天体运动

天体运动

一、物理学史

- 托勒密提出地心说
- 哥白尼提出日心说

} 都认为做轨道为圆的圆周运动（错误）

- 第谷 → 观测数据（十分精确）（观测的是太阳系内的）

↓学生

- 开普勒 → 研究数据（计算准确）但是发现代入到圆轨道时有8角分偏差。

↓

时间轴。

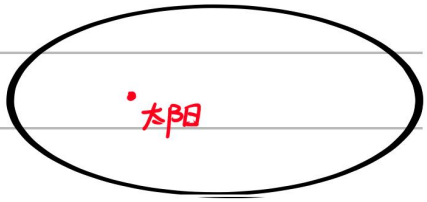
HuangFuRen

二、开普勒三大定律

1、开普勒第一定律：（轨道定律）

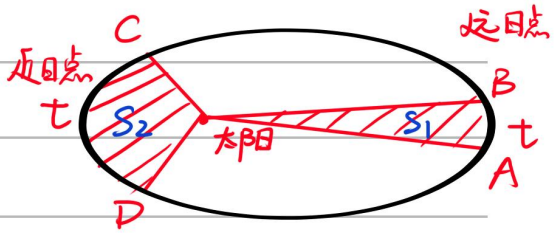
开普勒发现行星绕太阳的轨迹是椭圆轨道

太阳在其中一个焦点上。



2、开普勒第二定律：（面积定律）

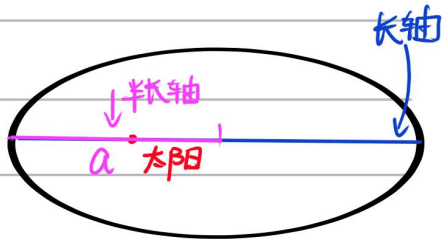
开普勒发现单位时间内行星与太阳的连线扫过的面积相等。$S_1 = S_2$



结论：近日点速度大，远日点速度小

☆3、开普勒第三定律：（周期定律）

开普勒发现所有行星的半长轴 a 的三次方与公转周期 T 的平方的比值是一个定值 k，即 $\frac{a_火^3}{T_火^2} = \frac{a_地^3}{T_地^2} = k$



关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

开普勒三大定律注意事项

① 开普勒通过太阳系的运动发现3三大规律
但是适用于所有星系！

② $\frac{a^3}{T^2}=K$，其中K仅跟中心天体的质量有关
即：地球，火星，水星的K相同 —— 太阳
月球，人造卫星的K相同 —— 地球
月球与火星的K不相同！

HuangFuRen

三、万有引力定律（两物体间的吸引力）

发现者：牛顿

公式：$F_{万}=G\frac{Mm}{r^2}$

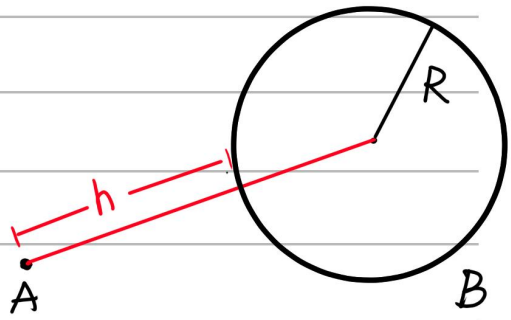


解释：① G：万有引力常数（卡文迪许测得）—— 扭秤实验

② M、m：两物体的质量

③ r：质心间距（一定要小写r）

$r=h+R$

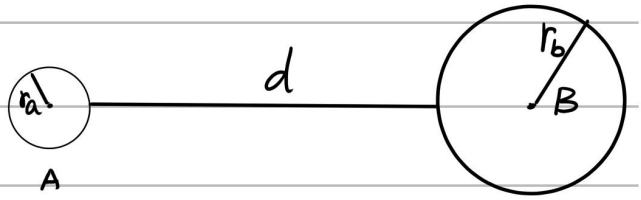


HuangFuRen

题型总结：

①

$$F_{万}=G\frac{Mm}{r^2}=G\frac{M_Am_B}{(r_a+d+r_b)^2}$$



其实只要注意r为质心间距就行。

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

割补法：（上课未讲）讲义有题

一个半径为R质量均匀的球体中被挖去3半径为$\frac{R}{2}$的球体，放此3距离d的位置，求两物体间的F万。

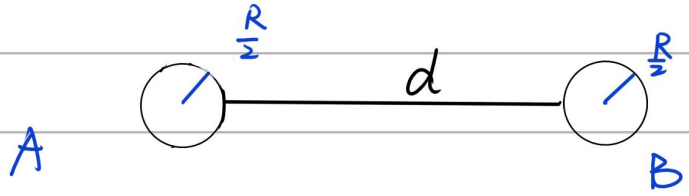


思路：直接求肯定求不出，但这个我会求



$F_{万1}=G\frac{M\cdot m}{(\frac{1}{2}R+d)^2}$ …… ①

这个我也会求：



$F_{万2}=G\frac{m\cdot m}{(R+d)^2}$ …… ②



① - ② 得：

$F_{万1}-F_{万2}=F_{万(残-B)}$

化简得 $F_{万(残-B)}=G(\frac{Mm}{(\frac{1}{2}R+d)^2}-\frac{m^2}{(R+d)^2})$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

天体运动

位置
- 天上
  - 圆轨道 $F_{万}=F_{向}$
  - 椭圆轨道，开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2}=k$
- 人间
  - 考虑自转 $F_{万}=G+F_{向}$
  - 不考虑自转 $F_{万}=G$

☆区别天上与地上：天上：在天上绕着星球转。

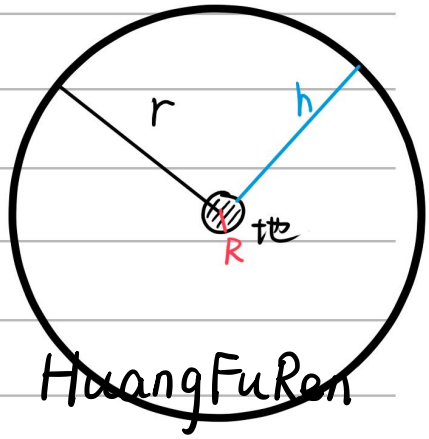
人间：不是天上，就是人间

一、天上圆轨道（$F_{万}=F_{向}$）

公式：$v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$　$\omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$　$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$　$a=\frac{MG}{r^2}$

踢母鸡公式：$T^2MG=4\pi^2r^3$（一定要用）

区分（r，h，R）



r：质心间距，轨道半径

h：轨道高度，距星球表面的距离

R：星球半径

$r=h+R$

① 何时 $r=R$

1> 贴表飞行（第一宇宙速度）

2> 近地卫星

3> 轨道高度忽略不计

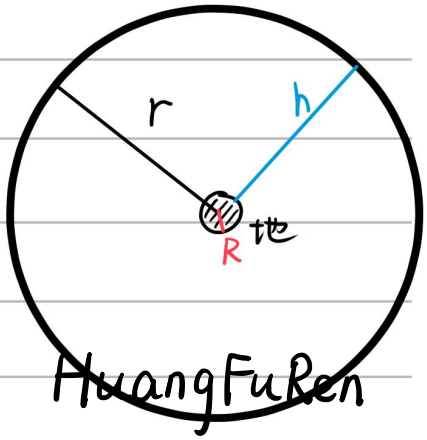
② 何时 $r=h$

1> 星球半径忽略不计

2> h远大于R时（太阳与地球）

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

类型一：比较物理量大小问题



$r\uparrow$

- $v=\sqrt{\frac{GM}{r}}$ ↓ 线速度
- $\omega=\sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ↓ 角速度
- $T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ↑ 周期
- $a=\frac{GM}{r^2}$ ↓ 加速度

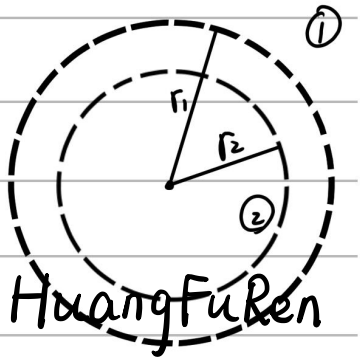
结论：

高轨低速大周期（一定在天上做圆周运动）

例1：①比②轨道高

根据高轨低速大周期得

$v_1<v_2$ $\omega_1<\omega_2$ $a_1<a_2$ $T_1>T_2$



例2：同步卫星＋地球上物体＋卫星

地球上的物体不在天上无法使用2次

但是天上的两个卫星可以得：

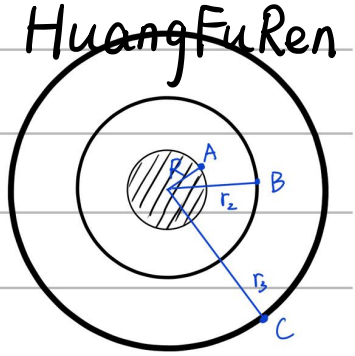
$v_3<v_2$ $T_3>T_2$

同步卫星和地球上的物体 周期相同

$T_1=T_3>T_2$

根据周期相同推得 $v_1<v_3$

$v_1<v_3<v_2$



关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

类型二、比例问题

一、同一中心天体（M相等）

1、已知半径之比（$r_1:r_2$）

① 求周期之比

$$\begin{cases} T_1^2 M G = 4\pi^2 r_1^3 \\ T_2^2 M G = 4\pi^2 r_2^3 \end{cases}$$

$$T_1 : T_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

② 求速度之比

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}} \end{cases}$$

$$v_1 : v_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

③ 求角速度之比

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1^3}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2^3}} \end{cases}$$

$$\omega_1 : \omega_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}}$$

④ 求加速度之比

$$\begin{cases} a_1 = \frac{GM}{r_1^2} \\ a_2 = \frac{GM}{r_2^2} \end{cases}$$

$$a_1 : a_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

2、已知其七物理量（v）之比（第一时间转换成r之比）

⑤ 求半径之比

$$\begin{cases} v_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} \\ v_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}} \end{cases}$$

$$r_1 : r_2 = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

⑥ 求周期之比（联立①⑤）

$$\begin{cases} T_1^2 M G = 4\pi^2 r_1^3 \\ T_2^2 M G = 4\pi^2 r_2^3 \end{cases}$$

$$T_1 : T_2 = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^3$$

⑦ 求角速度之比（联立③⑤）

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1^3}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2^3}} \end{cases}$$

$$\omega_1 : \omega_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^3$$

⑧ 求加速度之比（联立④⑤）

$$\begin{cases} a_1 = \frac{GM}{r_1^2} \\ a_2 = \frac{GM}{r_2^2} \end{cases}$$

$$a_1 : a_2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^4$$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

二、不同中心天体（M不相同）M_1，M_2已知

1、已知半径之比（$r_1:r_2$）

① 求周期之比

$$\begin{cases} T_1^2 M_1 G = 4\pi^2 r_1^3 \\ T_2^2 M_2 G = 4\pi^2 r_2^3 \end{cases}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{r_1^3 M_2}{r_2^3 M_1}}$$

② 求速度之比

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_1}{r_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_2}{r_2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_1 r_2}{M_2 r_1}}$$

③ 求角速度之比

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM_1}{r_1^3}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{GM_2}{r_2^3}}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{M_1 r_2^3}{M_2 r_1^3}}$$

④ 求加速度之比

$$a_1 = \frac{GM_1}{r_1^2}$$

$$a_2 = \frac{GM_2}{r_2^2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{M_1 r_2^2}{M_2 r_1^2}$$

2、已知其它物理量（T）之比（第一时间换成r之比）

⑤ 求半径之比

$$T_1^2 M_1 G = 4\pi^2 r_1^3$$

$$T_2^2 M_2 G = 4\pi^2 r_2^3$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \left(\frac{T_1^2 M_1}{T_2^2 M_2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

⑥ 求速度之比

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_1}{r_1}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{GM_2}{r_2}}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{M_1 r_2}{M_2 r_1}} = \left[\frac{M_1}{M_2}\cdot\left(\frac{T_2^2 M_2}{T_1^2 M_1}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{T_2 M_1}{T_1 M_2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

⑦ 求角速度之比

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{GM_1}{r_1^3}}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{GM_2}{r_2^3}}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{M_1 r_2^3}{M_2 r_1^3}} = \frac{T_2}{T_1}$$

⑧ 求加速度之比

$$a_1 = \frac{GM_1}{r_1^2}$$

$$a_2 = \frac{GM_2}{r_2^2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{M_1 r_2^2}{M_2 r_1^2} = \frac{M_1}{M_2}\cdot\left(\frac{T_2^2 M_2}{T_1^2 M_1}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{M_1 T_2^4}{M_2 T_1^4}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\frac{M_1}{M_2}\left(\frac{T_2^4 M_2^2}{T_1^4 M_1^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{M_1^3 T_2^4 M_2^2}{M_2^3 T_1^4 M_1^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

类型三：具体数值计算（最后代数据）

做题思路：根据题目意思列出对应比例（类型一/二）

算出最简表达式后 代入已知数据。

可以适当放大、缩小题目数值（答案相差较大）

基本转换：$G=\frac{20}{3}\times10^{-11}$

$\pi^2=10$

类型四：密度问题

公式 $\rho=\frac{m}{V}$ $V_{球}=\frac{4}{3}\pi R_{星}^3$

① 根据已知条件列公式

② 最后将 $M=\frac{4}{3}\pi R_{星}^3\rho$ 代入公式

特殊题型：已知近地卫星的周期求星球密度。

∵天上飞 $T^2MG=4\pi^2r^3$

$T^2\frac{4}{3}\pi R_{星}^3\rho G=4\pi^2r^3$

化简得：$T^2\rho G=3\pi\frac{r^3}{R^3}$

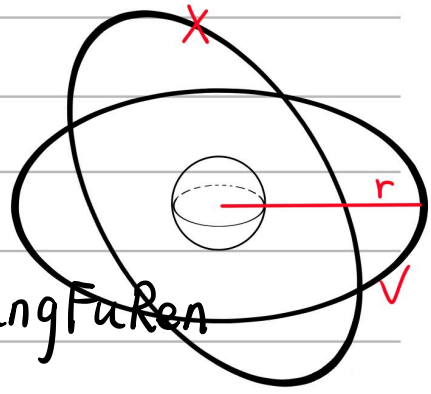
∵近地卫星 $r=R$

化简得：$\rho=\frac{3\pi}{T^2G}$

类型五：同步卫星

概念：和赤道上的物体相对静止的卫星。

∵天上飞 $T^2MG=4\pi^2r^3$ $(T=24h)$



考点① 由于T确定 同步卫星的r就确定

v、ω就确定（与卫星m无关）

② 轨道面一定是赤道面。

关注公众号【高中资料君】免费领取多2022课程

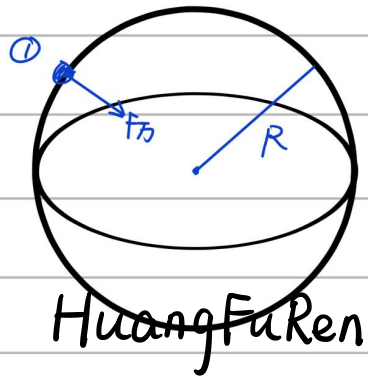
人间.

一、不考虑地球自转.（$F_万 = G$）

1、在星球表面上

$$G\frac{Mm}{r^2} = mg \quad (r=R)$$

得：$MG = R^2g$ ☆ 常见

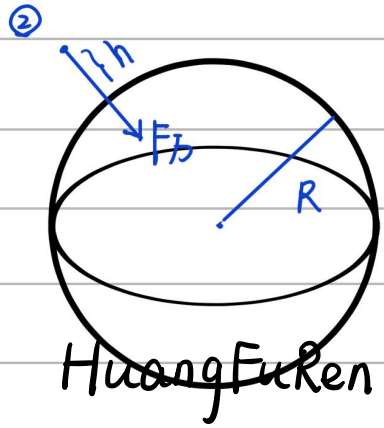


HuangFuRen

2. 在星球表面的一定高度.（没有转）

$$G\frac{Mm}{r^2} = mg \quad (r=R+h)$$

得：$MG = (R+h)^2g$ 少见.



HuangFuRen

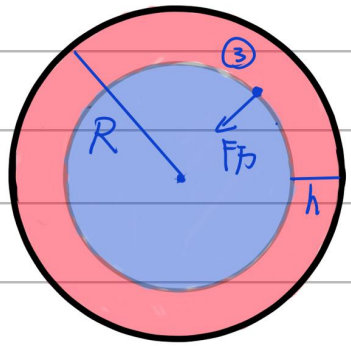
3、在星球内部.（罕见）

蓝色部份产生万有引力，红色部份不产生.

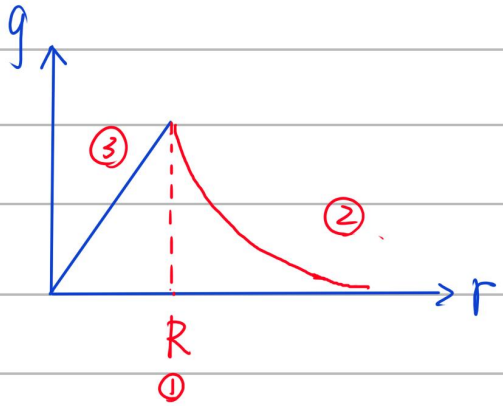
$$G\frac{M'm}{r^2} = mg \quad (r=R-h)$$

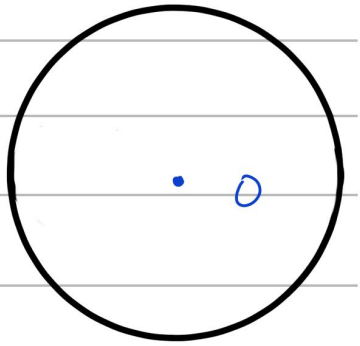
$$M' = \frac{4}{3}\pi(R-h)^3\rho$$

得：$\frac{4}{3}G\pi(R-h)\rho = g$



4、画出 $g-r$（r为点到球心的距离）图象.





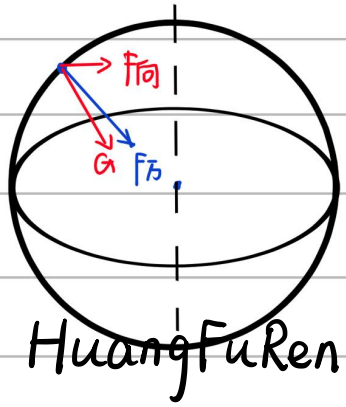
关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

二、考虑地球自转（$F_{万}=G+F_{向}$）矢量相加

实际$F_{向}$很小很小

其中$F_{向}$的r不等于地球半径

一般题目不考数值计算，理解就行



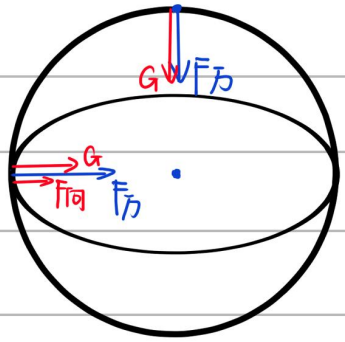
特殊位置（无计算）红色表示分力 蓝色表示合力

1、两极（$F_{万}=G$）

原因：圆周半径为0 $F_{向}=0$

$F_{万}=mg_0$

$MG=R^2g_0$ ····· ①



2、赤道（$F_{万}=G+F_{向}$）已知自转周期

$G\frac{Mm}{r^2}=mg+F_{向}$ （$g\neq g_0$）

$F_{向}=m\frac{4\pi^2}{T^2}r$

$r=R$

化简得：$\frac{MG}{R^2}=g+\frac{4\pi^2}{T^2}R$ ····· ②

①②两个方程两个未知数（M，R）可以解出M，R

解R：（将①代入②）得：

$g_0=g+\frac{4\pi^2}{T^2}R$ $R=\frac{(g_0-g)T^2}{4\pi^2}$ ····· ③

解M：（将③代入①）化简可算得

求星球密度 $\rho=\frac{M}{V}$ ∵M，V都能算到 所以ρ可算

$$\rho=\frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}\overset{①}{=}\frac{R^2g_0}{G\frac{4}{3}\pi R^3}\overset{③}{=}\frac{3g_0}{4\pi G\frac{(g_0-g)T^2}{4\pi^2}}\overset{化简}{=}\frac{g_0}{g_0-g}\cdot\frac{3\pi}{GT^2}$$

思路：闭着眼睛列出①②，告诉自己R，M是已知的，不要先表示出来，太复杂，有题目问什么化成最简后代入R，M

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

三大宇宙速度

1、第一宇宙速度 7.9 km/s

2、第二宇宙速度 11.2 km/s (1+1=2)

3、第三宇宙速度 16.7 km/s (1+6=7)

☆ 第一宇宙速度

另称：最大环绕速度，最小发射速度.

特点：$r=R$ 在天上飞.

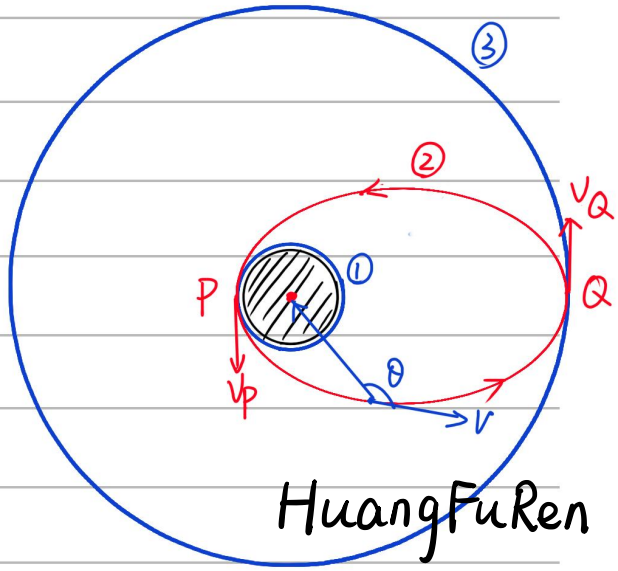
$$v=\sqrt{\frac{GM}{r}}=\sqrt{\frac{R^2g}{r}} \quad (r=R)$$

$$v=\sqrt{gR} \quad (R\text{为地球半径})$$

三、变轨

变轨过程：①轨道点火加速进入②椭圆轨道

②轨道Q点点火加速进入③轨道



1、速度关系：

P→Q 速度减小 $\theta>90°$

Q→P 速度增大 $\theta<90°$

$v_P>v_Q$ (开二可以解释)

根据高轨低速大周期可得：$v_1>v_3$

因为点火加速可得：$v_P>v_1$ $v_3>v_Q$

整理得：$v_P>v_1>v_3>v_Q$

2、加速度：$F_{合}=ma$ $a=\frac{GM}{r^2}$

a只跟质心间距有关.

所以：①轨道的P点和②轨道的P点加速度一样

③轨道的Q点和②轨道的Q点加速度一样

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

3、周期关系

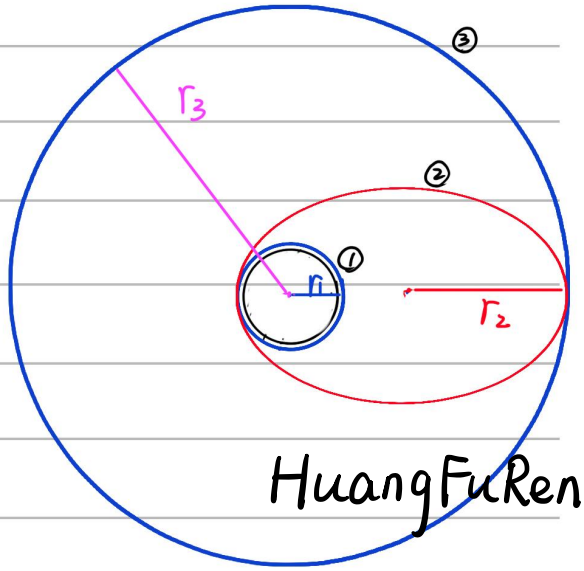
由于②轨道是椭圆轨道

所以只能用开普勒第三定律判断

$\frac{a^3}{T^2}=k$

由图可知 $r_1<r_2<r_3$

所以： $T_1<T_2<T_3$



总结

做题思路：

位置 {
- 天上 {
  - 圆轨道 $F_万=F_向$ $T^2MG=4\pi^2r^3$
  - 椭圆轨道，开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2}=k$（变轨）
- 人间 {
  - 考虑自转 $F_万=G+F_向$（少）
  - 不考虑自转 $F_万=G$（很多） $MG=R^2g$
}

① 做题先判断天上，人间

1、天上：闭着眼睛列 $F_万=F_向$ $T^2MG=4\pi^2r^3$

2、人间：闭着眼睛列 $F_万=G$ $MG=R^2g$（星球表面）

一般来说，会有题目暗示

1、宇航员 ⟶ 测g 看见g 想 $MG=R^2g$

2、当 $r=R$ 时 ⟶ 肯定要用 $MG=R^2g$

3、人间⟶天上：变轨

口诀：高轨低速大周期

椭圆速度在两极

点火加速a不变

同步卫星看地面

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

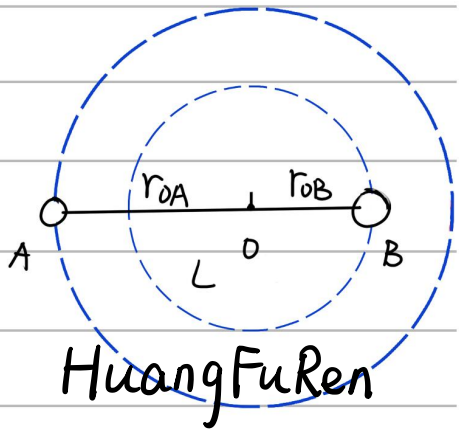
双星、多星问题（$F_{万}$中的r 和 $F_{向}$中的r 不相等）

核心思路：$F_{合}=F_{向}$

☆ 1、双星（必须会）：已知

怎样组成双星：质量相差不大，会绕着其中某一点（不是星球）转动

解题思路：多星系统的ω一定相等



① A：$F_{万}=G\frac{m_Am_B}{L^2}=F_{合}=F_{向}=m_A\omega^2\cdot r_{OA}$

② B：$F_{万}=G\frac{m_Am_B}{L^2}=F_{合}=F_{向}=m_B\omega^2 r_{OB}$

①+②：$G\frac{m_A+m_B}{L^2}=\omega^2\cdot(r_{OA}+r_{OB})$

得：$GM_{总}=\omega^2L^3$ ③

$\frac{①}{②}$ 得：$m_Ar_{OA}=m_Br_{OB}$ ④

HuangFuRen

重要结论：

1、通过①、②发现组成双星的两星球所受万有引力相等。

2、通过③发现双星系统的ω只跟两星球的总质量和间距有关

例：如果此时m_A↑增大 m_B减小 m_A+m_B不变 则ω不变

3、通过④发现、质量越大则半径越小

例：此图中 $r_{OA}>r_{OB}$ 所以 $m_A<m_B$

4、根据ω相同可以发现、$v=r\cdot\omega$ 半径越大，速度越大

例：图中 $v_A>v_B$

做大题时思路：

双星有无一个思路（不管什么题），列两个式子相加。

① A：$F_{万}=G\frac{m_Am_B}{L^2}=F_{合}=F_{向}=m_A\omega^2\cdot r_{OA}$

② B：$F_{万}=G\frac{m_Am_B}{L^2}=F_{合}=F_{向}=m_B\omega^2 r_{OB}$

①+②：$GM_{总}=\omega^2L^3$ ③ 算出ω代回①②即可。

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

2、三星及多星

思路：① 各个星球ω相等.

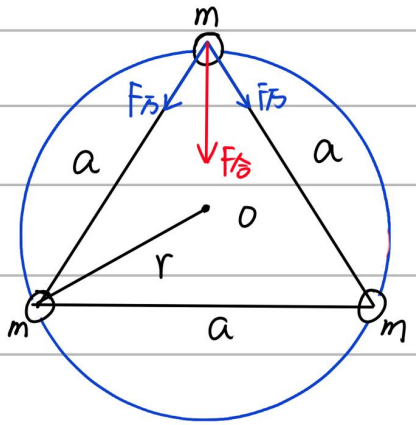
② 找F合和圆周半径.

题：三个质量相同的星球在边长为a的等边三角形的顶点、转动

$F_{合} = F_{向}$

$F_{合} = \sqrt{3}F_{万}$　　$F_{万} = G\frac{m^2}{a^2}$

$F_{向} = mw^2r$　　$r = \frac{\sqrt{3}}{3}a$



理解为什么不是$F_{万} = F_{向}$

为什么圆周半径不等于质心间距就行.

当3个星球质量不同时（几乎不考）

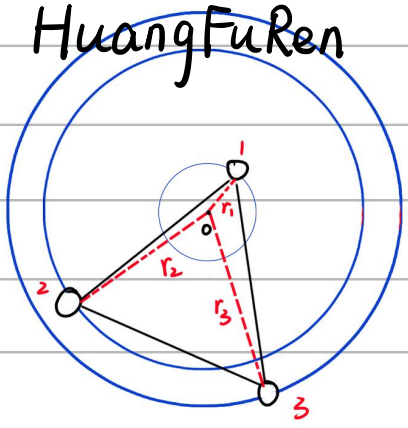
关键点：抓住ω相同.

归律：1、线速度 $v = r\cdot w$　$v_1 < v_2 < v_3$

2、质量：$m_1 > m_2 > m_3$

3、加速度：$a = w^2r$　$a_1 < a_2 < a_3$

4、合外力：$F_1 > F_2 > F_3$



关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程

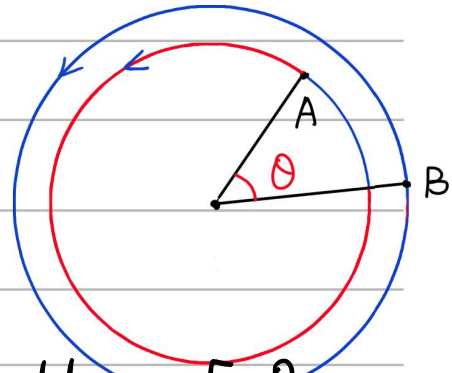
追击相遇问题（难点，低频考点）

总体思路：把高轨道（运动慢）看成静止不动，相对角速度算时间

理解公式：时间 $= \dfrac{路程}{速度}$

公式：追击时间 $= \dfrac{相对角度}{相对角速度}$

1、何时A、B相遇最近



HuangFuRen

此时B看成静止不动

$$\boxed{t_0} = \frac{\boxed{2\pi-\theta}}{\boxed{\omega_A-\omega_B}}$$

你看A转了多少度

相对角速度

下一次相遇时间

多解性：$t_0 = \dfrac{2k\pi-\theta}{\omega_A-\omega_B}$ $(k=1,2,3\cdots\cdots)$

此外题目一般给的已知条件是T，不是ω，列出上式后，再把ω变成T

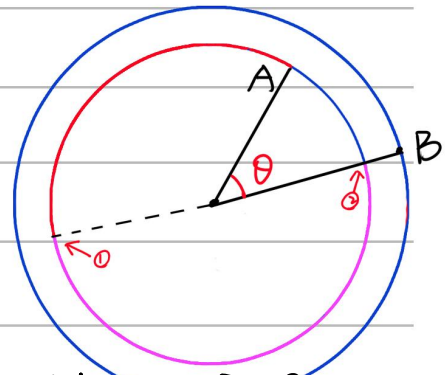
原式：$t_0 = \dfrac{2k\pi-\theta}{\frac{2\pi}{T_A}-\frac{2\pi}{T_B}}$ 求解

2、何时A、B在同一直线上，①和②

$$t_0 = \frac{\pi-\theta}{\omega_A-\omega_B}$$

多解性：$t_0 = \dfrac{k\pi-\theta}{\omega_A-\omega_B}$ $(k=1,2,3\cdots\cdots)$

同理此时：$t_0 = \dfrac{k\pi-\theta}{\frac{2\pi}{T_A}-\frac{2\pi}{T_B}}$



HuangFuRen

关注公众号【高中资料君】免费领取更多2022课程