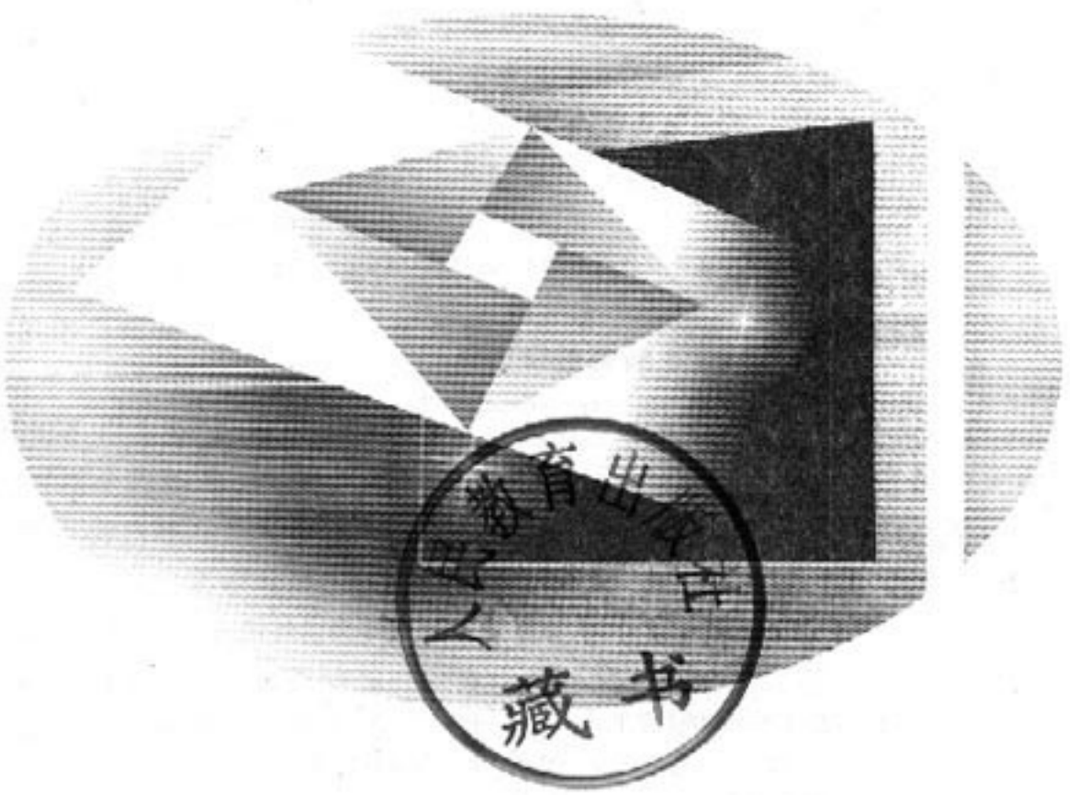
义务教育课程标准实验教科书

数学　七年级　上册

教师教学用书

课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著



人民教育出版社

主　　编：林　群
副 主 编：田载今　薛　彬

本册主编：李海东　景　敏
主要编者：薛　彬　田载今　李海东　左怀玲　俞求是
　　景　敏　李善良　贺贤孝　安道波　杨慧玲
　　谢　慧
责任编辑：刘长明

义务教育课程标准实验教科书
数学　七年级　上册
教师教学用书
课程教材研究所
中学数学课程教材研究开发中心　编著

人民教育出版社出版发行
网址：http://www.pep.com.cn
人民教育出版社印刷厂印装　全国新华书店经销

开本：787毫米×1 092毫米　1/16　印张：17.25　字数：365 000
2007年6月第3版　2007年8月第6次印刷
ISBN 978-7-107-17576-3　定价：23.60元
G·10665（课）
如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版科联系调换。
（联系地址：北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼　邮编：100081）

目 录

第一章 有理数 …… 1
Ⅰ 总体设计 …… 1
Ⅱ 教材分析 …… 4
1.1 正数和负数 …… 5
1.2 有理数 …… 10
1.3 有理数的加减法 …… 19
1.4 有理数的乘除法 …… 31
1.5 有理数的乘方 …… 44
数学活动 …… 52
小结 …… 53
复习题 1 …… 54
Ⅲ 习题解答 …… 56
Ⅳ 教学设计参考案例 …… 60
1.1 正数和负数（第 1 课时） …… 60
1.2.2 数轴 …… 63
1.3.1 有理数的加法（第 1 课时） …… 66
1.5.2 科学记数法 …… 69
Ⅴ 拓展资源 …… 72
Ⅵ 评价建议与测试题 …… 76
第二章 整式的加减 …… 81
Ⅰ 总体设计 …… 81
Ⅱ 教材分析 …… 86
2.1 整式 …… 87
2.2 整式的加减 …… 96
数学活动 …… 106
小结 …… 108
复习题 2 …… 109
Ⅲ 习题解答 …… 111
Ⅳ 教学设计参考案例 …… 113
2.1 整式（第 1 课时） …… 113
2.2 整式的加减（第 1 课时） …… 117
Ⅴ 拓展资源 …… 120
Ⅵ 评价建议与测试题 …… 123
第三章 一元一次方程 …… 126
Ⅰ 总体设计 …… 126

Ⅱ 教材分析 …… 133
3.1 从算式到方程 …… 134
3.2 解一元一次方程（一）
——合并同类项与移项 …… 143
3.3 解一元一次方程（二）
——去括号与去分母 …… 151
3.4 实际问题与一元一次方程 …… 159
数学活动 …… 165
小结 …… 167
复习题3 …… 168
Ⅲ 习题解答 …… 170
Ⅳ 教学设计参考案例 …… 174
3.1.1 一元一次方程（第1课时） …… 174
3.2 解一元一次方程（一）
——合并同类项与移项（第2课时） …… 177
3.2 解一元一次方程（一）
——合并同类项与移项（第4课时） …… 181
3.3 解一元一次方程（二）
——去括号与去分母（第3课时） …… 184
Ⅴ 拓展资源 …… 187
Ⅵ 评价建议与测试题 …… 190
第四章 图形认识初步 …… 194
Ⅰ 总体设计 …… 194
Ⅱ 教材分析 …… 200
4.1 多姿多彩的图形 …… 201
4.2 直线、射线、线段 …… 213
4.3 角 …… 221
4.4 课题学习 设计制作长方体形状的包装纸盒 …… 231
数学活动 …… 234
小结 …… 236
复习题4 …… 237
Ⅲ 习题解答 …… 242
Ⅳ 教学设计参考案例 …… 247
4.1.1 几何图形（第3课时） …… 247
4.1.2 点、线、面、体 …… 252
4.2 直线、射线、线段（第1课时） …… 257
Ⅴ 拓展资源 …… 261
Ⅵ 评价建议与测试题 …… 264

第一章 有理数

I 总体设计

一、课程学习目标

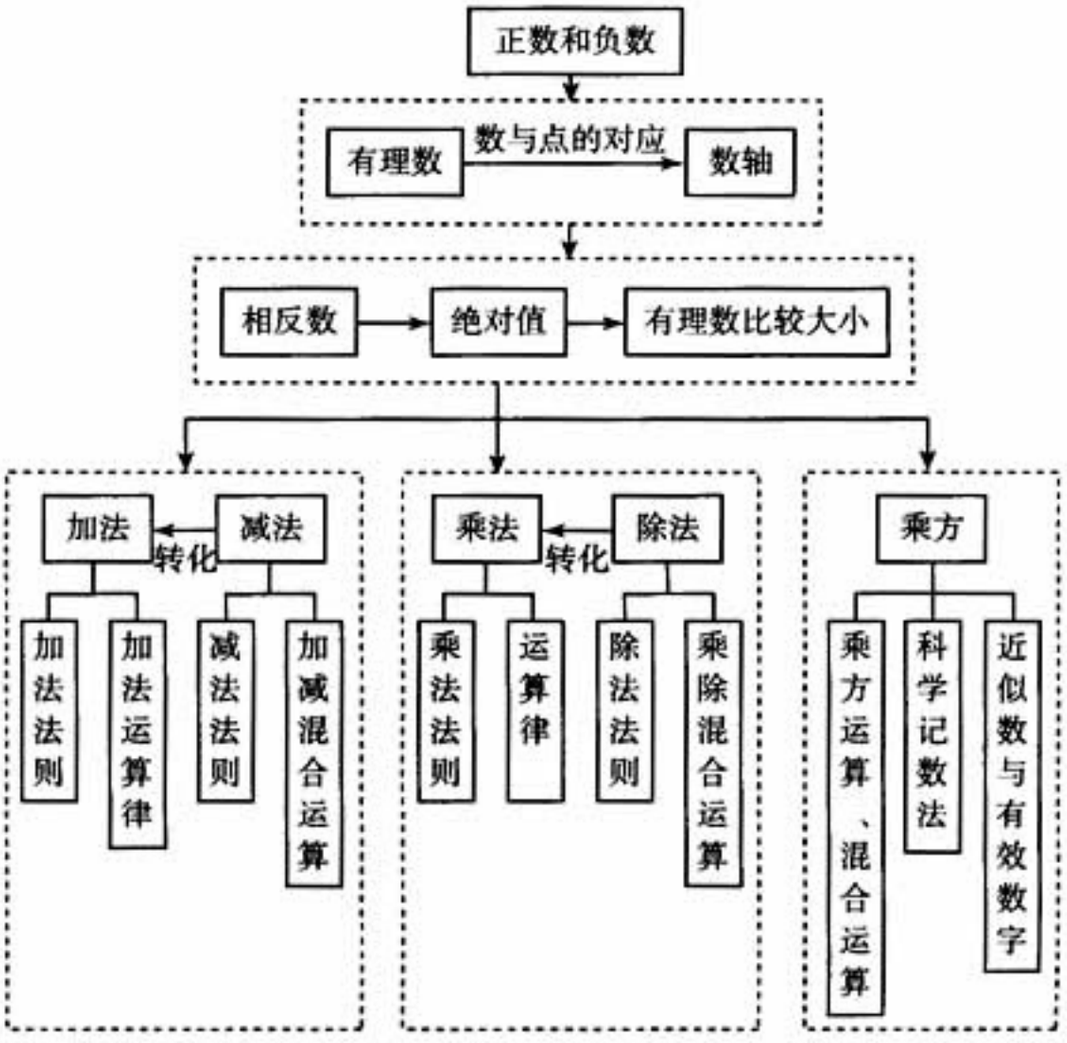
1. 通过实际例子，感受引入负数的必要性. 会用正负数表示实际问题中的数量.

2. 理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的相反数与绝对值（绝对值符号内不含字母），会比较有理数的大小. 通过上述内容的学习，体会从数与形两方面考虑问题的方法.

3. 掌握有理数的加、减、乘、除运算，理解有理数的运算律，并能运用运算律简化运算. 能运用有理数的运算解决简单的问题.

4. 理解乘方的意义，会进行乘方的运算及简单的混合运算（以三步为主）. 通过实例进一步感受大数，并能用科学记数法表示. 了解近似数与有效数字的概念.

二、本章知识结构框图



三、内容安排

本章主要内容是有理数的有关概念及其运算. 首先，从实例出发引入负数，接着引进关于有理数的一些概念，在此基础上，介绍有理数的加减法、乘除法和乘方运算的意义、法则和运算律.

引入负数是实际的需要，也是学习第三学段数学内容的需要. 引进数轴、相反数、绝对值，一方面，可以加深对有理数（特别是负数）的认识，另一方面，可以为学习有理数运算作准备.

本章的重点是有理数的运算. 有理数的运算是初等数学的基本运算，掌握有理数的运算，是学好后续内容的重要前提. 加法与乘法都是在介绍运算法则——着重是符号法则的基础上，进行基本运算，然后结合具体例子引入运算律. 减法与除法，则是着重介绍如何向加法与乘法转化，从而利用加法与乘法的运算法则、运算律进行运算. 乘方限定在指数是正整数的范围内，可以利用乘法运算. 科学记数法与乘方有关，可进一步加以介绍. 利用计算器计算分散安排在相关内容中.

本章的难点是对有理数运算法则的理解，特别是对有理数乘法法则的理解. 学生能认识到运算法则有一定的合理性就可以了，重要的是用法则进行运算，并运用有理数运算解决问题.

四、课时安排

1.1　正数和负数	2 课时
1.2　有理数	4 课时
1.3　有理数的加减法	4 课时
1.4　有理数的乘除法	5 课时
1.5　有理数的乘方	4 课时
数学活动	
小结	2 课时

五、学法教法建议

1. 搞好与前两个学段的衔接

前两个学段学过整数、分数（包括小数）的知识，即正有理数及 0 的知识，还学过用字母表示数的知识，这些都是学习本章内容的基础.

学习有理数的有关概念以及运算，都必须从前两个学段学过的数的概念及运算出发，例如，对负数的认识离不开对已学过的数的认识；有理数的运算，当符号确定后，就归结到已学过的运算上去.

把用字母表示数的知识运用于本章，可以使问题的阐述更简明、更深入. 反过来，通过有理数一章的学习，前面学过的数与代数的知识，都得到了巩固、加强和提高.

2. 让学生通过观察、思考、探究、讨论、归纳，主动地进行学习

让学生从身边事物的观察入手，可以加深学生对所学内容的印象. 例如，观察温度计可以使学生获得数轴的直观感受. 又如，让学生观察一周天气预报，使他们感受到比较温度高低的必要，从而引出有理数比较大小的内容. 再如，让学生观察运算结果的符号，使他们掌握有理数运算的符号规律.

勤于思考，善于思考，是学好数学的必要条件. 教科书中穿插安排了大量的思考栏目. 有的通过对问题的思考获得结论，有的通过对解决问题的过程的反思加深认识. 要让学生积极动脑，积极参与，激发他们学习的热情.

探究是解决问题，探求结论的过程，要让学生知其然，更知其所以然. 例如，在本章中，让学生通过数轴探求物体两次运动的结果，从而认识有理数的加法运算法则. 在这个问题中，学生自己探索发现，体验获得结论的过程.

讨论是合作交流，从而互相启发，互相促进的一种方式. 积极交流表达思想可以促进数学思考，扩大和加深对问题的认识. 例如，通过对有理数减法与有理数加法的关系的讨论，让学生结合具体例子寻找结论，在这个过程中共同探索，共同发现，共同交流，共同分享成功的喜悦. 成功的讨论可以使学生感受集体的力量.

在观察、思考、讨论的基础上归纳结论是学习过程中的一个重要环节. 结论是探索的结果，又要进一步运用于解决问题中. 要通过归纳让学生体会从特殊到一般，从具体到抽象的过程，使他们既学会发现，又学会总结.

3. 运用数形结合的方法

学习本章的一个关键，就是利用数轴的直观性，帮助学生理解相反数与绝对值的概念，掌握比较有理数大小的方法，认识有理数的运算法则.

从数轴上看，有许多对关于原点对称的点，从而引出相反数加以描述. 除了关于原点对称的点以外，数轴上不同的点到原点的距离不同，这又可以引入绝对值加以描述. 利用数轴规定有理数的顺序，既直观又涵盖了有理数比较大小的各种情况.

利用数轴分析物体运动的实例，可以非常直观地获得物体两次运动的结果，从而引出有理数加法的运算法则.

4. 把握好教学要求

对绝对值的要求，要有一个过程，有些要求要在今后的学习中落实，例如绝对值不等式等等. 本章安排绝对值的概念，主要是为有理数的运算作准备的. 会求一个数的绝对值就达到了上述要求. 没有必要在绝对值符号中出现字母并加以讨论.

有理数运算中涉及的数应当比较简单，如果涉及的数比较复杂可以利用计算器解决，主要是确定结果的符号. 对于有理数的混合运算，也要控制复杂程度，以三步为主.

5. 利用好计算器

用计算器可以进行有理数的运算，这意味着没有必要要求学生进行复杂的笔算，使它们有更多的时间运用有理数的运算解决问题.

有理数运算的基本要求不能削弱. 因此，用计算器进行有理数运算的内容，都要在学生掌握了相应运算以后再加以介绍.

让计算器为学生掌握有理数的运算服务. 笔算以后，可以用计算器验算，参照计算器计算的结果，学生可以判断笔算结果是否正确. 如果笔算的结果不正确，应鼓励学生寻找笔算过程中的错误并加以改正，而不是把计算器算得的结果一抄了事.

让计算器帮助学生探索运算规律. 例如，考察乘法交换律、乘法结合律与分配律是否在有理数范围内适用，可以让学生选较复杂的数进行尝试，用计算器获得结果.

6. 利用好选学内容

本章安排了“阅读与思考”“观察与猜想”“实验与探究”等选学内容. 这些选学内容是本章中有关问题的扩展与加深. 适时安排有兴趣的学生使用这些材料，可以开阔他们的眼界，增长他们的见识. 例如，从引言中的零件问题出发，可以在“阅读与思考　用正负数表示加工允许误差”中了解更丰富的内容. 又如，用有理数乘法的符号规律可以解释一个翻牌游戏中的数学道理.

总之，要使选学内容与必学内容相得益彰，提高学生的数学水平.

Ⅱ 教材分析

[1] 本章是用气温、净胜球数等问题引入的. 当地冬季气温如果经常在0 ℃以下，可采用当地的实例.

在净胜球数的问题中注意以下几点.

4∶1 是红队与黄队的比赛结果，它表示红队的进球数为4，失球数为1.

比赛规定：胜一场得3分，平一场得1分，负一场得0分.

如果把进球数记为正数，失球数记为负数，净胜球数是进球数与失球数的和.



1. 教科书用生活、生产、科研中的实例引入本章的内容.

在温度的例子中，出现了新的数——−3，还涉及有理数的减法.

在净胜球的例子中，也会出现负数. 确定净胜球涉及有理数的加法，确定排名顺序涉及有理数大小的比较.

在零件生产的例子中，运用了正负数表示一个范围.

在纳米的例子中，负数运用于记数法，可以把纳米与米的关系简明地表示出来.

2. 可对问题的背景作些说明. 例如，介绍确定足球比赛排名顺序的规定：两队积分相同，积分高的队排名在前；两队积分相同，净胜球多的队排名在前；两队积分，净胜球都相同，进球多的队排名在前. 按照上述规定，红队第一，蓝队第二，黄队第三.

1

1.1 正数和负数

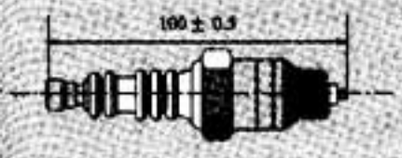
1.2 有理数

1.3 有理数的加减法

1.4 有理数的乘除法

1.5 有理数的乘方





在生活、生产、科研中，经常遇到数的表示与数的运算的问题．例如，

(1) 天气预报2003年11月某天北京的温度为-3～3 ℃，它的确切含义是什么？这一天北京的温差是多少？[1]

(2) 有三个队参加的足球比赛中，红队胜黄队 (4∶1)，黄队胜蓝队 (1∶0)，蓝队胜红队 (1∶0)，如何确定三个队的净胜球数与排名顺序？[2]

(3) 某机器零件的长度设计为100 mm，加工图纸标注的尺寸为100 ± 0.5 (mm)，这里的±0.5代表什么意思？合格产品的长度范围是多少？[3]

(4) 纳米是一种非常小的长度单位，它与长度单位"米"的关系为1纳米=10^{-9}米．应怎样理解这种记数法的表示？[4]

上面的例子涉及"3-(-3)=？"等新问题，通过本章的学习，我们将认识一种新的数——负数，并在有理数的范围内研究数的表示、大小比较与运算等，提高运用数学解决问题的能力．

[1] 这天的最高温度是零上3 ℃，最低温度是零下3 ℃．温差是最高温度与最低温度的差．

[2] 以红队为例，进球数为4，失球数为2（两场比赛各失1球），记为－2，净胜球数为4+(－2)=2.

[3] ±0.5表示零件长度的误差应不超过0.5 mm，零件长度最大是（100＋0.5）mm，最小是（100－0.5）mm．长度在这个范围的零件都是合格的．

[4] 10^{9} 表示9个10相乘，结果是10亿．10^{-9} 表示 10^{9} 的倒数，也就是说，1纳米是1米的十亿分之一．

3. 引言中涉及的问题在本章中还会有所回应：在有理数的减法中解决温差的计算问题；在有理数的加法中解决净胜球数的计算问题；在"阅读与思考　用正负数表示加工允许误差"中对产品的合格范围加以说明；学过乘方后进一步阐明纳米与米的关系．

4. 还可以让学生举出实际例子并共同分析．

[1] 这些数中，－3，－2，＋0.5，－0.5 与以前学习的数有区别.

[2] 例如，引言中，用正负数表示零件长度与规定长度的允许误差时，为了强调，在正数 0.5 前面加上“＋”号.

[3] 现在学习的数可以分为三类：正数、负数和 0.

1.1 正数和负数

数的产生和发展离不开生活和生产的需要.



由记数、排序，产生数 1，2，3，…



由表示“没有”“空位”，产生数 0



由分物、测量，产生分数 $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…

图 1.1-1

这些数中哪些数的形式与以前学习的数有区别？[1]

章前图中表示温度、净胜球数、加工允许误差时，用到数－3，3，2，－2，0，＋0.5，－0.5.

这里出现了一种新数：－3，－2，－0.5. 在前面的实际问题中它们分别表示：零下 3 摄氏度，净输 2 球，小于设计尺寸 0.5 mm. 像－3，－2，－0.5 这样的数（即在以前学过的 0 以外的数前面加上负号“－”的数）叫做**负数**（negative number）. 而 3，2，＋0.5 在问题中分别表示零上 3 摄氏度，净胜 2 球，大于设计尺寸 0.5 mm，它们与负数具有相反的意义. 我们把这样的数（即以前学过的 0 以外的数）叫做**正数**（positive number）. 根据需要，[2]有时在正数前面也加上“＋”（正）号. 例如，＋3，＋2，＋0.5，＋$\frac{1}{3}$，…就是 3，2，0.5，$\frac{1}{3}$，…. 一个数前面的“＋”“－”号叫做它的符号.

中国古代用算筹（表示数的工具）进行计算，红色算筹表示正数，黑色算筹表示负数.



数 0 既不是正数，也不是负数. [3]

把 0 以外的数分为正数和负数，起源于表示两种

1. 本节先回顾前两个学段学过的数，然后通过引言中温度、净胜球数、加工允许误差的实例，引出负数，进而给出正数与负数的描述性定义并进一步介绍正负数在实际中的应用.

2. 教科书首先指出前两个学段学过的整数与分数都是实际需要的. 在此基础上，通过温度、净胜球数、加工允许误差的例子，指出在实际中，我们还使用一种前两个学段没学过的数，也就是负数. 要让学生感受引入负数的必要性.

在温度的例子中，零上 3 ℃与零下 3 ℃是相反意义的量. 只用学过的数 3，就要另加说明，不够方便. 如果用学过的数表示零上温度，用新的数——负数表示零下温度，这个问题就解决了.

在足球比赛的例子中，红、黄、蓝三队积分相同，要确定它们的排名顺序，要看它们的净胜球数. 红队净胜 2 球，黄队净输 2 球，引入负数后，这些结果就能简明地表示出来.

0 是正数与负数的分界. 0 ℃是一个确定的温度，海拔 0 表示海平面的平均高度. 0 的意义已不仅是表示“没有”.

相反意义的量，后来正数和负数在许多方面被广泛地应用. 在地形图上表示某地的高度时，[1]需要以海平面为基准（规定海平面的海拔高度为 0），通常用正数表示高于海平面的某地的海拔高度，负数表示低于海平面的某地的海拔高度. 例如，珠穆朗玛峰的海拔高度为 8 848 m，[2]吐鲁番盆地的海拔高度为 −155 m. 记录账目时，通常用正数表示收入款额，负数表示支出款额.

你能再举一些用正负数表示数量的实际例子吗?

观察



图 1.1-2

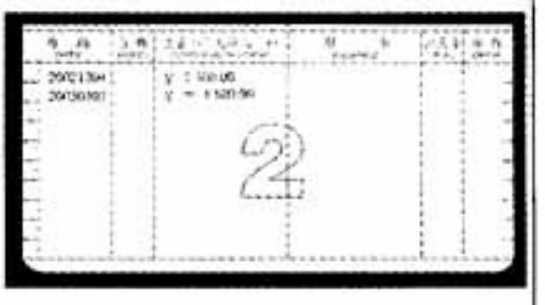


图 1.1-3

解释上面图中的正数和负数的含义.[3]

练习

1. 读下列各数，并指出其中哪些是正数，哪些是负数.

$$-1,\ 2.5,\ +\frac{4}{3},\ 0,\ -3.14,\ 120,\ -1.732,\ -\frac{2}{7}.$$

2. 如果 80 m 表示向东走 80 m，那么 −60 m 表示_____.
3. 如果水位升高 3 m 时水位变化记作 +3 m，那么水位下降 3 m 时水位变化记作_____ m，水位不升不降时水位变化记作_____ m.
4. 月球表面的白天平均温度零上 126 ℃，记作_____ ℃，夜间平均温度零下 150 ℃，记作_____ ℃.

[1] 小学使用的地图册里，有中国地形图，其中珠穆朗玛峰与吐鲁番盆地处都标有海拔高度数. 普通的中国地形挂图上，也可找到这些数.

[2] 地形图上的海拔高度一般不标单位，实际采用米作单位. 珠穆朗玛峰更精确的高度是 8 848.13 米，这是中国登山队在 1975 年测得的.

[3] 左图中的正负数表示，A 地高于海平面 4 600 米，B 地低于海平面 100 米.

右图中的正负数分别表示，存入 2 300 元，支出 1 800元.

练习答案

1. 2.5，$+\frac{4}{3}$，120 是正数.

   -1，-3.14，-1.732，$-\frac{2}{7}$ 是负数.

2. 向西走 60 m.
3. -3，0.
4. 126，-150.

在零件生产的例子中，零件的长度在某个范围里就算合格了. 零件的长度可以比 100 mm 长一些，也可以比 100 mm 短一些. 区分这两种情况同样需要负数.

3. 在以前学过的 0 以外的数前面加上“−”号表示负数.

在一般情况下，正数前面的“+”号省略不写，本书绝大多数地方，正数都不带正号.

“数 0 既不是正数，也不是负数”也应看作学习正负数概念的一部分. 在引入负数后，0 除了表示一个也没有以外，还是正数与负数的分界. 了解 0 的这一层意义，也有助于对正负数的理解. 下面还可以结合数轴，进一步说明这一点.

4. 在引入正负数以后，教科书又说明正负数可用于表示海拔高度与收支情况. 应鼓励学生举出用正负数表示数量的实际例子.

5. 教科书的例是说明如何用正负数描述向指

[1] 体重增长用正数表示，体重减少用负数表示.

[2] 增长－6.4%，就是减少6.4%.

[3] 2001年的商品进出口总额与2000年的商品进出口总额相同时，增长率是0.

[4] 填入“相反”二字.

练习答案

(1) 中国－866，印度72，韩国－130，新西兰434，泰国－3 294，孟加拉－88；

(2) 中国866，印度－72，韩国130，新西兰－434，泰国3 294，孟加拉88；所得结果与增长量符号不同.



“负”与“正”相对. 增长－1，就是减少1；增长－6.4%，是什么意思？[2]

什么情况下增长率是0？[3]

例 (1) 一个月内，小明体重增加2 kg，小华体重减少1 kg，小强体重无变化，写出他们这个月的体重增长值：[1]

(2) 2001年下列国家的商品进出口总额比上年的变化情况是：

美国减少6.4%，　德国增长1.3%，
法国减少2.4%，　英国减少3.5%，
意大利增长0.2%，　中国增长7.5%.

写出这些国家2001年商品进出口总额的增长率.

解：(1) 这个月小明体重增长2 kg，小华体重增长－1 kg，小强体重增长0 kg.

(2) 六个国家2001年商品进出口总额的增长率：

美国　－6.4%，　德国　1.3%，
法国　－2.4%，　英国　－3.5%，
意大利　0.2%，　中国　7.5%.

归纳

在同一个问题中，分别用正数与负数表示的量具有_____的意义.[4]

练习

1990～1995年下列国家年平均森林面积（单位：千米^2）的变化情况是：

中国减少866，　印度增长72，
韩国减少130，　新西兰增长434，
泰国减少3 294，　孟加拉减少88.

(1) 用正数和负数表示这六国1990～1995年年平均森林面积增长量；

(2) 如何表示森林面积减少量，所得结果与增长量有什么关系？



定方向变化的情况：向指定的方向变化用正数表示；向指定方向的相反方向变化用负数表示.

习题 1.1

复习巩固

1. 下面各数哪些是正数，哪些是负数？哪些是正整数，哪些是负整数？哪些是正分数（小数），哪些是负分数（小数）？[1]

$$5，-\frac{5}{7}，0，0.56，-3，-25.8，\frac{12}{5}，-0.0001，+2，-600.$$

2. 某蓄水池的标准水位记为 0 m，如果用正数表示水面高于标准水位的高度，那么：
   (1) 0.08 m 和 −0.2 m 各表示什么？
   (2) 水面低于标准水位 0.1 m 和高于标准水位 0.23 m 各怎样表示？
3. “不是正数的数一定是负数，不是负数的数一定是正数”的说法对吗？

综合运用

4. 如果把一个物体向后移动 5 m 记作移动 −5 m，那么这个物体又移动 +5 m 是什么意思？这时物体离它两次移动前的位置多远？[2]
5. 请你用带刻度的尺子量桌子的边，并将边长超出1 m 的部分用正数表示，不足 1 m 的部分用负数表示.[3]
6. 科学试验表明原子中的原子核与电子所带电荷是两种相反的电荷，物理学规定原子核所带电荷为正电荷，氢原子中的原子核与电子各带1个电荷，把它们所带电荷用正数和负数表示出来.



（第 5 题）

拓广探索

7. 某地一天中午 12 时的气温是 7 ℃，过 5 小时气温下降了 4 ℃，又过 7 小时气温又下降了 4 ℃，第二天 0 时的气温是多少？[4]
8. 21 世纪第一年一些国家的服务出口额比上年的增长率如下：

美国	德国	英国	中国	日本	意大利
−3.4%	−0.9%	−5.3%	2.8%	−7.3%	7.0%

这一年这六国中哪些国家的服务出口额增长了，哪些国家的服务出口额减少了，哪国增长率最高？哪国增长率最低？

[1] 0 以外的自然数是正整数. 在 0 以外的自然数前面加上“−”号的数是负整数.

以前学过的分数（小数）是正分数（小数）. 在以前学过的分数（小数）前面加上“−”号的数是负分数（小数）.

[2] 可以想象两次移动的结果.

[3] 例如，如果边长是 1.3 m，超出 1 m 的部分用 0.3 m 表示；如果边长是 0.8 m，不足 1 m 的部分用 −0.2 m表示.

[4] 可以借助温度计得出结果.

习题 1.1

习题 1.1 中，第 1 题和第 3 题用来巩固正负数的概念，其他各题是实际使用正负数的问题. 第 4 题和第 7 题以后还可以用有理数运算求解. 第 8 题实际上是有理数比较大小. 这些题根据常识也可以求解.

[1] 在生产图纸上，如果遇到没有标注尺寸，习惯上都是以毫米为单位的.

[2] 当 $29.98 \leqslant \phi \leqslant 30.03$ 时，产品是合格的.

[3] 因为 $29.97 < 29.98$，这个零件不合格.

[4] 这种药品应在18～22 ℃范围内保存.

[5] 在 2000 年的时间内，这个钟显示的时间可能比精确时间快，但快不到 1 秒；可能比精确时间慢，但慢不到 1 秒.



阅读与思考　　选学

用正负数表示加工允许误差

现代工业生产中，对产品的尺寸、重量等都设计了标准规格. 但是，一般在实际加工中，每个产品不可能都做得与标准规格完全一样. 通常在某个范围内，只要不影响使用，产品比标准规格稍大一点，或稍小一点，都属于合格品，而超出这个范围的产品就是不合格的了.

在生产和检验产品时，怎样掌握合格品的尺度呢?

通常在生产图纸上，对每个产品的合格范围有明确的规定. 例如，图纸上注明一个零件的直径是 $\phi 30^{+0.03}_{-0.02}$ 时，ϕ 表示直径，单位是毫米 (mm).[1] 这样标注表示零件直径的标准尺寸是30 mm，实际产品的直径最大可以是(30+0.03)mm，最小可以是(30−0.02)mm，在这个范围内的产品都是合格的.[2]



如果生产了一个零件的直径是 29.97 mm，它合格吗?[3] 这里的 $^{+0.03}_{-0.02}$ 给出了允许误差的大小. 允许误差一般用正负数的形式写出.

生活中也有用正负数表示范围的情形，例如某种药品的说明书上标明保存温度是 20±2(℃)，由此可知在____～____℃范围内保存才合适.[4]

你还能举出用正负数表示某个范围的其他例子吗?



目前世界上最精确的钟——NIST F−1 原子钟（这是它的平面结构），在 2 000 万年的时间内，它的误差在±1秒内. 你了解它的精确程度吗?[5]

阅读与思考

1. 本文是引言中第 3 个问题的扩展，是正负数应用的一个实例.

2. 在生产中，产品可能与标准规格有差异，也就是会产生误差. 但误差不能太大，否则不能满足使用要求. 与标准规格相比，产品可略有不足或略有超出，即误差应在一个允许的范围内. 不足用负数表示，超出用正数表示，这个范围就可以用正负数表示出来了.

可以比较 20±2 ℃与 18～22 ℃两种表示的不同：前一种表示表明了标准温度是 20 ℃.

3. 应鼓励学生举出用正负数表示某个范围的其他例子.

1.2 有理数

1.2.1 有理数

思考

你所知道的数可以分成哪些种类？你是按照什么划分的？[1]

所有正整数组成正整数集合，所有负整数组成负整数集合.

我们学过的数有：

正整数，如1，2，3，…；

零，0；

负整数，如−1，−2，−3，…；

正分数，如$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$，$\frac{15}{7}$，0.1，5.32，…；

负分数，如−0.5，$-\frac{5}{2}$，$-\frac{2}{3}$，$-\frac{1}{7}$，−150.25，….

rational number 原意为可写成两个整数的比的数. 例如，分数$\frac{2}{3}$是2与3的比；整数5可以看作分母为1的分数$\frac{5}{1}$. 1.5可以看作哪两个整数的比？[3]

思考

0.1，−0.5，5.32，−150.25等为什么被列为分数？[2]

正整数、0、负整数统称**整数**（integer），正分数和负分数统称**分数**（fraction）.

整数和分数统称**有理数**（rational number）.

[1] 由上节的内容，学生容易把数分为正数、负数和0. 由前两个学段学过像1，2，3这样的整数，像$\frac{1}{2}$，$\frac{2}{3}$这样的分数，以及0，再考虑符号，就可以得到正整数，0，负整数，正分数，负分数的分类.

[2] 0.1等都可以化为分数：

$$0.1=\frac{1}{10},$$

$$-0.5=-\frac{1}{2},$$

$$5.32=\frac{133}{25},$$

$$-150.25=-\frac{601}{4}.$$

[3] 1.5可以写成3与2的比. 如果要求两个整数互质，答案就是唯一的.

1. 本节在对学过的数进行分类的基础上给出有理数的概念. 通过描述位置的问题引出数轴. 然后借助数轴介绍相反数，绝对值的概念，以及有理数比较大小的方法.

2. 前两个学段学过自然数. 0以外的自然数，实际上是正整数. 在0以外的自然数前面加上“−”号的数，就是负整数. 正整数、0、负整数统称整数. 注意前两个学段只知道自然数是整数.

以前学过的分数（包括小数），实际上是正分数，在以前学过的分数前面加上“−”号的数，就是负分数.

在以上基础上给出有理数的概念. 可以说，到现在为止，学生学过的数（除π以外）都是有理数.

下学期还要学习实数，可以在实数范围内认识有理数，对有理数有更深的了解.

3. 本节开头列出的学过的数就是有理数的

练习答案

（略）

[1] 在圈所表示的集合中填数时，数与数之间适当分开，不加标点符号.

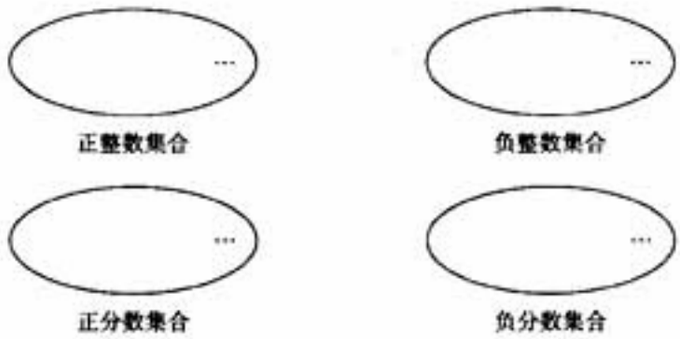
圈中的“…”表示，填入的数只是一部分.

[2] 练习中四个集合合并在一起不是全体有理数的集合. 这四个集合合并在一起，再把 0 包含进去，就是全体有理数的集合了.

练习

把下列各数填入它所属于的集合的圈内：[1]

15，$-\frac{1}{9}$，-5，$\frac{2}{15}$，$-\frac{13}{8}$，0.1，-5.32，-80，123，2.333.



思考

上面练习中四个集合合并在一起就是全体有理数的集合吗？[2]

1.2.2 数轴

问题 在一条东西向的马路上，有一个汽车站，汽车站东 3 m 和 7.5 m 处分别有一棵柳树和一棵杨树，汽车站西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，试画图表示这一情境.

如图 1.2-1，画一条直线表示马路，从左到右表示从西到东的方向，在直线上任取一个点 O 表示汽车站的位置，规定 1 个单位长度（线段 OA 的长）代表 1 m 长. 于是，在点 O 右边，与点 O 距离 3 个和 7.5 个单

一种分类. 学生以前熟悉的是把数按整数、分数分类，而今后比较重要的分类是按正数、0、负数分类. 在介绍绝对值时，可看到这种分类的作用.

4. 在练习中，用到了“集合”这一名词. 这是为了渗透一点现代数学知识. 在这里，“集合”可暂不作为一个数学概念，只看作一个普通名词，知道所有的正整数在一起组成正整数集合，所有的负整数在一起组成负整数集合，不必再引申.

5. 数轴是通过描述位置的问题引出的，并让学生通过温度计加深对数轴的认识. 进而具体讲述数轴的画法和用数轴上的点表示数的方法.

6. 考虑一条东西向的马路上的一些树、电线杆与汽车站的相对位置关系，既要考虑距离，又要考虑方向，从而需要用正负数描述.

7. 数轴有原点、正方向和单位长度三个要素，缺一不可. 这三个要素都是规定的，也就是

位长度的点 B 和点 C，分别表示柳树和杨树的位置；点 O 左边，与点 O 距离 3 个和 4.8 个单位长度的点 D 和点 E，分别表示槐树和电线杆的位置.

思考

怎样用数简明地表示这些树、电线杆与汽车站的相对位置关系（方向、距离）?[1]

为了使表达更清楚，我们把点 O 左右两边的数分别用负数和正数表示.

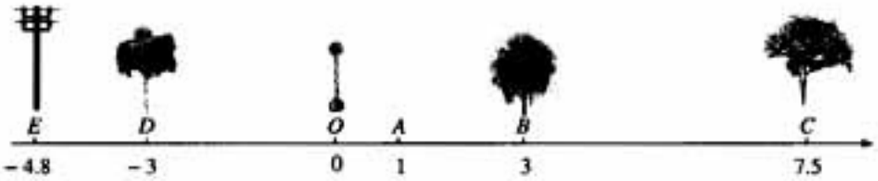


图 1.2-1

−4.8 中的负号“−”与“4.8”各表示什么意思?[2]

图 1.2-1 把正数、0 和负数用一条直线上的点表示出来.

观察

图 1.2-2 中的温度计可以看作表示正数、0 和负数的直线吗？它和图 1.2-1 有什么共同点，有什么不同点?[3]



图 1.2-2

一般地，在数学中人们用画图的方式把数“直观化”. 通常用一条直线上的点表示数，[4]这条直线叫做**数轴**（number axis），它满足以下要求：

[1] 用正数表示柳树和杨树在汽车站的东边；用负数表示槐树、电线杆在汽车站的西边.

[2] “−”表示点 E 在点 O 的左边. 4.8 表示点 E 与点 O 的距离是 4.8 个单位长度.

[3] 温度计也是用一条直线上的点表示正数、0、负数，它本身只是这条直线的一部分.

[4] 为了读、画方便，通常把直线画成水平或竖直的.

说，可以根据情况，灵活选定原点的位置、正方向的朝向、单位长度的大小（但要注意，一经选定，就不能再随意灵活了）. 可结合前一节，再次说明 0 的特殊地位.

8. 任意一个有理数，都可以用数轴上的一个点表示. 但是反过来，数轴上的任意一点，却并不一定表示一个有理数. 因为数轴上除了表示有理数的点以外，还有表示无理数的点. 因此，不能说数轴上的任意一个点，都可以用有理数表示，也不能说有理数与数轴上的点一一对应. 只要求学生知道“所有的有理数，都可以用数轴上的点表示”就可以了. 待以后学了实数，可以进一步把这个问题说清楚.

9. 练习的目的是使学生初步掌握：

（1）能够用数轴上的点表示已知的有理数（比较简单的）；

（2）能够由数轴上表示有理数的点，读出它所表示的有理数（比较简单的）.

[1] 原点是“任取”一点，通常取图上适中的位置，如果所需的数都是正数，也可偏向左边.

[2] 数轴的正方向也是可以任意选取的，通常规定向右（或向上）为正.

[3] 单位长度的大小要根据实际需要选取. 因此，这里加了“适当”二字. 要表示绝对值比较大的数，单位长度就可以取小一些.

[4] 依次填：右，a；左，a.

练习答案

1. 略.
2. 点 A 表示 0，点 B 表示 -2，点 C 表示 1，点 D 表示 2.5，点 E 表示 -3.

（1）在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做原点(origin)；[1]

（2）通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向；[2]

（3）选取适当的长度为单位长度，[3]直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1，2，3，…；从原点向左，用类似方法依次表示 -1，-2，-3，…（图 1.2-3）.

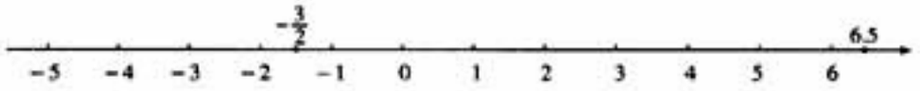


图 1.2-3

分数或小数也可以用数轴上的点表示，例如从原点向右 6.5 个单位长度的点表示小数 6.5，从原点向左 $\frac{3}{2}$ 个单位长度的点表示分数 $-\frac{3}{2}$（图 1.2-3）.

归纳

一般地，设 a 是一个正数，则数轴上表示数 a 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度；表示数 $-a$ 的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度.[4]

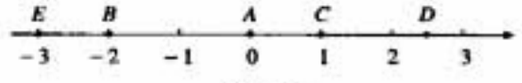
数轴的出现对数学的发展起了重要作用，以它作基础，很多数学问题都可以借助图直观地表示.

练习

1. 画出数轴并表示下列有理数：

1.5，-2，2，-2.5，$\frac{9}{2}$，$-\frac{2}{3}$，0.

2. 写出数轴上点 A，B，C，D，E 表示的数：



（第 2 题）

10. 数形结合的思想是数学的重要思想. 从数形结合的角度出发，可以有助于学生对有关概念的理解.

在学习数轴时，注意结合数轴复习有理数的概念，加深学生对正数、0、负数的认识. 在后面将充分利用“数轴”这个工具，从数形结合的观点出发，学习相反数和绝对值、有理数大小比较以及有理数的运算.

11. 数轴是数形结合的基础，它使直线上的点和实数之间建立起对应关系. 扩充到平面直角坐标系，就使平面内的点和有序实数对之间建立起对应关系.

平面解析几何就是在平面直角坐标系上建立起来的，进而微积分也随之出现.

1.2.3 相反数

可以看出，图 1.2-1 中 D，B 两点虽然分别在原点的左边和右边，但是它们与原点的距离都等于 3.

思考

数轴上与原点的距离是 2 的点有____个，这些点表示的数是_____；与原点的距离是 5 的点有____个，这些点表示的数是_____.[1]

归纳

一般地，设 a 是一个正数，数轴上与原点的距离是 a 的点有两个，它们分别在原点左右，表示 $-a$ 和 a（图 1.2-4），我们说这两点关于原点对称.

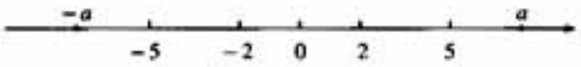


图 1.2-4

像 2 和 −2，5 和 −5 这样，只有符号不同的两个数叫做互为**相反数**（opposite number）. 这就是说，2 的相反数是 −2，−2 的相反数是 2；5 的相反数是 −5，−5 的相反数是 5.

一般地，a 和____互为相反数.[2] 特别地，0 的相反数仍是 0.

思考

数轴上表示相反数的两个点和原点有什么关系？[3]

[1] 依次填：两，2 和 −2；两，5 和 −5.

[2] 应填：$-a$.

[3] 关于原点对称.

12. 让学生观察数轴上与原点的距离相等的点，可以发现这样的点有两个. 进一步可发现，这两个点表示的数只有符号不同. 由此引出相反数.

13. “只有符号不同的两个数”是直接观察 2 和 −2，5 和 −5 这样的数得出的. 要确定一个有理数（还有以后要学的实数），一是符号，二是绝对值. 2 和 −2，符号不同，绝对值相同，当然，绝对值的定义下面才介绍，所以这里说‘只有符号不同”，避开了绝对值.

14. 每一个正（负）数都对应一个负（正）数，这两个数互为相反数.

“0 的相反数仍是 0”是相反数定义的一部分.

15. 教科书中结合用字母表示数的知识指出，a 和 $-a$ 互为相反数. 这样讲，便于下面介绍化简多重符号的问题，也为今后的学习打下基础，例如，用字母把有理数减法法则简明地表示出来.

练习答案

1. -6，8，3.9，$-\frac{5}{2}$，$\frac{2}{11}$，-100，0.

2. 原点.

[1] 这里的化简是指：把多重符号化成单一符号，如果是正号，则可省略不写.

练习答案

68，-0.75，$\frac{3}{5}$，-3.8.

练习

1. 写出下列各数的相反数：

6，-8，-3.9，$\frac{5}{2}$，$-\frac{2}{11}$，100，0.

2. 如果 $a=-a$，那么表示 a 的点在数轴上的什么位置？

容易看出，在正数前面添上“$-$”号，就得到这个正数的相反数. 在任意一个数前面添上“$-$”号，新的数就表示原数的相反数. 例如，

$-(+5)=-5$，$-(-5)=+5$，$-0=0$.

练习

化简下列各数：[1]

$-(-68)$，$-(+0.75)$，$-\left(-\frac{3}{5}\right)$，$-(+3.8)$.

1.2.4 绝对值

两辆汽车从同一处 O 出发，分别向东、西方向行驶 10 km，到达 A、B 两处（图 1.2-5）. 它们的行驶路线相同吗？它们行驶路程的远近（线段 OA，OB 的长度）相同吗？

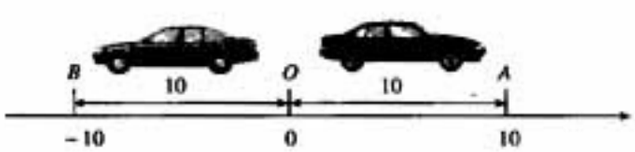


图 1.2-5

16. 教科书通过汽车行驶的问题说明绝对值的意义，借助数轴给出绝对值的定义，并由这个定义得出一个正数、负数或 0 的绝对值是什么的结论. 运用这些结论可以直接求一个数的绝对值.

17. 在汽车行驶的问题中，对于行驶路线，要考虑路程与方向两个方面；对于行驶路程的远近，则只需要路程，而不必考虑方向了. 由此引出绝对值的概念.

18. 教科书借助数轴给出绝对值的定义. 这个定义，学生接受起来比较容易.

0 的绝对值是 0，从这个定义出发，就十分容易理解.

19. 由这个定义出发，可以得出一个正数、负数或 0 的绝对值是什么的结论. 这些结论用起来方便. 用字母可以简明地把这些结论表示出来. 不要扩展到对绝对值符号内含字母的情况加以讨论.

这里的数 a 可以是正数、负数和 0.

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的**绝对值**（absolute value），记作 $|a|$. 例如，图 1.2-5 中 A、B 两点分别表示 10 和 -10，它们与原点的距离都是 10 个单位长度，所以 10 和 -10 的绝对值都是 10，即

$$|10| = 10,\ |-10| = 10.$$

显然 $|0| = 0$.

由绝对值的定义可知：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

(1) 当 a 是正数时，$|a| =$_____；

(2) 当 a 是负数时，$|a| =$_____；

(3) 当 $a=0$ 时，$|a| =$_____.[1]

你可以给 a 取些具体数值检验你填写的结果是否正确.

练习

1. 写出下列各数的绝对值：

$$6,\ -8,\ -3.9,\ \frac{5}{2},\ -\frac{2}{11},\ 100,\ 0.$$

2. 判断下列说法是否正确：

(1) 符号相反的数互为相反数；

(2) 符号相反且绝对值相等的数互为相反数；

(3) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上越靠右；

(4) 一个数的绝对值越大，表示它的点在数轴上离原点越远.

[1] 依次填：a，$-a$，0.

练习答案

1. 6，8，3.9，$\frac{5}{2}$，$\frac{2}{11}$，100，0.

2. (1) 不正确；
   (2) 正确；
   (3) 不正确；
   (4) 正确.

教科书把求一个数的绝对值按这个数是正数，负数，0 三种情况加以说明，这种考虑问题的方法对今后的学习意义重大，但考虑到学生的程度，在这方面不要要求太高.

20. 绝对值概念是一个重要的概念. 学习这个内容会起到复习巩固前面内容的作用. 如对于正负数的意义，学了绝对值再来认识，就更清楚了. 以 -4 为例，这里的“$-$”号表示这是一个负数，“4”就表示这个数的绝对值；从数轴上看，这里的“$-$”号表明它在原点的左边，“4”表明它离原点的距离是 4 个单位长. 又如，互为相反数的两个数（0 除外）符号相反，绝对值相等. 绝对值的运用也十分广泛，学习这部分内容也是为有理数运算等内容作准备的.

21. 绝对值的概念是一个难点，要加强练习，但练习的深度与广度要适当把握.

[1] 依次填：−4，9.

观察

图 1.2-6 给出了一周中每天的最高气温和最低气温，其中最低的是____℃，最高的是____℃.[1]你能将这 14 个温度按从低到高的顺序排列吗？

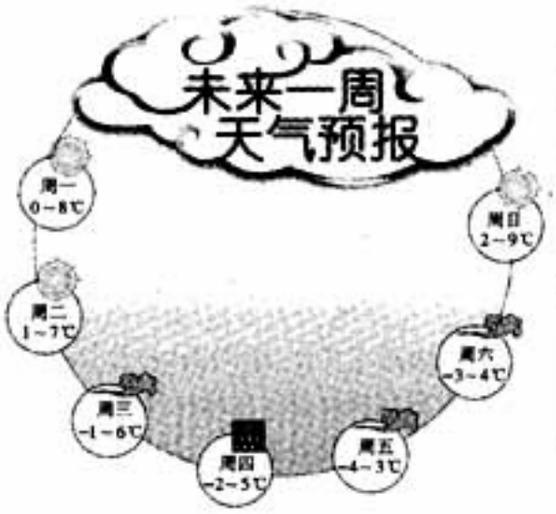


图 1.2-6

图 1.2-6 中的 14 个温度按从低到高排列为

−4，−3，−2，−1，0，1，2，3，4，5，6，7，8，9.

按照这个顺序排列的温度，在温度计上所对应的点是从下到上的. 按照这个顺序把这些数表示在数轴上，表示它们的各点的顺序是从左到右的（图 1.2-7）.

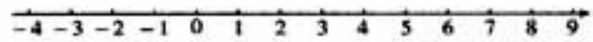


图 1.2-7

我们已知两个正数（或 0）之间怎样比较大小，例如 0<1，1<2，2<3，….

任意两个有理数（例如−4 和−3，−2 和 0，−1 和 1）怎样比较大小呢？

22. 教科书从温度比较高低引出用数轴比较有理数大小的规定，由这个规定得出比较有理数大小的一些结论，并运用这些结论比较有理数大小.

23. 教科书先让学生观察一周天气预报，并把这 7 天的最低温度、最高温度按从低到高的顺序排列出来. 根据常识，学生可以由低到高地排列这些温度. 把这些数表示在数轴上，可以看到，表示它们的各点是从左到右的. 由此引出利用数轴比较有理数大小的规定.

24. 有了上面的形象概括，就容易得到比较有理数大小的一些结论. 要让学生结合图形理解这些结论，而不是死记硬背. 例如，两个负数在数轴上，绝对值大的在左边，这就容易记住绝对值大的负数反而小的结论.

25. 教科书中的例题是运用有关结论比较有理数大小. 以前学过一些比较数的大小的知识. 可根据学生情况，适当复习下面的内容：

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序，就是从小到大的顺序，即左边的数小于右边的数.

由这个规定可知，$-6<-5$，$-5<-4$，$-4<-3$，$-2<0$，$-1<1$，….

(1) 正数大于0，0大于负数，正数大于负数；

(2) 两个负数，绝对值大的反而小.[1]

例如，1 _____ 0，0 _____ −1，

1 _____ −1，−1 _____ −2.[2]

思考

前面对温度由低到高的排列与上述有理数大小的规定一致吗？[3]

例 比较下列各对数的大小：

(1) $-(-1)$和$-(+2)$； (2) $-\frac{8}{21}$和$-\frac{3}{7}$；

(3) $-(-0.3)$和$\left|-\frac{1}{3}\right|$.

解：(1) 先化简，$-(-1)=1$，$-(+2)=-2$.

正数大于负数，$1>-2$，

即 $-(-1)>-(+2)$.

(2) 这是两个负数比较大小，要比较它们的绝对值.

$$\left|-\frac{8}{21}\right|=\frac{8}{21},\quad \left|-\frac{3}{7}\right|=\frac{3}{7}=\frac{9}{21}.$$

[1] 两个负数比较大小的方法，其根据还是表示这两个数的点在数轴上的位置关系，但一旦得出这种利用绝对值比较负数大小的方法，今后就可以不必通过数轴，直接利用绝对值.

[2] 依次填：$>$，$>$，$>$，$>$.

[3] 一致.

(1) 比较两个小数的大小，先看它们的整数部分，整数部分大的那个数大；整数部分相同的，十分位上的数大的那个数大；十分位上的数也相同的，百分位上的数大的那个数大……

(2) 比较两个分数的大小，同分母分数，分子大的分数大；异分母分数，先通分再比较大小.

(3) 比较分数和小数的大小，一般可先将分数化为小数（化到可以和给出的小数比较大小即可），再比较它们的大小.

26. 例题的第（2）小题是两个负分数大小的比较，这是本节基本内容中较难的部分，它既用到新学的两个负数比较大小的结论，又联系到两个正分数比较大小的问题. 要让学生清楚地了解根据有关结论进行比较的过程：

(1) 先求出两个负数的绝对值（因为是异分母分数，还要通分，化成同分母分数）；

(2) 比较两个绝对值的大小；

[1] 这里实际上是在做简单的推理.

[2] 应填：绝对值.

练习答案

(1) $-3>-5$；

(2) $-2.5<-|-2.25|$.

因为 $\frac{8}{21}<\frac{9}{21}$，即 $\left|-\frac{8}{21}\right|<\left|-\frac{3}{7}\right|$，

所以 $-\frac{8}{21}>-\frac{3}{7}$. [1]

(3) 先化简，$-(-0.3)=0.3$，$\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$.

$0.3<\frac{1}{3}$，

即 $-(-0.3)<\left|-\frac{1}{3}\right|$.

异号两数比较大小，要考虑它们的正负；同号两数比较大小，要考虑它们的_____. [2]

练习

比较下列各对数的大小：

(1) -3 和 -5；　(2) -2.5 和 $-|-2.25|$.

习题 1.2

复习巩固

1. 下面的有理数中哪些是整数？哪些是正整数，哪些是负整数？哪些是正分数，哪些是负分数？有理数可以分为哪两大类？

$$15,\ -\frac{3}{8},\ 0,\ 0.15,\ -30,\ -12.8,\ \frac{22}{5},\ +20,\ -60.$$

2. 在数轴上表示下列各数：

$$-5,\ +3,\ -3.5,\ 0,\ \frac{2}{3},\ -\frac{3}{2},\ 0.75.$$

3. 写出下列各数的相反数，并将这些数连同它们的相反数在数轴上表示出来：

$$-4,\ +2,\ -1.5,\ 0,\ \frac{1}{3},\ -\frac{9}{4}.$$

(3) 根据有关结论判断原来两个负数的大小.

27. 学了有理数比较大小的方法，就可以回过头解决引言中的第 (2) 个问题. 在这个问题中，红、黄、蓝三队的净胜球数分别是 2，-2，0. 由 $2>0>-2$ 可知红队第一，蓝队第二，黄队第三.

习题 1.2

1. 第 1，2，3 题分别与有理数的分类，数轴，相反数有关.

2. 第 4，7，10 题与绝对值有关. 学生应会求一个数的绝对值，并运用绝对值解决简单的问题.

3. 第 6，8，9 题与有理数比较大小有关. 学生应会比较几个有理数的大小，并会用有理数比较大小的方法解决简单的问题.

4. 写出下列各数的绝对值：

$$-125,\ +23,\ -3.5,\ 0,\ \frac{2}{3},\ -\frac{3}{2},\ -0.05.$$

上面的数中哪个数的绝对值最大？哪个数的绝对值最小？[1]

5. 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“<”号连接：

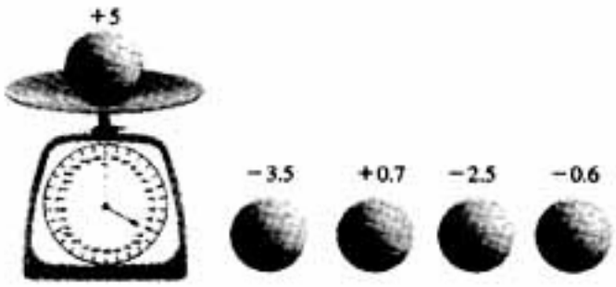
$$-0.25,\ +2.3,\ -0.15,\ 0,\ -\frac{2}{3},\ -\frac{3}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0.05.$$

综合运用

6. 下面是我国几个城市某年一月份的平均气温，把它们按从高到低的顺序排列．

北京	武汉	广州	哈尔滨	南京
−4.6 ℃	3.8 ℃	13.1 ℃	−19.4 ℃	2.4 ℃

7. 检查了 5 个排球的重量(单位：克)，其中超过标准重量的数量记为正数，不足的数量记为负数，结果如下：



其中哪个球的重量最接近标准？怎样用绝对值解释排球的重量接近标准重量的程度？

8. 1999 年我国治理大气污染取得成效，与 1998 年比较，工业二氧化硫和生活二氧化硫排放的增幅分别是−0.084 和−0.02，工业烟尘和生活烟尘排放的增幅分别是−0.191和−0.257，这些增幅中哪个最小？增幅是负数说明什么？[2]

拓广探索

9. (1) −1 与 0 之间还有负数吗？$-\frac{1}{2}$与 0 之间呢？如有，请举例.

(2) −3 与−1 之间有负整数吗？−2 与 2 之间有哪些整数？

(3) 有比−1 大的负整数吗？

(4) 写出 3 个小于−100 并且大于−103 的数.

10. 如果 $|x|=2$，那么 x 一定是 2 吗？如果 $|x|=0$，那么 x 等于几？如果 $x=-x$，那么 x 等于几？

[1] 这里是比较几个数的绝对值的大小.

[2] 通过本题让学生增强环境保护意识. 说明二氧化硫是空气中的有害物质. 说明增幅是增长幅度的意思.

[1] 结合净胜球的具体情境可以得出，如果进 4 个球，失 2 个球，那么净胜 2 球. 也就是说，

$$4+(-2)=2.$$

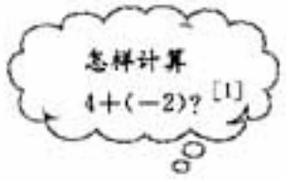
[2] 可以先让学生思考两个有理数相加有哪些情况，并归结为同号两数相加，异号两数相加，一个数与 0 相加三种情况. 这样，学生对下面讨论的内容就有了一个整体的把握.

[3] 回避向左运动 5 m，看成向右 −5 m的说法，直接把向左运动记作负数.

[4] 可以直观地用数轴把这个运算表示出来，其中假设原点为运动起点.

1.3 有理数的加减法

1.3.1 有理数的加法



我们已经熟悉正数的加法运算，然而实际问题中做加法运算的数有可能超出正数范围. 例如，足球循环赛中，可以把进球数记为正数，失球数记为负数，它们的和叫做净胜球数. 章前言中，红队进 4 个球，失 2 个球；蓝队进 1 个球，失1 个球. 于是红队的净胜球数为

$$4+(-2),$$

黄队的净胜球数为

$$1+(-1).$$

这里用到正数与负数的加法.

下面借助数轴来讨论有理数的加法. [2]

看下面的问题.

一个物体作左右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正. 向右运动 5 m 记作 5 m，向左运动 5 m 记作 −5 m. [3]

如果物体先向右运动 5 m，再向右运动 3 m，那么两次运动后总的结果是什么?

两次运动后物体从起点向右运动了 8 m. 写成算式就是

$$5+3=8. \quad [4] \qquad ①$$

如果物体先向左运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后总的结果是什么?

两次运动后物体从起点向左运动了 8 m. 写成算式就是

1. 本节主要内容是有理数的加减法运算. 首先通过实例明确有理数加法的意义，引入有理数加法的法则. 接着，举例说明前两个学段学过的加法运算律对有理数加法同样适用. 在讲解有理数加法的基础上，从有理数减法的意义，得出有理数减法法则. 进一步，根据有理数减法法则，可以把加减法运算统一成加法. 最后介绍如何用计算器进行有理数的加减法运算.

2. 教科书通过净胜球数说明实际问题中要用到正数与负数的加法. 然后借助数轴讨论有理数的加法.

3. 在一条直线上的两次运动的实例中，要说明以下几点：

(1) 原点是第一次运动的起点；

(2) 第二次运动的起点是第一次运动的终点；

(3) 由第二次运动的终点与原点的相对位置得出两次运动的结果；

$$(-5)+(-3)=-8. \quad ②$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点 O 为运动起点（图 1.3-1）.[1]

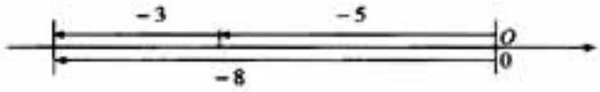


图 1.3-1

如果物体先向右运动 5 m，再向左运动 3 m，那么两次运动后物体从起点向右运动了 2 m. 写成算式就是

$$5+(-3)=2. \quad ③$$

这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点 O 为运动起点（图 1.3-2）.

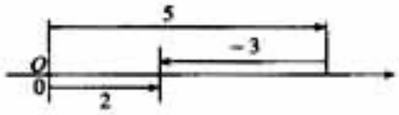


图 1.3-2

探究

利用数轴，求以下情况时物体两次运动的结果：[2]

（1）先向右运动 3 m，再向左运动 5 m，物体从起点向____运动了____ m；

（2）先向右运动 5 m，再向左运动 5 m，物体从起点向____运动了____ m；

（3）先向左运动 5 m，再向右运动 5 m，物体从起点向____运动了____ m.

这三种情况运动结果的算式如下：

$$3+(-5)=-2; \quad ④$$

$$5+(-5)=0; \quad ⑤$$

$$(-5)+5=0. \quad ⑥$$

[1] 也可以先直观地用数轴表示两次运动及其结果，再得出这个算式.

[2] 利用数轴可探求出相应结果，依次填：

（1）左，2；

（2）左或右，0；

（3）左或右，0.

（4）如果用正数表示向右运动，用负数表示向左运动，就可以用算式描述相应的运动问题.

4. 第一个问题实际上是前两个学段学过的内容. 这里包含两层含义：一是在什么情况下使用加法，也就是加法的意义，不必单独从理论上去讲加法的意义；二是怎样进行两个正数的加法运算. 这些内容是学生熟悉的.

5. 按照规定，向左运动用负数表示. 这样，第二个问题求两次向左的结果，也就是进行两个负数的加法运算. 用数轴表示两个负数相加，其目的是让学生了解用数轴表示加法运算的方法，从而为后面利用数轴探究其他情况作准备. 至此，讨论了有理数加法中的比较简单的情况：同号相加.

6. 异号相加有三种情况，教科书介绍了其中一种情况，其他两种情况让学生探究. 要充分利用数轴，由在数轴上表示结果的点在原点的左边、右边或位于原点，以及表示结果的点与原点

[1] 应填：绝对值.

[2] ①②是同号两数相加的情况，③④⑤⑥是异号两数相加的情况，⑦是一个数与0相加的情况. 在每种情况中，让学生观察和的符号、绝对值与两个加数的符号、绝对值的关系，得出相应的结论.

[3] 应填：−2.

如果物体第1秒向右（或左）运动5 m，第2秒原地不动，两秒后物体从起点向右（或左）运动了5 m. 写成算式就是

$$5+0=5 \quad 或 \quad (-5)+0=-5. \qquad ⑦$$

考虑有理数的运算结果时，既要考虑它的符号，又要考虑它的_____. [1]

你能从算式①～⑦中发现有理数加法的运算法则吗？[2]

有理数加法法则

1. 同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.

2. 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得0.

3. 一个数同0相加，仍得这个数.

先定符号，再算绝对值.

例1 计算：

(1) $(-3)+(-9)$； (2) $(-4.7)+3.9$.

解：(1) $(-3)+(-9)=-(3+9)=-12$；

(2) $(-4.7)+3.9=-(4.7-3.9)=-0.8$.

例2 足球循环赛中，红队胜黄队4∶1，黄队胜蓝队1∶0，蓝队胜红队1∶0，计算各队的净胜球数.

解：每个队的进球总数记为正数，失球总数记为负数，这两数的和为这队的净胜球数.

三场比赛中，红队共进4球，失2球，净胜球数为

$$(+4)+(-2)=+(4-2)=2;$$

黄队共进2球，失4球，净胜球数为

$(+2)+(-4)=-(4-2)=$____； [3]

的距离，就可确定两次运动的结果.

7. 教科书通过物体在两个时间段后的运动结果，其中在一个时间段不运动，引出与0相加的情况.

8. 由同号的两种情况，异号的三种情况（其中包括相加为0的特例），再加上与0相加的情况，可归纳出有理数加法的运算法则，也就是根据所给两个加数的符号与绝对值，确定和的符号与绝对值的方法.

9. 运算法则是从实例引出的，这是说明运算法则的合理性. 运算法则本身是一种规定. 对于学生来说，最终是要记住规定，会运用规定运算. 但了解规定的合理性，对理解这个规定，进而在理解的基础上记忆，是有益的.

10. 在给出运算法则后，教科书通过两个例子介绍运算法则的运用. 其中例2是回过头解决引言中求净胜球的问题. 例2后是一组练习，第1题是说明有理数加法意义的，即在什么情况下，

蓝队共进____球，失____球，净胜球数为

_____=_____.[1]

练习

1. 用算式表示下面的结果：

(1) 温度由−4 ℃上升 7 ℃；

(2) 收入 7 元，又支出 5 元.

2. 计算：

(1) 15+(−22)；　(2) (−13)+(−8)；

(3) (−0.9)+1.5；　(4) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)$.

思考

我们以前学过加法交换律、结合律，在有理数的加法中它们还适用吗？计算

30+(−20)，　(−20)+30.

两次所得的和相同吗？

换几个加数再试一试.[2]

有理数的加法中，两个数相加，交换加数的位置，和不变.

加法交换律：$a+b=$_____.[3]

计算

[8+(−5)]+(−4)，8+[(−5)+(−4)].

两次所得的和相同吗？换几个加数再试一试.

有理数的加法中，三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变.

加法结合律：$(a+b)+c=$_____.[4]

[1] 应填：1，1，1+(−1)，0.

练习答案

1. (1) (−4)+7=3；

(2) (+7)+(−5)=2.

2. (1) −7；

(2) −21；

(3) 0.6；

(4) $-\frac{1}{6}$.

[2] 让学生用不同的数去尝试，是为了避免学生由一个例子即可得出某种结论. 总的来讲，教科书中的尝试只起到说明的作用，运算律对所有有理数都成立实际上是直接给出的.

[3] 应填：$b+a$.

[4] 应填：$a+(b+c)$.

用加法解决问题. 第 2 题则是运用法则进行运算的基本题，对这些比较简易的练习，要求学生能熟练掌握.

11. 让学生回忆前两个学段学过哪些加法运算律，并指出参与运算的是哪些数. 让学生思考如果参与运算的是有理数，这些运算律是否还成立. 先让学生算一算，尝试得出结论，然后再说明实际上加法运算律对于有理数也同样适用.

12. 对于加法运算律，既要注意文字的表述，也要注意字母的表示. 对于式子中的字母，应说明它们分别表示任意的一个有理数，也就是它们可以表示整数，也可以表示分数；特别是既可以表示正数，又可以表示负数或 0. 例如，可以表示 3，也可以表示−5，$\frac{1}{2}$，0 等. 但也必须说明，在同一个式子中，同一个字母只表示同一个数. 用字母表示运算律，在后面还有几处，应使学生逐步熟悉，正确理解.

[1] 例 3 中，把正数与负数分别相加，从而使计算简化. 这样做既运用了加法交换律又运用了加法结合律.

[2] 例 4 解法 2 说明把互为相反数的一对数结合起来相加，可以使计算简化. 这种方法使用加法交换律、加法结合律.

例 3 中是怎样使计算简化的？这样做的根据是什么？[1]

例 3 计算 $16+(-25)+24+(-35)$.

解： $16+(-25)+24+(-35)$

$=16+24+[(-25)+(-35)]$

$=40+(-60)=-20$.

利用加法交换律、结合律，可以使运算简化. 认识运算律对于理解运算有很重要的意义.

例 4 每袋小麦的标准重量为 90 千克，10 袋小麦称重记录如图 1.3-3 所示. 与标准重量比较，10 袋小麦总计超过多少千克或不足多少千克？10 袋小麦的总重量是多少？

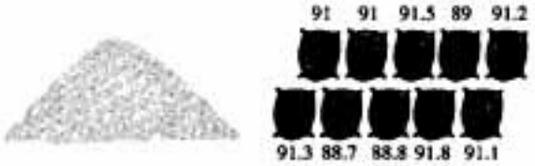


图 1.3-3

解法 1：先计算 10 袋小麦的总重量

$91+91+91.5+89+91.2+91.3+88.7+88.8+91.8+91.1=905.4$.

再计算总计超过多少千克

$905.4-90\times10=5.4$.

解法 2：每袋小麦超过标准重量的千克数记作正数，不足的千克数记作负数. 10 袋小麦对应的数为 $+1$，$+1$，$+1.5$，-1，$+1.2$，$+1.3$，-1.3，-1.2，$+1.8$，$+1.1$.

$1+1+1.5+(-1)+1.2+1.3+(-1.3)+(-1.2)+1.8+1.1$

$=[1+(-1)]+[1.2+(-1.2)]+[1.3+(-1.3)]+(1+1.5+1.8+1.1)$

$=5.4$.

$90\times10+5.4=905.4$.

答：10 袋小麦总计超过标准重量 5.4 千克. 总重

比较两种解法. 解法 2 中使用了哪些运算律？[2]

13. 教科书就两个加数相加的情况，介绍了加法交换律；就三个加数相加的情况，介绍了加法结合律. 根据加法交换律和结合律可以得出：三个以上有理数相加，可以任意交换加数的位置，也可以先把其中的几个数相加. 教科书通过例 3，例 4 对这一点加以说明.

14. 例 3 是四个有理数相加，可以先让学生思考怎样进行计算. 对于本题而言，既可以按从左到右的顺序依次相加，也可以运用运算律进行运算. 让学生用两种方法都算一算，从中体会用运算律简化运算的作用.

15. 例 4 中的问题也有两种解法. 解法 2 是以前面学过的用正负数解决实际问题为基础的：以每袋 90 千克为准，超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数. 这样，把这些数相加，其结果就是总计超过多少或不足多少. 再与按标准数计算的总数比较，即可得出总数. 如果学生理解有困难，可将问题简化，先用两三袋来说一

量是 905.4 千克.

练习

1. 计算：

(1) $23+(-17)+6+(-22)$；

(2) $(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$.

2. 计算：

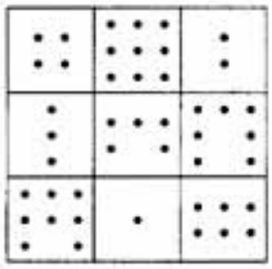
(1) $1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$；(2) $3\frac{1}{4}+\left(-2\frac{3}{5}\right)+5\frac{3}{4}+\left(-8\frac{2}{5}\right)$.



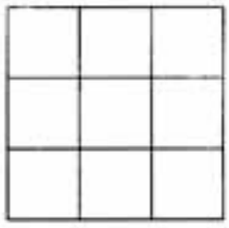
实验与探究　　选学

填　幻　方

有人建议向火星发射如下图的图案. 它叫做幻方，其中 9 个格中的点数分别是 1，2，3，4，5，6，7，8，9. 每一横行、每一竖列以及两条斜对角线上的点数的和都是 15. 如果火星上有智能生物，那么他们可以从这种“数学语言”了解到地球上也有智能生物（人）.



你能将 -4，-3，-2，-1，0，1，2，3，4 这 9 个数分别填入下图的幻方的 9 个空格中，使得处于同一横行、同一竖列、同一斜对角线上的 3 个数相加都得 0 吗？[1]



练习答案

1. (1) -10；

(2) -3.

2. (1) $\frac{2}{3}$；

(2) -2.

[1] 让学生把一些正负数与 0 填入幻方，可以使学生巩固有理数加法的法则与运算律. 要使所填的数符合幻方的要求，又需要学生不断调试，探究其中的规律.

下. 在学生学习了减法之后，还会遇到类似的问题. 到那时，利用有理数减法再做一次解释，可以进一步加深学生的理解.

16. 本节中的运算律以及运算律的推广，都没有证明，主要是通过具体例子进行说明的. 在小学、中学阶段，对运算律，都不介绍证明方法，只结合具体例子做一些必要的说明.

17. 有理数的减法是通过计算温差的实例引出的. 然后从减法是加法的相反运算的角度，探求两个有理数的差是多少，以及是否可以利用加法进行减法的运算，从而引出有理数的减法法则，并运用有理数减法法则进行运算.

18. 温差可以衡量一天温度的变化. 由于零上温度用正数表示，零下温度用负数表示，温差的计算就要涉及有理数的减法.

$4-(-3)$的结果可以直接从温度计看出，一般地，还是从减法是加法的相反运算得出. 另一方面，这个结果可以由 $4+(+3)$ 得到. 由此猜

[1] 从温度计可以直观地看出，4 ℃比－3 ℃高7 ℃.

[2] 让学生利用减法是加法的相反运算得出结果，再与加法算式的结果比较，从而得出这些数减－3的结果与它们加＋3的结果相同的结论.

[3] 让学生通过计算总结出如下结论：减去一个正数等于加这个正数的相反数.

你是将0填入中央的格中吗？与同学交流一下，看看你们填这个幻方的方法相同吗？

1.3.2 有理数的减法



图 1.3-4

实际问题中有时还要涉及有理数的减法. 例如，某地一天的气温是－3～4 ℃，这天的温差(最高气温减最低气温，单位：℃)就是4－(－3). 这里用到正数与负数的减法.

减法是与加法相反的运算，计算4－(－3)，就是要求出一个数x，使得x与－3相加得4. 因为7与－3相加得4，所以x应该是7，即

$$4-(-3)=7. \qquad ①$$

另一方面，我们知道

$$4+(+3)=7, \qquad ②$$

由①②有

$$4-(-3)=4+(+3). \qquad ③$$

换几个数再试一试.

探究

从③式能看出减－3相当于加哪个数吗？把4换成0，－1，－5，用上面的方法考虑

0－(－3)，(－1)－(－3)，(－5)－(－3).

这些数减－3的结果与它们加＋3的结果相同吗？[2]

计算

9－8，9＋(－8)；15－7，15＋(－7).

从中又能有新发现吗？[3]

想：减去一个负数，等于加这个负数的相反数. 对于其他的数，这个猜想还成立吗？另外，减去一个正数，等于加这个正数的相反数吗？可以让学生通过具体计算加以讨论.

19. 有理数的减法法则可以用字母简明地表示出来，这有助于学生理解和记忆这个法则.

20. 有理数的减法可以结合两次运动的实例利用数轴加以讨论，就是知道两次运动的结果，以及其中一次运动，求另外一次运动. 例如，对于4－(－3)而言，可以看成知道两次运动的结果是向右4 m，第一次运动是向左3 m，由此第二次运动应该是向右7 m. 另一方面，向右7 m，可以由向右4 m，再向右3 m得到. 也就是说，4－(－3)＝4＋(＋3). 这种讲法与用数轴讨论有理数加法比较，略为复杂，教科书没有采用. 教科书引用的温度计的图，可以看成用数轴对有理数减法的说明.

21. 在开始学习有理数减法运算时，是按照

归纳

有理数的减法可以转化为加法来进行.

有理数减法法则

减去一个数，等于加这个数的相反数.

有理数减法法则也可以表示成

$$a-b=a+(-b).$$

例 5 计算：

(1) $(-3)-(-5)$；　　(2) $0-7$；[1]

(3) $7.2-(-4.8)$；　　(4) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}$.

解：(1) $(-3)-(-5)=(-3)+5=2$；

(2) $0-7=0+(-7)=-7$；

(3) $7.2-(-4.8)=7.2+4.8=12$；

(4) $\left(-3\frac{1}{2}\right)-5\frac{1}{4}=\left(-3\frac{1}{2}\right)+\left(-5\frac{1}{4}\right)=-8\frac{3}{4}$.

练习

1. 计算：

(1) $6-9$；　　(2) $(+4)-(-7)$；

(3) $(-5)-(-8)$；　　(4) $0-(-5)$；

(5) $(-2.5)-5.9$；　　(6) $1.9-(-0.6)$.

2. 计算：

(1) 比 2 ℃低 8 ℃的温度；

(2) 比 −3 ℃低 6 ℃的温度.

[1] 一个数减去 0 比较容易，0 减去一个数，在开始学时是容易出错的，这里配上这样的例子，就是为了引起学生的重视.

练习答案

1. (1) −3；
   (2) 11；
   (3) 3；
   (4) 5；
   (5) −8.4；
   (6) 2.5.
2. (1) −6 ℃；
   (2) −9 ℃.

有理数减法法则，先把减法化成加法，然后按照有理数加法法则运算. 在学生做练习时，要引导学生注意归纳有理数减法的规律，而不要只简单机械地将减法化成加法.

22. 学了有理数减法之后，可以看到，有了有理数，对于以前不能解决的 2−5 这类不够减的问题就不成为问题了. 中国古代负数的引入，就是为解决解方程时遇到的不够减的问题的. 从另一个角度，也可以说，在有理数范围内，减法总可以实施. 这一点可以让学生通过思考加以体会. 可让学生进一步得出：小数减大数，等于大数减小数的相反数. 有了这个结论，像 2−5 这样的题就可直接得出.

23. 由于有理数的减法可以转化成加法来进行，加减法的混合运算就可以统一成加法运算. 进一步通过省略加号、括号，得出简单的书写方式，并在此形式下进行加法运算.

24. 例 6 说明有理数的加减运算可以转化为

[1] 小数减大数所得的差是负数.

[2] 加减法转化为加法后就可以用加法交换律与加法结合律了.

[3] 应填：$(-c)$.

思考

以前只有在 a 大于或等于 b 时，我们会做减法 $a-b$（例如 $2-1$，$1-1$）. 现在你会在 a 小于 b 时做减法 $a-b$（例如 $1-2$，$-1-0$）吗？小数减大数所得的差是什么数？[1]

下面我们研究怎样进行有理数的加减混合运算.

例 6 计算 $(-20)+(+3)-(-5)-(+7)$.

分析：这个式子中有加法，也有减法，可以根据有理数减法法则，把它改写为

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7),$$

使问题转化为几个有理数的加法.

这里使用了哪些运算律？[2]

解：
$$\begin{aligned}&(-20)+(+3)-(-5)-(+7)\\&=(-20)+(+3)+(+5)+(-7)\\&=[(-20)+(-7)]+[(+5)+(+3)]\\&=(-27)+(+8)\\&=-19.\end{aligned}$$

归纳

引入相反数后，加减混合运算可以统一为加法运算.

$a+b-c=a+b+$_____. [3]

式子

$$(-20)+(+3)+(+5)+(-7)$$

是 -20，3，5，-7 这四个数的和，为书写简单，可以省略式中的括号和加号，把它写为

有理数的加法运算，进行加法运算可以使用加法运算律.

25. 要让学生习惯于把 $-20+3+5-7$ 看成负 20，正 3，正 5，负 7 的和，这样便于直接用加法运算律进行运算.

26. 在学生有理数加减法的笔算达到一定要求后，教科书介绍用计算器进行有理数的加减运算，让学生进一步学会使用计算器这个方便快捷的计算工具.

$-20+3+5-7$.[1]

这个式子可以读作“负 20、正 3、正 5、负 7 的和”，或读作“负 20 加 3 加 5 减 7”. 例 6 的运算过程也可以简单地写为

$$\begin{aligned}&(-20)+(+3)-(-5)-(+7)\\=&-20+3+5-7\\=&-20-7+3+5\\=&-27+8\\=&-19.\end{aligned}$$

练习

计算：(1) $1-4+3-0.5$；　(2) $-2.4+3.5-4.6+3.5$；

(3) $(-7)-(+5)+(-4)-(-10)$；　(4) $\frac{3}{4}-\frac{7}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)-1$.

计算器是一种方便实用的计算工具，用计算器进行比较复杂的数的计算，比笔算要快捷得多.

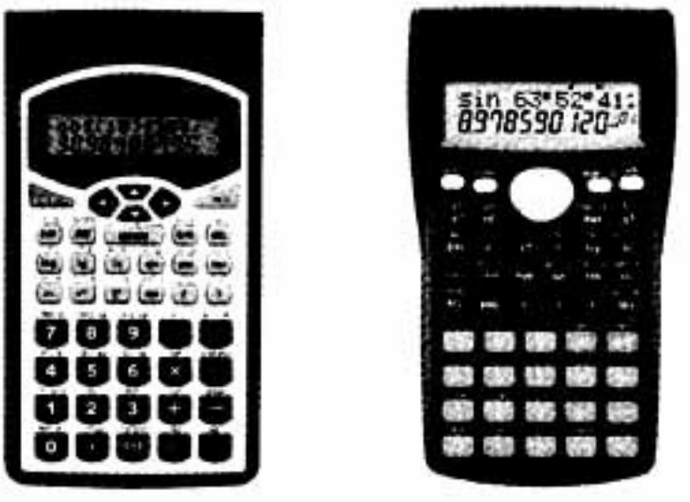


图 1.3-5　两种电子计算器面板示意图

[1] 这里要说明两点，一是在一个式子中，如果第一个数带有负号，通常可以不用括号把这个数括起来. 前面使用括号，是因为学生初学不熟. 二是把这个式子看成一个和，便于直接用加法运算律.

练习答案

(1) -0.5；

(2) 0；

(3) -6；

(4) $-\frac{13}{4}$.

[1] 经过这一步，原题中的括号去掉了，可以减少按键. 也可以不用这一步，直接对原题按键计算.

[2] 在下面的计算中，把上式看成几个数的加减运算.

例 7 计算 $-5.13+4.62+(-8.47)-(-2.3)$.

解： $-5.13+4.62+(-8.47)-(-2.3)$

$=-5.13+4.62-8.47+2.3$. [1]

以下用计算器计算. [2]

方法一：带符号键 (−) 的计算器.

按键	显示
(−) 5.13	−5.13
+	−5.13+
4.62	−5.13+4.62
−	−5.13+4.62−
8.47	−5.13+4.62−8.47
+	−5.13+4.62−8.47+
2.3	−5.13+4.62−8.47+2.3
=	−6.68

不同品牌计算器的操作方法可能有所不同，具体用法参见其使用说明.

方法二：带符号键 +/− 的计算器.

按键	显示
5.13 +/−	−5.13
+	−5.13
4.62	4.62
−	−0.51
8.47	8.47
+	−8.98
2.3	2.3
=	−6.68

随着科技发展和社会进步，计算工具的普及会不断加快.

所以，原式 $=-6.68$.

练习

用计算器计算：

(1) 357+(−154)+26+(−212)；

(2) (−7.22)+3.01+(−6.13)+(−5.49).

习题 1.3

复习巩固

1. 计算：

(1) (−10)+(+6)；　(2) (+12)+(−4)；

(3) (−5)+(−7)；　(4) (+6)+(−9)；

(5) (−0.9)+(−2.7)；　(6) $\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(7) $\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{5}$；　(8) $\left(-3\frac{1}{4}\right)+\left(-1\frac{1}{12}\right)$.

2. 计算：[1]

(1) (−8)+10+2+(−1)；

(2) 5+(−6)+3+9+(−4)+(−7)；

(3) (−0.8)+1.2+(−0.7)+(−2.1)+0.8+3.5；

(4) $\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)$.

3. 计算：[2]

(1) (−8)−8；　(2) (−8)−(−8)；

(3) 8−(−8)；　(4) 8−8；

(5) 0−6；　(6) 0−(−6)；

(7) 16−47；　(8) 28−(−74)；

(9) (−3.8)−(+7)；　(10) (−5.9)−(−6.1).

练习答案

(1) 17；

(2) −15.83.

[1] 注意适当运用运算律. 第 (1) (2) 小题主要是把正数与负数分别相加. 第 (3) 小题中有互为相反数的数. 第 (4) 小题可考虑同分母的分别相加.

[2] 由 (2) (4) 小题可进一步得出，一个数减去它本身，结果为 0. 由 (5) (6) 小题可进一步得出，0 减去一个数，结果为这个数的相反数.

习题 1.3

1. 第 1 题巩固有理数的加法法则. 第 2 题是多个数相加，应设法使运算简便. 第 3～4 题巩固减法运算法则. 第 5 题是有理数的混合运算. 第 6 题中的运算要求用计算器完成.

2. 第 7 题与求温差类似，是求两处高度的差. 由于海拔高度用正负数表示，这里涉及有理数的减法.

在第 8 题中，如果温度上升用正数表示，温度下降用负数表示，可以列出加法算式求得结果.

第 9～10 题与例 4 类似.

第 11 题求温差，用减法.

在第 12 题中，要求 4 场比赛中总的净胜球数，要先算出各场的净胜球数，再相加.

3. 第 13 题是已知两个数的和，及其中一个数，求另一个数，用减法. 第 14 题用来猜想乘法法则.

[1] 经过一步，把原题中的括号去掉再按键计算. 也可以直接对原题按键计算.

4. 计算：

(1) $\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；　　(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)$；

(3) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$；　　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}$.

5. 计算：

(1) $-4.2+5.7-8.4+10$；

(2) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}$；

(3) $12-(-18)+(-7)-15$；

(4) $4.7-(-8.9)-7.5+(-6)$.

6. 用计算器计算：[1]

(1) $(-417)+509+(-371)$；

(2) $(-18.65)+(-6.23)+18.41+6.53$；

(3) $(-122)-908$；

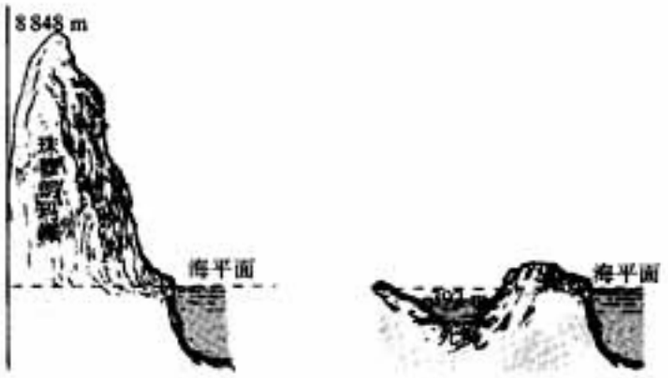
(4) $26.18-(-12.93)$；

(5) $-216+157+348+512-678$；

(6) $81.26-293.08+8.74+111.23$.

综合运用

7. 如图，世界最高峰是珠穆朗玛峰，陆上最低处是位于亚洲西部名为死海的湖，两处高度相差多少？



(第7题)

8. 一天早晨的气温是−7 ℃，中午上升了 11 ℃，半夜又下降了 9 ℃，半夜的气温是多少？

9. 食品店一周中各天的盈亏情况如下（盈余为正）：

132 元，−12.5 元，−10.5 元，127 元，−87 元，136.5 元，98 元.

一周总的盈亏情况如何？

10. 有 8 筐白菜，以每筐 25 千克为准，超过的千克数记作正数，不足的千克数记作负数，称重的记录如下：

1.5，−3，2，−0.5，1，−2，−2，−2.5.

这 8 筐白菜的总重量是多少？

11. 某地一周内每天的最高气温与最低气温记录如下表，哪天的温差最大？哪天的温差最小？

星期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温	10 ℃	12 ℃	11 ℃	9 ℃	7 ℃	5 ℃	7 ℃
最低气温	2 ℃	1 ℃	0 ℃	−1 ℃	−4 ℃	−5 ℃	−5 ℃

12. 红星队在 4 场足球赛中的战绩是：第一场 3∶1 胜，第二场 2∶3 负，第三场 0∶0 平，第四场 2∶5 负. 红星队在 4 场比赛中总的净胜球数是多少？

拓广探索 ▶▶

13. 填空：[1]

(1) ___+11=27；　　(2) 7+___=4；

(3) (−9)+___=9；　　(4) 12+___=0；

(5) (−8)+___=−15；　　(6) ___+(−13)=−6.

14. 计算下列各式的值：

(−2)+(−2)，　　(−2)+(−2)+(−2)，

(−2)+(−2)+(−2)+(−2)，　　(−2)+(−2)+(−2)+(−2)+(−2).

猜想下列各式的值：[2]

(−2)×2，(−2)×3，(−2)×4，(−2)×5.

你能进一步猜出负数乘正数的法则吗？

[1] 可以直接猜哪个数适合，也可以转化为用减法做.

[2] 前两个学段学过，求几个相同加数的和用乘法. 沿用这个规定，(−2)+(−2)就可以记作(−2)×2.

[1]《九章算术》是我国最古老的算经书之一. 此书的成书年代，各家说法不一. 一般认为，此书成于秦（公元前 221 年—公元前 207 年）、西汉（公元前 206 年—公元前 25 年）时期. 现传本《九章算术》是经魏朝刘徽（263 年）和唐朝李淳风（656 年）注释过的注本. 此书比较系统地记载了我国古代数学各方面的研究成果.

15. 一种股票第一天的最高价比开盘价高 0.3 元，最低价比开盘价低 0.2 元；第二天的最高价比开盘价高 0.2 元，最低价比开盘价低 0.1 元；第三天的最高价等于开盘价，最低价比开盘价低 0.13 元. 计算每天最高价与最低价的差，以及这些差的平均值.



股票交易是市场经济中的一种金融活动，它可以促进投资和资金流通.



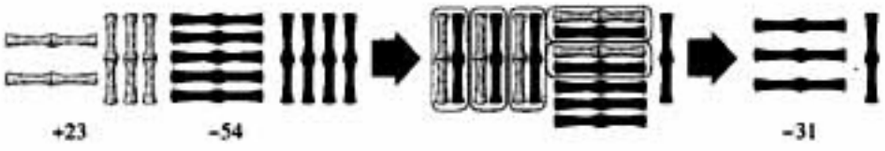
阅读与思考 选学

中国人最先使用负数

中国人很早就开始使用负数. 在古代商业活动中，以收入为正，支出为负；以盈余为正，亏欠为负. 在古代农业活动中，以增产为正，减产为负.

著名的中国古代数学著作《九章算术》[1]的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数及其加减法运算法则. 书中涉及用不同颜色的算筹（小棍形状的记数工具）分别表示正数和负数（红色为正，黑色为负），并给出名为“正负术”的算法.





“正负术”是正负数加减法则. 其中有一段话是“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之.”你知道它的意思吗？其实它就是减法法则，以现代算式为例，可以将这段

阅读与思考

1. 从数学发展史上看，在使用负数和它的运算方面，中国在世界上处于遥遥领先的地位. 在国外，印度大约在公元七世纪才开始认识负数，并用小点或小圈记在数字上面表示负数. 在欧洲，直到十二、十三世纪，才有负数，而实际进行运算还要在几百年之后. 在中国，在纪元初，也就是距今2000年以前，就已经认识了负数，规定了表示负数的方法，指出了负数的实际意义，更进一步在解方程中运用了正负数的运算.

2. 在我国，有关这方面的内容的最早的文字记载是出现在秦、汉时期的古代算经《九章算术》一书的第八章《方程》中，大致有以下内容：

关于负数的引用，书中以卖（收入钱）为正，则买（付出钱）为负；余钱为正，不足钱（亏钱）为负. 在关于粮谷计算的问题中，是以

活解释如下：

“同名相除”，即同号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值减去减数的绝对值．例如

$$(+5)-(+3)=+(5-3),$$

$$(-5)-(-3)=-(5-3).$$

“异名相益”，即异号两数相减时，括号前为被减数的符号，括号内为被减数的绝对值加减数的绝对值．例如

$$(+5)-(-3)=+(5+3),$$

$$(-5)-(+3)=-(5+3).$$

“正无入负之，负无入正之”，即0减正得负，0减负得正．例如

$$0-(+3)=-3,$$

$$0-(-3)=+3.$$

史料证明：追溯到两千多年前，中国人已经开始使用负数，并且对负数已有很深刻的认识，这在世界上是首创．

益实（增加粮谷）为正，损实（减少粮谷）为负．

在《九章算术》中还记载了正负数的运算法则，实际是正负数加减法的运算法则，也就是书中在方程解法中用到的“正负术”．



[1] 以前学过，一个数乘整数（指正整数），是求几个相同加数的和的简便运算；一个数乘分数（指正分数），是求这个数的几分之几是多少.

[2] 教科书利用数轴通过蜗牛运动的例子引出有理数乘法法则. 在前两个学段，学生对“速度×时间=路程”已经熟悉：如果知道速度，时间，就可以用“速度×时间”求出路程，如果再知道运动的起点，运动的方向，就可以用“速度×时间”确定运动一段时间后的位置. 在此基础上，可进一步指出，如果把时间区分为现在前与现在后，“速度×时间”就表示一段时间前与一段时间后的位置. 另一方面，这个位置借助数轴容易确定，从而写出相应的算式.

1.4 有理数的乘除法

1.4.1 有理数的乘法

我们已经熟悉正数及 0 的乘法运算.[1]引入负数以后，怎样进行有理数的乘法运算呢?

下面仍然借助数轴来研究有理数的乘法.[2]

如图 1.4-1，一只蜗牛沿直线 l 爬行，它现在的位置恰在 l 上的点 O.



图 1.4-1

(1) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分后它在什么位置?

(2) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分后它在什么位置?

(3) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向右爬行，3 分前它在什么位置?

(4) 如果蜗牛一直以每分 2 cm 的速度向左爬行，3 分前它在什么位置?

为区分方向，我们规定：向左为负，向右为正. 为区分时间，我们规定：现在前为负，现在后为正.

(1) 3 分后蜗牛应在 l 上点 O 右边 6 cm 处（图 1.4-2），这可以表示为

$$(+2)\times(+3)=+6. \qquad ①$$

1. 本节主要内容是有理数的乘除法运算. 教科书首先借助数轴研究有理数的乘法，引入有理数乘法的法则，并通过例子说明如何运用法则进行计算. 然后从具体运算的例子出发，指出乘法的运算律对有理数同样适用. 在乘法之后，从有理数除法的意义出发，结合具体例子引入有理数的除法法则，并通过例子说明如何运用法则进行计算. 最后通过例题介绍有理数的混合运算.

2. 有理数乘法法则，实际上是一种规定. 但在教学中，最好能让学生在某种程度上对这种规定的合理性有所认识和了解.

教科书中是通过蜗牛在直线上运动这样的实例，对有理数乘法运算加以说明的. 书中研究了 4 个问题. 第一个问题，可以看成是与以前学过的乘法一样的，学生容易理解. 在第二个问题中，结合有理数加法时的讲法，向右为正，向左为负，不难得出负数与正数相乘的结果. 第三个问题是关键，在这个问题中，对于时间规定了现

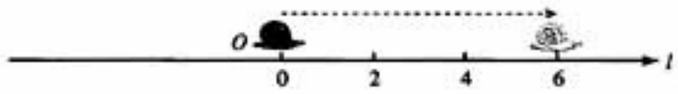


图 1.4-2

(2) 3 分后蜗牛应在 l 上点 O 左边 6 cm 处（图 1.4-3），这可以表示为

$$(-2)\times(+3)=-6. \quad ②$$

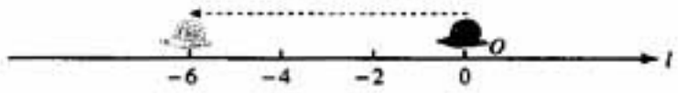


图 1.4-3

(3) 3 分前蜗牛应在 l 上点 O 左边 6 cm 处（图 1.4-4），[1]这可以表示为

$$(+2)\times(-3)=-6. \quad ③$$

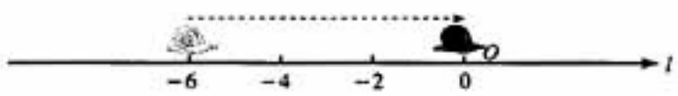


图 1.4-4

(4) 3 分前蜗牛应在 l 上点 O 右边 6 cm 处（图 1.4-5），[2]这可以表示为

$$(-2)\times(-3)=+6. \quad ④$$

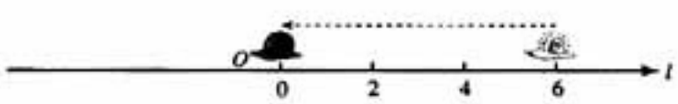


图 1.4-5

观察①～④式，根据你对有理数乘法的思考，填空：[3]

正数乘正数积为_____数，

负数乘正数积为_____数，

正数乘负数积为_____数，

负数乘负数积为_____数，

乘积的绝对值等于各乘数绝对值的_____.

[1] 蜗牛向右爬行，3 分前应在点 O 的左边.

[2] 蜗牛向左爬行，3 分前应在点 O 的右边.

[3] 依次填：正，负，负，正，积.

在前为负，有了这个规定，就可以得出正数与负数相乘的结果. 继续第三个问题中的思路，就得出有理数乘法中最重要的一个结果，负数与负数相乘，得正数，即负负得正.

至于两个数相乘，一个数是 0 的情况，参照正数与 0 相乘的结果，可以规定负数与 0 相乘也得 0. 这一点就不必深究了.

综合以上情况，即可给出有理数乘法法则.

3. 对于有理数乘法运算，有的教材采用如下的方法来说明. 由一系列算式

$3\times2=6$，

$3\times1=3$，

$3\times0=0$，

$3\times(-1)=?$

$3\times(-2)=?$

看出

$3\times(-1)=-3$，

$3\times(-2)=-6$.

[1] 也就是说，两个数相乘，一个数是0，结果是0. 这可以用蜗牛爬行的例子加以解释：第一个乘数为0，表示蜗牛根本不动，第二个乘数为0，表示蜗牛还没有运动，两种结果自然都是仍在原处，即结果为0.

[2] 依次填：符号，绝对值.

[3] $\frac{1}{a}$.

有理数乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数同0相乘，都得0.[1]

这个法则的形成，考虑了数学本身的继承与发展，保持了运算律，扩大了运算中数的范围.

例如，$(-5)\times(-3)$，…… 同号两数相乘

$(-5)\times(-3)=+(\ \ )$，…… 得正

$5\times3=15$，…… 把绝对值相乘

所以 $(-5)\times(-3)=15$.

又如，$(-7)\times4$，…… _____

$(-7)\times4=-(\ \ )$，…… _____

$7\times4=28$，…… _____

所以 $(-7)\times4=$_____.

有理数相乘，先确定积的_____，再确定积的_____.[2]

例1 计算：

(1) $(-3)\times9$； (2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)$.

解：(1) $(-3)\times9=-27$；

(2) $\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)=1$.

数 $a(a\neq0)$ 的倒数是什么?[3]

有理数中仍然有：**乘积是1的两个数互为倒数.**



例2 用正负数表示气温的变化量，上升为正，下降为负. 登山队攀登一座山峰，每登高1 km气温的变化量为−6 ℃，攀登3 km后，气温有什么变化?

解：$(-6)\times3=-18$.

答：气温下降18 ℃.

从而得出正数与负数相乘的结果. 由此出发，进一步通过下列算式

$(-3)\times2=-6$,

$(-3)\times1=-3$,

$(-3)\times0=0$,

$(-3)\times(-1)=?$

$(-3)\times(-2)=?$

看出

$(-3)\times(-1)=3$

$(-3)\times(-2)=6$.

从而得出负数与负数相乘的结果.

4. 对于有理数乘法法则，不论哪种讲法，在实际教学中，最后还是要落实到按照法则进行乘法运算上，对法则的合理性的理解，不要提过高的要求.

5. 有理数运算与以前学过的运算的一个重要区别就是多了一个符号问题. 对于有理数乘法，符号问题比有理数加法要简单一些，只要记

练习

1. 计算：

(1) $6\times(-9)$；　(2) $(-4)\times6$；　(3) $(-6)\times(-1)$；

(4) $(-6)\times0$；　(5) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；　(6) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}$.

2. 商店降价销售某种商品，每件降 5 元，售出 60 件后，与按原价销售同样数量的商品相比，销售额有什么变化？

3. 写出下列各数的倒数：

$$1,\ -1,\ \frac{1}{3},\ -\frac{1}{3},\ 5,\ -5,\ \frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}.$$

多个有理数相乘，可以把它们按顺序依次相乘.

观察

下列各式的积是正的还是负的？[1]

$2\times3\times4\times(-5)$，$2\times3\times4\times(-4)\times(-5)$，

$2\times(-3)\times(-4)\times(-5)$，

$(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$.

思考

几个不是 0 的数相乘，积的符号与负因数的个数之间有什么关系？[2]

几个不是 0 的数相乘，负因数的个数是_____时，积是正数；负因数的个数是_____时，积是负数.[3]

练习答案

1. (1) -54；
   (2) -24；
   (3) 6；
   (4) 0；
   (5) $-\frac{3}{2}$；
   (6) $-\frac{1}{12}$.
2. $(-5)\times60=-300$，即销售额减少 300 元.
3. 1，-1，3，-3，$\frac{1}{5}$，$-\frac{1}{5}$，$\frac{3}{2}$，$-\frac{3}{2}$.

[1] 只考虑积的符号. 第一、三式的积是负的，第二、四式的积是正的.

[2] 先考察上面各式中负因数的个数，再得出结论.

[3] 依次填：偶数，奇数.

住同号得正，异号得负就可以了. 至于绝对值，有理数乘法比有理数加法就更容易处理了.

6. 在有理数范围内，倒数的定义与以前学过的倒数定义，形式上是一样的. 这一点是结合例 1 指出的.

在这里给出倒数的概念，一方面可以运用有理数的乘法法则，另一方面为介绍有理数的除法法则作准备.

如果把整数看成分母是 1 的分数，那么任何一个有理数（除 0 以外）的倒数，就是把分子和分母颠倒后所得的数.

从倒数的定义出发，因为没有一个数与 0 相乘等于 1，所以 0 没有倒数.

7. 两个数相乘的练习是基础，熟练之后，多个数相乘的问题也就迎刃而解了.

几个不等于 0 的数相乘，积的符号由负因数的个数决定，通过例子让学生自己得出规律.

至于多个数相乘时，有一个数是 0 的情况，

[1] 先确定积的符号，再把各个乘数的绝对值相乘，作为积的绝对值.

[2] 如果有学生看不出来，可以让他们自己计算一下，并且可以换几个简单一些的数计算一下. 下面的式子给的数相对前面的例子，要复杂一些，其用意恰恰在于，理解之后，不管多复杂，都不必具体计算了.

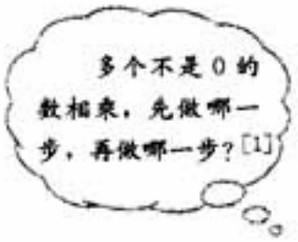
[3] 应填：0.

练习答案

(1) -70；

(2) $\frac{2}{27}$；

(3) 0.



例3 计算：

(1) $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$；

(2) $(-5)\times6\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{4}$.

解：(1) $(-3)\times\frac{5}{6}\times\left(-\frac{9}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=-3\times\frac{5}{6}\times\frac{9}{5}\times\frac{1}{4}=-\frac{9}{8}$.

(2) $(-5)\times6\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{4}$

$=5\times6\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=6$.

观察

你能看出下式的结果吗？[2] 如果能，请说明理由.

$7.8\times(-8.1)\times0\times(-19.6)$.

几个数相乘，如果其中有因数为0，积等于____.[3]

练习

计算：

(1) $(-5)\times8\times(-7)\times(-0.25)$；

(2) $\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(3) $(-1)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times0\times(-1)$.



下面是用计算器进行有理数乘法运算的例子.

例4 用计算器计算$(-51)\times(-14)$.

解：用带符号键(−)的计算器.

主要是在运算时，要先把题目看清，不要一上来就急着计算，算到后面遇到0，前边就白辛苦了.

8. 在用计算器进行有理数乘法运算时，如果先确定乘积的符号，只用计算器计算乘积的绝对值，可以减少按键的次数.

9. 与前面介绍的加法运算律类似，可先复习以前学过的乘法的运算律，然后通过一些简单的例子说明对于有理数仍然适用就可以了. 同加法运算律一样，要说明式中的字母可以表示正数，也可以表示负数或0.

10. 乘法的运算律与加法运算律类似，可以推广到多个有理数相乘的情况：

三个以上有理数相乘，可以任意交换因数的位置，或者先把其中的几个因数相乘.

例如，$abcd=d(ac)b$.

一个数同几个数的和相乘，等于把这个数分别同这几个数相乘，再把积相加.

(−) 51 × (−) 14 =

显示：−51×−14=

714

用带符号转换键 +/− 的计算器.

+/− 51 × +/− 14 =

显示：714

也可以只用计算器算乘积的绝对值，然后再加符号.

练习

用计算器计算：

(1) 26×(−41)；

(2) (−35)×(−17).

像前面那样规定有理数乘法法则后，就可以使交换律、结合律与分配律在有理数乘法中仍然成立.

例如

$$5\times(-6)=-30,\ (-6)\times5=-30,$$

即
$$5\times(-6)=(-6)\times5.$$

$$[3\times(-4)]\times(-5)=(-12)\times(-5)=60,$$

$$3\times[(-4)\times(-5)]=3\times20=60,$$

即 $[3\times(-4)]\times(-5)=3\times[(-4)\times(-5)]$.

a×b 也可以写为 a·b 或 ab. 当用字母表示乘数时，"×" 号可以写为 "·" 或省略.

一般地，有理数乘法中，两个数相乘，交换因数的位置，积相等.

乘法交换律：$ab=$_____.[1]

三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等.

乘法结合律：$(ab)c=$_____.[2]

又如

$$5\times[3+(-7)]=5\times(-4)=-20,$$

$$5\times3+5\times(-7)=15-35=-20,$$

练习答案

(1) −1 066；

(2) 595.

[1] 应填：ba.

[2] 应填：$a(bc)$.

例如，

$$a(b+c+d)=ab+ac+ad.$$

11. 加法与乘法共有五条运算律. 在这一章，运算律主要用于使运算简便. 在后面整式等内容的学习中，运算律都占有重要地位. 例如，整式加减法，就是根据加法交换律与加法结合律把同类项结合在一起，而同类项合并的根据就是分配律. 所以，要重视运算律的教学，为将来的学习打好基础.

12. 根据除法的意义可以进行有理数的除法运算，进而与有理数的乘法进行比较，从而得到启发，即有理数的除法可以利用乘法进行，并给出有理数除法法则. 根据除法可以化成乘法，进一步给出与乘法类似的法则.

13. 有理数的除法的意义与以前学过的除法的意义一样，这实际上是规定. 教科书上没有单独强调有理数除法的意义，只是将以前学过的除法的意义直接用上了，只要学生实际上接受就可

[1] 应填：$ab+ac$.

[2] 这里使用了前一节所讲的“和”的概念.

[3] 解法 1 先做加法运算，再做乘法运算. 解法 2 先做乘法运算，再做加法运算. 解法 2 用了分配律. 解法 2 的运算量小，因为解法 1 先要通分计算三个分数的和.

练习答案

(1) −8 500；

(2) 15；

(3) 25.

即　　$5\times[3+(-7)]=5\times3+5\times(-7)$.

一般地，一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加.

分配律：$a(b+c)=$_____.[1]

在代数学的研究中，运算律是很重要的内容.

例 5　用两种方法计算 $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times12$.

解法 1：
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times12$$
$$=\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{12}-\frac{6}{12}\right)\times12$$
$$=-\frac{1}{12}\times12=-1.$$

解法 2：
$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{2}\right)\times12$$
$$=\frac{1}{4}\times12+\frac{1}{6}\times12-\frac{1}{2}\times12$$ [2]
$$=3+2-6=-1.$$

思考

比较上面两种解法，它们在运算顺序上有什么区别？解法 2 用了什么运算律？哪种解法运算量小？[3]

练习

计算：

(1) $(-85)\times(-25)\times(-4)$；

(2) $\left(-\frac{7}{8}\right)\times15\times\left(-1\frac{1}{7}\right)$；

(3) $\left(\frac{9}{10}-\frac{1}{15}\right)\times30$.

以了.

14. 教科书中先给出了“除以一个数等于乘这个数的倒数”这一形式的除法法则，说明乘法与除法的关系，并用

$$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}(b\neq0)$$

把这个关系简明地表示出来.

考虑到具体运算的不同情况，教科书又从除法可以化成乘法，给出与乘法类似的法则，以便于学生根据具体情况灵活选用.

一般来说，能整除的情况下，往往采用法则的后一种形式，在确定符号后，直接除. 在不能整除的情况下，则往往将除数换成倒数，转化为乘法.

15. 关于 0 不能做除数的问题，让学生结合以前的知识接受就可以了，不必具体讲述 0 不能做除数的理由.

16. 除法可以写成几种不同的形式. 例如，

1.4.2 有理数的除法

怎样计算 $8\div(-4)$ 呢？根据除法的意义，[1] 这就是要求一个数，使它与 -4 相乘得 8.

因为 $(-2)\times(-4)=8$，

所以 $8\div(-4)=-2.$ ①

另一方面，我们有

$$8\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-2.$$ ②

于是有

$$8\div(-4)=8\times\left(-\frac{1}{4}\right).$$ ③

换其他数的除法进行类似讨论，是否仍有除以 $a(a\neq0)$ 可以转化为乘 $\frac{1}{a}$？[2]

③式表明，一个数除以 -4 可以转化为乘 $-\frac{1}{4}$ 来进行，即一个数除以 -4，等于乘 -4 的倒数 $-\frac{1}{4}$.

有理数除法法则

除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数.

这个法则也可以表示成

$$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}(b\neq0).$$

从有理数除法法则，容易得出：[3]

两数相除，同号得____，异号得____，并把绝对值相____. 0 除以任何一个不等于 0 的数，都得____.

这是有理数除法法则的另一种说法.

例 6 计算：(1) $(-36)\div9$；

(2) $\left(-\frac{12}{25}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)$.

解：(1) $(-36)\div9=-(36\div9)=-4$；

(2) $\left(-\frac{12}{25}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{12}{25}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{4}{5}$.

[1] 以前学过的除法的意义是：除法是已知两个因数的积与其中一个因数，求另一个因数的运算.

[2] 有理数除法有几种情况，为了归纳出运算法则，把各种情况都摆出来，才好进行归纳，所以这里指出换其他数试试.

[3] 依次填：正，负，除，0.

$8\div2$

也可以写成

$\frac{8}{2}$,

还可以写成

$8:2.$

因此，化简 $\frac{8}{2}$ 或 $8:2$，都可以利用除法.

17. 有理数的除法化成有理数的乘法以后，可以利用有理数乘法的运算律简化运算. 在熟练后，也可以不经过化成乘法这一步，直接进行运算. 例如例 8 第 (1) 小题，可以写成

$$\left(-125\frac{5}{7}\right)\div(-5)$$

$$=125\frac{5}{7}\div5$$

$$=125\div5+\frac{5}{7}\div5=25+\frac{1}{7}=25\frac{1}{7}.$$

练习答案

(1) -3；　(2) 9；

(2) $-\frac{1}{9}$；　(4) 0.

[1] 由这个结果，再对比

$$-\frac{12}{3}=-4,$$

可以知道，

$$\frac{-12}{3}=-\frac{12}{3}.$$

[2] 由这个结果可以知道，

$$\frac{-45}{-12}=\frac{45}{12},$$

即分子与分母都有负号时，可将负号约去. 例 7 中这两个小题，也可以直接约分，而不一定写成 $a\div b$ 的形式.

[3] 这里运用了分配律.

练习答案

1. (1) -8；　(2) $\frac{2}{3}$；

(3) 0.

2. (1) $-4\frac{1}{11}$；(2) $-\frac{5}{2}$；

(3) $-\frac{64}{15}$.

练习

计算：

(1) $(-18)\div 6$；　(2) $(-63)\div(-7)$；

(3) $1\div(-9)$；　(4) $0\div(-8)$.

分数可以理解为分子除以分母.

例 7　化简下列分数：

(1) $\frac{-12}{3}$；　(2) $\frac{-45}{-12}$.

解：(1) $\frac{-12}{3}=(-12)\div 3=-4$；[1]

(2) $\frac{-45}{-12}=(-45)\div(-12)=45\div 12=\frac{15}{4}$.[2]

因为有理数的除法可以化为乘法，所以可以利用乘法的运算性质简化运算. 乘除混合运算往往先将除法化成乘法，然后确定积的符号，最后求出结果.

例 8　计算：

(1) $\left(-125\frac{5}{7}\right)\div(-5)$；(2) $-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{1}{4}\right)$.

解：(1) $\left(-125\frac{5}{7}\right)\div(-5)=\left(125+\frac{5}{7}\right)\times\frac{1}{5}$

$=125\times\frac{1}{5}+\frac{5}{7}\times\frac{1}{5}$[3] $=25+\frac{1}{7}=25\frac{1}{7}$；

(2) $-2.5\div\frac{5}{8}\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{5}{2}\times\frac{8}{5}\times\frac{1}{4}=1$.

练习

1. 化简：

(1) $\frac{-72}{9}$；　(2) $\frac{-30}{-45}$；　(3) $\frac{0}{-75}$.

2. 计算：

(1) $\left(-36\frac{9}{11}\right)\div 9$；　(2) $(-12)\div(-4)\div\left(-1\frac{1}{5}\right)$；

(3) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)\div(-0.25)$.

18. 在用计算器进行有理数除法运算时，如果先确定商的符号，只用计算器计算商的绝对值，可以减少按键的次数.

19. 例 10 是加乘混合运算问题. 这一方面可以复习加法运算，另一方面为以后学习有理数混合运算作准备. 要向学生说明，没有括号时，先算乘除，后算加减.



下面举例说明如何用计算器进行有理数的除法运算.

例 9 用计算器计算$(-0.056)\div(-1.4)$.

解：用带符号键(−)的计算器.

(−) 0.056 ÷ (−) 1.4 =

显示：$-0.056\div-1.4=$

0.04

用带符号转换键+/−的计算器.

+/− 0.056 ÷ +/− 1.4 =

显示：0.04

练习

用计算器计算（结果保留两位小数）：

(1) $1.252\div(-44)$；

(2) $(-356)\div(-0.196)$.

有理数的加减乘除混合运算，如无括号指出先做什么运算，则按照“**先乘除，后加减**”的顺序进行.



例 10 某公司去年 1～3 月平均每月亏损 1.5 万元，4～6 月平均每月盈利 2 万元，7～10 月平均每月盈利 1.7 万元，11～12 月平均每月亏损 2.3 万元. 这个公司去年总的盈亏情况如何?

解：记盈利额为正数，亏损额为负数. 公司去年全年盈亏额（单位：万元）为

$$(-1.5)\times3+2\times3+1.7\times4+(-2.3)\times2$$
$$=-4.5+6+6.8-4.6=3.7.$$

这个公司去年全年盈利 3.7 万元.

练习答案

(1) −0.028；

(2) 1 816.33.

[1] 可以先把 −0.25 化成分数，然后再求倒数.

[2] 求一个带分数的倒数，要先将带分数化成假分数，再分子、分母颠倒.

[3] 进一步可得出，一个数同 1 相乘得它本身，一个数同 −1 相乘得它的相反数.

习题 1.4

复习巩固

1. 计算：

(1) $(-8)\times(-7)$；　(2) $12\times(-5)$；

(3) $2.9\times(-0.4)$；　(4) -30.5×0.2；

(5) $100\times(-0.001)$；　(6) $-4.8\times(-1.25)$.

2. 计算：

(1) $\frac{1}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)$；　(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)$；

(3) $-\frac{34}{15}\times25$；　(4) $(-0.3)\times\left(-\frac{10}{7}\right)$.

3. 写出下列各数的倒数：

(1) -15；　(2) $-\frac{5}{9}$；　(3) -0.25；[1]

(4) 0.17；　(5) $4\frac{1}{4}$；[2]　(6) $-5\frac{2}{5}$.

4. 计算：

(1) $-91\div13$；　(2) $-56\div(-14)$；

(3) $16\div(-3)$；　(4) $(-48)\div(-16)$；

(5) $\frac{4}{5}\div(-1)$；　(6) $-0.25\div\frac{3}{8}$.

5. 填空：[3]

$1\times(-5)=$____；　$1\div(-5)=$____；

$1+(-5)=$____；　$1-(-5)=$____；

$-1\times(-5)=$____；　$-1\div(-5)=$____；

$-1+(-5)=$____；　$-1-(-5)=$____.

6. 化简下列分数：

(1) $\frac{-21}{7}$；　(2) $\frac{3}{-36}$；

(3) $\frac{-54}{-8}$；　(4) $\frac{-6}{-0.3}$.

7. 计算：

(1) $-2\times3\times(-4)$；　(2) $-6\times(-5)\times(-7)$；

习题 1.4

1. 第 1～3 题巩固有理数的乘法运算.

第 4，6 题巩固有理数的除法运算.

第 5 题是 1 或 −1 与另一个数进行加减乘除运算，可以进一步总结其中的一些运算规律.

第 7 题是多个数的乘除运算. 可以将除法转化为乘法再做.

第 8 题是有理数的加减乘除混合运算.

2. 第 9 题是用计算器进行有理数的加减乘除混合运算.

第 10～11 题用有理数的乘法解决实际问题.

第 12 题计算含有多个字母的式子的值，只要把各个字母的值分别代入，进行计算.

3. 第 13 题用式子表示有理数乘除法的符号法则.

第 14 题让学生认识一个数不一定比它的 2 倍小.

第 15 题说明化简分数的符号的方法.

(3) $\left(-\frac{8}{25}\right)\times 1.25\times(-8)$；　　(4) $0.1\div(-0.001)\div(-1)$；

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\div\left(-2\frac{1}{4}\right)$；　　(6) $-6\times(-0.25)\times\frac{11}{14}$；

(7) $(-7)\times(-56)\times 0\div(-13)$；　　(8) $-9\times(-11)\div 3\div(-3)$.

8. 计算：

(1) $23\times(-5)-(-3)\div\frac{3}{128}$；

(2) $-7\times(-3)\times(-0.5)+(-12)\times(-2.6)$.

综合运用

9. 用计算器计算（结果保留两位小数）：[1]

(1) $(-36)\times 128\div(-74)$；　　(2) $-6.23\div(-0.25)\times 940$；

(3) $-4.325\times(-0.012)-2.31\div(-5.315)$；

(4) $180.65-(-32)\times 47.8\div(-15.5)$.

10. 用正负数填空：

(1) 小商店平均每天可赢利 250 元，一个月（按 30 天计算）的利润是_____元；

(2) 小商店每天亏损 20 元，一周的利润是_____元；

(3) 小商店一周的利润是 1 400 元，平均每天的利润是_____元；

(4) 小商店一周共亏损 840 元，平均每天的利润是_____元.

11. 一架直升机从高度为 450 米的位置开始，先以 20 米/秒的速度上升 60 秒，后以 12 米/秒的速度下降 120 秒，这时直升机所在高度是多少？

12. 当 $a=-3$，$b=-6$，$c=3.6$，$d=-2.5$ 时，计算下列各式的值：

(1) $ac+bd$；　　(2) $a\div b-c\div d$；

(3) $(a+b)c$；　　(4) $(a-b)\div d$.

拓广探索

13. 用“>”“<”或“=”号填空：

(1) 如果 $a<0$，$b>0$，那么 $a\cdot b$ ____ 0，$\frac{a}{b}$ ____ 0；

(2) 如果 $a>0$，$b<0$，那么 $a\cdot b$ ____ 0，$\frac{a}{b}$ ____ 0；

(3) 如果 $a<0$，$b<0$，那么 $a\cdot b$ ____ 0，$\frac{a}{b}$ ____ 0；

[1] 按键的顺序，可以与式子书写的顺序完全一样.

[1] 每次翻动两张牌，就是说有两张牌同时改变符号，这不能改变朝上一面的数的积是 1 的结果.

[2] 9 张牌都反面朝上时，上面的数的积是 −1.

(4) 如果 $a=0$，$b\neq 0$，那么 $a\cdot b$ ____ 0，那么 $\frac{a}{b}$ ____ 0.

14. 计算 2×1，$2\times\frac{1}{2}$，$2\times(-1)$，$2\times\left(-\frac{1}{2}\right)$. 联系这类具体的数的乘法，你认为一个非 0 有理数一定小于它的 2 倍吗？为什么？

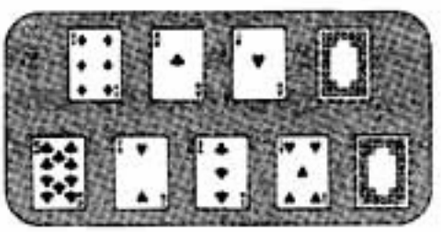
15. 计算 $(-4)\div 2$，$4\div(-2)$，$(-4)\div(-2)$. 联系这类具体的数的除法，你认为 a，b 是有理数，$b\neq 0$，下列式子是否成立？从它们可以总结什么规律？

(1) $\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$；　　(2) $\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$.

观察与猜想　　选学

翻牌游戏中的数学道理

桌上有 9 张正面向上的扑克牌，每次翻动其中任意 2 张（包括已翻过的牌），使它们从一面向上变为另一面向上，这样一直做下去，观察能否使所有的牌都反面向上？



你不妨试一试，看看会不会出现所有牌都反面向上.

事实上，不论你翻多少次，都不会使 9 张牌都反面向上. 从这个结果，你能想到其中的数学道理吗？

如果在每张牌的正面都写 1，反面都写 −1，考虑所有牌朝上一面的数的积. 开始 9 张牌都正面向上，上面的数的积是 1. 每次翻动 2 张，就是说有 2 张牌同时改变符号，这能改变朝上一面的数的积是 1 这一结果吗？[1] 9 张牌都反面向上时，上面的数的积是什么数？[2] 这种现象为什么不会出现？

你能解释为什么不会使 9 张牌都反面向上了吗？

如果桌上有任意奇数张牌，猜想结果会是怎样？

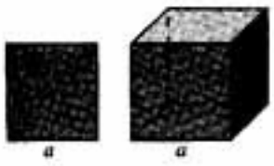
观察与猜想

可以让学生用扑克牌去实际操作，尝试之后，再思考其中的道理.

在这个问题中，不必考虑扑克牌正面的花色及大小，只需关注每张牌正面向上还是反面向上. 当用 1，−1 分别记录上述两种状态时，9 张牌的状态可以用这些数的乘积反映. 考察每次翻动对 9 张牌状态的影响，即可说明游戏的道理.

1.5 有理数的乘方

1.5.1 乘方

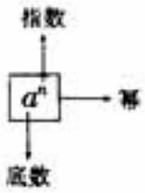


边长为 a 的正方形的面积是 $a \cdot a$，棱长为 a 的正方体的体积是 $a \cdot a \cdot a$.

$a \cdot a$ 简记作 a^2，读作 a 的平方（或二次方）；

$a \cdot a \cdot a$ 简记作 a^3，读作 a 的立方（或三次方）.

一般地，n 个相同的因数 a 相乘，即 $\underbrace{a \cdot a \cdot \cdots \cdot a}_{n个}$，[1] 记作 a^n，读作 a 的 n 次方.



求 n 个相同因数的积的运算，叫做**乘方**，乘方的结果叫做**幂**（power）. 在 a^n 中，a 叫做**底数**（base number），n 叫做**指数**（exponent），当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作 a 的 n 次幂.

例如，在 9^4 中，底数是 9，指数是 4，9^4 读作 9 的 4 次方，或 9 的 4 次幂.

一个数可以看作这个数本身的一次方. 例如，5 就是 5^1. 指数 1 通常省略不写.

因为 a^n 就是 n 个 a 相乘，所以可以利用有理数的乘法运算来进行有理数的乘方运算.

例 1 计算：

(1) $(-4)^3$；　　(2) $(-2)^4$.

解：(1) $(-4)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4)$

$= -64$；

(2) $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

$= 16$.[2]

[1] 这种几个数运算的表示，学生不熟悉，在教学中应适当加以解释.

[2] 负数的乘方，在书写时一定要把整个负数（连同负号）用小括号括起来. 例如，

$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

记作 $(-2)^4$.

$-(2 \times 2 \times 2 \times 2)$

记作 -2^4.

$(-2)^4$ 与 -2^4 是不相同的.

1. 本节主要内容是有理数的乘方运算. 首先给出有理数乘方的意义，接着通过例题和练习进行有理数的乘方运算. 然后安排了有理数的混合运算，这也是对前面有理数的运算作一小结. 在混合运算之后，为了表示比较大的数，介绍了大于 10 的数的科学记数法. 最后，鉴于实际计算时，常遇到近似数，为了进行这一类计算，介绍了近似数与有效数字的概念.

2. 教科书结合计算正方形面积和正方体体积的实例引出乘方的概念. 不过以前学的数的平方与立方只是在正数范围，现在则扩充到了有理数范围.

3. 教科书在给出乘方定义的同时，还明确了幂、底数、指数这几个概念的意义. 在教学时，可结合书中的示意图，讲清这几个概念的意义及相互关系.

应当注意，乘方是一种运算，幂是乘方运算的结果. 下面给出六种运算及其结果的一览表，

[1] 依次填：奇，负；偶，正.

例 2 用计算器计算$(-8)^5$和$(-3)^6$.

解：用带符号键(−)的计算器.

(　(−)　8　)　∧　5　=

显示：(−8)^5

−32768.

(　(−)　3　)　∧　6　=

显示：(−3)^6

729.

用带符号转换键+/−的计算器.

8　+/−　∧　5　=

显示：−32768.

3　+/−　∧　6　=

显示：729.

所以　$(-8)^5=-32\,768$，$(-3)^6=729$.

观察

从例 1 和例 2，你发现负数的幂的正负有什么规律？[1]

当指数是____数时，负数的幂是____数；

当指数是____数时，负数的幂是____数.

根据有理数的乘法法则可以得出：
负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数.
显然，正数的任何次幂都是正数，0 的任何次幂都是 0.

其中开方运算以后学.

运　　算	加	减	乘	除	乘方	开方
运算结果	和	差	积	商	幂	方根

4. 一个数可以看作这个数本身的一次方，这可以从下面的角度去理解：指数就是指相乘的因数的个数，指数是 1，就是指只有一个因数. 当然，只有一个因数就无所谓相乘了，这实际上是一种规定. 有了这个规定，可以给以后叙述问题带来方便，如整式的次数、指数概念的推广等.

5. 本节所讲的乘方是利用乘法来定义的. 因此，可以参照乘法运算的方法进行乘方运算.

由有理数乘法的符号法则，很容易得出有理数乘方的符号规律.

由有理数乘法可直接得 0 的正整数次幂是 0.

6. 有理数的运算是数学中许多其他运算的

练习

1. 计算：

(1) $(-1)^{10}$；　(2) $(-1)^{7}$；　(3) 8^{3}；　(4) $(-5)^{3}$；

(5) 0.1^{3}；　(6) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}$；　(7) $(-10)^{4}$；　(8) $(-10)^{5}$.

2. 用计算器计算：

(1) $(-11)^{6}$；　(2) 16^{7}；　(3) 8.4^{3}；　(4) $(-5.6)^{3}$.

做有理数的混合运算时，应注意以下运算顺序：[1]

1. 先乘方，再乘除，最后加减；

2. 同级运算，从左到右进行；

3. 如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行.

例 3　计算：$(-2)^{3}+(-3)\times[(-4)^{2}+2]-(-3)^{2}\div(-2)$.

解：　原式$=-8+(-3)\times(16+2)-9\div(-2)$

$=-8+(-3)\times 18-(-4.5)$

$=-8-54+4.5=-57.5$.

例 4　观察下面三行数：

$-2,\ 4,\ -8,\ 16,\ -32,\ 64,\ \cdots$；　①

$0,\ 6,\ -6,\ 18,\ -30,\ 66,\ \cdots$；　②

$-1,\ 2,\ -4,\ 8,\ -16,\ 32,\ \cdots$.　③

(1) 第①行数按什么规律排列？

(2) 第②③行数与第①行数分别有什么关系？

(3) 取每行数的第 10 个数，计算这三个数的和.

解：(1) 第①行数是

$-2,\ (-2)^{2},\ (-2)^{3},\ (-2)^{4},\ \cdots$.

(2) 对比①②两行中位置对应的数，你有什么发现？

第②行数是第①行相应的数加 2，即

联系数的乘方，从符号与绝对值两方面考虑①的排列规律.

练习答案

1. (1) 1；　(2) −1；

(3) 512；(4) −125；

(5) 0.001；(6) $\frac{1}{16}$；

(7) 10 000；

(8) −100 000.

2. (1) 1 771 561；

(2) 268 435 456；

(3) 592.704；

(4) −175.616.

[1] 以前学过四则运算的顺序，即先算乘除，后算加减. 前两个学段中虽然出现了平方与立方运算，例如，在运用圆面积公式时，就包含了乘与乘方的运算顺序问题，但鉴于前两个学段的要求不宜过高，未单独讲述.

基础，培养学生正确迅速的运算能力，是数学教学的一项重要目标. 从有理数的混合运算来说，它同时也是对有理数这一章主要内容的一个概括，抓好这部分内容的教学，也能起到复习全章的作用.

7. 因为混合运算的内容包含了这一章的主要内容，所以在教科书中，对于这部分内容的位置及与其他内容的关系，是统筹考虑的. 在前面分头介绍加、减、乘、除运算时，就逐步加入了混合运算的内容，从加减混合到加减乘除混合，这样，最后过渡到有理数的混合运算时就有了一定的基础.

8. 在加、减、乘、除、乘方这几种运算基本掌握的前提下，学习混合运算，首先应注意的就是运算顺序的问题.

通常把六种基本的代数运算分成三级. 加与减是第一级运算，乘与除是第二级运算，乘方与开方是第三级运算. 运算顺序的规定详细地讲

[1] 关键是确定第一行的第 10 个数是几. 这可以由第一行数的排列规律得出.

练习答案

(1) 0;

(2) $-125\frac{3}{16}$;

(3) $-\frac{2}{25}$;

(4) 999 2.

[2] 对于四位以上的数，从个位开始，每三位数之间要留空. 对于多位小数，则从十分位开始，每三位数之间要留空.

$-2+2$，$(-2)^2+2$，$(-2)^3+2$，$(-2)^4+2$，…

对比①③两行中位置对应的数，你有什么发现？

第③行数是第①行相应的数的 0.5 倍，即

-2×0.5，$(-2)^2\times0.5$，$(-2)^3\times0.5$，

$(-2)^4\times0.5$，….

(3) 每行数中的第 10 个数的和是[1]

$$(-2)^{10}+[(-2)^{10}+2]+(-2)^{10}\times0.5$$
$$=1\,024+(1\,024+2)+1\,024\times0.5$$
$$=1\,024+1\,026+512=2\,562.$$

练习

计算：

(1) $(-1)^{10}\times2+(-2)^3\div4$；　(2) $(-5)^2-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4$；

(3) $\frac{11}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div\frac{5}{4}$；　(4) $(-10)^4+[(-4)^2-(3+3^2)\times2]$.

1.5.2 科学记数法

现实中，我们会遇到一些比较大的数. 例如，太阳的半径，光的速度，目前世界人口（图 1.5-1）等. 读、写这样大的数有一定困难.



图 1.5-1

是：先算高级运算，再算低一级的运算；同级运算在一起，按从左到右的顺序运算；如果有括号，先做小括号内的运算，再做中括号内的运算，最后做大括号内的运算.

9. 要注意结合学生平时练习中出现的问题，及时纠正学生在运算顺序上出现的问题，特别是加入乘方运算后，学生对乘方运算不够熟悉，更容易出错.

10. 在进行混合运算的教学过程中，也注意弥补前面学习各种运算的运算法则、运算性质中的缺漏，使学生系统地、完整地掌握这部分内容.

11. 观察 10 的正整数次幂，可以发现利用 10 的正整数次幂表示大数的方法. 这里使用的是科学记数法.

12. 用科学记数法表示大数，关键是写出 10 的指数. 教科书通过让学生观察、思考得出整数的位数与 10 的指数的关系.

观察 10 的乘方有如下的特点：

$10^2=100$，$10^3=1\,000$，$10^4=10\,000$，….

一般地，10 的 n 次幂等于 10…0（在 1 的后面有 n 个 0），所以可以利用 10 的乘方表示一些大数，例如

$567\,000\,000=5.67\times100\,000\,000=5.67\times10^8$，

读作“5.67 乘 10 的 8 次方（幂）”.

这样不仅可以使书写简短，同时还便于读数.

像上面这样，把一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（其中 a 是整数数位只有一位的数，n 是正整数），使用的是**科学记数法**.[1]

例 5 用科学记数法表示下列各数：

1 000 000，57 000 000，123 000 000 000.

解：$1\,000\,000=10^6$，

$57\,000\,000=5.7\times10^7$，

$123\,000\,000\,000=1.23\times10^{11}$.

观察

上面的式子中，等号左边整数的位数与右边 10 的指数有什么关系？[2]

思考

如果一个数是 6 位整数，用科学记数法表示它时，10 的指数是多少？如果一个数有 9 位整数呢？[3]

用科学记数法表示一个 n 位整数，其中 10 的指数是_____.[4]

[1] 科学记数法还有另一种形式，即将小于 1 的正数表示成

$$a\times10^n,$$

其中 n 是负整数. 这要在以后介绍.

[2] 右边 10 的指数等于左边整数的位数减 1.

[3] 如果一个数是 6 位整数，用科学记数法表示它时，10 的指数是 5. 如果一个数是 9 位整数，用科学记数法表示它时，10 的指数是 8.

[4] 应填：$n-1$.

13. 教科书通过纳米引出 10 的负整数次幂，这里只让学生见一见，以后再完整介绍.

14. 教科书从实例说明，在实际问题中，常常使用近似数. 进而介绍精确度，引出有效数字的概念.

15. 以前学过在实际运算时，可以根据需要，用“四舍五入法”保留一定的小数位数，求出近似值. 由以前学过的这些知识，在讲法上略提高一些，就是现在所讲的精确到什么位数的问题了.

16. 关于有效数字的意义，要注意以下两点：一是从左边第一个不是 0 的数起；二是从左边第一个不是 0 的数起，到精确到的位数（即最后一位四舍五入所得的数）止，所有的数字. 例如，由四舍五入取得的近似数是 0.003 08. 左边第一个不是 0 的数是 3，最后一位四舍五入所得的数是 8，从 3 到 8 的所有的数是 3，0，8. 左边的三个 0 不算，3 与 8 之间的 0 要算，这个近

练习答案

1. 10^4，8×10^5，5.6×10^7，7.4×10^6.
2. 10 000 000，4 000，8 500 000，704 000，39 600.

练习

1. 用科学记数法写出下列各数：
10 000，800 000，56 000 000，7 400 000.
2. 下列用科学记数法写出的数，原来分别是什么数？
1×10^7，4×10^3，8.5×10^6，
7.04×10^5，3.96×10^4.

本章引言中有1纳米$=10^{-9}$米，这是什么意思呢？1纳米是非常小的长度单位，1米是1纳米的10亿倍，也就是说1纳米是1米的十亿分之一．两者之间的单位换算关系可以表示为

1米$=10^9$纳米，或者　1纳米$=\frac{1}{10^9}$米.

在科学记数法中，后一式子表示为

1纳米$=10^{-9}$米.

1.5.3　近似数和有效数字



先看一个例子．对于参加同一个会议的人数，有两个报道．一个报道说："会议秘书处宣布，参加今天会议的有513人."这里数字513确切地反映了实际人数，它是一个准确数．另一报道说："约有500人参加了今天的会议."500这个数只是接近实际人数，但与实际人数还有差别，它是一个**近似数**（approximate number）.

在许多情况下，很难取得准确数，或者不必使用准确数，而可以使用近似数．例如，宇宙现在的年龄约为200亿年，长江长约6 300千米，圆周率π约为3.14，这些数都是近似数.

似数有三个有效数字.

17. 精确度的两种形式，一是精确到哪一位，一是保留几个有效数字．它们的实际意义是不一样的．一般来说，精确到哪一位，可以表示出误差绝对值的大小．例如，在测量长度时，精确到0.1米，说明结果与实际数相差不大于0.05米．而有效数字则往往可以比较几个近似数，哪个更精确一些．例如，对圆周率取近似数，保留3个有效数字所得的3.14，比保留2个有效数字所得的3.1更精确.

近似数与准确数的接近程度，可以用精确度表示.[1] 例如，前面的 500 是精确到百位的近似数，它与准确数 513 的误差为 13.

按四舍五入法对圆周率 π 取近似数时，有

$\pi\approx3$（精确到个位），

$\pi\approx3.1$（精确到 0.1，或叫做精确到十分位），

$\pi\approx3.14$（精确到 0.01，或叫做精确到百分位），

$\pi\approx3.142$（精确到____，或叫做精确到_____），

$\pi\approx3.1416$（精确到____，或叫做精确到_____），

……

规定有效数字的个数，也是对近似数精确程度的一种要求. 一般说，对于同一个数取近似值时，有效数字个数越多，精确程度越高.

从一个数的左边第一个非 0 数字起，到末位数字止，所有数字都是这个数的**有效数字**（significant digit）. 例如，0.025 有两个有效数字：2，5；1 500 有 4 个有效数字：1，5，0，0；0.103 有 3 个有效数字：1，0，3.[2] 对于用科学记数法表示的数 $a\times10^n$，规定它的有效数字就是 a 中的有效数字. 例如，5.104×10^6 有 4 个有效数字：5，1，0，4.

例 6 按括号内的要求，用四舍五入法对下列各数取近似数：

(1) 0.015 8（精确到 0.001）；

(2) 30 435（保留 3 个有效数字）；

(3) 1.804（保留 2 个有效数字）；

(4) 1.804（保留 3 个有效数字）.

这里的 1.8 和 1.80 的精确度相同吗？表示近似数时，能简单地把 1.80 后面的 0 去掉吗？[4]

解：(1) $0.015\ 8\approx0.016$；

(2) $30\ 435\approx3.04\times10^4$；[3]

(3) $1.804\approx1.8$；

(4) $1.804\approx1.80$.

[1] 前两个学段没有讲精确度，一般是在除法运算时，如果除不尽，根据需要按四舍五入法取近似值，具体要求是保留整数，保留一位小数，保留两位小数等.

[2] 1 左边的 0 不是有效数字，1 与 3 之间的 0 是有效数字.

[3] 用科学记数法可表示出有效数字的个数.

[4] 1.8 与 1.80 的精确度不同，表示近似数时，不能简单地把 1.80 后面的 0 去掉.

练习答案

1. (1) 0.003 6;
   (2) 6.12×10^4;
   (3) 1.894;
   (4) 0.1.
2. 7.20×10^8, 1.40×10^7, 1.00×10^7, 1.20×10^8.

练习

1. 用四舍五入法对下列各数取近似数:
   (1) 0.003 56 (保留 2 个有效数字);
   (2) 61 235 (保留 3 个有效数字);
   (3) 1.893 5 (精确到 0.001);
   (4) 0.057 1 (精确到 0.1).
2. 2002 年, 中国有劳动力约 720 000 000 人, 失业下岗人员约 14 000 000 人, 每年新增劳动力约 10 000 000 人, 进城打工的农民约 120 000 000 人, 这些数字说明解决就业问题是一项长期艰巨的任务, 只有加快改革开放, 才能扩大就业, 全面建设小康社会. 请把以上近似数表示为保留 3 个有效数字的形式.

习题 1.5

复习巩固 ▶▶

1. 计算:
   (1) $(-3)^3$;
   (2) $(-2)^4$;
   (3) $(-1.7)^2$;
   (4) $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$;
   (5) $-(-2)^3$;
   (6) $(-2)^2\cdot(-3)^2$.
2. 用计算器计算:
   (1) $(-12)^8$;
   (2) 103^4;
   (3) 7.12^3;
   (4) $(-45.7)^3$.
3. 计算:
   (1) $(-1)^{100}\times5+(-2)^4\div4$;
   (2) $(-3)^2-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^4$;
   (3) $\frac{7}{6}\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{14}\div\frac{3}{5}$;

习题 1.5

1. 1～2 题巩固有理数的乘方运算.
第 3 题是有理数的混合运算.
第 4～5 题用到科学记数法.
第 6 题用到近似数与有效数字.
2. 第 7 题是知道指数与幂求底数.
第 8～10 题是用所学知识解决实际问题.
3. 第 11 题是让学生观察底数的小数点变化与幂的小数点的相应变化有什么关系.
第 12 题让学生观察负数的平方、立方的一些结果.

(4) $(-10)^3+[(-4)^2-(1-3^2)\times 2]$.

4. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 235 000 000；　　(2) 188 520 000；

(3) 701 000 000 000；　　(4) −38 000 000.

5. 下列用科学记数法表示的数，原来各是什么数？

3×10^7，1.3×10^3，8.05×10^8，2.004×10^5，-1.96×10^4.

6. 用四舍五入法对下列各数取近似数：

(1) 0.003 56（精确到 0.000 1）；

(2) 5 661 235（保留 3 个有效数字）；

(3) 3.895 3（精确到 0.01）；

(4) 0.057 1（保留 2 个有效数字）.

综合运用

7.



8. 一个长方体的长、宽都是 a，高是 b，它的体积和表面积怎样计算？当 $a=2$，$b=5$ 时，它的体积和表面积是多少？

9. 地球绕太阳公转的速度约是 1.1×10^5 千米/时，声音在空气中的传播速度约是 330 米/秒，试比较两个速度的大小.

10. 一天有 8.64×10^4 秒，一年按 365 天计算，一年有多少秒（用科学记数法表示）？

拓广探索

11. (1) 计算 0.1^2，1^2，10^2，100^2. 观察这些结果，底数的小数点向左（右）移动一位时，平方数小数点有什么移动规律？

(2) 计算 0.1^3，1^3，10^3，100^3. 观察这些结果，底数的小数点向左（右）移动一位时，立方数小数点有什么移动规律？

(3) 计算 0.1^4，1^4，10^4，100^4. 观察这些结果，底数的小数点向左（右）移动一位时，四次方数小数点有什么移动规律？

[1] 一般地，平方得正数的数有两个，没有平方得负数的有理数. 这点与一个数的绝对值的情况类似.

[1] 让学生通过计算，增强保护水资源，节约使用水资源的意识.

12. 计算$(-2)^2$，2^2，$(-2)^3$，2^3. 联系这类具体的数的乘方，你认为当$a<0$时下列各式是否成立？

(1) $a^2>0$；　　(2) $a^2=(-a)^2$；

(3) $a^3=-a^2$；　　(4) $a^3=-a^3$.



阅读与思考　　选学

关于淡水量的计算与思考[1]



据科学家估计，地球储水总量为1.42×10^{18}米^3，而淡水总量却只占其中的2.53%. 这些淡水的68.7%又封存于两极冰川和高山永久性积雪之中，这么一来，地球上可利用淡水不到地球储水总量的1%，它们存在于地下蓄水层、河流、湖泊、土壤、沼泽、植物和大气层中，这当中又有很大一部分不易取得.

21世纪初，世界人口约61亿，请同学们根据以上的资料，计算一下世界人均可利用淡水占有量大约是多少立方米（用科学记数法表示）.

中国人口约12.95亿，估计中国的可利用淡水量仅占世界的8%，中国人均可利用淡水占有量大约是世界人均值的多少？根据联合国公布的标准，每人每年供水不足1 000米^{3}的国家，即为缺水国家. 中国是不是缺水国家？我们应该怎样对待淡水资源？

阅读与思考

这篇材料是通过对有关数据的计算，谈论节约水资源这个话题，引起学生的思考.

要让学生用文中的数据进行计算，让数据说话，让学生真正感悟节约水资源的必要性与迫切性.

还可让学生再找些有关材料，对其中的数据进行分析、计算，加深对节约水资源问题的认识.

数学活动

活动 1 帮助家庭记录一个月（或一周）的生活收支账目，收入记为正数，支出记为负数，计算当月（周）的总收入、总支出、总节余以及每日平均支出等数据.

妥善保存账目，作为日后家庭理财的参考资料.

活动 2 根据北京一月份某周的气温情况（可查阅天气预报的有关资料），计算北京这周每天的温差以及这周的平均最高气温、平均最低气温和平均温差.

1. 活动 1 可让学生关心家庭生活，通过有关数据的计算，为家庭理财出谋划策.

2. 活动 2 可让学生收集数据，并对数据进行计算，从而把握一周的气温情况.

3. 活动 3 让学生用计算器去操作，探索简便的操作方法.

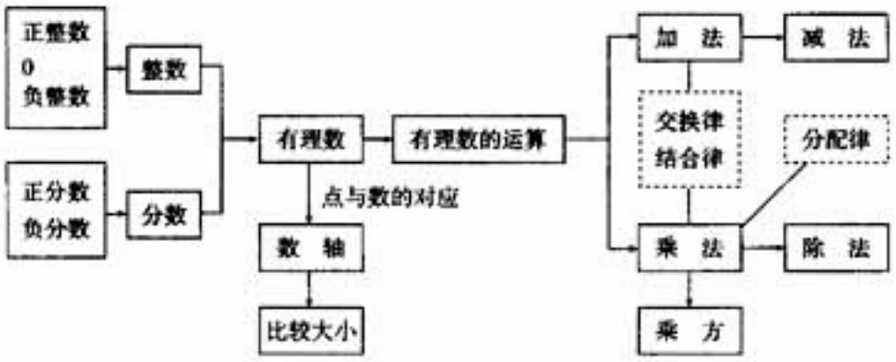
4. 活动 4 中的实例可从报刊、图书、网络等收集，并考察科学记数法和近似数在其中的应用.

活动3 熟悉你所用的计算器有关有理数运算的功能和操作方法，对于包含乘方、乘除与加减运算的算式，考虑怎样操作计算器最简便，实习这样的操作，并与同学进行交流.

活动4 收集现实生活中你认为非常大的数据的实例，体会科学记数法和近似数等在实际中的应用.

小　结

一、本章知识结构图



二、回顾与思考

1. 为什么要引入负数？举出实例说明正数和负数在表示相反意义的量时的作用.

2. 数的范围从正整数、0和正分数扩充到有理数后，增加了哪些数？减法中哪些原来不能进行的运算可以进行了？

3. 怎样用数轴表示有理数？数轴与普通直线有什么不同？怎样用数轴解释绝对值和相反数？

4. 有理数的加法与减法有什么关系，乘法与除法有什么关系？有理数的混合运算都能转化为加法与乘法运算吗？

5. 有理数满足哪些运算律？结合例子说明在有理数运算中运算律以及估算的作用.

1. 本章的主要内容可以概括为有理数的概念与有理数的运算两部分. 有理数的概念可以利用数轴来认识、理解，同时，利用数轴又可以把这些概念串在一起. 有理数的运算是全章的重点，在具体运算时，要注意四个方面，一是运算法则，二是运算律，三是运算顺序，四是近似计算.

2. 本章教学要求是围绕有理数运算这个中心的. 对于有理数的有关概念的理解与掌握，应结合有理数运算去把握要求的深广度，其中正负数、有理数、绝对值等概念，还会根据今后的需要与可能，逐步得到强化. 对于有理数的运算的要求，是这一章最主要的，这是今后学习的重要基础. 对于近似数与有效数字的内容，也应给予一定的重视. 尽管从第三学段的内容来看，有关内容并不多，但从今后学习及走向社会的需要出发，这部分内容还应逐步得到加强.

[1] 这种题可以帮助学生灵活掌握整数、比较有理数大小、数轴等知识. 类似的练习还有在数轴上表示绝对值小于 5 的所有整数，在数轴上表示绝对值等于 3 的数，等等.

复习题 1

复习巩固

1. 在数轴上表示下列各数，并按从小到大的顺序用“<”把这些数连接起来：

$$3.5,\ -3.5,\ 0,\ 2,\ -2,\ -1.6,\ -\frac{1}{3},\ 0.5.$$

2. 已知 x 是整数，并且 $-3<x<4$，在数轴上表示 x 可能取的所有数值. [1]

3. 设 $a=-2$，$b=-\frac{2}{3}$，$c=5.5$，分别写出 a，b，c 的绝对值、相反数和倒数.

4. 互为相反数的两数的和是多少？互为倒数的两数的积是多少？

5. 计算：

(1) $-150+250$；　(2) $-15+(-23)$；

(3) $-5-65$；　(4) $-26-(-15)$；

(5) $-6\times(-16)$；　(6) $-\frac{1}{3}\times 27$；

(7) $8\div(-16)$；　(8) $-25\div\left(-\frac{2}{3}\right)$；

(9) $(-0.02)\times(-20)\times(-5)\times 4.5$；

(10) $(-6.5)\times(-2)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\div(-5)$；

(11) $6+\left(-\frac{1}{5}\right)-2-(-1.5)$；

(12) $-66\times 4-(-2.5)\div(-0.1)$；

(13) $(-2)^2\times 5-(-2)^3\div 4$；

(14) $-(3-5)+3^2\times(1-3)$.

6. 用四舍五入法，按括号内的要求，对下列各数取近似值：

(1) 245.635　(精确到 0.1)；

(2) 0.054 5　(精确到 0.01)；

(3) 17 565　(精确到百位)；

(4) 0.033 5　(保留 2 个有效数字)；

(5) 12.004　(保留 4 个有效数字)；

(6) 6 537 800　(保留 3 个有效数字).

1. 第 1～4 题复习巩固有理数的有关概念. 注意知识的前后联系. 例如，在第 4 题中，从运算的角度理解相反数的概念.

第 5 题是有理数的运算，既有加减乘除基本运算，又有混合运算.

第 6 题复习巩固取近似值的方法.

2. 第 7～10 题运用所学知识解决实际问题.

3. 第 11 题把字母所取的值代入式子，就转化为有理数的运算.

第 12 题是让学生通过具体计算，归纳得出结论.

第 13 题让学生通过举反例指出一些结论不成立. 对于成立的结论说明理由. 在第 (2) 小题中，当 n 是偶数时，互为相反数的两个数 a 与 $-a$ 的同一偶数次方都是 a^n，所以相等.

综合运用

7. 勇士排球队四场比赛的成绩(五局三胜制)是1∶3，3∶2，0∶3，3∶1，总的净胜局数是多少?

8. 下列各数是10名学生的数学考试成绩，先估算他们的平均成绩，然后在此基础上计算平均成绩，由此检验你的估值能力.

82，83，78，66，95，75，56，93，82，81.

9. 当温度每上升1 ℃时，某种金属丝伸长0.002 mm. 反之，当温度每下降1 ℃时，金属丝缩短0.002 mm. 把15 ℃的金属丝加热到60 ℃，再使它冷却降温到5 ℃，金属丝的长度经历了怎样的变化? 最后的长度比原长度伸长多少?[1]

10. 一年之中地球与太阳之间的距离随时间而变化，1个天文单位是地球与太阳之间的平均距离，即1.496 0亿千米. 试用科学记数法表示1个天文单位是多少千米(保留4个有效数字).

拓广探索

11. 已知$a=-2$，$b=-\frac{3}{4}$，$c=1.5$，计算下列各式的值：

(1) $a^3+2b-4c$；　　(2) $(a-b)\times(-4)+(a+c)\div b$.

$2b$ 表示2乘b，$4c$ 表示4乘c.

12. 结合具体的数的运算，归纳有关特例，然后比较下列数的大小：

(1) 小于1的正数a，a的平方，a的立方；

(2) 大于-1的负数b，b的平方，b的立方.

13. 结合具体的数，通过特例进行归纳，然后判断下列说法的对错. 认为对，说明理由；认为错，举出反例.

(1) 任何数都不等于它的相反数；

(2) 互为相反数的两个数的同一偶数次方相等；

(3) 如果a大于b，那么a的倒数小于b的倒数.

[1] 在本题中，可用正数表示金属丝伸长，用负数表示金属丝缩短.

Ⅱ 习题解答

习题 1.1

1. 正数：5，0.56，$\frac{12}{5}$，+2.

负数：$-\frac{5}{7}$，−3，−25.8，−0.000 1，−600.

正整数：5，+2.

负整数：−3，−600.

正分数（小数）：0.56，$\frac{12}{5}$.

负分数（小数）：$-\frac{5}{7}$，−25.8，−0.000 1.

2. (1) 0.08 m 表示水面高于标准水位 0.08 m.

−0.2 m 表示水面低于标准水位 0.2 m；

(2) 水面低于标准水位 0.1 m 用 −0.1 m 表示，高于标准水位 0.23 m 用 0.23 m 表示.

3. 不对. 不是正数的数可以是 0，不一定是负数；不是负数的数可以是 0，不一定是正数.

4. 这个物体又移动 +5 m 表示又向前移动 5 m. 这时物体离它两次移动前的位置 0 m，即回到它两次移动前的位置.

5. 略.

6. 氢原子中的原子核所带电荷可以用 +1 表示. 氢原子中的电子所带电荷可以用 −1 表示.

7. −1 ℃.

8. 中国、意大利的服务出口额增长了，美国、德国、英国、日本的服务出口额减少了. 意大利的增长率最高，日本的增长率最低.

习题 1.2

1. 15，0，−30，+20，−60 是整数；

15，+20 是正整数；

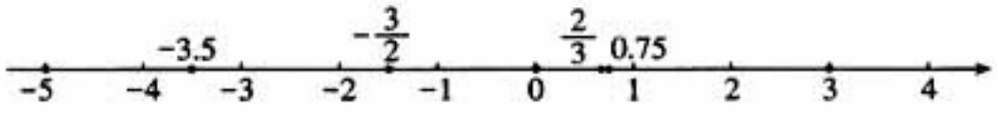
−30，−60 是负整数；

0.15，$\frac{22}{5}$是正分数；

$-\frac{3}{8}$，−12.8 是负分数；

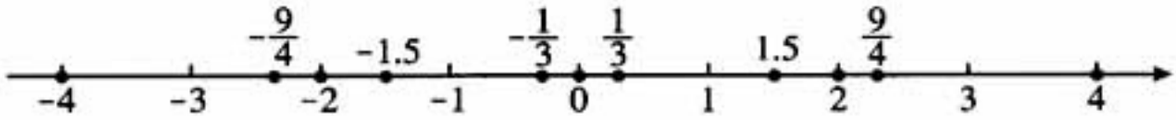
有理数分为整数和分数两大类.

2.



（第 2 题）

3. 4，−2，1.5，0，$-\frac{1}{3}$，$\frac{9}{4}$.



（第3题）

4. 各数的绝对值是125，23，3.5，0，$\frac{2}{3}$，$\frac{3}{2}$，0.05. 所给的各数中，-125 的绝对值最大，0 的绝对值最小.

5. $-\frac{3}{2}<-\frac{2}{3}<-\frac{1}{2}<-0.25<-0.15<0<0.05<+2.3$.

6. 13.1 ℃，3.8 ℃，2.4 ℃，-4.6 ℃，-19.4 ℃.

7. 最右边的球的重量最接近标准. 超过（或不足）标准重量的数量的绝对值越小，排球的重量越接近标准重量.

8. 所给增幅中，-0.257 最小，增幅为负说明二氧化硫和烟尘的排放量是减少的.

9. (1) -1 与 0 之间还有负数，如$-\frac{1}{2}$；$-\frac{1}{2}$与 0 之间还有负数，如$-\frac{1}{4}$.

(2) -3 与-1 之间有负整数-2；-2 与 2 之间有整数-1，0，1.

(3) 没有比-1 大的负整数.

(4) -102，-101.5，-101.

10. 如果 $|x|=2$，x 不一定是 2（还可以是-2）. 如果 $|x|=0$，那么 $x=0$. 如果 $x=-x$，那么$x=0$.

习题 1.3

1. (1) -4；(2) 8；(3) -12；(4) -3；(5) -3.6；(6) $-\frac{1}{5}$；(7) $\frac{1}{15}$；(8) $-4\frac{1}{3}$.

2. (1) 3；(2) 0；(3) 1.9；(4) $-\frac{1}{5}$.

3. (1) -16；(2) 0；(3) 16；(4) 0；(5) -6；
(6) 6；(7) -31；(8) 102；(9) -10.8；(10) 0.2.

4. (1) 1；(2) $\frac{1}{5}$；(3) $\frac{1}{6}$；(4) $-\frac{5}{6}$.

5. (1) 3.1；(2) $\frac{3}{4}$；(3) 8；(4) 0.1.

6. (1) -279；(2) 0.06；(3) $-1\,030$；(4) 39.11；(5) 123；(6) -91.85.

7. 9 240 m.

8. -5 ℃.

9. 一周总盈利 383.5 元.

10. 194.5 千克.

11. 星期日的温差最大，星期一的温差最小.

12. -2.

13. (1) 16；(2) (-3)；(3) 18；(4) (-12)；(5) (-7)；(6) 7.

14. $(-2)+(-2)=-4$，$(-2)+(-2)+(-2)=-6$，
$(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-8$，$(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-10$.

猜想：

$(-2)\times 2=(-2)+(-2)=-4$，

$(-2)\times 3=(-2)+(-2)+(-2)=-6$，

$(-2)\times 4=(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-8$，

$(-2)\times 5=(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-10$.

进一步猜想：负数乘正数得负数，积的绝对值等于两个乘数的绝对值的积.

15. 0.5 元，0.3 元，0.13 元. 这些差的平均值是 0.31 元.

习题 1.4

1. (1) 56；(2) −60；(3) −1.16；(4) −6.1；(5) −0.1；(6) 6.

2. (1) $-\frac{2}{9}$；(2) $\frac{1}{4}$；(3) $-\frac{170}{3}$；(4) $\frac{3}{7}$.

3. (1) $-\frac{1}{15}$；(2) $-\frac{9}{5}$；(3) −4；(4) $\frac{100}{17}$；(5) $\frac{4}{17}$；(6) $-\frac{5}{27}$.

4. (1) −7；(2) 4；(3) $-\frac{16}{3}$；(4) 3；(5) $-\frac{4}{5}$；(6) $-\frac{2}{3}$.

5. −5；$-\frac{1}{5}$；−4；6；5；$\frac{1}{5}$；−6；4.

6. (1) −3；(2) $-\frac{1}{12}$；(3) $\frac{27}{4}$；(4) 20.

7. (1) 24；(2) −210；(3) $\frac{16}{5}$；(4) 100；(5) $-\frac{1}{2}$；(6) $\frac{33}{28}$；(7) 0；(8) −11.

8. (1) 13；(2) 20.7.

9. (1) 62.27；(2) 23 424.8；(3) 0.49；(4) 81.97.

10. (1) 7 500；(2) −140；(3) 200；(4) −120.

11. 210 米.

12. (1) 4.2；(2) $\frac{97}{50}$；(3) −32.4；(4) $-\frac{6}{5}$.

13. (1) $<$，$<$；(2) $<$，$<$；(3) $>$，$>$；(4) $=$，$=$.

14. 有理数并不都小于它的 2 倍，如−1 大于它的 2 倍−2.

15. (1)、(2) 中的式子都成立. 从它们可以总结出：分子、分母以及分数这三者的符号，改变其中两个，分数的值不变.

习题 1.5

1. (1) −27；(2) 16；(3) 2.89；(4) $-\frac{64}{27}$；(5) 8；(6) 36.

2. (1) 429 981 696；(2) 112 550 881；(3) 360.944 128；(4) −95 443.993.

3. (1) 9；(2) $-27\frac{1}{27}$；(3) $-\frac{5}{72}$；(4) −968.

4. (1) 2.35×10^{8}；(2) $1.885\,2\times 10^{8}$；(3) 7.01×10^{11}；(4) -3.8×10^{7}.

5. 30 000 000，1 300，8 050 000，200 400，−19 600.

6. (1) 0.003 6；(2) 5.66×10^{6}；(3) 3.90；(4) 0.057.

7. 平方等于 9 的数是 3 或 −3. 立方等于 27 的数是 3.

8. $V=a^2b$, $S=2a^2+4ab$.

当 $a=2$, $b=5$ 时, $V=20$, $S=48$.

9. 地球绕太阳公转的速度$\approx 1.1\times10^5$ 千米/时$=\dfrac{1.1\times10^5\times10^3}{60\times60}$米/秒$\approx$30 556 米/秒.

所以地球绕太阳公转的速度大于声音在空气中的传播速度.

10. $3.153\,6\times10^7$ 秒.

11. (1) $0.1^2=0.01$, $1^2=1$, $10^2=100$, $100^2=10\,000$.

底数的小数点向左（右）移动一位时，平方数小数点向左（右）移动两位.

(2) $0.1^3=0.001$, $1^3=1$, $10^3=1\,000$, $100^3=1\,000\,000$.

底数的小数点向左（右）移动一位时，立方数小数点向左（右）移动三位.

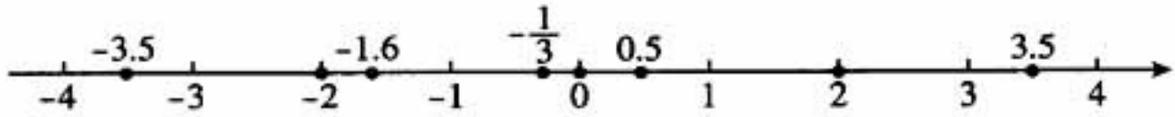
(3) $0.1^4=0.000\,1$, $1^4=1$, $10^4=10\,000$, $100^4=100\,000\,000$.

底数的小数点向左（右）移动一位时，四次方数小数点向左（右）移动四位.

12. (1) 成立; (2) 成立; (3) 不成立; (4) 不成立.

复习题 1

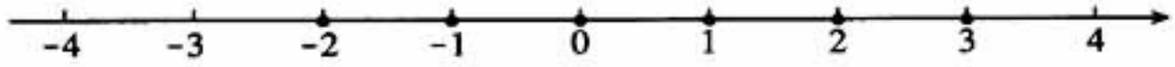
1.



(第 1 题)

$-3.5<-2<-1.6<-\dfrac{1}{3}<0<0.5<2<3.5$.

2.



(第 2 题)

3. $|a|=2$, $-a=2$, $\dfrac{1}{a}=-\dfrac{1}{2}$.

$|b|=\dfrac{2}{3}$, $-b=\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{1}{b}=-\dfrac{3}{2}$.

$|c|=5.5$, $-c=-5.5$, $\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{11}$.

4. 0, 1.

5. (1) 100; (2) −38; (3) −70; (4) −11; (5) 96; (6) −9; (7) $-\dfrac{1}{2}$;

(8) $\dfrac{75}{2}$; (9) −9; (10) 7.8; (11) 5.3; (12) −289; (13) 22; (14) −16.

6. (1) 245.6; (2) 0.05; (3) 1.76×10^4; (4) 0.034; (5) 12.00; (6) 6.54×10^6.

7. −2.

8. 可以估算这些学生的平均成绩为 80. 如果成绩超过 80 的部分记作正数，不足的部分记作负数，那么 10 个成绩对应的数分别是 2, 3, −2, −14, 15, −5, −24, 13, 2, 1. 它们的和是 $2+3-2-14+15-5-24+13+2+1=-9$. 平均成绩是$\dfrac{10\times80-9}{10}=79.1$.

9. 金属丝先伸长后缩短，最后的长度比原长伸长-0.02 mm.

10. 一天文单位$=1.496\ 0\times10^{8}$千米.

11. (1) -15.5; (2) $5\frac{2}{3}$.

12. (1) $a^3<a^2<a$; (2) $b<b^3<b^2$.

13. (1) 错. 0等于它的相反数.

(2) 对. 互为相反数的两个数的同一偶数次方符号相同，绝对值相等.

(3) 错. 2大于-3，但2的倒数$\frac{1}{2}$大于-3的倒数$-\frac{1}{3}$.

Ⅳ 教学设计参考案例

1.1 正数和负数（第1课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 了解正数和负数是怎样产生的； 2. 知道什么是正数和负数； 3. 理解数0表示的量的意义.
	数学思考	体会数学符号与对应的思想，用正、负数表示具有相反意义的量的符号化方法.
	解决问题	会用正、负数表示具有相反意义的量.
	情感态度	通过师生合作，联系实际，激发学生学好数学的热情.
重点	知道什么是正数和负数，理解数0表示的量的意义.	
难点	理解负数、数0表示的量的意义.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　问题引入	通过师生活动，使学生进入问题情境，从而引出问题.
活动2　举例说明	通过师生或生生活动，提供更多的事例，丰富问题情境.
活动3　学习负数的概念	教师讲解，说明什么是正、负数.
活动4　负数概念的应用	通过观察使学生体会正数和负数的应用，进一步认识正数和负数.
活动5　负数概念的巩固	通过练习，全面认识正数和负数.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
电脑，课件（或相应图片），投影仪.	地图册.	课件资料，图片.

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 1**」 各组派两名同学进行如下活动：一名同学按老师的指令表演，另一名同学在黑板上速记，看哪一组获胜. （根据活动完成情况，教师也可以适时参与）	教师说出指令： 向前两步，向后两步； 向前一步，向后三步； 向前两步，向后一步； 向前四步，向后两步. 一名学生按老师的指令表演，另一名学生在黑板上速记. 根据需要再重复上述活动，并评选速记最快、方法最好的同学.	通过学生的活动，激发学生参与课堂教学的热情，使学生进入问题情境，引入新课. 教师分析同学们的活动情况，如果学生不能引入符号表示，教师也参与表演，用符号（加减号）表示出：+2、−2、+1、−3、+2、−1、+4、−2等，让学生感受引入数学符号的必要性.
「**活动 2**」 1. 自然数的产生、分数的产生：  2. 章前图 问题 1　天气预报 2003 年 12 月某天北京的温度为−3～3 ℃，它的确切含义是什么？这一天北京的温差是多少？ 问题 2　有三个队参加的足球比赛中，红队胜黄队（4∶1），黄队胜蓝队（1∶0），蓝队胜红队（1∶0），如何确定三个队的净胜球数与排名顺序？ 问题 3　某机器零件的长度设计为 100 mm，加工图纸标注的尺寸为 100 ±0.5 (mm)，这里的 ±0.5 代表什么意思？合格产品的长度范围是多少？ 问题 4　纳米是一种非常小的长度单位，它与长度单位“米”的关系为 1 纳米 $=10^{-9}$ 米，应怎样理解这种记数法的表示？	教师出示图片说明自然数的产生、分数的产生. 学生理解数的符号的产生的好处. 教师展示章前图（或从本地实际出发，搜集类似图片），并提出问题. 学生思考−3～3 ℃、净胜球数与排名顺序、±0.5、−9的意义. 教师解释净胜球数与排名顺序：介绍确定足球比赛排名顺序的规定：两队积分相同，积分高的队排名在前；两队积分相同，净胜球多的队排名在前；两队积分，净胜球都相同，进球多的队排名在前. 按照上述规定，红队第一，蓝队第二，黄队第三.	数的产生和发展离不开生活和生产的需要. 通过一系列的事例引出用各种符号表示的数，让学生试着解释，激发学生的求知欲，同时对问题背景作些说明，有利于学生对问题的理解.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动3**」 1. 问题1～4和师生活动中出现了一种新数：－3、－2、－0.5、－1，它们分别表示：零下3摄氏度，净输2球，小于设计尺寸0.5 mm，向后走一步. 我们把这种前面带有“－”号的数叫做负数，而3、2、＋0.5等与负数具有相反的意义，它们在问题中分别表示零上3摄氏度，净胜2球，大于设计尺寸0.5 mm.	教师定义负数的概念，并说明：为与负数相区别，我们把以前学过的0以外的数，例如3、2、0.5、$\frac{1}{3}$等，叫做正数，根据需要，有时在正数前面也加上“＋”号，例如，＋3、＋2、＋0.5、＋$\frac{1}{3}$，…就是3、2、0.5、$\frac{1}{3}$，…. 一个数前面的“＋”“－”号叫做它的符号. 同时解释净胜球数：如果把进球数记为正数，失球数记为负数，净胜球数是进球数与失球数的和. 学生理解概念.	在出现了若干个新数后，采用描述性定义，并与小学学过的数对比，有利于学生理解概念.
2. 数0既不是正数，也不是负数，0是正数与负数的分界. 0 ℃是一个确定的温度，海拔0表示海平面的平均高度. 0的意义已不仅是表示“没有”.	教师说明数0的意义. 学生理解并举例.	对数0的解释有利于学生进一步理解正、负数.
「**活动4**」 1. 学生举例说明正、负数在实际中的应用.	教师安排学生分小组活动： 举一些实际中用正、负数表示数量的例子. 学生分组相互交流并推选代表发言. 教师与同学一起对各代表的发言进行评价.	通过师生活动，使学生真正理解正、负数，从而正确使用正、负数.
2. 展示图片并让学生观察： (1) 小学使用的地图册里的中国地形图，图中珠穆朗玛峰与吐鲁番盆地处都标有海拔高度数. 普通的中国地形挂图上，也可找到这些数.	教师解释：把0以外的数分为正数和负数，起源于表示两种相反意义的量，后来正数和负数在许多方面被广泛地应用，在地形图上表示某地的高度时，需要以海平面为基准(规定海平面的海拔高度为0)通常用正数表示高于海平面的某地的海拔高度，负数表示低于海平面的某地的海拔高度. 地形图上的海拔高度一般不标单位，实际采用米作单位.	根据学生举例情况适时调整安排，力图能从多方面不同领域反映正、负数的应用. 教师的解释应根据学生知识水平的高低进行调整，可由学生先解释，教师再补充. 学生知道的由学生自己说出来，教师不代替.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) 记录支出、存入信息的本地某银行的存折.	学生观察地图，解释图中的正、负数的含义： 图中的正负数表示 A 地高于海平面4 600米，B 地低于海平面 100 米. 图中的正负数表示，2002 年 12 月 4 日存入 2 300 元，2003 年 1 月 3 日支出1 800元.	
「**插动 5**」 1. 练习：教科书第 5 页.	教师巡视、指导. 学生交流、完成练习. 师生评价.	对所学知识的巩固是教学的一个重要环节，当然这里的练习也可以分散进行.
2. 总结： 这节课我们学习了哪些知识？你能说一说吗？	教师引导学生回忆本节课所学内容. 学生回忆、交流. 教师和学生一起补充完善，使学生更加明晰所学的知识.	教师要努力使学生自己回顾、总结、梳理所学的知识，将所学的知识与以前学过的知识进行紧密联结，完善认知结构.
3. 作业： 教科书第 7 页第 1、2、4、5 题，学生用书同步练习.	教师布置作业，学生记录作业.	学生课后巩固、提高、发展.

1.2.2 数 轴

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 了解数轴的概念，如何画数轴. 2. 知道如何在数轴上表示有理数，能说出数轴上表示有理数的点所表示的数，知道任何一个有理数在数轴上都有唯一的点与之对应.
	数学思考	1. 从直观认识到理性认识，从而建立数轴概念. 2. 通过数轴概念的学习，初步体会对应的思想、数形结合的思想方法.
	解决问题	会利用数轴解决有关问题.
	情感态度	通过数轴的学习，体会数形结合的思想方法，进而初步认识事物之间的联系性.
重点	数轴的概念.	
难点	从直观认识到理性认识，从而建立数轴概念.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　问题引入数与形的关系	向学生介绍弹簧秤的制作原理、观察温度计以及师生活动表示教科书第 10 页中的问题，使学生明白数与形的对应关系，创设问题情境，激发学生的学习热情.
活动 2　学习数轴的概念	教师讲解数轴的概念，使学生形成对数轴的初步认识.
活动 3　数轴概念的应用	通过练习，使学生准确掌握数轴的概念.
活动 4　数轴概念的深化	通过归纳、进一步抽象，使学生深化对数轴概念的理解.
活动 5　巩固数轴的概念	通过练习、作业，使学生进一步巩固数轴的概念.

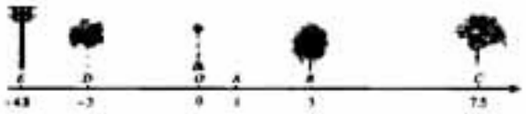
课 前 准 备

教具	学具	补充材料
弹簧秤、温度计等.	温度计.	

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动 1」 1. 用弹簧秤称物体质量，说明弹簧秤的制作方法.	教师演示弹簧秤称物体质量，提出问题：你知道怎样制作一个弹簧秤吗? 学生观看教师的演示，并与同学交流各自制作弹簧秤的方法. 教师用准备好的材料（或课件）演示弹簧秤的制作过程：（1）标记不挂物体时弹簧的位置 0；（2）标记挂确定质量（如 100 g）时弹簧的位置（100 g）；（3）将 0～100等分成若干份（如 20 等份，则每份为 5 g）. 这样，一个简易的弹簧秤就制作好了.	通过制作弹簧秤的演示，使学生明白数与形的对应关系，初步认识数形结合的美妙之处.
2. 观察温度计，再次体会数与形的对应关系.	教师演示温度计（或课件）. 学生拿出自己准备的温度计观察，说明数与形的对应关系.	通过观察弹簧秤和温度计，找出它们之间的异同，为学习数轴概念埋下伏笔.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
3. 出示问题：在一条东西向的马路上，有一个汽车站，汽车站东 3 m 和 7.5 m处分别有一棵柳树和一棵杨树，汽车站西 3 m 和 4.8 m 处分别有一棵槐树和一根电线杆，试画图表示这一情境.  教科书图 1.2-1	学生画图表示（两名同学板演）. 主要体现：如教科书图 1.2-1，画一条直线表示马路，从左到右表示从西到东的方向，在直线上用点 O 表示汽车站的位置，规定 1 个单位长度（线段 OA 的长）代表1 m长. 于是，在点 O 的右边，与点 O 距离 3 个和 7.5 个单位长度的点 B 和点 C，分别表示柳树和杨树的位置；点 O 左边，与点 O 距离 3 个和 4.8 个单位长度的点 D 和点 E，分别表示槐树和电线杆的位置. 请同学思考：怎样用数简明地表示这些树、电线杆与汽车站的相对位置关系（方向、距离）?	通过学生的活动，让学生们认识到：考虑东西向马路上一些树、电线杆与汽车站的相对位置关系，既要考虑距离，又要考虑方向，从而需要用正负数描述.
4. 再次观察教科书图 1.2-1、温度计，找出它们之间的共同之处.	教师引导学生观察、比较.	这样，把正数、0 和负数用一条直线上的点表示出来.
「**活动 2**」 学习数轴概念： 一般地，在数学中人们用画图的方式把数“直观化”. 通常用一条直线上的点表示数，这条直线叫做数轴.	教师讲解，学生理解. 说明数轴满足以下要求： (1) 在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫作原点； (2) 通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向； (3) 选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1，2，…；从原点向左，用类似方法表示 -1，-2，…（教科书图 1.2-3）.	概括出数轴的三要素，使学生准确把握数轴概念.
「**活动 3**」 1. 画数轴.	请学生画数轴，并相互交流. 教师参与交流，使学生搞清如何画数轴，让学生意识到数轴的三要素.	通过学生画数轴、交流、反思，使学生真正掌握数轴的概念.

问题与情境	师生行为	设计意图
2. 丰富数轴的内涵：分数或小数也可以用数轴上的点来表示，例如从原点向右6.5个单位长度的点表示小数6.5，从原点向左$\frac{3}{2}$个单位长度的点表示分数$-\frac{3}{2}$（教科书图1.2-3）.	教师讲解，学生在自己所画的数轴上表示.	说明：给出数轴后，所有的有理数都可以用数轴上的点表示.
「**活动4**」 1. 观察数轴上点的特点：数轴上表示数3的点在原点的右边，与原点的距离是3个单位长度；表示数-2的点在原点的左边，与原点的距离是2个单位长度.	教师引导学生归纳： 一般地，设a是一个正数，则数轴上表示数a的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度；表示数$-a$的点在原点的____边，与原点的距离是____个单位长度.	通过从特殊到一般的方法归纳出数轴上点的特点，逐步培养学生的抽象概括（由具体的数到字母表示的数）能力.
2. 问题：在数轴上能否实际画出表示一千万分之一的点？这个点存在吗？	学生思考、交流. 教师鼓励学生阐述自己的想法，深化对数轴概念的认识.	直线、数轴都是非常抽象的数学概念，这样做可以引导学生进行抽象思维活动，使学生从直观认识上升到理性认识.
「**活动5**」 1. 练习：教科书第12页第1，2题.	学生练习，教师巡视、指导.	通过本活动，巩固数轴的概念.
2. 补充练习： (1) 画一条数轴，并表示出如下各点：±0.5，±0.1，±0.75. (2) 画一条数轴，并表示出如下各点：1 000，5 000，-2 000. (3) 在数轴上标出到原点的距离小于3的整数. (4) 在数轴上标出-5和$+5$之间的所有整数.		补充练习(1)、(2)的目的是，画数轴时要根据已知数适当地选择单位长度和坐标原点的位置.
3. 小结.	教师与同学一起进行： 什么是数轴，如何画数轴？如何在数轴上表示有理数？	通过小结，使学生所学知识进一步系统化.
4. 作业：教科书习题1.2第2题；学生用书同步练习.	布置作业.	适量的练习有利于学生掌握所学内容，对于学有余力的同学还应该给他们足够的发展空间.

1.3.1 有理数的加法（第1课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	通过实例，了解有理数加法的意义，会根据有理数加法法则进行有理数的加法运算.
	数学思考	1. 正确地进行有理数的加法运算； 2. 用数形结合的思想方法得出有理数加法法则.
	解决问题	能运用有理数加法解决实际问题.
	情感态度	通过师生活动、学生自我探究，让学生充分参与到数学学习的过程中来.
重点	了解有理数加法的意义，会根据有理数加法法则进行有理数的加法运算.	
难点	有理数加法中的异号两数如何进行加法运算.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　由章前言问题（2）引入	通过章前言问题（2），引出有理数加法问题.
活动2　举例说明同号两数如何相加	师生互动，由两正数加法类比出两负数加法.
活动3　探究异号两数如何相加	再借助数轴探究异号两数加法运算.
活动4　发现有理数加法法则	通过以上探究过程，让学生发现有理数加法的法则.
活动5　应用、巩固、总结	通过练习，巩固有理数加法法则.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
课件.		

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动1**」 我们已经熟悉正数的运算，然而实际问题中做加法运算的数有可能超出正数范围. 例如，足球循环赛中，通常把进球数记为正数，失球数记为负数，它们的和叫作净胜球数. 章前言中，红队进4个球，	教师提出问题，让学生思考： 有理数如何进行加法运算. 有理数加法有几种情况? 归结为同号两数相加，异	这里通过净胜球数说明实际问题中要用到正数与负数的加法，从而提出问题，让学生思考，可以激发学生探究的热情.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
失2个球；蓝队进1个球，失1个球．于是红队的净胜球数为 $4+(-2)$， 黄队的净胜球数为 $1+(-1)$． 这里用到正数与负数的加法．	号两数相加，一个数与0相加三种情况．	
「**活动2**」 看下面的问题． 1．一个物体作左右方向的运动，我们规定向左为负，向右为正．向右运动5 m记作5 m，向左运动5 m记作−5 m． 如果物体先向右运动5 m，再向右运动3 m，那么两次运动后总的结果是什么？ 两次运动后物体从起点向右运动了8 m．写成算式就是 $5+3=8.$ ① 2．如果物体先向左运动5 m，再向左运动3 m，那么两次运动后总的结果是什么？ 两次运动后物体从起点向左运动了8 m．写成算式就是 $(-5)+(-3)=-8.$ ② 这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点为运动起点（见教科书图1.3-1）．	教师请同学按老师指令表演，并结合数轴说明两正数的加法． 继续请同学参与表演，并类比两正数的加法说明两负数的加法．	在一条直线上的两次运动的实例中，要说明以下几点： (1) 原点是第一次运动的起点； (2) 第二次运动的起点是第一次运动的终点； (3) 由第二次运动的终点与原点的相对位置得出两次运动的结果； (4) 如果用正数表示向右运动，用负数表示向左运动，就可以用算式描述相应的运动问题．
「**活动3**」 1．如果物体先向右运动5 m，再向左运动3 m，那么两次运动后物体从起点向右运动了2 m．写成算式就是 $5+(-3)=2.$ ③ 这个运算也可以用数轴表示，其中假设原点为运动起点（见教科书图1.3-2）． 2．探究：利用数轴，求以下情况时物体两次运动的结果： (1) 先向右运动3 m，再向左运动5 m，物体从起点向____运动了____ m； (2) 先向右运动5 m，再向左运动5 m，	教师继续请同学表演并结合数轴说明． 让学生自己探究，利用数轴可得出相应结果，依次填： (1) 左，2； (2) 左或右，0； (3) 左或右，0．	通过表演、结合数轴，其目的是让学生了解用数轴表示加法运算的方法，从而为后面利用数轴探究其他情况作准备． 异号相加有三种情况，教科书介绍了其中一种情况，其他两种情况让学生探究．要充分利用数轴，由在数轴上表示结果的点所处的位置，以及表示结

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
物体从起点向____运动了____ m； 先向左运动5 m，再向右运动5 m，物体从起点向____运动了____ m. 如果物体第 1 秒向右（或左）运动 5 m，第 2 秒原地不动，两秒后物体从起点向右（或左）运动了5 m.	这三种情况运动结果的算式如下： $3+(-5)=-2.$ ④ $5+(-5)=0.$ ⑤ $(-5)+5=0.$ ⑥ 写成算式就是 $5+0=5.$ 或$(-5)+0=-5.$ ⑦	果的点与原点的距离，就可确定两次运动的结果. 教科书通过物体在两个时间段后的运动结果，其中在一个时间段不运动，引出与 0 相加的情况.
「**活动 4**」 你能从算式 ①～⑦ 中发现有理数加法的运算法则吗? 有理数加法法则： (1) 同号两数相加，取相同符号，并把绝对值相加. (2) 绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值，互为相反数的两个数相加得 0. (3) 一个数同 0 相加，仍得这个数.	教师引导学生对上述过程总结： 有理数的加法有同号的两种情况，异号的三种情况（其中包括相加为 0 的特例），以及与 0 相加的情况. 计算时要根据所给两个加数的符号与绝对值，确定和的符号与绝对值. 即：考虑有理数的运算结果时，要考虑它的符号，又要考虑它的绝对值.	运算法则是从实例引出的，这是说明运算法则的合理性. 运算法则本身是一种规定. 对于学生来说，最终是要记住规定，会运用规定运算. 但了解规定的合理性，对理解这个规定，进而在理解的基础上记忆是有益的.
「**活动 5**」 1. 例 1　计算： (1) $(-3)+(-9)$； (2) $(-4.7)+3.9.$ 解：(1) $(-3)+(-9)=-(3+9)=-12$； (2) $(-4.7)+3.9=-(4.7-3.9)=-0.8.$ 2. 例 2　足球循环赛中，红队胜黄队 4∶1，黄队胜蓝队 1∶0，蓝队胜红队 1∶0. 计算各队的净胜球数. 解：每个队的进球总数记为正数，失球总数记为负数，这两数的和为这队的净胜球数. 三场比赛中，红队共进 4 球，失 2 球，净胜球数为 $(+4)+(-2)=+(4-2)=2$；	根据有理数加法法则，教师与同学一起练习，巩固所学知识. 教师要根据学生情况再次解释有关足球比赛的规定，在这里要分别算出各球队的进球总数与失球总数，这些可以从各队的比分上得出. 教师在算出红队的净胜球数后，黄队和蓝队的净胜球数由学生自行解决.	在给出运算法则后，教科书通过这两个例子介绍运算法则的运用. 例 2 是回过头解决引言中求净胜球的问题. 这样解决了本章开头提出的问题，完成了问题解决的过程.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
黄队共进 2 球，失 4 球，净胜球数为 $(+2)+(-4)=-(4-2)=$____； 蓝队共进____球，失____球，净胜球数为 _____=_____.		
3. 练习：教科书第 23 页练习第 1、2 题.	教师巡视、指导. 学生完成、交流. 师生评价.	这一组练习，第 1 题是说明有理数加法意义的，即在什么情况下，用加法解决问题. 第 2 题则是运用法则进行运算的基本题，对这些比较简单的练习，要求学生能熟练掌握.
4. 总结： 这节课我们学习了哪些知识？你能说一说吗？	教师引导学生回忆本节课所学内容. 学生回忆、交流. 教师和学生一起补充完善，使学生更加明晰所学的知识.	
5. 作业： 教科书习题 1.3 第 1、8、12 题； 学生用书同步练习.	教师布置作业.	

1.5.2 科学记数法

教学任务分析

教学目标	知识技能	利用 10 的乘方，进行科学记数，会用科学记数法表示大于 10 的数.
	数学思考	体会科学记数法的好处、化繁为简的方法.
	解决问题	会解决与科学记数法有关的实际问题.
	情感态度	正确使用科学记数法表示数，表现出一丝不苟的精神.
重点	会用科学记数法表示大于 10 的数.	
难点	正确使用科学记数法表示数.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　展示数学活动材料	通过展示数学活动的材料，创设问题情境.
活动 2　对材料分类整理	通过对材料的分类整理，寻找解决问题的突破口.
活动 3　介绍科学记数法	通过观察 10 的乘方的特点，介绍科学记数法，引入课题.
活动 4　科学记数法的应用	通过运用科学记数法记数，发现科学记数法记数的方法.
活动 5　巩固科学记数法	通过练习、作业，巩固科学记数法.

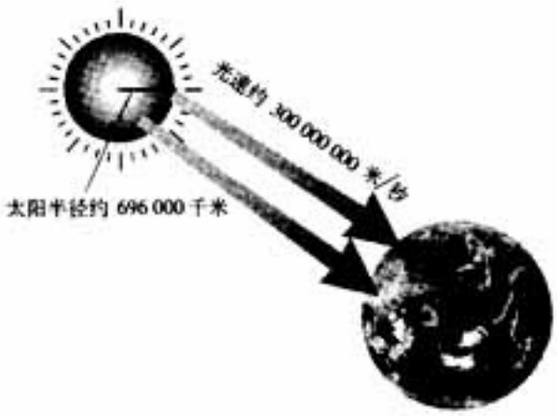
课 前 准 备

教具	学具	补充材料
课件、图片.	数学活动材料（图片等）（收集现实生活中你认为非常大的数据的实例）.	教师准备的数学活动材料（图片等）.

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 1**」 展示数学活动的材料（收集现实生活中你认为非常大的数据的实例）.	教师请学生展示准备好的数学活动的材料. 同时，安排一名学生说出材料所示的数据，另一名学生进行记录. 根据展示情况，教师用补充材料对学生的展示材料进行补充，力求展示材料中提供的数据比较全面.	通过学生的活动，从学生了解到的现实背景出发，激发学生的好奇心，再通过对大的数据的记录，使学生感觉到在记录大数时很不方便，创设良好的学习环境.
「**活动 2**」 对学生提供的数学活动材料进行分类整理.	教师指导学生按某一要求进行分类，同时有意识地将某些特殊的数据单独组成一类，例如：100 万（1 000 000）元人民币，1 m=1 000 mm，1 米等于十亿纳米等.	通过观察得到的数 1 000，1 000 000，1 000 000 000 的特点，寻找解决问题的突破口.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动3」 1. 观察1 000，1 000 000，1 000 000 000等大数的特点，找到表示大数的方法.	教师引导学生发现： $10^3=1\ 000$， $10^6=1\ 000\ 000$， $10^9=1\ 000\ 000\ 000$. …… 10^n 等于 10…0（在1的后面有 n 个0）.	从特殊数据出发，寻找解决问题的方案，有利于学生研究性学习能力的提高. 通过观察10的正整数次幂，可以发现利用10的正整数次幂表示大数的方法. 这样不仅可以使书写简短，同时还便于读数. 如：5.67×10^8 读作“5.67乘10的8次方（幂）”.
2、观察图片：   	通过对图片的观察，教师提出问题：对于一般的大数如何简单地表示出来？ 与同学共同活动，得出： $300\ 000\ 000=3\times100\ 000\ 000=3\times10^8$， $696\ 000=696\times1\ 000=6.96\times100\ 000=6.96\times10^5$， $6\ 100\ 000\ 000=6.1\times10^9$， $567\ 000\ 000=5.67\times10^8$.	
3. 由以上活动引出科学记数法.	教师指出：像上面这样，把一个大于10的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（其中 a 是整数数位只有一位的数，n 是正整数），使用的是科学记数法.	至此，让学生明确什么是科学记数法，从而解决了提出的问题.
「活动4」 1. 练习：例5　用科学记数法表示下列各数： 1 000 000，57 000 000， 123 000 000 000. 解：$1\ 000\ 000=10^6$， $57\ 000\ 000=5.7\times10^7$， $123\ 000\ 000\ 000=1.23\times10^{11}$.	教师与学生一起完成.	通过练习，让学生对科学记数法有一个初步认识.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
2. 观察.	教师引导学生观察并思考：上面的式子中，等号左边整数的位数与右边 10 的指数有什么关系？	通过观察与思考，让学生发现规律，得出整数的位数与 10 的指数的关系，从而找到科学记数法表示大数的方法的关键是写出 10 的指数.
3. 思考.	思考： 如果一个数是 6 位整数，用科学记数法表示它时，10 的指数是多少？如果一个数有 9 位整数呢？ 用科学记数法表示一个 n 位整数，其中 10 的指数是_____.	
「**第第 5**」 1. 巩固练习： (1) 教科书第 54 页练习第 1、2 题. (2) 完成活动材料上出现的大数的表示. (3) 作业：教科书第 57 页第 4、5、10 题.	学生练习，教师巡视、辅导. 课后完成.	教科书第 54 页练习第 2 题是科学记数法的逆用，有利于学生对知识的进一步掌握. 解决本节课的开始时提出的问题，前后呼应.
2. 解决本章引言中提出的问题：1 纳米 $=10^{-9}$ 米，这是什么意思？	教师解释：纳米是非常小的长度单位，1 米是 1 纳米的 10 亿倍，也就是说 1 纳米是 1 米的 10 亿分之一. 两者之间的单位换算关系可以表示为 1 米 $=10^9$ 纳米， 或者　1 纳米 $=\frac{1}{10^9}$ 米. 在科学记数法中，后一式子表示为 1 纳米 $=10^{-9}$ 米. 附：科学记数法还有另一种形式，即将小于 1 的正数表示成 $a\times10^n$ 的形式（其中 a 是整数数位只有一位的数，n 是负整数）.	通过纳米引出 10 的负整数次幂，这里只让学生见一见，以后再完整介绍.
3. 课堂小结.	师生共同进行： 学了哪些知识？科学记数法的一般形式是什么？如何用科学记数法表示大数？	通过小结，进一步巩固所学知识，使学生所学知识系统化.

V 拓展资源

1. 数的扩充：（1）生活和生产的需要，对实际生活中出现的相反意义的量，如卖出与买入、盈利与亏损、上升与下降、增加与减少、前进与后退等，无法用自然数表示，为了解决这些问题，人们引进了负数；（2）数学本身的需要，如对较小的数减去较大的数的问题的解决，需要引进负数.

2. 把一些数放在一起，就组成一个数的集合，简称数集.

（1）所有的有理数组成的数集叫做有理数集；

（2）所有的整数组成的数集叫做整数集；

（3）所有的正数组成的数集叫做正数集；

（4）所有的负数组成的数集叫做负数集.

3. 有理数的分类：

（1）有理数$\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$；　　（2）有理数$\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{正分数}\end{cases}\\ \text{零}\\ \text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\ \text{负分数}\end{cases}\end{cases}$.

说明：分类的要做到“不重复，不遗漏”，掌握分类的标准是关键.

4. 任何有理数都可以用数轴上的一个点来表示，体现了数形结合的数学思想.

5. 根据绝对值的几何意义知道：$|a|\geqslant 0$，即对任何有理数 a，它的绝对值是非负数.

6. 比较两个有理数大小的方法有：

（1）根据有理数在数轴上对应的点的位置直接比较；

（2）根据规定进行比较：①两个正数；②正数与零；③负数与零；④正数与负数；⑤两个负数，体现了分类讨论的数学思想；

（3）作差法：$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；

（4）作商法：$\frac{a}{b}>1$，$b>0\Leftrightarrow a>b$.

7. 中国是世界上首先使用负数的国家. 战国时期李悝（约前 455—395）在《法经》中已出现使用负数的实例：“衣五人终岁用千五百不足四百五十.”在甘肃居延出土的汉简中，出现了大量的“负算”，如“相除以负百二十四算”、“负二千二百四十五算”、“负四算，得七算，相除得三算”. 以负与得相比较，表示缺少，亏空之意，显然来自生活实践的需要.

从历史上看，负数产生的另一个原因是由于解方程的需要. 据世界上第一部关于负数完整介绍的古算书《九章算术》记载，由于在解方程组的时候常常会碰到小数减大数的情况，为了使方程组

能够解下去，数学家发明了负数. 公元前 3 世纪刘徽在注解《九章算术》时率先给出了负数的定义："两算得失相反，要以正负以名之"，并辩证地阐明："言负者未必少，言正者未必正于多."而西方直到 1572 年，意大利数学家邦贝利（1526—1572）在他的《代数学》中才给出了负数的明确定义.

由于我国古代数字是用算筹摆出来的，为了区分正数和负数，古代数学家创造了两种方法：一种是用不同颜色的算筹分别表示，通常用红筹表示正数，黑筹表示负数；另一种是采取在正数上面斜放一支筹，来表示负数. 因为后者的思想较新，很快发展为在数的最前面一位数码上斜放一小横来表示负数. 1629 年颇具远见的法国数学家吉拉尔（1595—1632）在《代数新发现》中用减号表示负数和减法运算，吉拉尔的负数符号得到人们的公认，一直沿用至今.

印度最早使用负数的是婆罗摩茛多（598—665），他在 628 年完成的《婆罗摩修正体系》中给出了正负数的四则运算法则，认为负数就是负债和损失，并用小点或小圈标在数字上面表示负数.

西方首先使用负数的是古希腊的丢番图（250 年前后），尽管不承认方程的负根，但他已知道"减数乘减数得加数，加数乘减数得减数". 可见对正负数的四则运算他已了如指掌. 在解方程中若出现负根，他就放弃这个方程，认为是不可解的. 从这可看出负数在西方备受冷落，久久得不到人们的认可. 1484 年，法国的舒开在《算术三篇》中曾给出二次方程的一个负根，却又不承认它，说它是荒谬的数；意大利学者卡丹在《大术》中承认负根，但认为负数是"假数". 直到 1637 年笛卡尔（1596—1650）在《几何》中认真考虑了方程正负根出现的规律，未加证明地给出了正负号法则，此后才被采用，但依旧议论纷纷. 如法国数学家阿纳德（1612—1694）认为：若承认$(-1):1=1:(-1)$，而$-1<1$，那么较小数与较大数的比，怎能等于较大数与较小数之比呢？直到 1831 年，英国著名数学家德摩根（1806—1871）在他的《论数学的研究和困难》中仍坚持认为负数是荒谬的. 他举例说："父亲活 56，他的儿子 29 岁，问什么时候，父亲的岁数将是儿子的 2 倍？"解方程$56+x=2(29+x)$，得$x=-2$，他说这个结果是荒谬的.

负数的地位最后是由德国的维尔斯特拉斯和意大利的皮亚诺确立的. 1860 年维尔斯在柏林大学的一次讲课时，把有理数定义为整数对，即当m，n为整数时，$\frac{n}{m}$（$m\neq0$）定义为一个有理数，当m，n中有一个为负整数时，就得到一个负有理数. 这就把负数的基础确立在整数基础上. 40 年后，皮亚诺在著名的《算术原理新方法》（1889）中又用自然数确立了整数的地位：设a，b为自然数，则数对(a,b)即"$a-b$"定义一个整数，当$a>b$时为正整数；$a<b$时就得到了一个负整数. 至此，通过近 2000 年的努力，历经数十代数学家的前仆后继的工作和努力，负数的地位终于被牢固地确立了，半个多世纪的争论也终于降下了帷幕.

8. 负数有什么好处呢？有一天，在一个公众场所，我正与同学们研讨这个问题时，有两个行人有这样一段对话：

"今天我的生意真不错，除去投资的成本还赚了 200 元钱."

"我可没那么有运气，不但没赚钱，还赔了 50 元！"

对他们对话的内容，我与同学们研究，如何用数学知识来表示他们做生意的结果呢？如果要把一个星期生意的赚或赔的结果记录下来又如何做呢？一个月，一年呢？同学们研究出了这样一个方法，认为用它来记录比较简单、科学、也省事：

赚钱多少用"+"表示，如赚 200 元就用"+200"表示.

赔多少钱用"−"表示，如赔 50 元钱就用"−50"表示.

这样表示后，要想知道一个星期或一个月、一年的生意结果，只要把这些数据加起来就可以知道了. 如加起来的结果是“+”数，就表示赚钱了，如果结果是“−”数，就表示赔钱了.

下面的表格是某公司一个星期生意记录（已经扣除成本），你认为，这个公司在这一星期的生意是赚了钱还是赔了钱?

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
−220	−87	+146	+168	+234	+367	+83

同学们研究的结果正好说明了学习负数的好处. 你说呢?

9. 趣谈数轴

数轴，一根不起眼的直线，谁也没想到它有无穷的法力. 你看：千千万万、形形色色的有理数一旦回到数轴上就变得规规矩矩、井然有序，从左向右依次按从小到大排列成一队，谁也不能站错位.

如果将数轴看成一个庄园，那么可以说在这个庄园里有三个部落：正数、零、负数. 正数人丁兴旺，谁也数不清它们究竟有多少；零孑然一身，名副其实的孤苦“0”丁；负数虽然出现比较晚，但它的后代并不比正数逊色. 尽管正数和负数家族十分兴旺，但它们并不欺负无依无靠的“0”，将庄园中最好的位置让给了它——原点.

值得注意的是，所有的有理数可以在数轴上各自找到惟一的栖身之处，但数轴这个大庄园里不全是有理数，还有无理数，在以后的学习中会学到.

这里告诉我们哪些数学知识?

10. 商品房销售合同中的绝对值

在商品房销售合同中，对未作约定或者约定不明的，按照下列规定处理：

(1) 面积误差比绝对值在 3%以内（含 3%）的，根据实测面积结算房价款；

(2) 面积误差比绝对值超出 3%的，预购人有权退房.

11. 刘徽在注解《九章算术》“方程”章时给出了正负数的加减法则：“同名相除，异名相益，正无入负之，负无入正之”、“异名相除，同名相益，正无入正之，负无入负之”. 遗憾的是他未能像正负数的加减运算那样，总结出正负数乘除运算的一般法则，而是通过具体的例子予以处理. 正负数的乘除法则直到 1299 年元代数学家朱世杰的《算学启蒙》中才有明确记载：“同名相乘为正，异名相乘为负，同名相除所得为正，异名相除所得为负.”

不难看出，这与我们现在所学的有理数乘除法则是完全一致的.

12. 投资股票是一种很重要的投资方式，但股市的风云变化又牵动了股民的心.

例：某股民在上星期五买进某种股票 500 股，每股 60 元，下表是本周每日该股票的涨跌情况(单位：元)：

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌	+4	+4.5	−1	−2.5	−6

(1) 星期三收盘时，每股是多少元?

(2) 本周内最高价是每股多少元? 最低价是多少元?

(3) 已知买进股票是付了1.5‰的手续费，卖出时需付成交额1.5‰的手续费和1‰的交易费，如果在星期五收盘前将全部股票一次性地卖出，他的收益情况如何?

(4) 以买进的股价为0点，用折线统计图表示本周该股的股价情况.

你能解决上面的问题吗?

13. 队列操练中的数学

一次团体操排练活动中，某班35名学生面向老师站成一列横队. 老师每次让其中任意的4名学生向后转（不论原来的方向如何），能否经过若干次后全体学生都背向老师站立? 如果能，请你设计一个方案；如果不能，请说明理由.

问题似乎与数学无关，却难以入手. 注意到学生站立有两个方向，与具有相反意义的量有关，向后转又可以想象为进行一次运算，或改变一次符号. 我们能否设法联系有理数的知识进行讨论?

让我们发挥一下想象力：假设每一个学生胸前有一个号码布，上面写“+1”，背后有一块号码布，上写“−1”，那么35个学生全体面向老师，胸前35个“+1”的乘积为“+1”. 如果全部背向老师，35个“−1”的积为“−1”.

再观察4名学生向后转进行的是什么“运算”. 我们设想老师不叫向后转，而将这4名学生对着老师的数字都乘“−1”. 这样每次“运算”乘4个“−1”，即乘“+1”，所以35个数的乘积不变，始终是+1，所以乘积变为“−1”是不可能的. 老师每次让其中任意的4名学生向后转（不论原来的方向如何），经过若干次后全体学生不能都背向老师站立.

14. 棋盘上的数学

古时候，在某个王国里有一位聪明的大臣，他发明了国际象棋，献给了国王，国王从此迷上了下棋. 为了对大臣表示感谢，国王答应满足这个大臣一个要求. 大臣说：“就在这个棋盘上放一些米粒吧. 第1格放1粒米，第2格放2粒米，第3格放4粒米，然后是8粒米、16粒米、32粒米、……一直到64格.”“你真傻，就要这么一点米?”国王哈哈大笑. 大臣说：“就怕您的国库里没有这么多的米!”国王真的没有这么多吗?

15. 纳米技术

(1) 一纳米为一米的十亿分之一，是一个用肉眼无法感知的微观世界. 自从扫描隧道显微镜发明后，世界上便诞生了一门以0.1至100纳米这样的尺度为研究对象的新学科，这就是纳米科技. 于细微处显神奇. 纳米技术通过操纵原子、分子或原子团和分子团，使其重新排列组合，形成新的物质，制造出具有新功能的机器.

纳米科技以空前的分辨率为人类提示了一个可见的原子、分子世界. 随着纳米技术的广泛应用，未来的某一天，现在像“银河”那样的巨型计算机小到可以被随手放进口袋；而美国国会图书馆的全部信息，将会压缩到一个糖块大小的设备中；通过纳米化，易碎的陶瓷可以变成富有韧性的特殊材料；世界上还将出现一微米以下的机器甚至机器人；纳米技术还能给药物的传输提供新的方式和途径，等等.

当然，科学家同时指出纳米技术是一门前瞻性、战略性、基础性的科技，目前仍集中在基础研究方面. 纳米科技要像信息技术一样产生广泛而深刻的影响，那将是二三十年以后的事情.

(2) 纳米材料，从尺寸大小来说，通常产生物理化学性质显著变化的细小微粒的尺寸在0.1微米以下（注1米=100厘米，1厘米=10 000微米，1微米=1 000纳米，1纳米=10埃). 即100纳

米以下，因此定义：颗粒尺寸在1～100纳米的微粒称为超微粒材料，也是一种纳米材料. 纳米金属材料是20世纪80年代中期研制成功的，后来相继问世的有纳米半导体薄膜，纳米陶瓷、纳米瓷性材料、纳米生物医学材料等.

16. 巧算平均数

在篮球比赛中，往往要比较两个球队的队员的平均身高，平均身高高的球队的实力相对好一些. 下面给出一个球队队员的身高（单位：厘米）：

190，195，200，202，210，221，197，190，200，198

如何计算这组数据的平均数呢?

直接计算是$\frac{1}{10}(190+195+200+202+210+221+197+190+200+198)=200.3$.

观察这组数据若将它们全部减去200，得到：

-10，-5，0，2，10，21，-3，-10，0，-2.

计算这组新数据的平均数：$\frac{1}{10}(-10-5+0+2+10+21-3-10+0-2)$

$=0.3$，

所以全体队员的平均身高是200.3厘米.

用这种方法计算比较大的数据时较简单. 这里利用有理数的运算进行计算更方便.

17. 用科学记数法表示大数和小数时，要注意$a\times10^n$中的a和n的值. 在具体问题情境中感受大数与小数. 例如：

（1）装100万元的人民币，需要多大的皮箱?

（2）100万人站在一起，约占多少间你所在的教室?

（3）一个正常人的平均心跳速率约是每分70次，一年大约跳多少次? 用科学记数法表示这个结果.

（4）地球上的陆地面积约为149 000 000平方公里；

（5）我国森林覆盖面积约为1 336 320平方千米；

（6）某次体育彩票特等奖中奖的可能性为0.000 001.

18. 与同学一起玩“24点”游戏.

规则是：从一副牌中（去掉大、小王）任意抽取4张，用上面的数字进行混合运算，使结果为24或-24. 其中红色代表负数，黑色代表正数，J，Q，K分别代表11，12，13.

Ⅵ 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章的主要内容是有理数的概念与运算。对于有理数的概念，应考查学生是否了解与这些概念有关的一些实际背景，能否从数与形的角度认识这些概念，还应考查学生能否运用这些概念解决简单的问题. 对于有理数的运算，应考查学生能否熟练准确地运用法则进行有理数运算，能否运

用运算律简化运算. 还应考查学生能否运用有理数运算解决简单的实际问题.

2. 考查有理数的概念与运算，应注意以下问题：

(1) 对于有理数的概念，不应单纯考查对概念的记忆，对绝对值等概念，要求也不应过高.

(2) 对于有理数的运算，不应要求学生进行复杂的笔算，也不应过分追求运算技巧.

3. 关注学生学习有理数的概念与运算的过程，考查学生能否通过观察、思考、探究、讨论、归纳主动地进行学习.

二、测试题(时间：45 分钟　满分：100 分)

内　容	设计意图
一、**填空题**（每小题 2 分，共 28 分）：	
1. 在数 $+8.3$，-4，-0.8，$-\frac{1}{5}$，0，90，$-\frac{34}{3}$，$-|-24|$ 中，_____是正数，_____不是整数.	此题意在考查有理数的分类.
2. $+2$ 与 -2 是一对相反数，请赋予它实际的意义_____.	此题意在考查相反的量在实际生活中的作用.
3. $-\frac{5}{3}$ 的倒数的绝对值是_____.	此题意在考查学生对倒数、绝对值理解的情况.
4. 用“$>$”、“$<$”、“$=$”号填空： (1) -0.02 ____ 1；　(2) $\frac{4}{5}$ ____ $\frac{3}{4}$； (3) $-\left(-\frac{3}{4}\right)$ ____ $-[+(-0.75)]$；　(4) $-\frac{22}{7}$ ____ -3.14.	此题意在考查学生对有理数大小比较法则的理解.
5. 绝对值大于 1 而小于 4 的整数有_____，其和为_____.	
6. 用科学记数法表示13 040 000，应记作_____.	此题意在考查科学记数法的表示方法.
7. 若 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，则 $(a+b)^3-3(cd)^4=$_____.	
8. $1-2+3-4+5-6+\cdots\cdots+2\,001-2\,002$ 的值是_____.	此题意在考查学生能否灵活进行有理数加减运算.
9. 大肠杆菌每过 20 分便由一个分裂成 2 个，经过 3 小时后这种大肠杆菌由 1 个分裂成_____个.	此题意在考查乘方在实际中的应用.
10. 数轴上表示数 -5 和表示 -14 的两点之间的距离是_____.	此题意在考查数轴上两点之间的距离.

11. 若$(a-1)^2+|b+2|=0$，那么$a+b=$_____.

此题意在考查学生非负数的性质.

12. 平方等于它本身的有理数是_____，立方等于它本身的有理数是_____.

此题意在考查平方数和立方数的概念.

13. 在数-5，1，-3，5，-2中任取三个相乘，其中最大的积是_____，最小的积是_____.

14. 第十四届亚运会体操比赛中，十名裁判为某体操运动员打分如下：10，9.7，9.85，9.93，9.6，9.8，9.9，9.95，9.87，9.6，去掉一个最高分，去掉一个最低分，其余8个分数的平均分记为该运动员的得分，则此运动员的得分是_____.

此题意在考查学生对平均数和有理数的加法的掌握.

二、选择题（每小题3分，共21分）：

15. 两个非零有理数的和为零，则它们的商是（　　）

(A) 0.　　(B) -1.　　(C) $+1$.　　(D) 不能确定.

16. 一个数和它的倒数相等，则这个数是（　　）

(A) 1.　　(B) -1.　　(C) ±1.　　(D) ±1和0.

17. 如果$|a|=-a$，下列成立的是（　　）

(A) $a>0$.　　(B) $a<0$.　　(C) $a>0$或$a=0$.　　(D) $a<0$或$a=0$.

此题意在考查学生绝对值的性质.

18. 用四舍五入法按要求对0.050 19分别取近似值，其中错误的是（　　）

(A) 0.1（精确到0.1）.　　(B) 0.05（精确到百分位）.

(C) 0.05（保留两个有效数字）.　　(D) 0.050 2（精确到0.000 1）.

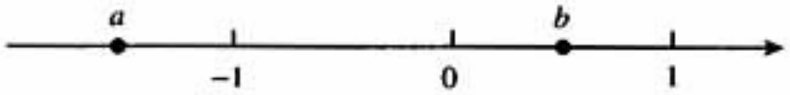
此题意在考查学生近似数的概念.

19. $(-2)^{11}+(-2)^{10}$的值是（　　）

(A) -2.　　(B) $(-2)^{21}$.　　(C) 0.　　(D) -2^{10}.

此题意在考查学生对乘方运算的掌握.

20. 有理数a，b在数轴上的对应点的位置如图所示：



（第20题）

则（　　）

(A) $a+b<0$.　　(B) $a+b>0$.　　(C) $a-b=0$.　　(D) $a-b>0$.

21. 下列各式中正确的是（　　）

(A) $a^2=(-a)^2$.　　(B) $a^3=(-a)^3$.

(C) $-a^2=|-a^2|$.　　(D) $a^3=|a^3|$.

此题意在考查学生乘方的符号法则.

三、计算题（每小题5分，共30分）：

22. $-20+(-14)-(-18)-13$.

23. $10+(-2)\times(-5)^2$.

24. $\frac{7}{4}\div\frac{7}{8}-\frac{2}{3}\times(-6)$.

25. $\left(-\frac{3}{4}-\frac{5}{9}+\frac{7}{12}\right)\div\frac{1}{36}$.

26. $\left|-\frac{7}{9}\right|\div\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{3}\times(-4)^2$.

此题意在考查学生有理数的混合运算.

27. $-1^2-\left[1\frac{3}{7}+(-12)\div 6\right]^2\times\left(-\frac{3}{4}\right)^3$.

四、解答题（每小题 8 分，共 16 分）：

28. 某一出租车一天下午以鼓楼为出发地在东西方向营运，向东走为正，向西走为负，行车里程（单位：km）依先后次序记录如下：+9，−3，−5，+4，−8，+6，−3，−6，−4，+10.

（1）将最后一名乘客送到目的地，出租车离鼓楼出发点多远？在鼓楼的什么方向？

（2）若每千米的价格为 2.4 元，司机一个下午的营业额是多少？

此题意在考查学生实际生活中的有理数的加减运算和绝对值的运算.

29. 某食品厂从生产的袋装食品中抽出样品 20 袋，检测每袋的质量是否符合标准，超过或不足的部分分别用正、负数来表示，记录如下表：

与标准质量的差值（单位：g）	−5	−2	0	1	3	6
袋　数	1	4	3	4	5	3

这批样品的平均质量比标准质量多还是少？多或少几克？若标准质量为 450 克，则抽样检测的总质量是多少？

30. 请你谈谈对绝对值的认识.

此题意在考查学生对绝对值的认识.

五、附加题（每小题 5 分，共 10 分）：

1. 如果规定符号“*”的意义是 $a*b=\frac{a\cdot b}{a+b}$，求2*(−3)*4的值.

2. 已知 $|x+1|=4$，$(y+2)^2=4$，求 $x+y$ 的值.

此题意在考查学生灵活运用知识的能力.

测试题答案

1. 正数有：+8.3，90；非整数有：+8.3，−0.8，$-\frac{1}{5}$，$-\frac{34}{3}$.

2. 例如：向前走 2 米记为+2 米，向后走 2 米记为−2 米.

3. $\frac{3}{5}$.

4. <，>，=，<.

5. ±2，±3，0.

6. 1.304×10^7.

7. −3.

8. −1 001.

9. 512.

10. 9.

11. -1.

12. 0，1；0，± 1.

13. 75，-30.

14. 9.825.

15. B.

16. C.

17. D.

18. C.

19. D.

20. A.

21. A.

22. -29.

23. -40.

24. 6.

25. -26.

26. $-\frac{11}{3}$.

27. $-\frac{169}{196}$.

28. (1) 0 km，就在鼓楼；　　(2) 139.2 元.

29. 多 24 克，总质量为 9 024 克.

30. 从绝对值的意义、性质、作用等方面谈.

附加题

1. 2.4.

2. 3，-1，-5，-9.

第二章 一元一次方程

Ⅰ 总体设计

一、课程学习目标

1. 经历“把实际问题抽象为数学方程”的过程，体会方程是刻画现实世界的一种有效的数学模型，了解一元一次方程及其相关概念，认识从算式到方程是数学的进步.

2. 通过观察、归纳得出等式的性质，能利用它们探究一元一次方程的解法.

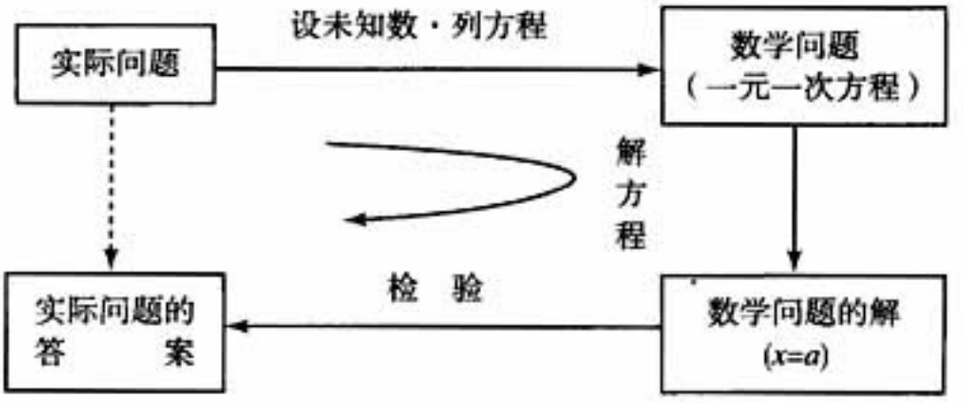
3. 了解解方程的基本目标（使方程逐步转化为 $x=a$ 的形式），熟悉解一元一次方程的一般步骤，掌握一元一次方程的解法，体会解法中蕴涵的化归思想.

4. 能够“找出实际问题中的已知数和未知数，分析它们之间的关系，设未知数，列出方程表示问题中的等量关系”，体会建立数学模型的思想.

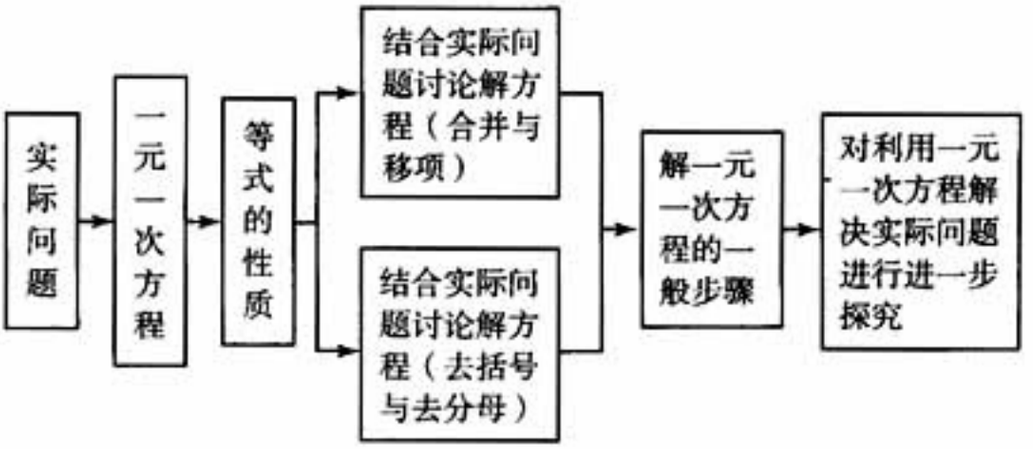
5. 通过探究实际问题与一元一次方程的关系，进一步体会利用一元一次方程解决问题的基本过程（见下图），感受数学的应用价值，提高分析问题、解决问题的能力.

二、本章知识结构框图

1. 利用一元一次方程解决问题的基本过程



2. 本章知识安排的前后顺序



三、内容安排

本章继第一章“有理数”之后，属于《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》中的“数与代数”领域.

方程有悠久的历史，它随着实践需要而产生，并且具有极其广泛的应用. 从数学科学本身看，方程是代数学的核心内容，正是对于它的研究推动了整个代数学的发展. 从代数中关于方程的分类看，一元一次方程是最简单的代数方程，也是所有代数方程的基础.

本章主要内容包括：一元一次方程及其相关概念，一元一次方程的解法，利用一元一次方程分析与解决实际问题. 其中，以方程为工具分析问题、解决问题（即建立方程模型）是全章的重点，同时也是难点. 分析实际问题中的数量关系并用一元一次方程表示其中的相等关系，是始终贯穿于全章的主线，而对一元一次方程的有关概念和解法的讨论，是在建立和运用方程这种数学模型的大背景之下进行的. 列方程中蕴涵的“数学建模思想”和解方程中蕴涵的“化归思想”，是本章始终渗透的主要数学思想.

全章共包括四节：

2.1 从算式到方程

这一节分为两个小节.

2.1.1 一元一次方程

在小学阶段，已学习了用算术方法解应用题，还学习了最简单的方程. 本小节先通过一个具体行程问题，引导学生尝试如何用算术方法解决它，然后再一步一步引导学生列出含未知数的式子表示有关的量，并进一步依据相等关系列出含未知数的等式——方程. 这样安排目的在于突出方程的根本特征，引出方程的定义，并使学生认识到方程是更方便、更有力的数学工具，从算术方法到代数方法是数学的进步.

算式表示用算术方法进行计算的程序，列算式依据问题中的数量关系，算式中只能含已知数而不能含未知数. 列方程也依据问题中的数量关系（特别是相等关系），它打破了列算式时只能用已知数的限制，方程中可以根据需要含有相关的已知数和未知数，未知数进入式子是新的突破. 正因如此，一般地说列方程要比列算式考虑起来更直接、更自然，因而有更多优越性.

本小节中引出了方程、一元一次方程、方程的解等基本概念，并且对于“根据实际问题中的数量关系，设未知数，列出一元一次方程”的分析问题过程进行了归纳.

2.1.2 等式的性质

方程是含未知数的等式，为适合初中学生学习，本章不涉及方程的同解理论，而以等式的性质作为解方程的根据. 本小节通过观察、归纳引出等式的两条性质，并直接利用它们讨论一些较简单的一元一次方程的解法. 这将为后面几节进一步讨论较复杂的一元一次方程的解法准备理论依据.

2.2 从古老的代数书说起——一元一次方程的讨论（1）

本节仍然结合一些实际问题展开，重点讨论两方面的问题：

（1）如何根据实际问题列方程？这是贯穿全章的中心问题.

（2）如何解方程？这节重点讨论解方程中的“合并（同类项）”和“移项”，这样就已经可解

$$ax+b=cx+d$$

类型的一元一次方程.

本节首先提及在数学史上对解方程颇有影响的一部著作，即生活在约 780～850 年间的阿拉伯数学家阿尔－花拉子米所著的《对消与还原》一书，提问“对消”与“还原”是什么意思，作为后

面要讨论的内容的引子. 在本节内容展开中引出“合并（同类项）”和“移项”.

本节中用框图形式归纳出“用一元一次方程分析和解决实际问题的基本过程”.

2.3 从“买布问题说起”——一元一次方程的讨论（2）

本节继续结合一些实际问题讨论一元一次方程，重点讨论两方面的问题：

（1）如何根据实际问题列方程？这是贯穿全章的中心问题.

（2）如何解方程？这节重点讨论解方程中的“去括号”和“去分母”，这样就可以解各种类型的一元一次方程，并归纳出一元一次方程解法的一般步骤.

本节从俄罗斯文学家契诃夫的小说《家庭教师》中的一道“买布问题”，引出解方程中的“去括号”问题；又从古代埃及的纸莎草文书中的一道题，引出带有分母的一元一次方程，进而讨论用去分母的方法解这类方程.

在本节中，以解一个具体方程的过程为例，用框图形式表示了一元一次方程解法的一般步骤.

2.4 再探实际问题与一元一次方程

在前面已经讨论过由实际问题抽象出一元一次方程模型和解一元一次方程的一般步骤的基础上，本节进一步以“探究”的形式讨论如何用一元一次方程解决实际问题. 要探究的三个问题（“销售中的盈亏”“用哪种灯省钱”“球赛积分表问题”）要比前几节的问题复杂些，问题情境与实际情况更接近.

本节的重点是建立实际问题的方程模型. 通过探究活动，可以进一步体验一元一次方程与实际的密切联系，加强数学建模思想，培养运用一元一次方程分析和解决实际问题的能力.

由于本节问题的背景和表达都比较贴近实际，其中有些数量关系比较隐蔽，所以在探究过程中正确地建立方程是主要难点. 突破难点的关键是弄清问题背景，分析清楚有关数量关系，特别是找出可以作为列方程依据的主要相等关系.

本章的体系安排与原人教版义务教育教科书有较大变化，它具有以下特点：

1. 突出方程这个重点内容，将有关式的预备知识融于讨论方程的过程中

在许多教科书中，整式及其加减运算通常集中安排在一元一次方程之前，为一元一次方程的学习做准备. 这样做的优点是层次分明，“前面铺好路后面走起来很顺”；而不足是学生往往在学习这些预备知识时不能体会它们以后的作用，学习目的性不明确，因而影响学习效果. 在本章中没有做如上处理，而是将有关整式的内容分散地融于对方程的讨论之中，不过于强调式的概念，只要它们能自然地为讨论方程这条主线服务即可，这是本章的一个特点. 这样处理的目的是突出方程这个实际应用作用明显的内容，由于有关预备知识与方程结合得更密切了，并且不单独予以强调，所以便于学生自然而然地接受和运用它们，而不感到学了没用. 在学生对整式有一些初步的认识的基础上，本套教科书在后面（第 15 章）还要安排对它们的专门讨论，到那时学生对为什么学习有关式的内容就比较容易理解了.

2. 突出列方程，结合解决实际问题讨论解方程

列方程是本章的重点，也是难点. 为突出重点，分散难点，使学生能有较多机会接触列方程，本章把对实际问题的讨论作为贯穿于全章前后的一条主线. 对一元一次方程解法的讨论始终是结合解决实际问题进行的，即先列出方程，然后讨论如何解方程，这是本章的又一特点. 教科书先结合两个实际问题的求解过程分别讨论了“合并（同类项）”和“移项”，并进一步通过一些例题对这两种解方程的变形手段进行综合练习和强化. 此后教科书又在对另两个实际问题的讨论中引出解方程中的“去括号”和“去分母”，并进一步通过一些例题和练习题帮助学生掌握它们. 在此基础上，教科书归纳总结出解一元一次方程的目标和一般步骤，引导学生提高对一元一次方程解法的认识.

我们认为这样处理解方程的教学符合人们对方程的认识过程，并且可以加强这章内容与实际的联系，有助于解决部分学生总感觉列方程难的问题.

3. 通过加强探究性，培养分析解决问题的能力、创新精神和实践意识

本章的中心任务是，使学生经历建立一元一次方程模型并应用它解决实际问题的过程，体会方程的作用，掌握运用方程解决简单问题的方法，提高分析问题、解决问题的能力，增强创新精神和应用数学的意识. 由于实际问题的类型多样，在某些问题中数量关系不十分明显，使得以方程为模型表示问题中的数量关系成为教学中的难点. 为切实提高利用方程解决实际问题的能力，本章在内容选择上注意加强探究性. 例如，第 2.4 节特别安排了“再探实际问题和一元一次方程”的内容，选择了三个具有一定综合性的问题（“销售中的盈亏”“用哪种灯省钱”“球赛积分表问题”），设置了若干探究点，引导学生利用方程为工具进行具有一定深度的思考，把全章所强调的以方程为工具把实际问题模型化的思想提到新的高度. 这节内容包括：估算与精确计算的比较（探究 1），进行开放性的设计（探究 2），根据问题的实际背景进行检验，利用方程进行简单推理判断（探究 3 中已渗透了反证法的思想）. 安排这节的目的在于：一方面通过更加贴近实际生活的问题，进一步突出方程这种数学模型的应用具有广泛性和有效性；另一方面使学生能在更加贴近实际生活的问题情境中运用所学数学知识，使分析问题和解决问题的能力、创新精神和实践意识在更高层次上得到提高.

4. 重视数学思想方法的渗透，关注数学文化

本章不仅重视数学与实际的联系，列方程和解方程的方法，而且重视数学知识中蕴涵的建模和化归等数学思想方法的渗透. 本章所涉及的数学思想方法主要包括两个：一个是由实际问题抽象为方程模型这一过程中蕴涵的符号化、模型化的思想；另一个是解方程的过程中蕴涵的化归思想. 虽然考虑到学生的理解能力等原因，教科书没有过多出现“数学模型”一词，但是本章多次以框图形式对“利用一元一次方程解决问题的基本过程”加以归纳，意在渗透建模思想. 为体现化归思想在解方程中具有指导作用，本章中讨论一元一次方程的各个步骤时，都注意点明解方程的目的，即最终使方程变形为 $x=a$ 的形式，各种步骤都是为此而实施的，即在保持方程的左右两边的相等关系的前提之下，使“未知”逐步转化为“已知”.

本套教科书的特色之一是，使教科书成为反映科学进步、介绍先进文化的镜子. 重视数学的科学价值，同时关注其文化内涵. 通过教科书这面镜子的反射，结合教学内容生动活泼地介绍古今数学的发展，深入浅出地反映数学的作用（工具作用和人文教育作用），使学生逐步地认识数学的科学价值和人文价值，提高科学文化素养. 本章对于数学文化予以很大关注，从数字到字母，从算式到方程，从算术到代数……这些数学史上的重大进步以及有关方程的名著《还原与对消》、埃及纸莎草文书中的问题等在教科书中都有所反映. 编者希望学生通过学习本章不仅在数学知识和能力方面得到提高，而且能够感受到数学文化的熏陶.

四、课时安排

本章教学时间约需 18 课时，具体分配如下（仅供参考）：

2.1 从算式到方程	约 4 课时
2.2 从古老的代数书说起 ——一元一次方程的讨论（1）	约 4 课时
2.3 从“买布问题”说起 ——一元一次方程的讨论（2）	约 4 课时
2.4 再探实际问题和一元一次方程	约 4 课时

数学活动
小结　　约 2 课时

五、学法教法建议

1. 注意在前面学段的基础上发展，做好从算术到代数的过渡

本章第 2.1 节从一个实际问题（行程问题）开始讨论，在引出方程后提出“从算式到方程是数学的进步”. 算式与方程表现了算术与代数解决问题的两种不同方法. 用算术方法解实际问题是前面学段中学生已经学习过的内容，它对于提高分析问题中数量关系的能力有着打基础的作用. 算式表示一个计算过程，用算术方法解实际问题时，算式中只含已知数而不包含未知数；而代数中设未知数或列方程时首先需要用式子表示问题中有关的量，这些式子实际上也是算式，只是其中可能含有字母（未知数）. 方程是根据问题中等量关系列出的等式，其中既含有已知数，又含有未知数，这是代数方程与算术算式的区别之一. 由于方程中可以用未知数与已知数一起表示相关的量，所以方程的应用更为方便. 这正是用字母表示数带来的好处.

从课程标准看，在前面学段中已经有关于简单方程的内容，学生已经对方程有初步的认识，会用方程表示简单情境中的数量关系，会解简单的方程，即对于方程的认识已经历了入门阶段，具备了一定的感性认识基础，这些基本的、朴素的认识为进一步学习方程奠定了基础. 本章的内容是在前面的学习基础上的进一步发展，即对一元一次方程作更系统更深入的讨论，所涉及的实际问题要比以前学习的问题复杂些，更强调模型化思想的渗透；对方程解法的讨论要更注重算理，更强调创设未知向已知转化的条件以及解法中程序化的思想.

了解以上的联系与区别，有助于在本章教学中注意到应在哪些地方使学生得到新的提高.

2. 关注方程与实际问题的联系，体现数学建模思想

我们生活在一个丰富多彩的世界，其中存在大量问题涉及数量关系的分析，这为学习“一元一次方程”提供了大量的现实素材. 在本章教科书中，实际问题情境贯穿于始终，对方程解法的讨论也是在解决实际问题的过程中进行的，“列方程”在本章中占有突出地位，全章教科书按照讨论实际问题的线索而展开. 在本章的教学和学习中，要充分注意方程的现实背景，通过大量丰富的实际问题，反映出方程来自实际又服务于实际，加强对于方程是解决现实问题的一种重要数学模型的认识. 鉴于本章的学习对象是七年级学生，教科书的叙述力求通俗易懂，在正文中避免过多直接使用“数学模型”等词，而是通过具体例子反复强调方程在解决实际问题中的工具作用，实际上这就是在渗透建立数学模型的思想.

设未知数、列方程是本章中用数学模型表示和解决实际问题的关键步骤，而正确地理解问题情境，分析其中的相等关系是设未知数、列方程的基础. 在本章的教学和学习中，可以从多角度进行思考，借助图形、表格、式子等进行分析，寻找等量关系，检验方程的合理性. 教师还可以结合实际情况选择更贴近学生生活的各种问题，引导学生用一元一次方程分析和解决它们.

利用一元一次方程解决问题的基本过程（见前面的图），在本章中反复出现并且逐步细化，这有助于从整体上认识一元一次方程与实际问题的关系，请注意在教学中不断强化对它的认识.

本章编写时力图突出建立方程模型的一般分析方法，不对实际问题按照问题情境分类，不单独归纳“行程问题”“工程问题”等题型模式，但是结合具体问题的分析，强调了问题中的基本数量关系和相等关系. 建议教学中把握通性通法，不要让学生去死记硬背各种题型的解法.

3. 抓住方程的主线，带动相关预备知识的学习

从数学学科内部来看，整式及其运算（加减法）是一元一次方程的预备知识；而从应用的角度

来看，一元一次方程要比整式用得更普遍、更直接. 本套教科书不像过去许多数学教科书那样先安排整式，然后再安排一元一次方程，而是将与一元一次方程相关的整式知识分散于本章之中，对它们采取“够用即可”的处理方式，回避了一些概念（代数式、同类项等），结合方程的讨论通过例子解释了一些相关运算（合并含未知数的项、去括号等），而将对整式系统深入的讨论留待后面章节完成. 前面已经说过这样处理的主要目的是为了突出重点，适当精简整合教学内容，加强应用意识. 这样处理与“先专门安排整式预备知识，后安排方程”的做法各有优缺点，请在教学实践中对它们进行比较和检验，以便进一步寻求更符合教学实际的处理方案.

在本章的教学中，希望能够了解教科书的上述变化及其用意，时刻关注教学重点，注意抓住方程这条主线，削枝强干，突出围绕一元一次方程的讨论，带动有关预备知识的学习. 特别要把握好本章中所含有的整式知识的深度和广度，不作过多的补充和引申，以免喧宾夺主冲淡主题.

4. 加强学习的主动性和探究性

课程改革的目的之一是促进学习方式的转变，加强学习的主动性和探究性. 本章内容涉及大量的实际问题，丰富多彩的问题情境和解决实际问题的快乐更容易激起学生对数学的兴趣. 在本章的教学中，应注意引导学生从身边的问题研究起，主动收集寻找“现实的、有意义的、富有挑战性的”学习材料，并更多地进行数学活动和互相交流，在主动学习、探究学习的过程中获得知识，培养能力，体会数学思想方法.

在本章的教科书中，安排了许多可提供学生主动进行探究的内容，其中既涉及列方程又涉及解方程，例如 2.4 节“再探实际问题与一元一次方程”就是为提高分析和解决问题的能力而安排的探究性内容，本章的“数学活动”及“拓广探索”栏目下的习题等也设置了很多探究性问题，采用什么方式进行这些内容的教学是需要关注的问题. 具体教学方式可能会因时因地因人而易，但是各种方式都应注意鼓励学生积极探究，当学生在探究过程中遇到困难时，教师应启发诱导，设计必要的铺垫，让学生在经过自己的努力来克服困难的过程中体验如何进行探究活动，而不要代替他们思考，不要过早给出答案. 应鼓励探究多种不同的分析问题和解决问题的方法，使探究过程活跃起来，在这样的氛围中可以更好地激发学生积极思维，得到更大收获. 对于解方程过程中较复杂的计算，可以提倡学生运用计算机（器）等计算工具采用灵活方式完成.

5. 重视数学思想方法的教学和学习

前面已经说过，本章所涉及的数学思想方法主要包括两个：一个是由实际问题抽象为方程模型这一过程中蕴涵的模型化（包括符号化）的思想；另一个是解方程的过程中蕴涵的化归思想. 在本章的教学和学习中，不能仅仅着眼于个别题目的具体解题过程，而应关注对以上思想方法的渗透和领会，从整体上认识问题的本质.

数学思想方法是通过数学知识的载体来体现的，对于它们的认识需要一个较长的过程，既需要教科书的渗透反映，也需要教师的点拨，最终还需要学生自身的感受和理解. 数学思想方法对一个人的影响往往要大于具体的数学知识，例如对解方程的本质有比较透彻的认识，就容易主动地探究具体方程的解法，这远比死记硬背方程的解法步骤的效果要好. 因此，我们需要关注数学思想方法的教学和学习，希望教师在如何深入浅出地进行这方面的教学上不断探索.

6. 适当加强练习，巩固基础知识和基本技能

本章内容包括一元一次方程的概念、解法和应用. 一元一次方程是最基本的代数方程，对它的理解和掌握对于后续学习（其他的方程以及不等式、函数等）具有重要的基础作用. 因此，教学和学习中应注意打好基础.

由于本章教科书是以分析解决实际问题为线索展开的，许多基础知识隐含于分析解决问题的过

程之中，如缺乏对这些基础内容的分析归纳，可能会对它们有所忽视，所以在教学和学习中应注意对它们进行归纳整理，使得基础知识和基本技能在头脑中留下较深刻的印象. 从学习心理学的角度看，需要通过必要的练习途径来掌握基础知识和基本技能，所以教学和学习中还要注意适当加强练习. 这里所说的“适当加强”并非一味强调增加练习的数量，而是强调练习要着重在基础内容上，要加强针对性，使学生打好必需的基本功. 对于教科书中的练习题以及“复习巩固”“综合运用”栏目下的习题，应切实掌握. 在此基础上，再探究更高层次的问题（例如“拓广探索”栏目下的习题等）.

7. 关注数学文化的传承

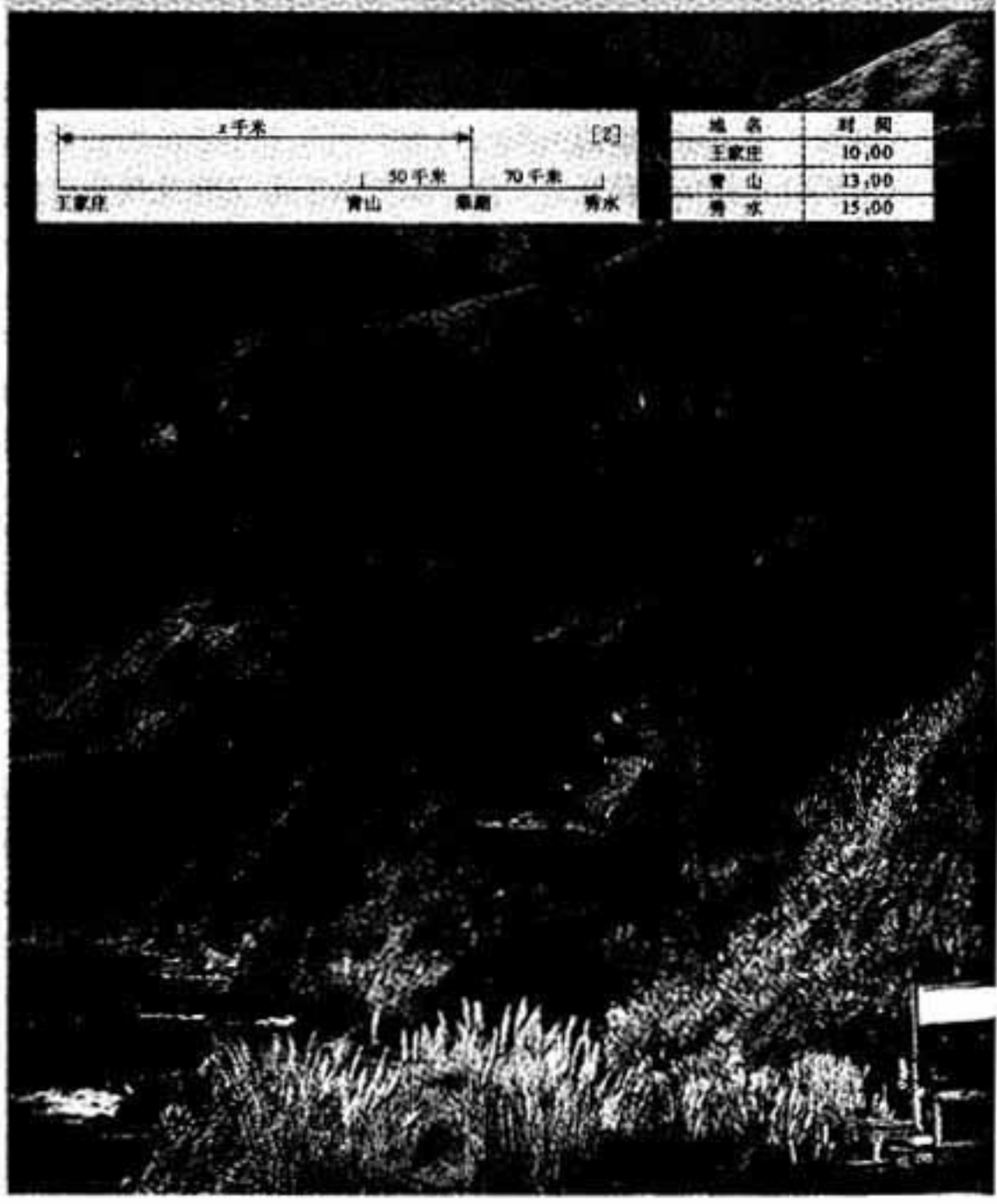
本套教科书力求能够成为反映科学发展和文化进步的一面镜子，既体现数学的科学性和应用性，又体现数学科学中蕴涵的文化. 本章内容不仅涉及数学与实际的关系，渗透建模、化归等思想，而且多处涉及数学上从数字到字母，从算式到方程，从算术到代数等重大历史发展变化，体现了人类对客观世界中数量关系的不断探究和取得的进展，从中可以看出数学文化的源远流长和人类追求真理的长期努力，折射出科学文明的光辉和人类认识上的伟大创造力.

教学中除关注要使学生在数学知识和数学能力方面得到提高之外，还需要考虑在传承数学文化方面的工作，结合方程的内容进一步挖掘其文化内涵，通过生动活泼的形式使学生感受丰富的数学文化的熏陶.

此外，本章内容与实际关系密切，涉及问题广泛，因而与多元文化具有联系. 例如，第 2. 3 节的内容是从一个引子出发，即从契诃夫的小说《家庭教师》中的一道“买布问题”说起，这样选材也是希望能增加数学教科书的人文色彩. 习题 2. 4 第 9 题的原题是用希腊文写的一首诗，它简要记述了希腊数学家丢番图的生平. 这是一道有悠久历史的名题，诗中并没有明确说出丢番图的寿命等数字，但是它们已经隐含于诗中，利用方程可以解出这些数字. 此题本身就是数学与文学结合的佳作. 类似的例子，还分布于本章的其他之处. 在编写本章时，我们有这样的体会，即数学教学应在内容和形式方面更鲜活，更吸引人，这样才能使受教育者的科学、文化素养都得到提高.

Ⅱ 教材分析

第二章 一元一次方程



［1］这幅章前图的画面是山间公路上一辆行驶中的汽车，它与教科书第66页的行程问题相配合.

［2］章前图上方左边的示意图说明王家庄、青山、翠湖和秀水是公路旁的四个地方，它们的相对位置（排列顺序）以及从青山到翠湖和从翠湖到秀水的路程已经直观地表示出. 显然，从王家庄到翠湖的路程是未知量.

［3］章前图上方右边的表格表示汽车经过王家庄、青山和秀水三个地方的时刻，由此可以进一步得出汽车驶过相应路段所用的时间.

1. 方程是应用广泛的数学工具，它在义务教育阶段的数学课程中占重要地位. 在本套教科书中有关方程的内容出现的先后顺序是：一元一次方程（七年级上），二元一次方程组（七年级下），一元二次方程（九年级上）.

2. 代数方程一般按照其中未知数（元）的个数和未知数的最高次数（指数）分类，一元一次方程是最简单的方程，也是所有代数方程的基础.

一般地，解任何一个代数方程（组）时最终都要化归为一元一次方程来解.

3. 本章始终在分析解决实际问题的情境中展开，开篇的引入问题是行程问题. 路程、时间、速度是行程问题中的三个基本物理量，本章的章前图为后面的问题提供了重要信息，通过读图、读表可以获取这些信息，这是解决第2.1节开始的问题时必需的.

4. 本章是在小学已经学习过的简单方程的基础上进一步讨论方程，因此教学之前应先了解



2

2.1 从算式到方程

2.2 从古老的代数书说起
——一元一次方程的讨论(1)

2.3 从"买布问题"说起
——一元一次方程的讨论(2)

2.4 再探实际问题与一元一次方程

方程是含有未知数的等式.[1] 在小学我们已经见过像 $2x=50$，$3x+1=4$，$5x-7=8$ 这样的简单方程.[2]

方程是应用广泛的数学工具，它把问题中未知数与已知数的联系用等式形式表示出来. 在研究许多问题时，人们经常要分析数量关系，用字母表示未知数，列出方程，然后求出未知数.[3]

怎样根据问题中的数量关系列出方程？怎样解方程？这是本章研究的主要问题.

通过学习本章中丰富多彩的问题，你将进一步感受到方程的作用，并学习利用一元一次方程解决问题的方法.

[1] 这是方程的根本特征.

[2]《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》的"学段目标"规定：在第二学段（4－6年级）要"会用方程表示简单的数量关系，会解简单的方程". 小学阶段的简单方程一般限于下面形式：

$$ax\pm b=c,$$

$$ax\pm bx=c.$$

[3] 以方程为工具解决问题的过程，主要是根据问题中的数量关系，列出方程，并解方程求出未知数.

学生过去已学习过有关方程的哪些具体知识，学习中存在哪些问题等，这样的调查有助于加强本章教学的针对性.

5. 本章也可以用学生感兴趣的其他实际问题引入. 作为引入一元一次方程的实际问题，应该是用算术方法解决有一定难度的，而用一元一次方程解它比较自然，容易体现用方程的优越性.

6. 本章的一个编写特点是实际问题情境贯穿于全章始终，有关方程的概念、对方程解法的讨论都在解决实际问题的过程中进行. 实际问题在本章中占有突出地位，全章教科书依讨论实际问题的线索而展开，从本章各节的节名可以反映这个特点.

[1] 匀速行驶即在各段路程的行驶速度都相等.

[2] 从章前图中的表格可以得出：汽车从王家庄到青山用了 3 小时，到秀水用了 5 小时.

[3] 从这段叙述结合前面的表格可以得出：汽车依次经过王家庄、青山、翠湖和秀水四地，并可进一步画出下面的示意图.

[4] 用算术方法可以如下考虑：汽车从青山到秀水用了 2(即 5−3)小时，两地相距 120(即 50+70)千米，所以车速为 60(即 120÷2)千米/时. 王家庄与秀水相距 300(即 60×5)千米，王家庄与翠湖相距 230(即 300−70)千米.

[5] $x-50$，$x+70$.

[6] 3，5.

[7] 本题中一个相等关系就是各段路程的车速相等，由此可列出方程.

[8] 从王家庄到青山这段路程的车速.

2.1 从算式到方程

2.1.1 一元一次方程

问题 章前图中的汽车匀速行驶途经王家庄、青山、秀水三地的时间如表所示，翠湖在青山、秀水两地之间，距青山 50 千米，距秀水 70 千米. 王家庄到翠湖的路程有多远？[1][2][3]

你会用算术方法解决这个实际问题吗？不妨试试列算式.[4]

如果设王家庄到翠湖的路程为 x 千米，你能列出方程吗？

根据题意画出示意图.

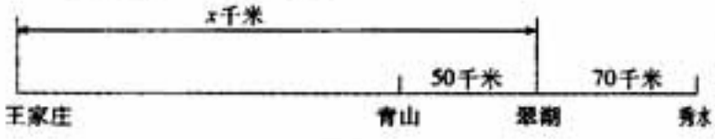


图 2.1-1

示意图有助于分析问题.

问题中有哪些相等关系呢？从王家庄到青山的车速与从王家庄到秀水的车速相等吗？由车速可以列方程吗？

由图 2.1-1 可以用含 x 的式子表示关于路程的数量：

王家庄距青山 _____ 千米，王家庄距秀水 _____ 千米.[5]

从章前图的时间表中可以得出关于时间的数量：

从王家庄到青山行车 ____ 小时，王家庄到秀水行车 ____ 小时.[6]

根据汽车匀速行驶，可知各段路程的车速相等，[7] 于是列出方程

$$\frac{x-50}{3}=\frac{x+70}{5}. \quad ①$$

请填空：

方程①中，$\frac{x-50}{3}$ 的意义是 _____，[8] $\frac{x+70}{5}$ 的意义是 _____.

1. 本节先通过一个具体行程问题，引导学生尝试如何用算术方法解决它，然后再逐步引导学生列出含未知数的式子表示有关的量，并进一步依据相等关系列出含未知数的等式——方程. 这样安排的目的在于，突出方程的根本特征，引出方程的定义，并使学生认识到从算式到方程使我们有了更有力、更方便的数学工具，从算术方法到代数方法是数学的进步.

2. 算式表示用算术方法进行计算的程序，列算式是依据问题中的数量关系，只是算式中只含已知数而不含未知数. 列方程也是依据问题中的数量关系（特别是相等关系），它打破了列式时只能用已知数的限制，方程中可以根据需要含有相关的已知数和未知数，这是一种进步. 正因如此，一般地说列方程比列算式有更多的优越性.

3. 本节的例 1 安排了三个实际问题，让学生设未知数、列出方程. 这样安排一方面是要分

的意义是_____.[1]

以后我们将学习如何从方程①中解出未知数 x，从而得出王家庄到翠湖的路程.[2]

用算术方法解题时，列出的算式表示用算术方法解题的计算过程，其中只能用已知数；而方程是根据问题中的等量关系列出的等式，其中既含有已知数，又含有用字母表示的未知数. 有了方程后人们解决许多问题就更方便了. 通过今后的学习，你会逐步认识：从算式到方程是数学的进步.

思考

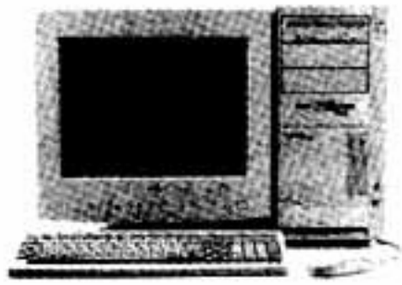
对于上面的问题，你还能列出其他方程吗？如果能，你依据的是哪个相等关系？[3]

通常用 x，y，z 等字母表示未知数，法国数学家笛卡儿是最早这样做的人. 我国古代用“天元、地元、人元、物元”等表示未知数.

列方程时，要先设字母表示未知数，然后根据问题中的相等关系，写出含有未知数的等式——**方程**(equation).[4]

例 1 根据下列问题，设未知数并列出方程：[5]

(1) 一台计算机已使用 1 700 小时，预计每月再使用 150 小时，经过多少月这台计算机的使用时间达到规定的检修时间 2 450 小时？



[1] 从王家庄到秀水这段路程的车速.

[2] 由于本节并不准备深入讨论一元一次方程的解法，这里暂不继续讨论如何解这个方程，学习了第 2.3 节后这个遗留问题便能得到解决.

[3] 这是一个开放性问题，存在多种不同的解法. 例如，设王家庄距青山 x 千米，根据比例关系列方程 $x:(50+70)=3:(5-3)$ 解出 x 后再计算 $x+50$.

[4] 这是首次正式出现方程的定义，这里所说的等式指其中只有一个等号的式子，等号两边分别叫做等式的左边和右边.

[5] 例 1 只要求列方程，而不要求解方程，它的作用主要是引出一元一次方程的概念.

散列方程这一教学难点，化整为零地培养由实际问题抽象出方程模型的能力；另一方面是由一些具体的方程归纳出一元一次方程的概念. 在本节的前面部分，重点是对建立方程模型思想的渗透和对于一元一次方程及其有关概念的认识，解方程还未成为主要内容，不要过早地把学生的注意力引向它.

4. 按本套教科书体系，在本章之前不单独安排有关整式的内容作为预备知识. 本章所必须有的关于整式的预备知识，随需要化整为零地出现，并且暂时淡化这些概念. 因此，在本章教学中对于有关整式的内容，应本着“够用即可，不多纠缠”的原则处理，以免枝节过多，干扰一元一次方程这条主线. 本章中不出现“代数式”一词，而只提“式子”，这并不会影响学习方程这个主要内容. 重要的不是名称，而是实质.

[1] 教学中可解释此处的 $150x$ 是 150 乘 x 的积，当乘数中有字母时，通常省略×号，并把数字乘数写在字母乘数的前边.

[2] 这个问题是为培养列方程的能力而设置的.

[3] 在此前没有专门讨论过整式，也未介绍过式子的“次数”. 在一元方程中，未知数只有一个，未知数的最高指数就是方程的次数.

[4] 这里只提“式子”，而不出现“代数式”一词，以免冲淡方程这条主线，整式和代数式等概念将在后面的其他章中介绍.

[5] 这个“归纳”实际上是渗透建立数学模型（方程）的思想.



(2) 用一根长 24 cm 的铁丝围成一个长方形，使它的长是宽的 1.5 倍，长方形的长、宽各应是多少？

(3) 某校女生占全体学生数的 52%，比男生多 80 人，这个学校有多少学生？

解：(1) 设 x 月后这台计算机的使用时间达到 2 450小时，那么在 x 月里这台计算机使用了 $150x$（即 150 乘 x）[1] 小时.

列方程

$$1\,700+150x=2\,450.$$

(2) 设长方形的宽为 x cm，那么长为 $1.5x$ cm.

列方程

$$2(x+1.5x)=24.$$

(3) 设这个学校的学生数为 x，那么女生数为 $0.52x$，男生数为 $(1-0.52)x$.

列方程

$$0.52x-(1-0.52)x=80.$$

上面各方程都只含有一个未知数（元）x，未知数 x 的指数都是 1（次），[3] 这样的方程叫做**一元一次方程**（linear equation with one unknown）.

像 $1\,700+150x$，$2(x+1.5x)$，$0.52x$，$(1-0.52)x$ 等这样的式子，[4] 可以表示实际问题中的数量关系. 例如，$0.52x-(1-0.52)x$ 在(3)中表示女生数与男生数的差.

归纳

上面的分析过程可以表示如下：

实际问题 —设未知数　列方程→ 一元一次方程 [5]

分析实际问题中的数量关系，利用其中的相等关系列出方程，是用数学解决实际问题的一种方法.

列式子表示数量关系是列方程的基础，对于这方面的问题应予以关注，可以安排一些类似习题 2.1 第 1 题的练习题.

5. 把实际问题中的数量关系用方程形式表示出来，就是建立一种数学模型，这种建模思想在本章中占主导地位. 虽然在教科书正文中未曾明确提及“数学模型”一词，但是全章由前至后始终在逐渐加强这种思想的渗透. 第 68 页的归纳是第一次比较明确地点明从实际问题到一元一次方程的过程，这样的内容在后面还将不断充实提高.

6. 能使方程左右两边的值相等的未知数的值，叫做方程的解. 求方程的解的过程，叫做解方程. 一般地，要检验某个值是不是方程的解，可以用这个值代替未知数代入方程，看方程左右两边的值是否相等，这一点应让学生切实掌握.

教科书是通过具体数值的计算和比较来引入方程的解的概念的，这是一个从特殊到一般，从

列方程是解决问题的重要方法，利用方程可以解出未知数．从方程 $1\,700+150x=2\,450$，你能估算出 x 的值吗？

如果 $x=1$，$1\,700+150x$ 的值是

$$1\,700+150\times1=1\,850;$$

如果 $x=2$，$1\,700+150x$ 的值是

$$1\,700+150\times2=2\,000.$$

类似地，我们可以得出下面的表．

x 的值	1	2	3	4	5	6	7	…
$1\,700+150x$ 的值	1 850	2 000	2 150	2 300	2 450	2 600	2 750	…

从表中你能发现方程 $1\,700+150x=2\,600$ 的解吗？

可以发现，当 $x=5$ 时，$1\,700+150x$ 的值是 2 450，这时方程 $1\,700+150x=2\,450$ 等号左右两边相等．$x=5$ 叫做方程 $1\,700+150x=2\,450$ 的解．这就是说，方程 $1\,700+150x=2\,450$ 中未知数 x 的值应是 5.[1]

解方程就是求出使方程中等号左右两边相等的未知数的值，这个值就是方程的解(solution)．

思考

你能估算出方程 $2(x+1.5x)=24$ 和方程 $0.52x-(1-0.52)x=80$ 的解吗？[2]

练习

根据下列问题，设未知数，列出方程，并估计问题的解．

1. 环形跑道一周长 400 m，沿跑道跑多少周，可以跑 3 000 m？
2. 甲种铅笔每枝 0.3 元，乙种铅笔每枝 0.6 元，用 9 元钱买了两种铅笔共 20 枝，两种铅笔各买了多少枝？
3. 一个梯形的下底比上底多 2 cm，高是 5 cm，面积是 40 cm^2，求上底．

[1] 这里是通过计算和比较，从特殊到一般，从具体到抽象地引出方程的解的概念．

[2] 进行这样的思考可以锻炼估算能力．同时，由于做这样的估算有一定难度，所以后面讨论方程的解法就显得有必要了．

练习答案

1. 设跑 x 周．

   $400x=3\,000$，$x=7.5$．

2. 设买甲种铅笔 x 枝，乙种铅笔 $(20-x)$ 枝．

   $0.3x+0.6(20-x)=9$，

   $x=10$，$20-x=10$．

3. 设上底为 x cm．

   $\frac{1}{2}\times5(x+x+2)=40$．

   $x=7$．

具体到抽象的过程．

7. 估算很实用，对于某些比较简单的方程可以通过估算得到方程的解．但是对于比较复杂的方程用估算求解就比较困难了．教科书中安排了一些估算求方程解的内容，一方面可以既巩固方程的解的概念，又锻炼估算能力；另一方面让学生体验用估算求某些方程的解有一定难度，从而为后面进一步讨论方程的解法作准备．

8. 第 69 页的练习有两方面的作用：一是练习分析实际问题的数量关系，设未知数，列出方程；另一是练习估算．对于通过估算求方程的解，可能有一部分学生会感到有困难，所以不必要求过高，即使估算不出方程的解也无妨，重在让学生对估算有所体验，感受对方程的解的寻求过程，为后面的内容进行铺垫．

[1] 数和形是“数量关系”和“空间形式”的简单说法，它们是数学研究的主要对象.

[2] 从数字到字母，是从具体到抽象的飞跃. 抽象的字母具有更一般的代表性，用字母表示数后，数学研究的问题更广泛、更深刻.

[3] 等式的性质是讨论方程的解法时的重要依据，利用它们可以探究怎样解方程.



阅读与思考　　选学

数字 1 与字母 X 的对话



[1]

1：我是数，数与形才是数学王国的真正主人.

X：我是字母，我虽然不是具体的数，但是可以表示各种各样的数，我可以代表你 1，也可以代表其他数.

1：由我们数组成的式子有确切的大小.例如，人们一见到 1+2 就知道是 1 与 2 的和. 你们字母能这样做吗？

X：有我们字母的式子具有更一般的含义.例如，$x+y$ 可以表示任何两个数的和，包括 1+2. $x+y=y+x$ 能表示两数相加时可以交换顺序，即加法交换律.

1：人们解决实际问题时，必须根据已知的具体数进行计算.而字母有什么用呢？

X：用字母表示未知数，把字母列入算式（方程），能更方便地表示数量关系.数和字母一起运算会使问题的解法更简单. 人们发现只有数还不够，用字母代表数会起到更大的作用，于是产生了代数这门新学科.从算术到代数是数学的一大进步. [2]



2.1.2　等式的性质 [3]

我们可以估算出某些方程的解，但是仅依靠估算来解比较复杂的方程是困难的. 因此，我们还要讨论怎样解方程. 方程是含有未知数的等式，为了讨论解方程，我们先来看看等式有什么性质.

阅读与思考

1. 这个选学栏目以拟人化的形式，通过“数字 1 与字母 X 的对话”，介绍用字母表示数的作用，说明从算术到代数是数学的一大进步. 人们学习数学通常是从认识具体的数开始的，随着学习的深入，抽象化必然会出现. 用字母表示数是人们认识上的飞跃，这种抽象化使认识更接近本质，同时也更能有效地使用数学工具解决问题. 安排这个内容有助于学生认识数学的发展需要抽象化.

9. 方程是含未知数的等式，为适合初中学生学习，本教科书不涉及方程的同解理论，而以等式的性质作为解方程的根据. 本节后面部分内容的重点是使学生了解等式的两条性质，并直接利用它们讨论一些较简单的一元一次方程的解法. 这将为后面几节进一步讨论较复杂的一元一次方程的解法进行准备.

10. 对于等式的两条性质可以借助天平从直

像 $m+n=n+m$，$x+2x=3x$，$3\times3+1=5\times2$，$3x+1=5y$ 这样的式子，都是等式. 我们可以用 $a=b$ 表示一般的等式.[1]

观察

请看图 2.1-2，由它你能发现什么规律？[2]



图 2.1-2

我们可以发现，如果在平衡的天平的两边都加（或减）同样的量，天平还保持平衡.

等式就像平衡的天平，它具有与上面的事实同样的性质.

怎样用式子的形式表示这个性质？

等式的性质 1　等式两边加（或减）同一个数（或式子），结果仍相等.[3]

如果 $a=b$，那么 $a\pm c=$_____.[4]

观察

请看图 2.1-3，由它你能发现什么规律？[5]



图 2.1-3

[1] 这里的等式指只含一个等号的式子，而不涉及有多个等号的连等式.

[2] 借助天平可以加强对等式性质的直观理解. 注意图中的两个方向的箭头，它们分别表示在天平两边“加”和“减”.

[3] 可以用一些具体的数字等式验证这条性质.

[4] $b\pm c$.

[5] 注意图中的两个方向的箭头，它们分别表示在天平两边“乘”和“除以”.

观角度认识，同时还可以用具体的数字等式来验证，从几方面认识有助于加深印象.

教科书中提出“怎样用式子表示这些性质”的问题，目的在于让学生通过考虑这些问题，一方面提高列式表达数量关系的能力，另一方面从本质上理解这些等式性质. 因为用式子表示是个抽象概括的过程，只有理解了相关内容才会概括表示它们.

11. 例 2 的作用是使等式性质与解方程结合起来，它有助于引导学生利用等式性质研究方程的解法.

在本节教学中，不要过早地给出“合并”“移项”“除以未知数系数”等解方程的专门用语. 这些内容留待后面几节进行，这里要突出等式性质，使用等式性质考虑如何解方程.

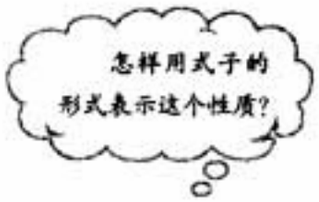
12. 教科书中，“系数”一词是结合具体式子举例引出的. 教学中只要让学生知道方程中未知数的系数是什么就够了，关于整式的知识以后

[1] bc；$\frac{b}{c}$.

[2] $x=a$ 表示解方程求出未知数的值，这是解方程所要达到的目标.

[3] 一般地，数与字母相乘时，数称为系数. x 可以看作 1 与 x 相乘，所以 1 是式子 x 的系数；$-x$ 可以看作 -1 与 x 相乘，所以 -1 是式子 $-x$ 的系数.

[4] 一般地，可以通过这种方法检验解一元一次方程是否正确. 注意要代入原方程，不要代入由原方程变形后所得方程，因为变形过程可能会出现错误.



等式的性质 2 等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

如果 $a=b$，那么 $ac=$____；[1]

如果 $a=b$ $(c\neq0)$，那么 $\frac{a}{c}=$____.

例 2 利用等式的性质解下列方程：

(1) $x+7=26$；　(2) $-5x=20$；

(3) $-\frac{1}{3}x-5=4$.

分析：要使方程 $x+7=26$ 转化为 $x=a$（常数）的形式，要去掉方程左边的 7，因此两边要减 7. 你会类似地考虑另两个方程如何转化为 $x=a$ 的形式吗？[2]

解：(1) 两边减 7，得

$$x+7-7=26-7.$$

于是

$$x=19.$$

(2) 两边同除以 -5，得

$$\frac{-5x}{-5}=\frac{20}{-5}.$$

于是

$$x=-4.$$

(3) 两边加 5，得

$$-\frac{1}{3}x-5+5=4+5.$$

化简，得

$$-\frac{1}{3}x=9.$$

两边同乘 -3，得

$$x=-27.$$

式子 $-5x$ 表示 -5 乘 x，其中 -5 是这个式子的系数. 式子 x 的系数是 1.[3]



一般地，从方程解出未知数的值以后，可以代入原方程检验，看这个值能否使方程的两边相等.[4] 例如，

还要较系统地安排.

13. 怎样检验一个数是不是方程的解？这个问题可以启发学生回答. 这样做可以促使他们回顾什么是方程的解，进而自己想出如何检验. 对于检验的格式可以暂不做严格要求，只要理解为什么检验和检验的方法就可以了.

练习

利用等式的性质解下列方程并检验：

(1) $x-5=6$；

(2) $0.3x=45$；

(3) $2-\frac{1}{4}x=3$；

(4) $5x+4=0$.

将 $x=-27$ 代入方程 $-\frac{1}{3}x-5=4$ 的左边，得

$$-\frac{1}{3}\times(-27)-5$$
$$=9-5=4.$$

方程的左右两边相等，所以 $x=-27$ 是方程的解.

习题 2.1

复习巩固

1. 列式表示：

(1) 比 a 大 5 的数；　(2) b 的三分之一；

(3) x 的 2 倍与 10 的和；　(4) x 的三分之一减 y 的差；

(5) 比 a 的 3 倍大 5 的数；　(6) 比 b 的一半小 7 的数.

第 1 题是把文字语言“翻译”成式子. [1]

2. 列等式表示：

(1) 加法交换律；　(2) 乘法交换律；

(3) 分配律；[2]　(4) 加法结合律.

3. 等式有哪些性质？怎样用式子表示它们？

4. 用等式的性质求 x：[3]

(1) $x-4=29$；

(2) $\frac{1}{2}x+2=6$；

(3) $3x+1=4$；

(4) $4x-2=2$.



综合运用

列方程(第 5～9 题)：[4]

5. 把 1 400 元奖学金按照两种奖项奖给 22 名学生，其中一等奖每人 200 元，二等奖每人 50 元. 获得一等奖的学生有多少？

练习答案

(1) 方程两边加 5，

$x=11$；

(2) 方程两边除以 0.3，

$x=150$；

(3) 方程两边减 2，再乘 -4，$x=-4$；

(4) 方程两边减 4，再除以 5，$x=-\frac{4}{5}$.

[1] 把文字叙述的意思改用式子形式表示，这是列方程的基础. 如有必要，可以再增加类似内容的习题.

[2] 即乘法对于加法的分配律.

[3] 这题要联系等式性质考虑解法.

[4] 只要求列方程，而不考虑解方程.

习题 2.1

1. 习题 2.1 中“复习巩固”的题目有两类：(1) 列式表示数量关系，培养把“文字语言”翻译成“符号语言”的能力，为列方程进行准备；(2) 用等式性质解简单方程，熟悉等式性质，从解方程的目的出发考虑如何运用等式性质. 这些内容应使学生切实掌握.

2. 习题 2.1 中“综合运用”的题目为列方程的内容. 设计目的为培养“分析数量关系，设未知数，用方程表示问题中相等关系”. 这是本章重点培养的能力，又是教学难点，因此应化整为零、始终关注.

3. 习题 2.1 中“拓广探索”的题目有两道. 第 10 题是列式表示数字问题，两位数一般表示为

$$10a+b$$

的形式. 这里 a 是 1～9 中某整数，b 是 0～9 中某整数. 列式子表示问题中两数的差 $10a+b-(10b+a)$ 并不难，但由此进一步得出 $9a-9b$，

[1] 即 5 109 与 2000 年 1～9 月的我国城镇居民平均可支配收入数 x 的差，是 x 的 8.3%.

[2] 圆环的面积等于外圆面积与内圆面积的差.

[3] 一个数能被 9 整除即这个数是 9 的整数倍.

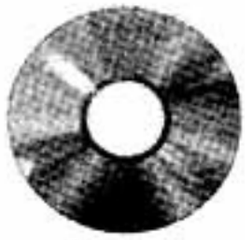
[4] 这里把 I am a student 写成 L dp d vwxghqw，是按某种规律“加密”，而 $x-3$ 是“解密”的“密钥”. “加密”时是把一个字母换成字母表中这个字母后面的第 3 个字母，“解密”时则是把一个字母换成字母表中这个字母前面的第 3 个字母.

6. 种一批树，如果每人种 10 棵，则剩 6 棵未种；如果每人种 12 棵，则缺 6 棵. 有多少人种树？

7. 2001 年 1～9 月我国城镇居民平均可支配收入为 5 109 元，比上年同期增长 8.3%，[1] 上年同期这项收入为多少？

8. 一辆汽车已行驶了 12 000 km，计划每月再行驶 800 km. 几个月后这辆汽车将行驶 20 800 km？

9. 圆盘形状如图所示，它的面积是 200 cm^2，[2] 外沿大圆的半径是 10 cm，中间的小圆孔的半径是多少？



（第 9 题）

拓广探索 ▶▶

10. 把 12 的两个数字对调，得到 21. 一个两位数，个位上的数是 a，十位上的数是 b. 把它们对调，得到另一个数. 用式子分别表示这两个数及它们的差，这样的差能被 9 整除吗？[3] 为什么？你还可以进一步研究这两个数的和.

11. 破译密码 L. dp d vwxghqw. 你能看出这些字母代表什么意思吗？如果给你一把破译它的“钥匙” $x-3$，联想英语字母表中字母的顺序，你再试试能不能解读它.

英语字母表中字母是按以下顺序排列的：

a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z

如果规定 a 又接在 z 的后面，使 26 个字母排成圈，并能想到 $x-3$ 可能代表“把一个字母换成字母表中从它向前移动 3 位的字母”，按这个规律就有

L dp d vwxghqw. ⟶ I am a student.[4]

这样你就能解读它的意思了.



（第 11 题）

为了保密，许多情况下都要采用密码，这时就需要有破译密码的“钥匙”. 上面的例子中，如果写和读密码的双方事先约定了作为“钥匙”的式子 $x-3$ 的含义，那么他们就可以用一种保密方式通信了. 你和同伴不妨也利用数学来制定一种类似的“钥匙”，并互相合作，通过游戏试试如何进行保密通信.

并由 a，b 是整数，推出上式是 9 的整数倍显然有一定难度.

虽然学生此时并未先学整式运算，但有些人还是可以凭直觉考虑合并同类项，这正是本题要求探究的内容.

第 11 题是与列式子表示数量相关的一个密码问题，具有一定趣味性和开放性，学生可以动手尝试. 这题所涉及的数学内容并不复杂，只是用式子 $x-3$ 作为“密钥”，体会一下用式子这种符号形式表示某种意思的作用.



阅读与思考　　选学

“代数”的故事

公元825年左右，有一位名叫阿尔-花拉子米[1]的数学家，他用阿拉伯文撰写了一部主要论述解方程的著作[2]．这本书对后来的数学发展产生了很大的影响，并被译成了多种语言．现在英语中的单词algebra(代数)就来自阿尔-花拉子米这部著作拉丁语译本的书名的简写*Algebra*，而*Algebra*是由阿拉伯文中“还原”一词的译音al-jabr而来的．

Algebra Algebra 代数

在阿尔-花拉子米的书中，讨论方程时没有用代数符号，一切算法都用文字语言表达．这种表示方法的不足，随着后来人们用字母代替数和使用其他符号而得到改进，符号化成为改进后的代数的特征．1859年我国清代数学家李善兰[3]首次把algebra一词译成“代数学”．他认为“以字代数”即“用字母表示数”是这门学科的特点．从此“代数”一词在我国正式使用．



李善兰
(1811—1882)

代数学作为一门学科，它的课题首要的就是研究用字母表示的式子的变形规则和解方程的方法．“用字母表示数”是代数的基础．随着研究的数的范围不断扩大，我们会越来越认识到“用字母表示数”所起的巨大作用．

你能举出用字母表示数的例子，并说明字母所起的作用吗？

[1] 阿尔-花拉子米(约780—约850年)是中世纪阿拉伯数学家，出生在波斯北部城市花拉子模．

[2] 书名为al-jabr wa'l-muqābala意思是“还原与对消”（移项和合并同类项）．

[3] 1852～1859年，李善兰与他人合作翻译出版了《几何原本》后九卷、《代数学》等西方近代科学著作，创译了“代数”“函数”“方程式”“微积分”等科学名词，为传播科学作出重要贡献．

阅读与思考

这篇供选学用的短文从“代数”一词的由来说起，讲到在中国是何时使用这个词的，介绍一些有关数学史的知识，并且指出“用字母表示数是代数的基础”，这种符号化的方法给数学发展带来很大方便．

让学生适当地了解数学的发展，有助于增加学习数学的兴趣，扩大知识面，感受数学的历史和文化的陶冶，提高数学素养．

[1] 答案在教科书第79页.

[2] $2x$，$4x$.

[3] 由乘法对加法的分配律有

$(1+2+4)x=x+2x+4x$，

所以，

$x+2x+4x=(1+2+4)x$.

2.2 从古老的代数书说起 ——一元一次方程的讨论（1）

本节结合一些实际问题讨论：（1）如何建立刻画实际问题的数学模型 —— 一元一次方程？（2）如何解一元一次方程？



阿尔-花拉子米
（约780—约850）

约公元825年，中亚细亚数学家阿尔-花拉子米写了一本代数书，重点论述怎样解方程. 这本书的拉丁文译本取名为[1]《对消与还原》. “对消”与“还原”是什么意思呢？我们先讨论下面的内容，然后再回答这个问题.

问题1 某校三年共购买计算机140台，去年购买数量是前年的2倍，今年购买数量又是去年的2倍. 前年这个学校购买了多少台计算机？

设前年购买计算机 x 台. 可以表示出：去年购买计算机_____台，今年购买计算机_____台.[2]根据问题中的相等关系：前年购买量＋去年购买量＋今年购买量＝140台，列得方程

$$x+2x+4x=140.$$



[3]根据分配律，可以把含有 x 的项**合并**，得

$$x+2x+4x=(1+2+4)x=7x .$$

1. 本节仍然结合一些实际问题展开，重点讨论两方面的问题：

（1）如何根据实际问题列方程？这是贯穿全章的中心问题.

（2）如何解方程？这节重点讨论解方程中的“合并（同类项）”和“移项”，这样就已经可解

$$ax+b=cx+d$$

类型的一元一次方程.

2. 本节首先提及数学史上对解方程颇有影响的一部著作，即生活在约780～约850年间的阿拉伯数学家阿尔-花拉子米所著的《对消与还原》一书，提问“对消”与“还原”是什么意思，作为后面要讨论的内容的引子. 对于这个提问的回答，会在本节内容展开中（教科书第79页）给出.

上述引子在前面的“阅读与思考”中已有，看过前面的内容的学生会把前后内容联系起来.

回顾本题列方程的过程，可以发现："总量=各部分量的和"[4]是一个基本的相等关系.

下面的框图表示了解这个方程的具体过程：[1]

$x+2x+4x=140$

↓ 合并[2]

$7x=140$

↓ 系数化为1[3]

$x=20$

由上可知，前年这个学校购买了20台计算机.

思考

上面解方程中"合并"起了什么作用？[5]

练习

1. 合并：

(1) $x+2x+4x$；　(2) $5y-3y-4y$；

(3) $4z-1.5z-2.5z$.

2. 解下列方程：

(1) $5x-2x=9$；　(2) $\frac{x}{2}+\frac{3x}{2}=7$；

(3) $-3x+0.5x=10$.



问题2　把一些图书分给某班学生阅读，如果每人分3本，则剩余20本；如果每人分4本，则还缺25本. 这个班有多少学生？

设这个班有 x 名学生.

每人分3本，共分出 $3x$ 本，加上剩余的20本，这批书共_____本.[6]

[1] 用框图表示解方程的过程，各步骤的先后顺序较清晰.

[2] 这里"合并"指合并含 x 的项，即

$$x+2x+4x=(1+2+4)x=7x.$$

为使解方程的主线更连续，这里没有明确讲"合并系数"，但学生对此容易想到. 这里暂不提"同类项"一词，淡化名称.

[3] "系数化为1"指使方程一边由 $ax(a\neq1)$ 变形为 x，它的依据是等式性质2.

[4] "总量=所有分量之和"是本题列方程所依据的相等关系.

[5] "合并"是一种恒等变形，它使方程变得简单，更接近 $x=a$ 的形式.

练习答案

1. (1) $7x$；(2) $-2y$；(3) 0.

2. (1) $x=3$；(2) $x=\frac{7}{2}$；(3) $x=-4$.

[6] $3x+20$.

3. 问题1中所建立的方程，依据了"总量等于各部分的和"这一基本相等关系. 由于教科书采用"留空"的方式为列方程作了铺垫，对于列这个方程，多数学生可能并不感到困难.

通过问题1主要讨论解方程中的"合并（同类项）"，它的依据是分配律. 为突出方程这条主线，教科书尽可能避免出现一些前面未曾介绍的名词，"同类项"一词也不出现，而是通过分析怎样解方程，根据分配律得出

$$x+2x+4x=(1+2+4)x=7x,$$

即结合具体例子说明如何合并含未知数的项. 对此学生应可以自然地接受. 因此，建议教学中不再补充"同类项""合并同类项"等词（它们会在后面的"整式"一章出现）.

4. 教科书在讨论解方程时，采用框图表示解方程的过程，这是为使解法中各步骤先后顺序较清晰，渗透算法程序化的思想. 教学中不要求学生也画框图.

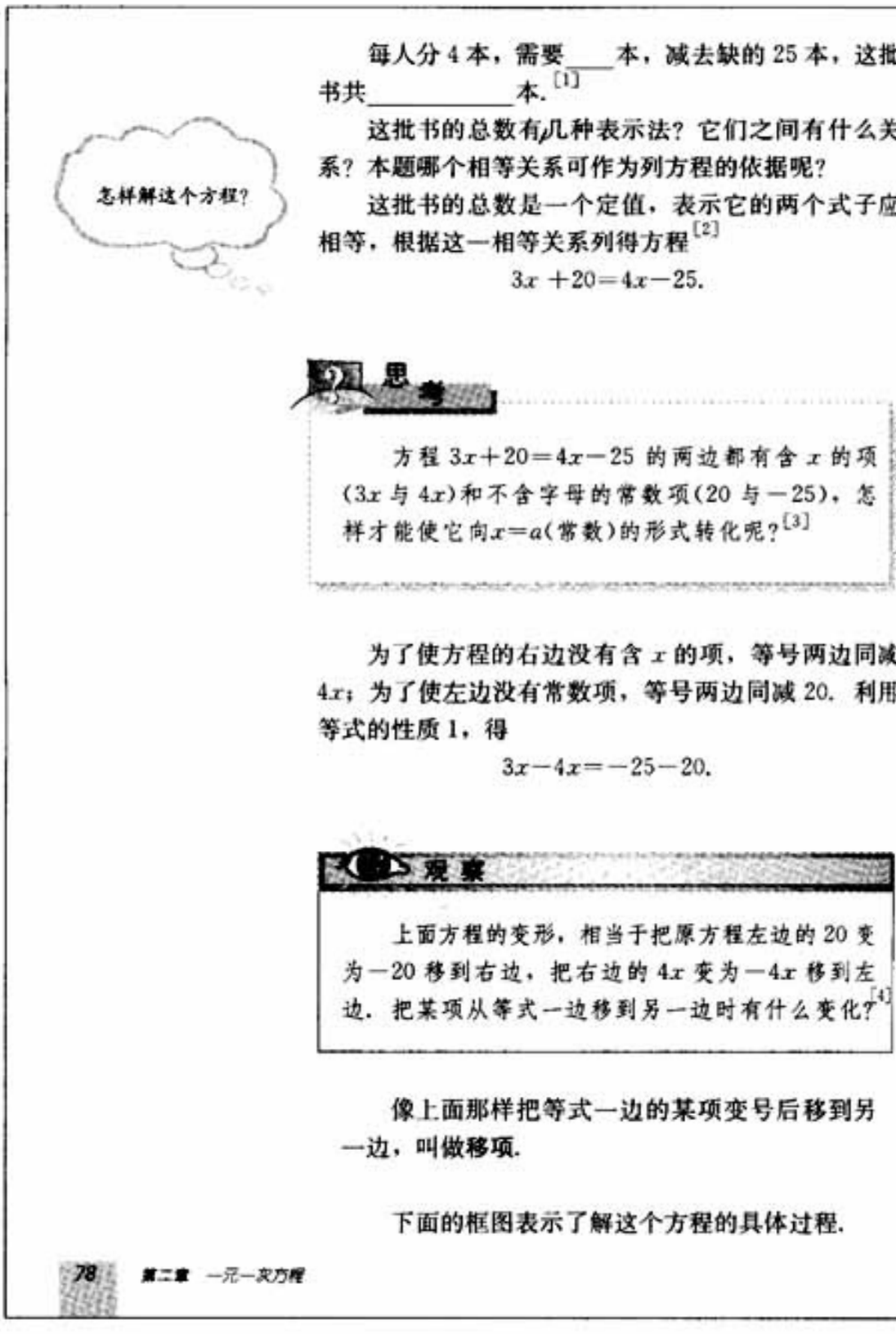
[1] $4x$，$4x-25$.

[2] 表示同一个量的两个式子具有相等关系，这是列方程的依据.

[3] 应使含未知数 x 的项集中于方程一边，常数项集中于另一边.

教科书在此是结合例子解释“项”，没有正式给出项的定义，教学中不宜做更多补充，只要学生可以自然接受即可.

[4] 像这样移动某项时要改变它系数的符号.



每人分 4 本，需要____本，减去缺的 25 本，这批书共_____本.[1]

这批书的总数有几种表示法？它们之间有什么关系？本题哪个相等关系可作为列方程的依据呢？

这批书的总数是一个定值，表示它的两个式子应相等，根据这一相等关系列得方程[2]

$$3x+20=4x-25.$$

思考

方程 $3x+20=4x-25$ 的两边都有含 x 的项（$3x$ 与 $4x$）和不含字母的常数项（20 与 -25），怎样才能使它向 $x=a$（常数）的形式转化呢？[3]

为了使方程的右边没有含 x 的项，等号两边同减 $4x$；为了使左边没有常数项，等号两边同减 20. 利用等式的性质 1，得

$$3x-4x=-25-20.$$

观察

上面方程的变形，相当于把原方程左边的 20 变为 -20 移到右边，把右边的 $4x$ 变为 $-4x$ 移到左边. 把某项从等式一边移到另一边时有什么变化？[4]

像上面那样把等式一边的某项变号后移到另一边，叫做**移项**.

下面的框图表示了解这个方程的具体过程.

78 第二章 一元一次方程

5. 结合解方程的过程，让学生思考有关步骤（如“合并”“移项”等）的作用，是为了反复灌输“解方程就是要使方程不断向 $x=a$ 的形式转化”的化归思想，教学中可以引导学生联系解方程的目标体会解法.

6. 问题 2 所建立的方程，依据了“表示同一个量的两个式子相等”这一基本相等关系.

通过问题 2 主要讨论解方程中的“移项”. 教科书用“思考”栏目引导学生考虑移项的必要性，同时通过具体例子顺便解释“含 x 的项”和“常数项”.

7. 移项的法则是根据等式的性质 1 得出的. 教学中要注意得出它的过程，通过观察结果强调“变号”这个特点，使学生认识到移项法则是由解方程的需要有依据地产生的，在理解的基础上记忆法则.

移项法则不仅适用于解方程. 而且适用于解不等式等. 需要指出：虽然解方程和解不等式时

$3x+20=4x-25$

移项

$3x-4x=-25-20$

合并

$-x=-45$

系数化为1

$x=45$

由上可知，这个班有45名学生.

回顾本题列方程的过程，可以发现："表示同一个量的两个不同的式子相等"是一个基本的相等关系.

思

上面解方程中"移项"起了什么作用？[1]

解方程时经常要"合并"和"移项"，前面提到的古老的代数书中的"对消"和"还原"，指的就是"合并"和"移项".[2] 早在一千多年前，数学家阿尔-花拉子米就已经对"合并"和"移项"非常重视了.

练习

解下列方程：

(1) $6x-7=4x-5$；

(2) $\frac{1}{2}x-6=\frac{3}{4}x$.

[3]

例1 有一列数，按一定规律排列成1，-3，9，-27，81，-243，…，其中某三个相邻数的和是$-1\,701$，这三个数各是多少？

[1] 通过移项，含未知数的项与常数项分别列于方程左右两边，使方程更接近于$x=a$的形式.

[2] 这里与本节开始的问题互相呼应.

练习答案

(1) $x=1$；

(2) $x=-24$.

[3] 这里没有明确说出具体排列规律，需要观察这些数，考虑它们前后之间的关系，从中发现规律.

的移项法则基本一样，但是解方程中移项法则的依据是等式性质，而解不等式中移项法则的依据是不等式性质.

8. 教学中应注意提醒学生注意：方程中的项是连同它前面的符号的，例如在方程

$$3x-20=25-2x$$

中，要移的项是-20(由左边移到右边)和$-2x$(由右边移到左边)，不要忽略符号.

9. 例1是有关数列的数学问题，题中有三个未知数，它们是互相联系的，通过观察可以发现它们的排列规律. 设其中一个未知数为x，另两个未知数可以用含x的式子表示，例如例1的做法. 当然具体的做法有多种，例如设第2个数为x，则第1个数为$-\frac{1}{3}x$，第2个数为$-3x$.

通过教学应让学生认识到：用一元一次方程解含多个未知数的问题时，通常先设其中一个为x，再根据其他未知数与x的关系，用含x的式

[1] $-3a$.

[2] 例 1 有三个未知数，设其中一个为 x 后，另两个要用含 x 的式子表示. 求出 x 的值后，代入表示另两个数的式子，就能求出另两个未知数的值.

[3] “移动电话月交费用”等于“月租费”加“通话费”，其中通话费等于单价（元/分）乘通话时间（按分计算）.

观察

从符号和绝对值两方面观察，这列数有什么规律？如果设其中一个数为 a，那么它后面与它相邻的数是_____.[1]

解：设这三个相邻数中的第 1 个数为 x，那么第 2 个数就是 $-3x$，第 3 个数就是 $-3\times(-3x)=9x$.[2]

根据这三个数的和是 $-1\,701$，得

$$x-3x+9x=-1\,701.$$

合并，得

$$7x=-1\,701.$$

系数化为 1，得

$$x=-243.$$

所以

$$-3x=729,$$

$$9x=-2\,187.$$

答：这三个数是 -243，729，$-2\,187$.

例 2 两种移动电话计费方式表[3]

	全球通	神州行
月租费	50元/月	0
本地通话费	0.40元/分	0.60元/分

用“全球通”每月收月租费 50 元，此外根据累计通话时间按 0.4 元/分加收通话费；用“神州行”不收月租费，根据累计通话时间按 0.6 元/分收通话费.



子表示这些未知数.

10. 例 2 是一道有关移动电话收费的问题. 由于移动电话（手机）在我国已很普及，选择经济实惠的收费方式很有现实意义. 理解问题本身是列方程的基础，本例是通过表格形式给出已知数据的，需要结合页边注释，先了解有关实际背景. 类似这样用表格表达数量关系的实际问题很多，因此应注意培养学生这方面的读题能力.

11. 例 2 的第(2)问是通过一元一次方程解答的，根据得出的结果可以进一步回答页边具有开放性的问题. 通过分析可知：如果一个月内累计通话时间为 250 分，那么两种计费方式收费相同；如果一个月内累计通话时间不足 250 分，那么选择“神州行”收费少；如果一个月内累计通话时间超过 250 分，那么选择“全球通”收费少.

12. 教科书在本节正文最后，用框图表示了利用一元一次方程解决问题的基本过程. 教学中

(1) 一个月内在本地通话 200 分和 300 分，按两种计费方式各需交费多少元？

(2) 对于某个本地通话时间，会出现两种计费方式的收费一样的情况吗？

解：(1)

	全球通	神州行
200 分	130 元	120 元
300 分	170 元	180 元

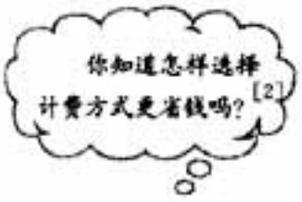
[1]

(2) 设累计通话 t 分，则用“全球通”要收费 $(50+0.4t)$ 元，用“神州行”要收费 $0.6t$ 元. 如果两种计费方式的收费一样，则

$$0.6t=50+0.4t.$$

移项，得

$$0.6t-0.4t=50.$$



合并，得

$$0.2t=50.$$

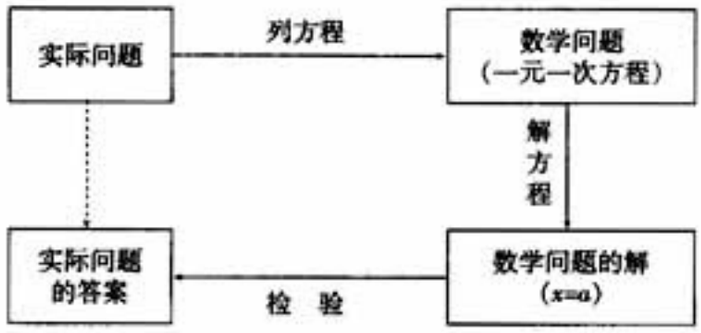
系数化为 1，得

$$t=250.$$

由上可知，如果一个月内通话 250 分，那么两种计费方式的收费相同.

归纳

用一元一次方程分析和解决实际问题的基本过程如下：[3]



[1] 这里用表格形式给出答案.

[2] 这个选择问题是开放性的，答案与通话时间有关，应根据通话时间与 250 分的大小关系作出选择.

[3] 这是本章教科书第一次比较完整地用框图反映实际问题与一元一次方程的关系.

可以结合具体例题，帮助学生认识这样的过程，培养应用数学于现实生活的意识.

[1] 举一个具体方程为例即可.

[2] “喷灌”“滴灌”和“漫灌”是三种不同的灌溉方式，其中“滴灌”最节水，“漫灌”最费水.

[3] 再生纸是以废纸为主要原料的纸，造这种纸可以废物利用，节约资源，减少污染.

[4] 即今年的提高数量是去年人均收入数量的20%.

习题 2.2

复习巩固

1. 合并含相同字母的项：

(1) $2x+3x+4x$；　　(2) $13x-15x+x$；

(3) $2.5y+10y-6y$；　　(4) $\frac{1}{2}b-\frac{2}{3}b+b$.

[1]

2. 举例说明解方程时怎样“移项”，你知道这样做的根据吗？

3. 解下列方程：

(1) $x+3x=-16$；　　(2) $16y-2.5y-7.5y=5$；

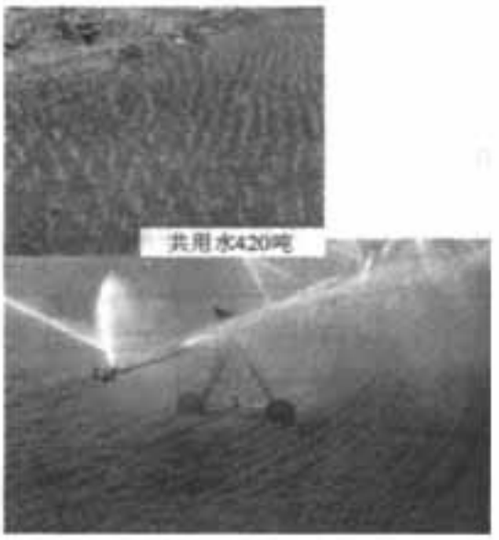
(3) $3x+5=4x+1$；　　(4) $9-3y=5y+5$.

4. 洗衣机厂今年计划生产洗衣机25 500台，其中Ⅰ型、Ⅱ型、Ⅲ型三种洗衣机的数量比为1∶2∶14，这三种洗衣机计划各生产多少台？

5. 用一根长60 m的绳子围出一个矩形，使它的长是宽的1.5倍，长和宽各应是多少？

综合运用

6. 喷灌和滴灌是比漫灌节水的灌溉方式.[2] 随着农业技术的现代化，节水灌溉得到逐步推广. 灌溉三块同样大的试验田，第一块用漫灌方式，第二块用喷灌方式，第三块用滴灌方式. 后两种方式用水量分别是漫灌的25%和15%，三块地共用水420吨. 每块地各用水多少吨？



7. 某造纸厂为节约木材，大力扩大再生纸的生产.[3] 这家工厂去年10月生产再生纸2 050吨，这比前年10月产量的2倍还多150吨，它前年10月生产再生纸多少吨？

8. 某乡改种玉米为种优质杂粮后，今年农民人均收入比去年提高20%. 今年人均收入比去年的1.5倍少1 200元. 这个乡去年农民人均收入是多少元？

习题 2.2

1. 习题2.2中“复习巩固”的题目主要有两类：

(1) 复习巩固“合并（字母部分相同的项）”和“移项”的法则；

(2) 解 $ax+b=cx+d$ 型方程，从解方程的目的出发考虑如何运用“合并”“移项”等法则. 这些内容应使学生切实掌握.

2. 习题2.2中“综合运用”的题目有4道，都是实际问题. 要解决这些问题，需要经历由“弄清题意，分析数量关系，设未知数，列方程和解方程，以及检验”等步骤组成的解题过程. 通过完成这部分习题，应使学生熟悉上述过程，掌握解题的通常程序，并不断提高分析问题的能力.

3. 习题2.2中“拓广探索”的题目有两道.

第10题是优惠购物问题，可以参考类比例2的解题过程. 什么情况下买卡购物合算，要从

9. 把一根长 100 cm 的木棍锯成两段，使其中一段的长比另一段的 2 倍少 5 cm，应该在木棍的哪个位置锯？

拓广探索 ▶▶

10. 某服装商店出售一种优惠购物卡，花 200 元买这种卡后，凭卡可在这家商店按 8 折购物.[1] 什么情况下买卡购物合算？



11. 一列火车匀速行驶，经过一条长 300 m 的隧道需要 20 s[2]的时间. 隧道的顶上有一盏灯，垂直向下发光[3]. 灯光照在火车上的时间是 10 s. 根据以上数据，你能否求出火车的长度？若能，火车的长度是多少？若不能，请说明理由.



[1] 即凭卡购物时只需按物品价格的 80%付费.

[2] s 表示时间单位“秒”，它是英文 second（秒）的缩写.

[3] 即灯光垂直向下照射.

什么情况下买卡与不买卡效果一样分析起，因此需要列、解一元一次方程.

第 11 题是一道需要对两种结果进行判断的问题. 设火车长 x m，垂直向下的灯光照在火车上 10 s，即从火车头经过一个定点到火车尾经过这点用时 10 s，车速为 $\frac{x}{10}$ m/s. 另一方面，粗看题目容易误认为火车速度是 15 m/s（即 300 ÷ 20），于是得火车长 150 m. 仔细考虑会发现：火车经过 300 m 的隧道，是指从火车头进隧道起至火车尾出隧道止，这 20 s 的时间火车经过的路程是 $(300+x)$ m，因此车速为 $(300+x)\div 20$，于是可列方程

$$\frac{300+x}{20}=\frac{x}{10},$$

进而求出火车长 300 m.

[1] 契诃夫（1860～1904），俄罗斯著名小说家、戏剧家. 《家庭教师》是他的一部短篇小说，其中有个情节是一位家庭教师对一道“买布问题”找不出解法.

[2] $138-x$，$5(138-x)$.
商品价格×商品数量
＝购买商品用款.

[3] 这个问题的作用是，启发学生从方程的形式看出，要化简它应先去括号.

[4] 分配律是去括号法则的依据.

2.3 从“买布问题”说起 ——一元一次方程的讨论（2）

本节继续讨论如何列、解一元一次方程的问题. 当问题中数量关系较复杂时，列出的方程的形式也会较复杂，解方程的步骤也相应更多些.

俄罗斯小说家契诃夫[1]的小说《家庭教师》中，写了一位教师为一道算术题大伤脑筋. 我们来看看这道题.



契诃夫
(1860—1904)



卢布和俄尺分别是俄罗斯的货币单位和长度单位.

问题（买布问题） 顾客用 540 卢布买了两种布料共 138 俄尺，其中蓝布料每俄尺 3 卢布，黑布料每俄尺 5 卢布. 两种布料各买了多少?

你会用方程解这道题吗?

设买了蓝布料 x 俄尺，那么买了黑布料_____俄尺，买蓝布料花了 $3x$ 卢布，买黑布料花了_____卢布.[2]

根据买两种布料共用 540 卢布，列得方程

$$3x+5(138-x)=540.$$

怎样使这个方程向 $x=a$ 的形式转化呢?[3]

如果先去括号，就能简化方程的形式. 这里的 $5(138-x)$是5 与 $138-x$ 相乘. 根据分配律[4]，得

$$5(138-x)=690-5x.$$

下面的框图表示了解这个方程的具体过程.

1. 本节继续结合一些实际问题讨论一元一次方程，重点讨论两方面的问题：

（1）如何根据实际问题列方程？这是贯穿全章的中心问题.

（2）如何解方程？这节重点讨论解方程中的“去括号”和“去分母”，这样就可以解各种类型的一元一次方程，并归纳出一元一次方程解法的一般步骤.

2. 本节从契诃夫的小说《家庭教师》中的一道“买布问题”说起，希望能增加数学教科书的人文色彩.

用算术方法解“买布问题”具有一定难度，不太容易想出如何列算式，但是利用方程解并不困难，这也可以说明代数方法更易于使用. 列方程时依据的相等关系有

商品价格×商品数量 ＝ 购买商品用款，

总量 ＝ 各部分量之和.

3. 本节通过“买布问题”引出带括号的方

[1]

$3x+5(138-x)=540$

↓ 去括号

$3x+690-5x=540$

↓ 移项

$3x-5x=540-690$

↓ 合并

$-2x=-150$

↓ 系数化为 1

$x=75$

↓ 代入[2]

$138-x=63$

由上可知，买了75俄尺蓝布料和63俄尺黑布料.

思考

本题还有其他列方程的方法吗？用其他方法列出的方程应怎样解？[3]

契诃夫的小说中说用算术方法解上面的问题很难.[4] 你会用算术方法解它吗？如果你会做，那么不妨把算术方法和方程解法比较一下.

练习

去括号是解方程时常用的变形，分别将式子

$2(x+2y-2)$，$-3(3x-y+1)$，$-(4a+3b-5c)$

去括号，你能从中发现去括号时符号变化的规律吗？

注意其中 $-(4a+3b-5c)=(-1)\cdot(4a+3b-5c)$.

[1] 可以比较这组框图与前面框图，找出相同之处与不同之处.

[2] “代入”是利用已求出的未知数 x 的值，求出与 x 相关的其他未知数的值.

[3] 还有. 例如，设买黑布料 x 俄尺，买蓝布料 $(138-x)$ 俄尺，列方程

$5x+3(138-x)=540$.

解法与教科书的框图类似.

[4] 下面是一种算术解法：

先假设所有布的价格都是每俄尺 5 卢布，则买这些布要比 540 卢布多花

$5\times138-540=150$(卢布).

这 150 卢布是由于每尺蓝布比实际价格多花了 2 卢布而形成的，所以有蓝布

$150\div2=75$(俄尺).

练习答案

$2x+4y-4$，

$-9x+3y-3$，

$-4a-3b+5c$.

规律见教科书第 86 页正文.

程，从而继续讨论解法中的“去括号”. 教学中可以结合这个方程，讨论如何化简它（使其向 $x=a$ 形式转化），启发学生在化归思想影响下能主动想到要去括号.

方程中的字母表示的是数，因此它的去括号法则与有理数运算中的去括号法则相同，依据是乘法对加法的分配律，对此接受起来并不难. 教学中需要提醒学生注意去括号时符号的变化规律，在理解基础上掌握规律可以提高运算能力.

4. 教学中随着方程形式复杂程度的加深，结合解方程的过程，继续让学生思考新出现的步骤（如“去括号”“去分母”等）的作用，可以反复巩固“解方程就是要使方程不断向 $x=a$ 的形式转化”的化归思想，可以引导学生联系解方程的目标体会解法步骤.

教科书在第 2.2 和 2.3 节共有 4 次出现框图，表示解一元一次方程的过程. 这些过程是逐渐发展的，从对比框图可以清晰地看出：后面的

[1] 去括号的法则就是依照分配律作乘法，这里给出了去括号时的符号变化规律.

[2] $a+b+c$，$a-b-c$.

练习答案：

(1) $x=\frac{17}{11}$；

(2) $x=6$.

[3] 顺流速度×顺流时间＝逆流速度×逆流时间.

[4] 顺流速度
＝静水速度＋水流速度，
逆流速度
＝静水速度－水流速度.

方程中有带括号的式子时，去括号的方法与有理数运算中去括号类似，都是以分配律为基础.[1]

括号外的因数是**正数**，去括号后各项的符号与原括号内相应各项的符号**相同**；

括号外的因数是**负数**，去括号后各项的符号与原括号内相应各项的符号**相反**.

填空：

$a+(b+c)=$_____；　$a-(b+c)=$_____.[2]

练习

解下列方程：

(1) $4x+3(2x-3)=12-(x+4)$；

(2) $6\left(\frac{1}{2}x-4\right)+2x=7-\left(\frac{1}{3}x-1\right)$.



例 1　一艘船从甲码头到乙码头顺流行驶，用了 2 小时；从乙码头返回甲码头逆流行驶，用了 2.5 小时. 已知水流的速度是 3 千米/时，求船在静水中的平均速度.

分析：一般情况下可以认为这艘船往返的路程相等，由此填空：

顺流速度____顺流时间____逆流速度____逆流时间.[3]

解：设船在静水中的平均速度为 x 千米/时，则顺流速度为 $(x+3)$ 千米/时，逆流速度为 $(x-3)$ 千米/时.[4]

根据往返路程相等，列得

$$2(x+3)=2.5(x-3).$$

过程是在前面过程的基础上发展而成的. 教学中可以充分利用这些框图，使学生能温故而知新.

5. 教科书在本节分析问题时，比上节更多地安排了一些“填空”. 这样做的目的是给学生留出更多的思维发展空间，促进他们积极思考. 教学中可以结合学生的实际情况，对这些问题适当进行提示，但是应注意不要全部给出答案，代替学生完成这些思考.

6. 例 1 是行程问题中涉及顺、逆流因素的题目. 一般地，在这类问题中有以下基本相等关系：

顺(逆)流速度
＝静水速度＋(－)水流速度.

行程问题中，速度、时间和路程这三个物理量及它们之间的关系，对于分析数量关系很重要. 在匀速运动中，

路程＝速度×时间

是基本相等关系. 例 1 利用上述关系，再根据往

去括号，得

$$2x+6=2.5x-7.5.$$

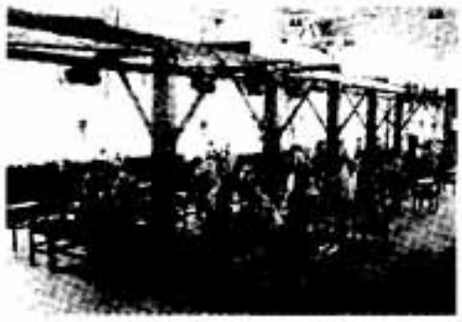
移项及合并，得

$$0.5x=13.5,$$

$$x=27.$$

答：船在静水中的平均速度为 27 千米/时.

例 2 某车间 22 名工人生产螺钉和螺母，每人每天平均生产螺钉 1 200 个或螺母 2 000 个，[1] 一个螺钉要配两个螺母[2]. 为了使每天的产品刚好配套，应该分配多少名工人生产螺钉，多少名工人生产螺母？



分析：为了使每天的产品刚好配套，应使生产的螺母数量恰是螺钉数量的[3]_____.

如果设 x 人生产螺母，怎样列、解方程？[5]

解：设分配 x 名工人生产螺钉，其余$(22-x)$名工人生产螺母.

根据螺母数量与螺钉数量的关系，列得

$$2\times 1\ 200x=2\ 000(22-x),$$[4]

去括号，得

$$2\ 400x=44\ 000-2\ 000x.$$

移项及合并，得

$$4\ 400x=44\ 000,$$

$$x=10.$$

生产螺母的人数为 $22-x=12$.

[1] 即如果每个工人一天都生产螺钉，那么可以生产 1 200 个；如果每个工人一天都生产螺母，那么可以生产 2 000 个.

[2] 即螺钉数目与螺母数目的比为 1∶2.

[3] 2 倍.

[4] $1\ 200x$ 表示生产的螺钉数目，$2\ 000(22-x)$ 表示生产的螺母数目.

[5] $2\times 1\ 200(22-x)=2\ 000x$.

返路程相等列出方程.

7. 例 2 是生产调度问题，即如何规划分工使两种产品在数量上成龙配套的问题.

“螺母的数量是螺钉数量的 2 倍”，是本题中特有的相等关系；“每天每人的工作效率×人数=每天的工作量（产品数量）”，是工作问题中的基本相等关系. 上述两者结合起来，就能列出方程. 本题有两个未知数，设其中哪个为 x 都可以.

例 1 和例 2 在解法上无大区别，都是要从去括号做起.

8. 教科书从古代埃及的纸莎草文书说起，这是能反映古埃及文明的一件珍贵文物，其中有关数学的内容非常丰富. 本节通过纸莎草文书中一道有关数量的问题，引出带有分母的一元一次方程，进而讨论用“去分母”的方法解这类方程. 这样选材可以起到介绍悠久的数学文明的作用.

答：应分配 10 名工人生产螺钉，12 名工人生产螺母.



英国伦敦博物馆保存着一部极其珍贵的文物——纸莎草文书.[1] 这是古代埃及人用象形文字写在一种特殊的草上的著作，它于公元前 1700 年左右写成，至今已有三千七百多年. 这部书中记载了许多有关数学的问题，其中有如下一道著名的求未知数的问题.

问题 一个数，它的三分之二，它的一半，它的七分之一，它的全部，加起来总共是 33.

用现在的数学符号表示，这道题就是方程

$$\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x+x=33.$$

当时的埃及人如果把问题写成这种形式，它一定是“最早”的方程.

像上面这样的方程中有些系数是分数，如果能化去分母，把系数化成整数，则可以使解方程中的计算更方便些.[2]

为更全面地讨论问题，我们再以方程 $\frac{3x+1}{2}-2=\frac{3x-2}{10}-\frac{2x+3}{5}$ 为例，[3] 看看解有分数系数的一元一次方程的步骤.

我们知道，等式两边乘同一个数，结果仍相等.[4] 由此能否去分母呢?

这个方程中各分母的最小公倍数是 10，方程两边同乘 10，于是方程左边变为

$$10\times\left(\frac{3x+1}{2}-2\right)=10\times\frac{3x+1}{2}-10\times2$$
$$=5(3x+1)-10\times2,$$

去了分母. 方程右边变为什么? 你具体算算.

[1] 这件珍贵文物在埃及古都 Thebes 的废墟中被发现，1858 年被英国人 A·Henry Rhind 所购得，后为伦敦博物馆所藏.

[2] 方程两边同乘 42，变形为 $2\times14x+21x+6x+42x=33\times42$.

[3] 可以认为这个方程的各项是 $\frac{3x+1}{2}$，-2，$\frac{3x-2}{10}$，$-\frac{2x+3}{5}$.

[4] 这样做的依据是等式性质 2.

9. 通过“去分母”使方程的系数都化为整数，可以使解方程中减少分数运算，从而计算更方便. 去分母的依据是等式性质 2，即“等式两边乘同一个数，结果仍相等”. 选择方程中各分母的最小公倍数，作为方程两边同乘的数，既能约去分母又使所乘的数最小，因此一般采用这种方法.

由于一元一次方程中没有字母在分母位置，去分母时是在方程两边乘同一个数（不是含字母的式子），所以去分母不会引起增根，这与解分式方程不同.

10. 教学中可以提醒学生：去分母时，方程两边的每一项都要乘同一个数，不要漏乘某项.

方程中写在同一条分数线上下的部分，可以被认为是一项. 例如，在方程

$$\frac{3x+1}{2}-2=\frac{3x-2}{10}-\frac{2x+3}{5}$$

中，可以认为左右两边各有两项，它们分别是

下面的框图表示了解这个方程的具体过程.

方程两边的每一项都要乘 10.

$\dfrac{3x+1}{2}-2=\dfrac{3x-2}{10}-\dfrac{2x+3}{5}$ [1]

↓ 去分母（方程两边同乘各分母的最小公倍数）

$5(3x+1)-10\times 2=(3x-2)-2(2x+3)$

↓ 去括号

$15x+5-20=3x-2-4x-6$

↓ 移项

$15x-3x+4x=-2-6-5+20$

↓ 合并

$16x=7$

↓ 系数化为 1

$x=\dfrac{7}{16}$

现在，你能解第 2.1 节开始提出的问题了吗?

回顾 解方程$\dfrac{3x+1}{2}-2=\dfrac{3x-2}{10}-\dfrac{2x+3}{5}$的全过程，表示了一元一次方程解法的一般步骤.[2]

解方程就是要求出其中的未知数（例如 x），通过去分母、去括号、移项、合并、系数化为 1 等步骤，就可以使一元一次方程逐步向着 $x=a$ 的形式转化，这个过程主要依据等式的性质和运算律等.[3]

[1] 可以对这幅框图与前面框图进行比较，看看有什么相同之处和不同之处.

[2] 通过回顾具体方程的解法，引出一元一次方程解法的一般步骤.

[3] 采取哪些步骤取决于要解什么形式的方程，各种步骤都是在化归思想（使方程向 $x=a$ 形式转化）支配下有针对性地采用的.

$\dfrac{3x+1}{2}$，-2，$\dfrac{3x-2}{10}$，$-\dfrac{2x+3}{5}$.

11. 本节中给出了一元一次方程解法的一般步骤，这部分教学结合具体方程的解法进行，会使学生更容易理解.

建议教学中强调：解一元一次方程时，应灵活运用一般步骤中的各种做法，采取哪些步骤要看解什么样的方程，各种步骤都是为使方程向 $x=a$ 形式转化而有针对性地采用的.

12. 例 3 可以归为工程问题类型. 为简单表示数量关系，在工程问题中，通常把全部工作量简单表示为 1. 如果一件工作需要 n 个小时完成，那么平均每小时完成的工作量就是$\dfrac{1}{n}$.

人均效率是个平均值，它表示平均每人每单位时间完成的工作量. 例如，一件工作由 m 个人用 n 小时完成，那么人均效率为

练习答案

(1) $x=-\frac{1}{7}$;

(2) $x=-\frac{9}{28}$.

[1] 工程问题中，通常把全部工作量简单表示为1.

[2] $\frac{1}{40}$.

[3] $4\times\frac{1}{40}x=\frac{4x}{40}$.

[4] $8\times\frac{1}{40}(x+2)=\frac{8(x+2)}{40}$.

[5] $\frac{4x}{40}+\frac{8(x+2)}{40}=1$（全部工作量）.

[6] 这是工程问题中的基本相等关系.

练习

解下列方程：

(1) $\frac{5x-1}{4}=\frac{3x+1}{2}-\frac{2-x}{3}$;

(2) $\frac{3x+2}{2}-1=\frac{2x-1}{4}-\frac{2x+1}{5}$.

例3 整理一批图书，由一个人做要40小时完成. 现在计划由一部分人先做4小时，再增加2人和他们一起做8小时，完成这项工作. 假设这些人的工作效率相同，具体应先安排多少人工作？

分析：这里可以把总工作量看作1.[1] 请填空：

人均效率（一个人做1小时完成的工作量）为_____.[2]

由x人先做4小时，完成的工作量为_____.[3] 再增加2人和前一部分人一起做8小时，完成的工作量为_____.[4]

这项工作分两段完成，两段完成的工作量之和为_____.[5]

回顾本题列方程的过程，可以发现：
“工作量=人均效率×人数×时间”
是计算工作量的常用数量关系式.[6]

解：设先安排x人工作4小时. 根据两段工作量之和应是总工作量，得

$$\frac{4x}{40}+\frac{8(x+2)}{40}=1.$$

去分母，得

$$4x+8(x+2)=40.$$

去括号，得

$$4x+8x+16=40.$$

移项及合并，得

$$12x=24,$$

$$x=2.$$

答：应先安排2名工人工作4小时.

$\frac{1}{mn}$.

工作量=人均效率×人数×时间

是计算工作量的公式. 如果一件工作分几个阶段完成，那么

各阶段工作量的和=总工作量.

例3中的方程就是依据这些相等关系列出的.

教学中可以结合例题，向学生介绍上述有关工程问题的概念和关系.

习题 2.3

复习巩固

1. 去括号且合并含相同字母的项：

(1) $5a+(2-4a)$；　　(2) $25b-(b-5)$；

(3) $7x+2(3x-3)$；　　(4) $8y-3(3y+2)$.

2. 解下列方程：

(1) $2(x+8)=3(x-1)$；　　(2) $8x=-2(x+4)$；

(3) $2x-\frac{2}{3}(x+3)=-x+3$；　　(4) $2(10-0.5y)=-(1.5y+2)$.

3. 解下列方程：

(1) $\frac{3x+5}{2}=\frac{2x-1}{3}$；　　(2) $\frac{x-3}{-5}=\frac{3x+4}{15}$；

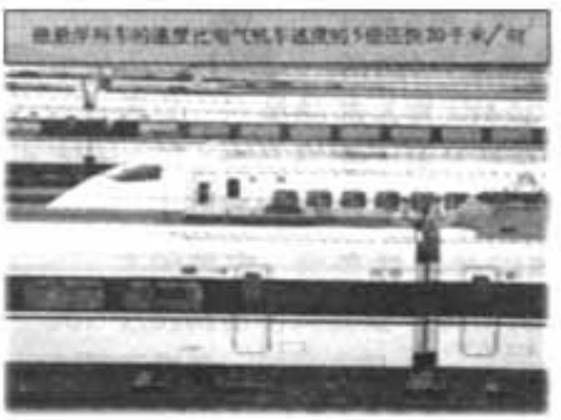
(3) $\frac{3y-1}{4}-1=\frac{5y-7}{6}$；　　(4) $\frac{5y+4}{3}+\frac{y-1}{4}=2-\frac{5y-5}{12}$.

4. 两个村共有 834 人，较大的村的人数比另一村人数的 2 倍少 3，两村各有多少人？

5. 甲、乙两人登一座山，甲每分登高 10 米，并且先出发 30 分，乙每分登高 15 米，两人同时登上山顶. 甲用多少时间登山？这座山有多高？[1]

综合运用

6. 电气机车和磁悬浮列车从相距298 千米的两地同时出发相对而行，磁悬浮列车的速度比电气机车速度的 5 倍还快 20 千米/时，半小时后两车相遇.[2] 两车的速度各是多少？



[1] 这两个未知数是互相联系的，可以先设其中一个为 x，另一个用含 x 的式子来表示.

[2] 相遇问题中，两者路程之和等于它们原先的距离.

习题 2.3

1. 习题 2.3 中“复习巩固”的题目主要是通过解带有括号或分母的方程，复习巩固“去括号”和“去分母”的法则，熟悉一元一次方程解法的一般步骤. 对于这些方程的解法，学生应熟练掌握.

2. 习题 2.3 中“综合运用”的题目有 5 道，都是实际问题，涉及“行程”“工程”“盈亏”等方面. 完成这些问题可以使学生再次经历“弄清题意，分析数量关系，设未知数，列方程”的过程，进一步体验建立方程模型的思想. 同时，使学生熟悉一元一次方程解法的一般步骤，掌握解方程的方法，不断提高分析问题的能力.

3. 习题 2.3 中“拓广探索”的题目有 4 道.

第 11 题是古代问题，用二元一次方程组解它更简单. 用一元一次方程解题，有多种做法. 可以设乙有 x 只羊，再根据题中甲说的话得出甲的羊数为 $2(x-1)-1$. 然后再根据乙的话列出方程

[1] 顺、逆风航行与顺、逆流航行类似，可以参考例 1.

[2] 第 8，9 题都属于工程问题.

[3] 第 10 题可以类比盈亏问题.

[4] 销售总金额＝商品价格×销售量.

[5] 第一次相距 36 千米时，两人是相对而行，还未曾相遇过；第二次相距 36 千米时，两人是相背而行，已经相遇过了.



7. 一架飞机在两城之间飞行，风速为 24 千米/时. 顺风飞行需要 2 小时 50 分，逆风飞行需要 3 小时，求无风时飞机的航速和两城之间的航程.[1]

8. 某中学的学生自己动手整修操场，如果让初一学生单独工作，需要 7.5 小时完成；如果让初二学生单独工作，需要 5 小时完成. 如果让初一、初二学生一起工作 1 小时，再由初二学生单独完成剩余部分，共需多少时间完成?[2]

9. 整理一批数据，由一人做需 80 小时完成. 现在计划先由一些人做 2 小时，再增加 5 人做 8 小时，完成这项工作的$\frac{3}{4}$. 怎样安排参与整理数据的具体人数?

10. 有一群鸽子和一些鸽笼，如果每个鸽笼住 6 只鸽子，则剩余 3 只鸽子无鸽笼可住；如果再飞来 5 只鸽子，连同原来的鸽子，每个鸽笼刚好住 8 只鸽子. 原有多少只鸽子和多少个鸽笼?[3]

拓广探索 ▶▶

11. (古代问题) 有甲、乙两个牧童，甲对乙说："把你的羊给我 1 只，我的羊数就是你的羊数的 2 倍." 乙回答说："最好还是把你的羊给我 1 只，我们的羊数就一样了." 两个牧童各有多少只羊?

12. 现对某商品降价 10%促销，为了使销售总金额不变，销售量要比按原价销售时增加百分之几?[4]

13. 有一些相同的房间需要粉刷墙面. 一天 3 名一级技工去粉刷 8 个房间，结果其中有 50 m^2 墙面未来得及刷；同样时间内 5 名二级技工粉刷了 10 个房间之外，还多刷了另外的 40 m^2 墙面. 每名一级技工比二级技工一天多粉刷 10 m^2 墙面，求每个房间需要粉刷的墙面面积.

14. 甲骑自行车从 A 地到 B 地，乙骑自行车从 B 地到 A 地，两人都匀速前进. 已知两人在上午 8 时同时出发，到上午 10 时，两人还相距 36 千米，到中午 12 时，两人又相距 36 千米. 求 A、B 两地间的路程.[5]



$$2(x-1)-1-1=x+1.$$

也可以设甲有 x 只羊，再根据题中乙说的话得出乙的羊数为$(x-1)-1=x-2$. 然后再根据甲的话列出方程

$$x+1=2(x-2-1).$$

解第 12 题时，可以简单地把原商品价格看作 1，降价后价格为 0.9；再把原销售量看作 1，降价后销售量为 $1+x$. 这里的 x 就是所求的百分数. 根据"销售总金额＝商品价格×销售量"，列出方程

$$0.9(1+x)=1\times 1.$$

解第 14 题时，要先弄清两次相距 36 千米的意思有什么不同.

这些题目较复杂，可让学生从不同角度考虑.

2.4 再探实际问题与一元一次方程[1]

前面我们结合实际问题，讨论了如何分析数量关系、利用相等关系列方程以及如何解方程. 可以看出，方程是分析和解决问题的一种很有用的数学工具. 本节我们将进一步探究如何用一元一次方程解决实际问题.

探究1

销售中的盈亏

某商店在某一时间以每件 60 元的价格卖出两件衣服，其中一件盈利 25%，另一件亏损 25%，[2] 卖这两件衣服总的是盈利还是亏损，或是不盈不亏？



先大体估算盈亏，再通过准确计算检验你的判断.[3]

分析：两件衣服共卖了 120(=60×2)元，是盈是亏要看这家商店买进这两件衣服时花了多少钱. 如果进价大于售价就亏损，反之就盈利.

假设一件商品的进价是 40 元，如果卖出后盈利 25%，那么商品利润是 40×25%元；如果卖出后亏损 25%，商品利润是 40×(−25%)元.

本问题中，设盈利 25%的那件衣服的进价是 x 元，它的商品利润就是 $0.25x$ 元. 根据进价与利润的和等于售价，列得方程

$$x+0.25x=60.$$

[1] 本节的问题与实际情况更接近，也比前两节问题复杂些. 教科书以探究形式呈现这些内容.

[2] 盈利 25%，即这件商品的销售利润值（售价－进价）是商品进价的 25%；亏损 25%，即这件商品的销售亏损值（进价－售价）是商品进价的 25%. 可以把盈利与亏损统一起来认识，当利润值为正数时是盈利；当利润值为负数时是亏损.

[3] “先估算，后准确计算”是分析问题的通常顺序.

1. 本节在前面已经讨论过由实际问题建立一元一次方程和解一元一次方程的一般步骤的基础上，进一步以“探究”的形式讨论如何用一元一次方程解决实际问题. 本节要探究的三个问题要比前几节的问题复杂些，问题情境与实际情况更接近，因此具有一定难度，教学中不宜再加大难度. 本节教科书的重点是，进一步体现一元一次方程与实际的密切联系，加强数学建模思想，培养运用一元一次方程分析和解决实际问题的能力.

由于本节问题的背景和表达都比较贴近实际，其中有些数量关系比较隐蔽，所以在探究过程中正确地建立方程是主要难点. 突破难点的关键是弄清问题背景，分析清楚有关数量关系，特别是找出可以作为列方程依据的主要相等关系.

2. 探究 1 中的问题涉及商品经营中的盈利与亏损. 随着市场经济的发展，经营活动越来越被人们重视. 数学教学适当结合这方面问题，

[1] $-0.25y$，

$y-0.25y=60$，

80.

[2] $48+80=128$，

大，

亏损.

[3] 探究 1 中，分两次运用一元一次方程，然后再进行综合分析.

[4] 两种灯的功率（瓦数）虽然不同，但是灯的种类不同，照明效果相同. 又知它们的使用寿命相同，所以考虑问题时只需考虑灯的售价和电费.

由此得

$$x=48.$$

类似地，可以设另一件衣服的进价为 y 元，它的商品利润是_____，列出的方程是_____，解得_____.[1]

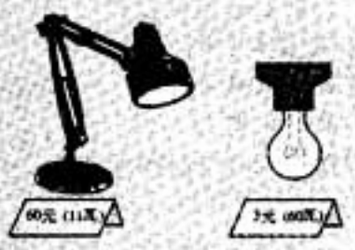
两件衣服的进价是 $x+y=$_____元，而两件衣服的售价是 $60+60=120$ 元，进价_____于售价，由此可知卖这两件衣服总的盈亏情况是_____.[2]

列、解方程后得出的结论与你先前的估算一致吗？[3]

探究2

用哪种灯省钱

小明想在两种灯中选购一种. 其中一种是 11 瓦（即 0.011 千瓦）的节能灯，售价 60 元；另一种是 60 瓦（即 0.06 千瓦）的白炽灯，售价 3 元. 两种灯的照明效果一样，使用寿命也相同（3 000 小时以上）. 节能灯售价高，但是较省电；白炽灯售价低，但是用电多. 如果电费是 0.5 元/（千瓦时），选哪种灯可以节省费用（灯的售价加电费）？



分析：问题中有基本等量关系：[4]

费用＝灯的售价＋电费，

电费＝0.5×灯的功率（千瓦）×照明时间（时）.

（1）列式表示费用

选定一种灯后，灯的售价和功率（千瓦）已确定，

可以增加学生的经济知识和经营意识，使他们能更了解市场运作.

乍看这个问题，由于两件衣服的售出价格相同，其中一件盈利 25%，另一件亏损 25%，所以容易感觉总的结果是不盈不亏. 但是经用一元一次方程进一步探究，可知总的结果是亏损，这说明：直觉有时并不可靠，“先估算，后准确计算”可以减少判断错误.

通过这个问题让学生经历一个从定性考虑（估算）到定量考虑（计算）的过程，有助于提高他们对数学的应用意识.

3. 探究 2 中的问题涉及数值大小比较，并进一步联系到选择方案.

经分析可知，考虑这个问题时只需考虑灯的售价和电费两个因素，分别列式子表示使用两种灯的费用是解决问题的基础，由此可以进一步通过特殊值法，发现照明时间与做出选择有关，并列出方程解决第(3)个问题.

而电费则与照明时间的多少有关.

设照明时间是 t 小时，则用节能灯的费用(元)是

$$60+0.5\times0.011t;$$

用白炽灯的费用(元)是

_____.[1]

由上面的式子可以发现照明时间与费用的关系.

(2) 用特殊值试探

如果 $t=2\,000$，那么节能灯的费用(元)是

$$60+0.5\times0.011\times2\,000=71;$$

用白炽灯的费用(元)是

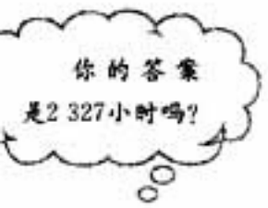
_____.[2]

如果 $t=2\,500$，那么节能灯的费用(元)是

$$60+0.5\times0.011\times2\,500=73.75;$$

用白炽灯的费用(元)是

_____.[3]



从这两组数值是否可以说明，照明时间不同，为了省钱而选择用哪种灯的答案也不同?[4]

(3) 照明多少小时用两种灯的费用相等(精确到 1 小时)?

列方程，并求出问题的答案.[5]



1. 照明时间小于 2 327 小时，用哪种灯省钱? 照明时间超过 2 327小时但不超过灯的使用寿命，用哪种灯省钱?[6]

2. 如果灯的使用寿命是 3 000 小时，而计划照明 3 500 小时，则需要购买两个灯，试设计你认为能省钱的选灯方案.[7]

[1] $3+0.5\times0.06t$.

[2] $3+0.5\times0.06\times2\,000=63$.

[3] $3+0.5\times0.06\times2\,500=78$.

[4] 从两组数值可以看出，选择结果与照明时间有关.

[5] 设照明 t 小时用两种灯的费用相等.

$$60+0.5\times0.011t=3+0.5\times0.06t.$$

$t\approx2\,327$ (小时).

[6] 可以先通过代入特殊值试验，再考虑答案.

[7] 这是一个较开放的问题，可以让学生提出多种设计方案，再进行比较. 例如，一种设计方案是：买两个白炽灯，每个灯用 1 750 小时. 但这个方案并不是最省钱的.

后面的讨论题是具有开放性的问题，其中第1个问题较容易，可以先通过代入特殊值试验，再考虑答案. 严格地说，这个问题的解决要用到不等式. 这里只要能由特殊值的情形推想一般情况就可以了. 第 2 个问题需要设计选灯方案，从前面探究可知，照明时间少于 2 327 小时，用白炽灯省钱，而且时间越少省的钱越多；照明时间多于 2 327 小时而不超过 3 000 小时，用节能灯省钱，而且时间越多省的钱越多. 因此，可以想到用白炽灯 500 小时，节能灯 3 000 小时，是最省钱的方案. 这个问题的严格论证比较复杂，不要求学生考虑.

4. 探究 1 和探究 2 中，安排了较多的“填空”，这可以引导学生思考问题. 教学中可以让学生充分独立思考或合作讨论，逐步深入地解决问题.

5. 探究 3 是篮球比赛积分表问题，如果对体育比赛有一定了解，会有助于理解题意.

[1] 通过观察表格，获取信息，是很有使用价值的能力. 探究 3 结合体育比赛问题培养这种能力.

[2] 积分与胜、负的场数相关，列式时需要先弄清胜一场积几分，负一场积几分.

[3] 由于表中最下面一行表示某队 22 场全负，总积分为 22，所以容易得到负一场积 1 分. 单看表中其他行得不出这样的结果，因为没有其他队全胜或全负.



探究3

球赛积分表问题[1]

2000 赛季全国男篮甲 A 联赛常规赛最终积分榜

队　名	比赛场次	胜场	负场	积分
八一双鹿	22	18	4	40
上海东方	22	18	4	40
北京首钢	22	14	8	36
吉林恒和	22	14	8	36
辽宁盼盼	22	12	10	34
广东宏远	22	12	10	34
前卫奥神	22	11	11	33
江苏南钢	22	10	12	32
山东润洁	22	10	12	32
浙江万马	22	7	15	29
双星济军	22	6	16	28
沈部雄师	22	0	22	22



(1) 列式表示积分与胜、负场数之间的数量关系；[2]

(2) 某队的胜场总积分能等于它的负场总积分吗？

分析：观察积分榜，从最下面一行数据可以发现：负一场积 1 分.[3]

设胜一场积 x 分，从表中其他任何一行可以列方程，求出 x 的值. 例如，从第一行得方程

$$18x+1\times 4=40.$$

由此得

$$x=2.$$

用表中其他行可以验证，得出结论：负一场积 1 分，胜一场积 2 分.

(1) 如果一个队胜 m 场，则负 $(22-m)$ 场，胜场积分为 $2m$，负场积分为 $22-m$，总积分为

$$2m+(22-m)=m+22.$$

(2) 设一个队胜了 x 场，则负了 $(22-x)$ 场. 如果这个队的胜场总积分等于负场总积分，则得方程

积分多少与胜、负的场数相关，同时也与比赛积分规定有关，需要先弄清规定胜一场积几分，负一场积几分，这就需要通过积分表来了解. 表中最下面一行有特殊性，它表示某队 22 场全负，由此可知负一场的积分，进而再从其他行可知胜一场的积分.

这个问题是以表格形式传递信息的，这种形式在现实中很普遍，本节中前面（教科书第 80 页）也曾出现过. 培养学生从不同形式获取有关数据信息，是值得注意的问题.

6. 这个问题的第 (2) 问是个判断题. 要正确做出判断，需要进行定量分析，这里运用了一元一次方程作为工具. 分析过程渗透了反证法的思想，即先假设某队的胜场总积分等于它的负场总积分，由此列出方程，解得一个分数，这显然不合乎实际情况，由这种矛盾现象可知先前的假设不能成立，从而做出否定的判断. 建议教学中不要提及反证法，只要引导学生注意这里方程的

$$2x-(22-x)=0.$$

由此得

$$x=\frac{22}{3}.$$

想一想，x 表示什么量？它可以是分数吗？[1] 由此你能得出什么结论？

这个问题说明：利用方程不仅能求具体数值，而且可以进行推理判断.

解决实际问题时，要考虑得到的结果是不是符合实际. x（所胜的场数）的值必须是整数，所以 $x=\frac{22}{3}$ 不符合实际，由此可以判定没有哪个队的胜场总积分等于负场总积分.[2]

上面的问题说明，用方程解决实际问题时，不仅要注意解方程的过程是否正确，还要检验方程的解是否符合问题的实际意义.[3]

习题 2.4

复习巩固

1. 结合本节内容体会 2.2 节最后归纳的框图.

2. 下表中记录了一次试验中时间和温度的数据.[4]

时间/分	0	5	10	15	20	25
温度/℃	10	25	40	55	70	85

(1) 如果温度的变化是均匀的，21 分的温度是多少？

(2) 什么时间的温度是 34 ℃？

综合运用

3. (古代问题)某人工作一年的报酬是年终给他一件衣服和 10 枚银币，但他干满 7 个

[1] x 表示某队获胜的场数，它应是自然数，不能是分数 $\frac{22}{3}$.

[2] 这种分析方法中运用了反证法的思想.

[3] 解实际问题时，方程的解如不合乎实际意义，则有以下几种可能：

(1) 所列方程有问题；

(2) 列方程无问题，而解方程有问题；

(3) 列、解方程都无问题，实际问题本身无解.

[4] 随着时间的增加，温度上升，每分上升 3 ℃.

(1) 先用含 t（时间）的式子表示温度，再将 $t=21$ 代入式子求温度；

(2) 通过方程求解.

解应是整数，由此作出判断就够了. 目前对反证法的思想只是渗透，以后再作进一步讨论.

探究 3 还要说明：(1) 利用方程不仅能计算未知数的值，而且可以进一步进行推理. (2) 对于解实际问题，检验解出的结果是否合乎实际意义是必要的.

习题 2.4

1. 习题 2.4 中“复习巩固”的第 1 题让学生结合本节内容回顾第 2.2 节中归纳的框图. 这幅框图反映了用一元一次方程分析解决实际问题的基本过程. 现在对这幅框图进行反思，会对它产生更进一步的认识.

第 2 题需要从表格中的数据发现温度随时间变化的规律，并由此列出温度的表示式和方程.

2. 习题 2.4 中“综合运用”的题目有 4 道.

第 3 题中涉及把衣服折合为银币考虑它的价值，解题时应按常规考虑以月为单位计酬.

第4题中利润率的含义是，利润率=(售出

月就决定不再继续干了，结账时，给了他一件衣服和2枚银币．这件衣服值多少枚银币？[1]

4. 某种商品每件的进价为250元，按标价的九折销售时，利润率为15.2%，这种商品每件标价是多少？

5. 已知5台A型机器一天的产品装满8箱后还剩4个，7台B型机器一天的产品装满11箱后还剩1个，每台A型机器比B型机器一天多生产1个产品，求每箱有多少个产品．

6. 一辆大汽车原来的行驶速度是30千米/时，现在开始均匀加速，每小时提速20千米/时；一辆小汽车原来的行驶速度是90千米/时，现在开始均匀减速，每小时减速10千米/时．经过多长时间两辆车的速度相等？这时车速是多少？[2]

拓广探索 ▶▶

7. 甲组的4名工人3月份完成的总工作量比此月人均定额的4倍多20件，乙组的5名工人3月份完成的总工作量比此月人均定额的6倍少20件．[3]

(1) 如果两组工人实际完成的此月人均工作量相等，那么此月人均定额是多少件？

(2) 如果甲组工人实际完成的此月人均工作量比乙组的多2件，那么此月人均定额是多少件？

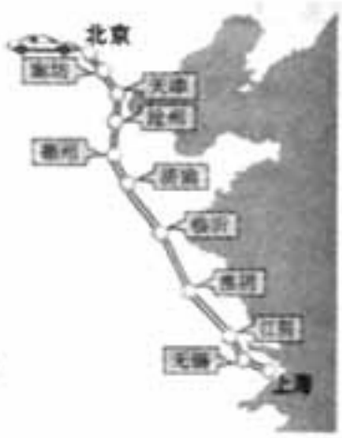
(3) 如果甲组工人实际完成的此月人均工作量比乙组的少2件，那么此月人均定额是多少件？

8. 京沪高速公路全长1 262千米，一辆汽车从北京出发，匀速行驶5小时后，提速20千米/时；又匀速行驶5小时后，减速10千米/时；又匀速行驶5小时后到达上海．

(1) 求各段时间的车速（精确到1千米/时）．

(2) 根据地图推断，出发8小时后汽车在公路的哪一段？

(提示：公路全长1 262千米，由地图可按比例估出其中一段公路的长度．)[4]



[5]

9. (古代问题)希腊数学家丢番图(公元3～4世纪)的墓碑上记载着：

"他生命的六分之一是幸福的童年；
再活了他生命的十二分之一，两颊长起了细细的胡须；
他结了婚，又度过了一生的七分之一；

[1] 干满7个月应拿全年报酬的$\frac{7}{12}$.

[2] 先求出时间，然后求车速.

[3] 人均定额是计划数字，人均工作量是实际数字.

[4] 北京到上海的高速公路全长1 262千米．解题时需要从地图按比例估计公路上某两城市间的距离.

[5] 丢番图（公元3～4世纪），希腊数学家．关于他的墓碑记载他的经历的故事，是4世纪一道有关方程的名题.

价－进价)÷进价.

第6题中汽车作匀变速运动，先求出时间，速度也就相应确定了.

3. 习题2.4中"拓广探索"的题目有3道．第7题的"人均定额"与"人均工作量"是两个不同概念，前者是计划中的数字，后者是实际完成后的数字.

第8题第(1)问需求三个未知数，第(2)问需根据地图按比例进行估计.

第9题的原题是用希腊文写的一首诗，它简要记述了数学家丢番图的生平．这是一道有悠久历史的名题，诗中并没有明确说出丢番图的寿命等数字，但是它们已经隐含于诗中，利用方程可以解出这些数字.

再过五年，他有了儿子，感到很幸福；
可是儿子只活了他父亲全部年龄的一半；
儿子死后，他在极度悲痛中度过了四年，也与世长辞了."
根据以上信息，请你算出：
(1) 丢番图的寿命；
(2) 丢番图开始当爸爸时的年龄；
(3) 儿子死时丢番图的年龄.



丢番图

信息技术应用 选学

电子表格与数据计算

用计算机能制作电子表格(spreadsheet). 电子表格(如下)通常由一些行和列组成，行用数字 1，2，3，…表示，列用字母 A，B，C，…表示. 行和列相交的部分，叫做单元格. 单元格用列号和行号表示. 如八一双鹿在单元格 A2(A 列第 2 行)，列号在前，行号在后. 单元格是电子表格的基本元素，是进行整体操作的最小单位.

	A	B	C	D	E
1	队　名	比赛场次	胜场	负场	积分
2	八一双鹿	22			
3	上海东方	22			
4	北京首钢	22			
5	吉林恒和	22			
6	辽宁special	22			
7	广东宏远	22			
8	前卫奥神	22			
9	江苏肯帝	22			
10	山东利奥	22			
11	浙江万马	22			
12	新疆伊力	22			
13	辽部建邦	22			

在上面的电子表格中，需要输入 12 支球队的胜、负场数，以及积分的计算公式 E2=C2*2+D2*1，E3=C3*2+D3*1，…，这些公式就是等式 E=2C+D 等，其中 * 表示乘号. 当每行中 C 的值(胜场数)和 D 的值(负场数)确定后，积分 E 的值(即 2C+D 的值)就会由计算机算出，并自动填入 E 列，从而替代人工计算积分.

电子表格操作简单、功能强大，可以有效地进行数据计算及数据处理. 在数据很多、计算复杂的统计问题中，电子表格的作用可以得到更充分的发挥.

如果有条件，你可以结合实际问题，试试用计算机制作简单的电子表格.[1]

[1] 目前，通常用 Microsoft Excel 等计算机软件制作电子表格.

信息技术应用

生活中常见到各种表格，它们可以简明地传递很多信息. 由于信息技术的发展，计算机日益普及，用计算机制作电子表格已非常方便. 这篇选学材料介绍了用计算机制作表格的一些常识，主要有“单元格”和“赋值计算”. 前者与数学中的“有序数对”相关，这在后面的“平面直角坐标系”中还要讨论；后者实际上就是代入求值，只是由计算机来完成. 如能结合有关内容用计算机实际操作制表，会有助于对于这些内容的了解.

[1] 当 $1 \leqslant n \leqslant 100$ 时，买 n 本笔记本需用钱

$2.3n$（元）.

当 $n > 100$ 时，买 n 本笔记本需用钱

$2.2n$（元）.

[2] 2001 年我国农民人均收入约是 2000 年我国农民人均收入的(1+3%).

[3] 2000 年我国农民人均收入比 1999 年增长约(3% − 1%)，即增长约 2%.

[4] 设 2000 年我国农民人均收入 x 元.

$(1+3\%)x=2\,320$.

解得 $x \approx 2\,252$.

设 1999 年我国农民人均收入 y 元.

$(1+2\%)y=2\,252$.

解得 $y \approx 2\,208$.

数学活动

活动 1 一种笔记本售价为 2.3 元/本，如果买 100 本以上（不含 100 本），售价为 2.2 元/本. 列式表示买 n 本笔记本所需钱数（注意对 n 的大小要有所考虑）.[1] 请同学们讨论下面的问题：



(1) 按照这种售价规定，会不会出现多买比少买反而付钱少的情况？

(2) 如果需要 100 本笔记本，怎样购买能省钱？

(3) 了解实际生活中的类似问题，并举出几个例子.

活动 2 据 2002 年初的统计资料报告，2001 年我国农民人均收入约 2 320 元，比上一年增长约 3%，[2] 增幅提高约 1 个百分点.[3]

你理解资料中“增长约 3%”和“增幅提高约 1 个百分点”的意思吗？如果不明白，请通过查阅资料或请教他人弄懂它们. 根据这个报道，试用一元一次方程解决以下问题：

2000 年我国农民人均收入约是多少？1999 年呢？（精确到 1 元.）[4]

从报刊、图书、网络等再收集一些数据，分析其中的等量关系，编成问题. 看看能不能用一元一次方程解决这些问题.

1. 设计活动 1 的意图是让学生在分析题意的基础上列出有关表示式，体会其中字母 n 的取值范围会影响用什么样的式子. 这有助于认识变化的量对数量关系有影响，也为今后学习函数写下伏笔.

2. 讨论题(1)的答案是“会”，这可以通过具体数为例说明，例如买 101 本付 222.2 元，买 100 本却付 230 元. 讨论时可以启发学生用特例考虑，这种思维方法很重要. 讨论题(2)的答案为付 222.2 元买 101 本，这除能满足需要外还余 1 本，并且比买 100 本省钱. 现实生活中可能会发现类似例子，实际上这种促销规定不十分合理，可以让学生考虑如何改进促销规定，使它既能促销又较合理.

3. 活动 2 的内容选自新闻报道中的统计数据，类似“增长约 3%”“增幅提高约 1 个百分点”这样的说法是常见的. 设计活动 2 让学生结合统计报告中的内容，运用一元一次方程求出某

活动 3 用一根质地均匀的直尺和一些棋子，做下面的实验：

(1) 把直尺的中点放在一个支点上，使直尺左右平衡；

(2) 在直尺两端各放一枚棋子，看看直尺是否保持平衡；

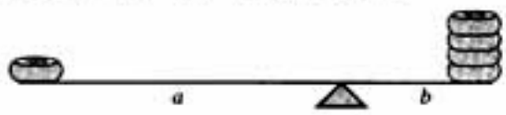
(3) 在直尺的一端再加一枚棋子，移动支点的位置，使两边平衡，记录支点到两端的距离 a 和 b；

(4) 在有两枚棋子的一端再加一枚棋子，移动支点的位置，使两边平衡，记录支点到两端的距离 a 和 b；

(5) 在棋子多的一端继续加棋子，并重复以上操作.

根据统计记录能发现什么规律？

如果直尺一端放一枚棋子，另一端放 n 枚棋子，支点应在直尺的哪个位置？设直尺长为 L，用一元一次方程求解.[1]



[1] 如图，$a+b=L$，所以 $b=L-a$.

根据观察可发现如下规律：

$$a:b=n:1,$$

即

$$a=nb,$$

即

$$a=n(L-a).$$

解得

$$a=\frac{nL}{n+1}.$$

些数据，一方面可以锻炼运用方程解决实际问题的能力，另一方面也引导学生关注新闻报道中隐含的数学问题. 根据收集的数据编题并用方程解它们，是要求较高的活动内容，它有较大开放性，有益于提高分析解决问题的能力.

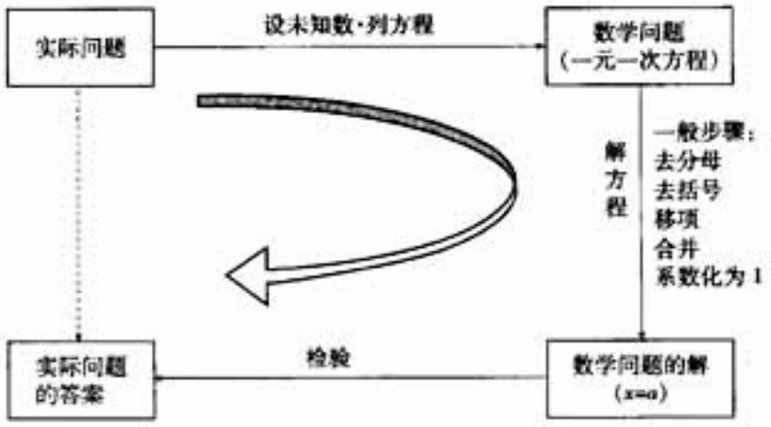
4. 活动 3 是动手试验与动脑分析相结合的内容. 杠杆原理(力×力臂＝重物×重臂)是一个基本力学原理，通过简单试验可以发现这个规律. 活动 3 要求根据这个规律，用方程求杠杆平衡状态时的支点位置. 问题中出现一个表示直尺长的字母 L，解方程时要将它作为一个常数，对于这样的方程学生不太习惯，但在学习物理等课程推导公式时经常遇到类似情况. 因此，让学生以数学活动方式接触这样的问题，可以为进一步学习它们积累些基础.

[1] 为突出本章所强调的基本数学思想，这里再一次用框图形式总结运用一元一次方程分析解决实际问题的基本过程，并将一元一次方程解法的一般步骤表示于其中.

[2] 这是解方程中的化归思想，也是本章所要体现的重要内容.

小　结

一、本章知识结构图[1]



二、回顾与思考

（1）通过例子体会：用抽象的符号代表数量关系，例如用字母表示数，是数学中的进步.

（2）一元一次方程是最简单的方程. 结合例子体验：运用方程解决问题，关键是分析问题中的数量关系，找出其中的相等关系，并由此列出方程.

（3）回顾解一元一次方程的一般步骤，结合例子说明：解未知数为 x 的方程，就是将方程逐步变成 $x=a$（常数）的形式，要根据需要灵活地进行变形.[2]

（4）结合生活、学习和生产中的实例，体会运用方程解决实际问题的一般过程.

1. 教学中可以引导学生结合某具体问题为例认识本章知识结构图，使学生对数学建模思想和列、解一元一次方程的基本过程有较深刻的认识，这样可能会比空泛地回顾这幅图效果要好.

2. 解方程中的化归思想，即逐步使方程变形为 $x=a$ 的形式，是解方程的基本指导思想. 通过小结不仅要使学生更牢固地掌握一元一次方程的解法，而且应使他们加深对上述思想的认识.

3. 小结中如果适当结合学生身边的实际问题来复习和引申本章的重点内容，那么就容易使学生对这些内容形成较深的体会，同时也有助于加强应用意识，给学生提供更多的自主学习的空间. 因此，建议在准备小结教学时重视了解学生的实际情况，在小结教学中引导学生结合具体例子来认识体会小结的内容.

复习题2

复习巩固

1. 列式填空：

(1) 某地冬季一天的温差是 15 ℃，这天最低温度是 t ℃，最高温度是_____；

(2) 全校学生有 a 人，其中女生占 49%，男生人数是_____；

(3) 某种商品原价每件 b 元，第一次降价是打“八折”（按原价的 80%出售），第二次降价每件又减 10 元，这时的售价是_____元；



(4) 30 天中，小张长跑路程累计达 45 000 m，小李跑了 a m（$a>45\,000$），平均每天小李比小张多跑_____ m.

2. 解下列方程：

(1) $\frac{4}{3}-8x=3-\frac{11}{2}x$；

(2) $0.5x-0.7=6.5-1.3x$；

(3) $\frac{1}{6}(3x-6)=\frac{2}{5}x-3$；

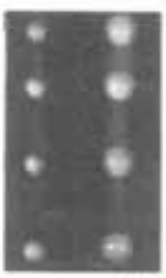
(4) $\frac{1-2x}{3}=\frac{3x+1}{7}-3$.

3. 当 x 等于什么数时，$x-\frac{x-1}{3}$ 的值与 $7-\frac{x+3}{5}$ 的值相等？

综合运用

4. 物体从高处自由落下时，经过的距离 s 与时间 t 之间有 $s=\frac{1}{2}gt^2$[1] 的关系，这里 g 是一个常数. 当 $t=2$ 时，$s=19.6$，求 $t=3$ 时 s 的值（t 的单位是秒，s 的单位是米）.

（提示：先求出常数 g 的值.）



[1] $s=\frac{1}{2}gt^2$ 是自由落体运动公式，其中 s 和 t 是变量，它们分别表示物体自由下落的距离和时间；g 是常量（$g=9.8$ 米/秒^2），它叫做重力加速度.

1. 复习题 2 中“复习巩固”的题目有两类：

(1) 列式表示实际问题中的数量；

(2) 解一元一次方程.

这些题目虽然简单，但是基础性强，学生应能很熟练地完成它们.

2. 复习题 2 中“综合运用”的题目有 3 道.

第 4 题的式子 $s=\frac{1}{2}gt^2$ 是个公式，当其中三个字母有两个用数替换后，这个等式就成为一元一次方程. 由于 g 是常数（重力加速度），不论 s 和 t 如何变化，g 都不发生变化，所以解本题时需要先求出 g 的值，再根据它和 $t=3$ 求出 s. 这题可以让学生体验解题中“间接求解”迂回考虑问题的方法.

第 5 题是我国古代数学著作《算学启蒙》中的一道行程问题，解题中可以重温行程问题中的基本数量关系.

第 6 题也是行程问题，但它与前面的行程问

[1] 首次相遇时，两人出发后所走路程的和是400 m；再次相遇时，两人所走路程的和是800 m.

[2] 这里所说的“什么情况下”指“在这个游泳馆游泳多少次”.

[3] 观察表盘可以发现：60分钟里时针转过30°(从表盘上的“3”到“4”)，分针转过360°. 因此，时针的转速是0.5°/分，分针的转速是6°/分.

3：00时，分针与时针成直角；两针重合时，分针比时针多转90°；到两针成平角时，分针比时针多转180°+90°；到两针又成直角时，分针比时针多转90°+90°.

5. (我国古代问题)❶跑得快的马每天走240里，跑得慢的马每天走150里. 慢马先走12天，快马几天可以追上慢马?

6. 运动场的跑道一圈长400 m. 甲练习骑自行车，平均每分骑350 m；乙练习跑步，平均每分跑250 m. 两人从同一处同时反向出发，经过多少时间首次相遇？又经过多少时间再次相遇?[1]



拓广探索



7. 一家游泳馆每年6～8月出售夏季会员证，每张会员证80元，只限本人使用，凭证购入场券每张1元，不凭证购入场券每张3元. 试讨论并回答：[2]

(1) 什么情况下，购会员证与不购证付一样的钱?

(2) 什么情况下，购会员证比不购证更合算?

(3) 什么情况下，不购会员证比购证更合算?

8. 你能利用一元一次方程解决下面的问题吗?

在3时和4时之间的哪个时刻，钟的时针与分针：

(1) 重合；　(2) 成平角；　(3) 成直角.



(提示：分针转动的速度是时针的12倍，3:00分针与时针成直角.)[3]

❶ 这道题选自我国元朝朱世杰所著的《算学启蒙》(1299年). 原题是：“良马日行二百四十里，驽马日行一百五十里. 驽马先行一十二日，问良马几何追及之. 答曰：二十日.” 题中的“里”是我国旧用长度单位.

题有变化，这题中的行走方式是环绕运动场转圈. 解题时需从分析这样运动的特征入手，考虑到相遇时两人所经过的路程之和是运动场周长的整数倍.

3. 复习题2中“拓广探索”的题目有3道.

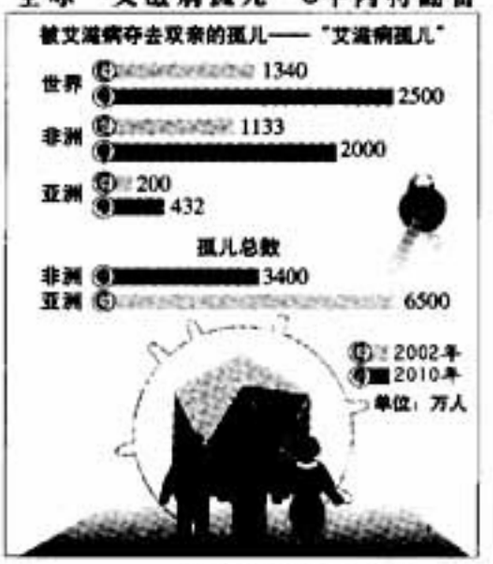
第7题要分“等于”“小于”和“大于”三种大小关系考虑问题. 题中情况的区分是以买多少张票为界限的. 答第(1)问时，可以设买x张票时有无会员卡花钱总数相等. 第(2)(3)问可以根据第(1)问的结果考虑.

第8题是要数形结合考虑的问题，由观察可知时针、分针的转速各是多少，再考虑它们所转角度之间的关系，就能列出相应方程. 在第(1)问中，解方程$6x-0.5x=90$，得$x\approx16.4$，由此可知约在3时16分（精确到分）两针重合；第(2)(3)问解法与此类似，它们所对应的方程分别是

$$6x-0.5x=180+90,$$

9. 下图是题为《全球“艾滋病孤儿”[1]8年内将翻番[2]》的统计图（新华社2002年7月11日发布）.

请分析图中数据，编出问题，并利用一元一次方程解决问题.



[1] 这是一幅根据2000年的统计数据对2008年的数据进行推断后画出的图. 图中用黄色条形表示2000年数据，蓝色条形表示推断出的2008年数据. 从两种颜色条形的长短对比，可以看出8年内全球“艾滋病孤儿”数目将接近翻番（即成倍增长）. 这种严峻的局势，使得我们必须重视对艾滋病的防治.

[2] “艾滋病孤儿”指父母都死于艾滋病的孤儿. 图中下部的“孤儿总数”指所有孤儿（“艾滋病孤儿”是其中一部分）的人数.

$$6x-0.5x=90+90.$$

第9题的设计是：让学生先读懂一幅表示一些数据的图，再分析这些数据有什么关系，在此基础上试编问题，并利用一元一次方程解决自己编的问题.

这题使用图表示一些数据，这种形式在实际中经常使用，有必要让学生接触并了解它.

编题是开放性很强的活动，可以让学有余力的学生尝试它.

本题反映了艾滋病蔓延的严峻局势，可以引起学生重视预防艾滋病的传染.

4. 小结复习的教学应与复习题配合，特别还应结合学生学习中存在的问题，补充一些更有针对性的题目.

Ⅲ 习题解答

习题 2.1

1. (1) $a+5$；　(2) $\frac{1}{3}b$；

(3) $2x+10$；　(4) $\frac{1}{3}x-y$；

(5) $3a+5$；　(6) $\frac{1}{2}b-7$.

2. (1) $a+b=b+a$；　(2) $ab=ba$；

(3) $a(b+c)=ab+ac$；　(4) $(a+b)+c=a+(b+c)$.

3. 性质 1　等式两边加(或减)同一个数(或式子)，结果仍相等.

如果 $a=b$，那么 $a\pm c=b\pm c$.

性质 2　等式两边乘同一个数，或除以同一个不为 0 的数，结果仍相等.

如果 $a=b$，那么 $ac=bc$；

如果 $a=b$，$c\neq 0$，那么 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$.

4. (1) 方程两边加 4，$x=33$.

(2) 方程两边先减 2 再乘 2，$x=8$.

(3) 方程两边先减 1 再除以 3，$x=1$.

(4) 方程两边先加 2 再除以 4，$x=1$.

5. 设获得一等奖的学生有 x 名，

$200x+50(22-x)=1\ 400$.

6. 设有 x 人种树，

$10x+6=12x-6$.

7. 设上年同期的这项收入为 x 元，

$x+0.083x=5\ 109$.

8. 设 x 月后这辆汽车将行驶 20 800 km，

$800x+12\ 000=20\ 800$.

9. 设中间小圆孔的半径是 x cm，

$100\pi-\pi x^2=200$.

10. 两数为　$10b+a$，$10a+b$；差为 $(10b+a)-(10a+b)=9b-9a=9(b-a)$.

这两数的差能被 9 整除，因为 $9(b-a)$ 是 9 的整数倍.

这两数的和为 $11(a+b)$，能被 11 整除.

11. 略.

习题 2.2

1. (1) $9x$；　(2) $-x$；　(3) $6.5y$；　(4) $\frac{5}{6}b$.

2. 略.

3. (1) $x=-4$；(2) $y=\frac{5}{6}$；　(3) $x=4$；　(4) $y=\frac{1}{2}$.

4. 设Ⅰ型洗衣机生产 x 台，Ⅱ型洗衣机生产 $2x$ 台，Ⅲ型洗衣机生产 $14x$ 台，则 $x+2x+14x=25\,500$，$x=1\,500$，$3x=3\,000$，$14x=21\,000$.

5. 设宽为 x m，长为 $1.5x$ m，$2(x+1.5x)=60$，$x=12$，$1.5x=18$.

6. 设漫灌用水 x 吨，喷灌用水 $0.25x$ 吨，滴灌用水 $0.15x$ 吨，则
$x+0.25x+0.15x=420$，$x=300$，$0.25x=75$，$0.15x=45$.

7. 设前年 10 月生产再生纸 x 吨，则
$2x+150=2\,050$，$x=950$.

8. 设这个乡去年农民人均收入 x 元，则
$x+0.2x=1.5x-1\,200$，$x=4\,000$.

9. 设其中的另一段长为 x 厘米
$x+2x-5=100$，$x=35$.

10. 设购物 x 元时，买卡与不买卡花钱相等，则
$200+0.8x=x$，$x=1\,000$.
当所购物品价格超过 1 000 元时，买卡购物合算.

11. 设火车长度为 x m，车速为 $\frac{x}{10}$ m/s，20 s 的时间中火车行使 $(x+300)$m，则

$\frac{x}{10}\times 20=x+300$，$x=300$.

习题 2.3

1. (1) $a+2$；　(2) $24b+5$；　(3) $13x-6$；　(4) $-y-6$.

2. (1) $x=19$；　(2) $x=-0.8$；　(3) $x=\frac{15}{7}$；　(4) $y=-44$.

3. (1) $x=-\frac{17}{5}$；　(2) $x=\frac{5}{6}$；　(3) $y=-1$；　(4) $y=\frac{4}{7}$.

4. 设较小的村有 x 人，较大的村有 $(2x-3)$人，则
$x+2x-3=834$，$x=279$，$2x-3=555$.

5. 设甲登山用 x 分，山高 $10x$ m，则
$10x=15(x-30)$，$x=90$，$10x=900$.

6. 设电气机车的速度为 x 千米/时，磁悬浮列车的速度为 $(5x+20)$千米/时，则
$0.5x+0.5(5x+20)=298$，$x=96$，$5x+20=500$.

7. 设无风时飞机的航速为 x 千米/时，则

$(x+24)\times 2\frac{5}{6}=3(x-24)$，$x=840$.

航程为 $3(x-24)=2\,448$(千米).

8. 设共需 x 小时完成，则

$\frac{1}{7.5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}(x-1)=1$，$x=\frac{13}{3}$，即 4 小时 20 分完成.

9. 设先安排 x 人做 2 小时，则

$\frac{2x}{80}+\frac{8(x+5)}{80}=\frac{3}{4}$，$x=2$.

10. 设鸽笼数为 x，则

$6x+3=8x-5$，$x=4$.

原有鸽子数为 $6x+3=27$.

11. 设甲有 x 只羊，乙有$(x-2)$只羊，则

$x+1=2(x-2-1)$，$x=7$，$x-2=5$.

12. 设所求的百分数是 x，则

$0.9(1+x)=1\times1$，$x=\frac{1}{9}\approx11.11\%$.

13. 设每个房间要粉刷面积为 x m^2，则

$\frac{8x-50}{3}=\frac{10x+40}{5}+10$，$x=52$.

14. 设两地的路程为 x km，则

$\frac{x-36}{2}=\frac{x+36}{4}$，$x=108$.

习题 2.4

1. 略.

2. (1) 73 ℃；　　(2) $10+3x=34$，$x=8$(分).

3. 设衣服值 x 枚银币，则

$\frac{x+10}{12}=\frac{x+2}{7}$，$x=9.2$.

4. 设标价 x 元，则

$0.9x-250=0.152\times250$，$x=320$.

5. 设每箱有 x 个产品，则

$\frac{8x+4}{5}-1=\frac{11x+1}{7}$，$x=12$.

6. 设需 x 小时两车速度相等，则

$30+20x=90-10x$，$x=2$. 车速为 $30+20x=70$(千米/时).

7. (1) 设月人均定额为 x 件，则

$\frac{4x+20}{4}=\frac{6x-20}{5}$，$x=45$.

(2) 设月人均定额为 x 件，则

$\frac{4x+20}{4}-2=\frac{6x-20}{5}$，$x=35$.

(3) 设月人均定额为 x 件，则

$\frac{4x+20}{4}+2=\frac{6x-20}{5}$，$x=55$.

8. (1) 设前 5 小时内车速为 x 千米/时，则

$5x+5(x+20)+5(x-10)=1\,262$，$x\approx81$.

另两段时间的车速分别约为 101 千米/时和 91 千米/时.

(2) 出发后 8 小时汽车行驶约 $81\times5+101\times3=708$ 千米，由地图估出汽车在临沂北部.

9. (1) 设丢番图的寿命为 x 岁，则

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x,\ x=84.$$

(2) $x-\frac{1}{2}x-4=38.$

(3) $x-4=80.$

复习题 2

1. (1) $(t+15)$℃；　(2) $0.51a$；　(3) $0.8b-10$；　(4) $\frac{a-45\,000}{30}$.

2. (1) $x=-\frac{2}{3}$；　(2) $x=4$；　(3) $x=-20$；　(4) $x=\frac{67}{23}$.

3. $x=7.$

4. $g=9.8$，$s=44.1$(m).

5. 设快马 x 天可以追上慢马，则

$240x=150(x+12)$，$x=20.$

6. 设经过 x 分首次相遇，则

$350x+250x=400$，$x=\frac{2}{3}$(分)；

又经过 $\frac{2}{3}$ 分再次相遇.

7. (1) 设购 x 张入场券时付钱一样，则

$80+x=3x$，$x=40.$

(2) 所购入场券数大于 40 时，买卡合算.

(3) 所购入场券数小于 40 时，不买卡合算.

8. (1) 分针 60 分转动 360°，转速为 6°/分，时针转速为 0.5°/分.

设 3 时 x 分时针与分针重合，则

$6x-0.5x=90$，$x\approx16.4.$

约 3 时 16.4 分两针重合.

(2) 设 3 时 x 分时针与分针成平角，则

$6x-0.5x=90+180$，$x\approx49.1.$

约 3 时 49.1 分两针成平角.

(3) 设 3 时 x 分时针与分针成直角，则

$6x-0.5x=90+90$，$x\approx32.8.$

约 3 时 32.8 分两针成直角.

9. 略.

Ⅳ 教学设计参考案例

2.1.1 一元一次方程（第1课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 了解什么是方程，什么是一元一次方程； 2. 体会字母表示数的好处、画示意图有利于分析问题、找相等关系是列方程的重要一步、从算式到方程（从算术到代数）是数学的一大进步.
	数学思考	1. 会将实际问题抽象为数学问题，通过列方程解决问题； 2. 认识列方程解决问题的思想以及用字母表示未知数、用方程表示相等关系的符号化方法.
	解决问题	能结合具体例子认识一元一次方程的定义，体会设未知数、列方程的过程，会用方程表示简单实际问题的相等关系.
	情感态度	增强用数学的意识，激发学习数学的热情.
重点	知道什么是方程、一元一次方程，找相等关系列方程.	
难点	找相等关系列方程.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　创设情境　提出问题	由学生已有的知识出发，结合章前图提出的问题等，激发学生进一步探究的欲望.
活动2　算术困难　字母帮忙	用已有的知识解决新问题遇到了困难，必须寻求新的方法——用字母来帮忙.
活动3　找到关系　列出方程	通过相等关系列出方程，揭示实际问题向数学问题的转化.
活动4　定义方程　回顾举例	给方程下定义，并回顾小学所学的方程，从而温故而知新.
活动5　归纳总结　巩固发展	通过归纳总结，找到解决实际问题的常用的方法，并巩固、发展、提高.

课 前 准 备

教　具	学　具	补充材料
课件（或相应图片）.		

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动1**」 展示问题： 1. 世界上最大的动物是蓝鲸. 一只蓝鲸重124吨，比一头大象体重的25倍少一吨. 这头大象重几吨? 2. 章前图中的汽车匀速行驶途经王家庄、青山、秀水三地的时间如表所示. 翠湖在青山、秀水两地之间，距青山50千米，距秀水70千米. 王家庄到翠湖的路程有多远?（图、表见教科书第64页）你会用算术方法解这题吗?	教师展示问题1、2，让学生充分发表意见，并给予肯定或帮助，对各种解法给予解释，并说明问题2的算术解法不容易，说明进一步学习的必要性. 学生发表见解，与同伴交流. 附：问题1算术解法：(124+1)÷25；问题2算术解法：汽车从青山到秀水用了2(即5−3)小时，两地相距120(即50+70)千米，所以车速为60(即120÷2)千米/时. 王家庄与秀水相距300(即60×5)千米，王家庄与翠湖相距230(即300−70)千米.	问题1用算术解法较容易解决，但问题2却不容易解决，这样产生矛盾冲突，使学生认识到进一步学习的必要性.
「**活动2**」 由问题2入手寻求解决问题的方法. 1. 问题1中若已知大象的重量(比如x吨)，如何求蓝鲸的重量? 2. 问题2中若知道王家庄到翠湖的路程(比如x千米)，那么王家庄距青山____千米，王家庄距秀水____千米. 从表中（第64页）得出：从王家庄到青山行车____小时，王家庄到秀水行车____小时. 汽车从王家庄到青山的速度为_____千米/时，从王家庄到秀水的速度为____千米/时.	教师提出问题，学生思考、回答：蓝鲸的重量可表示为$(25x-1)$吨. 教师结合图形与同学一起进行分析： 王家庄距青山$(x-50)$千米，王家庄距秀水$(x+70)$千米. 从王家庄到青山行车3小时，王家庄到秀水行车5小时. 汽车从王家庄到青山的速度为$\frac{x-50}{3}$千米/时，从王家庄到秀水的速度为$\frac{x+70}{5}$千米/时.	学生在小学已经学过了简易方程，对这样的式子并不陌生，如果学生有困难，可再从几个具体的数字出发. 从章前图中的表格可以得出：汽车从王家庄到青山用了3小时，到秀水用了5小时. 汽车依次经过王家庄、青山、翠湖和秀水四地，并可进一步画出示意图. 示意图有助于分析问题. 这是一个行程问题，结合示意图表示出了路程、时间、速度三个量，让学生体会到字母也可以表示数量.

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 3**」 引导学生找出相等关系列出方程. 问题：对于上面的问题，你还能列出其他方程吗？如果能，你依据的是哪个相等关系？	教师与同学一起分析： 在问题 1 中，蓝鲸的重量为 124 吨，又可表示为$(25x-1)$吨，蓝鲸的重量是保持不变的，所以可得出：$25x-1=124$. 在问题 2 中，$\frac{x-50}{3}$与$\frac{x+70}{5}$的意义是_____. 根据汽车匀速行驶，可知各段路程的车速相等，可列方程$\frac{x-50}{3}=\frac{x+70}{5}$.	让学生体会：用算术方法解题时，列出的算式只能用已知数. 而列方程时，方程中既含有已知数，又含有用字母表示的未知数. 这就是说，在方程中未知数（字母）可以和已知数一起表示问题中的数量关系. 找出相等关系是列方程的关键所在. 相等关系往往不止一个，所以列出的方程也不止一个. 例如：问题 1 也可以列出方程：$5x=124+1$. 问题 2 设王家庄距青山 x 千米，根据比例关系列方程 $x:(50+70)=3:(5-3)$，解出 x 后再计算 $x+50$.
「**活动 4**」 1. 给方程下定义： 列方程时，要先设字母表示未知数，然后根据问题中的相等关系，写出含有未知数的等式——方程. 2. 说明方程的概念. 3. 练习：根据下列条件列出方程： (1) x 的 2 倍与 3 的差是 5. (2) 长方形的长比宽大 5，周长为 36，求长方形的宽. 4. 认识什么样的方程是一元一次方程，并再次举例.	教师结合上面的过程，给出方程的定义. 请同学举出方程的例子. 教师将同学们举出的例子整理，把只含有一个未知数(元)x，未知数 x 的指数都是 1(次)的方程归为一类，再将练习所得的方程也归入其中，定义为一元一次方程. 教师定义：上面各方程都只含有一个未知数(元)，未知数的指数都是 1(次)，这样的方程叫做一元一次方程. 请学生举出一元一次方程的例子.	这是首次正式出现方程的定义，这里所说的等式指其中只有一个等号的式子，等号两边分别叫做等式的左边和右边. 学生在小学已经学过简易方程，通过举例可让学生回顾已经学过的知识，并为一元一次方程提供素材. 通过下定义、举例，进一步巩固一元一次方程的概念.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**新动5**」 1. 归纳： 分析实际问题中的数量关系，利用其中的相等关系列出方程，是用数学解决实际问题的一种方法.	教师引导学生对上面的分析过程进行思考，将实际问题转化为数学问题的一般过程： 实际问题 $\xrightarrow{\text{设未知数、列方程}}$ 一元一次方程	让学生了解用方程解决实际问题的思想及符号化的方法.
2. 练习： 根据下列问题，设未知数，列出方程，并指出是不是一元一次方程： (1) 环形跑道一周长 400 m，沿跑道跑多少周，可以跑 3 000 m? (2) 甲种铅笔每支 0.3 元，乙种铅笔每支 0.6 元，用 9 元钱买了两种铅笔共 20 支，两种铅笔各买了多少支? (3) 一个梯形的下底比上底多 2 cm，高是 5 cm，面积是 40 cm^2，求上底.	学生练习，教师巡视、辅导. 练习答案： (1) 设跑 x 周. $400x=3\,000$, (2) 设买甲种铅笔 x 支，乙种铅笔$(20-x)$支. $0.3x+0.6(20-x)=9$, (3) 设上底为 x cm. $\frac{1}{2}\times5(x+x+2)=40$. 以上方程都是一元一次方程.	及时巩固所学知识.
3. 小结： 本节课学了哪些内容? 哪些方法?	教师引导学生回忆、总结.	通过小结，使学生把所学知识进一步系统化.
4. 作业：教科书习题 2.1 第 1、5、6 题. 阅读：教科书第 70 页“阅读与思考”.		

2.2 从古老的代数书说起——一元一次方程的讨论（1）（第 2 课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 找相等关系列一元一次方程； 2. 用移项解一元一次方程.
	数学思考	1. 学习分析问题找到相等关系并通过列方程解决问题的方法； 2. 通过学习移项解一元一次方程，体会到式子变形的转化作用.
	解决问题	体会解方程中的化归思想，会移项、合并解 $ax+b=cx+d$ 型方程，进一步认识如何用方程解决实际问题.
	情感态度	通过学习“合并”和“移项”，体会古老的代数书中的“对消”和“还原”的思想，激发数学学习的热情.
重点	1. 找相等关系列一元一次方程； 2. 用移项、合并等解一元一次方程.	
难点	找相等关系列方程，正确地移项解一元一次方程.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　复习通过“合并”解方程	从学生已有的知识出发，为进一步学习做好知识准备.
活动 2　列方程解问题 2	通过问题 2，再现列方程解决实际问题的过程.
活动 3　学习“移项”解方程	通过问题 2 提供的方程，学习移项法解方程，体会知识的发展过程.
活动 4　总结	通过对移项的思考及解方程过程的总结，丰富学生的认知结构.
活动 5　练习巩固移项法解方程	通过练习、作业，巩固所学内容，逐步形成知识系统.

课 前 准 备

教　具	学　具	补充材料
课件、图片.		补充习题、课件等.

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 1**」 练习： 1. 合并： (1) $2x-5x$； (2) $-3x+0.5x$； (3) $\frac{x}{2}+\frac{3x}{2}-\frac{2x}{3}$. 2. 解下列方程： (1) $x+3x-2x=4$； (2) $6z-1.5z-2.5z=3$； (3) $3x-4x=-25-20$.	教师展示练习第 1、2 题. 学生独立完成后，与同学交流，复习已学过的知识.	通过练习，起到复习知识的作用. 这里主要复习：合并及解方程的过程，为进一步学习做准备.
「**活动 2**」 1. 展示问题 2： 把一些图书分给某班学生阅读，如果每人分 3 本，则剩余 20 本；如果每人分 4 本，则还缺 25 本，这个班有多少学生?	教师展示问题，学生自主地分析.	从学生比较熟悉的身边的问题开始，能给学生一种轻松的心理氛围，易于学生学习新知识.

问题与情境	师生行为	设计意图
2. 教师与同学一起分析： 设这个班有 x 名学生. 每人分 3 本，共分出 $3x$ 本，加上剩余的 20 本，这批书共 $(3x+20)$ 本. 每人分 4 本，需要 $4x$ 本，减去缺的 25 本，这批书共 $(4x-25)$ 本. 这批书的总数有几种表示法？它们之间有什么关系？本题哪个相等关系可作为列方程的依据呢？	教师与同学一起分析问题，找出相等关系，合理地设未知数、列式子. 师生共同分析： 这批书的总数是一个定值，表示它的两个式子应该相等，根据这一相等关系列出方程 $3x+20=4x-25$.	这里，可根据情况逐步放手，让学生自己解决，培养独立解决问题的习惯. 说明基本事实：表示同一个量的两个式子具有相等关系，这是列方程的依据.
「**新知 3**」 1. 思考：方程 $3x+20=4x-25$ 的两边都有含 x 的项($3x$ 与 $4x$)和不含字母的常数项(20 与 -25)，怎样才能使它向 $x=a$(常数)的形式转化呢？	学生分小组讨论. 分析：解方程的目标是什么？如何向目标前进？ 利用等式的基本性质可以实现向目标的转化： 为了使方程的右边没有含 x 的项，等号两边同减 $4x$；为了使左边没有常数项，等号两边同减 20. 利用等式的基本性质 1，得 $3x-4x=-25-20$.	这里渗透转化、化归的思想方法.
2. 观察：上面方程的变形，相当于把方程左边的 20 变为 -20 移到右边，把右边的 $4x$ 变为 $-4x$ 移到左边. 把某项从等式一边移到另一边时有什么变化？	教师引导学生观察，学生讨论、交流后，教师说明：像这样把等式一边的某项变号后移到另一边，叫做移项.	通过学生的思考、观察和教师的讲解得出什么是移项，便于学生理解. 教科书没有正式给出项的定义. 教学中应注意提醒学生注意：方程中的项是连同它前面的符号的，例如，解方程 $3x-20=25-2x$ 时，要移的项是 -20(由左边移到右边)和 $-2x$(由右边移到左边)，不要忽略符号.
3. 解这个方程的具体过程： $3x+20=4x-25$ ↓ 移项 $3x-4x=-25-20$ ↓ 合并 $-x=-45$ ↓ 系数化为 1 $x=45$	教师指出：与前面解方程的程序化操作相比，现在又多了一道程序（移项），并写出完整的解题过程. 通过教师书写的解题过程，可以提高学生解题的规范性.	这里，将新的内容(移项)纳入到学生原有的知识结构中去，使解方程的过程更完整. 教科书在讨论解方程时，采用框图表示解方程的过程，这是为使解法中各步骤先后顺序较清晰，渗透算法程序化的思想. 教学中不需要求学生也画框图.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动4**」 1. 思考： 移项的根据是什么？	学生思考、回答.	移项的法则是根据等式的性质1得出的. 教学中要注意得出它的过程，通过观察结果强调“变号”这个特点，使学生认识到移项法则是由于解方程的需要有依据地产生的，在理解的基础上记忆法则.
上面解方程中“移项”起了什么作用？	引导学生回答：解方程时，应使含未知数 x 的项集中于方程一边，常数项集中于另一边. 解方程就是要使方程不断向 $x=a$ 的形式转化.	结合解方程的过程，让学生思考有关步骤（如“合并”“移项”等）的作用，是为了让学生反复体会化归的思想，教学中可以引导学生联系解方程的目标体会解法.
2. 数学小史： 解方程时经常要“合并”和“移项”，前面提到的古老的代数书中的“对消”和“还原”，指的就是“合并”和“移项”，早在一千多年前，数学家阿尔－花拉子米就已经对“合并”和“移项”非常重视了.	教师讲解.	这里实际上回答了本节开头提出的问题，让学生重视移项的作用.
3. 小结： 本节课学习了哪些内容？ （根据相等关系列方程，通过移项来解方程，用方程来解实际问题等）	师生共同小结： 问题2的相等关系是什么？ 什么是移项？为什么要移项？移项时要注意些什么？ 解方程的过程是什么？ 回顾用方程来解实际问题的过程.	问题2所建立的方程，依据了“表示同一个量的两个式子相等”这一基本相等关系. 再次回忆解决问题2的过程，体会问题解决的过程（教科书第81页框图）.
「**活动5**」 1. 练习： 解下列方程： (1) $x+5=4$； (2) $2x-8=3x$； (3) $6x-7=4x-5$； (4) $4x-7=3x+7$； (5) $\frac{1}{2}x-6=\frac{3}{4}x$. 列方程解应用题：教科书习题2.2第8题. 2. 作业： 教科书习题2.2第2、3、7、9题. 学生用书同步练习.	学生练习，教师巡视、辅导. 教师要注意学生分析问题和解题过程.	及时巩固所学知识.

2.2 从古老的代数书说起——一元一次方程的讨论（1）（第4课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 一元一次方程解决实际问题； 2. 会通过移项、合并解一元一次方程； 3. 知道用一元一次方程解决实际问题的基本过程.
	数学思考	1. 会将实际问题转化为数学问题，通过列方程解决问题； 2. 体会数学的应用价值.
	解决问题	会设未知数，并能利用问题中的相等关系列方程，对于列出的方程能用“移项”等方法来解，通过分析解决手机收费问题，进一步了解用方程解决实际问题的基本过程.
	情感态度	通过学习，更加关注生活，增强用数学的意识，从而激发学习数学的热情.
重点	会用一元一次方程解决实际问题.	
难点	将实际问题转化为数学问题，通过列方程解决问题.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　创设问题情境	由问题引入课题，激发学生学习的欲望.
活动2　对问题进行分解	将问题分解成几个小问题，让学生学会分析问题的方法.
活动3　列出方程解决问题	找出相等关系列出方程，将实际问题数学化.
活动4　问题深入化	进一步提出问题，让学生感受到数学的使用价值.
活动5　归纳、总结、巩固、提高	巩固所学方法，并归纳、总结、提高.

课 前 准 备

教　具	学　具	补充材料
课件（或相应图片）.		补充练习、数学实验报告等.

教学过程设计

<table>
<tr><th>问题与情境</th><th>师生行为</th><th>设计意图</th></tr>
<tr>
<td>「新知 1」
展示问题：
小平的爸爸新买了一部手机，他从电信公司了解到现在有两种移动电话计费方式：
<table>
<tr><td></td><td>全球通</td><td>神州行</td></tr>
<tr><td>月租费</td><td>50 元/月</td><td>0</td></tr>
<tr><td>本地通话费</td><td>0.40 元/分</td><td>0.60 元/分</td></tr>
</table>
他正为选哪一种方式犹豫呢？你能帮助他作个选择吗？</td>
<td>教师展示问题：小平的爸爸为什么犹豫？
让学生发表看法：应该选哪一种方式更省钱？
为帮助学生理解，教师可作解释：用“全球通”每月收月租费 50 元，此外根据累计通话时间按 0.40 元/分加收通话费；用“神州行”不收月租费，根据累计通话时间按 0.60 元/分收通话费.</td>
<td>这是一道有关移动电话收费的问题. 由于移动电话（手机）在我国已很普及，选择经济实惠的收费方式很有现实意义. 这里以问题形式出现，激发学生学习数学的热情.</td>
</tr>
<tr>
<td>「新知 2」
问题：
（1）一个月内通话 200 分和 300 分，按两种计费方式各需交费多少元？

（2）对于某个通话时间，两种计费方式的收费会一样吗？

（3）怎样选择计费方式更省钱呢？</td>
<td>教师引导学生将问题分解为若干个小问题，适合于初一学生的认识水平.
问题（1）是一个具体的问题，教师要帮助学生理解问题：
“移动电话月交费用”等于“月租费”加“通话费”，其中通话费等于单价（元/分）乘通话时间（按分计算）.
通话 200 分，按两种计费方式各需交费：
50＋0.40×200＝130(元)，
0.60×200＝120(元).
类似地，通话 300 分，按两种计费方式各需交费：170(元)，180(元).
<table>
<tr><td></td><td>全球通</td><td>神州行</td></tr>
<tr><td>200 分</td><td>130 元</td><td>120 元</td></tr>
<tr><td>300 分</td><td>170 元</td><td>180 元</td></tr>
</table>
</td>
<td>理解问题本身是解决问题的基础，本例是通过表格形式给出已知数据的，需要结合页边注释，先了解有关实际背景. 类似这样用表格表达数量关系的实际问题很多，因此应注意培养学生这方面的读题能力.

这里用表格形式给出答案，便于学生对问题（2）的分析，从表格可以看出：通话 200 分，“全球通”比“神州行”的费用多，但通话 300 分，“全球通”比“神州行”的费用少，那么通话时间在 200 分～300 分时，两种计费方式的收费会有一样的可能吗？</td>
</tr>
</table>

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动3**」 解决上述问题（2）： 设累计通话 t 分，则用“全球通”要收费$(50+0.4t)$元，用“神州行”要收费 $0.6t$ 元，如果两种计费方式的收费一样，则 $0.6t=50+0.4t$.	先与同学一起做数学实验. 通过实验，找出通话时间为250分时，两种计费方式的收费一样. 教师引导学生用方程来解决问题. 问题转化为数学问题（一元一次方程）后，由学生自行解决： 移项，得 $0.6t-0.4t=50$. 合并，得 $0.2t=50$. 系数化为1，得 $t=250$. 由上可知，如果一个月内通话250分，那么两种计费方式的收费相同.	通过数学实验，先给学生感性认识，再从具体到抽象用字母来表示，其中的相等关系便可方便地找到了. 列出方程后，实际问题转化为数学问题了，至此本问题已得到初步解决. 练习解方程的技能.
「**活动4**」 1. 解决问题（3）： 怎样选择计费方式更省钱呢？ 如果一个月内累计通话时间不足250分，那么选择“神州行”收费少；如果一个月内累计通话时间超过250分，那么选择“全球通”收费少. 2. 根据以上解题过程，你能为小平的爸爸作选择了吗？ 如果小平的爸爸业务活动较多，与外界的联系一定不少，手机使用时间肯定多于250分，那么，他应该选择“全球通”.	教师结合上面的过程，提出问题：当通话时间不等于250分时，计费方式会怎样呢？ 学生讨论、交流后回答. 教师给出讲解和书写过程. 师生共同活动，体现本题的价值所在. 教师再提出问题： 如果小平的爸爸与外界交往较少，你知道他应该怎么选择了吗？假如你爸爸也遇到同样问题，请为你爸爸作个选择.	这个选择是开放性的，答案与通话时间有关，应根据通话时间与250分的大小关系作出选择. 通过类似问题的回答，可以培养学生用数学的意识，体会到数学的使用价值.
「**活动5**」 1. 归纳： 用一元一次方程分析和解决实际问题的基本过程.	教师和学生一起再次总结出解决实际问题的过程.（教科书本章小结中的知识结构图）	结合本题的具体过程，帮助学生加深认识，培养应用数学于现实生活的意识.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
2. 练习： 按某种规定，个人发表文章、出版图书所得稿费应该缴纳个人收入调节税，计算方法是： (1) 稿费不高于800元的，不纳税； (2) 稿费高于800元但不超过4 000元的，应交纳超过800元的那一部分的14%的税款； (3) 稿费高于4 000元的，应该交纳全部稿费的11%的税款. 按照这样的规定，会出现所得稿费多的人与所得稿费少的人纳税一样多吗？会出现所得稿费多的人反而比所得稿费少的人纳税少吗？	学生练习，教师巡视、辅导. 练习答案： 设稿费正好是4 000元所交税款与稿费 y 元($y>4\ 000$)所交税款一样多，列方程如下：$(4\ 000-800)\times 14\%=11\%y$，解出 $y=4\ 072.73$. 因此，当稿费等于4 072.73元时，与所得稿费正好是4 000元的人纳税一样多；当稿费小于4 072.73元大于4 000元时，所纳税反而比所得稿费4 000元所纳税少；当稿费大于4 072.73元时，所得稿费多的人比所得稿费少的人纳税多.	本题可以根据学生情况，灵活安排.
3. 小结： 本节课你学到了什么？	教师引导学生回忆、总结.	通过小结，使学生把所学知识进一步系统化.
4. 作业： 教科书习题2.2第10、11题； 学生用书同步练习.		

2.3 从“买布问题”说起
——一元一次方程的讨论（2）（第3课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 学习根据题意列方程； 2. 学习去分母解一元一次方程； 3. 了解一元一次方程解法的一般步骤.
	数学思考	会通过列方程解决实际问题，并会将含有分母的方程化归成已经熟悉的方程，逐步体会化归的方法，掌握解方程的程序化方法.
	解决问题	结合从实际问题中得出的方程，学会用“去分母”解一元一次方程，进一步体会化归思想.
	情感态度	埃及古题带来新情境，新情境引入新问题（如何去分母），使学生的探究欲望再次得到激发.
重点	1. 学会去分母解一元一次方程； 2. 结合例题了解一元一次方程解法的一般步骤.	
难点	去分母.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　埃及古题引出新问题	通过埃及古题引出新问题（如何解含有分母的一元一次方程），引导学生进一步探究.
活动 2　新问题转化为老问题	通过问题的转化（去分母化成已熟悉的方程），再次体会化归的思想方法.
活动 3　解一元一次方程的完整过程	完整地解一元一次方程，从而解决埃及古题.
活动 4　回顾、总结、巩固	总结解一元一次方程的完整过程，并练习巩固.
活动 5　解决本章引例中的问题	通过解决本章引例中的问题，前后呼应，体现本章问题解决的思想.

课 前 准 备

教　具	学　具	补充材料
课件.		

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 1**」 展示问题： 伦敦博物馆保存着一件极其珍贵的文物——纸莎草文书. 这是古代埃及人用象形文字写在一种特殊的草上的著作，它于公元前 1700 年左右写成，至今已有三千七百多年. 草片文书中记载了许多有关数学的问题，其中有如下一道著名的求未知数的问题. 问题：一个数，它的三分之二，它的一半，它的七分之一，它的全部，加起来总共是 33.	教师展示问题，让学生思考： 用数学符号表示，这道题就是方程 $\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x+x=33.$ 教师提出问题： 怎样解这个方程呢? 学生思考、交流，得出共识： 方程中有些系数是分数，能否化去分母，把系数化成整数呢?	当时的埃及人如果把问题写成这种形式，它一定是“最早”的方程. 教科书从古代埃及的纸莎草文书说起，这是能反映古埃及文明的一件珍贵文物，其中有关数学的内容非常丰富. 本节通过纸莎草文书中一道有关数量的问题，引出带有分母的一元一次方程，进而讨论用去分母的方法解这类方程. 这样选材可以起到介绍悠久的数学文明的作用.

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动2**」 以解方程 $\frac{3x+1}{2}-2=\frac{3x-2}{10}-\frac{2x+3}{5}$ 为例，根据等式的基本性质2，为去分母可以在方程两边同时乘10（各分母的最小公倍数），于是方程左边变为 $10\times\left(\frac{3x+1}{2}-2\right)=?$ 问题：去了分母，方程右边变为什么？	教师引导学生一起解决： 方程左边$=10\times\frac{3x+1}{2}-10\times2=5(3x+1)-20$. （注意：这里易犯的错误：方程左边$=5(3x+1)-2$，应提醒学生去分母时不能漏乘） 学生自行解决方程右边： 方程右边$=(3x-2)-2(2x+3)$.	通过“去分母”使方程的系数都化为整数，可以使解方程中减少分数运算，从而计算更方便. 去分母的依据是等式性质2，即“等式两边乘同一个数，结果仍相等”. 选择方程中各分母的最小公倍数，既能化去分母又使所乘的数最小，因此一般采用这种方法. 提醒学生：去分母时，方程两边的每一项都要乘同一个数，不要漏乘某项. 方程中写在同一条分数线上下的部分，可以被认为是一项. 例如，在方程 $\frac{3x+1}{2}-2=\frac{3x-2}{10}-\frac{2x+3}{5}$ 中，可以认为左右两边各有两项，它们分别是 $\frac{3x+1}{2}$，-2，$\frac{3x-2}{10}$，$-\frac{2x+3}{5}$.
「**活动3**」 解这个方程的过程： $\frac{3x+1}{2}-2=\frac{3x-2}{10}-\frac{2x+3}{5}$ ↓ 去分母(方程两边同乘各分母的最小公倍数) $5(3x+1)-10\times2=(3x-2)-2(2x+3)$ ↓ 去括号 $15x+5-20=3x-2-4x-6$ ↓ 移项 $15x-3x+4x=-2-6-5+20$ ↓ 合并 $16x=7$ ↓ 系数化为1 $x=\frac{7}{16}$.	教师与同学一起完成. 去分母后，应尽可能让学生完成，并让学生逐步总结解一元一次方程的过程.	将这幅框图与前面框图进行比较，看看有什么相同之处和不同之处. （比前面框图多了去分母这一步） 通过解题过程的体验、与前面框图的比较，丰富学生已有的解一元一次方程的方法，使学生对解方程的知识更加完整.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动4**」 1. 解埃及古题中的方程：根据等式的基本性质2，在方程两边同时乘42（各分母的最小公倍数），即 $42\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{7}x+x\right)=42\times33.$ 根据分配律，得 $28x+21x+6x+42x=1\ 386.$ 合并，得 $97x=1\ 386.$ 系数化为1，得 $x=\frac{1\ 386}{97}.$	学生练习，教师指导. 让学生体验解方程的完整过程.	本题当然也可以不通过去分母来做，直接进入合并这一过程也行. 采取哪些步骤取决于要解什么形式的方程，各种步骤都是在化归思想（使方程向$x=a$形式转化）支配下有针对性地采用的.
2. 回顾： 通过解以上两方程，可以得出： 一元一次方程解法的一般步骤. 解方程的目标是求出其中的未知数（例如x），通过去分母、去括号、移项、合并、系数化为1等步骤，就可以使一元一次方程向着$x=a$的形式转化.	教师与同学共同回顾具体方程的解法，引出一元一次方程解法的一般步骤. 同时说明：解题时，需要采取灵活、合理的步骤，不能生搬硬套、机械模仿.	还要让学生明白：一元一次方程的解法，主要依据是等式的性质和分配律等. 解一元一次方程的步骤可以看作解方程的程序，解方程就是执行这个程序.
3. 练习： 第90页（1）、（2）题.	学生练习，教师巡视、辅导.	
「**活动5**」 1. 解决本章引例中的问题，解方程： $\frac{x-50}{3}=\frac{x+70}{5}$ 解：去分母，得 $5(x-50)=3(x+70).$ 去括号，得 $5x-250=3x+210.$ 移项，得 $5x-3x=210+250.$ 合并，得 $2x=460.$ 系数化为1，得 $x=230.$	学生练习、巩固. 让学生再次体会解一元一次方程的步骤.	及时巩固所学知识. 至此，前后呼应，体现了本章问题解决的主线.
2. 作业：教科书习题2.3第3题. 学生用书同步练习.		

V 拓展资源

1. 代数与几何的渊源一样长，从算术到代数是随着实际需要不断地发展的. 未知数 x 等符号的引入使算术学科变成代数学科，有了符号体系，使数学的书写比在算术阶段更紧凑、更有效、更抽象，也更能反映一般规律，这样就有更广泛的应用. 第一个使用符号体系的是公元 3～4 世纪的希腊人丢番图，他的符号体系称为“缩写代数”，但是这种符号体系还有许多缺陷. 真正的“符号代数”是 16 世纪法国人韦达首先创立，后来经过法国人笛卡尔改进完成的. 现在使用的符号体系最多只有 400 年左右的历史.

2. 关于代数式的表示，应注意以下几点：

(1) 用加、减、乘、除、乘方、开方等运算符号将数和表示数的字母连接而成的式子是代数式.

(2) 代数式中出现的乘号一般用“·”或省略不写，例如 4 乘 a 写作 $4a$.

(3) 在代数式中出现除法运算时，一般按分数的写法来写，例如 a 除以 t 写作 $\frac{a}{t}$.

(4) 代数式中大于 1 的分数系数一般写成假分数，例如 $\frac{5}{3}a$.

本章未出现代数式一词，但是已经在暗中使用它.

3. “方程”一词来源于我国古算书《九章算术》. 在这本著作中，已经会列一元一次方程. 近代意义的方程及其表示始于用 x，y，z 代表未知数. 法国数学家笛卡尔把未知数和常数通过代数运算所组成的方程称为代数方程. 在 19 世纪以前，方程一直是代数的核心内容.

4. 实际生活中的很多问题与数学有关，我们需要将实际问题转化成数学问题，通过解决相应的数学问题去解决实际问题，这就是数学建模的意义. 数学模型的建立是一个“实际——数学——实际”的过程. 数学建模重在建，在现实生活中面临的实际问题，往往难于表述成数学的形式，需要通过数学建模的学习和实践，培养将实际问题抽象成数学问题的能力.

方程是一种重要的数学模型，在实际问题中很多问题可以通过方程解决，如行程问题、工程问题、增长率问题等. 建立方程模型的关键是找出问题中的等量关系，通过列表、画图等方法能清楚地分析复杂问题中的数量关系，多角度地分析问题，发现列出方程的依据. 得到方程的解后，一般应检验它是否符合实际问题的意义.

本章教科书引导学生经历建立方程模型的数学化的过程，理解应用方程解决实际问题的意义，培养学生应用数学解决实际问题的意识.

5. 同类项指所含字母相同并且相同字母的指数相同的项. 例如

$$5x \text{ 与 } -3x，\ 2a^2b \text{ 与 } -5a^2b.$$

说明：(1) 常数项与常数项是同类项；(2) 同类项与系数大小无关；(3) 同类项与字母的排列顺序无关.

合并同类项：将同类项合并成一项，具体方法是将同类项中的数字因数（系数）相加，字母和字母的指数不变.

本章中的“合并”指合并含未知数的项或合并常数项，这属于合并同类项.

6. 如果两个方程的解完全相同，它们叫同解方程.

方程的同解原理 1：方程的两边都加上（或减去）同一个数或同一个整式，所得的方程与原方程是同解方程.

方程的同解原理 2：方程的两边都乘（或除以）同一个不为 0 的数，所得的方程与原方程是同解方程.

一元一次方程解法的一般步骤中的各步（去分母、移项、系数化为 1 等）都可以使所得方程与原方程同解.

7. 一元一次方程的标准形式：$ax+b=0(a\neq 0)$. 一元一次方程的最简形式：$ax=b(a\neq 0)$. 在解方程时，总是将方程化成最简形式，然后化系数为 1.

一般地，如果不设定 $a\neq 0$，则关于 x 的方程 $ax=b$ 的解有如下的讨论.

当 $a\neq 0$ 时，方程有唯一解 $x=\dfrac{b}{a}$；

当 $a=0$，$b=0$ 时，方程的解为一切数；

当 $a=0$，$b\neq 0$ 时，方程无解.

关于绝对值方程 $|x|=a$ 的解：当 $a\geqslant 0$ 时，$x=\pm a$；当 $a<0$ 时，无解.

8. 存贷款、纳税等经济活动都与利息、税率有关，可以让学生进行这方面的调查，并以方程为工具分析解决有关问题.

（1）存贷款问题中有以下几个基本的量.

本金：存入银行的钱或由银行贷出的钱.

利息：银行付给储户的酬金或贷款户付给银行的酬金，利息＝本金×利率×期数.

利率：利息与本金的比.

本息和：本金与利息的和，本息和＝本金＋利息.

（2）关于个人所得税的问题

随着我国法制制度的逐步健全，公民享有充分的权利和义务，依法纳税是每一个公民应尽的义务.《中华人民共和国个人所得税法》规定，公民全月工资、奖金等所得不超过 800 元的不必纳税，超过 800 元的部分为全月应纳税所得额，此项纳税按下表分段累进计算：

应纳税所得额	税率
不超过 500 元部分	5%
超过 500 元到 2 000 元部分	10%
超过 2 000 元到 5 000 元部分	15%
超过 5 000 元到 20 000 元部分	20%
……	…

若某人一个月的收入为 1 500 元，则应纳税 500×5%＋200×10%＝45 元；若某人上月缴了

250 元的税，说明他上月的收入在 2 800 元到 5 800 元之间，其中 2 800 元的纳税额为 95 元，若设超过 2 800 元的部分为 x 元，则 $x \cdot 15\% = 250 - 95$，$x = 1\,033.3$ 元，于是知道这个人上月的收入是3 833.3 元.

9. 关于最佳方案的问题

在现实生活中会有一些问题，由于各方面的原因需要选择最佳的解决问题的方案. 例如顾客在购买某种商品时有几种打折的方法，顾客要选择最佳的优惠方法；在各种工程的招投标中，要选择最佳的投标方案，用较少的投资获得最好的效益和质量，下面以上网的收费方式为例说明最佳方案选择的数学内涵. 某地上网有两种收费方式，用户可以任选其一：

（A）记时制：2.8 元/时.

（B）包月制：60 元/月.

此外，每一种上网方式都加收通信费 1.2 元/时.

（1）某用户上网 20 小时，选用哪种上网方式比较合算？

若设用户上网的时间为 t 小时，则（A）种方式的费用为 $2.8t + 1.2t = 4t$（元）；（B）种方式的费用为 $60 + 1.2t$（元）.

当 $t = 20$ 时，$4t = 80$，$60 + 1.2t = 84$，因为 $80 < 84$，所以选择（A）种方式比较合算.

（2）某用户有 120 元钱用于上网（一个月），选用哪种方式比较合算？

若用户有 120 元钱，由题意得到下列两个方程：$4t = 120$，$60 + 1.2t = 120$. 解得 $t_1 = 30$，$t_2 = 50$. 因为 $30 < 50$，所以用户选择（B）种方式比较合算.

（3）请你为用户设计一个方案，使用户能合理地选择上网方式.

因为当两种方式费用相同时，即 $4t = 60 + 1.2t$，解得 $t = \frac{150}{7}$. 所以上网时间 $t = \frac{150}{7}$ 小时两种方式一样合算；当上网时间 $t < \frac{150}{7}$ 小时，选用（A）种方式合算；当上网时间 $t > \frac{150}{7}$ 小时，选用（B）种方式合算.

这里利用方程等知识解决了最佳上网收费方案问题，根据上网的时间的不同选择经济、合理的方式.

10. 小故事：百岁父子

有一户人家，父亲与儿子同一天过生日，每逢父子俩过生日，家里总要热闹一番.

有一次庆贺生日时，父亲对儿子说：“当我们俩的年龄加起来刚好是一百岁时，就能称为‘百岁父子’，到时候应该好好庆贺一下.”

舅舅在旁边说：“什么时候庆贺？我一定来凑热闹！”

儿子说：“还有几年，快了.”

舅舅说：“我记不清你们现在究竟几岁了？快说说还有几年？”

父亲说：“我 38 岁那年，儿子 10 岁，现在年龄是儿子年龄的两倍. 你想，现在我们父子各是几岁？再过几年两人年龄加起来等于 100 岁？谁让你记不清，只有请你动脑筋！”

你说舅舅能解决吗？能用方程解吗？

11. 与托尔斯泰有关的数学问题

列夫·托尔斯泰是俄罗斯文学家，是《战争与和平》《安娜·卡列尼娜》《复活》等世界文学名

著的作者. 据说列夫·托尔斯泰在文学工作之余对数学也很感兴趣，他还写过一本算术课本.

(1) 在物理学家辛格尔的回忆录里，曾提到列夫·托尔斯泰很喜欢的一道算术题：

一组割草人要把两片草地的草割完，两片草地一大一小，大的比小的大一倍. 大家先都在大片草地上割了半天，午后分成两组，一半人继续在大片草地上割，到下午收工时恰好割完；另一半人到小片草地割，到收工时还剩一小块，这一小块次日又由一人去割，恰好需要一天工夫. 问这组割草人共有多少人?

(2) 下面一道题是列夫·托尔斯泰与少年朋友在一起时出的.

一只天鹅在天空中飞翔时遇到了一群天鹅，它向群鹅问好："你们好啊，100 只天鹅." 群鹅回答说："我们不是 100 只，但是如果以我们这么多，再加上一个这么多，再加上我们的一半，再加上我们的一半的一半，你也加进来，那么我们就是 100 只了." 问天上飞的群鹅有多少?

(3) 当托尔斯泰这位文学巨匠逝世后，一道关于他的算题悄然传开：伟大的文学家托尔斯泰活了 82 岁，他在 19 世纪比在 20 世纪多活了 62 岁，问他是哪一年生的? 哪一年逝世的?

12. 利用电子表格 Excel 制作一个校历，并探索校历中的数的排列规律.

先利用 Excel 完成 11 月的校历，再利用 Excel 即选即算的功能，多次选取九个数，发现所选数的平均值与所选数有什么关系. 你能对此说明吗?

发现：所选的数的平均数恰巧是所选数正中间的那一个.

本学年度11月份校历

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

平均值=14　　NUM

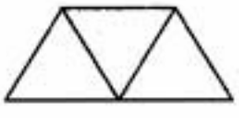
日历中数字上下左右有如下关系：

$$\begin{array}{ccc} x-8 & x-7 & x-6 \\ x-1 & x & x+1 \\ x+6 & x+7 & x+8 \end{array}$$

所选数字正中一个如果设为 x，那么其他数应该呈现如图规律，所以平均值为

$$\frac{(x-8)+(x-7)+(x-6)+(x-1)+x+(x+1)+(x+6)+(x+7)+(x+8)}{9}=x.$$

13. 做一做：请同学们带学具：一盒火柴.



....

按上图所示用火柴棍搭三角形，搭 5 个、6 个、10 个三角形各需要多少根火柴棍？搭 n 个三角形呢？搭 1 000 个三角形呢？

14. 用方程研究钟表中的问题

钟表是日常生活中的计时工具. 我们观察钟表可以发现钟表中有许多数学内容，例如我们可以思考在 0 时到 12 时之间，钟表上的时针与分针在什么时候成 60°的角？秒针与时针共有几次成 60°的角？

分析：将上述问题看成圆周上的追击问题. 设分针的速度是 1 单位长度/分，则时针的速度是 $\frac{1}{12}$单位长度/分，将分针与时针看成是在环形跑道上同时（从 0 时开始）同向而行，求两者相距 10 单位长度所用的时间.

【略解】设从 0 时开始，过 x 分钟后时针与分针成 60°的角，此时分针比时针多走了 $n(n=0, 1, 2, 3, \cdots, 11)$ 圈，则 $x-\frac{x}{12}=60n+10$ 或 $x-\frac{x}{12}=60n+50$，从而解得满足题意的 22 个解；0 时到 12 时之间，秒针相对于时针走了 719 圈，共有 $719\times2=1\,438$ 次成 60°的角.

Ⅵ 评价建议与测试题

一、评价建议

1. 本章主要内容包括：一元一次方程及其相关概念，一元一次方程的解法，利用一元一次方程分析与解决实际问题. 其中，以方程为工具分析问题、解决问题，即建立方程模型是全章的重点，同时也是难点. 确定评价内容时，应注意教学的主要内容，并突出重点.

2. 本章教材中，分析实际问题中的数量关系并用一元一次方程表示其中的相等关系，是始终贯穿于全章的主线，而对一元一次方程的有关概念和解法的讨论，是在建立和运用方程这种数学模型的大背景之下进行的. 设计测验题时，不仅要注重基础知识和基本技能，还要有一定数量的实际问题.

3. 除普通形式的测验外，可以考虑用多种形式进行评价. 例如，以小组合作学习的形式，分析解决一些开放性的问题，并写出心得体会，通过交流进行评价.

二、测试题（时间：45 分钟　满分：100 分）

内　　容	设计意图
一、**填空题**（每小题 2 分，共 20 分）： **1.** 白天的温度是 12 ℃，夜间下降了 t ℃，则夜间的温度是_____℃. **2.** 去括号合并：$2(a-b)-(2a+3b)=$_____.	此题意在考查学生用含有字母的式子列式. 此题意在考查学生去括号法则和合并.

内　容	设计意图
3. 方程 $2y-6=y+7$ 变形为 $2y-y=7+6$，这种变形叫_____，根据是_____.	此题意在考查学生解方程中的移项及等式性质 1.
4. $x=3$ 是方程 $11-2x=ax-1$ 的解，则 $a=$_____.	此题意在考查学生对方程解的概念的理解.
5. 当 $x=$_____时，式子 $\frac{3-2x}{2}$ 与 $\frac{2-x}{3}$ 互为相反数.	
6. 甲班有 a 人，乙班的人数是甲班人数的 2 倍少 b 人，则乙班人的人数为_____.	此两题意在考查学生对实际问题的数量关系的表达方式.
7. 某厂产值每年平均增长 $x\%$，若第一年的产值为 50 万元，则第二年的产值为_____万元.	
8. 如果 2、2、5 和 x 的平均数为 5，而 3、4、5、x 和 y 的平均数也是 5，那么 $x=$_____，$y=$_____.	此题意在考查学生对平均数概念的理解和解简单方程.
9. 飞机在 A、B 两城之间飞行，顺风速度是每小时 a 千米，逆风速度是每小时 b 千米，则风的速度是每小时_____千米.	
10. 某公司 2002 年的出口额为 107 万美元，比 1992 年出口额的 4 倍还多 3 万美元，设公司 1992 年的出口额为 x 万美元，可以列出方程：_____.	此题意在考查学生列方程.
二、**选择题**（每小题 3 分，共 18 分）：	
11. 下列四个式子中，是方程的是(　　) (A) $1+2+3+4=10$.　(B) $2x-3$. (C) $x=1$.　(D) $\left\|1-\frac{1}{2}\right\|=\frac{1}{2}$.	此题意在考查学生对方程概念的理解.
12. 在解方程 $\frac{x-1}{2}-\frac{2x+3}{3}=1$ 时，去分母正确的是(　　) (A) $3(x-1)-2(2+3x)=1$.　(B) $3(x-1)-2(2x+3)=6$. (C) $3x-1-4x+3=1$.　(D) $3x-1-4x+3=6$.	
13. 一个两位数，个位数字与十位数字的和是 9，如果将个位数字与十位数字对调后所得新数比原数大 9，则原来的两位数是(　　) (A) 54.　(B) 27.　(C) 72.　(D) 45.	
14. 一项工程甲单独做要 x 天完成，乙单独做需要 y 天完成，两人合作这项工程需要的天数为(　　) (A) $\frac{1}{x+y}$.　(B) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.　(C) $\frac{1}{xy}$.　(D) $\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}$.	

续表

内　容	设计意图
15. 某工厂计划每天烧煤 a 吨，实际每天少烧 b 吨，则 m 吨煤可多烧(　　)天. (A) $\frac{m}{a}-\frac{m}{b}$.　(B) $\frac{m}{a-b}$.　(C) $\frac{m}{a}-\frac{m}{a-b}$.　(D) $\frac{m}{a-b}-\frac{m}{a}$. **16.** 一个长方形的周长为 26 cm，这个长方形的长减少 1 cm，宽增加 2 cm，就可成为一个正方形，设长方形的长为 x cm，可列方程：(　　) (A) $x-1=(26-x)+2$.　(B) $x-1=(13-x)+2$. (C) $x+1=(26-x)-2$.　(D) $x+1=(13-x)-2$.	
三、解下列方程（每小题 5 分，共 20 分）： **17.** $2x-3=x+1$.　**18.** $-2(x-5)=8-\frac{x}{2}$. **19.** $\frac{x-3}{2}-\frac{4x+1}{5}=1$.　**20.** $\frac{x-3}{0.5}-\frac{x+4}{0.2}=1.6$.	此题意在考查学生对一元一次方程解法的掌握情况.
四、列方程解应用题（每小题 7 分，共 42 分）： **21.** 在一只底面直径为 30 厘米，高为 8 厘米的圆锥形容器中倒满水，然后将水倒入一只底面直径为 10 厘米的圆柱形空容器里，圆柱形容器中的水有多高？ **22.** 甲、乙两人练习跑步，从同一地点出发，甲每分钟跑 250 米，乙每分钟跑 200 米，甲因找跑鞋比乙晚出发 3 分钟，结果两人同时到达终点，求两人所跑的路程. **23.** 为了拓展销路，商店对某种照相机的售价作了调整，按原价的 8 折出售，此时的利润率为 14%，若此种照相机的进价为 1 200 元，问该照相机的原售价是多少元？ **24.** 爷爷与孙子下棋，爷爷赢一盘记 1 分，孙子赢一盘记 3 分，两人下了 12 盘（未出现和棋）后，得分相同，他们各赢了多少盘？ **25.** 甲队原有工人 68 人，乙队原有工人 44 人，现又有 42 名工人调入这两队，为了使乙队人数是甲队人数的 $\frac{3}{4}$，应调往甲乙两队各多少人？ **26.** 一个三位数满足的条件：① 三个数位上的数字和为 20；② 百位上的数字比十位上的数字大 5；③ 个位上的数字是十位上的数字的 3 倍. 这个三位数是几？	此题意在考查学生列方程解应用题的能力.

测试题答案

1. $12-t$.

2. $-5b$.

3. 移项，等式性质 1.

4. 2.

5. $\frac{13}{8}$.

6. $2a-b$.

7. $50(1+x\%)$.

8. 11，2.

9. $\frac{1}{2}(a-b)$.

10. $4x+3=107$.

11. C.

12. B.

13. D.

14. D.

15. D.

16. B.

17. $x=4$.

18. $x=\frac{4}{3}$.

19. $x=-9$.

20. $x=-9.2$.

21. 24 厘米.

22. 3 000 米.

23. 1 710 元.

24. 爷爷赢了 9 盘，孙子赢了 3 盘.

25. 调往甲队 20 人，调往乙队 22 人.

26. 839.

第二章 图形认识初步

1 总体设计

一、课程学习目标

1. 通过大量的实例，体验、感受和认识以生活中的事物为原型的几何图形，认识一些简单几何体（长方体、正方体、棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球等）的基本特征，能识别这些几何体. 初步了解从具体事物中抽象出几何概念的方法，以及特殊与一般的辩证关系.

2. 能画出从不同方向看一些基本几何体（直棱柱、圆柱、圆锥、球）以及它们的简单组合得到的平面图形；了解直棱柱、圆柱、圆锥的展开图，能根据展开图想象和制作立体模型；通过丰富的实例，进一步认识点、线、面、体，理解它们之间的关系. 在平面图形和立体图形相互转换的过程中，初步建立空间观念，发展几何直觉.

3. 进一步认识直线、射线、线段的概念，掌握它们的表示方法；结合实例，了解两点确定一条直线和两点之间线段最短的性质，理解两点之间的距离的含义；会比较线段的大小，理解线段的和差及线段的中点的概念，会画一条线段等于已知线段.

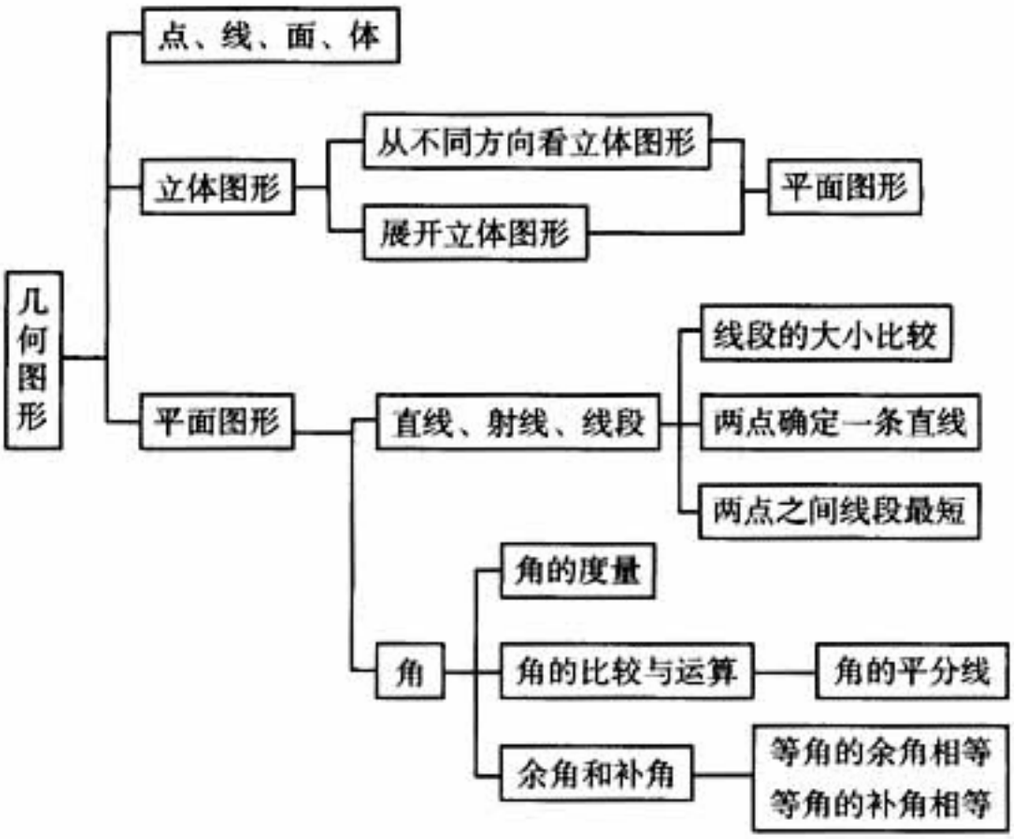
4. 通过丰富的实例，进一步认识角，理解角的两种描述方法，掌握角的表示方法；会比较角的大小，能估计一个角的大小，会计算角度的和与差，认识度、分、秒，并会进行简单的换算；了解角的平分线的概念，了解余角和补角的概念，知道“等角的补角相等”“等角的余角相等”的性质，会画一个角等于已知角（尺规作图）.

5. 逐步掌握学过的几何图形的表示方法，能根据语句画出相应的图形，会用语句描述简单的图形.

6. 初步体验图形是描述现实世界的重要手段，并能初步应用空间与图形的知识解释生活中的现象以及解决简单的实际问题，体会研究几何图形的意义.

7. 激发学生对学习空间与图形的兴趣，通过与其他同学交流、活动，初步形成积极参与数学活动，主动与他人合作交流的意识.

二、本章知识结构框图



三、内容安排

本章的主要内容是图形的初步认识，教科书从学生生活周围熟悉的物体入手，使学生对物体的形状的认识从感性逐步上升到抽象的几何图形. 通过从不同方向看立体图形和展开立体图形，认识立体图形与平面图形的联系. 在此基础上，认识一些简单的平面图形——直线、射线、线段和角.

人们生活的空间存在着大量的图形，学习有关空间与图形的知识能使人们更好的适应生活的空间. 因此，教科书首先从大量的实例入手，让学生从生活中的物体中抽象出一些常见的几何图形，认识常见的几何图形并进一步认识点、线、面、体，在此基础上，通过从不同方向看立体图形和展开立体图形等活动，在立体图形与平面图形的转换中发展学生的空间观念.

直线、射线、线段和角都是一些最简单的几何图形，比较复杂的图形都是由最简单的图形组成的，有关直线、射线、线段和角的概念和性质也是研究比较复杂的图形如三角形、四边形……的必要基础，有关它们的画法、计算，也是有关复杂图形的画法、计算的基础. 各种简单图形的表示方法、几何语句等，也与以后各章的学习密切相关. 因此，教科书在“第 1 节　多姿多彩的图形”之后，在前一学段学习直线、射线、线段的知识的基础上，给出了它们的表示方法以及线段大小比较的内容，让学生通过探究，给出了两点确定一条直线和两点之间线段最短的性质. 在此基础上，结合丰富的实例，进一步认识角，以及角的表示方法，角的度量，角的画法，角的比较，补角和余角等内容.

本章的内容是以后学习的重要基础，其中如何结合立体图形与平面图形的互相转化的学习，来发展空间观念以及一些重要的概念、性质等是本章的重点.

建立和发展学生的空间观念是空间与图形学习的核心目标之一，能由实物形状想象出几何图形，由几何图形想象出实物形状，进行几何体与其三视图、展开图之间的相互转化是培养空间观念的重要方面. 同时，本章中许多概念在前一学段学过，但是比较分散，从现在开始是要比较系统的

学习，要进一步得到更深入的认识，这是比较困难的. 另外，尽管学生在前一学段已经学习了一些空间与图形的知识，但总的来说，学生对于学习空间与图形知识的方法还是不太习惯，例如如何从具体事物中抽象出几何图形？如何把握几何图形的本质特征？如何区分一些相近的概念？另外，对图形的表示方法，对几何语言的认识与运用，都要有一个熟悉的过程. 等等这些，对于今后的学习都很重要，同时也是本章的难点.

在本章，要注意多从实物出发，让学生感受到图形世界的无处不在，引起学生学习的兴趣. 还可以结合一些具体问题，让学生感受到学习空间与图形知识的重要性和必要性. 对于一些抽象的概念、性质等，也要从实际事例结合解决实际问题引入，让学生在探索中真正理解这些性质. 同时要注意概念的定义和性质的表述，逐步使学生懂得几何语句的意义并能建立几何语句与图形之间的联系. 这些不仅是学习好本章的关键，同时对于学好以后各章也是很重要的.

四、课时安排

本章教学时间约需 14 课时，具体分配如下（仅供参考）：

3.1　多姿多彩的图形	约 4 课时
3.2　直线、射线、线段	约 2 课时
3.3　角的度量	约 3 课时
3.4　角的比较和运算	约 3 课时
数学活动	
小结	约 2 课时

五、学法教法建议

1. 注意与前两个学段的衔接

这一部分知识与前两个学段联系密切，大多数图形、概念前两个学段都接触过，要衔接前两个学段，就要深入了解前面两个学段中空间与图形的内容、要求，了解它们与这一部分内容的联系与区别.

从课程标准看，与这一章的内容相对应，前面两个学段是要直观认识一些简单几何体和平面图形，能辨认从不同方向看到的物体的形状和相对位置，认识一些简单几何体的展开图，在对它们形状、大小、位置关系的探索过程中，发展空间观念；能区分直线、射线、线段的概念并体会它们的一些性质，结合生活情景认识角并知道周角、平角等概念. 在这一章，要通过丰富的实例，认识一些常见的几何图形，进一步认识点、线、面、体，在平面图形和立体图形相互转换的过程中，初步建立空间观念，发展几何直觉；进一步认识直线、射线、线段和角，理解它们的概念，了解有关的一些性质，并能初步应用.

了解这些联系与区别，教学时便可以在学生原有知识的基础上，把前面两个学段学过的内容螺旋上升的提高一步，同时避免不必要的重复.

2. 充分利用现实世界中的实物原型进行教学，展示丰富多彩的几何世界

人们生活在三维空间，丰富多彩的图形世界给“空间与图形”的学习提供了大量现实有趣的素材. 在本章的教学和学习中，要充分利用现实世界的物体，通过观察大量丰富的立体、平面图形，加强对图形的直观认识和感受，从中“发现”几何图形，归纳出常见几何体的基本特征，从而更好地“把握图形”.

在本章教科书的许多地方，如第一节的开头，立体图形与平面图形的概念的引入，点、线、

面、体关系的研究，直线、线段性质的引出，角的概念引入，以及练习、习题中都呈现了大量生活中的图形，教学时还可以向学生展现更多的生活中的物体和图形，增加学生的直观感受，提高学习空间与图形知识的兴趣，从而更好地认识图形，了解图形.

3. 强调学生的动手操作和主动参与，让他们在观察、操作、想象、交流等活动中认识图形，发展空间观念

学习方式的转变是课程改革的一个重要目标，与其他数学内容相比，“空间与图形”的教学更容易激起学生对数学的情感体验. 在本章的教学中，应该从学生已有的生活经验和已有的知识出发，给学生提供“现实的、有意义的、富有挑战性的”学习材料，提供充分的数学活动和交流的机会，引导他们在“做数学”的活动中，在自主探索的过程中获得知识和技能，掌握基本的数学思想方法.

在本章的教科书中，设置了许多“观察”“思考”“探究”等栏目，如从一些图案中发现平面图形，画出一个由 9 个正方体组成的立体图形从不同方向看得到的平面图形，探索一些常见几何体的展开图，通过观察思考生活中的现象得到关于直线、线段的性质，探索画一个角等于已知角的方法，等等. 教学时要充分利用这些“点”，鼓励学生勤思考、勤动手、多交流. 其中，动手操作是学习开始阶段重要的一环，它可以帮助学生认识图形，丰富直观，验证学生的空间想象. 开始阶段，应鼓励学生先动手、后思考，逐步过渡到先思考、后动手验证.

4. 注重概念间的联系，在对比中加深理解

本章是空间与图形的起始章，涉及的概念比较多，大多数概念，前两个学段又都接触过，许多概念之间都有着密切的联系和区别，把握了这些联系和区别，就能更好的理解这些概念.

例如，直线、射线、线段三个概念联系密切，它们都是直的，正是因为此，在以后讲平行、垂直时，定义了直线与直线平行、垂直后，就不再定义直线与射线、线段的平行、垂直了；同时它们之间又有区别，端点个数不同，因而长度有有限与无限之分.

研究线段的和、差、中点与研究角的和、差、角平分线，其内容方法都很相似，教学时把它们进行对比，效果会更好. 例如，“点 M 是线段 AB 的中点”，可以写成 $AM=MB=\frac{1}{2}AB$，在讲角平分线时，可以让学生仿照线段中点表示方法，写出 OB 是 $\angle AOC$ 的平分线的式子 $\angle AOB=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOC$，从而使学生更容易理解和掌握.

5. 把握好教学要求

在本章，不仅要像第一、二学段那样进一步丰富学生对几何图形的感性认识，还要引导学生逐步认识一些基本图形的特征，这并不意味着要用严格的几何推理的方式来展开学习，还是要强调在实际背景中理解图形的概念和性质，经历探索图形性质的过程. 例如“通过丰富的实例，进一步认识点、线、面、体”就是要求学生在实际背景中认识、理解这些概念，而不是通过形式化的描述让学生接受概念. 以“点”为例，“点”是没有大小的，这是抽象后的概念，学生很难理解，教科书是通过天上的星星、地图上的城市和电视屏幕由点组成等来说明点的概念，并进一步通过一个“在某张地图上，北京只是一个点，而在另一张地图上，北京却占了整个版面”的思考来体会点的抽象含义的.

在本章开头，还通过从不同方向看立体图形和展开立体图形来介绍立体图形与平面图形的相互转化，对这部分内容，也要注意把握好教学要求. 课程标准“视图与投影”部分包括“会画基本几何体的三视图，会判断简单几何体的三视图，能根据三视图描述基本几何体或实物原型”“了解直棱柱、圆锥的侧面展开图，能根据展开图判断和制作立体模型”“了解基本几何体与其三视图、展

开图之间的关系”的内容. 在本套教材的处理中，这些要求是要逐步达到的，这一章仅仅是个开头，大部分内容是安排在“第 29 章　视图与投影”中的. 在本章，没有给出严格的三视图的概念，是要求能从一组图形中辨认出是从什么方向看得到的图形，能说出从不同方向看一些最基本的几何体（长方体、正方体、圆柱、圆锥、球）以及它们的简单组合所能得到的图形（对于语言难以表达的，可画出示意图，其形状正确即可，不作尺寸要求），而不是像机械制图那样精确的图形. 对于展开图的内容，是在前面学段学过的长方体、圆柱的展开图的基础上进一步认识圆锥和一些简单直棱柱的展开图，能从一些给出的展开图辨认出它们能否折叠成给定的立体图形，引导学生从展开图入手来了解一些几何体的特征，有助于进一步理解平面图形与立体图形的关系，发展空间观念.

对于推理能力的培养，整套教科书是按照“说点儿理”“说理”“推理”“用符号表示推理”等不同层次，分阶段逐步加深地安排的，推理能力的培养不仅集中在“空间与图形”，而是结合各领域中适宜的内容自然地进行. 在本章，由于已经进入第三学段，因此已不仅要求学生通过观察、思考、探究等活动归纳出图形的概念和性质，还要“说点儿理”，把它作为通过实验探究得到结论的自然延续. 直线和线段性质的应用、通过代数方程解计算问题、余角和补角的性质的得出等都有“说点儿理”的成分. 教学中要注意利用这里“说点儿理”的因素，为后面逐步让学生养成言之有据的习惯作准备.

6. 重视几何语言的培养和训练

数学语言是在数学思维中产生和发展的，是数学思维不可缺少的重要工具. 通常按数学语言所使用的主要词汇，将数学语言分为三种：文字语言、符号语言和图象语言.

几何图形是“空间与图形”的研究对象，对它的一般描述表示是按“几何模型→图形→文字→符号”这种程序进行的. 其中，图形是将几何模型第一次抽象后的产物，也是形象、直观的语言；文字语言是对图形的描述、解释与讨论；符号语言则是对文字语言的简化和再次抽象. 显然，首先建立的是图形语言，其次是文字语言，再次是符号语言，最后形成的应是对于对象的三种数学语言的综合描述，有了这种整体认识，三种语言达到融汇贯通的程度，就能基本把握对象了.

在本章，特别注意“几何模型→图形→文字→符号”这个抽象的过程. 教科书首先强调实物原型的作用，引入了大量实物模型，让学生从中抽象出几何图形；其次，教科书重视图形语言的作用，对于对象的文字和符号描述，都是紧密联系图形，使抽象与直观结合起来，在图形的基础上发展其他数学语言. 例如，关于线段的比较、线段的和与差、线段的中点、角的比较、角的和差、角的平分线等，都是先以图形直观给出，再联系到数量，给出文字的描述，最后再给出符号的表示，使几种几何语言优势互补，以期能收到更好的效果.

除了重视“几何模型→图形→文字→符号”的转化过程，教科书还重视“符号→文字→图形”的转化，即理解符号或文字所表达的图形关系，并将它们用图形直观地表示出来，化“无形”为“有形”. 本章注意了由不同方向对图形与文字、符号间转化的设计安排，安排了一些这样的练习、习题，教学中要重视这些方面的训练，使学生较快适应，能够把几何图形与语句表示、符号书写很好的联系起来.

7. 重视现代信息技术的应用

现代信息技术的广泛应用正在对数学课程内容、数学教学、数学学习等方面产生深刻的影响，信息技术工具的使用能为学生的数学学习和发展提供丰富多彩的教育环境和有力的学习工具，重视现代信息技术的使用也正是本套教材的特点之一.

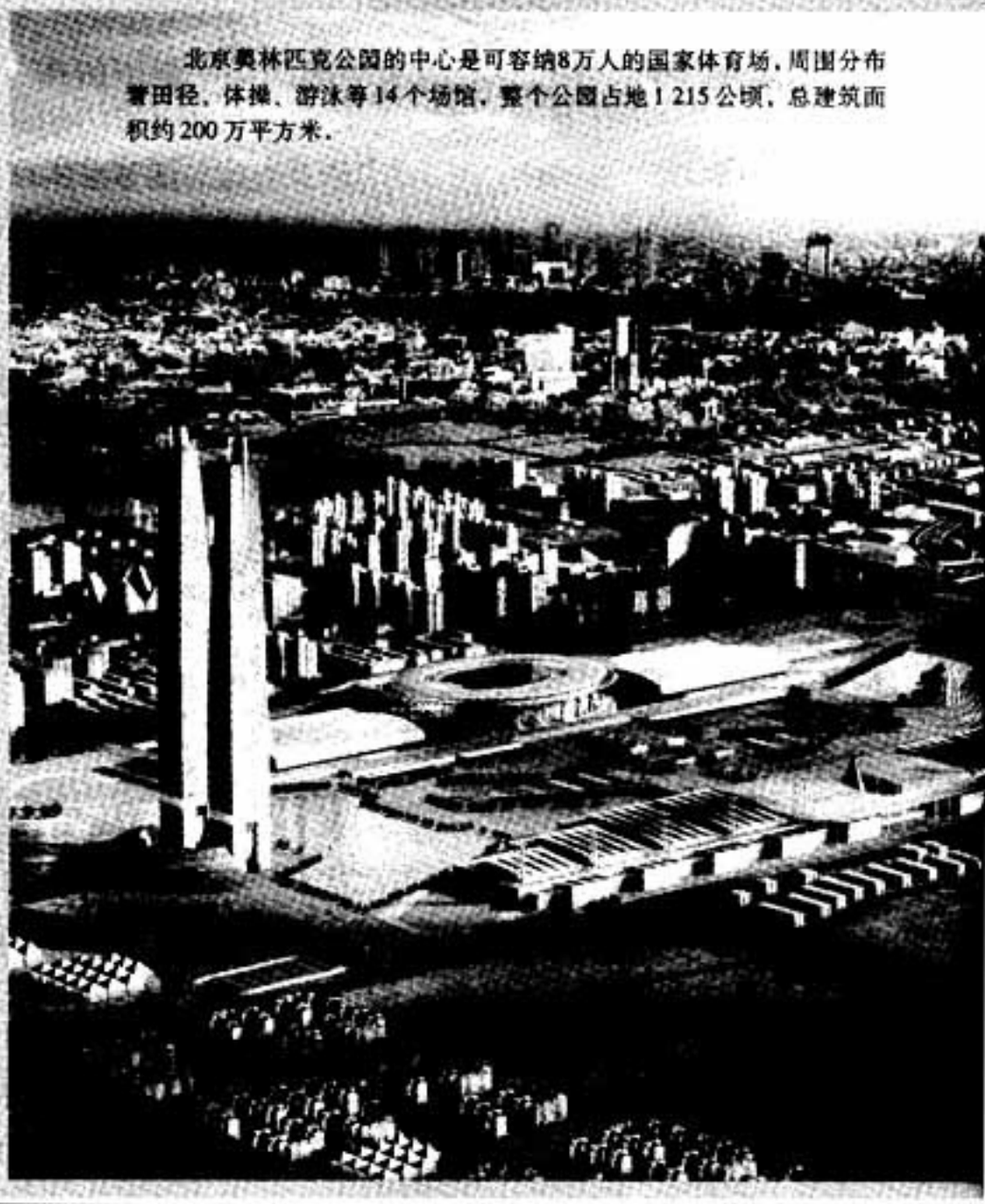
在这一章，利用信息技术工具，可以给我们展现丰富多彩的图形世界，丰富学习资源，有助于

学生从中抽象出几何图形；图形的动态演示，连续变化所形成的众多画面变换，可以在大脑中形成图形空间变化的印象，帮助认识空间图形与平面图形的关系，帮助建立空间观念；可以帮助学生在动态变化的图形中寻找不变的位置关系和数量关系，从而发现图形的性质. 因此，有条件的地方应尽可能的使用信息技术工具，帮助学生的数学学习.

Ⅱ 教材分析

[1] 章前图是2008年北京奥运会的奥运村模型图，这其中包含着丰富的几何图形，其中有的图形学生在前两个学段已经学过，可以让学生从中找出自己熟悉的几何图形，如长方体、正方体、圆柱、球、三角形、四边形、圆等；还有一些图形也是学生日常生活中常见的，但学生还不能描述它们的特性，也可以让学生指出来，这也正是在这一学段或以后要学习的，引起学生学习的兴趣.

第三章 图形认识初步[03]



北京奥林匹克公园的中心是可容纳8万人的国家体育场，周围分布着田径、体操、游泳等14个场馆，整个公园占地1 215公顷，总建筑面积约200万平方米.

1. 引言是本学段整个“空间与图形”领域的引言，要重视这个引言课的教学.

学生在前面两个学段已经学过了一些空间与图形的知识，有的学生可能产生已经学过、是否重复的思想，教师要在简单复习前面学过的知识的基础上，说明现在要在前面两个学段学过的相对零散的、不系统的知识的基础上，开始相对比较系统的学习空间与图形的知识，探索图形的性质及其相互关系，丰富对空间与图形的认识和感受，发展空间观念，并应用有关图形的性质解决一些实际问题，同时还要掌握基本的推理技能，初步感受公理化的思想.

还有些学生可能认为学习空间与图形的知识无用，或认为空间与图形的知识难学，有畏难情绪. 所以在引言课中，要注意提高学生学习的积极性. 教师可结合章主题图以及引言中提出的问题，或结合其他具体实例，使学生了解学好空间与图形的知识，实际用处很大，以激发学生学习

3

3.1 多姿多彩的图形

3.2 直线、射线、线段

3.3 角的度量

3.4 角的比较与运算



我们已经学习了很多图形，丰富多彩的世界中包含着形态各异的图形．在章前图的2008年北京奥运会的奥运村模型图中，你能找到一些熟悉的图形吗？

千姿百态的图形美化了我们的生活空间，也给我们带来了很多思考：建筑施工时怎样拉出直的参照线？怎样用平面图表现一个庭院的设计？怎样制做一个五角星？怎样设计一个产品包装盒？……所有这些，都需要我们去了解更多的图形知识．[1]

在这一章，我们将走进更加丰富的图形世界，认识更多的图形，探索它们奇妙的性质，发现它们广泛的应用．[2]

[1] 章前引言除了让学生从奥运村模型图中找出熟悉的图形外，还提出了一些问题，这些问题基本上都在本章得到了解决．建筑施工拉参照线是应用两点确定一条直线的性质，用平面图表现庭院的设计是本章的一道复习题，制作五角星是本章的一个数学活动，设计产品包装盒是第 1 节的一个习题．

提出这些学完了本章就能解决的问题，也是为了引起学生学习的兴趣，让学生感到学习空间与图形知识能解决许多生活中遇到的问题．

[2] 这些不仅是本章，也是学习空间与图形知识的主要内容：认识图形，探索图形的性质，在生活中应用．

的兴趣，增强学好这部分内容的信心．

2. 选用 2008 年北京奥运会奥运村模型图作为章主题图，一方面可以让学生从中找到许多熟悉的几何图形，感受图形世界的现实性和丰富多彩，帮助他们复习已经学过的图形；另一方面，要设计、建成这些体育场馆，也要用到空间与图形的知识，这也体现了我们研究空间与图形的重要性和必要性；同时，2001 年 7 月 13 日北京申奥成功，也向全世界展现了我们祖国的综合国力，选用这个题材，也能调动学生的学习积极性，同时对学生进行爱国主义教育，增强他们的民族自尊心和自豪感．

[1] 图 3.1-1 呈现了生活中的一些物体和一些艺术图案，要求学生能从中“发现”熟悉的几何图形，感受几何图形与我们的生活息息相关. 教学时可根据当地实际，选择其他一些图形进行教学，也可以利用信息技术工具多呈现一些图形.

3.1 多姿多彩的图形

从城市宏伟的建筑到乡村简朴的住宅，从四通八达的立交桥到街头巷尾的交通标志，从古老的剪纸艺术到现代的城市雕塑，从自然界形态各异的动物到北京的申奥标志（图 3.1-1）[1]……图形世界是多姿多彩的！



图 3.1-1

1. 本节从生活中存在的大量图形入手，引出了几何图形的概念，并在复习学生前两个学段学习的几何图形的基础上，引出了立体图形与平面图形，结合从不同方向看立体图形和展开立体图形，以及体、面、线、点的关系的内容，让学生体验立体图形与平面图形的相互转化，从而初步建立空间观念，发展几何直觉.

2. 日常生活中到处存在着各种各样的图形，教学时可在教科书中给出的实例的基础上，通过信息技术手段再向学生展示一些图形，或让学生自己说出一些自己熟悉的美丽的图形，从而让学生体会图形世界的多姿多彩；在此基础上，要求学生从中找出一些熟悉或不熟悉的几何图形，并结合具体例子（如建筑设计、艺术设计等），说明研究几何图形的应用价值，从而调动学生学习的积极性，激发学习的兴趣.

图形世界中蕴含着大量的几何图形[1]（geometry figure），我们可以用几何图形的知识来表示和解决有关图形的问题.

3.1.1 立体图形与平面图形

思

图 3.1-2 中的一些物体与我们学过的哪些图形相类似？把相应的物体和图形连接起来.

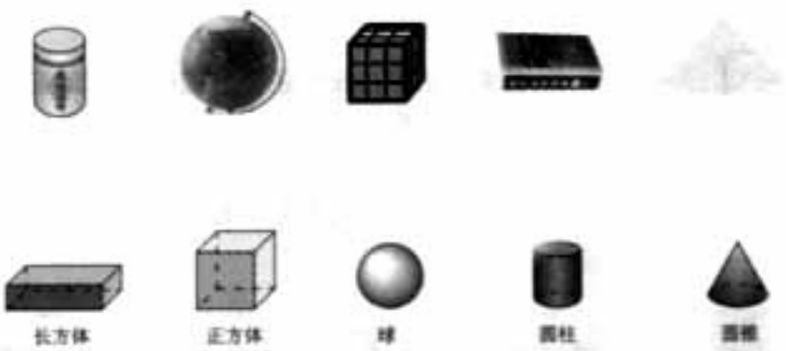


图 3.1-2

你还能再举出一些类似于这些图形的物体吗？[2]

请再举出一些立体图形的例子.

长方体、正方体、球、圆柱、圆锥等都是**立体图形**（solid figure）. 此外，棱柱、棱锥也是常见的立体图形. 例如，图 3.1-3(1)中的帐篷、螺母等都给我们以棱柱的形象，图 3.1-3(2)中的金字塔则给我们以棱锥的形象. 你能再找出一些棱柱、棱锥的实例吗？[3]

[1] 对于各种各样的物体，如果只注意它们的形状（如方的、圆的等），大小（如长度、面积等），位置（如垂直、不垂直、相交、平行等），而不管它们的其他性质（如颜色、重量、材料等），就得到各种几何图形.

[2] 这个“思考”是让学生复习学过的一些立体图形. 在这里，不要求学生说出它们的定义，学生只要能对给定的几何体进行识别，或能从实际物体中“发现”这些立体图形即可.

[3] 教学时，可结合当地实际，多举出一些棱柱、棱锥的实例. 同样，对于棱柱、棱锥，也不要求严格定义，学生只要能对给定的几何体进行识别，或能从实际物体中“发现”它们即可.

3. 长方体、正方体、圆柱、圆锥、球都是学生已经学习过的图形，教科书是通过安排“思考”栏目，结合具体实例，从复习的角度引出这些概念的. 完成思考栏目后，还可以再给出一些它们的实例，或让学生自己说出一些实例，对于它们的概念，不要求数学上的严格定义.

4. 棱柱、棱锥也是学生很熟悉的图形，教科书结合帐篷、螺母、金字塔等例子，指出棱柱、棱锥也是常见的立体图形，并没有给它们下定义，学生只要能结合具体图形，指出是棱柱或棱锥，或能从一些实物中“发现”它们，能举出一些它们的实例就可以了，不要做严格的定义.

5. 棱柱、棱锥、圆柱、圆锥、球等都是生活中常见的图形，也是“空间与图形”主要要研究的立体图形，在本节，都是结合具体实物给它们命名的. 在教学中，由于学生还没有空间的平

[1] 我们教科书涉及的只是直棱柱、直棱锥，不讨论斜棱柱、斜棱锥，因此，举例时只要举直棱柱、直棱锥.

[2] 对于平面图形，也是在复习的基础上提出的，要求与立体图形类似.

[3] 可结合实例，在直观感受的基础上，让学生体会平面图形与立体图形的区别.

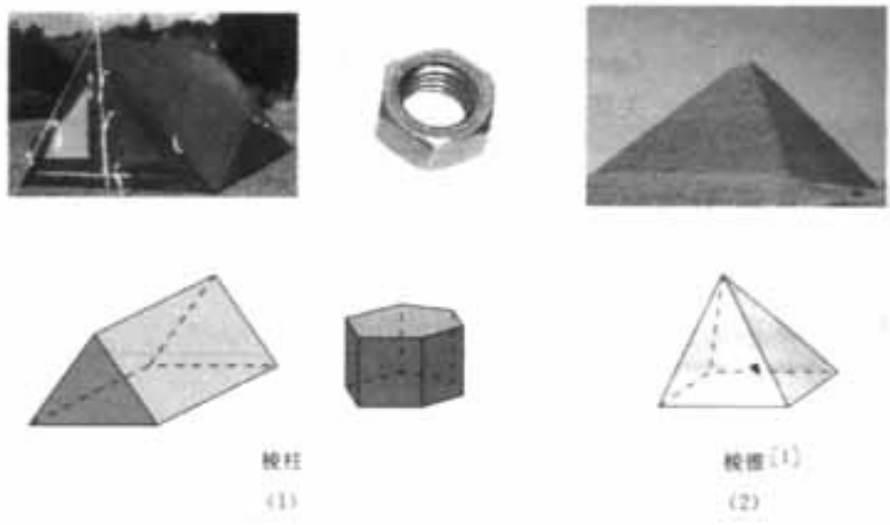


图 3.1-3

请再举出一些平面图形的例子.[3]

日常生活中，我们还会遇到很多**平面图形**[2]（plane figure）. 长方形、正方形、三角形、圆等都是一些我们十分熟悉的平面图形. 生活中经常遇到一些由简单的平面图形组合成的优美图案.

观察

图 3.1-4 的各图中包含哪些简单的平面图形?

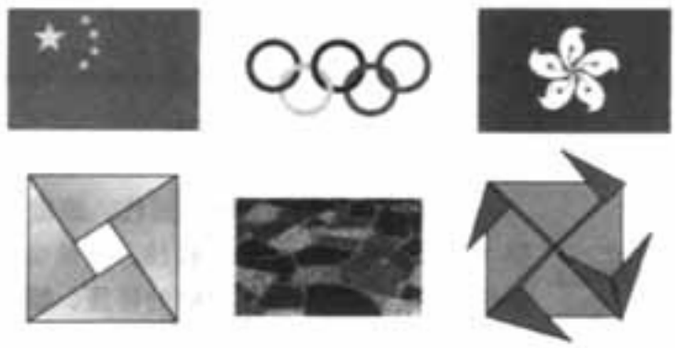


图 3.1-4

行、垂直等概念，因此，很难具体描述它们的特征. 因此，不宜给有关的几何图形下定义，只要求学生能识别所列出的几何体，能从有关的图形中“发现”这些几何图形，能举出它们的实例即可.

6. 同样，学生在前面学段也已经学习了许多平面图形，教科书通过“观察”栏目来让学生复习学过的平面图形. 这部分的教学要求是与学习立体图形类似的.

7. 对于立体图形与平面图形的概念，不用给它们下定义. 对于它们的联系和区别，是让学生在认识具体的立体图形和平面图形以及后面从不同方向看立体图形、展开立体图形、点、线、面、体的关系中让学生体会的，不要求学生去理解“平面图形中的所有点都在同一平面内，而立体图形中的所有点不都在同一平面内”. 也不要求对它们进行分类（如立体图形分为柱、锥、球等）.



利用计算机，可以将设计图合成立体图形.

对于一些立体图形的问题，常把它们转化为平面图形来研究和处理. 如图 3.1-5 (1)，这是一个工件的立体图，设计师们常常画出从不同方向看它得到的平面图形来表示它（图 3.1-5(2)）.[1]

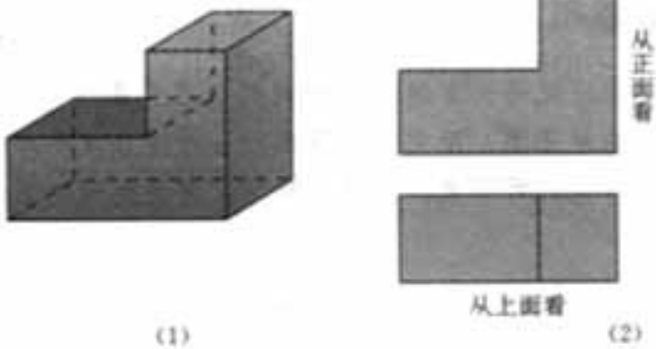


图 3.1-5

探究

图 3.1-6 是一个由 9 个正方体组成的立体图形，分别从正面、左面、上面观察这个图形，各能得到什么平面图形？[2]

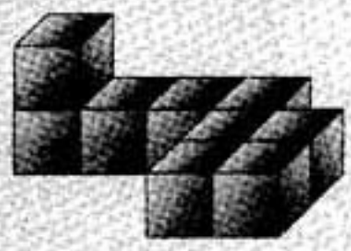


图 3.1-6



图 3.1-7

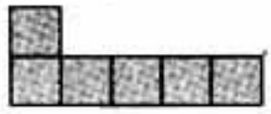
如图 3.1-7，要设计、制作一个长方体形状的墨水瓶包装盒，[3] 除了美术设计以外，还要了解它展开后的形状，即要根据它的平面**展开图**（net）来裁剪纸张，这就需要我们了解一些简单立体图形的展开图.

许多立体图形是由一些平面图形围成的，将它们适当地剪开，就可以展开成平面图形.

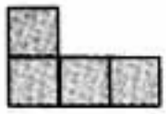
[1] 教科书没有给出三视图及主视图、左视图、俯视图的概念，从不同方向看立体图形更能贴近学生.

[2] 示意图如下：

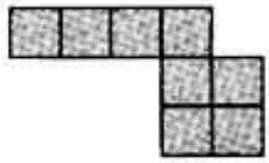
从正面看：



从左面看：



从上面看：



[3] 本节习题最后一题，还要求学生分组设计、制作这样一个墨水瓶包装盒.

8. 在认识了常见的立体图形和平面图形后，教科书安排了从不同方向看立体图形和展开立体图形的内容，目的是让学生在这样的活动中，体验立体图形与平面图形之间的相互转化，从而初步建立空间观念，发展几何直觉.

9. 视图法是画立体图形的常用方法，在生产实际中经常要用到，对于这部分内容教科书是分层次安排的. 在本章，学生只要能从一组图形中辨认出从不同方向看立体图形得到的平面图形，并能说出从不同方向看一些简单立体图形（直棱柱、圆柱、圆锥、球）以及它们的简单组合得到的平面图形即可，对于一些难以用语言表达的图形（如一些组合体），可以画出它们的示意图（注意只是画示意图，不要求严格的几何画法，尺寸不做严格要求，形状正确，大小大致相当即可）. 对于由视图想象出立体图形，这一章不作要求.

[1] 应鼓励学生多动手，在操作中体验立体图形与平面图形的关系.

[2] 先想一想，是对空间想象力的更高的要求. 在教学中，不能忽视折叠的作用，它可以验证想象或帮助发现结论. 先想象一下，再动手操作，再反思一下操作过程，可以更好地培养空间观念.

[3] 利用这些展开图，可以帮助学生更好地认识这些几何体.

[4] 鼓励学生在已有知识的基础上，通过自己的主动观察、思考，体会图形是由点、线、面构成的，从构成元素的角度进一步认识简单几何体的特征.

把一个包装盒剪开铺平，看看它的展开图由哪些平面图形组成？再把展开的纸板复原为包装盒，体会立体图形与平面图形的关系.[1]

探究

你还记得长方体和圆柱的侧面展开图吗？图 3.1-8是一些立体图形的展开图，用它们能围成什么样的立体图形？把它们画在一张硬纸片上，剪下来，折叠、粘贴，看看得到的图形和你想象的是否相同.[2]

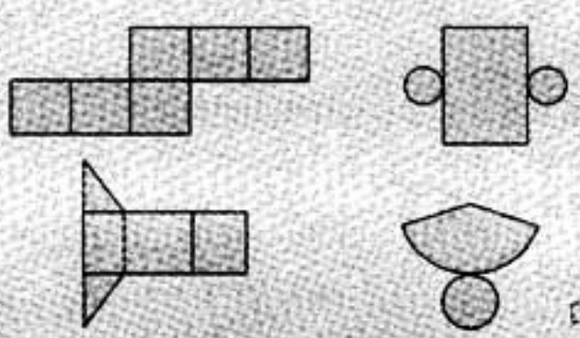


图 3.1-8

3.1.2 点、线、面、体

观察

图 3.1-9 是一个长方体的模型，它有几个面？面和面相交的地方形成了几条线？线和线相交成几个点？[4]



图 3.1-9

10. 立体图形的展开图也是实际生活中经常要遇到的，制作产品包装盒都要用到展开图的知识. 通过它，学生可以进一步认识立体图形与平面图形的关系. 学生在前面学段已经学过了长方体和圆柱的展开图，这一节让学生进一步了解圆锥和直棱柱的展开图，并能够根据展开图判断和制作立体图形.

教学时，要充分利用实物模型和信息技术工具，让学生多观察和自己动手操作，让他们在活动中体验图形的变化过程，发展空间观念. 教学时还可以让学生展开同一个图形（如正方体），让学生在动手实践的基础上，互相交流自己得到的图形，并用语言描述自己是如何展开的，以发展他们的空间观念和语言表达能力.

11. 对于体、面、线、点的教学，应提供大量的实例，使学生丰富对它们的直观认识，体会它们之间的关系，要避免抽象地对它们下定义.



图 3.1-10

几何体也简称**体**[1]（solid）. 我们学过的长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等都是几何体.

包围着体的是**面**（surface）. 面有平的面和曲的面两种.[2] 平静的水面给我们以平面的形象，而一些建筑物的屋顶（图 3.1-10）则给我们以曲面的形象. 你能再举出一些平面与曲面的例子吗?

练习

围成下面这些立体图形的各个面中，哪些面是平的？哪些面是曲的？



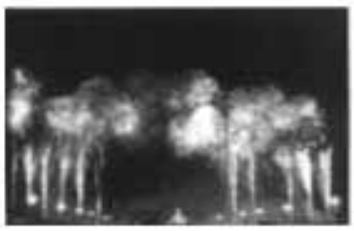


图 3.1-11

夜晚流星划过天空时留下一道明亮的光线，节日的焰火画出的曲线组成优美的图案（图 3.1-11），这些都给我们以**线**（line）的形象. 面和面相交的地方形成线. 长方体 6 个面相交成的 12 条线是直的，圆柱的侧面与底面相交得到的圆是曲的.

天上的星星、世界地图上的城市等都给我们以**点**（point）的形象，线和线相交的地方是点.

笔尖可以看作一个点，这个点在纸上运动时，就形成线（图 3.1-12（1）），节日的焰火也可以看成由点运动形成的，这可以说点动成线. 汽车的雨刷在挡风玻璃上画出一个扇面（图 3.1-12（2）），这可以说线动成面，长方形纸片绕它的一边旋转，形成一个圆

[1] 对于体的认识，这里说的都是描述性的，只要求学生得到初步形象，下面的面、线、点也是如此，不能要求过高.

[2] 如包围长方体的面是平的，包围球的面是曲的. 注意这里平的面并不是平面，平面是向四周无限伸展的，长方体的一个面只是平面的一部分.

练习答案

（1）是一个棱柱，包围它的面是平的；（2）是一个棱锥，包围它的面是平的；（3）是一个圆锥，它的底面是平的，侧面是曲的；（4）是一个球，包围它的面是曲的；（5）是一个圆柱和一个半球的组合体，圆柱的下底面是平的，半球面和圆柱的侧面是曲的.

12. “数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的”（恩格斯）. 所以描述几何图形及体、面、线、点等概念时，要从实际事物出发，对于学生看到的各种物体，舍弃其他性质，只研究形状、大小、位置，就得到各种几何图形. 从方砖能抽象出长方体，从圆罐能抽象出柱体，从足球抽象出球体，如此种种都是球体，联系小学学过的长方体、圆柱体、球体，学生不难理解. 对于体，只要求学生达到这样的认识就可以了. 对于面、线、点的认识，也是这样. 从实际出发，通过描述，达到一定的认识. 描述面时，顺便区分平面、曲面；描述线时，顺便区分直线、曲线，这样使学生得到平面、直线的初步形象.

从运动的观点看，也可以说点动成线，线动成面，面动成体. 这要多举实例，帮助认识. 除了教科书所举的以外，还可以举出行进中的火把，飞行中的萤火虫（点动成线），刷墙、表针旋

[1] 要多举具体实例，让学生得到初步形象.

这里从运动角度说明点、线、面、体的关系，也只是一种描述，而不是定义.

柱体（图 3.1-12 (3)），这可以说面动成体.[1]



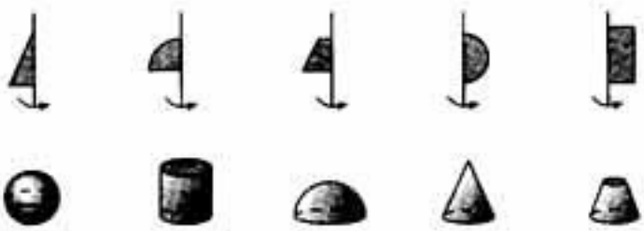
图 3.1-12

思

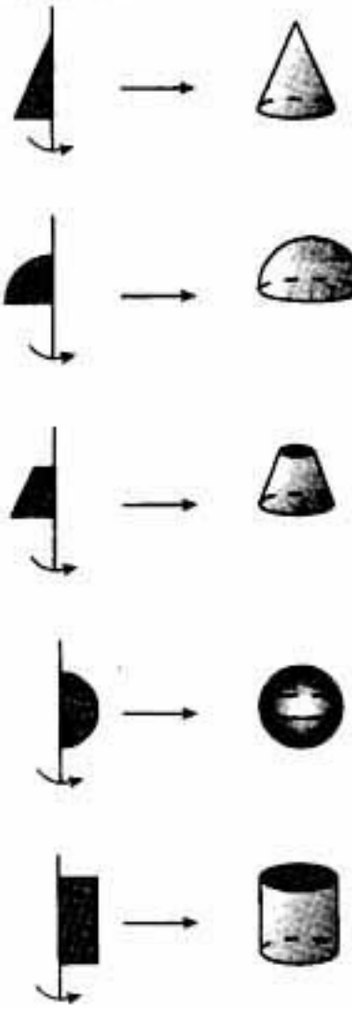


练习

如图，上面的平面图形绕轴旋转一周，可以得出下面的立体图形，把有对应关系的平面图形与立体图形连接起来.



练习答案



转（线动成面），扇扇（面动成体），等等，也可让学生自己举出一些例子.

13. 教科书接下来安排思考的目的，是为了说明点是一个抽象的概念. 在浩瀚的宇宙中，星星可以是一个点，在不同的地图中，一个城市可以是一个点，也可以是一个很大的范围（平面图形）. 来帮助学生理解点的概念.

14. 点、线、面、体及其各种组合，都是几何图形. 从集合的角度来看，点是组成图形的最基本的元素，线、面、体都可以看成是由点组成的. 教科书举出的电视屏幕画面，团体操的背景图案就是这样的例子. 这样的例子在实际生活中是很常见的，如庆祝节日时经常要用不同颜色的花组成美丽的图案等. 在信息技术飞速发展的今天，这一点更是得到了广泛的应用，电脑屏幕显示图形、字母都是用的点阵，显示器的分辨率表示的也就是所能显示图形的疏密程度等等.

15. 至此，教科书从实际物体中抽象出几何

几何图形都是由点、线、面、体组成的，点是构成图形的基本元素．电视屏幕上的画面，其实是由点组成的（图 3.1-13），大型团体操的背景图案也可以看作由点组成（图 3.1-14）．点、线、面、体经过运动变化，就能组合成各种各样的几何图形，形成多姿多彩的图形世界．[1]

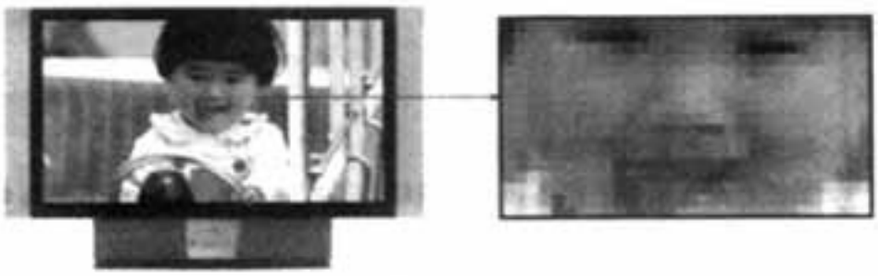


图 3.1-13

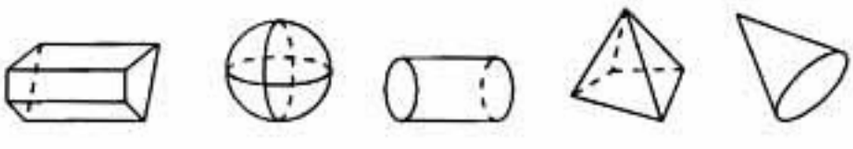


图 3.1-14

习题 3.1

复习巩固

1. 把图中的几何图形与它们相应的名称连接起来．



圆锥　　圆柱　　棱柱　　棱锥　　球

（第 1 题）

[1] 教学时可通过丰富的实例，向学生展示由点、线、面、体经过运动变化组成的图形．增强直观感受．

[2] 这是 1990 年北京亚运会团体操背景图案．

图形、立体图形、平面图形，又进一步抽象出体、面、线、点等基本元素，研究了它们之间的关系，最后，又由这些基本元素得到丰富多彩的图形世界，完成了具体——抽象——具体的过程．

习题 3.1

1. 本节中“复习巩固”的题目，是为了复习本节主要内容而设置的，其中第 1 题是为了复习圆柱、圆锥、棱柱、棱锥、球等概念，要求学生能把它们与相应的几何图形联系起来；第 2、3 题是要学生从两个图形中找出自己熟悉的立体图形和平面图形，培养他们从具体图形中“发现”几何图形的能力；第 4 题是一个从不同方向看

[1] 这里主要是从形状上考虑，并未严格要求尺寸，比如第四个图不要求学生认识到圆的周长应等于长方形的边长.

2. 如图，你能看到哪些立体图形？



（第 2 题）

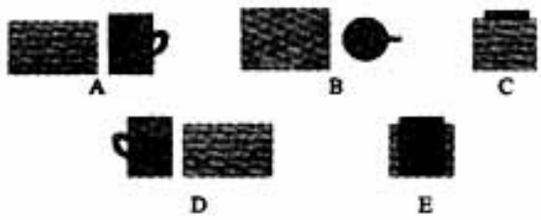


（第 3 题）

3. 如图，你能看到哪些平面图形？

4. 如图，桌上放着一摞书和一个茶杯，下面 A、B、C、D、E 这五幅图分别是从什么方向看到的？





（第 4 题）

5. 如图，上面的图形分别是下面哪个立体图形展开的形状？把它们用线连起来．[1]



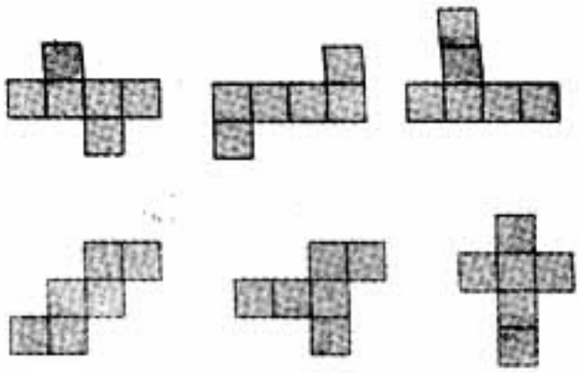


（第 5 题）

立体图形的题目，这时的立体图形是一个组合体，给出的 5 个选择答案是分别从正面、上面、左面、右面、后面 5 个方向观察这个组合体得到的平面图形，要提醒学生注意从不同方向看时被遮住的部分；第 5 题是为了复习棱柱、圆柱、圆锥的展开图，第 6 题具有一定的开放性，沿不同的棱展开正方体，可能得到不同的图形，要让学生在思考的基础上动手操作，验证自己的结论.

2. “综合运用”的题目在综合程度上，与实际的联系上都比“复习巩固”的题目有所提高. 第 7、8 题都是要求学生从实物中发现立体图形，第 8 题还选择了为小鸟做巢的题材，可结合对学生进行保护动物的教育；第 9 题包含着一定的文化价值，让学生从著名诗句中体会从不同方向观察物体可能得到不同的图形. 选择这些题目，学生会比较有兴趣，有助于加深他们对数学知识的理解，也能感受到数学知识的应用.

5. 如图，这些图形都是正方体的平面展开图吗？如果不能确定，折一折，试一试. 你还能再画出一些正方体的平面展开图吗？[1]



（第 6 题）

综合运用

7. 如图，说出下列物体中含有的一些立体图形.



（第 7 题）

8. 天冷了，要为小鸟做一个巢（如图），你要用到哪些立体图形？

9. “横看成岭侧成峰，远近高低各不同. 不识庐山真面目，只缘身在此山中.” 这是宋代诗人苏轼的著名诗句（《题西林壁》）. 你能说出“横看成岭侧成峰”中蕴含的数学道理吗？



（第 8 题）

10. 如图，分别从正面、左面、上面观察这些立体图形，各能得到什么平面图形？[2]



（第 10 题）

[1] 这里不考虑由于旋转等原因造成的相对位置的不同. 正方体的展开图，除了其中的 5 种以外，还有其他一些. 教师可以引导学生将所得的图形分类，寻找其中的规律，但不要求学生找出全部的展开图.

[2] 这里只要求学生说出能得到什么样的平面图形，如长方形、圆等. 不要求学生画出它们.

第 10、11、12 题相比“复习巩固”的第 4、5、6 题难度有所提高，其中第 10 题要求学生能说出从不同方向看立体图形得到的平面图形，第 11、12 题都是要从展开图想象出立体图形，来培养学生的空间想象力. 应鼓励学生在想象的基础上动手实践，这可以作为帮助想象和发现结论的方法.

3. “拓广探索”的第 13 题，是一个“视错觉”的题目，从不同角度观察这个图形，得到的结果是不一样的，类似这样的图形还很多. 这不仅可以让学生感受到数学的奇妙，对于发展他的空间观念也是有好处的.

4. 第 14 题是一个综合性、活动性很强的题目，这也为培养学生的创新精神和实践能力提供了一个机会，要鼓励学生大胆设计、勇于创新、敢于实践，同时注意解决这个问题的方式方法，要小组合作、讨论交流.

[1] 可联系第6题，注意正方体展开时的规律.

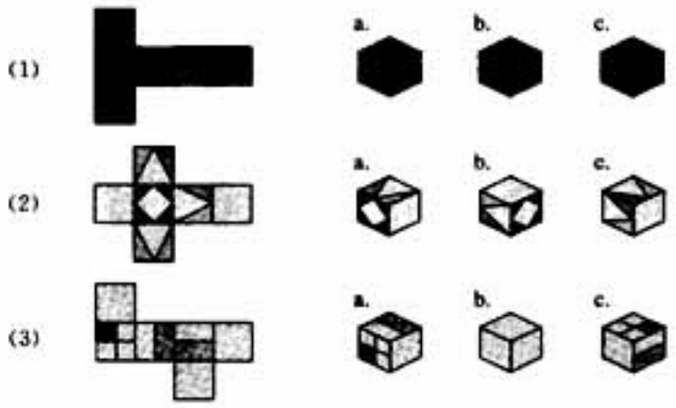
[2] 如果不能确定，可先折一折，试一试.

类似于第5题，对于这样的问题，考虑它们能折成什么样的图形主要从形状上考虑，尺寸上不做严格要求，如不要求学生认识到第3个图中上面圆的周长应等于下面半圆长.

[3] 这种包装盒在生活中是很常见的，可以让学生收集一些这样的包装盒，拆开，研究一下它们的展开图.

[4] 把交流内容集中到三个方面：(1) 制作过程中所学数学知识的所起的关键作用，它决定了制作的物品是否为长方体的形状；(2) 考虑它的实用性，包括尺寸、形状是否合理，用料是否节省等；(3) 活动的美学价值.

11. 如图，左边的图形可能是右边哪些图形的展开图？[1]



(第11题)

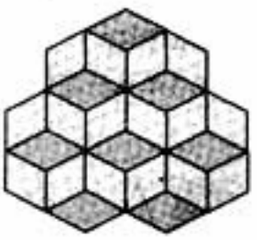
12. 如图，下列图形能折叠成什么图形？[2]



(第12题)

拓广探索

13. 如图，你能看到多少个小正方体？再换个角度看一看.

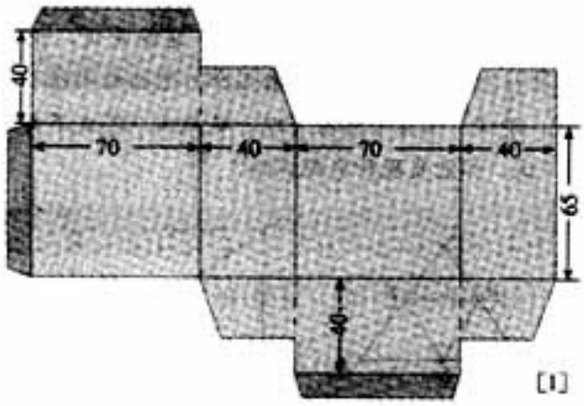


(第13题)

14. 如图，这是制作图3.1-7所示的墨水瓶包装盒的一种平面展开图的示意图（单位：mm），请你类似地设计并制作一个长方体形状的物品包装盒.（你可以与其他同学组成小组共同完成，再互相交流.[4] 尽可能使设计美观、大方. 为方便，可[3]

完成这个题目时，要注意充分发挥学生的主观能动性，让他们分组独立思考、独立设计、独立制作. 在交流时，引导学生体会所学数学知识所起的关键作用，鼓励他们发现现实生活中的问题，并运用所学数学知识加以解决，培养用数学的意识.

以以一定比例用一张硬纸片模拟完成.)



[1]

(第 14 题)

实验与探究 选学

七桥问题与一笔画

[2]

18 世纪时，风景秀丽的欧洲小城哥尼斯堡中有一条河，河的中间有两个小岛，河两岸与两岛之间共建有七座桥（图 1）. 当时小城的居民中流传着一道难题：一个人怎样才能不重复地走过所有七座桥，再回到出发点？

这就是数学史上著名的“七桥问题”，当时许多人都试图找出问题的答案，但都没能找到，你愿意试试吗？



图 1

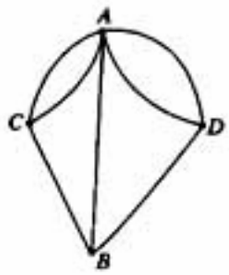


图 2

[1] 注意此图不仅是一个长方体的展开图，还包括许多折进去的部分、粘合的部分，其中虚线处是断开的.

[2] 原苏联城市加里宁格勒.

实验与探究

1. “七桥问题”是数学史上一个著名的问题，它最初只是一个数学游戏问题，后来发现它与拓扑学、图论等数学分支有密切联系. 事实上，比较有名的数学游戏，大多有一定的数学理论背景.

欧拉通过用 4 个点分别表示小岛和两岸，用 7 条线表示 7 座桥，把这个问题转化成了一个“一笔画”的数学问题，从而通过数学问题的解决来解决实际问题. 教科书安排这个选学内容，一方面是为了让学生体会其中蕴含的用数学知识解决问题的方法，同时通过其中抽象出点、线的过程，也可以使学生对点、线有进一步的认识.

2. 除了七桥问题以外，一笔画问题的实际背景还很多，如设计洒水车洒水路线，邮递员投递路线等，可向学生多展示一些这样的实例，提高学习的兴趣，感受数学的应用价值.

[1] 欧拉（1707—1783），瑞士数学家，历史上最多产的数学家，在本章数学活动中还有发现欧拉公式的内容.

[2] 让学生多找几个图形，画一画，找规律.

[3] 当起点和终点重合时，与奇数条线相连的点有2个；当起点和终点不重合时，与奇数条线相连的点有0个.

[4] 在任何两地之间架桥都可以，这时，与偶数条线相连的点有两个，与奇数条线相连的点也是两个.

后来，著名数学家欧拉[1]（Euler）知道了七桥问题，欧拉用四个点 A、B、C、D 分别表示小岛和河岸，用七条线表示七座桥（图2）. 于是，问题就成为“如何一笔画出图2中的图形?”欧拉经过研究发现，图2不能一笔画出. 这就是说，找不到不重复地经过所有七座桥的路线. 这是为什么呢？让我们先来看几个一笔画的问题.

图3中有四个图形，请试一试其中哪些可以一笔画出（笔尖不离开纸，每条线只画一次)？再找几个图形试一试，你能发现什么规律吗？[2]

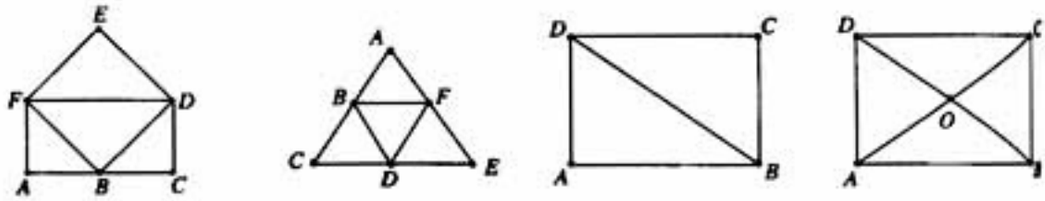


图3

可以想象，凡是“一笔画”，一定有一个“起点”，一个“终点”，还有一些“过路点”. 有一条线进入过路点，必有一条线离开过路点. 这样，与过路点相连的线必为偶数条. 而与奇数条线相连的点，只能是起点和终点，这样的点的个数只能是0或2（想一想什么情况下是0).[3]

数一数，在表示七桥问题的图2中，与奇数条线相连的点有几个？由此你明白七桥问题无解的道理了吗？

在七桥问题中，如果允许你再架一座桥，能否不重复地一次走遍这八座桥？这座桥应架在哪里？请你试一试![4]

3. 一笔画就是指能一笔画出的图形. 这里要注意：(1) 下笔后笔不能离开纸；(2) 每条线都只能画一次而不能重复；(3) 任何两条线不能交叉.

3.2 直线、射线、线段

观察

如图 3.2-1，建筑工人在砌墙时，如何拉参照线？木工师傅锯木板时，怎样用墨盒弹墨线？[1]

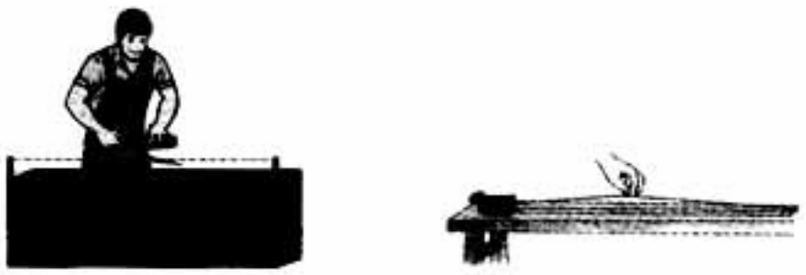


图 3.2-1

探究

(1) 如图 3.2-2 (1)，要在墙上固定一根木条，至少需要几个钉子？



(1)　　(2)

图 3.2-2

(2) 如图 3.2-2 (2)，经过一点 O 画直线，能画出几条？经过两点 A、B 呢？[2]

[1] “两点确定一条直线”的实例在生活中是很多的，如植树时，只要定出两个树坑的位置，就能确定同一行的树坑所在的直线等，可多举出一些这样的例子，让学生体会它的应用.

[2] 应鼓励学生用自己的语言描述通过观察、操作得到的结论.

1. 直线、射线、线段的概念学生前面两个学段已经学过，因此教科书并没有从它们的概念开始本节的学习，而是直接通过观察、探究，让学生体验“过两点只有一条直线”的性质，介绍它们的表示方法，线段的比较等内容，在此基础上，体验“两点之间，线段最短”的性质.

2. 学生通过观察建筑工人砌墙时拉参照线、用墨盒弹墨线，再结合用钉子钉木条和画直线的实际操作，容易承认关于“经过两点有一条直线，并且只有一条直线”的性质（这实际是一条公理），但对于它的表述方法，学生不太熟悉，要使学生清楚，这个性质说的是两句话，一句是说经过两点有一条直线，肯定有，不是没有；另一句是说经过两点只有一条直线，不会多，不会有两条、三条……

从现在开始，要注意开始让学生注意几何语句的用法，特别要弄清一些词（如“经过”“有”



[1] 这样更能体现用两点表示直线的合理性.

[2] 用字母表示图形，前面学段没有介绍，这里刚刚开始，以后遇到各种几何图形，都有用字母表示的问题，这样既便于说明，也便于研究.

[3] 要注意射线 AB 与射线 BA 不是同一条射线；要把表示射线端点的字母写在前面.

[4] 在这里说明直线、射线、线段的关系.

[5] 这个练习要求学生能读懂几何语句，并按语句画出图形，实现从文字语言向图形语言的转化.

[6] 这是“画一条线段等于已知线段”的尺规作图. 学生首次接触尺规作图，只要求学生能完成，不要求说出画法.

练习答案

略.



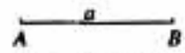
直线 AB 或直线 l

图 3.2-3

经过探究可以体验我们学过的直线的一个性质：**经过两点有一条直线，并且只有一条直线.**

由于两点确定一条直线. 因此我们经常用一条直线上的两点来表示这条直线（图 3.2-3）.[1]

类似地，我们可以用图 3.2-4 的方式来表示线段 AB（或线段 BA），其中点 A、点 B 是线段的端点.[2] 用图 3.2-5 的方式来表示射线 OA，其中点 O 是射线的端点.[3]



线段 AB 或线段 a

图 3.2-4



射线 OA 或射线 l

图 3.2-5

练习

按下列语句画出图形：[5]

(1) 直线 EF 经过点 C；

(2) 点 A 在直线 l 外；

(3) 经过点 O 的三条线段 a、b、c；

(4) 线段 AB、CD 相交于点 B.

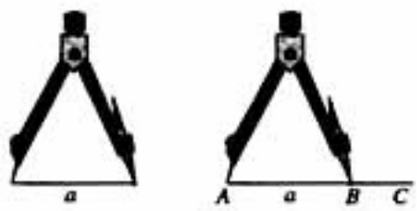


图 3.2-6

画一条线段等于已知线段 a，可以像图 3.2-6 那样，用圆规在射线 AC 上截取 $AB=a$.[6] 也可以先量出线段 a 的长度，再画一条等于这个长度的线段.

?

怎样比较两条线段的长短呢？你能从比身高上受到一些启发吗（图 3.2-7）？

你能再举出一些比较线段长短的实例吗？



图 3.2-7

“只有”等）的意义，要能懂得一些几何语句的意义，能画出图形表示这些语句（后面也安排了一些这方面的练习、习题），还要逐渐的学会用正确的几何语句说出一些几何事实. 但也要注意，这方面的要求要逐步完成，教科书没有给出这条性质的简单说法“经过两点有且仅有一条直线”的目的即在于此.

3. 直线、射线、线段是相近的概念，学生容易混淆，要在复习前面知识的基础上，说明射线和线段都是直线的一部分，指出它们的联系；再从端点个数，延伸情况两方面，指出它们的区别. 并且说明在画出直线 AB 时，要画出向两边延伸的情况，画出射线 AB 时，要画出向 B 的一旁延伸的情况，而画出线段 AB 时，则不要画出向任何一边延伸的情况.

4. 线段的比较习惯上是说比较长短，但是为了和其他量的比较相一致，也把它叫做比较大小. 教科书是通过一个“思考”栏目，让学生对

比较两条线段的长短，我们可用刻度尺分别测量出它们的长度来比较，或者把其中的一条线段移到另一条上作比较（图 3.2-8）.[1]

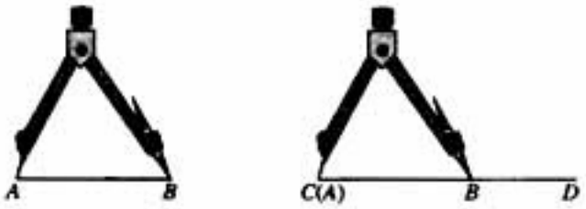


图 3.2-8

在一张透明的纸上画一条线段，折叠纸片，使线段的端点重合，折痕与线段的交点就是线段的中点. 动手试一试!

图 3.2-8 中，点 A 与点 C 重合，点 B 落在 C、D 之间，这时我们说线段 AB 小于线段 CD，记作 $AB<CD$. 想一想，什么情况下线段 AB 大于线段 CD，线段 AB 等于线段 CD 呢?

如图 3.2-9 (1)，点 M 把线段 AB 分成相等的两条线段 AM 与 MB，点 M 叫做线段 AB 的**中点**（center）. 类似地，还有线段的三等分点、四等分点等（图 3.2-9 (2)、(3)）.[2]

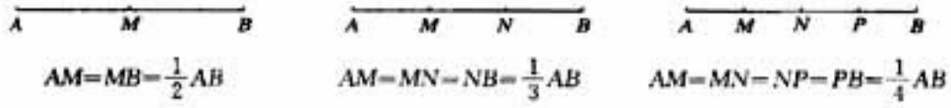
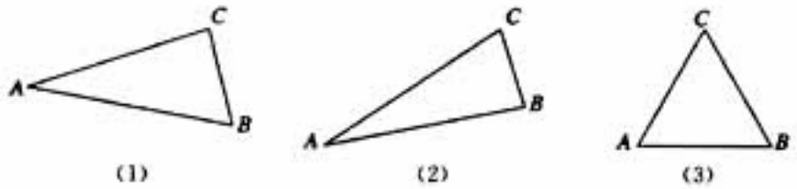


图 3.2-9

练习

估计下列图中线段 AB 与线段 AC 的大小关系，再用刻度尺或用圆规来检验你的估计.[3]



[1] 这是用叠合的方法来比较线段的长短，要使两条线段的一个端点重合，另一个端点落在同一侧，才能进行比较. 对于线段的移动，要注意渗透在合同变换下，线段的位置改变了，但线段的长短保持不变的性质.

[2] 线段的中点只有一个，三等分点有两个，四等分点有三个……

[3] 安排这样的练习，是为了培养学生对线段大小的估计和观察能力.

练习答案

(1) $AB>AC$;

(2) $AB<AC$;

(3) $AB=AC$.

比比身高来引出两种方法：度量的方法和叠合的方法. 线段的度量实际上就是看这条线段和刻度尺上哪条线段相等，因此实际上也是在进行叠合比较；线段长短比较的结果，与数的比较一样，也可以用“$>$、$<$、$=$”来表示. 教学时可以以图形的认识为主，这是几何本身的特点，但要注意使学生对图形的认识与对数量的认识结合起来，达到形与数的结合.

5. 对于线段的中点，也是以图形的认识为主，让学生直观看到它们的形成，这有利于培养识图能力. 但也要求学生能在图形和相应数量关系之间建立起联系，并与有关的符号表示联系起来. 即由点 M 是线段 AB 的中点，就有 $AB=2AM=2MB$，$AM=MB=\frac{1}{2}AB$（反过来，如果点 M 在线段 AB 上，且有这样的数量关系，那么点 M 是线段 AB 的中点），这对于以后的学习（用符号表示推理）是很有帮助的.

[1] 对于“定义”一词，不必说明它的意义，只要结合实例，知道“连接两点间的线段的长度”就是“两点的距离”的定义即可，今后，还将学习这样的定义.

[2] 这里是指画出线段 BC. 今后，如无特殊说明，“连接两点”均指画出两点间的线段.

思

如图 3.2-10，从 A 地到 B 地有四条道路，除它们外能否再修一条从 A 地到 B 地的最短道路？如果能，请你联系以前所学的知识，在图上画出最短路线.

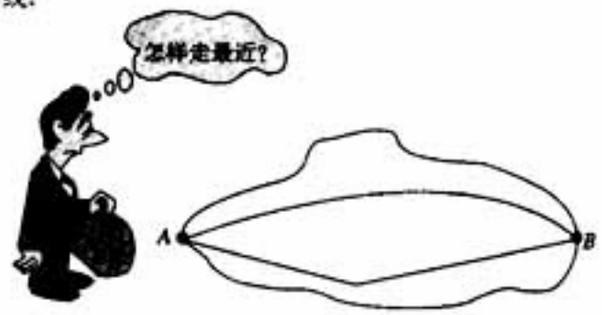


图 3.2-10

这句话说明了什么是“两点的距离”，它是两点的距离的定义[1] (definition).

生活常识告诉我们：两点的所有连线中，线段最短. 简单说成：两点之间，线段最短.

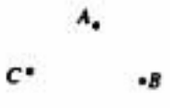
你能举出这条性质在生活中的一些应用吗？

连接两点间的线段的长度，叫做这两点的距离 (distance).

习题 3.2

复习巩固

1. 举出生活中一些可以看成直线、射线、线段的例子.
2. 如图，已知三点 A、B、C.
   (1) 画直线 AB；
   (2) 画射线 AC；
   (3) 连接 BC.[2]



(第 2 题)

6. 关于“两点之间，线段最短”的性质(这也是一条基本事实)，是通过观察、实验得出的. 教学时可以在两点之间连上各种形状的线，把它们展直，可见其中的线段最短，学生是很容易辨认的. 在此基础上，可以让学生举出一些例子，感受它在实际生活中的应用.

7. 两点间的距离是一个数量概念，是指连接两点的线段的长度，而不是线段本身，要把连接两点的线段与两点间的距离区别开来.

3. 延长线段 AB 是指按从端点 A 到 B 的方向延长；延长线段 BA 是指按从端点 B 到 A 的方向延长，这时也可以说反向延长线段 AB. 如图，分别画出线段 AB 的延长线和反向延长线.[1]



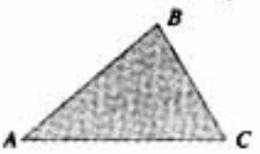
（第 3 题）

4. 读下列语句，并分别画出图形：
   (1) 直线 l 经过 A、B、C 三点，并且点 C 在点 A 与 B 之间；
   (2) 两条线段 m 与 n 相交于点 P；
   (3) P 是直线 a 外一点，过点 P 有一条直线 b 与直线 a 相交于点 Q；
   (4) 直线 l、m、n 相交于点 Q.

5. 画一个正方形，使它的面积是图中正方形面积的 4 倍.



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，有一张三角形的纸片，用折纸的方法比较边 AB 与 AC 的长短.

综合运用

7. 估计图中各组线段的长短，并用刻度尺或圆规验证你的结论.



(1)　　(2)　　(3)

（第 7 题）

8. (1) 如图，把原来弯曲的河道改直，A、B 两地间的河道长度有什么变化？
   (2) 如图，公园里设计了曲折迂回的桥，这样做对游人观赏湖面风光有什么影响？与修一座直的桥相比，这样做是否增加了游人在桥上行走的路程？说出上述问题中的道理.[2]

[1] 这里指出延长线段 AB 和延长线段 BA 的区别，主要是为了以后画图或添加辅助线作准备，同时帮助学生理解射线的概念. 注意画延长线一般画成虚线.

[2] (1) 和 (2) 是应用“两点之间，线段最短”的性质的两个方面. 还可以让学生再举出一些这样的例子.

习题 3.2

1. 复习巩固中的第 1 题是通过让学生举出生活中的实例，感受几何概念从实际中抽象出来的过程；第 2 题结合画图，巩固直线、射线、线段的概念以及它们之间的区别；第 3 题是画延长线的问题，是为以后画图或添加辅助线作准备，这个问题没有在正文交待，而是在这里结合习题给出，也是体现“练习和习题是正文的自然延续”的编制练习与习题的指导思想；第 4 题要求学生根据语句画出图形，是几何语言训练的继续；第 5、6 题要求学生进行实际操作，进而复习、巩固线段度量和比较的内容.

2. 综合运用的第 7 题是培养学生估计线段长短的能力；第 8 题是“两点之间，线段最短”的性质的应用.

3. 拓广探索的两个问题有一定的综合性，第 9 题第 2 问是要学生在展开图上应用关于线段的性质，也有助于培养学生的空间观念；第 10 题

[1] 解决这个问题，除了要用到“两点之间，线段最短”的性质外，还要将正方体展开.

[2] 可以让学生多画几个图形，具体数一数，在此基础上总结规律，交点个数实际上构成数列 $\{C_n^2\}$.

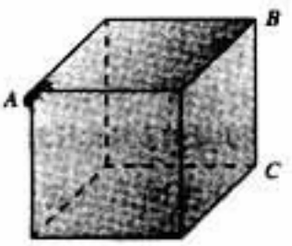




（第 8 题）

拓广探索

9. 如图，一只蚂蚁要从正方体的一个顶点 A 沿表面爬行到顶点 B，怎样爬行路线最短？如果要爬行到顶点 C 呢？说出你的理由．[1]



（第 9 题）

10. 两条直线相交，有一个交点．三条直线相交，最多有多少个交点？四条直线呢？你能发现什么规律吗？[2]



（第 10 题）

需要学生找规律．可以让他们体验从特殊到一般，从具体到抽象的归纳思想，可鼓励他们将发现的规律用式子的形式写出来，训练这种语言转化的能力.

长度的测量

在日常生活和生产中，人们经常要进行长度的测量．

测量离不开测量单位．在国际单位制中，长度的基本单位是米（m），1 米最早是由地球球面上经过巴黎经线的四千万分之一$\left(\frac{1}{40\,000\,000}\right)$定出的．[1] 常用的单位还有千米、分米、厘米、毫米、微米等．



保存在国际度量衡局中的米的标准尺

科研中还经常用到更小和更大的长度单位．现在开始广泛应用的纳米科学，[2] 就是在纳米（nm）尺度上研究物质的特性和相互作用的，1 纳米等于十亿分之一米，人的头发的直径就相当于7 万纳米！在天文学上，经常用天文单位和光年计算星体间的距离．1 天文单位是地球到太阳的平均距离，约等于 1.5×10^{8} 千米，1 光年是光 1 年走过的距离，约等于 10^{12} 千米．[3]



约 1 英寸

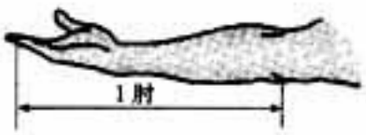
除了国际单位制的长度单位外，有时还用到其他一些长度单位．例如，海上航行经常使用的长度单位海里[4]（1 海里＝1 852 米）；人们经常提及的“××英寸彩电”使用的是英制长度单位等．

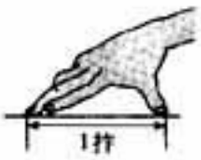
查一查资料，英制长度单位包括哪些单位？它们和国际单位制的长度单位是如何换算的？你知道 25 英寸、29 英寸彩电的屏幕对角线长度是多少厘米吗？[5]

测量长度的工具有很多种，常用的工具有木尺、塑料尺、卷尺、钢卡尺、游标卡尺等．如果测量精度要求不高，也可以用肘、井、步长等来估计距离．



游标卡尺





[1] 现在米是根据光速的$\frac{1}{296\,000\,000}$定出的，这更加精确．

[2] “纳米技术”是指在纳米尺度范围内，通过直接操纵和安排原子、分子来创造新材料，并且在纳米尺度内探索物质运动的新规律．现在，它已在信息技术、医学、环境科学及能源科学等领域得到了广泛的应用，纳米技术必将给人类生活带来深远影响．

[3] 可结合复习科学记数法．

[4] 海里用于海上航行的距离，领海范围离海岸线的距离等．

[5] 25 英寸约为 54 厘米，29 英寸约为 64 厘米．这里还可以让学生查阅相关资料，了解其他一些单位之间的换算关系．

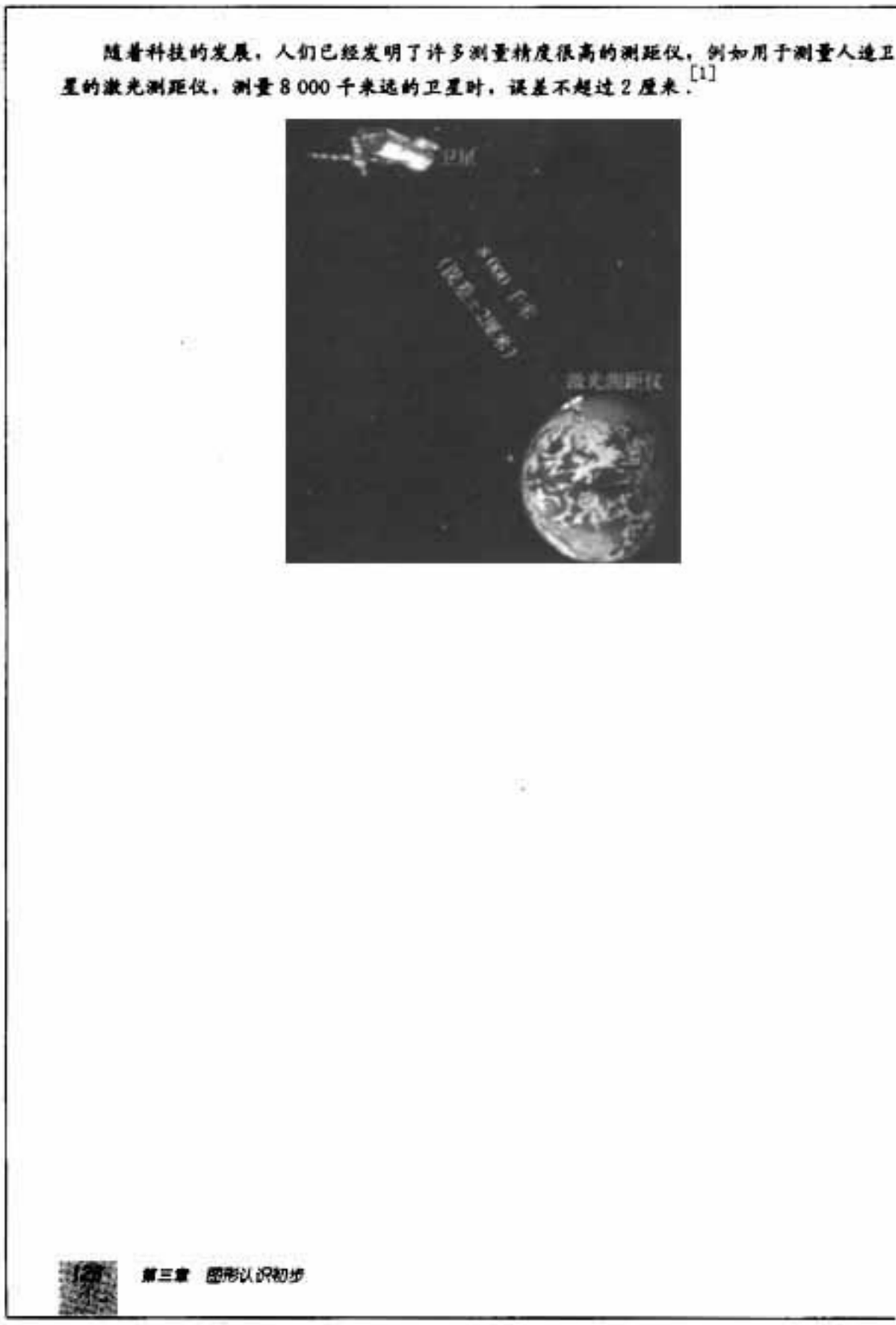
阅读与思考

1. 长度的测量在日常生活中是经常要用到的，测量离不开测量单位和测量工具．教科书安排这个阅读与思考的目的是为了让学生了解常用的测量单位和测量工具，以便学以致用．

2. 在介绍测量单位时，除了介绍我国使用的国际单位制的长度单位外，还有一些不是国际单位制的长度单位，如海里、天文单位、光年、一些英制单位等．

国际单位制的长度单位在世界各国都已采用，我国也规定为标准制长度单位．虽然目前可能有些方面还不习惯使用（如有些习惯用里、尺，而不习惯用千米、米等），但要让学生注意统一使用这种标准的长度单位；海里因有习惯原因，各国仍在使用；天文学上要表示非常远的距离，用千米很不方便，因此使用天文单位、光年等较大的长度单位；英制长度单位在英美等国仍在使用，我国现在规定不再使用，考虑到一些习

[1] 随着科技的发展，现在测量精度越来越高，在这里还可向学生举出一些这样的例子，如现在人们能非常准确的测出地球到太阳、月亮的距离等，体现数学在现代科技中的作用.



惯，作了简要介绍.

除了介绍的这些长度单位外，还有其他一些长度单位，学生如果还有兴趣，可以让他们查阅相关资料，了解它们以及它们与国际单位制长度单位之间的换算关系.

3. 在介绍常用的测量长度的工具时，还介绍了如肘、拃、步长等，教学时可让学生量它们一下大约等于多少米，以方便估计长度. 要注意学生对长度的估计能力的培养.

4. 教科书还特别介绍了纳米、激光测距仪等，以让学生感受到现代科技的高速发展，以及测量单位和测量工具在科学研究中的重要作用.

3.3 角的度量

你能再举出一些有关角的实例吗?

角（angle）也是一种基本的几何图形，钟面上的时针与分针，棱锥相交的两条棱，树叶上交错的叶脉（图 3.3-1），都给我们以角的形象.



图 3.3-1

[1]

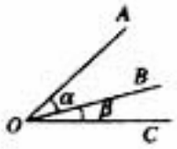
我们知道，有公共端点的两条射线组成的图形叫做角，这个公共端点是角的顶点，这两条射线是角的两条边[2]. 角通常用如图 3.3-2 的方法来表示.



∠AOB或∠O　　∠α　　∠1

图 3.3-2

如图，能把 $\angle\alpha$ 记作 $\angle O$ 吗？为什么？$\angle\alpha$ 还可以怎样表示呢？[3]



思

角也可以看作由一条射线绕着它的端点旋转而形成的图形[4]. 如图 3.3-3，射线 OA 绕点 O 旋转，当终止位置 OB 和起始位置 OA 成一条直线时，形成什么角？继续旋转，OB 和 OA 重合时，又形成什么角？

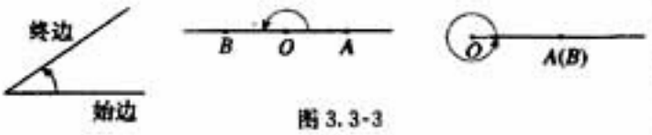


图 3.3-3

[1] 学生往往不注意角的边是射线，容易误认为角的边画出部分较长的角较大，画出部分较短的角较小. 要在分清线段与射线概念的基础上让学生注意角的边是射线，不是线段.

[2] 这可以看成角、角的顶点、角的边的定义.

[3] 这也是学生容易犯的错误. 要特别强调表示顶点的字母一定要写在中间，当在顶点处只有一个角时，才可只用顶点的一个字母来记这个角，否则分不清这个字母究竟表示哪个角.

[4] 用旋转的方式描述角，不仅对以后角的概念的扩展有用，而且能更好地帮助学生理解平角、周角的概念. 教学时要通过实例，让学生更好地理解.

1. 角的概念，学生前面学段已经学过，本节是要学生在原有的基础上，进一步认识它，理解它的静态和动态两种描述方法. 教学中可再举出大量贴近生活的实例，如圆规张开的两角、足球射门的角度等来帮助学生理解角的概念，也可以让学生尽可能去发现生活中还有哪些物体具有角的形象.

对于角的两种描述，不要求学生记忆，但要注意结合它们尤其是角的旋转方式来使学生明确角的本质特征：角不能仅仅看作是有公共端点的两条射线，角的两种描述中都隐含了组成角的一个重要元素，即两条射线间的相对位置关系，这是角与“有公共端点的两条射线”的重要区别.

2. 角的表示方法可在今后的学习中让学生进一步掌握，逐步学会正确的书写格式. 教学中要注意角的呈现方式，让学生感受到角的各种变式图形.

[1] 可让学生自己画出1°的角，形成对它的直观认识.

[2] 在圆中，弧长等于半径的圆弧所对的圆心角，被规定为1弧度的角，1弧度$=\frac{180^\circ}{\pi}\approx 57^\circ 17' 44''$；在军事上，往往对角的度量有更精密的要求，常常使用密位制，1密位等于周角的$\frac{1}{6\,000}$，即1密位$=\left(\frac{360}{6\,000}\right)^\circ=\left(\frac{3}{50}\right)^\circ$.

[3] 关于度、分、秒的计算，只计算到分，这里主要问题在于60进制，只要掌握了60进制，计算到分和计算到秒是一样的. 精确到分，就是对分的十进制小数四舍五入.

[4] $180'\div 7=25.71\cdots'$，人为$26'$.

练习答案

1. 2 100分，126 000秒.
2. 不相等，$38^\circ 15'$大（$38.15^\circ=38^\circ 9'$）.

角度制起源于四大文明古国之一的古代巴比伦.为什么选择60这个数作为进制的基数呢？据说是由于60这个数是许多常用的数2、3、4、5、6、10、12、15、20、30的倍数，$60=12\times 5$，12是一年中的月数，5是一只手指的手指数，所以古代巴比伦人认为60是一个特别而又重要的数.

我们常用量角器量角，度、分、秒是常用的角的度量单位. 把一个周角360等分，每一份就是1度（degree）的角，记作1°；[1] 把1度的角60等分，每一份叫做1分的角，记作1′；把1分的角60等分，每一份叫做1秒的角，记作1″.

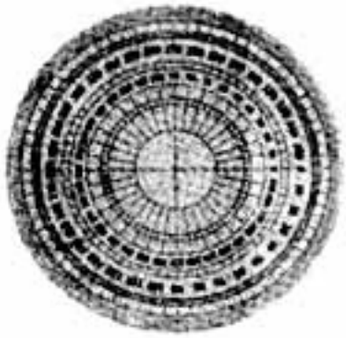


图3.3-4

1周角=_____°，1平角=_____°，

1°=_____′，1′=_____″.

以度、分、秒为单位的角的度量制，叫做角度制. 此外，还有其他度量角的单位制. 例如，我们以后将要学到的以弧度为基本度量单位的弧度制，在军事上经常使用的角的密位制等.[2]

注意度、分、秒是60进制的，要把剩余的度数化成分.

$360^\circ\div 7=51^\circ+3^\circ\div 7$

$=51^\circ+180'\div 7$

$\approx 51^\circ 26'$. [4]

例 把一个周角7等分，每一份是多少度的角（精确到分）？[3]

解：$360^\circ\div 7\approx 51^\circ 26'$.

答：每份是$51^\circ 26'$的角.

练习

1. 35°等于多少分？等于多少秒？
2. $38^\circ 15'$和38.15°相等吗？哪个大？

3. 用量角器量角，学生已经学过，量角的单位是度，学生也已知道，在此基础上，教科书进一步介绍了角度制的另外两种单位：分和秒以及它们之间的换算关系.

1度等于60分，1分等于60秒，以及关于度、分、秒的运算，学生以前没有学过. 但学生对于时钟上的时、分、秒是比较熟悉的，两者都是60进制. 教学时可利用学生对时、分、秒及其运算的已有认识，通过类比，使学生理解和掌握有关角的度、分、秒及其换算.

教科书中的例题是度、分、秒的除法，要详细说明除的过程，使学生看到把度的余数继续再除的情况. 必要时也可写出竖式，使学生清楚看到退位的情况，并可说明乘的进位正好与此相反. 教学时，还可补充加减法的例题，让学生看到加减时的进位与借位的情况.

4. 与长度的度量一样，除了度量单位，还有度量工具的问题，教科书给出了工程测量中常

除量角器外，工程测量中，还常用经纬仪（图 3.3-5）来测量角的大小．你还见过其他的度量角的工具吗？



图 3.3-5

借助三角尺，我们可以画出 30°、45°、60°、90°等特殊角，[1]借助量角器，可以画出任何给定度数（如 36°、108°）的角．[2]对于一个没有给出度数的角，怎样画一个角等于这个角呢？

探究

已知$\angle AOB$（图 3.3-6），画一个角等于这个角．

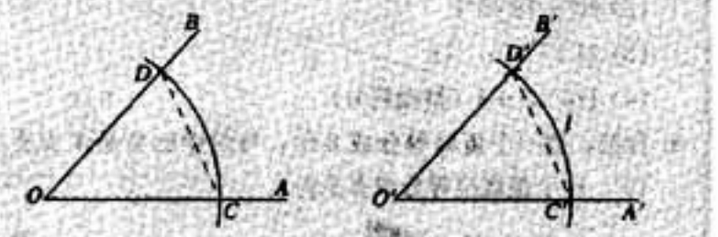


图 3.3-6

(1) 以点 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA、OB 于点 C、D；

(2) 画一条射线 $O'A'$，以点 O' 为圆心，OC 长为半径画弧 l，交 $O'A'$ 于点 C'；

(3) 以点 C' 为圆心，CD 长为半径画弧，交弧 l 于点 D'；

(4) 过点 D' 画射线 $O'B'$，则 $\angle A'O'B' = \angle AOB$.

用量角器量一量，$\angle A'O'B'$ 等于 $\angle AOB$ 吗？

这是“作一个角等于已知角”的尺规作图（限定用无刻度的直尺和圆规画图），今后你将知道这种作法的道理.[3]

[1] 可让学生画出来，对它们的大小有一个直观认识，这对于估计一个角的大小是有帮助的.

[2] 复习用量角器量角和画角.

[3] 这实际是根据三角形全等的“边边边”公理，学生以后将会在“全等三角形”一章中认识到.

使用的经纬仪，还可让学生举出其他一些角的度量工具.

5. 对于“画一个角等于已知角”的尺规作图，教科书是以一个探究的形式给出的，学生只要能按教科书的方法画出来即可，可以再让它们通过量角器检验，不要求学生明白这种作法的道理，也不要求写出画法.

这里首次出现了“尺规作图”一词，可向学生简要介绍一下它的要求以及它在几何学习中的作用.

6. 今后，如无特殊说明，所说的角都是指小于平角的角，这对于本学段的角的研究已经足够了. 教学时应向学生指明这一点.

[1] 误差在 10° 以内，就可以说估计的很准了.

[2] 这样，学生能对一些特殊角的大小有一个直观的形象，有助于对其他角进行估计.

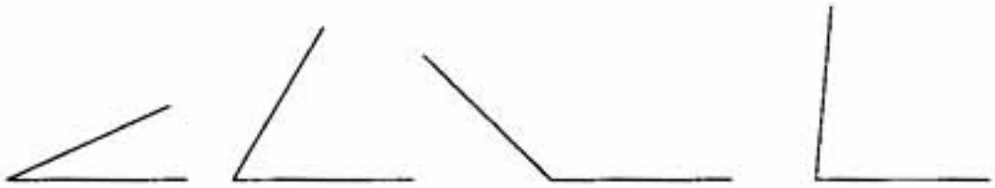
[3] 这是实际问题中的角的除法，可向学生展示齿轮实物或其他图形.

习题3.3

复习巩固

1. 6 时整，钟表的时针和分针成多少度的角？8 时呢？8 时 30 分呢？

2. 估计图中几个角的度数，再用量角器检验你的结论.[1]



（第 2 题）

3. 凭你的感觉画出 30°、45°、90°、120°、135°的角，再用量角器量一量，你画的准确度如何？[2]

4. 计算：

(1) $48°39'+67°31'$；

(2) $90°-78°19'$；

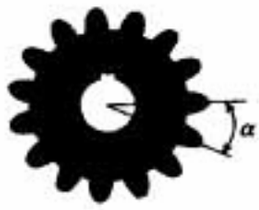
(3) $21°17'\times 5$；

(4) $176°52'\div 3$（精确到分）.

5. 如图，把一个蛋糕等分成 8 份，每份中的角是多少度？如果要使每份中的角是 15°，这个蛋糕应等分成多少份？



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，一个齿轮有 15 个齿，每相邻两齿中心线间的夹角都相等，这个夹角是多少度？如果是 22 个齿的齿轮，这个夹角又是多少度（精确到分）？[3]

习题 3.3

1. 钟表是一个很好的认识角的载体，复习巩固第 1 题就是让学生在钟表上认识角，表盘就给我们一个 360° 的周角的形象，表针处于不同位置，就形成了不同的角；综合运用的第 7 题还把角的大小与时间联系起来，结合这个问题，能更好地让学生看到角的度、分、秒与时间的时、分、秒的联系和区别.

2. 通过复习巩固的第 2、3 题，可以使学生对一些特殊角的大小有一个直观感受，这样有利于对其他角的大小进行估计.

3. 复习巩固的第 4、5、6 题实际上都是角度的加、减、乘、除的运算问题，对于这类运算，要注意控制难度，以书上的例、习题的要求为准.

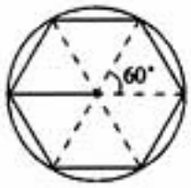
4. 综合运用的第 8 题，是让学生用三角尺和圆规画一个正六边形. 根据图示，学生只要以圆心为顶点，连续画六个 60° 的角，角的边与圆的

综合运用

7. 如果把钟表的时针在任一时刻所在的位置作为起始位置，那么时针旋转出一个平角及一个周角，至少各需要多长时间？

8. 从蜂巢的入口处看，蜂巢由许多正六边形（六条边相等，六个角也相等）构成，按图示的方法，利用三角尺和圆规画出一个正六边形.

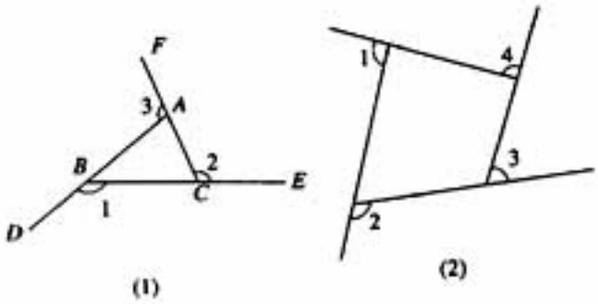




（第 8 题）

拓广探索

9. (1) 图 (1) 中，射线 AD、BE、CF 构成$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$，量出$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$，并计算$\angle 1+\angle 2+\angle 3$. 画出几个类似的图，计算相应的三个角的和，你有什么发现？[1]



(1)　　(2)

（第 9 题）

(2) 类似地，量出图 (2) 中$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$，计算$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4$. 再换几个类似的图试试，你有什么发现？

综合 (1) (2) 的发现，你还能进一步得到什么猜想？[2]

[1] 这实际上是在测量并计算三角形的外角和，外角的概念可不向学生给出.

[2] 还可以让学生类似地量一下五边形、六边形的外角和，这样有助于得到猜想. 要让学生注意，测量时会有误差.

交点就是正六边形的顶点. 由于正六边形可以非常紧密的排列在一起（实际上它可以对平面镶嵌，后面“三角形”一章还要学到），这样能消耗更少的材料，而得到更大的空间. 这也是大自然中的数学.

5. 拓广探索的第 9 题，是让学生通过观察、操作、归纳得出多边形的外角和猜想，多边形内角和问题将在“三角形”一章得到解决. 与上一节第 10 题一样，这种通过观察、思考，归纳出一个数学结论的方法对于学生理解数学结论是很有帮助的.

[1] 复习用量角器量角和画角，指出量角时要注意：(1) 对中（顶点为中心），(2) 重合（一边与刻度尺上的零度线重合），(3) 读数（读出另一边所在线的度数）.

[2] 角大它的度数也大，度数大的角也大.

[3] 叠合时一定要使两个角的顶点及一边重合，另一边落在第一条边的同旁，否则不能进行比较. 比较也可以用纸板做成模型，移动纸板，进行比较.

[4] 可以借助三角尺估计，再通过用量角器量角或用叠合的方法比较来检验.

练习答案

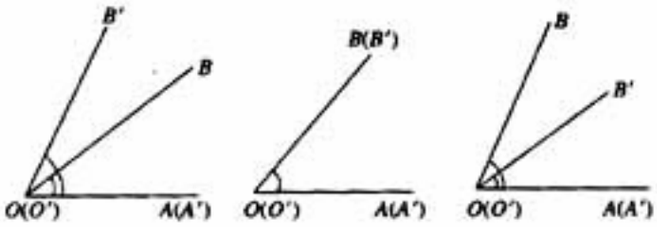
第 1 幅图中∠1＜∠2，第 2 幅图∠1＝∠2.

3.4 角的比较与运算

3.4.1 角的比较

你已经知道了怎样比较两条线段的长短，类似的，怎样比较两个角的大小呢？

与线段长短的比较类似，我们可以用量角器量出角的度数，[1]然后比较它们的大小；[2]也可以把它们叠合在一起比较大小（图 3.4-1）.[3]

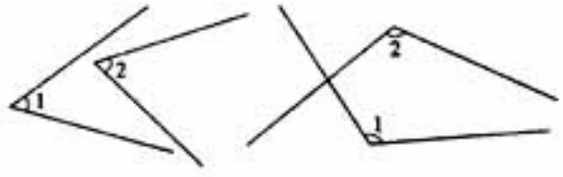


∠AOB＜∠A'O'B'　　∠AOB＝∠A'O'B'　　∠AOB＞∠A'O'B'

图 3.4-1

练习

估计图中∠1 与∠2 的大小关系，并用适当的方法检验.[4]



1. 角的比较，角的和与差，以及角的平分线的内容完全可以对照线段的比较、线段的和差、线段的中点的内容来进行，两者是十分相似的.

2. 与线段的比较类似，角的大小比较，教科书也介绍了两种方法：度量方法和叠合方法，叠合方法是教学的重点. 教学时可先让学生观察一些角，如三角尺上的角，使学生明确角是有大小的，要让学生注意角经过移动以后，位置改变了，但角的形状、大小没有改变. 可利用一些纸板做成模型，安排一些操作，通过学生动手实验，掌握叠合法的步骤.

要注意引导学生对角的大小的认识从“数量”到“形”的过渡. 从数量上看，度数大的角也大，从形上看，开口大的角也大，从角的旋转定义来看，也可以说转的较多的角较大.

用量角器量角，实际上就是看这个角和量角器上哪个角的读数相等，这和用刻度尺量线段的

探究

如图 3.4-2，图中共有几个角？它们之间有什么关系？[1]

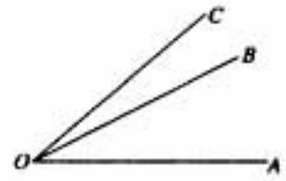


图 3.4-2

图中，$\angle AOC$ 是 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 的和，记作 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$. $\angle AOB$ 是 $\angle AOC$ 与 $\angle BOC$ 的差，记作 $\angle AOB = \angle AOC - \angle BOC$. 类似的，$\angle AOC - \angle AOB =$ _____.

如图 3.4-3，借助三角尺画出 15°、75°的角. 用一副三角尺，你还能画出哪些度数的角？试一试！[2]

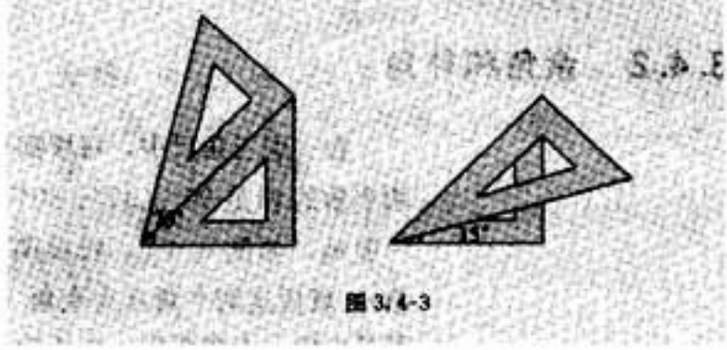


图 3.4-3

图 3.4-4 中，如果 $\angle AOB = \angle BOC$，那么 $\angle AOC = 2\angle AOB = 2$ _____，$\angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2}$ _____.[3] 像 OB 这样，从一个角的顶点出发，把这个角分成相等的两个角的射线，叫做这个角的平分

[1] 可以复习角的概念，这里共有三个角.

[2] 一副三角尺上的角都是常用的角，它们可以直接画出. 画其他特殊角，关键在于设法把它写成 30°、45°、60°、90°角的和或差. 实际上凡是 15 的整数倍的角，都能用三角尺画出，而能用三角尺画出的，也只限于这样的角.

[3] $\angle AOC = 2\angle AOB = 2\angle BOC$，$\angle AOB = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOC$，这是角平分线中一个相反的关系.

长度相同. 实际上，量角器起了一个移角的作用，也就是画一个角等于已知角.

3. 与线段的和差一样，对于角的和差，教科书也主要是从形上说明它的意义，并用符号表示，在图形和等式之间建立一种关系，让学生了解两个角的和或差，仍然是一个角.

教学时，可要求学生能结合图形来分析数量关系，把几何意义与度数的数量表示结合起来，说明角的和差的度数，就是它们度数的和差，达到形与数的结合.

4. 教科书安排的“探究”，让学生用一副三角尺画出一些特殊角，除了可以让学生复习巩固角的和差的概念外，也可以使他们对这些角的大小有一个直观认识，有利于培养学生对角的大小的估计能力.

5. 对于角的平分线的概念，主要是让学生结合图形来认识和理解，不要出现如“平分一个角的直线是角的平分线”等错误理解. 对于画一

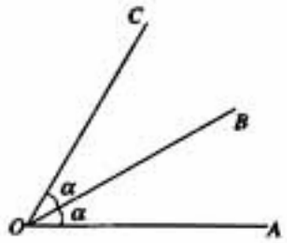
[1] 这是角的平分线的定义.

[2] 类似于角的平分线，可让学生用符号表示出角的三等分线中的关系.

[3] 要采用透明或半透明的纸，这样折纸时能看的清，以便对齐角的两边.

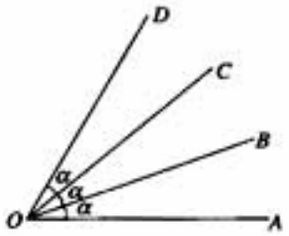
[4] 要说明“互为”这个词语的意思，与代数中“互为相反数”“互为倒数”等联系.“互余”“互补”的角总是成对出现的.

线[1] (angular bisector). 类似地，还有角的三等分线等(图 3.4-5).



OB 是 $\angle AOC$ 的平分线

图 3.4-4



OB、OC 是 $\angle AOD$ 的三等分线[2]

图 3.4-5

探究

仿照图 3.4-6，通过折纸作角平分线.[3]

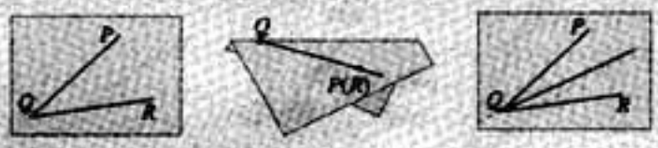


图 3.4-6

3.4.2 余角和补角

在一副三角尺中，每块都有一个角是 90°，而其他两个角的和是 90°（30°＋60°＝90°，45°＋45°＝90°）. 一般地，如图 3.4-7，如果两个角的和等于 90°（直角），就说这两个角互为**余角**[4] (complementary angle)，即其中每一个角是另一个角的余角.



图 3.4-7



图 3.4-8

个角的平分线，学生能用量角器通过计算度数来画就可以了，不要求尺规作图. 安排折纸作角的平分线的内容，也是在于培养学生动手操作的能力，加深对角的平分线概念的理解.

6. 注意互为补角和互为余角的角主要反映角的数量关系，而不是角的位置关系. 教科书在画图时（图 3.4-7，3.4-8）注意把互为补角或互为余角的角画得分离，避免学生误认为互为补角或互为余角的两角一定有公共顶点和公共边（例如学生容易混淆补角和邻补角）.

例 1 得出了关于补角和余角的重要性质，等角的补角相等，等角的余角相等. 这些性质在后面学习对顶角相等以及平行线的判定和性质时即将用到. 这个性质，教科书是结合具体图形，经过两角大小关系的分析，做出的一般概括. 要注意这里已经开始了“说点儿理”，应用的是代数中有关等式的性质，教学时要引起注意. 整套教科书对于推理能力的培养是分层次逐步安排的，

类似地，如图 3.4-8，如果两个角的和等于 180°（平角），就说这两个角互为**补角**[1]（supplementary angle），即其中一个角是另一个角的补角.

练习

1. 一个角是 70°39′，求它的余角和补角.
2. 一个角的补角是它的 3 倍，这个角是多少度？
3. 一个角是钝角，它的一半是什么角？

例 1 如图 3.4-9，∠1 与∠2 互补，∠3 与∠4 互补，如果∠1＝∠3，那么∠2 与∠4 相等吗？为什么？[2]



图 3.4-9

这里，我们用到了“等量减等量，差相等”.[3]

分析：由∠1 与∠2 互补，可得∠2＝180°－_____，由∠3 与∠4 互补，可得∠4＝180°－_____，

答：∠2 与∠4 相等.

这是因为∠1＝∠3，所以 180°－∠1＝180°－∠3，这就是∠2＝∠4.

由此，我们得到：

等角的补角相等.

对于余角有类似的性质：

等角的余角相等.

例 2 如图 3.4-10（1），货轮 O 在航行过程中，

[1] 提醒学生注意区分互为补角和互为余角，前者是两角的和是 180°，后者是两角的和是 90°，在对比中记忆.

[2] 这里问为什么，开始要让学生说点儿理，要求学生能用数学的语言表达思考过程，不要求严格的推理形式.

[3] 从∠1＝∠3 得到 180°－∠1＝180°－∠3，根据的是代数中等式的性质. 等式的性质也适用于几何中的量，如长度、角度等等，也就是说，等式的两边同时加上或减去相等的量，仍是等式. 关于几何量的等式的性质，今后还会经常用到.

练习答案

1. 余角是 19°21′.
2. 可列方程解出这个角是 45°.
3. 锐角.

要把推理作为学生经过主动探索、思考，归纳发现出结论后的一个自然的延续. 这里开始说点儿理，主要是让学生能用数学语言表达自己的思考过程，不要求严格的形式.

7. 例 2 的表示方法经常用来表示对象所处的方位，如果再加上长度，就能确定物体的位置（就是极坐标的思想），这在后面“平面直角坐标系”一章还要用到.

用量角器画这样的射线要注意：（1）总是以正南或正北方向（指北针的方向）作角的始边，（2）分清东、南、西、北，理解偏东、偏西的意义. 如果有条件，还可以组织学生到操场上，以某一个点为基准点，描述学校各个建筑物的方位，体会它的实际作用.

8. 在本节出现了许多符号表示，要注意让学生掌握，作好图形语言与符号语言之间的相互转化. 如比较角的大小的符号表示，角的和差的符号表示，一角与这角被角平分线分成的两角间

[1] 注意通常要先写北或是南，再写偏东还是偏西，如“北偏东 40°”不要写成“东偏北 50°”.

[2] 方位角经常用于航空、航海、测绘中，领航员常用地图和罗盘进行方位角的测定.

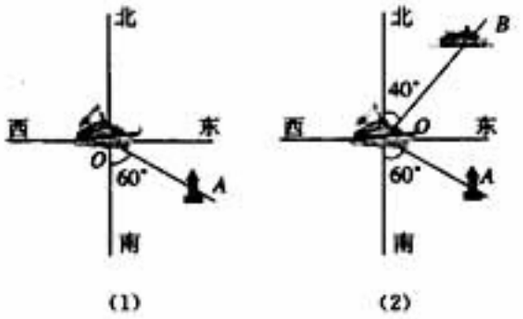
[3] 让学生动手，自己完成.

[4] 注意“分别”这个词语的意义，逐步使学生了解一些几何语言.

发现灯塔 A 在它南偏东 60°的方向上. 同时，在它北偏东 40°[1]、南偏西 10°、西北（即北偏西 45°）方向上又分别发现了客轮 B、货轮 C 和海岛 D. 仿照表示灯塔方位的方法，画出表示客轮 B、货轮 C 和海岛 D 方向的射线.

有时以正北、正南方向为基准，描述物体运动的方向，如“北偏东 30°”“南偏东 25°”.

表示方向的角（方位角）在航行、测绘等工作中经常用到.[2]



(1) (2)

图 3.4-10

画法：(1) 以点 O 为顶点，表示正北方向的射线为角的一边，画 40°的角，使它的另一边 OB 落在东与北之间. 射线 OB 的方向就是北偏东 40°（图 3.4-10 (2)），即客轮 B 所在的方向.

请你在图 3.4-10 (2) 上画出表示货轮 C 和海岛 D 方向的射线.[3]

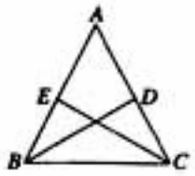
习题 3.4

复习巩固

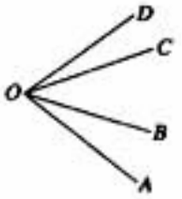
1. 如果∠1=∠2，∠2=∠3，则∠1 _____∠3；
   如果∠1>∠2，∠2>∠3，则∠1 _____∠3.
2. 如图，BD 和 CE 分别是[4]∠ABC 和∠ACB 的平分线，且∠DBC=∠ECB=31°，求∠ABC 和∠ACB 的度数，它们相等吗？

的关系的符号表示，以及关于补角、余角的性质的符号表示等等.

另外，要注意培养学生的识图能力. 例如，使学生能从图形中观察出一个角是哪两个角的和或差，哪两个角互为余角、补角等等，这也是培养空间观念的一个重要方面.



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 按图填空：

（1）$\angle AOB+\angle BOC=$_____；

（2）$\angle AOC+\angle COD=$_____；

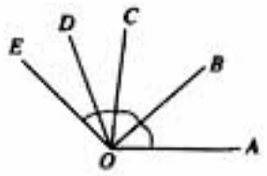
（3）$\angle BOD-\angle COD=$_____；

（4）$\angle AOD-$_____$=\angle AOB$.

4. 如图，OB 是$\angle AOC$ 的平分线，OD 是$\angle COE$ 的平分线．

（1）如果$\angle AOB=40°$，$\angle DOE=30°$，那么$\angle BOD$ 是多少度？

（2）如果$\angle AOE=140°$，$\angle COD=30°$，那么$\angle AOB$ 是多少度？[1]



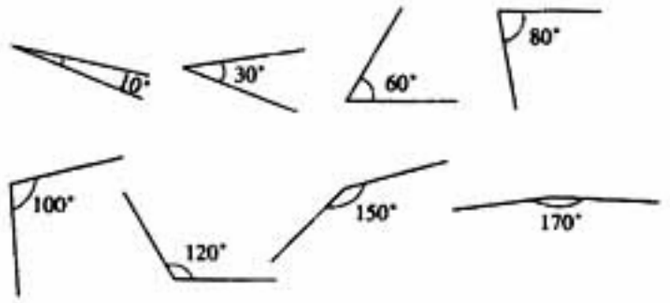
（第 4 题）



（第 5 题）

5. 如图，要测量两堵围墙所形成的角 AOB 的度数，但人不能进入围墙，如何测量？[2]

6. 图中给出的各角中，哪些互为余角？哪些互为补角？[3]



（第 6 题）

[1] 可以列算式，也可以列方程解这个问题.

[2] 要测量$\angle AOB$的补角的度数，还要画出一边的延长线，构造出它的补角（实际上是邻补角）.

[3] 可与三角尺上的特殊角比较一下，对它们的大小有一个直观认识.

习题 3.4

1. 复习巩固第 1 题实际上是等式和不等式的传递性；第 2 题是复习角平分线的概念，三角形 ABC 是一个等腰三角形，也为后面学习等腰三角形作准备；第 3 题是训练识图能力，复习角的和与差，在图形和符号表示之间建立联系；第 6 题仍是训练识图能力，加强对角平分线意义的认识，使学生初步理解角的和差的度数就是它们度数的和差，这个问题还可以通过列方程来解，也能让学生看到不同数学领域内容的相互应用；第 5 题是一个实际问题，要学生去测量$\angle AOB$的补角（实际上是邻补角），也为后面邻补角的学习作准备；第 6 题除复习余角、补角的概念以外，还可以让学生对所列的角的大小有一个直观感受，逐步形成表象，有利于对角的大小的估计能力的培养；第 7 题是复习方位角的概念以及用量角器画一个角的方法.

2. 综合应用的第 8 题通过放大镜不能把一个

[1] 注意结合此题复习用量角器画一个已知度数的角的方法.

[2] 角的大小可以用角的度数来衡量，把一个角放大就是使角的度数变大.

[3] 可让学生仿照第 7 题，先分别画出表示东南西北的十字线，降低画图难度.

[4] 多画几个这样的四边形，让学生探索，注意测量时的误差.

7. 按照上北下南，左西右东的规定画出表示东南西北的十字线，然后在图上画出表示下列方向的射线：[1]

(1) 北偏西 30°；

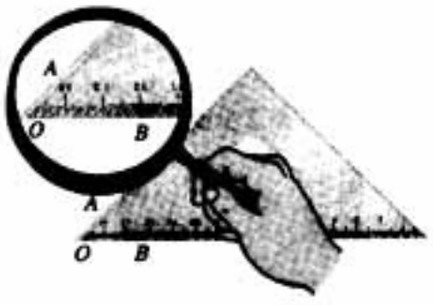
(2) 南偏东 60°；

(3) 北偏东 15°；

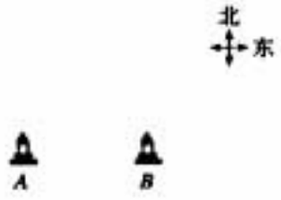
(4) 西南方向（南偏西 45°）.

综合运用

8. 老年人读书看报，往往戴上一副老花镜，或者拿上一个放大镜，因为老花镜和放大镜都能把文字或图画放大. 你能用放大镜把一个角放大吗？[2]



(第 8 题)



(第 9 题)

9. 如图，A 地和 B 地都是海上观测站，从 A 地发现它的北偏东 60°方向有一艘船，同时，从 B 地发现这艘船在它北偏东 30°方向. 试在图中确定这艘船的位置.[3]

10. (1) 互余且相等的两个角，各是多少度？

(2) 一个锐角的补角比这个角的余角大多少度？

拓广探索

11. 画几个不同的四边形，使每个四边形中都有 30°、90°、105°的角，量一量这些四边形中另一个角的度数，你能发现什么规律？[4]

角放大，再次说明一个角的大小只与它开口的程度有关，而与射线长短无关，让学生理解角的概念；第 9 题中的这条船应当位于两条表示方向的射线的交点上处，这表明方位角不仅能表示方向确定，用两个方位角还能确定物体的位置，这也是方位角的一个实际应用；第 10 题还是用代数方法解几何问题，复习余角、补角的概念.

3. 拓广探索的问题是要学生通过测量、计算、思考，归纳出四边形内角和的猜想，要鼓励学生用几何语言描述他所发现的规律.

数学活动

活动 1　制作火车车厢的模型[1]

图 1 是一些火车车厢的模型，它们对应着什么样的立体图形？[2] 选择适当的比例，在一张硬纸板上分别画出它们的展开图，折叠起来，得到火车车厢的模型．你还可以给它们加上窗子，或是装上货物，[3] 加上车轮……



图 1

你还见过其他形状的火车车厢吗？类似地制作出它们的模型．

活动 2　莫比乌斯带

剪两张纸条，把它们的两面分别涂上两种不同的颜色，用它们做成两个环，其中一条由纸条两端直接粘合（图 2），另一条是把纸条先扭半圆，再把两端粘合（图 3）．在图 2 的环的一面的一只蚂蚁，能否不越过纸条边缘而爬到另一面？如果这只蚂蚁在如图 3 的环上爬行，情况又会怎样呢？[4] 用铅笔尖沿着蚂蚁可能爬行的路线试一试．

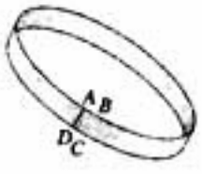
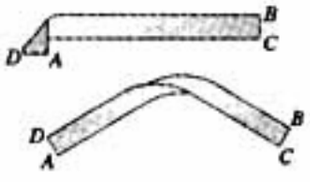


图 2



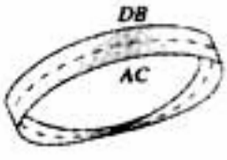


图 3 [5]

图 3 的环状带叫做莫比乌斯带，它是拓扑学中单侧曲面的一种模型．如果你以后更深入地学习数学，你会遇到更多这种有趣的图形．[6]

用剪刀沿图 3 中的虚线剪开莫比乌斯带，你又能得到什么？试试看．将这个实验再做下去，又有什么发现？[7]

[1] 这个活动可结合教科书第 118 页习题 3.1 第 8 题一起进行.

[2] 棱台学生没有接触过，不要给出它的概念，可以让学生找一些这样的实物，了解它的展开的形状.

[3] 不同形状的车厢用途不同，可引导学生讨论不同立体图形的特点，以此说明装载不同货物的道理.

[4] 蚂蚁在莫比乌斯带上爬行，能够不越过纸条的边缘而爬到另一面.

[5] 可简单向学生介绍拓扑学的知识，它是橡皮泥上的几何学. 从拓扑学的观点来看，以前学过的立体图形（简单多面体）都可以看做是球，使学生从宏观上了解它们，为后面活动 3 作准备.

[6] 可向学生展示拓扑学中其他一些模型，如克莱因瓶，让学生感受数学的奇妙.

[7] 仍得一个环，但环拧了两个半周，其圆周已是原来环的 2 倍.

1. 本章安排了 4 个数学活动，每个活动都有一个主题，都是操作性很强的内容，通过这些活动，学生不仅可以复习、巩固本章的知识，而且通过这种动手操作、主动思考、合作交流的“做数学”的过程，可以亲身体验数学发现的过程，增强动手能力，主动思考的能力以及利用所学数学知识解决问题的能力，培养合作精神.

数学活动作为必学内容，教学时可以有选择的开展，既可以安排在相关的知识后，也可以在学完全章内容后，结合复习全章的小结进行.

2. 活动 1 是要制作火车车厢的模型，火车车厢是学生很熟悉的，它有不同的形状，不同形状的车厢主要装载的货物不同. 要制作这样的模型，首先要能根据立体图形画出它们的展开图，这对于培养学生的空间想象力，发展空间观念是很有帮助的. 在此基础上，画出展开图，完成设计，最后折叠，粘合，得到模型. 这个过程，要充

[1] 从相等关系上去引导（面相同、棱长相等）.

[2] 许多装饰物、结晶体都呈正多面体的形状，可事先准备一些，展示给学生，使学生感受到数学在实际生活中的应用.

[3] 比较$V+F$与E而不是直接寻找V、F、E之间的关系，学生能更容易得出结论.

[4] 注意要找简单多面体，它们才有同样的规律.

[5] 可向学生说明这个规律适用于我们见过的大多数立体图形（简单多面体），从这个角度看，它们都是一类的，都可以拓扑变成一个球. 让学生感受数学的奇妙.

活动3　数数看，找规律

图4是五个立体图形的展开图，在硬纸片上画出它们，折一折，你能得到什么样的立体图形？它们有什么特点？[1]

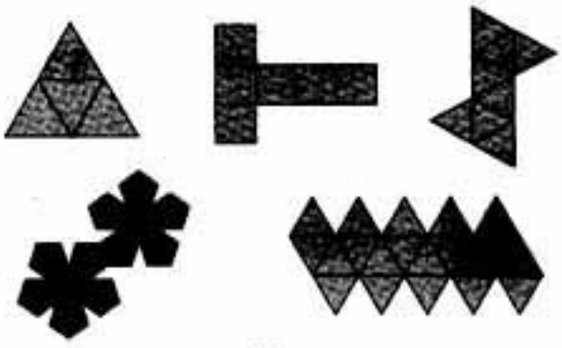


图4

你折成的立体图形和图5一样吗？这五个图形都是正多面体（各条棱都相等，各个面也都完全相同）的展开图. 它们分别是正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体、正二十面体.[2]



正四面体　正六面体　正八面体　正十二面体　正二十面体

图5

分别数一数这五个图形的顶点数（V）、面数（F）和棱数（E），并将$V+F$与同一图形的E进行比较，[3]然后填入下表：

	顶点数V	面数F	棱数E	$V+F-E$
正四面体	4	4	6	2
正六面体				
正八面体				
正十二面体				
正二十面体				

从表中你能发现什么规律吗？

如果你有兴趣，再找几个多面体，[4]看看它是否也有这个结果.[5]

分发挥学生主观能动性，让他们在成功的喜悦中体验数学的价值.

3. 莫比乌斯带是数学中单侧曲面的一种模型，对于它的一些性质不要求掌握. 教科书安排这个数学活动的目的主要是让学生了解和欣赏一些有趣的图形，在做这个活动的过程中，感受数学的奇妙，从而激发学生学习数学的兴趣.

4. 活动3仍然与立体图形的展开有关，是要让学生得到5种正多面体. 在此基础上，通过寻找它们顶点数、面数的和与棱数的关系，发现欧拉公式. 目的仍在于使学生进一步体会立体图形与平面图形的转换，发展空间观念. 通过向他们展示一个重要而有趣的规律，使他们感受到他们学过的立体图形都能用欧拉公式统一起来. 从而感受数学的伟大，激发学习的兴趣.

5. 五角星是生活中很常见的图形，其中包含着许多数学知识，制作一个五角星，主要要用到本章学习的线段和角的知识，能够回应本章引



活动 4　制作一个五角星[1]

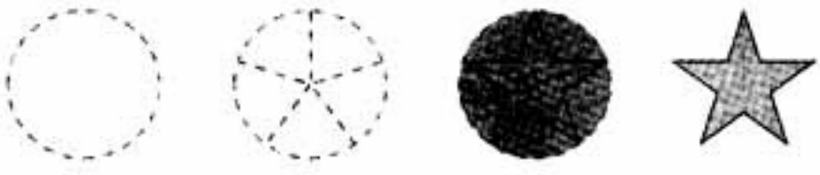
仿照下面的步骤画一个五角星：

(1) 任意画一个圆；

(2) 以圆心为顶点，连续画 72°(即 360°÷5)的角，与圆相交于 5 点；

(3) 连接每隔一点的两个点；[2]

(4) 擦去多余的线，就得到五角星．



(1)　(2)　(3)　(4)

图 6

你能说出这种画法的道理吗？你还有其他的画法吗？类似地，你能画出一个六角星吗？[3]

通过折纸（图 7），你能制作一个五角星吗？沿不同的角 α 剪开，得到的五角星形状相同吗？哪一种更美观？变换不同的角 α 试一试！[4]

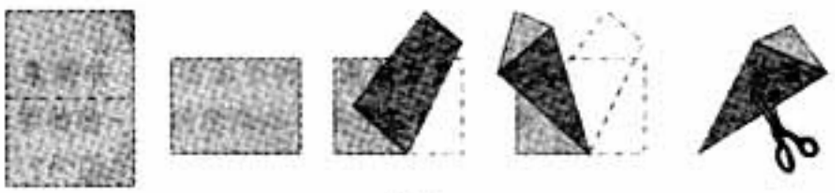


图 7

许多艺术设计和图案设计都与星形有关，在你画出的五角星和六角星上着色，可得到如图 8 的艺术图案，你能在此基础上再设计一些图案吗？[5]

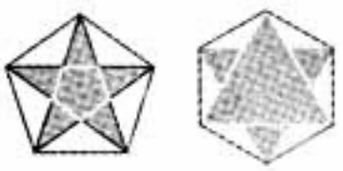


图 8

[1] 可让学生收集一些五角星，观察五角星的特点．量出中心到各个顶点的距离，以中心为端点经过各顶点的射线的夹角，从而归纳五角星的特点，为后面的画法做准备．

[2] 注意“每隔一点”的说法，就是连接第 1 点与第 3 点，隔开第 2 点；连接第 2 点与第 4 点，隔开第 3 点……

[3] 画六角星时，要连续画 60°（即 360°÷6）的角．

[4] 沿不同的角剪开，得到的五角星的形状是不同的，可让学生讨论要得到一个标准的五角星（用前面步骤画出的），角 α 应为多少度．

[5] 鼓励学生大胆设计，并互相交流，感受数学的美学价值．

言提出的一个问题，同时还可结合对学生进行爱国主义教育．

五角星的画法，需要用到正多边形的知识，教科书直接给出了一种画法．在此之前，可以让学生观察一些五角星的图案，归纳五角星的特点，为画出它做准备．五角星的“中心”是关键，从它的中心到各个顶点的距离相等，以中心为端点经过五角星各顶点的射线间的夹角也相等，这是五角星画法的依据．抓住“中心”，学生也就能仿照画出其他一些正多边形，从而得到其他的星形．

折纸做一个五角星，生活中经常遇到，这里给出了一种做法．要注意它的关键是要折出五个相等的角，让学生体会数学知识在其中的作用．

[1] 可鼓励学生自己复习本章所学的主要内容，建立它们之间的联系，画出一个知识结构图来.

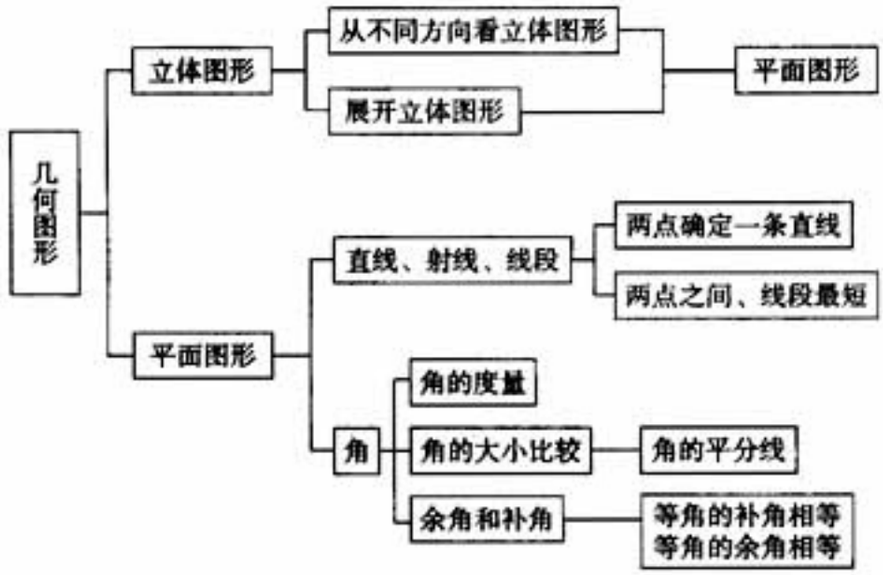
[2] 这里要注意几何语言之间的相互转化，鼓励学生用语言描述它们的特征，再结合图形加深对它们的认识.

[3] 要注意让学生体会从实物中抽象出立体图形和平面图形的过程，在具体操作中体会它们之间的相互关系，发展空间观念.

[4] 直线、射线、线段、角都是以前学过的概念，要注意新旧知识之间的对比，同时，研究线段和角的步骤基本相同，也要进行对比，以加深理解.

小　结

一、本章知识结构图[1]



二、回顾与思考

1. 本章从生活中的物体入手认识立体图形和平面图形，并探索一些简单的平面图形——直线、射线、线段和角．下面是本章学到的一些数学名词，你能用你自己的语言简短地描述它们吗？你能画出图形来表示它们吗？[2]

立体图形　平面图形　展开图　两点的距离　余角　补角

2. 你能举出几个生活中含有立体图形和平面图形的实物吗？

3. 怎样用平面图形来表示立体图形？找几个简单的立体图形，分别画出它们的展开图和从不同方向看得到的平面图形．[3]

4. 与以前相比，你对直线、射线、线段和角有什么新的认识？与同学们交流一下你的认识．[4]

1. 本章是空间与图形的起始章，所研究的主要内容都是后续学习的基础，研究问题的方法也是今后学习相关内容的主要方法，要重视在学完全章后进行小结，引导学生梳理所学习的主要内容，形成自己的认知结构，总结学习的主要方法，为后续内容的学习打好基础.

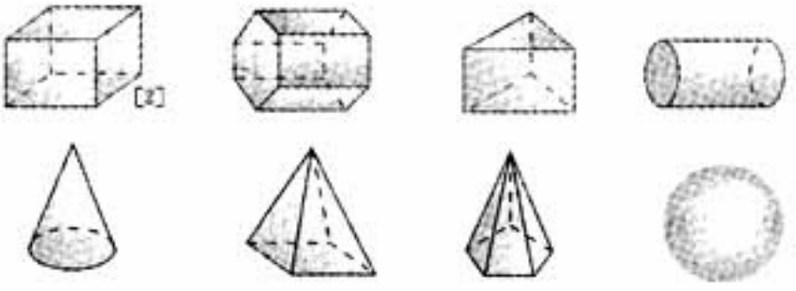
2. 本章概念比较多，知识显得零散，它们大多都隐藏在丰富的现实物体和图形之中，要让学生在自我回顾、反思和交流中去梳理相关的内容，寻找它们之间的联系，逐步建立知识的体系，再与“本章知识结构图”对照.

3. “回顾与思考”以问题的形式，概括了本章的主要内容，要让学生先独立思考，再进行交流，结合这些问题理解所学的主要概念、性质等，不要机械背诵. 若条件允许，教师可鼓励学生独立完成一份小结，回顾本章学习的收获、困难等.

复习题3

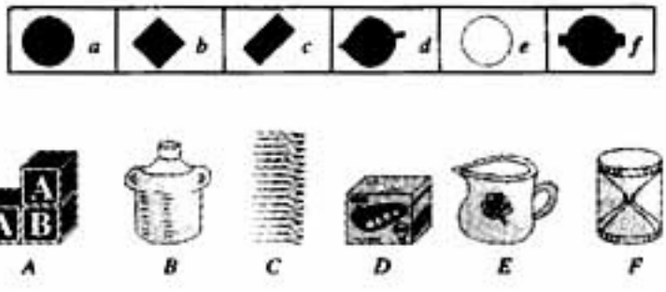
复习巩固

1. 如图，说出它们的名称[1]



（第1题）

2. 如图，从上往下看 A、B、C、D、E、F 六个物体，分别能得到什么图形？把上下两行中对应的图形与物体连接起来.



（第2题）

3. 如图，分别从正面、左面、上面观察这些立体图形，各能得到什么平面图形？[3]



（第3题）

[1] 对于图中的棱柱和棱锥，只要能说出它们是棱柱和棱锥即可，不要求说出是几棱柱或几棱锥.

[2] 可以说是长方体，也可以说是棱柱.

[3] 只要能说出基本形状即可，如不好表达，也可画出表示基本形状的示意图，尺寸不作要求.

1. 复习题 3 共安排了 10 个复习巩固的题目，主要是复习本章所学的知识.

第 1 题是要学生说出一些常见几何体的名称，在此过程中让学生复习学过的常见几何体，对于棱柱或棱锥，不要求他们说是几棱柱或几棱锥.

第 2 题和第 3 题都是从不同方向看立体图形的题目，是要学生在此过程中发展空间观念. 其中第 2 题是要辨认出从上面看六个立体图形得到的图形，第 3 题是要学生说出从不同方向看三个立体图形得到的平面图形，这里的立体图形比前面正文后练习和习题的图形稍微复杂一些，是三个基本几何体的简单组合体，这也是学完全章对这部分内容应达到的要求. 只要能说出基本形状即可，如不好表达，也可画出表示基本形状的示意图. 同样尺寸不作严格要求，画出基本形状即可.

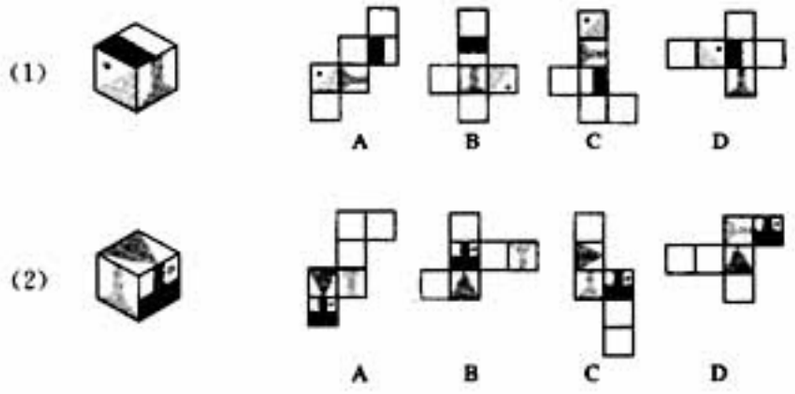
第 4 题是要辨认出两个正方体的展开图，其

[1] 解决这个问题要注意正方体的带图案的三个面展开后的位置关系.

[2] 可以仿照此问题让学生画出一些平移的图案，感受图形的精美，为学习平移做准备.

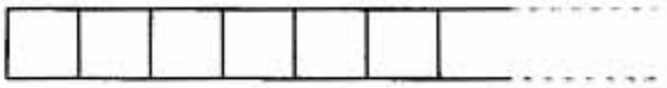
[3] 如果乙尺是直的，那么过两点就有两条不同直线了，这是不可能的. 渗透反证法的思想.

4. 如图，右面哪一个图形是左面正方体的展开图?[1]

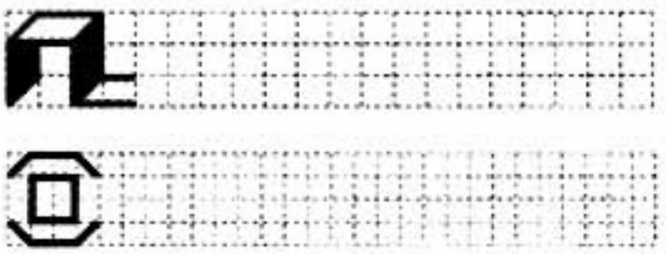


(第 4 题)

5. 下面图形可以由正方形沿着水平方向移动得到.[2]

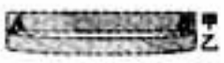


仿照上图，画出下面两幅图形沿水平方向移动得到的图形.

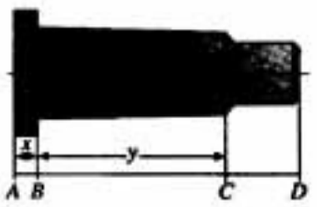


(第 5 题)

6. 如图，将甲、乙两个尺子拼在一起，两端重合. 如果甲尺经校订是直的，那么乙尺是直的吗? 为什么?[3]



(第 6 题)



(第 7 题)

中小正方体的三个面带有图案，展开后三个面之间的位置是有关系的，要从这个角度去思考解决这个问题. 解这个问题时也可结合复习教科书第 117 页第 6 题.

第 5 题是图形平移的问题，结合这个问题，让学生了解图形的部分与整体的关系，画图的过程，也需要画出一些线段和角，也为后面学习平移作铺垫.

第 6 题是应用两点确定一条直线的性质；第 7 题是线段的和与差的计算问题；第 8 题是复习角平分线的概念以及角的和差倍分的计算问题.

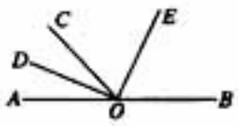
第 9 题主要是复习巩固一些角的概念和性质，对于错误的命题，可以让学生举出反例.

第 10 题可以列方程来解，可以结合复习一元一次方程的知识，看到它在几何中的应用.

2. 综合应用安排了四个题目，解答第 11 题需要一定的空间想象能力，每个小题右边的两个

7. 在一张零件图中，已知 $AD=76$ mm，$BD=70$ mm，$CD=19$ mm，求 AB 和 BC 的长.

8. 如图，O 是直线 AB 上的一点，OD 是 $\angle AOC$ 的平分线，OE 是 $\angle COB$ 的平分线，求 $\angle DOE$ 的度数.[1]



（第 8 题）

9. 判断题：

(1) 锐角的补角一定是钝角；（　　）

(2) 一个角的补角一定大于这个角；[2]（　　）

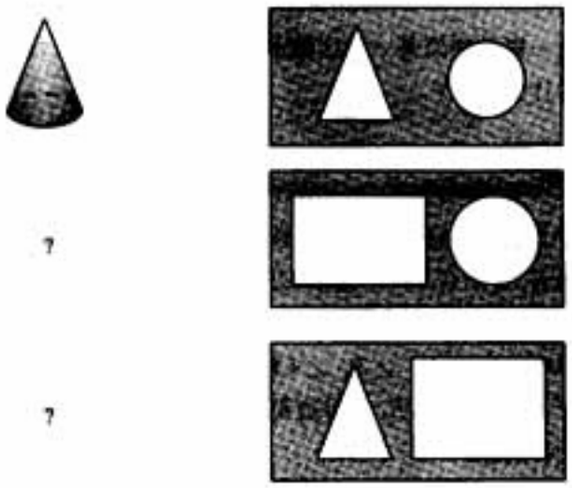
(3) 如果两个角是同一个角的补角，那么它们相等；（　　）

(4) 锐角和钝角互补.[3]（　　）

10. 已知 $\angle\alpha$ 和 $\angle\beta$ 互为补角，并且 $\angle\beta$ 的一半比 $\angle\alpha$ 小 30°，求 $\angle\alpha$、$\angle\beta$.

综合运用

11. 如图，(1) 中左面的圆锥，正好能通过右边图中的两个空洞，正好能通过 (2)、(3) 中右面两个空洞的，可能是什么样的立体图形？你能画出它们的草图吗？[4]



（第 11 题）

[1] $\angle DOE=\angle DOC+\angle COE=\frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle COB=\frac{1}{2}\times 180°=90°$.

[2] 可以举出反例：直角的补角也是直角，它们相等；钝角的补角是锐角，它小于这个角.

[3] 可以举出反例，如 40° 的角是锐角，100° 的角是钝角，但是它们并不互补.

[4] 可以在想象的基础上，简单的制作一个立体图形，试一试.

空洞实际上是左边立体图形的一个视图：第 (1) 小题右边的三角形空洞是圆锥的正视图或侧视图，圆是圆锥的俯视图；第 (2) 小题左面的立体图形可以是一个圆柱，右边两个空洞一个是它的俯视图（圆），一个是它的正视图或侧视图（把圆柱平放，通过图中的长方形空洞）；第 (3) 小题的立体图形可以是一个三棱柱，右边的三角形是它的俯视图，长方形是它的一个侧面（把三棱柱平放通过长方形空洞）.

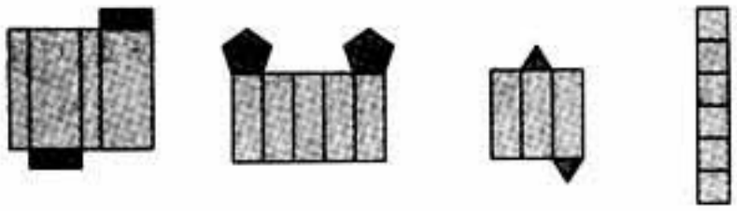
第 12 题是一个立体图形展开的题目，这里不仅要学生了解一个立体图形展开的形状，还要能根据展开图想象原来的立体图形的形状. 图中第 2 个图不能折叠成棱柱，第 1 个图形能折叠为一个长方体，第 3 个图形能折叠成一个五棱柱，第 4 个图形能折叠为一个正方体. 可让学生在纸板上画出它们，折一折，试一试，在动手操作过程中体会立体图形与平面图形的相互转化.

[1] 第 2 个图不能折叠为棱柱，因为它的两个底面画在了同一侧. 第 4 个图也不能折叠为棱柱，因为展开图没有底面.

[2] 利用余弦定理可以求出 $AB=104.95$ (m).

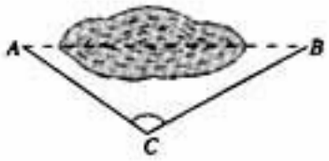
[3] 可以量出四边形 $EFGH$ 的对边相等，对角相等（$\angle 1$ 与 $\angle 3$ 相等，$\angle 2$ 与 $\angle 4$ 相等），还有一些角互补（如 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补等）.

12. 图中的几个图形能否折叠成为棱柱？先想一想，再折一折.[1]



（第 12 题）

13. 如图，A、B 两地隔着池塘，从 C 地测得 $CA=50$ m，$CB=60$ m，$\angle ACB=145°$，用1 cm 代表 10 m，画出类似的图形，量出 AB 的长（精确到 1 mm），再换算出 A、B 两地的实际距离.[2]



（第 13 题）

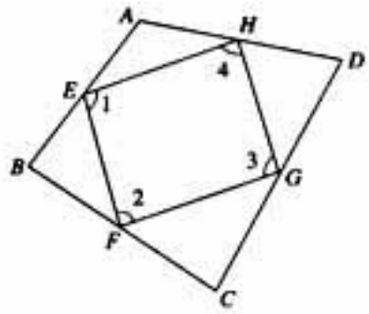


（第 14 题）

14. 如图，这是一幅动物园某一景区的示意图，海洋世界、狮虎园、猴山、大象馆分别在大门的什么方向？

拓广探索

15. 任意画一个四边形 $ABCD$，四边形的四边中点分别为 E、F、G、H，连接 EF、FG、GH、HE，并量出它们的长，你发现了什么？量出图中 $\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$、$\angle 4$ 的度数，你又发现了什么？多画几个四边形试试. 你能得到什么猜想？[3]



（第 15 题）

第 13 题是通过画图求出未知距离的近似值；第 14 题是通过指出动物园导游图中一些景点的位置，复习方位角的概念，体会所学知识在实际中的应用.

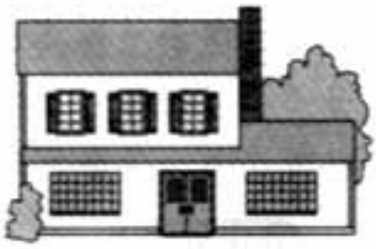
3. 拓广探索安排了两个题目. 第 15 题是让学生测量“中点四边形”的边长和内角，发现它们之间的关系，实际上从这些关系可以判断出这个四边形是一个平行四边形，它的内角和是 360°等. 由于学生没有学过这些判定方法，只要能观察并推测这个四边形是平行四边形，内角和是 360°即可，这也为以后学习四边形的有关知识做准备.

第 16 题是要学生结合一个庭院从三个方向得到的图形，简单描述这个庭院. 这里要求比前面正文和习题要高，实际是要学生能根据三视图描述立体图形的形状，因此安排作为拓广探索的题目，学完了全章，又结合一个庭院的具体实例，学生应能够解决. 注意要求不能太高，学生

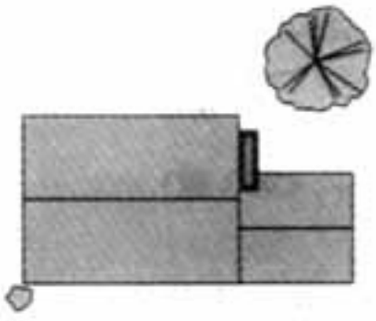
16. 分别从正面、右面、上面看一个庭院，得到如下的示意图，你能描述一下这个庭院吗？[1]



从右面看



从正面看



从上面看

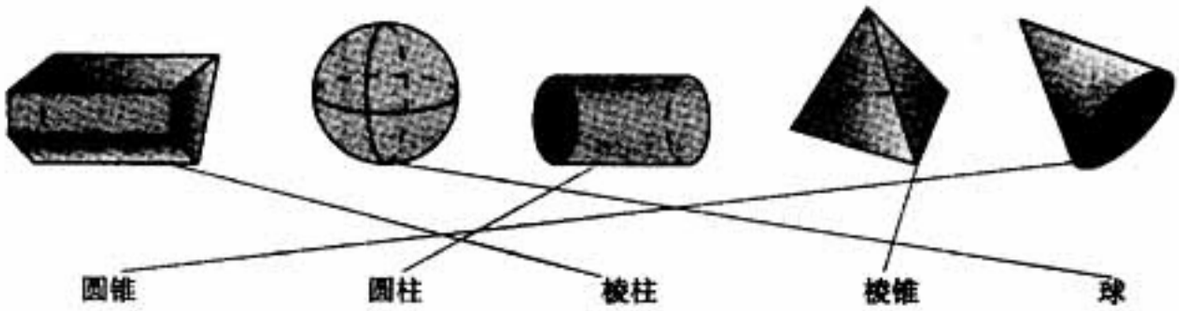
[1] 学生根据图形说出这个庭院包括什么建筑，有哪些树木，它们的大致位置关系即可.

能说出有哪些建筑物，它们的大致形状、大致位置关系即可. 作为与实际的联系，还可以校园或家庭庭院为例.

习题解答

习题 3.1

1. 如图.



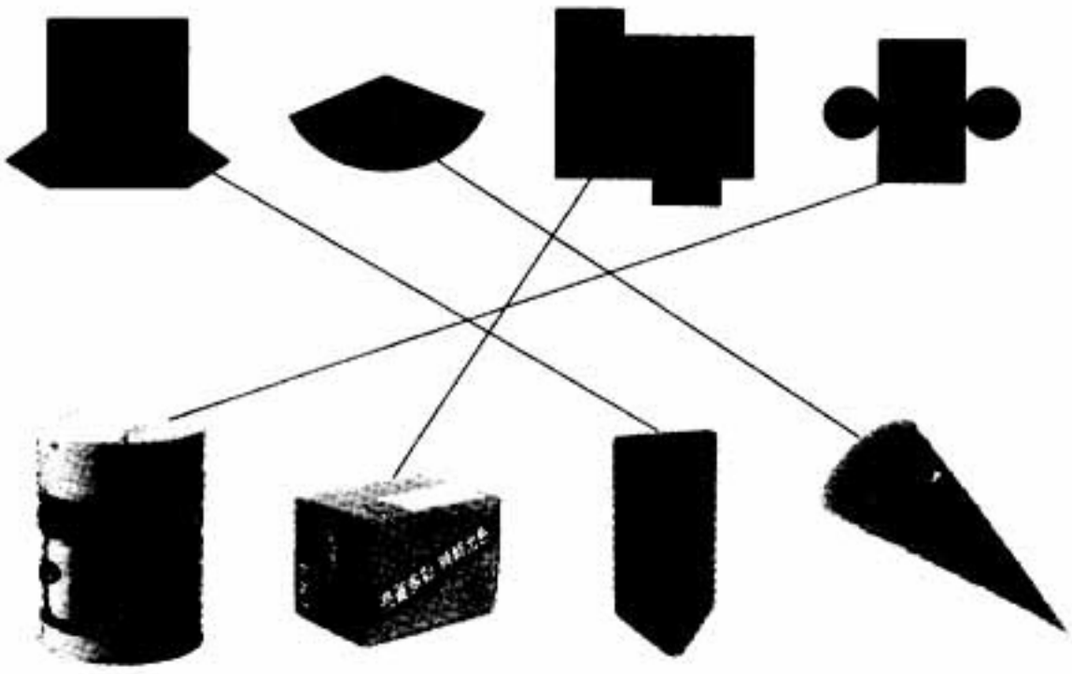
(第 1 题)

2. 从图中能看到长方体、圆柱、球等.

3. 从图中能看到圆、三角形、长方形、正方形、五边形、六边形等.

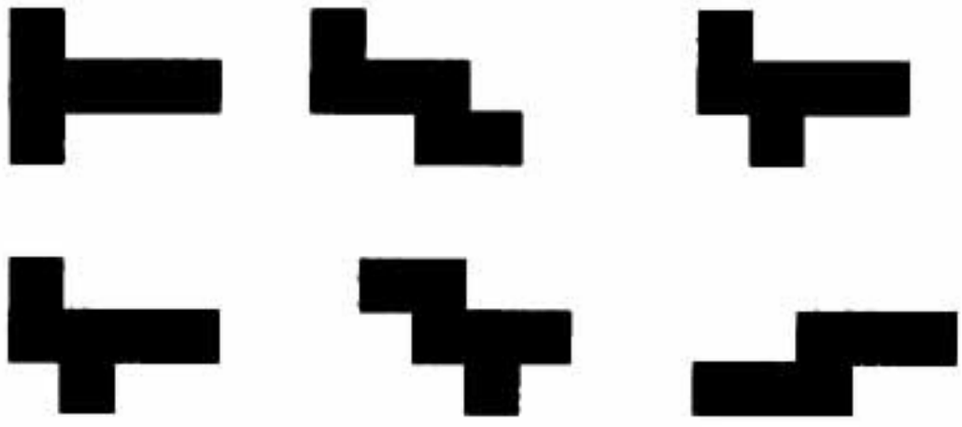
4. A 是从正面看得到的，B 是从上面看得到的，C 是从左面看得到的，D 是从后面看得到的，E 是从右面看得到的.

5. 如图：



(第 5 题)

6. 除第 1 排第 3 个图外，其余均能折叠成正方体，类似的正方体展开图还有如下几种：



(第 6 题)

7. 第 1 个图主要含有长方体等，第 2 个图主要含有长方体、圆柱等，第 3 个图主要含有长方体、棱锥等，第 4 个图主要含有圆柱等.

8. 要用到长方体、棱锥等.

9. “横看成岭侧成峰”说明从不同方向看立体图形得到的图形是不同的.

10. 第 1 个图是一个圆柱，从正面和左面看都是一个长方形，从上面看是一个圆；第 2 个图是一个圆锥，从正面和左面看都是等腰三角形，从上面看是一个圆（包括圆心）；第 3 个图是一个球，从正面、左面、上面看都是一个圆.

11. (1) b，(2) b、c，(3) a.

12. 第 1 个图能折叠成一个圆柱，第 2 个图能折叠成一个棱柱，第 3 个图能折叠成一个圆锥，第 4 个图能折叠成一个棱柱.

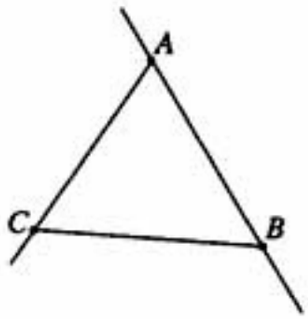
13. 6 个或 7 个.

14. 略.

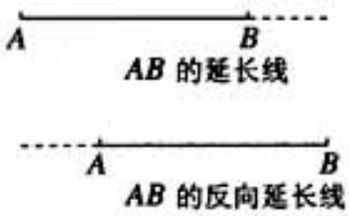
习题 3.2

1. 略.

2. 如图.



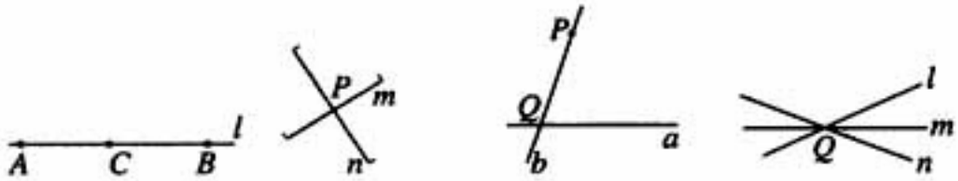
(第 2 题)



(第 3 题)

3. 如图.

4. 如图.



(1) (2) (3) (4)

(第 4 题)

5. 正方形的边长应约为4.6 cm，图略.

6. $AB<AC$，折纸略.

7. 略.

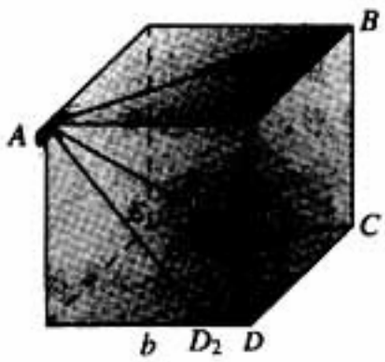
8. (1) 河道的长度变小了；

(2) 由于“两点之间，线段最短”，这样做增加了游人在桥上行走的路程，有利于游人更好地观赏湖面风光.

9. 如图，由于“两点之间，线段最短”，因此，小蚂蚁要从顶点 A 爬行到顶点 B，只需沿线段 AB 爬行即可.

同样，如果要爬行到顶点 C，有三种情况：若蚂蚁爬行时经过面 AD，可将这个正方体展开，在

展开图上连接 AC，与棱 a（或 b）交于点 D_1（或 D_2），小蚂蚁线段 $AD_1 \to D_1C$（或 $AD_2 \to D_2C$）爬行，路线最短；类似地，蚂蚁经过面 AB 和 AE 爬行到顶点 C，也分别有两条最短路线．因此，蚂蚁爬行的最短路线有 6 条．



（第 9 题）

10. 两条直线相交，最多有 1 个交点，三条直线相交，最多有 3 个交点，四条直线相交，最多有 6 个交点……一般地，n 条直线相交，最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点．

习题 3.3

1. 6 时整，时针和分针成 180°的角，8 时，时针和分针成 120°的角，8 时 30 分，时针和分针成 75°的角．

2. 这几个角约为 25°、60°、135°、90°．

3. 略．（误差在 10°以内就很准了）

4. （1）116°10′；（2）11°41′；（3）106°25′；（4）58°57′．

5. 一个蛋糕如图等分成 8 份，每份中的角是 45°，如果使每份中的角是 15°，应该把蛋糕等分成 24 份．

6. 齿轮有 15 个齿时，相邻两齿中心线的夹角是 24°，如果是 22 个齿的齿轮，这个夹角约为 16°22′．

7. 时针旋转出一个平角，至少要 6 个小时；旋转出一个周角，至少要 12 个小时．

8. 提示：先任意画一个圆，以圆心为顶点，连续画 60°（即 360°÷6）的角，与圆相交于 6 个点，依次连接这些点，就得到一个正六边形．

9. （1）这些和都等于 360°；

（2）这些和等于 360°，猜想，多边形外角和等于 360°．

习题 3.4

1. 如果 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，则 $\angle 1=\angle 3$；

如果 $\angle 1>\angle 2$，$\angle 2>\angle 3$，则 $\angle 1>\angle 3$．

2. $\angle ABC=\angle ACB=62°$．

3. （1）$\angle AOB+\angle BOC=\angle AOC$；

（2）$\angle AOC+\angle COD=\angle AOD$；

（3）$\angle BOD-\angle COD=\angle BOC$；

（4）$\angle AOD-\angle BOD=\angle AOB$．

4. （1）$\angle BOD=70°$；

(2) $\angle AOB=40°$.

5. 延长 AO 或 BO，测量 $\angle AOB$ 的补角.

6. 10°与 80°、30°与 60°互为余角，10°与 170°、30°与 150°、60°与 120°、80°与 100°互为补角.

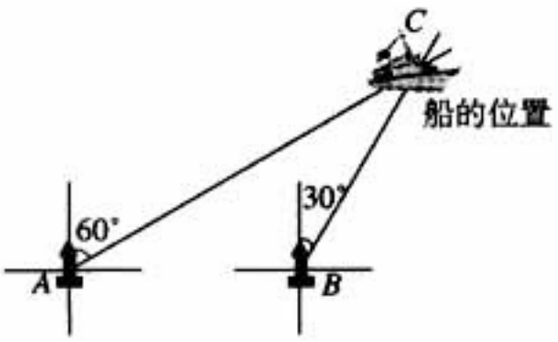
7. 如图.



(第 7 题)

8. 不能用放大镜把一个角放大，一个角的大小就是它的度数的大小，放大镜不能把一个角的度数放大.

9. 如图.



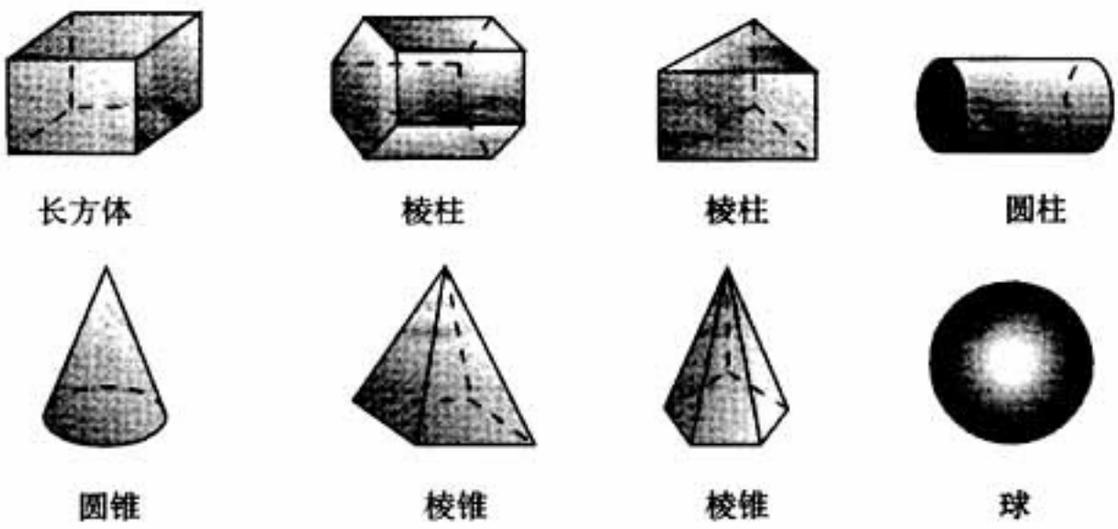
(第 9 题)

10. (1) 45°；(2) 90°.

11. 另外一个角都等于 135°，四边形的内角和等于 360°.

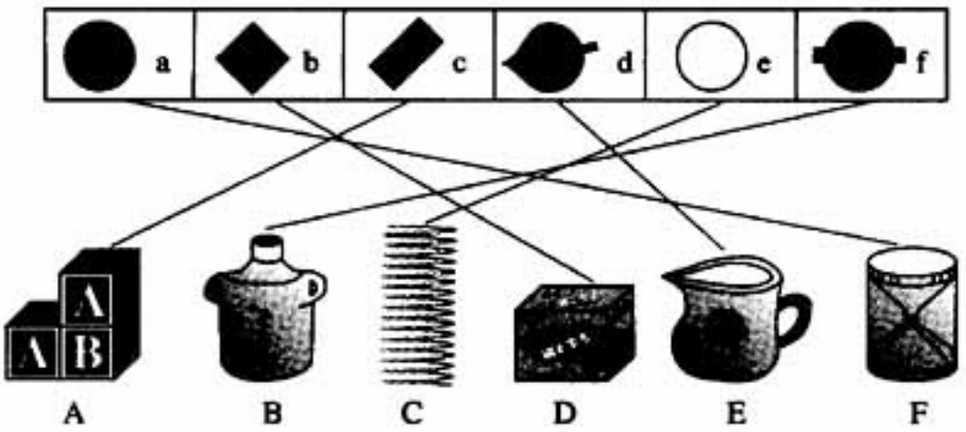
复习题 3.

1.



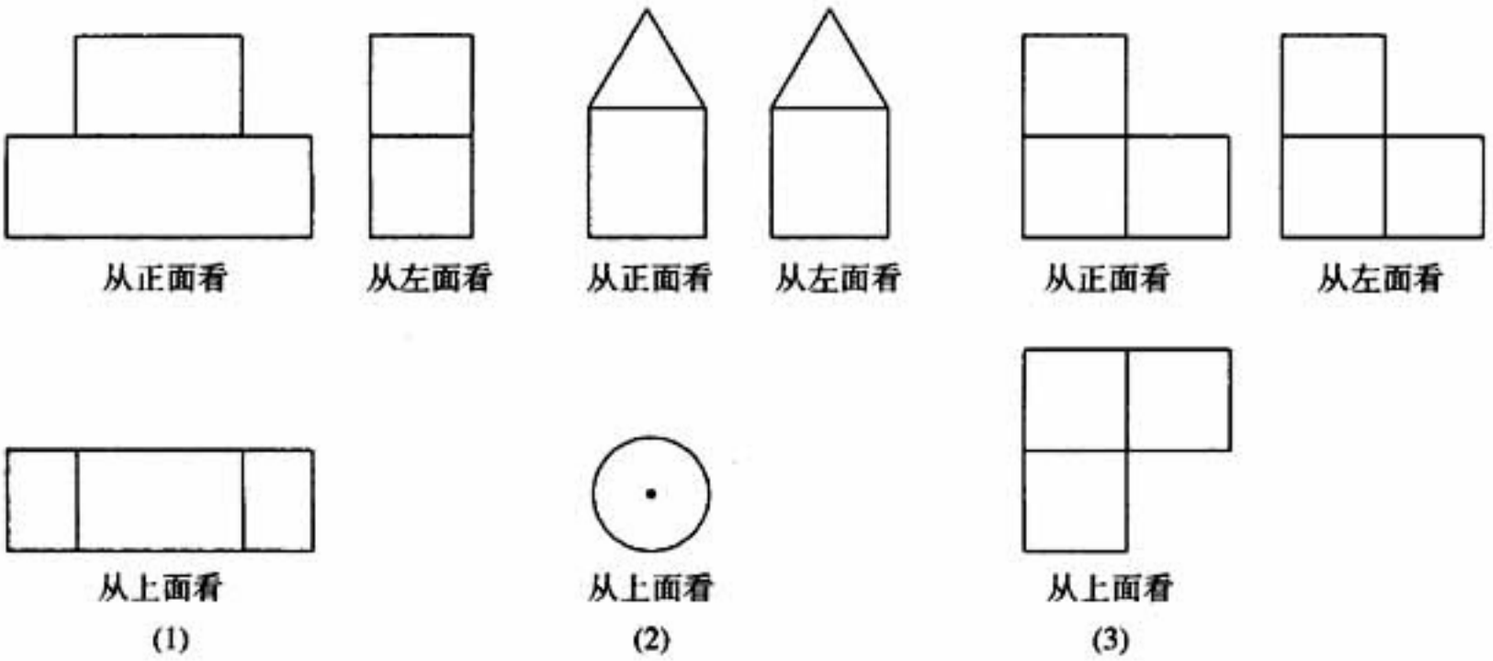
(第 1 题)

2. 如图.



（第 2 题）

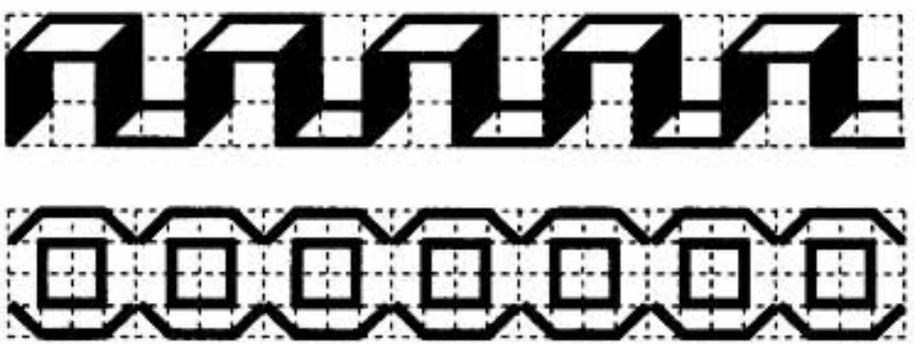
3. 示意图如图.



（第 3 题）

4. (1) D; (2) C.

5. 如图.



（第 5 题）

6. 乙尺不是直的，因为如果乙尺是直的，那么过两点 A、B 就有两条直线了，这是不可能的.

7. $AB=6$ mm，$BC=51$ mm.

8. $\angle DOE=90^\circ$.

9. (1) 正确；(2) 错误；(3) 正确；(4) 错误.

10. $\angle\alpha=80°$，$\angle\beta=100°$.

11. (2) 中左面的立体图形可以是一个圆柱，右边两个空洞一个是从上面看它得到的图形（圆），一个是从正面或从左面看它得到的图形（把圆柱平放，通过图中的长方形空洞）；(3) 中的立体图形可以是一个三棱柱，右边的三角形从上面看它得到的图形，长方形是它的一个侧面（把三棱柱平放通过长方形空洞）.

图略.

12. 第 1、3 个图能折叠为棱柱.

13. AB 长约10.5 cm，换算成实际距离约105 m.

14. 海洋世界在大门南偏东约 5°的方向上，虎豹园在大门正南方向，猴山在大门北偏东约 1°的方向上，大象馆在大门北偏东约 45°的方向上.

15. 可以量出四边形 $EFGH$ 对边（EF 与 GH、EH 与 FG）相等，对角（$\angle1$ 与 $\angle3$，$\angle2$ 与 $\angle4$）相等，还有一些角（如 $\angle1$ 与 $\angle2$，$\angle2$ 与 $\angle3$、$\angle3$ 与 $\angle4$、$\angle4$ 与 $\angle1$）互补. 其他四边形也有类似的结论.

16. 略.（学生能描述这个庭院有哪些建筑物，有几棵树，以及它们的相对位置即可）

Ⅳ 教学设计参考案例

3.1.1 立体图形与平面图形（第 1 课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 初步认识立体图形和平面图形的概念. 2. 能从具体物体中抽象出长方体、正方体、球、圆柱、圆锥、棱锥、棱柱等立体图形；能举出类似于长方体、正方体、球、圆柱、圆锥、棱锥、棱柱的物体实例.
	数学思考	在探索实物与立体图形关系的活动过程中，对具体图形进行概括，发展几何直觉.
	解决问题	能从具体事物中抽象出几何图形，并用几何图形描述一些现实中的物体.
	情感态度	形成主动探究的意识，丰富学生数学活动的成功体验，激发学生对几何图形的好奇心，发展学生的审美情趣.
重点	认识立体图形，发展几何直觉.	
难点	从实物中抽象立体图形.	

教学流程安排

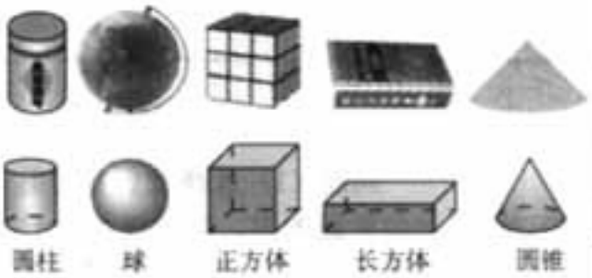
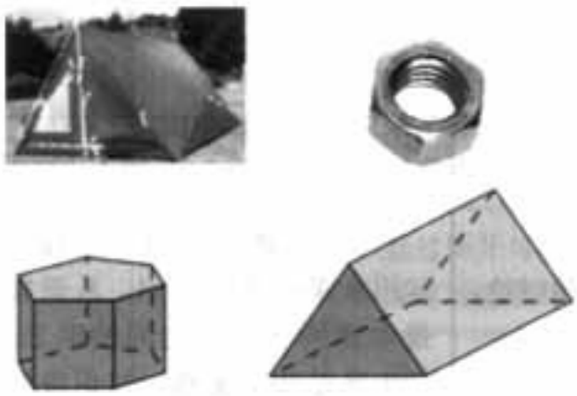
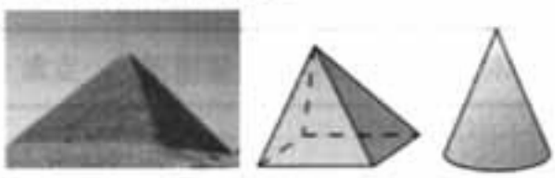
活动流程图	活动内容和目的
活动 1　观察实物、欣赏图片	观察实物、欣赏生活中美丽图片，感知图形世界，联系学生的生活现实与数学现实.
活动 2　回顾立体图形——长方体、正方体、球、圆柱、圆锥	演示图片、学生举例交流，引导学生进一步自我建构实物与立体图形的关系.
活动 3　认识立体图形——棱柱、棱锥	演示图片、学生举例交流，初步建立棱柱、棱锥的概念，扩展学生对几何体的认识.
活动 4　回顾平面图形	观察实物、欣赏平面图形，引导回忆、联想，重新认识平面图形.
活动 5　小结	讨论、交流、进一步明晰立体图形与具体物体之间的关系，完善学生的认知结构.（将本课知识与已学过知识进行紧密联结，阐述本课知识在后续学习的作用.）
活动 6　课后作业	课后作业，巩固、发展提高.

课 前 准 备

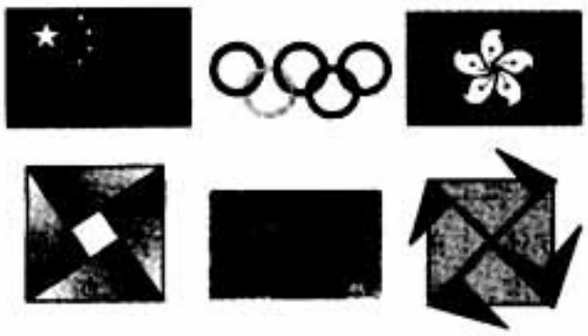
教具	学具	补充材料
电脑、课件（或相应图片），投影仪，日光灯管、粉笔盒、书、钉子（棱锥与圆锥两种形状的尖）.	收集的图片，木制铅笔、圆规.	课件资料 从 www.google.com 搜索“立体图形”材料.

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动 1」 观察实物及欣赏图片 	教师在轻松欢快的音乐中演示课件（或展示图片）. 学生欣赏图片. 师生共同总结：我们生活在一个图形的世界中，图形世界是多姿多彩的，其中蕴含着大量的几何图形，本节我们就来研究图形问题. 在活动 1 中教师要关注学生： （1）审美意识； （2）对演示图片倾注的情感.	城市建筑物、乡村简朴的住宅、交通标志、剪纸、北京的申奥标志、大自然的动物，这些学习内容都是现实有意义的. 课的引入联系学生的生活现实与数学现实（小学已经学过部分立体图形）. 因为在学生原有的认知结构中对生活中的立体图形已有所认识，所以这些活动是建立在学生的认知发展水平和已有的知识经验基础之上. 通过欣赏图片，激起学生主动回忆、联想，增强学生的审美意识，激发强烈的学习欲望.

问题与情境	师生行为	设计意图
		说明：活动 1 中的图片的选择要结合当地学生的实际情况，最好是选学生最喜欢、最熟悉的图片.
「活动 2」 问题 (1) 下图中的一些物体形状与我们学过的哪些立体图形相类似？  (2) 你能在生活中找出与下面立体图形相类似的物体吗？  	教师出示（或提出）问题 (1). 学生思考、回答. 教师提出问题 (2). 学生独立思考、合作交流，解答问题. 在活动 2 中教师要关注学生：(1) 对长方体、正方体、球、圆柱、圆锥的认识程度；(2) 数学交流水平 (3) (部分同学) 参与程度与情感态度.	学生经历具体实物抽象成立体图形，学生在此基础上逐步建构实物与立体图形之间的关系，发展学生的空间观念和对立体图形的直觉. 学生个人独立思考完成问题 (2) 有较大困难，所以需要合作学习. 在合作学习过程中，要引导学生即能大胆发表自己的见解，同时又要学会倾听、欣赏，理解他人好的见解，从中获益.
「活动 3」 问题 (1) 请同学观察下列物体，与给出的哪个几何图形相类似？  (2) 请同学观察下列物体，与给出的哪个几何图形相类似？ 	教师提出问题 (1). 学生观察，进行比较，得到答案. 教师给出图形名称，说明棱柱也是立体图形. 教师提出问题 (2) 学生观察，进行比较，得到答案. 教师给出图形名称，说明棱锥也是立体图形.	问题 (1) 使学生进一步认识立体图形，知道棱柱也是立体图形. 学生在认知领域的又一次丰富. 问题 (2) 使学生知道棱锥也是立体图形. 学生在认知领域的再一次丰富.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(3) 你能找出与棱柱、棱锥相类似的物体吗?	教师提出问题 (3). 学生独立思考，合作交流，回答. 在活动 3 中教师要关注学生的：(1) 对具体实物和抽象出的几何图形之间对应关系的认识；(2) 观察、发现、对图形的直觉能力；(3) 合作交流的意识及能力.	在学生经历问题情景—建立模式—解释应用的基础上，设计问题 (3) 发展学生用数学的意识，初步体会立体图形在生活中的作用，初步感受数学的价值.
「**活动 4**」 问题 (1) 你能从下列图片中，发现哪些平面图形? 	教师提出问题 (1). 学生独立思考，解答问题.	问题 (1) 选择我们身边熟知的平面图形，激起学生对已经学过的平面图形的回忆和重新认识.
(2) 请举出生活中类似的平面图形.	教师提出问题 (2). 学生独立思考，合作交流，解答问题. 在活动 4 中教师要关注学生： (1) 已有的知识水平； (2) 对身边平面图形的关注程度.	问题 (2) 引导学生关注身边的数学问题，逐步养成用数学解决问题的习惯.
「**活动 5**」 问题 (1) 请大家拿出你准备的图片，与小组同学一起找出本课学过的几何图形.	教师提出问题 (1). 学生独立思考，小组讨论，集体交流. 教师引导学生补充完善，使学生更加明晰所学的知识.	设计问题 (1) 使学生综合运用本课所学的知识，从而加强本课所学知识之间的联系. 学生通过动手实践，知识得到内化，认知结构得到进一步完善.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) 这节课我们学习了哪些知识？这些知识有什么联系？有哪些应用？	教师提出问题 (2) 学生回答. 教师引导学生相互补充、完善. 在活动 4 中教师要关注学生： (1) 归纳、总结能力；(2) 能否对问题进一步思考；(3) 能否发表自己的见解，倾听他人的意见，反思意识；(4) 知识的理解程度，知识的有机联结水平.	设计问题 (2)，使学生能回顾总结梳理所学知识，将所学知识与以前学过的知识进行紧密联结，改善学生的学习方式. 结合具体问题情景运用所学知识解决问题，增强学生学好数学的信心.
「[illegible]」 作业：教科书习题 3.1 第 1、2 题. 学生用书同步练习.	教师布置作业，学生记录作业.	学生课后巩固、提高、发展.

3.1.1 立体图形与平面图形（第 3 课时）

[illegible]教学任务分析[illegible]

教学目标	知识技能	1. 了解直棱柱、圆锥等简单立体图形的侧面展开图. 2. 能根据展开图初步判断和制作立体模型. 3. 进一步认识立体图形与平面图形之间的关系.
	数学思考	1. 在平面图形和立体图形互相转换的过程中，初步建立空间观念，发展几何直觉. 2. 通过动手观察、操作、类比、推断等数学活动，积累数学活动经验，感受数学思考过程的条理性，发展形象思维.
	解决问题	1. 通过展开与折叠的活动，体会数学的应用价值. 2. 通过描述展开图，发展学生运用几何语言表述问题的能力.
	情感态度	1. 通过学生之间的交流活动，培养主动与他人合作交流的意识. 2. 通过探讨现实生活中的实物制作，提高学生学习热情.
重点	直棱柱的展开图.	
难点	根据展开图判断和制作立体模型.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　观察实物、欣赏图片、观看包装盒制作的过程	从学生生活经验出发，通过观察实物、欣赏图片和观看包装盒制作过程，感受立体图形与平面图形互相转换的必要性.
活动 2　认识一些简单立体图形的平面展开图	动手操作完成圆锥、圆柱、直棱柱等简单立体图形的侧面展开图，发展学生的空间观念.
活动 3　根据展开图判断和制作简单的立体图形	根据展开图判断和制作立体图形，发展学生几何直觉和形象思维.
活动 4　练习	进一步认识立体图形与平面图形的关系.
活动 5　小结	回顾全节内容.
活动 6　数学活动	制作火车车厢的模型，加深对本节知识的理解，亲身体验数学发现的过程，增强动手能力.
活动 7　布置作业	回顾反思.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
立体模型、生活中各种包装盒实物、图片、课件（或录像带）.	生活中各种包装盒实物、课前制作的立体模型、教科书配套学具.	课件资料 从 www.google.com 搜索“立体图形”材料.

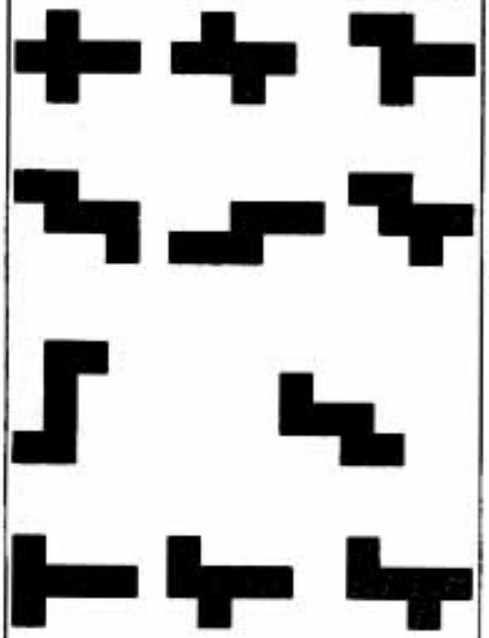
教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「**情境 1**」 问题 (1) 观察实物、欣赏图片、观看包装盒制作的过程. 	学生观察实物、欣赏图片（各种包装盒），观看包装盒制作的过程（电脑演示包装盒制作过程的录像片段）.	从学生生活经验出发，通过大量的直观事例丰富学生的思维，感受立体图形与平面图形互相转换的必要性. 从而乐于接触生活中的数学信息，愿意参加数学活动，并在活动中发挥积极的作用.

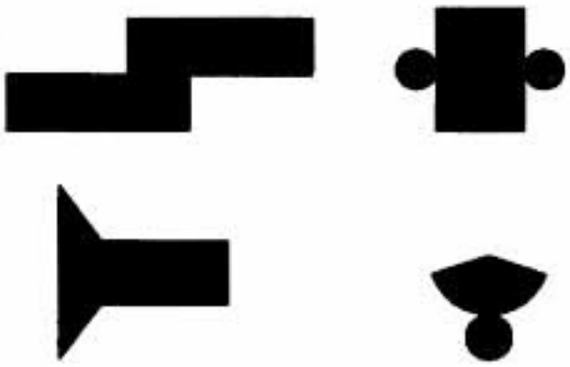
续表

问题与情境	师生行为	设计意图
（2）你认为设计制作一个包装盒需要了解什么？	教师在学生观察的基础上提问. 学生思考、讨论、交流（给学生充分的时间说出各种想法）. 教师从以下几方面引导：①它的形状、大小；②它展开后的形状、大小；③材料、美术设计等等，并总结出首先要根据所要制作的包装盒展开后的图形来裁剪纸张的结论. 教师给出平面展开图的概念. 在活动 1 中教师应重点关注： （1）学生是否能从实际生活中发现并提出数学问题； （2）学生是否积极的参加到数学活动中来.	
「**猜物 2**」 问题 （1）还记得长方体、圆柱的侧面展开图吗？   （2）试着得出以下一些图形的展开图.    ①得出正方体的展开图.	教师提问. 学生回忆，动手操作. 教师动手演示展开过程（或用课件演示）. 学生用几何语言表述出圆柱的侧面展开图是长方形. 活动 2 分以下三个层次： （1）学生动手操作：首先要各自独立完成；再以小组为单位，组内相互交流展开图如何得到的；最后看看共得到几种展开图. 教师指导（要指出展开图必须是一个完整的图形）. （2）学生再以小组为单位，各组相互交流，尽可能的得到不同的展开图（以组为单位展示成果）. 教师参与、完善，展示成果（但不要求学生得出所有情况）；	从学生已有的数学经验出发，建立新旧知识之间的联系，从而使学生更加明确立体图形和平面图形之间的联系. 通过观察、推断、实际操作，获得数学猜想和数学经验，体会数学活动充满探索型和创造性. 体会从立体图形到平面图形的过程，发展几何直觉. 了解正方体的展开图有多种情况，尝试从不同角度寻求解决问题的方法，并尝试评价不同方法之间的差异.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
	 （3）教师从学生结论中任选一种图形，要求按给定图形再次展开正方体. 学生互相合作、讲解，动手操作，并能简单描述展开的方法（学有余力的同学可了解其展开规律）.	尊重学生的个体差异，满足多样化的学习需要. 进一步发展学生的思维能力. 尝试用语言或图形等清楚地表达解决问题的过程，并解释结果的合理性.
②得出其他直棱柱的展开图.	学生从其他直棱柱中任选一种，得出它的展开图，相互交流. 教师指导总结. 在活动 2 中教师应重点关注： （1）学生对直棱柱展开图认识的程度； （2）学生能否在独立思考的基础上，积极参与对数学问题的讨论，并勇于发表自己的见解； （3）学生的动手操作能力； （4）运用数学语言表述问题的能力.	让学生经历一个从一般到特殊再到一般的过程，发展学生的认知观念.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动3」 问题 (1) 判断下面一些平面图形是哪个立体图形的展开图? 	教师出示图形，提问. 学生观察、思考、得出结论.	体会从平面图形到立体图形的过程，初步建立空间观念，发展抽象思维能力.
(2) 试着把它们围成相应的立体图形.	学生动手操作. 教师参与学生活动，展示学生作品.	让每个学生通过实际操作经历从平面图形回归到立体图形的过程，在实践中再次认识立体图形与平面图形的关系.
(3) 观察下图经过折叠能否围成一个正方体. 	学生的观察、思考、动手操作验证猜想. 教师总结，指出不是所有的平面图形都能围成立体图形.	通过对问题的反思，获得解决问题的经验，培养学生良好的认知习惯.
	在活动3中教师应重点关注： (1) 学生能否将由平面图形围成一些简单的立体图形； (2) 学生的动手操作能力； (3) 学生能否勇于克服数学活动中的困难，有学好数学的信心.	
「活动4」 练习： 教科书习题3.1第5题.	教师展示题目， 学生独立完成.	了解学习效果，给学生以获得成功体验的空间，激发他们学习的积极性.
	在活动4中教师应重点关注： (1) 学生从展开和折叠两个角度对平面图形与立体图形关系的进一步认识； (2) 学生运用知识解决问题的能力.	

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动5**」 小结	学生结合具体实例总结. 教师完善. 在活动5中教师应重点关注： (1) 学生对本节内容理解的程度； (2) 学生对数学活动的感受； (3) 学生的空间观念.	加深对内容的理解. 从多角度引导学生学习数学，认识数学.
「**活动6**」 数学活动：制作火车车厢的模型 (教科书第141页数学活动1)	教师提出活动内容并和学生一起分析： 活动目的：制作火车车厢的模型. 活动步骤： ①确定车厢形状（明确它有不同的形状，不同形状的车厢主要装载的货物不同）；   ②根据立体图形，选择适当比例，画出它的展开图； ③利用展开图，折叠出火车模型； ④添加图案，完成设计. 学生动手操作，活动.	通过动手操作、主动思考、合作交流的“做数学”的过程，让学生亲身体验数学发现的过程，增强动手操作和合作交流能力，利用所学数学知识解决问题的能力，发展学生的空间观念.
「**活动7**」 作业： 教科书第116页第6题，第118页第11、12题.	教师布置作业. 学生课后完成.	复习、巩固本节的知识. 学会总结反思. 初步学会自我评价学习效果.

3.1.2 点、线、面、体

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 进一步认识体、面、线、点的概念； 2. 理解点、线、面、体之间的关系.
	数学思考	1. 通过学习点、线、面、体之间的关系，进一步发展学生抽象概括能力和形象思维的能力； 2. 通过学习点、线、面、体之间的关系，发展学生从不同角度体现事物之间联系的能力.
	解决问题	通过对点、线、面、体的认识，使学生经历用图形描述现实世界的过程，用它们来解释生活中的现象.
	情感态度	1. 通过联系现实世界中各种常见的几何体及情景，让学生认识数学与现实生活的密切联系； 2. 在各种数学活动中发展学生与他人交流、合作的意识.
重点	点、线、面、体之间的关系.	
难点	点动成线、线动成面、面动成体的活动.	

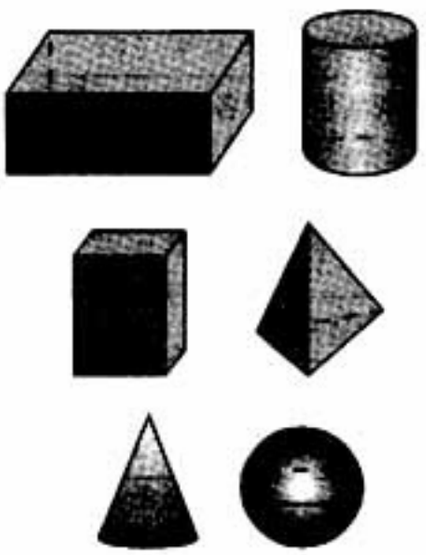
教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　进一步认识体、面、线、点	通过观察熟悉的各类几何体，进一步认识体、面、线、点的概念并从静态角度认识点、线、面、体之间的关系，即“体由面组成，面与面相交成线，线与线相交成点”.
活动 2　点、线、面、体之间的关系	通过具体事例从动态角度进一步认识点、线、面、体之间的关系，即“点动成线、线动成面、面动成体”.
活动 3　几何图形的组成	通过观察图片了解几何图形都是由点、线、面、体组成的，点是构成图形的基本元素.
活动 4　小结	反思总结.
活动 5　布置作业	应用.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
长方体、正方体、圆柱、圆锥、球、棱柱、棱锥等模型；与教材配套的各种挂图.	铅笔、三角尺.	中国结、刺绣图案、一摞一元硬币等等能体现点动成线、线动成面、面动成体的实例.

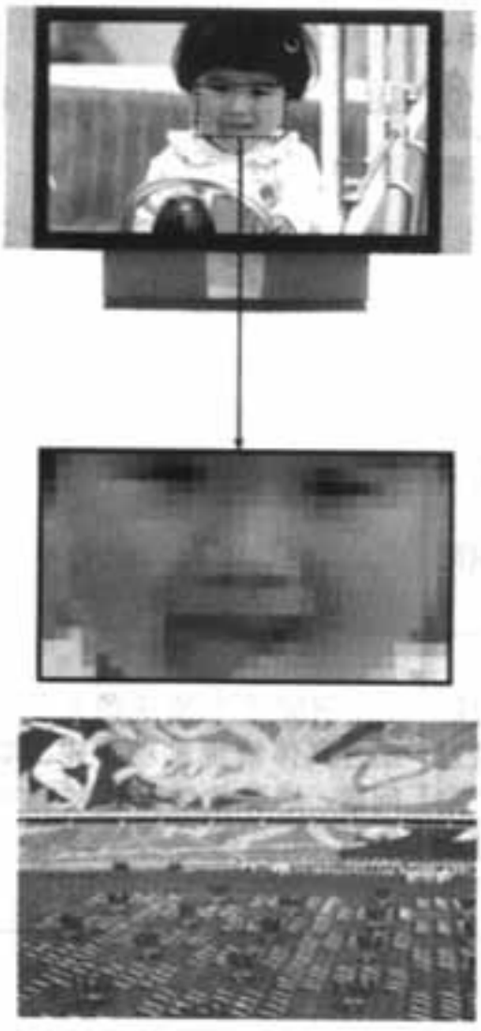
数学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动1」 问题 (1) 举出一些你所熟悉的立体图形.	学生思考回答. 教师举出学生回答问题(1)时所提到的几何体的模型(或图片).  教师给出体的概念.	从学生经验出发，创设情境，提出问题，激发起学习数学的兴趣. 利用模型给出常见几何体，形象、生动，便于学生直观感受“体”，丰富学生感性思维.
(2) ①你知道这些体是由什么围成的吗？它们有什么不同吗？ ②面与面相交的地方形成了什么？它们有什么不同呢？ ③线与线相交之处又得到了什么？	学生先独立观察、思考，然后再分小组讨论、交流得出以下结论： (1) 体是由面围成的；面有两种，平面和曲面. (2) 面与面相交的地方形成了线；线有直的也有曲的. (3) 线与线相交的地方是点. 教师对以上结论加以总结、完善，得出点、线、面、体之间的关系，即“体由面组成，面与面相交成线，线与线相交成点”.	在学生已有的数学知识基础上，由学生自己观察、发现、探索，从对体的进一步认识到对面、线、点的进一步认识.使学生经历运用图形描述现实世界的过程，进一步发展学生的抽象思维能力.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(3) 举出生活实际中分别给体、面、线、点的形象的例子.	学生回答交流. 教师鼓励学生联想身边熟悉的情景，尽可能多的举出例子，并把课前准备的挂图和物品等展示出来和学生交流. 在活动 1 中教师应重点关注： (1) 发展学生的观察能力； (2) 学生能否在独立思考的基础上积极参与对数学问题的讨论； (3) 学生能否运用数学语言清楚的表达解决问题的过程.	将抽象的概念融于大量生动形象、具体的实例中，有助于学生对概念的理解，记忆. 让学生体验图形是有效描述现实世界的重要手段，从而使学生乐于接触社会环境中的数学信息，发现数学问题，并能在数学活动中发挥积极作用. 在欣赏美丽的图案时，又增加了学生的审美意识.
「活动 2」 问题 (1) ①笔尖可以看作是一个点，这个点在纸上运动时，形成了什么？  ②通过上述运动你得出了什么结论？ ③你能举出生活中的一些实例进一步说明这一结论吗？ (2) ①汽车雨刷可以看作是一条线，它在挡风玻璃上运动时有什么现象？  ②通过对上面现象的分析你得出了什么结论？	学生动手操作、思考并回答问题. 教师在学生回答问题的基础上总结得到“点动成线”的结论. 学生在组内讨论、交流的基础上，举出更多实例，如：蚂蚁搬家；在一望无际的沙漠上，一个孤独的旅行者留下的一排长长的足迹…… 教师让学生拿笔或直尺当雨刷在纸上演示，启发学生类比上一个问题，并鼓励学生用自己的语言说出发现的结论. 学生通过仔细观察图片，动手实践，回答问题. 得出“线动成面”的结论.	从学生已有的生活经验和已有的知识出发，给学生提供“现实的、有意义的、富有挑战性的”学习材料，提供充分的数学活动和交流的机会，引导他们在“做数学”的活动中，在自主探索的过程中获得知识和技能，掌握基本的数学思想方法. 通过动手操作和主动参与，让学生在观察、操作、想像、交流等活动中认识图形，发展空间观念. 创设情境使学生积极参与到数学活动中来，对数学有好奇心和求知欲.

问题与情境	师生行为	设计意图
③你能举出生活中的一些实例进一步说明这一结论吗?	学生经小组讨论、交流后(小组成员之间可以互相补充)举例,如:夜晚街头闪烁的霓虹灯、利用竹条编织的凉席、用扫帚扫地、用刷子刷油、钟表盘上分针时针的运动……	学习方式的转变是学习开始阶段重要的一环,它可以帮助学生认识图形,丰富直观,验证学生的空间想像.从开始阶段的鼓励学生先动手、后思考,逐步过渡到先思考、后动手验证.
(3) ①长方形纸片绕它的一边旋转,形成了什么图形? 	教师演示旋转过程,让学生通过观察,大胆猜测、想象.	鼓励学生勇于面对数学活动中的困难,并有克服困难和学好数学的自信心.
②通过对上面现象的分析你得出了什么结论?	学生在观察、猜测、想象之后独立思考得出结论;再通过动手实践加以验证;最后进行小组讨论、交流,回答问题,得出"面动成体"的结论.	认识通过观察、实验、类比、推断可以获得数学猜想,体验数学活动充满探索性和创造性.
③你能再举出一些例子进一步说明这一结论吗?	学生经小组交流,举出例子,如把三角尺绕其一边旋转形成几何体;一摞壹元硬币……	进一步认识平面图形与立体图形之间的关系,初步建立空间观念,发展学生的空间想象能力.
④你能找出它们之间的对应关系吗?(教科书第 114 页练习)	学生想象回答. 教师根据学生回答问题的情况,给予完善.(可借助模型或课件演示平面图形绕轴旋转一周得出立体图形的过程)	
	在活动 2 中教师应重点关注: (1) 发展学生的空间想象能力; (2) 学生与他人交流、合作的意识.	
「**活动 3**」 问题 (1) 为什么在地图①上,北京只是一个点,而在地图②上北京几乎占了整个版面? 	学生先独立思考,后分小组讨论、交流,回答问题,小组成员之间可以相互补充、纠正. 教师列举更多的生活实例说明"点"的意义.	通过丰富的实例说明"点"是没有大小的,它是抽象后的概念.

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) 观察下面的图片，你有什么发现？构成几何图形的基本元素是什么？ 	学生观察图片，表述观点. 教师参与学生的交流活动，总结出几何图形都是由点、线、面、体组成的，点是构成图形的基本元素. 在活动 3 中教师应重点关注： (1) 学生在实际背景中对这些抽象概念认识和理解； (2) 对几何图形和点、线、面、体之间关系的理解； (3) 发展学生的抽象概括能力.	从集合的角度来看，点是组成图形的最基本的元素，线、面、体都可以看成是由点组成的. 通过大量的生活实例感受几何图形的构成，发展几何直觉.
「**活动 4**」 (1) 小结.	学生思考，试着独立完成本节知识结构图. 再分小组结合具体实例进行讨论、交流. 教师启发学生从静态、动态两个方面对点、线、面、体之间的关系进行总结. 教师在学生总结的基础上最后给出下面的示意图：  	总结回顾学习内容，初步学会反思. 鼓励学生在独立思考的基础上，积极的参与到对数学问题的讨论中来，敢于发表自己的观点，尊重理解他人的见解，在交流中获益.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) 3.1 整节小结.	学生思考总结. 教师完善，得出以下结论： 本节是从实际物体中抽象出几何图形、立体图形、平面图形，又进一步抽象出体、面、线、点等基本元素，研究了它们之间的关系，最后，又由这些基本元素得到丰富多彩的图形世界. 在活动 4 中教师应重点关注： (1) 学生对知识的掌握情况，是否真正理解点、线、面、体之间的关系； (2) 几何语言的运用是否准确； (3) 学生能否把数学知识同生活实际紧密联系起来.	通过全节回顾完成了具体——抽象——具体的过程.
「活动 5」 布置作业.	课后收集能反映点、线、面、体之间关系的资料、图片及实物模型. 试着建立本大节知识结构图，下节课展示.	巩固学生所学的知识，能结合具体情境发现并提出数学问题，感受数学与生活的密切联系.

3.2 直线、射线、线段（第 1 课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 理解两点确定一条直线的事实. 2. 掌握直线、射线、线段的表示方法. 3. 理解直线、射线、线段的联系和区别.
	数学思考	1. 通过学习直线、射线、线段的表示方法，使学生建立初步的符号感. 2. 通过学习直线、射线、线段的联系和区别，进一步发展学生抽象概括的能力.
	解决问题	通过对直线、射线性质的研究，体会它们在解决实际问题中的作用，并能用它们解释生活中的一些现象.
	情感态度	1. 通过分组操作固定硬纸条等活动，培养学生合作交流的意识和探索精神. 2. 通过对直线的性质的探究，使学生初步认识到数学与现实生活的密切联系，感受数学的严谨性以及数学结论的确定性.
重点	两点确定一条直线.	
难点	不同几何语言的相互转化.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动 1　理解两点确定一条直线的事实	由固定硬纸条活动出发，抽象出数学模型，得出直线的性质及表示方法.
活动 2　认识直线、射线、线段的联系与区别	通过观察和动手画直线、射线、线段的图形，发现它们的联系与区别，得出射线、线段的表示方法.
活动 3　进一步认识直线、射线、线段的联系与区别	通过动手实践，进一步认识直线、射线、线段的联系与区别.
活动 4　练习	在画图中加深对本节知识的理解，在解决实际问题中，感受直线性质的应用.
活动 5　小结	回顾本节内容.
活动 6　布置作业	反思总结.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
教师用三角尺.	三角尺、长10 cm、宽2 cm的硬纸板条，3 个以上图钉.	

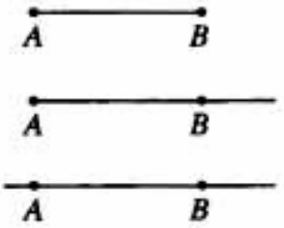
教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动 1」 问题 (1) 要把准备好的硬纸条固定在硬纸板上，需要几个图钉? (2) 通过上述操作，如果把木条抽象成直线，把钉子抽象为点，你能得到什么结论?  	学生分组活动，动手操作，对第 (2) 个问题在组内进行交流、讨论. 教师深入小组参与活动，倾听学生的交流，并帮助、指导学生完成任务，得出直线性质. 在此基础上，教师给出直线的表示方法. 在活动 1 中教师应重点关注: (1) 在固定硬纸条活动中，学生是否能有规律地尝试用一个钉子、两个钉子、三个钉子去钉木条，进而得出至少需要两个钉子的结论;	从现实生活中发现并提出简单的数学问题，吸引学生的注意力. 同时为得出直线性质提供背景及生活素材. 为学生提供参与数学活动的时间和空间，调动学生的主观能动性，激发好奇心和求知欲. 在得出直线性质的基础上，再给出直线的表示方法，可以让学生更清楚的体会到直线表示方法的合理性，有助于学生的理解和记忆.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
	（2）在阐述第（2）个问题时，学生的语言是否规范； （3）学生在活动和交流中的参与意识，及发表个人见解的勇气.	
「**活动2**」 问题 （1）生活中有哪些关于直线、射线、线段的形象，试举例说明？	学生独立思考或相互交流，举出生活中的实例. 教师也给出一些事例.（用语言描述或给出图片）   	通过观察抽象出直线、射线、线段的几何形象，让学生体验图形是描述现实世界的重要手段.
（2）你发现直线、射线、线段有哪些联系与区别吗？	学生在独立思考的基础上以小组为单位通过观察教师出示的直线、射线、线段的图片或动手画出直线、射线、线段的几何图形进行比较，各抒己见，指出它们之间的联系与区别. 教师对学生的回答进行归纳总结，用列表法（见附录）直观的给出直线、射线、线段的联系与区别，并在此基础上给出射线、线段的表示方法. 在活动2中教师应重点关注：	在明确直线、射线、线段区别的基础上，讲授它们的表示方法，有助于学生的理解和掌握，突出本节课的重点. 通过对直线、射线、线段的联系和区别的探究，进一步发展学生抽象概括的能力. 通过活动鼓励学生在独立思考的基础上，积极的参与到对数学问题的讨论中来，勇于发表自己的观点，善于理解他人的见解，在交流中获益.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
	（1）学生是否能通过观察发现直线、射线、线段端点个数、延伸情况的主要区别. （2）学生是否能注意到用两个大写字母表示射线时，端点字母必须写在前面，以及这种规定的合理性.	
「**活动 3**」 问题 （1）已知线段 AB，你能由线段 AB 得到直线 AB 和射线 AB 吗?  （2）能否用几何语言简单表述一下直线、射线、线段.	学生动手操作得出结论. 教师板书演示直线、射线、线段的变化过程，对学生的结论进行总结、概括，进一步明确它们之间的联系与区别. 在活动 3 中教师应重点关注： （1）学生是否能通过画图总结出把线段向一个方向无限延伸可得到射线，把线段向两个方向无限延伸可得到直线的结论； （2）学生能否从另一个角度思考并得出线段和射线都是直线的一部分的结论； （3）学生是否能够清晰的用数学语言表达自己的观点.	在学生掌握直线、射线、线段表示方法的基础上，通过自己动手画图，在自主探索的过程中，感受直线、射线、线段的变化过程，有助于学生进一步深刻理解直线、射线、线段联系与区别. 鼓励学生尝试从不同角度寻求解决问题的有效方法，并通过对解决问题方法的反思，获得解决问题的经验. 通过以上活动初步发展学生用文字、字母、图形、符号或图表等表达解决问题的过程，并解释结果的合理性的能力.
「**活动 4**」 问题 （1）按语句画图. ①直线 EF 经过点 C； ②点 A 在直线 m 外； ③经过点 O 的三条线段 a、b、c； ④线段 AB、CD 相交于点 B.	学生动手画图. 教师加以指导，并展示学生成果. 根据学生程度的不同，对学有余力的学生可以适当提高要求，说明点与直线的位置关系有以下两种情况： （1）点在直线上；（2）点在直线外.	培养学生不同几何语言（文字语言、符号语言和图形语言）之间的转换的能力. 通过成果的展示使学生获得成功的体验. 明晰点与直线的位置关系.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) 建筑工人在砌墙时，这样拉出的参照线就是直的（如图所示）；木工师傅用墨盒弹出的墨线也是直的，你能用学过的几何知识解释他们这样做的道理吗？  (3) 你还能举出生活中类似的例子吗？	学生议论回答. 教师引导，使结论更加完善. 在活动 4 中教师应关注学生： (1) 对不同几何语言相互转化的情况； (2) 画图的准确性、规范性. (3) 学生对生活经验的积累. (4) 学生应用教学知识，解决实际问题的能力.	利用所学的数学知识，解决生活中的具体问题. 初步体会数学是解决实际问题和进行交流的重要工具. 使学生感受现实生活中蕴含着大量的数学信息，数学在现实世界中有着广泛的应用. 初步发展学生能结合具体情景发现并提出数学问题的能力.
「**活动 5**」 问题 你对本节内容有哪些认识？	教师课前准备好三类卡片，每类卡片上分别写着直线有关内容、射线有关内容和线段有关内容（卡片上可以直接写上直线、射线、线段，也可以是表述它们性质或特征的语言，还可以是它们的图形或是它们在实际生活中应用等等). 由一名同学抽出一张卡片，表述卡片上的内容，并判断它所描述的是直线、射线还是线段；其他同学来评判是否正确. 说对了的同学所在小组的同伴就可以再补充它还有那些特征、性质、应用等等. （可以以小组为单位，看看哪组答得最多说得最准） 在活动 5 中教师应重点关注： (1) 不同层次学生对本节知识的认识程度； (2) 学生再谈收获是对不同方面的感受； (3) 学生独立面对困难和克服困难的能力.	这种形式的小结，激发了学生的主动参与意识，调动了学生的学习兴趣，为每一位学生都创造了在数学学习活动中获得成功的体验机会，并为程度不同的学生提供了充分展示自己的机会，尊重学生的个体差异，满足多样化的学习需要. 从而使小节活动不流于形式而具有实效性，为学生提供更好的空间以梳理自己在本节课中的收获. 小节活动既要注重引导学生将数学知识体系化又要从能力、情感态度等方面关注学生对课堂的整体感受.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动6」 作业： 教科书习题 3.2 第 2、3、4 题.	学生独立完成. 教师批改，总结. 本次活动中教师应重点关注： (1) 不同层次学生对知识的理解程度，有针对性的给与分析； (2) 学生在练习中反映出的问题，有针对性的讲解.	及时了解学生学习效果，调整教学安排. 通过课后独立思考，自我评价学习效果；学会反思，发现问题；并试着通过阅读教材、查找资料或与同学交流解决问题.

补充资料

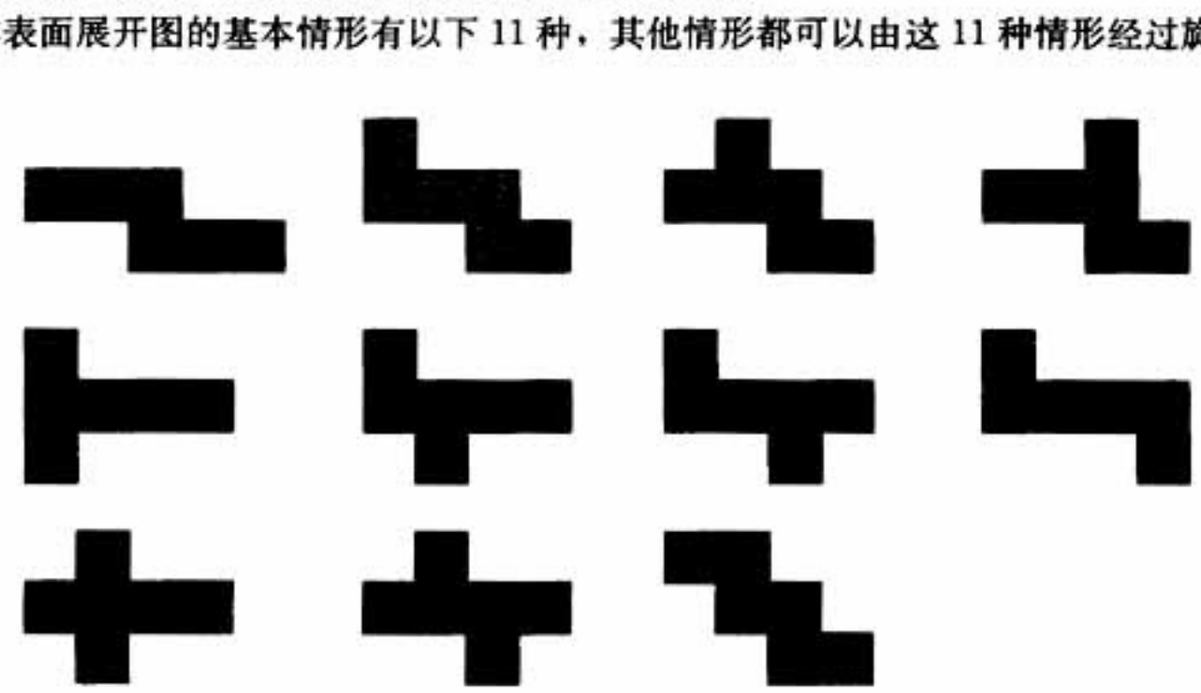
直线、射线、线段的联系与区别

	端点个数	延伸方向
直线	无	向两方无限延伸
射线	一个	向一方无限延伸
线段	两个	不向任何一方延伸

Ⅳ 拓展资源

1. 正方体表面展开图指的是 6 个表面正方形相连接组成的平面图，其中相邻正方形有一条公共棱. 6 个正方形应有 5 条公共棱，但正方体有 12 条棱，还有 7 条棱是要沿其剪开. 剪开后，成为展开图中的边. 因此，展开图的周边必是由 14 条棱组成.

正方体表面展开图的基本情形有以下 11 种，其他情形都可以由这 11 种情形经过旋转或对称变换得到.



2. 1736 年瑞士数学家欧拉（Euler，1707－1783）撰写了关于哥尼斯堡七桥问题的论文，原文（做了部分删减）如下：

讨论长短大小的几何学分支一直被人们热心地研究着，但是还有一个至今几乎完全没有探索过的分支；莱布尼兹最先提起过它，叫它“位置几何学”. 这个几何学分支讨论只与位置有关的关系，研究位置的性质；它不去考虑长短大小，也不涉及量的计算. 近来流传着一个问题，它无疑属于几何学的，但不是求尺寸，也不能用量的计算来解答，只须考虑位置，所以我毫不犹豫把它归入位置几何学. 在这里我要讲一讲我发现的解决这类问题的方法，它可以作为位置几何学的一个例子.

问题——据我了解是很著名的——是这么说的：在普鲁士的哥尼斯堡有一个奈发夫岛，普雷格尔河的两个支流流过其旁. 七座桥 a、b、c、d、e、f、g 横跨这两条支流. 问，一个人能否设计一次散步，使得每座桥都走过且只走过一次. 人家告诉我，没有人认为是可能的. 在这个基础上我向自己提出了下面更一般的问题：给定任意一个河道图与任意多座桥，要判断能否每座桥恰好走过一次.

我用大写字母 A、B、C、D 表示被河分割开的各块陆地，当一个人从 A 地过桥到 B 地时，记作 AB. 如果他又从 B 地过桥到 D 地，我就用三个字母 ABD 表示. 如果他又从 D 地过桥到 C 地，我就用四个字母 ABDC 表示. 步行者过任意多座桥，代表他的路线的字母个数比桥数多 1. 于是如果有一条路线走过七座桥刚好各一次，我们就能用八个字母组成的字母串表示，而这八个字母是取自 A、B、C、D. 因为有五座桥 a、b、c、d、e 通往岛 A，在路线的字母串中字母 A 应出现三次；因为有三座桥通往 B，字母 B 应出现两次；类似地，C、D 也各出现两次. 即，由八个字母组成的字母串中，必须有 3 个 A、2 个 B、2 个 C、2 个 D 共 9 个字母，这是不可能的. 也就是，哥尼斯堡七桥问题没有解.

最简单的是采用下面的法则：

连接有奇数座桥的地方超过两个，满足要求的路线是不存在的；

连接有奇数座桥的地方刚好两个，满足要求的路线是存在的，可以从两个地方之一出发，找出所要求的路线；

连接有奇数座桥的地方不存在，即所有地方都连接有偶数座桥，满足要求的路线是存在的. 无论从哪里出发，总能找到所要求的路线.

3. 莫比乌斯（1790—1868）德国数学家、天文学家. 自幼喜爱数学. 1809 年入莱比锡大学学习法律，后改学理科，专修数学、物理学和天文学. 他的主要贡献是，1827 年发表《重心的计算》，发展了射影几何学.

众所周知，任何一个面都有正、反两个表面，任何一条纸带都有两条边. 1858 年，莫比乌斯在解决巴黎科学院悬赏征答多面体几何理论时，发现了一种只有一个面、只有一条边的带，后人称之为莫比乌斯带.

取来一个狭长纸带，如果将其两端的上边缘对齐粘连在一起，就得到普通的纸圈. 它有内外两个表面. 例如，在内表面连续涂色，只要不越过边界，外表面是不会涂上色的. 它还有上下两条边. 但是，如果将狭长纸条的一端扭转一下，使纸条的上边缘与另一端的下边缘对齐粘连在一起，就得到了莫比乌斯带. 它只有一个面. 例如，在任何一处表面连续涂色，虽然没有越过边界，最终所有表面都涂了色. 如果用色笔连续地沿一条边画下来，结果看到莫比乌斯带的所有边界都画上了色.

莫比乌斯带还有许多有趣的、异乎寻常的性质，它的出现促进了拓扑学的发展.

4. 1750 年欧拉在写给哥德巴赫的信中列举了多面体的一些性质，其中有一条是：如果用 V，E，F 分别表示凸多面体的顶点数、棱数、面数，则有 $V-E+F=2$. 第二年，他给出了这条性质的一个证明.

其实大约在 1635 年笛卡尔就已发现了它. 由于笛卡尔的研究结果到 1860 年才被人们发现，所以这个定理就称为欧拉定理而不是笛卡尔定理.

欧拉定理有很多应用. 下面介绍它在数学和化学方面的两个应用实例.

(1) 正多面体的种类

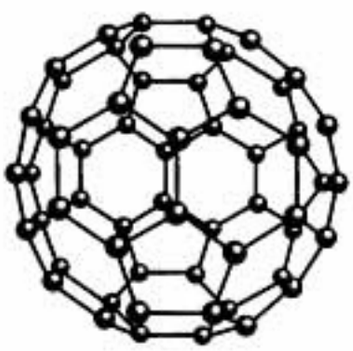
如果正多面体的每一个面都是 n 边形，每一个顶点都有 m 条棱，则正多面体最多有 5 种.

证明如下：因为每一个面都是 n 边形，故有 nF 条棱，但每条棱都计算了两次，所以有 $nF=2E$，即 $F=\frac{2E}{n}$. 又每一个顶点都有 m 条棱，故有 mV 条棱，但每条棱都计算了两次，所以有 $mV=2E$，即 $V=\frac{2E}{m}$. 将 F、V 两个式子代入 $V-E+F=2$，去分母、化简得 $(2m+2n-mn)E=2mn$，于是 $2m+2n-mn>0$，不难得出 $(m-2)(n-2)<4$，适合这个不等式的解只有下面 5 组：

n	3	3	3	4	5
m	3	4	5	3	3
F	4	8	20	6	12

(2) 晶体结构

1996 年诺贝尔化学奖授予对发现 C_{60} 有重大贡献的三位科学家. C_{60} 分子是形如球状的多面体，如图所示，C_{60} 分子中有 60 个碳原子，每个碳原子只跟相邻的 3 个碳原子形成化学键，C_{60} 分子只含有五边形和六边形.



请回答：一个 C_{60} 分子中有多少个五边形和多少个六边形？(取材于我国 1997 年化学高考试题)

解：设 C_{60} 分子中含有 x 个五边形、y 个六边形、E 条棱，则 $F=x+y$. 由条件知：$V=60$. 因为每个顶点伸出三条棱，所以有 $3V=3\times60$ 条棱，而每条棱被计算了两次，所以 $E=3\times\frac{60}{2}=90$.

依据欧拉定理可写出：$V-E+F=60-90+x+y=2$ ①

因为五边形面有 5 条棱、六边形面有 6 条棱，故有 $5x+6y$ 条棱，但每条棱是两个面共用，即每条棱被计算了两次，所以 $E=(5x+6y)/2=90$，即 $2.5x+3y=90$ ②

由①、②可以解得：$x=12$，$y=20$.

5. 现代角的度量制有下列几种：

(1) 60 进制

60 进制以度为单位，将圆周分成 360 等分，每一份所对的圆心角的大小叫做 1 度. 1 度有 60 分，1 分有 60 秒. 60 进制起源于巴比伦，是 1854 年爱尔兰人辛克斯 (Edward Hincls，1792—1866) 在研究泥板上的楔形文字时发现的.

用符号°′″分别表示度、分、秒是由德国天文学家莱因霍尔德 (Erasmus Reinhold，1511—

1553）在 1551 年开始的.

（2）弧度制

长度等于半径的弧所对的圆心角的大小叫做 1 弧度. “弧度”（radian）一词是爱尔兰工程师汤姆森（James Thomson，1822—1892）在 1875 年 6 月 5 日首先创立使用的. 由 radius（半径）和 angle（角）两字合成. 弧度制在理论上有很大价值.

（3）密位制

密位制以“密位”（mil）为单位. 将圆周分成6 000等分，每一份所对的圆心角的大小叫做 1 密位. 主要用于军事上. 密位的记法很特别，高位和低两位之间用一条短线隔开，比如：

1 密位写作：0—01；582 密位写作：5—82；2 000密位写作：20—00.

1 密位＝0.06 度＝0.001 047…弧度≈0.001 弧度.

由于弧度是弧长与半径的比值，而且在角度很小的时候，弧长近似等于弦长. 所以，一密位可以粗略的看作1 000米外，正对观察者的 1 米长的物体的角度. 更一般地，在观测者远方相距 d 米的地方有高度是 h 米的物体，测得视角是 n 密位，则视角的弧度数＝$\frac{h}{d}$，而 1 弧度≈1 000密位，所以

$$n\approx 1\,000\frac{h}{d}.$$

如果远方物体的高度 h，测得视角 n 密位，就可算出观测者到物体的距离 $d\approx 1\,000\,\frac{h}{n}$.

6. 一般地，在我们所研究的欧几里得空间里，线是一维的，面是二维的，体是三维的. 如果要作推广，可以将点看作 0 维的；而在高等数学中，还研究 n 维的空间，但这里的 n 是正整数. 这就是说，在欧几里得空间里，维数都是非负整数. 当人们进一步研究不规则几何形态时，例如，海岸线，从远距离观察，其形状是极不规则的；但，从近距离观察，其局部形状又和整体形态相似. 再如，树叶上的叶脉，它们从整体到局部，都是自相似的. 1973 年，曼德勃罗（B. B. Mandelbrot）在法兰西学院讲课时，首次提出了分形几何的设想. 分形（Fractal）一词，是曼德勃罗创造出来的，其原意是不规则、支离破碎等意思. 分形几何学是一门以非规则几何形态为研究对象的几何学.

为了定量地描述客观事物的“非规则”程度，1919 年，数学家从测度的角度引入了维数概念，将维数从整数扩大到分数，从而突破了维数为整数的界限.

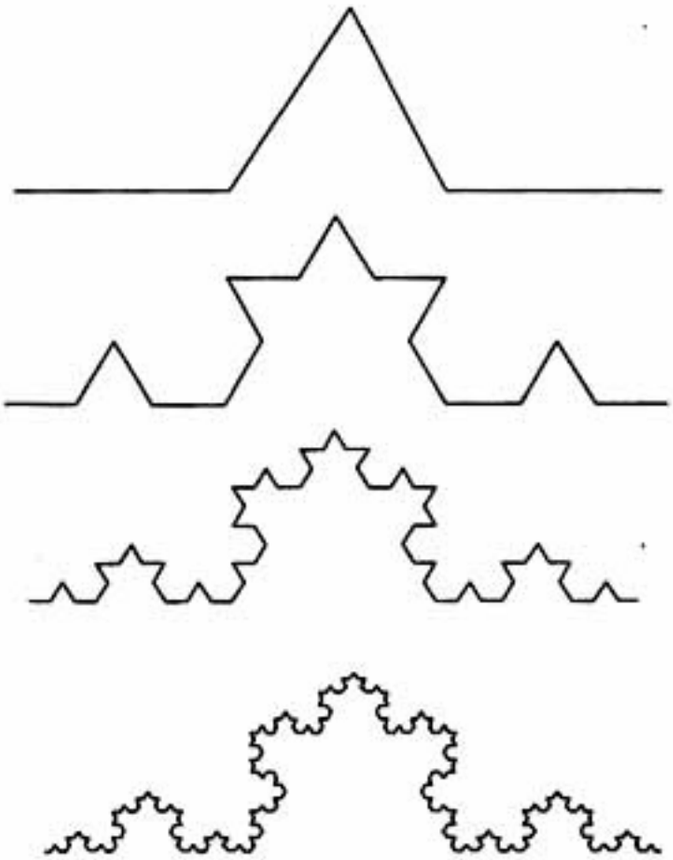
设想有一条单位长的线段（单位线段）、边长为单位长的正方形（单位正方形）、棱长为单位长的正方体（单位正方体），将所有线段（包括边和棱）都 m 等分，于是有下面情形：单位线段分成 m 个与其相似的图形（小线段）；单位正方形分成 m^2 个与其相似的图形（小正方形）；单位正方体分成 m^3 个与其相似的图形（小正方体）. 它们被分成的自相似图形的个数分别是 m^1、m^2、m^3，其中的指数 1、2、3 就是相关图形的维数.

一般说来，如果将某图形缩小为$\frac{1}{m}$得到 a 个相似图形，那么这个图形的维数 n 应满足：

$$m^n=a,\ n=\frac{\lg a}{\lg m}$$

的关系成立，则指数 n 称为相似性维数，n 可以是整数，也可以是分数.

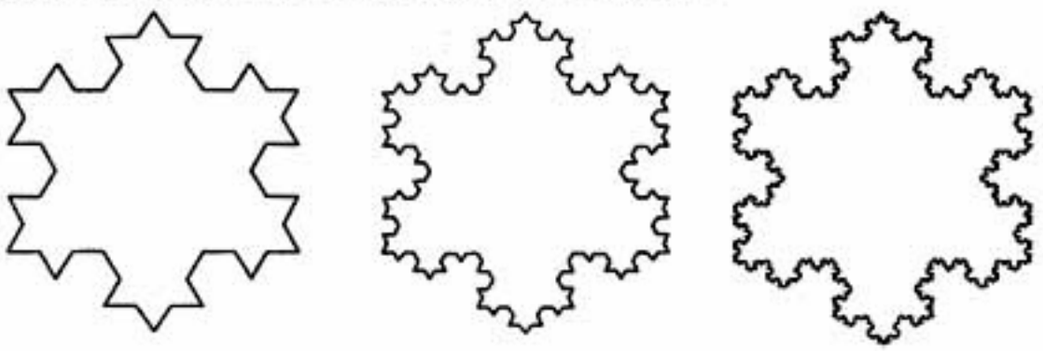
下面以生成 Koch 曲线、Koch 雪花曲线为例.



不难看出 Koch 曲线是将原图形缩小 1/3 而生成 4 个与其相似的图形，因而，它的维数是

$$n=\frac{\lg 4}{\lg 3}\approx 1.261\ 859\ 507\cdots$$

以 Koch 曲线为基础构造的 Koch 雪花曲线，如下图所示.



M 评价建议与测试题

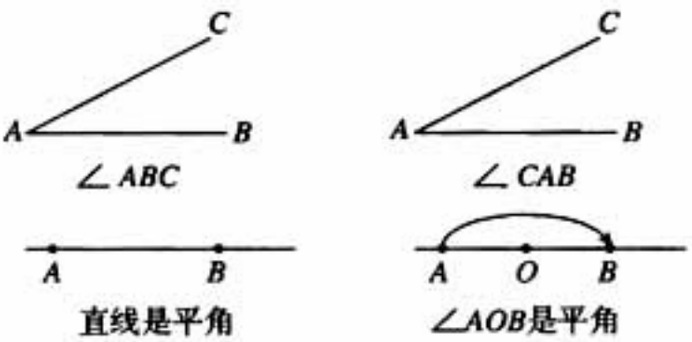
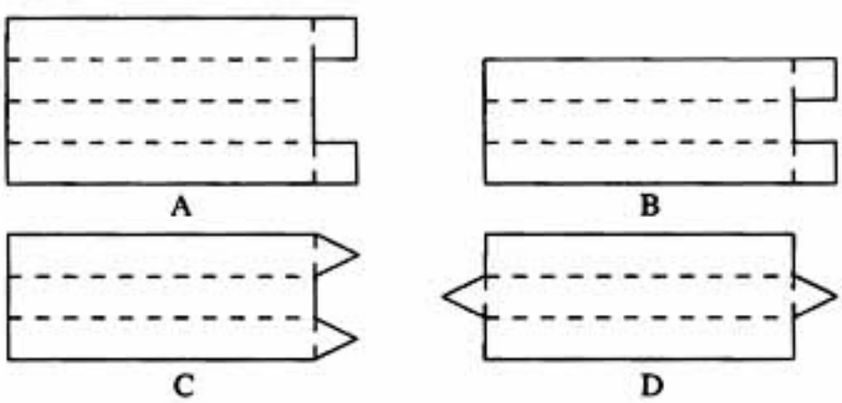
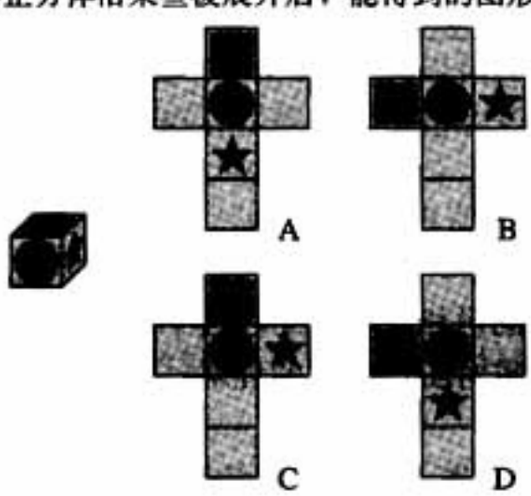
一、评价建议

1. 关注学生在本章数学学习活动中空间观念的建立和发展；

2. 对知识与技能的评价应侧重于在现实背景中归纳出几何图形，认识立体图形与平面图形，以及一些常见的几何图形，在立体图形与平面图形相互转化的过程中建立空间观念；在现实背景中抽象出直线、射线、线段、角等有关概念，注重对图形性质的理解，对简单画图、展开立体图形等有关技能的操作.

3. 在掌握知识的同时，关注学生在观察、思考、探究、交流活动中主动参与的程度以及合作交流意识.

二、测试题（时间：45 分钟　满分：100 分）

内　容	设计意图
一、**选择题**（每小题 3 分，共 18 分）：	
1. 下列说法正确的是（　　） (A) 直线 AB 和直线 BA 是两条直线. (B) 射线 AB 和射线 BA 是两条直线. (C) 线段 AB 和线段 BA 是两条直线. (D) 直线 AB 和直线 a 不能是同一条直线.	本题考查直线、射线、线段表示方法及相互联系.
2. 下列图中角的表示方法正确的个数有（　　） (A) 1 个.　(B) 2 个.　(C) 3 个.　(D) 4 个.  （第 2 题）	本题考查角的表示方法及抽象思维能力.
3. 下面图形经过折叠可以围成一个棱柱的是（　　）  （第 3 题）	本题考查棱柱的侧面展开图和空间想象能力.
4. 将如图所示的正方体沿某些棱展开后，能得到的图形是（　　）  （第 4 题）	本题考查正方体展开图，考查思维的全面性.

5. 若$\angle A=20°18'$，$\angle B=20°15'30''$，$\angle C=20.25°$则（　　）

(A) $\angle A>\angle B>\angle C$.　　(B) $\angle B>\angle A>\angle C$.

(C) $\angle A>\angle C>\angle B$.　　(D) $\angle C>\angle A>\angle B$.

本题考查角的大小比较及度、分、秒的换算.

6. 经过任意三点中的两点共可以画出（　　）

(A) 一条直线.　　(B) 两条直线.

(C) 一条或三条直线.　　(D) 三条直线.

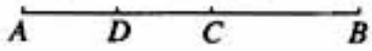
本题考查对“两点确定一条直线”性质的应用，及思维全面性和灵活性.

二、填空题（每小题3分，共12分）：

7. 有公共顶点的两条射线分别表示南偏东15°与北偏东25°，则这两条射线组成的角的度数为_____.

本题考查方向角、角的和差及画图、识图能力.

8. 如图，若CB等于4 cm，DB等于7 cm，且D是AC的中点，则AC=_____.



（第8题）

本题考查学生线段中点、线段的和差及识图能力.

9. 八时三十分，时针与分针夹角度数是_____.

本题考查角度计算在生活中的应用意识及形象思维能力.

10. 如图，从学校A到书店B最近的路线是（1）号路线，其道理用几何知识解释应是_____.

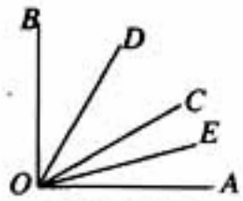


（第10题）

第10题考查两点之间线段最短及数学在生活中的应用意识.

三、解答题（每小题15分，共30分）：

11. 如图，$\angle AOB$是直角，OD平分$\angle BOC$，OE平分$\angle AOC$，求$\angle EOD$的度数.



（第11题）

本题考查对角平分线概念的运用并考查识图能力.

12. 一个角的余角比它的补角的$\frac{2}{3}$还少40°，求这个角.

本题考查余角、补角的有关内容及列方程解决问题的数学思想.

四、试一试（20分）：

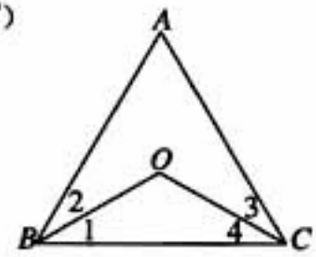
13. 如图，BO、CO分别平分$\angle ABC$和$\angle ACB$，

(1) 若$\angle A=60°$，求$\angle O$.

(2) 若$\angle A=100°$、120°，$\angle O$又是多少？

(3) 由(1)、(2)你发现了什么规律？当$\angle A$的度数发生变化后，你的结论仍成立吗？

(提示：三角形的内角和等于180°)

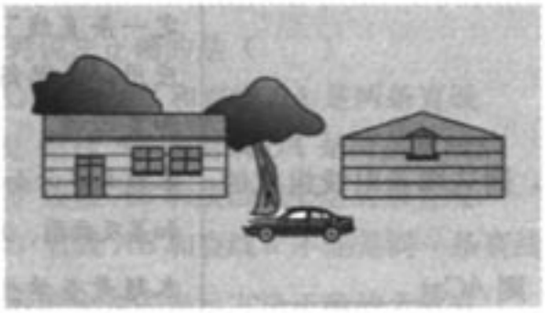


（第13题）

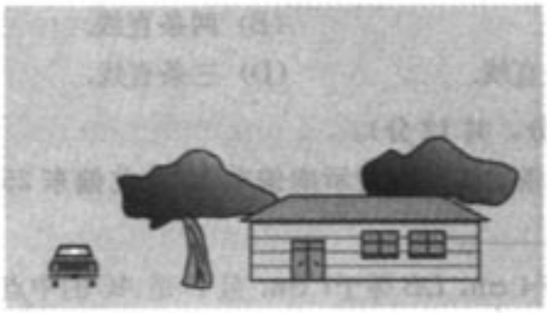
本题意在综合考查角平分线、角度计算等内容，并通过探究活动考查抽象思维及合情推理能力.

五、做一做（20 分）：

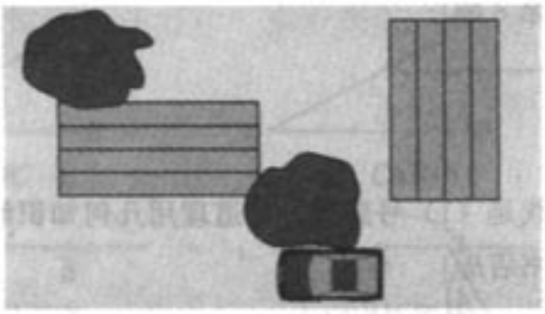
14. 小新到同学家玩，分别从正面、右面、上面拍下了这个景点的三张照片（如图所示），你能根据这三张照片的信息，利用提供的材料制作出这个景点的立体模型吗？



从正面看



从右面看



从上面看

（第 14 题）

本题通过创设具体情境，调动学生学习数学的兴趣，考查学生能否利用从不同方向看到的平面图形描述立体实物，并考查通过具体的动手操作解决问题的能力.

附：第 14 题材料

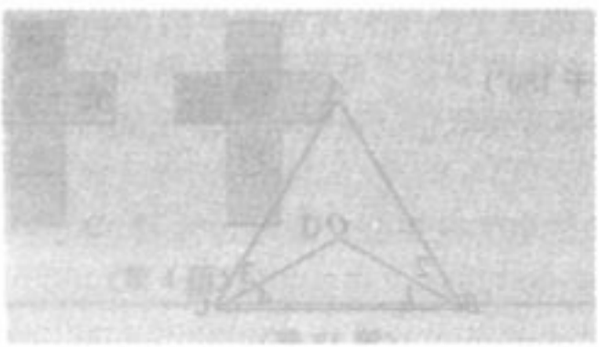












测试题答案

1. B.

2. B.

3. D.

4. C.

5. A.

6. C.

7. 140°.

8. 6 cm.

9. 75°.

10. 点之间线段最短.

11. 45°.

12. 30°.

13. (1) 120°; (2) 140°, 150°; (3) $\angle O=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$.

14. 略.

第四章 数据的收集与整理

I 总体设计

一、课程学习目标

1. 了解通过全面调查和抽样调查收集数据的方法；会设计简单的调查问卷收集数据；能根据问题查找有关资料，获得数据信息.

2. 初步感受抽样的必要性，初步体会用样本估计总体的思想.

3. 掌握划记法，会用表格整理数据.

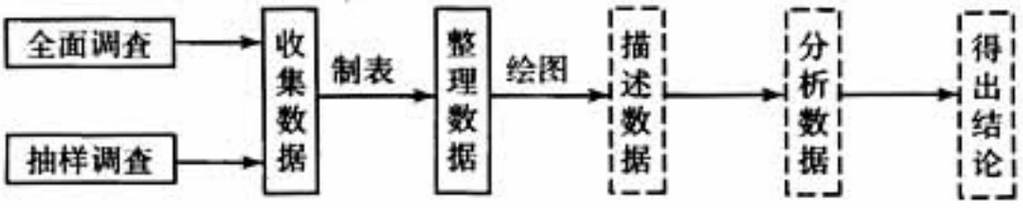
4. 进一步体会条形图、扇形图和折线图在描述数据中的作用.

5. 能用计算器处理简单统计数据，进一步体会计算器处理运算的优越性.

6. 从事收集、整理、描述和分析数据得出结论的统计活动，经历数据处理的基本过程，体验统计与生活的联系，感受统计在生活和生产中的作用，养成用数据说话的习惯和实事求是的科学态度.

二、本章知识结构框图

本章内容是在数据处理的基本过程中展开的.



三、内容安排

从《数学课程标准》看，“统计与概率”领域主要研究收集、整理、描述和分析数据等处理数据的基本方法和概率的初步知识，这些内容在三个学段均有安排，内容标准随着学段的升高逐渐提高. 第三学段的“统计与概率”在前两个学段的基础上，继续学习数据处理的方法和概率的初步知识，内容包括抽样调查、频数分布、扇形图、数据的集中趋势和离散程度、计算简单事件发生的概率等. 依据《数学课程标准》第三学段的内容标准，结合统计与概率的特点，本套教材将“统计与概率”领域的内容分成四章编排，前三章是统计，最后一章是概率，分别安排在 7 年级（上）、8 年级（上、下）和 9 年级（上）四册书中. 统计部分的三章内容按照数据处理的基本过程来安排，分别是第 4 章“数据的收集与整理”，第 12 章“数据的描述”，第 20 章“数据的分析”.

第四章“数据的收集与整理”是统计部分的第一章，本章在系统整理前两个学段已有的数据处理经验的基础上，进一步学习收集和整理数据的方法.

本章通过三个典型案例介绍全面调查和抽样调查收集数据的方法，在每一个案例中都展示了一个收集数据、整理数据、描述数据和分析数据得出结论的过程.

教材首先从一个具体问题入手，介绍通过全面调查获得数据的方法和步骤，在解决这个具体问题的过程中，使学生经历数据处理的统计过程，学习通过问卷调查、查阅资料等收集数据以及利用表格整理数据的方法；接下去又以一个具体实例介绍通过抽样调查收集数据的方法和步骤，再一次让学生经历数据处理的基本过程，并在这个过程中，使学生对抽样的必要性和样本的代表性有一个初步的体会. 最后是一个综合性的课题学习，学生将综合运用所学的统计知识和方法，以小组合作的方式，通过亲自动手处理数据得出结论，并对所得结论进行解释和质疑等活动完成这个课题学习.

四、课时安排

全章教学约需 8 课时（不包括选学内容），具体分配如下：

4.1 喜爱哪种动物的同学最多——全面调查举例	约 2 课时
4.2 调查中小学生的视力情况——抽样调查举例	约 3 课时
4.3 课题学习	约 2 课时
数学活动	
小结	约 1 课时

五、学法教法建议

1. 注意与前两个学段相关内容的衔接

我们知道，对于收集与整理数据的内容，《数学课程标准》在三个学段都有安排，而且内容标准呈螺旋上升的方式安排，比如第 1 学段要求“学习一些简单的收集、整理数据的方法”，第 2 学段要求“进一步学习收集、整理数据的方法”，第 3 学段要求“体会抽样的必要性以及用样本估计总体的思想”等. 根据标准的这个特点，本章在系统整理前两个学段相关内容的基础上，增加了一些新内容，比如增加了设计问卷调查、利用抽样调查来收集数据的初步知识等. 因此，在本章教学时，要特别注意与前两个学段的衔接，引导学生在复习的基础上有所提高，同时要注意避免简单的重复.

2. 强调在统计活动的过程中建立统计观念，改进学生的学习方式

统计观念反映的是由一组数据所引发的想法、能推测到的可能结果以及自觉地想到用统计的方法解决问题等，是在亲身经历统计活动的过程中培养出来的一种感觉. 帮助学生建立统计观念的一个有效途径是让学生真正从事统计的活动，使学生在收集、整理、描述和分析数据的活动过程中，逐步学会用数据说话，自觉地想到用统计的方法来解决一些问题.

动手收集数据、处理数据并展示自己的成果是一个活动性很强，并且充满乐趣的过程，教学时要注意让所有学生都能参与到统计的活动中去，鼓励学生积极合作、充分交流，促进学生学习方式的改变.

本章的学习要强调让学生通过活动经历数据处理的全过程，但活动重点应放在收集和整理数据方面，比如可以引导学生根据调查目的，在充分讨论的基础上亲自设计调查问卷，发放并收回调查问卷得到数据，然后动手设计表格整理数据，对于描述和分析数据两个环节，教师可以根据问题的难易程度提出适当的要求，有时可以要求学生自己完成，有时需要在教师的帮助下或由教师讲解完成. 活动的方式可以采用多种形式，既有课上的又有课下的，既有校内的又有校外的，既有个体的又有小组合作的. 教师在整个活动中应该是一个指导者、参与者和合作者.

3. 突出统计思想

统计主要研究现实生活中的数据，它通过对数据的收集、整理、描述和分析，来帮助人们解决问题. 用样本估计总体是统计的基本思想，统计中常常采用从总体中抽出样本，通过分析样本数据来估计和推测总体的情况. 本章 4.2 节安排了利用抽样调查收集数据的内容，这些内容是结合一个具体实例来介绍的，其中体现了用样本估计总体的思想. 教学中要注意让学生感受统计的这种归纳的思想，并对不同的抽样可能得到不同的结果，即结论的“不确定性”有所体会.

4. 选择真实素材进行教学

统计与现实生活的联系是非常紧密的，这一领域的内容对学生来说应该是充满趣味性和吸引力的，教材中选择了一些学生感兴趣的和具有时代气息的现实问题，但还很不够，教学时要注意和学生一起挖掘现实生活中方方面面丰富有趣的、可操作的、真实的素材. 使学生充分感受统计在日常生活、社会和各学科领域的广泛应用，体会统计在解决问题中所起的作用，从而调动学生学习统计的积极性.

对于素材，不仅可以选取学生熟悉的，有些学生不熟悉的但有一定人文教育价值的素材也可以选择，使学生在学习数学的同时，也得到了人文方面的教育. 例如本章第三节“课题学习”选择了回收废电池的素材，学生对这个素材不很熟悉，通过开展“你怎样处理废电池”的调查活动，学生就会对废电池的危害以及人们处理废电池的情况有了一个量化的认识，当学生看到人们废弃的电池对环境所造成的严重危害时，就会促使他们行动起来，从我做起，自觉地加入到科学地回收废电池的行列，使学生在学习统计的同时，接受了保护环境的教育.

在选择真实素材进行教学时还要注意数据的真实性. 学生在从事收集数据的活动中，对于同一个问题，有时会出现不同的学生或不同的小组收集到的数据差别较大的情况，这时要注意对学生收集数据的活动过程以及收集到的数据进行科学的评价，不能随便更改数据，培养学生实事求是的科学态度.

5. 准确把握教学要求

统计中一些重要的思想方法，本套教材采用螺旋上升的编排方式. 例如，关于用样本估计总体的思想，对于《数学课程标准》提到的“通过丰富的实例，感受抽样的必要性，能指出总体、个体、样本，体会不同的抽样可能得到不同的结果”，教材分散在本章和八年级（下）“数据的分析”中安排，要求上有一定的层次区别，本章要求通过具体实例，让学生初步感受抽样调查的必要性，初步体会用样本估计总体的思想. 在“数据的分析”一章中，将通过较多实例，让学生从不同的方面进一步感受抽样的必要性，并初步感受样本的代表性，体会不同的抽样可能得到不同的结果等. 因此，在本章教学时，要特别注意准确把握教学要求，以一种动态的、变化的观点看待教学要求.

再比如，本章三节都涉及到利用条形图、扇形图和折线图描述数据的内容，关于这三种统计图，《数学课程标准》在前两个学段有不同要求，对于条形图和折线图，不仅要求能够读出图中的信息，而且要求能画出它们来描述数据；对于扇形图，只要求能够读出图中的信息，不要求会画扇形图. 本章对统计图的要求不超过前两个学段. 对于统计图更高的要求，比如能画出扇形图描述数据，本套教材放在八年级上的“第 12 章 数据的描述”来学习.

6. 关于“课题学习”

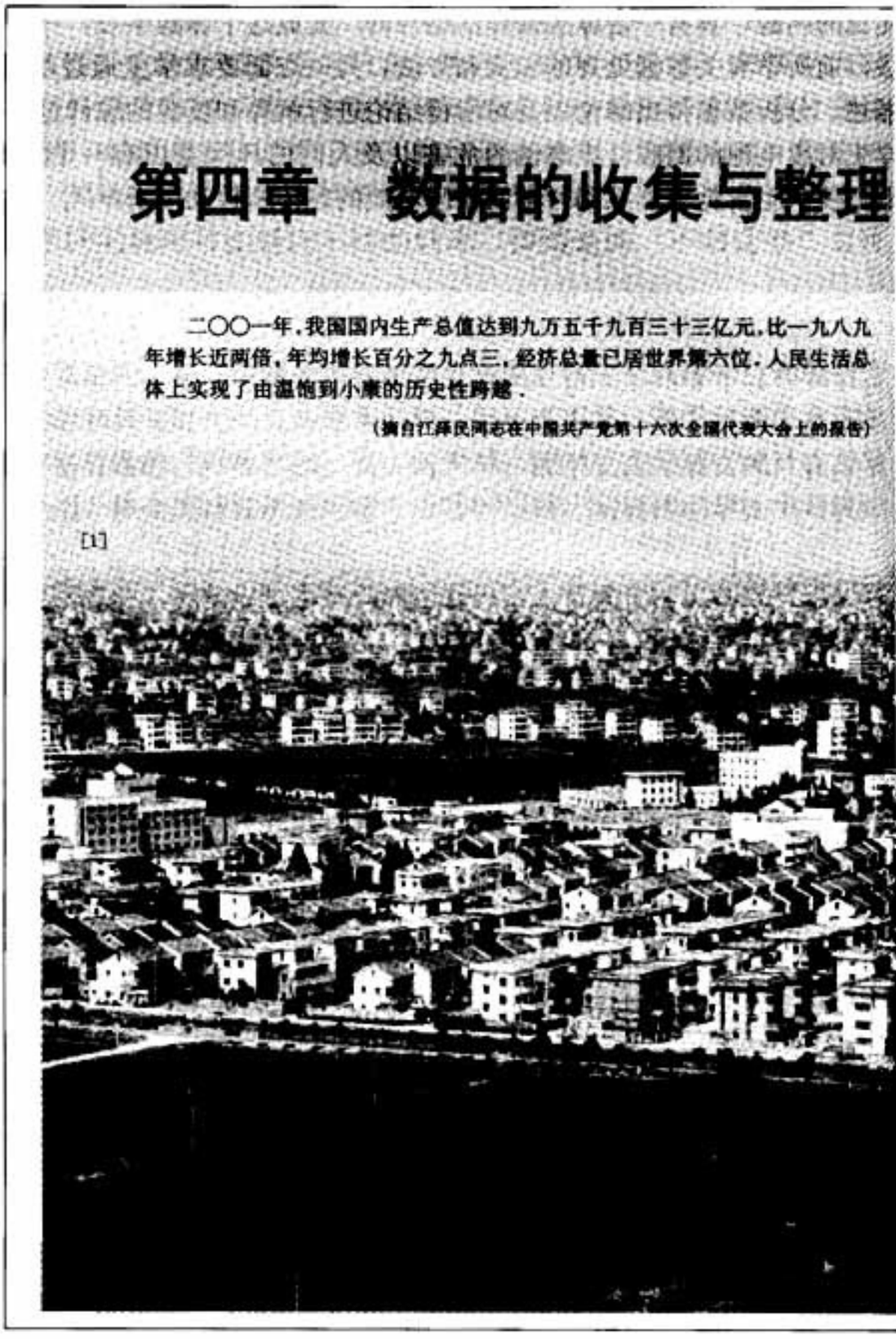
本套教材在“统计与概率”领域的四章都安排了课题学习. 本章在最后一节安排了一个“课题学习”，这也是本套教材的第一个“课题学习”. 这个“课题学习”选用了与环境保护有关的处理废

电池的问题，具有一定综合性和活动性的．完成这个课题学习，一方面要求学生综合运用前两节以及以前所学有关数据处理的知识和方法，另一方面要求学生通过小组合作活动，经历收集、整理、描述、分析数据得出结论以及对所得结论进行解释和反驳的统计过程．通过这个“课题学习”也使学生对废电池的回收、废电池的危害以及人们的环保意识有一个定量的认识，增强学生的环保意识，使学生自觉地加入到科学回收废电池的宣传和行动中来．

Ⅱ 教材分析

[1] 本章章前图是一幅中国农村新居的照片，在章前图上方是一段关于我国人民生活水平实现由温饱到小康跨越的文字，文字中包含一些数据. 选用这幅章前图（含文字）的目的主要是让学生感受到生活中会遇到大量的数据，一些结论是通过统计数据得出的，数据可以使结论更有说服力.

这幅章前图也使学生从农民新居及数据变化看到我国人民生活水平在近些年所取得的巨大成就，增加学生的民族自豪感和努力学习的信心.

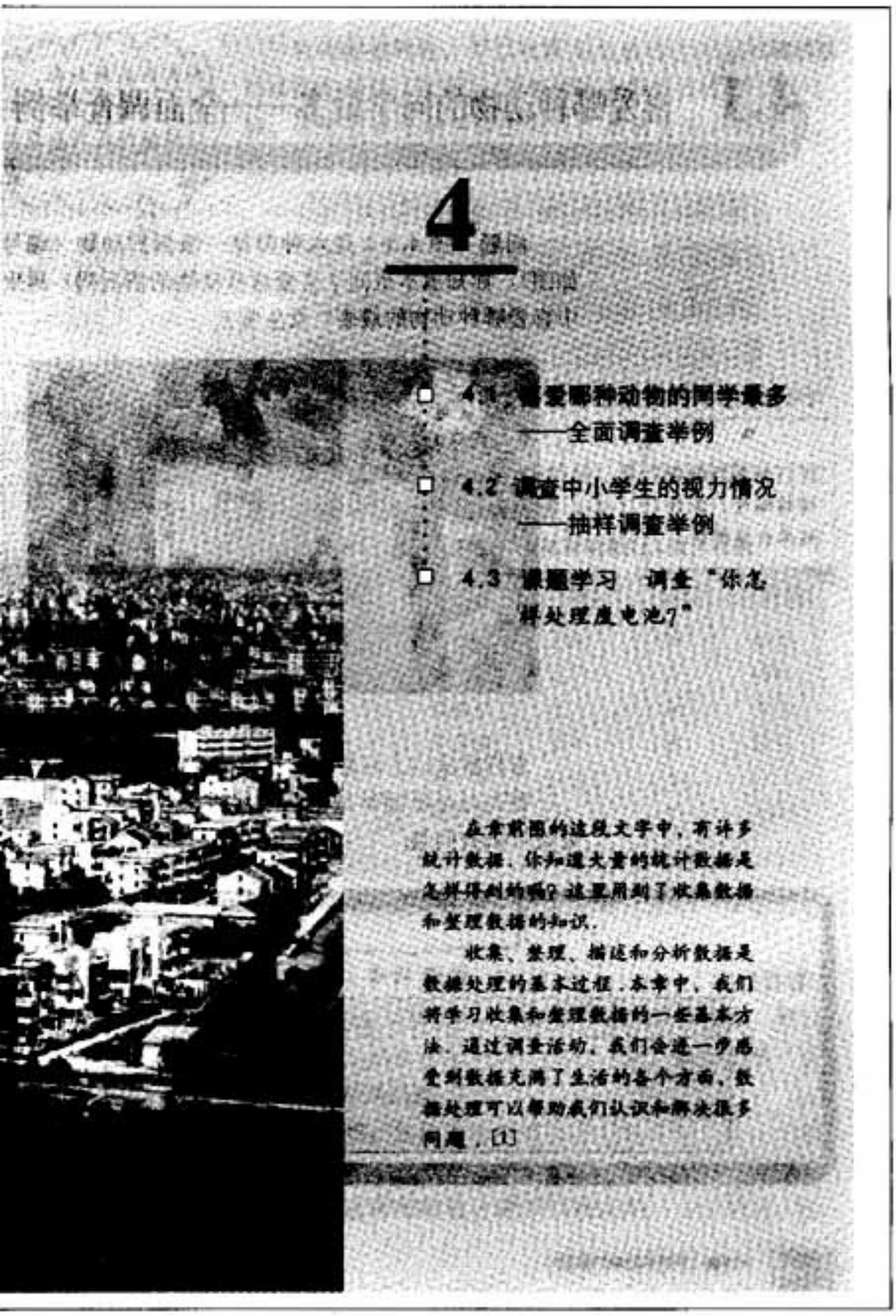


1. 统计主要研究现实生活中的数据，它通过收集、整理、描述和分析数据，来帮助人们对事物的发展作出合理的判断.

在当今信息社会里，数据是一种重要的信息，统计所提供的“运用数据进行推断”的思考方法以及从随机性中寻找规律性这种归纳的思想是现代社会一种普遍使用并且强有力的武器. 能够利用数据信息和对数据进行处理已成为信息时代每一位公民必备的素质.

2. 统计观念反映的是由一组数据所引发的想法、能推测到的可能结果以及自觉地想到用统计的方法解决问题等，是在亲身经历统计活动的过程中培养出来的一种感觉. 教学中要注意让学生在具体的统计活动中学习统计内容，在活动的过程中建立统计观念.

3. 数据的来源一般有两条渠道：一条是通过统计调查或科学实验得到第一手或直接的统计数据；另一条是通过查阅资料等获得第二手或间



[1] 章前引言点出了本章的主要内容和学习这些内容的方法，强调要通过统计活动来学习收集和整理数据的常用方法．引言中还提到收集、整理、描述和分析数据是数据处理的基本过程，这一点学生在小学阶段应该有所体会，这里明确提出，旨在说明本章所要学习的有关收集和整理数据的内容要在数据处理的基本过程中学习．

接的统计数据．

全面调查和抽样调查是获得第一手数据的重要手段．它们常常是采用访问、邮寄、电话、电脑辅助等形式来收集数据．本章主要学习这两种统计调查的方法．

4．各种统计年鉴，如《世界统计年鉴》《中国统计年鉴》《中国教育统计年鉴》等提供了大量的统计数据，此外，报刊杂志、广播、电视媒体等也有很多的数据信息．通过这些文献资料或媒体可以获得第二手数据．关于这种通过间接方法收集数据的内容，考虑到学生以前已经学过，因此本章在正文中没有涉及，只在习题中安排了这方面的内容，教学中要注意落实．

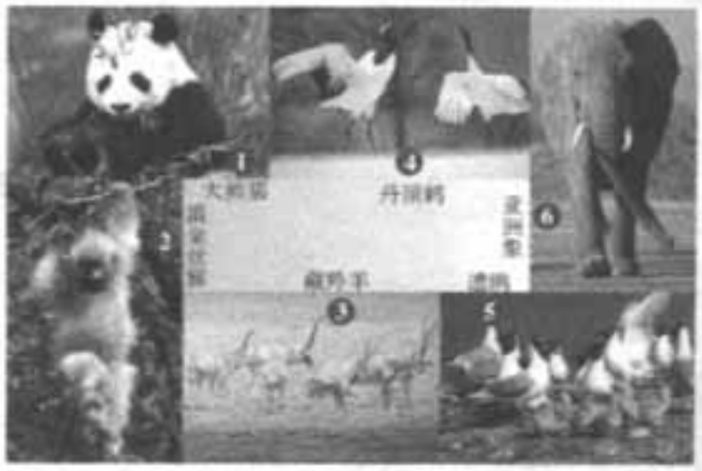
[1] 教学中也可以选用其他问题作为例子，比如统计全班同学以及男生、女生“你最喜欢的颜色是什么”“在学校课程中，你最喜欢的科目是什么”“你最喜欢的季节是哪一个”等等. 选择例子时要注意问题的趣味性和操作性，要使所有的学生都能参与到收集数据的活动中来.

[2] 对于这个问题，也可以采用其他方式收集数据，例如通过举手的方式等. 教材中采用问卷的方式，主要是为了说明设计调查问卷是收集数据时经常要做的工作.

[3] 调查问卷可以设计成不同式样，可以是全班同学用一张问卷表，也可以男生、女生各用一个问卷表等.

4.1 喜爱哪种动物的同学最多——全面调查举例

问题[1] 图 4.1-1 是六种国家一级保护动物（编号如图），你知道本班同学喜爱这些动物的情况吗？男生中喜爱哪种动物的最多？女生呢？



如果把这些动物编号，统计起来会方便些.

怎样解决以上问题呢？这就需要统计调查.

首先对全班同学进行问卷调查来收集数据，为此要设计调查问卷.[2]



1. 本节通过一个实际例子介绍全面调查收集和整理数据的方法. 这一节可以说是从一个较高的层面来系统整理前两个学段的相关内容，并把全面调查收集和整理数据的方法放在数据处理的基本过程中学习.

2. 本节的例子选用了环境保护方面的素材，是调查全班同学以及男生、女生喜爱 6 种国家一级保护动物的情况. 这个例子有一定的趣味性，可以让学生亲自动手活动来收集数据.

教学中也可以根据这个素材开展更广泛的收集数据的活动，比如引导学生查阅文献资料收集国家一级、二级和三级保护动物的种数等.

3. 本节采用了设计调查问卷的方式来收集数据. 调查问卷是收集数据的一种工具，是调查者根据调查目的所设计的由一系列问题、备选答案和说明等组成的一种调查形式.

问卷设计的内容一般包括调查中所提问题的设计、问题答案的设计、以及提问顺序的设计等.



利用调查问卷，可以收集到全班每位同学最喜爱的动物的编号（数据），再根据这些数据进行统计. 例如，某班按学号顺序排出同学们最喜爱的动物编号，得出如下 42 个数据：[1]

1 1 2 2 4 6 3 4 5 1 2 4

6 2 1 2 3 5 5 6 1 3 1 4

1 3 2 1 5 4 5 4 1 4 5 3

1 4 2 1 2 5 .

从上面的数据中，你能看出喜爱哪种动物的同学最多吗？

为了更清楚地了解调查结果，需要对数据进行整理. 一般可以用表格整理数据（表 4-1）.

表 4-1　全班同学最喜爱某种动物的人数分布表

动物编号	动物名称	划记	人数	百分比[2]
1	大熊猫	正正一	11	26%
2	滇金丝猴	正下	8	19%
3	藏羚羊	正	5	12%
4	丹顶鹤	正下	8	19%
5	褐　鹏	正丁	7	17%
6	亚洲象	下	3	7%
合　计			42	42	100%

表格通常由行和列组成，表格上方一般要有表头.

从表 4-1 就可以很清楚地看出喜爱哪一种动物的同学最多.

在表 4-1 中，我们用划记法（tallying）记录数据，“正”字的每一划（笔画）代表一个数据. 例如，统计中编号为 1 的数据每出现一次记一划，最后记为“正正一”，即共出现 11 次.

想一想，怎样根据调查问卷分别作出男生、女生最喜爱某种动物的人数分布表？

统计表格可以设计成不同的式样，但要简单、清

[1] 这组数据是动物的编号.

[2] 可以使用计算器计算最喜爱某种动物的同学人数在全体同学人数中所占的百分比.

本节的问卷包括的内容较少，在后两节中将接触内容较为丰富的问卷. 教学中要注意让学生感受为了获得真实的数据，设计问卷时应注意的问题，能够回答“调查的目的是什么”“调查的对象是什么”“调查问卷应该包括哪些内容”“应该从哪些方面提出问题”“如何提问”“怎样设计选择答案”等.

4. 统计学中通常把数据分成两类，一类数据说明的是事物的本质特征，不能用数值表示，其结果均表现为类别，这种数据称为定性数据，例如性别表现为男女，男女就是定性数据；另一类数据说明的是现象的数字特征，能够用数值表示，因此称为定量数据，例如身高就是定量数据. 本节例子收集到的数据是定性数据，给动物编号只是为了统计方便，编号本身没有数量意义.

5. 对于收集到的数据，往往需要进行整理才能看出数据的分布规律，统计中常采用表格来

[1]“读图”的答案：

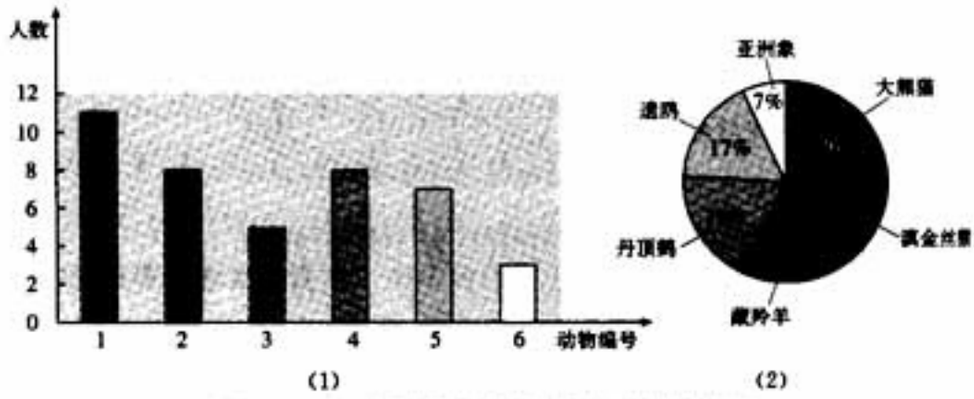
全班同学中，喜爱大熊猫的最多，有 11 人，占全班人数的 26%；喜爱滇金丝猴和丹顶鹤的同学人数排在第二位，分别有 8 人，各占全班人数的 19%；喜爱遗鸥的同学人数排在第三位，有 7 人，占全班人数的 17%；喜爱藏羚羊和亚洲象的同学人数分别排在第四位和第五位，各有 5 人和 3 人，占全班人数的 12% 和 7%.

练习答案

略.

楚，有利于突出数据的分布规律. 上面这种表格是统计中常用的一种格式.

为了更直观地看出表 4-1 中的信息，还可以画出条形图和扇形图来描述数据（图 4.1-2）.



(1) (2)

图 4.1-2 全班同学最喜爱某种动物的人数分布情况

根据表 4-1 和图 4.1-2，你能说出全班同学喜爱六种动物的情况吗？[1]

练习

利用本节的调查问卷收集数据，用表格整理数据，说明自己班中男生、女生喜爱六种动物的情况.

你能再举出全面调查的实例吗？

在上面的活动中，全班同学是我们要考察的全体对象，我们对全体对象进行了调查. 像这样考察全体对象的调查属于**全面调查**.

整理数据. 整理数据是处理数据的第二个环节，利用表格整理数据是本节也是本章的一个教学重点，这个内容也是放在统计的基本过程中来学习的.

6. 表 4-1 是利用划记法来统计数据的，从这个表中可以清楚地看出全班同学最喜爱某种动物的情况. 表 4-1 实际上是一个频数分布表，其中的人数就是频数. 频数的概念将在第 12 章“数据的描述”中学习.

7. 表 4-1 中最后一列给出了最喜欢某种动物的同学人数在全体同学人数中所占的百分比，这里计算百分比是为画出后面的扇形图做准备的.

8. 书中给出的条形图和扇形图是根据表 4-1 画出的，这里利用统计图来描述数据，是处理数据的第三个环节. 对于条形图和扇形图，学生在前两个学段都见过，已经会画条形图来描述数据，但对于扇形图学生只会从扇形图中读出

习题 4.1

复习巩固

1. 请对全班同学进行调查，并填写下表：[1]

全班同学出生月份分布表

月份	划　记	人数
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
合计		

全班女同学身高分布表

身高 x (cm)	划　记	人数
$135 \leqslant x < 140$		
$140 \leqslant x < 145$		
$145 \leqslant x < 150$		
$150 \leqslant x < 155$		
$155 \leqslant x < 160$		
$160 \leqslant x < 165$		
$165 \leqslant x < 170$		
$170 \leqslant x < 175$		
合计		

（“$\leqslant$”即小于或等于，$140 \leqslant x$ 是指 140 小于或等于 x）

[1] 收集数据时可以采用不同的方法，比如可以设计一份同时包括出生月份和身高的调查表，也可以采用举手的方式收集出生月份和身高的数据. 如果采用后一种方法，收集数据和整理数据是同时进行的，这一点要向学生讲明，也就是数据处理的几个环节有时不能分的很清楚.

信息，还不会画出扇形图来描述数据，因此教学中要注意准确把握教学要求，可以让学生画出条形图，但不能要求学生画出扇形图，只要求从扇形图中读出信息即可.

9. “读图”这个栏目是统计章节中所特有的，这是根据统计的特点设计的. 设计这个栏目是考虑到读出统计图表中的信息是学生应该掌握的一种基本能力，学生通过“读图”栏目完成分析数据并得出结论的环节，即数据处理的最后一个环节. 本节这个“读图”栏目所提问题比较简单，学生通过探究讨论是可以完成的.

到“读图”栏目为止，学生在解决本节开始提出的问题的过程中，基本经历了数据处理的全过程.

习题 4.1

1. 本节习题中“复习巩固”的题目，是要求学生通过对全班同学进行调查来收集数据，并



[1]第(1)题可以查阅《中国教育统计年鉴》；第(2)题可以查阅《百科全书》；第(3)题可以查阅《中国统计年鉴》；第(4)题可以查阅报刊或互联网.

[2] 可以让学生根据表格中体重的分组情况对本班同学进行统计.

[3] 注意培养学生的估算能力.

综合运用

2. 我们可以通过查阅资料获得数据. 统计年鉴、百科全书、报刊或互联网中包含了大量的统计数据. 通过查阅资料回答下列问题：[1]

(1) 2003 年我国在校大学生人数是多少？占全国总人口的百分之几？

(2) 世界四大洋的面积是多少？各大洲陆地面积是多少？

(3) 比较 1978 年与 2003 年我国的森林覆盖面积，看看有怎样的变化？

(4) 第 27 届奥运会上共决出多少枚金牌？获得金牌总数最多的是哪个国家？我国选手获得多少枚金牌？

3. 下表是 50 名男生的体重情况.

50 名男生体重分布表 [2]

体重 x (kg)	记	人数
$49 \leqslant x < 52$	下	3
$52 \leqslant x < 55$	正正	10
$55 \leqslant x < 58$	正正正正	20
$58 \leqslant x < 61$	正正下	13
$61 \leqslant x < 64$	正下	4
合计		

根据这些数据说明这 50 名男生体重的分布情况.

拓广探索

4. 根据你的经验，估计你们班所有同学的家庭在一周内丢弃塑料袋的个数，设计一个调查方案，检验你的估计. 根据调查结果估计一个月的情况. [3]

5. 请设计一个调查个人情况（包括姓名、性别、出生月份、身高、体重等）的问卷，对全班同学作调查. 收回问卷后，用适当的表格整理数据，看看有什么结论.

将数据整理到表格中，这个题目是为巩固本节主要内容而设置的. 对于这个题目，可以用不同的方法收集数据. 如果学生有兴趣，还可以让学生根据整理后的数据画出条形统计图，根据统计图表得出一些结论.

2. “综合运用”的第 2 题，是训练学生通过查阅文献资料来获得第二手数据的能力. 第 3 题中的体重分布表实际上是对数据分组后的频数分布表，以前学生没有见过这种统计表，教学中要注意让学生理解表格的意思，比如，如果一位同学的体重是 54 kg，这个数据应该属于哪一个组.

3. “拓广探索”是要求学生初步经历数据处理的全过程. 这两个题目在收据数据的环节有一定的难度，教学中要注意让学生在充分讨论的基础上，选择一个好的方法. 第 4 题涉及到后面要学习的用样本估计总体的内容，这是为下一节做准备.



阅读与思考

你了解人口普查工作吗



为全面了解人口情况，如人口总数、人口增长情况、性别构成、年龄构成、城乡人口分布、文化程度等，世界各国一般要定期进行国家人口普查. 国家人口普查属于全面调查，即调查对象包括全国人口.

我国第四次全国人口普查（1990 年）的总人口数约为 116 002 万人，第五次全国人口普查（2000 年）的总人口数约为 129 533 万人.

我国的人口普查工作是在国务院和地方各级人民政府的统一领导下，由普查工作人员按计划逐户登记，最后通过计算机处理数据来进行的.

除人口普查外，我国还要定期进行农业普查和工业普查等.

普查一般有以下几个特点：

(1) 通过普查可直接得到较为全面、可靠的信息.

(2) 花费的时间较长，耗费的人力、物力也非常大.

(3) 一般要规定统一的标准调查时间. 例如，我国于 2000 年 11 月 1 日 0 时开始进行第五次全国人口普查的登记工作.

(4) 一般是周期性进行的. 我国普查工作正在走向规范化和制度化，一般每逢末尾数字是“0”的年份进行人口普查，每逢末尾数字是“5”的年份进行工业普查，每逢末尾数字是“7”的年份进行农业普查.

[1] 例如，我国 1997 年进行了第一次全国农业普查；1995 年进行了第三次全国工业普查.

4. 对于本节习题，教学中要注意学生学习方式的转变，强调学生通过小组活动，在讨论交流的基础上解决这些题目.

阅读与思考

1. “阅读与思考”通过人口普查介绍了一些有关普查的知识. 普查是一种全面调查，是为了某一特定目的而专门组织的一次性全面调查. 世界各国一般都要定期进行各种普查，以便掌握有关国情、国力的基本统计数据.

考虑到学生对人口普查有所了解，普查作为一种全面调查又与本节知识密切联系，因此选择这个内容作为选学内容，使学生对普查的特点、普查工作的必要性等有一些了解，为今后更好地学习抽样调查，理解抽样调查的必要性等做准备.

2. 如果学生有兴趣，还可以以人口普查为素材展开统计活动. 比如，收集我国 5 次人口普查的数据，分析我国人口的变化情况等.

[1] 本节选用的例子是一个实际案例，在统计过程中所用的数据都是真实的.

[2] “由于这个地区……也非常大”这句话实际上说出了不能用全面调查收集数据的理由，也就是需要进行抽样调查.

[3] 在实际调查中，也可以采用整群抽样来收集数据，即调查一个或几个学校的学生的视力.

4.2 调查中小学生的视力情况——抽样调查举例[1]



问题　为了解中小学生的视力情况，提出保护视力的建议，某地区准备对中小学生进行视力调查. 由于这个地区的中小学生很多，如果采用全面调查的方式收集数据，不仅花费的时间长，而且消耗的人力、物力也非常大.[2] 你能找出既省时、省力又能解决问题的办法吗?

我们采用调查部分同学的方式来收集数据，并根据这些数据来估计这个地区中小学生视力的总体情况.

因为小学、初中、高中三个学段的学生视力情况存在差异，而相同年级的视力情况存在共性，所以我们从这个地区三个学段各抽取 300 名学生（小学生每年级抽取 50 人，中学生每年级抽取 100 人，男女生各一半）为代表，通过调查这些代表的视力情况来估计整个地区中小学生的视力情况.[3]

首先编制调查问卷.

思考

为获得这个地区中小学生视力状况的数据，找出保护视力的措施，调查问卷中应包括哪些问题?

下面是一份调查问卷. 把它发给选出的同学来填写，然后收回.

1. 本节通过一个实际案例介绍抽样调查，使学生在经历收集、整理、描述和分析数据得出结论的过程中，初步感受抽样的必要性和可行性，初步体会用样本估计总体的思想.

2. 本节开始首先提出问题，引出本节内容. 选用这个问题，一方面是因为它是一个典型的利用抽样调查来解决问题的例子，另一方面考虑到这个问题贴近学生，是学生感兴趣和关心的问题.

3. 教材采用了从小学、初中和高中三个学段分别抽取学生的方法来获得样本，这实际上采用了分层抽样的方法. 分层抽样往往要借助对调查问题的了解，比如对于本节的问题，抽样时就利用了对学生视力情况的了解，即三个学段存在差异，相同年级存在共性. 这一点将有利于学生理解用样本代表总体的合理性，这正是教材选用这种抽样方法来收集数据的理由.

4. 关于调查问卷以及设计问卷时应该注意的

中小学生视力调查问卷　　年　月　日

年级		姓名		性别	
视力	左眼		矫正视力	左眼	
	右眼			右眼	

学习时使用的灯具（　　）.
A. 日光灯　　B. 白炽灯　　C. 节能灯　　D. 其他

看书时眼睛与书本的距离（　　）.
A. 很近（小于 20 cm）
B. 适中（30 cm 左右）

是否躺着看书（　　）.
A. 经常　B. 很少　C. 从不

平均每天看电视所用时间大约是（　　）

平均每天使用电脑所用时间大约是（　　）

你认为造成视力不良的原因有哪些？



调查者根据收回的调查问卷，按照学段、性别统计存在视力问题的人数及视力不良率，整理得到下面的表格.

表 4-2　中小学生视力调查统计表

学段	人数	视力不良学生人数			视力不良率（%）
		男	女	合计	
小学	300	27	33	60	20%
初中	300	65	79	144	48%
高中	300	103	110	213	71%

视力不良的标准为视力低于 5.0.

[1]“视力不良”包括近视、远视以及由于不卫生用眼造成的眼部疾病等.

[2]这里的学段指小学、初中和高中.

[3]视力不良率指视力不良的人数在总人数中所占的百分比. 例如，表 4-2 中小学生的视力不良率为

$$\frac{60}{300}\times 100\%=20\%.$$

问题，在前面作了详细解释. 本节的调查问卷是为了获得中小学生视力状况的数据，并找出保护视力的措施，因此问卷中除了包括个人信息、视力情况外，还设计了几个对学生视力有影响的问题和备选答案. 这个调查问卷仅供教学中参考，教学时可以根据学生实际，引导学生自己设计问卷.

5. 收回调查问卷后，就可以进入整理数据环节.

因为调查问卷中包含了学生的视力，根据视力不良的标准，就可以判断一个学生的视力情况. 表 4-2 是根据收回的调查问卷表设计的，按照学段、性别整理了学生的视力情况. 对于视力不良率，表中仅计算了不同学段视力不良的学生人数在本学段被调查人数中所占的百分比，教学中还可以计算男、女生的视力不良率等.

6. 图 4.2-1 是根据表 4-2 画出的折线图. 对于表 4-2 中的数据，还可以用其他的统计图来描

[1]“读图”中的第 1 个问题是针对样本提出的；第 2 个问题是要用样本估计总体的情况.

[2]“读图”的答案：

1. 65；79；144，48%；

2. 升高；48%，3.5.

为更直观地反映数据信息，可以根据表 4-2 画出下面的折线图（图 4.2-1）.

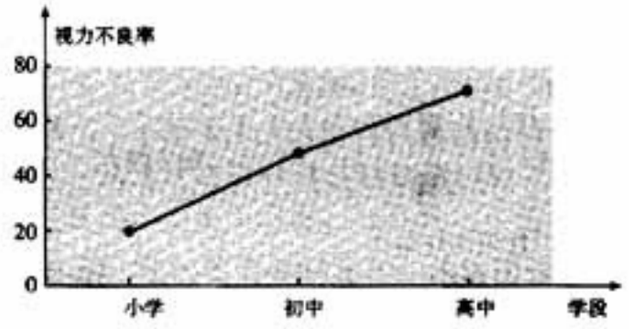


图 4.2-1　三个学段视力不良率变化图

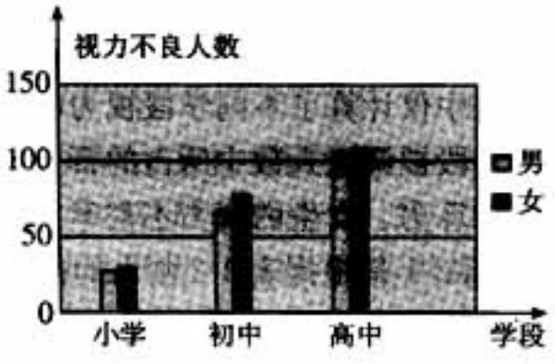
从表 4-2 和图 4.2-1 中，可以看到被调查的不同学段的学生的视力情况，由此可以估计这个地区中小学生的视力情况.

根据表 4-2 和图 4.2-1 回答问题：[1]

1. 在调查的 300 名初中学生中，男生有_____人视力不良；女生有_____人视力不良；男女生共有_____人视力不良，占本学段被调查人数的_____.

2. 根据前面的调查结果，可以估计这个地区的中小学生视力不良率随着年级的升高而_____. 初中生的视力不良率约在_____左右，高中生视力不良率约是小学生的_____倍.[2]

述. 例如可以用下面的复合条形图来比较各学段男、女生视力不良的情况. 教材中选择折线图，



主要是考虑在前一节正文中已经出现了条形图和扇形图，这里出现折线图，使学生对前两个学段学过的这三种统计图都有所复习.

7. “读图”栏目要求学生根据本节的表和图回答问题，实际上就是通过分析图表中的数据信息，得出结论. 完成“读图”中的问题，学生就经历了一个利用抽样调查收集数据、处理数据的基本过程.

8. 对于收回的调查问卷，正文中只整理了视

练习[1]

利用本节的调查问卷对本班同学进行调查，集中视力不良的同学的问卷，整理有关数据，并填写下表.

学习时使用的灯具	划记	人数	占视力不良者总数的百分比
日光灯			
白炽灯			
节能灯			
其他			

看书时眼睛与书本的距离	划记	人数	占视力不良者总数的百分比
很近			
适中			

是否躺着看书	划记	人数	占视力不良者总数的百分比
经常			
很少			
从不			

平均每天看电视的时间	划记	人数	占视力不良者总数的百分比
不足 1 小时			
1~2 小时（含 2 小时）			
2 小时以上			

平均每天使用电脑的时间	划记	人数	占视力不良者总数的百分比
不足 1 小时			
1~2 小时（含 2 小时）			
2 小时以上			

根据统计的结果，讨论形成视力不良的原因，试着提出保护视力的措施.

[1] 对于这个练习，可以让学生在收回的调查问卷中，把存在视力问题的问卷集中到一起，通过分析问卷来填写给出的五个表格，再对填写好的五个表格进行分析，找出造成视力不良的原因，从而提出保护视力的措施.

练习答案

略.

力方面的数据，整理其他方面数据的活动放在本节的练习中. 练习针对调查问卷中五个方面的问题及备选答案给出了五个表格，利用这五个表格整理视力不良的同学的调查问卷，寻找形成视力不良的原因.

教学中可以将正文内容的学习和练习统一起来. 比如假设全班同学就是抽出的样本，同年级的所有同学是要考察的总体，利用学生自己设计的调查问卷对全班同学进行调查，根据收回的调查问卷，从不同的方面整理数据，最后根据对样本数据的分析得出对总体的推断，让学生经历抽样调查的全过程.

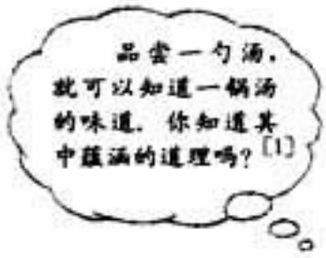
9. 练习后面的一段文字，是对本节内容的一个概括总结，给出了“抽样”“总体”“样本”三个统计名词，并通过一个图示说明用样本估计总体的思想.

教学中要注意让学生在具体问题中理解概念，不要追究严格的定义，要把学习的重点放在

[1] 这个边注用一个通俗的例子道出了用样本估计总体的思想.

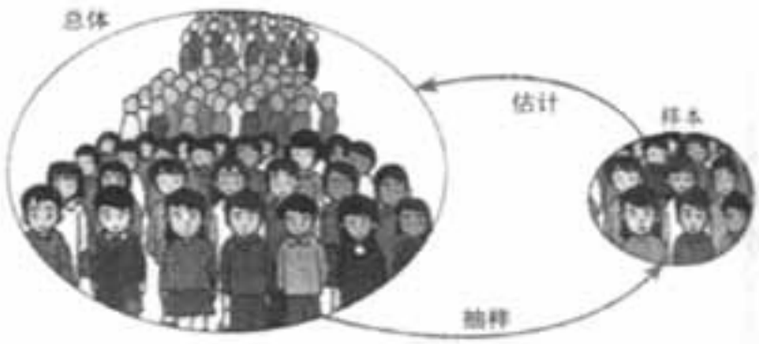
[2] 这里的“抽样”“总体”“样本”三个概念是在具体情境中给出的，不是定义.

[3] 关于通过查阅文献资料和实验获得数据的方法，编排在后面的习题和“数学活动”中.



在上面的调查活动中，采用了调查部分学生的方式来收集数据，根据部分学生的视力来估计整个地区学生的视力情况. 这种调查称为**抽样**[2]（sampling）调查. 这里，整个地区的中小学生的视力情况是我们要考察的全体对象，称为**总体**[2]（population）. 所有实际被调查的小学生、初中生和高中生（各 300 名）的视力情况组成一个**样本**[2]（sample）. 如果通过样本可以估计总体的情况，那么就能够减少调查统计的工作量.





抽样调查是实际中应用非常广泛的一种调查方式，它是从总体中抽取样本进行调查，根据样本来估计总体的一种调查.



统计调查是收集数据常用的方法，一般有全面调查和抽样调查两种，实际中常常采用抽样调查的方式. 调查时，可用不同的方法获得数据. 除问卷调查、访问调查等外，查阅文献资料和实验也是获得数据的有效方法.[3]

利用表格整理数据，可以帮助我们找到数据的分布规律. 利用统计图表示经过整理的数据，能更直观地反映数据规律.

理解用样本估计总体的统计思想上来.

10. “归纳”栏目对第一节和第二节的主要内容进行了归纳概括，同时指出查阅资料和实验也是收集数据的有效方法. 关于通过查阅资料和实验来收集数据的内容，正文中没有涉及，但在习题以及最后的“数学活动”中有要求，这一点要向学生说明. 这样安排是考虑到对于通过查阅资料或实验来收集数据的内容，学生在前两个学段已经学过，这样的内容放在习题中学生是可以自己完成的.

习题 4.2

复习巩固

1. 一家公司的市场调查员对本公司即将推出的一种新点心免费送给 36 人品尝，以调查这种点心的甜度是否适中. 调查结果如下：

C	C	C	B	A	D	B	C	C
D	C	C	A	B	D	C	E	C
E	C	C	A	B	E	C	B	C
C	B	C	C	C	B	C	D	C

A 太甜
B 稍甜
C 适中
D 稍淡
E 太淡

请用表格整理上面的数据，并推断这种点心的甜度是否适中.

2. 要调查下面几个问题，你认为应该作全面调查还是抽样调查：
   (1) 调查市场上某种食品的色素含量是否符合国家标准；
   (2) 检测某城市的空气质量；
   (3) 调查一个村子所有家庭的年收入.

综合运用

3. 相声、小品、歌曲、舞蹈、戏曲等是文艺联欢会上经常演出的节目. 统计全班同学喜欢这些节目的情况，完成下面的表格.

最喜欢的节目类别	划记	人数
相声		
小品		
歌曲		
舞蹈		
戏曲		
其他		

   (1) 全班同学中，喜欢哪类节目的同学最多？喜欢哪类节目的同学最少？
   (2) 你认为(1)中的结论能代表全校同学的情况吗？

习题 4.2

1. 本节习题安排了几个有一定活动性的题目，目的是使学生在调查活动中进一步感受用样本估计总体的思想. 习题中三个栏目的题目按照在活动上由易到难的层次编排的.

2. “复习巩固”的两个题目活动性较小，每个学生都可以独立完成，当然也可以合作完成，题目的答案基本上是确定的. 对于第 2 题，教学中要注意让学生体会进行抽样调查的必要性.

3. “综合运用”的三个题目在活动上有一定的综合性，教学时应要求学生合作完成. 对于第 3 题，可以让学生在充分讨论的基础上，设计一个方便可行的调查方案来收集数据，在分析数据得出结论的环节中，要注意让学生感受调查结果的多样性. 对于第 5 题，如果考虑利用前两个学段学过的平均数、众数和中位数等来设计测量脉搏数的方案，教学中要注意复习这些概念的统计意义.

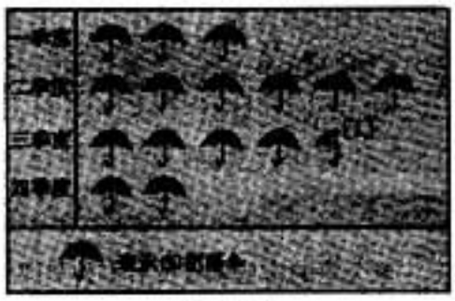
[1]“ ”是一把雨伞的1/6，代表10把雨伞.

[2] 在身体处于正常情况下，测量10次脉搏次数，把这10次脉搏次数的平均数或众数作为一般情况下的脉搏次数.

[3]“出行方式”指出行时所使用的交通工具，包括步行.

4. 右图给出了一家商场销售雨伞的情况. 分析右图，为这家商场就雨伞的进货问题提出建议.

5. 测量你一分钟时间的脉搏次数. 你认为一次测量所得的数据能代表一般情况吗？为什么？请设计一个能够较真实地反映你的脉搏数的测量方案.[2]



（第4题）

拓广探索

6. 由交通工具产生的环境污染是非常严重的. 例如，汽车尾气就是导致大气污染的主要污染源之一，因此出行方式[3]的选择涉及到环境保护的问题.

请利用下面的调查问卷对你的亲友进行调查（每一位同学至少调查一个人）. 根据收回的问卷整理、分析得到的数据，就人们的出行方式和环保问题，谈谈自己的看法.

调查问卷

你的出行方式是什么　　年　月　日

请在下面的空格中填上①②③

调查对象	性别		年龄				
调查内容	活动 \ 出行方式	乘公共汽车	骑自行车	步行	乘出租车	乘私人汽车	其他
	上班						
	上学						
	购物						
	拜访亲友						
	郊游						
	其他						

说明：

①——主要出行方式

②——偶尔使用的出行方式

③——不使用的出行方式

你对自己的出行方式满意吗（请选择一项）？

A. 满意　B. 较满意　C. 不满意

你在选择出行方式时，是否考虑了环保问题？

4. “拓广探索”中的这个题目，无论是收据数据的活动还是整理数据的活动都有一定的难度. 对于调查问卷，教学时可以根据实际情况适当调整，或让学生自己设计问卷，以减轻收集数据的难度；对于收回的问卷如何进行整理，会有多种方案，教学时要注意引导学生从不同的角度整理数据.

这个题目的调查活动有一定的难度还在于学生要对校外的亲友进行调查，而不是同学之间的调查活动. 本习题安排这个调查活动，也是为下一节的“课题学习”做准备的.

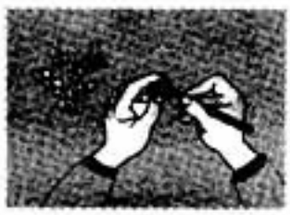
瓶子中有多少粒豆子

一个瓶子中装有一些豆子，你能用几种方法估计出这个瓶子中豆子的数目？[1]

请同学们小组合作完成下面的活动：



(1) 从瓶子中取出一些豆子，记录这些豆子的粒数 m；



(2) 给这些豆子做上记号；



(3) 把这些豆子放回瓶子中，充分摇匀；



(4) 从瓶子中再取出一些豆子，记录这些豆子的粒数 p 和其中带有记号的豆子的粒数 n；

(5) 利用得到的数据 m，p，n，估计原来瓶子中豆子的粒数 q，$q=$_____；

(6) 数出瓶子中豆子的总数，验证你的估计。

上面的试验利用了抽样调查的方法。类似的试验在生产和科研中经常用到。例如，我们可以用这种方法估计一个养鱼池中鱼的数目。

首先从鱼池的不同地方捞出一些鱼，在这些鱼的身上做上记号，并记录捞出的鱼的数目 m。然后把鱼放回鱼池。过一段时间后，在同样的地方再捞出一些鱼，记录这些鱼的数目 p，数出其中带有记号的鱼的数目 n，计算 $\frac{n}{p}$，并把它作为整个鱼池中带有记号的鱼在鱼的总数中所占的比值。这样就可以估计鱼池里鱼的数目 q，即

$$q\approx\frac{p}{n}\times m.$$

[1] 可以用称重的方法。先称出一定数量（p 个）豆子的重量 n，再称出瓶中所有豆子的重量 m，就可以估计出瓶中豆子的粒数 q：

$$q\approx\frac{m}{n}\times p.$$

也可以用测量体积的方法。先测出一定数量（p 个）豆子的体积 n，再测出瓶中所有豆子的体积 m，也可以估计出瓶中豆子的粒数 q：

$$q\approx\frac{m}{n}\times p.$$

实验与探究

1. 对于“实验与探究”这个选学栏目，学生将通过动手试验来体验一种在生产和科研中经常用到的“捉一放一捉（capture-recapture）”的方法。这个方法利用了用样本估计总体的思想，实际中常用它来估计一个总体的数量，例如估计养鱼池中鱼的个数，森林中某种动物的个数等。

2. 安排这个“实验与探究”的目的是使学生在进一步感受用样本估计总体的思想的同时，了解实验也是获得数据的有效方法。

3. 这个栏目的活动性较强，教学中可以让学生分成不同的小组活动。对于活动中的（3），要注意让学生体会“充分摇匀”的必要性，可以向学生指出这样做的目的是使样本能够更好地代表总体。各个小组通过试验所得到的最后结果可能有所不同，教学中要注意让学生体会不同的样本可能得到的结果。

[1] 是指在设计调查问卷的问题时，问句中不能透露个人观点，例如问句“难道你不认为猫是一种可爱的动物吗?”不适宜作为调查问卷中的问题，因为这个问句暗含着提问者的个人观点(猫是一种可爱的动物)，对被提问者有一定的导向作用，不利于得到真实数据.

[2] 为获得真实数据，也为使被调查者心情愉快地接受调查，问卷中一般不要涉及被调查者不愿意回答的敏感问题，尤其是与调查无关的个人隐私问题，以免引起被调查者的反感.

4.3 课题学习 调查“你怎样处理废电池?”



请以小组为单位，以“你怎样处理废电池?”为题进行一次调查活动. 活动主要包括以下五项内容，你可以自主地设计如何具体地进行调查.

一、设计调查问卷（参照附录 1）

1. 设计调查问卷的步骤：

(1) 确定调查目的；

(2) 选择调查对象；

(3) 设计调查问题.

2. 设计调查问卷时要注意：

(1) 提问不能涉及提问者的个人观点；[1]

(2) 不要提问人们不愿意回答的问题；[2]

(3) 提供的选择答案要尽可能全面；

(4) 问题应简明；

1. 本“课题学习”具有一定的综合性和活动性，完成这个课题学习，一方面要求学生综合运用前两节以及以前所学有关数据处理的知识，另一方面要求学生通过小组合作活动，经历收集、整理、描述、分析数据得出结论以及对所得结论进行解释和反驳的统计过程. 通过这个“课题学习”也使学生对废电池的回收、废电池的危害以及人们的环保意识有一个定量的认识，增强学生的环保意识，使学生自觉地加入到科学回收废电池的宣传和行动中来.

2. 这个课题学习需要设计调查问卷来收集数据. 关于调查问卷，学生通过前两节的学习，已经形成了一些感性的认识，这里需要学生亲自设计一个较为完整的调查问卷，因此教材对设计调查问卷的步骤以及应该注意的问题作了详细说明，教学中可以向学生讲明，这些都是为了获得真实数据服务的，怎样获得全面真实的数据是设计调查问卷时应该考虑的中心问题.

(5) 问卷应简短.

二、实施调查

将调查问卷复制足够的份数，发给被调查对象.

实施调查时要注意：[1]

(1) 向被调查者讲明哪些人是被调查的对象，以及他为什么成为被调查者；

(2) 告诉被调查者你收集数据的目的.

三、处理数据[2]

根据收回的调查问卷，整理、描述和分析收集到的数据.

四、交流

根据调查结果，讨论你们小组有哪些发现和建议？

五、写一份简单的调查报告（参照附录 2）

附录 1

调查问卷[3]

问卷编号：　　年　月　日

调查目的	调查有关废电池的一些情况
调查对象	性别　　年龄　　职业
调查内容	1. 你家有哪些使用电池的电器？ A. 电子钟 B. 袖珍收音机或随身听 C. 手机 D. 寻呼机 E. 其他 2. 你家如何处理废电池？ A. 随垃圾一起扔掉 B. 放到废电池的回收箱 3. 一年中你家要处理多少废电池？ 4. 你认为回收废电池有意义吗？ A. 很有意义 B. 有意义 C. 无意义 D. 不知道
说　明	请放心答卷，一切个人资料绝对保密. 谢谢合作！

[1] 这两点一般是在实施调查前做的工作. 这样做可以打消调查对象的顾虑，使他们能够积极配合调查活动，有利于得到真实数据.

[2] 这个活动可以和下面的第五条撰写调查报告结合起来，在处理数据时就考虑如何撰写调查报告.

[3] 这个调查问卷仅仅是一个样子，教学中要根据学生的实际调查情况进行设计.

3. 实施调查是统计调查的一个重要环节，在这个环节中，调查者需要将设计好的问卷发给被调查者.

为了获得真实的数据，教材中对如何实施调查活动提出了具体建议，教学中要注意让学生体会.

4. 由于不同的小组抽取的样本不同，因此通过数据处理得出的结论会不尽相同，教学中要注意引导学生对自己的活动过程以及调查结果进行反思，体会不同的样本可能得出不同的结果，进一步感受用样本估计总体的思想.

5. 附录 1 提供的调查问卷仅供参考，教学中可以让学生根据具体情况确定调查对象和调查内容. 调查内容可以更丰富，例如对于调查对象的个人信息还可以增加一项“文化程度”，以考察不同文化程度的群体处理废电池的方式以及他们的环保意识.

[1] 仅供参考，教学中要鼓励学生自行设计.

[2] 这是调查报告中最核心的部分. 可以展示主要的图表以及分析图表得出的数据和结论.

附录 2

关于“你怎样处理废电池?”的调查报告[1]

班级		报告人		调查截止时间	
课题名称					
调查过程简述					
通过数据说明主要结论[2]					
主要建议					
本人对活动的体会					



6. 附录 2 调查报告包括的几项内容，是调查报告中常见的，教学中可以根据活动的实际情况适当调整. 对于“调查过程简述”，一般应该包括调查过程的主要步骤以及进行每一步的目的；对于“通过数据说明主要结论”，要注意呈现数据处理过程中得到的主要数据（包括图表）以及主要结论；“主要建议”应该是根据活动得出的结论提出的建议；“本人对活动的体会”可以从不同的方面考虑，例如从统计活动本身的感受、废电池的危害和人们的环保意识等方面谈论.



数学活动

活动 1　身高和度（tuǒ）长有关系吗



小组合作完成下列活动：

1. 测量并记录小组每个成员的身高和度长（两臂左右水平伸直时两个中指指尖之间的距离.）；

2. 计算小组的平均身高[1]和平均度长；

3. 讨论“你们小组的平均身高和平均度长能否代表全班同学的平均身高和平均度长”；

4. 汇总各个小组身高和度长的数据，计算全班同学的平均身高和平均度长，并与问题 3 的回答进行比较，谈谈你对这个结果的看法；

5. 综合上面的各种数据，看看身高和度长是否存在某种关系.[2]

[1] 这里指小组成员身高组成的数据的平均数. 例如，若 x_1，x_2，…，x_n 是身高，则平均身高为

$$\bar{x}=\frac{x_1+\cdots+x_n}{n}.$$

可以使用计算器求平均数.

[2] 一个人的身高和度长近似相等.

1. 本章的“数学活动”安排了两个，这两个活动与正文中的活动有所不同. 正文中主要利用调查问卷收集数据，这两个活动是通过测量和试验来收集数据. 这样安排是希望学生通过正文的学习，对数据的处理过程有了较多感受的前提下，通过从事测量和试验等收集数据的活动，认识到测量和试验等也是获得数据的有效途径.

2. 活动 1 要求学生以小组为单位测量本组同学的身高和度长，讨论小组的平均身高和平均度长对全班同学的平均身高和平均度长的代表性的问题，这个问题对于学生来讲有一定的难度，教学中要根据实际活动的情况进行分析.

3. 活动 2 是通过试验来收集数据，并利用 10 次试验所得数据推测一个人的反应速度. 这个活动中渗透了用样本估计总体的思想.

4. 这个活动有一定的趣味性，试验条件较易

[1] 平均数受数据中的极端值的影响较大，当一组数据有极端值时，平均数一般不能很好地表示这组数据的平均水平，有时可以采用去掉一个最大值和一个最小值后，求剩余数据的平均数的统计策略.

[2] l 的值与反应速度成正比关系.

活动 2　谁的反应快

准备一把带刻度的直尺，和一位同学合作来测量反应速度.



第一步：伸出你的一只手，拇指和其余四指分开；

第二步：让同伴把直尺直立，刻度 0 在下方，拿到你的拇指和四指之间，使刻度 0 的位置与拇指在同一高度，然后松手，你要以最快的速度抓住直尺；

第三步：记录手抓在直尺上的刻度（l 厘米）；

第四步：重复试验 10 次，记录并整理试验所得数据.

在 10 次试验中，所得 l 的最大值和最小值各是多少？l 的平均值是多少？[1] l 的值与反应速度有什么关系？[2] 与你的同伴对调，并重复上面的过程，看谁的反应速度快.

控制，试验本身比较简单，但如何分析所得数据，即如何求 l 的平均值是这个活动的一个难点，教学中要注意根据学生试验活动的具体情况给予及时的指导.

5. 对于一组数据，通常可以用平均数、众数和中位数来表示这组数据的集中趋势，这一点学生在小学阶段已经有所接触. 但选择哪一个统计量来刻画一组数据的集中趋势，学生的经验较少，这也是以后需要进一步学习的内容.

小　结

一、本章知识结构图[1]

数据处理的一般过程：



二、回顾与思考

1. 数据处理一般包括收集数据、整理数据、描述数据和分析数据等过程. 数据处理可以帮助我们了解生活中的现象，对未知的事情作出合理的推断和预测.

2. 举例说明在什么情况下用全面调查较好?

3. 实际调查中常常采用抽样调查的方式获取数据，用样本估计总体是统计的基本思想. 举例说明在什么情况下用抽样调查较好?

4. 设计调查问卷时应该注意哪些问题?

5. 利用表格整理数据有什么作用?

[1]“本章知识结构图”的意思是：全面调查和抽样调查是收集数据的两种方法；对于通过全面调查或抽样调查获得的数据，利用表格进行整理，再根据表格画出统计图进行描述，最后通过分析图表得出结论. 这是数据处理的一般过程.

1. 本章小结以数据处理的一般过程为线索，概括总结了全章的主要内容和重要的思想方法. 小结与章前引言呼应，突出数据处理的过程，强调在统计活动中感受统计的思想方法.

2. “本章知识结构图”没有按各小节知识的展开情况设计结构图，而是按照每一节都遵循的规律展示知识的内在联系. 无论是第一节的全面调查、第二节的抽样调查，还是第三节的课题学习都是在重复着收集数据、整理数据、描述数据以及分析数据得出结论的过程，在这个过程中重点学习收集数据和整理数据的常用方法. 因此，数据处理的一般过程将我们所要学习的内容联系在一起.

3. “回顾与思考”首先概述了统计活动的过程，然后以问题的形式点出本章的主要内容. 教学中要注意让学生结合具体问题回答这些问题，以求学生真正理解所学内容.

[1]“番”是按几何级数计算的.“翻两番”就是增加了300%.

复习题4

复习巩固

1. 在设计调查问卷时，下面的提问是否合适？怎样改进？

(1) 我认为猫是一种很可爱的动物.

A. 非常同意　B. 同意　C. 不确定　D. 不同意　E. 坚决反对

(2) 难道你不认为猫是一种很可爱的动物吗？

A. 是　　B. 不是　C. 不知道

(3) 我每天睡觉8小时.

A. 总是　　B. 有时　C. 从不

2. 两名同学在调查时使用的下面两种提问方式，你认为哪一种更好些？为什么？

(1) 难道你不认为科幻片比武打片更有意思吗？

(2) 你更喜欢哪一类电影——科幻片还是武打片？

3. 为更好地开展体育运动，增强学生体质，学校准备在运动会前购买一批运动鞋，供学生借用. 初一(2)班为配合学校工作，从全校各个年级共抽查了38名男同学的鞋号，具体数据如下：

35	37	36	35	37	36	37	38
36	37	37	35	35	34	34	35
35	36	37	36	38	39	37	35
36	35	36	37	33	34	40	36
35	34	35	36	37	36		

整理上面的数据，看看穿不同鞋号的男同学各有多少？他们各占调查总人数的百分之几？请你对学校购鞋提出建议.

综合运用

4. (1) 查阅资料了解我国最近5年的国内生产总值.

(2) 分析这5年国内生产总值的变化趋势.

(3) 如果国内生产总值到2020年比2000年翻两番[1]，那么2020年的国内生产总值是多少？增加了百分之几？

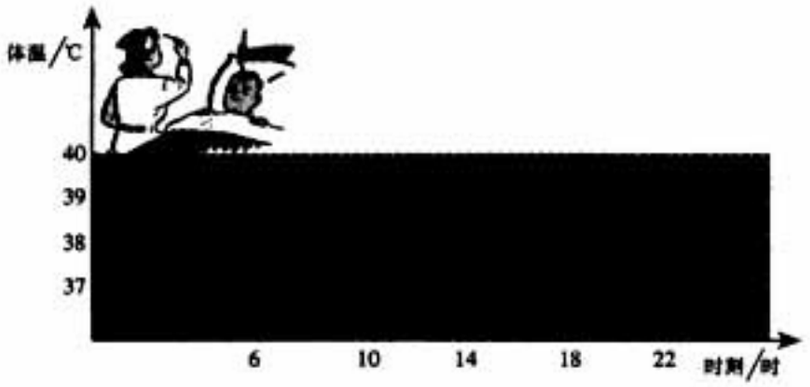
1. 复习题4以数据的收集与整理为重点，综合复习本章以及以前所学过的统计知识.“复习巩固”中的三个题目，前两个是有关收集数据方面的题目，就设计调查问卷时容易出现的一些问题编写的；第3题是根据解决问题的需要，对已经给出的数据进行整理的题目，解决问题时要用到用样本估计总体的思想.

2. 在“综合运用”中，第4题有一定的综合性，要求学生通过查阅资料获得数据（如我国最近5年的国内生产总值），了解一些与现实生活和统计工作有密切联系的名词（如“翻两番”），这些名词是学生应该了解的，有助于学生更好地了解国家大事，关心国家的发展.

3.“综合运用”中的第5题是一道需要根据折线图进行推测的题目. 教学中，一方面要注意复习有关折线图的内容，同时要注意让学生感受通过分析图表进行预测的思想.

5. 下面的图表是护士统计的一位病人的体温变化情况.

时间	6：00	10：00	14：00	18：00	22：00
体温/℃	37.6	38.3	38.0	39.1	37.9



（第5题）

通过图表，估计这个病人中午12：00时的体温.[1]

拓广探索

6. 以“你有多少本课外书，它们有哪些类型（如文艺类、教学辅导类、科普类等）”为题，设计一份调查问卷，以小组为单位进行调查. 你得出什么结论？与同学交流得到的结论.

[1] 中午12：00时，这个病人的体温大约是38.2度.

4. “拓广探索”中的第7题是复习题中的最后一个题目，一方面要求学生综合运用本章所学收集和整理数据的知识，同时探索完成描述和分析数据得出结论的活动，使学生经历数据处理的基本过程.

习题解答

习题 4.1

1. 略.

2. (1) 略.

(2) 四大洋的面积：

海洋	面积/万平方千米
太平洋	17 968
大西洋	9 336.3
印度洋	7 491.7
北冰洋	1 310

七大洲面积：

大洲	面积/万平方千米
亚　洲	4 400
欧　洲	1 016
非　洲	3 020
北美洲	2 422.8
南美洲	1 797
大洋洲	897
南极洲	1 400

(3) 略.

(4) 第 27 届奥运会共决出 301 枚金牌；获得金牌总数最多的是美国；我国选手获得 28 枚金牌.

3. 50 名男生的体重在 $50 \leqslant x < 55$ 之间的人数最多，有 20 人；体重在 $45 \leqslant x < 50$ 和 $55 \leqslant x < 60$ 之间也较多，分别是 10 人和 13 人；体重在两端，即 $40 \leqslant x < 45$ 和 $60 \leqslant x < 65$ 的人数较少.

4. 略.

5. 略.

习题 4.2

1.

甜度	划记	人数
A	下	3
B	正丅	7
C	正正正𠂇	19
D	𠂇	4
E	下	3

由上表可以看出，这种新点心的甜度适中.

2. (1) 抽样调查；
   (2) 抽样调查；
   (3) 全面调查.
3. 略.
4. 第二、三季度可以多进雨伞，比如进400把左右，第一、四季度可以少进，比如进第二、三季度的一半等.
5. 略.
6. 略.

复习题4

1. (1) 不合适. 可以改为“猫是一种可爱的动物.”
   (2) 不合适. 可以改为“猫是一种可爱的动物吗?”
   (3) 不合适. 可以改为：
   我每天睡觉的时间是（　　）
   (A) 不足7小时.　　(B) 7～8小时.　　(C) 8小时以上.
2. (2) 的提问更好. 因为 (1) 的提问明显透露了提问者的个人观点.
3.

鞋号	划记	人数	百分比%
33	一	1	2.63
34	丅	4	10.52
35	正正	10	26.31
36	正正	10	26.31
37	正丅	9	23.68
38	丅	2	5.26
39	一	1	2.63
40	一	1	2.63

由上表可以看出穿35号、36号、37号鞋的男生最多，约占统计总人数的76.3%，因此可以建议学校购鞋时多买这三个号码的鞋，比如各买25%左右，此外可以适当购买33号、34号、39号、40号等号码的鞋.

4. (1) 我国最近五年的国内生产总值为：

年份	1998	1999	2000	2001	2002
国内生产总值（亿元）	78 345	82 067	89 442	95 933	102 398

   (2) 这五年的国内生产总值呈逐年上升态势；
   (3) 如果国内生产总值到2020年比2000年翻两番，那么2020年国内生产总值为357 768亿元，增长了300%.
5. 这个病人中午12：00时的体温大约是38.2 ℃.
6. 略.

Ⅳ 教学设计参考案例

4.1 喜爱哪种动物的同学最多——全面调查举例（第1课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 了解全面调查收集数据的方法； 2. 会设计简单的调查问卷收集数据； 3. 会用表格整理数据.
	数学思考	从事收集、整理、描述和分析数据得出结论的活动，经历数据处理的基本过程，体验统计与生活的联系，感受统计在生活和生产中的作用，培养学生用数据说理的能力.
	解决问题	能利用全面调查的方式收集数据，并能通过数据处理解决一些简单的实际问题.
	情感态度	经历全面调查的过程，培养学生乐于接触社会环境中的数学信息，感受用数据说话的好处.
重点	全面调查的过程（收集数据、整理数据）.	
难点	收集、整理数据.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　欣赏影片或图片	欣赏影片或图片，通过创设问题情景，激发学生的学习热情.
活动2　收集数据	利用调查问卷收集数据，培养学生用数据说话的意识，体会全面调查的作用.
活动3　整理数据	利用表格整理数据，认识用表格整理数据的好处，会用表格整理数据.
活动4　读出统计图中信息	读出条形图、扇形图中的信息，了解统计图可以直观地描述数据.
活动5　小结	学生概括总结本节所学内容，了解全面调查的基本过程.
活动6　布置作业	布置作业，巩固、提高、发展.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
计算机、课件（或相应图片）.	计算机、计算器.	利用 EXCEL 软件制作统计图表. 从 www. google. com 搜索“全面调查”材料.

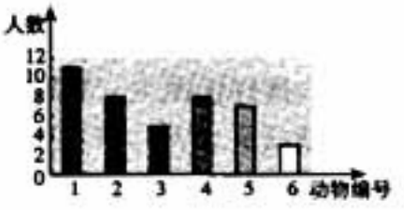
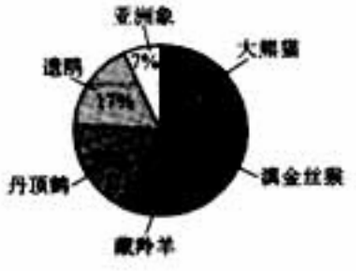
教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动1」 观看中国申办2008年奥运会（表决现场）纪录影片或图片，回答问题： ① 国际奥委会根据什么决定由中国承办2008年奥运会？ ② 举出生活中类似的事例.	教师演示课件（或展示图片），提出问题. 学生观看课件（或图片），回答问题①②. 教师引导学生回忆、交流，得出结论： 问题①：国际奥委会根据委员投票结果（中国得票最多），决定由中国承办2008年奥运会； 问题②：如：消费者调查被用于产品的研制和市场营销. 民意测验被用于决定政治竞选的策略. 在活动1中教师要关注学生： 能否从数学的角度观察日常生活现象；是否有利用数据说话的愿望.	从现实问题出发，让学生感受到数据在现实生活中的作用，认识到通过调查可以获得数据. 激发学生的好奇心和收集数据信息的愿望.
「活动2」 （1）观看下列图片，回答问题：  ①大熊猫  ②滇金丝猴  ③藏羚羊  ④丹顶鹤  ⑤遗鸥  ⑥亚洲象	教师演示课件（或展示图片），提出问题（2）. 学生观看课件（或图片），回答问题. 学生可能回答通过举手的方式，就能够知道本班同学喜爱这些动物的情况. 教师要指出这是一个调查办法，还有没有其他办法？学生继续思考，交流合作，回答问题. 教师引导学生从欣赏的角度谈你最喜欢哪种动物. 在不用举手的办法下，采用问卷调查. 为了便于统计，把这些动物编号. 教师出示调查问卷的样例.	使学生从事收集数据的活动，培养学生用数据说话的意识.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
(2) ①上页图是六种国家一级保护动物（编号如图），你知道咱班同学喜爱这些动物的情况吗？ ②怎样解决问题①？	调查问卷　　年 月 日 学号 | 你最喜爱的动物的编号（只写一种） 学生开始填写调查问卷，填完以后收回问卷. 教师说明全面调查的含义. 在活动 2 中教师要注意学生： (1) 设计出不同的调查问卷. (2) 感受收集的每一个数据对结果都会有影响.	
「**活动 3**」 问题 (1) 在活动 2 中，我们利用调查问卷得到一组数据，根据这组数据，你能看出喜爱哪种动物的同学最多吗？ (2) 如何整理问题 (1) 中的数据？ (3) 用表格整理数据. 你认为这样整理数据有什么好处？ (4) 利用 (3) 中的表格，说出咱班同学喜爱这些动物的情况.	教师引导学生讨论问题(1). 通过讨论使学生看到，对于收集到的数据只有进行整理才能看出数据的分布情况. 教师提出问题 (2). 学生回忆、讨论. 教师说明利用表格整理数据的方法，并和学生一起整理收集到的数据，得到一个表格. 教师引导学生分析表格中的数据. 在活动 3 中教师要关注学生： 能否用表格正确地整理数据.	让学生从事整理数据的活动，感受表格的作用.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动 4**」 问题 (1) 你知道几种描述数据的统计图? (2) 根据下面的统计图，说出全班同学喜爱六种动物的情况?   	教师提出问题 (1). 学生思考、回忆、尝试回答问题. 教师根据活动 3 中表格，利用计算机制作条形图、扇形图. 教师引导学生读出图表中的信息. 在活动 4 中教师要关注学生： (1) 能否从统计图中获得信息； (2) 学生在活动中的情感与态度.	体会统计图表示数据的有效性. 感受信息技术与数学整合的优越性.
「**活动 5**」 问题 (1) 本节课学了哪些知识? 在知识应用过程中你需要注意什么? (2) 举出生活中全面调查的例子，并说明怎样进行全面调查.	教师提出问题 (1). 学生反思、总结、提出疑问. 教师提出问题 (2). 学生独立思考、合作交流，解答问题. 在活动 5 中教师要关注学生： (1) 养成归纳、整理、总结的好习惯；(2) 总结过程中所倾注的情感；(3) 用数据说理的意识.	通过问题串的形式，使学生归纳、梳理本节的知识和方法，将本节所学内容与以前所学的知识进行联系.
「**活动 6**」 布置课后作业：教科书习题 4.1 第 1 题.	教师布置课后作业. 学生记录作业.	学生巩固、提高、发展.

4.2 调查中小学生的视力情况——抽样调查举例（第1课时）

教学任务分析

教学目标	知识技能	经历收集、处理数据的过程，感受抽样调查的必要性，初步掌握抽样调查的基本步骤.
	数学思考	会用抽样调查的方法来收集数据、整理数据.
	解决问题	1. 能利用抽样调查的知识解决实际生活中的问题； 2. 增强用统计方法解决实际问题的意识.
	情感态度	1. 通过研究解决问题的过程，培养学生合作交流的意识与探究精神. 2. 体会数学在实际生活中的作用，激发学生爱数学的热情.
重点	感受抽样调查的必要性，初步体会用样本估计总体的思想.	
难点	解决问题的策略.	

教学流程安排

活动流程图	活动内容和目的
活动1　提出问题，探究策略	通过生活中的实例，体验抽样调查的必要性，经历抽样调查的过程.
活动2　进一步理解抽样调查的意义	结合活动，理解抽样调查的意义，发展统计观念.
活动3　课堂小结	进一步体验抽样调查的作用，体会用样本估计总体的思想.
活动4　布置作业	课后巩固应用，为下一节课作铺垫.

课 前 准 备

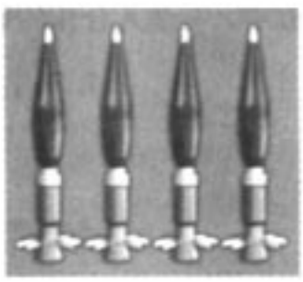
教具	学具	补充材料
电脑、实物投影仪、一些绿豆和黄豆.	一些绿豆和黄豆， 计算器.	http：//www. baidu. com



教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动1」 问题 (1) 一个袋中装有一些绿豆和黄豆. 如果想知道绿豆的数目在这袋豆子总数目中所占的比例，我们应该怎样做呢?	教师出示教具——装着黄豆和绿豆的袋子，提出问题. 鼓励学生积极参与活动，并留给学生足够的独立思考和自主探索的时间与空间.	通过提出问题，引发学生思考，培养学生利用多种方法解决问题的能力.
(2) 想要得出所有豆子中绿豆的比例，是要消耗一定的时间和人力的，那么你能找出既省时、省力又能解决问题的办法吗?	教师提出在有限的时间和人力条件下，怎样才能找出更好的解决问题的办法呢? 学生独立思考后发言，并得出在有限的条件下，可以采用从一袋豆子中拿出一把或几把来进行调查的办法，利用部分反映整体的策略.	在解决问题的过程中，使学生思维与已有经验产生冲突，发现全面调查在实施中将存在困难、受到限制. 让学生积极参与对数学问题的讨论，敢于发表自己的观点，并尊重他人的见解，能从交流中获益.
(3) 我们可以从袋中拿出一把或几把豆子来进行调查，利用这些豆子中绿豆所占的比例来估计整袋豆子中绿豆的比例. 这种方法是否可行呢? 就让我们一起来做一做吧.	教师将学生分成四个小组，给每个小组中提供一袋混在一起的黄豆和绿豆. 引导各小组学生通过实践操作，经历和体会收集、处理数据的全过程. 学生互相交流与协作. 选出代表汇报统计的结果. 教师给予一定的肯定和适当的引导. 在活动1中教师要关注学生: (1) 对抽样调查全过程的体验; (2) 学生实践操作能力; (3) 每个人在活动中能否在尽职尽责的基础上充分体现分工与合作意识.	利用小组活动让学生们能够互相发表自己的见解，充分交流，取长补短. 为学生提供充分从事数学活动的机会，激发学生的学习积极性. 体会在解决问题的过程中，与他人合作的重要性.
「活动2」 问题 (1) 以估计绿豆所占比例的活动为例给出抽样调查的概念.	教师结合具体的调查活动，给出抽样调查的概念，通过实例，让学生充分的了解到抽样调查的必要性.	让学生通过实例，理解抽样调查的概念，体会用部分估计总体的思想.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
（2）一组问题： ① 要知道一锅汤的味道，该怎样办呢？ 	教师利用实物投影仪展示图片，提出问题. 教师在学生的认知发展水平和已有的知识经验的基础上，为他们提供一些生活、生产中的实例，感受抽样调查的必要性，并能结合实例寻找出解决问题的方案.	引导学生用“数学眼光”分析身边存在的现象. 帮助学生更深入的理解抽样调查的概念.
②养鱼专业户在一个新开的鱼塘内放入一批鱼苗，三个月后这个专业户想了解这批鱼的生长情况（成活率、鱼的总重量），你能利用所学知识，帮助他设计解决问题的方案吗？ 	学生交流、讨论、发言，通过这些活动，发展学生有条理思考问题的能力以及表达能力. 学生从自己的生活经验和已有的知识出发，体会从数学的角度去观察事物、思考问题的作用，激发学生对数学的兴趣，以及学好数学的愿望.	使学生更加深入地了解有关生产实践中的实例，从而激发学生学习的兴趣，并在获得一些研究问题的方法和经验中，发展思维能力，加深理解抽样调查的含义. 让学生积极参与对数学问题的讨论，敢于发表自己的观点，并尊重与理解他人的见解，能从交流中获益.
③某部队要考察某批炮弹的杀伤半径，我们应该采用什么调查方法？ 	在活动 2 中教师要关注学生： （1）对概念的理解程度； （2）用语言等方式的表达能力； （3）解决问题的方式是否合理，方法是否可行； （4）是否对提出的数学问题产生浓厚的兴趣.	使学生感受到用数学知识来解决实际问题的科学性、可行性以及指导作用.
「**活动 3**」 问题 （1）上述的问题，都采用了抽样调查的方法，你能总结一下实施的过程吗？ 具体步骤： （一）收集数据 （二）整理数据 （三）描述数据 （四）估计总体	教师将学生仍分成四个小组，以学生互相讨论的形式得出结论，让学生经历抽样调查的过程，自觉地将其进行梳理，达到将所学的知识进一步升华的目的.	通过学生互相的讨论和交流，可以深刻地体验知识之间的内在联系，把抽样调查的全过程展现得更加具体和系统化.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
	学生在总结具体步骤时，不一定说得很准确，这时教师可以结合活动1给予指导，也可以提示学生，结合上节课全面调查的过程来总结.	培养学生总结归纳的能力和客观分析问题、解决实际问题的能力.
(2) 抽样调查在我们的实际生活中有着广泛的应用，你还能举出抽样调查的实例吗?	教师提出问题后，充分的调动学生的积极性，发展学生的思维，把理论与实际相结合，使学生进一步认识抽样调查的必要性. 在活动3中教师要关注学生： (1) 思维角度是否合理； (2) 能否抓住问题的核心部分； (3) 用数学的眼光来分析生活中的现象的能力，对身边有关事物的关注程度.	让学生在互相交流的活动中，通过具体的实例，更加清楚地了解到抽样调查的必要性. 认识到抽样调查在社会生活及科学领域中应用，并能为解决一些简单的实际问题出谋划策.
「**活动4**」 问题：在人力物力有限的条件下，要想在短时间内了解我市中小学生的视力状况，应该怎样展开调查，你有好的策略吗?	在活动4中教师关注学生解决问题的方法，但不必要确定具体的策略，如果课上的时间允许，可以安排学生对此问题互相交流和讨论. 学生小组讨论、交流、发言.	与下一节具体进行抽样调查举例相吻合，起到承上启下的作用，并为下一节课的内容做铺垫. 将所学的知识用于生活中去，理论与实践相结合.

4.3 课题学习 调查“你怎样处理废电池?”(第1课时)

教学任务分析

教学目标	知识技能	1. 了解废电池的危害; 2. 初步掌握设计调查问卷的方法.
	数学思考	在数据处理的过程中培养学生的统计观念.
	解决问题	能利用统计的方法解决实际生活中的问题.
	情感态度	在调查方案的设计和实施中发展学生的合作意识.
重点	设计调查问卷.	
难点	设计调查问卷.	

教学流程安排

活动流程图	活动的内容和目的
活动1 阅读材料	通过阅读真实素材,激发学生的学习兴趣,引入课题.
活动2 设计调查问卷	在前两节学习的有关收集数据的内容的基础上,让学生设计调查问卷.

课 前 准 备

教具	学具	补充材料
1. 电脑. 2. 实物投影仪. 3. 多媒体演示文稿.	1. 双面胶. 2. 一张 A4 的白纸.	1. 一些大公司的调查问卷. 2. 关于废电池的相关资料可到下列网站查寻: http://www1.baidu.com

教学过程设计

问题与情境	师生行为	设计意图
「活动1」 阅读材料(见附录),让学生了解废电池的危害.	教师以演示文稿的形式展示附录中的材料,并请一名同学朗读,其他同学倾听. 教师要注意观察学生在上述活动过程中表现出来的情感和态度.	通过选择现实的、有意义的素材,激起学生的学习兴趣.

续表

问题与情境	师生行为	设计意图
「**活动2**」 问题：人们是怎样处理废电池的，有多少人意识到它的危害性，我们能否用学过的数学知识了解这些问题呢？	教师提出问题. 在学生回答问题的过程中，注意观察学生是否能够将本章前后知识衔接起来，应用其解决实际问题. 学生思考并回答.	学生应用已有知识解决实际问题.
(1) 全班学生以小组为单位，讨论如何设计问卷来调查与废电池有关的问题. 每个小组设计一个调查问卷.	教师布置任务，要求学生分小组讨论，并参与学生讨论. 在讨论的过程中，教师要关注学生是否积极配合、互相支持，能否进行有效的沟通. 关注学生在讨论中所倾注的情感. 学生分小组讨论.	通过学生独立设计调查问卷，培养他们的自学能力（自学设计调查问卷的目的、设计调查问卷时应该注意的问题等）. 在学生小组合作交流的过程中，获得解决问题的方法.
(2) 展示各小组的调查问卷.	各小组选派一位代表将本组的设计成果通过实物投影演示，并说明自己小组的设计思想.	对于学生的表述能力有很大帮助，同时也能提高学生的归纳总结能力. 使学生学会倾听，学会听取不同的意见，学会尊重别人.
(3) 各小组完善本组的调查问卷.	教师指导学生对问卷内容进行修改. 学生讨论发言，各抒己见，在充分讨论的基础上完善本组的调查问卷.	会以批判的眼光去审视问题，取长补短，争取达到最佳的效果. 感受合作学习的乐趣.
(4) 讨论如何实施调查.	教师提出问题，注意学生在选择调查对象、处理调查问卷等方面是否合理. 学生制定调查方案，包括选择调查的时间、地点和对象等，并利用课外时间进行调查，对收回的问卷进行处理.	让学生经历收集数据、整理数据、描述数据、分析数据得出结论的一般过程. 将学生活动延伸到课外.
(5) 讨论下节课交流的内容.	教师提出问题：下节课我们可以从哪些方面进行交流？提醒学生可以从问卷内容，调查过程，调查结果以及调查过程中的体会等方面加以总结. 学生思考并回答.	为下节课交流调查结果做准备.

使用信息技术的设想

教师演示	1. 使用电脑演示课件. 2. 使用实物投影仪演示学生的作品. 3. 使用实物投影仪演示其他的问卷素材.	能够增大课容量，增进课堂进度. 采用多媒体教学可以让教学更生动形象，更引人入胜.
学生操作	利用实物投影仪展示并讲解小组成果.	更生动形象的对自己的作品进行展示.

附录

材料 1

日本神奈川县某脑科医院收留了一名神志不清的男子. 这名男子发病初期只是原因不明地浮肿，第 8 天开始视力减退，自言自语，不断哭泣，后发展为神志不清，在被送进医院后，因心力衰竭死亡. 此后，与死者同村居住的人中又出现了 15 名同样症状的病人. 这引起了医学研究人员的注意. 经过调查和尸体解剖，断定这些人都死于重金属中毒.

这是由于死者生前都饮用了某商店周围 3 口水井的水. 其中饮用 1 号水井的 8 个人全部发病. 在对水井进行调查时，令人震惊的是竟然在距 1 号井 5 米内的地方挖出了 380 节已腐烂的废电池!

追根溯源，最后弄清这 380 节废电池是该商店在卖出新电池后，把顾客丢下的废电池集中埋在了后院，致使周围井水污染，从而导致了这场悲剧.

材料 2

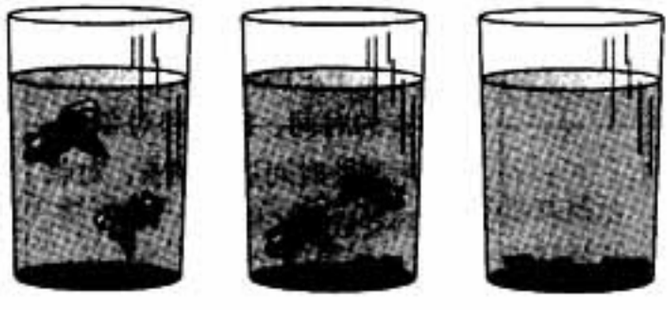
实验：废电池对（动物）金鱼的危害.

实验目的：废电池对动物是否有危害性?

实验用品：三个 500 ml 烧杯，六条金鱼，5 节 7 号废电池，一把剪刀.

实验过程：

1. 取三个容量为 500 ml 的烧杯，并简单记作①、②、③（如下图），分别加入 350 ml 的自来水；



①　　②　　③

2. 在三个烧杯中各放入两条金鱼；
3. 用剪刀剪开一个电池，将剪开的电池放入②中；
4. 用剪刀剪开四个电池，将剪开的电池放入③中；
5. 观察金鱼的生活情况.

日期（2004 年）	①	②	③
2 月 29 日 下午：2：30	两条金鱼虽然地方小了点，但是游得挺快乐的！	两条金鱼受到电池刺激，游得很快.	两条金鱼受到强烈的刺激，到处乱窜.
2 月 29 日 下午：4：50	两条金鱼仍安然无恙，还很灵活.	两条金鱼仍能游水！不像先前那么欢快了！	有一条已经奄奄一息！有一条飞快的拼命游动.
2 月 29 日 下午：5：30	两条金鱼仍自由自在地在水里游着.	两条金鱼已经麻木了，但还会游.	两条金鱼都死了！

材料 3

1998 年《国家危险废物名录》上定出汞、镉、锌、铅、铬为危险废弃物：

汞：食用被汞污染的水产品，产生甲基汞中毒，头晕，四肢末梢麻木，记忆力减退，神经错乱，甚至死亡，还影响孕妇导致胎儿畸形.

铅：食用含铅食物，会影响酶及正常血红素合成，影响神经系统，铅在骨骼及肾脏中积累，有潜在的长期影响.

镉：进入骨骼造成骨疼病，骨骼软化萎缩，易发生病理性骨折，最后饮食不进，在疼痛中死亡.

铬：铬进入人体内，分布于肝、肾中，出现肝炎和肾炎病理.

汞、镉、锌、铅、铬等是电池的组成物质，在电池使用过程中，被封存在电池壳内部，并不会对环境造成影响. 但经过长期机械磨损和腐蚀，使得内部的重金属和酸碱等泄露出来，进入土壤或水源，就会通过各种途径进入人的食物链.

生物从环境中摄取的重金属可以经过食物链的生物放大，逐级在较高级的生物中成千上万地富积，然后经过食物进入人的身体，在某些器官中积蓄造成慢性中毒. 日本的水俣病就是汞中毒的典型案例.

V 拓展资源

1. 我国对于国情的调查采取两种方式：普查与抽样调查.

普查是国家为了了解和掌握某项重大的国情国力而专门组织的一次性全面调查，抽样调查是通过随机抽样来了解和掌握某项重大的国情国力而专门组织的一次性非全面调查.《中华人民共和国统计法》第 10 条明确写到，我国的统计调查应当以周期性普查为基础，以经常性抽样调查为主体.

新中国成立以来，已进行了 12 次普查. 1994 年，国务院做了规定，把普查工作规范化、制度化，决定每 10 年要进行 6 次普查. 2003 年国务院决定：2004 年进行第一次全国经济普查（包括工业普查、第三产业普查、基本单位普查和建筑业普查）. 开展经济普查，对于研究制定国民经济和社会发展规划，优化经济结构，改进宏观调控，完善国民经济核算制度，是十分必要的. 每五年进行一次，分别在逢 3、8 的年份实施.

2. 中国是世界上最早进行人口统计的国家之一.

据《后汉书》记载，早在公元前 2200 年，夏禹就推行“平水土、分九州、数万民”，这“数万民”就是统计人口. 当时统计总数为 1 355 万人.

到汉朝，随着政治体制逐渐完善，人口统计进一步纳入正轨. 西汉平帝元始五年（公元 5 年）全国共有居民 12 222 062 户，59 594 978 人，此为我国首次较为精确的人口普查.

到了唐太宗时代，全国统计人口为 8 018 710 户，46 285 161 人.

明朝的“户帖”是一种户籍管理制度. 洪武三年（1370 年）十一月，明太祖朱元璋派军队协助地方进行了一次人口清查，给每户发了一本“户帖”. 帖上首印着“钦奉圣旨”，下面依次填写户主姓名、籍贯以及全家人口数，再下面就是全家其他成员的“花名册”，包括姓名、性别、年龄、与户主关系等，最后一项是“户别”，即属于“军户”、“民户”或“匠户”等. 户帖登好后，集中“存转”，封存于户部. 各地每年都要上报一次人员的增减，以便得出全国准确的人口数. 明太祖洪武二十四年（公元 1391 年）统计为 10 684 435 户，56 774 561 人. 比 1790 年美国和 1801 年英国举办的国情普查早 400 余年. 其体制之完备、内容之翔实，史无前例. 故英国学者卡尔津看到这样的“户帖”后惊叹不已，称其为“全球最先推行全国人口普查的明证和榜样”.

清朝自乾隆开始每年都有全国人口统计数字，中华民族 4 亿人就是道光十四年（公元 1834 年）统计的.

新中国成立前，具有近代意义的人口普查只有两次. 第一次是在 1909 年清朝政府为了应付资产阶级民主革命，筹备立宪事宜，下令开展全国人口普查，当时推算我国人口约 3.7 亿. 第二次是国民党内政部举行的人口普查. 当时由于军阀混战，只调查了 13 个省份的人口，1931 年发表的全国为 47 480 万人口的数字，是后来估算出来的.

新中国成立后，先后进行了五次人口普查. 分别于 1953、1964、1982、1990、2000 年进行. 1987 年我国规定人口普查每 10 年进行一次，在年号末尾是 0 的年份进行.

下表是这五次人口普查的部分结果.

	1953 年	1964 年	1982 年	1990 年	2000 年
总人口数	601 938 035	723 070 269	1 031 961 384	1 160 017 381	1 295 330 000
大陆人口	582 603 417	694 581 759	1 008 175 288	1 133 682 501	1 265 830 000
台湾省人口	7 591 298	12 041 544	18 272 749	20 155 830	22 280 000
香港、澳门	…	3 867 000	5 457 500	6 130 000	7 220 000

补充资料：2000 年香港人口 678 万，澳门人口 44 万.

3. 抽样调查是根据部分实际调查结果来推断总体标志总量的一种统计调查方法，属于非全面调查的范畴. 它是按照科学的原理和计算，从若干单位组成的事物总体中，抽取部分样本单位来进行调查、观察，用所得到的调查标志的数据以代表总体，推断总体. 例如，我国除了人口普查外，1987 年规定，在两次人口普查之间，每逢年号末尾是 5 的年份进行 1%人口抽样调查. 例如，1995 年进行了 1%人口抽样调查. 这次调查采取分层、多阶段、整群抽样的方法，在全国 30 个省、自治区、直辖市（未含台湾省和港澳地区）共抽取了 1 558 个县级行政单位、47 471 个调查小区，共调查登记了 12 565 584 人，占全国总人口的 1.04%. 调查登记的标准时间是 1995 年 10 月 1 日 0 时. 根据这次抽样调查数据推算大陆人口是 120 778 万人，与 1990 年相比，在 5 年 3 个月期间人口增加了 7 410 万人，年平均增长 1.21%. 此外，我国每年还进行一次人口变动抽样调查.

与其他调查一样，抽样调查也会遇到调查的误差问题. 通常抽样调查的误差有两种：一种是工作误差（也称登记误差或调查误差），一种是代表性误差（也称抽样误差）. 但是，抽样调查可以通

过抽样设计，通过计算并采用一系列科学的方法，把代表性误差控制在允许的范围之内；另外，由于调查单位少，代表性强，所需调查人员少，工作误差比全面调查要小．特别是在总体包括的调查单位较多的情况下，抽样调查结果的准确性一般高于全面调查．因此，抽样调查的结果是非常可靠的．抽样调查数据之所以能用来代表和推算总体，主要是因为抽样调查本身具有其他非全面调查所不具备的特点，主要是：

（1）调查样本是按随机的原则抽取的，在总体中每一个单位被抽取的机会是均等的，因此能够保证被抽中的单位在总体中的均匀分布，不致出现倾向性误差，代表性强．

（2）是以抽取的全部样本单位作为一个“代表团”，用整个“代表团”来代表总体．而不是用随意挑选的个别单位代表总体．

（3）所抽选的调查样本数量，是根据调查误差的要求，经过科学的计算确定的，在调查样本的数量上有可靠的保证．

（4）抽样调查的误差，是在调查前就可以根据调查样本数量和总体中各单位之间的差异程度进行计算，并控制在允许范围以内，调查结果的准确程度较高．

基于以上特点，抽样调查被公认为是非全面调查方法中用来推算和代表总体的最完善、最有科学根据的调查方法．

4. 统计表与统计图是整理、表达和分析数字资料的重要工具．运用统计表可以将大量数据的分类结果清晰、概括、一目了然地表达出来，明显地反映出事物的全貌及其蕴涵的特性，它把有关的数字列在一起，既便于分析、比较、计算和记忆，又易于发现错误和遗漏，省去冗长的文字叙述．绘制统计图可使数字资料形象化、通俗易懂，并能把资料的变化趋势和各种现象间的关系明确地再现，使阅读者在短时间内获得明晰的印象．统计图只能表示近似数，要想了解准确的数字，仍需看统计表．

（1）统计表

从统计表的形式上看，通常由标题、表号、标目、线条、数字以及表注组成．

① 标题是统计表的总名称，要用一句简单而又确切的话写出．通常包括表所说明的中心内容、时间和地点，标题应写在表的上方；

② 统计表的标目有三种：纵标目、横标目和总标目．纵标目位于表的上端，说明该纵栏指标的含义及度量单位；横标目位于表的左侧，说明该横栏数字的含义；几个纵标目或横标目具有共同性质时，可冠以总标目．标目处理得好坏，是决定统计表质量的关键之一，因此，在制表中必须充分利用纵横两个标目．此外，标目的层次不宜太多（通常 1 至 2 层，最多不宜超过 3 层）．

③ 统计表中的线条应尽量少，但构成表的基本线条不能缺．通常表的上下边线，表头与表体之间，表头内总标目与纵标目之间都应有横线；要注意的是，两端可以不用竖线封闭，数字区可以不用横线隔开（有求和的话总和上方可加一横线），左上格（表头）可以不要斜线．

④ 表内的数字是统计表的基本语言，必须准确无误，一律用阿拉伯数字．要求同一种统计指标各数值的精确度一致，书写时要求各个位数或小数点要上下对齐．表中数字暂缺时用“...”号填充，无数字用“—”，这两种情况都不能填“0”；

⑤ 表注不是统计表的必需组成部分，遇有特殊情况需用注时，可写在表的下面．

统计表的基本格式如下：



表号　　标题

（表头） 横标目的总标目	纵标目的总标目（不必需有）						
	纵标目	纵标目	纵标目	纵标目	纵标目	……	……
（表体） 横标目 横标目 横标目 ……							
合　计							

注：

从统计表的内容上看，又可分为主辞和宾辞两部分. 统计表中被说明的事物称为表的主辞，用来说明主辞的统计指标称为表的宾辞.

例如，表 21 是 1991 年我国第三次高血压抽样调查的结果. “表 21”是表号；“1991 年我国第三次高血压抽样调查的患病率”是标题；“城 1、城 2、城 3、乡 1、乡 2、乡 3、乡 4”是横标目；“抽取城乡”是横标目的总标目；“男患病率、女患病率、平均患病率”是纵标目，此表没有纵标目的总标目. 抽取到的地区（城 1、城 2、城 3、乡 1、乡 2、乡 3、乡 4）是统计表的主辞，放在表的左侧横标目位置；而男患病率、女患病率、平均患病率是统计指标，为宾辞，放在表的右侧，即纵标目位置. 一张设计比较好的统计表，将主辞和宾辞结合起来，可读成一句完整而通顺的话. 如：城 1 男患病率是 16.6%，乡 2 女患病率是 9.17%，乡 4 平均患病率是 6.26%等.

表 21　1991 年我国第三次高血压抽样调查的患病率

抽取城乡	男患病率（%）	女患病率（%）	平均患病率（%）
城 1	16.60	15.52	16.16
城 2	14.39	12.68	13.50
城 3	15.05	12.76	13.85
乡 1	10.50	10.50	10.50
乡 2	8.91	9.17	9.04
乡 3	10.66	10.32	10.48
乡 4	6.59	5.94	6.26

（2）统计图

统计图是在统计表的基础上，表现统计资料的一种形式，也是统计分析的一种重要工具. 统计图把统计表中的数字形象化，利用几何图形反映数量间的对比关系，以直观形象的形式表达出事物的全貌及其分布特征. 作为数字的语言，统计图比统计表更明确、更具体、更生动有力，使人一目了然便于理解，印象深刻，容易记忆. 但图形所反映的数量只是近似的，因而只能起示意作用. 用统计图时，一般附有统计表.

统计图通常由标题、图号、标目、图形、坐标、图注组成.

表示间断变量可用条形图、圆形图（饼图）；表示连续变量可用线形图.

Ⅵ　评价建议与测试题

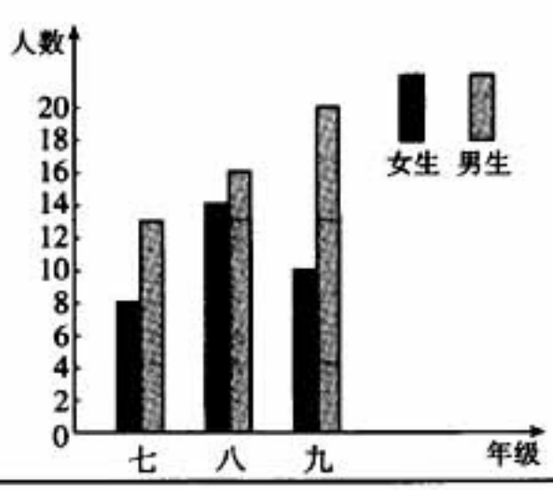
一、评价建议

1. 本章的主要内容是收集数据和整理数据的常用方法，这些方法是通过几个典型案例来介绍的，因此评价时要关注学生能否自觉地想到利用数据解决实际问题，能否选择适当的方法收集数据，能否正确地制作表格整理数据等.

2. 本章教学中，特别强调让学生以合作活动的方式完成学习任务，因此评价时要关注学生的活动过程，包括学生参与活动的情感态度、参与程度、行为表现、合作交流的意识和能力等.

3. 本章初步涉及用样本估计总体的思想. 在学生的活动中，由于选择的样本不同，会出现收集到的数据和所得结论差别较大的情况，这时要注意对数据和结论进行科学的评价.

三、测试题（时间：45 分钟　满分：100 分）

内　　容	设计意图
一、选择题（每小题 4 分，共 20 分）：	
1. 下列调查中，调查方式选择正确的是（　　） (A) 为了了解 100 个灯泡的使用寿命，选择全面调查. (B) 为了了解某公园全年的游客流量，选择抽样调查. (C) 为了了解生产的 50 枚炮弹的杀伤半径，选择全面调查. (D) 为了了解一批袋装食品是否含有防腐剂，选择全面调查.	此题意在考查学生在收集数据时选用的方法是否合适.
2. 为了了解一批电视机的寿命，从中抽取 100 台电视机进行试验，这个问题的样本是（　　） (A) 这批电视机. (B) 这批电视机的寿命. (C) 抽取的 100 台电视机的寿命. (D) 100.	此题意在考查学生对“样本”概念的理解.
3. 为了了解某校初二年级 400 名学生的体重情况，从中抽取 50 名学生的体重进行统计分析. 在这个问题中，总体是指（　　） (A) 400. (B) 被抽取的 50 名学生. (C) 400 名学生的体重. (D) 被抽取 50 名学生的体重.	此题意在考查学生对“总体”概念的理解.
4. 为了了解某校学生的每日运动量，收集数据正确的是（　　） (A) 调查该校舞蹈队学生每日的运动量. (B) 调查该校书法小组学生每日的运动量. (C) 调查该校田径队学生每日的运动量. (D) 调查该校某一班级的学生每日的运动量.	此题意在考查学生在抽样调查时，样本的选取是否合理，是否具有代表性.
5. 如图，所提供的信息正确的是（　　） (A) 七年级学生最多. (B) 九年级的男生是女生的两倍. (C) 九年级学生女生比男生多. (D) 八年级比九年级的学生多.  	此题意在考查学生通过统计图获取信息的能力.

续表

内　　容	设计意图
二、**填空题**（每小题 4 分，共 12 分）： 6. 已知全班有 40 位学生，他们有的步行，有的骑车，还有的乘车来上学，根据以下已知信息完成统计表：	此题意在考查学生在全面调查中使用划记法等方法利用统计表整理数据的能力.

上学方式	步行	骑车	乘车
划记	正正正		
次数		9	
占百分比			40%

7. 如果你是班长想组织学生一次春游活动，用问卷的形式向全班同学进行调查，你设计的调查内容是（请列举一条）_____.	此题意在考查学生在制作调查问卷时问题的设置及语言的使用情况.
8. 某商场在“十一”长假期间平均每天的营业额是 15 万元，由此推算 10 月份的总营业额约为 15×31＝465（万元），你认为这样的推断是否合理？答：_____.	此题意在考查学生在抽样调查中根据数据获得信息、总结规律、做出判断的能力.
三、**判断题**（每小题 5 分，共 10 分）： 下面这几个抽样调查选取样本的方法是否合适，并说明理由.	
9. 为调查全校学生对购买正版书籍、唱片和软件的支持率，在全校所有的班级中任意抽取 8 个班级，调查这 8 个班级所有学生对购买正版书籍、唱片和软件的支持率.	通过这道题可以提醒学生：仅仅增加调查人数不一定能够提高调查质量，要仔细检查总体中的每个个体是否都有可能成为调查对象；并用以训练学生能合理的选取样本，这也是对以上几题的知识点的综合运用.
10. 为调查一个省的环境污染情况，调查省会城市的环境污染情况.	

续表

内　　容	设计意图
四、解答题：	
11.（10 分）开学之初，七年级一班的张老师为了安排座位，需要了解全班同学的视力情况，你认为张老师应采用哪种调查方法比较合适？说一说你的理由.	此题意在区分全面调查和抽样调查的应用条件，体味每种调查方式的不同特点，并引导学生能通过练习积累数学经验.
12.（12 分）课堂上老师布置给每个小组一个任务，用抽样调查的方法估计全班同学的平均身高，坐在教室最后面的小强为了争速度，立即就近向他周围的三个同学做调查，计算出他们四个人的平均身高后就举手向老师示意已经完成任务了. 小强所选用的这种抽样调查的方式你认为合适吗？为什么？	此题是为强调在抽样调查中选取的样本应具有代表性和随机性；而且样本要足够大，才能保证调查结果的准确性.
13.（16 分）老师想知道学生们每天在上学的路上要花多少时间，于是让大家将每天来校上课的单程时间写在纸上. 下面是全班 30 名学生单程所花的时间： 20，20，30，15，20，25，5，15，20，10，15，35，45，10，20，25，30，20，15，20，20，10，20，5，15，20，20，20，5，15. （1）你能设法将上述数据整理得较为清晰吗？ （2）请画出学生上学单程所花时间（5 分钟，10 分钟，15 分钟.....）出现次数的条形统计图. （3）根据调查结果，每天单程 20 分钟到校的学生有多少名？占全班学生人数的百分比是多少？你认为老师还能获得哪些信息？	通过本题综合考查学生整理数据，利用图表获得信息的能力.
五、小设计（20 分）：	
14. 张老师想针对“同学们上网都做些什么”为题在班级内作一次调查. （1）你在课上为此次调查设计一套完整方案. （2）在课后按照你所设计的方案进行调查，并对所得结果进行分析，你有什么结论？	这是一道开放性试题，意在考查学生们对本章知识的综合应用能力；同时考查学生将实际问题转化成数学问题的能力和根据实验结果抽象出数学结论的能力. 有意在考查学生们的相互合作意识.

测试题答案

1. B.
2. C.
3. C.
4. D.
5. B.
6. 正正、正正正一；15、16；37.5%、22.5%；
7. 如：你最想去哪玩.
8. 不合理.
9. 合适.
10. 不合适.
11. 全面调查.
12. 提示：因为小强他们四个坐在教室最后面，所以他们的身高平均数就会大于整个班级的身高平均数，这样的样本就不具有代表性了.
13. (1) 提示：按大小顺序排列即可.
    (2) 提示：注意相应数据的出现次数.
    (3) 12个、40%、如：每天花20分钟时间到校的学生最多.
14. 提示：呈现一份调查问卷，并把全过程尽可能全面清晰的展示出来，注意可操作性.