第一章：简介

量子场论导论，王一，香港科技大学物理学系

（本文为草稿，如发现错误，请查看最新版：https://pan.baidu.com/s/1Ql1-MbgoiYtik3R2YmNKkg?pwd=kurv
如仍有错，欢迎指正．邮件：tririverwangyi@gmail.com，B 站：王一研究宇宙）

1 本“导论”的目的

量子场论是理论物理方向最重要的专业课．这门课已经有大量优秀教材．我认为，要学好量子场论的基础理论，目前已有的教材已经够用了．

但是，量子场论又是理论物理方向最难的课程．这是因为，量子场论集目前基础物理学之大成，汇集了大量物理知识和数学技巧．我认为，对绝大多数同学而言，量子场论这门课学习一遍远远不够．如果使用现有这些优秀教材，从零开始学习场论，从教学的角度或许不是最有效的．本导论的目的，就是降低同学们第一遍学习场论的难度，为第二遍仔细学习场论做好准备．

第一遍学习量子场论，需要达到什么目的呢？我的建议如下：

第一遍学习场论的目标，及本导论的处理方法

- 框架：尽量完整地建立起现代场论的基本理论框架．第一遍学习，应该了解场论的概貌，以及明确主要概念的物理意义
- 计算：熟练掌握基本计算，包括标量、矢量、旋量场拉氏量、量子化；费曼图树图、一圈图、重整化、散射截面计算等
- 略写的内容：量子场论中，除了基本技巧外，也包括大量其它技术细节．这些技术细节对精通量子场论至关重要．但是如果不是第一遍学习量子场论必须掌握的，我们通常会点到为止地、描述性地介绍，略去过于冗长的推导过程，力求不冲淡重点内容，并给出进一步学习的教材

优秀量子场论教材举例

- Srednicki：简洁、优雅、明晰、模块化的场论佳作
- Peskin & Schroeder：介绍了大量粒子物理计算细节．适合粒子物理方向同学阅读．包含大量优质习题．不会做的题也可以查阅鲜于中之教授的答案
- Zee：对物理概念的讨论非常精彩．适合做辅助读物
- Schwartz：较详细均衡
- Coleman：影响了几代物理学家的著名量子场论课程，由几位物理学家整理出版
- Coleman（Aspect of Symmetry）：与对称性相关的场论专题选讲
- Weinberg：是难以被超越的经典．但因难读，被戏称为“最后一本场论书”

本“导论”力求做到，对掌握普通物理、理论力学、量子力学（及其数学预修课）基本内容的读者，以尽量简单明快的方式达到以上学习目标. 学习本“导论”后，同学们或者可以带着目的，更有效地完整学习量子场论；或者可以尽快上手做一些科研，再回过头来，从科研工作者看问题的高度、思想的深度，再学习场论.

当然，这些“第一遍学习场论”的要求，也大体适用于不是理论物理方向，只想粗略了解场论的读者. 这些读者可以更注重对场论物理框架的讨论，略读计算技巧的部分.

在本章的剩余部分，我们将概括介绍量子场论. 如果读者不熟悉其中一些概念，可以略读. 后续章节中我们将更加自给自足以及系统地介绍量子场论.

必要的背景知识

我们将假设读者熟悉如下概念和基本计算：

- 普通物理：Lorentz 变换
- 理论力学：哈密顿量、Legendre 变换、拉氏量、作用量、变分原理
- 量子力学：波函数、正则量子化、谐振子的上升下降算符
- 数学准备：简单微分、积分，Fourier 变换，留数定理

2 为什么要量子场论?

为什么要“场论”？因为有“场”. 所以我们要建立起“场”的理论，就是场论. 为什么要“量子场论”？因为到目前为止，所有已知物质都要由“量子理论”的框架描述，所以也要对场论进行量子化，得到量子场论（常简称为场论）.

在基础理论中，就我们目前所知，场是自然界中物质的基本存在形式（在目前粒子物理能研究的最小距离下，仍可以看作基本场）；在各个标度下的有效理论中，“场”也是描述很多物理现象的有效手段（有效场论）. 场论的应用范围包括：

场论应用举例

- 电磁场：“场”的概念，起源于法拉第对电磁现象的描述. 此后，麦克斯韦场方程完整地描述了经典（即不包括量子效应的）电磁场. 相信读者已经学过电磁学，并对电磁场有所了解. 电磁场与光子之间的关系，是场与粒子之间关系最直观的例子. 这里，我假设读者已经熟悉电磁场和光子的概念了（正经的光子概念，不是“双缝干涉实验有多可怕”那种）. 所以，每当想起场，和场激发的粒子时，读者就可以回到“电磁场和光子的关系”这一直观想象上来. 在当代，量子电动力学（描述电磁场和电子场相互作用的量子场论）是量子场论的成功范例
- 引力场：引力场和电磁场是我们能直观想象的两种基本场. 这是因为在自然界四大基本相互作用中，只有引力和电磁力是长程力（为什么引力和电磁力是长程力？量子场论将会解释它们是长程力，以及弱力因为质量，以及强力因为禁闭，而不是长程力的原因. 当然，引力场与电磁场还是有很多区别，例如引力描述

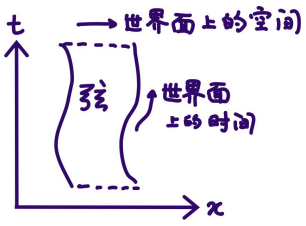
时空弯曲，引力场的最低激发是自旋为 2 的引力子等）. 虽然我们还没有一个完整的量子引力理论，能量远低于普朗克能标（$E_p = \sqrt{\hbar c^5/G} \simeq 2.0 \times 10^9 \text{J} \simeq 1.2 \times 10^{19} \text{GeV}$）的引力现象仍然可以用量子场论中的有效场论来描述

- Higgs 场：Higgs 场关系到很多基本粒子的质量起源，也是目前已知的唯一一种标量基本场（当然，自然界存在很多不基本的标量场，例如 π 介子，本质上是由夸克组成的，但是也可以用标量有效场论描述；也有很多理论假想但尚未发现的标量基本场，例如轴子 (axion) 、暴涨子 (inflaton) 等）. 由于标量场的状态在每个时空点上只用一个数表示（“一个数”是更简单的单个实标量场；Higgs 是复标量场，并且是规范变换下的多重态，还要复杂些：空间每一点上有多个数，这些数按照一些内部规范不变性来变换），且 Lorentz 不变，标量场的数学描述相对简单. 所以，作为“导论”，本书的前半部分将集中使用标量场来介绍场论的基本概念，后面再推广到其它场

- 电子场：电子场的波动就是电子（光子用电磁场来描述是比较直观的，而电子需要用“电子场”来描述，就不大直观. 这是因为，电子作为费米子，满足泡利不相容原理，不能把很多电子相干叠加到一起，让电子场具有一个足够经典的巨大振幅. 所以，与电磁场不同，我们日常生活中见不到电子场，也就觉得它稍难想象. 但尽管如此，下一小节中我们将看到，结合狭义相对论之后，用场来描述电子仍然是必要的）

- 粒子物理标准模型（Standard Model，简称 SM）：目前实验中发现的每个基本粒子，以及它们的性质，都可以由标准模型描述（严格说来，中微子质量扩展了标准模型，但是这个扩展较简单，现在一般也被当作标准模型的一部分；一般认为超出标准模型的现象有暗物质、暗能量、重子数起源、暴胀、量子引力等）

- 弦理论：弦理论假设，假如我们能看到足够小尺度的物理，我们将发现，电子等基本粒子其实不是点粒子，而是一维的弦状物体（超越“点粒子”假设，可以解决场论“紫外发散”问题，并且弦的振动自动包括自旋为 2 的模式，也就是说弦论自然地包括量子引力. 这使弦论有望成为描述一切基础物理的“万物理论”. 不过，现在我们还不清楚，弦理论真的是描述真实自然界的万物理论，还是只是一个具有一些万物理论性质的“玩具模型”）. 初看起来，弦理论中的弦不是点粒子，相互作用不是发生在一个点上的，似乎超越了场论（稍后我们将看到，场论相互作用发生在逐个时空点上，这是场论的“局域性”(locality)）. 但是，如何描述振动的弦？我们要建立起一个弦的世界面（弦占据一维空间，并随时间运动，在时空中扫过一个二维曲面，称为世界面）所遵循的动力学理论：世界面上的量子场论. 弦论就是先研究“弦世界面”上的量子场论，再将“世界面上场的取值”解释为“把弦嵌入到物理时空当中的坐标”（这种嵌入也是场论中已有的 σ-model 方法）. 所以，可以说，弦论的本质也是量子场论



- 固体物理中的声子：固体的振动（例如固体中的声波）是一种波动. 固体的波动也具有量子性，给定波长时，具有最小的激发，这种最小的激发叫做“声子”（phonon），是一种准粒子（quasiparticle）. 作为原子疏密变化，固体振动不是自然界某个基本场的直接波动，声子也不是基本粒子，但它们也可以用 **有效场论** 来描述. 由于固体本身提供了一个特定参照系，这个有效场论不是相对论性的，一般不具有 Lorentz 不变性
- 宇宙中结构的形成：宇宙中的星系团等大尺度结构，起源于宇宙物质密度原初的微小扰动（原初密度差仅有 10^{-5} 量级）. 可以把宇宙中的物质近似成连续流体，来研究它满足的场论. 宇宙中的密度场不仅“不是相对论性的”，也是高度经典的，量子效应也可以忽略. 但是，由于量子场论技术的高度发展，圈图、重整化等“有效场论方法”仍然可以应用到宇宙密度场这样的经典场论中. 我们不需要因为宇宙密度场的量子效应不明显，就重新造轮子，再创造一套理论来描述它

这些场虽然各不相同，但是它们有一些共性：

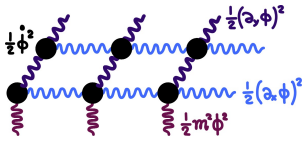
场的共性

- 场是连续的物质（或者可以近似成连续的）
- 在空间中每一点，场的强度可以取不同的数值（对于不同的场，空间每一点可能取单个数值，或者一组多个数值（例如电磁场的矢量势 A^μ，取一组 $\{A^0, A^1, A^2, A^3\}$ 四个数值，并几乎按 Lorentz 矢量变换）. 这些数值将被量子化成算符）
- 空间每一点上数值的变化速度体现为场的动能（具有动能的场常被称为“动力学的”. 也有些辅助场没有动能，称为“约束”. 它们通常可以作为“拉氏乘子”被去除掉. 像前面 A^μ 的四个分量，只有两个分量是动力学自由度）
- 空间每一点上数值的大小体现为场的势能（但是，不是所有的场都有势能. 例如，π 介子场在理论中总伴随着导数 $\partial_\mu \pi \equiv \partial \pi(x)/\partial x^\mu$ 出现，所以如果在全空间整体改变 π 介子场的数值大小，并不改变场的能量）
- 在空间临近点上，场的数值如果有差别，会带来额外的梯度能量
- 场与场之间如果有相互作用，这些相互作用发生在时空点上，也就是，相互作用是“局域”的，不是“超距”的

由于场的这些共性，场的运动方程通常都具有波动解. 在“量子”场论

中，这些波动解将和粒子相关（例如电磁波和光子之间的关系）

场的直观想象：一张床垫



由场的上述性质，我们可以把场直观地想象成一张床垫．如右图所示．设床垫的上下位移为 Φ（我们通常用记号 Φ 来表示一个标量场，所以这里也将床垫位移叫做 Φ，来方便和标量场对比），则：

- 场的动能 ∼ 床垫上点的运动：$E_{\text{动能}} = \frac{1}{2}\dot{\Phi}^2$（这里我们假设床垫上的点具有单位质量，且 $\dot{\Phi} \equiv d\Phi/dt$ 可以看成 Φ 的“运动速度”，所以以上就是我们熟悉的 $\frac{1}{2}mv^2$）
- 场的势能 ∼ 床垫与地面间弹簧的势能：$E_{\text{势能}} \equiv V(\Phi) = \frac{1}{2}m^2\Phi^2 + \cdots$（这里我们把弹簧的弹性系数（$\frac{1}{2}kx^2$ 里的 k）记作 m^2．这个记号有点奇怪．但是后面我们将看到，m 可以理解为标量场激发出的粒子的质量，所以用一个质量记号来表示．另外，如不是理想弹簧，势能可能还包含 Φ^3, Φ^4 等项．量子场论里也可以有这些项）
- 场的梯度能量 ∼ 床垫上临近点之间弹簧的势能（当临近点无限接近时，这些点的上下振动才正比于弹簧长度，不过我们示意图无法画出距离无限近的点）：$E_{\text{梯度能}} = \frac{1}{2}\sum_i (\partial_i \Phi)^2$

把床垫上每个点的这些能量加起来，可以看作这个“床垫系统”的哈密顿量，哈密顿量可以决定系统的演化，这就是场论．量子力学中，可以对一个哈密顿量进行量子化，于是我们就得到了量子场论

3 狭义相对论与量子场论的结合

多数场论教材中，引入量子场论的方式，是将狭义相对论纳入到量子理论的框架中（也就是所谓统一狭义相对论和量子力学）．

历史上，Heisenberg 和 Schrödinger 先建立了非相对论的量子力学：用 Schrödinger 方程（或等效的矩阵力学）来描述单个量子粒子，并且这个粒子运动速度远小于光速的理论．此后，Dirac 提出了相对论性的 Dirac 方程来描述电子，也就是通常所说的“相对论性量子力学”．

但是很快，人们就发现，用相对论性量子力学来描述单个粒子，用波函数（波动方程的解）来 **描述这个粒子的概率幅度** $\psi(t, \vec{x})$，得到的理论是不完备的．以下我们从几个角度讨论这个问题：

相对论性量子力学的不完备性：从波动方程的困难来理解

拓展阅读

相对论性量子力学的历史发展，以及这里的文字论述如何转化成方程推导，详见 Weinberg §1.1 或 Srednicki §1

- Schrödinger 方程的直接相对论推广是 Klein-Gordon 方程. 但是，如果把 Klein-Gordon 方程解释成粒子概率幅度 $\psi(t,\vec{x})$ 满足的方程 ，则方程的解不能保证 $\int d^3x\ \psi^*(t,\vec{x})\psi(t,\vec{x})$ 是常数，也就是说如果一开始在全空间找到粒子的概率是 1，经过一段时间，概率可能变成大于或小于 1，概率不守恒（场论中，我们将重新解释 Klein-Gordon 方程的物理意义，把它作为场算符满足的方程，而不是概率幅度满足的方程，就没有这里“概率不守恒的问题”了）
- 为了解决 Klein-Gordon 方程“概率不守恒的问题”，Dirac 提出了 Dirac 方程. 但是，Dirac 方程既有正能量的解，又有负能量的解，正能解有概率会衰变到负能解. 这样，Dirac 方程描述的系统是不稳定的（Dirac 方程的真正成功是描述了电子自旋. 在场论中，我们将重新解释 Dirac 方程的物理意义，把它作为场算符满足的方程，用来描述“电子场”及类似的费米子场）
- 为解决 Dirac 方程带来的真空不稳定问题，Dirac 提出，真空中所有负能量的状态都被填满了，这就是“Dirac 海”理论. Dirac 海理论的 **优点** 包括：(1) 根据 Pauli 不相容原理，一个本该稳定的物理状态无法再衰变到负能量状态；(2) 对电子而言，Dirac 海理论所预言的空穴，就是电子的反粒子：“正电子”. Dirac 海理论的一个重要 **特点** 是，为了描述单个粒子的波函数，Dirac 引入了无穷多个负能粒子来“填坑”. 这无穷多个粒子具有无穷多自由度，已经和前面我们介绍的场论描述很接近了，从当代的观点看来，这也是 Dirac 海理论取得了很多成功的原因之一. 但是，Dirac 海理论仍有重要 **缺点**：(1) 因为引入无穷大，受到概念上的批评；(2)Dirac 海理论只适用于费米子，不适用于“无法用 Pauli 不相容原理填坑”当波色子；(3) 高能粒子对撞和氢原子能级 Lamb 位移等实验结果，符合量子场论解释，不符合 Dirac 的理论（这里指不符合原本的 Dirac 理论. 由于 Dirac 海引入了无穷多自由度，原则上，可以通过重新定义系统的真空与产生湮灭算符（Bogoliubov 变换），来把 Dirac 海的想法“现代化”成一个与量子场论等价的理论）
- 如果“把 Dirac 海的理论从费米子推广到波色子”很困难，为什么不反过来，把“电磁场与光子的关系”从波色子推广到费米子呢？这条路是成功的，这就是量子场论

相对论量子力学的不完备性：从对时间和空间的处理方法理解

狭义相对论的核心是 Lorentz 不变性. Lorentz 变换是时间和空间之间的变换. 一个理论要满足 Lorentz 不变性，最好（尽管不是必须）对时间和空间做足够相似的处理，例如把时间和空间坐标写到同一个四维矢量 $x^\mu \equiv (t, \vec{x})$ 当中，让理论具有明显的 Lorentz 不变性. 但是，相对论量子力学明显违背这一思想，因为粒子的位置是个位置算符，但是时间是个参数，没有相应的时间算符. 这种明显的时空“不对称”，是量子力学与相对论结合的一大障碍. 有两种方式解决这个问题：

1. 让时间和空间坐标都是参数：但是量子理论仍然需要算符，一个量子算符应该同时是时间和空间参数的函数（这样理论才可能明显 Lorentz 不变），例如，$\hat{\Phi}(t, \vec{x}) \equiv \hat{\Phi}(x)$，这就是场论

2. 让时间和空间坐标都是算符：考虑一个粒子的世界线 $\hat{X}^\mu(\tau)$，把粒子的时间、空间坐标都当作算符，并把它们理解成粒子世界线嵌入时空的方式. 费曼尝试了这样做（费曼使用的是路径积分方法，所以把时间和空间坐标又写回了数字，再对所有可能取值积分，概念上这和算符是等价的，参见综述 arXiv:1912.10004），但与场论的对比表明，对粒子来说，世界线方法远远没有场论方便（有趣的是，这种“世界线方法”在弦论中被推广为“世界面方法”，并被发扬光大. 这是因为弦的世界面具有很好的性质，而弦场论又非常困难. 所以，到底让时空坐标是参数还是算符，似乎并没有第一原理，只是“捡软柿子捏”而已）

相对论量子力学的不完备性：从粒子的产生湮灭来理解

当“实验感兴趣的能量”远超过“粒子的静止质量”时，这么高的能量，可以使“额外的正反粒子”成对产生出来（或者正反粒子靠近后湮灭成光子等粒子）. 所以，“描述高能电子的理论”最好包括正、反粒子的产生、湮灭算符

根据常识，距离更近的粒子比较容易相互作用，而距离太远的粒子，相互作用通常会更弱. 所以，粒子的相互作用（根据上一段，这种相互作用可以产生、湮灭粒子） 应该和粒子的位置有关. 为达到“距离近更容易相互作用”的目的，一个方便的方法，是采用一个场算符 $\hat{\Phi}(x)$，作用在真空态上可以在某个时空点产生一个粒子，而相互作用可以写成这样场算符的乘积（例如 $\Phi(x)^4$）. 这样，我们就得到了场论（“距离近更容易相互作用”的常识，可以严格化成“集团分解原理”，详见 Weinberg §4.3, 4.4. 进而，Weinberg 论证了，场论几乎是量子论、狭义相对论和集团分解原理的必然产物）

所以，“相对论量子力学的不完备性”告诉我们，即使我们想要研究少数几个电子的高能行为，我们仍需要系统地引入产生电子的“电子场”，也就是说，需要用场论来描述电子.

有趣的是，狭义相对论不仅告诉我们场论的必要性，并且，狭义相对论和量子论的结合体现出了令人惊叹的自洽性、数学结构和物理特性（那么，“广义相对论和量子论的结合”是不是需要更强的自洽性，具有更丰富的数学结构呢？这是量子引力的核心问题！弦论表明，确实如此，甚至有人猜测，弦论可能是唯一自洽的量子引力理论）.

狭义相对论带给量子场论的丰富内容

狭义相对论对应的 Minkowski 空间，具有 Lorentz 变换（又称为齐次 Lorentz 变换，包括 3 种转动和 3 个方向的速度变换 (boost，有时译作“推动”)） 和时空平移变换下的对称性. Lorentz 变换和时空平移变换一起，合称 Poincaré 变换. Lorentz 和 Poincaré 变换为场论带来了丰富的性质（研究 Lorentz 变换和 Poincaré 变换的数学理论是群论. 对不熟悉群论的读者，这个模块的内容可以略去. 这些内容的细节可参阅 Weinberg 第二至五章）：

- 粒子的分类：单粒子应按照“Poincaré 群的不可约表示”变换（对自旋为半整数的粒子，需要考虑射影表示）. 于是，粒子被 Poincaré 群的数学结构自动分类为零质量和非零质量. 非零质量粒子又进一步分类为自旋为 0，1/2，1，2 等；零质量粒子则可以按照螺旋度（自旋在动量方向上的投影）做类似分类

- 场的分类：由于场算符（例如 $\hat{\Phi}(x)$）在每个时空点上都有取值，我们可以固定物理的时空点，按照 Lorentz 变换（即不包括平移）的表示来对场进行分类. 由此，场分为标量场、旋量场、矢量场、反对称张量场、对称张量场等
- 粒子与场如何对应：由于粒子是场在给定波长时的最小激发，我们需要把上面“通过 Poincaré 群分类好的粒子”，“装”进“由 Lorentz 群分类的场”里面. 给定一个粒子，可以找出，这个粒子对应哪个场的激发
- 规范不变性：有趣的是，光子（一般地，零质量、螺旋度为 1 的粒子）无法直接“装”进场里. 为了把光子装进场里，我们需要建立一些等价关系，认为动量为 k^μ 的光子的一种极化矢量 $\epsilon^\mu(k)$ 和另一种极化矢量 $\epsilon^\mu(k)+k^\mu$ 是物理上等价的；而用 $\epsilon^\mu(k)+k^\mu$ 来描述这个光子，只是 $\epsilon^\mu(k)$ 的冗余描述. 这种冗余性，写成场的语言，正是电磁场的规范不变性. 也就是说，规范不变性是相对论性量子场论的自然结果，而不是额外假设
- 场如何相互作用：Lorentz 对称性（和规范不变性）强烈约束了场相互作用的可能形式. 比如，描述光子和电子的量子电动力学中只能有唯一的一种相互作用（还有其它“不可重整”的相互作用，在低能标下，这些不可重整的相互作用可以忽略），只要确定了这个耦合常数，和电子质量，理论就唯一确定了

所以，狭义相对论不仅是自然界的基本规律，也是历史上量子场论建立的重要动机，并且赋予场论更丰富的结构. 但是，上一小节我们已经看到，在狭义相对论不明显的地方（例如固体里，或者膨胀的宇宙，这时，时间和空间不再是明显对称的），量子场论仍可以作为有效场论发挥作用. 也就是说，狭义相对论和量子的结合得到场论，但是量子和场论的结合不一定要有狭义相对论. 所以，本“导论”中，我们将首先专注于讨论“量子场”的性质，稍晚些再引入狭义相对论（一般认为，对称性是当代物理的“最高原理”. 所以，推迟讨论对称性有点“离经叛道”. 这里我并不是试图降低对称性的重要性，而是试图降低同时学习很多东西的难度. 在建立起场论的概念后，我们将集中讨论对称性）.

4 符号和约定

数学符号与约定

- 自然单位制：和多数量子场论教材一样，从现在开始，我们使用自然单位制：$\hbar = c = k_B = 1$
- 微分的简写：我们记 $\partial_\mu f \equiv \partial f/\partial x^\mu$, $\partial_i f \equiv \partial f/\partial x^i$, $\partial_t f \equiv \dot{f} \equiv \partial f/\partial x^0$
- 度规号差：我们定义 4 维时空间隔为

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + d\vec{x}^2 \equiv \sum_{\mu,\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \tag{1}$$

  其中 Minkowski 空间的度规是对角矩阵 $g_{\mu\nu} \equiv \mathrm{diag}\{-1, +1, \ldots, +1\}$（大约有一半的书和我们的符号约定一致，另一半的书中，时空间隔和度规的定义差个负号. 符号约定造成的混乱就好比一种叫畴壁 (domain wall) 的拓扑缺陷一样，一时间不会消失，我们需要适应它. 一个快速判断公式使用度规符号的方法是，无论用度规的哪种约定，拉氏量 $\dot{\Phi}^2$ 项前面的符号都是正的）
- 爱因斯坦求和约定：对时空指标等重复指标默认求和，我们将省略求和符号（这在 (1) 式最后一行中已经体现出来了）
- 标量场的绘景约定：我们将用大写希腊字母 $\Phi(x)$ 表示 Heisenberg 绘景（Heisenberg picture）下的场，用小写希腊字母 $\phi(x)$ 表示相互作用绘景（interaction picture）下的场. 但是，在讨论矢量、旋量理论时，我们将不再用大小写对不同绘景进行区分，多数时候，我们将工作在相互作用绘景下

基于易读性的一些考虑

- 模块化：读者可能已经发现，我们将尽量把知识点“封装”到小的模块里面，并给出模块标题. 我觉得，带着目的进行阅读更有效
- 页边空白：为方便读者证明费马定理，页边留了较大空白，我们有时利用页边空白添加一些补充性模块
- 人名：为避免不同译名造成混淆，以及为大家阅读英文文献方便，这里我们将不把人名翻译成中文
- 引号：我们将较多使用引号，这在语法上不大考究，但是我觉得，尽量“把一个长难句分解成小部分”会便于阅读

为何采用自然单位制?

《愚公移山》中说：“太行、王屋二山，方七百里，高万仞”. 这里为什么 x 和 y 方向的单位是“里”，而 z 方向却采用了另一个单位“仞”呢？这是因为由于地球引力自发破缺了转动对称性，爬山和走平地不一样，所以取成不同单位，也不会太麻烦. 但是，如果研究基本粒子的运动，x, y, z 方向本质上是一回事，可以通过转动互相变换，则取同样的单位才方便.

同样，基础物理中，时、空可以通过 Lorentz 变换联系起来，所以应取同样的单位，即 $c = 1$ 才方便；由 $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ 单量子的动量和波数是一回事，所以取 $\hbar = 1$；由 $S = k_B \ln \Omega$，熵和状态数的对数是一回事，所以取 $k_B = 1$.

虽然自然单位制研究基本粒子时很方便，但是如果用来描述自然生活中的现象，则会经常出现 10^8，10^{-23} 这样的太大或太小的数字，这时，SI 单位制就更方便了.