义务教育教科书

数学 七年级下册

SHUXUE

本册教科书编写人员

实验版（2005～2012）

主　　编　范良火

副 主 编　岑　申　张宝珍

编写人员　范良火　许芬英　金才华　金克勤　王利明

徐鸿斌　岑　申　黄新民　王亚权

2013年第3版

主　　编　范良火

副 主 编　岑　申　张宝珍　许芬英

编写人员　范良火　金才华　许芬英　金克勤

王亚权　岑　申　王利明　巩子坤

浙江教育出版社

微信公众号：电子课本大全

前 言

亲爱的同学：

当这册数学教科书放在面前时，你又开始了一段新的数学学习之旅．

在本册中，首先在七年级上册图形的初步知识的基础上，进一步学习一种表示基本直线位置关系的图形：**平行线**．接着我们将学习**二元一次方程组**．与以前学过的一元一次方程相比，这里不仅未知数和方程的个数都增加了，其中还渗透了消元、代换等数学思想，为解决含有更多未知数的一次方程组提供了解决方法和范例．本册的后面部分：**整式的乘除**、**因式分解**、**分式**主要是学习代数式的运算和变形，它是我们进一步学习数学的重要而有力的工具，而**数据与图表**则是小学统计知识的进一步深化和发展，也是学习后续有关统计知识的基础．

本册教科书保持了七年级上册的体例："合作学习"，让你与同伴们一起探索新的数学知识、新的数学方法；"探究活动"，使你亲身经历知识的发生过程，体验"发现"的快乐；"阅读材料"帮助你了解许多有趣的数学史实，开阔你的数学视野；而"设计题"和"课题学习"，则为你提高分析和解决问题的能力，并在数学中进行探索、实践和创新提供了机会．

数学是最重要的基础学科，是学习物理、化学、地理、生物、经济等学科的必备知识；数学也能培养我们的思考能力，能使人思维缜密、思路清晰，增强逻辑性和精确性；数学更是认识世界，把握事物本质的科学，具有简洁之美、朴素之真，具有无穷的魅力．

数学是严肃的，它需要学习者有足够的勤奋和毅力；但数学也并不神秘，只要有充分的兴趣和良好的方法，每个人都可以学好它．

这套教科书是按照教育部最新制订的《义务教育数学课程标准》(2011 年版) 编写的，7～9 年级共 6 册．我们殷切希望它能成为你的朋友，能够帮助你掌握数学知识，提高数学能力，欣赏数学魅力，享受学习乐趣．祝你学习快乐，学业进步！

编 者

微信公众号：电子课本大全

目 录


第1章 平行线 2


第2章 二元一次方程组 30


第3章 整式的乘除 58


第4章 因式分解 96


第5章 分式 112


第6章 数据与统计图表 140

微信公众号：电子课本大全

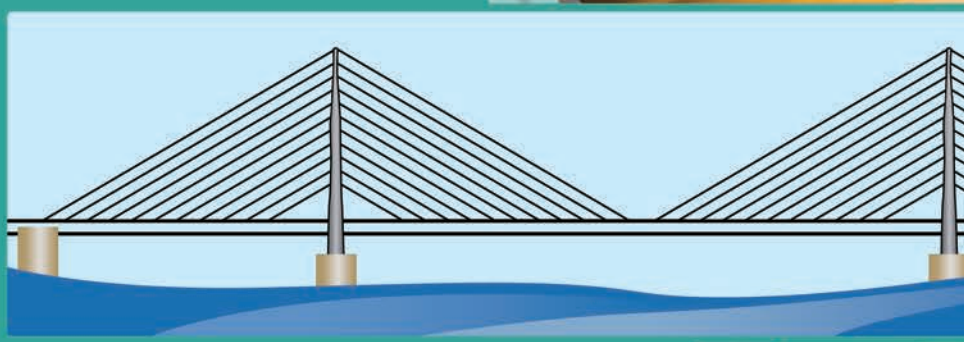
第1章

平行线



目录 CONTENTS<<

1.1 平行线 …… 4
1.2 同位角、内错角、同旁内角 …… 6
1.3 平行线的判定 …… 9
1.4 平行线的性质 …… 14
阅读材料 地球有多大 …… 20
1.5 图形的平移 …… 21
小结 …… 26
目标与评定 …… 27



微信公众号：电子课本大全

斜拉桥的各条索彼此平行，你有什么方法来检验它们是平行的？

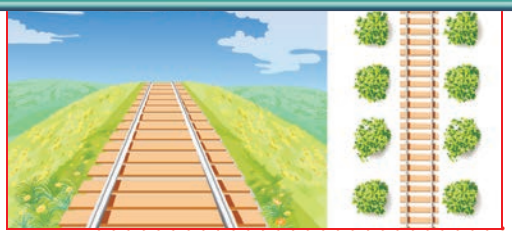
当列车在直道行驶时，列车上各点的运动有什么共同特征？

本章将学习平行线的判定和性质、图形的平移. 通过本章的学习，我们将找到解决上述问题的方法.



微信公众号：电子课本大全

1·1 平行线



你能说出生活中一些具有平行线形象的实际例子吗？

我们知道，在同一个平面内，不相交的两条直线叫做**平行线**（parallel lines）. 如两条铁轨、双杠等都给我们以平行线的形象. 在教室里，你能找到哪些具有平行线形象的例子？

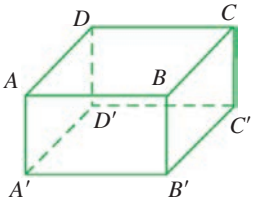
“平行”用符号“//”表示，如图 1-1，直线 AB 和 CD 是平行线，记做 $AB//CD$（或 $CD//AB$），读做“AB 平行 CD”（或“CD 平行 AB”）.



图 1-1

做一做 ZUOYIZUO

如图，在长方体中，和 AA' 平行的棱有几条？和 AB 平行的棱有几条？请用符号把它们表示出来.



下面我们介绍一种用三角尺和直尺画平行线的方法.

合作学习 HEZUOXUEXI

1. 如图 1-2，用三角尺和直尺画直线 b 与已知直线 a 平行. 请你按图示方法画一画. 你能概括出这种画法的基本步骤吗？

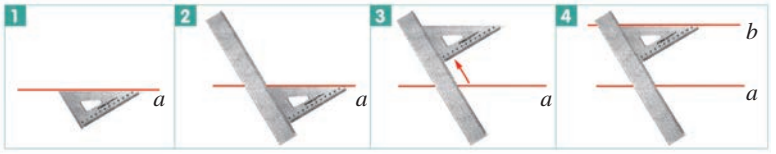


图 1-2

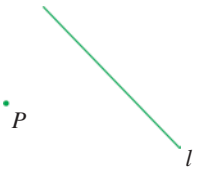


图 1-3

2. 如图 1-3，已知直线 l 和直线外一点 P. 用三角尺和直尺画四条和直线 l 平行的直线，并要求其中有直线经过点 P. 议一议：画已知直线的平行线可以画多少条？过已知直线外一点画已知直线的平行线可以画多少条？

微信公众号：电子课本大全

一般地，有以下的基本事实：

经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行.

例 如图 1-4，点 M，N 代表两个城市，MA，MB 是已建的两条公路. 现规划建造两条经 N 市的公路，这两条公路分别与 MA，MB 平行，并在与 MB，MA 的交汇处分别建一座立交桥. 问立交桥应建在何处？请画出示意图.

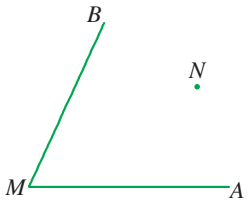


图 1-4

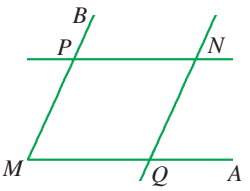
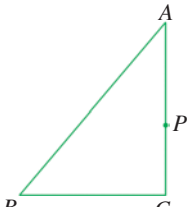


图 1-5

解 如图 1-5，过点 N 分别作直线 $NP \parallel MA$，交 MB 于点 P；作直线 $NQ \parallel MB$，交 MA 于点 Q. 所以立交桥应分别建在 P，Q 处.

课内练习 KENEILIANXI



（第 3 题）

1. 在同一个平面内，两条直线有哪几种位置关系？

2. 用符号“$\parallel$”表示图中平行四边形的两组对边分别平行.



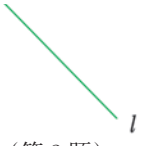
（第 2 题）

3. 如图，在△ABC 中，P 是 AC 边上一点. 过点 P 分别画 AB，BC 的平行线.

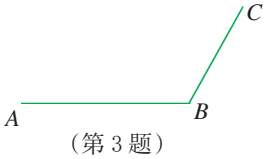
作业题 ZUOYETI

A **1.** 请举三个现实生活中体现平行线的例子.

2. 已知直线 l（如图），任意画两条直线，使它们都和直线 l 平行.



（第 2 题）

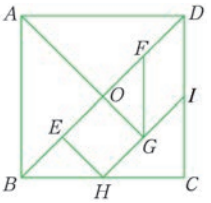


（第 3 题）

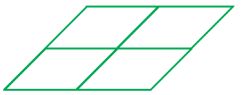
3. 如图，AB，BC 是一个平行四边形相邻的两边. 请把这个平行四边形补画完整.

微信公众号：电子课本大全

B **4.** 找出图中各对互相平行的直线，并用符号“//”把它们表示出来.



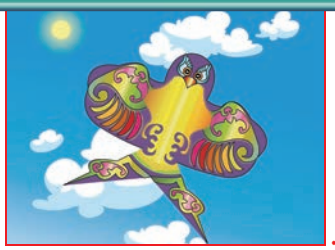
（第 4 题）

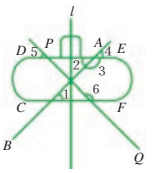


（第 5 题）

5. 我们把如图图形叫做 2×2 斜方格，它由四个边长都为 1 cm，其中较小内角为 45°的平行四边形组成. 请你画一个 3×3 斜方格.

1·2 同位角、内错角、同旁内角





中国最早的风筝据说是由古代哲学家墨翟制作的. 如图风筝的骨架构成了多种位置关系的角.

如图 1-6，两条直线 l_1，l_2 被第三条直线 l_3 所截，构成了 8 个角. 它们之间有多种位置关系，如∠1 与∠3，∠2 与∠4，∠5 与∠7，∠6 与∠8 分别是对顶角. 下面我们来认识另外几种新的关系：

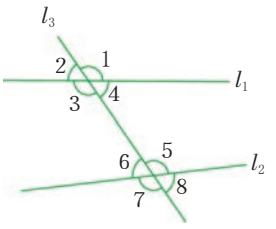


图 1-6

1. 观察∠1 与∠5 的位置，它们都在第三条直线 l_3 的同旁，并且分别位于直线 l_1，l_2 的同一侧，这样的一对角叫做**同位角**（corresponding angles）.

2. ∠3 与∠5 分别位于第三条直线 l_3 的异侧，并且都在两条直线 l_1 与 l_2 之间，这样的一对角叫做**内错角**（alternate interior angles）.

3. ∠3 与∠6 都在第三条直线 l_3 的同旁，并且在直线 l_1 与 l_2 之间，这样的一对角叫做**同旁内角**（same-side interior angles）.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

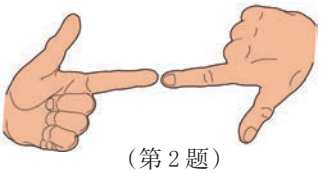
1. 如图1-6.

（1）∠4 与∠8 是同位角吗？还有哪几对是同位角？

（2）∠4 与∠6 是内错角吗？内错角一共有几对？

（3）除∠3 与∠6 外，还有其他同旁内角吗？

2. 如图，两只手的食指和拇指在同一平面内，它们构成的一对角可以看成是什么角？类似地，你还能用两只手的手指构成同位角和同旁内角吗？



（第 2 题）

例 如图 1-7，直线 DE 交∠ABC 的边 BA 于点 F. 如果内错角∠1与∠2 相等，那么同位角∠1与∠4 相等，同旁内角∠1与∠3 互补. 请说明理由.

解 ∵ ∠2 与∠4 是对顶角，

∴ ∠2＝∠4.

已知∠1＝∠2，

∴ ∠1＝∠4.

∵ ∠2 与∠3 互为补角，

∴ ∠2＋∠3＝180°，

∴ ∠1＋∠3＝180°，

即∠1 与∠3 互补.

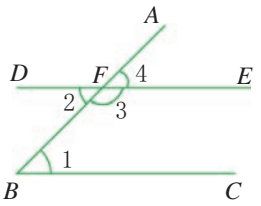


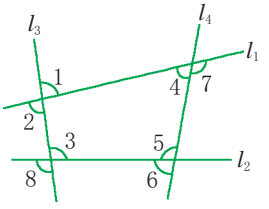
图 1-7

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知直线 l_1, l_2, l_3, l_4（如图）.

（1）当哪两条直线被哪条直线所截时，∠1 与∠3 是同位角？当哪两条直线被哪条直线所截时，∠1 与∠4 是内错角？

（2）请说出图中一对同位角、一对内错角、一对同旁内角，并分别说明是哪两条直线被哪条直线所截而成的.



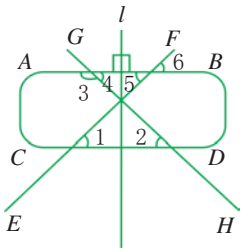
（第 1 题）

微信公众号：电子课本大全

2. 一个风筝的骨架如图所示.

（1） ∠1 与∠5 是一对什么角？如果∠1＝∠6＝45°，那么∠5 等于多少度？根据什么？∠5 与∠1 相等吗？

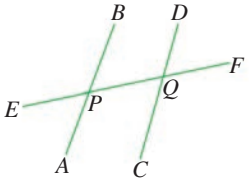
（2） ∠2 与∠3 是一对什么角？如果∠2＝∠4＝45°，那么∠3 等于多少度？根据什么？∠2＋∠3 等于多少度？



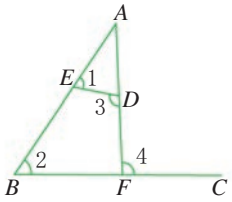
（第 2 题）

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图，直线 AB，CD 被直线 EF 所截. 请找出一对同位角，一对内错角和一对同旁内角.



（第 1 题）



（第 2 题）

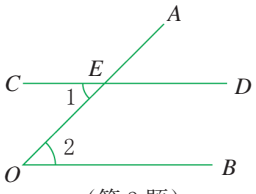
2. 看图填空：

（1）若 ED，BF 被 AB 所截，则∠1 与_____是同位角.

（2）若 ED，BC 被 AF 所截，则∠3 与_____是内错角.

（3）∠1 与∠3 是 AB 和 AF 被_____所截构成的_____角.

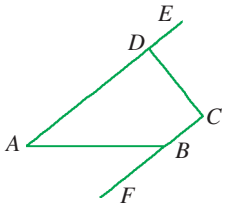
（4）∠2 与∠4 是_____和_____被 BC 所截构成的_____角.



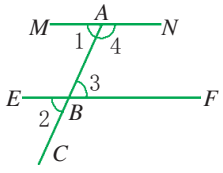
（第 3 题）

3. 如图，CD 交 AO 于点 E，∠1＝∠2. 找出图中和∠2 相等的角，以及和∠2 互补的角，并说明理由.

B **4.** 找出图中所有的同位角、内错角和同旁内角.



（第 4 题）



（第 5 题）

C **5.** 如图，直线 MN，EF 被 AB 所截. 已知∠1＝∠2，∠4＝2∠3. 求∠3，∠4 的度数.

微信公众号：电子课本大全

1·3 平行线的判定



当骑车路线偏离原定的方向时，可以如何调整？这和平行线有什么关系？

① ·····

合作学习

HEZUOXUEXI

我们已经学习过用三角尺和直尺画平行线的方法，请按图 1-8 所示方法画两条平行线，然后讨论下面的问题：

（1）在画图过程中，怎样操作才能使画出的直线 $l_2 // l_1$？

（2）把图中的直线 l_1，l_2 看成被直尺边 AB 所截，那么在画图过程中，三角尺起了使什么角始终保持相等的作用？由此你能发现判定两直线平行的方法吗？

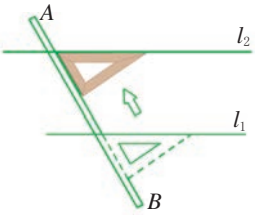


图 1-8

人们在长期实践中总结出以下基本事实：

两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行. 简单地说，**同位角相等，两直线平行**.

例1 如图 1-9，直线 l_1，l_2 被直线 l_3 所截，$\angle 1 = 45°$，$\angle 2 = 135°$. 判断 l_1 与 l_2 是否平行，并说明理由.

解 $l_1 // l_2$. 理由如下：

如图 1-9，$\angle 2 + \angle 3 = 180°$，

$\therefore \quad \angle 3 = 180° - \angle 2 = 180° - 135° = 45°$.

又 $\because \quad \angle 1 = 45°$，

$\therefore \quad \angle 1 = \angle 3$.

$\because$ $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是直线 l_1，l_2 被 l_3 所截的一对同位角，

根据“同位角相等，两直线平行”，得 $l_1 // l_2$.

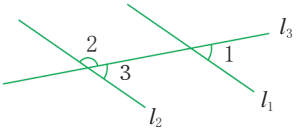


图 1-9

微信公众号：电子课本大全

例2　如图 1-10，$AB \perp EF$，$CD \perp EF$，E，F 分别为垂足. 直线 AB 与 CD 平行吗？请说明理由.

解　$AB \parallel CD$. 理由如下：

由已知 $AB \perp EF$，$CD \perp EF$，

根据垂直的意义，得 $\angle 1 = \angle 2 = \text{Rt}\angle$.

$\therefore$　$AB \parallel CD$（根据什么？）.

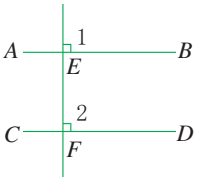


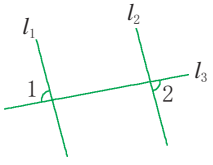
图 1-10

由例 2 可以得到，

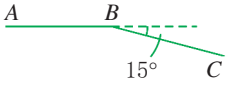
在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行.

课内练习 KENEILIANXI

1. 如图，直线 l_1，l_2 被 l_3 所截，且 $\angle 1 = \angle 2$. 直线 l_1 与 l_2 平行吗？请说明理由.



（第 1 题）

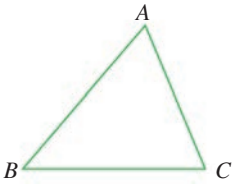


（第 2 题）

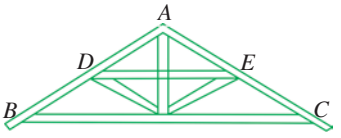
2. 某人骑自行车从 A 地出发，沿正东方向前进至 B 处后，右转 15°，沿直线向前行驶到 C 处（如图）. 这时他想仍按正东方向行驶，那么他应怎样调整行驶方向？请画出他继续行驶的路线，并说明理由.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图，请分别过点 A，B，C 作 BC，AC 和 AB 的平行线.



（第 1 题）

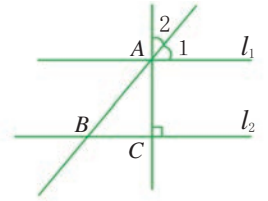


（第 2 题）

2. 如图为一座房屋屋架结构的示意图，$\angle ABC = 32°$. 要使横梁 DE 与 BC 平行，则 $\angle ADE$ 应为多少度？

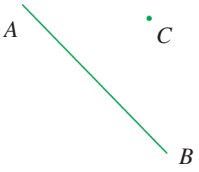
微信公众号：电子课本大全

3. 如图，已知直线 l_1，l_2 被直线 AB 所截，$AC\perp l_2$ 于点 C. 若 $\angle 1=50°$，$\angle 2=40°$，则 l_1 与 l_2 平行吗？请说明理由.

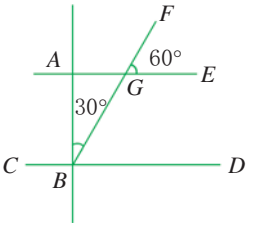


（第 3 题）

B **4.** 已知直线 AB 和直线外一点 C（如图）. 你能用一把三角尺过点 C 画 AB 的平行线吗？如果能，说明方法，并画出图形.



（第 4 题）



（第 5 题）

5. 如图，$AB\perp CD$ 于点 B，AE 与 BF 相交于点 G，且 $\angle FGE=60°$，$\angle ABG=30°$. 判断 AE 与 CD 是否平行，并说明理由.

2

合作学习

如图 1-11，直线 AB，CD 被直线 EF 所截.

若 $\angle 2=\angle 3$，则 AB 与 CD 平行吗？

你可以从以下几个方面考虑：

（1）我们已经有怎样的判定两直线平行的方法？

（2）由“$\angle 2=\angle 3$”，能得出有一对同位角相等吗？

由此你又获得怎样的判定平行线的方法？

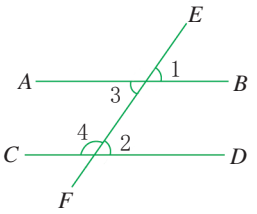


图 1-11

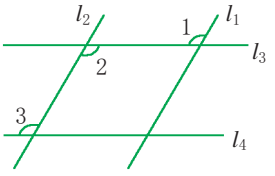
一般地，判定两条直线平行还有下面的方法：

两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行. 简单地说，**内错角相等，两直线平行**.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

如图，已知∠1＝121°，∠2＝120°，∠3＝120°. 说出其中的平行线，并说明理由.



例3 如图 1-12，$AC \perp CD$ 于点 C，∠1 与∠2 互余. 判断 AB，CD 是否平行，并说明理由.

解 $AB \parallel CD$. 理由如下：

如图 1-12，由已知 $AC \perp CD$，

根据互余的意义，得∠2 与∠3 互余.

又已知∠1 与∠2 互余，

根据“同角的余角相等”，得∠1＝∠3.

根据“内错角相等，两直线平行”，可得 $AB \parallel CD$.

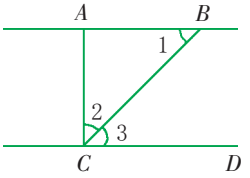


图 1-12

在图 1-11 中，若∠3＋∠4＝180°，易知 AB 与 CD 平行. 想一想，为什么？

由此，判定两直线平行还有下面的方法：

两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行. 简单地说，**同旁内角互补，两直线平行**.

例4 如图 1-13，AP 平分∠BAC，CP 平分∠ACD，∠1＋∠2＝90°. 判断 AB，CD 是否平行，并说明理由.

解 $AB \parallel CD$. 理由如下：

已知 AP 平分∠BAC，CP 平分∠ACD，

根据角平分线的意义，知

$\angle 1=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\angle 2=\frac{1}{2}\angle ACD$，

$\therefore$ $\angle BAC+\angle ACD=2(\angle 1+\angle 2)=2\times 90°=180°$.

根据“同旁内角互补，两直线平行”，得 $AB \parallel CD$.

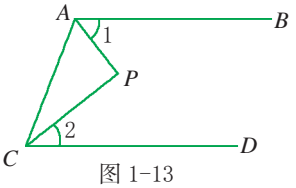


图 1-13

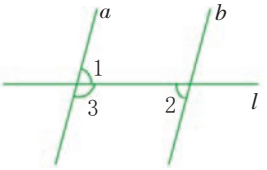
微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

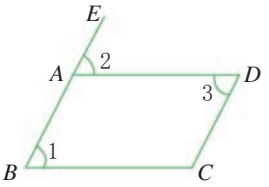
1. 如图，直线 a，b 被直线 l 所截.

（1）若 $\angle 1=75°$，$\angle 2=75°$，则 a 与 b 平行吗？根据什么？

（2）若 $\angle 2=75°$，$\angle 3=105°$，则 a 与 b 平行吗？根据什么？



（第 1 题）



（第 2 题）

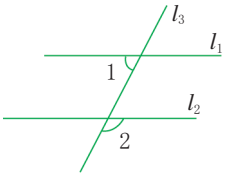
2. 如图，$\angle 1=\angle 2=\angle 3$. 填空：

（1）已知 $\angle 1=\angle 2$，根据(_____)，

可得_____∥_____.

（2）已知 $\angle 2=\angle 3$，根据(_____)，

可得_____∥_____.



（第 3 题）

3. 如图，已知直线 l_1，l_2 被直线 l_3 所截，$\angle 1+\angle 2=180°$. 请说明 l_1 与 l_2 平行的理由.

探究活动 TANJIUHUODONG

有一条纸带如图 1-14 所示. 如果工具只有圆规，怎样检验纸带的两条边线是否平行？如果没有工具呢？请说出你的方法和依据.

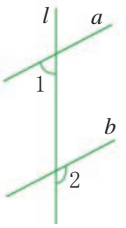
（可尝试用折叠的方法，与你的同伴交流）



图 1-14

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图，直线 a，b 被直线 l 所截. 若 $\angle 1=62°$，$\angle 2=118°$，则 a 与 b 平行吗？请说明理由.



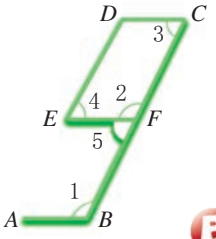
（第 1 题）

2. 电子屏幕上显示的数字“9”的形状如图所示，填空：

（1）如果 $\angle 1=\angle 2$，那么根据(_____)，

可得_____∥_____.

微信公众号：电子课本大全

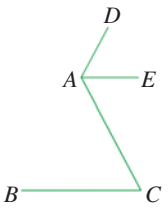


（第 2 题）

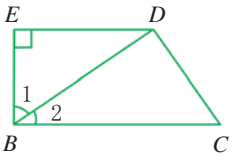
（2）如果∠4＝∠5，那么根据(_____)，可得_____∥_____.

（3）如果∠1＋∠3＝180°，那么根据(_____)，可得_____∥_____.

B **3.** 如图，∠*DAC*＝2∠*C*，*AE* 平分∠*DAC*. 判断 *AE* 与 *BC* 是否平行，并说明理由.



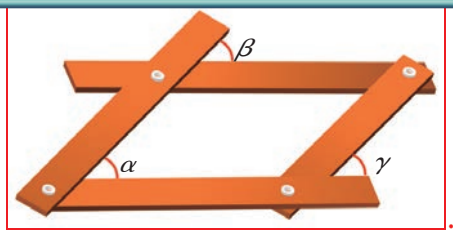
（第 3 题）



（第 4 题）

4. 如图，*DE*⊥*EB* 于点 *E*，∠1＝∠*C*，∠2 与∠*C* 互为余角. 判断 *DE* 与 *BC* 是否平行，并说明理由.

1·4 平行线的性质



如图放缩尺的各组对边互相平行. 图中∠α，∠β，∠γ相等吗？

1

合作学习

任意画两条互相平行的直线，再任意画一条直线与这两条平行线相交. 测量同位角的度数，你发现了什么？与其他同学的发现相同吗？

在“几何画板”软件中画出如图 1-15 的图形，直线 *EF*∥*GH*，直线 *AD* 与直线 *EF*，*GH* 分别相交于点 *B*，*C*.

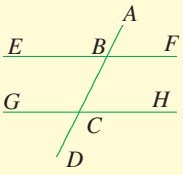


图 1-15

（1）测量∠*ABF*，∠*ACH*. 然后转动直线 *AD*，观察∠*ABF* 和∠*ACH* 的大小. 你发现了什么？

（2）如果设置直线 *EF* 与 *GH* 不平行，上面的结论仍成立吗？请作图验证.

微信公众号：电子课本大全

一般地，平行线有下面的性质：

两条平行线被第三条直线所截，同位角相等. 简单地说，**两直线平行，同位角相等**.

例1 如图 1-16，梯子的各条横档互相平行，∠1＝100°. 求∠2 的度数.

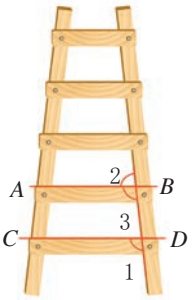


图 1-16

解 已知 $AB \parallel CD$，根据“两直线平行，同位角相等”，

得∠3＝∠1＝100°.

由平角的意义，得∠2＋∠3＝180°，

∴ ∠2＝180°－∠3＝180°－100°＝80°.

例2 如图 1-17，已知∠1＝∠2. 若直线 $b \perp m$，则直线 $a \perp m$. 请说明理由.

解 如图 1-17，已知∠1＝∠2，

根据“同位角相等，两直线平行”，得 $a \parallel b$.

由 $a \parallel b$，再根据“两直线平行，同位角相等”，得∠3＝∠4.

又已知 $b \perp m$，根据垂直的意义，知∠4＝90°，

∴ ∠3＝90°，

∴ $a \perp m$（根据什么？）.

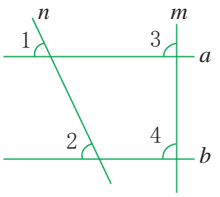
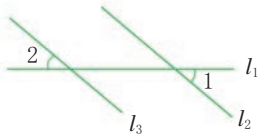


图 1-17

课内练习 KENEILIANXI



（第 1 题）

1. 如图，已知直线 $l_3 \parallel l_2$，∠1＝40°. 求∠2 的度数.

2. 如图，已知直线 l_1, l_2, l_3, l_4. 若∠1＝∠2，则∠3＝∠4. 完成下面的说理过程（填空）.

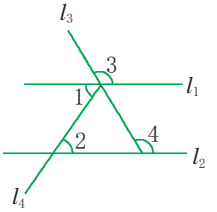
解：已知∠1＝∠2，

根据（_____），

得_____∥_____.

再根据（_____），

得∠3＝∠4.



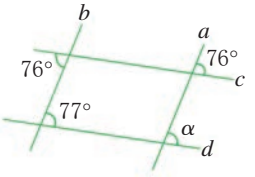
（第 2 题）

微信公众号：电子课本大全

3. 如图，已知 a,b,c,d 四条直线.

（1）图中哪些直线互相平行？哪些直线相交？

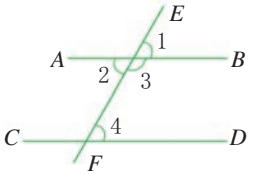
（2）说出 $\angle\alpha$ 的度数.



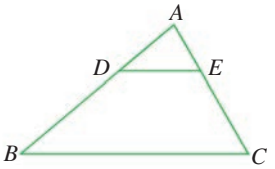
（第 3 题）

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图，$AB\parallel CD$，$\angle1=60°$，则 $\angle2=$_____，$\angle3=$_____，$\angle4=$_____.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，D,E 分别是 AB,AC 上的点. 已知 $\angle AED=60°$，$\angle C=60°$，$\angle ADE=40°$.

（1）DE 与 BC 平行吗？请说明理由.

（2）求 $\angle B$ 的度数.

3. 如图，$\angle A+\angle D=180°$，则 $\angle DCE=\angle B$. 完成下面的说理过程.

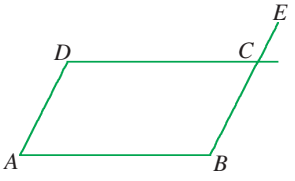
解：已知 $\angle A+\angle D=180°$，

根据(_____)，

得_____$\parallel$_____，

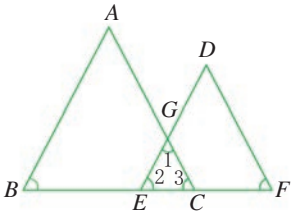
又根据(_____)，

得 $\angle DCE=\angle B$.

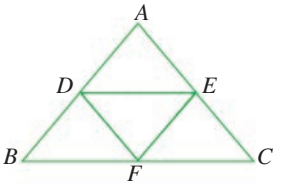


（第 3 题）

B **4.** 如图，$\angle B=\angle2$，$\angle F=\angle3$，点 B,E,C,F 在同一条直线上. 找出图中的平行线，并说明 $\angle A=\angle1=\angle D$ 的理由.



（第 4 题）



（第 5 题）

5. 如图，在三角形 ABC 中，D,E,F 分别是三边上的点，且 DE 平分 $\angle ADF$，$DE\parallel BC$. 若 $\angle B=50°$，求 $\angle BDF$ 的度数.

微信公众号：电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

如图 1-18，直线 $AB \parallel CD$，并被直线 EF 所截. $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 相等吗？$\angle 3$ 与 $\angle 4$ 的和是多少度？

建议从以下几方面思考：

（1）回顾我们已经知道的平行线的性质，由此能得出图 1-18 中哪一对角相等？

（2）$\angle 3$ 与 $\angle 1$ 有什么关系？$\angle 4$ 与 $\angle 2$ 呢？

你发现平行线还有哪些性质？

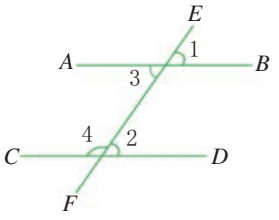


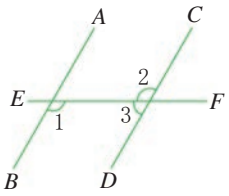
图 1-18

一般地，平行线还有下面的性质：

两条平行线被第三条直线所截，内错角相等. 简单地说，**两直线平行，内错角相等**.

两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补. 简单地说，**两直线平行，同旁内角互补**.

做一做 ZUOYIZUO



如图，AB，CD 被 EF 所截，$AB \parallel CD$，$\angle 1=120°$. 求 $\angle 2$，$\angle 3$ 的大小（填空）.

解：已知 $\angle 1=120°$，根据(_____)，

则 $\angle 2=$_____.

根据(_____)，

得 $\angle 3=$_____$-\angle 1=$_____.

例 3 如图 1-19，已知 $AB \parallel CD$，$AD \parallel BC$. 判断 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是否相等，并说明理由.

解 $\angle 1=\angle 2$. 理由如下：

已知 $AB \parallel CD$，根据“两直线平行，同旁内角互补”，

得 $\angle 1+\angle BAD=180°$.

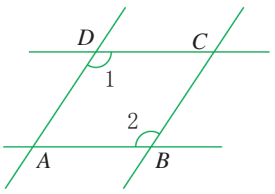


图 1-19

微信公众号：电子课本大全

同理，由 $AD\parallel BC$，得 $\angle 2+\angle BAD=180°$.
根据“同角的补角相等”，得 $\angle 1=\angle 2$.

例4 如图 1-20，已知 $\angle ABC+\angle C=180°$，BD 平分 $\angle ABC$. $\angle CBD$ 与 $\angle D$ 相等吗？请说明理由.

解 $\angle CBD=\angle D$. 理由如下：

$\because$ $\angle ABC+\angle C=180°$，
根据“同旁内角互补，两直线平行”，
得 $AB\parallel CD$.
再根据“两直线平行，内错角相等”，
得 $\angle D=\angle ABD$.
$\because$ BD 平分 $\angle ABC$，
$\therefore$ $\angle CBD=\angle ABD$.
$\therefore$ $\angle CBD=\angle D$.

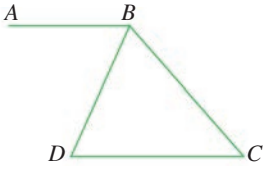
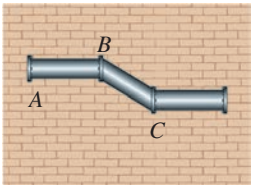


图 1-20

课内练习 KENEILIANXI



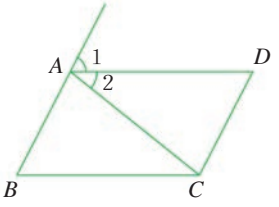
（第 1 题）

1. 如图，在墙面上安装某一管道需经两次拐弯，拐弯后的管道与拐弯前的管道平行. 若第一个弯道处 $\angle B=142°$，则第二个弯道处 $\angle C$ 为多少度？为什么？

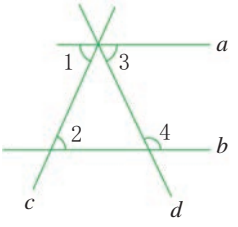
2. 如图，已知 $AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$. 填空：

（1）$\because$ $AB\parallel CD$，根据“两直线平行，内错角相等”，
可得 $\angle 1=$_____.

（2）$\because$ $AD\parallel BC$，根据（_____），
可得 $\angle 2=$_____.



（第 2 题）



（第 3 题）

3. 如图，已知 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=65°$. 求 $\angle 4$ 的度数.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 如图.

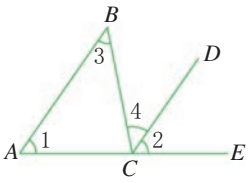
若∠1＝∠2，

根据(_____)，

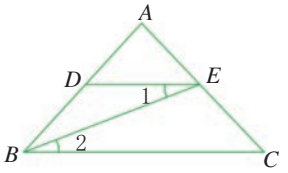
可得_____∥_____.

再根据“两直线平行，内错角相等”，

可得_____＝_____.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，D，E 分别是 AB，AC 上的点. 若∠1＝∠2，则∠EDB＋∠ABC＝180°. 完成下面的说理过程：

已知∠1＝∠2，

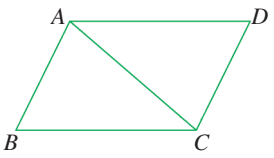
根据(_____)，

得_____∥_____.

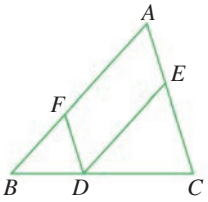
又根据(_____)，

得∠EDB＋∠ABC＝_____.

3. 如图，已知 AD∥BC，∠BAD＝∠BCD. 说明 AB 与 CD 平行的理由.



（第 3 题）



（第 4 题）

B **4.** 如图，D 是 BC 上一点，DE∥AB，交 AC 于点 E，DF∥AC，交 AB 于点 F. 若∠B＋∠C＝120°，求∠FDE 的度数.

5. 一艘船从 O 处出发，沿北偏东60°方向行驶至 A，然后向正东方向行驶至 C 后又改变航向，朝与出发时相反的方向行驶至 B. 请画出该船的航线示意图，并求∠ACB 的度数.

微信公众号：电子课本大全

地球有多大



地球有多大？这对于今天的人们已不再陌生：地球的平均半径约 6 371 千米，赤道周长约 40 075 千米，子午线周长约 40 008 千米……然而在古代，这可是个难题.

2 000 多年前，被西方地理学家推崇为“地理学之父”的埃拉托斯特尼（Eratosthenes，又译厄拉多塞，公元前 276～前 194）想出了一个巧妙测算地球周长的方法.

在塞尼城（Syene，今埃及阿斯旺附近）有一口深井，如图 1-21 所示的 A 处，夏至日那天中午 12 时，太阳光可直射井底. 亚历山大城与塞尼城几乎同在一条子午线上. 在一个夏至日的正午，埃拉托斯特尼在亚历山大城竖起一根小木棍，利用小木棍在地面上的投影测出小木棍与太阳光之间的夹角 α 为 7.2°. 因为太阳离地球非常遥远，太阳光线可以看做相互平行. 所以，如图1-21，$\angle\theta=\angle\alpha$（根据什么？）$=7.2°=\frac{1}{50}\times360°$. 而亚历山大城和塞尼城之间的路程约为 800 千米，应等于子午线周长的 $\frac{1}{50}$，所以子午线的周长约等于 $800\times50=40\,000$ 千米. 这与我们现在知道的子午线周长约 40 008 千米惊人地接近！可见当时埃拉托斯特尼的测算是相当准确的.

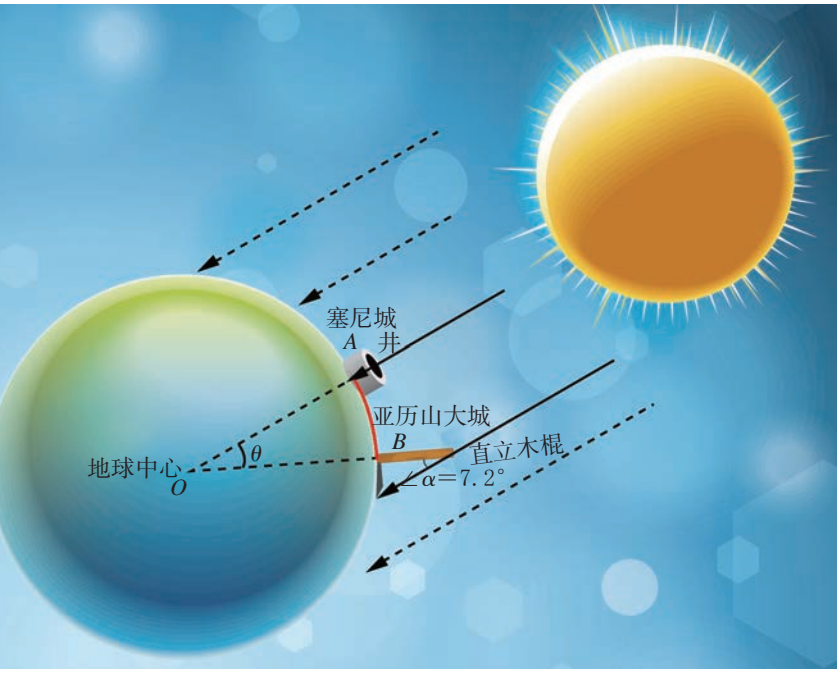


图 1-21

微信公众号：电子课本大全

1·5 图形的平移



缆车在运动过程中，哪些改变了？哪些保持不变？

在小学，我们已经初步认识了简单图形的平移. 如图 1-22，滑雪运动员在平坦的雪地上沿直线滑行，商场的自动扶梯上顾客的升降运动，火车在笔直的铁轨上行驶，这些都给我们以平移的形象.

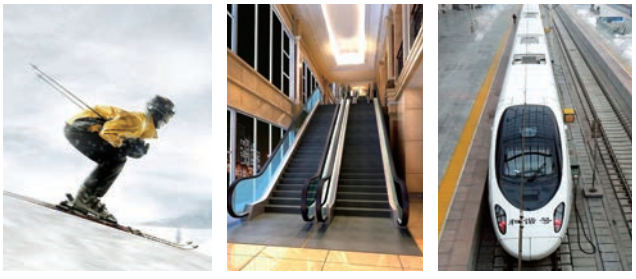


图 1-22

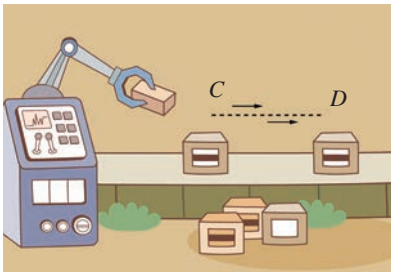


图 1-23

观察节前图，缆车由 A 移动到 B 的运动中，它的各部分移动的方向相同吗？移动的距离怎样变化？

如图 1-23，传送带上的箱子由 C 移动到 D 的运动有同样的特点吗？

一个图形沿某个方向移动，在移动的过程中，原图形上所有的点都沿同一个方向移动相等的距离，这样的图形运动叫做图形的**平移**(translation).

例如，图 1-24 是用三角尺和直尺画平行线的示意图，将三角尺 ABC 沿着直尺 PQ 平移到三角尺 $A'B'C'$ 的位置，就可以画出 AB 的平行线 $A'B'$，直线 $A'B'$可以看做是直线 AB 经平移后所得的图形. 直线 AB 平移的方向就是由点 A 到点 A'的方向，平移的距离就是线段 AA'的长.

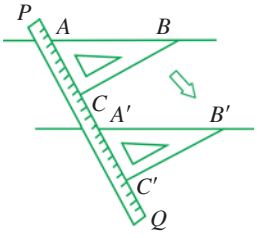


图 1-24

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

1. 下面两组图形的运动，哪一个属于平移？



①　　②

（第 1 题）

2. 你能举出现实生活中一些反映平移的实例吗？

（请与你的同伴交流）

下面我们来考虑如何画出一个图形经平移后所得的图形.

例　把长方形 $ABCD$（图 1-25）沿箭头所指的方向平移，使点 C 落在点 C'. 画出经这一平移后所得的图形.

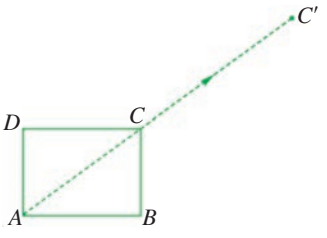


图 1-25

解　方法一：如图 1-26，将透明纸覆盖在长方形 $ABCD$ 上，画出相同的图形，然后把透明纸沿箭头所指的方向平移，直到点 C 与点 C' 重合（图 1-27）. 长方形 $A'B'C'D'$ 就是长方形 $ABCD$ 经平移所得的图形.

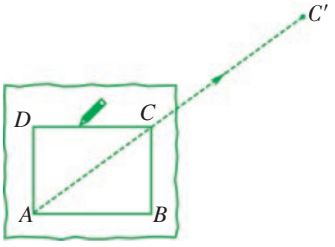


图 1-26

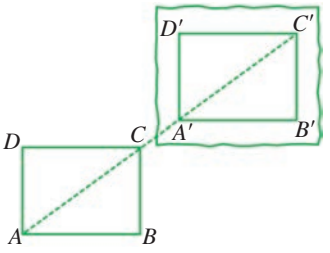


图 1-27

方法二：如图 1-28.

1. 分别过点 B，D 作 AC 的平行线 BM，DN.
2. 分别在射线 AC'，BM，DN 上截取 AA'，BB'，CC'，DD'，使 $AA'=BB'=DD'=CC'$.
3. 连结 $A'B'$，$B'C'$，$C'D'$，$D'A'$.

长方形 $A'B'C'D'$ 就是长方形 $ABCD$ 经平移所得的图形.

微信公众号：电子课本大全

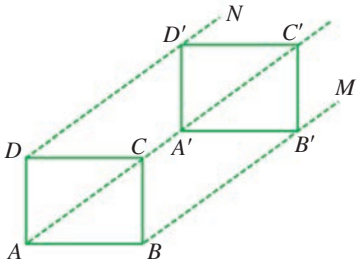


图 1-28

想一想

原图形与平移后所得的图形相比，哪些改变了？哪些保持不变？连结对应点的线段之间有什么关系？

一般地，图形的平移有下面的性质：

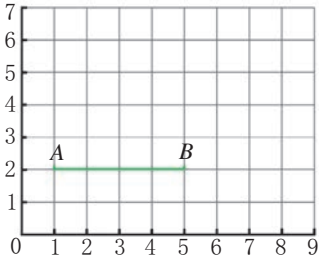
平移不改变图形的形状和大小.

一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等.

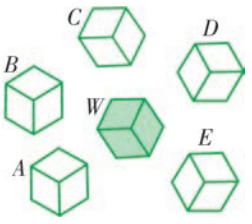
要描述一个平移，必须指出平移的方向和移动的距离.

课内练习 KENEILIANXI

1. 先把方格纸中的线段 AB 向上平移 3 格，再向右平移 2 格. 在方格纸中作出经上述两次平移后所得的图形.



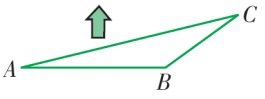
（第 1 题）



（第 2 题）

2. 图中哪个图形可以经平移后得到图形 W？请在图中用箭头标明平移的方向，并描述这个平移过程.

3. 已知三角形 ABC（如图）. 把三角形 ABC 向上平移 1 cm，画出经平移所得的图形.



（第 3 题）

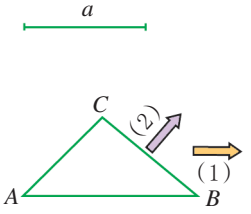
微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

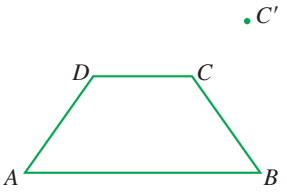
A **1.** 作出已知图形经平移所得的图形.

（1）把三角形 ABC 沿 AB 方向平移，平移的距离为线段 a 的长.

（2）把三角形 ABC 沿 AC 方向平移，平移的距离为线段 a 的长.



（第 1 题）



（第 2 题）

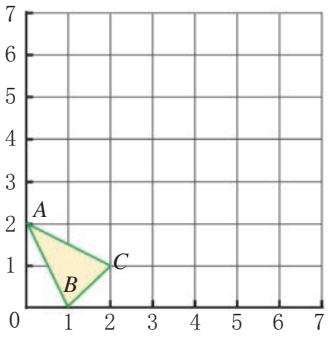
2. 如图，已知梯形 $ABCD$ 及梯形外一点 C'.平移梯形 $ABCD$，使点 C 经平移后所得的点是点 C'，作出经这一平移后所得的图形.

3. 如图，分别按下列要求作出经平移所得的图形.

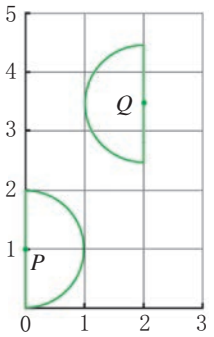
（1）把三角形 ABC 向右平移 3 格.

（2）把第（1）题中平移所得的图形向上平移 4 格.

（3）经（1），（2）两题两次平移后所得的图形，能通过将三角形 ABC 经过一次平移得到吗？如果你认为可以，描述这个平移过程.



（第 3 题）

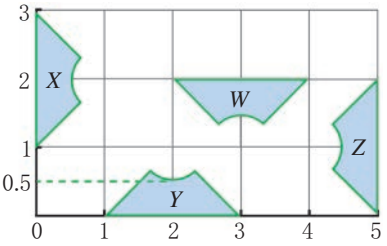


（第 4 题）

4. 如图，怎样平移半圆 P，使它平移后的图形与半圆 Q 组成一个圆？描述这个平移过程，并画出图形.

B **5.** 如图，图形 W，X，Y，Z 是形状和大小相同，能完全重合的图形. 通过平移这些图形，使它们组合成一个图案，并求出这个图案的面积（要求描述平移的过程，并画出图案）.

微信公众号：电子课本大全



（第 5 题）


（第 6 题）

6. 如图所示的图案由 6 个圆组成，不考虑颜色，这 6 个圆可以看成是由一个圆经过平移得到的.请以圆为“基本图形”，运用图形的平移设计一个新的图案，并说说它表示的意义.

PROJECT 设计题 SHEJITI




图 1-29

图1-29表示一条两岸彼此平行的河，现要在这条河上建一座桥.

（1）画出你所建的“桥”的示意图（“桥”可用线段表示）.

（2）比较你和你的同伴所画的示意图，“桥”的长度相等吗？由此你又发现了什么？你将用什么方法来证实你的发现？

（3）下面请你完成这样一项任务：如图1-30，直线 l_1，l_2 表示一条河的两岸，且 $l_1 // l_2$. 现要在这条河上建一座桥. 桥建在何处才能使从村庄 A 经桥过河到村庄 B 的路程最短？画出示意图，并用平移的原理说明理由.

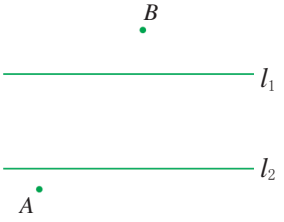


图 1-30

微信公众号：电子课本大全

小结 XIAOJIE

填空.

1. 在同一平面内，_____的两条直线叫做平行线.

经过_____一点，有且只有一条直线平行于已知直线.

2. 两条直线被第三条直线所截，构成的 8 个角中（如图 1-31），像_____和_____这样的一对角叫做同位角，像_____和_____这样的一对角叫做内错角，像∠3 和∠6 这样的一对角叫做_____.

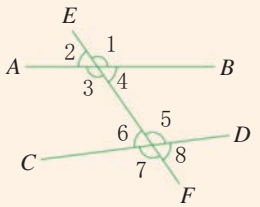


图 1-31

3. 平行线的判定：

_____相等，两直线平行.

_____相等，两直线平行.

_____互补，_____.

4. 平行线的性质：

两直线平行，_____相等.

两直线平行，_____相等.

两直线平行，同旁内角 _____.

5. 一个图形沿某个方向移动，在移动的过程中，原图形上的所有点都沿_____移动 _____的距离，这样的图形运动叫做图形的平移.

平移不改变图形的_____和_____. 一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线 _____（或在同一条直线上）且 _____.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
用三角尺和直尺画已知直线的平行线			
判定两条直线平行			
应用平行线的判定方法和性质进行简单的推理			
作简单平面图形经平移后的图形			

微信公众号：电子课本大全

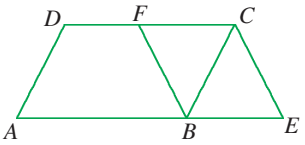
目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 1.1 节

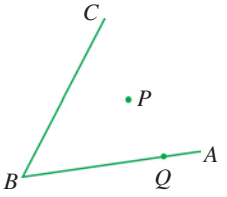
●理解平行线的概念，掌握基本事实：过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行.

●会用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线.

1. 已知图中有两个平行四边形. 请你写出图中的平行线，并用符号“//”表示.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 如图，P 是 $\angle ABC$ 内一点，点 Q 在 AB 上.

（1）过点 P 画一条直线 a 平行于 BC.

（2）过点 Q 画一条直线 b 平行于 BC.

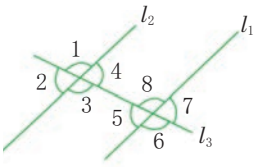
目标B 1.2 节 1.3 节

●识别同位角、内错角、同旁内角.

●掌握基本事实：同位角相等，两直线平行.

●掌握平行线的判定方法：内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行.

3. 已知直线 l_1, l_2, l_3 的位置如图. 说出图中两对同位角，一对内错角，所有同旁内角. 你能添上一个适当的条件，使得 $l_1 // l_2$ 吗？



（第 3 题）

4. 填空：

（1）如图甲，已知 $\angle B = \angle C$，

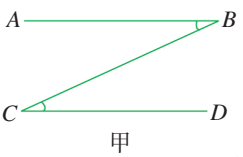
根据(_____)，

可得_____ // _____.

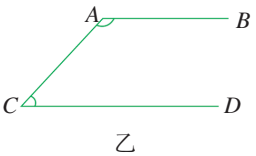
（2）如图乙，已知 $\angle A + \angle C = 180°$，

根据(_____)，

可得_____ // _____.



甲



乙

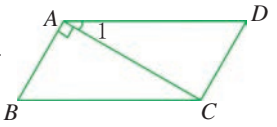
（第 4 题）

微信公众号：电子课本大全

5. 如图，$AB \perp AC$，垂足为 A，$\angle 1 = 30°$，$\angle B = 60°$.

（1）AD 与 BC 平行吗？为什么？

（2）根据题中的条件，能判断 AB 与 CD 平行吗？如果能，请说明理由；如果不能，添加一个条件，使它们平行.

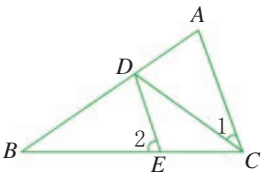


（第 5 题）

目标C 1.4 节

●掌握平行线的性质.

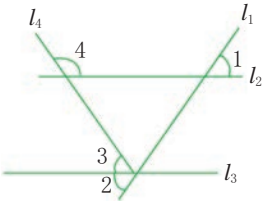
6. 如图，CD 平分 $\angle ACB$，$DE /\!/ AC$. 若 $\angle 1 = 35°$，则 $\angle 2 =$ _____ 度.



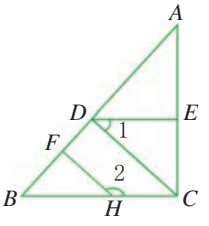
（第 6 题）

7. 一艘船沿正东方向航行，行至 A 处折向南偏东 60°方向航行，行至 B 处后，若该船仍向正东方向行驶，应如何调整航向？画出示意图，并说明理由.

8. 如图，已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 55°$. 求 $\angle 4$ 的度数.



（第 8 题）



（第 9 题）

9. 如图，已知 $AC \perp BC$，$CD \perp AB$，$DE \perp AC$，$\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补. 判断 HF 与 AB 是否垂直，并说明理由.

目标D 1.5 节

●通过具体实例认识平移，探索它的性质.

●会按要求作出简单平面图形平移后的图形.

●认识和欣赏平移在自然界和现实生活中的应用.

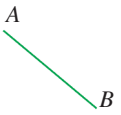
10. 观察下面六幅图案，判断②③④⑤⑥中的哪个图案可以通过平移图案①得到.


①　②　③　④　⑤　⑥

（第 10 题）

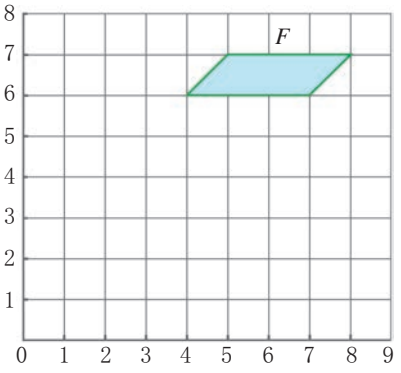
微信公众号：电子课本大全

11. 如图，已知线段 AB 和点 A'. 平移线段 AB，使点 A 落在 A'，作出线段 AB 经平移所得的线段 $A'B'$. 连结 AA'，BB'. 说出图中互相平行的线段和彼此相等的线段.



（第 11 题）

12. 将方格纸中的图形 F 先向下平移 4 格，再向左平移 2 格，作出经两次平移后分别得到的图形. 这两次平移所得的图形能通过将图形 F 经过一次平移得到吗？如果你认为可以，请描述这个平移过程.



（第 12 题）

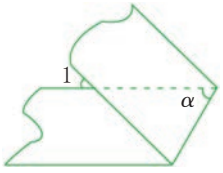
目标E ●会运用平行线和平移的知识解决有关的简单问题.

13. 直线 a，b 所成的角跑到画板外面去了，你有什么办法量出这两条直线所成的角的度数？是多少度？



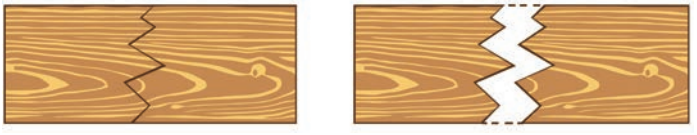
（第 13 题）

14. 如图，将一条两边沿互相平行的纸带折叠. 设∠1 为 x 度，请用关于 x 的代数式表示∠α 的度数.



（第 14 题）

15. 一块长为 a（cm），宽为 b（cm）的长方形地板中间有一条裂缝（如图甲）. 若把裂缝右边的一块向右平移 1 cm（如图乙），则产生的裂缝的面积是多少平方厘米？


甲　　乙

（第 15 题）

微信公众号：电子课本大全

第2章

二元一次方程组



目录 CONTENTS<<

2.1 二元一次方程 …… 32

2.2 二元一次方程组 …… 35

2.3 解二元一次方程组 …… 38

2.4 二元一次方程组的应用 …… 44

选学 2.5 三元一次方程组及其解法 …… 50

阅读材料 《九章算术》中的“方程” …… 53

小结 …… 54

目标与评定 …… 55

微信公众号：电子课本大全

“鸡兔同笼”是我国古代数学名著《孙子算经》上的一道题：今有鸡兔同笼，上有三十五头，下有九十四足，问鸡兔各几何？

购买面值为 0.8 元和 1.5 元的邮票共 7 张，恰好花了 7 元钱，你知道这两种面值的邮票各买了多少张吗？

本章将学习二元一次方程（组）的有关概念，以及二元一次方程组的解法和应用. 通过本章的学习，我们将找到解决上述问题的方法.





微信公众号：电子课本大全

2·1 二元一次方程



小杰买了单价分别为 2 元和1.2 元的贺卡若干张，花了 10.8 元，问这两种贺卡各买了多少张？

请思考，并讨论下列问题：

（1）小红到邮局寄挂号信，需要邮资3 元 8 角. 小红有面额为 6 角和 8 角的邮票若干张，问这两种面额的邮票各需多少张？

在这个问题中，要求的未知数有几个？能列一元一次方程求解吗？

如果设需要面额为 6 角的邮票 x 张，面额为 8 角的邮票 y 张，你能列出方程吗？

（2）在高速公路上，一辆轿车行驶 2 小时的路程比一辆卡车行驶 3 小时的路程还多 20 千米. 如果设轿车的速度为 a 千米 / 时，卡车的速度为 b 千米/ 时，你能列出怎样的方程？

像 $0.6x+0.8y=3.8$，$2a=3b+20$ 这样，含有两个未知数，且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做**二元一次方程**（linear equation in two unknowns）.

做一做 ZUOYIZUO

1. 根据题意列出方程：

（1）买 5 kg 苹果和 3 kg 梨共需 23.6 元，分别求苹果和梨的单价. 设苹果的单价为每千克 x 元，梨的单价为每千克 y 元.

（2）七年级一班男生人数的 2 倍比女生人数的 $\frac{1}{3}$ 多 7 人，求男生、女生的人数. 设男生人数为 x，女生人数为 y.

2. 下列各式是二元一次方程的是（　　）

（A）$x^2+y=0$.　　（B）$x=\frac{2}{y}+1$.

（C）$\frac{x+y}{3}-2y=0$.　　（D）$y+\frac{1}{2}x$.

微信公众号：电子课本大全

使二元一次方程两边的值相等的一对未知数的值，叫做**二元一次方程的一个解**. 例如，把 $x=1,y=4$ 代入方程 $3x+4y=19$，左边$=3\times1+4\times4=19=$右边，所以 $x=1,y=4$ 就是方程 $3x+4y=19$ 的一个解，记做 $\begin{cases}x=1,\\y=4.\end{cases}$ 想一想，$x=0$，$y=1$ 和 $x=5,y=1$ 也是方程 $3x+4y=19$ 的解吗？

例 已知方程 $3x+2y=10$.

（1）用关于 x 的代数式表示 y.

（2）求当 $x=-2,0,3$ 时对应的 y 的值，并写出方程 $3x+2y=10$ 的三个解.

分析 要用关于 x 的代数式表示 y，只要把方程 $3x+2y=10$ 看做未知数是 y 的一元一次方程.

解 （1）移项，得 $2y=10-3x$.

$\therefore\quad y=5-\frac{3}{2}x.$

（2）当 $x=-2$ 时，$y=5-\frac{3}{2}\times(-2)=8$；

当 $x=0$ 时，$y=5-\frac{3}{2}\times0=5$；

当 $x=3$ 时，$y=5-\frac{3}{2}\times3=\frac{1}{2}$.

由二元一次方程的解的意义，$\begin{cases}x=-2,\\y=8,\end{cases}$ $\begin{cases}x=0,\\y=5,\end{cases}$ $\begin{cases}x=3,\\y=\frac{1}{2}\end{cases}$ 都是方程 $3x+2y=10$ 的解.

想一想

方程 $3x+2y=10$ 的解有多少个？

课内练习 KENEILIANXI

1. 检验下列各组数是不是方程 $2a=3b+20$ 的解.

（1）$\begin{cases}a=4,\\b=3.\end{cases}$　（2）$\begin{cases}a=5,\\b=-\frac{10}{3}.\end{cases}$　（3）$\begin{cases}a=100,\\b=60.\end{cases}$

2. 已知二元一次方程 $2x+3y=2$.

（1）用含 y 的代数式表示 x.

微信公众号：电子课本大全

（2）根据给出的 y 值，求出对应的 x 的值，填入表内.

y	0	2	-2	$\frac{2}{3}$	1	…
x						…

（3）写出方程的五个解.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 根据题意列出方程：

（1）长方形的周长是 34 cm，求长方形的长与宽. 设长方形的长为 a(cm)，宽为 b(cm).

（2）一场篮球赛门票的收入为 4 700 元. 已知门票价格为成人每人 30 元，学生每人 10 元，有多少观众观看了这场篮球赛？其中学生有多少人？设有 x 名观众，其中 y 名学生观看了这场篮球赛.

2. 已知方程 $3x-y=5$.

（1）用含 x 的代数式表示 y.

（2）用含 y 的代数式表示 x.

3. 检验下列各组数是不是方程 $2x-3y=1$ 的解.

（1）$\begin{cases} x=\frac{1}{2}, \\ y=0. \end{cases}$　（2）$\begin{cases} x=-1.5, \\ y=-\frac{4}{3}. \end{cases}$　（3）$\begin{cases} x=1, \\ y=1. \end{cases}$

4. 48 名同学被分配到大、小不同的两种寝室，大寝室每间住 8 人，小寝室每间住 4 人，刚好住满. 求大、小寝室各住了多少间. 如果设大寝室住了 x 间，小寝室住了 y 间，请列出方程，并写出两个解.

B **5.** 已知 $\begin{cases} x=-2, \\ y=a \end{cases}$ 是方程 $2x+3y=5$ 的一个解，求 a 的值.

6. 已知方程 $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=5$，用关于 x 的代数式表示 y，并写出方程的三个解.

C **7.** 请解答节前语中的问题.

微信公众号：电子课本大全

2·2 二元一次方程组



6 块同样大小的长方形复合地板刚好拼成一个大长方形，如图. 你能算出每块复合地板的长和宽吗？

一个苹果和一个梨的质量合计 200 g(如图 2-1)，这个苹果的质量加上一个 10 g 的砝码恰好与这个梨的质量相等(如图 2-2). 问苹果和梨的质量各为多少克？

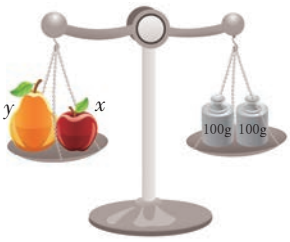


图 2-1



图 2-2

这个问题中，如果设苹果和梨的质量分别为 x(g)和 y(g)，你能列出几个方程？请把它们列出来.

方程 $x+y=200$ 和方程 $y=x+10$ 中，x，y 都分别表示同一个未知数，也就是说，x，y 的值必须同时满足上述两个方程，因此可以把两个方程合起来，写成 $\begin{cases} x+y=200, \\ y=x+10. \end{cases}$ 像这样由两个一次方程组成，并且含有两个未知数的方程组，叫做**二元一次方程组**(linear system in two unknowns).

做一做 ZUOYIZUO

1. (1) 已知方程 $x+y=200$，填写下表.

x	…	85	90	95	100	105	…
y							

微信公众号：电子课本大全

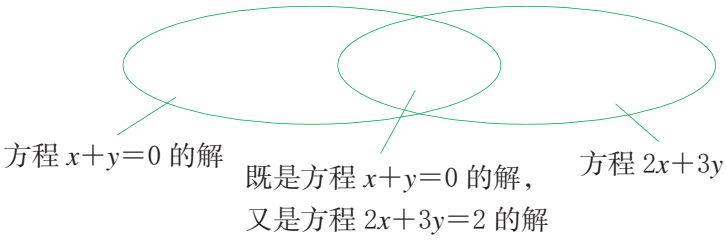
（2）已知方程 $y=x+10$，填写下表.

x	…	85	90	95	100	105	…
y							

（3）有没有这样的解，它既是方程 $x+y=200$ 的一个解，又是方程 $y=x+10$ 的一个解？

2. 把下列各组数的题序填入图中适当的位置.

① $\begin{cases}x=1,\\y=0;\end{cases}$ ② $\begin{cases}x=-2,\\y=2;\end{cases}$ ③ $\begin{cases}x=-\frac{1}{2},\\y=1;\end{cases}$ ④ $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=-\frac{1}{2}.\end{cases}$



3. 对于节前语中的问题，如果设一块长方形复合地板的长为 x(cm)，宽为 y(cm)，那么可以列出怎样的方程组？

同时满足二元一次方程组中各个方程的解，叫做这个**二元一次方程组的解**. 例如，$\begin{cases}x=95,\\y=105\end{cases}$ 就是二元一次方程组 $\begin{cases}x+y=200,\\y=x+10\end{cases}$ 的解.

例 北京 2008 年奥运会跳水决赛的门票价格如下表.

等　级	A	B	C
票价(元 / 张)	500	300	150

小聪购买了 B 等级和 C 等级的跳水决赛门票共 6 张，他发现购买这 6 张门票所花的钱恰好能购买 3 张 A 等级门票. 如果设小聪购买 B 等级和 C 等级门票分别为 x 张和 y 张，请根据问题中的条件列出关于 x，y 的方程组，并用列表尝试的方法求两种门票的数量.

微信公众号：电子课本大全

解 根据条件可列出关于 x,y 的方程组 $\begin{cases}x+y=6,\\300x+150y=1\,500.\end{cases}$

因为 x,y 必须取自然数(为什么?),所以列表尝试如下:

x	0	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1	0
$300x+150y$	900	1 050	1 200	1 350	1 500	1 650	1 800

可见,只有 $x=4,y=2$ 符合这个方程组,所以方程组的解是 $\begin{cases}x=4,\\y=2.\end{cases}$

答:小聪买了 B 等级跳水决赛门票 4 张,C 等级跳水决赛门票 2 张.

课内练习 KENEILIANXI

1. 将下列方程组的解和相应的方程组用线连起来.

$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}y=3-x,\\3x+2y=8.\end{cases}$

$\begin{cases}x=3,\\y=-2.\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}y=2x,\\x+y=3.\end{cases}$

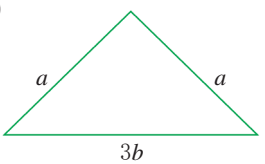
$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases}y=1-x,\\3x+2y=5.\end{cases}$

2. 已知两个自然数的和是 67,差是 3. 设这两个自然数分别是 x,y,请列出关于 x,y 的方程组,并用列表尝试的方法求出这两个自然数.

作业题 ZUOYETI

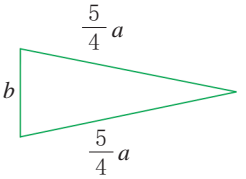
A **1.** 两个三角形的边长和周长如图所示,请列出关于未知数 a,b 的方程组.

(1)



周长为 14

(2)



周长为 12

(第 1 题)

微信公众号:电子课本大全

2. 方程组$\begin{cases}x+y=6,\\x-3y=-2\end{cases}$的解是(　　)

(A) $\begin{cases}x=5,\\y=1.\end{cases}$　(B) $\begin{cases}x=4,\\y=2.\end{cases}$　(C) $\begin{cases}x=-5,\\y=-1.\end{cases}$　(D) $\begin{cases}x=-4,\\y=-2.\end{cases}$

3. 已知方程组$\begin{cases}3m+n=-1,\\2m-3n=-8.\end{cases}$

(1) m 分别取$-3,-1,0,2$,填写下表.

$3m+n=-1$ 的解						$2m-3n=-8$ 的解					
m	-3	-1	0	2	…	m	-3	-1	0	2	…
n						n					

(2) 写出方程组的解.

4. 设计一个关于使用 1 元和 5 元两种币值的问题情境,使该问题可应用二元一次方程组来解决.

B **5.** 已知$\begin{cases}x=0,\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$是方程组$\begin{cases}x-b=y,\\5x+2a=2y\end{cases}$的解. 求 a,b 的值.

6. 已知节前语中每块复合地板的长和宽都是整厘米数,请用列表尝试的方法解你所列的方程组.

2·3 解二元一次方程组



我国古代数学名著《孙子算经》上有这样一道题:今有鸡兔同笼,上有三十五头,下有九十四足,问鸡兔各几何?你能解决这个问题吗?

①

现在我们以二元一次方程组$\begin{cases}x+y=200,\\y=x+10\end{cases}$为例来寻求二元一次方程组的一般解法.因为两个方程中相同的字母都表示同一未知数,所以根据方

微信公众号:电子课本大全

程 $y=x+10$，方程 $x+y=200$ 中的未知数 y 可以用 $x+10$ 来替换. 这样就得到一元一次方程 $x+(x+10)=200$，解得 $x=95$. 把 $x=95$ 代入方程组中的任何一个方程，就可以求得另一个未知数 y 的值.

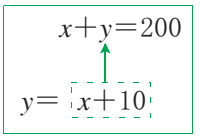


图 2-3

做一做 ZUOYIZUO

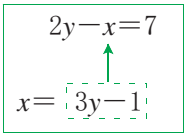
填空：解方程组 $\begin{cases}2y-x=7, & ①\\ x=3y-1. & ②\end{cases}$

解 把② 代入①（如右图），得_____.

解得 $y=$_____.

把解得的 y 的值代入②，得_____.

所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=_____,\\ y=_____.\end{cases}$



解方程组的基本思想是“消元”，也就是把解二元一次方程组转化为解一元一次方程. 上面这种消元方法是“代入”，这种解方程组的方法称为**代入消元法**，简称**代入法**（substitution method）. 代入法是解二元一次方程组常用的方法之一.

例1 解方程组 $\begin{cases}2y-3x=1, & ①\\ x=y-1. & ②\end{cases}$

解 把②代入①（图 2-4），得 $2y-3(y-1)=1$，

即 $2y-3y+3=1$，解得 $y=2$.

把 $y=2$ 代入②，得 $x=2-1=1$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=1,\\ y=2.\end{cases}$

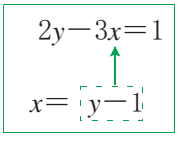


图 2-4

说明：为了检查上面的计算是否正确，可把所求得的解分别代入方程①，②检验. 检验过程可以口算，不必写出.

微信公众号：电子课本大全

例2 解方程组 $\begin{cases}2x-7y=8, & ①\\ 3x-8y-10=0. & ②\end{cases}$

分析 利用其中一个方程，将一个未知数用关于另一个未知数的代数式表示，就可以用代入法解这个方程组. 将其中一个方程的一个未知数用另一个未知数表示时，通常我们选择使运算比较简便的方程.

解 由①，得 $2x=8+7y$，即 $x=\dfrac{8+7y}{2}$. ③

把③代入②，得 $3\times\left(\dfrac{8+7y}{2}\right)-8y-10=0$，

$\therefore\quad 12+\dfrac{21}{2}y-8y-10=0$，解得 $y=-\dfrac{4}{5}$.

把 $y=-\dfrac{4}{5}$ 代入③，得 $x=\dfrac{8+7\times\left(-\dfrac{4}{5}\right)}{2}=\dfrac{6}{5}$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=\dfrac{6}{5},\\ y=-\dfrac{4}{5}.\end{cases}$

用代入法解二元一次方程组的一般步骤是：

1. 将方程组中的一个方程变形，使得一个未知数能用含有另一个未知数的代数式表示.

2. 用这个代数式代替另一个方程中相应的未知数，得到一个一元一次方程，求得一个未知数的值.

3. 把这个未知数的值代入代数式，求得另一个未知数的值.

4. 写出方程组的解.

课内练习 KENEILIANXI

用代入法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}x=2y,\\ 2x+y=5.\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2x+y=7,\\ 3x-4y=5.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3x+y=1,\\ x-2y+1=0.\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}2x-3y=7,\\ 4x+5y=3.\end{cases}$

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 用代入法解下列方程组：

（1）$\begin{cases} x=\frac{3}{2}y, \\ x+0.5y=2. \end{cases}$　　（2）$\begin{cases} 2a+b=3, \\ 4a-3b=5. \end{cases}$

（3）$\begin{cases} 5x=3y, \\ x-y=4. \end{cases}$　　（4）$\begin{cases} \frac{1}{2}x=-\frac{2}{3}y, \\ 2x+y=7. \end{cases}$

2. 用代入法解下列方程组：

（1）$\begin{cases} 5x+4y=-1.5, \\ 2x-3y=4. \end{cases}$　　（2）$\begin{cases} 4x-3y-10=0, \\ 3x-2y=0. \end{cases}$

3. 解方程组$\begin{cases} 3x-4(x-y)=2, \\ 2x-3y=1. \end{cases}$

B **4.** 解方程组$\begin{cases} 2(x+y)-(x-y)=3, \\ (x+y)-2(x-y)=1. \end{cases}$

5. 请回答节前语中的问题. 先列出二元一次方程组，再求解.

C **6.** 已知$\begin{cases} x=2, \\ y=5 \end{cases}$和$\begin{cases} x=1, \\ y=10 \end{cases}$是方程 $ax+by=15$ 的两个解，求 a，b的值.

2

观察方程组$\begin{cases} x+y=2, & ① \\ x-y=5. & ② \end{cases}$

它的系数有什么特点？你会用什么方法来消元？

完成这个方程组的求解过程（填空）.

解　将方程①②的左右两边分别相加，得_____（依据：_____），

解得 $x=$_____. 把解得的 x 的值代入①，得_____，

解得 $y=$_____.

所以原方程组的解是_____.

把上述过程中“①＋②”改为“①－②”，结果将如何？

微信公众号：电子课本大全

对于二元一次方程组，当两个方程的同一个未知数的系数是互为相反数或相同时，可以通过把两个方程的两边相加或相减来消元，转化为一元一次方程求解. 这种解二元一次方程组的方法叫做**加减消元法**，简称**加减法**（elimination method）. 加减法也是解二元一次方程组常用的方法之一.

例3 解方程组 $\begin{cases} 2s+3t=2, & ① \\ 2s-6t=-1. & ② \end{cases}$

解 ①－②，得 $9t=3$，解得 $t=\frac{1}{3}$.

把 $t=\frac{1}{3}$ 代入①（代入②可以吗？），得 $2s+3\times\frac{1}{3}=2$，

解得 $s=\frac{1}{2}$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases} s=\frac{1}{2}, \\ t=\frac{1}{3}. \end{cases}$

例4 解方程组 $\begin{cases} 3x-2y=11, & ① \\ 2x+3y=16. & ② \end{cases}$

分析 先通过方程的变形，使得某个未知数的系数的绝对值相同，就可以把两个方程的两边相加或相减来消元.

解 ①×3，得 $9x-6y=33.$ ③

②×2，得 $4x+6y=32.$ ④

③＋④，得 $13x=65$，

$\therefore\ x=5.$

把 $x=5$ 代入①，得 $3\times5-2y=11$，

解得 $y=2.$

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=5, \\ y=2. \end{cases}$

用加减法解二元一次方程组的一般步骤是：

1. 将其中一个未知数的系数化成相同（或互为相反数）.

微信公众号：电子课本大全

2. 通过相减(或相加)消去这个未知数,得到一个一元一次方程.

3. 解这个一元一次方程,得到一个未知数的值.

4. 将求得的未知数的值代入原方程组中的任一个方程，求得另一个未知数的值.

5. 写出方程组的解.

课内练习 KENEILIANXI

用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2x+y=23,\\4x-y=19.\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3x+2y=13,\\3x-2y=5.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3x-2y=9,\\x-y=7.\end{cases}$　　(4) $\begin{cases}2x-3y=1,\\3x-2y=2.\end{cases}$

作业题 ZUOYETI

A **1.** 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}4x-y=14,\\3x+y=7.\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}\frac{1}{2}x-2y=7,\\\frac{1}{2}x-3y=-8.\end{cases}$

2. 用加减法解下列方程组：

(1) $\begin{cases}2m+7n=5,\\3m+n=-2.\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}2u-5v=12,\\4u+3v=-2.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}\frac{x}{3}-\frac{y}{7}=\frac{1}{2},\\\frac{x}{3}+\frac{y}{7}=\frac{1}{3}.\end{cases}$

B **3.** 解方程组 $\begin{cases}\frac{x-y}{3}=\frac{x+y}{2},\\2x-5y=7.\end{cases}$

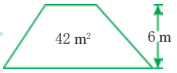
4. 已知 $2v+t=3v-2t=3$,求 v,t 的值.

C **5.** 一个两位数，十位上的数是个位上数的 2 倍. 如果交换十位数字与个位数字的位置,那么所得的数就比原数小 36. 求原来的两位数.

微信公众号：电子课本大全

2·4 二元一次方程组的应用





一水坝的横截面是梯形，它的面积为42 m²，高为6 m，下底比上底的2倍少1 m，则上底和下底的长各是多少米？

1

本节我们将介绍怎样应用二元一次方程组解决有关的实际问题.

合作学习

HEZUOXUEXI

游泳池中有一群小朋友，男孩戴蓝色游泳帽，女孩戴红色游泳帽. 如果每位男孩看到蓝色与红色的游泳帽一样多，而每位女孩看到蓝色的游泳帽比红色的多1倍，你知道男孩与女孩各有多少人吗？

要解决这一问题，我们可以从以下几个方面进行思考：

（1）问题中所求的未知数有几个？

（2）有哪些等量关系？

（3）怎样设未知数？可以列出几个方程？

（4）本题能列一元一次方程求解吗？用列二元一次方程组的方法求解，有什么优点？



当问题中所求的未知数有两个时，用两个字母来表示未知数往往比较容易列出方程. 要注意的是必须寻找两个等量关系，列出两个不同的方程，组成二元一次方程组. 想一想，上面整个思考过程中，你经历了哪些问题解决的基本步骤？

例1 用如图2-5中的长方形和正方形纸板作侧面和底面，做成如图2-6的竖式和横式两种无盖纸盒. 现在仓库里有1 000张正方形纸板和2 000张长方形纸板，问两种纸盒各做多少个，恰好将库存的纸板用完？

微信公众号：电子课本大全

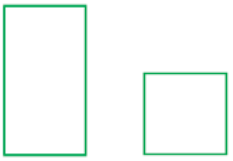


图 2-5

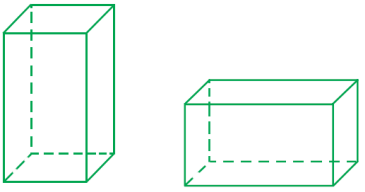


图 2-6

分析　做一个竖式纸盒需要几张长方形纸板和正方形纸板？做一个横式纸盒呢？请填写下表：

	x 只竖式纸盒中	y 只横式纸盒中	合计
正方形纸板的张数			1 000
长方形纸板的张数			2 000

根据上表我们就能列出两个二元一次方程，解这个二元一次方程组得到所求的解.

解　设做竖式纸盒 x 个，横式纸盒 y 个. 根据题意，得

$$\begin{cases} x+2y=1\,000, & ① \\ 4x+3y=2\,000. & ② \end{cases}$$

①×4−②，得 $5y=2\,000$，解得 $y=400$.

把 $y=400$ 代入①，得 $x+800=1\,000$，解得 $x=200$.

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=200, \\ y=400. \end{cases}$

经检验，这个解满足方程组，且符合题意.

答：做竖式纸盒 200 个，横式纸盒 400 个，恰好将库存的纸板用完.

一般地，问题解决的基本步骤适用于应用二元一次方程组解决实际问题.

理解问题　审题，搞清已知和未知，分析数量关系

制订计划　考虑如何根据等量关系设元，列出方程组

执行计划　列出方程组并求解，得到答案

回　　顾　检查和反思解题过程，检验答案的正确性以及是否符合题意

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 如果例 1 中的条件改为仓库里有正方形纸板 500 张，长方形纸板 1 001 张，那么能否在做成若干只所说的两种纸盒后，恰好把库存的纸板用完？说明你的理由.

2. 甲、乙两人从相距 36 千米的两地匀速相向而行. 如果甲比乙先走 2 小时，那么他们在乙出发后经 2.5 小时相遇；如果乙比甲先走 2 小时，那么他们在甲出发后经 3 小时相遇. 请分析题中的等量关系，你会用示意图表示数量关系吗？甲、乙两人每小时各走多少千米？

作业题 ZUOYETI

A **1.** 某工地派 96 人去挖土和运土. 如果平均每人每天挖土 $5m^3$ 或运土 $3m^3$，那么怎样分配挖土和运土的人数，才能使挖出的土刚好能被运完？

2. 请解答节前语中的问题.

3. 学校乐队 193 人准备参加文艺会演. 现已预备了大客车和中巴车共 8 辆，其中大客车每辆可坐 51 人，中巴车每辆可坐 8 人，刚好坐满. 学校预备了几辆大客车？几辆中巴车？

B **4.** 假设同种类每枚硬币的质量相同，仅用一架天平和一个 10 克的砝码能测量壹元硬币和伍角硬币的质量吗？李明同学找来足够多的壹元和伍角硬币，经过探究得到以下记录.

记录	天平左边	天平右边	状态
记录一	5 枚壹元硬币， 1 个 10 克的砝码	10 枚伍角硬币	平衡
记录二	15 枚壹元硬币	20 枚伍角硬币， 1 个 10 克的砝码	平衡

请算一算，一枚壹元硬币的质量是多少克？一枚伍角硬币的质量是多少克？

5. 甲、乙两人从相距 18 千米的两地同时出发，相向而行，经 $\frac{9}{5}$ 小时相遇. 如果甲比乙先出发 $\frac{2}{3}$ 小时，那么在乙出发后经 $\frac{3}{2}$ 小时两人相遇. 求甲、乙两人的速度.

微信公众号：电子课本大全

例2 一根金属棒在 0 ℃时的长度是 q(m),温度每升高 1 ℃,它就伸长 p(m). 当温度为 t(℃)时,金属棒的长度 l 可用公式 $l=pt+q$ 计算. 已测得当 $t=100$ ℃时,$l=2.002$ m;当 $t=500$ ℃时,$l=2.01$ m.

(1) 求 p,q 的值.

(2) 若这根金属棒加热后长度伸长到 2.016 m,问这时金属棒的温度是多少?

解 (1) 根据题意,得 $\begin{cases}100p+q=2.002, & ①\\ 500p+q=2.01. & ②\end{cases}$

②−①,得 $400p=0.008$,解得 $p=0.000\ 02$.

把 $p=0.000\ 02$ 代入①,得 $0.002+q=2.002$,解得 $q=2$.

即 $\begin{cases}p=0.000\ 02,\\ q=2.\end{cases}$

答:$p=0.000\ 02$ m,$q=2$ m.

(2) 由(1),得 $l=0.000\ 02t+2$.

金属棒加热后,长度伸长到 2.016 m,即当 $l=2.016$ 时,

$2.016=0.000\ 02t+2$.

解这个一元一次方程,得 $t=800$.

答:此时金属棒的温度是 800 ℃.

例3 通过对一份中学生营养快餐的检测,得到以下信息:

① 快餐的总质量为 300 g;

② 快餐的成分:蛋白质、碳水化合物、脂肪、矿物质;

③ 蛋白质和脂肪含量占 50%;矿物质的含量是脂肪含量的 2 倍;蛋白质和碳水化合物含量占 85%.

试分别求出营养快餐中蛋白质、碳水化合物、脂肪、矿物质的质量和所占百分比.

分析 本题所求量有四个,如何设未知数是解决问题的关键. 根据第③条信息,蛋白质和脂肪的含量与其他未知量均有数量关系,所以可以考虑设它们的含量分别为 x(g)和 y(g).

微信公众号:电子课本大全

解 设一份营养快餐中含蛋白质 x(g),脂肪 y(g),则含矿物质 $2y$(g),碳水化合物$(300\times85\%-x)$(g). 由题意,得

$$\begin{cases} x+y=300\times50\%, \\ (300\times85\%-x)+2y=300\times50\%. \end{cases}$$

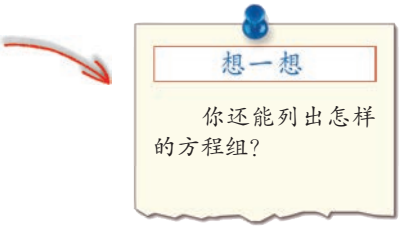
化简,得$\begin{cases} x+y=150, & ① \\ -x+2y=-105. & ② \end{cases}$

①+②,得 $3y=45$,解得 $y=15$.

$\therefore\ x=150-y=150-15=135$(g),

$2y=2\times15=30$(g),

$300\times85\%-x=255-135=120$(g).



答:营养快餐中蛋白质、碳水化合物、脂肪、矿物质的质量和所占百分比如下表.

	蛋白质	脂肪	矿物质	碳水化合物	合计
各种成分的质量(g)	135	15	30	120	300
各种成分所占百分比(%)	45	5	10	40	100

课内练习 KENEILIANXI

1. 某村有土地 58 公顷,计划将 12 公顷山坡地开辟为茶园,其余的土地种植粮食和蔬菜. 已知种粮食的土地面积是种蔬菜的$\frac{19}{4}$倍,问计划种粮食和蔬菜的土地面积各多少公顷?

2. 下表是小红制作的一份记录表,其中空格处的字迹已模糊不清,但小红还记得 7:50～8:00 时段内的摩托车辆数与 8:00～8:10 时段内的货车辆数之比是 5∶4. 根据这些数据,你能把这份记录表填完整吗?

2012 年 6 月 23 日东胜路 7:50~8:10 经过车辆记录表

单位:辆

	摩托车	公交车	货　车	小汽车	合　计
7:50～8:00		7		12	44
8:00～8:10		7		8	40
合　计	30		20	20	

微信公众号:电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 某校教师举行茶话会. 若每桌坐 12 人,则空出一张桌子;若每桌坐 10 人,还有 10 人不能就坐. 问该校有多少名教师? 共准备了多少张桌子?

2. 李明家以两种储蓄方式分别存了 2 000 元和 1 000 元,一年到期,扣除利息税后可得利息 43.92 元. 如果这两笔钱的两种储蓄方式交换一下,则到期扣除利息税后只能得到利息 33.84 元. 已知利息税的税率为 20%,问当时这两种储蓄的年利率各是多少?

气温（℃）	声音传播的速度（米/秒）
−20	318
−10	324
0	330
10	336
20	342
30	348

3. 声音在空气中传播的速度随温度的变化而变化，科学家已测得一定温度下声音传播的速度如左表. 如果用 v 表示声音在空气中的传播速度,t 表示温度,则 v，t 满足公式:$v=at+b$(a,b为已知数). 求 a,b 的值,并求当 $t=15$℃时,v 的值.

B **4.** 一块锡铅合金，在空气中称得质量为 115 kg，在水中称得质量为 103 kg. 已知在空气中 15 kg 的锡在水中为 13 kg,在空气中 35 kg 的铅在水中为 32 kg. 问这块合金中含锡和铅各多少千克?

5. 通过一次对某校七年级学生的问卷调查,得到如图统计图. 已知最喜爱观看文艺节目的人数比最喜爱观看新闻节目的人数多48人,问最喜爱观看文艺节目、新闻节目的各有多少人? 接受问卷调查的学生共有多少人?

某校七年级学生最喜爱观看节目的统计图



（第 5 题）

C **6.** 一条铁路线 A,B,C 三个车站的位置如图所示. 已知 B,C 两车站之间相距 520 千米. 火车从 B站出发,向 C站方向匀速行驶,经过 30 分钟,距 A 站 150 千米;经过 2 小时,距 A站 345 千米. 问火车从 B 站开出多少时间后可到达 C 站?



（第 6 题）

微信公众号：电子课本大全

选学❶

2·5 三元一次方程组及其解法



一副扑克牌共 54 张. 老师将一副扑克牌分给甲、乙、丙三名小朋友. 甲拿到的牌数是乙的 2 倍;若把丙拿到的牌分一半给乙,则乙的牌数就比甲多 2 张. 问老师分给甲、乙、丙各几张牌?

合作学习

HEZUOXUEXI

我们来讨论节前语中的问题:

(1) 这个问题中要求的未知数有几个? 你能列出关于这些未知数的几个方程? 请试一试.

(2) 根据(1)中列出的方程,你能求出问题的解吗?请试一试.

和二元一次方程类似,含有三个未知数,且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做**三元一次方程**,由三个一次方程组成,并且含有三个未知数的方程组叫做**三元一次方程组**.

同时满足三元一次方程组中各个方程的解叫做这个三元一次方程组的解. 例如,$\begin{cases} x=20, \\ y=10, \\ z=24 \end{cases}$就是三元一次方程组$\begin{cases} x+y+z=54, \\ x=2y, \\ y+\frac{1}{2}z=x+2 \end{cases}$的解.

和解二元一次方程组一样,解三元一次方程的基本思想也是“消元”.

例1 解三元一次方程组$\begin{cases} x+2y-z=1, & ① \\ 2x-y+z=-2, & ② \\ x=y-z. & ③ \end{cases}$

解 将③分别代入①,②,消去 x,得$\begin{cases} 3y-2z=1, \\ y-z=-2. \end{cases}$

❶ 本套教科书中,带有 选学 标志的节或习题为选学内容.

微信公众号:电子课本大全

解这个二元一次方程组，得 $\begin{cases} y=5, \\ z=7. \end{cases}$

将 $\begin{cases} y=5, \\ z=7 \end{cases}$ 代入③，得 $x=-2$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=-2, \\ y=5, \\ z=7. \end{cases}$

例2 解方程组 $\begin{cases} 3x+2y+z=13, & ① \\ x+5y+2z=7, & ② \\ 2x+3y-z=12. & ③ \end{cases}$

解 ①+③，得 $5x+5y=25$. ④

①×2−②，得 $5x-y=19$. ⑤

④−⑤，得 $6y=6$，所以 $y=1$.

将 $y=1$ 代入⑤，得 $x=4$.

再将 $x=4$，$y=1$ 代入①，得 $z=-1$.

所以原方程组的解是 $\begin{cases} x=4, \\ y=1, \\ z=-1. \end{cases}$

由例 1、例 2 可见，解三元一次方程组的消元方法也是“代入法”或“加减法”，通过消元将解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，进而转化为解一元一次方程.

课内练习 KENEILIANXI

1. 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} x=y+1, \\ x+2z=-2, \\ y-z=3. \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3a-b+c=4, \\ 2a+b-c=6, \\ 2a+3b-c=12. \end{cases}$

2. 甲、乙、丙三人的年龄之和为 20 岁，甲年龄的 2 倍比乙大 1 岁，乙年龄的 $\frac{1}{3}$ 等于丙的 $\frac{1}{2}$. 问甲、乙、丙三人各几岁？

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-4y=4, \\ 5x+2y+3z=2, \\ z=2x-7. \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x=y+z, \\ 2x+2y-3z=5, \\ x-y-2z=-3. \end{cases}$

2. 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} 3x-y+z=4, \\ 2x+3y-z=12, \\ x+y+z=6. \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} a+2b+3c=2, \\ 3a+b+15c=18, \\ 4a-9c=17. \end{cases}$

3. 球类运动室有篮球、排球和足球共 26 个. 已知篮球比排球多 1 个，排球与足球个数的和比篮球多 6 个. 问这三种球各有多少个？

B **4.** 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} a+b+c=2, \\ 3a-b-2c=0, \\ a+2b-c=-3. \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x-y=\frac{1}{3}z, \\ x-y-1=z, \\ 4x-5y+3z=5. \end{cases}$

5. 已知代数式 ax^2+bx+c，当 $x=1$ 时，它的值是 0；当 $x=-1$ 时，它的值是 -2；当 $x=2$ 时，它的值是 4. 求 a,b,c 的值.

C **6.** 小红的储蓄罐里有 1 角、5 角和 1 元的硬币共 33 枚，其中 1 角和 5 角的硬币数之比为 3∶2，5 角和 1 元的硬币数之比为 5∶4. 请你算一算，1 角、5 角和 1 元的硬币各有几枚？储蓄罐中共有多少元？

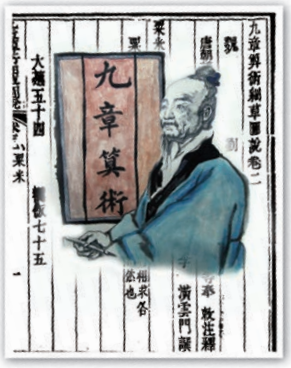
微信公众号：电子课本大全

《九章算术》中的“方程”

《九章算术》的书名由其内容有九章而来，全书 9 章共 246 题，其中卷八专论“方程”，它是有史以来首次提出“方程”一词的著作. 不过，这里的“方程”与现代数学中的方程概念有所不同，“方”是指把一个算题用算筹列成方阵的形式，“程”是度量的总称.

“方程”章中有这样一个问题(用现代语言表述)：

3 束上等的稻，2 束中等的稻，1 束下等的稻，共出谷 39 斗；2 束上等的稻，3 束中等的稻，1 束下等的稻，共出谷 34 斗；1 束上等的稻，2 束中等的稻，3 束下等的稻，共出谷 26 斗. 问上、中、下三种稻，每束的出谷量各是多少斗？



这是一个三元一次方程组的问题. 如设上、中、下等三种稻每束的出谷量分别为 x 斗，y 斗，z 斗，由题意可列出三元一次方程组：

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39, & ① \\ 2x+3y+z=34, & ② \\ x+2y+3z=26. & ③ \end{cases}$$

在《九章算术》中，这个方程组用算筹布成(图 2-7)，用现代的阿拉伯数字表示如图 2-8. 《九章算术》给出的解法是“偏乘直除”法，“偏”即“遍”，“除”即“减”，类似于现在方程组的加减消元法，只不过较为繁琐. 在书中，这种解法还用来解四元一次方程组和五元一次方程组，比印度婆什迦罗的解法早五百多年.

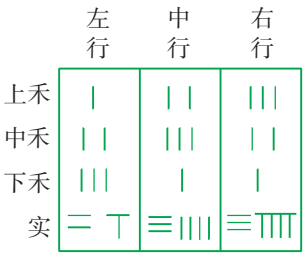


图 2-7

1	2	3
2	3	2
3	1	1
26	34	39
③	②	①

图 2-8

下面的问题也出自《九章算术》(用现代语言表述)：

用卖 2 头牛、5 头羊的钱来买 13 头猪，还余钱 1 000；用卖 3 头牛、3 头猪的钱来买 9 头羊，钱刚好够；用卖 6 头羊、8 头猪的钱来买 5 头牛，钱还差 600. 问每头牛、羊、猪的售价是多少？

你能解决这一问题吗？

微信公众号：电子课本大全

小结 XIAOJIE

填空.

1. 含有_____未知数，且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做二元一次方程. 使二元一次方程两边的值_____的一对未知数的值，叫做二元一次方程的一个解.

2. 由两个一次方程组成，且含有_____的方程组叫做二元一次方程组. 同时满足二元一次方程组中各个方程的解叫做_____.

3. 二元一次方程组的解法：

基本思路：

二元一次方程组 —消 元（_____法、_____法）→ 一元一次方程

选学 4. 含有_____未知数，且含有未知数的项的次数都是_____的方程叫做三元一次方程.

由三个一次方程组成，且含有_____的方程组叫做三元一次方程组. 同时满足三元一次方程组中各个方程的解，叫做_____.

解三元一次方程组的基本思路是，用“代入”或“加减”的方法进行两次“消元”，把解三元一次方程组转化为解____一次方程组，再转化为解_____一次方程.

5. 应用方程组解决实际问题的步骤：

理解问题（审题，搞清已知和未知，分析数量关系）

⇩

_____（考虑如何根据等量关系设元，列出方程组）

⇩

_____（列出方程组并求解，得出答案）

⇩

_____（检查和反思解题过程，检验答案的正确性以及是否符合题意）

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
用代入法和加减法解二元一次方程组			
用二元一次方程组解简单的实际问题			

微信公众号：电子课本大全

目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 2.1 节 2.2 节

● 了解二元一次方程的概念和二元一次方程解的不唯一性.

● 了解二元一次方程组的概念，理解二元一次方程组的解的概念.

1. 下列方程中，哪些是二元一次方程？

（1）$2x-3y=5$.　（2）$xy=3$.　（3）$x+y=0$.

（4）$x^2+x=1$.　（5）$3x-y=2z$.　（6）$\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=1$.

2. 已知二元一次方程 $4x-7y=3$.

用关于 x 的代数式表示 y，则 $y=$_____；用关于 y 的代数式表示 x，则 $x=$_____.

3. 已知 $\begin{cases}x=2,\\y=-3\end{cases}$ 是方程 $mx+3y=1$ 的一个解，则 m 的值是_____.

4. 根据下表中给出的 x（或 y）的值填空，使每对数都是二元一次方程 $3x-2y=7$ 的解.

x	0		-3		$\frac{1}{2}$	
y		4		0.5		$-\frac{19}{8}$

5. 已知二元一次方程 $3x-5y=10$，请写出它的三个整数解.

目标B 2.3 节

● 了解解二元一次方程组的基本思想是通过消元，化二元为一元.

● 掌握解二元一次方程组的代入消元法和加减消元法，能解二元一次方程组.

6. 解下列方程组：

（1）$\begin{cases}x=3y-2,\\y=2x-y.\end{cases}$　（2）$\begin{cases}2x=3y-1,\\4y=2x+1.\end{cases}$

7. 解下列方程组：

（1）$\begin{cases}3x-13y=-12,\\x+3y=2.\end{cases}$　（2）$\begin{cases}2x-5y+13=0,\\9x+6y-8=0.\end{cases}$

8. 已知代数式 x^2+bx+c，当 $x=1$ 时，它的值是 2；当 $x=-1$ 时，它的值是 8，则 $b=$_____，$c=$_____.

微信公众号：电子课本大全

9. 若方程组$\begin{cases}3x+5y=6,\\6x+15y=16\end{cases}$的解也是方程$3x+ky=10$的解，则$k=$_____.

10. 当a为何值时，方程组$\begin{cases}3x-5y=2a,\\2x+7y=a-18\end{cases}$的解$x,y$的值互为相反数？

目标C 2.4节

●了解应用二元一次方程组解决实际问题的基本步骤.

●会应用二元一次方程组解决简单的实际问题.

11. 一组同学一起去种树. 如果每人种4棵，还剩下3棵树苗；如果每人种5棵，则缺少5棵树苗. 求这组同学的人数和需种植的树苗数.

12. 地面上空h(m)处的气温t与地面气温s有如下关系：$t=-kh+s$. 现用气象气球测得某时刻离地面200 m处的气温t为8.4℃，离地面500 m处的气温t为6℃. 求k,s的值，并计算此时离地面1 500 m高空的气温.

13. (我国古代算题)马四匹、牛六头，共价四十八两(我国古代货币单位)；马三匹，牛五头，共价三十八两. 问马、牛各价几何？

14. 某市居民每月交纳的自来水费包括两个项目：每月使用的水费和同体积水的污水处理费，其中污水处理费的单价(元/立方米)是自来水费的$\frac{1}{4}$. 小华家5月份用了自来水21立方米，共交了42元，求水费和污水处理费每立方米各多少元.

15. 根据下列信息，将统计表填完整.

(1) 中国工业用水所占百分比是世界工业用水所占百分比的3倍还多3.8个百分点.

(2) 中国农业用水所占百分比比中国工业用水所占百分比多42个百分点.

(3) 中国生活用水所占百分比比世界生活用水所占百分比少3.6个百分点.

	人均可再生淡水资源(立方米)	三类淡水消费所占百分比(%)		
		农业用水	工业用水	生活用水
世界	6521	82.5		
中国	2134			

微信公众号：电子课本大全

选学 目标D 2.5节

●能解简单的三元一次方程组.

16. 解下列三元一次方程组：

(1) $\begin{cases} x-z=4, \\ x+y-z=-1, \\ 2y-z=1. \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+4z=7, \\ 2x+3y+z=9, \\ x-y+z=8. \end{cases}$

17. 已知代数式 ax^2+bx+c，当 $x=-1$ 时，它的值为 0；当 $x=2$ 时，它的值为 3；当 $x=5$ 时，它的值为 60. 求 a,b,c 的值.

18. 从王老师家到学校全程 3.3 km，其中有一段上坡路、一段平路和一段下坡路，王老师每天步行上下班. 如果上坡路的平均速度为 3 km/h，平路的平均速度为 4 km/h，下坡路的平均速度为 5 km/h，那么王老师从家到学校需 51 分钟，从学校到家需 53.4 分钟. 求从王老师家到学校的上坡路、平路和下坡路的路程.

微信公众号：电子课本大全

第3章

整式的乘除



目录 CONTENTS<<

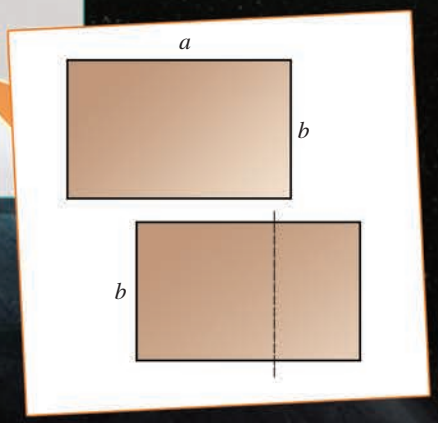
3.1 同底数幂的乘法 …… 60
3.2 单项式的乘法 …… 67
3.3 多项式的乘法 …… 70
3.4 乘法公式 …… 74
3.5 整式的化简 …… 79
3.6 同底数幂的除法 …… 81
3.7 整式的除法 …… 87
阅读材料 杨辉三角与两数和的乘方 …… 91
小结 …… 92
目标与评定 …… 93

微信公众号：电子课本大全

于 2011 年 9 月 29 日发射的天宫一号是我国研制的第一个目标飞行器.同年 11 月 3 日凌晨,天宫一号与神舟八号飞船对接成功,标志着我国建立空间站的技术已经迈出关键的一步. 在对接前,天宫一号环绕地球飞行一周所需的时间为 6.0×10^3 秒,行程为 4.7×10^7 米,则它的速度为每秒多少米?

从一张长为 a,宽为 b($a>b$)的长方形纸片中裁出一张边长为 b的正方形纸片,裁去部分的面积是多少?

本章将学习整数指数幂的基本性质,整式的乘法和除法.通过本章的学习,我们将找到解决上述问题的方法.



微信公众号：电子课本大全

3·1 同底数幂的乘法



光年是长度单位，1 光年是指光经过一年所行的距离. 光的速度大约是 3×10^5 km/s，若 1 年以 365 天计，则 1 光年大约是多少千米？

①

在数学运算或在处理现实世界中数量之间的关系时，经常会碰到同底数幂相乘的问题. 例如，一颗行星与地球之间的距离约 100 光年，若以千米为单位，则这颗行星与地球之间的距离大约为

$10^2\times3\times10^5\times3\times10^7=9\times10^2\times10^5\times10^7$(km).

根据乘方的意义，以及有理数的乘法，请完成下列问题：

(1) $2^3\times2^2$ 是多少个 2 相乘？

$2^3\times2^2=(2\times2\times2)\times(2\times2)=$_____$=2^{(\ )}=2^{(\ )+(\ )}$.

(2) $10^2\times10^5=(\qquad)\times(\qquad)$

$=$_____$=10^{(\ )}=10^{(\ )+(\ )}$.

(3) $a^4\cdot a^3=(\qquad)\cdot(\qquad)=$_____$=a^{(\ )}=a^{(\ )+(\ )}$.

你发现同底数幂相乘有什么规律吗？尝试写出你发现的规律，并再用几个具体例子进行检验.

一般地，$a^m\cdot a^n=(\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{m\text{ 个}})(\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{ 个}})=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{(m+n)\text{个}}=a^{m+n}$.

这样我们就得到同底数幂的乘法法则：

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

$\boldsymbol{a^m\cdot a^n=a^{m+n}}$ (m，n 都是正整数).

例1 计算下列各式，结果用幂的形式表示.

(1) $7^8\times7^3$.　(2) $(-2)^8\times(-2)^7$.　(3) $6^4\times6$.

(4) $x^3\cdot x^5$.　(5) $3^2\times(-3)^5$.　(6) $(a-b)^2\cdot(a-b)^3$.

解 (1) $7^8\times7^3=7^{8+3}=7^{11}$.

(2) $(-2)^8\times(-2)^7=(-2)^{8+7}=(-2)^{15}=-2^{15}$.

微信公众号：电子课本大全

(3) $6^4\times6=6^{4+1}=6^5$.

(4) $x^3\cdot x^5=x^{3+5}=x^8$.

(5) $3^2\times(-3)^5=3^2\times(-3^5)=-3^2\times3^5=-3^7$.

(6) $(a-b)^2\cdot(a-b)^3=(a-b)^{2+3}=(a-b)^5$.

做一做 ZUOYIZUO

运用同底数幂的乘法法则计算下列各式,并用幂的形式表示结果.

(1) 3×3^3.　　(2) $10^5\times10^5$.

(3) $(-3)^2\times(-3)^3$.　　(4) $a^m\cdot a^n\cdot a^l$.

例2 我国“天河-1A”超级计算机的实测运算速度达到每秒 2.566 千万亿次. 如果按这个速度工作一整天,那么它能运算多少次?

解 2.566千万亿次$=2.566\times10^7\times10^8$ 次,24 小时$=24\times3.6\times10^3$ 秒.

由乘法的交换律和结合律,得

$(2.566\times10^7\times10^8)\times(24\times3.6\times10^3)$

$=(2.566\times24\times3.6)\times(10^7\times10^8\times10^3)$

$=221.7024\times10^{18}\approx2.2\times10^{20}$ (次).

答:它一天约能运算 2.2×10^{20} 次.

课内练习 KENEILIANXI

1. 运用同底数幂的乘法法则计算下列各式,并用幂的形式表示结果.

(1) $2^7\times2^3$.　　(2) $(-3)^4\times(-3)^7$.

(3) $(-5)^2\times(-5)^3\times5^4$.　　(4) $(x+y)^3(x+y)$.

2. 下面的计算对吗? 如果不对,应怎样改正?

(1) $a^3\cdot a^3=2a^3$.　　(2) $a^2\cdot a^3=a^6$.

(3) $a\cdot a^6=a^6$.　　(4) $(-7)^8\times7^3=-7^{11}$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算下列各式,并用幂的形式表示结果.

(1) $10^3\times10^5$.　　(2) $8^6\times8^2$.

(3) $(-11)^4\times11$.　　(4) $(-13)^3\times(-13)^7$.

微信公众号:电子课本大全

2. 下面的计算正确吗？错的请改正.

（1）$m^5 \cdot m = m^5$.　　（2）$b^3 + b^3 = b^6$.

（3）$(-5)^4 \times (-5)^4 = 5^8$.　　（4）$(-7)^4 \times (-7)^3 = 7^7$.

3. 计算下列各式，并用幂的形式表示结果.

（1）$-2^4 \times 2^3 \times 2^5$.　　（2）$a^2 \cdot a^5 \cdot a^4$.

（3）$x \cdot x^3 \cdot x^5$.　　（4）$(x+y)(x+y)^2$.

4. 1 克水中水分子的个数大约是 3.34×10^{22} 个，请估计在相同条件下 1 千克水中水分子的个数（结果用科学记数法表示）.

B **5.** 计算下列各式，并用幂的形式表示结果.

（1）$7^4 \cdot (-7)^3$.　　（2）$(a+b)(b+a)^3$.

6. 用科学记数法表示 100 光年相当于多少千米.

2

根据乘方的意义、乘法的运算律及同底数幂的乘法法则填空：

（1）$(3^2)^3 = 3^2 \times 3^2 \times 3^2 = 3^{(\ )+(\ )+(\ )} = 3^{(\ )\times(\ )}$.

（2）$(10^4)^2 = 10^4 \times 10^4 = 10^{(\ )+(\ )} = 10^{(\ )\times(\ )}$.

（3）$(a^3)^5 = (\quad)\times(\quad)\times(\quad)\times(\quad)\times(\quad) = a^{(\ )+(\ )+(\ )+(\ )+(\ )} = a^{(\ )\times(\ )}$.

你能归纳出幂的乘方法则吗？

一般地，$(a^m)^n = \overbrace{a^m \cdot a^m \cdot \cdots \cdot a^m}^{n\text{ 个}}$

$= a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n\text{ 个}}}$

$= a^{mn}$（m,n 都是正整数）.

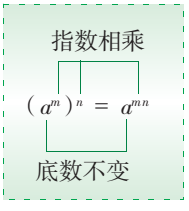


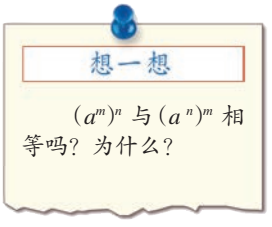
图 3-1

我们可以得到以下幂的乘方法则：

幂的乘方，底数不变，指数相乘.

$(a^m)^n = a^{mn}$（m,n都是正整数）.





微信公众号：电子课本大全

例3 计算下列各式，结果用幂的形式表示.

(1) $(10^7)^3$. (2) $(a^4)^8$. (3) $[(-3)^6]^3$. (4) $(x^3)^4\times(x^2)^5$.

解 (1) $(10^7)^3=10^{7\times3}=10^{21}$.

(2) $(a^4)^8=a^{4\times8}=a^{32}$.

(3) $[(-3)^6]^3=(-3)^{6\times3}=(-3)^{18}=3^{18}$.

(4) $(x^3)^4\times(x^2)^5=x^{3\times4}\times x^{2\times5}=x^{12}\times x^{10}=x^{12+10}=x^{22}$.

课内练习 KENEILIANXI

1. (口答)计算下列各式，结果用幂的形式表示.

(1) $(a^3)^4$. (2) $a^3\cdot a^4$. (3) $(b^m)^2$. (4) $b^m\cdot b^2$.

2. 下面的计算对吗？如果不对，应怎样改正？

(1) $(4^3)^5=4^8$. (2) $(-2^8)^3=(-2)^{24}$.

(3) $[(-3)^5]^3=-3^{15}$. (4) $(5^2)^4\times5=5^8$.

3. 计算下列各式，结果用幂的形式表示.

(1) $(7^7)^7$. (2) $-(y^2)^5$. (3) $(a^2)^3\cdot a^4$.

(4) $(b^3)^2+(b^2)^3$. (5) $[(-10)^3]^4$. (6) $[(x+1)^3]^4$.

探究活动 TANJIUHUODONG

魔方是匈牙利建筑师鲁比克(Rubik)发明的一种智力玩具. 设组成魔方(如图 3-2)的每一个小立方块(我们称它为基本单元)的棱长为 1，那么一个魔方的体积是 3^3. 现在设想以这种魔方为基本单元做一个大魔方(如图 3-3)，那么这个大魔方的体积能否用 3 的正整数次幂表示？怎样表示？如果再以这个大魔方为基本单元做一个更大的魔方呢？



图 3-2

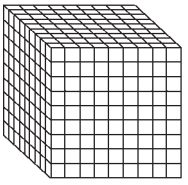


图 3-3

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下面的计算对吗？如果不对，应怎样改正？

(1) $(a^5)^2=a^7$.　　(2) $t^5\cdot t^2=t^{10}$.

(3) $[(-5)^3]^2=-5^6$.　　(4) $(x^3)^3=x^6$.

2. 计算下列各式，并用幂的形式表示结果.

(1) $(2^5)^3$.　　(2) $(q^6)^5$.

(3) $[(-5)^4]^3$.　　(4) $-3\times(3^2)^3$.

3. 你能说明下面每一步计算的理由吗？将它们填在括号内.

$(p^2)^3\cdot(p^5)^2$

$=p^6\cdot p^{10}$　(　　)

$=p^{6+10}$　(　　)

$=p^{16}$.

4. 1 米$=10^9$ 纳米，1 立方米相当于多少立方纳米？

B **5.** 计算下列各式，并用幂的形式表示结果.

(1) $(m^2)^2\cdot m$.　　(2) $(-2)^2\times(-2^3)^4$.

6. 化简：

(1) $x\cdot(x^2)^3\cdot(x^3)^2$.　　(2) $y^5\cdot(y^5)^2-2\cdot(y^5)^3$.

3

根据乘方的意义和同底数幂的乘法法则填空：

(1) $(4\times6)^3=(4\times6)\cdot(4\times6)\cdot(4\times6)$

$=(4\times4\times4)\cdot(6\times6\times6)$

$=4^{(\ )}\times6^{(\ )}$.

(2) $(4\times6)^5=$_____

$=4^{(\ )}\times6^{(\ )}$.

(3) $(ab)^4=$_____

$=a^{(\ )}\times b^{(\ )}$.

你能归纳出积的乘方法则吗？

微信公众号：电子课本大全

一般地，$(ab)^n=\overbrace{(ab)\cdot(ab)\cdot\cdots\cdot(ab)}^{n\text{个}}$

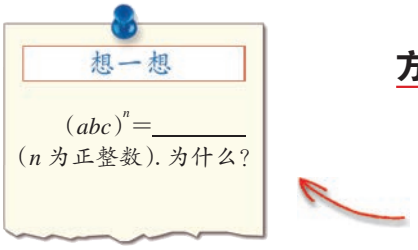
$=(\overbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}^{n\text{个}})\cdot(\overbrace{b\cdot b\cdot\cdots\cdot b}^{n\text{个}})$

$=a^nb^n$（n 是正整数）.

我们可以得到以下积的乘方法则：

积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

$(ab)^n=a^nb^n$（n 为正整数）.



例4 计算下列各式：

（1）$(2b)^5$.　（2）$(3x^3)^6$.　（3）$(-x^3y^2)^3$.　（4）$\left(\frac{2}{3}ab\right)^4$.

解 （1）$(2b)^5=2^5b^5=32b^5$.

（2）$(3x^3)^6=3^6(x^3)^6=3^6x^{18}=729x^{18}$.

（3）$(-x^3y^2)^3=-(x^3)^3(y^2)^3=-x^9y^6$.

（4）$\left(\frac{2}{3}ab\right)^4=\left(\frac{2}{3}\right)^4a^4b^4=\frac{16}{81}a^4b^4$.

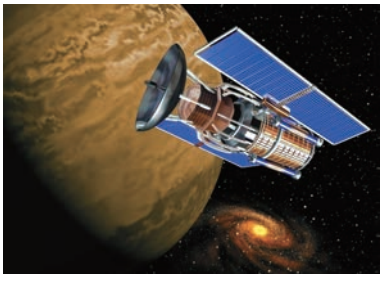
例5 木星是太阳系八大行星中最大的一颗. 木星可以近似地看做球体，它的半径大约是 7×10^4km. 求木星的体积(结果精确到 10^{14} 位).

解 $V=\frac{4}{3}\pi\times(7\times10^4)^3$

$=\frac{4}{3}\pi\times7^3\times10^{12}$

$\approx1.4\times10^{15}$（km^3）.

答：木星的体积大约是 1.4×10^{15} km^3.



微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 下列计算对吗？如果不对，请改正.

（1）$(3a^2)^3=27a^5$.　　（2）$(-a^2b)^4=-a^8b^4$.

2. 计算：

（1）$(ab)^6$.　　（2）$(a^2y)^5$.

（3）$(x^2y^3)^4$.　　（4）$(-a^2)^3+3a^2\cdot a^4$.

3. 填空：

（1）$a^6y^3=(\quad\quad)^3$.　　（2）$81x^4y^{10}=(\pm\quad\quad)^2$.

4. 你能口算 $2.5^9\times4^8$ 吗？结果是多少？

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下列计算对吗？如果不对，请改正.

（1）$(ab^2)^3=ab^6$.　　（2）$(3cd)^3=9c^3d^3$.

（3）$(-3a^3)^2=-9a^5$.　　（4）$\left(-\frac{1}{3}x^3y\right)^3=-\frac{1}{27}x^6y^3$.

2. 计算下列各式，结果用幂的形式表示.

（1）$(2h)^5$.　　（2）$(-a^2)^3$.

（3）$(3\times10^5)^2$.　　（4）$(a^2b)^6$.

3. 填空：

（1）$16a^8=(\quad\quad)^2$.　　（2）$-x^5=(\quad\quad)^3x^2$.

（3）$2^5\times5^5=(\quad\quad)^5=10^{(\quad)}$.　　（4）$4^6\times25^6=(\quad\quad)^6=10^{(\quad)}$.

4. 请用简便方法计算下列各题.

（1）$2^4\times5^4$.　（2）$4^5\times2.5^4$.　（3）$(2\times4)^5\times\frac{1}{2^{15}}$.

B **5.** 计算：

（1）$(-2x^2y)^3$.　　（2）$(a^2)^3\cdot(ab)^3$.

（3）$[m^2(x+1)]^3$.　　（4）$-b(-b)^2-(-b)b^2$.

6. 太阳的半径大约是地球半径的 10^2 倍，太阳的体积大约是地球体积的多少倍？

微信公众号：电子课本大全

3·2 单项式的乘法



天安门广场位于北京市中心，呈南北向为长、东西向为宽的长方形，其面积之大在世界上屈指可数. 一位旅行者想估计天安门广场的面积，他先从南走到北，记下所走的步数为 1 100 步；再从东走到西，记下所走的步数为 625 步.

请思考下面的问题：

（1）如果节前语中旅行者的步长用 a(m)表示，你能用含 a 的代数式表示广场的面积吗？假设这位旅行者的步长为 0.8 m，那么广场的面积大约是多少平方米？

（2）通过解决上述问题，你认为两个单项式相乘应怎样运算？运算的依据是什么？

一般地，单项式与单项式相乘有以下的法则：

单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

例1 计算：

（1）$3b^3\times\frac{5}{6}b^2$.

（2）$(-6ay^3)(-a^2)$.

（3）$(-3x)^3\cdot(5x^2y)$.

（4）$(2\times10^4)(6\times10^3)\times10^7$（结果用科学记数法表示）.

解 （1）$3b^3\times\frac{5}{6}b^2=\left(3\times\frac{5}{6}\right)(b^3\times b^2)=\frac{5}{2}b^5$.

（2）$(-6ay^3)(-a^2)=[(-6)\times(-1)](a\cdot a^2)\cdot y^3=6a^3y^3$.

（3）$(-3x)^3\cdot(5x^2y)=(-27x^3)\cdot(5x^2y)=-135x^5y$.

（4）$(2\times10^4)(6\times10^3)\times10^7=(2\times6)(10^4\times10^3\times10^7)$

$=12\times10^{14}$

$=1.2\times10^{15}$.

微信公众号：电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

一幅画的尺寸如图 3-4.

（1）用两种不同的方法表示这幅画的面积.

（2）这两种用不同方法表示的面积应当相等，你能用运算律解释它们相等吗？

（3）通过上面的讨论，你能总结出单项式与多项式相乘的运算规律吗？

请举例验证你总结的规律是否成立.

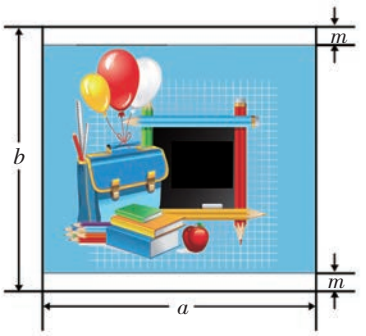


图 3-4

一般地，单项式与多项式相乘有以下法则：

单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

例如，$a(b-2m)=ab-2am$.

例2 计算：

（1）$2a^2b\left(\frac{1}{2}ab-3ab^2\right)$.　　（2）$\left(\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}xy\right)\cdot(-12y)$.

解 （1）$2a^2b\left(\frac{1}{2}ab-3ab^2\right)=2a^2b\cdot\frac{1}{2}ab+2a^2b\cdot(-3ab^2)=a^3b^2-6a^3b^3$.

（2）$\left(\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}xy\right)\cdot(-12y)=\frac{1}{3}x\cdot(-12y)+\left(-\frac{3}{4}xy\right)\cdot(-12y)$

$=-4xy+9xy^2$.

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算：

（1）$-3a\cdot(2b)$.　　（2）$1.5x^2\cdot(-2x^3)$.

（3）$\left(-\frac{3}{2}st^2\right)\cdot\left(-\frac{1}{2}s^2t\right)$.　　（4）$(-2a)^3\cdot 2ab^2$.

2. $1\,cm^3$ 干洁空气中大约有 2.5×10^{19} 个分子，$6\times10^3\,cm^3$ 干洁空气中大约有多少个分子？

微信公众号：电子课本大全

3. 计算：

（1）$-2(a-b+c)$.　　（2）$(x-3y)\cdot(-6x)$.

（3）$-3a^2\left(5a^2-\frac{4}{9}a\right)$.　　（4）$4xy\left(\frac{5}{12}x^2-3xy-\frac{1}{4}y^2\right)$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算：

（1）$4y\cdot(-2xy^2)$.　　（2）$\left(-\frac{5}{2}x^2\right)\cdot(-4x)$.

（3）$(3m^2)\cdot(-2m^3)^2$.　　（4）$(-ab^2c^3)^2\cdot(-a^2b)^3$.

2. 人类发射最多、用途最广的宇宙飞船是卫星式载人飞船，这种飞船像卫星一样在离地面几百千米的近地轨道上飞行. 如果卫星式载人飞船的飞行速度大约是 7.9×10^3 米／秒（物体能环绕地球最低运行轨道运动所需要的速度，称为第一宇宙速度），它飞行 6×10^2 秒所行的路程是多少？

3. 计算：

（1）$-5x(xy-2y^2)$.　　（2）$(3a^2b-2ab^2)\cdot3ab$.



（第 4 题）

4. 如图，一张长方形纸片的长为 a，宽为 b（$a>b$）. 若要从中裁出一张边长为 b 的正方形纸片，则裁去部分的面积是多少？

B **5.** 计算：

（1）$2x^2(-3xy^2)-x(x^2y^2-2x)$.

（2）$-2\left(1-\frac{3x}{2}\right)-4x\left(2-\frac{x}{4}\right)$.

6. 一家农户有农业和非农业两类收入. 今年农业收入为 x 元，非农业收入为农业收入的 2 倍. 预计明年农业收入将减少 $a\%$，非农业收入将增加 $2a\%$，则预计明年的总收入为多少？

PROJECT 设计题 SHEJITI

选择一个场地（如家里的客厅、卧室，学校的教室、运动场等），用步长估测它的面积. 设你的步长为 a 米，将你估测的场地面积用含 a 的代数式表示，然后测出你的步长 a. 将你估测的方法与结果写一份简要的报告，与同伴交流.

微信公众号：电子课本大全

3·3 多项式的乘法



人们越来越重视厨房的设计，不少家庭的厨房会沿墙做一排矮柜，使厨房的空间得到充分利用，而且便于清理.

1

一间厨房的平面布局如图 3-5，我们可以用下面几种方法表示厨房的总面积：

由图 3-6，得总面积为 $(a+n)(b+m)$；

由图 3-7，得总面积为 $a(b+m)+n(b+m)$ 或 $ab+am+nb+nm$.

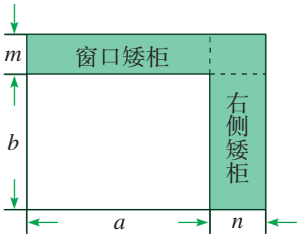


图 3-5

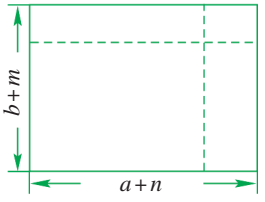


图 3-6

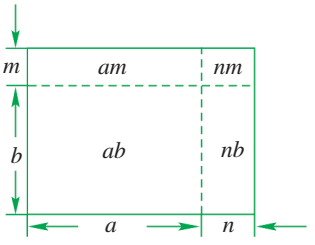


图 3-7

由此，可以得到：

$(a+n)(b+m)=a(b+m)+n(b+m)=ab+am+nb+nm$.

一般地，多项式与多项式相乘有下面的法则：

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

$$(a+n)(b+m)=ab+am+nb+nm.$$

例1 计算：

(1) $(x+y)(a+2b)$.　　(2) $(3x-1)(x+3)$.

解 (1) $(x+y)(a+2b)=x\cdot a+x\cdot(2b)+y\cdot a+y\cdot(2b)$

$=ax+2bx+ay+2by$.

微信公众号：电子课本大全

(2) $(3x-1)(x+3)$

$=3x^2+9x-x-3$

$=3x^2+8x-3.$

注 意

多项式与多项式相乘的结果中，如果有同类项，要把同类项合并.

例2 先化简，再求值：

$(2a-3)(3a+1)-6a(a-4)$，其中 $a=\frac{2}{17}$.

解 $(2a-3)(3a+1)-6a(a-4)$

$=6a^2+2a-9a-3-6a^2+24a$

$=17a-3.$

当 $a=\frac{2}{17}$ 时，原式 $=17\times\frac{2}{17}-3=-1.$

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算：

(1) $(x-1)(x+1)$.　　(2) $(a-b)(c-d)$.

(3) $(3x+y)(x-2y)$.　　(4) $(2a-5b)(a+5b)$.

2. 化简：$(2x-1)(-3x)-(1-3x)(1+2x)$.

3. 先化简，再求值：$(x+3)(x-3)-x(x-6)$，其中 $x=2$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算：

(1) $(3x+1)(x+2)$.　　(2) $(4y-1)(y-5)$.

(3) $\left(2x-\frac{5}{2}y\right)\left(\frac{2}{5}x+\frac{1}{2}y\right)$.　　(4) $(2a+b)^2$.



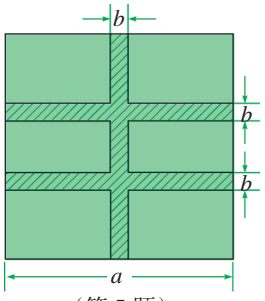
(第 4 题)

2. 化简：$2(x-8)(x-5)-(2x-1)(x+2)$.

3. 先化简，再求值：$5x(1-2x)+(x+1)(10x-2)$，其中 $x=-\frac{2}{13}$.

4. 一幅宣传画的长为 a(cm)，宽为 b(cm). 把它贴在一块长方形木板上，四周刚好留出 2 cm 的边框宽. 请你算一算，这块木板的面积是多少.

微信公众号：电子课本大全



（第 5 题）

B **5.** 如图，有一块边长为 a 的正方形花圃，两横一纵宽度均为 b 的三条人行通道把花圃分隔成 6 块. 问该花圃的实际种花面积是多少？

C **6.** 观察下列各式的计算结果与相乘的两个多项式之间的关系：

$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$；

$(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$；

$(x+6)(x+5)=x^2+11x+30$.

你发现有什么规律？按你发现的规律填空：

$(x+3)(x+5)=x^2+(_____+_____)x+_____\times_____$.

你能很快说出与 $(x+a)(x+b)$ 相等的多项式吗？先猜一猜，再用多项式相乘的运算法则验证.

2

例3 计算：

(1) $(x-2)(x^2-4)$.

解 (1) $(x-2)(x^2-4)$

$=x^3-4x-2x^2+8$

$=x^3-2x^2-4x+8$.

(2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$.

(2) $(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$

$=a^3-b^3$.

例4 化简 $ab(10a-3b)-(2a-b)(3ab-4a^2)$. 这个代数式的值与 a，b 的取值有关吗？

解 $ab(10a-3b)-(2a-b)(3ab-4a^2)$

$=10a^2b-3ab^2-6a^2b+8a^3+3ab^2-4a^2b$

$=8a^3$.

因为这个代数式化简后只含字母 a，所以这个代数式的值只与字母 a 的取值有关，与字母 b 的取值无关.

例5 解方程：$3x(x+2)-4(x^2+8)=(x+1)(1-x)$.

解 两边去括号，得 $3x^2+6x-4x^2-32=x-x^2+1-x$，

合并同类项，得 $-x^2+6x-32=-x^2+1$，

微信公众号：电子课本大全

化简，得 $6x=33$，

所以原方程的解为 $x=\frac{11}{2}$.

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算：

（1）$(x-2)(x^2+3)$.　　（2）$(x-1)(x^2+x+1)$.

（3）$(2a^2+b)(a+2b)$.　　（4）$(x+y)(x^2+2xy)$.

2. 化简：$3x(x^2+2x+7)-(x^2+7)(3x-5)$.

3. 解方程：$(x+11)(x-12)=x^2-100$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算：

（1）$(a+1)(a^2-2)$.　　（2）$(2x+y)(x^2+y)$.

（3）$(x-2)(x^2+2x+4)$.　　（4）$(a+b)(a^2-ab+b^2)$.

2. 化简：$(x-1)(2x^2-3x+2)-x(x+1)(x-2)$.

3. 已知 $s=-3$，能否确定代数式 $(s-2t)(s+2t+1)+4t(t+\frac{1}{2})$ 的值？如果能确定，试求出这个代数式的值.

4. 解方程：$x(2x-5)-2(x-1)(x+7)=0$.

B **5.** 有 A，B 两个长方体，A 长方体的长、宽、高分别是 x(cm)，y(cm)，z(cm)，B 长方体的长、宽、高分别比 A 长方体的长、宽、高大 1 cm，那么 B 长方体的体积比 A 长方体的体积大多少立方厘米？

6. 观察下列各式的计算结果与相乘的两个多项式之间的关系：

$(x+1)(x^2-x+1)=x^3+1$；

$(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8$；

$(x+3)(x^2-3x+9)=x^3+27$.

你发现有什么规律？按你发现的规律填空：

$(x+4)(x^2-4x+16)=(\quad\quad)^3+(\quad\quad)^3=$_____.

你能很快说出 $(x+y)$ 与 (x^2-xy+y^2) 的积吗？你的依据是什么？

微信公众号：电子课本大全

3·4 乘法公式



靠垫是舒适实用的家庭小点缀，一些心灵手巧的人喜欢自己动手制作靠垫. 图中右下角的靠垫面子用 5 块布料拼合而成，应用了哪些数学知识？

1

请计算：$(a+b)(a-b)=$_____.

比较等号两边的代数式，它们在系数和字母方面各有什么特点？

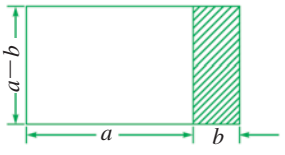
一般地，我们有以下平方差公式：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

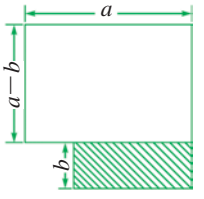
两数和与这两数差的积等于这两数的平方差.

做一做 ZUOYIZUO

将图甲中阴影部分的小长方形变换到图乙位置，你能根据两个图形的面积关系直观地说明平方差公式吗？



甲



乙

例1 运用平方差公式计算：

(1) $(3x+5y)(3x-5y)$.　　(2) $\left(\frac{1}{2}b+a\right)\left(-\frac{1}{2}b+a\right)$.

解 (1) $(3x+5y)(3x-5y)=(3x)^2-(5y)^2=9x^2-25y^2$.

(2) $\left(\frac{1}{2}b+a\right)\left(-\frac{1}{2}b+a\right)$

$=\left(a+\frac{1}{2}b\right)\left(a-\frac{1}{2}b\right)$

$=a^2-\left(\frac{1}{2}b\right)^2=a^2-\frac{1}{4}b^2$.

微信公众号：电子课本大全

例2 用平方差公式计算：

（1）103×97.　　（2）59.8×60.2.

解 （1）103×97

$=(100+3)(100-3)$

$=100^2-3^2$

$=10\,000-9$

$=9\,991$.

（2）59.8×60.2

$=(60-0.2)(60+0.2)$

$=60^2-0.2^2$

$=3\,600-0.04$

$=3\,599.96$.

课内练习 KENEILIANXI

运用平方差公式计算：

（1）$(2+a)(a-2)$.　　（2）$\left(x+\frac{y}{3}\right)\left(x-\frac{y}{3}\right)$.

（3）102×98.　　（4）50.5×49.5.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 运用平方差公式计算：

（1）$(x+7)(x-7)$.　　（2）$(-m+11)(-m-11)$.

（3）$(10s-3t)(10s+3t)$.　　（4）$(-4x+y)(y+4x)$.

2. 下列计算对吗？如果不对，请改正.

（1）$(2b+a)(a-2b)=4b^2-a^2$.

（2）$(m-n)(-m-n)=-m^2-n^2$.

3. 运用平方差公式计算：

（1）112×108.　　（2）$10\frac{6}{7}\times11\frac{1}{7}$.



（第4题）

4. 一养鸡专业户改建一个边长为 a(m)的正方形养鸡场，计划纵向扩大 3 m，横向缩短 3 m，改建成长方形养鸡场. 问改建后的养鸡场面积有没有变化？如果有变化，面积增大或减小了多少平方米？

B **5.** 运用平方差公式计算：

（1）$(\sqrt{2}\,a-\sqrt{3}\,b)(\sqrt{2}\,a+\sqrt{3}\,b)$.

（2）$5\,678\times5\,680-5\,679^2$.

微信公众号：电子课本大全

6. 当$x=\frac{1}{4}$时，求$x(4x+3)-\left(2x+\frac{1}{2}\right)\left(2x-\frac{1}{2}\right)$的值.

7. 运用平方差公式计算：
$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)+1$.

2

如图 3-8，大正方形的边长为 $a+b$. 请用两种不同的方法计算这个大正方形的面积. 你发现了什么代数公式？你能否用多项式与多项式相乘的法则推导出这一代数公式？请试一试.

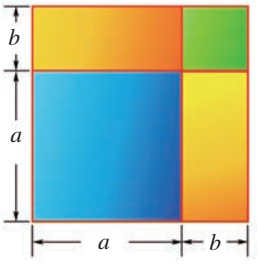


图 3-8

一般地，我们有以下两数和的完全平方公式：

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

两数和的平方，等于这两数的平方和，加上这两数积的 2 倍.

做一做 ZUOYIZUO

用两数和的完全平方公式计算（填空）：

（1）$(a+1)^2=(\quad)^2+2(\quad)(\quad)+(\quad)^2$

$=$_____.

（2）$(2a+3b)^2=(\quad)^2+2(\quad)(\quad)+(\quad)^2$

$=$_____.

如果把$(a-b)^2$写成$[a+(-b)]^2$，就可以由两数和的完全平方公式写出两数差的完全平方公式：

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

两数差的平方，等于这两数的平方和，减去这两数积的 2 倍.

平方差公式和完全平方公式也称乘法公式.

微信公众号：电子课本大全

例3 用完全平方公式计算：

（1）$(x+2y)^2$.　　（2）$(2a-5)^2$.

（3）$(-2s+t)^2$.　　（4）$(-3x-4y)^2$.

解 （1）$(x+2y)^2=x^2+2\cdot x\cdot 2y+(2y)^2$

$=x^2+4xy+4y^2$.

（2）$(2a-5)^2=(2a)^2-2\cdot 2a\cdot 5+5^2$

$=4a^2-20a+25$.

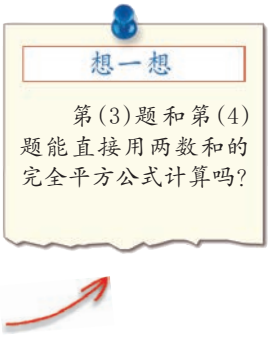
（3）$(-2s+t)^2=(t-2s)^2$

$=t^2-2\cdot t\cdot 2s+(2s)^2$

$=t^2-4ts+4s^2$.

（4）$(-3x-4y)^2=(-3x)^2-2\cdot(-3x)\cdot 4y+(4y)^2$

$=9x^2+24xy+16y^2$.



例4 一花农有两块正方形茶花苗圃，边长分别为 30.1 m，29.5 m，现将这两块苗圃的边长都增加 1.5 m. 求两块苗圃的面积分别增加了多少平方米.

解 设原正方形苗圃的边长为 a(m)，边长增加 1.5 m 后，新正方形的边长为$(a+1.5)$ m.

$(a+1.5)^2-a^2=a^2+3a+2.25-a^2=3a+2.25$.

当 $a=30.1$ 时，$3a+2.25=3\times 30.1+2.25=92.55$；

当 $a=29.5$ 时，$3a+2.25=3\times 29.5+2.25=90.75$.

答：两块苗圃的面积分别增加了 92.55 m^2，90.75 m^2.

课内练习 KENEILIANXI

1. 运用完全平方公式计算：

（1）$(3+x)^2$.　　（2）$(y-7)^2$.

（3）$(7-y)^2$.　　（4）$(-2x-3y)^2$.

（5）$\left(3-\frac{1}{3}t\right)^2$.　　（6）$\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{5}n\right)^2$.

2. 下列各式的计算错在哪里？应怎样改正？

（1）$(a-b)^2=a^2-b^2$.　　（2）$(a+2b)^2=a^2+2ab+2b^2$.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 运用完全平方公式计算：

（1）$(r-h)^2$.　　（2）$(4x+3y)^2$.

（3）$(-a-b)^2$.　　（4）$\left(\frac{1}{2}m-2\right)^2$.

（5）$\left(\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}y\right)^2$.　　（6）$(2x-2.5)^2$.



（第 3 题）

2. 选择适当的公式计算：

（1）$(2x-1)(-1+2x)$.　　（2）$(-2x-y)(2x-y)$.

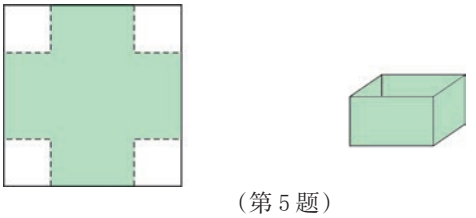
（3）$(-a+5)(-a-5)$.　　（4）$(ab-1)(-ab+1)$.

3. 一块方巾铺在正方形的茶几上，四周刚好都垂下 15 cm. 如果设方巾的边长为 a，怎样求茶几的面积？结果怎样用关于 a 的多项式表示？如果 $a=100$ cm，茶几的面积是多少平方厘米？

B **4.** 化简：

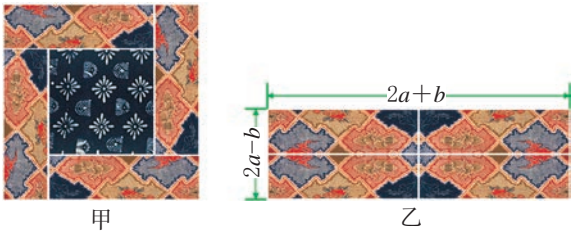
（1）$(2x+1)^2-(2x)^2$.　　（2）$(2a-3b)^2-2a(a-b)$.

5. 将一张边长为 a(cm)的正方形纸板的四角各剪去一个边长为 x(cm)的小正方形(如图)，然后把它折成一个无盖纸盒，求纸盒的容积(纸板厚度忽略不计，结果要求用关于 a，x 的多项式表示).



（第 5 题）

C **6.** 小红用五块布料制作靠垫面子. 如图甲，其中四周的四块由如图乙的长方形布料裁成四块得到，正中的一块从另一块布料裁得. 正中一块正方形布料应裁取多大的面积(接缝忽略不计)？

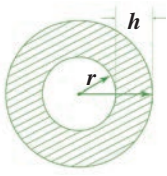


甲　　乙

（第 6 题）

微信公众号：电子课本大全

3·5 整式的化简



一根钢管的横截面如图，r 表示内半径，h 表示钢管的厚度. 怎样表示这根钢管的面积？



如图 3-9，点 M 是 AB 的中点，点 P 在 MB 上. 分别以 AP，PB 为边，作正方形 $APCD$ 和正方形 $PBEF$. 设 $AB=4a$，$MP=b$，正方形 $APCD$ 与正方形 $PBEF$ 的面积之差为 S.

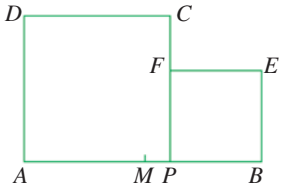


图 3-9

（1）用关于 a，b 的代数式表示 S.

（2）当 $a=4$，$b=\frac{1}{2}$ 时，S 的值是多少？当 $a=5$，$b=\frac{1}{4}$ 时呢？

上述问题(2)你是怎样计算的？怎样计算比较简捷？

（请与你的同伴交流）

整式的化简应遵循先乘方、再乘除、最后算加减的顺序. 能运用乘法公式的则运用公式.

例1 化简：

(1) $(2x-1)(2x+1)-(4x+3)(x-6)$.

(2) $(2a+3b)^2-4a(a+3b+1)$.

解 (1) $(2x-1)(2x+1)-(4x+3)(x-6)$

$=4x^2-1-(4x^2-24x+3x-18)$

$=4x^2-1-(4x^2-21x-18)$

$=4x^2-1-4x^2+21x+18$

$=21x+17$.

(2) $(2a+3b)^2-4a(a+3b+1)$

$=4a^2+12ab+9b^2-4a^2-12ab-4a$

$=9b^2-4a$.

微信公众号：电子课本大全

例2 甲、乙两家超市3月份的销售额均为a万元，在4月和5月这两个月中，甲超市的销售额平均每月增长$x\%$，而乙超市的销售额平均每月减少$x\%$.

（1）5月份甲超市的销售额比乙超市多多少？

（2）若$a=150$，$x=2$，则5月份甲超市的销售额比乙超市多多少万元？

解 （1）由题意，5月份甲超市的销售额为$a(1+x\%)^2$，乙超市的销售额为$a(1-x\%)^2$，则甲、乙两超市的销售额的差为

$$\begin{aligned}&a(1+x\%)^2-a(1-x\%)^2\\=&a\left(1+\frac{2x}{100}+\frac{x^2}{10\,000}\right)-a\left(1-\frac{2x}{100}+\frac{x^2}{10\,000}\right)\\=&\frac{ax}{25}.\end{aligned}$$

答：甲超市的销售额比乙超市多$\frac{ax}{25}$万元.

（2）当$a=150$，$x=2$时，$\frac{ax}{25}=\frac{150\times2}{25}=12$.

答：甲超市的销售额比乙超市多12万元.

想一想

如果不用第(1)题得到的代数式，你能直接用数的运算求得第(2)题的答案吗？哪一种比较方便？

课内练习 KENEILIANXI

1. 化简：

（1）$(x+6)^2+(3+x)(3-x)$.

（2）$3x(x^2+3x+8)+(-3x-4)(3x+4)$.

2. 当$x=-\frac{1}{2}$时，求代数式$(3x+5)^2-(3x-5)(3x+5)$的值.

探究活动 TANJIUHUODONG

观察下列各式：

$5^2=25$，

$15^2=225$，

$25^2=625$，

$35^2=1\,225$，

……

你能口算末位数是5的两位数的平方吗？请用完全平方公式说明理由.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 口算(填空):

(1) $98^2=$_____. (2) $51^2=$_____.

(3) $101\times99=$_____. (4) $1-2\times51+51^2=$_____.

2. 化简:

(1) $(2-a)(3+a)-(2-a)(2+a)$.

(2) $(2x-5y)(2x+5y)-(4x+y)^2$.

(3) $(x-2y)(x-2y-3)-x(x+4y-3)$.

3. 已知 $x=\frac{1}{6}$,求 $(-3x-1)(3x+1)+(-3x-1)(1-3x)$ 的值.

4. 有两个圆,较大圆的半径为 r(mm),较小圆的半径比 r 小 3 mm. 求两圆的面积之差. 当 $r=10$ mm 时,面积之差是多少? 当 $r=15$ mm 时呢?

B **5.** 解方程:$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\left(x-\frac{1}{4}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.

6. 有两块底面呈正方形的长方体金块,它们的高都为 h(cm),较大一块的底面边长比 0.5 cm 大 a(cm),较小一块的底面边长比 0.5 cm 小 a(cm). 已知金块的密度为 19.3 g/cm^3,问两金块的质量相差多少? 若 $h=0.8$ cm,$a=0.2$ cm 呢?

C **7.** 已知 $x+y=3$,$xy=1$,你能求出 x^2+y^2 的值吗? $(x-y)^2$ 呢?

3·6 同底数幂的除法



一个 2GB(2GB=2^{21}KB)的便携式 U 盘可以存储的数码照片张数与数码照片文件的大小有关,文件越大,存储的张数越少. 若每张数码照片文件的大小为 2^{11}KB,则这个 U 盘能存储多少张照片?

1

在解决实际问题时,有时需要用到同底数幂的除法. 例如,要想知道

微信公众号:电子课本大全

2GB 的 U 盘可以存储多少张大小为 2^{11}KB 的照片，就需要计算 $2^{21}\div 2^{11}$. 你能计算下列两个问题吗(填空)?

(1) $2^5\div 2^3=\dfrac{(\quad)\times(\quad)\times(\quad)\times(\quad)\times(\quad)}{(\quad)\times(\quad)\times(\quad)}$

$=2^{(\quad)}=2^{(\quad)-(\quad)}$.

(2) $a^3\div a^2=\dfrac{(\quad)\times(\quad)\times(\quad)}{(\quad)\times(\quad)}$

$=a^{(\quad)}=a^{(\quad)-(\quad)}(a\neq 0)$.

根据上面两式的填空结果，你能归纳出同底数幂相除的一般方法吗?

一般地，同底数幂相除的法则是：

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

$a^m\div a^n=a^{m-n}$ ($a\neq 0$, m, n 都是正整数，且 $m>n$).

例1 计算：

❶(1) $a^9\div a^3$. (2) $2^{12}\div 2^7$.

(3) $(-x)^4\div(-x)$. (4) $\dfrac{(-3)^{11}}{(-3)^8}$.

解 (1) $a^9\div a^3=a^{9-3}=a^6$.

(2) $2^{12}\div 2^7=2^{12-7}=2^5=32$.

(3) $(-x)^4\div(-x)=(-x)^{4-1}=(-x)^3=-x^3$.

(4) $\dfrac{(-3)^{11}}{(-3)^8}=(-3)^{11-8}=(-3)^3=-27$.

想一想

指数相等的同底数(不为 0)的幂相除，商是多少？你能举个例子说明吗?

例2 计算：

(1) $a^5\div a^4\cdot a^2$. (2) $(-x)^7\div x^2$.

(3) $(ab)^5\div(ab)^2$. (4) $(a+b)^6\div(a+b)^4$.

解 (1) $a^5\div a^4\cdot a^2=a^{5-4}\cdot a^2=a^3$.

(2) $(-x)^7\div x^2=(-x)^7\div(-x)^2=(-x)^{7-2}=-x^5$.

(3) $(ab)^5\div(ab)^2=(ab)^{5-2}=(ab)^3=a^3b^3$.

(4) $(a+b)^6\div(a+b)^4=(a+b)^{6-4}=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

❶ 在没有特别说明的情况下，除式中的字母都不使除式为零.

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. (口答)计算:

(1) $s^7 \div s^3$.　　(2) $x^{10} \div x^8$.

(3) $(-t)^{11} \div (-t)^2$.　　(4) $(ab)^5 \div (ab)$.

(5) $(-3)^6 \div (-3)^2$.　　(6) $a^{100} \div a^{100}$.

2. 填空:

(1) $x^7 \cdot (\quad) = x^8$.　　(2) $(\quad) \cdot a^3 = a^8$.

(3) $b^4 \cdot b^3 \cdot (\quad) = b^{21}$.　　(4) $c^8 \div (\quad) = c^5$.

3. 计算:

(1) $(7+x)^8 \div (7+x)^7$.　　(2) $(abc)^5 \div (abc)^3$.

(3) $\left(\frac{1}{2}\right)^7 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3$.　　(4) $y^{10} \div (y^4 \div y^2)$.

4. 请解答本节节前语中提出的问题.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下列计算对吗? 为什么? 错的请改正.

(1) $a^6 \div a^2 = a^3$.　　(2) $s^3 \div s = s^3$.

(3) $(-c)^4 \div (-c)^2 = -c^2$.　　(4) $(-x)^9 \div (-x)^9 = -1$.

2. 计算:

(1) $10^{10} \div 10^8$.　　(2) $a^7 \div a^5$.

(3) $(-b)^5 \div (-b)^2$.　　(4) $(-5)^5 \div (-5)^3$.

3. 计算:

(1) $(2b)^5 \div (2b)^3$.　　(2) $(-ab)^3 \div (ab)^2$.

(3) $(a-b)^5 \div (a-b)^2$.　　(4) $a^{2m} \div a^m$.

4. 一台计算机在 10^4 秒内做了 10^{16} 次运算,平均每秒能做多少次运算?

B **5.** 金星是太阳系八大行星中距离地球最近的行星,也是人在地球上看到的最亮的一颗星. 金星离地球的距离为 4.2×10^7 千米,从金星射出的光到达地球需要多少时间(光速为 3×10^5 千米/秒)?

6. 计算:

(1) $(-a)^{3m} \div (-a)^m$.　　(2) $(a^2)^4 \div a^4$.

(3) $(-x^3)^6 \div (-x^2)^4$.　　(4) $(-a)^9 \div (a^3 \cdot a^2)$.

微信公众号:电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

1. 填空：

（1）$5^3\div5^3=$_____.

（2）$3^3\div3^5=\dfrac{3^3}{3^5}=\dfrac{1}{3^{(\quad)}}$.

（3）$a^2\div a^5=\dfrac{1}{a^{(\quad)}}$.

2. 讨论下列问题：

（1）对于同底数幂相除的法则 $a^m\div a^n=a^{m-n}$（$a\neq0$），m，n 必须满足什么条件？

（2）要使 $5^3\div5^3=5^{3-3}$ 也能成立，你认为应当规定 5^0 等于多少？更一般地，a^0（$a\neq0$）呢？

（3）要使 $3^3\div3^5=3^{3-5}$ 和 $a^2\div a^5=a^{2-5}$ 也成立，应当规定 3^{-2} 和 a^{-3} 分别等于什么呢？

规定：

任何不等于零的数的零次幂都等于 1.

$a^0=1$（$a\neq0$）.

任何不等于零的数的 $-p$（p 是正整数）次幂，等于这个数的 p 次幂的倒数.

$a^{-p}=\dfrac{1}{a^p}$（$a\neq0$，p 是正整数）.

规定了零指数幂与负整数指数幂的意义，就把指数的概念从正整数推广到了整数. 正整数指数幂的各种运算法则对整数指数幂都适用.

微信公众号：电子课本大全

例3 用分数或整数表示下列各负整数指数幂的值.

(1) 10^{-3}. (2) $(-0.5)^{-3}$. (3) $(-3)^{-4}$.

解 (1) $10^{-3}=\frac{1}{10^3}=\frac{1}{1\,000}$.

(2) $(-0.5)^{-3}=\frac{1}{(-0.5)^3}=-\frac{1}{0.125}=-8$.

(3) $(-3)^{-4}=\frac{1}{(-3)^4}=\frac{1}{81}$.

例4 把下列各数表示成 $a\times10^n$ ($1\leqslant a<10$, n 为整数)的形式.

(1) 12 000. (2) 0.002 1. (3) 0.000 050 1.

解 (1) $12\,000=1.2\times10^4$.

(2) $0.002\,1=2.1\times\frac{1}{1\,000}=2.1\times10^{-3}$.

(3) $0.000\,050\,1=5.01\times\frac{1}{100\,000}=5.01\times10^{-5}$.

以上表明,有了负指数幂,我们就可以用科学记数法表示绝对值较小的数.

做一做 ZUOYIZUO

将 0.000 05 输入计算器,再将它乘以 0.000 007,观察你的计算器的显示. 它是怎样表示计算结果的? 与你的同伴交流计算器是怎样表示绝对值较小的数的.

例5 计算:

(1) $95^0\times(-5)^{-1}$. (2) 3.6×10^{-3}.

(3) $a^3\div(-10)^0$. (4) $(-3)^5\div3^6$.

解 (1) $95^0\times(-5)^{-1}=1\times\left(\frac{1}{-5}\right)=-\frac{1}{5}$.

(2) $3.6\times10^{-3}=3.6\times\frac{1}{10^3}=3.6\times0.001=0.003\,6$.

(3) $a^3\div(-10)^0=a^3\div1=a^3$.

(4) $(-3)^5\div3^6=(-3)^5\div(-3)^6=(-3)^{-1}=-\frac{1}{3}$.

微信公众号: 电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 用分数或整数表示下列各负整数指数幂的值.

（1）100^{-2}.　　（2）$(-1)^{-3}$.

（3）7^{-2}.　　（4）$(-0.1)^{-2}$.

2. 计算：

（1）$7^6\div7^8$.　　（2）$4^{-3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^0$.

（3）$(-5)^{-2}\times(-5)^2$.　　（4）$a^4\div(a^3\cdot a^2)$ $(a\neq0)$.



显微镜下的红细胞
（第3(2)题）

3. 用科学记数法表示下列叙述中用黑体表示的数.

（1）天体生物学家在一次试验中发现，气球在 **41 000** m 高空捕捉到大批生存的微生物. 如果以全球范围计算，意味着天天都有 **1 000 000** g 细菌从太空掉到地球上.

（2）红细胞的平均直径是 **0.000 007 2** m.

探究活动 TANJIUHUODONG

填空：

$10^0=$_____；　$10^{-1}=$_____；

$10^{-2}=$_____；　$10^{-3}=$_____；

$10^{-4}=$_____；　$10^{-5}=$_____.

你发现用 10 的负整数指数幂表示 $\underbrace{0.00\cdots01}_{n\text{个}0}$ 这样较小的数有什么规律吗？请把你总结的规律写下来.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下列计算对吗？为什么？错的请改正.

（1）$(-7)^0=-1$.　　（2）$(-1)^{-1}=1$.

（3）$8^{-1}=-8$.　　（4）$a^p\cdot a^{-p}=1$ $(a\neq0)$.

2. 用分数或整数表示下列各负整数指数幂的值.

（1）10^{-4}.　（2）$(-71)^{-1}$.　（3）$(-5)^{-3}$.

（4）$(-3)^{-4}$.　（5）$(-1)^{-20}$.　（6）0.1^{-3}.

微信公众号：电子课本大全

3. 计算：

（1）$\left(-\frac{1}{5}\right)^{100}\div\left(-\frac{1}{5}\right)^{100}$.　　（2）$3^0\times3^{-2}$.

（3）$(-4)^8\div4^{10}$.　　（4）$2^5\times2^{-7}$.

4. 用小数表示下列各数.

（1）6×10^{-6}.　（2）1.2×10^{-3}.　（3）-4.5×10^{-5}.

5. 用科学记数法表示下列叙述中的数据.

（1）空气的密度(单位体积内空气的质量)是 0.001 29 g/cm^3.

（2）氢气的密度是 0.000 09 g/cm^3.

（3）人体的平均密度是 1 060 kg/m^3.

（4）人体内的许多细胞大约都只有 0.01 mm 长.

B **6.** （1）1 微米＝0.001 毫米，1 微米合多少厘米？多少米(用科学记数法表示)？

（2）1 纳米＝10^{-9} 米，1 纳米合多少微米？多少毫米？多少厘米(用科学记数法表示)？

G **7.** 世界上最小、最轻的昆虫是膜翅目缨小蜂科的一种卵蜂，体长仅 0.021 厘米，其质量也只有 0.000 005 克.

（1）用科学记数法表示上述两个数据.

（2）一个鸡蛋的质量大约是 50 克，多少只卵蜂的质量和与这个鸡蛋的质量相等？

3·7 整式的除法



2011 年 11 月 3 日凌晨，我国自行研制的第一个目标飞行器天宫一号和神舟八号飞船对接成功，标志着我国建立空间站的技术已经迈出了关键的一步.

本节中，我们将学习整式的除法，包括单项式除以单项式和多项式除以单项式. 我们前面学过的同底数幂相除是单项式相除的特殊情况.

微信公众号：电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

天宫一号目标飞行器与神舟八号飞船第一次对接前，天宫一号在环地球轨道上飞行一周所需的时间为6.0×10^3秒，行程为4.7×10^7米. 那么天宫一号飞行的速度为每秒多少米？

解决上述问题时，你是怎样计算的？由此你能找到计算$(3a^8)\div(2a^4)$的方法吗？计算$(6a^3b^4)\div(3a^2b)$呢？

一般地，两个单项式相除，可以转化为系数与系数相除以及同底数幂相除. 例如，

$$(14a^3b^2x)\div(4ab^2)=\frac{14\cdot a^3\cdot b^2\cdot x}{4\cdot a\cdot b^2}=\frac{7}{2}a^{3-1}\cdot b^{2-2}\cdot x=\frac{7}{2}a^2x.$$

我们有以下单项式除以单项式的法则：

单项式相除，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

例1 计算：

（1）$-a^7x^4y^3\div\left(-\frac{4}{3}ax^4y^2\right)$.　　（2）$2a^2b\cdot(-3b^2c)\div(4ab^3)$.

解 （1）$-a^7x^4y^3\div\left(-\frac{4}{3}ax^4y^2\right)$

$=\left[(-1)\div\left(-\frac{4}{3}\right)\right]\cdot a^{7-1}\cdot x^{4-4}\cdot y^{3-2}$

$=\frac{3}{4}a^6y$.

（2）$2a^2b\cdot(-3b^2c)\div(4ab^3)$

$=[2\times(-3)\div4]\cdot a^{2-1}\cdot b^{1+2-3}\cdot c$

$=-\frac{3}{2}ac$.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

先填空，再用适当的方法验证计算的正确性.

(1) $(625+125+50)\div 25$

$=(\quad)\div(\quad)+(\quad)\div(\quad)+(\quad)\div(\quad)=$_____.

(2) $(4a+6)\div 2=(\quad)\div 2+(\quad)\div 2=$_____.

(3) $(2a^2-a)\div(-2a)$

$=(\quad)\div(-2a)+(\quad)\div(-2a)=$_____.

从上述第(2)，(3)题的计算中，你能归纳出多项式除以单项式的运算方法吗？

我们有以下多项式除以单项式的法则：

多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加.

$(a+b+c)\div m=a\div m+b\div m+c\div m$ $(m\neq 0)$.

例2 计算：

(1) $(14a^3-7a^2)\div(7a)$.

(2) $(15x^3y^5-10x^4y^4-20x^3y^2)\div(-5x^3y^2)$.

解 (1) $(14a^3-7a^2)\div(7a)$

$=(14a^3)\div(7a)+(-7a^2)\div(7a)$

$=2a^2-a$.

(2) $(15x^3y^5-10x^4y^4-20x^3y^2)\div(-5x^3y^2)$

$=(15x^3y^5)\div(-5x^3y^2)+(-10x^4y^4)\div(-5x^3y^2)+(-20x^3y^2)\div(-5x^3y^2)$

$=-3y^3+2xy^2+4$.

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算：

(1) $(10ab^3)\div(5b^2)$.

(2) $3a^3\div(6a^6)\cdot(-2a^4)$.

(3) $(15x^2y-10xy^2)\div(5xy)$.

(4) $(4c^3d^2-6c^2d^3)\div(-3c^2d)$.

微信公众号：电子课本大全

2. 填空：

（1）（　　）·$3ab^2=-9ab^5$.

（2）$(-12a^3bc)\div$（　　）$=4a^2b$.

（3）$[3a^2-$（　　）$]\div(-a)=-3a+2b$.

（4）（　　）·$(-2xy)=4x^2y-6xy^2$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算：

（1）$(-14s^2)\div(8s)$.

（2）$3a^5b^3c\div(-12a^2b)$.

（3）$(-4a^3b^2+8ab^3)\div(4ab^2)$.

（4）$(5x^3-2x^2+6x)\div(3x)$.

2. 下列计算错在哪里？应怎样改正？

（1）$(12a^3b^3c)\div(6ab^2)=2ab$.

（2）$(p^5q^4)\div(2p^3q)=2p^2q^3$.

（3）$(am+bm+cm^2)\div m=a+b+c$.

（4）$(2x-4y+3)\div 2=x-2y+3$.

3. 填空：

（1）（　　）$\div(mn)=3m^2$.

（2）（　　）·$3p^2q^2=-5p^3q^2$.

（3）（　　）·$2x=-3x^2+2x-7x^3$.

（4）（　　）$\div(7st^2)=3s+2t$.

4. 一个长方体模型的长、宽、高分别为 $4a$(cm)，$3a$(cm)，$2a$(cm)．某种油漆每千克可漆面积为$\frac{1}{2}a$(cm^2)，问漆这个模型需要多少油漆？

B **5.** 计算：

（1）$(7m^2)\cdot(4m^3p)\div(7mp)$.

（2）$-x\cdot(3xy-6x^2y^2)\div(3x^2)$.

6. 我们所处的银河系是一个庞大的星系，太阳在整个银河系中只不过是沧海一粟．据科学家探测，银河系的直径约为 97 800 光年．如果火箭的速度为 9×10^3 米／秒，那么火箭从银河系直径的一端飞到另一端，大约需要多少年（精确到 10^8 位）？

微信公众号：电子课本大全

杨辉三角与两数和的乘方

我们知道，

$(a+b)^1=a+b$；

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.

利用多项式的乘法运算，还可以得到：

$(a+b)^3=(a+b)(a^2+2ab+b^2)=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$；

$(a+b)^4=(a+b)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$.

将计算结果中多项式各项的系数排列成表（简称系数表），如图 3-10.

$(a+b)^1$			1	1	
$(a+b)^2$		1	2	1	
$(a+b)^3$		1	3	3	1
$(a+b)^4$	1	4	6	4	1
……			……		

图 3-10

类似于上述系数表，在我国南宋时期杰出的数学家杨辉（钱塘（今杭州）人）1261 年所著的《详解九章算法》中已有记载. 杨辉在该书中记载着类似于图 3-11 的图表，并说明此图源于北宋时期数学家贾宪的“开方作法本源图”，因此，我们把这个表叫做杨辉三角或贾宪三角.

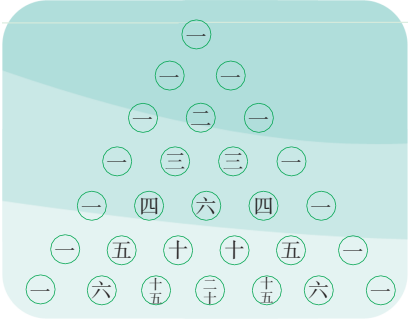


图 3-11

在欧洲，这样的表被称为帕斯卡三角，因为法国数学家帕斯卡（Blaise Pascal，1623～1662 年）于 1654 年首先发现了这一规律. 这比我国数学家杨辉的记载迟了近 400 年，比贾宪的发现迟了 500 多年.

杨辉三角中的各数隐含着很多有趣的排列规律，你能再找出一些规律吗？

微信公众号：电子课本大全

小结 XIAOJIE

填空.

1. 整数指数幂及其运算有下列基本法则(或规定):

$a^m \cdot a^n =$_____(m,n 为整数);

$(a^m)^n =$_____(m,n 为整数);

$(ab)^n =$_____(n 为整数);

$a^0 =$_____($a \neq$_____);

$a^{-p} =$_____($a \neq$_____,p 是正整数);

$a^m \div a^n =$_____ (m,n 为整数,且 $a \neq 0$).

2. 整式的乘法法则(或公式).

(1) 单项式与单项式相乘,把它们的_____、_____分别相乘,其余_____不变,作为积的因式.

(2) 单项式与多项式相乘,就是用单项式去乘_____,再把所得的积_____.

(3) 多项式与多项式相乘,先用一个多项式的_____乘另一个多项式的_____,再把所得的积_____.

(4) 平方差公式:_____.

(5) 完全平方公式:_____.

3. 整式的除法法则.

(1) 单项式相除,把_____、_____分别相除,作为商的因式,对于只在_____里含有的字母,则连同它的指数作为商的一个因式.

(2) 多项式除以单项式,先把这个多项式的_____除以这个单项式,再把所得的商_____.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
整式的乘除运算			
整式的化简			
用科学记数法表示绝对值较小的数			

微信公众号:电子课本大全

目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 3.1 节

●了解正整数指数幂的意义和基本性质.

●会进行简单的正整数指数幂的计算.

1. 计算：

（1）$(-t)^6 \cdot t^2$.　　（2）$(a^7)^6$.

（3）$(a^3b^2)^4$.　　（4）$x^{10}-(-x)(x^3)^3$.

2. 计算$[(-x)^3]^2 \cdot (x^2)^3$所得的结果是(　　)

（A）x^{10}.　（B）$-x^{10}$.　（C）x^{12}.　（D）$-x^{12}$.

3. 一个立方体的棱长是a^3，这个立方体的体积是多少？

目标B 3.2 节 3.3 节

●会进行简单的整式乘法运算(其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘).

4. 我国研制的数据处理超级服务器曙光 4 000 L 每秒可做 3×10^{12} 次运算. 它工作 5×10^{12} 秒可做多少次运算？

5. 计算：

（1）$(-x^2y^5)\cdot(xy)^3$.

（2）$4a(a-b+1)$.

（3）$(3a+2)(4a^2-1)$.

（4）$3x(3y-x)-(4x-3y)(x+3y)$.

6. 先化简，再求值：$(x-2)(3x^2-1)-12x\left(\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x-3\right)$，其中$x=-\frac{1}{5}$.

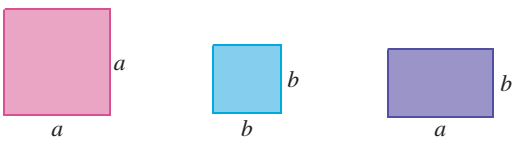
目标C 3.4 节 3.5 节

●会推导乘法公式，并了解乘法公式的几何背景.

●会用乘法公式进行简单计算.

7. 请说明$(m+n)^2-4mn=(m-n)^2$一定成立的理由.

8. 分别准备若干张如图所示的正方形和长方形卡片，用这些卡片拼出新的正方形，并用不同的方法计算它的面积，验证乘法公式(画出示意图).



（第 8 题）

微信公众号：电子课本大全

9. 化简：

（1）$(2x-7)(x-1)+(2x-3)(2x+3)$.

（2）$3(m+1)^2-5(m+1)(m-1)+2m(m-1)$.

（3）$(a^2-b)^2+2a(ab-1)$.

目标D 3.6节

●了解零指数和负整数指数幂的意义.

●了解整数指数范围内幂的基本性质.

●会进行同底数幂相除的运算.

●会用科学记数法表示绝对值较小的数(包括计算器上表示).

10. 计算：

（1）$11^4\div11^2$.　　（2）$(-5)^4\div(-5)^6$.

（3）$(-a)^5\div a^2$.　　（4）$(a-b)^4\div(b-a)^3$.

11. 计算：

（1）$(\sqrt{3})^0-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$.　　（2）$a\times a^{-1}$.

（3）$a^4\div a^5\cdot(-3a)^2$.

12. 用计算器计算：

（1）$0.5^{-2}\times0.01^{15}$.　　（2）$(-4)^3\times100^{-9}$.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\div10^{12}$.

13. 用科学记数法表示下列叙述中用黑体表示的数：

（1）德国博物馆收藏了一个世界上最小的篮子，这个篮子的高度只有 **0.007** 米.

（2）原子的直径一般是 **0.000 000 01** 厘米.

目标E 3.7节

●会进行单项式除以单项式的计算.

●会进行多项式除以单项式的计算.

14. 计算：

（1）$(4\times10^{12})\div(-2\times10^{10})$.

（2）$(-6a^2b^3c)\div(-2ab^2)$.

（3）$(-y^3)^6\div(-y^2)^2$.

（4）$(7m^2)\cdot(4m^3p)\div(7m^5)$.

15. 计算：

（1）$(8a^3b-5a^2b^2)\div(4ab)$.

（2）$(12x^3-8x^2+16x)\div(8x)$.

微信公众号：电子课本大全

目标F ●会综合运用整式的运算解决一些简单的实际问题.

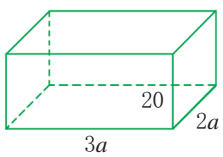
16. 中国香港特别行政区科学家首先研制成世界上最小的纳米硅线，直径只有 1 纳米，即 10^{-9} 米. 人体头发的直径大约为 0.05 毫米，问人体头发的直径大约是这种纳米硅线直径的多少倍？

17. 某厂生产一种边长为 a 厘米的正方形地砖，材料的成本价为每平方厘米 b 元. 如果将地砖的一边扩大 3 厘米，另一边缩短 3 厘米，改成生产长方形地砖，这种长方形地砖每块的材料成本价与正方形地砖相比，是增加了还是减少了？增加或减少了多少？

18. 用如图所示的甲、乙、丙三块木板做一个长、宽、高分别为 $3a$ 厘米，$2a$ 厘米和 20 厘米的长方体木箱，其中甲块木板锯成两块刚好能做箱底和一个长侧面，乙块木板锯成两块刚好能做一个长侧面和一个短侧面，丙块木板锯成两块刚好能做箱盖和剩下的一个短侧面（厚度忽略不计）.

（1）你能用含 a 的代数式表示这三块木板的面积吗？

（2）如果购买一块长 $12a$ 厘米，宽 120 厘米的长方形木板做这个箱子，那么只需用去这块木板的几分之几？如果 $a=15$ 呢？





（第 18 题）

微信公众号：电子课本大全

第4章

因式分解



目录 CONTENTS<<

4.1 因式分解 …… 98
4.2 提取公因式法 …… 100
4.3 用乘法公式分解因式 …… 103
小结 …… 109
目标与评定 …… 110

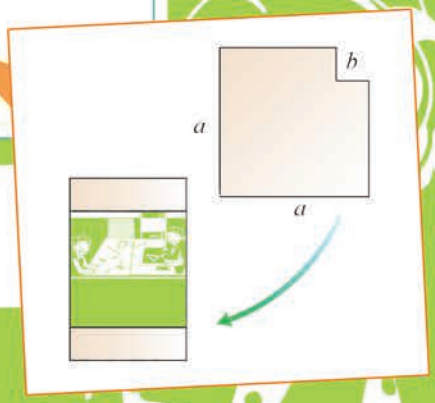
微信公众号：电子课本大全

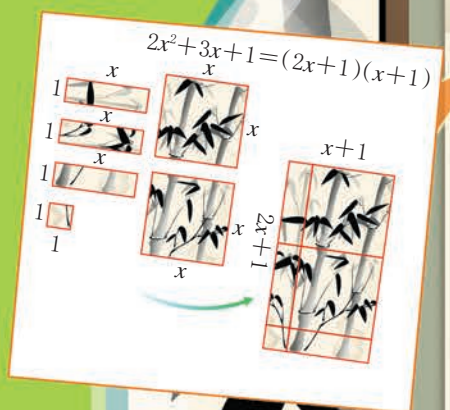
把如图所示的卡纸剪开，拼成一张长方形卡纸，作为一幅精美剪纸的衬底，怎么剪？

上面的剪拼过程反映了整式的一个重要变形：

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

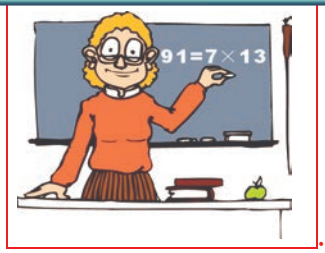
本章将学习因式分解的概念、方法以及简单应用.





微信公众号：电子课本大全

4·1 因式分解



在小学时我们学过怎样把一个整数转化为几个整数的积.
在代数中,我们也常常需要把一个多项式转化为几个整式的积.

前面我们学过整式的乘法,例如两个整式 x 和 $x-y$ 相乘的积是 x^2-xy,即 $x(x-y)=x^2-xy$. 根据等式的性质,可得 $x^2-xy=x(x-y)$. 像这种把多项式 x^2-xy 转化为两个整式 x 与 $x-y$ 的积的形式,是一种重要的代数式变形.

观察下列两种代数式变形的例子,它们之间有什么关系?

整式的乘法	多项式转化为几个整式的积
$a(a+1)=a^2+a$	$a^2+a=a(a+1)$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$	$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$(a+1)^2=a^2+2a+1$	$a^2+2a+1=(a+1)^2$

一般地,把一个多项式化成几个整式的积的形式,叫做**因式分解**(factorization),有时我们也把这一过程叫**分解因式**.

做一做 ZUOYIZUO

1. 先写出整式相乘(其中至少一个是多项式)的两个例子,你能由此得到相应的两个多项式的因式分解吗?把结果与你的同伴交流.

2. 下列代数式变形中,哪些是因式分解?哪些不是?

(1) $2m(m-n)=2m^2-2mn$.　　(2) $\frac{1}{2}ab^2-ab=\frac{1}{2}ab(b-2)$.

(3) $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$.　　(4) $x^2-3x+1=x(x-3)+1$.

因式分解和整式的乘法有互逆关系,因此,可以用整式的乘法运算来检验因式分解的正确性.

微信公众号:电子课本大全

例 检验下列因式分解是否正确.

(1) $x^2y-xy^2=xy(x-y)$.

(2) $2x^2-1=(2x+1)(2x-1)$.

(3) $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$.

分析 检验因式分解是否正确,只要看等式右边几个整式相乘的积与左边的多项式是否相等.

解 (1) $\because$ $xy(x-y)=xy\cdot x-xy\cdot y=x^2y-xy^2$,

$\therefore$ 因式分解 $x^2y-xy^2=xy(x-y)$正确.

(2) $\because$ $(2x+1)(2x-1)=4x^2-1\neq 2x^2-1$,

$\therefore$ 因式分解 $2x^2-1=(2x+1)(2x-1)$不正确.

(3) $\because$ $(x+1)(x+2)=x^2+2x+x+2=x^2+3x+2$,

$\therefore$ 因式分解 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$正确.

课内练习 KENEILIANXI

1. 检验下列因式分解是否正确.

(1) $m^2+nm=m(m+n)$.

(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

(3) $x^2-x-2=(x+2)(x-1)$.

2. 用简便方法计算下列各题,并说明你的算法.

(1) $87^2+87\times 13$. (2) 101^2-99^2.

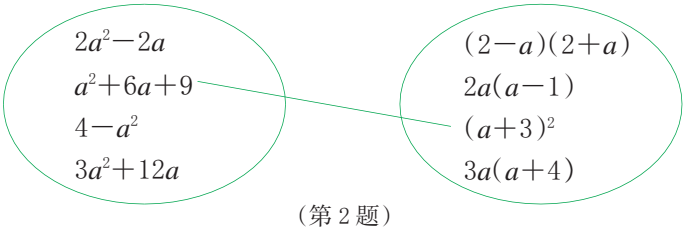
作业题 ZUOYETI

A **1.** 下列等式中,哪些从左到右的变形是因式分解?

(1) $x+2y=(x+y)+y$. (2) $p(q+h)=pq+ph$.

(3) $4a^2-4a+1=4a(a-1)+1$. (4) $5x^2y-10xy^2=5xy(x-2y)$.

2. 把左、右两边相等的代数式用线连起来.



(第 2 题)

微信公众号:电子课本大全

3. 检验下列因式分解是否正确.

（1）$a^3+a^2+a=a(a^2+a)$.　　（2）$-2a^2+4a=-2a(a+2)$.

（3）$x^2+xy=x(x+y)$.　　（4）$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$.

B **4.** 用简便方法计算下列各题，并说明你的算法.

（1）24^2+24.　　（2）$\left(7\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2$.

4·2 提取公因式法



一幢房子一面墙的形状由一个长方形和一个三角形组成（如图）. 若把该墙面设计成长方形形状，面积保持不变，且底边长仍为 a，则高度应为多少？

我们知道，$m(a+b)=ma+mb$，反过来，就有 $ma+mb=m(a+b)$. 应用这一事实，怎样把多项式 $2ab+4abc$ 分解因式？

一般地，一个多项式中每一项都含有的相同的因式，叫做这个多项式各项的**公因式**. 如 m 是多项式 $ma+mb$ 各项的公因式，$2ab$ 是多项式 $2ab+4abc$ 各项的公因式. 如果一个多项式的各项含有公因式，那么可把该公因式提取出来进行因式分解. 这种分解因式的方法，叫做**提取公因式法**.

下面讨论如何确定应提取的公因式.

以多项式 $3ax^2y+6x^3yz$ 为例，把各项表示如下：

$3ax^2y=3\cdot a\cdot x\cdot x\cdot y$,

$6x^3yz=2\cdot 3\cdot x\cdot x\cdot x\cdot y\cdot z$,

显然，为了使提取公因式后，多项式余下的各项不再含有公因式，应提取的多项式各项的公因式是 $3x^2y$，所以 $3ax^2y+6x^3yz=3x^2y(a+2xz)$.

想一想

另一个因式 $a+2xz$ 中的 a 和 $2xz$ 是如何得到的？

由此我们看到，应提取的多项式各项的公因式应是各项系数的最大公因数（当系数是整数时）与各项都含有的相同字母的最低次幂的积.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

先确定多项式 $5ab^2c+15abc^2$ 各项的公因式，再进行因式分解.

例1 把下列各式分解因式：

（1）$2x^3+6x^2$.

（2）$3pq^3+15p^3q$.

（3）$-4x^2+8ax+2x$.

（4）$-3ab+6abx-9aby$.

解 （1）$2x^3+6x^2=2x^2(x+3)$.

（2）$3pq^3+15p^3q=3pq(q^2+5p^2)$.

（3）$-4x^2+8ax+2x=-2x(2x-4a-1)$.

（4）$-3ab+6abx-9aby=-3ab(1-2x+3y)$.

注 意

当首项的系数为负时，通常应提取负因数，此时剩下的各项都要改变符号.

提取公因式法的一般步骤是：

1. 确定应提取的公因式.
2. 用公因式去除这个多项式，所得的商作为另一个因式.
3. 把多项式写成这两个因式的积的形式.

提取公因式后，应使多项式余下的各项不再含有公因式.

例2 把 $2(a-b)^2-a+b$ 分解因式.

分析 把 $-a+b$ 变形成 $-(a-b)$，原多项式就转化为 $2(a-b)^2-(a-b)$. 若把 $(a-b)$ 看做整体，原多项式就可以提取公因式 $(a-b)$.

解 $2(a-b)^2-a+b=2(a-b)^2-(a-b)$

$=(a-b)[2(a-b)-1]$

$=(a-b)(2a-2b-1)$.

在求解例 2 时，我们把 $-a+b$ 加上括号，变形成 $-(a-b)$，而不改变 $-a+b$ 的值，这种方法叫做添括号. 一般地，添括号的法则如下：

括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不变号；括号前面是“−”号，括到括号里的各项都变号.

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 确定下列多项式的公因式，并分解因式.

（1）$ax+ay$.　（2）$3mx-6nx^2$.　（3）$4a^2b+10ab-2ab^2$.

2. 添括号（填空）：

（1）$1-2x=+(\quad)$.

（2）$-x-2=-(\quad)$.

（3）$-x^2-2x+1=-(\quad)$.

3. 下面的因式分解对吗？如果不对，应怎样改正？

（1）$2x^2+3x^3+x=x(2x+3x^2)$.

（2）$3a^2c-6a^3c=3a^2(c-2ac)$.

（3）$-2s^3+4s^2-6s=-s(2s^2+4s-6)$.

（4）$-4a^2b+6ab^2-8a=-2ab(2a-3b)-8a$.

4. 解答节前语中的问题.

作业题 ZUOYETI

A

1. 分解因式：

（1）$3a^3-2a^2+a=a(\quad)$.

（2）$-6p^3-10p^2+2p=-2p(\quad)$.

2. 先写出多项式 $4a^3b^2-10a^2b^3c$ 各项的公因式，然后分解因式.

3. 分解因式：

（1）$3x^2-9xy$.　（2）n^4-n^3.

（3）$8ab^2-16a^3b^3$.　（4）$3m^2a-12ma+3ma^2$.

4. 添括号（填空）：

（1）$-x^2+2x-1=-(\quad)$.

（2）$a^2+4b^2-4b+1=a^2+(\quad)$.

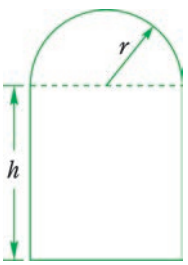
（3）$2(a+b)^2-a-b=2(a+b)^2-(\quad)$.

B

5. 分解因式：

（1）$-8a^3p+12a^2p^2-16a^3$.　（2）$(2a-b)^2-2a+b$.

6. 如图为一隧道横截面的示意图，用关于 h，r 的多项式表示隧道横截面的面积. 这个多项式能分解因式吗？若 $r=7$ 米，$h=2\pi$ 米，计算这个隧道的横截面积.

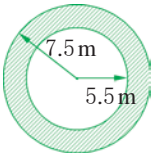


（第 6 题）

微信公众号：电子课本大全

4·3 用乘法公式分解因式

一座公园建筑的示意图如图所示. 环形绿化带的外圆半径为 7.5 m, 内圆半径为 5.5 m, 这个环形绿化带的面积是多少? 怎样计算比较简便?





①

由平方差公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 可得:

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

两个数的平方差, 等于这两个数的和与这两个数的差的积.

运用这个公式可以把具有平方差形式的多项式分解因式.

做一做 ZUOYIZUO

下列各式能用平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 分解因式吗? a, b 分别表示什么? 把下列各式分解因式.

(1) x^2-1. (2) m^2-9. (3) x^2-4y^2.

例1 把下列各式分解因式:

(1) $16a^2-1$. (2) $-m^2n^2+4l^2$.

(3) $\frac{9}{25}x^2-\frac{1}{16}y^4$. (4) $(x+z)^2-(y+z)^2$.

解 (1) $16a^2-1=(4a)^2-1^2=(4a+1)(4a-1)$.

(2) $-m^2n^2+4l^2=(2l)^2-(mn)^2=(2l+mn)(2l-mn)$.

(3) $\frac{9}{25}x^2-\frac{1}{16}y^4=\left(\frac{3}{5}x\right)^2-\left(\frac{1}{4}y^2\right)^2=\left(\frac{3}{5}x+\frac{1}{4}y^2\right)\left(\frac{3}{5}x-\frac{1}{4}y^2\right)$.

(4) $(x+z)^2-(y+z)^2$

$=[(x+z)+(y+z)][(x+z)-(y+z)]$

$=(x+y+2z)(x-y)$.

微信公众号: 电子课本大全

一般地，如果一个多项式可以转化为 a^2-b^2 的形式，那么这个多项式就可以用平方差公式分解因式.

例2 分解因式：$4x^3y-9xy^3$.

解 $4x^3y-9xy^3=xy(4x^2-9y^2)$
$=xy[(2x)^2-(3y)^2]$
$=xy(2x+3y)(2x-3y)$.

注 意

多项式的因式分解要分解到不能再分解为止.

课内练习 KENEILIANXI

1. 分解因式：

（1）$25x^2-4$.　　（2）$121-4a^2b^2$.

（3）$-\frac{1}{9}+4x^2$.　　（4）x^2-9.

2. 下列多项式可以用平方差公式分解因式吗？说说你的理由.

（1）$4x^2+y^2$.　　（2）$4x^2-(-y)^2$.

（3）$-4x^2-y^2$.　　（4）$-4x^2+y^2$.

（5）a^2-4.　　（6）a^2+3.

3. 分解因式：

（1）$4x^3-x$.　　（2）a^4-81.

作业题 ZUOYETI

A

1. 分解因式：

（1）$25-x^2$.　　（2）$16a^2-9b^2$.

（3）$-\frac{1}{4}a^2b^2+c^2$.　　（4）$0.01s^2-t^2$.

2. 分解因式：

（1）$5a^2-20b^2$.　　（2）$(2n+1)^2-(2n-1)^2$.

3. 用简便方法计算：

（1）999^2-998^2.　　（2）$81.5^2-78.5^2$.

微信公众号：电子课本大全

B **4.** 分解因式：

（1）$8a^3-2a$.

（2）a^4-81b^4.

（3）$27a^3bc-3ab^3c$.

5. 求节前图中环形绿化带的面积.

6. 运用本节所学知识，把 9991 分解成两个自然数的积.

C **7.** 已知 $x-y=\frac{1}{2}$，$xy=\frac{4}{3}$，求 x^2y-xy^2 的值.

2

由完全平方公式：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，可得：

$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$；

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

两数的平方和，加上（或者减去）这两数的积的 2 倍，等于这两数和（或者差）的平方.

我们把多项式 $a^2+2ab+b^2$ 及 $a^2-2ab+b^2$ 叫做**完全平方式**. 在运用完全平方公式进行因式分解时，关键是判断这个多项式是不是一个完全平方式. 例如：

$$9x^2-6x+1=(3x)^2-2\cdot(3x)\cdot 1+1^2=(3x-1)^2.$$

$$a^2 \quad - \quad 2ab \quad + \quad b^2=(a-b)^2$$

一般地，利用公式 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$，或 $a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$ 把一个多项式分解因式的方法，叫做**公式法**. 公式中的 a，b 可以是数，也可以是整式.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

填写下表：

多项式	是否是完全平方式	表示成$(a+b)^2$或$(a-b)^2$的形式	a,b各表示什么
x^2-6x+9	是	$(x-3)^2$	a表示x,b表示3
$4y^2+4y+1$			
$1+4a^2$			
$x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}$			
$1+m+\frac{m^2}{4}$			
$4y^2-12xy+9x^2$			

例3 把下列各式分解因式：

（1）$4a^2+12ab+9b^2$.　　（2）$-x^2+4xy-4y^2$.

（3）$3ax^2+6axy+3ay^2$.

解 （1）$4a^2+12ab+9b^2=(2a)^2+2\cdot(2a)\cdot(3b)+(3b)^2$

$=(2a+3b)^2$.

（2）$-x^2+4xy-4y^2=-(x^2-4xy+4y^2)$

$=-[x^2-2\cdot x\cdot(2y)+(2y)^2]$

$=-(x-2y)^2$.

（3）$3ax^2+6axy+3ay^2=3a(x^2+2xy+y^2)$

$=3a(x+y)^2$.

例4 分解因式：$(2x+y)^2-6(2x+y)+9$.

分析 把$(2x+y)$看做一个整体，多项式就是一个关于$(2x+y)$的完全平方式.

解 $(2x+y)^2-6(2x+y)+9$

$=(2x+y)^2-2\cdot(2x+y)\cdot3+3^2$

$=[(2x+y)-3]^2$

$=(2x+y-3)^2$.

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 分解因式：

（1）$9a^2-6ab+b^2$.　　（2）$-a^2-10a-25$.

（3）$49b^2+a^2+14ab$.　　（4）$4x^3y+4x^2y^2+xy^3$.

（5）x^4-18x^2+81.

2. 下面的因式分解对吗？为什么？

（1）$m^2+n^2=(m+n)^2$.　　（2）$m^2-n^2=(m-n)^2$.

（3）$a^2+2ab-b^2=(a-b)^2$.　　（4）$-a^2-2ab-b^2=-(a-b)^2$.

探究活动 TANJIUHUODONG

观察下表，你还能继续往下写吗？

1	$1=1^2-0^2$
3	$3=2^2-1^2$
5	$5=3^2-2^2$
7	$7=4^2-3^2$
…	…

你发现了什么规律？能用因式分解来说明你发现的规律吗？

作业题 ZUOYETI

A **1.** 按照完全平方公式填空.

（1）$a^2-10a+(\quad)=(\quad)^2$.

（2）$(\quad)+2ay+1=(\quad)^2$.

（3）$\frac{1}{4}-(\quad)+r^2s^2=(\quad)^2$.

2. 下列多项式中，哪些是完全平方式？将完全平方式进行因式分解.

（1）m^2+4m+4.　　（2）$m^2n^2-4+4mn$.

（3）$x+1+\frac{x^2}{4}$.　　（4）$9p^2-24pq+16q^2$.

微信公众号：电子课本大全

3. 分解因式：

（1）$x^2-14x+49$.　　（2）$-64x^2+16xy-y^2$.

（3）$a^2+ab+\frac{1}{4}b^2$.　　（4）$0.04a^2+0.24a+0.36$.

4. 用简便方法计算：$2\,005^2-4\,010\times2\,003+2\,003^2$.

B **5.** 分解因式：

（1）$(a-b)^2-10(a-b)+25$.　　（2）$4a^2-3b(4a-3b)$.

6. 分解因式：

（1）$-ab+2a^2b-a^3b$.　　（2）$16m^4-8m^2n^2+n^4$.

C **7.** 将 $4x^2+1$ 再加上一项，使它成为 $(a+b)^2$ 的形式. 你有几种方法？

PROJECT 设计题 SHEJITI

准备剪刀和一张正方形纸片，记正方形纸片的边长为 a. 现在进行以下操作.

1. 从正方形纸片中剪去一个边长为 b 的小正方形，如图4-1，再沿线段 AB 把纸片剪开.

2. 把剪成的两张纸片拼成如图4-2 的长方形.

从上述活动中，你发现了什么代数结论？

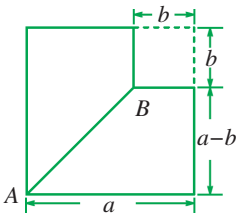


图 4-1

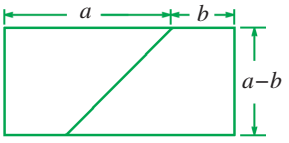


图 4-2

请继续进行以下操作.

如图 4-3，剪两张边长均为 x 的正方形纸片，再剪三张长为 x，宽为 1 的长方形纸片和一张边长为1的正方形纸片. 试一试，能否把这些纸片拼成一个长方形？由此你发现了什么？

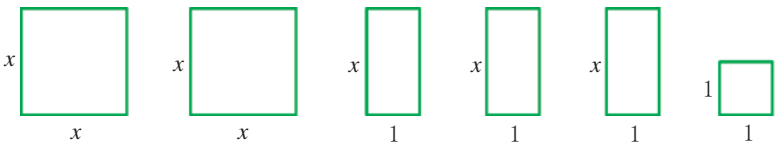


图 4-3

微信公众号：电子课本大全

小结

XIAOJIE

填空.

1. 把一个多项式化成几个_____，叫做因式分解. 因式分解和整式乘法具有_____的关系.

2. 一个多项式中每一项都含有的_____，叫做这个多项式各项的公因式. 把该公因式提取出来进行因式分解的方法，叫做_____.

3. 公式法分解因式.

$a^2-b^2=$(　　)(　　)；

(　　)$^2\pm$(　　)+(　　)$^2=(a\pm b)^2$.

填表.

技能内容	学会程度		
	学　会	基本学会	不　会
提取公因式法分解因式			
公式法分解因式			

微信公众号：电子课本大全

目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 4.1节

- 了解因式分解的意义.
- 了解因式分解与多项式乘法的关系.

1. 下列等式从左边到右边的变形中,哪些是因式分解?

(1) $(p-2)(p+2)=p^2-4$.

(2) $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$.

(3) $a^2+2ab+b^2-1=a(a+2b)+(b+1)(b-1)$.

(4) $(a+b)(a-b)+(b-a)=(a-b)(a+b-1)$.

2. 检验下列因式分解是否正确.

(1) $x^2+x-12=(x-2)(x+6)$.

(2) $2a^2+ab-b^2=(2a-b)(a+b)$.

目标B 4.2节

- 会用提取公因式法分解因式.
- 理解添括号法则.

3. 分解因式:

(1) $8a^2bc-4ab$.　　(2) $-x^2+3x$.

4. 添括号(填空):

(1) $-9a^2+16b^2=-($　　$)$.

(2) $b^2-4a^2-4a-1=b^2-($　　$)$.

(3) $b-a+3(a-b)^2=-($　　$)+3(a-b)^2$.

5. 分解因式:$4(a-b)^2-8a+8b$.

目标C 4.3节

- 会用平方差公式分解因式.
- 会用完全平方公式分解因式.

6. 下列多项式中,能运用平方差公式分解因式的是(　　)

(A) x^2+4y^2.　　(B) $3x^2-4y$.

(C) $-\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}$.　　(D) $-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}$.

7. 分解因式:

(1) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}$.　　(2) $16x^2+4x+\frac{1}{4}$.

微信公众号:电子课本大全

8. 在等式左边的括号内填上适当的代数式，使之成为完全平方式，再在等式右边的括号内填入适当的代数式.

（1）$x^2-(\quad\quad)+16y^2=(\quad\quad\quad\quad)^2$.

（2）$16x^4+24x^2+(\quad\quad)=(\quad\quad\quad\quad)^2$.

9. 分解因式：

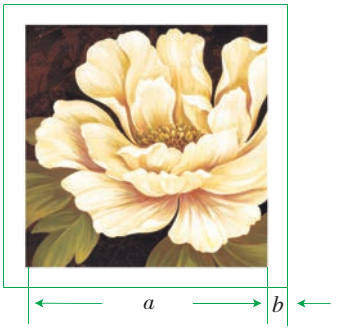
（1）$-3x+6x^2-3x^3$.

（2）$0.1a^4+0.8a^2+1.6$.

目标D ●初步会综合运用因式分解知识解决一些简单的数学问题.

10. 把偶数按从小到大的顺序排列，相邻的两个偶数的平方差（较大的减去较小的）一定是 4 的倍数吗？为什么？

11. 小明准备裁开一张长方形白纸，为一幅边长为 a 的正方形美术作品镶边（如图），要求四周边宽都为 b. 你认为他应怎样选择这张镶边用的长方形白纸的长与宽，使得纸张恰好不浪费（接缝忽略不计）？



（第 11 题）

12. 生活中我们经常用到密码，如到银行取款.有一种用“因式分解”法产生的密码，方便记忆，其原理是：将一个多项式分解因式，如多项式 x^4-y^4 因式分解的结果是 $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$，当取 $x=9, y=9$ 时，各个因式的值是：$(x-y)=0$，$(x+y)=18$，$(x^2+y^2)=162$，于是就可以把“018162”作为一个六位数的密码. 类似地，对于多项式 $4x^3-xy^2$，当取 $x=10, y=10$ 时，用上述方法可以产生一个怎样的六位数的密码？

微信公众号：电子课本大全

第5章

分 式



目录 CONTENTS<<

5.1 分式 …… 114
5.2 分式的基本性质 …… 117
5.3 分式的乘除 …… 121
5.4 分式的加减 …… 125
5.5 分式方程 …… 130
阅读材料 实验与归纳推理 …… 135
小结 …… 137
目标与评定 …… 138

微信公众号：电子课本大全



照相机成像应用了一个重要原理，即 $\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}(v\neq f)$，其中 f 表示照相机镜头的焦距，u 表示物体到镜头的距离，v 表示胶片(像)到镜头的距离. 如果一架照相机 f 已固定，那么就要依靠调整 u，v 来使成像清晰. 问在 f，v 已知的情况下，怎样确定物体到镜头的距离 u?

一家工艺品厂按计件方式结算工资. 暑假里，大学生小华去这家工艺品厂打工，第一天得到工资 60 元，第二天比第一天多做了 10 件，得到工资 75 元. 问小华第一天做了多少件?如果设小华第一天做了 x 件，你将怎样列出方程?

上述两个问题与数学中的分式和分式方程有关. 分式与分式方程是刻画现实世界的重要数学模型. 本章将学习分式，分式的基本性质，分式的运算和分式方程.



微信公众号：电子课本大全

5·1 分　式



为了调查珍稀动物资源，动物专家在 p 平方千米的保护区内找到 7 只灰熊．你能用代数式表示该保护区平均每平方千米内有多少只灰熊吗？

我们知道，两个整数相除可以表示成分数的形式，例如，$3\div5=\frac{3}{5}$．在整式运算时，两个整式相除也可以表示成类似的形式，例如，$7\div p=\frac{7}{p}$；$b\div a=\frac{b}{a}$；$(v-v_0)\div t=\frac{v-v_0}{t}$；$(2x-3)\div(x+2)=\frac{2x-3}{x+2}$．

$\frac{7}{p}$，$\frac{b}{a}$，$\frac{v-v_0}{t}$，$\frac{2x-3}{x+2}$这些代数式都表示两个整式相除，且除式中含有字母．像这样的代数式就叫做**分式**(algebraic fraction)．

做一做 ZUOYIZUO

1. 下列代数式中，哪些是整式？哪些是分式？

$\frac{3}{2}$，$\frac{1}{x}$，$\frac{b}{a+1}$，$\frac{3x+2y}{5}$，$\frac{a+b}{ab}$．

2. 分式$\frac{b}{a}$的分母中的字母 a 能取任何实数吗？为什么？分式$\frac{2x-3}{x+2}$中的字母 x 呢？

分式中字母的取值不能使分母为零．当分母的值为零时，分式就没有意义．[1]

[1] 在本书中，如果没有特别说明，分式的字母取值都不使分母为 0.

微信公众号：电子课本大全

例1 已知分式$\frac{2x+1}{3x-5}$.

(1) 当 x 取什么数时,分式有意义?

(2) 当 x 取什么数时,分式的值是零?

(3) 当 $x=1$ 时,分式的值是多少?

解 (1) 当分母等于零时,分式没有意义.

由 $3x-5=0$,得 $x=\frac{5}{3}$.

所以当 x 取除$\frac{5}{3}$以外的任何实数时,分式$\frac{2x+1}{3x-5}$有意义.

(2) 当分子等于零而分母不等于零时,分式的值是零.

由 $2x+1=0$,得 $x=-\frac{1}{2}$. 此时,$3x-5\neq 0$.

所以当 $x=-\frac{1}{2}$时,分式$\frac{2x+1}{3x-5}$的值是零.

(3) 当 $x=1$ 时,$\frac{2x+1}{3x-5}=\frac{2\times 1+1}{3\times 1-5}=-\frac{3}{2}$.

例2 甲、乙两人从一条公路的某处出发,同向而行. 已知甲每小时行 a 千米,乙每小时行 b 千米,$a>b$. 如果乙提前 1 小时出发,那么甲追上乙需要多少时间? 当 $a=6,b=5$ 时,求甲追上乙所需的时间.

解 由题意,乙先行 1 小时的路程是 $1\times b=b$(千米),甲比乙每小时多行$(a-b)$千米,所以甲追上乙所需的时间是

$$b\div(a-b)=\frac{b}{a-b}\text{(时)}.$$

当 $a=6,b=5$ 时,甲追上乙所需的时间是

$$\frac{b}{a-b}=\frac{5}{6-5}=5\text{(时)}.$$

答:甲追上乙需要$\frac{b}{a-b}$小时. 当 $a=6,b=5$ 时,甲追上乙需要 5 小时.

想一想

当 $a=5,b=5$ 时,分式$\frac{b}{a-b}$有意义吗? 在本例中,它表示怎样一种实际情境? 甲能追上乙吗?

微信公众号:电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 填空：

（1）当_____时，分式$\frac{1}{x}$有意义.

（2）当_____时，分式$\frac{1-x}{4x-8}$有意义.

（3）当_____时，分式$\frac{3x-9}{x-2}$的值是零.

2. 甲、乙两人分别从 A，B 两地出发，相向而行. 已知甲的速度为 v_1 千米/时，乙的速度为 v_2 千米/时，A，B 两地相距 20 千米. 若甲先出发 1 小时，问乙出发后多少时间与甲相遇？

作业题 ZUOYETI

A **1.** 判断下列各式是不是分式，并说明理由.

$\frac{2}{x}$，$\frac{x^2-2}{1-x}$，$\frac{3x+4y}{7}$，$\frac{3x}{2x+1}$.

2. 当 $a=0,1,2$ 时，分别求分式$\frac{2a-1}{a^2+1}$的值.

3. 填空：

（1）要使分式$\frac{x-1}{2x+1}$有意义，x 的取值应满足_____；若分式$\frac{x-1}{2x+1}$的值为 0，则 x 的值是_____.

（2）当 $x=2$ 时，分式$\frac{x-a}{x+b}$没有意义，则 $b=$_____.

4. 要使分式$\frac{x-2}{(x-1)(x-2)}$有意义，x 的取值应满足（　　）

（A）$x\neq1$.　　（B）$x\neq2$.

（C）$x\neq1$ 且 $x\neq2$.　　（D）$x\neq1$ 或 $x\neq2$.

5. 已知汽车的速度为 v 千米/时，甲、乙两地的路程是 s 千米.

（1）该汽车行驶 t 小时的路程是_____千米，从甲地到乙地需行驶_____小时.

（2）如果该汽车的速度加快 a 千米/时，那么从甲地到乙地需行驶_____小时，加快后比加快前少用_____小时.

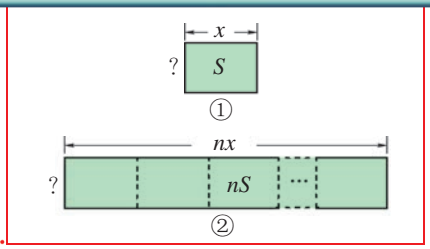
微信公众号：电子课本大全

B **6.** 当 $a=-2, b=2$ 时，求分式 $\dfrac{2a+3b}{b-a}$ 的值.

7. 原来某工厂每天需用煤 q $(q>1)$ 吨. 若从现在开始，该工厂每天节省 1 吨煤，则 p 吨煤可用多少天？当 $p=10, q=3$ 时，p 吨煤可用几天？

5·2 分式的基本性质

有若干张如图①所示的小长方形纸片，设它的面积为 S，长为 x，则它的宽为多少？用 n 张这样的小长方形纸片拼成如图②的长方形，它的长是 nx，则它的宽可以怎样表示？由此你能写出哪些相等的分式？你发现了什么？



① ……

我们已经知道，分数的分子与分母都乘或除以同一个不等于零的数，分数的值不变. 例如，$\dfrac{2}{3}=\dfrac{2\times5}{3\times5}=\dfrac{10}{15}$；$\dfrac{16}{42}=\dfrac{16\div2}{42\div2}=\dfrac{8}{21}$.

类似地，分式也有下面的基本性质：

分式的分子与分母都乘（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变.

$$\frac{A}{B}=\frac{A\times M}{B\times M},\ \frac{A}{B}=\frac{A\div M}{B\div M}\ (\text{其中}M\text{是不等于零的整式}).$$

例如，$\dfrac{x}{2x}=\dfrac{1}{2}$；$\dfrac{b}{a}=\dfrac{ab}{a^2}$；$\dfrac{x+2}{(x+2)^2}=\dfrac{1}{x+2}$.

分式的基本性质是进行分式化简和运算的依据.

想一想

下列等式成立吗？为什么？

$\dfrac{-a}{-b}=\dfrac{a}{b}$；

$\dfrac{-a}{b}=\dfrac{a}{-b}=-\dfrac{a}{b}$.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

1. 不改变分式的值，把下列分式的分子与分母中各项的系数都化为整数.

（1）$\dfrac{x+\frac{1}{3}y}{\frac{1}{2}x-y}$.　　（2）$\dfrac{0.2a+0.5b}{0.7a-b}$.

2. 不改变分式的值，把下列分式的分子与分母的最高次项的系数都化为正数.

（1）$\dfrac{-2x-1}{x-1}$.　　（2）$\dfrac{3-x}{-x^2+2}$.

例1 化简下列分式：

（1）$\dfrac{-8ab^2c}{-12a^2b}$.　　（2）$\dfrac{a^2+4a+4}{-a^2+4}$.

解 （1）$\dfrac{-8ab^2c}{-12a^2b}=\dfrac{-4ab\cdot(2bc)}{-4ab\cdot(3a)}=\dfrac{2bc}{3a}$（根据什么？）.

（2）$\dfrac{a^2+4a+4}{-a^2+4}=-\dfrac{(a+2)^2}{(a-2)(a+2)}=-\dfrac{a+2}{a-2}$.

把一个分式的分子和分母的公因式约去，叫做**分式的约分**. 约分要约去分子、分母所有的公因式. 分子、分母没有公因式的分式叫做**最简分式**. 例如$\dfrac{2bc}{3a}$，$-\dfrac{a+2}{a-2}$都是最简分式.

课内练习 KENEILIANXI

1. 不改变分式的值，使下列分式的分子与分母都不含“−”号.

（1）$\dfrac{-a}{-2b}$.　　（2）$\dfrac{-3x}{2y}$.　　（3）$-\dfrac{-x^2}{2a}$.

2. 不改变分式的值，使下列分式的分子与分母的最高次项系数都是正数.

（1）$\dfrac{1-3x}{-x-2}$.　　（2）$\dfrac{-x^2-2x+3}{x-1}$.

微信公众号：电子课本大全

3. 用分式表示下列各式的商，并约分.

（1）$4a^2b\div(6ab^2)$.

（2）$(3x^2+x)\div(x^2-x)$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 填空.

（1）$\dfrac{2y}{x+2}=\dfrac{(\quad)}{3(x+2)^2}$.

（2）$\dfrac{ab+b^2}{ab^2+b}=\dfrac{a+b}{(\quad)}$.

2. 不改变分式的值，把下列各式的分子与分母中各项的系数化为整数.

（1）$\dfrac{a+\frac{1}{3}b}{\frac{2}{5}a-2b}$.　　（2）$\dfrac{0.03a-0.2b}{0.08a+0.5b}$.

3. 不改变分式的值，使下列分式的分子与分母中 x 的最高次项系数都是正数.

（1）$\dfrac{2x+1-x^2}{-3-2x}$.　　（2）$\dfrac{-1-3x+x^3}{2-x^2}$.

4. 约分：

（1）$\dfrac{-2x^3y}{4x^2y^2}$.　　（2）$\dfrac{y-x}{x^2-y^2}$.

（3）$\dfrac{2x^2-10x}{x^2-10x+25}$.　　（4）$\dfrac{a^2+6a+9}{a^2-9}$.

B **5.** 用分式表示下列各式的商，并约分.

（1）$14ab\div(-21ab^2)$.

（2）$(3a^2+a)\div(1+6a+9a^2)$.

IOT **6.** 某市的生产总值从 2008 年到 2011 年持续增长，假设每年的增长率都为 p. 求 2011 年该市的生产总值与 2009 年、2010 年这两年生产总值之和的比. 若 $p=8\%$，这个比值是多少（精确到 0.01）?

微信公众号：电子课本大全

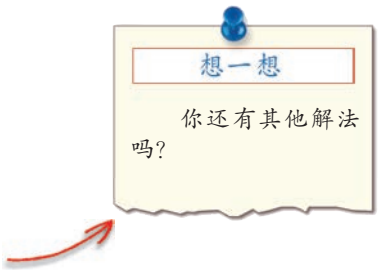
例2 已知 $x-3y=0$，求分式 $\dfrac{x^2-3xy+y^2}{x^2+y^2}$ 的值.

解 由已知 $x-3y=0$，得 $x=3y$.

$$\therefore \frac{x^2-3xy+y^2}{x^2+y^2}=\frac{(3y)^2-3\cdot 3y\cdot y+y^2}{(3y)^2+y^2}$$

$$=\frac{9y^2-9y^2+y^2}{9y^2+y^2}$$

$$=\frac{y^2}{10y^2}=\frac{1}{10}.$$



利用分式的意义和分式的约分，还可以进行一些多项式的除法. 把两个多项式相除先表示成分式，然后通过分解因式、约分等把分式化简，用整式或最简分式表示所求的商.

例3 计算：

(1) $(4x^2-9)\div(3-2x)$.

解 (1) $(4x^2-9)\div(3-2x)$

$$=\frac{4x^2-9}{3-2x}$$

$$=\frac{(2x+3)(2x-3)}{3-2x}$$

$$=-(2x+3)$$

$$=-2x-3.$$

(2) $(9a^2+6ab+b^2)\div(9a^2b-b^3)$.

(2) $(9a^2+6ab+b^2)\div(9a^2b-b^3)$

$$=\frac{9a^2+6ab+b^2}{9a^2b-b^3}$$

$$=\frac{(3a+b)^2}{b(3a+b)(3a-b)}$$

$$=\frac{3a+b}{b(3a-b)}=\frac{3a+b}{3ab-b^2}.$$

课内练习 KENEILIANXI

1. 已知 $x=2y$，求分式 $\dfrac{x-y}{2x+y}$ 的值.

2. 已知 $3x-4y=0$，求分式 $\dfrac{x^2+2xy}{3x^2-y^2}$ 的值.

3. 计算：

(1) $(3ab^2-2a^2b)\div(2a-3b)$.

(2) $(4a^3b-12a^2b^2+9ab^3)\div(4a^2-9b^2)$.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 计算：

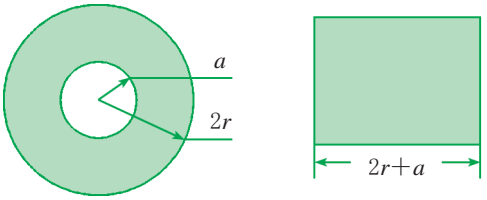
（1）$(x^3+2x^2)\div(x+2)$.

（2）$(3a^2b-6ab^2)\div(2b-a)$.

2. 已知 $3a-b=0$，化简分式 $\dfrac{a^2+3b}{2b-3a}$.

3. 已知 $4x-5y=0$，求分式 $\dfrac{4xy+y^2}{x^2-2xy}$ 的值.

4. 如图，圆环与长方形的面积相等，求长方形的宽.



（第 4 题）

B **5.** 计算：$(a^4-8a^2+16)\div(a^2+4a+4)$.

6. 已知 $x-\dfrac{1}{x}=2$，求 $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 的值.

C **7.** 已知 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=3$，求分式 $\dfrac{3x-2xy+3y}{x+xy+y}$ 的值.

5·3 分式的乘除



火车提速后，平均速度 v 提高到原来的 x 倍. 那么行驶同样的路程 s，时间可缩短到原来的几分之几？

在解决实际问题时，有时要用到分式的乘除运算. 例如，求节前语中时间可缩短到原来的几分之几，我们可列出算式 $\dfrac{s}{xv}\div\dfrac{s}{v}$.

微信公众号：电子课本大全

让我们先回顾分数的乘除法法则.

做一做 ZUOYIZUO

1. 根据分数的乘除法法则计算：

(1) $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{4}{5}$.　　(2) $\frac{7}{6}\div\frac{14}{9}$.

2. 请对照上面分数的计算，完成下列填空：

(1) $\frac{3}{x}\cdot\frac{z}{y}=$_____.　　(2) $\frac{b}{3a}\div\frac{2}{ab}=$_____.

分式乘分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母；分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd};\quad \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}.$$

例1 计算：

(1) $\frac{7b}{6a^2}\cdot\frac{8a^3}{7b^2}$.　　(2) $2ab\div\left(-\frac{3b^2}{a}\right)$.

(3) $\frac{a^2+2a}{a^2-6a+9}\div\frac{a^2-4}{a^2-3a}$.　　(4) $\frac{m^2-16}{12-3m}\div(m^2+4m)$.

解 (1) $\frac{7b}{6a^2}\cdot\frac{8a^3}{7b^2}=\frac{7b\cdot 8a^3}{6a^2\cdot 7b^2}=\frac{4a}{3b}$.

(2) $2ab\div\left(-\frac{3b^2}{a}\right)=2ab\cdot\left(-\frac{a}{3b^2}\right)=-\frac{2ab\cdot a}{3b^2}=-\frac{2a^2}{3b}$.

(3) $\frac{a^2+2a}{a^2-6a+9}\div\frac{a^2-4}{a^2-3a}$

$=\frac{a(a+2)}{(a-3)^2}\cdot\frac{a(a-3)}{(a+2)(a-2)}$

$=\frac{a^2}{(a-3)(a-2)}$

$=\frac{a^2}{a^2-5a+6}$.

微信公众号：电子课本大全

(4) $\dfrac{m^2-16}{12-3m}\div(m^2+4m)$

$=\dfrac{(m+4)(m-4)}{3(4-m)}\cdot\dfrac{1}{m(m+4)}$

$=-\dfrac{1}{3m}$.

注 意

整式与分式运算时，可以把整式看成分母是 1 的式子.

例2 一个长、宽、高分别为 l,b,h 的长方体纸箱装满了一层高为 h 的圆柱形易拉罐(如图 5-1). 求纸箱空间的利用率(易拉罐总体积与纸箱容积的比，结果精确到 1%).

解 如图 5-1，设易拉罐的底面半径为 r，由题意得，易拉罐的总数为

$\dfrac{l}{2r}\times\dfrac{b}{2r}=\dfrac{lb}{4r^2}$(个).

由于纸箱的高度与易拉罐的高度相等，因此易拉罐所占空间的总体积与纸箱的容积之比为

$\left(\dfrac{lb}{4r^2}\cdot\pi r^2\cdot h\right)\div(lb\cdot h)$

$=\dfrac{lb\cdot\pi r^2\cdot h}{4r^2\cdot lb\cdot h}$

$=\dfrac{\pi}{4}$

$\approx 79\%$.

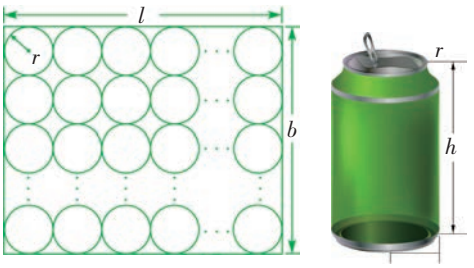


图 5-1

答：纸箱空间的利用率约为 79%.

课内练习 KENEILIANXI

1. 下面的计算对吗？如果不对，应怎样改正？

(1) $\dfrac{-x}{2b}\cdot\dfrac{6b}{x^2}=\dfrac{3b}{x}$.　　(2) $\dfrac{4x}{3a}\div\dfrac{a}{2x}=\dfrac{2}{3}$.

2. 计算：

(1) $(xy-x^2)\div\dfrac{x-y}{xy}$.　　(2) $\dfrac{4x^2-1}{x^2+x}\cdot\dfrac{x+1}{1-2x}\div\dfrac{1}{x}$.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下面的计算对吗？如果不对，请改正.

（1）$\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}=1$.　　（2）$\frac{b}{a}\div a=b$.

2. 计算：

（1）$\frac{3a}{4b^2}\cdot\frac{16b^3}{9a^2}$.　　（2）$\frac{-3ab}{4x^2y}\div\frac{21b}{10xy}$.

（3）$-3xy\div\frac{2y^2}{3x}$.　　（4）$\frac{x+y}{x-y}\div(xy+x^2)$.

3. 计算：$\frac{x^2-10x+25}{x-1}\div\frac{5-x}{x^2-1}$.

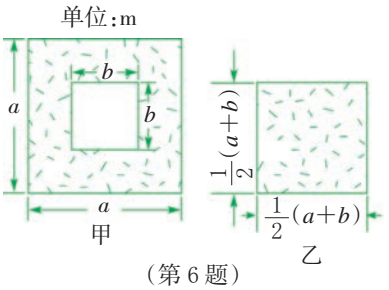
4. 解答节前语中的问题. 当 $x=\frac{11}{7}$ 时，答案是多少？

B **5.** 计算：

（1）$\left(\frac{b}{2ax}\right)^2\div\left(-\frac{ax}{3b}\right)\times\frac{6a}{b}$.

（2）$\frac{x}{4x^2-4x+1}\div\frac{1}{2x^2-x}$.

6. 把同样多的花种撒播在甲、乙两块土地上（如图）. 求甲、乙两块土地的撒播密度的比. 如果 $a=\frac{5}{3}b$，哪一块地的撒播密度较大$\left(\text{撒播密度}=\frac{\text{花种数量}}{\text{撒播面积}}\right)$？

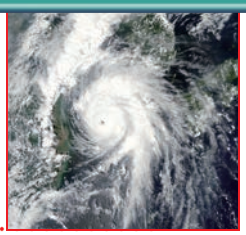


（第 6 题）

C **7.** 你听说过著名的牛顿万有引力定律吗？任何两个物体之间都有吸引力. 如果设两个物体的质量分别为 m_1，m_2，它们之间的距离是 d，那么它们之间的引力就是 $f=\frac{gm_1m_2}{d^2}$（g 为常数）. 人在地面上所受的重力近似地等于地球对人的引力，此时 d 就是地球的半径 R. 站在月球上的人所受的月球重力将是他在地球表面上所受地球重力的几分之几？参考数据：月球的质量约是地球质量的 $\frac{10}{801}$，月球的半径约是地球半径的 $\frac{100}{367}$.

微信公众号：电子课本大全

5·4 分式的加减



台风中心距 A 市 s 千米，正以 b 千米／时的速度向 A 市移动. 救援车队从 B 市出发，以 4 倍于台风中心移动的速度向 A 市前进. 已知 A,B 两地的路程为 $3s$ 千米，问救援车队能否在台风中心到来前赶到 A 市？

①

在解决数学或实际问题时，还经常会遇到分式的加减运算. 例如，要解决节前语中的问题，需要计算 $\frac{s}{b}-\frac{3s}{4b}$.

在小学里，我们学过分数的加减. 当两个分数的分母相同时，只要将它们的分子相加减，分母不变. 请根据这一法则计算：

$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=$_____；　　$\frac{5}{10}-\frac{3}{10}=$_____.

这一法则可以推广到分式运算中. 同分母分式相加减有以下的法则：

同分母的分式相加减，分式的分母不变，把分子相加减.

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}.$$

做一做 ZUOYIZUO

计算 $\frac{1}{a}+\frac{3}{a}$；$\frac{x-1}{x+1}-\frac{x}{x+1}$，并分别取 $a=3,x=4$，检验你的计算是否正确.

例1 计算：

(1) $\frac{a+3b}{a+b}+\frac{a-b}{a+b}$.　　(2) $\frac{2xy^2+1}{(x-y)^2}-\frac{1+2x^2y}{(y-x)^2}$.

解 (1) $\frac{a+3b}{a+b}+\frac{a-b}{a+b}=\frac{a+3b+a-b}{a+b}=\frac{2(a+b)}{a+b}=2.$

(2) $\frac{2xy^2+1}{(x-y)^2}-\frac{1+2x^2y}{(y-x)^2}=\frac{2xy^2+1-(1+2x^2y)}{(y-x)^2}=\frac{2xy^2-2x^2y}{(y-x)^2}$

$=\frac{2xy(y-x)}{(y-x)^2}=\frac{2xy}{y-x}.$

微信公众号：电子课本大全

例2　先化简，再求值：$\frac{x^2-1}{x^2-2x}+\frac{x-1}{2x-x^2}$，其中 $x=3$.

解　原式$=\frac{x^2-1}{x^2-2x}-\frac{x-1}{x^2-2x}=\frac{(x^2-1)-(x-1)}{x^2-2x}=\frac{x^2-1-x+1}{x^2-2x}$

$=\frac{x^2-x}{x^2-2x}=\frac{x(x-1)}{x(x-2)}=\frac{x-1}{x-2}$.

当 $x=3$ 时，原式$=\frac{x-1}{x-2}=\frac{3-1}{3-2}=2$.

课内练习 KENEILIANXI

1. （口算）计算：

（1）$\frac{3}{a}+\frac{12}{a}-\frac{15}{a}$.　　（2）$\frac{1}{m}-\frac{-3}{m}$.

（3）$\frac{a}{x-y}-\frac{a}{y-x}$.　　（4）$\frac{y}{x-y}-\frac{x}{x-y}$.

2. 计算：

（1）$\frac{a^2}{a-b}-\frac{b^2}{a-b}$.　　（2）$\frac{2a}{2a-b}+\frac{b}{b-2a}$.

（3）$\frac{4}{x-2}+\frac{x+2}{2-x}$.　　（4）$\frac{a-c}{a^2-b^2}-\frac{b-c}{a^2-b^2}$.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 下列运算对吗？如果不对，请改正.

（1）$\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=\frac{3}{2a}$.　　（2）$\frac{x}{x-y}-\frac{y}{y-x}=1$.

（3）$1+\frac{1}{a}=\frac{2}{a}$.　　（4）$\frac{1}{a-b}-\frac{1}{b-a}=0$.

2. 计算：

（1）$\frac{x+y}{x}+\frac{x-y}{x}$.　　（2）$\frac{x^2+xy}{xy}-\frac{x^2-xy}{xy}$.

3. 计算：

（1）$\frac{1}{-a}+\frac{3}{a}$.　　（2）$\frac{a}{(a-b)^2}-\frac{b}{(b-a)^2}$.

4. 请解决本节节前语所提出的问题.

微信公众号：电子课本大全

B **5.** 先化简，再求值：$\frac{x^2}{x-1}+\frac{1}{1-x}$，其中 $x=-\frac{3}{2}$.

6. 计算：$\frac{5x-7}{x^2+3x}-\frac{4x-10}{x^2+3x}$.

2

怎样计算异分母分数相加减？例如，计算 $\frac{7}{12}-\frac{5}{8}$，你是以什么作为公分母的？

类似地，我们可以把异分母的分式相加减化为同分母的分式相加减. 例如，

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{b}{ab}+\frac{a}{ab}=\frac{b+a}{ab};$$

$$\frac{b}{2a^2}-\frac{b}{a}=\frac{b}{2a^2}-\frac{2ab}{2a^2}=\frac{b-2ab}{2a^2}.$$

把分母不相同的几个分式化成分母相同的分式，叫做**通分**. 经过通分，异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减，然后按同分母分式的加减法则进行计算.

通分时，一般取各分母的系数的最小公倍数与各分母所有字母的最高次幂的积为公分母.

例3 计算：

（1）$\frac{7}{6x^2y}-\frac{1}{3xy^2}$.　（2）$\frac{x}{x-3}-\frac{x}{x-2}$.　（3）$x-2-\frac{x^2}{x+2}$.

解 （1）取 $6x^2y^2$ 为公分母，则

$$\frac{7}{6x^2y}-\frac{1}{3xy^2}=\frac{7y}{6x^2y^2}-\frac{2x}{6x^2y^2}=\frac{7y-2x}{6x^2y^2}.$$

微信公众号：电子课本大全

(2) 取公分母为$(x-3)(x-2)$,则

$$\frac{x}{x-3}-\frac{x}{x-2}=\frac{x(x-2)}{(x-3)(x-2)}-\frac{x(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$
$$=\frac{x(x-2)-x(x-3)}{(x-3)(x-2)}$$
$$=\frac{x^2-2x-x^2+3x}{(x-3)(x-2)}$$
$$=\frac{x}{x^2-5x+6}.$$

(3) 取公分母为$x+2$,则

$$x-2-\frac{x^2}{x+2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x+2}-\frac{x^2}{x+2}=\frac{x^2-4-x^2}{x+2}=-\frac{4}{x+2}.$$

例4 计算:$\frac{4}{a^2-4}+\frac{1}{2-a}$,并求当$a=-3$时原式的值.

解 $$\frac{4}{a^2-4}+\frac{1}{2-a}=\frac{4}{(a-2)(a+2)}-\frac{1}{a-2}$$
$$=\frac{4}{(a-2)(a+2)}-\frac{a+2}{(a-2)(a+2)}$$
$$=\frac{4-(a+2)}{(a-2)(a+2)}=\frac{2-a}{(a-2)(a+2)}$$
$$=-\frac{1}{a+2}.$$

当$a=-3$时,原式$=-\frac{1}{-3+2}=1$.

课内练习 KENEILIANXI

1. 计算:

(1) $\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}$.　　(2) $1-\frac{1}{x+1}$.

2. 计算:$\frac{1}{m^2-m}+\frac{m-2}{2m^2-2}$,并求当$m=3$时原式的值.

3. 用两种不同的运算顺序计算$\left(\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x+2}\right)\cdot\frac{2-x}{x}$.

微信公众号:电子课本大全

探究活动 TANJIUHUODONG

商店通常用以下方法来确定两种糖混合而成的什锦糖的价格：设 A 种糖的单价为 a 元/千克，B 种糖的单价为 b 元/千克，则 m 千克 A 种糖和 n 千克 B 种糖混合而成的什锦糖的单价为 $\frac{ma+nb}{m+n}$（平均价）. 现有甲、乙两种什锦糖，均由 A，B 两种糖混合而成. 其中甲种什锦糖由 10 千克 A 种糖和 10 千克 B 种糖混合而成；乙种什锦糖由 100 元 A 种糖和 100 元 B 种糖混合而成. 你认为哪一种什锦糖的单价较高？为什么？

作业题 ZUOYETI

A

1. 计算：

（1）$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$.　　（2）$\frac{5}{12a^2}-\frac{3}{8ab}$.

（3）$\frac{x+2}{x+1}-\frac{x+1}{x+2}$.　　（4）$\frac{a-1}{a+1}-\frac{1}{a}$.

2. 计算：

（1）$\frac{2a}{a^2-4}-\frac{1}{a-2}$.　　（2）$\frac{a+2}{a^2-2a}-\frac{a+4}{a^2-4}$.

3. 计算：$\frac{x-3}{x^2+6x+9}+\frac{x}{9-x^2}$，并求当 $x=2$ 时原式的值.

4. 某工程队要修路 m 米，原计划平均每天修 n 米，实际平均每天多修了 p 米，结果提前完成了任务. 问提前了多少天？

B

5. 计算：

（1）$\frac{a}{b}-\frac{b}{a}-\frac{a^2+b^2}{ab}$.

（2）$\left(\frac{3x}{x-2}-\frac{x}{x+2}\right)\cdot\frac{x^2-4}{x}$.

6. 一项工作由甲单独做，需 a 天完成；如果甲、乙两人合做，则可提前 2 天完成. 问乙每天可完成这项工作的几分之几？

微信公众号：电子课本大全

5·5 分式方程



某地电信公司调低了长途电话的话费标准，每分钟费用降低了25%，因此按原收费标准6元话费的通话时间，在新收费标准下可多通话5分钟. 问前后两种收费标准每分钟收费各是多少？

①

合作学习 HEZUOXUEXI

考虑节前语所提出的问题.

（1）主要等量关系是什么？

（2）如果设原来的收费标准是 x 元/分，可列怎样的方程？

（3）该方程与我们已学过的一元一次方程有什么不同？

观察 $\frac{8}{x}-\frac{6}{x}=5$，$\frac{1}{2x}-\frac{2}{3x}=1$，$\frac{x+3}{x+2}=\frac{2}{3}$，$x+\frac{1}{x}=2$，像这样只含分式，或分式和整式，并且分母里含有未知数的方程叫做**分式方程**（equation with algebraic fraction）.

做一做 ZUOYIZUO

下列方程中，哪些是分式方程？哪些不是分式方程？为什么？

（1）$2x+\frac{x-1}{5}=10$.　　（2）$x-\frac{1}{x}=2$.

（3）$\frac{1}{2x+1}-3=0$.　　（4）$\frac{2x}{3}+\frac{x-1}{2}=0$.

下面我们学习怎样解简单的分式方程.

例1 解分式方程：$\frac{x+3}{2x-3}=\frac{2}{7}$.

分析 如果方程的两边同乘 $7(2x-3)$，就可以把分式方程转化为一元一次方程来解.

微信公众号：电子课本大全

解 方程的两边同乘 $7(2x-3)$，得 $7(x+3)=2(2x-3)$.

去括号，得 $7x+21=4x-6$.

移项，合并同类项，得 $3x=-27$.

解得 $x=-9$.

把 $x=-9$ 代入原方程检验：

左边 $=\dfrac{-9+3}{2\times(-9)-3}=\dfrac{-6}{-21}=\dfrac{2}{7}=$右边，

所以 $x=-9$ 是原方程的根.

通过去分母把分式方程化归为整式方程求解，是解分式方程的主要思想方法.

例2 解方程：$\dfrac{2-x}{x-3}=\dfrac{1}{3-x}-2$.

解 方程的两边同乘 $(x-3)$，得 $2-x=-1-2(x-3)$.

化简，得 $x=3$.

把 $x=3$ 代入原方程检验，结果使原方程中分式的分母的值为 0，分式没有意义，所以 $x=3$ 不是原方程的根，原方程无解.

当分式方程含有若干个分式时，通常可用各个分式的公分母同乘方程的两边进行去分母.

必须注意的是，解分式方程一定要验根，即把求得的根代入原方程，或者代入原方程两边所乘的公分母，看分母的值是否为零. 使分母为零的根我们说它是增根. 如例 2 中的 $x=3$. 增根使分式方程无意义，应该舍去.

课内练习 KENEILIANXI

1. 解下列方程：

（1）$\dfrac{2x-3}{x+6}=\dfrac{1}{3}$.　　（2）$\dfrac{6}{1-x^2}=\dfrac{3}{1-x}$.

2. 请解答节前语中提出的问题.

3. 解方程：$\dfrac{2}{1-x}+1=\dfrac{x}{1+x}$.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 解方程：

（1）$\frac{x-3}{2x-1}=1$.　　（2）$1-\frac{1}{x-1}=-1$.

（3）$\frac{1}{3x}=\frac{1}{2x}+2$.　　（4）$\frac{x}{x-1}=\frac{1}{x-1}$.

2. 解方程：

（1）$\frac{3}{1-y}=\frac{y}{y-1}-5$.　　（2）$\frac{x}{x^2-2x+1}-\frac{2}{x-1}=0$.

（3）$\frac{1}{x}+\frac{5x}{x+3}=5$.　　（4）$\frac{x^2}{x+4}=\frac{16}{x+4}$.

B **3.** 解方程：$\frac{2}{x-2}-\frac{4x}{x^2-4}=0$.

2

运用分式方程的思想和方法，可以帮助我们解决有关的实际问题.

例3　某地水稻种植基地在 A，B 两个面积相同的试验田里种植不同品种的水稻，分别收获 16.8 吨和 13.2 吨. 已知 A 试验田的水稻比 B 试验田的水稻每公顷多收获 3 吨，分别求 A，B 两个试验田每公顷的水稻产量.

解　设 A 试验田每公顷产量为 x 吨，则 B 试验田每公顷产量为 $(x-3)$ 吨. 由题意，得 $\frac{16.8}{x}=\frac{13.2}{x-3}$.

解这个方程，得 $x=14$.

经检验，$x=14$ 是所列方程的根，且符合题意.

$14-3=11$（吨）.

答：A 试验田每公顷产量是 14 吨，B 试验田每公顷产量是 11 吨.

微信公众号：电子课本大全

列分式方程解应用题与列一元一次方程解应用题，在方法、步骤上基本相同，但解分式方程时必须验根.

例4 照相机成像应用了一个重要原理，即$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}(v\neq f)$，其中$f$表示照相机镜头的焦距，$u$表示物体到镜头的距离，$v$表示胶片(像)到镜头的距离. 如果一架照相机$f$已固定，那么就要依靠调整$u$，$v$来使成像清晰. 如果用焦距$f=35$ mm的相机，拍摄离镜头的距离$u=2$ m的花卉，成像清晰，那么拍摄时胶片到镜头的距离v大约是多少(精确到0.1 mm)?

解 由$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$，得$\frac{1}{35}=\frac{1}{2\,000}+\frac{1}{v}$，

则$\frac{1}{v}=\frac{1}{35}-\frac{1}{2\,000}=\frac{393}{14\,000}$，

$\therefore\ v=\frac{14\,000}{393}\approx 35.6(\text{mm})$.

答：此时胶片到镜头的距离约为35.6 mm.

课内练习 KENEILIANXI

1. 甲、乙两人每小时一共做35个电器零件. 两人同时开始工作，当甲做了90个零件时，乙做了120个. 问甲、乙每小时各做多少个电器零件?

2. 对于例4照相机成像的原理公式：$\frac{1}{f}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}(v\neq f)$，若已知$f$，$v$，怎样确定$u$?

作业题 ZUOYETI

A **1.** 一家工艺品厂按计件方式结算工资. 暑假里，大学生小华去这家工艺品厂打工，第一天得到工资60元，第二天小华比第一天多做了10件，得到工资75元. 问小华第一天做了多少件? 每件工资是多少?

2. 某地发生地震后，受灾地区急需大量赈灾帐篷. 某帐篷生产企业接到生产任务后，加大生产投入，提高生产效率，实际每天生产帐篷比原计划多200顶. 已知现在生产3000顶帐篷所用的时间与原计

微信公众号：电子课本大全

划生产 2000 顶的时间相同，问该企业现在每天能生产多少顶帐篷？

3. 将公式 $V=\frac{1}{3}Sh(S\neq 0)$ 变形成已知 V,S，求 h 的公式.

B **4.** 某班同学到距学校 12 千米的烈士陵园扫墓. 一部分同学骑自行车先行，半小时后，其余同学乘汽车出发，结果他们同时到达. 已知汽车的速度是自行车速度的 3 倍，求自行车和汽车的速度.

5. 现有甲、乙、丙三种糖混合而成的什锦糖 50 千克，其中各种糖的千克数和单价如下表.

	甲种糖	乙种糖	丙种糖
千克数	10	20	20
单价(元/千克)	25	20	15

商店以糖的平均价作为什锦糖的单价. 要使什锦糖的单价每千克提高 1 元，问需加入甲种糖多少千克？

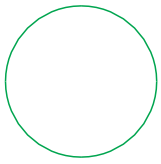
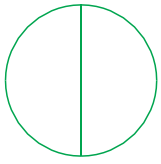
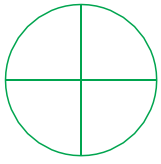
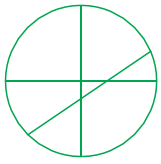
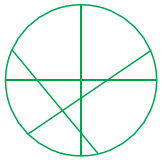
6. 若商品的买入价为 a，售出价为 b，则毛利率 $p=\frac{b-a}{a}(b>a)$. 把这个公式变形成已知 p,b，求 a 的公式.

微信公众号：电子课本大全

实验与归纳推理

切一个圆饼,使切痕都两两相交,但任何三条切痕都不相交于一点,那么能把圆饼分成几块?

如果我们把圆当成“饼”,对圆进行各种不同次数的“切割”(在圆所在平面上画直线),并把分成的块数列表表示如下:

切割次数	图形	块数	块数增加数
0		1	
1		2	1
2		4	2
3		7	3
4		11	4

微信公众号:电子课本大全

从上表可以看到，每多切割一刀，增加的块数是自然数 1,2,3,4,…. 由此归纳出一般的结论：块数增加的数量恰好等于切割的次数.

若把切割 n 次所分成的块数记为 a_n，则

$$a_n=1+1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}+1.$$

在数学中经常通过实验的方法来寻找规律，这里所用的推理是由多次的特殊事例而推得一般结论，这样的推理叫做归纳推理.

通过画图数出切割 5 次把圆分成的块数，验证上面通过归纳推理所得的公式是否正确.

由于实验的次数总是有限的，所以不能保证不出现例外的情况. 例如，观察下面的计算：

$2\times2=4$，　　$2+2=4$；

$\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{2}$，　　$\frac{3}{2}+3=\frac{9}{2}$；

$\frac{4}{3}\times4=\frac{16}{3}$，　　$\frac{4}{3}+4=\frac{16}{3}$；

$\frac{5}{4}\times5=\frac{25}{4}$，　　$\frac{5}{4}+5=\frac{25}{4}$.

如果因此归纳出“两数之积等于这两数之和”的结论来，那显然是错误的，只要举一个反例就可以推翻它：$2\times3=6$，$2+3=5$，显然 $2\times3\neq2+3$. 所以，由归纳推理得到的结论，一般还需要用其他推理方法给予证明.

实验法和归纳推理是人们经常用来探索自然、发现真理的有效方法. 我们学过的许多关于数与形方面的性质都是通过归纳推理的方法得到的.

其实，由上面这组算式可以归纳出下面的结论：

当 $a\neq0$ 时，$\frac{a+1}{a}\times(a+1)=\frac{a+1}{a}+(a+1)$.

你能运用分式的有关知识，推理说明这个结论是正确的吗？

微信公众号：电子课本大全

小结

XIAOJIE

填空.

1. 表示两个整式相除，且除式中含有_____，这样的代数式叫做分式.

2. 分式的分子与分母都乘以(或除以)_____的整式，分式的值不变.

$\frac{A}{B}=\frac{A\times(\quad)}{B\times(\quad)}$，$\frac{A}{B}=\frac{A\div(\quad)}{B\div(\quad)}$，

其中_____.

3. 分式乘分式，用分子的积做积的_____，_____做积的分母；分式除以分式，把_____颠倒位置后，与被除式_____.

4. 同分母的分式相加减，把_____相加减，_____不变.

$$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{(\quad)}{c}.$$

5. 把分母不相同的几个分式，化成分母_____的分式，叫做通分.

经过_____，异分母分式的加减就转化为同分母分式的加减.

一般地，异分母分式相加减的方法是：先_____，化为同分母的分式，再按_____ 法则进行计算.

6. 只含分式，或分式和整式，并且分母中含有_____的方程叫做分式方程.

解分式方程必须_____. 把求得的根代入_____，或代入原方程两边所乘的_____，使分母为零的根是_____. 增根必须_____.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
分式的化简和运算			
多项式除以多项式运算			
解分式方程			
列分式方程解应用题			

微信公众号：电子课本大全

目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 5.1节 5.2节

- 了解分式的概念.
- 能利用分式的基本性质进行约分.

1. 下列分式中，当 x 等于什么数时，分式的值为零？当 x 取什么数时，分式没有意义？

（1）$\dfrac{x-3}{x+3}$.　　（2）$\dfrac{2x+3}{4-5x}$.

2. 不改变分式 $\dfrac{0.5x-1}{0.3x+2}$ 的值，把它的分子和分母中各项的系数都化为整数.

3. 不改变分式的值，使分式 $\dfrac{2-x}{-3x^2+1}$ 的分子、分母中最高次项的系数变为正数.

4. 约分：

（1）$\dfrac{-21x}{9x^2}$.　　（2）$\dfrac{2(a^2-ab)}{b^2-a^2}$.

5. 计算：

（1）$(3ab^2-7a^2b)\div(7a-3b)$.

（2）$(9-x^2)\div(x^2-6x+9)$.

6. 已知 $b-\dfrac{1}{2}a^2=0$，化简：$\dfrac{3ab+3b}{a^2+b}$.

目标B 5.3节 5.4节

- 能利用分式的基本性质进行通分.
- 能进行简单的分式加、减、乘、除运算.

7. 计算：

（1）$16a^2y^3\div\left(-\dfrac{20a^5y^4}{3x}\right)$.　　（2）$\left(\dfrac{2y}{x}\right)^2\times\dfrac{x}{4y^3}$.

8. 计算：

（1）$\dfrac{2}{3a}+\dfrac{3}{2a}$.　　（2）$\dfrac{1}{2x-1}+\dfrac{2}{1-2x}$.

（3）$-2ab+\dfrac{1-2ab}{ab-1}$.　　（4）$\dfrac{1}{x^2-y^2}+\dfrac{2}{(x-y)^2}$.

9. 先化简，再求值：$\dfrac{a+b}{ab}\div\left(\dfrac{a}{b}-\dfrac{b}{a}\right)$，其中 $a=\dfrac{1}{3}$，$b=\dfrac{1}{2}$.

微信公众号：电子课本大全

目标C 5.5节

●了解分式方程的概念.

●会解可化为一元一次方程的分式方程.

●能根据方程及具体问题的实际意义,检验结果是否合理.

10. 解方程:

(1) $\frac{2}{3x}-\frac{1}{2x}=1$.　　(2) $\frac{x}{x-3}-2=\frac{-3}{3-x}$.

11. 解方程:$\frac{x+1}{x^2-2x+1}+\frac{2}{x-1}=0$.

12. 某企业生产、销售 A,B 两类产品. 今年 A 类产品与 B 类产品的销售额之比为 5∶3,计划明年将 A 类产品的销售额增加 20%,问 B 类产品的销售额需增加百分之多少,才能使两种产品的销售额之比变为 4∶3?

13. 一项工作,甲、乙两人合做,4 天可以完成. 他们合做了 3 天后,乙另有任务,甲单独又用了 $\frac{3}{2}$ 天才全部完成. 问甲、乙两人单独做,各需几天完成?

目标D

●会综合运用分式的知识解决一些简单的实际问题.

14. 年出生人数减年死亡人数的差与年平均人口数❶的比,叫做年人口自然增长率(一般用千分之几,即"‰"表示). 如果用 p 表示年出生人数,q 表示年死亡人数,s 表示年平均人口数,k 表示年人口自然增长率,则年人口自然增长率 $k=\frac{p-q}{s}$.

(1) 把公式变形成已知 k,s,q,求 p 的公式.

(2) 把公式变形成已知 k,p,q,求 s 的公式.

(3) 我国年人口自然增长率从 1987 年以来一直呈下降趋势. 据统计,2009 年全年全国出生人口为 1 615 万人,死亡人口为943 万人,自然增长率为 5.05‰,则该年全国年平均人口为多少?已知 2009 年末全国总人口为 133 474 万人,则年初的总人口是多少万人(精确到万人)?

15. 某商店 3 月份购进一批 T 恤衫,进价合计 12 万元. 因畅销,商店又于 4 月份购进一批同品牌 T 恤衫,进价合计18.75 万元,数量是 3 月份的 1.5 倍,但每件进价涨了 5 元. 这两批 T 恤衫开始都以每件 180 元出售,到 5 月初,商店把剩下的 100 件打八折出售,很快售完. 问商店共获毛利润(销售收入减去进价总计)多少元?

❶ 年平均人口数$=\frac{\text{年初人口数}+\text{年末人口数}}{2}$.

微信公众号:电子课本大全

第6章

数据与统计图表



目录 CONTENTS<<

6.1 数据的收集与整理 …… 142

6.2 条形统计图和折线统计图 …… 150

6.3 扇形统计图 …… 156

6.4 频数与频率 …… 160

6.5 频数直方图 …… 168

课题学习 关于“初中生最爱看的电视节目”的调查 …… 173

小结 …… 176

目标与评定 …… 177

微信公众号：电子课本大全



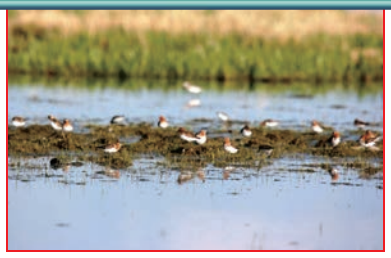
要了解一个地区鸟类的生存情况，需要收集该地区在不同时期各种鸟类的栖息数据，并对数据进行整理分析. 新生婴儿的体重大多在哪一个范围？体重在 3 千克以下的所占的比例是多少？

要解决这些问题，就需要学习新的统计方法. 本章将学习数据的收集与整理，抽样，频数和频率，以及统计图表的有关知识.

另外，在本章末我们将完成一项关于调查“初中生最爱看的电视节目”的综合实践活动. 为完成这个活动，我们将经历收集数据、整理数据，选择合适的统计图表来描述数据等过程.

微信公众号：电子课本大全

6·1 数据的收集与整理



要了解一个地区鸟的种类和数量，需收集哪些数据？怎样整理这些数据？

1

从 2006 年至 2009 年，杭州市组织了 4 届小学生观鸟比赛，其中两届在西溪湿地举行. 下面是 2009 年 10 月 25 日一观鸟小组记录的杭州西溪湿地部分鸟类观察数据.

表 6-1

鸟的种类	八哥	雉鸡	黑水鸡	白鹭	白鹡鸰	珠颈斑鸠	红嘴蓝鹊	黑尾蜡嘴雀	红脚苦恶鸟
观察记录	正一	一	正正一	丅	正一	正下	丅	一	下
数量	6	1	11	4	6	8	4	1	3

（1）这些数据是通过什么方法收集得到的？

（2）从这些数据中，你能获得有关杭州西溪湿地鸟类的哪些信息和结论？

在收集数据时，我们首先要确定收集数据的目的，由此决定收集什么数据是适当的. 数据收集可以通过直接观察、测量、调查和实验等手段得到，也可以通过查阅文献资料、使用互联网查询等间接途径得到. 当用直接观察、测量、调查和实验等手段收集数据时，往往需要事先设计记录数据的表格，如表 6-1，并用适当的方法记录. 表 6-1 是用**划记法**(tallying)记录数据的，“正”字的每一划(笔画)代表一个或一次. 例如，八哥每出现一次记一划，最后记为“正一”，表示共出现 6 次.

例 1 某校为了解学生的身高，通过测量，获得 20 名同学的身高数据如下(单位：cm)：

微信公众号：电子课本大全

154.0，　157.5(女)，　149.0(女)，　171.2，　165.2，
151.0(女)，　168.5，　152.5(女)，　155.3(女)，　154.0(女)，
162.0，　166.4，　158.6(女)，　164.0，　156.5，
155.5，　160.6(女)，　162.3(女)，　150.2，　163.5(女).

(1) 设计一个能记录上述测量数据的表格,并将数据填入表中(学生可用序号表示).

(2) 为更直观地比较男、女生的身高,可对数据作怎样的整理?

解 (1) 如表 6-2.

表 6-2　　20 名同学身高测量记录表

学生(序号)	性别	身高(cm)	学生(序号)	性别	身高(cm)
1	男	154.0	11	男	162.0
2	女	157.5	12	男	166.4
3	女	149.0	13	女	158.6
4	男	171.2	14	男	164.0
5	男	165.2	15	男	156.5
6	女	151.0	16	男	155.5
7	男	168.5	17	女	160.6
8	女	152.5	18	女	162.3
9	女	155.3	19	男	150.2
10	女	154.0	20	女	163.5

(2) 如果我们把上面的数据按男、女生分类,并按从小到大的顺序排列(如表 6-3),那么就能较容易地比较出男、女生的身高.

表 6-3

男生	150.2	154.0	155.5	156.5	162.0	164.0	165.2	166.4	168.5	171.2
女生	149.0	151.0	152.5	154.0	155.3	157.5	158.6	160.6	162.3	163.5

对收集到的原始数据往往需要进行整理、分析,从中寻找规律,发现有用的信息.将数据分类、排序是整理数据的常用方法. 经过整理的数据可用统计表的形式简洁明了地表达出来.

微信公众号：电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO



（第 2 题）

1. 根据表 6-3，你怎样比较男、女生的身高？身高在 155 cm 以上的男、女生分别在男、女生中占百分之几？身高在 160 cm 以上的呢？

2. 在班内选出男、女生各 5 名，测量他们的双臂展长（如图）. 记录测量数据，并进行适当整理. 通过比较每位同学的身高与双臂展长，你发现了什么？

例2 某科学家通过一项实验来了解不同体重的人在进行不同活动时所消耗的热量. 下面是不同体重的人活动 30 分钟所消耗的热量（单位：焦❶）的实验数据：

体重为 30 千克：骑自行车 252 焦，打篮球 504 焦，看电视 88 焦；

体重为 40 千克：骑自行车 323 焦，打篮球 689 焦，看电视 113 焦；

体重为 50 千克：骑自行车 399 焦，打篮球 865 焦，看电视 139 焦；

体重为 60 千克：骑自行车 479 焦，打篮球 1 024 焦，看电视 160 焦.

（1）请制作能反映实验情况的统计表.

（2）实验中，哪一类活动消耗热量最多？哪一类活动消耗热量最少？

（3）体重对活动时热量的消耗有什么影响？

分析 本题的栏目分“体重”和“活动”两个不同类型，因此统计表要设计成双向细目的形式，如纵向为“体重”，横向为“活动名称”.

解 （1）所求的统计表如表 6-4.

表 6-4 不同体重的人活动 30 分钟所消耗热量的统计表（单位：焦）

制表日期：2011 年 5 月

活动名称 / 体重（千克）	骑自行车	打篮球	看电视
30	252	504	88
40	323	689	113
50	399	865	139
60	479	1 024	160

（2）打篮球消耗热量最多，看电视消耗热量最少.

（3）不论哪种活动类型，体重越大，所消耗热量就越大.

❶ 物理学中表示功和能量的单位.

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 以下是某校七年级男、女生各 10 名右眼裸视的检测结果.

0.2，　0.5，　0.7(女)，1.0，0.3(女)，　1.2(女)，　1.5，
1.2，　1.5(女)，0.4(女)，1.5，1.1，　1.2(女)，　0.8(女)，
1.5(女)，0.6(女)，1.0(女)，0.8，1.5，　1.2.

(1) 这组数据是用什么方法获得的?

(2) 学生右眼视力跟性别有关吗? 为了回答这个问题,你将怎样处理这组数据? 你的结论是什么?

2. 人类的血型一般可分为 A,B,AB,O 型四种. 某校七年级两个班学生参加体检,第一班共有学生 40 名,测定血型的结果为:A 型 16 人,B 型 5 人,O 型占 45%,其余都是 AB 型;第二班共有学生 45 名,测定血型的结果为:A 型占 40%,AB 型 2 人,O 型 20 人,其余都是 B 型. 请制作能反映这两个班各种血型人数的统计表.

作业题 ZUOYETI

A **1.** 某届世界杯足球比赛中,瑞典队与阿根廷队一场比赛的技术统计数据如下表.



技术 \ 队名	瑞典队	阿根廷队
进球	1	1
射门	5	14
犯规	20	15
控球时间	34%	66%

(1) 统计员通过什么方法获得表中的数据?

(2) 你从这些数据中获得了关于这场比赛的哪些信息和结论?

2. 我国的陆地面积约为 960 万平方千米,其地形由高原、山地、丘陵、盆地和平原组成. 请完成下表.

我国陆地面积地形分布统计表

地形	高原	山地	丘陵	盆地	平原
面积(万平方千米)	249.6	316.8		182.4	
百分比			10%		12%

微信公众号：电子课本大全

3. 小明从互联网上查到在第 28,29 届奥运会上获金牌数较多的前 10 个国家及它们的金牌数如下：

中国(32 枚,51 枚)；　　法国(11 枚,7 枚)；
意大利(10 枚,8 枚)；　　俄罗斯(27 枚,23 枚)；
澳大利亚(17 枚,14 枚)；德国(14 枚,16 枚)；
美国(35 枚,36 枚)；　　英国(9 枚,19 枚)；
日本(16 枚,9 枚)；　　韩国(9 枚,13 枚).

为了更清楚地反映各个国家金牌数的增减和名次的变化，你认为应怎样重新整理这些数据?

4. 下面是七年级二班第一小组数学期终考试成绩(单位:分)：

64，93，81，53，78，76，88，98，100，97，86，73.

请将上述数据按以下分数段分组：

100,90～99，80～89，70～79,60～69，60 以下，

并制作能反映各分数段人数的统计表.



5. 某服装厂去年童装生产情况如下:上半年原计划产量为 1.5 万套，实际产量为 1.5 万套,完成计划的 100%;下半年实际产量为 2.4 万套,完成计划的 120%.请制作反映该厂上半年、下半年的计划生产数、实际生产数和计划完成率的统计表.

6. 某市去年 9 月每天最高气温情况统计如下表(单位:℃).

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
温度	33	33	34	35	34	31	31	25	24	25
日期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
温度	26	25	26	23	27	28	30	32	31	30
日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
温度	27	25	26	25	24	22	23	22	22	20

将日最高气温分成 4 段,制作每段所占天数的统计表,并根据统计表写出两条有关该市去年 9 月份日最高气温情况的信息.

微信公众号：电子课本大全

要了解全国初中生的视力情况，有人设计了下面三种调查方法：

（1）对全国所有的初中生进行视力测试.

（2）对某一所著名中学的初中生进行视力测试.

（3）在全国按东、西、南、北、中分片，每片各抽 3 所中学，对这 15 所中学的全部初中生进行视力测试.

你认为采用哪一种调查方法比较合适？

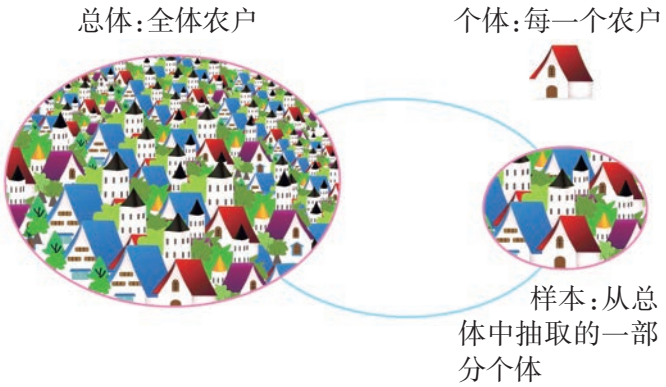
人们根据研究自然现象或社会现象的需要，对所有的考察对象作调查，这种调查叫做**全面调查**. 例如，国家的人口普查是全面调查；为了防控甲型 H1N1 流感，对从境外来的旅客逐个进行体温检测也是全面调查. 但在许多情况下，因为不方便、不可能或不必要对所有的对象进行调查，所以从所有对象中抽取一部分作调查分析，这就是**抽样调查**（sampling survey）.

做一做 ZUOYIZUO

1. 某机构要调查一手机生产厂家的手机质量，是否需要对该厂生产的所有手机进行检测？

2. 要了解初中生中有多少学生知道父母的生日，有没有必要对你校初中各年级所有学生进行调查？有没有必要对全国初中学生进行调查？若采用抽样的方法，请设计一个抽样方案.

在统计中，我们把所要考察的对象的全体叫做**总体**（population），把组成总体的每一个考察对象叫做**个体**（element）. 例如，调查某县农民家庭情况时，该县的全体农户是总体，每一农户就是个体. 从总体中取出的一部分个体叫做这个总体的一个**样本**（sample），样本中个体的数目叫做**样本的容量**. 在统计中，我们也经常把要考察的全体对象的数据整体叫做总体，把从中取出的一部分个体的数据集体叫做样本.



微信公众号：电子课本大全

例3 （1）电视台准备在某市调查一电视节目的收视率，需要对所有看电视的人进行全面调查吗？对一所中学学生的调查结果能否作为该节目的收视率？

（2）对本年级同学是否喜欢某电视节目调查的结果，能代表学校全体同学的意见吗？如果不适用，应如何改进调查方法？

解 （1）电视台不可能对每个看电视的人进行全面调查. 对一所中学学生的调查结果不能作为该节目的收视率，因为调查对象只有中学生，缺乏代表性.

（2）对本年级同学是否喜欢某电视节目的调查结果不能代表学校全体同学的意见，因为不同年级的同学，在年龄、学习任务轻重、兴趣爱好等方面都有差异. 改进方法可以是：在上学或放学时段，在学校门口任意选择经过的同学进行询问，或先任意选定几个学号，然后按选定的学号抽取同学询问.

在选取样本时，样本中的个体要有代表性，样本容量要合适. 如果在抽样时，每一个个体被抽到的机会都相等，这样的抽样方法叫做**简单随机抽样**（simple random sampling）. 例如，要从 10 名同学中任意选 1 人参加夏令营，可把每名同学的名字写在相同的纸条上，将这 10 张纸条放在盒子内搅匀，从中任意抽出 1 张. 这样的抽样方法属于简单随机抽样.

合作学习 HEZUOXUEXI

某地区今年约有 12 000 名学生参加了初中毕业生学业考试. 为了了解数学考试情况，从中抽取 600 份数学答卷，统计分析每道题的解答情况. 应怎样抽取这 600 份答卷，使所了解的数据具有代表性？

已知有关信息如下：

（1）每个考场有 30 名考生，每个考场考生的答卷装订成一叠，包装袋上写有考场编号.

（2）参加考试的同一所学校的各个考场连续编号.

建议先以小组为单位制订抽样方案，然后各组由一名代表向全班介绍本组的抽样方案，并进行评议总结.

微信公众号：电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 要了解市民对自来水水质的满意程度，是否需要对所有市民进行全面调查？对一个居民区住户的调查结果是否能代表全市市民的意见？你认为应作怎样的抽样调查？

2. 为了了解学生对学校伙食的满意程度，小红访问了 50 名女生；小聪访问了 50 名男生；小明访问了 24 名男生和 24 名女生，其中七年级、八年级和九年级各个年级的男生和女生各 8 名. 你认为小红、小聪、小明三人的抽样方法哪一种比较好？为什么？

作业题 ZUOYETI

A **1.** 请指出下列调查哪些应作全面调查，哪些应作抽样调查.

（1）日光灯管厂要检测一批灯管的使用寿命.

（2）了解居民对废电池的处理情况.

（3）了解现代大学生的主要娱乐方式.

（4）某公司对退休职工进行健康检查.

2. 要对大批量生产的商品进行检验，你认为下列做法哪种比较合适？为什么？

① 把所有商品逐件进行检验；

② 从中抽取 1 件进行检验；

③ 从中挑选几件进行检验；

④ 从中按抽样规则抽取一定数量的商品进行检验.

3. 质检部门要对某厂生产的一批袜子进行质量检查. 这批袜子共有 100 箱，每箱有 10 盒，每盒中有 10 双. 设定抽取的袜子总量为 100 双，请你为该部门制订一个抽样方案.

B **4.** 有下面几个样本用以统计某路口在学校放学时段的车流量. 你认为哪些合适，哪些不合适？

① 抽取两天作为一个样本；

② 以全年每一天为样本；

③ 选取每周星期日为样本；

④ 春、夏、秋、冬每个季节各选两周作为样本.

5. 一厂家在某市三个经销该厂产品的商场进行调查，发现该厂产品的销售量占这三个商场同类产品销售量的 40%，于是该厂声称，他们的产品占国内同类产品销售量的 40%. 你认为这个说法可信吗？为什么？

微信公众号：电子课本大全

6·2 条形统计图和折线统计图



据中华人民共和国国家统计局(网址:http://www.stats.gov.cn)公报,以 2010 年 11 月 1 日零时为标准时点,第 6 次全国人口普查结果为 1370536875 人.更多信息可上该官方网站查询.

根据数据统计表,我们可以比较方便地绘制各种形式的统计图,把数据和数据的变化用图形直观、生动地表示出来.本节我们将在小学已学过的有关知识的基础上,进一步学习**条形统计图**(bar graph)和**折线统计图**(line graph)这两种常用的统计图.

条形统计图一般由两条互相垂直的数轴和若干长方形组成,两条数轴分别表示两个不同类别的标目,长方形的高表示其中一个标目的数据.

例1 根据 2010 年第 6 次全国人口普查,我国四个直辖市北京、上海、天津、重庆的人口依次约为 1 961 万人,2 302 万人,1 294 万人,2 885 万人.绘制 2010 年第 6 次全国人口普查中四个直辖市人口的条形统计图.

解 列出统计表如表 6-5.

表 6-5 2010 年第 6 次全国人口普查中四个直辖市的人口统计表

直辖市	北京	上海	天津	重庆
人口(万人)	1 961	2 302	1 294	2 885

画出条形统计图如图 6-1.

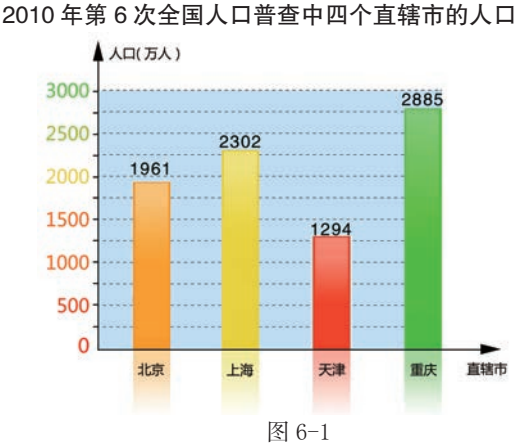


图 6-1

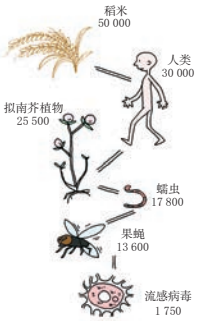
注 意

画统计图时要写上统计图的名称.

微信公众号:电子课本大全

做一做 ZUOYIZUO

基因的发现是 20 世纪生物领域的一项重要成就，探索生命奥秘的基因工程由此得到了飞速发展. 右图中的数据表示稻米、人类、拟南芥植物、蠕虫、果蝇、流感病毒的基因数量，请根据图中的数据画出相应的条形统计图.



折线统计图由两条代表不同标目的数轴和折线组成，折线上被线段连接的各点同时反映不同的标目.

合作学习 HEZUOXUEXI

以下是北京、巴西利亚和堪培拉三个城市的每月平均气温的折线统计图(图 6-2 至图 6-4)，其中红色折线表示日平均最高气温，蓝色折线表示日平均最低气温.

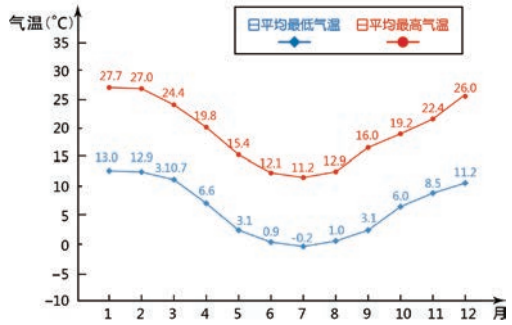


图 6-2

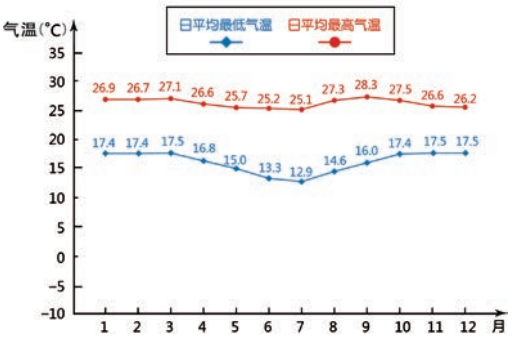


图 6-3

更多信息可查阅联合国世界气象组织相关网站：http://www.worldweather.cn/

1. 如图 6-2，该城市九月份的日平均最高气温为_____，日平均最低气温为_____，两者温差是_____.

2. 如图 6-3，该城市日平均最高气温的最高值在_____月，日平均最低气温的最低值在_____月.

3. 北京位于北纬 40°，堪培拉位于南纬 35°，巴西利亚位于南纬 15°. 请把三个城市和三个气温图配对.

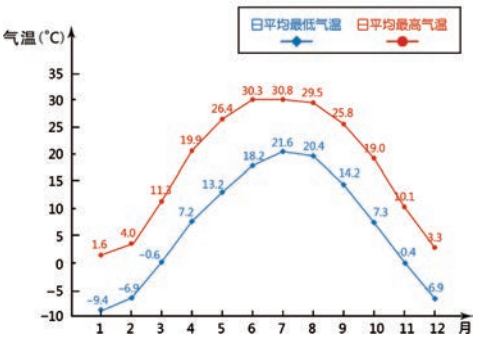


图 6-4

图 6-2：_____；图 6-3：_____；图 6-4：_____.

4. 请说出两条有关这三个城市全年气温变化以及季节的特征.

微信公众号：电子课本大全

折线统计图在反映数据变化的走向和若干组不同类别数据之间的相互关系方面尤为见长.

例2 某摩托车厂去年第三、四季度各月产量如表 6-6.

表 6-6 某摩托车厂去年第三、四季度各月产量统计表

月　份	7	8	9	10	11	12
月产量(辆)	300	350	450	540	700	600

请根据表 6-6 绘制折线统计图,并回答下面的问题:

(1) 相邻的两个月中,哪两个月的月产量增长最快?这两个月之间月产量的增长率是多少(精确到 0.1%)?

(2) 第四季度比第三季度的产量增加了百分之几?



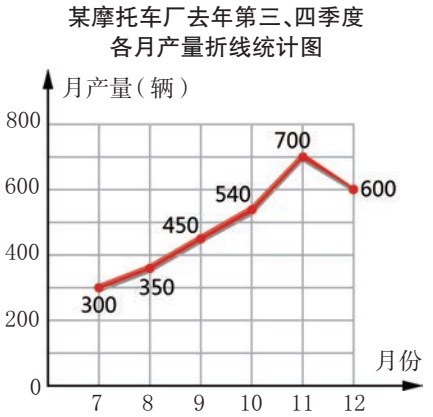


图 6-5

解 所求折线统计图如图 6-5.

(1) 如图 6-5,折线的各条线段中,10 月至 11 月间的线段最陡,也就是说,从 10 月到 11 月的月产量增长最快,这两个月月产量的增长率为 $\frac{700-540}{540}\approx 29.6\%$.

(2) $\frac{(540+700+600)-(300+350+450)}{300+350+450}$

$=\frac{1\,840-1\,100}{1\,100}$

$\approx 67.3\%$.

答:第四季度比第三季度的产量增加了 67.3%.

微信公众号:电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

下面的统计图反映的是 2007～2011 年某公司对外贸易进出口总额的数据.

2007～2011 年某公司对外贸易进出口总额统计图

制图日期:2012 年 1 月



(1) 根据统计图填写下表,并说出两条有关该公司对外贸易进出口总额情况的结论.

2007～2011 年某公司对外贸易进出口总额统计表

年份	2007	2008	2009	2010	2011
出口总额(万美元)					
进口总额(万美元)					

(2) 绘制 2007～2011 年该公司对外贸易进出口总额的折线统计图.

探究活动 TANJIUHUODONG

图 6-6 表示去年某地 12 个月中每月的平均气温, 图 6-7 表示该地一家庭在去年 12 个月的用电量. 根据统计图,你能描述该家庭用电量与气温间的一些关系吗?

某地去年每月平均气温的统计图

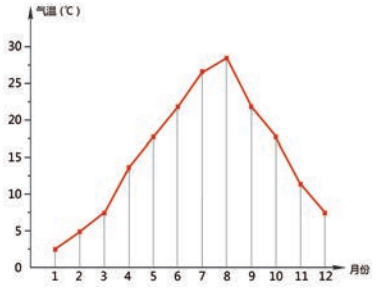


图 6-6

某家庭该年月用电量的统计图

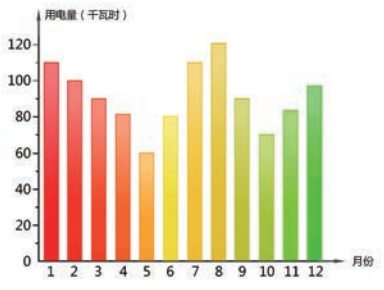
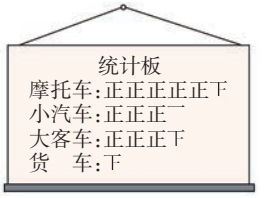


图 6-7

微信公众号:电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 一天小红统计某路口在高峰时间 7:40～7:55 各种机动车的通过数量，记录如图. 根据图中记录列出统计表，绘制条形统计图.

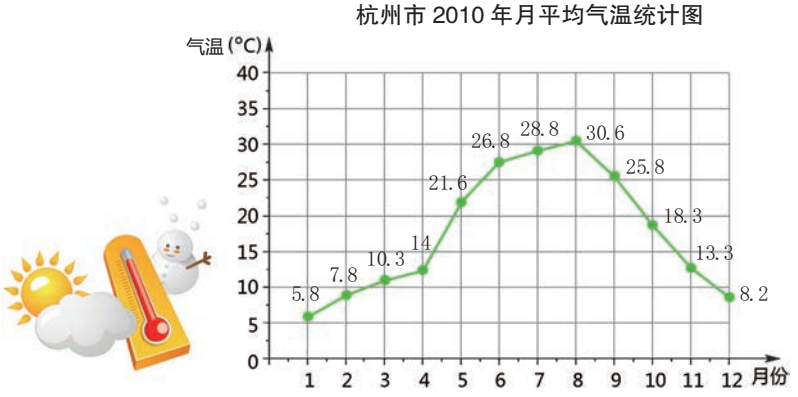


（第 1 题）

2. 根据所给统计图回答下面的问题：

（1）哪个月的平均气温最高？哪个月的平均气温最低？

（2）哪两个月之间的平均气温上升得最快？哪两个月之间的平均气温下降得最快？



（第 2 题）

3. 2005 年至 2010 年我国农村居民纯收入的统计图如图所示.



（第 3 题）

（1）根据条形统计图画出折线统计图.

（2）根据折线统计图，说明哪两年间我国农村居民纯收入增长最快.

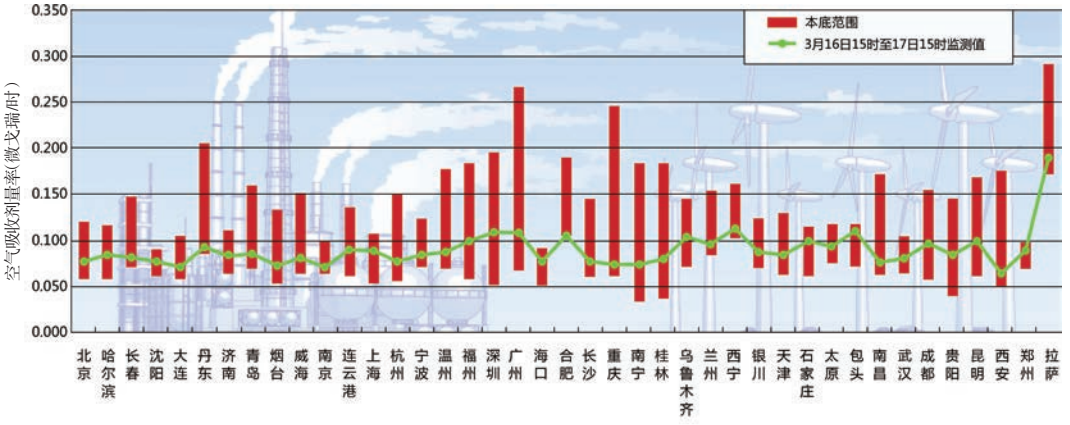
微信公众号：电子课本大全

B **4.** 2011年3月11日，日本发生9级大地震，造成日本福岛第一核电站毁坏，由此带来严重的核泄漏危机，引起世界各国的关注. 以下是我国环境保护部3月17日发布的关于我国部分城市环境辐射水平的统计图. 图中红色柱体表示天然本底辐射水平[1]，绿色折线代表当时核辐射水平的监测值. 核辐射空气吸收剂量的单位是“戈瑞”. 请完成下列填空：

（1）北京的天然本底辐射水平最大值约为_____微戈瑞/时，监测值约为_____ 微戈瑞/时；杭州的天然本底辐射水平最大值约为_____微戈瑞/时，监测值约为_____微戈瑞/时；拉萨的天然本底辐射水平的最大值约为_____微戈瑞/时，最小值约为_____微戈瑞/时，监测值为_____微戈瑞/时.

（2）从这个统计图中你得到哪些结论？

环境保护部发布今日中国主要城市环境辐射水平

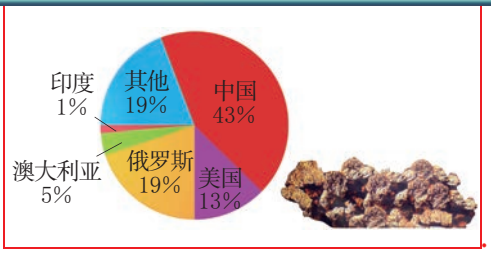


环境保护部(国家核安全局)2011年3月17日16时发布
更多信息可查阅中华人民共和国环境保护部网站(网址:http://www.mep.gov.cn/)

[1] 天然本底辐射是指天然射线的照射. 天然射线如宇宙射线，存在于土壤、岩石、水、大气中的一些元素射线. 天然本底辐射对人类没有危害.

微信公众号：电子课本大全

6·3 扇形统计图



我国是稀土资源最丰富的国家. 如图是全球稀土资源储量分布情况的统计图,你知道各扇形的圆心角❶度数是怎样确定的吗?

合作学习 HEZUOXUEXI

观察图 6-8,并回答下面的问题:

(1) 这种快餐中,脂肪占百分之几? 有多少克?

(2) 这种快餐中,哪一种营养成分最多? 哪一种最少? 最多的营养成分是最少的多少倍?

(3) 表示蛋白质的扇形的圆心角是多少度? 你是怎样计算的?

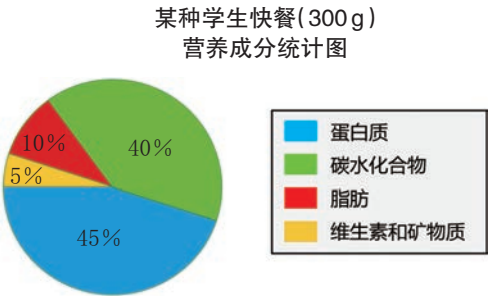
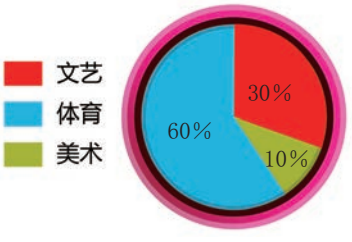


图 6-8

像图 6-8 这样,用圆和扇形分别表示关于总体和各个组成部分数据的统计图叫做**扇形统计图**(pie chart). 扇形统计图的特点是能直观、生动地反映各部分在总体中所占的比例.

做一做 ZUOYIZUO



某班同学参加课外兴趣小组情况的统计图如图所示. 根据统计图回答下面的问题:

(1) 参加文艺、体育、美术三类课外兴趣小组的人数比是多少?

(2) 参加人数最多的是哪一类课外兴趣小组? 参加人数最少的呢? 若参加人数最多的课外兴趣小组比参加人数最少的多 20 人,那么一共有多少学生参加这三个课外兴趣小组(假设每人只参加一个课外兴趣小组)?

❶ 顶点在圆心的角称为圆心角.

微信公众号: 电子课本大全

绘制扇形统计图的一般步骤是：

1. 画一个圆.

2. 按各组成部分所占的比例算出各个扇形的圆心角的度数.

3. 根据算得的各圆心角的度数，画出各个扇形，并注明相应的百分比. 各组成部分的名称可以注在图上，也可以用图例表明(如图 6-8).

例 表 6-7 是上海市 2010 年 3 月的气象资料.

表 6-7 上海市 2010 年 3 月天气状况的统计表

星期日	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

晴 阴 雨

(1) 请根据表 6-7 计算晴天、阴天、雨天的天数和它们各自占总天数的百分比(精确到 0.1%).

(2) 绘制扇形统计图.

解 (1) 由表可得，上海市 2010 年 3 月晴天 11 天，阴天 12 天，雨天 8 天，它们占总天数的百分比分别为 35.5%，38.7%，25.8%.

(2) 先求出有关扇形的圆心角的度数.

$360°\times 35.5\%\approx 128°$,

$360°\times 38.7\%\approx 139°$,

$360°\times 25.8\%\approx 93°$.

即表示晴天天数、阴天天数、雨天天数的扇形的圆心角度数分别为 128°，139°，93°.

扇形统计图如图 6-9.

微信公众号：电子课本大全

上海市 2010 年 3 月晴天、阴天、雨天天数的扇形统计图

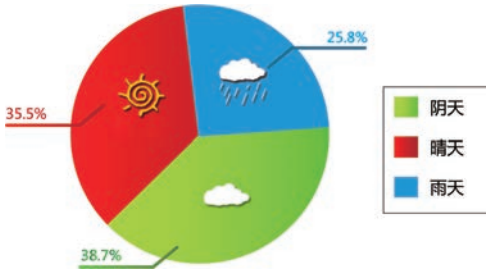


图 6-9

想一想

还可以用其他统计图来表示本例中这个月的天气情况吗？各有什么优缺点？

课内练习 KENEILIANXI

据第 6 次人口普查数据公报，我国人口中 0～14 岁的占 16.60%，15～59 岁的占 70.14%，60 岁以上（含 60 岁）的占 13.26%.

请根据上述数据绘制扇形统计图.

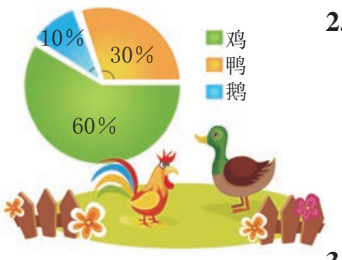
作业题 ZUOYETI

A **1.** 某养殖户养殖鸡、鸭、鹅数量的扇形统计图如图所示.

（1）统计图中各个扇形的圆心角分别是多少度？

（2）如果这个养殖户养鸭 150 只，那么养鸡、鹅各多少只？

某养殖户养殖情况统计图



（第 1 题）

2. 2013 年我国国内生产总值为 568 845 亿元，比上年增长 7.7%. 其中第一产业（农、林、牧、渔业）为 56 957 亿元；第二产业（采矿业，制造业，电力、燃气及水的生产和供应业，建筑业）为 249 684 亿元；第三产业（除第一、第二产业以外的其他各业）为 262 204 亿元. 为了比较各个产业所占份额，你选择哪一种统计图？请绘制相应的统计图.

3. 在七年级上册学习有理数运算的设计题时，同学们已经为自己建了一本账册. 根据你的账册统计最近一个月或一个季度的消费情况. 填写下表，并绘制扇形统计图. 根据你绘制的统计图，说明你的零用钱主要用在哪个方面.

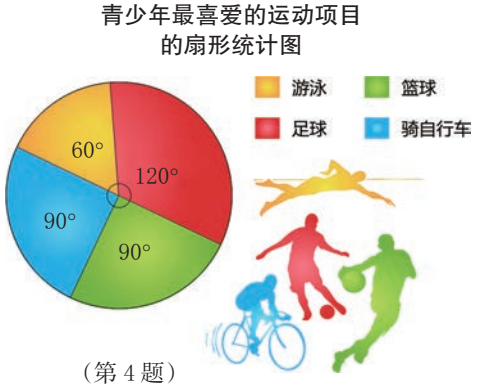
消费项目	学习用品	生活用品	零食	其他	合计
消费金额（元）					

微信公众号：电子课本大全

B **4.** 对若干名青少年进行最喜爱的运动项目的问卷调查，得到如图的统计图，其中统计图中没有标注相应人数的百分比.

（1）你能根据图形求出这些百分比吗？

（2）如果最喜爱足球的人数比最喜爱游泳的人数多 40 人，这次参加问卷调查的总人数是多少人？

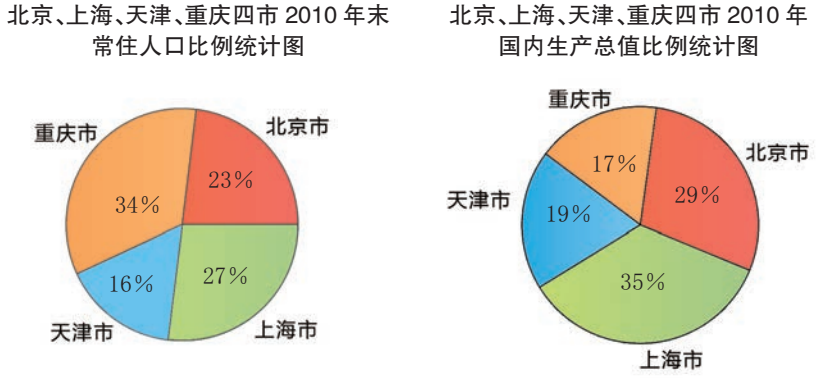


（第 4 题）

C **5.** 下面两个扇形统计图反映了我国四个直辖市 2010 年末常住人口比例和 2010 年国内生产总值比例.

（1）哪个市的常住人口数最多？哪个市的国内生产总值最高？

（2）上海市的人均生产总值（人均生产总值＝国内生产总值÷常住人口数）分别是天津市和重庆市人均生产总值的多少倍（精确到 0.01 倍）？



（第 5 题）

微信公众号：电子课本大全

6·4 频数与频率



为了让学生节约用餐时间，学校打算实行分时段用餐. 你认为要进行怎样的调查统计，才能作出合理的安排？

1

人们在获得一组数据以后，经常需要了解数据的分布情况. 下面我们用一个具体的例子来说明反映数据分布情况的统计方法.

从某地区妇产医院获得 2010 年 10 月份在该院出生的 20 名新生婴儿的体重如下(单位：kg)：

4.7，　2.9，　3.2，　3.5，
3.6，　4.8，　4.3，　3.6，
3.8，　3.4，　3.4，　3.5，
2.8，　3.3，　4.0，　4.5，
3.6，　3.5，　3.7，　3.7.



为了了解这批数据的分布情况，如体重在哪一个范围内的人数最多，在哪一个范围内的人数最少，体重在 3.55～3.95 kg 范围内的婴儿有多少人，体重在 4.35kg 以上的婴儿有多少人等，首先我们将数据按从小到大适当地分组，并绘制如表 6-8 的统计表. 其中每一组的后一个边界值与前一个边界值的差叫做**组距**，通常各组的组距应相等. 例如表 6-8 中，各组组距都为 0.4 kg.

表 6-8　某医院 2010 年 10 月份新生婴儿体重统计表

组别(kg)	划　记	人　数
2.75～3.15	丅	2
3.15～3.55	正丅	7
3.55～3.95	正一	6
3.95～4.35	丅	2
4.35～4.75	丅	2
4.75～5.15	一	1
合　计		20

微信公众号：电子课本大全

从表 6-8 中我们可以看到，新生婴儿体重在 3.15～3.55 kg 范围内的人数最多；体重在 4.75～5.15 kg 范围内的人数最少；体重在 3.55～3.95 kg 范围内的婴儿有 6 人；体重在 4.35 kg 以上的婴儿有 3 人.

我们称数据分组后落在各小组内的数据个数为**频数**(frequency). 例如，表 6-8 中，3.15～3.55 kg 这一组的频数为 7，4.75～5.15 kg 这一组的频数是 1. 如表 6-8 这种反映数据分布情况的统计表叫做**频数统计表**，也称**频数表**(frequency table).

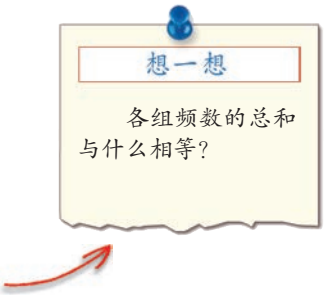
有时我们还可以将发生的事件按类别进行分组，这时，频数就是各类事件发生的次数. 例如，抽查 20 名学生的血型，结果如下：

A，B，A，B，B，O，AB，A，A，O，A，B，A，A，B，AB，O，A，B，A.

根据上述结果，可以列出如表 6-9 的频数表.

表 6-9　20 名学生血型的频数表

组　别	划　记	频　数
A 型	正 ㄒ	9
B 型	正 一	6
AB 型	丁	2
O 型	下	3



列频数统计表的一般步骤如下：

1. 选取组距，确定组数. 组数通常取大于$\dfrac{\text{最大值}-\text{最小值}}{\text{组距}}$的最小整数. 如表 6-8，取组距为 0.4 kg，则$\dfrac{4.8-2.8}{0.4}=5$，大于 5 的最小整数为 6，所以确定组数为 6. 当数据在 100 个以内时，通常可按照数据的多少分成 5～12 组.

2. 确定各组的边界值. 第一组的起始边界值通常取得比最小数据要小一些，如表 6-8，因为最小数据为 2.8，所以取起始边界值为 2.75. 为了使数据不落在边界上，边界值可以比实际数据多取一位小数❶. 取定起始边界值后，就可以根据组距写出各组的边界值.

3. 列表，填写组别和统计各组频数. 如表 6-8，表 6-9.

❶ 本套教科书在没有特别说明的情况下，各组边界值都比实际数据多取一位小数.

微信公众号：电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

研究七年级男生、女生的身高和所穿运动鞋鞋码的数据分布情况.

要求：

1. 以直接或间接的方式了解本班男生、女生的身高和鞋码，获得数据.

2. 将获得的四种数据（男生身高，男生鞋码，女生身高，女生鞋码）分组，并制作频数表.

3. 根据频数表，就七年级男生、女生的身高和所穿运动鞋鞋码情况作简单分析. 你认为学校如果统一订购运动服、运动鞋，应注意哪些问题？

课内练习 KENEILIANXI

1. 为统计七年级一班英语学科期末考试成绩，制作了如下频数表（部分空格未填）.

七年级一班英语学科期末考试成绩的频数表

分数段（分）	划　记	频　数
39.5～49.5		2
49.5～59.5	丅	
59.5～69.5	正丅	
69.5～79.5	正正正一	
79.5～89.5		8
89.5～99.5	正	

（1）请完成上面的频数表.

（2）数据分组时的组距为多少？这次考试最高分与最低分的差至多为多少？

（3）该班有多少同学？

（4）哪一个分数段的人数最多？哪一个分数段的人数最少？80 分以上（包括 80 分）有多少人？占全班人数的百分之几？

2. 一个样本数据如下：

8，10，5，6，6，18，11，12，15，16，

17，17，9，10，11，12，7，8，20，11.

（1）若取组距为 3，列频数表时，应分成多少组？

（2）请制作这个样本的频数表（可取起始边界值为 4.5）.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 某生猪养殖场对 60 头即将出售的生猪的质量(精确到 0.1kg)进行统计,制作如下的频数表(部分空格未填).

某生猪养殖场即将出售的 60 头生猪质量的频数表

组别(kg)	划　记	频　数
64.55～69.55	一	
69.55～74.55		2
74.55～79.55	正正正正丅	
79.55～84.55	正正正正正	
84.55～89.55		4
89.55～94.55	下	
94.55～99.55		0
99.55～104.55	一	

请完成这个频数表,并根据频数表回答下面的问题:

(1) 表中的组距是多少? 数据最大值与最小值的差至多是多少?

(2) 这批生猪的质量有在 64 kg 以下的吗? 有在 100 kg 以上的吗?

(3) 这批生猪中,质量在 74.55～84.55 kg 范围内的生猪大约占总数的百分之几?

2. 某校为了了解学生在校午餐所需的时间,抽查了20 名同学在校午餐所花的时间,获得如下数据(单位:分).

10, 12, 15, 10, 16, 18, 19, 18, 20, 38,

22, 25, 20, 18, 18, 20, 15, 16, 21, 16.

(1) 若将这些数据分为 6 组,制作频数表.

(2) 频数最小的是哪一组? 频数最大的是哪一组? 这两组的频数分别是多少?

(3) 根据频数表,你认为校方安排学生午餐时间多长为宜? 请说明理由.

B **3.** 一名射击运动员,20次射击的成绩如下(单位:环).

4, 6, 8, 7, 9, 10, 8, 7, 8, 9, 8, 8, 9, 10, 8, 7, 9, 8, 8, 9.

(1) 从 4 至 10 环,按不同环数分组,制作频数表.

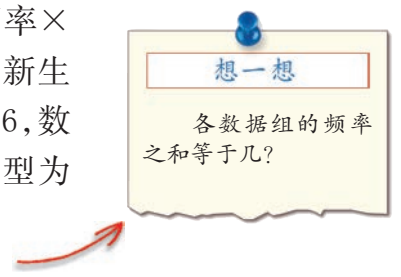
(2) 成绩为 9 环的频数为多少?

(3) 频数最大的是几环?

微信公众号: 电子课本大全

2

为了了解数据分组后各组频数的大小在总数中所占的份量，常常需要求出各组频数与数据总数的比. 每一组数据频数与数据总数的比叫做这一组数据（或事件）的**频率**（relative frequency），频率×100%即为百分比. 例如，表 6-8 的频数表中，新生婴儿体重在 3.55～3.95 kg 这一组的频数为 6，数据总数为 20，频率为 6÷20＝0.3；表 6-9 中血型为 A 型的频数为 9，数据总数为 20，频率为 $9\div20=\frac{9}{20}$.



例1 表 6-10 是七年级某班 20 名男生 100 m 跑成绩（精确到 0.1 秒）的频数表.

表 6-10 七年级某班 20 名男生 100 m 跑成绩的频数表

组别(秒)	频 数	频 率
12.55～13.55	2	
13.55～14.55	5	
14.55～15.55	7	
15.55～16.55	4	
16.55～17.55	2	



（1）求各组频率，并填入上表.

（2）求其中 100 m 跑成绩为 15.5 秒或小于 15.5 秒的人数和所占的比例.

解 （1）2÷20＝0.1，5÷20＝0.25.

类似地，可得其余各组数据的频率依次为 0.35，0.2，0.1（请将它们填入表 6-10）.

（2）表中自上而下第一、二、三组的累计频数为 2＋5＋7＝14，

14÷20＝0.7.

答：其中 100 m 跑成绩为 15.5 秒或小于 15.5 秒的人数为 14 人，所占的比例为 70%.

微信公众号：电子课本大全

例2 某袋装饼干的质量的合格范围为 50±0.12 g. 抽检某食品厂生产的 200 袋该种饼干,各组质量的频数如表 6-11.

(1) 求各组质量的频率.

(2) 请估计该厂生产这种饼干的质量合格率. 如果销售这种饼干 2400 袋,那么估计有多少袋质量不能达到合格标准?

表 6-11 某食品厂生产的 200 袋饼干的质量的频数表

组别(g)	频 数	频 率
49.775～49.825	1	
49.825～49.875	2	
49.875～49.925	1	
49.925～49.975	50	
49.975～50.025	100	
50.025～50.075	40	
50.075～50.125	4	
50.125～50.175	2	

解 (1) 1÷200=0.005,2÷200=0.01.

类似地,可得其余各组数据的频率依次为 0.005,0.25,0.5,0.2,0.02,0.01(请将它们填入表 6-11).

(2) 合格饼干的质量范围是 49.88 ～50.12 g.

0.005+0.25+0.5+0.2+0.02=0.975=97.5%.

2400×(1−97.5%)=60(袋).

答: 估计该厂生产这种饼干的合格率约为 97.5%. 如果销售这种饼干 2400 袋,那么估计有 60 袋质量不能达到合格标准.

由例 2 可见,在样本容量足够大的情况下,可以用样本的频数分布情况来估计总体的频数分布情况.

微信公众号: 电子课本大全

课内练习 KENEILIANXI

1. 填写下面频数表中未完成的部分.

组　别	频　数	频　率
A	11	0.11
B	13	
C		
D		0.10
合　计		1.00

2. 车站增加自动售票机售票后大大缩短了购票者排队等候的时间. 一名记者在车站随机访问了 25 位购票者,了解到他们排队等候的时间分别为(单位:分):

1,2,2,2,1,3,4,2,2,2,2,3,1,3,4,5,3,2,1,2,2,3,2,3,2.

(1) 请填写如下的频数表.

某车站 25 位购票者等候购票时间的频数表

组别(分)	划　记	频　数	频　率
1			
2			
3			
4			
5			

(2) 求出等待时间为 2 分钟和 3 分钟的人数和所占的百分比.

作业题 ZUOYETI

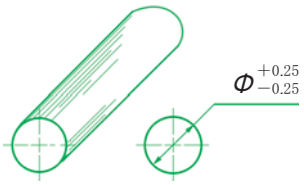
A **1.** 填空:

(1) 已知某组数据的频率为 0.35,样本容量为 500,则这组数据的频数为_____.

(2) 已知某组数据的频数为 56,频率为 0.8,则样本容量为_____.

2. 对某厂生产的 80 根轴进行检验,检验结果中轴的直径的各组频数如下表(每组含前一个边界值,不含后一个边界值).

微信公众号:电子课本大全



（第 2 题）

某工厂生产的 80 根轴的直径的频数表

组别(mm)	频　数	频　率
299.35～299.45	1	
299.45～299.55	0	
299.55～299.65	0	
299.65～299.75	5	
299.75～299.85	6	
299.85～299.95	20	
299.95～300.05	40	
300.05～300.15	5	
300.15～300.25	2	
300.25～300.35	1	

（1）求各组的频率，填入上面的频数表.

（2）如图，轴直径的合格标准为 $\Phi 300^{+0.25}_{-0.25}$.请根据所列的频数表，估计这批轴的直径的合格率.

（3）如果生产 800 根这种轴，估计有多少根轴的直径不合格.

3. 统计本班不同出生月份的人数，制作频数表，并求出相应的频率. 根据频数表，估计你校七年级同学中，与你出生月份相同的有多少人.

B **4.** 统计某地去年 11 月份每天的最高气温(℃)，获得如下数据：

10，12，16，10，11，15，17，20，18，22，20，18，19，21，20，22，26，20，18，19，20，22，21，16，17，15，10，18，20，22.

（1）请填写下面的频数表.

某地去年 11 月份日最高气温的频数表

组别(℃)	划　记	频　数	频　率
9.5～11.5			
11.5～13.5			
13.5～15.5			
15.5～17.5			
17.5～19.5			
19.5～21.5			
21.5～23.5			
23.5～25.5			
25.5～27.5			

（2）最高气温在 20℃以上(包括 20℃)的天数有多少天？占 11 月份总天数的百分之几？

（3）日最高气温在 14～23℃之间(包括 14℃和 23℃)的天数约占百分之几？

微信公众号：电子课本大全

PROJECT 设计题 SHEJITI



鹙(hān)鲣(jiān)鸟的飞翔能力很强，它们耗费一生中的大多数时间进行越洋飞行，只在海滩上着陆筑巢. 如果要估计一个鸟群中鸟的数量，根据你已有的经验，你有什么方法？

看看下面的实验会不会给你带来启迪.

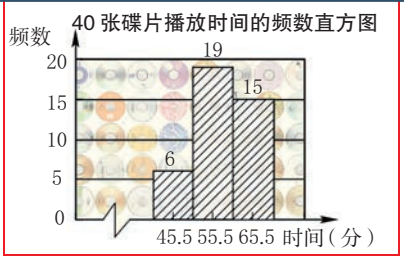
准备一盒珠子(大小、材料均相同，也可以是纽扣等其他物品)，倒出其中一部分珠子，标上记号，记这部分珠子的颗数为n. 然后把这些珠子放回盒子，搅拌均匀，再倒出一些珠子，记颗数为m. 数一数其中带有标记的有多少颗. 若记有标记的有 l 颗，那么下面的公式就可以用来估计盒子里珠子的总数：

$$\text{盒子里珠子的总数} = \frac{n \times m}{l}.$$

多做几次实验试一试，看看每次获得的结果是否比较接近. 你还能用什么方法来检验上述公式的精确程度？小聪想出的方法是这样的：先倒出50粒珠子，称出质量，然后称出整盒珠子的总质量，这样也能算出珠子总数的近似值.

现在你有估计鹙鲣鸟群中鸟的数量的方法吗？请把你的想法与同伴交流.

6·5 频数直方图



你能根据左边的统计图说出有关被抽查的碟片播放时间的三条信息吗？

根据数据的频数表，我们还可以用统计图把它直观地表示出来(如节前图). 由若干个宽等于组距，面积表示每一组频数的长方形组成的统计图叫做**频数直方图**，简称**直方图**(histogram).

微信公众号：电子课本大全

当各组组距都相等时，我们可以把组距看成“1”，那么各个小长方形的面积与它的高度在数值上相等，这样我们就可以用纵轴上的刻度表示频数. 我们用下例来说明频数直方图的画法.

例 抽查 20 位同学每分钟脉搏跳动次数，获得如下数据（单位：次）：

81，73，77，79，80，78，85，80，68，90，

80，89，82，81，84，72，83，77，79，75.

制作表示上述数据的频数直方图.

解 （1）列出频数表，如表 6-12. 为方便起见，我们给出组中值❶的数据.

表 6-12　20 位同学每分钟脉搏跳动次数的频数表

组别（次）	组中值（次）	频　数
67.5～72.5	70	2
72.5～77.5	75	4
77.5～82.5	80	9
82.5～87.5	85	3
87.5～92.5	90	2

（2）画具有相同原点，横、纵两条互相垂直的数轴，分别表示各组别和相应的频数. 然后分别以横轴上每一组的两边界点为端点的线段为底边，作高为相应频数的长方形，就得到所求的频数直方图，如图 6-10.

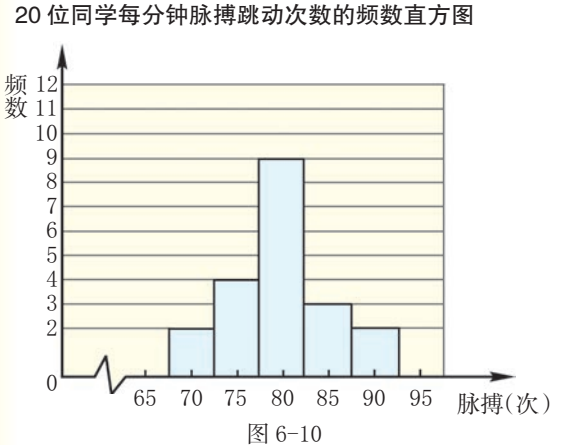


图 6-10

注　意

为了使图形清晰美观，频数直方图的横轴上可以只标出组中值，不标出组界.

❶ 每一组的两个边界值的平均数称为该组的组中值. 例如，第一组的组中值为 $\frac{67.5+72.5}{2}=70$（次）.

微信公众号：电子课本大全

合作学习 HEZUOXUEXI

请观察图 6-11，并回答下面的问题（每一组含前一个边界值，不含后一个边界值）：

（1）被检测的矿泉水总数有多少种？

（2）被检测矿泉水的最低 pH 至少为多少？

（3）组界为 6.9～7.3 这一组的频数、频率分别是多少？

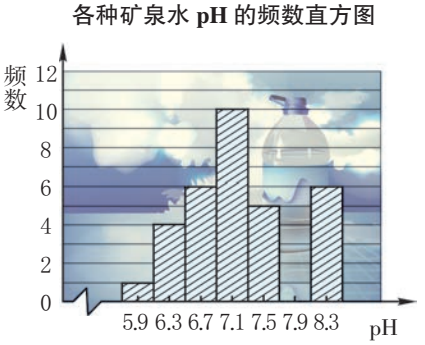


图 6-11

（4）根据我国 2007 年颁布的《生活饮用水卫生标准》，饮用水的 pH 应在 6.5～8.5 的范围内. 被检测的矿泉水不符合这一标准的有多少种？占总数的百分之几？

课内练习 KENEILIANXI

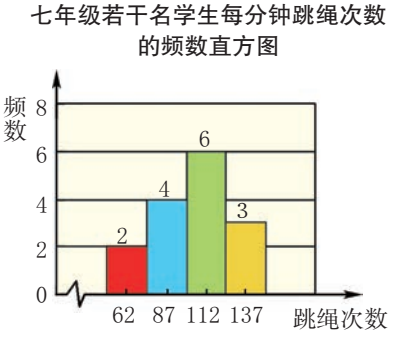
1. 一次统计七年级若干名学生每分钟跳绳次数的频数直方图如图. 请根据这个直方图回答下面的问题：

（1）参加测试的总人数是多少？

（2）数据分组时，组距是多少？

（3）自左至右最后一组的两个边界值分别是多少？该组的频数、频率分别是多少？





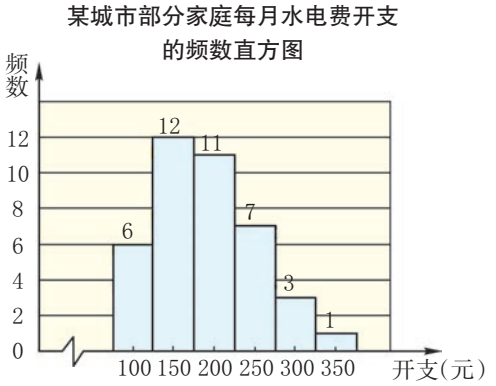
（第 1 题）

2. 请回答本节节前语中的问题.

微信公众号：电子课本大全

作业题 ZUOYETI

A **1.** 某城市抽查一些家庭每月水电费的开支(单位:元),得到下面的频数直方图(每一组含前一个边界值,不含后一个边界值). 请根据该直方图,回答下列问题:



(第 1 题)

(1) 被抽查的家庭共有多少户?

(2) 数据分组的组距是多少?

(3) 频数最大一组的组中值是多少? 该组的两个边界值分别是多少?

(4) 自左至右第三组的频数、频率分别是多少?

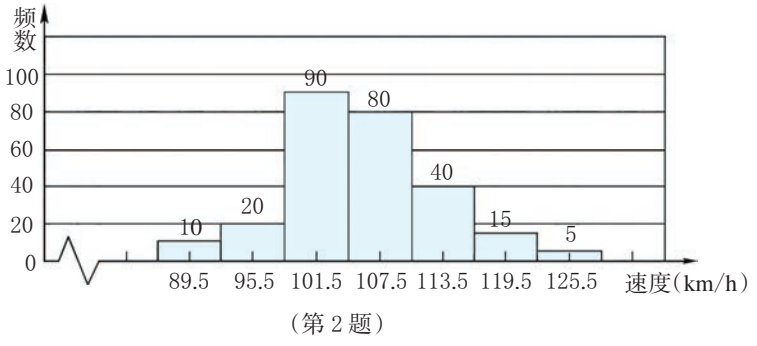
(5) 每月水电费开支在 275 元以上(含 275 元)的有多少户? 占抽查总户数的百分之几? 若被抽查家庭所在区域有 350 户家庭,估计有多少户每月水电费开支在 275 元以上(含 275 元).

2. 统计某天 7:00～9:00 经过高速公路某测速点的汽车的速度,得到如下频数直方图. 请回答下列问题:

(1) 这一天 7:00～9:00 经过该观察点的车辆总数是多少?

(2) 数据分组的组距是多少?

(3) 若该路段汽车限速为 110 km/h,问超速行驶的汽车有多少辆? 占总数的百分之几?



(第 2 题)

微信公众号:电子课本大全

B **3.** 被誉为“世界八大奇观”之一的秦始皇兵马俑位于我国陕西省，是我国古代文明中的一颗璀璨明珠. 在某处挖掘出 36 个兵俑的高度分别为(单位:cm):

172，193，172，196，196，175，175，193，190，181，184，187，181，187，190，181，184，187，187，184，187，181，187，184，181，187，184，184，184，187，181，187，184，187，181，187.

(1) 请填写下表.



36 个兵俑高度的频数表

组别(cm)	组中值(cm)	频　数	频　率
170.5～173.5	172		
173.5～176.5	175		

(2) 画出频数直方图.

4. 统计某市去年6 月每天空气污染指数，获得以下数据:

67，68，66，70，68，67，70，85，86，100，88，85，70，68，67，67，70，72，78，68，70，67，66，67，　68，69，70，72，68，67.

(1) 将数据适当分组，列出频数表.

(2) 画出频数直方图.

微信公众号：电子课本大全

关于“初中生最爱看的电视节目”的调查

电视是传播信息的主要媒体之一，优秀的电视节目吸引、感动了成千上万的青少年. 为了使电视节目能满足初中生的需要，有关部门需要对初中生看电视的情况，包括喜欢的电视节目类型、看电视的时间、经常看的电视频道等作调查.

请以小组为单位，以“初中生最爱看的电视节目”为课题，开展一次调查统计，按以下几项要求自主进行.

1 确定调查对象. 根据实际情况确定调查的对象和范围，并设计抽样方案. 比如，在本校七、八、九三个年级的全体同学中，分男生、女生随机抽取. 又如，如果条件允许，随机抽取若干所学校，按不同年级和不同性别随机抽取.

2 确定调查的内容. 最爱看的电视节目包括节目名称、电视频道、观看的时间等. 可以通过小组讨论的方式，先设定分类的标准，再确定准备调查的电视节目的类别.

3 确定调查的方法. 可选择访问调查或问卷调查. 设计的问题应简短明了，不要涉及提问者的个人观点等. 附录 1 中的调查问卷供你参考.

4 收集、整理数据. 根据访问记录或收回的问卷，收集、整理数据（包括分类、计数等），列出统计表. 按电视节目类别分组，分别统计频数，并算出各组的相应频率.

5 绘制统计图. 根据条形、折线、扇形三种统计图的特点，选择其中两种，也可以应用合适的计算机软件来制作（如附录 2）.

6 交流. 根据统计图表介绍本组调查的情况，并利用样本的数据分布来估计本校所在县、市的“初中生最爱看的电视节目”的人数分布情况. 把分析得到的结论和建议，写成一份简单的调查报告.

微信公众号：电子课本大全

附录 1

调 查 问 卷

问卷编号:_____　　_____年___月___日

调查目的	了解初中生最爱看的电视节目					
调查对象	性　别		学　校		年　级	
调查内容	爱看的电视节目	所在频道	每周观看次数	每次观看时间		

附录 2

用计算机制作统计图

随着现代信息技术的发展，人们越来越多地使用计算机及有关软件进行统计图的绘制和分析. 能用来绘制统计图的软件有很多,Excel 软件是其中较流行的一种. 下面我们以 Excel 软件为例，介绍用计算机绘制统计图的方法.

假设上述调查取得如下模拟数据:调查总人数为 580 人,其中男生 300 人,女生 280 人,各类电视节目最爱看的人数如表 6-13.

各类电视节目最爱看的人数统计表

表 6-13　　2011 年 5 月 20 日

电视节目名称		新闻节目	文艺节目	体育节目	少儿节目	军事节目
爱看的人数	男生(人)	51	9	198	6	36
	女生(人)	35	180	45	15	5
合　计(人)		86	189	243	21	41

用 Excel 软件画统计图的方法:

第一步　启动 Excel,屏幕上出现一张表格(称为工作表),将表 6-13 中的内容填入工作表(图 6-12),注意在表格每列或每行的头上加上一个适当的名称,以便阅读.

微信公众号：电子课本大全

对话框 1

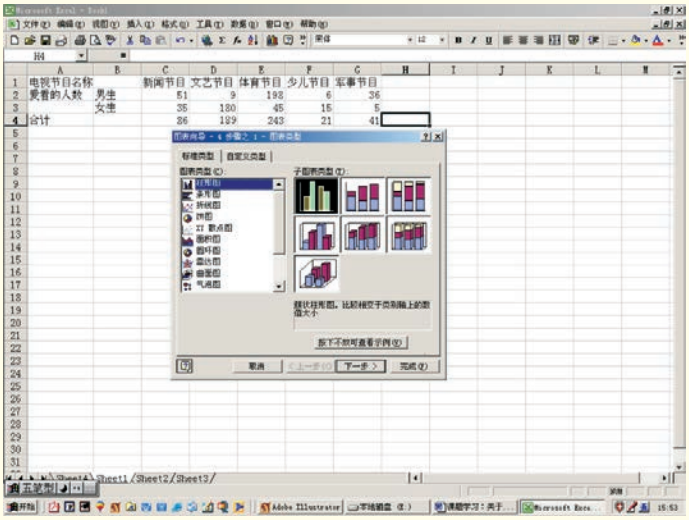
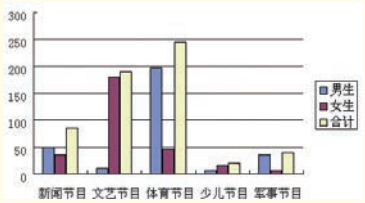


图 6-12

第二步

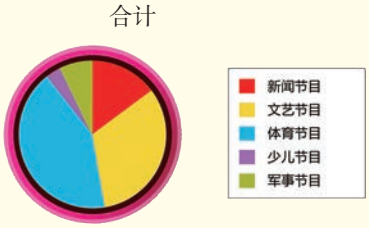
选中需要表示在图上的数据(被选中的区域“反白”显示),再点击工具栏中的“图表向导”按钮,屏幕上出现图表类型对话框,如图 6-12,选择图形类型,如柱形图❶、折线图或扇形(饼)图等.

点击 完成(F) ,于是在表格边就出现“各类电视节目最爱看的人数统计图”(如图 6-13,图 6-14).



柱形图

图 6-13



扇形图

图 6-14

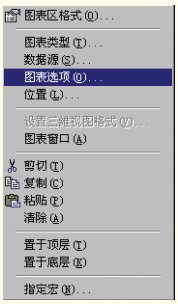


图 6-15

将光标移至图表区,单击右键,出现快捷菜单(如图 6-15),选中“图表选项”栏,根据需要选择数据及数据显示类型.

第三步

结束后,别忘了按保存按钮,将文件以适当的文件名存盘.

❶ 软件 Excel 中的柱形图即为竖条形图.

微信公众号：电子课本大全

小结

XIAOJIE

填空.

1. 对所有的对象作调查，这种调查叫做_____. 从考察对象中抽取一部分作调查叫做_____.

2. 在统计中，我们将要考察的对象的全体叫做_____. 把组成总体的每一个考察对象叫做_____，从总体中抽取的一部分个体的集体叫做这个总体的一个_____，_____叫做样本的容量.

3. 收集数据的途径，直接途径包括_____、_____、_____、_____等；间接途径包括_____和_____等.

4. 常用的统计图有_____、_____、_____和_____.

5. 将数据分组后，每一组的后一个边界值与前一个边界值的差叫做_____.

将数据分组后，落在各小组内的数据个数叫做_____. 若数据按问题中事件类别分组，则频数就是各类事件发生的_____. 反映数据分布的统计表叫做_____.

6. 每一组_____与_____的比叫做这一组数据(或事件)的频率.

7. 由若干个宽等于_____，面积表示每一组_____的长方形组成的统计图叫做频数直方图，也简称_____.

填表.

技能内容	学会程度		
	学 会	基本学会	不 会
抽样			
收集和整理数据			
选择和制作统计表和统计图			
制作频数表和频数直方图			
利用样本的频数分布估计总体的个体分布			

微信公众号：电子课本大全

目标与评定 MUBIAOYUPINGDING

目标A 6.1节

●体会抽样的必要性，通过案例了解简单随机抽样.

●初步体会数据在现实生活中的作用.

●了解收集数据的基本方法和基本要求.

●会按要求进行数据的简单分类排序，会进一步制作统计表.

1. 下表表示的是去年 A,B,C,D,E,F 六个城市私家车的拥有量.

A	
B	
C	
D	
E	
F	

其中 表示 1 万辆车.

（1）哪个城市的私家车拥有量最多？约为多少辆？

（2）估计 B 城市私家车的拥有量是 A 城市的百分之几（结果保留一位小数）.

2. 为了考察 4 名篮球运动员投篮的命中率，让每名运动员投篮 10 次.

（1）你认为需要获取哪些数据？如何去获取这些数据？

（2）记录员记下这 4 名运动员投篮命中次数如下：

甲：正下；乙：正一；丙：正下；丁：正正.

请将数据整理后填写下表.

	甲	乙	丙	丁
命中次数				
命中率(%)				

3. 为制订某市七、八、九年级学生校服的生产计划，有关部门需要了解这三个年级男生的身高情况. 现有三种调查方案：

①测量参加学校男子篮球、排球队的七、八、九年级共 180 名学生的身高；

②查阅有关外地七、八、九年级共 180 名男生身高的统计资料；

③在该市的市区和郊县均任选 3 所初中，在这 6 所学校七、八、九各年级的一班中，用抽签的方法分别选出 10 名男生，然后测量他们的身高.

你认为采用上述哪一种调查方案比较合适？为什么？

微信公众号：电子课本大全

4. 某市去年 5 月份果市行情如下：
陕西红富士苹果 4.80 元 / 千克，福建芦柑 3.20 元 / 千克，
广东沙糖橘 7.60 元 / 千克，河北雪梨 2.60 元 / 千克，
新疆香梨 4.40 元 / 千克，浙江象山红柑橘 4.50 元 / 千克，
海南无籽西瓜 3.60 元/千克，山东红富士苹果 4.60 元 / 千克，
浙江衢州柑橘 2.40 元 / 千克，辽宁巨峰葡萄 4.60 元 / 千克，
智利红提子 20.00 元 / 千克，新疆贡梨 3.60 元 / 千克.
请根据上述文字叙述，按水果品名、品种、产地、价格制作一个统计表.

目标B 6.2 节 6.3 节

- 了解条形、折线、扇形三种统计图的特点和作用.
- 会制作扇形统计图，能用统计图直观有效地描述数据.

5. 刘佳同学一周内参加户外活动的时间如下表.

日期	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
时间(分)	70	80	60	70	80	90	140

根据表中的数据，绘制条形统计图.

6. 世界人口的快速增长给社会经济的发展和自然资源的利用带来很大的压力，下表表示世界人口增加经历的时间.

时间	300 万年前	公元前 7000 年	公元 1 年	1600 年	1800 年	1930 年	1960 年	1976 年	1999 年	2011 年
人口总数(亿)	人类出现	0.1	1.7	5.4	9.6	19.8	29.8	40.4	60.2	70.0

请根据上表绘制折线统计图，并利用统计图对世界人口的增长作简短评述.

7. 浙江省陆地面积为 10.18 万平方千米，其中山地丘陵占 70.4%，平原占 23.2%，河流湖泊占 6.4%. 请绘制扇形统计图表示各部分面积的比例.

8. 如图，据研究，中学生每日食物摄入量是均衡的. 请用扇形统计图表示 A，B，C，D，E 各类食物摄入量所占的比例.



(第 8 题)

微信公众号：电子课本大全

目标C 6.4节

●通过了解频数、频率的意义，了解数据分布的意义和作用.

●会将数据分组，求出每一组的频数、频率，并列出频数表.

●体会样本与总体的关系，会用样本的频数分布估计总体的频数分布.

9. 某商店 12 月第一周五种不同品牌牙膏的销售量如下表所示：

牙膏品牌	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
售出支数	6	7	18	34	15

（1）品牌 *A* 牙膏销售量的频数是多少？它的实际意义是什么？

（2）品牌 *D* 牙膏销售量的频率是多少？它的实际意义是什么？



10. 从某服装厂即将出售的一批休闲装中抽检 200 件，其中不合格的休闲装有 15 件.

（1）抽检样本的样本容量是多少？

（2）抽检中合格的频数、频率分别是多少？

（3）抽检中不合格的频数、频率分别是多少？

（4）销售 2000 套这种休闲装，大约有多少件不合格的休闲装？

11. 为了考察七年级学生的目测估计能力，教师任抽一个班级，在班上展示一根筷子，让每个学生目测它的长度(cm)，获得以下数据：

28，27，29，28，29，30，31，28，27，26，
28，27，29，29，28，28，28，28，27，28，
29，27，28，29，29，29，24，34，27，28，
29，29，29，28，27，29，30，28，27，28.

（1）该班级共有多少学生？

（2）取组距为 2 cm，将这组数据分组，求出每一组的频数和频率，并列出频数表. 根据频数表，你认为这根筷子的长度最有可能是多少厘米？

12. 在某长途汽车站，一社会调查小组随机调查了 50 名旅客的候车时间，获得如下数据(单位：分)：

16，2，37，25，18，7，14，7，22，34，
40，25，31，19，15，8，26，23，19，21，
38，30，24，21，18，20，24，26，18，23，
5，12，19，27，20，21，24，35，18，27，
9，17，26，31，8，4，22，20，17，30.

（1）将数据适当分组，列出频数表.

（2）根据所列频数表，候车时间在 17～21 分钟(含 17 分钟和 21 分钟)的候车者约占百分之几？

微信公众号：电子课本大全

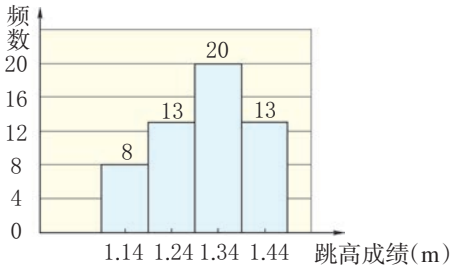
目标D 6.5节

●会画频数直方图.

●会利用频数解决简单的实际问题.

13. 统计七年级部分同学的跳高测试成绩,得到如下频数直方图(每组含前一个边界值,不含后一个边界值).

七年级部分同学跳高测试成绩的频数直方图



(第13题)

(1) 参加测试的总人数是多少人?

(2) 组距为多少?

(3) 频数最大的是哪一组?并说出该组的组中值和组边界值.

(4) 跳高成绩在1.29 m(含1.29 m)以上的有多少人?占总人数的百分之几?

14. 对一家玩具公司制造的40件不同大小的绒毛玩具的质量(g)进行检测,得到如下的频数表(部分空格未填).



某玩具公司制造的40件绒毛玩具质量的频数表

组别(g)	组中值(g)	频　数	频　率
550.5～600.5	575.5	4	
600.5～650.5		10	
	675.5	12	
700.5～750.5		8	
	775.5	6	
合　计			

(1) 完成该频数表.

(2) 画出频数直方图.

(3) 在频数直方图上,把表示质量在600.5～750.5g之间的各长方形涂上同一种颜色.这部分绒毛玩具的数量约占总数的百分之几?

15. 测量36名老人的血压,获得每位老人的舒张压数据如下(单位:毫米汞柱):

100, 110, 80, 88, 90, 80, 87, 88, 90, 78, 120, 80,
82, 84, 88, 89, 72, 100, 110, 90, 80, 85, 86, 88,
90, 88, 87, 85, 70, 80, 88, 89, 90, 92, 85, 84.

(1) 按组距5毫米汞柱将数据分组,确定每组的组中值,列出频数表.

(2) 画出频数直方图.

微信公众号:电子课本大全

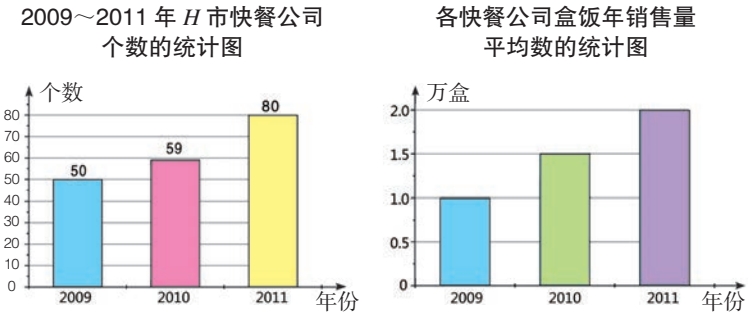
目标E ●初步学会用统计图表分析社会生活与科学领域的实际问题.

16. 根据 H 市快餐公司个数统计图和各快餐公司盒饭年销售量的平均数统计图所提供的信息,回答下面的问题:

(1) 2010 年该地区销售盒饭共_____万盒.

(2) 该地区盒饭销量最大的年份是_____年,这一年的年销量是_____万盒.

(3) 这三年中该地区年平均销售盒饭多少万盒?



(第 16 题)

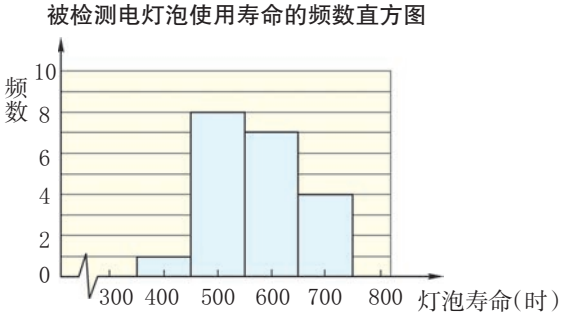
17. 下表是 2007～2011 年某市的人均可支配年收入和该市人均年消费的统计数据.

年　份	2007	2008	2009	2010	2011
人均可支配年收入(元)	9 193	9 492	10 921	11 991	12 970
人均年消费(元)	5 637	5 660	6 028	6 783	7 997

(1) 请根据上表绘制条形统计图和折线统计图(可利用计算机制作).

(2) 以“居民的收入与消费”为题对该市的发展状况作简短评述.

18. 对若干只电灯泡的使用寿命进行检测,得到如图的频数直方图(每一组含前一个边界值,不含后一个边界值).请根据这个直方图回答下列问题.



(第 18 题)

微信公众号：电子课本大全

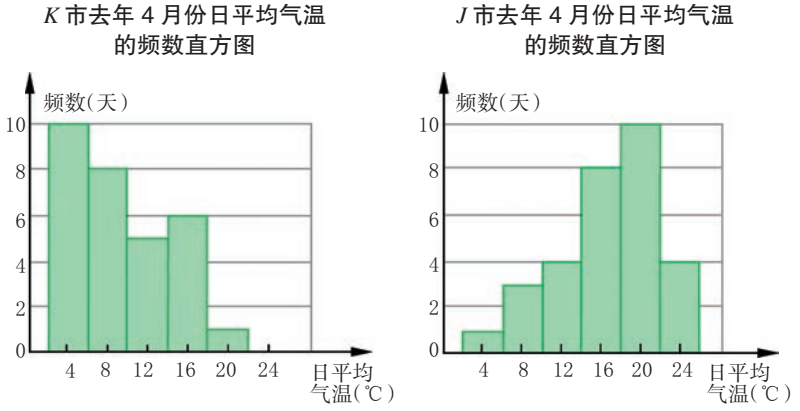
(1) 被检测的电灯泡共有多少只?

(2) 直方图中的组距为多少?

(3) 频数最大的是哪一组?请说出该组的组中值和频率.

(4) 使用寿命在 550 小时以上(含 550 小时)的灯泡有多少只?占被检测灯泡总数的百分之几?

19. 下面两个频数直方图分别表示我国 K 市与 J 市去年 4 月份的日平均气温分布情况(直方图中每一组包括前一个边界值,不包括后一个边界值).



(第 19 题)

(1) K 市日平均气温的最大值至少是多少℃? J 市日平均气温的最小值至少是多少℃?

(2) 日平均气温在 14℃以上(包括 14℃),K 市和 J 市分别有多少天?

(3) 你认为 K 市与 J 市,哪一个城市去年 4 月份的日平均气温较高?请说明理由.

微信公众号:电子课本大全