义务教育教科书

数学 七年级 下册

教师教学用书

杨裕前　董林伟　主编

江苏凤凰科学技术出版社

微信公众号：电子课本大全

微信公众号：电子课本大全

第7章　平面图形的认识(二)

【课标要求】

1. 识别同位角、内错角、同旁内角,掌握基本事实:两条直线被第三条直线所截,如果同位角相等,那么这两条直线平行.

2. 掌握平行线的性质定理:两条平行直线被第三条直线所截,同位角相等,并了解该定理的证明;探索并证明平行线的性质定理:两条平行直线被第三条直线所截,内错角相等(或同旁内角互补).

3. 探索并证明平行线的判定定理:两条直线被第三条直线所截,如果内错角相等(或同旁内角互补),那么这两条直线平行.

4. 通过具体实例认识平移,探索它的基本性质:一个图形和它经过平移所得的图形中,两组对应点的连线平行(或在同一条直线上)且相等.

5. 认识并欣赏平移在自然界和现实生活中的应用,能运用图形的平移进行图案设计.

6. 理解三角形及其内角、外角、中线、高、角平分线等概念,会按照边长的关系和角的大小关系对三角形进行分类.

7. 探索三角形的3个内角、3条边之间的关系.

8. 了解多边形的定义,多边形的顶点、边、内角、外角、对角线等概念,探索并掌握多边形内角和与外角和公式.

此外,教学时,要注意使学生经历在活动中探索直线平行的条件、平行线的性质,三角形内角和定理以及多边形内角和与外角和公式的过程,积累数学活动经验,发展有条理的思考与表达的能力.

【设计思路】

本章是"平面图形的认识(一)"的延续和提高,由3个单元组成. 第一单元:探索直线平行的条件和平行线的性质;第二单元:通过具体实例认识平移,探索平移的基本性质;第三单元:介绍三角形的有关概念,探索三角形的3个内角、3条边之间的关系,探索多边形内角和与外角和公式.

"平面图形的认识(一)"研究了相交线,并从直观上认识了平行.本章将在此基础上,进一步研究平行线,完善对两条直线位置关系的认识.

《标准》指出:"推理一般应包括合情推理和演绎推理"、"推理能力的发展应贯穿于整个数学学习过程中".遵循《标准》的理念,课本采取小步子、多层次的原则,由易到难、由浅入深地逐步发展学生的演绎推理能力:在"平面图形的认识(一)"用"因为……所以……"方式进行推理,引导学生弄清"因"与"果"的关系的基础上,在探索发现直线平行的条件、平行线的性质的过程中,用"因为……所以……理由是……"方式进行推理,呈现"三段论证"的3个要素,但没有出形式化的"三段论证";在第12章"证明"中,正式给出形式化的"三段论证:∵……∴……(……)",并以"三角形的内角和是180°"为范例,完整地呈现命题证明的全过程.

课本注意强化合情推理与演绎推理的融合,通过设置观察、操作、交流等探索活动,按照"先探索直线平行的条件,再探索平行线的性质"的顺序呈现有关内容,并以直观为基础进行简单的推理,将直观与推理相结合.对直线平行条件的探索,平行线性质的研究,反映了"观察、操作—探索、猜想—推理(有条理的表达)"的认识过程.

对于"三线八角"的内容,课本不是孤立地先行介绍同位角、内错角和同旁内角等概念,而是紧扣教学需要,穿插在直线平行条件的探索中逐步介绍这些概念.

"平移"是现实生活中广泛存在的现象,它不仅是探索图形性质的必要手段,而且也是解决现实生活中的具体问题以及进行数学交流的重要工具.在直观的基础上,通过分析,体会平移的应用价值和丰富的内涵,认识和欣赏平移,探索平移的基本性质,促进观察、分析、归纳等一般能力和审美意识的发展,是本章的学习目标之一.

对"平移"的教学,课本立足于学生已有的生活经验和初步的数学活动经验,首先从观察生活中的平移现象开始,直观地认识平移,并在此基础上,分析生活中平移现象的共同规律,得出平移的基本性质,再运用基本性质进行简单的平移作图和图案设计.

微信公众号:电子课本大全

三角形是最简单、最基本的几何图形之一，在生活中随处可见，它不仅是研究其他图形的基础，而且在解决实际问题中有着广泛的应用. 探索并掌握三角形的基本性质对学生更好地认识现实世界，发展空间观念有着重要作用.

本章中，课本在感性认识的基础上，对三角形的有关概念进行定义，然后探索三角形3个内角、3条边之间的关系，多边形内角和与外角和公式，为进一步的几何学习做好准备.

在介绍三角形的有关概念，探索三角形3个内角、3条边之间的关系的教学中，课本力求创设丰富的现实情境，使学生经历从现实生活中抽象出几何模型和运用所学知识解决问题的过程. 在内容的呈现上，课本提供了“数学实验室”等系列活动，给学生提供充分的实践、探索、交流的空间，引导学生发现相关的结论.

在探索多边形内角和与外角和公式的教学中，课本为学生创设了主动参与探究的情境，引导学生通过实验、观察、猜想、归纳，领略化复杂为简单、化未知为已知的思想方法，积累数学活动经验，发展有条理的思考与表达.

【教学建议】

通过探索、证明直线平行的条件和平行线的性质，引导学生认识平行作为两条直线的位置关系，与角的大小存在着内在的联系，反映了图形与数量之间的关系：由角的数量关系判定直线的位置关系；由直线的位置关系决定角的数量关系. 这里的数形结合，既是重要的知识内容，又是重要的数学思想，教学时要加以强化.

“三线八角”虽不是平行线所特有的，但却是直接为学习平行线服务的，脱离了探索直线平行的条件和平行线的性质的教学目标，要求学生去识别某些较复杂的相交线的同位角、内错角、同旁内角，不仅对教学没有意义，还会增加学生的学习负担. 但对一些涉及平行线且容易产生“识角”错误的图形，教学时仍要加以重视.

对直线平行条件的探索，平行线性质的研究，应充分展开“观察、操作—探索、猜想—推理(有条理的表达)”的认识过程，体现以学生活动为主的教学理念：观察要由学生发现，分析要由学生概括，猜想要让学生提出，推理要让学生参与.

应当强调的是：“平移”的教学既不同于“变换几何”中的平移，也不是简单的平移现象的欣赏，而是先通过观察具体的平移现象，分析、归纳出平移的基本性质，然后在平移作图、图案设计等应用中，深化对平移的理解和认识.

对“平移”，课本中的多数内容需要学生对图形进行观察和动手操作，如平移基本性质的探究、图案的欣赏和设计等. 教学时，要充分利用这些内容的特点，将观察、动手操作等实践活动贯穿于教学过程的始终.

在探索三角形有关性质的教学中，教师应充分利用课本所提供的素材和活动，鼓励学生经历观察、操作、想象、推理等认识过程，运用多种方法探索三角形的有关性质.

“三角形的内角和”是三角形的重要内容，是许多角度计算问题的重要依据. 教学时，要充分展开教学过程，通过学生的自主实践、操作，自主探索、归纳，建构自己的认识.

对“多边形的内角和”，课本通过作对角线，把它转化成三角形加以研究. 通过教学，应使学生初步学会解决数学问题的一般方法，即化复杂为简单，化未知为已知，再运用已有知识研究解决新问题的化归思想，在观察、探索、猜想、推理、交流的过程中，真正理解、掌握相关的数学知识和数学思想.

课本的复习题分为两类：一类是面向全体学生，帮助他们熟悉、巩固新学的知识、技能和思想方法，属于基本要求；另一类则是面向学有余力的学生，帮助他们进一步理解、研究相关知识和思想方法，属于较高要求，不要求全体学生都尝试去完成.

教学时，要充分运用现代信息技术，丰富学生的学习资源，生动活泼地展示图形.

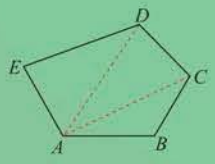
【课时安排】

本章教学需要11~12课时，分配如下：

第1节	探索直线平行的条件	2课时
第2节	探索平行线的性质	1~2课时
第3节	图形的平移	1课时
第4节	认识三角形	2课时
第5节	多边形的内角和与外角和	3课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	1课时

微信公众号：电子课本大全

第7章　平面图形的认识(二)



平行线、三角形的形象在生活中处处可见．研究这些图形可以更好地认识图形世界．

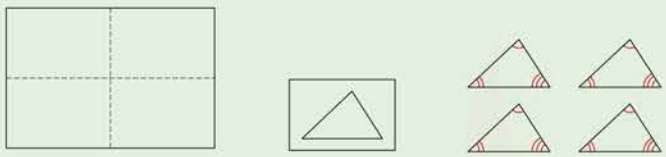


【内容解读】

章头图以泳道为主图，以多边形被分割为若干个三角形为辅图，将本章的主要内容呈现出来．

通过对章头图的阅读，学生可以从中发现一些他们所熟悉的图形，体会到平行线、三角形、多边形是生活中常见的图形，研究这些图形，可以更好地认识图形世界，从而激发学习的兴趣．

微信公众号：电子课本大全



(1)　(2)　(3)

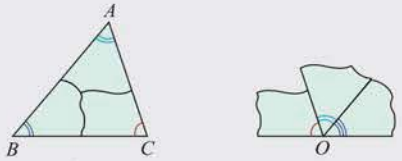
把一张长方形纸片按图(1)对折两次；按图(2)画三角形(三条边的长度互不相等)并剪下，得到形状、大小相同的4张三角形纸片；按图(3)把4个三角形中相等的角标注相同的记号．

(1) 你能用这4张小三角形纸片拼成一个大三角形吗？

(2) 如果能，观察用3种记号标注的角在所拼图形中的位置，你有什么发现？

本章将探索直线平行的条件，以及平行线、三角形、多边形的一些性质．

小学里通过拼图：



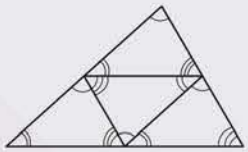
①　②

得出：三角形3个内角的和等于180°．

在“章头活动”中，再次设计拼图实验，意在引导学生通过操作、观察、交流活动，进一步强化对“三角形3个内角的和等于180°”的感性认识，为本章深入研究“三角形的内角和是180°”埋下伏笔．

通过拼图实验，学生可能有不同的发现，如小三角形的3个内角(用3种不同记号标注的角)可以组成1个平角等．为激励学生的观察、探索意识，对不同的发现，教师应给予肯定，并适时引导．

用这4个小三角形拼成的1个大三角形，如图：



微信公众号：电子课本大全

7.1　探索直线平行的条件

【情境说明】

课本以“用三角尺和直尺画平行线”为问题情境.教学时，也可以用“转动木条”的活动作为情境(详见“教学过程设计建议”).

用三角尺和直尺可以画平行线(如图 7－1)：

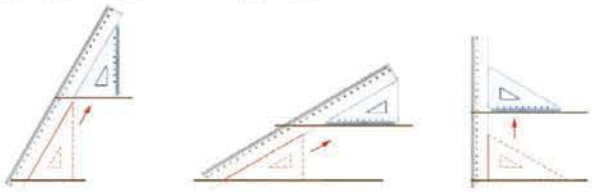


图 7－1

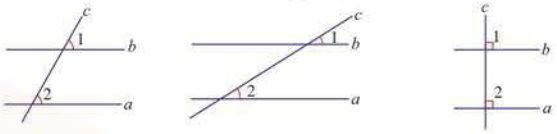
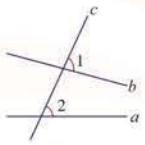


图 7－2

在图 7－2 中，∠1 与∠2 相等，直线 a、b 就平行.

想一想

在图 7－3 中，∠1 与∠2 不相等，直线 a、b 平行吗?



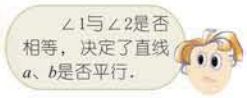


图 7－3

如图 7－4，在两条直线 a、b 被第三条直线 c 所截而成的 8 个角中，像∠1 与∠2 这样的一对角称为**同位角**(corresponding angles).

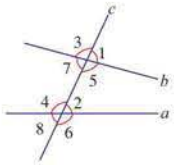


图 7－4

【内容解读】

在图7-4中，∠3 与 ∠4 、∠5 与 ∠6 、∠7 与 ∠8 也是同位角.

议一议

在图 7－4 中，还有其他的同位角吗?



【教学目标】

1. 会正确识别同位角、内错角、同旁内角.

2. 掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.

3. 探索并证明直线平行的条件：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等(或同旁内角互补)，那么这两条直线平行.

4. 经历探索直线平行条件的过程，发展空间观念和有条理的表达能力.

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

(1)以课本中“用三角尺和直尺画平行线”为情境.

(2)以“转动木条”的探索活动为情境.

设置“转动木条”的活动，目的是使学生在操作活动中，直观地认识直线平行的条件.教学时，教师应鼓励学生动手操作，通过操作、观察，“发现”结论.

2. 探索活动

活动一　组织操作、观察活动，经历“探索直线平行条件”的过程.

活动分为2个层次.

第1层次：以“用三角尺和直尺画平行线”为问题情境，探索直线平行的条件：同位角相等，两直线平行.

教学时，应先复习平行线的画法，再探究直线 a、b 平行的原因.教学时，要引导学生观察课本中的图7-1，分析用三角尺和直尺画平行线的过程，得出结论：由于直尺不动，三角尺在平移过程中，其对应角的大小不变

微信公众号：电子课本大全

实践告诉我们一个**基本事实**：

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行．

简单说成：**同位角相等，两直线平行．**

例 1 如图 7－5，∠1 ＝ ∠C，∠2 ＝ ∠C. 指出图中互相平行的直线，并说明理由．

解：在图 7－5 中，AB // CD，AC // BD.

因为∠1 与∠C 是 AB、CD 被 AC 截成的同位角，且 ∠1 ＝ ∠C，

所以 AB // CD.

理由是：同位角相等，两直线平行．

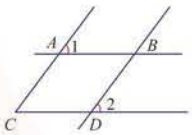


图 7－5

因为∠2 与∠C 是 BD、AC 被 CD 截成的同位角，且 ∠2 ＝ ∠C，

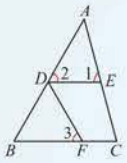
所以 AC // BD.

理由是：同位角相等，两直线平行．

说明一个结论成立，通常应有：因、果和由因得果的理由．如例 1 中，“∠1 与∠C 是 AB、CD 被 AC 截成的同位角，且 ∠1 ＝ ∠C”是“因”；“AB // CD”是“果”；“同位角相等，两直线平行”是“由因得果的理由”．

练一练

1. 如图，∠1 与∠C、∠2 与∠B、∠3 与∠C 分别是哪两条直线被哪一条直线截成的同位角？



（第 1 题）

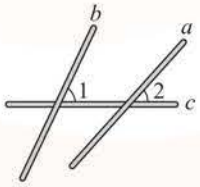
【练一练解答】

1. ∠1 与 ∠C 是 DE、BC 被 AC 截成的同位角，∠2 与 ∠B 是 DE、BC 被 AB 截成的同位角，∠3 与 ∠C 是 DF、AC 被 BC 截成的同位角．

（∠1＝∠2），因此画平行线实际上就是画相等的角．

第 2 层次：以“转动木条”为问题情境，探索直线平行的条件：同位角相等，两直线平行．

如右图，3 根木条相交成 ∠1、∠2．固定木条 b、c，转动木条 a．



提出问题：在木条 a 的转动过程中，木条 a、b 的位置关系发生了什么变化？∠2 与 ∠1 的大小关系发生了什么变化？

改变图中 ∠1 的大小，按照上面的方式再试一试，当 ∠2 与 ∠1 的大小满足什么关系时，木条 a、b 平行？

反过来，再从 ∠1 与 ∠2 不相等来探索两条直线 a、b 是否平行：若 ∠1＞∠2，则从图上可以直观地感觉直线 a、b 会相交于直线 c 下方的某一点；同样，若 ∠1＜∠2，则直线 a、b 会相交于直线 c 上方的某一点．由此可以看出：直线 a、b 是否平行，与 ∠1、∠2 的大小有关．图中的 ∠1、∠2 是什么样的角呢？

活动二　通过观察、比较，认识“同位角”，归纳直线平行的第 1 个条件．

在图 7-4 中，直线 a、b 与直线 c 相交（或者说直线 a、b 被第三条直线 c 所截），构成 8 个角．引导学生观察：∠1、∠2 分别在直线 a、b 的上方，并且都在直线 c 的同旁．教学时，在引导学生归纳、判别同位角时，要注意位置上的两个“同”字：在第三条直线的同旁，在被截两直线的同一方向．如，图 7-4 中的 ∠7、∠8 在第三条直线 c 的同旁，同在被截两直线 a、b 的下方．

在“活动一”及认识同位角的基础上，引导学生归纳直线平行的条件：两条直线被第三条直线所截，如果同

微信公众号：电子课本大全

2. $AB \parallel ED$，理由是：同位角相等，两直线平行.

3. (1)当$\angle ABC=60°$时，$\angle ADE=\angle ABC$，$DE \parallel BC$，理由是：同位角相等，两直线平行；

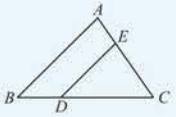
(2)当$\angle ADF=30°$时，$\angle ADF=\angle ABE$，$DF \parallel BE$，理由是：同位角相等，两直线平行.

2. 如图，

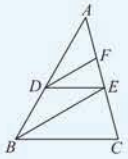
因为 $\angle A=\angle DEC$，

所以 _____ // _____.

理由是：_____.



（第 2 题）



（第 3 题）

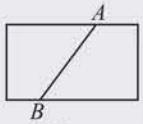
3. 如图，$\angle ADE=60°$，$\angle ABE=30°$.

(1) 当$\angle ABC$等于多少度时，$DE \parallel BC$？为什么？

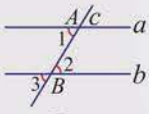
(2) 当$\angle ADF$等于多少度时，$DF \parallel BE$？为什么？

【情境说明】

用量角器度量某些角的大小来判定木板的上、下边缘是否平行，学生一般会想到应用“同位角相等，两直线平行”来判定. 由于图中没有同位角，教学时，教师应注重引导学生思考：如果将图①中的3条线段（木板的上、下边缘及线段 AB）分别延长得到图②，由于 $\angle 3=\angle 2$（对顶角相等），这样度量 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的大小，便能判定木板的上、下边缘是否平行了. 这为“议一议”的教学做了铺垫.



①



②



如图 7－6，直线 a、b 被直线 c 所截，$\angle 2=\angle 3$. 直线 a 与直线 b 平行吗？为什么？

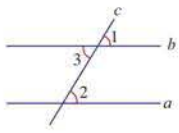
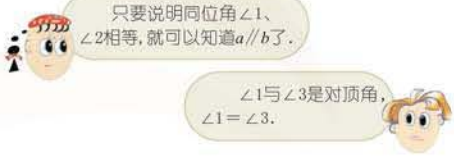


图 7－6



如图 7－6，

因为$\angle 1$ 与$\angle 3$ 是对顶角，

所以 $\angle 1=\angle 3$.

理由是：对顶角相等.

这样，由 $\angle 1=\angle 3$、$\angle 2=\angle 3$，可得 $\angle 1=\angle 2$.

因为$\angle 1=\angle 2$，

所以 $a \parallel b$.

理由是：同位角相等，两直线平行.

位角相等，那么这两条直线平行.

教学时，通过探索直线平行的条件“同位角相等，两直线平行”，应引导学生认识到，平行作为两条直线的位置关系，与角的大小关系存在着内在的联系：由角的数量关系判定直线的位置关系，这里的数形结合，既是重要的知识内容，又是重要的数学思想.

3. 例题教学

例1的作用有两个：一是进一步识别同位角；二是运用直线平行的条件“同位角相等，两直线平行”进行推理.

在“平面图形的认识（一）”中，课本用“因为……所以……”的方式进行推理，重在引导学生弄清“因”与“果”的关系；在本章，用“因为……所以……理由是……”的方式进行推理，给出了“三段论证”的3个要素，但没有出形式化的“三段论证”. 教学时，要引导学生弄清“因”、“果”和“由因得果的理由”，但不要急于进行形式化的证明，因为过早地进行形式化的证明，反而有可能削弱学生“有条理的思考和表达”的能力（课本将从第12章“证明”开始进行形式化的演绎推理）.

4. 小结

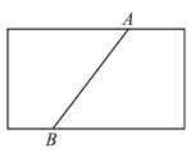
(1)举例说明“同位角”有怎样的特征.

(2)课本是如何借助于问题情境，探索、归纳基本事实“同位角相等，两直线平行”的？你能再设计出相应的问题情境吗？

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 情境创设

在一块小木板上画线段 AB（如右图）.



微信公众号：电子课本大全



如图 7－7，直线 a、b 被直线 c 所截，$\angle 2+\angle 3=180°$. 直线 a 与直线 b 平行吗？为什么？

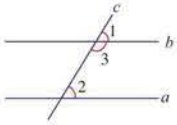


图 7－7



如图 7－8，在两条直线 a、b 被第三条直线 c 所截而成的 8 个角中，像 $\angle 2$ 与 $\angle 7$ 这样的一对角称为**内错角**(alternate interior angles)，像 $\angle 2$ 与 $\angle 5$ 这样的一对角称为**同旁内角**(interior angles on the same side).

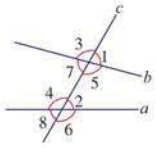


图 7－8



在图 7－8 中，还有其他的内错角或同旁内角吗？

我们从“同位角相等，两直线平行”这个基本事实出发，通过说理得到：

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行.

简单说成：**内错角相等，两直线平行.**

两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

简单说成：**同旁内角互补，两直线平行.**

例 2 如图 7－9，$\angle 1=\angle 2$，$\angle B+\angle BDE=180°$. 指出图中互相平行的直线，并说明理由.

解：在图 7－9 中，$AB \parallel EF$，$DE \parallel BC$.

因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是 AB、EF 被 DE 截成的内错角，且 $\angle 1=\angle 2$，

所以 $AB \parallel EF$.

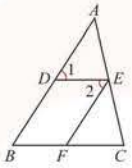


图 7－9

【内容解读】

在图 7–7 中，直线 a 与直线 b 平行.

因为 $\angle 2+\angle 3=180°$，$\angle 1+\angle 3=180°$，

所以 $\angle 1=\angle 2$.

理由是：同角的补角相等.

因为 $\angle 1=\angle 2$，

所以 $a \parallel b$.

理由是：同位角相等，两直线平行.

【内容解读】

在图 7–8 中，$\angle 4$ 与 $\angle 5$ 也是内错角，$\angle 4$ 与 $\angle 7$ 也是同旁内角.

【内容解读】

对例 2，可进一步引导学生思考：在图 7–9 中，$\angle 2$ 与哪个角相等时，$DE \parallel BC$？$\angle A$ 与哪个角相等时，$AB \parallel EF$？$\angle 2$ 与哪个角互补时，$DE \parallel BC$？$\angle B$ 与哪个角互补时，$AB \parallel EF$？（$\angle 2=\angle EFC$ 时，$DE \parallel BC$；$\angle A=\angle CEF$ 时，$AB \parallel EF$；$\angle 2$ 与 $\angle BFE$ 互补时，$DE \parallel BC$；$\angle B$ 与 $\angle BFE$ 互补时，$AB \parallel EF$.）

提出问题：如何通过度量图中某些角的大小来判断木板的上、下边缘是否平行？

2. 探索活动

活动一　组织交流、思考活动，探索并证明直线平行的条件.

活动分为 2 个层次.

第 1 层次：探索并证明直线平行的条件：内错角相等，两直线平行.

课本设计“议一议”的目的是引导学生从基本事实“同位角相等，两直线平行”出发，通过推理探究新的结论：内错角相等，两直线平行.

教学时，应将活动的重点放在对问题的分析上，并通过学生的独立思考和合作交流来完成分析过程：要判定直线 a 与直线 b 平行，就要先判定 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是否相等. 而由 $\angle 2=\angle 3$、$\angle 1=\angle 3$（对顶角相等），可得 $\angle 1=\angle 2$，这样就可以说明直线 a 与直线 b 平行了.

应说明的是：课本在证明直线平行的条件“内错角相等，两直线平行”的过程中，用“这样，由 $\angle 1=\angle 3$，$\angle 2=\angle 3$，可得 $\angle 1=\angle 2$”的表述，是为了避免过早使用“等量代换”这个术语，是为了确保学生“懂”. 教师在教学时，不要过早地进入形式化的表述.

第 2 层次：探索并证明直线平行的条件：同旁内角互补，两直线平行.

教师可创设如下情境引导学生思考：

遇到一个新问题时，我们常常把它转化为已知的问题来解决. 本节中，我们是如何利用基本事实“同位角相等，两直线平行”来解决“议一议”中提出的问题的？你能利用基本事实“同位角相等，两直线平行”来解决“想

微信公众号：电子课本大全

理由是：内错角相等，两直线平行．

因为∠B 与∠BDE 是 BC、DE 被 AB 截成的同旁内角，且 ∠B + ∠BDE = 180°，

所以 DE // BC.

理由是：同旁内角互补，两直线平行．

【练一练解答】

1. ∠1 与 ∠B 是 AC、BD 被 EB 截成的同位角；∠3 与 ∠4 是 EB、CD 被 AD 截成的内错角；∠2 与 ∠4 是 AC、DC 被 AD 截成的同旁内角.

2. (1) AB // CE，理由是：内错角相等，两直线平行；(2) ∠2 = ∠E，理由是：同位角相等，两直线平行；(3) AD // BE，理由是：同旁内角互补，两直线平行.

3. 因为 ∠AOD 与 ∠BOE 是对顶角，

所以 ∠AOD = ∠BOE = 130°.

理由是：对顶角相等．

由 ∠AOD = 130°，∠D = 50°，得 ∠AOD + ∠D = 180°.

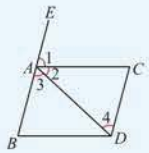
因为 ∠AOD + ∠D = 180°，

所以 AB // CD.

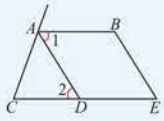
理由是：同旁内角互补，两直线平行．



1. 如图，∠1 与 ∠B、∠3 与 ∠4、∠2 与 ∠4 分别是哪两条直线被哪一条直线截成的？它们分别是什么角？



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，

(1) 因为 ∠1 = ∠2，

所以_____ // _____.

理由是：_____.

(2) 因为 ∠2 = _____，

所以 AD // BE.

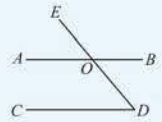
理由是：_____.

(3) 因为 ∠1 + ∠B = 180°，

所以_____ // _____.

理由是：_____.

3. 如图，直线 AB 与射线 DE 相交于点 O，∠BOE = 130°，∠D = 50°. AB 与 CD 平行吗？为什么？



（第 3 题）

一想”中提出的问题吗？

前面在教师的引导下，学生已完成了对直线平行的第 2 个条件的探索、证明，因此对直线平行的第 3 个条件的探索、证明应通过学生的独立思考和交流、展示来完成．

活动二　通过观察、比较，认识“内错角”、“同旁内角”，归纳直线平行的第 2、3 个条件．

在图 7-8 中，直线 a、b 与直线 c 相交（或者说直线 a、b 被第三条直线 c 所截），构成 8 个角．引导学生观察：∠2、∠7 分别在直线 a、b 之间，并且在直线 c 的两旁；∠2、∠5 分别在直线 a、b 之间，并且在直线 c 的同旁．教学时，要引导学生归纳判别内错角、同旁内角的要领：内错角在被截两直线之间，在截线的两旁；同旁内角在被截两直线之间，在截线的同旁．

在“活动一”及认识内错角、同旁内角的基础上，引导学生归纳直线平行的条件：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么这两条直线平行．

对“探索直线平行条件”的教学，应注意：

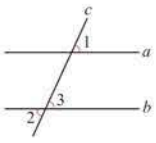
(1)“三线八角”虽不是平行线所特有的，但却是直接为学习平行线服务的，脱离了探索直线平行的条件和平行线的性质的教学目标，要求学生识别某些较复杂的相交线的同位角、内错角、同旁内角，不仅对教学没有意义，还会增加学生学习的负担．但对一些涉及平行线且容易产生识角错误的图形，教学时仍需予以重视．

(2) 教学时，通过探索直线平行的第 2、第 3 个条件，应再次引导学生认识到，平行作为两条直线的位置关系，与角的大小存在着内在的联系：由角的数量关系判定直线的位置关系．这里的数形结合，既是重要的知识

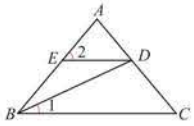
微信公众号：电子课本大全

7.1 习题

1. 如图，直线 a、b 被直线 c 所截，$\angle 1=\angle 2$. 直线 a、b 平行吗？为什么？



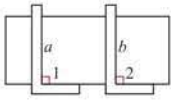
（第 1 题）



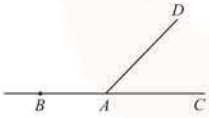
（第 2 题）

2. 如图，BD 平分 $\angle ABC$，$\angle 1=25°$，$\angle 2=50°$. ED 与 BC 有怎样的位置关系？为什么？

3. 如图，a、b 是木工师傅用角尺在工件上画出的与工件边缘垂直的两条垂线．这两条垂线平行吗？为什么？



（第 3 题）

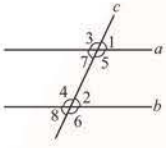


（第 4 题）

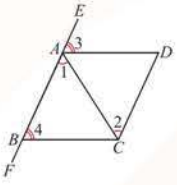
4. （1）如图，以 B 为顶点，射线 BC 为一边，用直尺和圆规作 $\angle CBE$，使 $\angle CBE=\angle CAD$；

（2）在所作图中，BE 与 AD 平行吗？为什么？

5. 如图，直线 a、b 被直线 c 所截．请给出一个合适的条件，使 $a\parallel b$，并说明理由．



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 如图，如果 $\angle 1=\angle 2$，那么可以判定哪两条直线平行？为什么？如果 $\angle 3=\angle 4$ 呢？

【习题解答】

1. 提示：由 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle 3$，得 $\angle 1=\angle 3$. 从而 $a\parallel b$. 理由是：同位角相等，两直线平行．

2. 提示：由 $\angle ABC=2\angle 1=50°$，$\angle 2=50°$，得 $\angle 2=\angle ABC$. 从而 $ED\parallel BC$. 理由是：同位角相等，两直线平行．

3. 如图，由已知条件，得 $\angle 1=90°$，$\angle 2=90°$. 因为 $\angle 1=\angle 2$，所以 $a\parallel b$. 理由是：同位角相等，两直线平行．

4. (1)画图略．

(2)提示：所作 $\angle CBE$ 有两种情况：当 $\angle CBE$ 与 $\angle CAD$ 在直线 BC 的同旁时，根据“同位角相等，两直线平行”，可得 $BE\parallel AD$；当 $\angle CBE$ 与 $\angle CAD$ 在直线 BC 的两旁时，BE 与 AD 不平行．

5. 本题具有开放性，应引导学生充分探索，寻求合适的条件．

如：当 $\angle 1=\angle 2$ 时，$a\parallel b$. 理由是：同位角相等，两直线平行．当 $\angle 2=\angle 7$ 时，$a\parallel b$．理由是：内错角相等，两直线平行．当 $\angle 2+\angle 5=180°$ 时，$a\parallel b$．理由是：同旁内角互补，两直线平行．

6. 由 $\angle 1=\angle 2$，可得 $AB\parallel DC$，理由是：内错角相等，两直线平行；由 $\angle 3=\angle 4$，可得 $AD\parallel BC$，理由是：同位角相等，两直线平行．

内容，又是重要的思想方法．

3. 例题教学

例2具有开放性，要求根据给出的条件，找出图中互相平行的直线，并寻找使这些直线平行的条件．

例2的作用有两个：一是运用直线平行的条件“内错角相等，两直线平行”、“同旁内角互补，两直线平行”进行推理；二是进一步识别内错角、同旁内角．

本例继续用“因为……所以……理由是……”的方式进行推理，给出“三段论证”的3个要素．教学时，要注意引导学生弄清“因”、“果”和“由因得果的理由”，但不要急于进行形式化的证明．

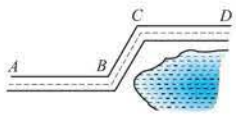
4. 小结

(1)举例说明“内错角”、“同旁内角”有怎样的特征．

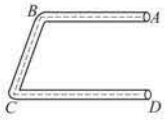
(2)从“数形结合”的角度，说明两条直线的位置关系与角的数量关系之间的联系．

微信公众号：电子课本大全

7. 如图，一条临湖道路的两个拐角（$\angle ABC$ 与 $\angle BCD$）都是 120°. 道路 AB 与 CD 平行吗？为什么？



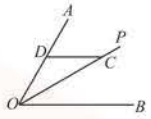
（第 7 题）



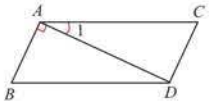
（第 8 题）

8. 如图，弯形管道 $ABCD$ 的一个拐角（$\angle ABC$）等于 110°，另一个拐角（$\angle BCD$）等于多少度时，$CD \parallel BA$？为什么？

9. 如图，点 C 在 $\angle AOB$ 的平分线 OP 上，点 D 在 OA 上，且 $\angle DOC = \angle DCO$. DC 与 OB 有怎样的位置关系？为什么？



（第 9 题）



（第 10 题）

10. 如图，$\angle 1 = 25°$，$\angle B = 65°$，$AB \perp AD$.

（1）AC 与 BD 平行吗？为什么？

（2）根据题中的条件，能判断 AB 与 CD 平行吗？如果能，请说明理由；如果不能，还应添加什么条件？

7. 由 $\angle ABC = \angle BCD = 120°$，可判断 $AB \parallel CD$. 理由是：内错角相等，两直线平行.

8. 另一个拐角 $\angle BCD = 70°$ 时，由 $\angle ABC + \angle BCD = 180°$，得 $CD \parallel BA$. 理由是：同旁内角互补，两直线平行.

9. 由 $\angle DOC = \angle DCO$，$\angle DOC = \angle BOC$，得 $\angle DCO = \angle BOC$. 从而 $DC \parallel OB$. 理由是：内错角相等，两直线平行.

10. (1)提示：由 $\angle BAC + \angle B = 25° + 90° + 65° = 180°$，得 $AC \parallel BD$. 理由是：同旁内角互补，两直线平行.

(2)根据题中的条件还不能判断 $AB \parallel CD$. 要判断 $AB \parallel CD$，还需添加条件：$\angle C = 65°$ 或 $\angle ADC = 90°$ 或 $\angle BDC = 115°$.

微信公众号：电子课本大全

7.2 探索平行线的性质

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，或内错角相等，或同旁内角互补，那么这两条直线平行．反过来，如果两条平行直线被第三条直线所截，那么同位角、内错角、同旁内角分别有怎样的数量关系呢？

数学实验室

1. 在练习本上画两条平行线 AB、CD，再画直线 EF，使 EF 与 AB、CD 相交(如图 7－10)．

指出图 7－10 中的同位角、内错角、同旁内角．

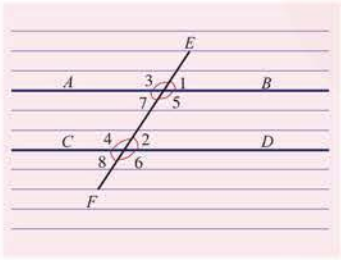


图 7－10

2. 把图 7－10 剪成如图 7－11 所示的四块纸片．用图 7－11 所示的四块纸片，分别把图 7－10 中的每对同位角叠合．你发现了什么？

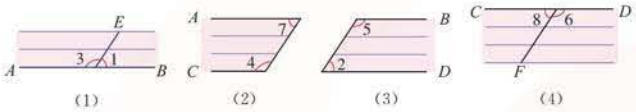


图 7－11



13

【情境说明】

“判定直线平行条件”的共同特点是：由角的数量关系判定两条直线的位置关系．

设置这个情境是为了强化“探索直线平行的条件”与“探索平行线的性质”这两个知识块之间的联系，使学生感悟到“探索直线平行的条件”与“探索平行线的性质”是两个互逆的问题，前者以“已知角相等或互补”为条件，后者以“两直线平行”为条件．

“直线平行的条件”与“平行线的性质”是互逆的命题，学生初次接触，理解上存在一定的困难．在本册课本第 12 章“证明”中，将从“直线平行的条件与性质”入手，专题研究“互逆命题”，考虑到学生的认知水平，同时为了避免重复，相关内容在本节未做进一步的强化．

教学时，可根据学生的实际，增加 1 个课时，强化“直线平行的条件”与“平行线的性质”的应用．

【教学目标】

1. 掌握平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等；了解平行线性质定理的证明．

2. 探索并证明平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等(或同旁内角互补)，并能运用平行线的性质进行简单的推理、计算．

3. 经历探索平行线性质的过程，发展空间观念和有条理的表达能力．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

前面探索了两条直线平行的条件，这些判定直线平行的条件有什么共同的特点？

反过来，如果已经知道两条直线平行，那么这两条平行线被第三条直线所截成的同位角、内错角、同旁内角各有怎样的数量关系呢？

2. 探索活动

活动一　探索平行线的性质：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等．

课本提供的“数学实验室”是引导学生经历探索平行线性质的过程，培养学生空间观念的好素材．教学时，教师应让学生充分实践、探索、交流、归纳．

活动分为画图、观察、剪辑、拼叠四个步骤．

对于画图，由于本节是探索平行线的性质，因此课本没有用七年级上册课本所提供的画平行线的方法来画平行线．

由于练习本上的每一页均是由一组间隔相等的平

微信公众号：电子课本大全

由此，我们知道：

两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等．
简单说成：两直线平行，同位角相等．

我们通过实验发现的上述结论，以后可以加以证实．

做一做

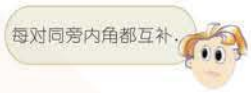
1. 用图 7－11（2）、（3）所示的两块纸片，分别把图 7－10 中的每对内错角叠合．你发现了什么？



2. 把图 7－11(2)、(3)所示的两块纸片分别剪成两部分，并按图 7－12 拼在一起．你发现图 7－10 中每对同旁内角之间有怎样的数量关系？



图 7－12



下面，我们来证实小丽、小明得到的结论．

如图 7－13，直线 a、b 被直线 c 所截，$a \parallel b$．
因为 $a \parallel b$，
所以 $\angle 1 = \angle 2$．
理由是：两直线平行，同位角相等．
又因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角，
所以 $\angle 1 = \angle 3$．
理由是：对顶角相等．
这样，由 $\angle 1 = \angle 2$、$\angle 1 = \angle 3$，可得 $\angle 2 = \angle 3$．

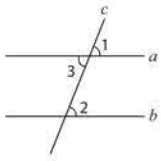


图 7－13

如图 7－14，直线 a、b 被直线 c 所截，$a \parallel b$．
因为 $a \parallel b$，
所以 $\angle 1 = \angle 2$．
理由是：两直线平行，同位角相等．
这样，由 $\angle 1 + \angle 3 = 180°$、$\angle 1 = \angle 2$，
可得 $\angle 2 + \angle 3 = 180°$．

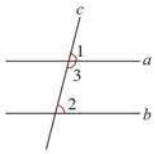


图 7－14

【内容解读】

图7–10中的每对内错角能互相重合，这是运用合情推理探索、发现结论：两直线平行，内错角相等．

图7–10中的每对同旁内角能构成一个平角，这是运用合情推理探索、发现结论：两直线平行，同旁内角互补．

行线条组成，课本利用这组平行线画出两条平行线 AB、CD，并以此来探索平行线的性质．

在学生充分实践、探索、交流、归纳得出“两直线平行，同位角相等”的基础上，教师应强调：同位角相等，是平行线特有的性质，并不是凡同位角都相等．

《标准》要求：“掌握平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等；了解平行线性质定理的证明”．考虑到学生的认知水平，课本将“两直线平行，同位角相等”的证明过程安排在“读一读”中，引导学生课后阅读、思考，并在课本中说明：以后我们可以从基本事实出发，用说理的方法证实平行线的这一性质．

活动二　通过“做一做”等活动，探索、证明平行线的性质：两直线平行，内错角相等（同旁内角互补）．

《标准》强调：要让学生经历观察、实验、猜想、证明等数学活动过程，在参与观察、实验、猜想、证明、综合实践等数学活动中，发展合情推理和演绎推理能力，清晰地表达自己的想法．为强化合情推理与演绎推理的融合，课本通过“做一做”，引导学生探索在两条直线平行的条件下，每对内错角、同旁内角之间的关系，并在此基础上，引导学生根据“两直线平行，同位角相等”，推证“两直线平行，内错角相等”、“两直线平行，同旁内角互补”，发展学生合情推理和初步的演绎推理能力．

对平行线的性质：两直线平行，内错角相等（或同旁内角互补），课本继续用“因为……所以……理由是……”的方式进行推理，给出“三段论证”的3个要素．教学时，要注意引导学生弄清“因”、“果”和“由因得果的理由”，但不要急于进行形式化的证明．

微信公众号：电子课本大全

于是，我们得到：

两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等．
简单说成：**两直线平行，内错角相等．**
两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补．
简单说成：**两直线平行，同旁内角互补．**

例 如图 7－15，$AB \parallel CD$，$\angle A = \angle D$. 判断 AF 与 ED 是否平行，并说明理由．

解：$AF \parallel ED$.
因为 $AB \parallel CD$，
所以 $\angle D = \angle BED$.
理由是：两直线平行，内错角相等．
这样，由 $\angle A = \angle D$、$\angle D = \angle BED$，
可得 $\angle A = \angle BED$.
因为 $\angle A = \angle BED$，
所以 $AF \parallel ED$.
理由是：同位角相等，两直线平行．

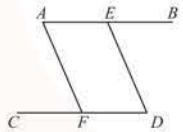
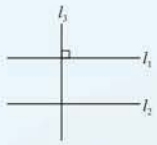


图 7－15

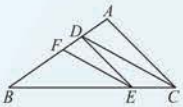
练一练

1. 如图，$l_1 \parallel l_2$，$l_3 \perp l_1$. l_3 与 l_2 有怎样的位置关系？为什么？

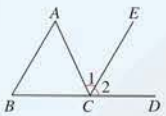


（第 1 题）

2. 如图，$CD \parallel EF$，$DE \parallel AC$. 图中哪些角相等？为什么？



（第 2 题）

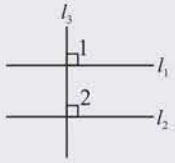


（第 3 题）

3. 如图，点 B、C、D 在一条直线上，$AB \parallel EC$，$\angle A = 55°$，$\angle B = 60°$. 求 $\angle 1$、$\angle 2$ 和 $\angle ACB$ 的度数．

【练一练解答】

1. 如图，因为 $l_3 \perp l_1$，所以 $\angle 1 = 90°$. 又因为 $l_1 \parallel l_2$，所以 $\angle 2 = \angle 1 = 90°$，即 $l_3 \perp l_2$.



2. 本题具有开放性．
由 $CD \parallel EF$，得 $\angle ADC = \angle AFE$，$\angle BFE = \angle BDC$，$\angle BEF = \angle BCD$. 理由是：两直线平行，同位角相等．由 $CD \parallel EF$，得 $\angle CDE = \angle FED$. 理由是：两直线平行，内错角相等．由 $DE \parallel AC$，得 $\angle BED = \angle BCA$，$\angle BDE = \angle A$. 理由是：两直线平行，同位角相等．由 $DE \parallel AC$，得 $\angle CDE = \angle ACD$. 理由是：两直线平行，内错角相等．又由 $\angle CDE = \angle FED$，$\angle CDE = \angle ACD$，得 $\angle FED = \angle ACD$.

3. $\angle 1 = \angle A = 55°$，$\angle 2 = \angle B = 60°$，$\angle ACB = 180° - \angle 1 - \angle 2 = 65°$.

3. 例题教学

本例题为“直线平行的条件”与“平行线的性质”的综合应用．教学时，要引导学生理解如下两点：(1)由两条直线的位置关系，得到角的数量关系，依据的是平行线的性质；(2)由角的数量关系，得到两条直线的位置关系，依据的是两直线平行的条件．

对“探索平行线性质”的教学，要说明的是：

(1)“直线平行的条件”与“平行线的性质”是互逆的命题，学生初次接触，理解上存在一定的困难．在本册课本第 12 章“证明”中，将从“直线平行的条件与性质”入手，专题研究“互逆命题”，考虑到学生的认知水平，同时为了避免重复，相关内容在本节未做进一步的强化．

(2)教学时，可根据学生的实际，增加 1 个课时，强化“直线平行的条件”与“平行线的性质”的应用．

4. 小结

(1)平行线有哪些性质？

(2)“平行线的性质”与“直线平行的条件”之间有怎样的联系与区别？

(3)反思“平行线性质”的探究过程，感悟“观察、操作—探索、猜想—推理”的认识过程．

【教学茶座】

● 在本节的“数学实验室”中，通过剪拼、叠合等实践活动探索图形的性质：两直线平行，同位角相等（或内错角相等，或同旁内角互补）．在此基础上，根据“两直线平行，同位角相等”，推证“两直线平行，内错角相等”、“两直线平行，同旁内角互补”．在教学中，这两者之间的关系怎样？

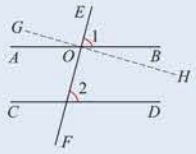
微信公众号：电子课本大全

读一读

怎样证实“两直线平行，同位角相等”

本节中，我们用叠合的方法发现了“两直线平行，同位角相等”. 事实上，这个结论可以运用已有的基本事实，通过说理加以证实.

如图，直线 AB、CD 被直线 EF 所截，$AB \parallel CD$，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角.



假设 $\angle 1 \neq \angle 2$，那么可以过直线 AB 与 EF 的交点 O 作直线 GH，使 $\angle EOH = \angle 2$，直线 GH 与直线 AB 是两条直线.

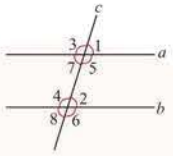
根据基本事实“同位角相等，两直线平行”，由 $\angle EOH = \angle 2$，可以得到 $GH \parallel CD$.

这样，过点 O 就有两条直线 AB、GH 都与 CD 平行. 这与基本事实“过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行”矛盾.

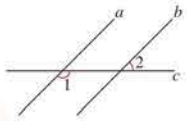
这说明 $\angle 1 \neq \angle 2$ 的假设不正确，于是 $\angle 1 = \angle 2$.

7.2 习题

1. 如图，直线 a、b 被直线 c 所截. 由 $a \parallel b$，可以得到哪些结论？为什么？



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，直线 a、b 被直线 c 所截，$a \parallel b$，$\angle 2 = 45°$. 求 $\angle 1$ 的度数.

【习题解答】

1. 本题具有开放性.

由 $a \parallel b$，得 $\angle 1 = \angle 2$，$\angle 3 = \angle 4$，$\angle 5 = \angle 6$，$\angle 7 = \angle 8$. 理由是：两直线平行，同位角相等. 由 $a \parallel b$，得 $\angle 2 = \angle 7$，$\angle 4 = \angle 5$. 理由是：两直线平行，内错角相等. 由 $a \parallel b$，得 $\angle 2 + \angle 5 = 180°$，$\angle 4 + \angle 7 = 180°$. 理由是：两直线平行，同旁内角互补.

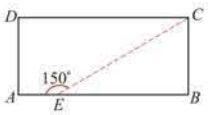
2. $\angle 1 = 135°$.

▲ “观察、操作—探索、猜想—推理”是研究图形性质的一个普遍性的认识过程. 通过量、拼、折，操作、实践、探索，发现图形的性质，属合情推理，这是引导学生有条理地思考、表达的推理方法之一. 在此基础上，根据“两直线平行，同位角相等”，推导“两直线平行，内错角相等”、“两直线平行，同旁内角互补”，是渗透初步的演绎推理.

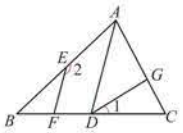
《标准》在“数学思考”中强调：要让学生经历观察、实验、猜想、证明等数学活动过程，发展合情推理和演绎推理能力，能有条理地、清晰地阐明自己的观点. 为体现《标准》要求，课本相应内容的编写思路是：强化合情推理与演绎推理之间的有机联系，通过合情推理探索、发现结论，通过演绎推理证实探索、发现的结论.

微信公众号：电子课本大全

3. 如图，要在长方形钢板 $ABCD$ 的边 AB 上找一点 E，使 $\angle AEC = 150°$，应怎样确定点 E 的位置？为什么？



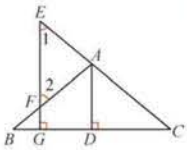
（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，$AD \parallel EF$，$\angle 1+\angle 2=180°$. $\angle 1$ 与 $\angle BAD$ 相等吗？为什么？

5. 如图，点 E、A、C 在一条直线上，$AD \perp BC$，$EG \perp BC$，垂足分别为 D、G，EG 交 AB 于点 F，且 $\angle 1=\angle 2$. $\angle BAD$ 与 $\angle CAD$ 相等吗？为什么？



（第 5 题）

3. 在点 C 处画 $\angle DCE=30°$，交 AB 于点 E，则点 E 为所要确定的点.

因为 $AB \parallel DC$，所以 $\angle AEC+\angle DCE=180°$. 理由是：两直线平行，同旁内角互补. 这样，由 $\angle DCE=30°$，得 $\angle AEC=180°-30°=150°$，符合题意.

4. 因为 $AD \parallel EF$，所以 $\angle 2+\angle BAD=180°$. 理由是：两直线平行，同旁内角互补. 又因为 $\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 2+\angle BAD=180°$，所以 $\angle 1=\angle BAD$. 理由是：同角的补角相等.

5. 因为 $\angle ADC=\angle EGC=90°$，所以 $AD \parallel EG$. 理由是：同位角相等，两直线平行. 又因为 $AD \parallel EG$，所以 $\angle CAD=\angle 1$，$\angle BAD=\angle 2$. 理由是：两直线平行，同位角相等、内错角相等. 这样，由 $\angle 1=\angle 2$，$\angle CAD=\angle 1$，$\angle BAD=\angle 2$，可得 $\angle BAD=\angle CAD$.

微信公众号：电子课本大全

7.3　图形的平移





手扶电梯上的人、笔直轨道上的列车……都在沿着某一方向移动．

你能举出生活中类似的例子吗？

如图 7－16，三角尺 ABC 沿直尺的边缘移动一定距离到三角尺 $A'B'C'$ 的位置．我们就说，三角尺 ABC 移动的方向是点 B 到点 B' 的方向，移动的距离是线段 BB' 的长．

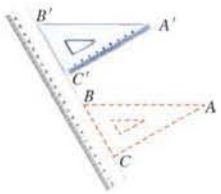


图 7－16

在平面内，将一个图形沿着某个方向移动一定的距离，这样的图形运动叫做图形的**平移**(translation)．平移不改变图形的形状、大小．

在图 7－16 中，点 A、B、C 分别移动到点 A'、B'、C' 的位置，点 A'、B'、C' 分别是点 A、B、C 的对应点．

【情境说明】

教学时，除了课本提供的情境，还应适当补充一些生活实例，通过对各种运动现象的分类、对比，使学生感知平移现象的特征，强化对图形平移的感性认知．

【内容解读】

三角尺 ABC 移动的方向还可以说成由点 C 到点 C' 的方向，或点 A 到点 A' 的方向，或沿直尺的向上方向．

三角尺 ABC 移动的距离还可以说成是线段 CC' 或 AA' 的长．

【教学目标】

1. 通过具体实例认识平移，探索它的基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行(或在同一条直线上)且相等．

2. 利用平移设计图案，认识并欣赏平移在自然界和现实生活中的应用．

3. 经历探索平移基本性质的过程，发展空间观念，增强审美意识．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

(1)同学们去过游乐场吗？有没有坐过游乐场内的“小火车”和“摩天轮”？在这两项运动中，哪项运动属于物体的平移？哪项运动属于物体的旋转？

(2)播放录像：手扶电梯上的人、笔直轨道上的列车……都沿着某一方向移动．

提出问题：手扶电梯上的人、笔直轨道上的列车……在沿着某一方向移动时，它们的形状、大小是否会发生变化？你还能举出生活中类似的例子吗？

对“问题(1)”，在直道上乘坐“小火车”属于物体的平移；乘坐“摩天轮”属物体的旋转．

对“问题(2)”，“手扶电梯上的人”、“笔直轨道上的列车”、“传送带上的物品”等在移动过程中，其形状、大小都不发生变化，这是平移过程中的不变因素．

2. 探索活动

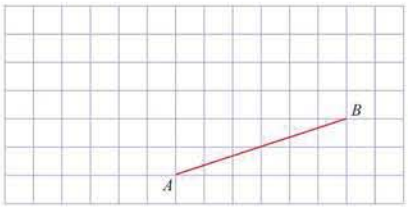
活动一　通过操作、观察活动，感悟平移的意义．

课本通过学生熟悉的“三角尺沿直尺移动”的操作

微信公众号：电子课本大全

做一做

在图 7－17 中，画出线段 AB 向左平移 4 格得到的线段 $A'B'$；再画出线段 $A'B'$ 向上平移 3 格得到的线段 $A''B''$.



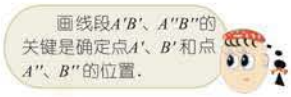


图 7－17

画出连接对应点的线段 AA''、BB''. 你能发现这些线段之间的关系吗？

议一议

怎样平移图 7－18 中的四边形 $ABCD$ 可以得到四边形 $A'B'C'D'$？

画出连接对应点的线段 AA'、BB'、CC'、DD'. 你能发现这些线段之间的关系吗？

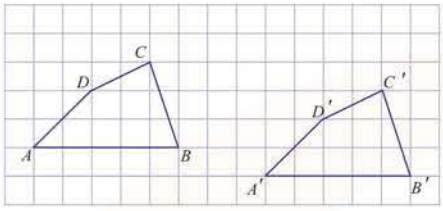


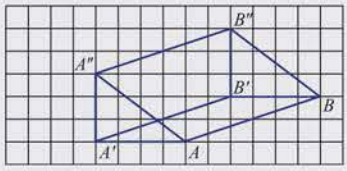
图 7－18

若在图 7－16 中画出连接对应点的线段 AA'、BB'、CC'，你能发现这些线段之间的关系吗？

一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行(或在同一条直线上)且相等.

【内容解读】

平移线段 AB，如图：



在方格纸中平移线段，学生在小学阶段已有接触，课本设计这一活动的目的在于：通过操作、探索活动，引导学生初步感知图形平移的基本性质：连接对应点的线段 AA' 与 BB'、AA'' 与 BB''、$A'A''$ 与 $B'B''$ 分别平行且相等.

【内容解读】

将四边形 $ABCD$ 先向右平移 8 格，再向下平移 1 格，得到四边形 $A'B'C'D'$.

线段 AA'、BB'、CC'、DD' 相互平行且相等.

【内容解读】

课本提出：图 7－16 中，对应点连线之间有怎样的关系，是为了引导学生感悟到对应点连线的位置关系除了平行还有可能在一条直线上.

活动，引导学生感悟平移的意义，感悟图形平移过程中的不变因素(平移不改变图形的形状、大小)，感悟图形平移的两个要素：平移的方向、平移的距离.

课本在学生操作、观察的基础上，引入对应点的概念，教学中要给予关注.

平移是生活中常见的变化. 在引入平移的意义后，可要求学生举出生活中的一些实例(如在计算机上画一个图案，然后用鼠标把它拖到一个新位置等). 此时的举例，应高于“情境创设”中对平移现象的举例，前者属生活经历，是感性的，后者是对平移的理性思考.

对平移的概念，准确的说法应是：在平面内，将一个图形上所有点按照同一个方向移动同样的长度，这样的图形运动叫做图形的平移，课本没有这样给平移下定义是考虑到学生对“将图形上所有点按照同一个方向移动”的理解可能有困难. 教学时，教师可向学生说明这里的“将图形沿着某个方向移动一定距离”就是“将图形上所有点按照同一个方向移动同样距离”.

活动二　通过“做一做”、“议一议”，探索图形平移的基本性质.

课本中的“做一做”是引导学生通过操作、探索，认识到要把线段 AB 沿某一方向平移，关键是把线段的两个端点沿这一方向平移，并初步感悟到图形平移的基本性质.

课本中的“议一议”，是在“做一做”的基础上，进一步引导学生探索图形平移的基本性质. 共分两个步骤：

步骤一是对所学知识的回顾、运用.

步骤二是引导学生通过自主探索、合作交流，归纳图形平移的基本性质.

微信公众号：电子课本大全

例　平移图 7－19 中的三角形 ABC，使点 A 移到点 A' 的位置，画出平移后所得的三角形．

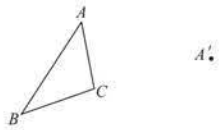


图 7－19

分析： 三角形 ABC 沿点 A 到点 A' 的方向平移，平移的距离为线段 AA' 的长．设点 B、C 分别平移到点 B'、C'，根据图形平移的性质可知，$BB' \parallel CC' \parallel AA'$，$BB' = CC' = AA'$，于是可以确定点 B'、C' 的位置．

画法：（1）连接 AA'；

（2）分别过点 B、C 画 AA' 的平行线 BD、CE；

（3）分别在 BD、CE 上截取 $BB' = AA'$，$CC' = AA'$；

（4）连接 $A'B'$、$B'C'$、$C'A'$．

三角形 $A'B'C'$ 就是所要画的三角形（如图 7－20）．

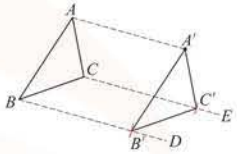
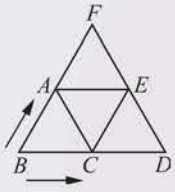


图 7－20

【练一练解答】

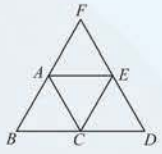
1. 把三角形 ABC 分别沿图示的方向平移 1.2 cm，可以平移到图中三角形 FAE 和三角形 ECD 的位置．





练一练

1. 图中的 4 个小三角形都是等边三角形，边长都是 1.2 cm．三角形 ABC 可以平移到图中哪几个三角形的位置？分别说出三角形 ABC 平移的方向和距离．



（第 1 题）

为培养学生踏实、严谨的学习品质，在探索“对应点的连线平行且相等”的结论时，应要求学生运用三角尺、直尺、圆规等工具加以检验．

在本节，课本为学生提供了较多从事数学活动的机会．教学时，应使学生认识到，操作是发展空间观念的一个重要手段，但操作的目的是引导学生通过实践，积累数学活动经验，获得抽象的规律，发展空间想象能力和推理能力．

3. 例题教学

本例题是图形平移基本性质的应用，教学的重点是运用图形平移的基本性质画出符合题设条件的图形，难点是如何运用图形平移的基本性质确定点 B'、C'．教学时，要引导学生对问题进行分析．

对例题教学，需要说明的是：为降低对问题分析、表达的难度，课本在“分别在 BD、CE 上截取 $BB'=AA'$，$CC'=AA'$”的表述中，未强调“沿点 A 到点 A' 的方向”截取，而是利用图形直观地加以呈现．教学时，可向学生说明：由于“分析”中已强调“平移的方向为点 A 到点 A' 的方向”，因而截取时也应沿点 A 到点 A' 的方向截取．

4. 小结

（1）图形平移有怎样的特征？

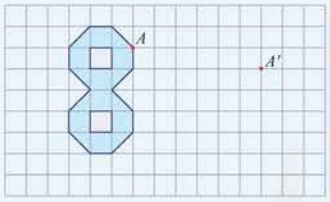
（2）反思探究“图形平移基本性质”的过程，感悟“观察、操作——探索、猜想”是获得图形性质的一个重要的手段．

【课程资源】

南京江南大酒店是一家三星级酒店，位于南京市中

微信公众号：电子课本大全

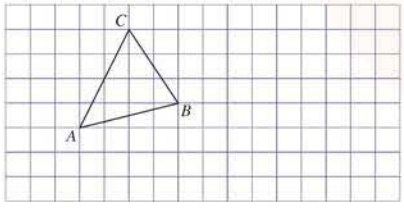
2. 平移所给的图形，使点 A 移到点 A' 的位置，画出平移后所得的图形．



（第 2 题）

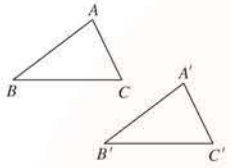
7.3 习题

1. 如图，画出三角形 ABC 先向右平移 6 格，再向下平移 2 格所得的三角形 $A'B'C'$．

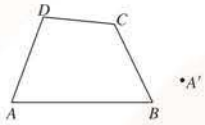


（第 1 题）

2. 如图，三角形 ABC 经过平移得到三角形 $A'B'C'$．说出三角形 ABC 的平移方向，并量出平移的距离．



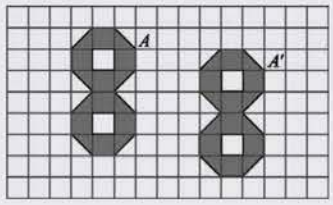
（第 2 题）



（第 3 题）

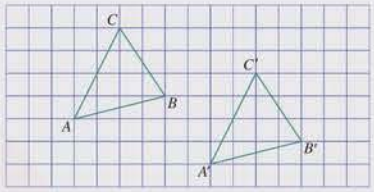
3. 平移图中的四边形 $ABCD$，使点 A 移到点 A' 的位置，画出平移后所得的四边形．

2. 平移后的图形如图：



【习题解答】

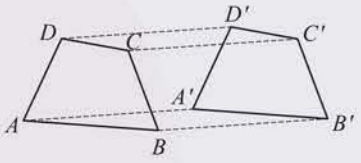
1. 平移后的图形：



2. 三角形 ABC 平移的方向是由点 A 到点 A' 的方向，平移的距离是 2.1 cm．

3. 四边形 $ABCD$ 沿点 A 到点 A' 的方向平移，平移的距离是线段 AA' 的长．设点 B、C、D 分别平移到点 B'、C'、D'，根据图形平移的性质，可以确定点 B'、C'、D' 的位置．

平移后的图形为：



央路与新模范马路的交汇处，共六层，建筑面积 5 424 m^2，总质量 8 000 t．2001 年新模范马路拓宽，这幢楼在拓宽的范围内，将这样的一家星级酒店拆掉重建既耗时又费钱，要是能将整幢大楼平移到合适的位置就好了，这样既可以保持大楼的原貌，又省钱、省时．“建筑物整体平移技术”就是适应这种需要而产生的．

“建筑物整体平移技术”是将建筑物与地基切断，托换到一个托架上，形成一个可移动物体，然后再用牵引设备将它平移到固定的新地基上．南京江南大酒店于 2001 年 5 月 20 日~2001 年 5 月 27 日运用这项平移技术，将整幢大楼向南平移了 26 m，整个工程耗资 400 万元．事后，大楼业主说了这样一句话：“用不到造价 $\frac{1}{4}$ 的钱保留了江南大酒店，并且节省了两年的工程时间，划算得很．”

微信公众号：电子课本大全

7.4　认识三角形



交通警告标志牌



金字塔

日常生活中常常见到一些形状为三角形的物体，如交通警告标志牌、金字塔的侧面等．试举出类似的实例，并与同学交流．

三角形是由 3 条不在同一条直线上的线段，首尾依次相接组成的图形．

三角形有 3 条边、3 个内角和 3 个顶点．顶点是 A、B、C 的三角形记作“$\triangle ABC$”．$\angle A$ 所对的边 BC 可以用 a 表示．类似地，$\angle B$ 所对的边 AC、$\angle C$ 所对的边 AB 也可以分别用 b、c 表示（如图 7－21）．

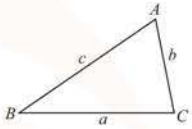


图 7－21



用量角器、圆规检验：

（1）在图 7－22 中，哪些三角形是锐角三角形、直角三角形、钝角三角形？

（2）在图 7－22 中，哪些三角形是等腰三角形？

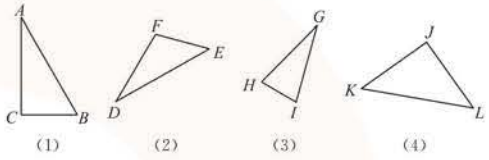


图 7－22

【情境说明】

三角形是学生在小学里就已熟悉的图形，课本从观察“交通警告标志牌”、“金字塔”等含有三角形的图案、实物出发，使学生经历从现实世界中抽象出几何模型的过程．

【内容解读】

通过小学的学习，学生已经知道如何画三角形，知道什么是三角形的顶点、三角形的边和角，但一般不会用字母表示三角形及三角形的边和角．如何用字母表示三角形、表示三角形的边和角是本节教学的主要内容之一．

【内容解读】

小学里，学生已了解锐角三角形、直角三角形、钝角三角形和等腰三角形等概念．课本设计“做一做”的目的在于：(1)复习、回忆小学里学过的知识；(2)渗透分类思想；(3)掌握用量角器、圆规等度量工具检验特殊三角形的方法．

图 7-22 中，“(3)”是锐角三角形；“(1)”、“(4)”是直角三角形；“(2)”是钝角三角形．

图 7-22 中，“(3)”、“(4)”是等腰三角形．

【教学目标】

1. 理解三角形及其中线、高、角平分线的概念，并能在具体三角形中画出三角形的中线、高和角平分线．

2. 会按照边长、角的大小对三角形进行分类．

3. 探索并证明三角形的任意两边之和大于第三边．

4. 经历操作、观察、推理、交流等活动过程，进一步发展空间观念和有条理的表达能力．

【教学过程设计建议（第一课时）】

1. 情境创设

出示“交通警告标志牌”、“金字塔”等含有三角形的图案、实物．

提出问题：

(1)在这些图案、实物中，有同学们熟悉的图形吗？

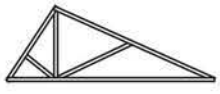
(2)举出生活中见到的形状为三角形的物体，并与同学交流．

2. 探索活动

活动一　了解三角形的概念及其基本要素．

三角形是学生在小学里就已熟悉的图形，课本从观察“帆船”、“金字塔”等含有三角形的图案、实物出发，使学生经历从现实世界中抽象出几何模型的过程．

出示一个含有多个三角形的实物模型，如：



要求学生从中找出不同的三角形，并进行交流，引导学生感悟到需要用符号来表示不同的三角形，体会用符号表示三角形的必要性．

微信公众号：电子课本大全

数学实验室

从长度分别为 3 cm、4 cm、5 cm、6 cm 和9 cm的小木棒（如图 7－23)中任意取 3 根，能否搭成一个三角形？请试一试．

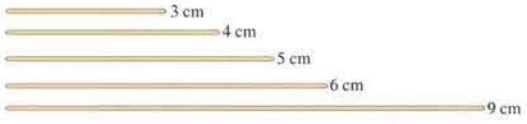
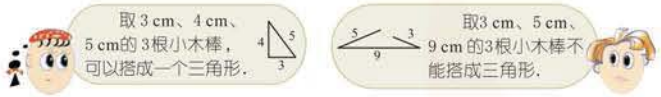


图 7－23



通过上面的实验，你发现三角形三边之间有怎样的关系？



议一议

如何根据基本事实“两点之间线段最短”，说明三角形三边之间的关系？

如图 7－24，BC 是连接 B、C 两点的线段，根据基本事实“两点之间线段最短”，可以得到 $AB+AC>BC$．同样的道理，可以得到 $AC+BC>AB$，$AB+BC>AC$．

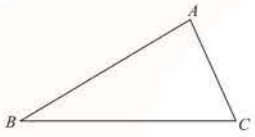


图 7－24

于是，我们得到：

三角形的任意两边之和大于第三边．

【内容解读】

通过数学实验，学生能感悟到，选择课本给定的小木棒中的任意3根，不一定都能搭成一个三角形，进而能主动地探索、发现三角形三边之间的关系．

图7–23中，能搭成三角形的3根小木棒的长度分别为：3 cm、4 cm、5 cm；3 cm、4 cm、6 cm；3 cm、5 cm、6 cm；4 cm、5 cm、6 cm；4 cm、6 cm、9 cm；5 cm、6 cm、9 cm．

活动二　通过“做一做”，引导学生按照边长、角的大小对三角形进行分类．

小学里，学生已了解锐角三角形、直角三角形和钝角三角形，知道三角形按角的大小分为锐角三角形、直角三角形、钝角三角形3类；了解不等边三角形、等腰三角形和等边三角形，知道三角形按边长可以分为不等边三角形、等腰三角形、等边三角形3类（小学里，把等腰三角形、等边三角形分为2类，不将等边三角形看作是特殊的等腰三角形）．课本设计“做一做”的目的在于：(1)复习、回忆小学里学过的知识；(2)渗透分类思想；(3)掌握用量角器、圆规等度量工具检验特殊三角形的方法．

对“做一做”中的“问题(1)”，建议教学时，设计下面的椭圆框，要求学生把图7–22中三角形的序号填入下面相关的椭圆框内．



引导学生在操作过程中感悟：每一个三角形都能归入其中的某一个椭圆框内，并且每一个三角形也仅能归入一个椭圆框内（不重复，不遗漏）．

对“做一做”中的“问题(2)”，教学时，应先复习等腰三角形的概念，再引导学生通过观察、检验找出其中的等腰三角形．

活动三　通过数学实验，探索三角形三边之间的关系．

探索三角形三边之间的关系，应引导学生经历操作、观察、交流等数学活动的过程．

微信公众号：电子课本大全

【练一练解答】

1. 图中共有5个三角形：$\triangle ACD$、$\triangle ADE$、$\triangle EDB$、$\triangle ADB$和$\triangle ACB$．其中，$\triangle ADE$是锐角三角形；$\triangle ACD$、$\triangle ACB$是直角三角形；$\triangle EDB$、$\triangle ADB$是钝角三角形．

2. 可以搭出3个不同的三角形．3根小木棒的长度分别为：2 cm、3 cm、4 cm；2 cm、4 cm、5 cm；3 cm、4 cm、5 cm．

【情境说明】

创设“操作—思考—交流”的情境，使问题显得形象、直观．

学生通过观察、思考、交流，可以归纳出橡皮筋（线段）的另一端点与边BC有3个特殊的位置：

（1）橡皮筋的另一端点是BC的中点；

（2）橡皮筋的另一端点是$\angle A$的平分线与BC的交点；

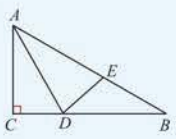
（3）橡皮筋的另一端点是点A到BC所在直线的垂线段的垂足．



练一练

1. 图中共有几个三角形？把它们分别表示出来，并用量角器检验它们是锐角三角形、直角三角形，还是钝角三角形．

2. 4根小木棒的长度分别为2 cm、3 cm、4 cm和5 cm．用其中3根搭三角形，可以搭出几个不同的三角形？



（第1题）



议一议

如图7－25，橡皮筋的一端固定在$\triangle ABC$的顶点A处，另一端从点B出发沿BC方向（或从点C出发沿CB方向）移动．在这个过程中，橡皮筋（线段）的位置不断变化，你认为其中有哪些位置是特殊的？请与同学交流．

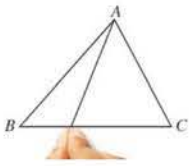
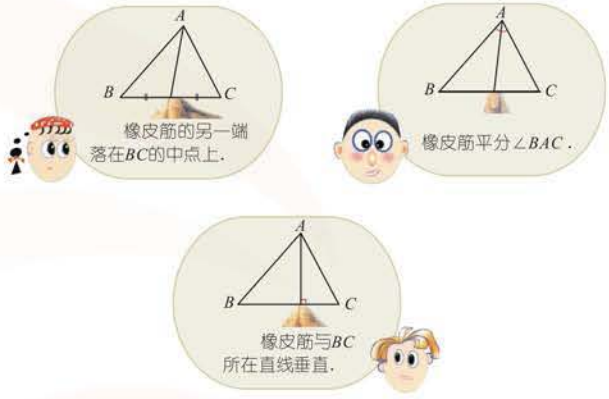


图7－25



在三角形中，连接一个顶点与它的对边中点的线段，叫做**三角形的中线**(median of triangle)．

在三角形中，一个内角的平分线与这个角的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做**三角形的角平分线**(angular bisector of triangle)．

从三角形的一个顶点向它的对边所在直线作垂线，顶点与垂足之间的线段叫做**三角形的高线**，简称**三角形的高**(altitude of triangle)．

对“数学实验室”的教学，应注意不要用教师的演示代替学生的操作实践，引导学生在实际操作中，感悟选择课本给定的小木棒中的任意3根，不一定都能搭成三角形，从而主动寻求构建三角形的三边之间的关系．

活动四　通过“议一议”，推导三角形三边之间的关系．

在推导“三角形的任意两边之和大于第三边”的教学中，应注意以下几点：

（1）课本“如图7-24…… $AB+AC>BC$”是“三角形三边之间关系”的推理过程，推理的依据是“两点之间线段最短”．

（2）对“三角形的任意两边之和大于第三边”的结论，应帮助学生理解“任意”的含义：“任意”是指没有附加条件的限制．实际上，要判断所给的3条线段首尾依次相接能否构成三角形，只要将其中2条较短线段长度的和与最长线段的长度进行比较就可以了．

（3）已知3条线段，判断它们能否构成一个三角形的依据是：若3条线段中最长的1条小于其他2条长度的和，则用这3条线段能构成一个三角形．由于这个结论实际上是“三角形任意两边之和大于第三边”这一性质的逆命题，而学生还没有学习命题之间的关系，因此这个结论可以不对学生讲，教师理解就可以了．

3. 小结

（1）如何按照三角形的边长、角的大小对三角形进行分类？

（2）三角形的三边的长度是相互制约的：三角形的任意两边之和大于第三边．如何根据基本事实“两点之间线段最短”推导“三角形三边之间的关系”？

微信公众号：电子课本大全

例如，在图7－26中，D是BC的中点，线段AD是$\triangle ABC$的中线；$\angle BAC$的平分线交BC于点E，线段AE是$\triangle ABC$的角平分线；$AF \perp BC$，垂足为F，线段AF是$\triangle ABC$的高．

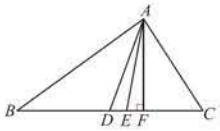
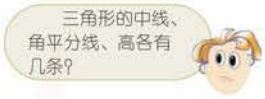


图 7－26



想一想

1. 如图 7－27，在$\triangle ABC$中，点D在BC上，且$\angle BAD = \angle CAD$，E是AC的中点，BE交AD于点F．指出图中哪条线段是哪个三角形的角平分线，哪条线段是哪个三角形的中线．

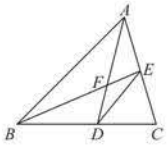


图 7－27

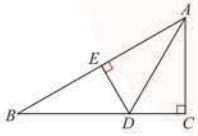
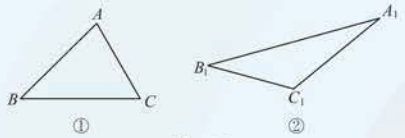


图 7－28

2. 如图 7－28，在$\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$，点D在BC上，$DE \perp AB$，垂足为E．指出图中DE、AC分别是哪些三角形的高．

练一练

1. 剪一张三角形纸片，用折纸的方法折出这个三角形的3条角平分线．你有什么发现?
2. 分别画出图中各个三角形的3条中线．你有什么发现?



（第2题）

【内容解读】

1. 图中，AD是$\triangle ABC$的角平分线，AF是$\triangle ABE$的角平分线；BE是$\triangle ABC$的中线，DE是$\triangle ADC$的中线．

2. 图中，AC分别是$\triangle ABC$、$\triangle ADC$、$\triangle ABD$的高；DE分别是$\triangle ABD$、$\triangle AED$、$\triangle BED$的高．

【练一练解答】

1. 折纸略，三角形的3条角平分线相交于一点．

2. 画图略，三角形的3条中线相交于一点．

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 情境创设

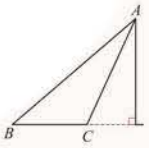
演示：如图7-25，橡皮筋的一端固定在$\triangle ABC$的顶点A处，另一端从点B出发沿BC方向（或从点C出发沿CB方向）移动．

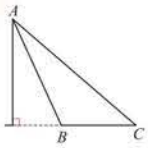
提出问题：在这个过程中，橡皮筋（线段）的位置在不断变化，你认为其中有哪些位置是特殊的?

对于创设的问题情境，要说明的是：课本给出“另一端从点B出发沿BC方向（或从点C出发沿CB方向）移动”的表述，是基于如下考虑：

在图①中，另一端从点B出发沿BC方向移动，才可以观察、探究出橡皮筋（线段）与BC所在直线垂直这一特殊位置；

在图②中，另一端从点C出发沿CB方向移动，才可以观察、探究出橡皮筋（线段）与BC所在直线垂直这一特殊位置．





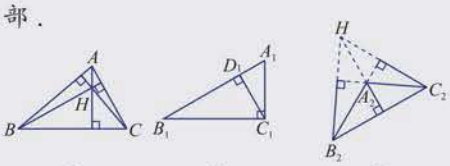
2. 探索活动

活动一　通过操作、思考、交流活动，引导学生发现橡皮筋（线段）移动过程中的3种特殊位置．

课本创设的“操作—思考—交流”活动，虽然使问题显得形象、直观，但要使学生通过操作、观察、思考，归纳出橡皮筋（线段）在移动过程中的3种特殊位置，并用数学语言加以表述，还是有一定难度．教学时，要注意强化

微信公众号：电子课本大全

3. 画出锐角三角形 ABC 的3条高，如图①，这3条高相交于一点，这点在三角形的内部．



①　②　③

画出直角三角形 $A_1B_1C_1$ 的3条高，如图②，这3条高相交于一点，这点是 $\triangle A_1B_1C_1$ 的直角顶点 C_1．

画出钝角三角形 $A_2B_2C_2$ 的3条高，如图③，这3条高所在的直线相交于一点，这点在三角形的外部．

【习题解答】

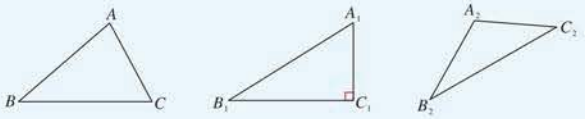
1. 图中共有3个三角形：$\triangle ABC$、$\triangle ABD$、$\triangle BCD$．

2. 图中，AC 分别是 $\triangle ABC$、$\triangle ADC$、$\triangle AEC$、$\triangle AFC$ 的一条边；$\angle B$ 分别是 $\triangle ABC$、$\triangle ABD$、$\triangle EBC$ 的一个内角．

3. 一共可以画9个三角形：$\triangle ABE$、$\triangle ABD$、$\triangle ACE$、$\triangle ACD$、$\triangle BCE$、$\triangle BCD$、$\triangle ADE$、$\triangle BDE$、$\triangle CDE$．其中，$\triangle ABE$、$\triangle BCE$、$\triangle CDE$ 是直角三角形，$\triangle ACE$、$\triangle ADE$、$\triangle BDE$ 是锐角三角形，$\triangle ABD$、$\triangle ACD$、$\triangle BCD$ 是钝角三角形；$\triangle ACE$、$\triangle CDE$ 为等腰三角形．

4. (1)和(2)不能搭成三角形，因为前2根木棒长度的和不大于第3根木棒的长度；(3)可以搭成三角形．

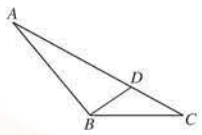
3. 分别画出图中各个三角形的3条高．你有什么发现？



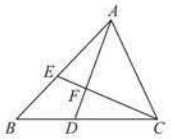
（第3题）

7.4 习题

1. 图中共有几个三角形？把它们分别表示出来，并写出它们的边和角．



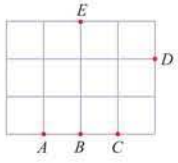
（第1题）



（第2题）

2. 如图，在$\triangle ABC$中，点D、E分别在BC、AB上，AD交CE于点F．图中AC是哪些三角形的边？$\angle B$是哪些三角形的内角？

3. 如图，方格中的点A、B、C、D、E称为“格点”（格线的交点），以这5个格点中的3点为顶点画三角形，一共可以画多少个？其中，哪些是直角三角形、钝角三角形、锐角三角形？哪些是等腰三角形？



（第3题）

4. 下列长度的3根小木棒能搭成三角形吗？

(1) 3 cm，5 cm，10 cm；

(2) 5 cm，4 cm，9 cm；

(3) 4 cm，6 cm，9 cm．

活动过程，增强学生对问题的感悟．

活动二　通过操作、思考、交流活动，引入“三角形的中线”、“三角形的角平分线”和“三角形的高”的概念．

活动分为3个层次．

第1层次：通过操作（取 $\triangle ABC$ 边 BC 上的中点 D，连接 AD），引入“三角形的中线”的概念，强调：三角形的中线是一条线段，三角形的中线共有3条．

第2层次：通过操作（画 $\triangle ABC$ 的 $\angle A$ 平分线，与边 BC 相交于点 E），引入“三角形的角平分线”的概念．

画一个角的平分线，学生已经掌握的方法有2种：用量角器和直尺画已知角的平分线；用折纸的方法折出已知角的平分线．

对“三角形的角平分线”的概念，教学时，要引导学生感悟如下几点：

(1)三角形一个内角的平分线一定与它的对边相交．

(2)三角形的角平分线是一条线段而不是射线，它与一个角的平分线不同．

(3)三角形的角平分线共有3条．

第3层次：通过操作（过 $\triangle ABC$ 的顶点 A 画边 BC 所在直线的垂线，与 BC 或其延长线相交于点 F），引入“三角形的高”的概念．

对“三角形的高”的概念，教学时，要引导学生反思“过直线外一点，画这条直线垂线”的方法，并使学生感悟如下几点：

(1)过三角形的顶点画它的对边所在直线的垂线，垂足可以在这条边上，也可以在这条边的延长线上．

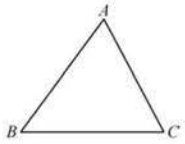
(2)三角形的高是一条线段，是连接三角形的顶点和相应垂足的一条线段．

微信公众号：电子课本大全

5. 如图，$\triangle ABC$ 是锐角三角形.

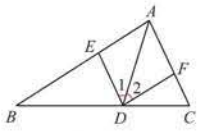
(1) 过点 A 画 BC 的垂线，垂足为 D；过点 A 画 AB 的垂线，交 BC 的延长线于点 E.

(2) 在所画图中，哪些三角形是直角三角形、钝角三角形？AD 是哪些三角形的高？

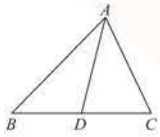


(第 5 题)

6. 如图，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，点 E、F 分别在 AB、AC 上，且 $DE/\!/AC$，$DF/\!/AB$. $\angle 1$ 与$\angle 2$ 相等吗？为什么？



(第 6 题)



(第 7 题)

7. (1) 如图，AD 是$\triangle ABC$ 的中线．$\triangle ABC$ 与$\triangle ABD$ 的面积有怎样的数量关系？为什么？

(2) 你能把 1 个三角形分成面积相等的 4 个三角形吗？试画出相应的图形．

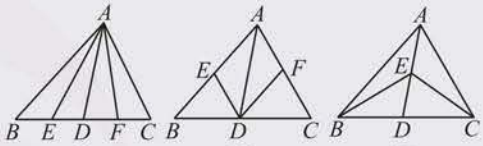
5. (1)画图略．

(2)在所画图中，直角三角形有：$\triangle ABD$、$\triangle ACD$、$\triangle AED$、$\triangle ABE$；钝角三角形有：$\triangle AEC$；AD 分别是 $\triangle ABD$、$\triangle ACD$、$\triangle ABC$、$\triangle AED$、$\triangle ABE$、$\triangle AEC$ 的高．

6. 由 $DE/\!/CA$，得 $\angle 1=\angle CAD$．由 $DF/\!/BA$，得 $\angle 2=\angle BAD$．又 $\angle BAD=\angle CAD$，所以 $\angle 1=\angle 2$．

7. (1)画 $\triangle ABC$ 的高 AE，则 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AE\cdot BC$，$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}AE\cdot BD=\frac{1}{2}AE\cdot\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$．

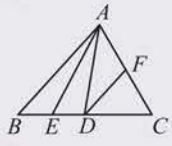
(2)画 $\triangle ABC$ 的中线，AD 把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的 2 个三角形．把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的 4 个三角形有多种方法，如：



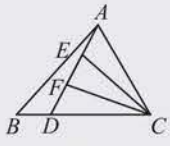
①

②

③



④



⑤

图①中，E、D、F 是 BC 的 4 等分点；图②中，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，E、F 分别是 AB、AC 的中点；图③中，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，E 是 AD 的中点；图④中，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，E、F 分别是 BD、AC 的中点；图⑤中，$BD=\frac{1}{4}BC$，E、F 是 AD 的 3 等分点．

(3)三角形的高共有 3 条．

活动三　通过观察、思考活动，培养学生的识图能力．

课本设计“想一想”的目的：一是培养学生的识图能力，引导学生从较复杂的图形中分解出简单图形；二是巩固三角形的中线、角平分线、高的概念．

3. 小结

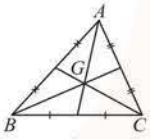
(1)什么是三角形的中线、角平分线和高？通过画图，你发现三角形的中线、角平分线、高各有怎样的特征？

(2)反思课本“想一想”中的识图活动，感悟“从较复杂的图形中分解出简单图形”的思考过程．

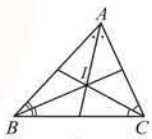
【课程资源】

重心、内心、垂心

画出 $\triangle ABC$ 的 3 条中线，这 3 条中线相交于一点 G（如图①），这点称为三角形的重心．



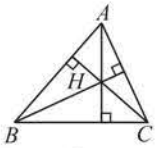
①



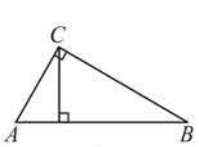
②

画出 $\triangle ABC$ 的 3 条角平分线，这 3 条角平分线相交于一点 I（如图②），这点称为三角形的内心．

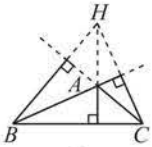
画出 $\triangle ABC$ 的 3 条高，如果 $\triangle ABC$ 是锐角三角形，这 3 条高相交于三角形内一点 H（如图③）；如果 $\triangle ABC$ 是直角三角形，这 3 条高相交于直角顶点 C（如图④）；如果 $\triangle ABC$ 是钝角三角形，这 3 条高所在的直线相交于三角形外一点 H（如图⑤）．



③



④



⑤

微信公众号：电子课本大全

7.5　多边形的内角和与外角和

小学里，我们曾经把一个三角形的 3 个角拼在一起，发现了“**三角形的内角和是 180°**”的结论.



如图 7－29，在△ABC 的边 AC 所在的直线绕点 A 按逆时针方向旋转的过程中，直线 AC 与边 BC 的延长线分别交于点 C_1、C_2、C_3……

（1）在上述过程中，哪些角的大小发生了变化？

（2）度量 $\angle BAC$ 与 $\angle ACB$，并求它们的和；度量 $\angle BAC_1$ 与 $\angle AC_1B$、$\angle BAC_2$ 与 $\angle AC_2B$、$\angle BAC_3$ 与 $\angle AC_3B$……并分别求它们的和．你发现了什么？

（3）当直线 AC 绕点 A 旋转到 AC'，使 $AC' \parallel BC$ 时，度量 $\angle BAC'$ 的度数，你发现了什么？

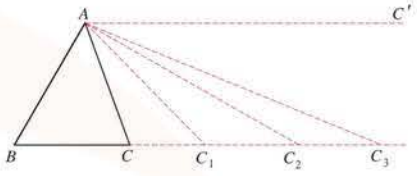
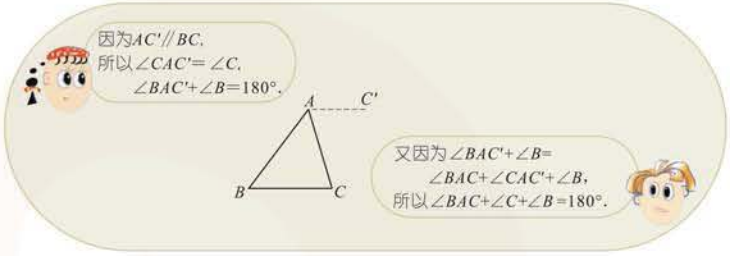


图 7－29



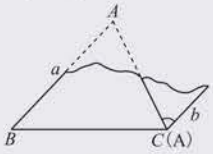
通过上面的探索活动，同样可以发现“三角形的内角和是 180°”的结论．你能说明这个结论成立的理由吗？



【情境说明】

探索“三角形的内角和是 180°”这一结论也可以创设如下情境：

在△ABC 中，把 $\angle A$ 撕下，使点 A 与点 C 重合，摆成如图的位置：



根据“内错角相等，两直线平行”，可知 $a \parallel b$；再由“两直线平行，同旁内角互补”，就可以得到结论“三角形的内角和是 180°”.

【内容解读】

观察旋转过程中角的变化，可以发现：把△ABC 的边 AC 所在直线绕点 A 旋转，与边 BC 的延长线分别交于点 C_1、C_2、C_3、…、点 C_n（$n=1,2,3\cdots\cdots$），在这个运动过程中，$\angle BAC_n$ 的度数逐渐变大，$\angle AC_nB$ 的度数逐渐变小，而 $\angle BAC_n$ 与 $\angle AC_nB$ 的度数之和始终不变．当点 C_n 离点 C 越来越远时，$\angle AC_nB$ 的度数接近于 0，因而当 $AC' \parallel BC$ 时，$\angle BAC'$ 的度数为 $\angle BAC_n$ 与 $\angle AC_nB$ 的度数之和．

在边 AC 所在直线绕点 A 的旋转过程中，

（1）$\angle BAC_1$、$\angle BAC_2$、$\angle BAC_3$……$\angle AC_1B$、$\angle AC_2B$、$\angle AC_3B$……都发生了变化．

（2）$\angle BAC=50°$，$\angle ACB=70°$．

三角形的 3 条高（或高的延长线）相交于一点，这点称为三角形的垂心．

【教学目标】

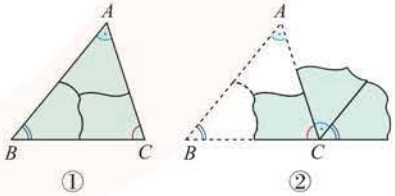
1. 探索三角形 3 个内角之间的关系．
2. 探索并掌握多边形内角和与外角和公式．
3. 经历观察、操作、归纳、说理、交流等活动过程，发展空间观念和有条理的表达能力．

【教学过程设计建议（第一课时）】

1. 情境创设

（1）任意画一个三角形，用量角器量出各内角的度数，并求它们的和．

（2）如图①，把△ABC 的 3 个内角撕开，然后把它们的顶点 A、B、C 重合在同一点 C，拼成图②．由此，你得到什么结论？



（3）回顾本章“章头活动”的相关内容，引导学生探索．

2. 探索活动

课本设计“议一议”的目的在于将学生对“三角形内角和”的认识从感性提升到理性的阶段，培养学生有条理的表达能力．

教学时，教师要引导学生观察、实践，给学生较为充分的探究、交流的时间和空间，并在充分探索、思考的基

微信公众号：电子课本大全

例 1 在△ABC中，$\angle A=40°$，$\angle B=\angle C$. 求$\angle C$的度数.

解：在△ABC中，

由 $\angle A+\angle B+\angle C=180°$、$\angle A=40°$，得

$\angle B+\angle C=180°-\angle A=180°-40°=140°$.

由 $\angle B=\angle C$，得

$2\angle C=140°$，$\angle C=70°$.

例 2 如图 7－30，△ABC的角平分线BD、CE相交于点P，$\angle A=70°$. 求$\angle BPC$的度数.

解：在△ABC中，

由 $\angle A+\angle ABC+\angle ACB=180°$、$\angle A=70°$，得

$\angle ABC+\angle ACB=180°-\angle A=180°-70°=110°$.

因为BD、CE分别平分$\angle ABC$、$\angle ACB$，

所以 $\angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle ACB$，

$\angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=\frac{1}{2}\times 110°=55°$.

在△PBC中，

由 $\angle BPC+\angle 1+\angle 2=180°$、$\angle 1+\angle 2=55°$，得

$\angle BPC=180°-(\angle 1+\angle 2)=180°-55°=125°$.

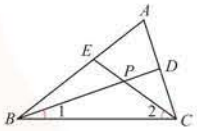
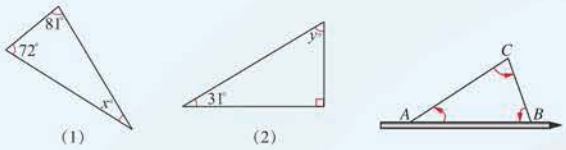


图 7－30

练一练

1. 求图中x和y的值.



（第 1 题）　　（第 2 题）

2. 如图，铅笔放置在△ABC的边AB上，笔尖方向为点A到点B的方向. 把铅笔依次绕点A、点C、点B按逆时针方向旋转$\angle A$、$\angle C$、$\angle B$的度数，笔尖方向发生了怎样的变化？这说明了什么？

3. 一个三角形能有两个内角是直角或钝角吗？为什么？

$\angle BAC_1=75°$，$\angle AC_1B=45°$；

$\angle BAC_2=90°$，$\angle AC_2B=30°$；

$\angle BAC_3=98°$，$\angle AC_3B=22°$.

以上4对角的和均为120°.尽管在旋转过程中，这些角的度数都在发生变化，但每对角的和均不变.

(3)当$AC'\parallel BC$时，$\angle BAC'=120°$.

【练一练解答】

1. (1) $x=27$；(2) $y=59$.

2. 笔尖方向与初始位置的方向正好相反，说明铅笔依次绕点A、C、B转过了180°，从而验证了“三角形的内角和是180°”这一结论.

3. 一个三角形最多只能有1个直角，如果有2个直角，那么三角形3个内角的和大于180°；同样，一个三角形最多只能有1个钝角，如果有2个钝角，那么三角形3个内角的和大于180°.

本题渗透了“反证”思想. 教学时，应引导学生了解这种思想，但不要向学生介绍“反证法”的一般步骤及理论依据.

础上，引导学生根据课本提供的数学模型，用说理的方式说明“三角形的内角和是180°”，并使学生感悟到研究图形运动过程中的不变关系是“图形与几何”学习的一个重要内容.

对“三角形的内角和是180°”的结论，课本将在第12章“证明”中给出形式化的“三段论证”，完整地呈现命题证明的过程. 在本节，课本仅运用“卡通人”给出说理的过程.

课本对“图形与几何”内容做了整体设计，在“三角形内角和”相关内容中未出“直角三角形的两锐角互余”、“三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和”等结论. 这些结论也将在第12章“证明”中，通过形式化的证明予以确认.

3. 例题教学

“三角形的内角和”是三角形中的重要内容，是许多角度计算问题的重要依据，教学时，要注重引导学生通过自主探索、思考，建构自己的认识.

课本中的例1、例2是运用“三角形的内角和是180°”这一结论，求三角形中的未知角. 例题在求解过程的表达上，再次表明了“图形与几何”计算题蕴涵着说理的要求，教学时应要求学生逐步熟悉、掌握这一要求.

例2中，求$\angle BPC$度数的过程分为3个层次. 第1层次，在△ABC中，根据“三角形的内角和是180°”这一结论，求得$\angle ABC$与$\angle ACB$度数的和(将$\angle ABC+\angle ACB$看成一个整体)；第2层次，根据BD、CE分别平分$\angle ABC$、$\angle ACB$，求得$\angle 1$与$\angle 2$度数的和(将$\angle 1+\angle 2$看成一个整体)；第3层次，在△PBC中，根据“三角形的内角和是180°”这一结论，求得$\angle BPC$的度数.

4. 小结

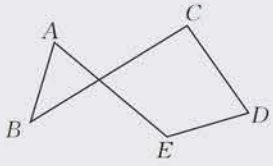
三角形3个内角之间有怎样的数量关系？这一结论是如何探索得到的？

微信公众号：电子课本大全

【情境说明】

对多边形的概念，教学时要注意以下几点：

(1)教学时，可对照三角形，通过类比建立多边形的概念．考虑到学生的认知水平，课本未强调多边形是“封闭图形”，这样可能会有一种特例(如图)．对此，教学时不必向学生说明．



课本通过举例“图7-31中的两个图形分别记作四边形 $ABCD$、五边形 $ABCDE$”，实际上排除了上述特例．

(2)三角形肯定是平面图形，但对于边数大于3的图形，它的顶点有可能不在同一平面内．为排除不共面的情况(空间多边形)，课本在定义中强调“在平面内”．

(3)多边形分为凹凸两类．一般地，我们只研究凸多边形(在多边形中，画任何一边所在的直线，其他各边都在这条直线的同一侧)，对凹多边形教学时不要加以补充．

在平面内，由不在同一条直线上的3条或3条以上的线段首尾依次相接组成的图形叫做多边形．

图7－31中的两个图形分别记作四边形 $ABCD$、五边形 $ABCDE$．

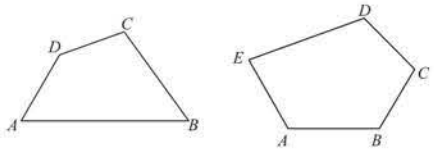
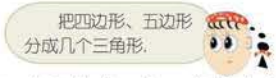


图7－31



在图7－31中，四边形 $ABCD$、五边形 $ABCDE$ 的内角和分别等于多少度？



在四边形 $ABCD$ 中，连接对角线 AC，把它分成2个三角形(如图7－32 (1))．这样，你能说出四边形 $ABCD$ 的内角和吗？

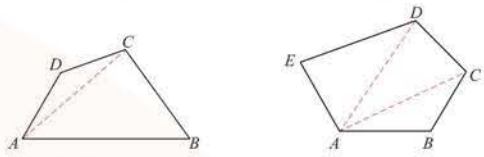


图7－32

在五边形 $ABCDE$ 中，连接对角线 AC、AD，把它分成3个三角形(如图7－32 (2))．这样，你能说出五边形 $ABCDE$ 的内角和吗？

仿照上面的方法，图7－33中的六边形 $ABCDEF$ 可以分成多少个三角形？它的内角和是多少度？

……

类似地，n 边形可以分成多少个三角形？它的内角和是多少度？

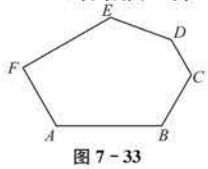


图7－33

填表：

多边形的边数	3	4	5	6	7	…	n
分成的三角形个数	1	2	3			…	
多边形的内角和	180°	180°×2	180°×3			…	

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 情境创设

我们已经知道“三角形的内角和是180°”，那么四边形的内角和是多少度呢？(结合小学的知识，学生很容易回答出：因为正方形、长方形的每个角都是90°，所以正方形、长方形的内角和是360°．)

正方形、长方形是特殊的四边形，你能探究一般的四边形的内角和是多少度吗？五边形、六边形呢？

2. 探索活动

活动一　通过“议一议”，引导学生探索 n 边形的内角和公式．

对课本中的“议一议”，可设计如下问题引导学生探索：

(1)你能把求四边形内角和的问题转化为你所熟悉的问题吗？五边形、六边形呢？

(2) n 边形可以分成多少个三角形？由此，你能归纳出多边形的内角和公式吗？

(3)在解决问题(1)、问题(2)的过程中，你感受到数学在解决新问题时常常采用什么方法吗？

对问题(1)，要引导学生通过观察、探索，发现：连接 AC，把四边形分成2个三角形，就可以把求四边形的内角和问题转化为求2个三角形的内角和的问题．同样，连接 AC、AD 或连接 AC、AD、AE，可以把求五边形、六边形的内角和问题转化为求3个或4个三角形的内角和的问题．

对问题(2)，学生通过填表可以归纳出：n 边形可以分成 $(n-2)$ 个三角形，n 边形的内角和等于 $(n-2)\cdot 180°$．

问题(2)是一个从特殊到一般的归纳、说理的过程．

微信公众号：电子课本大全

由此，我们知道：

n 边形的内角和等于 $(n-2)\cdot 180°$.



(1) 如图 7－34(1)，点 P 在 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 内；

(2) 如图 7－34(2)，点 P 在 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 的边 A_2A_3 上．

利用图 7－34，你能计算 n 边形的内角和吗？

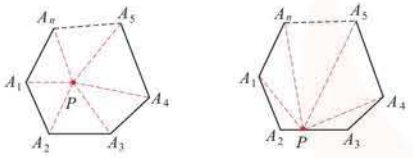


图 7－34

例 3 如图 7－35，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A$ 与 $\angle C$ 互补，$\angle ABC$、$\angle ADC$ 的平分线分别交 CD、AB 于点 E、F. $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 有怎样的数量关系？为什么？

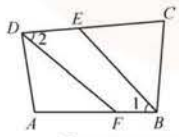


图 7－35

解：$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余.

在四边形 $ABCD$ 中，

$\angle A+\angle ABC+\angle C+\angle ADC=(4-2)\times 180°=360°$.

由 $\angle A+\angle C=180°$，得

$\angle ABC+\angle ADC=360°-(\angle A+\angle C)=360°-180°=180°$.

由 BE、DF 分别平分 $\angle ABC$、$\angle ADC$，得

$\angle 1=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle ADC$.

因此，$\angle 1+\angle 2=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ADC)=\frac{1}{2}\times 180°=90°$，即 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互余.

【内容解读】

(1)在图 7-34(1)中，把 n 边形分割成 n 个三角形．因为 $\angle A_1PA_2$、$\angle A_2PA_3$、$\angle A_3PA_4$、…、$\angle A_nPA_1$ 构成一个周角，所以 n 边形的内角和等于 $n\cdot 180°-360°$，即 $(n-2)\cdot 180°$.

(2)在图 7-34(2)中，把 n 边形分割成 $(n-1)$ 个三角形．因为 $\angle A_1PA_2$、$\angle A_3PA_4$、…、$\angle A_{n-1}PA_n$、$\angle A_nPA_1$ 构成一个平角，所以 n 边形的内角和等于 $(n-1)\cdot 180°-180°$，即 $(n-2)\cdot 180°$.

教学时，应本着“规律学生议，结论学生找，错误学生析”的原则，把探索的主动权交给学生，引导学生在教师的指导下得出正确的结论．

“n 边形内角和公式”揭示了多边形的内角和的大小与多边形的边数之间的内在联系，即多边形的边数越多，它的内角和也越大(多边形的边数每增加 1，多边形的内角和增加 180°)．根据这个公式，已知多边形的边数可以求出这个多边形的内角和；反过来，已知多边形的内角和可以确定这个多边形的边数．

问题(3)着重渗透化归思想，它是数学中最基本的思想之一．教学时，要结合“n 边形的内角和公式”的探索过程，引导学生逐步学会解决问题的一般方法，即化复杂为简单，化未知为已知，再用已知知识研究、解决新问题的化归思想．这对培养学生发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力有着重要作用．

活动二　通过“试一试”，引导学生探索求 n 边形的内角和的不同方法．

课本设置“试一试”的目的是：(1) 体现过程教学，充分展开对 n 边形内角和公式的探索过程；(2) 体现解决问题方法的多样化，使学生的智慧得以充分激发．

3. 例题教学

例3的设置，主要是让学生经历运用“多边形的内角和公式”解决问题的过程. 教学时，要关注如下两点：

(1)学生能否正确运用“多边形的内角和公式”解决问题；

(2)学生能否有条理地表达自己的思考过程．

4. 小结

(1)“n 边形的内角和”满足怎样的关系式？

(2)反思“n 边形的内角和公式”的探究过程，体会“化归”思想，感悟“由特殊到一般”的思想方法．

微信公众号：电子课本大全

【练一练解答】

1. $x=60$，$y=60$.

2. 六边形的内角和为 720°，如果它的内角都相等，那么它的每个内角为 120°.

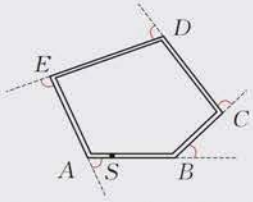
3. 这个多边形是八边形.

【情境说明】

通过创设的问题情境，引导学生观察、思考、交流、归纳（猜想）.

对于长方形广场，观察小强步行过程中每次转过的角度，能比较清楚地得出小强每次都转了 90°，一共转了 4 次，和是 360°.

在五边形广场中重复上述活动，可以得出小强从一条道路转到下一条道路，身体转过的角度如下：



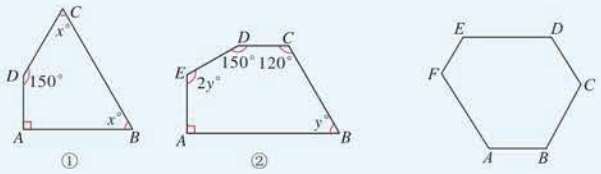
度量这些角，可以发现它们的和为 360°.

教学时，也可以引导学生发现：小强在步行过程中，正好旋转了 1 周，所以小强转过的角度是 360°.

把铅笔依次绕点 B、C、D、E、A 按逆时针方向旋转，铅笔从五边形的一边转到相邻的另一边，共转动了 5 次，在整个旋转过程中，笔尖不断改变方向，但最终笔尖方向仍为由点 A 到点 B 的方向.这说明铅笔依次绕点 B、C、D、E、A 按逆时针方向转过了 360°，从而验证了“多边形的外角和公式”.

练一练

1. 求图中 x 和 y 的值.



（第 1 题）　　（第 2 题）

2. 如图，六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等，求它的每个内角的度数.

3. 一个多边形的内角和为 1 080°，这个多边形是几边形？

在图 7－36 中，把△ABC 的边 AB 延长，得到∠CBD.

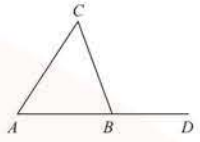


图 7－36

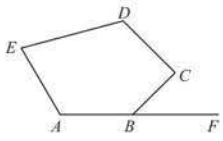


图 7－37

在图 7－37 中，把五边形 $ABCDE$ 的边 AB 延长，得到∠CBF.

像这样，多边形的一边与它的邻边的延长线组成的角，叫做多边形的外角. 在图 7－36 中，∠CBD 是△ABC 的一个外角；在图 7－37 中，∠CBF 是五边形 $ABCDE$ 的一个外角.

在多边形的每个顶点处分别取多边形的一个外角，这些外角的和叫做多边形的外角和.

做一做

1. 如图 7－38，∠α、∠β、∠γ 是△ABC 的 3 个外角.

（1）若剪下△ABC 的这 3 个外角，把它们的顶点 A、B、C 重合在同一点 O 上，能拼成图 7－39 的形状吗？由此，你发现了什么？

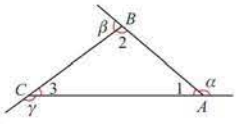
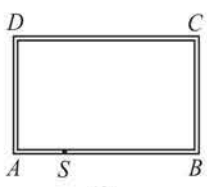


图 7－38

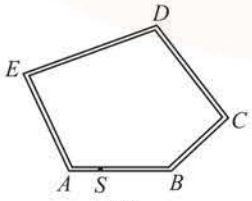
【教学过程设计建议（第三课时）】

1. 情境创设

问题一　小强从点 S 处沿图①中的长方形广场周围的道路步行.小强从一条道路转到下一条道路，身体转过的角是哪些角？你能在图①中把它们表示出来吗？小强转过 1 圈后，转过的角度的和是多少？



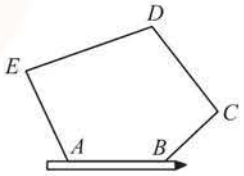
①



②

如果小强在点 S 处沿图②中的五边形广场周围的道路步行，小强从一条道路转到下一条道路，身体转过的角是哪些角？你能在图②中把它们表示出来吗？度量这些角，你发现了什么？

问题二　如图③，铅笔贴放在五边形 $ABCDE$ 的边 AB 上，笔尖方向为点 A 到点 B 的方向.把铅笔依次绕点 B、C、D、E、A 按逆时针方向旋转，铅笔从五边形的一边转到相邻的另一边，笔尖转过的角是哪些？你能在图③中把它们表示出来吗？在转动过程中，笔尖方向发生了怎样的变化？这种变化说明了什么？



③

2. 探索活动

活动一　观察图 7－36、图 7－37 中的 ∠CBD、∠CBF

微信公众号：电子课本大全

(2) 在图 7－38 中，

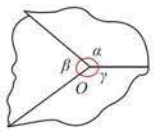


图 7－39

$\angle\alpha+\angle1=180°$，
$\angle\beta+\angle2=180°$，
$\angle\gamma+\angle3=180°$，
$\angle1+\angle2+\angle3=180°$，

则 $\angle\alpha+\angle\beta+\angle\gamma=$ _____.

2. 如图 7－40，$\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$、$\angle\delta$ 是四边形 $ABCD$ 的 4 个外角.

(1) 仿照 1(1) 试一试；

(2) 在图 7－40 中，

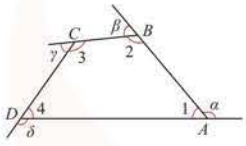


图 7－40

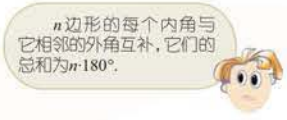
$\angle\alpha+\angle1=180°$，
$\angle\beta+\angle2=180°$，
$\angle\gamma+\angle3=180°$，
$\angle\delta+\angle4=180°$，
$\angle1+\angle2+\angle3+\angle4=180°\times2$，

则 $\angle\alpha+\angle\beta+\angle\gamma+\angle\delta=$ _____.

3. 你能说出五边形、六边形的外角和是多少度吗？



我们已经知道 n 边形的内角和等于 $(n-2)\cdot180°$，根据这个结论，你能求 n 边形的外角和吗？



由此，我们知道：

多边形的外角和等于 360°.



从图 7－41 的五边形 $ABCDE$ 纸片中剪去一个三角形，剩余的部分是几边形？它们的内角和、外角和分别是多少？

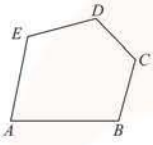
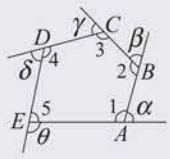


图 7－41

【内容解读】

如图，$\angle\alpha+\angle1=180°$，
$\angle\beta+\angle2=180°$，
$\angle\gamma+\angle3=180°$，
$\angle\delta+\angle4=180°$，
$\angle\theta+\angle5=180°$，



$\angle1+\angle2+\angle3+\angle4+\angle5=180°\times3$，则 $\angle\alpha+\angle\beta+\angle\gamma+\angle\delta+\angle\theta=180°\times5-180°\times3=360°$. 同样，可以求得六边形的外角和也等于 360°.

【内容解读】

由 n 边形的每个内角与它相邻的 n 边形的一个外角互补，它们的总和为 $n\cdot180°$，得 n 边形的外角和 $=n\cdot180°-(n-2)\cdot180°=360°$.

【内容解读】

“议一议”渗透了“分类讨论”思想. 在纸片中剪去一个三角形后，可能出现3种情况：


(1)　(2)　(3)

(1) 余下的多边形为四边形，此时多边形的内角和为 $(4-2)\cdot180°=360°$，外角和仍为 360°；

(2) 余下的多边形仍为五边形，此时多边形的内角和为 $(5-2)\cdot180°=540°$，外角和仍为 360°；

(3) 余下的多边形为六边形，此时多边形的内角和为 $(6-2)\cdot180°=720°$，外角和仍为 360°.

的特征引入多边形的外角及多边形的外角和的概念.

教学时，要强调：“外角”是多边形的外角，不是它相邻内角的外角.对多边形的外角，我们称某个角是某个多边形的外角，而不称多边形某个角的外角.

活动二　通过“做一做”、“想一想”，引导学生探索、归纳多边形的外角和公式.

活动分为 2 个层次.

第 1 层次：通过操作、观察、推理，分别探索三角形、四边形、五边形、六边形的外角和.

通过操作、观察、推理，引导学生初步归纳：多边形的内角和随着多边形的边数的增加而增大；改变多边形的边数，多边形的外角和始终等于 360°.

第 2 层次：在第 1 层次的基础上，引导学生做出猜想：多边形的外角和等于 360°，并引导学生根据“n 边形的内角和等于 $(n-2)\cdot180°$”的结论说明 n 边形的外角和为 360°.

对“想一想”，教学时要注意：上述说理过程是根据“n 边形内角和公式”说明猜想的正确性，而不是证明“n 边形外角和公式”. 因为“n 边形内角和公式”本身是运用合情推理，通过“操作—观察—归纳(猜想)”得到的.

在“多边形外角和公式”的探索过程中，要逐步向学生渗透“由特殊到一般”的思想方法，引导学生充分经历“观察—猜想—说理”的认识过程.

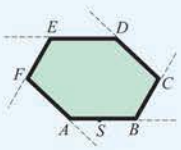
活动三　通过“议一议”，渗透“分类讨论”的思想.

课本设置“议一议”的目的是：(1) 巩固多边形的内角和与外角和的相关知识；(2) 引导学生进一步感受到，多边形的内角和随着多边形的边数的增加而增大，但改变多边形的边数，多边形的外角和始终等

微信公众号：电子课本大全

练一练

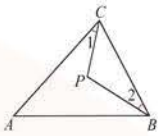
1. 如图，小明从六边形草地 $ABCDEF$ 的边 AB 上一点 S 出发，步行1周回到原处．在步行过程中，小明转过的角度的和是多少？这说明了什么？
2. 在一个多边形中，小于108°的内角最多有几个？为什么？



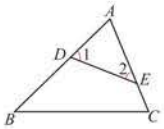
（第1题）

7.5 习题

1. 在△ABC中，根据下列条件，求∠A的度数：
   (1) ∠C = 20°，∠B = ∠A；
   (2) ∠A、∠B、∠C的度数之比为1∶2∶3．
2. 如图，在△ABC中，∠ACB = 70°，∠1 = ∠2．求∠BPC的度数．

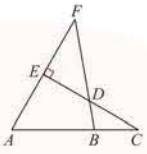


（第2题）

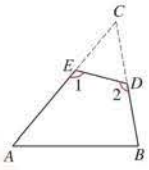


（第3题）

3. 如图，在△ABC中，点D、E分别在AB、AC上．∠B+∠C与∠1+∠2有怎样的数量关系？为什么？
4. 如图，CE ⊥ AF，垂足为E，CE与BF相交于点D，∠F = 40°，∠C = 30°．求∠EDF、∠DBC的度数．



（第4题）



（第5题）

5. 如图，从△ABC的纸片中剪去△CED，得到四边形$ABDE$．若∠C = 50°，求∠1与∠2的和．

【练一练解答】

1. 小明在步行过程中，所转过的角是这个六边形的6个外角．由于小明从点S出发，步行1周后仍回到点S处，并与出发时的方向相同，因此小明转过的角度的和为360°，这说明六边形的外角和等于360°．

2. 本题渗透了“转化思想”：将“在一个多边形中，小于108°的内角最多有几个”的问题转化为“在一个多边形中，大于72°的外角最多有几个”的问题．由于多边形的外角和等于360°，因此在一个多边形中，大于72°的外角最多有4个，即在一个多边形中，小于108°的内角最多有4个．

【习题解答】

1. (1) ∠A = 80°；(2) ∠A = 30°．

2. 因为 ∠ACB = ∠1 + ∠BCP = 70°，∠1 = ∠2，所以 ∠2 + ∠BCP = 70°．所以 ∠BPC = 180° − (∠2 + ∠BCP) = 180° − 70° = 110°．

3. 在△ABC中，∠B + ∠C = 180° − ∠A；在△ADE中，∠1 + ∠2 = 180° − ∠A，所以 ∠B + ∠C = ∠1 + ∠2．

4. 在△FED中，由 ∠F = 40°，∠FED = 90°，得 ∠EDF = 50°．在△DBC中，由 ∠BDC = ∠EDF = 50°，∠C = 30°，得 ∠DBC = 100°．

5. 在△ABC中，由 ∠C = 50°，得 ∠A + ∠B = 130°．在四边形$ABDE$中，由 ∠A + ∠B = 130°，得 ∠1 + ∠2 = 360° − 130° = 230°．

于360°．

“议一议”渗透了“分类讨论”的思想．从五边形纸片中剪去一个三角形后，可能出现3种情况：余下的多边形是四边形；余下的多边形是五边形；余下的多边形是六边形．教学时，要强化对问题的感悟过程，体验“分类讨论”的思想．

3. 小结

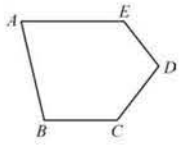
(1)“多边形的外角和”满足怎样的关系？

(2)反思“多边形的外角和公式”的探究过程，感悟“由特殊到一般”的思想方法．

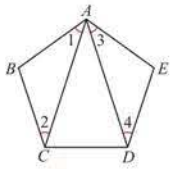
微信公众号：电子课本大全

6. 如果一个八边形的内角都相等，那么它的每个内角等于多少度？

7. 如图，在五边形 $ABCDE$ 中，$AE/\!/BC$. 求$\angle C$、$\angle D$、$\angle E$ 的和.



（第 7 题）



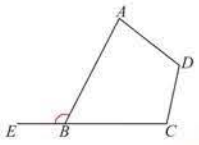
（第 8 题）

8. 如图，五边形 $ABCDE$ 的内角都相等，且 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 求$\angle CAD$ 的度数.

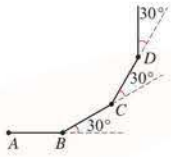
9. 一个多边形的每一个外角都是 45°，这个多边形是几边形？它的内角和为多少度？

10. 有没有这样的多边形，它的内角和是它的外角和的 3 倍？如果有，指出它是几边形，并说明理由.

11. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A+\angle C=180°$，$\angle ABE$ 是四边形 $ABCD$ 的一个外角. $\angle ABE$ 与 $\angle D$ 相等吗？为什么？



（第 11 题）



（第 12 题）

12. 如图，小明从点 A 出发沿直线前进 10 m 到达点 B，向左转 30°后又沿直线前进 10 m 到达点 C，再向左转 30°后沿直线前进 10 m 到达点 D……照这样走下去，小明第一次回到出发点 A，一共走了多少米？

6. 每个内角都为 135°.

7. 由 $AE/\!/BC$，得 $\angle A+\angle B=180°$. 又五边形 $ABCDE$ 的内角和为 $(5-2)\times 180°=540°$，因此 $\angle C+\angle D+\angle E=540°-180°=360°$.

8. 根据题意，得五边形的每个内角为 108°. 在 $\triangle ABC$ 中，可求得 $\angle 1=\frac{1}{2}\times(180°-108°)=36°$. 同样，可求得 $\angle 3=36°$. 所以 $\angle CAD=108°-(\angle 1+\angle 3)=108°-72°=36°$.

9. 所求多边形为八边形，它的内角和等于 1 080°.

10. 设所求多边形为 n 边形. 根据题意，得 $(n-2)\cdot 180°=360°\times 3$，解得 $n=8$，即所求多边形为八边形.

11. 在四边形 $ABCD$ 中，因为 $\angle A+\angle C=180°$，所以 $\angle ABC+\angle D=180°$. 又因为 $\angle ABE+\angle ABC=180°$，所以 $\angle ABE=\angle D$.

12. 由“多边形外角和公式”，可得小明走过的路线为十二边形的周长，因此小明共走了 120 m.

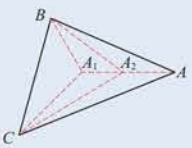
微信公众号：电子课本大全

阅读

从特殊情形入手

解决某个问题有困难时，我们可以先考虑问题的特殊情形，然后利用在特殊情形下所获得的结论或解决问题的方法来探索、解决一般情形的问题．这种解决问题的思想称为特殊化．我们可以从下面的两个例子来体会这种思想．

1. 做一个小实验：用橡皮筋构成△ABC，使顶点 B、C 固定，顶点 A 可以移动（如右图）．当顶点 A 运动时，就可以得到不同的三角形．这些三角形的内角和是多少度？



当顶点 A 越靠近 BC 时，$\angle BAC$ 越接近 180°，$\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 越来越小，接近于 0°，而当顶点 A 落到 BC 上时，这时 $\angle ABC+\angle ACB+\angle BAC=180°$．

于是，我们猜想，在一般情形下，△ABC 的内角和可能是 180°．当然，我们已经用多种方法证实了这一结论．

2. “多边形 $A_1A_2\cdots A_n$ 的外角和是 360°”的结论，也可以这样来探索、发现：当多边形 $A_1A_2\cdots A_n$ 逐步“缩小”时（形状不变），它的外角和不变．若多边形“缩小”成一点，则它的所有外角就组成一个周角，它们的和就是 360°．



数学活动

利用平移设计图案

1. 图 7－42 中的两幅图案分别是由怎样的“基本图案”平移得到的？



图 7－42

【教学目标】

1. 经历应用所学知识解决实际问题的过程．

2. 在解决实际问题的过程中，丰富对图形平移的认识，培养学生认识美、欣赏美、创造美的能力．

【教学过程设计建议】

数学活动分为3个层次：赏析图案、收集图案、创作图案.

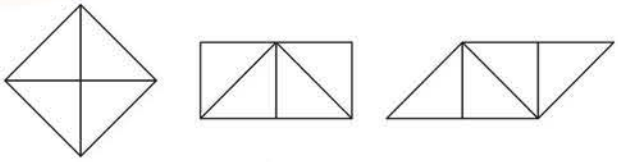
活动一　赏析图案．

课本展示了几幅图案，供学生欣赏、分析.这一过程的教学重点是引导学生分析所给图案的形成过程.教学时，要将欣赏、分析、动手操作等实践活动贯穿这一过程的始终．

教学时，还可以再提供一些相关的图案供学生欣赏，并在此基础上引导学生分析这些图案是由哪些“基本图案”平移得到的．

“数学活动”中的问题4“通过平移改变图7-45中三角形的位置，得到一些漂亮图案”，是一个融合图形的欣赏、分析、创作的综合实践活动．教学时，要强化活动过程，充分调动学生参与创作活动的积极性．

通过平移三角形（不涉及对三角形的旋转和翻折），创作出的图案，如：



正方形　　长方形　　平行四边形

微信公众号：电子课本大全

2. 你能发现图 7－43 的规律吗？请按你发现的规律继续画下去．



图 7－43

3. 图 7－44 是一幅“水兵合唱队”图案．这幅图案是如何利用平移的方法制作的？

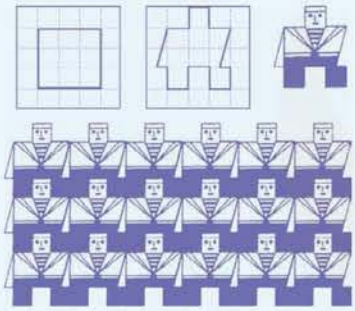


图 7－44

4. 4 个相同的等腰直角三角形纸片按图 7－45 摆放．

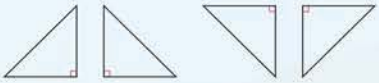


图 7－45

通过平移改变三角形纸片的位置，可以得到不同的图案．例如，小丽得到了图 7－46，并把它命名为“桥”．你也能用这样的方法得到新的图案，并给图案命名吗？

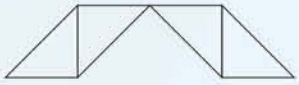


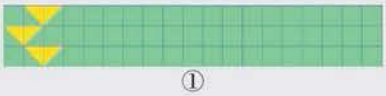
图 7－46

5. 与同学合作，收集几幅利用平移制作的图案，并在全班交流．

6. 利用平移设计一幅图案，并展示你的作品．

【内容解读】

2. 在图 7–43 中，将左侧第一组 3 个三角形（如图①）分别向右平移 3 格、6 格、9 格……得图②的图形．



①



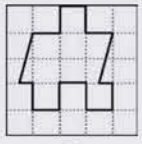
②

图 7–43 中的规律可以用不同的方法揭示，教学时，对学生自己总结出的规律，只要有道理就应给予鼓励．

3. 第 1 步：将 3×3 的方格（如图③）经过割补（将其中的一部分平移到相对的位置上），得到一个与原来图形面积相等的新图形（如图④）；



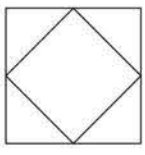
③



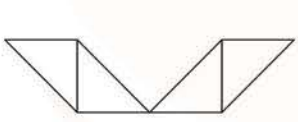
④

第 2 步：将图④绘制成一个水兵图案；

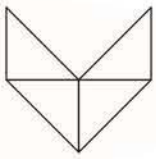
第 3 步：平移这个水兵图案，形成图 7–44 的“水兵合唱队”图案．



画框



船



狐狸

活动二　收集图案．

课本设置了“与同学合作，收集几幅利用平移制作的图案，并在全班交流”的活动，以开拓学生的视野，调动学生参与活动的积极性．教学时，不要用教师收集的图案来代替学生的自主活动．

活动三　创作图案．

“图案创作”是对图形平移知识的综合应用，通过图案创作活动，巩固有关图形的知识，进一步培养学生认识美、欣赏美、创造美的能力．教学时，要鼓励学生展开想象的翅膀，通过相互合作，创作出最美的图案．

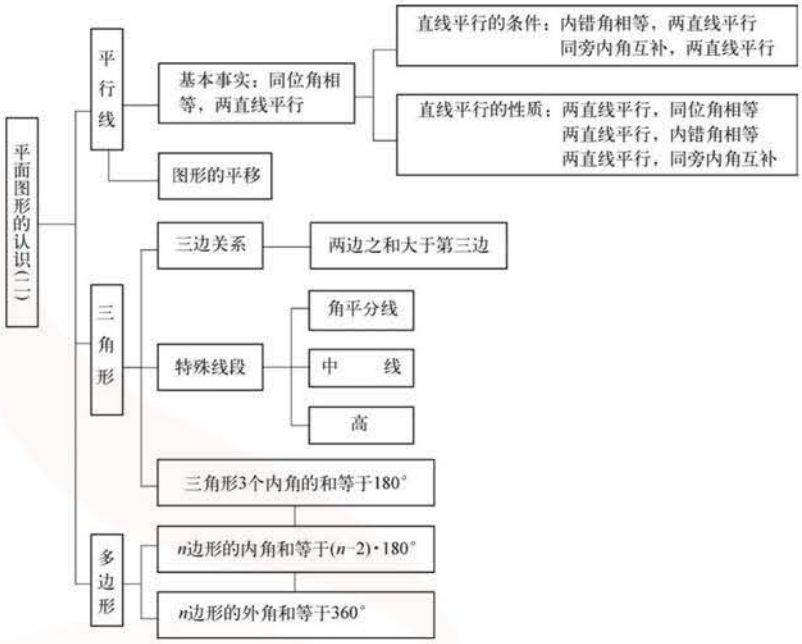
在“图案创作”的过程中，应组织优秀作品的展示活动，并由学生自主评价．

在“利用平移设计图案”的数学活动中，要有意识地满足学生多样化的学习需求，为学生提供个性化学习的时间和空间，并指导学生填写课本附录中的“数学活动评价表”．

微信公众号：电子课本大全

小结与思考

1. 本章知识结构



2. 两条直线被第三条直线所截，由同位角相等，或内错角相等，或同旁内角互补，可以判定两条直线平行；反过来，由两条直线平行，可以知道同位角相等、内错角相等、同旁内角互补．由此可以看出，两条直线的位置关系与相应角的数量关系之间有着紧密的内在联系．

3. 一个数学问题的发现、提出和分析、解决，往往要经历观察、归纳、猜想、证实……的过程．例如，本章中“探索直线平行的条件”和“探索平行线的性质”，就经历了这样的过程．

4. 连接多边形不相邻的两个顶点的线段叫做多边形的对角线．如图 7－47，AC、AD 就是五边形 $ABCDE$ 的两条对角线．

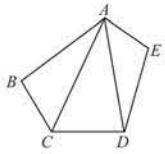


图 7－47

【教学目标】

1. 回顾、思考本章所学的知识及思想方法，并能用自己喜欢的方式进行梳理，使所学知识系统化．

2. 丰富对平面图形的认识，能有条理地、清晰地阐述自己的观点．

3. 通过“小结与思考”的教学，培养学生归纳、反思的意识．

【教学过程设计建议】

本节课应以学生活动为主，引导学生在反思与交流的过程中回顾本章知识，梳理所学内容，体会数学思想方法．

1. 探索活动

“小结与思考”分为3个层次．

第1层次：回顾本章知识，梳理所学内容．

课本列出了本章的知识结构，引导学生对本章的知识进行梳理．教学时，除了“小结与思考”中的“知识结构图”外，可引导学生用自己喜欢的方式梳理本章知识，使所学知识系统化．

第2层次：回顾、思考本章所渗透的数学思想方法．

(1)复习、回顾两条直线平行的条件，两条直线平行的性质，图形平移的性质，三角形3个内角之间、3条边之间的关系，多边形的内角和、外角和公式等知识及相关知识的探索过程．

(2)平行作为两条直线的位置关系，与角(同位角、内错角、同旁内角)的大小存在着内在的联系：由同位

微信公众号：电子课本大全

思考下列问题：

(1) 如图 7－48，在 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 中，过顶点 A_1 可以画_____条对角线，它们分别是：_____；过顶点 A_2 可以画_____条对角线……过顶点 A_n 可以画_____条对角线．

(2) 画出的所有对角线有相同的吗？

(3) 由此可知，n 边形有多少条对角线？

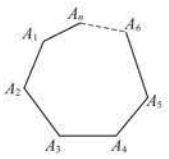
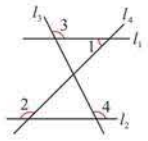


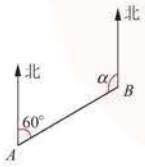
图 7－48

复习巩固

1. 如图，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为补角，$\angle 3 = 117°$．求 $\angle 4$ 的度数．



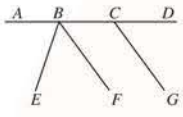
(第 1 题)



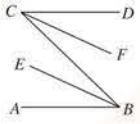
(第 2 题)

2. 如图，在 A、B 两地间修一条笔直的公路，从 A 地测得公路的走向为北偏东 60°．如果 A、B 两地同时开工，那么 $\angle\alpha$ 为多少度时，才能使公路准确接通？

3. 如图，点 B、C 在直线 AD 上，$\angle ABE = 70°$，BF 平分 $\angle DBE$，$CG \parallel BF$．求 $\angle DCG$ 的度数．



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 如图，$AB \parallel CD$，要使 $\angle ABE = \angle DCF$，还需要添加什么条件？为什么？

【内容解读】

(1)除点 A_1 以及与它相邻的 2 个顶点 A_2、A_n 外，过点 A_1 和其余 $(n-3)$ 个顶点都能各画 1 条对角线，一共可以画 $(n-3)$ 条对角线；同样，过点 A_2、A_n 各可画 $(n-3)$ 条对角线．

(2)在过 n 个顶点所画的对角线中，每一条对角线都重复计算了 1 次．例如，A_1A_3 与 A_3A_1、A_1A_4 与 A_4A_1 等都是同一条对角线．

(3)过 n 边形中的一个顶点可以画 $(n-3)$ 条对角线，过 n 个顶点可以画 $n(n-3)$ 条对角线，但由于每一条对角线都重复计算了 1 次，所以 n 边形共有 $\frac{1}{2}n(n-3)$ 条对角线，其中 n 为大于或等于 3 的整数．

【复习题解答】

(复习巩固)

1. 由 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补，可得 $l_1 \parallel l_2$．由 $l_1 \parallel l_2$，可得 $\angle 4 = \angle 3 = 117°$．

2. $\angle\alpha$ 为 120°．

3. 根据题意，得 $\angle DBF = 55°$．因为 $CG \parallel BF$，所以 $\angle DCG = \angle DBF = 55°$．

4. 本题具有开放性．要使 $\angle ABE = \angle DCF$，需要添加条件：$CF \parallel BE$，或 $\angle EBC = \angle FCB$．

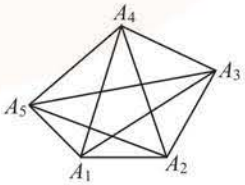
角、内错角、同旁内角的数量关系，可以判断两条直线是否平行；反过来，由两条直线平行，可以知道相应角数量之间的关系．这里的数形结合，既是重要的知识内容，又是重要的思想方法．

(3)遇到一个新的问题，我们常常把它转化为已知的问题加以解决．本章中，对两条直线平行的条件、两条直线平行的性质、多边形的内角和与外角和的研究，都体现了这一思想方法．教学时，要通过对相关知识内容的反思，引导学生感悟并初步学会这一解决问题的策略．

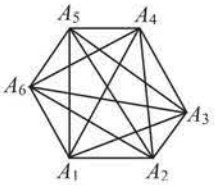
(4)多边形的内角和、外角和公式的探索过程是一个从特殊到一般的归纳、说理的过程．通过对现象的观察、分析，从特殊到一般地探索现象规律、提出猜想是解决问题的一个重要思想方法．教学时，要通过对相关知识内容的反思，引导学生感悟并初步学会这一解决问题的策略．

第3层次：探索 n 边形对角线的条数．

教学时，在学生了解三角形没有对角线、四边形有2条对角线的基础上，引导学生通过画图发现五边形、六边形对角线的条数(五边形有5条对角线，如图①；六边形有9条对角线，如图②)．



①



②

提出问题：n 边形有多少条对角线？你能发现其中的规律吗？

微信公众号：电子课本大全

5. 一共可以构成4个不同的三角形．这些三角形的周长分别是16 cm、18 cm、20 cm和22 cm．

6. 因为 $DE \parallel AC$，所以 $\angle 1 = \angle C$．又因为 $\angle 1 = \angle 2$，所以 $\angle 2 = \angle C$．所以 $AF \parallel BC$．

7. 由 $DE \parallel AC$，得 $\angle A = \angle BDE = 56°$．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = 180° - (\angle A + \angle C) = 180° - (56° + 52°) = 72°$．

8. 在 $\triangle ACD$ 中，得 $\angle CAD = 25°$．在 $\triangle ABD$ 中，得 $\angle 1 = 45°$．所以 $\angle BAC = \angle 1 + \angle CAD = 70°$．

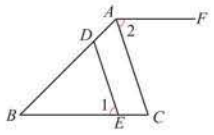
另解：在 $\triangle ABD$ 中，由 $\angle ADB = 90°$，$\angle 1 = \angle B$，得 $\angle B = 45°$．在 $\triangle ABC$ 中，$\angle BAC = 180° - (\angle B + \angle C) = 70°$．

9. 在 $\triangle ABC$ 中，得 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$．由 $\angle 1 = 20°$，$\angle 2 = 35°$，得 $\angle DBC + \angle DCB = 118° - (20° + 35°) = 63°$．在 $\triangle DBC$ 中，得 $\angle BDC = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = 180° - 63° = 117°$．

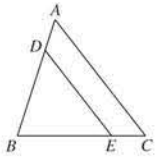
10. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B + \angle C = 180° - \angle A$，在 $\triangle ADE$ 中，$\angle ADE + \angle AED = 180° - \angle A$，所以 $\angle B + \angle C = \angle ADE + \angle AED$．因为 $\angle B = \angle C$，$\angle ADE = \angle AED$，所以 $2\angle B = 2\angle ADE$，$\angle B = \angle ADE$．所以 $DE \parallel BC$．

5. 两根木棒分别长5 cm、7 cm，第三根木棒与这两根木棒首尾依次相接构成三角形．如果第三根木棒的长为偶数（单位：cm），那么一共可以构成多少个不同的三角形？这些三角形的周长分别是多少？

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、BC 上，且 $DE \parallel AC$，$\angle 1 = \angle 2$．AF 与 BC 有怎样的位置关系？为什么？



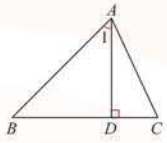
（第6题）



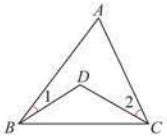
（第7题）

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在 AB、BC 上，且 $DE \parallel AC$，$\angle BDE = 56°$，$\angle C = 52°$．求 $\angle B$ 的度数．

8. 如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的高，$\angle 1 = \angle B$，$\angle C = 65°$．求 $\angle BAC$ 的度数．



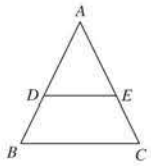
（第8题）



（第9题）

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A = 62°$，$\angle 1 = 20°$，$\angle 2 = 35°$．求 $\angle BDC$ 的度数．

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B = \angle C$，点 D、E 分别在 AB、AC 上，且 $\angle ADE = \angle AED$．DE 与 BC 平行吗？为什么？



（第10题）

对于提出的问题，可分3个步骤引导学生思考：

（1）先考虑 n 边形的一个顶点，如点 A_1，看一看从点 A_1 出发能连多少条对角线？

（2）过顶点 A_1 的对角线与过顶点 A_3 的对角线有相同的吗？过顶点 A_1 的对角线与过顶点 A_4 的对角线呢？你发现在过 n 个顶点所连的对角线中，每一条对角线都重复计算了几次？

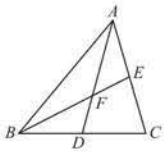
（3）你能归纳出 n 边形有多少条对角线吗？

2. 例题教学

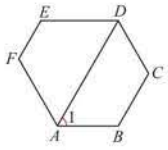
教学时，教师可根据教学实际，在“复习题”中，选择一些习题作为例题，引导学生探索、思考，感悟习题所渗透的数学思想．例如，选择“复习题”中的第19、20、21题等（解题过程见“复习题解答”）．对“复习题第19题”，在探索 $\angle A$ 与 $\angle 1 + \angle 2$ 之间数量关系时，可以“从特殊情形入手”：将 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，使点 A 落在四边形 $BCDE$ 内点 A' 的位置，且 $A'E \parallel CA$，这样 $\angle 1 = \angle A$．又 $\angle A' = \angle A$，于是 $\angle 1 = \angle A'$，$BA \parallel A'D$，$\angle 2 = \angle A$，即 $2\angle A = \angle 1 + \angle 2$．

微信公众号：电子课本大全

11. 如图，$\triangle ABC$ 的中线 AD、BE 相交于点 F. $\triangle ABF$ 与四边形 $CEFD$ 的面积有怎样的数量关系？为什么？



（第 11 题）

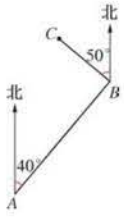


（第 12 题）

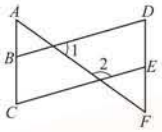
12. 如图，六边形 $ABCDEF$ 的内角都相等，$\angle 1 = 60°$. AB 与 ED、AD 与 FE 有怎样的位置关系？为什么？

灵活运用

13. 如图，点 B 在点 A 北偏东 $40°$ 方向，点 C 在点 B 北偏西 $50°$ 方向，$BC = 10$ m. 求点 C 到直线 AB 的距离.



（第 13 题）

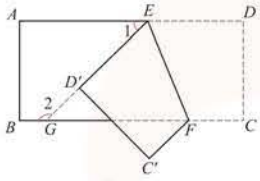


（第 14 题）

14. 如图，$\angle 1 = 52°$，$\angle 2 = 128°$，$\angle C = \angle D$. 探索 $\angle A$ 与 $\angle F$ 的数量关系，并说明理由.

15. 一个四边形的 4 个内角能不能都是直角？能不能都是锐角？最多有几个钝角？为什么？

16. 如图，将长方形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 D、C 分别落在点 D'、C' 的位置，ED' 的延长线交 BC 于点 G. 若 $\angle EFG = 68°$，求 $\angle 1$、$\angle 2$ 的度数.



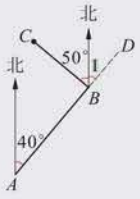
（第 16 题）

11. 由 AD、BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，得 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，$S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，所以 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCE}$，从而 $S_{\triangle ABF} = S_{四边形CEFD}$.

12. 六边形 $ABCDEF$ 的每个内角的度数为：$\frac{1}{6}(6-2) \times 180° = 120°$. 在四边形 $ABCD$ 中，求得 $\angle ADC = 60°$，进而得 $\angle EDA = 60°$. 这样，由 $\angle EDA = \angle 1$，得 $AB \parallel ED$；由 $\angle E + \angle EDA = 180°$，得 $AD \parallel FE$.

（灵活运用）

13. 如图，延长 AB 到点 D，根据题意，得 $\angle 1 = \angle A = 40°$. 所以 $\angle CBD = 50° + 40° = 90°$，即 $CB \perp AB$，CB 为点 C 到直线 AB 的距离. 因此点 C 到直线 AB 的距离为 10 m.



14. 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180°$，所以 $BD \parallel CE$. 所以 $\angle D + \angle CED = 180°$. 又因为 $\angle C = \angle D$，所以 $\angle C + \angle CED = 180°$. 所以 $AC \parallel DF$，$\angle A = \angle F$.

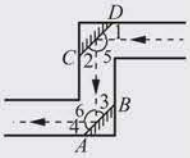
15. 一个四边形的 4 个内角可以都是直角，因为它满足四边形 4 个内角的和为 360° 的条件，如正方形、长方形的 4 个内角都是直角. 一个四边形的 4 个内角不可能都是锐角，因为它不满足四边形 4 个内角的和为 360° 的条件. 一个四边形最多有 3 个钝角. 假设四边形有 4 个钝角，那么这 4 个钝角的和大于 360°，这与“四边形的 4 个内角的和为 360°”相矛盾，所以一个四边形

微信公众号：电子课本大全

最多有3个钝角.

16. 根据题意，得 $\angle GEF=\angle DEF=\angle EFG=68°$. 所以 $\angle 1=180°-\angle GEF-\angle DEF=44°$. 因为 $AD/\!/BC$，所以 $\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 2=180°-\angle 1=136°$.

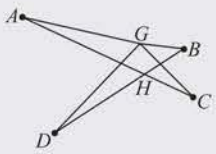
17. 如图，因为 $AB/\!/CD$，所以 $\angle 2=\angle 3$. 又因为 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，所以 $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4$. 而



$\angle 5=180°-(\angle 1+\angle 2)$，$\angle 6=180°-(\angle 3+\angle 4)$，所以 $\angle 5=\angle 6$. 所以进入潜望镜的光线与离开潜望镜的光线是互相平行的.

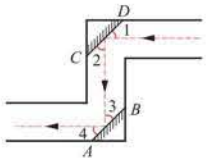
(探索研究)

18. 连接 AC、BD. 设 AC、BD 相交于点 H，则点 H 就是所要确定的蓄水池的位置. 取不同于 H 的一点 G，连接 GA、GB、GC、GD. 若点 G 不在直线 AC 和 BD 上，则由三角形三边之间的关系可知：$GA+GC>AC$，$GB+GD>BD$. 所以 $GA+GB+GC+GD>AC+BD=HA+HB+HC+HD$. 若点 G 在直线 AC 或直线 BD 上，同样可得 $GA+GB+GC+GD>HA+HB+HC+HD$.



19. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B+\angle C=180°-\angle A$；在 $\triangle A'DE$ 中，$\angle A'DE+\angle A'ED=180°-\angle A'$. 因为 $\angle A'=\angle A$，所以 $\angle B+\angle C=\angle A'DE+\angle A'ED$. 在四边形 $BCDE$ 中，$\angle B+\angle C+\angle 1+\angle 2+\angle A'DE+\angle A'ED=360°$，所以 $\angle 1+$

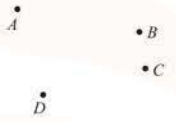
17. 如图，潜望镜中的两面镜子 AB、CD 互相平行，光线经过镜子反射时，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 说明为什么进入潜望镜的光线与离开潜望镜的光线是互相平行的.



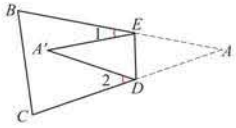
(第17题)

探索研究

18. 如图，为解决 A、B、C、D 四个村庄的用水问题，准备修建一个蓄水池，使蓄水池与四个村庄的距离的和最小. 请画出蓄水池 H 的位置，并说明理由.



(第18题)



(第19题)

19. 如图，将 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，使点 A 落在四边形 $BCDE$ 内点 A' 的位置. 探索 $\angle A$ 与 $\angle 1+\angle 2$ 之间的数量关系，并说明理由.

20. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A=n°$.

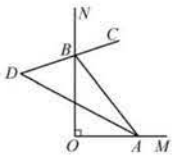
(1) 设 $\angle B$、$\angle C$ 的平分线交于点 O，求 $\angle BOC$ 的度数；

(2) 设 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBD$、$\angle BCE$ 的平分线交于点 O'，求 $\angle BO'C$ 的度数；

(3) $\angle BOC$ 与 $\angle BO'C$ 有怎样的数量关系？

微信公众号：电子课本大全

21. 如图，$\angle MON=90°$，点 A、B 分别在 OM、ON 上运动（不与点 O 重合），BC 是 $\angle ABN$ 的平分线，BC 的反向延长线交 $\angle OAB$ 的平分线于点 D. 试问：随着点 A、B 的运动，$\angle D$ 的大小会变吗？如果不会，求 $\angle D$ 的度数；如果会，请说明理由.



（第 21 题）

$\angle 2+2(180°-\angle A)=360°$，即 $2\angle A=\angle 1+\angle 2$.

20.（1）$\angle OBC+\angle OCB=\frac{1}{2}(180-n)°$，

$\angle BOC=180°-\frac{1}{2}(180-n)°=\left(90+\frac{1}{2}n\right)°$

（图略）；

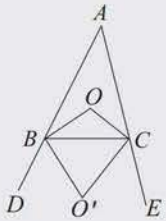
（2）$\angle O'BC+\angle O'CB=\frac{1}{2}(180+n)°$，

$\angle BO'C=180°-\frac{1}{2}(180+n)°=\left(90-\frac{1}{2}n\right)°$

（图略）；

（3）$\angle BOC+\angle BO'C=180°$，$\angle BOC$ 与 $\angle BO'C$ 互补.

事实上，如果将“(1)”、“(2)”中的图形移到同一个图形中（如图），则易知 $\angle OBO'=\angle OCO'=90°$，在四边形 $OBO'C$ 中，$\angle BOC+\angle BO'C=360°-180°=180°$.



21. 由于 $\angle D=180°-(\angle BAD+\angle ABD)$，这样我们可以设 $\angle BAD=\alpha$，于是 $\angle ABO=90°-2\alpha$，$\angle ABN=90°+2\alpha$，$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle ABN=45°+\alpha$，$\angle ABD=180°-\angle ABC=135°-\alpha$. 因此 $\angle D=180°-(\angle BAD+\angle ABD)=45°$，随着点 A、B 的运动，$\angle D$ 的大小未发生变化.

微信公众号：电子课本大全

第8章　幂的运算

【课标要求】

1. 了解整数指数幂的意义和基本性质；会用科学记数法表示数（包括在计算器上表示）.

2. 体会通过合情推理探索数学结论，运用演绎推理加以证明的过程，在多种形式的数学活动中，发展合情推理与演绎推理的能力.

3. 能够理解并且运用符号表示数、数量关系和变化规律；知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性.

4. 在运用数学表述和解决问题的过程中，认识数学具有抽象、严谨和应用广泛的特点，体会数学的价值.

此外，从一类具体问题的操作、观察、比较、交流中，探索幂的运算规律，在这样的探索活动中感受“从具体到抽象、从特殊到一般”的思考问题的方法；通过符号进行运算和推理，得到幂的运算性质，发展符号意识与推理能力.

【设计思路】

1. 以现实生活的事例为素材引入幂的运算，引导学生感受生活中处处有数学；通过生活与数学的联系，帮助学生更好地感受数学的本质. 例如：

第1节中，通过计算“地球与太阳之间的距离”引入同底数幂的乘法；

第2节中，通过解决“100个10^4相乘黑板上写不下”引入幂的乘方；

第3节中，通过计算“我国人均水资源量”引入同底数幂的除法.

2. 遵循本套教材“有关知识在学生通过‘做’有了感受以后再明晰”的设计思路，呈现本章的有关内容. 例如：

第1节在学生根据幂的意义计算同底数幂乘法后，再明晰同底数幂的乘法运算性质；

第2节在学生利用同底数幂的乘法法则计算幂的乘方后，再明晰幂的乘方运算性质；

第3节在学生根据幂的意义计算同底数幂的除法后，再明晰同底数幂的除法运算性质.

3. 本章的内容呈现体现知识的产生、发展与形成的过程. 例如：

零指数幂的意义的规定，编排了引导学生经历：面对挑战进行思考—提出“规定”的猜想—通过各种途径感受“规定”的合理性—做出“规定”—验证这种“规定”与原有知识体系无矛盾—指数概念和性质得到扩展.

这样设计，既有助于学生了解指数概念是如何扩充的，进而借助学习“零指数”所获得的经验尝试对负整数指数幂的意义做出规定，又能在对“规定”的合理性做出解释的过程中，发展学生的理性精神.

4. 结合本章内容安排课外阅读材料“有关人体的一些数据？”以开阔学生的视野，满足学生学习数学的个性化需求.

【教学建议】

1. 本章教学中应注重引导学生经历由具体到抽象、特殊到一般的过程，进一步发展符号意识.

本章中，教材提供了学生自主探索“同底数幂的乘法运算性质”、“幂的乘方运算性质”和“同底数幂的除法运算性质”的活动. 教学中，要注重以学生已有的知识和经验为出发点，引导学生经历由特殊归纳出一般的过程，学生不仅发展了符号意识，同时能正确理解和应用幂的运算性质，而不是简单地记忆和套用数学结论.

2. “零指数幂”和“负整数指数幂”的教学中，不仅要引导学生了解零指数幂和负整数指数幂的“规定”，而且要引导学生感受“规定”的合理性，并在这个过程中引导学生学会数学思考、感悟理性精神.

3. 运用幂的运算性质进行运算是一般到特殊的过程，是本章内容的一个重要目标. 教学中应重视学生能正确地运用运算性质进行计算，并能“以理驭算”，为学生后续整式乘法的学习做铺垫.

4. 在本章教学中，要适当地引导学生思考一些逆向运用幂的运算性质的问题，逐步培养学生逆向思维的习惯，同时，为学习“从整式乘法逆向思考得到因式分解的方法”积累经验.

5. 在本章知识的发生过程中蕴涵了把新问题转化为用旧知识来解决的“化归思想”和把一个代数式看成一个字母的“整体代入思想”，教学中应引导学生在积极参与教学活动的过程中，通过独立思考、合作交流，逐步感悟这些基

微信公众号：电子课本大全

本的数学思想.

6. 教学中,要为学生提供丰富的现实情境,可以引导学生从现实情境中的数量关系和运算问题中提升数感,发展良好的数感品质.

【评价建议】

1. 应根据《标准》对本章内容基础知识的要求(了解整数指数幂的意义和基本性质;会用科学记数法表示数(包括在计算器上表示))恰当评价学生的基础知识和技能.《标准》规定"了解"的含义——从具体实例中知道或举例说明对象的有关特征;根据对象的特征,从具体情境中辨认或者举例说明对象.评价时应把握好"了解"的要求,恰当评价学生的学习表现,并更多地关注学生对法则的理解,能否说出每一步运算的依据.

2. 应注重对学生从特殊到一般探索幂的运算性质的活动中的整体评价.

从特殊到一般探索幂的运算性质的活动中,综合反映了学生能否正确地理解幂的意义、借助已有的知识研究新问题、初步通过合情推理探索数学结论、用符号表示探索得到的结论等方面的表现.评价的着眼点不能仅是学生能否探索得到幂的运算性质,要注重对学生在探索活动中的整体评价,分析学生在探索幂的各个运算性质活动中表现出的数学思考水平,能否有意识地通过探索规律来解决问题,能否通过独立思考并探索运算法则.

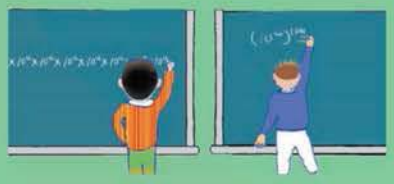
【课时安排】

本章教学大约需要8课时,分配如下:

第1节	同底数幂的乘法	1课时
第2节	幂的乘方与积的乘方	2课时
第3节	同底数幂的除法	3课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	1课时

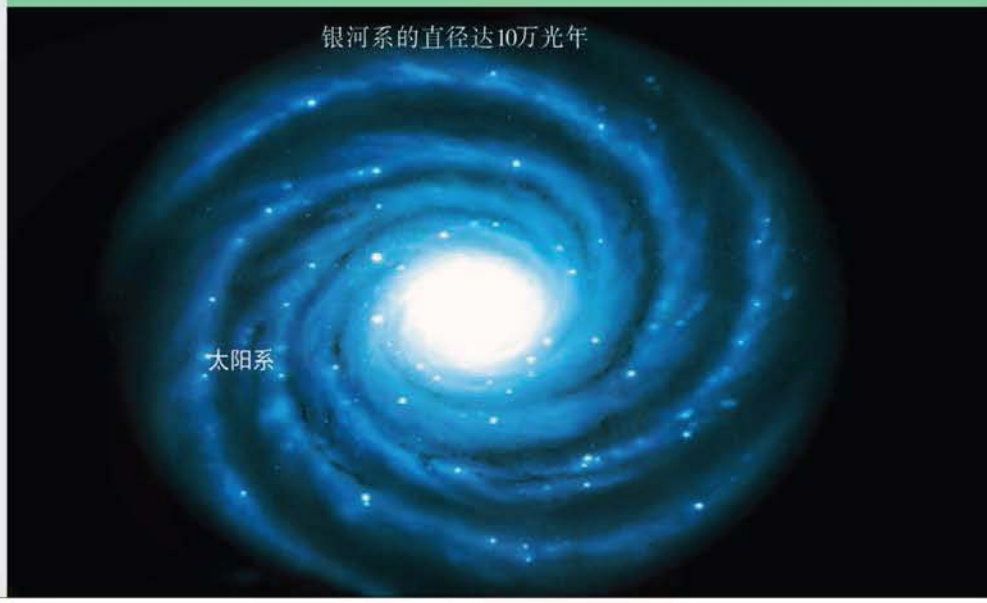
微信公众号:电子课本大全

第8章 幂的运算



$(10^4)^{100}=10^{4\times100}$

归纳、推演，得到了幂的运算性质，幂的运算方便了实际问题的解决．



【内容解读】

主图是美丽的银河系．

现代天文学家认为银河系是一个由1 000多亿颗大大小小的恒星和大量气体及尘埃组成的巨大盘状系统，它中间厚，四周薄，就像一块铁饼．“铁饼”的直径达10万光年，“铁饼”的中心厚度5 000～6 000光年，边缘的厚度2 000～3 000光年．我们居住的太阳系位于银河系边缘（其中的小红点为太阳系），距银河系中心2.5万～3万光年．由于我们是从内部观察这个系统，所以看到的是一条繁星密集的光带，而不是盘状的．太阳运行的速度为220～250 km／s，围绕银河系转1圈大约2亿年．从地球上出现人类到现在，太阳只绕银河系转了1圈的$\frac{1}{4\,000}$．

这幅图片揭示了客观世界中的“大”数值．

设计这幅图片，是让学生感受本章将要探索和研究的部分内容．

微信公众号：电子课本大全



光在真空中的速度约是 3×10^8 m/s，光在真空中穿行 1 年的距离称为 1 光年.

请你算算：

(1) 1 光年约是多少千米(1 年以 3×10^7 s 计算)?

(2) 银河系的直径达 10 万光年，约是多少千米?

(3) 如果一架飞机的飞行速度为 1 000 km/h，那么光的速度是这架飞机速度的多少倍?

本章将学习同底数幂的乘法、除法以及幂的乘方和积的乘方.

【内容解读】

这里提出的3个问题，学生虽然暂时还不能解决，但这种悬念可以促使他们感受探索同底数幂的运算性质的必要性.

(1)1 光年约是 9×10^{12} km；

(2)10 万光年约是 9×10^{17} km；

(3)如果一架飞机的飞行速度为 1 000 km／h，那么光的速度约是这架飞机速度的 1.08×10^6 倍.

微信公众号：电子课本大全

【情境说明】

章头图和章头活动是让学生感受与银河系有关的“大”数值．太阳是银河系恒星大“家族”中的一个成员，地球又是太阳系里的一颗行星．课本从设计计算地球与太阳之间的距离引入同底数幂的乘法运算，教学中便于从章头活动自然地过渡到本节内容，学生将从这个情境中感受“大”数值，体会同底数幂的运算的必要性．

【内容解读】

同底数幂的乘法运算性质的教学是引导学生从具体到抽象，有层次地进行概括、抽象、归纳，使他们经历“做数学”的过程．为此，“试一试”的第1题设计了底数、指数都是具体数值的同底数幂的乘法；第2、3题把幂的指数一般化，以利于学生较好地感受归纳的思想方法．

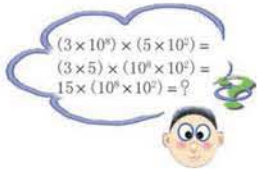
【内容解读】

学生在“试一试”中已经初步发现了同底数幂的乘法运算性质，这是合情推理的结果．这里是对这一性质的演绎推理，让学生在获得数学结论的同时，经历合情推理和演绎推理，从中感受证明的必要性，发展学生演绎推理的能力．

8.1 同底数幂的乘法

太阳光照射到地球表面所需的时间约是 5×10^2 s，光的速度约是 3×10^8 m/s．地球与太阳之间的距离约是多少？





试一试

1. 计算下列各式：
$10^2\times10^8$；$10^4\times10^5$；$10^3\times10^5$．
2. 计算 $10^m\cdot10^n$（m、n 是正整数）．
3. 当 m、n 是正整数时，$2^m\cdot2^n$ 等于什么？$\left(\frac{1}{2}\right)^m\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n$ 呢？

对于任意的底数 a，当 m、n 是正整数时，

$$a^m\cdot a^n=\overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{m\text{个}a}\cdot\overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{n\text{个}a}=\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{(m+n)\text{个}a}=a^{m+n}.$$

于是，我们得到：

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$（m、n 是正整数）．
同底数幂相乘，底数不变，指数相加．

根据这个运算性质，可以算得地球与太阳之间的距离约为：
$(3\times10^8)\times(5\times10^2)=(3\times5)\times(10^8\times10^2)=15\times10^{10}=1.5\times10^{11}$(m)．

【教学目标】

1. 了解同底数幂的乘法运算性质，理解符号表示同底数幂的乘法运算性质的意义，体会模型思想，发展符号意识．

2. 会正确地运用同底数幂的乘法运算性质进行运算，并知道每一步运算的依据．

3. 经历探索同底数幂的乘法运算性质的过程，感受从特殊到一般、从具体到抽象的思考问题的方法，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

课本设计从计算地球与太阳之间的距离引入同底数幂的乘法运算，引导学生在探索这个问题的过程中，体会研究同底数幂的乘法的必要性．教学中也可以选用其他学科以及与学生现实有联系的素材，以利于学生了解数学与外部世界的联系．

2. 探索活动

课本“试一试”中的3个活动是逐步由具体到抽象的探索同底数幂的乘法运算性质的3个层次：幂的底数和指数都是具体的数——幂的底数是具体的数，指数是用字母表示的数——幂的底数和指数都是用字母表示的数．实质是引导学生经历通过具体问题发现结论、通过一般推演来验证自己所发现的结论的过程．后续幂的乘方与积的乘方、同底数幂的除法运算性质的探索都采用了这种过程，从中让学生感受数学证明的乐趣，以利于发展合情推理与演绎推理的能力．

微信公众号：电子课本大全

例 1 计算：

(1) $(-3)^{12}\times(-3)^5$；　　(2) $x\cdot x^7$；

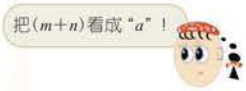
(3) $a^{3m}\cdot a^{2m-1}$(m 是正整数)；　　(4) $(m+n)^3\cdot(m+n)^2$.

解：(1) $(-3)^{12}\times(-3)^5=(-3)^{12+5}=(-3)^{17}=-3^{17}$；

(2) $x\cdot x^7=x^{1+7}=x^8$；

(3) $a^{3m}\cdot a^{2m-1}=a^{3m+2m-1}=a^{5m-1}$；

(4) $(m+n)^3\cdot(m+n)^2=(m+n)^{3+2}=(m+n)^5$.



例 2 一颗卫星绕地球运行的速度是 7.9×10^3 m/s，求这颗卫星运行1 h的路程.



解：因为 1 h $=3.6\times10^3$ s，所以这颗卫星运行1 h 的路程为：

$$\begin{aligned}&(7.9\times10^3)\times(3.6\times10^3)\\=&(7.9\times3.6)\times(10^3\times10^3)\\=&28.44\times10^6\\=&2.844\times10^7(\text{m}).\end{aligned}$$

答：这颗卫星运行1 h的路程是 2.844×10^7 m.

试一试

m、n、p 是正整数，你会计算 $a^m\cdot a^n\cdot a^p$ 吗？

练一练

1. 计算：
   (1) $a^8\cdot a^3$；　　(2) $x^5\cdot x$；
   (3) $(-2)^{10}\times(-2)^{13}$；　　(4) $-b^5\cdot b^5$；
   (5) $(-a)^2\cdot(-a)\cdot(-a)^3$；　　(6) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\left(\frac{1}{2}\right)^5\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3$.
2. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.
   (1) $x^3\cdot x^3=2x^5$；　　(2) $x^4\cdot x^2=x^8$；
   (3) $a^2+a^2=a^4$；　　(4) $3^m\times3^{2m}=9^{3m}$(m 是正整数).
3. 计算：
   (1) $x^4\cdot x^6+x^5\cdot x^5$；　　(2) $a\cdot a^7-a^4\cdot a^4$.
4. 填空：
   (1) $a^4\cdot a^{(\ \ )}=a^{12}$；　　(2) $a^{(\ \ )}\cdot a^2\cdot a=a^8$；
   (3) $x^{(\ \ )}\cdot x^n=x^{n+2}$($n$ 是正整数)；
   (4) $x\cdot x^{(\ \ )}\cdot x^{n+1}=x^{n+5}$($n$ 是正整数).

【内容解读】

$(-3)^{17}$ 与 -3^{17} 的值相同，但意义不同．$(-3)^{17}$ 表示 -3 的17次幂，-3^{17} 表示3的17次幂的相反数．

【内容解读】

安排例2，目的是引导学生运用同底数幂的乘法运算性质解决一些实际问题，同时进一步感受“大”数值，发展数感．

【练一练解答】

1. (1) a^{11}；(2) x^6；(3) -2^{23}；(4) $-b^{12}$；(5) a^6；(6) $-\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.
2. (1)错误，正确解答为 x^6；
   (2)错误，正确解答为 x^6；
   (3)错误，正确解答为 $2a^2$；
   (4)错误，正确解答为 3^{3m}.
3. (1) $2x^{10}$；(2)0.
4. (1)8；(2)5；(3)2；(4)3.

教学中应充分展开探索同底数幂的乘法运算性质的过程，以利于学生理解同底数幂的乘法运算性质，发展学生的归纳能力．

提供以下问题，引导学生逐步尝试归纳：

问题一　10×10 记作 $10^{(\ \ )}$，

$10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10$ 记作 $10^{(\ \ )}$.

问题二　计算 $10^2\times10^8$，并说明每一步计算的依据．

问题三　计算：$10^2\times10^4$，$10^4\times10^5$，$10^3\times10^5$.

问题四　怎样计算 $10^m\cdot10^n$(m、n 是正整数)？

问题五　计算：$2^2\times2^4$，$5^4\times5^5$，$\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{2}\right)^5$.

问题六　$a^6\cdot a^5$ 等于什么？$a^m\cdot a^n$(m、n 是正整数)呢？

设计问题一是为学生应用已有的知识独立解答问题二做铺垫；问题三是让学生在“做”中不断增加感受，并在“做”中主动发现规律；问题四是让学生尝试归纳底数是10的幂的乘法运算性质；问题五是进行底数不是10的同底数幂的乘法运算，为学生由感性到理性的认识做铺垫．

3. 例题教学

(1)实际教学中，学生容易混淆同底数幂的乘法运算与整式的加减运算，建议在教学中把本节“练一练”第2题作为补充例题，以利于学生对同底数幂的乘法运算与整式的加减运算的辨析．

(2)应关注学生逆向思维的训练，教学中可根据实际情况把本节“练一练”第4题作为补充例题，为后续因式分解的学习做铺垫．

4. 小结

比较下面两个算式，并说说同底数幂的乘法与整式

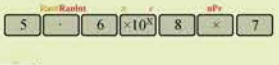
微信公众号：电子课本大全

计算器操作



例　计算$(5.6\times10^8)\times(7.1\times10^3)$.

解：依次按以下各键：





计算器显示的结果为 3.976×10^{12}.

8.1 习题

1. 计算：

(1) $\left(\frac{1}{10}\right)^5\times\left(\frac{1}{10}\right)^7$；　　(2) $a^{12}\cdot a$；

(3) $-b^2\cdot b^5$；　　(4) $a^{m+1}\cdot a^{m-1}$（m 是大于 1 的整数）；

(5) $3^4\times3^6\times3$；　　(6) $a\cdot a^4\cdot a^5$.

2. 计算：

(1) $(p-q)^5\cdot(q-p)^2$；

(2) $(s-t)^m\cdot(s-t)^{m+n}\cdot(t-s)$（$m$、$n$ 是正整数）；

(3) $x^n\cdot x^{n+1}+x^{2n}\cdot x$（$n$ 是正整数）.

3. 填空：

(1) $x^5\cdot x\cdot x^{(\quad)}=x^{10}$；

(2) $a\cdot a^{(\quad)}\cdot a^m=a^{m+n+1}$（$m$、$n$ 是正整数）；

(3) $x^2\cdot x^{(\quad)}=x^{n+1}$（$n$ 是大于 1 的整数）；

(4) $a^n\cdot a\cdot a^{(\quad)}=a^{2n}$（$n$ 是大于 1 的整数）.

4. 已知 $a^m=8$，$a^n=32$，求 a^{m+n} 的值.

5. 在银河系中，恒星“心宿二”的体积约是太阳的 2.2×10^8 倍，太阳的体积约是地球的 1.3×10^6 倍．“心宿二”的体积是地球的多少倍？

6. 健康成年人的心脏每分钟流过的血液约 4.9×10^3 mL．如果一年按 5.2×10^5 min 计算，那么健康成年人的心脏全年流过的血液总量是多少？

【习题解答】

1. (1) $\left(\frac{1}{10}\right)^{12}$；(2) a^{13}；(3) $-b^7$；(4) a^{2m}；(5) 3^{11}；(6) a^{10}.

2. (1) $(p-q)^7$；(2) $-(s-t)^{2m+n+1}$；(3) $2x^{2n+1}$.

3. (1) 4；(2) n；(3) $n-1$；(4) $n-1$.

4. 256.

5. 2.86×10^{14} 倍.

6. 2.548×10^9 mL.

的加减有什么区别.

$a^5\cdot a^2\cdot a^5$，$a^5+a^2+a^5$.

【课程资源】

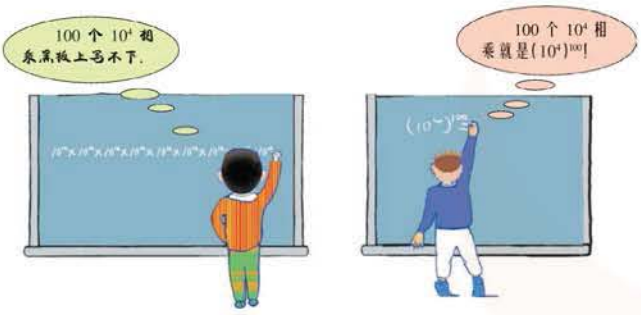
夜空无数的明星中，除了少数行星外（如金星、木星、地球等），都是自己会发光的恒星，恒星发光的强度各不相同.

“心宿二”是夏季夜空中最亮的一颗恒星.“心宿二”距离我们大约 400 光年，它的表面温度大约是 3 000℃，只有太阳表面温度的一半，它的直径为太阳的 600 倍，但它的质量却只有太阳的 25 倍，平均密度不到太阳的 860 万分之一.

微信公众号：电子课本大全

8.2 幂的乘方与积的乘方

你会求 100 个 10^4 相乘的积吗?



试一试

计算下列各式:

(1) $(2^3)^2=$_____, $2^6=$_____;

(2) $[(-10)^2]^4=$_____, $(-10)^8=$_____;

(3) $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3=$_____, $\left(\frac{1}{3}\right)^6=$_____.

从上面的计算中,你发现了什么?

对于任意的底数 a,当 m、n 是正整数时,

$$(a^m)^n=\overbrace{a^m\cdot a^m\cdot\cdots\cdot a^m}^{n\text{个}a^m}=a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{个}m}}=a^{mn}.$$

于是,我们得到:

$(a^m)^n=a^{mn}$ (m、n 是正整数).
幂的乘方,底数不变,指数相乘.

根据这个运算性质,可以得到:

$$(10^4)^{100}=10^{4\times100}=10^{400}.$$

【教学目标】

1. 了解幂的乘方与积的乘方的运算性质,理解用符号表示幂的乘方与积的乘方运算性质的意义,体会模型思想,发展符号意识.

2. 会正确运用幂的乘方与积的乘方的运算性质进行运算,并知道每一步运算的依据.

3. 经历探索幂的乘方与积的乘方的运算性质的过程,从中感受从特殊到一般、从具体到抽象的思考问题的方法,知道使用符号可以进行运算和推理,得到的结论具有一般性.

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

课本设计从黑板上写不下 100 个 10^4 的乘积引入幂的乘方运算,教学中可以选用其他学科的有关素材,引导学生体会研究幂的乘方运算的必要性.

2. 探索活动

问题一 说说 $(2^3)^2$、$[(-10)^2]^4$、$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3$ 的意义.

问题二 计算:$(2^3)^2$, 2^6;

$[(-10)^2]^4$, $(-10)^8$;

$\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^3$, $\left(\frac{1}{3}\right)^6$.

问题三 计算 $(2^m)^2$、$(5^4)^n$(m、n 是正整数),并说明每一步计算的依据.

$(2^m)^2=2^m\cdot2^m$ (乘方的意义)

$=2^{m+m}$ (同底数幂的乘法运算性质)

$=2^{2m}$. (合并同类项法则)

微信公众号:电子课本大全

例 1　计算：

(1) $(10^6)^2$；　　(2) $(a^m)^4$（m 是正整数）；

(3) $-(y^3)^2$；　　(4) $[(x-y)^n]^2$（n 是正整数）.

解： (1) $(10^6)^2 = 10^{6\times2} = 10^{12}$；

(2) $(a^m)^4 = a^{m\times4} = a^{4m}$；

(3) $-(y^3)^2 = -y^{3\times2} = -y^6$；

(4) $[(x-y)^n]^2 = (x-y)^{2\times n} = (x-y)^{2n}$.

例 2　计算：

(1) $x^2\cdot x^4 + (x^3)^2$；　　(2) $(a^3)^3\cdot(a^4)^3$.

解： (1) $x^2\cdot x^4 + (x^3)^2 = x^{2+4} + x^{3\times2} = x^6 + x^6 = 2x^6$；

(2) $(a^3)^3\cdot(a^4)^3 = a^{3\times3}\cdot a^{4\times3} = a^9\cdot a^{12} = a^{9+12} = a^{21}$.



练一练

1. 计算：

(1) $(10^4)^4$；　　(2) $(x^5)^4$；

(3) $-(a^2)^5$；　　(4) $(-2^3)^{20}$；

(5) $(-b^m)^5$（m 是正整数）；　　(6) $-[(2a-b)^4]^2$.

2. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.

(1) $(a^3)^2 = a^5$；　　(2) $(b^4)^2 = b^{16}$.

3. 计算：

(1) $(m^4)^2 + m^5\cdot m^3$；　　(2) $(x^5)^4 + (x^{10})^2$；

(3) $(a^3)^5\cdot(a^2)^2$；　　(4) $2^{10}\cdot4^{10}$.

4. 一个正方体的棱长是 10^2 cm，它的体积是多少？

5. 填空：

(1) $8^2 = 2^{(\quad)} = 2^2\times2^{(\quad)}$；

(2) $a^{12} = (a^3)^{(\quad)} = (a^2)^{(\quad)} = a^3\cdot a^{(\quad)}$.



试一试

计算下列各式：

(1) $(3\times4)^2 =$ _____，$3^2\times4^2 =$ _____；

(2) $[2\times(-5)]^4 =$ _____，$2^4\times(-5)^4 =$ _____；

(3) $\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)^3 =$ _____，$\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3 =$ _____.

从上面的计算中，你发现了什么？

【内容解读】

设计例 2 是为了引导学生区分同底数幂的乘法运算性质、幂的乘方运算性质和整式的加减运算法则. 教学中应关注学生计算的过程是否步步有据.

【练一练解答】

1. (1) 10^{16}；(2) x^{20}；(3) $-a^{10}$；(4) 2^{60}；(5) $-b^{5m}$；(6) $-(2a-b)^8$.

2. (1) 错误，正确解答为 a^6；(2) 错误，正确解答为 b^8.

3. (1) $2m^8$；(2) $2x^{20}$；(3) a^{19}；(4) 2^{30}.

4. 10^6 cm^3.

5. (1) 6，4；(2) 4，6，9.

问题四　计算 $(a^m)^2$、$(x^4)^n$（m、n 是正整数），并说明每一步计算的依据.

问题五　从上面的计算中，你发现了什么？能说明你的猜想是正确的吗？

设计问题一是为学生应用已有的知识独立解答问题二做铺垫，并从问题二的计算中发现规律；问题三、四是让学生经历幂的指数、幂的底数从特殊到一般的过程，在“做”中不断增加感受，为学生由感性到理性的认识做铺垫；问题五是引导学生主动通过一般推演来验证自己所发现的结论，感受数学证明的乐趣.

3. 例题教学

(1) 例 1 的教学中，要求学生写出计算的过程，以利于学生正确运用幂的乘方运算性质进行运算.

(2) 例 2 的教学中，让学生交流各自的计算过程和计算依据，以利于学生正确理解并能区分幂的乘方运算性质和同底数幂的乘法运算性质.

4. 思维拓展

(1) 填空：

① $3^{40} = (\quad)^2 = (3^4)^{(\quad)}$；

② $4^{30} = (\quad)^5 = (4^{10})^{(\quad)}$.

(2) 如何比较 3^{40} 与 4^{30} 的大小？

5. 小结

(1) 我们根据乘方的意义，把幂的乘方运算转化为几个同底数幂的乘法运算，依据已有的同底数幂的乘法运算性质，从而推演得到幂的乘方运算性质.

(2) “幂的乘方”实质就是“同底数幂的乘法”的特例——底数相同、指数也相同的幂的乘法.

微信公众号：电子课本大全

对于任意的底数 a、b，当 n 是正整数时，

$$\begin{aligned}(ab)^n &= \overbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\cdots\cdot(ab)}^{n\text{个}ab}\\ &= \overbrace{(a\cdot a\cdot\cdots\cdot a)}^{n\text{个}a}\cdot\overbrace{(b\cdot b\cdot\cdots\cdot b)}^{n\text{个}b}\\ &= a^n b^n.\end{aligned}$$

于是，我们得到：

$(ab)^n = a^n b^n$（n 是正整数）.
积的乘方，把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

例 3 计算：

(1) $(5m)^3$；　　(2) $(-xy^2)^3$.

解： (1) $(5m)^3 = 5^3\cdot m^3 = 125m^3$；

(2) $(-xy^2)^3 = (-1)^3\cdot x^3\cdot(y^2)^3 = -x^3y^6$.

试一试

n 是正整数，你会计算 $(abc)^n$ 吗？

例 4 计算：

(1) $\left(\frac{1}{3}xy^2\right)^2$；　　(2) $(-2ab^3c^2)^4$.

解： (1) $\left(\frac{1}{3}xy^2\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot x^2\cdot(y^2)^2 = \frac{1}{9}x^2y^4$；

(2) $(-2ab^3c^2)^4 = (-2)^4\cdot a^4\cdot(b^3)^4\cdot(c^2)^4 = 16a^4b^{12}c^8$.

例 5 球的体积计算公式为 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$（其中 V、r 分别表示球的体积和半径）. 木星可以近似地看成球体，半径约是 7.15×10^4 km，求木星的体积.

解： $V=\frac{4}{3}\pi r^3$

$=\frac{4}{3}\pi\times(7.15\times10^4)^3$

【内容解读】

本章中含“π”的计算题，除问题有“结果保留π”的要求外，都用计算器进行计算，并根据问题所给数据的精确度或有效数字（《标准》对有效数字不做要求）取近似值. 如本例中给出 7.15×10^4，所以结果取 1.53×10^{15}.

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 探索活动

问题一　说说 $(3\times4)^2$、$[2\times(-5)]^4$、$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)^3$ 的意义.

问题二　计算：$(3\times4)^2$，　$3^2\times4^2$；

$[2\times(-5)]^4$，　$2^4\times(-5)^4$；

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)^3$，　$\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3$.

问题三　计算 $(3\times4)^m$（m 是正整数），并说明每一步计算的依据.

$(3\times4)^m$

$=\overbrace{(3\times4)\times(3\times4)\times\cdots\times(3\times4)}^{m\text{个}(3\times4)}$　　（乘方的意义）

$=\overbrace{(3\times3\times\cdots\times3)}^{m\text{个}3}\times\overbrace{(4\times4\times\cdots\times4)}^{m\text{个}4}$

（乘法交换、结合律）

$=3^m\times4^m$.　　（乘方的意义）

问题四　从上面的计算中，你发现了什么？能说明你的猜想是正确的吗？

设计问题一是为学生应用已有的知识独立解答问题二做铺垫，并从问题二的计算中发现规律；问题三是让学生经历积的乘方的指数从特殊到一般的过程，在“做”中不断增加感受，为学生由感性到理性的认识做铺垫；问题四是引导学生主动通过一般推演来验证自己所发现的结论，感受数学证明的乐趣.

2. 例题教学

(1) 例 3 的教学中，要求学生写出计算的过程，以利

微信公众号：电子课本大全

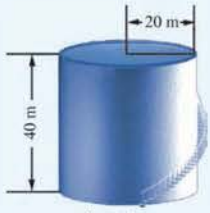
$$=\frac{4}{3}\pi\times 7.15^3\times 10^{12}$$

$$\approx 1.53\times 10^{15}(\text{km}^3).$$

答：木星的体积大约是 1.53×10^{15} km³.

练一练

1. 计算：
   (1) $(-ab)^3$；　　(2) $(x^2y^3)^4$；
   (3) $(2\times 10^3)^2$；　　(4) $(-2a^3y^4)^3$.
2. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.
   (1) $(xy^2)^3=xy^6$；　　(2) $(-2b^2)^2=-4b^4$.
3. 计算：
   (1) $a^5\cdot a^3+(2a^2)^4$；　　(2) $-2x^6-(-3x^2)^3$.
4. 如图，圆柱体储油罐的半径是 20 m、高是 40 m（不计壁厚），求它的容积. 如果该储油罐最大储油高度为 30 m，最多能储油多少（单位：L）?



（第 4 题）

计算器操作

例 1　计算 $(20^5)^2$.

解：依次按以下各键：

计算器显示的结果为 1.024×10^{13}.

例 2　计算 $\frac{1}{6}\pi\times(1.4\times 10^6)^3$.

解：依次按以下各键：

计算器显示的结果为 $1.436\,755\,04\times 10^{18}$.

【练一练解答】

1. (1) $-a^3b^3$；(2) x^8y^{12}；
(3) 4×10^6；(4) $-8a^9y^{12}$.
2. (1)错误，正确解答为 x^3y^6；(2)错误，正确解答为 $4b^4$.
3. (1) $17a^8$；(2) $25x^6$.
4. 5.0×10^7 L，3.8×10^7 L.

于学生会正确运用积的乘方运算性质进行运算.

(2)例 4 是 3 个和 3 个以上因式的积的乘方，教学中应进一步引导学生说明每一步计算的依据，培养学生“以理驭算”的运算习惯. 例如：

$$\left(\frac{1}{3}xy^2\right)^2$$

$$=\left(\frac{1}{3}\right)^2\cdot x^2\cdot\left(y^2\right)^2 \qquad \text{（积的乘方运算性质）}$$

$$=\frac{1}{9}x^2y^4. \qquad \text{（乘方的意义，幂的乘方运算性质）}$$

3. 思维拓展

计算 $\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times 2^{10}$，并说明每一步计算的依据.

实际教学中，学生解答这个问题有以下多种解法：

(1) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times 2^{10}$

$$=\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times 2^4\times 2^4\times 2^2$$

（逆用同底数幂的乘法运算性质）

$$=\left(-\frac{1}{4}\times 2\times 2\right)^4\times 2^2 \qquad \text{（逆用积的乘方运算性质）}$$

$$=(-1)^4\times 4=4.$$

(2) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times 2^{10}$

$$=\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times\left(2^2\right)^5 \qquad \text{（逆用幂的乘方运算性质）}$$

$$=\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times 4^4\times 4 \qquad \text{（逆用同底数幂的乘法运算性质）}$$

微信公众号：电子课本大全

8.2 习题

1. 计算：
(1) $(a^3)^6$；　　(2) $-(x^5)^2$；
(3) $[(-m)^2]^5$；　　(4) $(-a^{2n})^3$ (n 是正整数).

2. 计算：
(1) $(a^4)^2+a^6\cdot a^2$；　　(2) $(m^3)^3\cdot(m^3)^2$；
(3) $(a^2)^3\cdot(a^4)^4$；　　(4) $(b^4)^2\cdot b^2$.

3. 计算：
(1) $(2ab^2)^3$；　　(2) $(-a^3b^2)^2$；
(3) $(-3a^2b^3c)^3$；　　(4) $-(-2x^3y)^4$.

4. 计算：
(1) $(a^3)^2+(a^2)^3-a\cdot a^5$；
(2) $(-a^n)^2\cdot a^{n+1}-a\cdot(-a^n)^3$($n$ 是正整数)；
(3) $(a\cdot a^4\cdot a^5)^2$；
(4) $(-2a^2)^2\cdot a^4-(-5a^4)^2$.

5. 填空：
(1) $9^3=3^{(\quad)}=3^2\times3^{(\quad)}$；
(2) $3^3\times9^9=3^3\times3^{(\quad)}=3^{(\quad)}$；
(3) $[-a^{(\quad)}]^{(\quad)}=a^6$；
(4) $[a^2b^{(\quad)}]^{(\quad)}=a^4b^6$.

6. 计算：
(1) $(0.25)^{100}\times4^{100}$；　　(2) $3^{14}\times\left(-\frac{1}{9}\right)^7$.

7. 哈萨克斯坦原油经新疆阿拉山口计量站输入我国，该站有 2 个直径 60 m、高 20 m 的圆柱体储油罐(不计壁厚)，这 2 个储油罐的容积共多少(单位：L)?



(第 7 题)

【习题解答】

1. (1) a^{18}；(2) $-x^{10}$；(3) m^{10}；(4) $-a^{6n}$.
2. (1) $2a^8$；(2) m^{15}；(3) a^{22}；(4) b^{10}.
3. (1) $8a^3b^6$；(2) a^6b^4；(3) $-27a^6b^9c^3$；(4) $-16x^{12}y^4$.
4. (1) a^6；(2) $2a^{3n+1}$；(3) a^{20}；(4) $-21a^8$.
5. (1)6,4；(2)18,21；(3)3,2；(4)3,2.
6. (1)1；(2)-1.
7. 1.1×10^8 L.

$=\left(-\frac{1}{4}\times4\right)^4\times4$　　(逆用积的乘方运算性质)

$=(-1)^4\times4=4$.

(3) $\left(-\frac{1}{4}\right)^4\times2^{10}$

$=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4\times2^8\times2^2$　(逆用同底数幂的乘法运算性质)

$=\left(\frac{1}{2}\times2\right)^8\times2^2$　　(逆用积的乘方运算性质)

$=1^8\times4$

$=4$.

4. 小结

“以理驭算”是良好的运算习惯，能促使我们有条理地思考；灵活地双向应用运算性质，能使运算更简捷.

微信公众号：电子课本大全

8.3　同底数幂的除法

我国水资源总量居世界第 6 位，但人均水资源量排在世界第 121 位，是世界上 13 个贫水国家之一．据统计，2007 年我国水资源总量约为 $2.8\times10^{12}\ \mathrm{m}^3$，按全国 1.32×10^9 人计算，人均水资源量为多少？





计算下列各式：

(1) $2^8\div2^3=$_____，$2^5=$_____；

(2) $(-3)^5\div(-3)^2=$_____，$(-3)^3=$_____；

(3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5\div\left(\frac{3}{4}\right)^3=$_____，$\left(\frac{3}{4}\right)^2=$_____．

从上面的计算中，你发现了什么？

当 $a\neq0$，m、n 是正整数，且 $m>n$ 时，

$$a^m\div a^n=\frac{\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{m\text{个}a}}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}}=\frac{\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{(m-n)\text{个}a}\cdot\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{n\text{个}a}}{\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}}=a^{m-n}.$$

于是，我们得到：

$a^m\div a^n=a^{m-n}$ ($a\neq0$，m、n 是正整数，$m>n$)．
同底数幂相除，底数不变，指数相减．

根据这个运算性质，可以算得 2007 年我国人均水资源量约为

$$(2.8\times10^{12})\div(1.32\times10^9)\approx2.12\times10^3(\mathrm{m}^3).$$

例 1　计算：

(1) $a^6\div a^2$；　　(2) $(-b)^8\div(-b)$；

(3) $(ab)^4\div(ab)^2$；　　(4) $t^{2m+3}\div t^2$ (m 是正整数)．

解： (1) $a^6\div a^2=a^{6-2}=a^4$；

(2) $(-b)^8\div(-b)=(-b)^{8-1}=(-b)^7=-b^7$；

【内容解读】

$$(2.8\times10^{12})\div(1.32\times10^9)$$
$$=\frac{2.8\times10^{12}}{1.32\times10^9}$$
$$\approx2.12\times10^3(\mathrm{m}^3).$$

【内容解读】

本例中，没有对底数为字母的幂加注底数不为零的条件．下同．

【教学目标】

1. 了解同底数幂的除法运算性质，理解符号表示同底数幂的除法运算性质的意义，体会模型思想，发展符号意识．

2. 会正确运用同底数幂的除法运算性质进行运算，并知道每一步运算的依据．

3. 了解 $a^0=1$、$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ ($a\neq0$，n 为正整数)的规定，会用科学记数法表示绝对值小于 1 的数．

4. 经历探索同底数幂的除法运算性质的过程，从中感受从特殊到一般、从具体到抽象的思考问题方法，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

课本从计算我国人均水资源量问题引入同底数幂的除法运算，引导学生在探索这个问题的过程中，体会研究同底数幂的除法的必要性．教学中还可以选用一些实际问题，丰富学生感受学习同底数幂的除法的必要性．

2. 探索活动

问题一　如何计算 $10^{12}\div10^9$？

实际教学中，学生解答这个问题有以下解法：

(1) $10^{12}\div10^9$
$$=\frac{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}{10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10\times10}$$
$=1\ 000$．

(2)因为 $10^9\times10^3=10^{12}$，除法是乘法的逆运算，所以

微信公众号：电子课本大全

(3) $(ab)^4 \div (ab)^2 = (ab)^{4-2} = (ab)^2 = a^2b^2$;

(4) $t^{2m+3} \div t^2 = t^{2m+3-2} = t^{2m+1}$.

练一练

1. 计算:

(1) $3^{15} \div 3^{13}$;　　(2) $\left(-\frac{4}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{4}{3}\right)^4$;

(3) $y^{14} \div y^2$;　　(4) $(-a)^5 \div (-a)$;

(5) $(-xy)^5 \div (-xy)^2$;　　(6) $a^{10n} \div a^{2n}$ (n 是正整数).

2. 下面的计算是否正确? 如有错误,请改正.

(1) $a^8 \div a^4 = a^2$;　　(2) $t^{10} \div t^9 = t$;

(3) $m^5 \div m = m^5$;　　(4) $(-z)^6 \div (-z)^2 = -z^4$.

议一议

我们知道 $2^3 \div 2^3 = 8 \div 8 = 1$.

前面我们学习了同底数幂相除的运算性质:

$$a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0, m、n 是正整数, m > n).$$

$2^3 \div 2^3$ 可以运用这样的运算性质进行计算吗?



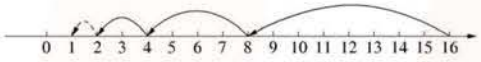
想一想

1 个细胞分裂 1 次变为 2 个,分裂 2 次变为 4 个,分裂 3 次变为 8 个,分裂 4 次变为 16 个……

分裂后的细胞个数与细胞分裂的次数之间的关系,可以记为:$2 = 2^1$, $4 = 2^2$, $8 = 2^3$, $16 = 2^4$……

当这个细胞没有分裂(即分裂次数为 0)时,细胞的个数是几?

观察数轴上表示 2^4、2^3、2^2、2^1 的点的位置是如何随着指数的变化而变化的?



你有什么猜想?

【练一练解答】

1. (1)9;(2) $-\frac{64}{27}$;(3) y^{12};

(4) a^4;(5) $-x^3y^3$;(6) a^{8n}.

2. (1)错误,正确解答为 a^4;

(2)正确;

(3)错误,正确解答为 m^4;

(4)错误,正确解答为 z^4.

【内容解读】

由于 $16 = 2^4, 8 = 2^3, 4 = 2^2, 2 = 2^1$,借助数轴的直观,学生可以观察到幂的值以及指数的变化规律是:幂的值每缩小到原来的 $\frac{1}{2}$,指数减少 1. 于是可以猜想 $1 = 2^0$, $\frac{1}{2} = 2^{-1}$.

$10^{12} \div 10^9 = 10^3$.

(3) $10^{12} \div 10^9 = (10^3 \times 10^9) \div 10^9 = 10^3$.

问题二　计算:$2^8 \div 2^3$,　　2^5;

$(-3)^5 \div (-3)^2$,　　$(-3)^3$;

$\left(\frac{3}{4}\right)^5 \div \left(\frac{3}{4}\right)^3$,　　$\left(\frac{3}{4}\right)^2$.

问题三　计算 $(-5)^m \div (-5)^n$ (m、n 是正整数,且 $m > n$), $a^{10} \div a^5$ ($a \neq 0$),并说明每一步计算的依据.

问题四　从上面的计算中,你发现了什么? 能说明你的猜想是正确的吗?

设计问题一是为学生应用已有的知识独立解答问题二做铺垫,并从问题二的计算中发现规律;问题三是让学生经历同底数幂的除法的指数和底数从特殊到一般的过程,在"做"中不断增加感受,为学生由感性到理性的认识做铺垫;问题四是引导学生主动通过一般推演来验证自己所发现的结论,感受数学证明的乐趣.

3. 例题教学

例题教学中,应引导学生说明每一步计算的依据,培养学生"以理驭算"的运算习惯. 例如:

$(ab)^4 \div (ab)^2$

$= (ab)^{4-2}$　　(同底数幂的除法运算性质)

$= a^2b^2$.　　(积的乘方运算性质)

4. 小结

(1)回顾探索获得"同底数幂的乘法运算性质"、"幂的乘方运算性质"、"积的乘方运算性质"、"同底数幂的除法运算性质"的过程,有什么共同之处?

(2)计算 $\left(\frac{2}{5}\right)^6$, $\left(\frac{5}{8}\right)^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^4$,你有什么发现? 能说

微信公众号:电子课本大全

一般地，我们规定：

$a^0 = 1$ $(a \neq 0)$.
任何不等于 0 的数的 0 次幂等于 1.



我们知道 $2^3 \div 2^4 = 8 \div 16 = \frac{1}{2}$.

$2^3 \div 2^4$ 可以用同底数幂除法的运算性质进行计算吗？



观察下列式子中指数与幂的变化，你有什么猜想？

$2^4 = 16$,

$2^3 = 8$,

$2^2 = 4$,

$2^1 = 2$,

$2^0 = 1$,

$2^{(\quad)} = \frac{1}{2}$.

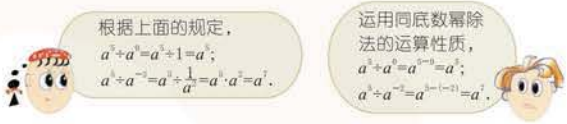
一般地，我们规定：

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0$, n 是正整数$)$.

任何不等于 0 的数的$-n$(n 是正整数)次幂，等于这个数的 n 次幂的倒数.



计算：(1) $a^5 \div a^0 (a \neq 0)$；　(2) $a^5 \div a^{-2} (a \neq 0)$.



明你的猜想是正确的吗？

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 情境创设

课本通过计算 $2^3 \div 2^3 = 8 \div 8 = 1$ 提出问题：

(1) $2^3 \div 2^3$ 可以运用同底数幂的除法运算性质进行运算吗？

(2) 如果应用同底数幂的除法运算性质，可以得到 $2^3 \div 2^3 = 2^{3-3} = 2^0$. 那么 2^0 有什么意义？等于多少？

创设这个情境是使学生感受数学面临了挑战，并产生对 2^0 做出解释的思考和猜想.

2. 探索活动

问题一　1 个细胞分裂 1 次变为 2 个，分裂 2 次变为 4 个，分裂 3 次变为 8 个，分裂 4 次变为 16 个……当细胞没有分裂时，细胞的个数是几？

问题二　我们知道：2 可以记为 2^1，4 可以记为 2^2，8 可以记为 2^3，16 可以记为 2^4……类似地，当细胞没有分裂时，细胞的个数怎样表示呢？

问题三　观察数轴上表示 2^4、2^3、2^2、2^1 的点的位置是如何随着指数的变化而变化的？

问题四　观察下列式子中指数、幂的变化，你发现了什么规律？你有什么猜想？

$2^4 = 16$,

$2^3 = 8$,

$2^2 = 4$,

$2^1 = 2$,

$2^{(\quad)} = 1$.

设计上述 4 个问题，实质是采用各种途径引导学生感受规定“$2^0 = 1$”的合理性. 这样，在学生感受“$2^0 = 1$”的基

微信公众号：电子课本大全

规定了零指数幂、负整数指数幂的意义后，同底数幂的除法运算性质扩展为：

$$a^m \div a^n = a^{m-n}(a \neq 0,\ m、n\ 为整数).$$

例 2 用小数或分数表示下列各数：

(1) 4^{-2}；　(2) -3^{-3}；　(3) 3.14×10^{-5}.

解：(1) $4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$；

(2) $-3^{-3}=-\frac{1}{3^3}=-\frac{1}{27}$；

(3) $3.14\times10^{-5}=3.14\times\frac{1}{10^5}=3.14\times0.000\,01=0.000\,031\,4$.



1. 用小数或分数表示下列各数：
   (1) 10^{-2}；　(2) $(-0.1)^5$；
   (3) 5^{-1}；　(4) 2.1×10^{-3}.
2. 把下列各数写成负整数指数幂的形式：
   (1) 0.001；　(2) 0.000 001；
   (3) $\frac{1}{64}$；　(4) $\frac{1}{81}$.
3. 计算：
   (1) $(-3)^2\times(-3)^{-2}$；　(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\div\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$；
   (3) $10^{-1}+(-0.3)^0$；　(4) $5^0-(-2)^{-4}$.

太阳的半径约为 700 000 000 m. 太阳的主要成分是氢，氢原子的半径约为 0.000 000 000 05 m.

用科学记数法，我们可以把 700 000 000 m 写成 7×10^8 m，0.000 000 000 05 m可以写成 5×10^{-11} m.

一般地，用科学记数法可以把一个正数写成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 是整数. 类似地，一个负数也可以用科学记数法表示.

【练一练解答】

1. (1)0.01 或 $\frac{1}{100}$；(2)−0.000 01；(3) $\frac{1}{5}$；(4)0.002 1.

2. (1) 10^{-3}；(2) 10^{-6}；(3) 2^{-6} 或 8^{-2} 或 4^{-3} 或 64^{-1}；(4) 3^{-4} 或 9^{-2} 或 81^{-1}.

3. (1)1；(2) $\frac{1}{8}$；(3)1.1；(4) $\frac{15}{16}$.

【内容解读】

把本节课学习的内容，与七年级上册第2.6节用科学记数法表示“大”数值结合起来，就得到这个结论，即无论一个正数多大或多小，都可以用科学记数法写成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 是整数.

础上，再做出零指数幂意义的规定，即“$a^0=1(a\neq0)$”.

问题五　计算 $a^5\div a^0(a\neq0)$.

教学中，引导学生交流问题五的不同计算方法，在规定的基础上，再次验证了“规定”与原有“幂的运算性质”是没有矛盾的，原有的幂的运算性质可以扩展到零指数. 这样，充分地体现了数学自身发展的轨迹，有助于学生借助学习“零指数”所获得的经验，进一步尝试对负整数指数幂的意义做出合理的规定.

3. 例题教学

建议教学中补充如下的辨析题，便于学生在辨析中正确理解零指数幂和负整数指数幂的意义.

下列各式是否正确？如有错误，指出错误的原因并改正：

(1) $1^0=0$；(2) $2^{-3}=-8$；(3) $10^{-2}=-20$；(4) $a^{2n}\div a^{2n}=a(a\neq0,n$是正整数).

4. 小结

(1)举例说说零指数幂和负整数指数幂的意义.

(2)课本例2第(3)小题中“$10^{-5}=\frac{1}{10^5}=0.000\,01$”，由此你有什么发现？

【教学过程设计建议(第三课时)】

1. 情境创设

除课本提供的情境外，还可以采用第二课时小结中的第(2)个问题“课本例2第(3)小题中‘$10^{-5}=\frac{1}{10^5}=0.000\,01$’，由此你有什么发现？”作为问题情境.

微信公众号：电子课本大全

例 3　用科学记数法表示下列各数：
0.001 5，0.000 109，−0.000 006 2.

解： $0.001\,5 = 1.5 \times 0.001 = 1.5 \times 10^{-3}$，
$0.000\,109 = 1.09 \times 0.000\,1 = 1.09 \times 10^{-4}$，
$-0.000\,006\,2 = -6.2 \times 0.000\,001 = -6.2 \times 10^{-6}$.

例 4　某种细胞的截面可以近似地看成圆，它的半径约为 7.80×10^{-7} m，求这种细胞的截面面积 S.

解： $S = \pi \times (7.80 \times 10^{-7})^2 \approx 1.91 \times 10^{-12}(\text{m}^2)$.

答： 该细胞的截面面积约为 1.91×10^{-12} m².

例 5　随着科学技术的发展，“纳米”常出现在人们的生活中．纳米（记为 nm）是长度单位，它等于 1 m 的十亿分之一．以毫米为长度单位表示 1 nm.

解：
$$1\text{ nm} = \frac{1}{1\,000\,000\,000}\text{ m}$$
$$= 10^{-9}\text{ m}$$
$$= 10^{-9} \times 10^{3}\text{ mm}$$
$$= 10^{-6}\text{ mm}.$$







1. 用科学记数法表示下列各数：
0.000 17，0.000 021 5，0.000 000 608 9，−0.001 000 2.
2. 用科学记数法表示下列结果：
(1) 肥皂泡的泡壁厚度大约是 0.000 7 mm，换算成以米为单位是多少？
(2) 蚕丝是最细的天然纤维，它的截面可以近似地看成圆，直径约为 10 μm[注]，以平方厘米为单位表示蚕丝截面的面积．

[注] μm 是长度单位之一，表示微米．1 μm = 10^{-6} m.

【练一练解答】

1. 1.7×10^{-4}, 2.15×10^{-5},
6.089×10^{-7}, $-1.000\,2 \times 10^{-3}$.
2. (1) 7×10^{-7} m; (2) 7.9×10^{-7} cm².

2. 探索活动

问题一　你听说过“纳米”吗？

问题二　你知道“纳米”是什么吗？（纳米是一个长度单位，记作：nm）

问题三　1 纳米有多长？（1 纳米等于十亿分之一米）

请你用式子表示 1 nm 等于多少米.

$1\text{ nm} = \frac{1}{1\,000\,000\,000}\text{ m}$,

或 $1\text{ nm} = \frac{1}{10^9}\text{ m}$,

或 $1\text{ nm} = 10^{-9}\text{ m}$.

问题四　怎样表示 5 nm、18 nm 等于多少米呢？

$5\text{ nm} = 5 \times 10^{-9}\text{ m}$, $18\text{ nm} = 1.8 \times 10^{-8}\text{ m}$.

这就说明，绝对值小于 1 的数，我们可以用科学记数法来表示.

3. 例题教学

(1) 通过例题教学，既要使学生学会用科学记数法表示绝对值小于 1 的数，又要引导学生探索这种表示中确定负整数指数的值的规律.

(2) 教学中应鼓励学生通过自己的思考来探索，不要“注入”规律，也不要强求学生记忆规律，因为探索的过程因人而异，且各有利弊（比如，“小数点向右移几位，指数就是负几”的方法，是从缩小多少倍的角度总结的，带有理性的成分；“数零”的方法，没有理性的思考，但便于操作）.

(3) 课本设计例 3、例 4，目的是让学生掌握用科学计数法表示绝对值小于 1 的数的同时，引导学生感受生活中很小的正数，有助于学生在具体情境中把握数

微信公众号：电子课本大全

计算器操作



例 计算 $\pi\times(7.80\times10^{-7})^2$.

解：依次按以下各键：



计算器显示的结果为 $1.911\,344\,97\times10^{-12}$.

8.3 习题

1. 计算：
   (1) $a^5\div a^3$；　(2) $m^{10}\div m$；
   (3) $(s^5)^2\div s^3$；　(4) $(-s)^7\div(-s)^2$；
   (5) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3\div\left(-\frac{1}{3}\right)$.
2. 填空：
   (1) $2^3\times(\quad)=2^6$；　(2) $(\quad)\cdot a^2=a^5$；
   (3) $3^{10}\div(\quad)=3^4$；　(4) $(\quad)\div a^2=a^5$.
3. 用小数或分数表示下列各数：
   (1) 4^{-2}；　(2) $\left(\frac{15}{16}\right)^{-1}$；
   (3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$；　(4) 1.027×10^{-6}.
4. 计算：
   (1) $5^{-2}\div2^{-3}$；　(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^0-\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$；
   (3) $\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{1}{5}\right)^0+\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$；　(4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\div(-2)^3\times(-2)^{-2}$.
5. 用科学记数法表示下列各数：
   0.056，0.000 182，−0.000 061 2，−0.000 009 001.
6. 鸵鸟是世界上最大的鸟，每枚鸵鸟蛋的质量约 8×10^2 g；蜂鸟是世界上最小的鸟，每枚蜂鸟蛋的质量约 2×10^2 mg. 1 枚鸵鸟蛋的质量相当于多少枚蜂鸟蛋的质量？
7. 水珠不断地滴在一块石头上，经过 40 年，石头上形成了一个深为 4×10^{-2} m 的小洞．用科学记数法表示平均每月小洞增加的深度（单位：m）.
8. 5 万粒芝麻质量约 200 g，用科学记数法表示 1 粒芝麻的质量（单位：g）.

【习题解答】

1. (1) a^2；(2) m^9；(3) s^5；(4) $-s^5$；(5) $\frac{1}{9}$.
2. (1)2^3；(2) a^4；(3)3^6；(4) a^8.
3. (1) $\frac{1}{16}$；(2)$\frac{16}{15}$；(3)$\frac{27}{8}$；(4)0.000 001 027.
4. (1) $\frac{8}{25}$；(2)−8；(3) $26\frac{1}{25}$；(4) $-\frac{1}{128}$.
5. 5.6×10^{-2}，1.82×10^{-4}，-6.12×10^{-5}，-9.001×10^{-6}.
6. 4 000 枚.
7. 8×10^{-5} m.
8. 4×10^{-3} g.

的相对大小.

4. 小结

(1)用科学记数法表示一个绝对值小于1的数时，10的幂的负整数指数如何确定？

(2)用科学记数法表示一个绝对值小于1的数与用科学记数法表示一个绝对值很大的数有什么共同之处？有什么不同之处？

(3)绝对值小于1的数有多种表示方法(小数、分数、科学记数法)，你认为用科学记数法表示绝对值小于1的数有什么优点？(简明，只需要观察幂的指数的大小，就能比较两个绝对值小于1的数的大小，便于计算.)

微信公众号：电子课本大全

阅读

有关人体的一些数据

你知道吗？在人体自身的生命现象中，也存在着许多很大的数和很小的数．

基因是决定一个生物物种的所有生命现象的遗传因子，它控制生物的生长发育，直至死亡．

每个生物携带自身基因的载体是生物细胞的 DNA. DNA 分子的直径只有 2×10^{-7} cm，它们在细胞核的染色体上，按一定顺序排列成螺旋形的独特结构(如右图)．



DNA 的双螺旋结构模型

在人体血液中，红细胞直径约为 7.7×10^{-4} cm，每立方毫米血液里有 5×10^{6} 个；白细胞直径约为 1.0×10^{-3} cm，每立方毫米血液里有 5.0×10^{3} 到 1.0×10^{4} 个．

人脑有 1.2×10^{10} 到 1.4×10^{10} 个细胞，婴幼儿的脑细胞以每分钟 2.0×10^{5} 个的惊人速度递增，8 岁可达到成人脑细胞数量．

关于人体自身的其他方面，你还知道哪些有趣的数据？

数学活动

生活中的“较大数”与“较小数”

活动一

1. 分别估测自己走路、跑步的步长.

2. 估计你 1 h 大约走多少步，走 10^{6} 步大约要多少小时?

3. 南京到北京的路程约 1 160 km. 估计你 1 h 大约跑多少步，如果你参加“南京—北京”的象征性长跑活动，大约要跑多少小时?

活动二

1. 测量数学课本的厚度.

2. 估算数学课本一张纸的厚度．

活动三

1. 测量教室的面积.

2. 10^{6} m^{2} 相当于多少间教室的面积? 根据你班的学生数，估计这么多间教室可供多少学生上课?

请你通过各种方式(上网、查阅资料等)收集生活中的“较大数”和“较小数”，用你熟悉的事例描述这些数，并与同学交流．

【教学目标】

1. 借助熟悉的事物，从不同的角度感受与估计“较大数”和“较小数”.

2. 能对“较大数”和“较小数”提供的信息做出合理的解释和推断．

3. 通过收集真实的“较大数”和“较小数”，理解现实生活中数的意义，发展数感．

【教学过程设计建议】

1. 该“数学活动”安排了 3 个活动，教师可根据教学的实际情况适当增删．以下活动提供选用：

(1)估算一滴水的体积大约是多少?

(2)估算一粒米的质量大约是多少?

2. 活动中，先组织讨论各个活动的估测方法，再开展小组活动．应鼓励学生采用多种方法估测，必要时可借助计算器计算．

3. 交流收集的“较大数”和“较小数”，数据的收集过程和感受，尝试用熟悉的事例描述这些数据．

4. 活动后，每人根据小组活动的过程以及课堂交流，填写课本附录中的数学活动评价表．

微信公众号：电子课本大全

小结与思考

1. 在本章里，我们学习了同底数幂的乘法和除法、幂的乘方和积的乘方的运算性质. 在规定了零指数幂、负整数指数幂的意义后，这些运算性质扩展为：

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m、n 是整数)；

$a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0$，m、n 是整数)；

$(a^m)^n = a^{mn}$ (m、n 是整数)；

$(ab)^n = a^n \cdot b^n$ (n 是整数).

2. 运用上述幂的运算性质，同底数幂的乘、除运算就转化为幂指数的加、减运算，幂的乘方运算就转化为幂指数的乘法运算.

3. 在本章里，推导幂的运算性质经历了如下过程：通过具体的数字运算发现规律，提出猜想，然后用字母代替数运用有关的运算法则证实猜想.

在研究同底数幂除法的过程中，我们先后规定了零指数幂、负整数指数幂的意义，使幂的运算性质适用于一切整数指数幂. 你能体会这两个规定的合理性吗？

4. 幂的运算性质的适用范围扩展到整数指数幂后，可以发现同底数幂的乘法、除法法则本质上是一致的. 你能用同底数幂的乘法法则推导出同底数幂的除法法则吗？你能推导“$\left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$ ($a \neq 0$，n 是整数)”吗？

复习巩固

1. 计算：

(1) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^2$；　(2) $(a-b)^4 \cdot (a-b)^2$；

(3) $(-x^3)^4$；　(4) $(-3x)^5 \div (-3x)$；

(5) $(3x^2)^3$；　(6) $(-2xy^2z)^2$；

(7) $m^3 \cdot m \cdot (m^2)^3$；　(8) $(-a^2)^3 \cdot (-a^3)^2$；

(9) $t^{m+1} \cdot t + (-t)^2 \cdot t^m$ (m 是整数)；

(10) $(x^n)^2 + (x^2)^n - x^n \cdot x^2$ (n 是整数).

【复习题解答】

(复习巩固)

1. (1) $\left(-\frac{3}{4}\right)^5$ 或 $-\frac{243}{1\,024}$；(2) $(a-b)^6$；

(3) x^{12}；(4) $81x^4$；(5) $27x^6$；(6) $4x^2y^4z^2$；

(7) m^{10}；(8) $-a^{12}$；(9) $2t^{m+2}$；

(10) $2x^{2n} - x^{n+2}$.

【教学目标】

1. 知道幂的运算性质，会运用幂的运算性质进行运算，并能说出每一步计算的依据.

2. 了解零指数幂、负整数指数幂的意义，会用科学记数法表示绝对值小于1的数(包括在计算器上表示).

此外，借助具体例子进一步体会本章学习中从特殊到一般、从具体到抽象的思考问题的方法；通过使用符号进行运算和推理，得到具有一般性的结论，在解决问题的过程中，感受合情推理与演绎推理的相辅相成.

【教学过程设计建议】

1. 教学时，可以课本“小结与思考”中提供的问题作为线索，回顾、整理本章所学知识内容，应鼓励学生用自己的语言叙述对知识的理解，而不是简单复述课本的结论.

2. 对于幂的运算性质，不仅要求记忆和熟练地运用，更应关注学生对幂的运算性质的理解和在不同情境中的应用.

(1)可以将学生在练习和作业中的错解进行讨论和纠错，并指出错误的原因.

(2)教学中，应关注不同学生数学学习的需求，根据教学的实际，设计或选用一些以提高学生综合计算能力、渗透数学思想为目标的问题. 本章复习题中的第1(2)题是渗透“整体代换”思想的素材，第8题是逆用幂的运算性质的问题.

3. “数与代数”部分的教学中，同样应关注学生推理能力的培养，创设一些“猜想—证明”的问题情境，使

微信公众号：电子课本大全

2. (1)1;(2) $\frac{9}{16}$;(3)−1;(4)16.

3. 3.3×10^{20}次.

4. 1.293 kg.

5. $1.3\times10^{18}\ m^3$.

6. 约3×10^4颗.

7. $1.64\times10^{-6}\ cm^2$.

(灵活运用)

8.(1)3;(2)1.

9. $b<a<d<c$.

2. 计算:

(1) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}\times2^{-4}$; (2) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\div\left(\frac{3}{4}\right)^{0}$;

(3) $(-9)^{-1}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; (4) $2^{-2}\times(4^3\times8^0)$.

3. "神威·太湖之光"超级计算机运算速度达每秒9.3×10^{16}次. 它工作1 h可进行多少次运算?

4. 1 cm^3空气的质量约为1.293×10^{-3} g, 1 m^3空气的质量是多少(单位: kg)?

5. 地球上海洋总面积约为$3.6\times10^8\ km^2$. 按海洋的海水平均深度3.7×10^3 m计算, 海水的体积约是多少?

6. 某种花粉颗粒的直径约为30 μm. 多少颗这样的花粉颗粒紧密排成一列的长度为1 m?

7. 生物芯片是20世纪80年代末在生命科学领域中迅速发展起来的一项高新技术. 通俗地说, 就是在一块指甲大小的芯片上集成大量探针单元, 构成一个微型生物化学分析系统, 以实现对生物样品准确、迅速、大信息量的检测. 已知一块$1.28\times1.28\ cm^2$的芯片上集成了10^6个探针,求每个探针单元的面积.

灵活运用

8. 计算:

(1) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{100}\times3^{101}$; (2) $0.2^4\times0.4^4\times12.5^4$.

9. 已知$a=-(0.3)^2$, $b=-3^{-2}$, $c=\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$, $d=\left(-\frac{1}{3}\right)^{0}$,比较$a$、$b$、$c$、$d$的大小, 并用"<"号连接起来.

学生经历用合情推理发现结论、用演绎推理证明结论的完整过程. 本章复习题中的第11题是探索规律并运用幂的运算性质证明规律的素材.

【教学茶座】

●课本关于规定$a^0=1(a\neq0)$的过程比较丰富,这个过程包含几个层次?

▲课本规定$a^0=1(a\neq0)$的过程,包含以下6个层次:

(1)面对挑战.

$2^3\div2^3$可以运用同底数幂的除法运算性质进行运算吗? 如果可以,即有$2^3\div2^3=2^{3-3}=2^0$,那么2^0是什么?等于几?

(2)提出猜想.

回顾简单事实:$2^3\div2^3=1$,提出猜想:$2^0=1$.

(3)感受猜想的合理性.

采用细胞分裂、数轴上表示2的正整数次幂16、8、4、2等点的位置变化作为情境,通过各种途径感受规定"$2^0=1$"的合理性.

(4)做出"规定".

(5)验证这种"规定"与原有知识体系无矛盾.

根据规定, $a^5\div a^0=a^5\div1=a^5$;

运用同底数幂的除法运算性质, $a^5\div a^0=a^{5-0}=a^5$.

(6)原有的幂的运算性质扩展到零指数.

●课本关于规定$a^0=1(a\neq0)$的过程,编写时有怎样的考虑?

▲这样的过程可以较充分地体现数学自身发展的轨迹,有助于学生感悟指数概念是如何扩展的. 同时,学生借助学习零指数幂所获得的经验,可以进一步尝试对

微信公众号: 电子课本大全

探索研究

10. (1) 计算：1^5，2^5，3^5，4^5，5^5，…，19^5. 你能发现什么？

(2) 127^5、58^{11}的个位上的数字分别是几？

11. (1) 填空：

$2^1-2^0=$_____$=2^{(\quad)}$，

$2^2-2^1=$_____$=2^{(\quad)}$，

$2^3-2^2=$_____$=2^{(\quad)}$，

⋮

(2) 探索(1)中式子的规律，试写出第 n 个等式，并说明第 n 个等式成立；

(3) 计算 $2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{1000}$.

(探索研究)

10. (1)任何整数5次幂的末位数字与这个整数的末位数字相同；(2)7,2.

11. (1)2-1,0,4-2,1,8-4,2；(2)$2^n-2^{n-1}=2^{1+n-1}-2^{n-1}=2\times2^{n-1}-2^{n-1}=2^{n-1}$；(3)$2^{1001}-1$.

负整数指数幂的意义做出合理的“规定”. 这样的过程不仅有助于学生理解和掌握有关的知识技能，而且由于较充分地展示“规定”的合理性，有助于发展学生的理性思维.

微信公众号：电子课本大全

第9章　整式乘法与因式分解

【课标要求】

1. 能进行简单的整式乘法运算(其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘).

2. 能推导乘法公式:$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$,了解公式的几何背景,并能利用公式进行简单计算.

3. 能用提公因式法、公式法(直接利用公式不超过二次)进行因式分解(指数是正整数).

此外,经历借助图形直观发现整式乘法法则和乘法公式,感悟数形结合的思想;经历乘法公式的逆向变形探索分解因式方法的过程,体会数学知识之间的内在联系;通过演算证实结论,体验使用符号进行运算和推理,可以使得到的结论具有一般性,发展符号意识.

【设计思路】

1. 本章由"整式乘法"与"因式分解"两个内容组成.把"整式乘法"与"因式分解"这两个内容编排在同一章,是考虑到"整式乘法"与"因式分解"是两种互逆变形,可以引导学生感悟:对于一个数学表达式,不仅要会顺向看,还要会逆向看,弄清了这两种变形的互逆关系及各自的功能,可以避免两者的混淆.

2. 揭示整式乘法法则和乘法公式都编排了如下的过程:

用不同的方法计算同一个图形的面积—通过归纳得出法则或公式—通过推演证实结论.

第1节中,用不同方法计算"电视墙"的面积,体验单项式乘单项式的乘法,根据"乘法交换律"、"乘法结合律"计算两个单项式的乘积,得到单项式乘单项式的法则;

第2节中,用不同方法计算长为$(b+c+d)$、宽为a的长方形面积,体验单项式乘多项式的乘法,根据"乘法分配律"计算单项式乘多项式的积,得到单项式乘多项式的法则;

第3节中,用不同方法计算长为$(a+b)$、宽为$(c+d)$的长方形面积,体验多项式乘多项式的乘法,把$(c+d)$看成一个整体,两次利用单项式乘多项式法则,得到多项式乘多项式的法则;

第4节中,用不同方法计算边长为$(a+b)$的正方形面积,再由多项式乘法法则得到完全平方公式;

第5节中,用不同方法计算边长为a的正方形纸片的右上角上剪去一个边长为$b(b<a)$的小正方形后的面积,再由多项式乘法法则得到平方差公式.

这样的设计是考虑到:(1)借助图形直观,学生易于发现结论,有助于学生感悟数与形的关系;(2)体现合情推理与演绎推理的有机结合.

3. 因式分解的各种方法的引入,都是采用"把……反过来,就得到……"的呈现方式,引导学生学会逆向地思考.根据《标准》,本章仅介绍利用提公因式法和公式法(平方差公式、完全平方公式)进行多项式的因式分解.

4. 结合本章内容安排课外阅读"互逆变形",以满足有进一步学习需求的学生进行研究.

【教学建议】

1. 注重适当展开探究整式乘法法则、乘法公式的过程,引导学生不断体会"数"与"形"之间关系、不断经历合情推理、演绎推理得到法则和公式的全过程,感悟数学的严谨性.

2. 在整式乘法法则、乘法公式的教学中,有意识地引导学生逆向思考一些问题,逐步培养学生逆向思维的习惯,并为学生后续因式分解的学习做铺垫.

3. 本章教学中,应注重引导学生在理解的基础上利用整式乘法法则、乘法公式进行简单计算,避免简单记忆和繁难计算.

4. 本章教学中可以结合教学实际,设计一些情境,使学生在探究过程中尝试发现问题、提出问题,通过运用整式乘法法则和乘法公式的演算证明自己发现的规律,增加学习数学的兴趣.例如,

微信公众号:电子课本大全

观察下列式子：

$15\times15=1\times2\times100+25=225$，

$25\times25=2\times3\times100+25=625$，

$35\times35=3\times4\times100+25=1\ 225$.

你有什么猜想？能说明你的猜想是正确的吗？

【评价建议】

1.《标准》对本章知识技能提出的要求是属于“掌握”的层次．对本章知识技能的评价应关注学生对法则、公式的理解及新的情境中的运用．

2. 在本章的教学过程中应重视对学生数学思维能力的评价．本章的数学知识技能的在发生和形成过程中，应注重发展学生的符号意识、几何直观、推理能力，并将这些能力的评价融入知识技能的评价，了解学生数学思维能力的发展．例如，

问题(1)　画一个图形，使所画图形的面积为 $a^2+2ab-3b^2(a>b)$；

问题(2)　画一个长方形，使所画图形的面积为 $a^2+2ab-3b^2(a>b)$；

问题(3)　设计一个关于 a、b 的二次三项式，并画一个长方形，使它的面积是你所设计的代数式．

在对问题(1)的评价时，教师可以从不同的解答中考查学生对代数式的几何背景的理解能力；问题(2)可以关注学生能否画出满足条件的长方形，考查学生的思考过程、思维的灵活性和几何直观能力；问题(3)可以考查学生数学思考的创造性．

【课时安排】

本章教学大约需要13课时，分配如下：

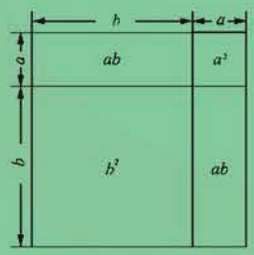
第1节	单项式乘单项式	1课时
第2节	单项式乘多项式	1课时
第3节	多项式乘多项式	1课时
第4节	乘法公式	3课时
第5节	多项式的因式分解	4课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	2课时

微信公众号：电子课本大全

第9章 整式乘法与因式分解

【内容解读】

边长为$(a+b)$的大正方形由4个小长方形拼合而成．大正方形的面积是$(a+b)^2$；4个小长方形的面积之和是$a^2+ab+ab+b^2$，即$a^2+2ab+b^2$，从而直观地得到公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

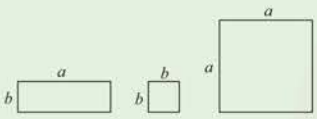


$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

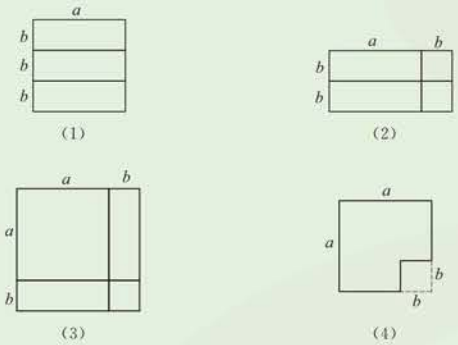
拼图、推演，得到了整式乘法法则和公式；
逆向思考，得到了多项式因式分解的方法．



微信公众号：电子课本大全



1. 用若干块如上图所示的长方形和正方形硬纸片，拼成图(1)～(3)，它们的面积分别是多少？



2. 如图(4)，在边长为 a 的正方形硬纸片上剪去一个边长为 b 的正方形，剩下部分的面积是多少？

本章将学习单项式乘法、多项式乘法、乘法公式及多项式的因式分解．

【内容解读】

设计此活动的目的是让学生通过制作硬纸片，拼接图形，用不同的方法计算面积，感受本章将要探讨的整式乘法的运算方法，并进而得出整式的乘法公式．

拼成图形的面积分别为：(1) $3ab$；(2) $2ab+2b^2$ 或 $2b(a+b)$；(3) $a^2+2ab+b^2$ 或 $(a+b)^2$；(4) a^2-b^2 或 $(a+b)(a-b)$．

微信公众号：电子课本大全

9.1　单项式乘单项式

【情境说明】

借助图形直观，学生易于发现结论，有助于学生感悟数与形的关系，但用面积推出法则有局限性（其中的字母都表示正数），考虑到字母可以表示任何数，教学中（第 2 节至第 4 节）对此应予以说明．

如图 9－1，几台型号相同的电视机叠放在一起组成“电视墙”，计算这块“电视墙”的面积．



图 9－1

如果把图 9－1 的“电视墙”看成一个大长方形，那么它的长为 $3a$、宽为 $3b$，面积为 $3a \cdot 3b$.

如果把图 9－1 的“电视墙”看成是由 9 个小长方形组成的，那么它的面积为 $9ab$.

由此得到 $3a \cdot 3b = 9ab$.

一般地，对于任意 a、b，运用乘法交换律、结合律，我们可以计算两个单项式的乘积．例如，

$$\begin{aligned} & 3a \cdot 3b \\ &= 3 \times 3 \cdot a \cdot b && \text{乘法交换律} \\ &= (3 \times 3) \cdot (a \cdot b) && \text{乘法结合律} \\ &= 9ab. \end{aligned}$$

试一试

计算下列各式，并说明理由．

(1) $2a^2b \cdot 3ab^2$；　(2) $4ab^2 \cdot 5b$；　(3) $6x^3 \cdot (-2x^2y)$.

单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式．

【教学目标】

1. 理解单项式乘单项式运算的算理，会进行单项式乘单项式的运算．

2. 经历探索单项式乘单项式运算法则的过程，从中感受归纳的思想，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

课本通过用两种不同的方法计算“电视墙”的面积，引入单项式与单项式的乘法运算．实际教学中，也可以选用学生的“数学现实”作为素材，这样，既有利于学生理解所学数学知识之间的内在关联，还有利于学生正确地进行归纳．例如，用不同的方法计算 $\left(5ab^2c^3\right)^2$．

2. 探索活动

问题一　小丽把“电视墙”看成一个大长方形，于是“电视墙”的面积为 $3a \cdot 3b$，如何计算得到 $9ab$？

问题二　有哪些不同的方法计算 $\left(5ab^2c^3\right)^2$？你能说出每一步计算的依据吗？

$$\begin{aligned} & \left(5ab^2c^3\right)^2 \\ &= 5^2 \cdot a^2 \cdot \left(b^2\right)^2 \cdot \left(c^3\right)^2 && \text{（积的乘方运算性质）} \\ &= 25a^2b^4c^6. && \text{（幂的乘方运算性质）} \\ & \left(5ab^2c^3\right)^2 \\ &= 5ab^2c^3 \cdot 5ab^2c^3 && \text{（乘方的意义）} \\ &= 5 \cdot a \cdot b^2 \cdot c^3 \cdot 5 \cdot a \cdot b^2 \cdot c^3 \end{aligned}$$

微信公众号：电子课本大全

例 计算：

(1) $-\frac{1}{3}a^2 \cdot (-6ab)$；　　(2) $(2x)^3 \cdot (-3xy^2)$.

解：(1) $-\frac{1}{3}a^2 \cdot (-6ab)$

$= \left[\left(-\frac{1}{3}\right) \times (-6)\right] \cdot (a^2 \cdot a) \cdot b$

$= 2a^3b$；

(2) $(2x)^3 \cdot (-3xy^2)$

$= 8x^3 \cdot (-3xy^2)$

$= [8 \times (-3)](x^3 \cdot x)y^2$

$= -24x^4y^2$.



1. 计算：

(1) $0.25a^2 \cdot 4a$；　　(2) $\frac{3}{4}a^2b^3 \cdot \left(-\frac{8}{9}abc\right)$；

(3) $3a^2bc \cdot \left(-\frac{1}{7}ab\right)$；　　(4) $-0.1abc \cdot 10ab^2c$；

(5) $(-x^2)^2 \cdot (2xy^2)^2$；　　(6) $-8a^2b \cdot (-a^3b^2) \cdot \frac{1}{4}b^2$.

2. 一个正方体的棱长是 $1.5a$，求它的表面积和体积.



1. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.

(1) $3x^3 \cdot (-2x^2) = 5x^5$；　　(2) $3a^2 \cdot 4a^2 = 12a^2$；

(3) $3b^3 \cdot 8b^3 = 24b^9$；　　(4) $-3x \cdot 2xy = 6x^2y$.

2. 计算：

(1) $(a^2)^2 \cdot (-2ab)$；

(2) $5m \cdot \left(-\frac{9}{4}abm\right) \cdot (-am)$；

(3) $0.5a^3b^2c \cdot (-0.2a^2b^3)$；

(4) $\frac{1}{4}x^3y^2 \cdot (-2xy^2) + (-2x^2y) \cdot \left(-\frac{1}{2}xy\right) \cdot 3xyz$.

【练一练解答】

1. (1) a^3；(2) $-\frac{2}{3}a^3b^4c$；(3) $-\frac{3}{7}a^3b^2c$；(4) $-a^2b^3c^2$；(5) $4x^6y^4$；(6) $2a^5b^5$.

2. $13.5a^2$，$3.375a^3$.

【习题解答】

1. (1)错误，正确解答为 $-6x^5$；
(2)错误，正确解答为 $12a^4$；
(3)错误，正确解答为 $24b^6$；
(4)错误，正确解答为 $-6x^2y$.

2. (1) $-2a^5b$；(2) $\frac{45}{4}a^2bm^3$；
(3) $-0.1a^5b^5c$；(4) $-\frac{1}{2}x^4y^4 + 3x^4y^3z$.

$= (5 \times 5) \cdot (a \cdot a) \cdot \left(b^2 \cdot b^2\right) \cdot \left(c^3 \cdot c^3\right)$

（乘法交换、结合律）

$= 25a^2b^4c^6$.　　（同底数幂的乘法运算性质）

问题三　请你再列举一些单项式乘单项式进行计算，你能归纳得出单项式乘单项式的运算法则吗？

3. 例题教学

(1)教学中应要求学生说明每一步计算的依据.

(2)根据教学的实际情况可适当补充思考和讨论以下三类问题：

①3个单项式相乘的运算问题. 引导学生通过依据乘法交换律、乘法结合律和同底数幂的乘法运算性质进行3个单项式相乘的计算，归纳3个或3个以上单项式相乘的运算法则.

②综合运用合并同类项法则、同底数幂的乘法运算性质、积的乘方运算性质、幂的乘方运算性质、单项式乘单项式运算法则的运算问题. 例如，计算 $\left(-a^3b\right)^2 \cdot \left(-ab^2\right)^2$. 解答综合运用整式运算性质的问题，不仅需要注意运算顺序，而且还需要正确、灵活地选用运算法则.

③单项式乘单项式的逆向运算问题. 例如，课本的习题9.1第3题. 逐步培养学生逆向思维的能力，同时为后续因式分解的教学做铺垫.

4. 小结

我们依据乘法交换律、乘法结合律和同底数幂的乘法运算性质探索得到单项式乘单项式的运算法则，体现了数学中把新问题转化归结为已有的数学知识，是探索、获得新知识的一种重要途径.

微信公众号：电子课本大全

3. 填空：

(1)（　　）·(−3xy) = −12x^2y；

(2) 2ab ·（　　）= −6a^2bc；

(3)(−2x) ·（　　）= 10xy；

(4)(2×10^2)×（　　）= 3×10^6.

3. (1) 4x；(2) −3ac；

(3) −5y；(4)本题有多种解答．比如，1.5×10^4.

【内容解读】

设计习题第3题，目的是培养学生逆向思维的能力，不要把本题理解为单项式除以单项式．

微信公众号：电子课本大全

9.2 单项式乘多项式

计算图 9－2 的面积，并把你的算法与同学交流．

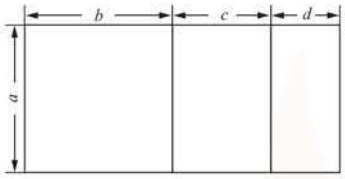


图 9－2

如果把图 9－2 看成一个大长方形，那么它的长为 $b+c+d$、宽为 a，面积为 $a(b+c+d)$．

如果把图 9－2 看成是由 3 个小长方形组成的，那么它的面积为 $ab+ac+ad$．

由此得到

$$a(b+c+d)=ab+ac+ad.$$

一般地，对于任意的 a、b、c、d，由乘法分配律可以得到

$$a(b+c+d)=ab+ac+ad.$$

试一试

计算下列各式，并说明理由．

(1) $a(5a+3b)$；　　(2) $(x-2y)\cdot 2x$.

单项式与多项式相乘，先用单项式乘多项式的每一项，再把所得的积相加．

【情境说明】

借助图形直观，学生易于发现结论，同时有助于学生感悟数与形的关系．

【教学目标】

1. 理解单项式乘多项式运算的算理，会进行单项式乘多项式的运算．

2. 经历探索单项式乘多项式运算法则的过程，感悟数与形的关系，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议】

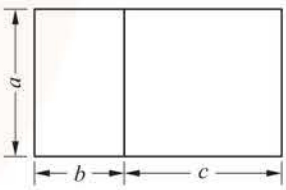
1. 情境创设

我们知道代数式 $a(b+c)$ 可以赋予多种不同的实际意义．例如，把 a、b、c 看成3个数，根据有理数的乘法分配律，得

$$a(b+c)=ab+ac.$$

又如，把 a、$(b+c)$ 分别看成一个长方形的宽和长，那么 $a(b+c)$ 表示这个长方形的面积，并且这个长方形的面积等于2个小长方形的面积的和，同样有

$$a(b+c)=ab+ac.$$



2. 探索活动

问题一　给代数式 $a(b+c+d)$ 赋予不同的实际意义，并尝试用不同的方法计算．

问题二　设计一个长方形，使这个长方形的长和宽分别为 $2a$ 和 $(b-c)$，尝试用不同的方法计算这个长方形的面积．

问题三　计算下列各式，并尝试说明理由．

(1) $a(5a+3b)$；(2) $(x-2y)\cdot 2x$.

微信公众号：电子课本大全

例1　计算：

(1) $(-3x^2)\cdot(4x-3)$；　　(2) $\left(\frac{3}{4}ab^2-3ab\right)\cdot\frac{1}{3}ab$.

解：(1)　$(-3x^2)\cdot(4x-3)$

$=(-3x^2)\cdot4x+(-3x^2)\cdot(-3)$

$=-12x^3+9x^2$；

(2)　$\left(\frac{3}{4}ab^2-3ab\right)\cdot\frac{1}{3}ab$

$=\frac{3}{4}ab^2\cdot\frac{1}{3}ab+(-3ab)\cdot\frac{1}{3}ab$

$=\frac{1}{4}a^2b^3-a^2b^2$.

例2　如图9-3，在长方形地块上建造住宅、广场、商厦，计算这块地的面积.

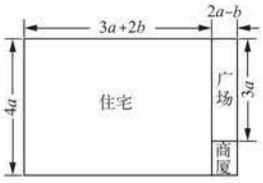


图9-3

解：长方形地块的长为 $(3a+2b)+(2a-b)$、宽为 $4a$，这块地的面积为

$4a\cdot[(3a+2b)+(2a-b)]$

$=4a\cdot(5a+b)$

$=4a\cdot5a+4a\cdot b$

$=20a^2+4ab$.

答：这块地的面积为 $20a^2+4ab$.



练一练

1. 计算：

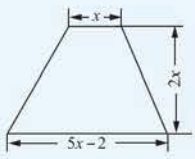
(1) $(q+r-13)\cdot a$；　　(2) $-3xy\cdot(4y-2x-1)$；

(3) $-\frac{1}{2}x^3y^2\cdot(4y+8xy^3)$；　(4) $(3a^3b-2ab^2+ab^3)\cdot(-2ab)$；

(5) $x(y-5)+y(3-x)$；

(6) $a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$.

2. 计算图中梯形的面积.



（第2题）

3. 填空：

(1)（　　）$\cdot(3x-4)=3x^2-4x$；

(2) $2x\cdot$（　　）$=2x^2+14x$.

【内容解读】

本例是整式混合运算在实际问题中的应用. 本例还可以将大长方形的面积看成2个(或3个)小长方形面积的和，于是，计算大长方形的面积就是2个(或3个)单项式乘多项式的混合运算，需要关注学生能否注意运算顺序.

【练一练解答】

1. (1) $aq+ar-13a$；

(2) $-12xy^2+6x^2y+3xy$；

(3) $-2x^3y^3-4x^4y^5$；

(4) $-6a^4b^2+4a^2b^3-2a^2b^4$；

(5) $-5x+3y$；(6) a^3+b^3.

2. $6x^2-2x$.

3. (1) x；(2) $x+7$.

问题四　从上面的计算中，你认为单项式乘多项式应如何计算？

3. 例题教学

(1)例1的教学时，要求学生写出单项式乘多项式每一项的过程，这样有利于学生体会单项式乘多项式的实质是转化为单项式乘单项式，经过一定的训练后，再要求学生直接写出单项式乘多项式每一项的结果.

(2)单项式乘多项式的依据是有理数的乘法分配律，但比有理数运算复杂. 单项式乘多项式的每一项时，要同时关注进行系数的乘法运算、同底数幂相乘转化为指数相加以及只在一个单项式里含有的字母连同它的指数写在积里.

4. 小结

单项式乘多项式运算法则的实质是把单项式乘多项式转化为单项式乘单项式，这又一次体现了数学中把新问题转化为已有的数学知识，是探索、获得新知识的一种重要途径.

微信公众号：电子课本大全

9.2 习题

1. 计算：

(1) $\frac{1}{2}ab^2(2a^2b-3ab^2)$；

(2) $x(2x-5)+3x(x+2)-5x(x-1)$；

(3) $a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)$；

(4) $a(a^2-3)+a^2(a+3)-3a(a^2-a-1)$.

2. 已知 $A=-2ab$，$B=4ab(a-b)$，求 $A\cdot B$.

3. 填空：

(1) (　　)$(-2a+3b)=12a^2b-18ab^2$；

(2) $ab(a^2+____+3)=a^3b+2a^2b+3ab$；

(3) $2ab^2(3a^2-____+____)=6a^3b^2-4a^2b^3+10ab^4$；

(4) $2a^2b^2(____+____-____)=2a^2b^2+8a^3b^3-16a^4b^4$.

4. 在 $m(c+d)=mc+md$ 中，如果将 m 换成 $(a+b)$，你能计算 $(a+b)(c+d)$ 吗？

【习题解答】

1. (1) $a^3b^3-\frac{3}{2}a^2b^4$；(2) $6x$；
(3) a^3-b^3；(4) $-a^3+6a^2$.
2. $-8a^3b^2+8a^2b^3$.
3. (1) $-6ab$；(2) $2a$；
(3) $2ab$，$5b^2$；(4)1，$4ab$，$8a^2b^2$.
4. $(a+b)(c+d)=(a+b)c+(a+b)d=ac+bc+ad+bd$.

微信公众号：电子课本大全

9.3　多项式乘多项式

【情境说明】

本节创设的情境与第1、2节类同，即用不同的方法计算同一个图形的面积以及用乘法分配律探索多项式相乘的运算法则，引导学生不断感悟数与形的关系．

计算图9－4的面积，并把你的算法与同学交流．

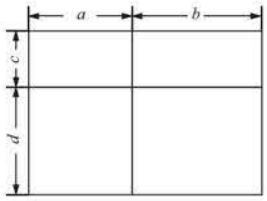


图9－4

如果把图9－4看成1个大长方形，那么它的面积为

$$(a+b)\cdot(c+d).$$

如果把图9－4看成是由4个小长方形组成的，那么它的面积为

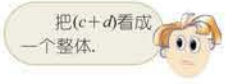
$$ac+ad+bc+bd.$$

由此得到

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd.$$

一般地，对于任意的a、b、c、d，利用单项式乘多项式法则可以得到

$$\begin{aligned}&(a+b)(c+d)\\&=a(c+d)+b(c+d)\\&=ac+ad+bc+bd.\end{aligned}$$



上面的运算过程，也可以表示为

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd.$$



计算下列各式，并说明理由．

(1) $(a+4)(a+3)$；　　(2) $(x-2)(x-3)$.

【教学目标】

1. 理解多项式乘多项式运算的算理，会进行多项式乘多项式的运算（仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）．

2. 经历探索多项式乘多项式运算法则的过程，感悟数与形的关系，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

交流课本习题9.2第4题（由单项式乘多项式法则$m(c+d)=mc+md$，把m换成$(a+b)$，你能计算$(a+b)\cdot(c+d)$吗？）的求解过程和依据．

2. 探索活动

问题一　设计一个长方形，使它的面积为$(a+b)\cdot(c+d)$，并用不同的方法表示这个长方形的面积．

表示这个长方形面积的不同方法有：

把大长方形看成是由长、宽分别为$(c+d)$、a和$(c+d)$、b的2个小长方形组成，它的面积为

$$a(c+d)+b(c+d).$$

把大长方形看成是由长、宽分别为$(a+b)$、c和$(a+b)$、d的2个小长方形组成，它的面积为

$$c(a+b)+d(a+b).$$

把大长方形看成是由4个小长方形组成，它的面积为

$$ac+ad+bc+bd.$$

于是，有

微信公众号：电子课本大全

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加．

例 1 计算：

(1) $(x+2)(x-3)$；　　(2) $(3x-1)(x-2)$.

解： (1) $(x+2)(x-3)$

$=x\cdot x+x\cdot(-3)+2\cdot x+2\cdot(-3)$

$=x^2-3x+2x-6$

$=x^2-x-6$；

(2) $(3x-1)(x-2)$

$=3x\cdot x+3x\cdot(-2)+(-1)\cdot x+(-1)\cdot(-2)$

$=3x^2-6x-x+2$

$=3x^2-7x+2$.

例 2 计算：

(1) $(3m+n)(m-2n)$；　　(2) $n(n+1)(n+2)$.

解： (1) $(3m+n)(m-2n)$

$=3m^2-6mn+mn-2n^2$

$=3m^2-5mn-2n^2$；

(2) $n(n+1)(n+2)$

$=n(n^2+2n+n+2)$

$=n(n^2+3n+2)$

$=n^3+3n^2+2n$.

练一练

1. 计算：
   (1) $(x+1)(2x-3)$；　　(2) $(7-3x)(7+3x)$；
   (3) $(3m+2n)(7m-6n)$；　　(4) $n(n+2)(2n+1)$.
2. 一块长方形地砖的长、宽分别为 a cm、b cm $(a>2, b>2)$. 如果长、宽各裁去 2 cm，那么剩余部分的面积是多少？

【练一练解答】

1. (1) $2x^2-x-3$；(2) $49-9x^2$；
(3) $21m^2-4mn-12n^2$；(4) $2n^3+5n^2+2n$.
2. $(ab-2a-2b+4)\text{cm}^2$.

$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)=ac+ad+bc+bd$；　(1)

$(a+b)(c+d)=c(a+b)+d(a+b)=ac+bc+ad+bd$.　(2)

事实上，从不同角度审视图形，揭示了图形面积有不同的计算方法：

(1)式揭示了计算 $(a+b)(c+d)$ 时，把 $(c+d)$ 看成一个整体的计算方法；

(2)式揭示了计算 $(a+b)(c+d)$ 时，把 $(a+b)$ 看成一个整体的计算方法.

通过“情境创设”(从代数运算的角度探索多项式乘多项式的运算法则)和问题一的研究(从图形的直观给出多项式乘多项式的几何意义)，以利于学生不断感悟数与形的关系，感悟数形结合的思想，体会利用乘法分配律可以把多项式乘多项式转化为单项式乘单项式，从而理解多项式乘多项式的运算法则．

问题二　计算下列各式，并说明理由：

(1) $(a+4)(a+3)$；(2) $(x-2)(x-3)$.

问题三　从上面的计算中，你认为多项式乘多项式应如何计算？

3. 例题教学

(1)例1的教学时，可以要求学生不直接运用法则进行运算，展开利用乘法分配律把多项式乘多项式转化成单项式乘多项式的过程，进一步理解多项式乘多项式的运算法则．

(2)例2第(2)小题中含有单项式乘多项式、多项式乘多项式，可以有多种计算方法．设计本例的目的是引导学生体会每一步运算都是向单项式乘单项式转化．

微信公众号：电子课本大全

9.3 习题

1. 计算：

(1) $(x-3)(2x+5)$；　　(2) $(2a+1)(-a-2)$；

(3) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$；　　(4) $(x^2-10)(x^2-12)$；

(5) $(xy+1)(xy-4)$；　　(6) $(5m-4n)(4m-5n)$.

2. 计算：

(1) $(2a-b)(a+2b-3)$；

(2) $(x+y+5)(x+y+4)$.

3. 求 $(x-1)(2x+1)-2(x-5)(x+2)$ 的值，其中 $x=\frac{1}{5}$.

4. 太阳能电池板可以将太阳的光能转化为电能，在相同光照条件下，面积越大，输出的电能越大．现将一块长 90 cm、宽 60 cm 的长方形太阳能电池板的长和宽都增加 a cm，它的面积将增加多少？

【习题解答】

1. (1) $2x^2-x-15$；
(2) $-2a^2-5a-2$；
(3) $x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}$；
(4) x^4-22x^2+120；
(5) $x^2y^2-3xy-4$；
(6) $20m^2-41mn+20n^2$.

2. (1) $2a^2+3ab-2b^2-6a+3b$；
(2) $x^2+2xy+y^2+9x+9y+20$.

3. $5x+19$，20.

4. $\left(a^2+150a\right)\text{cm}^2$.

4. 小结

多项式乘多项式运算法则的实质是：

多项式乘多项式 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 单项式乘多项式 $\xrightarrow{\text{转化}}$ 单项式乘单项式

微信公众号：电子课本大全

9.4 乘法公式

计算图 9－5 的面积，并把你的算法与同学交流．

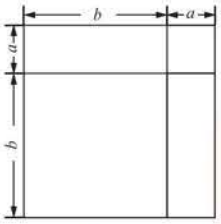


图 9－5

如果把图 9－5 看成一个大正方形，那么它的面积为 $(a+b)^2$．

如果把图 9－5 看成是由 2 个小长方形和 2 个小正方形组成的，那么它的面积为 $a^2+2ab+b^2$．

由此得到

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$

一般地，对于任意的 a、b，由多项式乘法法则可以得到

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2,$$

即

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$

例 1 计算：$(a-b)^2$．

解： $(a-b)^2$

$=[a+(-b)]^2$

$=a^2+2\cdot a\cdot(-b)+(-b)^2$

$=a^2-2ab+b^2$．



于是，我们得到**完全平方公式**(complete square formula)：

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

【情境说明】

完全平方公式是多项式乘法运算中一个重要的公式，通过用不同的方法计算大正方形的面积引出这一公式，使学生对此公式有一个直观的认识．

【内容解读】

完全平方公式的文字表述：

两个数的和的平方等于这两个数的平方和与它们积的2倍的和；

两个数的差的平方等于这两个数的平方和与它们积的2倍的差．

【教学目标】

1. 能推导完全平方公式、平方差公式，了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单计算．

2. 经历探索完全平方公式、平方差公式的过程，进一步感悟数与形的关系，感悟数形结合的思想，知道使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

计算：$(x+y)(x+y)$，$(a+1)(a+1)$，$(mn+a)(mn+a)$．

从上面的计算中，你有什么发现？

设计这个“情境”，目的是引导学生从代数运算的角度探索两个特殊的多项式相乘的积的特点．

2. 探索活动

问题一　你能运用符号表示上述多项式乘多项式的共同特征吗？

问题二　你能借助图形表示上述多项式乘多项式的共同特征吗？

设计问题一是培养学生的符号意识，以利于学生逐步理解符号的使用是数学表达的重要形式；设计问题二是引导学生主动通过图形的直观，理解完全平方公式的几何意义．

问题三　你认为 $(a+b)^2=a^2+b^2$ 正确吗？为什么？

“$(a+b)^2=a^2+b^2$”是学生常见的错误．教学中可以通过图形的直观，帮助学生理解公式中为什么会有“$2ab$”？“$2ab$”的几何意义是什么？从而以利于学生理

微信公众号：电子课本大全



你能说出完全平方公式的特点吗？

例2 用完全平方公式计算：

(1) $(5+3p)^2$；　　(2) $(2x-7y)^2$；

(3) $(-2a-5)^2$.

解： (1) $(5+3p)^2$

$=5^2+2\cdot5\cdot3p+(3p)^2$

$=25+30p+9p^2$；

(2) $(2x-7y)^2$

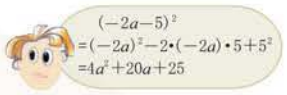
$=(2x)^2-2\cdot2x\cdot7y+(7y)^2$

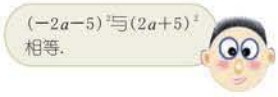
$=4x^2-28xy+49y^2$；

(3) $(-2a-5)^2$

$=(-2a)^2+2\cdot(-2a)\cdot(-5)+(-5)^2$

$=4a^2+20a+25$.







计算 $(a+b+c)^2$.



1. 用完全平方公式计算：

(1) $(1+x)^2$；　　(2) $(y-4)^2$；

(3) $(-3x+2)^2$；　　(4) $\left(\frac{3}{2}x-\frac{4}{3}y\right)^2$.

2. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.

(1) $(x+y)^2=x^2+y^2$；　(2) $(-a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

3. 填空：

(1) $(a+$_____$)^2=a^2+4ab+4b^2$；

(2) $(2a+$_____$)^2=4a^2+4ab+b^2$；

(3) $(3x-$_____$)^2=9x^2-12xy+$_____；

(4) $(-x-$_____$)^2=x^2+$_____$+1$.

4. 一个正方形的边长为 a cm ($a>6$). 若边长减少 6 cm，则这个正方形的面积减少了多少？

【内容解读】

例2第(3)题，可以把 $(-2a-5)^2$ 看成 $[(-2a)+(-5)]^2$，从而应用 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 计算；本题也可把 $(-2a-5)^2$ 看成 $[(-2a)-5]^2$，应用 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 计算；还可以把 $(-2a-5)^2$ 转化为 $(2a+5)^2$ 后再计算.

【内容解读】

把“$b+c$”看成“一个数”，就可以运用完全平方公式来计算.

课本设计这个“试一试”，目的是渗透“整体代换”的思想.

【练一练解答】

1. (1) $1+2x+x^2$；(2) $y^2-8y+16$；

(3) $4-12x+9x^2$；(4) $\frac{9}{4}x^2-4xy+\frac{16}{9}y^2$.

2. (1)错误，正确解答：

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$；

(2)错误，正确解答：

$(-a-b)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

3. (1) $2b$；(2) b；(3) $2y$，$4y^2$；(4)1，$2x$.

4. $(12a-36)\ \text{cm}^2$.

解完全平方公式和正确运用公式. 也可以通过举反例来说明“$(a+b)^2=a^2+b^2$”是错误的. 例如，当 $a=2$、$b=5$ 时，$(a+b)^2=(2+5)^2=49$，$a^2+b^2=2^2+5^2=29$，显然 $(a+b)^2\neq a^2+b^2$.

问题四　计算 $(a-b)^2$，你有什么发现？

实际教学中，学生会有多种方法获得公式 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，应鼓励学生算法的多样化. 课本提供其中的一种方法——把“$a-b$”看成“$a+(-b)$”，使两数差的平方转化为两数和的平方，以利于引导学生感悟转化的数学思想和建立知识之间的内在联系.

3. 例题教学

(1)例2是公式的应用，教学中应要求学生根据公式写出中间的步骤，在熟练运用后再直接写结果.

(2)例2第(3)小题的教学，可以根据实际教学情况，用不同方法的计算来获得“$(-2a-5)^2=(2a+5)^2$”.

①运用“两数和的平方公式”：

$(-2a-5)^2=[(-2a)+(-5)]^2=4a^2+20a+25$；

②运用“两数差的平方公式”：

$(-2a-5)^2=[(-2a)-5]^2=4a^2+20a+25$；

③逆用“去括号法则”：

$(-2a-5)^2=[-(2a+5)]^2=(2a+5)^2$.

(3)根据教学的实际，建议把课本练一练中第3题作为补充例题. 设计这个练习题，目的是逐步培养学生逆向思维的习惯，同时为后续因式分解的教学做铺垫.

4. 小结

完全平方公式是多项式乘多项式的特殊情况，灵

微信公众号：电子课本大全

数学实验室

在边长为 a 的正方形纸片上剪去一个边长为 $b(b<a)$ 的小正方形（如图 9－6(1)），怎样计算图中阴影部分的面积？

沿图 9－6(1)中的虚线将阴影部分剪开拼成图 9－6(2)．由此，你发现了什么？

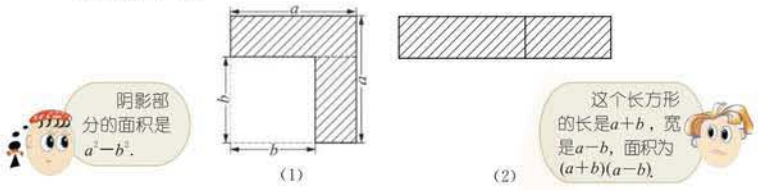


图 9－6

你还有其他方法计算图 9－6(1)中阴影部分的面积吗？



一般地，对于任意的 a、b，由多项式乘法法则可以得到

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2,$$

即
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

于是，我们得到**平方差公式**(difference of square formula)：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

议一议

你能说出平方差公式的特点吗？

例 3 用平方差公式计算：

(1) $(5x+y)(5x-y)$；　　(2) $(m+2n)(2n-m)$.

解：(1) $(5x+y)(5x-y)$

$=(5x)^2-y^2$

$=25x^2-y^2$；

(2) $(m+2n)(2n-m)$

$=(2n+m)(2n-m)$

$=(2n)^2-m^2$

$=4n^2-m^2$.

77

【内容解读】

图9–6(1)中的阴影部分分成两个梯形的上、下底的长分别为 b、a，高为 $(a-b)$，它们的面积和为 $\frac{a+b}{2}\cdot(a-b)\cdot 2$.

【内容解读】

平方差公式的文字表述：

两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差．

活、正确地运用完全平方公式可以简化计算．

在习题 9.3 中，我们曾计算过“$(x+y+5)\cdot(x+y+4)$”，现在你有不同的计算方法吗？

如何计算 $(a+b+c)^2$？

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 情境创设

计算：$(x+y)(x-y)$，$(a+1)(a-1)$，$(mn+a)(mn-a)$.

从上面的计算中，你有什么发现？

设计这个“情境”，目的是引导学生从代数运算的角度探索两个特殊的多项式相乘的积的特点．

2. 探索活动

问题一　你能运用符号表示上述多项式乘多项式的共同特征吗？

问题二　(课本数学实验室)在正方形纸片上剪去一个小正方形，再剪拼成一个长方形．计算剪拼长方形前后的两个图形的面积，你发现什么？

设计问题一是培养学生的符号意识，以利于学生逐步理解符号的使用是数学表达的重要形式；设计问题二是引导学生通过操作，从图形的直观理解平方差公式的几何意义．

问题三　下列各式具有可以利用平方差公式计算的特征吗？为什么？

(1) $(x+2y)(2x-y)$；　(2) $(m-n)(n+m)$；

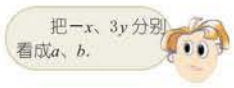
(3) $(c+d)(d-c)$；　(4) $(2a+b)(2a-c)$.

设计问题三是引导学生认识平方差公式的本质特征——两个二项式相乘，其中一项相同，另一项互为相

微信公众号：电子课本大全

例4 计算：$(3y-x)(-x-3y)$.

解： $(3y-x)(-x-3y)$
$=(-x+3y)(-x-3y)$
$=(-x)^2-(3y)^2$
$=x^2-9y^2$.



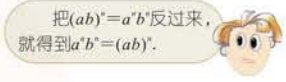
完全平方公式、平方差公式通常叫做乘法公式，在计算时可以直接使用.



1. 用平方差公式计算：
(1) $(1+x)(1-x)$；
(2) $(a+3b)(a-3b)$；
(3) $(3+2a)(3-2a)$；
(4) $\left(\frac{1}{2}x-2y\right)\left(-\frac{1}{2}x-2y\right)$.
2. 下面的计算是否正确？如有错误，请改正.
(1) $(x+2)(x-2)=x^2-2$；
(2) $(a+b)(b-a)=a^2-b^2$.
3. 填空：
(1) $(x+__)(x-__)=x^2-36$；
(2) $(m+__)(m-__)=m^2-25n^2$；
(3) $(a+b)(_____)=b^2-a^2$；
(4) $(_____)(1-x^2)=x^4-1$.

例5 计算：
(1) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$；　　(2) $(2x+3)^2(2x-3)^2$.

解： (1) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$
$=(x^2-9)(x^2+9)$
$=x^4-81$；
(2) $(2x+3)^2(2x-3)^2$
$=[(2x+3)(2x-3)]^2$
$=(4x^2-9)^2$
$=16x^4-72x^2+81$.



【练一练解答】

1. (1) $1-x^2$；(2) a^2-9b^2；
(3) $9-4a^2$；(4) $4y^2-\frac{1}{4}x^2$.
2. (1)错误，正确解答为
$(x+2)(x-2)=x^2-4$；
(2)错误，正确解答为
$(a+b)(b-a)=b^2-a^2$.
3. (1)6,6；(2) $5n$，$5n$；
(3) $b-a$；(4) $-x^2-1$.

反数，为例题教学做铺垫.

3. 例题教学

(1)例3第(1)小题直接运用平方差公式计算，其中“$5x$”、“y”分别看作公式中的“a”、“b”，相应地，“a^2”、“b^2”分别就是“$(5x)^2$”、“y^2”. 教学时应要求学生根据公式写出中间的步骤，在熟练运用后再直接写结果.

(2)例3第(2)小题、例4需要对原式进行变形后才能运用公式，例4的变形要求比例3第(2)小题高，建议在讨论和交流“如何把以下算式适当变形成符合平方差公式”的基础上，再进行例4的教学，以利于引导学生加深对公式的本质特征认识.

例：① $(x^2+y)(y-x^2)=(y+x^2)(y-x^2)$；

② $(d-c)(c+d)=(d-c)(d+c)$；

③ $(a-b)(-a-b)=[(-b)+a][(-b)-a]$；

④ $(2x+y)(-2x+y)=(y+2x)(y-2x)$.

(3)(补充例题)你能用不同的方法计算102×98吗?

通过用平方差公式计算本例，不仅使学生体会应用公式简化了计算，而且有助于学生主动构建数学模型，提高学习数学的兴趣和应用意识.

(4)根据教学的实际，建议把课本练一练中第3题作为补充例题. 设计这个练习题，目的是逐步培养学生逆向思维的习惯，同时为后续因式分解的教学做铺垫.

4. 小结

(1)平方差公式是多项式乘多项式的特殊情况，灵活、正确地运用平方差公式可以简化计算.

(2)请你举出可以运用平方差公式计算的多项式乘多项式，并计算.

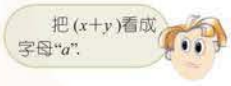
微信公众号：电子课本大全

例 6 计算：$(2a+b)(b-2a)-(a-3b)^2$.

解：
$$\begin{aligned}&(2a+b)(b-2a)-(a-3b)^2\\&=(b+2a)(b-2a)-(a-3b)^2\\&=b^2-4a^2-(a^2-6ab+9b^2)\\&=b^2-4a^2-a^2+6ab-9b^2\\&=-5a^2+6ab-8b^2.\end{aligned}$$

例 7 计算：$(x+y+4)(x+y-4)$.

解：
$$\begin{aligned}&(x+y+4)(x+y-4)\\&=[(x+y)+4][(x+y)-4]\\&=(x+y)^2-4^2\\&=x^2+2xy+y^2-16.\end{aligned}$$

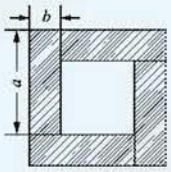


想一想

你能用平方差公式计算 $(x+y-3)(x-y+3)$ 吗？

练一练

1. 计算：
   (1) $a^2+(b-a)(b+a)$；　(2) $(a-1)(a+1)(a^2-1)$；
   (3) $(3a+1)^2(3a-1)^2$；　(4) $(a-b+c)(a-b-c)$.
2. 计算：
   (1) $\left(\frac{a}{2}-b\right)^2-\frac{1}{4}(a+b)(a-b)$；
   (2) $2(x+y)(-x-y)-(2x+y)(-2x+y)$.
3. 如图，4 块完全相同的长方形围成一个正方形．用不同的代数式表示图中阴影部分的面积，由此，你能得到怎样的等式？试用乘法公式说明这个等式成立．



(第 3 题)

9.4 习题

1. 计算：
   (1) $(2a+3b)^2$；　(2) $(4x-5y)^2$；
   (3) $3\left(\frac{1}{3}a-b\right)^2$；　(4) $(-a-2b)^2$.

【内容解读】

把“$y-3$”与“$-y+3$”看成互为相反数；或逆用去括号法则，$(x+y-3)\cdot(x-y+3)=[x+(y-3)][x-(y-3)]$.

【练一练解答】

1. (1) b^2；(2) a^4-2a^2+1；
(3) $81a^4-18a^2+1$；(4) $a^2-2ab+b^2-c^2$.
2. (1) $-ab+\frac{5}{4}b^2$；(2) $2x^2-4xy-3y^2$.
3. $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$.

【习题解答】

1. (1) $4a^2+12ab+9b^2$；
(2) $16x^2-40xy+25y^2$；
(3) $\frac{1}{3}a^2-2ab+3b^2$；
(4) $a^2+4ab+4b^2$.

【教学过程设计建议(第三课时)】

1. 情境创设

在前面的学习中，我们曾讨论了如何计算 $(a+b+c)^2$.

方法1：运用多项式乘多项式的法则；

方法2：运用完全平方公式．

教学中，引导学生正确运用完全平方公式计算这个算式，关键在于引导学生正确理解完全平方公式中字母的广泛含义．

2. 探索活动

问题一　观察下列各式，你能说出它们之间有什么内在的联系吗？

(1) $(a+b)^2$；(2) $(5x+6y)^2$；

(3) $(5x^2y+6y^2z)^2$；(4) $[5(x+y)+6(x-y)]^2$.

通过观察，引导学生理解(1)式中的 a、b，既可以表示2个具体的数，也可以表示2个形式各异的代数式，于是①式就由简单变得越来越复杂；反过来，把 $5(x+y)$、$5x^2y$、$5x$ 分别看作“a”，把 $6(x-y)$、$6y^2z$、$6y$ 分别看作“b”，那么求解(2)、(3)、(4)式就转化为求解(1)式．

问题二　运用完全平方公式计算 $(a-b+c)^2$.

解答问题二有多种构造“整体”的方法：

(1)把 $(a-b)$ 看成一个整体，

$(a-b+c)^2=[(a-b)+c]^2$；

(2)把 $(a+c)$ 看成一个整体，

$(a-b+c)=[(a+c)-b]^2$；

(3)把 $(b-c)$ 看成一个整体，

$(a-b+c)^2=[a-(b-c)]^2$.

微信公众号：电子课本大全

2. $(20-a)^2=400-20a-20a+a^2$.

3. $\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b^2$.

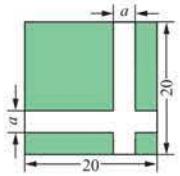
4. (1) $4m^2-9n^2$; (2) $4a^2-25b^2$;
(3) $4-9x^2$; (4) $y^2-\frac{1}{9}x^2$.

5. (1)996 004; (2)999 951.

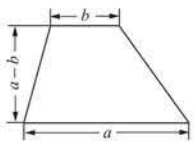
6. (1) $-4xy$; (2) $18a^2+2b^2$;
(3) $16x^4-1$;
(4) $16m^4-72m^2n^2+81n^4$;
(5) $10a+82$; (6) $4a^2-b^2-12a+9$.

7. (1) $18+24y$, 27.6; (2) $5ab$, $\frac{1}{2}$.

2. 用不同的代数式表示图中草坪的面积，由此，你能得到怎样的等式？试用整式乘法法则说明这个等式成立.



(第2题)



(第3题)

3. 求图中梯形的面积.

4. 计算：
(1) $(2m-3n)(2m+3n)$; (2) $(2a-5b)(5b+2a)$;
(3) $(-2+3x)(-2-3x)$; (4) $\left(\frac{1}{3}x-y\right)\left(-\frac{1}{3}x-y\right)$.

5. 用乘法公式计算：
(1) 998^2; (2) $1\,007\times 993$.

6. 计算：
(1) $(x-y)^2-(x+y)^2$;
(2) $(3a-b)^2+(b+3a)^2$;
(3) $(2x-1)(2x+1)(4x^2+1)$;
(4) $(2m+3n)^2(3n-2m)^2$;
(5) $4(a+2)^2-7(a+3)(a-3)+3(a-1)^2$;
(6) $(2a-b-3)(2a+b-3)$.

7. 求下列代数式的值：
(1) $(3-4y)(3+4y)+(3+4y)^2$，其中 $y=0.4$;
(2) $(2a+b)^2-(3a-b)^2+5a(a-b)$，其中 $a=\frac{7}{15}$、$b=\frac{3}{14}$.

教学中，应鼓励学生算法的多样化.

问题三　如何计算 $[(x+y)+z][(x+y)-z]$?

问题四　如何计算 $(x+y+4)(x+y-4)$?

问题五　(课本“想一想”)可以运用平方差公式计算 $(x+y-3)(x-y+3)$ 吗？为什么?

问题三为问题四做了铺垫，问题五是引导学生如何构造“整体”应用平方差公式.

3. 例题教学

(1)例5、例6是乘法公式的综合应用，教学中应引导学生根据公式的特点，正确地选用公式.

(2)根据教学的实际情况，建议补充例题：

观察下列各式：

$15^2=225$;

$25^2=625$;

$35^2=1\,225$;

⋮

它们的末尾两个数有规律吗？为什么?

通过这个问题的讨论，可以引导学生感受归纳的思想，体会使用符号可以进行运算和推理，得到的结论具有一般性. 同时，学生通过一般推演来验证自己所发现的结论，从中感受数学证明的乐趣.

4. 小结

(1)乘法公式中字母的含义是广泛的，它可以是数，也可以是代数式；反过来，把一个复杂的代数式看成一个字母，常常可以使运算简化.

(2)你能运用乘法公式计算 $(a+b)^4$ 吗?

微信公众号：电子课本大全

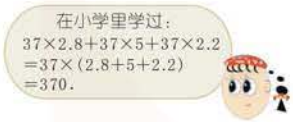
9.5 多项式的因式分解

我们学习了单项式乘多项式的法则

$$a(b+c+d)=ab+ac+ad.$$

把上述法则反过来，就得到

$$ab+ac+ad=a(b+c+d).$$



这个式子的左边是多项式 $ab+ac+ad$，右边是 a 与 $(b+c+d)$ 的乘积.

多项式 $ab+ac+ad$ 各项都含有因式“a”，像这样的因式称为多项式各项的**公因式**(common factor).



找出下列多项式各项的公因式.

(1) a^2b+ab^2；

(2) $3x^2-6x^3$；

(3) $9abc-6a^2b^2+12abc^2$.

一个多项式各项的公因式常常不止一个. 通常，当多项式的各项系数都是整数时，公因式的系数应取各项系数的最大公约数；字母应取各项相同的字母，而且各字母的指数取次数最低的.

例如，多项式 $9abc-6a^2b^2+12abc^2$ 各项有公因式 $3ab$，它可以写成 $3ab\cdot 3c-3ab\cdot 2ab+3ab\cdot 4c^2$，于是

$$9abc-6a^2b^2+12abc^2=3ab(3c-2ab+4c^2).$$

像这样，把一个多项式写成几个整式的积的形式，叫做多项式的**因式分解**(factoring).

【内容解读】

课本给出的并不是因式分解严格的定义. 这样处理的目的是淡化因式分解的概念. 实际上，因式分解这一概念有如下特点：

(1)分解的结果一定是积的形式；

(2)每个因式必须是整式；

(3)各因式要分解到不能再分解为止(它与分解因式所要求的数集有关，本节的分解因式仅限于有理数范围).

【教学目标】

1. 了解因式分解的意义，能用提公因式法进行分解因式(指数是正整数).

2. 经历通过单项式乘多项式探索提公因式法分解因式的过程，体会单项式乘多项式与提公因式分解因式之间的联系，发展逆向思维的能力.

3. 能用公式法(直接利用公式不超过二次)进行分解因式.

4. 经历把乘法公式反过来探索公式法分解因式的过程，体会乘法公式与公式法分解因式之间的联系，发展逆向思维的能力.

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

(1)解答下列问题：

①已知代数式 $m(a+b+c)$ 的值是50，其中 $a=6.5$，$b=8.1$，$c=10.4$，求 m 的值.

②已知代数式 $ma+mb+mc$ 的值是120，其中 $a=10$，$b=6$，$c=8$，求 m 的值.

(2)在解答上述问题中，可以发现把 $ma+mb+mc$ 变形为 $m(a+b+c)$，就可以简便地解答问题②，这种变形的依据是什么？与学过的哪个知识有联系？有怎样的联系？

选用学生的“数学现实”作为素材，既有利于学生感受分解因式在解决相关问题中的作用，体会学习因式分解的

微信公众号：电子课本大全

例1 把 $5x^3-10x^2$ 分解因式.

解: $5x^3-10x^2$
$=5x^2\cdot x-5x^2\cdot 2$
$=5x^2(x-2)$.

例2 把下列各式分解因式:

(1) $12ab^2c-6ab$; (2) $-2m^3+8m^2-12m$.

解: (1) $12ab^2c-6ab$
$=6ab\cdot 2bc-6ab\cdot 1$
$=6ab(2bc-1)$;

(2) $-2m^3+8m^2-12m$
$=-2m\cdot m^2-2m\cdot(-4m)-2m\cdot 6$
$=-2m(m^2-4m+6)$.

当多项式的第一项系数为负数时,通常把"−"号作为公因式的符号进行因式分解.如例2(2)中,把"$-2m$"作为$-2m^3+8m^2-12m$各项的公因式,分解因式后的另一个因式"m^2-4m+6"第一项的系数就为正数.



如何把多项式 $3a(x+y)-2b(x+y)$ 分解因式?

如果多项式的各项含有公因式,那么就可以把这个公因式提到括号外,把多项式写成公因式与另一个多项式的积的形式,这种分解因式的方法叫做**提公因式法**.



1. 下列各式由左边到右边的变形,哪些是因式分解,哪些不是?
(1) $ab+ac+d=a(b+c)+d$;
(2) $a^2-1=(a+1)(a-1)$;
(3) $(a+1)(a-1)=a^2-1$.
2. 把下列各式分解因式:
(1) $4x^2-12x^3$;
(2) $-x^2y+4xy-5y$.

【内容解读】

把"$x+y$"看成"一个字母",就可以用提取公因式法进行分解因式.

课本设计这个"想一想",目的是渗透"整体代换"的思想.

【练一练解答】

1. (1)不是;(2)是;(3)不是.
2. (1) $4x^2(1-3x)$;(2) $-y(x^2-4x+5)$.

必要性,还有利于学生理解所学数学知识之间的内在联系.

2. 探索活动

问题一 下列各式由左边到右边的变形,哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

(1) $ax-bx=x(a-b)$;

(2) $16ax+12ax^2=4ax(4+3x)$;

(3) $2a(a-2b)=2a^2-4ab$;

(4) $x^2+2x+6=x(x+2)+6$.

问题二 观察问题一中(1)、(2)两个等式,它们左边的各项各有什么共同特点?

问题三 课本的"议一议"活动.

问题四 从上面的讨论中,你认为应如何找多项式的公因式?

3. 例题教学

(1)建议在例1、例2教学前,补充如下例题:

在下列各式等号的右边填入适当的数或式,使等号的左边与右边相等:

① $x^2y+xy^2=$ ____ $(x+y)$;

② $10x^2y^3-15xy^2=$ ____ $(2xy-3)$;

③ $6m^3-4m^2+2m=2m$ (_____);

④ $12ab-18b^2c+20abc^2=2b$ (_____).

设计本例,目的是引导学生思考:如何找公因式?提取公因式后,另一个因式如何确定?为例题教学做铺垫.

(2)例题教学中,要求学生仿照课本的书写格式写出过程,这样有助于学生正确地确定提取公因式后的另一个因式.

(3)根据教学的实际,引导学生讨论:下列多项式可以用提公因式法分解因式吗?为什么?

微信公众号:电子课本大全

3. 求代数式 $IR_1+IR_2+IR_3$ 的值，其中 $R_1=25.4$、$R_2=39.2$、$R_3=35.4$、$I=2.5$.

我们学习了乘法公式

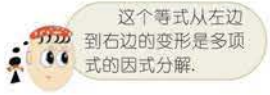
$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

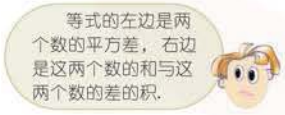
把上述公式反过来，就得到

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b).$$



这个等式有什么特点？







(1) $a^2-16=a^2-(\quad)^2=(a+_)(a-_)$；

(2) $64-b^2=(\quad)^2-b^2=(_+b)(_-b)$.

例 3 把下列各式分解因式：

(1) $36-25x^2$；　　(2) $16a^2-9b^2$；

(3) $9(a+b)^2-4(a-b)^2$.

解：(1) $36-25x^2=6^2-(5x)^2=(6+5x)(6-5x)$；

(2) $16a^2-9b^2=(4a)^2-(3b)^2=(4a+3b)(4a-3b)$；

(3) $9(a+b)^2-4(a-b)^2$

$=[3(a+b)]^2-[2(a-b)]^2$

$=[3(a+b)+2(a-b)][3(a+b)-2(a-b)]$

$=(5a+b)(a+5b)$.

3. $IR_1+IR_2+IR_3=I(R_1+R_2+R_3)$，250.

① $a(x+y)+b(x+y)$；② $a(x-y)+b(y-x)$；

③ $a(x+y)+b(-y-x)$.

4. 小结

因式分解与整式乘法是互逆变形．我们把单项式乘多项式的法则反过来，就得到因式分解的一种方法——提公因式法．数学中，常常通过逆用一些数学公式、数学结论，获得新知识．例如，在“平面图形认识(二)”的学习中，我们把直线平行的条件“同位角相等，两直线平行”反过来研究，于是探索并得到平行线的性质“两直线平行，同位角相等”．

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 情境创设

在下列各式括号内填适当的式子，使等式成立：

(1) $(x+2)(x-2)=(\quad)$；

(2) $(4a+5b)(4a-5b)=(\quad)$；

(3) $x^2-81=(x+9)(\quad)$；

(4) $4m^2-9n^2=(\quad)(\quad)$.

从上面的解答中，你有什么发现？

2. 探索活动

问题一　下列各式中，哪些能运用平方差公式进行分解因式？哪些不能？为什么？

(1) x^2-1；　　(2) $2a^2-b^2$；

(3) $9m^2-4n$；　　(4) $-\frac{1}{16}p^4+q^2$.

问题二　怎样的多项式能运用平方差公式分解因式？

问题三　在下列各式括号内填适当的式子，使等式成立：

微信公众号：电子课本大全

例 4　求图 9－7 中圆环形绿地的面积 S(结果保留 π).

解: $S=\pi\times32^2-\pi\times18^2$

$=\pi(32^2-18^2)$

$=\pi(32+18)(32-18)$

$=700\pi(\text{m}^2)$.

答: 圆环形绿地的面积是 $700\pi\ \text{m}^2$.

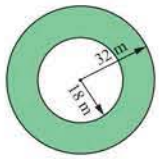


图 9－7

练一练

把下列各式分解因式:

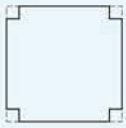
1. (1) x^2-25;　(2) x^2-16y^2;

(3) $a^2-\frac{1}{9}b^2$;　(4) $x^2y^2-z^2$;

(5) $(x+2)^2-9$;　(6) $(x+a)^2-(y-b)^2$.

2. 在边长为 16.4 cm 的正方形纸片的 4 角各剪去一个边长为 1.8 cm 的正方形，求余下纸片的面积.

3. 写出一个单项式 M，使多项式 $4a^2+M$ 能用平方差公式分解因式.


(第 2 题)

我们学习了乘法公式

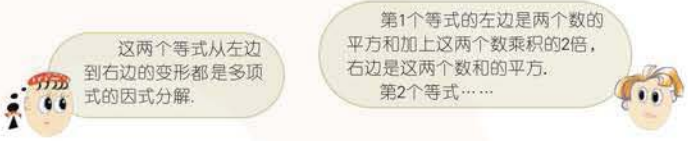
$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,$$
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

把上述公式反过来，就得到

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,$$
$$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2.$$

议一议

这两个等式有什么特点?



【练一练解答】

1. (1) $(x+5)(x-5)$;

(2) $(x+4y)(x-4y)$;

(3) $\left(a+\frac{1}{3}b\right)\left(a-\frac{1}{3}b\right)$;

(4) $(xy+z)(xy-z)$;

(5) $(x+5)(x-1)$;

(6) $(x+a+y-b)(x+a-y+b)$.

2. 256 cm^2.

3. 本题的答案是开放的. 例如，-16，$-b^2$，$-x^2y^4$……

(1) $a^2-16=a^2-(\quad)^2=(a+____)(a-____)$;

(2) $x^2-1=x^2-(\quad)^2=(x+____)(x-____)$;

(3) $64-b^2=(\quad)^2-b^2=(____+b)(____-b)$;

(4) $-\frac{1}{16}p^4+q^2=q^2-(\quad)^2=(q+____)(q-____)$.

3. 例题教学

(1)在上述问题三中已有解题的规范书写，例 3 的教学可以采用学生先独立解答，然后再交流的形式. 教学中应注重引导学生“以理驭算”，使学生在理解算理的基础上，掌握基本运算技能.

(2)例 4 是因式分解在解决实际问题中的应用. 通过提取公因式、运用平方差公式分解因式后计算本例，不仅使学生体会应用公式简化了计算，而且有助于学生主动构建数学模型，提高学习数学的兴趣和应用意识.

4. 小结

把公式“$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$”反过来得到多项式因式分解的又一种方法. 从中，我们感受了数学知识之间的联系，并且又一次感受了数学中常常通过逆用一些数学公式、数学结论，获得新知识.

【教学过程设计建议(第三课时)】

1. 情境创设

在下列各式括号内填适当的式子，使等式成立:

(1) $(x-2)^2=(\quad)$;

(2) $(4a+5b)^2=(\quad)$;

(3) $x^2+(\quad)+1=(x+1)^2$;

(4) $m^2-6mn+(\quad)=(\quad)^2$.

从上面的解答中，你发现了什么?

微信公众号：电子课本大全

做一做

填空：

(1) $a^2+6a+9=a^2+2\cdot(\quad)\cdot(\quad)+(\quad)^2=(\qquad)^2$；

(2) $a^2-6a+9=a^2-2\cdot(\quad)\cdot(\quad)+(\quad)^2=(\qquad)^2$；

(3) $a^2+(\quad)+4b^2=a^2+2\cdot(\quad)\cdot(\quad)+(\quad)^2=(\qquad)^2$；

(4) $a^2-8a+(\quad)=a^2-2\cdot(\quad)\cdot(\quad)+(\quad)^2=(\qquad)^2$.

例 5 把下列各式分解因式：

(1) $x^2+10x+25$；　　(2) $4a^2-36ab+81b^2$.

解： (1) $x^2+10x+25$

$=x^2+2\cdot x\cdot 5+5^2$

$=(x+5)^2$；

(2) $4a^2-36ab+81b^2$

$=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 9b+(9b)^2$

$=(2a-9b)^2$.

例 6 把下列各式分解因式：

(1) $25a^4+10a^2+1$；　　(2) $(m+n)^2-4(m+n)+4$.

解： (1) $25a^4+10a^2+1$

$=(5a^2)^2+2\cdot 5a^2\cdot 1+1^2$

$=(5a^2+1)^2$；

(2) $(m+n)^2-4(m+n)+4$

$=(m+n)^2-2\cdot(m+n)\cdot 2+2^2$

$=[(m+n)-2]^2$

$=(m+n-2)^2$.

运用平方差公式、完全平方公式，把一个多项式分解因式的方法叫做**运用公式法**.

练一练

1. 下列多项式能否分解因式？如果能，把它们分解因式：

(1) $a^2+8a+16$；　　(2) $9a^2-3a+1$；

(3) $4a^2+4a-1$；　　(4) $a^2-ab+\frac{1}{4}b^2$.

【练一练解答】

1. (1) 能，$(a+4)^2$；(2) 不能；(3) 不能；(4) 能，$\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2$.

2. 探索活动

问题一　下列各式中，哪些能运用完全平方公式进行分解因式？哪些不能？为什么？

(1) m^2+mn+n^2；　　(2) $x^2-2xy-y^2$；

(3) $x^4-4x^2+4y^2$；　　(4) $4a^2-20a+25$；

(5) x^2+8x+4；　　(6) $36a^2+12ab+b^2$.

设计问题一是从不同的角度引导学生体会完全平方公式的特点. 例如，(1)式的中间一项不是 m、n 积的2倍，不能运用公式法分解因式；(2)式中，首、末两项不是 x、y 的平方“和”的形式，不能运用公式法分解因式；(5)式中，若中间的一项为 $4x$，就能运用公式法分解因式，若第三项为16，也能运用公式法分解因式. 通过讨论，以利于学生在较多感受的基础上，掌握完全平方公式的特点.

问题二　怎样的多项式能运用完全平方公式分解因式？

问题三　讨论课本“做一做”中的填空.

3. 例题教学

(1)在上述问题三中已有解题的规范书写，例5是直接运用公式分解因式，教学时可以采用学生先独立解答，然后再交流的形式.

(2)例6是渗透“整体代换”的数学思想. 例6第(1)小题解答时把“$5a^2$”看成一个数，例6第(2)小题解答时把“$(m+n)$”看成一个数. 特别是例6第(2)小题，由于学生已熟悉了顺向运用乘法公式进行思维，因此原式中的“$(m+n)^2$”会干扰学生的逆向思维，教学中应对有困难的学生给于适当的帮助.

微信公众号：电子课本大全

2. (1) $(5x+y)^2$；(2) $(a-6b)^2$；

(3) $(4a^2+3b^2)^2$；(4) $(x+y-5)^2$.

3. (1)12 mn，2，3；(2) $6x$，$3x$.

2. 把下列各式分解因式：

(1) $25x^2+10xy+y^2$；　(2) $a^2-12ab+36b^2$；

(3) $16a^4+24a^2b^2+9b^4$　(4) $(x+y)^2-10(x+y)+25$.

3. 填空：

(1) $4m^2-$____$+9n^2=($____$m-$____$n)^2$；

(2) $9x^2+$_____$+1=($____$+1)^2$.

例7 把下列各式分解因式：

(1) $18a^2-50$；　(2) $2x^2y-8xy+8y$；

(3) $a^2(x-y)-b^2(x-y)$.

解：(1) $18a^2-50$

$=2(9a^2-25)$

$=2(3a+5)(3a-5)$；



(2) $2x^2y-8xy+8y$

$=2y(x^2-4x+4)$

$=2y(x-2)^2$；

(3) $a^2(x-y)-b^2(x-y)$

$=(x-y)(a^2-b^2)$

$=(x-y)(a+b)(a-b)$.

例8 把下列各式分解因式：

(1) a^4-16；　(2) $81x^4-72x^2y^2+16y^4$.

解：(1) a^4-16

$=(a^2)^2-4^2$

$=(a^2+4)(a^2-4)$

$=(a^2+4)(a+2)(a-2)$；



(2) $81x^4-72x^2y^2+16y^4$

$=(9x^2)^2-2\cdot 9x^2\cdot 4y^2+(4y^2)^2$

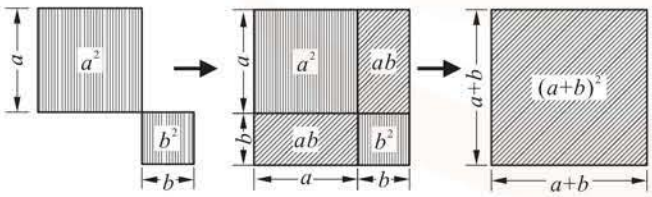
$=(9x^2-4y^2)^2$

$=[(3x+2y)(3x-2y)]^2$

$=(3x+2y)^2(3x-2y)^2$.

4. 小结

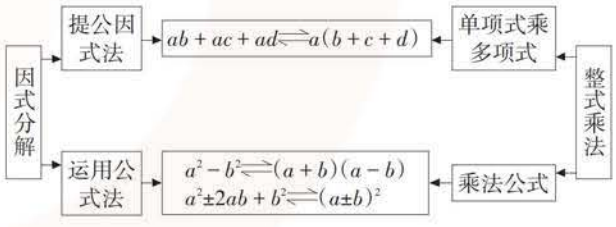
观察下面的拼图过程，你能借助拼图，描述运用完全平方公式分解因式的多项式的特征吗？



【教学过程设计建议(第四课时)】

1. 情境创设

教学时，可引导学生复习因式分解的概念以及提公因式法分解因式、运用公式法分解因式的方法，可给出知识结构图：



2. 探索活动

问题一　你能把多项式 a^2-b^2 分解因式吗？

问题二　你能把多项式 $2a^2-2b^2$ 分解因式吗？

问题三　你能把多项式 $a^2(x-y)-b^2(x-y)$ 分解因式吗？

问题一能直接应用平方差公式分解因式，问题二、问题三不能直接应用平方差公式分解因式，它们能不能用提公因式法分解因式？提公因式后，另一个因式有什

微信公众号：电子课本大全

通常，把一个多项式分解因式，应先提公因式，再运用公式．进行多项式因式分解时，必须把每一个因式都分解到不能再分解为止．



1. 把下列各式分解因式：
   (1) $2ax^2-2ay^4$；　(2) $-2xy-x^2-y^2$；
   (3) $3ax^2+6axy+3ay^2$；　(4) $(a+b)-a^2(a+b)$.
2. 把下列各式分解因式：
   (1) x^4-81；　(2) $(x^2-2y)^2-(1-2y)^2$；
   (3) x^4-2x^2+1；　(4) $x^4-8x^2y^2+16y^4$.



把下列各式分解因式：

1. (1) $ap-aq+am$；　(2) $4x^2-8xy+2x$；
   (3) $12xyz-9x^2y$；　(4) $3y^4+9y^3$；
   (5) $6a^2b-9ab^2+15ab$；　(6) $-4a^4-6a^3+2a^2$.
2. (1) $4ab(2x-y)+b(2x-y)$；　(2) $6a(1-b)^2-2(b-1)^2$.
3. (1) $1-16a^2$；　(2) m^2-9n^2；
   (3) $4x^2-81y^2$；　(4) $9a^2x^2-b^2y^2$.
4. (1) $(x+5)^2-4$；　(2) $(a+b)^2-a^2$；
   (3) $(a^2+b^2)^2-a^2b^2$；　(4) $49(a-b)^2-16(a+b)^2$.
5. (1) $a^2b^2-2ab+1$；　(2) $9-12a+4a^2$；
   (3) $4x^2+4x+1$；　(4) $x^2-6xy+9y^2$.
6. (1) $(a+b)^2+6(a+b)+9$；　(2) $16-24(x-y)+9(x-y)^2$；
   (3) $a^2-2a(b+c)+(b+c)^2$；　(4) $4x^2-4x(y-1)+(y-1)^2$.
7. (1) $-a+2a^2-a^3$；　(2) $3ax^2-3ay^2$；
   (3) $16a^2b-16a^3-4ab^2$；　(4) $x^2(y^2-1)+(1-y^2)$.
8. (1) a^4-1；　(2) x^4-18x^2+81；
   (3) $x^4y^4-8x^2y^2+16$；　(4) $x^6-x^2y^4$.

【练一练解答】

1. (1) $2a(x+y^2)(x-y^2)$；
(2) $-(x+y)^2$；(3) $3a(x+y)^2$；
(4) $(a+b)(1+a)(1-a)$.
2. (1) $(x^2+9)(x+3)(x-3)$；
(2) $(x^2-4y+1)(x+1)(x-1)$；
(3) $(x+1)^2(x-1)^2$；(4) $(x+2y)^2(x-2y)^2$.

【习题解答】

1. (1) $a(p-q+m)$；(2) $2x(2x-4y+1)$；
(3) $3xy(4z-3x)$；(4) $3y^3(y+3)$；
(5) $3ab(2a-3b+5)$；
(6) $-2a^2(2a^2+3a-1)$.
2. (1) $b(2x-y)(4a+1)$；
(2) $2(b-1)^2(3a-1)$.
3. (1) $(1+4a)(1-4a)$；
(2) $(m+3n)(m-3n)$；
(3) $(2x+9y)(2x-9y)$；
(4) $(3ax+by)(3ax-by)$.
4. (1) $(x+7)(x+3)$；(2) $b(2a+b)$；
(3) $(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$；
(4) $(11a-3b)(3a-11b)$.
5. (1) $(ab-1)^2$；(2) $(3-2a)^2$；
(3) $(2x+1)^2$；(4) $(x-3y)^2$.
6. (1) $(a+b+3)^2$；(2) $(4-3x+3y)^2$；
(3) $(a-b-c)^2$；(4) $(2x-y+1)^2$.

么特点？能否再分解因式？

3. 例题教学

例7、例8综合运用提公因式法和公式法进行因式分解．通过例题的教学，使学生知道：如果多项式的各项含有公因式，那么先提取这个公因式，再运用公式分解因式；分解因式必须分解到每一个因式都不能再分解为止．

4. 小结

(1)说说如何把多项式分解因式．

(2)先分别将多项式 a^2+6a+9 与 a^2-9 分解因式，然后指出它们的公因式．

微信公众号：电子课本大全

7. (1) $-a(1-a)^2$；(2) $3a(x-y)(x+y)$；
(3) $-4a(2a-b)^2$；
(4) $(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$.

8. (1) $(a^2+1)(a+1)(a-1)$；
(2) $(x+3)^2(x-3)^2$；(3) $(xy+2)^2(xy-2)^2$；
(4) $x^2(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$.

阅读

整式乘法与多项式因式分解的关系

整式乘法与多项式因式分解是既有联系又有区别的两种变形. 例如, $a(b+c+d)=ab+ac+ad$ 是单项式乘多项式的法则；把这个法则反过来, 得到 $ab+ac+ad=a(b+c+d)$, 这是运用提公因式法把多项式分解因式. 又如 $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$, $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 是多项式的乘法公式；把这些公式反过来, 得到 $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$, $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, 这是运用公式法把多项式分解因式.

把多项式乘多项式法则 $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ 反过来, 将得到什么呢?

事实上, $ac+ad+bc+bd=a(c+d)+b(c+d)=(a+b)(c+d)$. 这样多项式 $ac+ad+bc+bd$ 就分解为两个因式 $(a+b)$ 与 $(c+d)$ 的乘积.

类似地, $ac+bc+3a+3b=c(a+b)+3(a+b)=(a+b)(c+3)$.

数学活动

拼图·公式

活动材料 若干块如图 9-8 所示的长方形和正方形硬纸片.

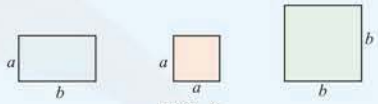


图 9-8

活动要求 1. 请你用若干块这样的长方形和正方形硬纸片拼成一个新的长方形, 并用不同的方法计算它的面积, 从而得出相应的等式.

例如, 小明拼成的长方形如图 9-9. 这个长方形的面积为 $a^2+3ab+2b^2$；也可以表示为 $(a+2b)(a+b)$.

于是, 可得:

$a^2+3ab+2b^2=(a+2b)(a+b)$,

$(a+2b)(a+b)=a^2+3ab+2b^2$.

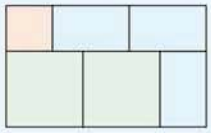


图 9-9

2. 试借助拼图的方法, 把二次三项式 $a^2+4ab+3b^2$ 分解因式.

【教学目标】

1. 经历从具体问题抽象出数学问题—建立模型—综合运用已有的知识解决问题的过程.

2. 获得一些研究问题的方法和经验, 加深对知识的理解.

【教学过程设计建议】

1. 活动前

准备多块长方形或正方形硬纸片(可涂成不同颜色).

2. 活动中

(1)小组共同拼出"数学活动"中提供的例图;

(2)随意选取一定数量的硬纸片, 合作拼成一个长方形, 用不同的方法计算面积, 写出式子, 小组交流;

(3)任意写出一个关于 a、b 的二次多项式, 探讨能否用若干块准备好的硬纸片拼成一个长方形, 使这个长方形的面积可以用这个式子表示? 如不能, 你认为具备什么形式的二次多项式可以表示一个长方形的面积?

(4)全班交流小组活动情况.

3. 活动后

填写数学活动评价表.

微信公众号: 电子课本大全

小结与思考

1. 在本章里，我们从计算图形面积入手，得到了单项式与单项式、单项式与多项式、多项式与多项式的乘法法则和完全平方公式、平方差公式，并且通过推演证实了这些法则和公式．

2. 整式乘法与因式分解是既有联系又有区别的两种变形：

$$a(b+c+d) \underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftharpoons}} ab+ac+ad$$

$$(a+b)(a-b) \underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftharpoons}} a^2-b^2$$

$$(a\pm b)^2 \underset{\text{因式分解}}{\overset{\text{整式乘法}}{\rightleftharpoons}} a^2\pm 2ab+b^2$$

这两种变形具有互逆的关系．利用这种关系，可以由整式乘法的法则和公式得到因式分解的一些方法，并能检验因式分解的结果是否正确．

整式乘法、因式分解的功能不同，应当根据需要选择恰当的变形方法．

3. 两个边长分别为 a、b、c 的直角三角形和一个两条直角边都是 c 的直角三角形拼成图 9－10．试用不同的方法计算这个图形的面积，你能发现什么？

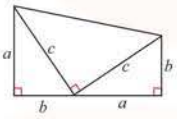


图 9－10

复习巩固

1. 计算：

(1) $5a^2b\cdot(-2ab^3)$；　(2) $(-2x^3y)^2\cdot(-x^2y^2)$；

(3) $4x^2y(3xy^2z-7xz)$；　(4) $(2a^2+ab-2b^2)\cdot\left(-\frac{1}{2}ab\right)$；

(5) $(2x+3y)(4x+7y)$；　(6) $(a+9)(a+1)$．

2. 计算：

(1) $(5-2x)(2x+5)$；　(2) $(-3a+2b)(-3a-2b)$；

(3) $\left(\frac{3}{4}x-\frac{4}{3}y\right)^2$；　(4) $\left(0.5a+\frac{1}{3}b\right)^2$；

【内容解读】

将图 9–10 看成一个梯形，则面积为 $\frac{a+b}{2}\cdot(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$；如果把图形看成是由 3 个直角三角形拼合而成的，那么面积为 $\frac{1}{2}ab\times2+\frac{1}{2}c^2$．因此有 $\frac{1}{2}(a+b)^2=\frac{1}{2}ab\times2+\frac{1}{2}c^2$，即 $a^2+b^2=c^2$．

【复习题解答】

（复习巩固）

1. (1) $-10a^3b^4$；(2) $-4x^8y^4$；

(3) $12x^3y^3z-28x^3yz$；

(4) $-a^3b-\frac{1}{2}a^2b^2+ab^3$；

(5) $8x^2+26xy+21y^2$；(6) $a^2+10a+9$．

2. (1) $25-4x^2$；(2) $9a^2-4b^2$；

(3) $\frac{9}{16}x^2-2xy+\frac{16}{9}y^2$；

(4) $0.25a^2+\frac{1}{3}ab+\frac{1}{9}b^2$；

【教学目标】

1. 进一步理解本章的有关内容，掌握有关的运算法则，并会应用法则进行计算．

2. 了解公式的几何背景．

3. 反思本章的学习过程，进一步感受从图形的面积计算得出整式乘法运算法则、乘法公式的过程，并能理解计算的算理，发展符号感，发展有条理的思考和表达的能力．

【教学过程设计建议】

1. 教学中可以由学生自己回顾本章所学的内容，要关注学生对有关整式乘法运算法则和因式分解方法的理解，关注学生的语言解释，对有关知识的理解，不能是简单的结论复述，在学生独立思考的基础上，开展小组交流和全班交流，使学生在反思与交流的过程中逐渐建立知识体系．

2. 让学生自己列举例子进行交流、辨析，体会整式乘法运算法则和乘法公式以及因式分解与整式乘法的互逆关系．

3. 在教学过程中，可选择复习题中的部分基本题进行课内练习，也可以另选其他例题进行课内练习，但要注重整式乘法运算每一步的算理．

4. “小结与思考”中第 3 点的例子，是先探求图形的面积，再发现等式的探索性问题，教学中，要鼓励学生尝试自己解决，教师要关注不同学生的数学学习需求，以培养学生提出问题、解决问题的能力．

5. 复习题的第 10、12 题是通过探求数与数之间的关

微信公众号：电子课本大全

(5) $4a^4+28a^2b+49b^2$;

(6) $\frac{1}{16}-4b+64b^2$.

3. $\frac{3}{32}\pi a^2$.

4. 图①面积为 x^2+6x+9，图②面积为 m^2-4.

5. $\left(8a^2+48a\right)\text{cm}^3$;

6. (1) $2ab-2bc$，1;

(2) $-10x-2$，$-\frac{16}{3}$.

7. (1) $4(x+4)(x-4)$;(2) $(3x-1)^2$;

(3) $3(a-b)(x+2y)$;(4) $(a+b+c)^2$;

(5) $2xy(x+y)^2$;(6) $-b(2a-b)^2$.

8. (1)1;(2)5.16.

(灵活运用)

9. 5,1.

10. 两个连续偶数的积与1的和等于这两个偶数中间的奇数的平方，即 $2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$（n 为正整数），

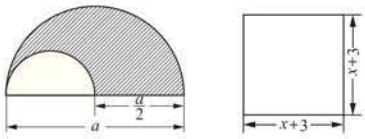
左边=$4n^2+4n+1$，

右边=$4n^2+4n+1$，

因为左边=右边，所以等式成立.

(5) $(-2a^2-7b)^2$; (6) $\left(-8b+\frac{1}{4}\right)^2$.

3. 求图中阴影部分的面积.



① ②

(第3题) (第4题)

4. 求图中正方形、三角形的面积;

5. 一个长方体的高是 8 cm，它的底面是边长为 3 cm 的正方形. 如果底面正方形的边长增加 a cm，那么它的体积增加多少?

6. 求下列代数式的值:

(1) $a(b-c)-b(c-a)+c(a-b)$，其中 $a=\frac{1}{4}$、$b=\frac{1}{2}$、$c=-\frac{3}{4}$;

(2) $(x-1)(x-2)-3x(x+3)+2(x+2)(x-1)$，其中 $x=\frac{1}{3}$.

7. 把下列各式分解因式:

(1) $4x^2-64$; (2) $9x^2-6x+1$;

(3) $3x(a-b)-6y(b-a)$; (4) $a^2+2a(b+c)+(b+c)^2$;

(5) $2x^3y+4x^2y^2+2xy^3$; (6) $4ab^2-4a^2b-b^3$.

8. 用简便方法计算:

(1) $500^2-499\times501$; (2) $\frac{1}{4}\times6.16^2-4\times1.04^2$.

灵活运用

9. 已知 $(a+b)^2=7$，$(a-b)^2=3$. 求 a^2+b^2、ab 的值.

10. 观察下列式子:

$2\times4+1=9$,

$4\times6+1=25$,

$6\times8+1=49$,

⋮

探索以上式子的规律，试写出第 n 个等式，并说明第 n 个等式成立.

系，发现一个规律的探索性问题. 教学中，先引导学生通过观察发现规律，再运用学过的知识说明其正确性.

【教学茶座】

● 为什么本章通过面积计算直观地得出公式后，还要通过运算推导确认公式的正确性?

▲ 由于图形的直观性，学生可以很方便地探求图形的面积，但由于图形中字母均表示正数，因此借助图形的面积计算认识公式有局限性. 代数计算时字母就没有这个限制了，而且运用运算推导公式，也培养了学生的推理能力.

● 本章教学过程中，如何保证学生获得基本运算技能?

▲ 整式的乘法运算是代数中重要的运算，因此要使学生通过本章的学习，获得基本的运算技能是本章教学的目标之一. 基本运算技能的获得不是通过多而繁的运算，而是我们在教学中分阶段、适当地提供一些必要的训练，同时要求学生能说出每一步运算的道理.

【课程资源】

贾 宪

贾宪是北宋时期(11世纪)的数学家，生平不详且著作失传.

杨辉著《九章算法纂类》中记有贾宪的“立成释锁平方法”、“增乘开平方法”、“立成释锁立方法”、“增乘(开立)方法”等四种开方法及“开方作法本源图”等.

杨辉著《详解九章算法》中，指明“贾宪用开方作法本源图”实际上是一个算表，相当于二项式定理系数表，

微信公众号：电子课本大全

11. 写出两个多项式，使它们都有因式 x 和 $x+2$.

12. 计算下列各式，你得到什么结论？试用字母表示数说明结论的正确性.

$8\times8-7\times9$;

$11\times11-10\times12$;

$80\times80-79\times81$.

探索研究

13. 已知两个正方形的边长的和是 20 cm，它们面积的差是 40 cm^2. 求这两个正方形的边长.

14. 用两根同样长的铁丝分别围成一个长方形和一个正方形.

(1) 设长方形的长为 x m、宽为 y m，用含 x、y 的代数式表示正方形的边长;

(2) 已知长方形的长比宽多 a m，用含 a 的代数式表示正方形面积与长方形面积的差.

11. 略.

12. $n^2-(n-1)(n+1)=1$ (n 为正整数),

左边$=n^2-(n^2-1)=n^2-n^2+1=1$,

右边$=1$,

因为左边=右边,所以等式成立.

(探索研究)

13. 11 cm,9 cm.

14. (1) $\frac{x+y}{2}$;(2) $\frac{a^2}{4}$.

这个表在西方称为帕斯卡三角形,但帕斯卡(B.Pasual,1623～1662年)比贾宪晚500多年.

杨　辉

杨辉(13世纪)字谦光,生卒不详,曾任地方官员,数学著作颇多.杨辉的著作有两个特点,其一是深入浅出,文笔流畅,易于教学和民间流传;其二是广征博引,录载了前代数学典籍精华,以致一些数学家的原著虽已失传,但其主要内容通过杨辉的书得以保留下来.例如,对贾宪三角形,杨辉引征史料,实事求是地指明了原作者是谁,这种不居他人之功,为保存和传播他人成果做奉献的精神,实为世人楷模.

杨辉在数学理论的继承和发展上做出了重要贡献,为保留和传播前人数学成果,为培养数学人才,为普及数学等诸方面,都有卓越的贡献,是我国古代数学家中少有的全才.

微信公众号：电子课本大全

第10章　二元一次方程组

【课标要求】

1. 能够根据具体问题中的数量关系，列出方程(组)，体会方程(组)是刻画现实世界的有效数学模型．
2. 掌握代入消元法和加减消元法，能解二元一次方程组．
3. (能用二元一次方程组解简单的实际问题)能根据具体问题的实际意义，检验方程(组)的解是否合理．

*4. 能解简单的三元一次方程组．

【设计思路】

本章是在学生掌握了一元一次方程有关知识的基础上展开的，课本分为三个部分：

1. 从问题到方程组：选择含有两个未知量的典型问题情境，引出二元一次方程组，展现二元一次方程组是刻画现实世界的有效数学模型，让学生体会二元一次方程组与现实世界的密切联系．

2. 解方程组：让学生在尝试、探索、比较等活动中，发现解二元一次方程组的两种基本方法——代入消元法和加减消元法，充分体会消元化归思想．

3. 用方程组解决问题：设置了一些有一定挑战性和探索性的现实问题，用二元一次方程组解决这些丰富多彩的、贴近学生生活的实际问题，不仅强化方程组的模型思想，而且通过学生的自主探索研究，培养学生分析问题、解决问题的能力，同时也进一步提高学生解方程组的技能．

【教学建议】

1. 鼓励学生自主探索和合作交流．学生已具备有关一元一次方程的知识和经验，应该有能力通过自主探索和合作交流列出二元一次方程组，解决简单的实际问题．教学过程中教师应积极创设有利于学生自主探索和合作交流的氛围，激发学生学习的主动性和探究热情，而在如何寻找实际问题中的相等关系的分析方面，教师要进行适时的引导和启发．

2. 创设丰富的问题情境．内容的选择和呈现要关注现实意义和学生的经验及兴趣，使学生多经历一些知识的形成和应用过程，多经历一些模型化的过程，以培养学生分析问题和解决问题的能力．

3. 解方程组的教学中要突出化归或转化思想．代入消元法、加减消元法的本质是“消元”，即把“二元”化为“一元”，教学中要让学生感受转化的思想和消元的方法，而这种感受应建立在学生探索交流的基础上，切忌简单地传授代入消元法、加减消元法，让学生机械套用．

4. 充分利用知识和方法上的对比进行教学．本章可以利用的“对比”因素较多．例如，在从问题到方程组、解二元一次方程组、用二元一次方程组解决问题的教学中，均可以与一元一次方程的相关内容进行对比，从这些对比中进一步领会学习二元一次方程组的必要性和优越性，领会不同知识和方法的特点和本质．

5. 三元一次方程组是选学内容，在解简单的三元一次方程过程中，可以使学生进一步体会消元化归思想．

【评价建议】

1. 恰当考查学生的知识、技能，关注学生对知识与技能的理解和应用．在解方程组这部分的教学中，要有针对性地加强基础性练习，鼓励学生根据实际问题，灵活选择解方程组的方法；在用二元一次方程组解决问题的教学中，所选的例题和习题的难度水平要适度，应控制在“简单的实际问题”这一层面上．

2. 在一系列的活动过程中，评价的着眼点不能仅仅是学生能否找到相等关系、能否根据实际问题正确地建立方程组模型，列、解方程组的正确与否，还要关注学生参与活动的程度，如在学习过程中的主动性、独立思考与认真程度；在活动中表现出来的思维水平，如学生在活动中的投入程度以及学生在活动中思考问题的准确性、广阔性、灵活性，等等．

3. 关注学生的数学应用意识．教学中，可以安排学生进行一些有关二元一次方程组的调查活动，自编一些有关

微信公众号：电子课本大全

二元一次方程组的应用问题，并从这些应用问题中考查学生的数学应用意识．

4. 三元一次方程组作为选学内容，不得列入考查或考试范围．

【课时安排】

本章教学时间大约需要10课时，建议分配如下：

第1节	二元一次方程	1课时
第2节	二元一次方程组	1课时
第3节	解二元一次方程组	2课时
*第4节	三元一次方程组	1课时
第5节	用二元一次方程组解决问题	3课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	1课时

微信公众号：电子课本大全

第10章　二元一次方程组

【内容解读】

章头图“鸡兔同笼”是取自生活中的实际问题，也是我国古代数学名题，既反映了二元一次方程(组)研究的渊源流长，又反映了二元一次方程(组)与现实生活的紧密联系．

与“鸡兔同笼”相配的方程组则是给出了二元一次方程组的数学表达：有两个未知量和两个一次方程组成的方程组．

章头语揭示了本章主题：二元一次方程(组)是刻画现实世界的有效数学模型，同时也点明了研究二元一次方程组的主要方法：消元．

今有鸡兔同笼，
上有三十五头，
下有九十四足．
问鸡兔各几何？

$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases}$$

从“一元”到“二元”，建立了新的数学模型．
从“二元”到“一元”，用转化思想解决问题．



微信公众号：电子课本大全



学校举行环保知识竞赛，规则如下：

答对 1 题得 4 分，答错 1 题扣 1 分．

(1) 小亮在这次竞赛中共回答了 10 个问题，答对 5 题，答错 5 题，小亮得了多少分？

(2) 小明在这次竞赛中也回答了 10 个问题，共得 25 分，小明答对了几题？答错了几题？

本章将学习二元一次方程组的建立、解法和应用．

【操作指导】

选择“环保知识竞赛”这样学生感兴趣的实际问题，意在设置悬念，激发学生的探究热情．教师应鼓励学生积极参与，让学生经历尝试、猜想、验证的过程，也可以让学生尝试用学过的知识去解决这个问题，并引导学生用数学语言表达自己的想法．学生解决这个问题的方法可能有：简单计算、枚举、利用一元一次方程求解等，最后可以引导学生用两个未知量来表达题意，再用前面计算所得的结果进行验证，点出本章主题和内容．

【教学茶座】

● 为什么用“鸡兔同笼”作为章头图？

▲ 因为“鸡兔同笼”问题是我国古代数学著作《孙子算经》中的名题，暗示着我国古代数学的杰出成就．它不仅趣味性强，而且“鸡兔同笼”问题可以用简单计算、利用一元一次方程等多种方法求解，但用二元一次方程组求解是最为直接的方法．

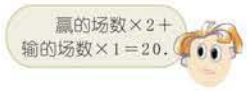
● 为什么用“环保知识竞赛”作为章头问题？

▲ 因为“环保知识竞赛”取自学生身边的实际问题，可以通过简单计算、枚举、利用一元一次方程等方法对其进行求解，最后可以引导学生列出二元一次方程组表达题意．

微信公众号：电子课本大全

10.1　二元一次方程

篮球比赛规则规定：赢一场得 2 分，输一场得 1 分．在中学生篮球联赛中，某球队赛了若干场，积 20 分．怎样描述该球队输赢场数与积分之间的相等关系？



设该球队赢了 x 场，输了 y 场，则有

$$2x+y=20.$$

你能列出输赢场数的所有可能情况吗？

x						5					
y						10					

某球员在一场篮球比赛中共得 35 分，其中罚球得 10 分．怎样描述该球员投中的两分球、三分球个数与得分之间的相等关系？

设该球员投中了 x 个两分球、y 个三分球，则有

$$2x+3y+10=35.$$



1. 设计一张表格，列出这名球员投中的两分球、三分球个数的各种可能情况．

2. 根据所列的表格，回答下列问题：

(1) 这名球员最多投中了多少个三分球？

(2) 这名球员除罚球外最多投中了多少个球？

(3) 如果这名球员除罚球外投中了 10 个球，那么他投中的两分球、三分球各几个？

【情境说明】

本节课创设的情境意在引导学生用设二元的方法得出二元一次方程 $2x+y=20$，要求学生利用生活经验，采用枚举这一合情推理的方法列出 x、y 的所有可能的值．这里不要求每个学生都能说出 x、y 的所有可能的值，而是通过全班学生的努力，共同完成这个问题，以便进一步认识二元一次方程．

【内容解读】

只要 x 取 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10，就可以得到相应的 y 的值．

【内容解读】

这是一个与本节的问题情境相呼应的问题，目的是通过不同的实际例子，引导学生感受和体会二元一次方程也是刻画现实世界的有效数学模型．

可以直接通过简单枚举列出表格，也可以通过以下分析列出表格：因为 $2x$ 是偶数，而 $3y$ 是奇数，所以 y 只能取 1、3、5、7，相应的 x 的值分别是 11、8、5、2，即可列出下表：

x	11	8	5	2
y	1	3	5	7

根据上表可知：(1) 这名球员最多投中了 7 个三分球；(2) 这名球员最多投中了 12 个球；(3) 如果这名球员投中了 10 个球，那么他投中了 5 个两分球和 5 个三分球．

【教学目标】

1. 经历分析实际问题中数量关系的过程，进一步体会方程是刻画现实世界的有效数学模型．

2. 了解二元一次方程的概念，并会判断一组数是否是某个二元一次方程的解．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

除了课本创设的情境外，还可采用以下问题情境，丰富学生从问题到二元一次方程的感受：

小明买了面值是 50 分的邮票 x 枚和面值是 80 分的邮票 y 枚，共花了 6.3 元．请用关于 x、y 的方程描述这个问题．(答案：$0.5x+0.8y=6.3$．)

2. 探索活动

(1)课本创设的问题情境中涉及哪些量？如果赢了 x 场，输了 y 场，请你填写下表：

	场　数	得　分	积　分
赢			
输			

(2)这些量存在哪些相等关系？

(3)可以用什么式子表达问题中的相等的量？

3. 例题教学

教师可根据教学需要补充 1～2 个例题．例如：甲种物品每个 4 kg，乙种物品每个 7 kg．现有甲种物品 x 个，乙种物品 y 个，共 76 kg．(1)列出关于 x、y 的二元一

微信公众号：电子课本大全



方程 $2x+y=20$ 和 $2x+3y+10=35$ 有哪些共同的特点？

方程 $2x+y=20$、$2x+3y+10=35$，它们都含有两个未知数，并且含有未知数的项的次数都是 1．像这样的方程，叫做**二元一次方程**(linear equation with two unknowns)．

适合二元一次方程的一对未知数的值叫做这个二元一次方程的一个解．如 $x=8$、$y=3$ 是方程 $2x+3y+10=35$ 的一个解，记作

$$\begin{cases}x=8,\\y=3.\end{cases}$$



1. 下面 3 对数值，哪几对是二元一次方程 $2x+y=3$ 的解？哪几对是二元一次方程 $3x+4y=2$ 的解？

$\begin{cases}x=-2,\\y=2;\end{cases}$　$\begin{cases}x=2,\\y=-1;\end{cases}$　$\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=2.\end{cases}$

2. 把下列方程写成用含 y 的代数式表示 x 的形式，并求方程的正整数解：

(1) $x+3y=7$；　(2) $4x+3y=32$.



1. 某公园的门票价格为：成人票 8 元/张，儿童票 3 元/张．现有 x 名成人、y 名儿童，买门票共花了 44 元．列出关于 x、y 的二元一次方程．
2. 二元一次方程 $x-y=5$ 的解有多少个？写出这个方程的 3 个解．
3. 把下列方程写成用含 x 的代数式表示 y 的形式，并写出这个方程的一个解：

(1) $5x+y=15$；　(2) $3x-4y=12$.

4. 盒子里有若干个大小相同的白球和红球，从中摸到 1 个红球得 2 分，摸到 1 个白球得 3 分．某人摸到 x 个红球、y 个白球，共得 12 分．列出关于 x、y 的方程，并写出这个方程符合实际意义的所有的解．

【内容解读】

关于“议一议”：让学生观察两个方程的共性，并用自己的语言进行描述，然后组织学生交流．

【练一练解答】

1. $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=2\end{cases}$ 是二元一次方程 $2x+y=3$ 的解，$\begin{cases}x=-2,\\y=2\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$ 是二元一次方程 $3x+4y=2$ 的解．

2. (1) $x=7-3y$，方程的正整数解为：$\begin{cases}x=4,\\y=1;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

(2) $x=8-\frac{3}{4}y$，方程的正整数解为：$\begin{cases}x=5,\\y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=2,\\y=8.\end{cases}$

【习题解答】

1. $8x+3y=44$．

2. 有无数个解，如 $\begin{cases}x=-1,\\y=-6;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\y=-5;\end{cases}$ $\begin{cases}x=1,\\y=-4.\end{cases}$

3. (1) $y=15-5x$，方程的解有无数个，如 $\begin{cases}x=1,\\y=10;\end{cases}$

(2) $y=\frac{3}{4}x-3$，方程的解有无数个，如 $\begin{cases}x=4,\\y=0.\end{cases}$

4. $2x+3y=12$，方程的解为：$\begin{cases}x=0,\\y=4;\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\y=2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=6,\\y=0.\end{cases}$

次方程；(2)如果 $x=12$，求 y 的值．(答案：(1) $4x+7y=76$；(2) $y=4$．)

4. 思维拓展

设适当的未知数，列出二元一次方程：一个长方形的周长是20 cm，求这个长方形的长和宽．(答案：设这个长方形的长是 x cm，宽是 y cm．根据题意，得 $2x+2y=20$．)

5. 小结

问题一　谈谈“用二元一次方程表达实际问题”与“用一元一次方程表达实际问题”的异同．

问题二　用二元一次方程表达实际问题的关键是什么？

【教学茶座】

● 为什么本章第1、2节出现这么多问题情境？

▲ 目的是通过丰富的问题情境，建立二元一次方程(组)，让学生体会和感受到二元一次方程(组)也是刻画现实世界的有效数学模型．

● 本章第1、2节与第5节“用二元一次方程组解决问题”有什么区别？

▲ 本章第1、2节主要是引导学生感受“实际问题——数学问题”的建模过程，但不求出实际问题的解；第5节则是要求学生用恰当的策略完成“建模”，并且通过解决数学问题(解二元一次方程组)，对解的合理性做出解释，从而使实际问题得到解决．

微信公众号：电子课本大全

【情境说明】

本节课创设的情境是有趣的“鸡兔同笼”问题．学生可能在此之前就已经接触过了，可能会用算术方法或列一元一次方程求解，教师要尊重学生富有个性的解法，并在此基础上，引导学生进一步用二元的方法来研究和解决问题，提高学生对二元一次方程组的认识．

【内容解读】

同二元一次方程的概念一样，二元一次方程组的概念也仅给出描述性定义，教学中要结合实例，在实际情境中让学生理解．

事实上，二元一次方程组不一定是仅由两个二元一次方程合在一起的：方程可以超过两个，课本中特指“两个”，主要是考虑到它最为常见．同时，组成方程组的各个方程不必都同时含有两个未知数．在教学中，所有这些情况都不必向学生说明．但应该指出：在方程组的各方程中，同一字母必须代表同一数量，这样才能组合在一起．

【内容解读】

“摸到红、绿球得分”问题，意在激起学生解决问题的欲望，根据题意列出方程组后，仍可采用枚举的方法找出方程组中两个方程的公共解，继而引出二元一次方程组的解的概念．

10.2　二元一次方程组

“鸡兔同笼”是我国古代数学名著《孙子算经》中的第 31 题：“今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足．问鸡兔各几何?”



设鸡有 x 只，兔有 y 只，可以得到关于 x、y 的两个方程：

$$x+y=35,$$
$$2x+4y=94.$$

鸡和兔的只数必须同时满足这两个方程．

把这两个方程联立在一起，可写成

$$\begin{cases}x+y=35,\\2x+4y=94.\end{cases}$$

像这样，把含有两个未知数的两个一次方程联立在一起，就组成了一个**二元一次方程组**(system of linear equations with two unknowns).



【教学目标】

1. 经历列二元一次方程组解决实际问题的过程，进一步体会方程组是解决这一类问题的有效数学模型．

2. 了解二元一次方程组的概念，并会判断一组数是否是某个二元一次方程组的解．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

“鸡兔同笼”是我国古代数学名著《孙子算经》中的名题．与本章第 1 节相比，问题相对复杂些，因此用方程组表达实际问题的意义时，要突出解决问题的过程，即设未知数，找出两个相等关系，列出方程组．教师还可以补充以下问题情境：

某班学生 39 人到公园划船，共租用 9 艘船，每艘大船可坐 5 人，每艘小船可坐 3 人，每艘船都坐满．问：大船、小船各租了多少艘?(答案：设大船租了 x 艘，小船租了 y 艘．根据题意，得 $\begin{cases}x+y=9,\\5x+3y=39.\end{cases}$)

2. 探索活动

对“鸡兔同笼问题”，教师可以提出以下问题：

问题一　问题中的量有哪些相等关系?

问题二　你能用数学式子表达吗?

在得出“二元一次方程组的概念”前，提出问题：

问题三　这些方程组有哪些特点?你能再写出几个这样的方程组吗?

在得出“二元一次方程组的概念”后，提出问题：

下列方程组是二元一次方程组吗?

微信公众号：电子课本大全

设摸到 1 个红球得 x 分，摸到 1 个绿球得 y 分，可以得到方程：

$$x+3y=11,$$
$$3x+2y=12.$$

这两个方程组成二元一次方程组

$$\begin{cases}x+3y=11, & ①\\ 3x+2y=12. & ②\end{cases}$$

方程①的解是

$$\begin{cases}x=2,\\ y=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x=5,\\ y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=8,\\ y=1\end{cases}\cdots\cdots$$

方程②的解是

$$\begin{cases}x=0,\\ y=6;\end{cases}\quad\begin{cases}x=2,\\ y=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x=4,\\ y=0\end{cases}\cdots\cdots$$

可以看出 $\begin{cases}x=2,\\ y=3\end{cases}$ 是这两个方程的公共解．

我们把二元一次方程组中两个方程的公共解叫做**二元一次方程组的解**．例如，$\begin{cases}x=2,\\ y=3\end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases}x+3y=11,\\ 3x+2y=12\end{cases}$ 的解．因此，我们知道，摸到 1 个红球得 2 分，摸到 1 个绿球得 3 分．

做一做

你能找出“鸡兔同笼”问题中二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=35,\\ 2x+4y=94\end{cases}$ 的解吗？

练一练

1. 足球表面由黑色五边形和白色六边形共 32 块皮块围成，且白皮块数是黑皮块数的 $\frac{5}{3}$ 倍．设黑皮块数为 x，白皮块数为 y，列出关于 x、y 的二元一次方程组．



（第 1 题）

2. 苹果的单价为 x 元/千克，梨的单价为 y 元/千克，苹果的单价比梨的单价贵 2 元/千克，买 5 千克苹果和 4 千克梨共花去 46 元．列出关于 x、y 的二元一次方程组．

【内容解读】

“公共解”是指这个解分别是两个方程的解．

关于“做一做”：不要求学生用消元法解这个方程组，可以引导学生用枚举列表的方法或转化为一元一次方程的方法求解．

方程组 $\begin{cases}x+y=35,\\ 2x+4y=94\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=23,\\ y=12.\end{cases}$

【练一练解答】

1. $\begin{cases}x+y=32,\\ 5x=3y.\end{cases}$

2. $\begin{cases}5x+4y=46,\\ x-y=2.\end{cases}$

(1) $\begin{cases}2m-n=1,\\ n+m=2;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x-2y=3,\\ y+z=1;\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x=1,\\ x+2y=5.\end{cases}$

3. 例题教学

课本没有安排例题，教师可根据教学需要补充 1～2 个例题，并注意解题格式．例如：

例 1　根据实际问题的意义列出方程组：

红圆珠笔每支 1.4 元，蓝圆珠笔每支 2.4 元，两种圆珠笔共买了 15 支，花了 38 元．两种圆珠笔各买了多少支？（答案：设红圆珠笔买了 x 支，蓝圆珠笔买了 y 支．根据题意，得 $\begin{cases}x+y=15,\\ 1.4x+2.4y=38.\end{cases}$）

例 2　下面三组数值中，哪一组是二元一次方程组 $\begin{cases}2x-3y=-8,\\ x+2y=3\end{cases}$ 的解？

(1) $\begin{cases}x=2,\\ y=4;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=1,\\ y=1;\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x=-1,\\ y=2.\end{cases}$ （答案：(3)）

4. 思维拓展

甲种饮料每瓶 5 元，乙种饮料每瓶 3 元，某人买了 x 瓶甲种饮料，y 瓶乙种饮料，共花了 68 元．

(1) 列出关于 x、y 的二元一次方程；

(2) 如果甲种饮料和乙种饮料共买 16 瓶，列出关于 x、y 的二元一次方程组，并找出它的解．（答案：(1) $5x+3y=68$；(2) $\begin{cases}5x+3y=68,\\ x+y=16.\end{cases}$ $\begin{cases}x=10,\\ y=6.\end{cases}$）

5. 小结

问题一　你能再写出一些二元一次方程组吗？

问题二　二元一次方程组的解一定是组成这个方程组的两个方程的公共解吗？

微信公众号：电子课本大全

3. $\begin{cases}x=2,\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 是二元一次方程 $x+y=3$ 的解，$\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$ 是二元一次方程 $x-y=-1$ 的解，$\begin{cases}x=1,\\y=2\end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-1\end{cases}$ 的解.

【习题解答】

1. $\begin{cases}x+y=5.1,\\x=2.4y.\end{cases}$

2. $\begin{cases}7x+7=y,\\9(x-1)=y.\end{cases}$

3. $m=-2$，$n=2$.

4. 根据题意，得 $\begin{cases}x-y=10,\\2x+2y=80.\end{cases}$ 找得这两个方程的公共解是 $\begin{cases}x=25,\\y=15.\end{cases}$

所以这个长方形的长为 25 cm，宽为 15 cm.

3. 下列 4 对数值，哪几对是二元一次方程 $x+y=3$ 的解？哪几对是二元一次方程 $x-y=-1$ 的解？哪 1 对是二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-1\end{cases}$ 的解？

$\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$　$\begin{cases}x=1,\\y=2;\end{cases}$　$\begin{cases}x=0,\\y=-1;\end{cases}$　$\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=\frac{3}{2}.\end{cases}$

10.2 习题

1. 地球的表面积约为 5.1 亿平方千米，其中海洋面积约为陆地面积的 2.4 倍．设地球上的海洋面积为 x 亿平方千米，陆地面积为 y 亿平方千米，列出关于 x、y 的二元一次方程组.

2. 我国古代《算法统宗》里有这样一首诗："我问开店李三公，众客都来到店中．一房七客多七客，一房九客一房空．"诗中后面两句的意思是：如果每一间客房住 7 人，那么有 7 人无房可住；如果每一间客房住 9 人，那么就空出一间客房．设该店有客房 x 间、房客 y 人，列出关于 x、y 的二元一次方程组.

3. 已知 $\begin{cases}x=-2,\\y=1\end{cases}$ 是方程组 $\begin{cases}x-2y=2m,\\nx+y=-3\end{cases}$ 的解，求 m、n 的值.

4. 用一根长 80 cm 的绳子围成一个长方形，且这个长方形的长比宽多 10 cm. 设这个长方形的长为 x cm、宽为 y cm，列出关于 x、y 的二元一次方程组．你知道这个长方形的长和宽吗？

问题三　写出解是 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 的二元一次方程组，你能写出几个？

微信公众号：电子课本大全

10.3 解二元一次方程组



篮球比赛规则规定：赢一场得 2 分，输一场得 1 分．在中学生篮球联赛中，某球队赛了 12 场，共得 20 分．该球队赢了几场？输了几场？



小明设了两个未知数，列出了二元一次方程组；小丽设了一个未知数，列出了一元一次方程．从小明、小丽所列的方程组或方程中，你得到什么启发？

例 1 解方程组 $\begin{cases}x+y=12, & ①\\ 2x+y=20. & ②\end{cases}$

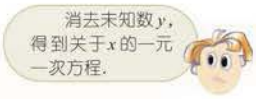


解：由①，得

$$y=12-x. \qquad ③$$

将③代入②，得

$$2x+12-x=20.$$



解这个一元一次方程，得

$$x=8.$$

将 $x=8$ 代入 ③，得

$$y=4.$$

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=8,\\ y=4.\end{cases}$



1. 将例 1 中方程①变形为 $x=12-y$，代入方程②解方程组．

2. 解方程组 $\begin{cases}x+3y=11,\\ 3x+2y=12.\end{cases}$

【情境说明】

本节课创设的情境是与本章第 1 节的情境相呼应的篮球比赛积分问题，可以提示学生能否将二元一次方程组转化为学过的一元一次方程求解，让学生初步体会化归思想．

【内容解读】

在例 1 的教学中，应留出足够的时间让学生探索、尝试、体会消元的方法，教师切忌在教学中将自己的解题经验简单地灌输给学生．课本在每节课内容的最后才提出“代入消元法”、“加减消元法”，正是为学生留出感受和体验的空间．

课本对例 1 虽然没有做出书面检验，在教学时要注意：在解每一个方程组时依然要检验，以便使学生养成检验的习惯．

【内容解读】

这里解得 $x=8$，不是二元一次方程组的解，因为二元一次方程组的解是一对数值，所以必须把 $x=8$ 代入①或②或③求出 y 的值．但这里代入③比代入①或②简便．

【内容解读】

通过例 1 和“做一做”，要让学生初步体会用代入消元法解二元一次方程组的基本思路，并鼓励学生自己概括．

【教学目标】

1. 会用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组，并能根据二元一次方程组的特点，灵活选用适当的方法．

2. 了解解二元一次方程组的消元方法，经历从“二元”到“一元”的转化过程，体会解二元一次方程组中化“未知”为“已知”的“转化”的思想方法．

【教学过程设计建议（第一课时）】

1. 情境创设

本课时创设的情境是如何解“篮球比赛积分问题”，可以让学生列出方程组，使学生多一次经历由问题到方程组的建模过程．另外，本课时的情境创设也可以用第 2 节中的“鸡兔同笼”问题，这样正好可以回答“鸡和兔各有多少只？”这一问题，但是，“如何解二元一次方程组？”才是本课时的主题．

2. 探索活动

可以直接提出以下问题：

问题一　如何解二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=12,\\ 2x+y=20?\end{cases}$

在用课本提供的消元法尝试解 $\begin{cases}x+y=12,\\ 2x+y=20\end{cases}$ 后，提出问题：

问题二　本题能否通过消去 x 解这个方程组？

问题三　如何解“做一做”中的方程组？

在“议一议”后引导学生在观察的基础上，尝试归纳得出代入消元法的本质，并组织学生对研究过的方程组

微信公众号：电子课本大全

将方程组的一个方程中的某个未知数用含有另一个未知数的代数式表示，并代入另一个方程，消去这个未知数，从而把解二元一次方程组转化为解一元一次方程．这种解方程组的方法称为**代入消元法**（elimination by substitution），简称**代入法**．



练一练

用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases} y=x, \\ y+4x=15; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+2y=4, \\ 2x-3y=1; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x-7y=0, \\ x-9y+8=0; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x-y=3, \\ x+y=5. \end{cases}$

例 2　解方程组 $\begin{cases} x+2y=1, & ① \\ 3x-2y=5. & ② \end{cases}$



由①，得 $x=1-2y$，代入②就能消去 x，得到关于 y 的一元一次方程．

把两个方程的左、右两边分别相加就能直接消去 y，得到关于 x 的一元一次方程．



解：由①+②，得

$$4x=6.$$

$$x=\frac{3}{2}.$$

将 $x=\frac{3}{2}$ 代入①，得

$$\frac{3}{2}+2y=1.$$

$$y=-\frac{1}{4}.$$

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=\frac{3}{2}, \\ y=-\frac{1}{4}. \end{cases}$

【练一练解答】

(1) $\begin{cases} x=3, \\ y=3; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=2, \\ y=1; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=28, \\ y=4; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x=4, \\ y=1. \end{cases}$

【内容解读】

例 2、例 3 由易到难地让学生发现并掌握加减消元法，进一步体会化归思想．

例 2 通过卡通人的两种不同的思考方法，引出解二元一次方程组又一种新的方法：将两个方程相加，直接消去未知数 y．相对于代入消元法，具有一定的优越性．

的各种代入法消元情况进行讨论和总结．

3. 例题教学

例 1 的教学中，应首先鼓励学生自己尝试求解．课本对这个例题虽然没有做出书面检验，但在解每一个方程组时依然要强调检验的重要性，要求学生做心算检验，以便养成检验的习惯．例 1 的教学后可引导学生讨论以下问题：

你是怎么解方程组的？每一步的依据是什么？还有其他解法吗？

如果需要，可以再补充 1～2 个例题，并注意解题格式．例如：(1) $\begin{cases} y=x+2, \\ 2x-y=-1; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x+5y=3, \\ x+3y=1. \end{cases}$

4. 思维拓展

解方程组 $\begin{cases} 3x=1-2y, \\ 3x+4y=-7. \end{cases}$（答案：$\begin{cases} x=3, \\ y=-4. \end{cases}$）

5. 小结

问题一　用代入消元法解二元一次方程组的主要步骤有哪些？

问题二　任意一个二元一次方程组都能用代入消元法求解吗？请举例说明．

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 情境创设

课本没有创设情境，教学时如需要，可以用其他问题作为问题情境．例如：

买 3 瓶苹果汁和 2 瓶橙汁共需 23 元，买 5 瓶苹果汁和 2 瓶橙汁共需 33 元，每瓶苹果汁和每瓶橙汁售价各是多少？（答案：每瓶苹果汁的售价是 5 元，每瓶橙汁的售价是 4 元．）

微信公众号：电子课本大全

例 3 解方程组 $\begin{cases}5x-2y=4, & ①\\ 2x-3y=-5. & ②\end{cases}$



解：①×3，得

$$15x-6y=12. \quad ③$$

②×2，得

$$4x-6y=-10. \quad ④$$

③－④，得

$$11x=22.$$

$$x=2.$$

将 $x=2$ 代入①，得

$$5\times 2-2y=4.$$

$$y=3.$$

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=2,\\ y=3.\end{cases}$



可以消去 x，解例 3 中的方程组吗？

把方程组的两个方程(或先做适当变形)的左、右两边分别相加或相减，消去其中一个未知数，从而把解二元一次方程组转化为解一元一次方程．这种解方程组的方法称为**加减消元法**(elimination by addition or subtraction)，简称**加减法**．

【内容解读】

学习例 3 时，可以让学生先对照例 2，再研究解题方法，本题如果用代入消元法进行方程变形，涉及较多的分数运算，而要用类似于例 2 的解题方法，需要将方程组变形，把其中的一个未知数化成相同的系数．

【内容解读】

课本在例 3 后才给出“加减消元法”这种解二元一次方程组的常用方法，目的在于让学生自主探索方法，避免教学时一味地按类型套方法求解方程组，束缚学生思维．

【思想方法】

本节中蕴涵的数学思想方法主要是化归思想，解二元一次方程组就是用代入消元法、加减消元法等方法将二元一次方程组转化为一元一次方程，这是一个化归的过程．

2. 探索活动

方案一　例 2、例 3 请学生尝试解答，并启发学生：除了用代入消元法求解以外，观察方程组的特点，还能有其他方法求解吗？以便得出不同于代入消元法的另一种解方程组的方法——加减消元法．

方案二　由上面“情境创设”中的问题得出方程组 $\begin{cases}3x+2y=23,\\ 5x+2y=33\end{cases}$ 后，教师可以提出以下问题：

问题一　如何解这个方程组？除了用代入消元法解以外，还有其他方法求解吗？

在例 2 后提出以下问题：

问题二　用加减消元法解二元一次方程组与用代入消元法解二元一次方程组有何异同？

3. 例题教学

课本安排了例 2、例 3，例题教学中应当注意：

(1)让学生在例 2、例 3 解方程组的过程中发现加减消元法，并体会加减消元法解二元一次方程组的优越性．

(2)本课学习的重点是用加减消元法解二元一次方程组．学生从用代入消元法解二元一次方程组到用加减消元法解二元一次方程组，在方法的选用上，可能不太熟练，不宜操之过急．

(3)例 2、例 3 都应鼓励学生先解方程组，然后讨论，选择最优的解法，同时要调动学生从多角度选择解方程组的方法，追求解题策略的多样化．

(4)注意解题格式的规范性和检验的必要性．

4. 思维拓展

解方程组 $\begin{cases}4x+3y=5,\\ 2x-y=-5.\end{cases}$ 你能用几种方法解这个方

微信公众号：电子课本大全



解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2x+y=32,\\2x-y=0;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3x-y=-4,\\x-2y=-3;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}6x+5z=25,\\3x+4z=20;\end{cases}$　(4) $\begin{cases}3s+4t=7,\\3t-2s=1.\end{cases}$



1. 用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2x+4y=5,\\x=1-y;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}-x+3y=7,\\2x=5y;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}u+v=10,\\3u-2v=5;\end{cases}$　(4) $\begin{cases}3x+2z=11,\\3x-5z=4.\end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}3x-4y=1,\\5x+2y=6;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3x+5y=25,\\4x+3y=15;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x-3y=8,\\7x-5y=-5;\end{cases}$　(4) $\begin{cases}\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=16,\\\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=5.\end{cases}$

3. 在等式 $y=ax+b$ 中，当 $x=5$ 时，$y=6$；当 $x=-3$ 时，$y=-10$. 求 a、b 的值.

【练一练解答】

(1) $\begin{cases}x=8,\\y=16;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=-1,\\y=1;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=0,\\z=5;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}s=1,\\t=1.\end{cases}$

【习题解答】

1. (1) $\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\y=\frac{3}{2};\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=35,\\y=14;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}u=5,\\v=5;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=3,\\z=1.\end{cases}$

2. (1) $\begin{cases}x=1,\\y=\frac{1}{2};\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=0,\\y=5;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=-5,\\y=-6;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=24,\\y=12.\end{cases}$

3. $a=2$，$b=-4$.

程组？能先消去常数项求解吗？

5. 小结

问题一　举例说明如何选用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组？

问题二　任意一个二元一次方程组都能用加减消元法求解吗？请举例说明 .

【教学茶座】

● 为什么在本章第 3 节的例 1、例 2 中卡通人两次说到一元一次方程？

▲ 这里主要想突出从“二元”到“一元”的转化思想.

● 为什么在本章第 3 节的例 2 中卡通人提出第二种解方程组的方法？

▲ 是为了丰富学生解二元一次方程组的方法，并且可以比较不同方法的优劣 .

微信公众号：电子课本大全

*10.4 三元一次方程组

足球比赛规则规定：胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分．某足球队赛了 22 场得 47 分，且胜的场数比负的场数的 4 倍还多 2．该球队胜、平、负各多少场？

设该球队胜 x 场、平 y 场、负 z 场，可以得到关于 x、y、z 的三个方程：

$$x+y+z=22,$$
$$3x+y=47,$$
$$x=4z+2.$$

这个问题的解必须同时满足上面的三个方程，把它们联立在一起，可写成

$$\begin{cases} x+y+z=22, & ① \\ 3x+y=47, & ② \\ x=4z+2. & ③ \end{cases}$$

像这样，把含有三个未知数的三个一次方程联立在一起，就组成了一个三元一次方程组．

试一试

试解这个方程组，并说出该球队胜、平、负各多少场．



标有 * 的内容为选学内容，不作考试要求．

【情境说明】

本节课创设的情境是足球比赛问题，学生可能会用二元一次方程组求解．教师可以引导学生用三元的方法研究和解决问题，从而引出三元一次方程组．

【内容解读】

三元一次方程组的概念是描述性定义，教学中可以与二元一次方程组进行类比．实际上，三元一次方程组不一定由三个方程组成，但本小节只学习由三个方程组成的三元一次方程组．

【内容解读】

关于“试一试”，要给学生足够的时间进行尝试求解．进一步体会“消元”的基本思想．

【教学目标】

1. 能解简单的三元一次方程组．

2. 通过解简单的三元一次方程组，进一步体会“消元”的基本思想．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

本节课创设的情境是足球比赛问题，学生可能会列出二元一次方程组，教师可以引导学生列出三元一次方程组．显然，列三元一次方程组这一建模过程更直接．

2. 探索活动

可以直接提出以下问题：

问题一　如何解三元一次方程组 $\begin{cases} x+y+z=22, \\ 3x+y=47, \\ x=4z+2? \end{cases}$

问题二　本题消去 x 后得到了什么？

在“试一试”后引导学生归纳“消元”的思想．

3. 例题教学

例题的教学中，应首先鼓励学生自己尝试求解．与解二元一次方程组一样，解三元一次方程组时，依然要强调检验的重要性，要求学生做心算检验．此外，还要提倡解法的多样化．

4. 思维拓展

解方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ y+z=6, \\ z+x=5. \end{cases}$（答案：$\begin{cases} x=1, \\ y=2, \\ z=4. \end{cases}$）

5. 小结

解三元一次方程组的关键是什么？

微信公众号：电子课本大全

例　解方程组 $\begin{cases} x-y+z=7, & ① \\ x+y=-1, & ② \\ 2x-y-z=0. & ③ \end{cases}$

分析： 方程②中只含 x、y. 因此，只要由方程①、③消去 z，得到一个只含 x、y 的方程，将所得方程与方程②联立，就能组成一个二元一次方程组.

解： ①＋③，得

$$3x-2y=7. \quad ④$$

②与④联立，得方程组

$$\begin{cases} x+y=-1, \\ 3x-2y=7. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=1, \\ y=-2. \end{cases}$$

把 $x=1$、$y=-2$ 代入①，得

$$z=4.$$

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=1, \\ y=-2, \\ z=4. \end{cases}$



还有其他方法解这个方程组吗？

用代入消元法或加减消元法消去一个未知数，就可以把解三元一次方程组转化为解二元一次方程组.



解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x+y+z=22, \\ 3x+y=47, \\ x=4z+2; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x-y-z=0, \\ x+z=5, \\ 3x+y-2z=1. \end{cases}$

【内容解读】

本例采用的是加减消元法消去 z，使解三元一次方程组转化为解二元一次方程组.

本例还可以消去其他未知数求解. 例如，①+②、②+③消去 y 后，得到一个关于 x、z 的二元一次方程组. 教学时要关注解法的多样化. 此外，还要强调检验的重要性.

【练一练解答】

(1) $\begin{cases} x=14, \\ y=5, \\ z=3; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=2, \\ y=1, \\ z=3. \end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

10.4 习题

1. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-y+z=10, \\ x+2y-z=6, \\ x+y+z=12; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+4y+3z=9, \\ 3x-2y+5z=11, \\ 5x-6y+7z=13. \end{cases}$

2. 在等式 $y=ax^2+bx+c$ 中，当 $x=-1$ 时，$y=5$；当 $x=1$ 时，$y=1$；当 $x=2$ 时，$y=2$. 求 a、b、c 的值.

【习题解答】

1. (1) $\begin{cases} x=3, \\ y=4, \\ z=5; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=-1, \\ y=\frac{1}{2}, \\ z=3. \end{cases}$

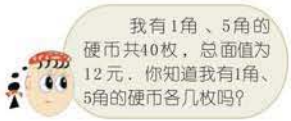
2. $a=1$，$b=-2$，$c=2$.

微信公众号：电子课本大全

10.5　用二元一次方程组解决问题



准备若干枚 1 角、5 角的硬币，两人一组做游戏．



问题 1　国庆长假期间，某旅行社接待 1 日游和 3 日游的旅客共 2 200 人，收旅游费 200 万元，其中 1 日游每人收费 200 元，3 日游每人收费 1 500 元．该旅行社接待的 1 日游和 3 日游旅客各有多少人？

分析：问题 1 中包括两个相等关系：

1 日游旅客人数 + 3 日游旅客人数 = 2 200；

所收的 1 日游旅游费 + 所收的 3 日游旅游费 = 200 万元．

解：设接待 1 日游旅客 x 人，3 日游旅客 y 人，那么所收的 1 日游旅游费为 $200x$ 元，3 日游旅游费为 $1\,500y$ 元．

根据题意，得

$$\begin{cases} x+y=2\,200, \\ 200x+1\,500y=2\,000\,000. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=1\,000, \\ y=1\,200. \end{cases}$$

答：该旅行社接待 1 日游旅客 1 000 人，3 日游旅客 1 200 人．

问题 2　为保护环境，某校环保小组成员收集废旧电池．第一天收集 5 节 1 号电池，6 节 5 号电池，总质量为 500 g；第二天收集 3 节 1 号电池，4 节 5 号电池，总质量为 310 g．1 节 1 号电池和 1 节 5 号电池的质量分别是多少？



【内容解读】

两人一组游戏后进行展示，突出列二元一次方程组解决问题．

设 1 角硬币有 x 枚，5 角硬币有 y 枚，则可列出的方程组为 $\begin{cases} x+y=40, \\ 0.1x+0.5y=12. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=20, \\ y=20. \end{cases}$

【内容解读】

问题 1 是一个可用二元一次方程组解决的实际问题，可以让学生再次经历数学建模的全过程，体会二元一次方程组和现实生活的联系．在教学中，应引导学生尝试探索解决问题的思路和方法，让学生分析题意，找出题目中蕴涵的相等关系，然后建立方程组求解．

问题 1 列出方程组后，解方程组的过程不再展开．

课本对问题 1 没有做出书面检验，但在教学时要注意：解方程组应该检验，同时还应检验所得问题的结果是否符合实际意义．

【教学目标】

1. 经历和体验列二元一次方程组解决实际问题的过程，进一步体会方程组也是刻画现实世界的有效数学模型，进一步体会数学的应用价值．

2. 会根据具体问题中的数量关系列出二元一次方程组并求解，能检验所得问题的结果是否符合实际意义，提高学生分析问题和解决问题的能力．

【教学过程设计建议（第一课时）】

1. 情境创设

本节课创设的情境是硬币游戏问题，这一问题的解决思路直接，较易得到二元一次方程组．另外，根据学生的情况，还可以选择建模更为直接的下列问题情境：

4 辆三轮货车和 6 辆卡车一次能运货 32 t，7 辆三轮货车和 3 辆卡车一次能运货 18.5 t．1 辆三轮货车和 1 辆卡车一次各能运多少货？（答案：1 辆三轮货车一次运货 0.5 t，1 辆卡车一次运货 5 t．）

2. 探索活动

在问题 1 后，可以提出以下问题：

问题一　如何设未知数？如何找出表达实际问题的两个相等关系？

在问题 2 后，可以提出以下问题：

问题二　你是怎么解这些方程组的？

3. 例题教学

学生已经有了用一元一次方程解决问题的经验，对照用一元一次方程解决问题的方法和步骤，通过例 1，就可以让学生明白用方程组解决问题时的简单步骤和方

微信公众号：电子课本大全

分析：问题2中包括两个相等关系：
5节1号电池的质量＋6节5号电池的质量＝500 g；
3节1号电池的质量＋4节5号电池的质量＝310 g.
解：设1节1号电池的质量为 x g，1节5号电池的质量为 y g.
根据题意，得

$$\begin{cases}5x+6y=500,\\3x+4y=310.\end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases}x=70,\\y=25.\end{cases}$$

答：1节1号电池质量为70 g，1节5号电池质量为25 g.



废旧电池的危害

1节1号废旧锌锰电池的质量为70 g，其中含碳棒5.2 g、锌皮7.0 g、锰粉25 g、铜帽0.5 g，其他物质32.3 g. 废旧电池的危害主要集中在它所含的少量重金属上，如铅、汞、镉等．由于机械磨损和腐蚀，使得废旧电池内部的重金属和酸、碱等泄漏出来，进入土壤或水源．有资料表明，一粒纽扣大的废旧电池，大约会污染水600 000 L. 如这些有毒物质通过各种途径进入人体内，长期积累难以排除，会损害人体的神经系统、造血功能和骨骼，甚至致癌．



1. 某停车场的收费标准如下：中型汽车的停车费为10元/辆，小型汽车的停车费为6元/辆．现在停车场内停有50辆中、小型汽车，这些车共缴纳停车费360元，中、小型汽车各有多少辆？
2. 一个两位数的十位数字与个位数字的和是7，如果把它的个位数字与十位数字互换，那么所得的两位数比原数大45. 求这个两位数．

【内容解读】

在问题2的教学结束后，应鼓励学生尝试归纳、概括用二元一次方程组解决问题的主要步骤：设两个未知数；根据题中的相等关系列出方程组；解方程组，求出未知数的值；写出问题的答案．需要注意的是写出答案前，先要根据实际问题的意义，检验所得问题的结果是否符合实际意义．

【练一练解答】

1. 设中型汽车有 x 辆，小型汽车有 y 辆．根据题意，得

$$\begin{cases}x+y=50,\\10x+6y=360.\end{cases}\text{解得}\begin{cases}x=15,\\y=35.\end{cases}$$

2. 设这个两位数的十位数字为 x，个位数字为 y．根据题意，得

$$\begin{cases}x+y=7,\\(10y+x)-(10x+y)=45.\end{cases}\text{解得}\begin{cases}x=1,\\y=6.\end{cases}$$

所以这个两位数是16.

法：理解题意，找出表示实际问题意义的两个相等关系；在求解的过程中，应先设两个未知数（如果有单位，必须写在字母的后面），再根据相等关系列出方程组；解这个方程组，并写出答案．同时，使学生进一步感受和体会到用二元一次方程组解决问题比用一元一次方程解决问题思路更加直接，方法也较简单．

根据教学需要，教师可以补充1～2个例题，并注意解题格式．以下问题供教师教学时选用．

（1）小明买了两份水果，一份是3千克苹果、2千克香蕉，共用去22元；另一份是2千克苹果、5千克香蕉，共用去33元．苹果和香蕉价格各是多少？

（2）小丽在玩具厂劳动，做5只小狗玩具、5只小猴玩具用了220 min，做4只小狗玩具、8只小猴玩具用了256 min，平均做1只小狗玩具与1只小猴玩具各用多少时间？

（答案：（1）苹果的价格是4元／千克，香蕉的价格是5元／千克；（2）平均做1只小狗玩具需24 min，做1只小猴玩具需20 min．）

4. 思维拓展

用一根绳子环绕一棵大树．如果环绕大树3周，那么绳子还多4尺；如果环绕大树4周，那么绳子少了3尺．这根绳子有多长？绳子环绕大树1周需要多少尺？（答案：这根绳子长25尺，绳子环绕大树1周需要7尺．）

5. 小结

问题一　谈谈用二元一次方程组解决问题的步骤．

问题二　用二元一次方程组解决问题的关键是什么？

微信公众号：电子课本大全

【情境说明】

本节课创设的情境是产品生产问题，解决这个问题是以列表作为建模策略，分析问题中所蕴涵的数量关系，意在突出解决实际问题的过程．

【内容解读】

画表格时，通常可以先填写已知的量，然后填写所设未知数的量，再根据下面两个相等关系列出方程组求解：生产甲种产品所用的时间加生产乙种产品所用的时间等于 1 h；生产甲种产品所用的铜的质量加生产乙种产品所用的铜的质量等于 6.4 kg．

【内容解读】

问题 4 的部分信息是用表格呈现的，教学中可以适当解释表格所表达的意义．

设每户每月用水不超过 15 立方米时，每立方米按 x 元收费，超过部分每立方米按 y 元收费．

月　份	不超过 6 立方米的水费	超过 6 立方米的水费	总水费
4	$15x$	y	50
5	$15x$	$4y$	70

根据下面两个相等关系列出方程组求解：4 月份不超过 15 立方米的水费加超过 15 立方米的水费等于 50 元，5 月份不超过 15 立方米的水费加超过 15 立方米的水费等于 70 元．

问题 3　某厂生产甲、乙两种型号的产品，生产 1 个甲种产品需用时 8 s、铜 8 g；生产 1 个乙种产品需用时 6 s、铜 16 g．如果生产甲、乙两种产品共用时 1 h、用铜 6.4 kg，那么甲、乙两种产品各生产多少个？

分析：

	甲种产品 x 个	乙种产品 y 个	总　计
用时/s			
用铜/g			



解： 设生产甲种产品 x 个，乙种产品 y 个．

根据题意，得

$$\begin{cases} 8x+6y=3\,600, \\ 8x+16y=6\,400. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=240, \\ y=280. \end{cases}$$

答： 生产甲种产品 240 个，乙种产品 280 个．

问题 4　为了增强公民的节水意识，合理利用水资源，某市采用价格调控手段来引导市民节约用水：每户居民每月用水不超过 15 立方米时，按基本价格收费；超过 15 立方米时，超过的部分要加价收费．该市某户居民今年 4、5 月份的用水量和水费如下表所示：

月　份	用水量/立方米	水费/元
4	16	50
5	20	70

求该市居民用水的两种收费价格．

解： 设该市居民用水的基本价格为 x 元/立方米，超过 15 立方米部分的价格为 y 元/立方米．

根据题意，得

$$\begin{cases} 15x+(16-15)y=50, \\ 15x+(20-15)y=70. \end{cases}$$

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 情境创设

本课时创设的情境与第一课时相比，问题要相对复杂，列表成了解决问题的一个重要手段．除了问题 3，教师还可以补充以下问题情境：

(1)某校七年级甲、乙班的学生共有 80 名，在一次数学测验中，两个班的优秀率是 50%，其中甲班优秀率是 40%，乙班优秀率是 60%．七年级甲、乙班各有多少名学生？

(2)甲、乙两人从相距 6 km 的两地同时出发，同向而行，甲 3 h 可以追上乙；相向而行，两人 0.6 h 相遇．甲、乙两人的平均速度各是多少？

(答案：(1)七年级甲班有 40 人，乙班有 40 人；(2)甲的平均速度是 6 km／h，乙的平均速度是 4 km／h．)

2. 探索活动

在分析问题 3 时，可以提出以下问题：

问题一　表格该如何设计？

问题二　如何用表格来分析问题 3 中的数量关系？

在分析问题 4 时，可以提出以下问题：

问题三　如何用表格来分析问题 4 中的数量关系？

3. 例题教学

课本安排了问题 3、问题 4，应该让学生讨论怎样设未知数和怎样分析数量关系，并鼓励学生先尝试，再讨论．要让学生充分发表意见．

下面提供的 2 个例题供参考选用：

(1)甲、乙两个村共有农田 1 000 亩，其中 68% 是水田．已知甲村的农田中 80% 是水田，乙村的农田中 60%

微信公众号：电子课本大全

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=3, \\ y=5. \end{cases}$$

答：该市居民用水的基本价格为 3 元/立方米，超过 15 立方米部分的价格为 5 元/立方米．

做一做

在问题 4 中，如果某户居民某月交水费 80 元，那么该户居民这个月的用水量为多少立方米？

练一练

1. 运输两批救灾物资，第一批 360 t，用 6 节火车车皮和 15 辆汽车正好装完；第二批 440 t，用 8 节火车车皮和 10 辆汽车正好装完．每节火车车皮和每辆汽车平均各装物资多少(单位：t)？
2. 邮购每册 6 元的某种杂志，邮寄费和优惠率如下表：

邮购册数	1～99	100 以上(含 100)
邮寄费用	书价的 10%	免费邮寄
书价优惠	不优惠	优惠 10%

两次邮购这种杂志共 200 册，总计金额 1 140 元．两次邮购杂志各多少册？

问题 5 制作甲、乙两种无盖的长方体纸盒(如图 10－1)，需用正方形和长方形两种硬纸片，且长方形的宽与正方形的边长相等．现有 150 张正方形硬纸片和 300 张长方形硬纸片，可制作甲、乙两种纸盒各多少个？

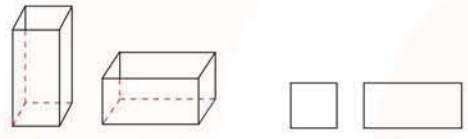


图 10－1

【内容解读】

“做一做”是问题 4 的延伸，答案为 22 立方米．

【练一练解答】

1. 设每节火车车皮平均装物资 x t，每辆汽车平均装物资 y t．根据题意，得 $\begin{cases} 6x+15y=360, \\ 8x+10y=440. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=50, \\ y=4. \end{cases}$

2. 因为 $2\times100\times6\times90\%=1\,080$，$1\,080<1\,140$，所以一次邮购杂志的册数少于 100，另一次邮购杂志的册数多于 100．设一次邮购杂志 x 册，另一次邮购杂志 y 册．根据题意，得 $\begin{cases} 6.6x+5.4y=1\,140, \\ x+y=200. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=50, \\ y=150. \end{cases}$

【内容解读】

问题 5 的部分信息呈现在图中，需要学生根据图示来分清每个甲种纸盒或乙种纸盒所需正方形纸片和长方形纸片的多少．可以根据下面两个相等关系列出方程组：甲种纸盒所用的正方形纸片加乙种纸盒所用的正方形纸片等于 150 张；甲种纸盒所用的长方形纸片加乙种纸盒所用的长方形纸片等于 300 张．

是水田．甲、乙两村各有多少亩农田？

(2)甲、乙两个仓库共有存粮 500 t，现从甲仓库运出存粮的 50%，从乙仓库运出存粮的 40%，结果甲仓库所余的粮食比乙仓库所余的粮食多 30 t．甲、乙两个仓库原来存粮各是多少？

(答案：(1)甲村有 400 亩农田，乙村有 600 亩农田；(2)甲仓库原来存粮 300 t，乙仓库原来存粮 200 t．)

4. 思维拓展

某次知识竞赛共有 25 题，评分标准如下：答对 1 题得 4 分，答错 1 题倒扣 2 分，不答题不得分也不扣分．小明得 60 分，且答对的题数是答错的题数的 3 倍．小明答对、答错、不答各有多少题？

(答案：小明答对 18 题，答错 6 题，不答 1 题．)

5. 小结

用表格分析实际问题的一般步骤是什么？

【教学过程设计建议(第三课时)】

1. 情境创设

本节课创设的情境是问题 5，利用示意图成了解决问题的又一个重要手段，示意图是帮助我们分析各个量之间相互关系的一种有效的工具．另外，以下问题供教学时选用：

某班举办了一次集邮展览，展出的邮票总数，比平均每人 4 张多 14 张，比平均每人 5 张少 26 张．这个班共有多少名学生？展出的邮票总数共有多少张？

(答案：这个班共有 40 名学生，展出的邮票总数共有 174 张．)

2. 探索活动

呈现问题 5 后，可以提出问题：

微信公众号：电子课本大全

分析： 每个甲种纸盒用正方形硬纸片 1 张，长方形硬纸片 4 张；每个乙种纸盒用正方形硬纸片 2 张，长方形硬纸片 3 张．

解： 设可制作甲种纸盒 x 个，乙种纸盒 y 个．

根据题意，得

$$\begin{cases} x+2y=150, \\ 4x+3y=300. \end{cases}$$

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x=30, \\ y=60. \end{cases}$$

答： 可制作甲种纸盒 30 个，乙种纸盒 60 个．

问题 6　某铁路桥长 1 000 m，现有一列火车从桥上通过，测得该火车从开始上桥到完全过桥共用了 1 min，整列火车完全在桥上的时间共 40 s．求火车的速度和长度．

分析： 如果设火车的速度为 x m/s，火车的长度为 y m，用线段表示大桥和火车的长度，根据题意可画出图 10－2．

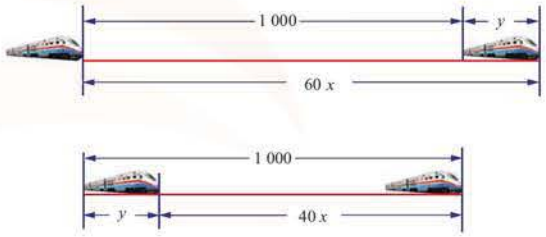


图 10－2

由图 10－2 可知：火车 1 min 行驶的路程等于桥长与火车长的和，火车 40 s 行驶的路程等于桥长与火车长的差．

解： 设火车的速度为 x m/s，火车的长度为 y m．

根据题意，得

$$\begin{cases} 60x=1\,000+y, \\ 40x=1\,000-y. \end{cases}$$

【内容解读】

问题6是火车过桥问题，解决这个问题是以画示意图作为建模策略，分析问题中所蕴涵的数量关系，同样也是为了突出解决实际问题的过程．

画示意图通常可以画线段图或曲线段图，用线段或曲线段的长来表示某些量，并根据这些线段或曲线段的长度关系列出方程组．许多行程问题中的数量关系可以简明地用示意图来表达．

两个示意图反映了两个相等关系：桥长加火车长等于火车1 min经过的路程；桥长减火车长等于火车40 s经过的路程．

问题一　从图中能获得哪些信息？

呈现问题6后，可以提出以下问题：

问题二　能在示意图上分析这个问题吗？

问题三　你能根据示意图中线段的和或差写出两个表达问题6的相等关系吗？并根据相等关系列出方程组吗？

3. 例题教学

课本安排了问题5、问题6，教师可以酌情选用，并利用示意图进行分析，教学中要让学生理解这些示意图常常是用线段表示数量，并根据线段的和或差找出相等关系，列出方程组．

4. 思维拓展

某中学七年级学生开展义务植树活动，参加者是未参加者人数的3倍，若该年级人数减少6人，未参加者人数增加6人，则参加者人数是未参加者人数的2倍．求该校七年级学生共有多少人？

（答案：七年级学生共有96人．）

5. 小结

议一议用示意图和表格分析问题的优劣．

微信公众号：电子课本大全

解这个方程组，得

$$\begin{cases} x = 20, \\ y = 200. \end{cases}$$

答： 火车的速度为 20 m/s，火车的长度为 200 m.



1. 已知梯形的高是 4 cm，面积是 18 cm^2，上底比下底的$\frac{1}{3}$多 1 cm. 求梯形上、下底的长度.
2. 甲、乙两人沿 400 m 的环形跑道同时同地出发跑步. 如果同向而行，那么经过 200 s 两人相遇；如果背向而行，那么经过 40 s 两人相遇. 求甲、乙两人的跑步速度.



1. 为缓解甲、乙两地旱情，某水库计划向甲、乙两地送水. 第一次往甲地送水 3 天，往乙地送水 2 天，共送水 84 万立方米；第二次往甲地送水 5 天，往乙地送水 2 天，共送水 120 万立方米. 往甲、乙两地平均每天各送水多少?
2. 一家公司加工蔬菜，有粗加工和精加工两种方式. 如果进行粗加工，每天可加工 15 t；如果进行精加工，每天可加工 5 t. 该公司从市场上收购蔬菜 150 t，并用 14 天加工完这批蔬菜. 精加工和粗加工蔬菜各多少(单位：t)?
3. 某次篮球、排球比赛，共有 24 个队、260 名运动员参加，其中篮球队每队 10 名，排球队每队 12 名. 参赛的篮球队、排球队各有多少个?
4. 食堂的存煤计划用若干天，若每天用 130 kg，则缺少 60 kg；若每天用 120 kg，则还剩余 60 kg. 食堂里的存煤共有多少? 计划用多少天?
5. 《希腊文选》中有这样一题："驴和骡驮着货物并排走在路上，驴子不停地埋怨驮的货物太重，压得受不了. 骡子对它说：'你发什么牢骚啊! 我驮的比你驮的更重. 倘若你的货给我一口袋，我驮的货比你驮的货重 1 倍；而我若给你一口袋，咱俩才刚好一样多.' 驴和骡各驮几口袋货物?"

【练一练解答】

1. 设这个梯形的上底为 x cm，下底为 y cm. 根据题意，得 $\begin{cases} x-\frac{1}{3}y=1, \\ x+y=9. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=6. \end{cases}$

2. 设甲的跑步速度为 x m/s，乙的跑步速度为 y m/s($x>y$). 根据题意，得 $\begin{cases} 40x+40y=400, \\ 200x-200y=400. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=6, \\ y=4. \end{cases}$

【习题解答】

1. 设平均每天往甲地送水 x 万立方米，往乙地送水 y 万立方米. 根据题意，得 $\begin{cases} 3x+2y=84, \\ 5x+2y=120. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=18, \\ y=15. \end{cases}$

2. 设精加工蔬菜 x t，粗加工蔬菜 y t. 根据题意，得 $\begin{cases} x+y=150, \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{15}=14. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=30, \\ y=120. \end{cases}$

3. 设参赛的篮球队有 x 支，参赛的排球队有 y 支. 根据题意，得 $\begin{cases} x+y=24, \\ 10x+12y=260. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=14, \\ y=10. \end{cases}$

4. 设食堂里的存煤共有 x kg，计划用 y 天. 根据题意，得 $\begin{cases} x=130y-60, \\ x=120y+60. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=1\,500, \\ y=12. \end{cases}$

【教学茶座】

● 本章第 5 节所列举的实际问题类型较杂，目的是什么?

▲ 目的是要淡化繁琐的题型训练，强调对实际问题的具体分析、抽象，突出用方程组解决问题的方法和策略.

● 本章第 5 节的教学应注意什么?

▲ 教学中要强调学生参与，为学生提供数学探究活动的机会，关注学生能否在活动中进行自主思考，面对实际问题时，尝试从数学的角度运用所学的知识和方法寻求解决问题的策略，关注学生列方程组解决实际问题的意识.

【课程资源】

我国水资源概况

我国是一个缺水严重的国家. 我国的淡水资源总量为 28 000 亿立方米，占全球水资源的 6%，人均只有 2 300 立方米，仅为世界平均水平的$\frac{1}{4}$、美国的$\frac{1}{5}$，在世界上名列第 121 位，是全球 13 个人均水资源最贫乏的国家之一.

微信公众号：电子课本大全

5. 设驴驮 x 口袋货物，骡驮 y 口袋货物．根据题意，得

$\begin{cases} y+1=2(x-1), \\ y-1=x+1. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=5, \\ y=7. \end{cases}$

6. 设学校去自然保护区的路途中，平路为 x km，上山的坡路为 y km．根据题意，得

$\begin{cases} \dfrac{x}{60}+\dfrac{y}{30}=6.5, \\ \dfrac{x}{50}+\dfrac{y}{40}=6. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=150, \\ y=120. \end{cases}$ 所以学校距自然保护区有 270 km．

7. 设在 3.2 t 原料中，石英砂占 x t，长石粉占 y t．根据题意，得

$\begin{cases} x+y=3.2, \\ 95\%x+63\%y=3.2\times 70\%. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=0.7, \\ y=2.5. \end{cases}$

8. 设这块合金中含甲种金属 x kg，含乙种金属 $(10-x)$ kg，第一次加入的甲种金属 y kg．根据题意，得 $\begin{cases} x+y=\dfrac{3}{5}(10+y), \\ x+2y=\dfrac{7}{10}(10+2y). \end{cases}$ 解得

$\begin{cases} x=4, \\ y=5. \end{cases}$ 所以第一次加入的甲种金属 5 kg，原来这块合金中含甲种金属 40%．

6. 某校组织学生乘汽车去自然保护区野营．汽车先以 60 km/h 的速度在平路上行驶，后又以 30 km/h 的速度爬坡到达目的地，共用了 6.5 h；返回时，汽车以 40 km/h 的速度下坡，又以 50 km/h 的速度在平路上行驶，共用了 6 h．学校距自然保护区有多远？

7. 一玻璃厂熔炼玻璃液，其原料由石英砂和长石粉混合而成，要求原料中含二氧化硅 70%．经过化验，石英砂中含二氧化硅 95%，长石粉中含二氧化硅 63%．要配制 3.2 t 原料，需石英砂、长石粉各多少？

8. 现有一块质量为 10 kg 的甲、乙两种金属的合金．用甲种金属若干与这块合金重新熔炼，所得的新合金中甲种金属占 3 份，乙种金属占 2 份．如果再用相同数量的甲种金属与新合金重新熔炼，那么所得合金中甲种金属占 7 份，乙种金属占 3 份．每次所用的甲种金属有多少？原来这块合金中含甲种金属的百分比是多少？

阅读

转　化

举办运动会，参赛运动员都有一个号码，这样就把运动员的姓名转化为数字，给比赛带来了许多方便．

用数轴上的点表示数，一个数的绝对值等于数轴上表示这个数的点到原点的距离……这些都是数与形的转化．根据有理数运算法则，减法可以转化为加法，除法可以转化为乘法……这些都是运算的转化．像这样，把复杂问题转化为简单问题，把未知转化为已知，是解决问题的一种常用的思想方法．

本章里，用二元一次方程组解决问题时，要把实际问题转化为方程组，这是实际问题到数学问题的转化；用代入消元法或加减消元法，可以把解二元一次方程组转化为解一元一次方程，这是从“二元”到“一元”的转化．类似地，消去三元一次方程组中的某个未知数，就可以把解三元一次方程组转化为解二元一次方程组．

微信公众号：电子课本大全

数学活动

算年龄

1. 今年，小明与他妈妈的年龄和是 50 岁．3 年后，小明妈妈的年龄是小明年龄的 2.5 倍，利用二元一次方程组求小明和他妈妈的年龄．

2. 根据自己和父母（或祖父母、外祖父母）的年龄或收集其他的数据，编一个可以利用二元一次方程组解决的问题，请同学求解．

3. 观察、收集日常生活或生产实践中的一些数据，参照 10.5 节中提出问题、解决问题的全过程，提出一个可以用二元一次方程组解决的实际问题，再解这个方程组，并对解的实际意义做出解释．

4. 课堂交流，汇报活动过程、感受和成果，并发表你的看法．

小结与思考

1. 从“一元”到“二元”，我们建立了新的数学模型．用二元一次方程组解决问题的关键，是找出实际问题中数量之间的两个相等关系．

2. 一个二元一次方程组常常可以有不同的实际意义．例如，二元一次方程组 $\begin{cases}2x+y=110,\\x+3y=180\end{cases}$ 的实际意义可以是：甲、乙两人加工零件，甲做 2 h，乙做 1 h，共加工 110 个零件；甲做 1 h，乙做 3 h，共加工 180 个零件．甲、乙两人每小时各加工多少个零件？

你能给出这个方程组不同的实际意义吗？

3. 从“二元”到“一元”，我们用转化思想解决问题．解二元一次方程组的基本思路是：消去一个未知数，把它转化为解一元一次方程：

二元一次方程组 —消元（代入法或加减法）→ 一元一次方程

解三元一次方程组的基本思路是：消去一个未知数，把它转化为解二元一次方程组：

三元一次方程组 —消元（代入法或加减法）→ 二元一次方程组

如果一个方程组中有 4 个未知数，并且每个方程中含有未知数的项的次数都是 1，你能解这样的方程组吗？说说你的想法．

【复习题解答】

（复习巩固）

1. $y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$，$k=-\frac{2}{3}$，$m=\frac{4}{3}$．

2. 方程 $5x-3y=4$ 有正整数解，如 $\begin{cases}x=2,\\y=2;\end{cases}\begin{cases}x=5,\\y=7;\end{cases}\begin{cases}x=8,\\y=12,\end{cases}$ 等等．

3. (1) $\begin{cases}x=6,\\y=-3;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=-38,\\y=-31;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=-\frac{5}{4},\\y=-\frac{10}{3};\end{cases}$

(5) $\begin{cases}x=\frac{4}{3},\\y=0;\end{cases}$ (6) $\begin{cases}x=175,\\y=125.\end{cases}$

4. 根据题意，得 $\begin{cases}21-a=16,\\14+b=15.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=5,\\b=1.\end{cases}$

5. 根据题意，得 $\begin{cases}x+y=0,\\2x-y=3.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

6. 设这个梯形的上底为 x cm，下底为 y cm．根据题意，得

$\begin{cases}y=2x+2,\\\frac{1}{2}\times6\times(x+y)=42.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=4,\\y=10.\end{cases}$

【教学目标】

1. 经历“问题情境—建立模型—求解—解释与应用”的基本过程，加深理解相关数学知识．

2. 通过获得成功的体验，增强应用数学的信心．

【活动建议】

建议活动分为三个步骤：

1. 独立完成问题 1．

2. 以 2 人或 4 人为一组，每人自编一个自己和父母（或祖父母）有关的年龄问题，并利用二元一次方程组求解．

3. 全班交流，小组汇报活动过程、感受和成果，选出有特色的自编题，并填写课本附录中的数学活动评价表．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

(1)本节课可以创设纠错情境：将学生在练习和作业中的错题，包括解方程组 2～3 题，用方程组解决问题 2～3 题，请学生找出错处，并订正．

(2)可以准备一些解方程组和用方程组解决问题的题目，让学生探索和求解．

(3)也可以让学生开展一个数学活动，采访周围的有关人员，或去工厂、农村、商店、银行、电话公司等，与有关人员进行交流，收集所需要的数据和数量关系．构造一个或几个用二元一次方程组解决的问题，在这些问题中选择一些作为本节课教学的问题情境．

微信公众号：电子课本大全

复习巩固

1. 把二元一次方程 $2x+3y-4=0$ 化为 $y=kx+m$ 的形式，并写出 k、m 的值．

2. 方程 $5x-3y=4$ 有没有正整数解？如果有，写出其中的几个．

3. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases}x+2y=0,\\3x+4y=6;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}5x+6y=16,\\7x-9y=5;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}9x-11y+1=0,\\4x-5y-3=0;\end{cases}$　(4) $\begin{cases}0.8x-0.9y=2,\\6x-3y=2.5;\end{cases}$

(5) $\begin{cases}x=\dfrac{2y+4}{3},\\y=\dfrac{3x-4}{3};\end{cases}$　(6) $\begin{cases}x+y=300,\\5\%x+53\%y=300\times25\%.\end{cases}$

4. 已知关于 x、y 的方程组 $\begin{cases}3x-ay=16,\\2x+by=15\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=7,\\y=1.\end{cases}$ 求 a、b 的值．

5. 已知 x 与 y 互为相反数，并且 $2x-y=3$．求 x、y 的值．

6. 已知梯形的面积是 42 cm^2，高是 6 cm，下底比上底的 2 倍多 2 cm．求梯形上、下底的长．

7. 现有 100 元和 20 元的人民币共 33 张，总面额 1 620 元．这两种币值的人民币各有多少张？

8. 某商店分别以标价的 8 折和 9 折卖了两件不同品牌的衬衫，共收款 364 元．已知这两件衬衫标价的和是 420 元，这两件衬衫的标价各多少元？

9. 师徒两人检修一条长 270 m 的自来水管道，师傅每小时比徒弟多检修10 m，两人从管道两端同时开始检修，3 h 后完成任务．师傅与徒弟每小时各检修多少？

10. 某农户在一荒坡上种植了杨树和松树，已知种植的杨树棵数比总数的一半多 11 棵，种植的松树棵数比总数的三分之一少 2 棵．两种树各种植了多少棵？

11. 把一堆书分给学生，如果每名学生分 4 本，那么多 4 本；如果每名学生分 5 本，那么最后 1 名学生只有 3 本．问：有多少名学生？有多少本书？

7. 设100元的人民币有 x 张，20元的人民币有 y 张．根据题意，得 $\begin{cases}x+y=33,\\100x+20y=1\,620.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=12,\\y=21.\end{cases}$

8. 设甲、乙两件衬衫的原售价分别是 x 元、y 元．根据题意，得 $\begin{cases}x+y=420,\\0.8x+0.9y=364.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=140,\\y=280.\end{cases}$

9. 设师傅每小时检修 x m，徒弟每小时检修 y m．根据题意，得 $\begin{cases}x-y=10,\\3x+3y=270.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=50,\\y=40.\end{cases}$

10. 设杨树种植了 x 棵，松树种植了 y 棵．根据题意，得 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}(x+y)+11,\\y=\dfrac{1}{3}(x+y)-2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=38,\\y=16.\end{cases}$

11. 设一共有 x 名学生、y 本书．根据题意，得 $\begin{cases}y=4x+4,\\y=5(x-1)+3.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=6,\\y=28.\end{cases}$

2. 探索活动

“小结与思考”中的第3点，是一个探索活动的素材，可根据实际情况开展这样的探索活动．

3. 例题教学

除了情境创设中合适的问题外，以下的问题可供选用：

(1)已知 x 与 y 互为相反数，且 $3x-y=4$，求 x 和 y 的值．

(2) x 与 y 的和与差都是4，求 x 和 y 的值．

(3)判断方程组 $\begin{cases}3x-4y=7,\\2x+3y=-1\end{cases}$ 的解是不是方程 $5x-y=6$ 的一个解．

(4)某汽车专卖店销售A、B两种型号的新能源汽车。1月份售出2辆A型车和6辆B型车，销售额为192万元；2月份售出4辆A型车和2辆B型车，销售额为124万元．求每辆A型车和B型车的售价各为多少元．

(5)甲、乙两人相距90 km，甲乘公共汽车，乙骑摩托车，如果两人同时相向而行，那么1 h相遇；如果两人同时同向而行，那么乙可以在3 h后追上甲．求甲、乙两人的速度．

(6)某动物园的门票价格如下：

成人票价	40元／人
儿童票价	20元／人

今年元旦该动物园共售出840张票，得票款27 200元，该动物园成人票和儿童票各售出多少张？

(答案：(1)1，－1；(2)4，0；(3)方程组 $\begin{cases}3x-4y=7,\\2x+3y=-1\end{cases}$ 的解是方程 $5x-y=6$ 的一个解；(4)每辆A型车的售价

微信公众号：电子课本大全

灵活运用

12. A、B 两地之间的路程是 36 km，小丽从 A 地骑自行车去 B 地，小明从 B 地骑自行车去 A 地，两人同时出发，相向而行，经过 1 h 后两人相遇；再过 0.5 h，小丽还需行驶的路程是小明的 2 倍．小丽和小明骑车的速度各是多少？

13. 美术小组共有 30 名同学，准备到文具店购买铅笔和橡皮．如果全组每人各买 2 枝铅笔和 1 块橡皮，那么需按零售价购买，共支付 60 元；如果全组每人各买 3 枝铅笔和 2 块橡皮，那么可按批发价购买，共支付 81 元．已知 1 枝铅笔的批发价比零售价低 0.1 元，1 块橡皮的批发价比零售价低 0.2 元．这家文具店的铅笔和橡皮的批发价各是多少？

探索研究

14. 编一个二元一次方程组，使它的解是 $\begin{cases}x=-1,\\y=4.\end{cases}$

15. 小亮在匀速行驶的汽车里，注意到公路里程碑上的数是一个两位数；1 h 后，看到里程碑上的两位数与第一次看到的两位数恰好互换了两个数字的位置；再过 1 h，看到里程碑上的数是第一次看到的两位数的两个数字之间添加一个 0 所得的三位数．这 3 块里程碑上的数各是多少？

16. 探索下列二元一次方程组解的情况：

(1) $\begin{cases}x-y=1,\\2x-y=3;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x-y=1,\\2x-2y=2;\end{cases}$　(3) $\begin{cases}x-y=1,\\2x-2y=4.\end{cases}$

(灵活运用)

12. 设小丽每小时行 x km，小明每小时行 y km．根据题意，得

$$\begin{cases}x+y=36,\\36-1.5x=2(36-1.5y).\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=16,\\y=20.\end{cases}$

13. 设这家商店每枝铅笔的批发价是 x 元，每块橡皮的批发价是 y 元．根据题意，得

$$\begin{cases}60(x+0.1)+30(y+0.2)=60,\\90x+60y=81.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=0.5,\\y=0.6.\end{cases}$

(探索研究)

14. 答案不唯一，例如 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-5.\end{cases}$

15. 设最初公路里程碑上的两位数的十位数字是 x，个位数字是 y，汽车每小时行驶的路程是 s．根据题意，得

$$\begin{cases}10y+x=10x+y+s,\\100x+y=10x+y+2s.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{45}s,\\y=\frac{6}{45}s.\end{cases}$ 则 $y=6x$，只有当 $x=1$，$y=6$ 时，符合题意，因此这 3 块里程碑上的数分别是 16、61、106．

16. (1)方程组有唯一解 $\begin{cases}x=2,\\y=1;\end{cases}$

(2)方程组有无数解；

(3)方程组无解．

为18万元，每辆B型车的售价为26万元；(5)甲的速度是30 km／h，乙的速度是60 km／h；(6)成人票售出520张，儿童票售出320张．)

4. 思维拓展

“小结与思考”中的第3点是拓展思维的素材．另外，以下问题可供选用：

(1)已知方程 $mx+ny=5$ 的两个解是 $\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$ 求 m、n 的值．

(2)一个两位数，十位上的数字比个位上的数字小2，如果把这个两位数的两个数位上的数字交换位置，所得的两位数与原两位数的和是176．求这个两位数．

(3)一个50人的旅行团住满了某招待所的20间房间，其中有三人间、双人间、单人间，现知道旅行团住的单人间是双人间的2倍．这个旅行团分别住了多少间三人间、双人间、单人间？

(答案：(1) $m=10$，$n=-5$；(2)所求两位数是79；(3)这个旅行团分别住了14间三人间、2间双人间、4间单人间．)

5. 小结

议一议学了“二元一次方程组”这一章后的感想．

微信公众号：电子课本大全

第11章　一元一次不等式

【课标要求】

1. 结合具体问题，了解不等式的意义，探索不等式的基本性质．

2. 能解数字系数的一元一次不等式，并能在数轴上表示出解集；会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集．

3. 能根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题．

【设计思路】

不等式是刻画现实世界中量与量之间不等关系的有效数学模型，一元一次不等式是表示不等关系的最基本的工具，是学生学习其他相关数学知识的基础．

本章是在学生学习了一元一次方程、二元一次方程组的基础上展开的，课本从内容安排上共分为以下几个部分：

1. 从身边的实际问题中建立不等式．

从这些实际问题中的数量大小关系了解不等式的意义，了解不等式的相关概念，并探索不等式的基本性质．

2. 一元一次不等式．

（1）从问题到一元一次不等式：精选典型的问题情境，紧密联系生活实际，通过丰富的实例，引出一元一次不等式，使学生体会一元一次不等式与现实世界的密切联系，强化建模思想．

（2）解一元一次不等式：解决数学内部问题——解一元一次不等式，让学生探索一元一次不等式（组）的解法，使学生在尝试、探索、比较等活动中，掌握一元一次不等式的解法，充分体会化归的思想方法．

（3）用一元一次不等式解决问题：设置了较多有一定挑战性和思考性的实际问题，用一元一次不等式解决这些实际问题，通过学生的自主探索研究，培养他们分析问题、解决问题的能力，提高解一元一次不等式的技能．

3. 一元一次不等式组．

通过把几个含有同一未知数的一次不等式联立成一元一次不等式组，突出数轴在确定不等式组解集的作用，进一步体会化归思想．

【教学建议】

1. 淡化形式，注重本质．对不等式、不等式的解集、一元一次不等式、一元一次不等式组等概念，教学时要淡化严格的形式化定义，通过已有的知识，让学生认识这些概念，并在运用中加深理解．

2. 鼓励学生自主探索和合作交流．学生已具备有关一元一次方程、二元一次方程组的知识，有能力通过自主探索和合作交流列出一元一次不等式，解决简单的实际问题．教学过程中应积极创设学生自主探索和合作交流的氛围，激发他们学习的主动性．

3. 设置丰富的问题情境，体会不等式知识的发生、发展过程．内容的选择和呈现要关注现实意义和学生的经验及兴趣，使学生多经历一些不等式知识的形成和应用过程，多经历一些模型化的过程，进一步培养学生分析问题和解决问题的能力．同时，要把握好实际问题的难度，在解决简单的实际问题中，要突出不等式模型的建立、求解以及对解的解释和检验．

4. 充分利用相关知识和方法的对比进行教学．本章可利用的类比因素较多，例如，在从问题到不等式、解一元一次不等式、用一元一次不等式解决问题的教学中，均可以与一元一次方程、二元一次方程组的相关内容进行类比．例如，不等式和方程的意义、不等式和等式的基本性质、不等式的解集与一元一次方程的解、解一元一次不等式与解一元一次方程、二元一次方程组，等等．需要注意的是，在进行类比时，既要说明它们的相同点，更要使学生明确它们的不同点，揭示各自的特殊性，从这些类比中进一步领会不等式有关知识的特点和本质．

微信公众号：电子课本大全

【评价建议】

1. 恰当考查学生的知识、技能，关注他们对知识与技能的理解和应用.在解一元一次不等式(组)时，要有针对性地加强基础性练习；在“用一元一次不等式解决问题”的教学中，要选择难度适当的例题和习题，多选择简单的实际问题.

2. 评价应关注学生的活动过程.突出关注他们能否找到不等关系，能否根据实际问题正确地建立一元一次不等式模型，能否正确地解一元一次不等式(组)，还要关注他们参与活动的程度，如，在学习过程中的主动性、独立思考与认真程度，在活动中表现出来的思维水平，在活动中的投入程度以及学生在活动中思考问题的准确性、广阔性、灵活性.

3. 关注学生对不等式内容的本质的认识，对有关概念、性质、解法的评价，不提倡单纯记忆和模仿.

4. 关注学生数学应用意识的提高.教学中，可以安排学生进行一些有关一元一次不等式的调查活动，自编一些有关一元一次不等式的应用问题，并从这些应用问题中考查学生的应用意识水平.

【课时安排】

本章教学大约需要12课时，分配如下：

第1节	生活中的不等式	1课时
第2节	不等式的解集	1课时
第3节	不等式的基本性质	1课时
第4节	解一元一次不等式	2课时
第5节	用一元一次不等式解决问题	2课时
第6节	一元一次不等式组	2课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	2课时

微信公众号：电子课本大全

第11章　一元一次不等式

【内容解读】

本章的章头图采用写意的手法，将不等关系形象地表达出来，主图突出了长颈鹿与小朋友身高的反差．这张图源于生活，又充满童趣、寓意深刻，反映了现实生活中随处可见的事物之间的不等关系．

章头语揭示了本章主题：生活中处处都有量与量之间的不等关系，不等式是刻画现实世界不等关系的有效模型．



$-5 \leqslant x < -1$

生活中处处都有数量之间的不等关系，不等式是刻画这种数量关系的数学模型．



微信公众号：电子课本大全



一只纸箱质量为 1 kg. 当放入一些苹果(每个苹果的质量为 0. 25 kg)后，纸箱和苹果的总质量不超过 10 kg.

1. 填表：

苹果数	20	25	30	35	
总质量/kg					

2. 估计这只纸箱内最多能装多少个苹果.

本章将学习一元一次不等式(组)的建立、解法和应用.

【操作指导】

“纸箱装苹果问题”是一个取自学生身边的实际问题．教师应鼓励学生积极参与计算和讨论，让学生经历尝试、观察、猜想、验证的过程，也可以让学生尝试用学过的一元一次方程的知识解决这个问题，并引导学生努力用数学语言表达自己的想法．在解决这个问题的过程中，要求学生先计算，然后填表，再通过观察，猜想结论，最后可以引导学生用含有一个未知量的不等式来表达题意，再用前面猜想所得的结果进行验证，点出本章主题和内容．

微信公众号：电子课本大全

11.1　生活中的不等式

在日常生活中，同类量（如长度与长度、质量与质量）之间常常存在不等关系，这种数量之间的不等关系，可以用数学式子来表示．



图中的交通图标表示该公路某路段上汽车的最高时速不得超过 100 km．如果一辆汽车的行驶速度是 a km/h，那么 a 与 100 之间的关系表示为

$$a \leqslant 100.$$

试一试

用数学式子表示下列数量之间的关系：

（1）某种袋装牛奶中，每 100 g 牛奶所含的蛋白质（x g）不少于 2.9 g，脂肪（y g）不少于 3.1 g．

（2）一辆 48 座的旅游车载有游客 x 人，途中上来 2 人后，车内仍有空座位；

（3）边长为 a m 的正方形桌面的面积大于 1 m^2；

（4）m（$m \neq 0$）的倒数不大于 5．

【情境说明】

本节课创设的情境是汽车行驶的限速问题，用不等式可表示为 $a \leqslant 100$．它体现了生活中不等关系的普遍性．

【内容解读】

（1）$x \geqslant 2.9$，$y \geqslant 3.1$；

（2）$x+2<48$；

（3）$a^2>1$；

（4）$\dfrac{1}{m} \leqslant 5$．

【教学目标】

1. 感受生活中存在的大量不等关系，了解不等式的意义．

2. 经历由具体问题建立不等式的过程，初步体会不等式是刻画现实世界的一种数学模型．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

本节课创设的情境是汽车行驶的限速问题，这在现代生活中随处可见．教师在教学中可以多设置这类情境，例如，用数学式子表示下列数量之间的关系：

（1）某隧道限速为 60 km／h，一辆在隧道中行驶速度为 v km／h 的轿车因超速被交警处罚；

（2）一个正方形桌面的边长是 a m，它的面积小于 1.5 m^2．（答案：（1）$v>60$；（2）$a^2<1.5$．）

2. 探索活动

本节课课本提供的素材为学生进行探索活动提供了较大的空间．

对汽车的限速问题，教师可以提出以下问题：

问题一　你能用数学式子表达吗？

在得出“一元一次不等式的概念”前，提出问题：

问题二　这些数学式子有什么共同特点？你能再写出几个这样的数学式子吗？

在得出“一元一次不等式的概念”后，提出问题：

问题三　你还学过哪些不等式？

3. 例题教学

课本没有安排例题，需要教师根据教学需要补充

微信公众号：电子课本大全

议一议

举出具有不等关系的实例，并与同学交流．

像 $a \leqslant 100$、$x \geqslant 2.9$、$y \geqslant 3.1$、$x+2<48$、$a^2>1$、$\frac{1}{m} \leqslant 5$ 等，用不等号表示不等关系的式子叫做**不等式**(inequality).

想一想

如何表示下列问题中的不等关系？

1. 某市某天的气温是 t℃，该市这天的最低气温是 −2℃，最高气温是 6℃.

2. 小丽种了一棵高 70 cm 的小树，假设小树平均每周长高 3 cm，x 周后这棵小树的高度不超过100 cm.



练一练

1. (口答)用不等式表示：
   (1) a 是负数；
   (2) x 与 5 的和大于 2；
   (3) x 与 a 的差小于 2；
   (4) x 与 y 的差是非负数．
2. 根据下列含有“最”字的实例，写出不等式：
   (1) 火车提速后，速度(v)最高可达 350 km/h；
   (2) 某班学生的身高(h)最高为 1.74 m；
   (3) 某班学生从家到校的路程(s)最短是 1 km.

11.1 习题

1. 用“>”或“<”号填空：
   (1) 0 ___ −2；　(2) −1 ___ −5；
   (3) −4 ___ 2；　(4) $\frac{1}{3}$ ___ $\frac{1}{2}$；
   (5) $-\frac{2}{3}$ ___ $-\frac{3}{4}$.

【内容解读】

用不等号“≠”表示不等关系的式子，也叫做不等式．

【内容解读】

1. $-2 \leqslant t \leqslant 6$.
2. $3x+70 \leqslant 100$.

【练一练解答】

1. (1) $a<0$；(2) $x+5>2$；
(3) $x-a<2$；(4) $x-y \geqslant 0$.
2. (1) $v \leqslant 350$ km／h；
(2) $h \leqslant 1.74$ m；(3) $s \geqslant 1$ km .

【习题解答】

1. (1) >；(2) >；(3) <；(4) <；
(5) > .

1～2个例题，并注意解题格式．

用不等式表示下列数量之间的关系：

(1)甲的体重是 x kg，乙的体重是 y kg，甲比乙的体重轻；

(2)某校八年级有学生 m 人，七年级有学生 n 人，八年级学生数比七年级学生数的2倍还要多．

(答案：(1) $x<y$；(2) $m>2n$.)

4. 思维拓展

一辆匀速行驶的汽车在10:20时距离甲地 40 km，要在11:00之前驶过甲地．如果汽车速度为 x km／h，那么 x 应满足什么条件？(答案：$\frac{2}{3}x>40$.)

5. 小结

问题一　一元一次不等式与一元一次方程有哪些异同？

问题二　你能再写出一些一元一次不等式吗？

【课程资源】

不 等 号

不等号(sign of inequality)是用以表示两个数量之间大小关系的符号．现在常用的有“≠”(不等号)、“>”(大于号)及“<”(小于号)．

1629年，在法国数学家日纳尔的代数教程里，用“A ff B”代表“A 大于 B”，用“B ξ A”代表“B 小于 A”．

1631年，英国著名的代数学家哈里奥特(1560～1621年)在其出版的数学著作中，首先创造了“>”(大于号)及“<”(小于号)，但未被及时采用．

到了近代，“>”及“<”分别表示大于及小于的符号才逐渐被统一并广泛使用，并以“≯”、“≮”及“≠”来表示不大于、不小于及不等于．

微信公众号：电子课本大全

2. (1) $x \leqslant 14$；(2) $t \geqslant 30$；(3) $t > 8$；
(4) $h > 1.75$；(5) $t < 12$.
3. (1) $x - 6 > 2$；(2) $2x + 5 < 0$；
(3) $3x - 2 > 0$；(4) $\frac{1}{3}y + 4 \geqslant 0$.

2. 用不等式表示下列数量之间的关系：
(1) 某种小客车载有乘客 x 人，它的最大载客量为 14 人；
(2) 小明今天锻炼身体用了 t min，他每天锻炼身体的时间不少于 30 min；
(3) 小丽每天睡眠时间超过 8 h，昨天她的睡眠时间是 t h；
(4) 某校男子跳高纪录是 1.75 m，在今年的校田径运动会上，小明的跳高成绩是 h m，打破了该项纪录；
(5) 某校男子 100 m 跑的纪录是 12 s，在今年的校田径运动会上，小刚的 100 m 跑成绩是 t s，打破了该项纪录 .
3. 用不等式表示：
(1) x 与 6 的差大于 2；
(2) x 的 2 倍与 5 的和是负数；
(3) x 的 3 倍与 2 的差是正数；
(4) y 的三分之一与 4 的和是非负数 .

微信公众号：电子课本大全

11.2 不等式的解集

议一议

为了保障交通安全、畅通，隧道入口处常有汽车限高标识（如图11－1）．高度为3 m、3.5 m、4 m、4.5 m的汽车可以通过这条隧道吗？



图11－1

图11－1中的标识，表示可以通过该隧道的汽车的高度不能超过4.2 m．显然，高度为3 m、3.5 m、4 m的汽车都可以通过这条隧道；高度为4.5 m的汽车不可以通过这条隧道．

设汽车的高度为x m，x与4.2之间的关系可以用不等式$x \leqslant 4.2$表示．当$x=3$、$x=3.5$、$x=4$时，这个不等式成立；当$x=4.5$时，这个不等式不成立．

试一试

分别说出使下列不等式成立的x的值：

(1) $x-3>0$；　　(2) $x-4 \leqslant 0$.

能使不等式成立的未知数的值叫做**不等式的解**(solution of inequality).

例如，$x=3.5$、4、5都是不等式$x-3>0$的解；$x=-1$、0、$\frac{1}{2}$、2、3、3.5、4都是不等式$x-4 \leqslant 0$的解．

想一想

1. 不等式$x-3>0$和$x-4 \leqslant 0$的解各有多少个？
2. 不等式的解与方程的解有什么不同？

【内容解读】

通过具体的例子引导学生了解不等式的解．

【内容解读】

1. 不等式$x-3>0$和$x-4 \leqslant 0$的解分别有无数个．

2. 可通过具体的例子说明不等式的解与方程的解不同．

【教学目标】

1. 知道不等式的解与解集的意义，会在数轴上表示不等式的解集．

2. 初步感受数形结合思想．

【教学过程设计建议】

1. 探索活动

在得出“不等式的解”的概念后，提出问题：

问题一　一元一次方程的解通常只有一个，不等式的解有多少个？

在得出“不等式的解集”的概念后，提出问题：

问题二　请举例说明不等式的解集的意义．

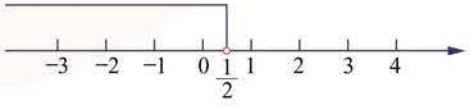
2. 例题教学

课本没有安排例题，需要教师根据教学需要补充1～2个例题，例如：

例1　将下列不等式的解集分别表示在数轴上：

(1) $x \leqslant 3$；(2) $x>-2$.

例2　写出下图所表示的不等式的解集：



（图中所表示的不等式的解集是$x<\frac{1}{2}$.）

微信公众号：电子课本大全

【内容解读】

不等式的解集包含了不等式的所有解，解集中任何一个数都是不等式的一个解，但不需要给学生集合的概念．

一个含有未知数的不等式的所有的解，组成这个不等式的解的集合，简称这个不等式的**解集**(solution set)．例如，比 3 大的数都是不等式 $x-3>0$ 的解，不等式 $x-3>0$ 的解集是 $x>3$；类似地，不等式 $x-4\leqslant 0$ 的解集是 $x\leqslant 4$.

求不等式解集的过程叫做**解不等式**(solving inequality).

【内容解读】

把不等式 $x-3>0$ 的解在数轴上表示出来，可以发现：表示这些解的点都在表示 3 的点的右边．事实上，表示不等式 $x-3>0$ 的所有解(大于 3 的数)的点都在表示 3 的点的右边，所以这个不等式的解集可以用数轴上表示 3 的点的右边部分来表示．

不等式的解集常常可以借助数轴直观地表示出来．

例如，不等式 $x-3>0$ 的解集 $x>3$ 可以用数轴上表示 3 的点的右边部分来表示(如图 11－2)．

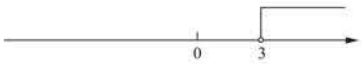


图 11－2

这里在数轴上表示 3 的点的位置画空心圆圈，表示不等式的解集不包含 3 这个数．

又如，不等式 $x-4\leqslant 0$ 的解集 $x\leqslant 4$ 可以用数轴上表示 4 的点以及它的左边部分来表示(如图 11－3).

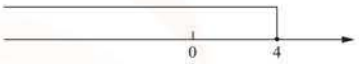


图 11－3

这里在数轴上表示 4 的点的位置画实心圆点，表示不等式的解集包含 4 这个数．

【内容解读】

例如：$x+3\geqslant 0$ ．



说出一个不等式，使它的解集在数轴上表示如下(图 11－4)：



图 11－4

3. 思维拓展

(1)当 x 取正数时，都能使不等式 $x+1>0$ 成立，能说不等式的解集是 $x>0$ 吗?

(2)找出不等式 $2x-1<5$ 的 5 个解，并比较它们与方程 $2x-1=5$ 的解的大小．

4. 小结

问题一　不等式的解与一元一次方程的解有何不同?

问题二　不等式的解与它的解集有什么关系?

微信公众号：电子课本大全

练一练

1. 下列数值中，哪些是不等式 $x+2>4$ 的解？

-5，-3，-1.5，0，1，2，3.4，4，5，6.2，9.

2. 在数轴上表示下列不等式的解集：

(1) $x\leqslant 2$；　　(2) $x\geqslant -2$；

(3) $x<\frac{2}{3}$；　　(4) $x>-\frac{1}{4}$.

3. x 取任意负数时，不等式 $x-2<0$ 都成立，能说这个不等式的解集是 $x<0$ 吗？

11.2 习题

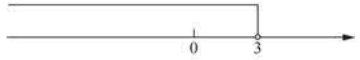
1. 在数轴上表示下列不等式的解集：

(1) $x>2$；　　(2) $x\geqslant 3$；

(3) $x<-\frac{1}{2}$；　　(4) $x\leqslant \frac{3}{4}$.

2. 写出下列各数轴上所表示的不等式的解集：

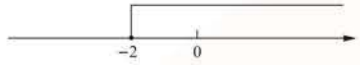
(1)



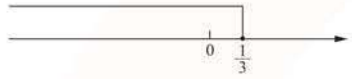
(2)



(3)



(4)



3. 写出不等式 $2x+1>3$ 的 5 个解，并比较它们与方程 $2x+1=3$ 的解的大小.

【练一练解答】

1. 3.4、4、5、6.2、9是不等式 $x+2>4$ 的解.
2. 略.
3. 不能.

【习题解答】

1. 略.
2. (1) $x<3$；(2) $x>\frac{1}{4}$；

(3) $x\geqslant -2$；(4) $x\leqslant \frac{1}{3}$.

3. 如2,3,4,5,6,都大于 $2x+1=3$ 的解.

微信公众号：电子课本大全

11.3　不等式的基本性质

前面我们已经学过等式的性质．类似地，不等式具有什么性质呢？

小明的年龄比小丽大．设今年小明 a 岁，小丽 b 岁，那么 $a>b$．

事实上，3 年后或 3 年前小明的年龄也比小丽大，你能写出相应的不等式吗？





一般地，如果 $a>b$，那么 $a+c>b+c$ 或 $a-c>b-c$．

不等式的基本性质 1　不等式的两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式，不等号的方向不变．



用不等号填空：

5×1 ___ 3×1，
5×2 ___ 3×2，
5×3 ___ 3×3，
5×4 ___ 3×4，
⋮
$5\times(-1)$ ___ $3\times(-1)$，
$5\times(-2)$ ___ $3\times(-2)$，
$5\times(-3)$ ___ $3\times(-3)$，
$5\times(-4)$ ___ $3\times(-4)$，
⋮

【内容解读】

在学习不等式的基本性质 1 之前，可以先引导学生通过类比等式的基本性质得出猜想，再列举几个特殊的例子加以验证．另外，要让学生加深对“同一个整式”的理解．

【教学目标】

1. 经历不等式的基本性质的探索过程．
2. 了解不等式的基本性质，并能进行简单运用．

【教学过程设计建议】

1. 情境创设

本节课创设的情境是“小明、小丽年龄问题”，目的是使学生通过类比、猜测、验证，发现不等式的性质．

2. 探索活动

在提出“小明、小丽年龄问题”前，提出问题：

问题一　等式两边加上或减去同一个数(或整式)，乘或除以同一个数(除数不为 0)，结果仍相等．不等式是否也有类似的性质呢？

问题二　能用解方程的方法解不等式 $x+1<4$ 和 $-x>-6$ 吗？

3. 例题教学

课本没有安排例题，教师可以根据教学需要补充 1～2 个例题，例如：

把下列不等式化成 $x>a$ 或 $x<a$ 的形式：

(1) $3x<2x-4$；(2) $2x<5x+6$．

(答案：(1) $x<-4$；(2) $x>-2$．)

4. 思维拓展

(1)请你用不等式表示：“如果实数 a 是负数，那么它的相反数是正数．”

(2)已知将不等式 $mx>m$ 的两边都除以 m，得 $x<1$，则 m 应满足什么条件？(答案：(1)如果 $a<0$，那么 $-a>0$；(2) $m<0$．)

微信公众号：电子课本大全



不等式 $5>3$ 的两边都乘同一个正数或负数时，不等号方向有没有变化？

一般地，如果 $a>b$，并且 $c>0$，那么 $ac>bc$；如果 $a>b$，并且 $c<0$，那么 $ac<bc$.

不等式的基本性质 2　不等式的两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变；不等式的两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变.



1. 不等式的两边都乘 0，结果怎样？
2. 不等式的基本性质与等式的基本性质有什么相同点、不同点？

根据不等式的基本性质，我们可以对不等式进行适当的变形，把它化为 $x>a(x\geqslant a)$ 或 $x<a(x\leqslant a)$ 的形式.

例如，在不等式 $x+1<4$ 的两边都减去 1，得 $x+1-1<4-1$，即 $x<3$；在不等式 $-x>-6$ 的两边都乘 -1，得 $-x\times(-1)<-6\times(-1)$，即 $x<6$.



1. 已知 $a>b$，用“$>$”或“$<$”号填空：
   (1) $a+2$ ___ $b+2$；　(2) $a-5$ ___ $b-5$；
   (3) $4a$ ___ $4b$；　(4) $-a$ ___ $-b$；
   (5) $4a-3$ ___ $4b-3$；　(6) $3-2a$ ___ $3-2b$.
2. 说出下列不等式变形的依据：
   (1) 由 $x-1>2$，得 $x>3$；　(2) 由 $-2x>-4$，得 $x<2$；
   (3) 由 $-\frac{1}{2}x<-1$，得 $x>2$；　(4) 由 $3x<x$，得 $2x<0$.

【内容解读】

不等式的基本性质是对不等式进行变形的重要依据，要特别注意怎样的变形会使不等号的方向改变. 不等式两边乘同一个数，实际上有三种情况：乘同一个正数，乘 0，乘同一个负数. 当不等式的两边都乘 0 时，不等式变为等式.

【练一练解答】

1. (1) $>$；(2) $>$；(3) $>$；(4) $<$；(5) $>$；(6) $<$.
2. (1)不等式两边都加上 1；
(2)不等式两边都除以 -2；
(3)不等式两边都乘 -2；
(4)不等式两边都减去 x.

5. 小结

问题一　下面的不等式变形错在哪里？

将不等式 $2x>4x$ 的两边都除以 x，得 $2>4$.

问题二　你能把不等式 $-1>x$ 变形为 $x<-1$ 吗？

【教学茶座】

● 为什么用“纸箱装苹果问题”作为章头问题？

▲ 因为“纸箱装苹果问题”来源于生活，可以通过简单计算、枚举、利用一元一次方程等方法对其辨识和求解，最后可以引导学生列出不等式表达题意.

● 在本章第 1 节、第 2 节中，没有出现 1 个例题，教学时怎么办？

▲ 教师在教学过程中可以根据实际需要适当补充.

● 学习不等式的基本性质时要注意什么？

▲ 要注意与等式的基本性质的区别，特别是不等式两边都乘同一负数时，不等号方向一定要改变.

微信公众号：电子课本大全

11.3 习题

1. 把下列不等式化成 $x>a$ 或 $x<a$ 的形式：

(1) $x+2>4$；　　(2) $2x<x-3$；

(3) $\frac{1}{3}x<-\frac{4}{3}$；　　(4) $-6x>8$.

2. 小明到离家 6 km 的活动基地参加社会实践，早晨 7 时出发，要在 9 时前到达．如果他每小时走 x km，可以得到怎样的不等式？指出所得不等式中 x 的取值范围．

126

【习题解答】

1. (1) $x>2$；(2) $x<-3$；(3) $x<-4$；(4) $x<-\frac{4}{3}$.

2. $2x>6$，$x>3$.

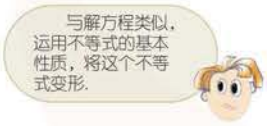
微信公众号：电子课本大全

11.4 解一元一次不等式

不等式 $x \geqslant 2.9$、$x+2<48$、$2x<x-3$、$\frac{1}{3}y+4 \geqslant 0$，它们都只含有一个未知数，并且未知数的次数都是 1，系数不等于 0. 像这样的不等式，叫做**一元一次不等式**(linear inequality with one unknown).

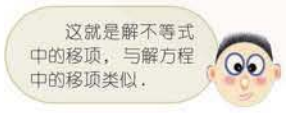


怎样求一元一次不等式 $3x+70>100$ 的解集？



根据不等式的基本性质 1，不等式的两边都减去 70，得

$$3x>100-70.$$



合并同类项，得

$$3x>30.$$

根据不等式的基本性质 2，不等式的两边都除以 3，得

$$x>10.$$

这个不等式的解集在数轴上表示如下(图 11-5)：

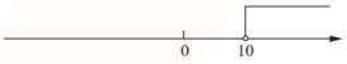


图 11-5

例 1 解不等式 $14-2x>6$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解：移项，得

$$-2x>6-14.$$

【内容解读】

引导学生从众多的不等式中，通过归纳它们的共同特点，得到一元一次不等式的概念，并与一元一次方程的概念相比较，加深对新概念的理解.

【内容解读】

将解不等式与解方程及时进行比较，沟通不等式与方程之间的知识联系，有助于学生提高认识.

【教学目标】

1. 经历一元一次不等式概念的形成过程.

2. 会解数字系数的一元一次不等式，并能在数轴上表示其解集.

3. 体会类比、化归的思想方法.

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 探索活动

在得出“一元一次不等式的概念”前，提出问题：

问题一　不等式 $x \geqslant 2.9$、$x+2<48$、$2x<x-3$、$\frac{1}{3}y+4<10$ 等有哪些共同的特点？你能再写出几个这样的不等式吗？

在得出“一元一次不等式的概念”后，提出问题：

问题二　下列不等式是一元一次不等式吗？

(1) $x+2y>10$；(2) $x^2+x<1$；(3) $y-2>2y$.

2. 例题教学

课本安排了例 1，如果需要，教师还可以再补充 1～2 个例题. 例如：

解下列不等式，并把解集表示在数轴上.

(1) $\frac{1}{3}y+4<10$；(2) $2x+2<5x-1$.

(答案：(1) $y<18$；(2) $x>1$.)

3. 思维拓展

(1)当 x 取何值时，代数式 $2x-4$ 的值大于代数式 $3x+1$ 的值？

(2)3 个连续正偶数的和小于 21，这样的正偶数共有

微信公众号：电子课本大全

【内容解读】

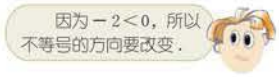
应重点比较解一元一次不等式与解一元一次方程的异同.

合并同类项，得

$$-2x>-8.$$

根据不等式的基本性质 2，不等式的两边都除以−2，得

$$x<4.$$



这个不等式的解集在数轴上表示如下(图 11-6)：

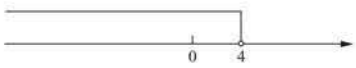


图 11-6



解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $2+2a>6$；　　(2) $5-x<1$；

(3) $4x\leqslant 2x+3$；　　(4) $-\frac{1}{2}x-1>2$.

【练一练解答】

(1) $a>2$；(2) $x>4$；

(3) $x\leqslant\frac{3}{2}$；(4) $x<-6$.

例 2　解不等式 $2x-1\geqslant\frac{3x-1}{2}$，并把它的解集在数轴上表示出来.

解：根据不等式的基本性质 2，不等式的两边都乘 2，得

$$2(2x-1)\geqslant 3x-1.$$



去括号，得

$$4x-2\geqslant 3x-1.$$

移项，得

$$4x-3x\geqslant -1+2.$$

合并同类项，得

$$x\geqslant 1.$$

【内容解读】

关于例 2，要使学生经历“去分母、去括号、移项、合并同类项、(含未知数项的)系数化为 1”等过程.

多少组？把它们都写出来(利用一元一次不等式求解).

(答案：(1) $x<-5$；(2) 2,4,6 或 4,6,8.)

4. 小结

问题一　解不等式时，移项的依据是什么？移项时要注意什么？

问题二　解一元一次不等式应注意什么？

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 探索活动

在解不等式 $2x-1\geqslant\frac{3x-1}{2}$ 时，提出问题：

问题一　如何去掉不等式中的分母和括号？依据是什么？

在课本例 2 后可以提出问题：

问题二　你还能用其他方法解这个不等式吗？

2. 例题教学

课本安排了例 1，如果需要，教师可以再补充 1～2 个例题. 例如：

解下列不等式，并把解集表示在数轴上.

(1) $\frac{1}{2}(x-3)<1-2x$；(2) $\frac{2x-1}{3}-4>-\frac{x+4}{2}$.

(答案：(1) $x<1$；(2) $x>2$.)

3. 思维拓展

已知 $y=1-2x$. (1)当 x 为何值时，$\frac{1-2y}{3}>1$？(2)当 y 为何值时，$x\leqslant -1$？

(答案：(1) $x>1$；(2) $y\geqslant 3$.)

4. 小结

举例说明解一元一次不等式时要注意什么？

微信公众号：电子课本大全

这个不等式的解集在数轴上表示如下(图 11－7)：

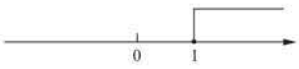


图 11－7

例 3 解不等式 $1-\frac{x+6}{2}<\frac{2x+1}{3}$，并把它的解集在数轴上表示出来．

解： 去分母，得

$$6-3(x+6)<2(2x+1).$$

去括号，得

$$6-3x-18<4x+2.$$

移项、合并同类项，得

$$-7x<14.$$

两边都除以－7，得

$$x>-2.$$

这个不等式的解集在数轴上表示如下(图 11－8)：

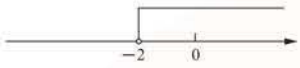


图 11－8



1. 解一元一次不等式的一般步骤是什么？

2. 比较一元一次不等式的解法与一元一次方程的解法的相同点和不同点．

解一元一次不等式的一般步骤与解一元一次方程类似．但是，在不等式两边都乘(或除以)同一个不等于 0 的数时，必须分清这个数是正数还是负数，正确地运用不等式的基本性质 2．特别要注意，在不等式两边都乘(或除以)同一个负数时，要改变不等号的方向．

【内容解读】

解一元一次不等式的一般步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、(含未知数项的)系数化为 1．通过这些步骤，就可以把一元一次不等式逐步转化为 $x>a$ ($x\geqslant a$)或 $x<a$ ($x\leqslant a$)的形式．

微信公众号：电子课本大全

【练一练解答】

(1) $x>4$；(2) $x\geqslant -3$；
(3) $x\leqslant 8$；(4) $x>6$.

【习题解答】

1. (1) $x\geqslant 4$；(2) $x<4$；
(3) $x\leqslant \frac{2}{3}$；(4) $x<\frac{1}{6}$；
(5) $a>14$；(6) $b\geqslant -\frac{11}{3}$.

2. (1) $y<1$；(2) $x\leqslant 1$；
(3) $x\geqslant 1$；(4) $x<2$.

3. $x=1,2,3,4$.

4. $x>-\frac{11}{4}$.

练一练

解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $2(x-2)>4$；　(2) $10-3(x+6)\leqslant 1$；

(3) $\frac{x+2}{2}\geqslant \frac{2x-1}{3}$；　(4) $\frac{x}{3}>4-\frac{x-2}{2}$.

11.4 习题

1. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $\frac{x}{2}\geqslant 2$；　(2) $-\frac{3x}{4}>-3$；

(3) $12x-3\leqslant 5$；　(4) $2x<1-4x$；

(5) $6a+8<7a-6$；　(6) $12b+6\geqslant 3b-27$.

2. 解下列不等式：

(1) $3(y-2)+1<-2$；　(2) $4-2(x-3)\geqslant 4(x+1)$；

(3) $\frac{2x+3}{5}\leqslant \frac{3x+1}{4}$；　(4) $\frac{2x-1}{3}-4<-\frac{x+4}{2}$.

3. 求不等式 $2x-3\leqslant 5$ 的正整数解.

4. 当代数式 $\frac{x-4}{3}$ 的值小于代数式 $\frac{2x+1}{2}$ 的值时，求 x 的取值范围.

微信公众号：电子课本大全

11.5 用一元一次不等式解决问题



按图 11－9 的搭法，用少于 50 根的火柴棒最多可以搭多少条“小鱼”？

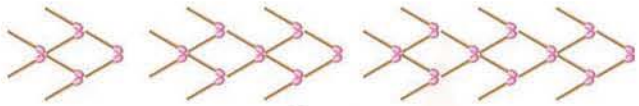


图 11－9



问题 1 一只纸箱质量为 1 kg，放入一些苹果后，纸箱和苹果的总质量不超过 10 kg. 假设每个苹果的质量为 0.25 kg，这只纸箱内最多能装多少个苹果？

解：设这只纸箱内能装 x 个苹果．

根据题意，得

$$0.25x+1\leqslant 10.$$

解这个不等式，得

$$x\leqslant 36.$$

答：这只纸箱内最多能装 36 个苹果．

问题 2 某种杜鹃花适宜生长在平均气温为 17℃到 20℃之间[注]的山区．已知某山区山脚下的平均气温为 20℃，并且每上升100 m，气温下降 0.6℃，要在该山区种植这种杜鹃花，应种在比山脚的海拔最多高多少米的山坡上？



[注] “17℃到 20℃之间”表示大于等于 17℃，且小于等于 20℃.

【情境说明】

“搭小鱼问题”在前面课本中已出现过，这里是用不等式模型求解．教学时可以先引导学生猜想、枚举，然后再用不等式模型求解，以体现其价值．

【内容解读】

解决问题 1 时，要注意用不等式解决问题的步骤：理解题意，找出一个能表示实际问题意义的不等关系．在写解答的过程中，应先设未知数，再根据不等关系列出一元一次不等式，解这个不等式，写出答案，并且把这些步骤及时地与用方程(组)解决问题时的步骤进行类比．

【教学目标】

1. 能够根据实际问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题．

2. 初步体会一元一次不等式的应用价值，发展学生分析问题和解决问题的能力．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

本节课创设的情境是“搭小鱼问题”，通过本节课的教学，要使学生学以致用，进一步感受不等式是刻画现实世界的重要数学模型，而探索、解决这一问题的关键是理解题意，找出一个能表示实际问题意义的不等关系．

2. 探索活动

在课本问题 1 和问题 2 后，还可以提出以下问题：

问题一　如何设未知数？

问题二　表示这个问题意义的不等关系是什么？如何列出不等式？

在“数学实验室”后，可以提问：

问题三　如果用算术估算，你能求出结果吗？

问题四　你是如何列不等式求解的？

3. 例题教学

学生初学用不等式解决问题时，要强调用不等式解决问题的步骤和方法：理解题意，找出一个能表示实际问题意义的不等关系，分析的过程可以只写在草稿纸上．在写解答的过程中，应先设未知数，再根据不等关系列出不等式，解这个不等式，并写出答案．在设未知数

微信公众号：电子课本大全

解：设这种杜鹃花应种在比山脚的海拔高 x m 的山坡上，那么这个区域的平均气温是 $\left(20-\frac{x}{100}\times 0.6\right)$℃.

根据题意，得

$$20-\frac{x}{100}\times 0.6\geqslant 17.$$

解这个不等式，得

$$x\leqslant 500.$$

答：这种杜鹃花应种在比山脚的海拔最多高 500 m 的山坡上.



搭一搭，算一算：

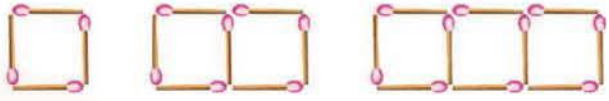
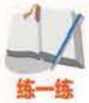


图 11－10

如图 11－10，用 4 根火柴棒可以搭 1 个正方形，用 7 根火柴棒可以搭 2 个正方形，用 10 根火柴棒可以搭 3 个正方形，照此搭法，用少于 50 根的火柴棒最多可以搭多少个正方形？



1. 解答本节“数学实验室”中的问题.
2. 某工程队计划在 10 天内整修河堤 600 m. 施工 2 天修了 120 m 后，该工程需要比原计划提前 2 天完成，此后平均每天至少要整修河堤多少米？

问题 3　某人骑一辆变速自行车，如果行驶速度增加 4 km/h，那么 2 h 所行驶的路程不少于以原来速度 2.5 h 所行驶的路程. 原来行驶的速度最大是多少？

解：设原来行驶的速度是 x km/h.

根据题意，得

$$2(x+4)\geqslant 2.5x.$$

【内容解读】

数学实验室的教学中，要组织学生人人参与这一活动，活动过程中提出“如何用不等式来解决这个问题?”. 通过活动—思考的形式，让学生交流讨论各种不同的解决问题的方法，充分发表自己的见解.

可以用不等式验证：设用 50 根火柴棒可搭出 x 个正方形. 根据题意，得 $4+3(x-1)<50$. 解得 $x<\frac{49}{3}$. 所以 50 根火柴棒最多可搭出 16 个正方形.

【练一练解答】

1. 略.

2. 设此后平均每天要整修河堤 x m. 根据题意，得 $120+6x\geqslant 600$. 解得 $x\geqslant 80$. 所以此后平均每天至少要整修河堤 80 m.

时，如果有单位，必须写在字母的后面.

根据教学需要，教师可以补充 1～2 个例题，并注意解题格式. 以下问题供教学时选用.

某电影院暑假向学生优惠开放，每张票 20 元. 另外，每场次还可以售出每张 50 元的普通票 300 张，如果要保持每场次票房收入不低于 20 000 元，那么平均每场次至少应出售学生优惠票多少张?（答案：250 张.）

4. 思维拓展

水果店进了某种水果 1 000 千克，进价是每千克 7 元. 售价定为每千克 10 元，销售了一半以后，为了尽快销完，准备打折出售. 如果要使总利润不低于 2 000 元，那么余下的水果可以按原定价的几折出售?（答案：8 折.）

5. 小结

谈谈用一元一次不等式解决问题有哪些步骤.

微信公众号：电子课本大全

解这个不等式，得

$$x \leqslant 16.$$

答：原来行驶的速度最大是 16 km/h.

问题 4 小明有 1 元和 5 角的硬币共 13 枚，这些硬币的总币值小于 8.5 元．问小明可能有几枚 1 元的硬币？

解：设小明有 1 元的硬币 x 枚．

根据题意，得

$$x+0.5(13-x)<8.5.$$

解这个不等式，得

$$x<4.$$

因为 x 是自然数，所以 x 可取 0，1，2，3.

答：小明可能有 1 元硬币 0 枚，1 枚，2 枚，3 枚．

练一练

1. 某工地要实施爆破，导火线的燃烧速度是 0.8 cm/s，引爆人在点燃导火线后要跑到 200 m 以外的安全区域．如果引爆人跑步的速度是 5 m/s，那么导火线的长度应大于多少？
2. 甲、乙两队进行足球对抗赛，比赛规则规定每队胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分．两队一共比赛了 10 场，甲队保持不败，得分超过 22 分．甲队至少胜了多少场？

11.5 习题

1. 一个 n 边形的内角和比它的外角和至少大 120°，n 的最小值是多少？
2. 某茶叶商店销售一批袋装茶叶，第一个月以 50 元/袋的价格售出 80 袋，第二个月以 40 元/袋的价格将这批茶叶全部售出，销售收入不超过 8 000 元．这批茶叶最多有多少袋？
3. 某校七年级 406 名师生外出春游，租用 44 座和 40 座的两种客车．如果 44 座的客车租用了 2 辆，那么 40 座的客车至少需租用多少辆？
4. 甲、乙两种糖果的价格分别为每千克 10 元和每千克 14 元，现将两种糖果共 20 千克混合，总价不超过 240 元，混合的糖果中甲种糖果最少多少千克？

【内容解读】

问题 4 还可以设小明有 5 角硬币 x 枚，然后列不等式求解．

【练一练解答】

1. 设导火线的长度为 x cm．根据题意，得 $\frac{x}{0.8}>\frac{200}{5}$．解得 $x>32$．导火线的长度应大于 32 cm．

2. 设甲队胜了 x 场．根据题意，得 $3x+(10-x)>22$．解得 $x>6$．甲队至少胜了 7 场．

【习题解答】

1. $180(n-2)-360\geqslant 120$，$n\geqslant\frac{14}{3}$，$n$ 的最小值是 5．

2. 设这批茶叶有 x 袋．根据题意，得 $50\times 80+40(x-80)\leqslant 8\,000$．解得 $x\leqslant 180$，即这批茶叶最多有 180 袋．

3. 设 40 座的客车租用 x 辆．根据题意，得 $2\times 44+40x\geqslant 406$．解得 $x\geqslant\frac{159}{20}$，即 40 座的客车至少需租用 8 辆．

4. 设混合的糖果中甲种糖有 x 千克．根据题意，得 $10x+14(20-x)\leqslant 240$．解得 $x\geqslant 10$，即混合的糖果中甲种糖果最少 10 千克．

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 探究活动

在课本问题 3 和问题 4 后，可以提出以下问题：

问题一　如何设未知数？

问题二　如何列出不等式？

2. 例题教学

课本安排了例 3、例 4，在教学时要给予学生探索、思考时间，重点在于寻找能表达题意的不等关系．

3. 思维拓展

为了有效使用电力资源，今年 2 月某市对居民用电采用“峰谷”电计费，每天 8:00 至 22:00 用电每度 0.56 元（“峰电”价），22:00 至次日 8:00 用电每度 0.28 元（“谷电”价），不使用“峰谷”电时，原来电价为每度 0.53 元．小明家 2 月份用电 280 度，电费比不用“峰谷”电时少，则小明家用的峰电不超过多少度？（答案：不超过 250 度．）

4. 小结

用一元一次不等式解决问题的关键是什么？

微信公众号：电子课本大全

11.6　一元一次不等式组

【情境说明】

本节课创设的情境是“自行车的速度问题”，与二元一次方程组一样，根据题意列不等式时，需同时满足两个约束条件，从而得到一元一次不等式组．

小丽早晨 7 时 30 分骑自行车上学，要在 7 时 50 分至 7 时 55 分之间到达离家 3 400 m 的学校，小丽骑自行车的速度应在什么范围内？

设小丽骑自行车的速度为 x m/min.

根据题意，得

$$20x \leqslant 3\,400,$$

且

$$25x \geqslant 3\,400.$$

这个问题的解必须使上面的两个不等式都成立，把它们联立在一起，可以记作

$$\begin{cases} 20x \leqslant 3\,400, \\ 25x \geqslant 3\,400. \end{cases}$$

像这样，把几个含有同一个未知数的一次不等式联立在一起，就组成了一个**一元一次不等式组**(system of linear inequalities with one unknown).

【内容解读】

一元一次不等式组表示的是 x 同时要满足几个不等关系．



如何找出使

$$20x \leqslant 3\,400 \quad ①$$

与

$$25x \geqslant 3\,400 \quad ②$$

都成立的未知数 x 的值？

【内容解读】

学生可以通过列表、画数轴等方法，寻求不等式组的解．要引导学生在充分讨论、交流的基础上寻求组成不等式组的各个不等式的公共解的方法．

解不等式①，得

$$x \leqslant 170.$$

解不等式②，得

$$x \geqslant 136.$$

【教学目标】

知道一元一次不等式组及其解集的意义，会解由两个一元一次不等式组成的不等式组，并会用数轴确定解集．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

本节课创设的情境是“自行车的速度问题”．通过本节课的教学，使学生知道一元一次不等式组及其解集的意义．

2. 探索活动

在提出“自行车的速度问题”后，可以提出问题：

问题一　我们可以用什么式子表达这个问题？

在得出一元一次不等式组后，提出问题：

问题二　一元一次不等式组与二元一次方程组有何异同？

在得出一元一次不等式组的解集后，提出问题：

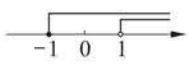
问题三　如果一元一次不等式组的两个不等式的解集没有公共部分，那么这个不等式组的解集是什么？

3. 例题教学

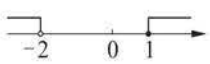
课本安排了例 1，教师可以再补充 1~2 个例题．例如：

(1)利用数轴确定不等式 $\begin{cases} x > -1, \\ x \leqslant 2 \end{cases}$ 的解集．

(2)根据数轴上表示的不等式组中两个不等式的解集，写出不等式组的解集：



①



②

微信公众号：电子课本大全

在数轴上表示这两个不等式的解集(图11-11)：

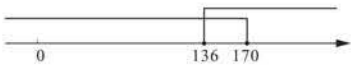


图 11-11

由图 11-11 可以看出，使不等式①和②都成立的未知数 x 的值，应是这两个不等式解集的公共部分，即

$$136 \leqslant x \leqslant 170.$$

所以，小丽骑自行车的速度应在 136 m/min 至 170 m/min 之间.

不等式组中所有不等式的解集的公共部分叫做这个**不等式组的解集**. 例如，不等式组 $\begin{cases} 20x \leqslant 3\,400, \\ 25x \geqslant 3\,400 \end{cases}$ 的解集是 $136 \leqslant x \leqslant 170$.

求不等式组解集的过程叫做**解不等式组**.

例 1 利用数轴确定不等式组 $\begin{cases} x \leqslant -1, \\ x < 2 \end{cases}$ 的解集.

解：在数轴上表示不等式 $x \leqslant -1$ 和 $x < 2$ 的解集(图 11-12)：

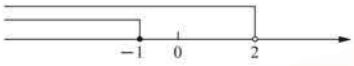


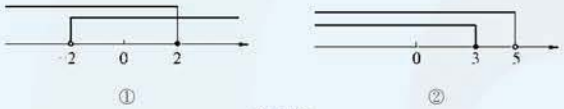
图 11-12

由图 11-12 可知，不等式组的解集是

$$x \leqslant -1.$$

练一练

1. 根据数轴上表示的不等式组中两个不等式的解集，写出不等式组的解集：



(第 1 题)

【内容解读】

利用数轴可以直观形象地认识不等式组中各个不等式解集的公共部分，也可以体会数形结合的思想.

【内容解读】

如果不等式组中各个不等式的解集存在公共部分，那么它就是不等式组的解集；如果各个解集没有公共部分，即数轴上没有任何一个点表示的数在各个不等式解集之中，那么这个不等式组无解.

【练一练解答】

1. ① $-2 < x \leqslant 2$；② $x \leqslant 3$.

(答案：(1) $-1 < x \leqslant 2$；(2)① $x > 1$；②不等式组无解.)

4. 小结

举例说明不等式组解的情况.

微信公众号：电子课本大全

2. (1) $x>1$;(2) $-2\leqslant x<-1$;
(3) $0<x\leqslant 4$;(4) $x<-2$.

【内容解读】

解一元一次不等式组的一般步骤是：先分别解不等式组中的各个不等式，然后求出这几个不等式解集的公共部分.

2. 利用数轴确定下列不等式组的解集：

(1) $\begin{cases} x\geqslant -3, \\ x>1; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x<-1, \\ x\geqslant -2; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x>0, \\ x\leqslant 4; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x+2<0, \\ 2x\leqslant 0. \end{cases}$

例2 解不等式组 $\begin{cases} 3x-1\geqslant x+1, & ① \\ x+4<4x-2. & ② \end{cases}$

解：解不等式①，得

$$x\geqslant 1.$$

解不等式②，得

$$x>2.$$

在数轴上表示不等式①、②的解集(图11-13)：

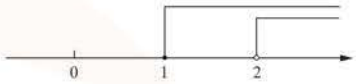


图 11-13

由图 11-13 可知，不等式组的解集是

$$x>2.$$



解一元一次不等式组的一般步骤是什么？

例3 解不等式组 $\begin{cases} 5x-2<3(x-2), & ① \\ \frac{1}{2}x-5\geqslant 1-\frac{3}{2}x. & ② \end{cases}$

解：解不等式①，得

$$x<-2.$$

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 探索活动

在给出例2后，提出问题：

问题一 如何解这个不等式组？

在完成例2的解答后，提出问题：

问题二 解一元一次不等式的步骤是什么？

2. 例题教学

课本安排了例2、例3，如果需要，教师可以再补充1~2个例题. 例如：

解不等式组：(1) $\begin{cases} 3x-1>2x+1, \\ -\frac{1}{2}x<2; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 5x+4<3(x+1), \\ \frac{x-1}{2}\leqslant \frac{2x-1}{5}. \end{cases}$

(答案：(1) $x>2$；(2) $x<-\frac{1}{2}$.)

3. 思维拓展

已知 $3x+y=2$. 当 x 取何值时，$-1\leqslant y<5$？

(答案：$-1<x\leqslant 1$.)

4. 小结

解一元一次不等式组时要注意什么？

微信公众号：电子课本大全

解不等式②，得

$$x \geqslant 3.$$

在数轴上表示不等式①、②的解集(图11-14)：

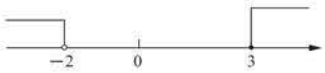


图 11-14

由图 11-14 可知，不等式①、②的解集没有公共部分，不等式组无解.

试一试

当代数式 $2x-1$ 的值大于 -3 且小于 1 时，求 x 的取值范围.

练一练

1. 解下列不等式组：

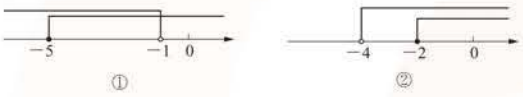
(1) $\begin{cases} 2x+1<0, \\ 3-x\geqslant 0; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} -2x\leqslant 0, \\ 4x+1<5; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2(x+1)>4, \\ 3x\leqslant x+5; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-2(x-1)\geqslant 1, \\ \dfrac{1+x}{3}<x-1. \end{cases}$

2. 已知二元一次方程 $x+2y=-5$. 当 x 取什么值时，y 的值是大于 -1 的负数？

11.6 习题

1. 根据数轴上表示的不等式组中两个不等式的解集，写出不等式组的解集：



(第 1 题)

【内容解读】

“代数式 $2x-1$ 的值大于-3且小于1”等价于 $\begin{cases} 2x-1>-3, \\ 2x-1<1. \end{cases}$ 解得 $-1<x<1$.

【练一练解答】

1. (1) $x<-\frac{1}{2}$；(2) $0\leqslant x<1$；

(3) $1<x\leqslant\frac{5}{2}$；(4)不等式组无解.

2. $-5<x<-3$.

【习题解答】

1. ① $-5\leqslant x<-1$；② $x\geqslant -2$.

【教学茶座】

● 为什么本章第5节出现这么多问题情境？

▲ 目的是通过丰富的问题情境，建立一元一次不等式，引导学生体会和感受一元一次不等式也是刻画现实世界的有效数学模型.

● 在本章第5节中，用不等式解决问题的教学中应注意什么？

▲ 在教学中要强调学生参与，为学生提供探究活动的机会，关注学生能否在活动中进行自主思考，面对实际问题时，尝试从数学的角度运用所学的知识和方法寻求解决问题的策略，关注学生用不等式解决实际问题的意识的提高.

微信公众号：电子课本大全

2. (1) $-1 \leqslant x < 0$；(2) $x > -1$；
(3) $x < 2$；(4)不等式组无解．

3. (1) $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$；(2) $-1 < x \leqslant 2$；
(3) $x > 2$；(4) $x < -8$．

4. (1) $-4 \leqslant x < 2$；(2) $3 < x < 4$；
(3) $x < -3$；(4) $x > 13$．

5. 设 AB 的长为 x cm．

$\begin{cases} 2x+10>34, \\ 2x+10<44. \end{cases}$ 解得 $12 < x < 17$．

6. $\begin{cases} 5x-35>90, \\ 5x-35<180. \end{cases}$ 解得 $25 < x < 43$．

2. 利用数轴确定下列不等式组的解集：

(1) $\begin{cases} x<0, \\ x \geqslant -1; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x \geqslant -2, \\ x > -1; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x \leqslant 3, \\ x < 2; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x > 2, \\ 2x+5 \leqslant 1. \end{cases}$

3. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases} 2x+4>3, \\ 3x<7+x; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 5x-10 \leqslant 0, \\ x+3 > -2x; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-1>-3, \\ 4-2x<x-2; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x-1>2x, \\ \frac{1}{2}x+3<-1. \end{cases}$

4. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases} 3x-2<x+2, \\ 5x+5 \geqslant 2x-7; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x-3<9-x, \\ 2x-5>10-3x; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-8>5x+1, \\ 11-2x<21-4x; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} \frac{2}{5}(3-x)+2<-2, \\ -\frac{2}{3}(x+5)-1<3. \end{cases}$

5. 在$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，$BC = 10$ cm．设这个三角形的周长大于 34 cm 且小于 44 cm，求 AB 的长度范围．

6. 已知一个钝角为 $(5x-35)°$，求 x 的取值范围．

阅读

利用不等式进行估算

某房地产开发商用 2 600 万元购买了一块地用于建造居民住宅楼．如果住宅楼每平方米的造价约为 1 400 元，那么建筑面积必须超过多少平方米才能将建楼成本控制在每平方米 4 000 元以下？

设建筑面积是 x m^2．

根据题意得

$$1\,400x + 26\,000\,000 < 4\,000x.$$

微信公众号：电子课本大全

解这个不等式，得

$$x > 10\,000.$$

所以建筑面积必须超过 10 000 m^2 才能将建楼成本控制在每平方米 4 000 元以下．

在日常生活和生产实践中，我们常常利用不等式(组)进行估算．如核定价格范围、投资决策、工程预算以及生活中的支出比较等．



一元一次不等式问题的调查

进行一次有关一元一次不等式问题的调查．

1. 可以采访周围熟悉的有关人员，也可以去工厂、农村、商店、农贸市场、银行、邮局等，观察和收集日常生活、生产实践中你所需要的一些数据和数量关系．

2. 参照本章 11.5 节中提出问题、解决问题的全过程，根据你调查、收集的材料，发现和提出一个可以用一元一次不等式解决的实际问题，然后解这个不等式，并对解的实际意义做出解释．

3. 课堂交流，汇报活动过程、感受和成果．

4. 对课堂交流的内容发表你的看法．



1. 解一元一次不等式就是要把它转化为 $x > a$ $(x \geqslant a)$ 或 $x < a$ $(x \leqslant a)$ 的形式．解一元一次不等式的一般步骤是什么?把它与解一元一次方程的步骤进行比较,它们有什么相同点和不同点?

2. 解一元一次不等式组的一般步骤是：先求出不等式组中各个不等式的解集，再把它们分别表示在数轴上，然后利用数轴确定不等式组的解集．

本章求解的不等式组中都只含有两个不等式．如果一个不等式组中含有两个以上的不等式，我们同样可以先求出各个不等式的解集，并利用数轴确定这个不等式组的解集．你能解一元一次不等式组 $\begin{cases} x \leqslant 5, \\ x < 3, \\ x > -2 \end{cases}$ 吗?

【教学目标】

1. 通过一元一次不等式问题的调查,使学生经历“问题情境—建立模型—求解—解释与应用”的过程．

2. 获得一些研究问题的方法和经验,发展思维能力,加深理解相关的数学知识 ．

【活动建议】

1. 活动前

(1)分组:以2人为一组,或4人为一组;

(2)因地制宜地选择调查部门和对象;

(3)小组制订活动计划．

2. 活动

(1)小组成员分工采访周围的有关人员,或去工厂、农村、商店、银行、电信公司等,与有关人员进行交流,收集所需要的数据和数量关系;

(2)小组讨论,构造一个或几个一元一次不等式,即把有关问题转化为数学问题,并对求得的解做出解释;

(3)全班交流,每个小组汇报活动过程、感受和成果;

(4)对课堂交流的内容发表个人的看法,并填写数学活动评价表．

3. 活动后

出一期板报或墙报,展示活动的成果 ．

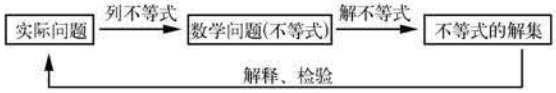
【教学过程设计建议】

1. 情境创设

(1)本节课可以创设纠错情境:把学生在练习和作

微信公众号：电子课本大全

3. 生活中处处都有数量之间的不等关系．用不等式解决实际问题，一般要经历以下过程：



用一元一次不等式解决实际问题时，要恰当地选择未知数，通过分析把实际问题抽象成一元一次不等式，解这个不等式并对解的结果进行解释和检验．

4. 一个不等式常常可以有不同的实际意义．例如，不等式 $3x+4\leqslant 21$ 的实际意义可以是：小明准备用 21 元买笔和笔记本．已知笔每枝 3 元，笔记本每本 4 元，如果小明买了 1 本笔记本，那么他最多还可以买几枝笔？

你能给出这个不等式不同的实际意义吗？



复习巩固

1. 解下列不等式：

(1) $8x-5\geqslant x+16$；　(2) $6x+1\leqslant 2x-3$；

(3) $3(x-3)<x-15$；　(4) $\dfrac{x-1}{2}<\dfrac{7x+2}{5}$；

(5) $2(x+3)-4x>-(x-3)$；

(6) $\dfrac{1}{2}(2-x)>\dfrac{1}{4}(3-x)+\dfrac{1}{4}$．

2. 求下列不等式的最大整数解：

(1) $-\dfrac{1}{3}(x-7)\geqslant\dfrac{1}{2}(3x+1)$；　(2) $3x-\dfrac{10}{3}<-4(x-5)$．

3. 求下列不等式的最小整数解：

(1) $5x-2\geqslant\dfrac{2}{3}(5x-13)$；　(2) $\dfrac{x-3}{4}<6-\dfrac{3-4x}{2}$．

4. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases}2x+4>0,\\1-2x>0;\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3x-6<4-x,\\x-1>4x-10;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2(x-3)\leqslant 3(1-x)+1,\\3x-5(x-1)>2(3-2x);\end{cases}$　(4) $\begin{cases}\dfrac{2x-1}{3}>\dfrac{3x-5}{4},\\\dfrac{x+2}{4}-\dfrac{x}{5}>1.\end{cases}$

5. 求不等式 $4x-2>2(x+1)$ 与 $x-3<5-x$ 的解集的公共部分．

【复习题解答】

(复习巩固)

1. (1) $x\geqslant 3$；(2) $x\leqslant -1$；
(3) $x<-3$；(4) $x>-1$；
(5) $x<3$；(6) $x<0$．
2. (1)1；(2)3．
3. (1)−4；(2)−2．
4. (1) $-2<x<\dfrac{1}{2}$；(2) $x<\dfrac{5}{2}$；
(3) $\dfrac{1}{2}<x\leqslant 2$；(4) $10<x<11$．
5. $2<x<4$．

业中的错题，包括解不等式(组)2～3题，用不等式解决问题2～3题，请学生找出错处，并订正；

(2)可以准备一些解不等式(组)和利用不等式解决实际问题的问题，让学生探索和求解；

(3)也可以利用学生在数学活动中构造的问题作为本课时的情境创设问题．

2. 探索活动

“小结与思考”中的第2、4个问题，都是探索活动的素材．

3. 例题教学

除了情境创设中合适的问题外，还可以补充以下问题．

(1)当 x 取何值时，代数式 $\dfrac{x+4}{3}$ 的值比代数式 $\dfrac{1-x}{2}+1$ 的值大？

(2)求满足不等式 $3x-\dfrac{10}{3}>4(x-5)$ 的 x 的最大整数解．

(3)锐角 $\alpha=(3x-45)^\circ$，求 x 的取值范围．

(4)铁路部门规定旅客免费携带行李箱的长、宽、高之和不超过160 cm，某厂家生产符合该规定的行李箱，已知行李箱的高为30 cm，长与宽之比为3∶2，求该行李箱的长最大为多少？

(5)某次知识竞赛有50道选择题，评分标准：答对1题得2分，答错1题扣1分，不答题不得分也不扣分．某学生4道题没答，但得分超过70分，那么他至少答对了多少道题？

(6)某班学生24人到某农场学农，被安排在农场招待所住宿，他们想全部住在一楼．如果每间住5人，那么

微信公众号：电子课本大全

6. 某商店以每件 80 元的价格购进衬衫 50 件，现以每件 95 元的价格销售，这家商店至少销售多少件衬衫，销售收入才能超过进货总金额？

7. 某商品的成本为 2 000 元，标价为 2 800 元，如果商店要以利润不低于 5% 的价格销售，那么最低可以打几折出售这些商品？

8. 某车工计划在 15 天内至少加工零件 408 个，前 3 天每天加工零件 24 个．此后，该车工平均每天至少需要加工零件多少个，才能在规定的时间内完成任务？

灵活运用

9. 已知 $4x+y=1$，且 $-1<x\leqslant 2$，求 y 的取值范围．

10. 已知方程 $x-(2x-a)=2$ 的解是正数，求 a 的取值范围．

11. 已知 $2-a$ 和 $3-2a$ 的值的符号相反，求 a 的取值范围．

12. 一个三角形的 3 边长分别是 x cm、$(x+1)$ cm、$(x+2)$ cm，它的周长不超过 39 cm．求 x 的取值范围．

探索研究

13. 用等号或不等号填空：

(1) 比较 $2x$ 与 x^2+1 的大小：

① 当 $x=2$ 时，$2x$ _____ x^2+1；

② 当 $x=1$ 时，$2x$ _____ x^2+1；

③ 当 $x=-1$ 时，$2x$ _____ x^2+1；

(2) 任意取几个 x 的值，计算并比较 $2x$ 与 x^2+1 的大小；

(3) 无论 x 取什么值，$2x$ 与 x^2+1 总有这样的大小关系吗？试说明理由．

14. 已知不等式组 $\begin{cases}x>1,\\x<a.\end{cases}$

(1) 如果这个不等式组无解，求 a 的取值范围；

(2) 如果这个不等式组有解，求 a 的取值范围．

15. 构造一个一元一次不等式组，使它的解集是 $-\frac{1}{2}\leqslant x<\frac{2}{3}$．

6. 设这家商店要销售 x 件衬衫才能满足要求，则 $95x>80\times 50$．解得 $x>\frac{800}{19}$．所以这家商店至少销售43件衬衫．

7. 设商家以标价的 x % 销售此商品，则 $\frac{2\,800x}{100}\geqslant 2\,000(1+5\%)$，解得 $x\geqslant 75$．所以最低打7.5折出售这些商品．

8. 设以后平均每天加工零件 x 个，则有 $24\times 3+12x\geqslant 408$．解得 $x\geqslant 28$．所以该车工平均每天至少需要加工零件28个．

(灵活运用)

9. $-7\leqslant y<5$．

10. $a>2$．

11. $\frac{3}{2}<a<2$．

12. $\begin{cases}x+(x+1)>x+2,\\x+(x+1)+(x+2)\leqslant 39.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x>1,\\x\leqslant 12,\end{cases}$ 即 $1<x\leqslant 12$．

(探索研究)

13. (1)①<，②=，③<；

(2) $2x\leqslant x^2+1$；

(3)因为 $x^2+1-2x=(x-1)^2\geqslant 0$，

所以 $2x\leqslant x^2+1$．

14. (1) $a\leqslant 1$；(2) $a>1$．

15. 答案不唯一，例如 $\begin{cases}2x+1\geqslant 0,\\3x-2<0\end{cases}$ 等．

一楼住不满；如果每间住4人，那么一楼不够住．该招待所一楼共有几间房间？

(答案：(1) $x>\frac{1}{5}$；(2) $x<\frac{50}{3}$；(3) $15<x<45$；(4)该行李箱的长最大为78 cm；(5)该学生至少答对了39道题；(6)该招待所一楼共有5间房间．)

4. 思维拓展

已知关于 x 的方程 $3k-5x=-9$ 的解是非负数，求 k 的取值范围．(答案：$k\geqslant -3$．)

5. 小结

学习了一元一次不等式这一章后有什么感想？

微信公众号：电子课本大全

第12章　证　　明

【课标要求】

1. 通过具体实例，了解定义、命题、定理、推论的意义．

2. 结合具体实例，会区分命题的条件和结论，了解原命题及其逆命题的概念．会识别两个互逆的命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立．

3. 知道证明的意义和证明的必要性，知道证明要合乎逻辑，知道证明的过程可以有不同的表达形式，会综合法证明的格式.

4. 了解反例的作用，知道利用反例可以判断一个命题是错误的．

5. 了解平行于同一条直线的两条直线平行．

6. 探索并证明三角形的内角和定理．掌握它的推论：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和．

7. 探索并掌握直角三角形的性质定理：直角三角形的两个锐角互余．掌握有两个角互余的三角形是直角三角形.

8. 体会通过合情推理探索数学结论，运用演绎推理加以证明的过程，在多种形式的数学活动中，发展合情推理与演绎推理的能力．

此外，经历对证明基本方法的了解和证明过程的体验，感受数学的严谨性和数学结论的确定性，感悟演绎推理的逻辑要求，树立言之有理、落笔有据的推理意识，发展有条理的思考和表达自己想法的能力．

【设计思路】

本套教材在平面图形的认识(一)、(二)的设计中，引导学生经历了观察、实验、归纳、类比等数学活动，探索了基本图形(点、线、面、角、平行线、相交线、三角形)的一些性质，在探索的同时对有关图形性质的认识进行了推理．本章是在前面对基本图形有了一定的直观认识和简单推理的基础上设计的．通过生活中、数学中错误的具体例子，引导学生认识仅凭观察、实验、归纳、类比得到的结论，其正确性有待确认，合乎逻辑的推理证明是必要的.同时，通过有关平行线、三角形的一些定理的证明，理解证明的基本过程，掌握综合法的基本格式，进一步发展有条理的思考和表达的能力．

本章由3小节和1个数学活动组成：

第1节定义与命题．介绍定义、命题、真命题、假命题等概念，为证明做必要的准备．

第2节证明．引导学生感受观察、实验、归纳、操作得到的结论常常是正确的，但仅凭观察、实验、操作是不够的，有时甚至是错误的．通过具体的例子，引导学生认识运用已有的数学知识和方法，可以确认一个数学结论的正确性，从而体会证明的必要性，并从基本事实出发，证明了一些有关图形的性质．同时，介绍了证明、定理以及综合法证明的格式．

第3节互逆命题．介绍了逆命题、互逆命题．同时，通过具体例子介绍了反例，引导学生了解利用反例可以判断一个命题是错误的，并把基本事实和定理作为推理的依据，进一步应用互逆命题证明了一些结论的正确性．

数学活动——“由已知探索未知”．选取了学生身边有兴趣的活动，引导学生进一步体会获得一个正确的结论仅凭观察、实验、归纳、类比是不够的，必须一步一步、有根有据地进行推理．

此外，课本在呈现具体内容时，较多地为学生提供探索、思考、讨论等活动，以利于协调发展学生合情推理与演绎推理的能力．

【教学建议】

1. 要充分肯定合情推理得到的结论许多都是正确的，在此基础上引导学生体验观察、操作、实验、猜想得到的结论有时是不全面的、不深入的，甚至是错误的．

2. 教学中，在引导学生体会证明必要性的同时，要注意引导学生逐步认识到合情推理是发现规律、猜测结论的

微信公众号：电子课本大全

重要途径，演绎推理可以确认结论的正确性，证明是探索活动的自然延续和必要发展，合情推理和演绎推理是相辅相成的两种推理形式．

3. 由于本套教材前面章节的内容已做了大量“推理”的渗透，所以教学中学生把证明的过程符号化，困难不会很大．在本章的教学中，应较多地关注发展学生推理与证明的意识，要注重思考的条理性，鼓励学生主动地表达和交流．

4. 教学中可以恰当地引导学生探索证明同一命题的不同思路和方法，并进行比较和讨论，激发学生对数学证明的兴趣，发展学生思维的广阔性和灵活性．

5. 教学中，证明有关题目的难度应以《标准》要求证明的命题的难度相当．

【评价建议】

1. 教学中应当通过思考、交流、尝试等方式考查学生能否合乎逻辑的思考和有条理的表达，并对学生的表现给予肯定和表扬．

2. 本章教学中，要求会综合法证明的书写格式，但应注意把握证明的实质，淡化形式的记忆，避免把证明的过程变成形式化的操作，考查的难度应适当．

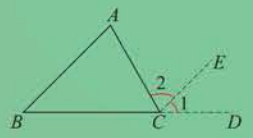
【课时安排】

本章大约需要8课时，分配如下：

第1节	定义与命题	1课时
第2节	证明	3课时
第3节	互逆命题	2课时
	数学活动	1课时
	小结与思考	1课时

微信公众号：电子课本大全

第12章 证 明



$\angle A+\angle B+\angle ACB=180^\circ$

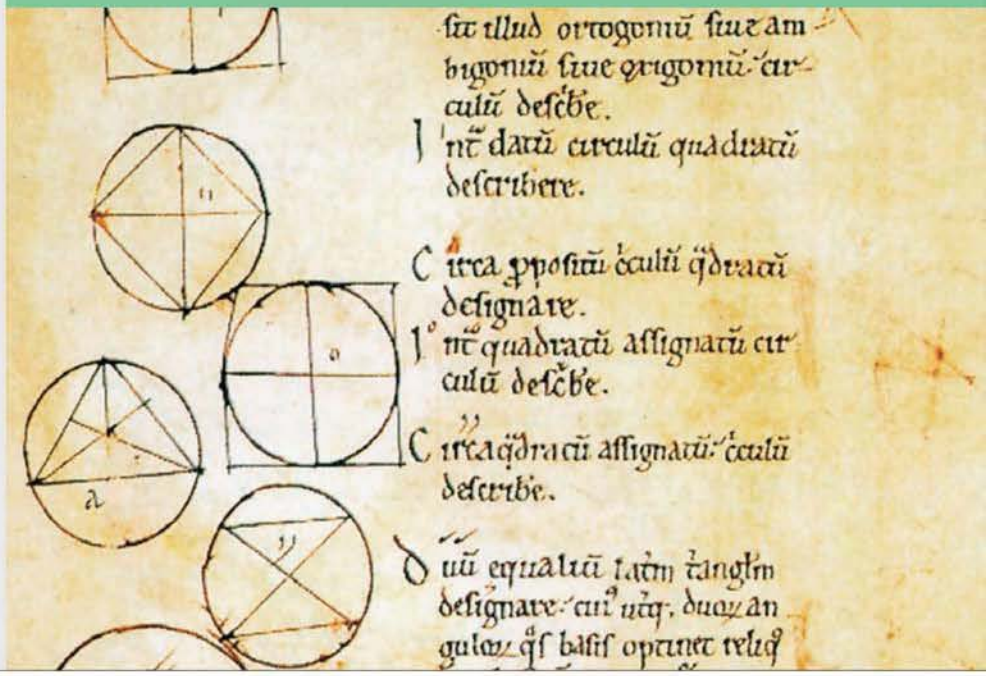
探索中，发现结论，丰富对事物的认识；
证明中，证实结论，学会有条理地思考．

【内容解读】

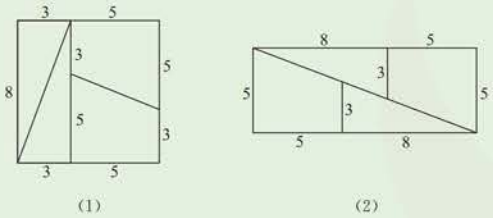
主图是发现于阿拉伯中世纪《原本》拉丁语版的一页的照片．这里的命题是借助图形给出的．中世纪，人们对几何的学习仅局限于《原本》中最简单的部分．

由欧几里得（公元前约325年～前265年）写的《原本》，是从古到今最有影响的一本教科书．该书自1482年付印以来，在多次再版的过程中不断有新的评注加入．同时，它被翻译、编译成适合各种文化的版本．像所有的教科书一样，所使用的《原本》大多都不是原著．因此无法考查欧几里得的原始著作．

辅图是证明三角形内角和定理的图形．

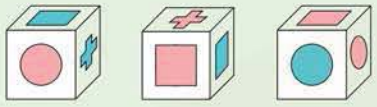


微信公众号：电子课本大全



图(1)是面积为 64 的正方形纸片，把它剪成 4 块，按图(2)所示重新拼合．这 4 块纸片恰好能拼成一个长为 13、宽为 5 的长方形吗？

用三种不同的方法摆放同一个正方体（如图），你能说出这个正方体相对两面上的图案和颜色吗？



本章中，学习定义、命题、定理，以及逆命题、互逆命题等概念，并且从基本事实出发证明有关图形的一些结论．

【内容解读】

把图(1)剪开并按图(2)拼合，直观上得到面积为64的正方形拼成了面积为65的长方形的结论．由于这个结论显然是错误的，从而引起思考：观察、操作、实验得到的结论不一定正确．我们如何对事物的认识更完善、更全面呢？

【内容解读】

红色的圆形与红色的十字形；蓝色的正方形与蓝色的圆形；蓝色的十字形与红色的正方形，它们分别是这个正方体相对两面上的图案．

本题引导学生进行多次“如果……那么……”的推理尝试，一步一步地逼近正确的结论，从中体验推理必须步步有据，同时也渗透了反证法思想．

微信公众号：电子课本大全

12.1 定义与命题

人们在说理的时候，常常使用一些名称或术语．

对名称或术语的含义进行描述或做出规定，就是给出它们的**定义**(definition)．

例如：

“在同一平面内，不相交的两条直线”是“平行线”的定义．

“数轴上表示一个数的点与原点的距离”是“一个数的绝对值”的定义．

“能使方程两边的值相等的未知数的值”是“方程的解”的定义．

我们还经常要判断事物的对与错、是与非、可能与不可能等．

判断一件事情的句子叫做**命题**(proposition)．

例如，下面的句子都是命题：

如果 O 是线段 AB 的中点，那么 $AO = BO$.

等角的余角相等．

无论 x 是什么实数，代数式 $(x-1)^2$ 的值都不是负数．

三角形中最大的内角是直角．

还有一些句子，例如：

同位角相等吗?

过一点画已知直线的垂线．

像这样的句子，它们没有对某一件事情做出判断，就不是命题．

【内容解读】

判断是对事物的情况有所断定的思维形式，任何一个判断，都或者是真的或者是假的，也就是说，命题就是肯定一个事物是什么或者不是什么，不能同时既肯定又否定．

【教学目标】

1. 通过具体实例，了解定义、命题、真命题、假命题的意义.

2. 结合具体实例，会区分命题的条件和结论．

【教学过程设计建议】

1. 探索活动

问题一　怎样的两个数叫“互为相反数”?

怎样的两条直线叫“平行线”?

什么叫“线段的中点”?

设计问题一，是让学生回忆这些概念的定义，引导学生感受数学中如何给概念下定义．

定义的规则：(1)应相称，即定义概念和定义概念的外延相等；(2)不应循环；(3)一般不是否定判断；(4)应清楚确切．教学中只要通过具体的例子引导学生来感受就可以了．

问题二　“等角的余角相等.”与“等角的余角相等吗?”这两句话一样吗? 如不一样，它们有什么不同?

“经过一点有且只有一条直线与已知直线垂直”与“经过一点画已知直线的垂线”有什么不同?

“四边形不是多边形”与“四边形不一定是多边形”又有什么不同?

问题二中引号内的句子，一类是对某一件事情做出了判断，另一类是没有对某一件事情做出判断．引导学生通过这两类(命题与非命题)具体例子的辨析，了解什么是命题，什么不是命题．

对某一件事情做出判断的句子，有的做出了正确的

微信公众号：电子课本大全

在数学中，命题一般都由条件和结论两部分组成．例如：

命 题	条 件	结 论
如果 $a>0, b<0$，那么 $\|a\|=\|b\|$	$a>0, b<0$	$\|a\|=\|b\|$
同位角相等，两直线平行	同位角相等	两直线平行
对顶角相等	两个角是对顶角	这两个角相等



1. 下列各命题的条件是什么？结论是什么？

(1) 如果 a、b 两数的积为 0，那么 a、b 两数都为 0；

(2) 如果两个角互为补角，那么这两个角的和是 180°；

(3) 两直线平行，同旁内角互补；

(4) 两条直线相交，只有一个交点；

(5) 有公共顶点的两个角是对顶角．

2. 上面 5 个命题做出的判断正确吗？

上面的命题(2)、(3)、(4)都是正确的，就是说，如果条件成立，那么结论成立．像这样的命题叫做**真命题**(true proposition)．

还有一些命题，如上面的命题(1)、(5)，这些命题的条件成立时，不能保证结论总是正确的，也就是说结论不成立．像这样的命题叫做**假命题**(false proposition)．



1. 下列各命题的条件是什么？结论是什么？

(1) 如果 $a<0, b<0$，那么 $a+b<0$；

(2) 如果 $n<1$，那么 $n^2-1<0$；

(3) 同角的补角相等；

(4) 直角都相等．

2. 在第 1 题的命题中，哪些是真命题？哪些是假命题？

【练一练解答】

1. (1)条件：$a<0$，$b<0$，结论：$a+b<0$；
(2)条件：$n<1$，结论：$n^2-1<0$；
(3)条件：两个角是同一个角的补角；结论：这两个角相等；
(4)条件：几个角都是直角；结论：这几个角相等．

2. (1)、(3)、(4)是真命题，(2)是假命题．

判断，有的做出了错误的判断．比如，“四边形不是多边形”这个句子的判断是错误的，学生有可能会误认为这样的句子不是命题．教学中可以结合这个例子，说明凡做出判断的句子都是命题，不论判断是否正确．

问题三　请你列举一些命题．

问题四　观察下列命题，你能发现它们有什么共同的结构特征吗？

(1)如果 $a>0$，$b<0$，那么 $|a|=|b|$；

(2)如果两个角的和是一个直角，那么这两个角互为余角；

(3)如果两个角都是同一个角的补角，那么这两个角相等．

问题五　下列各命题的条件是什么？结论是什么？

(4)对顶角相等；

(5)负数都小于零；

(6)面积相等的两个三角形的高相等．

由于命题“对顶角相等”的条件和结论不明显，学生可能会把这个命题分成“对顶角”和“相等”两部分，认为这个命题的条件是“对顶角”，结论是“相等”．实际教学中，可以在学生讨论、交流的基础上，画出与这个命题相关的图形，于是就会有不同的表述(这个命题的条件是“两个角是对顶角”，结论是“这两个角相等”)，对照图形比较这两种不同的表述．前一种的表述中，条件和结论都不是完整的句子，显然不如后一种的表述清楚准确．进而引导学生对于条件和结论不明显的命题可以先画出与命题相关的图形或将命题改写成“如果……那么……”的形式，然后再写出条件和结论．

问题六　在上述6个命题中，哪些命题做出的判断

微信公众号：电子课本大全

12.1 习题

1. 下列句子是不是命题？
(1) 延长线段 AB 到点 C；
(2) 两点之间线段最短；
(3) $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 不相等；
(4) 2 月份有 4 个星期日；
(5) 用量角器画 $\angle AOB = 90°$；
(6) 任何数的平方都不小于 0 吗？

2. 下列命题的条件是什么？结论是什么？
(1) 如果 $a = c$，$b = c$，那么 $a = b$；
(2) 如果 $a < -1$，那么 $ab < -b$；
(3) 两直线平行，内错角相等；
(4) 平方后等于 4 的数是 2；
(5) 垂直于同一条直线的两条直线平行．

3. 第 2 题的命题中，哪些是真命题？哪些是假命题？

【习题解答】

1. (2)、(3)、(4)是命题，(1)、(5)、(6)不是命题．

2. (1)条件：$a=c$，$b=c$；结论：$a=b$；
(2)条件：$a<-1$；结论：$ab<-b$；
(3)条件：两直线平行；结论：内错角相等；
(4)条件：一个数平方后等于4；结论：这个数是2．
(5)条件：两条直线垂直于同一条直线；结论：这两条直线平行．

3. (1)、(3)、(5)是真命题，(2)、(4)是假命题．

是正确的？哪些命题做出的判断是错误的？你是如何知道它们做出的判断是错误的？

命题(2)、(3)、(4)、(5)是真命题，命题(1)、(6)是假命题．教学中，应在学生充分交流各自判断方法的基础上，引导学生体会：①如果题设成立，真命题的判断总是正确的；而假命题的判断不能保证总是正确的．②要说明一个命题是假命题，只要举出一个“反例”就可以了；而要说明一个命题是真命题，无论验证多少个例子，都无法保证这个命题的正确性．关于“反例”，将在本章第4节介绍，这里初步引导学生体会反例的作用．

2. 例题教学

课本没有安排例题，教学时可将本节“议一议”的问题作为例题进行教学．

3. 小结

(1)说说你对命题的认识．

(2)举出1~2个命题，并分别说出它们的条件和结论．

微信公众号：电子课本大全

12.2 证 明

观察、操作、实验是人们认识事物的重要手段．通过观察、操作、实验，常常可以探索发现一些结论，但是这些结论不一定都正确．

数学中，探索发现的结论常常需要加以证实．

试一试

在图 12－1 中，两条线段 AB 与 CD 哪一条长一些？

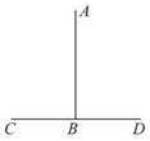




图 12－1

通过度量线段 AB、CD 的长度，可以证实：线段 CD 比线段 AB 长．

议一议

把图 12－2(1)长方形草坪中间 1 m 宽的直道，改成图 12－2(2)中处处 1 m 宽的“曲径”．

这两条小道的面积相等吗？

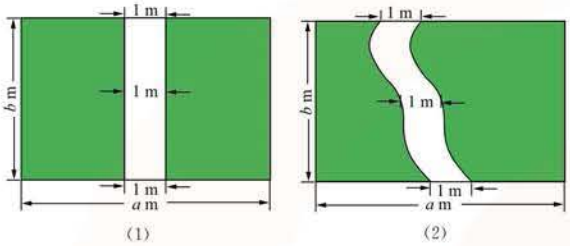


图 12－2



【内容解读】

由于人的眼光纵向移动和横向移动相同距离时，纵向移动比横向移动的时间多，所以如果观察两条相等的线段，那么直觉是纵向的线段比横向的线段长．

观察图 12-1 中的两条线段，直觉 $AB>CD$，实际是 $AB<CD$．

【教学目标】

1. 经历探索一些问题时，由于“直观判断不可靠”、“直观无法做出确定判断”，但运用已有的数学知识和方法可以确定一个数学结论的正确性的过程，初步感受证明的必要性．

2. 了解证明的基本步骤和书写格式．

3. 感受数学的严谨、结论的确定，初步树立言之有理、落笔有据的推理意识，发展初步的演绎推理能力．

4. 感受欧几里得的演绎体系对数学发展和人类文明的价值．

5. 证明三角形的内角和定理，掌握它的推论．

6. 在交流中发展有条理思考和有条理表达的能力．

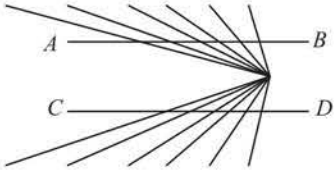
【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

观察、思考和实验是人类发现、发明、创造的发端.我们曾通过观察、操作、实验等探索活动，发现了许多正确的结论．所有探索活动获得的结论都正确吗？

课本以“在图 12-1 中，两条线段 AB 与 CD 哪一条长一些？”为问题情境，还可以适当补充一些数学中观察、猜想有时不一定正确的例子．例如，

观察下图，直线 AB 和直线 CD 平行吗？



微信公众号：电子课本大全

如果将图 12－2(2)中小道左边的草坪向右平移 1 m，那么得到一个长为 $(a-1)$ m、宽为 b m 的长方形(如图 12－3)，它的面积为 $b(a-1)$ m^2.

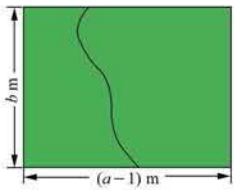


图 12－3

于是，“曲径”的面积为 $ab-b(a-1)=ab-ab+b=b$(m^2).

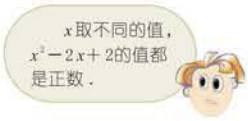
由图 12－2(1)可知直道的面积为 $1\times b=b$(m^2).

通过图形的平移和计算，可以证实：两条小道的面积相等.

做一做

1. 当 $x=-5$、$-\frac{1}{2}$、0、2、3 时，分别计算代数式 x^2-2x+2 的值.

2. 换几个数再试试，你发现了什么？



因为 $x^2-2x+2=(x^2-2x+1)+1=(x-1)^2+1$，$(x-1)^2\geqslant 0$，所以 $(x-1)^2+1\geqslant 1$.

通过把 x^2-2x+2 变形为 $(x-1)^2+1$，可以证实：无论 x 取什么值，代数式 x^2-2x+2 的值都不小于 1.

数学实验室

1. 图 12－4(1)是一张 8×8 的正方形纸片，把它剪成 4 块，按图 12－4(2)重新拼合.

这 4 块纸片恰好能拼成一个长为 13、宽为 5 的长方形吗？

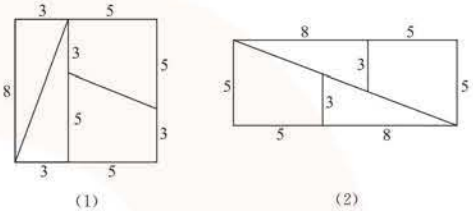
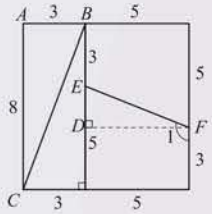


图 12－4

【内容解读】

如图，过点 F 作 $FD\perp BE$，垂足为 D. 则 $DE=2$，$DF=5$. 在 Rt△ABC、Rt△DEF 中，$\frac{AB}{AC}=\frac{3}{8}$，$\frac{DE}{DF}=\frac{2}{5}$，所以 $\angle ABC\neq\angle DEF$，$\angle ABC+\angle 1\neq 180°$，从而，在图 12–4(2)中，直角三角形的斜边与直角梯形的腰不在一条直线上.



通过用画平行线的方法可以证实直线 AB 和直线 CD 平行.

学生运用已有的知识和方法进行证实观察所得的结论是否正确，感受观察、猜想不一定可靠.

2. 探索活动

问题一　(课本“议一议”)图 12–2 中两条小道的面积相等吗？

由于直观无法做出确定的判断，因此可以在学生广泛交流的过程中，引导他们运用已有的知识来证实结论，从而感受“证明”是确定一个数学结论正确性的有力工具.

问题二　七年级某班的学生通过多次计算代数式 x^2-2x+2 的值，得到了以下的一些结论：

(1)无论 x 取什么数，代数式 x^2-2x+2 的值总是偶数；

(2)无论 x 取什么数，代数式 x^2-2x+2 的值总是正数；

(3)无论 x 取什么数，代数式 x^2-2x+2 的值不是负数；

(4)无论 x 取什么数，代数式 x^2-2x+2 的值大于 1.

你认为这些结论是否正确？

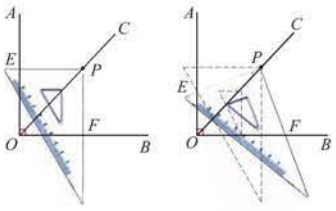
实际教学中，对于结论(1)、(4)，学生容易发现，当 $x=1$ 时，这个代数式的值为 1，不是偶数，从而说明这两个结论是错误的. 通过判断结论(1)、(4)的真假性，可以初步引导学生感受利用反例可以说明一个命题是假命题.

问题三　你能确认问题二中的结论(2)、(3)是正确的吗？

微信公众号：电子课本大全

2. 画 $\angle AOB = 90°$，并画 $\angle AOB$ 的平分线 OC.

(1) 把三角尺的直角顶点落在 OC 的任意一点 P 上，并使三角尺的两条直角边分别与 OA、OB 垂直，垂足分别为 E、F（如图 12－5 (1)）. 度量 PE、PF 的长度，这两条线段相等吗？



(1)　　(2)

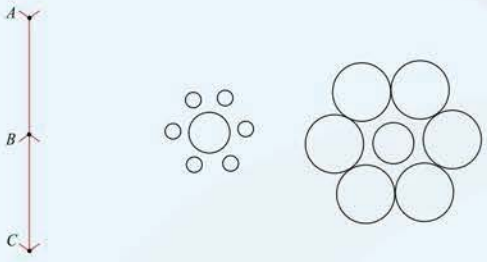
图 12－5

(2) 把三角尺绕点 P 旋转，三角尺的两条直角边分别交 OA、OB 于点 E、F(如图 12－5(2))，PE 与 PF 相等吗？

在后续的学习中，可以证实：图 12－4(2)不是长方形；图 12－5 中 PE 与 PF 相等.



1. 图中线段 AB 与线段 BC 的长度相等吗？请你先观察，再度量.



(第 1 题)　　(第 2 题)

2. 图中两组圆的中央各有一个圆，这两个圆一样大吗？请你先观察，再度量.

3. (1) 任意写 2 个相邻偶数，计算较大偶数的平方减去较小偶数的平方的差；

(2) 换 2 个相邻偶数，仿照(1)再试试，你发现了什么？

(3) 证实你发现的结论.

【内容解读】

本套教材中，有关图形的性质的正确性的确认，都必须从本套教材选用的基本事实、有关概念的定义、已经证明的定理出发加以证实. 本节数学实验室探索得到的结论（$PE=PF$）的证明，安排在本套教材八年级上册“轴对称图形”.

【练一练解答】

1. $AB=BC$.

2. 图中两组圆中央的圆是等圆.

3. (1)略；

(2)相邻两个偶数，较大偶数的平方减去较小偶数的平方的差等于这两个相邻偶数中间的奇数的 4 倍；

(3)设两个相邻偶数分别为 $2n$、$2n+2$，则这两个偶数中间的奇数为 $2n+1$.

$$\begin{aligned}(2n+2)^2-(2n)^2&=4n^2+8n+4-4n^2\\&=8n+4\\&=4(2n+1).\end{aligned}$$

实际教学中，判断结论(2)、(3)的真假性时，学生在计算了代数式 x^2-2x+2 的一些值后，既有强烈的确认结论真假性的欲望，又有不可能无穷地计算代数式的值的无奈. 营造这样的教学氛围，目的是要引导学生借助已有的知识和方法来证明结论，以利于学生再一次感受“证明”的必要性，体会“证明”是确认一个数学结论正确性的有力工具.

问题四　通过本节数学实验室的探索活动，你对探索得到的结论有什么看法？

本节数学实验室的活动 1，教师可以在课前准备一个较大的正方形，课内将这个正方形按课本图 12-4(1)剪开，并在黑板上（或在投影屏幕上）按课本图 12-4(2)重新拼合，使学生可以比较清楚地观察到：直角三角形的斜边与直角梯形的腰不在同一条直线上，两个直角三角形的两条斜边与两个直角梯形的两条腰组成了一个狭长的平行四边形缝隙，它的面积正好是 1. 由于视觉的关系，这 4 条线段似乎在同一条直线上，于是得到了面积为 64 的正方形变成面积为 65 的长方形的错误结论. 对于“为什么拼合后图形的中间会有一条狭长的平行四边形缝隙，且面积为 1?”这个问题，学生虽然暂时还不能解决，但这个悬念有利于学生感受“证明”的必要性.

同样地，活动 2 探索得到的结论，虽然学生暂时不能证实，但这个悬念促使学生向往、追求着“证明”.

3. 小结

本节课我们运用已有的知识“证明”了一些数学结论的正确性，从而使我们更全面地、深入地认识一些数学现象. 我们还可以用举出 1 个反例的方法说明某个数学结论是错误的.

微信公众号：电子课本大全

【内容解读】

有关欧几里得与《原本》的简单介绍，可以参阅课本在本章中提供的“阅读”材料及“课程资源”.

【内容解读】

欧几里得对公理、定理、公设的选择是出色的，作为数学科学的公理，它具备了独立性、完备性、和谐性．而作为学科教学的数学课本，不可能建立那样严格的公理体系，通常，课本都采用扩大“公理”的方法来处理，不同课本的“公理”也不尽相同．本套教材依据《标准》选用了“两点确定一条直线”等8个基本事实以及另外一些基本事实(如等量公理、等式性质、不等式性质)．

【内容解读】

推理和证明是有区别的，推理是证明过程中的组成部分，一个证明过程往往包含多个推理．

2 000多年前，古希腊数学家欧几里得(Euclid)对前人在数学上的成果进行了系统整理，把人们公认的一些真命题作为公理，并以此为出发点，用推理的方法证实了一系列命题，编纂成了人类文明史上具有里程碑意义的数学巨著——《原本》.

前面，我们曾把一些真命题作为基本事实，并从基本事实出发证实了有关余角、补角、对顶角、平行线的一些结论．

根据已知的真命题，确定某个命题真实性的过程叫做**证明**(proof)．经过证明的真命题称为**定理**(theorem)．

下面，我们从基本事实出发，证明“垂直于同一条直线的两条直线平行”.

已知：如图12－6，$a \perp c$，$b \perp c$.

求证：$a \parallel b$.

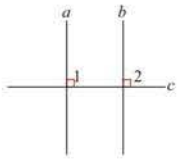


图12－6

证明： $\because a \perp c$(已知)，

$\therefore \angle 1 = 90°$(垂直的定义)．

$\because b \perp c$(已知)，

$\therefore \angle 2 = 90°$(垂直的定义)．

$\because \angle 1 = 90°$，$\angle 2 = 90°$(已证)，

$\therefore \angle 1 = \angle 2$(等量代换)[注].

$\because \angle 1 = \angle 2$(已证)，

$\therefore a \parallel b$(同位角相等，两直线平行)．

证明过程必须做到言必有据．证明过程通常包含几个推理，每个推理应包括因、果和由因得果的依据．其中，“因”是已知事项；“果”是推得的结论；“由因得果的依据”是基本事实、定义、已学过的定理以及等式性质、不等式性质等．

[注] 一个量用与它相等的量代替叫“等量代换”.

【教学过程设计建议(第二课时)】

1. 情境创设

一个数学结论的正确性如何确认呢?

其实数学家们早就遇到了这样的问题，人类对数学命题进行证明的研究已有2 000多年的历史了．公元前3世纪，古希腊数学家欧几里得写出了举世闻名的巨著《原本》，在这本书中，他挑选了一些基本定义和基本事实作为证实其他命题的出发点，推导出400多条定理．《原本》是人类智慧的伟大成就之一，它对科学和人类文化的发展产生了深远的影响．

2. 探索活动

下面，我们通过从基本事实出发证明“垂直于同一条直线的两条直线平行”，来了解证明的一般格式．

问题一　这个命题的条件是什么？结论是什么？

问题二　你能根据命题的条件画出相应的图形吗？

问题三　要证明图12-6中的$a \parallel b$，就需要知道它们有什么联系？你能说说它们之间的联系吗？

设计三个问题的讨论，实质是引导学生初步体会推理的思考方法，在讨论、交流中发展学生有条理的表达能力，然后教师示范推理的书写格式．由于这个命题的证明是学生进入证明阶段学习的开始，所以这里有所侧重地先介绍推理的书写格式，在本节的例题中再介绍证明与图形有关的命题的一般步骤．

3. 例题教学

例题教学中应关注：

(1)引导学生体会推理的思考方法.比如：

依据基本事实“同位角相等，两直线平行”，

微信公众号：电子课本大全

为了使证明过程表达得更加简明，像上面证明过程中虚线方框内所写的内容(前面推理所得的“果”作为后面推理的“因”)，通常可以省略不写．

证明与图形有关的命题，一般有以下步骤：

(1) 根据题意，画出图形；

(2) 根据命题的条件、结论，结合图形，写出已知、求证；

(3) 写出证明过程．

例 1 已知：如图 12－7，直线 EF 分别交直线 AB、CD 于点 M、N，$AB \parallel CD$，MG 平分 $\angle EMB$，NH 平分 $\angle END$．

求证：$MG \parallel NH$．

证明： $\because AB \parallel CD$(已知)，

$\therefore \angle EMB = \angle END$(两直线平行，同位角相等)．

$\because MG$ 平分 $\angle EMB$，NH 平分 $\angle END$(已知)，

$\therefore \angle EMG = \frac{1}{2}\angle EMB$，$\angle ENH = \frac{1}{2}\angle END$(角平分线的定义)．

$\therefore \angle EMG = \angle ENH$(等量代换)．

$\therefore MG \parallel NH$(同位角相等，两直线平行)．

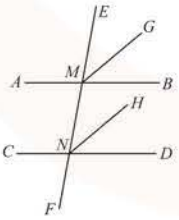


图 12－7



填写下列推理中的空格(第 1、2 题)：

1. 如图，点 A、B、E 在一条直线上．

(1) $\because \angle 1 = \angle 3$(已知)，

$\therefore AB \parallel DC$(_____)；

(2) $\because \angle DAE = \angle CBE$(已知)，

$\therefore AD \parallel BC$(_____)；

(3) $\because \angle CDA + \angle DAB = 180°$(已知)，

$\therefore AB \parallel DC$(_____)；

(4) $\because \angle 2 = \angle 4$(已知)，

$\therefore$ _____ $\parallel$ _____ (内错角相等，两直线平行)；

【练一练解答】

1. (1)内错角相等，两直线平行；
(2)同位角相等，两直线平行；
(3)同旁内角互补，两直线平行；
(4) AD，BC；

要证 $MG \parallel NH$，只要证 $\angle EMG = \angle MNH$．

由于 MG 平分 $\angle EMB$，NH 平分 $\angle MND$，

要证 $\angle EMG = \angle MNH$，只要证 $\angle EMB = \angle MND$．

由于已知 $AB \parallel CD$，所以就可以有根有据的推理．

又如：

由 $AB \parallel CD$，可知 $\angle EMB = \angle MND$．

由已知 MG 平分 $\angle EMB$，NH 平分 $\angle MND$，

可知 $\angle EMG = \frac{1}{2}\angle EMB$，$\angle MNH = \frac{1}{2}\angle MND$．

由 $\angle EMB = \angle MND$，$\angle EMG = \frac{1}{2}\angle EMB$，

$\angle MNH = \frac{1}{2}\angle MND$，可知 $\angle EMG = \angle MNH$．

由 $\angle EMG = \angle MNH$，可知 $MG \parallel NH$．

(2)组织学生讨论如何有条理的表达推理过程．在充分的交流中，引导学生从开始学习证明就意识到：证明要步步有据，证明的依据必须是基本事实、有关概念的定义、定理及已知条件．

4. 小结

证明，可以证实我们曾探索得到的许多结论的正确性．从证明中，我们可以感受到人类对真理的执着追求和严谨的科学态度．欧几里得的方法不仅对数学，而且对其他科学乃至人类的思想都产生了巨大的推动作用．请你查阅并收集这方面的有关资料．

微信公众号：电子课本大全

(5) AB，DC；

(6) AD，BC.

2. 已知，1，3，2，4，内错角相等，两直线平行.

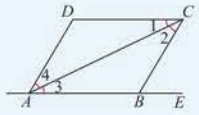
3. 略.

(5) ∵ $\angle DCB+\angle ABC=180°$(已知)，

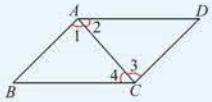
∴ _____ // _____ (同旁内角互补，两直线平行)；

(6) ∵ $\angle DAB+\angle ABC=180°$(已知)，

∴ _____ // _____ (同旁内角互补，两直线平行).



(第1题)



(第2题)

2. 已知：如图，$\angle BAD=\angle DCB$，$\angle 1=\angle 3$.

求证：$AD\ //\ BC$.

证明：∵ $\angle BAD=\angle DCB$，$\angle 1=\angle 3$(_____)，

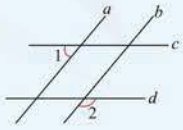
∴ $\angle BAD-\angle$ ___ $=\angle DCB-\angle$ ___ (等式性质)，

即 $\angle$ _____ $=\angle$ _____.

∴ $AD\ //\ BC$(_____).

3. 已知：如图，$a\ //\ b$，$c\ //\ d$，$\angle 1=50°$.

求证：$\angle 2=130°$.



(第3题)

微信公众号：电子课本大全

现在，我们来证明：

三角形内角和定理　三角形三个内角的和等于 180°.

已知：$\triangle ABC$.

求证：$\angle A+\angle B+\angle C=180°$.

证明：如图 12－8，画$\triangle ABC$的边 BC 的延长线 CD，过点 C 画 $CE \parallel AB$[注].

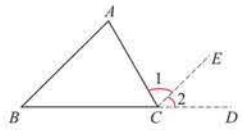


图 12－8



∵ $CE \parallel AB$（辅助线画法），

∴ $\angle 1=\angle A$（两直线平行，内错角相等），

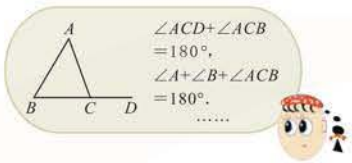
$\angle 2=\angle B$（两直线平行，同位角相等）．

∵ $\angle 1+\angle 2+\angle ACB=180°$（平角的定义），

∴ $\angle A+\angle B+\angle ACB=180°$（等量代换）．



三角形的一个外角和与它不相邻的两个内角有怎样的数量关系？



由三角形内角和定理，可以推出：

三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和．

像这样，由一个定理直接推出的正确结论，叫做这个定理的推论．它和定理一样，可以作为进一步证明的依据．

[注] 为了证明的需要，在原来图形上添画的线叫辅助线，辅助线通常画成虚线．

【教学过程设计建议（第三课时）】

1. 情境创设

三角形三个内角的和是多少？

你是如何知道的？

你认为这个结论正确吗？为什么？

设计这个问题情境，实质是借助拼图实践，为定理的证明铺垫基本思路——把三个角“搬”到一起，利用平角的定义来证明．同时，由于学生经历了“直观判断不可靠”、“直观无法做出确定的判断”，所以设计这个问题情境，促使学生更加向往确认三角形三个内角的和等于 180° 这个结论的正确性．

2. 探索活动

问题一　“三角形三个内角的和等于 180°”的条件是什么？结论是什么？你能根据命题的条件画出相应的图形吗？

问题二　我们在拼图时，把三角形的三个内角“搬”到一个平角上，得到了“三角形三个内角的和等于 180°”这个结论．如果借助拼图的思路来证明这个结论，你有什么办法可以像拼图那样，在平面图形中把三角形的三个内角“搬”到一起？

实际教学中，学生可能采用的方法是通过画两个角等于三角形的两个内角来实现拼图中“搬”动三角形的两个角．但是，这就需要证明三个角拼合成一个角后，角的两边成一条直线，这样做显然比较困难．在此基础上，再引导学生了解：①为了证明的需要，我们可以在原来图形上添辅助线．②添辅助线，实质是构造新图形，把新问题转化为我们已经会解决的问题．③我们已经知道

微信公众号：电子课本大全

【内容解读】

“在△AOB中，$\angle A+\angle B+\angle AOB=180°$（三角形三个内角的和等于180°）”这是一个完整的三段论证．其中，“在△AOB中”是“因”；“$\angle A+\angle B+\angle AOB=180°$”是“果”；“三角形三个内角的和等于180°”是“由因得果的依据”．

同样，“$\angle AOB=\angle COD$（对顶角相等）”也是一个完整的三段论证．其中，“因”是“$\angle AOB$与$\angle COD$是对顶角”；“果”是“$\angle AOB=\angle COD$”；“由因得果的依据”是“对顶角相等”．为了简明表达证明的过程，把其中的“因”省略了．

【练一练解答】

由 $\angle ADE=\angle BAD+\angle B$，$\angle BAD=\angle CAD$，$\angle B=\angle EAC$，得 $\angle ADE=\angle CAD+\angle EAC=\angle DAE$．

【习题解答】

1. (1)略；(2)略；

(3)设中间的一个自然数为n，则其余的2个自然数分别为$n-1$、$n+1$．

∵ $n^2-(n-1)(n+1)=n^2-n^2+1=1$，

∴ 3个连续自然数，中间一个数的平方减去其余2个数的乘积，所得的差等于1．

例2 已知：如图12－9，AC、BD相交于点O．

求证：$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$．

证明： 在△AOB中，$\angle A+\angle B+\angle AOB=180°$（三角形三个内角的和等于180°）．

∴ $\angle A+\angle B=180°-\angle AOB$（等式性质）．

在△COD中，同理可得

$\angle C+\angle D=180°-\angle COD$．

∵ $\angle AOB=\angle COD$（对顶角相等），

∴ $\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$（等量代换）．

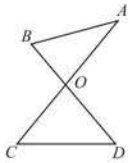
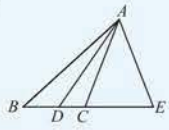


图12－9

练一练

已知：如图，AD是△ABC的角平分线，E是BC延长线上一点，$\angle EAC=\angle B$．

求证：$\angle ADE=\angle DAE$．



12.2 习题

1. (1) 任意写3个连续自然数，把中间1个数的平方减去其余2个数的乘积，计算所得的差；

(2) 换3个连续自然数，仿照(1)再试试，你发现了什么？

(3) 证实你发现的结论．

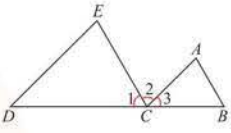
2. 小明从甲地出发，以5 km/h的速度步行到乙地，然后骑自行车沿原路返回．如果骑自行车的速度是步行速度的3倍，那么往返全程的平均速度是不是步行速度的2倍？请做出判断，并证实你的结论．

3. 填写下列空格：

如图，点D、C、B在一条直线上．

(1) ∵ ∠____ = ∠____（已知），

∴ AC // ED（内错角相等，两直线平行）；



（第3题）

“两直线平行，同位角（或内错角）相等”，于是可以通过画平行线实现拼图中的“搬”动三角形的两个角．以利于学生体会添辅助线有必要、有意义．

问题三　你能说说证明的思路吗？

教学中，应让学生充分交流证明的思路，在交流中发展有条理思考和有条理表达的能力．

问题四　尝试完成证明．

问题五　你还有不同的证明方法吗？与同学交流．

问题六　尝试证明三角形的外角与三角形的内角的大小关系．

3. 例题教学

教学中，要关注学生能否形式化的表达，同时更要关注发展学生合乎逻辑的思考和有条理的表达的能力，鼓励学生主动地表达和交流．在证明的教学中不仅要引导学生从已知条件出发向结论探索，而且也要引导学生从结论出发向已知条件探索，或者从已知条件和结论两个方向互相逼近．

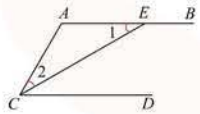
4. 小结

我们通过添辅助线，把三角形的三个内角拼成一个平角、把三角形的三个内角拼成两平行线的同旁内角等不同的方法，证明了三角形内角和定理及推论．从中我们可以体会到，不同的添辅助线方法，实质是相同的——把一个我们不会解的新问题转化为我们会解的问题．

微信公众号：电子课本大全

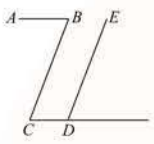
(2) ∵ ∠_____ = ∠_____(已知),
∴ $AB \parallel EC$(同位角相等,两直线平行);
(3) ∵ _____ // _____ (已知),
∴ ∠3 = ∠D(两直线平行,同位角相等);
(4) ∵ _____ // _____ (已知),
∴ ∠B + ∠BCE = 180°(两直线平行,同旁内角互补);
(5) ∵ ∠_____ = ∠_____(已知),
∴ $AB \parallel EC$(_____);
(6) ∵ $AC \parallel ED$(已知),
∴ ∠_____ + ∠_____ = 180°(两直线平行,同旁内角互补).

4. 填写下列空格:
已知:如图,点 E 在 AB 上,且 CE 平分 $\angle ACD$,$\angle 1 = \angle 2$.
求证:$AB \parallel CD$.
证明:∵ CE 平分∠ACD (　　),
∴ ∠_____ = ∠_____
(_____).
∵ ∠1 = ∠2(已知),
∴ ∠1 = ∠_____(_____).
∴ $AB \parallel CD$(_____).

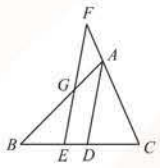


(第 4 题)

5. 已知:如图,$AB \parallel CD$,$BC \parallel DE$.
求证:∠B + ∠CDE = 180°.



(第 5 题)



(第 6 题)

6. 已知:如图,AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,点 E 在 BC 上,点 F 在 CA 的延长线上,$EF \parallel AD$,EF 交 AB 于点 G.
求证:∠AGF = ∠F.

2. 设甲地到乙地的路程为 s km,则步行所用时间为 $\frac{s}{5}$ h,骑自行车所用时间为 $\frac{s}{15}$ h.
∵ $\frac{2s}{\frac{s}{5}+\frac{s}{15}} = \frac{2s}{\frac{4s}{15}} = \frac{15}{2} = 7.5(\text{km/h})$,
∴ 往返全程的平均速度不是步行速度的 2 倍.

3. (1)2, E;(2) B,1;(3) AC, ED;(4) AB, EC;(5)的答案是开放的,比如:2, A,内错角相等,两直线平行;(6) ACD, D.

4. 已知,2, ECD,角平分线的定义, ECD,等量代换,内错角相等,两直线平行.

5. 由 $BC \parallel DE$, $AB \parallel CD$,得 ∠C + ∠CDE = 180°, ∠B = ∠C. 所以 ∠B + ∠CDE = 180°.

6. 由 $EF \parallel AD$,得 ∠AGF = ∠BAD, ∠F = ∠CAD. 又 ∠BAD = ∠CAD,所以 ∠AGF = ∠F.

【课程资源】

《原本》构建了数学史上第一个公理系统,开创了科学理论系统化的先河.它不仅对数学发展的影响超过同时代任何其他的书,而且它对科学和人类文化的发展产生了深远的影响.

科学家牛顿把著名的牛顿三定律称为“公理”,从三定律和万有引力定律出发建立了他的力学体系.他于1687年出版的名著《自然哲学的数学原理》就是采用欧几里得式的结构,论证了万有引力的存在和天体运动的规律,从而创立了经典力学体系.

1766年,美国第三任总统杰斐逊借助欧几里得的方法领导起草了《独立宣言》.

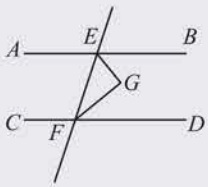
1789年,马尔萨斯在其“人口论”中,他把“人需要食品”、“人需要繁衍后代”两个公理作为出发点,从对人口增长和食品供求增长的分析中建立数学模型,论证其观点.

科学家爱因斯坦1905年创建的狭义相对论中,把整个理论建立在相对性原理和光速不变原理两条公理上.

《原本》作为教材被人们推崇2000多年,是人类历史上所没有的.但是,在这个漫长的过程中,有一事一直使数学家们感到不如人意,就是“第五公设(公设即公理)”问题.人们怀疑第五公设(当两条直线被第三条直线所截,如有一侧的两个内角和小于两直角,则将这两条直线向该侧适当延长后必定相交.)是否能从其他命题逻辑推导出来,如能,就该将其从公设的系统里排除出去,把它作为定理.1816年左右,俄国数学家罗巴契夫斯基、德国数学家高斯、匈牙利的鲍耶,他们提出了非欧几何

微信公众号:电子课本大全

7. 已知：如图，直线 AB、CD 被直线 EF 所截，$AB \parallel CD$，EG 平分 $\angle BEF$，FG 平分 $\angle DFE$，EG、FG 交于点 G.



（第7题）

求证：$EG \perp FG$.

证明：∵ $AB \parallel CD$（已知），

∴ $\angle BEF + \angle DFE = 180°$（两直线平行，同旁内角互补）.

∵ EG 平分 $\angle BEF$，FG 平分 $\angle DFE$（已知），

∴ $\angle GEF = \frac{1}{2}\angle BEF$，$\angle GFE = \frac{1}{2}\angle DFE$（角平分线的定义）.

∴ $\angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle DFE)$（等式性质）.

∴ $\angle GEF + \angle GFE = \frac{1}{2} \times 180° = 90°$（等量代换）.

在 $\triangle EGF$ 中，$\angle GEF + \angle GFE + \angle G = 180°$（三角形三个内角的和等于 $180°$），

∴ $\angle G = 180° - 90° = 90°$（等式性质）.

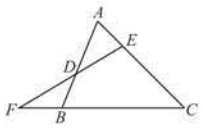
∴ $EG \perp FG$（垂直的定义）.

8. 由 $\angle F + \angle FEC = 180° - \angle C$，$\angle A + \angle ABC = 180° - \angle C$，得 $\angle F + \angle FEC = \angle A + \angle ABC$. 又 $\angle A = \angle ABC$，所以 $\angle F + \angle FEC = 2\angle A$.

7. 证明：两条平行线被第三条直线所截，同旁内角的平分线互相垂直.

8. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A = \angle ABC$，直线 EF 分别交 AB、AC 和 CB 的延长线于点 D、E、F.

求证：$\angle F + \angle FEC = 2\angle A$.



（第8题）

的基本思想，这是自古希腊时代以来数学发展的一个重大突破，从而也引发了整个数学界对数学基础的研究，带来以后数学的蓬勃发展.

微信公众号：电子课本大全

12.3 互逆命题

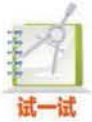




这两个命题有什么联系和区别？

在两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做**互逆命题**．其中一个命题是另一个命题的**逆命题**(converse proposition)．

把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题，所以每个命题都有逆命题．



1. 下列各组命题是否为互逆命题？

(1) 正方形的 4 个角都是直角．

4 个角都是直角的四边形是正方形．

(2) 等于同一个角的两个角相等．

如果两个角都等于同一个角，那么这两个角相等．

(3) 对顶角相等．

如果两个角相等，那么这两个角是对顶角．

(4) 同位角相等，两直线平行．

同位角不相等，两直线不平行．

2. 说出下列命题的逆命题，并与同学交流．

(1) 如果 $a^2 = b^2$，那么 $a = b$；

(2) 如果两个角是对顶角，那么它们的平分线组成一个平角；

(3) 末位数字是 5 的数，能被 5 整除；

(4) 锐角与钝角互为补角．

3. 举出几组互逆命题．

【教学目标】

1. 通过具体实例，了解原命题及其逆命题的概念．会识别两个互逆命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立．

2. 了解反例的作用，知道利用反例可以证明一个命题是错误的．

3. 在证明中，不断发展合乎逻辑的思考、有条理的表达的能力．

【教学过程设计建议(第一课时)】

1. 情境创设

课本通过观察一对命题的联系和区别，引入“互逆命题”的概念，实际教学中可以增加一些这样的观察，便于学生归纳出它们的条件与结论之间关系的共性来．

2. 探索活动

问题一　判断下列命题是否是互逆命题(即课本“试一试”问题1)．

问题二　说出下列命题的逆命题，并与同学交流(即课本“试一试”中问题2)．

实际教学中，叙述问题2中命题(4)的逆命题可能会有困难，可以指导学生先画出相关的图形，分析命题的条件和结论，再构造逆命题．

问题三　你能举出一些互逆命题的例子吗？

问题四　你能判断这些互逆命题的真假吗？

组织学生思考并交流各自判断命题真假的情况，以利于引导学生主动发现：一对互逆命题的真假性不一定相同．

微信公众号：电子课本大全



下列命题是真命题，还是假命题？

命题1：锐角与钝角互为补角．

命题2：如果 $a^2=b^2$，那么 $a=b$．





像小明、小丽那样，举出一个符合命题的条件，但命题结论不成立的例子来说明命题是假命题，这样的例子称为反例．

数学中，判断一个命题是假命题，只需举出一个反例．



如果一个命题是真命题，那么它的逆命题一定是真命题吗？举例说明．



举反例说明下列命题是假命题：

(1) 如果 $|a|=|b|$，那么 $a=b$；

(2) 任何数的平方大于0；

(3) 两个锐角的和是钝角；

(4) 如果一点到线段两端的距离相等，那么这点是这条线段的中点．



著名的反例

公元1640年，法国著名数学家费马发现：

$$2^{2^0}+1=3,$$
$$2^{2^1}+1=5,$$
$$2^{2^2}+1=17,$$
$$2^{2^3}+1=257,$$
$$2^{2^4}+1=65\,537.$$

而3、5、17、257、65 537都是质数，于是费马猜想：对于一切自然数 n，$2^{2^n}+1$ 都是质数．可是，到了1732年，数学家欧拉发现：

$$2^{2^5}+1=2^{32}+1=4\,294\,967\,297=641\times 6\,700\,417.$$

这说明了 $2^{2^5}+1$ 是一个合数，从而否定了费马的猜想．

【练一练解答】

(1)反例：$a=2$，$b=-2$；

(2)反例：0的平方等于0，不大于0；

(3)反例：30°的角和60°的角的和是直角，不是钝角；

(4)反例：等腰三角形的顶点到底边两端的距离相等，但它不是底边的中点．

问题五　你是如何判断一个命题是假命题的？

组织学生交流各自判断一个命题是假命题的方法，以利于引导学生体验并了解利用反例(符合命题的条件，但不符合命题的结论的例子)可以判断一个命题是错误的．例如，说明“如果 $a>b$，那么 $a^2>b^2$”是假命题．

反例：$a=1$，$b=-3$．

因为 $a=1$，$b=-3$ 符合命题的条件 $a>b$，但不符合命题的结论 $a^2>b^2$，所以这个命题是假命题．

问题六　说说你对一对互逆命题的真假性的看法．

3. 例题教学

本课时课本没有安排例题，教学中如有必要可以把本课时的”练一练”作为例题，帮助学生更好地了解反例的作用．

4. 小结

(1)说说你对互逆命题有哪些了解．

(2)数学学习中，你有过用反例来说明一个命题是假命题吗？

微信公众号：电子课本大全



在你已经学过的命题中，试举出两个命题：它们不仅是互逆命题，而且都是真命题.

像“同位角相等，两直线平行”与“两直线平行，同位角相等”……这样的两个命题是互逆命题，且都是真命题. 根据命题“同位角相等，两直线平行”，可以判断两条直线互相平行；反过来，根据命题“两直线平行，同位角相等”，可以推出两条平行直线具有“同位角相等”的性质.

例 1 证明：**平行于同一条直线的两条直线平行**.

已知：如图 12－10，$b \parallel a$，$c \parallel a$.

求证：$b \parallel c$.

证明：作直线 d，使它与直线 a、b、c 都相交.

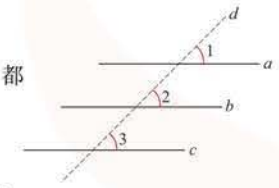


图 12－10

∵ $b \parallel a$（已知），

∴ $\angle 2 = \angle 1$（两直线平行，同位角相等）.

∵ $c \parallel a$（已知），

∴ $\angle 3 = \angle 1$（两直线平行，同位角相等）.

∴ $\angle 2 = \angle 3$（等量代换）.

∴ $b \parallel c$（同位角相等，两直线平行）.

例 2 证明：**直角三角形的两个锐角互余**.

已知：在$\triangle ABC$中，$\angle C = 90°$.

求证：$\angle A + \angle B = 90°$.

证明：在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$（三角形三个内角的和等于 180°）.

∴ $\angle A + \angle B = 180° - \angle C$（等式性质）.

∵ $\angle C = 90°$（已知），

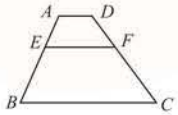
∴ $\angle A + \angle B = 180° - 90°$（等量代换），

即 $\angle A + \angle B = 90°$.

【教学过程设计建议（第二课时）】

1. 探索活动

如图：



(1) 如果 $AD \parallel EF$，那么可以得到什么结论？

(2) 如果 $\angle EFC + \angle C = 180°$，那么可以得到什么结论？

(3) 证明 $AD \parallel BC$，需要什么条件？证明 $EF \parallel BC$ 呢？

(4) 证明 $AD \parallel EF \parallel BC$，需要什么条件？

问题(1)、(2)是“由已知想可知”的思考；问题(3)、(4)是“由未知想需知”的思考. 设计这个活动，目的是引导学生逐步认识：图形的特殊的“位置关系”常常决定了图形具有特殊的“数量关系”；反过来，图形的特殊的“数量关系”常常决定了图形具有特殊的“位置关系”. 体会认识图形需要关注形与数之间的内在联系. 同时也为例 1 的教学做铺垫.

2. 例题教学

(1) 通过上面的探索活动，在例 1 的教学中，使学生能主动添辅助线，构造新图形，使新图形中就具有了与证明直线 a、b、c“位置关系”有关的角的“数量关系”.

(2) 设计例 1、2，实质是引导学生再一次感受欧几里得“从基本事实出发，证明一个又一个命题”的方法.

(3) 课本“试一试”是例 2 的拓展延伸，引导学生体会构造一个命题的逆命题，并证明这个逆命题是真命题，这也是探索并获得数学结论的重要途径，以利于发展学生数学思考的能力.

(4) 建议根据实际教学情况，补充以下问题：

微信公众号：电子课本大全

试一试

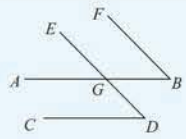
说出命题“直角三角形的两个锐角互余”的逆命题.
这个逆命题是真命题吗？为什么？

“直角三角形的两个锐角互余”的逆命题是**“有两个角互余的三角形是直角三角形”**，可以证明这个逆命题是真命题.

已知：在△ABC中，$\angle A+\angle B=90°$，
求证：△ABC是直角三角形，
证明：在△ABC中，$\angle A+\angle B+\angle C=180°$（三角形三个内角的和等于180°）.
∴ $\angle C=180°-(\angle A+\angle B)$（等式性质）.
∵ $\angle A+\angle B=90°$（已知），
∴ $\angle C=180°-90°$（等量代换），
∴ $\angle C=90°$，△ABC是直角三角形.

练一练

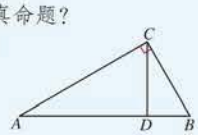
1. (1) 如图，$AB \parallel CD$，AB、DE相交于点G，$\angle B=\angle D$. 在下列括号内填写推理的依据：
∵ $AB \parallel CD$(已知)，
∴ $\angle EGA=\angle D$(_____).
又∵ $\angle B=\angle D$(已知)，
∴ $\angle EGA=\angle B$(_____).
∴ $DE \parallel BF$(_____).



(第1题)

(2) 上述推理中，应用了哪两个互逆的真命题？

2. (1) 已知：如图，在直角三角形ABC中，$\angle ACB=90°$，D是AB上一点，且$\angle ACD=\angle B$.
求证：$CD \perp AB$.



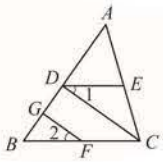
(第2题)

(2) 你在(1)的证明过程中应用了哪两个互逆的真命题？

【练一练解答】

1. (1)两直线平行，同位角相等，等量代换，同位角相等，两直线平行；
(2)略.
2. (1)由$\angle ACB=90°$，得$\angle A+\angle B=90°$.
∵ $\angle ACD=\angle B$. ∴ $\angle A+\angle ACD=90°$.
于是$\angle ADC=90°$，即$CD \perp AB$.
(2)直角三角形的两个锐角互余，有两个角互余的三角形是直角三角形.

①已知：如图，在△ABC中，点E在AC上，点F在BC上，点D、G在AB上，$FG \parallel CD$，$\angle 1=\angle 2$.
求证：$\angle AED=\angle ACB$.



②你在①的证明过程中应用了哪两个互逆的真命题？

3. 小结

在前面的学习中，我们经常逆向地研究问题.比如，用具体的数值代替代数式中的字母，可以求代数式的值；反过来，已知代数式的值，通过解方程可以求字母的取值. 又如，把整式乘法的法则或公式逆过来，得到因式分解的一些方法. 再如，在本节的学习中，我们构造一个命题的逆命题，并证明这个逆命题是真命题，于是我们探索并获得了一些新的数学结论.学会逆向地思考，有助于我们多方面地感知事物之间的联系.

微信公众号：电子课本大全

12.3 习题

1. 写出下列命题的逆命题，并判断每对互逆命题的真假：

(1) 如果 $ab=0$，那么 $a=0$；

(2) 自然数是整数；

(3) 不是对顶角的两个角不相等；

(4) 内错角相等；

(5) 互为相反数的两个数的和为零.

2. 举反例说明下列命题是假命题：

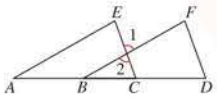
(1) 如果 $a\neq0$、$b\neq0$，那么 $a^2+b^2=(a+b)^2$；

(2) 质数都是奇数；

(3) 多边形的外角和小于内角和；

(4) 如果 $a>b$，那么 $(a+b)(a-b)>0$.

3. (1) 如图，点 A、B、C、D 在一条直线上，填写下列空格：



(第3题)

∵ $EC\parallel FD$(已知)，

∴ $\angle F=\angle$ _____(_____).

∵ $\angle F=\angle E$(已知)，

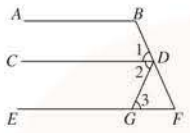
∴ $\angle$ _____ $=\angle E$(_____).

∴ _____ $\parallel$ _____(_____).

(2) 说出(1)的推理中应用了哪两个互逆的真命题.

4. (1) 已知：如图，直线 AB、CD、EF 被直线 BF 所截，$\angle B+\angle1=180°$，$\angle2=\angle3$. 求证：$\angle B+\angle F=180°$.

(2) 你在(1)的证明过程中应用了哪两个互逆的真命题.



(第4题)

【习题解答】

1. (1)如果 $a=0$，那么 $ab=0$，假，真；(2)整数是自然数，真，假；(3)如果两个角不相等，那么这两个角不是对顶角，假，真；(4)如果两个角相等，那么这两个角是内错角，假，假；(5)如果两个数的和为零，那么这两个数互为相反数，真，真.

2. (1)如，当 $a=1$、$b=2$ 时，$a^2+b^2=5$，$(a+b)^2=9$，$a^2+b^2\neq(a+b)^2$；(2)2是质数，但不是奇数；(3)如，四边形的外角和等于内角和；(4)如，当 $a=-1$、$b=-2$ 时，$(a+b)(a-b)=-3<0$.

3. (1)如，1，两直线平行，内错角相等，1，等量代换，AE，BF，内错角相等，两直线平行；(2)略.

4. (1)由 $\angle B+\angle1=180°$，得 $AB\parallel CD$. 由 $\angle2=\angle3$，得 $CD\parallel EF$. 所以 $AB\parallel EF$，于是 $\angle B+\angle F=180°$.

(2)同旁内角互补，两直线平行；两直线平行，同旁内角互补.

【课程资源】

1. 17世纪，著名的德国数学家莱布尼茨证明了：对每一个正整数 n，n^3-n 能被3整除，n^5-n 能被5整除，n^7-n 能被7整除. 于是，他猜想：对奇数 k 和自然数 n，n^k-n 能被 k 整除. 后来，莱布尼茨自己发现 $2^9-2=510$，而510不能被9整除，从而否定了猜想.

2. 当 $x=0$、1、2、3、4、5、6、7、8、9、10时，代数式 x^2+x+41 的值依次是41、43、47、53、61、71、83、97、113、131、151，它们都是素数. 于是有人猜想：用任何一个非负整数 x 代入 x^2+x+41，结果必是一个素数.

有人不信，再用 $x=11$、12、…、39代入这个代数式计算，发现结论还是正确的. 可是，当 $x=40$ 时，$x^2+x+41=40^2+40+41=40\times(40+1)+41=41^2$，这个代数式的值是一个合数，这一反例说明猜想是错误的.

3. 反例还是数学发展的“功臣”，公元前500年希帕索斯发现等腰直角三角形的直角边与斜边的比不是有理数，这就举出了当时毕达哥拉斯学派认为的“一切量都可用有理数来表示”的一个反例. 正是这个反例导致了第一次数学危机，数学向前大大发展了一步，产生了无理数.

微信公众号：电子课本大全

阅读

欧几里得与《原本》

欧几里得(Euclid 公元前 330 年～前 275 年)是古希腊一位杰出的数学家，也是一位教育家．公元前 300 年左右应埃及托勒密王的邀请，他从雅典来到亚历山大，从事数学研究和教育活动．

欧几里得一生写过很多数学、物理方面的书籍，其中《原本》是最有影响的巨著．在《原本》中，欧几里得挑选了人们在长期实践中总结出来的公认的一些真命题作为公理，并从公理出发证明了人们探索得到的许多数学结论的正确性，从而把前人在数学上的成果整理得条理清晰、结构严谨．

《原本》的手稿早已失传，现存的《原本》是公元 4 世纪末西翁(Theom 古希腊学者)的修订本和 18 世纪在梵帝冈图书馆发现的希腊文手抄本．我国的最早译本是 1607 年由意大利人利玛窦与明代数学家徐光启合译的《原本》前 6 卷和 1857 年由英国人伟烈亚力与清代数学家李善兰合译的《原本》后 9 卷，定名为《几何原本》．

2 000 多年来，人们高度评价《原本》，至今这部著作已出版了 2 000 多个版本．欧几里得被后人誉为“几何学之父”．牛顿曾仿效欧几里得的思想把前人总结的力学知识和自己研究的成果，编纂了《自然哲学的数学原理》．

欧几里得的思想早已运用到现代社会的各个领域，《原本》对于科学的发展以及人们的思维方式都产生了深刻的影响．

数学活动

由已知探索未知

从已知的事实出发，我们常常可以探索发现一些结论，通过证明可以确认这些结论是否正确．

请你探索以下 4 个问题的结果，并加以证明．

1. 把 6、7、9、13、17、21、23、24、27 和 28，分别填入图 12－11 中的 5×5 方格，使这个方格每条对角线上各数的和与每行或每列数的和相等．

【教学目标】

1. 经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证的活动过程，获得一些研究问题的经验和方法．

2. 体验证明必须步步有据，感受证明的必要性，发展有条理的思考和表达的能力．

【教学过程设计建议】

1. 以3~5人为一组进行本次数学活动．

2. 问题1的活动建议．

小组成员可以用“接力”的方式，每人在问题给出的数组中选择一个数填入方阵，并说明选择这个数的理由，直到方阵中的数都符合问题的要求．

本题解答：

	21	27		
13				7
6			24	
			17	23
	28	9		

3. 问题2的活动建议．

在个人活动的基础上进行小组活动，交流在探求的过程中每一步的理由．

本题中，字母 A、B、C 分别表示1、4、8．

4. 问题3的活动建议．

在小组交流观察图12-12得到的结果的基础上，用8张同样大小的正方形纸片按观察的结果摆放，验证观

微信公众号：电子课本大全

2. 下面算式中字母 A、B、C 各表示一个不同的数字，请你确定它们的值.



图 12-11

$$\begin{array}{r} A\ B\ C \\ \times\quad\ \ 6 \\ \hline C\ C\ C \end{array}$$

3. 如图 12-12，8 张同样大小的正方形纸片交错叠放在桌面上，如果最上面的那张纸片的标号为 1，那么请按自上而下的顺序写出每张纸片的标号.



图 12-12

甲	乙	丙

4. 甲、乙、丙 3 人从图书馆各借了一本书，他们相约在每个星期天相互交换读完的书. 经过数次交换后，他们都读完了这 3 本书. 已知乙读的第三本书是丙读的第二本书，试说出他们交换阅读的全过程.

小结与思考

1. 由观察、操作、实验得到的结论有时不正确，你有过这样的体验吗?

2. 在本章里，我们学习了定义、命题、定理、逆命题、互逆命题等概念，并知道如果一个命题是真命题，它的逆命题不一定是真命题.

3. 基本事实是其真实性不加证明的真命题，它是证明其他命题真实性的出发点，经过证明的真命题称为定理.

察的结果是否正确.

5. 问题 4 的活动建议.

可以先用模拟问题情境的方式还原甲、乙、丙交换阅读的全过程，再用推理的方法表达交换阅读的全过程. 如，设甲、乙、丙 3 人从图书馆借阅的书分别为 A、B、C，则乙交换阅读的书是 A、C，丙交换阅读的书是 A、B.

由“乙读的第三本书是丙读的第二本书”，可知乙读的第三本书(也是丙读的第二本书)不能是 B 和 C，只能是 A. 于是得到甲、乙、丙交换阅读的过程：

甲	乙	丙
A	B	C
B	C	A
C	A	B

【教学目标】

1. 体会通过合情推理探索数学结论，运用演绎推理加以证明的过程，发展合情推理与演绎推理的能力.

2. 知道证明要合乎逻辑，初步会综合法证明的格式.

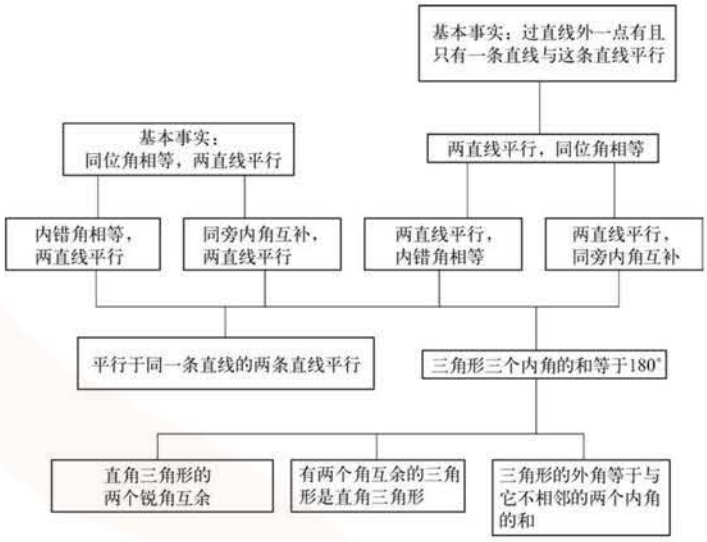
3. 在运用数学表达和解决问题的过程中，认识数学具有抽象、严谨和应用广泛的特点，体会数学的价值.

【教学建议】

1. 在本章“小结与思考”的教学中，可以设计引导学生通过合情推理探索结论、运用演绎推理证明的问题情境. 比如，本章复习题第 6、9、11 题等，为学生提供了观察、归纳、猜想、证明的机会，以利于协调发展学生的合情推理与演绎推理的能力.

微信公众号：电子课本大全

例如，我们从“同位角相等，两直线平行”和“过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行”这两个基本事实出发，证明了如下命题：



4. 判断一个命题是假命题，只需举出一个反例．你能说出一个假命题，并举出反例吗？

5. 说说三角形内角和定理是怎么证明的．



复习巩固

1. (1) 举出学过的 4 个真命题；

(2) 说出 2 个假命题．

2. 指出下列命题的条件和结论：

(1) 同号两数相乘，积为正；

(2) 等角的补角相等；

(3) 平行于同一条直线的两条直线平行；

(4) 四边形的内角和等于外角和．

【复习题解答】

(复习巩固)

1. 略．

2. (1)条件：同号两数相乘，结论：积为正；(2)条件：几个角是等角的补角，结论：这几个角相等；(3)条件：两条直线平行于同一条直线，结论：这两条直线平行；(4)条件：一个多边形是四边形，结论：它的外角和与内角和．

3. (1)不是真命题，反例：$a=1$，$b=-2$ 时，$a>b$，但 $|a|<|b|$；(2)不是真命题，反例：$90°$ 角的补角等于 $90°$，不大于 $90°$；(3)不是真命题，反例：偶数2不能被4整除；(4)不是真命题，反例：等边三角形中最大的内角不大于 $60°$．

4. 略．

2. 在本章“小结与思考”的教学中，不仅要关注学生会不会综合法的证明格式，而且更要关注学生能否合乎逻辑的思考．

3. 应通过适量的、难度适宜的证明，引导学生逐步掌握综合法证明的格式，不宜过多地追求证明的技巧、证明的速度和证明的难度．

【教学茶座】

● 什么是推理、合情推理、演绎推理？

▲ “由一个或几个已知判断推出另一未知判断的思维形式”叫做推理．

演绎推理的前提和结论间具有蕴涵关系，是必然性推理．演绎推理的主要形式是三段论证．

合情推理是根据已有的知识和经验，在某种情境和过程中推出可能性结论的推理．合情推理的主要形式是归纳推理和类比推理．

● 推理、合情推理、演绎推理之间有怎样的关系？

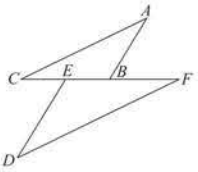
▲《标准》在课程设计思路关于“推理能力”中指出：推理是数学的基本思维方式，也是人们学习和生活中经常使用的思维方式．推理一般包括合情推理和演绎推理，合情推理是从已有的事实出发，凭借经验和直觉，通过归纳和类比等推断某些结果；演绎推理是从已有的事实(包括定义、公理、定理等)和确定的规则(包括运算的定义、法则、顺序等)出发，按照逻辑推理的法则证明和计算．在解决问题的过程中，两种推理功能不同，相辅相成：合情推理用于探索思路，发现结论；演绎推理用于证明结论．

● 合情推理能力与演绎推理能力，哪种能力更重要？

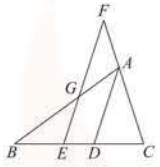
微信公众号：电子课本大全

3. 下列命题是不是真命题？为什么？
(1) 如果 $a>b$，那么 $|a|>|b|$；
(2) 一个角的补角大于这个角；
(3) 偶数能被 4 整除；
(4) 三角形的最大内角大于 60°.

4. 如图，点 C、E、B、F 在一条直线上，$AC \parallel FD$，$\angle A=\angle D$. 由此，你能推出什么结论？证明其中的 1 ～ 2 个结论.



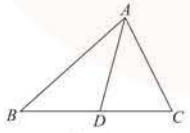
(第 4 题)



(第 5 题)

5. 已知：如图，AD 是$\triangle ABC$ 的角平分线，点 E 在 BC 上，点 F 在 CA 的延长线上，EF 交 AB 于点 G，且 $\angle AGF=\angle F$.
求证：$EF \parallel AD$.

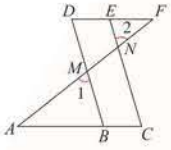
6. 如图，在$\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 上，$\angle DAC=\angle B$. 图中还有相等的角吗？证明你的结论.



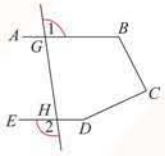
(第 6 题)

灵活运用

7. 已知：如图，点 B、E 分别在 AC、DF 上，AF 分别交 BD、CE 于点 M、N，$\angle 1=\angle 2$，$\angle A=\angle F$.
求证：$\angle C=\angle D$.



(第 7 题)



(第 8 题)

8. 已知：如图，$\angle ABC+\angle C+\angle CDE=360°$，$GH$ 分别交 AB、ED 于点 G、H.
求证：$\angle 1=\angle 2$.

5. 由 $\angle BAC=\angle AGF+\angle F$，$\angle AGF=\angle F$，得 $\angle BAC=2\angle F$. 又 $\angle BAC=2\angle CAD$，$\therefore 2\angle CAD=2\angle F$，即 $\angle CAD=\angle F$. 于是 $EF \parallel AD$.

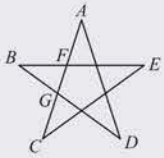
6. $\angle ADC=\angle BAC$. 由 $\angle ADC=\angle B+\angle BAD$，$\angle DAC=\angle B$，得 $\angle ADC=\angle DAC+\angle BAD=\angle BAC$.

(灵活应用)

7. 由 $\angle A=\angle F$，得 $DF \parallel AC$，于是 $\angle D=\angle DBA$. 由 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 2=\angle ANC$，得 $\angle 1=\angle ANC$，于是 $DB \parallel EC$，从而 $\angle C=\angle DBA$，所以 $\angle C=\angle D$.

8. 由五边形 $GHDCB$ 的内角和为 540° 以及 $\angle ABC+\angle C+\angle CDE=360°$，得 $\angle BGH+\angle GHD=180°$. $\therefore AB \parallel ED$. $\angle 1=\angle GHD$. 又 $\angle 2=\angle GHD$，从而 $\angle 1=\angle 2$.

9. 180°.
如图，由 $\angle BFG=\angle E+\angle C$，$\angle BGF=\angle A+\angle D$，$\angle B+\angle BFG+\angle BGF=180°$，得 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$.



(第 9 题)

10. 在 $\triangle ACE$、$\triangle ADF$ 中，由 $\angle ACE=90°$，$\angle ADF=90°$，得 $\angle CAE+\angle AEC=90°$，$\angle DAF+\angle AFD=90°$. 又 $\angle CAE=\angle DAF$，$\therefore \angle AEC=\angle AFD$. 又 $\angle AFD=\angle CFE$，于是 $\angle CFE=\angle CEF$.

▲两种能力都重要，必须重视这两种能力的有机结合、协调发展. 事实上，人们在探索和认识事物的过程中，常常交替进行合情推理与演绎推理. 合情推理与演绎推理都是人们正确认识事物的重要途径.

● 学生学习“综合法”证明命题的困难是什么？

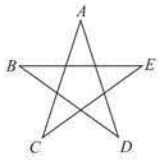
▲ 证明的表述形式是多样的，除三段论证(大前提、小前提、结论)外，文字的叙述、通过图形的运动也是常用的方式.

几何中证明命题的表述方式实质是简化了的三段论证——小前提、结论、大前提.

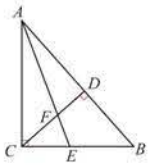
因此，三段论证与几何中的演绎推理的顺序差异，会给学生学习综合法带来困难. 考虑到学生学习综合法的这种困难，本套教材在前面做了大量的“推理”渗透，在教学中要重视进行这种铺垫.

微信公众号：电子课本大全

9. 如图，在五角星形 $ABCDE$ 中，$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$、$\angle E$ 的和等于多少度？请加以证明．



（第9题）



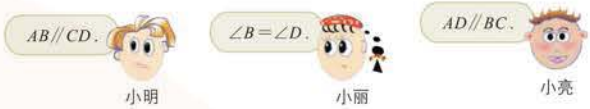
（第10题）

10. 已知：如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，AE是角平分线，CD是高，AE、CD相交于点F．
求证：$\angle CFE=\angle CEF$．

探索研究

11. 探索两个连续奇数的平方差的规律，并加以证明．

12. 在四边形 $ABCD$ 中：

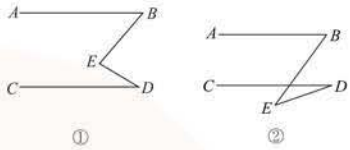


（1）请你用小明、小丽、小亮中任何两人所给出的事项作为条件，另一个事项作为结论，构造1～3个命题；

（2）你构造的命题是真命题吗？为什么？

13. （1）如图①，$AB\parallel CD$，试用不同方法证明 $\angle B+\angle D=\angle E$．

（2）如图②，$AB\parallel CD$，$\angle B$、$\angle D$、$\angle E$之间有怎样的数量关系？证明你的结论．



（第13题）

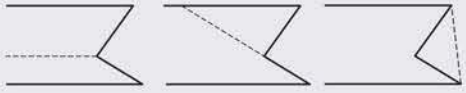
14. 画$\angle A$，在$\angle A$的两边上分别取点B、C，在$\angle A$的内部取一点P，连接PB、PC．探索$\angle BPC$与$\angle A$、$\angle ABP$、$\angle ACP$之间的数量关系，并证明你的结论．

（探索研究）

11. 两个连续奇数的平方差能被8整除，设 n 为整数，两个连续奇数分别为 $2n-1$、$2n+1$，则 $(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n+4n=8n$．

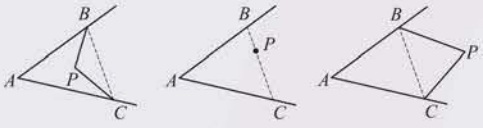
12. （1）在四边形 $ABCD$ 中，如果 $AB\parallel CD$，$\angle B=\angle D$，那么 $AD\parallel BC$；在四边形 $ABCD$ 中，如果 $\angle B=\angle D$，$AD\parallel BC$，那么 $AB\parallel CD$；在四边形 $ABCD$ 中，如果 $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，那么 $\angle B=\angle D$．（2）略．

13. （1）本题有多种添辅助线方法．比如：



（2）$\angle B-\angle D=\angle E$．证明略．

14. 连接BC．若点P在$\triangle ABC$的内部（如图①），则 $\angle BPC=\angle A+\angle ABP+\angle ACP$；若点$P$在$\triangle ABC$的边$BC$上（如图②），则 $\angle BPC=\angle A+\angle ABP+\angle ACP$；若点$P$在$\triangle ABC$的外部（如图③），则 $\angle BPC+\angle A+\angle ABP+\angle ACP=360°$．



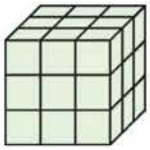
（第14题）

微信公众号：电子课本大全

课题学习

分类　想象　找规律

1. 将一个棱长为 3 的正方体的表面涂上颜色，分割成棱长为 1 的小正方体(如图). 其中，三面涂色的小正方体有几个？两面涂色的小正方体有几个？一面涂色的小正方体有几个？



2. 如果将一个棱长为 4 的正方体的表面涂色，分割成棱长为 1 的小正方体，那么三面、两面、一面涂色的小正方体各有几个？

如果分割棱长为 5 或棱长为 6 的正方体呢？

3. 从以上的求解过程，你能发现什么规律？

4. 你还能提出其他问题，并加以解答吗？

微信公众号：电子课本大全

《数学补充习题》七年级下册参考答案

第 7 章　平面图形的认识(二)

7.1　探索直线平行的条件(1)

1. DC，AB，BC；CB，AB，AC.　**2.** $\angle 2$，$\angle 3$.　**3.** DE，BC，同位角相等，两直线平行；AB，EF，同位角相等，两直线平行.　**4.** $a \parallel b$，$m \parallel n$.　**5.** 56，同位角相等，两直线平行.　**6.** 由$\angle 1=70°$，得$\angle AOC=110°$，$\angle AOC=\angle 2$，$AB \parallel ED$. 理由是：同位角相等，两直线平行.　**7.** 由 $\angle 1=\angle C$，得 $DF \parallel AC$，由 $\angle 2=\angle E$，得 $BC \parallel EF$. 理由是：同位角相等，两直线平行.

7.1　探索直线平行的条件(2)

1. AB，CD，AD；AC，AD，CD.　**2.** $\angle 3$ 和$\angle 4$；$\angle 1$ 和$\angle 2$，$\angle 1$ 和$\angle 4$；$\angle 2$ 和$\angle 3$.　**3.** AB，DF，内错角相等，两直线平行；ED，BC，同旁内角互补，两直线平行.　**4.** (1) $AD \parallel BC$，内错角相等，两直线平行；(2) $AB \parallel DC$，内错角相等，两直线平行；(3) $AB \parallel DC$，同旁内角互补，两直线平行；(4) $AD \parallel BC$，同旁内角互补，两直线平行.　**5.** 因为 $\angle ABC=\angle 1=45°$，所以 $\angle ABC+\angle 2=180°$，$AB \parallel CD$. 理由是：同旁内角互补，两直线平行. 因为 $\angle BCD=180°-\angle 2=45°$，所以 $\angle BCD=\angle D$，$BC \parallel DE$. 理由是：内错角相等，两直线平行.　**6.** 因为 $\angle BAC=2\angle 1$，$\angle ACD=2\angle 2$，所以 $\angle BAC+\angle ACD=2\angle 1+2\angle 2=180°$. 根据“同旁内角互补，两直线平行”，可得 $AB \parallel CD$.

7.2　探索平行线的性质

1. 两直线平行，同位角相等；两直线平行，内错角相等；BDC.　**2.** AB，DC，B.　**3.** 45，135.　**4.** 80.　**5.** 40.　**6.** 26，86.　**7.** 由 $AD \parallel BC$，得$\angle ADB=\angle CBD$，$\angle DAC=\angle BCA$，理由是：两直线平行，内错角相等. 由 $AD \parallel BC$，得$\angle DAB+\angle ABC=180°$. $\angle ADC+\angle BCD=180°$. 理由是：两直线平行，同旁内角互补.　**8.** 由 $\angle EAD=\angle FBD=90°$，得 $AE \parallel BF$，$\angle E=\angle BGC$. 又因为$\angle E=\angle F$，所以 $\angle BGC=\angle F$，$CE \parallel DF$.

7.3　图形的平移

1. 60°，5 cm.　**2.** 1.5.　**3.** 8.　**4.** (C).　**5.** 三角形 FAO 和三角形 EOD.　**6.** 先将三角形 ABC 向右平移 4 格，再向上平移 3 格.　**7.** 图略.　**8.** 图中，阴影部分的面积与梯形 $ABEG$ 的面积相等，即 $S_{阴影}=S_{梯形ABEG}=\dfrac{(5+8)\times 5}{2}=32.5$.

7.4　认识三角形(1)

1. (B).　**2.** (B).　**3.** 15.　**4.** $\triangle ABC$、$\triangle DBC$，$\triangle ABC$、$\triangle ADC$.　**5.** $\triangle ABD$、$\triangle ABC$、$\triangle BCD$、$\triangle ACD$，$\triangle ABD$、$\triangle BCD$.　**6.** (1) 9，图略；(2) 3，$\triangle ADE$、$\triangle BDE$、$\triangle CDE$；(3) $\triangle BDE$、$\triangle CDE$、$\triangle ABE$、$\triangle BCD$.　**7.** (1) 7、6、2(或 7、5、3、6、5、4)；(2) 7，2.　**8.** (3) 以 A 为其中一个顶点的三角形有$\triangle ABO$，$\triangle ABC$，$\triangle AOD$，$\triangle ACD$，$\triangle ABD$，$\triangle ACE$，$\triangle ADE$；以$\angle E$ 为其中一个内角的三角形有$\triangle EAD$，$\triangle EBC$，$\triangle EAC$，$\triangle EDB$；以 AD 为其中一边的三角形有$\triangle ADE$，$\triangle ADB$，$\triangle ADC$，$\triangle ADO$.

7.4　认识三角形(2)

1. $2a$，$\dfrac{1}{2}b$，$\dfrac{1}{2}c$.　**2.** 12，6.　**3.** (A).　**4.** (D).　**5.** (C).　**6.** 提示：由 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}AB \cdot CE=\dfrac{1}{2}BC \cdot AD$，$AB=2BC$，可得 $AD=2CE$.

微信公众号：电子课本大全

7.5 多边形的内角和与外角和(1)

1. 60°，35°，90°. **2.** (A). **3.** (B). **4.** 72 **5.** 42 **6.** $\angle AFD$，$\angle CFE$；$\angle AFG$，$\angle EFG$，$\angle AHF$，$\angle BHG$. **7.** 80°.

7.5 多边形的内角和与外角和(2)

1. (D). **2.** (A). **3.** (B). **4.** 六. **5.** $\angle C$，120°. **6.** 60，120. **7.** $AB \parallel DC$，$AD \parallel BC$. **8.** 剩余部分可以是三角形、四边形、五边形，它们的内角和分别为 180°、360°、540°. **9.** 提示：说明 $\angle ADF+\angle ABE=90°$，$\angle ADF+\angle AFD=90°$，从而 $\angle ABE=\angle AFD$，$BE \parallel DF$. **10.** 提示：由于多边形的内角和为 180° 的倍数，而 $2\,220\div 180=12\frac{1}{3}$，故该多边形的内角和应为 $180°\times 13=2\,340°$. 所以所求内角的度数为 $2\,340°-2\,220°=120°$. 再由 $(n-2)\cdot 180°=2\,340°$，得 $n=15$.

7.5 多边形的内角和与外角和(3)

1. (D). **2.** (A). **3.** (B). **4.** 十，1 440°. **5.** 十二. **6.** 100. **7.** 290. **8.** 这个多边形是七边形，内角和为 900°，外角和为 360°. **9.** 20°. **10.** 提示：由平行线的内错角相等，得 $\angle CDE=\angle CDA+\angle EDA=\angle FAD+\angle BAD=140°$. 在四边形 $ABCD$ 中，由 $\angle B=100°$，$\angle BAD+\angle CDA=140°$，得 $\angle C=120°$. 在六边形 $ABCDEF$ 中，得 $\angle F=4\times 180°-590°=130°$.

小结与思考

1. 120. **2.** 35，67. **3.** 3，l_1，l_3. **4.** 60，70. **5.** 90. **6.** 150(提示：连接 AC；也可以直接利用五边形的内角和等于 540° 求解). **7.** (C). **8.** (C). **9.** (B). **10.** 提示：连接 BC，利用三角形的内角和等于 180° 及角平分线的概念，可得 $\angle A=80°$.

单元测试

1. 60，120. **2.** $2<x<10$. **3.** 五. **4.** 60. **5.** 与 $\angle A$ 相等的角为 $\angle BHE$，$\angle CHD$；与 $\angle A$ 互余的角为 $\angle ABD$，$\angle ACE$；与 $\angle A$ 互补的角为 $\angle EHD$，$\angle BHC$. **6.** (1)、(2). **7.** (B). **8.** (B). **9.** (C). **10.** (A). **11.** (D). **12.** (B). **13.** 110°. **14.** 15°. **15.** 提示：由 $EF \parallel AD$，得 $\angle 2+\angle BAD=180°$. 又 $\angle 1+\angle 2=180°$，因此 $\angle 1=\angle BAD$，$DG \parallel AB$，$\angle CGD=\angle BAC$. **16.** (1) 图略；(2) $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$. **17.** (1) 180，360；(2) 利用课本“P42 第 19 题”的结论，可得 $\angle 1+\angle 6=2\angle A$，$\angle 2+\angle 3=2\angle B$，$\angle 4+\angle 5=2\angle C$，从而 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=2(\angle A+\angle B+\angle C)=360°$.

第 8 章 幂的运算

8.1 同底数幂的乘法

1. (D). **2.** (1) 10^7；(2) $-\frac{1}{32}$；(3) x^{11}；(4) $-a^{2+m}$；(5) 3^{a+b+1}；(6) y^{3n-1}. **3.** (1) 错误，a^6；(2) 错误，$2a^3$；(3) 错误，x^{2+m}；(4) 错误，m^4. **4.** (1) 5^5；(2) -2^{200}；(3) a^4；(4) -2^{3n}；(5) $(a+b)^8$；(6) $-(x-y)^5$ 或 $(y-x)^5$. **5.** (1) x^5；(2) a^7；(3) x^m；(4) x^3. **6.** $m=3$.

8.2 幂的乘方与积的乘方(1)

1. (B). **2.** (1) x^8；(2) a^{3m}；(3) a^6；(4) $-a^6$. **3.** (1) $-x^{15}$；(2) $-y^{5n}$；(3) $2a^8$；(4) 0. **4.** (1) $(2a-b)^6$；(2) $(x+y)^9$；(3) 2^{15}；(4) 3^{8+m}. **5.** 64. **6.** $5^{33}<3^{55}<4^{44}$.

微信公众号：电子课本大全

8.2 幂的乘方与积的乘方(2)

1. (D). **2.** (D). **3.** (1) $9a^2b^6$; (2) $64m^{12}$; (3) $-\frac{1}{32}x^{10}y^5$; (4) a^{2m+6}. **4.** (1) $-a^{16}$; (2) $a^{12}b^{24}$; (3) $-7x^8$; (4) $(x+2y)^{10}$. **5.** (1) y^4; (2) $-\frac{1}{2}a^3b$; (3) ab; (4) a^m. **6.** (1) $\frac{9}{49}$; (2) -32.

7. (1) a^2; (2) b^3; (3) a^2b^2; (4) a^4b^6.

8.3 同底数幂的除法(1)

1. (D). **2.** (1) x^3; (2) a^2; (3) x^n; (4) $-a^3b^3c^3$; (5) $4a^2$; (6) $x-y$. **3.** (1) x^9; (2) a^2; (3) y^4; (4) $-(2a-b)^5$ 或$(b-2a)^5$; (5) $2m^4$; (6) $2x^6y^3$; (7) 2^{10}; (8) $2c^{6n}$. **4.** (1) x^6; (2) m^2n^2; (3) ab^2; (4) a^{m+1}.

8.3 同底数幂的除法(2)

1. (B). **2.** (1) $\frac{1}{10}$; (2) $\frac{1}{27}$; (3) $\frac{1}{32}$; (4) 0.020 1; (5) $\frac{25}{9}$; (6) $\frac{1}{4}$. **3.** (1) 10^{-5}; (2) 5^{-1}; (3) -2^{-5}; (4) 10^{-4}. **4.** (1) 略; (2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $-\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$. **5.** (1) 0.1; (2) $\frac{1}{2}$; (3) $\frac{2}{9}$; (4) 1; (5) 1; (6) $\frac{27}{8}$. **6.** (1) 错, -2; (2) 错, $9\frac{1}{9}$; (3) 错, 16; (4) 正确. **7.** 1. **8.** (1) 否则 $m-n$ 就不一定是正整数; (2) $\geqslant$; (3) $a\neq0$, m、n 是整数.

8.3 同底数幂的除法(3)

1. (1) 5; (2) -4; (3) 如 1.020 3.6; (4) 如 2.06, -5. **2.** (C). **3.** (D). **4.** (1) 3.21×10^{-3}; (2) $5.000\,2\times10^{-2}$; (3) -7.8×10^{-6}; (4) 1.25×10^{-3}; (5) 6.25×10^{-2}; (6) 6.4×10^{-5}. **5.** (1) 0.000 347; (2) $-0.000\,000\,6$; (3) $-0.086\,1$; (4) 0.009 401. **6.** 1, 10, 5, 8, -2. **7.** (1) 5×10^{-6} g; (2) 1.37×10^{-3} s.

小结与思考

1. (D). **2.** (B). **3.** (D). **4.** (1) √; (2) √; (3) √; (4) √. **5.** (1) a^7; (2) x^{-4}; (3) a^6; (4) a^4; (5) a^{-3}; (6) a^{-3}; (7) -3; (8) $a^{-1}b^{-1}$. **6.** (1) 2.005×10^7; (2) 3.4×10^{-6}; (3) $-1.000\,9\times10^{-2}$; (4) 1.25×10^{-1}. **7.** (1) x^6; (2) $-16a^8b^{12}$; (3) y^{2n-8}; (4) $(a-b)^4$; (5) $-9x^6$; (6) $2a^{2n+2}$; (7) 10^6; (8) -6.

单元测试

1. (D). **2.** (A). **3.** (B). **4.** (D). **5.** (D). **6.** (D). **7.** (D). **8.** (B). **9.** (C). **10.** (1) x^6; (2) $-\frac{1}{8}a^3b^6$; (3) 1; (4) a^6; (5) y^{n+2}; (6) $-a^8b^4$; (7) 1; (8) $\frac{9}{4}$; (9) 2^9; (10) 1. **11.** (1) 10^{-9}; (2) 8.01×10^{-4}; (3) 4×10^{-2}; (4) -5×10^{-5}. **12.** (1) $2m^2$; (2) $-x^3$; (3) $2m$; (4) x^{n+1}; (5) a^{2n-5}; (6) x^{n-3}. **13.** 9. **14.** a^2b. **15.** 4. **16.** $(-2)^0<\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}<(-3)^2$. **17.** (1) 3×10^4; (2) a^{2n-2}; (3) 1; (4) $-(a-b)^{n+7}$; (5) -64; (6) 1; (7) 25; (8) -4; (9) $\frac{1}{6}$; (10) -48. **18.** 4. **19.** 25. **20.** $2^{100}<3^{75}$.

第 9 章 整式乘法与因式分解

9.1 单项式乘单项式

1. (D). **2.** (1) $6a^3b^3$; (2) $-500x^9$. (3) $40a^5b$; (4) 4×10^{10}; **3.** (1) $6a^5b^6c^2$; (2) $\frac{5}{4}a^2b^4$. **4.** 4.32×

微信公众号：电子课本大全

10^{14}. **5.** (1) $\frac{12}{5}a^3b$; (2) $-\frac{9}{4}a^3$. **6.** 2 891.

9.2 单项式乘多项式

1. (1) $-6a^3b^2-3a^2b^2+3ab$; (2) $\frac{1}{3}a^2b^3-a^2b^2$; (3) $-\frac{1}{3}a^2b^3+\frac{1}{2}a^2b^2-\frac{3}{8}ab^2$; (4) $6x^3-18x^2+5x$.

2. $2x^2-6x$, 0.62. **3.** $3a^2-a$. **4.** $6x^3-10x^2$. **5.** $M=2xy^3$, $N=-15x^2$.

9.3 多项式乘多项式

1. (1) x^2-3x+2; (2) $2x^2-xy-y^2$; (3) a^2b^2-ab-6; (4) $6ab-2ac-3b^2+bc$. **2.** (D). **3.** (1) $-a^2-3ab+2b^2$; (2) $5x^3+8x^2+12x+15$. **4.** $S=4m^2-1$, 15. **5.** $\frac{5m^2+19mn+18n^2}{2}$ cm^2. **6.** (1) $2x^2+a^2-2ax$; (2) $S_1>S_2$.

9.4 乘法公式(1)

1. (1) $4x^2+9y^2+12xy$; (2) x^2+4y^2-4xy; (3) $25b^2+a^2-10ab$; (4) $4a^2+b^2+4ab$. **2.** (1) $9y^2$, x, $3y$; (2) $\frac{3}{4}x$, $\frac{3}{4}x$, y. **3.** (1) 38 809; (2) 10 404. **4.** 2, 0 **5.** $(10n+5)^2=100n(n+1)+25$(n为正整数), 左边$=100n^2+100n+25$, 右边$=100n^2+100n+25$, 因为左边$=$右边, 所以等式成立. **6.** $4a+25$.

9.4 乘法公式(2)

1. (1) a, $2x$, a^2-4x^2; (2) -1, $\frac{1}{3}x$, $1-\frac{1}{9}x^2$. **2.** (1) x^2-4y^2; (2) $\frac{1}{4}a^2-\frac{1}{9}b^2$; (3) $25x^4-9y^2$; (4) $9b^2-4a^2$. **3.** (1) 9 991; (2) 1. **4.** (1) x^2-1, x^3-1, x^4-1, x^5-1; (2) $(x-1)(x^n+x^{n-1}+x^{n-2}+\cdots+x^2+x+1)=x^{n+1}-1$($n$为正整数).

9.4 乘法公式(3)

1. (1) $2xy$; (2) 12或-12. **2.** (C). **3.** (1) $9+6x$; (2) $x^4+y^4-2x^2y^2$; (3) $x^2-4y^2-9z^2+12yz$; (4) $16n^4+1-8n^2$. **4.** $16a^2+2b^2-12ab$, $\frac{56}{9}$. **5.** 5 cm. **6.** 56.

9.5 多项式的因式分解(1)

1. (C). **2.** (B). **3.** $8a^2$. **4.** (1) $2mn(4m-1)$; (2) $3xy(4z-3xy)$; (3) $3a(2a-3b+1)$; (4) $-2x(x+6y^2-4y^3)$. **5.** 42. **6.** (1) 314; (2) 400. **7.** 1 280.

9.5 多项式的因式分解(2)

1. (A). **2.** (B). **3.** (1) $(m+5n)(m-5n)$; (2) $(2x+3y)(2x-3y)$; (3) $(5xy+6)(5xy-6)$; (4) $(a-b-1)(a-b+1)$; (5) $(4x+y)(4x-7y)$; (6) $(13a-5b)(5a-13b)$. **4.** $S=138.16$ cm^2. **5.** -1. **6.** -900.

9.5 多项式的因式分解(3)

1. (1) $6a$; (2) $-6x$. **2.** (B). **3.** (B). **4.** (1) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$; (2) $(4a-b)^2$; (3) $-(x+y)^2$; (4) $(a^2-b^3)^2$; (5) $(2x+2y-3)^2$; (6) $(x+y-z)^2$. **5.** 答案不唯一, 如 $12m$. **6.** 1.

9.5 多项式的因式分解(4)

1. (C). **2.** (1) $x^2(x+1)(x-1)$; (2) $(a-b)(x+y)(x-y)$; (3) $-3x^2(3x-1)^2$; (4) $y^2(x^2+1)(x+1)(x-1)$; (5) $(a+b)^2(a-b)^2$; (6) $(a+1)(a-1)^3$. **3.** 3. **4.** (1) 21, 63, 189; (2) $3^{2\,002}\times7$, $3^n\times7$.

微信公众号：电子课本大全

小结与思考

1. (1) $-18x^5y^4$；(2) $2a^2-3a^3b$；(3) $2x^2+3xy-2y^2$；(4) a^2-4b^2；(5) $4a^2+1+4a$；(6) a^2+9b^2-6ab. **2.** (1) $(4x+7y)(4x-7y)$；(2) $(4a-9)^2$；(3) $(2+3x-3y)^2$；(4) $x(x+3)(x-3)$；(5) $(4x^2+1)\cdot(2x+1)(2x-1)$；(6) $-b(3a-b)^2$. **3.** 减少，$(3a-2b+6)\ \mathrm{m}^2$. **4.** 发现 $a^2+b^2=c^2$.

单元测试(1)

1. (B). **2.** (C). **3.** (B). **4.** $-54a^6b^4$. **5.** $4ab$. **6.** $\pi r^2x+2\pi r^2$. **7.** 639 996. **8.** $(5+2x)(5-2x)$. **9.** $(a+b)(a-b)$. **10.** $110\ \mathrm{cm}^2$. **11.** 52，4. **12.** (1) $-4a^9b^8c^2$；(2) 2.7×10^{13}；(3) $4x^2y^3$；(4) $2x^2+5xy-3y^2$；(5) x^3-3x. **13.** $10\frac{3}{4}$. **14.** (1) $(4+2a+3b)(4-2a-3b)$；(2) $-(6x-y)^2$；(3) $4(x+2y)(a-b)$；(4) $(x+1)^2(x-1)^2$. **15.** 1 224，2 009，7 216. **16.** 一样大. **17.** 如 $m^2+2mn=m(m+2n)$，$(m+n)m+mn=m(m+2n)$ 等.

单元测试(2)

1. (D). **2.** (D). **3.** (B). **4.** (D). **5.** 26. **6.** (1) 16，4；(2) 1；(3) $8a$；(4) $a+1$. **7.** x^2. **8.** (1) $a+b$，$a-b$；(2) $(a+b)^2-(a-b)^2=4ab$ 或 $(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$. **9.** $-3a^2$ 或 $-2a$ 或 $6a$ 或 $-\frac{3}{4}$. **10.** (1) $-72a^8b^9$；(2) $-2a^3b+8a^2b-8ab$；(3) x^3+1；(4) $-5a^2+4ab$. **11.** (1) $4(a+2)(a-2)$；(2) $y(2x+3)^2$；(3) $(m+1)^2(m-1)$；(4) $(a+b)^2(a-b)^2$. **12.** (1) $(a+2b)\cdot(a-2b)$；(2) $2\,700\ \mathrm{m}^2$. **13.** (1) $\frac{\pi r^2}{4}$；(2) $\frac{\pi ab}{4}$；(3) (C)；(4) $S_2=\frac{\pi(r^2-c^2)}{4}=\frac{\pi r^2}{4}-\frac{\pi c^2}{4}$. **14.** $63\times67=4\,221$，$91\times99=9\,009$. 规律：$(10b+a)\times(10c+a)=100bc+10ab+10ac+a^2=100bc+10a(b+c)+a^2=100bc+100a+a^2=100(bc+a)+a^2$.

期中测试

1. 9，1. **2.** 2.67×10^5，7.3×10^{-5}. **3.** $(a+4)(a-4)$，$2(a-2)^2$. **4.** 25. **5.** 同底数幂的乘法法则，积的乘方法则，幂的乘方法则. **6.** $2<x<8$，4 或 6. **7.** 34°，46°；25°，50°. **8.** 220°. **9.** 60°. **10.** 105°. **11.** (D). **12.** (C). **13.** (B). **14.** (C). **15.** (D). **16.** (D). **17.** (C). **18.** (C). **19.** (1) 3；(2) $-\frac{1}{24}$. **20.** (1) $(a-b)(x+y)(x-y)$；(2) $2(a+2)^2(a-2)^2$. **21.** $-4x^2+16x+25$. **22.** $21x+7$，1. **23.** $x^2+y^2=\frac{7}{2}$，$xy=\frac{3}{4}$. **24.** 提示：$\angle COD=\angle EDO=120°$，$DE$ 与 OC 互相平行. **25.** 提示：由 $\angle1+\angle2=90°$，得 $\angle BED=90°$，BE 与 DE 互相垂直. **26.** 提示：由 $\angle ADE=120°-\angle A$，$\angle ADC=360°-3\angle A$，得 $\angle ADC=3\angle ADE$. **27.** $\angle CDF=76°$. **28.** (1) 由 $B-A=(a-1)^2+2>0$，得 $A<B$；(2) $C-A=a^2-9=(a+3)(a-3)$. 由 $a>1$，得 $a+3>0$，因此当 $a>3$ 时，$C-A>0$，$A<C$；当 $a=3$ 时，$C-A=0$，$A=C$；当 $1<a<3$ 时，$C-A<0$，$A>C$.

第 10 章　二元一次方程组

10.1　二元一次方程

1. (2). **2.** (2). **3.** $m=-2$. **4.** $k=-5$. **5.** (1) $2x+2.5y=30$；(2) 8；(3) 10.

微信公众号：电子课本大全

10.2　二元一次方程组

1. (3).　**2.** $m=1, n=-3$.　**3.** (1) $\begin{cases} x-y=1, \\ 2x+2y=32; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x+y=9, \\ 3x+4y=29; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x+y=20, \\ x=3y. \end{cases}$

10.3　解二元一次方程组(1)

1. (1) $\begin{cases} x=1, \\ y=3; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=-1, \\ y=-2; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} s=3, \\ t=2; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x=-3, \\ y=-2. \end{cases}$　**2.** (1) $\begin{cases} x=\frac{10}{3}, \\ y=2; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=-1, \\ y=1. \end{cases}$　**3.** 甲数是 17，乙数是 8.　**4.** 大蛋糕售价是 2.5 元，小蛋糕售价是 1 元.

10.3　解二元一次方程组(2)

1. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=-2; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} p=-2, \\ q=-1; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x=1, \\ y=2; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x=5, \\ z=-5. \end{cases}$　**2.** (1) $\begin{cases} x=-1, \\ y=-4; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=-1, \\ y=-\frac{1}{3}. \end{cases}$

3. $-2x+1$.　**4.** 大笔记本的售价是每本 2.4 元，小笔记本的售价是每本 1.3 元.

***10.4　三元一次方程组**

1. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=3, \\ z=-5; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=3, \\ y=2, \\ z=1; \end{cases}$　(3) $\begin{cases} x=-3, \\ y=-2, \\ z=-2; \end{cases}$　(4) $\begin{cases} x=4, \\ y=5, \\ z=3. \end{cases}$　**2.** 甲、乙、丙三个数分别为 10，15，10.

10.5　用二元一次方程组解决问题(1)

1. 20 元的人民币有 8 张，50 元的人民币有 20 张.　**2.** 甲种运动服买了 25 套，乙种运动服买了 15 套.　**3.** 甲旅游团有 55 人，乙旅游团有 25 人.　**4.** 丁丁现在 10 岁，丁丁爸爸现在 40 岁.

10.5　用二元一次方程组解决问题(2)

1. 这个分数是$\frac{3}{5}$.　**2.** 甲车的速度是 120 km/h，乙车的速度是 80 km/h.　**3.** 甲店售出 400 件商品，乙店售出 800 件商品.　**4.** 多多家去年收入是 6 000 元，支出是 4 800 元.

10.5　用二元一次方程组解决问题(3)

1. 这个两位数是 79.　**2.** 买每张 20 元的车票的旅客有 20 人，买每张 12 元的车票的旅客有 20 人.　**3.** 这批零件有 77 个，按原计划需 8 h 完成.　**4.** 该人每秒走$\frac{5}{3}$ m，火车每秒行驶$\frac{55}{3}$ m.

小结与思考

1. (1) $\begin{cases} x=2, \\ y=-1; \end{cases}$　(2) $\begin{cases} x=3, \\ y=-\frac{3}{2}. \end{cases}$　**2.** $a=2, b=-3$.　**3.** $a=2, b=1$.　**4.** 1 个汉堡包的售价是 8 元，1 杯橙汁的售价是 4 元.　**5.** 甲的速度是30 km/h，乙的速度是 60 km/h.

单元测试(1)

1. (D).　**2.** (B).　**3.** (C).　**4.** (A).　**5.** (B).　**6.** $y=-\frac{2}{3}x+2, 0$.　**7.** -2.　**8.** 1，-1.　**9.** 4，0.

10. 55，35.　**11.** $\begin{cases} x=2, \\ y=1. \end{cases}$　**12.** $\begin{cases} x=1, \\ y=-4. \end{cases}$　**13.** $\begin{cases} x=40, \\ y=16. \end{cases}$　**14.** $\begin{cases} x=4, \\ y=-3. \end{cases}$　**15.** 本题答案不唯一，例如

微信公众号：电子课本大全

$\begin{cases}x+y=2,\\2x-y=-5.\end{cases}$ **16.** 篮球的单价是 48 元/个，排球的单价是 32 元/个. **17.** 大船一次可载客 18 人，小船一次可载客 7 人. **18.** 种植杨树 38 棵，种植松树 16 棵. **19.** $\begin{cases}x=1,\\y=2,\\z=3,\\t=-1.\end{cases}$

单元测试(2)

1. (B). **2.** (B). **3.** (C). **4.** (C). **5.** (1) 2，2；(2) $\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$. **6.** 3，$-\frac{2}{3}$. **7.** 3. **8.** -2，5，1，-3. **9.** $\begin{cases}17x+18y=288,\\19x+16y=291.\end{cases}$ **10.** $\begin{cases}y-10=x-y,\\25-x=x-y.\end{cases}$ **11.** 2.

12. (1)

	总收入/万元	总支出/万元	结余/万元
前　年	x	y	$x-y$
去　年	$x(1+20\%)$	$y(1+15\%)$	$(x-y)+0.75$

(2) $x(1+20\%)-y(1+15\%)=(x-y)+0.75$(或 $20\%x-15\%y=0.75$). (3) 前年或去年的结余数，或去年的结余比前年增长的百分数……

13. (1) $\begin{cases}x=0.2,\\y=-0.1;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=\frac{1}{3};\end{cases}$ (3) $\begin{cases}x=4,\\y=2;\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=-5,\\y=3.\end{cases}$

14.

	甲种产品 x 件	乙种产品 y 件	两种产品
时间/天	$\frac{x}{40}$	$\frac{y}{50}$	30
质量/kg	$3x$	$2y$	3 360

$\begin{cases}x=720,\\y=600.\end{cases}$ **15.** 设峰时、谷时电价分别为 x 元/度和 y 元/度，由 $160x+120y=130$ 和 $140x+80y=105$，解得 $x=0.55$，$y=0.35$. 也可由两个方程相加变形后，直接得 $120x+80y=94$，即 11、12 月份的总电费为 94 元.

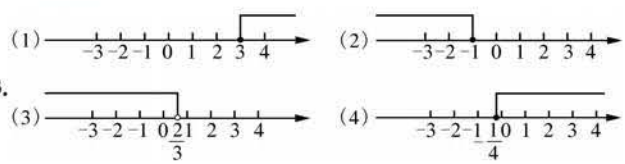
第 11 章　一元一次不等式

11.1　生活中的不等式

1. (1) $>$；(2) $>$；(3) $<$；(4) $>$. **2.** (1) $>$；(2) $<$；(3) $=$. **3.** (1) $a<300$；(2) $t>365$. **4.** (1) $2x-3>2$；(2) $2x+1\leqslant 0$；(3) $\frac{1}{x}+1\geqslant 1$. **5.** (1) $<$；(2) $>$；(3) $<$；(4) $<$；(5) $<$. **6.** $2x+5y\geqslant 70$.

11.2　不等式的解集

1. (1) 1；(2) 无数，1. **2.** (1) -4；(2) 1. **3.**



微信公众号：电子课本大全

4. 不能，因为只要是小于 1 的 x 的值，都能使不等式成立，如 0.1、0.3、0.8 等，它们也都是不等式 $x-1<0$ 的解，所以不能说不等式的解集是 $x<0$. **5.** $x<4$ 表示不等式的解集中不包括 4 这个值，在数轴上用小圆圈表示不包括“4”的这个点；而 $x\leqslant 4$ 表示不等式的解集中包括 4 这个值，在数轴上用小黑点表示包括“4”的这个点. **6.** ① $x\leqslant 1$；② $x>-3$. **7.** 如 2、1、0、−1、−2，它们都比方程 $2x-1=5$ 的解小.

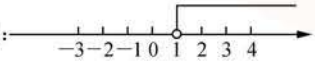
11.3 不等式的基本性质

1. (1) $>$；(2) $>$；(3) $>$；(4) $<$；(5) $>$；(6) $>$. **2.** $<$，$<$，$>$. **3.** (C). **4.** (1) 利用不等式的基本性质 1；(2) 利用不等式的基本性质 2；(3) 利用不等式的基本性质 1. **5.** 不一定. 当 $a<0$ 时，$a<-a$；当 $a=0$ 时，$a=-a$. **6.** (1) $x>2$；(2) $x<4$；(3) $x<-\frac{4}{3}$；(4) $x<-2$. **7.** (1) $x\leqslant 3$；(2) 1，2，3(数轴表示略).

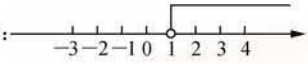
11.4 解一元一次不等式(1)

1. (1) $x>0$；(2) >1；(3) <-2. **2.** (A). **3.** (B).

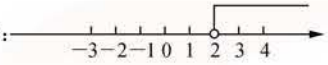
4. (1) $x>1$，在数轴上表示为：



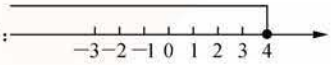
(2) $x>1$，在数轴上表示为：



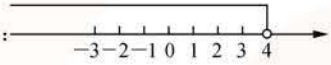
(3) $x>2$，在数轴上表示为：



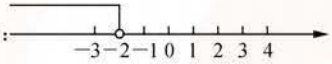
(4) $x\leqslant 4$，在数轴上表示为：



(5) $x<4$，在数轴上表示为：



(6) $x<-2$，在数轴上表示为：



5. $k>\frac{1}{2}$. **6.** 2 组. 1，3，5；3，5，7. **7.** 每天至少读 40 页.

11.4 解一元一次不等式(2)

1. (1) 1；(2) −2. **2.** (1) $x<0$；(2) $x>0$. **3.** (1) $x\geqslant -3$；(2) $x<1$；(3) $x>2$；(4) $x<2$. **4.** 1，2，3. **5.** 1，2. **6.** $x\leqslant 18.5$.

11.5 用一元一次不等式解决问题(1)

1. △□○. **2.** 12 周后这株树苗的高超过 1 m. **3.** 数学成绩至少应得 89 分. **4.** $x>15$. **5.** 设 x h 后，蜡烛长度不足 10 cm. 根据题意，得 $30-8x<10$. 解得 $x>2.5$. 所以 2.5 h 后蜡烛长度不足 10 cm. **6.** 根据题意，得 $2x+2(x-4)>32$. 解得 $x>10$.

11.5 用一元一次不等式解决问题(2)

1. 设平均每场次出售学生优惠票 x 张. 根据题意，得 $50\times 100+20x\geqslant 8000$. 解得 $x\geqslant 150$. 所以平均每场次至少应出售学生优惠票 150 张. **2.** 设最初容器内所盛的水为 x L. 根据题意，得 $\frac{1}{2}(x-4)\geqslant 5$. 解得 $x\geqslant 14$. 所以最初容器内所盛的水至少为 14 L. **3.** 设后半小时的速度为 x km/h 时才能保证及时送到. 根据题意，得 $0.5x+40\geqslant 100$. 解得 $x\geqslant 120$. 所以后半小时的速度不小于 120 km/h 时，才能保证物资及时送到. **4.** $10x+(x-3)<52$. 解得 $x<5$. 所以 x 可以取 3、4. 所以所求两位数是30、41. **5.** 设余下水果最低每千克 x 元销售. 根据题意，得$10\times 500+500x-6$

微信公众号：电子课本大全

$\times 1\,000 \geqslant 3\,000$. 解得 $x \geqslant 8$. 所以余下水果最低每千克 8 元销售. **6.** 设第 9 次射击成绩为 x 环，由于最后一次射击最多中 10 环，要破记录则需有 $72+x+10>89$. 解得 $x>7$. 所以第 9 次射击不能少于 8 环.

11.6 一元一次不等式组(1)

1. $x>2$. **2.** $0<x<2$. **3.** $2<x<4$. **4.** (1) $\begin{cases} x \geqslant -2, \\ x<3, \end{cases}$ $-2 \leqslant x<3$; (2) $\begin{cases} x \leqslant -3, \\ x \leqslant 0, \end{cases}$ $x \leqslant -3$; (3) $\begin{cases} x>-5, \\ x>-1, \end{cases}$ $x>-1$; (4) $\begin{cases} x \leqslant -1, \\ x>1, \end{cases}$ 不等式组无解. **5.** (1) $x>2$; (2) $-1 \leqslant x<1$; (3) $-2<x \leqslant 3$; (4)不等式组无解. **6.** $m>1$.

11.6 一元一次不等式组(2)

1. (A). **2.** (1) $1 \leqslant x<4$; (2) $x>-1$; (3) $-\frac{1}{2}<x<3$; (4) $0 \leqslant x<1$; (5) $x<-3$; (6) $x>4$. **3.** $0, -1$. **4.** $-2, -1$. **5.** 当 $-1<x \leqslant 1$ 时，$-1 \leqslant y<5$. **6.** 设长方形的长是 x m. 根据题意，得 $\begin{cases} 2x+16<50, \\ 8x \geqslant 120. \end{cases}$ 解这个不等式组，得 $15 \leqslant x<17$.

小结与思考

1. (1) $a+b>0$; (2) $x<2$, $x>2$; (3) $-2<x<1$. **2.** (1) 3; (2) $1<1-b<1-a$. **3.** $0<k<1$. **4.** (1) $x<3$; (2) $x>-1$. **5.** 16. **6.** (1) $x<-3$; (2) $-14<x<15$. **7.** 设开展劳动竞赛前 1 个人一天所做的零件数是 x 个. 根据题意，得 $\begin{cases} 8(x+10)>200, \\ 4(x+10+27)>8(x+10). \end{cases}$ 解这个不等式组，得 $15<x<17$. 因为 x 是正整数，所以 x 取 16. 所以开展劳动竞赛前 1 个人一天所做的零件数是 16 个.

单元测试

1. $x<\frac{1}{2}$. **2.** $x>-\frac{1}{2}$. **3.** $x>2$. **4.** -1. **5.** $-2<x<1$. **6.** (D). **7.** (C). **8.** (C). **9.** (A). **10.** (B). **11.** $x<2$. 解集在数轴上表示略. **12.** $x>-2$. 解集在数轴上表示略. **13.** $-2<x<3$. 解集在数轴上表示略. **14.** $-\frac{1}{2}<x<\frac{5}{2}$. 解集在数轴上表示略. **15.** $x<2$. **16.** $-4 \leqslant y<5$. **17.** (1) $\begin{cases} x=2m-1, \\ y=m+8; \end{cases}$ (2) $m<-8$.

18. 18 位游客买团体票比买普通票便宜40 元. 设有 x 人去该公园. 根据题意，得 $20 \times 80\% \times 20<20x$. 解这个不等式，得 $x>16$. 所以 16 人以上买团体票比买普通票便宜. **19.** 设通过预选赛的选手可能答对了 x 道题，根据题意，得 $10x-5(20-x) \geqslant 80$. 解得 $x \geqslant 12$，所以通过预选赛的选手至少应答对 12 道题. **20.** 设车每月行驶的里程是 x km，则应付给甲公司的费用为 $4x$，应付给乙公司的费用为 $3\,200+0.8x$. (1) 当 $4x<3\,200+0.8x$ 时，$x<1\,000$; (2) 当 $4x=3\,200+0.8x$ 时，$x=1\,000$; (3) 当 $4x>3\,200+0.8x$ 时，$x>1\,000$. 所以当车每月行驶的里程小于 1 000 km 时，租甲公司的车合算；当车每月行驶的里程等于 1 000 km 时，租两家公司的车所付费用一样；当车每月行驶的里程大于 1 000 km 时，租乙公司的车合算.

第 12 章 证 明

12.1 定义与命题

1. (1) 是; (2) 是; (3) 否; (4) 是; (5) 否; (6) 是. **2.** 略. **3.** (1) 真命题; (2) 假命题; (3) 假命题; (4) 真命题;

微信公众号：电子课本大全

(5) 真命题;(6) 真命题. **4.** (1) $\angle 1=\angle 3$;(2) $\angle AOC=90°$;(3) 这两个数相等或互为相反数;(4) $AB=BC=AC$. **5.** (1) $-1+2=1\neq 0$;(2) 两直线平行,同位角相等;(3) $a=1, b=0$ 时,$ab=0$,但 $a\neq 0$;(4) 60°角大于它的余角.

12.2 证明(1)

1. 直觉是 AB 与 CD 不平行. 用画平行线的方法验证 $AB/\!/CD$. **2.** 直觉是图①中间的空隙较大. 把图①和图②中间的空隙分别分割成与黑色的等边三角形纸片面积相等的三角形,可知图②中间的空隙比图①的大. **3.** 地球与钢缆之间的缝隙为 $\frac{10}{2\pi}\text{m}\approx 1.6\text{ m}$,所以可以通过一头牛. **4.** (1) 略;(2) $n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2$ (n 为任意正整数). **5.** (1) 略;(2) 当 $a>1$ 时,$a+2>0, a-1>0$,所以 $(a+2)(a-1)>0$;当 $a<-2$ 时,$a+2<0$,$a-1<0$,所以 $(a+2)(a-1)>0$.

12.2 证明(2)

1. 已知;对顶角相等;等量代换;内错角相等,两直线平行. **2.** 已知;D;B;两直线平行,同旁内角互补;D;B;等式性质;已知;等量代换. **3.** 已知;DEC;两直线平行,同位角相等;已知;DEC;两直线平行,内错角相等;等量代换. **4.** 由 $\angle 1+\angle 2=180°$,$\angle 2=3\angle 1$,得 $\angle 1=45°$. 又 $\angle 1+\angle 3=90°$,所以 $\angle 3=45°$,$\angle 1=\angle 3$,$AB/\!/CD$. **5.** 由 $AB/\!/CD$,得 $\angle MBA=\angle MDC$,即 $\angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$. 又 $\angle 1=\angle 3$,所以 $\angle 2=\angle 4$.

12.2 证明(3)

1. EAB;FAC;两直线平行,内错角相等;EAB;BAC;FAC;BAC;B;C;等量代换. **2.** B;BAD;三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和;B;BAD;等量代换;B;BAD;已知;70;35. **3.** 由 $AB/\!/CD$,得 $\angle 1=\angle AEC$. 又 $\angle AEC+\angle 2+\angle 3=180°$,所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3=180°$. **4.** 由 $\angle ACF=\angle A+\angle B$,$\angle A=34°$,$\angle ACF=96°$,得 $\angle B=62°$. 又 $\angle ADE=62°$,所以 $\angle B=\angle ADE$. 所以 $DE/\!/BC$. **5.** 由 $\angle ACE=\angle D+\angle E$,$\angle BAG=\angle F+\angle G$,$\angle CBI=\angle H+\angle I$,得 $\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I=\angle ACE+\angle BAG+\angle CBI$. 又 $\angle ACE+\angle BAG+\angle CBI=360°$,所以 $\angle D+\angle E+\angle F+\angle G+\angle H+\angle I=360°$.

12.3 互逆命题(1)

1. (1) 假命题,如果 $a=b$,那么 $a^2=b^2$,真命题;(2) 真命题,如果 $|a|=|b|$,那么 $a=b$,假命题;(3) 真命题,锐角三角形是等边三角形,假命题;(4) 真命题,相等的角是直角,假命题. **2.** (1) ×;(2) ×;(3) √;(4) √. **3.** (1) 当 $c<0$ 时,$ac<bc$;(2) 菱形的 4 条边相等但不是正方形;(3) 直角三角形中,直角与它相邻的外角相等;(4) 当三角形的两个锐角分别为 30°、40°时,第三个角是钝角.

12.3 互逆命题(2)

1. (1) 垂直的定义;直角三角形的两个锐角互余;对顶角相等;等量代换;有两个角互余的三角形是直角三角形. (2) 略. **2.** (1) 由 $AB/\!/CD$,得 $\angle AMN=\angle DNM$,又 $\angle GMN=\frac{1}{2}\angle AMN$,$\angle MNH=\frac{1}{2}\angle DNM$,所以 $\angle GMN=\angle MNH$,$MG/\!/NH$. (2) 两直线平行,内错角相等;内错角相等,两直线平行. **3.** 如,由 $BD\perp AC$,$CE\perp AB$,得 $\angle A+\angle ABD=90°$,$\angle BOE+\angle ABD=90°$. 所以 $\angle A=\angle BOE$. 又 $\angle BOE+\angle BOC=180°$,所以 $\angle A+\angle BOC=180°$.

小结与思考

1. (1) 假命题,反例:$x=-1$,$y=-2$,$x^2y<0$;(2) 真命题;(3) 真命题;(4) 假命题,反例:$a/\!/c$,且 a、c 都垂直于 b;(5) 真命题. **2.** 由 $DE/\!/BC$,得 $\angle ADE=\angle B$,又 $\angle CED=\angle A+\angle ADE$,所以 $\angle CED=\angle A+\angle B$. **3.** 如,

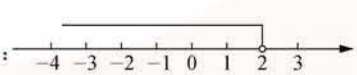
微信公众号:电子课本大全

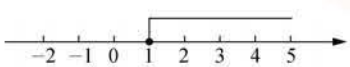
由 $FG \perp AB$，得 $\angle B+\angle 1=90°$. 由 $CD \perp AB$，得 $\angle ADE+\angle 2=90°$. 又 $\angle 1=\angle 2$，所以 $\angle B=\angle ADE$. **4.** 由 $\angle ABC=\angle CDA$，$\angle ABF=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle CDE=\frac{1}{2}\angle CDA$，得 $\angle ABF=\angle CDE$. 又 $AB \parallel DC$，所以 $\angle CDE=\angle AED$. 所以 $\angle ABF=\angle AED$. 所以 $DE \parallel FB$. **5.** 由 $\angle B=90°$，得 $\angle 2+\angle CEB=90°$. 又 $\angle 1=\angle 2$，所以 $\angle 1+\angle CEB=90°$. 所以 $\angle DEC=90°$. 于是 $\angle 3+\angle 4=90°$. **6.** 连接 AI，并延长 AI 交 BC 于点 D，$\angle BID=\frac{1}{2}\angle ABC+\angle BAI$，$\angle CID=\frac{1}{2}\angle ACB+\angle CAI$，所以 $\angle BIC=\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB$. 又 $\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times 180°=90°$，所以 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$.

单元测试

1. 两条直线平行于同一条直线，这两条直线平行. **2.** 如果一个数的绝对值是它本身，那么这个数是正数. **3.** (1) l_1，l_2，同位角相等，两直线平行；(2) $\angle 4+\angle 6$，同旁内角互补，两直线平行；(3) $\angle 3$，两直线平行，内错角相等；(4) l_2，l_3，平行于同一条直线的两条直线平行. **4.** (A). **5.** (C). **6.** (A). **7.** 由 $\angle 1=\angle 2$，得 $AB \parallel CD$，所以 $\angle 3=\angle 4$. **8.** 如，在 $\angle AEC$ 的内部画 $EF \parallel AB$. 由 $AB \parallel CD$，$EF \parallel AB$，得 $EF \parallel CD$，所以 $\angle 1=\angle AEF$，$\angle 2=\angle CEF$. 所以 $\angle AEC=\angle 1+\angle 2$. **9.** 由 $\angle ACE=\angle A+\angle B$，$\angle A=\angle B$，得 $\angle ACE=2\angle A$. 又 $\angle ACE=2\angle ACD$，所以 $\angle A=\angle ACD$. 所以 $AB \parallel CD$. **10.** 假命题，反例：$a \parallel c$，且 a、c 都与 b 相交. **11.** 由 $EF \perp CD$，得 $\angle 1+\angle GND=90°$. 又 $\angle 1+\angle 2=90°$，所以 $\angle 2=\angle GND$. 所以 $AB \parallel CD$. **12.** 由 AD 平分 $\angle BAC$，$DE \parallel AB$，得 $\angle CAD=\angle ADE$. 又 $EF \parallel AD$，得 $\angle CAD=\angle CEF$，$\angle ADE=\angle DEF$. 所以 $\angle CEF=\angle DEF$. **13.** 如，在 $\angle BED$ 的内部作 $EF \parallel AB$，由于 $AB \parallel CD$，所以 $AB \parallel EF \parallel CD$. 所以 $\angle B=\angle BEF$. 又 $\angle B=\angle AEB$，所以 $\angle AEB=\angle BEF$. 同理，$\angle CED=\angle DEF$. 又 $\angle AEB+\angle BEF+\angle CED+\angle DEF=180°$，所以 $\angle BEF+\angle DEF=90°$，即 $BE \perp ED$. **14.** (1) 略；(2) $(2n+1)^2-(2n-1)^2=8n$(n 为正整数)；$(2n+1)^2-(2n-1)^2=[(2n+1)+(2n-1)][(2n+1)-(2n-1)]=4n\times 2=8n$. **15.** 由 $\angle ACB=90°$，$CD \perp AB$，得 $\angle CAE+\angle 2=90°$，$\angle BAE+\angle AFD=90°$. 又因为 $\angle CAE=\angle BAE$，所以 $\angle 2=\angle AFD$. 又 $\angle AFD=\angle 1$，所以 $\angle 1=\angle 2$.

期末测试

1. $\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$；1. **2.** $-3x-1$. **3.** -3. **4.** $y<-\frac{1}{3}$. **5.** $a>\frac{1}{2}$. **6.** 内错角相等；两直线平行. **7.** 一个数的绝对值不是它本身；这个数是负数. **8.** -1. **9.** 如果两个角不相等，那么这两个角不是内错角. **10.** $\begin{cases}x+y=35,\\2x-y=-2.\end{cases}$ **11.** (A). **12.** (C). **13.** (D). **14.** (C). **15.** (C). **16.** (A). **17.** $\begin{cases}x=1,\\y=3.\end{cases}$ **18.** $\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$ **19.** $x<2$. 在数轴上表示为：

20. $x\geqslant 1$. 在数轴上表示为：

21. $\angle 2$；角平分线定义；$\angle 3$；两直线平行，同位角相等；等量代换. **22.** $\begin{cases}m=1,\\n=-1.\end{cases}$ **23.** (1) $5\times 7+1=36=6^2$，$6\times 8+1=49=7^2$；(2) $n(n+2)+1=(n+1)^2$. 证明：左边$=n(n+2)+1=n^2+2n+1=(n+1)^2=$右边，上式成立. **24.** $\because AB \parallel CD$，$\therefore \angle B+\angle C=180°$. 又 $\because \angle B=\angle D$.

微信公众号：电子课本大全

∴ $\angle C+\angle D=180°$. ∴ $AD/\!/BC$. **25.** 设小王家出售的大鱼 x 千克. 根据题意，得 $10x+6(800-x)>6\ 800$，解得 $x>500$. 小王家出售的大鱼应多于 500 千克. **26.** 设小颖投中 x 个，爸爸投中 y 个. 根据题意，得 $\begin{cases}x+y=20,\\3x=y.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=5,\\y=15.\end{cases}$ 所以小颖投中 5 个，爸爸投中 15 个. **27.** (1) 答案不唯一，如：如果 $AB/\!/CE$，$\angle A=\angle B$，那么 CE 平分 $\angle BCD$. (2) ∵ $AB/\!/CE$，∴ $\angle B=\angle BCE$，$\angle A=\angle ECD$. ∵ $\angle A=\angle B$，∴ $\angle BCE=\angle ECD$. ∴ CE 平分 $\angle BCD$.

微信公众号：电子课本大全

凤凰出版传媒股份有限公司
PHOENIX PUBLISHING & MEDIA, INC.

微信公众号：电子课本大全