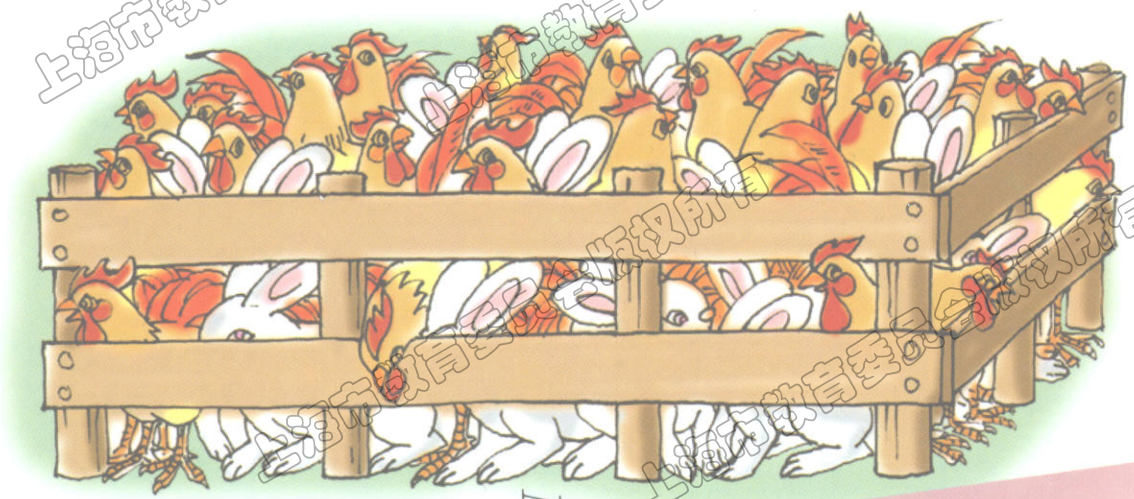
九 年 义 务 教 育 课 本

数学

六年级 第二学期

（试用本）

上海教育出版社



MATHEMATICS

上海市教育委员会版权所有

目 录



第五章 有理数 …… 1

第 1 节 有理数 …… 2
5.1 有理数的意义 …… 2
5.2 数轴 …… 5
5.3 绝对值 …… 8
第 2 节 有理数的运算 …… 11
5.4 有理数的加法 …… 11
5.5 有理数的减法 …… 15
5.6 有理数的乘法 …… 18
5.7 有理数的除法 …… 22
5.8 有理数的乘方 …… 24
5.9 有理数的混合运算 …… 27
5.10 科学记数法 …… 31

本章小结 …… 33
阅读材料 用"数学"书写的人生格言 …… 34
数学游戏 24 点游戏 …… 36

上海市教育委员会版权所有



第六章 一次方程(组)和一次不等式(组) 37

第 1 节 方程与方程的解 38
6.1 列方程 38
6.2 方程的解 41
第 2 节 一元一次方程 43
6.3 一元一次方程及其解法 43
6.4 一元一次方程的应用 48
第 3 节 一元一次不等式(组) 52
6.5 不等式及其性质 52
6.6 一元一次不等式的解法 56
6.7 一元一次不等式组 61
第 4 节 一次方程组 67
6.8 二元一次方程 67
6.9 二元一次方程组及其解法 69
6.10 三元一次方程组及其解法 74
6.11 一次方程组的应用 76

本章小结 81
探究活动 行程问题探究 82
阅读材料 中国古代的方程两例 83

上海市教育委员会版权所有



第七章　线段与角的画法

…… 84

第 1 节　线段的相等与和、差、倍 …… 85
7.1　线段的大小的比较 …… 85
7.2　画线段的和、差、倍 …… 88
第 2 节　角 …… 92
7.3　角的概念与表示 …… 92
7.4　角的大小的比较、画指定的角 … 95
7.5　画角的和、差、倍 …… 98
7.6　余角、补角 …… 103

本章小结 …… 106
探究活动　线段围成的图形
…… 107
阅读材料　用量角尺、圆规可以三等分任意一个角吗？ …… 108



第八章　长方体的再认识

…… 109

第 1 节　长方体的元素 …… 110
第 2 节　长方体直观图的画法 …… 112
第 3 节　长方体中棱与棱位置关系的认识 …… 115

上海市教育委员会版权所有

第 4 节　长方体中棱与平面位置关系的认识 …… 117
第 5 节　长方体中平面与平面位置关系的认识 …… 123

本章小结 …… 128
探究活动　边数、顶点数及面数之间的数量关系 …… 129
阅读材料　艺术家埃舍尔 …… 130

上海市教育委员会版权所有

第五章　有　理　数

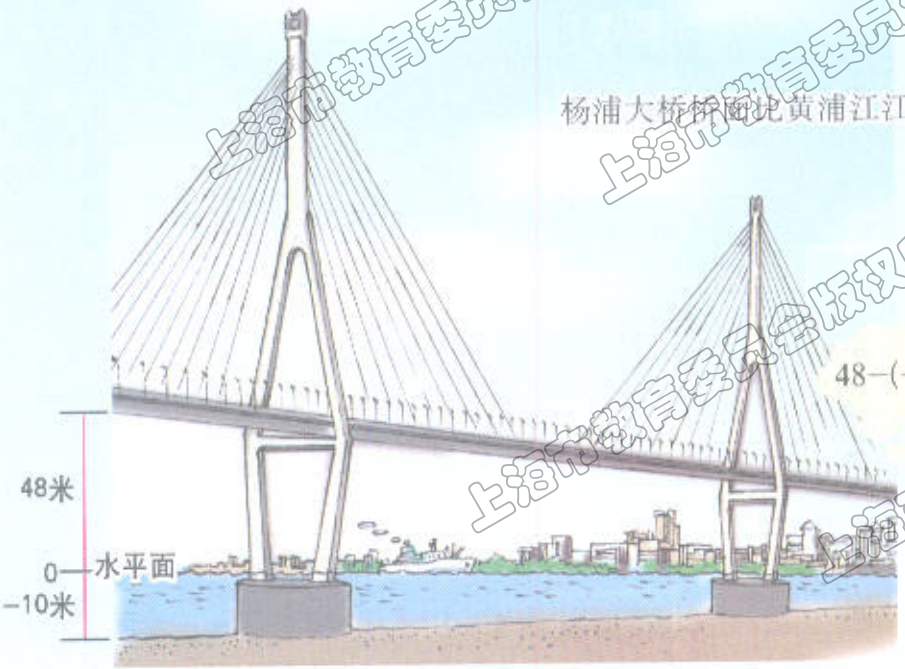
金茂大厦比国际饭店高多少米？



420−86



杨浦大桥桥面比黄浦江江底高多少米？



48−(−10)=?



上海市教育委员会版权所有

5 第1节 有理数

5.1 有理数的意义

数的概念是随着生产和生活的需要而不断发展的. 在现实生活中，我们常常遇到一些量，它们具有相反意义，比如：盈利与亏损，收入与支出，增加与减少，上升与下降，等等. 小学中我们已学习了负数，知道正数和负数可以表示具有相反意义的量.



假如我们把在银行中存款当做正，那么从银行中取款便是负.



假如把树的位置当做0，我们规定树右边的位置是正，那么树左边的位置便是负.

思考1

1. 如果把收入50元记作50元，那么下列各数分别表示什么意义？

(1) 20元；(2) 2.5元；(3) −80元；(4) 0元.



2. 如果6摄氏度用6℃表示，那么零下4摄氏度如何表示？

像6，2.5，$\frac{3}{4}$，12%等数叫做正数(positive number)，在正数前加上“−”号的数叫做负数(negative number)，如−4，−1.2，$-\frac{3}{4}$，−2%等. 有时为了强调符号，在正数前加上“+”号，如+6，+2.5，$+\frac{1}{2}$等. 零既不是正数也不是负数. 零和

正数又可以称为非负数.

例题1 把数$-12, 71, -2.8, \frac{1}{6}, 0, 7\frac{1}{2}, 34\%, 0.67, -\frac{3}{4}, \frac{12}{7}, -\frac{9}{5}$分别填在表示正数和负数的圈里.

解

正数	负数
$71, \frac{1}{6}, 7\frac{1}{2}, 34\%, 0.67, \frac{12}{7}$	$-12, -2.8, -\frac{3}{4}, -\frac{9}{5}$

思考2

零是正数和负数的分界.

0能放在以上两个圈中吗?

71,-5,0分别是一个正整数、负整数和零,它们都是整数.

$\frac{1}{6}, 7\frac{1}{2}$和$\frac{12}{7}$都是正分数,而$-\frac{3}{4}$和$-\frac{9}{5}$是负分数,它们都是分数.

分数是由正分数和负分数组成的.

整数和分数统称为有理数(rational number).

- 有理数
  - 整数
    - 正整数
    - 零
    - 负整数
  - 分数
    - 正分数
    - 负分数



如果我们把整数看成是分母为1的分数,那么在这个意义下,所有的有理数都是分数.

例题2 在下列各数中，哪些是整数？哪些是正数？哪些是负数？哪些是有理数？

$$8,\ -3,\ 7\frac{1}{2},\ -\frac{1}{6},\ 69,\ 0,\ 0.32,\ -1\frac{2}{5},\ -3.1.$$

解 8，-3，69，0是整数；

$8, 7\frac{1}{2}, 69, 0.32$是正数；

$-3, -\frac{1}{6}, -1\frac{2}{5}, -3.1$是负数；

$-3, 7\frac{1}{2}, -\frac{1}{6}, 69, 0, 0.32, -1\frac{2}{5}, -3.1$都是有理数.

不同型号的计算器，操作时的按键顺序可能有所不同，效果出来为这里所讲的不同情况，可对照说明书自己研究.



用计算器上的 (−) 、(−) 或 ± 键可以对正数添加负号，如-5顺次按键为 (−) 5、(−) 5或5 ± 即可.

练习5.1

1. (1) 在数$-2, 25, 0, \frac{3}{5}, -0.35, -\frac{1}{3}$中，正数是_____，负数是_____；

(2) 如果规定向东走为正，那么走-50米表示什么意义？如果规定向南走为正，那么走-50米又表示什么意义？

2. 任意写出6个正数与6个负数，分别把它们填入相应的大括号里：

正数：{ }，

负数：{ }

3. 下列各数分别表示什么数？将它们分别填在相应的圈里.

上海市教育委员会版权所有

-15, $5\frac{1}{3}$, -0.23, 0.51, 0, -0.65, 7.6, 2, $-\frac{3}{5}$, 1.5%.



5.2 数轴



还记得如何画数轴吗？怎样用数轴上的点表示有理数呢？

小学时我们已经学习了数轴，知道规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴(number axis).



2可以用数轴上位于原点右边2个单位的点表示，3.4可以用数轴上位于原点右边3.4个单位的点表示，-3可以用数轴上位于原点左边3个单位的点表示，$-\frac{1}{2}$可以用数轴上位于原点左边$\frac{1}{2}$个单位的点表示.

任何一个有理数都可以用数轴上的一个点表示.

例题1 指出下图数轴上的点A,B,C,D,E分别表示什么数.



用分数与小数表示都可以.

解 点A表示2，点B表示5，点C表示-1，点D表示$-3\frac{1}{2}$，点E表示4.5.

问题 1

3与-3，4与-4，$\frac{1}{2}$与$-\frac{1}{2}$这三对数有什么相同点和不同点？

只有符号不同的两个数，我们称其中一个数为另一个数的相反数(opposite number)，也称这两个数互为相反数．零的相反数是零．

$2\frac{1}{3}$的相反数为$-2\frac{1}{3}$，$-2\frac{1}{3}$的相反数为$2\frac{1}{3}$，$2\frac{1}{3}$与$-2\frac{1}{3}$互为相反数．

问题 2

将3与-3，4与-4，$\frac{1}{2}$与$-\frac{1}{2}$这三对数所表示的点分别标在数轴上加以观察．你能发现什么？



在数轴上，表示分别为相反数的两个点位于原点的两侧，并且与原点的距离相等．

表示3与-3的两个点位于原点的两侧，并且与原点的距离相等．



例题2 用数轴上的点分别表示-3，5，$-2\frac{1}{2}$，1.2和它们的相反数．

解 -3的相反数是3，5的相反数是-5，$-2\frac{1}{2}$的相反数是$2\frac{1}{2}$，1.2的相反数是-1.2．



上海市教育委员会版权所有

负数的相反数就是和它相应的正数.

表示一个数的相反数，也可以在这个数前添加一个“-”号，如3的相反数为-3，-3的相反数为-(-3)=3.一个数的相反数的相反数是这个数的本身.如3的相反数是-3，-3的相反数是3，所以3的相反数的相反数仍是3.

练习5.2

1 将下列各数分别填入相应的圈中.

-5, 3.7, 0, 300, -11.01, 889, $-4\frac{3}{7}$, $\frac{2}{11}$.

整数　　负有理数　　非负数

2 用数轴上的点分别表示3.5, $\frac{1}{3}$, $-2\frac{1}{2}$ 和它们的相反数.



3 下列各数中，哪些数是相等的？哪些数互为相反数？

2.3, -5, $-1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{10}$, 4.5, 5, $1\frac{1}{2}$, -3.2.

4 以下叙述中，正确的是　　(　　)

A.正数与负数互为相反数；

B.表示相反意义的量的两个数互为相反数；

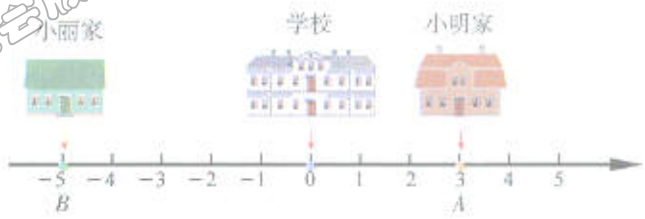
C.任何有理数都有相反数；

D.一个数的相反数是负数.

上海市教育委员会版权所有

5.3 绝对值

思考



小明、小丽的家离学校多远?(单位长度表示1千米)

在数轴上点A、点B所表示的数分别是3和-5,它们与原点的距离分别是3和5,我们把3叫做3的绝对值,5叫做-5的绝对值.

一个数在数轴上所对应的点与原点的距离,叫做这个数的绝对值(absolute value).

用符号$|a|$表示数a的绝对值.例如,4的绝对值是4,记作$|4|=4$;-3的绝对值是3,记作$|-3|=3$;0的绝对值是0,记作$|0|=0$.

例题1 求3.7,-12,0,$-3\frac{1}{2}$的绝对值.

解 $|3.7|=3.7$;　$|-12|=12$;

$|0|=0$;　$\left|-3\frac{1}{2}\right|=3\frac{1}{2}$.

概括

$\left|3\frac{1}{2}\right|=3\frac{1}{2}$;
$|-2.1|=2.1$;
$|0|=0$.

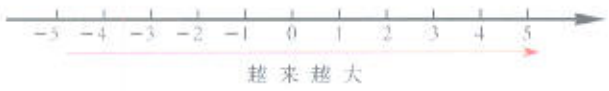
一个正数的绝对值是它本身;
一个负数的绝对值是它的相反数;
零的绝对值是零.

思考

(1) 数 a 的绝对值在数轴上表示什么意义?

(2) 互为相反数的两个数的绝对值有什么关系?

观察



每一个有理数都可以在数轴上用唯一的一个点来表示,这样就有了次序.所以任何两个有理数都可以比较大小.在数轴上,右边的点所表示的数比左边的点所表示的数大.例如 $5>0$,$0>-4$,$5>-4$.总之,

正数大于零,零大于负数,正数大于负数.

一个数所表示的点离开原点的距离越远,绝对值越大,离开原点的距离越近,绝对值越小.

例题2 用数轴上的点表示下列各数,并将它们从小到大排列起来:

$$5,\ 0,\ -1\frac{1}{2},\ 4.5,\ -1.$$

解 把上述各数所表示的点分别标在数轴上:



从数轴上可以看出,它们从小到大的次序是:

$$-1\frac{1}{2},\ -1,\ 0,\ 4.5,\ 5.$$

即 $$-1\frac{1}{2}<-1<0<4.5<5.$$

例题3 比较 -3.5 与 $-2\frac{3}{5}$ 的大小.

解 把 -3.5,$-2\frac{3}{5}$ 所表示的点分别标在数轴上:



从数轴上看，表示$-2\frac{3}{5}$的点在表示-3.5的点的右边，所以$-2\frac{3}{5}>-3.5$.

思考

如何比较$|-3.5|$和$\left|-2\frac{3}{5}\right|$的大小呢？


你可以得到什么结论呢？

$|-3.5|=3.5$，$\left|-2\frac{3}{5}\right|=2\frac{3}{5}$.

因为$3.5>2\frac{3}{5}$，所以$|-3.5|>\left|-2\frac{3}{5}\right|$.

两个负数，绝对值大的那个数反而小.

练习5.3

1. (1) 在数轴上，到原点的距离等于3.5个单位长度的点所表示的有理数是_____；
   (2) _____的绝对值是它本身，_____的绝对值是它的相反数.
2. 写出绝对值小于5的整数，并把它们表示在数轴上.
3. 当 a 为有理数时，$-a$ 一定表示负数吗？
4. 用“>”或“<”联结下列各数：

   -7_____-5，$-|-2|$_____$-(-2)$，-0.125_____$-\left|\frac{1}{4}\right|$.
5. 比较大小：

   (1) -437与0；　(2) $-\frac{36}{137}$与0；　(3) 0.3%与-17；

   (4) -16.3与-16.4；　(5) $\frac{13}{27}$与$\frac{30}{59}$；　(6) $-\frac{17}{50}$与-0.32.

上海市教育委员会版权所有

5

第 2 节　有理数的运算

5.4　有理数的加法

小学时，我们已经学习了正整数和零的加法运算．而负数的引进，使数扩充到了有理数，那么在有理数范围如何进行加法运算呢？

思考

如果我们规定盈利为“正”，那么亏损为“负”．一家商店四年的盈利情况如下：

第一年上半年盈利1.2万元，下半年盈利0.8万元；

第二年上半年盈利(−0.6)万元，下半年盈利(−0.7)万元；

第三年上半年盈利(−0.5)万元，下半年盈利0.5万元；

第四年上半年盈利0.9万元，下半年盈利(−0.1)万元．

盈利(−0.6)万元就是亏损0.6万元．

问：这家商店每年是盈利还是亏损？盈利或亏损各多少万元？

请完成这家商店四年盈利情况的统计表．

	算　式	合　计
第一年	1.2+0.8	
第二年	(−0.6)+(−0.7)	−1.3
第三年	(−0.5)+0.5	
第四年	0.9+(−0.1)	

上海市教育委员会版权所有

概括

有理数加法法则

同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加.

异号两数相加，绝对值相等时和为零；绝对值不相等时，其和的绝对值为较大的绝对值减去较小的绝对值所得的差，其和的符号取绝对值较大的加数的符号.

一个数同零相加，仍得这个数.

例题1 计算：

同号两数相加 →

(1) $(-12)+(-36)$; (2) $\left|-\frac{2}{3}\right|+\left(-\frac{1}{3}\right)$;

一个数与零相加 →

(3) $\left|-1\frac{1}{4}\right|+0$.

解 (1) $(-12)+(-36)=-(12+36)=-48$.

(2) $\left|-\frac{2}{3}\right|+\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)=-1$.

(3) $\left|-1\frac{1}{4}\right|+0=-1\frac{1}{4}$.

例题2 计算：

异号两数相加 →

(1) $3+(-3)$; (2) $(-16)+5$;

(3) $\frac{11}{25}+(-2)$; (4) $24+(-5.5)$.

$|-16|>|5|$ →

$(-11)+(-5)+5=-11$ →

解 (1) $3+(-3)=0$.

(2) $(-16)+5=-(16-5)=-11$.

(3) $\frac{11}{25}+(-2)=-\left|2-\frac{11}{25}\right|=-\left(\frac{50}{25}-\frac{11}{25}\right)$

$=-\frac{39}{25}=-1\frac{14}{25}$.

(4) $24+(-5.5)=24-5.5=18.5$.

上海市教育委员会版权所有



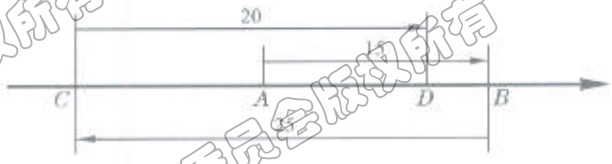
例题3 已知一辆运送货物的卡车从A站出发，先向东行驶15千米，卸货之后再向西行驶25千米装上另一批货物，然后又向东行驶20千米后停下来，问卡车最后停在何处.

解 设向东行驶为正，得

$$15+(-25)+20$$
$$=(-10)+20=10(\text{千米}).$$

答：卡车停在A站东面10千米处.

画出行程图，可以看到上述计算表示的含义.



如图所示，卡车三次的行程分别为从A到B、从B到C、从C到D，所以点D为卡车最后停止的位置.

练习5.4(1)

1. 计算：

(1) $\left|-\frac{1}{2}\right|+\left|-\frac{1}{3}\right|$；　(2) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$；　(3) $(-0.1)+\left|-\frac{2}{3}\right|$；

(4) $(-4)+\left|-\frac{2}{5}\right|$；　(5) $\left|-\frac{5}{26}\right|+0$；　(6) $(-3)+(-9)+\left|-\frac{2}{7}\right|$.

2. 小杰的存折中有450元，先取出80元，再取出150元，存折中还有多少钱？

3. 某一天晚上19：00时气温是-1℃，到深夜23：30时气温下降了3℃，此时的气温是多少？

4. 计算：

(1) $7+(-5)$；　(2) $\left|-\frac{3}{4}\right|+\frac{1}{2}$；　(3) $\frac{5}{6}+\left|-\frac{4}{7}\right|$；　(4) $3.4+(-7.2)$.

5. 一架飞机的原飞行高度是8 000米，然后上升300米，又下降200米，这时飞机的飞行高度是多少米？

6. 某粮食仓库原库存大米200吨，本周五天对这一品种大米的进出货情况统计如

下表所示(进货量用正数表示，出货量用负数表示)：(单位：吨)

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五
50	30	60	40	50
−30	−40	−50	−40	−10

求本周这种大米库存多少吨.



思考

在正整数范围内加法满足交换律和结合律，那么在有理数范围内加法的这些运算律是否仍然成立？

以下两组算式的计算结果是否相等？

(1) $(-3)+8.1=?$　　$8.1+(-3)=?$

(2) $[5.3+(-3.4)]+2=?$　　$5.3+[(-3.4)+2]=?$



用计算器再计算几组类似的算式，你有什么体会吗？



概括

两个有理数相加，交换加数的位置，其和不变.

三个有理数相加，先把前两个数相加再与第三个数相加，或者先把后两个数相加再与第一个数相加，其和不变.

有理数加法的运算律

交换律：$a+b=b+a$.

结合律：$(a+b)+c=a+(b+c)$.

根据加法交换律和结合律可以得出：三个以上的有理数相加，可以任意交换加数的位置，也可以先把其中的几个数相加.

例题4 计算：

(1) $16+(-25)+24+(-32)$;

(2) $0.125+2\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{8}\right|+(-0.25)$.

上海市教育委员会版权所有

解 (1) 16+(−25)+24+(−32)

同号两数先相加

=16+24+(−25)+(−32) (加法交换律)

=(16+24)+[(−25)+(−32)] (加法结合律)

=40+(−57)=−17.

(2) $0.125+2\frac{1}{4}+\left|-2\frac{1}{8}\right|+(-0.25)$

$\frac{1}{8}=0.125$

$\frac{1}{4}=0.25$

$=0.125+\left|-2\frac{1}{8}\right|+2\frac{1}{4}+(-0.25)$ (加法交换律)

$=\left[0.125+\left|-2\frac{1}{8}\right|\right]+\left[2\frac{1}{4}+(-0.25)\right]$ (加法结合律)

=(−2)+2=0.

练习5.4(2)

1 计算：

(1) 23+(−17)+16+(−22);

(2) (−12)+23+11+(−3)+5+(−4);

(3) (−7)+(−6.5)+(−3)+6.5;

(4) $(+9)+5\frac{3}{4}+9+\left|-5\frac{3}{4}\right|$;

(5) $1+\left|-\frac{1}{2}\right|+\frac{1}{3}+\left|-\frac{1}{6}\right|$.

2 计算：

(1) (−8.2)+10+2+(−1.8);

(2) (−0.8)+(−0.7)+(−2.1)+0.8+3.5;

(3) $\frac{1}{4}+\left|-\frac{2}{3}\right|+\frac{4}{5}+\left|-\frac{1}{4}\right|+\left|-\frac{1}{3}\right|$;

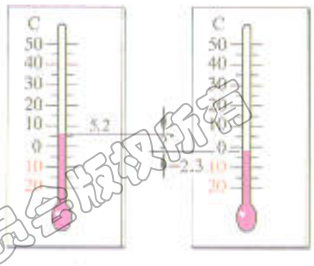
(4) $(-0.5)+3\frac{1}{4}+2.75+\left|-5\frac{1}{2}\right|$.

5.5 有理数的减法

思考

上海冬天的某两天的天气温度情况如下表所示：

上海市教育委员会版权所有



	最高温度(℃)	最低温度(℃)
第一天	9.1	2.3
第二天	5.2	−2.3

两天中哪天的温差比较大?

这是有关有理数作减法的问题,列出的算式分别是:

$$9.1-2.3,\qquad 5.2-(-2.3).$$

$9.1-2.3=6.8$.那么如何求 $5.2-(-2.3)$呢?

可以设$5.2-(-2.3)=a$,实际是求一个数 a,使得 $a+(-2.3)=5.2$.

由于减法是加法的逆运算,所以,由 $7.5+(-2.3)=5.2$,可得 $5.2-(-2.3)=7.5$.

而 $5.2+2.3=7.5$,所以

$$5.2-(-2.3)=5.2+2.3$$

(相反数;减法变加法)

第一天的温差是6.8℃,第二天的温差是7.5℃.所以,第二天的温差比第一天的温差要大.

概括

有理数减法法则

减去一个数,等于加上这个数的相反数.

$$a-b=a+(-b).$$

例题1 计算:

(1) $6-(-6)$;　　(2) $0-9$;

(3) $\left|-5\frac{1}{2}\right|-\left|-3\frac{1}{4}\right|$;　　(4) $\left|-1\frac{1}{2}\right|-\left(\frac{1}{3}\right)$.

减去−6,就是加上6.

解 (1) $6-(-6)=6+6=12$.

(2) $0-9=0+(-9)=-9$.

减去$-3\frac{1}{4}$，就是加上$3\frac{1}{4}$

(3) $\left|-5\frac{1}{2}\right|-\left|-3\frac{1}{4}\right|=\left|-5\frac{1}{2}\right|+3\frac{1}{4}=-2\frac{1}{4}$.

(4) $\left|-1\frac{1}{2}\right|-\left|\frac{1}{3}\right|=\left|-1\frac{1}{2}\right|+\left|-\frac{1}{3}\right|=-1\frac{5}{6}$.

例题2 杨浦大桥桥面在黄浦江江面上方48米，江底在水面下方约10米，桥面与江底相距约多少米?

解 设水面上方为正，那么

$$48-(-10)=48+10=58(\text{米}).$$

答：桥面与江底相距约58米.

练习35.6

1 口答:

(1) 10−(−7); (2) 8−(−10); (3) 0−(−3);

(4) (−11)−10; (5) (−6)−(−9); (6) (−47)−12;

(7) 0.5−(−0.5); (8) 26−13; (9) (−33)−22.

2 计算:

(1) $7\frac{2}{3}-3\frac{1}{6}$; (2) $\left|-4\frac{1}{7}\right|-\left|-5\frac{6}{7}\right|$;

(3) $3\frac{1}{4}-(-4.25)$; (4) $(-0.8)-1\frac{3}{5}$;

(5) $7+\left|-\frac{4}{7}\right|-\left|-\frac{3}{7}\right|+\left|-\frac{1}{7}\right|$; (6) 0.8−(−0.8).

3 (1) 什么数加上$-5\frac{3}{4}$所得的和是6?

(2) 什么数减去−7.8所得的差是−0.8?

(3) −3.5减去什么数所得的差是−4?

(4) −45加上什么数所得的和是$-\frac{3}{2}$?

上海市教育委员会版权所有

5.6 有理数的乘法

思考1

$2\times1=?$　　$(-2)\times1=?$

$2\times(-1)=?$　　$(-2)\times(-1)=?$







$2\times1=2$，

$(-2)\times1=-2$，

一个数乘以1等于这个数本身.

$2\times(-1)=(-1)+(-1)=-2$，

一个正数乘以(-1)等于这个数的相反数.

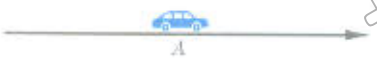
$(-2)\times(-1)=?$

进一步$(-4)\times3=?$

$(-4)\times(-3)=?$

思考2

一辆汽车以平均每小时80千米的速度沿着东西方向的公路行驶.现在它在公路的A处.



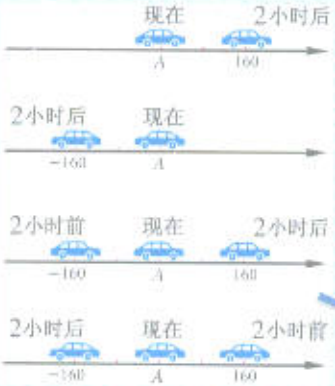
（1）如果它向东行驶2小时，那么它位于A处的哪个方向？与A处相距多少千米？

（2）如果它向西行驶2小时，那么它位于A处的哪个方向？与A处相距多少千米？

（3）如果它以前一直在向东行驶，那么2小时前它位于A处的哪个方向？与A处相距多少千米？

（4）如果它以前一直在向西行驶，那么2小时前它位于A处的哪个方向？与A处相距多少千米？

将公路看作一条直线，以A处为原点，向东为正方向，1千米为单位长度，建立数轴.



我们将向东行驶规定为正，那么向西行驶就为负；几小时后规定为正，几小时前就为负.可以列出以下算式：

（1）$2\times80=160$；

2小时后汽车在A处的东面，与A处相距160千米.

（2）$2\times(-80)=-160$；

2小时后汽车在A处的西面，与A处相距160千米.

（3）$(-2)\times80=-160$；

2小时前汽车在A处的西面，与A处相距160千米.

上海市教育委员会版权所有

(4) $(-2)\times(-80)=160$.

2小时前汽车在A处的东面，与A处相距160千米.

观察以上每个式子中的两个因数及积的符号，你能得到什么结论呢？

两数相乘的符号法则

正乘正得正，正乘负得负，负乘正得负，负乘负得正.

$(-3)\times2=?$
$(-3)\times1=?$
$(-3)\times0=?$
$(-3)\times(-1)=?$
$(-3)\times(-2)=?$



思考 3

$0\times80=?$　　$(-80)\times0=?$　　$0\times0=?$

你能用以上的例子作出解释吗？

有理数乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘.

任何数与零相乘都得零.

例题1 计算：

(1) $5\times(-3)$;　　(2) $(-4)\times\frac{1}{2}$;

(3) $(-7)\times(-9)$;　　(4) $0.5\times(-0.6)$;

(5) $\frac{2}{5}\times\left|-\frac{3}{4}\right|$.

解 (1) $5\times(-3)=-(5\times3)=-15$.

(2) $(-4)\times\frac{1}{2}=-\left(4\times\frac{1}{2}\right)=-2$.

(3) $(-7)\times(-9)=7\times9=63$.

(4) $0.5\times(-0.6)=-(0.5\times0.6)=-0.3$.

(5) $\frac{2}{5}\times\left|-\frac{3}{4}\right|=-\left|\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\right|=-\frac{3}{10}$.

上海市教育委员会版权所有

练习5.6(1)

1. 口答：

(1) $6\times(-9)$；　(2) $(-6)\times(-9)$；　(3) $(-6)\times9$；

(4) $(-6)\times1$；　(5) $(-6)\times(-1)$；　(6) $6\times(-1)$；

(7) $(-6)\times0$；　(8) $0\times(-6)$；　(9) $(-6)\times0.25$；

(10) $(-0.25)\times(-8)$；　(11) $\frac{4}{9}\times\left|-\frac{3}{2}\right|$；　(12) $\left|-\frac{1}{3}\right|\times\frac{1}{4}$.

2. 计算：

(1) $(-8)\times0.25$；　(2) $(-0.5)\times(-8)$；　(3) $-\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)$；

(4) $2.9\times(-0.3)$；　(5) $(-0.3)\times\left|-\frac{10}{7}\right|$；　(6) $\left|-\frac{34}{15}\right|\times25$.

3. 计算：

(1) $\left|-\frac{2}{3}\right|\times\frac{1}{4}$；　(2) $\left|-\frac{5}{6}\right|\times\left|-\frac{3}{10}\right|$；　(3) $1\frac{1}{6}\times(-0.8)$；

(4) $\left|-2\frac{7}{13}\right|\times(-8)$；　(5) $(-0.3)\times\left|-1\frac{3}{7}\right|$.

4. “两个有理数相乘，把其中的一个因数换成它的相反数，所得的积是原来积的相反数.”这句话正确吗？

计算下列各式，你能从中找出符号的规律吗？

(1) $(-2)\times3\times4\times5$；

(2) $(-2)\times(-3)\times4\times5$；

(3) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times5$；

(4) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)$；

(5) $(-2)\times(-3)\times(-4)\times(-5)\times0$.



在积的各个因数中，
只有一个负号，积为负；
有两个负号，积为正；
有三个负号，积为负；
有四个负号，积为正；
有零时积就是零.



使用计算器，再检验积的因数中有五、六、……个负号时，积的正、负情况.

上海市教育委员会版权所有

几个不等于零的数相乘，积的符号由负因数的个数决定.当负因数有奇数个时，积为负；当负因数有偶数个时，积为正.几个数相乘，有因数为零，积就为零.

乘法交换律：

$ab=ba$.

乘法结合律：

$(ab)c=a(bc)$.

乘法对加法的分配律：

$a(b+c)=ab+ac$.



在六年级第一学期时我们用计算器验证了分数乘法的有关运算律，你还记得这些运算律吗？这些运算律在有理数运算中依然成立.请分别用计算器验证.

例题2 计算：$\left|-1\frac{1}{2}\right|\times\left|-2\frac{1}{3}\right|\times\left|-3\frac{1}{4}\right|\times24$.

解 $\left|-1\frac{1}{2}\right|\times\left|-2\frac{1}{3}\right|\times\left|-3\frac{1}{4}\right|\times24$

先确定积的符号，把带分数化成假分数.

$=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{7}{3}\times\frac{13}{4}\times24\right)$

$=-273$.

例题3 计算：$(-12.5)\times0.19\times(-8)$.

解 $(-12.5)\times0.19\times(-8)$

运用乘法交换律、乘法结合律.

$=[(-12.5)\times(-8)]\times0.19$

$=100\times0.19$

$=19$.

例题4 计算：$0.12\times\left|\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right|$.

解法一 $0.12\times\left|\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right|=0.12\times\left|\frac{9}{12}-\frac{2}{12}\right|$

$=0.12\times\frac{7}{12}=0.07$.

上海市教育委员会版权所有

解法二　$0.12\times\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)=0.12\times\frac{3}{4}-0.12\times\frac{1}{6}$

$=0.09-0.02=0.07.$

练习5.6(2)

1. 计算：

(1) $\left|-2\frac{1}{2}\right|\times\left|-3\frac{1}{3}\right|\times(-6)$;　　(2) $0.24\times\left|-\frac{1}{6}\right|\times\left|-\frac{5}{14}\right|$;

(3) $\left|-4\frac{1}{3}\right|\times\left|-1\frac{3}{2}\right|\times\frac{3}{4}$.

2. 用简便方法计算：

(1) $(-21)\times\left|1+\frac{1}{3}-\frac{1}{21}\right|$;　　(2) $\left|\frac{7}{9}-\frac{11}{12}\right|\times72\times\left|-\frac{1}{10}\right|$;

(3) $(-5.35)\times(-3)+5.35\times(-7)+5.35\times4$;　　(4) $5.6\times\frac{3}{8}\times\left|-\frac{1}{7}\right|$.

5.7 有理数的除法

思考 1

怎样计算6÷(−2)呢?

除法是乘法的逆运算.

因为(−2)×(−3)=6,所以6÷(−2)=−3.

你能选择适当的数填入括号内吗?

(−8)÷4=(　　); (−12)÷(−3)=(　　); 0÷(−2)=(　　).

观察以上的式子,被除数、除数的符号与商的符号有什么关系?

有理数除法法则

两数相除,同号得正,异号得负,并把绝对值相除.

零除以任何一个不为零的数,都得零.

例题1 计算:

(1) $35\div(-7)$; (2) $(-36)\div(-72)$.

解 (1) $35\div(-7)=-(35\div7)=-5$.

(2) $(-36)\div(-72)=\frac{36}{72}=\frac{1}{2}$.

例题2 求$-\frac{3}{4}$的倒数.

解 $1\div\left(-\frac{3}{4}\right)=-\left(1\div\frac{3}{4}\right)=-\left(1\times\frac{4}{3}\right)=-\frac{4}{3}$,

所以$-\frac{3}{4}$的倒数是$-\frac{4}{3}$.

$-a$的倒数是$-\frac{1}{a}(a\neq0)$,$-\frac{p}{q}$的倒数是$-\frac{q}{p}(p\neq0,q\neq0)$.

例题3 计算:

(1) $(-3)\times\left|-\frac{3}{2}\right|$; (2) $(-3)\div\left|-\frac{2}{3}\right|$.

解 (1) $(-3)\times\left|-\frac{3}{2}\right|=-3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}=4\frac{1}{2}$.

(2) $(-3)\div\left|-\frac{2}{3}\right|=3\div\frac{2}{3}=3\times\frac{3}{2}=4\frac{1}{2}$.

你能从中发现什么规律吗?



$(-3)\div\left|-\frac{2}{3}\right|=(-3)\times\left|-\frac{3}{2}\right|$.

除以一个数 乘这个数的倒数

除法变乘法



甲数除以乙数(零除外)等于甲数乘以乙数的倒数.

上海市教育委员会版权所有

练习5.7

1. 计算：

(1) $(-36)\div 4$；　(2) $42\div(-35)$；　(3) $0\div(-321)$；

(4) $\frac{1}{2}\div(-2)$；　(5) $(-4)\div\frac{2}{3}$；　(6) $(-5)\div\left|-\frac{10}{11}\right|$.

2. 写出下列各数的倒数：

$$-14,\ -\frac{7}{4},\ -0.25,\ -1,\ 1.$$

3. 下表记录了10天内甲乙两位工人师傅每天工作超额的情况(单位:件)：

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲	7	6	−2	0	5	−3	4	6	5	8
乙	5	2	6	2	−3	−4	−7	0	−4	−8

(1) 表中的正数和负数各表示什么实际含义？

(2) 如果工厂规定平均每天超产数超过2件者给予奖励，那么甲乙二人在这10天里是否应该得到奖励？

5.8　有理数的乘方

操作

将一张纸对折1次可裁2张，对折2次可裁4张，对折3次可裁几张？







思考

想象一下，如果对折5次、10次、20次，那么可裁几张呢？结果又如何表示呢？

可表示为：$2\times2\times2\times2\times2$，$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{10个2}$，$\underbrace{2\times2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}$.

20个2相乘，这么长的乘法算式！能用较简洁的式子表示吗？







还记得2^2和2^3所表示的意义吗？

$a\times a\times a\times\cdots\times a$也可以记为$a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a$，即$a\cdot a\cdot a\cdot\cdots\cdot a=a^n$.

一般地，我们将n个相同因数a相乘，记作a^n，即

$$\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n个a}=a^n.$$

底数——a^n——指数

幂

求n个相同因数的积的运算，叫做乘方(power)．乘方的结果叫做幂(power)．在a^n中，a叫做底数(base number)，n叫做指数(exponent)．a^n读作a的n次方．a^n看作是a的n次方的结果时，读作a的n次幂．

$\underbrace{2\times2\times\cdots\times2\times2}_{20个2}=2^{20}$.

特别地，$1^n=1$，$0^n=0$ (n为正整数)．

例题1 计算：

(1) 10^5；　(2) $(-3)^4$；　(3) $\left|-\frac{1}{2}\right|^3$.

解 (1) $10^5=10\times10\times10\times10\times10=100\,000$.

(2) $(-3)^4=(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)=81$.

(3) $\left|-\frac{1}{2}\right|^3=\left|-\frac{1}{2}\right|\times\left|-\frac{1}{2}\right|\times\left|-\frac{1}{2}\right|=-\frac{1}{8}$.

问题

判断下列各数的符号：

$2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \cdots$

$(-2)^2, (-2)^3, (-2)^4, (-2)^5, \cdots$

你能得到什么结论？



正数的任何次幂都是正数；负数的奇数次幂是负数，负数的偶数次幂是正数.

例题2 计算：

(1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5$；(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$；(3) $(-1.5)^3$；(4) $(-1)^{2001}$.

$\left(\frac{2}{3}\right)^4$ 与 $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$ 的意义是否相同？

解 (1) $\left(-\frac{1}{2}\right)^5=-\left(\frac{1}{2}\right)^5=-\frac{1}{32}$.

(2) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4=\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$.

(3) $(-1.5)^3=-1.5^3=-3.375$.

(4) $(-1)^{2001}=-1^{2001}=-1$.



计算器上有两个键 x^2 和 x^3，分别用来计算一个数的平方和立方.如：

计算：4.32^2.

顺次按键：4.32 x^2 =

可得结果为：18.662 4.

计算：5.11^3.

顺次按键：5.11 x^3 =

可得结果为：133.432 831.

一般地，用 x^y 键可以计算一个数的乘方.如：

计算：1.02^{11}.

顺次按键：1.02 x^y 11 =

可得结果为：1.243 374 308.

请用 x^y 键计算4.32^2和5.11^3.

上海市教育委员会版权所有

练习5.8

1. 判断下列各题是否正确：

(1) $2^3=2\times3$；（　　）　　(2) $2+2+2=2^3$；（　　）

(3) $2^3=2\times2\times2$；（　　）　　(4) $-2^4=(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$.（　　）

2. $(-7)^{12}$是_____(填“正”或“负”)数；$(-12)^9$是_____(填“正”或“负”)数.

3. 计算：

(1) $(-1)^{10}=$_____；　　(2) $(-1)^9=$_____；

(3) $(-3)^3=$_____；　　(4) $(-5)^2=$_____；

(5) $(-0.1)^3=$_____；　　(6) $\left|-\frac{1}{2}\right|^4=$_____；

(7) $-(-1)^{2000}=$_____；　　(8) $-(-0.2)^5=$_____；

(9) $-\left|\frac{1}{7}\right|=$_____；　　(10) $-\left|-\frac{1}{2}\right|^4=$_____.

5.9 有理数的混合运算

我们已经分别学习了有理数的加、减、乘、除、乘方这几种基本运算，那么它们的混合运算应该遵循哪些法则呢？

有理数混合运算的顺序：先乘方，后乘除，再加减；同级运算从左到右；如果有括号，先算小括号，后算中括号，再算大括号.

例题1 计算：

(1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}$；　　(2) $15\div(-5-3)^2$；

(3) $3^2-(-2)^2$；　　(4) $-[-(-2)^3]$；

(5) $15-4\div8+(-3)^2\times2$.

解　(1) $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=\frac{3}{4}-\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$.

(2) $15\div(-5-3)^2=15\div(-8)^2=15\div64=\frac{15}{64}$.

(3) $3^2-(-2)^2=9-4=5$.

(4) $-[-(-2)^3]=-(2)^2=-4$.

(5) $15-4\div8+(-3)^2\times2=15-4\div8+9\times2=15-0.5+18=32.5$.

例题2 计算：$\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$.

解法一 $\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}-\left(\frac{12}{20}-\frac{5}{20}\right)$

$=\frac{3}{5}-\frac{7}{20}=\frac{12}{20}-\frac{7}{20}=\frac{1}{4}$.

解法二 $\frac{3}{5}-\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{5}+(-1)\times\left(\frac{3}{5}-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{3}{5}+(-1)\times\frac{3}{5}-(-1)\times\frac{1}{4}$

$=\frac{3}{5}+\left|-\frac{3}{5}\right|-\left|-\frac{1}{4}\right|=\frac{3}{5}-\frac{3}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$.



括号前带负号，去掉括号后括号内各项要变号，即

$-(a+b)=-a-b$，　$-(a-b)=-a+b$.

练习5.9(1)

1 下列计算有没有错误？若有错，应该怎样改正？

(1) $79-3^2\div70=70\div70=1$;　　(2) $6\div(2\times3)=6\div2\times3=3\times3=9$;

(3) $2\times4^2=(2\times4)^2=8^2=64$;　　(4) $\frac{22}{5}-\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\right)=\frac{22}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{2}=\frac{21}{5}-\frac{1}{2}=\frac{37}{10}$.

2 计算：

(1) $(-3)+2\times(-4)^2$;　　(2) $(-32)+(-7)\div\left(-1\frac{3}{4}\right)$;

(3) $\frac{2}{3}-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)$;　　(4) $(-7)+5\times(-6)-(-42)\div(-8)$;

(5) $2\times(-3)^3-5\times(-3)+25$;　　(6) $-3^2-(-2)^2-(-3)^3-2^3$.

上海市教育委员会版权所有

例题3 计算：

(1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$；

(2) $\left|\frac{1}{2}\right|^2+[(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$；

(3) $\left[\left|\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right|\times24\right]^2$；

(4) $(-2^3+85)\times\left|-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right|$；

注意-1^4与$(-1)^4$的区别.

解 (1) $-1^4-\frac{1}{3}\times[2-(-3)^2]$

$=-1-\frac{1}{3}\times(2-9)=-1-\frac{1}{3}\times(-7)=-1+\frac{7}{3}=1\frac{1}{3}$.

(2) $\left|\frac{1}{2}\right|^2+[(-7)+(-1)^3]\times\frac{2}{3}$

$=\frac{1}{4}+(7-1)\times\frac{2}{3}=\frac{1}{4}+4=4\frac{1}{4}$.

(3) $\left[\left|\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right|\times24\right]^2$

$=\left[\left|\frac{3}{24}-\frac{2}{24}\right|\times24\right]^2=\left[\left|\frac{1}{24}\times24\right|\right]^2=1^2=1$.

(4) $(-2^3+85)\times\left|-3\frac{1}{3}+1+\frac{7}{3}\right|$

$=(-8+85)\times\left|-\frac{10}{3}+\frac{10}{3}\right|=77\times0=0$.

本题也可以用乘法对加法的分配律来做：

$\left[\left|\frac{1}{8}-\frac{1}{12}\right|\times24\right]^2$

$=\left|\frac{1}{8}\times24-\frac{1}{12}\times24\right|^2$

$=(3-2)^2=1^2=1$.



使用计算器进行有理数的混合运算，只需按照所给出的算式顺次输入数字和符号，最后按等号，就可以得到结果.如：

计算：$(3.2\times5.1-2.4)\times3-2.1\div5$.

顺次按键：[(] [3] [·] [2] [×] [5] [·] [1] [)] [−] [2] [·] [4] [)] [×] [3] [−] [2] [·] [1] [÷] [5] [=]

可得结果为41.34.

计算器的运算是按照有理数混合运算的顺序设计的.



例题4 六年级(1)班的10位同学参加学校跳绳比赛，他们一分钟跳绳的次数统计如下：

124，115，112，125，120，118，130，108，114，127.

求这10人一分钟跳绳的总数.

分析 观察十个跳绳的数据，它们都接近120，因此可以将120作为标准，将这些数据与120作差，超过120的用正数表示，不超过120的用负数或零表示.先计算10个新数据的和，再加上120×10，就可得到10人跳绳的总数.

解法一 先将每个人的跳绳次数与120作差，得

4，−5，−8，5，0，−2，10，−12，−6，7.

然后将这十个数相加，得

4+(−5)+(−8)+5+0+(−2)+10+(−12)+(−6)+7

=[(−5)+5]+[(−8)+(−2)+10]+[(−6)+7]+[4+(−12)]

=1+(−8)+1+(−7)

=−7.

利用加法的交换律、结合律.

再将−7与120×10相加，得

(−7)+120×10=1 193(次).

答：10人一分钟跳绳的总数为1 193次.



1. 为什么可以用这种方法计算？

2. 如果将标准改为110，再计算一次，结果会改变吗？

解法二 用计算器直接按键计算.



124 + 115 + 112 + 125 + 120 + 118 + 130 + 108 + 114 + 127 = 1 193

练习5.9(2)

1. 计算：

(1) $3\times[(-2)-5]^2-(-4)^3\div(-8)$；　　(2) $\left[1-\left|1-0.5\times\frac{1}{3}\right|\right]\times[2-(-3)^2]$；

上海市教育委员会版权所有

(3) $\left|-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right|\div\left|-\frac{7}{8}\right|+\left|-\frac{8}{3}\right|$;

(4) $\frac{5}{18}\times(-36)+\frac{15}{16}\times(-8)$;

(5) $\frac{1}{3}\times\left|\frac{1}{2}\right|+\left[-13+\left|-\frac{5}{2}\right|\right]\times\frac{2}{3}$;

(6) $\frac{12}{5}\times\left|\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right|$.

2. 计算：(1) $\left[\left|\frac{2}{3}\right|^2-\frac{3}{4}\right|\times\frac{12}{5}+\left|-\frac{2}{3}\right|$;

(2) $(0.2)^3+\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{12}$.

5.10 科学记数法



光速是 300 000 000 米/秒.

你知道光速是每秒多少米吗?

已知从太阳发出的光照射到地球大约需500秒，那么太阳与地球的距离约是多少米?



可列算式：

$500\times300\ 000\ 000=150\ 000\ 000\ 000$米.

这些较大的数写起来很不方便，可以用10的正整数次幂的形式来表示，如：

$300\ 000\ 000=3\times100\ 000\ 000=3\times10^8$;

$150\ 000\ 000\ 000=15\times10\ 000\ 000\ 000=15\times10^{10}=1.5\times10^{11}$.

这样就有了一种新的记数方法：

把一个数写成$a\times10^n$(其中$1\leqslant|a|<10$，n是正整数)，这种形式的记数方法叫做科学记数法(scientific notation).

n为零和负整数等的情况以后再学习.

用科学记数法可以直观地表示一个数的整数的位数.如:3.2×10^5有六个整数位,5.107×10^8有九个整数位,$1.234\,5\times10^3$有四个整数位.

例题1 用科学记数法表示下列各数:

(1) 261 500; (2) −10 200 000;

(3) 5 107 000.

解 (1) $261\,500=2.615\times10^5$.

(2) $-10\,200\,000=-1.02\times10^7$.

(3) $5\,107\,000=5.107\times10^6$.



例题2 一个人每天吸入和呼出大约20 000升空气,一年吸入和呼出的空气大约有多少升?

解 $20\,000\times365=7\,300\,000=7.3\times10^6$(升).

答:一个人一年吸入和呼出的空气大约有7.3×10^6升.

练习5.10

1. 用科学记数法表示下列各数:

(1) 36 000; (2) −2 300 000; (3) 17 020 000;

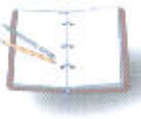
(4) −400 300; (5) 880 000 000; (6) −5 635 000.

2. 至2004年底,上海常住人口约18 000 000,如果每人每月消费400元,那么一个月的消费总额是多少元?一年的消费总额是多少元?(结果用科学记数法表示)

3. 一个成年人的肾脏每天过滤约2 000升血液,一年过滤约多少升血液?

4. 研究一下你的计算器是否有科学记数法表示的功能,如果有,请使用计算器将例题1、例题2操作体验一下.

上海市教育委员会版权所有



本章小结

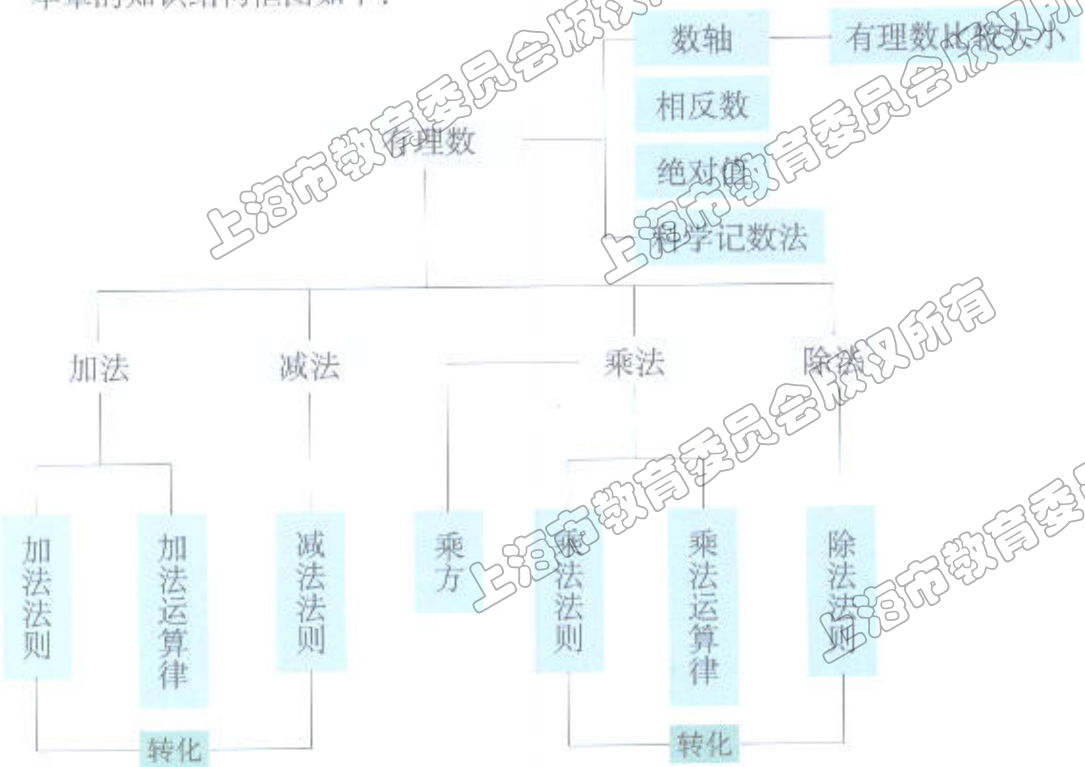
这一章的内容涉及数的扩展，我们对于数的认识从原来的正数（正整数、正分数）和零扩展到负数（负整数、负分数）．所有的正负整数、正负分数和零统称为有理数．

学习正负数的关键是理解意义相反的数，并能运用于实际情景的分析．在数轴上，可以更加直观地、形象地认识有理数．

在原来的正数范围内，两个正数的加、乘、除仍然是正数，可是，两个正数相减就不一定是正数了．现在扩充到有理数，两个有理数的加、减、乘、除（除数不为零）之后仍然是有理数．也就是说，在有理数范围内，加减乘除四则运算可以通行无阻．这将给数学运算带来许多方便．

掌握有理数运算规则，并能熟练地进行运算是今后学习其他数学的基础知识和基本技能．熟能生巧，必要的练习是很重要的．

本章的知识结构框图如下：



上海市教育委员会版权所有



阅读材料

用“数学”书写的人生格言

数学是科学的语言.一些名人不仅用数学来表达和研究科学,而且巧妙地用数学来表达自己的思想、性格及追求.

以下介绍几位中外名人的人生格言,它们都是用很简单的“数学”(数字、符号、数学概念、式子等)来表达的,仔细品味,却是那么深刻、绝妙.

一、用数书写的格言

王菊珍关于分母数的格言

我国科学家王菊珍对待实验失败有句格言,叫做:

下一次还有50%成功的希望,不一定是100%的失败.

托尔斯泰关于分数的格言

俄国大文豪托尔斯泰在谈到对人的评价时,把人比作一个分数:

一个人就好像一个分数,他的实际才能是分子,而他对自己的估价就是分母.分母越大,则分数的值就越小.

雷巴柯夫关于常数与变数的格言

俄国历史学家雷巴柯夫在利用时间方面是这样说的:

时间是个常数,但对勤奋者来说,是个“变数”.用“分”来计算时间的人比用“小时”来计算时间的人时间多59倍.

二、用运算符号书写的格言

华罗庚关于减号的格言

我国著名数学家华罗庚在谈到学习与探索时指出:

在学习中要敢于做减法,就是减去前人已经解决的部分,看看还有哪些问题没有解决,需要我们去探索解决.

爱迪生关于加号的格言

大发明家爱迪生在谈天才时用一个加号来描述:

天才=1%的灵感+99%的血汗.

上海市教育委员会版权所有

三、用公式书写的格言



爱因斯坦关于公式的格言

近代最伟大的科学家爱因斯坦在谈成功的秘诀时，写下一个公式：

$$A=x+y+z.$$

其中A代表成功，x代表艰苦的劳动，y代表正确的方法，z代表少说空话.

让我们喜欢数学，学好数学，用好数学；用那些数学写成的格言来描绘自己的人生轨迹吧！

上海市教育委员会版权所有

24点游戏

用一副去除了大王、小王和所有J、Q、K的扑克牌，两人各分得20张，每次两人同时各抽出两张，把这四张牌摊开，根据四张牌面上的数字进行加、减、乘、除混合运算(每张牌只能用一次)使其运算结果为24(A算作1).先算出者为胜者，输方收取摊开的四张牌，如果双方都不能算出，就各自收回自己的牌，游戏至一人手中无牌结束.无牌者为输者.

小明、小杰在一次玩牌时摊开的四张牌是：



小杰列出的算式是：$(3-1)\times(7+5)=24$.

你还可以列出其他的算式吗？

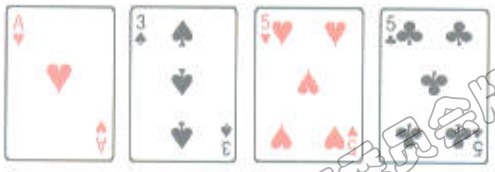
小明、小杰接着摊开的四张牌是：



他们认为算不出24的结果，问小丽，小丽思考了一会，列出了以下算式：

$$5\times\left|5-\frac{1}{5}\right|=24$$

随后他们又遇到了难题，摊开的四张牌是：



三人反复进行了讨论，最终得不出24的结论，就去请教河马博士，河马博士说：这四张牌的数字用加、减、乘、除运算是无法算出24点的.但如果允许用乘方运算就可以了.你不妨根据河马博士的建议，自己算一算.

河马博士建议：将J、Q、K分别看作数11、12、13，共52张表示数字的牌，算24.还可以进一步把黑色扑克牌看作正数，红色扑克牌看作负数，此时计算难度将会加大.同学们根据不同的规则，不妨玩一下.

上海市教育委员会版权所有

第六章　一次方程(组)和一次不等式(组)

小明家使用的是分时电表，按平时段(6：00～22：00)和谷时段(22：00～次日6：00)分别计费．本月的电费单来了，妈妈给了小明一些数据，让他根据这些数据算一算平时段和谷时段电费的单价．

小明该如何计算呢？



上海市教育委员会版权所有

6 第1节 方程与方程的解

6.1 列方程

以前，我们已经学习过一些简单的方程．方程在数学中占有非常重要的地位，在解决实际问题中有着广泛的应用．

问题1

某水果店有苹果与香蕉共152千克，其中苹果的重量是香蕉重量的3倍，求该水果店的苹果与香蕉各有多少千克．

分析一 用已学过的分数知识，可将水果店的水果看成一个总体，平均分成4份，每份就是水果总的水果的$\frac{1}{4}$，即$\frac{152}{4}=38$千克．其中香蕉占1份，苹果占3份，所以香蕉的重量是38千克，苹果的重量是114千克．

分析二 设香蕉的重量为x千克，可知苹果的重量为$3x$千克，因此，只要根据“苹果重量+香蕉重量=总重量”的关系式，就可以列出等量关系式

$$3x+x=152,$$

$3x+x=(3+1)x=4x$. → 即$4x=152$．从而求出$x=38$，进而解决了问题．

问题2

有一所寄宿制学校，开学安排宿舍时，如果每间宿舍安排住4人，将会空出5间宿舍；如果每间宿舍安排住3人，就有100人没床位，那么在学校住宿的学生有多少人？

上海市教育委员会版权所有

分析 设在学校住宿的学生有y人，根据第一种方法安排，得学校宿舍有$\left(\frac{y}{4}+5\right)$间；根据第二种方法安排，得学校宿舍有$\frac{y-100}{3}$间，列出等量关系式

$$\frac{y}{4}+5=\frac{y-100}{3}.$$

问题 3

一个数与它的一半的和是$\frac{3}{4}$，求这个数.

分析 设这个数为x，那么它的一半是$\frac{x}{2}$，两数的和为$x+\frac{x}{2}$.根据题意可以列出等量关系式

$$x+\frac{x}{2}=\frac{3}{4}.$$

用字母x、y、…等表示所要求的未知的数量，这些字母称为**未知数**，含有未知数的等式叫做**方程**(equation).在方程中，包含的未知数又称为**元**.

为了求得未知数，在未知数和已知数之间建立一种等量关系式，就是列方程.

例题 根据下列条件列出方程：

(1) 一个正方形的边长为x厘米，周长为36厘米；

(2) 小丽2月份有零花钱y元，她花掉了25.4元，还剩下60元；

(3) $\frac{2}{5}$减去数x的一半是56.

解 (1) 方程是 $4x=36$.

(2) 方程是 $y-25.4=60$.

(3) 方程是 $\frac{2}{5}-\frac{x}{2}=56$.

在方程$y+2.3=0$，$\frac{3}{7}-\frac{x}{2}=0$中，被“+”、“−”号隔开的每一部分(包括这部分前面的“+”、“−”号在内)称为一项.如y，2.3，$\frac{3}{7}$，$-\frac{x}{2}$等.

在一项中，数字或表示已知数的字母因数叫做未知数的系数.如y的系数为1，$-\frac{x}{2}$的系数为$-\frac{1}{2}$.

在一项中，所含有的未知数的指数和称为这一项的次数.如y，$-\frac{x}{2}$等项的次数都是1.

不含未知数的项，称为常数项，如2.3，$\frac{3}{7}$等.

思考

在方程$4xy-5=0$中，$4xy$项的系数是多少？次数是多少？

练习6.1

1. 列方程：

(1) x的$\frac{1}{3}$与6的和为2；　(2) x的相反数减去5的差为5；

(3) y的3次方与x的和为0；　(4) x、y的积减去13所得差的一半为$\frac{2}{3}$.

2. 在下列问题中引入未知数，列出方程：

(1) 某数的2倍与−9的和等于15，求这个数；

(2) 长方形的宽是长的$\frac{1}{3}$，长方形的周长是24厘米，求长方形的长；

(3) 小明用10元钱买了15本练习本，找回了1元钱，求每本练习本的价格.

上海市教育委员会版权所有

6.2 方程的解

问题

七年级(2)班共有学生48人，其中女生比男生多8人，这个班的男生有多少人？

分析　如果设男生有x人，那么女生有$(x+8)$人，可以得到方程　$x+(x+8)=48$.

用20代替x时，方程的两边的值相等，那么20就是方程$x+(x+8)=48$的解，可以说这个方程的一个解是$x=20$；用19代替x时，方程的左右两边的值不相等，那么19不是方程$x+(x+8)=48$的解.

如果未知数所取的某个值能使方程左右两边的值相等，那么这个未知数的值叫做方程的解 (solution of equation).

思考1





-3、1是不是方程$4x^2-9=2x-7$的解？

把$x=-3$分别代入方程的左边和右边，得
左边$=4\times(-3)^2-9=27$,
右边$=2\times(-3)-7=-13$.
因为左边$\neq$右边，
所以$x=-3$不是方程$4x^2-9=2x-7$的解.

这个过程就是检验.

把$x=1$分别代入方程的左边和右边，得
左边$=4\times1^2-9=-5$,
右边$=2\times1-7=-5$.
因为左边$=$右边，
所以$x=1$是方程$4x^2-9=2x-7$的解.

思考2

$x=2$是不是方程$3x-9=x-5$和方程$\frac{3}{2}x+18=\frac{1}{2}x+20$的解？

练习6.2

1. 检验$x=-6$是不是方程$5x-7=8x+11$的解.
2. 检验下列各数是不是方程$\frac{2y+8}{5}=y+\frac{5}{2}$的解：

   (1) $y=0$；　　(2) $y=-\frac{3}{2}$.
3. 检验1，-2是不是方程$x^2-3x+2=0$的解.

上海市教育委员会版权所有

6

第2节 一元一次方程

6.3 一元一次方程及其解法



一个长方形篮球场的周长为86米，长是宽的2倍少2米，这个篮球场的长与宽分别是多少米？

如果设这个篮球场的宽为x米，那么长为$(2x-2)$米，可以得到方程 $2(2x-2+x)=86$.

只含有一个未知数且未知数的次数是一次的方程叫做**一元一次方程**(linear equation in one variable).

例题1 判断下列方程是不是一元一次方程，如果不是，请简要说明理由.

(1) $5x=0$；　　(2) $x-2y=56$；

(3) $3+5=8$；　　(4) $2y-(y+9)=15$.

解 (1) 是.

(2) 不是，这个方程含有x、y两个未知数.

(3) 不是，等式中不含未知数.

(4) 是.

问题 如何求方程$x-9=15$的解？

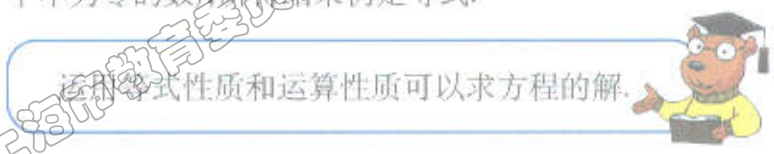






等式性质1　等式两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子，所得结果仍是等式.

等式性质2　等式两边同时乘以同一个数（或除以同一个不为零的数），所得结果仍是等式.



例题2　解方程：$4x=18-2x$.

解　根据等式的性质，在等式两边同时加上$2x$，

$$4x+2x=18-2x+2x.$$

得

$$4x+2x=18.$$

$$6x=18.$$

将未知数的系数化成1

根据等式的性质，在等式两边同时除以6，得　$x=3$.



在以上求方程的解的过程中，

$$4x=18\ \boxed{-2x}\longrightarrow 4x\ \boxed{+2x}=18$$

$-2x$改变符号后从等号的一边移到另一边，这种变形过程叫做移项.

上海市教育委员会版权所有

求方程的解的过程叫做解方程.

练习6.3(1)

1. 判断下列方程是不是一元一次方程:

(1) $3x=10$; (2) $5x-\frac{4}{7}y=35$;

(3) $x^2-14=0$; (4) $4z-3(z+2)=1$.

2. 下面的做法对不对?如果不对,请指出错在哪里,并将其改正.

由$3x-18=9+2x$移项,得$3x+2x=9-18$;

由$\frac{1}{5}x-12=x-5$移项,得$5-12=x-\frac{1}{5}x$.

3. 解下列方程:

(1) $x+8=-17$; (2) $3y-15=y-19$.

去括号的法则是:括号前带"+"号,去掉括号时括号内各项都不变符号.

括号前带"−"号,去掉括号时括号内各项都改变符号.

例题3 解方程:$5x+1=20x-(7x-3)$.

分析 方程中含有括号,先去括号,再求方程的解.

解 去括号,得 $5x+1=20x-7x+3$.

移项,得 $5x-20x+7x=3-1$.

化简,得 $-8x=2$.

两边同除以x的系数-8,得 $x=-\frac{1}{4}$.

请你检验一下.

所以,$x=-\frac{1}{4}$是原方程的解.

例题4 解方程:$4(x-2)+5=35-(x-2)$.

解法一 去括号,得 $4x-8+5=35-x+2$.

移项,得 $4x+x=35+2+8-5$.

化简,得 $5x=40$.

两边同除以x的系数5，得　$x=8$.

所以，$x=8$是原方程的解.

将$(x-2)$整体看作未知数.

解法二　移项，得　$4(x-2)+(x-2)=35-5$.

化简，得　$5(x-2)=30$.

两边同除以$(x-2)$的系数5，得　$x-2=6$.

$x=8$.

所以，$x=8$是原方程的解.

例题5　解方程：$2x-3=3x-(x-2)$.

解　去括号，得　$2x-3=3x-x+2$.

移项，化简，得　$-3=2$.

这个等式是不成立的，所以原方程无解.

练习6.3(2)

1. 下面的做法对不对？如果不对，请指出错在哪里，并将其改正.

(1) 由$2(x+4)=9-(x-3)$去括号，得$2x+8=9-x-3$;

(2) 由$15\left|\frac{1}{5}x-1\right|=1-2(x-3)$去括号，得$3x-15=1-2x+3$.

2. 解下列方程：

(1) $7(x-2)=2x-14$;　　(2) $6\left|x+\frac{1}{2}\right|+2=29-3(x-1)$;

(3) $7(x+3)+4=24-3(x+3)$.

思考1

分母20、5的最小公倍数是多少？

如何把方程$\frac{7x}{20}=\frac{x}{5}+3$变形为不含分母的方程？

根据等式性质，方程两边同乘以20，得

$$20\times\frac{7x}{20}=20\times\frac{x}{5}+20\times3.$$

即得不含分母的方程　$7x=4x+60$.

在以上求方程解的过程中，在方程两边同时乘以20，去掉分数的分母的变形过程叫做去分母.

去分母时，要把分子上的$4x+5$看作一个整体.

例题6 解方程：$\frac{x}{16}=\frac{4x+5}{8}+2$.

解 去分母，得 $x=2(4x+5)+32$.

去括号，得 $x=8x+10+32$.

移项、化简，得 $7x=-42$.

两边同除以x的系数7，得 $x=-6$.

所以，$x=-6$是原方程的解.

解一元一次方程的一般步骤是：

1. 去分母；
2. 去括号；
3. 移项；
4. 化成 $ax=b(a\neq 0)$的形式；
5. 两边同除以未知数的系数，得到方程的解 $x=\frac{b}{a}$.

$1\%=\frac{1}{100}$.



思考2

如何化去方程中的百分号？

$5\%x-31\%=12\%x+2$.

练习6.3(3)

1 下面的做法对不对？如果不对，请指出错在哪里，并将其改正.

(1) 由 $\frac{x}{2}=\frac{5x-17}{4}$ 去分母，得 $x=2(5x-17)$；

(2) 由 $\frac{4x-25}{12}=\frac{7x}{6}+\frac{1}{2}$ 去分母，得 $4x-25=14x+6$；

(3) 化去11%x+42%=18%x−3中的百分号，得 11x+42=18x−3.

2 解下列方程：

(1) $\frac{x-9}{4}=\frac{x+5}{3}$；　　(2) $\frac{2}{10}x=\frac{3}{4}x+4$；

(3) $\frac{2x-7}{25}=\frac{4x-13}{75}$；　　(4) 4%$x$+8%=6%$x$−0.4.

6.4　一元一次方程的应用

思考



2008年中国北京将举办奥运会.2004年中国政府提出了“节俭办奥运”的新理念，将建造国家体育馆的预算资金调整为26亿元，比原预算节约资金35%，问原建造国家体育馆的预算资金为多少亿元.

设原建造国家体育馆的预算资金为x亿元，根据

原预算资金−节约的资金=调整后的预算资金，

可以列出方程

$$x-35\%x=26.$$

$x-35\%x$
$=(1-35\%)x$
$=\frac{13}{20}x$

解方程，得

$$x=40.$$

所以，原建造国家体育馆的预算资金为40亿元.

在解决实际问题的过程中，往往需要引入适当的未知数，根据题目中的等量关系列出方程，并求得方程的解.

列方程解应用题的一般步骤是：

1. 设未知数(元)；
2. 列方程；
3. 解方程；
4. 检验并作答.

上海市教育委员会版权所有

8分49秒=529秒.



例题1 在2004年雅典奥运会闭幕式上，中国表演队用了8分49秒表演舞动北京、中华武术、少儿京剧等节目，这三个节目的表演时间之比是10:8:5.那么舞动北京、中华武术、少儿京剧等节目表演的时间各是多少秒?

分析 根据题意，可以得到等式：

$$\underset{\text{表演时间}}{\text{舞动北京的}}+\underset{\text{表演时间}}{\text{中华武术的}}+\underset{\text{表演时间}}{\text{少儿京剧的}}=529\text{秒}.$$

按三个节目的表演时间之比，可设舞动北京的表演时间为$10x$秒，中华武术的表演时间为$8x$秒，少儿京剧的表演时间为$5x$秒.

解 设舞动北京、中华武术、少儿京剧的表演时间分别为$10x$秒、$8x$秒、$5x$秒.根据题意，得

$$10x+8x+5x=529.$$

解方程，得 $x=23$.

所以，$10x=230$，$8x=184$，$5x=115$.

答：舞动北京的表演时间为230秒，中华武术的表演时间为184秒，少儿京剧的表演时间为115秒.



许多实际问题中的已知量与未知量之间存在着一种等量关系.把这种等量关系式写出来，得到方程，求出方程的解，通过检验获得实际问题的解.我们这样解决问题的方法为方程的思想方法.

练习6.4(1)

列方程解下列应用题：

1. 在第25届、第26届奥运会上，中国代表团共获得了60枚金牌，这两届奥运会中国获得的金牌数之比是7:8，问第25届奥运会上中国代表团共获得多少枚金牌.
2. 小明、小杰两人共有500本图书.如果小杰送给小明15本，两人的图书就一样多，问小明、小杰原来各有多少本图书.

上海市教育委员会版权所有

问题

上网查寻银行储蓄的利率.

小杰2月份到银行将积攒的300元零用钱定期储蓄一年，到期时小杰得到的税前本利和是多少？

储蓄存款中的等量关系有：

利息=本金×利率×期数.

本利和=本金+利息.

税后本利和=本金+税后利息.

税后利息=利息−利息税.

例题2 小丽的妈妈在银行里存入人民币5 000元，国家规定存款利息的纳税办法是：利息税=利息×20%，储户取款时由银行代扣代收.存期一年，到期可得人民币5 090元，求这项储蓄的年利率是多少.

解 设这项储蓄的年利率是x.根据题意，得

$$5\,000+5\,000\times x\times 1\times(1-20\%)=5\,090.$$

解方程，得 $x=0.022\,5$.

所以 $x=2.25\%$.

答：这项储蓄的年利率是2.25%.

例题3 一种节能型冰箱，商店按原售价的九折出售，降价后的新售价是每台2 430元，因为商店按进价加价20%作为原售价，所以降价后商店还能赚钱.请问：这种节能型冰箱的进价是多少元？按降价后的新售价出售，商店每台还可赚多少元？

解 设这种节能型冰箱每台的进价是x元，那么每台冰箱原售价是$(1+20\%)x$元.根据题意，得

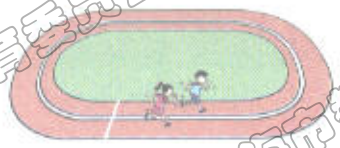
$$(1+20\%)x\cdot 90\%=2\,430.$$

解方程得 $x=2\,250$.

上海市教育委员会版权所有

$$2\,430-2\,250=180.$$

答:这种节能型冰箱的进价是2 250元,按降价后的新售价出售,商店每台还可赚180元.



例题4 小杰、小丽分别在400米环形跑道上练习跑步与慢走,小杰每分钟跑320米,小丽每分钟走120米,两人同时由同一起点同向出发,问几分钟后,小丽与小杰第一次相遇.

分析 由于小杰、小丽在环形跑道上同时同地同向出发,因此小丽与小杰第一次相遇,必须是小杰比小丽多跑一圈,得到的等式是:

小杰所跑的路程-小丽所走的路程=400.

因为"速度×时间=路程",所以三个量中只要已知其中两个量就可以得到第三个量.

解 设x分钟后小丽与小杰第一次相遇.根据题意,得

$$320x-120x=400.$$

解方程,得 $x=2$.

答:出发2分钟后小丽与小杰第一次相遇.

练习6.4(2)

1. 若银行一年定期储蓄的年利率是2.25%,小丽的父亲取出一年到期的本金及利息时,扣除了利息税27元,问小丽的父亲存入的本金是多少元.
2. 一家商店将某种服装按成本价加价40%作为标价,又以8折(即按标价的80%)优惠卖出,结果每件服装仍可获利15元,问这种服装每件的成本价是多少元.
3. 小丽、小明在400米环形跑道上练习跑步,小丽每分钟跑220米,小明每分钟跑280米,两人同时由同一起点反向而跑,几分钟以后,小丽与小明第一次相遇?
4. 某校航空模型小组在飞机模型比赛中,第一架模型飞机比第二架模型飞机少飞行480米.已知第一架模型飞机的速度比第二架模型飞机的速度快1米/秒,两架模型飞机在空中飞行的时间分别为12分和16分,这两架模型飞机各飞行了多少距离?

上海市教育委员会版权所有

6 第3节 一元一次不等式(组)

6.5 不等式及其性质

思考







警察叔叔告诉我们，其中三个标志表达的意义是，汽车的速度不能超过每小时40千米，汽车的高度必须低于4米，汽车的重量不能超过20吨.

你能用语言描述照片上交通标志中的数字符号所表示的意义吗?

符号“≤”表示什么意义?

用数学关系式来表示它们的意义就是：$v\leqslant 40$(千米/时)；$h<4$(米)；$p\leqslant 20$(吨).

其中正数v、h、p分别表示汽车速度、汽车高度和汽车重量.



上海市教育委员会版权所有

在比较两个有理数的大小时，我们用“>”或“<”等符号表示，如15>7，8<20等.

用不等号“>”、“<”、“≤”或“≥”表示的关系式，叫做不等式(inequality).

例题1 用不等式表示：

(1) a与b的和小于0；

(2) x的一半减去3所得的差大于或等于−5；

解 (1) $a+b<0$.

(2) $\frac{x}{2}-3\geqslant -5$.



观察

在天平秤的两边各增加3个砝码；或在天平秤的两边各减少1个砝码.观察天平秤指针的偏向.

能写出相应的不等式吗？



5>4，5+3>4+3，5−1>4−1

不等式性质1 不等式的两边同时加上(或减去)同一个数或同一个含有字母的式子，不等号的方向不变. 即：

如果$a>b$，那么$a+m>b+m$；

如果$a<b$，那么$a+m<b+m$.

练习6.5(1)

1 用不等式表示：

(1) a与5的和大于−3；

上海市教育委员会版权所有

(2) 某数的4倍小于或等于12；

(3) 某数的3倍减去2的差是一个非负数；

(4) b的一半小于a与b的乘积.

2 用不等号填空：

(1) 当$a<0$，$b>0$时，ab_____0；　　(2) 当$a<0$，b_____0时，$ab>0$；

(3) 当$a>b$时，$a+5$_____$b+5$；　　(4) 当$\frac{x}{2}<\frac{y}{2}$时，$\frac{x}{2}-3$_____$\frac{y}{2}-3$；

(5) 当$4x=1$时，$4x+2$_____3.

思考

0.2×0.15，0.2×10与0.15×10的大小关系如何？

6−0.2×10与6−0.15×10的大小关系如何？

李老师与王老师的家离学校的距离都是6千米，下班后他俩同时骑车回家，骑车的速度分别是每分钟0.2千米与每分钟0.15千米. 10分钟后，他俩谁离学校的距离远？谁离自己家的距离远？

不等式性质2　不等式的两边同时乘以(或除以)同一个正数，不等号的方向不变.即：

如果$a>b$，且$m>0$，那么$am>bm$(或$\frac{a}{m}>\frac{b}{m}$)；

如果$a<b$，且$m>0$，那么$am<bm$(或$\frac{a}{m}<\frac{b}{m}$).

不等式的两边都乘以零，结果如何？

不等式性质3　不等式的两边同时乘以(或除以)同一个负数，不等号的方向要改变.即：

如果$a>b$，且$m<0$，那么$am<bm$(或$\frac{a}{m}<\frac{b}{m}$)；

如果$a<b$，且$m<0$，那么$am>bm$(或$\frac{a}{m}>\frac{b}{m}$).

上海市教育委员会版权所有

例题2 设$a<b$,用不等号填空,并写出理由:

(1) $3a$_____$3b$ (不等式性质_____);

(2) $a-\frac{2}{5}$_____$b-\frac{2}{5}$ (不等式性质_____);

(3) $-2a$_____$-2b$ (不等式性质_____).

解 (1) $3a$ < $3b$ (不等式性质2).

(2) $a-\frac{2}{5}$ < $b-\frac{2}{5}$ (不等式性质1).

(3) $-2a$ > $-2b$ (不等式性质3).

思考

如果$a>b$,$m\neq 0$,那么是否一定有$am>bm$?你能举例说明吗?

练习6.5(2)

1. 设$a>b$,用不等号填空,并写出理由:

(1) $-5a$_____$-5b$ (不等式性质_____);

(2) $a+\frac{3}{8}$_____$b+\frac{3}{8}$ (不等式性质_____);

(3) $9a$_____$9b$ (不等式性质_____);

(4) $-a$_____$-b$ (不等式性质_____).

2. 说明下列不等式是怎样变形的:

(1) 从$2x^2+13>20$,得$2x^2>7$;

(2) 从$-5y>45$,得$y<-9$;

(3) 从$-5>2a$,得$a<-\frac{5}{2}$.

上海市教育委员会版权所有

6.6 一元一次不等式的解法

思考



在图中的交通标志下，哪些高度的车辆才能在此地通过？这些高度的值有多少个？



1.6米、2.7米、3米、$3\frac{1}{3}$米、……

在含有未知数的不等式中，能使不等式成立的未知数的值，叫做不等式的解.

例如，不等式$x<4$的解有1，1.5，3.4，0.3，-5，-10.4，-10^8…等数，用小于4的任何一个数代替x，不等式都能够成立，所以不等式$x<4$的解有无数个.

一般情况下，一元一次方程的解只有一个，一元一次不等式的解可以有无数个.

一个不等式的解的全体叫做不等式的解集.

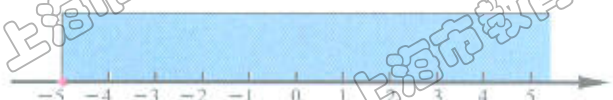
不等式的解集可以在数轴上直观地表示出来.如：不等式$x<4$的解集在数轴上的表示如下：

在表示4的点上画空心圈，表示解集中不包含4.



不等式$x\geqslant -5$的解集在数轴上的表示如下：

在表示-5的点上画实心圈，表示解集中包含-5.



* $x<4$的解集中除了有无数个有理数外，还有无数个无理数，如π等数，今后我们将会学习.

问题

建一个长、宽分别是5米和4米的长方体的蓄水池，计划这个蓄水池能蓄水50立方米，这个蓄水池的深度至少要多少米？

如果设蓄水池的深度为x米，可以得到不等式：

$$4\times5\times x\geqslant 50.$$

根据不等式的性质，可以解得$x\geqslant 2.5$.

所以这个蓄水池的深度至少要2.5米.

求不等式的解集的过程叫做**解不等式**.

例题1 求下列不等式的解集，并把它们的解集分别在数轴上表示出来：

(1) $x-2<0$;

(2) $3x\geqslant -15$.

解 (1) 在不等式两边都加上2，得

$$x-2+2<0+2.$$

$$x<2.$$

这个不等式的解集在数轴上表示为：

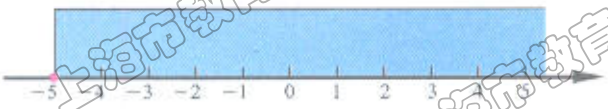


(2) 在不等式两边都除以3，得

$$3x\div 3\geqslant (-15)\div 3.$$

$$x\geqslant -5.$$

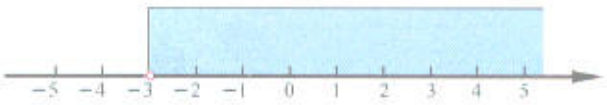
这个不等式的解集在数轴上表示为：



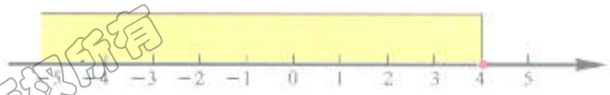
例题2 根据数轴上表示的不等式解集，分别写出满足下列条件的一个不等式：



(1)



(2)



解 (1) $x\geqslant -3$;

(2) $x\leqslant 4$.

练习6.6(1)

1 求下列不等式的解集,并把它们的解集分别在数轴上表示出来:

(1) $x+1<3$; (2) $4x\geqslant -28$;

(3) $3x-1>-2$; (4) $x-\frac{2}{5}\leqslant 7\frac{3}{5}$.

2 在$-3,-1,0,4,8$中,分别找出使下列不等式成立的x的值.

(1) $5x+12<0$; (2) $x-3\geqslant 4$;

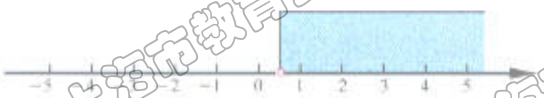
(3) $-4x\leqslant -16$; (4) $\frac{3}{4}x>\frac{1}{4}x-2$.

3 根据数轴上表示的不等式解集,分别写出满足下列条件的不等式:

(1)



(2)



思考

小明、小杰和小丽代表班级参加学校组织的团体智力竞赛.小明得分75分,小杰得分82分,问小丽得多少分,才能使三人团体总分不低于240分.

如果设小丽的得分是x分,那么可以得到不等式:

$$75+82+x\geqslant 240.$$



这样的不等式有什么特征?

上海市教育委员会版权所有

只含有一个未知数且未知数的次数是一次的不等式叫做一元一次不等式(linear inequality in one variable).



求不等式$75+82+x\geqslant 240$的解集，就是要解这个一元一次不等式.你会解吗?

还记得解一元一次方程的步骤吗?

$$75+82+x\geqslant 240,$$

即
$$157+x\geqslant 240.$$

在不等式$157+x\geqslant 240$的两边同时减去157,得

$$x\geqslant 83.$$

所以,小丽得分必须大于或等于83分,才能使三人团体的总分不低于240分.

解一元一次不等式的一般步骤与解一元一次方程类似,可概括为:

1. 去分母;
2. 去括号;
3. 移项;
4. 化成$ax>b$(或$ax<b$等)的形式(其中$a\neq 0$);
5. 两边同除以未知数的系数,得到不等式的解集.

例题3 解不等式$3x+12>40-x$，并把它的解集表示在数轴上.

解 移项,得
$$3x+x>40-12.$$

即
$$4x>28.$$

不等式两边同除以4,不等号方向不变.

两边同除以x的系数4,得
$$x>7.$$

这个不等式的解集在数轴上表示为:



上海市教育委员会版权所有

例题4 解不等式$4x-10<15x-(8x-2)$，并把不等式的解集表示在数轴上.

不等式两边同除以-3，不等号方向要改变.

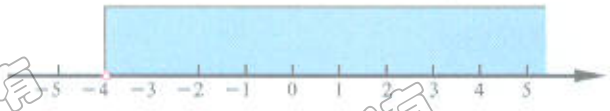
解 去括号，得 $4x-10<15x-8x+2$.

移项，得 $4x-15x+8x<2+10$.

化简，得 $-3x<12$.

两边同除以x的系数-3，得 $x>-4$.

这个不等式的解集在数轴上表示为：



练习16.6(2)

1. 判断下列不等式是不是一元一次不等式，如果不是，请简要说明理由.

(1) $16x<0$；　　(2) $3x-y>56$；

(3) $2y-(y-9)<-1$；　　(4) $x^2\geqslant 35$.

2. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $7x<6x-3$；　　(2) $5x-12<8x-33$；

(3) $\frac{5}{4}x+4\leqslant\frac{9}{4}x-1$；　　(4) $3(6x+7)\geqslant 8-2(5x-9)$.

例题5 解不等式$\frac{2x-5}{16}\geqslant\frac{4x+5}{2}$，并把不等式的解集表示在数轴上.

还记得如何解方程$\frac{2x-5}{16}=\frac{4x+5}{2}$吗？

解 去分母，得 $2x-5\geqslant 8\times(4x+5)$.

去括号，得 $2x-5\geqslant 32x+40$.

移项，整理，得 $-30x\geqslant 45$.

两边同除以x的系数-30，得 $x\leqslant-\frac{3}{2}$.

上海市教育委员会版权所有

这个不等式的解集在数轴上表示为：



例题6 六年级师生共284人乘车外出春游，如果每辆旅游车可乘48人，那么至少需要多少辆旅游车？

解 设需要x辆旅游车，根据题意，得

$$48x \geqslant 284.$$

解得

$$x \geqslant \frac{71}{12}.$$

要注意问题的实际生活背景.

因为x是使不等式成立的最小的正整数，所以$x=6$.

答：至少需要6辆旅游车.

练习6.6(3)

1. 解下列不等式，并把它们的解集在数轴上表示出来：

(1) $\frac{7x-13}{6} > \frac{3x-8}{3}$；　(2) $\frac{5}{7}x+\frac{2}{3} \leqslant \frac{x+12}{21}$；　(3) $3-\frac{x-2}{2} \leqslant \frac{1}{6}x$.

2. 求不等式$4-7x<41+3x$的负整数解.

6.7 一元一次不等式组

思考

一件商品的成本价是30元，若按原价的八八折销售，至少可获得10%的利润，若按原价的九折销售，可获得不足20%的利润，那么此商品的原价在什么范围内？



想一想，怎样用不等式表示？

上海市教育委员会版权所有

设这件商品的原价为x元，根据题意必须同时满足下列两个不等式：

$88\%x \geqslant 30+30\times10\%$和$90\%x < 30+30\times20\%$.

可以记作：$\begin{cases} 88\%x \geqslant 30+30\times10\%, \\ 90\%x < 30+30\times20\%. \end{cases}$

由几个含有同一个未知数的一次不等式组成的不等式组，叫做**一元一次不等式组**(system of linear inequalities in one variable)．不等式组中所有不等式的解集的公共部分叫做这个**不等式组的解集**.求不等式组的解集的过程叫做**解不等式组**.

如何求不等式组$\begin{cases} 88\%x \geqslant 30+30\times10\%, \\ 90\%x < 30+30\times20\% \end{cases}$的解集呢？

求出各个不等式的解集.

把各个不等式的解集表示在同一数轴上.

求出它们的公共部分.







不等式$88\%x \geqslant 30+30\times10\%$的解集是$x \geqslant 37.5$，不等式$90\%x < 30+30\times20\%$的解集是$x < 40$，把这两个解集在同一条数轴上表示出来：



数轴上两个解集的公共部分就是这个不等式组的解集：$37.5 \leqslant x < 40$.

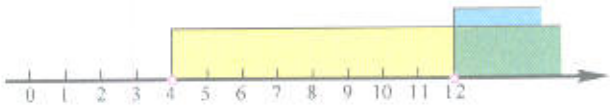
所以，这件商品的原价在37.5元(包括37.5元)至40元范围内.

例题1 利用数轴确定下列不等式组的解集：

(1) $\begin{cases} x>4, \\ x>12; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x<4, \\ x<-3; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x<4.5, \\ x>-3; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x>4, \\ x<-3\dfrac{1}{2}. \end{cases}$

(1) 分别把$x>4$，$x>12$的解集在数轴上表示出来：



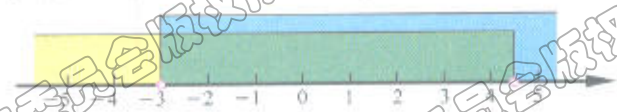
所以，不等式组 $\begin{cases} x>4, \\ x>12 \end{cases}$ 的解集是 $x>12$.

(2) 分别把$x<4$，$x<-3$的解集在数轴上表示出来：



所以，不等式组 $\begin{cases} x<4, \\ x<-3 \end{cases}$ 的解集是 $x<-3$.

(3) 分别把$x<4.5$，$x>-3$的解集在数轴上表示出来：



所以，不等式组 $\begin{cases} x<4.5, \\ x>-3 \end{cases}$ 的解集是 $-3<x<4.5$.

如果各个不等式的解集没有公共部分，那么这个不等式组无解.

(4) 分别把$x>4$，$x<-3\dfrac{1}{2}$的解集在数轴上表示出来：



所以，不等式组 $\begin{cases} x>4, \\ x<-3\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 无解.

例题2 解不等式组：$\begin{cases} 4x>2x-6, & ① \\ 10+3x>7x-30. & ② \end{cases}$

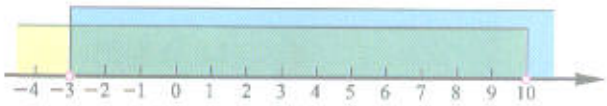
解　由①，得　　$2x>-6$.

解得　　$x>-3$.

由②，得　　$-4x>-40$.

解得　　$x<10$.

不等式①、②的解集在数轴上表示为：



所以，原不等式组的解集是 $-3<x<10$.

练习6.7(1)

1. 利用数轴确定下列不等式组的解集：

(1) $\begin{cases} x>0, \\ x>2; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x<1\frac{1}{2}, \\ x<-5; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x\leqslant 2\frac{1}{3}, \\ x>-0.5; \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} x\geqslant -7, \\ x>\frac{x}{3}. \end{cases}$

2. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases} 3x-5>2x-1, \\ 5x-6>2x; \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 5-2x<2x-1, \\ x+3>2x. \end{cases}$

例题3　解不等式组：$\begin{cases} \dfrac{5-2x}{4}>\dfrac{3-2x}{6}, & ① \\ 5x\leqslant 4x-14. & ② \end{cases}$

不等式①两边都乘以4、6的最小公倍数12，不等号的方向不变.

解　由①，得　　$15-6x>6-4x$.

解得　　$x<\frac{9}{2}$.

由②，得　　$4x\leqslant -14$.

解得　　$x\leqslant -\frac{7}{2}$.

不等式①、②的解集在数轴上表示为：



所以,原不等式组的解集是 $x\leqslant -\frac{7}{2}$.

例题4 求不等式组 $\begin{cases}5x-10>2x-4,\\3(x-2)+4\leqslant 25-(x+6)\end{cases}$ 的整数解.

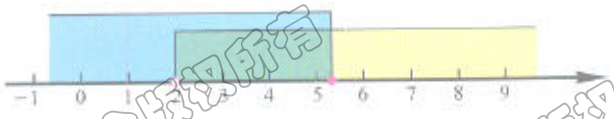
解 不等式组

$$\begin{cases}5x-10>2x-4, & ①\\3(x-2)+4\leqslant 25-(x+6). & ②\end{cases}$$

由①,解得 $x>2$.

由②,解得 $x\leqslant \frac{21}{4}$.

不等式①、②的解集在数轴上表示为:



所以,原不等式组的解集是 $2<x\leqslant \frac{21}{4}$.它的整数解是3、4、5.



概括

解一元一次不等式组的一般步骤是:

1. 求出不等式组中各个不等式的解集;
2. 在数轴上表示各个不等式的解集;
3. 确定各个不等式解集的公共部分,就得到这个不等式组的解集.

练习6.7(2)

1. 解下列不等式组：

(1) $\begin{cases} 16x>24x-32, \\ 9x>7x-6; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2(x-4)\leqslant x-6, \\ 4+x>5x-24; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} \dfrac{x-7}{15}<\dfrac{x-2}{5}, \\ \dfrac{1}{2}x-1\leqslant 3-\dfrac{3}{2}x. \end{cases}$

2. 求不等式组 $\begin{cases} 7(x-1)<4x+3, \\ 6\left(\dfrac{2}{3}x+1\right)\geqslant 2x+5 \end{cases}$ 的整数解.

上海市教育委员会版权所有

6

第4节　一次方程组

6.8　二元一次方程

问题



小丽母亲的生日到了，小丽用10元钱去买一束鲜花送给母亲，这束鲜花要由红和粉红两种颜色的康乃馨组成.已知红色康乃馨0.7元一支，粉红色康乃馨0.5元一支，那么这束花可以由几支红色康乃馨、几支粉红色康乃馨组成?

设这束鲜花中红色康乃馨有x支，粉红色康乃馨有y支，那么可列方程

$$0.7x+0.5y=10\ (x、y为正整数),$$

即
$$7x+5y=100\ (x、y为正整数).$$

这个方程与一元一次方程有何共同和不同的特征?

含有两个未知数的一次方程叫做**二元一次方程**(linear equation in two variables).

方程$7x+5y=100$中的未知数x、y都要取正整数，由于$0<7x<100$，即$0<x<\frac{100}{7}$，所以x取1到14的正整数，列表如下：

把方程$7x+5y=100$变形为$y=\frac{100-7x}{5}$，每一个x的值都对应一个y的值.

x	1	2	……	5	6	……	10	11	……	14
y	$\frac{93}{5}$	86	……	13	$\frac{58}{5}$	……	6	$\frac{23}{5}$	……	$\frac{2}{5}$

其中符合题意的x、y的取值分别是5、13和10、6，记作

$$\begin{cases}x=5,\\y=13;\end{cases}\quad\begin{cases}x=10,\\y=6.\end{cases}$$

上海市教育委员会版权所有

所以，小丽买的鲜花可以由5支红色康乃馨、13支粉红色康乃馨组成，或由10支红色康乃馨，6支粉红色康乃馨组成.

使二元一次方程两边的值相等的两个未知数的值，叫做**二元一次方程的解**.

方程$7x+5y=100$有无数个解



方程$7x+5y=100$的正整数解只有2个，如果不考虑解的实际意义，那么方程$7x+5y=100$还有其他解吗？它的解有多少个呢？

二元一次方程的解有无数个，二元一次方程的解的全体叫做这个**二元一次方程的解集**.

例题1 将方程$36x-4y=56$变形为用含x的式子表示y，并求出x分别取2、-5时相应的y的值.

解 方程变形为 $4y=36x-56$.

即 $y=9x-14$.

将$x=2$，$x=-5$分别代入$y=9x-14$，得

$y=9\times2-14=4$；$y=9\times(-5)-14=-59$.

所以，x取2、-5时相应的y的值分别为4和-59.

例题2 求二元一次方程$x+4y=16$的正整数解.

分析 方程$x+4y=16$的解有无数个，但正整数解是有限多个，只需考虑$0<y<4$（或$0<x<16$）中是否有相应的正整数.

想一想，为什么？

解 将原方程变形为 $x=16-4y$. ①

分别取$y=1$，$y=2$，$y=3$代入①，求出相应的x的值分别为：

$x=16-4\times1=12$；$x=16-4\times2=8$；$x=16-4\times3=4$.

所以，二元一次方程$x+4y=16$的正整数解是：

$$\begin{cases}x=12,\\y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=8,\\y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=4,\\y=3.\end{cases}$$

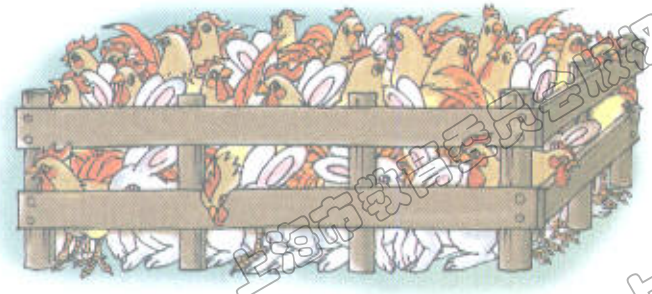
上海市教育委员会版权所有

练习6.8

1. 将方程$3x+y=11$变形为用含x的式子表示y，并分别求$x=-1$，$x=\frac{3}{10}$时相应的y的值.
2. 将方程$3x-2y=25$变形为用含y的式子表示x，并分别求$y=-4$，$y=7$时相应的x的值.
3. 求二元一次方程$5x+y=45$的正整数解.
4. 求二元一次方程$2x+y=-7$的负整数解.

6.9 二元一次方程组及其解法

问题



中国古代的《孙子算经》中记载了一个有趣的鸡兔同笼问题："今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？"

如果设笼中有鸡x只，兔y只，根据题意，不仅可以列出方程$x+y=35$，而且还可以列出方程$2x+4y=94$，把两个方程合在一起，写成

$$\begin{cases} x+y=35, \\ 2x+4y=94. \end{cases}$$

由几个方程组成的一组方程叫做方程组. 如果方程组中含有两个未知数，且含未知数的项的次数都是一次，那么这样的方程组叫做**二元一次方程组**.

上海市教育委员会版权所有

方程$x+y=35$的解列表如下：

x	…	22	23	24	25	…
y	…	13	12	11	10	…

方程$2x+4y=94$的解列表如下：

x	…	22	23	24	25	…
y	…	12.5	12	11.5	11	…

从表中可以看出$x=23$，$y=12$既是方程$x+y=35$的解，又是方程$2x+4y=94$的解，所以二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=35,\\2x+4y=94\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=23,\\y=12.\end{cases}$

在二元一次方程组中，使每个方程都适合的解，叫做**二元一次方程组的解**.

思考

小明到体育用品商店购买羽毛球、乒乓球，需购羽毛球的数量是乒乓球数量的2倍. 商店里每只羽毛球的价格是2元，每只乒乓球的价格是1.5元，小明共花费了11元，问小明购买的羽毛球、乒乓球的数量各是多少.

如果设小明购买羽毛球x只、乒乓球y只，那么可得方程组

$$\begin{cases}x=2y, & ①\\2x+1.5y=11. & ②\end{cases}$$



是否一定要先求出方程组中的每个方程的解，再求这些解的公共解？



把方程②中的x用方程①中的$2y$代替，得到关于y的一元一次方程，就可以解了！

上海市教育委员会版权所有

求方程组解的过程叫做解方程组.

$2x+1.5y=11$ —用$x=2y$代入→ $2\times2y+1.5y=11$

↓

解得$x=4$ ← $x=2y$ ←用$y=2$代入— 解得$y=2$

所以,原方程组的解是 $\begin{cases}x=4,\\y=2.\end{cases}$

因此小明花11元买了4只羽毛球,2只乒乓球.

方程中未知数y的系数是-1,可直接用含x的式子来表示y.

转化为一元一次方程!

例2 解方程组: $\begin{cases}3x-y=5, & ①\\4x+2y=11, & ②\end{cases}$

解 由①,得 $y=3x-5$. ③

把③代入②,得 $4x+2(3x-5)=11$.

解得 $x=\frac{21}{10}$.

把$x=\frac{21}{10}$代入③,得 $y=3\times\frac{21}{10}-5$, $y=\frac{13}{10}$.

所以,原方程组的解是 $\begin{cases}x=\frac{21}{10},\\y=\frac{13}{10}.\end{cases}$

通过"代入"消去一个未知数,将方程组转化为一元一次方程,这种解法叫做代入消元法,简称代入法.

练习6.9(1)

1 下列方程组中,哪些是二元一次方程组?

(1) $\begin{cases}5x+6y=21,\\xy=-2;\end{cases}$ (2) $\begin{cases}14x=-9y+76,\\y=-8;\end{cases}$

上海市教育委员会版权所有

(3) $\begin{cases} x^2-4y=\dfrac{44}{3}, \\ 3x-9y=5; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \dfrac{3}{4}x-5y=1.2, \\ 22x+11y=-5.5. \end{cases}$

② 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} 7x-3y=54, \\ y=-20; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 8x-3y=11, \\ x-y=-8; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} \dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{3}y=3, \\ y-2x=5; \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \dfrac{7}{2}x-y=\dfrac{3}{2}, \\ 3x+2y=-8. \end{cases}$

上海市教育委员会版权所有

思考

如何求方程组 $\begin{cases} x-2y=6, \\ 3x+2y=10 \end{cases}$ 的解？



将第一个方程中的x用$2y+6$代入第二个方程，得到一个关于y的一元一次方程.



这个方程组的两个方程中未知数前的系数有什么特征？还有什么方法能将方程组转化为一个一元一次方程？



将方程组中的两个方程相加消去y，可以得到一个关于x的一元一次方程.

通过将两个方程相加(或相减)消去一个未知数，将方程组转化为一元一次方程，这种解法叫做**加减消元法**.

例题2 解方程组：$\begin{cases} 2x+4y=9, & ① \\ 3x-5y=8. & ② \end{cases}$



解 由①×5，②×4，得

$$10x+20y=45, \quad ③$$

$$12x-20y=32. \quad ④$$

把③+④，得 $22x=77$.

解得 $x=\frac{7}{2}$.

把$x=\frac{7}{2}$代入①，得 $2\times\frac{7}{2}+4y=9$.

解得 $y=\frac{1}{2}$.

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=\frac{7}{2}, \\ y=\frac{1}{2}. \end{cases}$

练习6.9(2)

解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x-3y=26, \\ 2x+3y=-5; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 9x-3y=16, \\ 9x+11y=-12; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} 5x-3y=12, \\ 3x+4y=-8. \end{cases}$

上海市教育委员会版权所有

6.10 三元一次方程组及其解法

如果方程组中含有三个未知数，且含有未知数的项的次数都是一次，这样的方程组叫做三元一次方程组.

例如，方程组

$$\begin{cases} 15x-3y+2z=1, \\ 3x+4y-z=-18, \\ z=13; \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x-y-z=3, \\ 2x-4y+8z=5, \\ 3x-6y-z=10 \end{cases}$$

等，都是三元一次方程组.



例题1 解方程组：

$$\begin{cases} x=3, & ① \\ y=2, & ② \\ 2x+z=16. & ③ \end{cases}$$

解 将①代入③，解得 $y=2$.

将②代入③，解得 $z=10$.

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=2, \\ z=10. \end{cases}$

上海市教育委员会版权所有

例题2 解方程组：

$$\begin{cases} 3x+2y+5z=2, & ① \\ x+2y-z=6, & ② \\ 4x+2y-7z=30. & ③ \end{cases}$$

应先消去哪一个未知数？

分析 三个方程中未知数y的系数相等或互为相反数，可以把方程①、②相加消去y，方程②、③相加消去y，得到关于x、z的二元一次方程组.

解 由①+②，得 $4x+4z=8.$

即 $x+z=2.$ ④

由②+③，得 $5x-8z=36,$ ⑤

由④×5−⑤，得 $13z=-26.$

解得 $z=-2.$

把$z=-2$代入④，解得 $x=4.$

把$x=4$，$z=-2$代入①，得 $3\times4+2y+5\times(-2)=2.$

解得 $y=0.$

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=4, \\ y=0, \\ z=-2. \end{cases}$

例题3 解方程组：

$$\begin{cases} x+y=-14, & ① \\ y+z=-7, & ② \\ x+z=19. & ③ \end{cases}$$

也可以把三个方程相加，得到$2(x+y+z)=-2$，即$x+y+z=-1$④，④−①、④−②、④−③可以分别得到z、x、y的值.

解 由①−②，得 $x-z=-7.$ ④

由③+④，得 $2x=12.$

解得 $x=6.$

把$x=6$代入①，解得 $y=-20.$

把$x=6$代入③，解得 $z=13.$

所以，原方程组的解是 $\begin{cases} x=6, \\ y=-20, \\ z=13. \end{cases}$

上海市教育委员会版权所有

练习6.10

1. 下列方程组中，哪些是三元一次方程组？

(1) $\begin{cases} 11x-3y+6z=1, \\ 2x+4y=7z, \\ 9y-3z=0; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x-y+5z=2, \\ 5x+6yz=-8, \\ 2x-7y=15; \end{cases}$ (3) $\begin{cases} \frac{8}{9}x-\frac{5}{9}y+2z=\frac{2}{3}, \\ 3y-9x+18z=-5. \end{cases}$

2. 解下列方程组：

(1) $\begin{cases} x=5, \\ x+5y-2z=-4, \\ 4x-3y+2z=1; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 9x-5y+z=-6, \\ 9x+y+4z=3, \\ -9x+3y-5z=0; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y=2, \\ y+z=-27, \\ z+x=13. \end{cases}$

6.11 一次方程组的应用

思考



参观上海科技馆的成人票、学生票的票价分别为60元、45元，一天，科技馆卖出成人票、学生票共1万张，票务收入为51万元，问这两种票各卖出多少张.

分析 根据题意可得到以下两个等式：

成人票+学生票=1万张； ①

60×成人票张数+45×学生票张数=51万元. ②

方法一 如果设售出成人票x万张，由①可知售出学生票$(1-x)$万张，可列出方程

$$60x+45(1-x)=51.$$

方法二 如果设售出成人票x万张，售出学生票y万张.由①，②可列出二元一次方程组

$$\begin{cases} x+y=1, \\ 60x+45y=51. \end{cases}$$



方法一是设一个未知数x，得到关于x的一元一次方程，此方法解方程简便.



方法二是设两个未知数x、y，得到关于x、y的二元一次方程组，此方法列方程容易.



列方程解应用题时要合理选择未知数的个数. 对于含有两个未知数的应用题一般采用列二元一次方程组求解；对于含有三个未知数的应用题一般采用列三元一次方程组求解.



例题1 六年级(1)班、(2)班各有44人，两个班都有一些同学参加课外天文小组，(1)班参加天文小组的人数恰好是(2)班没有参加天文小组的人数的$\frac{1}{3}$，(2)班参加天文小组的人数恰好是(1)班没有参加天文小组的人数的$\frac{1}{4}$. 问六年级(1)班、(2)班没有参加天文小组的各多少人.

分析 根据题意，可以得到等式：

(1) 班参加的人数$=\frac{1}{3}\times$(2)班没有参加的人数.

(2) 班参加的人数$=\frac{1}{4}\times$(1)班没有参加的人数.

解 设六年级(1)班没有参加天文小组的有x人，(2)班没有参加天文小组的有y人. 根据题意，得

$$\begin{cases} 44-x=\dfrac{1}{3}y, & ① \\ 44-y=\dfrac{1}{4}x. & ② \end{cases}$$

由①,得 $x=44-\dfrac{1}{3}y$. ③

把③代入②,解得 $y=36$.

把$y=36$代入③,解得 $x=32$.

所以,这个方程组的解是 $\begin{cases} x=32, \\ y=36. \end{cases}$

答:没有参加天文小组的六年级(1)班有32人,六年级(2)班有36人.

练习6.11(1)

1. 班委会花100元购买了笔记本和钢笔共22件作为班级奖品,如果每本笔记本的价格是2.5元,每支钢笔的价格是7元,那么班委会购买了多少本笔记本?多少支钢笔?
2. 学生课桌装配车间共有79人,每个木工一天能装配双人课桌4张或单人椅10把,怎样分配工作能使一天装配的课桌椅配套?
3. 甲乙两油桶,甲桶有油400千克,乙桶有油130千克,如果甲桶放出的油与乙桶放出的油的重量比是2:1,那么甲桶所剩油的重量是乙桶所剩油的重量的4倍.问甲乙两油桶各放出了多少千克的油.

例题2 本章开始部分的问题是:小明家使用的是分时电表,电费的峰、谷时段比平时段便宜0.31元.3月小明家平时段的用电量是283千瓦时,谷时段的用电量是127千瓦时,电费金额共计210.73元.求分时电表平时段、谷时段每千瓦时的价格各是多少元.

上海市教育委员会版权所有

分析 根据题意,可列表如下:

	用电量(千瓦时)	单价(元)	金额(元)
平时段	283	x	$283x$
谷时段	127	y	$127y$

由电价差额及总金额这两个已知量,可以列出相应的两个方程.

解 设分时电表平时段每千瓦时的价格是x元,谷时段每千瓦时的价格是y元.根据题意,得方程组

$$\begin{cases} x-y=0.31, \\ 283x+127y=210.73. \end{cases}$$

解这个方程组,得$\begin{cases} x=0.61, \\ y=0.30. \end{cases}$

答:分时电表平时段每千瓦时的价格是0.61元,谷时段每千瓦时的价格是0.30元.

例题3 一名篮球队员在一场比赛中15投10中得20分,投进两分球的个数是投进三分球个数的3倍.问:这名篮球队员投中了几个三分球?几个两分球?罚中了几个球?

分析 应仔细考察本题所给的数据,合理选取有效信息解决问题.15投在本题中是多余信息,应去除.

本题可以列二元一次方程组解答吗?

解 设这名篮球运动员在这场比赛中投中了x个三分球,y个两分球,罚中了z个球.根据题意,得方程组

$$\begin{cases} 3x+2y+z=20, \\ x+y+z=10, \\ y=3x. \end{cases}$$

解这个方程组,得$\begin{cases} x=2, \\ y=6, \\ z=2. \end{cases}$

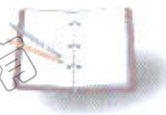
答:这名篮球队员投中了2个三分球,6个两分球,罚中了2个球.

练习6.11(2)

1. 六年级同学参加了绿化植树活动，共种了柳树苗、梧桐树苗、松树苗共900棵，其中梧桐树苗棵数是松树苗棵数的2倍，柳树苗棵数是梧桐树苗棵数的3倍.问柳树苗、梧桐树苗、松树苗各栽了多少棵.

2. 电信局现有600部已申请电话待装，此外每天另有新申请电话待装.设每天新申请的电话数相同，如果安排3个装机小组，60天恰好完工；如果安排5个装机小组，20天恰好完工.问：每天新申请装机电话多少部？每个装机小组每天安装多少部电话？

上海市教育委员会版权所有



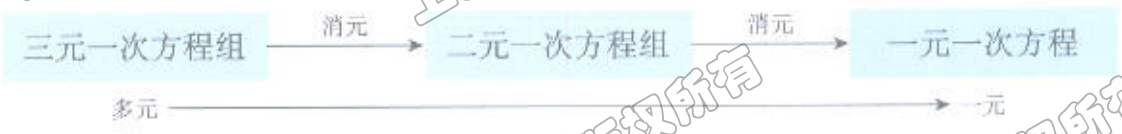
本章小结

本章学习了一元一次方程、二元一次方程(组)、三元一次方程组以及一元一次不等式(组)的概念及其解法,学习时应注意方程与不等式及其解法之间的联系与区别,体会消元、化归的数学方法和数学思想,加强用方程解决实际问题的意识.

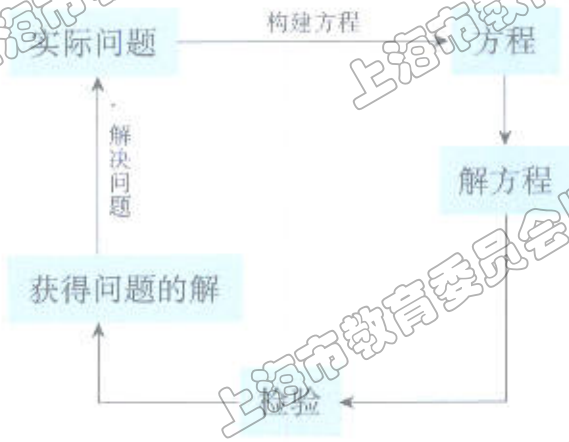
我们可以从以下三个方面进一步理解本章的内涵:

1. 方程、不等式的概念及解法,以及它们的区别与联系.

2. 化归思想.



3. 方程意识.

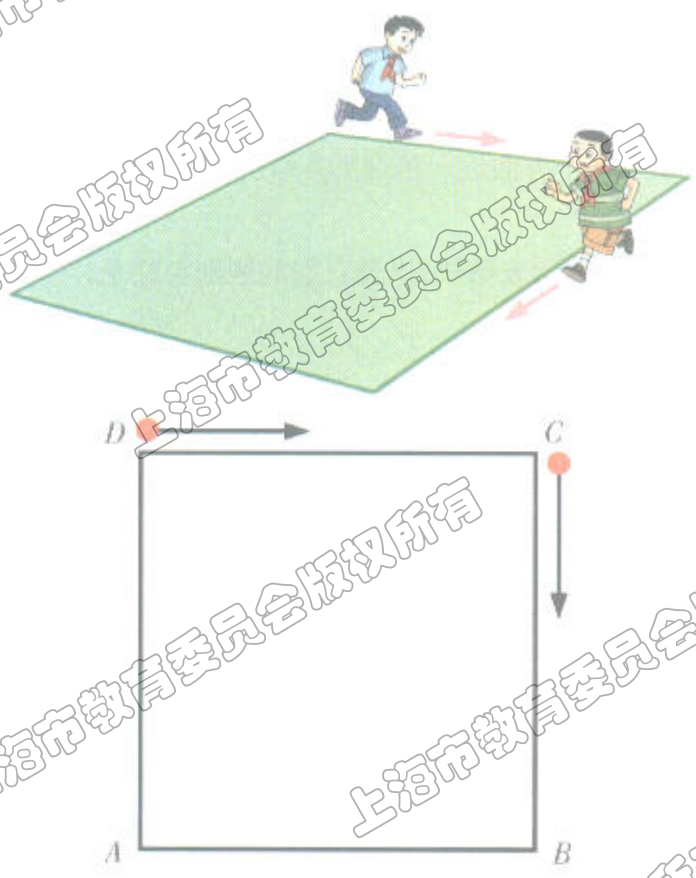


上海市教育委员会版权所有

探究活动

行程问题探究

小明、小杰分别站在边长为12米的正方形道路$ABCD$的顶点D、C处，他们开始各以每秒1米和每秒1.2米的速度沿正方形道路按顺时针方向匀速行走.



问：(1) 经过多少秒，小明第一次(初始位置除外)到达点D处，且小杰第一次到达点C处？经过多少秒，小明第二次到达点D处，且小杰第二次到达点C处？有什么规律？

(2) 经过多少秒，小明和小杰第一次都处在正方形的顶点处？有什么规律？

(3) 经过多少秒，小明和小杰第一次都在正方形的同一顶点处？有什么规律？

(4) 小明和小杰能同时出现在正方形的同一顶点D处吗？为什么？可能出现小明在点D而小杰在点B处的情况吗？

上海市教育委员会版权所有



阅读材料

中国古代的方程两例

《孙子算经》是中国古代的一部数学著作，成书大约在公元400年前后，但并不是孙子所作，作者不详.《孙子算经》中有一个问题："今有妇人河上荡栖，津吏问曰：'栖何以多？'妇人曰：'家有客.'津吏曰：'客几何？'妇人曰：'二人共饭，三人共羹，四人共肉，凡用栖六十五，不知客几何？'"将问题翻译成现代语言的意思是：有一位妇女在河里洗盘子，有人问：为什么洗这么多盘子？妇女回答：家里有客人.那人又问：客人有多少？妇女说：二人合用一个盛饭的盘子，三人合用一个盛汤的盘子，四人合用一个盛肉的盘子，一共用了六十五个盘子.不知客人有多少位？

你能解决这个问题吗？

可以设客人的人数为x，根据题意列出方程：

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=65.$$解得$x=60$.

所以客人有60人.



在中国古代的数学经典著作《九章算术》的方程这一章中有一题：今有五羊、四犬、三鸡、二兔，直钱一千四百九十六；四羊、二犬、六鸡、三兔，直钱一千一百七十五；三羊、一犬、七鸡、五兔，直钱九百五十八；二羊、三犬、五鸡、一兔，直钱八百六十一.问羊、犬、鸡、兔价各几何？

答曰：羊价一百七十七，犬价一百二十一，鸡价二十三，兔价二十九.

这里的直与值意思相同，你看懂古文的意思了吗？这可是一个解四元一次方程组的问题.

请用所学的数学知识检验古人的答案是否正确.

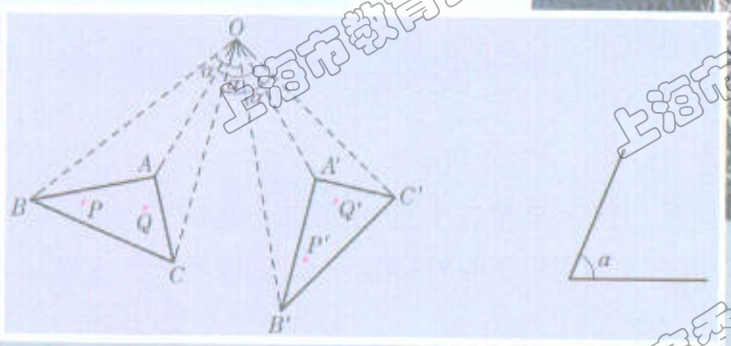
从以上的例子可知，中国古代早已知道方程(组)和它的解法.只是古人将方程组用算筹排列成方阵，然后通过移动算筹来解方程(组)，与我们现在解方程的方法有所不同.

上海市教育委员会版权所有



第七章 线段与角的画法

许多实物的平面图、复杂的几何图形、机械部件或建筑的图纸，都是由基本的图形——线段、角等构成的.



这一章，我们将学习最简单的几何图形——线段与角的画法和大小比较.“线段与角的画法”是指用直尺(可以有刻度)、量角器、圆规等画出和已知线段长度相等的线段及和已知角大小相等的角.如果会画线段与角，那么我们以后就能够构作和研究其他较复杂的几何图形，如三角形、四边形了.

上海市教育委员会版权所有

7

第 1 节 线段的相等与和、差、倍

7.1 线段的大小的比较

思考

怎样表示一条线段?



我们可以用两个大写英文字母表示一条线段的两个端点.如图所示,线段可以用表示端点的两个字母A、B表示,记作线段AB.

我们也可以用一个小写英文字母,如a,表示一条线段(如图),记作线段a.

问题

图中的两支铅笔是否同样长?哪支长?你怎样进行比较?





这个方法引出了比较线段大小的基本方法.



用尺去测量两支铅笔,得到读数后就可以比较它们的长短.



我的方法是如图那样,将它们移到一起,把一端对齐,便可直接比较它们的长短了.

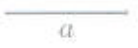
我们把两支铅笔看作线段,上面的问题就是怎样比较两条线段的长短.通常,把比较两条线段的长短称作两条“线段的大小的比较”.

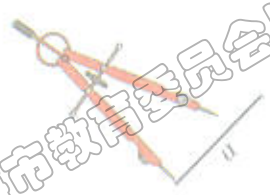
思考

将线段AB移到线段CD的位置,使端点A与端点C重合,线段AB与线段CD叠合.这时端点B有几种可能的位置情况?

	图　形	点 B 的位置	符号表示
情况一		点 B 在线段 CD 上（C、D 之间）	记作：$AB<CD$（或 $CD>AB$）
情况二		点 B 与点 D 重合	记作：$AB=CD$
情况三		点 B 在线段 CD 的延长线上	记作：$AB>CD$（或 $CD<AB$）

例题1　如图，已知线段a，用圆规、直尺画出线段AB，使$AB=a$.





基本的画图语句.

解　1. 画射线AC；

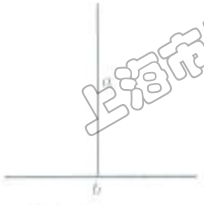
2. 在射线AC上截取线段$AB=a$.

线段AB就是所要画的线段.

以点A为圆心，a为半径画弧，交射线AC于点B.



例题2　观察估计图中线段a、b的大小，然后用比较线段大小的方法对a、b进行比较，并用“$<$”符号联结.

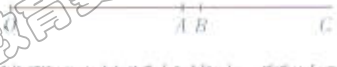


估计$b<a$！



解　1. 画射线OC；

2. 在射线OC上截取$OA=a$，截取$OB=b$.



因为点A在线段OB的延长线上，所以$OA<OB$，即$a<b$.

看来凭观察估计不一定可靠！

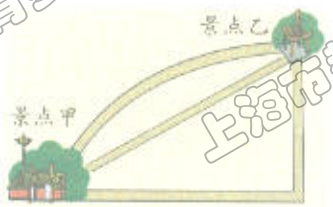


我们知道，如果一条线段的两个端点的位置确定了，那么这条线段的位置就确定了.这可以简单地表达为两点确定一条以这两点为端点的线段.

上海市教育委员会版权所有

联结两点的线段的长度叫做两点之间的距离(distance).

思考



如图,在公园景点甲、乙之间有三条路,小杰想尽快地从景点甲赶到景点乙,请你帮他判断该选择走哪条路,为什么?



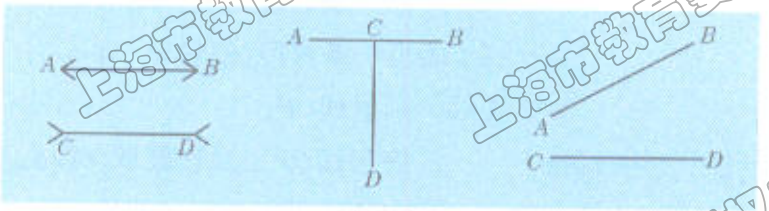
说说你选择走这条路的理由,怎样验证?

概括

两点之间,线段最短.

练习7.1

1. 比较下列各图中两条线段AB与CD的大小.



(第1题)

2. 已知线段AB、CD,$AB>CD$,如果将CD移动到AB的位置,使点C与点A重合,CD与AB叠合,那么点D的位置状况怎样?

3. 用刻度尺量出点A、点B之间的距离(精确到1毫米).



(第3题)

上海市教育委员会版权所有

7.2 画线段的和、差、倍

思考

我们知道数(如有理数)可以相加减,那么作为几何图形的线段是否可以相加减呢?

回答是肯定的.



观察

如左图所示,A、B、C三点在一条直线上,

(1) 图中有几条线段?

(2) 这几条线段之间有怎样的等量关系?



很显然,图中有三条线段:AB、BC、AC,它们有如下的关系:

$$AB+BC=AC,\ AC-BC=AB,\ AC-AB=BC.$$



两条线段可以相加(或相减),它们的和(或差)也是一条线段,其长度等于这两条线段的长度的和(或差).



例1 已知线段a、b(如左图),

(1) 画出一条线段,使它等于$a+b$.

(2) 画出一条线段,使它等于$a-b$.

解 (1) ① 画射线OP;

② **在射线OP上顺次截取$OA=a$,$AB=b$.**

线段OB就是所要画的线段.

基本的画图语句.



(2) ① 画射线OP;

② 在射线OP上截取$OC=a$,在射线CO上截取$CD=b$.

线段OD就是所要画的线段.



上海市教育委员会版权所有

为什么CD要“倒回”截？



不“倒回”截行吗？



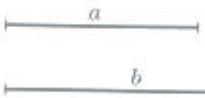
思考

我们把线段a乘以一个大于1的正整数n写成na(n为正整数，且$n>1$)，na具有什么意义呢？



类似小学时所讲5×4是求4个5相加求和的运算一样，na就是求n条线段a相加所得和的意义．当然也可以将na理解为线段a的n“倍”．

例题2 已知线段a、b(如图)，画出一条线段，使它等于$2a-b$．



分析 将$2a$看作$a+a$即可．



解答过程请你自己完成．

将一条线段分成两条相等线段的点叫做这条线段的中点(midpoint)．

如图，点M是线段AB的中点，那么就有



$$AM=MB,$$

$$AM=\frac{1}{2}AB,MB=\frac{1}{2}AB,$$

$$AB=2AM,AB=2MB$$

等五种表示法．

* 本节中的例1、例2与前节中的两个例题中，画图的工具只用了直尺(可以是无刻度的)和圆规，一般称作“尺规作图”，题中的“画”可改写成“作”．

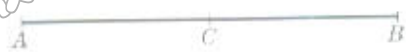
上海市教育委员会版权所有

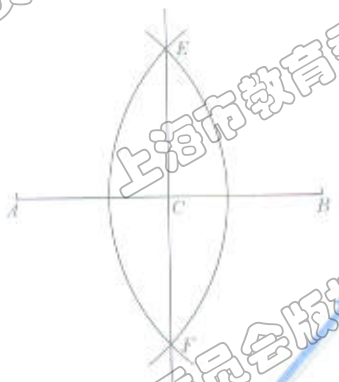
例题3 已知线段AB，画出它的中点C.

解 (1) 用刻度尺量出$AB=5$cm;

(2) 在线段AB上截取线段$AC=2.5$cm.

点C就是所求的线段AB的中点.





尺规作图的基本语句.

例题4* 已知线段AB，用直尺、圆规作出它的中点C.

解 (1) 以点A为圆心，以大于$\frac{1}{2}AB$的长a为半径作弧；以点B为圆心，以a为半径作弧，两弧分别相交于点E、点F;

(2) 作直线EF交线段AB于点C.

点C就是所求的线段AB的中点.

练习7.2

1 根据右图填空：

(1) $AB+BC=$(　　)；

(2) $AD=$(　　)$+CD$；

(3) $CD=AD-$(　　)；

(4) $BD=CD+$(　　)$=AD-$(　　)；

(5) $AC-AB+CD=$(　　)$=BC+$(　　).



(第1题)

2 已知：如图，点C是线段AD的中点，$AC=1\frac{1}{2}$cm，$BC=2\frac{1}{5}$cm，那么

(1) $AD=$(　　)cm；　　(2) $BD=$(　　)cm.



(第2题)

* 例题3是线段中点的度量画图，例题4是线段中点的尺规作图.例题4作图方法的原理将在以后学习.

3 根据所示图形填空.

已知:线段a、b,且$a>2b$,画一条线段,使它等于$a-2b$.

解:(1) 画射线(　　);

(2) 在射线(　　)上,截取(　　)=a;

(3) 在线段(　　)上,顺次截取(　　)=(　　)=b.

线段(　　)就是所要画的线段.



(第3题)

4 用直尺、圆规将线段AB四等分.(不写作图方法)



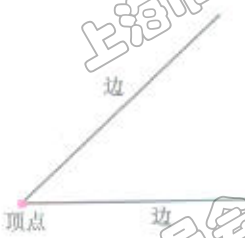
(第4题)

上海市教育委员会版权所有

7

第2节　角

7.3　角的概念与表示



我们已经知道，角(angle)是具有公共端点的两条射线组成的图形.如图所示，公共端点叫作角的顶点，两条射线叫做角的边.

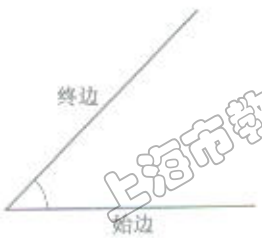
观察

把两脚并在一起（看成一条由轴心出发的射线）的圆规，平放在桌面上，将其中一只脚旋转到另一个位置，这时转动的一只脚与没有转动的一只脚形成了什么图形？



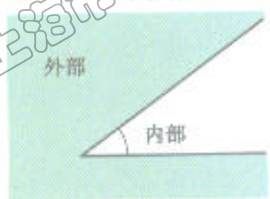
我们还可以这样理解角：

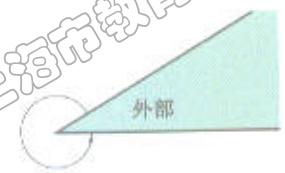
角是由一条射线绕着它的端点旋转到另一个位置所成的图形.如图所示，处于初始位置的那条射线叫做角的始边，终止位置的那条射线叫做角的终边.



角的始边转动到角的终边所经过的平面部分，叫做角的内部，简称角内.通常角的内部用不带箭头或带箭头的弧线表示，如下左图、下中图、下右图所示.在下中图、下右图中，涂色部分是角的外部，简称角外.







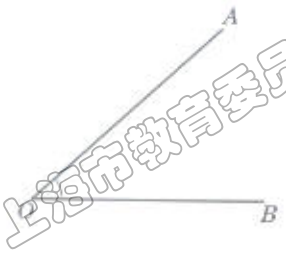
上海市教育委员会版权所有

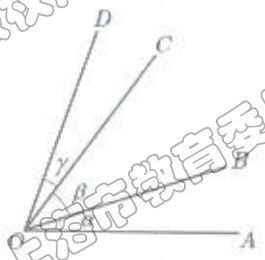
本书中所说的角，除了周角外，未加说明的角是指小于平角的角.

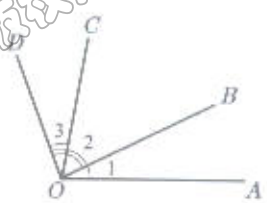
其中表示顶点的字母“O”必须放在三个字母的中间.

角一般用三个大写英文字母表示，如下左图所示的角，记作$\angle AOB$.

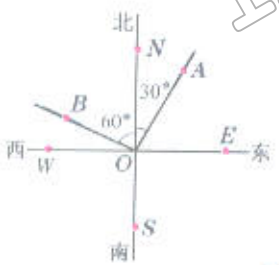
如果以O为顶点的角只有一个，那么这个角可以用表示顶点的字母表示. 下左图中，$\angle AOB$可以记作$\angle O$. 如果以点O为顶点的角有多个(如下中图所示)，那么其中任何一个角必须用三个大写英文字母表示，而不能记作$\angle O$.







有时为了方便，在角的内部标上一个小写的希腊字母，如α(读alpha)、β(读beta)、γ(读gamma)……；或者标上一个数字，如1、2、3……. 如上中图中，$\angle AOB$、$\angle BOC$、$\angle COD$可以分别记作$\angle\alpha$、$\angle\beta$、$\angle\gamma$(或α、β、γ). 如上右图中，$\angle AOB$、$\angle BOC$、$\angle COD$也可以分别记作$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$.



用射线表示方向的一种基本形式是：

北 偏 东 $x°$

南 西

例题1 已知上海市真如镇在人民广场的西面偏北30°，规范的数学用语是真如镇在人民广场的“北偏西60°的方向”.如左图，射线ON、OE、OS、OW分别表示从点O出发北、东、南、西的四个方向，射线OA表示北偏东30°方向.如果用点O表示人民广场，用点B表示真如镇，画出从人民广场到真如镇方向的射线.

解 在$\angle NOW$的内部，以O为顶点，ON为始边，画$\angle NOB=60°$，终边OB就是表示从人民广场到真如镇方向的射线(即北偏西60°方向的射线).

上海市教育委员会版权所有

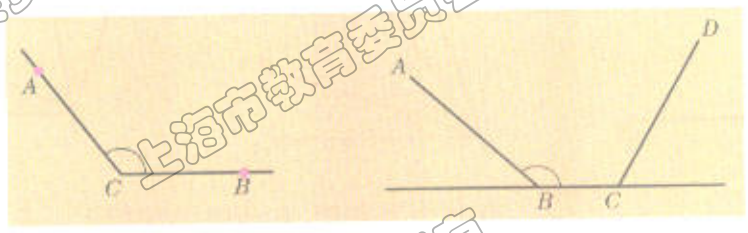
练习7.3

1. 分别给下面图中的角适当地标注字母，写出角的记号，并指明角的顶点和边.



2. 分别说出$\angle ABC$、$\angle PQO$、$\angle XYZ$的顶点和边.

3. 观察下列图形及其标记，指出角的记法的错误，然后加以改正.



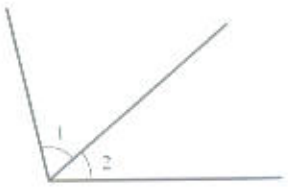
记作：$\angle ABC$　　记作：$\angle B$

(1)　　(2)

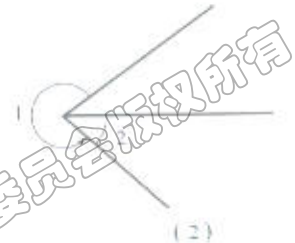
解：(1) 错误在于_____，应记作_____.

(2) 错误在于_____，应记作_____.

4. 在下面图中的阴影表示$\angle 1$的外部.



(1)



(2)

上海市教育委员会版权所有

7.4 角的大小的比较、画相等的角

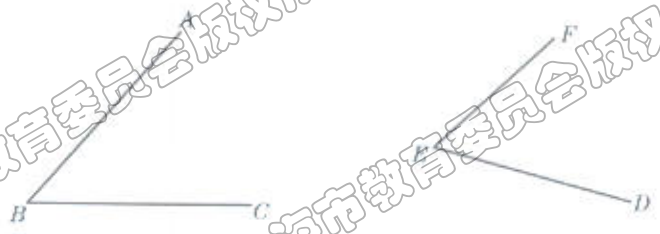
问题

怎样比较两个角的大小？



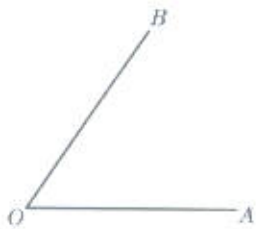
操作

用量角器分别量出$\angle ABC$和$\angle DEF$的度数，然后比较它们的大小.



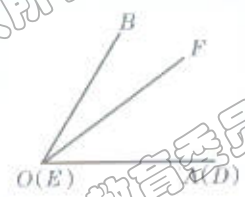
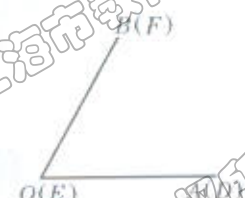
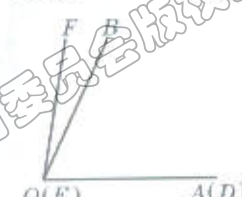
类似线段叠合的比较方法，移动一个角，使它的顶点和一条边分别与另一个角的顶点和一条边叠合，两个角的另一条边都落在叠合的边的同侧，再观察“两个角的另一条边”的位置情况.

思考

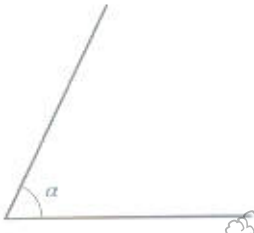


已知$\angle AOB$(如左图)，如果移动$\angle DEF$，使顶点O与顶点E、边ED与边OA叠合，EF与OB在它们的同侧.这时EF对于$\angle AOB$而言，有几种可能的位置关系？请完成下

列表格(可参照7.1节的表格).

	图　形	EF对于$\angle AOB$的位置	符 号 表 示
情况一		边EF在$\angle AOB$的内部	$\angle DEF<\angle AOB$ (或$\angle AOB>\angle DEF$)
情况二			
情况三			

例题1　如图1-1，已知$\angle\alpha$，用量角器画$\angle AOB$，使$\angle AOB=\angle\alpha$.

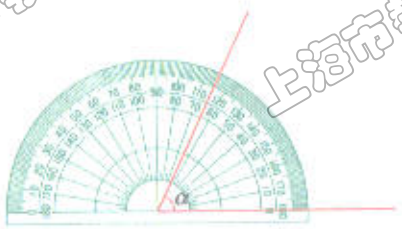


1-1

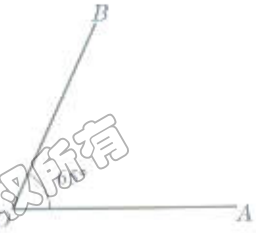
解　(1) 量出$\angle\alpha=65°$(如图1-2)；

(2) 画出$\angle AOB=65°$(如图1-3)；

$\angle AOB$就是所要画的角.

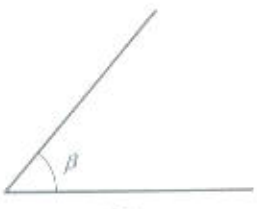


1-2



1-3

例题2　如图2-1，已知$\angle\beta$，用直尺、圆规作出$\angle COD$，使$\angle COD=\angle\beta$.



2-1

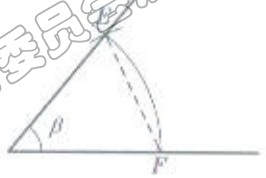
解　(1) 作射线OC；

(2) 以$\angle\beta$的顶点为圆心，以取定的长a为半径，作弧分别交$\angle\beta$的两边于点E、F(如图2-2)；

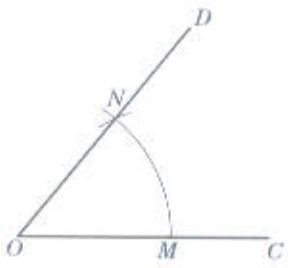
上海市教育委员会版权所有

(3) 以点O为圆心，以 a 为半径作弧，交OC于点M.

(4) 以点M为圆心，以EF的长为半径作弧，交前弧于点N.



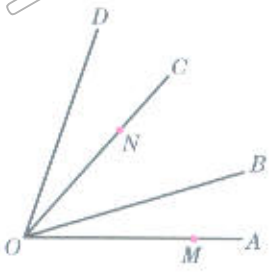
2-2



2-3

(5) 经过点N作射线OD(如图2-3)，$\angle COD$就是所求作的角.

思考



根据图形填空.

(1) 比较角的大小：

因为OB和OB是公共边，(　　)在$\angle BOD$的内部，所以$\angle BOC$(　　)$\angle BOD$；

因为OD和OA是(　　)，边OC在$\angle AOB$的(　　)，所以$\angle AOC$(　　)$\angle AOB$.

(2) 确定角的边的位置：

因为OC和OC是公共边，$\angle BOC<\angle AOC$，所以边OA在$\angle BOC$的(　　).

因为边OM与边(　　)叠合，$\angle MOC<\angle AOC$，所以边ON与边(　　).

练习7.4

1 比较下列图中每两个角的大小，然后填空：

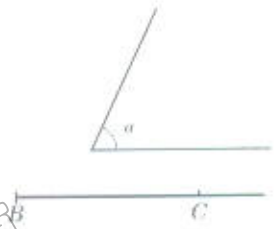


∠1 ＿ ∠2　　∠3 ＿ ∠4

（第1题）

2 用量角器画∠AOB=125°，以OB为一边，在∠AOB的外部画∠BOC=55°，边OA与边OC成一直线吗？

3 已知射线BC和∠α，用直尺、圆规作∠ABC，使∠ABC=∠α（不要求写作法）．想一想，边BA的位置有几种可能的情况？



（第3题）

4 根据图形填空：

将∠AOB移动到∠MPN，使点O与点（　　）重合，边OA与边（　　）叠合，OB与PN都在PM的同侧．

因为∠AOB=∠MPN，所以边OB与边（　　）叠合．

因为线段OB=PN，所以点（　　）与点（　　）重合．



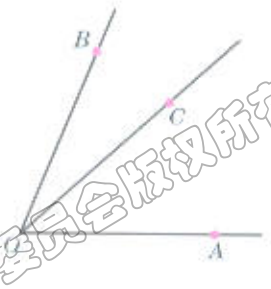
（第4题）

7.5　画角的和、差、倍

问题

线段可以相加减，角可以相加减吗？如果可以，是否与线段相加减类似呢？

上海市教育委员会版权所有



观察

如左图，射线OC在$\angle AOB$的内部，图中有几个角？它们之间有什么等量关系？

显然，图中有$\angle AOC$、$\angle COB$、$\angle AOB$共3个角，它们有如下的等量关系：

$\angle AOC+\angle COB=\angle AOB$，

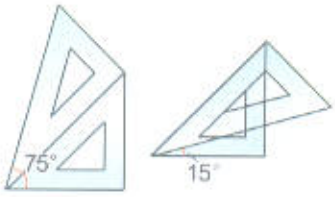
$\angle AOB-\angle AOC=\angle COB$，

$\angle AOB-\angle COB=\angle AOC$.

概括

两个角可以相加(或相减)，它们的和(或差)也是一个角，它的度数等于这两个角的度数的和(或差).

操作

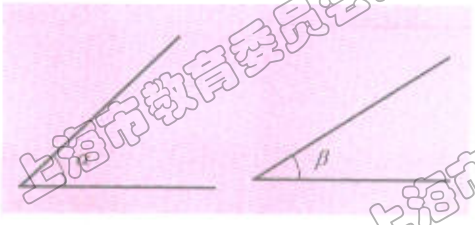


用一副(两块)三角尺画出75°、15°的角.

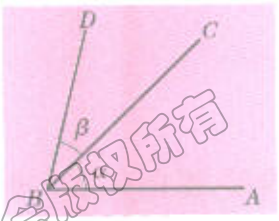
用一副三角尺可以直接画出30°、45°、60°、90°的角，利用角的和、差意义，可以画出75°、15°的角(如图所示).

想一想，利用一副三角尺还可以画出哪些度数的角？

例题1 已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$(如图)，用量角器画一个角，使它等于$\angle\alpha+\angle\beta$.



分析 我们已经学会用量角器画一个角等于已知角，根据角的和差的意义便可以画出等于$\angle\alpha+\angle\beta$的角.



解 (1) 用量角器画出$\angle ABC=\angle\alpha$;

(2) 以点B为顶点,射线BC为一边,在$\angle ABC$的外部用量角器画$\angle CBD=\angle\beta$.

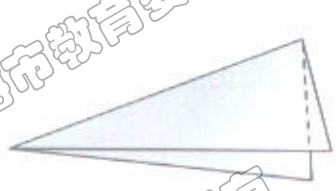
$\angle ABD$就是所要画的角.

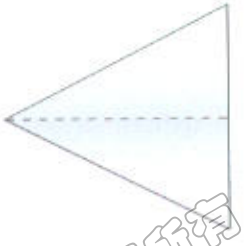
思考

还记得线段中点吗?它是将这条线段分成相等两部分的图形.那么角是否也有将其分成相等两部分的图形呢?

操作

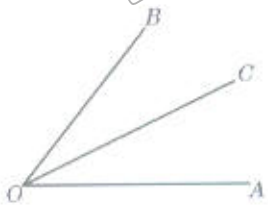
用纸片作材料任意画一个角,折叠这张纸片,使这个角的两边叠合在一起,再摊平,可以看到什么?







从一个角的顶点引出一条射线,把这个角分成两个相等的角,这条射线叫做这个角的平分线(angular bisector).

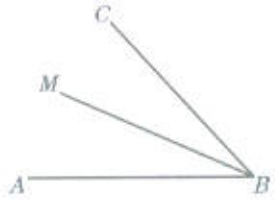


如左图,OC是$\angle AOB$的平分线,也可以说OC平分$\angle AOB$. 这时,有

$$\angle AOC=\angle BOC=\frac{1}{2}\angle AOB,$$

或 $$\angle AOB=2\angle AOC=2\angle BOC.$$

例题2 已知$\angle ABC$(如左图),画出它的平分线.



解 (1) 用量角器量得$\angle ABC=48°$;

(2) 在$\angle ABC$的内部画射线BM,使$\angle ABM=24°$.

BM就是所要画的$\angle ABC$的平分线.

上海市教育委员会版权所有

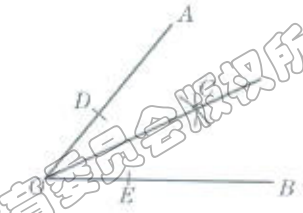
思考

我们已经学会了用量角器和刻度尺画一个已知角的平分线，能不能只用直尺、圆规作一个已知角的平分线呢？

这是角的平分线的尺规作图问题.

例题3* 已知：$\angle AOB$(如图).

求作：$\angle AOB$的平分线OC.



解 (1) 在OA、OB上分别截取OD、OE，使$OD=OE$；

(2) 分别以点D、点E为圆心，以大于$\frac{1}{2}DE$的同一长度为半径作弧，两弧交于$\angle AOB$内的一点C；

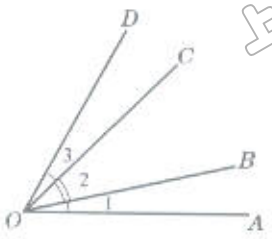
(3) 作射线OC.

OC就是所求作的角的平分线.

例题4 已知：$\angle 1=\angle 3=m°$，$\angle 2=n°$.

(1) 用含m、n的式子分别表示$\angle AOC$、$\angle BOD$的度数；

(2) 比较$\angle AOC$和$\angle BOD$的大小.



解 (1) 因为$\angle 1=\angle 3=m°$，$\angle 2=n°$，

所以$\angle AOC$的度数$=\angle 1$的度数$+\angle 2$的度数

$=m+n$.

$\angle BOD$的度数$=\angle 2$的度数$+\angle 3$的度数

$=n+m$.

(2) 因为$\angle AOC$和$\angle BOD$的度数相等，所以$\angle AOC=\angle BOD$.

* 角的平分线的尺规作图方法的原理将在以后学习.

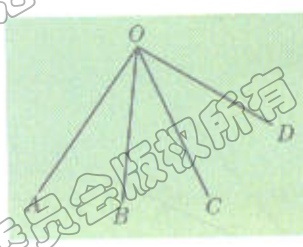
练习7.5

1. 根据图形填空：

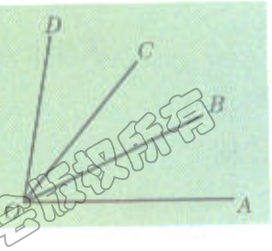
(1) 如图，$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD$，那么

$\angle AOD=\angle AOC+(\quad)=(\quad)+\angle BOD$

$=(\quad)+\angle BOC+(\quad)=3(\quad)$.



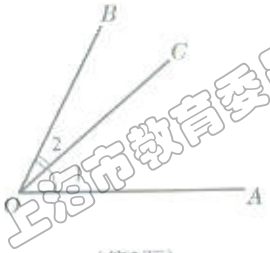
(第1(1)题)



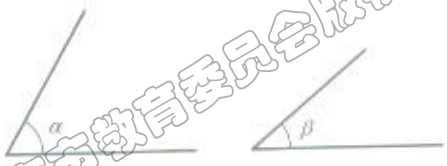
(第1(2)题)

(2) 如图，$\angle AOD=80°$，$\angle COB=30°$，OB是$\angle AOC$的平分线，那么$\angle AOC=(\quad)°$，$\angle AOB=(\quad)°$.

2. 已知：如图，$\angle AOB=62°$，$\angle 1=(3x-2)°$，$\angle 2=(x+8)°$.求：$\angle 1$、$\angle 2$的度数.



(第2题)

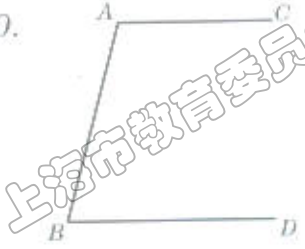


(第3题)

3. (1) 已知$\angle\alpha$、$\angle\beta$(如图)，用量角器画出$\angle DEF$，使$\angle DEF=\angle\alpha-\angle\beta$.

(2) 已知$\angle\alpha$(如图)，画出$\angle MON$，使$\angle MON=3\angle\alpha$.

4. 如图，分别作$\angle A$、$\angle B$的平分线，并作出它们的交点O.



(第4题)

上海市教育委员会版权所有

7.6 余角、补角

操作

用量角器量出∠α、∠β、∠γ的度数，分别仔细观察∠α和∠β、∠γ和∠β的每两个角之间的数量关系，你有什么发现吗？



我们发现∠α与∠β的度数和等于90°，∠β和∠γ的度数和等于180°.



如果两个角的度数的和是90°，那么这两个角叫做互为余角(complementary angle)，简称互余.其中一个角称为另一个角的余角.

如果两个角的度数的和是180°，那么这两个角叫做互为补角(supplementary angle)，简称互补.其中一个角称为另一个角的补角.

如上图中，∠α与∠β互余，∠α是∠β的余角，∠β是∠α的余角.用等式表示为

$$\angle\beta=90°-\angle\alpha,\ \angle\alpha=90°-\angle\beta.$$



想一想，∠β与∠γ互补，怎样用等式表示？

在研究角的度量时，需要比度更小的单位，这就是分和秒.如果把1度的角分成60等份，那么每1份就是1分，记作1′；再把1分的角分成60等份，每一份就是1秒，记作1″.

角的度量单位度、分、秒的关系是

这是60进位制

$1°=60′$，$1′=60″$.

$90°=89°60′$

$180°=179°60′$

例题1 已知$\angle\alpha=53°38′$，求$\angle\alpha$的余角与补角的度数.

解 $\angle\alpha$的余角$=90°-53°38′=36°22′$，

$\angle\alpha$的补角$=180°-53°38′=126°22′$.

例题2 已知一个角的补角是这个角的余角的3倍，求这个角的度数.

解 设这个角的度数为x，根据题意，得

$$180-x=3(90-x).$$

解得 $x=45$.

答：这个角为45°.



使用计算器可以对角进行有关运算.

例如，计算：$54°18′31″+35°42″$.

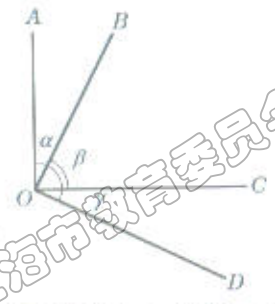
在计算器上依次按键如下：

54 ° ’’’ 18 ’’’ 31 ’’’ + 35 ’’’ 0 ’’’ 42 ’’’ =

计算器显示：89° 19’ 13”.

所以，$54°18′31″+35°42″=89°19′13″$.

思考





上左图中，$\angle AOC$、$\angle BOD$都是直角，$\angle\alpha$和$\angle\gamma$有什么关系？上右图中，$\angle AOB$、$\angle COD$都是平角，$\angle 1$和$\angle 2$有什么关系？

上海市教育委员会版权所有

概括

同角(或等角)的余角相等;
同角(或等角)的补角相等.

练习7.6

1 (1) 在下左图中画射线AB,使$\angle BAC$与$\angle CAD$互余;
(2) 在下右图中画射线AE,使$\angle EAC$与$\angle CAD$互补.



2 (1) 一个角与它的余角相等,这个角是怎样的角?
(2) 一个角与它的补角相等,这个角是怎样的角?
(3) 互补的两个角能否都是锐角?能否都是直角?能否都是钝角?

3 计算:
(1) $77°54'36''+34°27'44''$;
(2) $89°6'4''-24°27'35''$.

4  计算:
(1) $63°24'-22°57'44''$;
(2) $85°12'-17°24'36''+15°43''$.

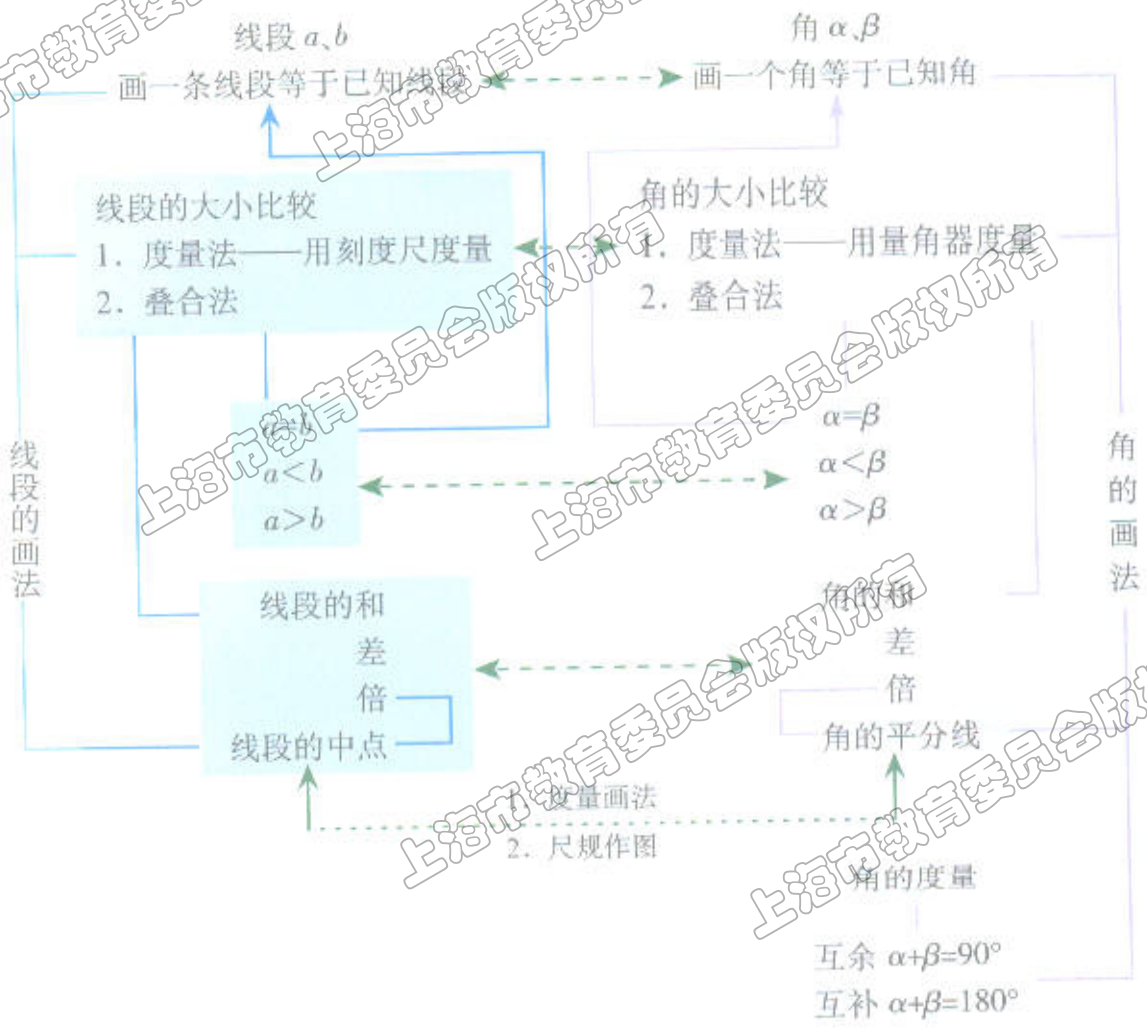
5 已知一个角的补角比它的余角的2倍大35°,求这个角的度数.

上海市教育委员会版权所有

本章小结

关于线段和角的大小比较、加减、平分等等，当然可以通过用刻度尺和量角器进行度量，然后对度量得来的数量进行大小比较、相加减、求一半等方法来做．但是，我们更看重用圆规和没有刻度的直尺来作图．这样做，往往更直接、更准确和简捷，尤其具有人类理性思维的特征．

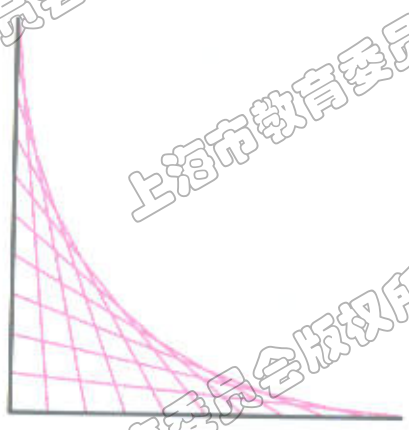
对于已知线段和已知角，作和它一模一样的线段和角，十分基本而重要．这一章已经告诉大家怎样用圆规、直尺做到这一点．至于为什么这样做是合理的，我们在今后的课程中还要继续学习．



上海市教育委员会版权所有

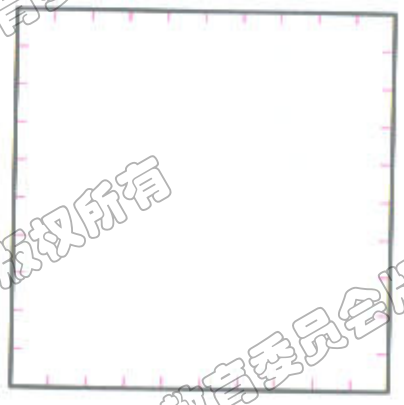
探究活动

线段围成的图形

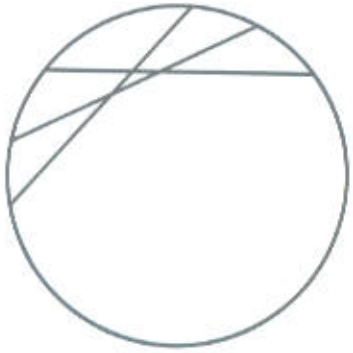


根据左图中的画法，自己完成以下图形．





下图中每条线段的两个端点都在圆上．量一量这些线段的长度，你发现了什么？请你继续在圆上画符合这样条件的线段，越多越好．猜一猜，圆中这些线段围成了怎样的图形？



想不到吧，这些线段围成的图形是一些很漂亮的曲线．

你也能类似地画出一些新的图形吗？

上海市教育委员会版权所有



阅读材料

用直尺、圆规可以三等分任意一个角吗?

我们已经学会了用直尺、圆规作一个角的平分线,这就是说我们能够很容易地二等分任意一个已知角.反复用这一方法,我们能够四等分、八等分、2^n(n是正整数)等分任意一个已知角.

同学们也许会想:能不能用直尺、圆规三等分任意一个已知角呢?这个问题在古希腊就引起了许多数学家的兴趣,不少数学家为解决这个问题付出了毕生的精力.这一问题被称为"三等分角"(The trisection of an angle),它是数学史上三个著名的"尺规作图问题"之一.

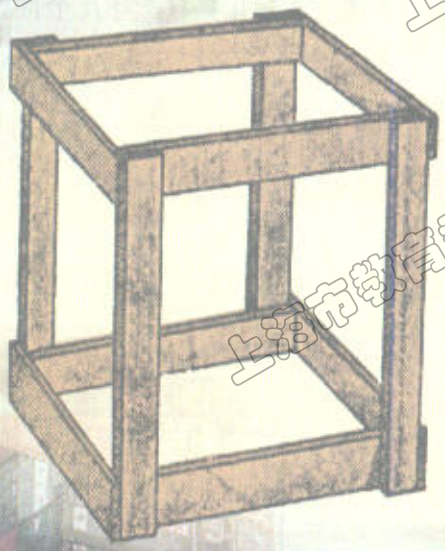
千百年来,数学家们对"三等分任意角"问题进行了长期、深入的探索,这对希腊的几何学产生了巨大的影响,并引出了大量的发现,这些发现成为世界文化宝库中的一串宝珠.但是,经历了许多代数学家的研究、探索,这个问题本身始终没有得到解决.直到19世纪,这个作图题只用直尺和圆规来求解的不可能性才被证实,这时相距第一次提出这个问题已有两千余年了.

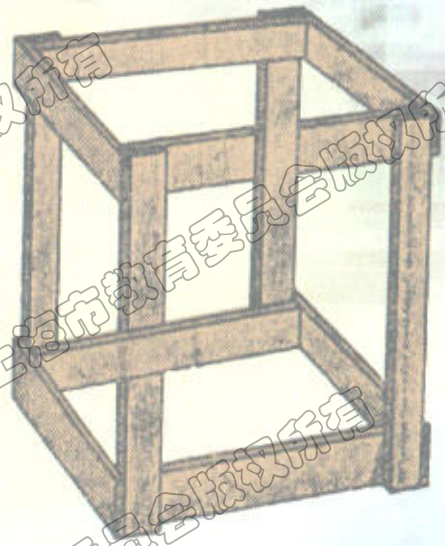
这个问题以求解的"不可能性"的证实而结尾,似乎没有达到"问题解决"的目的.但是,长达两千余年的为求解问题所作的各种努力,对数学的发展与创造,对人类社会的文明形成及文化的积淀,起到了很大的促进作用.这一数学例证说明:引人入胜的、未解决的问题对数学具有启发价值;对一个具有价值的问题的探索、求解,不能仅仅在乎它的结果,更需关注它的探索、求解的过程,也许在这一过程中体现出来的价值远远超越了问题的本身.

上海市教育委员会版权所有

第八章　长方体的再认识

图中的木架子在现实生活中存在吗？





上海市教育委员会版权所有

8

第 1 节　长方体的元素

问题



你能说出几种长方体形状的物体吗？



长方体形状的建筑物，书本……

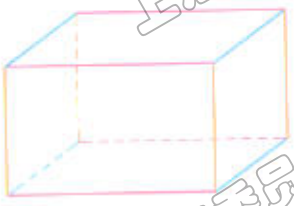


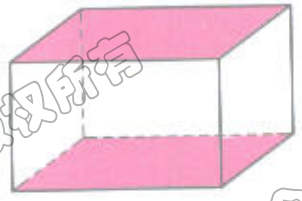


长方体有几个顶点？有几条棱？有几个面？

长方体（cuboid）有六个面（face），八个顶点（vertex），十二条棱（edge）.

观察图中两个长方体架子，相同颜色的棱、面有什么特点？





长方体每个面都是长方形.



相对的棱的长度都相等.



同色的面的形状、大小都相同.



上海市教育委员会版权所有

概括

正方体是特殊的长方体.

1. 长方体的每个面都是长方形 (rectangle).

2. 长方体的十二条棱可以分为三组,每组中的四条棱的长度相等.

3. 长方体的六个面可以分为三组,每组中的两个面的形状和大小都相同.



探讨

用橡皮泥团和若干根吸管制作一个长为6厘米,宽为8厘米,高为10厘米的长方体架子.

练习8.1

1. 举出几个长方体的实例.
2. 判断题:(对的打"✓",错的打"×")
   (1) 长方体的每个面都是长方形. ( )
   (2) 长方体有十二条棱. ( )
   (3) 六个面、十二条棱和八个顶点组成的图形都是长方体. ( )
   (4) 长方体相对面的面积都相等. ( )
3. 用透明胶和硬纸板制作一个长方体纸盒.
4. 小明想用一根长度为250厘米的塑料管和橡皮泥做一个三条棱长分别为10厘米、30厘米和15厘米的长方体架子,应如何裁截这根塑料管?

上海市教育委员会版权所有

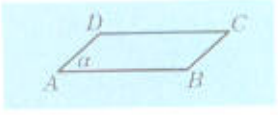
8 第2节 长方体直观图的画法

观察长方体盒子的每个面，可以看出每个面都是平的，给我们以平面（plane）的形象.

教室的墙面，课桌的桌面，平静的水面也给我们以平面的形象.







在数学中，平面是平的，无边无沿，但是我们可以画一个平行四边形来表示它，特别地，把水平放置的平面画成一边是水平位置，另一边与水平线所成的角为45度的平行四边形(如图所示).

上述平面可以用表示平行四边形顶点的字母来表示，记作：平面$ABCD$；也可以在表示平面的平行四边形的一个角上写上小写的希腊字母α，将平面记作：平面α.

问题

观察桌面上放置的长方体粉笔盒，如何将这个长方体粉笔盒直观地画在纸上？



长方体直观图有多种画法，通常我们采用斜二侧画法.

上海市教育委员会版权所有

这种画长方体直观图的方法称为——斜二测画法.

水平放置的长方体直观图通常画法的基本步骤：

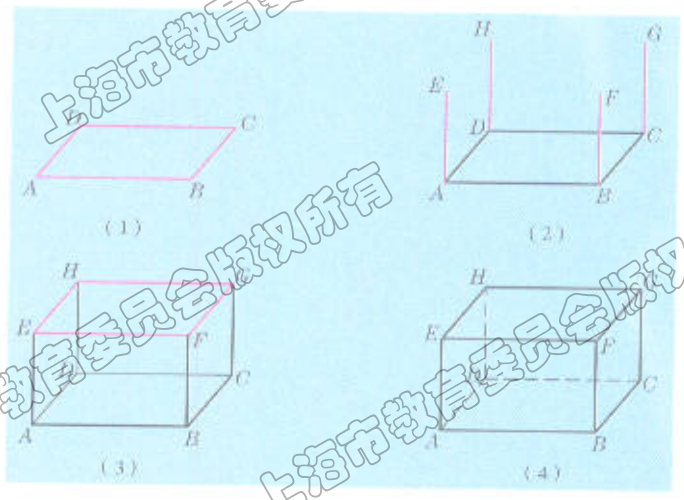
第一步：画平行四边形$ABCD$，使AB等于长方体的长，AD等于长方体宽的二分之一，$\angle DAB=45°$.（如图(1)所示）

第二步：过A、B分别画AB的垂线AE、BF，过C、D分别画CD的垂线CG、DH，使它们的长度都等于长方体的高.（如图(2)所示）

第三步：顺次连接$EFGH$.（如图(3)所示）

第四步：将被遮住的线段改用虚线（隐藏线）表示.（如图(4)所示）

这样，长方体的直观图就画成了.



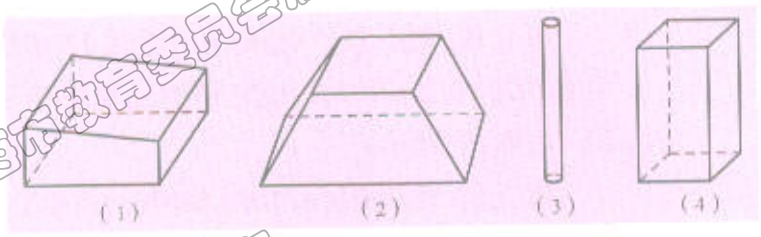
图(4)所示的长方体通常表示为：长方体$ABCD$-$EFGH$.它的六个面通常分别表示为：平面$ABCD$、平面$ABFE$、平面$BCGF$等.它的十二条棱通常分别表示为：棱AB、棱AE、棱EF等.

练习8.2

1. 举出几个平面的实例.
2. 用字母表示下列平面.



3 下列图形中，哪个是长方体？

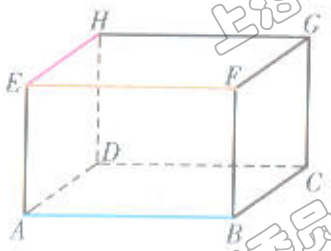


4 一块橡皮的形状是长方体，小杰量得其长、宽、高分别为4厘米、2厘米和1厘米，请你画出这块橡皮的直观图.

上海市教育委员会版权所有

8

第3节　长方体中棱与棱位置关系的认识



如图所示的长方体AG中，棱EH与棱EF所在的直线在同一个面内，它们有惟一的公共点，我们称这两条棱相交.

棱AD与棱AB所在的直线在同一个面内，但它们没有公共点，我们称这两条棱平行.

棱EH与棱AB所在的直线既不平行，也不相交，我们称这两条棱异面.



照片中跑道上的任何两条白线互相平行.



照片中铁门的横栏杆与每一根竖栏杆相交，任何两根竖栏杆或横栏杆都是互相平行的.



照片中铁路轨道和公路的位置是异面.





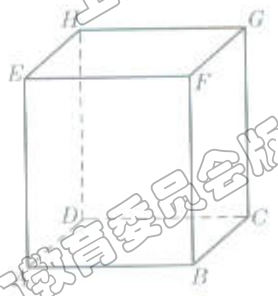


一般地，如果直线AB与直线CD在同一个面内，具有惟一公共点，那么称这两条直线的位置关系为相交，读作：直线AB与直线CD相交.

空间两条直线有三种位置关系：相交、平行、异面.

如果直线AB与直线CD在同一平面内，但没有公共点，那么称这两条直线的位置关系为平行，记作：$AB \parallel CD$，读作：直线AB与直线CD平行.

如果直线AB与直线CD既不平行，也不相交，那么称这两条直线的位置关系为异面，读作：直线AB与直线CD异面.



例题 在长方体$ABCD-EFGH$中，

（1）哪些棱与棱AB平行？

（2）哪些棱与棱AB相交？

（3）哪些棱与棱AB异面？

解 （1）与棱AB平行的棱有棱EF、棱CD与棱GH.

（2）与棱AB相交的棱有棱AE、棱AD、棱BC与棱BF.

（3）与棱AB异面的棱有棱EH、棱DH、棱FG与棱GC.

练习8.3

1. 用生活实例说明两条直线相交、平行、异面这三种位置关系.
2. 长方体$ABCD-EFGH$中，任意两条棱之间最多有几个公共点？如果两条棱之间没有公共点，那么它们一定异面吗？
3. 如果把图中建筑物的柱子与屋沿线看成直线，分别用红线与绿线表示，那么两根红线之间及红线与绿线之间的位置关系分别是什么呢？
4. 在如图所示的大衣柜中，请说出挂衣棒与长方体大衣柜各个面的交线之间的位置关系.


（第3题）

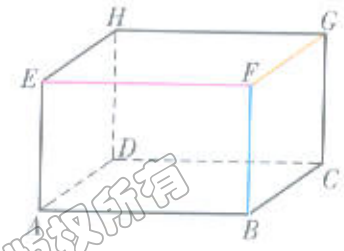

（第4题）

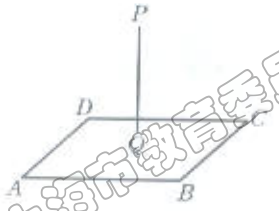
上海市教育委员会版权所有

8

第4节　长方体中棱与平面位置关系的认识

如图，在长方体AG中，棱EF与面$BCGF$，棱FG与面$ABFE$，棱BF与面$ABCD$都给我们以直线与平面垂直的形象.





直线PQ垂直于平面$ABCD$，记作：直线$PQ\perp$平面$ABCD$，读作：直线PQ垂直于平面$ABCD$.





将广场地面、火箭发射台的底座面看作平面，纪念碑、火箭看作直线，那么它们都给我们直线与平面垂直的形象.

教室里，正墙面与顶面、地面的交线都与侧墙面垂直.





上海市教育委员会版权所有

问题

如何检验直线与平面垂直呢?



可以用“铅垂线”检验.

用铅垂线可以检验细棒是否垂直于水平面.如果铅垂线能与细棒紧贴,那么细棒垂直于水平面.同样,也可以用铅垂线检验黑板的边沿是否垂直于水平面.





建筑工地上的工人常用“铅垂线”检验墙角线是否垂直于地面.

用一根细绳,一端系一重物(如钥匙、螺帽),另一端用手提起,使重物悬空,静止后这根细绳是垂直于水平面的.这种垂直于水平面的直线,我们通常称为铅垂线.

铅垂线是一种确定垂直线的工具.古人很早就会使用这种工具了.





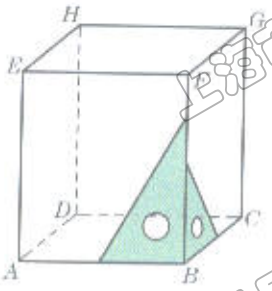
如果细棒垂直于墙面,可以用“铅垂线”检验吗?



可以用“三角尺”检验.

用三角尺可以检验细棒是否垂直于墙面.如果两把三角尺各有一条直角边紧贴墙面且位置相交,另一条直角边都能紧贴细棒,那么细棒垂直于墙面.



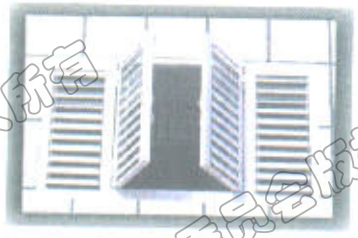


在长方体$ABCD$–$EFGH$中，$\angle ABF$和$\angle CBF$是直角，可以把它们看作两把三角尺，它们各有一条直角边分别紧贴面$ABCD$，且AB与BC相交，另一条直角边都能紧贴棱BF，从而说明棱BF⊥平面$ABCD$.



还可以用“合页型折纸”检验直线是否垂直于平面.

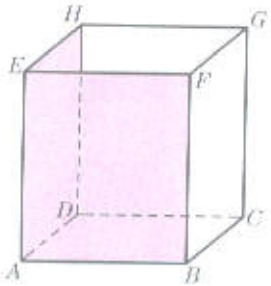






将一张长方形的硬纸片对折，然后张开一个角度，由于它的形状像门窗等的合页，我们把这个制作称为合页型折纸.如果将合页型折纸直立于桌面，那么可以看到折痕垂直于桌面.

用合页型折纸可以检验细棒是否垂直于桌面.将合页型折纸直立于桌面，如果折痕能紧贴细棒，那么细棒垂直于桌面.



在长方体$ABCD$–$EFGH$中，可以把面$ADHE$与面$ABFE$组成的图形看作直立于面$ABCD$上的合页型折纸，从而说明棱AE⊥平面$ABCD$.

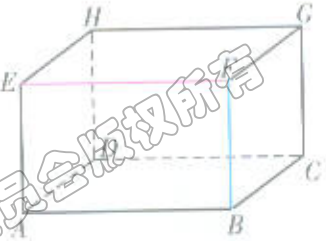
思考

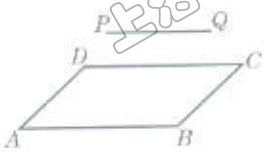
“三角尺”检验法与“合页型折纸”检验法有何相同之处？

练习8.4(1)

1. 举几个直线与平面垂直的生活实例.
2. 用合页型折纸检验冰箱门所在直线与地面是否垂直.
3. 在长方体$ABCD$-$KPQL$中，
   (1) 哪些棱与面$ABCD$垂直？
   (2) 哪些面与棱EF垂直？
   (3) 与棱AD垂直的面有几个？

如图，在长方体AG中，棱EF与面$ABCD$，棱BF与面$ABHE$都给我们以直线与平面平行的形象.





直线PQ平行于平面$ABCD$，记作：直线PQ // 平面$ABCD$，读作：直线PQ平行于平面$ABCD$.



单杠、双杠、高低杠的横杆给我们直线与地面平行的形象.



教室里顶面与四个墙面的交线都与地面平行.



上海市教育委员会版权所有

问题

如何检验直线与平面平行呢？



可以用“铅垂线”检验.





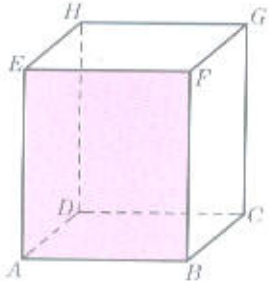
用铅垂线可以检验黑板的边沿是否平行于地面.从黑板边沿的两个不同的点放下铅垂线，使铅垂线的下端刚好接触地面，如果从这两个不同点到铅垂线的下端的线段的长度相等，那么黑板的边沿与地面平行.



也可以用“长方形纸片”检验.



用长方形纸片可以检验书桌上台灯的灯管是否平行于桌面.用长方形纸片的一边贴合在桌面上，如果它的对边能与灯管紧贴，那么灯管平行于桌面.



在长方体$ABCD$–$EFGH$中，可以把面$ABFE$看作长方形纸片，它的一边EF紧贴面$EFGH$，从而说明棱AB∥平面$EFGH$.

思考

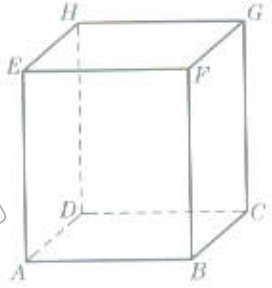
有没有其他形状的几何图形纸片可以替代长方形纸片进行检验呢？



例题 在长方体$ABCD$–$EFGH$中，

（1）如果将与平面$ABCD$平行的棱涂上红色，那么哪些棱应该涂上红色？

（2）如果将与棱BC平行的面涂上蓝色，那么哪些面应该涂蓝色？



解 （1）棱EF、棱FG、棱GH、棱HE应该涂上红色．

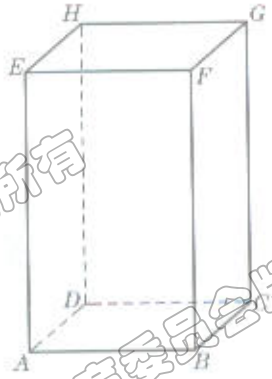
（2）面$ADHE$、面$EFGH$应该涂上蓝色．

练习8.4(2)

1. 举出几个生活中直线与平面平行的实例．
2. 在如图所示的长方体中，

   （1）与平面$ADHE$平行的棱有哪几条？

   （2）与棱EF平行的平面有哪几个？
3. 请举出一个用“长方形纸片”检验直线与平面平行的生活实例．



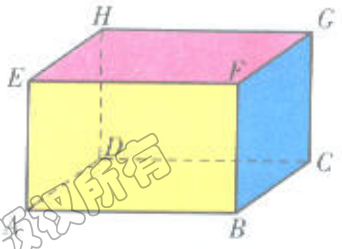
（第2题）

上海市教育委员会版权所有

8

第5节　长方体中平面与平面位置关系的认识

如图，长方体 AG 中，面 $EFGH$，面 $ABFE$ 与面 $BCGF$ 三个面中，任意两个都给我们以平面与平面垂直的形象.





平面α垂直于平面β，记作：平面$\alpha\perp$平面β，读作：平面α垂直于平面β.





图中粉笔盒的相邻面都互相垂直.

运输车的车厢顶面与四个侧面都垂直.

教室的墙面、顶面和地面中，相邻两个面互相垂直.

问题

如何检验平面与平面垂直呢？

可以用“铅垂线”检验吗？



上海市教育委员会版权所有

用“铅垂线”可以检验课桌的侧面是否垂直于地面. 如果铅垂线能紧贴课桌的侧面，那么这个课桌的侧面就垂直于地面.



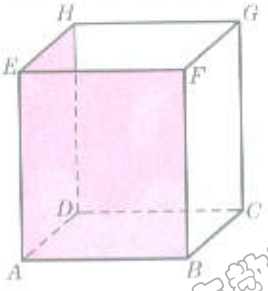
建筑工地上的工人常用铅垂线检验墙面是否垂直于水平面.



也可以用“合页型折纸”检验平面与平面垂直.



用“合页型折纸”可以检验书架的隔板是否垂直于侧面. 将合页型折纸直立于隔板上，如果折痕能紧贴侧面，那么隔板垂直于侧面.



在长方体$ABCD$-$EFGH$中，可以把面$ADHE$与面$ABFE$组成的图形看作是直立于面$ABCD$上的合页型折纸，折痕AE能紧贴面$ADHE$，从而说明面$ADHE$⊥面$ABCD$.



思考

可以用“三角尺”检验平面与平面垂直吗?





例题 如果把左图的骰子看作是一个正方体，点数1的对面是6，点数5的对面是2，点数4的对面是3，请问：

(1) 与点数是1的面垂直的面有哪些?

(2) 哪些面与点数是4的面垂直?

(3) 数一数这6个面中，互相垂直的面共有几对?

上海市教育委员会版权所有

解 (1) 与点数是1的面垂直的面为点数是2,3,4,5的面.

(2)点数是1,2,5,6的面与点数是4的面垂直.

(3)这6个面中,互相垂直的面共有12对.

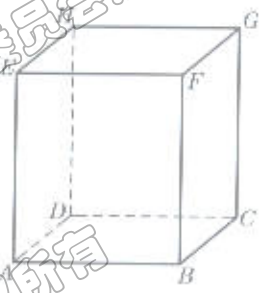
练习8.5(1)

1 举出几个平面与平面垂直的生活实例.

2 用合页型折纸检验教室的门关闭并到怎样的位置,门与地面都是垂直的.



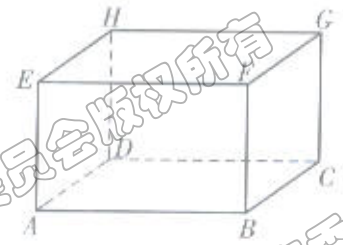
(第2题)



(第3题)

3 在长方体$ABCD$-$EFGH$中,写出所有垂直于平面$DCGH$的平面.

如图,长方体AG中,面$ABCD$与面$EFGH$,面$BCGF$与面$ADHE$,面$ABFE$与面$DCGH$都给我们以平面与平面平行的形象.

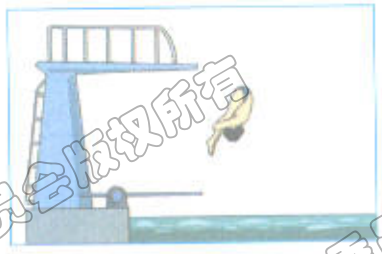


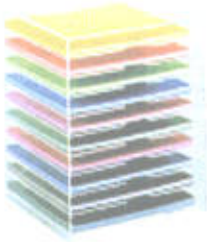




平面α平行于平面β,记作:平面α//平面β,读作:平面α平行于平面β.

上海市教育委员会版权所有





跳水比赛中的跳台、跳板都与水平面平行，给我们平面与平面平行的形象.

书架的顶面与底面、侧面与侧面，文件柜的隔板与隔板都是互相平行的.

教室的墙面、地面和顶面中，顶面与地面互相平行，前后两个墙面互相平行，左右两个墙面互相平行.

问题

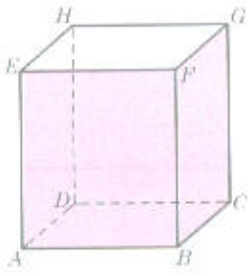
如何检验平面与平面平行呢?



可以用"长方形纸片"检验吗?



用长方形纸片可以检验两块硬纸板是否平行.把长方形纸片放在两块硬纸板之间，按交叉的方向放两次，使纸片的一边都紧贴一块硬纸板，再观察它的对边，如果对边都能与另一块硬纸板紧贴，那么这两块硬纸板平行.



在长方体$ABCD$-$EFGH$中，可以把面$ABEF$与面$BCGF$看作两张长方形纸片交叉地放置两次，而且都分别能与面$ABCD$和面$EFGH$紧贴，从而可以说明面$ABCD$//面$EFGH$.

上海市教育委员会版权所有

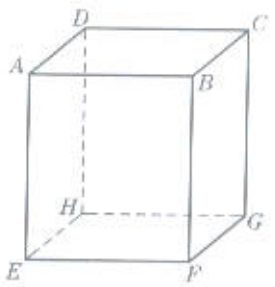
练习8.5(2)

1. 举出几个平面与平面平行的生活实例.

2. 在长方体$ABCD-EFGH$中,

(1) 写出与平面$HGCD$平行的平面.

(2) 数一数,长方体6个面中互相平行的平面有几对?



(第2题)

上海市教育委员会版权所有

本章小结

本章从两个角度进一步认识了长方体，一个是基本元素之间的数量关系，一个是基本元素之间的位置关系及检验方法. 学习时应充分利用一个最基本的长方体直观图形，理解长方体的棱、面之间的各种关系，同时应多利用学到的这些知识观察现实生活中的物体.学习检验方法时，应多思考、多动手.

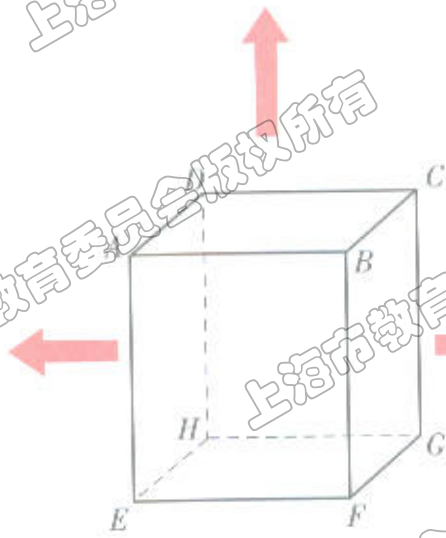
棱、面的三个特点：

(1) _____

(2) _____

(3) _____

长方体直观图的画法



棱与面的位置关系：

(1) 平行.

检验方法：

_____

_____

(2) 垂直.

检验方法：

_____

_____

棱与棱的位置关系：

(1) _____

(2) _____

(3) _____

面与面的位置关系：

(1) 平行. 检验方法：_____

(2) 垂直. 检验方法：_____

上海市教育委员会版权所有

探究活动

边数、顶点数及面数之间的数量关系

我们知道三角形有三条边，三个顶点；四边形有四条边，四个顶点，如果我们将边围成的封闭区域称为面，那么三角形、四边形都只有一个面.你考虑过它们的边数、顶点数及面数之间的数量关系吗?

(1)填写下面的表格.

	三角形	四边形	五边形	六边形
顶点数 V		4		
边数 E			5	
面数 F	1			1
$V-E+F$				

从上面的表格你可以得出什么结论?这个结论对其他平面图形也成立吗?

(2)下面五个图中，图1是一个长方体，图2、图3、图4、图5所示的是将长方体截去一角的图形.数一数这五个图中顶点、边、面的个数，并填写在下面的表格里.

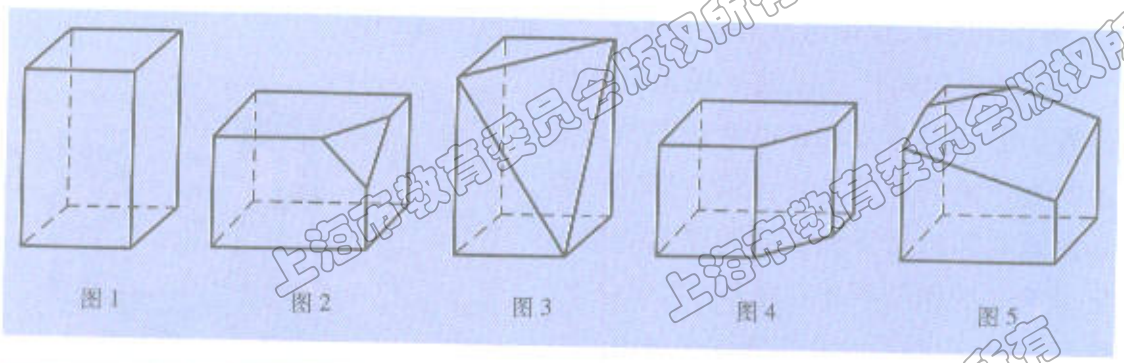


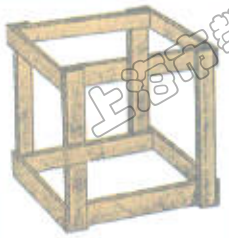
	图 1	图 2	图 3	图 4	图 5
顶点数 V					
边数 E					
面数 F					
$V-E+F$					

从上面的表格你又可以得出什么结论呢?

上海市教育委员会版权所有

阅读材料

艺术家埃舍尔



本章开头有一幅错误连接的“长方体架子”的图片，这个架子在现实生活中并不存在，但这幅图片却是一幅艺术作品.埃舍尔是这类艺术的代表人物.

埃舍尔(Maurits Cornelis Escher，1898–1972)，生于荷兰.他的父亲是一位水利工程师，当初曾设想将来埃舍尔能跟随他从事建筑事业，但学生时代的埃舍尔“算不上好学生”，可怜的成绩以及对于绘画和设计的偏爱最终使得他从事图形艺术的职业.至1972年去世之前，埃舍尔给我们留下了几百幅素描、平版画和木版画，为人类留下了一笔丰富的文化遗产.

埃舍尔的艺术作品至今仍独树一帜、风靡世界.埃舍尔的许多作品都源于悖论、幻觉和双重意义，他像一名施展了魔法的魔术师，将一个极具魅力的“不可能世界”立体地呈现在人们面前.埃舍尔的画，局部来看似乎无可挑剔，但从整体来衡量，则荒谬透顶，荒谬与真实完美地统一于他的作品之中.

对埃舍尔的作品表现出极大兴趣的是数学家、晶体学家和物理学家.热情赞美他的数学家们认为，埃舍尔的作品中数学的原则和思想得到了非同寻常的形象化.埃舍尔的作品涉及了很多的数学分支.然而，这个荷兰艺术家却没有受过中学以外的正式的数学训练，因而这一点尤其令人赞叹.

在这幅名叫“瀑布”的平版画中，局部来看，水都是从高处往低处流，但整体来看，却是从低处往高处流，使水车轮像一台永动机一样连续地转动.这可能吗？你知道它的荒谬之处吗？



(瀑布)

上海市教育委员会版权所有

说　明

本册教材根据上海中小学课程教材改革委员会制定的课程方案和《上海市中小学数学课程标准(征求意见稿)》编写，供九年义务教育六年级(第二学期)试验用。

本教材由上海师范大学主持编写，经上海市中小学教材审查委员会审查准予试验用。

本册教材的编写人员有：

主编：项家祥　　分册主编：黄　华

特约撰稿人：(按姓氏笔划为序)谢锦义　陈蓓华

柯新立　夏英平　黄　华　等

欢迎广大师生来电来函指出教材的差错和不足，提出宝贵意见。上海中小学课程教材改革委员会办公室地址：上海市陕西北路500号(邮政编码：200041)，联系电话：62360016(总机转)、52136338，出版社电话：64377165(总机转)

声明　按照中华人民共和国“著作权法”第二十三条中，关于“为实施九年制义务教育和国家教育规划而编写出版教科书，除作者事先声明不许使用的外，可以不经著作权人许可，在教科书中汇编已经发表的作品片段或者短小的文字作品、音乐作品或单幅的美术作品、摄影作品，但应当按照规定支付报酬，指明作者姓名、作品名称”的有关规定，我们已尽量寻找原作者支付报酬。原作者如有关于支付报酬事宜可及时与出版社联系。

经上海市中小学教材审查委员会审查
准予试用　　准用号 II -CB-2005002

责任编辑　刘　懿



九年义务教育课本
数　学
六年级第二学期
（试用本）
上海中小学课程教材改革委员会

上海世纪出版股份有限公司
上海教育出版社　出版
上海永福路123号　　邮政编码：200031

上海新华书店发行　　上海市印刷四厂印刷

开本 787 × 1092　1/16　印张 8.5
2006 年 1 月第 2 版　　2006 年 1 月第 2 次印刷
书号 ISBN7-5444-0060-3/G · 0056（课）

定价：9.10 元
上海市物价局价格审查批准文号：沪价商专（2005）107 号
全国物价举报电话：12358
此书如有印、装质量问题，请向本社调换　上海教育出版社电话：64377165

ISBN 7-5444-0060-3
9 787544 400602 01>

上海市教育委员会版权所有