi\rho_{l+1}^2-\pi\rho_l^2=\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$$

$$\sigma_{r,l}\le\pi\lambda\!\!\!^{-2}(2l+1)$$

2. 散射截面和反应截面的量子力学分波法表示

入射平面波

$$\exp(ikz)=\frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}\ i^{l+1}\left\{\exp\left[-i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]-\exp\left[+i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]\right\}Y_{l,0}(\theta)$$

入　　出

如果在坐标原点有一原子核，则出射球面波的振幅和位相一般要发生变化。这时，远离靶核处的新的波函数是

$$\psi(r)=\frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}\ i^{l+1}\left\{\exp\left[-i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]-\eta_l\exp\left[+i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]\right\}Y_{l,0}(\theta)$$

$$=\quad \Psi_{in}\ +\ \Psi_{out}$$

$\eta_l=\exp(-2i\delta_l)$ 是复数，绝对值小于1

$$\psi_{sc}=\psi(r)-\exp(ikz)=\frac{\sqrt{\pi}}{kr}\sum_{l=0}^{\infty}\sqrt{2l+1}\ i^{l+1}(1-\eta_l)\exp\left[i\left(kr-\frac{l\pi}{2}\right)\right]Y_{l,0}(\theta)$$

$$N_{sc}=\int j_{sc}r^2d\Omega=\frac{\hbar}{2i\mu}\int\left(\frac{\partial\psi_{sc}}{\partial r}\psi_{sc}^{*}-\frac{\partial\psi_{sc}^{*}}{\partial r}\psi_{sc}\right)r_0^2\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$$

$$=\frac{\upsilon\pi}{k^2}\sum_{l=0}^{\infty}(2l+1)\left|1-\eta_l\right|^2$$

$$v=\frac{\hbar k}{\mu}$$

在平面波**exp（*ikz*）**中通量密度j_{in}的数值就等于粒子的速度υ

$$j_{in} = \frac{\hbar k}{\mu} = v$$

$$\sigma_{sc} = \frac{N_{sc}}{j_{in}} = \sum_{l=0}^{\infty} \pi\lambda^2 (2l+1)\left|1-\eta_l\right|^2 \qquad \sigma_{sc,l} = \pi\lambda^2 (2l+1)\left|1-\eta_l\right|^2$$

$$\sigma_r = \frac{\int (j_{in}' - j_{out}')r^2 d\Omega}{j_{in}} = \sum_{l=0}^{\infty} \pi\lambda^2 (2l+1)\left(1-\left|\eta_l\right|^2\right) \qquad \sigma_{r,l} = \pi\lambda^2 (2l+1)\left(1-\left|\eta_l\right|^2\right)$$

$$\sigma_{r,l} \le \pi\lambda^2 (2l+1)$$

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r = \sum_{l=0}^{\infty} 2\pi\lambda^2 (2l+1)(1-\mathrm{Re}\,\eta_l)$$

$$\sigma_{t,l} = 2\pi\lambda^2 (2l+1)(1-\mathrm{Re}\,\eta_l)$$

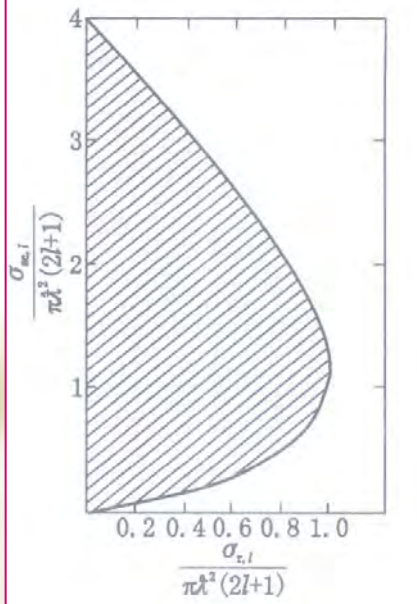


图 9-14　弹性散射截面与反应截面的关系

§9.7 核反应的三阶段描述和核反应机制

1. 核反应过程的描述

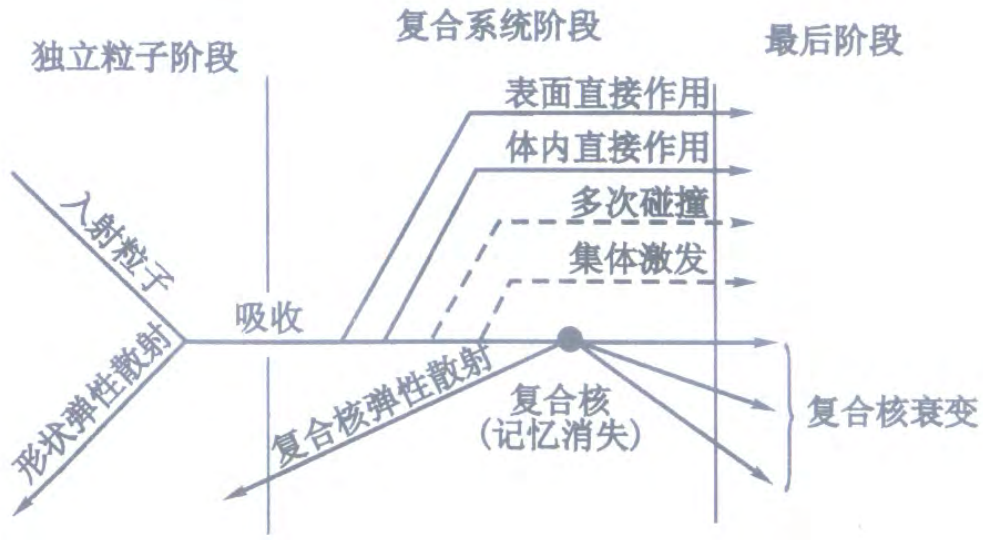


图 9-15　核反应过程的三阶段描述

$$\sigma_t = \sigma_{pot} + \sigma_a$$

$$\sigma_a = \sigma_{CN} + \sigma_D$$

$$\sigma_{CN} = \sigma_{res} + \sigma_{decay}$$

$$\sigma_{sc} = \sigma_{pot} + \sigma_{res}$$

$$\sigma_t = \sigma_{sc} + \sigma_r$$

$$= \sigma_{pot} + \sigma_{res} + \sigma_r$$

$$= \sigma_{pot} + \sigma_{res} + \sigma_{decay} + \sigma_D$$

$$\sigma_a = \sigma_{res} + \sigma_r$$

2. 两种主要核反应机制： 直接反应和融合反应

3. 各种截面之间的关系

§9.8 光学模型

1．光学模型的基本思想

光学模型认为，原子核好比一个半透明的玻璃球，入射粒子与靶核的作用如同光波射在玻璃球上，一部分透射或反射，一部分被吸收。透射或反射的光波相当于粒子被散射。被吸收的光波相当于粒子进入靶核，引起核反应。光学模型的理论处理是：对于入射粒子与靶核的作用引入一个复数势阱，把它代入薛定谔方程中求解，然后可以计算出散射截面和吸收截面。光学模型是其他模型的基础。

2．光学模型对截面的计算

标准程序，分段分波计算，得出相移因子。

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{u_l(r)}{r} Y_{lm}(\theta,\varphi) \qquad \left[\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}r^2} + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2} + V(r)\right] u_l(r) = E u_l(r)$$

已经作了大量有关光学模型的理论和实验工作，伍兹-萨克森势阱比较好：

$$V(r)=\frac{-(V+iW)}{1+\exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

加表面势，轨道自旋耦合势等

a是核表面厚度参量，称为弥散度；***R***是道半径，即入射粒子半径与靶核半径之和：

$$R=r_0\left(A_{\mathrm{I}}^{1/3}+A_{\mathrm{T}}^{1/3}\right)$$

V，***W***，***a***，r_0等光学模型参量由实验确定。

由光学模型可以计算出各个角动量分波的相移 η_l，从而得到各种截面。

光学模型参数较多，比较容易得到对实验数据的较好的描述，了解反应过程的大致性质。但只是确定有效相互作用势，不能了解反应的具体过程和机制。

§9.9 复合核模型

1. 复合核模型

$$A + a \rightarrow C \rightarrow B + b$$

特征：形成平衡的中间体系

形成与衰变过程相互独立

复合核的形成与衰变是两个相互独立的过程，

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(E_a) W_b(E^*)$$

$$E^* = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_a + B_{aA}$$

复合核的寿命一般都比较长，可以长达10^{-15}s。这比粒子直接穿过原子核的时间10^{-20}～10^{-22}s（原子核的线度/粒子速度）要大好几个数量级。

复合核的衰变方式一般不只一种，通常可以蒸发中子、质子、α 粒子或发射γ 光子等。各种衰变方式各具有一定的概率。例如，能量为2MeV的氘与^{39}K作用可以引起下列反应：

$$\sigma_{ab} = \frac{dN_b}{I_a N_s} = \frac{dN_{CN}}{I_a N_s} \frac{dN_b}{dN_{CN}} = \sigma_{CN} W_b$$

W_b无量纲

$$^{39}\mathrm{K}+\mathrm{d}\rightarrow{}^{41}\mathrm{Ca}^{*}\rightarrow\begin{cases}^{39}\mathrm{K}+\mathrm{d}\\ ^{41}\mathrm{Ca}+\gamma\\ ^{40}\mathrm{K}+\mathrm{p}\\ ^{40}\mathrm{Ca}+\mathrm{n}\\ ^{37}\mathrm{Ar}+\alpha\\ ^{38}\mathrm{Ar}+{}^{3}\mathrm{He}\end{cases}$$

2．独立假设的实验证明

3．核反应的共振

（1）核反应的共振现象

实验测得的激发曲线σ（E），当入射粒子能量E为某些数值时，曲线呈现出一些尖锐的峰。这种现象称为核反应的共振。

原因：复合核的能级结构。当入射粒子的相对运动动能加上入射粒子和靶核的结合能B_{aA}正好等于复合核的一个能级的能量时，入射粒子就会被强烈吸收、于是形成复合核的截面特别大，从而整个反应截面也就特别大。

$$^{27}\mathrm{Al} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{28}\mathrm{Al}^{*} \rightarrow {}^{27}\mathrm{Al} + \mathrm{n}$$

$$B_{\mathrm{aA}} = \left[M\left(^{27}\mathrm{Al}\right) + m_{\mathrm{n}} - M\left(^{28}\mathrm{Al}\right)\right] \times 931.5\ \mathrm{MeV}$$

$$= \left[26.981539 + 1.008665 - 27.981905\right] \times 931.5\ \mathrm{MeV}$$

$$= 7.731\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{40} = \frac{m_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{a}} + m_{\mathrm{A}}} E + B_{\mathrm{aA}}$$

$$= \frac{27}{1+27} \times 0.040 + 7.731$$

$$= 7.770(\mathrm{MeV})$$

$$E^{*}_{95} = 7.823\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{145} = 7.871\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{155} = 7.880\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{210} = 7.934\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{290} = 8.011\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{315} = 8.035\ \mathrm{MeV}$$

$$E^{*}_{370} = 8.088\ \mathrm{MeV}$$

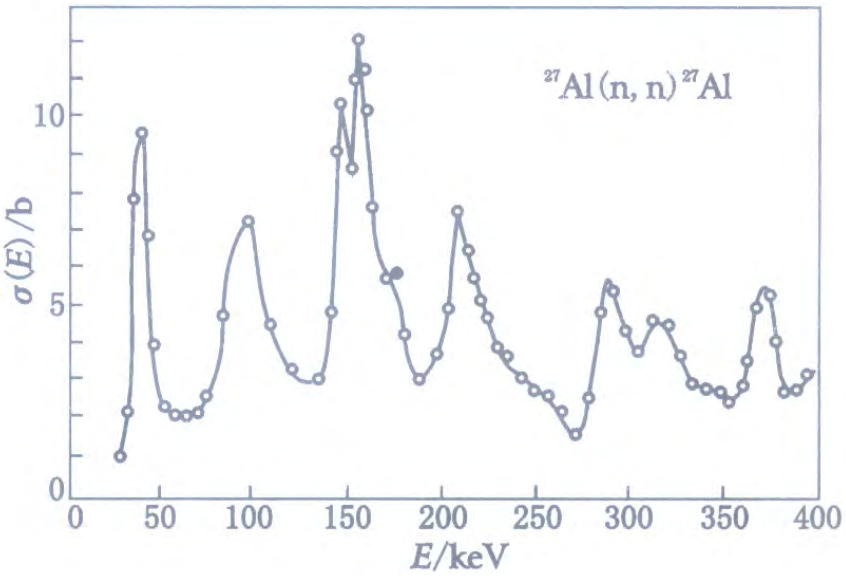


图 9-21 $^{27}\mathrm{Al}(\mathrm{n},\mathrm{n})^{27}\mathrm{Al}$ 的激发曲线

（2）非束缚能级的寿命和宽度

通过核反应形成的复合核的能级都较高，通常超过核子的分离能，这种能级称为非束缚能级，也有人称为虚能级。低于核子分离能的能级称为束缚能级。

复合核可以通过各种方式进行衰变，或说非束缚能级可以通过各种方式进行退激发。每种方式都有一定的概率。设W_1，W_2，W_3，…分别表示单位时间内各种衰变方式的概率，则单位时间的复合核衰变的总概率W为

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots$$

$$\tau = \frac{1}{W}$$

$W \sim \lambda$　单位s^{-1}

$$\Gamma\tau = \hbar$$

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar W$$
$$= \hbar\left(W_1 + W_2 + W_3 + \cdots\right)$$
$$= \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \cdots$$

由于非束缚能级一般可以通过放射γ光子，中子，质子和α粒子等方式进行退激。因此非束缚能级的总宽度Γ一般可以表示为

$$\Gamma = \Gamma_\gamma + \Gamma_{\mathrm{n}} + \Gamma_{\mathrm{p}} + \Gamma_\alpha + \cdots$$

Γ_γ，Γ_{n}，Γ_{p}和Γ_α分别表示γ辐射宽度、中子宽度、质子宽度和α粒子宽度

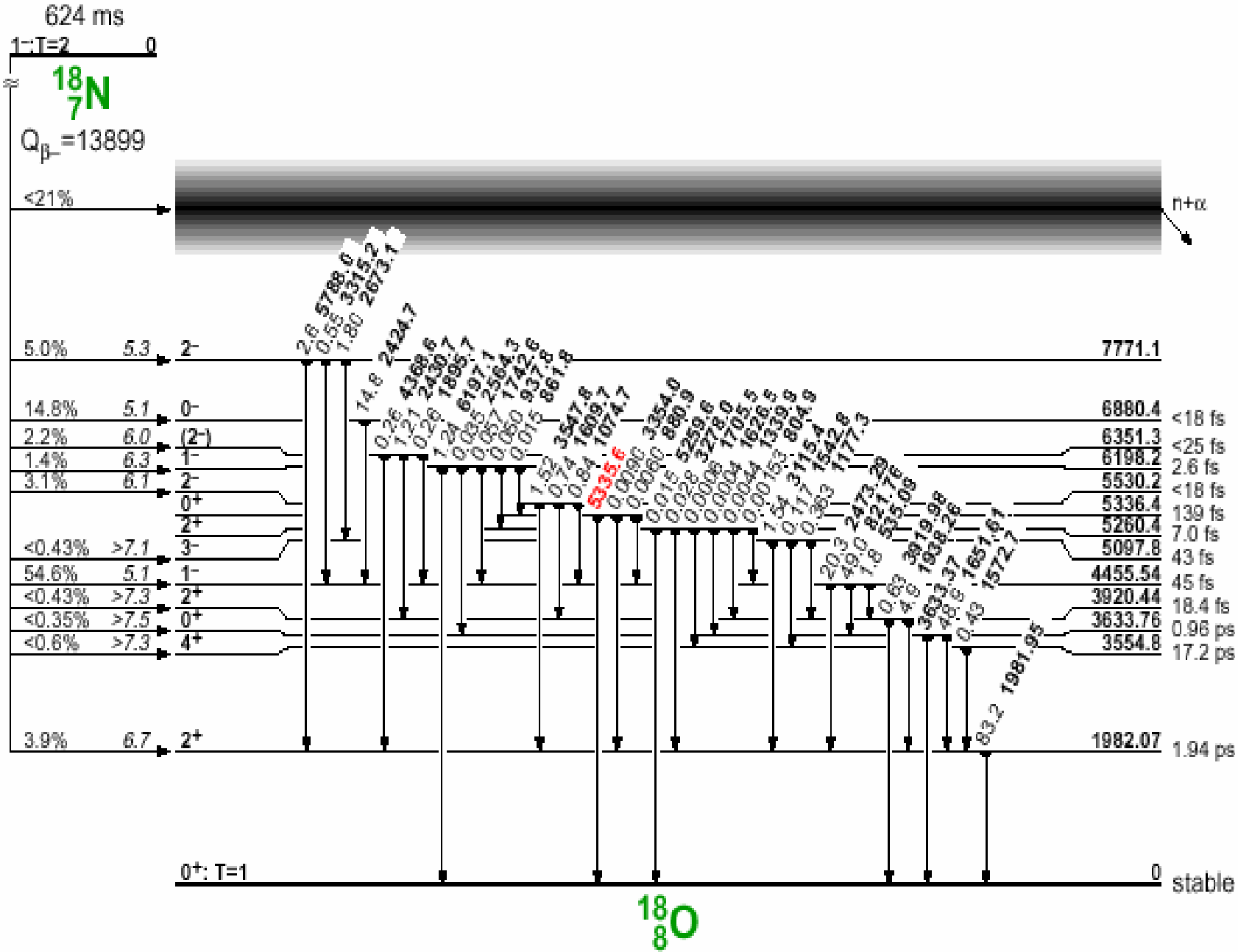
$$\sigma_{\mathrm{ab}} = \sigma_{\mathrm{CN}} \frac{\Gamma_{\mathrm{b}}}{\Gamma}$$

（3）布莱特-维格纳（Breit-Wigner）公式

在共振能量附近，S波

$$\sigma_{\mathrm{sc},0} \approx \pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_{\mathrm{a}}^2}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

$$\sigma_{\mathrm{r},0} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_{\mathrm{a}} \Gamma_{\mathrm{r}}}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$


624 ms
1⁻;T=2
0
18 7N
Q β⁻=13899
<21%
n+α
5.0% 5.3 2⁻ 7771.1
14.8% 5.1 0⁻ 6880.4 <18 fs
2.2% 6.0 (2⁻) 6351.3 <25 fs
1.4% 6.3 1⁻ 6198.2 2.6 fs
3.1% 6.1 2⁻ 5530.2 <18 fs
0⁺ 5336.4 139 fs
2⁺ 5260.4 7.0 fs
<0.43% >7.1 3⁻ 5097.8 43 fs
54.6% 5.1 1⁻ 4455.54 45 fs
<0.43% >7.3 2⁺ 3920.44 18.4 fs
<0.35% >7.5 0⁺ 3633.76 0.96 ps
<0.6% >7.3 4⁺ 3554.8 17.2 ps
3.9% 6.7 2⁺ 1982.07 1.94 ps
0⁺: T=1 0 stable
18 8O

$$\sigma_{ab} = \sigma_{r,0}\frac{\Gamma_b}{\Gamma_r} \qquad \sigma_{ab} = \pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{(E'-E_0)^2+(\Gamma/2)^2}$$

几点讨论：

（i）当$E'=E_0$时，截面最大，此时发生共振。共振时的截面σ_0为

$$\sigma_0 = 4\pi\lambda\!\!\!^{-2}\frac{\Gamma_a\Gamma_b}{\Gamma^2}$$

如果Γ不很大，在此能量范围内，Γ_a，Γ_b可以近似地认为不变，则当

$E' = E_0 \pm \frac{\Gamma}{2}$ 时， $\sigma_{ab} = \frac{1}{2}\sigma_0$ 。

所以，Γ为共振曲线的半高宽

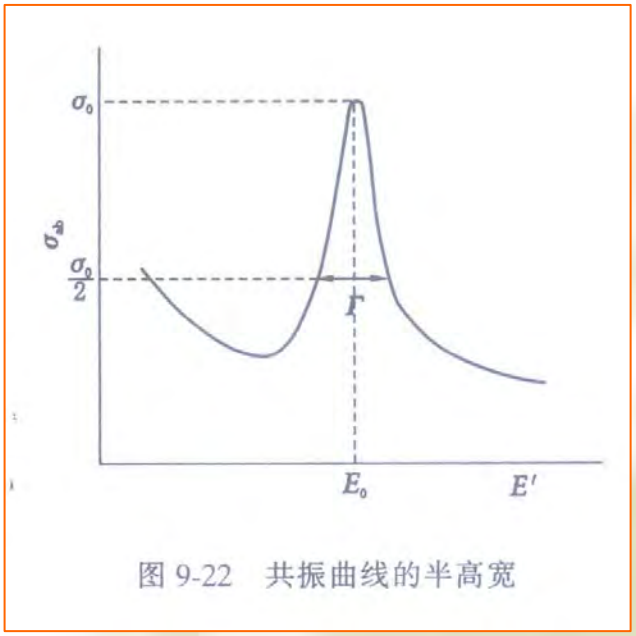


图 9-22 共振曲线的半高宽

激发曲线共振峰的半高宽完全由复合核的形成截面σ_{CN}决定，与复合核的衰变方式无关，后者只影响反应截面的大小。

（ii）B-W公式可以写作两部分的乘积

$$\sigma_{ab} = \left[\pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2} \right] \times \left[\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \right]$$

所以

$$\sigma_{CN} = \pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_a \Gamma}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

当入射粒子的轨道角动量$l \neq 0$时，B-W公式的右边均应乘上因子（$2l+1$）。另外，根据角动量守恒的要求，还必须考虑反应前后自旋态的统计权重。设入射粒子、靶核和复合核的自旋分别为I_a，I_A和I_c，则始态有（$2I_a+1$）（$2I_A+1$）（$2l+1$）种可能，末态有种（$2I_c+1$）可能。所以统计因子为

$$g(I_c) = \frac{2I_c + 1}{(2I_a + 1)(2I_A + 1)(2l + 1)}$$

$$\sigma_l(a, b) = \frac{2I_c + 1}{(2I_a + 1)(2I_A + 1)} \pi\lambda\!\!\!^{-2} \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E' - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}$$

4．连续区理论

当入射粒子能量增大时，复合核处于较高的激发态，能级宽度加大，间距缩小，以致相互重叠，连成一片，这一能量范围通常叫做连续区。连续区一般是指入射粒子能量大约1到30MeV的能区。在连续区内，激发曲线不具有尖锐的共振峰，而呈现出比较平滑的变化。

黑核模型认为入射粒子与靶核作用时，一部分在靶核表面上被散射，另一部分进入靶核形成复合核。不管入射粒子具有什么样的能量，都能被靶核强烈吸收，这好象光学中的黑体能强烈吸收各种能量的光子一样，这是黑核模型名称的由来。

黑核模型是在复合核模型的基础上发展起来的，它与复合核模型一样，都是强吸收模型。它认为，入射粒子被原子核吸收后，立即把自己的能量交给原子核，很快丧失掉独立性，与靶核融合在一起而形成复会核，然后复合核进行衰变。不过，黑核模型认为开道数目很大，因此再通过入射道衰变的概率可以忽略，于是复合核的形成截面就是反应截面：$\sigma_{CN}=\sigma_r$。

（2）中子反应的连续区理论

$$\sigma_{\mathrm{CN}} = ST$$

$$S = \sum_{l=0}^{l_{\mathrm{m}}} S_l = \sum_{l=0}^{R/\lambda\!\!\!^{-}} \pi\lambda\!\!\!^{-}2(2l+1) = \pi\left(R+\lambda\!\!\!^{-}\right)^2$$

$$T_l = 1 - \left|\eta_l\right|^2$$

直角势井

$$\eta_l = \frac{K-k}{K+k} e^{-2ikR}$$

$$K \approx \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu\left(E'+V_0\right)}$$

$$k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E'}$$

$$T_l = 1 - \left|\eta_l\right|^2 = \frac{4kK}{(k+K)^2}$$

$$\sigma_{\mathrm{CN}} = \pi(R+\lambda)^2 T \quad T = \frac{4kK}{(k+K)^2}$$

$$K = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu(E^{'}+V_0)},\ k = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\mu E^{'}}$$

中子能量很低时，因$k \ll K$，$\lambda \gg R$，

$$\sigma_a(n) \approx \frac{4\pi}{kK} \approx \frac{4\pi}{kK_0} \propto \frac{1}{\upsilon}$$

中子能量很高时，k趋近于K，同时 $\lambda \ll R$，

$$\sigma_a(n) \approx \pi R^2$$

（3）带电粒子的反应截面

$$\sigma_R = \begin{cases} \pi R^2 \left[1 - \dfrac{V(R)}{E'}\right] & E' > V(R) \\ 0 & E' < V(R) \end{cases}$$

5. 高激发复合核的衰变

（1）能级密度

对于原子核的高激发能级，通常用能级密度来描述。能级密度ρ（E^*）是指单位能量间隔的能级数目。根据理论和实验的考虑，能级密度与激发能E^*之间一般有下面的近似关系：

$$\rho(E^*) = ce^{2\sqrt{aE^*}}$$

式中c和a是可调参量。如果ρ的单位是MeV^{-1}，E^*的单位是MeV，则c和a的单位均为MeV^{-1}。

（2）蒸发模型

（i）出射粒子的能谱

当复合核的激发能足够高时，衰变后的剩余核可以处于各种激发态，因此出射粒子也相应地具有各种能量。此时，A（a，b）B反应可表示成

$$A + a \rightarrow C \rightarrow \begin{cases} B_0 + b_0 \\ B_1^* + b_1 \\ B_2^* + b_2 \\ \cdots \\ B_n^* + b_n \\ \cdots \end{cases}$$

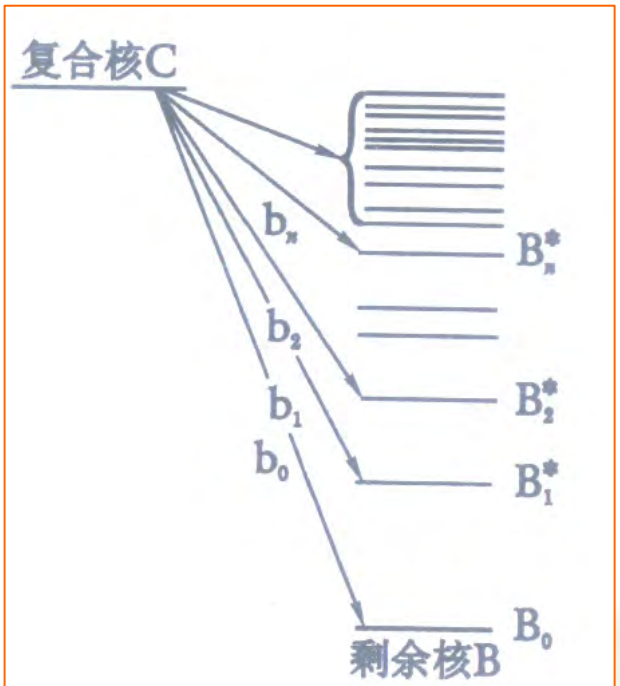


图 9-27　复合核蒸发中子

令n（E_n）dE是中子能量在$E_n \rightarrow E_n +$ dE_n之间的相对数目，E_0是中子的最大动能，于是剩余核的激发能$E^* = E_0 - E_n$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto \Gamma_n(E_n)\rho(E^*)\mathrm{d}E^*$$
$$\propto \Gamma_n(E_n)\rho(E_0 - E_n)\mathrm{d}E_n$$

$$\sigma_{ab} = \sigma_{CN}(\alpha)\frac{\Gamma_b}{\Gamma} \qquad \sigma_{ba} = \sigma_{CN}(\beta)\frac{\Gamma_a}{\Gamma}$$

利用细致平衡原理

$$\frac{\sigma_{CN}(\alpha)\,\Gamma_b}{\sigma_{CN}(\beta)\,\Gamma_a} = \frac{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)}$$

$$\frac{\Gamma_a}{p_a^2(2I_a+1)(2I_A+1)\sigma_{CN}(\alpha)} = \frac{\Gamma_b}{p_b^2(2I_b+1)(2I_B+1)\sigma_{CN}(\beta)} = 常量$$

$$\Gamma_b \propto \sigma_{CN}(\beta)p_b^2 \propto E_b\sigma_{CN}(E_b)$$

假定σ_{CN}（E_b）近似为常量，则此式表明复合核发射粒子**b**的概率与粒子能量E_b成正比。因此，对于复合核发射中子，有

$$\Gamma_n(E_n) \propto E_n$$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto E_n e^{2\sqrt{a(E_0-E_n)}}\,\mathrm{d}E_n$$

当E_n <<E_0时

$$2\sqrt{a(E_0-E_n)} \approx 2\sqrt{aE_0} - E_n\sqrt{\frac{a}{E_0}}$$

$$n(E_n)\mathrm{d}E_n \propto E_n e^{-E_n\sqrt{a/E_0}}\,\mathrm{d}E_n$$

$$\propto E_n e^{-E_n/T}\,\mathrm{d}E_n$$

T =（E_0/a）$^{1/2}$，相当于麦克斯韦分布中的温度，所以叫它为核温度。它的量纲是能量。

（ii）出射粒子的角分布

$$s_A + s_a + l_a = I_C = s_B + s_b + l_b \qquad I_a + l_a = I_C = I_b + l_b$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = 1 + A\cos^2\theta + B\cos^4\theta + \cdots$$

§9.10 直接反应

是通过入射粒子与靶核中的少数核子直接相互作用来完成。

1. 削裂反应(stripping)

入射粒子打到靶核边上，其中一个或几个核子被靶核俘获，其余部分继续飞行前进。显然，能够引起削裂反应的入射粒子至少要由两个核子组成。最常见而且最重要的削裂反应是由氘核引起的反应。

$$I_A + s_d + l_d = I_B + s_p + l_p$$

$$s_d = s_n + s_p, \quad l_d = l_n + l_p$$

$$I_A + s_n + l_n = I_B$$

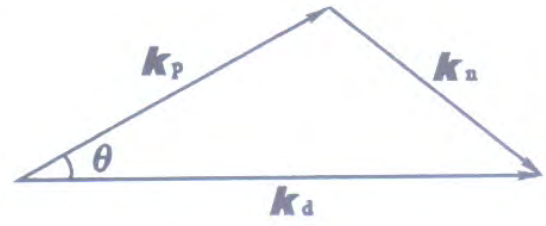


图 9-29 (d,p)反应中的动量关系

$$I_A + I_B + \frac{1}{2} \geq l_n \geq \left| |I_A - I_B| - \frac{1}{2} \right|$$

$$\pi_A \pi_B = (-1)^{l_n}$$

$$\hbar \mathrm{k}_\mathrm{n} = \hbar \mathrm{k}_\mathrm{d} - \hbar \mathrm{k}_\mathrm{p} \qquad k_\mathrm{n} = \left[\left(k_\mathrm{d} - k_\mathrm{p} \right)^2 + 4 k_\mathrm{d} k_\mathrm{p} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^{1/2}$$

$$\hbar k_\mathrm{n} R = \hbar l_\mathrm{n} \qquad k_\mathrm{n} R = l_\mathrm{n}$$

$$\frac{l_\mathrm{n}}{R} = \left[\left(k_\mathrm{d} - k_\mathrm{p} \right)^2 + 4 k_\mathrm{d} k_\mathrm{p} \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) \right]^{1/2}$$

l_n可测

$^{76}_{34}\mathrm{Se(d,p)}^{77}_{34}\mathrm{Se} \qquad l_\mathrm{n} = 1 \qquad I\left(^{77}_{34}\mathrm{Se}\right) = I\left(^{76}_{34}\mathrm{Se}\right) + s_\mathrm{n} + l_\mathrm{n} = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \\ 0 + \left| \frac{1}{2} - 1 \right| = \frac{1}{2} \end{cases}$

$$\pi\left(^{77}_{34}\mathrm{Se}\right) = \pi\left(^{76}_{34}\mathrm{Se}\right)(-1)^{l} = (+1)(-1)^{1} = -1$$

$^{40}_{20}\mathrm{Ca(d,p)}^{41}_{20}\mathrm{Ca} \qquad l_\mathrm{n} = 3 \qquad I\left(^{41}_{20}\mathrm{Ca}\right) = I\left(^{40}_{20}\mathrm{Ca}\right) + s_\mathrm{n} + l_\mathrm{n} = \begin{cases} 0 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2} \\ 0 + \left| \frac{1}{2} - 3 \right| = \frac{5}{2} \end{cases}$

$$\pi\left(^{41}_{20}\mathrm{Ca}\right) = \pi\left(^{40}_{20}\mathrm{Ca}\right)(-1)^{l} = (+1)(-1)^{3} = -1$$

2．拾取反应(pickup)

削裂反应的逆过程是拾取反应，例如（p，d）、（n，d）、（p，t）、（p，α）、（^{3}He，α）反应等。它是指入射粒子与靶核作用时，从靶核拾取一个或几个核子结合成较重的粒子并向外飞出的反应。

3．其它直接反应

还有几种常见的直接反应机制：

电荷交换反应(charge exchange)，例如（p，n）和（^{3}He，t）反应是最常见的电荷交换反应。

非弹性散射(inelastic) 入射粒子与靶核作用时，把部分能量交给靶核使其激发，而自己继续飞行。这种非弹性散射属于直接作用过程。它的角分布没有对90°角的对称性，而与势弹性散射的衍射花样类似。

敲出反应(knock-out) 它是指入射粒子把部分能量直接交给靶核中的一个或几个粒子而使其飞出靶核的反应。此时入射粒子往往被靶核吸收。与削裂反应和拾取反应不同。

CRC-Fresco code

Model WF:

$$P\overline{\Psi} \equiv \Psi = \sum_{i}^{N} \phi_i \psi_i(\mathbf{R}_i)$$

$$\phi_i \equiv \phi_{ip} * \phi_{it}$$

$$\mathcal{H} = P\overline{\mathcal{H}}P - P\overline{\mathcal{H}}Q\frac{1}{Q\overline{\mathcal{H}}Q - E - i\epsilon}Q\overline{\mathcal{H}}P,$$

$[\overline{\mathcal{H}} - E]\overline{\Psi} = 0$ becomes $[\mathcal{H} - E]\Psi = 0$ in the model space with

Assuming no interference between the model space and other space, only loss of flux.

Channel-projected Hamitonian:

$$H_i - E_i = \langle \phi_i | \mathcal{H} - E | \phi_i \rangle$$

Coupling interaction V_i :

$$\begin{aligned} \mathcal{H} - E &= H_i - E_i + V_i \text{ (the 'post' form)} \\ &= H_j - E_j + V_j \text{ (the 'prior' form).} \end{aligned}$$

$$[E_i - H_i]\,\psi_i(\mathbf{R}_i) = \sum_{j\neq i} \langle\phi_i|\mathcal{H} - E|\phi_j\rangle\,\psi_j(\mathbf{R}_j).$$

$$\begin{aligned}\langle\phi_i|\mathcal{H} - E|\phi_j\rangle &= V_{ij}^{\rm post} + [H_i - E_i]K_{ij}({\rm post}) \\ {\rm or} &= V_{ij}^{\rm prior} + K_{ij}[H_j - E_j]({\rm prior})\end{aligned}$$

$$V_{ij}^{\rm post} \equiv \langle\phi_i|V_i|\phi_j\rangle, \quad V_{ij}^{\rm prior} \equiv \langle\phi_i|V_j|\phi_j\rangle, \quad K_{ij} \equiv \langle\phi_i|\phi_j\rangle.$$

For each channel:

$$\Psi_{\kappa J_T}^{M_T}(\mathbf{R}_\kappa, \xi_p, \xi_t) = \sum_{\substack{LJ_pJJ_t \\ M\mu_pM_J\mu_t}} \phi_{J_p}(\xi_p)\;\phi_{J_t}(\xi_t)\;i^L Y_L^M(\hat{\mathbf{R}}_\kappa)\frac{1}{R_\kappa}\;f_{(LJ_p)J,J_t}^{\kappa J_T}(R_\kappa)$$
$$\langle LM\,J_p\mu_p|JM_J\rangle\,\langle JM_J\,J_t\mu_t|J_TM_T\rangle \qquad (2$$

here $\mathbf{R}_\kappa$ = radial coordinate *from* the target *to* the projectile in partition κ, ξ_p = internal coordinates of projectile, ξ_t = internal coordinates of target, and

$$f_{(LJ_p)J,J_t}^{\kappa J_T}(R) \equiv f_\alpha(R) \qquad (27)$$

The CRC equations are in many cases of the form

$$[E_{\kappa pt} - T_{\kappa L}(R_\kappa) - U_\kappa(R_\kappa)]\, f_\alpha(R_\kappa) = \sum_{\alpha',\Gamma>0} i^{L'-L}\, V^{\Gamma}_{\alpha:\alpha'}(R_{\kappa'})\, f_{\alpha'}(R_{\kappa'}) + \sum_{\alpha',\kappa'\neq\kappa} i^{L'-L} \int_0^{R_m} V_{\alpha:\alpha'}((R_\kappa), R_{\kappa'})\, f_{\alpha'}(R_{\kappa'})\, d(R_{\kappa'})$$

where the kinetic energy term is

$$T_{\kappa L}(R) = -\frac{\hbar^2}{2\mu_\kappa}\left(\frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2}\right), \qquad (31)$$

Single nucleon state:

$$\phi_{JM}(\xi_c, \mathbf{r}) = \sum_{\ell jI} A^{jIJ}_{\ell sj}\ [\phi_I(\xi_c)\varphi_{\ell sj}(\mathbf{r})]_{JM}$$

$$= \sum_{\ell jI, m\mu m_s m_\ell} A^{jIJ}_{\ell sj}\, \langle jmI\mu|JM\rangle\, \phi_{I\mu}(\xi_c)\, \langle \ell m_\ell s m_s|jm\rangle\, Y^{m_\ell}_\ell(\hat{\mathbf{r}})\phi^{m_s}_s \frac{1}{r} u_{\ell sjI}(r)$$

$A^{jIJ}_{\ell sj}$: Coefficient of Fractional Parentage

two nucleon state:

$$\phi_{JM} = \sum_{\substack{L\ell S \\ jJ_{12}I}} A^{J_{12}IJ}_{LjJ_{12}}\ \phi_{I\mu_I}(\xi_c).\phi^{\sigma_1}_{s_1}\ \phi^{\sigma_2}_{s_2}\ Y^{\Lambda}_{L}(\hat{\mathbf{r}})\ Y^{\mu}_{\ell}(\hat{\boldsymbol{\rho}})\ \frac{1}{r\rho}u_{12}(r,\rho)$$

$$\langle J_{12}M_{12}I\mu_I|JM\rangle\langle L\Lambda jm_{12}|J_{12}M_{12}\rangle\langle \ell\mu S\Sigma|jm_{12}\rangle\langle s_1\sigma_1 s_2\sigma_2|S\Sigma\rangle$$

4.4.1 Finite Range Transfers

To calculate the coupling term that arises when a particle is transferred, for example from a target bound state to being bound in the projectile, we need to evaluate source terms of the form

$$S_\alpha(R) = \int_0^\infty \langle (LJ_p)J, J_t; J_T|\mathbf{V}|(L'J'_p)J', J'_t; J_T\rangle\ f^{J_T}_{(L'J'_p)J',J'_t}(R')dR' \qquad (103)$$

where the initial (primed) state has a composite target with internal coordinates $\xi'_t \equiv \{\xi_t, \mathbf{r}'\}$: $\phi_{J'_t}(\xi_t, \mathbf{r}') = |(\ell' s)j', J_t; J'_t\rangle$ and the final (unprimed) state has a composite projectile with internal coordinates $\xi_p \equiv \{\xi_{p'}, \mathbf{r}\}$: $\phi_{J_p}(\xi'_p, \mathbf{r}) = |(\ell s)j, J'_p; J_p\rangle$.

The $\mathbf{V}$ is the interaction potential, of which the prior form is

$$\mathbf{V} = V_{\ell sj}(\mathbf{r}) + U_{cc}(R_c) - U_{\alpha'}(\mathbf{R}') \qquad (104)$$

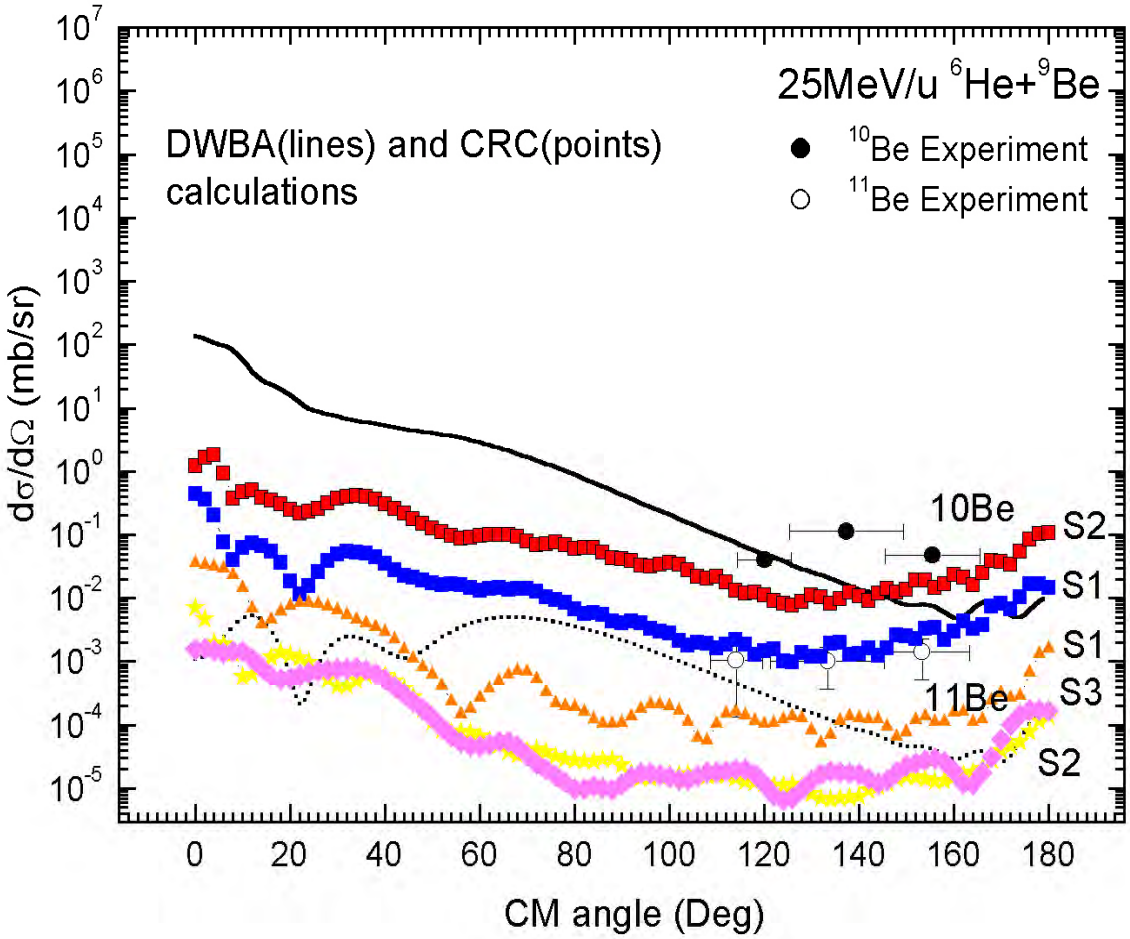
What we need:

Optical potential for each partition;

internal WF for each state in the model space;

potentials for interaction between the channels;

CFP or SA. $SA = \sqrt{N}(CFP)$



- 2n transfer is 100 times smaller then 1n transfer.
- current calculation under estimate the data (especially for 2n).
- 1n transfer to the 2^+ state of ^{10}Be is much more important then to the 0^+ g.s.
- 2n transfer to the $½^+$ g.s. of ^{11}Be dominates over other states.

Questions: imaginary potential? nodes?

states? SA or CFP?

§9.11 重离子核反应

重离子核反应是指比α粒于为重的离子所引起的核反应。

1. 重离子核反应的特点

（1）库仑作用强(库仑激发)；

（2）生成合成体系的激发能高（热核）

（3）带给合成体系的角动量大（高自旋与超形变）

（4）重离子的波长短（半经典近似）

2. 重离子核反应的分类

表 9-3　按锐截止模型划分反应类型

碰 撞 参 数	轨道角动量	反 应 类 型
$\rho > \rho_{gr}$	$l > l_{gr}$	卢瑟福散射,库仑激发
$\rho_{gr} > \rho > \rho_{m}$	$l_{gr} > l > l_{m}$	准弹性散射
$\rho_{m} > \rho > \rho_{cr}$	$l_{m} > l > l_{cr}$	深度非弹性散射
$\rho < \rho_{cr}$	$l < l_{cr}$	融合反应

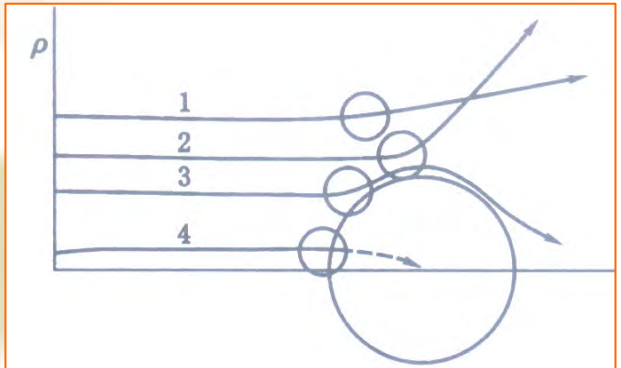


图 9-34　重离子反应随碰撞参量的变化

表9-3 按锐截止模型划分反应类型

碰撞参量	轨道角动量	反应类型
$\rho>\rho_{gr}$	$l>l_{gr}$	卢瑟福散射，库仑激发
$\rho_{gr}>\rho>\rho_{m}$	$l_{gr}>l>l_{m}$	准弹性散射
$\rho_{m}>\rho>\rho_{cr}$	$l_{m}>l>l_{cr}$	深度非弹性散射
$\rho<\rho_{cr}$	$l<l_{cr}$	融合反应

3. 重离子反应总截面的计算

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \sigma_{\mathrm{D}} + \sigma_{\mathrm{DIS}} + \sigma_{\mathrm{F}} = \pi \lambda\!\!\!^{-2} l_{\mathrm{gr}}^2$$

$$E' = V_{\mathrm{c}} + E'_{\mathrm{gr}} \qquad E'_{\mathrm{gr}} = \frac{p'^2}{2\mu} = \frac{p'^2 R^2}{2\mu R^2} = \frac{l_{\mathrm{gr}}\left(l_{\mathrm{gr}}+1\right)\hbar^2}{2\mu R^2}$$

$$l_{\mathrm{gr}}^2 \lambda\!\!\!^{-2} \approx R^2\left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right)$$

$$\sigma_{\mathrm{r}} = \pi R^2\left(1 - \frac{V_{\mathrm{c}}}{E'}\right)$$

第十二章 原子核的亚核子物理

从前面的章节中知道，人们在1913年认识原子核，1919年发现质子，1932年发现中子。从那时起，原子核被视为由质子和中子（核子）在核力的作用下组成。

但很快人们就发现以核子为基础的核结构理论局限性很大。理论上，对核力的描述完全是经验性的，对β衰变等的解释也不能在传统核结构的框架下解决。实验上，在宇宙线和较高能量的加速器实验中，发现了大量的不同于核子的新的粒子。这样，就产生了亚核子的概念。亚核子物理曾经就是指粒子物理，但随着时间的推移，粒子物理逐渐推进到更深入和更基本的层次上。我们在这儿使用的亚核子物理，是比核子层次更深入的核物理（如强子物理）和粒子物理的概括。

入门性质的粗略的介绍。

§12.1 粒子与高能碰撞

寻找物质世界的最基本单元和基本相互作用，一直是物理学的最前沿——粒子物理的根本任务。由于不断有更深的物质层次被发现，因此粒子的概念是随时间变化的。人们曾使用“基本粒子”的说法，但现在已不多见，原因是不断出现“基本粒子”不基本的现象。

在二十世纪三十年代的时候，粒子的概念主要是指电子、中子、质子、光子和中微子。三十年代末四十年代初，宇宙线实验中发现了μ子和π介子，1947年又发现了奇异粒子。后来随着加速器能量的提高，大量新粒子被观察到。对这些粒子进行分类，找出它们结构上的规律性，是五、六十年代粒子物理的一项基础性工作。如同对元素的性质进行分类和排队导致了对原子结构的认识一样，对粒子的分类也直接促成了对粒子更深层结构的认识。1964年，盖尔曼（M. Gell-Mann）和兹韦格(G. Zweig)各自独立的提出了强子结构的夸克模型，在以后几十年的理论和实验研究中得到支持。

与此同时，关于相互作用的规范场理论（强相互作用的量子色动力学、电磁与弱相互作用的弱电统一理论）取得很大成功。目前，人类对于物质世界基本结构和基本相互作用的认识已达到一个比较完整的阶段，在科学上的意义不亚于原子论的建立。

直接给出目前已比较成熟的基本知识。

1. 粒子的分类与物质结构

基于标准模型，物质世界的基本的粒子可以分为：

物质粒子 { 夸克（自旋1/2 、带色、参与强作用）
轻子（自旋1/2 、不带色、不参与强作用）

场粒子　　规范玻色子

直今为止，共发现了六种夸克，被称为六种“味”（**flavors**）。

			Q	B
u	c	t	2*e*/3	1/3
d	s	b	- *e*/3	1/3
代	**1**	**2**	**3**	

每味夸克又可带红、兰、绿三种颜色之一。每一种夸克都对应着一种反夸克(Q、B反号）。所以总的夸克数是**36**。

由夸克组成的重子数不为0的粒子称为重子，比如质子（uud）和中子（udd）的$B=1$。

由夸克和反夸克组成的粒子$B=0$，称为介子。

实验观测到重子数是守恒的。

强子（参与强相互作用）{ 重子 / 介子

至今的实验表明，任何带色的粒子都不能是自由粒子，而是被束缚在整体上无色的强子内部，这就是所谓的色禁闭或夸克禁闭现象。正是这种现象，使夸克的组合方式受到许多限制。也是由于夸克的禁闭，使得自由夸克质量的定义变得不明确，我们到后面再来讨论这个问题。

到目前为止发现的轻子也是6种味，也可分为三代：

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}$$

Q	L_i
0	1
$-e$	1

代	1	2	3

可以分别定义电轻子数L_e、μ 轻子数L_μ和 τ 轻子数L_τ，至今的实验观测表明它们各自守恒。

每一种轻子都对应一种反轻子(Q、L_i反号），因此共有12种轻子。

自由轻子的质量列在表中。中微子的质量只是给出了上限，不排斥其为**0**。尽管许多物理学家相信中微子有非**0**的质量，但在实验上确定非常困难，原因是中微子既不参与强相互作用，也不参与电磁相互作用，很难进行精确测量。

ν_e	$< 8\ eV/c^2$	e	$0.51\ MeV/c^2$
ν_μ	$< 0.25\ MeV/c^2$	μ	$105.6\ MeV/c^2$
ν_τ	$<35\ MeV/c^2$	τ	$1776.9 \pm 0.5\ MeV/c^2$

Particles

Leptons

	Electric Charge		Electric Charge
Tau	-1	Tau Neutrino	0
Muon	-1	Muon Neutrino	0
Electron	-1	Electron Neutrino	0

Quarks

	Electric Charge		Electric Charge
Bottom	-1/3	Top	2/3
Strange	-1/3	Charm	2/3
Down	-1/3	Up	2/3

each quark: ●R, ●B, ●G 3 colors

The particle drawings are simple artistic representations

传递相互作用的粒子(场粒子) :整数自旋，被称为规范玻色子。

相互作用和规范玻色子

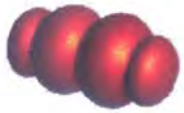
相互作用	作用于	规范玻色子
引力作用	所有粒子	引力子（无质量、自旋2）
电磁作用	所有带电粒子	光子（无质量、自旋1）
弱作用	夸克、轻子、电弱规范玻色子	$W^{\pm}$、Z^{0}（重粒子、自旋1）
强作用	所有带色荷粒子（夸克和胶子）	8种胶子（无质量、自旋1）

规范玻色子的反粒子也是表中的粒子，比如W^+和W^-互为反粒子，Z^0的反粒子就是它本身。引力子与物质的作用太弱因而无法单独测出，它们的存在和性质都是由理论给出的。除引力子外，其它规范玻色子都已实际发现了。我们对光子已很熟悉。1979年在德国汉堡的PETRA正负电子对撞机上发现了胶子，其性质与理论预言的一样。八十年代粒子物理最重大发现，是探测到电弱统一理论早就预言的$W^{\pm}$和Z^0玻色子。规范玻色子的预言和发现当属人类最重要的科学成就之列。

Forces

Strong

Gluons (8)

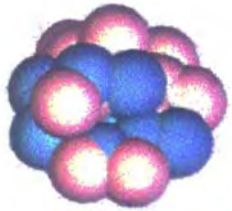


Quarks





Mesons
Baryons

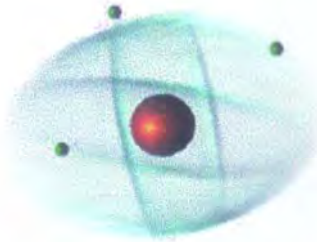


Nuclei

Electromagnetic

Photon





Atoms
Light
Chemistry
Electronics

Gravitational

Graviton ?



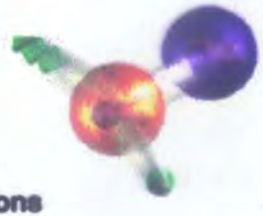


Solar system
Galaxies
Black holes

Weak

Bosons (W,Z)



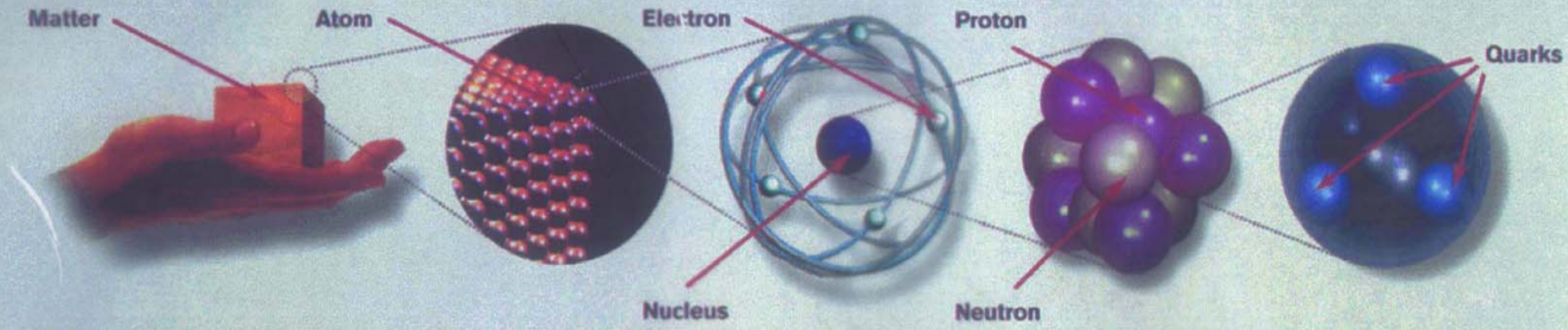


Neutron decay
Beta radioactivity
Neutrino interactions
Burning of the sun

The particle drawings are simple artistic representations

当今人们对物质的微观结构有了新的整体性的认识：夸克通过强作用（由胶子传递）而被束缚成强子；色中性的强子之外的剩余强相互作用就是核力，它将核子束缚成原子核；带正电的原子核与带负电的电子（轻子）通过电磁相互作用（由光子传递）结合成原子；电中性的原子之外的剩余电磁相互作用将原子束缚成分子；分子构成了各种材料。这就是基于标准模型的物质结构的整个框架。

完全稳定的粒子只有质子、电子、光子和中微子，以及它们的反粒子。



Matter particles

All ordinary particles belong to this group

These particles existed just after the Big Bang. Now they are found only in cosmic rays and accelerators

LEPTONS

First Family	**Electron** Responsible for electricity and chemical reactions; it has a charge of -1	**Electron neutrino** Particle with no electric charge, and possibly no mass; billions fly through your body every second
Second Family	**Muon** A heavier relative of the electron; it lives for two millionths of a second	**Muon neutrino** Created along with muons when some particles decay
Third Family	**Tau** Heavier still; it is extremely unstable. It was discovered in 1975	**Tau neutrino** not yet discovered but believed to exist

QUARKS

Up Has an electric charge of plus two-thirds; protons contain two, neutrons contain one	**Down** Has an electric charge of minus one-third; protons contain one, neutrons contain two
Charm A heavier relative of the up; found in 1974	**Strange** A heavier relative of the down; found in 1964
Top Heavier still	**Bottom** Heavier still; measuring bottom quarks is an important test of electroweak theory

Force particles

These particles transmit the four fundamental forces of nature although gravitons have so far not been discovered

Gluons
Carriers of the strong force between quarks



Felt by: quarks

The explosive release of nuclear energy is the result of the strong force

Photons
Particles that make up light; they carry the electromagnetic force



Felt by: quarks and charged leptons

Electricity, magnetism and chemistry are all the results of electro-magnetic force

Intermediate vector bosons
Carriers of the weak force



Felt by: quarks and leptons

Some forms of radio-activity are the result of the weak force

Gravitons
Carriers of gravity



Felt by: all particles with mass

All the weight we experience is the result of the gravitational force

GRAPHIC: PETER GRUNDY

2．相互作用与费曼图

粒子的运动和变化离不开相互作用。在经典力学中，我们知道，运动规律由牛顿方程，或等效的哈密顿或拉格朗日方程来描写，相互作用以力或作用势的形式进入方程。在量子力学中，描写运动规律的是$H\Psi=i\partial\Psi/\partial t$，相互作用也是出现在哈密顿量$H$中。量子力学中的运动就是状态波函数的变化，实际要运算的是截面和跃迁概率等量，常用的办法是从薛定谔方程出发，写出相应的矩阵元并加以计算。

粒子物理涉及到的是微观高能的问题，需要既是量子化又是相对论的理论，这就是量子场论，它要求相互作用场的量子化和引入相应的传播相互作用的粒子。相互作用发生时，是一份一份的物理量以一定的速度在空间传播，这实际上就是相互作用粒子的概念。

THE FORCES IN NATURE

TYPE	INTENSITY OF FORCES (DECREASING ORDER)	BINDING PARTICLE (FIELD QUANTUM)	OCCURS IN:
STRONG NUCLEAR FORCE	~1	GLUONS (NO MASS)	ATOMIC NUCLEUS
ELECTRO-MAGNETIC FORCE	$\sim \frac{1}{1000}$	PHOTON (NO MASS)	ATOMIC SHELL ELECTROTECHNIQUE
WEAK NUCLEAR FORCE	$\sim \frac{1}{100000}$	BOSONS Z^0, W^+, W^- (HEAVY)	RADIOACTIVE BETA DESINTEGRATION
GRAVITATION	$\sim 10^{-38}$	GRAVITON ?	HEAVENLY BODIES



THE EXCHANGE OF PARTICLES IS RESPONSIBLE FOR THE FORCES

（1） 量子场论基础上的相互作用

量子场论认为，每一种粒子都对应着一种场。不同的场在空间相互重叠。场的能量最低态称为基态。所有的场均处于基态时为物理真空。场的激发表现为粒子，不同的激发状态对应于粒子的不同模式和数目。场的互为复共轭的两种激发表现为粒子和反粒子。

规范场理论是一种特殊的量子场论，它要求所采用的拉格朗日量具有特殊的规范对称性。重要的是，这种对称性的要求“自然”导致相互作用的引入，因此，人们把这种理论称为相互作用的规范理论，规范性也成了理论合理性的一个重要标志。举一个简单的例子。在量子力 学中，我们知道物理观测量只依赖于波函数的绝对值的平方$|\psi|^2$。因此，我们要求量子理论在如下的变换下不变：

$$\psi(\vec{x},t) \to \psi'(\vec{x},t) = e^{-i\chi(\vec{x},t)}\psi(\vec{x},t)$$

其中 $\chi(\vec{x},t)$ 是相因子，它在各时空点上可以取不同的值，这种相变换也被称为局域规范变换。奇怪的是，自由粒子的薛定谔方程并不满足这种规范不变性。也就是说，如果一个自由粒子的波函数Ψ满足薛定谔方程：

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\vec{x},t)=i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{x},t) \qquad (12.1-2)$$

可以推知由**(12.1—1)**式定义的Ψ‘ 并不满足上述方程。对于带电荷**q**的粒子在电磁场中的运动，我们知道薛定谔方程应当改写为：

$$\frac{1}{2m}(-i\hbar\nabla-\frac{q}{c}\vec{A})^2\psi=(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-qV)\psi \qquad (12.1-3)$$

$\vec{A},V$ 是电磁场的势。此时，对于下面的协同变换，带电磁作用势的薛定谔方程不变：

$$\left.\begin{aligned}
&\psi(\vec{x},t)\to\psi'(\vec{x},t)=e^{-i\chi(\vec{x},t)}\psi(\vec{x},t)\\
&\vec{A}\to\vec{A}'=\vec{A}-\frac{\hbar c}{q}\nabla\chi\\
&V\to V'=V+\frac{\hbar}{q}\frac{\partial\chi}{\partial t}
\end{aligned}\right\}\qquad(12.1-4)$$

这一结果可以被解释为：理论的“相”变换不变性的要求，导致必须引入特定的相互作用势，也就是引入特定的相互作用粒子。这种相与势的协同变换就是一种简单的规范变换。

为描写当今粒子物理的实验事实，需要三种内秉规范变换不变性。所有粒子都具有U（1）对称性，即局域的相变换不变性。所有粒子也都有SU(2)对称性。U（1）与SU(2)对称性导致电弱统一的规范理论，预言了四种相互作用粒子，就是γ光子、Z^0及$W^{\pm}$玻色子。Z^0及$W^{\pm}$粒子都是在电弱理论建立之后有目的的找到的，是规范理论成功的重要证据。所有粒子也都具有SU(3)对称性，相对应的规范玻色子是八种胶子，由胶子传递的相互作用就是强相互作用，描写它的规范理论称为量子色动力学（QCD）。这里的U(1)、SU(2)、SU(3)是用群来表示的三组内秉变换。

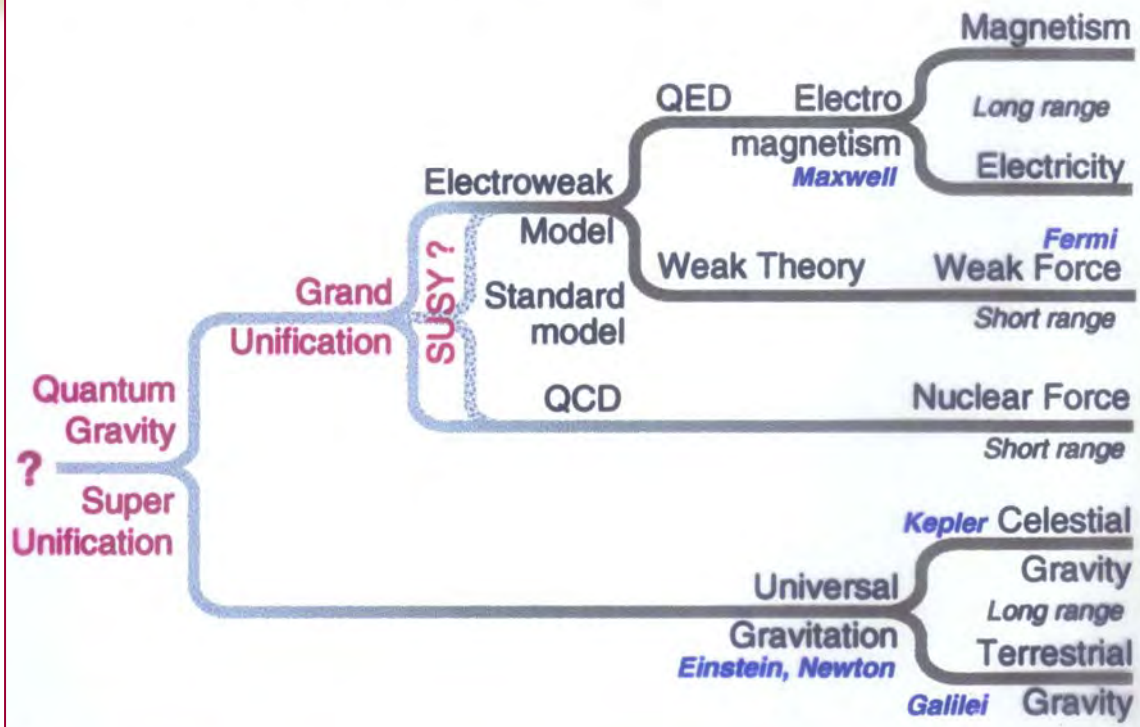
目前对相互作用认识的状况

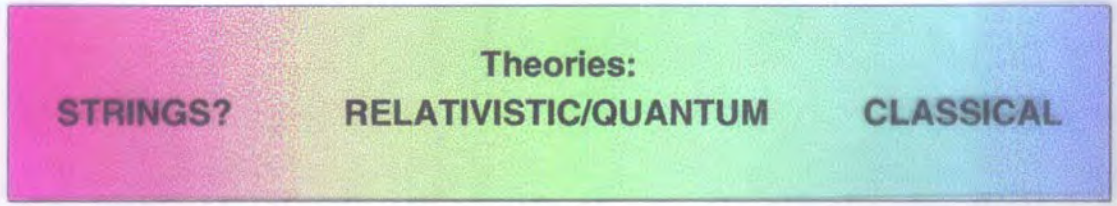
表12.3 已知的相互作用力

作用力	1970年的理论	1990年代的理论	未来?
引力作用	非量子理论	未变	?
电磁作用	量子电动力学 (QED)	电弱统一理论 (EW)	大统一理论?
弱作用	非规范理论		
强作用	非规范理论	量子色动力学 (QCD)	

Summary


10^{-43} sec
10^{-32} sec
10^{-10} sec
10^{-4} sec
100 sec
300000 years
10^{-35} m
10^{19} GeV
10^{-32} m
10^{16} GeV
10^{-18} m
10^{2} GeV
10^{-16} m
1 GeV
10^{-15} m
1 Mev
10^{-10} m
10 eV


Magnetism
QED
Electro
magnetism
Maxwell
Long range
Electricity
Electroweak
Model
Fermi
Weak Theory
Weak Force
Short range
Grand
Unification
SUSY ?
Standard
model
Quantum
Gravity
?
QCD
Nuclear Force
Short range
Super
Unification
Kepler Celestial
Gravity
Universal
Long range
Gravitation
Terrestrial
Einstein, Newton
Galilei
Gravity

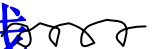

Theories:
STRINGS?
RELATIVISTIC/QUANTUM
CLASSICAL

由于历史的原因，电弱统一理论和量子色动力学被成为“标准模型”，它的特征是规范的量子场理论。至今为止的实验事实与标准模型符合的很好。这促使人们相信：可以在理论的层面对物理规律的真实性作出某种先导的判断，即一个“真实”的理论应当是可以按照量子场论的要求写出具有一定规范对称性的拉格朗日量，并且由此导出的物理观测量都是有限的。

（2）费曼图

从上面的介绍知道，相互作用都是由粒子的交换来实现的。这种过程可以用图形来形象的表示，被称为费曼图。费曼图采用一些基本的规定：

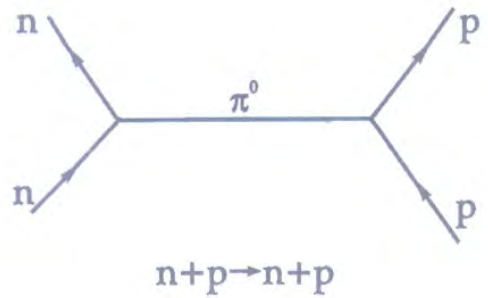
a) 时间轴向上或向右，即以下面或左面代表初态，上面或右面代表末态；

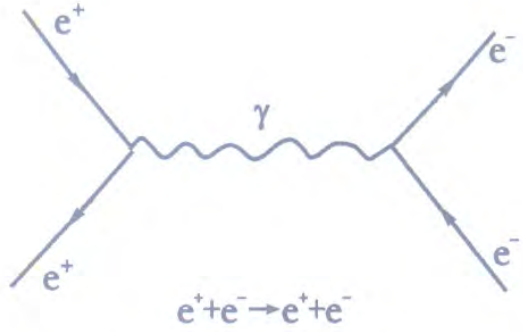
b) 用实线——代表物质粒子（费米子），用波纹线代表光子，用虚线----代表W和Z玻色子，用卷线代表胶子；

c) 正粒子（e^-,μ^-,p,n等）用沿时间轴的箭头表示，反粒子（e^+,μ^+,等）用逆时间轴的箭头表示；

d)费曼图一般由外线、内线和顶点构成。外线表示入射或出射粒子，即初末态实粒子，其一端接顶点，另一端开放。内线两端都接顶点，反映中间过程，往往表示虚粒子（传播相互作用）。顶点是几条线的交点，也是相互作用的发生点。

费曼图不仅用于直观表示，而且可用于定量估计各种反应和衰变的概率，不过对这些定量规则的介绍已超出了本书的范围。





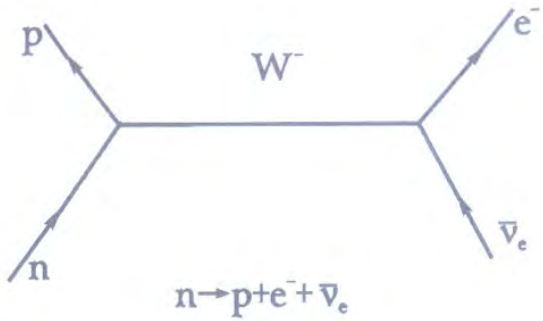


图 12-1　费曼图举例

3. 高能碰撞

$$\lambda\!\!\!^{-} = \hbar / p = \hbar c / pc = \hbar c / E \approx 200\mathrm{MeV}\cdot\mathrm{fm} / E$$

要求波长为**fm**量级，则碰撞能量应在上百**MeV**。而如果要研究夸克层次上的结构，则要求碰撞能量有上百**GeV**。

另外，人们在实验中发现的粒子，绝大部分寿命很短，在自然界中并不存在。为了有效的研究这些粒子，首先需要大量地产生它们。由于众多的粒子质量很大而尺度很小，产生和研究它们就需要很高的能量。为此，人们通常把粒子物理又称作是高能物理。

宇宙射线：

宇宙射线中存在着一些特殊的粒子，如太阳中微子；并且存在着能量极高的粒子（可达10^{21}eV），比人工加速所能达到的能量（10^{12}eV量级）高得多。因此，宇宙射线始终是研究粒子物理、天体物理等的重要工具。

但由于宇宙线中高能粒子的强度非常弱，因此实验很难做。在地面上观察到的宇宙射线，不仅包括直接来自宇宙空间的初级射线，也包括和大气层中的原子核发生反应后形成的次级射线。

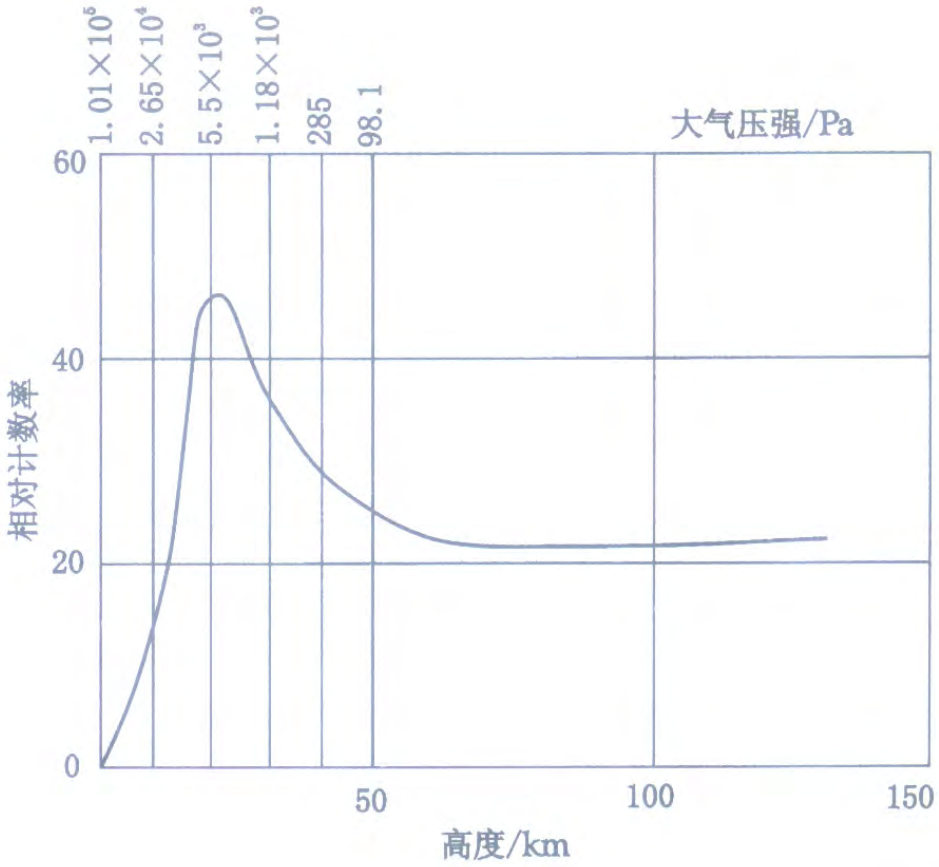
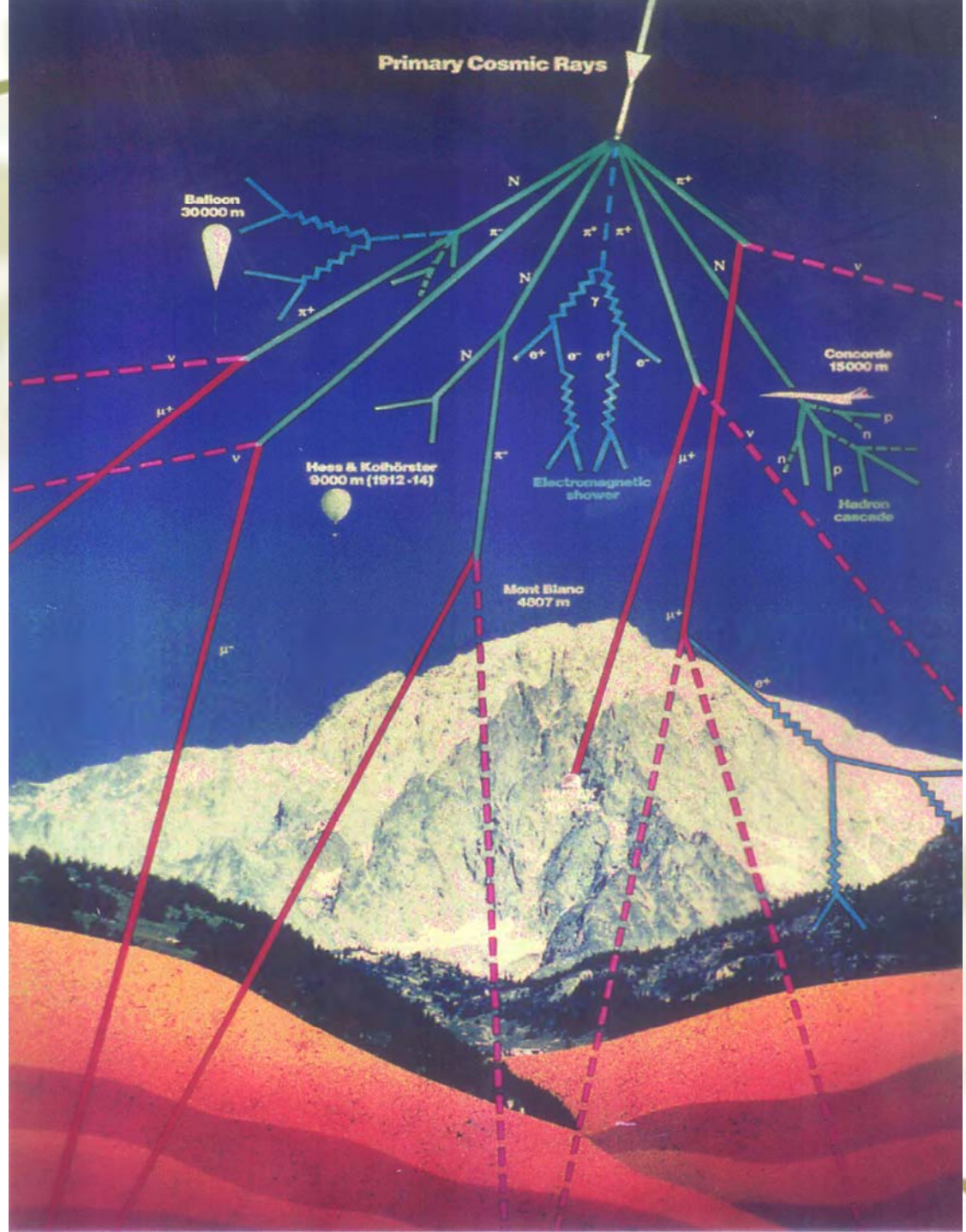


图 12-2　宇宙射线强度随高度的分布


Primary Cosmic Rays
Balloon
30000 m
Hess & Kolhörster
9000 m (1912-14)
Mont Blanc
4807 m
Electromagnetic
shower
Concorde
15000 m
Hadron
cascade



羊八井ARGO实验室　已安装的RPC



羊八井ARGO实验室　已安装的RPC



当前的羊八井宇宙线观测站

宇宙线最强处在离地面约20公里高的地方，比地表的射线强约50倍。在50公里以上的高空，几乎全是初级射线，强度大约为3000 $m^{-2}s^{-1}sr^{-1}$。大气下层宇宙射线强度的减弱是由于大气的吸收作用。

初级宇宙射线中有质子、α 粒子和少数更重的原子核等，它们的起源是核天体物理的重要问题。大气层中的次级宇宙射线包括质子、$\pi^{\pm}$ 介子、$\mu^{\pm}$ 轻子、电子、光子等。由于μ子的穿透力最强，因此到海平面处的带电粒子主要是μ子。

我国高能物理工作者在西藏羊八井设立的宇宙射线探测基地，已经成为世界上最好的宇宙线实验室之一。

当今用于实验的高能粒子，主要还是由高能加速器提供的，其种类包括直线加速器、同步加速器、对撞机等。从物理实验的角度看，加速器有四个性能是最重要的。

粒子种类。任何长寿命的带电粒子原则上都可以被加速。但实际上，根据研究的目的和技术实现的难度，高能物理中主要加速正负电子和正反质子，近年来也有不少加速重离子的。采用初级粒子打靶后产生次级粒子的办法，人们还可获得中微子、π介子、K介子、光子、μ子等束流。

加速能量。我们在前面已经分析了，粒子物理需要的碰撞能量是GeV到TeV量级。加速器能量的提高受到许多技术方面的限制。比如用直线加速器，能量的提高会使得长度增加。而采用环行加速器时，对电子而言，韧致辐射造成的能量损失限制了能量的提高，要达到100GeV以上是非常困难的。

流强或亮度。流强用于在固定靶实验中表示每秒钟入射的粒子数。在对撞机实验中，亮度定义为单位时间内碰撞发生的次数N与相互作用截面σ之比：$L=N/\sigma$。它的意义是单位时间内单位面积上粒子相互穿越的次数。显然，亮度包含了对撞机的流强和聚焦对准等许多技术因素，它的单位常用$cm^{-1}s^{-2}$。 在固定靶实验中，也可采用亮度的概念，显然，$L=I\varepsilon$ 。

可用能或质心系能量。按照相对论关系，两粒子a和b的四维动量之和的平方是洛仑兹变换不变的：

$$s=(E_a+E_b)^2-(\mathbf{p}_a c+\mathbf{p}_b c)^2=(E_a'+E_b')^2-(\mathbf{p}_a' c+\mathbf{p}_b' c)^2=E_c^2$$

对高能实验，假定$E>>m$，在固定靶实验中，可以推知，可用能正比于实验室能量的开平方，也就是说，在能量很高时，可用能随实验室能量增加很慢。而在对撞实验中，假定对撞粒子的质量和能量相同，则质心系能量就是对撞束的实验室能量之和，即所有实验室能量都是可用的。

对高能碰撞产物的探测，也是非常复杂的事情。由于粒子物理感兴趣的事例的概率（截面）非常之小，因此通常需要在接近4π的立体空间进行探测。由于高能碰撞下有大量粒子产生，因此需要同时鉴别和记录大量性质很不一样的粒子。又由于高能产物的穿透力很强，因此探测物质需要有相当的纵深。这几方面的要求，决定了高能物理探测器必然是庞大、复杂和昂贵的。大型的高能探测系统一般都包含以下几个部分：

(1) 磁铁。大多数探测系统都整个的或部分的包含在一个大型磁铁内，从而可以根据径迹在磁场中的偏转来确定带电粒子的动量。

(2) 径迹探测器。大多数探测系统都用气体室等测量带电粒子径迹的空间位置。

(3) 量能器。它们用适当的材料吸收粒子的能量并给出正比的信号。一般分别设置电磁量能器和强子量能器，它们各自采用对电子光子敏感或对强子敏感的材料。

(4) 顶点探测器。通常指放在碰撞点周围的空间分辨率极高的探测器，用于确定极短寿命的粒子的衰变顶点。

(5) μ子探测器。μ子是长寿命粒子，且不参与强相互作用，电离能损也很小（因为质量大），因此具有很强的穿透力。一般是在量能器之外放置专门的μ子探测器。

(6) 电子学与计算机。高能探测系统通常在极短的时间内（纳秒量极）产生数以百万计的信号。这对信号的同步，触发，实时处理和记录提出了极高的要求。因此，高能物理实验一直是最先进的电子和计算系统发展的重要推动力。

LHC-CMS 探测器

- Magnet
- Tracker
- EM Calorimeter
- Hadron Calorimeter
- Muon detector

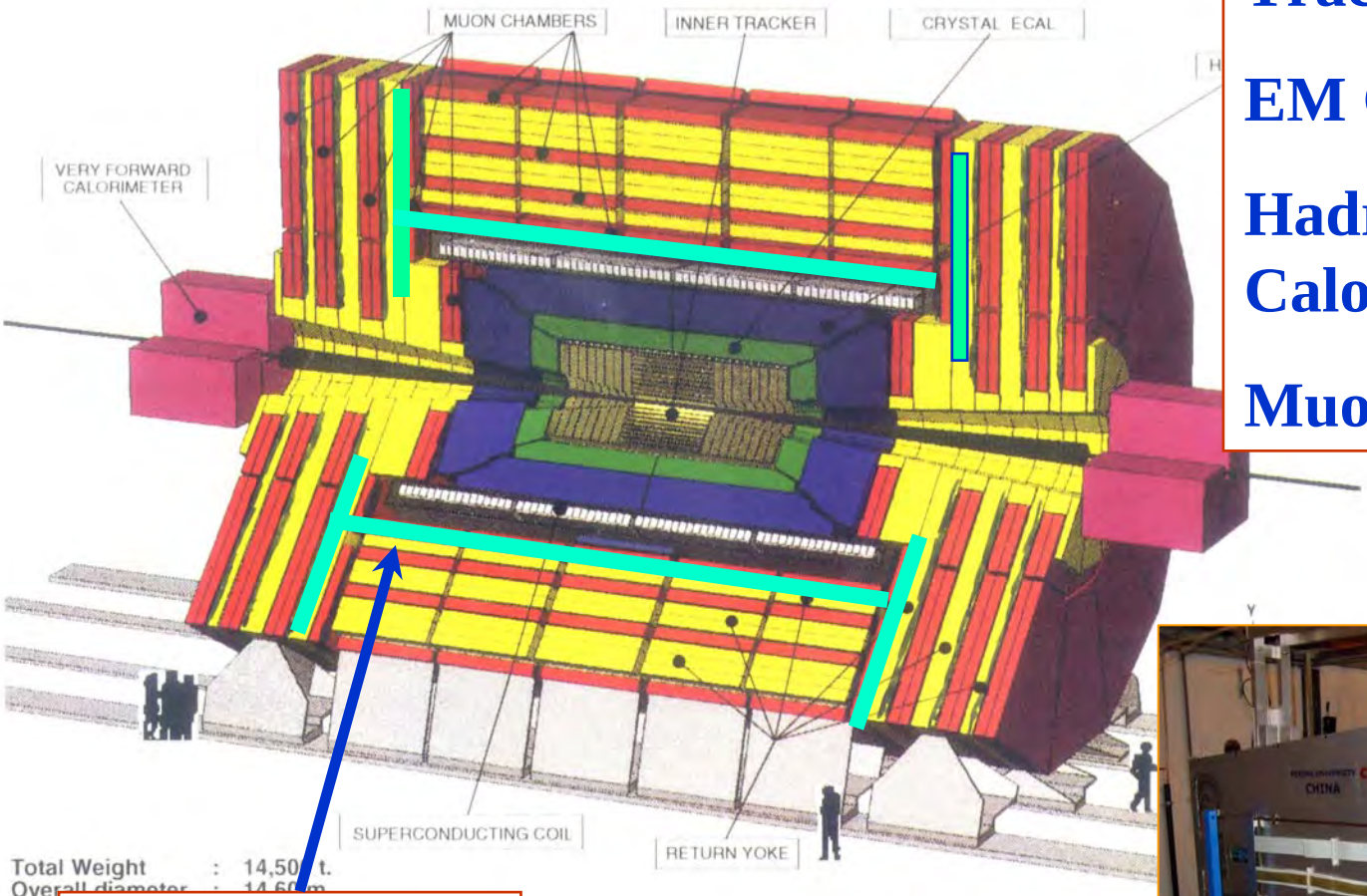
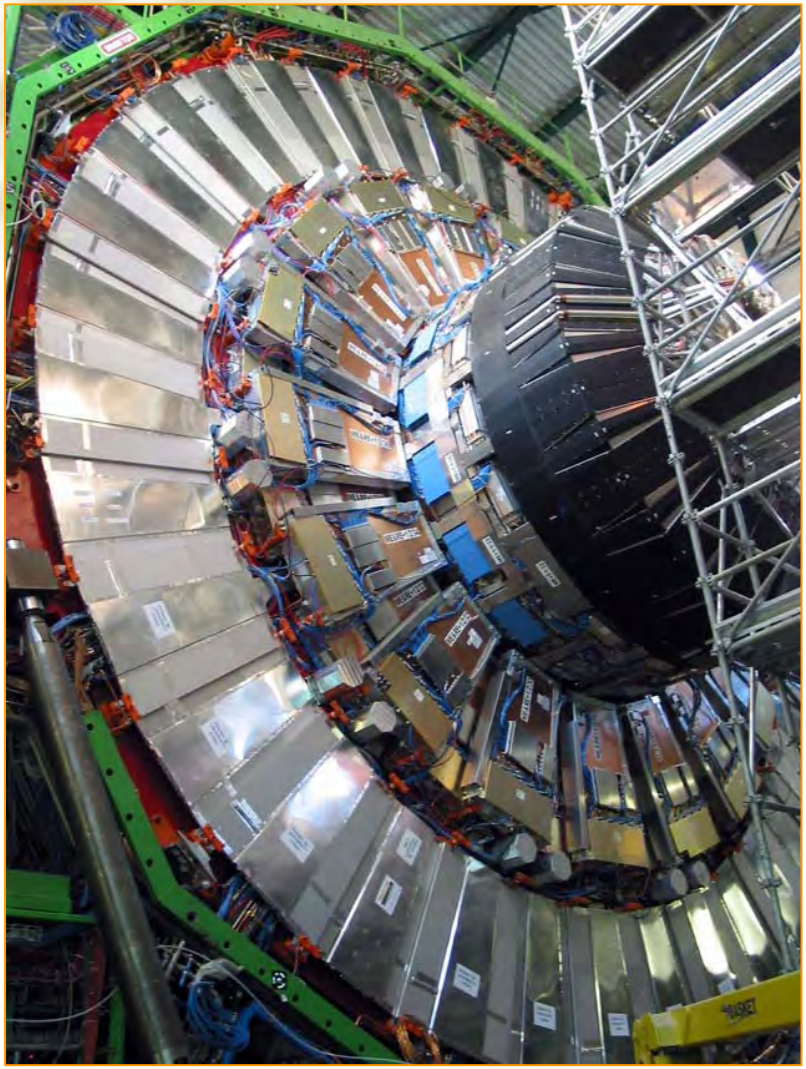


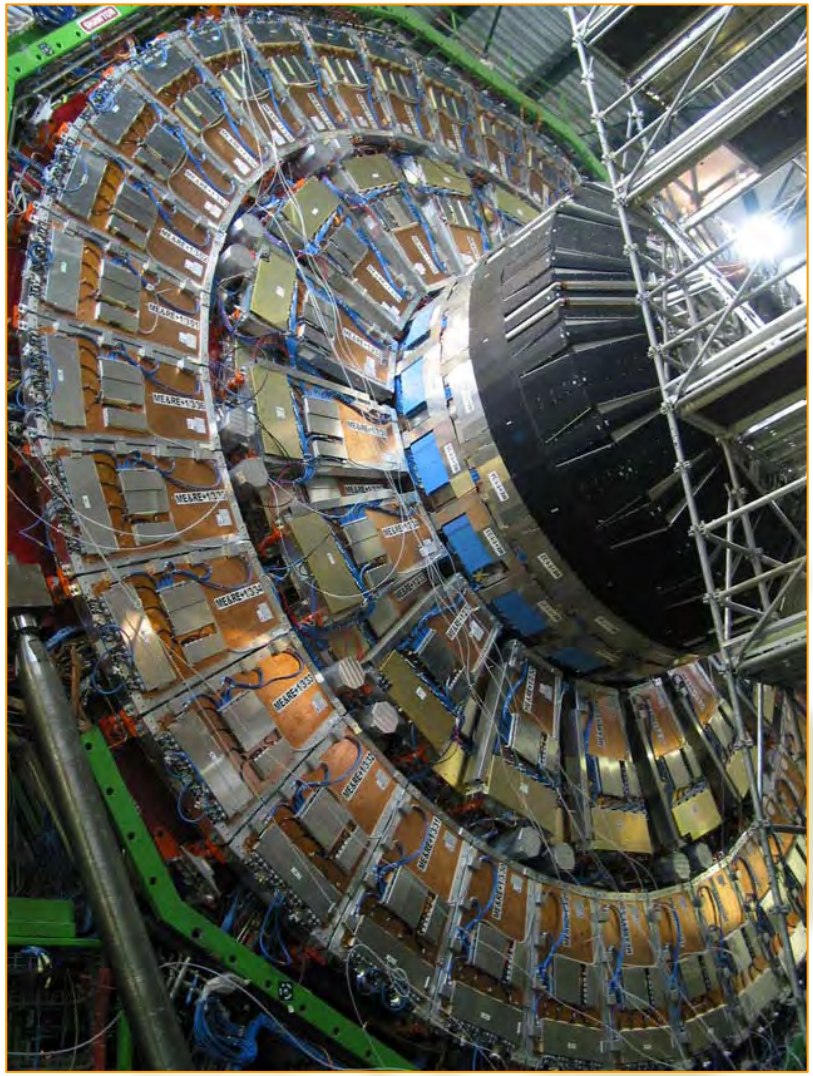
Fig. 1.1: Three-dimensional view of the CMS detector.

北大组承担



- RE1/3探测器在CMS端部铁基座上安装（2006.2.13)



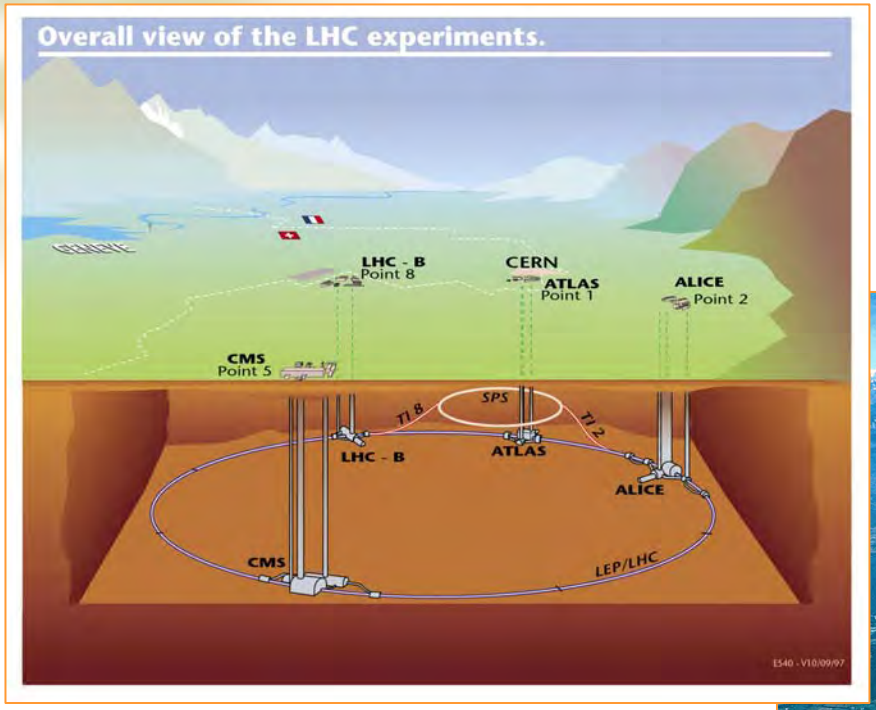


高能物理实验设施的建设和运行要耗费大量的人力物力，是典型的大科学，因此往往需要依靠整个国家或许多国家共同的力量来建设。目前世界上最大型的高能实验中心如：

在瑞士日内瓦的欧洲核子中心（CERN）（图12-2），由欧共体成员国共同主办，也吸收其他国家参加。它在1971年建成了能量2x31.5 GeV 、亮度$3.1x10^{30}cm^{-2}s^{-1}$的pp对撞机ISR；1982年建成了能量2x（270~500）GeV 、亮度$1x10^{30}cm^{-2}s^{-1}$的对撞机SPS，随后在其上观察到了W和Z玻色子，现在仍用于中微子和K介子物理等；1989年建成了能量2x60GeV 、亮度$1.6x10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的e^+e^-对撞机LEP-I，1996年升级为能量2x175 GeV 、亮度$4x10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的LEP-II，用于W和Z物理等研究，并对限定Higgs玻色子的质量范围起了重要作用；目前正利用LEP的环线建设大型强子对撞机LHC（质子和重离子对撞），预计将在2007-2010年分阶段投入使用，质子碰撞能量2x7TeV 、亮度$>10^{34}cm^{-2}s^{-1}$，这将是人类在一定时期内加速器能量和亮度的极限，主要用于研究Higgs粒子、超对称粒子、CP对称性破缺、b和t夸克物理等，中国政府已投资参与这个目前世界上规模最大的国际合作项目。

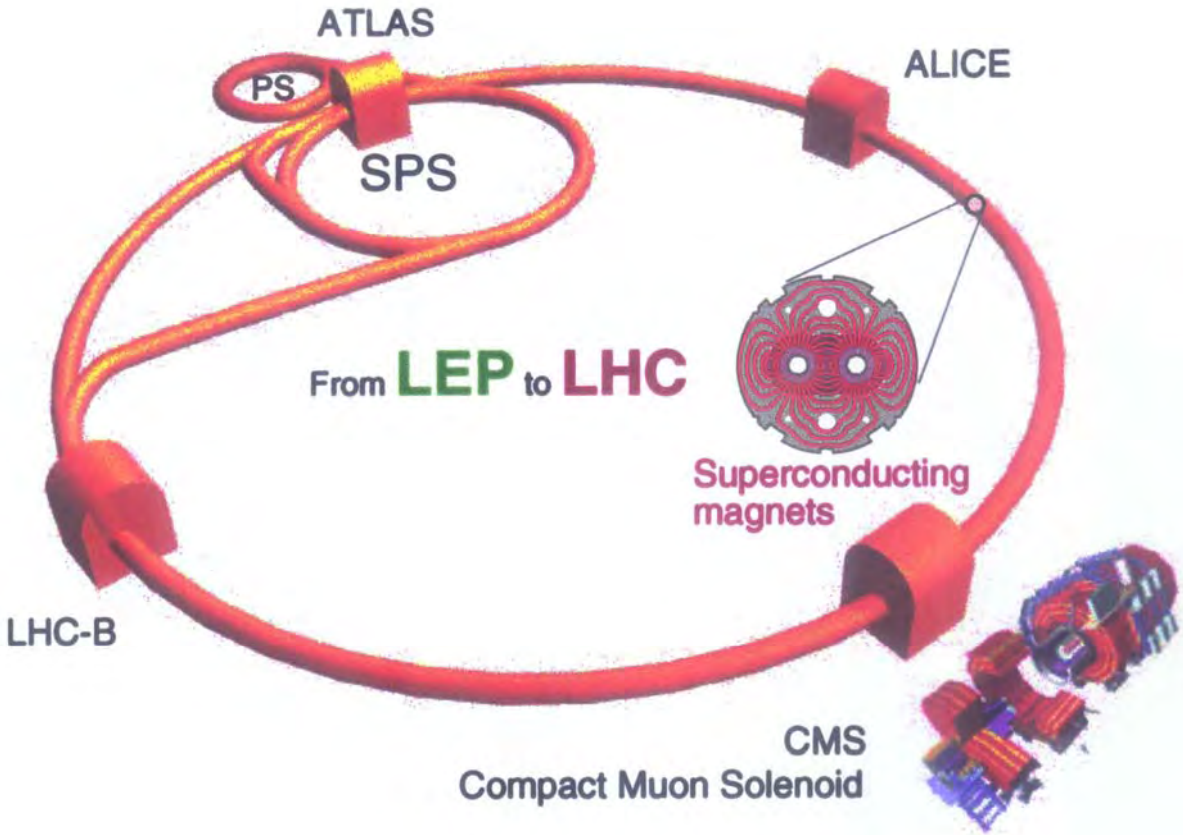
∽ 2007-2010 年， 在CERN建成大型强子对撞机LHC。

★寻找Higgs!!





The Large Hadron Collider (LHC)



	Beams	Energy		Luminosity
LEP	e+ e-	200	GeV	$10^{32}\ cm^{-2}s^{-1}$
LHC	p p	14	TeV	10^{34}
	Pb Pb	1312	TeV	10^{27}

在美国意利诺州的费米国家实验室，1986年建成了能量2x1000 GeV 、亮度约10^{30} $cm^{-2}s^{-1}$的对撞机TEVATRON，后升级到亮度约$10^{32}cm^{-2}s^{-1}$。1994年确定t夸克质量。

在美国纽约的BNL国家实验室，在32GeV的质子和重离子同步加速器的基础上，2000年建成了相对论重离子对撞机RHIC，它提供每核子2x250GeV的Au对撞束，亮度约$2x10^{26}cm^{-2}s^{-1}$，主要用于研究夸克-胶子等离子体。还将提供能量2x250GeV，亮度约$10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的极化质子对撞束。

在美国加利佛尼亚州斯坦福大学的SLAC国家实验室，1987年建成了能量2x50 GeV 、亮度约$6x10^{30}cm^{-2}s^{-1}$的e^+e^-直线型对撞机SLC。2000年在原有的PEP对撞机基础上建成了b工厂。

在美国的康奈尔大学，1979年建成了能量2x8 GeV 、亮度约$5x10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的e^+e^-对撞机,后来进一步提高亮度，用于研究b物理。

在德国汉堡的DESY国家实验室，1990年建成了30 GeV的e^-与800 GeV的p对撞机HERA，质心能量317GeV 、亮度约$10^{32}cm^{-2}s^{-1}$。

在中国北京的BEPC国家实验室，1988年建成了能量2x(2.2~2.8) GeV 、亮度约$10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的e^+e^-对撞机，1992年以很高的精度测定τ轻子质量，是国际上τ-粲物理研究中心。目前正在计划升级到亮度约$10^{33}cm^{-2}s^{-1}$ 。

在日本筑波的KEK国家实验室，1986年建成了能量2x30GeV 、亮度约$10^{31}cm^{-2}s^{-1}$的e^+e^-对撞机TRISTAN，2000年在此基础上建成b工厂，亮度达到$10^{33}cm^{-2}s^{-1}$以上。

§12.2 强子及其共振态

强子：重子 $B \neq 0$

介子 $B=0$

1．π介子的性质

介子是自旋为整数的强子。最早认识的介子是π介子，它是介子家族中最轻的一种。

从第四章我们知道，π介子最初是作为相互作用的场粒子提出来的，并于1947年在宇宙线实验中发现。随后，同步回旋加速器的能量超过了π介子产生阈，大量的介子被探测到，从而可以详细的研究它的性质。

（1）π介子的电荷。实验证明，π介子有三种，分别带电荷 **+e**、**0**和**-e**，被称为π^+、π^0和π^-，π^+和π^-互为反粒子，而π^0的反粒子就是它本身。

（2）π介子的同位旋。由于π介子的电荷态有三种，与核子的情形相比较，可以给出π介子的同位旋为$T=1$，它的投影$T_3=+1$、**0** 和**—1**分别对应于π^+、π^0和π^-。这些同位旋量子数的合理性在涉及π介子的反应与衰变中得到证实。

（3）π介子的质量。π介子的质量被多种方法测量过，目前最好的结果是：

$$m_{\pi^\pm} = 139.56995 \pm 0.00035\text{MeV}$$

$$m_{\pi^0} = 134.9764 \pm 0.0006\text{MeV}$$

带电的和中性的π介子质量之差归因于电磁相互作用。这个质量差也可能是造成**nn**、**np**和**pp**散射截面差别的原因。

（4）自旋和宇称。从π^0到$\gamma\gamma$的衰变或从阈能下核子-核子碰撞中π的产生，比如，容易判定π介子的自旋是整数。π自旋的具体数值，可以通过比较反应和它的逆反应的截面来确定。按照细致平衡原理，这两个反应的截面的差别仅仅在于统计因子和动力学因子，即：

$$\frac{\sigma(\mathrm{pp}\to\mathrm{d}\pi)}{\sigma(\mathrm{d}\pi\to\mathrm{pp})}=\frac{g(\mathrm{pp}\to\mathrm{d}\pi)}{g(\mathrm{d}\pi\to\mathrm{pp})}\frac{k_\pi^2}{k_p^2}=\frac{(2s_\pi+1)(2s_\mathrm{d}+1)}{\frac{1}{2}(2s_\mathrm{p}+1)^2}\frac{k_\pi^2}{k_\mathrm{p}^2}=\frac{3(2s_\pi+1)}{2}\frac{k_\pi^2}{k_\mathrm{p}^2}\qquad(12.2-1)$$

式中g是统计因子，分母中还考虑了全同粒子的影响。从实验测得的截面值，可以推出$s_\pi=0$，这一结果在很宽的能区都成立。对于中性的π^0粒子，也可以从2γ衰变中导出$s_\pi=0$。

π介子的内秉宇称可由低能（S波）俘获反应推出。这个反应初、末态的宇称分别是

$$\pi_i = \pi_\pi \pi_d (-1)^{l_i} = \pi_\pi \qquad (12.2-2)$$

$$\pi_f = \pi_n \cdot \pi_n (-1)^{l_f} \qquad (12.2-3)$$

$$\pi_\pi = (-1)^{l_f} \qquad (12.2-4)$$

为了确定l_f的奇偶性，需要用到角动量守恒。初态的总角动量

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{s}_\pi + \mathbf{s}_d + \mathbf{l}_i \qquad (12.2-5)$$

已知$s_\pi=0$, $l_i=0$和$s_d=1$，显然$J_I=1$。末态的总角动量

$$\mathbf{J}_f = \mathbf{s}_{n_1} + \mathbf{s}_{n_2} + \mathbf{l}_f \qquad (12.2-6)$$

由于中子是自旋1/2粒子，它的总波函数相对于中子的交换必须是反对称的，即如果自旋部分是对称的（$s_{n_1} + s_{n_2} = 1$），则空间部分必须是反对称的（l_f=奇数）；反过来，如果自旋部分是反对称的（$s_{n_1} + s_{n_2} = 0$），则空间部分必须是对称的（l_f=偶数）。后一种情况是不可能的，因为总角动量守恒要求。所以，只能取l_f=奇数，从而由（12.2-4）式得π_π= —1。用类似的方法可以求得π^-和π^0的宇称为负。

(5) π介子的衰变。π介子是最轻的强子，因此不可能由强作用衰变到其他强子，而只能通过更缓慢得多的电磁或弱过程衰变。

π^0的主要衰变道是：

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

这是一个典型的电磁衰变，它的半衰期是10^{-16}秒的量级。这个时间对于直接测量来讲是太短了，但如果用能级宽度来推测，这个时间又显得太长了，因为按照测不准关系，10^{-16}秒对应的能级宽度只有约8eV，比目前γ探测器的能量分辨率小得多。为此，人们用测量π^0介子的光产生截面的办法，来间接推出π^0的平均寿命为

$$\tau_{\pi^0} = (0.82 \pm 0.04) \times 10^{-16} \mathrm{s}$$

$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ 过程占π^0衰变的98.8%的分支比，另一种竞争的过程是占1.2%的

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-$$

由于轻子数守恒的原因，$\pi^{\pm}$的衰变只能是弱衰变，其半衰期是10^{-8}秒的量级，可以进行直接测量。1971年，艾瑞斯等人在伯克利的184-英寸质子同步回旋加速器上获得π介子次级束。他们在不同距离上测量π介子相对数目的变化，推出$\pi^{\pm}$的平均寿命为。

$$\tau = 26.02 \pm 0.04\text{ns}$$

实验上π^{+}和π^{-}的平均寿命在误差范围内是相同的，这与CPT守恒的要求是一致的。带电π介子的主要衰变道如下：

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad (\approx 100\%)$$

$$\to e^- + \bar{\nu}_e \qquad (1.23\times10^{-4})$$

$$\to \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \gamma \qquad (1.24\times10^{-4})$$

$$\to e^- + \bar{\nu}_e + \gamma \qquad (5.6\times10^{-8})$$

$$\to e^- + \bar{\nu}_e + \pi^0 \qquad (1.03\times10^{-8})$$

对π^+粒子的衰变，只需把上列粒子都变成它们的反粒子就行了。由于μ轻子数，电轻子数和τ轻子数各自守恒，上述衰变末态中同类轻子和反轻子必须成对出现。又考虑到电荷守恒，必然要求有中微子出现，也就是必须通过弱衰变。$\pi^{\pm}$衰变到μ或e的概率相差很大，这可以用统计和禁戒因子来解释。我们知道，在相互作用矩阵元相同的条件下，衰变概率正 比于末态的态密度。对于两体衰变，末态密度：

$$\rho(E_{\mathrm{f}}) \equiv \frac{1}{V}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}E_{\mathrm{f}}} = \frac{4\pi p^2}{h^3}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}E_{\mathrm{f}}} \qquad (12.2-7)$$

$$E_{\mathrm{f}} = m_{\pi}c^2 = E_{\nu} + E_{\pm} = cp + \sqrt{c^2p^2 + m^2c^4} \qquad (12.2-8)$$

$$\mathrm{d}E_{\mathrm{f}} = [c + \frac{1}{2}(c^2p^2 + m^2c^4)^{-1/2}2c^2p]\mathrm{d}p \qquad (12.2-9)$$

$$p^2\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}E_\mathrm{f}}=\frac{(m_\pi^2+m^2)(m_\pi^2-m^2)^2}{8cm_\pi^4} \qquad (12.2-10)$$

另外还有一个修正因子也应当出现在态密度函数中。在比如衰变中，由于π^-处于静止且自旋为**0**，则e^-和 $\bar{\nu}_e$ 的自旋之和必为**0**。由于所有反中微子的螺旋性为**+1**（见第§**6.2**节），即自旋和动量平行，则显然电子的自旋和动量也平行。然而，β衰变中的高速电子的螺旋性平均为-***v/c*** 。即只有比例为（**1-*v/c*）/2**的电子具有**+1**的螺旋性。按前面的分析，螺旋性为**—1**的部分是被禁止的，因此，能够测量到的概率需乘上因子

$$\frac{1}{2}(1-\frac{v}{c})=\frac{m^2}{m_\pi^2+m^2} \qquad (12.2-11)$$

最后：

$$\frac{\lambda(\pi\to \mathrm{e}\nu)}{\lambda(\pi\to \upsilon\nu)}=\frac{m_\mathrm{e}^2(m_\pi^2-m_\mathrm{e}^2)^2}{m_\mu^2(m_\pi^2-m_\mu^2)^2}=1.28\times10^{-4} \qquad (12.2-13)$$

2. π介子的产生及利用π介子束进行物理实验

在宇宙射线中发现π介子之后不久，加速器可以提供的束流能量就超过了π介子的产生阈能，从而开创了在实验室中研究π物理的新领域。70年代以来，在几个称为“介子工厂”的实验室中（美国Los Alamos的LAMPF，加拿大温歌华的TRIUMF，瑞士Zurich的SIN等），用强流质子打出大量的π介子，并将它们作为次级束流引出开展新的实验，取得了大量关于强子的知识。

（1）π介子的产生

产生π介子的最简单方法是利用核子—核子碰撞：

$$
\begin{aligned}
p + p &\rightarrow p + p + \pi^0 \\
&\rightarrow p + n + \pi^+ \\
p + n &\rightarrow p + p + \pi^- \\
&\rightarrow p + n + \pi^0 \qquad (12.2-14)
\end{aligned}
$$

上式的反应Q值为负，实验室阈能约为T_{th}=290MeV。注意反应前后都是2个核子，这是重子数守恒所要求的。图12—3是单π介子产生截面随能量的变化。在阈能之上，截面迅速增大，在800MeV左右达到一个平台。

与轻子数守恒和重子数守恒不同的是，没有要求介子数目守恒的规则。因此，只要能量更高，就可以产生更多的介子，比如在大约600MeV之上，就可以打出两个介子

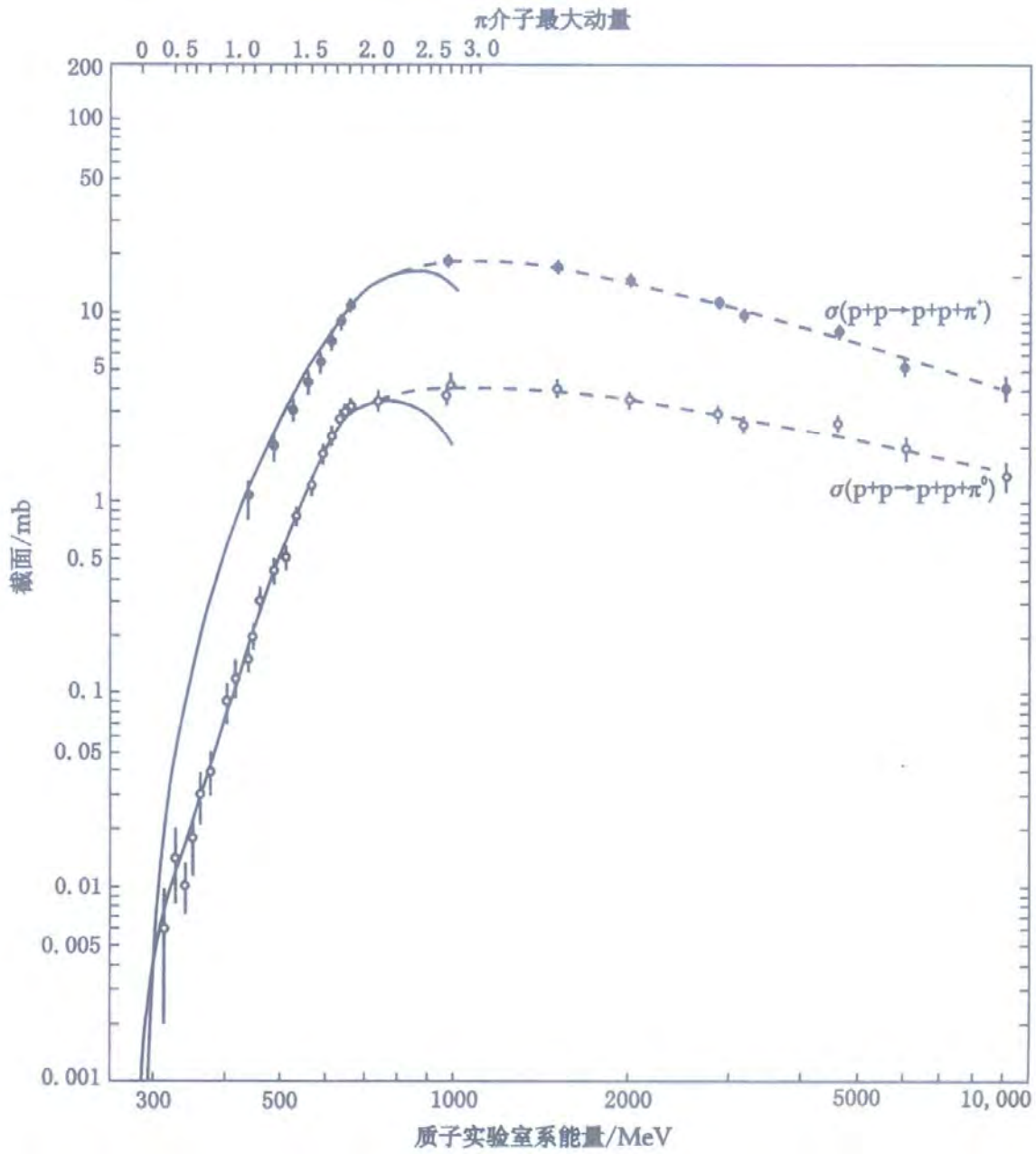


图 12-3　pp 碰撞的单 π 介子产生截面

[引自 W.O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

$$
\begin{aligned}
p + p &\rightarrow p + p + \pi^{+} + \pi^{-} \\
&\rightarrow p + p + \pi^{0} + \pi^{0} \\
&\rightarrow p + n + \pi^{0} + \pi^{+} \\
&\rightarrow n + n + \pi^{+} + \pi^{+} \qquad (12.2-15)
\end{aligned}
$$

图12—4是双π介子产生截面。显然，约500—800MeV区间是“π介子工厂”的最佳工作能区。入射能量太低，介子产生截面太小；入射能量太高，又会出现几种不同出射能量的介子，造成 次级处理困难。除了核子—核子碰撞的强作用过程外，π介子也可在电磁过程中产生。

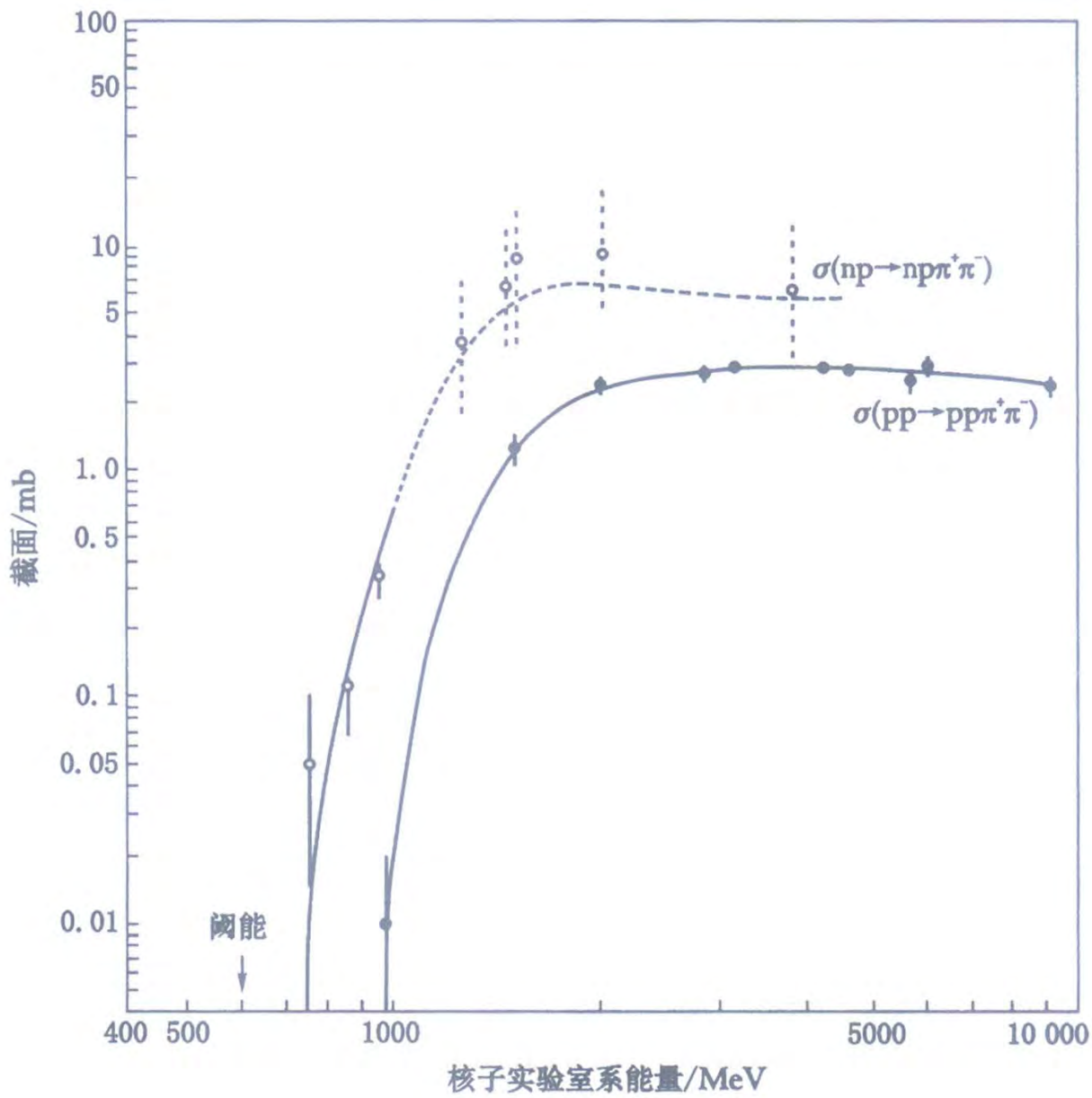


图 12-4　NN 碰撞的双 π 介子产生截面

[引自 W. O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

（2）π介子与核子的反应

π介子次级束提供了一种新的实验手段，可以研究一个新的领域。 最基础的实验，是π与核子的反应，它们可以分为弹性散射、非弹散射和电荷交换反应。

$$\pi^{+} + p \rightarrow \pi^{+} + p, \qquad \pi^{-} + p \rightarrow \pi^{-} + p,$$

$$\pi^{+} + p \rightarrow \pi^{+} + \pi^{0} + p$$

$$\rightarrow \pi^{+} + \pi^{+} + n$$

$$\pi^{-} + p \rightarrow \pi^{0} + n$$

共振态：可以确定能量、寿命、自旋、宇称、衰变模式等，它们的存在与通常的粒子或核的激发态等并无区别，只是寿命很短。

可以强衰变的粒子称作共振态粒子。

π^+p的总截面在π能量为200 MeV处（对应质心能量为1232MeV）有一个很大的共振峰。在π^-p的实验中（图12-6）和其他相关实验中发现了同样的现象。

核子共振态

Δ系列：电荷四重态（+2，+1，0，—1）系列，$T=3/2$

N系列：电荷双重态（+1和0），$T=1/2$

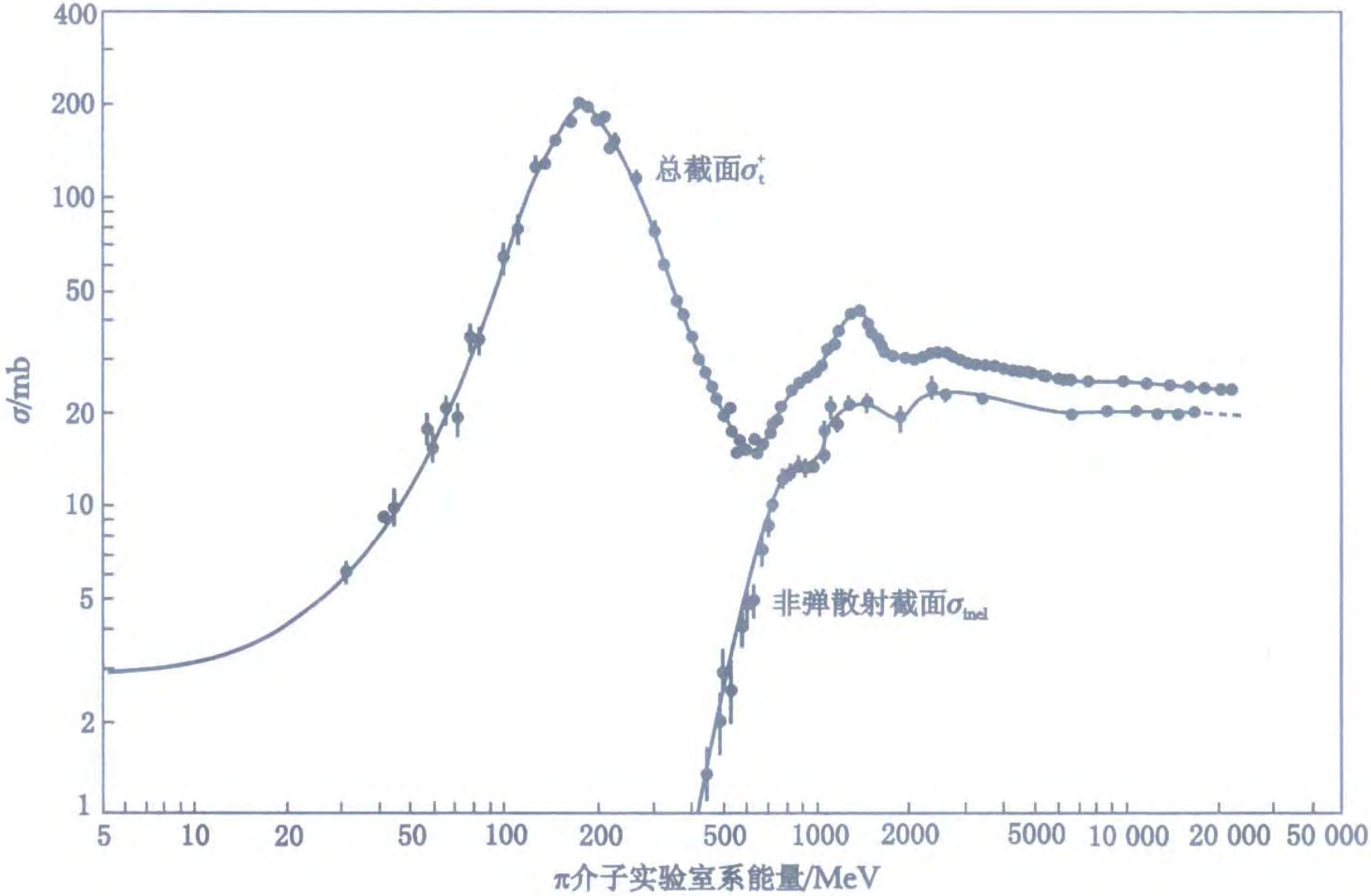


图 12-5　$\pi^+ + p$ 反应的总截面和非弹截面

[引自 W. O. Lock et al., Intermediate Energy Nuclear Physics, London: Methuen, 1970.]

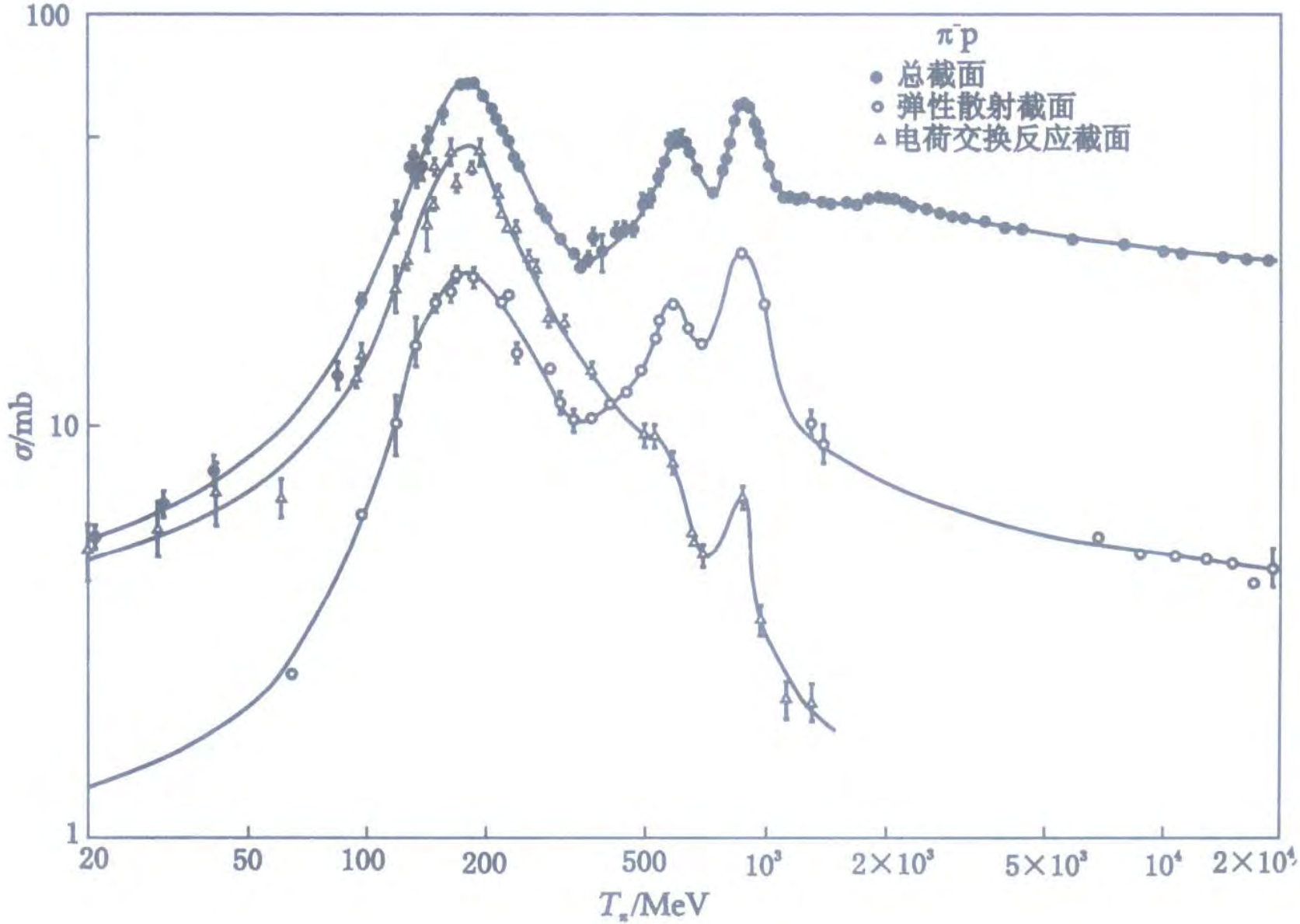


图 12-6　π^- + p 反应的截面

[引自 R.J.Cence, Pion-Nucleon Scattering, Princeton University Press, 1969.]

表 12-4　核子的共振态

标 示	能量/ MeV	宽度/ MeV	自旋宇称	同位旋	l_π
N(939)	939	–	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(1440)	1440	200	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(1520)	1520	125	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	2
N(1535)	1535	150	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	0
N(1650)	1650	150	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	0
N(1675)	1675	155	$\frac{5}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	2
N(1680)	1680	125	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	3
N(1720)	1720	200	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1
N(2190)	2190	350	$\frac{7}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	4
N(2220)	2220	400	$\frac{9}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	5
N(2250)	2250	300	$\frac{9}{2}^-$	$\frac{1}{2}$	4
Δ(1232)	1232	115	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	1
Δ(1620)	1620	140	$\frac{1}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	0
Δ(1700)	1700	250	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	2
Δ(1905)	1905	300	$\frac{5}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	3
Δ(1910)	1910	220	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	1
Δ(1950)	1950	240	$\frac{7}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	3
Δ(2420)	2420	300	$\frac{11}{2}^+$	$\frac{3}{2}$	5

***T*=3/2和*T*=1/2的共振态可以被视为是*T*=1的π介子和*T*=1/2 的核子耦合而成的。可以通过实验定出N和Δ系列的物理参量。表12.1给出了实际的结果。**

(3)共振态的衰变

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{N}(1440) \rightarrow \mathrm{N}(939)+\pi && (\approx 60\%)\\
&\qquad\quad \rightarrow \Delta(1232)+\pi && (\approx 20\%)\\
&\Delta(1232) \rightarrow \mathrm{N}(939)+\pi &&\\
&\mathrm{N}(1650) \rightarrow \mathrm{N}(939)+\pi && (\approx 60\%)\\
&\qquad\quad \rightarrow \Delta(1232)+\pi && (\approx 10\%)\\
&\qquad\quad \rightarrow \mathrm{N}(939)+\rho && (\approx 20\%)\\
&\Delta(1950) \rightarrow \mathrm{N}(939)+\pi && (\approx 40\%)\\
&\qquad\quad \rightarrow \Delta(1232)+\pi && (\approx 40\%)\\
&\qquad\quad \rightarrow N(939)+\rho && (\approx 20\%)
\end{aligned}
$$

4）介子共振态

π介子是介子家族中最轻的成员。在核子—核子和π—核子反应中，当能量提高时，其它更重的介子也可以产生出来。由于没有介子数守恒的限制，这些较重的介子可以通过强作用在10^{-23}秒量级的极短时间内衰变到若干个π介子。对于这样短寿命的共振态的存在，通常只能通过不变质量法来确定。

$$\pi^+ + p \rightarrow \rho^+ + p$$

$$\mapsto \pi^+ + \pi^0$$

$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + p$$

假定π介子是来自于ρ，则按照能量动量守恒：

$$E_\rho = E_{\pi^+} + E_{\pi^0}, \quad \mathbf{p}_\rho = \mathbf{p}_{\pi^+} + \mathbf{p}_{\pi^0} \qquad (12.2-18)$$

$$m_\rho c^2 = [E_\rho^2 - c^2 p^2]^{1/2} = [(E_{\pi^+} + E_{\pi^0})^2 - c^2 |\mathbf{p}_{\pi^+} + \mathbf{p}_{\pi^0}|^2]^{1/2} \qquad (12.2-19)$$

即从π介子能量动量的测量中可以推出常量——ρ介子的质量，这就是不变质量法。

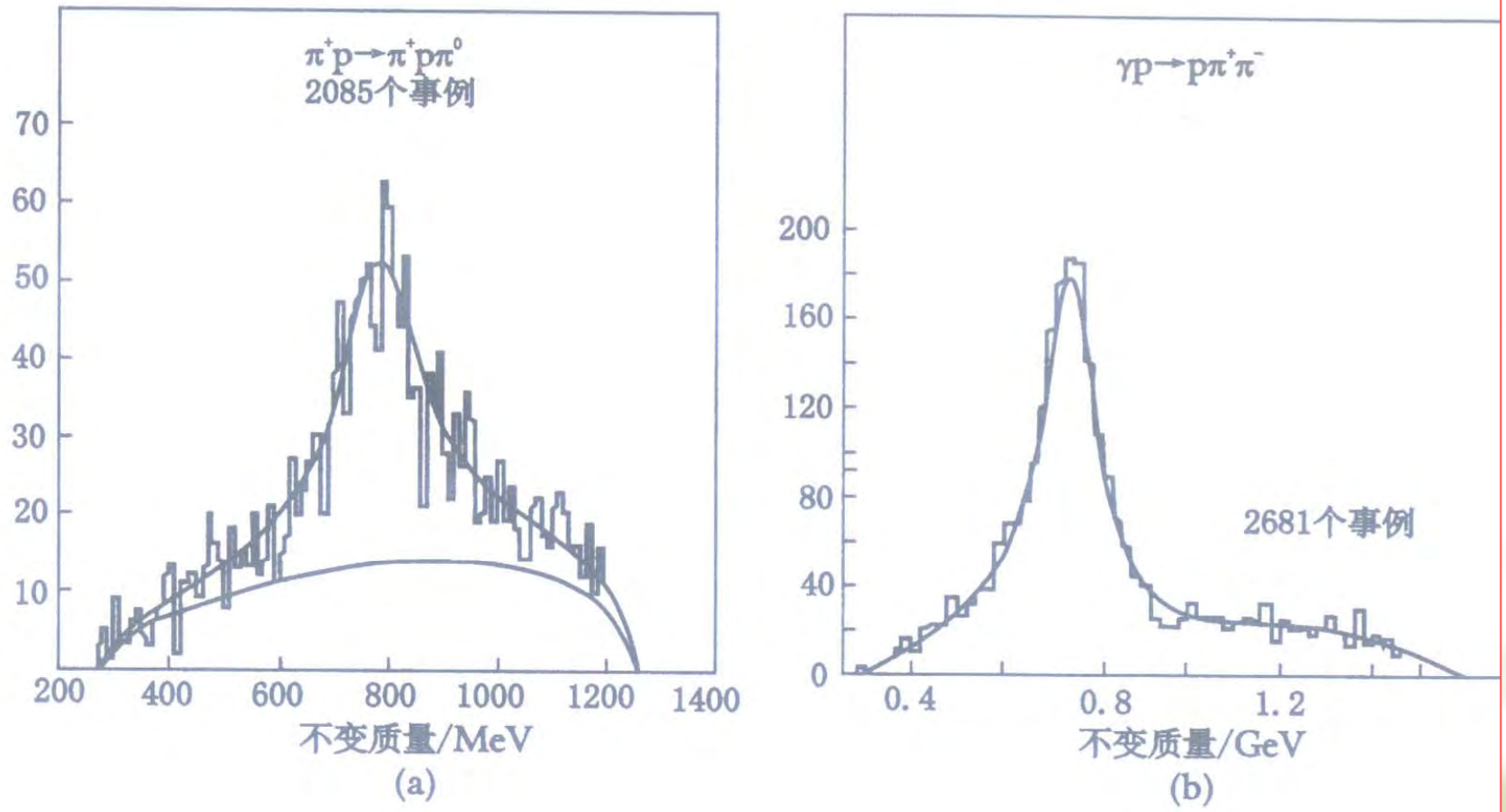


图 12-7　ρ 共振态的不变质量谱

(a)用 $\pi^+\pi^0$ 计算　(b)用 $\pi^+\pi^-$ 计算

[引自 F. E. James et al., Phys. Rev. 142, 896(1966)(左图)

和 J. Ballam et al., Phys. Rev. D5, 545(1972)(右图)]

由不变质量法容易得出ρ共振态的中心质量是770MeV，而宽度为150MeV。实际上，ρ是同位旋T=1的三重态ρ^{+}、ρ^{0}、和ρ^{-}。通过测量衰变出的π介子对的相对角分布，可以定出它们之间的轨道角动量l=1，从而ρ的自旋为1，宇称为 —1。其它的一些反应过程，也能产生介子共振态。实验上发现的π介子共振态构成了一个系列，被列在表12-2中。共振态衰变的最直接方式是通过10^{-23}秒量级的快过程到多π末态，但有时这种衰变受到同位旋守恒的限制，这时较慢的（10^{-16}~10^{-20}秒）的电磁衰变就成为主要的渠道。

表 12-5　部分介子共振态

符 号	质量/(MeV/c^2)	自旋宇称	同位旋	宽度/ MeV	主要衰变模式
η	549	0^-	0	0.00083	$\gamma\gamma(39\%)$
					$3\pi^0(32\%)$
					$\pi^+\pi^-\pi^0(24\%)$
					$\pi^+\pi^-\gamma(5\%)$
ρ	769	1^-	1	154	$2\pi(100\%)$
ω	783	1^-	0	9.9	$\pi^+\pi^-\pi^0(90\%)$
					$\pi^0\gamma(9\%)$
					$\pi^+\pi^-(1\%)$
η'	958	0^-	0	0.29	$\eta\pi\pi(65\%)$
					$\rho^0\gamma(30\%)$
					$\omega\gamma(3\%)$
					$\gamma\gamma(2\%)$
ϕ	1020	1^-	0	4.2	$K^+K^-(49\%)$
					$K_LK_S(35\%)$
					$\pi^+\pi^-\pi^0(15\%)$
					$\eta\gamma(1\%)$
f	1270	2^+	0	178	$\pi\pi(84\%)$
					$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-(3\%)$
					$K\bar{K}(3\%)$

3．奇异介子和重子

在π介子与核子的反应中，人们发现一种奇怪的新的介子，被称为K介子：

$$\pi^- + p \rightarrow n + K^+ + K^-$$

*K*的质量约500MeV，可带正或负电荷，产生截面很大，是典型的强作用过程。

K介子并不象通常的π共振态那样通过强过程衰变成若干个π介子，而是主要通过弱过程衰变（寿命10^{-8}秒量级）：

$$
\begin{aligned}
K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu && (63\%)\\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 && (21\%)\\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- && (6\%)\\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 && (2\%)\\
&\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu && (3\%)\\
&\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e && (5\%)\\
&\rightarrow e^+ + \nu_e && (0.0015\%)
\end{aligned}
$$

奇异介子在反应中总是成对产生。

为了解释这些“奇异”现象，人们引入了一个新的量子数（自由度）——奇异量子数***S***，并要求它在强相互作用和电磁相互作用中是守恒的，但在弱作用过程中可以改变。我们可以指定K^+的奇异数***S*=1**，而K^- 的奇异数显然就应该是***S*= -1**，这样就解释了“奇异”现象。

K^+和K^-互为反粒子。K介子家族还有不带电荷的K^0和$\overline{K}^0$，他们也互为反粒子，奇异数S=+/-1。随着能量的提高，人们发现K介子也有共振态，如K^*、K_1、K_2等。较重的奇异粒子可以在保持奇异数不变的条件下，通过强衰变到较轻的奇异粒子。但最轻的奇异粒子，如K介子，就只能通过弱衰变到非奇异粒子。

带奇异性的重子（费米子），超子。如：

$$\pi^+ + n \rightarrow \Lambda^0 + K^+$$

根据奇异数守恒和$S(K^+)=1$，很容易确定$S(\Lambda^0)=-1$。表12-3给出了已发现的奇异重子的基本性质。

表 12-6　已发现的奇异重子——超子

名 称	质量(MeV/c^2)	自旋宇称	同位旋 T, T_3	奇异数	宽度或寿命	主要衰变模式
Λ^0	1116	$\frac{1}{2}^+$	0,0	−1	2.6×10^{-10} s	$p\pi^-$(64%);$n\pi^0$(36%)
Σ^+	1189	$\frac{1}{2}^+$	1,+1	−1	0.80×10^{-10} s	$p\pi^0$(52%);$n\pi^+$(48%)
Σ^0	1192	$\frac{1}{2}^+$	1,0	−1	5.8×10^{-20} s	Λ_γ
Σ^-	1197	$\frac{1}{2}^+$	1,−1	−1	1.5×10^{-10} s	$n\pi^-$
Ξ^0	1315	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2},+\frac{1}{2}$	−2	2.9×10^{-10} s	$\Lambda\pi^0$
Ξ^-	1321	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$	−2	1.6×10^{-10} s	$\Lambda\pi^-$
Σ^{*+}	1382	$\frac{3}{2}^+$	1,+1	−1	35 MeV	$\Lambda\pi$(80%);$\Sigma\pi$(12%)
Σ^{*0}	1382	$\frac{3}{2}^+$	1,0	−1	35 MeV	
Σ^{*-}	1387	$\frac{3}{2}^+$	1,−1	−1	40 MeV	
Ξ^{*0}	1532	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2},+\frac{1}{2}$	−2	9 MeV	Ξ_π
Ξ^{*-}	1535	$\frac{3}{2}^+$	$\frac{1}{2},-\frac{1}{2}$	−2	10 MeV	
Ω^-	1673	$\frac{3}{2}^+$	0,0	−3	0.82×10^{-10} s	ΛK(69%);$\Xi\pi$(31%)

人们还发现自旋为1/2的八种重子性质相似，构成一个组，奇异数分布在0到2，我们在后面会看到它们在强子结构上的特殊意义。另一组是自旋为3/2的重子（包括Δ粒子），奇异数分布在0到3之间。

奇异原子核，即超核。它的基本过程是将核内的一个中子置换成Λ^0，但由于Λ^0与中子不是全同粒子，在壳层上的分布不受泡利不相容原理的限制，因而会很快跃迁到能量最低的轨道上，然后再通过弱衰变到$n+\pi^0$，相应的超核也变到正常原子核。类似于最后一个中子的结合能，可以定义超核中Λ^0的结合能：

$$B_\Lambda = [m(\Lambda^0) + m({}^{A-1}X) - m({}^{A}_{\Lambda}X)]c^2 \qquad (122-20)$$

奇异性的研究是核物理的一个新领域，超子和超核是新的核物质。奇异粒子可以容易地进入原子核的内部，这是通常的核反应难以作到的。为了深入研究奇异性，实验上需要建立所谓的**K**介子工厂，即用几个**GeV**的质子打靶产生大量的**K**介子，把**K**介子重新聚焦加速后作为次级束流用到实验中。目前准备兴建的日本强子装置（**JHF**）就将起到**K**介子工厂的作用。

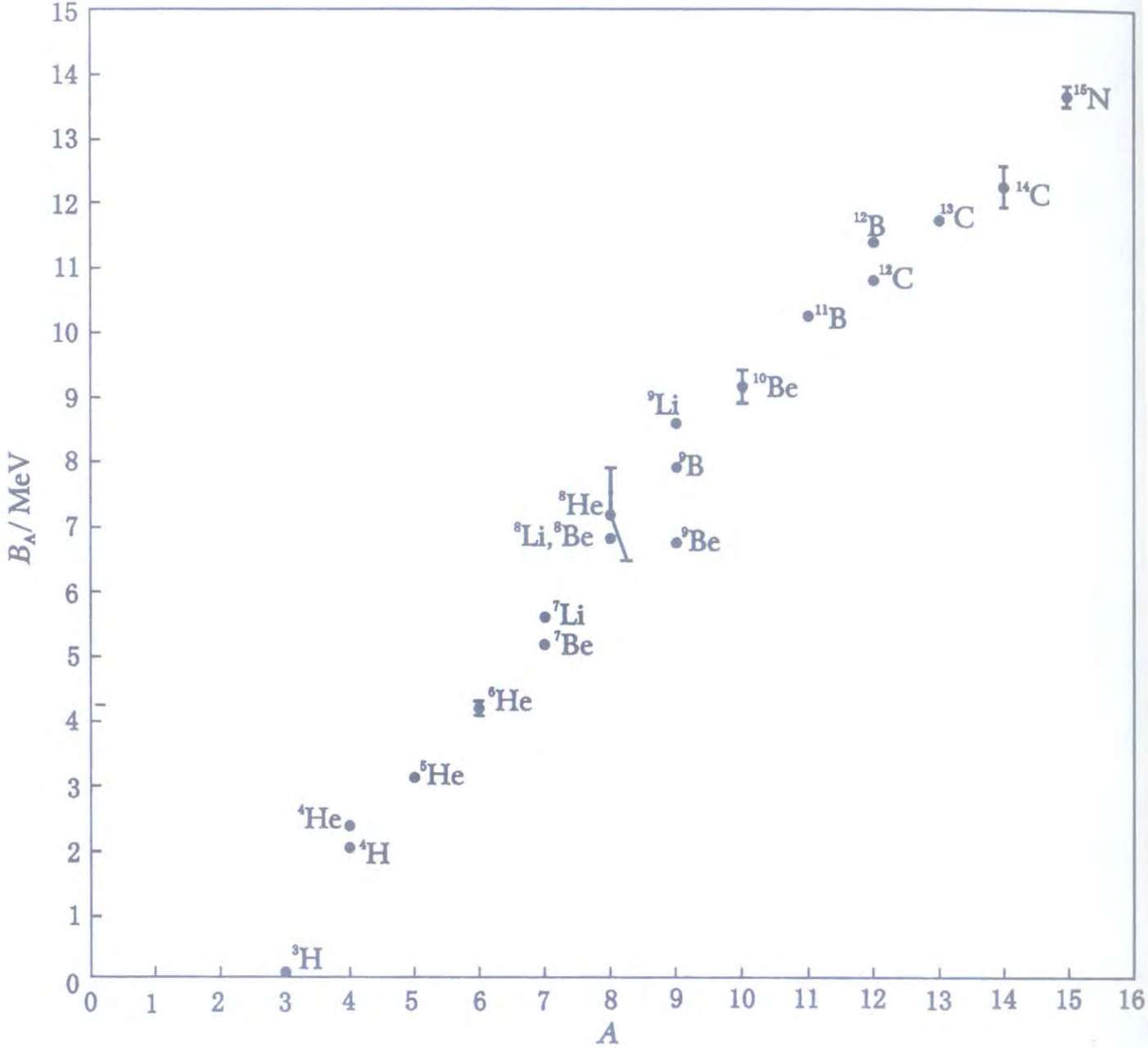


图 12-8　超核中的 Λ^0 结合能[①]

4. K衰变中的CP不守恒

观察到K^0到$\overline{K}^0$的转变。

K^0和 $\overline{K}^0$ 都可以衰变到2π粒子

C是把正粒子变成反粒子的变换，而P是宇称变换。比如用 $\psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$ 表示双π^0末态，则由于K和π的自旋都为0，按总角动量守恒必有l=0，因此：

$$P\Psi(\pi_a^0,\pi_b^0) = (-1)^2(-1)^l\Psi(\pi_a^0,\pi_b^0) = \Psi(\pi_a^0,\pi_b^0)$$

$$C\Psi(\pi_a^0,\pi_b^0) = \Psi(\pi_a^0,\pi_b^0) \qquad (12.2-21)$$

$$CP\ \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) = \Psi(\pi_a^0, \pi_b^0) \qquad (12.2-22)$$

即 $\psi(\pi_a^0, \pi_b^0)$ 在CP变换下不变。类似的可得到 $\psi(\pi_a^+, \pi_b^-)$ 在CP变换下不变（同样还可得到 $\Psi(3\pi)$ 在CP变换下改变符号）。然而初态K粒子在CP变换下却要发生变化：

$$CP\Psi(K^0) = -\Psi(\overline{K}^0) \qquad (12.2\ \ 23)$$

这表明，在CP守恒的条件下， K—>2π 衰变应当是禁止的。在β衰变的研究中，我们认识到弱作用过程中C和P分别都是不守恒的，但CP联合起来是守恒的。CP守恒与衰变的实验事实发生了明显的矛盾。对以上问题的解释，是认为K^0和 $\overline{K}^0$ 不是独立的粒子，而是其它独立粒子的耦合。定义：

$$\Psi(K_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi(K^0) - \Psi(\overline{K}^0)]$$

$$\Psi(K_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi(K^0) + \Psi(\overline{K}^0)] \qquad (12.2-24)$$

$$CP\,\Psi(K_1) = \Psi(K_1); \quad CP\Psi(K_2) = -\Psi(K_2) \qquad (12.2-25)$$

因此，在**CP**守恒条件下，$K_1 \to 2\pi$和$K_2 \to 3\pi$是容许的：在奇异数守恒的强作用过程，产生了有确定奇异数的粒子

K^0 或 $\overline{K}^0$，由于**CP**守恒的要求它们本身不能直接经弱过程衰变，但它们的成分K_1和K_2可以分别进行2π和3π弱衰变。

K_1和K_2并不是互为反粒子的关系。K_1和K_2的质量相近，，但寿命却很不一样。我们知道，衰变概率是与末态的态密度，因而与动量的平方成正比的。$K_1 \to 2\pi$的衰变中释放动能约**200MeV**，而$K_2 \to 3\pi$衰变只释放动能约**70MeV**，因此，K_1衰变比K_2衰变快得多。实验测得的平均寿命为：

$$\tau(\mathrm{K}_1) = 0.893\times10^{-10}\,\mathrm{s}, \qquad \tau(\mathrm{K}_2) = 5.17\times10^{-8}\,\mathrm{s},$$

即，$\mathbf{K_1}$的平均飞行距离只有约**2.67cm,**而$\mathbf{K_2}$的平均飞行距离达到**15.5m**。于是，$\mathbf{K_1}$和$\mathbf{K_2}$被更恰当的称为$\mathbf{K_S}$和$\mathbf{K_L}$，**S**和**L**表示短和长。利用$\mathbf{K_S}$和$\mathbf{K_L}$寿命的区别，可以解释$\mathbf{K^0}$到 $\overline{\mathrm{K}}^0$的转变。比如在反应中产生的$\mathbf{K^0}$，一开始含有的$\mathbf{K_S}$和$\mathbf{K_L}$成分恰好保证为纯的$\mathbf{K^0}$，没有 $\overline{\mathrm{K}}^0$；但一段时间后，$\mathbf{K_S}$的成分减少，$\mathbf{K_L}$为主。$\mathbf{K_L}$中有等量的$\mathbf{K^0}$ 和$\overline{\mathrm{K}}^0$，因而可以观察到$\overline{\mathrm{K}}^0$。这就说明了从$\mathbf{K^0}$到$\overline{\mathrm{K}}^0$转变的现象。

1964年，克罗林(Cronin)和费齐(Fitch)等：

使一束K^0粒子穿过足够长的距离，从而保证它的K_S成分已衰减到可以忽略不及。用两个对称的谱仪来观察2π衰变，由不变质量法给出母体质量，同时由2π的总动量计算出母体的运动方向。在要求不变质量为 K_S 的质量（498MeV），而且总动量在束流方向时，测得的必为2π衰变，而不是3π中的两个组分粒子造成的假2π现象。如果CP守恒，显然这样观察到的2π衰变概率应当为0。但实际上在排除了所有本底之后，仍发现了大约0.3%分支比的2π衰变，这表明弱衰变中CP有轻微的破缺。在K粒子的其它衰变道中也发现了约0.3%的CP破缺。

CP破缺是一个很基本的物理问题。由于人们普遍相信CPT(T是时间反演)是守恒的，因此如果CP对称性破缺，则T也是破缺的。但是30多年过去了，尽管已做了大量的实验，仍然还没有在K以外的其它系统中确认CP或T破缺，理论上也还没有对CP破缺的根源作出可信的解释。目前人们普遍认为在底夸克构成的系统中更容易观察到CP破缺，这是兴建B工厂的最主要动机。CP破缺的意义非常重大。我们生活的宇宙是由物质，而不是由反物质构成的。这种不可思义的自然选择很可能就是由CP破缺造成的。

除了常规粒子、奇异粒子外，后来还陆续发现了许多带粲、底和顶的介子和重子（共振态），它们构成了丰富的强子家族。目前发现的强子已达数百种。

§ 12.3 强子的夸克结构与强相互作用

核子有内部结构：高能电子散射

强子共振态

1. 强子的夸克结构

将已知的强子按同位旋第三分量T_3和奇异数S在二维平面上排列，可以得到有完美对称性的分类图。所有这些图都可以由三个粒子u、d、s（以及它们的反粒子）的简单结构（图12-10）耦合而成（图12.11）。这三种粒子可被认为是构成强子的基本单元，历史上被取名为夸克，u、d和s被称为是夸克的三种味。夸克模型是1964年由盖尔曼（Murry Gell-Mann）和茨维威革（George Zweig）分别独立地提出的。

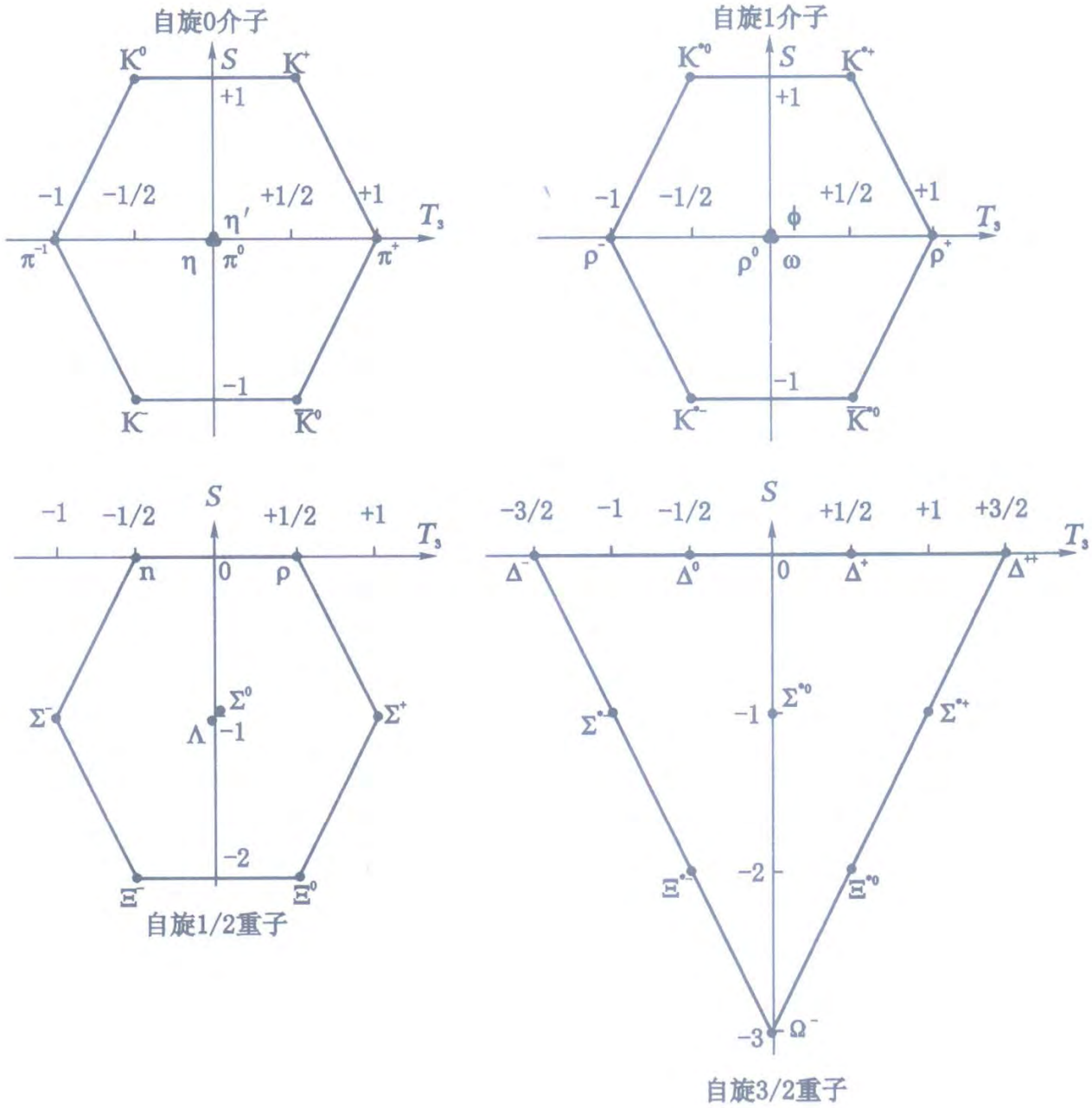


图 12-9　介子和重子在同位旋对奇异数二维图上的排列

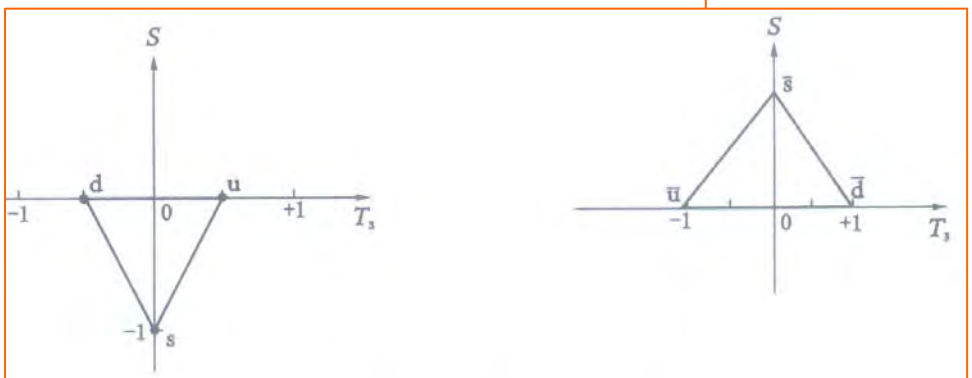


图 12-10　基本的三夸克-反夸克图

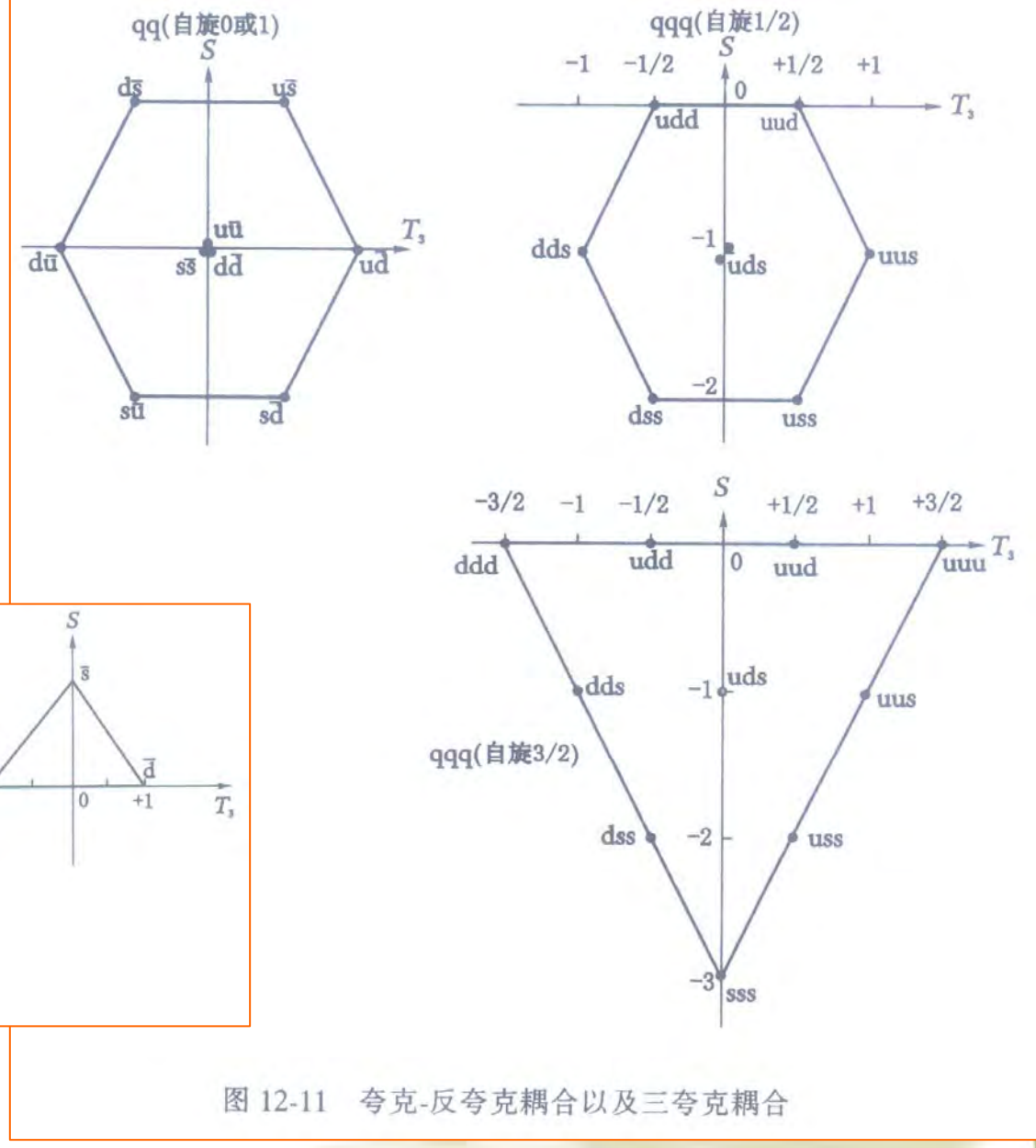


图 12-11　夸克-反夸克耦合以及三夸克耦合

从强子的夸克结构中,可以得出夸克的一些基本性质。

表12-4 夸克的基本性质

夸克	自旋	电荷（e）	同位旋（T, T_3）	重子数	奇异数
u	1/2	2/3	(1/2,1/2)	1/3	0
d	1/2	-1/3	(1/2,-1/2)	1/3	0
S	1/2	-1/3	(0,0)	1/3	-1

当把三个相同夸克（比如**uuu**）耦合成总自旋**3/2**的强子基态（**l=0**）时，出现了三个全同费米子在同一个量子态上的问题，违反了公认的泡利不相容原理。解决这个问题的办法，是引入一个新的自由度——色，夸克可以在色自由度上取不同的量子数的值：红（**R**）、蓝（**B**）和绿（**G**）比如可被认为Δ^{++}是夸克组合 $u_R u_B u_G$ 。类似的，反夸克带反色，同种色和反色相加为无色，三种色等量混合也为无色。实验上至今没有观察到带色的粒子，这就是著名的“色禁闭”现象。“色禁闭”要求我们在给出强子波函数时，色的部分必须满足特定的要求。对于重子，夸克波函数写作：

$$\Psi = \Psi_{\text{spin}} \Psi_{\text{space}} \Psi_{\text{flavor}} \Psi_{\text{color}} \qquad (12.3-1)$$

其中Ψ_{color}是反对称色波函数，可用符号表示如：

$$\psi_{color}=\frac{1}{\sqrt{6}}[RGB+BRG+GBR-RBG-BGR-GRB] \qquad (12.3-2)$$

而对于正反夸克组成的介子，对称的色波函数为：

$$\psi_{color}=\frac{1}{\sqrt{6}}[R\overline{R}+G\overline{G}+B\overline{B}+\overline{R}R+\overline{G}G+\overline{B}B] \qquad (12.3-3)$$

无色的要求使我们无法构筑2夸克或4夸克态等。引入色自由度以后，夸克的种类增加了三倍，这会影响到反应过程的统计性。比如 $e^+e^- \rightarrow$强子过程会由于色自由度而使反应道增加，也就是使截面增大，这已为实验所证实。

按照量子色动力学（QCD），夸克间的相互作用是由交换胶子来实现的，胶子的静止质量为0、自旋为1。胶子所代表的相互作用就是强相互作用，也叫色相互作用、色力或色场等。强作用只发生在带色的粒子之间，色的地位如同电磁相互作用里的电荷，因此，又把色称为色荷。

夸克的色的性质在强作用中是可以被改变的，这就要求胶子也要带色，胶子本身也能与其它带色粒子（夸克和胶子）发生强相互作用。

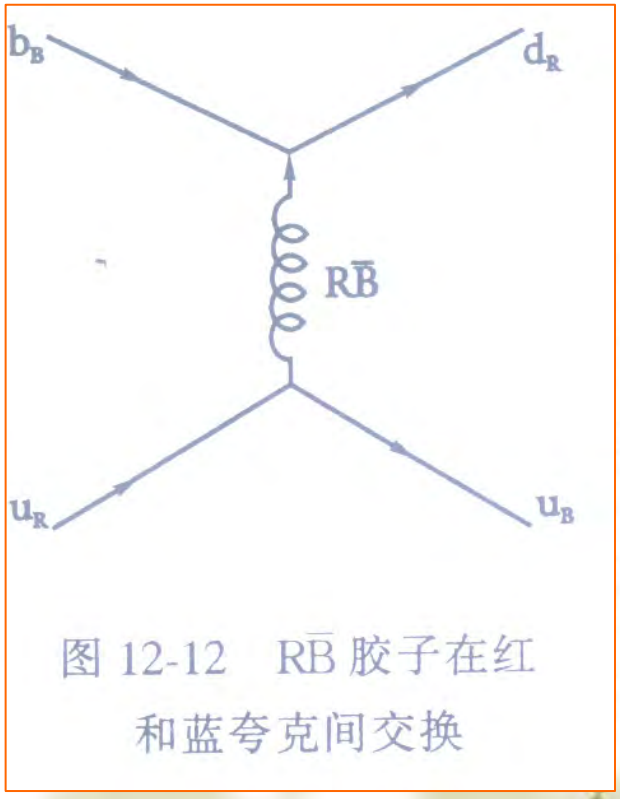


图 12-12　$R\bar{B}$ 胶子在红和蓝夸克间交换

在3色空间，应当有8种独立的胶子。胶子存在的真实性已有实验依据：三喷注现象

胶子可以转化为正反夸克对，正反夸克对也可湮没成胶子。在平衡条件下，强子内部就必然还存在附加的数目有一定涨落的正反夸克对，它们的量子数互相抵消，因而对强子的内秉物理性质（各种量子数）没有贡献。我们把这些夸克称作海夸克。与此相对应，把前面谈到的决定强子性质的夸克称作价夸克，它们也在强子的反应与衰变中表现出来。高能散射实验证明，强子内部的夸克和胶子所带的动量分别约占强子动量的一半。夸克所带的动量主要归价夸克所有，海夸克所占很少。

2. 夸克模型中的反应与衰变

(1)强相互作用不能改变夸克的味，而只能将夸克重新组合；

(2)夸克和反夸克可以成对的产生或湮没，与正负电子的情形类似；

(3) 弱作用可以改变夸克的味，同时发射或吸收玻色子，如：

$$u \to d + W^{+} \qquad \bar{u} \to \bar{d} + W^{-}$$

$$s \to u + W^{-} \qquad \bar{s} \to \bar{u} + W^{+}$$

它们的逆过程也成立。但是通过中性玻色子来改变夸克的味是禁止的，比如 $s \to d + Z^0$ 是不成立的，中性过程只能是夸克对的产生或湮没如 $Z^0 \to u + \bar{u}$ 。

$$\pi^+(u\bar{d}) + p(uud) \to \pi^0(u\bar{u}) + \Delta^{++}(uuu)$$

的基本过程是，$d + \bar{d} \to u + \bar{u}$ 即一对正负夸克的湮没和另一对正负夸克的产生。

由于强作用不改变夸克的味，因此一些守恒定律，如奇异数、重子数守恒等，在反应的夸克模型中自然满足。

在 $e^+e^- \to \text{hadrons}$ 反应中，一般是正负电子先湮没成虚光子，光子再变成若干对正负夸克。

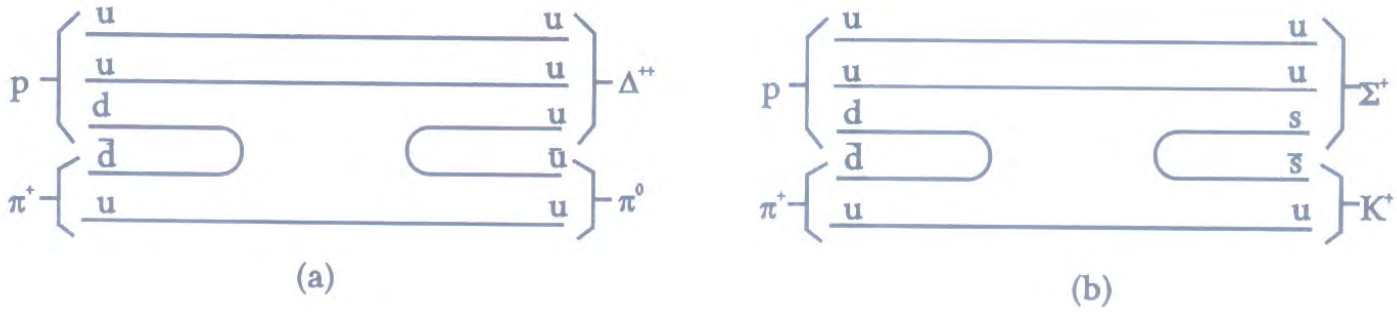


图 12-13　反应的夸克结构

(a)$\pi^+ + p \rightarrow \pi^0 + \Delta^{++}$　(b)$\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$

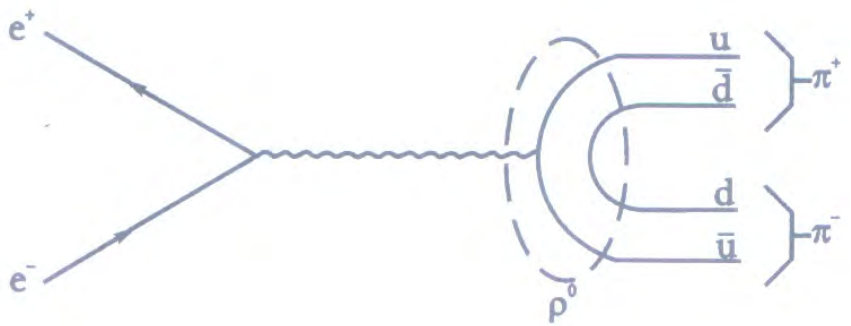


图 12-14　$e^+ + e^- \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ 反应

强子可以通过强相互作用、电磁相互作用或弱相互作用衰变。

强衰变过程是夸克重组和正负夸克对产生的过程。图12-15给出了一个典型的例子。强衰变中一个重要的现象是，如果初态的夸克完全湮没成胶子，末态再重新产生其它夸克对，即初末态夸克被“隔离”开，这样的强过程相对与有夸克连接的过程被大大压低。这种由于夸克“隔离”而压低强衰变的规则被称为茨威格（Zweig）规则。

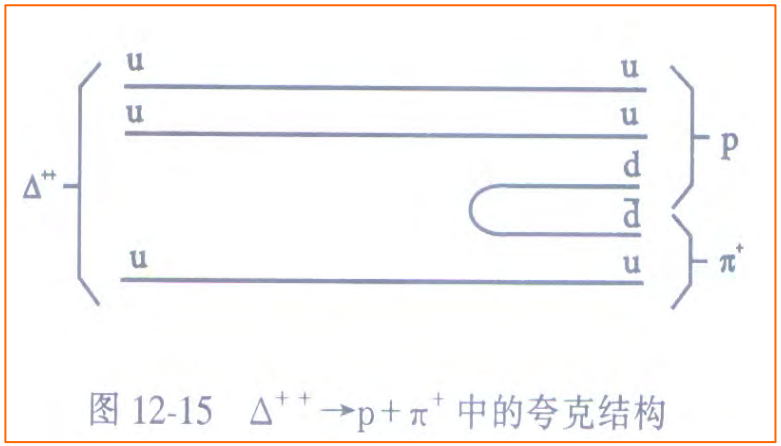


图 12-15　$\Delta^{++}\to p+\pi^{+}$ 中的夸克结构

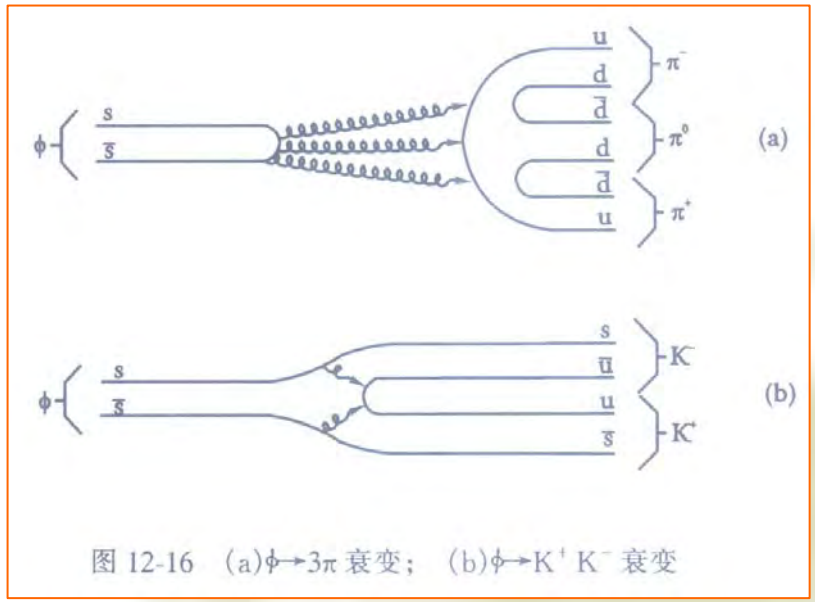


图 12-16　(a)$\phi\to 3\pi$ 衰变；　(b)$\phi\to K^{+}K^{-}$ 衰变

强子的电磁衰变包含正反夸克湮没成光子和夸克辐射光子的过程，光子又可变成正反轻子对。

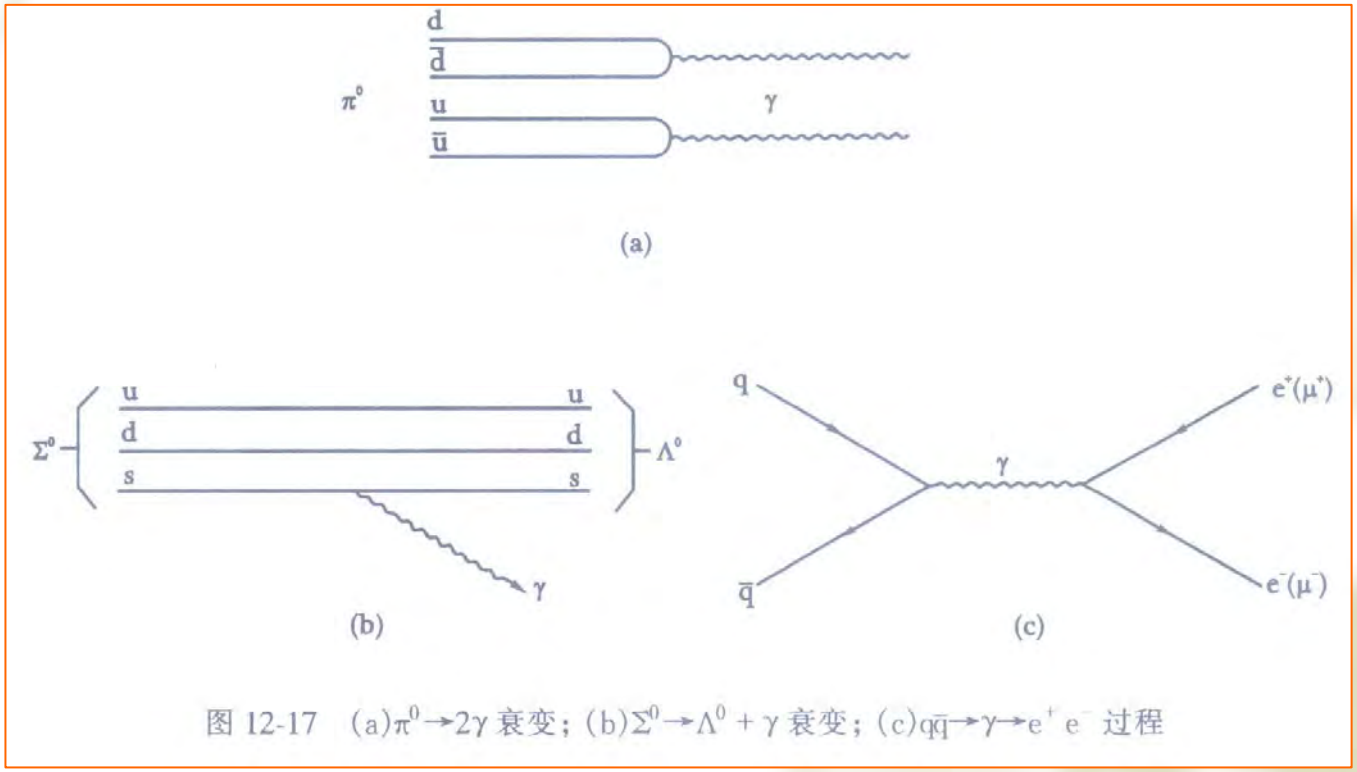


图 12-17　(a)$\pi^0 \to 2\gamma$ 衰变；(b)$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ 衰变；(c)$q\bar{q} \to \gamma \to e^+ e^-$ 过程

弱衰变可以改变夸克的味，其中基本的过程是夸克发射玻色子，W玻色子又衰变到轻子对（e ν_e，μ ν_μ ）或被其它夸克吸收。图13-18给出了熟悉的中子和π介子的弱衰变过程，它们的末态出现轻子而初态只有强子，因而也被称为半轻子过程。图12-19给出了Σ^+的几种弱衰变，其中由于包含较多的W玻色子（较多的弱作用顶点）因而概率小得多。

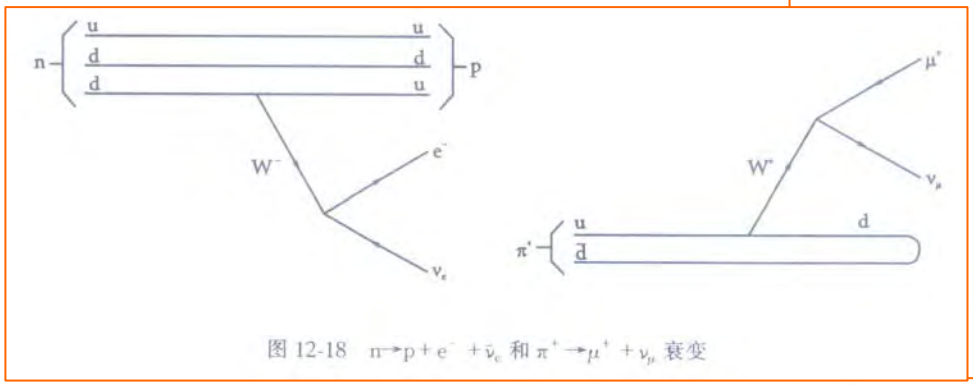


图 12-18 $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$ 和 $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$ 衰变

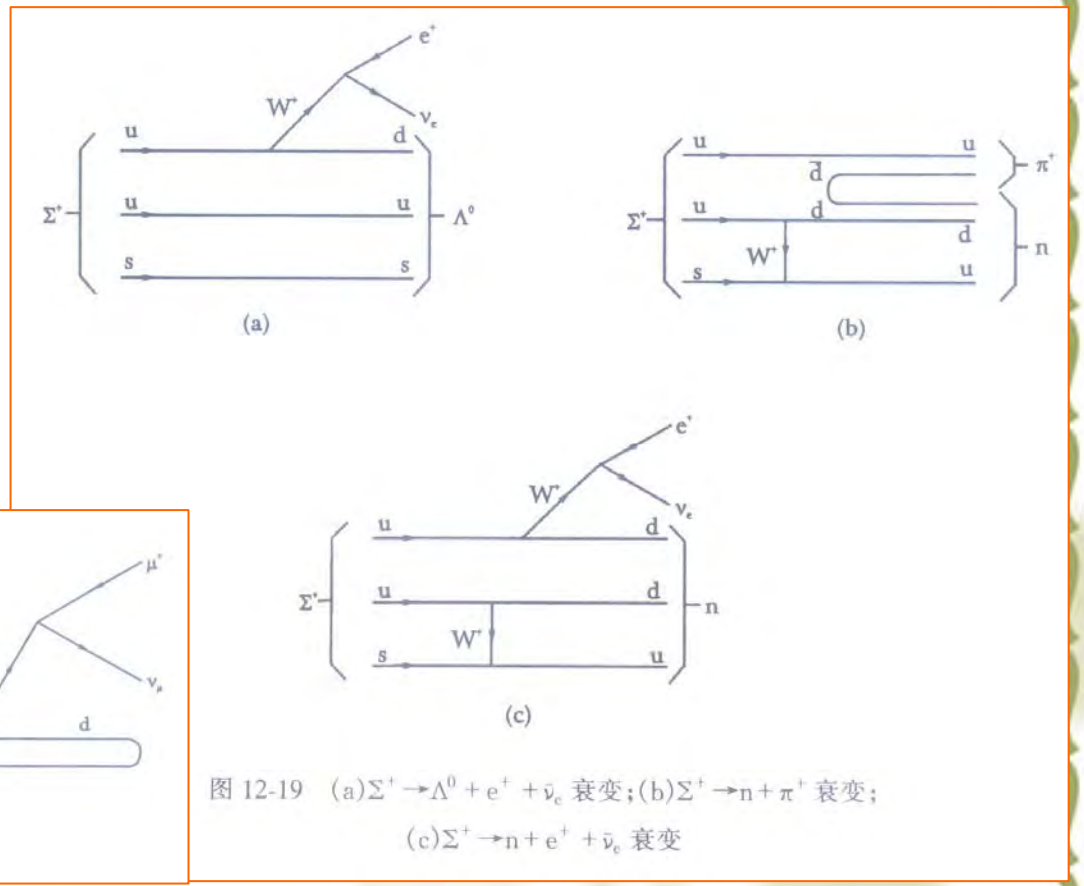


图 12-19 (a)$\Sigma^+ \to \Lambda^0 + e^+ + \bar{\nu}_e$ 衰变；(b)$\Sigma^+ \to n + \pi^+$ 衰变；(c)$\Sigma^+ \to n + e^+ + \bar{\nu}_e$ 衰变

3. 粲、底和顶

（1）粲夸克

较早的夸克模型只包括u,d和s三种夸克。为了解释奇异粒子衰变中的一些反常现象，格拉肖等人（Glashow, Iliopoulis和Maiani）于1970年提出了第四种夸克——粲（charm 或c）夸克。c夸克的粲量子数 $C=1$，而所有其它夸克的 $C=0$。强和电磁相互作用中C量子数守恒，而在弱相互作用中C量子数可以改变（也是通过发射或吸收W玻色子）。c夸克的地位与u夸克类似，它的电荷为 $\frac{2}{3}e$，奇异数$S=0$，可以通过c将s夸克转变到d夸克 $s \xleftarrow{W} c \xleftarrow{W} d$ 。1974年，在SLAC的电子对撞和Brookhaven的质子质子对撞中发现了一个非常窄的共振，它的物理宽度只是当时的探测能量分辨率的约1/100。这个新的共振态当时被SLAC组称为Ψ粒子，而被Brookhaven组称为J粒子，现在普遍被称为J/Ψ或Ψ粒子。J/Ψ的能量是3097MeV, 宽度只有0.087MeV。单从能量上看，J/Ψ很容易衰变到等强子道，宽度应该在100MeV左右，而实际上却小了约3个量级。

很快人们认识到J/Ψ是粲偶素（charmonium）。如图12-20(a)(b)所示，J/Ψ到非粲粒子的衰变由于维格规则而压低很多。可以有更高的共振态Ψ‘（3686）、Ψ“（4040）、Ψ“‘（4415）等，它们可以在不违反维格规则的条件下衰变到其它粲粒子（如图12-20(c)）。

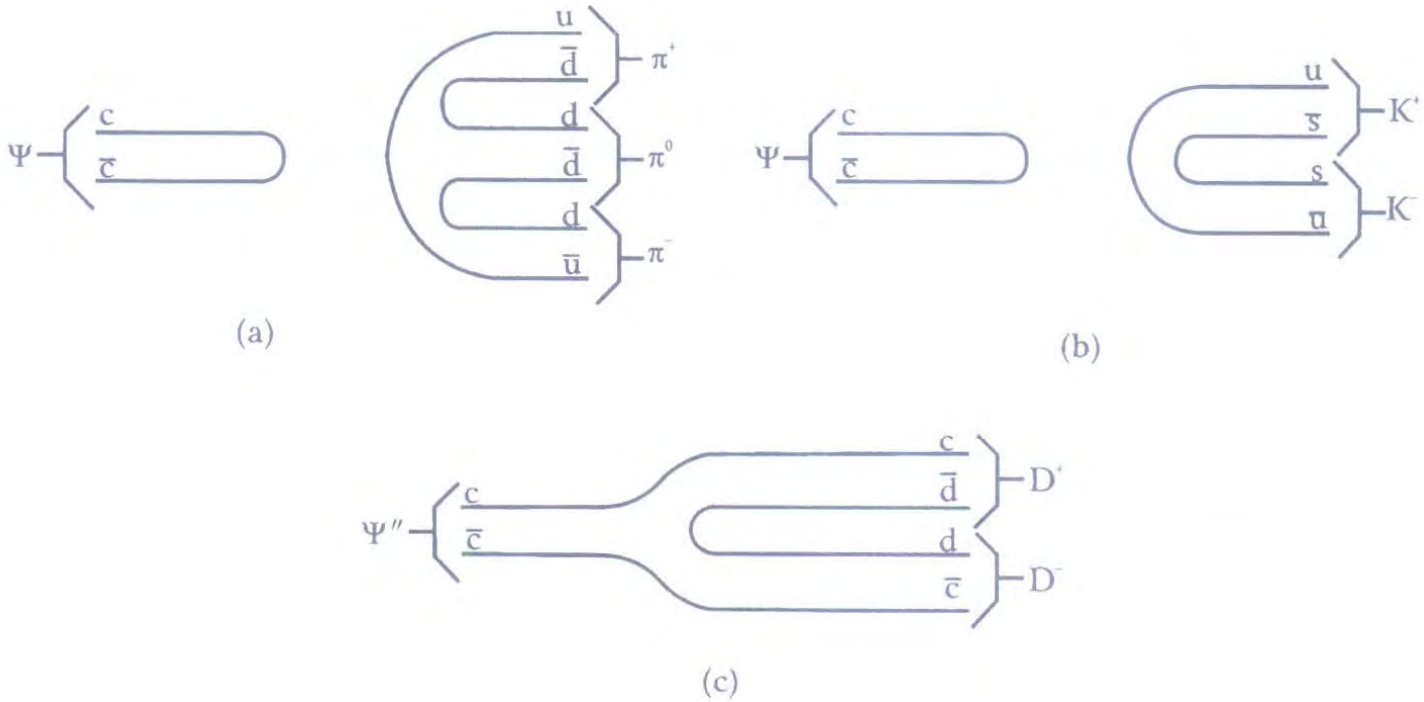


图 12-20 (a),(b)由维格规则压低的 $c\bar{c}$ 两种衰变;(c)维格规则容许的 $c\bar{c}$ 衰变

c夸克可与u、d夸克结合形成D介子，与s夸克结合形成F介子（图12-21(a)）。同样可以组合成带c夸克的重子（图12-21(b)(c)）。可以想象这些介子和重子都还有相应的更高能量的共振态。带粲的粒子（共振态）统称为粲素，它们有的已经在实验上发现（如$D^{\pm}, D^{0}, \overline{D}^{0}, F^{\pm}$（又称$D_s^{\pm}$），$\Lambda_c^{+}, \Sigma_c, \Xi_c \Omega_c^{0}$等），有的还没有被观察到。粲自由度的研究还有大量的空白。我国北京的正负电子对撞机是目前世界上研究粲物理最有利的设施,目前正在升级。

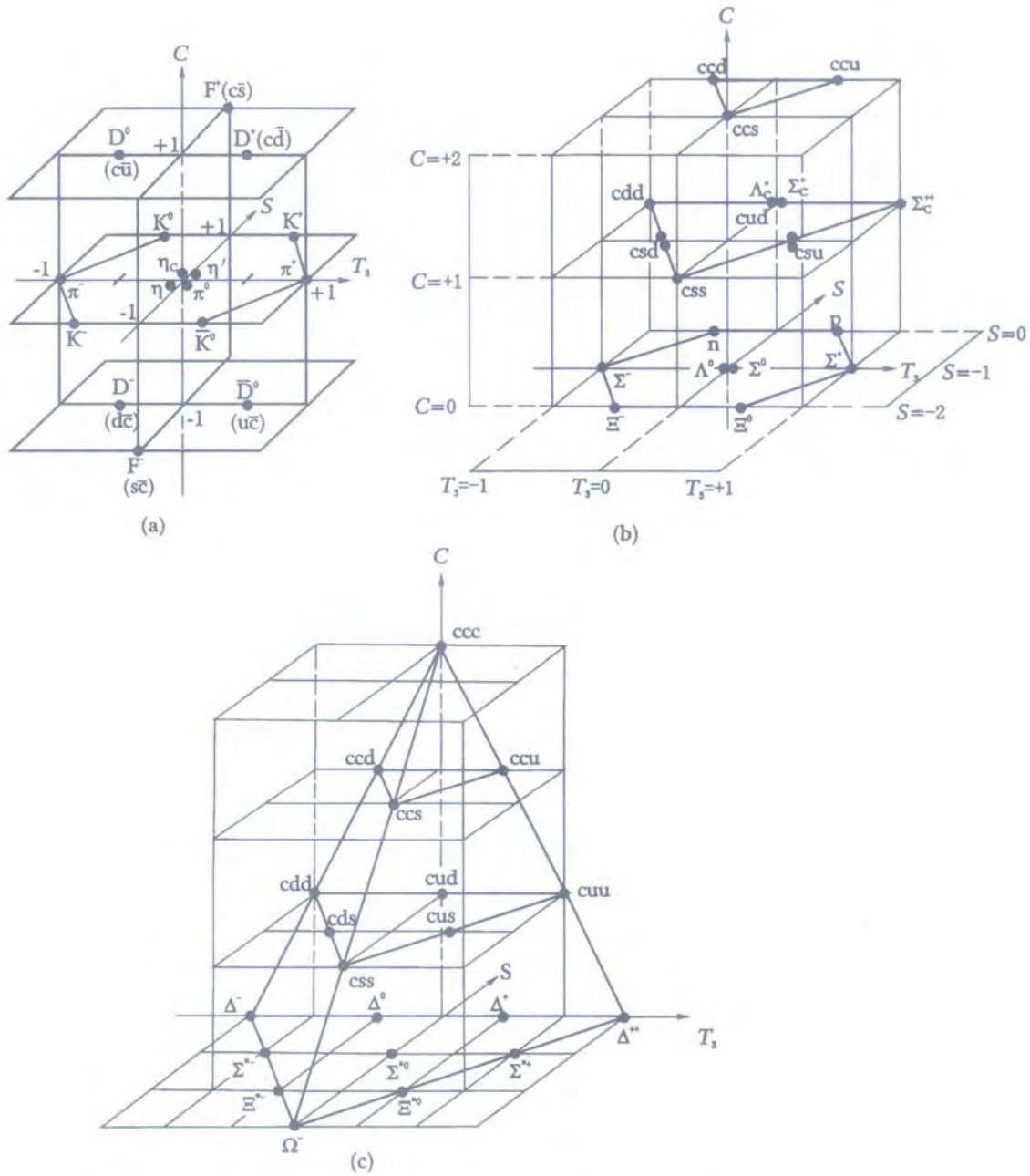


图 12-21　由 u,d,s,c 组成的可能的介子和重子

(a)自旋为 0 的介子　(b)自旋为 1/2 的重子　(c)自旋为 3/2 的重子

（2）底夸克和顶夸克

1977年，在美国fermilab的pp对撞实验和德国DESY的对撞实验中，发现了一个新的窄共振，它的能量9460MeV，宽度只有0.052MeV。与J/ψ的情况类似，这里发现的是一种新的夸克偶素：正反底夸克（bottom）的组合，被记作ϒ。底夸克偶素也有若干更高的共振态。图12-22给出了自旋为1的夸克偶素的能级图，它们在结构上很相似。实验上也已经发现了b与u或d夸克组成的介子 $B^{\pm}$、B^{0} 和 $\overline{B}^{0}$ ，b和s夸克组成的介子 $\overline{B}_{s}^{0}$ 和 B_{s}^{0}，以及含b夸克的重子。显然b物理还是基本未开垦的领域。由于理论预言CP不守恒在带b的系统中会表现得更明显，因而人们对b物理表现出特别的兴趣。在美国的SLAC和日本的KEK都正在建造b工厂，酝酿着重大的新发现。

b夸克的电荷是 $-\frac{1}{3}e$ ，与（u、d）和（c、s）比较，可以看出这是第三代夸克的一个成员，人们相信它应当有一个带电荷的伙伴——顶夸克。寻找顶夸克的努力持续了近20年。1994年，Fermilab宣布发现了顶夸克，它的质量高达约174GeV。顶粒子的产生需要极高能量的对撞机，美国的Fermilab和欧洲的LEP（及其后续者LHC）将是世界上研究顶物理的主要设施。

4. 强相互作用与夸克动力学

强相互作用是发生在色荷之间的，由胶子来传递。描写这种作用的理论是量子色动力学（**quantum chromodynamics** 或**QCD**）。**QCD**是一种规范量子场理论，它要求夸克的运动规律（拉格郎日量）满足**SU(3)**规范不变性，由此导出由**8**种胶子传递的色相互作用场。

强作用的特征首先是强度大。

典型过程中的截面值：强过程（比如反应）的总截面是10^{-2}b量级；电磁过程（比如反应）的总截面是10^{-4}b量级；弱过程（比如反应）的总截面是10^{-14}b量级；

不同衰变过程的寿命：强衰变的典型寿命是10^{-23}秒；电磁衰变的典型寿命是10^{-16}秒；弱衰变的典型寿命是10^{-8}秒。

直接比较典型距离上力的相对大小（表**12-5**）。由这些比较，可以看出四种相互作用强度在粒子过程中的明显区别，其比例关系大致为强:电磁:弱:引力=10^{2}:1:10^{-10}:10^{-36}。

表12-5 相互作用强度相对比较（取电磁作用强度为1）

比较关系	引力	弱作用	电磁作用	强作用	
				基本作用	剩余作用
两u夸克相距 $\begin{cases}10^{-18}\,\mathrm{m}\\3\times10^{-17}\,\mathrm{m}\end{cases}$	10^{-41}	0.8	1	25	——
	10^{-41}	10^{-4}	1	60	——
原子核中的两个质子	10^{-36}	10^{-7}	1	——	20

这里给出的比例关系是基于目前的核和粒子物理实验的，如果把能量提高许多，观察更小距离处的情况，则强度关系会发生很大变化，甚至出现几种力统一的现象。

色禁闭和渐近自由:

夸克总是结合成无色的强子出现。然而，高能量下的深度非弹散射又揭示了夸克群体在近距离上几乎是自由运动的。

电磁作用: 通过交换光子来实现。光子本身不带电，不参与电磁作用，也就不影响带电粒子本身的状态和电磁场的分布。

强作用的渐近自由: 夸克发射带色的胶子后，自身的色要改变，并且夸克与胶子还要发生作用引起更多的胶子交换。这样，看起来就好象夸克把自身的色荷弥散到了强子尺度（**0.5—1.0 fm**）的空间，对于进入这个空间的其它夸克而言，就如同进入了一个色荷球一样，感受到的作用大大降低了。

强作用的“色禁闭”：当两个电荷通过交换光子相互作用时，各自在空间形成的电场的分布并不改变，总的电场就是两个点电荷场在空间的叠加，不受光子的影响（见图**12-23**），作用力（正比于力线的密度）因而随距离的增加而很快减小。两个夸克间的色作用却不是单夸克色场的简单叠加，作用中交换的胶子会改变色场的分布，使外部的色场被抵消，场集中在两个夸克之间，作用力与距离无关。

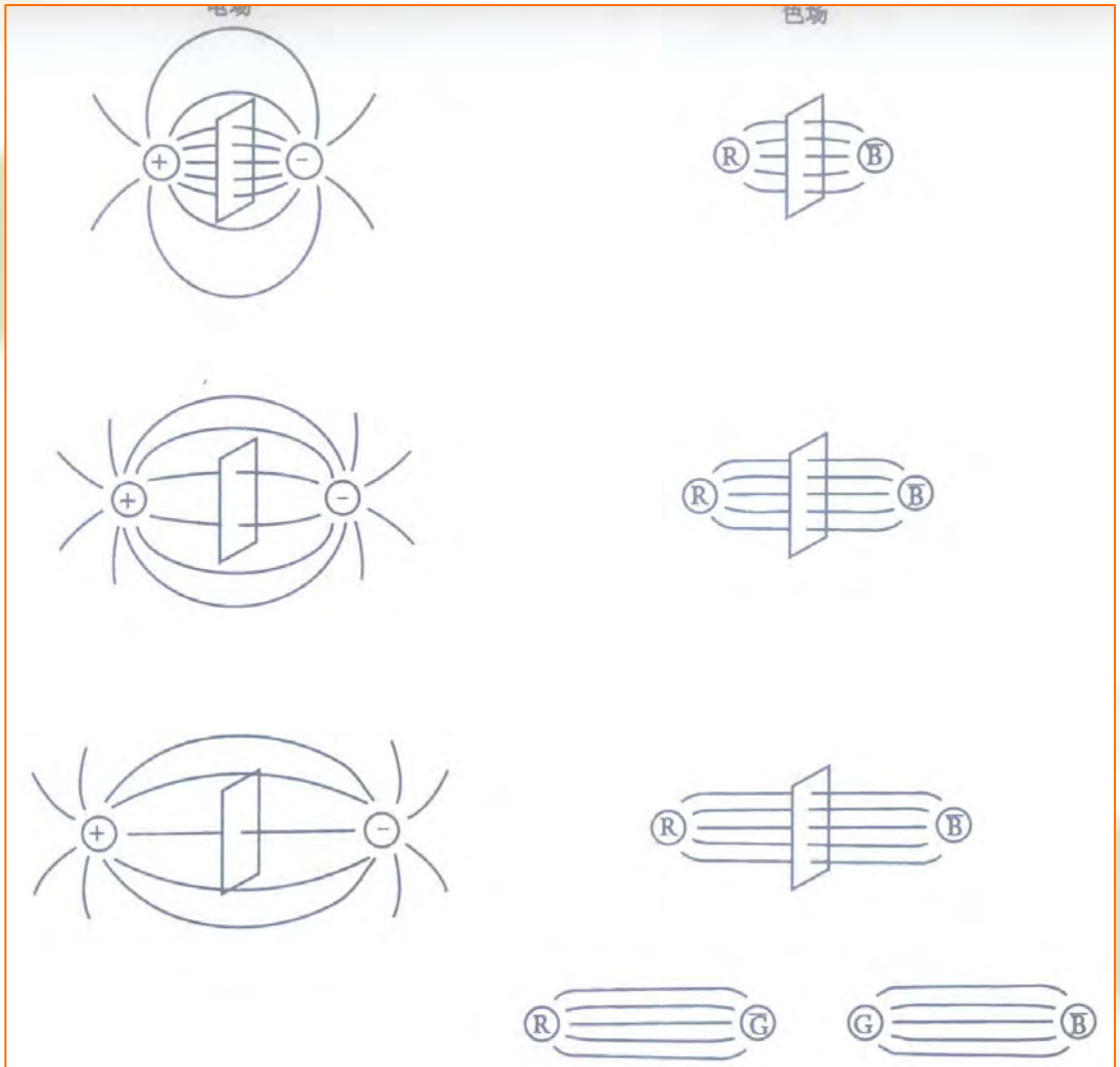
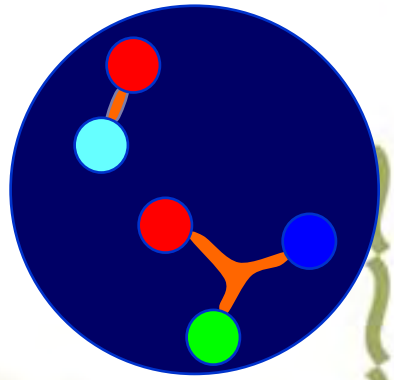


图 12-23　两个点电荷或色荷间的场随距离的变化

（横截面上的力线密度与力的强度成正比）



向强子注入能量的结果，不是使夸克分开，而是产生新的强子。能量足够高时，这个过程可以持续下去，直到动能被充分耗散，这就是强子簇射（喷注）。夸克由于动能增加而强子化的过程，在**fm**量级的范围内就完成了，因而在实验中并不能直接观察到夸克的分离现象。

动力学计算：

$$V(r) = kr - V_0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}r^2} + [kr - V_0]u(r) = Eu(r) \qquad (12.3-2)$$

$$E_n = |a_n|\left(\frac{k^2\hbar^2}{2m}\right)^{1/3} - V_0 \qquad (12.3-3)$$

$a_1 = -2.3381$ $a_2 = -4.0879$ $a_3 = -5.5206$ $a_4 = -6.7867$

$a_5 = -7.9441$

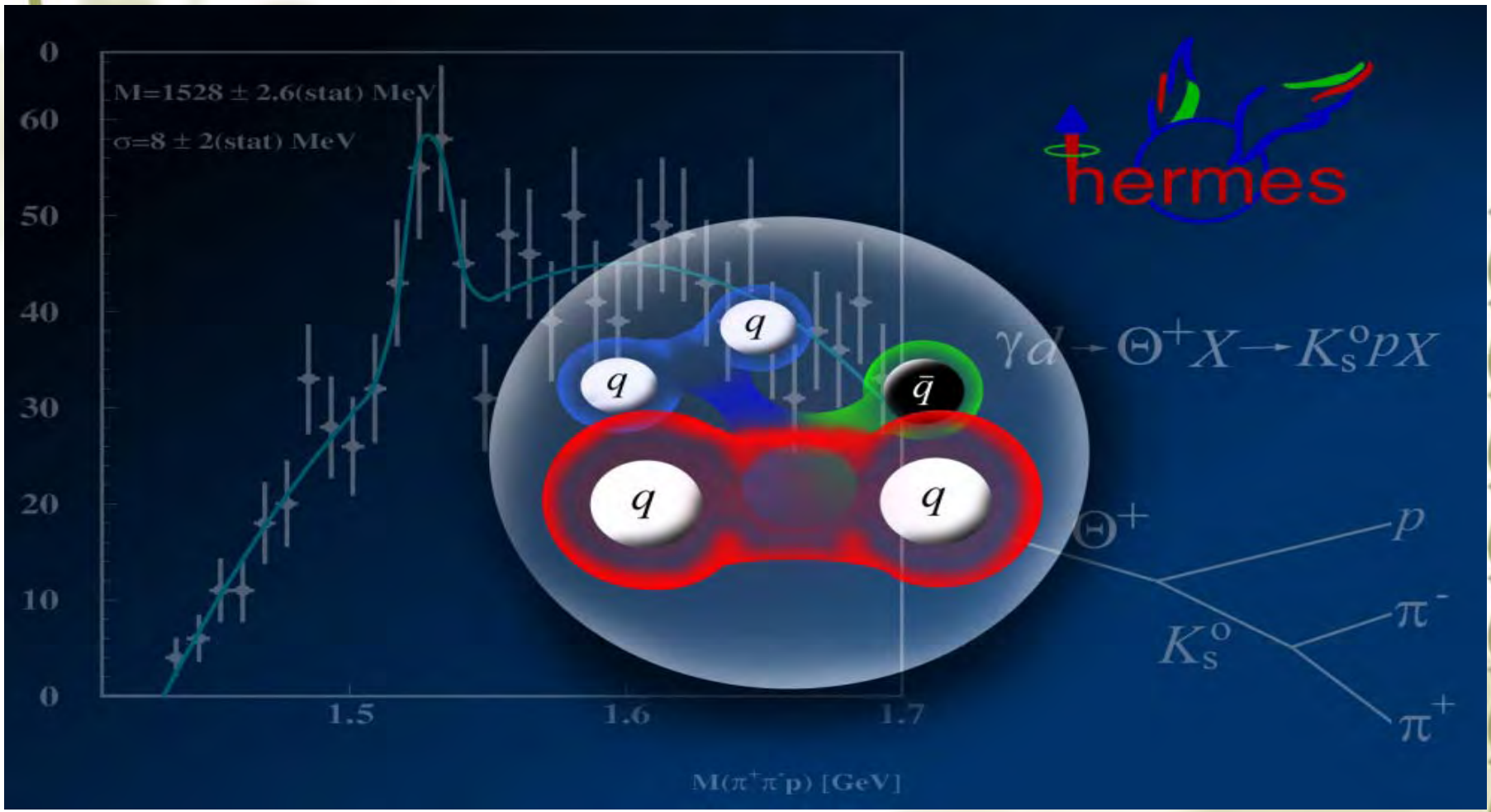
薛定谔方程中的质量，实际上吸收了许多复杂的因素，我们把它称为组分夸克质量

$$m_b c^2 \approx \tfrac{1}{2} m_T c^2 \approx 4.7\text{GeV}$$
$$m_c c^2 \approx \tfrac{1}{2} m_\psi c^2 \approx 1.5\text{GeV}$$
$$m_s c^2 \approx \tfrac{1}{2} m_\phi c^2 \approx 0.5\text{GeV}$$

$$m_u c^2 \approx m_d c^2 = \tfrac{1}{2} m_\rho c^2 \approx 380\text{MeV}$$
$$m_u c^2 \cong m_d c^2 = \tfrac{1}{3} m_n c^2 \approx 310\text{MeV}$$

$$m_u c^2 \cong m_d c^2 \approx 350\text{MeV}$$

至今人们只观察到正反夸克组成的介子和三夸克组成的重子，但原则上其它色单态也可能存在。比如**6**夸克的共振态已经被一些理论模型所预言，但经过近二十年的努力还没有在实验中确认。胶子原则上也可组合出色单态（胶子球），目前已发现了一些可能的对象，但还需要进一步确认。



Pentakuarks

§12.4 弱相互作用与弱电统一理论

从来没有发现过由弱作用形成的束缚态或共振态，因而没有系列的能谱供研究。

弱作用的散射或反应过程截面太小。

主要只能通过衰变过程来积累弱作用的知识。

弱衰变发生的特征：（a）有中微子出现；(b)夸克的味改变；(c)衰变概率（宽度）比电磁或强衰变小得多，平均寿命约10^{-8}秒量级。

弱作用对夸克和轻子都存在。我们在前面的章节中已经积累了不少原子核和强子的弱衰变知识，因此在这一章里，我们将更多地涉及轻子系统。

1. 轻子家族

至今发现了三种带电的轻子（e、μ、τ）和它们的反粒子。电子和μ子是最轻和次轻的带电粒子，因而在电荷守恒条件下，电子必然是稳定粒子，而μ子衰变时必然产生电子：

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

τ轻子比μ子要重得多，而且比许多强子还重，因此可以有更多的衰变形式：

$$\tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$$

$$\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

$$\rightarrow \pi^- + \nu_\tau$$

轻子的各代却是严格区分的，这表现为三种轻子数（电轻子数，μ轻子数和 τ 轻子数）各自守恒 。

容许	禁止
$p+\mu^- \to \nu_\mu + n,$	$p+\mu^- \to \pi^0 + n,$
$e^+ + e^- \to \nu_\mu + \overline{\nu}_\mu,$	$e^+ + e \to \nu_e + \overline{\nu}_\mu,$
$\pi^- \to \mu^- + \overline{\nu}_\mu,$	$\pi^- \to e^- + \nu_e,$
$\mu^- \to e^- + \overline{\nu}_e + \nu_\mu,$	$\mu^- \to e^- + \nu_e + \overline{\nu}_\mu,$
$\tau^- \to \pi^- + \nu_\tau,$	$\tau^- \to \pi^- + \nu_e$

2.弱作用分类

我们已经知道，弱作用是由 $W^{\pm}$ 玻色子（电性流）或 Z^0 玻色子（中性流）来传递的。电性流过程可以分为三类。

(1) 轻子过程

如果**W**玻色子的两端都只与轻子连接，就称为轻子过程。

$$l + \bar{\nu}_l \leftrightarrow l' + \bar{\nu}_l'$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau, \qquad \nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e$$

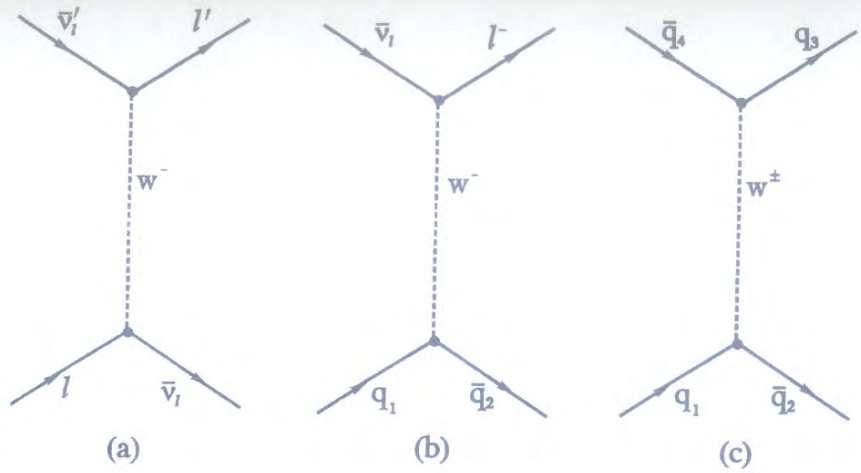


图 12-25　(a)轻子过程;(b)半轻子过程;(c)非轻子过程

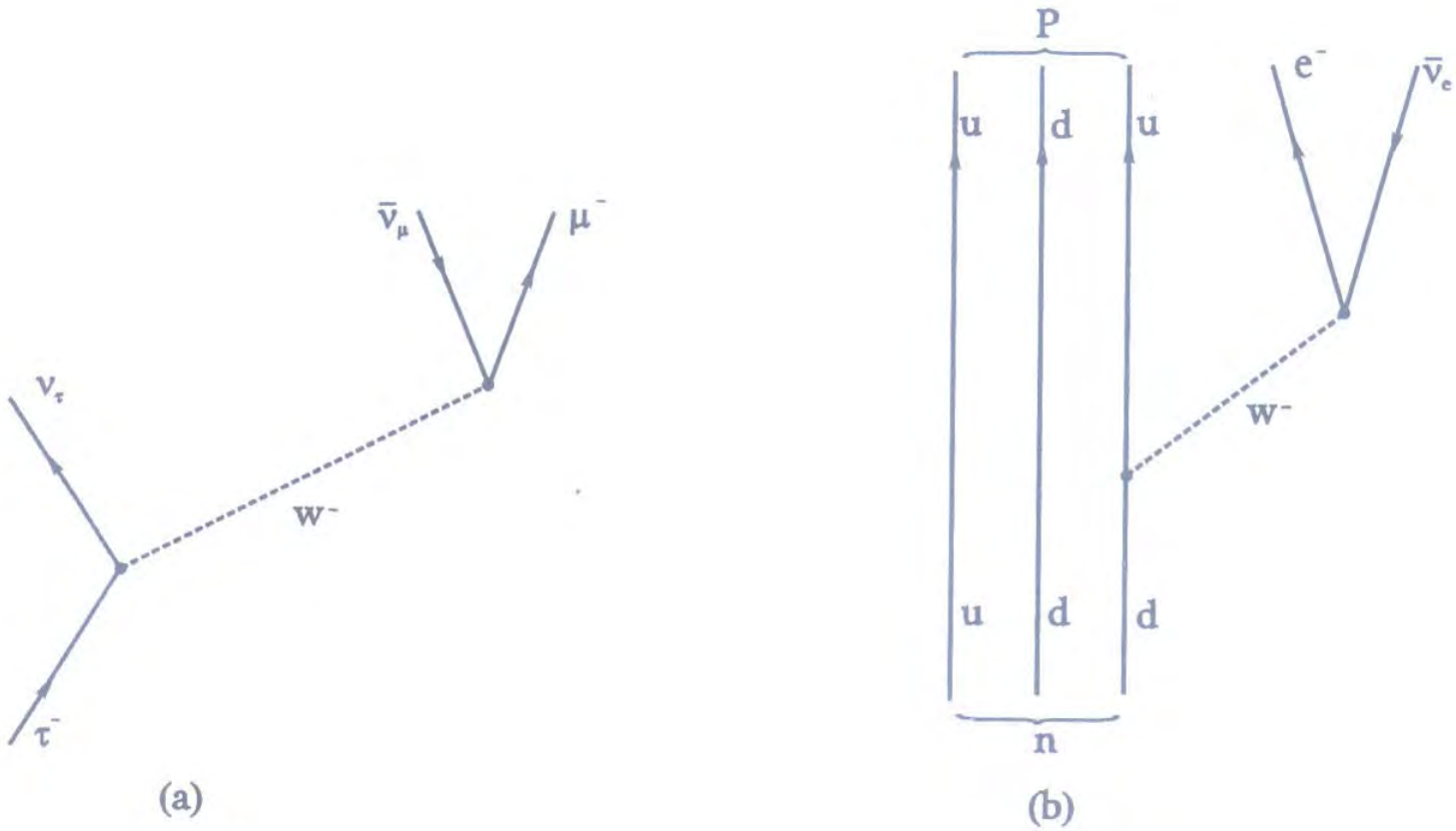


图 12-26　(a)$\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$；(b)$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

(2) 半轻子过程

W玻色子的一端接轻子，另一端接夸克，

$$q_1 + \bar{q}_2 \leftrightarrow l + \bar{\nu}_l$$

(3) 非轻子过程

W玻色子的两端都接夸克，

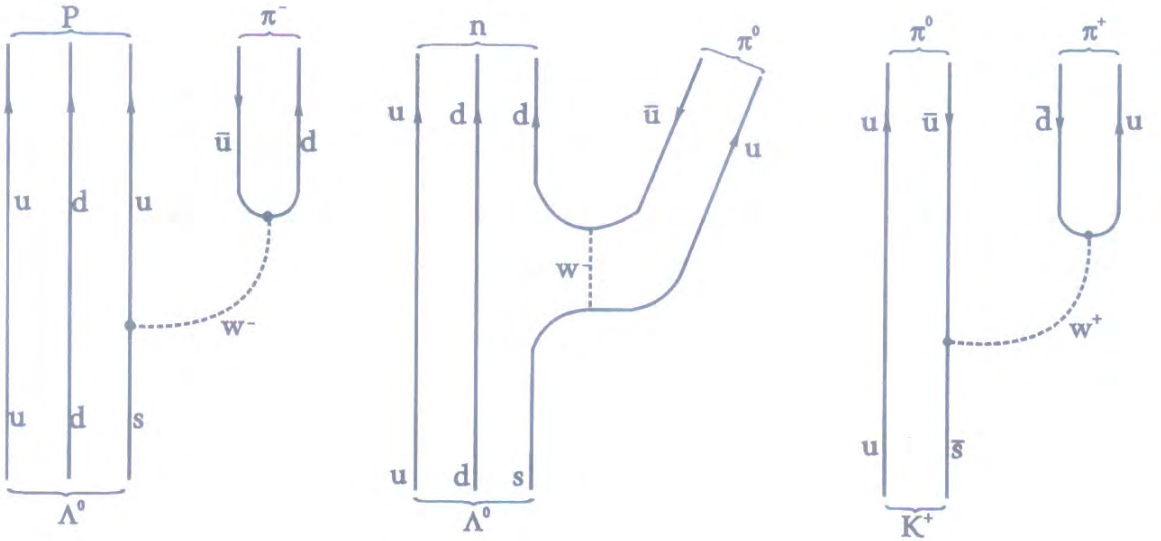


图 12-27 几个典型的非轻子衰变

W玻色子的作用顶点可表示为Wf_1f_2，在每一个这种顶点处要求：电荷守恒；轻子数守恒（注意W的轻子数为0）；夸克数守恒（夸克的夸克数为1；反夸克的夸克数为-1）。

中性流的作用顶点可表示为Zf_1f_2，由于Z^0不带电，且不能通过Z^0改变夸克的味，因此要求 。中性流引起的衰变也可分为轻子过程，半轻子过程等。

3.宇称不守恒

W玻色子对轻子的作用是V—A型的，因而人们称电性流的理论是V—A理论。此时，宇称不守衡达到最大。由这种作用只能产生左旋中微子或右旋反中微子

4．电弱统一和W, Z玻色子

电弱统一理论是格拉肖（S.Glashow）在1961年提出，温伯格（S.Weinberg）和萨拉母(A.Salam)在1967年各自独立的完成的。在这个理论中，电磁和弱作用被视为属于SU(2)xU(1)规范对称性的同一种相互作用，通过传递γ、$W^{\pm}$和Z^0四种玻色子来实现。理论的最重要预言是Z^0玻色子的存在。

$$|\gamma>=\cos\theta_W\,|B^0>+\sin\theta_W\,|W^0>$$

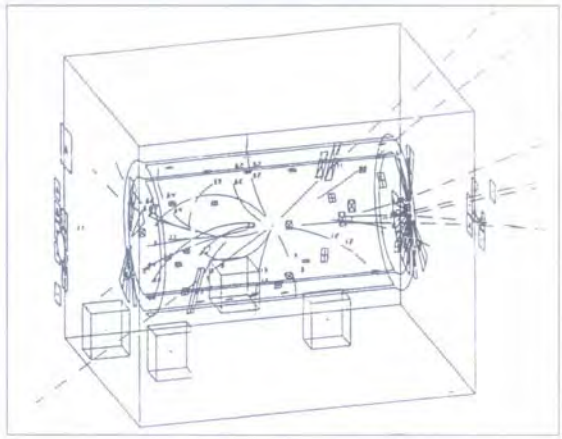
$$|Z^0>=-\sin\theta_W\,|B^0>+\cos\theta_W\,|W^0> \qquad (12.4-2)$$

$$m_W/m_Z=|\cos\theta_W| \qquad (12.4-4)$$

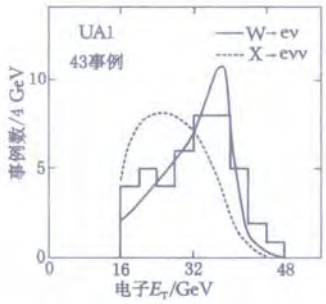
$$\sin^2\theta_W=0.2319\pm0.0005 \qquad (12.4-5)$$

$$m_W c^2=\left[\frac{4\pi\alpha}{8\sin^2\theta_W}\cdot\frac{\sqrt{2}(\hbar c)^3}{G_F}\right]^{1/2}\approx 78\text{GeV} \qquad (12.4-6)$$

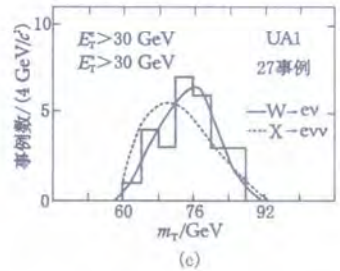
$$m_Z c^2=\frac{m_W c^2}{|\cos\theta_W|}\approx 89\text{GeV}$$



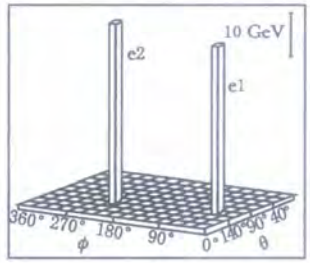
(a)



(b)



(c)



(d)

图 12-28 (a)在 CERN 的 SPS 上的一次 $p\bar{p}$ 对撞的粒子径迹重建图[引自 G. Arnison et al., Phys. Lett. **B126**, 398(1983)]。(b),(c)在 $p+\bar{p}\to W+$其它,然后 $W\to e+\nu$ 实验中测得的电子能谱和电子加中微子总能量谱。实线表示丢失动量与电子动量相反的事例,而虚线表示三体本底。重建的 W 玻色子质量为(81±2) GeV[引自 G. Arnison et al., Phys. Lett. **B129**, 273(1983)]。(d)在 $p+\bar{p}\to Z^0+$其它,然后 $Z^0\to e^+ + e^-$ 实验中测得的电子的角度和能量,由它们重建的 Z^0 的质量为(91±2) GeV[P. Bagnaia et al., Phys. Lett. **B129**, 130(1983)]

$$m_W c^2 = 80.41 \pm 0.10\text{GeV},$$

$$m_Z c^2 = 91.187 \pm 0.007\text{GeV} \qquad (12.4$$

§12.5 对称性与守恒定律

粒子物理是对称性与守恒定律最为丰富的领域。在前面个别讨论的基础上，我们在这一节中给出比较系统的有关对称性的知识。

自然界中的对称性是和守恒定律相联系的，这一点可用内特尔(Noether)定理来表述：如果运动规律在某一变换下具有不变性，则必然相应地存在一个守恒定律。

对称性根源于自然界中某些绝对量的不可测量性。比如，空间的绝对位置、绝对方向不可测量，绝对时间不可测量等。

对称性可分为时空对称性和内秉对称性，前者对应于经典的时空变换，而后者指在粒子内秉的广义坐标上的变换，没有经典对应。

对称变换又可分为连续变换和分立变换。连续变换对应的是相加性守恒量（即总体量是各部分的该量之和，如能量、动量、电荷、奇异数等），而分立变换对应的是相乘性守恒量（即总体量是各部分的该量之积，如宇称等）。

表 12-10　对称性与守恒定律

	对称性	守恒量	适用范围		
			强作用	电磁作用	弱作用
连续变换	空间平移	动量 p	Y	Y	Y
	空间转动	角动量 J	Y	Y	Y
	时间平移	能量 E	Y	Y	Y
	电荷规范变换	电荷 Q	Y	Y	Y
	重子数规范变换	重子数 B	Y	Y	Y
	电轻子数规范变换	电轻子数 L_e	Y	Y	Y
	μ 轻子数规范变换	μ 轻子数 L_μ	Y	Y	Y
	τ 轻子数规范变换	τ 轻子数 L_τ	Y	Y	Y
	同位旋空间转动	同位旋 I	Y	N	N
	绕同位旋 3 分量转动	同位旋 3 分量	Y	Y	N
	奇异数规范变换	奇异数 S	Y	Y	N
	粲数规范变换	粲数 C	Y	Y	N
	底数规范变换	底数 D	Y	Y	N
分立变换	正反粒子变换	C 宇称	Y	Y	N
	空间反射	宇称 P	Y	Y	N
	时间反演		Y	Y	N
	G 变换	G 宇称	Y	N	N
	全同粒子变换	变换性质	Y	Y	Y

(1) 正负粒子变换（又叫电荷共轭变换）**C**，是指在一个系统中，将全部粒子转换成它们各自的反粒子。在**C**变换下，粒子的所有内秉相加性量子数（如Q、B、L_e、S等）都改变符号，而时间、空间、动量、角动量等不变。在**C**变换下，电磁场强度也要变号，因而光子具有负的**C**宇称。凡是内秉相加性量子数皆为**0**的中性粒子，称为纯中性粒子，它们的反粒子就是它们本身（如光子、π^0, ρ^0, η 等）。对于非纯中性粒子，由于相加性量子数不为**0**（正反粒子不相同），为了满足守恒关系，正反粒子必须成对产生或湮没。由多个粒子组成的系统，其**C**变换特性不仅与各粒子本身的C量子数有关，而且与系统的时空结构有关系。比如对于一对正反粒子组成的系统，其C量子数为$(-1)^{l+s}$，与两粒子的轨道量子数l和总自旋s有关。

(2) G变换，指C变换和绕同位旋第二轴转动180^0变换的乘积：

$$G = CI_2(180^0)$$

由于许多粒子不是C的本征态，计算*C*量子数不方便，这时往往采用*G*宇称。同一组同位旋多重态具有相同的*G*宇称，比如π^+、π^-和π^0的*G*宇称都是—1。G宇称可视为是*C*宇称的推广，但仍然不是所有粒子均具有确定的*G*宇称。

(3) CPT守恒。在中性K介子的衰变中发现了少量的CP不守恒现象。但人们仍然相信，CPT守恒是严格成立的。在量子场论中，CPT守恒可以从理论上得到严格的证明，并被称为CPT定理。它的表述是：任何一种定域相互作用的哈密顿量，如果满足洛伦兹变换下的不变性，则该相互作用在CPT联合作用下是不变的。因此，CP守恒在弱作用中的破坏，就意味着T对称性在弱作用中也是破坏的。根据CPT守恒，可以推出：正反粒子具有相同的质量和寿命，它们的磁矩大小相等而符号相反。对这些物理量的测量，也提供了实验检验CPT定理的途径。至今的实验数据表明，CPT定理在误差范围内是严格成立的。

§12.6 标准模型及其发展

1. 标准模型

标准模型是目前人们用来描写“基本”粒子和它们的相互作用的比较成熟的规范量子场论理论（它被称为模型只是由于历史的原因），它的内容包括：

（A）“基本”粒子

(1) 自旋1/2的费米子：三代轻子及其反粒子；三代夸克及其反粒子。

(2) 自旋1的规范玻色子：四种弱电玻色子；八种胶子。

(3) 自旋0 的希格斯玻色子。

(B) 相互作用

(1) 弱电统一理论——EW。

(2) 强作用的量子色动力学——QCD。

至今为止，标准模型与实验符合得很好，因此人们有理由相信它是在相当范围内成立的基本理论。但标准模型在诸多基本的方面仍存在问题。

标准模型面临的最大困难可能是质量问题。在标准模型中，具有规范不变性的拉格郎日量不含质量项，也就是说，出现在规范理论中的费米子和玻色子原则上都没有质量，这显然与实验不符；而如果人为的加入质量项，又必然要破坏规范不变性。解决这个矛盾的办法，是引入至少一种特殊的自旋为**0**的玻色子场，称为希格斯**(higgs)**场。规范玻色子和费米子场可以与希格斯场发生作用而获得质量。

在希格斯场存在的情况下，物理真空（场能量的最低点）将偏离规范对称点。也就是说，拉格郎日量本身具有规范不变性，但在真空点附近规范对称性是破缺的，在真空基础上获得的粒子可以具有质量。这样就同时照顾到了规范对称性和质量。但这样解决问题，不是从物理原理出发，而更象是一种技术手法。由于质量在任何理论中都具有核心地位，希格斯玻色子的存在与否，就成了涉及整个理论框架的关键问题。对希格斯场的描写有较大的任意性，这给实验带来了很大的困难。 希格斯玻色子的质量被预言在**4 GeV/c^2**到**1 TeV/c^2**之间。目前实验已排除了大约小于**100 GeV/c^2** 的质量区。欧洲核子中心**(CERN)**正在建造一台价值**23**亿美圆的大强子对撞机**(LHC)**，将采用**pp**对撞，对撞能量将达到**2x7 TeV**，亮度**$10^{34}cm^{-2}s^{-1}$**。它的首要目标，就是寻找希格斯玻色子。**LHC**预计在**2006**年后投入运行，中国政府已经投入了一些经费，支持中科院高能物理所和北京大学、中国科技大学、南京大学等参与**LHC**上物理工作的合作。显然，如果在**LHC**上找不到希格斯粒子，则目前看起来很美观的规范场理论框架将不得不重新考虑。

如果希格斯玻色子存在，则规范场理论具有基本的合理性因而因当在标准模型的基础上继续发展。目前仍有许多基本问题是标准模型无法解答的，比如：

(1) 粒子的代。目前发现的轻子和夸克都是三代。在标准模型的计算中为了抵消掉非正常项，要求费米子成代出现，但并不限制只有三代。

(2) 标准模型中仍然有许多的参量需要由实验确定，比如相互作用的耦合常量（e, g, g_s），电弱混合角（θ_{W} ）以及费米子（夸克和轻子）的质量、希格斯玻色子的质量等。

（3）标准模型的对称性有明显的缺陷。比如弱作用可以改变夸克的味，因此夸克的三代之间可以相互转变；但目前没有发现任何作用可以改变轻子的代，这种夸克与轻子的不对称性在标准模型中无法解释。又比如左旋费米子在标准模型里是**SU(2)**双重态，而右旋费米子却是单态。还有费米子和玻色子在理论中的地位有明显区别；电弱统一而与强作用不统一，引力场还没有量子理论等等。

以上讲到的这些缺陷的存在，并不降低标准模型的地位。首先，标准模型在至少**100GeV**以下能区与实验符合很好，与历史上任何别的理论相比，它的适用范围是空前的。另外，标准模型提供了理论的完美性，它同时包含了相对论和量子理论的成就，并以其规范性而在数学上自恰，这就使它一方面为未来理论的发展提供了应当遵守的基本框架，另一方面又具有很强的预言实验的能力。因此，认为标准模型是人类对物质世界认知历史上的一个重要台阶是不过分的。

2. 大统一理论

GUTs(grand unified theoies)：将弱电理论与强作用的量子色动力学统一起来。

所谓统一，是指在高得多的能量下，相互作用可以遵从统一的规范对称性，具有相同的作用强度和同一组规范玻色子。但在较低能量下，对称性发生自发破缺，表现为对称性、强度和交换玻色子都不同的几种相互作用。

当我们在前面比较相互作用的强度时，都是以目前实验室的测量为基础的，相互作用的耦合常量（比如电磁作用里的常量e或 $\alpha = e^2 / (4\pi\varepsilon_0 \hbar c)$ ）也是按现有的数据定出来的。

耦合常量实际上是巡行耦合常量（**running coupling constant**），随能量变化，只是变得很缓慢。由于高能下的作用对应于近距离的作用，所以能量尺度的问题也就是空间尺度的问题。比如考虑一个电子的静电作用，在一般的测量中（如密里根油滴实验），作用虚光子的波长较大，感受到的是较大范围的电子的存在，作用强度由电荷量e决定。但在极高能散射实验中，动量转移大，虚光子波长很短，可以感受到极小尺度的电子，此时电子的有效电荷会增大。这种变化主要发生在极短的距离处。比如在10^{-3}fm处（动量转移约200GeV/c），有效电荷量增加约1%；在10^{-9}fm 处，有效电荷增加约2% ，而在1fm之外，有效电荷量都是e 。

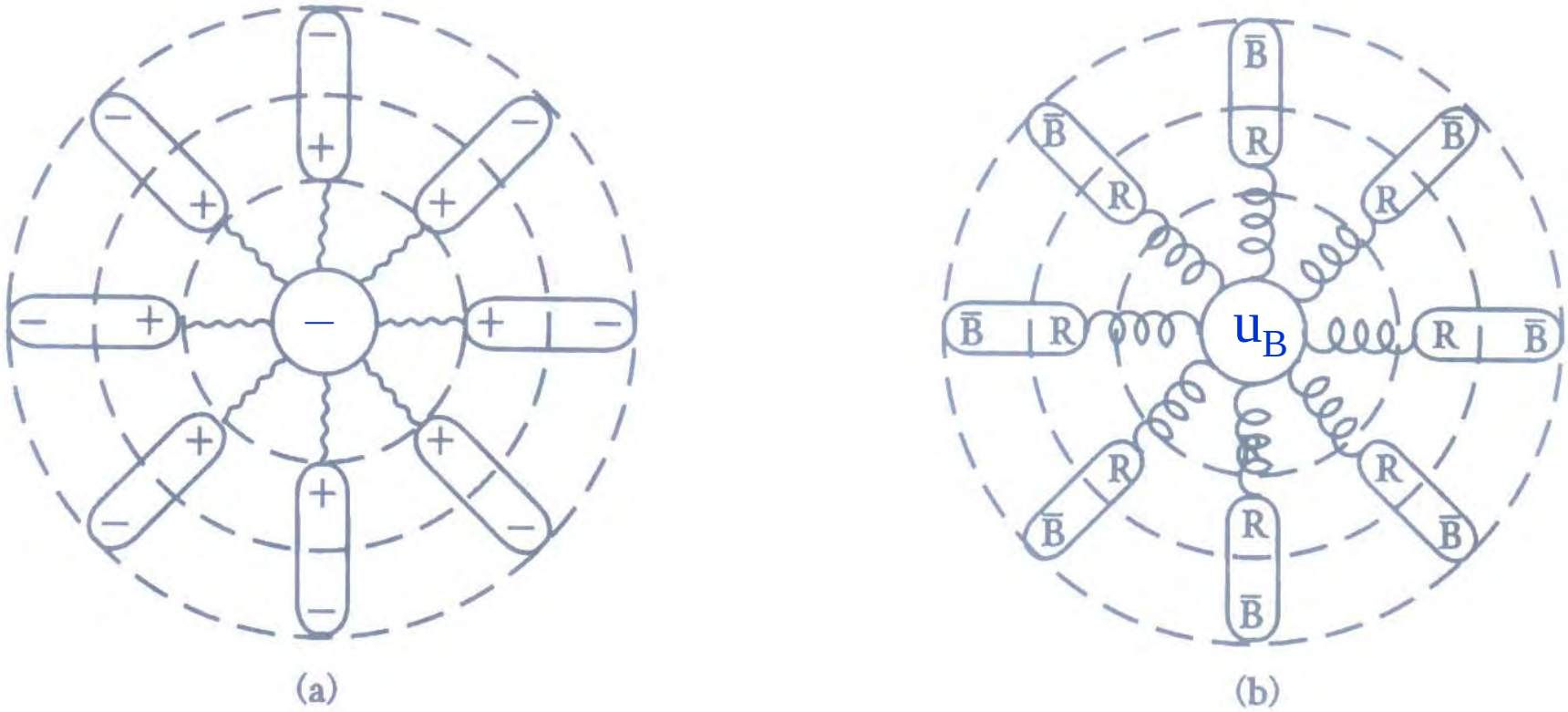


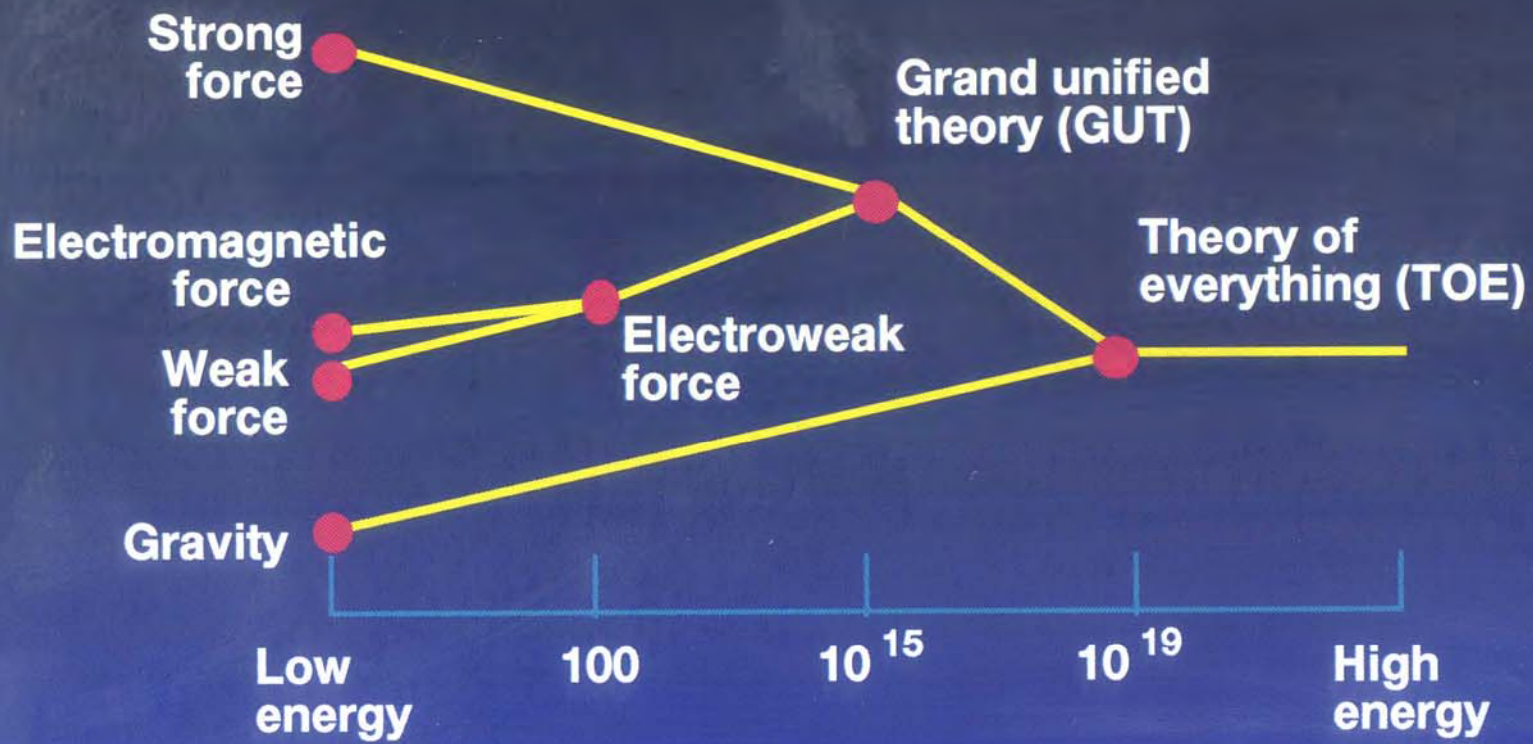
图 12-29　示意图(a)一个待测的电子被虚 $e^+ e^-$ 对所包围；
(b)一个 R 夸克发射虚 $R\bar{B}$ 胶子使其 R 色被弥散到更大范围

强作用的耦合常量也发生类似的变化，但变化的方向却正好相反。比如一个u_R夸克可以发射等虚胶子使自己的R色荷被弥散开去（图12-29(b)），从而使近距离处的有效作用降低，u_R本身变成u_B或u_G夸克（$u_R \to u_B + R\bar{B}, u_R \to u_G + R\bar{G}$）。

在一定的能量下，不同相互作用的耦合常量可能变得相等从而无法区分。不同模型下定量计算的结果很不一样。在大约100GeV时，电磁和弱相互作用统一，而在约10^{15}GeV能区，强和电弱作用统一。引力的统一问题更加复杂，而且只能在更高的能量下实现。

Super Collider

Unifying the Four Forces of Nature

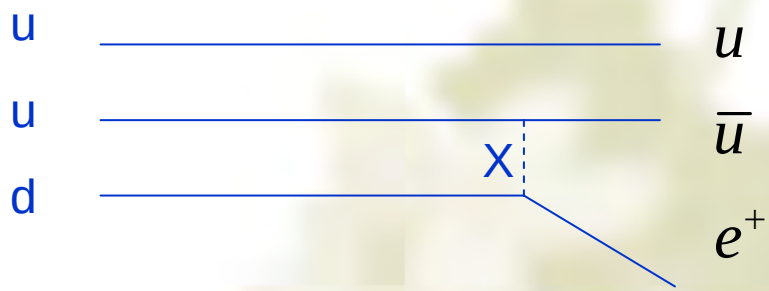


GUT的基本思想，是将所有的费米子（轻子和夸克）当成一组粒子来考虑，也就是将色的三维空间和电弱的二维空间扩展成统一的五维空间，费米子的运动方程至少满足SU(5)对称性。SU(5)的多重态可以表示为比如 $((\nu_e, e^-), (\bar{d}_R, \bar{d}_G, \bar{d}_B))_L$，前面两个是SU(2)双重态，后三个是SU(3)三重态，都采用左旋粒子（下标L）是为了保持所需的对称性。SU(5)对称性所导致的相互作用应由24个规范玻色子来代表，除了已有的12个（ $\gamma, W^{\pm}, Z^0$ 和8个胶子）外，其它是6个带色和带-e/3电荷(Y_R、Y_G、Y_B)或4e/3电荷(X_R、X_G、X_B)的玻色子及其反粒子，被称为Y粒子或X粒子。

GUT可以提供一些重要的预言。

轻子和夸克实际上是同类粒子，可以相互转化，轻子数和重子数不再分别守恒，而需要统一考虑（**B—L**守恒）。这时，夸克可以通过发射一种**X**粒子直接衰变成轻子（ $q \to X + l$ ）。这种过程的出现，使得质子可以衰变。按照**X**粒子的质量为**10^{15}GeV**，可以估算出质子的寿命是**10^{31}**年量级。人们尚未观察到质子衰变，说明质子的寿命还要长得多，但如果超过**10^{33}**年，则会造成**GUT**若干预言之间的巨大矛盾。所以**GUT**竟管有理论上的吸引力，但目前看来仍有较大的缺陷。

$$p \to \pi^0 + e^+$$



包罗一切的理论(TOE)

在标准模型的基础上，理论物理学家已经在试图构造包括所有相互作用和基本粒子，并且具有完整的对称性和时空变换特性的包罗一切的理论TOE（**theories of everything**），其中典型的如超对称和超弦理论。

超对称理论将费米子和玻色子等价看待，每个费米子都对应一个玻色子，反之亦然。所以夸克对应自旋为整数的标量夸克（**squark**），而光子对应自旋是1/2的光微子（**photino**），胶子对应胶微子（**gluino**）等等。超对称理论有许多优越性，比如它自然地包含了标准模型，可以容纳引力场，可以解释天体物理中的某些疑难问题等等。目前已利用超对称理论进行了许多定量计算和预言，实验上也已经把寻找超对称粒子作为重要课题（比如**LHC**的物理目标）。

在超弦理论中，粒子被视为一条弦，而不是一个点。理论在高维空间中来表示，可以导出所有的粒子和相互作用。

客观规律问题？

简单性问题？

天地有大美而不言，四时有明法而不议，万物有成理而不说。圣人者，原天地之美而达万物之理。是故至人无为，大圣不作，观于天地之谓也。

《庄子》

第十三章 核 天 体 物 理 学 基 础

对于核物理和粒子物理工作者而言，早期宇宙是一个难得的天然加速器，它所提供的粒子能量和密度是人工方法永远无法企及的。尽管不可能对早期宇宙中的现象做任何直接测量，但是通过对最终产物的分析和对各种反应的实验室研究，我们可以推知当时的许多情况。实际上，现在流行的大爆炸宇宙学正是基于广义相对论、粒子物理的标准模型、粒子与核反应数据、以及一些合理的假设。任何理论都必须首先能导出宇宙中早期形成的轻同位素的丰度。进一步是确定在恒星中重元素的形成原因。

从地球的角度看，宇宙的演化可以分为四个阶段：

原初核合成和原子的形成(约10^6年)；

星系凝聚(约20亿年)；

恒星核合成；

太阳系的形成(约50亿年

§13.1 大爆炸及其实验依据

二十世纪最重大的发现之一，就是宇宙的膨胀。这一现象是哈伯在分析遥远星系的光谱时发现的。由遥远星系发出的光谱线，相对于地球上同样光源发出的谱线，向长波方向移动，这就是所谓的“红移”现象。与多普勒效应相类似，“红移”表明了光的发射体以一定的速度相对于地球远去。哈伯分析了星系后退的速度，并得到了哈伯定律：

$$v = Hd \qquad (13.1-1)$$

H是与距离无关的常量，被称为哈伯常量，即与距离无关。实验定的哈伯常量误差很大，分布在**50-100 km/s/Mpc**之间。分析表明，哈伯常量的平均值是**67 km·s^{-1}/Mpc**。**Mpc**是天文上使用的距离单位，一个**Mpc**等于**3.26 x 10^{6}**光年。

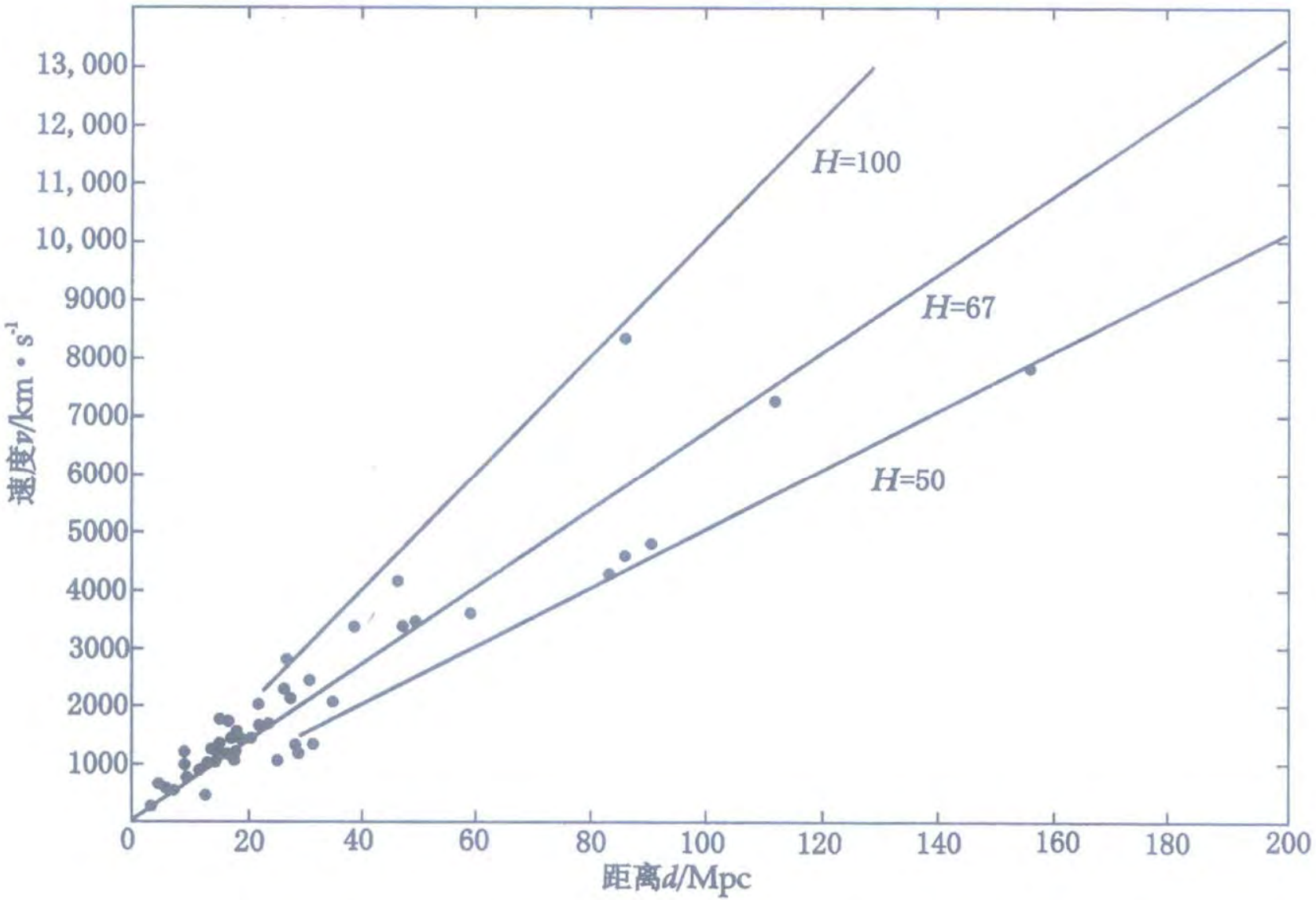


图 13-1　当今的星系距离与后退速度之间的关系

依据现在观测的结果，膨胀是宇宙的基本性质。但由于万有引力的作用，膨胀的特性是随时间变化的，即哈伯常量实际上是时间的函数。我们定义$R(t)$为宇宙中任意星系间的典型距离，由哈伯定律：

$$H = \frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} \qquad (13.1-2)$$

利用广义相对论，可以导出H的时间依赖关系：

$$H^2 = \frac{(\mathrm{d}R/\mathrm{d}t)^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{kc^2}{R^2} + \frac{\Lambda}{3} \qquad (13.1-3)$$

其中G是牛顿引力常量，ρ是宇宙的平均质量能量密度，它是随时间变化的。k是由基本时空几何决定的参量：$k=0$对应“平缓”的空间；$k=+1$对应“封闭”的空间；$k=-1$对应鞍状的弯曲空间。Λ是天体常量，在这里的讨论中可以略去。

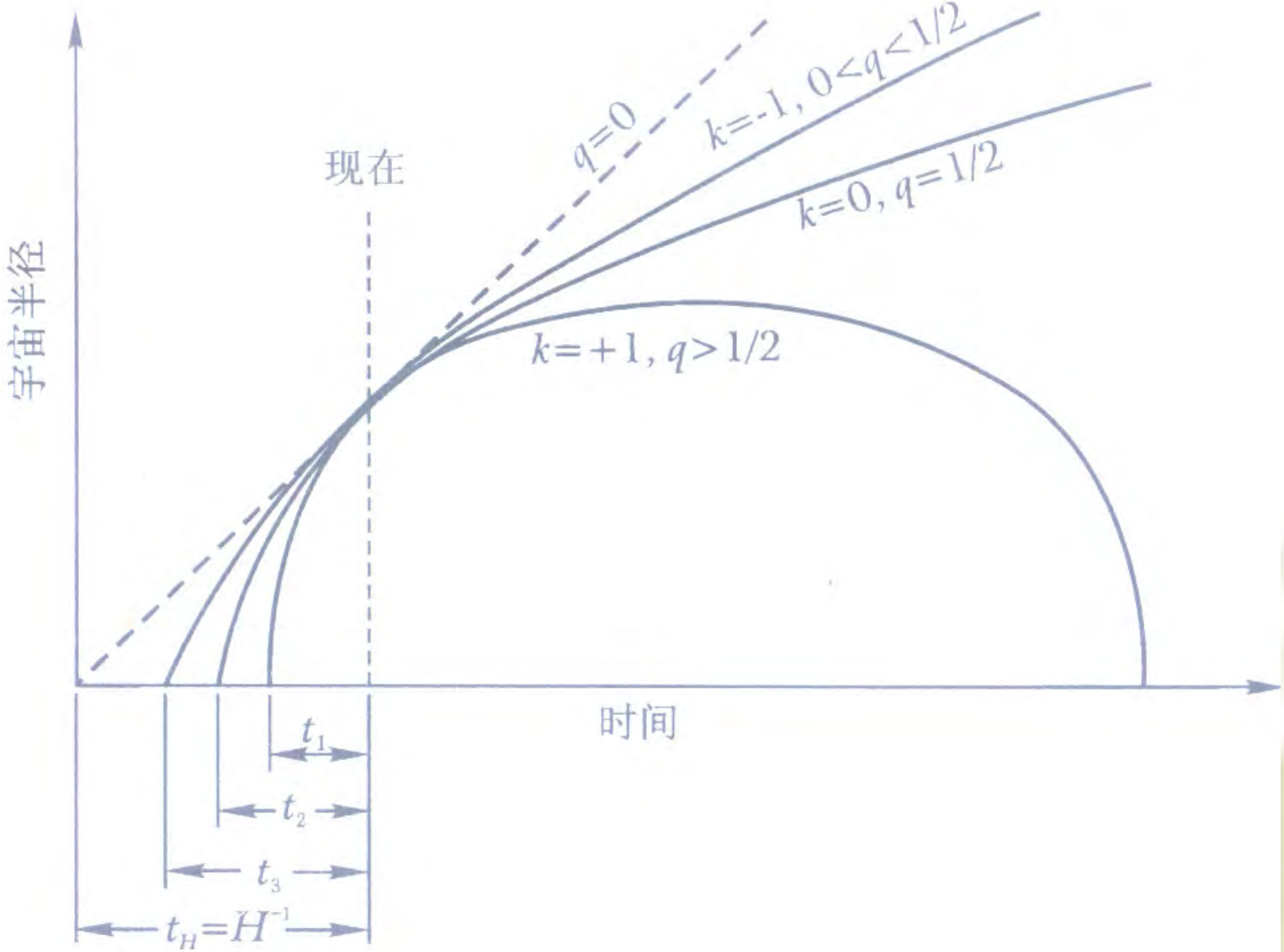


图 13-2　不同参量条件下宇宙的半径随时间的变化[①]

如果宇宙从$t=0$开始就以匀速膨胀，即dR/dt为常量，则13.1-1式可改写为$d=vt$。按目前的哈伯常量，可以推出宇宙的年龄。这当然只是一个上限。由于过去宇宙膨胀速度比现在大（哈伯常量H比现在的大），因此宇宙的实际年龄应当比15Ga小一些。

上面的估算中，假定了宇宙有一个年龄的起点$t=0$，此时宇宙的半径$R=0$。这就是说，宇宙膨胀的观点必然导致一个时间的奇异点，在这个点上宇宙的所有物质（能量）被压缩在极小的范围内，导致无穷大的能量密度。这就是所谓大爆炸的产生点。为了分析方便，我们假定13.1-3式中的$k=0$ 。在紧随大爆炸之后，可以想象只有能量极高的粒子以光速运动,$E=pc=hc/\lambda$成立。能量密度

$$\rho_{\mathrm{R}}=\frac{E}{V}=E_{\mathrm{q}}\cdot n_{\mathrm{q}}\propto\frac{1}{R}\cdot\frac{1}{R^{3}}$$

取。代入13.1-3式，得

$$\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{8\pi GC}{3}}\frac{1}{R^2} \qquad (13.1-4)$$

积分得：

$$t=\sqrt{\frac{3}{32\pi G\rho_{\mathrm{R}}}} \qquad (13.1-5)$$

如果用黑体辐射的能量密度$u(T)$取代ρ_{R}，得到温度关系：

$$\rho_{\mathrm{R}}=\sigma T^4 \qquad (13.1-6)$$

其中σ是斯特藩常量。这样，我们就可得到在辐射为主的阶段中时间t（s）和温度T（K）之间的重要关系：

$$T=\frac{1.5\times10^{10}}{t^{1/2}} \qquad (13.1\quad 7)$$

$E=kT=8.6\text{x}10^{-5}$ eV/K
$\approx 10^{-4}$ eV/K

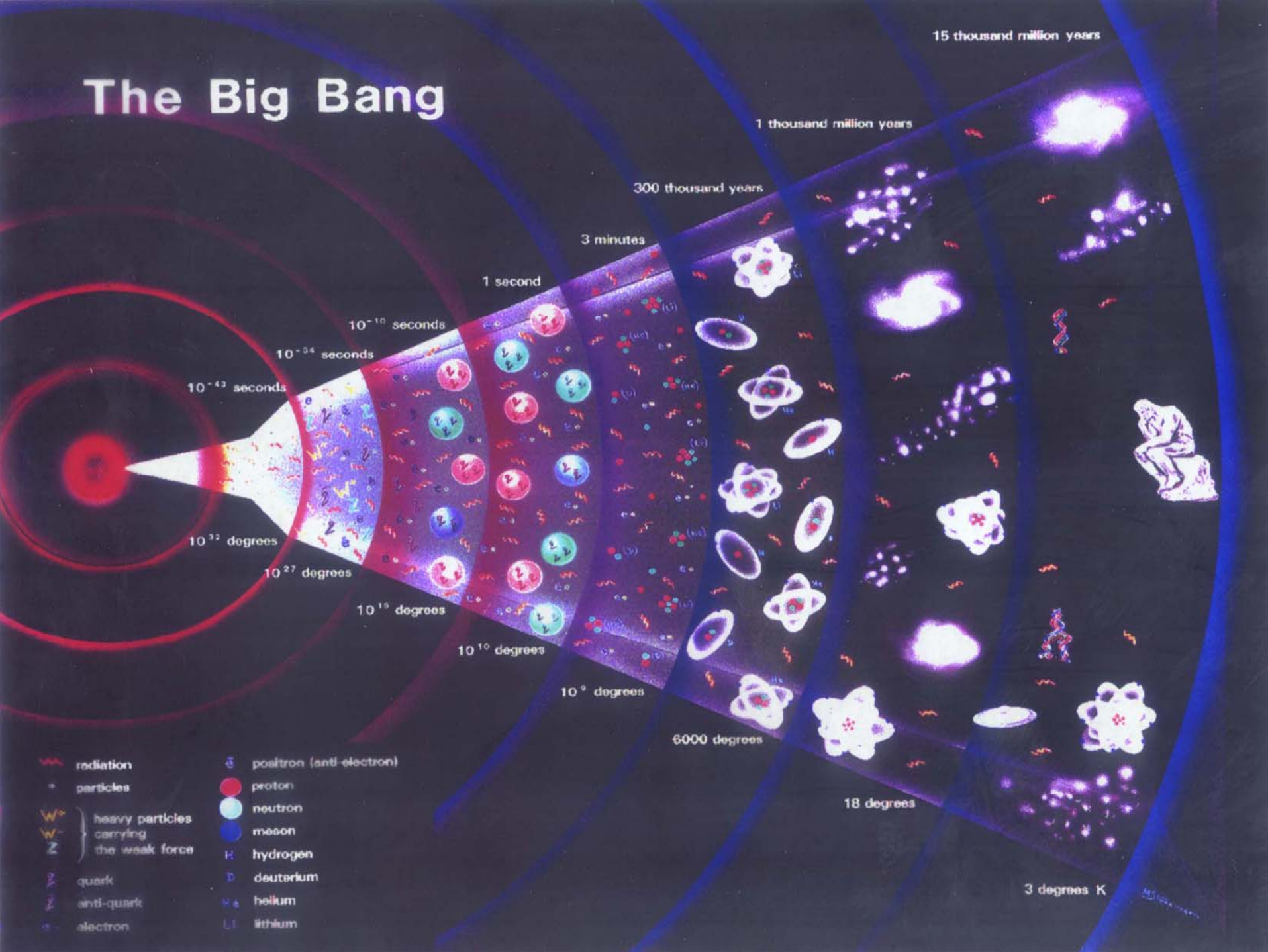
温度是描写早期宇宙的重要参量。温度足够高时，光子和其它粒子处于平衡状态，正反粒子的产生和湮没也是平衡的。比如对于电子，过程是平衡的。为了使两个光子变成正负电子的过程能够发生，要求光子的能量至少为**0.511 MeV**，对应的温度是6×10^9 **K**。显然当温度低于这个值时，反应的平衡将被打破，正负电子湮没成光子，而逆过程却不能发生，宇宙中正负电子减少，而光子增加。

我们于是得到大爆炸宇宙学的框架如下：当今的宇宙是在无穷高温度和能量密度的时空奇异点上产生的，初始的成分是最基本的粒子和反粒子以及光辐射。随着宇宙的膨胀和冷却，各类正反粒子逐渐退出与光辐射的平衡。我们现今观察到的，是粒子湮没后的剩余部分以及不再能产生粒子的较低能量的光辐射。

除了宇宙的膨胀现象外，对大爆炸理论的另一个重要支持，是宇宙的微波背景辐射。这种背景辐射就是大爆炸的剩余辐射，它是在**1964**年由贝尔实验室的彭齐阿斯**(Penzias)**和威尔孙（**Wilson**）发现的。当时他们在调整一个用于联系人造卫星的天线。当波长调到**73.5 mm**时，发现一种无论如何也去不掉的背景“躁声”。他们最后认定这是一种在各个方向上均匀存在的真实信号，对应于**3.1K**温度的黑体辐射。随后天文学家们进行了全面的能谱测量，发现这种背景辐射的确满足黑体辐射的能量分布。现在得到的背景温度的最好结果是$2.7 \pm 0.1\,\mathrm{K}$ 。**(**年龄？）

尽管大爆炸理论已得到很好的证明，但仍有许多问题并不清楚。比如，是什么因素导致均匀分布的粒子凝聚成星系？在时空奇异点另一侧的宇宙是否与现存的宇宙对称？大爆炸时是否有我们现在未知的大量奇异粒子存在？等等。

（暗物质、暗能量？）


The Big Bang
15 thousand million years
1 thousand million years
300 thousand years
3 minutes
1 second
10^{-10} seconds
10^{-34} seconds
10^{-43} seconds
10^{32} degrees
10^{27} degrees
10^{15} degrees
10^{10} degrees
10^{9} degrees
6000 degrees
18 degrees
3 degrees K
radiation
particles
heavy particles carrying the weak force
quark
anti-quark
electron
positron (anti-electron)
proton
neutron
meson
hydrogen
deuterium
helium
lithium

§13.2 早期宇宙中的粒子与核相互作用

1．早期宇宙中的粒子相互作用

t=10^{-12}s时，T~10^{16} K，E~1000GeV。

除了可能是禁闭的夸克之外，所有已知的粒子都可以在这个能量下产生出来，并且都与辐射场达到热平衡。各种粒子的产生率和粒子数密度都只是正比于粒子的内秉自由度。

$$\gamma+\gamma\leftrightarrow e^{+}+e^{-};\quad \gamma+\gamma\leftrightarrow \mu^{+}+\mu^{-};\quad \gamma+\gamma\leftrightarrow \tau^{+}+\tau^{-}$$

按照黑体辐射的描写，光子体系的能量和数量密度为：

$$u(E)\mathrm{d}E=\frac{8\pi E^{3}}{(hc)^{3}}\frac{1}{e^{E/kT}-1}\mathrm{d}E \qquad (13.2-1)$$

$$n(E)\mathrm{d}E=\frac{u(E)}{E}\mathrm{d}E=\frac{8\pi E^{2}}{(hc)^{3}}\frac{1}{e^{E/kT}-1}\mathrm{d}E \qquad (13.2-2)$$

对能量积分

$$\rho_\gamma = 4.7\times10^3 T^4 \quad \text{eV/m}^3 \qquad (13.2-3)$$

$$N_\gamma = 2.0\times10^7 T^3 \quad \text{photons/m}^3 \qquad (13.2-4)$$

对于当今**2.7 K**的背景辐射，光子的平均能量为**0.001 eV**，数密度为**4 x $10^8/m^3$=400/cm^3**，而能量密度为约**0.25 eV/cm^3**。

现今宇宙中的物质密度：

明物质 $\rho_0 \approx 3\times10^{-31}\,\text{g/cm}^3$

加上暗物质 $\rho_0 \approx 6\times10^{-31}\,\text{g/cm}^3 \approx 0.4$ 核子 $/\,\text{m}^3$

核子数密度比背景光子小**10^9**倍

人们相信现在的宇宙只是由物质构成的，而没有自然存在的反物质，这显然与初始宇宙的状况不一样。目前估计这种不平衡是由**CP**不守恒造成的。在$t<10^{-6}$s 时，正反核子一方面湮没成光子，另一方面又从其他途径产生正反核子（或正反夸克）。产生的过程由于**CP**不守恒造成正物质多于反物质。

$t>10^{-6}$s， $T \le 10^{13}\,\mathrm{K}\ (E \le 1\,\mathrm{GeV})$

正反核子湮没，且不再能与它的逆过程平衡。湮没之后剩余少量的正物质。由于存在一定丰度的轻子，弱作用可以发生，使得质子和中子可以相互转化而达成平衡

$$\mathrm{p} + \bar{\upsilon}_{\mathrm{e}} \leftrightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^{+}, \quad \mathrm{n} + \upsilon_{\mathrm{e}} \leftrightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^{-}$$

$t=10^{-2}$s，$T=10^{11}$ K（E=10 MeV）

带电轻子中只有正反电子存在，正反μ子和τ子都湮没了，且不再能由辐射光子产生。然而，通过弱中性作用，可以产生所有的中微子：

$$e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \upsilon_e + \overline{\upsilon}_e,\quad e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \upsilon_\mu + \overline{\upsilon}_\mu,\quad e^+ + e^- \leftrightarrow Z^0 \leftrightarrow \upsilon_\tau + \overline{\upsilon}_\tau,$$

$$u(E)\mathrm{d}E = g_i \frac{4\pi E^3}{(hc)^3} \frac{1}{e^{E/kT}+1}\mathrm{d}E \qquad (13.2-5)$$

$g_e = 4$ （2个自旋态，正反粒子态）

$g_{\nu_i} = 2$ （正反粒子态， $i = e, \mu, \tau$）

$$N_e = \frac{3}{2}N_\gamma,\quad \rho_e = \frac{7}{4}\rho_\gamma,\quad N_\upsilon = \frac{3}{4}n_\upsilon N_\gamma,\quad \rho_\upsilon = \frac{7}{8}n_\upsilon \rho_\gamma \qquad (13.2-6)$$

n_ν是中微子的种类数（考虑e, μ, τ时， n_ν =3）

在温度T下的平衡混合物中，按照玻耳兹曼分布可得：

$$\frac{N_{\mathrm{n}}}{N_{\mathrm{p}}}=e^{-(m_{\mathrm{n}}-m_{\mathrm{p}})/kT} \qquad (13.2-7)$$

在kT=10 MeV时（$t\approx$0.01s），可以算得$N_{\mathrm{n}}/N_{\mathrm{p}}=0.88$ 。

t=1s时（T=10^{10} K，E=1 MeV）

中微子反应不再能发生，宇宙进入了中微子退耦合时代。中微子随着宇宙自由膨胀，不受核反应的影响。随后，由两个光子产生正负电子的过程也终止了，而正负电子湮没成光子引起光子数密度相对增加，并导致光子体系的温度高于中微子体系的温度，其比例关系为：

$$\frac{T_{\gamma}}{T_{\nu}}=\left(\frac{11}{4}\right)^{1/3}\approx 1.4 \qquad (13.2-8)$$

计算中假定有三代轻子。由此可知现在宇宙中背景中微子的温度大约是2 K。而数密度也与背景光子同数量级。

在正负电子湮没之后，宇宙中剩下大量的光子和中微子，相当于光子的10^{-9}比例的电子和质子，比质子略少的中子（有的理论预言也有极少量的较重的原子核）。这样就终止了粒子反应的阶段而开始了核反应的阶段。

2．原初核合成

在质子中子形成后的第一批核反应应当是

$$n + p \rightarrow d + \gamma\,, \quad p + p \rightarrow d + e^{+} + \nu_e$$

在温度很高时，由于光子数密度非常大，氘核产生后立即分解，无法积累。分解氘核所需的光子能量是氘的结合能***E*0=2.225MeV**。但是，我们不能以光子的平均能量来考虑。按照**13.2-1**式，光子的能量分布有一个指数衰减的尾巴，在平均能量很低时，也有高能量的成分。由于光子数密度比核子数密度大**10^9**倍，因此即便是很小比例的高能成分也足以造成氘的及时分解。为了确定氘开始积累的时间，我们积分计算在一定温度***T***下能量高于E_0的光子的数目与总数之比，结果为：

$$f(E > E_0) = 0.42 e^{-E_0/kT}\left[\left(\frac{E_0}{kT}\right)^2 + 2\left(\frac{E_0}{kT}\right) + 2\right] \qquad (13.2-9)$$

其中假定了。由于中子数密度低于质子数密度，由**n+p**反应生成氘的概率由中子数目决定。按照式**13.2-7**，中子数与质子数之比与温度有关。由前面的讨论知道，在一定的温度之下， **n-p**之间的转换会终止。 这个使中质比“冻结”下来的温度是**9 x 10⁹K**，对应的 $N_n / N_p \approx 0.2$ ，而时间是约**3s** 。

显然，如果如前所述，核子与光子之比是**10⁻⁹**的话，为了使产生的氘及时分解成核子，需要的能量高于***E*0**的光子数目与总光子数目之比应为。由**13.2-9**式可知，此时对应的温度是 $T = 9\times10^8\,\mathrm{K}$ ，而时间是 $t \approx 250\mathrm{s}$ 。在这个时间之后，光子场不足以使所有的氘核分解，从而开始积累氘核素。

一旦形成了足够量的氘，其它的核反应就成为可能。

$$\mathrm{d} + \mathrm{n} \rightarrow {}^3\mathrm{H} + \gamma\ ; \qquad \mathrm{d} + \mathrm{p} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + \gamma$$

$$\mathrm{d} + \mathrm{d} \rightarrow {}^3\mathrm{H} + \mathrm{p}; \qquad \mathrm{d} + \mathrm{d} \rightarrow {}^3\mathrm{He} + \mathrm{n}$$

$${}^3\mathrm{He} + \mathrm{p} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + \gamma\ ; \qquad {}^3\mathrm{He} + \mathrm{n} \rightarrow {}^4\mathrm{He} + \gamma$$

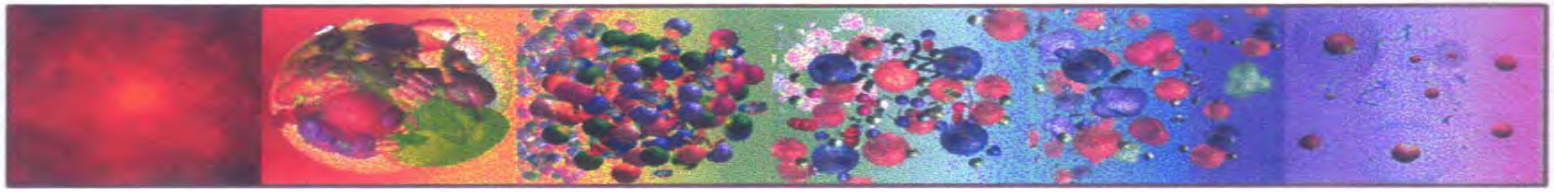
$${}^4\mathrm{He} + {}^3\mathrm{H} \rightarrow {}^7\mathrm{Li} + \gamma\ ; \qquad {}^4\mathrm{He} + {}^3\mathrm{He} \rightarrow {}^7\mathrm{Be} + \gamma$$

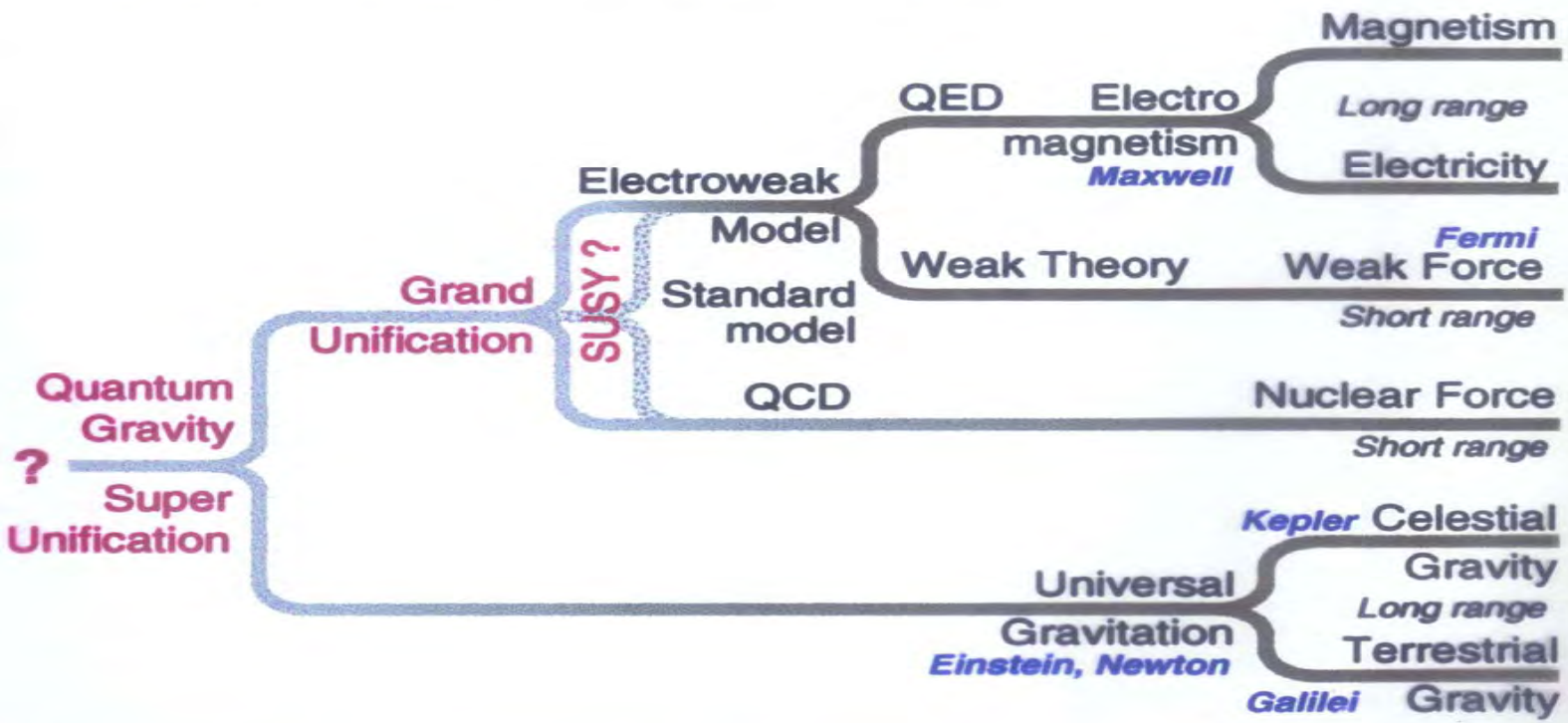
主要是生成**⁴He**

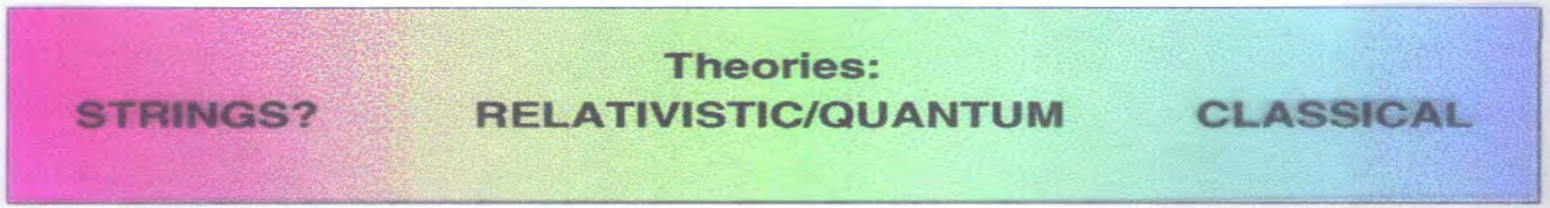
这样，在250s之后，所有的中子都将变成He原子核。考虑到从3s到250s之间中子的自发β衰变，可以推出相对丰度 $N_{\mathrm{H_e}} / N_{\mathrm{p}} = 0.061$ 。这样，^{4}He的相对质量丰度为约0.24。如果不考虑后来在星体中的核反应，则^{4}He的丰度应当从250s一直保持到现在。实际上，现在从各种天体物质中观察到的结果与上述的数字非常接近。然而，前面的推导实际上与我们取的原初核子和光子之比（取决于CP破缺的程度）有密切关系，也依赖于中子β衰变的半衰期和模型中中微子有多少代。

在稳定的轻原子核（如2H、4He、7Li）形成后，宇宙继续膨胀和冷却直到光子退耦合，也就是光子能量低于原子的电离能。这时，稳定的原子就形成了。原子形成期大约是700000年的时候（温度约3000K）。此后，光子体系也就象中微子体系一样，不再参与反应，随宇宙自由膨胀和冷却，直到现在的2.7 K。

Summary


10-43 sec
10-32 sec
10-10 sec
10-4 sec
100 sec
300000 years
10-35 m
1019 GeV
10-32 m
1016 GeV
10-18 m
102 GeV
10-16 m
1 GeV
10-15 m
1 Mev
10-10 m
10 eV


Quantum Gravity
?
Super Unification
Grand Unification
SUSY?
Electroweak Model
Standard model
QED
Electro magnetism
Maxwell
Magnetism
Long range
Electricity
Weak Theory
Fermi
Weak Force
Short range
QCD
Nuclear Force
Short range
Universal Gravitation
Einstein, Newton
Kepler
Celestial Gravity
Long range
Terrestrial Gravity
Galilei


STRINGS?
Theories:
RELATIVISTIC/QUANTUM
CLASSICAL

Quantum gravity era

10^{-43} s

Gravity separates as a force, the other forces remain as one (Grand Unification)



$t < 10^{-43}$ s : The Big Bang

The universe is considered to have expanded from a single point with an infinitely high energy density (infinite temperature). Is there a meaning to the question what existed before the big bang?

$t \approx 10^{-43}$ s, 10^{32} K (10^{19} GeV, 10^{-34} m) : Gravity "freezes" out

All particle types (quarks, leptons, gauge bosons, and undiscovered particles e.g.Higgs, sparticles, gravitons) and their anti-particles are in a thermal equilibrium (being created and annihilated at equal rate). These coexist with photons (radiation). Through a phase transition gravity "froze" out and became distinct in its action from the weak, electromagnetic and strong forces. The other three forces could not be distinguished from one another in their action on quarks and leptons. This is the first

Grand unification era
10^{-35} s

Inflation ceases, expansion continues
Grand Unification breaks. Strong and electroweak forces become distinguishable



t ~ 10^{-35} s, 10^{27} K (10^{16} GeV, 10^{-32} m) : Inflation

The rate of expansion increases exponentially for a short period. The universe doubled in size every 10^{-34} s. Inflation stopped at around 10^{-32} s. The universe increased in size by a factor of 10^{30}. This is equivalent to an object the size of a proton swelling to 10^{20} light years across. The whole universe is estimated to have had a size of ~10^{26} m at the end of the period of inflation. However the presently visible universe was only 3 m in size after inflation. This solves the problems of 'horizon' (how is it possible for two opposing parts of the present universe to be at the same temperature when they cannot have interacted with each other before recombination) and 'flatness' (density of matter is close to the critical density).

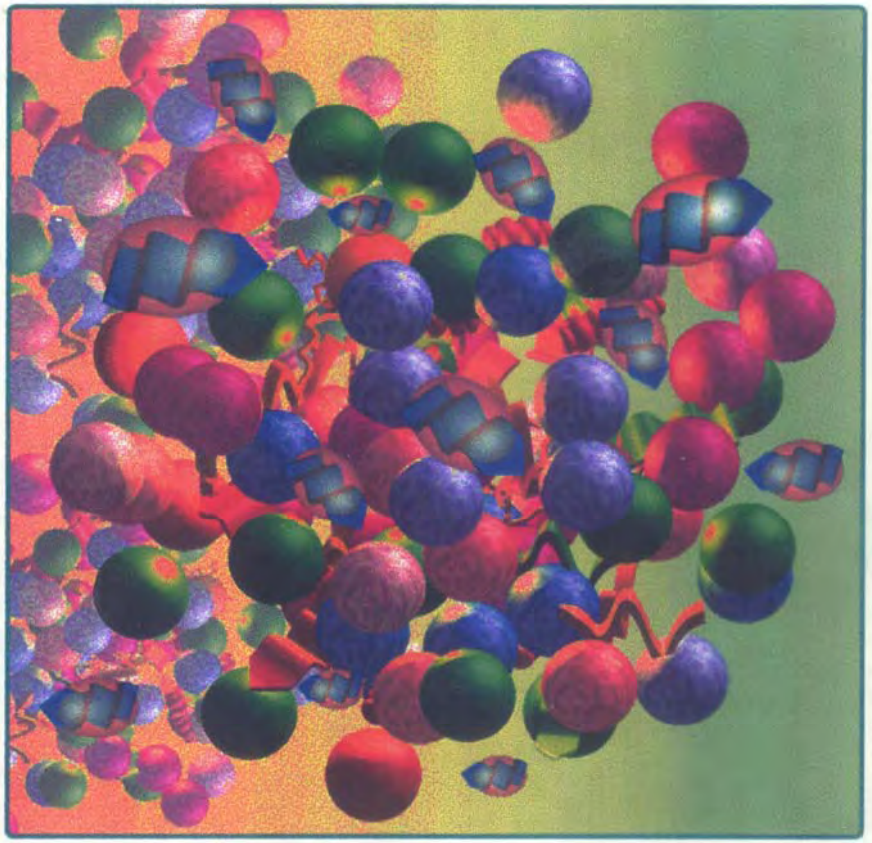
t ~ 10^{-32} s : Strong forces freezes out

Through another phase transition the strong force "freezes" out and a slight excess of matter over anti-matter develops. This excess, at a level of 1 part in a billion, is sufficient to give the presently observed predominance of matter over anti-matter. The

Electroweak era

10^{-10} s

Electroweak force splits

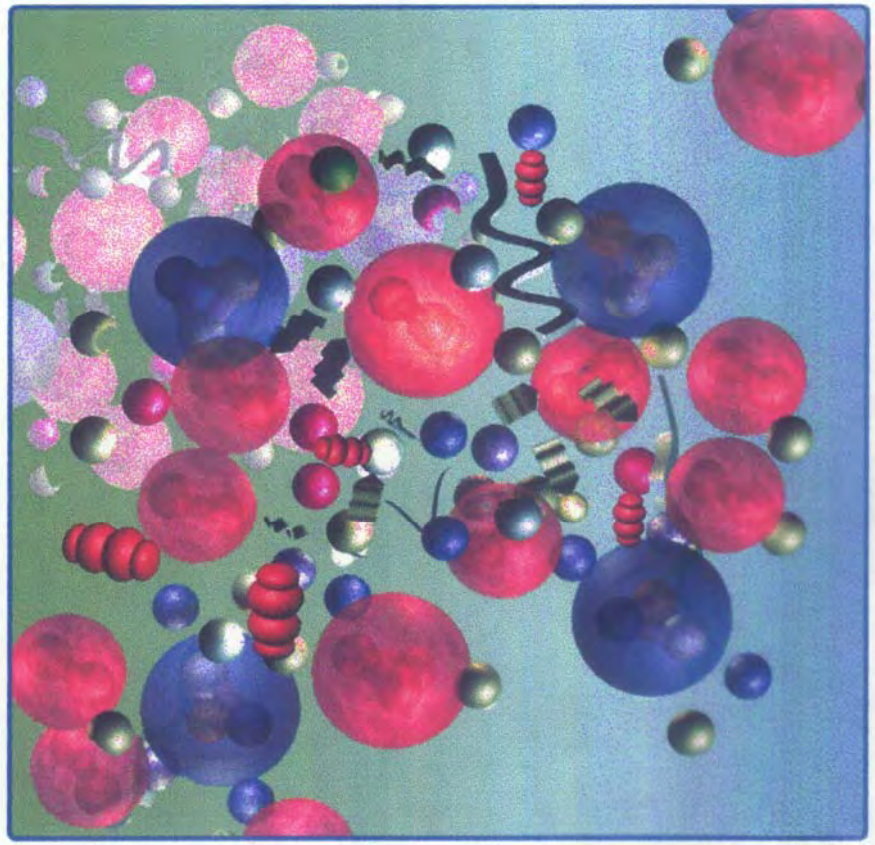


$t \approx 10^{-10}$ s, 10^{15} K (100 GeV, 10^{-16} m) : Electromagnetic and Weak Forces separate

The energy density corresponds to that at LEP. As the temperature fell the weak force "freezes" out and all four forces become distinct in their actions. The antiquarks annihilate with the quarks leaving a residual excess of matter. W and Z bosons decay. In

Protons and neutrons form 10^{-4} s

Quarks combine to make protons and neutrons



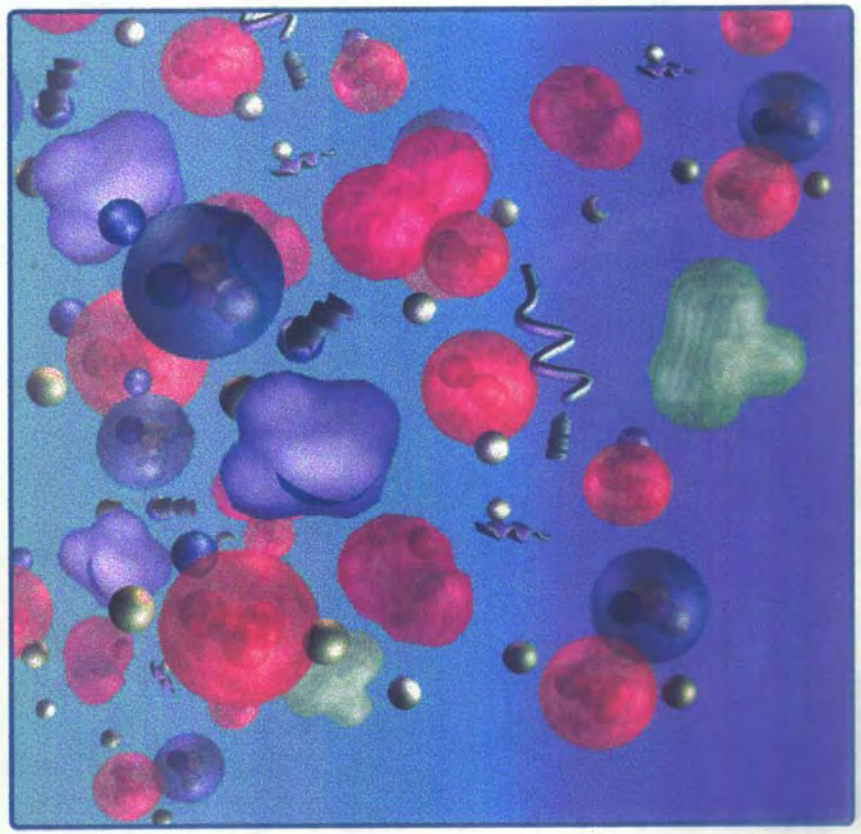
t ≈ 10^{-4} s, 10^{13} K (1 GeV, 10^{-16} m) : Protons and Neutrons form

The universe has grown to the size of our solar system. As the temperature drops quark-antiquark annihilation stops and the remaining quarks combine to make protons and neutrons.

t = 1 s, 10^{10} K (1 MeV, 10^{-15} m) : Neutrinos decouple

Nuclei are formed
100 s

Protons and neutrons combine to form helium nuclei



t = 3 minutes, 10^9 K (0.1 MeV, 10^{-12} m) : Nuclei are formed

The temperature is low enough to allow nuclei to be formed. Conditions are similar to those that exist in stars today or in thermonuclear bombs. Heavier nuclei such as deuterium, helium and lithium soak up the neutrons that are present. Any remaining neutrons decay with a time constant of ~ 1000 seconds. The neutron-proton ratio is now 13:87. The bulk constitution of the universe is now in place consisting essentially of protons (75%) and helium nuclei. The temperature is still too high to

Atoms and light era
300000 years

The Universe becomes transparent and fills with light

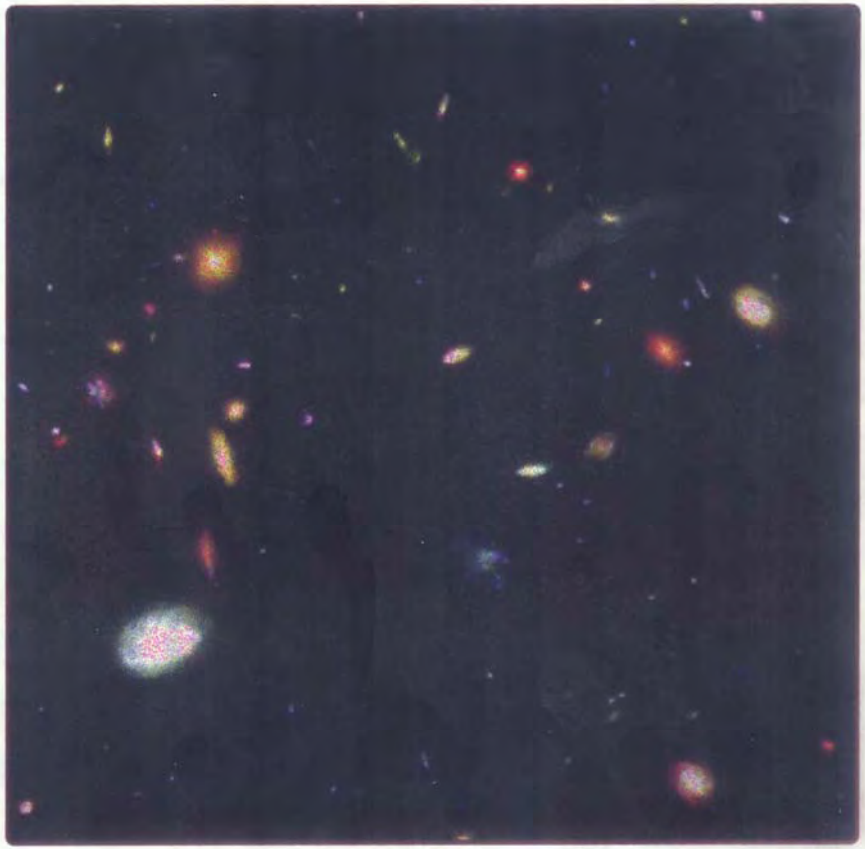


t = 300 000 years, 6000 K (0.5 eV, 10^{-10} m) : Atoms are created

Electrons begin to stick to nuclei. Atoms of hydrogen, helium and lithium are created. Radiation is no longer energetic

Galaxy formation
1000 million years

Galaxies begin to form



t = 10^9 years, 18 K : Galaxy Formation

Local mass density fluctuations act as seeds for stellar and galaxy formation. The exact mechanism is still not understood. Nucleosynthesis, synthesis of heavier nuclei such as carbon up to iron, starts occurring in the thermonuclear reactors that are stars. Even heavier elements are synthesized and dispersed in the brief moment during which stellar collapse and

§13.3 恒星中的核反应

1．恒星中 $A \leq 60$ 的原子核的合成

原子形成之后，由于某种不稳定的因素造成了星系的形成。一开始，星系是**H**和**He**原子的混合体。由于引力的作用，星系要发生坍缩，使得原子核的动能增加，也就是体系的温度增加。当温度足够高时，带电粒子间可以克服库仑势垒而发生熔合核反应，从而形成较重的原子核。熔合反应中释放出来的辐射能量形成向外的压力，阻止进一步的引力坍缩。这样星体就处于一段时期的平衡状态（比如太阳），时间可以持续高达10^{10}年。当参与熔合反应的核被烧尽后，对外的压力减小，引力坍缩又开始，温度继续升高直到下一种更重的原子核开始燃烧。这种过程反复进行，不断产生出更重的核素。这是$A \leq 60$ 原子核形成的大致机制。

温度1-2 x 10^8K（现在进行H燃烧的太阳的内部温度是约10^7K），$^4He+^4He\rightarrow{}^8Be$ 熔合的库仑位垒被克服。熔合反应产生的辐射使星体的外层扩张100~1000倍，表层的能量密度和温度因此会降低，成为红巨星。 ^{8}Be不稳定,平衡时^{8}Be的含量约是^{4}He的4 x10^{-3}倍。

^{12}C在7.65MeV处有一个激发态。$^8Be+\alpha\rightarrow{}^{12}C$ 反应释放的能量是7.45MeV。加上所处温度下体系的动能，足以使共振核反应发生。

$$^{12}C+^4He\rightarrow{}^{16}O+\gamma \qquad (Q=7.16\ \text{MeV},\ E_B=3.57\ \text{MeV})$$

$$^{16}O+^4He\rightarrow{}^{20}Ne+\gamma \qquad (Q=4.73\ \text{MeV},\quad E_B=4.47\ \text{MeV})$$

$$^{20}Ne+^4He\rightarrow{}^{24}Mg+\gamma \qquad (Q=9.31\ \text{MeV},\quad E_B=5.36\text{MeV})$$

$$^{12}C + p \rightarrow {}^{13}N + \gamma$$

$$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu_e$$

$$^{13}C + p \rightarrow {}^{14}N + \gamma$$

$$^{14}N + p \rightarrow {}^{15}O + \gamma$$

$$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{+} + \nu_e$$

$$^{15}C + p \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He$$

CNO循环的作用是协助将环境中的质子消耗掉，把它们转变成中子和正电子，使He的含量增加；同时，循环中的某些核素也会反应到更重的核。

当**He**燃烧开始减弱时，引力坍缩又开始了。只要星体质量足够大，就可以达到足够高的温度（约10^9**K**），使^{12}**C**和^{16}**O**燃烧：

$$^{12}C + {}^{12}C \rightarrow {}^{20}Ne + {}^{4}He \quad 或 \quad {}^{23}Ne + p$$

$$^{16}O + {}^{16}O \rightarrow {}^{28}Si + {}^{4}He \quad 或 \quad {}^{31}P + p$$

产生靠近质量数**60**的原子核的最后过程是**Si**燃烧。但此时由于库仑势垒太高，直接的熔合反应难于发生，主要靠α俘获反应产生更重的核：

$$^{28}Si + {}^{4}He \rightarrow {}^{32}S + \gamma$$

2. 重核素的形成

对于$A>56$的原子核，熔合和带电粒子俘获反应不再是有利的形成方式，产生机制主要是中子俘获反应。

$$r \approx n_n < \sigma v >$$

宇宙中的某些地方存在这样极强的中子源。

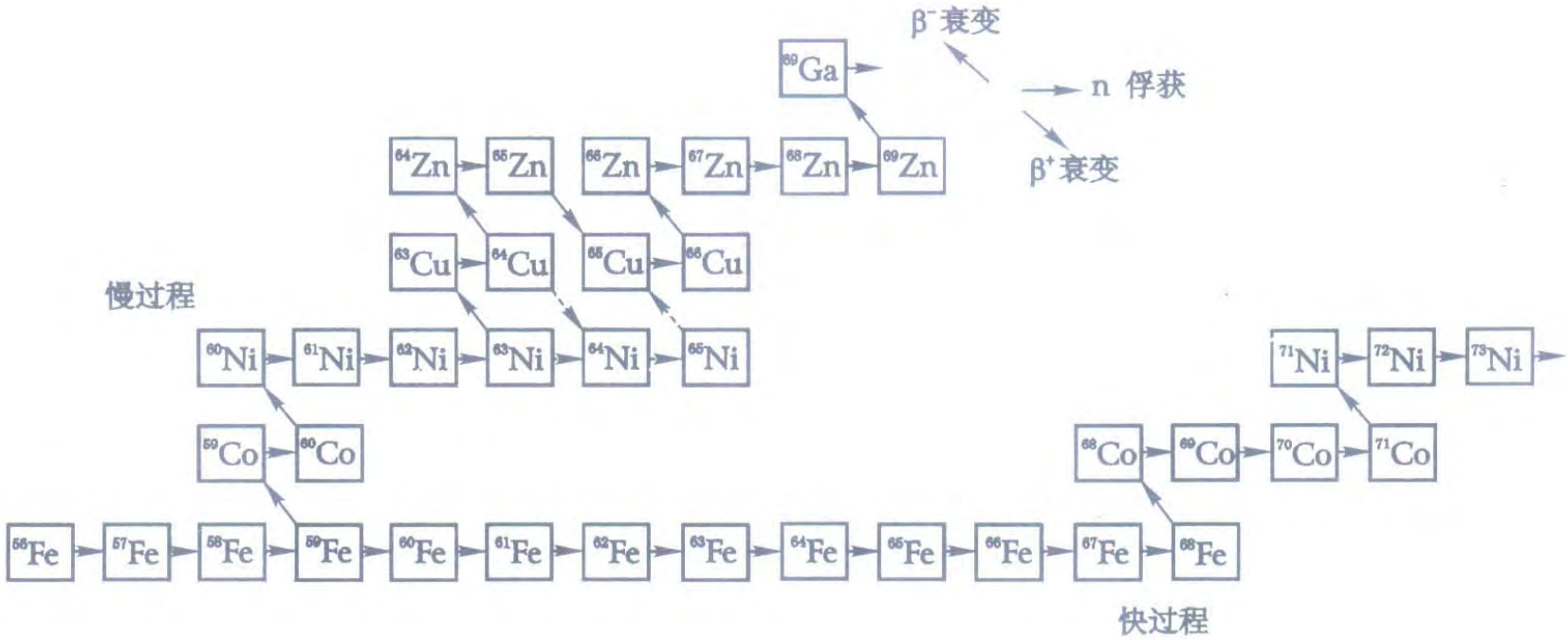


图 13-5　从^{56}Fe 开始的快(r)过程和慢(s)过程

(慢过程中的虚线表示达到^{65}Cu 的另一种可能的途径；

快过程可以有许多别的可能性(取决于衰变寿命和中子流强)，图中只画出了一种)

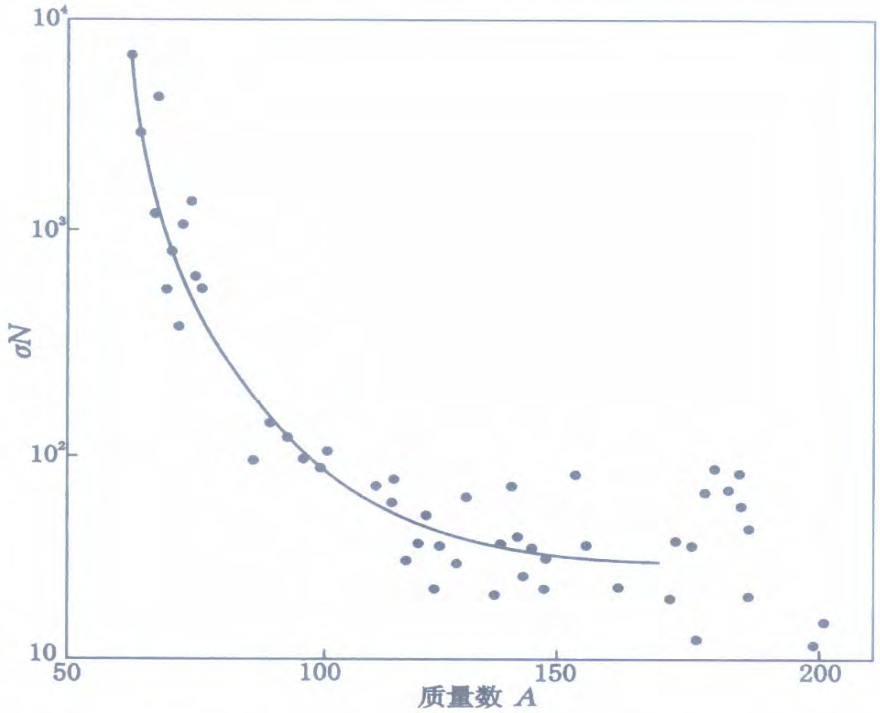


图 13-6　σN 对 A 的依赖关系

$$\frac{\mathrm{d}N_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t} \propto \sigma_{A-1} N_{A-1} - \sigma_A N_A = 0$$

Fe的丰度不是由慢过程决定的，它比慢过程给出的值要高的多，因此在$A \approx 60$附近σN出现高峰，

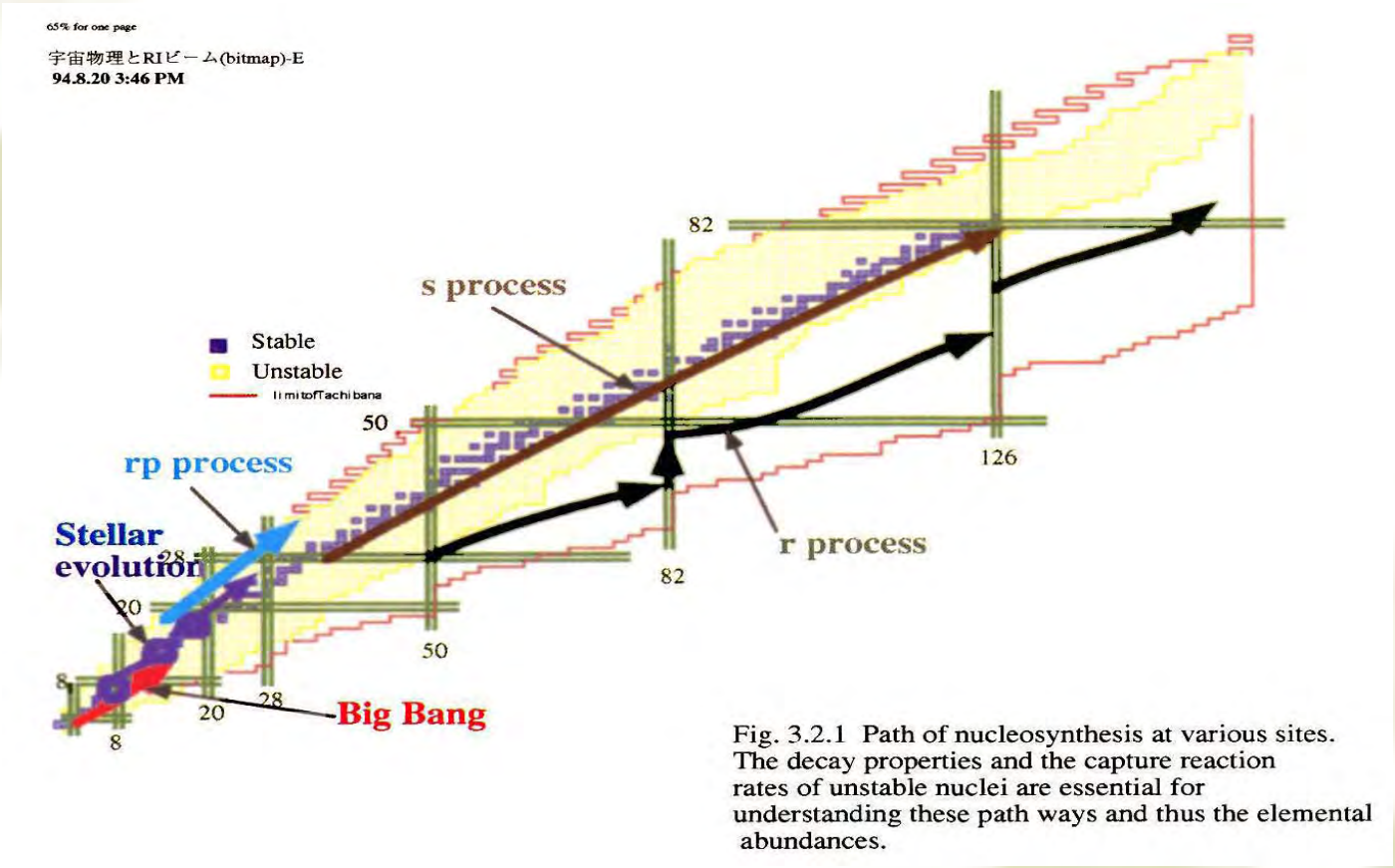


Fig. 3.2.1 Path of nucleosynthesis at various sites. The decay properties and the capture reaction rates of unstable nuclei are essential for understanding these path ways and thus the elemental abundances.

在靠近中子幻数的地方，β衰变的寿命变得特别短，中子的增加立即转化为质子的增加，于是在快过程中出现了沿N=50、82和126的直线。

3. 恒星的演化

维里定理（**virial theorem**），对于一个开放的引力束缚系统，内部平均动能与引力势能之间满足关系：

$$2\overline{T}+\overline{\Omega}=0 \qquad (13.3-4)$$

$$E=\overline{T}+\overline{\Omega}$$

$$\mathrm{d}B=-\mathrm{d}(\overline{T}+\overline{\Omega})=\mathrm{d}\overline{T} \qquad (13.3-5)$$

如果初始星体的质量小于0.1 $M_\odot$，则由于电子简并形成的对外的压力足以抵抗引力坍缩，星体终止于冷却的电子、质子和α粒子的混合体。

如果初始星系的质量大于0.1 $M_\odot$，T_c将达到10^7K，使氢燃烧点火。核反应释放的能量补充了星体表面释放出去的能量，系统形成平衡。氢的燃烧可以持续很长的时间。比如在太阳中氢燃烧已进行了5×10^9年，并且还会继续5×10^9年。质量较大的系统核心的密度较高，氢的燃烧更快。

如果初始质量大于0.25 $M_{\odot}$，核心的氢烧完之后，引力坍缩使T_C可以达到10^8K，核心处氦燃烧点火（而周围还是氢燃烧）。这种燃烧、坍缩、再燃烧的过程继续下去，按照初始质量的不同而产生不同的后果。质量大于4 $M_{\odot}$的星体，核心的氦消耗之后发生碳燃烧，导致O、Ne和Mg的核心。质量大于10 $M_{\odot}$的星体可以燃烧O、Si等，直到形成Fe的核心。这时星体的结构就象一个洋葱，从里到外依次是Fe 、Si、Ne、O、C、He、H等。外层的燃烧使Fe的核心越来越大，引力的作用最终会打破电子简并的抗衡作用，造成急剧的坍缩，引起超新星爆发。巨大的能量在爆发中被释放出来，将外层的大量物质（多达1.4 $M_{\odot}$）抛射到星际空间。剩下的部分将变成中子星，或者在质量特别大的情况下变成黑洞。

超新星爆发发生在差不多一秒钟的极短时间内，它在爆发中释放的能量比在此前整个星体演变期中释放的能量还多。爆发后的几天内，超新星将巨大的星际空间照亮。对于质量较小达不到Fe的核心的星体，最终的形成白矮星，即由电子简并支撑的由较轻原子核和电子构成的等离子体核心。白矮星形成过程中，也会将一部分物质抛向星际空间。中子星也是一种燃烧的残余物，只不过它的电子简并已被打破，支撑它的是中子的简并。而黑洞则是被引力完全控制的奇异天体现象。

燃烧和坍缩过程中被抛射到星际空间的H、He等，会成为新的星体的原材料，进入又一个循环。每一次循环都会留下一个质密的星体，并使重元素逐渐增加。

§13.4 宇宙中的中微子

1. 太阳中微子丢失

找到的高能量的太阳中微子只有预计的约**40%** 。

中微子可能有质量，这样就会导致三种中微子之间的相互转化，电中微子的减少可能是它们部分转化成了其它中微子的结果。

2. 中微子质量问题

$$m_{\nu_e}/m_e \le 1.6\times10^{-5}, \quad m_{\nu_\mu}/m_\mu \le 2.4\times10^{-3}, \quad m_{\nu_\tau}/m_\tau \le 2\times10^{-2}$$

$$\begin{aligned}\nu_\mu(t) &= e^{-iE_1t/\hbar}\nu_1(0)\cos\alpha + e^{-iE_2t/\hbar}\nu_2(0)\sin\alpha \\ &= e^{-iE_1t/\hbar}(\nu_\mu(0)\cos^2\alpha - \nu_e(0)\cos\alpha\sin\alpha) + e^{-iE_2t/\hbar}(\nu_\mu(0) - \nu_e(0)\sin\alpha\cos\alpha) \\ &= (e^{-iE_1t/\hbar}\cos^2\alpha + e^{-iE_2t/\hbar}\sin^2\alpha)\nu_\mu(0) + \sin\alpha\cos\alpha(e^{-iE_2t/\hbar} - e^{-iE_1t/\hbar})\nu_e(0)\end{aligned} \qquad (13.4-7)$$

$$P(\nu_\mu \to \nu_e) = \frac{1}{2}\sin^2 2\alpha[1-\cos(E_2-E_1)t/\hbar] \qquad (13.4-10)$$

3. 中微子质量对宇宙演化的影响

如果宇宙的平均质量密度比较少，则引力作用不会减小和终止宇宙的膨胀，星系之间的距离会越来越大。假定重子都是可衰变的，则经过很长时间后，宇宙将只剩下光子、中微子和引力子，它们随宇宙的膨胀而不断冷却下去。

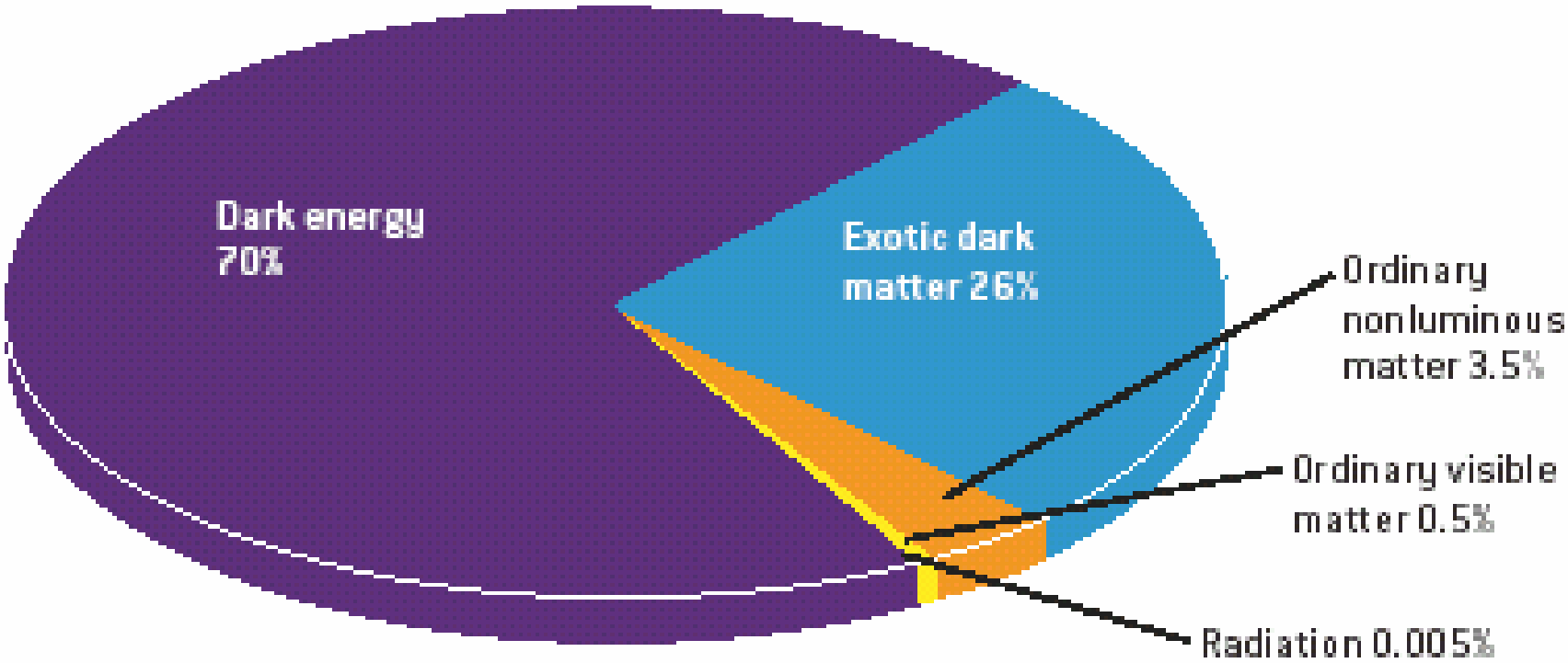
如果宇宙的质量超过一定限度，则宇宙膨胀会逐渐减缓，并且到一定极限后收缩，重新回到奇异点而发生又一次大爆炸，开始新的膨胀。

平缓的状态，对应的宇宙质量密度约为 $m_{\text{crit}} \approx 1\times10^{-26}\,\text{kg/m}^3$ ，被称为临界质量密度。目前观察到的重子物质密度（称为明物质），只有临界密度的约**5%**，显然不足以停止宇宙的膨胀。然而，依据对星系运动的观察，人们估计宇宙间的物质密度接近于$\boldsymbol{m_{\text{crit}}}$，也就是说，大部分提供引力作用的物质并不以我们熟悉的重子形式存在，它们被称为暗物质（**dark matter**）。

$$\Omega_\nu = \frac{N_\nu m_\nu}{m_{\text{crit}}} = \frac{10^9 N_{\text{B}} m_{\text{B}}}{m_{\text{crit}}} \cdot \frac{m_\nu}{m_{\text{B}}} = 10^9 \Omega_{\text{B}} \frac{m_\nu}{m_{\text{B}}} \qquad (13.4-13)$$

$$\Omega_{\text{B}} \approx 0.05$$

$$m_\nu \approx \frac{m_{\text{B}}}{10^9 \times 0.05} \approx 2\times10^{-8} m_{\text{proton}} \approx 20\ \text{eV} \qquad (13.4-14)$$


Dark energy
70%
Exotic dark
matter 26%
Ordinary
nonluminous
matter 3.5%
Ordinary visible
matter 0.5%
Radiation 0.005%

暗物质和暗能量