

# 阿 特 伍 德 机

广西教学设备站 王学军 译

一根质量近似为零、几乎没有形变伸长的细绳跨在一个光滑的、无转动的滑轮上，绳子的两端分别挂着两个重量略为不等的重物，这样一个装置，很久以来一直是物理教科书上的主要内容。命名为阿特伍德机的这个装置已经证明了是对某些问题的一个很丰富的思想源泉，很少有学理工的学生能避开不去分析这些问题。

真正的阿特伍德机是比较复杂的，可以用来说明加速度为零或一恒定值的若干情况。本文是用现代的术语和数学语言对阿特伍德机及其应用的原始描写进行再述，并且讨论用它可以做的实验。

## 里维伦德·乔治·阿特伍德

两个重物及一稳定的滑轮这个物理装置是阿特伍德(1746—1807)首先在他的一篇著作中所描述的一种装置的简化，这篇著作名为“论物体的直线运动和转动及与此相关的一些原始实验”。发表于1784年。

阿特伍德曾在剑桥大学取得文学士和文学硕士学位，在那里他被选为一个三人学会(Trihity College)的成员并担任指导教师直至1784年。他因以演示实验为他的演讲作证而尤为出名。托马斯·杨(Thomas Young)在阿特伍德去世后著文写道：阿特伍德“对科学进步的主要贡献在于扩大说理的方式，其实验展示对教师提供了帮助。”另一方面，他在评论阿特伍德对科学贡献的深度时是相当严厉的。

我们不必涉入过去的个人冲突之中，最好还是来关心一下对阿特伍德著作的第VII部分的分析，即“受恒力作用的物体的直线运动的实验描述”。在描述阿特伍德机及其应用之前，阿特伍德花费了

一些篇幅来指出进行动力学和运动学的实验的困难。由于今天我们亦遇到同样的困难，我将意译出阿特伍德的论述。在下面说到阿特伍德的著作时我都使用现在时态。比语法上的运用更为有意义的是这表明了阿特伍德机在理工教学中的现代作用。

## 阿特伍德对力学实验的一般论述

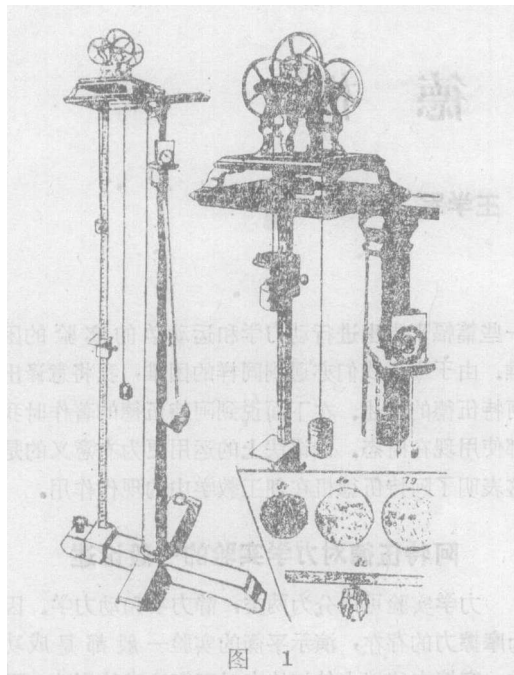
力学实验可以分为两类：静力学和动力学。因为摩擦力的存在，演示平衡的实验一般都是成功的，摩擦力能消去外加的力对平衡造成的影响。而在演示物体运动的实验中则恰好相反，摩擦力的影响要减到最小的程度以使得作用力与被加速的物体的质量二者之间的关系能清楚地看出。力随时间而变化的情况是复杂的，动力学中最成功的实验是那些作用力不变的实验。

研究自由落体是比较困难的，因为在物体获得较大速度的情况下由于空气阻力而导致较大的误差。如果要减少下落的距离以消去这个误差，则下落的时间短而无法准确测量。一个解决的办法是使物体沿斜面向下运动以减少有效的加速度。而要做到唯一的实际办法是把物体做成球形，让它滚下斜面。虽然这时必然产生一恒定的加速度，但由于物体是滚动而不是滑动使事情复杂化了。

物体沿斜面运动的研究还遇到进一步的困难，无法把被加速的质量和加速它的力分开。我们不能对同一质量的物体施加不同的作用力，或者对不同质量的物体施加相同的作用力。必须设计出一种仪器，它能使我们测定“运动的物质的量、使物体运动的那个恒定的力、从静止开始运动所经过的空间位移、运动的时间以及所获得的速度。”

## 阿特伍德机

阿特伍德设计用来研究以上这些量的装置如图1所示。他希望确保“在没有施加推动力以前，考



虑这个运动的物质的量的时候，应该是没有重量的。”虽然他不能真正做到这一点，但他通过把物体分成两个相等的质量A和B，A和B分别挂在跨过滑轮的“很细的、有弹性的丝线”的两端的做法抵消了重力的影响。除了A和B之外，被加速的质量还包括滑轮的有效质量和滑轮的轴安放在其上的四个小轮子的有效质量。这四个支持轮构成一个摩擦力很小的滑轮支架。挂线的质量很小，其影响可忽略不计。

通过做一个辅助实验可以求出有效质量。将质量为 $m$ 的重物挂在一根很轻的绳子的末端，绳子缠绕在可以认为其质量 $M$ 是集中于半径为 $R$ 的轮缘的滑轮上。支持轮的有效质量包含在 $M$ 的数值中，质量为 $m$ 的重物对转动部分产生的转矩为 $TR$ ，将牛顿第二定律用于转动的情况得：

$$TR = I \cdot \alpha$$

这里 $T$ 是绳子的张力， $I$ 是滑轮的转动惯量，而 $\alpha$ 是其角加速度。因为 $I = MR^2$ 和 $\alpha = a/R$ ，由此得 $T = Ma$ 。将牛顿第二定律用于下落的物体得：

$$ma = mg - T$$

消去 $T$ 并解出 $M$ ，我们可得：

$$M = (mg/a) - m$$

阿特伍德将上式用距离 $l$ 和 $S$ 来表示。 $l = 193$ 英寸(490厘米)，是物体自由下落时第1秒内落下的距离(即 $l = \frac{1}{2}g \cdot (1)^2$ )， $S$ 是绳子末端的物体在 $t$ 秒内落下的真实距离。应用与位移、加速度和时间有关的动力学方程，用可以直振测量的变量 $S$ 和 $t$ 来代替 $a$ 和 $g$ ，我们可得阿特伍德实际工作方程：

$$M = ml^2/S - m$$

### 阿特伍德用他设计的装置做演示

阿特伍德设计的这个装置是打算用来做演示而不是用来搞研究的，所以使用一些方便于计算和比较的数值。例如，物体在自由下落时第一秒内落下的距离 $l$ 就用近似数192英寸，代替正式的数值193英寸。

阿特伍德所论及到的五个量是被加速的质量、加速力、在加速期间运动的距离、加速运动的时间以及在这段时间内物体从静止开始运动所获得的速度。

他用 $1/4$ 盎司(约7克)作为质量的单位，称作 $m$ 。质量为 $4m$ 、 $m$ 和 $m/2$ 的薄槽码可以放在物体A和B的顶上以调整被加速的总质量 $\Sigma M = m_1 + m_2 + M$ ，一般是 $60m$ 的数量级。

加速力 $F$ 最好用现代的术语来讨论。带有效质量为 $M$ 的转动滑轮的阿特伍德机的标准分析表明系统的加速度为：

$$a = g(m_1 - m_2)/(m_1 + m_2 + M) \quad (1)$$

这里假设 $m_1 > m_2$ 。阿特伍德把 $m_1 - m_2$ 这个量认为是加速力，忽略了系数 $g$ 。质量可以从B转移到A，这样就可以保持总质量不变而使加速力与所导致的加速度成正比例。

从静止开始下落的距离 $h$ 和落下的时间 $t$ 也是需要知道的。距离可以在垂直标度尺上直接测出，标度尺上有十进的英寸标记。而时间则比较难测量，因为仅有几秒钟。阿特伍德不用秒表而使用一个巧妙的办法来测量时间。在这套装置的立柱上附着一个打拍的秒钟，在擒纵器释放时发出可闻的敲打声。他调整下落的距离使下落的时间刚好是整数秒。当听到第一下声音时，较大的个重物开始下落，在这个重物碰到附在标尺上的固定台阶时刚好听到另一下声音。

要测量的最后一个量是加速过程末的速度 $V$ 。造成系统不平衡而作加速运动的是一个矩形的物

块，它放在下落的重物的顶上。当这个重物下落穿过安放在垂直标尺上的夹板上的孔时，这个附加的物块被摘下，这时系统处于平衡（见图1）。继续下落到下面一个较低位置的夹板所需的时间可以用上面的计时方法求出，则速度可以算出。要找出物体在加速期间通过的一段适当的距离，以便使这个附加的物块正好在计时器的某次拍打时被摘取，为此要预先计划好。阿特伍德给出许多实例使得讲演者使用他的装置可以得到一些合适的数值来说明某些现象。

阿特伍德给出13个演示，这些演示实验表明了在上述五个变量中其他变量保持不变时任意两个变量之间的比例关系。把这些变量联系起来的三个方程式是牛顿第二定律以及两个动力学方程：

$$a = F / \Sigma M \quad (2)$$

$$h = V_0 t + (1/2) a t^2 \quad (3)$$

$$V = V_0 + a t \quad (4)$$

在后两个方程中，初速度  $V_0$  为零。在前两个方程中消去  $a$  可得：

$$F = 2 \Sigma M h / t^2 \quad (5)$$

而在两个动力学方程中消去  $t$  可得到一个辅助动力学方程：

$$V^2 = 2 a h \quad (6)$$

### 阿特伍德所提出的13个演示是

1. 这是一个特例：如果加速力是  $mg$ ，而被加速的总质量是  $64m$ ，则在第1秒内物体从静止落下的距离是3英寸（7.6厘米）。这些特殊的数值被用于其他的实验中。

2. 保持总质量和加速力不变，则下落的距离与时间的平方成正比例（见（5）式）。

3. 保持总质量和时间不变，则下落的距离与加速力成正比例（见（5）式）。

4. 保持总质量和下落的距离不变，则下落的时间与加速力的平方根成反比例（见（6）式）。

5. 保持总质量和加速力不变，如果物体在时间  $t$  内加速通过一段距离  $h$ ，然后以一恒定的速度继续前进，它将在接着的时间  $t$  内通过较长的一段距离  $2h$ 。这可以由此看出：在两个动力学方程中消去加速度得到  $h = (V + V_0)t/2$ 。对于从静止开始下落的物体，在落下的一段时间内的平均速度恰好等于这段时间末速度的一半。

6. 保持总质量和加速力不变，物体从静止开

始运动获得的速度与下落的时间成正比例，这意味着加速度是不变的，速度与时间的比值可以从第二个动力学方程得到。

7. 保持总质量和下落的时间不变，物体从静止开始运动获得的速度与加速力成正比例。牛顿第二定律表明加速度与加速力成正比例，而第二个动力学方程又表明，如果时间不变，则物体从静止开始运动的速度也与加速度成正比例。

8. 保持总质量不变。阿特伍德指出：如果物体首先受到3单位的力作用1单位时间，然后受4单位的力作用2单位时间。则第一种情况和第二种情况的速度之比为3比8。一般，从牛顿第二定律和第二个动力学方程消去加速度，得到  $V = Ft / \Sigma M$ 。所以，当质量不变时，速度与力和时间的乘积成正比例。

9. 保持质量和下落的距离不变，则物体从静止开始运动获得的速度与加速力的平方根成正比例。用牛顿第二定律和辅助动力学方程消去加速度，得到所要求的比值， $F = \Sigma M V^2 / (2h)$ 。阿特伍德在这里用“Subduplicate”这个词来表示平方根。

10. 保持下落距离和从静止开始运动所获得的速度不变，则所需的加速力与总质量成正比例。辅助动力学方程表明，在这些条件下，加速度是不变的。而从牛顿第二定律看出这时  $F$  和  $\Sigma M$  是成正比例的。

11. 保持质量和加速力不变，则物体从静止开始运动所获得的速度与下落距离的平方根成正比例。这里，加速度必然是不变的，而从辅助动力学方程看出  $V^2$  与  $h$  成正比例。

12. 初速度为  $V$  的物体达到静止所通过的距离与所受的阻力成反比例。这是一个新的实验情况。下落的重物起先有一附加的物块使它被向下加速。带孔的夹板摘去足够的质量使得下落的重物比上升的重物的质量要小，于是下落的重物产生一个向上的加速度，然后将达到静止。如果将牛顿第二定律和辅助动力学方程联合起来  $F = \Sigma M V^2 / (2h)$ 。当  $\Sigma M$  和  $V$  不变时，上述的断言可证。

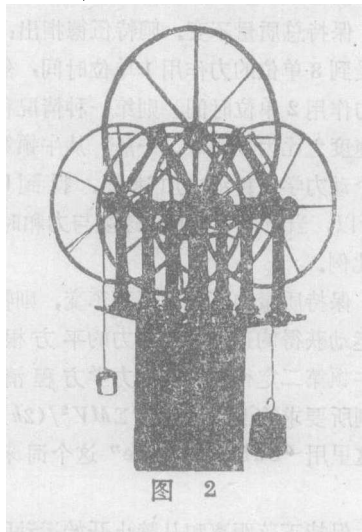
13. 这是一个特例，从略。

### 阿特伍德机的现代应用

没有必要去说是不是在许多问题中都用到阿特伍德机，它在课本中的经常出现已说明了这一点。

我认为它的物理意义是用于在比例的推论方面进行练习，这些推论的基础是阿特伍德的第二至第十二个演示。向学生提出一些必要的问题，并要求他们说明在某些变量保持不变时其他的变量是以各种方式互相关联着的。由此延伸，提出问题，什么样的变量组合可以画出直线的图象。下面我将谈及这些问题。

我曾用过进行测量的阿特伍德机如图 2 所示。



它的真实年代不太清楚，但我相信它是凯尼恩大约在1840年获得的。主轮直径18.5cm，厚0.3cm。除了钢轴外，其余各部分都是黄铜制的。原来安装的立柱已失去了，我在我的办公室里用约7呎长的未校准过的木柱将它立起来支撑着两个台阶，整个安置如图 1 所示。

我将这台阿特伍德机用于四个互有联系的实验。

1. 确定转动部分的有效质量。这与工作方程  $M = mlt^2/S - m$  一起已于前面叙述。工作方程可以再写成  $t^2 = [(M/m + 1)/l]S$  这样的形式，并以  $t^2$  作为  $S$  的函数画图(图 3)，为使实验结果可靠，我先用一个校准过的节拍器作为计时装置，但由于使用的不方便我即改用电子秒表来计时。从得出的适当的数据可画出一直线图象并可求出有效质量的值为  $77 \pm 6g$ ，这些数据是在缠绕滑轮的绳端挂上一个  $2.00g$  的物块取得的。假定用手计时的方法在时间为 2 秒时误差为 0.1 秒，再加上对  $t^2$  作图的不准确性，则会引起相当大的总误差。阿特伍德和他的同代人无疑完全忽略了误差分析，看来这是在 20 世纪主要关心的问题。

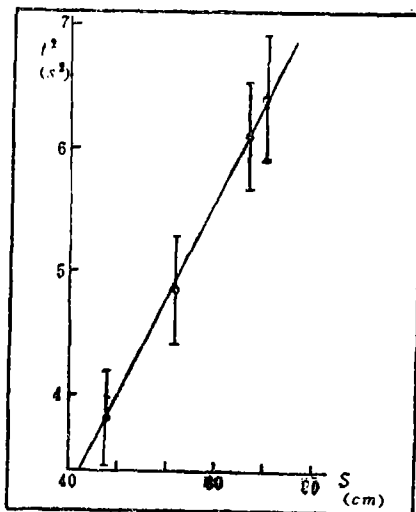


图 3

2. 确定重力加速度。这是阿特伍德机典型的现代应用。在等式 (1) 和 (8) 中消去加速度得到：

$$h = (g/2\Sigma M)(\Delta M t^2)$$

这里把  $m_1 - m_2$  写为  $\Delta M$ 。图 4 是在总质量为  $567.9g$  时  $h$  作为  $\Delta M t^2$  的函数的图象。由实验数据适好画出一直线图象，结果  $g = 1020 \pm 80 \text{ cm/s}^2$ 。这个结果的不准确性几乎完全是由于时间测量的不准确而产生的。

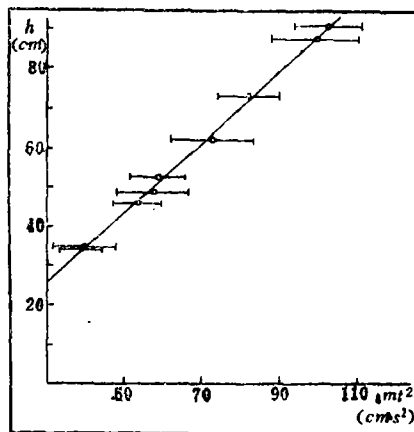


图 4

3. 末速度的计算。系统的加速度可以从(1)式中  $g$  以及各项质量的值求出，将这个加速度的表达式代入辅助动力学方程得  $V^2 = 2gh(m_1 - m_2)/\Sigma M$ ，这里  $h$  是下降的重物在加速运动期间通过的距离， $V$  也可以从附加的物块被摘除后通过距离  $H$

## STUDIES OF TEACHING

University Part

Hall Effect in Metal .....Cao Yongming (49)

A Simple way to Determine the Diffusion Coefficient of  
Salt Solution.....Song Tianfu et al. (53)

On Effects of Repeated Magnetic Cycles.....Fu Yunling (56)

Measurement of the Acoustic Velocity in Solid Transparent  
Medium Based on the Acousto-optic Effect.....Ma Zhongli et al. (58)

Phase Filter.....He Yongrong et al. (63)

Middle School Part

A Discussion on Experiments of Floating Needle.....Pei Jialiang (67)

EXPERIMENT FOCUS ..... (71)

## PHYSICAL EXPERIMENTS AND ERRORS

Data Processing of Indirect Measurement.....Wang Zhen (74)

USE OF COMPUTER IN EXPERIMENT TEACHING..... (76)

## USE AND DESIGN OF INSTRUMENTS

Ball Cratering Machine and Its Applications.....Zhong Yongan et al. (80)

## DISCUSSION OF QUESTIONS

The Physical Mechanism of Getting the Initial Charge in Kelvin  
Water Jet Charge Generator.....Li hongze et al. (87)

所用的时间 $T$ 来确定。由于 $V = H/T$ ，速度可以从这两个方程中消去得到 $H = [2(m_1 - m_2)gh/\Sigma M]^{1/2} \cdot T$ 。这样 $H$ 作为 $T$ 的函数其图象是一直线。如果仅仅只是希望核实一下的话，你可以从加速的数据和匀速的数据分别计算出 $V$ 的值，将两者进行比较。

4. 正、负加速度问题。这个问题的基础是阿特伍德第十二个演示。下降的重物质量 $m_0 + 2m$ ，上升的重物质量为 $m_0 + m$ 。当下降的重物从静止开始释放，下降一段距离 $h$ 并获得一向下的速度 $V$ 以后，下降的重物被除去 $2m$ 的质量，继续向下通过一段距离 $h$ ，然后再达到静止。从辅助动力学方

程得，

$$V^2 = 2a_1h_1 = 2a_2h_2$$

这指出加速度是与位移成反比例的。使用(1)式获得加速度的值，这就可得到，

$$h_1/h_2 = (m_0 + 2m + M)/(m_0 + M)$$

一般 $m_0$ 和 $M$ 的值比用来提供加速力的物块质量大得多，故这个比值接近1。

实验不必要用到五个轮子的阿特伍德机。的确，其转动系统的复杂性会使得学生迷乱。我建议用带滚珠轴承的大直径的铝制滑轮来简化实验装置和减少摩擦。

(收稿日期：1986年10月24日)