专题6　动 量 答 案

1. 答案：A　设燃气的质量为m_1，火箭的质量为m_2，在火箭喷气的短瞬间内力远远大于重力和空气阻力，系统动量守恒，有：$P=m_2v_2=m_1v_1=50\times10^{-3}\times600=30\text{kg}\cdot\text{m/s}$，A 选项正确。

2. 答案：B　乘客随座舱在竖直面内做匀速圆周运动，速率不变，动能不变，而重力势能不断变化，机械能不断变化，A 选项错误；

在最高点有：$mg-N=m\dfrac{v^2}{R}$　$mg=N+m\dfrac{v^2}{R}$　B 选项正确；

根据冲量的定义有：$I=mgT$　C 选项错误；

重力的瞬时功率：$P=mgv_y$　运动中速度的竖直分量不断变化，重力的瞬时功率不断变化，速度的竖直分量v_y与重力mg同向时重力的瞬时功率为正值，速度的竖直分量v_y与重力mg反向时重力的瞬时功率为负值，D 选项错误。

3. 答案：A　人下落 h 高度为自由落体运动，由运动学公式$v^2=2gh$，可知$v=\sqrt{2gh}$

缓冲过程取向上为正，由动量定理得：$(\bar{F}-mg)t=0-(-mv)$　解得：$\bar{F}=\dfrac{m\sqrt{2gh}}{t}+mg$

4. 答案：B　根据题意，人跳离车的瞬间过程人和小车组成的系统满足动量守恒定律。规定以小车行驶方向为正方向，依据动量守恒定律可知：$(2m+m)v_0=2mv_1-mv_0$，解得：$v_1=2v_0$。人跳离后，小车的速度为 $2v_0$，B 选项正确。

5. 答案：B　弹丸爆炸时水平方向没有外力，系统水平方向动量守恒。设$m_{乙}=m$，则$m_{甲}=3m$。

爆炸前水平方向的总动量为：$P=(3m+m)v=8m$。

弹丸爆炸后两弹片都做平抛运动，在竖直方向有：$h=\dfrac{1}{2}gt^2$，解得：$t=1\text{s}$；

在水平方向$x=v_0t$，$v_0=\dfrac{x}{t}$，选水平向右为正方向

A 选项：$v_{0甲}$=2.5m/s，$v_{0乙}$=-0.5m/s，碰撞后的总动量为$P'=3m\times2.5+m\times(-0.5)=7m$

B 选项：$v_{0甲}$=2.5m/s，$v_{0乙}$=0.5m/s，碰撞后的总动量为$P'=3m\times2.5+m\times0.5=8m$

C 选项：$v_{0甲}$=1m/s，$v_{0乙}$=2m/s，碰撞后的总动量为$P'=3m\times1+m\times2=5m$

D 选项：$v_{0甲}$=-1m/s，$v_{0乙}$=2m/s，碰撞后的总动量为$P'=3m\times(-1)+m\times2=-m$

可见只有 B 选项满足动量守恒。

6. 答案：AB

根据动量定理有：$mv_1-0=Ft_1$，解得：$v_1=\dfrac{Ft_1}{m}=\dfrac{2\times1}{2}=1\text{m/s}$，A 选项正确；

根据动量定理有：$mv_2-0=Ft_2$，有：$mv_2=Ft_2=2\times2=4\text{kg}\cdot\text{m/s}$，B 选项正确；

根据动量定理有：$mv_3-0=2\times2+(-1)\times1=3\text{kg}\cdot\text{m/s}$，C 选项错误；

根据动量定理有：$mv_4 - 0 = 2\times 2 + (-1)\times 2 = 2\text{kg}\cdot\text{m/s}$，D 选项错误。

7．答案：AD　由动能定理 $W = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$，可知 A 正确；

由动量定理 $(F\cos\alpha)t = mv_B - mv_A$ 可得：$Ft = \frac{mv_B - mv_A}{\cos\alpha} > mv_B - mv_A$，故 D 正确。

8．答案：BC　两物体分别先做匀加速直线运动，后做匀减速直线运动。做匀减速直线运动时，物体在水平方向只受摩擦阻力作用，AB∥CD，两者的加速度大小相等，因质量相等，故两物体所受摩擦力大小相等，C 正确；根据动量定理：$I_F - ft = 0$，因 $ft_a < ft_b$ 得：$I_{Fa} < I_{Fb}$，B 正确。

9. 答案：AD　两球在碰撞前后，水平方向不受外力，故水平两球组成的系统动量守恒，由动量守恒定律有：$mv_0 = mv_1 + 3mv_2$；又两球碰撞是弹性的，故机械能守恒，即：

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}3mv_2^2$，解两式得：$v_1 = -\frac{v_0}{2}$，$v_2 = \frac{v_0}{2}$，第一次碰撞后的瞬间，两球的速度大小相等，选项 A 正确；因两球质量不相等，故两球碰后的动量大小不相等，选项 B 错；两球碰后上摆过程，机械能守恒，故上升的最大高度相等，因摆长相等，故两球碰后的最大摆角相同，选项 C 错；由单摆的周期公式 $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，可知，两球摆动周期相同，故经半个周期后，两球在平衡位置处发生第二次碰撞，选项 D 正确。

10．答案：AC　对子弹分别穿过 A、B 的过程应用动量定理有 $f\ t_A = Mv_A$、　$f\ t_B = Mv_B$，因为

$t_A : t_B = 1:2$，解得 $v_A : v_B = 1:2$，选项 A 正确、选项 B 错误；在此两过程中对子弹应用动量定理有

$-f\ t_A = mv_1 - mv, -f\ t_B = m\frac{2}{5}v - mv_1$，解得 $v_1 = \frac{4}{5}v$，

由动能定理：子弹在 A 和 B 内克服阻力做功 $W_A = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(\frac{4}{5}v)^2$，$W_B = \frac{1}{2}m(\frac{4}{5}v)^2 - \frac{1}{2}m(\frac{2}{5}v)^2$，

解得子弹在 A 和 B 内克服阻力做功之比为 3: 4，选项 C 正确、选项 D 错误。

11．答案：CD　小球滑上曲面的过程，小车向右运动，小球滑下时，小车还会继续前进，故不会回到原位置，A 选项错误。由小球恰好到最高点，知道两者有共同速度，对于车、球组成的系统，由动量守恒定律可得 $mv=2mv'$，解得共同速度 $v'=\frac{v}{2}$，小车动量的变化为 $\frac{mv}{2}$，方向水平向右，而小球对车的压力并非水平向右，故 B 选项错误（小车受重力、地面的支持力以及小球对车的压力，小车动量的变化等于这三个力冲量的矢量和；小球对车的压力的水平分力的冲量为 $\frac{mv}{2}$）。对于 C 选项，满足动量守恒、机械能守恒，两曲面光滑时会出现这个情况。由于小球原来的动能为 $\frac{mv^2}{2}$，小球到最高点时系统的动能为 $\frac{1}{2}\times 2\text{m}\times(\frac{v}{2})^2=\frac{mv^2}{4}$，所以系统动能减少了 $\frac{mv^2}{4}$，如果曲面光滑，则减少的动能等于小球增加的重力势能，即 $\frac{mv^2}{4}=mgh$，得 $h=\frac{v^2}{4g}$，显然这是最大值，如果曲面粗糙高度要小些。

12. 答案：守恒；不守恒。 轻绳断开前，A、B 做匀速运动，系统受到的拉力 F 和摩擦力平衡，合外力等于零，即 $F-f_A-f_B=0$，所以系统动量守恒；

当轻绳断开 B 静止之前，A、B 系统的受力情况不变，即 $F-f_A-f_B=0$，所以系统的动量依然守恒；当 B 静止后，系统的受力情况发生改变，即 $F-f_A=m_Aa$，系统合外力不等于零，系统动量不守恒。

13. 答案：$\frac{v}{3}$ $\frac{v^2}{3\mu g}$ 设滑块质量为 m，则盒子的质量为 2m；对整个过程，由动量守恒定律可得：$mv=(m+2m)v_{共}$ 解得：$v_{共}=\frac{v}{3}$

由能量关系可知：$\mu mgx=\frac{1}{2}mv^2-\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot(\frac{v}{3})^2$ 解得：$x=\frac{v^2}{3\mu g}$

14. 答案：（1）$\frac{m_a}{m_b}=\frac{1}{8}$；（2）$\frac{W_f}{\Delta E_k}=\frac{1}{2}$

由图可得碰撞前滑块 a、b 的速度：$v_a=\frac{2-6}{2-0}=-2\text{m/s}$，$v_b=\frac{2-0}{2-0}=1\text{m/s}$

碰撞后滑块 a、b 共同运动的速度：$v=\frac{6-2}{8-2}=\frac{2}{3}$

根据动量守恒可得：$m_a\times(-2)+m_b\times 1=(m_a+m_b)\times\frac{2}{3}$ 解得：$\frac{m_a}{m_b}=\frac{1}{8}$

两滑块从光滑路段进入粗糙路段最终停下，根据动能定理可得：$0-\frac{1}{2}(m_a+m_b)v^2=-W_f$

解得两滑块克服摩擦力做的功为：$W_f=\frac{1}{2}(m_a+m_b)v^2$

两滑块做完全非弹性碰撞损失的能量为：$\Delta E_k=\frac{1}{2}m_av_a^2+\frac{1}{2}m_bv_b^2-\frac{1}{2}(m_a+m_b)v^2$

于是有：$\frac{W_f}{\Delta E_k}=\frac{1}{2}$

15. 答案：（i）$M=20\text{kg}$ （ii）不能

（i）设斜面体质量为 M，对冰块和斜面体组成的系统，水平方向动量守恒，有：

$$m_2v_2=(m_2+M)v$$

系统机械能守恒：$m_2gh+\frac{1}{2}(m_2+M)v^2=\frac{1}{2}m_2v_2^2$ 解得：$M=20\text{kg}$

（ii）对小孩、滑板及冰块组成的系统，水平方向动量守恒，有：$m_1v_1=m_2v_2$ 解得：$v_1=1\text{m/s}$

设冰块从斜面体滑到水平冰面时的速度为v_2'，斜面体的速度为v_3。对冰块和斜面体组成的系统，水平方向动量守恒，有：$m_2v_2 = m_2v_2' + Mv_3$

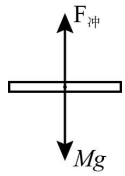
系统机械能守恒，有：$\frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_2(v_2')^2 + \frac{1}{2}Mv_3^2$

解得：$v_2' = \frac{m_2 - M}{m_2 + M}v_2 = \frac{10-20}{10+20}\times 3 = -1\text{m/s}$　　方向向右

可见冰块从斜面体滑到水平冰面时的速度与小孩向右运动的速度相等，冰块不能追上小孩。

16.　(i)水柱从横截面积为S的喷口持续以速度v_0喷出，单位时间内喷出的水的质量：

$$m_0 = \rho(v_0 \times 1 \times S) = \rho v_0 S$$



(ii)设玩具底面相对于喷口的高度为h，由玩具受力平衡可得：$F_{冲} = Mg$

$F_{冲}$为玩具底部水柱对玩具底部的作用力，由牛顿第三定律可得：$F_{压} = F_{冲}$

$F_{压}$为玩具底部对下面水柱的作用力，设v'为水柱到达玩具底部时的速度，由运动学公式可得：$(v')^2 - v_0^2 = -2gh$

在很短时间Δt内，冲击玩具的水柱质量为Δm，有：$\Delta m = \rho(v_0\Delta t)S$

选向下为正方向，对该部分水柱根据动量定理可得：　$(F_{压} + \Delta mg)\Delta t = 0 - (-\Delta mv')$

由于Δt很小，Δmg也很小，可以忽略，于是有：$F_{压}\Delta t = \Delta mv'$

解得：$h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{M^2g}{2\rho^2v_0^2S^2}$

17.　（1）B 从释放到细绳刚绷直前做自由落体运动，有：$h = \frac{1}{2}gt^2$　　①

解得：$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.6\text{ s}$　　②

（2）设细绳绷直前瞬间 B 速度大小为v_B，有：$v_B = gt = 6\text{m/s}$　　③

解法 1：在绳绷直的短瞬间，设绳的张力为T，绳绷直后 A、B 的瞬时速率为v，对于 A、B 分别应用动量定理，有：

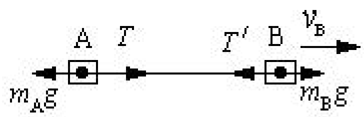
$(T - m_Ag)\Delta t = m_Av - 0$　　④

$(T - m_Bg)\Delta t = (-m_Bv) - (-m_Bv_B) = m_Bv_B - m_Bv$　　⑤

在绳绷直的短瞬间，绳的张力T远远大于m_Ag、m_Bg，忽略重力，⑤式减④式可得：

$0 = m_Bv_B - m_Bv - m_Av$　　$m_Bv + m_Av = m_Bv_B$　　解得：$v = 2\text{ m/s}$　　⑥

解法 2：在计算上可等效为如图情景，在绳绷直的一瞬间，内力远远大于外力，系统动量守恒，有：



$m_Bv_B = (m_A + m_B)v$　　⑦　　解得：$v = 2\text{ m/s}$

需要注意的是利用⑦式求解必须强调等效，必须把系统拉直了看，不强调等效直接列该式是错误的。

此后 A 做匀减速运动，所以 v 就是 A 的最大速度。

（3）细绳绷直后，A、B 一起做匀减速运动，B 恰好可以和地面接触，说明此时 A、B 的速度为零。

解法 1： 这一过程中 A、B 组成的系统机械能守恒，有：

$$\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2+m_BgH=m_AgH \qquad ⑧$$

解得：$H=0.6\text{ m}$ ⑨

解法 2： 根据动能定理有：$0-\frac{1}{2}(m_A+m_B)v^2=m_BgH-m_AgH$　　解得：$H=0.6\text{ m}$

解法 3： 设 A、B 一起做匀减速运动的加速度为 a，绳中张力为 N，根据牛顿第二定律可得：

$m_Ag-N=m_Aa$　　$N-m_Bg=m_Ba$　　解得：$a=\frac{m_Ag-m_Bg}{m_A+m_B}=\frac{g}{3}$

根据运动学公式可得：$0-v^2=2(-\frac{g}{3})H$　　解得：$H=0.6\text{ m}$

【解法研究】

对于 A、B 及轻绳组成的系统，绳绷直前瞬时的总动量为：

$P=m_Bv_B=6\text{kg·m/s}$　方向向下

绳绷直后瞬时的总动量为：$P'=m_Bv-m_Av=1\times2-2\times2=-2\text{kg·m/s}$　方向向上

绳绷直的一瞬间系统动量的增量为：$\Delta P=-2-6=-8\text{kg·m/s}$　方向向上

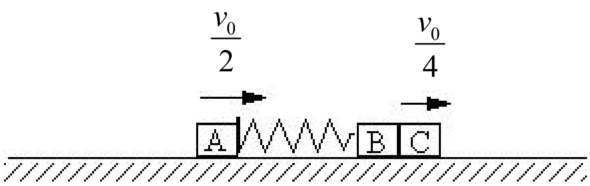
可见**绳绷直前、后系统动量不守恒**。

A、B 及轻绳组成的系统，受到的外力有 m_Ag、m_Bg、轻滑轮向上的弹力 F，在绳绷直的一瞬间 F 远大于 m_Ag+m_Bg，应有 $[F-(m_Ag+m_Bg)]\Delta t=8\text{kg·m/s}$，方向向上。

18. A 撞 B 直到两者速度相等，根据动量守恒有：

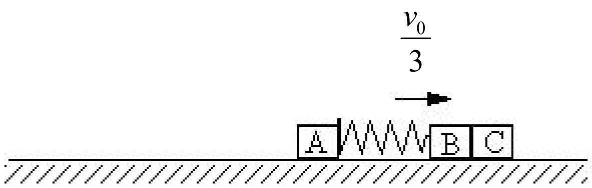
$mv_0=(m+m)v_1$，可得：$v_1=\frac{v_0}{2}$

此时 B 与 C 恰好相碰并粘接在一起，根据动量守恒有：$m\frac{v_0}{2}=(m+m)v_2$，可得：$v_2=\frac{v_0}{4}$



三者共速时，有：

$m\frac{v_0}{2}+(m+m)\frac{v_0}{4}=(m+2m)v_3$，



可得：$v_3=\frac{v_0}{3}$

全过程损失的机械能：

$\Delta E=\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2-\frac{1}{2}\times 2m\times(\frac{v_0}{4})^2=\frac{1}{16}mv_0^2$

弹簧被压缩到最短时的弹性势能：

$E_{pm}=\frac{1}{2}mv_0^2-\frac{1}{2}\times 3m\times(\frac{v_0}{3})^2-\frac{1}{16}mv_0^2=\frac{13}{48}mv_0^2$

【解法研究】

A 撞 B 为弹性碰撞，A、 B 速度相等时 B 撞 C，这一碰撞为完全非弹性碰撞，这一碰撞有机械能损失，三者速度相等时弹簧的弹性势能最大；此后 A 减速、BC 加速，当弹簧恢复原长时 A 与 BC 分离，有：$3m\frac{v_0}{3}=mv_A+2mv_{BC}$，

$$\frac{1}{2}3m(\frac{v_0}{3})^2+E_{Pm}=\frac{1}{2}mv_A^2+\frac{1}{2}2mv_{BC}^2$$

由上面两式可解得 A 与弹簧分离后 A 与 BC 的速度。

19. A 向右运动与 C 发生第一次碰撞，碰撞过程中，系统的动量守恒,机械能守恒。

设速度方向向右为正，开始时 A 的速度为 v_0，第一次碰撞后 C 的速度为 v_{c1}，A 的速度为 v_{A1}。由动量守恒定律和机械能守恒定律得

$$mv_0=mv_{A1}+Mv_{c1} \qquad ①$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_{A1}^2+\frac{1}{2}Mv_{C1}^2 \qquad ②$$

联立①②式得

$$v_{A1}=\frac{m-M}{m+M}v_0 \qquad ③$$

$$v_{C1}=\frac{2m}{m+M}v_0 \qquad ④$$

如果 $m>$M ，第一次碰撞后，A 与 C 速度同向，且 A 的速度小于 C 的速度，不可能与 B 发生碰撞；

如果 $m=M$ ，第一次碰撞后，A 停止，C 以 A 碰撞前的速度向右运动，A 不可能与 B 发生碰撞；

如果 $m<M$ ，第一次碰撞后，A 向左运动，C 向右运动。A 向左运动可与 B 发生碰撞。综上只需考虑 $m<M$ 的情况。

第一次碰撞后，A 反向运动与 B 发生碰撞。设与 B 发生碰撞后，A 的速度为 v_{A2}，B 的速度为 v_{B1}，

同样有 $v_{A2}=\frac{m-M}{m+M}v_{A1}=\left(\frac{m-M}{m+M}\right)^2v_0$　　方向向右　　⑤

$v_{B1}=\frac{2m}{m+M}v_{A1}=\frac{2m}{m+M}\frac{m-M}{m+M}v_0$　方向向左

根据题意，要求 A 只与 B、C 各发生一次碰撞，应有 $v_{A2} \le v_{C1}$ ⑥

联立④⑤⑥式得 $m^2 + 4mM - M^2 \ge 0$ ⑦

解得 $m \ge (\sqrt{5}-2)M$ ⑧

另一解 $m \le -(\sqrt{5}+2)\mathrm{M}$ 舍去。

综上可得 m 和 M 应满足的条件为 $(\sqrt{5}-2)M \le m < M$

【解法研究】

要发生第二次碰撞，A 与 C 的质量必须满足 $m < M$；

如果 $m < M$，第一次碰撞后，A 向左运动，C 向右运动。A 向左运动可与 B 发生碰撞。A 的质量为 m，B 的质量为 M，碰撞后，B 向左运动，A 向右运动，要避免 A 追上 C 发生第三次碰撞须满足 $v_{A2} \le v_{C1}$，进而求得 $m \ge (\sqrt{5}-2)M$。如果 $m < (\sqrt{5}-2)M$，A 与 B 碰撞后将追上 C 发生第三次碰撞。

20. （1）滑块运动到 B 点时对小车的压力最大，从 A 到 B 根据机械能守恒有：$mgR = \frac{1}{2}mv_B^2$

滑块过 B 点时有：$N - mg = m\frac{v_B^2}{R}$　　解得：$N = 3mg$

由牛顿第三定律可知滑块运动过程中对小车的最大压力：$N' = 3mg$

（2）①滑块在光滑圆弧上运动的过程中系统机械能守恒，水平方向动量守恒，当滑块运动到 B 点时，小车的速度最大设为 v_m，滑块的速度设为 u_m。由水平方向动量守恒可得：

$Mv_m = mu_m = \frac{M}{2}u_m$　　可得：$u_m = 2v_m$

由机械能守恒可得：$mgR = \frac{1}{2}Mv_m^2 + \frac{1}{2}mu_m^2$

可得：$\frac{M}{2}gR = \frac{1}{2}Mv_m^2 + \frac{1}{2}\frac{M}{2}(2v_m)^2$　　解得：$v_m = \sqrt{\frac{gR}{3}}$

②设滑块运动到 C 点时小车的速度大小为 v_c，由功能关系可得：

$$mgR - \mu mgL = \frac{1}{2}Mv_c^2 + \frac{1}{2}m\left(2v_c\right)^2$$

设滑块从 B 到 C 过程中，小车运动加速度大小为 a，由牛顿第二定律有：$\mu mg = Ma$

由运动学规律可得：$v_c^2 - v_m^2 = -2aS$　　解得：$S = \frac{1}{3}L$

【解法研究】

“在任一时刻滑块相对地面速度的水平分量是小车速度大小的 2 倍”，这个条件多余，它是水平方向动量守恒的必然结果。滑块在小车上从 A 点由静止开始沿轨道滑下的过程中，水平方向动量守恒，系统在水平方向的总动量为零。滑块从 B 到 C 运动过程中水平方向平均动量守恒，有：

$M\bar{v}=\frac{M}{2}\bar{u}$　　$M\bar{v}\Delta t=\frac{M}{2}\bar{u}\Delta t$　　$MS=\frac{M}{2}S'$　　$S=\frac{S'}{2}$　　而 $S+S'=L$　　解得：$S=\frac{1}{3}L$。

21. (1)设物块 B 下滑到水平位置时速度大小为 v_0，由机械能守恒定律：$mgh=\frac{1}{2}mv_0^2$，

得：$v_0=\sqrt{2gh}=2\sqrt{5}\text{m/s}$。

以后，物块 B 有可能一直减速到传送带的左端，也有可能先减速到传送带速度，再保持传送带的速度做匀速直线运动。

物块 B 在传送带上的加速度由摩擦力产生，有：$\mu mg=ma$，得：$a=2\text{m/s}^2$

设物块 B 在传送带上一直做匀减速直线运动，到达传送带左端时的速度为 v，则：$v^2-v_0^2=-2al$，

得：$v=4\text{m/s}$。因 $v=4\text{m/s}>2\text{m/s}$，物块 B 在传送带上一直做匀减速直线运动的假设成立。故物块 B 与物块 A 第一次碰撞前的速度大小为 $v=4\text{m/s}$。

(2)设物块 A、B 第一次碰撞后的速度分别为 V、v_1，取水平向右为正方向，据弹性碰撞遵守的机械能守恒定律和动量守恒定律得：$-mv=MV+mv_1$，$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}MV^2+\frac{1}{2}mv_1^2$

解得：$v_1=v/3=4/3\text{m/s}$

设物块 B 在传送带上向右运动的最大位移为 l'，则：$0-v_1^2=-2al'$　得：$l'=\frac{4}{9}\text{m}<1\text{m}$，

故此，物块 B 不能通过传送带到达右边的曲面上。

(3)当物块 B 在传送带上向右运动的速度为零后，将被传送带向左加速，因为 v_1 小于皮带速度，故此物块在传送带上先向右做匀减速直线运动与反向后向左做匀加速直线运动的摩擦力恒定，回到左侧水平面的速度大小仍为 v_1。由（2）中的计算，可推知，物块 B 碰后速度均为碰前速度的 $\frac{1}{3}$，则在第 n 次碰撞后物块 B 的速度大小为 $v_n=\left(\frac{1}{3}\right)^n v=4\left(\frac{1}{3}\right)^n$ m/s。

【解法研究】

物块在传送带上向右，再向左的直线运动中，受到的摩擦力恒定，可视为匀减速直线运动（等效于熟知的竖直上抛运动）。由其对称性可知，回到左侧的速度大小保持不变。