义务教育教科书

数　学

七年级　下册

教师用书



整式乘法 ⟷ 因式分解

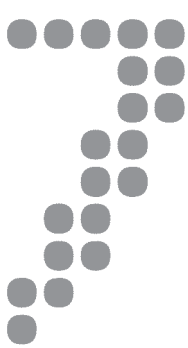
河北教育出版社

微信公众号：电子课本大全

义务教育教科书

数　学　七年级　下册

教师用书



河北教育出版社

微信公众号：电子课本大全

致 数 学 教 师

敬爱的老师们：

感谢您使用这套教科书！

依据教育部正式颁布的《义务教育数学课程标准(2011 年版)》(以下简称《标准(2011 年版)》)，配合修订并经教育部基础教育课程教材专家工作委员会审查通过的冀教版义务教育教科书《数学(七年级下册)》，我们对原教师用书进行了重编，供教师教学中参考.

一、教科书修订说明

依据《标准(2011 年版)》，我们对本套教科书进行了较大的修订.

1. 修订理念.

一套好的教科书的根本特征，应当是具有促进学生全面发展的教育功能. 全力把学科形态的数学课程打造成较好的“促进学生发展的教育形态”的数学课程，是我们这次教材修订的核心理念.

(1) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点，修订教材内容，安排知识结构与体系.

首先，素材选择的着眼点贴近学生的生活实际和已有的数学经验，本着“现实性”的原则，在相对严谨的情况下，知识的组织更符合学生的认知水平和年龄特征.

其次，努力使教科书的内容呈螺旋式上升，体现数感、符号意识、数学模型、推理意识、应用意识等核心概念逐步生成的过程.

(2) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点，构建知识的形成过程. 处理好“具体与抽象”“特殊与一般”“合情推理与演绎推理”“正向与逆向”以及“整体与部分”的关系，使知识的形成过程成为一个“数学化”的过程，一个“再创造”的过程.

(3) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点，设置课堂活动过程. 创设恰当的问题情境，向学生提供探究的机会，在教师恰当的组织、引领、合作之下，使学生体验到努力后的成功和问题解决后的喜悦，使学生的自信心、责任感、实践能力、创新意识和情感态度的培养目标落在实处.

(4) 以“促进学生发展的教育形态”为出发点，把“数学基本思想”渗透到数学内容中，增强数学知识的生命力. 坚持从现实开始，经过探索达到抽象，构建数学模型，进而验证、推广和应用.

2. 教材特色.

本次教科书修订有两个着力点，一是按《标准(2011 年版)》的要求，增减知识内容，调整整体结构、教学方式和学习方式；二是发扬优良的做法，克服缺陷与不足，力争在教师的“教”和学生的“学”两个方面做到互相兼顾，突出特色，打造亮点.

微信公众号：电子课本大全

（1）整合知识内容，确保数学知识和整体结构的科学性.

按照数学内在的知识结构，适度调整知识展现的先后顺序，对相关内容进行科学、合理的整合. 按照“螺旋上升”的原则，本着“提前体验渗透，适时集中揭示”的原则，对一些数学知识的呈现进行适度调整，以反映数学知识之间的密切联系.

（2）紧密围绕修订理念，努力渗透“数学基本思想”.

《标准(2011 年版)》明确提出了“基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验”四项培养目标，尤其是“数学基本思想”的提出，给教材编写带来了新的发展机遇. 在本次修订中，我们作了认真的梳理，并进行了积极的尝试.

（3）关注学生“基本活动经验”的积累，致力于改进学生的活动方式.

一是围绕数学本质特征，兼顾学生的生活经验和数学知识经验，继续做好“问题情境”的创设环节.

二是根据学生的认知规律和数学知识内容的需要，灵活组织教材编写内容的展开方式.

为此，设置了诸如“一起探究”“试着做做”“大家谈谈”等栏目. 具体展开方式有：问题式启发、对比式辨析、示例性引导、反思性总结、讨论式拓展等.

（4）重视教师的组织、引领作用，致力于教学方式的改进和完善.

学生是学习的主体，在学生的学习过程中，教师应发挥好主导作用，组织和引领学生开展有效的教学活动，取得良好的教学效果. 为此，在教科书的修订过程中，根据数学知识内容的本质属性，我们对有些内容作了较大的修改. 如数学概念、运算法则、代数基本性质、几何基本事实、定理的发现与证明等方面，一般都设计成了教师引领下的学生认知活动.

3. 知识结构和展开方式.

（1）数与代数.

修订后的教科书更加突出和强化“数与式—方程(不等式)—函数”之间的共性和内在联系，突出它们对数量和数量关系的“表达”和“刻画”的功能，更为明晰地展现了“数学模型”的形成过程及作用.

“数与代数”的学习，最重要的特征是“水平数学化”的过程，即由“实际问题中的数量关系”到“数学模型”的过程，其思维形式主要是“抽象”. “数学模型”“抽象”能力的培养，一是需要典型和适当的“具体”，二是需要恰当的“螺旋上升”. 修订中，“数与代数”内容的呈现方式，就是以创设这种螺旋上升的由“具体”到“抽象”的生成情境和过程为基本模式的.

（2）图形与几何.

修订后的教科书不再将推理的学习分为“合情推理”与“推理证明”两个阶段，而是将“合情推理”与“推理证明”两种推理形式，以对图形的“观察”“操作”为基础有机地融合在一起，以突出和强化“发现和提出问题，分析和解决问题”能力的培养.

“图形与几何”的学习，最主要的特征是认识和把握图形的性质和图形间的关系，其思维形式是以“观察”为基础的. 本套教科书的修订，“图形与几何”内容的呈现方式便是把“观察”“操作”“猜想到归纳”“概括并说理证明”作为最主要的模式.

微信公众号：电子课本大全

（3）统计与概率.

对原教科书中相关内容进行了整合，由原来的五章内容，调整为三章：“数据的收集与整理”“数据分析”和“随机事件的概率”.

统计内容的学习，结合大量有价值的实际问题，经历收集数据—整理和表示数据—数据分析—作出判断这样完整的过程，渗透统计思想，逐步培养学生数理统计分析观念.

（4）综合与实践.

从“课题学习”修订为“综合与实践”，内容变化较大，思维空间更广，研究性学习的特征更加明显. 修订后的教科书中，适当增加了一些“数学活动”的内容.

“综合与实践”内容的展开方式，一般为：情境(问题)—解决方案—启发与引导—问题解决—反思与交流.“数学活动”一般按“问题—活动”两个环节展开.

二、对教师的建议

经过十多年的课程改革和教学实践，人们对数学学习、数学教学和学习评价的认识也在不断的完善和发展，需要老师们进一步的理解和把握，并贯彻落实在教学实践当中.

1. 学习方式.

有意义的接受式学习和自主性学习都是学生进行学习的有效方式，二者应当有机结合，做到和谐统一.

“认真听讲”是一种有效的学习方式. 当然，这种学习方式与自主学习方式不能是对立的，而应是相互关联、相互协调的.

“积极思考”“动手实践”“自主探索”和“合作交流”是学生自主学习的重要方式，也是大力倡导的学习方式. 学生的数学学习应当是一个生动活泼的、主动的和富有个性的过程，在这个过程中，应当留给学生足够的时间和空间来经历观察、实验、猜测、计算、推理和验证等活动，使学生获得直接数学经验. 这种直接数学经验的获得，显然只有“认真听讲”是难以完成的，需要通过自主学习方式的有力支持才能实现. 当然，那些形式上的、无序的、无目的的所谓“自主”也是价值不大的、低效的，甚至是无效的.

2. 教学方式.

教学方式，一般说来没有固定的模式，应当根据具体的数学知识、内容、思想和方法，选择不同的教学方式. 教学方式的选择应有利于教与学两个方面共同开展，应有利于教学活动的有效开展. 目前，取得共识和肯定的教学方式有：

(1)“启发式”是我们的优秀教育传统，也是卓有成效的教学方式之一. 启发式教学的显著特征应当是：①激发学生的学习兴趣；②引发学生的数学思考；③培养学生良好的学习习惯；④帮助学生掌握正确的学习方法.

(2)“面向全体和因材施教”是我国的重要教育思想，也可以说是重要的教学方式. 教学中需要正确处理好二者之间的关系，既要关注全体学生的共同发展，也要关注学生的个性差异和个体需求，最终实现全体学生的全面发展.

3. 学习评价.

评价的根本目的是为了促进学生的发展. 学习评价的内容应包含以下三个方面：

(1)“四基目标”评价，应改变以往的以“双基”为主，以应试技能为重点的评价方

微信公众号：电子课本大全

式，在评价“基础知识和基本技能”的同时，关注数学“基本思想和基本活动经验”的评价，突出“发现和提出问题、分析和解决问题”能力的评价.

（2）过程性评价，是一种重要的评价形式，对于促进学生发展具有十分积极的意义和作用. 过程性评价，包括反馈学习信息、诊断学习问题的评价，激励学生学习积极性的评价，学生在学习活动中的态度和行为表现的评价，学习状况和教学状况的评价等方面. 教学中应给予高度的重视，认真、及时地进行过程性评价，做好过程性评价.

（3）多样性评价，指的是评价目标多元和评价方式多样双重意义，这是大力倡导的评价方法和方式. 应立足于学生的发展，立足于知识与技能、数学思考、问题解决、情感与态度四维目标，结合具体的评价内容，确定多角度、多层面、多维度的评价问题. 应改变一张试卷、一次考试下定论的做法，对学生的数学档案袋、数学反思小结、数学调查报告、数学观察记录、数学小课题等材料的评价，都是开展多样性评价的内容.

三、关于教师用书

（1）设计. 本套教师用书采用了与教科书“套排”的方式进行编写，它既包含相应教科书的全部内容，也包含教学和使用的建议.

（2）内容. 本套教师用书的内容包括：每章教科书内容的设计说明和教学建议，每节课的教学目标和每课时的教学活动建议，教科书内容的关注点，教科书栏目的注释和要求，练习题、习题和复习题的答案等.

（3）编写队伍. 本套教师用书是由教科书的所有编者共同参与编写的，他们是：杨俊英、王洁敏、缴志清、程海奎、王佐、徐建乐、苏桂海、李会芳、简友.

教师用书与教科书一样，它的开发和建设需要广大教育工作者的热情关心和大力支持，特别是需要您的积极参与，希望您能多提宝贵意见和建议，以便我们共同编好这套教师用书，更好地服务于数学教学.

编　者

2012 年 12 月

微信公众号：电子课本大全

目　　录

第六章教学说明和建议……（1）
第六章　二元一次方程组 ……（3）
6.1　二元一次方程组 ……（4）
6.2　二元一次方程组的解法 ……（8）
6.3　二元一次方程组的应用 ……（16）
6.4　简单的三元一次方程组* ……（22）
○　数学活动　一元一次方程的“试位解法” ……（26）
○　回顾与反思 ……（27）
○　复习题 ……（28）
第七章教学说明和建议……（31）
第七章　相交线与平行线 ……（33）
7.1　命题 ……（34）
7.2　相交线 ……（39）
7.3　平行线 ……（46）
7.4　平行线的判定 ……（50）
7.5　平行线的性质 ……（53）
7.6　图形的平移 ……（59）
○　回顾与反思 ……（64）
○　复习题 ……（65）
第八章教学说明和建议……（71）
第八章　整式的乘法 ……（73）
8.1　同底数幂的乘法 ……（74）
8.2　幂的乘方与积的乘方 ……（77）
8.3　同底数幂的除法 ……（82）
8.4　整式的乘法 ……（85）
8.5　乘法公式 ……（92）
○　读一读　杨辉三角 ……（98）
8.6　科学记数法 ……（99）
○　回顾与反思 ……（102）
○　复习题 ……（103）
第九章教学说明和建议……（105）
第九章　三角形 ……（107）
9.1　三角形的边 ……（108）
9.2　三角形的内角和外角 ……（111）

微信公众号：电子课本大全

9.3 三角形的角平分线、中线和高 …… (117)
○ 回顾与反思 …… (120)
○ 复习题 …… (121)
第十章教学说明和建议 …… (123)
第十章 一元一次不等式和一元一次不等式组 …… (125)
10.1 不等式 …… (126)
10.2 不等式的基本性质 …… (130)
10.3 解一元一次不等式 …… (133)
10.4 一元一次不等式的应用 …… (139)
10.5 一元一次不等式组 …… (142)
○ 回顾与反思 …… (147)
○ 复习题 …… (148)
第十一章教学说明和建议 …… (151)
第十一章 因式分解 …… (153)
11.1 因式分解 …… (154)
11.2 提公因式法 …… (156)
11.3 公式法 …… (160)
○ 数学活动 拼图与分解因式 …… (165)
○ 回顾与反思 …… (166)
○ 复习题 …… (166)
综合与实践一 透过现象看本质 …… (169)
综合与实践二 蓄水池建在哪里较好? …… (171)

微信公众号：电子课本大全

第六章教学说明和建议

一、设计说明

1. 本章的内容、地位和作用.

本章内容是以数、式运算为基础,以列代数式、等式为重点,继续了解和认识方程模型的意义和作用,运用方程解决简单实际问题的学习过程,也是数学模型思想的进一步揭示和发展.

本章内容主要包括:通过实例建立二元一次方程组模型,解二元一次方程组和用二元一次方程组解决一些实际问题. 此外,还介绍了简单的三元一次方程组的解法.

本章内容的开始是通过对具体问题,利用不同的解决方法来体现建立二元一次方程组模型的优越性,这不仅显示了二元一次方程组模型的重要作用,也为以后学习一般的线性方程组以及在多个方面的应用打下基础. 另外,本章内容所体现的模型化思想和通过消元实现的化归思想,都对学生数学能力的提高和发展有着极为重要的作用.

2. 本章内容呈现方式及特点.

(1)以“知识背景—知识形成—揭示联系”的方式,呈现新的知识. 例如,大桶与小桶各盛多少酒的问题,在解决问题的过程中,揭示了一元一次方程与二元一次方程组之间的联系. 以“问题情境—建立模型—求解验证”的方式,呈现探究的过程. 例如,“鸡兔同笼”问题,就是使学生根据已有的知识将实际问题转化为二元一次方程组模型的过程,再进行验证,得出问题的解. 这种呈现方式,较好地实现了将实际问题数学化的过程,有利于学生积累数学活动经验,提高发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力.

(2)在二元一次方程组的解法中,强化了消元方法和它所体现的化归思想,淡化了解法中的技巧,着重体现了消元和化归的数学思想方法.

(3)在用二元一次方程组解决实际问题时,突出了以“逐步抽象”的方式来实现数学化. 这样做,一方面更能体现模型化思想,另一方面也使学生分析问题和解决问题的能力通过这样的途径得到提高.

(4)在呈现方式上,课文和习题中提供了大量的具有趣味性、现实性、挑战性的问题,较好体现了数学知识与现实生活的联系. 同时,尽可能给予学生自主探索的情境,为学生形成积极思考、动手实践、自主探索、合作交流等学习方式,提供了更大的空间.

二、教学目标

1. 让学生经历从实际问题中抽象出二元一次方程(组)的过程,进一步体会方程模型在解决现实问题中的地位和作用.

2. 了解二元一次方程和二元一次方程组及它们的解.

3. 会用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组. 能根据方程组的情况选择合适的解法.

4. 理解代入消元法和加减消元法的意义,并能从中感悟“化归”思想(将“二元”化为“一元”,将“未知”化为“已知”,将“复杂”化为“简单”等).

微信公众号:电子课本大全

5. 会将一些实际问题通过建立二元一次方程组来求解，通过分析和解决问题的过程，增强学生的数学应用意识.

三、教学建议

1. 教科书为学生提供了主动观察、思考、探究和交流的内容，因此教师要为学生的活动提供充足的时间和空间，引导学生积极思考，帮助学生主动探究，鼓励学生表达与交流，从而使学生较好地理解与掌握本章内容，发展思维能力.

2. 教师应准确地把握本章的教学目标，在教学中要做到三个突出：第一，突出由实际问题抽象出二元一次方程组模型的过程；第二，突出解二元一次方程组中的消元方法与化归思想；第三，突出将实际问题中的数量关系抽象为符号表示的过程.

3. 教学中，在设计问题和对学生进行启发引导时，要注意一个“联系”，一个“过渡”. 一个联系，就是要时刻关注与一元一次方程的联系. 教材中关于二元一次方程模型的引入，以及解法中的探索，都体现了这一点. 一个过渡，就是要时刻关注思维“桥梁”的搭建，如从实际问题到方程要有逐步抽象的过程，由二元一次方程组到一元一次方程要经过“消元”的过程. 教师的作用不是简单地告诉学生问题如何去解，而是提示“联系”，引导“过渡”，为学生搭建思维和探索之“桥梁”.

4. 教学中，要根据学生的实际情况，为学生构造恰当的探索、研究、交流的时间和空间. 第一，要善于激发和调动学生的积极性；第二，要善于利用“联系”与“过渡”，为学生设置经过努力可以解决的问题和任务.

四、课时建议

6.1	二元一次方程	1 课时
6.2	二元一次方程组的解法	3 课时
6.3	二元一次方程组的应用	2 课时
6.4	简单的三元一次方程组*	1 课时
	回顾与反思	1 课时
	机　动	1 课时
	合　计	9 课时

五、评价建议

1. 知识与技能的评价. 应关注将实际问题中的数量关系抽象为二元一次方程组的情况，注重解二元一次方程组消元法的运用情况. 知识与技能的考查要侧重这两个方面，而不要单纯以最后的结果做唯一的标准，要从过程中发现激励学生进步的积极因素进行评价.

2. 注重对学习活动过程的评价. 关注是否认真听讲、积极思考；关注参与活动是否积极，是否能主动探索，是否主动与同伴进行交流与合作；关注是否能够寻求到解决问题的策略等方面的评价.

3. 重视对学生能否发现和提出问题、分析和解决问题的评价. 学习过程中，要注重学生所表现出的数学思考能力，一要关注学习过程，二要关注学生在学习中各方面的表现，作为考查内容.

4. 关注对学习有困难的学生的积极评价. 评价他们参与活动的情况及学习的进步情况，帮助他们树立学好数学的信心. 同时，鼓励学生应用二元一次方程组解决身边或现实中的问题，有实际意义的应视为好的成绩. 对学习态度和探索精神也要作为考查的内容.

微信公众号：电子课本大全

第六章

二元一次方程组

在本章中，我们将学习

- 二元一次方程组
- 二元一次方程组的解法
- 二元一次方程组的应用
- 简单的三元一次方程组*

$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94 \end{cases}$

根据大马和小马的对话，你能求出大马和小马各驮了几包物品吗？



章题页中以“大马与小马”的对话为问题情境，提出了想要解决的问题，简要体现了这一章将要学习的内容.

设置这个问题情境的目的是提高学生学习的兴趣，激发学生的求知欲.

这个问题用二元一次方程组去解决非常方便，并借此说明二元一次方程组这种数学模型的重要性.

在教学中，教师可以利用章题页提供的图片及文字素材，先分析问题中数量关系，再分别用一个未知量和两个未知量来表示，以此导入新课.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 通过实例，使学生认识二元一次方程和二元一次方程组都是反映数量关系的重要数学模型.

2. 了解二元一次方程和它的解，了解二元一次方程组和它的解. 会判断一组未知数的值是否为二元一次方程组的解.

3. 会把一些简单的实际问题中的数量关系，用二元一次方程组表示出来.

观察与思考

通过观察思考，体会到同一个问题中的数量关系，通过设一个或两个未知数都可以表示出来，但用两个未知数来表示更便于列出方程.

(1)共同点是它们都是方程；前者是用一个方程来表示数量关系的，其中进行了一次运算(28－5x)，后者是直接用两个方程来表示数量关系的.

(2)所给值满足方程.

6.1 二元一次方程组

方程是解决实际问题的重要数学工具. 我们已经学习了一元一次方程，从本节开始，我们研究二元一次方程组的解法及应用.

观察与思考

某酒厂有大小两种存酒的木桶，已知 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 28 升，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 20 升. 那么，1 个大桶和 1 个小桶分别可盛酒多少升？

观察下面解决问题的过程：

设一个未知数	设两个未知数
设 1 个大桶盛酒 x 升，则 1 个小桶盛酒(28－5x)升. 根据题意，列方程，得 $x+5(28-5x)=20$. 解这个一元一次方程，得 $x=5$. 从而，得 $28-5x=3$. 即 1 个大桶盛酒 5 升，1 个小桶盛酒 3 升.	设 1 个大桶盛酒 x 升，1 个小桶盛酒 y 升. 根据题意，可得方程 $5x+y=28$，　① $x+5y=20$.　② 大桶和小桶的容积应当是同时满足方程①和②的未知数的值.

(1) 比较方程 $x+5(28-5x)=20$ 和方程 $5x+y=28$ 及 $x+5y=20$，它们的共同点是什么，不同点是什么？

(2) $x=5$，$y=3$ 是否同时满足方程①和②？

像 $5x+y=28$ 和 $x+5y=20$ 这样，含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的方程，叫做**二元一次方程**(linear equation with two unknowns).

使二元一次方程两边相等的两个未知数的值，叫做这个**二元一次方程的**

教学建议

由于学生已经学习了一元一次方程，其建立模型的过程和方法为二元一次方程的学习搭好了阶梯，因此，应将这两者之间的联系和区别贯穿于整个教学活动中.

1. 对于“观察与思考”，应引导学生进行观察、思考、对比和分析，理解问题中的“等量关系”可以有两种不同的表示方法. 这样安排的目的有两个：一是让学生体会设两个未知数寻找问题中的等量关系，比设一个未知数寻找问题中的等量关系要简单；二是让学生了解由一元一次方程求得的解，就是二元一次方程组中两个未知数的值，从而为研究二元一次方程组的解埋下伏笔.

2. 结合提出的问题向学生介绍二元一次方程和它的解. 对于二元一次方程的解，要通过学生自己的活动去感受“有无数个解”.

微信公众号：电子课本大全

一组解.

如 $x=5$，$y=3$ 是方程 $5x+y=28$ 的一组解，也是方程 $x+5y=20$ 的一组解. 一般地，将二元一次方程的一组解记为 $\begin{cases}x=5,\\y=3\end{cases}$ 的形式.



已知甲数的 2 倍与乙数的 3 倍之和是 12，甲数的 3 倍与乙数的 2 倍之差是 5. 求这两个数.

(1) 列一元一次方程求解.

(2) 如果设甲数为 x，乙数为 y，请根据问题中的等量关系，列出含两个未知数的一组方程.

(3) 用一元一次方程求得的甲数和乙数，代入(2)中所列的这组方程中，检验方程两边是否相等.



结合以上两个问题，请你谈谈列“含一个未知数”的方程和列“含两个未知数”的方程的区别与联系.



1. 对于二元一次方程，任意给定未知数 x 的一个值，你能求出满足方程的未知数 y 的值吗？填写下表.

$2x+3y=12$	x	…	2	3	4	5	…
	y	…					…
$3x-2y=5$	x	…	2	3	4	5	…
	y	…					…

2. 分别写出方程 $2x+3y=12$ 和方程 $3x-2y=5$ 的四组解. 你还能找出这两个方程的其他解吗？一个二元一次方程有多少组解？

3. 是否有同时满足这两个方程的一组解？若有，请你指出是哪组解.

由几个方程组成的一组方程叫做方程组. 含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1 的方程组，叫做**二元一次方程组**(system of linear equations of two unknowns). 二元一次方程组中方程的公共解叫做这个**二元一次方程组的解**.

试着做做

进一步让学生体会由列一元一次方程求得的解，满足含有两个未知数的两个二元一次方程.

(1)设甲数为 x，则乙数为 $\frac{1}{3}(12-2x)$，列方程为 $3x-\frac{2}{3}(12-2x)=5$. 解得 $x=3$. 答：甲数是 3，乙数是 2.

(2)$2x+3y=12$，$3x-2y=5$.

(3)相等.

大家谈谈

区别：含有未知数的个数不同.

联系：它们都是方程，含有“一个未知数”的方程实质上进行了一次运算，含有“两个未知数”的方程，是把等量关系直接表示了出来.

一起探究

1. 略. 2. 略. 3. $\begin{cases}x=3,\\y=2.\end{cases}$

3.“试着做做”，它是在介绍二元一次方程和它的解之后，对“观察与思考”的进一步体会与巩固. 教学中，要求学生独立完成，同时，应关注学习有困难的学生，引导他们参与到活动中来，帮助他们树立学好数学的信心.

4.“试着做做”和“大家谈谈”的目的有两个：一是进一步认识“含有一个未知数”的方程与“含有两个未知数”的方程的区别与联系；二是让学生感受用二元一次方程组能够更好地刻画上述问题中的数量关系.

5. 让学生独立完成“一起探究”，必要时相互交流或教师进行引导. 使学生从中体会满足一个二元一次方程的解有无数组. 通过实际验证，体会同时满足两个二元一次方程的解只有一组，为引出二元一次方程组和它的解的概念做好准备.

微信公众号：电子课本大全

一般地，二元一次方程组记作$\begin{cases}2x+3y=12,\\3x-2y=5\end{cases}$的形式，而$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$是这个方程组的解.

现阶段，我们只研究含有两个方程的二元一次方程组.

练 习

1. 把方程$2x+y=4$写成用含x的代数式表示y的形式：$y=$_____.

2. 下列方程中，哪个是二元一次方程？

(1) $xy=3$；　　(2) $2x^2-y=9$；

(3) $\frac{1}{x}=x$；　　(4) $8x-y=3$.

3. 下列方程组中，哪个是二元一次方程组？

(1) $\begin{cases}x+y=3,\\2x+y=7;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3a-2b=1,\\c+d=2;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x^2=4,\\y=nx;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}x+y=6,\\x^2-y=4.\end{cases}$

习 题

A 组

1. 已知二元一次方程$2x+y=7$. 当$x=3$时，$y=$____；当$y=3$时，$x=$____.

2. 下列哪组x，y的值是方程组$\begin{cases}2x+y-46=0,\\3x+y-59=0\end{cases}$的解？

(1) $\begin{cases}x=-13,\\y=-20;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x=-13,\\y=20;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=13,\\y=20;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}x=20,\\y=13.\end{cases}$

3. 已知4辆小卡车和5辆大卡车一次能运货52 t，10辆小卡车和3辆大卡车一次能运货54 t. 设每辆小卡车每次能运货x t，每辆大卡车每次能运货y t，列二元一次方程组.

练 习

1. $4-2x$.

2. (4).

3. (1).

习 题

A 组

1. 1；2.

2. (3).

3. $\begin{cases}4x+5y=52,\\10x+3y=54.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

B 组

1. 某山区县的林地面积和耕地面积原来共有 180 km^2，该县响应国家“退耕还林”号召，将一部分耕地恢复为林地后，林地面积增加了 56%，耕地面积减少了 70%. 设原有耕地面积为 x km^2，林地面积为 y km^2，列二元一次方程组.
2. 某两位数，两个数位上的数之和为 11. 这个两位数加上 45，得到的两位数恰好等于原两位数的两个数字交换位置所表示的数. 求原两位数.
   (1) 列一元一次方程求解.
   (2) 设原两位数的十位数字为 x，个位数字为 y，列二元一次方程组.
   (3) 检验(1)中求得的结果是否满足(2)中的方程组.

B 组

1. $\begin{cases} x+y=180, \\ (1-70\%)x+(1+56\%)y=180. \end{cases}$
2. (1)设个位上的数字为 x，则十位上的数字为(11−x)，依题意得 10(11−x)+x+45=10x+(11−x). 解得 x =8. 这个两位数是 38.

   (2) $\begin{cases} x+y=11, \\ 10x+y+45=10y+x. \end{cases}$

   (3)满足.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 理解并掌握解二元一次方程组的方法，能熟练地运用“代入消元法”或“加减消元法”解方程组.

2. 体会解二元一次方程组中的“消元”思想，感受“化归”思想的广泛作用，发展学生分析问题和解决问题的能力及运算技能，进一步激发学生学习数学的兴趣.

一起探究

(1)将方程①变形后代入②得到的.

(2)它们都表示的是“足数”.

(3)代入方程③或①，求出相应的值.

(4)选择一个方程，将其中一个未知数用另一个未知数表示，代入另一个方程中，化为一元一次方程，求得其解，再求出另一个未知数的解.

6.2 二元一次方程组的解法

解二元一次方程组的基本方法是：通过“消元”，将二元一次方程组化为一元一次方程来求解. 怎样进行“消元”呢?



对于“鸡兔同笼”问题(上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何?)：

列一元一次方程	列二元一次方程组
设鸡有 x 只. 根据题意列方程，得 $2x+4(35-x)=94.$ ＊ 解这个一元一次方程，得 $x=23.$ 从而，得 $35-23=12.$ 即鸡有 23 只，兔子有 12 只.	设鸡有 x 只，兔子有 y 只. 根据题意，可得方程组 $\begin{cases}x+y=35, & ①\\ 2x+4y=94. & ②\end{cases}$ 由①，得 $y=35-x.$ ③ 将③代入②，得 $2x+4(35-x)=94.$ ④

(1) 由方程组$\begin{cases}x+y=35,\\ 2x+4y=94\end{cases}$是怎样得出方程④的?

(2) 说明方程④和方程＊完全相同的理由.

(3) 你会解方程④吗? 由④解出 x 的值以后，怎样求出 y 的相应的值?

(4) 从中你能体会到怎样解二元一次方程组吗?

例 1 求二元一次方程组

$$\begin{cases}y=x-6, & ①\\ x+2y=9 & ②\end{cases}$$

的解.

解：将①代入②，得

$$x+2(x-6)=9.$$

教学建议

二元一次方程组的解法，属于技能的范畴，按照一定的程序，认真仔细地进行相关计算即可得解. 重要的是解二元一次方程组的思维方法，即消元、化归. 因此，教学中应突出这样两点：第一，创设恰当的问题情境和铺设合适的台阶，尽可能激励学生通过观察、比较、思考和归纳概括，发现和总结出消元、化归的思想方法；第二，让学生通过亲自实践，体会消元法的意义.

本大节分 3 个课时，应将“消元、化归”的思维方法贯穿始终.

1. 对于第一课时中的“一起探究”，应当给予学生充分的探究时间和空间，尽可能由学生独立完成，使学生明白其中的道理. 在进行教学时，还可以提出以下三个问题供学生思考：

(1)这两种列方程的方法，它们的相同点与不同点都有哪些?

微信公众号：电子课本大全

解这个一元一次方程，得

$$x=7.$$

将 $x=7$ 代入①，得

$$y=1.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases}x=7,\\y=1.\end{cases}$$

将方程组中一个方程的某个未知数用含另一个未知数的代数式表示出来，代入另一个方程中，消去一个未知数，得到一元一次方程，通过解一元一次方程，求得二元一次方程组的解. 这种解方程组的方法叫做**代入消元法**(elimination by substitution)，简称代入法.

求二元一次方程组的解的过程叫做解二元一次方程组.



解二元一次方程组

$$\begin{cases}x+y=10, & ①\\x-2y=4. & ②\end{cases}$$

方程①可变形为

$$x=10-y. \quad ③$$

将③代入②，得

$$10-y-2y=4.$$

解这个方程，得

$$y=2.$$

将 $y=2$ 代入③，得

$$x=8.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases}x=8,\\y=2.\end{cases}$$

观察上面的解题过程，你还有其他的解法吗？请你试一试，并把你的想法和同学们进行交流.

大家谈谈

代入法，一般是将方程组中系数较为简单的一个方程变形后代入另一个方程，达到消元的目的.

本题也可以将方程②变形为 $x=2y+4$，再代入方程①求解.

(2)方程①、②中同一个未知数表示的是同一个数量吗？它们与方程＊有怎样的联系？

(3)由方程①、②得到方程④所运用的方法是什么，为什么可以这样做？

2. 对于例 1，教师应结合“一起探究”，强调二元一次方程组解法的基本思想：将解二元一次方程组转化为解一元一次方程. 这种转化的方法就是“消元”.

3. 对于“大家谈谈”，学生的认识可能不到位，意见不一致，也可能有新的解法(预习教材的学生也可能用“加减消元法”)，但这些思考过程都是有益的，教师应关注学生的自我思考并寻找解决问题的途径和方法.

4. 对于解二元一次方程组的基本思路，先让学生谈自己的看法，并反复交流，然后教师再总结.

微信公众号：电子课本大全

练 习

(1) $\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=6,\\y=-3.\end{cases}$

习 题

A 组

(1) $\begin{cases}x=-1,\\y=1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=7,\\y=2;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=-2,\\y=-\dfrac{7}{2};\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

B 组

1. (1) $\begin{cases}x=2,\\y=-1;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}m=3,\\n=2.\end{cases}$

2. $\begin{cases}2x+3y=26,\\x+y=11.\end{cases}$

答:苹果的价格是 7 元/千克,梨的价格是 4 元/千克.



用代入消元法解下列方程组:

(1) $\begin{cases}y=2x-3,\\3x+2y=8;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}4x-y=27,\\2x+3y=3.\end{cases}$



A 组

解下列方程组:

(1) $\begin{cases}y=x+2,\\6x+5y=-1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}3x-5y=11,\\x+4y=15;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x-2y=5,\\5x-3y=\dfrac{1}{2};\end{cases}$ (4) $\begin{cases}2x-y=3,\\3x+2y=8.\end{cases}$

B 组

1. 解下列方程组:

(1) $\begin{cases}4x+3y=5,\\x-2y=4;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}2m-n=4,\\2m+3n=12.\end{cases}$

2. 大刚和小亮到同一家超市购买水果. 大刚买了 2 kg 苹果和 3 kg 梨,共花了 26 元;小亮买了 1 kg 苹果和 1 kg 梨,共花了 11 元. 设苹果和梨的价格分别为 x 元/千克和 y 元/千克,请你列出方程组,并求出苹果和梨的价格.

下面,我们进一步学习代入消元法.

例 2 解方程组

$$\begin{cases}3x+10y=14, & ①\\10x+15y=32. & ②\end{cases}$$

解:由方程①,得

$$3x=14-10y,$$

* * * * * * * * * * *

教学建议

一般说来,任意一个二元一次方程组都可以用代入消元法求解. 本节课是用代入消元法解二元一次方程组的继续和发展(系数相对复杂一些),目的是让学生巩固和熟练掌握这种解法,同时,也暗示着加减消元法即将开始.

1. 对于本节的两个例题,应首先让学生来独立完成. 在这个过程中,可提出下列问题:

(1)将其中一个方程变形,用含 y 的代数式表示 x,或用含 x 的代数式表示 y,结果是怎样的?

(2)将 x 或 y 的表达式代入另一个方程中,得到一个什么样的一元一次方程?

(3)这个一元一次方程的解是什么,方程组的解是什么?

对于学生各种不同的解法,由学生自己向大家展示并讲解,鼓励其他学生进行点评,教

微信公众号:电子课本大全

$$x=\frac{14-10y}{3}. \quad ③$$

将③代入②，整理，得

$$140-55y=96.$$

解这个一元一次方程，得

$$y=\frac{4}{5}.$$

将 $y=\frac{4}{5}$ 代入③，得

$$x=2.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases}x=2,\\ y=\frac{4}{5}.\end{cases}$$

例 3 解方程组

$$\begin{cases}7x+4y-10=0, & ①\\ 4x+2y-5=0. & ②\end{cases}$$

解：原方程组可化为

$$\begin{cases}7x+4y=10, & ③\\ 4x+2y=5. & ④\end{cases}$$

由方程④，得

$$y=\frac{5-4x}{2}. \quad ⑤$$

将⑤代入③，整理，得

$$10-x=10.$$

解得

$$x=0.$$

将 $x=0$ 代入⑤，得

$$y=\frac{5}{2}.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases}x=0,\\ y=\frac{5}{2}.\end{cases}$$

师应对每一种解法给予相应的肯定，不当之处予以纠正.

2. 对于“大家谈谈”，应当由学生进行总结，并充分交流，要使学生认识到：对于每一个二元一次方程组，如果用代入消元法来解，都可以有四种不同的形式(两个方程选其一，两个未知数选其一). 为了减少复杂的计算，一般选择较简单的方程或一个未知数的简单表达形式，这就需要对每个方程各未知数的系数情况作比较分析，并根据自己的认识进行选择.

在学生的交流过程中，教师应着重引导学生认识“消元”“化归”的思维方法.

微信公众号：电子课本大全

大家谈谈

结合下列实例和图示，说一说怎样运用“代入消元法”解二元一次方程组.

二元一次方程组 $\begin{cases}x=10-y,\\x-2y=4\end{cases}$ —得解→ $\begin{cases}x=8,\\y=2\end{cases}$

转化 ↓　　代入消元 ↓　　得解 ↑

一元一次方程 $(10-y)-2y=4$ —求解→ $y=2$ —代入→ $x=10-y$ —求解→ $x=8$

练　习

用代入消元法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x+2y=5,\\6x-5y=1;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}5x+2y=15,\\8x+3y=23.\end{cases}$

习　题

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}7x-3y=-1,\\4x-5y=-17;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}10x+3y+1=0,\\4x+5y+8=0;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3a=5b,\\2a-3b=1;\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}3m-5n=8,\\6m+5n-1=0.\end{cases}$

2. 一个两位数，十位上的数与个位上的数之和是 8，个位数字与十位数字交换后所得新数比原数大 18. 求这个两位数.

除了可以运用代入法解二元一次方程组外，还有其他方法解二元一次方程组吗？

一起探究

1. 观察二元一次方程组

$$\begin{cases}5x+3y=16,&①\\2x-3y=-2&②\end{cases}$$

中未知数的系数，有什么特点？

* * * * * * * * * * *

大家谈谈

解二元一次方程组是通过解一元一次方程来实现的，实现这个过程需要“转化”，转化的办法是“代入消元”，即“化归”.

练　习

(1) $\begin{cases}x=1,\\y=1;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x=1,\\y=5.\end{cases}$

习　题

1. (1) $\begin{cases}x=2,\\y=5;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2},\\y=-2;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}a=5,\\b=3;\end{cases}$　(4) $\begin{cases}m=1,\\n=-1.\end{cases}$

2. 35.

一起探究

1. 两个方程中未知数 y 的系数互为相反数.

教学建议

对于“加减消元法”的引入，既可以用课文的处理办法直接展开，也可以对例题中方程组先用“代入消元法”求解（小亮的解法），分析系数后再寻求另外解法（小红的解法），还可以另外组织例题进行求解. 总之，应根据学生的实际情况和教师的教学经验，灵活组织教学. 加减消元法和代入消元法一样，都是解二元一次方程组的方法. 对于一个具体的二元一次方程组，究竟选择哪种方法求解较好，应具体问题具体分析，不宜刻意强调.

1. 对于“一起探究”中的方程组，先让学生探究这两个方程系数的特点，然后提出问题：方程①中未知数 y 的系数是 $+3$，方程②中未知数 y 的系数是 -3，能否根据这一特点，经过变形，实现消元，得到一个一元一次方程？让学生独立思考、展开讨论，然后按自己的想法去解，再进行交流. 这样就把小亮和小红的想法真正体现在学生的探究与活动之中.

微信公众号：电子课本大全

2. 根据你发现的特点，试解这个方程组.

小亮的思路(代入消元)

由②，得

$$3y=2x+2. \quad ③$$

将③代入①可消去未知数 y，得

$$5x+2x+2=16. \quad ④$$

解一元一次方程④，求出 x 的值后再代入①，得到方程组的解为

$$\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$$

小红的思路

两个方程中未知数 y 的系数互为相反数，将方程①、②左右两端分别相加，可消去未知数 y，得

$$5x+2x=16-2. \quad ⑤$$

解一元一次方程⑤，求出 x 的值后再代入①，得到方程组的解为

$$\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$$

3. 小亮和小红采用不同的方法，都先消去了未知数 y. 他们的解题依据是什么?

下面，我们按照小红的思路解方程组.

例 4 解方程组

$$\begin{cases}5x+3y=16, & ①\\2x-3y=-2. & ②\end{cases}$$

解：①+②，得

$$7x=14,$$

$$x=2.$$

把 $x=2$ 代入①，得

$$10+3y=16,$$

$$y=2.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$$

当两个方程中同一个未知数的系数互为相反数或相等时，采用将两个方程左右两边分别相加(或相减)的方法“消元”较简便.

2. 略.

3. 两个方程中同一个未知数表示的是同一个数量，以及等式的性质.

2. 应由学生先独立完成“做一做”的内容，使学生进一步体会：当两个方程中同一个未知数的系数互为相反数或相等时，采用将两个方程左右两边分别相加(或相减)的方法“消元”比较简便，然后师生共同总结概括.

3. 对于例 5，应引导学生探索：如果仍想用上面的方法来解，根据方程的性质做怎样的变形，才能满足条件. 然后让学生去做. 对学生的各种解法进行交流，师生结合“大家谈谈”共同总结出利用“加减消元法”解二元一次方程组的一般步骤.

微信公众号：电子课本大全

做一做

将方程 $3x+2y=7$ 减去 $3x+y=5$，可得 $\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

大家谈谈

1. 结合实例与图示，师生共同归纳总结解二元一次方程组的步骤.

2. 注意观察两个方程中同一个未知数的系数情况，再选择合适的方法求解.

做一做

解方程组

$$\begin{cases}3x+2y=7,\\3x+y=5.\end{cases}$$

两个未知数的系数既不相等，也不互为相反数，怎么办?

例 5 解方程组

$$\begin{cases}5x+6y=7, & ①\\2x+3y=4. & ②\end{cases}$$

解：②×2，得

$$4x+6y=8. \quad ③$$

①−③，得

$$x=-1.$$

把 $x=-1$ 代入②，得

$$-2+3y=4,$$

$$y=2.$$

所以，原方程组的解为

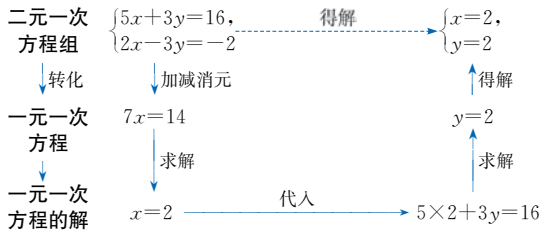
$$\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$$

将二元一次方程组中两个方程相加(或相减，或进行适当变形后再加减)，消去一个未知数，得到一元一次方程. 通过求解一元一次方程，再求得二元一次方程组的解. 这种解方程组的方法叫做**加减消元法**(elimination by addition or subtraction)，简称**加减法**.

大家谈谈

结合下列图示，谈一谈用加减消元法解二元一次方程组的基本过程是怎样的，解方程组时应注意哪些事项.

微信公众号：电子课本大全



练 习

1. 用加减消元法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}x+y=5,\\x-y=3;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}m-n=1,\\2m+3n=7.\end{cases}$

2. 用加减消元法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}7x-2y=3,\\9x+2y=-19;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x+2y+2=0,\\7x-4y+41=0.\end{cases}$

习 题

A 组

1. 用加减消元法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2x+y=3,\\3x-y=7;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}2x+3y=17,\\2x+4y=16;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x+9y=13,\\\frac{4}{3}(x-1)-y=\frac{1}{3};\end{cases}$　(4) $\begin{cases}\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=9,\\x-y=12.\end{cases}$

2. 若方程 $ax+by=10$ 的两组解是 $\begin{cases}x=6,\\y=-4\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=2,\end{cases}$ 试求 a，b 的值.

B 组

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}5x-6y=9,\\7x-4y=-5;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3(x-1)=y+5,\\5(y-1)=3(x+5).\end{cases}$

2. 一个两位数，十位上的数与个位上的数之和是 7，如果把这个两位数加上 9，所得的两位数的个位数字、十位数字恰好分别是原来两位数的十位数字和个位数字. 求这个两位数.

练 习

1. (1) $\begin{cases}x=4,\\y=1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}m=2,\\n=1.\end{cases}$

2. (1) $\begin{cases}x=-1,\\y=-5;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=-5,\\y=\frac{3}{2}.\end{cases}$

习 题

A 组

1. (1) $\begin{cases}x=2,\\y=-1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=10,\\y=-1;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=\frac{78}{5},\\y=\frac{18}{5}.\end{cases}$

2. $a=3, b=2$.

B 组

1. (1) $\begin{cases}x=-3,\\y=-4;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=5,\\y=7.\end{cases}$

2. 34.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 通过实际问题，使学生感受二元一次方程组的应用价值，加深学生对数学模型的认识，增强数学的应用意识.

2. 通过将实际问题中的数量关系转化为二元一次方程组，体会数学化的过程，提高分析问题和解决问题的能力.

3. 培养学生的探索精神和合作意识.

一起探究

1. 大马驮的物品数减 1 等于小马驮的物品数加 1.

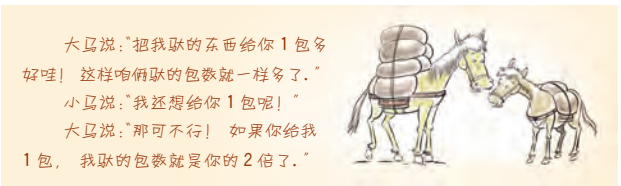
大马驮的物品数加 1 等于小马驮的物品数减 1 后的 2 倍.

2. $\begin{cases} x-1=y+1, \\ x+1=2(y-1). \end{cases}$

6.3 二元一次方程组的应用

我们已经学习了二元一次方程组及其解法. 现在，利用二元一次方程组来解决一些实际问题.

大马和小马驮着货物在途中有一段对话，如下图.



根据大马和小马的对话，你能求出大马和小马各驮了几包货物吗？

一起探究

1. 大马的两句话，说出了两个等量关系，这两个等量关系是什么？

2. 如果设大马驮物 x 包，小马驮物 y 包，那么列出的二元一次方程组是怎样的？

3. 请你试着解出 2 中所列的二元一次方程组，并和同学们进行交流.

小明的解答过程如下：

解：因为

大马驮物包数$-1=$小马驮物包数$+1$，

大马驮物包数$+1=$(小马驮物包数$-1)\times 2$.

所以，若设大马驮物 x 包，小马驮物 y 包，则有

$$\begin{cases} x-1=y+1, \\ x+1=2(y-1). \end{cases}$$

整理，得

$$\begin{cases} x-y=2, & ① \\ x-2y=-3. & ② \end{cases}$$

教学建议

用二元一次方程组解决实际问题是一个数学化的过程. 在这个过程中，主要环节是将实际问题情境中的数量关系抽象出来，用二元一次方程组表示，关键环节是建立问题中的数量关系. 教学中，应重点关注问题中数量关系的分析过程. 用二元一次方程组解决实际问题，一般应按照下列思路来展开：实际问题—转化为文字语言表述的数量关系—用未知数表示等量关系—列出方程—求解方程—作答.

1. 对于"大马和小马驮物"的问题，第一句话蕴含了一个等量关系，其中应注意"谁减 1"和"谁加 1"，不能只减不加或只加不减. 第三句话又蕴含着另一个等量关系，其中应注意"谁加 1"和"谁是谁的 2 倍".

2. 对于例 1，也可以让学生独立思考，并按下面的思维层次进行：

微信公众号：电子课本大全

①－②，得

$$y=5.$$

将 $y=5$ 代入①，得

$$x=7.$$

所以，方程组的解为

$$\begin{cases}x=7,\\y=5.\end{cases}$$

答：大马驮物 7 包，小马驮物 5 包.

你与小明的解答一样吗?

例 1 化肥厂往某地区发运了两批化肥，第一批装满了 9 节火车车厢和25 辆卡车，共运走了 640 t；第二批装满了 12 节火车车厢和 10 辆卡车，共运走了 760 t. 平均每节火车车厢和每辆卡车分别装运化肥多少吨?

分析：本题中的等量关系是：

第一批，9 节火车车厢运货吨数＋25 辆卡车运货吨数＝640；

第二批，12 节火车车厢运货吨数＋10 辆卡车运货吨数＝760.

解：设平均每节火车车厢装运化肥 x t，每辆卡车装运化肥 y t.

根据题意，得

$$\begin{cases}9x+25y=640,\\12x+10y=760.\end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases}x=60,\\y=4.\end{cases}$$

答：平均每节火车车厢装运化肥 60 t，每辆卡车装运化肥 4 t.

做一做

某车间有工人 660 名，生产甲、乙两种零件. 已知每人每天平均生产甲种零件 14 个或乙种零件 20 个，1 个甲种零件与 2 个乙种零件为一套. 如何调配人员可使每天生产的两种零件刚好配套?

(1) 找出本题中的等量关系.

(2) 适当设未知数，列出方程组.

(3) 解这个方程组，并回答上面提出的问题.

做一做

(1)生产甲种零件的人数＋生产乙种零件的人数＝660；甲种零件的个数×2＝乙种零件的个数.

(2)设生产甲种零件的工人有 x 名，生产乙种零件的工人有 y 名，列方程组为 $\begin{cases}x+y=660,\\2\times(14x)=20y.\end{cases}$

(3)解得 $\begin{cases}x=275,\\y=385.\end{cases}$

答：生产甲种零件的工人有 275 名，生产乙种零件的工人有 385 名.

(1)对问题进行审读思考；

(2)用文字语言表述问题中的等量关系；

(3)设未知数，用二元一次方程组表示出这些等量关系.

3. 对于求出的二元一次方程组的解，应根据实际问题检验其合理性，再得出原问题的答案.

微信公众号：电子课本大全

大家谈谈

应给予学生充分的思考和交流时间，让学生根据自己的亲身经验谈认识，这是理性认识形成和发展的重要途径.

练 习

1. 设小华今年 x 岁，小丽今年 y 岁，则

$$\begin{cases} x+4=y-4, \\ x+y+6=3(y-x). \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=5, \\ y=13. \end{cases}$ 答：略.

2. 设水流速度为 x km/h，船在静水中的速度为 y km/h，则

$$\begin{cases} 3(x+y)=45, \\ 5(y-x)=65. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=1, \\ y=14. \end{cases}$ 答：略.

习 题

A 组

1. 设我国和世界水资源人均占有量分别为 x m^3，y m^3，则

$$\begin{cases} y-x=6\ 600, \\ x=\dfrac{1}{4}y. \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=2\ 200, \\ y=8\ 800. \end{cases}$

2. 设茄子和西红柿分别种植了 x 公顷，y 公顷，则 $\begin{cases} x+y=15, \\ 17\ 000x+18\ 000y=265\ 000. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=5, \\ y=10. \end{cases}$ 获利为 $24\ 000\times5+26\ 000\times10=380\ 000$(元).

大家谈谈

根据你的经验，写出用二元一次方程组解决实际问题的步骤，并与同学们交流.

练 习

1. 小华 4 年后的年龄与小丽 4 年前的年龄相等，3 年后，她们两人的年龄和等于她们年龄差的 3 倍. 求小华和小丽今年的年龄.

2. 一艘船在某河道上航行，已知顺水航行 45 km 需要 3 h，逆水航行 65 km 需要 5 h. 该船在静水中的速度与该河的水流速度分别是多少?

习 题

A 组

1. 我国是水资源相对缺乏的国家之一，水资源的人均占有量比世界人均占有量少 6 600 m^3，仅是世界人均占有量的 $\frac{1}{4}$. 分别求我国和世界水资源的人均占有量.

2. 去年春季，蔬菜种植场在 15 公顷的大棚地里分别种植了茄子和西红柿，总费用是 265 000 元. 其中，种植茄子每公顷的费用是 17 000 元，种植西红柿每公顷的费用是 18 000 元. 已知每公顷茄子可获利 24 000 元，每公顷西红柿可获利 26 000 元. 茄子和西红柿的种植面积各为多少公顷? 种植场在这一季共获利多少元?

B 组

1. 某次知识竞赛共出了 25 道题，评分标准如下：答对 1 题加 4 分，答错 1 题扣 1 分，不答记 0 分. 已知李刚不答的题比答错的题多 2 道，他的总分为 74 分. 他答对、答错和不答的题各有多少道?

微信公众号：电子课本大全

2. 甲、乙两人在 400 m 的环形跑道上练习赛跑. 若两人同时同地反向跑，则经过 25 s 第一次相遇；若两人同时同地同向跑，则经过 250 s 甲第一次追上乙. 甲、乙两人的速度各是多少？

下面，我们继续学习列二元一次方程组解决实际问题.

例 2 去年秋季，某校七年级和高中一年级招生总人数为 500 名，计划今年秋季七年级招生人数比去年增加 20%，高中一年级招生人数比去年增加 15%，这样，今年秋季七年级和高中一年级招生总人数将比去年招生总人数增加 18%. 今年秋季七年级和高中一年级各计划招生多少名？

分析：本题中的等量关系是：

去年，七年级人数＋高中一年级人数＝500；

今年，七年级人数＋高中一年级人数＝500(1＋18%)；

今年，七年级人数＝去年七年级人数＋增长数；

今年，高中一年级人数＝去年高中一年级人数＋增长数.

解：设去年七年级招生 x 名，高中一年级招生 y 名. 根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=500, \\ (1+20\%)x+(1+15\%)y=500\times(1+18\%). \end{cases}$$

整理，得

$$\begin{cases} x+y=500, \\ 24x+23y=11\ 800. \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} x=300, \\ y=200. \end{cases}$$

所以

$$(1+20\%)x=(1+20\%)\times 300=360,$$

$$(1+15\%)y=(1+15\%)\times 200=230.$$

答：今年秋季七年级计划招生 360 名，高中一年级计划招生 230 名.

B 组

1. 设答对 x 道，答错 y 道，则不答的为 $(y+2)$ 道，

则 $\begin{cases} x+y+y+2=25, \\ 4x-y=74. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=19, \\ y=2. \end{cases}$

2. 设甲的速度为 x m/s，乙的速度为 y m/s，则

$\begin{cases} 25(x+y)=400, \\ 250(x-y)=400. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=8.8, \\ y=7.2. \end{cases}$

教学建议

1. 对于例 2，应让学生按照“去年”和“今年”“七年级”和“高一年级”四个层次逐个理清等量关系.

对于这个问题，除第一个方程外，也可以按今年比去年增加的数量列方程，由此可得 $\begin{cases} x+y=500, \\ 20\%x+15\%y=500\times 18\%. \end{cases}$

2. 关于“一起探究”，也应引导学生恰当和正确地利用图示，即“问题→图示数量关系→二元一次方程组”. 在学生充分讨论的基础上，教师适时地给予启发.

微信公众号：电子课本大全

试着做做

请你将今年两个年级计划招生人数设为未知数，列方程组解答例 2 中的问题，并与上面的解答过程比较，看看哪种解法较简便些.

一起探究

小明为了测得火车过桥时的速度和火车的长度，在一铁路桥旁进行观察：火车从开始上桥到完全过桥共用 26 s，整列火车完全在桥上的时间为 14 s. 已知桥长1 000 m. 你能根据小明获得的数据求出火车的速度和长度吗?



(1) 问题中涉及了哪些量?

(2) 画示意图，并寻找等量关系.

(3) 用 x，y 分别表示火车的速度(m/s)和长度(m)，列方程组.

(4) 解答上面的问题.

练　习

1. 某种过季商品打折销售. 如果按定价的七五折销售，每件将赔 25 元；如果按定价的九折出售，每件将赚 20 元. 这种商品每件的定价是多少元，进价是多少元?

2. 3 月 12 日是我国的植树节. 这一天，某校七年级共有 240 名学生参加义务植树活动. 如果平均每人每天挖树坑 6 个或栽树 10 棵，那么，怎样安排学生才能使这一天挖出的树坑全部栽上树苗?

习　题

A 组

1. 某公司甲、乙两个销售点 1 月份的总销售额为 50 000 元. 2 月份，甲销售点的销售额比 1 月份增加了 5%，乙销售点的销售额比 1 月份增加了 7.5%. 这样，两个销售点 2 月份比 1 月份共增加销售额 3 000 元. 两个销售点 1 月份的销售额分别是多少?

试着做做

目的是让学生体会不同的求解方法. 相对而言，原方程组的求解过程较简单.

一起探究

(1) 桥长、火车长、火车从上桥到完全过桥所用的时间和整列火车在桥上的时间.

(2) 图略.

(3) $\begin{cases}26x=1\,000+y,\\14x=1\,000-y.\end{cases}$

(4) 解得 $\begin{cases}x=50,\\y=300.\end{cases}$

练　习

1. 设定价为 x 元，进价为 y 元，则

$\begin{cases}75\%x-y=-25,\\90\%x-y=20.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=300,\\y=250.\end{cases}$

2. 设有 x 名学生挖树坑，有 y 名学生栽树，则

$\begin{cases}x+y=240,\\6x=10y.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=150,\\y=90.\end{cases}$

习　题

A 组

1. 设甲、乙两个销售点 1 月份的销售额分别为 x 元和 y 元，则 $\begin{cases}x+y=50\,000,\\5\%x+7.5\%y=3\,000.\end{cases}$

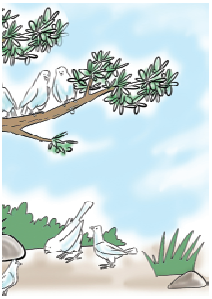
解得 $\begin{cases}x=30\,000,\\y=20\,000.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

2. 甲、乙两车相距 100 km，两车同时出发．如果同向而行，乙车经过 4 h 可追上甲车；如果相向而行，两车经过 0.8 h 相遇．求甲、乙两车的速度．

B 组

1. 《一千零一夜》中有这样一段文字：有一群鸽子，其中一部分在树上欢歌，另一部分在地上觅食．树上的一只鸽子对地上觅食的鸽子说："若从你们中飞上来 1 只，则树下的鸽子就是整个鸽群的$\frac{1}{3}$；若从树上飞下去 1 只，则树上、树下的鸽子就一样多了．"你知道树上、树下各有多少只鸽子吗？试列方程组解答．



2. 某酒店客房部有三人间、双人间客房．三人间的价格为 150 元/天，双人间的价格为 140 元/天．为吸引游客，该酒店实行了团体入住五折优惠的措施．一个 50 人的旅游团优惠期间到该酒店入住，住了一些三人间和双人间．若每间客房正好住满，且一天共花去住宿费 1 510 元，则该旅游团住了三人间和双人间客房各多少间？

2. 设甲、乙两车的速度分别为 x km/h 和 y km/h，

则 $\begin{cases}4(y-x)=100,\\0.8(x+y)=100.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=50,\\y=75.\end{cases}$

B 组

1. 设树上的鸽子为 x 只，树下的鸽子为 y 只，

则 $\begin{cases}y-1=\frac{1}{3}(x+y),\\x-1=y+1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=7,\\y=5.\end{cases}$

2. 设三人间有 x 间，双人间有 y 间，则

$\begin{cases}3x+2y=50,\\75x+70y=1\,510.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=8,\\y=13.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 认识三元一次方程组，了解三元一次方程组的解法.

2. 体会解三元一次方程组是通过消元，把解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，再转化为解一元一次方程来实现. 由此感受“化归”思想的广泛作用.

观察与思考

观察小亮的想法，体会由三元一次方程组转化为二元一次方程组的过程.

6.4 简单的三元一次方程组*

我们已经学习了利用代入消元法和加减消元法对二元一次方程组进行求解. 在本节中，我们将用消元的方法，对简单的三元一次方程组进行求解.

类似于二元一次方程，我们把含有三个未知数，并且含未知数的项的次数都是 1 的方程，叫做**三元一次方程**(linear equation with three unknowns).

含有三个未知数，并且含未知数的项的次数都是 1 的方程组，叫做**三元一次方程组**(system of linear equations of three unknowns). 三元一次方程组中各方程的公共解叫做这个三元一次方程组的解.

$$\begin{cases} x+5y+z=1, \\ 3x-y+z=12, \\ 2x-y+4z=27, \end{cases} \quad \begin{cases} x=-6, \\ y-7z=0, \\ 2x-y+z=18, \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=26, \\ x+z=9, \\ 2x-y-7z=-3 \end{cases}$$

都是三元一次方程组.

观察与思考

对于求解三元一次方程组

$$\begin{cases} x+y+z=5, & ① \\ x-y-5z=1, & ② \\ 2x-3y+z=14, & ③ \end{cases}$$

类比解二元一次方程组的方法，我们可以研究解三元一次方程组的方法.

小亮的想法是：①×5+②，再③−①，消去未知数 z，得到一个二元一次方程组

$$\begin{cases} 6x+4y=26, & ④ \\ x-4y=9. & ⑤ \end{cases}$$

解得 x，y 后代入①求出 z，从而求得三元一次方程组的解.

(1) 你能否先消去未知数 x 或 y，最后求得三元一次方程组的解？

(2) 试着解一解这个方程组，并与同学们交流.

标有 * 的内容为选学内容.

教学建议

按《标准(2011 年版)》的要求，三元一次方程组及其解法是选学内容，因此在教学中，能使学生了解它的解法就可以了，不宜另行增加难度.

对于三元一次方程组，重要的是求解三元一次方程组的过程中，所体现出来的“消元”和“化归”思想方法，这是需要深刻领会和掌握的方法. 此外，三元一次方程组及其解法在后续学习中将要用到.

解三元一次方程组是通过消元，转化为二元一次方程组来实现的，学生对二元一次方程组及其解法是熟悉的，所以，教学中应突出两点：第一，鼓励学生通过观察、比较、思考和归纳概括，总结出消元、化归的思想方法；第二，让学生通过实践进一步体会消元法的意义，灵活运用“代入消元法”和“加减消元法”将三元一次方程组转化为二元一次方程组.

微信公众号：电子课本大全

例 解方程组

$$\begin{cases} x-z=4, & ① \\ x-y+z=1, & ② \\ 2x+3y+2z=17. & ③ \end{cases}$$

解：由①，得

$$z=x-4. \quad ④$$

将④分别代入②，③，得

$$\begin{cases} 2x-y=5, & ⑤ \\ 4x+3y=25. & ⑥ \end{cases}$$

解这个二元一次方程组，得

$$\begin{cases} x=4, \\ y=3. \end{cases}$$

把 $x=4$ 代入①，得

$$z=0.$$

所以，原方程组的解为

$$\begin{cases} x=4, \\ y=3, \\ z=0. \end{cases}$$

做一做

已知小明与爸爸、妈妈的年龄之和为 108 岁，爸爸比妈妈大 2 岁，小明与妈妈的年龄之和比爸爸大 12 岁．他们的年龄分别是多少？



（1）在本题中，有几个等量关系？请你分别表示出来．

（2）如果设爸爸的年龄是 x 岁，妈妈的年龄是 y 岁，小明的年龄是 z 岁，请列出方程组．

（3）解这个方程组．

做一做

（1）有三个等量关系：小明的年龄＋爸爸的年龄＋妈妈的年龄＝108；爸爸的年龄－2＝妈妈的年龄；小明的年龄＋妈妈的年龄＝爸爸的年龄＋12．

（2）$\begin{cases} x+y+z=108, \\ x-2=y, \\ y+z=x+12. \end{cases}$

（3）$\begin{cases} x=48, \\ y=46, \\ z=14. \end{cases}$

对于解三元一次方程组的基本思路，应先让学生谈自己的看法，并互相交流，然后教师再进行总结．

微信公众号：电子课本大全

大家谈谈

结合实例与图示，师生共同归纳总结解三元一次方程组的一般步骤.

练 习

(1) $\begin{cases} x=2, \\ y=-1, \\ z=4; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=8, \\ y=2, \\ z=5. \end{cases}$

习 题

A 组

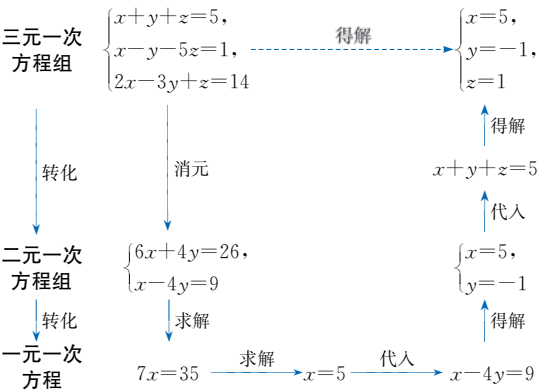
1. (1) $\begin{cases} x=1, \\ y=3, \\ z=5; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=11, \\ y=\dfrac{13}{2}, \\ z=\dfrac{9}{2}. \end{cases}$

* * * * * * * * * * * *

大家谈谈

请结合下列图示，谈一谈解三元一次方程组的基本方法和步骤.



解三元一次方程组的基本思想就是“转化”. 通过消元，将“三元”转化为“二元”，再将“二元”转化为“一元”，通过求一元一次方程的解，进而求得二元一次方程组的解，最后求得三元一次方程组的解.

练 习

解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+y=1, \\ x+z=6, \\ y+z=3; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-y+z=11, \\ x+y-z=5, \\ x-y-z=1. \end{cases}$

习 题

A 组

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x-z=-4, \\ x+y-z=-1, \\ z-2y=-1; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-y-z=0, \\ x+y-3z=4, \\ 2x-5y+7z=21. \end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

2. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x-y=1,\\x+y=7,\\2x-5y+3z=-6;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x-y+z=6,\\x+y-z=0,\\2x-3y+8z=33.\end{cases}$

B 组

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}x-y-2z=10,\\y-3z=-4,\\3x-y+5z=21;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}y-3x-2z=1,\\x+2y+3z=9,\\5x-7y+z=34.\end{cases}$

2. 在我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：上等谷 3 束，中等谷 2 束，下等谷 1 束，共 39 斗；上等谷 2 束，中等谷 3 束，下等谷 1 束，共 34 斗；上等谷 1 束，中等谷 2 束，下等谷 3 束，共 26 斗. 求上、中、下三等谷每束各是几斗.

2. (1) $\begin{cases}x=2,\\y=5,\\z=5;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=3,\\y=\dfrac{3}{5},\\z=\dfrac{18}{5}.\end{cases}$

B 组

1. (1) $\begin{cases}x=\dfrac{97}{17},\\y=-\dfrac{71}{17},\\z=-\dfrac{1}{17};\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=-18,\\y=-15,\\z=19.\end{cases}$

2. 设上、中、下三等谷每束分别为 x 斗、y 斗、z 斗，则

$$\begin{cases}3x+2y+z=39,\\2x+3y+z=34,\\x+2y+3z=26.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=\dfrac{37}{4},\\y=\dfrac{17}{4},\\z=\dfrac{11}{4}.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 利用二元一次方程组，探究一元一次方程的另外解法，提高学生的探究意识和综合实践能力.

2. 通过活动，让学生了解一些数学发展史.

活动一：略.

活动二：如果 $ax_1+b=d_1=0$，或 $ax_2+b=d_2=0$，那么 $x=x_1$ 或 $x=x_2$ 即为方程 $ax+b=0$ 的解.

如果 $d_1\neq 0, d_2\neq 0$，那么将①、②视为关于 a，b 的二元一次方程组解之，得

$$\begin{cases} a=\dfrac{d_1-d_2}{x_1-x_2}, \\ b=\dfrac{d_2x_1-d_1x_2}{x_1-x_2}. \end{cases}$$

$$x=-\frac{b}{a}$$

$$=-\frac{d_2x_1-d_1x_2}{x_1-x_2}\div\frac{d_1-d_2}{x_1-x_2}$$

$$=\frac{d_1x_2-d_2x_1}{d_1-d_2}(d_1-d_2\neq 0).$$

数学活动

一元一次方程的“试位解法”

一元一次方程的写法和解法都经历了漫长的岁月才发展成为现在的样子. 阿默士是用一大串符号表示一元一次方程的，并且是用算术的方法来解的. 笛卡儿(法国数学家，1596～1650 年)给出了一元一次方程现在的写法和解法. 古代数学家曾用“试位法”来解一元一次方程.

以 $4x+8=0$ 为例. 任取 x 的两个不同的值 x_1，x_2(比如 $x_1=1$，$x_2=2$)，将它们分别代入方程的左边，并设 $4x_1+8=d_1$，$4x_2+8=d_2$(此时 $d_1=12$，$d_2=16$)，则

$$x=\frac{d_1x_2-d_2x_1}{d_1-d_2}=\frac{12\times 2-16\times 1}{12-16}=-2$$

是 $4x+8=0$ 的解. 一般称这种解法为“试位法”.

活动一：仍以 $4x+8=0$ 为例. 请你另取 x 的两个不同的值 x'_1，x'_2，并按上述方法进行计算，看其结果是不是原方程的解.

活动二：说明用试位法解一元一次方程的道理.

我们知道，一元一次方程 $ax+b=0(a\neq 0$，a，b 为已知数)的解是 $x=-\dfrac{b}{a}$.

试位法：任取 x 的两个不同的值 x_1，x_2，代入上述方程的左边，并设

$$ax_1+b=d_1, \quad ①$$

$$ax_2+b=d_2. \quad ②$$

如果 $d_1=0$(或 $d_2=0$)，那么 $x=x_1$(或 $x=x_2$)即为原方程的解. 不然，

$$x=\frac{d_1x_2-d_2x_1}{d_1-d_2}\ (d_1-d_2\neq 0)$$

是原方程的解. 试对此给出说明.

* * * * * * * * * * *

教学建议

本活动既是一元一次方程的另外解法，也是一元一次方程和二元一次方程组的综合应用，其目的是为了让学生利用已学知识研究解决新的数学问题.

1. 在教学中，教师应引导学生明确“试位法”的使用条件，使学生能够按要求解方程.

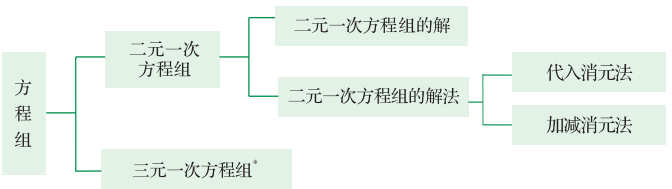
2. 教师要根据学生的实际情况确定本活动的教学，对不同的学生应有不同的学习目标和要求，不苛求学生对本知识的掌握，关键是引导学生学会探究问题的方法.

微信公众号：电子课本大全

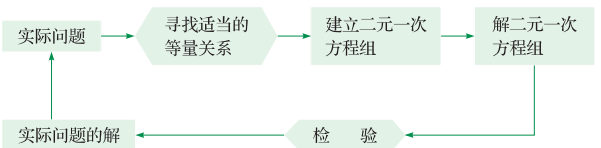
回顾与反思

在本章中，我们学习了二元一次方程组和三元一次方程组的解法，并且学会了用二元一次方程组来解决一些简单的实际问题.

一、知识结构



用二元一次方程组解决实际问题的过程：



二、总结与反思

同一元一次方程一样，二元一次方程组也是解决现实世界中数量之间相等关系的重要数学工具.

1. 列二元一次方程组和列一元一次方程解决实际问题的思路是相同的. 有些含两个未知数的实际问题用只设一个未知数列方程的办法求解往往较困难，若设两个未知数列方程组，则常常因等量关系比较容易表示而使列方程变得简单.

2. 解二元一次方程组的基本思路是：通过“消元”，把二元一次方程组转化为一元一次方程，逐步实现化“未知”为“已知”的目的. 这就是“化归”的数学思想.

3. 解二元一次方程组的基本方法有_____；

解三元一次方程组的基本方法有_____.

4. 解二元一次方程组的一般步骤是_____

_____.

教学目标

1. 通过对本章知识和方法的回顾与总结，对二元一次方程组形成整体认知，发展学生的归纳和概括能力.

2. 通过反思二元一次方程解决实际问题的过程，体会用方程组解决实际问题的基本步骤，提高解决实际问题的能力.

教学建议

“回顾与反思”是学生对数学知识再认识的过程，是进一步的提炼概括的思维过程，是理性认识的飞跃和提高. 因此，教师应以给出的问题为引导，让学生独立去完成. 以下为供参选的问题.

1. 请你写出一个二元一次方程，并写出它的五个解.

2. 请你写出一个二元一次方程组，分别用代入消元法、加减消元法求出它的解.

3. 请你在复习题 A 组中选取一道应用题，以逐步数学化的形式，把从实际问题到列出二元一次方程组的思考过程展现出来.

4. 请你以复习题 A 组中的 7 题为例，分别通过列一元一次方程和二元一次方程组来求解，并思考下面的问题：

(1)就这个实际问题来说，是一元一次方程较容易列出，还是二元一次方程组较容易列出？

(2)在解二元一次方程组的过程中，出现原来的一元一次方程了吗？这说明了什么？

微信公众号：电子课本大全

复习题

A 组

1. (1)$3x-4$；(2)0，0.

2. (1)$\begin{cases}x=1,\\y=1;\end{cases}$ (2)$\begin{cases}x=2,\\y=\dfrac{1}{3};\end{cases}$

(3)$\begin{cases}x=\dfrac{10}{3},\\y=-\dfrac{23}{9},\\z=-\dfrac{16}{9};\end{cases}$

(4)$\begin{cases}x=\dfrac{41}{12},\\y=\dfrac{15}{4},\\z=-\dfrac{1}{12}.\end{cases}$

3. $\begin{cases}50=10k+b,\\68=20k+b.\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=1.8,\\b=32.\end{cases}$

$y=1.8x+32$.

4. 设红、蓝两队人数分别为x，y，则$\begin{cases}x-1=y,\\y-1=\dfrac{1}{2}x.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=4,\\y=3.\end{cases}$

5. 设(一)、(二)班分别有x名和y名同学，则$\begin{cases}x+y=88,\\8x+10y=788.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=46,\\y=42.\end{cases}$

6. 设甲、乙两组每天的报酬分别为x元和y元，则$\begin{cases}10x+8y=12\ 800,\\8x+12y=13\ 600.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=800,\\y=600.\end{cases}$

5. 用二元一次方程组解决实际问题的一般步骤是_____.

三、注意事项

在列方程组解应用题时，应注意在求出方程组的解后要进行检验，使它既满足方程组，又符合题意.

复 习 题

A 组

1. 填空：

(1) 已知$3x-y=4$. 若用含x的代数式表示y，则$y=$_____.

(2) 在$2x+\frac{1}{3}y=1$中，当$x=\frac{1}{2}$时，$y=$_____；当$y=3$时，$x=$_____.

2. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x+4y=7,\\5x-y=4;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}2x+3y=5,\\4x-3y=7;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}y-2z=1,\\x+3z=-2,\\3x-5y+z=21;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x+y+2z=7,\\x-2y-z=-4,\\2x+3y+z=18.\end{cases}$

3. 已知华氏温度y(℉)与摄氏温度x(℃)满足$y=kx+b$. 当$x=10$时，$y=50$；当$x=20$时，$y=68$. 求k，b的值，并写出y与x间的关系式.

4. 七年级(二)班选出部分同学参加夏令营，分成红、蓝两队，红队戴红帽子，蓝队戴蓝帽子. 一个红队队员说，我看见的是红队人数与蓝队人数相等；一个蓝队队员说，我看见的是红队人数是蓝队人数的2倍. 求红队人数和蓝队人数.

5. 七年级两个班共88名同学给学校花坛栽种花卉，(一)班同学平均每人栽种8棵，(二)班同学平均每人栽种10棵，两个班共栽种788棵. 求这两个班各有多少同学.

6. 某工程队承包了两项工程. 第一项工程甲组做了10天，乙组做了8天完成，共获报酬12 800元；第二项工程甲组做了8天，乙组做了12天完成，共获报酬13 600元. 甲、乙两组平均每做工一天各应得报酬多少元？

微信公众号：电子课本大全

7. 甲、乙两人相距 27 km. 若两人同时出发相向而行，则出发后 1.5 h 相遇；若两人仍是相向而行，但甲比乙先出发 30 min，则乙出发 70 min 后两人相遇. 求甲、乙两人的速度.

8. 已知一个三角形的周长为 24 cm，其中两条边的长度之和等于第三条边长的 3 倍，而这两边长度的差等于第三条边长的$\frac{1}{2}$. 求这个三角形的三边长.

B 组

1. 已知$\begin{cases}x=0,\\y=2\end{cases}$和$\begin{cases}x=4,\\y=1\end{cases}$都是方程 $mx+ny=8$ 的解，求 m，n 的值.

2. 已知 $2x-3y=5x+2y=1$，求 x，y 的值.

3. 关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}mx+ny=8,\\2mx-3ny=-4\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=2,\\y=4,\end{cases}$求 m 和 n 的值.

4. 如图，在图(1)中，各行、各列及对角线上的三个数之和都相等.
(1) 请你求出 x，y 的值.
(2) 把满足(1)的其他 6 个数填入图(2)中的方格内.

$2x$	3	2
	y	-3
		$4y$

(1)

	3	2
		-3

(2)

(第 4 题)

5. 小亮跟爸爸于 9 月初和 10 月初两次到超市购买食品.





7. 设甲、乙两人的速度分别为 x km/h 和 y km/h，则
$$\begin{cases}1.5(x+y)=27,\\\frac{30+70}{60}x+\frac{70}{60}y=27.\end{cases}$$
解得$\begin{cases}x=12,\\y=6.\end{cases}$

8. 设三角形两边长分别为 x cm 和 y cm，则
$$\begin{cases}x+y=3(24-x-y),\\x-y=\frac{1}{2}(24-x-y).\end{cases}$$
解得$\begin{cases}x=10.5,\\y=7.5.\end{cases}$
三边长为 10.5 cm，7.5 cm，6 cm.

B 组

1. $\begin{cases}m=1,\\n=4.\end{cases}$

2. $\begin{cases}2x-3y=1,\\5x+2y=1.\end{cases}$
$$\begin{cases}x=\frac{5}{19},\\y=-\frac{3}{19}.\end{cases}$$

3. $\begin{cases}2m+4n=8,\\4m-12n=-4.\end{cases}$
$\begin{cases}m=2,\\n=1.\end{cases}$

4. (1) $x=-1$，$y=1$.
(2)

-2	3	2
5	1	-3
0	-1	4

5. 设牛奶和面包的单价分别为 x 元和 y 元，则$\begin{cases}6x+12y=30,\\(10x+15y)\times75\%=30.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

C 组

1. 设订做服装 x 套，期限为 y 天，则

$$\begin{cases}150y=\frac{4}{5}x,\\200(y-1)=x+25.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=3\ 375,\\y=18.\end{cases}$

2. 设 A，B 两种原料各需 x kg 和 y kg，则

$$\begin{cases}x+y=11\ 000,\\50(1+10\%)x+40(1-15\%)y=50x+40y.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=6\ 000,\\y=5\ 000.\end{cases}$

3. 设甲、乙两队原计划每天各施工 x km 和 y km，则

$$\begin{cases}50(x+y)=200,\\30(x+y)+20(x+0.6)+10(y+0.4)=200.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=\frac{12}{5},\\y=\frac{8}{5}.\end{cases}$

根据打折前后花 30 元所购买物品的数量，你能求出打折前牛奶和面包的单价各是多少元吗？

C 组

1. 某服装厂接到生产一种工作服的订货任务，要求在规定期限内完成．按原来的生产进度，每天只能生产这种服装 150 套，在规定的期限内只能完成订货量的 $\frac{4}{5}$．现在，工厂改进了生产流程，每天可生产这种工作服 200 套．按现在的生产进度，不仅比规定的期限少用 1 天，而且比订货量多生产了 25 套．客户订做的工作服是多少套，要求完成的期限是多少天？

2. 制造某种产品需要 A 和 B 两种原料．其中 A 种原料的价格为 50 元/千克，B 种原料的价格为 40 元/千克．一段时间后，这两种原料的价格进行了调整，A 种原料价格上涨了 10%，B 种原料价格下降了 15%．经核算，产品的成本仍然不变．已知生产这种产品需 A，B 两种原料共 11 000 kg．A 种原料和 B 种原料各需多少？

3. 某城市为了缓解缺水状况，计划实施一项引水工程，要把 200 km 外的河水引到城市中来．该市把这个工程交给了甲、乙两个施工队，工期为 50 天．甲、乙两队合作施工了 30 天后，乙队因另外有任务需要离开 10 天，于是甲队加快施工速度，每天多修 0.6 km．乙队回来后，为了保证工期，甲队保持现在的施工速度不变，乙队每天比原来多修 0.4 km，结果工程如期完工．甲、乙两队原计划每天各施工多少千米？

微信公众号：电子课本大全

第七章教学说明和建议

一、设计说明

1. 本章的内容、地位和作用.

本章内容包括三个方面，一是研究平面上两条直线之间的位置关系：相交和平行；二是研究图形的平移及其性质；三是命题与说理.

两条直线的位置关系是学习几何知识的基础. 图形的平移是研究图形关系的手段之一. 将图形的平移安排在本章，既考虑到它和平行线密切相关，又考虑到使学生及早树立“变化”的意识. 了解命题，学会说理，则是我们学习图形与几何的基本目的之一. 推理是数学基本思想的一个重要组成部分，而说理则是推理能力的一个重要发展阶段. 本章的知识内容和思想方法，对发展学生的推理能力起着承前启后的重要作用.

2. 本章内容的呈现方式及特点.

(1)知识的呈现. 首先，突出知识的引入，从学生的现实出发，既考虑到学生的数学知识基础，也兼顾学生所熟悉的生活背景，设计符合学生实际的展开过程. 其次，学习过程的展开，多以“观察与思考”“一起探究”“大家谈谈”等学生自主学习的方式来进行，目的是充分调动学生的学习积极性，激励学生主动参与，感受独立思考与合作交流的快乐，并在此过程中培养学生发现问题和解决问题的能力.

(2)说理的教学. 先是通过示例，引导学生感悟其中的思维过程和表述方式，再到让学生说理由，为推理过程填理由，等等，以循序渐进的形式，发展学生的推理能力.

二、教学目标

1. 结合具体实例，了解定义、命题和定理的意义，会区分命题的条件和结论. 了解反例的作用.

2. 通过学生的观察、思考和画图操作，感受并确认同一个平面内两条直线的位置关系：相交、平行.

3. 探索并掌握对顶角相等.

4. 理解垂线和垂线段的概念，能用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线. 掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直. 理解点到直线的距离的意义，会度量点到直线的距离.

5. 会识别同位角、内错角和同旁内角.

6. 理解平行线的概念，掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么两条直线平行. 能用三角尺和直尺过直线外一点画这条直线的平行线.

7. 掌握基本事实：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.

8. 掌握平行线的性质定理：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等，内错角相等，同旁内角互补.

微信公众号：电子课本大全

9. 探索并证明平行线的判定定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么这两条直线平行. 了解平行于同一条直线的两条直线平行.

10. 体会说理的思考过程和基本方式，发展推理能力.

11. 通过具体实例认识平移，探索它的基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等.

三、教学建议

1. 准确把握本章的教学任务. 我们不仅要努力完成好基础知识和基本技能的教学，还要努力完成好数学基本思想和积累基本活动经验的教学. 比如，贯穿于本章始终的说理，就是体现与落实基本思想中推理能力的重要途径与必要过程. 因此，每一知识的教学，都应有计划地把说理能力的培养融于其中. 同样，关于学生基本活动经验的积累、“四项能力”的发展都应当通盘考虑，确保在教学实践中得以落实.

2. 真正发挥学生的自主性. 在教学中，必须引导学生自主活动，让学生动眼、动手、动脑，发现事实，感悟事实，理解事实，并学会说理，这就需要根据所学内容，创设恰当的情境，让学生通过主动探究与合作交流，获得自己的发现，并鼓励他们表达自己的见解和说明理由，使学生的学习过程真正成为“再发现”的过程.

四、课时安排建议

7.1	命题	2 课时	7.2	相交线	2 课时
7.3	平行线	1 课时	7.4	平行线的判定	1 课时
7.5	平行线的性质	2 课时	7.6	图形的平移	1 课时
	回顾与反思	1 课时		机　动	1 课时
				合　计	11 课时

五、评价建议

1. 注重对学生在观察、操作、探索图形的有关性质等数学活动中的主动性、参与程度、合作意识以及发现问题、提出问题、分析和解决问题的能力的评价.

2. 知识的评价应侧重于在现实背景中和图形关系中识别有关概念、确定事实、获得性质及性质的应用.

3. 对于说理的评价，可以是语言表述的，也可以是书面的；可以是填条件或填结论的，也可以是一个较为简单而相对完整的说理过程. 既要关注演绎式说理的考查，也要关注合情推理能力的考查.

4. 在教学中，还要关注学生在数学活动中的情感与态度，记录学生在活动中的表现及创新意识，对学生的好的表现予以鼓励，不足的方面予以引导.

微信公众号：电子课本大全

第七章

相交线与平行线

在本章中，我们将学习

- 命题
- 相交线、平行线
- 直线相交所成的角
- 两直线平行的判定与性质
- 图形的平移

图中哪些线是相交的？哪些线是平行的？其中的哪些角具有特殊的位置和数量关系？



章题页中的图示是网球网和网球拍，借以说明现实生活中大量地存在着直线相交与平行的事实.

图中，“直线相交”时，隐含着“对顶角”的概念及性质，“直线平行”时，隐含着第三条直线与他们相交时所具有的性质.

教学中，可在章题页图例的基础上再作引申：举例说出更多的实物中所体现的两条直线相交或平行的情况.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 通过具体实例，了解定义、命题和定理，知道命题有真命题和假命题. 能区分命题的条件和结论.

2. 知道判断命题的真假需要说明理由，能对真命题的成立进行简单的说理.

3. 了解反例的作用，知道利用反例可以判断一个命题是不正确的.

大家谈谈

通过学生熟悉的实例，引导他们了解什么是定义.

对定义应针对具体实例进行说明，不宜深究.

7.1 命　题

对某一事物进行研究并交流，必然要借助于有关的名称，同时也经常需要对一些问题作出判断，并对判断说明理由.

“正整数、0 和负整数统称为整数.”这是整数的定义.

“有公共端点的两条射线组成的图形叫做角.”这是角的定义.

“含有未知数的等式叫做方程.”这是方程的定义.



你能说出偶数、单项式、两点间的距离分别是怎样定义的吗？

在对“角”和“有理数”有了更多的认识后，形成了如下一些判断：

（1）两个直角相等.

（2）两个锐角之和是钝角.

（3）同角的余角相等.

（4）两个负数，绝对值大的反而小.

（5）负数与负数的差仍是负数.

（6）负数的奇次幂是负数.

上面的六个语句，都是对一件事情作出判断的句子. 像这样，能够进行肯定或者否定判断的语句，叫做**命题**(proposition).

一般地，命题都是由条件和结论两部分组成的.

命题常写成“如果……那么……”的形式. “如果”引出的部分是条件，“那么”引出的部分是结论.

例如，负数的奇次幂是负数，可写为：如果一个数是负数，那么它的奇次幂是负数. 同角的余角相等，可写为：如果两个角是同一个角的余角，那么这两个角相等.

教学建议

本节课的教学重点是有关概念. “定义”就像点和直线那样，让学生从具体实例中来认识即可，不必对“定义”再定义. 命题、真命题和假命题也只是描述性的给出了定义，同样，应当结合具体实例来学习.

1. 对于“大家谈谈”，目的是要学生了解具体实例的定义，这就要学生通过自己对相关名词的解释或说明来体会和理解. 教师要充分组织好这一过程.

2. 对于命题的认识，应当在教材所举例子和得出命题的定义之后，让学生有足够的时间自己说出更多的例子，相互交流并作出评判.

3. 判定一个语句是不是命题，并区分命题的条件和结论很重要，应与命题的“如果……，那么……”形式相结合，先让学生完成“做一做”的题目，再让学生自己举例子或相互提问解

微信公众号：电子课本大全

做一做

下列各语句中，哪些是命题，哪些不是命题？是命题的，请你先将它改写为“如果……那么……”的形式，再指出命题的条件和结论.

(1) 正方形的对边相等.

(2) 连接 A，B 两点.

(3) 相等的两个角是锐角.

(4) 延长线段 AB 到点 C，使 $AC=2AB$.

(5) 同角的补角相等.

(6) -4 大于 -2 吗？

在命题中，既有正确的命题，也有不正确的命题. 我们把正确的命题叫做**真命题**(true proposition)，把不正确的命题叫做**假命题**(false proposition).

请指出前面的命题中，哪些是真命题，哪些是假命题.

“同角的余角相等”是一个真命题. 因为，如果设$\angle\alpha$的余角是$\angle\beta$和$\angle\gamma$，那么$\angle\alpha+\angle\beta=90°$，$\angle\alpha+\angle\gamma=90°$，从而有$\angle\beta=\angle\gamma$.

“两个锐角之和是钝角”是一个假命题. 如$\angle1=15°$和$\angle2=30°$是两个锐角，但是$\angle1+\angle2=45°$，不是钝角. 这个命题不正确，所以它是一个假命题.

要说明一个命题是假命题，只要举出一个符合命题条件，但不符合命题结论的例子就可以了. 像这样的例子叫做**反例**(counter example).

例 1 举例说明“两个负数之差是负数”是假命题.

说明：设 $a=-2$，$b=-5$，(符合命题的条件)

则 $a-b=(-2)-(-5)=3$，不是负数. (不符合命题的结论)

所以“两个负数之差是负数”是假命题.

练 习

1. 下列各语句中，哪些是命题？是命题的，请你先将它改写为“如果……那么……”的形式，再找出命题的条件和结论.

(1) 画一个角等于已知角.

做一做

让学生独立完成“做一做”的题目，然后相互交流.

(1)(3)(5)是命题，它们可分别改写为：“如果两边为正方形的对边，那么这两边相等.”“如果两角相等，那么这两角是锐角.”“如果两角是同一角的补角，那么这两角相等.”其中如果“_____”是条件，那么“_____”是结论.

(2)(4)(6)不是.

练 习

1. (1)不是命题，(2)，(3)，(4)是命题，它们可分别改写为：如果两个数互为相反数，那么这两个数的和为 0；如果 $a=b$，那么 $a^2=b^2$；如果 $a^2=b^2$，那么 $a=b$.

* * * * * * * * * * * *

答，以使每个学生真正掌握.

4. 在对命题有了认识基础以后，对真命题和假命题的意义便容易理解了，此时再结合具体例子掌握判断一个命题是假命题的方法——举反例，已是顺理成章的事情，但要注意尽可能使学生在自主活动中完成这一过程.

微信公众号：电子课本大全

2.(4)是假命题.可举反例,如3和-3符合条件$3^2=(-3)^2$,但$3\neq -3$,不符合结论.

习 题

1.(1)条件:两个角的和等于180°;结论:这两个角互为补角.

(2)条件:等式两边都加上同一个数或同一个整式;结论:等式仍然成立.

(3)条件:两个角是钝角;结论:这两个角相等.

(4)略.

2.略.

观察与思考

通过这些例子,目的是要说明:在数学中,要确认一个命题为真命题,一定要经过说理.

(2) 互为相反数的两个数的和为0.

(3) 当$a=b$时,有$a^2=b^2$.

(4) 当$a^2=b^2$时,有$a=b$.

2. 指出第1题中的假命题,并用举反例的方法说明.

习 题

1. 指出下列命题中的条件和结论:

(1) 如果两个角的和等于180°,那么这两个角互为补角.

(2) 等式两边都加上同一个数或同一个整式,等式仍然成立.

(3) 两个钝角相等.

(4) 如果$a=b$,$b=c$,那么$a=c$.

2. 写出三个命题,并判断它们的真假.如果有假命题,说出理由.

观察与思考

1. 在图7-1-1中,AB和CD是直线吗?请你先观察,后判断,然后利用直尺验证你的结论是否正确.

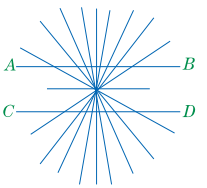


图7-1-1

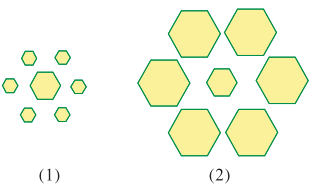


图7-1-2

2. 在图7-1-2中,(1)和(2)两图中间的两个正六边形大小一样吗?请你先观察,后判断,然后利用叠合法验证你的判断是否正确.

3. 如果$a=-b$,那么$a^2=b^2$.由此得出:当$a=-b$时,$a^3=b^3$.你认为后一个命题正确吗?为什么?

由观察、实验、归纳和类比等方法得出的命题,可能是真命题,也可能是假命题.判断命题的真假需要说明理由,这个过程就是说理.

有些命题经过实践检验被公认为真命题,我们把这样的命题叫做

教学建议

1.通过第一课时的相关例子以及本课时的"观察与思考"中的事例,引导学生认识到:说明一个命题为假命题,只需举一个反例即可,而要说一个命题为真命题,那就需要说明理由.

2. 数学中的真命题可以分作两类:一类是经过无数实践检验被公认的真命题,即基本事实;另一类是在基本事实和已被确认的真命题基础之上,再借助相关定义,从这个命题的条件出发,有理有据地推导出其结论成立,这样的命题也是真命题.说明一个命题为真命题的过程就是证明.在此,尚不宜进行严格的证明,此时暂称为"说理".

3.通过"一起探究"的例子,引导学生认识到:命题的获得(即一个判断的形成)大都起源于观察与合情猜想,而要确认该命题为真命题,就需要说理,并让学生尝试完成这个说理过程.

微信公众号:电子课本大全

基本事实. 如“过平面上两点，有且只有一条直线”“两点之间的连线中，线段最短”等都是基本事实. 等式的性质也可以看做基本事实.

一起探究

观察相邻两个奇数的和：

1　3　5　7　9　…

4　8　12　16　…

（1）相邻两个奇数的和与 4 之间有什么关系？请提出你的猜想.

（2）通过说理，验证你的猜想正确与否.

人们经常用实验、归纳的方法去发现命题.

例 2　如图 7－1－3，说明“如果 C，D 是线段 AB 上的两点，且 $AC=DB$，那么 $AD=CB$”是真命题.



图 7－1－3

理由：因为　$AC=DB$（已知），

所以　$AC+CD=DB+CD$（等量加等量，和相等）.

所以　$AD=CB$（线段和的定义）.

像例题这样，依据已有的事实(包括定义、基本事实、已被确认的真命题)，按照确定的规则，得到某个具体结论的推理就是演绎推理.

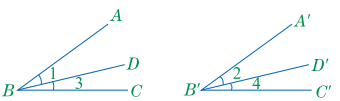
有些真命题，它们的正确性已经过演绎推理得到证实，并被作为判定其他命题真假的依据，这些命题叫做**定理**(theorem).

练　习

1. “$a^2>a$”是真命题还是假命题？请说明理由.

2. 阅读下面命题及其说理过程，在括号内填上推理的依据.

命题：如图，如果$\angle ABC=\angle A'B'C'$，$\angle 1=\angle 2$，那么$\angle 3=\angle 4$.



（第 2 题）

一起探究

首先，让学生观察数表，寻找规律，猜想得到命题：“相邻两个奇数之和是 4 的倍数.”然后，让学生自己尝试说明理由. 教师应将学生的探究过程进一步完善，并从中总结命题形成与完成说理的一般过程.

实际上，任意两个奇数 $2n-1$ 和 $2n+1$ 的和是 $(2n-1)+(2n+1)=4n$，所以它们的和是 4 的倍数.

练　习

1. 假命题. 例如，$a=0.1$ 时，$a^2=0.01$，此时 $a^2<a$.

4. 通过例 2，进一步让学生体会：第一，命题的获得，多源于观察与猜想；第二，经过说理，才能确认该命题为真命题，并从例子中学习说理的基本形式.

微信公众号：电子课本大全

2. 已知；等量减等量，差相等.

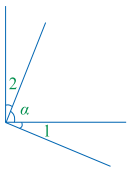
理由：因为　$\angle ABC=\angle A'B'C'$，$\angle 1=\angle 2$，（　　）
所以　$\angle ABC-\angle 1=\angle A'B'C'-\angle 2$（　　）.
又因为　$\angle 3=\angle ABC-\angle 1$，$\angle 4=\angle A'B'C'-\angle 2$，（两角差的定义）
所以　$\angle 3=\angle 4$（等量代换）.

习　题

1. 已知，等式的性质，等量代换.
2. 设这个偶数为 $2n$，则前后相邻的两个偶数分别为 $2n-2$，$2n+2$. 因为 $(2n-2)+(2n+2)=4n$，所以，与一个偶数前后相邻的两个偶数之和是 4 的倍数.

习　题

1. 对“如果$\angle 1$和$\angle 2$都是$\angle\alpha$的余角，那么$\angle 1=\angle 2$”的说理过程，在括号内填上依据.



（第 1 题）

理由：因为　$\angle 1+\angle\alpha=90°$（已知），
所以　$\angle 1=90°-\angle\alpha$（等式的性质）.
因为　$\angle 2+\angle\alpha=90°$（　　），
所以　$\angle 2=90°-\angle\alpha$（　　）.
所以　$\angle 1=\angle 2$（　　）.

2. 说明“与一个偶数前后相邻的两个偶数之和，一定是 4 的倍数”是一个真命题.

微信公众号：电子课本大全

7.2 相交线

在同一个平面内，两条直线的位置关系只有相交或不相交. 在本节中，我们将研究两条直线相交构成的角及与其相关的一些问题.

观察与思考

在平面上任意画出两条直线，这两条直线的位置关系有几种可能？

下面探究当两条直线相交时，它们所构成的角之间的关系.

如图 7－2－1，两条直线 l_1，l_2 相交于点 O，形成四个角：$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$ 和 $\angle 4$. $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 具有公共顶点 O，并且两边互为反向延长线. 我们把具有这种特殊位置关系的两个角叫做**对顶角**(vertical angles).

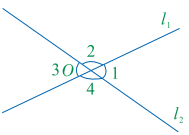


图 7－2－1

$\angle 2$ 和 $\angle 4$ 也是对顶角.

对顶角的大小有什么关系呢？

一起探究

1. 如图 7－2－1，两条直线 l_1，l_2 相交于点 O，当一条直线绕点 O 转动时，$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 同时增大或同时减小. 你能猜想出 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的大小关系吗？

2. 你能用测量或拼叠的方法验证你的猜想吗？试试看.

3. 你能从“同角的补角相等”这一事实出发，用说理的方法来验证你的猜想吗？

下面，我们对猜想“对顶角相等”的正确性给予说明.

如图 7－2－1，已知 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角，那么 $\angle 1=\angle 3$.

理由：因为　$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，$\angle 2$ 与 $\angle 3$ 互补，

所以　$\angle 1=\angle 3$（同角的补角相等）.

教学目标

1. 知道平面内两条直线只有相交与不相交(平行)两种情形. 理解对顶角，探究并掌握“对顶角相等”这一结论.

2. 能够识别同位角、内错角和同旁内角. 理解垂线、垂线段的概念.

3. 能过一点画已知直线的垂线，掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

观察与思考

确认平面上两条直线位置关系只有两种：相交和不相交.

一起探究

一是让学生通过自己探究，得到“对顶角相等”这一事实；二是让学生从“验证”与“说理”两个层面确认这是一个真命题.

教学建议

本节课分两个课时. 第一课时，主要是在知道平面上两条直线的位置关系之后，研究两条直线相交以及两条直线同第三条直线相交的情况. 第二课时，主要是研究两条直线垂直以及过一点作已知直线垂线的有关问题. 教学中，应当以引导学生观察与画图操作等活动为主.

1. 学生认识平面上两条直线的位置关系，主要依赖于自己的观察、想象和具体画图. 教学中应充分展开这个过程.

2. 对于两条直线相交的情况，主要研究对顶角之间的关系，为此，可按“一起探究”设计的问题和活动过程来展开：先是在一条直线绕交点的旋转过程中，引导学生发现其中的“变”与“不变”——角的形状在发生变化但对顶角总保持相等；然后，让学生通过测量或折叠的方

微信公众号：电子课本大全

对顶角相等.

观察与思考

如图 7－2－2，一条直线 c 分别与两条直线 a，b 相交(也说直线 a，b 被直线 c 所截)，构成八个角.

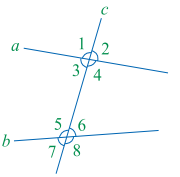


图 7－2－2

(1) 观察∠1 和∠5，∠2 和∠6，∠3 和∠7，∠4 和∠8 的位置关系，试描述它们的位置特征.

(2) ∠3 和∠6，∠4 和∠5 各有什么位置特征?

(3) ∠3 和∠5，∠4 和∠6 各有什么位置特征?

我们把具有∠1 和∠5 这样位置关系的一对角叫做**同位角**(corresponding angles). ∠2 和∠6，∠3 和∠7，∠4 和∠8 都是同位角.

把具有∠3 和∠6 这样位置关系的一对角叫做**内错角**(alternate interior angles). ∠4 和∠5 也是内错角.

把具有∠3 和∠5 这样位置关系的一对角叫做**同旁内角**(interior angles on the same side). ∠4 和∠6 也是同旁内角.

做一做

请你在图 7－2－3 的基础上分别画出符合下列各条件的角：

(1) 与∠ABC 是对顶角.

(2) 与∠ABC 是同位角.

(3) 与∠ABC 是内错角.

(4) 与∠ABC 是同旁内角.

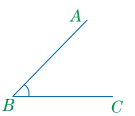


图 7－2－3

练　习

1. 填空：

如图，已知∠AOC=50°，那么，∠AOD=_____，∠BOD=_____，∠BOC=_____.

观察与思考

引导学生观察三条线形成的八个角，不共顶点的两个角之间分别具有某种特定的位置关系时，才定义为同位角、内错角、同旁内角.

做一做

要让学生自己或合作完成，再通过交流使学生更好地掌握同位角、内错角和同旁内角.(图略)

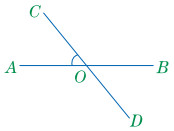
练　习

1. 130°，50°，130°.

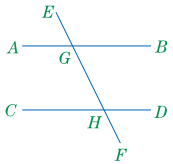
法来验证；最后，再引导学生用说理的方法来证明. 这样的过程，一是能培养学生的抽象能力，二是让学生体会到操作验证也是发现规律的重要途径，三是认识到说理是图形与几何学习中确认命题为真命题的基本方法. 这样的过程，也是在培养和发展学生的推理能力，积累学生的数学活动经验.

3. 对于两条直线都与另一条直线相交的情况，主要是引导学生从“位置”的角度，识别出同位角、内错角和同旁内角. 在“观察与思考”中，应抓住“位置”的特征来确定这三类角. 然后，可另行设计一个变式的练习. 最后再来完成“做一做”.

微信公众号：电子课本大全



（第 1 题）



（第 2 题）

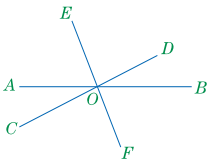
2. 直线 AB，CD 被直线 EF 所截，交点分别为 G，H，所有的同位角、内错角、同旁内角、对顶角各有多少对？分别写出两对来，填入下表.

名　称	对　数	举　例
对顶角		
同位角		
内错角		
同旁内角		

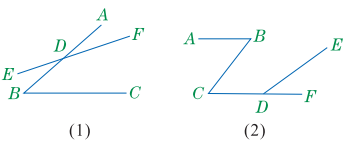
习　题

A 组

1. 如图，直线 AB，CD，EF 都经过点 O，图中有几对对顶角？请以等式的形式把它们写出来.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，请分别写出各图中的一对同位角、内错角和同旁内角.

B 组

1. 如图，$\angle 1$ 和 $\angle 2$，$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 各是由哪两条直线被哪一条直线所截形成的？它们是具有什么位置关系的角？

2. 图中对顶角、同位角、内错角、同旁内角各有 4 对、4 对、2 对、2 对.
举例略.

习　题

A 组

1. 6 对对顶角，分别是
$\angle BOD=\angle AOC$，
$\angle DOE=\angle COF$，
$\angle EOA=\angle FOB$，
$\angle BOE=\angle AOF$，
$\angle AOD=\angle BOC$，
$\angle EOC=\angle FOD$.

2. 答案不唯一.
如：图(1)中，$\angle ADF$ 与 $\angle ABC$ 是同位角；$\angle EDB$ 与 $\angle DBC$ 是内错角；$\angle FDB$ 与 $\angle DBC$ 是同旁内角. 图(2)略.

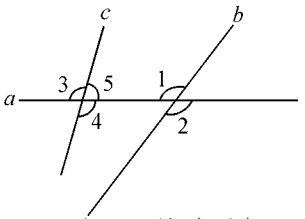
B 组

1. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是直线 AB，CD 被 AC 所截形成的内错角；$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是直线 AD，BC 被 AC 所截形成的内错角.

微信公众号：电子课本大全

2. 因为∠1与∠2中有一边不是另一边的延长线，所以它们不是对顶角. 同理，∠3与∠4也不是对顶角.

3. 画图如下：

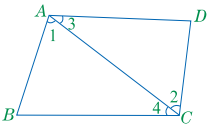


∠2与∠1是对顶角；

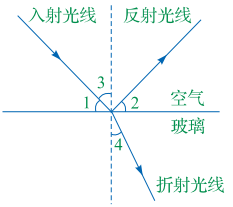
∠3与∠1是同位角；

∠4与∠1是内错角；

∠5与∠1是同旁内角.



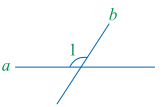
（第1题）



（第2题）

2. 光线从空气射入玻璃时，光的传播方向发生了改变，一部分光线通过玻璃表面反射形成反射光线，一部分光线穿过玻璃发生了折射，如图所示. 由科学实验知道，∠1＝∠2，∠4＜∠3，那么∠1和∠2是对顶角吗，∠3和∠4是对顶角吗？为什么？

3. 如图，两条直线 a，b 相交，请你再画一条直线 c，构成八个角，并分别找出与∠1是对顶角、同位角、内错角、同旁内角的角.



（第3题）

如图7－2－4，两条直线 AB 和 CD 相交于点 O. 把直线 CD 绕点 O 按逆时针方向转动，当 $\angle BOD=90°$ 时，如图7－2－5，称直线 AB 和 CD 互相**垂直**(perpendicular)，记作“$AB\perp CD$”，读作“AB 垂直于 CD”. AB 是 CD 的垂线，CD 也是 AB 的垂线. 它们的交点 O 叫做**垂足**(foot of a perpendicular).

你能举出生活中反映“两直线垂直”的例子吗？

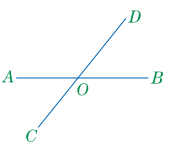


图7－2－4

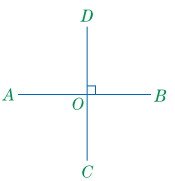


图7－2－5

想一想，其他三个角都是什么角？

已知直线 AB 及 AB 上一点 C. 利用三角尺，可以按图7－2－6所示的方法，画出经过点 C 的 AB 的垂线.

* * * * * * * * * * *

教学建议

在学习了两条直线相交的一般情况之后，本节课来研究两条直线相交的特殊情况——垂直，即交角等于90°的情况，以及如何过一点作已知直线的垂线.

1. 学生在小学就认识了什么叫两条直线垂直，这里，可在相交的两条直线中，让其中一条直线绕交点旋转，从中得出交角成直角的情况，感受垂直是两直线相交的特殊情形. 这样做有助于学生从“过程”与“位置”两个方面认识“垂直”，并从中积累活动经验.

2. “经过直线上或直线外一点，有且只有一条直线与已知直线垂直”这一基本事实，必须通过学生的画图操作、思考与交流获得大家的确认. 因此，要留给学生充分的时间和空间，认真做好“试着做做”. 首先，应引导学生从得出交角为直角出发，利用三角尺或量角器画出过直线上或直线外一点的垂线，使学生认识到“这样的垂线的存在性”(即“有”)，然后，从操作

微信公众号：电子课本大全

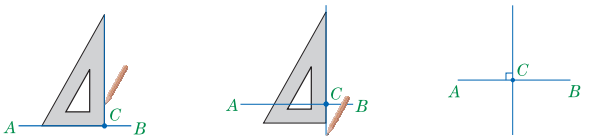


图 7－2－6

试着做做

1. 你能借助三角尺或量角器经过直线 AB 外一点 C 画出 AB 的垂线吗？试一试.

2. 经过直线上或直线外一点画该直线的垂线，可以画几条？

基本事实 **经过直线上或直线外一点，有且只有一条直线与已知直线垂直.**

一起探究

如图 7－2－7，C 是直线 AB 外一点，且 $CD\perp AB$，垂足为 D，即 CD 是点 C 到 AB 的垂线段. 再经过点 C 向直线 AB 任意引两条线段 CE，CF.

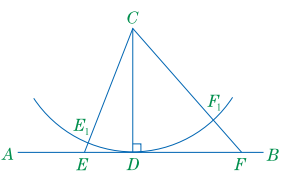


图 7－2－7

（1）猜想线段 CE，CD，CF 哪一条最短.

（2）以点 C 为圆心，CD 的长为半径画弧，圆弧分别与线段 CE，CF 相交于点 E_1，F_1. 线段 CE_1，CD，CF_1 相等吗？由此能进一步验证你的猜想吗？

通过上面的探究，我们得到：

直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短.

我们把垂线段 CD 的长度称为**点 C 到直线 AB 的距离.**

试着做做

目的是通过学生自己的操作，以确认这样的直线存在，并且是唯一的.

一起探究

让学生通过自己的操作及相互交流，从感性体验，发展为理性认同：“垂线段最短”.

和思考两个角度认识到“这样的垂线的唯一性”（即“只有”）.

3. 同样，对于“直线外一点与直线上各点连接的所有线段中，垂线段最短”，也要建立在学生的画图操作、观察与比较等真实活动之上. 为此，可按“一起探究”的形式，另辅以更多事例来进行说明.

微信公众号：电子课本大全

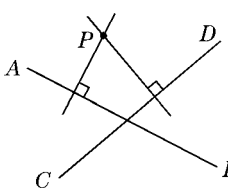
练 习

1. 略.
2. 过点 C 画 AB 的垂线，设垂足为 O. 从点 O 处开始，沿线段 OC 挖渠，才能使水渠长度最短.
3. 线段 AO 的长度是跳远的成绩.

习 题

A 组

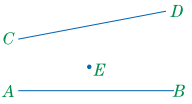
1. 画出的垂线如图所示. 点 P 到直线 AB，CD 的距离略.



2. 略.

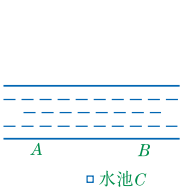
练 习

1. 如图，已知直线 AB，CD 和点 E，过点 E 分别画出直线 AB，CD 的垂线.

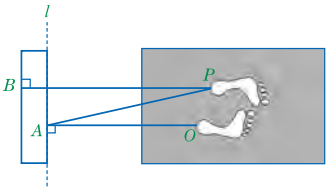


（第 1 题）

2. 如图，要把河中的水引到水池 C，在河岸 AB 的什么地方开始挖渠，才能使水渠的长度最短？



（第 2 题）



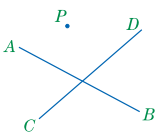
（第 3 题）

3. 如图，在测量跳远成绩的示意图中，直线 l 是起跳线，BP，AP，AO 中哪一条线段的长度是跳远的成绩？

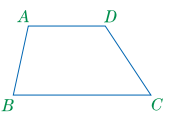
习 题

A 组

1. 经过点 P 分别画直线 AB 和 CD 的垂线，使用刻度尺分别测量点 P 到直线 AB 和 CD 的距离.（精确到 1 mm）



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，经过点 A，D 画 BC 的垂线段 AE，DF. 分别量出点 A，D 到 BC 的距离.（精确到 1 mm）

微信公众号：电子课本大全

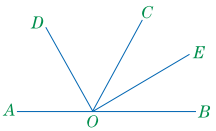
3. 一个正方形的两条对角线有什么位置关系？画一画，量一量.

B 组

1. 给下面命题的说理过程填写依据.

已知：如图，O 是直线 AB 上的一点，OD 是 $\angle AOC$ 的平分线，OE 是 $\angle COB$ 的平分线.

对 $OD\perp OE$ 说明理由.



（第 1 题）

理由：因为 $\angle DOC=\frac{1}{2}\angle AOC$（　　），

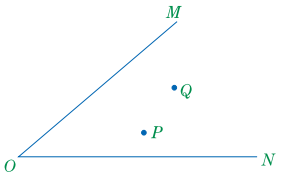
$\angle COE=\frac{1}{2}\angle COB$（　　），

所以 $\angle DOC+\angle COE=\frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle COB=\frac{1}{2}$（$\angle AOC+\angle COB$）（　　）.

所以 $\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 180°=90°$（两角和的定义）.

所以 $OD\perp OE$（　　）.

2. 如图，P，Q 是 $\angle MON$ 内的两点，请由点 P，Q 分别向 $\angle MON$ 的两边画垂线 PA，PB 和 QC，QD，垂足分别为 A，B，C，D. 通过观察与测量，对 $\angle APB$ 和 $\angle CQD$ 的大小关系提出你的猜想.



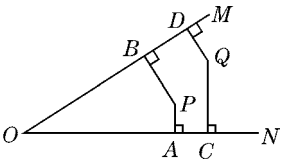
（第 2 题）

3. 垂直. 画图和测量略.

B 组

1. 角平分线定义，角平分线定义，等量代换，垂直的定义.

2. 画图如下：



猜想：$\angle APB=\angle CQD$.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 理解平行线的概念.

2. 了解“两条平行线之间的距离处处相等”. 理解并掌握“经过已知直线外一点，有且只有一条直线和已知直线平行”“同位角相等，两直线平行”.

3. 体会并掌握说理的表达方式.

7.3 平行线

平行是两条直线的一种特殊位置关系. 在本节中，我们将认识平行线，并了解如何画两条平行线.

你能从下列事物中看到平行线吗?



在同一平面内，不相交的两条直线叫做**平行线**(parallel lines).

平行线的表示：

图　形	符　号	读　法
A ——— B C ——— D	$AB/\!/CD$	直线 AB 平行于直线 CD，或直线 AB 与 CD 平行
a ——— b ———	$a/\!/b$	直线 a 平行于直线 b，或直线 a 与 b 平行

试着做做

如图 7-3-1，直线 $a/\!/b$. A，B 为直线 a 上的任意两点.

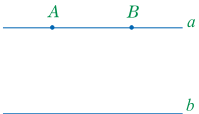


图 7-3-1

(1) 请用三角尺分别画出点 A 和点 B 到直线 b 的垂线段 AM，BN，观察并度量 AM 和 BN，看看它们的长度有什么关系.

试着做做

让学生通过操作体会到：第一，两条平行直线中，一条直线上的每一点都存在到另一直线的距离；第二，所有这些距离都是相等的.

教学建议

本节课，是学生在已有平行线的认知基础上，从性质和判定两个方面对平行线进行深入认识和理性学习.

1. 让学生从生活实际中感受“平行线”的广泛存在及应用，既能反映数学与现实的密切联系，也能增强学生形象思维和抽象能力. 因此，在教学中应对这一过程给予充分重视.

2. 对平行线的“图形表示”“符号表示”和“文字语言表述”的统一及相互转换，可通过适量练习让学生掌握.

3. “平行线之间的距离处处相等”，实际上是两直线平行的本质特征. 在“试着做做”中，要通过学生的操作与观察等活动，让学生形成自己的真实感受.

4. 对于沿一条直线移动三角尺来画出两条平行的直线，一定要让学生自己操作完成，并

微信公众号：电子课本大全

(2) 在直线 a 上另取一点 C，画出点 C 到直线 b 的垂线段. 它的长度与 AM，BN 的长度相等吗?

事实上，若直线 $a/\!/b$，则直线 a 上任意一点到直线 b 的距离都相等. 这个距离就叫做平行线 a 与 b 之间的距离.

两条平行线之间的距离处处相等.

已知一条直线 a，怎样画出另一条直线 b，使它和直线 a 平行呢? 在实际中，人们常用如下的方法(图 7-3-2)：

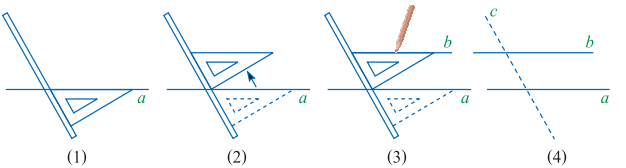


图 7-3-2

观察与思考

观察上面画平行线的过程.

(1) 如果在直线 a 外任意取一点 C，你能过点 C 画出与直线 a 平行的直线吗? 这样的直线能画出多少条?

(2) 如图 7-3-2(4)中，只要哪对角相等，就可使 $a/\!/b$? 在图 7-3-2(4)中指出这样的角.

基本事实 **经过已知直线外一点，有且只有一条直线和已知直线平行.**

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行. 简单地说，就是：

基本事实 **同位角相等，两直线平行.**

观察与思考

应引导学生通过与图示相同的方式进行实际画图和操作，帮助学生理解并确认“同位角相等，两直线平行”和“经过已知直线外一点，有且只有一条直线和已知直线平行”这两条基本事实.

在教师的引导和提炼下，从中确认两条基本事实：“同位角相等，两直线平行”“已知直线外一点，有且只有一条直线和已知直线平行”.

5. 设置例题的目的，一是巩固对“同位角相等，两直线平行”的认识，二是引导学生体会基本的演绎说理的形式. 应当认识到，学生对于说理的领悟和掌握，需要一个较长的过程，教学中应通过逐步渗透、展示、递进和提高的过程来有效地完成.

微信公众号：电子课本大全

例 如图 7－3－3，∠1＝55°，∠2＝55°．直线 a 与 b 平行吗？为什么？

解：$a/\!/b$.

理由是：

因为 ∠1＝55°，∠2＝55°，(已知)

所以 ∠1＝∠2（等量代换）.

所以 $a/\!/b$（同位角相等，两直线平行）.

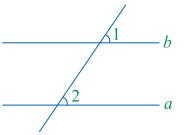


图 7－3－3

在对命题进行说理的过程中，经常会使用“因为”“所以”两个词，为简单起见，今后我们用符号“∵”表示“因为”，用“∴”表示“所以”.

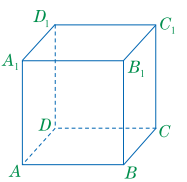
练 习

1. 如图所示是一个正方体.

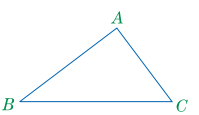
(1) 写出三对互相垂直的棱，并用符号表示.

(2) 写出三对互相平行的棱，用符号表示并指出它们之间的距离.

(3) 观察棱 AB 和 B_1C_1，它们所在的直线相交吗？它们所在的直线平行吗？请你说明理由.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图，过点 A 画直线 MN 平行于 BC.

习 题

A 组

1. 图中每个小方格都是正方形.

(1) 在图(1)中，哪些直线是平行的？说出你的理由.

练 习

1. (1) 答案不唯一，如 $AA_1 \perp AB$，$A_1B_1 \perp B_1B$，$AB \perp BC$.

(2) 答案不唯一，如 $AB/\!/A_1B_1$，$AB/\!/CD$，$AD/\!/BC$.

距离略.

(3) AB 和 B_1C_1 既不相交，也不平行，因为它们不在同一平面内.

2. 略.

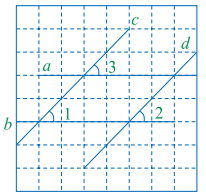
习 题

A 组

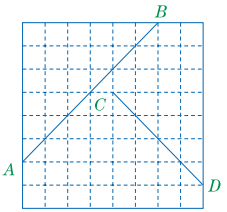
1. (1) ∵每个小方格都是正方形，∴∠1＝∠2＝∠3＝45°，

∴$a/\!/b$，$c/\!/d$.

微信公众号：电子课本大全



(1)

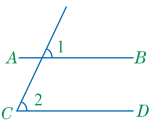


(2)

(第 1 题)

(2) 借助于网格，在图(2)中画出分别与 AB，CD 平行的两条直线.

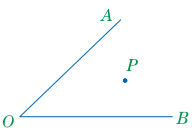
2. 如图，$\angle 1=64^\circ$，$\angle 2=64^\circ$，AB 与 CD 平行吗？说明理由.



(第 2 题)

B 组

1. 如图，过点 P 画直线 PE 平行于 OA，PE 与 OB 相交于点 E；画直线 PH 平行于 OB，PH 与 OA 相交于点 H.



(第 1 题)

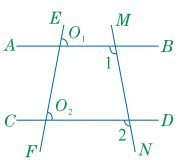
2. 填空. 如图：

(1) ∵ $\angle EO_1B=64^\circ$，$\angle EO_2D=64^\circ$，(已知)

∴ _____ // _____ (　　).

(2) ∵ $\angle 1=\angle 2$ (已知)，

∴ _____ // _____ (　　).



(第 2 题)

3. 填空. 如图：

(1) ∵ $\angle NDC=\angle NAM$ (已知)，

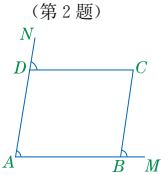
∴ _____ // _____ (　　).

(2) ∵ $\angle NAM=\angle CBM$ (已知)，

∴ _____ // _____ (　　).

(3) ∵ $\angle NDC=\angle NAM$，$\angle NAM=\angle CBM$，(已知)

∴ _____ = _____ (等量代换).



(第 3 题)

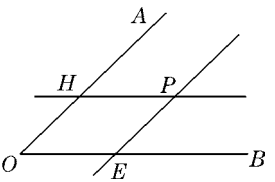
(2) 位置不唯一，图略.

2. $AB/\!/CD$. 理由如下：

∵ $\angle 1=64^\circ$，$\angle 2=64^\circ$，(已知) ∴ $\angle 1=\angle 2$ (等量代换). ∴ $AB/\!/CD$ (同位角相等，两直线平行).

B 组

1. 如图：



2. (1) AB；CD；同位角相等，两直线平行.

(2) AB；CD；同位角相等，两直线平行.

3. (1) DC；AB；同位角相等，两直线平行.

(2) DA；CB；同位角相等，两直线平行.

(3) $\angle NDC$；$\angle CBM$.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 探索并证明平行线的判定定理："内错角相等，两直线平行""同旁内角互补，两直线平行".

2. 会用平行线的判定定理去判定两条直线平行.

3. 进一步感受说理的表达方式，体会"推理"的意义和作用.

观察与思考

我们已经知道"同位角相等，两直线平行". 当"内错角相等"或"同旁内角互补"时，能推出"同位角相等"，从而又可获得平行线新的判定方法.

7.4 平行线的判定

我们已经确认了"同位角相等，两直线平行"，这是判定平行线的基本事实. 根据这条基本事实，可以说明平行线的判定定理.

观察与思考

我们已经知道：同位角相等，两条直线平行. 即在图 7－4－1 中，如果 $\angle 2=\angle 3$，那么 $AB/\!/CD$.

小亮和小红经过认真观察有了新的发现.

小亮的发现	小红的发现
因为 $\angle 1=\angle 3$（对顶角相等），如果 $\angle 1=\angle 2$，那么就能推出 $\angle 2=\angle 3$，于是就有 $AB/\!/CD$.	因为 $\angle 3+\angle 4=180°$（平角定义），如果 $\angle 2+\angle 4=180°$，那么就能推出 $\angle 2=\angle 3$，于是就有 $AB/\!/CD$.

（1）你认为小亮和小红的想法正确吗？

（2）阅读下面这两个命题的说理过程，在括号内填写依据.

命题 1 已知：如图 7－4－1，直线 AB，CD 被直线 EF 所截，$\angle 1=\angle 2$.

对 $AB/\!/CD$ 说明理由.

理由：∵ $\angle 1=\angle 2$（　　），

$\angle 1=\angle 3$（　　），

∴ $\angle 2=\angle 3$（　　）.

∴ $AB/\!/CD$（　　）.

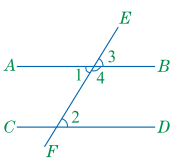


图 7－4－1

命题 2 已知：如图 7－4－1，直线 AB，CD 被直线 EF 所截，$\angle 2+\angle 4=180°$.

对 $AB/\!/CD$ 说明理由.

理由：∵ $\angle 2+\angle 4=180°$（　　），

$\angle 3+\angle 4=180°$（　　），

∴ $\angle 2=180°-\angle 4$，$\angle 3=180°-\angle 4$.（　　）

教学建议

1. 本节课的导言，蕴含着两层意思，一是直接应用"同位角相等，两直线平行"这一事实，可判定两条直线平行，二是若能以另外的条件推出同位角相等，那么这另外的条件也就可以用来判定两条直线平行. 让学生首先确定这样的认识，不仅为平行线判定定理的探究指明了方向，而且也暗示了新的判定方法的证明.

2. 对于"观察与思考"，可让学生充分观察与研究"三线八角"的图形，从中发现"同位角相等""内错角相等""同旁内角互补"三者之间可以互推的关系，即由其中一个条件成立，可推得另外两个条件也成立. 结合图形，探究清楚这种关系，既可获得新的判定定理，又为定理的证明奠定了基础.

3. 在获得定理（现在还是命题）的猜想之后，可按教科书上的方式，让学生阅读说理过程，

微信公众号：电子课本大全

∴ $\angle 2=\angle 3$（　　）.

∴ $AB/\!/CD$（　　）.

由此得到定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或者同旁内角互补），那么这两条直线平行.

简单地说，就是：

内错角相等，两直线平行.

同旁内角互补，两直线平行.

例 如图 7－4－2，已知直线 AB，CD 被直线 EF 所截，$\angle 1=60°$，$\angle 2=120°$.

对 $AB/\!/CD$ 说明理由.

理由：∵ $\angle 1+\angle 2=60°+120°=180°$（已知），

$\angle 2=\angle 4$（对顶角相等），

∴ $\angle 1+\angle 4=180°$（等量代换）.

∴ $AB/\!/CD$（同旁内角互补，两直线平行）.

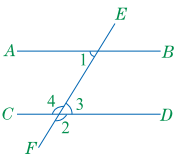
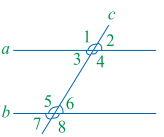


图 7－4－2

练　习

1. 如图，直线 a，b 被直线 c 所截，如果同位角 $\angle 1=\angle 5$，请你写出图中其他相等的同位角、所有相等的内错角、所有互补的同旁内角.

2. 对于上面例题中的命题，请你试着写出用“内错角相等，两直线平行”或“同位角相等，两直线平行”进行说理的过程.

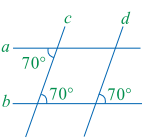


（第 1 题）

习　题

A　组

1. 如图，请你找出图中互相平行的直线，并说明理由.



（第 1 题）

练　习

1. 相等的同位角有：$\angle 3$ 与 $\angle 7$，$\angle 2$ 与 $\angle 6$，$\angle 4$ 与 $\angle 8$. 相等的内错角有：$\angle 3$ 与 $\angle 6$，$\angle 4$ 与 $\angle 5$. 互补的同旁内角有：$\angle 3$ 与 $\angle 5$，$\angle 4$ 与 $\angle 6$.

2. ∵ $\angle 2=120°$（已知），

∴ $\angle 3=180°-\angle 2=60°$（邻补角定义）.

∵ $\angle 1=60°$（已知），

∴ $\angle 1=\angle 3$（等量代换），

∴ $AB/\!/CD$（内错角相等，两直线平行）.

利用“同位角相等，两直线平行”说理，略.

习　题

A 组

1. $a/\!/b$.

∵ a，b 被 c 所截，一对内错角都是 $70°$，∴ $a/\!/b$.

$c/\!/d$. 说理略.

并填写理由. 也可给学生更大空间，让学生先口述说理过程，再书写并注明理由.

4. 得到平行线的判定定理之后，通过例题和练习，让学生进一步熟悉和应用. 在应用的过程中，应关注说理能力的培养.

微信公众号：电子课本大全

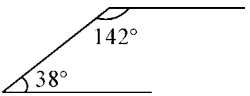
2. (1)同位角相等，两直线平行.

(2)∠2，∠3.

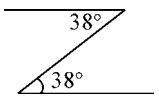
(3)∠4，∠2.

B 组

1. 这样的位置有两个，示意图及理由如下：



理由：同旁内角互补，两直线平行.



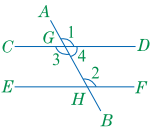
理由：内错角相等，两直线平行.

2. 方法一：已知；平角的定义；同角的补角相等；同位角相等，两直线平行.

方法二：已知；平角的定义；同角的补角相等；对顶角相等；等量代换；内错角相等，两直线平行.

方法三：已知；对顶角相等；等量代换；同旁内角互补，两直线平行.

2. 将下面的说理过程补充完整. 如图，直线 CD，EF 被直线 AB 所截.



(第 2 题)

(1) ∵ ∠1=∠2（已知），

∴ $CD \parallel EF$（　　）.

(2) ∵ _____=_____（已知），

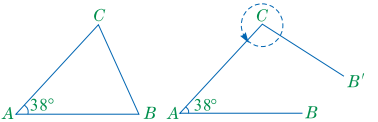
∴ $CD \parallel EF$（内错角相等，两直线平行）.

(3) ∵ _____+_____=180°（已知），

∴ $CD \parallel EF$（同旁内角互补，两直线平行）.

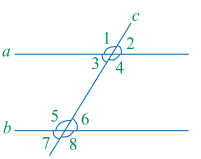
B 组

1. 如图(1)，在三角形 ABC 中，$\angle A=38°$，BC 边绕点 C 按逆时针方向旋转一周回到原来的位置. 在旋转的过程中(图(2))，是否有一位置使 $CB' \parallel AB$？如果有这样的位置，请你画出示意图，并写出判断它们平行的理由.



(第 1 题)

2. 如图，直线 a，b 被直线 c 所截. 若∠1+∠7=180°，则 $a \parallel b$. 在下面说理过程中的括号里填写说理依据.



(第 2 题)

方法一：∵ ∠1+∠7=180°（　　），

而 ∠1+∠3=180°（　　），

∴ ∠7=∠3（　　）.

∴ $a \parallel b$（　　）.

方法二：∵ ∠1+∠7=180°（　　），

∠1+∠3=180°（　　），

∴ ∠7=∠3（　　）.

又 ∠7=∠6（　　），

∴ ∠3=∠6（　　）.

∴ $a \parallel b$（　　）.

方法三：∵ ∠1+∠7=180°（　　），

而 ∠1=∠4，∠7=∠6，（　　）

∴ ∠4+∠6=180°（　　）.

∴ $a \parallel b$（　　）.

微信公众号：电子课本大全

7.5 平行线的性质

受两条直线平行判定方法研究过程的启发，下面，我们用一条直线去截两条平行线来探索在这种情况下同位角、内错角、同旁内角有什么样的特殊关系.

一起探究

如图 7－5－1，已知直线 $a/\!/b$，且被直线 c 所截.

（1）猜想同位角∠1 与∠5 的大小有什么关系，用量角器量一量，验证你的猜想.

（2）图中其他的同位角是否也相等呢？和同学交流.

（3）请你画一条直线 d，使它和 a，b 都相交，度量其中任意一对同位角，看其大小有什么关系.

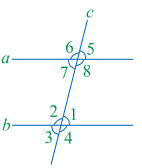


图 7－5－1

平行线性质定理[1]：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等. 简称为：

两直线平行，同位角相等.

大家谈谈

如图 7－5－1，已知直线 $a/\!/b$，且它们被直线 c 所截. 由平行线性质定理，可得∠1＝∠5.

（1）由∠1＝∠5 能推出∠1 与∠7 相等吗？∠2 与∠8 也相等吗？为什么？

（2）由∠1＝∠5 能推出两对同旁内角互补吗？为什么？

事实上，如图 7－5－2，直线 $AB/\!/CD$，AB，CD 被直线 EF 所截，∠1 和∠2 是内错角.

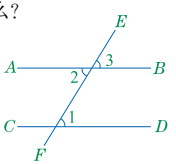


图 7－5－2

[1] 此定理将在以后说明理由.

教学目标

1. 经历探究平行线性质定理的过程，掌握平行线的性质定理并会应用.

2. 了解“平行于同一条直线的两条直线平行”.

3. 提高学生的合情推理能力，发展学生的说理能力.

一起探究

通过对两条平行线被第三条直线所截图形的观察，从直观上获得“同位角相等”的猜想，进而验证（以后证明）.

大家谈谈

目的是让学生再一次认识到“同位角相等”“内错角相等”“同旁内角互补”三者之间可以互相推出的事实.

教学建议

1. 在平行线的三个性质中，《标准（2011 年版）》中规定“两直线平行，同位角相等”为定理，但其证明多需借助于反证法，显然在这里给出不合适. 本教材在此先让学生通过观察和验证，确定结论成立，承认它是定理，其证明后面将给出. 在教学中，对此内容应按观察猜测和度量验证的定位来组织实施.

2. 引导学生观察和探究：在“同位角相等”的条件下，“内错角之间有怎样的关系”？先得到猜想（命题），后说理予以证明. 这样的过程，既是提高学生合情推理能力的过程，也是发展学生演绎推理能力的过程. 教学中应充分利用这一过程，不仅能使学生掌握平行线的性质，而且能发展学生的推理能力.

3. 对于定理“两直线平行，同旁内角互补”的教学，可依照 2 中的基本思路和步骤来进行.

微信公众号：电子课本大全

对∠1=∠2 说理过程如下：

∵ $AB/\!/CD$（已知），

∴ ∠1=∠3（两直线平行，同位角相等）.

∵ ∠2=∠3（对顶角相等），

∴ ∠1=∠2（等量代换）.

做一做

已知：如图 7－5－3，直线 $AB/\!/CD$，AB，CD 被直线 EF 所截，∠1 和∠2 是同旁内角.

对∠1+∠2=180°说明理由.

理由：∵ $AB/\!/CD$（　　），

∴ ∠1=∠3（　　）.

∵ ∠3+∠2=180°（　　），

∴ ∠1+∠2=180°（　　）.

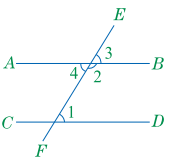


图 7－5－3

还有其他的说理方法吗？

于是得到两个平行线性质定理：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等，同旁内角互补. 简称为：

两直线平行，内错角相等.

两直线平行，同旁内角互补.

例 1 已知：如图 7－5－4，$a/\!/b$，$c/\!/d$，∠1=73°. 求∠2 和∠3 的度数.

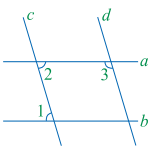


图 7－5－4

解：∵ $a/\!/b$（已知），

∴ ∠1=∠2（两直线平行，内错角相等）.

∵ ∠1=73°（已知），

∴ ∠2=73°（等量代换）.

∵ $c/\!/d$（已知），

∴ ∠2+∠3=180°（两直线平行，同旁内角互补）.

∴ ∠3=180°－∠2（等式的性质）.

∴ ∠3=180°－73°=107°（等量代换）.

做一做

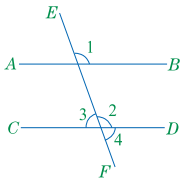
首先让学生观察并猜想：一对同旁内角之间的数量关系，然后对说理过程填写理由. 其理由依次为：已知；两直线平行，同位角相等；平角的定义；等量代换.

4. 对于例题，应先由学生独立完成，后由教师和学生一起补充完善.

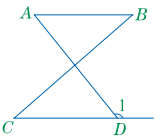
微信公众号：电子课本大全

练 习

1. 如图，已知 $AB//CD$，$\angle 1=110°$，求$\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$ 的度数.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 下面写出了命题“如图，如果$\angle B=\angle C$，那么$\angle A+\angle 1=180°$”的说理过程，请你填空：

$\because$ $\angle B=\angle C$（　　），

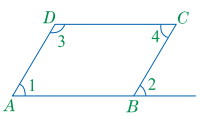
$\therefore$ _____$//$_____（　　）.

$\therefore$ $\angle A+\angle 1=180°$（　　）.

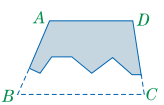
习 题

A 组

1. 如图，$AB//DC$，$AD//BC$，且$\angle 1=60°$. 求$\angle 2$，$\angle 3$，$\angle 4$ 的度数.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，已知一工件 $ABCD$，它的下半部已经残缺. 只知道 $AD//BC$，并且量得$\angle A=115°$，$\angle D=99°$. 你能算出残缺的下半部$\angle B$和$\angle C$两个角的度数吗？写出理由.

练 习

1. $\because AB//CD$，
$\angle 1=110°$，（已知）
$\therefore \angle 2=\angle 1=110°$（两直线平行，同位角相等）.
$\therefore \angle 3=180°-\angle 2=70°$（平角定义）.
$\therefore \angle 4=\angle 3=70°$（对顶角相等）.

2. 已知；AB；CD；内错角相等，两直线平行；两直线平行，同旁内角互补.

习 题

A 组

1. $\because AD//BC$，$\angle 1=60°$，（已知）
$\therefore \angle 2=\angle 1=60°$（两直线平行，同位角相等）.
$\because AB//DC$（已知），
$\therefore \angle 4=\angle 2=60°$（两直线平行，内错角相等）.
$\therefore \angle 3=180°-\angle 1=120°$（两直线平行，同旁内角互补）.

2. 能算出：$\angle B=65°$，$\angle C=81°$.
$\because AD//BC$，$\angle A=115°$，$\angle D=99°$，（已知）
$\therefore \angle B=180°-\angle A=65°$，$\angle C=180°-\angle D=81°$.（两直线平行，同旁内角互补）

微信公众号：电子课本大全

B 组

1. ∵ $AD \parallel BC$，$\angle 1 = 120°$，（已知）

∴ $\angle ABC = \angle 1 = 120°$（两直线平行，同位角相等）.

∵ $AB \parallel DC$（已知），

∴ $\angle ABC + \angle 2 = 180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

∴ $\angle 2 = 180° - \angle ABC = 60°$（等式性质）.

2. $\angle B$；两直线平行，同位角相等；$\angle A$；两直线平行，内错角相等；等量代换.

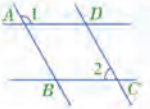
一起探究

1. 应先让学生按要求画出相应直线，从观察中获得猜想，然后写出命题，最后说明理由.

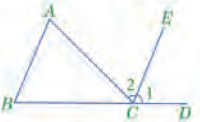
* * * * * * * * * * *

B 组

1. 如图，直线 $AD \parallel BC$，$AB \parallel DC$，$\angle 1 = 120°$. 求 $\angle 2$ 的度数.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，点 B，C，D 在同一条直线上，$\angle A = \angle B$. 如果 $CE \parallel AB$，那么 $\angle 1 = \angle 2$. 对以下说理过程填空：

∵ $CE \parallel AB$（已知），

∴ $\angle 1 =$ _____（　　），

$\angle 2 =$ _____（　　），

∵ $\angle A = \angle B$（已知），

∴ $\angle 1 = \angle 2$（　　）.

例 2　已知：如图 7-5-5，$\angle 1 = \angle 2$.

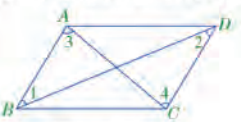


图 7-5-5

分析：$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是 AB，CD 被 BD 所截得的内错角，由 $\angle 1 = \angle 2$ 可得 $AB \parallel CD$. $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 是 AB，CD 被 AC 所截得的内错角，由 $AB \parallel CD$，可得 $\angle 3 = \angle 4$.

对 $\angle 3 = \angle 4$ 说明理由.

理由：∵ $\angle 1 = \angle 2$（已知），

∴ $AB \parallel CD$（内错角相等，两直线平行）.

∴ $\angle 3 = \angle 4$（两直线平行，内错角相等）.

一起探究

1. 先画直线 l_1，再画直线 l_2，l_2 分别与 l_1 平行.

教学建议

本节课是平行线判定定理和性质定理的应用.

1. 关于例 2，应关注两个方面：一是应用平行线的判定定理和性质定理，二是进一步体会演绎推理的步骤与书写格式. 同时，还应关注本题安排的“分析”，这是解决这类问题的一种有效的思考过程. 教学中，可先让学生阅读该“分析”，然后进行解释，体会它的作用，也可以在思考读题之后，直接让学生试着说明自己的想法，然后交流并与教材上的“分析”对照.

2. 对于“一起探究”，是要探究与证明定理“平行于同一条直线的两条直线平行”. 在这里，教材是先通过让学生画出同一条直线的两条平行线，并去观察和猜想这两条直线的位置关系——即探究发现，然后设法证明自己的猜想. 证明中，先利用平行线的性质定理，再利用平行线的判定定理.

微信公众号：电子课本大全

2. 观察画出的图形，直线 l_2 与 l_3 有怎样的位置关系？提出猜想，并对猜想的正确与否说明理由.

事实上，如图 7－5－6，如果 $a\parallel b$，$a\parallel c$，那么 $b\parallel c$.

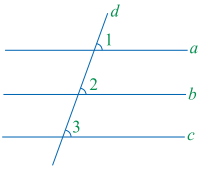


图 7－5－6

分析：由 $a\parallel b$，可得$\angle 1=\angle 2$. 由 $a\parallel c$ 可得$\angle 1=\angle 3$. 由等量代换可得$\angle 2=\angle 3$. 由同位角相等，两直线平行，可得 $b\parallel c$.

理由：∵ $a\parallel b$（　　），

∴ $\angle 1=\angle 2$（　　）.

∵ $a\parallel c$（　　），

∴ $\angle 1=\angle 3$（　　）.

∴ $\angle 2=\angle 3$（　　）.

∴ $b\parallel c$（　　）.

还有其他的说理方法吗？

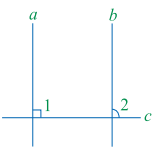
平行于同一条直线的两条直线平行.

练　习

为下面的说理过程填空：

已知：如图，直线 a，b 被直线 c 所截，$a\parallel b$，$a\perp c$.

对 $b\perp c$ 说明理由.



理由：∵ $a\parallel b$（　　），

∴ $\angle 1=$_____（　　）.

∵ $\angle 1=90°$（　　），

∴ $\angle 2=$_____（　　）.

∴ $b\perp c$（　　）.

2. 理由：

已知；两直线平行，同位角相等；已知；两直线平行，同位角相等；等量代换；同位角相等，两直线平行.

练　习

已知；$\angle 2$；两直线平行，同位角相等；垂直的定义；90°；等量代换；垂直的定义.

教学中，应把这一过程充分展开，让学生在探究中把自己的思考过程和理由展示出来，然后统一到“分析”所体现的基本方式上来，再完成表达与注明理由的步骤，以起到更好的发挥、培养与提高学生推理能力的作用.

3. 对于练习，也应按照与“一起探究”相仿的方式来实施教学.

微信公众号：电子课本大全

习 题

A 组

$\angle DNE$；两直线平行，内错角相等；$\angle AMF$；$\angle 2$；等量代换；内错角相等，两直线平行.

B 组

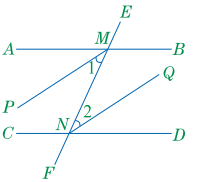
1. $\because AB \parallel CD$（已知），
$\therefore \angle B+\angle C=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.
$\because \angle B=\angle D$（已知），
$\therefore \angle C+\angle D=180°$（等量代换），
$\therefore AD \parallel BC$（同旁内角互补，两直线平行）.

2. $\because AB \perp MN$（已知），
$\therefore \angle ABN=90°$（垂直的定义）.
$\because CD \perp MN$（已知），
$\therefore \angle CDN=90°$（垂直的定义）.
$\therefore \angle ABN=\angle CDN$（等量代换）.
$\because BP$ 为 $\angle ABN$ 的平分线（已知），
$\therefore \angle PBN=\frac{1}{2}\angle ABN$（角平分线的定义）.

A 组

填空：

已知：如图，如果 $AB \parallel CD$，AB，CD 与直线 EF 分别相交于点 M 和 N，MP 平分 $\angle AMF$，NQ 平分 $\angle END$.



对 $MP \parallel NQ$ 说明理由.

理由：$\because$ $AB \parallel CD$（已知），

$\therefore$ $\angle AMF=$_____（　　）.

$\because$ MP 平分 $\angle AMF$（已知），

$\therefore$ $\angle 1=\frac{1}{2}$_____（角平分线的定义）.

同理 $\angle 2=\frac{1}{2}\angle END$，

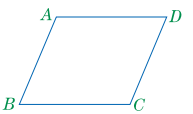
$\therefore$ $\angle 1=$_____（　　）.

$\therefore$ $MP \parallel NQ$（　　）.

“同理”是指和前边的推导过程与依据道理相同.

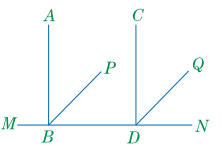
B 组

1. 已知：如图，$AB \parallel CD$，$\angle B=\angle D$.
对 $AD \parallel BC$ 说明理由.



（第 1 题）

2. 如图，如果 $AB \perp MN$ 于点 B，$CD \perp MN$ 于点 D，BP 为 $\angle ABN$ 的平分线，DQ 为 $\angle CDN$ 的平分线，那么 $BP \parallel DQ$. 请你写出说理过程.



（第 2 题）

$\because DQ$ 为 $\angle CDN$ 的平分线（已知），

$\therefore \angle QDN=\frac{1}{2}\angle CDN$（角平分线定义）.

$\therefore \angle PBN=\angle QDN$（等量代换）.

$\therefore BP \parallel DQ$（同位角相等，两直线平行）.

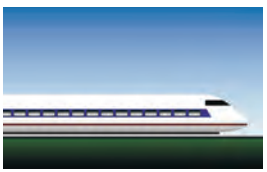
微信公众号：电子课本大全

7.6 图形的平移

在学习了平行线之后，我们容易联想到小学已学过的“图形的平移”. 下面，我们来探究二者之间的内在联系.

观察与思考

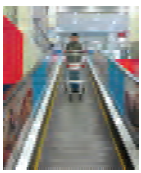
1. 观察图 7－6－1 中物体的运动情况，思考下面的问题：



在平直的铁轨上行驶的列车



正被吊起的重物



自动扶梯上的购物车

图 7－6－1

(1) 图中正在运动的物体，由一个位置移动到另一个位置后，它们的形状、大小是否发生了变化？

(2) 在上述物体的移动过程中，同一个物体的不同部位(如沿一段直轨行驶的列车的车头和车尾)移动的方向是否相同？移动的距离是否相等？

(3) 请你再说出一个类似于上面物体移动的实例.

2. 如果把在一个笔直的河道上平稳漂流的竹筏看做四边形 $ABCD$，那么，竹筏在水面上由一个位置漂流到另一个位置，就像图 7－6－2 所示的四边形 $ABCD$ 平行移动到四边形 $A'B'C'D'$ 的位置.



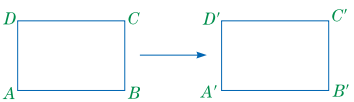


图 7－6－2

(1) 你认为四边形 $ABCD$ 平行移动到四边形 $A'B'C'D'$ 后，形状和大小是否发生了变化？

教学目标

1. 通过具体实例认识平移. 探索平移的基本性质.

2. 会根据指定的方向和距离画一个图形平移后的图形.

3. 经历观察、抽象概括等活动过程，进一步发展学生的空间观念.

观察与思考

生活中物体的平移，是抽象到数学中平面上图形平移的基础，因此，要借助学生最为熟悉的实例和教师恰当的引导，以有效地实现这个抽象过程.

教学建议

通过具体实例认识平移，实际上是一个抽象过程. 这个过程完成得好，不仅可以使知识学得更深入，还有助于抽象思维的提高，这是落实数学基本思想教学的重要途径.

具体教学时：

1. 可按照教材“观察与思考”的设计，分两个层次来进行：第一个层次，可引用教材上的例子，并让学生举出更多自己熟悉的实例，说明物体的平移，着重观察与认识物体平移的共性：在一个平移过程中，该物体的“每一个部分”(以后抽象到“点”)移动的方向和距离都是相同的；第二个层次，将物体平移抽象到平面图形的平移，特别要从中认识平移过程中的“对应点”“对应角”，以及平移的“方向”和“距离”.

2. 在经过如上抽象过程形成对平移认识的基础上，再通过学生的操作与观察，探究出图

微信公众号：电子课本大全

（2）当 AD 移动到 $A'D'$，BC 移动到 $B'C'$ 时，你认为它们移动的方向和距离分别有什么关系？把你的想法与同学进行交流.

像图 7－6－2 那样，在平面内，一个图形由一个位置沿某个方向移动到另一个位置，这样的图形运动叫做**平移**(translation).

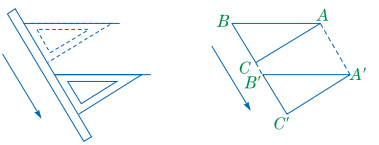
显然，图形的平移不改变它的形状和大小.

在图 7－6－2 中，四边形 $ABCD$ 经平移后得到四边形 $A'B'C'D'$. 我们把点 A 和点 A' 叫做对应点，线段 AB 与线段 $A'B'$ 叫做对应线段，$\angle A$ 和 $\angle A'$ 叫做对应角.

请你指出其他的对应点、对应线段和对应角.

一起探究

如图 7－6－3(1)所示，将三角尺的一边紧靠着固定的直尺推动，其结论是将三角形 ABC 沿 BC 方向平移到三角形 $A'B'C'$ 所在位置，如图 7－6－3(2).



(1)　　(2)

图 7－6－3

（1）在图 7－6－3(2)中，指出对应线段，并说明对应线段之间有什么关系；指出对应角，并说明对应角之间有什么关系.

（2）在图 7－6－3(2)中，对应点的连线 AA'，BB'，CC' 之间具有什么位置关系和数量关系？

在平面内，一个图形平移后得到的图形与原图形的对应线段相等，对应角相等，各对应点所连接的线段平行(或在同一条直线上)且相等.

例　如图 7－6－4，网格图中小方格都是边长为 1 个单位长度的小正方形.

（1）请你画出将三角形 ABC 向右平移 5 个单位长度后的图形. 连接各对对应点，并指出相等的线段和相等的角.

一起探究

首先，应让学生完成画图过程，因为这个操作活动内包含着将要探究的平移性质，然后按(1)、(2)两个方面的问题深入思考，并在相互交流中获得共识，从而使平移性质的概括自然形成.

形平移的性质. 教材上的“一起探究”，正是以此为目的设计的. 教学中，应引导学生自主活动，围绕平移前后的对应线段和对应角，突出探究它们平移前后的位置关系和数量关系，由观察形成猜想，再经测量进行验证，并在相互交流的基础上得出一致的结论.

3. 引导学生在网格图中画出简单图形平移后的图形(这实际是图形平移性质的应用)，并从中把握平移作图的要点：一是平移的方向；二是平移的距离. 教学中，应将教师的演示和学生的自主操作紧密地结合起来.

微信公众号：电子课本大全

(2) 请指出图中(包括新画出的)所有分别互相平行的线段.

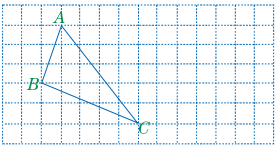


图 7-6-4

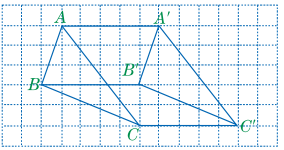


图 7-6-5

解:(1) 如图 7-6-5,三角形 $A'B'C'$ 即为所求.

相等的线段分为两类:

对应线段相等,即 $AB=A'B'$, $BC=B'C'$, $AC=A'C'$.

对应点所连接的线段都相等,即 $AA'=BB'=CC'$.

对应角相等,即 $\angle ABC=\angle A'B'C'$, $\angle ACB=\angle A'C'B'$, $\angle BAC=\angle B'A'C'$.

(2) 平行的线段也分为两类:

对应线段平行,即 $AB/\!/A'B'$, $BC/\!/B'C'$, $AC/\!/A'C'$.

各对应点所连接的线段平行,即 $AA'/\!/BB'/\!/CC'$.

练 习

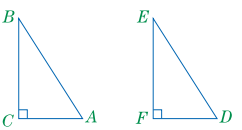
1. 如图,在图案(2)、(3)、(4)中,哪个是由图案(1)向右平移得到的?



(1) (2) (3) (4)

(第 1 题)

2. 如图,直角三角形 DEF 是由直角三角形 ABC 经过平移得到的,请写出它们的对应点、对应线段和对应角.



(第 2 题)

练 习

1. 图案(3).

2. 对应点:A 与 D, B 与 E, C 与 F.

对应线段:AB 与 DE, AC 与 DF, BC 与 EF.

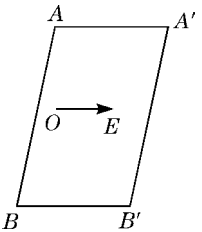
对应角:$\angle A$ 与 $\angle D$, $\angle B$ 与 $\angle E$, $\angle C$ 与 $\angle F$.

微信公众号:电子课本大全

习 题

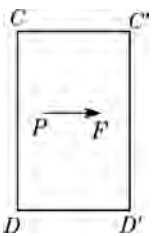
A 组

1. 第一个示意图如下：



相等的线段：$AB=A'B'$，$AA'=BB'$. 平行的线段：$AB\parallel A'B'$，$AA'\parallel BB'$. 相等的角：$\angle A=\angle B'$，$\angle B=\angle A'$.

第二个示意图如下：



相等的线段：$CD=C'D'$，$CC'=DD'$. 平行的线段：$CD\parallel C'D'$，$CC'\parallel DD'$.

相等的角：$\angle C=\angle C'=\angle D=\angle D'$.

2. 略.

3. 略.

* * * * * * * * * * *

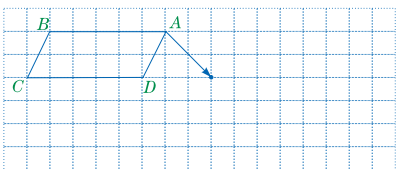
A 组

1. 如图，请画出把线段 AB，CD 分别按箭头所指的方向平移 3 cm 后的图形. 连接各对对应点，并指出相等的线段、平行的线段和相等的角.



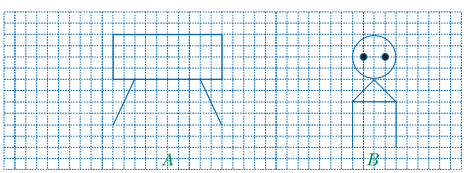
（第 1 题）

2. 在网格图中，把四边形 $ABCD$ 按箭头指示的方向平移，并使点 A 移到箭头标示的格点处. 请你画出平移后的图形.



（第 2 题）

3. 如图，网格图中的每一格的边长为 1 个单位长度. 把图形 A 向左平移 2 个单位长度，把图形 B 向左平移 5 个单位长度. 请画出平移后的图形.

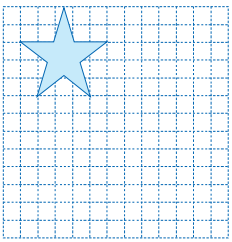


（第 3 题）

微信公众号：电子课本大全

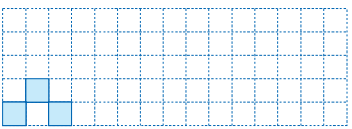
B 组

1. 如图，把网格图中的五角星先向右平移 6 格，再把向右平移后的图形向下平移 7 格，请画出每次平移后的图形.



（第 1 题）

2. 如图，如果把网格图中的三个涂了色的小正方形看做一个图形，把它在网格中进行多次平移，能不能将所有方格填满？如果填不满，怎样平移可使剩余的方格最少？最少剩余几个方格？



（第 2 题）

B 组

1. 略.
2. 不能将所有网格填满. 将三个涂色的小正方形依次向右平移一格，到不能平移时再向上平移一格，再按上述的方式依次向左平移一格. 如此一直进行下去，到不能平移为止. 左上角和右上角的两个方格没被涂色.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 回顾与整理本章所学的命题与说理，总结在本章所体现的说理的基本方式，提高推理能力.

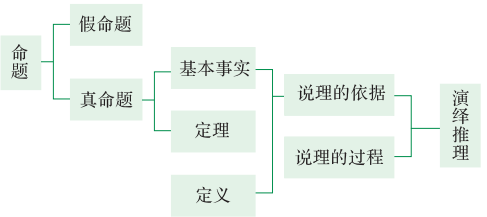
2. 回顾本章内容，对平面内两条直线位置关系所涉及的知识进行梳理，掌握有关知识之间的内在联系.

3. 通过对知识与方法的总结与归纳，积累数学活动经验，养成良好的学习习惯.

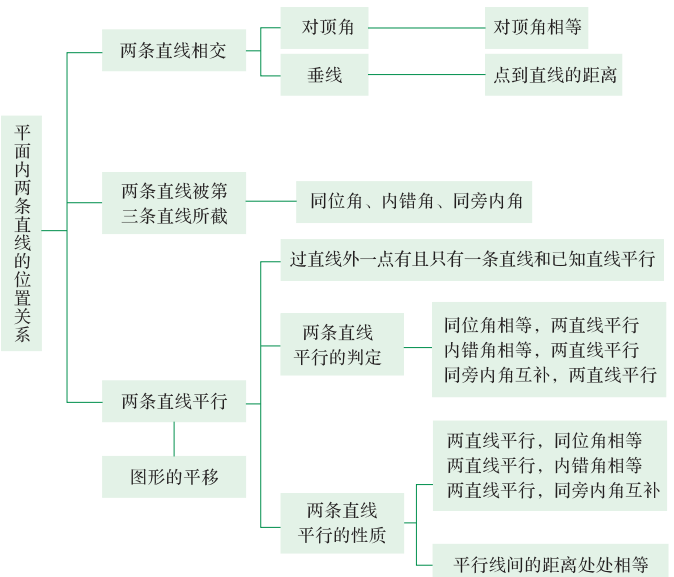
回顾与反思

一、知识结构

1. 在本章中，我们学习了有关命题与说理的知识，如下表：



2. 在本章中，我们还学习了相交线、平行线的有关知识，其内容及关系如下图所示：



教学建议

对于“回顾与反思”的教学，可以以教材安排的结构图为基本脉络，设计若干问题，让学生独立思考，分组讨论交流，用自己的语言表述或图示，以达到梳理“知识结构”的目的. 同时，结合本章定理的发现与证明，总结说理的方法，进一步发展学生的推理能力.

1. 熟悉命题，理解说理的必要性，掌握说理的方法，是本章教学的重要任务之一. 在回顾与反思中，可围绕本章的某个定理，从定理的发现过程，到定理的证明过程的回顾中，进一步认识合情推理与演绎推理.

2. 关于平面上两条直线的位置关系，应从“相交”和“平行”分别梳理，先形成各自的知识体系，然后将两个知识体系综合在一起，便构成了这部分内容的完整知识结构图（如教材所示）.

微信公众号：电子课本大全

二、总结与反思

1. 命题是对一件事情作出判断的语句. 命题由条件和结论两部分组成，常常写成“如果……那么……”的形式. 正确的命题叫做真命题，不正确的命题叫做假命题. 经过实践验证的真命题称为基本事实，经过演绎推理得到的重要的真命题叫做定理.

2. 本章同时关注两种推理，既关注“借助已有的知识和经验，借助图形的直观，通过操作、度量，运用合情推理或图形运动等方法探索、发现图形可能具有的性质”，也关注从定义和基本事实出发去探索、研究图形性质的演绎推理. 回顾“对顶角相等”的发现与对其正确性的说明，谈谈你对两种推理的认识.

在同一平面内，经过一点有且只有一条直线和已知直线垂直.

直线外一点与直线上各点的连线中，垂线段最短.

3. 在同一平面内，两条直线的位置关系有_____和_____. 请你借助熟悉的事物和几何图形，对直线的这两种位置关系提出自己的猜想，并加以说明.

4. 用一条直线去截两条直线，构成八个角，其中有四对同位角，两对内错角，两对同旁内角. 我们可借助同位角、内错角的相等以及同旁内角的互补来判定两直线平行.

5. 我们通常借助三角尺上的直角或量角器画已知直线的垂线（以后还有更严谨的作法），用移动三角尺的方法画平行线（这实际上是用同位角相等来保证这两条直线平行）.

6. 判定两条直线平行的方法有：_____.

7. 平行线的性质有：_____.

8. 图形的平移具有的性质：对应线段平行且相等，对应角相等，对应点所连成的线段平行(或共线)且相等.

复 习 题

A 组

1. 写出下列命题的条件和结论：

(1) 能被 2 整除的数一定是偶数.

(2) 两直线平行，同旁内角互补.

(3) 平行于同一条直线的两条直线平行.

复习题

A 组

1. (1)条件：一个数能被 2 整除；结论：这个数是偶数.

(2)(大前提：两条直线被第三条直线所截)条件：这两条直线平行；结论：同旁内角互补.

(3)条件：两条直线都平行于第三条直线；结论：这两条直线平行.

3. 对于图形的平移，也可类比地用适当的问题引导学生总结与梳理.

微信公众号：电子课本大全

2. (1) 如∠1＝∠2＝60°，但60°的角不是直角.
(2) 如 2＋(－2)＝0，但2与－2都不是0.
(3) 如∠1＝60°，∠2＝30°，那么∠1＞∠2，但∠1不是钝角.

3. ∵直线 a，b 交于点 O，∠1＝40°(已知)，
∴∠3＝∠1＝40°(对顶角相等).
∴∠2＝180°－∠1＝140°(邻补角定义)，
∴∠4＝∠2＝140°(对顶角相等).

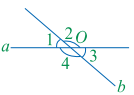
4. ∵$AB\perp CD$(已知)，
∴∠ABD＝90°(垂直的定义).
∵∠1＝30°(已知)，
∴∠2＝∠ABD－∠1＝60°(等量代换).

5. 略.

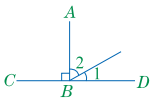
6. ∵$a/\!/b$，∠1＝70°，(已知)
∴∠2＝∠1＝70°(两直线平行，内错角相等).
∵$c/\!/d$(已知)，
∴∠3＝180°－∠2＝110°(两直线平行，同位角相等；邻补角定义).

2. 请你举反例说明下列命题是假命题：
(1) 相等的角是直角.
(2) 如果 $a+b=0$，那么 $a=0$，$b=0$.
(3) 如果∠1＞∠2，那么∠1是钝角.

3. 如图，直线 a，b 交于点 O，∠1＝40°. 求∠2，∠3，∠4的度数.



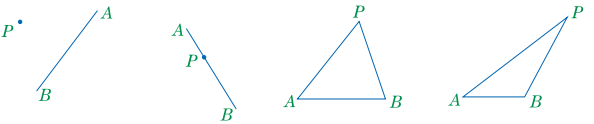
(第3题)



(第4题)

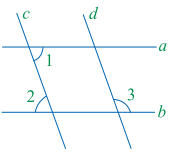
4. 如图，$AB\perp CD$，∠1＝30°. 求∠2的度数.

5. 在各图中，分别过点 P 画 AB 的垂线.

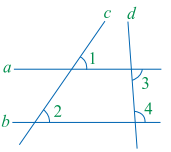


(第5题)

6. 如图，直线 $a/\!/b$，$c/\!/d$，∠1＝70°. 求∠2和∠3的度数.



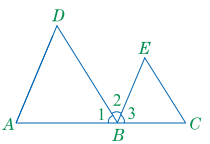
(第6题)



(第7题)

7. 如图，∠1＝55°，∠2＝55°，∠3＝85°. 求∠4的度数.

8. 如图，填空：



(第8题)

7. ∵∠1＝55°，∠2＝55°，(已知)
∴∠1＝∠2(等量代换).
∴$a/\!/b$(同位角相等，两直线平行).
∵∠3＝85°(已知)，
∴∠4＝180°－∠3＝95°(两直线平行，同旁内角互补).

微信公众号：电子课本大全

(1) ∵ $\angle A=\angle 3$（已知），

∴ _____∥_____（　　）.

(2) ∵ $\angle 2=\angle E$（已知），

∴ _____∥_____（　　）.

(3) ∵ $\angle A+$_____$=180°$（已知），

∴ $AD\parallel BE$（　　）.

9. 完成下列说理过程，并在括号内填上相应的依据.

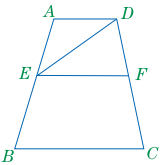
(1) 如图，∵ $\angle ADE=\angle DEF$（已知），

∴ $AD\parallel$_____（　　）.

又∵ $\angle EFC+\angle C=180°$（已知），

∴ $EF\parallel$_____（　　）.

∴ _____∥_____（　　）.



（第 9(1)题）

(2) 如图，∵ $DE\parallel AB$（已知），

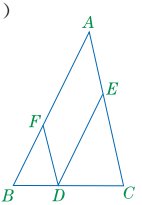
∴ $\angle B=$_____，$\angle A=$_____，（　　）

$\angle$_____$=\angle$_____（两直线平行，内错角相等），

$\angle$_____$+\angle$_____$=180°$，

$\angle$_____$+\angle$_____$=180°$，

$\angle$_____$+\angle$_____$=180°$（两直线平行，同旁内角互补）.



（第 9(2)题）

10. 填空：

(1) 已知：如图，$AB\parallel CD$，$\angle 1=70°$，$\angle 2=55°$.

对 EG 平分 $\angle BEF$ 说明理由.

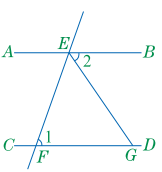
理由：∵ $AB\parallel CD$（已知），

∴ $\angle 1+\angle$_____$=180°$（　　）.

∴ $\angle$_____$=180°-\angle 1=180°-70°=110°$.

∵ $\angle 2=55°=\frac{1}{2}\angle$_____（　　），

∴ EG 是 $\angle BEF$ 的平分线.



（第 10(1)题）

8. (1) AD；BE；同位角相等，两直线平行.

(2) DB；EC；内错角相等，两直线平行.

(3) $\angle ABE$；同旁内角互补，两直线平行.

9. (1) EF；内错角相等，两直线平行；BC；同旁内角互补，两直线平行；AD；BC；平行于同一直线的两直线平行.

(2) $\angle EDC$；$\angle DEC$；两直线平行，同位角相等；BFD；EDF；AFD；FDE；B；BDE；A；AED.

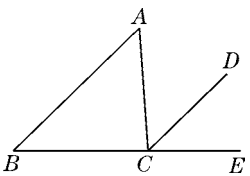
10. (1) BEF；两直线平行，同旁内角互补；BEF；BEF；等式的性质.

微信公众号：电子课本大全

(2)对顶角相等;等量代换;BD;CE;同位角相等,两直线平行;$\angle ABD$;$\angle ABD$;DF;内错角相等,两直线平行;两直线平行,内错角相等.

B组

1. 画图如下:



$\angle DCE=\angle B$.

理由如下:

$\because \angle ACD=\angle A$(已知),

$\therefore AB\parallel CD$(内错角相等,两直线平行).

$\therefore \angle DCE=\angle B$(两直线平行,同位角相等).

2. (1)(2)(3)略.

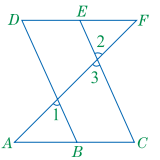
3. $\because AB\parallel CD$(已知),

$\therefore \angle BMN=\angle CNM$(两直线平行,内错角相等).

$\because \angle BMR=\angle CNP$(已知),

(2) 已知:如图,$\angle 1=\angle 2$,$\angle C=\angle D$,点 B,E 分别在线段 AC,DF 上.

对$\angle A=\angle F$说明理由.



(第10(2)题)

理由:$\because$ $\angle 1=\angle 2$(已知),

$\angle 3=\angle 2$(　　),

$\therefore$ $\angle 1=\angle 3$(　　).

$\therefore$ _____$\parallel$_____(　　).

$\therefore$ $\angle C=$_____(两直线平行,同位角相等).

又$\because$ $\angle C=\angle D$(已知),

$\therefore$ _____$=\angle D$(等量代换).

$\therefore$ $AC\parallel$_____(　　).

$\therefore$ $\angle A=\angle F$(　　).

B 组

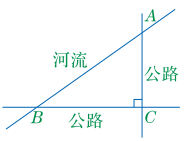
1. 任意画一个三角形 ABC,再延长 BC 至点 E,以点 C 为顶点,在$\angle ACE$内画$\angle ACD=\angle A$. 说明$\angle DCE$等于三角形 ABC 中的哪个角.

2. 如图,点 C 表示村庄,AC,BC 是两条公路,AB 是河流. 点 A 和点 B 处各有一座小桥.

(1) 量出点 A 到 BC 的图上距离.

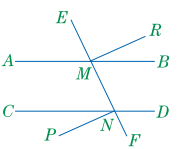
(2) 量出点 C 到 AB 的图上距离.

(3) 如果此图是按 1∶1 000 000 的比例画出的,算出(1)和(2)中的实际距离.



(第2题)

3. 如图,已知 $AB\parallel CD$,EF 与 AB,CD 相交于点 M,N,$\angle BMR=\angle CNP$,试说明 $MR\parallel NP$ 的理由.



(第3题)

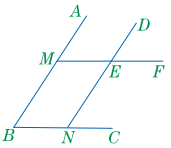
$\therefore \angle BMN+\angle BMR=\angle CNM+\angle CNP$(等量加等量,和相等).

即$\angle RMN=\angle PNM$.

$\therefore MR\parallel NP$(内错角相等,两直线平行).

微信公众号:电子课本大全

4. 请你阅读并分析下面(1)题的说理过程，然后写出(2)题的说理过程.



(第4题)

(1)已知：如图，$AB/\!/DN$，$MF/\!/BC$.

对$\angle ABC=\angle DEF$说明理由.

理由：∵ $AB/\!/DN$（已知），

∴ $\angle ABC=\angle DNC$（两直线平行，同位角相等）.

又∵ $MF/\!/BC$（已知），

∴ $\angle DNC=\angle DEF$（两直线平行，同位角相等）.

∴ $\angle ABC=\angle DEF$（等量代换）.

(2)已知：如图，$AB/\!/DN$，$\angle ABC=\angle DEF$.

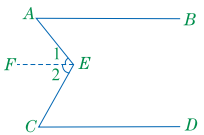
对$BC/\!/MF$说明理由.

C 组

1. 阅读(1)题的说理过程，写出(2)题的说理过程.

(1)已知：如图，$AB/\!/CD$.

对$\angle AEC=\angle BAE+\angle DCE$说明理由.



(第1(1)题)

理由：作$EF/\!/AB$，则有$EF/\!/CD$（平行于同一条直线的两条直线平行）.

∴ $\angle 1=\angle BAE$，$\angle 2=\angle DCE$.（两直线平行，内错角相等）

∴ $\angle AEC=\angle 1+\angle 2=\angle BAE+\angle DCE$（等量代换）.

4. 理由如下：

∵$AB/\!/DN$(已知)，

∴$\angle ABC=\angle DNC$

(两直线平行，同位角相等).

∵$\angle ABC=\angle DEF$

(已知)，

∴$\angle DNC=\angle DEF$

(等量代换).

∴$BC/\!/MF$(同位角相等，两直线平行).

C 组

1. 理由如下：

如图，过点E作$EF/\!/AB$，则$EF/\!/CD$

(平行于同一直线的两直线平行).

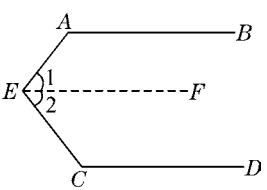
∴$\angle BAE+\angle 1=180°$，$\angle 2+\angle DCE=180°$.

(两直线平行，同旁内角互补)

∴$\angle BAE+\angle 1+\angle 2+\angle DCE=360°$

(等式的性质).

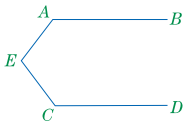
即$\angle BAE+\angle AEC+\angle DCE=360°$.



微信公众号：电子课本大全

(2)已知：如图，$AB/\!/CD$.

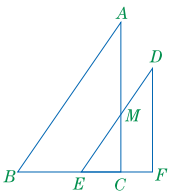
对$\angle BAE+\angle AEC+\angle DCE=360°$说明理由.



(第1(2)题)

2. 已知：如图，点B，E，C，F在一条直线上，$AB/\!/DE$，$\angle A=\angle D$，$AC\perp BF$，AC与DE相交于点M.

对$DF\perp BF$说明理由.



(第2题)

2. 理由如下：

$\because AB/\!/DE$(已知)，

$\therefore\angle A=\angle EMC$(两直线平行，同位角相等).

$\because\angle A=\angle D$(已知)，

$\therefore\angle EMC=\angle D$(等量代换).

$\therefore AC/\!/DF$(同位角相等，两直线平行).

$\therefore\angle ACB=\angle DFE$(两直线平行，同位角相等).

$\because AC\perp BF$(已知)，

$\therefore\angle ACB=90°$(垂直的定义).

$\therefore\angle DFE=90°$(等量代换).

$\therefore DF\perp BF$(垂直的定义).

微信公众号：电子课本大全

第八章教学说明和建议

一、设计说明

1. 本章的内容、地位和作用.

本章内容是整式的乘法，其中包括幂的运算性质、整式乘法和乘法公式(平方差公式和完全平方公式). 幂的运算性质是整式乘法的基础，而乘法公式则是两个特殊整式相乘.

这一部分内容是有理数运算和整式加减运算的自然延伸，它不仅是代数式的基本内容，而且也是后续学习的必备基础.

2. 本章内容呈现方式及特点.

(1)突出了归纳概括的过程. 本教材将幂的运算性质的获得都设计为“一起探究”活动. 其过程一般为，在提出问题后，由具体实例的计算，发现一般规律，经过归纳概括，获得猜想，再根据乘方的意义证明猜想. 如此展开，能完整地体现“由特殊到一般”的归纳概括过程，以发展学生的推理能力和创新意识.

(2)突出了知识形成过程中的“转化”思想. 整式乘法运算法则的探究是类比数的运算逐步转化来完成的. 教材分别设计了“试着做做”“大家谈谈”和“一起探究”等活动，通过学生的积极思考、自主探究和合作交流，把单项式乘单项式转化为数的乘法和同底数幂相乘，把单项式乘多项式转化为单项式乘单项式，把多项式乘多项式转化为单项式乘多项式，再借助于图形加以解释. 这样，可使学生在获得对法则理解的同时，又积累了解决问题的经验，掌握了一些解决问题的基本方法.

(3)突出了乘法公式的“由特殊到一般”的过程. 乘法公式实际上是两个特殊整式相乘而得出的特殊结果，但又在应用上具有一般性，即公式中的“a”和“b”可以是一个数或字母，也可以是一个整式(实际上不限于整式).

二、教学目标

1. 经历探索幂的运算性质和整式乘法法则的认知过程，理解并掌握幂的运算性质和整式乘法的法则，能够运用它们进行相关计算，提高学生的运算能力.

2. 了解零次幂和负整数次幂的意义，会对一些较大的数或较小的数用科学记数法表示.

3. 体会幂的运算性质、整式的乘法和数的运算的关系，进一步发展符号意识.

4. 通过对幂的运算性质和整式乘法法则的归纳概括过程等，发展学生的归纳和推理能力.

三、教学建议

1. 让学生充分经历观察、计算、猜测、推理、验证等活动. 本章内容以数的计算为基础，与学生的数学现实联系紧密. 因此，教学活动都应当突出学生的自主探索，即让学生亲自实践、独立思考、自主探究. 还应当让学生充分经历运算性质的归纳概括过程、整式相乘的转化过

微信公众号：电子课本大全

程和乘法公式的获得与应用过程.这样的学习过程不仅有利于较好地掌握知识,而且还可以有效地提高思维能力.

2.注重对基础知识的理解和掌握.教学中,幂的运算性质、整式乘法法则和乘法公式不应让学生生搬硬套地记忆结论,而应让学生了解知识的背景和由来,在经历这些知识形成的过程中去理解,在知识的发展和应用中去巩固和掌握.

3.让学生感悟基本数学思想.在本章知识的形成与应用过程中,抽象、推理(归纳和演绎)、转化、数形结合、分类、模型等数学思想体现得相当充分.教师要在新知识的学习和"回顾与反思"中,抓住时机,进行提炼、总结和概括,使学生自己能够有所感悟、理解.

四、课时建议

8.1	同底数幂的乘法	1课时
8.2	幂的乘方与积的乘方	2课时
8.3	同底数幂的除法	1课时
8.4	整式的乘法	3课时
8.5	乘法公式	2课时
8.6	科学记数法	1课时
	回顾与反思	1课时
	机　动	1课时
	合　计	12课时

五、评价建议

1.对知识技能的评价,应关注学生对算理的理解,这经常表现在对法则和公式中抽象字母代表意义的理解,以及在新情境中能否选择适当的运算.在运算技能方面,应关注基本运算和变形的正确运用,但不搞繁难运算,不提倡追求特殊技巧.知识与技能的掌握是个逐步发展的过程,不应在初始时就提出过高的要求.

2.本章的观察、实验、归纳、概括、演绎、类比等数学思维过程,体现得较为丰富和突出.教师应重视学生在这些活动中的表现,及时作出评价.

3.本章的每部分内容在呈现方式上各有其特点,这有利于学生掌握分析问题和解决问题的一些基本方法,积累解决问题的经验.教学中应作出适当的评价.

4.关注学生在学习过程中所反映出来的积极态度、克服困难的精神等方面的评价.这方面的评价,更要注意在课堂中随时进行.

微信公众号:电子课本大全

第八章

整式的乘法

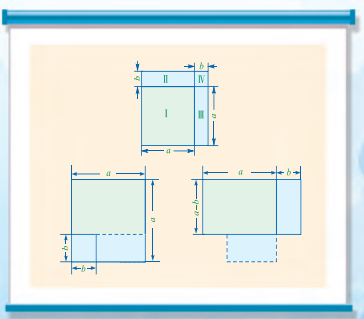
在本章中，我们将学习

- 幂的运算
- 整式的乘法
- 乘法公式
- 科学记数法

你能用下面的图解释这两个公式吗？

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.



章题页简要介绍了本章的主要内容，并以两个乘法公式为切入点，激发学生对整式乘法的学习兴趣.

三幅几何图形的面积关系，体现了$(a+b)^2$与$a^2+2ab+b^2$以及$(a+b)(a-b)$与a^2-b^2的关系，形成了对乘法公式的直观认识.

两个乘法公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$展示了两个整式相乘的方法.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 经历同底数幂乘法运算性质的获得过程，在计算、归纳和概括的活动中，体验发现的乐趣，感悟归纳推理在数学发现中的价值.

2. 掌握同底数幂乘法运算的性质，能进行同底数幂乘法的有关计算，发展学生的运算能力.

一起探究

应让学生在理解乘方意义的基础上，先将一个数的乘方展开，再将两个数的乘方进行相乘，并引导学生从中发现规律.

1. (1)2^7；(2)2^{20}；(3)$\left(\frac{1}{2}\right)^6$；(4)$a^5$.

2. 同底数幂相乘，积的底数不变，指数相加.

3. a^{m+n}.

8.1 同底数幂的乘法

在生活或数学学习中，经常会遇到同底数幂相乘的问题. 这一节我们就来研究同底数幂相乘的运算性质.

计算机存储容量的基本单位是字节，用 B 表示. 一般用 kB(千字节)、MB(兆字节)或 GB(吉字节)作为储存容量的计量单位，它们之间的关系为

1 kB=2^{10} B，1 MB=2^{10} kB，1 GB=2^{10} MB.

那么，1 MB 等于多少字节呢?

这个问题就是计算 $2^{10}\times 2^{10}$. 用幂的形式表示，计算结果是什么呢?



一起探究

回顾乘方的意义：$2^3=2\times2\times2$，$2^4=2\times2\times2\times2$.

1. 用幂表示下列各式的结果：

(1) $2^4\times2^3=$_____；

(2) $2^{10}\times2^{10}=$_____；

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=$_____；

(4) $a^2\cdot a^3=$_____.

2. 通过上面的计算，关于两个同底数幂相乘的结果，你发现了什么规律?

3. 若 m，n 是正整数，根据你发现的规律，用幂的形式表示 $a^m\cdot a^n$.

一般地，对于正整数 m，n，有

$$\begin{aligned}&a^m\cdot a^n\\=&(\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{m个a})(\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{n个a})\\=&\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{(m+n)个a}\\=&a^{m+n}.\end{aligned}$$

教学建议

本节内容中，所有运算性质都是经过归纳得到的，即在具体计算的基础上发现规律，归纳概括为运算性质或法则. 因此，教学中应给学生提供丰富的具体实例，引导学生发现规律，并将发现的规律用数学符号表示出来.

1. 关于“一起探究”.

回顾乘方的意义. 性质的获得需借助于乘方的意义，而乘方是七(上)第一章的内容，因此需要先复习乘方的意义，特别是含有字母的乘方，如“a^3，a^m(m 是正整数)分别表示的是什么?”等.

问题 1 是发现运算性质的具体材料，应由学生独立完成.

问题 2 是在问题 1 的基础上发现规律. 如果学生有困难，可以做进一步的引导，再举出

微信公众号：电子课本大全

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$（m，n 是正整数）.

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

利用这个性质可以直接进行同底数幂的乘法运算.

例 1 把下列各式表示成幂的形式：

（1）$2^6 \times 2^3$；　　（2）$a^2 \cdot a^4$；

（3）$x^m \cdot x^{m+1}$；　　（4）$a \cdot a^2 \cdot a^3$.

解：（1）$2^6 \times 2^3 = 2^{6+3} = 2^9$.

（2）$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$.

（3）$x^m \cdot x^{m+1} = x^{m+(m+1)} = x^{2m+1}$.

（4）$a \cdot a^2 \cdot a^3 = a^{1+2+3} = a^6$.

三个或三个以上的同底数幂相乘，幂的运算性质仍然适用.

例 2 太阳系的形状像一个以太阳为中心的大圆盘，光通过这个圆盘半径的时间约为 2×10^4 s，光的速度约为 3×10^5 km/s. 求太阳系的直径.

解：$2 \times 3 \times 10^5 \times 2 \times 10^4$

$= 12 \times 10^9$(km).

答：太阳系的直径约为 12×10^9 km.

练　习

1. 下列各式的计算是否正确？如果不正确，请改正过来.

（1）$a^2 \cdot a^3 = a^5$.

（2）$b \cdot b = 2b$.

（3）$a \cdot a^3 = a^3$.

（4）$a^3 \cdot a^4 = a^{12}$.

2. 计算：

（1）$10^5 \times 10^4$；　　（2）$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^4$；

（3）$(-2)^2 \cdot (-2)^5$；　　（4）$b^2 \cdot b^4 \cdot b^5$.

3. 用幂的形式表示下列问题的结果：

（1）2 个棱长为 2 cm 的正方体的体积的和是_____ cm^3.

（2）9 个棱长为 3 cm 的正方体的体积的和是_____ cm^3.

练　习

1. （1）正确.

（2）不正确，应为：$b \cdot b = b^{1+1} = b^2$.

（3）不正确，应为：$a \cdot a^3 = a^{1+3} = a^4$.

（4）不正确，应为：$a^3 \cdot a^4 = a^{3+4} = a^7$.

2. （1）10^9；　（2）$\left(\frac{1}{4}\right)^6$；

（3）$(-2)^7$；　（4）b^{11}.

3. （1）2^4.　（2）3^5.

* * * * * * * * * * * *

几个算式，根据前面的经验直接写出结果. 表示发现的规律是对其发现的提炼和条理化，应让学生充分地交流，允许用不同的方式表示规律，可以是文字语言的，可以是符号的，也可以是具体算式的，为下一步归纳奠定基础.

问题 3 是用数学表达式表示发现的规律，把指数抽象为字母. “$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$”的得出过程，最好在问题 2 的基础上，向学生提出“为什么”或“你能说明理由吗?”的问题，引导学生自己完成.

2. 对于同底数幂相乘的性质，也应在教师的引导下，由学生自己独立完成.

微信公众号：电子课本大全

习 题

A 组

1. (1) 10^{11}；　(2) 2^{11}；

   (3) $\left(\frac{2}{3}\right)^5$；　(4) $\left(\frac{1}{5}\right)^9$；

   (5) $(-3)^7$；　(6) $(-7)^6$.

2. (1) x^{12}；　(2) $-d^4$；

   (3) a^{m+n+1}；　(4) a^9.

3. (1) a^{2n+3}；　(2) x^{3m+3}.

4. 19.734×10^{29} kg

   或 $1.973\,4\times10^{30}$ kg.

B 组

1. (1) $(a+b)^5$.

   (2) $-(x-y)^7$.

2. (1) $2x^6$；　(2) 0.

3. (1) 2^n；　(2) -5^n.

习 题

A 组

1. 计算下列各题，结果用幂的形式表示.

   (1) $10^4\times10^7$；　(2) $2^6\times2^5$；

   (3) $\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3$；　(4) $\left(\frac{1}{5}\right)^4\times\left(\frac{1}{5}\right)^5$；

   (5) $(-3)^3\times(-3)^4$；　(6) $(-7)^2\times(-7)^4$.

2. 计算：

   (1) $x^4\cdot x^8$；　(2) $-d\cdot d^3$；

   (3) $a^m\cdot a^{n+1}$；　(4) $a\cdot a^3\cdot a^5$.

3. 计算：

   (1) $a^2\cdot a^n\cdot a^{n+1}$；　(2) $x^m\cdot x^{m+1}\cdot x^{m+2}$.

4. 地球的质量约为 5.98×10^{24} kg，太阳质量是地球质量的 3.3×10^5 倍. 求太阳的质量.

B 组

1. (1) 将 $(a+b)^2\cdot(a+b)^3$ 表示成以 $a+b$ 为底的幂.

   (2) 将 $(x-y)^4\cdot(y-x)^3$ 表示成以 $x-y$ 为底的幂.

2. 计算：

   (1) $x\cdot x^2\cdot x^3+x^2\cdot x^4$；　(2) $x^2\cdot x^5-x\cdot x^2\cdot x^4$.

3. 设 n 是正整数，计算：

   (1) $2^{n+1}-2^n$；　(2) $4\times5^n-5^{n+1}$.

微信公众号：电子课本大全

8.2 幂的乘方与积的乘方

如果几个同底数幂的指数都相同，那么同底数幂相乘的结果可以用幂的乘方表示. 本节我们探究幂的乘方与积的乘方的运算性质.

根据计算机存储容量单位之间的关系，我们知道：

$$1\ \text{GB}=2^{10}\times2^{10}\times2^{10}\ \text{B}.$$

一起探究

1. 依据同底数幂乘法的性质，$2^{10}\times2^{10}\times2^{10}=$_____.

根据乘方的意义，$2^{10}\times2^{10}\times2^{10}$可以表示为_____.

由此，能得到什么结论？

2. $(10^2)^3$ 表示 3 个 10^2 相乘，$(10^2)^3=10^{(\quad)}$.

$(a^3)^4$ 表示 4 个 a^3 相乘，$(a^3)^4=a^{(\quad)}$.

3. 观察上面各式中幂指数之间的关系，猜想：若 m，n 是正整数，则 $(a^m)^n=$_____.

事实上，根据乘方的意义及同底数幂乘法的性质，对于正整数 m，n，有

$$\begin{aligned}&(a^m)^n\\&=\overbrace{a^m\cdot a^m\cdot\cdots\cdot a^m}^{n\text{个}a^m}\\&=a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{个}m}}\\&=a^{mn}.\end{aligned}$$

$(a^m)^n=a^{mn}$（m，n 是正整数）.

幂的乘方，底数不变，指数相乘.

运用这个性质可以直接进行幂的乘方运算.

例 1 计算：

(1) $(10^3)^4$；　(2) $(c^2)^3$；　(3) $(a^4)^m$.

教学目标

1. 经历幂的乘方和积的乘方运算性质的获得过程，在计算、归纳和概括的活动中，发展学生归纳推理的能力.

2. 掌握幂的乘方和积的乘方的运算性质，能进行幂的乘方和积的乘方的有关计算，提高学生的运算能力.

一起探究

如果将一个数的幂仍视为一个数，那么幂的乘方就是数的乘方运算，因此，在探究幂的乘方运算时，应时刻联系数的乘方运算.

1. 2^{30}，$(2^{10})^3$，$(2^{10})^3=2^{30}$.

2. 6，12.

3. a^{mn}.

教学建议

幂的乘方运算是数的乘方运算的扩充，即当 $b=a^m$ 时，b^n 就是数 $b(a^m)$ 的 n 次方. 教学中，应围绕数的乘方意义来组织活动和推导性质.

1. 关于“问题情境”的选择. 本节课是用计算机储量单位引入的，以示学习幂的乘方的必要性. 如果学生对此不熟悉，也可以选择其他内容来引入.

2. “一起探究”. 乘方的意义仍然是探究幂的乘方的根本途径.

问题 1 有两个层次，第一个层次是根据乘方的意义写成以 2 为底的幂，第二个层次是根据乘方的意义写成以 2^{10} 为底的幂，对比两个结果后得出结论. 这是知识形成的常用方法，后面的零指数幂和负整数指数幂的规定也是类似的方法. 应尽量由学生独立完成，让学生亲身经历这个过程.

微信公众号：电子课本大全

解：(1) $(10^3)^4=10^{3\times4}=10^{12}$.

(2) $(c^2)^3=c^{2\times3}=c^6$.

(3) $(a^4)^m=a^{4\times m}=a^{4m}$.

例 2 计算：

(1) $x\cdot(x^2)^3$；　(2) $a\cdot a^2\cdot a^3-(a^2)^3$.

解：(1) $x\cdot(x^2)^3=x\cdot x^{2\times3}=x\cdot x^6=x^7$.

(2) $a\cdot a^2\cdot a^3-(a^2)^3=a^6-a^6=0$.

先算乘方，再算乘法.



1. 下列各式的计算是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $(a^2)^3=a^5$；　(2) $a^2\cdot a^3=a^6$；

(3) $a^3+a^3=a^6$；　(4) $(a^m)^n=(a^n)^m$ (m，n 都是正整数).

2. 计算：

(1) $(7^2)^3$；　(2) $(b^4)^3$；

(3) $(a^3)^2\cdot a^2$；　(4) $(x^m)^4\cdot x^3$；

(5) $(m^2)^n\cdot m^{n+1}$；　(6) $x^m\cdot(x^{2m})^3$.



A 组

1. 填空：

(1) $(3^3)^3=3^{(\ \ )}$；　(2) $(2^3)^4=2^{(\ \ )}$；

(3) $9^4=3^{(\ \ )}$；　(4) $[(-3)^3]^5=-3^{(\ \ )}$.

2. 设 m，n 是正整数，计算：

(1) $(5^8)^n$；　(2) $(7^m)^5$；

(3) $(9^8)^n$；　(4) $(2^m)^n$；

(5) $(m^2)^n\cdot m^n$；　(6) $(y^n)^2\cdot(y^3)^m$.

3. 计算：

(1) $(a^2)^4\cdot a^2+2(a^3)^2\cdot(a^2)^2$；

(2) $3(x^2)^2\cdot x^3-x\cdot(x^2)^3$.

练 习

1. (1)不正确，应为：$(a^2)^3=a^{2\times3}=a^6$；

(2)不正确，应为：$a^2\cdot a^3=a^{2+3}=a^5$；

(3)不正确，应为：$a^3+a^3=2a^3$；

(4)正确，两边都等于 a^{mn}.

2. (1)7^6；　(2)b^{12}；

(3)a^8；　(4)x^{4m+3}；

(5)m^{3n+1}；　(6)x^{7m}.

习 题

A 组

1. (1)9；　(2)12；

(3)8；　(4)15.

2. (1)5^{8n}；　(2)7^{5m}；

(3)9^{8n}；　(4)2^{mn}；

(5)m^{3n}；　(6)y^{3m+2n}.

3. (1)$3a^{10}$；　(2)$2x^7$.

* * * * * * * * * * *

问题 2 是根据乘方的意义进行计算，从而发现指数的规律. 幂的乘方中的“指数相乘”要比同底数幂相乘时的“指数相加”稍显复杂一些，需要通过一定数量的具体计算问题来获得. 因此，教学中，可以再添加几个实例让学生计算和体验.

问题 3 是对问题 2 发现的规律的表达和归纳概括，学生可以在教师的引导下完成这个过程.

3. 对“$(a^m)^n=a^{mn}$”的验证，尽量引导学生自行完成.

微信公众号：电子课本大全

B 组

1. (1) 将$[(a+b)^2]^4$表示成以$a+b$为底的幂.
   (2) 将$[(2x+y)^3]^2$表示成以$2x+y$为底的幂.
2. (1) 已知$(x^2)^m=x^8$，求m.
   (2) 已知$a^m=4$，$a^n=8$，求a^{2m+3n}.

计算$4^6\times0.25^6$.

小明认为$4^6\times0.25^6=(4\times0.25)^6$，马上得出结果为1. 你认为他这样计算有道理吗?

一般地，如果n是正整数，$(ab)^n=a^nb^n$成立吗?

一起探究

1. 观察下面的运算过程，指出每步运算的依据.

$(3\times7)^2$

$=(3\times7)\cdot(3\times7)$ (　　)

$=(3\times3)\cdot(7\times7)$ (　　)

$=3^2\times7^2$. (　　)

2. 按照上面的方法，完成下面的填空.

$(ab)^2=$_____;

$(ab)^3=$_____.

3. 试着归纳：如果n是正整数，$(ab)^n=$_____.

一般地，若n是正整数，则有

$$\begin{aligned}&(ab)^n\\=&\overbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\cdots\cdot(ab)}^{n\text{个}ab}\\=&\overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{n\text{个}a}\cdot\overbrace{(b\cdot b\cdot\cdots\cdot b)}^{n\text{个}b}\\=&a^nb^n.\end{aligned}$$

$(ab)^n=a^nb^n$(n是正整数).

积的乘方，等于各因式乘方的积.

运用这个性质可以直接进行积的乘方运算.

B 组

1. (1)$(a+b)^8$.
   (2)$(2x+y)^6$.
2. (1)$m=4$.　(2)8 192.

一起探究

1. 乘方的定义，乘法交换律和结合律，乘方的定义.

2. $(ab)\cdot(ab)=(a\cdot a)\cdot(b\cdot b)=a^2b^2$.

$(ab)\cdot(ab)\cdot(ab)=(a\cdot a\cdot a)\cdot(b\cdot b\cdot b)=a^3b^3$.

3. a^nb^n.

教学建议

1. 问题是数学思考的核心. 开始先向学生提问“$(ab)^n$等于什么?”，然后从具体情况出发，进行探究，从而发现规律，得到猜想，再进行验证. 让学生经历研究问题的全过程，体会研究问题的思想方法，感受问题解决的快乐.

2. 有了同底数幂相乘和幂的乘方这两个问题的探究经验，这里的“一起探究”活动，可由学生自主探究，再合作交流.

3. “大家谈谈”的活动可先让学生提出猜想，再用乘法结合律进行验证.

4. 例3中的(3)(4)(5)是综合运用同底数幂相乘、幂的乘方和积的乘方的题目，学生容易混淆，教师可向学生提问：“这是什么运算?”引导学生先进行判断，然后再提问：“如何进行运算?”确定运算法则.

微信公众号：电子课本大全

大家谈谈

积的乘方性质对多个因数也成立，这用前面的结论和乘法结合律可以说明.

$(abc)^n=[(ab)c]^n=(ab)^nc^n=a^nb^nc^n$.

练　习

1. (1)不正确，应为：$(2a)^2=2^2\cdot a^2=4a^2$；

(2)不正确，应为：$(ab^2)^3=a^3\cdot(b^2)^3=a^3b^6$；

(3)不正确，应为：$(-3a^2)^3=(-3)^3\cdot(a^2)^3=-27a^6$；

(4)不正确，应为：$(2ab^2)^2=2^2\cdot a^2\cdot(b^2)^2=4a^2b^4$.

＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊＊

大家谈谈

对三个或三个以上因式积的乘方，积的乘方的性质是否也成立？

例 3　计算：

(1) $(2x)^2$；　(2) $(3ab)^3$；

(3) $(-2b^2)^3$；　(4) $(-xy^3)^2$；

(5) $(2a^2)^3+(-3a^3)^2+(a^2)^2\cdot a^2$.

解：(1) $(2x)^2=2^2\cdot x^2=4x^2$.

(2) $(3ab)^3=3^3a^3b^3=27a^3b^3$.

(3) $(-2b^2)^3=(-2)^3(b^2)^3=-8b^6$.

(4) $(-xy^3)^2=(-1)^2\cdot x^2\cdot(y^3)^2=x^2y^6$.

(5) $(2a^2)^3+(-3a^3)^2+(a^2)^2\cdot a^2$

$=2^3\cdot(a^2)^3+(-3)^2\cdot(a^3)^2+(a^2)^2\cdot a^2$

$=8a^6+9a^6+a^4\cdot a^2$

$=8a^6+9a^6+a^6$

$=18a^6$.

$-xy^3$ 的系数是 -1.

例 4　球体表面积的计算公式是 $S=4\pi r^2$. 地球可以近似地看成一个球体，它的半径 r 约为 6.37×10^6 m. 地球的表面积大约是多少平方米？（π 取 3.14）

解：$S=4\pi r^2$

$=4\times3.14\times(6.37\times10^6)^2$

$=4\times3.14\times6.37^2\times10^{12}$

$\approx5.10\times10^{14}(\text{m}^2)$.

答：地球的表面积大约是 5.10×10^{14} m^2.

练　习

1. 下列各式的计算是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $(2a)^2=2a^2$；　(2) $(ab^2)^3=a^3b^2$；

(3) $(-3a^2)^3=-9a^4$；　(4) $(2ab^2)^2=4a^2b^2$.

微信公众号：电子课本大全

2. 计算：

(1) $(3a)^4$；　　(2) $(-2x^2)^3$；

(3) $(-x^2y^3)^3$；　　(4) $(-3x^2)^3\cdot(3x)^2$.

3. 比一比谁算得快，并进行交流.

(1) $2^5\times5^5$；　　(2) $(-4)^4\times0.25^4$；

(3) $8^{2\,011}\times0.125^{2\,011}$；　　(4) $(-4)^6\times0.25^5$.

习　题

A　组

1. 计算：

(1) $(x^2y)^5$；　　(2) $(-3x)^3$；

(3) $-(y^4)^2$；　　(4) $-(m^n)^3$.

2. 计算：

(1) $(-mn^2)^3$；　　(2) $(x^3)^2\cdot(x^2)^3$；

(3) $(2ab^3)^2\cdot(ab)^2$；　　(4) $-3x^2\cdot(-x)^2$.

3. 计算：

(1) $(-x^2)^3+(-3x^2)^2\cdot x^2$；

(2) $(ab^2)^3+(ab^2)^2\cdot ab^2$.

B　组

1. 计算：

(1) $5^9\times0.2^8$；　　(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^9\times\left(\frac{3}{2}\right)^9$；　　(3) $2^2\times4^2\times5^6$.

2. 已知 $3^{x+1}\times5^{x+1}=15^{2x-3}$，求 x 的值.

2. (1) $81a^4$；　(2) $-8x^6$；

(3) $-x^6y^9$；　(4) $-243x^8$.

3. (1) 10^5；　(2) 1；

(3) 1；　(4) 4.

习　题

A 组

1. (1) $x^{10}y^5$；　(2) $-27x^3$；

(3) $-y^8$；　(4) $-m^{3n}$.

2. (1) $-m^3n^6$；　(2) x^{12}；

(3) $4a^4b^8$；　(4) $-3x^4$.

3. (1) $8x^6$；　(2) $2a^3b^6$.

B 组

1. (1) 5；　(2) -1；

(3) 10^6.

2. $x=4$.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 经历同底数幂的除法运算性质的获得过程，掌握同底数幂的运算性质，会用同底数幂的运算性质进行有关计算，提高学生的运算能力.

2. 了解零指数幂和负整指数幂的意义，知道零指数幂和负整指数幂规定的合理性.

一起探究

1. (1)5^2.　(2)$(-3)^2$.　(3)a^3.　(4)a^6.

2. a^{m-n}.

8.3 同底数幂的除法

我们知道 $5^5\div5^2=5^3$. 如果将 $a^m\div a^n$ 表示成以 a 为底的幂的形式，结果是什么呢?

一起探究

1. 计算下列各题，用幂的形式表示结果，并说明计算的依据.

(1) $5^5\div5^3=$_____.

(2) $(-3)^5\div(-3)^3=$_____.

(3) 如果 $a\neq0$，那么 $a^6\div a^3=$_____.

(4) 如果 $a\neq0$，那么 $a^{10}\div a^4=$_____.

2. 观察上面计算结果中幂指数之间的关系，如果 $a\neq0$，m，n 是正整数，且 $m>n$，那么 $a^m\div a^n=$_____.

事实上，根据除法和乘方的意义，有

$$a^m\div a^n=\frac{\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{m\text{个}a}}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}}=\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{(m-n)\text{个}a}=a^{m-n}.$$

$a^m\div a^n=a^{m-n}$ ($a\neq0$，m，n 是正整数，且 $m>n$).

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

设 $a\neq0$，对于正整数 m，n，当 $m<n$ 时，

$$a^m\div a^n=\frac{\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{m\text{个}a}}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}}=\frac{1}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{(n-m)\text{个}a}}=\frac{1}{a^{n-m}},$$

即

$$a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}.$$

教学建议

同底数幂相除 $a^m\div a^n$ ($a\neq0$，m，n 是正整数)分为三种情况：$m>n$，$m=n$ 和 $m<n$.

1. 当 $m>n$ 时，可以向学生提出“$a^m\div a^n$ 等于什么?”的问题，引导学生借助于同底数幂相乘的结果，获得猜想. 然后像研究积的乘方那样，从具体情况入手进行探究，发现规律、获得猜想、进行验证.

另外，也可以从除法是乘法的逆运算的角度去探究. 即因为 $a^p\cdot a^n=a^{p+n}$，所以 $a^{p+n}\div a^n=a^p$，若设 $p+n=m$，则 $p=m-n$，于是得到 $a^m\div a^n=a^{m-n}$.

2. 当 $m=n$ 时，在“观察与思考”的基础上，可引导学生从两个角度去探究：一方面，根据除法的意义，$a^n\div a^n=1$；另一方面，如果按照 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 来计算，那么 $a^n\div a^n=a^0$. 因此规定零指数幂 $a^0=1$，也就合乎情理了.

微信公众号：电子课本大全

观察与思考

已知 m，n 是正整数，$a\neq0$，为了使 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 在 $m\leqslant n$ 时仍然成立：

（1）当 $m<n$ 时，$m-n<0$，应该如何规定 a^{m-n} 的意义？

（2）当 $m=n$ 时，$m-n=0$，应该如何规定 a^0 的意义？

我们规定：

$a^0=1(a\neq0)$，即任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1.

$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}(a\neq0$，$p$ 是正整数），即任何不等于 0 的数的 $-p$ 次幂，等于这个数的 p 次幂的倒数.

这样，对于任意正整数 m，n，都有：

$a^m\div a^n=a^{m-n}(a\neq0$，$m$，$n$ 是正整数）.

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

例 计算：

（1）$10^6\div10^2$；　　（2）$2^3\div2^5$；

（3）$5^m\div5^{m-1}$；　　（4）$a^n\div a^{n+1}$（$a\neq0$）.

解：（1）$10^6\div10^2=10^{6-2}=10^4$.

（2）$2^3\div2^5=2^{3-5}=2^{-2}=\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{1}{4}$.

（3）$5^m\div5^{m-1}=5^{m-(m-1)}=5$.

（4）$a^n\div a^{n+1}=a^{n-(n+1)}=a^{-1}=\dfrac{1}{a}$.

练　习

1. 下面的运算是否正确？如果不正确，请改正过来.

（1）$a^4\div a^3=a^7$.　　（2）$a^2\div a^5=a^{10}$.

（3）$a\div a^4=a^3$.　　（4）$a^6\div a^3=a^2$.

练　习

1.（1）不正确，应为：a.

（2）不正确，应为：$a^{-3}=\dfrac{1}{a^3}$.

（3）不正确，应为：$a^{-3}=\dfrac{1}{a^3}$.

（4）不正确，应为：a^3.

3. 当 $m<n$ 时，也可从除法运算和同底数相除运算性质两个角度探究：一方面，$a^m\div a^n=\dfrac{1}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n-m\text{ 个 }a}}=\dfrac{1}{a^{n-m}}$，另一方面，$a^m\div a^n=a^{m-n}$. 于是可规定负整指数幂的意义：$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}(a\neq0,p$ 是正整数）.

这样，对于任意的正整数 m，n，$a^m\div a^n=a^{m-n}$ 都适用了.

微信公众号：电子课本大全

2. (1)a^2；　(2)$\frac{1}{x^2}$；

(3)$(-10)^4$；　(4)9.

3. 2，1，$\frac{1}{2}$.

习 题

A 组

1. (1)不正确，应为：1.

(2)不正确，应为：

$\frac{1}{(-2)^3}=-\frac{1}{8}$.

(3)不正确，应为：$\frac{1}{5}$.

(4)不正确，应为：

$\frac{1}{(-3)^4}=\frac{1}{81}$.

2. (1)10^5；　(2)$\frac{1}{9}$；

(3)$\frac{1}{100}$.

3. (1)a^2；　(2)1.

4. (1)0；　(2)$\frac{5}{4}$.

B 组

1. (1)x^5；　(2)1.

2. (1)$(x-2y)^{m-5}$；

(2)ab.

3. (1)2^5；　(2)a^8.

2. 计算：

(1) $a^6\div a^4$；　(2) $x^3\div x^5$；

(3) $(-10)^8\div(-10)^4$；　(4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4\div\left(-\frac{1}{3}\right)^6$.

3. 将 2^3 分别除以 2^2，2^3，2^4，结果各是多少？

习 题

A 组

1. 下面的运算是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $(-1)^0=-1$.　(2) $(-2)^{-3}=\frac{1}{2^3}$.

(3) $5^{-1}=-5$.　(4) $(-3)^{-4}=3^4$.

2. 计算：

(1) $10^8\div10^3$；　(2) $3^3\div3^5$；　(3) $10^0\div10^2$.

3. 计算：

(1) $(a^3)^2\div a^4$；　(2) $(x^2)^2\cdot x\div x^5$.

4. 计算：

(1) $2^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$；　(2) $2^{-2}+(3\,721-4\,568)^0$.

B 组

1. 计算：

(1) $(x^2)^6\div x^7$；　(2) $(a^3)^2\div(a^4\cdot a^2)$.

2. 计算：

(1) $(x-2y)^m\div(x-2y)^5$　$(x-2y\neq0)$；

(2) $(ab)^6\cdot(ab)^2\div(ab)^7$.

3. 计算：

(1) $2^3\div2^{-2}$；　(2) $a^3\cdot a^2\div a^{-3}$.

微信公众号：电子课本大全

8.4 整式的乘法

整式包括单项式和多项式，因此，整式乘法可分为单项式与单项式相乘、单项式与多项式相乘和多项式与多项式相乘.

试着做做

根据乘法的运算律和同底数幂相乘的运算性质计算：

(1) $2a \cdot 3a =$ _____ $=$ _____.

(2) $2a \cdot 3ab =$ _____ $=$ _____.

(3) $4xy \cdot 5x^2y =$ _____ $=$ _____.

一般地，我们有：

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它们的指数作为积的一个因式.

例 1 计算：

(1) $4x \cdot 3xy$；　　(2) $(-2x) \cdot (-3x^2y)$.

解：(1) $4x \cdot 3xy$

$=(4\times3) \cdot (x \cdot x) \cdot y$

$=12x^2y$.

(2) $(-2x) \cdot (-3x^2y)$

$=[(-2)\times(-3)] \cdot (x \cdot x^2) \cdot y$

$=6x^3y$.

例 2 计算：

(1) $-2a \cdot \frac{1}{2}ab^2 \cdot 3a^2bc$；　　(2) $(-ab^2)^2 \cdot (-5ab)$.

解：(1) $-2a \cdot \frac{1}{2}ab^2 \cdot 3a^2bc$

$=(-2)\times\frac{1}{2}\times3 \cdot (a \cdot a \cdot a^2) \cdot (b^2 \cdot b) \cdot c$

$=-3a^4b^3c$.

教学目标

1. 经历整式乘法法则探究的过程，掌握整式乘法法则，并会用它进行有关计算，发展学生的运算能力.

2. 在归纳、概括的过程中，发展学生的合情推理能力，培养学生的创新意识.

试着做做

将字母视为数，按数的相关运算进行即可.

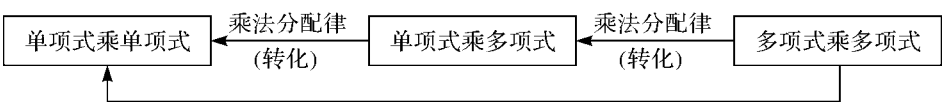
(1)$(2\times3) \cdot (a \cdot a)$，$6a^2$.

(2)$(2\times3) \cdot (a \cdot a) \cdot b$，$6a^2b$.

(3)$(4\times5) \cdot (x \cdot x^2) \cdot (y \cdot y)$，$20x^3y^2$.

教学建议

整式的乘法，包括单项式乘单项式、单项式乘多项式和多项式乘多项式三个层次的内容，它们之间的关系是：



因此，本节的教学任务是：第一，探究单项式乘单项式的法则；第二，探究单项式乘多项式和多项式乘多项式怎样转化为单项式乘单项式.

1. 在回顾单项式概念的基础上，完成“试着做做”. 在这个过程中，应向学生提出计算问题(1)、(2)、(3)的依据是什么，以使学生的思考和计算过程步步有据.

微信公众号：电子课本大全

(2) $(-ab^2)^2 \cdot (-5ab)$

$=(-1)^2 \cdot a^2 \cdot b^4 \cdot (-5)ab$

$=(-5)(a^2 \cdot a)(b^4 \cdot b)$

$=-5a^3b^5$.

练 习

1. 下面的计算是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $2x^2 \cdot 3x^3 = 5x^5$.　　(2) $4a^3 \cdot a^4 = 4a^{12}$.

(3) $2x \cdot 5x^2 = 10x^2$.　　(4) $6a^4 \cdot 2a^2 = 12a^2$.

2. 计算：

(1) $2x^2 \cdot (-xy)$;　　(2) $(-2a^2b) \cdot \frac{1}{4}abc$;

(3) $(-2xy^2) \cdot (3x^2y)^2$;　　(4) $(-2a^2c)^2 \cdot (-3ab^2)$.

习 题

A 组

1. 计算：

(1) $ab \cdot a^2$;　　(2) $\frac{6}{5}a^3 \cdot 5bc^2$;

(3) $-\frac{1}{2}xy^2 \cdot (-5xy)$;　　(4) $(-2x^3yz) \cdot xy^2$.

2. 计算：

(1) $(-a) \cdot (-a)^2 \cdot a^3$;　　(2) $(-xy) \cdot \frac{1}{2}x^2y \cdot 4xy^2$;

(3) $2mn \cdot \left(-\frac{1}{2}mn\right) \cdot (-3n)$;　　(4) $(-3a^2) \cdot 2ab^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}a^3b\right)$.

3. 计算：

(1) $ab \cdot (-a)^2$;　　(2) $4ab^2 \cdot \left(\frac{1}{2}ab\right)^2$;

(3) $\frac{1}{2}xy \cdot (4xy^2)^2$;　　(4) $(-3x^2y) \cdot \left(-\frac{1}{3}xy^2\right)^2$.

练 习

1. (1)不正确，$6x^5$.

(2)不正确，$4a^7$.

(3)不正确，$10x^3$.

(4)不正确，$12a^6$.

2. (1) $-2x^3y$;

(2) $-\frac{1}{2}a^3b^2c$;

(3) $-18x^5y^4$;

(4) $-12a^5b^2c^2$.

习 题

A 组

1. (1) a^3b;　(2) $6a^3bc^2$;

(3) $\frac{5}{2}x^2y^3$;

(4) $-2x^4y^3z$.

2. (1) $-a^6$;　(2) $-2x^4y^4$;

(3) $3m^2n^3$;　(4) $2a^6b^4$.

3. (1) a^3b;　(2) a^3b^4;

(3) $8x^3y^5$;　(4) $-\frac{1}{3}x^4y^5$.

2. 在完成“试着做做”的基础上，引导学生概括单项式乘单项式的法则. 可以提出“上面的运算是什么运算？”“单项式乘单项式是如何进行运算的？”等问题，引发学生的思考.

在概括过程中，可作如下的引导：

单项式是由系数和字母两部分(相乘)构成的，单项式相乘时，积的系数与相乘的单项式的系数有什么关系？积的字母与相乘的单项式的字母有什么关系？两个单项式中，相同的字母怎样相乘？对只在一个单项式中出现的字母怎么办？

教学中，由学生自己在计算的基础上，经过充分的思考，提炼、归纳、概括出来的“法则”，虽然表述可能不准确，但这一过程非常重要. 从知识的角度讲，这是学生自己头脑中“生成”的，不是别人强加的，是对算理真正的理解，而不是简单的记忆和背诵. 从数学思考的角度讲，这个思维过程将会促进学生观察能力和归纳概括能力的发展.

微信公众号：电子课本大全

B 组

计算：

(1) $(-3xy^2)^2+(-4xy^3)(-xy)$；

(2) $(2xy^2)(-3xy^2)+(5xy^3)(-xy)$.

怎样计算 $m(a+b)$呢？

m 是一个单项式，$a+b$ 是一个多项式，这是一个单项式与多项式相乘的问题.

由于字母 m，a，b 都代表数，所以可以用分配律进行计算，即

$$m(a+b)=ma+mb.$$

大家谈谈

1. 观察图 8-4-1，请解释等式 $m(a+b)=ma+mb$ 的几何意义.

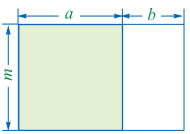


图 8-4-1

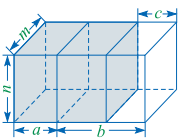


图 8-4-2

2. 计算 $mn(a+b-c)$，并根据图 8-4-2，对这个结果进行解释.

单项式与多项式相乘，用单项式去乘多项式的每一项，再把积相加.

例 3 计算：

(1) $ab(a^2+b^2)$；　　(2) $-x(2x-3)$.

解：(1) $ab(a^2+b^2)$

$=ab\cdot a^2+ab\cdot b^2$

$=a^3b+ab^3$.

(2) $-x(2x-3)$

$=(-x)\cdot(2x)+(-x)\cdot(-3)$

$=-2x^2+3x$.

B 组

(1) $13x^2y^4$.

(2) $-11x^2y^4$.

大家谈谈

1. 宽为 m，长为 $a+b$ 的长方形的面积，也可以看作是由宽为 m，长分别为 a 和 b 的两部分组成.

2. $mna+mnb-mnc$.

图中阴影部分的体积，一方面，它等于长为 m，宽为 n，高为 $a+b-c$ 的长方体的体积；另一方面，它又等于长为 m，宽为 n，高分别为 a，b 的长方体体积的和与长为 m，宽为 n，高为 c 的长方体体积的差.

教学建议

1. 对计算 $m(a+b)$的问题，可以让学生先试着做一做，然后再进行解释.

2. “大家谈谈”是对 $m(a+b)$和 $mn(a+b-c)$进行的几何解释，可由学生独立思考后，再进行交流，以达到对计算的结果从几何角度进行验证的目的.

3. 完成以上活动后，引导学生对法则进行归纳概括.

(1)上面的单项式乘多项式，是借助于哪个运算律来进行的？

(2)运用这个运算律后，将原来的单项式乘多项式转化为了什么运算？

(3)怎样说明上面相乘的过程？

微信公众号：电子课本大全

例 4 先化简，再求值：

$$a^2(a+1)-a(a^2-1).$$

其中，$a=5$.

解：$a^2(a+1)-a(a^2-1)$

$=a^3+a^2-a^3+a$

$=a^2+a$.

当 $a=5$ 时，原式$=5^2+5=30$.

练 习

1. 计算：

(1) $8b^2(2a^2-ab-b^2)$；　　(2) $\frac{2}{3}ab^2(3a-6b)$.

2. 先化简，再求值：

$$2x(x-3y-1)+y(6x-y+2).$$

其中，$x=-3$，$y=2$.

习 题

A 组

1. 计算：

(1) $3x(4x^2y-2xy^2)$；　　(2) $3a(2a^2-a+2)$；

(3) $(-2ab)^2\cdot(3a+2b-1)$；　　(4) $\left(\frac{3}{4}xy-\frac{1}{2}y-y^2\right)\cdot(-4x)$.

2. 计算：

(1) $a(a-b)+3b(a+4b)$；

(2) $3a(a^2+3a-2)-3(a^3+2a^2-a+1)$；

(3) $2x(-xy)^2-x^2(x^2y^2-y^2)$.

3. 先化简，再求值：

$$ab(ab-2a+2)-2b(a^2b-2ab+2a).$$

其中，$a=-1$，$b=-2$.

4. 解方程：$x(x-3)+2x(x+2)=3x^2-5$.

* * * * * * * * * * *

练 习

1. (1) $16a^2b^2-8ab^3-8b^4$；

(2) $2a^2b^2-4ab^3$.

2. $2x^2-2x-y^2+2y$，24.

习 题

A 组

1. (1) $12x^3y-6x^2y^2$；

(2) $6a^3-3a^2+6a$；

(3) $12a^3b^2+8a^2b^3-4a^2b^2$；

(4) $-3x^2y+2xy+4xy^2$.

2. (1) $a^2+2ab+12b^2$；

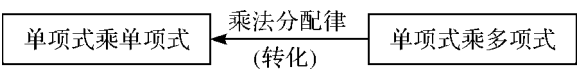
(2) $3a^2-3a-3$；

(3) $2x^3y^2-x^4y^2+x^2y^2$.

3. $-a^2b^2-2a^2b+4ab^2-2ab$，-20.

4. $x=-5$.

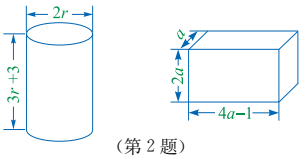
4. 教师可做进一步的总结：



微信公众号：电子课本大全

B 组

1. 计算：$2ab(a^2b+ab-ab^2)-ab^2(a^2-2ab+2a)$.
2. 计算下列物体的体积和表面积：



（第 2 题）

张伯伯准备把长为 m m，宽为 a m 的长方形鱼塘进行扩建，使得长再增加 n m，宽再增加 b m（图 8－4－3）.

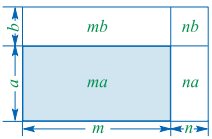


图 8－4－3

一起探究

1. 试用不同的方法表示扩建后鱼塘的面积.
2. 对于扩建后鱼塘的面积得到了下面四种结果：

(1) $(m+n)(a+b)$；　　(2) $(m+n)a+(m+n)b$；

(3) $(a+b)m+(a+b)n$；　　(4) $ma+mb+na+nb$.

请你结合图 8－4－3 对这些结果给出合理的解释.

3. $(m+n)(a+b)$是两个多项式相乘，用分配律说明下面的等式成立：

$$(m+n)(a+b)=ma+na+mb+nb.$$

大家谈谈

多项式与多项式相乘是怎样化为单项式与单项式相乘的？

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

多项式与多项式相乘的过程可以示例为：

$$(a+b)(m+n)=am+an+bm+bn.$$

B 组

1. a^3b.
2. 左图体积：$3\pi r^3+3\pi r^2$；
   左图表面积：$8\pi r^2+6\pi r$.
   右图体积：$8a^3-2a^2$；
   右图表面积：$28a^2-6a$.

一起探究

1. 同 2 中四种结果.
2. 略.
3. $(m+n)(a+b)$
$=(m+n)a+(m+n)b$
$=ma+na+mb+nb$.
或$(m+n)(a+b)$
$=m(a+b)+n(a+b)$
$=ma+mb+na+nb$.

大家谈谈

用自己的语言叙述，通过交流，逐步完善和规范.

* * * * * * * * * * *

教学建议

本节内容是以一个实例引入两个多项式相乘的，并从“扩建后鱼塘的面积”的不同表示，来展开多项式乘多项式法则的探究. 教学中，要充分利用好这个实例，从分配律的角度对各种表示进行解释，以达到直观观察和理性思考的统一.

1. “一起探究”的活动分为两部分. 第一部分是表示“扩建后鱼塘的面积”，并从几何角度对四种表示进行解释，确认是否相等. 第二部分是对“扩建后鱼塘的面积”的四种表示用分配律（代数的角度）进行推导. 需要说明的是，先把$(a+b)$或$(m+n)$看作一个整体，再运用单项式乘多项式的法则，就把多项式乘多项式转化成了单项式乘多项式. 因此，可引导学生思考：$(m+n)(a+b)$是怎样化成$(m+n)a+(m+n)b$ 或 $m(a+b)+n(a+b)$的？在经历充分的思考和交流后统一认识.

微信公众号：电子课本大全

例 5 计算：

(1) $(x-2)(x+1)$；　　(2) $\left(\frac{1}{3}a-2\right)(3a-2)$.

解：(1) $(x-2)(x+1)$

$=x^2+x-2x-2$

$=x^2-x-2$.

(2) $\left(\frac{1}{3}a-2\right)(3a-2)$

$=a^2-\frac{2}{3}a-6a+4$

$=a^2-\frac{20}{3}a+4$.

例 6 计算：

(1) $(x+3y)(2x-y)$；　　(2) $(-3x+2b)(2x-4b)$.

解：(1) $(x+3y)(2x-y)$

$=2x^2-xy+6xy-3y^2$

$=2x^2+5xy-3y^2$.

(2) $(-3x+2b)(2x-4b)$

$=-6x^2+12bx+4bx-8b^2$

$=-6x^2+16bx-8b^2$.

练 习

1. 计算：

(1) $(x+2)(2x-4)$；　　(2) $(x+2y)(3a+4b)$.

2. 先化简，再求值：

$5x(2x+1)-(2x+3)(5x-1)$.

其中，$x=13$.

习 题

A 组

1. 计算：

(1) $(x-1)(x-2)$；　　(2) $(x+3)(x-4)$；

(3) $(3x+4)(2x-1)$；　　(4) $(x+y)(2a-b)$.

练 习

1. (1) $2x^2-8$；

(2) $3ax+4bx+6ay+8by$.

2. $-8x+3$，-101.

习 题

A 组

1. (1) x^2-3x+2；

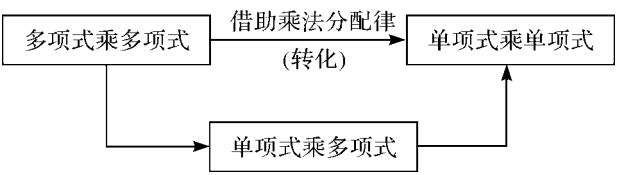
(2) x^2-x-12；

(3) $6x^2+5x-4$；

(4) $2ax+2ay-bx-by$.

2. “大家谈谈”的活动是归纳概括多项式相乘的法则. 应让学生先观察 $(m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb$，再思考“大家谈谈”中的问题. 经独立思考、合作交流后概括法则.

3. 教师对解决上面问题的思考方式进行总结：



微信公众号：电子课本大全

2. 计算：

(1) $(x+y)(2x-3y)$；　　(2) $(4x-3y)(y+4x)$；

(3) $(x+y)^2$；　　(4) $(a+m)(a-m)$.

3. 计算：

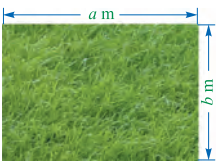
(1) $(a-1)(a-2)-a(a-5)$；　(2) $3x(x+2)-(x+1)(3x-4)$.

4. 解方程：

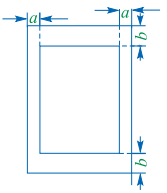
(1) $6x(x-2)-(x-2)(3x-1)=3x^2-8$；

(2) $(x-2)(2x-5)-2(x-1)(x+1)=3$.

5. 公园内有一块长方形的草坪，如图，它的长为 a m，宽为 b m. 现计划扩建，将这块草坪的长和宽都增加 10 m. 扩建后，草坪的面积将增加多少平方米？



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 我们用的书除中间的文字区域外，通常在它的左右两边都留有宽为 a 的空白，顶部和底部都留有宽为 b 的空白，如图. 若纸的长和宽分别为 x，y，求中间文字区域的面积.

B 组

1. 计算：

(1) $(a+b)(a^2-ab+b^2)$；　(2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

2. 计算：

(1) $(a+b)^3$；　　(2) $(a-b)^3$.

2. (1) $2x^2-xy-3y^2$；

(2) $16x^2-8xy-3y^2$；

(3) $x^2+2xy+y^2$；

(4) a^2-m^2.

3. (1) $2a+2$；

(2) $7x+4$.

4. (1) $x=\frac{6}{5}$；

(2) $x=1$.

5. $(10a+10b+100)\ \text{m}^2$.

6. $xy-2ax-2by+4ab$.

B 组

1. (1) a^3+b^3；

(2) a^3-b^3.

2. (1) $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$；

(2) $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

微信公众号：电子课本大全

教学目标

1. 会推导平方差公式和完全平方公式，理解平方差公式和完全平方公式的几何意义，体会数形结合的思想方法.

2. 掌握乘法公式，能用乘法公式进行有关计算，提高学生的运算能力.

一起探究

1. (1)x^2-1.

(2)a^2-4.

(3)$4x^2-1$.

(4)a^2-b^2.

2. 两数和与这两数差的积.

3. 二项式，两数平方的差.

观察与思考

(1)相等.

(2)图(1)中阴影部分的面积为 a^2-b^2，拼成的图(2)中阴影部分的面积为$(a+b)(a-b)$，两部分面积相等，即$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$.

* * * * * * * * * * *

8.5 乘法公式

在进行多项式与多项式相乘时，往往会遇到一些特殊形式的多项式相乘，其结果也很特殊. 我们把它们作为乘法公式直接使用.

由多项式的乘法，得

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd.$$

两个二项式相乘，一般应有四项. 那么两个二项式具备什么特征，合并同类项后的结果是一个二项式呢?

一起探究

1. 计算：

(1) $(x+1)(x-1)=$_____.

(2) $(a+2)(a-2)=$_____.

(3) $(2x+1)(2x-1)=$_____.

(4) $(a+b)(a-b)=$_____.

2. 上面四个式子中，两个乘式之间有什么特点?

3. 乘积合并同类项后是几项式? 这个多项式有什么特点?

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

两个数的和与这两个数的差的积，等于这两个数的平方差.

这个公式叫做平方差公式.

观察与思考

如图 8-5-1(1)，在一个边长为 a 的正方形中，剪去一个边长为 b 的小正方形，再将余下的部分剪拼成一个长方形(图 8-5-1(2)).

(1) 两个图形(着色部分)的面积之间有什么关系?

(2) 请你结合图形，对平方差公式$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 进行解释.

教学建议

乘法公式是两个特殊的多项式相乘，而乘法公式在这一章乃至初中数学中的地位和作用是非常重要的，因此这一部分内容的教学应以学生自主活动为主.

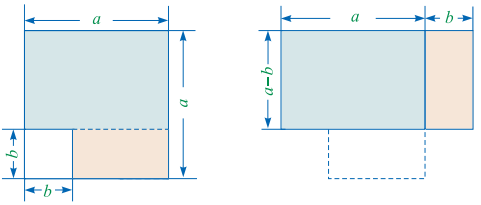
1. “一起探究”.

问题 1 学生独立完成即可. 让学生从中体会到，相乘的结果中有两项合并后为零.

问题 2 可引导学生作如下思考：相乘的两个多项式中，每个多项式是由几项构成的? 这两个多项式的两项之间进行的是什么运算? 它们之间有什么关系? 使学生认识到这是“两数和与两数差的积”.

问题 3 可引导学生思考：结果中的两数与因式中的两数有什么关系? 以使学生认识到结果等于“这两数的平方差”. 在此基础上，由学生对这个公式进行概括. 这个过程是学生对

微信公众号：电子课本大全



(1)　　(2)

图 8-5-1

做一做

按要求填写下面的表格：

算　式	与平方差公式中 a 对应的项	与平方差公式中 b 对应的项	写成“a^2-b^2”的形式	计算结果
$(m+2)(m-2)$				
$(2m+3)(2m-3)$				
$(x+2y)(-x+2y)$				
$(1+3y)(1-3y)$				

例 1　计算：

(1) $(2x+y)(2x-y)$；

(2) $\left(\frac{2}{3}x+5y\right)\left(\frac{2}{3}x-5y\right)$；

(3) $(-5a+3b)(-5a-3b)$.

解：(1)　$(2x+y)(2x-y)$

$=(2x)^2-y^2$

$=4x^2-y^2$.

(2)　$\left(\frac{2}{3}x+5y\right)\left(\frac{2}{3}x-5y\right)$

$=\left(\frac{2}{3}x\right)^2-(5y)^2$

$=\frac{4}{9}x^2-25y^2$.

做一做

m	2	m^2-2^2	m^2-4
$2m$	3	$(2m)^2-3^2$	$4m^2-9$
$2y$	x	$(2y)^2-x^2$	$4y^2-x^2$
1	$3y$	$1^2-(3y)^2$	$1-9y^2$

规律发现的过程，也是对规律进行有条理表述的过程，应重视起来，不要由教师代替.

2.“观察与思考”活动是对平方差公式的几何解释，应先让学生观察图形的剪拼过程，然后再对公式进行解释. 这样不仅可以加深对公式的理解，而且可使学生感悟到数形结合的思想方法.

3. 通过“做一做”的活动，使学生对 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 中 a，b 的含义，有更进一步的理解，从而对公式的掌握和运用达到准确和灵活的程度.

微信公众号：电子课本大全

练 习

1. (1)x^2-4;
(2)x^2-4y^2;
(3)$9m^2-4n^2$;
(4)$9b^2-16a^2$.
2. (1)999 996;
(2)159 975.

习 题

A 组

1. (1)不正确,$4n^2-m^2$.
(2)不正确,a^2-b^2.
2. (1)$9x^2-16$;
(2)$16b^2-9a^2$;
(3)$\frac{9}{16}a^2-\frac{1}{9}b^2$;
(4)$a^4-\frac{1}{4}b^4$.
3. (1)9 999.
(2)1 599.96.
4. (1)$x=-8$;
(2)$x=1$.

B 组

1. (1)20^2-1,30^2-1,
40^2-1,50^2-1.

(3) $(-5a+3b)(-5a-3b)$
$=(-5a)^2-(3b)^2$
$=25a^2-9b^2$.



1. 计算:
(1) $(x-2)(x+2)$; (2) $(x+2y)(x-2y)$;
(3) $(3m+2n)(3m-2n)$; (4) $(4a+3b)(3b-4a)$.
2. 用平方差公式计算:
(1) $998\times1\,002$; (2) 395×405.



A 组

1. 下列各式的计算是否正确?如果不正确,请改正过来.
(1) $(-m-2n)(m-2n)=m^2-2n^2$.
(2) $(-a+b)(-a-b)=-a^2-b^2$.
2. 计算:
(1) $(3x+4)(3x-4)$; (2) $(3a-4b)(-4b-3a)$;
(3) $\left(\frac{3}{4}a+\frac{1}{3}b\right)\left(\frac{3}{4}a-\frac{1}{3}b\right)$; (4) $\left(a^2+\frac{1}{2}b^2\right)\left(a^2-\frac{1}{2}b^2\right)$.
3. 用平方差公式计算:
(1) 99×101; (2) 39.8×40.2.
4. 解下列方程:
(1) $4x^2+x-(2x-3)(2x+3)=1$;
(2) $2(x+3)(3-x)+2x+2x^2=20$.

B 组

1. (1) 用简便方法计算:
$19\times21=$_____; $29\times31=$_____; $39\times41=$_____; $49\times51=$_____.

微信公众号:电子课本大全

(2) 你发现了什么规律？请用含有字母的式子表示出来.

2. 运用平方差公式计算：$(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$.

3. 说明：两个相邻的奇数的平方差一定是 8 的倍数.

回顾多项式与多项式的乘法，计算$(a+b)^2$：

$$\begin{aligned}&(a+b)^2\\=&(a+b)(a+b)\\=&a(a+b)+b(a+b)\\=&a^2+ab+ab+b^2\\=&a^2+2ab+b^2.\end{aligned}$$

一起探究

(1) 请你仿照上面的方法，计算$(a-b)^2$. 在上面的等式中用$-b$替换b，看看得到的结果是否相同.

(2) 比较$(a+b)^2$，$(a-b)^2$的计算结果，在结构上各有什么特点？

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

两数和（或差）的平方，等于它们的平方和，加上(或减去)它们的积的 2 倍.

这两个等式分别叫做两数和、两数差的**完全平方公式**.

观察与思考

1. 如图 8-5-2，将边长为$a+b$的正方形分割成四部分，请用不同的方法分别表示出这个正方形的面积.

2. 请给出完全平方公式$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$的几何解释.

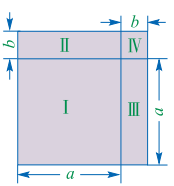


图 8-5-2

(2) $(10n-1)(10n+1)$
$=(10n)^2-1$
$(n=1,2,3,\cdots,9)$

2. 原式$=2^8-1=255$.

3. 设这两个相邻的奇数为$2n-1$和$2n+1$，则
$(2n+1)^2-(2n-1)^2=8n$.
所以$2n-1$与$2n+1$的平方差是 8 的倍数.

一起探究

(1)原式$=a^2-2ab+b^2$，$[a+(-b)]^2=a^2-2ab+b^2$. 结果相同.

(2)都是二次三项式，且每一项都是二次式，交叉项的系数互为相反数.

观察与思考

1. $(a+b)^2$，
$a^2+2ab+b^2$.

2. 边长为$a+b$的正方形的面积，等于边长分别为a和b的两个小正方形面积的和，再加上两个长为a，宽为b的长方形的面积.

* * * * * * * * * * *

教学建议

1. 对于“一起探究”.

问题(1)应由学生独立完成，从中体会两个完全平方公式之间的联系.

问题(2)应引导学生用自己的语言进行描述：它们分别表示怎样的两个多项式相乘(运算对象的特点)？运算结果有怎样的特点？教学中应关注这个过程，如此，既可促进学生思维发展，又可促进学生语言表达能力的提高.

2. 对于“观察与思考”，也应由学生观察图形，表示面积，解释公式，这样可以从几何背景中更为形象地认识两数和的平方公式.

3. “做一做”是对公式中a，b的意义的进一步理解：它们可以是具体的数，也可以是一个字母，还可以是一个代数式，体现了乘法公式“由特殊到一般”的思想.

微信公众号：电子课本大全

做一做

$2x$	3	$4x^2+12x+9$
m	$2n$	$m^2+4mn+4n^2$
$2b$	c	$4b^2-4bc+c^2$
$3m$	2	$9m^2-12m+4$

练　习

1. (1) a^2+2a+1；

(2) $4a^2-4a+1$；

(3) $9a^2+6ab+b^2$；

(4) $4n^2-n+\frac{1}{16}$；

(5) $4n^2-\frac{8}{3}mn+\frac{4}{9}m^2$；

(6) $4x^2+\frac{4}{3}xy+\frac{1}{9}y^2$.

* * * * * * * * * * *

做一做

填写下面的表格：

算式	与公式中 a 对应的项	与公式中 b 对应的项	利用公式得出计算结果
$(2x+3)^2$			
$(m+2n)^2$			
$(2b-c)^2$			
$(3m-2)^2$			

例 2　计算：

(1) $(x+3y)^2$；　(2) $\left(\frac{1}{3}ab-cm\right)^2$；　(3) $(-4a-3b)^2$.

解：(1) $(x+3y)^2$

$=x^2+2x(3y)+(3y)^2$

$=x^2+6xy+9y^2$.

(2) $\left(\frac{1}{3}ab-cm\right)^2$

$=\left(\frac{1}{3}ab\right)^2-2\left(\frac{1}{3}ab\right)(cm)+(cm)^2$

$=\frac{1}{9}a^2b^2-\frac{2}{3}abcm+c^2m^2$.

(3) $(-4a-3b)^2$

$=(4a+3b)^2$

$=(4a)^2+2(4a)(3b)+(3b)^2$

$=16a^2+24ab+9b^2$.

还有其他计算方法吗？

练　习

1. 用完全平方公式计算：

(1) $(1+a)^2$；　(2) $(2a-1)^2$；　(3) $(3a+b)^2$；

(4) $\left(2n-\frac{1}{4}\right)^2$；　(5) $\left(2n-\frac{2}{3}m\right)^2$；　(6) $\left(-2x-\frac{1}{3}y\right)^2$.

微信公众号：电子课本大全

2. 用完全平方公式计算：

(1) 98^2；　　(2) 101^2.

习　题

A 组

1. 下列各式的计算是否正确？如果不正确，请改正过来.

(1) $(a+b)^2=a^2+b^2$.　　(2) $(a-b)^2=a^2-b^2$.

(3) $(-a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.　(4) $(-a-b)^2=a^2-2ab-b^2$.

2. 计算：

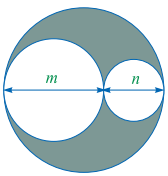
(1) $\left(\frac{1}{4}m-2n\right)^2$；　　(2) $(2x+5)^2$；　　(3) $(3y-4)^2$.

3. 用完全平方公式计算：

(1) 201^2；　　(2) 898^2.

4. 一个正方形，如果边长增加 3 m，它的面积就增加 39 m^2. 求这个正方形的边长.

5. 三个圆的位置如图所示，m，n 分别是两个较小的圆的直径，$m+n$ 是最大的圆的直径. 求图中阴影部分的面积.



(第 5 题)

B 组

1. 计算：

(1) $(x+5)^2-(x-5)^2$；

(2) $(a+b+c)(a+b-c)$；

(3) $(a+b-c)(a-b+c)$.

2. 计算：

(1) $(a+b+c)^2$；　　(2) $(a+b)^2(a-b)^2$.

3. 在计算 15×15，25×25，…，95×95 时，小明是这样做的：

$15\times15=1\times2\times100+25=225$,

$25\times25=2\times3\times100+25=625$,

$35\times35=3\times4\times100+25=1\,225$,

⋮

请你运用整式乘法的有关知识说明小明做法的正确性.

2. (1)原式 $=(100-2)^2$

$=100^2-2\times100\times2+2^2$

$=9\,604$.

(2)10 201.

习　题

A 组

1. (1)不正确，$a^2+2ab+b^2$.

(2)不正确，$a^2-2ab+b^2$.

(3)不正确，$a^2-2ab+b^2$.

(4)不正确，$a^2+2ab+b^2$.

2. (1)$\frac{1}{16}m^2-mn+4n^2$.

(2)$4x^2+20x+25$.

(3)$9y^2-24y+16$.

3. (1)原式 $=(200+1)^2$

$=200^2+2\times200\times1+1^2$

$=40\,401$.

(2)806 404.

4. 设这个正方形的边长为 x m，则 $(x+3)^2-x^2=39$，即 $(x+3+x)(x+3-x)=39$，$3(2x+3)=39$，$2x+3=13$，$x=5$(m).

答：这个正方形的边长为 5 m.

5. $\frac{1}{2}\pi mn$.

B 组

1. (1)$20x$；　(2)$a^2+2ab+b^2-c^2$；　(3)$a^2-b^2+2bc-c^2$.

2. (1)$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$；　(2)$a^4-2a^2b^2+b^4$.

3. $(10n+5)^2=100n^2+100n+25=100n(n+1)+25$.

微信公众号：电子课本大全

读 一 读

杨辉三角

完全平方公式为：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

由此，我们自然会想到 $(a+b)^3$，$(a+b)^4$，$(a+b)^5$，…的展开式是什么.

根据多项式乘法，我们把 $(a+b)^n$（$n=0$，1，2，…）的展开式及其系数写成下面的形式：

二项式的乘方	展开结果	系数
$(a+b)^0$	1	1
$(a+b)^1$	$a+b$	1 1
$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1
$(a+b)^4$	$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	1 4 6 4 1
⋮	⋮	⋮

在展开式中，a 是按其幂指数由高到低排列的，b 是按其幂指数由低到高排列的；首项 a 的次数与末项 b 的次数相同，都等于二项式乘方的次数；各项中 a，b 的指数和也等于二项式乘方的次数；展开式中的项数比二项式乘方的次数多 1.

展开式各项的系数的规律：每一行首末两项系数都是 1，中间各项系数等于它上一行相邻的两个系数之和，第 n 行系数的和等于 2^{n-1}. 按照这个规律，可以把 $(a+b)^n$（$n=6$，7，…）的展开式中各项的系数直接写出来. 例如，$(a+b)^6$ 的展开式中，各项的系数分别为 1，6，15，20，15，6，1.

上面这个三角形系数表叫做杨辉三角形，又称为贾宪三角形，在国外被称为帕斯卡三角形. 杨辉三角形还有许多奇妙的性质，留给有兴趣的同学继续探索吧！

微信公众号：电子课本大全

8.6 科学记数法

我们经常会遇到一些较大的数或较小的数，这些数读写都很不方便，这就需要一种新的记数方法——科学记数法. 下面，我们将学习用科学记数法表示数.

观察与思考

观察下面问题中出现的数.

(1) 据我国第六次人口普查的统计数据，到 2010 年 10 月底，我国人口约为1 370 000 000人，其中城镇人口约为 666 000 000 人.

(2) 人体红细胞的平均直径为 0.000 007 7 m.

(3) 1 μs(微秒)=0.000 001 s.

(4) 纳米是长度单位，1 nm(纳米)=0.000 001 mm.

像 1 370 000 000 这样的大数和 0.000 001 这样的小数，怎样表示更简单些呢?

我们可以借助于 10 的幂的形式来表示这些数. 如：

$1\ 370\ 000\ 000=1.37\times10^{9}$,

$666\ 000\ 000=6.66\times10^{8}$,

$0.000\ 007\ 7=7.7\times10^{-6}$,

$0.000\ 001=1\times10^{-6}$.

为了记数方便和表示形式的规范，我们作如下规定：

把一个较大的数或较小的数写成 $a\times10^{n}$($1\leqslant a<10$，n 为整数)的形式，这种记数方法叫做**科学记数法**(scientific notation).

例 1 用科学记数法表示下列各数：

(1) 3 515 000；　　(2) 10 300 000；

(3) 0.000 005；　　(4) 0.000 000 012 .

解：(1) $3\ 515\ 000=3.515\times1\ 000\ 000=3.515\times10^{6}$.

(2) $10\ 300\ 000=1.03\times10\ 000\ 000=1.03\times10^{7}$.

教学目标

1. 在探究表示较大数或较小数的过程中，体会科学记数法的意义.

2. 会用科学记数法表示较大的数或较小的数.

教学建议

对于较大的数或较小的数，用科学记数法的形式来表示，既书写简单，又便于运算.

用科学记数法表示一个数时，关键是写出 10 的指数，其做法像例 1 那样就可以了. 待熟练后可知 10 的指数 n 与这个数的整数位数或左端第一个非零数字前面零的个数的关系，这样也可以直接写出.

1. 例题可先由学生尝试完成，然后再互相交流补充，给出规范的格式.

2. 一般地，如果一个数是用科学记数法表示的数，那么计算的结果也应用科学记数法表示.

微信公众号：电子课本大全

(3) $0.000\ 005=5\times0.000\ 001=5\times\frac{1}{1\ 000\ 000}=5\times10^{-6}$.

(4) $0.000\ 000\ 012$

$=1.2\times0.000\ 000\ 01$

$=1.2\times\frac{1}{100\ 000\ 000}$

$=1.2\times10^{-8}$.

例 2 光年是一个长度单位，是指光行走一年的距离，一般被用于计算恒星间的距离.

(1) 已知光的速度约为 3×10^5 km/s，如果按 1 年为 365 天，每天为 8.64×10^4 s 计算，1 光年约等于多少千米?

(2) 太阳系以外离地球最近的恒星是比邻星，它与地球的距离大约为 3.99×10^{13} km. 比邻星与地球的距离约合多少光年?

解：(1) $3\times10^5\times8.64\times10^4\times365$

$=9\ 460.8\times10^9$

$\approx9.46\times10^{12}$(km).

结果用科学记数法表示.

(2) $\frac{3.99\times10^{13}}{9.46\times10^{12}}$

$\approx0.422\times10$

$=4.22$(光年).

答：1 光年约等于 9.46×10^{12} km，比邻星与地球的距离约合 4.22 光年.

练 习

1. 用科学记数法表示下列各数：

350 000，2 400 000，506 000，100 000 000.

2. 用科学记数法表示下列各数：

0.000 000 009，0.000 57，0.000 001 09.

3. 纳米技术是能够操作细小到 0.1 nm～100 nm 物件的一类高新技术. 纳米是长度单位，1 nm 等于 0.000 000 001 m. 请用科学记数法表示 0.000 000 001.

4. 在人体内，某种细胞的直径是 0.000 001 56 m. 请用科学记数法表示 0.000 001 56.

练 习

1. 3.5×10^5，2.4×10^6，5.06×10^5，1×10^8.
2. 9×10^{-9}，5.7×10^{-4}，1.09×10^{-6}.
3. 1×10^{-9}.
4. 1.56×10^{-6}.

微信公众号：电子课本大全

习 题

A 组

1. 用科学记数法表示下列各数：
   (1) 2 400 000；　　(2) 110 000 000.
2. 用科学记数法表示下列各数：
   (1) 0.000 000 001 12；　　(2) 0.000 000 127；
   (3) 0.000 000 081 3；　　(4) 0.000 000 000 33.
3. 请你用科学记数法表示下列横线上的数：
   (1) 地球得到太阳释放出的能量，相当于全世界所有电站总发电量的100 000倍.
   (2) 人的大脑皮层约有14 000 000 000 个神经细胞(神经元). 一个人如果活 100 岁，经常使用的脑神经细胞只不过有1 000 000 000 多个.
   (3) 在标准状况下，空气的密度是0.001 293 g/cm^3.

B 组

1. 某圆形湖面的半径为 5×10^3 m，请计算湖面的面积. (π 取 3.14)
2. 太阳可以近似地看成球体. 已知太阳的半径约为 6.96×10^8 m，太阳的体积大约是多少？(π 取 3.14，$V=\frac{4}{3}\pi r^3$，其中，V，r 分别为球的体积与半径.)
3. 光的速度约为 3×10^5 km/s，太阳光照射到地球上大约需要 5×10^2 s. 地球与太阳的距离大约是多少？

习 题

A 组

1. (1) 2.4×10^6；
   (2) 1.1×10^8.
2. (1) 1.12×10^{-9}；
   (2) 1.27×10^{-7}；
   (3) 8.13×10^{-8}；
   (4) 3.3×10^{-10}.
3. (1) 1×10^5.
   (2) 1.4×10^{10}，1×10^9.
   (3) 1.293×10^{-3}.

B 组

1. 7.85×10^7 m^2.
2. 1.41×10^{27} m^3.
3. 1.5×10^8 km.

微信公众号：电子课本大全

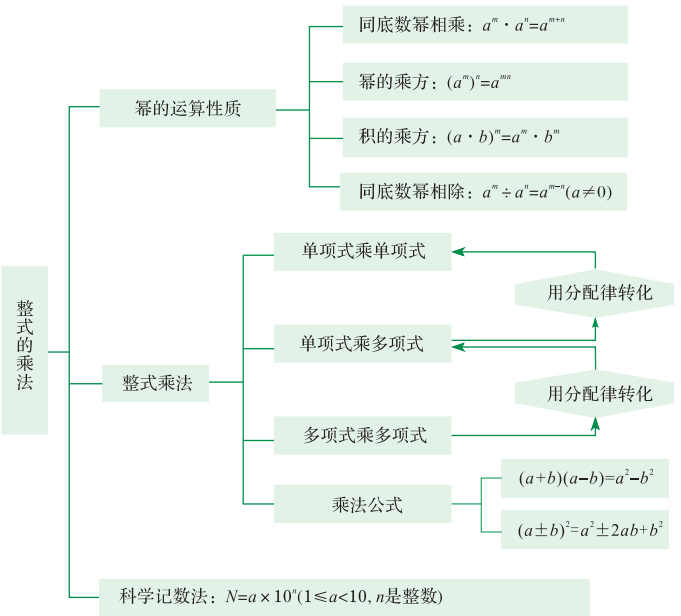
教学目标

1. 通过梳理和总结本章内容，使学生逐步养成回顾与反思的良好习惯，加深对本章内容的理解，进一步体会转化和归纳的数学基本思想.

2. 进一步理解整式乘法法则，提高运算能力.

回顾与反思

一、知识结构



二、总结与反思

1. 幂的运算性质是从特殊到一般归纳得到的.

2. 整式相乘的结果仍然是整式. 整式相乘的过程，实质是利用分配律，逐步向单项式乘单项式转化的过程，如

$$(a+b)(m+n)=a(m+n)+b(m+n)=am+an+bm+bn.$$

3. 利用乘法公式进行整式的乘法运算时，因为公式中的字母可以是数或字母，也可以是一个整式，所以，在使用公式时，要注意符合公式的结构特征.

4. 同底数幂相乘的性质是_____；

同底数幂相除的性质是_____；

幂的乘方的性质是_____；

积的乘方的性质是_____.

教学建议

1. 引导学生对本章知识的内在联系进行总结.

本章内容主要有幂的运算性质和整式乘法两部分，幂的运算性质又可分为同底数相乘、同底数相除、积的乘方和幂的乘方，整式乘法可分为单项式乘单项式、单项式乘多项式和多项式乘多项式，乘法公式是两个特殊的多项式相乘.

这些知识内容都应让学生自己进行梳理和总结，同时还应对这些知识之间的联系进行分析. 这样，一方面能更深入地把握本章知识及相互联系，另一方面能提高学生的反思、归纳和概括能力.

2. 引导学生对本章知识所蕴涵的思想方法进行提炼概括.

微信公众号：电子课本大全

三、注意事项

1. 运用乘法公式进行计算时，有时需要对相乘的多项式进行变形，使其符合公式的条件.

2. 在幂的运算性质中，在规定 $a^0=1$，$a^{-p}=\frac{1}{a^p}$ 时，要求 $a\neq 0$.

复 习 题

A 组

1. 计算：

(1) $a^m a^{n+2}$；　(2) a^2a^3a；

(3) $(-m^3)^2$；　(4) $(-2a^2b)^3$；

(5) $(-a)^2(-a^2)^2a$；　(6) $(x^2)^3x\div x^4$.

2. 计算：

(1) $(-3x)(6x^2)$；　(2) $(-2a^2b)(-3ab)$；

(3) $\left(\frac{1}{3}xy^2\right)(-9x^2)$；　(4) $a(b+c-2)$；

(5) $(-x)(2x+1)$.

3. 计算：

(1) $(x+2)(x-3)$；　(2) $(2a+3b)(2a-5b)$；

(3) $(3x-2)(4x+5)$；　(4) $(2a+b)(c+2d)$；

(5) $(5x+y)(5x-y)$；　(6) $\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)$；

(7) $\left(2a+\frac{1}{2}b\right)^2$；　(8) $\left(\frac{2}{3}c-\frac{1}{2}d\right)^2$.

4. 计算：

(1) $x(3x^2+x)-x^2(3x+2)$；

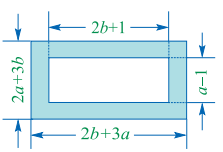
(2) $(x+2)^2-x(x-2)$；

(3) $4(x-2)^2-(2x+3)(2x-3)$；

(4) $(1+3a)(1-3a)+(1+3a)^2$.

5. 计算图中阴影部分的面积.

6. 某种电子计算机每秒可进行 4×10^9 次运算. 它工作 5×10^2 s，可进行多少次运算？



（第 5 题）

复习题

A 组

1. (1) a^{m+n+2}；　(2) a^6；

(3) m^6；　(4) $-8a^6b^3$；

(5) a^7；　(6) x^3.

2. (1) $-18x^3$；

(2) $6a^3b^2$；

(3) $-3x^3y^2$；

(4) $ab+ac-2a$；

(5) $-2x^2-x$.

3. (1) x^2-x-6；

(2) $4a^2-4ab-15b^2$；

(3) $12x^2+7x-10$；

(4) $2ac+4ad+bc+2bd$；

(5) $25x^2-y^2$；

(6) $-\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}xy-\frac{1}{4}y^2$；

(7) $4a^2+2ab+\frac{1}{4}b^2$；

(8) $\frac{4}{9}c^2-\frac{2}{3}cd+\frac{1}{4}d^2$.

4. (1) $-x^2$；　(2) $6x+4$；

(3) $-16x+25$；

(4) $6a+2$.

5. $6a^2+6b^2+11ab-a+2b+1$.

6. 2×10^{12} 次.

微信公众号：电子课本大全

7. 1 835 本.

8. (1)$a-d$，

$\frac{\pi}{4}(2a-d)d$.

(2)16.485 cm^2.

9. (1)1×10^8；

(2)1.524×10^8；

(3)9.075×10^{-6}；

(4)6.3×10^{-11}.

B 组

1. $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac$.

2. $ab=2$.

3. $x^2+y^2=52$.

4. $p=-a-b$.

5. 由已知可得 $a^2+b^2+2ab=1$，$a^2+b^2-2ab=25$，解这个关于 a^2+b^2 和 ab 的方程组可得 $a^2+b^2=13$，$ab=-6$，于是 $a^2+b^2+ab=7$.

6. 设较大的正方形的边长为 x cm，则

$x^2-\left(\frac{20-4x}{4}\right)^2=5$.

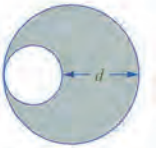
解得 $x=3$. 两段铁丝的长分别为 12 cm 和 8 cm.

7. 一种光盘的存储容量是每张 700 MB. 如果每本书按 2×10^5 个汉字计算，一张光盘能存储多少本这样的书？(1 个汉字占 2 字节)

8. 如图，大圆的直径为 a，两圆直径之差为 d.

(1) 求小圆的直径及阴影部分的面积 S.

(2) 当 $a=5$ cm，$d=3$ cm，π 取 3.14 时，求 S 的近似值.



(第 8 题)

9. 用科学记数法表示下列各数：

(1) 100 000 000；　　(2) 152 400 000；

(3) 0.000 009 075；　　(4) 0.000 000 000 063.

B 组

1. 计算：$(a-b+c)^2$.

2. 已知 $a+b=3$，$a^2+b^2=5$，求 ab 的值.

3. 已知 $x+y=10$，$xy=24$，求 x^2+y^2 的值.

4. 已知 $x^2-px+ab=(x+a)(x+b)$，用 a，b 表示 p.

5. 已知 a，b 满足 $(a+b)^2=1$ 和 $(a-b)^2=25$，求 a^2+b^2+ab 的值.

6. 把 20 cm 长的一根铁丝分成两段，将每一段围成一个正方形. 如果这两个正方形的面积之差是 5 cm^2，求这两段铁丝的长.

C 组

1. 计算：$999\times999+1\ 999$.

2. (1) 利用多项式乘法将 $(x+1)(x+2)(x+3)$ 展开.

(2) 在上面展开式中，x^2，x 的系数及常数项与 1，2，3 的关系分别是什么？

3. 说明 $81^4-27^5-9^7$ 能被 5 整除.

C 组

1. $999\times999+1\ 999=(1\ 000-1)^2+1\ 999=1\ 000\ 000-2\ 000+1+1\ 999=1\ 000\ 000$.

2. (1)$(x+1)(x+2)(x+3)=x^3+6x^2+11x+6$.

(2)x^2 的系数$=1+2+3$，x 的系数$=1\times2+1\times3+2\times3$.

3. $81^4-27^5-9^7=(3^4)^4-(3^3)^5-(3^2)^7=3^{16}-3^{15}-3^{14}=5\times3^{14}$，所以这个数能被 5 整除.

微信公众号：电子课本大全