圆周运动

B站：HuangFuRen

圆周运动

一、描述圆周运动的物理量

1、线速度：单位时间内扫过的弧长 $v_{线}$

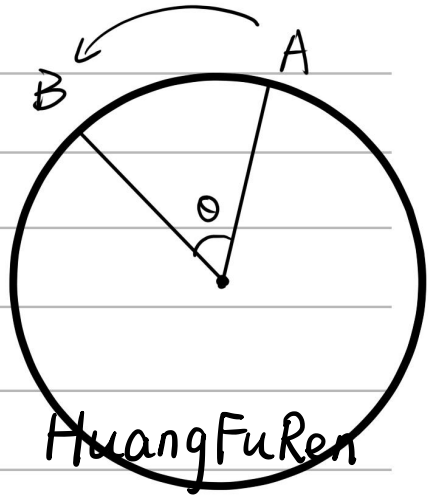
2、角速度：单位时间内转过的角度 ω（偶密曼）

3、周期：一圈所需的时间 T

4、频率：一秒完成的次数 f

5、转速：一秒完成的圈数 n

} 圆周运动中两者相同



$v_{线}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{t}$　$\omega=\frac{\theta}{t}$（弧度制）← 基础公式

	$v_{线}$	ω	T	f	n
单位	m/s	rad/s	s	Hz	r/s
矢标量	矢	矢	标	标	标

二、匀速圆周运动

概念：线速度大小始终保持不变的圆周运动

公式推导：

$v_{线}=\frac{\overset{\frown}{AB}}{t}$ 1圈 → $\frac{2\pi r}{T}$

$\omega=\frac{\theta}{t}$ 1圈 → $\frac{2\pi}{T}$

} $v_{线}=r\cdot\omega$（速度公线高）

基本公式：$T=\frac{2\pi}{\omega}$，$f=\frac{1}{T}$，$n=f$

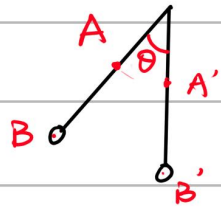
做题思路：问什么物理量，先写基础公式，给了 f、n 等一时间转化为 T

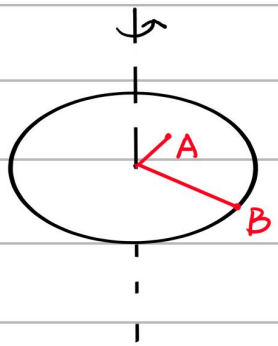
题目问 f、n，先求 T 再转换。

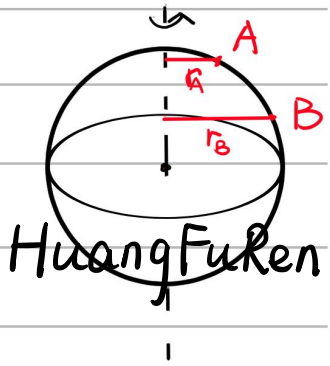
关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

经典题型总结：两种传动装置

一、同轴转动（装置上的点）







从初始位置转到末位置

所转过的角度相同 $\omega_A = \omega_B$

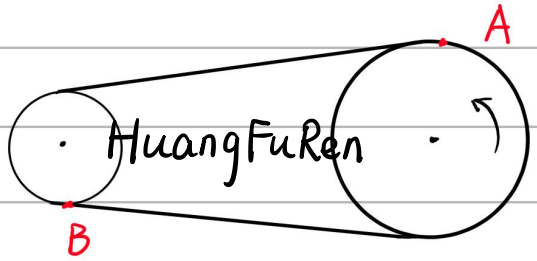
经历的时间相同

扫过的弧长不同 $v_A < v_B$

二、共线装置

同一根绳、履带、齿轮他们的v线大小相等

常见模型：



由图我们容易知道 $v_A = v_B$

比较ω的大小：A转一圈 B转好多圈

$\omega_B > \omega_A$（自行车）

自行车模型：（理解就行，不必讲究）

主动轮：你踩着的轮子

从动轮：被带动的轮子

⇒ 最省力：我踩好多圈 你转一圈

最快：我踩一圈 你转好多圈

我 → 主动轮

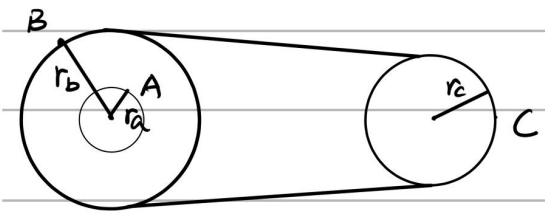
你 → 从动轮

一圈 → r大

好多圈 → r小

重要考点：多个点的比值关系（$v_a:v_b:v_c$，$\omega_a:\omega_b:\omega_c$，$a_a:a_b:a_c$）

方法：列表法



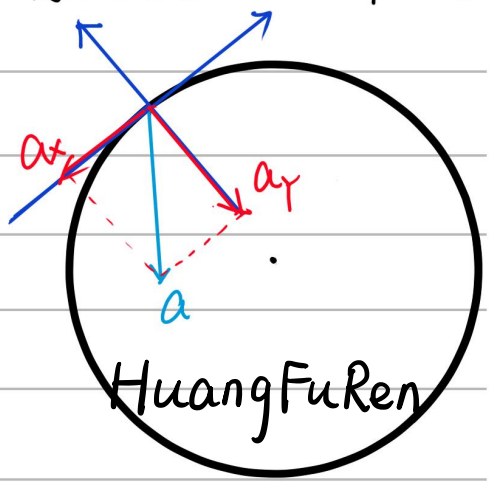
	A	B	C
r	① r_a	r_b	r_c
ω	② 1	③ 1	⑦ $\frac{r_b}{r_c}$
$v = r\cdot\omega$ v	④ r_a	⑤ r_b	⑥ r_b
$a = v\cdot\omega$ a	⑧ r_a	⑨ r_b	⑩ $\frac{r_b^2}{r_c}$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

三、加速度与合外力

∵ 物体做圆周运动 → 速度方向一定变化 → 加速度一定存在 → 合外力一定存在

圆周运动中只研究两个方向 { 切线方向 / 指向圆心



(1) 加速度：

合加速度 { a_y：指向圆心的分加速度（改变V方向）

a_x：切线方向的分加速度（改变V大小）一般不研究

此时：我们把指向圆心的分加速度取个名叫做向心加速度（$a_{向}$）

同理可根据牛顿第二定律：

合外力 { $F_{合y}$：指向圆心的分合力（改变V方向）

$F_{合x}$：切线方向的分合力（改变V大小）一般不研究

此时：我们把指向圆心的分合力取个名叫做向心力（$F_{向}$）[不存在！]

在匀速圆周运动中：

$F_{合x}$，$a_x = 0$（速度大小不变）

∴ 合外力 = 向心力　加速度 = 向心加速度

公式：

$$\begin{cases} a_{向} = \frac{v^2}{r} = v\cdot\omega = \omega^2\cdot r = (\frac{2\pi}{T})^2 r = 4\pi^2 f^2 \cdot r = 4\pi^2 n^2 r \\ F_{向} = m\frac{v^2}{r} = mv\omega = m\omega^2\cdot r = m(\frac{2\pi}{T})^2\cdot r = m4\pi^2 f^2 r = m4\pi^2 n^2 r \end{cases}$$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

向心运动与离心运动

$F_{向}$（取决于要多大，要做向的）

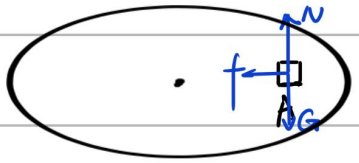
$F_{合}$（拐弯，给东西的力）

$\Rightarrow$ $\begin{cases} F_{合} > F_{向} & \text{（给的比你想要的多）向心运动} \\ F_{合} < F_{向} & \text{（给不了你想要的）离心运动} \end{cases}$

题型总结：（匀速圆周运动——水平面内）

轮盘模型：（默认质量、摩擦因数相同）

①



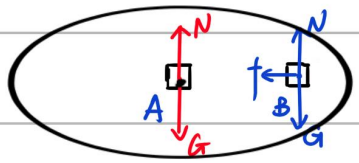
$f_{静} = m\omega^2 r$

当f达到最大静摩擦力时ω最大

若 $\omega > \omega_a$ $\omega_a = \sqrt{\frac{f}{mr}}$ 时

发生相对滑动

②

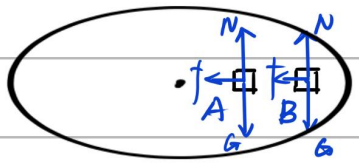


$\begin{cases} A：平衡 \\ B：f = m\omega^2 r_b \end{cases}$

两物体都不动 $\omega < \omega_b$ $\omega_b = \sqrt{\frac{f}{mr_b}}$

两物体都动 不可能，A无论多大都不动

③

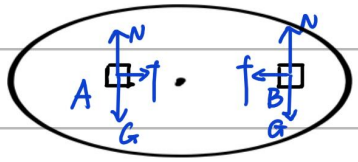


$\begin{cases} A：f = m\omega^2 r_a \\ B：f = m\omega^2 r_b \end{cases} \Rightarrow r_b > r_a \Rightarrow$ b先动

两物体都不动 $\omega < \omega_b$ $\omega_b = \sqrt{\frac{f}{mr_b}}$

两物体都动 $\omega > \omega_a$ $\omega_a = \sqrt{\frac{f}{mr_a}}$

④

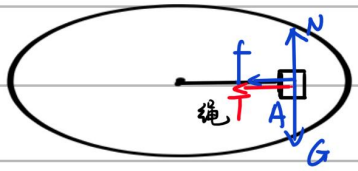


$\begin{cases} A：f = m\omega^2 r_a \\ B：f = m\omega^2 r_b \end{cases} \Rightarrow r_b > r_a \Rightarrow$ b先动

两物体都不动 $\omega < \omega_b$ $\omega_b = \sqrt{\frac{f}{mr_b}}$

两物体都动 $\omega > \omega_a$ $\omega_a = \sqrt{\frac{f}{mr_a}}$

⑤

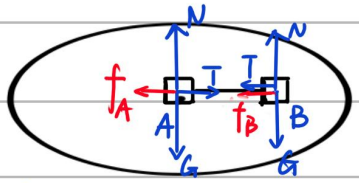


$A：f_{max} + T = m\omega^2 r_a$

绳出现拉力时，当 $\omega > \omega_a$ $\omega_a = \sqrt{\frac{f_{max}}{mr_a}}$

相对滑动，不会发生相对滑动

⑥



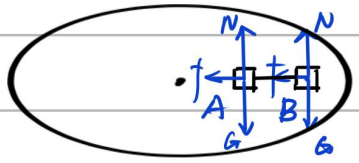
$\begin{cases} A：T = f_A \\ B：T + f_B = m\omega^2 r_b \end{cases}$

绳出现拉力时，当 $\omega > \omega_b$ $\omega_b = \sqrt{\frac{f_{max}}{mr_b}}$

相对滑动，当f_A最大时 $\omega_{max} = \sqrt{\frac{f_A + f_B}{mr_b}}$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

⑦

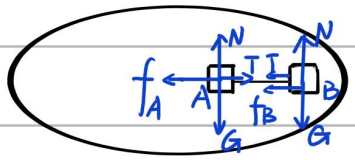


当绳没有拉力时，同③

$$\begin{cases} A: f_A = m\omega^2 r_a \\ B: f_B = m\omega^2 r_b \end{cases} \Rightarrow r_b > r_a \Rightarrow B先动$$

当f_B达到最大静摩擦力时，绳子开始有拉力

此时ω为：$f_B = m\omega^2 r_b$　$\omega = \sqrt{\frac{f_B}{mr_b}}$



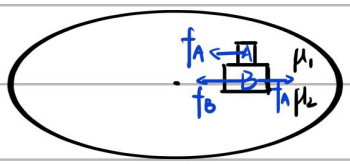
当f_A达到最大静摩擦力时，发生相对滑动

$$\begin{cases} A: f_A - T = m\omega^2 r_a \cdots ① \\ B: f_B + T = m\omega^2 r_b \cdots ② \end{cases}$$

①+②　$f_A + f_B = m\omega^2(r_a + r_b)$

此时ω为：$\omega = \sqrt{\frac{f_A + f_B}{m(r_a + r_b)}}$

⑨



$$\begin{cases} A: f_A = m\omega^2 r \\ B: f_B - f_A = m\omega^2 r \end{cases}$$

若$\mu_2 > \mu_1$则会发生相对滑动，A先动

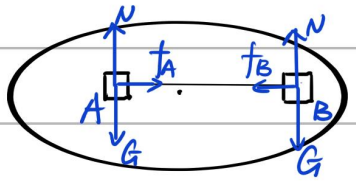
此时$\omega = \sqrt{\frac{\mu_1 g}{\omega^2 \cdot r}}$

若$\mu_2 < \mu_1$，则A、B会一起发生相对滑动

整体法，此时$\omega = \sqrt{\frac{\mu_2 g}{\omega^2 r}}$

↖整体法的表达式（AB为整体）

⑧

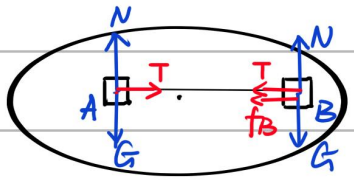


当绳没有拉力时，同④

$$\begin{cases} A: f_A = m\omega^2 r_a \\ B: f_B = m\omega^2 r_b \end{cases} \Rightarrow r_b > r_a \Rightarrow B先动$$

当f_B达到最大静摩擦力时，绳子开始有拉力

此时ω为：$f_B = m\omega^2 r_b$　$\omega = \sqrt{\frac{f_B}{mr_b}}$

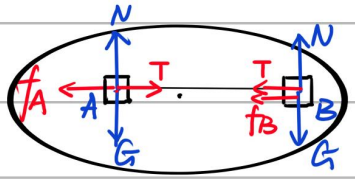


当T等于A物体所需向心力时，A无摩擦

$$\begin{cases} A: T = m\omega^2 r_a \cdots ① \\ B: T + f_B = m\omega^2 r_b \cdots ② \end{cases}$$

②−①：$f_B = m\omega^2(r_b - r_a)$

此时ω为：$\omega = \sqrt{\frac{f_B}{m(r_b - r_a)}}$



当f_A达到最大静摩擦力时，发生相对滑动

$$\begin{cases} A: T - f_A = m\omega^2 r_a \cdots ① \\ B: f_B + T = m\omega^2 r_b \cdots ② \end{cases}$$

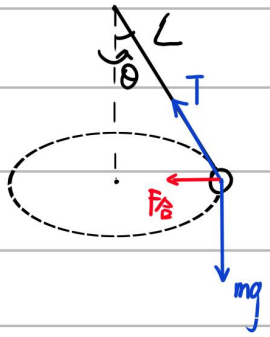
②−①　$f_A + f_B = m\omega^2(r_b - r_a)$

此时ω为：$\omega = \sqrt{\frac{f_B + f_A}{m(r_b - r_a)}}$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

轻绳模型（一定要受力分析，半径一定要说清）已知（m，L，θ）

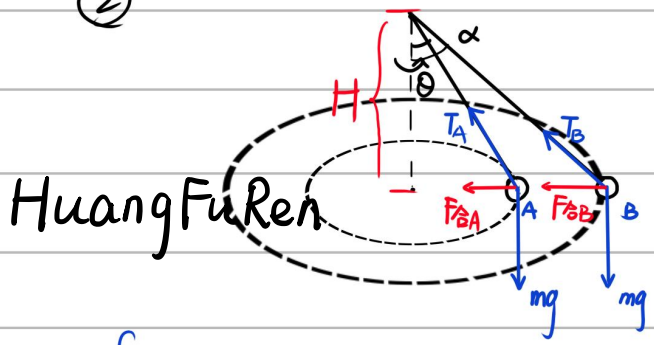
①



$$\begin{cases} F_{合} = mg\tan\theta = F_{向} = m\omega^2 r \\ r = L\sin\theta \end{cases}$$

解得：$\omega = \sqrt{\dfrac{g\tan\theta}{L\sin\theta}}$

②



HuangFuRen

A：$\begin{cases} F_{合} = mg\tan\theta = F_{向} = m\omega_A^2 r_a \\ r_a = L_A\sin\theta \end{cases}$

B：$\begin{cases} F_{合} = mg\tan\alpha = F_{向} = m\omega_B^2 r_b \\ r_b = L_B\cdot\sin\alpha \end{cases}$

解得 $\omega_A = \sqrt{\dfrac{g\tan\theta}{L_A\sin\theta}} = \sqrt{\dfrac{g}{L_A\cdot\cos\theta}} = \sqrt{\dfrac{g}{H}}$

$\omega_B = \sqrt{\dfrac{g\tan\alpha}{L_B\sin\alpha}} = \sqrt{\dfrac{g}{L_B\cos\alpha}} = \sqrt{\dfrac{g}{H}}$

不要当成结论说，一定要受力分析自己判断

结论（做题步骤）：

① 一定要受力分析。

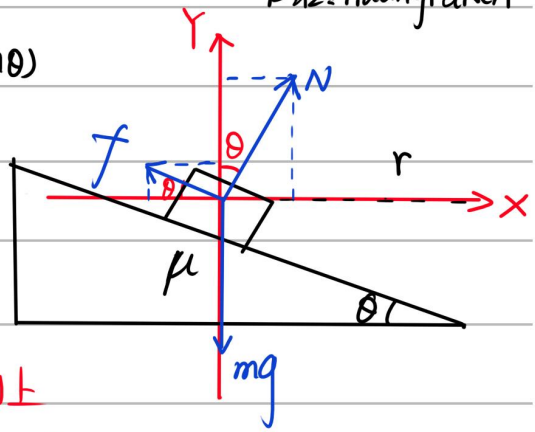
② 不管多复杂，都是这个模板，填就完事了。

$$\begin{cases} \text{受力分析：} F_{合} = \underline{\qquad} = F_{向} = \underline{\qquad} \\ \text{找半径：} r = \underline{\qquad} \end{cases}$$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

斜面弯车模型：已知 μ、θ、r（$\mu<\tan\theta$）

问：要使汽车在斜面上不滑车的速度范围



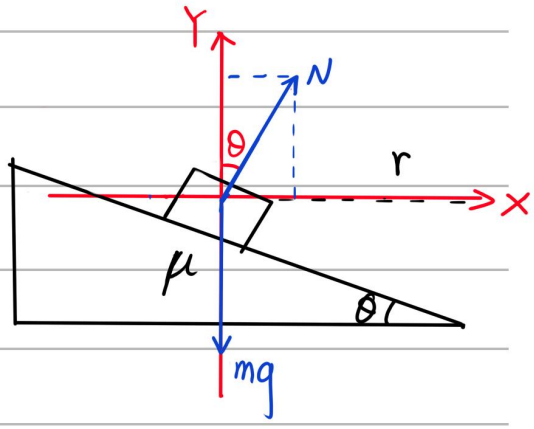
解：∵ $\mu<\tan\theta$

∴ 车无法静止在斜面上

当 V 很小的时候车想往下滑，所以 f 沿斜面向上

$$\begin{cases} X：F_{合}=N\cdot\sin\theta-f\cdot\cos\theta=m\dfrac{V^2}{r} & \cdots\cdots ① \\ Y：N\cdot\cos\theta+f\sin\theta=mg\ (平衡) & \cdots ② \\ f=\mu\cdot N & \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

联立①②③，经化简得 $V_{min}=\sqrt{\dfrac{gr(\sin\theta-\mu\cos\theta)}{\cos\theta+\mu\sin\theta}}$



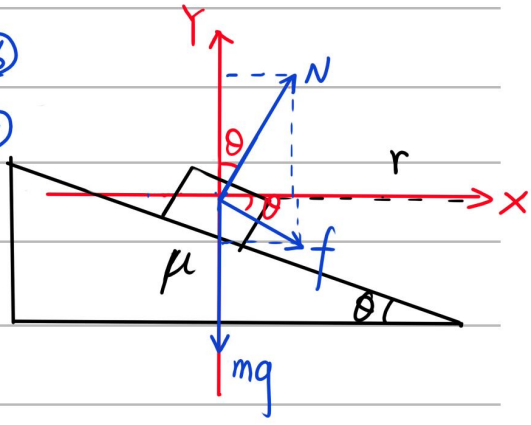
当 V 继续增大，某一时刻 $f=0$

$$\begin{cases} X：N\cdot\sin\theta=m\dfrac{V^2}{r} & \cdots\cdots ④ \\ Y：N\cdot\cos\theta=mg\ (平衡) & \cdots ⑤ \end{cases}$$

联立④⑤，经化简得 $V_0=\sqrt{gr\tan\theta}$

当 V 继续增大，摩擦力反向增大

$$\begin{cases} X：F_{合}=N\cdot\sin\theta+f\cos\theta=m\dfrac{V^2}{r} & \cdots ⑥ \\ Y：N\cdot\cos\theta=f\cdot\sin\theta+mg\ (平衡) & \cdots ⑦ \end{cases}$$



联立③⑥⑦ 经化简得 $V_{max}=\sqrt{\dfrac{gr(\sin\theta+\mu\cos\theta)}{\cos\theta-\mu\sin\theta}}$

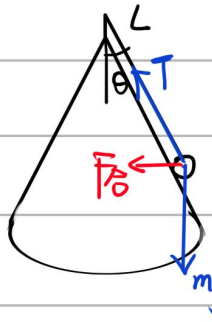
综上所述 当 $V_{min}\le V\le V_{max}$ 时不滑车

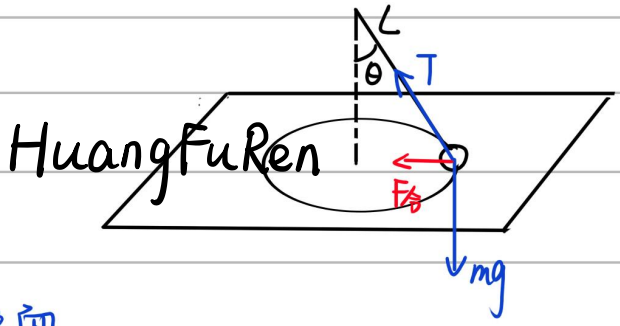
当 $V=V_0$ 时 地面无摩擦

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

临界问题.

关键点：{支持面无支持力 / 绳子松





当支持面无支持力时，小球飞离接触面.

$$\begin{cases} F_{合}=mg\tan\theta=F_{向}=m\omega^2 r \\ r=L\cdot\sin\theta \end{cases}$$

经化简得：ω至少为 $\sqrt{\frac{g\tan\theta}{L\sin\theta}}$

$$\begin{cases} F_{合}=mg\tan\theta=F_{向}=m\omega^2 r \\ r=L\cdot\sin\theta \end{cases}$$

经化简得：ω至少为 $\sqrt{\frac{g\tan\theta}{L\sin\theta}}$

如图AC，BC两根绳子，要使AC，BC都不松则ω范围为多少？

②　④

分析：一开始ω很小时是BC松，ω很大时AC松

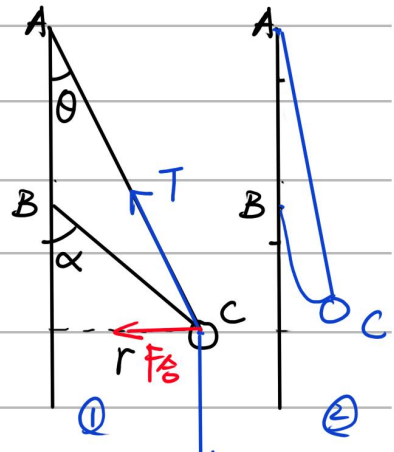
∴最小ω为只有AC有力

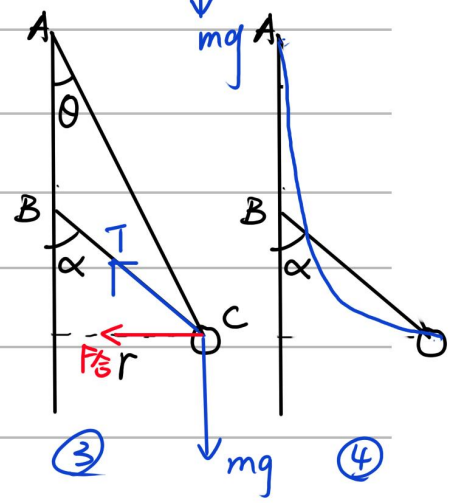
$$F_{合}=mg\tan\theta=F_{向}=m\omega_1^2 r$$

最大ω为只有BC有力

$$F_{合}=mg\tan\alpha=F_{向}=m\omega_2^2 r$$

$$\therefore \sqrt{\frac{g\tan\theta}{r}}\le\omega\le\sqrt{\frac{g\tan\alpha}{r}}$$





关注公众号【高中资料君】免费领取多多2022课程

非匀速圆周运动

——竖直面圆周运动

一、易错概念：

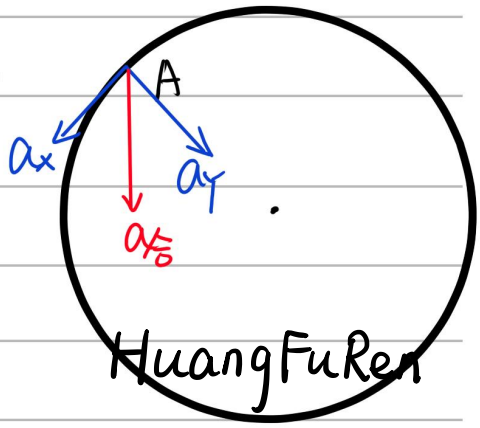
✓ 向心加速度一定指向圆心

× 向心力等于合外力

二、非匀速圆周运动（速度大小、方向都在变化）

即存在 a_x 和 a_y，此时 $a_{合} \neq a_{向}$

同理：$F_{合x}$ 和 $F_{合y}$，此时 $F_{合} \neq F_{向}$



但是：当物体运动到**最高点**和**最低点**时

$F_{合} = F_{向}$

∴我们只研究**最高点**和**最低点**

三、模型总结：

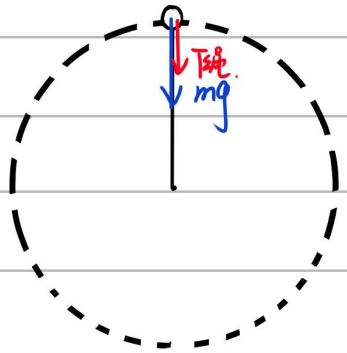
①绳模型（最高点无支撑）

最高点：绳对只能拉物体

$$mg + T = m\frac{v^2}{r}$$

当 $T=0$ 时 v 取最小值（T不能向上）

得：$mg = m\frac{v^2}{r}$　　$v=\sqrt{gr}$



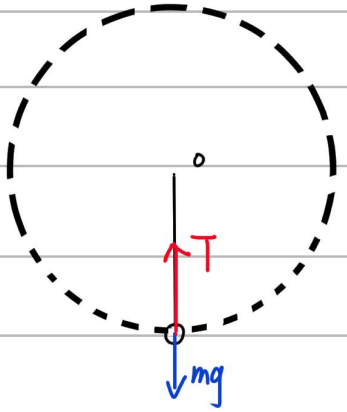
结论：若要使物体在竖直面内做圆周运动

则通过**最高点**的**最小速度**为 $\sqrt{gr}$

最低点：拉力一定大于 mg

$$T - mg = m\frac{v^2}{r}$$

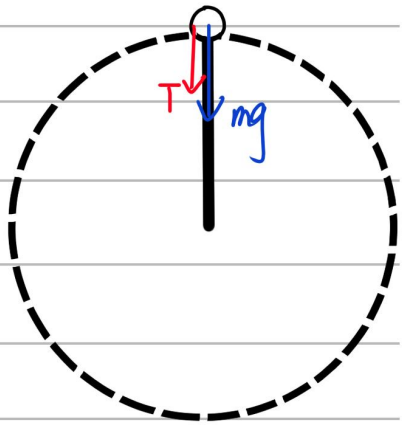
$$T = mg + m\frac{v^2}{r}　　T > mg$$



结论：**最低点**是绳最容易断的点

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

② 杆模型（最高点有支撑）



最高点：杆和可拉可顶（假设为拉力）

$mg + T = m\frac{v^2}{r}$

当 $T = -mg$ 时 v 取最小值（杆和细力可向上）

得：$0 = m\frac{v^2}{r}$　　$v = 0$

当 $T = 0$ 时　杆和无任何力

得　$mg = m\frac{v^2}{r}$　　$v = \sqrt{gr}$

结论：若要使物体在竖直面内做圆周运动

则通过最高点的最小速度为 0

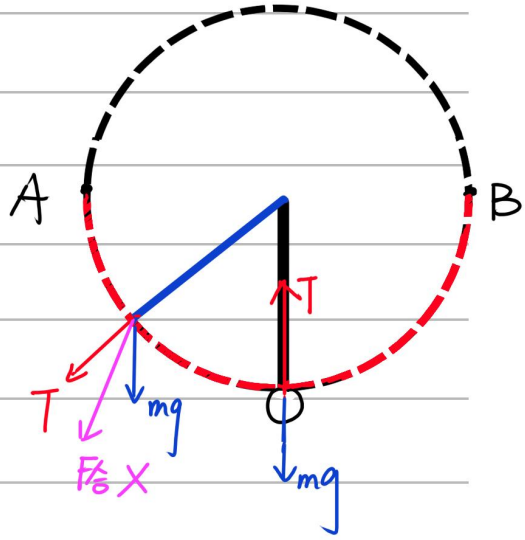
力 $\begin{cases} v < \sqrt{gr} & \text{力向上，压力　} v\text{越大，力越小} \\ v = \sqrt{gr} & \text{无力} \\ v > \sqrt{gr} & \text{力向下　拉力　} v\text{越大，力越大} \end{cases}$

最低点：一定是拉力，且大于 mg

$T - mg = m\frac{v^2}{r}$

$T = mg + m\frac{v^2}{r}$　　$T > mg$

结论：最低点是拉力最大的点。



AB以下：杆一定是拉力（指向圆心）

原因：合外力一定要指向轨迹凹侧

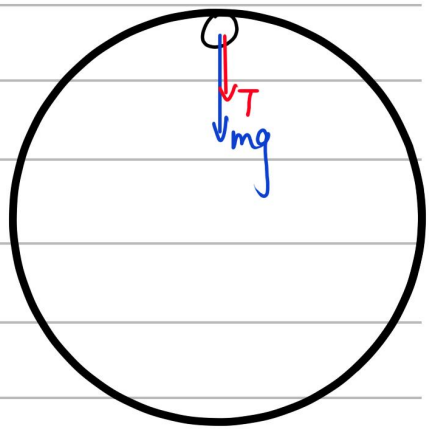
AB以上：杆不一定是压力（背离圆心）

最高点分析过了。

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

③ 圆形环道.

1、单环(绳模型) 最高点无支撑.



最高点：轨道只能提供指向圆心的力

$mg+T=m\frac{v^2}{r}$

当$T=0$时 v取最小值(T不能向上)

得：$mg=m\frac{v^2}{r}$ $v=\sqrt{gr}$

结论：若要使物体在竖直面内做圆周运动

则通过最高点的最小速度为$\sqrt{gr}$

☆2、双环(杆模型) 最高点有支撑

最高点：支持力可向上、向下(假设外壁提供支持力)

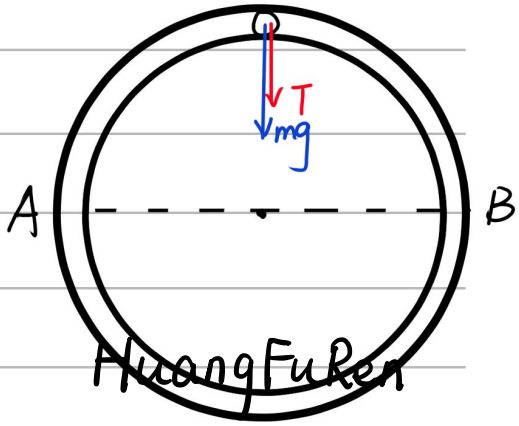
$mg+T=m\frac{v^2}{r}$

当$T=-mg$时 v取最小值(内壁提供向上的力)

得：$0=m\frac{v^2}{r}$ $v=0$

当$T=0$时 内壁外壁均无力作用

得 $mg=m\frac{v^2}{r}$ $v=\sqrt{gr}$



结论：若要使物体在竖直面内做圆周运动

则通过最高点的最小速度为 0

力 $\begin{cases} v<\sqrt{gr} & \text{力向上，内壁，}v\text{越大，力越小} \\ v=\sqrt{gr} & \text{无力} \\ v>\sqrt{gr} & \text{力向下，外壁，}v\text{越大，力越大} \end{cases}$

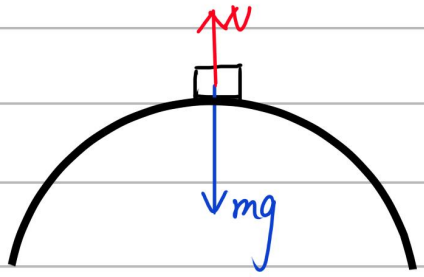
若：在AB以下 则：一定是外壁提供支持力，内壁无作用力

原因和杆相同

在AB以上 则无法确定是何力，要受力分析判断.

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

④ 路面模型（桥模型）



HuangFuRen

最高点：路面只能顶（支持力只能向上）

$mg - T = m\frac{v^2}{r}$

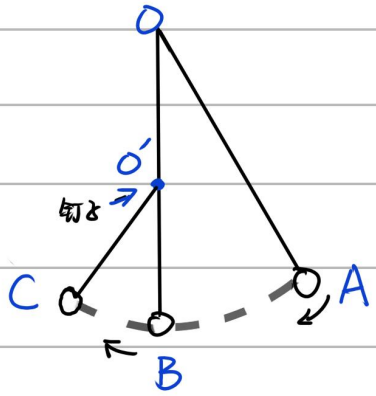
当 $T=0$ 时 v 取最大值

得 $mg = m\frac{v^2}{r}$ $v = \sqrt{gr}$

结论：要使物体在路面不飞起来，

通过最高点的最大速度为 $\sqrt{gr}$

四、交叉模型（课上没讲）



关键点：碰撞时 v 线不变 半径变了

由 A→B→C 过程中

B：$OB \to O'B$ 半径变小了

根据：$F_{合} = m\frac{v^2}{r}$ 中 v 不变 r 变小

则 $F_{合}$ 增大 $F_{合} = T - mg$

则 T 增大

再根据：$v = r\omega$ v 不变 r 变小

则：ω 增大，T 减小

解题关键：v 线不变 判断 r 如何变化

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程