义务教育教科书

教师教学用书

数学

六年级

上册



人民教育出版社 课程教材研究所
小学数学课程教材研究开发中心 编著

人民教育出版社

微信公众号：电子课本大全

图书在版编目（CIP）数据

义务教育教科书教师教学用书. 数学六年级. 上册/人民教育出版社课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心编著. —2版. —北京：人民教育出版社，2016.5

ISBN 978-7-107-25589-2

Ⅰ.①义… Ⅱ.①人… Ⅲ.①小学数学课—教学参考资料 Ⅳ.①G623

中国版本图书馆CIP数据核字（2016）第171417号

人民教育出版社 出版发行

网址：http://www.pep.com.cn

北京新华印刷有限公司印装 全国新华书店经销

2016年5月第2版 2016年7月第4次印刷

开本：787毫米×1 092毫米 1/16 印张：18.5 字数：428千字

定价：31.90元

著作权所有·请勿擅用本书制作各类出版物·违者必究

如发现印、装质量问题，影响阅读，请与本社出版部联系调换。

联系地址：北京市海淀区中关村南大街17号院1号楼 邮编：100081

电话：010-58759215 电子邮箱：yzzlfk@pep.com.cn

微信公众号：电子课本大全

主　　编：卢　江　杨　刚
副　主　编：王永春　陶雪鹤　刘加霞

原本册编写人员：林　玲　曹培英　曹艺冰　李晓梅　卢　江　陶雪鹤
王永春　丁国忠　张　华　周小川　熊　华　刘　丽
刘福林
本册修订人员：邱廷建　黄升昊　吴有昌　管尤跃　顾志能　王永春
丁国忠
审　　稿：王永春
责 任 编 辑：丁国忠

微信公众号：电子课本大全

说　明

一、为了帮助教师了解《义务教育教科书 数学》各册的教学内容、教材编排和教学目标，更好地进行数学教学，我们编辑出版了这套教师教学用书。全套书共十二册，与各册教科书配合使用。

二、教师教学用书的主要内容

（1）本册教材说明：包括本册教材的教学内容和教学目标、教材的编写特点、教学中需要准备的教具和学具、课时安排等。帮助教师对全册教材有个概括的了解，作好开学前的准备。

（2）各单元的教材说明和教学建议：包括每个单元的教学目标、内容安排及其特点、教学建议；每一页教科书的教材分析和教学建议，以及本单元教学的教学设计或教学片段、备课资料、评价建议与评价样例。供教师备课时参考。

三、这套教师教学用书，在编写过程中吸收了以往教学用书的一些编写经验和内容，在编排上有如下特点。

（1）与教科书密切配合，除了对全册和各单元教材作概要介绍外，针对每页教科书的具体教学内容进行教材编写意图分析，提出比较详细的教学建议。

（2）加强对教材的分析，着重说明每部分教材的地位作用、编排顺序、前后联系、编写特点、重点难点，并注意说明练习题的编排意图和教学目标，以便于教师备课时查阅。

（3）注意提出一些具体的、切实可行的教学建议，特别着重以现代教学论作指导，说明如何运用操作、直观、启发来引导学生思考，既使学生获得正确的数学概念和规律性知识，又使思维能力得到发展。

四、编写这套教师教学用书时，虽然作了一些努力，但是限于时间和编者水平，难免有不妥之处。希望广大教师和教研人员提出批评和修改建议。

五、使用这套教师教学用书时，教师应该根据自身的特点和风格以及学生的实际情况，有选择、灵活地运用书中的有关内容。教师应充分发挥主动性和积极性，改革教育、教学方法，提高教学质量。使学生获得“四基”，增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力，形成创新意识和实践能力。

六、这套教师教学用书从2012年秋季开始陆续出版，至2014年已经全部出齐。2016年秋季，我们进行了如下修订：一是根据教师使用的反馈意见，对内容进行完善，如增加部分练习题参考答案及说明，丰富教学设计或教学片段、备课资料等参考资源；二是开发“人教小数微课”移动应用平台（APP），提供教材及知识点讲解等微课资源；三是进一步丰富书后所附光盘中的教学课件等多媒体资源。

2016年6月

微信公众号：电子课本大全

目　录

《义务教育教科书　数学》六年级上册说明 1

一、教学内容和教学目标 1
二、教材的编写特点 2
三、教学中需要准备的教具和学具 7
四、课时安排 8

各单元的教材说明和教学建议 9

第一单元　分数乘法 9

一、教材说明和教学建议 9
（一）教学目标 9
（二）内容安排及其特点 9
（三）教学建议 12
（四）具体内容的教材分析和教学建议 14
二、教学设计或教学片段 31
课题 1：分数乘分数 31
课题 2：问题解决 34
三、评价建议与评价样例 37

微信公众号：电子课本大全

第二单元　位置与方向（二） 43

一、教材说明和教学建议 43
（一）教学目标 43
（二）内容安排及其特点 43
（三）教学建议 44
（四）具体内容的教材分析和教学建议 46
二、教学设计或教学片段 55
课题：位置与方向 55
三、备课资料 58
四、评价建议与评价样例 60

第三单元　分数除法 63

一、教材说明和教学建议 63
（一）教学目标 63
（二）内容安排及其特点 63
（三）教学建议 65
（四）具体内容的教材分析和教学建议 66
二、教学设计或教学片段 86
课题 1：倒数的认识 86
课题 2：一个数除以分数 88
课题 3：问题解决 90
三、备课资料 95
四、评价建议与评价样例 95

第四单元　比 97

一、教材说明和教学建议 97
（一）教学目标 97
（二）内容安排及其特点 97
（三）教学建议 99
（四）具体内容的教材分析和教学建议 100
二、教学设计或教学片段 109

微信公众号：电子课本大全

课题 1：比的意义 109
课题 2：比的基本性质 111
三、备课资料 114
四、评价建议与评价样例 115

第五单元　圆 117

一、教材说明和教学建议 117
（一）教学目标 117
（二）内容安排及其特点 117
（三）教学建议 119
（四）具体内容的教材分析和教学建议 121
二、教学设计或教学片段 144
课题 1：圆的认识 144
课题 2：圆的周长 146
三、备课资料 149
四、评价建议与评价样例 150

确定起跑线 153

一、教材说明和教学建议 153
（一）教学目标 153
（二）内容安排及其特点 153
（三）教学建议 154
（四）具体内容的教材分析和教学建议 156
二、教学设计或教学片段 158
课题：确定起跑线 158

第六单元　百分数（一） 161

一、教材说明和教学建议 161
（一）教学目标 161
（二）内容安排及其特点 161

微信公众号：电子课本大全

（三）教学建议 162
（四）具体内容的教材分析和教学建议 164
二、教学设计或教学片段 178
课题 1：百分数的意义和写法 178
课题 2：问题解决 180
三、备课资料 182
四、评价建议与评价样例 196

第七单元　扇形统计图 199

一、教材说明和教学建议 199
（一）教学目标 199
（二）内容安排及其特点 199
（三）教学建议 200
（四）具体内容的教材分析和教学建议 201
二、教学设计或教学片段 210
课题：扇形统计图 210
三、备课资料 212
四、评价建议与评价样例 215

节约用水 218

一、教材说明和教学建议 218
（一）教学目标 218
（二）内容安排及其特点 218
（三）教学建议 219
（四）具体内容的教材分析和教学建议 221
二、教学设计或教学片段 223
课题：节约用水 223
三、备课资料 224
四、评价建议与评价样例 225

微信公众号：电子课本大全

第八单元　数学广角——数与形　226
一、教材说明和教学建议　226
（一）教学目标　226
（二）内容安排及其特点　226
（三）教学建议　228
（四）具体内容的教材分析和教学建议　229
二、教学设计或教学片段　234
课题一：数与形　234
课题二：数与形教学片段　241
三、备课资料　244
四、评价建议与评价样例　249

第九单元　总复习　250
一、教材说明和教学建议　250
（一）教学目标　250
（二）内容安排及其特点　250
（三）教学建议　252
（四）具体内容的教材分析和教学建议　253
二、教学设计或教学片段　259
课题：分数乘、除法的复习　259
三、评价建议与评价样例　261

附录1　部分练习题参考答案及说明　264
附录2　教材教学内容编排结构表　269
附录3　人教版义务教育教科书配套教学资源简介　271

微信公众号：电子课本大全

微信公众号：电子课本大全

《义务教育教科书　数学》六年级上册说明

人民教育出版社、课程教材研究所小学数学课程教材研究开发中心研制出版的《义务教育教科书数学（一至六年级）》是《义务教育课程标准实验教科书 数学（一至六年级）》（以下简称实验教材）经修订后形成的一套新教材。实验教材以《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》（以下简称《标准（实验稿）》）的基本理念和所规定的教学内容为依据，在总结以往九年义务教育小学数学教材研究和使用经验的基础上编写的。实验教材从2001年秋季开始使用，经过国家级实验区和省级实验区实验使用证明，这是一套我国城乡广大地区普遍适用的小学数学教材。从2011年7月开始，实验教材的编写者根据新颁布的《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准（2011版）》）对实验教材进行了全面而系统的修订，形成了《义务教育教科书数学（一至六年级）》，于2013年3月全部通过国家基础教育课程教材专家工作委员会的审查，并已于2012年秋季开始陆续替换实验教材。

下面就六年级上册教材中几个主要问题作一简要说明，以供教师参考。

一、教学内容和教学目标

这一册教材包括下面一些内容：分数乘法，分数除法，比，百分数，位置与方向，圆，扇形统计图，数学广角，综合与实践主题活动等。

分数乘法和除法、比、圆、百分数等是本册教材的重点教学内容。

在数与代数方面，这一册教材安排了分数乘法、分数除法、比、百分数4个单元。分数乘法和除法是在前面学习整数、小数有关计算的基础上进行教学的，重在培养学生分数四则运算能力以及解决有关分数的实际问题的能力。分数四则运算能力是学生进一步学习数学的重要基本技能，应该让学生切实掌握。比的知识是在学习了除法、分数等知识的基础上教学的，比在生活中有着广泛应用，同时是后面学习圆周率、百分数、比例等知识的基础。百分数在实际生活中有着广泛的应用，理解百分数的意义、掌握百分数的计算方法，会解决简单的有关百分数的实际问题，也是小学生应具备的基本数学能力。

在图形与几何方面，这一册教材安排了位置与方向、圆两个单元。位置的教学是在已有知识和经验的基础上，通过丰富的现实的数学活动，让学生经历知识的形成过程，理解并学会用方向和距离表示位置；通过对曲线图形——圆的特征和有关知识的探索与学习，初步认识研究曲线图形的基本方法，促进学生空间观念的进一步发展。

在统计方面，本册教材安排的是扇形统计图。在前面学习条形统计图和折线统计图的基础上，学会看懂扇形统计图，认识扇形统计图的特点，进一步体会统计在生活和解决问题中的作用，发展数据分析观念。

在用数学解决问题方面，教材结合分数的乘法和除法、比、百分数、圆、统计等知识，教学用所

微信公众号：电子课本大全

学的知识解决生活中的简单问题，培养学生发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。

在数学思想方法方面，教材除了结合分数的乘法和除法、比、百分数、圆、统计等知识，让学生体会、理解和掌握归纳法、类比法、演绎推理思想、转化思想、数形结合思想、统计思想等思想方法外，还安排了“数学广角”的教学内容，引导学生通过观察、猜测、推理等活动，理解和掌握数形结合思想、归纳法、演绎推理思想、极限思想，体会运用数学思想方法解决问题的有效性、优越性，发展学生的“四能”。

本册教材根据学生所学习的数学知识和生活经验，安排了两个数学综合与实践主题活动，让学生通过小组合作的探究活动或有现实背景的活动，运用所学知识解决问题，体会探索的乐趣和数学的实际应用，感受用数学的愉悦，培养学生的数学应用意识和实践能力。

这一册教材的教学目标是使学生：

1. 理解分数乘、除法的意义，掌握分数乘、除法的计算方法，比较熟练地计算简单的分数乘、除法，会进行简单的分数四则混合运算。

2. 理解倒数的意义，掌握求倒数的方法。

3. 理解比的意义和性质，会求比值和化简比，会解决有关比的简单实际问题。

4. 掌握圆的特征，会用圆规画圆；探索并掌握圆的周长和面积公式，能够解决与圆的周长和面积有关的简单的实际问题。

5. 能用方向和距离表示位置，初步体会坐标的思想。

6. 理解百分数的意义，比较熟练地进行有关百分数的计算，能够解决有关百分数的简单实际问题。

7. 认识扇形统计图，能根据需要选择合适的统计图表示数据。

8. 经历从实际生活中发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的过程，体会数学在日常生活中的作用，初步形成综合运用数学知识解决问题的能力。

9. 体会解决问题策略的多样性及运用数学思想方法解决问题的有效性、优越性，感受数学的魅力。形成发现生活中的数学的意识，初步形成观察、分析及推理的能力。

10. 体会学习数学的乐趣，提高学习数学的兴趣，建立学好数学的信心。

11. 养成认真作业、书写整洁的良好习惯。

二、教材的编写特点

如前所述，这套教材的实验教材是以《标准（实验稿）》的基本理念和所规定的教学内容为依据，在总结以往九年义务教育小学数学教材研究和使用经验的基础上进行设计的。在使用十年后，2012 年在总结 10 年实验与使用经验的基础上，根据《标准（2011 版）》提出的新要求，广泛听取并吸收小学数学教师和教研人员的意见和建议，对实验教材进行了系统、细致的修订。通过教材的修订，我们期望本套小学数学教材的内容质量全面提升，体现数学的价值，体现时代精神与科技进步，渗透社会主义核心价值体系；使教材结构更为科学合理，符合学生学习数学的认知规律，减轻学生课业负担，增强学生学好数学和会用数学的信心，获得适应未来社会生活和进

微信公众号：电子课本大全

一步发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验，初步形成发现、提出、分析和解决数学问题的能力；使教材的风格和特色更加鲜明，将数学学科体系严谨性与学生自主学习的开放性有机结合，更好地促进教育教学活动，初步培养学生严谨求实又勇于探索创新的科学精神，更加符合素质教育的要求；使教材的版面设计清爽美观，图文并茂配合恰当，装帧精美，文字准确并适合于小学生阅读。

修订后的教材，既具有原实验教材的主要特点，同时又呈现出一些新的特色。

（一）改进分数乘、除法的编排，加强学生对数学本质的理解，培养学生的应用意识、分析问题和解决问题的能力

分数四则运算的知识和技能是小学生应该掌握的基础知识和基本技能。分数四则运算在计算方法上与整数、小数计算有一定的区别，在算理上比整数、小数计算稍显复杂，所以学生理解和掌握起来更困难一些。分数的加法和减法，在计算方法上与整数、小数的加法和减法虽有区别，但是在算理上与整数、小数的加、减法又有联系，都是相同单位的数才能直接相加、减。为了突出这一共同的规律，加之学生已学习过简单的同分母分数加、减法，所以，在五年级下册，教材将分数的加法和减法安排在同一单元里穿插教学。分数的乘法和除法有密切的联系，教学分数除法需要有分数乘法作基础；而且分数乘、除法的内容比较多，学生理解它们的算理也更为困难些；因此，在原实验教材把分数乘法和分数除法分 2 个单元的方式进行编排的基础上，本套教材拆分为 3 个单元进行编排，即分数乘法、分数除法、比。在具体编排上，前两个单元都先结合实际问题教学每种计算的算法和算理，比这一单元结合情境教学比的意义和性质；然后解决一些含有特殊数量关系和联系实际的问题。通过解决实际问题，理解这类问题的数量关系，在掌握解题思路和方法的同时，进一步加深学生对分数乘、除法的理解。这样的编排重点突出，比较有利于学生理解和掌握分数乘、除法的算理、算法和实际应用。

由于倒数是学习分数除法的基础，因此本套教材把倒数的认识移至分数除法单元，加强了知识之间的联系。考虑到分数除法单元的容量及比的内容的重要性、独立性，本套教材把比的内容独立设置为一个单元，安排在分数除法单元之后，教学比的意义、性质和应用。这样编排有两点好处：第一，比和分数、除法有密切的联系，两个整数相除（除数不等于 0）可以用分数表示它们的商，也可以说成两个数的比，两个数的比也可以用分数形式来表示。加强比和分数的联系，可以加深学生对分数的意义的理解和对比的认识，还可以提高学生灵活运用知识解决简单实际问题的能力。第二，比的概念的教学，可以为后面教学圆周率、百分数、统计等打好基础。例如，学生有了比的概念，就容易理解百分数为什么还可以叫作百分比。在这里有关比的应用，只教学按比分配的问题，比例尺则放在“比例的应用”中教学。

与整数、小数的计算教学相同，分数的乘法和除法的教学，同样要体现计算教学改革的新理念，即重视理解算理和算法、让学生自主探索、加强运算能力、培养“四能”等。因此，本套教材的编排与实验教材相比有以下几方面的改进。

（1）加强分数乘法、分数除法意义的教学，让学生通过解决实际问题，结合具体情境和计算过程去理解运算的意义。

（2）通过实际问题引出需要用分数乘、除法计算的问题，让学生在现实情境中探索、理解

微信公众号：电子课本大全

分数乘、除法的算理和算法。

（3）加强几何直观，借助操作与图示，引导学生探索并理解分数乘、除法的算理和算法。对分数乘、除法计算方法的探索与理解，历来是教学的难点。教材根据学生的思维特点，设计了涂色、折纸、画线段图等活动，采用手脑并用、数形结合的策略加以突破，为学生探索与交流提供更多的空间。最后出现文字叙述式的计算法则，使学生在理解的基础上掌握。

（4）加强分数四则运算的编排，增加小数、分数的混合运算，培养运算能力。

（5）加强了分数乘、除法应用问题的编排，增加问题解决的例题和形式，注重培养学生用数学解决实际问题的能力。

用分数乘、除法解决问题以往也是小学数学教学的难点教学内容，本套教材的编排，根据《标准（2011）》的要求，一方面加强联系实际，选取了在日常生活中经常遇到的实际问题进行分析，培养学生的应用意识；另一方面增加问题解决的例题数量，进而达到培养学生“四能”的目的。

（二）改进百分数的编排，加强知识的整合、迁移和联系实际，培养学生的应用意识

百分数是用来表示一个数是另一个数的百分之几的数，通常也叫作百分率和百分比。由于百分数的分母化一，便于比较，因此，在工农业生产、科学研究以及日常工作中有着广泛的应用。有关百分数的教学内容较多，如它的意义与写法、它与小数、分数的互化、它在实际中的应用，等等，所以本套教材把百分数拆分成两个单元进行教学，分别编排在六年级上、下册，本册百分数的内容包括百分数的意义，百分数与分数、小数的互化，与应用分数解决问题类似的应用百分数解决问题，求单位“1”的百分之几的问题。折扣、成数、税率和利率等百分数的应用安排在六年级下册。

有关百分数的计算，通常是化成分数和小数来算；解决含有百分数的实际问题在解题思路和解答方法上与解决分数问题基本相同。因此，教材在这些方面不作为新知识用较多的例题来教学，只对求百分率的问题，特别是求增加百分之几、减少百分之几的问题适当举例加以教学，然后加强百分数实际应用方面的教学。例如，结合求百分率，出现求达标率、发芽率等的计算（还提示了出勤率、合格率、出粉率）。

同样，百分数这部分教材的编排注意体现当前数学教学改革的新理念。首先，加强数学知识与生活实际的联系。随着我国经济生活的不断繁荣，数学知识的广泛应用，百分数的实际应用也日益广泛。所以，这一单元的编排，教材选取了较为丰富的、贴近学生生活又富有时代气息的素材。例如，百分数意义的教学，教材用主题图的形式列举了大量当前实际生活中百分数应用的实例；“百分数与分数的互化”的编排，教材采用解决实际问题方式引入互化的教学，使学生体会互化知识的实际应用。这样的编排，使学生在联系生活实际中认识百分数，理解百分数的意义，感受百分数在生活实际中的应用，有利于形成对数学价值的正确认识，提高用数学解决问题的能力。其次，加强了教学的探索性和开放性。教材注意利用合适机会设置有效的数学活动，让学生通过自主探索，体会、理解百分数的知识。例如，百分数意义的教学，在列举了生活中百分数应用实例的基础上，教材通过小精灵提出要求，让学生自己试着说一说这些百分数的应用和具体含义，使学生在自主探索、讨论交流中体会和理解百分数的含义。又如，教学求百分率的实际问题时，在探索了命中率的含义和求法的基础上，教材还放手让学生自己

微信公众号：电子课本大全

探索如何求出出勤率、发芽率、成活率等。既拓展了学生所学的知识范围，加深学生对百分率知识的理解；又培养了自主探索的良好学习习惯。

（三）在图形与几何方面，注重动手实践与自主探索，促进学生空间观念的发展

小学阶段图形与几何教学的主要目标是发展学生的空间观念，与前几册一样，本册教材继续把促进学生空间观念的发展作为图形与几何内容编排的研究重点。在教学内容方面安排了“位置与方向”“圆”两个单元。

“位置与方向”的教学内容是第一学段相应教学内容的扩展和提高。学生在中年级“位置与方向”单元学习了八个方向。本册教材在上述学习的基础上，教学在平面内可以根据方向和距离这两个条件确定物体的位置。使学生初步能从方位的角度观察周围的事物，通过教学促进学生空间观念的进一步发展，为中学学习“图形与坐标”打好基础。教材的编排，首先注意了利用学生已有的知识和经验，设计一组联系实际的在我国东南沿海经常发生的台风移动的实际情境，将具体的情境数学化，抽象成学习如何在平面图上根据方向和距离确定位置，帮助学生理解用方向和距离确定位置的方法。另一方面，注意呈现丰富的生活情境和现实素材，帮助学生掌握用方向和距离确定位置的方法。例如，可以带领学生在操场上进行实地测量，确定一个位置，然后以它为中心测量各个建筑物的方向和距离，画出平面图。使学生在综合运用所学知识解决问题的过程中，加深对用方向和距离确定位置内容的理解，体会数学知识之间的联系，锻炼空间想象的能力。

圆是一种曲线图形，它同直线图形有不同的特点。在本册之前各册教材出现的平面图形都是直线图形。所以“圆”的教学是学生系统认识曲线图形特征的开始。在低年级的教学中虽然也出现过圆，但只是直观的认识，本册的教学要认识圆的特征、圆的周长和圆的面积等。从学习直线图形到学习曲线图形，不论是内容本身，还是研究问题的方法，都有所变化，教材通过对圆的研究，使学生初步认识研究曲线图形的基本方法，同时，也渗透了曲线图形与直线图形的内在联系。在这一单元里，教材还利用学生已有的轴对称图形的初步知识探讨圆的轴对称特点，使学生关于轴对称图形的知识系统化，从而更好地发展学生的空间观念。教材在编排上加强了启发性和探索性，注重动手操作，让学生在自主探索的活动中通过交流、思考来探究圆的特征、圆的周长和面积的计算方法。例如，教学圆的面积时，教材启发学生自己寻找解决问题的思路和方法，回忆以前用过的转化方法，化曲为直，从而把圆的面积转化为学生熟悉的直线图形的面积来计算，同时让学生体会极限思想。与实验教材相比，本套教材增加了扇形的初步认识，认识弧、圆心角、扇形等概念，为扇形统计图的学习打下基础。教材还注意通过介绍圆周率的史料，渗透数学文化和爱国主义教育。

（四）加强统计知识的教学，发展学生的数据分析观念，逐步形成从数学的角度思考问题的思维习惯

通过前面五年的数学学习，在统计与概率方面，学生已经掌握了一定的知识，形成了一定的能力，积累了一定的经验。本册教材安排的是关于统计知识的教学，即教学扇形统计图的知识。通过教学使学生认识扇形统计图的特点和作用；能从扇形统计图中获取有价值的数学信息；加强各种统计数据和统计图的比较，并能根据数据的不同特征，选择适当的统计图或统计表来反映现实数据、分析数据、判断决策、解决问题。教学中学生同样要经历简单的数据收

微信公众号：电子课本大全

集、整理、描述、分析的过程，并要根据统计数据分析的结果做出简单的判断和预测，以便更好地理解统计知识在解决问题中的作用，形成良好的数据分析观念。

在教材的具体编排上，一是注意与先前学习过的统计知识的联系，帮助学生理解扇形统计图的特点和作用。例如，注重与学生已经学习过的条形统计图和折线统计图的联系。通过各种统计图特点及作用的对比，引导学生认识扇形统计图的特点和作用。二是注意挖掘生活中的数学素材，凸显统计的实用价值。教材在素材选取方面，注重从生活、生产中选取，努力挖掘学生身边的相关数学元素，这样不仅拓宽了学生数据收集的渠道，也凸显统计与生产、生活密切的联系，使学生体会到统计的实用价值。例如，教材所选素材涉及体育、营养、环保、人口、通信、网络等方面，扩大了学生处理信息的范围，更好地体会统计知识和方法在实际生活中的作用，有利于发展学生的数据分析观念，形成从数学的角度思考问题的良好习惯。

（五）加强数学思想方法的教学，培养学生数学思维能力和解决问题的能力

把数学思想方法作为数学“四基”中的“第三基”，表明了它的地位和作用，本套教材加强了思想方法的编排和教学，除了在数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践这四个领域加强思想方法的编排外，还在每册教材中单独设计“数学广角”单元，体现各种思想方法。数学思想方法不仅可以使学生提高学习数学的效率和水平，而且还能有效地提高学生的逻辑思维能力，进而奠定发展更高素质的基础。因此，培养学生掌握数学思想方法是数学教学要达到的重要目标之一。本套教材总体设想之一是：系统而有步骤地渗透数学思想方法，尝试把重要的数学思想方法通过学生可以理解的简单形式，采用生动有趣的事例呈现出来。通过教学使学生受到数学思想方法的熏陶，形成探索、解决数学问题的兴趣与方法，逐步发展数学思维能力。据此，在本册教材的“数学广角”单元，安排了“数与形”，通过教学，使学生体会数形结合思想的直观性，激发学生对数学的学习兴趣，促进学生推理能力的发展，培养学生观察、分析、推理以及解决问题的能力，以及探索数学问题的兴趣。

用数学解决问题能力的培养是义务教育阶段数学课程的重要目标之一，因此解决问题教学在数学教学中有着重要的作用。它既是发展学生数学思维的过程，又是培养学生应用意识、创新意识的重要途径。与前面几册教材一样，本册教材仍然注意将解决问题的教学融合于各部分内容的教学中，通过各部分内容的教学培养学生用数学解决问题的能力。同时在“数学广角”单元以及“综合与实践”活动中，加强了综合运用知识解决问题的教学，使学生逐步提高数学思维能力和解决问题的能力。本册教材设计了“确定起跑线”和“节约用水”两个数学综合实践活动，让学生通过小组合作的探究性活动，综合运用所学的数学知识和方法（如圆的周长知识、百分数的实际应用等有关知识），动手实践，解决问题，体会数学在日常生活中的应用价值，增强学生应用数学的意识，不断提高学生的实践能力和解决问题的能力。

（六）情感、态度、价值观的培养渗透于数学教学中，用数学的魅力和学习的收获激发学生的学习兴趣与内在动机

本套教材继续强调对学生情感、态度和价值观的培养，全面提高学生的素质。小学高年级学生已经具有了一定的知识和生活经验，对自然与社会现象有了一定的探求欲望，此时需要教育者进行有目的的启发与引导。在数学教学中，就是要通过数学学习活动，使学生形成丰富的情感、积极的

微信公众号：电子课本大全

态度和正确的价值观，这同样是学生学习、生存和发展的重要基础。本册教材不仅内容涉及数学教学内容的各个领域，为学生探索奇妙的数学世界提供了丰富素材，而且注意结合教学内容安排了许多体现数学文化的阅读材料、数学史实等，使学生的数学学习活动丰富多彩、充满魅力。这些都有助于学生初步认识数学与人类生活的密切联系，了解数学的价值，激发学生学习数学的欲望。

（1）提供丰富的培养学习数学兴趣爱好的素材。

考虑到学生年龄的增长、视野的扩展等因素，实验教材注意选择知识内容更深刻、内涵更丰富的教学素材，使学生在学习数学的同时，受到情感、态度、价值观的熏陶。例如，在“比的应用”小节里，通过“你知道吗”介绍的“黄金比”的知识和以“黄金比”设计的艺术品、建筑物等；数学广角“数与形”蕴含了重要的数形结合的思想方法；数学综合与实践“节约用水”中渗透环境保护意识，等等。简洁、巧妙的解决问题策略中闪烁着数学方法的奇妙。严密的逻辑推理、精确的计算、形式完美的原理与规律，都潜移默化地让学生体会到数学所特有的形式美、结构美和方法美，这些都有利于激发学生学习数学的兴趣，形成稳定的探索数学的动机。

（2）注意反映数学与人类生活的密切联系以及数学的文化价值。

与前几册教材一样，本册教材仍然注意采用阅读材料的形式，结合教学内容编排有关的数学史料，丰富学生对数学发展的整体认识，培养学生探索数学、学习数学的兴趣与欲望。如安排了多个“你知道吗”“生活中的数学”。介绍了现实生活中数学知识的应用、古代数学家的故事等。这些内容不仅可以使学生对数学本身产生浓厚的兴趣，激励他们扩大知识面和进一步探索研究的欲望，而且对学生具有陶冶科学情操和培养科学精神的作用。

（3）通过自主探索的活动，让学生获得学习成功的体验，增进学好数学的信心。

结合学生的年龄特点和教学内容，本册教材设计了很多需要学生自主探索的活动，例如，探究圆的周长时，让学生采用围一围、滚一滚的方法先测出周长的数值，在此基础上再引导学生探究周长与直径的关系，得到圆的周长的计算公式。同样，圆的面积计算公式的推出，让学生小组合作，通过动手剪切、拼贴，从而“化圆为方”，得出圆面积的计算方法。让学生有更多的机会应用数学知识，进行自主探索的实践，并通过这些活动获得学习成功、能力增强等良好体验，从而逐步增强学好数学、会用数学的信心。

三、教学中需要准备的教具和学具

在前面几册的教师教学用书中，已经介绍了许多教具和学具，其中的一些仍可继续使用，如量角器、三角尺、直尺、计算器等。结合本册的教学需要，再介绍几种使用效果较好的教具和学具，以供参考。

（一）圆形纸板

作为演示分数计算以及认识圆的教具。可以用硬纸板做成大小相同的圆若干个。拿其中的两个圆形纸板做成如五年级下册教师教学用书介绍的教具，用来演示不同的分数。作为教师演示用的教具要大一些，作为学生操作用的学具可小一些。

微信公众号：电子课本大全

（二）圆规

教学圆的认识时用。教师要准备可以在黑板上画圆的圆规。每个学生也要准备一套自己用的圆规。

（三）说明圆面积计算公式用的教具

可以仿照教科书第67页的图用纸板制作，供教师演示用。另外在本册教材的附录中印有同样的图，学生可以剪下来贴在纸板上，作为操作用的学具。

（四）其他教具

教师还可以根据各部分教学内容的需要自己准备或设计制作一些教具和学具。如教学百分数时，可搜集一些含有百分数表示含量或性能的商品标签作为教具或学具等。教师还可以根据需要自己制作其他适用的教具。

四、课时安排

根据《义务教育课程设置实验方案》，本册教材为六年级上学期数学教学安排了61课时的教学内容。各部分教学内容教学课时大致安排如下，教师教学时可以根据本班具体情况适当灵活掌握。

一、分数乘法（12课时）

二、位置与方向（二）（3课时）

三、分数除法（11课时）

1. 倒数的认识 …… 1课时左右

2. 分数除法 …… 9课时左右

整理和复习 …… 1课时

四、比（4课时）

五、圆（12课时）

1. 圆的认识 …… 2课时左右

2. 圆的周长 …… 2课时左右

3. 圆的面积 …… 5课时左右

4. 扇形 …… 1课时左右

整理和复习 …… 2课时

确定起跑线（1课时）

六、百分数（一）（9课时）

七、扇形统计图（2课时）

节约用水（1课时）

八、数学广角——数与形（2课时）

九、总复习（4课时）

微信公众号：电子课本大全

第一单元　分数乘法

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生理解分数乘法的意义是整数乘法意义的扩展；理解和掌握分数乘法的计算方法，会计算分数乘整数、分数、小数；能运用乘法运算定律进行一些简便计算。

2. 使学生经历分数乘法计算方法的探索过程，经历应用分数乘法解决简单实际问题的过程，进一步培养分析、比较、抽象、概括、归纳、类推的能力，发展初步的合情推理和演绎推理的能力。

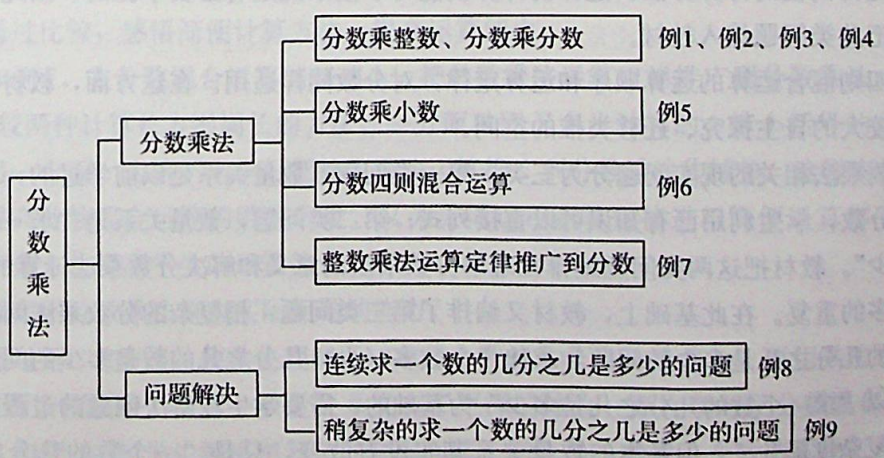
3. 使学生感受知识之间的内在联系，提高自主探索与合作交流的学习能力，建立学好数学的信心。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

考虑到“倒数的认识”与“分数除法”的关系更为紧密，此次修订把“倒数的认识”移至“分数除法”单元。本单元的内容包括分数乘法以及利用分数乘法解决实际问题。

具体编排结构如下。



微信公众号：电子课本大全

本单元教材是在学生掌握了整数乘法、分数的意义和性质以及分数加、减法的计算等知识的基础上进行编排的。利用分数乘法的计算，不仅可以解决有关的实际问题，也是后面学习分数除法和百分数的重要基础。

分数乘法的意义是在整数乘法的意义的基础上扩展而来的，可以分为两种情况。第一种，求几个相同分数相加之和是多少，这和求几个相同整数相加之和的意义是完全相同的，是整数乘法意义的延续。第二种，求一个数的几分之几是多少可以用乘法计算，这是整数乘法意义的扩展。例如，一个苹果重 100 g，求这个苹果的$\frac{1}{2}$重多少和求半个（$\frac{1}{2}$个）苹果重多少，意义是完全相同的，列式都是 $100\times\frac{1}{2}$。因此，求一个数的几分之几是多少，也就是求几分之几个单位“1”是多少，只是我们一般更习惯于采用前一种表述。把这两种情况综合起来看，分数乘法的意义与整数乘法的意义在本质上是一致的，都是求几个相同数之和，这里的“几”既可以是整数，也可以是分数，“相同数”既可以是整数，也可以是分数。

此外，学生以前学过“求一个数是另一个数的几倍”“求一个数的几倍是多少”等数量关系，知道“求一个数的几倍是多少”用乘法计算。这里的“几倍”可以是“整数倍”，也可以是“小数倍”，但一般是指倍数大于 1 的情况。当一个量与另一个量的“倍数”小于 1 时，一般就不说“几倍”而说成“几分之几”。例如，“甲是乙的 3 倍”，我们一般就说“乙是甲的$\frac{1}{3}$”，而不说“乙是甲的$\frac{1}{3}$倍”，但二者的数量关系在本质上是一致的。所以，“求一个数的几分之几是多少”只是“求一个数的几倍是多少”的一种延伸而已。一个数乘分数与分数的意义是相通的，就是用更小的单位去度量。如，$c\times\frac{b}{a}$，就是把 c 平分成 a 份，取其中的 b 份。当 $a=1$ 时，就是整数乘法。

小数和分数相乘，既可以把小数改写成分数后进行相乘，如果分数可以化成有限小数，也可以把分数化成小数再相乘。但对于一些特殊的小数，如果小数和分数的分母可以直接约分，可以采用更为简便的计算方法。这样的计算技能对学生来说是有必要掌握的，因此，本次教材修订时，把此类问题编入教材。

整数四则混合运算的运算顺序和运算定律，对分数同样适用。在这方面，教材的编排为学生提供了较大的自主探究、迁移类推的空间。

与分数乘法相关的现实问题分为三类。第一类问题，数量关系是以前学过的，只是相关数据变成了分数，学生利用已有知识可以直接列式；第二类问题，数量关系是“求一个数的几分之几是多少”。教材把这两类问题编排在理解分数乘法的意义和解决分数乘法计算的过程之中，避免了过多的重复。在此基础上，教材又编排了第三类问题：稍复杂的分数乘法问题，即连续求一个数的几分之几是多少的问题和求比一个数多（少）几分之几的数是多少的问题，这两类问题都是以“求一个数的几分之几是多少”为基础的，需要学生在解决问题的过程中明确，虽然问题的复杂度提升了，但基本的数量关系其实没有改变，只是“一个数的几分之几”中的“一个数”和“几分之几”根据情境不同而改变。

微信公众号：电子课本大全

2. 教材编排特点。

(1) 加强了分数乘法意义的教学。

分数乘法的意义虽说只是整数乘法意义的扩展，但由于“求一个数的几分之几是多少”对学生来说是一种新的表述形式，学生理解起来尚有一定难度。因此，教材在修订时单独编排了例 2 进行教学，使学生在已知数量关系的基础上理解求一个数的几分之几是多少为什么可以用乘法计算的原理。至此，把求几个相同分数相加之和、求一个数的几分之几是多少，都纳入到学生原有的乘法意义的认知体系。

(2) 重视在实际情境中进行计算教学。

注重在实际情境中教学计算问题，是本套教材的编写特点。教材中的例 1、例 3、例 4、例 5 都是通过实际情境引出需要用分数乘法计算的问题，其中，例 1、例 4 的数量关系是学生已经学过的数量关系，只是数据换成了分数而已，而例 3、例 5 的数量关系是“求一个数的几分之几是多少”。这样的编排不仅能帮助学生掌握分数与整数、分数、小数相乘的计算方法，更有助于学生深入理解分数乘法的意义，为后面解决稍复杂的分数乘法实际问题打下坚实的基础。

(3) 加强直观教学，突破教学难点。

对分数乘法计算方法的探索与理解，历来是教学的难点。因此，需要借助直观图示，帮助学生理解算理。如例 3，在例 2 的基础上解决了列式的问题，接下来就是解决如何计算 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$。为了突破教学难点，根据学生的思维特点，引导学生参与折纸、涂色等操作活动，借助直观，手脑并用，数形结合，使学生在理解分数乘法算理的基础上掌握算法。同时注意算理推导过程的叙述，在关键处加以提示，引导学生讨论交流计算方法，归纳总结计算法则。

(4) 加强计算能力的培养。

实验教材在“分数乘法”单元的例题和练习题中均未编排小数与分数相乘的计算，修订后加强了小数与分数相乘的内容，倡导算法多样化，根据分数和小数的数据特点，灵活选择合适的算法。通过比较，感悟简便计算方法，提高运算能力。

例 6 和例 7，在分数混合运算的基础上，把整数乘法运算定律推广到分数乘法。尤其是例 6，通过比较两种计算长方形周长的方法，一方面巩固了多步计算的、带小括号的分数混合运算顺序，另一方面，为接下来学习把整数乘法运算推广到分数乘法作铺垫。这样安排，既有助于巩固和提高分数混合运算的熟练程度，又为灵活运用运算定律进行简便运算打下较好的基础，有利于全方位提高学生的运算能力。

(5) 提高用分数乘法解决实际问题的能力。

教材通过例 2 和例 3，使学生理解了“求一个数的几分之几是多少”要用乘法计算，在例 4 和例 5 这两个例题中，对这一数量关系又有了更深的体会。而在学习了分数混合运算之后，再安排例 8 和例 9，让学生解决稍复杂的实际问题。例 8 是连续求一个数的几分之几是多少的问题，例 9 是求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的问题。这两个例题中，都注重利用

微信公众号：电子课本大全

直观图示分析题目的数量关系，明确每一步计算时把谁看作单位“1”，帮助学生形成解决问题的策略。这样循序渐进地安排，既突出重点，又分散难点，可以使学生很好地经历问题解决的过程，掌握分析和解答的策略，养成回顾与反思问题解决过程的习惯。

（三）教学建议

1. 在已有知识的基础上，帮助学生自主构建新知识。

《标准（2011 版）》指出：“教师教学应该以学生的认知发展水平和已有的经验为基础。”本单元内容与学生已有知识有着密切的联系，要充分利用学生已有的知识经验进行教学。例如，分数乘法的意义是整数乘法的扩展，因此，在让学生学习表示“几个相同分数相加”的分数乘法时，可以完全放手让学生根据已学的分数加法进行推导。再如，解决例 8、例 9 等稍复杂的实际问题时，都要引导学生紧密联系例 2、例 3 中所学的如何求一个数的几分之几是多少这一基本模型去思考，学会根据具体的情境确定谁是单位“1”。此外，分数乘法的计算，还要用到学过的约分等知识。所有这些内容，教师都应注意让学生在已有知识经验的基础上，自主建构新知识。

2. 让学生在现实情境中学习计算。

《标准（2011 版）》指出：“教材所选择的学习素材应尽量与学生的生活现实、数学现实、其他学科现实相联系，应有利于加深学生对所要学习内容的数学理解。”教材在编排计算内容时，注意与现实情境有机结合。教学中，教师应结合教材提供的实例，尤其是练习中丰富的现实素材，也可以选择学生身边的事例，借助现实情境，引导学生提出数学问题，经历探索分数乘法计算的过程。

3. 通过操作和直观图示帮助学生理解分数乘法的算理，掌握计算方法。

分数乘法计算教学的重点是让学生理解算理，掌握计算方法。让学生记住分数乘法的计算法则并不困难，但让学生理解分数乘法的算理，尤其是分数乘分数的算理，是教学的难点。此时，就需要借助直观，引导学生通过观察、实验、操作、推理等探索性的活动，理解分数乘分数结果中的分母和分子分别是怎样来的。学生通过直观图示和抽象推理，一方面，可以更好地理解算理，更重要的是慢慢养成凡事求理、实事求是的数学科学态度。同时，在这一过程中，还可以提高学生的观察、操作、分析和推理等能力。

4. 紧密联系分数乘法的意义，引导学生在理解数量关系的基础上正确列式。

分数乘法的意义有两种不同的表述，其中“求一个数的几分之几是多少用乘法计算”对学生而言是全新的。在解决相关实际问题时，教师要引导学生找出两个相比较的量，分析两个量之间的数量关系，弄清哪个量是单位“1”，要求的量是单位“1”的几分之几，再根据分数乘法的意义列式解答。这类基本问题的解题思路的理解和掌握，为学生解决稍复杂的实际问题奠定了基础，同时也为“分数除法”单元解决实际问题提供了直接支持。

5. 有效运用画图策略，帮助学生分析和解决问题。

《标准（2011 版）》指出：“借助几何直观可以把复杂的数学问题变得简明、形象，有助于探索解决问题的思路，预测结果。”画图既可以将学生对题意的理解加以外显，又可以将现

微信公众号：电子课本大全

实情境抽象为数学模型，帮助分析和解决问题。因此学生在问题解决的过程中，首先应明确题目中的信息和问题，并用图（表、符号或操作等）将题目中的信息和问题表示出来。如连续求一个数的几分之几是多少的问题和求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的问题，数量关系比较复杂，用线段图等方式可以比较清晰、直观地表示出数量之间的关系。教学时要有效运用画图策略，帮助学生理解题意，分析数量关系。可以先从会看示意图入手，逐步学会画图分析数量关系，不断提高学生分析问题和解决问题的能力。

6. 教学时注意让学生感悟数学思想，积累数学活动经验。

《标准（2011 版）》指出："引导学生独立思考、主动探索、合作交流，使学生理解和掌握基本的数学知识与技能，体会和运用数学思想与方法，获得基本的数学活动经验。"数学思想蕴涵于数学知识的形成、发展和应用的全过程，是数学知识和方法在更高层次上的抽象和概括。教学时，要注意时时处处加以渗透。例如，在教学分数乘法的计算时，教师应注意渗透数形结合、归纳等数学思想方法；在用分数乘法解决实际问题的教学中，教师应注意渗透数形结合、对应等数学思想方法。此外，还应注意在教学中结合具体的学习内容，设计有效的数学探究活动，使学生经历数学知识的发生、发展过程，在"做"和"思考"的过程中逐步积累数学活动经验。例如，教学分数乘分数的计算时，引导学生经历动手、观察、分析和推理的过程，通过自主探索、独立思考与合作交流，使自身的数学活动经验日益丰富。

7. 发挥主体作用，倡导多样化的学习方式。

《标准（2011 版）》指出："认真听讲、积极思考、动手实践、自主探索、合作交流等，都是学习数学的重要方式。"无论是分数乘法计算的教学，还是利用分数乘法解决实际问题，都要发挥学生的主体作用，为学生提供充分开展数学活动的机会，在操作、观察的基础上开展探索、讨论与交流，分享多样化的计算方法和解决问题的策略，理解算理，归纳计算法则，分析数量关系，寻求问题解决的思路。

8. 建议用 12 课时教学。

微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

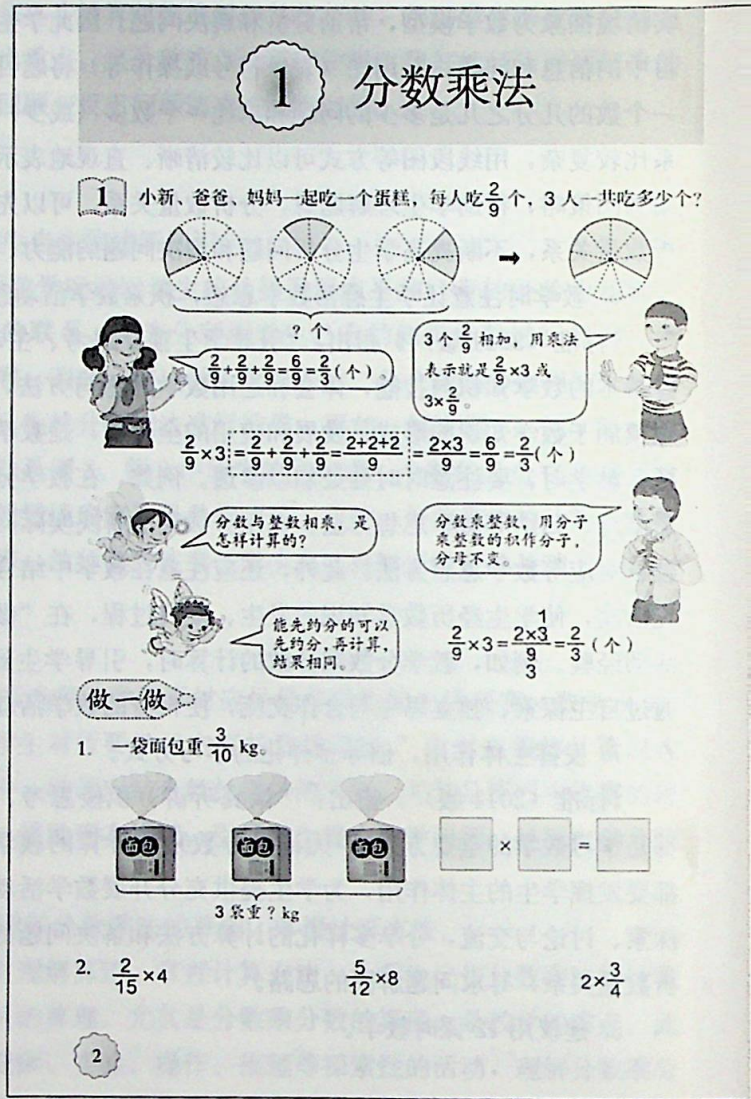
（1）例 1 直接利用整数乘法的意义来引入分数乘法，使学生理解几个相同分数相加和几个相同整数相加都可以用乘法计算。并通过将分数乘法转化为分数加法来探究分数乘法的算理，掌握计算方法。

（2）从吃蛋糕的实际问题引入，借助圆形直观图帮助学生理解题意，探究计算方法。这一直观图延续了三年级学习简单的分数加法时所用的直观图，有助于学生利用已学的知识自主探索。

（3）此例中的分数带单位，是一个“量”，学生对于求几个相同量之和的数量关系非常熟悉。先呈现加法计算，然后直接根据整数乘法的意义列出两个乘法算式，说明在这种情况下整数乘法的意义同样适用。

（4）计算时，先将分数乘法转化为几个相同分数相加，使学生明白分母不变、分子相乘的道理。在此基础上总结分数乘整数的计算方法，并指出有时可以先约分再相乘的简便算法。

（5）“做一做”第 1 题重点在理解题意，巩固分数乘法的意义。第 2 题重点在灵活掌握计算方法。



教学建议

（1）引导学生自主探索。

几个相同分数相加，对学生而言，难度并不大，完全可以让学生利用已有知识，借助圆形直观图表示出题意，运用分数加法解决问题。在此基础上再指出这样的情形也可列成乘法算式。和整数乘法相同，在学习相关的计算法则之前，也可以根据乘法的意义，把分数乘法转化成分数加法，计算出结果。

（2）理解算理与掌握算法并重。

学生在计算 $\frac{2}{9}\times3=\frac{2}{9}+\frac{2}{9}+\frac{2}{9}$ 时，可能利用口算直接得出结果为 $\frac{6}{9}$。此时，教师要引导学生思考：分子的 6 是怎么来的？使学生通过观察 $\frac{2+2+2}{9}=\frac{2\times3}{9}$，深入理解分数乘整数的算理。再把中间过程省略，使学生看到 $\frac{2}{9}\times3=\frac{2\times3}{9}$，从而总结出分数乘整数的算法。

（3）学生完成“做一做”第 2 题时，除了反馈计算结果，也可以让学生说一说自己是怎么计算的。

微信公众号：电子课本大全

2 1桶水有12 L。



3桶共多少升？

算式：12×3。

想：求3个12 L，就是求12 L的（　）倍是多少。

根据什么列式的？



$\frac{1}{2}$桶是多少升？

算式：$12\times\frac{1}{2}$。

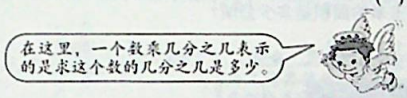
想：求12 L的一半，就是求12 L的$\frac{(\quad)}{(\quad)}$是多少。



$\frac{1}{4}$桶是多少升？

算式：$12\times\frac{1}{4}$。

想：求12 L的$\frac{(\quad)}{(\quad)}$是多少。

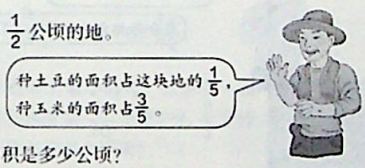


做一做

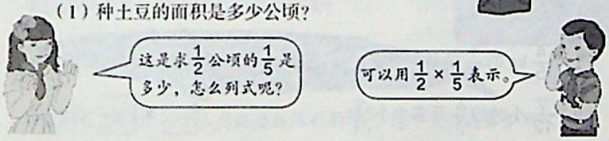
一袋面粉重3 kg。已经吃了它的$\frac{3}{10}$，吃了多少千克？

□ × □

3 李伯伯家有一块$\frac{1}{2}$公顷的地。



（1）种土豆的面积是多少公顷？



编写意图

微课代码：02610101

（1）例2让学生利用已学的整数乘法的数量关系进行类推，列出分数乘法算式，结合具体情境，使学生理解“一个数乘几分之几可以表示求这个数的几分之几”。这是“求一个数的几分之几是多少可以用这个数乘几分之几”的列式依据。

（2）教材呈现了三幅图，都是已知1桶水的体积，分别要求3桶水、$\frac{1}{2}$桶水、$\frac{1}{4}$桶水的体积。在这里，列式所依据的数量关系都是“每桶水的体积×桶数＝水的体积”，只是桶数可以由整数扩展到分数。接下来，结合情境，说明求$\frac{1}{2}$桶水、$\frac{1}{4}$桶水的体积就是求12 L的$\frac{1}{2}$和12 L的$\frac{1}{4}$分别是多少。在此基础上，概括出“一个数乘几分之几，可以表示这个数的几分之几是多少”。

（3）有了例2的结论，要求“一个数的几分之几是多少”就有了列式的依据。“做一做”安排了只列式不计算的题目对此加以巩固。

教学建议

（1）运用迁移、类推，引导学生自主列出乘法算式。

教学时，先从整数乘法引入，引导学生在根据第一图的图意列出算式12×3后进行思考：你是根据什么列式的？使学生明确列式的依据是“单位量×数量＝总量”。有了这个数量关系，如果把单位量换成分数，是什么情形？（即例1中几个相同分数相加的情况）如果把数量换成分数，是否同样成立？引导学生根据整数乘法的数量关系列出分数乘法的算式。

（2）在量率转换中实现融会贯通。

根据“每桶水12 L，$\frac{1}{2}$桶水重（$12\times\frac{1}{2}$）L”，再结合直观图，可以看到$\frac{1}{2}$桶水就是半桶水，即12 L水的一半，用分数的语言，就是12 L的$\frac{1}{2}$。至此，“$12\times\frac{1}{2}$可以表示12的$\frac{1}{2}$”的教学难点就解决了。另一方面，结合情境可以看到，“12的$\frac{1}{2}$”和“$\frac{1}{2}$个12”含义相同，只是表述方式不同而已。这样，就能把分数乘法的意义与整数乘法的意义统一起来。

微信公众号：电子课本大全

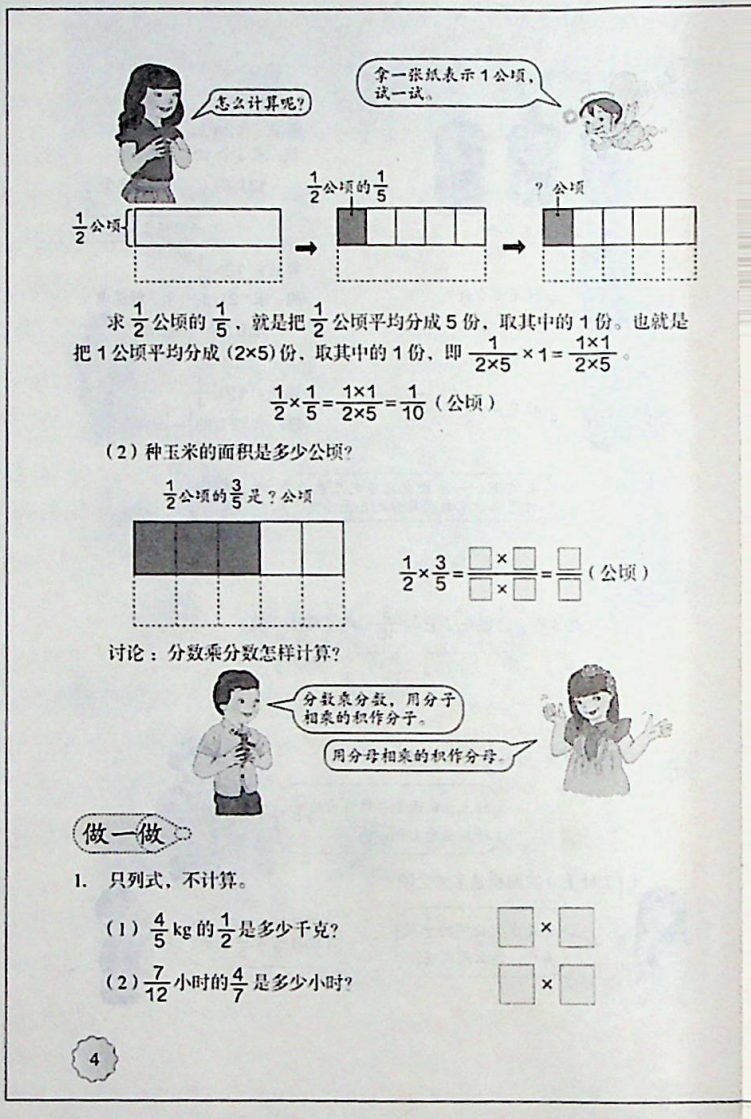
编写意图

（1）例 3 是在学生会利用“求一个数的几分之几是多少，用乘法计算”列式之后，学习分数乘分数的计算方法。

（2）教材利用两个小题，由简单到复杂，结合直观操作，使学生在探索和理解分数乘分数算理的基础上，一步一步总结出分数乘分数的计算方法，渗透数形结合的数学思想，培养学生的逻辑推理能力。

（3）要理解分数乘分数的算理，其根本在于分数意义的理解。在这里，有些分数是带单位的“量”，有些分数是不带单位的“率”，事实上，“量”与“率”也是可以互相转化的。例如，$\frac{1}{2}$ 公顷，实际上就是 1 公顷的 $\frac{1}{2}$；$\frac{1}{2}$ 公顷的 $\frac{1}{5}$，就是 1 公顷的 $\frac{1}{10}$，即 $\frac{1}{10}$ 公顷。

（4）“做一做”第 3 题，根据题意列出的算式是整数乘分数。因为整数可以看成分母是 1 的分数，所以，分数与整数相乘只是分数与分数相乘的一个特例。



教学建议

（1）充分利用直观图，帮助学生理解算理。

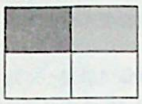
理解分数乘分数的算理是例 3 的教学重点，也是教学难点。要充分发挥直观图的特点，使学生联系分数的意义，看到算式中的每一部分在图上是如何表示的。教材上的直观图示只是其中的一种，教学时还可引导学生用其他的方式表示，比如先竖向平分，再横向平分。

（2）抓住数学本质，突出单位“1”。

要使学生深入地理解分数乘分数的算理，首先需要学生对分数的意义有深入的理解。教学时，要让学生认识到，说清楚“谁是谁的几分之几”是极其重要的。在计算的过程中，要明确某个分数是相对于哪两个量之间的关系而言的。要表示出 $\frac{1}{2}$ 公顷的 $\frac{1}{5}$，是以 $\frac{1}{2}$ 公顷为单位“1”，把它平均分成 5 份，取其中的 1 份。为了便于理解算理，把几分之几乘几分之几转化成 1 乘几分之几。所以把 1 公顷作为单位“1”，把 $\frac{1}{2}$ 公顷的 $\frac{1}{5}$ 转化为 1 公顷的 $\frac{1}{10}$。让学生经历这样的说理过程，不只是为了归纳、总结分数乘分数的算法，更是为将来解决复杂一些的实际问题提供分析的方法。

微信公众号：电子课本大全

2. 看图计算。



$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{(\ )}{(\ )}$



$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{(\ )}{(\ )}$



$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{(\ )}{(\ )}$

3. 一面墙的面积是 20 m²，已经刷完了整面墙的 $\frac{1}{3}$。已经刷完的面积是多少平方米？

4 无脊椎动物中游泳最快的是乌贼，它每分钟可游 $\frac{9}{10}$ km。



（1）李叔叔每分钟游的距离是乌贼的 $\frac{4}{45}$。李叔叔每分钟游多少千米？

$\frac{9}{10}\times\frac{4}{45}=\frac{\overset{1}{9}\times\overset{2}{4}}{\underset{5}{10}\times\underset{5}{45}}=\frac{2}{25}$（km）



（2）乌贼 30 分钟可以游多少千米？

$\frac{9}{10}\times30=\frac{9}{\underset{1}{10}}\times\overset{3}{30}=27$（km）



做一做

1. $\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}$　　$\frac{8}{9}\times\frac{3}{10}$　　$6\times\frac{11}{12}$

2. 蜂鸟是目前所发现的世界上最小的鸟，也是唯一能倒飞的鸟。蜂鸟的飞行速度是 $\frac{3}{10}$ 千米 / 分，$\frac{2}{3}$ 分钟飞行多少千米？5 分钟飞行多少千米？



3. 

一头鲸长 28 m，一个人身高是鲸体长的 $\frac{2}{35}$。这个人身高多少米？

编写意图

（1）例 4 是学习分数乘法的简便方法。学生在前面对于分数乘法的意义和算理有了深刻的理解后，教学重点转入寻求便捷的算法。

（2）在设计情境时，教材特意把两个小题设计成需要运用分数乘法意义的两种不同形式进行列式的情形，旨在进一步巩固分数乘法的意义。其中，第（1）小题是“求一个数的几分之几”，第（2）小题既可以根据“速度×时间＝路程”列式，也可以根据“几个相同分数相加”列式。

（3）在数据处理上，本例中既包含分数与分数相乘，又包含分数与整数相乘。学生可以通过此例，进一步掌握分数乘法的一般性算法。

（4）通过乌贼游泳的情境引入，便于学生了解无脊椎动物、乌贼游泳速度等生物学知识，实现数学与其他学科知识的融合。

（5）“做一做”中既有几个相同分数相加的情形，也有求一个数的几分之几是多少的情形，既有分数与整数相乘，又有分数与分数相乘，还与例题配套，编排了生物科学的相关情境。

教学建议

（1）引导学生自主学习。

由于学生在前几个例题的学习中，对分数乘法的意义和算理、算法已经基本掌握，可以让学生自主分析数量关系，列式计算。

如果学生出现列式困难的情况，可以引导学生适当借助线段图等直观手段帮助理解数量关系。例如，李叔叔的游泳速度是乌贼的 $\frac{4}{45}$，是把李叔叔的游泳速度和乌贼的游泳速度相比，“乌贼的游泳速度”是单位“1”，李叔叔每分钟游的千米数就是 $\frac{9}{10}$ km 的 $\frac{4}{45}$。

（2）引导学生通过比较、交流，自觉采用简便约分的方法。

有了例 1 的铺垫，有的学生在计算 $\frac{9\times4}{10\times45}$ 时，会主动采取先约分再相乘的方法。但有的学生也可能是先分别乘出分子、分母再约分。此时，教师可以引导学生比较、交流，看看哪种方法更简便，并思考为什么可以这样约分。在计算 $\frac{9}{10}\times30$ 时，让学生观察教材上的约分过程，想一想：与例 1 的约分形式有什么不同？第（1）题是不是也可以用这样的方式约分？

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1 题至第 5 题，要求学生根据分数乘法的意义列式解答。其中，第 1、2、3 题都是求“几个相同分数相加是多少”的类型，第 4 题要求学生根据“一个数的几分之几”的数量关系列式计算，第 5 题，可以利用“单位量×数量＝总量”列式，也可以想成要求的是“$\frac{1}{5}$个$\frac{3}{2}$ kg 是多少”或“$\frac{3}{2}$ kg 的$\frac{1}{5}$是多少”。

（2）第 6、7 题是巩固分数乘法计算方法的习题。第 6 题呈现了学生平时做题容易犯的错误，提醒学生学会正确约分，掌握分数乘法的正确计算方法，提高计算技能。

练　习　一

1. 填空。

（1）$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=__\times__=__$　　（2）$\frac{5}{8}+\frac{5}{8}+\frac{5}{8}=__\times__=__$

2.



一共需要放几勺洗衣粉？

3. 大约从一万年前开始，青藏高原平均每年上升约$\frac{7}{100}$ m。按照这个速度，50 年它能长高多少米？100 年呢？



4. （1）$\frac{1}{4}$ t 的$\frac{3}{5}$是多少吨？　　（2）$\frac{3}{8}$ m 的$\frac{3}{4}$是多少米？

5. 某种农药$\frac{3}{2}$ kg 加水稀释后可喷洒 1 公顷的菜地。喷洒$\frac{1}{5}$公顷菜地需要多少千克的农药？

6. 下面各题算得对吗？把不对的改正过来。

$4\times\frac{4}{7}=\frac{1}{4}\times\frac{4}{7}=\frac{1}{7}$

$\frac{7}{10}\times\frac{6}{5}=\frac{7}{\cancel{10}_{5}}\times\frac{\cancel{6}^{3}}{5}=\frac{10}{10}=1$

7. 计算下面各题。

$\frac{2}{9}\times\frac{3}{5}$　　$\frac{6}{7}\times\frac{7}{9}$　　$\frac{5}{8}\times\frac{4}{15}$　　$\frac{9}{20}\times\frac{5}{21}$

$\frac{6}{5}\times\frac{5}{3}$　　$\frac{7}{25}\times\frac{15}{14}$　　$\frac{3}{11}\times\frac{1}{2}$　　$\frac{19}{50}\times\frac{10}{19}$

6

教学建议

（1）在练习中注重巩固分数乘法的意义。

分数乘法的意义是这部分内容的教学重点，是学生在现实情境中正确分析数量关系并列式计算的基础，因此，教学时要时时扣住这一点。例如，第 2 题，要引导学生说出要求的是“5 个$\frac{1}{2}$勺是多少”，第 3 题，要求的是 50 个$\frac{7}{100}$ m、100 个$\frac{7}{100}$ m 分别是多少，第 5 题，通过不同的表述，使学生认识到两种不同的表述方式表示的意思是完全相同的。

（2）关注错误，提高计算技能。

由于学生是第一次接触分数乘法，容易受到分数加、减法方法迁移的影响，计算时会出现各种错误。教学时可以结合第 6 题以及学生作业中所犯的错误，让学生讨论交流，说一说错在哪里。对于可以先约分再计算的题目，要引导学生养成先观察再计算的习惯，一方面可以使计算更便捷，另一方面也可以大大降低计算错误的可能性。

微信公众号：电子课本大全

8. 据统计，2011 年世界人均耕地面积为 2500 m²，我国人均耕地面积仅占世界人均耕地面积的 $\frac{53}{125}$。我国人均耕地面积是多少平方米？

9. 国家一级保护动物野生丹顶鹤，2001 年全世界约有 2000 只，我国占其中的 $\frac{1}{4}$。我国约有多少只？

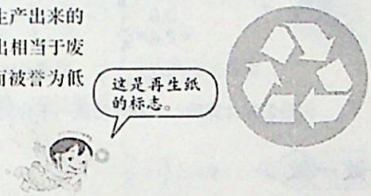


10. 牛郎星运行速度是 26 千米 / 秒，织女星运行速度是牛郎星的 $\frac{7}{13}$。织女星每秒运行多少千米？

11. 全世界有桦树 40 种，我国桦树的种类占其中的 $\frac{11}{20}$。我国有多少种桦树？



12. 再生纸是以废纸作原料加工生产出来的纸张。回收的废纸可以加工出相当于废纸原重的 $\frac{4}{5}$ 的再生纸，因而被誉为低能耗、轻污染的环保型用纸。



（1）李阿姨的办公室整理出 80 kg 的废旧报纸、书籍，如果用于制造再生纸，可以制成多少千克的再生纸？

（2）据中国造纸协会统计，2010 年全国纸及纸板消费量约 9200 万吨，如果有 $\frac{2}{5}$ 可以回收利用，可回收利用的纸和纸板大约有多少万吨？

13. 儿童的负重最好不要超过体重的 $\frac{3}{20}$。如果长期背负过重物体，会导致腰痛及背痛，严重的甚至会妨碍骨骼成长。



（1）王明的书包超重吗？为什么？

（2）称一称你的体重，算一算你负重最好不要超过多少千克。

编写意图

（1）第 8 题至第 13 题都是让学生利用分数乘法的意义，解决求一个数的几分之几是多少的实际问题。这类问题是后面学习解决更复杂的分数乘法问题以及解决分数除法问题的基础。

（2）这些实际问题中涉及了耕地保护、野生动植物保护、天文知识、废纸回收、书包超重等题材，体现了把数学知识与其他学科知识融合起来的编排思想。

（3）第 13 题第（1）小题给出了三个数据，让学生判断王明的书包是否超重，要求学生学会选择正确的数据信息。第（2）小题是让学生解决自己生活中的实际问题，一方面体现了数学的实际应用价值，让学生体验到数学学习的乐趣，另一方面也通过这样的素材提醒教师、学生、家长更加关注孩子的身心健康。

教学建议

（1）抓住数量关系，鼓励学生独立解决。

学生对“求一个数的几分之几是多少用乘法计算”已经有了很多经验。练习时，应放手让学生独立解决。解题过程中应明确是哪两个量相比，把谁看作单位“1”。如果直接列式有困难，可以先用线段图表示出数量关系，根据线段图说说解决问题的思路，再根据分数乘法的意义列式解答。

（2）允许学生有不同的思考角度。

例如，第 8 题，如果学生从分数的意义理解，指出根据我国人均耕地面积仅占世界人均耕地面积的 $\frac{53}{125}$，可以把世界人均耕地面积平均分成 125 份，取其中的 53 份，所以列式为 $2500\div125\times53$，也是允许的。

（3）注意结合习题渗透其他学科知识，进行全方位的思想品德教育。

在练习的过程中，要结合题中的素材向学生介绍人均耕地面积、国家一级保护动物、星球运行速度、再生纸等概念，使学生了解到数学与现实生活息息相关，更重要的是向学生渗透国情教育、环保教育、健康教育、科学教育，充分挖掘这些习题的教育功能。

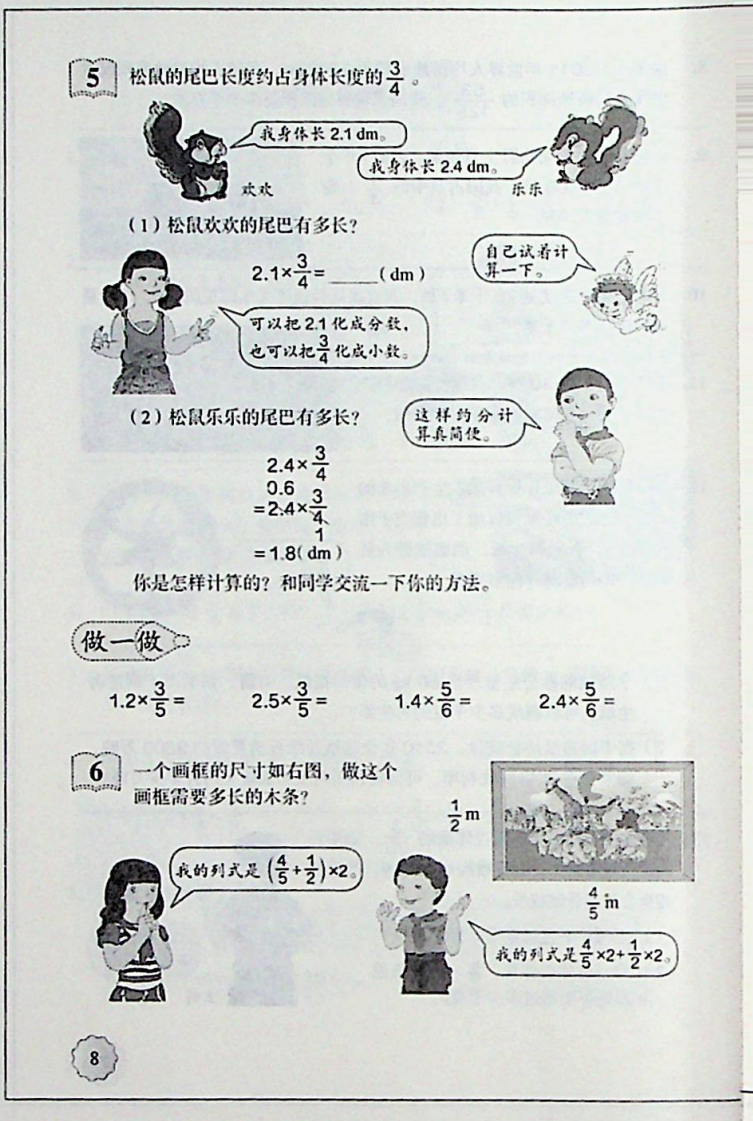
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例5是教学分数与小数相乘的计算问题。分、小数混合运算是在日常生活中以及未来的数学与其他学科的学习中经常会遇到的情形，因此，根据分、小数的数据特点灵活选择计算策略，也是学生应该具备的一项技能。为此，教材在修订时增加了这部分内容。

（2）分数和小数相乘，可把分数化成小数相乘（如果分数可以化成有限小数），也可把小数化成分数相乘。不管哪种方法，都是学生已学的知识，可以让学生自行解决。而当小数与分数的分母存在某种倍数关系时，可以直接“约分”。这种约分虽然与以前学过的约分形式不同，但实质都是除以一个相同的数。

（3）“做一做”中第3、4小题，如果学生口算能力较强，把小数和分子直接相乘得到一个整数，如$\frac{7}{6}$、$\frac{12}{6}$，也是一种很好的方法。但在小学阶段，最终结果不允许分子、分母出现小数的情形，如第1小题的结果为$\frac{3.6}{5}$。



教学建议

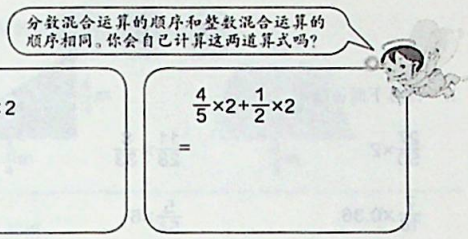
（1）引导学生自主解决问题。

本例中的数量关系是学生熟悉的，要引导学生自主列式，并鼓励学生用自己喜欢的方法计算。对不同解法进行结果的比较，发现不管是把分数化成小数还是把小数化成分数，结果都是相等的，只是形式不同而已。同时也要引导学生具体情况具体分析，例如，如果分数不能化成有限小数，就不适于把分数化成小数。第（2）题，也可以让学生先用第（1）题的方法自行解决。

（2）使学生掌握简便算法，灵活计算。

在学生自行解决了第（2）题问题的基础上，再引导学生观察小数和分数分母之间的关系，并思考：如果把2.4换成24，可以怎样更简便地计算？24和4是如何约分的？（同时除以4），如果把2.4和4同时除以4是否也是可以的呢？看看结果和刚才算的是否一致。也可以用下面的方式使学生明白简便算法背后的数学原理：$2.4\times\frac{3}{4}=\frac{\overset{6}{\cancel{24}}}{10}\times\frac{3}{\underset{1}{\cancel{4}}}=0.6\times3$。并提醒学生可以根据数据特点灵活计算。

微信公众号：电子课本大全



观察每组的两个算式，看看它们有什么关系。

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ ○ $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$

$(\frac{1}{4}\times\frac{2}{3})\times\frac{3}{5}$ ○ $\frac{1}{4}\times(\frac{2}{3}\times\frac{3}{5})$

$(\frac{1}{2}+\frac{1}{3})\times\frac{1}{5}$ ○ $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}$



整数乘法的交换律、结合律和分配律，对于分数乘法也适用。

应用乘法的运算定律，可以使一些计算简便。

7

$\frac{3}{5}\times(\frac{1}{6}\times 5)$
$=\frac{3}{5}\times(5\times\frac{1}{6})$
$=$ _____
$=$ _____

$(\frac{5}{6}+\frac{1}{4})\times 12$
$=\frac{5}{6}\times 12+\frac{1}{4}\times 12$
$=$ _____
$=$ _____

做一做

1. 用简便方法计算下面各题，并说一说运用了什么运算定律。

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times 3$　　$(\frac{8}{9}+\frac{4}{27})\times 27$　　$87\times\frac{3}{86}$

2. 奶牛场每头奶牛平均日产牛奶 $\frac{1}{50}$ t，42 头奶牛 100 天可产奶多少吨？

编写意图

（1）例 6 从“做一个长方形画框需要多长的木条”的实际问题引入，利用长方形画框的周长计算引出分数混合运算。鼓励学生用不同的方法（除了教材上的两种方法，还有可能用四条边相加的）计算，很自然地呈现各种形式的算式，有两级运算的，有带小括号的。教材直接说明分数混合运算的顺序和整数混合运算顺序相同，让学生自主解决。

（2）例 6 特意用两道有关联的算式教学分数混合运算的顺序，为接下来正式教学把整数乘法运算定律推广到分数乘法作了很好的铺垫。在此基础上，再通过观察、计算，归纳得出“整数乘法的交换律、结合律和分配律，对于分数乘法也适用”的结论。

（3）例 7 结合具体计算，说明应用乘法运算定律可以使分数混合运算更加简便。

（4）“做一做”中第 1 题中的 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times 3$ 和第 2 题的连乘算式，既可以运用乘法运算定律进行简便计算，也可以直接约分。

教学建议

（1）充分利用学生已学知识进行迁移。

混合运算的顺序和乘法运算定律都是学生熟悉的内容，把整数换成分数，依然成立。解决例 6“做这个画框需要多长的木条”这一问题时，应鼓励学生用不同的方法列式。教师可以引导学生把分数混合运算与整数的进行类比，把整数混合运算的顺序迁移过来，放手让学生自己完成任务。

（2）培养学生初步的猜测、验证的能力。

在学生解决了例 6 的问题的基础上，让学生比较两个算式的特点，看看是否符合乘法分配律。由此引导学生对整数乘法运算定律是否适用于分数乘法进行类比猜想，再经过教材上几组算式的比较与计算，验证猜想。（虽然小学阶段只能采用这种不太严密的归纳方法，但对于学生推理能力的培养还是很有益处的。）

（3）提高学生灵活计算的能力。

至此，学生已经把这一单元所有的计算问题都解决了。教学时要提醒学生在动笔计算之前先养成观察的习惯，看看式题中的数据有什么特点，再决定选择何种策略。教师要有意识地呈现学生的多样化算法，进行交流、比较，引导学生采用便捷的算法，这是提高学生运算能力的重要途径。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1 至 4 题是关于分数与小数相乘的练习。其中，第 2、3、4 题，结合现实素材，进一步巩固“求一个数的几分之几是多少”的数量关系。第 4 题呈现的条件有多余，是求 2.5 kg 的$\frac{3}{5}$是多少，还是求 2.5 kg 的$\frac{4}{5}$是多少，应引导学生找到相对应的量，排除无关信息的干扰，学会正确选择有效的信息解决问题。

（2）第 5、6 题是关于分数混合运算的练习。第 5 题，通过判断和改错，使学生进一步明确分数四则混合运算的顺序。尤其像第 2 小题的情形，数据的特点很容易让学生朝着“容易计算”的错误方向去计算，需要学生对运算顺序有牢固的掌握。

练 习 二

1. 计算下面各题。

$\frac{27}{50}\times2$　　$\frac{11}{28}\times\frac{8}{33}$　　$\frac{20}{39}\times7.8$

$\frac{7}{18}\times0.36$　　$\frac{5}{54}\times6$　　$\frac{9}{16}\times0.3$

2. 美国人均淡水资源量约为 1.38 万立方米，我国人均淡水资源量仅为美国的$\frac{1}{6}$。我国人均淡水资源量是多少万立方米？

3. 鸵鸟是现在世界上最大的鸟，身高可达 2.5 m。一只成年的帝企鹅身高是鸵鸟的$\frac{12}{25}$。成年帝企鹅的身高是多少米？



4. 蜂蜜最主要的成分是果糖和葡萄糖，果糖和葡萄糖的质量占蜂蜜总质量的$\frac{3}{5}$以上。有一种蜂蜜，果糖和葡萄糖的质量占蜂蜜总质量的$\frac{4}{5}$。如果有 2.5 kg 的这种蜂蜜，其中的果糖和葡萄糖共有多少千克？

5. 下面各题算得对吗？把不对的改正过来。

$5-3\times\frac{7}{9}=2\times\frac{7}{9}=\frac{14}{9}$　　$\frac{4}{11}+\frac{2}{11}\times\frac{11}{6}=\frac{6}{11}\times\frac{11}{6}=1$

6. 计算下面各题。

$\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}+1$　　$\frac{5}{7}-\frac{5}{9}\times\frac{5}{7}$　　$1-\frac{5}{7}\times\frac{21}{25}$

$\frac{1}{2}+\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}$　　$\frac{1}{6}\times\left(5-\frac{2}{3}\right)$　　$\frac{7}{8}\times7+\frac{3}{8}$

教学建议

（1）结合现实情境，继续巩固分数乘法的意义，进一步掌握分数乘法的数量关系。

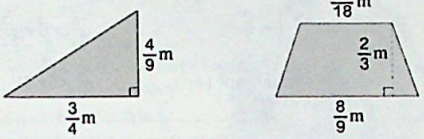
第 2、3、4、14、15 题，都涉及求一个数的几分之几是多少，这些题中的分数都是“率”的概念，要引导学生找到相比较的两个量，弄清哪个量是单位“1”，要求的量是单位“1”的几分之几，再根据分数乘法的意义列式解答。第 8、13 题，都是求几个相同分数之和的问题，这些题中的分数是具体的量，要引导学生说出单位量是多少，有几个这样的单位量。第 7、9 题，是运用已学的面积计算公式进行面积计算，只是把相应数据换成了分数而已。对于不同的数量关系，要让学生根据实际的情境说出列式的理由。

（2）注意培养学生灵活计算的能力。

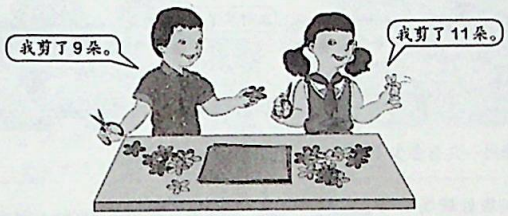
在进行分数和整数、分数、小数相乘以及分数混合运算的过程中，要引导学生在动笔计算之前养成先观察算式，再根据数据特点选择合适算法的习惯。例如，能直接约分的先约分再计算，能运用运算定律进行简便计算的要尽量简便计算。值得一提的是，第 7 题中在计算三角形和梯形面积时，由于学生还没有学习分数除法，对于$\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}\div2$和$(\frac{8}{9}+\frac{11}{18})\times\frac{2}{3}\div2$

微信公众号：电子课本大全

7. 计算下面两个图形的面积。



8. 剪一朵花要用$\frac{1}{4}$张纸。



他们一共用了多少张纸？

9. 一个长方形桌面，长$\frac{5}{4}$m，宽$\frac{3}{5}$m。一个正方形桌面，面积是$\frac{9}{10}$m²。长方形桌面的面积比正方形桌面的面积少多少平方米？

10. $\frac{8}{7}\times25\times\frac{7}{8}=25\times\square\times\square=$

$\left(14+\frac{7}{2}\right)\times\frac{1}{14}=\square\times\square+\square\times\square=$

$\frac{1}{12}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{12}\times\frac{1}{3}=\square\times(\square+\square)=$

11. 用简便算法计算下面各题。

$\frac{2}{9}-\frac{7}{16}\times\frac{2}{9}$　　$\frac{2}{5}\times4\times\frac{3}{4}$　　$\frac{5}{7}\times16\times\frac{21}{5}$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{15}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$　　$\frac{4}{5}\times\frac{7}{9}\times\frac{5}{8}$　　$\frac{5}{6}\times\frac{5}{9}+\frac{5}{9}\times\frac{1}{6}$

编写意图

（1）第7至9题是用分数混合运算解决实际问题。第7题，由于学生只学过底×高÷2和（上底＋下底）×高÷2的面积计算形式，通过教师的引导，学生可以掌握三角形面积和梯形面积计算公式的另一种形式。第8题，根据不同的数量关系，可以列出不同的算式。

（2）第10、11题是乘法运算定律的巩固练习。练习的重点是运算定律的灵活运用，如第10题的第2、3小题，要求学生能够对乘法分配律进行“双向”的应用，第11题的第2、3、5小题，既可以运用乘法的交换律和结合律使计算简便，也可以直接约分。

教学建议

的计算可能有困难。因此，教师可以借此机会，根据三角形的面积是与它等底等高的平行四边形面积的一半，梯形的面积是与它高相等、底是上、下底之和的平行四边形面积的一半，推导出这两种图形面积计算公式的另一种形式：$\frac{1}{2}$×底×高、$\frac{1}{2}$×(上底＋下底)×高。

（3）鼓励学生用多种方法解决问题。

对同一个问题，学生思考的角度不同，解决的方法也会不同。教学时，要鼓励学生从不同角度思考，采用不同方法尝试解决，引导学生说出算式背后的解题思路，并互相交流。例如，第8题，$\frac{1}{4}\times9+\frac{1}{4}\times11$表示先分别求出两人分别用了多少张纸，再相加；$\frac{1}{4}\times(9+11)$表示先求出两人一共剪了多少朵花，再求这些花一共用多少张纸。再如，第13题，可以先求出每箱糖果多少千克，再求4箱一共多少千克，也可以先求出4箱共有多少袋糖果，再求这些糖果一共多少千克。第14题，可以先求每天的垃圾中有多少吨可回收利用，再求15天的垃圾中有多少吨可回收利用，也可以先求15天可收到多少吨垃圾，再求这些垃圾

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 13 至 15 题是利用分数乘法解决实际问题。第 13 题，涉及分数的数量关系是“几个相同分数相加的和是多少”。在信息的呈现方式上，教材把“25 袋”的信息“隐藏”在包装盒上，旨在培养学生灵活主动寻求数学信息的意识和能力。第 14 题，涉及分数的数量关系是“求一个数的几分之几是多少”。这两道题都是连乘问题，解决问题的角度都是可以多样化的，通过不同解题思路的交流，可以培养学生多方位思考问题的习惯。

（2）第 16* 题，可以通过把左右两边化成分母或分子相等的情况再比较，比较的方法也是多样的。例如，第（1）题左边等于$\frac{5}{16}$，右边的分子也是 5，所以□里最大填 15。第（2）题$\frac{□\times4}{30}<\frac{25}{30}$，所以□里最大填 6。第（3）题，□里最大填 5。

（3）第 17* 题，方法多样。先求出两筐同样重时，每筐重多少千克。要求一共重多少千克，既可以求出原来两筐各重多少千克，再相加，也可以直接用每筐质量乘 2。

12. 计算下面各题，能用简便算法的就用简便算法。

$\frac{11}{24}\times16$　　$\frac{1}{4}\times\frac{2}{7}$　　$\frac{7}{12}\times6+\frac{5}{12}\times6$

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}$　　$\frac{5}{13}\times\frac{4}{7}\times14$　　$\frac{4}{9}\times5\times18$

13.



这些糖果一共有多少千克？

14. 一个垃圾处理场平均每天收到 70 t 生活垃圾，其中可回收利用的垃圾占$\frac{1}{3}$。



15. 尼罗河全长 6670 km，长江比尼罗河的$\frac{9}{10}$还长 297 km。长江全长多少千米？

16* 下面的□里可以填的最大整数是多少？

（1）$\frac{5}{12}\times\frac{3}{4}<\frac{5}{□}$　　（2）$\frac{□}{6}\times\frac{4}{5}<\frac{5}{6}$　　（3）$\frac{5}{7}\times\frac{□}{4}<1$

17* 有两筐苹果，第一筐重 30 kg，如果从第一筐中取出$\frac{1}{2}$ kg 放入第二筐，则两筐苹果同样重。两筐苹果一共重多少千克？（用不同方法解答。）

12

中有多少吨可回收利用。

（4）引导学生列综合算式解决问题。

第 8、9、13、14、15 题，既可以分步解决，也可以列综合算式。但教师也应有意识地引导学生学会用综合算式表示解决问题的多个步骤，这对于学生将来用代数式表示解决问题的步骤是非常重要的。

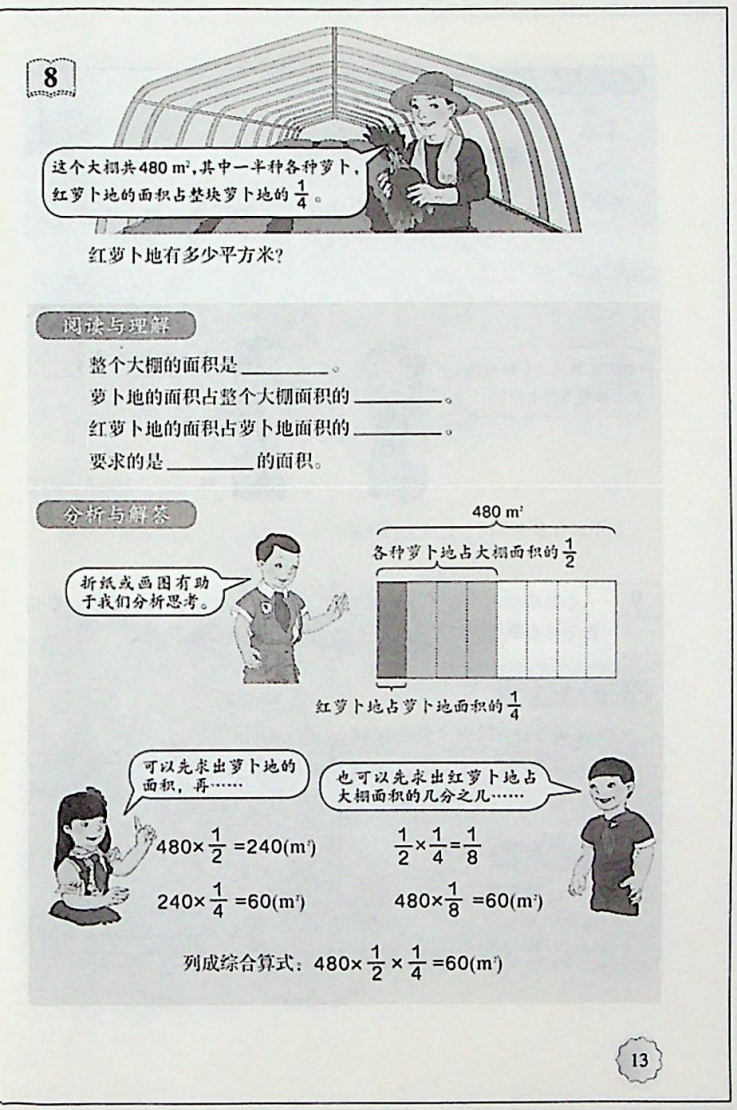
（5）培养学生搜集解决问题有效信息的意识和能力。

在练习题的编排中，解决问题所需的信息是以各种形式呈现的。有的以文字形式直接告知，有的在对话中给出，还有的隐藏在图中。例如，第 13 题，对话中的“每袋装$\frac{1}{2}$ kg”与“装了 4 箱”没有直接的联系，需要引导学生通过观察发现包装箱上隐藏着“每箱糖果 25 袋”这一数学信息，找到解决问题的数量关系。

（6）借助练习进行其他学科知识的渗透。

练习中涉及人均淡水资源、鸵鸟与帝企鹅的身高、蜂蜜的成分、垃圾回收等现实素材。教学时要对学生进行国情教育、环保教育，渗透生物学相关知识。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）例8是让学生在会解决求一个数的几分之几是多少的基础上，解决连续求一个数的几分之几是多少的实际问题。在这里，由于研究的是三个量之间的关系，在描述其中某两个量的数量关系时，单位“1”是在动态变化的。

（2）教材按“阅读与理解”“分析与解答”和“回顾与反思”呈现解决问题的一般步骤。到了高年级，随着问题复杂度提高，对于信息的搜集、题意的理解以及整个问题解答过程以及结果合理性的回顾与讨论，显得越来越重要。

（3）在“分析与解答”环节，一方面，通过折纸或画图等操作活动，借助直观图形帮助学生理解题中的数量关系，体会画图是分析问题、解决问题的重要策略。另一方面，倡导解决问题方法的多样化。既可以先求出萝卜地的面积，再求出红萝卜地的面积；也可以先求出红萝卜地占大棚面积的几分之几，再求出红萝卜地的面积。不同解题思路的呈现，可以提高学生思维的灵活性和发散性。

教学建议

（1）引导学生经历问题解决的全过程。

教学时，要让学生经历理解题意、分析解答、回顾反思的全过程。题中给出的信息形式多样，比如“一半种萝卜”，虽没有数据，但却是不可缺少的解题信息。解完题后，更是要提醒学生养成反思、检验的习惯。

（2）借助直观图，厘清数量关系。

在明确题意后，可以引导学生折纸或画图，借助直观图形分析数量关系。要让学生说清楚题中的已知信息中描述的分别是哪两个量之间的关系，是什么样的关系，谁是单位“1”。例如，“一半种各种萝卜”，描述的是萝卜地和整个大棚面积的关系，萝卜地的面积是大棚面积的$\frac{1}{2}$。又知道了红萝卜地面积和整块萝卜地的关系，要求红萝卜地的面积是多少，很自然地想到要先求出萝卜地的面积。

（3）鼓励学生用多种方法解决问题。

学生解题的方法可以多样化。例如，解决问题时既可以分步解决，也可以列综合算式。再如，求萝卜地的面积还可用480÷2计算。如果学生不能想到第二种思路，教师可以提醒学生借助直观图思考：红萝卜地和整个大棚面积之间是什么样的关系？怎样求出这个关系？

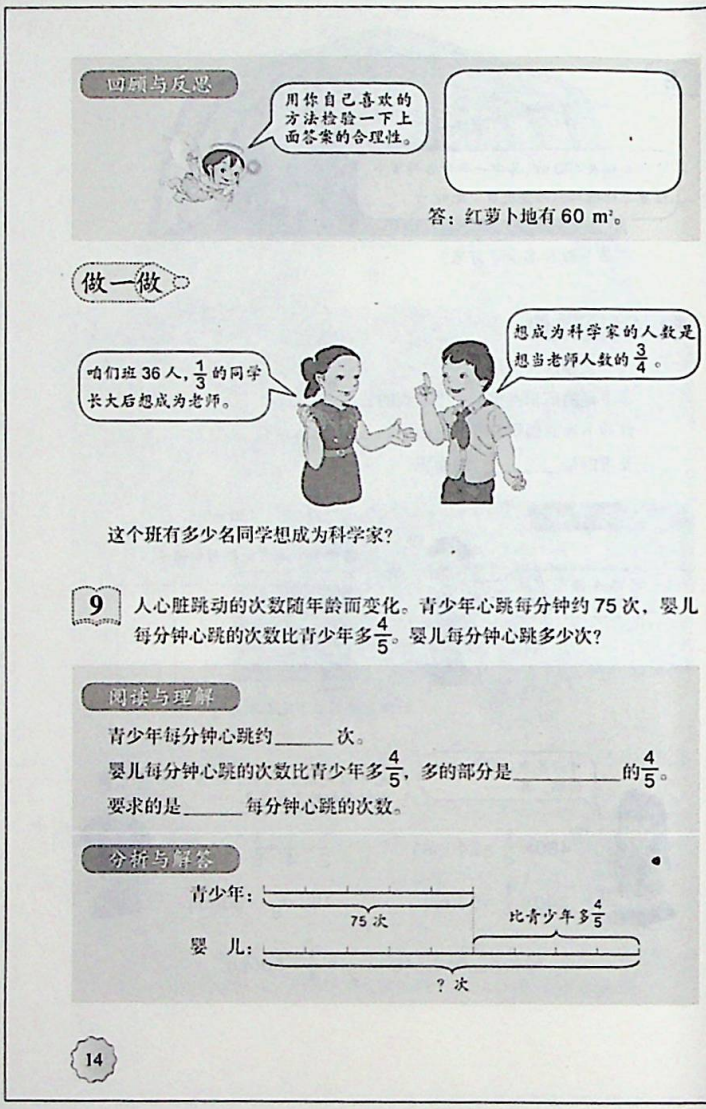
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例 8 的“回顾与反思”让学生自己完成。检验的角度很多，比如，看看直观图画得是否符合题意，看看列式是否符合图意，看看计算是否正确。检验的方法也是多样化的。例如，可以看到萝卜地的面积是红萝卜地的 4 倍，而大棚面积是萝卜地的 2 倍。用红萝卜地的 60 m^2 乘 4，得到萝卜地是 240 m^2，再乘 2，是 480 m^2，与题中的信息相符。也可以看看红萝卜地的面积是否占整块萝卜地的$\frac{1}{4}$。

（2）例 9 是让学生解决求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的问题。虽然还是研究两个量间的关系，但由于没有直接给出“一个量是另一个量的几分之几”，需要先求出一个量比另一个量多（或少）的具体数量或者先求出一个量是另一个量的几分之几。

（3）教材通过线段图直观地表示出“婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$”的意思，对于学生理解题意、选择解决方法起到了关键性的作用。



教学建议

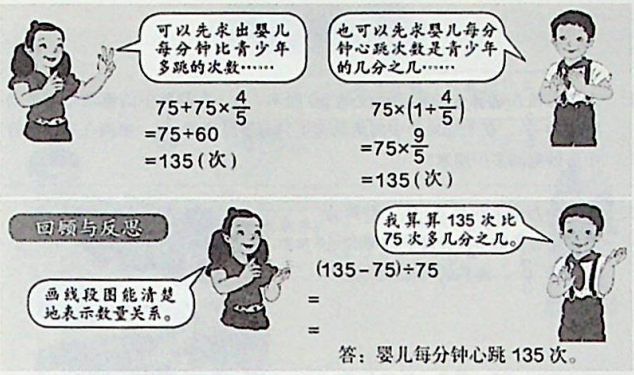
（1）引导学生理解关键性数量关系。

要抓住“婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$”这个表示婴儿和青年少年每分钟心跳次数关系的关键信息，组织学生理清数量关系：婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$，多的部分是青少年每分钟心跳的$\frac{4}{5}$。

（2）借助线段图，使学生直观地看到两个量之间的数量关系。

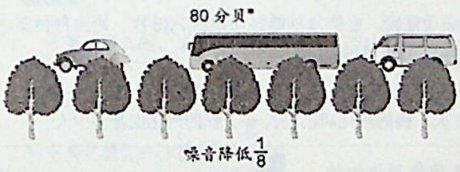
学生理解了题意之后，可以试着画线段图来表示两个量的关系。由于这两个量之间不是部分和整体的关系，所以用两条线段分别表示更清楚些。首先知道了婴儿每分钟心跳次数比青少年更多一些。多多少呢？多的是青少年每分钟心跳次数的$\frac{4}{5}$，这是以“青少年每分钟心跳次数”为单位“1”的。把青少年每分钟心跳次数平均分成 5 份，婴儿要多这样的 4 份。这样的直观表征方式，可以很清楚地看到两个量之间的关系，为列式解答提供了很好的基础。

微信公众号：电子课本大全



做一做

噪音对人的健康有害，绿化造林可降低噪音。



绿化带降低了噪音以后，人听到的声音是多少分贝？

你知道吗？

《庄子·天下篇》中有一句话："一尺之棰，日取其半，万世不竭。"意思就是：一根一尺（尺，中国古代长度单位）长的木棒，今天取它的一半，即$\frac{1}{2}$，明天取它一半的一半，后天再取它一半的一半的一半……这样取下去，永远也取不完。这根木棒是一个长度有限的物体，但它却可以无限地分割下去。



*分贝是计量声音强度的一种单位名称。

编写意图

（1）例9的解答过程也体现了多样化的解题策略。可以先计算婴儿每分钟心跳比青少年多多少次，这就需要先解决"75次的$\frac{4}{5}$是多少次"的问题。还可以先求出婴儿每分钟心跳次数是青少年的几分之几，这就需要先解决"比一个数多$\frac{4}{5}$的数是这个数的几分之几"的问题。

（2）"回顾与反思"部分，使学生通过回顾解题的过程，充分认识到画线段图这一策略对于解决问题的重要作用。同时，列举了一种检验结果的方法，引导学生用不同的方法加以检验。

（3）例9解决的是"求比一个数多几分之几的数是多少"，"做一做"安排了一个"求比一个数少几分之几的数是多少"，让学生进行迁移类推。还可利用这一素材进行环境保护的教育。

（4）"你知道吗"通过介绍与本单元知识密切相关的数学文化，使学生初步感受其中蕴含的数学思想，如极限的思想。这一内容也是例8这一类问题的进一步延伸，可以作为例8的拓展性教学内容。

教学建议

（1）引导学生尝试多样化解题策略。

学生在理解题意的基础上，尝试画出线段图以后，教师要引导学生从不同的角度思考问题，在列式之前，把先解决什么，再解决什么的思路整理清楚。要让学生学会描述每个列式背后的数量关系，并能互相交流。对于思维综合性尚有欠缺的学生，也要允许他们采用分步的方法解答，通过一定的练习，再慢慢列出综合算式。甚至，还有学生根据线段图列出75÷5×(4+5)的算式，只要解决问题的方法合理，都是值得鼓励的。

（2）要引导学生通过比较、总结，掌握解决此类问题的一般性策略。

学生通过解决例8、例9以及相应的"做一做"，发现画图是解决问题的一个有效策略。当数量关系比较抽象、复杂时，画图可以更直观和清晰地表示出这种数量关系。掌握了这一策略，学生在解决更复杂的新问题时也能从容应对了。例如，"你知道吗"，学生可以通过画图清楚地看到每一天取的木棒长度是如何变化的。此外，要引导学生发现，解决这些复杂问题的根本是牢固掌握"求一个数的几分之几是多少"的数量关系，只是要弄清"一个数"和"几分之几"在不同情境下的不同含义。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第1至3题是配合例8的习题。教材选择了血液在不同血管里的流动速度、动物的寿命、花的花期等素材来作为载体，旨在让学生在解决数学问题的过程中了解其他学科的相关知识。

（2）第4至9题是配合例9的习题。同样，教材选择了昆虫振动翅膀次数、动物的孵化期、水土流失、列车速度等现实的素材，使学生了解数学的广泛应用，通过解题得到环境保护等教育。

练　习　三

1. 人体血液在动脉中的流动速度是50厘米/秒，在静脉中的流动速度是动脉中的$\frac{2}{5}$，在毛细血管中的流动速度只有静脉中的$\frac{1}{40}$。血液在毛细血管中每秒流动多少厘米？

2. 海象的寿命大约是40年，海狮的寿命是海象的$\frac{3}{4}$，海豹的寿命是海狮的$\frac{2}{3}$。海豹的寿命大约是多少年？



3. 芍药的花期是32天，玫瑰的花期是芍药的$\frac{5}{8}$，水仙的花期是玫瑰的$\frac{3}{4}$。水仙的花期是多少天？

4. 昆虫飞行时经常振动翅膀。蜜蜂每秒能振动翅膀236次，蝗虫每秒振动次数比蜜蜂少$\frac{109}{118}$。蝗虫每秒能振动多少次？

5. 鸡的孵化期是21天，鸭的孵化期比鸡长$\frac{1}{3}$。鸭的孵化期是多少天？

6. 严重的水土流失致使每年大约有16亿吨的泥沙流入黄河，其中$\frac{1}{4}$的泥沙沉积在河道中，其余被带到入海口。有多少亿吨泥沙被带到入海口？



7. 磁悬浮列车运行速度可达到430千米/时，普通列车比它慢$\frac{36}{43}$。普通列车的速度是多少？



16

教学建议

（1）让学生独立完成练习。

先让学生独立审题，画线段图，列式解答，回顾反思。再组织评价，了解学生掌握情况，发现问题，及时纠正。

（2）引导学生找出内在的数量关系。

教材提供的现实素材千变万化，要引导学生剥离现实的“外壳”，抽取出内在的数量关系。例如，在表述上，教材不一定使用“多几分之几”“少几分之几”等字眼，而使用“鸭的孵化期比鸡长几分之几”“其余被带到入海口”“普通列车比它慢几分之几”等形式，学生要学会把它们转化成数学语言。

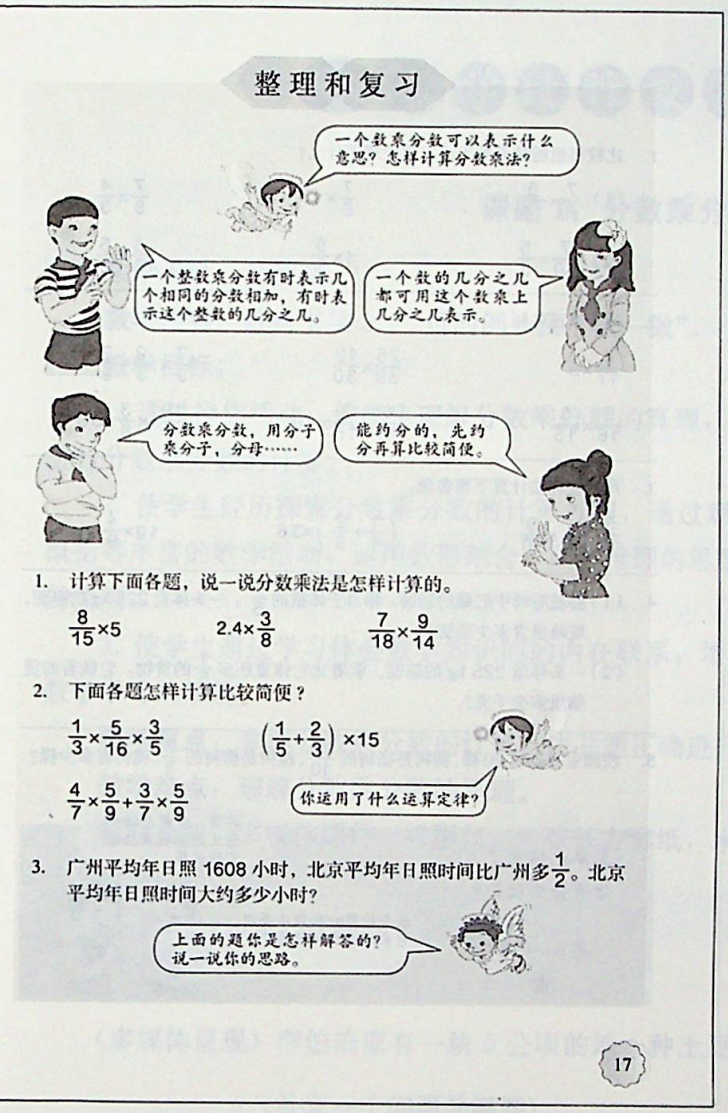
（3）组织比较，融会贯通。

学生解答完之后，应让学生说一说它们之间的联系和区别，比如，前三题中都是三个量的关系，后四题中都是两个量的关系。引导学生发现这些问题其实只是“求一个数的几分之几是多少”的延伸和变式而已。只要牢固地掌握了分数乘法的意义，即使问题再复杂，也是万变不离其宗。

（4）适时进行其他学科的教育。

教学时要注意充分发挥每一道习题的教育功能，使学生在进行数学学习的同时实现综合化的知识扩展。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）“整理和复习”对本单元的学习内容进行回顾与整理。本单元的内容大致可以分为三个方面。第一，分数乘法的意义；第二，分数乘法的计算；第三，利用分数乘法解决实际问题。其中，利用分数乘法解决实际问题是本单元内容的综合应用，除了认真审题，根据分数乘法的意义列式并正确计算之外，还要让学生通过解决问题的过程，形成解决问题的技能与策略，形成反思、评估的意识和能力。

（2）教材在整理和复习的基础上，安排了3道习题，对本单元所学知识加以巩固。第1题是复习分数乘法的计算方法，结合分数与整数、小数、分数相乘的三道式题，引导学生说说分数乘法的计算方法。第2题，结合具体的式题，复习分数混合运算的顺序以及分数乘法的运算定律。第3题结合北京和广州平均年日照小时的问题，复习用分数乘法解决实际问题的过程，并提示教师在复习时，不仅仅要关注结果，更要关注学生的思考过程。

教学建议

（1）结合具体习题，引导学生回顾、整理所学知识。

复习时，可以结合本页的3道习题，引导学生自主交流、复习本单元所学的知识。例如，结合第1题中的式题说一说：分数乘法的意义是怎样的？与整数乘法的意义有什么联系与区别？分数乘法怎样计算？再结合第2题说一说：有哪些乘法运算定律？什么情况下运用运算定律可以使分数计算比较简便？最后，结合第3题，引导学生思考：用分数乘法解决问题时，最关键的是什么？可以采用哪些策略？得到了答案就表示整个过程结束了吗？使学生展示解决问题的完整过程。

（2）注意通过不同解法的交流，培养学生思维的灵活性和发散性。

数学的表达与交流，是数学学习的重要方面。在计算分数乘法尤其是混合运算时，学生的算法是多样的，教师要注意组织学生进行比较和交流，说一说不同解法之间的联系与区别，拓宽思路。在解决实际问题时，方法也是多样化的，要让学生学会把解题的思路有理有据地表述出来，再听一听别人是怎样思考的，通过互相交流，提高思维的发散性。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1 题提供了两组算式。第一组，保持第一个因数不变，第二个因数分别小于 1、等于 1、大于 1；第二组，保持第二个因数不变，第一个因数分别小于 1、等于 1、大于 1。通过计算，引导学生发现任何一个不为 0 的数（还没涉及负数）与小于 1 的数相乘，积小于这个数；与 1 相乘，积保持不变；与大于 1 的数相乘，积大于这个数。了解这样的积与因数的关系，也有助于学生培养数感以及判断分数乘法结果的合理性。

（2）第 4 题，提供了素材有关联、数据相同但数量关系不同的两个实际问题，帮助学生在对比的基础上学会认真审题，确定数量关系，再加以解决。

（3）在单元末，教材呈现了“成长小档案”，让学生总结收获，发现不足，学会自我评价。评价不仅限于知识方面，还包括数学思维、数学情感等全方位的总结。

练 习 四

1. 比较每组题结果的大小，你发现了什么？

（1）$\frac{7}{8}\times\frac{5}{14}$　　$\frac{7}{8}\times1$　　$\frac{7}{8}\times\frac{4}{3}$

（2）$\frac{7}{10}\times\frac{5}{3}$　　$1\times\frac{5}{3}$　　$\frac{6}{5}\times\frac{5}{3}$

2. 计算下面各题。

$\frac{4}{17}\times5$　　$\frac{25}{39}\times\frac{13}{30}$　　$\frac{7}{9}\times\frac{2}{3}-\frac{2}{9}$

$\frac{5}{16}\times\frac{8}{15}$　　$\frac{6}{11}\times\frac{7}{15}\times10$　　$\frac{19}{100}\times\frac{3}{8}\times50$

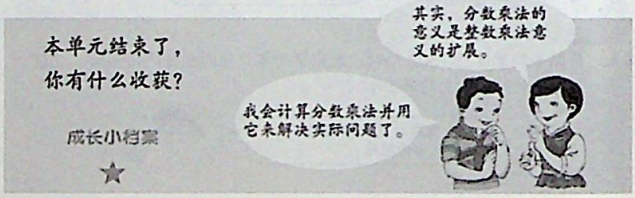
3. 用简便算法计算下面各题。

$\frac{5}{18}\times4\times\frac{9}{10}$　　$\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{9}\right)\times3.6$　　$19\times\frac{4}{9}$

4. （1）骆驼驼峰中贮藏的脂肪，相当于体重的 $\frac{1}{5}$。一头体重 225 kg 的骆驼，驼峰里含多少脂肪？

（2）一头体重 225 kg 的骆驼，驮着比它体重还多 $\frac{1}{5}$ 的货物。它驮着的货物重多少千克？

5. 校园里有杨树 20 棵，柳树是杨树的 $\frac{9}{10}$，槐树是柳树的 $\frac{2}{3}$。槐树有多少棵？



教学建议

（1）发挥学生自主性，适时点拨。

学生学习完了一个单元，基本可以独立完成所有的练习。但也有个别题目或许会存在困难，如第 1 题让学生比较每组题结果的大小，学生可能不明确是拿什么和什么比。此时教师要引导学生观察每组中三个算式中有什么是相同的，有什么是变化的，是怎样变化的。在此基础上，发现积与因数之间的变化关系。再如，第 3 题中的 $19\times\frac{4}{9}$，如果学生想不出简便算法，使计算简便。可以适当提示，把它变形为 $(18+1)\times\frac{4}{9}$，再运用乘法分配律进行计算。

（2）加强对比，提高问题解决能力。

可以结合第 4 题和第 5 题，对本单元涉及的数量关系进行对比，帮助学生理顺思路，使他们在研究两个量的关系时明确单位“1”是谁和相对应的“几分之几”是多少。例如，在练习第 5 题前，可以先安排“校园里有杨树 20 棵，柳树是杨树的 $\frac{9}{10}$。柳树是多少棵？”的对比练习。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题 1：分数乘分数

教学设计：吴秋菊。

教学内容：教科书第 3～5 页的例 3 及“做一做”。

教学目标：

1. 通过操作活动，使学生理解分数乘分数的算理，掌握分数乘分数的计算方法，能正确进行分数乘分数的计算。

2. 使学生经历探索分数乘分数的计算过程，通过观察、猜测、操作、验证、交流、抽象概括等丰富的数学活动，运用数形结合、归纳推理的思想总结计算法则，并能用字母表示一般的法则。

3. 使学生通过学习体会数学知识间的内在联系，增强自主探索与合作交流的意识，感受数学学习的乐趣。

教学重点：掌握分数乘分数的计算方法并能正确进行计算。

教学难点：理解分数乘分数的算理。

教学准备：多媒体课件，投影仪，一张长方形纸，水彩笔等。

教学过程：

（一）温故知新，迁移导入

1. 温故。

（多媒体呈现）李伯伯家有一块 5 公顷的地，种土豆和玉米的面积各占这块地的$\frac{1}{5}$和$\frac{3}{5}$，_____？（补充一个问题并解答）

学生口答：种土豆和玉米的面积各有多少公顷？

$5\times\frac{1}{5}=1$（公顷）　　$5\times\frac{3}{5}=3$（公顷）

反馈交流：大家同意吗？谁来说说列式依据和计算方法？

归纳小结：求一个数的几分之几是多少用乘法计算。而整数与分数相乘的计算方法是：整数与分子相乘的积作分子，分母不变，能约分的要先约分，再计算。

2. 引新。

教师：看来同学们对分数乘法的意义和计算方法掌握得很好，为了考验大家，老师把刚才练习中的“5 公顷”换成$\frac{1}{2}$公顷，那么种土豆和玉米的面积又各是多少公顷呢？

学生尝试，教师有选择地请多位学生代表板演，先独立思考、同桌互动，再全班交流。

微信公众号：电子课本大全

（1）全班裁判：先来看看他们的列式$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$和$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$，你同意吗？

（2）说一说：谁愿意来说说为什么这样列式？列式依据是什么？

（3）比一比：与刚才的算式$5\times\frac{1}{5}$和$5\times\frac{3}{5}$比一比，它们的意义相同吗？

（4）类比揭示：它们的意义完全相同，都是求一个数的几分之几是多少，用乘法计算。

（5）悬念导入：$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$和$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$应该怎样计算呢？今天这节课咱们要重点来研究：分数乘分数（师板书），大家有信心接受挑战吗？

（二）动手操作，探究算理

1. 初识分数乘分数的算理。

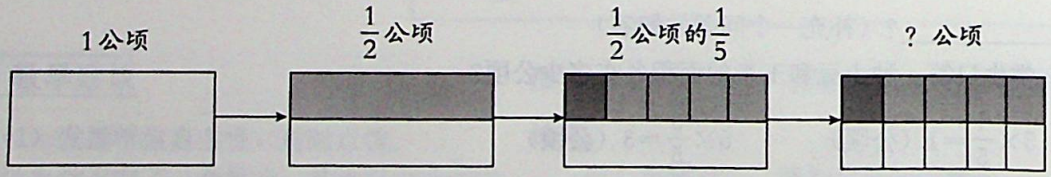
学生猜测：大家猜猜看，$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=$？（可能有$\frac{2}{7}$、$\frac{1}{10}$……），仅凭猜测是远远不够的，实践是检验真理的唯一标准，咱们都来动手实践一下，看看到底谁猜对了。

师：每人用事先准备的一张纸来表示1公顷的地，请你想办法先表示出$\frac{1}{2}$公顷并涂上颜色，再表示出$\frac{1}{2}$公顷的$\frac{1}{5}$，该怎么操作呢？

师生活动，组内讨论，全班交流。

生1：求$\frac{1}{2}$公顷的$\frac{1}{5}$，先把一张纸横着对折，涂出其中的一半就是$\frac{1}{2}$公顷，再把$\frac{1}{2}$公顷平均分成5份，涂出其中的一份，就会发现$\frac{1}{2}$公顷的$\frac{1}{5}$其实就是把1公顷平均分成了（$2\times5=10$）份，取了其中的1份，即$\frac{1}{10}$公顷。

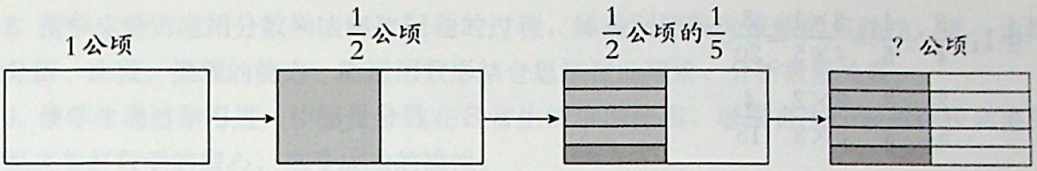
学生一边演示一边说明，教师边板贴如下图。



生2：求$\frac{1}{2}$公顷的$\frac{1}{5}$，也可以竖着对折，涂出其中的一半就是$\frac{1}{2}$公顷，再把$\frac{1}{2}$公顷平均分成5份，涂出其中的一份，也就是相当于把1公顷平均分成了（$2\times5=10$）份，取了其中的1份，即$\frac{1}{2\times5}\times1=\frac{1\times1}{2\times5}$，所以$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{2\times5}\times1=\frac{1\times1}{2\times5}=\frac{1}{10}$（公顷）。

学生一边演示一边说明，教师边板贴如下页图。

微信公众号：电子课本大全



师：真是这样吗？谁愿意再来说说？（媒体配合动态演示折一折、分一分和涂一涂的过程），教师板书。

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1\times1}{2\times5}=\frac{1}{10}$$

2. 再识分数乘分数的算理。

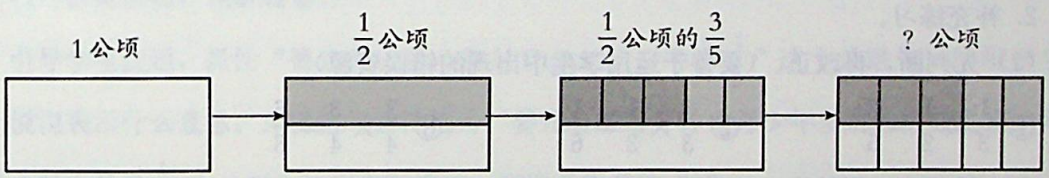
师：现在你会算$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$了吗？（生：$\frac{3}{10}$）真是这样吗？还是动手验证，让事实说话吧！

学生操作，同桌互动。

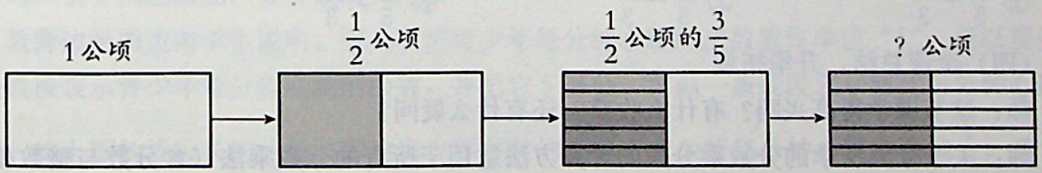
师：验证结果如何？谁愿意把操作过程和大家分享？

生：求$\frac{1}{2}$公顷的$\frac{3}{5}$，同样先把1张纸横着或竖着对折，其中一半即$\frac{1}{2}$公顷先涂色，再把$\frac{1}{2}$公顷平均分成5份，也就相当于把1公顷平均分成了（$2\times5=10$）份，这次不是取1份，而是取了其中的3份，即$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2\times5}\times3=\frac{1\times3}{2\times5}$，所以$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{1\times3}{2\times5}=\frac{3}{10}$（公顷）。

学生边演示边说明，教师边板贴。



或



师：表达得真完整，谁愿意再来说一说？（媒体配合演示）教师板书。

$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{1\times3}{2\times5}=\frac{3}{10}$$

3. 举例验证。

师：其他分数乘分数是否也有这样的“秘密”呢？你能否举一个你喜欢的例子来验证一下？

学生举例，指生板演，组内互动验证。

微信公众号：电子课本大全

生1：$\frac{3}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{3\times1}{4\times5}=\frac{3}{20}$。

生2：$\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2\times2}{5\times3}=\frac{4}{15}$。

……

4. 归纳算法。

观察讨论：请同学们观察这几道算式，小组内说一说怎样计算分数乘分数。

学生汇报：分数乘分数，分子相乘的积作分子，分母相乘的积作分母。（教师板书）

5. 抽象概括。

师：像这样分数乘分数的例子咱们能举完吗？你能否想办法把所有的分数乘分数的计算方法都快速表示出来呢？

生：用字母。

师：好主意，大家试试？通常用字母$\frac{b}{a}\times\frac{d}{c}=\frac{b\times d}{a\times c}=\frac{bd}{ac}$（$a\neq0$，$c\neq0$）来表示。（教师板书）

（三）实践应用，巩固提高

师：不知大家学得怎么样了？有信心接受检阅吗？

1. 基本练习（课本第4～5页“做一做”1～3题）。

不仅要求学生能列式计算，而且能说出列式依据和计算方法。

2. 补充练习。

（1）先判断，再改正。（要善于运用学生中出现的错误资源）

① $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$　② $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$　③ $\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{6}{8}$

（2）比一比，再计算。

① $\frac{4}{5}+\frac{2}{3}$　② $\frac{4}{5}-\frac{2}{3}$　③ $\frac{4}{5}\times\frac{2}{3}$

（四）全课总结，升华拓展

师：这节课学得高兴吗？有什么收获？还有什么疑问？

师：关于今天所学的分数乘分数的计算方法适用于所有的分数乘法（含分数与整数相乘）吗？欲知其中奥秘，请听下节课分解。

课题2：问题解决

教学设计：林小红。

教学内容：教科书第14～15页的例9及“做一做”。

教学目标：

1. 使学生认识求比一个数多（少）几分之几的数是多少的问题模型特征，进一步学会用线段图分析数量关系，掌握解答这类问题的思路和方法，并能正确列式计算。

微信公众号：电子课本大全

2. 使学生经历应用分数乘法解决问题的过程，体验问题解决策略的多样性，进一步培养学生分析、比较、推理的能力，能运用数形结合思想帮助理解、分析数量关系。

3. 使学生通过学习进一步感受分数在日常生活中的作用，增强自主探索与合作交流的意识，提高学好数学的信心，感受成功的愉悦。

教学重点：掌握分析方法，学会解答求比一个数多（少）几分之几的数是多少的问题。

教学难点：根据多几分之几或少几分之几找出两个量之间的“分率”关系。

教学过程：

（一）谈话引入，揭示课题

师：我们已经学会解决简单的求一个数的几分之几是多少的问题，今天我们继续来学习解决稍复杂的求一个数的几分之几是多少的问题。（板书课题：问题解决）

（二）引导探究，学习新知

1. 呈现信息，提出问题。

出示：人心脏跳动的次数随年龄而变化。青少年心跳每分钟约 75 次，婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$。

师：根据这些信息，你能提出什么问题？

学生提问题，教师板书：婴儿心脏每分钟比青少年多跳多少次？婴儿每分钟心跳多少次？

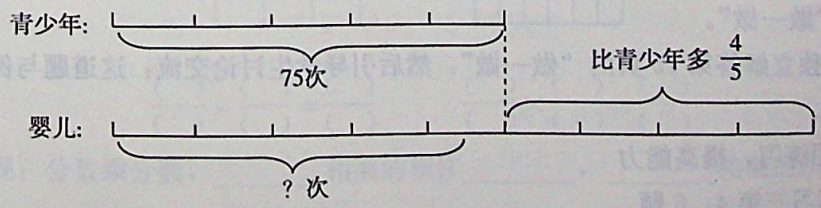
2. 探究新知，解决问题。

（1）认真读题，理解题意。

引导学生读题，抓住“婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$”这个关键句，组织学生讨论，说说表示什么意思。并将这句话转化为“婴儿心脏每分钟比青少年多跳的次数是青少年每分钟心跳次数的$\frac{4}{5}$。”让学生说说谁与谁比，把谁看作单位“1”。

（2）引导画线段图，分析数量关系。

教师边画图边向学生说明：因为要把青少年每分钟心跳的次数看作单位“1”，所以要先画一条线段表示青少年每分钟心跳的次数，并把它 5 等分，再画一条线段表示婴儿每分钟心跳的次数，比上面的线段长的一段（即比青少年多跳的）等于青少年每分钟心跳次数的$\frac{4}{5}$，是 4 份的长度。如下图。



（3）厘清解题思路，列式计算。

师：怎样求婴儿心脏每分钟比青少年多跳多少次？怎么列式呢？

微信公众号：电子课本大全

学生口答、教师板书：$75\times\frac{4}{5}=60$（次）。

师：要求婴儿每分钟心跳多少次，又怎么列式呢？

学生汇报，教师板书：

解法一：$75+75\times\frac{4}{5}=75+60=135$（次）。

让学生说说第一、二步各表示什么。

小结：这种方法，先求出婴儿每分钟心跳比青少年多的次数，再求出婴儿每分钟心跳的次数。

师：除了用这种方法解答，还有别的方法吗？

组织学生交流讨论：还可以怎样解答？说说自己是怎样想的。

引导学生说出：还可以先求出婴儿每分钟心跳的次数是青少年的几分之几，再求出婴儿每分钟心跳的次数。并列出综合算式：

解法二：$75\times(1+\frac{4}{5})=75\times\frac{9}{5}=135$（次）。

这种解答方法是把“青少年每分钟心跳的次数”看作单位“1”，婴儿每分钟心跳的次数是青少年的$(1+\frac{4}{5})$，要求婴儿每分钟心跳多少次，就是求75的$\frac{9}{5}$是多少。

（4）比较两种解答方法的异同。

组织学生讨论交流上面两种解答方法，使学生明确这两种解答方法都是把“青少年每分钟心跳75次”看作单位“1”，都需要求75次的几分之几。但是第一种方法是根据已知条件先求出75次的$\frac{4}{5}$是多少，即婴儿每分钟心跳比青少年多的次数，再求出婴儿每分钟心跳的次数。第二种方法是根据问题找到婴儿每分钟心跳的次数是青少年的几分之几，再根据分数乘法的意义求出婴儿每分钟心跳的次数。

（5）引导反思，检验计算结果。

引导学生回顾、反思解决问题的过程与方法，让学生说说是怎样解决问题的，采用了哪些解决问题的策略。针对计算结果，引导学生检验：$(135-75)\div75=\frac{4}{5}$，说明婴儿每分钟心跳的次数比青少年多$\frac{4}{5}$，符合题意，解答结果正确。

3. 完成“做一做”。

先让学生独立解答第15页的“做一做”，然后引导学生讨论交流：这道题与例9有什么相同点和不同点。

（三）巩固练习，提高能力

1. 完成练习三第4、6题。

2. 五年级学生向希望小学捐书150本，六年级学生比五年级多捐$\frac{1}{5}$。六年级学生捐书多

微信公众号：电子课本大全

少本？

（四）全课总结，情知共融

这节课你学会了什么？你是怎样学习的？还有什么疑问？

三、评价建议与评价样例

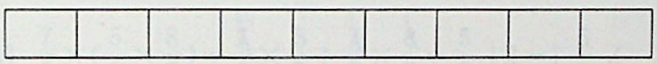
本单元知识技能、数学思考和问题解决等方面的评价应围绕以下几点进行：能正确理解分数乘法的意义，掌握分数乘法的计算方法，会进行分数乘法计算；能正确计算分数混合运算，会运用运算定律熟练地进行一些简便计算；能根据分数乘法的意义解决一些实际问题。在具体操作时可以从以下几个方面考虑。

（一）有关分数乘法的意义和计算

考查学生能否正确地理解和掌握分数乘法的意义和计算时，可以结合学生年龄特点设计一些学生感兴趣的情境或图片，并把计算融于解决实际问题之中。考查的形式可以丰富一些，如涂一涂、算一算，看图计算，填一填，数学医院，问题解决等，帮助学生自主建构分数乘法的意义，能正确进行分数乘法计算。具体考查可参考如下设计。

1. 涂一涂、算一算。

4个$\frac{2}{9}$是多少？

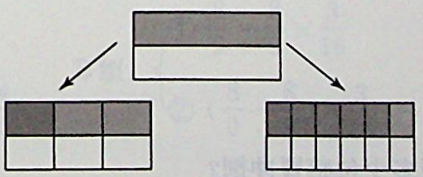


用加法算：_____

用乘法算：_____

我的发现：在这里，分数乘整数的意义与整数乘法的意义_____，都是求几个_____和的简便运算。

2. 看图列式计算。



$\frac{(\ )}{(\ )}\times\frac{(\ )}{(\ )}=\frac{(\ )}{(\ )}$　　$\frac{(\ )}{(\ )}\times\frac{(\ )}{(\ )}=\frac{(\ )}{(\ )}$

我的发现：分数乘分数，_____相乘的积作_____，_____相乘的积作_____。

3. 数学医院。（先诊断对错，再把错题改正。）

微信公众号：电子课本大全

① $\frac{1}{\cancel{4}_{5}} \times \cancel{4}_{1} = \frac{1}{5}$　② $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} = \frac{2}{3}$　③ $\frac{\cancel{1}\cancel{5}_{7}}{\cancel{14}} \times \frac{\cancel{1}\cancel{7}_{5}}{\cancel{10}} = \frac{1}{35}$

④ $\frac{\cancel{3}\cancel{9}_{1}}{\cancel{1}\cancel{4}} \times \frac{\cancel{2}\cancel{2}_{1}}{\cancel{1}\cancel{3}} = 6$　⑤ $\frac{2}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{8}{9}$

4. 先填一填，再说一说所填的数与 1 之间的大小关系。

$\frac{5}{6} \times (\quad) < \frac{5}{6}$　$\frac{4}{3} \times (\quad) > \frac{4}{3}$　$(\quad) \times \frac{15}{17} = \frac{15}{17}$

5. 如图，求正方形的周长和面积。



$\frac{3}{4}$ dm

6. 列式计算。

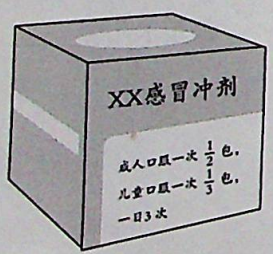
（1）6 个 $\frac{5}{6}$ 相加的和是多少？

（2）$\frac{8}{9}$ km 的 $\frac{3}{8}$ 是多少千米？

7. 解决问题。

（1）一个水龙头 1 分钟浪费水约 $\frac{1}{20}$ L，半小时将浪费多少升水？1 小时呢？

（2）最近小红和妈妈都感冒了。请你参照说明书帮忙算一算。



① 小红和妈妈一天各要服多少包感冒冲剂？

② 如果要连续服用 3 天，小红爸爸一次性购买 10 包感冒冲剂，够吗？

（二）有关分数混合运算和简便运算

分数混合运算和简便运算不仅是本单元的重点，也是全册教材的重点。但计算比较枯燥，因此考查时应采用丰富多彩的形式，如连线找朋友，数学门诊部，比比算算，综合运用，智慧互动，调动学生多种感官协同参与，特别要根据自己的班情、生情的特点，结合日常暴露的易

微信公众号：电子课本大全

错易混资源设计一些针对性强的习题，让学生在“似曾相识”的考查过程中改正错误，体验成功，促使学生在平时的学习中养成细心、认真和检查验算的计算习惯，不断提高自己的计算速度和正确率。具体考查可参考如下设计。

1. 连线找朋友，看谁找得对又快！

$\frac{14}{9}\times\frac{7}{23}\times\frac{9}{14}$　　$\frac{2}{3}\times12-\frac{1}{4}\times12$

$\frac{11}{12}\times11+\frac{11}{12}$　　$100\times\frac{4}{5}+\frac{4}{5}$

$(\frac{2}{3}-\frac{1}{4})\times12$　　$\frac{14}{9}\times\frac{9}{14}\times\frac{7}{23}$

$101\times\frac{4}{5}$　　$48\times\frac{43}{48}-\frac{43}{48}$

$47\times\frac{43}{48}$　　$\frac{11}{12}\times(11+1)$

2. 数学门诊部，看看谁是小神医！（判断正误，并改正。）

(1) $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{5}{6}=1\times\frac{5}{6}=\frac{5}{6}$（　　）

(2) $\frac{5}{7}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{5}{7}\times(\frac{4}{5}+\frac{1}{5})=\frac{5}{7}$（　　）

(3) $31\times\frac{19}{30}=(30+1)\times\frac{19}{30}=19+\frac{19}{30}=19\frac{19}{30}$（　　）

(4) $\frac{7}{8}\times(\frac{5}{7}\times\frac{8}{7})=\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{8}^{1}}\times\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{7}^{1}}+\frac{\cancel{7}^{1}}{\cancel{8}^{1}}\times\frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{7}^{1}}=\frac{5}{8}+1=1\frac{5}{8}$（　　）

(5) $\frac{7}{9}-\frac{7}{9}\times\frac{5}{7}=0\times\frac{5}{7}=0$（　　）

(6) $(\frac{3}{4}+\frac{2}{5})\times20=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}^{1}}\times\cancel{20}^{5}+\frac{2}{5}=15+\frac{2}{5}=15\frac{2}{5}$（　　）

3. 比一比，算一算。

A 组：① $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}$　② $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}+\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}$

B 组：① $\frac{8}{9}-\frac{8}{9}\times\frac{3}{16}$　② $(\frac{8}{9}-\frac{8}{9})\times\frac{3}{16}$

C 组：① $(\frac{4}{5}+\frac{5}{4})\times\frac{4}{5}$　② $\frac{4}{5}+\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}$

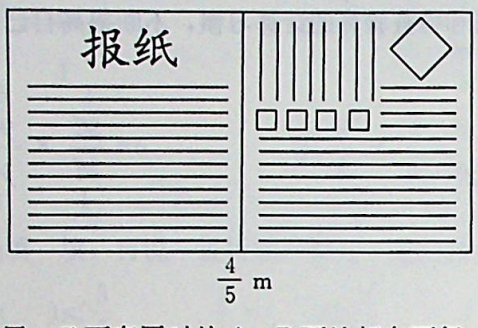
4. 选择合适的方法计算。

① $\frac{10}{13}\times\frac{3}{8}\times\frac{13}{15}$　② $\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}$　③ $75\times\frac{73}{74}$

④ $(\frac{5}{6}-\frac{3}{4})\times(\frac{5}{6}+\frac{3}{4})$　⑤ $\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{4}{9}$　⑥ $(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}+\frac{2}{3})\times30$

微信公众号：电子课本大全

5. 综合运用。

(1) 

如左图，求出它的周长和面积。

(2) 甲、乙两车同时从A、B两地相向而行，甲车每小时行85 km，乙车每小时行75 km，经过$\frac{5}{4}$小时两车相遇。甲乙两地相距多少千米？

6. 智慧比拼。

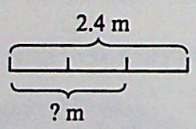
(1) $75\times\frac{3}{4}+0.75\times26-\frac{3}{4}$。

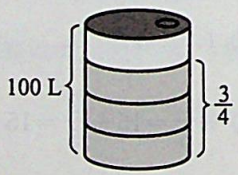
(2) 某商店有10 t面粉，上午卖出$\frac{2}{5}$，下午卖出$\frac{2}{5}$ t，还剩多少吨面粉？

(三) 有关分数乘法的问题解决

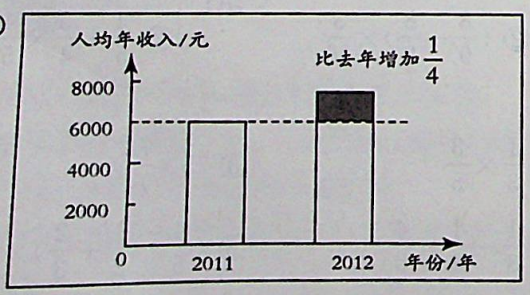
能运用分数乘法的意义及计算解决实际问题是本单元的重要内容，也是学习分数除法和百分数的重要基础。考查时应借助图文、表格、连线、对话、卡通情境等方式激发学生解决问题的兴趣，不但要考查学生分析解决问题的思路与方法，还考查学生优化选择的能力和创新能力。具体考查可参考如下设计。

1. 看图列式计算。

(1) 

(2) 

有多少升水？

(3) 

2012年人均年收入多少元？

微信公众号：电子课本大全

2. 连线。

六（1）班同学做好事 120 件，_____，六（2）班做好事多少件？

（1）六（2）班比六（1）班多$\frac{1}{3}$　　A. $120\times\frac{1}{3}$

（2）六（2）班比六（1）班少$\frac{1}{3}$　　B. $120\times(1+\frac{1}{3})$

（3）六（2）班是六（1）班的$\frac{1}{3}$　　C. $120\times(1-\frac{1}{3})$

3. 综合运用。

（1）爷爷今年 80 岁，爸爸年龄是爷爷的$\frac{3}{5}$，而我的年龄恰巧是爸爸的$\frac{1}{4}$。我今年多少岁？

（2）今年植树节六年级女生共植树 150 棵，男生植树棵数比女生的$\frac{4}{5}$多 10 棵，六年级学生共植树多少棵？

（3）六（1）班有 60 名学生，其中男生占了$\frac{3}{5}$，女生有 24 人。对吗？

（4）请你帮忙算出小刚的年龄、身高和体重各是多少。

	老师	小刚
年龄	42 岁	是老师的$\frac{2}{7}$
身高	165 cm	比老师矮$\frac{1}{5}$
体重	60 kg	比老师轻$\frac{1}{4}$

（5）请你帮忙算一算：李明今年究竟存了多少压岁钱？

李明：王强，你今年存了多少压岁钱？

王强：我存了 1000 元，你呢？

李明：我比你多存了$\frac{2}{5}$。

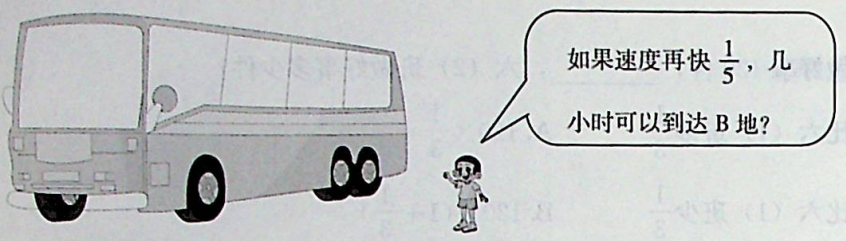
（6）据研究：人在地球上能举起的质量是在月球上能举起的质量的$\frac{1}{6}$，在火星上能举起的质量是在月球上能举起的质量的$\frac{4}{9}$。

毛毛在月球上能举起重 72 kg 的东西，请你算一算：毛毛在地球上能举起多少千克的东西？在火星上能举起多少千克的东西？

4. 超越自我。

（1）一辆大巴从 A 地出发，以 80 千米/时的速度行驶，6 小时到达 B 地。

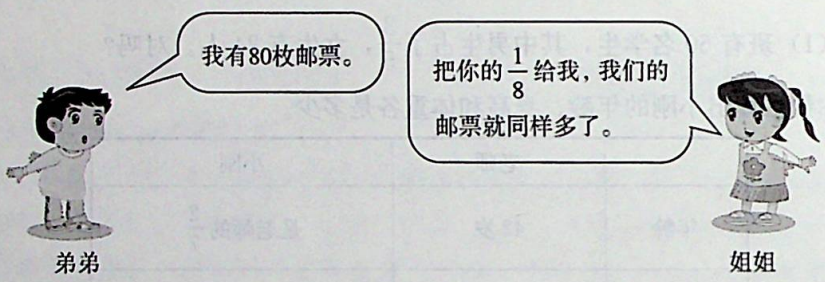
微信公众号：电子课本大全



（2）根据下面信息算一算，服装厂实际全年超额完成了多少套童装？

服装厂去年计划加工 40000 套童装	
上半年	完成了计划的 $\frac{5}{8}$
下半年	完成了计划的 $\frac{3}{4}$

（3）姐弟俩集邮，姐姐原来集邮多少枚？



在具体设计时，尽量要融知识性、趣味性、科学性、综合性和开放性于一体，无论怎样考查，都要把考查学生的掌握情况和学生喜爱的形式有机地结合起来，从而激发学生的学习兴趣，使学生感到学习数学是有趣、有用的事情，以便提高学生素质，发展学生思维。

微信公众号：电子课本大全

第二单元　位置与方向（二）

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生会根据平面上一个点的位置说出它相对于观测点的方向和距离；会根据一个点相对于观测点的方向和距离确定这个点的具体位置；会描述简单的路线图。

2. 通过让学生想象出物体的方位和相互之间的位置关系，培养空间观念。

3. 使学生通过用方向和距离来表示平面上的位置，初步感受坐标法的思想。

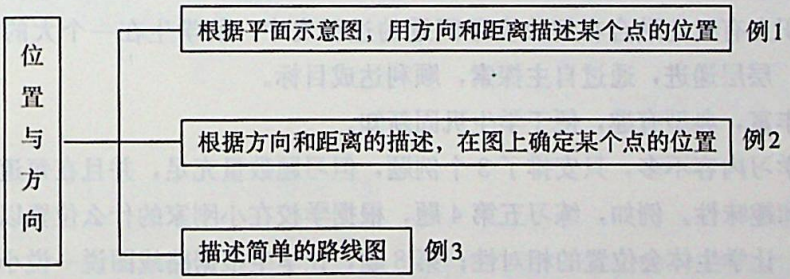
4. 使学生通过生活实例学习位置与方向的知识，感受数学与生活的紧密联系，学会在生活中应用数学。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

本单元的内容包括用方向和距离描述平面上两个点的相对位置关系并在此基础上描述简单的路线图。这部分内容在实验教材中安排在四年级下册，从实验反馈的情况看，教师认为其教学难度大于用数对来表示平面上的位置，因此，修订时将这部分教材调整到本册。

具体编排结构如下。



位置与方向的知识在日常生活以及航海、军事等领域中都有着广泛的运用，学生在生活中也已经积累了一些确定位置的感性经验。通过前一段时间的学习，学生已经能够使用上、下、前、后、左、右和东、南、西、北、东北、东南、西北、西南等方位词描述物体的大致位置，能够利用数对精确地表示平面内一个点或一个区域的位置。本单元在此基础上，让学生学会利用方向与距离这两个参数确定平面上一个点的位置。

通过本单元的学习，可以给学生初步渗透关于坐标法的思想和方法。在平面坐标系中，用两个坐标参数可以确定二维平面上的一个点。例如，在平面直角坐标系中，点（a，b）是由直线 $x=a$ 和 $y=b$ 相交得到的；在极坐标系中，点（ρ，θ）是由极径为 ρ 的圆和极角为 θ 的

微信公众号：电子课本大全

射线相交得到的。同样，用三个坐标参数可以确定三维空间中的一个点。通过坐标系，把点与坐标（有序实数对）建立一一对应的关系，把曲线与方程联系起来，就可以用代数的方法研究几何问题，实现数与形的结合。学生之前所学的用表示列、行的数对确定平面上的位置是平面直角坐标系的雏形，而用方向和距离来确定平面上的位置则是极坐标系的雏形。这些内容的学习，有助于发展学生的空间观念，为学生将来进一步学习平面直角坐标系、极坐标系、空间坐标系打下良好的基础。

本单元的位置与方向主要包括三个方面的学习内容。

（1）根据平面上两个点的相对位置关系，以其中一个点为参照点，描述另一点在参照点的什么方向上，距离参照点多远距离。其中，方向包括两个方面，第一方面是大致方向的确定，如在参照点的正东、正南、正西、正北还是东南、东北、西南、西北。第二方面是精确方向的确定，就需要用角度来刻画。

（2）根据一个点相对于参照点的方向和距离的描述，在平面图上找到这个点。

（3）用数学语言描述出物体运动的路线图。

2. 教材编排特点。

（1）结合生活情境，让学生了解确定位置的现实意义。

教材注意选择学生熟悉的生活情境来呈现确定位置的内容，如 3 个例题都是以台风中心的位置为载体来编写的。“做一做”和练习题也是以家与学校、书店、邮局的相对位置关系等素材来呈现，使学生知道确定位置在生活中的应用，体会数学与日常生活的紧密联系。

（2）以连续情境为载体，逐个提出问题，体现教材编写的整体性。

本单元的 3 个例题，以“台风中心的行进”为素材，连续推进，很自然地提出一个又一个数学问题。使学生在解决问题的过程中，学会用方向和距离确定位置的基本方法。这样的编排设计，把各知识点有机地融合在解决实际问题的过程之中，使学生在一个大的情境背景下学习，思路连贯，层层递进，通过自主探索，顺利达成目标。

（3）练习丰富，典型有趣，便于学生巩固新知。

本单元的学习内容不多，只安排了 3 个例题，但习题数量充足，并且在每道习题的选择上体现了典型性和趣味性。例如，练习五第 4 题，根据学校在小刚家的什么位置以及小刚家在学校的什么位置，让学生体会位置的相对性；第 8 题，让学生根据路线图说一说小玲从家去书店和回来时所走的路径，使学生进一步体会路线的相对性。

（三）教学建议

1. 要注意联系学生生活经验和已有知识，引导学生自主探索新知。

根据方向和距离确定位置是与现实生活紧密联系的一个内容，学生在生活中已经积累了一定的生活经验，再加上之前所学的八个方向的知识、用数对确定位置的方法以及量角、画角的经验，已经具备了自主探索的基础。因此，在教学本单元时，要充分关注学生已有的知识基础和生活经验，通过创设问题情境，为学生提供探究的空间，让学生通过观察、分析、独立思考、合作交流，学会用方向与位置来确定位置的方法。

微信公众号：电子课本大全

2. 以问题为载体，鼓励学生自主探究、合作交流。

问题是数学的心脏，好的问题，是驱动学生思维的最佳载体。教材为我们提供了很好的问题情境，如台风中心位于A市的东偏南30°方向、距离A市600 km的洋面上，那东偏南30°是什么意思呢？只有这个条件，能否判断台风中心的具体位置？如何才能知道台风中心到底在哪个确切位置呢？台风中心到达A市后，将向B市移动，B市在哪儿呢？此次台风的路径是怎样的呢？等等。通过这些问题激发学生思考：怎样利用给出的信息确定位置呢？和我们之前学习的用数对确定位置有何相同和不同的地方？学生带着这些问题去独立思考、自主探索、小组合作、全班交流，真正实现了以问题为导向、在问题解决的过程中学习新知的教学理念。

3. 对学生进行必要的教学指导，帮助学生克服教学难点。

本单元的教学重点、难点是精确地描述位置与路线，以及两个点位置的相对性。学生虽然已经具备描述大致方向的知识基础，但要用数学语言进行精确的描述，还是有一定困难。尤其是方向，要让学生理解不同描述法的联系和区别，例如，对“北偏东30°”“东偏北60°”“北偏东60°”“东偏北30°”进行对比、辨析。再如，学生在描述一个点的位置时，经常只说方向而忘了说相对于参照点的距离，教学时要引导学生完整地描述。此外，对量角、用图上1 cm表示多少实际距离等操作方面的关键点，都需要教师进行必要的指导。

4. 建议用3课时教学。

微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

（1）教材以电视播报台风警报作为情境引入，具有很强的生活气息，使学生充分感受生活和数学的紧密联系。

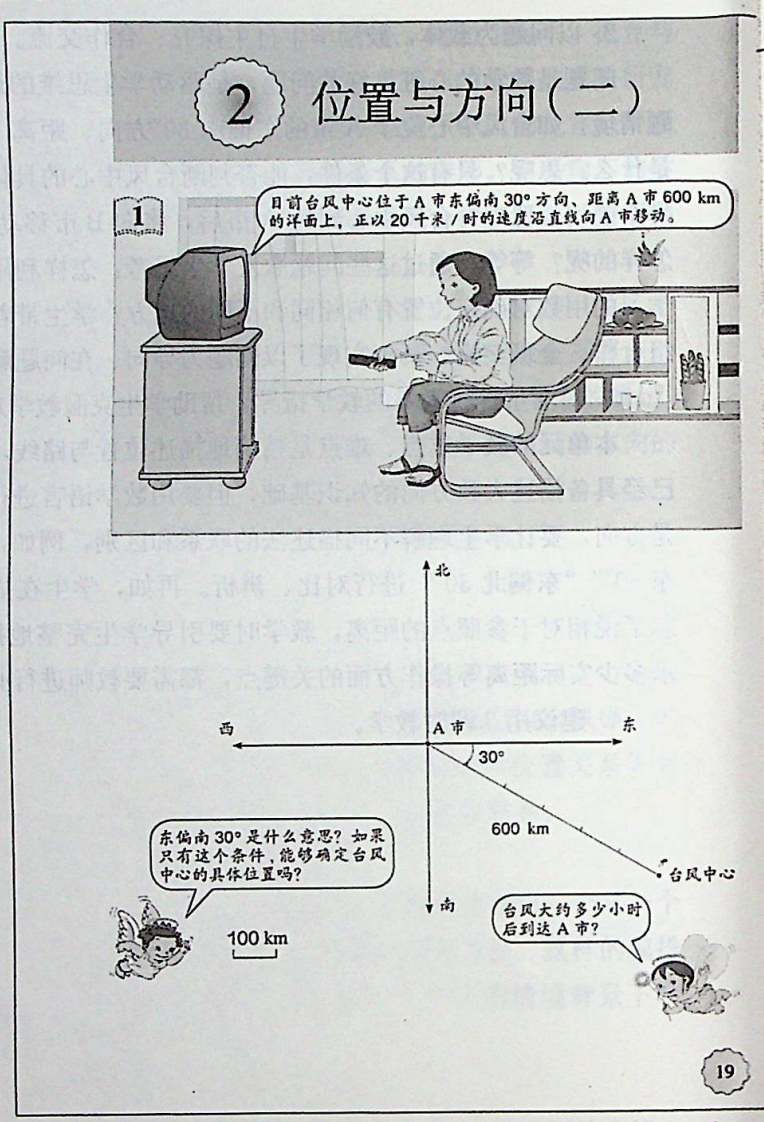
（2）直接给出标出台风中心和A市的方位图，让学生利用图示理解台风中心“位于A市东偏南30°方向、距离A市600 km”所表示的含义。

（3）确定一个位置，需要方向和距离两个条件，教材先通过小精灵提问的方式，让学生思考东偏南30°表示什么意思，这也是本例的重点。使学生看到东偏南30°表示的是一条射线上的所有点，如果只有这一条件，还无法判断台风中心的确切位置，由此引出距离。

（4）“东偏南30°”与“南偏东60°”含义完全相同，只是生活中更习惯于选择小于45°的角度来描述。

（5）图示中用一条线段表示100 km，由于学生还没学习比例尺，只要能说出这样的6条线段表示600 km就可以了，不必涉及比例尺。

（6）最后小精灵问“台风大约多少小时后到达A市”，主要目的是为了在解决实际问题的过程中，与例2进行很自然的情境连接。



教学建议

（1）创设问题情境，引导学生循序渐进地掌握确定位置的方法。

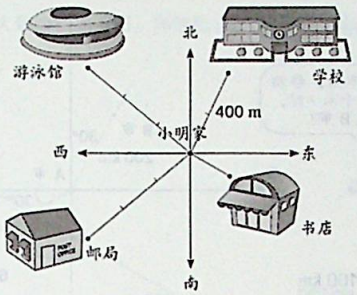
教学时，可以把教材提供的主题图作为问题情境，先出示一个只有四个方向的方位图，并根据已知条件适时提出问题，如：台风中心在哪个大的区域内？什么叫“A市东偏南30°”？谁是参照点？“东偏南30°”怎么确定？如果用“南偏东”应如何表示？用这一个条件能否准确地定位？有了“距离A市600 km”这个条件后能否唯一地确定这个点？并思考：对于平面上的任意一个点，是否都可以通过测量，得到它相对于参照点的方向与距离？这样一步一步，从一个区域到一条射线再到一个点，使学生掌握用方向和距离确定位置的方法。

（2）借助动态课件，克服教学难点。

“A市东偏南30°”是本例的一个难点，教学时可以使用课件，使学生看到以A市为顶点，以正东方向为起始边，向南旋转30°的过程，直观地理解“东偏南30°”的含义。同样，也可以用这样的方法使学生看到它和“南偏东60°”表示的是同一条射线。再如，也可以问学生“如果没有方向的限制，哪些点距离A市600 km”，通过课件，使学生看到以A市为圆心，半径是600 km的圆上的所有点都符合条件。

微信公众号：电子课本大全

做一做



（1）学校在小明家北偏____ ____方向上，距离是 _____ m。

（2）书店在小明家____偏____ ____方向上，距离是 _____ m。

（3）邮局在小明家____偏____ ____方向上，距离是 _____ m。

（4）游泳馆在小明家____偏____ ____方向上，距离是 _____ m。

2



B市位于A市北偏西30°方向、距离A市200 km。C市在A市正北方，距离A市300 km。请你在例1的图中标出B市、C市的位置。



20

编写意图

（1）“做一做”，要求学生以小明家为参照点，说出其他几个地方的确切位置。在这里，教材没有标注相应的角度，要求学生自己正确测量，并根据图示分别算出它们到小明家的距离。

（2）例2是在学生通过例1了解了方向与距离的含义之后，让学生根据给出的某个点相对于参照点的方向和距离，在方位图上找到该点的位置。

（3）例2延续了例1的情境，情节连贯，随着现实情境的发展，自然地引出数学问题。

（4）教材给出了两类定位的情形，一类是非正东、正南、正北、正西的，一方面需要确定角度，另一方面需要确定距离；另一类是正东、正南、正北、正西的，只需要确定距离即可。

（5）教材采取小组合作的方式，提示学生应该如何根据方向和距离确定位置。先确定方向再确定距离和先确定距离再确定方向这两种方法都可以用，但学生通过尝试，一般会主动选择先确定方向，然后在该方向所在射线上根据相应的距离找到该位置。

教学建议

（1）鼓励学生自己完成任务。

学生通过例1的学习，可以测量出图中某点在参照点的什么方向上，距离参照点有多远。例2是已知某点相对于参照点的方向和距离，要求学生在图上表示出该点。学生有了例1的基础，可以自行探索根据已知条件确定点的方法，例如，可以根据本班学生实际情况，给学生提供半成品的方位图（隐去例1中的台风路线，隐去1 cm的距离标识），让学生先独立在纸上表示出B市和C市的位置。师生共同反馈时，重点关注以下几点：以谁为参照点？北偏西30°是以哪条边为起始边？向哪个方向旋转？旋转多少度？如何表示“距A市200 km”？鼓励学生用自己喜欢的方式表示，例如，可以用一段长度标准（不一定是1 cm长）表示50 km，画4段；也可以用1 cm表示100 km，画2 cm……只要长度标准与200 km的长度相匹配就可以了。如果要求学生在教材中的图上标示出来，由于已经规定了1 cm表示100 km，就不允许自设长度标准了。

（2）加强操作指导。

“做一做”中需要量角度，例2中需要画角度，还要在示意图中量出相应的距离，都需要教师进行一定的操作指导。

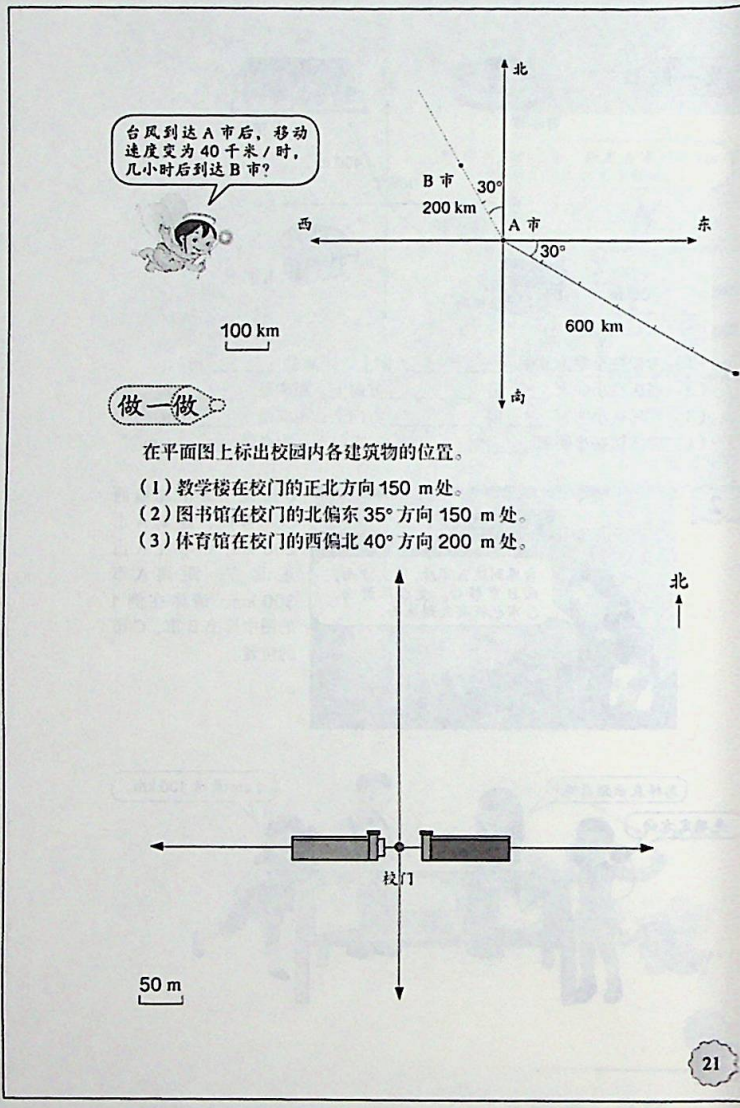
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例 2 中的图保留了例 1 中台风的行进轨迹，承上启下，为例 3 学习路线图打下基础。

（2）小精灵的问题与例 1 中的问题功能相同，有助于保持情境的连贯，使学生在学习新知的同时复习有关路程、速度、时间的数量关系。

（3）“做一做”以学校平面图为素材，让学生标出教学楼、图书馆和体育馆的位置。此图中的单位长度标准已经给出，学生只要算出某建筑物到校门有几段这样的长度就可以了。



教学建议

（1）可以教材的素材为基础作进一步的延伸拓展。

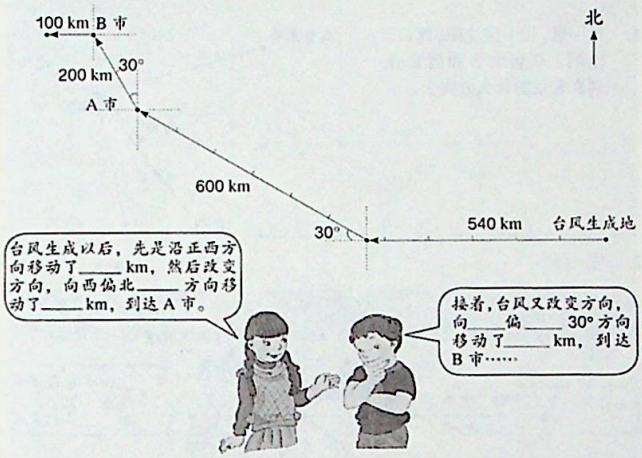
在学生自主完成例 2 与“做一做”的基础上，可以适当拓展，充分挖掘例题的功能。例如例 2，可让学生说一说 A 市在 B 市的什么位置上，A 市在 C 市的什么位置上。此时，需要学生想清楚参照点是如何变化的，并在参照点处画出“坐标轴”，这样才能算出相应的角度。例如，要知道 A 市在 B 市的什么位置上，是以 B 市为参照点的，在 B 市南偏东 30°（或东偏南 60°）方向上，距离还是 200 km。同样，以 C 市为参照点，A 市在 C 市正南方向 300 km 处。把两个点的相对位置关系进行对比，可以看到什么是相同的，什么是不同的，不同之中又有什么联系。

（2）适度把握教学要求并给以一定引导。

在一个未给出单位长度标准的图中让学生标出某点的位置时，可以放手让学生去设定长度标准，只要符合科学性即可。但教师也应给以一定引导，如这个标准怎样设定更合理一些？引导学生采用 1 cm 线段表示一段合适的长度，使标出来的点的位置是“适中”的。此外，允许学生使用角度超过 45°的描述方法，如“东偏南 60°”，但逐渐要引导到通常的说法上来。

微信公众号：电子课本大全

3 此次台风的大致路径如下图。你能用自己的语言说说台风的移动路线吗？



做一做

根据同伴的描述，画出路线示意图。



22

编写意图

微课代码：02610201

（1）教材呈现了台风从生成地出发、经过四次方向改变的大致路径，让学生用数学的语言来描述简单的路线图。路线图中包括了例1和例2中台风的移动路线，体现了情境的整体性和知识的综合性。

（2）路线图描述的不仅仅是两个点的静态关系，而是物体在多个点之间的运动过程。除了整条路线的起点和终点之外，其他点都既是某一段路线的终点，也是下一段路线的起点。教材通过学生对话的方式，给出了分段描述的示范，使学生明白方向与距离的描述是具有相对性的，并掌握在描述每一段路线时要注意的几个关键点：起点在哪儿？终点在哪儿？沿着什么方向？移动了多少距离？

（3）“做一做”安排了根据路线的描述绘制路线示意图，这和用数学语言描述既定路线图是相反的。在绘制时需要学生自己定出起始点，自行设定单位长度标准。要完成这一任务，学生需要具备更综合的能力。

教学建议

（1）在已有知识基础上进行学习。

用数学语言描述路线图是以例1、例2中描述两个点的相对关系为基础的。教学时要充分利用已学知识进行迁移类推。可以利用课件，动态展示路线的变化，使学生在参照点动态变化的情况下，先学会分段描述，再整体描述。在具体的数学语言上，要突出“运动性”，例如，把“B市在A市的北偏西30°方向上，距离A市200 km”转化为“从A市向北偏西30°方向移动200 km，到达B市”。

（2）注意画图指导，培养空间观念。

让学生根据所描述的路线绘制路线图时，要求学生具备较好的空间观念和画图技巧。例如，“做一做”，起点最好画在纸张偏右上方的位置，假如画在左下方，就不太容易表示“先向南走，再向南偏西走”了。再如，如果用1 cm表示100 m，50 m就只有很短的一段，不美观；如果用1 cm表示10 m，100 m就是很长的一段，不方便，也不美观。所以，在画图之前，要求学生在头脑里先有一个大致的“空间位置关系”。

（3）充分挖掘教材资源。

做完“做一做”以后，可让学生说一说：假如从公园回去，又该如何描述路线呢？反复利用教材资源，达到巩固熟练的目的。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

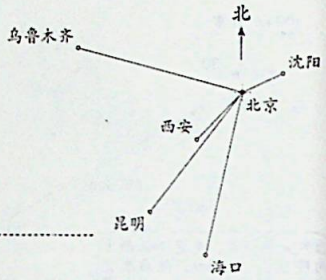
（1）第 1 题，只要求学生通过测量说出几个城市在北京的什么方向上，并不需要说出具体的位置。练习的重点一是找到参照点，以确定测量角度时角的顶点在哪里；二是说出大致的方向“（ ）偏（ ）”；三是精确描述出“（ ）在北京（ ）偏（ ）（ ）°”。

（2）第 2 题，要求学生根据示意图，用方向和距离表述具体的位置。其中方向需要学生通过测量确定，距离只要通过数“段数”就可计算出来。

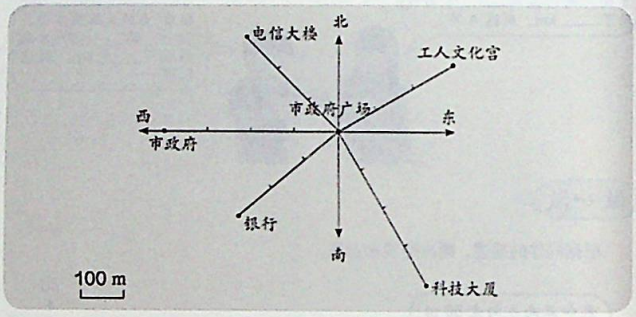
（3）第 3 题，让学生在中国地图上找一找、量一量、说一说北京在哈尔滨的什么方向，哈尔滨在北京的什么方向，使学生感受位置的相对性。通过比较，发现两种描述方式的内在联系。同时，体现了让学生在实践中应用知识的编排意图。

练 习 五

1. 量一量，说一说沈阳、海口、昆明、乌鲁木齐和西安分别在北京的什么方向上。



2. 填一填。



以市政府广场为观测点，

（1）市政府在 ____ 方向上，距离是 ____ m。

（2）电信大楼在 ____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。

（3）工人文化宫在 ____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。

（4）科技大厦在 ____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。

（5）银行在 ____ 偏 ____ ____ 方向上，距离是 ____ m。

3. 找一幅中国地图，量一量，说一说北京在哈尔滨的 ____ 偏 ____ ____ 方向上，哈尔滨在北京的 ____ 偏 ____ ____ 方向上。

23

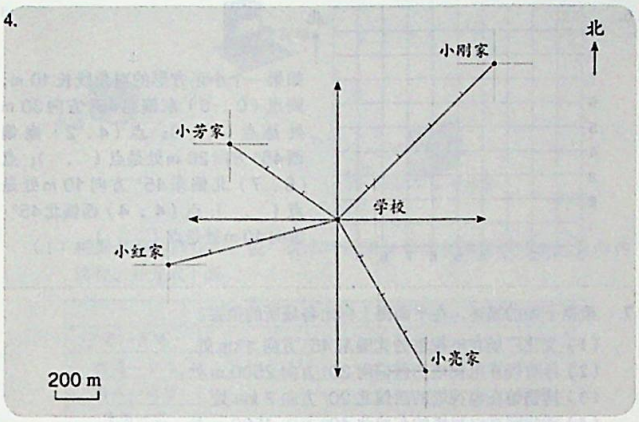
教学建议

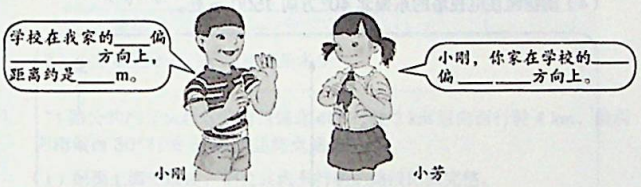
（1）加强测量指导，使学生熟练掌握位置的表示方法。

第 1 题至第 4 题是配合例 1 的练习题。教学时，要使学生逐步熟练掌握用方向和距离表示平面图中两个点相对位置的方法。例如，第 1 题只让学生克服“方向”这一教学重点，测量时，要加强指导，如果学生测量发生困难，教师可提醒学生把北京这个点上的十字坐标延长，这样，东、西、南、北四个方向就更加清晰了。此外，要提醒学生掌握正确的测量角度的方法，例如，看看量角器的中心点对准哪个点，0 刻度线对准哪条边，等等。

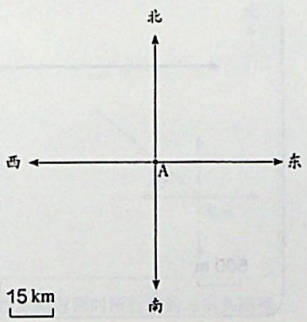
微信公众号：电子课本大全

4.





5. 石油勘探队在A城东偏北40°方向上，约45 km处打出一口油井。请你在平面图上确定油井的位置。



编写意图

（1）第4题，让学生在用方向和距离描述位置的基础上，进一步感受位置的相对性。有了第3题的铺垫，学生根据学校相对于小刚家的位置，借助示意图就可以直接说出小刚家相对于学校的位置。

（2）第5题，是配合例2的巩固练习，要求学生根据方向和距离的描述在平面示意图上确定某点的位置。图中已经规定了用1 cm的线段表示15 km，需要学生算出45 km是这样的几段。

教学建议

（2）充分挖掘教材资源，增加练习的丰富性和层次性。

例如，第3题，除了说一说教材上哈尔滨与北京的相对位置关系，可让学生在地图任选两个城市量一量，说一说。第4题，除了说说学校与小刚家的位置关系，还可以分别说一说小红家、小芳家、小亮家与学校的位置关系。

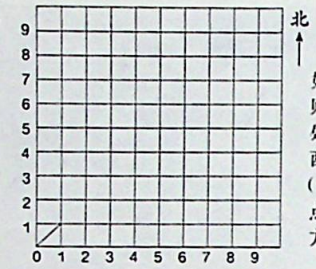
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 6 题，是一道综合性习题，将之前学习的用有序数对表示位置与刚学的用方向和距离表示位置结合起来，使学生看到同一个点的位置可以用不同的方式表示，有助于提高学生综合应用知识的能力。

（2）第 7 题，和第 5 题类似，也是让学生根据已知方向和距离在平面图上标示出某个点的具体位置，只是本题中需要标示的点比较多，情形更为复杂一些。

6.



如果一个小正方形的对角线长 10 m，则点（0，0）东偏北 45° 方向 30 m 处是点（　，　）；点（4，2）南偏西 45° 方向 20 m 处是点（　，　）；点（6，7）北偏东 45° 方向 10 m 处是点（　，　）；点（4，4）西偏北 45° 方向 40 m 处是点（　，　）。

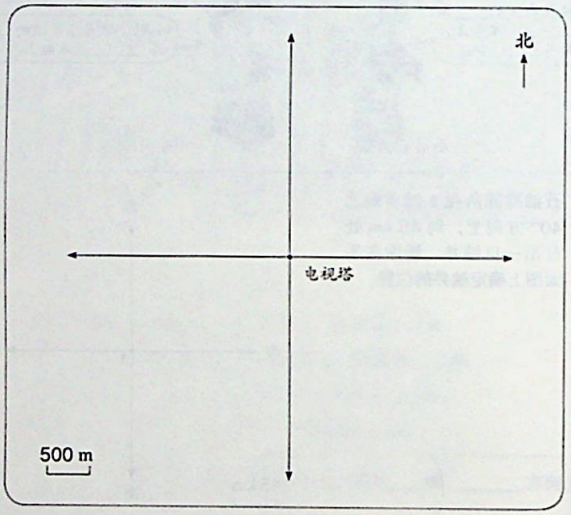
7. 根据下面的描述，在平面图上标出各场所的位置。

（1）文化广场在电视塔的北偏东 45° 方向 1 km 处。

（2）体育场在电视塔的西偏南 30° 方向 2500 m 处。

（3）博物馆在电视塔的西偏北 20° 方向 2 km 处。

（4）动物园在电视塔的东偏北 40° 方向 1500 m 处。



25

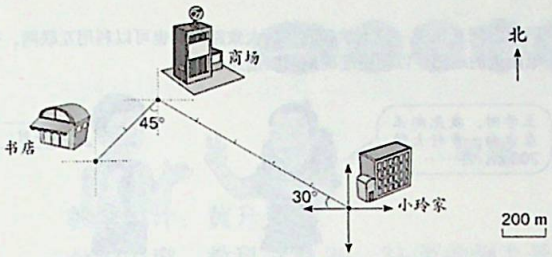
教学建议

（3）加强画图指导，使学生熟练掌握根据位置与方向确定平面上一点的技能。

第 5 至 7 题是配合例 2 的练习题。教学时，要放手让学生自己完成，但同时也应注意加强画图指导，使学生明确先干什么，再干什么。尤其是第 6 题，每一句话中的参照点都是不同的，要求学生先找到参照点，然后以该点作为角的顶点，再找到相应的方向，然后根据相应距离确定点的位置。

微信公众号：电子课本大全

8.



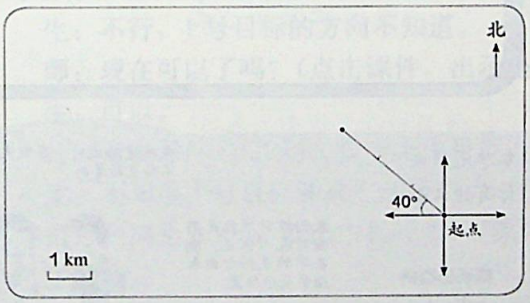
（1）根据上面的路线图，说一说小玲从家去书店和回来时所走的方向和路程，并完成下表。

	方向	路程	时间
家→商场			15 分
商场→书店			7 分
书店→商场			8 分
商场→家			18 分
全程			

（2）小玲走完全程的平均速度是多少？

9. “1 路公共汽车从起点站向西偏北 40° 行驶 3 km 后向西行驶 4 km，最后向南偏西 30° 行驶 3 km 到达终点站。”

（1）根据上面的描述，把公共汽车行驶的路线图画完整。



（2）根据路线图，说一说公共汽车沿原路返回时所行驶的方向和路程。

编写意图

（1）第 8 题，要求学生根据示意图，用数学语言描述路线，图中的每个点上均标注了十字坐标，标出了角度和“段数”，为学生降低了一定的难度。要求学生完整描述去程和返程的路线，使学生理解位置的相对关系。而第 2 小题让学生求全程的平均速度，则是让学生利用本单元的内容解决相关的实际问题，体现了数学知识的应用性。

（2）第 9 题第 1 小题和第 8 题相反，是要求学生根据行进路线的描述，在平面图上画出相应的路线图。随着公共汽车的行进，参照点也在动态变化，需要学生对每一段路线的方向、距离有清楚的理解，并在此基础上仔细画图。第 2 小题是让学生根据第 1 小题所画的路线图，说说返回时的路线，不仅让学生体会方向的相对性，又增加了看图描述路线的练习机会。

教学建议

（4）通过描述既有路线和根据描述画出路线两方面培养学生对路线的认识。

第 8 题和第 9 题是配合例 3 的练习题。教学时应让学生抓住路线描述的重点：从哪儿出发？沿什么方向？移动了多远？到达哪儿？然后再……把每一段按这样的方式去叙述，连起来就是整条路线的描述。反过来，根据描述在图上画路线，也需要分解成一段一段进行，过程清晰，不易出错。

（5）通过各种方式让学生体会位置的相对性。

教材的多道练习题体现了位置的相对性。如第 4 题，以对话的方式说明小明家在学校的什么位置，学校在小明家的什么位置，让学生发现这两种位置表述方法之间的联系。第 8、9 题，让学生通过完整描述去程与返程的路线，体会方向的相对关系。除此之外，教师可以在许多习题中增设这样的环节，例如第 1 题，可让学生分别说说北京在这些城市的什么方向上。这样的练习形式有助于学生对参照点的概念有更深刻的理解。

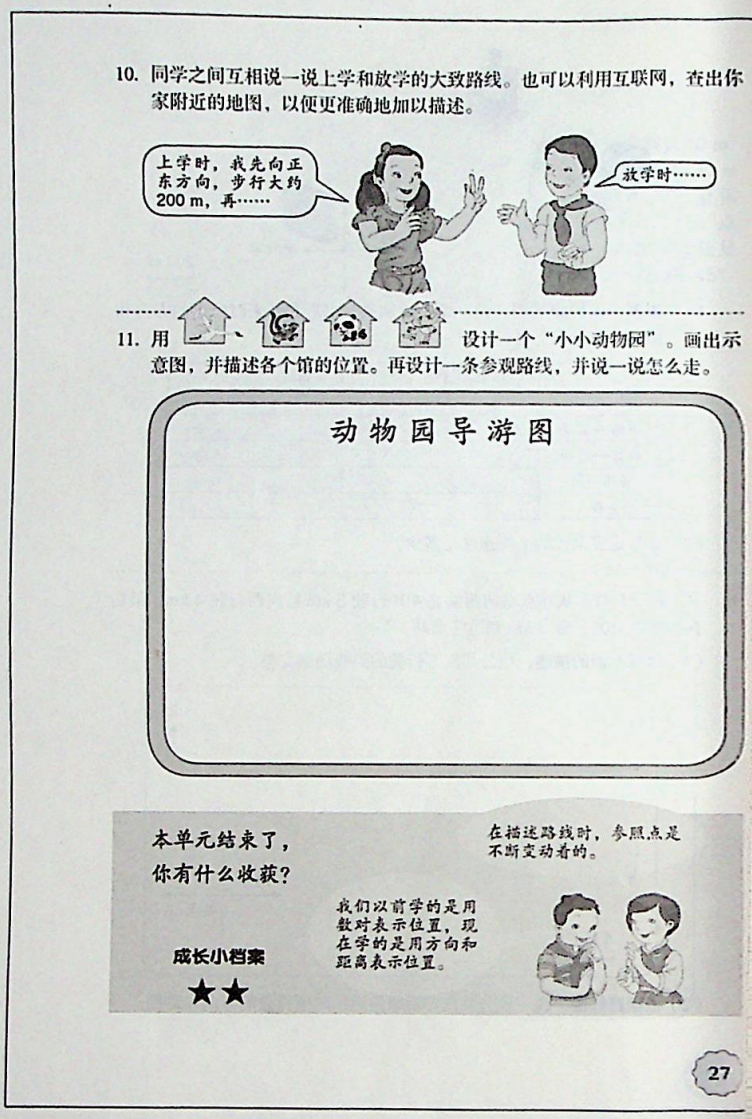
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 10 题，是一道实践题。同学之间相互说说上学和放学的大致线路，解决的方法很开放，方向和距离可以通过估计的方法得到，也可以通过下载、打印互联网上的电子地图或购买当地的地图来测量得到。体现了让学生开放性地解决实际问题的编写理念。

（2）第 11 题，也是一道综合性、开放性较强的习题。先是按自己的想法开放地设计各个馆的位置，再把它们的相对位置描述出来，这是“某地在另一地的什么方向上，距离多远”的具体应用。让学生设计参观路线并描述怎么走，是描述路线的具体应用，也是科学、美学、数学综合运用的载体。

（3）“成长小档案”，对本单元所学知识进行回顾和梳理，并与以前所学的知识联系起来，使学生学会以联系的、系统的观点来看待与整理有关联的数学知识。



教学建议

（6）注重实践性与应用性。

本单元的内容与现实生活息息相关。学生在日常生活中天天都和“位置与方向”打交道，如上学、放学、去科技馆，等等。平时学生也会经常看地图、景区或公园的示意图。因此，要增加学生在生活中实践与应用本单元知识的机会。第 3、10、11 题都比较好地反映了这样的意图。教学时可以结合现实生活，设计更多的实践活动，让学生在活动中活学活用，更好地体会数学的应用价值。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题：位置与方向

教学设计：黄升昊。

教学内容：教科书第 20、21 页的例 2 及“做一做”。

教学目标：

1. 使学生能根据方向和距离，在示意图中确定物体的位置。

2. 使学生在解决问题的过程，培养学生的空间观念和解决问题的能力。

3. 在问题情境中感受根据距离和方向确定位置的价值。

教学准备：多媒体课件、练习纸。

教学过程：

（一）寻找目标，激活经验

师：某炮兵部队正在进行训练，同学们请看大屏幕（课件出示：一门火炮）。现在要命中 1 号目标，能否击中目标？

生：不行，1 号目标的方向不知道。

师：现在可以了吗？（点击课件，出示坐标和方向）

生：可以。

师（点击课件）：发射。没有击中目标，怎么回事？

生：不知道 1 号目标和火炮的距离。

师：距离是 8 km，能击中目标吗？（课件出示线段 1 cm 表示 2 km）

生：能。

师：很好，要命中目标，你觉得需要知道什么？

板书：方向、距离。

（二）解决问题，展开新课

1. 任务驱动，学习新知。

师：通过刚才的热身，我们知道如果要命中一个目标，需要知道目标与发射点的方向和距离。现在 2 号目标在东北方向，距离火炮发射点 6 km。发射后能否命中目标？

学生思考、同桌交流，反馈。

师：请大家说说你的判断和理由。

生 1：可以的。东北方向，就是这样斜过去，6 km 的位置。（在地图上指）

生 2：不可以的。这一片区域都可以叫作东北方向。

师：你的意思就是这片区域的任意一点都可以这样说，而目标只有一个点，所以不行。对吗？你们认为应该怎么办？

生 1：还要增加条件，就是几度的方向。

生 2：就是说，东偏北或者北偏东几度。

师：出示添加条件（东偏北 30°），请学生在课件上指一指目标大致在什么位置。

学生通过测量，找到 2 号目标的位置，教师课件演示如何确定目标（位置）。

微信公众号：电子课本大全

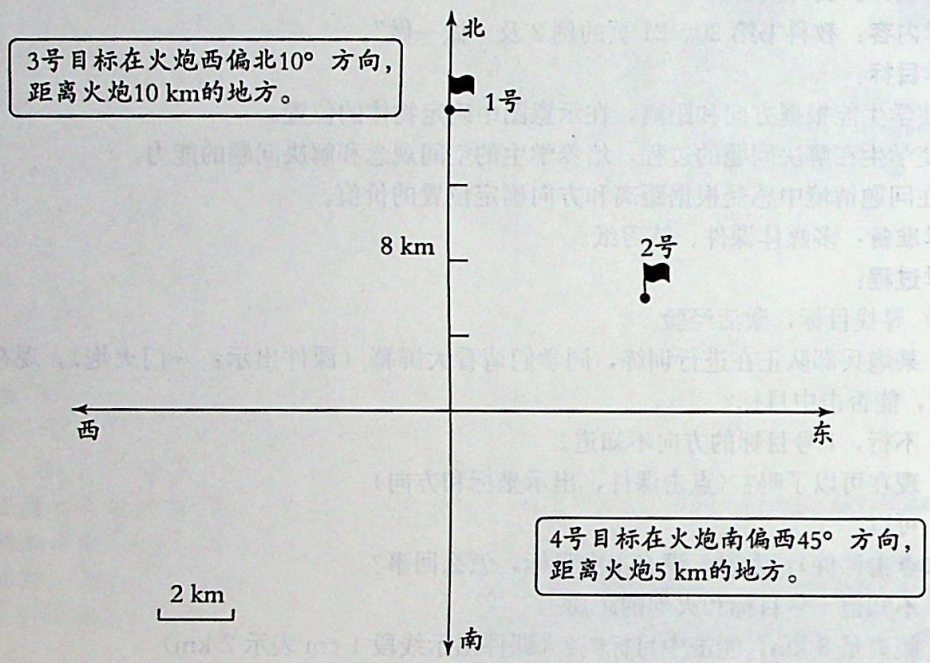
思考：东偏北 30°和北偏东 30°是同一个位置吗？

学生讨论并确定位置后，点击课件，显示：发射，成功。

2. 尝试解决问题。

师：刚才我们一起命中了 1 号和 2 号目标，现在你能根据提示，找到 3、4 号目标吗？

出示：



学生独立尝试联系，反馈交流。

3. 小结。

怎样在平面图上确定位置？（需要知道哪些条件？如何确定？）

学生小组交流，反馈。教师小结。

（三）运用新知，巩固提高

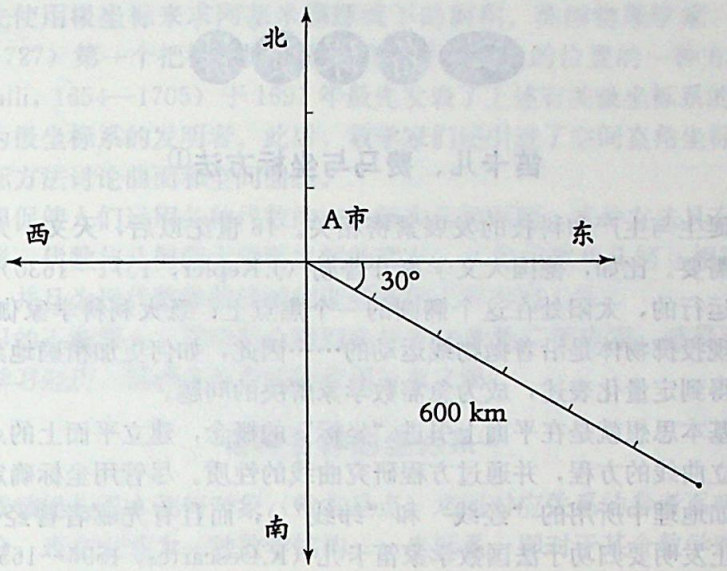
师：在日常生活中，我们也经常要运用方向和距离确定位置。同学们，你们能运用所学知识解决这些问题吗？

1. 天气预报：台风到达 A 市后，改变方向，向 B 市移动。受台风影响，C 市将有大到暴雨。B 市位于 A 市北偏西 30°、距离 A 市 200 km。C 市在 A 市的正北方，距离 A 市 300 km。

（1）请你在图中标出 B 市、C 市的位置。

（2）台风中心到达 A 市后，移动速度变成 40 千米/时，几小时后将到达 B 市？

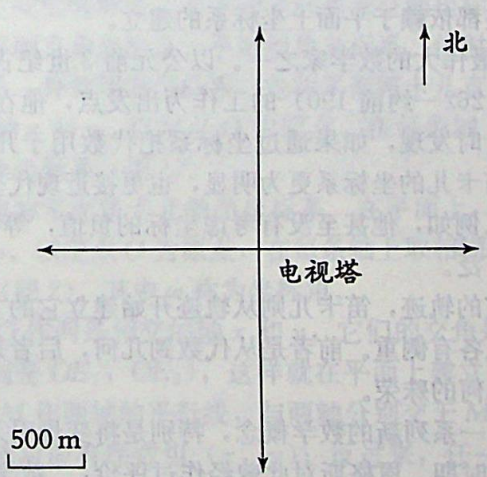
微信公众号：电子课本大全



2. 根据下面的描述，在平面图上标出各场所的位置，并回答问题。

（1）文化广场在电视塔北偏东 45°方向 1000 m 处；体育场在电视塔西偏南 30°方向 2500 m处。

（2）小明步行的速度是 50 米/分，他从文化广场向电视塔走，应该怎样走？几分钟可以到达？



（四）回顾总结

这节课我们一起学习了什么？我们是怎样确定位置的？

微信公众号：电子课本大全

三、备课资料

笛卡儿、费马与坐标方法①

坐标方法的诞生与生产和科技的发展紧密相关。16 世纪以后，天文、力学、航海等都对几何学提出了新需要。比如，德国天文学家开普勒（J.Kepler，1571—1630）发现行星是绕着太阳沿椭圆轨道运行的，太阳处在这个椭圆的一个焦点上；意大利科学家伽利略（G.Galilei，1564—1642）发现投掷物体是沿着抛物线运动的……因此，如何更加精确地刻画圆锥曲线，使圆锥曲线的性质得到定量化表述，成为急需数学家解决的问题。

解析几何的基本思想就是在平面上引进“坐标”的概念，建立平面上的点和坐标之间的一一对应，从而建立曲线的方程，并通过方程研究曲线的性质。尽管用坐标确定点的位置的基本思想古已有之（如地理中所用的“经线”和“纬线”），而且有先驱者曾经研究过这个问题，但解析几何的真正发明要归功于法国数学家笛卡儿（R.Descartes，1596—1650）和他的同胞费马（P.d.Fermat，1601—1665）。

笛卡儿是法国 17 世纪的哲学家、数学家，近代科学方法论的创始人。1637 年，他发表了著名的《几何学》，这标志着解析几何的诞生。在《几何学》中，笛卡儿引用“变量”这个概念，并建立平面上的坐标系。他在解决作图问题时，把坐标平面上的“点”与作为坐标的有序“数对”对应起来，再把平面上的“曲线”与含有两个未知量的“方程”对应起来。最重要的是点与坐标的对应，流动的坐标就是变量，方程既表示已知量与未知量之间的关系，又确定了变量之间的关系。所有这些都依赖于平面上坐标系的建立。

费马是 17 世纪上半叶最伟大的数学家之一。以公元前 3 世纪古希腊几何学家阿波罗尼奥斯（Apollonius，约公元前 262—约前 190）的工作为出发点，他在竭力恢复失传的阿波罗尼奥斯的著作《论平面轨迹》时发现，如果通过坐标系把代数用于几何，轨迹的研究就容易进行。他所创建的坐标系比笛卡儿的坐标系更为明显，也更接近现代坐标系。而笛卡儿的坐标系尽管并不像现在这样明确（例如，他甚至没有考虑坐标的负值，等等），但笛卡儿的方法更具一般性，适用范围也更加广泛。

费马从方程出发研究它的轨迹，笛卡儿则从轨迹开始建立它的方程，这正是解析几何中一个问题的正反两种提法，但各有侧重。前者是从代数到几何，后者是从几何到代数。笛卡儿和费马共同分享了创立解析几何的殊荣。

解析几何的创立引入了一系列新的数学概念，特别是将变量引入数学，使数学进入了一个新的发展时期，即变量数学时期。恩格斯对此曾经作过评价：“数学中的转折点是笛卡儿的变数，有了变数，运动进入了数学；有了变数，辩证法进入了数学；有了变数，微分和积分也就立刻成为必要的了。”

1655 年，英国数学家沃利斯（J.Wallis，1616—1703）首先有意识地引进负的纵、横坐标，改进了笛卡儿、费马的坐标系，得到了完整的圆锥曲线的方程，并用这些方程直接推导出圆锥

---

① 中学数学课程教材研究开发中心. 普通高中课程标准实验教科书数学选修 4-4 [M]. 北京：人民教育出版社，2007：19.

微信公众号：电子课本大全

曲线的几何性质，充分显示出坐标方法的巨大力量。意大利数学家卡瓦列里（B.Cavalieri，1598—1647）最先使用极坐标来求阿基米德螺线下的面积。英国物理学家、数学家牛顿（I.Newton，1642—1727）第一个把极坐标看成是确定平面上点的位置的一种方法。瑞士数学家伯努利（J.Bernoulli，1654—1705）于1691年最先发表了上述有关极坐标系的文章，所以人们一般都称伯努利为极坐标系的发明者。此后，数学家们还引进了空间直角坐标系、柱坐标系和球坐标系，用坐标方法讨论曲面和空间曲线。

坐标法的思想促使人们运用各种代数的方法解决几何问题。这种方法具有一般性，它沟通了数学内部数与形、代数与几何两大学科之间的联系。从此代数和几何互相汲取新鲜的活力，得到迅速的发展，并且为近代数学的机械化证明提供了有力的工具。

随着数学学习的不断深入，同学们会看到坐标方法的更广泛应用，感受到它的巨大力量。你能联系自己的学习经历，谈谈坐标方法的作用与意义吗？

各种各样的坐标系①

用来确定数或数组与基本几何对象（常常是点）之间对应关系的参考系叫做坐标系。最早用于数与形的结合，现在发展为一种数学结构——坐标系，即对于某个数学对象的集合，使其元素对应于特定的数量结构。

用坐标系来确定点的位置起源于古代。远在公元前4世纪，中国战国时代的石申制成世界上最早的星表《石氏星经》，就是用坐标思想方法记录了一百多颗恒星的位置。14世纪在奥尔斯姆的著作中，已有关于经纬度的萌芽。受到奥尔斯姆思想的影响，笛卡儿从古代的天文和地理的经纬线制中得到启发，于1637年出版的《方法论》的附录《几何学》中，阐述了他的平面坐标方法和变量思想。

坐标系有许多种。按空间的维数分，有平面坐标系和空间坐标系。

在平面坐标系里，有平面直角坐标系、平面斜角坐标系、仿射坐标系、极坐标系等。

（1）平面直角坐标系是一种常用的坐标系，也称平面笛卡儿直角坐标系。在平面上，过一定点 O 作两条互相垂直的轴 x 和 y。以定点 O 为原点，在每条轴上取相同的单位长度，这样就在平面上建立了一个直角坐标系（图1）。

（2）平面斜角坐标系也称平面笛卡儿斜角坐标系。在平面上，过一定点 O 作两条斜交的轴 x 和 y，它们的交角是 ω。以定点 O 为原点，在每条轴上取相同的单位长度，这样就在平面上建立了一个斜角坐标系（图2），其中 ω 称为坐标角。

（3）平面上过一定点 O 作两条相交的轴 x 和 y，它们的交角是 ω，以定点 O 为原点，在每条轴上取单位长度（分别是 OE_1，OE_2），这样就在平面上建立了一个仿射坐标系（图3）。对于平面上任一点 M，过 M 作两轴的平行线，与两轴分别交于 M_1，M_2，它们在两轴的坐标分别是 x，y，于是点 M 就对应有序数组（x，y）；反过来，任一有序数组（x，y）也就对应平面上的唯一点，实数对（x，y）叫做点 M 的平面仿射坐标，x，y 分别称为点 M 的第一坐标、第二坐标，两轴的单位长度不一定相同。如果两轴的单位长度相同，且 $\omega=90°$，就是平面直角坐标系；如果两轴的单位长度相同，且 $\omega\neq90°$，就是平面斜角坐标系。

---

① 中学数学课程教材研究开发中心. 义务教育教科书数学七年级下册自读课本 [M]. 北京：人民教育出版社，2013：29.

微信公众号：电子课本大全

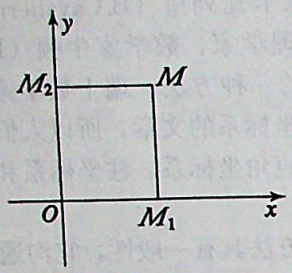


图 1

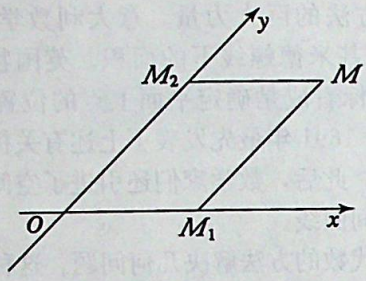


图 2

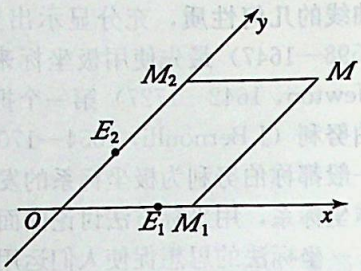


图 3

（4）在平面上，过一定点 O 作一条射线，再取一个单位长度，并确定角的方向（通常取逆时针的方向为角的正方向），这样就在平面上建立了一个极坐标系（图 4）。其中，点 O 叫做极点，Ox 轴叫做极轴。平面上的每一个点 M 可以通过 $OM=\rho$（称为点 M 的极径）以及 $\angle xOM=\theta$（称为点 M 的极角）来表示，有序数对（ρ，θ）称为点 M 的极坐标。

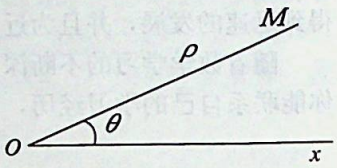


图 4

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的主要内容是根据方向和距离确定位置，具体包括：用相对于参照点的方向和距离描述平面图上的某个位置；根据相对于参照点的方向和距离的描述，在平面图上标示出某个点的位置；会用数学语言描述路线图，或根据路线描述画出路线图。

基于以上内容，在评价上主要关注以下几个方面：

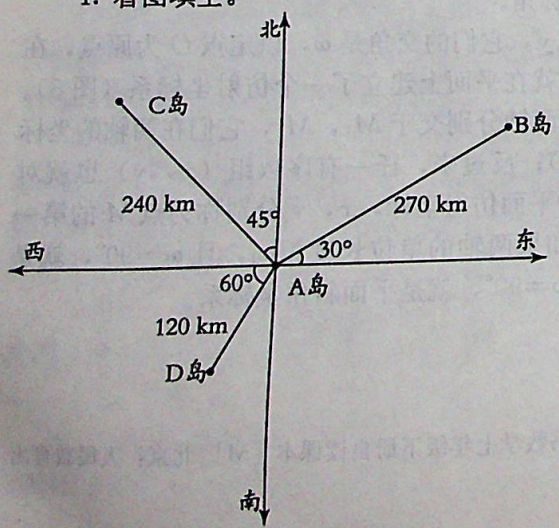
1. 能否根据平面示意图，运用方向和距离表示物体的位置？

2. 能否根据位置的描述标示出物体在平面图上的位置？

3. 能否在具体的情境中，用数学语言正确描述路线图？能否根据路线图的描述画出路线图？

（二）本单元笔试评价参考样例

1. 看图填空。



以 A 岛为观测点。

（1）B 岛在东偏（　　）（　　）°方向，距 A 岛（　　）km。

（2）C 岛位于（　　）偏（　　）（　　）°方向，距 A 岛（　　）km。

（3）D 岛位于南偏（　　）（　　）°方向，或者说西偏（　　）（　　）°方向，距 A 岛（　　）km。

以 B 岛为观测点。

（4）A 岛在（　　）偏（　　）（　　）°方向，距 B 岛（　　）km。

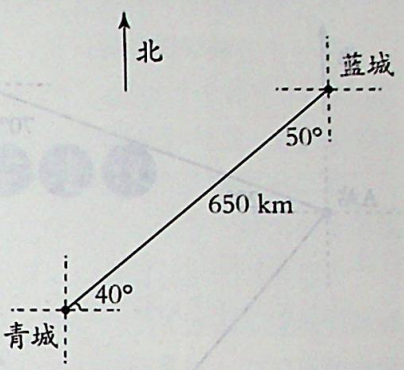
微信公众号：电子课本大全

2. 下图是两个城市的位置图，先观察，再回答下列问题。

（1）从青城看，蓝城位于（　　）偏（　　）（　　）°方向；从蓝城看，青城位于（　　）偏（　　）（　　）°方向。

（2）有两辆汽车分别同时从青城和蓝城相对开出，客车速度为 80 千米/时，货车速度为 50 千米/时。几小时后两车相遇？

（3）请你在图中标出两车相遇的大致位置。



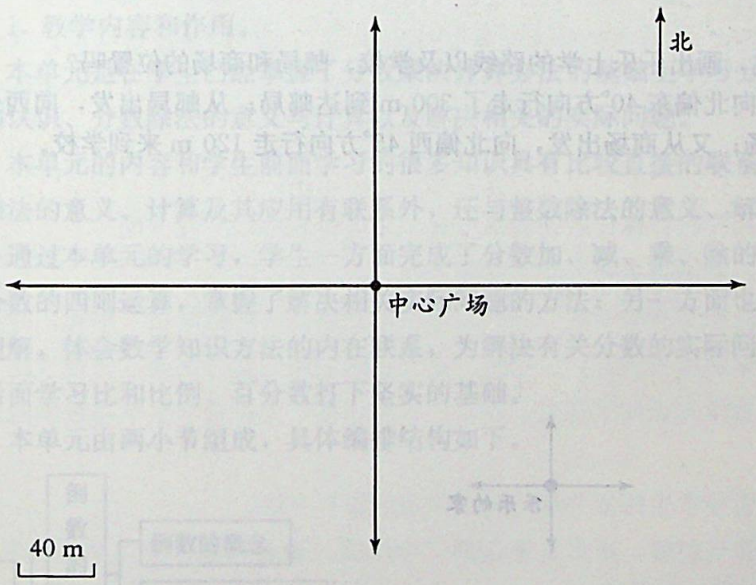
3. 在下面的平面图上标出各个建筑物的位置。

A. 百货大楼——位于中心广场北偏东 40°方向 240 m 处。

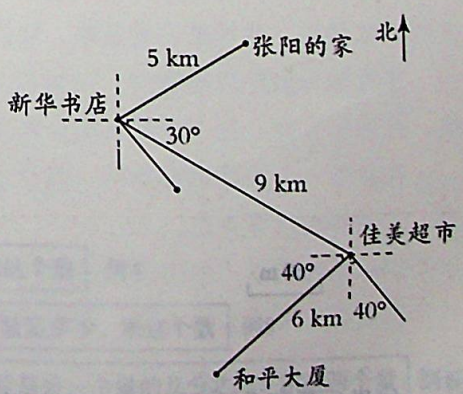
B. 新华书店——位于中心广场北偏西 30°方向 200 m 处。

C. 展览馆——位于中心广场东偏南 60°方向 160 m 处。

D. 美食天地——位于中心广场南偏西 45°方向 280 m 处。

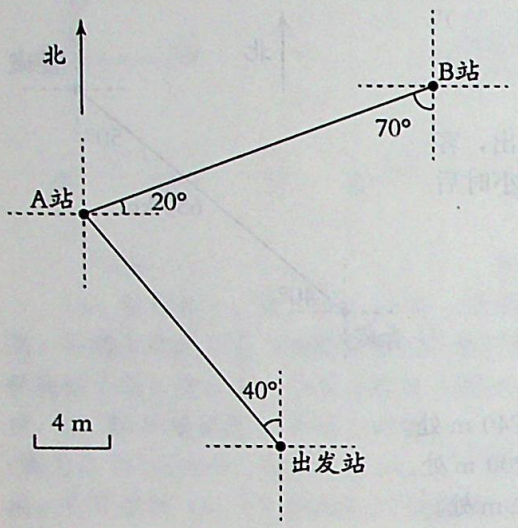


4. 张阳骑车从家出发去和平大厦，到新华书店时迷路了，于是他打电话向朋友小杨请求帮助。如果你是小杨，根据下图，该怎样帮助张阳？



微信公众号：电子课本大全

5. 这是一张机器人的行走路线图。



（1）机器人从出发站出发，向（　　）偏（　　）（　　）°方向，行走（　　）m 可以到达 A 站。

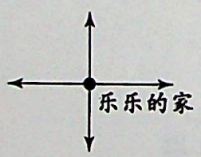
（2）从 A 站出发，怎样走可以到达 B 站？

（3）机器人最终的目的地是 C 站。C 站位于 B 站南偏东 20°、距 B 站 16 m 的位置上。请你在图上标出 C 站的位置。

（4）如果机器人的行走速度控制在 2 米/秒，在每个站点需要停顿 5 秒。那么行完全程需要多少时间？

6. 你能根据下面的描述，画出乐乐上学的路线以及学校、邮局和商场的位置吗？

早上，乐乐从家出发，向北偏东 40°方向行走了 300 m 到达邮局；从邮局出发，向西偏北 30°方向行走 180 m 到达商场；又从商场出发，向北偏西 45°方向行走 120 m 来到学校。



60 m

如果乐乐每分钟走 50 m，从家到学校上学需要步行（　　）分钟。

微信公众号：电子课本大全

第三单元　分数除法

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生理解倒数的意义，掌握求一个数的倒数的方法。
2. 使学生体会分数除法的意义，理解并掌握分数除法的计算方法，会进行分数除法计算。
3. 使学生会解决一些和分数除法相关的实际问题。
4. 使学生体会数学与生活的密切联系，体会并掌握模型、方程、数形结合等数学思想。

（二）内容安排及其特点

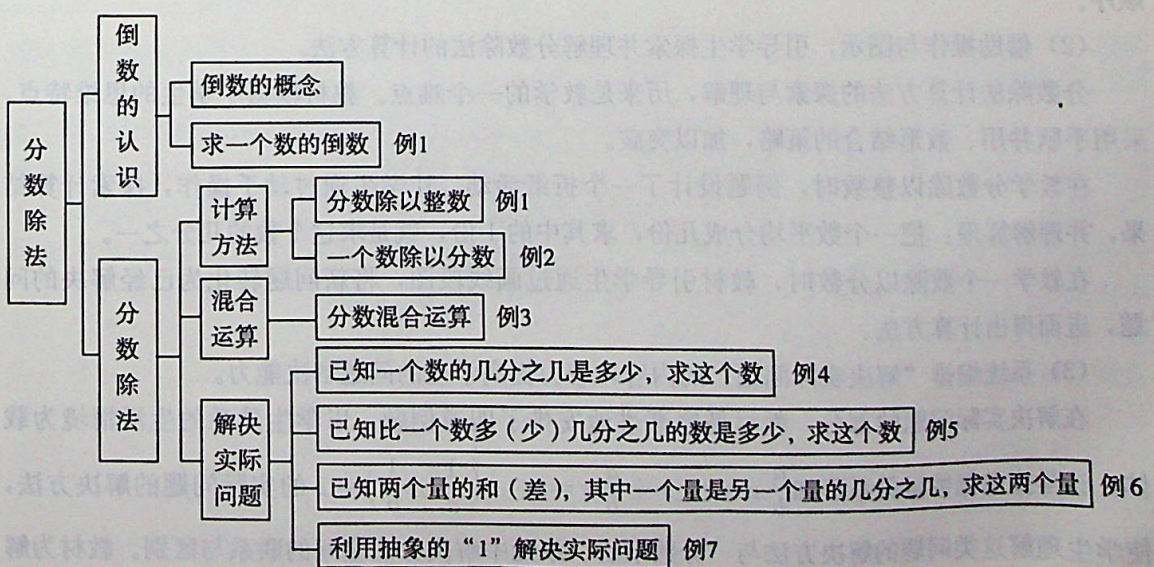
1. 教学内容和作用。

本单元是在学生已经掌握了分数乘法计算方法的基础上学习分数除法。主要内容包括：倒数的认识、分数除法的意义与计算以及解决相关的实际问题。

本单元的内容和学生前面学习的很多知识具有比较直接的联系。例如，分数除法除了与分数乘法的意义、计算及其应用有联系外，还与整数除法的意义、解方程的技能有关。

通过本单元的学习，学生一方面完成了分数加、减、乘、除的学习任务，比较系统地掌握了分数的四则运算，掌握了解决相关实际问题的方法；另一方面也进一步加深了对乘除法关系的理解，体会数学知识方法的内在联系，为解决有关分数的实际问题提供更多的支持；同时也为后面学习比和比例、百分数打下坚实的基础。

本单元由两小节组成，具体编排结构如下。



微信公众号：电子课本大全

从上面的图示，不难看出教材内容之间的内在联系。

第一小节教学倒数的认识，为后面学习分数除法扫清障碍。由于分数除法的基本方法为“除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数”，因此认识倒数的概念以及熟练地求出一个非 0 数的倒数，是学习分数除法的重要基础。

第二小节结合除法的运算意义探究并掌握分数除法的计算方法，然后学习分数混合运算、解决实际问题，可以分为三个层次：

一是分数除法计算方法的探寻和归纳。教材结合实际情境，引领学生列出算式，通过折纸和画图的数形结合方法及分析、推理得出正确的计算结果。分析的过程既是分数除法意义和算理的理解过程，也是分数除法计算方法的探寻和归纳过程。

二是分数乘除法的混合运算。教材结合具体问题情境，引领学生在列分步算式的基础上，尝试列综合算式解决问题，并将整数和小数的混合运算法则类比迁移到分数混合运算中。

三是运用分数除法知识解决实际问题。分数除法的实际问题主要有两种情况，一种是利用已学的数量关系直接列式解决的实际问题，与分数除法计算方法同步教学，如例 2，利用路程、时间、速度的数量关系直接列式，只是数据变成了分数。另一种是数量关系涉及到“一个数的几分之几”或需用抽象的“1”解决的较为复杂的实际问题，先要理清数量关系，然后通过列方程等方法解决问题，这既是对过去列方程解决问题的扩展，也为后面解决百分数的实际问题作准备。

2. 教材编排特点。

与原实验教材相比，本单元教材修订后有较多变化，主要体现在以下几方面。

（1）合理调整教材结构，使编排更符合学生认知规律。

一是将“倒数的认识”由原实验教材的“分数乘法”单元移到“分数除法”单元，并独立成一小节，作为分数除法教学的准备内容；二是将“比和比的应用”划分出来，另设“比”的单元。这样编排，使本单元数学知识的呈现更具逻辑性、整体性，更符合学生学习数学的逻辑顺序。

（2）借助操作与图示，引导学生探索并理解分数除法的计算方法。

分数除法计算方法的探索与理解，历来是教学的一个难点。教材根据小学生的思维特点，采用手脑并用、数形结合的策略，加以突破。

在教学分数除以整数时，例题设计了一个折纸活动，让学生通过动手操作，探索计算结果，并理解算理：把一个数平均分成几份，求其中的 1 份，就是求这个数的几分之一。

在教学一个数除以分数时，教材引导学生通过画线段图，将新问题转化为已经解决的问题，进而得出计算方法。

（3）系统编排“解决实际问题”的内容，着力提高学生的问题解决能力。

在解决实际问题的部分，教材循序渐进地安排了四道例题，以学生熟悉的生活情境为载体，让学生掌握数量关系形如$\frac{a}{b}x=c$、$x\pm\frac{a}{b}x=c$、$x\left(\frac{1}{a}\pm\frac{1}{b}\right)=1$的实际问题的解决方法，使学生理解这类问题的解决方法与“分数乘法”单元中解决方法之间的联系与区别。教材为解

微信公众号：电子课本大全

决实际问题的教学提供了清晰的线索和思路，进一步让学生体会并掌握数学模型思想、方程思想，促进学生问题解决能力的发展。

（三）教学建议

1. 充分利用教材，促进学习迁移。

本单元教材在揭示相关知识的内在联系，提供类比思维材料方面，作了不少努力。教学时，应充分利用这些资源，激活学生已有的知识经验，引导他们进行类比，促进学习的正向迁移。实际上，这也是本单元课堂教学中落实学生主体地位、发挥教师主导作用的有效途径。

2. 加强直观教学，结合实际操作和图形语言，探索、理解计算方法。

为了使学生在参与探索分数除法计算方法的过程中有所发现，有所感悟，教材设计了折纸与画图的教学活动。教学时，教师要用好这些直观手段，给学生充分提供动手的机会和时间，让更多的学生在操作、观察的过程中，凭借直观，理解算理，发现算法。要提高这些教学活动的有效性，还需要教师给予适当的点拨，引导学生将数与形结合，边操作，边观察，边思考，并通过讨论、交流，在理解的基础上总结和掌握算法。

3. 提供丰富的问题情境，落实“四基”目标。

为了落实《标准（2011 版）》提出的“四基”目标，修订后的教材在本单元编排上作了许多调整。在教学时，要深刻领悟编者意图，真正落实课程目标。例如，分数除法的计算教学，教师要让学生经历探究方法——明确算理——总结算法的过程。在这一过程中，由具体题目的计算到一般方法的抽象概括，在理解算理的基础上归纳算法，培养学生的概括总结能力。在解决实际问题时，要充分利用教材所提供的丰富素材，使学生学会用数学的眼光观察周围的世界，培养学生发现和提出与数学有关的问题以及分析问题、解决问题的能力。

4. 建议用 11 课时教学。

微信公众号：电子课本大全

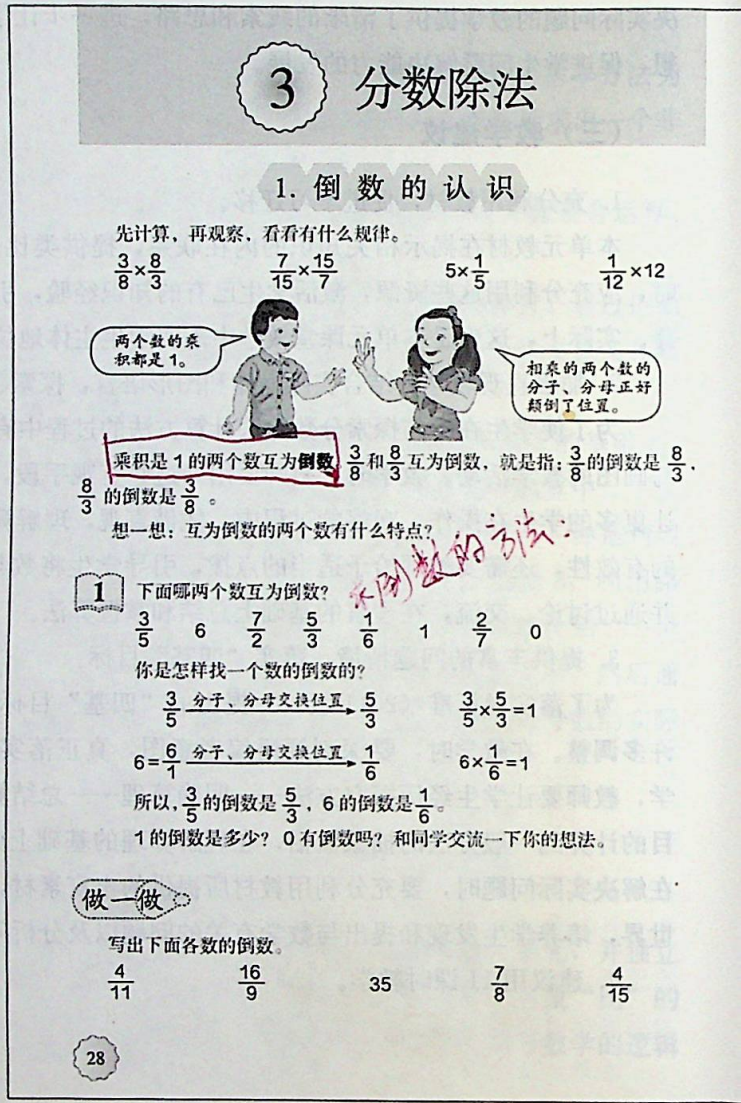
（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

（1）教材编排了几组乘积为 1 的乘法算式，使学生通过计算、观察、讨论等活动，归纳出它们的共同规律，引出倒数的定义，并用实例突出“互为倒数”的含义。然后引导学生思考互为倒数的两个数有什么特点；如果两个数都是分数，那么这两个数的分子、分母交换位置；如果一个是整数，那么另一个分数的分子是 1，分母就是该整数，为例 1 的学习打下基础。

（2）例 1 教学求倒数的方法。教材先安排找倒数的活动，初步体验找倒数的方法：调换分子、分母的位置。在总结求倒数的方法时，要分三种情况：求分数的倒数；求整数的倒数；1 和 0 的倒数的问题。对于 1 和 0 的倒数问题，因为 $1\times1=1$，所以 1 的倒数是 1；因为 0 与任何数相乘都不可能是 1，所以 0 没有倒数。

（3）“做一做”是求倒数的巩固练习。



3 分数除法

1. 倒数的认识

先计算，再观察，看看有什么规律。

$\frac{3}{8}\times\frac{8}{3}$　　$\frac{7}{15}\times\frac{15}{7}$　　$5\times\frac{1}{5}$　　$\frac{1}{12}\times12$

乘积是 1 的两个数互为**倒数**。$\frac{3}{8}$ 和 $\frac{8}{3}$ 互为倒数，就是指：$\frac{3}{8}$ 的倒数是 $\frac{8}{3}$，$\frac{8}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{8}$。

想一想：互为倒数的两个数有什么特点？

1 下面哪两个数互为倒数？

$\frac{3}{5}$　6　$\frac{7}{2}$　$\frac{5}{3}$　$\frac{1}{6}$　1　$\frac{2}{7}$　0

你是怎样找一个数的倒数的？

$\frac{3}{5}\xrightarrow{\text{分子、分母交换位置}}\frac{5}{3}$　　$\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=1$

$6=\frac{6}{1}\xrightarrow{\text{分子、分母交换位置}}\frac{1}{6}$　　$6\times\frac{1}{6}=1$

所以，$\frac{3}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{3}$，6 的倒数是 $\frac{1}{6}$。

1 的倒数是多少？0 有倒数吗？和同学交流一下你的想法。

做一做

写出下面各数的倒数。

$\frac{4}{11}$　　$\frac{16}{9}$　　35　　$\frac{7}{8}$　　$\frac{4}{15}$

28

教学建议

（1）教学倒数的意义时，要让学生经历计算、观察、归纳规律的过程。

计算后，引导学生观察几组算式，归纳它们的共同规律，再看看每一组算式中两个分数有什么特点。在教学了倒数的定义后，让学生说一说自己对定义中字句的理解，重点关注倒数概念中的几个关键点：乘积为 1；两个数；互为倒数。

（2）教学求一个数的倒数时，应给予学生充分的探索机会，自行根据倒数的定义进行判断，并互相交流找倒数的方法。1 的倒数是多少，0 有没有倒数，可以让学生先尝试找，然后再交流想法，统一认识。

学生真正理解了倒数的概念，并掌握了求一个数的倒数方法后，即使遇到用小数形式来表示分数的情形，只要紧紧抓住倒数定义中“乘积为 1”的本质特点，在判断时也不会受到外在形式的干扰。

微信公众号：电子课本大全

练 习 六

1. 将互为倒数的两个数用线连起来。

$\frac{3}{13}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{25}{26}$	$\frac{1}{100}$
8	$\frac{13}{3}$	100	$\frac{99}{59}$
$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{59}{99}$	$\frac{26}{25}$

2. 下面的说法对不对？为什么？

（1）$\frac{7}{12}$ 与 $\frac{12}{7}$ 的乘积为 1，所以 $\frac{7}{12}$ 和 $\frac{12}{7}$ 互为倒数。

（2）$\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{2}=1$，所以 $\frac{1}{2}$、$\frac{4}{3}$、$\frac{3}{2}$ 互为倒数。

（3）0 的倒数还是 0。

（4）一个数的倒数一定比这个数小。

3. 说出下面各数的倒数。

$\frac{1}{9}$	$\frac{51}{62}$	$\frac{8}{3}$	5	$\frac{12}{23}$	102	$\frac{16}{7}$

4. 先计算出每组算式的结果，再在○里填上“>”“<”或“=”。

$1\div8=(\frac{1}{8})$　　$6\div2=(3)$　　$9\div4=(\frac{9}{4})$

$1\times\frac{1}{8}=(\frac{1}{8})$　　$6\times\frac{1}{2}=(3)$　　$9\times\frac{1}{4}=(\frac{9}{4})$

$1\div8=1\times\frac{1}{8}$　　$6\div2=6\times\frac{1}{2}$　　$9\div4=9\times\frac{1}{4}$

5. 小红和小亮谁说得对？



编写意图

（1）第 1 题是寻找互为倒数的两个数，目的是加强学生对互为倒数的两个数的特征的认识。

（2）第 2 题是对倒数意义的巩固，突出对倒数定义中两个数的依存关系的理解。

（3）第 3 题是针对求一个数的倒数的练习。

（4）第 4 题通过几组乘、除法算式的对比，让学生对除以一个数与乘这个数的倒数进行对比，发现规律，为后面教学分数除法作铺垫。

（5）第 5 题是对倒数意义的进一步认识。使学生进一步认识到只要两个数的乘积是 1，那么这两个数就互为倒数，与这两个数是整数、分数还是小数无关。

教学建议

（1）通过练习，进一步理解倒数的本质特点。

教学第 1 题和第 3 题时，重点在于通过练习加强学生对互为倒数的两个数的特点的认识，使学生能熟练地判断两个数是否互为倒数，会熟练地求出一个数的倒数。

教学第 2 题时，建议开展讨论活动。每一道判断都具有针对性，判断正确或错误，要说出理由，举出反例，让学生在思考、交流、辨析中加强对倒数概念的认识。

教学第 5 题时，可以就此开展一个小辩论，统一认识后，再进行小结：只要两个数的乘积是 1，那么这两个数就互为倒数，与这两个数是整数、分数还是小数无关。通过这样的讨论，帮助学生从数学本质的角度认识倒数的概念。

（2）为后面学习作好必要铺垫。

第 4 题，可以引导学生在计算后进行观察，并交流所发现的规律，但不必作进一步的延伸。

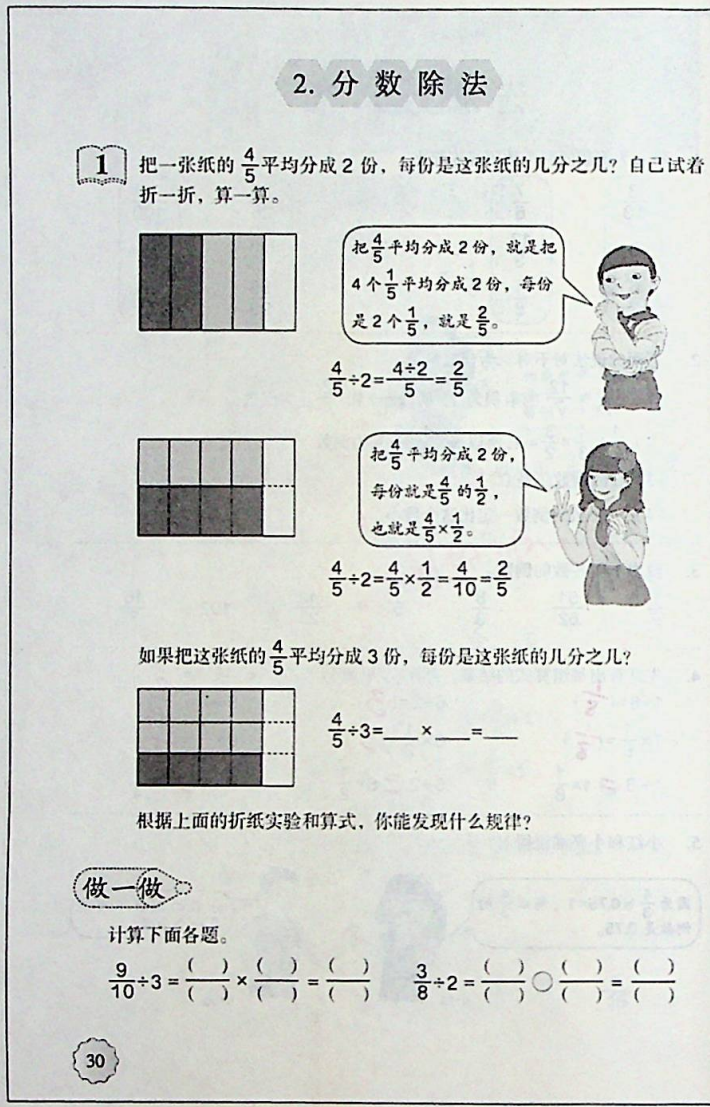
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例 1 以折纸活动为载体，利用数形结合的方法帮助学生理解分数除以整数的算理。教材分两个层次编排：先解决分数的分子能被整数整除的特殊情况；再引出分子不能被整数整除的情况。第一个问题是分子能被整数整除的情况，有两种思考方法，方法一是利用整数除法的意义，将分数除法转化为整数除法理解并计算；方法二是利用分数的意义，将问题转化为求$\frac{4}{5}$的$\frac{1}{2}$来理解和计算。在此基础上提出第二个问题，凸显方法一的局限性和方法二的一般适用性。

（2）教材体现了让学生经历由特殊到一般的探索过程，进而理解把一个数平均分成几份，求其中的 1 份，就是求这个数的几分之一是多少，渗透转化的数学思想。

（3）“做一做”是针对计算方的关键步骤设计的填空练习。



2. 分数除法

1 把一张纸的$\frac{4}{5}$平均分成 2 份，每份是这张纸的几分之几？自己试着折一折，算一算。

如果把这张纸的$\frac{4}{5}$平均分成 3 份，每份是这张纸的几分之几？

$\frac{4}{5}\div3=$____×____=____

根据上面的折纸实验和算式，你能发现什么规律？

做一做

计算下面各题。

$\frac{9}{10}\div3=\frac{(\ )}{(\ )}\times\frac{(\ )}{(\ )}=\frac{(\ )}{(\ )}$　　$\frac{3}{8}\div2=\frac{(\ )}{(\ )}\bigcirc\frac{(\ )}{(\ )}=\frac{(\ )}{(\ )}$

30

教学建议

（1）引导学生通过操作，直观理解算理。

教学例 1 的第一个问题时，让学生拿出课前准备好的纸，先自己试着折一折，涂一涂，算一算，再让学生交流各自的折纸方法、计算过程及其算理。如果学生想不到第二种折纸方法和相应的算法，教师可以引导学生思考：把 4 个$\frac{1}{5}$平均分成 2 份，还有什么不同的分法？利用数形结合，让学生对照不同的折法，讲清楚两种计算方法的异同。

接下来让学生自行解决第二个问题，仍然允许学生用折纸的方法探索算法，使学生自行发现哪种算法更具一般性，并初步总结出“一个分数除以整数，等于乘上这个整数的倒数”的结论。

（2）注重沟通分数除法与分数乘法的联系。

对于分数除以整数的一般性算法，要结合分数的意义和直观图，实现“$\frac{4}{5}\div2$”到“把$\frac{4}{5}$平均分成 2 份，每份就是$\frac{4}{5}$的$\frac{1}{2}$”再到“$\frac{4}{5}\times\frac{1}{2}$”的顺利过渡。

微信公众号：电子课本大全

2

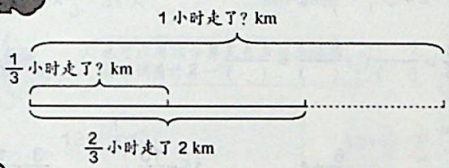


小明$\frac{2}{3}$小时走了2 km，小红$\frac{5}{12}$小时走了$\frac{5}{6}$ km。谁走得快些？

小明平均每小时走：

$2\div\frac{2}{3}$







先求$\frac{1}{3}$小时走的千米数，也就是求2的$\frac{1}{2}$，即$2\times\frac{1}{2}$。再求3个$\frac{1}{3}$小时走的千米数，即$2\times\frac{1}{2}\times3$。

$2\div\frac{2}{3}=2\times\frac{1}{2}\times3=2\times\frac{3}{2}=3$(km)

31

编写意图

（1）例2研究一个数除以分数的计算，包括整数除以分数和分数除以分数两种情况。在解决“谁走得快些”这一实际问题的过程中，自然地列出两个算式，列式的依据是“路程÷时间＝速度”的数量关系，和以前所不同的是路程、时间由整数换成了分数。由于学生对这一数量关系比较熟悉，所以列出分数除法算式不会感到困难，有利于把教学重点集中于计算方法的探索与理解。

（2）理解“$2\div\frac{2}{3}$”的算理是本例的重点。教材采用画线段图的直观方式呈现推算的思路：由于1小时里有3个$\frac{1}{3}$小时，所以可以先求出$\frac{1}{3}$小时走了多少千米，即先求出$\frac{2}{3}$小时走的2 km的一半（即$\frac{1}{2}$）。由于有了直观图的支持，降低了学生对$2\times\frac{1}{2}\times3$中每一部分含义的理解难度，顺利完成从“除以一个分数”到“乘上这个分数的倒数”的转化。

教学建议

（1）引导学生借助线段图理解算理。

教学例2前，可以先复习相关的整数除法问题，为利用已学数量关系列出分数除法算式作准备。探究$2\div\frac{2}{3}$的计算方法时，可以引导学生先想一下每小时行的比2 km多还是少，再引导学生通过画线段图来理解：$\frac{2}{3}$小时是把1小时平均分成3份，取其中的2份，有2个$\frac{1}{3}$小时。如果能把其中1份的路程求出来，就能求出3份的路程。而已知2份的路程，求其中的1份，就是乘$\frac{1}{2}$。通过线段图，帮助学生对算理深入理解，使学生直观地看到由除到乘的转化过程。教师要保证足够的时间让学生经历探索的过程，这一过程是提高学生推理能力、培养学生探究精神、体会几何直观思想、形成问题解决能力的最佳机会。

（2）引导学生初步总结算法。

在学生理解了算理的基础上，再引导学生观察计算过程中算式在形式上有什么变化，使学生看到$\frac{2}{3}$变成了$\frac{3}{2}$，除号也变成了乘号，从而初步总结算法。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

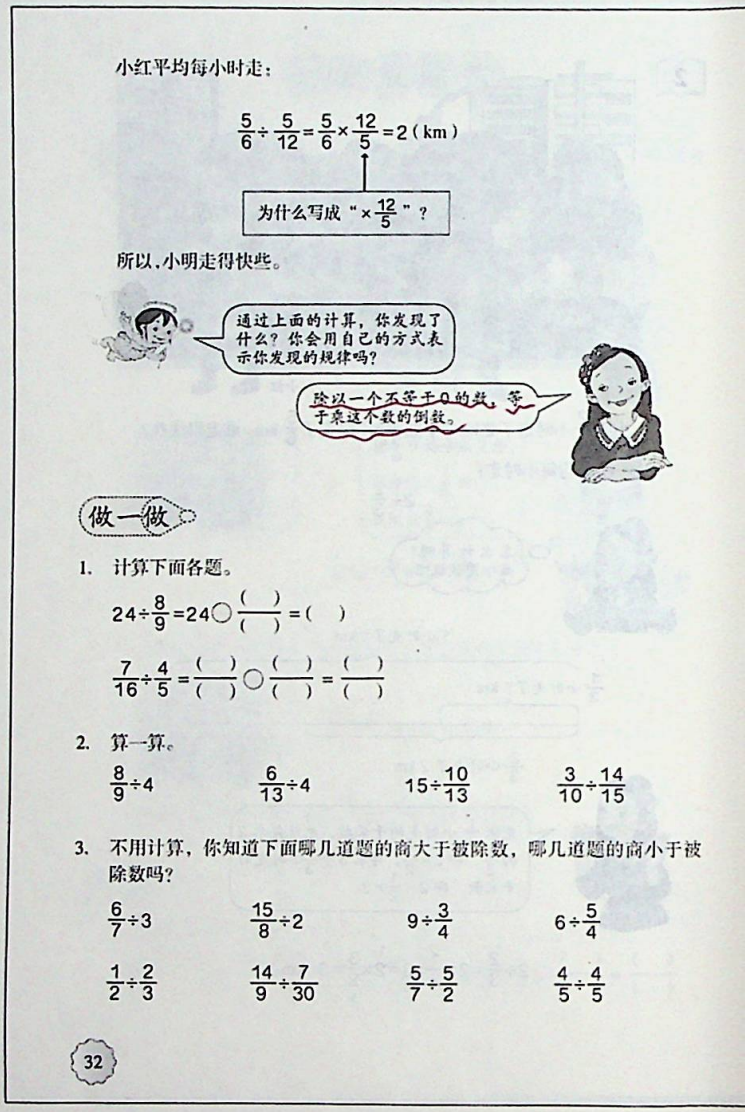
（1）通过求小红平均每小时走多少路程引出分数除以分数的算式。由于有了整数除以分数的算理的铺垫，教材在这儿没有呈现线段图，而是通过提问“为什么写成×$\frac{12}{5}$”，引导学生通过迁移类推，自行阐述算理。

（2）以提问的方式，引导学生总结分数除法的一般算法，使学生看到，不管被除数是整数还是分数，不管除数是整数还是分数，只要除数不为0，都可以转化成乘上除数的倒数来计算。并启发学生用自己的方式表示这一算法。

（3）“做一做”第1题是针对计算方法的关键步骤设计的填空练习。

第2题，巩固分数除法的计算，形成计算能力，包含了分数除法的几种有代表性的形式。

第3题，使学生借助分数乘法中积与因数的大小关系的判断（教材第18页第1题），掌握除法算式中商与被除数的大小关系的判断方法：除以一个大于1的数就是乘上一个小于1的数，反之亦然。



小红平均每小时走：

$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}=\frac{5}{6}\times\frac{12}{5}=2$（km）

为什么写成“$\times\frac{12}{5}$”？

所以，小明走得快些。

通过上面的计算，你发现了什么？你会用自己的方式表示你发现的规律吗？

除以一个不等于0的数，等于乘这个数的倒数。

做一做

1. 计算下面各题。

$24\div\frac{8}{9}=24\bigcirc\frac{(\quad)}{(\quad)}=(\quad)$

$\frac{7}{16}\div\frac{4}{5}=\frac{(\quad)}{(\quad)}\bigcirc\frac{(\quad)}{(\quad)}=\frac{(\quad)}{(\quad)}$

2. 算一算。

$\frac{8}{9}\div4$　　$\frac{6}{13}\div4$　　$15\div\frac{10}{13}$　　$\frac{3}{10}\div\frac{14}{15}$

3. 不用计算，你知道下面哪几道题的商大于被除数，哪几道题的商小于被除数吗？

$\frac{6}{7}\div3$　　$\frac{15}{8}\div2$　　$9\div\frac{3}{4}$　　$6\div\frac{5}{4}$

$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}$　　$\frac{14}{9}\div\frac{7}{30}$　　$\frac{5}{7}\div\frac{5}{2}$　　$\frac{4}{5}\div\frac{4}{5}$

32

教学建议

（1）引导学生迁移类推，自行探究分数除以分数的方法。

在计算小红的速度时，教师应放手让学生自己尝试。使学生在整数除以分数的基础上通过迁移类推，掌握分数除以分数的方法。反馈时，重点让学生说一说“×$\frac{12}{5}$”的理由，必要的时候要让学生通过画示意图说明，目的是使学生进一步深刻理解算理。

（2）引导学生自行总结分数除法的算法。

到此为止，学生已经学习了分数除以整数、整数除以分数、分数除以分数三类分数除法，已经能够归纳总结分数除法的一般性计算方法了。教师可引导学生用语言叙述，也可用字母或其他符号表示，只要正确，都应当肯定，以提高学生的语言表达能力和抽象概括能力。还可以让学生说说除法转化为乘法的要点：① 被除数不变；② 除号变乘号；③ 除数变成它的倒数。强调这些要点，对于基础较差的学生会有帮助。

（3）进一步沟通分数除法和分数乘法的联系。

例如，“做一做”第3题，除了让学生说出结论，还要说明理由。教学时可以与分数乘法中的相应结论比较，使学生发现二者的一致性。

微信公众号：电子课本大全





$\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$（片）　　$12\div\frac{1}{2}=12\times\frac{2}{1}=24$（次）

$12\div\frac{3}{2}=12\times\frac{2}{3}=8$（天）　　$24\div3=8$（天）

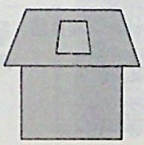


$12\div\left(\frac{1}{2}\times3\right)$　　$12\div\frac{1}{2}\div3$

=　　=

做一做

王叔叔家阁楼上的窗玻璃是梯形的，上底、下底和高分别是$\frac{3}{5}$ m、$\frac{4}{5}$ m、$\frac{3}{4}$ m。这块玻璃的面积是多少？



编写意图

（1）例3以学生熟悉的生活情境为素材引出分数混合运算。分数混合运算的顺序问题已在“分数乘数”单元解决了，学生在此学习分数混合运算，既是分数四则运算的综合应用，也为后面学习利用分数四则运算解决实际问题打下基础。

（2）在解决例2的实际问题时，教材提供了两种不同的解决方法，体现了不同的分析思路。先分步列式，再列综合算式解答。对于不带括号的分数乘、除法混合运算，既可以从左至右按步骤计算，也可以直接转化为分数连乘后同时约分计算。

（3）“做一做”是用梯形的面积计算公式解决实际问题。这是学生熟悉的问题情境，不同之处是已知条件的数量由整数变成了分数。到本单元，学生已经学完了分数的四则运算，教材有意提供了各种类型的分数混合运算的练习，来提高学生的分数运算能力。

教学建议

（1）引导学生自主探索，同时给以适当的引导。

例3涉及的信息比较多，“每天吃半片”这一信息又比较隐蔽，在理解题目的条件和问题时教师应给予适当的引导。在分析解题方法时，引导学生从不同的角度思考。可以从问题入手想：要求12片可以吃多少天，应先算出每天吃多少片。也可以从条件出发思考：一共12片，每次半片，可以先求出这盒药可以吃几次。当学生用分步列式解决问题后，引导学生列出综合算式，计算时，先让学生说说运算顺序，再进行计算。对于第一种算法，要强调小括号的作用。当学生按照从左往右的方法完成第二种方法中的连除计算后，教师可以引导学生将算式转化为连乘后直接约分计算，并把两种算法进行比较，以培养学生掌握灵活的计算策略。

（2）教学“做一做”时，先让学生回忆梯形的面积计算公式，然后放手让学生独立完成，订正时让学生重点说说运算顺序。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1、2 题都是巩固分数除法意义的练习，使学生明白分数除法是乘法的逆运算。理解分数乘、除法的互逆关系，一方面有助于学生理解分数除法的意义，另一方面有利于学生运用这一关系列方程解决实际问题时运用这一关系解方程。

（2）第 3 题、第 4 题是巩固分数除以整数的计算。第 3 题是让学生利用整数除法的意义列式再计算。第 4 题中，左边的三个算式中被除数分子都是 3 的倍数，可以直接用分子除以 3，也可以转化成乘法计算，右边的三个算式被除数分子都不是 3 的倍数，只能采用一般算法。

（3）第 5 题是分数除以分数的计算练习。

练　习　七

1. 根据乘法算式写出两道除法算式。

$\frac{3}{4}\times5=\frac{15}{4}$ ⟶ （　）÷（　）=（　）；（　）÷（　）=（　）

$\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$ ⟶ （　）÷（　）=（　）；（　）÷（　）=（　）

2. 先算出乘法算式的得数，再根据左右两题之间的关系，写出除法算式的得数。

$\frac{1}{7}\times5=$	$\frac{5}{7}\div5=$	$\frac{5}{16}\times2=$	$\frac{5}{8}\div2=$
$\frac{1}{15}\times7=$	$\frac{7}{15}\div\frac{1}{15}=$	$\frac{2}{9}\times4=$	$\frac{8}{9}\div\frac{2}{9}=$

3. 芳芳将 $\frac{4}{5}$ m 长的丝带剪成同样长的 8 段，每段丝带有多长？

4. 填一填。

$\frac{3}{5}$			$\frac{4}{5}$		
$\frac{6}{7}$	÷3=		$\frac{5}{7}$	÷3=	
$\frac{9}{8}$			$\frac{8}{9}$		

5. 计算下面各题，看谁算得都对。

$\frac{1}{4}\div\frac{3}{5}$　　$\frac{4}{5}\div\frac{8}{15}$　　$\frac{1}{3}\div\frac{3}{4}$　　$\frac{5}{14}\div\frac{10}{21}$

$\frac{2}{3}\div\frac{14}{15}$　　$\frac{2}{7}\div\frac{16}{35}$　　$\frac{8}{27}\div\frac{2}{9}$　　$\frac{4}{15}\div\frac{28}{45}$

34

教学建议

（1）使学生通过相关练习体会分数除法的意义。

教材没有安排分数除法意义的相关例题，在本练习中安排了两道习题使学生体会分数除法是分数乘法的逆运算。第 1 题，让学生利用整数除法意义进行迁移类推，根据一道乘法算式直接写出两道除法算式；第 2 题，可以让学生先计算乘法，再直接写出相应除法算式的得数。也可以让学生先计算出上方的两道分数除以整数式题（分数除以分数学生还不会计算），反过来再直接写出相应乘法算式的得数。使学生通过多种形式体会乘除法的互逆关系。

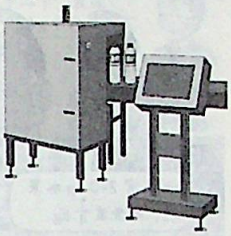
（2）使学生通过灵活计算，提高分数除法的运算能力。

第 3～5 题都是学生熟悉的练习形式，教师可以放手学生独立完成。在订正时让学生回顾解题过程，说说自己的解题思路。第 4 题中，第一组被除数的分子都是除数 3 的倍数，可以引导学生根据数据的特点灵活计算，体会算法的多样化。

微信公众号：电子课本大全

6. 把 $\frac{3}{4}$ L 橙汁分装在容量是 $\frac{1}{4}$ L 的小瓶里，可以装几瓶？

7. 某饮料厂使用一种自动检测仪来检测饮料瓶是否有缺陷，检测一个瓶子所用的时间为 $\frac{1}{25}$ 秒。1 分钟可以检测多少个瓶子？



8. 我们平时看到的电影画面实际上是由许多连续拍摄的照片以每张 $\frac{1}{24}$ 秒的速度连续播放的。请你算一算：半秒可以播放多少张照片？1 分钟呢？

9. 计算下面各题。

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{7}$　　$\frac{8}{9}\div\frac{4}{7}\div\frac{1}{3}$　　$\frac{5}{14}\div\frac{4}{21}\times\frac{16}{25}$

$2-\frac{6}{13}\div\frac{9}{26}-\frac{2}{3}$　　$\left(\frac{3}{4}-\frac{3}{16}\right)\times\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{3}\right)$

10. 照这个速度，老爷爷每天慢跑要用多少时间？



11. 小萍家的地板离地有多高？



编写意图

（1）第 6、7、8 题是用分数除法解决实际问题。三道题涉及的数量关系都是求一个量中包含多少个单位量，与整数除法不同的是单位量变成了分数，总量有时也是分数。其中，第 7、8 题中的两个量单位名称不一致，需要先统一单位名称。

（2）第 9 题是分数混合运算练习，包括多种混合运算形式，有利于巩固混合运算顺序、提高分数运算能力。

（3）第 10、11 题是利用混合运算解决实际问题的练习。这样的问题相当于过去的“归一问题”，解决的方法非常多样化。例如，第 10 题可以先求出跑一圈用的时间，再求出跑 6 圈所需要的时间；也可以先求出 6 圈里有多少个半圈，再乘上跑半圈所用的时间。第 11 题，可以先求出一层楼的高度，再求出 7 楼地板离地多高；也可以先通过观察看到 7 楼的地板到地面的高度是 6 层楼的高度，算出 6 层是 15 层的几分之几，再归结为求 50 m 的 $\frac{2}{5}$ 是多少。

教学建议

（1）让学生独立完成练习后进行解题思路的交流。

第 6、7、8 题是用分数除法解决简单的实际问题，数量关系都是学生熟悉的，但有些信息需要学生经过再加工，例如，单位名称需要统一，“半秒”要转化为“$\frac{1}{2}$秒”。教师可以让学生独立完成后进行交流，说说自己的解题思路，通过分析数量关系巩固对分数除法意义的理解。

第 9 题订正时让学生先说说运算顺序。

（2）体现解决问题方法的多样化。

第 10、11 题，允许学生分步列式解答，但从加强中小学数学教学的衔接着眼，应引导学生列综合算式，这也是训练学生正确地用综合算式表示出解决问题多个步骤的好时机。由于这两道题的解法非常多样，教学时应引导学生交流不同的解题思路，只要学生说出理由，教师都应该给予肯定。第 11 题，学生最常见的错误是 $50\div15\times7$，即疏忽了 7 楼楼板到地面的高度实际上只有 6 层楼的高度。教学时要引导学生借助直观图帮助理解，克服难点。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 12 题有不同的解题方法：可以先求一共能装多少袋，再求装完了多少袋，综合算式是 $240\div\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}$；也可以先求装完的 $\frac{3}{4}$ 有多少千克，再求这些糖有多少袋，综合算式是 $240\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{4}$。

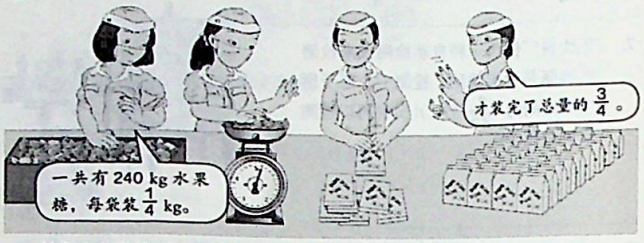
（2）第 13 题是分数计算的综合训练题，有一步计算的、两步计算的、三步计算的。最后一小题可以按运算顺序计算，也可以依据乘法分配律进行简便计算。

（3）第 14 题是以解方程形式出现的分数乘除法计算练习，这是为接下来学习列方程解决相关的实际问题作准备的。通过练习，既复习了解方程的方法，又巩固了分数乘、除法的计算技能。

（4）第 15、16 题，也是整数除法意义扩展到分数的实际问题。

（5）第 17* 题，要求学生按照指定的程序计算，发现得数等于原来的数。其原因是“$\div\frac{2}{3}\div\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$”即为“$\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}$”。

12.



她们已经装完了多少袋？

13. 计算下面各题。

$\frac{15}{22}\div10$　　$45\div\frac{9}{14}$　　$\frac{3}{5}\div\frac{1}{6}$　　$\frac{2}{7}\div\frac{8}{21}$

$\frac{2}{9}\times\frac{3}{8}\div\frac{6}{7}$　　$4\div\frac{8}{3}-\frac{3}{5}$　　$\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}$

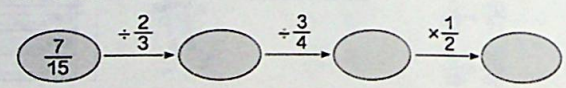
14. 解下列方程。

$5x=\frac{15}{19}$　　$\frac{8}{21}x=\frac{4}{15}$　　$x\div\frac{4}{5}=\frac{15}{28}$　　$\frac{2}{3}x\div\frac{1}{4}=12$

15. 一盏节能灯 1 小时耗电 $\frac{3}{250}$ 千瓦时，某个传达室除了这盏节能灯外，没有别的电器。这个传达室上个月的用电量是 $\frac{6}{5}$ 千瓦时，这盏灯上个月共使用多少小时？

16. 某种手机的自动化生产线在手机机板上插入每个零件的时间仅为 $\frac{9}{100}$ 秒。3 分钟可以插入多少个零件？

17.* 按下面的步骤计算，再把最后的得数与开始的数比较，你能发现什么？你知道为什么吗？



教学建议

（1）注重拓展学生思维能力，寻找多种方法解决问题。

在教学第 12 题时，教师应鼓励学生寻找不同的解法，让学生学会多角度分析问题。当学生遇到困难时，可以先分步列式理清解题思路，再列综合算式。

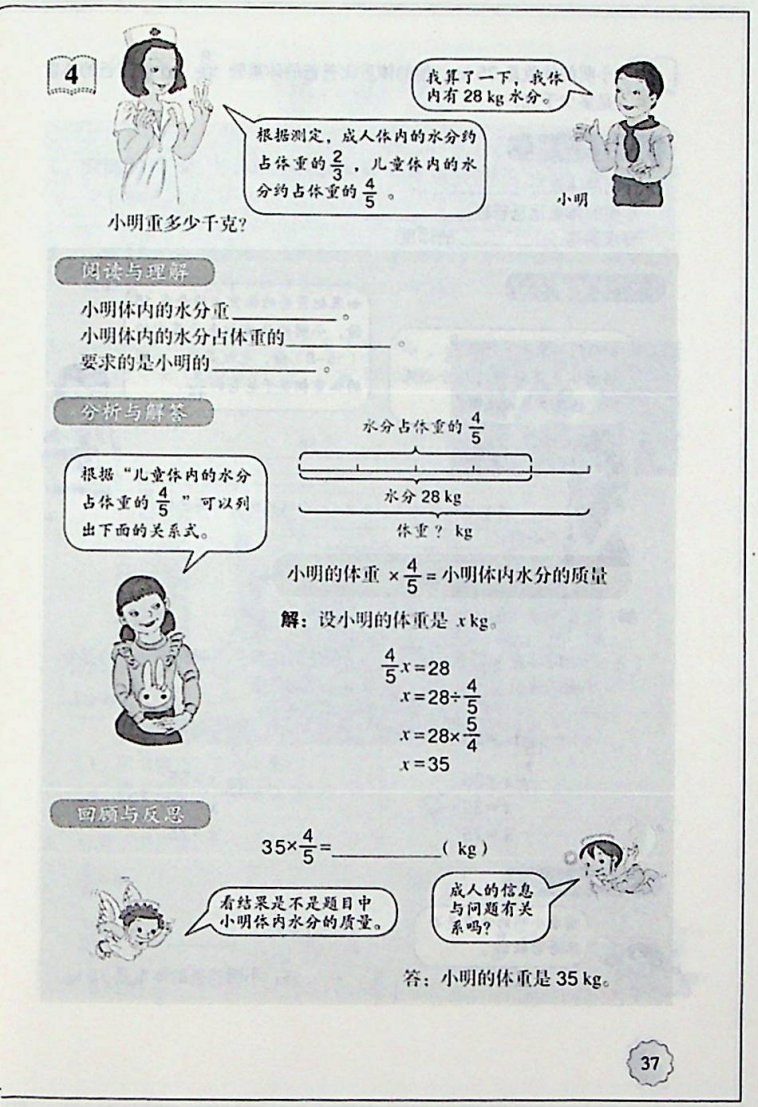
（2）做好复习铺垫，为学习新知作准备。

接下来教材的内容是列方程解决实际问题，因此，教材提前安排了第 14 题关于解方程的练习作为铺垫。教学时，应放手让学生独立完成，建议学生根据整数方程的解法进行类推，写出解方程的过程。

（3）星号题的教学注意把握教学要求。

星号题只供学有余力的学生选做。使学生通过独立解题、观察分析看到分步计算与综合计算的联系，探究几步运算后结果不变的原理。同时，也使学生体会到只有乘、除法的分数混合运算可以改写成连乘的形式并进行简便计算。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）例4是让学生解决简单的“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”的实际问题。这类问题是分数乘法中“求一个数的几分之几是多少”的逆向问题。

（2）教材通过问题解决的三大步骤让学生经历问题解决的全过程。其中，“阅读与理解”让学生自行分析题意，弄清楚条件和问题，选取有效信息。在这里，成人体内水分与体重的关系是一个多余条件，需要学生加以辨别。

（3）这类问题如果用算术方法解，较难理解，学生往往难以判断谁是单位“1”，数量关系也较复杂。因此，教材根据分数乘法的意义，利用已有知识画线段图，找到数量关系，列出方程，并解方程。这样思考问题的思路与相应的分数乘法问题完全一致，只是参与列式的是未知数而已。

（4）“回顾与反思”部分中检验结果的合理性是相应乘法数量关系的二次应用。同时，对有效信息选取的反思，以及对列方程方法价值的体会，也是反思的重点。

教学建议

（1）加强分数乘、除法相应问题的比较与沟通，突出列方程解决问题的重要性。

教学前，可以先复习求一个数的几分之几是多少的乘法问题。然后，改变条件与问题的位置，引出例题。使学生看到在这一过程中，“儿童体内的水分约占体重的$\frac{4}{5}$”这一数量关系没变，初步感知乘、除法问题的内在联系。教学例1时，先让学生梳理出题目中的已知条件与问题，并根据问题筛选出有效条件，发现成人体内的水分与体重的关系与问题无关，培养学生的信息识别能力。然后引导学生以自己的方式理清数量与数量之间的关系（如画线段图），写出等量关系式，再把关系式中的数量分别用未知数和已知数替代，列出方程。使学生看到解决这一问题的思路与以前所学的乘法问题完全一致。

（2）使学生体会用方程解决问题的优势。

教学时，引导学生体会到列方程解决这类问题最大的优势在于思维的顺向性，感受方程解法的重要意义，提高列方程的积极性。

如有学生直接根据除法是乘法的逆运算写出除法算式，也应允许，但要逐步引导到列方程这种体现一般性思维过程的方法上来。

微信公众号：电子课本大全

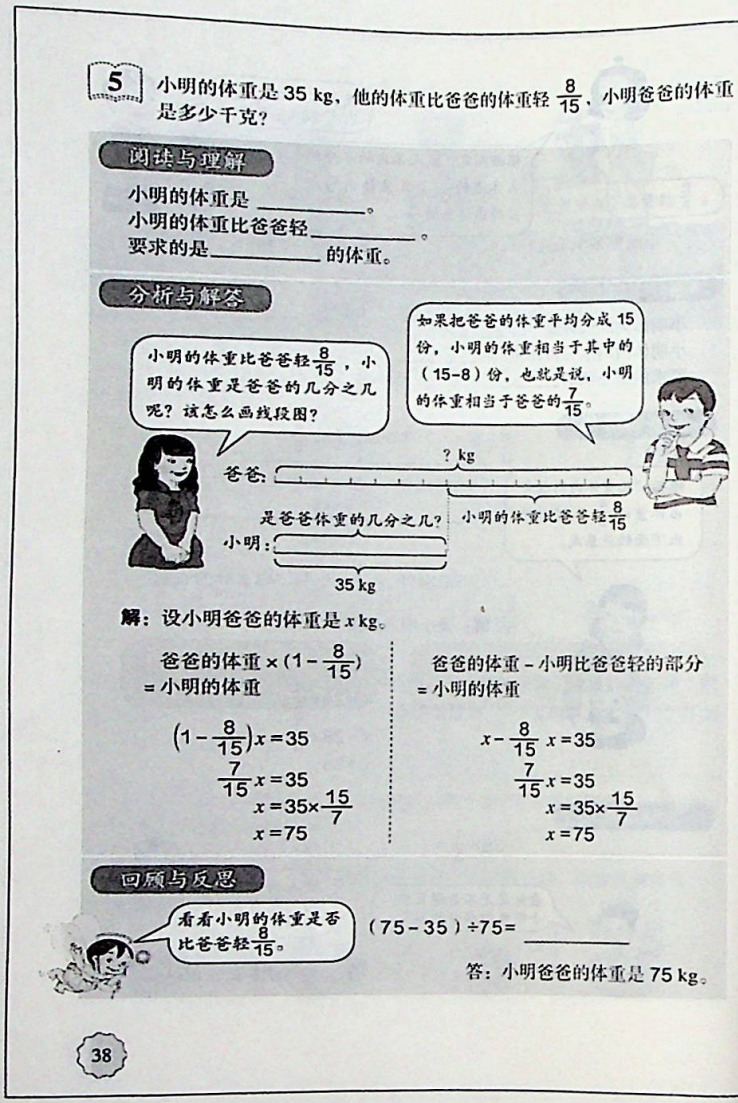
编写意图

（1）例 5 是“求比一个数多（或少）几分之几的数是多少”的逆向问题，是以例 4 为基础，把条件稍作改变，形成稍复杂的问题。

（2）用算术方法解决这样的实际问题，不仅需要逆向思考，还要把“比一个数多（少）几分之几”，转化为“是一个数的几分之几”，比较抽象，思维难度大。用方程方法解决，可以列出形如 $(1\pm\frac{b}{a})x=c$ 的方程，也可以列出形如 $x\pm\frac{b}{a}x=c$ 的方程，前者仍然要经历从“多（少）几分之几”到“是几分之几”的转化，后者只要根据一个数加（减）增加部分等于增加（减少）后的数，就能列出方程。这样的等量关系，学生容易理解。因此，教材选择符合学生顺向思维的思路，给出多样化的解题方法。

（3）为了帮助学生思考，教材提示“先画线段图看看”，并给出了完整的图示，为学生分析、理解等量关系提供直观支持。然后得出不同的等量关系，并据此列方程解答。

（4）回顾与反思的目的在于反思问题解决的过程是否合理，检验解答是否正确，方法可以多样化。



5 小明的体重是 35 kg，他的体重比爸爸的体重轻 $\frac{8}{15}$，小明爸爸的体重是多少千克？

阅读与理解

小明的体重是 _____。
小明的体重比爸爸轻 _____。
要求的是 _____ 的体重。

分析与解答

小明的体重比爸爸轻 $\frac{8}{15}$，小明的体重是爸爸的几分之几呢？该怎么画线段图？

如果把爸爸的体重平均分成 15 份，小明的体重相当于其中的（15-8）份，也就是说，小明的体重相当于爸爸的 $\frac{7}{15}$。

爸爸：? kg
小明：是爸爸体重的几分之几？　小明的体重比爸爸轻 $\frac{8}{15}$
35 kg

解：设小明爸爸的体重是 x kg。

爸爸的体重 × $(1-\frac{8}{15})$ = 小明的体重

$(1-\frac{8}{15})x=35$
$\frac{7}{15}x=35$
$x=35\times\frac{15}{7}$
$x=75$

爸爸的体重 − 小明比爸爸轻的部分 = 小明的体重

$x-\frac{8}{15}x=35$
$\frac{7}{15}x=35$
$x=35\times\frac{15}{7}$
$x=75$

回顾与反思

看看小明的体重是否比爸爸轻 $\frac{8}{15}$。

$(75-35)\div75=$ _____

答：小明爸爸的体重是 75 kg。

38

教学建议

（1）使学生利用已有知识理清数量关系。

例 5 中两个量之间的数量关系比较复杂，要弄清楚是把爸爸的体重看作单位“1”，两人比较，小明的体重轻，轻的部分相当于爸爸体重 15 等份中的 8 份。在列数量关系时，要紧密结合前面所学的分数乘法知识，形成顺向迁移，降低思考难度。

（2）凸显数形结合的思想，培养学生利用画图策略帮助思考的能力。

指导学生画线段图时，要引导学生思考以下几个问题：① 先画哪个数量？为什么？使学生明白要先画表示爸爸体重的线段，因为它是比较的标准。② 再画表示小明体重的线段时，怎么画？使学生明白要把表示爸爸体重的线段平均分成 15 段。表示小明体重的线段比表示爸爸体重的线段短，短的部分相当于这样的 8 段。这样，边思考边把条件和问题简单明了地标注在图上，清晰直观地把数量关系呈现出来。

（3）形成多样化思考的习惯与能力。

“回顾与反思”时，也可以引导学生思考“比 75 kg 轻 $\frac{8}{15}$ 的是多少千克”，学会用乘法验证。

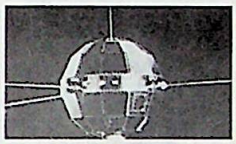
微信公众号：电子课本大全

练　习　八

1. 我国幅员辽阔，东西相距 5200 km，东西距离是南北的$\frac{52}{55}$。南北相距多少千米？

2. 一杯 250 mL 的鲜牛奶大约含有$\frac{3}{10}$ g 的钙质，占一个成年人一天所需钙质的$\frac{3}{8}$。一个成年人一天大约需要多少钙质？

3. 人造地球卫星的速度大约是 8 千米 / 秒，相当于宇宙飞船速度的$\frac{40}{57}$。宇宙飞船的速度大约是多少？



4.



（1）图书馆共有多少本书？
（2）图书馆有多少本故事书？

5. 计算下面各题。

$\frac{3}{8}\div 6$　　$\frac{9}{14}\div 3$　　$3\div\frac{1}{5}$　　$18\div\frac{12}{13}$

$\frac{10}{21}\div\frac{5}{7}$　　$\frac{15}{16}\div\frac{5}{8}$　　$26\div\frac{13}{25}\div\frac{15}{22}$

$16\div\left(1+\frac{1}{3}\right)$　　$35\div\left(1-\frac{2}{7}\right)$　　$\frac{21}{40}\div\left(\frac{1}{10}+\frac{3}{5}\right)$

编写意图

（1）第 1～4 题是配合例 4 的练习题。其中第 2 题中，鲜牛奶的体积“250 ml”是多余条件，有意识培养学生正确选择有用信息的意识和能力。第 4 题中有 3 个信息、2 个问题，重在培养学生的阅读理解能力和选取合适信息解决问题的能力。

（2）第 5 题是巩固分数除法计算的练习。其中，第三行前两道小题涉及到的形式是为学习例 5 作准备的。

教学建议

（1）重视阅读与理解，加强理解题意能力的培养，感受用方程解决问题的优越性。

在教学第 1～4 题时，可以让学生独立分析题意，借助画图等方法寻找并写出等量关系式，正确地列方程解决问题。学生用算术方法解决这些问题也是允许的，在这类简单的问题中，列方程解决问题的优越性没有体现得特别突出，但也要引导学生把算术方法与方程方法进行对比，使学生感受到方程方法的思路是与已学的分数乘法的思路一致的，因此，解决这类问题的方法也并非是全新的。

（2）注意培养学生根据问题筛选合适信息的能力。

在教学第 2 题和第 4 题时，可以让学生在独立解决了问题后说说在分析题目时要注意的地方，尤其是对有效信息的选择。

（3）重视学生计算能力的训练。

第 5 题是分数除法及混合运算的巩固练习，教学时，不必集中一次完成，可以分散安排，每天练习几题。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 6～10 题将有关分数的实际问题混合编排，既有用分数乘法解决的，又有用分数除法解决的，要求学生仔细分析数量关系，以培养学生灵活选择合适的方法解决实际问题的能力。

（2）第 6 题，直接用分数乘法解决。需要注意的是求结余，即两人工资之和的（$1-\frac{3}{5}$）是多少。

（3）第 7 题和 8 题是配合例 5 的练习，第 7 题，还剩$\frac{2}{7}$没读，可知已读的 35 页是整本书的（$1-\frac{2}{7}$）。第 8 题，水和冰体积相等时，数量关系为：水的质量减少$\frac{1}{10}$后即为冰的质量。

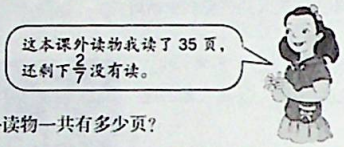
（4）第 9 题，这批大米的具体数量未知，可以把它看成“1”。解决第二个问题时，要利用第一个问题得出的结果。

（5）第 10 题把用分数乘法解决和用分数除法解决的实际问题对照编排，使学生通过对比，看到两类问题的联系与区别，学会根据已知信息和问题选择相应的解法。

6.



7.



这本课外读物一共有多少页？

8. 在通常情况下，体积相等的冰的质量比水的质量少$\frac{1}{10}$。现有一块重 9 kg 的冰，如果有一桶水的体积和这块冰的体积相等，这桶水有多重？

9.



平均每车运走这批大米的几分之几？剩下的大米还要几车才能运完？

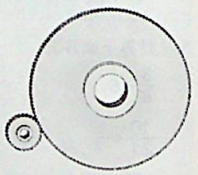
10. 有一组互相咬合的齿轮。

（1）大齿轮有 140 个齿，小齿轮的齿数是大齿轮的$\frac{1}{5}$。小齿轮有多少个齿？

（2）小齿轮有 28 个齿，是大齿轮的$\frac{1}{5}$。大齿轮有多少个齿？

（3）小齿轮每分钟转 400 周，大齿轮每分钟转的周数比小齿轮少$\frac{4}{5}$。大齿轮每分钟转多少周？

（4）大齿轮每分钟转 80 周，比小齿轮每分钟转的周数少$\frac{4}{5}$。小齿轮每分钟转多少周？



40

教学建议

（1）注意学生解决实际问题能力的培养。

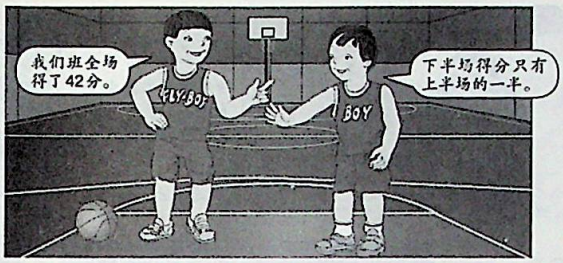
教学中要注意引导学生仔细分析题意，找出正确的数量关系。例如，第 8 题给出了在体积相等的前提下冰与水的质量关系，比较抽象，可以让学生画线段图分析，然后得出等量关系：体积相等时，水的质量－冰比水少的质量＝冰的质量。学生常常犯的错误是：当体积相等时，因为冰的质量比水的质量少$\frac{1}{10}$，所以水的质量比冰的质量多$\frac{1}{10}$。对此，教师可画图帮助学生理解：体积相等的水与冰，质量不同，水与冰的质量之差相当于水的$\frac{1}{10}$，是相对于水的质量而言的。

（2）加强对用分数乘、除法解决问题的对比。

这些习题中，有的是直接利用分数乘法加以解决，有些需要列方程解决，尤其是第 10 题，把相关联的两类问题对照编排，便于学生发现两类问题的联系与区别。通过练习，使学生看到，这些问题的基本数量关系都是相同的，表示的都是一个数是另一个数的几分之几（多或少几分之几也可以归结为这种数量关系），只是所求的量发生了变化而已。

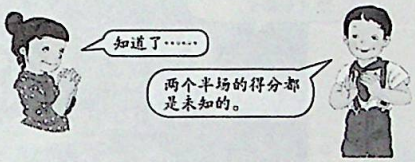
微信公众号：电子课本大全

6

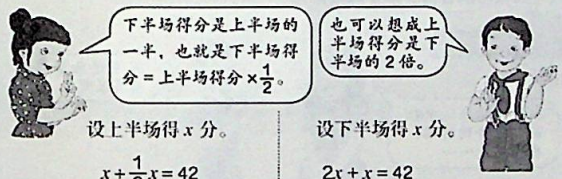


上半场和下半场各得多少分？

阅读与理解



分析与解答



设上半场得 x 分。

$$x+\frac{1}{2}x=42$$
$$\left(1+\frac{1}{2}\right)x=42$$
$$\frac{3}{2}x=42$$
$$x=42\div\frac{3}{2}$$
$$x=42\times\frac{2}{3}$$
$$x=28$$

$28\times\frac{1}{2}=14$（分）

设下半场得 x 分。

$$2x+x=42$$
$$3x=42$$
$$x=42\div3$$
$$x=14$$

$42-14=28$（分）

编写意图

（1）例6中包括两个未知量，题中给出了这两个未知量之间的两种关系，要求学生根据这样的关系列方程解答。由于这两种关系中，一种是两个量之间的倍数关系，另一种是两个量之间的和或差的关系，因此，这样的问题过去被称为“和倍问题”“差倍问题”。

（2）教材以篮球比赛上、下半场得分为素材，引出含有两个未知数的实际问题。这样的问题如果用算术方法解决，需要逆向思考，比较抽象，思维难度大，容易出错，列方程来解决更符合顺向思维。

（3）教材给出了两种解法，区别在于先设哪个量为未知数，然后利用两个量的数量关系，用代数式表示出另一个量。除了教材上的示例以外，还有其他的列方程方法。例如，设上半场得 x 分，下半场除了用 $\frac{1}{2}x$ 表示外，还可以表示成 $(42-x)$，方程为 $42-x=\frac{1}{2}x$ 或 $x=2(42-x)$。设下半场得 x 分，上半场除了用 $2x$ 表示外，还可以表示成 $(42-x)$，方程为 $42-x=2x$ 或 $x=\frac{1}{2}(42-x)$。

教学建议

（1）引导学生经历问题解决的全过程。

教学时要注意引导学生根据教材提供的一般步骤进行讨论交流。“阅读与理解”环节要引导学生找出题中的未知信息和已知信息，尤其是当学生发现有两个未知量时，会产生探究的欲望。“分析与解答”环节要求学生透彻分析等量关系。要充分利用两个等量关系：两个未知量之间的倍数关系，两个未知量之间的和的关系。至于设哪个量为未知数，根据哪个数量关系用代数式表示出另一个量，根据哪个数量关系列出方程，方法非常多样。要让学生体会方程的思想与价值。“回顾与反思”环节要引导学生从多个角度进行验证，包括检验方程的解、检验是否符合题中的数量关系。

（2）使学生体验解题方法的多样化。

本题中上、下半场得分都是未知量，当设某个量为 x 时，可以先根据“下半场得分是上半场得分一半”或“上半场得分是下半场得分的2倍”列出另一个量的代数式，再根据“全场得分是42分”列出方程；也可以反过来，先根据“全场得分是42分”列出另一个量的代数式，再根据“下半场得分是上半场得分一半”或“上半场得分是下半场得分的2倍”列出方程。要鼓励学生尝试多种方法并相互交流思路。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例 7 是一类特殊的实际问题，使学生通过尝试、分析，找到本质的数量关系，进而解决问题。

（2）本例采用的素材是“工程问题”，但并不是要求学生解决形形色色的“工程问题”，而是要借此让学生经历自主探究、解决问题的过程，掌握用假设、验证等方法解决问题的基本策略，让学生体会模型思想。

（3）例题的呈现顺应学生的思维过程。“阅读与理解”部分，引导学生从题目中获取已知条件和问题，在学生利用已有经验解题时很自然地产生疑问：道路的总长未知，怎么办？接下来就在“分析与解答”部分，提出思考的方向：如果道路总长是已知的，这个问题就转化成以前学过的旧问题了。那是可以假设一个具体长度呢？这就一个猜想、尝试的过程，学生在一过程中经历了发现问题、提出问题。通过假设，可以把抽象问题具体化，使复杂的数量关系明显化或简单化。不同的学生假设的长度不同，又体现了解决问题方法的开放性和多样化。



教学建议

（1）要明确此例的编排意图。

教材编排此例，并非是要教学各种各样的“工程问题”。由后面的“做一做”和习题安排可以看到，工程问题、行程问题、泄洪问题，都只是抽象数量关系的现实载体。而我们的目的是让学生通过解决此类问题，经历把现实问题模型化的过程，透过各种现实表象，找出隐藏其后的数量关系。教学时要注意避免对工程问题深挖掘，尤其要注意不能加深难度。

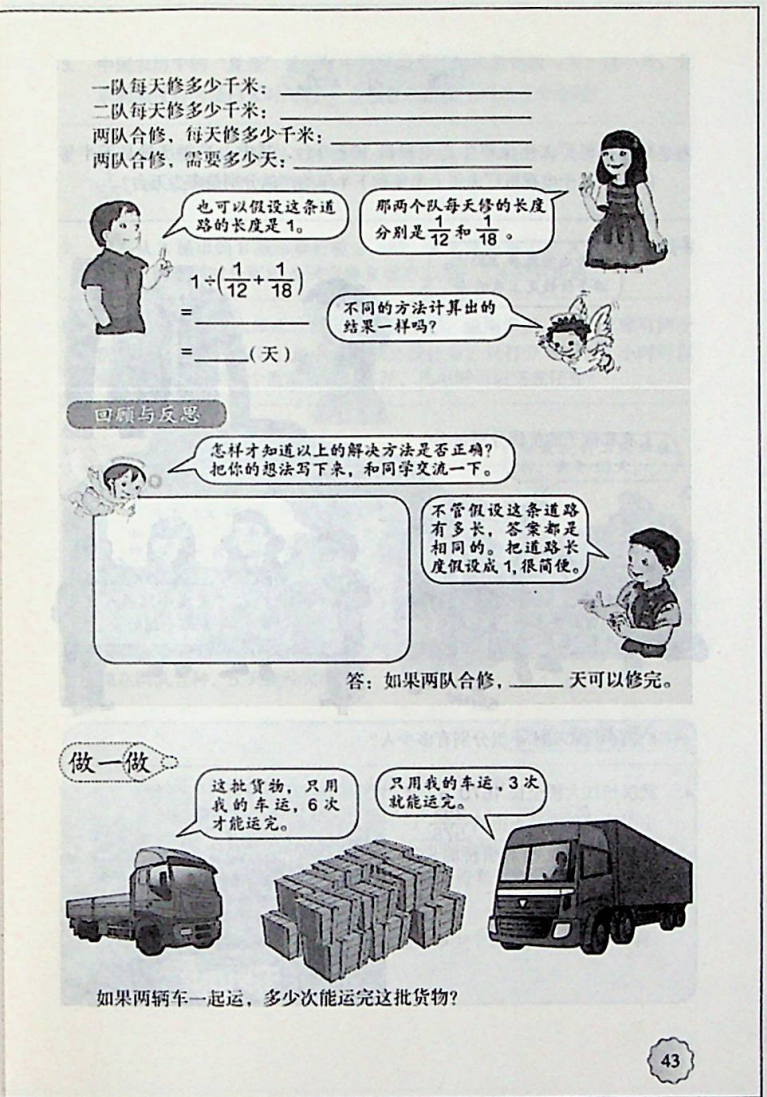
（2）引导学生充分阅读，合理猜想。

完整呈现例题信息，引导学生充分阅读，找出已知量和未知量，分析关键的信息，如“单独修”“合修”等。根据学情还可鼓励学生合理估计合修所用的天数，加强估算意识的培养。例如，很多学生会猜想要用的天数是（12＋18）÷2＝15（天），教师可以抛出问题：一队单修 12 天就能修完，两队合修时间怎么还要 15 天呢？激发学生进一步思考。

（3）为学生提供充分的探究时间和空间。

教学时，要引导学生发现问题，大胆质疑（如有的学生会提出“条件不够，无法解答”）。在此基础上，大胆假设、尝试解决。让学生经历这样的过程远比给予现成的结论有价值。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）在学生各自假设了道路总长后，教材为学生提供了分步解决思路的文字提示，学生可以根据提示列算式自行解答。这样的编排有助于学生理清解题思路，掌握分析问题、解决问题的具体步骤。

（2）学生在假设道路总长已知的前提下解决了问题，通过比较，发现无论假设总长是多少，结果都一样。教材在此基础上进一步抽象，“也可以假设这条道路的长度是1”，水到渠成。根据刚才的解题步骤，进一步思考如何表示各个量。使学生看到，用不同的方法计算出的结果都一样，并思考内在的原因，即“变中有不变”。

（3）在“回顾与反思”部分，先让学生将“想法”写下来，再充分进行交流，目的在于让学生掌握检验的方法，养成回顾与反思的习惯。学生既可以用假设的具体数量来检验，也可以用抽象“1”的方法检验。

（4）“做一做”是对例题的巩固。采用的是运货的素材，使学生看到这一素材与例题中的工程问题有许多可类比的相同点，学会从本质的角度分析数量关系。

教学建议

（1）使学生通过独立思考和交流讨论，自主抽象。

学生通过假设不同的总路长，发现总路长不同，算出的总天数都是相同的。引导学生思考：总天数和总路长有关系吗？为什么总路长改变，得到的总天数却是不变的？这个问题中什么东西是不变的？通过交流讨论，发现两队每天修的长度占总长度的几分之一是不变的。因此，很自然地想到可以把道路长度假设成“1”。学生亲自经历这一从具体数量逐步抽象的过程，对于提高问题解决的能力至关重要。

（2）把握好教学要求。

教材在此编排的是一道工程问题，但教学的重点和以前特意编排的“工程问题”有所不同。因此，教学时要注意避免在“工程问题”上不断变式，不断深挖，而应把教学重点放在通过例题中实际问题的解决，形成发现、提出问题以及分析、解决问题的一般性能力。例如，会用假设法解决问题，会找到“变中之不变”，会找到这一问题背后的数学模型，并把这一模型应用于其他的情境。

此外，也没有必要把总长度假设成“1”的方法看成最优方法。练习中仍要允许学生采用多样化的方法解决问题，避免形成“套路化”。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

第 1～4 题都是配合例 6 的练习题。这些分数问题都紧密联系生活实际，计算量并不大，数量关系比较清晰，利于学生运用新知，有效巩固已建立起的解题经验。

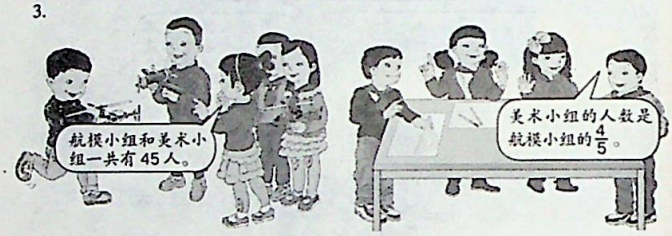
不同的问题情境，类似的数量关系，有助于学生掌握问题解决的一般性方法，体会数学模型思想。

练　习　九

1. 某电视机厂去年全年生产电视机 108 万台，其中上半年产量是下半年的 $\frac{4}{5}$。这个电视机厂去年上半年和下半年的产量分别是多少万台？

2. 

上衣和裤子的价钱分别是多少？

3. 

航模小组和美术小组分别有多少人？

4. 武汉长江大桥全长 1670 m，其中引桥的长度是正桥的 $\frac{257}{578}$。这座大桥的正桥和引桥的长度分别是多少米？



44

教学建议

（1）引导学生找准等量关系，鼓励解题策略多样化。

第 1～4 题中都有两个未知量，并给出两个未知量之间的两个等量关系。教师要重点引导学生思考：设哪个量为未知数？如何用含有未知数的式子表示出另一个未知量？根据哪个等量关系列出方程？这些都是解决此类问题的关键。教师要通过讨论、交流等教学活动，引导学生说出所列方程背后的数量关系。还可根据学情，鼓励学有余力的学生根据未知量之间的关系灵活解答，探求解决问题的多种方法。例如，第 1 题，可以设上半年产量为 $4x$ 台，下半年产量为 $5x$ 台。

（2）通过对比，找到这些问题的一般化模型，让学生掌握模型思想。

学生完成第 1～4 题后，让学生对这四道题进行类比分析，剥离这些问题的现实情境的“外衣”，抽象概括出内在共同的数量关系，初步建立这一类分数问题的数学模型和解题思路。

微信公众号：电子课本大全

5. 中国农历中的“夏至”是一年中白昼最长、黑夜最短的一天。这一天，北京的黑夜时间是白天时间的$\frac{3}{5}$。白昼和黑夜分别是多少小时？

6. 挖一条水渠，王伯伯每天挖整条水渠的$\frac{1}{20}$，李叔叔每天挖整条水渠的$\frac{1}{30}$。两人合作，几天能挖完？

7. 甲车从A城市到B城市要行驶2小时，乙车从B城市到A城市要行驶3小时。两车同时分别从A城市和B城市出发，几小时后相遇？

8. 某地遭遇暴雨，水库水位已经超过警戒线，急需泄洪。这个水库有两个泄洪口。只打开A口，8小时可以完成任务，只打开B口，6小时可以完成任务。如果两个泄洪口同时打开，几小时可以完成任务？

9.



现在两队合种，5天能种完吗？

◎ 你知道吗？◎

你知道五线谱里的音符也可以用分数来表示吗？

常用的音符有全音符（𝅝）、二分音符（𝅗𝅥）、四分音符（♩）、八分音符（♪）和十六分音符（𝅘𝅥𝅯）。不同的音符表示不同的时值（即音的长短），二分音符、四分音符、八分音符和十六分音符表示的时值分别是全音符时值的$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$和$\frac{1}{16}$。

你知道一个全音符的时值里分别包含多少个二分音符、四分音符、八分音符和十六分音符的时值吗？

编写意图

（1）第5题与第1～4题类似，不同之处在于“一天共有24小时”这一条件较为隐蔽，意在培养学生获取有效信息的能力。

（2）第6～9题是配合例7的练习题，使学生通过各种现实情境，发现其背后共同的数学模型。

（3）第6题直接给出了每天的工作量占工作总量的几分之几，相对例题来讲降低了难度，也是避免学生形成“套路化”的一种方式。

（4）第7题是行程问题中的相遇问题，与例题工程问题的数量关系相似。不同的情境，相同解题方法，可以更好地帮助学生抓住本质的数量关系，建立数学模型。

（5）第8题是关于泄洪的问题，数量关系与例7也是一致的，水库总量相当于路的总长，不同的泄洪口几小时能把水放完相当于不同的施工队几天可把路修完。

（6）第9题，增加了“300棵树”的信息干扰，问题也稍有变化，避免学生对解题思路和步骤的过度强化而思维僵化，形成“套路化”。

教学建议

（1）引导学生透过种种不同的现实情境，寻找背后相同的数学模型。

教学中应注意提升学生类比、归纳的能力。通过提供各种现实情境，引导学生认识到，类似于例7中的抽象的“1”既可以是“一项工程”“一条水渠”，也可以是“一段路程”“一池水”等，再用“几分之一”来表示单位时间内的工作量、行驶的路程等，再根据相应的数量关系列式解答。要鼓励学生举一反三，形成一般性的问题解决能力和数学建模的思想。

（2）引导学生善于利用直观方式分析实际问题中的数量关系。

当学生无法很快发现习题中的情境与例7中工程问题的内在联系时，要引导学生通过画线段图、示意图表示数量之间的关系。例如，第7题的相遇问题，引导学生画出示意图，学生就可以很直观地发现它和例7工程问题的数量关系在本质上是完全相同的。第8题，也可以引导学生画出类似于“水槽”的示意图，并发现这种“面积模型”与“线段模型”的内在一致性。利用画示意图来分析数量关系是问题解决的重要策略，教学时要注意培养学生这方面的能力。

微信公众号：电子课本大全

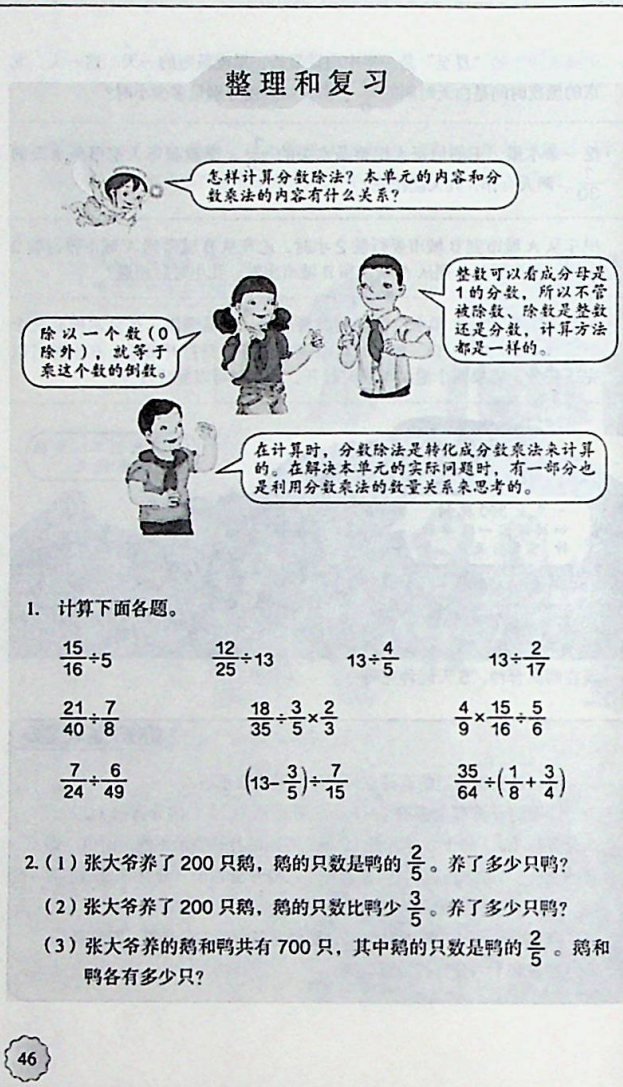
编写意图

（1）“整理和复习”对倒数的概念、分数除法的意义、计算的方法和新旧知识之间的联系等内容进行回顾与梳理，在交流、讨论中帮助学生很好地对原有的知识体系进行扩展。例如，把整数看成分数，整数除法只是分数除法的一种特殊形式。

（2）教材着重使学生通过沟通分数除法与分数乘法的联系，提高分数除法的计算能力，加深对涉及“一个数的几分之几”的实际问题中数量关系的理解。

（3）第 1 题是分数除法的计算练习，包括被除数、除数是整数、分数的各种情况以及分数混合运算，便于学生用灵活的方法进行计算。

（4）第 2 题是一组对比练习。意在通过对比，辨析数量关系，找准数量关系中的单位“1”，正确解题。



整理和复习

怎样计算分数除法？本单元的内容和分数乘法的内容有什么关系？

除以一个数（0除外），就等于乘这个数的倒数。

整数可以看成分母是1的分数，所以不管被除数、除数是整数还是分数，计算方法都是一样的。

在计算时，分数除法是转化成分数乘法来计算的。在解决本单元的实际问题时，有一部分也是利用分数乘法的数量关系来思考的。

1. 计算下面各题。

$\frac{15}{16}\div5$　　$\frac{12}{25}\div13$　　$13\div\frac{4}{5}$　　$13\div\frac{2}{17}$

$\frac{21}{40}\div\frac{7}{8}$　　$\frac{18}{35}\div\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}$　　$\frac{4}{9}\times\frac{15}{16}\div\frac{5}{6}$

$\frac{7}{24}\div\frac{6}{49}$　　$\left(13-\frac{3}{5}\right)\div\frac{7}{15}$　　$\frac{35}{64}\div\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{4}\right)$

2.（1）张大爷养了 200 只鹅，鹅的只数是鸭的 $\frac{2}{5}$。养了多少只鸭？

（2）张大爷养了 200 只鹅，鹅的只数比鸭少 $\frac{3}{5}$。养了多少只鸭？

（3）张大爷养的鹅和鸭共有 700 只，其中鹅的只数是鸭的 $\frac{2}{5}$。鹅和鸭各有多少只？

46

教学建议

（1）小组合作，共同梳理知识体系。

教学中要切实开展小组合作，通过组内合作共研、组间补充完善、教师引导整理，形成清晰、合理、完善的知识结构，系统、全面地理解知识。例如，由于整数是特殊的分数，可以把所学的整数除以整数、分数除以整数、整数除以分数、分数除以分数，都看成是同一类计算，达到融会贯通的程度。

（2）有针对性地查漏补缺。

整理和复习阶段要特别注意检查学生的薄弱环节，对学生解题过程中容易出错的地方，要有针对性地甄别和纠错。尤其是到此为止，学生已经学完了分数加、减、乘、除法计算，在进行混合运算时要引导学生选择灵活的算法，在计算之前养成观察的习惯，根据数的特点，判断是否可以采用简便的算法。

（3）对分数乘、除法进行对比，进一步沟通二者的联系。

由于分数除法是分数乘法的逆运算，计算时也是转化成分数乘法进行的，在列方程解决实际问题时也有一部分是利用分数乘法的数量关系来思考的，因此，复习时，要通过类似于第 2 题的对比练习认识二者的联系和区别。

微信公众号：电子课本大全

练　习　十

1. 判断对错，对的画“√”，错的画“×”。

（1）两个分数相除，商一定大于被除数。（　）

（2）如果 $a\div b=\frac{1}{3}$，b 就是 a 的 3 倍。（　）

（3）如果 $a\div b=\frac{3}{5}$，那么 $a=3$，$b=5$。（　）

2. 用你喜欢的方法计算下面各题。

$\frac{1}{5}\times 8\div\frac{4}{5}$　　$\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}$　　$\frac{5}{6}\div\frac{2}{3}\div\frac{5}{6}$

$\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{25}$　　$\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\times\frac{9}{10}$　　$1-\frac{7}{9}\div\frac{7}{8}$

3. 冰融化成水后，水的体积是冰的体积的 $\frac{9}{10}$。现有一块冰，融化成水以后的体积是 27 dm^3，这块冰的体积是多少立方分米？

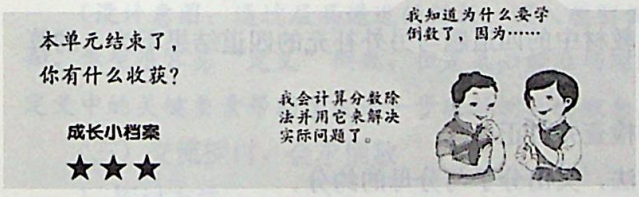
4. 狮子奔跑时的最高时速可以达到 60 千米/时，比猎豹慢 $\frac{5}{11}$。猎豹奔跑时的最高时速是多少？



5. 小明和爷爷一起去操场散步。小明走一圈需要 8 分钟，爷爷走一圈需要 10 分钟。

（1）如果两人同时同地出发，相背而行，多少分钟后相遇？

（2）*如果两人同时同地出发，同方向而行，多少分钟后小明超出爷爷一整圈？



编写意图

（1）第 1 题，通过辨析，使学生进一步理解除法运算中被除数与除数的关系，实际上是在学生头脑中建立起更为一般的除法意义。

（2）第 2 题，巩固分数相关计算。对于分数混合运算，可有三个层次的要求：一是根据四则运算法则正确计算；二是能采用多种方法计算；第三是主动观察、比较，采取简便方法计算。教师可以根据学情设定合适的目标。

（3）第 3、4 题是让学生列方程，用分数除法解决的实际问题。

（4）第 5 题采用“相遇问题”“追及问题”的现实素材，使学生在解决问题的过程中学会分析和思考的方法，采用合适的策略解决问题。学生解题时可以采用假设、画图等多种策略，也可以用抽象的“1”来列式，例如，第（2）小题可在理解的基础上列出算式“$1\div\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\right)$”，其中，“1”表示超出的一整圈；也可列方程解答。

教学建议

（1）在强化意义理解的基础上练习巩固。

本练习是单元综合练习。这部分内容的教学是一个加深理解和巩固所学知识、提高综合运用能力的过程。无论是分数计算的巩固练习，还是利用分数除法解决实际问题，都应始终抓住理解分数除法意义这一核心，在理解的基础上进行知识建构。

（2）把握好计算教学目标层次。

第 2 题，教学时不必直接要求学生“一定要用简便方法”，要把握好计算教学目标层次，结合实际，循序渐进，实现不同的人得到不同发展的目标。

（3）发展假设、画图等问题解决策略。

在解决第 5 题时，如果学生用抽象的“1”来解决有困难，要引导学生运用假设、画示意图等策略，用数形结合的方式直观地表示题意，提升分析、解决问题的能力，发展数学思维。尤其是第（2）*题，供学有余力的学生完成，让学生通过与第（1）题进行对比，找出联系与区别，学会用一般化的方法解决问题。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题 1：倒数的认识

教学设计：郑义富、李宇韬。

教学内容：教科书第 28～29 页例 1、“做一做”及相关内容。

教学目标：

1. 使学生通过观察、分类、讨论等活动认识倒数，理解倒数的意义。

2. 使学生体验找一个数的倒数的方法，会求一个数的倒数。

3. 在探索交流的活动中，培养学生观察、归纳、推理和概括的能力，发展数学思维。

教学重点：理解倒数的意义；求一个数的倒数。

教学难点：理解“互为倒数”的含义。

教学准备：教学课件、写算式的卡片。

教学过程：

（一）计算、分类，初步感知倒数的特征

1. 独立计算，回顾旧知。

（1）教师出示几道分数乘法式题（包括教材中的四道题与另外补充的四道结果不为 1 的算式）。

（2）学生独立完成上面几组题，小组内检查并订正。

（3）请个别学生说说分数乘法的计算方法，突出分子与分母的约分。

（设计意图：在“倒数的认识”教学前，学生已经掌握了分数乘法的计算方法。在进行分数乘法计算时，分子与分母之间的约分凸显了乘积为 1 的分数乘法的特殊性，为倒数的认识提供了感知基础。）

2. 算式分类，关注算式特点。

师：观察这些算式，如果将它们分成两类，怎样分？

学生的分类方法可能会有多种，在汇报交流时突出以乘积是否为 1 来分类。

3. 观察发现，交流算式特点。

让学生说说乘积为 1 的算式有什么特点。

学生讨论并说出自己的发现：



微信公众号：电子课本大全

（设计意图：通过学生观察、分类、讨论等活动，初步认识倒数，为学生准确、顺利地导出倒数的定义作好铺垫。）

（二）逐层深入，认识倒数

1. 了解概念。

出示倒数的定义：乘积是 1 的两个数互为倒数。

给出倒数的范例：$\frac{3}{8}$和$\frac{8}{3}$互为倒数，$\frac{3}{8}$的倒数是$\frac{8}{3}$，$\frac{8}{3}$的倒数是$\frac{3}{8}$。

让学生说说上面算式中哪两个数互为倒数。

当学生说“5 和$\frac{1}{5}$互为倒数”时，引导学生进一步思考：5 的分子是几？分母是几？概括出：整数可以看成分母是 1 的分数。

2. 理解概念。

让学生说一说如何理解“乘积是 1 的两个数互为倒数”，引导学生对定义中关键要素的理解：乘积是 1；两个数；互为倒数。

引导学生思考：互为倒数的两个数有什么特点？使学生进一步认识到：除了两个数的积为 1 外，两个数的分子、分母交换了位置，如果一个数大于 1，另一个数一定小于 1。

3. 练习巩固。

出示教科书第 29 页第 1 题，让学生找一找哪两个数互为倒数。

（设计意图：通过层层递进的辨析，深入理解倒数的意义。有了第一环节对倒数的初步感知，学生很容易“定义”倒数，但是未必能准确理解倒数中的关键要素，因此本环节通过分析定义中的关键要素帮助学生进一步理解倒数的概念。）

（三）交流探讨，会求倒数

1. 探讨方法。

（1）出示例题，让学生说说哪两个数互为倒数。

（2）在汇报时说说怎样找一个数的倒数，在学生汇报的同时板书：

$$\frac{3}{5}\xrightarrow{\text{分子、分母交换位置}}\frac{5}{3}\qquad \frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=1$$

$$6=\frac{6}{1}\xrightarrow{\text{分子、分母交换位置}}\frac{1}{6}\qquad 6\times\frac{1}{6}=1$$

2. 思考特例。

小组讨论：1 的倒数是多少？0 有倒数吗？

3. 运用方法。

师：用刚才的方法完成下面的练习。

（1）教科书第 28 页“做一做”。

（2）教科书第 29 页第 3 题。

4. 概括方法。

通过对下列问题的思考，引导学生概括如何求一个数的倒数。

微信公众号：电子课本大全

（1）互为倒数的两个数有什么特点？

（2）如何求整数的倒数？0有没有倒数？1的倒数是多少？

（3）如何求分数的倒数？

（设计意图："求一个数的倒数"并不难，关键是"完整地概括"和"严谨地思考"。因此，此环节在出示例题后先让学生充分说"如何找倒数"，再交流找到的"特别的倒数"以及更多关于倒数的发现。以"发现——质疑——交流——讨论"的形式使学生的思考更积极主动，培养学生的理性思考能力。）

（四）练习深化

1. 出示教科书第29页第2题，判断这些说法对不对，并说说为什么。

2. 独立完成教科书第29页第4题，说说有什么发现。

3. 出示教科书第29页第5题。

师：小红和小亮谁说的对？为什么？

（设计意图：通过对倒数概念的辨析，深入理解概念，对比除以一个数与乘这个数的倒数的计算，为后面分数除法计算学习作准备。）

（五）回顾总结

教师：本节课有哪些收获？

课题2：一个数除以分数

教学设计：石丽君、李宇韬。

教学内容：教科书第31～32页例2及"做一做"相关内容。

教学目标：

1. 让学生在具体的问题情境中，探索一个数除以分数的计算方法，完善并掌握分数除法的计算方法，并能正确计算。

2. 在探索一个数除以分数的计算方法的过程中，让学生掌握数形结合、迁移类推、转化等基本数学思想，体会数学思想的美妙与魅力，发展学生的数学思维。

教学重点：理解一个数除以分数的算理，抽象概括出分数除法的计算法则，能正确计算分数除法。

教学难点：探索一个数除以分数的计算方法。

教学准备：课件、投影等。

教学过程：

（一）阅读理解，分析问题

出示例题图，让学生说说自己发现了哪些数学信息。

板书条件和问题。

思考：解决这个问题，需要求出什么？如何列式？

（二）合作交流，探索算法

1. 自主探索，汇报交流。

微信公众号：电子课本大全

如何计算 $2\div\frac{2}{3}$？

估计学生可能会有如下几种方法：

（1）模仿分数除以整数的方法：$2\div\frac{2}{3}=2\times\frac{3}{2}=3$。

（2）利用除法商不变的规律：$2\div\frac{2}{3}=(2\times\frac{3}{2})\div(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2})=3\div1=3$。

（3） 2 里面有 3 个$\frac{2}{3}$。

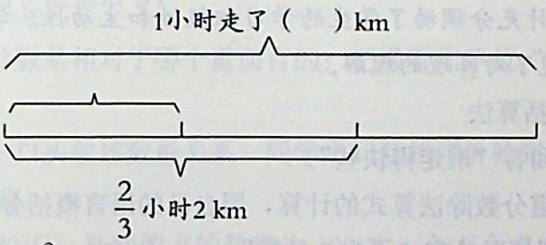
2. 画示意图，探索算法。

如果学生没有想到画线段图来探索算法，教师可以进行适当引导：可以根据题目意思画一下图。

如果学生独立画图有困难，教师可以进行引导：

（1）先画一条线段表示 1 小时走的路程，再思考如何表示$\frac{2}{3}$小时走了 2 km 这个条件？

（将线段平均分成 3 份，其中 2 份表示的就是$\frac{2}{3}$小时走的路程。）



（2）指着图启发：已知$\frac{2}{3}$小时走了 2 km，要求 1 小时走了多少千米，可以先算什么，再算什么？

根据学生的回答把线段图补充完整，板书计算思路：

先求$\frac{1}{3}$小时走了多少千米，也就是求 2 km 的$\frac{1}{2}$。再求 3 个$\frac{1}{3}$小时走了多少千米。

（3）根据思路计算：$2\div\frac{2}{3}=2\times\frac{1}{2}\times3=2\times\frac{3}{2}$。

结合算式说说每步求的是什么。

3. 观察思考，小结算法。

观察：除法转化成了什么运算？什么没有变？什么变了？是怎样变的？

强调：被除数没有变，除号变乘号，除数变成了它的倒数。

小结：整数除以分数可以转化为乘这个数的倒数来计算。

（设计意图：创设熟悉的生活情境，让学生在丰富表象的支撑下生成数学知识，引导学生将“图”与“式”对照起来，进行分析和说理。在发挥直观形象思维对于抽象逻辑思维支持作用的同时，让学生逐渐感受数形结合的优势，并经历逐步抽象、概括的过程。）

微信公众号：电子课本大全

（三）方法迁移，完善算法

1. 让学生尝试计算$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}$。

师：刚才我们学会了如何计算$2\div\frac{2}{3}$，现在请大家尝试计算$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}$。

2. 汇报交流，方法迁移。

$\frac{5}{6}\div\frac{5}{12}=\frac{5}{6}\times\frac{12}{5}=2$

3. 思考与验证。

师：为什么写成$\times\frac{12}{5}$？怎样验证这种计算结果是正确的？

学生可能回答：

（1）求$\frac{1}{12}$小时走了多少千米，也就是求$\frac{5}{6}$ km 的$\frac{1}{5}$，算式是$\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}$。

（2）再求 12 个$\frac{1}{12}$小时走了多少千米，算式是$\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}\times12$。

4. 用乘法验算。

（设计意图：这样设计充分调动了学生的学习积极性和主动性。学生在探索的过程中，创新的火花得以迸发，实现了对算理的理解。）

（四）解决问题，概括算法

1. 回到例题情境，回答“谁走得快些”。

2. 引导学生回顾两道分数除法算式的计算，用自己的语言概括分数除法的计算方法。

学生概括之后，根据情况补充“不为 0 的数”。

（设计意图：对分数除法计算方法的概括有两个层次：一是将本课中整数除以分数和分数除以分数进行对比，发现一个数除以分数的计算方法；二是将之前所学的分数除以整数与本节课的内容进行对比，最终归纳出分数除法的计算方法。）

（五）巩固练习，深化理解

1. 完成教科书第 32 页“做一做”第 1 题。

2. 完成教科书第 32 页“做一做”第 2 题，要求写出过程，巩固计算方法。

3. 完成教科书第 32 页“做一做”第 3 题，学生独立完成后说一说自己对商和被除数关系的发现。

（六）师生互评，共同小结

1. 这节课我们学习了哪些知识？

2. 一个数除以分数的计算方法是什么？

课题 3：问题解决

教学设计：陈树德。

微信公众号：电子课本大全

教学内容：教科书第 37 页例 4，练习八第 1～4 题。

教学目标：

1. 使学生掌握“已知一个数的几分之几是多少，求这个数”这类实际问题的解题思路，会熟练地用列方程的方法解答这一类实际问题。

2. 使学生经历问题解决的过程，提高阅读理解和分析能力，学会用线段图分析题目中的数量关系，并能正确写出等量关系式。

3. 使学生感悟列方程解决实际问题的优越性，理解并初步掌握方程思想。

教学重点：熟练掌握列方程解决简单的分数除法实际问题的方法。

教学难点：根据数量关系列出等量关系式。

教学准备：教学课件、画图工具（铅笔、直尺等）。

教学过程：

（一）复习铺垫

1. 读一读下面的关键句，说说你的理解。

（1）白兔的只数占兔子总只数的$\frac{1}{3}$。

（2）新购图书数量的$\frac{2}{5}$是童话书。

师：上面各题中的分数是相对于哪个量而言的？把谁看作单位“1”？两个量之间存在怎样的等量关系？

学生独立分析题意，口头叙述数量关系，同学之间互相评价补充。

2. 复习分数乘法问题。

如果兔子的总数是 30 只，新购图书的数量为 100 本，会不会求出白兔的只数和童话书的本数？

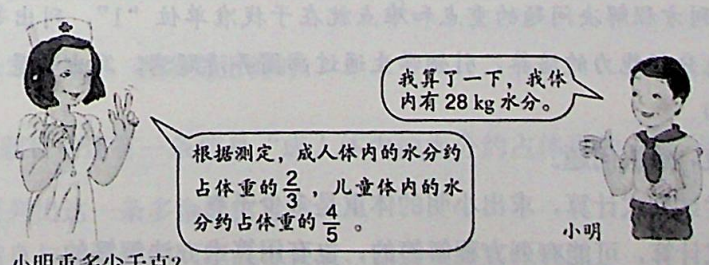
学生先列式作答，再集体交流。

3. 小结：这是我们之前学习过的有关分数乘法的实际问题，求一个数的几分之几是多少，用乘法计算。今天，我们要学习简单的用分数除法解决的实际问题。（揭示课题）

（设计意图：通过这两道题的热身，回顾用分数乘法解决实际问题的思考步骤，为后面正确寻找等量关系、列方程解决问题作铺垫。）

（二）探索交流

1. 出示例题。



微信公众号：电子课本大全

2. 阅读与理解。

（1）阅读题目，你获得了哪些信息？

根据学生的回答板书条件和问题。

（2）要求小明的体重是多少千克，你准备选取哪些已知条件？你的理由是什么？

引导学生筛选有效信息，发现“成人体内的水分约占体重的$\frac{2}{3}$”是多余的条件。

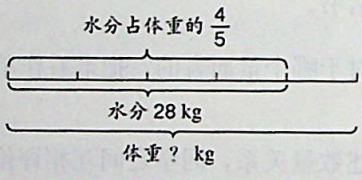
（设计意图：读题、审题是学生能否顺利解决实际问题的重要前提。例题之所以提供了多余的信息，就是为了培养学生通过读题获取信息、通过分析筛选信息的能力。本环节的设计给学生提供了独立思考、选取有用信息并阐述理由的机会。）

3. 分析与解答。

（1）独立思考，理清关系。

师：请大家独立思考，尝试用画线段图的方式表示出“儿童体内的水分约占体重的$\frac{4}{5}$”，并在线段图上标明哪一部分是“小明体内的水分”，即 28 kg；哪一部分是要求的“小明的体重”，然后写出等量关系式。

学生尝试画线段图，写数量关系式。



小明的体重 $\times\frac{4}{5}$ = 小明体内水分的质量

师：在画图的时候，你们是怎么想的？画图时需要注意什么？

生：“儿童体内的水分约占体重的$\frac{4}{5}$”，先画儿童的体重，把它看成单位“1”，平均分成 5 份，水分的质量约占 5 份中的 4 份。画图时，要先画单位“1”的量，然后再画它的几分之几；还要标上各部分表示什么，数量是多少。

师：根据线段图所示，儿童体重和儿童体内的水分之间有什么等量关系？

生：小明的体重$\times\frac{4}{5}$＝小明体内水分的质量，因为求一个数的几分之几是多少，可以用分数乘法计算。

（设计意图：列方程解决问题的重点和难点就在于找准单位“1”，列出等量关系式。本环节的教学重视学生分析能力的培养，引领学生通过画图弄清题意，写出等量关系式，为正确列出方程作好铺垫。）

（2）集体交流，解决问题。

师：请大家尝试列式计算，求出小明的体重是多少千克。

学生尝试列式计算，可能有列方程解答的，也有用算术方法解答的。

微信公众号：电子课本大全

师：说说你们是怎么解决问题的。

生 1：用列方程的方法解答。

解：设小明的体重是 x kg。

$\frac{4}{5}x=28$

$\frac{4}{5}x\div\frac{4}{5}=28\div\frac{4}{5}$

$x=28\times\frac{5}{4}$

$x=35$

生 2：我是算术方法做的。小明的体重×$\frac{4}{5}$＝小明体内水分的质量。反过来，根据分数乘、除法之间的关系，小明体内水分的质量÷$\frac{4}{5}$＝小明的体重。所以列式为：$28\div\frac{4}{5}=28\times\frac{5}{4}=35$（kg）。

生 3：我也是用算术的方法做的：$28\div4\times5=35$（kg）。28 kg 是小明体重的 5 份中的 4 份，$28\div4$ 求出的是每一份的质量，再乘 5，就求出了 5 份，也就是小明的体重了。

（设计意图：分析和解答的方法因人的喜好不同而异，只要能够理清题意，正确解答，都应该予以肯定。）

（3）对比分析，优化方法。

师：不同的方法，相同的结果。刚才这几种方法，都很有道理。请大家分析对比一下，你更喜欢哪一种方法？说说你的理由。

学生讨论，交流，发现第二种方法其实是第一种方法的逆运算，即根据分数乘、除法之间的关系去理解，而第三种方法是用分数的意义一步一步进行推理计算。第一种用方程解答的方法，根据分数乘法的意义，顺向思考，就能找到等量关系并列出方程。这样的数量关系和思考方法与用分数乘法解决问题是一致的。

（设计意图：通过几种不同方法的比较和分析，体会利用顺向思维列方程解决实际问题的优越性，在有效解决这一类实际问题的基础上，渗透方程思想，与中学课程顺利衔接。）

4. 回顾与反思。

（1）反思 1：我们的结果是否合理？

师：如果小明的体重是 35 kg，那么他体重的$\frac{4}{5}$就是水分了，是不是 28 kg 呢？

生：$35\times\frac{4}{5}=28$（kg），答案是正确的。

（2）反思 2：题目中还有一条信息“成人体内的水分约占体重的$\frac{2}{3}$”，与要求的问题有关吗？题目为什么要列出这一条多余的信息？

生：这一条信息与要解决的问题没有关系，是用来迷惑我们的。

微信公众号：电子课本大全

教师小结：看来，有时题目中的信息很多，但并不是所有信息都是解决问题所需要的，我们要善于根据问题筛选必要的信息。在现实生活中，各种各样的信息更多，我们解决问题时，往往也要通过思考和分析，筛选出有利于我们解决问题的信息。

（3）反思 3：这道题与课前复习时所做的两道题有什么区别？又有什么联系？

生 1：区别是课前的两道题是都知道单位“1”的量，求单位“1”的几分之几是多少，直接列乘法算式计算。今天学的是知道单位“1”的几分之几是多少，求单位“1”的量。

生 2：它们的联系是都用到了分数乘法的意义，也就是求一个数的几分之几是多少，用分数乘法计算。只是前面的两道题是这个数知道了，求它的几分之几，直接算；今天的问题是知道了一个数的几分之几是多少，求这个数，这个数未知，就可以列方程。

（设计意图：“反思 1”是通过检验结果的合理性培养学生养成良好的检查习惯。“反思 2”是对信息的分析和筛选过程进行回顾，再次强调阅读与理解题意的重要性。“反思 3”是通过对比分析，让学生发现两类问题的内在联系，找到共同的数量关系，学会利用旧知迁移学习新知识。）

（三）巩固练习

1. 完成练习八第 1 题和第 3 题。

先让学生自主解答，然后集体交流。

（设计意图：这两题都是针对例题的巩固练习。由于涉及到的分数分母较大（$\frac{40}{57}$和$\frac{52}{55}$），画图是有困难的，练习时可以提醒学生只需要画出草图就可以，不需要一份一份画得清清楚楚的。如果学生能熟练地找到并写出数量关系式，可以逐步淡化画图环节。从“准确画图”到“画草图”，再到“脑海想象”的过程，是学生分析能力逐步提高、思维逐步抽象的过程。）

2. 完成练习八第 2 题。

做完思考：“鲜牛奶 250 ml”这个条件与要求的问题有没有关系？

3. 完成练习八第 4 题。

做完思考：本题有几个要求的问题？有几条相关的信息？你是怎样筛选信息的？

（设计意图：这两题既是列方程解决实际问题的巩固，也是对根据问题筛选信息的训练。第 2 题有多余的条件，第 4 题是一题多问，条件也需要根据相应的问题进行筛选。）

（四）课堂小结

师：今天我们学习了什么？你有什么收获？

生 1：学习了画图表示数量关系，学习了列方程解决单位“1”未知的实际问题。

生 2：学会了根据要求的问题筛选合适的信息。

师：看来大家都很会学习，在后面的学习中我们还将遇到更复杂的实际问题，希望大家继续努力。

（设计意图：通过小结，反思用方程方法解决相关问题的思路和方法，加深对新知的认识，为后续学习解决较复杂的实际问题作铺垫。）

微信公众号：电子课本大全

三、备课资料

古代的分数除法

世界上系统叙述分数的最早著作，人们一直认为是公元前1世纪我国的《九章算术》。它给出了相当完整的分数运算法则，基本上和现在的算法一致。但该书介绍分数除法（称之为“经分”）却采用先将两个分数通分，使分子相除的方法，即$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bd}\div\frac{bc}{bd}=\frac{ad}{bc}$。分数除法的颠倒相乘法，过去人们认为是公元3世纪刘徽创造的。

1984年年初，在湖北江陵张家山一座汉墓中出土了一批数学竹简，约有200余支完好，其中一支背面有“算数书”三字，学术界因此将其定名为《算数书》。有学者认定《算数书》实际成书年代为公元前2世纪或更早一些时间。《算数书》是一部数学问题集，共有69个章题，大多数算题由题文、答案、术构成，内容可归纳成算术和几何两大类，包括分数的性质和四则运算。文物界认为，《算数书》的绝大多数内容和题目产生于秦或先秦，因此，《算数书》取代了《九章算术》成为目前所知道的中国传统数学最早的著作。对于分数除法，《算数书》有明确的颠倒相乘法。

关于分数的运算，3000多年前古埃及人把所有分数转化成分子是1的分数再进行运算，这使计算非常复杂。巴比伦人用60进分数运算也很麻烦。

公元9世纪，印度数学家摩珂毗罗才提出了分数除法法则，把除数颠倒相乘。这比《算数书》晚了1000多年。

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的教学内容主要是理解倒数的意义，掌握求倒数的方法；理解分数除法的意义，掌握分数除法的计算方法；能利用方程解决有关分数除法的实际问题。所以对单元知识技能的评价主要围绕以下几个方面进行：（1）学生对倒数意义理解和求一个数的倒数的情况；（2）学生掌握分数除法相关计算的情况，包括口算、估算、混合运算、解方程；（3）学生解决实际问题的情况，包括整数除法实际问题在分数上的延伸，利用方程解决涉及到“一个数的几分之几”的数量关系的问题。

评价中要关注学生在学习过程中的表现，观察学生在探索分数除法计算方法的过程中，能否利用已有的知识和经验主动进行探索性思考，并能进行相应的观察、比较、猜想、验证、归纳和总结；在应用分数除法解决简单实际问题的过程中，能否进一步体会分数乘、除法的关系，能否合理选择解决问题的方法，并清楚地表达自己解决问题的过程。

微信公众号：电子课本大全

（二）评价样例

由于本单元内容较多，针对不同内容，我们提供了如下一些样例。

1. 关于倒数的认识的评价，主要以求一个整数或分数的倒数为主（如练习六中第 1、3 题），可以通过判断对错检测学生对倒数意义的理解（如练习六中第 2、5 题）。

2. 关于分数除法计算的评价，经常会用到下面的这些形式。

（1）直接写出得数。

$\frac{2}{5}\div 3=$　　$6\div\frac{2}{3}=$　　$\frac{1}{2}\div\frac{1}{8}=$　　$\frac{9}{10}\div\frac{6}{15}=$

（2）在○里填上“＞”“＜”或“＝”。

$\frac{2}{5}\div\frac{2}{3}\bigcirc\frac{2}{5}$　　$\frac{2}{5}\div\frac{3}{2}\bigcirc\frac{2}{5}$

（3）用你喜欢的方法计算下面各题。

$\frac{21}{5}\div 7\times\frac{5}{9}$　　$\frac{8}{15}\times\left[\frac{5}{6}\div\left(\frac{7}{9}-\frac{1}{3}\right)\right]$　　$\frac{1}{8}\times\frac{9}{7}+\frac{5}{7}\div 8$

（4）解下列方程。

$\frac{2}{3}x=\frac{4}{9}$　　$\frac{3}{4}+\frac{2}{5}x=\frac{9}{10}$　　$\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x=\frac{9}{4}$

3. 在解决实际问题时，评价的题材应以学生熟悉的生活实际为主，评价时可以适当增加一些了解学生思考过程的内容。

（1）王叔叔的小汽车行驶$\frac{5}{2}$ km 用了$\frac{5}{24}$ L 汽油。平均每千米需要用汽油多少升？

（2）六年级同学为学校图书馆整理图书。他们已经整理了 1000 本，占图书总数的$\frac{2}{5}$。图书馆一共有图书多少本？（先画线段图，写出数量关系式，再解答。）

本题中，要求学生先画线段图，写出数量关系式，这样的要求可以引导学生关注数形结合的思想方法，将学生内在思维显性化，便于教师了解学生解决这一类问题的数学思维过程。

（3）服装厂接到一批订单，第一车间单独做需要 25 天完成，第二车间单独做需要 20 天完成，如果两个车间同时做这批订单，多少天可以完成？

微信公众号：电子课本大全

第四单元　比

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生理解比的意义，知道比与分数、除法的关系。

2. 使学生理解并掌握比的基本性质，会求比值、化简比，能解答按比分配的实际问题。

3. 使学生在理解比的意义、探索比与分数和除法之间的关系以及比的基本性质的过程中，体会类比法、推理思想，积累数学活动经验，体会数学知识之间的内在联系，把握数学知识的本质。

4. 使学生经历用比描述生活现象和解决实际问题的过程，感受数学知识在日常生活中的应用价值。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

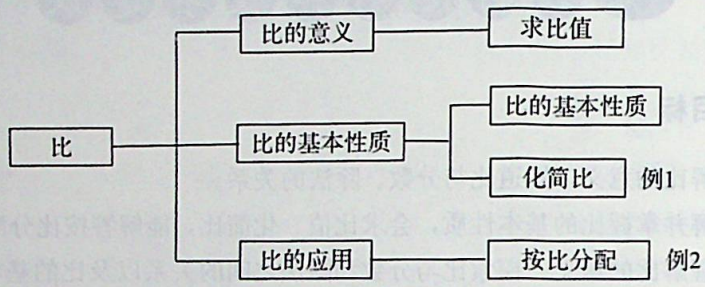
由于比与除法有着天然的联系，这部分内容过去一直编排在“分数除法”单元内。此次修订，把这部分内容分拆出来，另成单元，主要是为了突出“比和比例”的独立性、重要性，比不仅与分数除法有联系，还与分数、除法等知识有更重要的联系。比的知识是学习比例相关知识的必要基础，把比单独设单元，有利于学生从量与量之间的关系这一角度去认识比，而不仅仅从运算的角度去理解比，有助于培养学生的代数思想。

这部分教学内容主要有：比的意义，比的读、写方法，比与分数、除法的关系，比的基本性质，求比值，化简比，按比分配（即为过去习惯中所说的“按比例分配”，由于这类问题实质上是按“比”分配的，学生又尚未接触“比例”，所以称为“按比分配”更妥）。学生在学习这些内容之前已经掌握了除法的意义与商不变的性质、分数的意义与基本性质、分数与除法的关系等知识，会进行分数乘、除法计算，会解答有关分数乘、除法的实际问题。比与除法、分数有着密切联系，求比值、化简比和按比分配等知识的学习与分数乘、除法的计算密不可分，因此将比的认识安排在分数乘法和除法之后进行教学，既加强了知识间的内在联系，又可以为后面学习比例的相关知识打下良好的基础。虽然比和除法、分数有着密切联系，但又不完全等同，比更强调的是量与量之间的倍比关系的直接描述，有时并不关注具体比值是多少，而除法、分数更多的是强调两个量之间的一种运算关系，通常也会同时关注运算的结果。此外，我们可以用比同时表示两个、三个乃至更多的量之间的倍比关系，而除法、分数一般只能表示两个量之间的倍比关系。教材在讲比的意义时，既强调比的一种情况——两个同类量的比，例如长和宽的比，又强调在实际应用中经常要用到比的另一种情况——不同类量的比，如路程和时

微信公众号：电子课本大全

间的比、质量和体积的比、等等。这样，将来进入中学后就便于理解物理、化学等学科中经常出现的不同类量的比。有关联的不同类量相比，产生了新的量，例如，路程和时间的比就是速度，质量和体积的比就是密度。

具体编排结构如下。



从上图可以看出，本单元的教学内容分为三个层次。

一是认识比的意义。

教材选取学生感兴趣的素材——我国第一艘载人飞船的有关内容作为载体引入比，通过这一富有时代性的现实内容，引出同类量的比、不同类量的比。在此基础上概括比的意义，介绍比的读、写法及各部分名称，然后引导学生思考比与除法、分数的联系。

二是理解比的基本性质。

教材联系比和除法、分数的关系，启发学生概括比的基本性质。接着，应用这个性质，通过例1学习化简比。化简整数比常用的方法是前、后项同时除以它们的最大公因数；化简分数、小数比常用的方法是把分数比、小数比先转化为整数比，再化简。把分数比、小数比转化为整数比的方法，思路比较统一，易于理解和掌握。但化简方法也可以灵活多样，只要化成最简单的整数比，都是允许的。

三是应用比解决实际问题。

教材中涉及的比的应用，主要是按比分配。所谓按比分配就是把一个量按照一定的比进行分配。“平均分”是按比分配的一种特殊情况。例如，把12张画片分给甲、乙两个小朋友，如果按1∶1分，就是平均分。如果按2∶1分，就是通常所说的按比分配。同时，“平均分”的方法也是解决按比分配的问题的主要方法，例如，按2∶1分，实际上就是把总量平均分成(2+1)份。

解决按比分配的问题，主要有三种方法：一是把比的前、后项看作分得的份数，先求出每一份；二是求出前、后项分别占总数的几分之几，用分数乘法来解答；三是用比例知识来解答。较早的算术课本通常采用第三种方法，因此，习惯上也经常把“按比分配”叫做“按比例分配”。现在的小学数学教材，一般以第二种方法为主，因为学生理解了比和分数的关系，并会利用分数乘法解决实际问题，对这种方法比较容易理解和接受，也有利于加强知识间的前后联系。

2. 教材编排特点。

本单元教材在编排上有以下几个特点。

微信公众号：电子课本大全

（1）引导学生经历从具体情境中抽象出比的意义的过程。

比是小学数学中的一个重要概念，让学生真正理解比的意义，具有一定的难度。教材借助学生的生活经验和学习经验，通过情境设计，引发学生思考和讨论，在已有的“长方形长和宽之间的关系”描述的基础上，引出同类量的比，结合“路程与时间的关系”认识不同类量的比。在理解了比的现实背景的基础上逐步抽象出比的概念，理解比的意义。

（2）引导学生利用比与分数、除法的关系自主探索比的基本性质。

教材注意引导学生结合比的意义，主动联系以前所学过的分数和除法的知识，自主探索比的基本性质。这一过程可以帮助学生梳理相关知识间的关系，引导学生利用旧知探索新知，通过自主学习建立起新的知识结构，对分数、除法和比三者关系以及比的基本性质也有了更本质和深刻的理解。

（3）引导学生应用旧知解决按比分配的实际问题。

教材安排了按照一定的比进行分配的实际问题，这实际上是“平均分”方法的延伸和发展。教材引导学生利用比的意义，把新问题转化为已经学过的平均分问题和分数乘法问题，通过独立思考、合作交流，自主探索按比分配问题的解决办法，感受解决问题策略的多样化。

（三）教学建议

1. 联系已学知识，引导学生自主学习。

比与除法、分数有着密切的内在联系，例如，比的后项不能为 0 与除数、分母不能为 0 是一致的，比的基本性质与商不变性质、分数的基本性质是一致的，求比值与求商、化简比与约分、按比分配与求一个数的几分之几是多少的方法是一致的，等等。因此，教学这部分内容时，应当充分利用原有的学习基础，引导学生联系相关知识，进行类比和推理，尽可能让学生自主学习，通过自己的思考，解决新问题，得到新结论。教材在例题、“做一做”以及练习的设计和编排上非常注重为学生提供自主探索、合作交流的机会。在探索的过程中，不仅要求学生知道“怎么做”，也要求学生思考“为什么要这样做”。

2. 让学生感悟相关知识的联系与区别，使新旧知识融会贯通。

在这部分内容的学习过程中，新旧知识的联系，不仅有利于生成新知识，也能加深对旧知识的理解，使新旧知识融会贯通。为此，教学时应当采用适当的方式，让学生知道并理解相关知识之间的联系与区别。同时也应注意，揭示知识的联系与区别，要考虑学生的理解水平，不宜求全、求深。

3. 建议用 4 课时教学。

微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

（1）教材精心选取了“神舟”五号这一现实素材作为载体，既富有教育意义，又能比较自然地引出比的两种情形。例1的素材也是从中选取的，凸显情境的连续性和整体性。

（2）教材先给出两面长方形小旗的数据，引导学生讨论长与宽的关系。除了可以用减法表示出它们之间的相差关系，还可以用除法表示它们的倍数关系。在此基础上直接指出：可以用比来表示它们之间的关系，由此引出同类量的比。如果仅从形式上看，比是除法关系的另一种表示方式，这为学生认识比和除法、分数之间的关系奠定了基础。

（3）接下来，教材介绍飞船的运行路程与时间，用除法表示出飞船进入轨道后的速度。在此基础上，直接指出还可以用比来表示路程和时间的关系，引出非同类量的比。使学生进一步认识比的意义以及比和除法的关系。



教学建议

（1）在已有知识基础上认识比的意义，使学生认识到比和除法之间的关系。

两个同类量之间，有各种各样的关系，有大小比较关系、相差关系、倍数关系。教学时让学生用算式表示国旗长和宽的关系，很自然地引出长是宽的几倍或宽是长的几分之几。在此基础上说明：长和宽之间的倍数关系，除了用除法表示之外，还可以用比来表示。在学生初步认识了比和除法关系的基础上，再认识不同类量的比。两个不同类量的比，同样也表示这两个量之间的除法关系。两个不同类量的比可以表示一个新的量。如路程比时间，表示的是速度。

（2）适时进行爱国主义教育。

这部分内容是以我国第一艘载人飞船作为情境引入的。这一事件开创了我国航天事业的新局面，具有划时代的意义。杨利伟在太空中展示两面旗帜的画面永久地留在人们的脑海中。教学时，一方面要利用此素材激发学生的兴趣，感受数学与现实生活的联系；另一方面，要利用此题材对学生进行爱国主义教育、科学教育等，在数学课程中实现全面育人的目标。

微信公众号：电子课本大全

两个数的比表示两个数相除。

15 比 10 记作 15 : 10

10 比 15 记作 10 : 15　　“ : ”是比号。

42252 比 90 记作 42252 : 90

在两个数的比中，比号前面的数叫做比的**前项**，比号后面的数叫做比的**后项**。比的前项除以后项所得的商，叫做**比值**。例如：

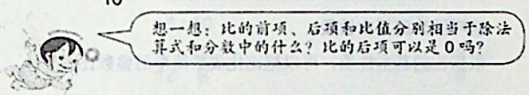
$15 : 10 = 15 \div 10 = \frac{3}{2}$

前项　比号　后项　　比值

比值通常用分数表示，也可以用小数或整数表示。

根据分数与除法的关系，两个数的比也可以写成分数形式。例如：

15 : 10 也可以写成 $\frac{15}{10}$，仍读作“15 比 10”。



做一做

1. 小敏和小亮在文具店买同样的练习本。小敏买了 6 本，共花了 1.8 元。小亮买了 8 本，共花了 2.4 元。小敏和小亮买的练习本数之比是(　　) : (　　)，比值是(　　)；花的钱数之比是(　　) : (　　)，比值是(　　)。

2. 3 : (　　) = 24　　(　　) : 8 = 0.5

3. 你还记得商不变的规律和分数的基本性质吗？



编写意图

（1）教材在教学了可以用比来表示两个同类量或不同类量相除的关系的基础上，直接抽象出比的意义：两个数的比表示两个数相除。这一意义是后面求比值、推导比的基本性质的直接保证。

（2）接下来，给出比的写法、各部分名称以及比值的概念，并根据分数和除法的关系，给出比的分数形式的写法。在此基础上，根据小精灵的问题，进一步沟通比和除法、分数的联系。

（3）“做一做”，第 1 题是让学生根据条件和要求写出比并求出比值，用以巩固比的概念，同时为以后教学比例打下基础；第 2 题是根据比值求未知的前项或后项，实际上是从另一个角度进一步理解比和除法的关系；第 3 题是让学生复习之前学习过的内容，承上启下，为下一节课学习比的基本性质奠定基础。

教学建议

（1）引导学生在抽象概括出比的意义的基础上自主学习。

在理解了前面同类量和不同类量两种具体的比的意义的基础上，学生对于“两个数的比表示两个数相除”这一抽象意义的理解也水到渠成。在此基础上，可以让学生看书自学，再重点交流以下一些问题：

① 几比几有几种不同的写法？

② 比的各部分名称是什么？

③ 怎样求比值？比值可以怎样表示？

（2）引导学生进一步认识相关概念之间的联系与区别。

比和除法、分数之间联系紧密，但又有区别，例如，比的前项、后项、比值与除法中的被除数、除数、商以及分数中的分子、分母、分数值形成对应关系，但比的前、后项都可以是整数、分数、小数形式，当前、后项是分数或小数时，不能直接表示成分数形式。

比和比值的联系与区别也是一个教学的难点。尤其是用分数表示比且前、后项互质时，这个分数表示的究竟是比还是比值，需视具体情况而定。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）有了前面“做一做”第3题对商不变性质和分数的基本性质的回顾，教材直接启发学生根据比和除法、分数的关系思考：“在比中有什么样的规律?”首先通过比较比值，直接看出6∶8和12∶16这两个比相等，同时也能看出这两个比和3∶4也是相等的。接下来，让学生探究两个比相等的内在原因。教材给出了根据比和除法的关系类推的过程，再让学生根据比和分数的关系自主探究。在此基础上，概括出比的基本性质。

（2）例1教学运用比的基本性质化简比。第（1）题仍采用“神舟”五号的题材，给出两面旗的长和宽，要求这两面旗长和宽的最简整数比。其中15∶10的化简给出了完整的过程并启发学生思考为什么这样化简；180∶120的化简则让学生自己完成。化简的过程便于学生感悟化简的必要性，即能使量与量之间的关系更加简明、清晰。两个最简整数比相等，也渗透了图形按比例缩放的相似变换思想。

联系比和除法、分数的关系，想一想：在比中有什么样的规律?

$6:8=6\div8=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$　　$12:16=12\div16=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$

我们先利用比和除法的关系来研究。

$6\div8=(6\times2)\div(8\times2)=12\div16$

$6:8=(6\times2):(8\times2)=12:16$

$6:8=(6\div2):(8\div2)=3:4$

$6\div8=(6\div2)\div(8\div2)=3\div4$

你能根据比和分数的关系研究比中的规律吗?

比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变。

这叫做**比的基本性质**。

根据比的基本性质，可以把比化成最简单的整数比。

1 （1）“神舟”五号搭载了两面联合国旗，一面长15 cm，宽10 cm（前面展示过），另一面长180 cm，宽120 cm（见右图）。



这两面联合国旗长和宽的最简单的整数比分别是多少?

$15:10=(15\div5):(10\div5)$

$=3:2$

想：5是15和10的什么数?为什么要除以5?

$180:120=(180\div\quad):(120\div\quad)$

$=(\quad):(\quad)$

教学建议

（1）引导学生利用已有知识进行比的基本性质的推导。

商不变性质和分数的基本性质都是学生学过的知识，教学时可以直接提出问题：6∶8和12∶16相等吗?如何证明?学生可以利用求比值的方法说明，也可以利用比和除法、分数的关系，把比转化成除法或分数的形式，利用商不变性质和分数的基本性质，自行类推。

在具体例证的基础上，再引导学生归纳出比的一般性的基本性质，并注意到相关的限制条件：同时乘或除的数不能是0。

（2）尊重化简比的方法多样化。

教学例1第（1）题时，先要使学生明白什么叫最简单的整数比，即前、后项互质。然后引导学生用自己的方法化简。有的学生利用刚学的比的基本性质，用前、后项分别去除以二者的公因数，既可以一步完成（除以最大公因数），也可以分步完成。还可以先把比写成分数的形式，进行约分，化成最简分数的形式。例如，$15:10=\frac{15}{10}=\frac{3}{2}$（$=3:2$）（最后一步也可不写）。最后，提醒学生观察两个比化简的结果都是3∶2，思考这样的结果说明了什么，初步体会图形的相似。

微信公众号：电子课本大全

（2）把下面各比化成最简单的整数比。

$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}$　　0.75 : 2

$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}=\left(\frac{1}{6}\times 18\right):\left(\frac{2}{9}\times 18\right)$　　想：为什么要乘 18？

=（　　）:（　　）

0.75 : 2=(0.75×100) : (2×100)

=75 : 200

=（　　）:（　　）

当一个比的前项或后项不是整数时，怎样把它化成最简单的整数比？

做一做

把下面各比化成最简单的整数比。

32 : 16　　48 : 40　　0.15 . 0.3

$\frac{5}{6}:\frac{1}{6}$　　$\frac{7}{12}:\frac{3}{8}$　　$0.125:\frac{5}{8}$

你知道吗？

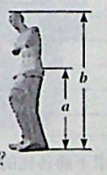
黄金比

你听说过“黄金比”吗？

把一条线段分成两部分，如果较短部分与较长部分长度之比等于较长部分与整体长度之比，我们把这个比称为黄金比（约为 0.618 : 1）。当一个物体的两个部分长度的比大致符合黄金比时，常常会给人以一种优美的视觉感受，所以，设计许多物品时都含有黄金比这一因素。



$a:b\approx 0.618:1$



上图中的五角星内还有其他线段长度符合黄金比吗？

请你自己收集一些有关黄金比的信息与同学交流。

编写意图

（1）第（2）题的两个比中的前、后项分别出现了分数和小数。教材同样提出了启发学生思考比的化简方法的问题，把前、后项不是整数的情况首先转化为前、后项都是整数的情况，再利用第（1）题的方法自行完成。

（2）“做一做”，安排了化简比的练习。包括前、后项都是整数和前、后项不是整数的各种情况，使学生接触到化简比的各种基本情况，掌握灵活的化简比的方法，加深对比的基本性质的理解。

（3）“你知道吗”介绍了在实际生活中广泛存在的黄金比，并让学生收集相关资料，进行交流。使学生充分感受数学与现实生活的紧密联系，体会数学的价值和美感。

教学建议

（1）引导学生把新知转化为旧知。

学生在第（1）题已经学会了把整数比化简的方法，可以先让学生比较第（2）题与第（1）题的区别，引导学生把这两个比先转化成整数比。重点研究如何把前、后项中的小数或分数化成整数。

（2）倡导化简方法的多样化。

和第（1）题一样，学生在化简比时，方法是灵活多样的。有的会利用比的基本性质，把非整数的比转化成整数比，再化简；也有的会直接利用比的意义，把比转化成分数，求出比值，把比值约成最简分数。例如，$\frac{1}{6}:\frac{2}{9}=\frac{1}{6}\times\frac{9}{2}=\frac{3}{4}$。$0.75:2=\frac{3}{4}:2=\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，等等。但这种方法只适合化简两个数组成的比，三个数组成的连比就不适用了，因此，利用比的基本性质化简是更为一般的方法。

（3）利用“你知道吗”拓宽学生知识面。

学生或许在美术课和实际生活中听说过“黄金比”，但并不一定了解它的数学含义。通过阅读材料，可以拓宽学生的知识面，体会生活中处处有数学，感受数学带来的和谐美。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1 题是巩固比的意义和求比值的练习。包括了同类量的比和不同类量的比两种情况。

（2）第 2 题，要求学生利用方格纸找出哪个长方形的长、宽之比是 3∶2。可以利用比的基本性质判断，也可以通过比较两个比的比值是否相等加以判断。

（3）第 3 题是求比值的练习题。四小题前、后项的数据形式各异，有整数比、小数比、分数比，也有小数与分数混合的。通过练习，既能巩固比值的概念和求比值的方法，又可以进一步熟练掌握整数、分数、小数混合的除法和乘法计算，有助于提高学生灵活计算的能力。

练 习 十 一

1.



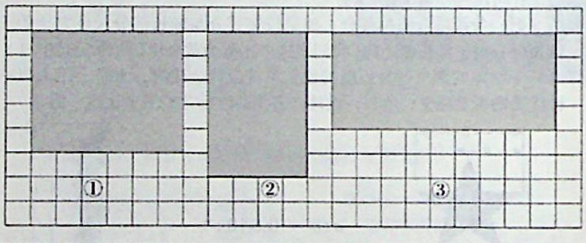
（1）航海模型小组男女生人数的比是（　　）∶（　　），比值是（　　）。

（2）航空模型小组男女生人数的比是（　　）∶（　　），比值是（　　）。

女生人数与小组总人数的比是（　　）∶（　　），比值是（　　）。

（3）汽车模型小组做的模型总数与人数的比是（　　）∶（　　），比值是（　　）。

2. 下面哪面红旗长与宽的比是 3∶2？



3. 求下面各比的比值。

5∶9　　0.6∶0.16　　$\frac{2}{3}:\frac{6}{7}$　　$0.8:\frac{1}{2}$

52

教学建议

（1）着力于加深对比的意义的理解。

练习第 1 题时，要紧紧抓住比的意义，使学生知道两个量（甚至多个量）的比表示的是它们之间的倍数关系。练习时，重点引导学生明确比的前项和后项是有顺序的，前、后项所表示的量与数据之间必须一一对应。有的量没有直接给出，需要计算出来，例如，航空模型小组的女生人数。对于不同类量的比，可让学生说说它表示的具体含义。

（2）充分挖掘习题资源，作进一步拓展。

教学时，可利用习题资源，充分拓展学生的练习机会。例如，第 1 题，可以让学生再写出每个小组中男生人数、女生人数、小组总人数之间的各种比，还可以写出不同小组总人数之间的各种比，等等。第 2 题，还可以让学生自己再画几个长、宽之比是 3∶2 的长方形，既能体会到长、宽之比是 3∶2 的长方形可以画出无数个，这些长方形大小不同，但形状相同，为以后学习按比缩小或放大图形作准备，又能体会图形相似变换的思想。

微信公众号：电子课本大全

4. 把下列各比化成后项是 100 的比。

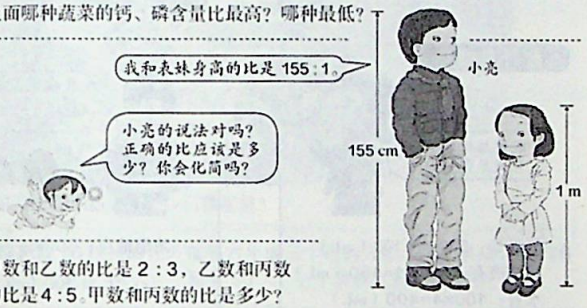
(1) 学校种植树苗，成活的棵数与种植总棵数的比是 49 : 50。
(2) 要配制一种药水，药剂的质量与药水总质量的比是 0.12 : 1。
(3) 某企业去年实际产值与计划产值的比是 275 万 : 250 万。

5. 不同蔬菜中钙和磷含量的比是不同的。

蔬菜	 芹菜	 菠菜	 茄子
钙、磷含量比	7 : 5	2 : 1	23 : 20

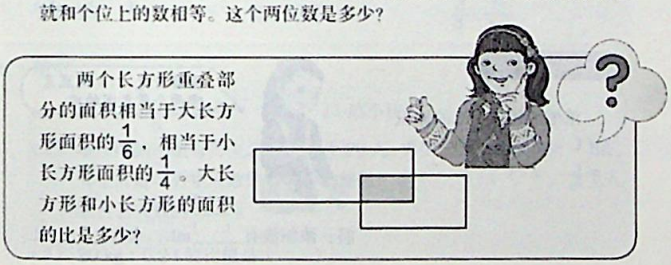
上面哪种蔬菜的钙、磷含量比最高？哪种最低？

6.



7.* 甲数和乙数的比是 2 : 3，乙数和丙数的比是 4 : 5。甲数和丙数的比是多少？

8.* 有一个两位数，十位上的数和个位上的数的比是 2 : 3。十位上的数加上 2，就和个位上的数相等。这个两位数是多少？



编写意图

(1) 第 4 题，要求把三个比化成后项是 100 的比，这是比的基本性质的具体应用，为学习百分数作铺垫，也可以借此机会让学生初步感悟比例的思想。

(2) 第 5 题，要让学生明确钙、磷含量比的高和低指的是比值大小。既可以用除法求出小数商进行比较，也可以直接改写成分数形式进行比较。

(3) 第 6 题，出示不同单位的两个数量，使学生明确，在表示同类量的比时，单位名称统一才有可比性。

(4) 第 7* 题，根据比的基本性质，可把两个比分别转化为 8 : 12 和 12 : 15，因此，甲数 : 丙数 = 8 : 15。

(5) 第 8* 题，可以先把和 2 : 3 相等的整数比（前、后项均小于 10）都列出来，再看哪个比符合题目的条件。也可这样想：十位数和个位数相差 1 份，这 1 份正好是 2，那么 2 份是 4，3 份是 6，这个两位数就是 46。

(6) 思考题，重叠部分占大长方形面积的 $\frac{1}{6}$，说明大长方形面积含 6 个重叠部分；同理，小长方形面积含 4 个重叠部分，所以大、小长方形面积的比是 6 : 4 = 3 : 2。

教学建议

(1) 灵活运用比的基本性质。

第 4 题中前两小题的比，把后项变成 100，分别乘 2 和 100，比较容易解决。第 (3) 小题，由于前、后项都是带单位“万”的数，理解起来稍难些。如学生感到困难，教师可适当提示，先去掉相同的单位“万”，即前、后项同时除以 10000，过程为：275 万 : 250 万 = 275 : 250 = (275 ÷ 2.5) : (250 ÷ 2.5) = 110 : 100。

(2) 引导学生根据比的意义理解两个同类量必须在单位相同的情况下才可以直接写成比的形式来表示倍数关系。

第 6 题，呈现了学生平时学习中特别容易出现的错误。练习时，可让学生结合两个数的比表示两个数之间的倍数关系这一意义，回忆在求一个数是另一个数的几倍或几分之几时是怎样做的，就很容易解释为什么要统一单位了。

(3) 把握好星号题和思考题的教学要求。

星号题和思考题都是供学有余力的学生做的。第 7*、8* 题，都脱离了实际情境，体现了适度的抽象性。第 7* 题的关键是找到建立起甲数和丙数关系的“桥梁”，即乙数。解答时可采用假设法，如假设三个数中某一个，求出其他两个。同样，假设法也可应用于最后的思考题，如假设重叠部分的面积是 1。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

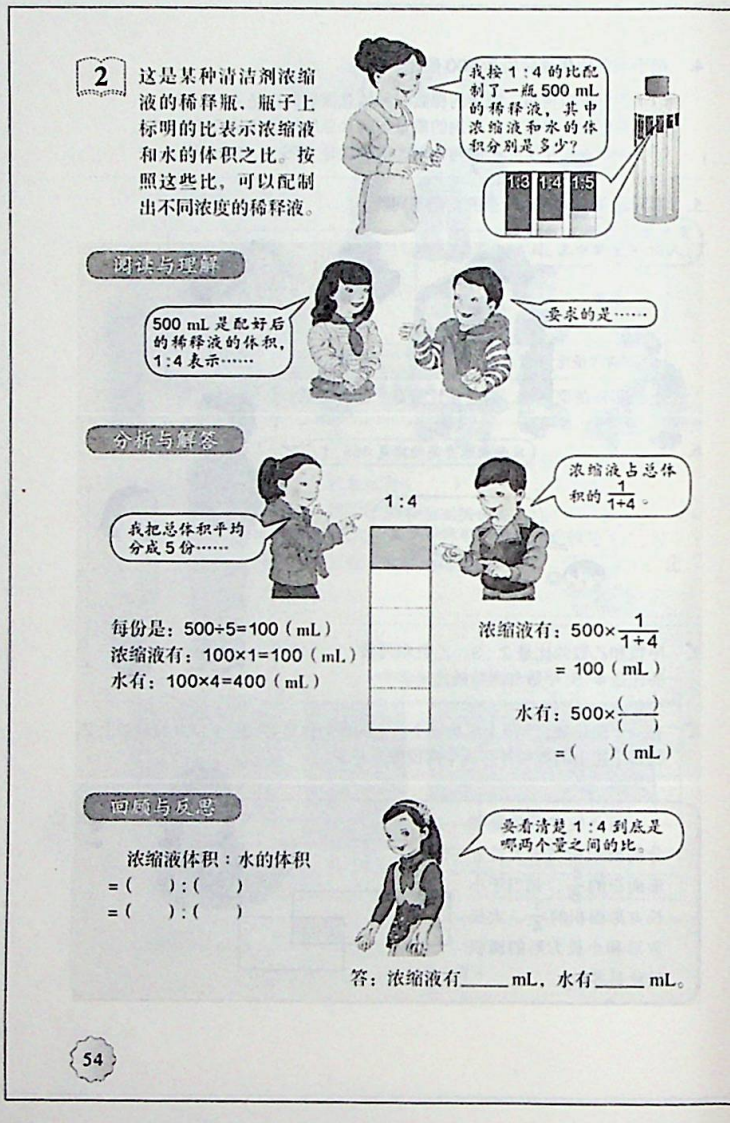
（1）例 2 让学生解决按比分配的实际问题，这一类问题与“和倍问题”实质相同。教材创设了一个日常生活中比较常见的配制清洁剂稀释液的问题情境，便于学生理解。

（2）教材按问题解决的三个步骤编排，旨在使学生经历问题解决的完整过程，尤其是养成审题和反思的习惯。

（3）教材在问题情境图中和解答过程中都采用直观图帮助学生清楚地看到量与量之间的关系，理解稀释瓶上标明的比表示的含义。

（4）教材介绍了两种解法。一种是把比看成份数之比，先求出每份是多少，再求几份是多少。即把此问题转化为整数的“归一问题”来解决。另一种是根据直观图和比的意义，算出浓缩液和水分别占总体的几分之几，把问题转化为求一个数的几分之几是多少，用分数乘法来解决。

（5）“回顾与反思”阶段，重新借助比的意义，看浓缩液与水的体积之比化简后是否与题目中所给信息相符。



教学建议

（1）引导学生认真审题，弄清几个关键的概念以及量与量之间的关系。

在这一问题中，有三个量，即稀释液、浓缩液和水的体积。要让学生根据生活经验说说配制稀释液的过程，对于正确理解 500 mL 表示哪个量以及瓶子上各个比的意义非常重要。

（2）重视直观模型的作用。

本例中用直观图表示出 1∶4 的具体含义，对于学生理解 1∶4 在这儿表示的是哪两个量之间的关系，是一种什么样的关系，如何进一步表示浓缩液、水的体积与稀释液总体积的关系，具有十分重要的意义。

（3）引导学生借助已学知识，自主探索，利用多样化的策略解决问题。

学生只要正确理解了题意，就可利用比的意义，借助已学的知识，自主探索解决方法。教材上给出的两种解法也是学生比较容易想到的，要引导学生通过交流，了解更多的解题思路，拓宽思考问题的角度。

（4）检验时一是把浓缩液与水的体积相加，看是不是等于总量 500 mL，二是把两种液体的比化简，看是不是等于 1∶4。

（5）可充分利用题目中的 1∶3、1∶5 等信息设计更多的问题，让学生进行巩固练习。

微信公众号：电子课本大全

练　习　十　二

1. 某妇产医院上月新生婴儿303名，男女婴儿人数之比是51∶50。上月新生男、女婴儿各有多少人？

2.



3.



一共有多少名游客？多少名救生员？

4. 学校把栽70棵树的任务按照六年级三个班的人数分配给各班，一班有46人，二班有44人，三班有50人。三个班各应栽多少棵树？

5. 比和除法、分数有什么关系？比的基本性质是什么？请化简下列各比。

$24:36$　　$0.75:1$　　$\frac{3}{4}:\frac{9}{10}$

6. 填空。

（1）$8:10=\frac{(\quad)}{5}=40\div(\quad)=(\quad)$（填小数）。

（2）学校电脑小组有男生25人，女生20人。男生人数是女生的(　　)倍，女生人数与男生人数的最简单的整数比是(　　)∶(　　)，女生人数占总人数的$\frac{(\quad)}{(\quad)}$。

（3）20 kg∶0.2 t的比值是(　　)。

编写意图

（1）第1～4题是按比分配的巩固练习。其中，第2～4题，题目中的数据不是以比的形式出现的，让学生通过不同的描述方式，进一步深入理解什么叫“按比分配”。第4题是把一个量按比分成三份进行分配，但没有出现三数连比的形式，学生可以在两个数之比的基础上类推，转化成分数乘法解决，也可以利用整数、小数乘、除法加以解决，为后面星号题中的三数连比作铺垫。

（2）本单元没有安排“整理和复习”，从第5题开始，就是本单元的综合练习。第5、6题，再次强调比和除法、分数的内在联系，尤其是第6题第（2）小题，把求一个数是另一个数的几倍、几分之几和两数之比混合编排，使学生明白三种描述方式的实质是相同的。

教学建议

（1）引导学生学会各种数学语言的转换。

第1～4题，都是按比分配的问题，但描述信息的方式不同。有的是直接给出两个量的比，有的是以“份数”的形式出现，还有的直接出示人数等信息。教学时，要引导学生善于转换各种信息，从本质上去理解数量之间的关系。例如，“男女婴儿人数之比是50∶51”指的就是“男婴占50份，女婴占51份”；“1份蜂蜜和9份水”指的就是“蜂蜜和水的体积比是1∶9”；“每个橡皮艇上有1名救生员和7名游客”也就是指“救生员和游客人数之比是1∶7”；“70棵树按三个班人数分配”就是按46∶44∶50的比分配（可以借机让学生了解连比的概念）。

（2）倡导解决问题策略多样化。

按比分配的问题，可以用不同的方法解决。用整数乘、除法分步列式时，学生应明白每一步求出的是什么。例如，第3题中56÷(1＋7)得到的是橡皮艇的个数，第4题中70÷(46＋44＋50)得到的是平均每人种多少棵树。

（3）注重知识的整理和综合化。

从第5题开始，是本单元的综合练习。教学时，要有意识地对相关知识加以整理和复习，进一步加强相关知识的内在联系，理解它们的内在一致性。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 7 题综合运用分数乘法和比解决问题，要求先求出黄瓜和茄子一共占多少地，再把这些地按比分配。

（2）第 8 题，让学生根据题目提供的信息，寻找合适的量写出比。学生可以发现各种各样的比，如年龄之比、工资之比。小精灵提出的问题可作为课外作业，自己去搜集信息，写出合适的比。

（3）第 9*、10*、11* 题出现了三数连比的形式，这是两个数的比的拓展，不要求所有学生掌握。第 9* 题要求学生写出三数的连比并化简，化简时，可以把每个数都除以它们的最大公因数 15，答案是 10∶4∶1。第 10* 题是按三个数的比进行分配，方法和按两个数的比分配类似，学生可以自主类推。第 11* 题是把长方体的棱的知识和比的知识进行综合编排。解决的方法也可以多样化。既可以先直接按比分配，求出 4 条长、4 条宽、4 条高的长度，再求出每条长、宽、高的长度；也可以先用 120÷4 求出一组长、宽、高的总长，再按比分配，分别求出长、宽、高的长度。



教学建议

（1）引导学生发现生活中的比。

教学第 8 题时，让学生把自己找到的“合适的量”写下来，并说说自己是怎么想的。如：我和爸爸岁数的比；爸爸和妈妈年工资的比；爸爸和妈妈月工资的比。这些比交换前、后项，又形成了新的比。要提醒学生写清楚是什么和什么的比。还要注意避免一些“不合适的比”，如爸爸年工资和妈妈月工资的比，爸爸年工资和年龄的比，要引导学生从比的意义的角度来解释为什么这些比不合适。对于学生说出的其他生活中的比，教师可以选择一些有意义、有价值的比在全班交流，共享信息。

（2）注意把握三数连比的教学要求。

三数连比也是生活中常见的形式，连比只表示三个（或三个以上）同类量的倍比关系，而不能理解为连除，也不能表示不同类量之比。教学时，要结合具体情境，使学生理解连比的实际含义。例如，水泥、沙子和石子的比是 2∶3∶5，说明如果混凝土总重是 10 份的话，三种原材料分别占混凝土总重的 2 份、3 份和 5 份，即分别占总重的 $\frac{2}{10}$、$\frac{3}{10}$、$\frac{5}{10}$。有了这样的理解，学生解决相关的问题也就不存在太大难度了。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题 1：比的意义

教学设计：孙冰。

教学内容：教科书第 48～49 页的内容。

教学目标：

1. 使学生理解比的意义，会读、写比；认识比的各部分名称；掌握求比值的方法，能准确地求出比值。

2. 使学生理解比、分数、除法之间的联系与区别，通过观察和思考，理解数学知识之间是相互联系的，体会变中有不变的思想。

教学重点：理解比的意义。

教学难点：理解比和分数、除法之间的关系。

教学过程：

（一）复习旧知，做好铺垫

1. 六（一）班有男生 25 人，女生 20 人。男生人数是女生人数的几倍？女生人数是男生人数的几分之几？

2. 甲地到乙地的路程是 160 km，汽车行驶 100 分钟可以到达，汽车行驶的速度是多少？

3. 张老师买 10 kg 苹果花了 70 元钱，每千克苹果多少钱？

（二）创设情境，引出“比”

1. 创设情境，激发兴趣。

播放“天宫一号”发射过程视频。

师：看完这段视频，你的心情怎么样？

师：2011 年 9 月 29 日 21 时 16 分 3 秒，中国第一个目标飞行器天宫一号在酒泉卫星发射中心成功发射，它的发射标志着中国迈入中国航天“三步走”战略的第二步第二阶段，发射短期有人照料的空间实验室，铸就了中国航天事业的里程碑。我国第一位乘坐宇宙飞船登上太空的航天英雄是谁，你知道吗？

（出示教材情境图：杨利伟在飞船内展示国旗）

师：2003 年 10 月 15 日，我国第一艘载人飞船“神舟”五号顺利升空。宇航员杨利伟叔叔在飞船里向人们展示了联合国旗和我国国旗。

2. 提出问题，引发思考。

师：这面国旗就是杨利伟叔叔展示的国旗，长 15 cm，宽 10 cm。比较这面国旗长和宽的关系，你会提出怎样的问题？

（根据学生回答情况板书）

（1）长比宽多几厘米？宽比长少几厘米？15－10＝5（cm）

微信公众号：电子课本大全

（2）长是宽的几倍？15÷10

（3）宽是长的几分之几？10÷15

3. 导入新知，揭示课题。

师：关于长和宽之间的倍数关系，除了用除法表示之外，还有一种表示方法。那就是今天这节课我们要学习的一种新的数学比较方法——“比”。

（板书课题：比的意义）

（三）探究新知，认识“比”

1. 引导学生理解比的前项和后项顺序不能随便调换。

师：刚才我们用15÷10来表示长是宽的几倍，我们又可以把它们之间的关系说成长和宽的比是15比10。请同学想一想，10÷15表示宽是长的几分之几又可以怎么说呢？

师：15比10和10比15一样吗？能随便调换两个数字的顺序吗？（引导学生理解前后项互换后表示的意义不一样）

2. 教学不同类量相除也可以用比来表示。

师：“神舟”五号进入运行轨道后，在距地350 km的高空做圆周运动，平均90分钟绕地球一周，大约运行42252 km。那么飞船进入轨道后平均每分钟飞行多少千米？

生列式，师板书：42252÷90。

师：我们也可以用比来表示路程和时间的关系，路程和时间的比是42252比90。

3. 引导归纳比的意义。

师：比较一下上面两个例子，有什么相同点和不同点？

引导学生说出：相同点，都用除法，又都能说成几比几；不同点，第一个例子中的比是同类量的比，第二个例子中的比是不同类量的比，不同类量的比得到的是一种新的量，如路程和时间的比表示的是速度。

师：现在，谁能归纳一下，两个数的比表示什么意思？（两个数的比表示两个数相除。）

4. 让学生把课前练习的几个算式变成“比”的形式。

5. 自学教材，掌握比的相关知识。

师：关于“比”，你还想知道些什么？

出示自学提纲，学生自学教科书第49页内容，同桌讨论交流，全班反馈交流。

（四）沟通旧知，探究“比”

1. 通过具体生活情境，比较、辨析，加深学生对“比”的理解。

师：大家现在对“比”已经有了一定的了解，谁能举几个生活中的“比”的例子？

（屏幕出示足球比赛场景图片，比分为2∶0）

师：这是比分，这里的2∶0是什么意思？你们觉得这个“比”想说明的意思和我们今天学的“比”一样吗？

师：其实，这个2∶0本身就提醒了我们它不是表示相除关系的，哪里提醒我们了？

引导学生发现比的后项相当于除法中的除数，分数中的分母，不能为0。

师：这里只是用比的样子记录各自进球个数或所得分数，并不是表示两数相除的关系，大

微信公众号：电子课本大全

家可要注意哦。

2. 小组合作，探究除法、分数、比三者之间的关系。

师：比的后项相当于除法中的除数、分数中的分母，那前项呢？比号呢？

课件出示除法、分数、比三者关系表，小组内互相讨论并填写卡片，全班交流。

（五）趣味练习，巩固“比”

1. 填空题。

$5\div9=(\quad):(\quad)$　　$a\div b=(\quad):(\quad)$

2. 讨论题。

小杰爸爸的身高是 175 cm，他的身高是 1 m，小杰说他和他爸爸的身高比是 1∶175，对不对？如果不对，你认为是多少呢？

（六）总结提升，深挖“比”

师：这节课我们一起研究了比，回顾一下你有什么收获。

……

课题 2：比的基本性质

教学设计：杨波。

教学内容：教科书第 50、51 页的内容，“做一做”，练习十一第 4～6 题。

教学目标：

1. 使学生联系商不变的性质和分数的基本性质，进行知识的类比迁移，理解比的基本性质。

2. 使学生在理解比的基本性质的基础上，尝试化简比，并掌握化简的方法。

3. 培养学生利用旧知自主探索新知的意识和能力。

4. 在化简比的过程中体会、掌握转化的数学思想。

教学重点：联系商不变的性质和分数的基本性质，进行知识的类比迁移，理解比的基本性质。

教学难点：在理解比的基本性质的基础上，掌握化简比的方法。

教具准备：课件或用黑板贴、磁性黑板。

教学过程：

（一）复习回忆，找准学习起点

师：什么是比？两个数的比还可以写成什么形式？（除法和分数）

学生举例说明，教师板书其中一个。如：$6:8=6\div8=\frac{6}{8}$。

师：为什么可以这样写？

学生回答后教师小结：比是两个数相除的另一种形式，根据除法与分数的关系，可以把比改写成除法和分数的形式。

（二）知识迁移，理解比的基本性质

1. 回忆旧知。

师：在进行分数运算时，我们常进行约分、通分，这是运用了分数的什么性质？这一性质

微信公众号：电子课本大全

和除法有什么关系？

学生回忆，分别发言，教师小结：除法有商不变的性质：被除数和除数同时乘或除以相同的数（0除外），商不变。被除数在分数中相当于分子，除数在分数中相当于分母，因此推出了分数的基本性质。

2. 建立联系。

师：联系比和除法的关系，猜想一下，会不会存在像商不变这样的规律呢？

以小组的形式，用刚才所举的例子讨论：比的前项和后项及比值会有什么样的规律？

学生汇报，教师板书并引导全体学生进行观察，如：

$6\div8=(6\times2)\div(8\times2)=12\div16$。

被除数　除数　同时乘2，商不变

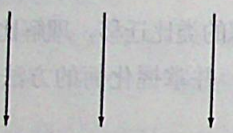


$6:8=(6\times2):(8\times2)=12:16$

前项　后项　同时乘2，比值不变

$6\div8=(6\div2)\div(8\div2)=3\div4$

被除数　除数　同时除以2，商不变



$6:8=(6\div2):(8\div2)=3:4$

前项　后项　同时除以2，比值不变

师：根据比与除法的关系，通过类比推理，得出了比的性质。

让学生验证一下。

$6:8=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$，

$12:16=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$，

$3:4=\frac{3}{4}$，

所以 $6:8=12:16=3:4$。

小结：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变。

3. 课中小结。

师：刚才用除法与比的关系，联系商不变的性质发现了这个规律，现在请各位同学用比和分数的关系，运用刚才研究的方法，对比的规律进行再一次探索。

学生独立在练习本上进行比较研究，并用多媒体进行展示汇报，全班同学进行交流。

微信公众号：电子课本大全

小结：比的前项和后项同时乘或除以相同的数（0除外），比值不变。我们通过多种方法发现了这样的规律，这个规律叫做比的基本性质。

师：运用分数的基本性质，可以进行通分、约分，运用比的基本性质可以做什么呢？

让学生齐读教科书第50页“比的基本性质”下面的一句话，明确可以把比化成最简单的整数比。

（三）运用性质，掌握化简比的方法

1. 解决例1第（1）题。

使学生明确要解决的问题是：求两面联合国旗的长和宽的最简单的整数比。

（1）第一面联合国旗的长与宽的比是：15∶10。

讨论：怎样才能化为最简单的整数比？

为什么可以同时除以5？根据是什么？

学生分别回答，再逐渐推进问题，以便明确解决问题的方法和根据。

板书：15∶10=3∶2。

小结：运用比的基本性质，把比的前项或后项同时除以最大公因数5，就可以得到15比10的最简单的整数比——3∶2。

（2）第二面联合国旗的长与宽的比是：180∶120。

个人思考完成：如何化简180∶120？边思考边填写在教科书相应位置。

指名汇报订正：怎样化简，根据是什么？（比的前项和后项同时除以最大公因数60，根据是比的基本性质），并比较两面联合国旗长和宽的比化简后的结果。

（3）完成“做一做”前两题。

指名板演并订正，并抽问根据及方法。

2. 解决例1第（2）题。

（1）化简$\frac{1}{6}∶\frac{2}{9}$。

同桌讨论：当比的前、后项出现了分数时，应该怎样来化简比呢？为什么？

指名回答并指出：可以找出6和9的最小公倍数18，并同时乘18，这样就可以把分数变成整数，再进一步化简。

（2）完成“做一做”中的$\frac{5}{6}∶\frac{1}{6}$和$\frac{7}{12}∶\frac{3}{8}$。

让学生先讨论这两题化简时应该怎么做，为什么。再各自尝试着完成，并订正。

小结：化简比时出现分数，应该把比的前、后项分别乘分母的最小公倍数，以便去掉分母，变成整数比，再进行化简。

（3）化简0.75∶2。

师：如果比的前、后项出现了小数怎么办？

学生先回答，抓住把小数化为整数这一转化思想来进行。

出示0.75∶2，让学生各自尝试，再集体看教科书上的转化为整数的过程，并完成接下来

微信公众号：电子课本大全

化简 75∶200 的过程。

（4）完成“做一做”中的 0.15∶0.3 和 0.125∶$\frac{3}{8}$。

指导思考：0.15 和 0.3 应怎么转化为整数？后一题重点思考：前、后项中一个是小数，另一个是分数，应该先把分数化成整数或是把分数化成小数，再进行化简。

质疑思考：当要化简的比不是整数比时，应该怎么办？

教师小结：当前、后项出现分数或小数时，应先把比化为整数，再进一步化简。

（四）解决问题，体会化简比的用处

1. 完成练习十一第 4 题。

教师出示第（1）题，齐读题目后质疑：怎样才能把比的后项变成 100？使学生明确应把比的前、后项同时乘 2。第（2）、（3）题由学生独立思考后完成，订正并说明理由、方法，特别说明以“万”为单位的时候应该怎么办。

2. 完成练习十一第 5 题。

让学生自己观察图表及文字，思考：怎样才能知道哪种蔬菜的钙、磷含量比的比值最高？哪种最低？引导学生发现可以把三个不同的比化成前项都相同的，也可以化成后项都相同的，也可以用比值直接比较，还可以都化成分数形式，利用通分等方法进行比较。

3. 完成练习十一第 6 题。

让学生收集信息后重点思考：前、后项是带有不同单位的比，应该怎样化简？

（五）趣味升华，增强应用意识

哪杯水更酸？



以小组为单位进行讨论，教师不仅要引导学生如何判断哪杯水更酸，更重要的是提高学生的应用意识，调动学生应用知识的积极性。

三、备课资料

反比与连比

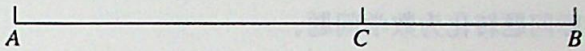
把一个比的前、后项颠倒位置（后项作前项，前项作后项）后所组成的比与原来的比互为反比，即 $a∶b$ 与 $b∶a$ 互为反比。$a∶b$ 前、后项的倒数所组成的比 $\frac{1}{a}∶\frac{1}{b}$，也叫做 $a∶b$ 的反比，因为 $\frac{1}{a}∶\frac{1}{b}=b∶a$。互为反比的两个比，它们的比值互为倒数。

微信公众号：电子课本大全

表示三个（或三个以上）同类量的倍比关系的比叫做连比。例如，$a:b:c=3:5:7$，表示 $a:b=3:5$，$b:c=5:7$，$a:c=3:7$。小学阶段一般只是结合按比分配问题的教学对连比作一些简要介绍。需要注意的是，连比中的“：”不能用“÷”代替，连比不是连除。

黄金分割

在线段 AB 上，点 C 把线段 AB 分成两段 AC 和 BC，如果 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}$，那么称线段 AB 被点 C 黄金分割，



点 C 叫线段 AB 的黄金分割点，AC 与 AB 的比叫做黄金比，即 $\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\approx 0.618$。

黄金分割蕴藏着丰富的美学价值。例如五角星是非常美丽的，我国的国旗上就有五颗，还有不少国家的国旗上也有五角星，这是因为在五角星中线段之间的长度关系符合黄金比。又如舞台上的报幕员以站在舞台长度的黄金分割点最美观，声音传播得最好。

古希腊闻名于世的完美建筑——雅典女神庙，圆柱高度与庙的高度之比就是 0.618∶1。意大利杰出画家、建筑师、机械专家和数学家达芬奇，他利用数学知识来研究素描艺术和力学问题，创造了许多杰出的作品，这些作品在涉及比例关系时，用的就是 0.618∶1。而把 0.618∶1誉为“黄金分割”的也正是这位艺术巨匠。0.618∶1，这是一个不寻常的比，它蕴含着天然的美妙与合理性。

黄金比的作用不仅仅体现在诸如绘画、雕塑、音乐、建筑等艺术领域，而且在管理、工程设计等方面也有着不可忽视的作用。

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的学习内容主要是：1. 知道比的各部分名称以及比与分数、除法的关系，理解比的意义。2. 理解比的基本性质，能求比值、化简比，并能应用比的知识解答按比分配的实际问题。3. 经历用比描述生活现象和解决实际问题的过程，感受数学知识在日常生活中的应用价值。因此，本单元的学习评价应围绕这些教学目标进行，包括笔试和实际测量两个部分。

在对学生学习本单元学习情况进行评价时，一方面要根据本单元的教学内容和目标进行适当的定量分析；另一方面要关注学生认识比以及比的基本性质和利用比的知识解决实际问题的过程，对学生独立思考的学习习惯以及学习自信心等方面进行描述性的评价。

1. 本章的主要内容是比的概念、比的基本性质、解决按比分配的实际问题。对于比的概念，应考查学生是否了解比及其相关概念；对于比的基本性质，应考查学生是否理解性质，能否利用它们探究求比值和化简比的解法；对于求比值和化简比的解法，应考查学生是否掌握各种形式的比的求比值和化简方法；对于解决按比分配的实际问题，应考查学生能否从实际问题中找出“比”及其关系，从而把实际问题转化为数学问题，并把结果用于解释实际问题。

微信公众号：电子课本大全

2. 考查求比值和化简比的解法及应用，应注意以下问题。

（1）对于求比值的含义，应考查能否准确理解比值的含义。

（2）对于化简比的方法，应重点考查能否掌握将分数、小数的比化简为整数比，再将整数比进行化简的一般步骤，根据题目的具体特点，通过灵活变形逐步化简。

3. 对于解决按比分配的实际问题，要特别关注从实际问题中分析出数量间的关系、把实际问题转化为数学问题。

4. 关注学习比的概念、解法及应用的过程中，学生能否通过观察、思考、探究、归纳主动地进行学习。

（二）评价样例

为了方便教师评价，下面提供部分评价样例。

1. 填一填。

（1）甲数的$\frac{3}{4}$正好与乙数的$\frac{2}{3}$相等，甲乙两数的比是（　　）。

（2）一种农药的药液和水的比是1∶2 000，现有药液650 g，应该加水（　　）kg。

（3）学校食堂有一批大米重$\frac{7}{16}$ t，每周用去$\frac{1}{16}$，能用（　　）周，每周用去$\frac{1}{16}$ t，能用（　　）周。

（4）一台拖拉机$\frac{3}{5}$小时耕地$\frac{1}{3}$公顷，这台拖拉机1小时耕地（　　）公顷，耕地1公顷需要（　　）小时。

（5）0.1 t∶50 kg的最简整数比是（　　）∶（　　），比值是（　　）。

（6）一个长方形的周长是32 cm，长和宽的比是5∶3，这个长方形的面积是（　　）cm^2。

（7）一种盐水有120 g，盐和水的比是1∶5。如果再放入5 g盐，那么盐和水的比是（　　）。

2. 计算题（把下面各比化简成最简单的整数比）。

$\frac{9}{16}$∶0.75　　2∶0.45　　0.7∶2

0.375∶$\frac{3}{4}$　　8 cm∶0.5 m　　3时20分∶50分

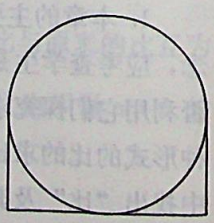
3. 解决问题。

（1）一个长方形的长、宽的比是2∶1，已知长方形的周长是144 cm，它的面积是多少平方厘米？

（2）一个等腰三角形的底角与顶角的度数比是1∶4，这个三角形的底角是多少度？顶角是多少度？

（3）用来消毒的碘酒是把碘和酒按1∶50的比混合配制而成的。现在有30 g碘，可以配制这种碘酒多少千克？

（4）右图中，面积是48 cm^2的长方形中长与宽之比是2∶1。这个圆的面积是多少平方厘米？



微信公众号：电子课本大全

第五单元　圆

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生认识圆，学会用圆规画圆，掌握圆的基本特征。

2. 使学生会利用直尺和圆规，在教师指导下设计一些与圆有关的图案。

3. 使学生通过实践操作，理解圆周率的意义，理解和掌握圆的周长计算公式，并解决一些相应的实际问题。

4. 引导学生探索并掌握圆的面积计算公式，并解决一些简单的实际问题。

5. 使学生认识扇形，掌握扇形的一些基本特征。

6. 使学生经历尝试、探究、分析、反思等过程，培养数学活动经验，在解决一些与圆有关的数学问题的过程中，提高问题解决的能力。

7. 使学生在推导圆的周长与面积的计算公式过程中体会和掌握转化、极限等数学思想。

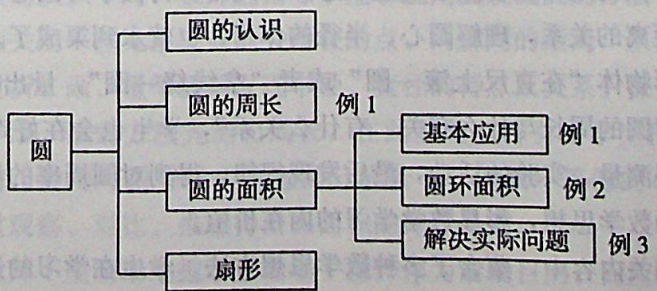
8. 通过生活实例、数学史料，感受数学之美，了解数学文化，提高学习兴趣。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

在之前的学习中，学生已经学习过长方形、正方形等平面图形以及它们的周长、面积计算，也直观地认识过圆。在此基础上，本单元开始正式学习圆的有关知识，这也是小学阶段的最后一个认识平面图形的单元。长方形、正方形、三角形、平行四边形、梯形等都是直线图形，而圆是曲线图形。从研究直线图形到研究曲线图形，对学生而言是一种跨越。因为研究曲线图形的思想、方法与直线图形相比，是有变化和提升的。因此，通过对圆的研究，学生不仅需要掌握圆的一些基础知识，还需要通过学习，感受“化曲为直”“等积变形”“极限”等数学思想方法，进一步发展数学思维能力和问题解决的能力。

具体编排结构如下。



从上图可以看出，本单元的教学内容可分为四部分。

微信公众号：电子课本大全

一是圆的认识。教材利用学生已有经验，用多种方法画圆，包括用圆规画圆的方法，并利用圆规画圆的方法认识圆心、半径和直径以及半径、直径的关系等。与实验教材相比，此次修订后的教材，增加了圆心和半径对确定圆的位置和大小的作用以及用圆进行图案设计的内容。这两部分内容关系紧密，因为在设计图案时，需要确定不同的圆的位置和大小。这些基础知识和基本技能，是对圆的特征的本质刻画，也是深入学习圆的其他知识的必备条件。此外，考虑到在轴对称图形的相关单元已经提到过圆的轴对称性，此次修订，在正文中删去了圆的轴对称性的相关内容，只在练习中加以巩固。

二是圆的周长。教材从解决实际问题引入，突出探究圆的周长的必要性。引导学生在测量活动中探究圆的周长和直径之间的关系，理解圆周率的概念和圆的周长计算公式。这一过程有利于提升学生的动手实践能力，在变化中发现不变，发展学生的猜想、归纳能力。而对圆周率历史的认识也有利于学生对数学文化的理解以及数学学习情感的培养。

三是圆的面积。教材也是从解决实际问题出发，引导学生用转化的方法把圆转化为长方形来计算面积。这样的过程，能够让学生深刻地体验到“化曲为直”的转化思想和“无限逼近”的极限思想。例 3 更是提供了一次探索问题解决方法的机会，使学生进一步提高解决问题的能力。

四是扇形的认识。让学生直观地认识扇形，理解圆心角，感受到扇形的大小与圆心角的大小有关。学生初步认识了扇形，为后续扇形统计图的学习提供了知识基础。

2. 教材编排特点。

本单元教材在编排上有以下几个特点。

(1) 以实践活动引领学生的学习，体现“做中学”的教学理念。

当前，“数学新课程实施应以学生数学素质的养成为核心目标，课堂教学中学生数学活动经验的获得是学生数学素质养成的必要条件”已经成为大家的共识。《标准（2011 版）》也指出：数学活动经验需要在“做”的过程和“思考”的过程中积淀，是在数学学习活动过程中逐步积累的。

本单元教材在各知识块的编排中，都体现了这样的理念，即以实践性的活动让学生“做”起来，在“做”的过程中，引发学生的“思考”，进而主动探索，最终理解概念（或得出结论）。如“圆的认识”，教材首先安排了让学生自由画圆的环节，再教学相关的概念。在用圆规画圆的过程中，学生对针尖所在的点保持不动、铅笔尖所在的点不断运动、但运动过程中两脚间的距离保持不变等圆的最本质特点形成直观感知。此时，再去学习圆心、半径等概念，理解半径与圆规两脚间距离的关系，理解圆心、半径的作用，也就水到渠成了。再如“圆的周长”，教材先让学生将圆形物体“在直尺上滚一圈”或者“拿线绕一圈”，量出长度。这样的活动，就会引发学生思考“圆的周长与什么有关，有什么关系”，学生也会在好奇心、求知欲的驱动下，积极主动地开展测量、实验的活动，最后发现规律，得到对圆周率的深刻体验。

(2) 蕴含丰富的数学思想，彰显数学学习的内在价值。

在这个单元的相关内容中，蕴含了多种数学思想方法。学生在学习的过程中领悟和运用这些数学思想方法，可以学会数学地思考问题、处理问题，体会数学学习的特有魅力和内在

微信公众号：电子课本大全

价值。

求圆的周长，“绕一圈量”“放在尺上滚”，让学生体会“化曲为直”的转化思想。测量多个圆形物品的周长和直径，计算出它们的比值，对结果进行比较，发现规律，得出结论，这是一个“不完全归纳”的过程。求圆的面积，能不能和学过的图形联系起来呢？很明确地启发学生朝着“转化”的方向去探索。“化圆为方”“化曲为直”，将圆转化成近似的长方形，“分的份数越多，每一份就越小，拼成的图形就会越接近于一个长方形”，“极限”的思想隐含其中。再如，圆的面积和它的外切正方形、内接正方形的面积有什么样的关系？圆剪开后再拼接成近似的一个长方形，长方形与圆之间有什么样的联系？圆的面积公式为何是 $S=\pi r^2$？这些问题的解决，都需要用到逻辑推理。

（3）把数学与生活实际紧密结合，体现数学知识的广泛应用。

圆在生活中无处不在，以和谐、对称体现其独特的美感（教材编排用圆规和直尺设计漂亮的图案，就是让学生充分感受着圆的神奇，体验图形的美妙）。因此，教材十分注重将本单元知识与生活实际结合起来。一方面，教材注意从生活中的现象来引入学习，提高学生的兴趣，体现概念引出的必要性。另一方面，重视用数学知识来解决生活中的实际问题，或将学到的数学知识和技能应用于生活实际，体现了数学学习的重要价值。

例如，教材以圆桌和菜板边缘箍铁皮为情境引出研究圆的周长的必要性；学习了周长计算公式之后，应用圆的周长计算公式解决自行车后轮滚多少圈的实际问题；练习十四中的圆形喷水池、圆形亭子、圆形挂钟等，也都是圆在生活中的应用。圆的面积研究，以计算圆形草坪的面积作为情境自然引入；光盘、环岛、古建筑中的“外方内圆”“外圆内方”、土楼的占地面积、篮球场的三分线……大量的生活素材，能有效激发学生的学习热情，促使学生积极主动地去探索知识。同时，通过对这些实际问题的解决，学生也能更真切地体会数学知识的广泛应用。

（三）教学建议

1. 加强学生的动手操作、自主探索。

教材里安排了很多操作性很强的活动。实际教学时，教师应注意多让学生动手操作，通过画一画、剪一剪、围一围、拼一拼等多种方式，帮助学生认识圆的基本特征，探索圆的周长和面积计算公式。

比如在教学“圆的认识”时，教师应指导学生掌握用圆规画圆的方法，让学生在画圆的过程中，去观察和圆相关的一些元素，如针尖所在的点、两脚间的距离，从而导出圆心、半径和直径等概念，再通过折、画、量等活动发现半径、直径的特点及关系。探究圆的周长时，则可让学生采用围一围、滚一滚的方法先测出周长，在此基础上再引导学生探究周长与直径的关系。探索圆的面积时，教师可指导学生将把圆分成若干（偶数）等份的小纸片拼一拼，从而“化圆为方”，再通过观察、对比、推理得出圆面积的计算公式。

实际教学时，教师不应简单地把学生的动手操作作为活动目的，而应该引导学生以动手操作为基础，探索和发现圆的有关特性。如此，学生不仅掌握了知识和技能，体验到了操作活动

微信公众号：电子课本大全

的价值，还有效地积累了数学活动的经验。

2. 注重引导学生体会和掌握相关的数学思想方法。

本单元中涉及许多数学思想方法，教学时，应将此作为一个重要的教学目标予以落实。圆的周长和面积计算公式的推导，用到了转化的思想，我们需要引导学生深入地去体会这种思想方法。如在研究圆的面积计算公式时，教师可先让学生回顾：以前在研究多边形的面积时，主要采用了割补、拼组等方法，将多边形转化成更熟悉和更简单的图形来解决，那么，是否也可以按这样的思路利用割补等方式把圆转化成熟悉的图形来计算面积呢？教学时，要让学生认识到转化是一种很重要的数学思想方法，人们常常把复杂转化为简单、把未知转化为已知，来解决日常问题和进行科学研究。在推导圆的面积计算公式时，还渗透了极限思想。将圆分成 16 等份，能拼成一个近似的长方形，教师可以充分利用信息技术手段，展示等分成 32 份、64 份甚至更多份的情况，让学生直观地看到图形的变化趋势。在此基础上引导学生想象：若分的份数无限增加，最后会是怎样的情况？

3. 合理用好生活素材，凸显其教学价值。

因为圆在生活中有着广泛应用，所以研究圆的时候，学习材料可以从生活中来，研究得到的结论可以反过来应用于生活。在教学中，要合理用好生活素材，把这些素材作为引发学生探究、促进学生思考、加深学生感悟的有效载体。

一是在学习新知时，要善于从生活素材中引出。学生对熟悉的材料会有亲近感，会有探究的兴趣。因此，圆的认识、圆的周长、圆的面积等，都可以采用教材提供的情境（素材）来进行教学，如圆桌和菜板的边、圆形草坪的大小等。这些素材，教师可以用图片或实物形式，直观明了地在课堂上呈现，引出问题。也可在课前向学生了解，获得学生更熟悉的素材，用作学习的材料，效果会更好。

二是在知识应用时，紧密结合生活实际。在获得圆的特征、周长和面积计算公式以及其他的相关结论后，教师要及时以生活素材为例，让学生尝试运用所学知识去解释（或解答），以达到巩固知识、加深体验、学以致用的目的。如学习了圆的周长后，马上呈现例 1 的问题。这个问题的解决，既让学生学会了如何运用圆的周长公式，又让学生感受到了圆的周长公式的应用价值，还让学生进一步体验了化曲为直的思想。这样，学生就有更多的机会从周围熟悉的事物中学习数学和理解数学，学生眼中的数学也就不再是简单的数学公式，而是富有情感、贴近生活、具有活力的科学。

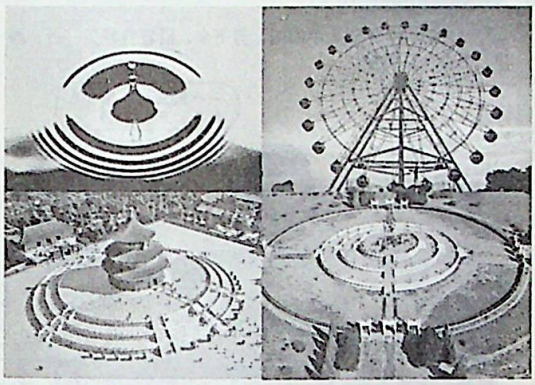
4. 建议用 12 课时教学。

微信公众号：电子课本大全

5 圆

1. 圆的认识

从奇妙的自然界到文明的人类社会，从精巧的手工艺品到气势宏伟的各种建筑……到处都可以看到大大小小的圆。



你能想办法在纸上画一个圆吗？



57

编写意图

（1）教材首先呈现了自然界和社会生活中形形色色的“圆”，其中包括许多同心圆。丰富的圆形图案，使学生感受到圆很美，同时，感受到数学就在身边，激发起良好的学习情绪。

（2）请学生想办法在纸上画一个圆，学生可以调动以前的生活经验，用茶杯盖、三角尺上的圆洞等圆形物体进行描摹，也可以用圆规画圆。用实物画圆也是很有意义的动手实践机会，但画出的圆的大小是固定的，不能随意变化。而用圆规画圆却可以在两脚叉开的范围内画出任意大小的圆来。

（3）在画圆环节出现用圆规画圆，也是尊重学情的一种体现。学生在课外应该都尝试过用圆规画圆，但是如何画得标准，画得轻松，还需教师进一步指导。

教学建议

（1）可适当增加生活中圆的素材。

除了教材的图片之外，有条件的话，教师还应该多收集一些有关圆的图片，利用多媒体进行展示，也可请学生介绍一些圆的例子。大量的素材，有利于学生进一步建立圆的表象，对后续学习很有帮助。要注意的是，数学上的圆是抽象后的产物，与生活中我们所见到的圆形物体既有联系，又有区别，例如，我们经常说“球是圆的”。教学时，应让学生认识到，本单元所说的圆是平面上的一个图形。

（2）引导学生开放地探索画圆的方法。

教学时，教师应在课前备好相应的学具，如茶杯盖、圆柱、圆锥、带圆孔的三角尺或其他物品、圆规，让学生自由画圆，并交流方法，说说这些方法的优点和局限性。在此基础上突出用圆规画圆的优越性：可画任意大小的圆。

（3）加强用圆规画圆的方法指导。

虽然学生在生活中或许接触过圆规，但还是需要进行一定的技能训练。教学时，会发现学生画圆的过程中，圆规脚尖的高低、手柄的捏法，都是影响画圆的因素。教师要进行规范的方法示范，引导学生画出位置、大小各不相同的圆，为后面学习圆的圆心和半径决定圆的位置和大小作准备。

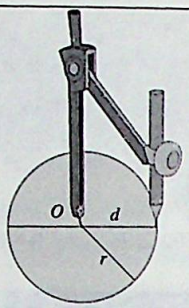
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）利用圆规画圆，引出圆的各部分名称。一方面，与前面的活动自然衔接；另一方面，画圆的过程非常切合“圆是到定点的距离等于定长的所有点的集合”这一几何学的定义。通过这一过程引出圆心、半径、直径等概念，将动手操作、观察思考、概念引出融为一体，自然流畅。

（2）对圆特征的认识，分四个层次编排：首先，让学生将画好的圆折一折、画一画、量一量，发现沿着任意一条直径对折，两边可以重合，说明了圆是轴对称图形。第二，通过对折痕的观察和想象，让学生理解半径和直径都有无数条。第三，通过测量与比较，让学生认识到同一圆内所有的半径都相等，所有的直径也都相等，并且直径的长度是半径的 2 倍。第四，结合画圆的经验，理解圆心可决定圆的位置，半径可决定圆的大小。

（3）“做一做”的第 1 题，要求找到一个画在纸上的圆的圆心，需要利用圆的特征——直径是圆里面最长的线段，通过反复测量、调整，方能找到圆心。如果把它剪下来，通过两次对折，交点即是圆心。



如左图，用圆规画圆时，针尖所在的点叫做**圆心**，一般用字母 O 表示。连接圆心和圆上任意一点的线段叫做**半径**，一般用字母 r 表示，半径的长度就是圆规两个脚之间的距离。通过圆心并且两端都在圆上的线段叫做**直径**，一般用字母 d 表示。

用圆规画几个不同大小的圆，剪下来，沿着直径折一折、画一画、量一量，会有什么发现？



做一做

1. 对于上页中用杯子盖、三角尺画出的圆，如何找到圆心？请你自己画一画，试一试。

2. 用圆规画一个半径是 2 cm 的圆，并用字母 O、r、d 标出它的圆心、半径和直径。

58

教学建议

（1）突出用圆规画圆方法中的数学要素，帮助学生认识圆的本质特征。

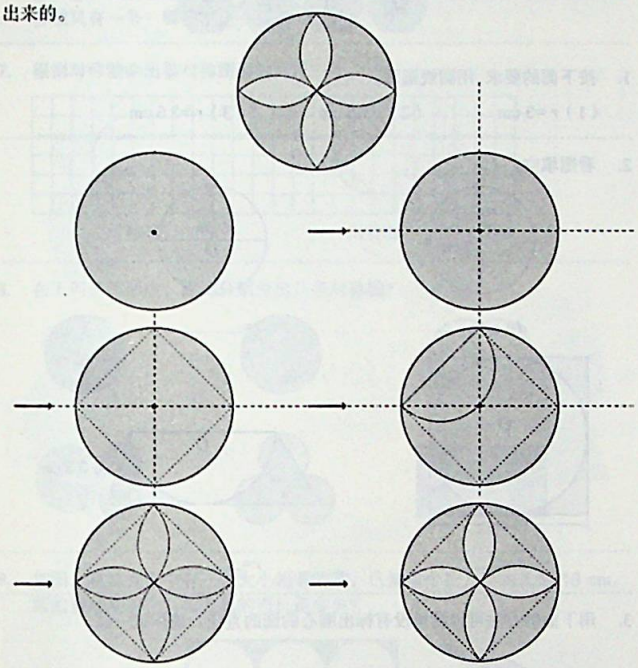
学校一般有教具圆规，在黑板上操作起来虽然不是很方便，但现场的示范，能让学生看得更清楚，便于他们模仿。教师应在准确示范的基础上，着重指明画圆方法中的一些数学要素，引导学生关注圆规的“脚尖”“两脚间的距离”在画圆时起什么作用？这为学生从数学本质的角度认识圆、自然引出圆的各部分名称以及认识圆的特征打下基础。教学时，还可通过用一根线拴着粉笔，固定一端，粉笔绕动一周的方式帮助学生认识圆的数学特征。

（2）要注重让学生通过动手操作来探究圆的特征。

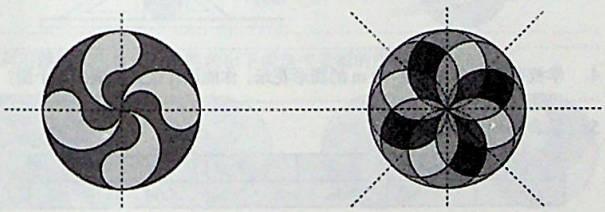
教学时，教师应放手让学生活动，通过折一折、画一画、量一量等方式，建立清晰的表象，探究圆的各种特征。在学生活动中，教师可适时用问题引导探究的内容，如“圆有多少条半径？”“半径和直径的长度有什么关系？”“半径决定圆的什么？”……最后，教师应在学生探究的基础上，对圆的有关概念和基本特征进行归纳和整理，以使学生形成系统、科学的概念体系。

微信公众号：电子课本大全

用圆可以设计许多漂亮的图案。下面的图形就是用圆规和直尺一步一步画出来的。



请你试着用圆规和直尺画一画下面的图形。



编写意图

微课代码：02610501

（1）尺规作图是一项有着悠久历史、充满魅力的数学技能。教材在认识圆之后，安排了这样一个实践性内容，既可以让学生进一步熟练用圆规画圆的技能，促进学生对圆的特征的进一步认识，又能让学生在用尺规画出漂亮图案的过程中提高动手操作的能力，学会欣赏数学的美，培养热爱数学学习的情感。

（2）教材先以分解的步骤，展示了如何利用圆的特征，一步一步画出四个花瓣式的漂亮图案。这中间，涉及充分利用圆的对称性，需要学生学会确定某个圆或半圆的圆心和半径，这也是圆心和半径分别确定圆的位置与大小的最直接应用。此外，还需要学生添加一些辅助线。因此，这样的活动体现了很强的综合性。

（3）之后，教材呈现了两个更复杂的图案，让学生尝试画一画，这需要学生综合运用观察、思考、动手等多方面的技能。教材给出了一些辅助线加以提示，需要学生对已经成形的图案进行“分解”，知道每一部分是怎么来的。用直尺画出基本的图形后，再进行涂色，涂不同的颜色，也会形成不同的作品。

教学建议

（1）引导学生自主探索图案的构成。

教学时，首先应让学生欣赏擦除了辅助线的图案（成品），告知学生这些图案都是利用圆设计出来的。然后，以教材上的“花瓣”为例，教师可直接出示最后一幅图，引导学生看到，四个“花瓣”实际上是由四个半圆组成的，再思考：这四个半圆的圆心在哪里？半径是多少？自己先尝试着画画看。如果有困难，可让学生观察教材上的六个步骤，理解每一步的画法。最后，教师可带着学生从头到尾再画一遍，一起分析一下每一步骤中隐含的数学原理。

（2）引导学生开放式、创造性地利用圆设计各种图案。

第59页下面两个图案相对复杂，教材上给出了辅助线，用以降低难度。教学时，可以呈现擦除辅助线的图案，让学生试着添加出辅助线，并对图案加以分解。要引导学生找出图中所包含的各个圆或半圆，标一标它们的圆心、直径。若有条件，教师可运用多媒体，动态演示设计的过程。除此之外，教师可以布置开放性的实践作业，请学生回家去设计各种各样的美丽图案。在这样的图案作品中，圆的轴对称性、中心对称性得以完美展现。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 2 题，后两幅图，把圆和以前学过的图形加以综合，让学生研究图形之间的关系。第 3 幅图是一个圆内切于一个正方形，正方形的边长就是圆的直径，故 $d=10$ cm；第 4 幅图以梯形的上底为直径作出的半圆内切于梯形的下底，则梯形的高即为半圆的半径，故 $r=3.5$ cm。

（2）第 3 题，给学生介绍了两种寻找没有画出圆心的圆的直径的方法：移动尺子测量出圆内“最长的线段”，就是直径；用两把三角尺的边平行地相切于圆，其内在原理是只有在这种情况下，两个切点之间的距离最长，利用平行线间的距离都相等测出直径的大小。通过实践操作，使学生进一步体会直径的特点。

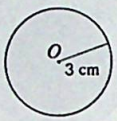
（3）第 4 题，也是“圆是到定点的距离等于定长的点的集合”的实际应用。确定一个定点，即圆心，再确定一个定长，即绳子长 5 m，绕定点旋转一周即可画出符合要求的圆。这一画法和用圆规画圆，原理是完全一致的。

练习十三

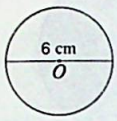
1. 按下面的要求，用圆规画圆。

（1）$r=3$ cm　　（2）$d=5$ cm　　（3）$r=3.5$ cm

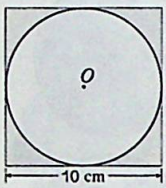
2. 看图填空。



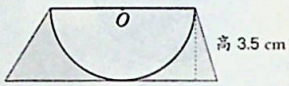
$d=$_____



$r=$_____



$d=$_____



$r=$_____

3. 用下面的方法可以测量没有标出圆心的圆的直径。请你试一试。





4. 学校要建一个直径是 10 m 的圆形花坛，你能用什么方法画出这个圆？

5. 填表（单位：m）。

r	0.24		1.42		2.6
d		0.86		1.04	

教学建议

（1）引导学生根据图形的特征来分析图形间的关系，提高学生的识图能力和分析能力。

第 2 题的下面两个图，可以先让学生自己独立观察、思考，填一填。然后让学生说说是如何分析得出答案的，培养学生初步的推理能力，发现空间观念。教学中，可以让学生画出第三幅图中圆的半径和第四幅图中半圆的半径，再和正方形的边长、梯形的高进行比较，验证结论。

（2）在实践操作中加强对圆的直径的特点的认识。

“直径是圆中最长的线段”这一结论，学生无法抽象地证明，只能通过操作加以归纳。教学第 3 题时，要让学生切实地去尝试一下教材介绍的这两种方法，并了解这两种方法的内在一致性，都是找出端点在圆上的最长线段。第二种方法，如果在圆的上方再加一条线段，就构成了圆的外切正方形。

（3）引导学生结合生活实际，进一步理解圆的数学本质。

当圆的半径很大时，常常采用类似于体育比赛中画铅球、标枪的成绩线的方式来画圆。要让学生理解，这样的方法就是利用了“圆上任意一点到定点的距离都是定长”的原理。

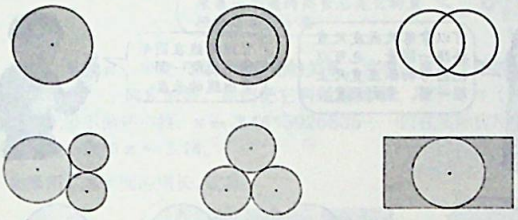
微信公众号：电子课本大全

6. 想一想，我们已经学过的平面图形中有哪些是轴对称图形？哪些图形的对称轴只有一条？哪些不止一条？

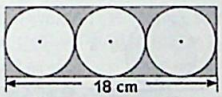
7. 根据对称轴画出轴对称图形的另外一半。



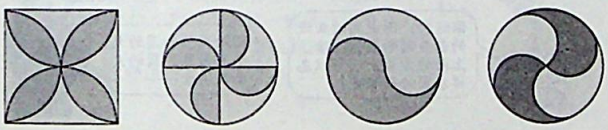
8. 在下列各图形中，你能分别画出几条对称轴？



9. 如图，在长方形中有三个大小相等的圆，已知这个长方形的长是 18 cm，圆的直径是多少？长方形的周长是多少？



10. 利用圆规和三角尺，你能画出下面这些美丽的图案吗？试试看。



编写意图

（1）第 6、7、8 题都是关于圆的轴对称性的习题。第 6 题，复习以前学过的平面图形中哪些是轴对称图形，让学生通过举例，回忆轴对称图形、对称轴等相关概念，并着重体会圆有无数条对称轴的特点。第 7 题，让学生根据对称轴画出轴对称图形的另外一半，依然是在培养学生对图形的观察和分析能力，需要学生找到圆的圆心和半径，才能画出另外一半圆。而第二个图把圆的轴对称性和正方形的轴对称性结合起来，体现了知识的综合性。第 8 题要求学生通过观察，根据对圆、长方形的图形特征的把握，找到并画出组合图形中的对称轴，具有较强的综合性。

（2）第 9 题是一个具有一定综合性，需要学生借助观察、推理才能解决的问题。在三个圆相切排列、长方形与三个圆也相切时，长方形的长、宽就与圆的直径产生了关系。

（3）第 10 题，是图案设计的巩固练习，需要学生找出图中的每一部分是怎样形成的。理解了背后隐藏的原理，具体操作就不会有太大的问题了。

教学建议

（1）注意系统整理轴对称图形的特点，帮助学生解决综合性较强的对称性问题。

在教学时，先让学生回顾以前学过的轴对称图形，如长方形、正方形、等腰三角形、等边三角形、等腰梯形，圆，让学生说说这些图形的对称轴各有几条，分别处在图形的什么位置。在此基础上，解决类似于第 7、8 题中把各轴对称图形进行组合的问题。应先让学生认真观察，在观察的基础上，尝试画出。例如，第 8 题第四、五个图，都是三个圆，但由于圆的大小不同，其对称性就有差异。

（2）注重想象、观察、推理能力的培养。

第 7 题的教学，教师应先引导学生想象图形的另一半在什么位置，如果和已有的一半合起来后，呈现的是怎样的图形？然后，通过对图形特征的深入观察，找到问题的关键——圆心、半径。这样，学生就能利用圆规顺利地画出另一半来了。第 9 题的教学，要让学生通过观察，说出思考的过程。

（3）充分发挥学生的创造性。

第 10 题可作为课外实践性作业布置。除此之外，可以鼓励学生利用圆创造出各种各样的图案来。在此基础上，安排一定的时间进行作品的交流，重点说一说是怎么画出来的。

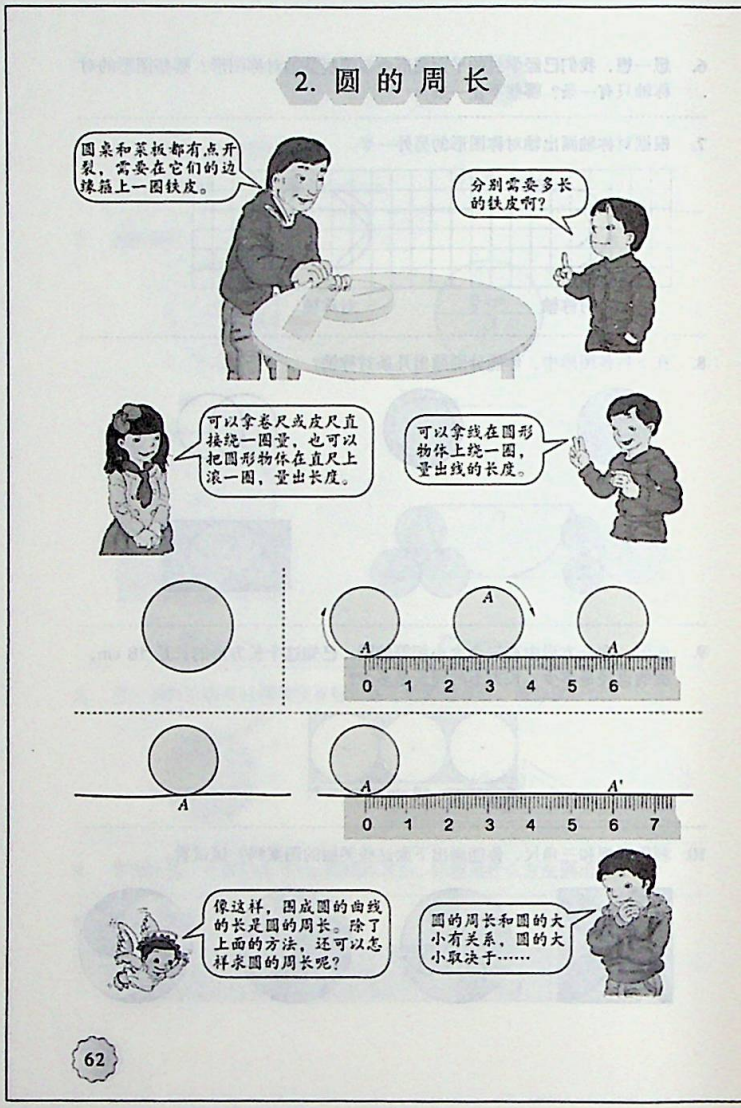
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）圆的周长计算在实际生活中有广泛的应用，因此，教材从“要在圆桌和菜板的边缘箍上一圈铁皮，求铁皮的长度”这一学生熟悉的实际情境引入，帮助学生理解圆的周长的概念。

（2）学生已经具备了测量一般图形（物体）周长的技能，因此，面对“分别需要多长的铁皮”的问题，他们完全能想到解决的办法：拿卷尺直接绕一圈量，或者把圆形物体在直尺上滚一圈再量出长度，或者拿线在圆形物体上绕一圈，量出线的长度。学生在解决实际问题的过程中感受了方法多样性和“化曲为直”的转化思想。更重要的是，圆周长概念的内涵，就在这样的过程中得以清晰化、直观化。

（3）方法需要优化，思维需要提[illegible]。教材在此基础上提出“除了上面[illegible]方法，还可以怎样求圆的周长呢”，[illegible]求学生跳出绕、滚、围等策略的测量方法，找到一种更为一般化的方法。通过“圆的周长和圆的大小有关系，圆的大小取决于……”，启发学生将问题解决的方向放在从圆本身的特征去想办法突破。



教学建议

（1）安排学生操作，对学生进行操作方法的指导。

教学圆的周长，可直接从教材上的实际情境引入，让学生说一说可以怎样求出圆桌和菜板边缘所箍铁皮的长度。教师可让学生准备一些圆形的学具，当学生想到了各种方法后，安排学生自己动手试一试。对于“滚”的方法，教师要告诉学生操作的注意点，如先要在圆形物体的边缘确定一个起点（终点），滚的时候，不要滑动。对于“绕”的方法，也要告诉学生要尽量贴合一些，绕得准一些。让学生在相互交流中，形成圆周长的概念。

（2）适时提炼思想方法，提升思维层次。

对这些方法进行对比，发现这些方法都是将一个未曾学过的曲线图形的长度转化为可直接测量的直线段的长度。教师可以告知学生这种方法叫“化曲为直”，是一种转化的思想方法，也是一种解决问题的有效策略。进而，教师应引导学生提升思维层次，寻求更为一般化的求圆周长的方法。可引导学生讨论：圆的周长和什么有关？学生能够想到圆的半径越长，周长就越大。那么，两者之间到底有怎样的关系？我们又该怎样去研究呢？这样，研究的方向、开展实验的需求，就呼之欲出了。

微信公众号：电子课本大全

让我们来做一个实验：找一些圆形的物品，分别量出它们的周长和直径，并算出周长和直径的比值，把结果填入下表中，看看有什么发现。

物品名称	周长	直径	$\frac{\text{周长}}{\text{直径}}$ 的比值（保留两位小数）



其实，早就有人研究了周长与直径的关系，发现任意一个圆的周长与它的直径的比值是一个固定的数，我们把它叫做**圆周率**，用字母π（pài）表示。它是一个无限不循环小数，π＝3.1415926535……但在实际应用中常常只取它的近似值，例如π≈3.14。

如果用C表示圆的周长，就有：

$C=\pi d$ 或 $C=2\pi r$

你知道吗？

约2000年前，中国的古代数学著作《周髀（bì）算经》中就有“周三径一”的说法，意思是说圆的周长约是它的直径的3倍。



约1500年前，中国有一位伟大的数学家和天文学家祖冲之，他计算出圆周率应在3.1415926和3.1415927之间，成为世界上第一个把圆周率的值精确到7位小数的人。这一成就比国外大约要早1000年。现在人们用计算机算出的圆周率，小数点后面已经达到上亿位。

编写意图

（1）第63页上方的表格，是引导学生通过测量几组圆的直径和周长，自主发现周长和直径的比值是一个固定值，从而引出圆周率的概念，并总结出圆的周长计算公式。

在这个内容中，教学的重点是让学生利用实验的手段，通过测量、计算、猜测圆的周长和直径的关系、验证猜测等过程，理解并掌握圆的周长计算方法。

（2）教材通过直接介绍的方式说明周长与直径的比值是一个固定的数，叫做圆周率，用字母“π”来表示。为了方便学生计算，教材规定“π”这个无限不循环小数常常只取它的近似数，即两位小数3.14。根据圆的周长和直径的倍数关系，可以得出圆的周长计算公式：$C=\pi d$ 或 $C=2\pi r$。

（3）为了丰富学生在数学史方面的知识，教材通过“你知道吗”介绍了圆周率的一些历史材料，特别指出了我国古代数学家祖冲之在这方面的伟大成就。让学生从数学发展史的角度了解圆周率，有助于学生建立动态的数学观。

教学建议

（1）通过实验活动发现规律，得出结论。

教学时，教师可以让学生课前准备几个大小不同的圆（直径可以是整厘米数），通过滚动、绕线等方法得出圆的周长，再测量出圆的直径，再计算。引导学生将不同的圆的数据全部填入表内后，自主寻找规律。把所有学生的结果进行比较，更有利于学生发现规律。要让学生发现，这个比值都是3倍多一些，结果不同，是因为测量的不精确造成的。在这样的基础上，教师再介绍圆周率的相关知识。

（2）要突出圆周率这个数的特殊性。

教师要指出这个比值是一个固定不变的数，叫做圆周率，用希腊字母“π”来表示。再说明“π”是一个无限不循环小数，这是我们在小学阶段遇到的唯一一个无限不循环小数。计算时，一般只取它的近似值。但其为什么是无限不循环小数，原因比较复杂，不必说明。

（3）引导学生自行归纳圆周长计算公式。

教学时，可以让学生思考“圆的周长是直径的π倍，我们如果想要计算一个圆的周长，可以怎么办”，引导学生自己推导出“圆的周长＝π×直径”，并学会用字母表示。同理，再让学生想一想如何根据半径求周长，得到$C=2\pi r$。这些公式都可以引导学生自行归纳、总结。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）例 1 是一个与圆的周长计算有关的实际问题。通过学生经常看到或使用的自行车引出问题，能让学生体会到数学知识的广泛应用。自行车轮子的半径是 33 cm，它滚一圈能走多远，那就是求它的周长。这样的问题，是“化曲为直”思想的应用——用曲的车轮周长计量自行车前进的距离。第二个问题带有更强的现实性，“小明从家到学校 1 km，骑车从家到学校，轮子大约转了多少圈?”学生必须通过计算，才能解决这个问题。得出的相关结果，也能加强学生的生活经验。

（2）“做一做”的第 1 题是已知圆的半径或直径求圆的周长，这是圆的周长计算公式的简单应用。第 2 题则是已知圆的周长，反过来求圆的直径。已知周长求直径或半径的问题在本单元及后续学习中（圆柱、圆锥）中会经常遇到，学生应当掌握相应的方法。既可以用方程的方法解，也可以把圆的周长计算公式直接变形，利用除法算式进行计算。



1

这辆自行车轮子转 1 圈，大约可以走多远？（结果保留整米数。）小明家离学校 1 km，骑车从家到学校，轮子大约转了多少圈？

$C=2\pi r$

2×3.14×33=207.24（cm）≈ 2（m）

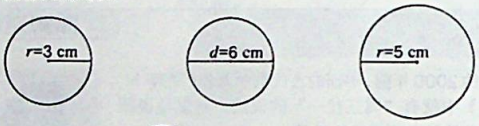
1 km=1000 m

1000÷2=500（圈）

答：这辆自行车轮子转 1 圈，大约可以走 2 m。骑车从家到学校，轮子大约转了 500 圈。

做一做

1. 求下面各圆的周长。



2.



这个圆桌面的直径是多少？

64

教学建议

（1）可以先出一些简单的圆周长计算题，确保学生对公式的掌握。

在呈现例 1 前，教师可以在学生推导出圆的周长计算公式后，马上安排相应的题目让学生进行应用。可以呈现两道简单的给定直径和半径求周长的图形题（类似于“做一做”第 1 题），让学生尝试列式计算。通过反馈与交流，让学生掌握计算的一些注意点：如不必写出公式，只要直接计算就行；π 取两位小数 3.14；计算结果不必再用“≈”表示；遇到 2×3.14×5 这样的情况，计算时可以运用运算律，简便计算。这样的计算细节，对学生以后解决跟圆周长、面积有关的问题，都会有帮助。

（2）引导学生理解题意，正确、灵活地解决问题。

呈现例 1 后，先要引导学生思考“轮子滚动一周可以走多远”求的是什么。把这一问题和之前的将圆形物体放在直尺上滚动测量周长进行对比，渗透“化曲为直”的思想。小明家离学校 1 km，要求从家到学校，轮子大约转了多少圈，可放手让学生直接利用前面近似结果进行计算，自行解决。

“做一做”第 2 题，要引导学生自主探索，熟练掌握圆的周长计算公式的各种变式。

微信公众号：电子课本大全

练 习 十 四

1. 一个圆形喷水池的半径是 5 m，它的周长是多少米？

2. 在一个圆形亭子里，小丽沿着直径从一端走 12 步到达另一端，每步长大约是 55 cm。这个圆的周长大约是多少米？

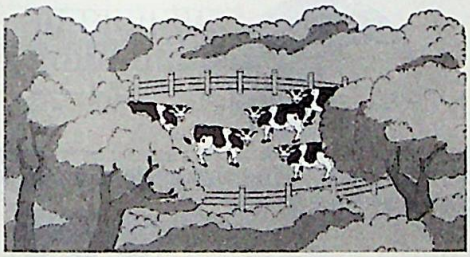


3. 小红量得一个古代建筑中的大红圆柱的周长是 3.77 m。这个圆柱的直径是多少米？（得数保留一位小数。）



4. 一只挂钟的分针长 20 cm，经过 30 分钟后，分针的尖端所走的路程是多少厘米？经过 45 分钟呢？

5. 一个圆形牛栏的半径是 15 m，要用多长的粗铁丝才能把牛栏围上 3 圈？（接头处忽略不计。）如果每隔 2 m 打一根木桩，大约要打多少根木桩？





6. 杂技演员表演独轮车走钢丝，车轮的直径为 40 cm，要骑过 50.24 m 长的钢丝，车轮大约要转动多少周？

编写意图

（1）第 2 题中的直径不是直接给出的，需要先根据步长×步数求出直径，然后再计算圆的周长。通过这道题的解决，可让学生掌握一种生活中通过粗略测量来估算圆周长的简易有效的办法。

（2）第 3 题，是已知周长求直径，可以直接根据直径与周长的关系，利用公式 $d=C\div\pi$ 来求。

（3）第 4 题，以生活中学生常见的挂钟为情境。学生以前不曾关注过分针尖端走过的路程这样的问题。将来还可以让学生计算钟面的面积。这些题目，拓宽了小学阶段关于钟面的数学知识。

（4）第 5 题，是一道综合运用各方面知识的实际问题。把牛栏围 3 圈，就是求周长的 3 倍是多少。计算要打多少根木桩，则是以前学过的植树问题的典型情况，需要注意的是不能使用 3 圈铁丝的长度来计算。

（5）第 6 题，与例 1 很相似。需要注意的是对题意的理解、对单位名称的关注和计算的准确性。

教学建议

（1）采用多种方法帮助学生理解题意。

与圆的周长相关的计算无非是对两个公式的正反两方面的运用。在实际教学中，学生遇到的最大障碍不是不会使用公式，而是不理解题意，不知怎样使用公式。为此，在教学中，教师可采取读一读、说一说、画一画、想一想等多种方法引导学生理解题意。例如，第 2 题，可让学生讨论：走 12 步，每步长 55 cm，可以求出什么？第 4 题，可以让学生画个草图，直观地看到，分针相当于圆的半径，分针尖端走过一圈的路程，就是圆的周长。

（2）注重提升学生综合运用知识的能力。

第 4 题和第 5 题，都是需要综合运用知识来解答的问题。如第 4 题中计算 30 分钟内针尖走过的路程，就会用到分数乘法的有关知识。可以这样想：经过 30 分钟、45 分钟所走的路程分别是转动一周所走路程的几分之几（或者想 30 分钟、45 分钟分别是 60 分钟的几分之几），然后用周长来乘这个分数进行计算。第 5 题中计算“打多少根木桩”，则要让学生认识到这是一个“植树问题”。教学时，应联系以前所学，使学生发现，在一个封闭的圆上分段，分隔点的数目与分成的段数是相等的。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

微课代码：02610502

（1）第 7 题，将圆、半圆与正方形、长方形组合在一起，让学生寻找它们之间的联系，培养学生的读图能力和推理能力。

（2）第 8 题，在正方形纸片内剪一个最大的圆，这是学生常见的组合模型，重点依然是加深对图形特征及互相关系的认识。

（3）第 9 题，呈现的是半圆与正方形的组合图形。半圆的直径与正方形的边长重合，装饰木条的长度就相当于正方形的周长与半圆（不包括直径）的长度之和。

（4）第 10 题，通过观察，发现大的半圆的半径恰好是小圆的直径，整个图形的周长恰好是大的半圆长度与两个小的半圆长度之和。大的半圆弧长和两个小的半圆曲线弧长之和都是 2×3.14×5÷2。

（5）第 11* 题，是圆在生活中的一应用。通过观察和计算，发现三个图，绳子的长度依次是 3.14×7+7×2、3.14×7+7×4、3.14×7+7×8，绳子的长度由一个整圆的周长和若干条直径的长度组成，最外圈有多少个圆柱形物体，就有多少条直径。对于更多的圆柱形物体，这个结论依然成立。

7. 看图填空（单位：cm）。

（1）

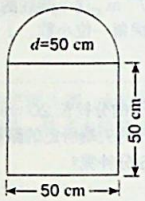
正方形的周长是（　）cm，圆的周长是（　）cm。

（2）

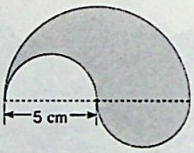
其中一个圆的周长是（　）cm，长方形的周长是（　）cm。

8. 在一个周长为 100 cm 的正方形纸片内，要剪一个最大的圆，这个圆的半径是多少厘米？

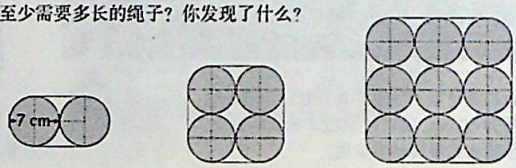
9. 李明家一扇门上要装上形状如右图所示的装饰木条，需要木条多少米？



10. 下面图形的周长是多少厘米？你是怎样算的？



11* 把圆柱形物体分别捆成如下图（从底面方向看）的形状，如果接头处不计，每组至少需要多长的绳子？你发现了什么？



教学建议

（1）要注意培养学生的读图能力。

第 7～9 题，都是把圆、半圆、长方形、正方形进行各种形式的组合，图形之间的关系灵活多变。教学时，要提高学生的读图能力，引导学生根据图示发现图形之间的关系。例如，第 7 题，第（1）小题，正方形的边长就是圆的直径；第（2）小题，长方形的长相当于圆的半径的 5 倍，宽相当于圆的直径。第 9 题，可以让学生在图中描一描，看看装饰木条指的是哪些。第 10 题，也要让学生描一描组合图形的周长，可以直观地看到这一周长由哪几部分组成。

（2）在读图的过程中培养学生用联系、变化的眼光观察事物的习惯。

图与图之间存在着联系，需要学生采用联系、变化的眼光来读图。例如，第 9 题，半圆的直径同时也是正方形的边长；第 10 题，小的半圆的直径，同时也是大的半圆的半径。要引导学生善于对组合图形进行“解剖”，通过分割，找到组成组合图形的“源图形”。教学时还可以对教材上的图形进行再创造，如第 10 题，可以给学生呈现如下的图，让学生说说它们是怎样形成的。

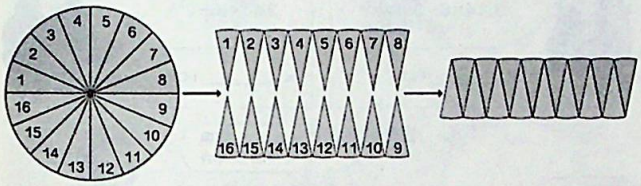


微信公众号：电子课本大全

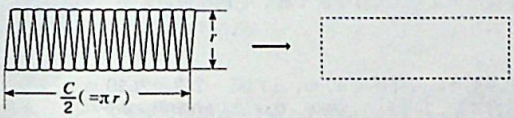
3. 圆的面积

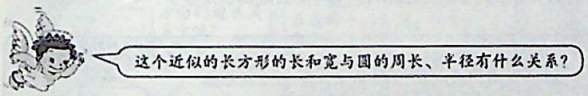


在硬纸上画一个圆，把圆分成若干（偶数）等份，剪开后，用这些近似于等腰三角形的小纸片拼一拼，你能发现什么？



分的份数越多、每一份就会越小、拼成的图形就会越接近于一个长方形。





从上图中可以看出圆的半径是 r，长方形的长近似于（　），宽近似于（　）。
因为长方形的面积 =（　）×（　），
所以圆的面积 =（　）×（　）=（　）。
如果用 S 表示圆的面积，那么圆的面积计算公式就是：

$$S=\pi r^2$$

编写意图

（1）教材首先通过计算圆形草坪占地面积的实际情境提出圆面积的概念，一方面使学生在以前所学知识的基础上理解“圆的面积就是它所占平面的大小”，另一方面使学生体会在实际生活中计算圆面积的必要性。

（2）学生以前所学的图形都是多边形（如三角形、长方形、正方形、平行四边形、梯形等），像圆这样的曲线图形的面积计算，学生还是第一次接触到。把圆分割成若干等份后拼成近似的长方形的方法，学生很难自主发现，因此，教材直接给出明确的提示，让学生把圆分成若干等份，拼一拼。接下来的过程，则主要交给学生自主探索。

（3）教材让学生通过观察，看到拼出的是近似的长方形（或平行四边形），随着分的份数越来越多，拼出的图形越来越接近于长方形，体会“无限逼近”的极限思想。这个近似的长方形的长和宽与圆的周长、半径有着紧密的联系。引导学生通过观察、对比，利用圆与长方形之间的关系，自行推导出圆的面积计算公式。

教学建议

（1）要充分利用学生已学的知识。

教学圆面积的含义时，可以先让学生回忆已学过的一般图形的面积含义。教学时，也可以先出示圆的外切正方形和内接正方形，使学生直观地看到圆的面积介于这两个正方形面积之间，使学生对圆的面积有一个粗略的范围估计。而在提出了“把圆分成若干等份，再拼起来”的方法以后，剩下的任务应尽量让学生利用已有知识自行完成。

（2）要重视“四基”目标的落实。

圆的面积计算公式的推导过程中，包含了转化、推理、极限等数学思想方法，教学时要让学生有所体会和掌握。教师可引导学生回顾以前研究多边形面积时，利用割补、拼组等方法，将多边形转化成已学的图形来求面积。在此基础上提出：“是否也可以把圆转化为已学的图形呢?”自然地渗透了转化的思想。而让学生对比圆与长方形，发现形变的过程中面积不变，通过寻找长方形长、宽与圆的周长、半径的关系，推导圆的面积计算公式，又很好地培养了推理的能力。利用信息技术手段，展示把圆等分成 32 份、64 份甚至更多份的情况，让学生直观地看到图形的变化趋势，体会极限的思想。经历这些过程，学生也积累了活动经验。

微信公众号：电子课本大全

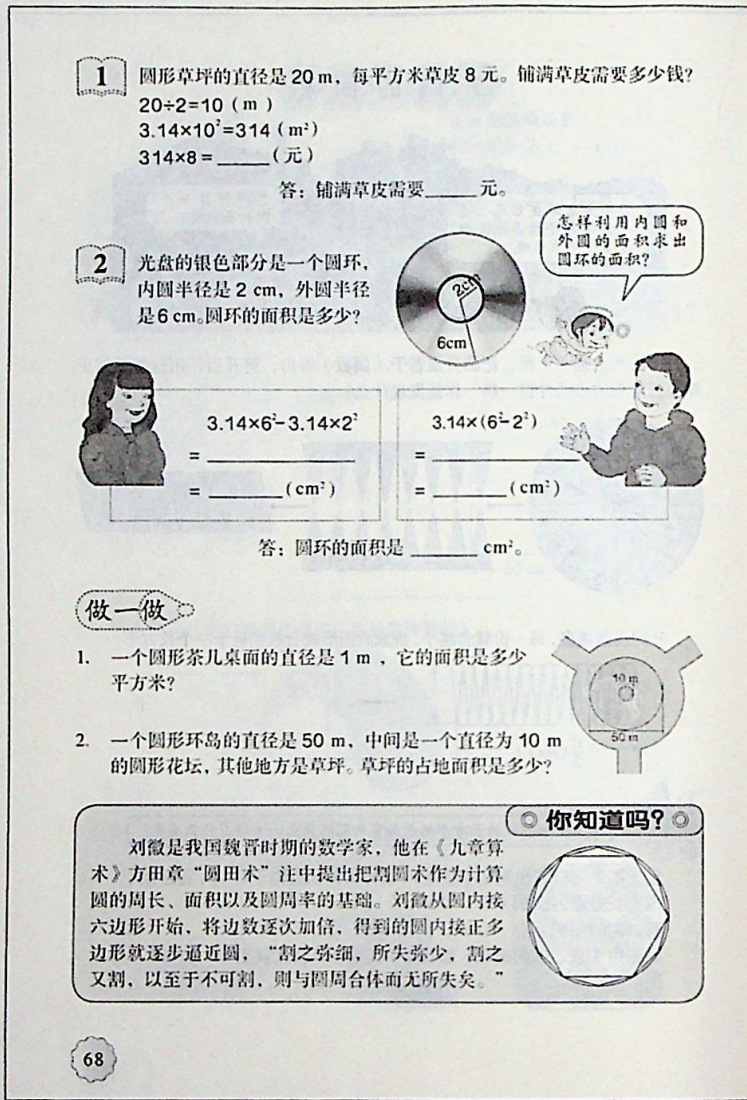
编写意图

（1）例 1 是在学生推导出了圆面积计算公式以后，用此公式解决本节开头的实际问题。求的是铺满草皮需要多少钱，这一问题比“求草皮面积是多少”更有现实意义、更自然。要求铺满草皮需要多少钱，首先要求圆形草皮的面积。

（2）例 2 是求圆环的面积，教材通过插图帮助学生了解什么叫圆环，理解求圆环的面积是用外圆面积减去内圆面积。教材给出了两种算法：$3.14\times6^2-3.14\times2^2$ 和 $3.14\times(6^2-2^2)$。教材也有意引导学生根据乘法分配律，采用相对简便的算法，这样，可以大大减少计算的繁杂程度，减少计算出错的可能性。

（3）“做一做”中的两道题给出的都是直径的数据，使学生明确计算圆和圆环的面积时，要先求出半径。

（4）“你知道吗”介绍了割圆术，使学生在了解古代数学文化的同时感受深邃的数学思想。其中包含的“内外夹逼”“化圆为方”“以方近圆”“无限接近”的数学思想和方法一直是人们研究数学问题的有力工具，也是具有普遍性意义的思想和方法。



1 圆形草坪的直径是 20 m，每平方米草皮 8 元。铺满草皮需要多少钱？

$20\div2=10$（m）

$3.14\times10^2=314$（m^2）

$314\times8=$ _____（元）

答：铺满草皮需要 _____ 元。

2 光盘的银色部分是一个圆环，内圆半径是 2 cm，外圆半径是 6 cm。圆环的面积是多少？

怎样利用内圆和外圆的面积求出圆环的面积？

$3.14\times6^2-3.14\times2^2$

$=$ _____

$=$ _____（cm^2）

$3.14\times(6^2-2^2)$

$=$ _____

$=$ _____（cm^2）

答：圆环的面积是 _____ cm^2。

做一做

1. 一个圆形茶几桌面的直径是 1 m，它的面积是多少平方米？

2. 一个圆形环岛的直径是 50 m，中间是一个直径为 10 m 的圆形花坛，其他地方是草坪。草坪的占地面积是多少？

你知道吗？

刘徽是我国魏晋时期的数学家，他在《九章算术》方田章“圆田术”注中提出把割圆术作为计算圆的周长、面积以及圆周率的基础。刘徽从圆内接六边形开始，将边数逐次加倍，得到的圆内接正多边形就逐步逼近圆，“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆周合体而无所失矣。”

68

教学建议

（1）帮助学生掌握正确、灵活的圆和圆环面积计算方法。

例 1 的计算，可采用分步的方式，先计算出半径，再利用公式计算圆面积。教师需要向学生指出计算的注意点：先算半径的平方，再和 3.14 相乘。为提高学生口算的准确性，教师还可以补充一些 10 以内数和整十数的平方的口算练习，尤其是一些小数的平方练习，诸如 20^2、0.1^2 和 0.5^2 这类计算，学生是非常容易出错的。在计算圆环面积时，学生一般只能得出 $3.14\times6^2-3.14\times2^2$，此时，教师可以引导学生发现还可以利用乘法分配律进行简算，学生在计算 $3.14\times(6^2-2^2)$ 时经常会算成 3.14×4^2，在练习中要多加关注。把圆环进行变式，把小圆的位置在大圆内任意移动，可以发现大、小圆是否同心圆，面积的计算方法都是相同的。

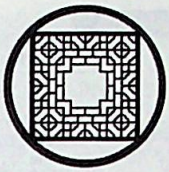
（2）利用“你知道吗”进行数学文化、数学思想的渗透。

给学生介绍“割圆术”时，不仅仅要让学生对中国古代的优秀数学成就感到自豪，更重要的是让学生初步理解“割圆术”这一方法的数学原理以及包含的数学思想，产生继续探索数学文化的深厚兴趣，引导学生课后查阅更多的相关资料。

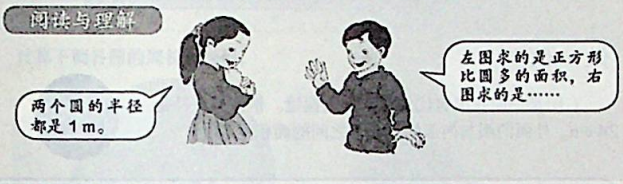
微信公众号：电子课本大全

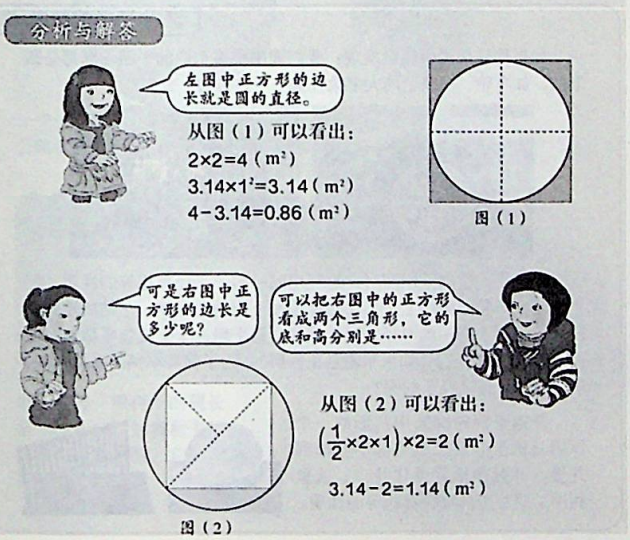
3





中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。上图中的两个圆半径都是 1 m，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？





69

编写意图

（1）例 3 通过让学生解决圆的内接正方形、外切正方形与圆之间部分的面积这一实际问题，经历问题解决的全过程，并在解决具体问题的基础上发现更为一般的数学规律，提高发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的能力。

（2）例题以中国古建筑中“外方内圆”和“外圆内方”两种经典设计为情境，直观清晰地提出了需要解决的数学问题——求正方形与圆之间的那部分面积。两个图中的圆大小相同，但正方形位置与大小都不同。很自然地引出一个问题：中间部分的面积与圆的面积有没有关系？有什么样的关系？例 3 给出一个特殊的圆半径（1 m），先解决特殊问题，在“反思”部分再讨论一般性的规律。

（3）“分析与解答”引导学生根据图示寻找正方形与圆之间的关系。第一个图，很容易看出正方形的边长就是圆的直径；第二个图，正方形的边长不知道，不能用边长的平方直接计算面积。此时，就需要转换思路，将正方形看成两个底是圆的直径、高是圆的半径的三角形（或四个小三角形）。

教学建议

（1）引导学生经历问题解决的全过程。

要引导学生经历解决一个问题的所有步骤：理解现实的问题情境，转化成要解决的数学问题，分析问题，从而找到解决问题的方案并解决之，对解答的结果和解决的方法进行检验和回顾反思。重点是使学生在解决问题的过程中积累一般性的问题解决经验。例如，把实际问题用数学的方式表征出来，在解决问题过程中寻求不同的思考角度，解决问题结束之后对解题过程进行回顾与反思，展开进一步的讨论，都是学生问题解决能力的体现。

（2）引导学生克服思维定式，多维思考。

当学生无法直接求出圆内接正方形的边长时，引导学生思考：能与正方形发生联系的只有圆的直径或半径。而直径恰好是正方形的对角线，虽然仍然不能求出正方形的边长，但可以把正方形的面积转化为两个三角形的面积之和。这种添加辅助线的方法并不是一下子能够找到的，要引导学生利用问题中的可用信息“顺藤摸瓜”，一点点找到解题线索。

（3）适时渗透中国传统文化的教育。

“外方内圆”“外圆内方”体现了中国的传统文化，这种思想在建筑、器物中都有所传递。教学时也要适时渗透。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）在前面的解题环节，学生发现正方形与圆之间的面积与圆的半径是有关的，那到底有什么样的关系呢？因此，在“回顾与反思”这一环节，需要继续延伸讨论，进一步探讨一般化的结论。圆的半径是 r 与半径是 1 m 的解题思路完全相同，因为半径 1 m 只是其中的一种特例。让学生利用刚才的方法，得到一个代数式的结果。把 $r=1$ m 代入，与前面的结果相符，以此检验这个代数式的正确性。

（2）“做一做”，只是例题的简单变式，只是给出的是圆的直径而不是半径，解题思路没有变化。

（3）“生活中的数学”向学生展示了一些生活中司空见惯却不曾引起我们深思的现象——为什么我们周围很多东西的平面轮廓都是圆形的？车轮做成圆形、车轴安装在圆心处是利用了同一圆的半径都相等的原理，这样开起来平稳。井盖做成圆形是利用了同一圆的直径都相等的原理，这样，井盖不会掉进井里，而长方形的盖子很容易从对角线处掉下去。这样的材料，能激发学生探究数学原理的兴趣，加深对数学应用价值的体会。


回顾与反思

如果两个圆的半径都是 r，结果又是怎样的？

左图：$(2r)^2-3.14\times r^2=0.86r^2$

右图：$3.14\times r^2-\left(\frac{1}{2}\times 2r\times r\right)\times 2=1.14r^2$

当 $r=1$ m 时，和前面的结果完全一致。

答：左图中正方形与圆之间的面积是 0.86 m²，右图中圆与正方形之间的面积是 1.14 m²。

做一做

右图是一面我国唐代外圆内方的铜镜。铜镜的直径是 24 cm。外面的圆与内部的正方形之间的面积是多少？

◎ 生活中的数学 ◎

如果你仔细观察就会发现：我们周围很多东西的平面轮廓都是圆形的，如车轮、马路上的大多数井盖……这是为什么呢？

车轮平面轮廓采用圆形，是利用同一圆的半径都相等的性质，把车轴装在车轮的圆心上。当车轮在地面上滚动的时候，车轴离地面的距离总是等于车轮的半径，因此只要道路平坦，车子就会平稳地在地面上行驶。试想一下，如果车轮是正方形的，为了保持车辆的平稳行驶，道路应该是什么样子的呢？

井盖平面轮廓采用圆形的一个原因是圆形井盖怎么放都不会掉到井里，并且能恰好盖住井口，这里利用了同一圆的直径都相等的性质。

70

教学建议

（1）引导学生养成在“回顾与反思”进行进一步讨论的习惯。

对于问题解决而言，不应把目标简单地设定于解决一个具体的问题，而应着眼于问题解决一般性能力的培养。以一个具体问题的结果为基础，进一步延伸思考，是问题解决能力的重要方面，这也是合情推理能力的重要体现。因此，教材在“回顾与反思”阶段，引导学生把特殊结论一般化，使学生看到，不管圆的大小如何改变，外切四边形与圆之间的面积都是半径平方的 0.86 倍，而内接正方形与圆之间的面积都是半径平方的 1.14 倍。对于同一个圆而言，两个正方形之间的面积是半径平方的 2 倍。

（2）引导学生发现生活中的数学。

教材上的“生活中的数学”介绍了圆在生活中的广泛应用。教学时要试着让学生解释一下车轮做成圆形和井盖做成圆形的主要原因，老师也可以搜集相关的资料加以说明。还可以借助课件，演示车轮是正方形或车轴不在圆心时的行驶状态。

在此基础上，要引导学生善于用数学的眼睛去观察日常生活中一些习以为常的现象，发掘其中的数学原理。

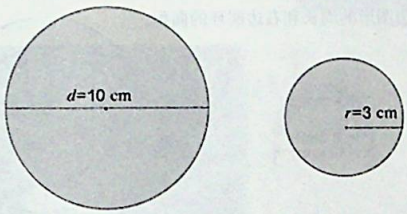
微信公众号：电子课本大全

练 习 十 五

1. 完成下表。

半径	直径	圆面积
4 cm		
	9 cm	
	6 cm	
20 cm		

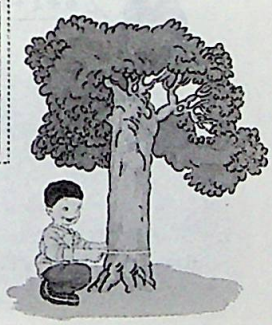
2. 计算下面各圆的周长和面积。



3. 公园草地上一个自动旋转喷灌装置的射程是 10 m，它能喷灌的面积是多少？



4. 小刚量得一棵树干的周长是 125.6 cm。这棵树干的横截面近似于圆，它的面积大约是多少？



编写意图

（1）第 1、2 题，是圆的周长和面积计算的基本巩固练习。

（2）第 3 题，要使学生理解自动旋转喷灌装置所在的位置就是圆心，最远的射程就是圆的半径，旋转时喷灌覆盖到的草地面积就是半径是 10 m 的圆的面积。

（3）第 4 题，根据圆的周长求圆的面积，需要先根据圆的周长求出直径或半径，然后再求圆的面积。此题给学生展示了一种特殊情况，即当无法直接测量圆的半径或直径时，可以先测量出圆的周长，通过转换的方法求出圆面积。这也为学生解决实际生活中的类似问题提供了方法。

教学建议

（1）应要求学生牢固掌握基础知识和基本技能。

在这些习题中，有一些是已知半径或直径求圆面积的题目，有一些是已知圆的周长求面积的题目。这些都是最基本的数学知识和技能，应当要求学生牢固掌握，既要提高正确率，又要提升解答的速度。在计算半径的平方时，要尽可能地减少错误。在运用公式时，要分清何时用半径，何时用直径。

（2）引导学生把生活问题转化为数学问题，学会用数学语言来描述生活问题。

圆的应用与生活紧密结合。在解决生活中的实际问题时，要引导学生建立起生活语言与数学语言的对应关系。例如，第 3 题，根据示意图，理解旋转喷灌的原理，看到喷灌到的草地是一个圆，这个圆的半径就是“最远射程”，即 10 m。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 5～8 题是关于圆环及其变式的巩固练习。

第 5 题，给出生活中的圆环实例——玉璧，让学生计算面积。需要注意的是这儿给出的都是直径，需要先求出半径。

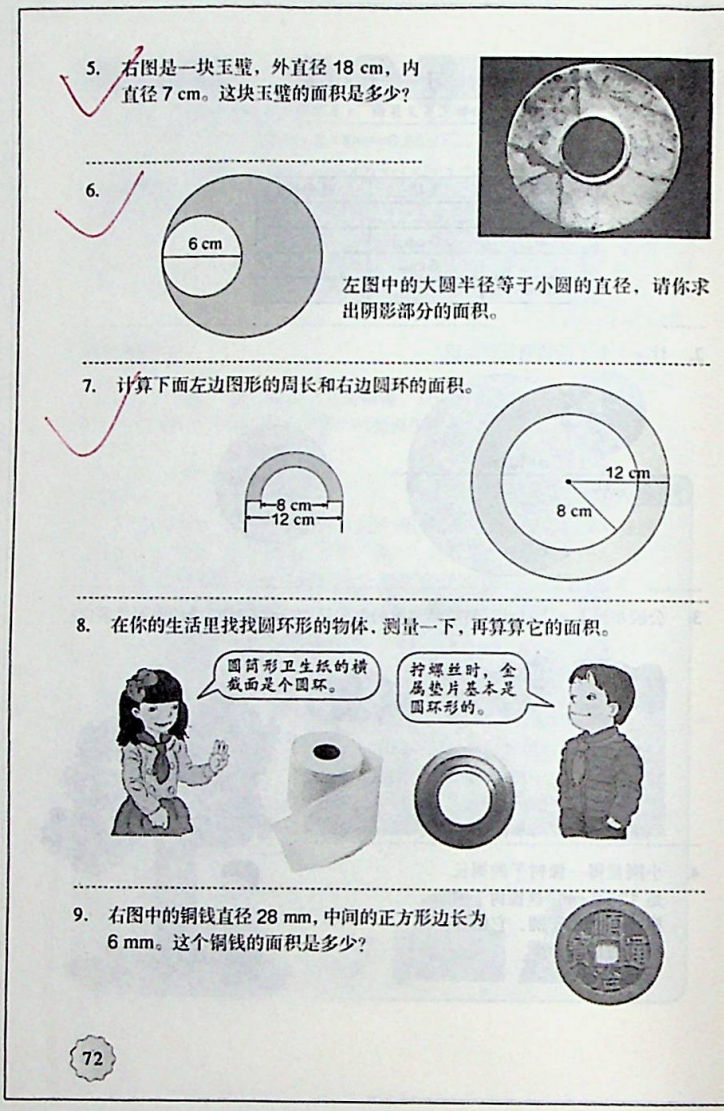
第 6 题，是圆环的变式。只要是在大圆内部挖去一个小圆，求剩下多少面积，计算方法都和求圆环面积相同。

第 7 题，左图是求周长，右图是求面积。左图是一个半圆环，它的周长是由大圆周长的一半、小圆周长的一半与两个圆环宽度相加得到的，其中圆环宽度需要学生根据图中的尺寸计算得到。

第 8 题，让学生寻找生活中的[illegible]环，先测量尺寸，再计算面积。[illegible]面可以发展学生的动手能力，[illegible]方面帮助学生形成用数学的眼[illegible]观察生活的习惯。

（2）第 9～14 题，是圆的知识与生活实例相结合的一些综合应用。

第 9 题，铜钱也是一个外圆内方的典型素材，只不过正方形不是圆的内接正方形，圆的直径与正方形的对角形没有直接的联系。



教学建议

（1）引导学生仔细观察，根据具体情况正确、灵活地解决相关问题。

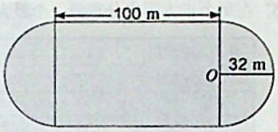
例如，第 6 题，要克服圆环中大小圆为同心圆的思维定式，避免产生“因为不是圆环，所以不会求面积”的问题。使学生通过推理，理解这一类变式与圆环的面积计算方法的一致性。第 7 题，要求左图中半圆环的周长，需要看清这一周长由哪些部分组成。第 9 题，虽然也是“外圆内方”，但和例 3 的情形又有不同，需要学生具体情况具体分析，不可“照搬套路”或直接套用例 3 的结论。

（2）着力于培养学生在生活中发现数学的意识和能力。

第 8 题，可布置学生回家进行实践，找出尽可能多的圆环状物体，教师择机安排时间组织交流。使学生在此过程中提高实践能力，感受生活中处处有数学，学会从数学的角度去观察和认识我们的生活。

微信公众号：电子课本大全

10. 一个运动场如右图，两端是半圆形，中间是长方形。这个运动场的周长是多少米？面积是多少平方米？



11. 右图中的花瓣状门洞的边是由 4 个直径相等的半圆组成的。这个门洞的周长和面积分别是多少？

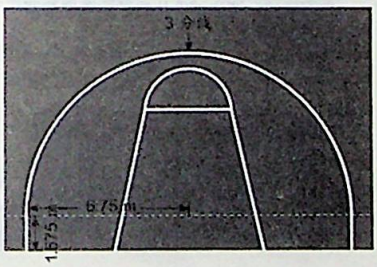


12. 

土楼是福建、广东等地区的一种建筑形式，被列入“世界物质文化名录”，土楼的外围形状有圆形、方形、椭圆形等。有两座地面是圆环形的土楼，其中一座外直径 34 m，内直径 14 m；另一座外直径 26 m，内直径也是 14 m。两座土楼的房屋占地面积相差多少？

13. 一个圆的周长是 62.8 m，半径增加了 2 m 后，面积增加了多少？

14. 篮球场上的 3 分线是由两条平行线段和一个半圆组成的。请你根据图中的数据计算出 3 分线的长度和 3 分线内区域的面积。（得数保留两位小数。）



编写意图

（1）第 10 题，是计算组合图形的周长和面积，其中，长方形的宽和圆的直径相等。在计算这个运动场的周长时，注意不要把长方形的两条宽计算在内。

（2）第 11 题，是一个花瓣状的门洞，它的边是由 4 个直径相等的半圆组成。这个门洞的周长，相当于两个直径 1 m 的圆的周长；这个门洞的面积，相当于两个直径 1 m 的圆的面积加上一个边长 1 m 的正方形的面积。

（3）第 12 题，外围形状是圆形的土楼，房屋的占地面积相当于一个圆环面积。

（4）第 13 题，先计算出原来的半径为 10 m，然后计算出增加长度后的半径，再求出面积，算出面积增加了多少。学生最容易犯的错误是把增加的面积想成半径为 2 m 的圆面积。

（5）第 14 题，是和篮球场的 3 分线有关的数学知识。3 分线是由半径为 6.75 m 的圆周长的一半和 2 条 1.575 m 长的线段组成的，3 分线内区域的面积相当于这个圆面积的一半加上一个长 13.5 m、宽 1.575 m 的长方形的面积。

教学建议

（1）引导学生体验数学与生活的联系。

在我们身边，到处可见圆形物体以及圆的各类应用，若能解决生活与圆的特征、周长、面积等紧密相关的实际问题，无疑会增强学生对数学与生活紧密联系的体验。例如，第 10 题，求运动场的周长时，可让学生回忆自己在运动场上跑一圈，跑的是哪条边；第 11 题，可让学生用手指描一描周长，指一指面积，学生对这个门洞的结构就一目了然。第 14 题，是篮球场上的数学问题，也可让学生想一想 3 分线的主要部分为何是一个半圆，使学生明白，这是为了保证在 3 分线上投篮的距离都是相等的。

（2）引导学生仔细读题，提高读图能力，并学会根据问题选择相应的、合适的信息。

运动场、花瓣形门洞、3 分线都是情况比较复杂的组合图形。解题时，首先要提高学生读懂图、会把图进行合理分解的能力。仔细分清要求的是周长还是面积，周长是由哪几条线组成的？面积是由哪几块组成的？具体情况具体分析，在此基础上选择合适的信息加以解答。

（3）合理使用计算器。

本单元有些圆的周长、面积计算，数字较多，计算比较烦琐，应允许学生使用计算器帮助计算比较复杂的题目。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 15* 题，是通过计算，探究正方形与它内部最大的圆（内切圆）的面积关系。教材通过几个特殊的正方形和内切圆的面积之比，发现这个比是一个固定值，再让学生任意设定正方形的边长，发现这个规律的一般性。事实上，这一结论通过例 3 也可以发现，如果圆的半径为 r，两者面积之比就是 $(2r)^2 : \pi r^2$，即 $\frac{4}{\pi}$。

（2）第 16* 题，是探讨当周长一定时，围成什么图形的面积最大。在小学阶段还无法严格证明周长相同的情况下圆的面积最大，但可以通过实验的方法，假设用这根绳子围成正方形、长方形、三角形、圆等，分别计算出它们的面积，就会发现围出的图形中圆的面积最大。

（3）第 17* 题，是直接应用第 16* 题的结论来解释生活中的一些现象。例如，蒙古包做成圆形的是因为可以最大化地利用居住面积，植物根茎的横截面是圆形的，也是因为可以最大化地吸收水分。

15* 在每个正方形中分别画一个最大的圆，并完成下表。

正方形的边长	1 cm	2 cm	3 cm	4 cm	
正方形的面积					
圆的面积					
面积之比					



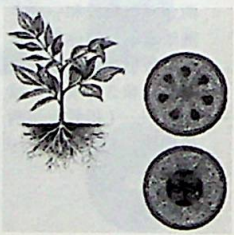
你发现了什么？请你自己再任意设定一个正方形的边长，在正方形中画一个最大的圆，看看是否也能得出相同的结论。

16* 有一根绳子长 31.4 m，小红、小东和小林分别想用这根绳子在操场上围出一块地。怎样围面积最大？



17* 为什么草原上蒙古包的底面是圆形的？为什么绝大多数的根和茎的横截面是圆形的？请你试着从数学的角度解释一下。





74

教学建议

（1）引导学生通过探究发现图形间关系的一些规律。

第 15* 题，可先让学生理解题意，独立完成表格。解答的方法在例 3 已经学过，不是难点。在计算出面积之比以后，发现各面积之比化成最简整数比后都是相等的。此时，可让学生再随意举例计算，进一步感受规律的一般性。教学时，对于接受能力强的学生，可进一步引导学生用抽象的方法加以证明。如果设正方形的边长是 $2a$，那么其内切圆的半径就是 a，正方形的面积是 $(2a)^2 = 4a^2$，圆的面积就是 πa^2，两者面积之比是 $4 : \pi$。

（2）培养学生用数学原理解释生活现象的意识和能力。

第 16* 题，教师可让学生把 31.4 m 当作周长，尝试围长方形、正方形、圆等（不需要过多地拓展至其他图形）。学生通过画图、计算，最后探究出结论：围成的圆的面积最大。

有了这样的结论，再让学生解释第 17* 题中的生活现象，也就迎刃而解了。

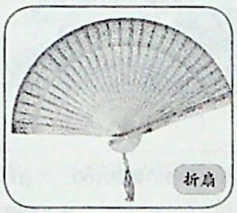
学生尝试着解释教材上的两种生活现象以后，还可以让学生再举出其他的一些例子，如装菜的盘子为什么经常要做成圆形的，杯子的横截面为什么大多数是圆形的，等等。

微信公众号：电子课本大全

4. 扇 形





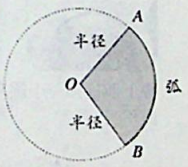


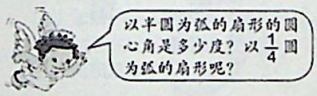


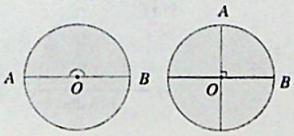
如右图，圆上 A、B 两点之间的部分叫做**弧**，读作“弧 AB”。一条弧和经过这条弧两端的两条半径所围成的图形叫做**扇形**。图中涂色部分就是扇形。

像 $\angle AOB$ 这样，顶点在圆心的角叫做**圆心角**。

可以发现，在同一个圆中，扇形的大小与这个扇形的圆心角的大小有关。







编写意图

（1）教材呈现了三个名称中含有“扇”的物体，引出问题：什么是扇形？这样的引入方式，把扇形这个数学名词与学生已有的生活经验建立联系，有助于激发学生的研究兴趣。

（2）教材结合图示，以直接介绍的方式，揭示了“弧”“扇形”“圆心角”等术语的含义。事实上，扇形就是弧和圆心角所组成的图形。《几何原本》中这样定义扇形：由顶点在圆心的角的两边和这两边所截一段圆弧围成的图形叫做扇形。

（3）扇形的大小与圆心角的大小紧密相关，也与所在圆的半径大小有关。到第七单元学习扇形统计图时，还用到了各部分扇形的大小占整个圆的百分数。这些，需要学生直观感知并理解，但总体要求并不高，例如，扇形统计图中没有提出计算各扇形圆心角的明确要求。因此，教材上只列出了两类特殊的扇形：半圆为弧的扇形对应的圆心角是 $180°$，$\frac{1}{4}$ 圆为弧的扇形对应的圆心角是 $90°$。

教学建议

（1）合理把握扇形概念教学的要求。

《标准（2011 版）》中对扇形教学的要求是“知道扇形”。“知道”相当于“了解”，它是一个比“理解”（“认识”）行为水平要求更低的一个动词。“了解”的要求仅是“能用实例说明对象的特征，或者能根据特征辨认和举例说明对象”。为此，教学时，可结合具体图示，逐一介绍这些基本概念。学生只要能看得懂、听得懂、讲得出，能在图上找得出相关对象，知道圆心角和半径都在变化时，扇形大小也在随着变化，就可以了。

（2）帮助学生直观认识扇形与圆心角之间的联系。

圆心角变大（小），扇形就变大（小）。这种联系，虽说简单，但是如果想使学生印象深刻，应当采取直观、动态的方式进行教学，效果会较好。教师可准备好一个活动角，活动角边的长度与黑板上所画圆的半径相等。在介绍圆心角时，可把这个活动角贴在黑板上，如此，通过把圆心角变大或变小，就可在黑板上形象、动态地呈现扇形大小的变化。当然，这个过程也完全可以通过课件形式来呈现。利用这个活动角，特殊的扇形（圆心角 $90°$、$180°$），也可清晰地展现。

微信公众号：电子课本大全

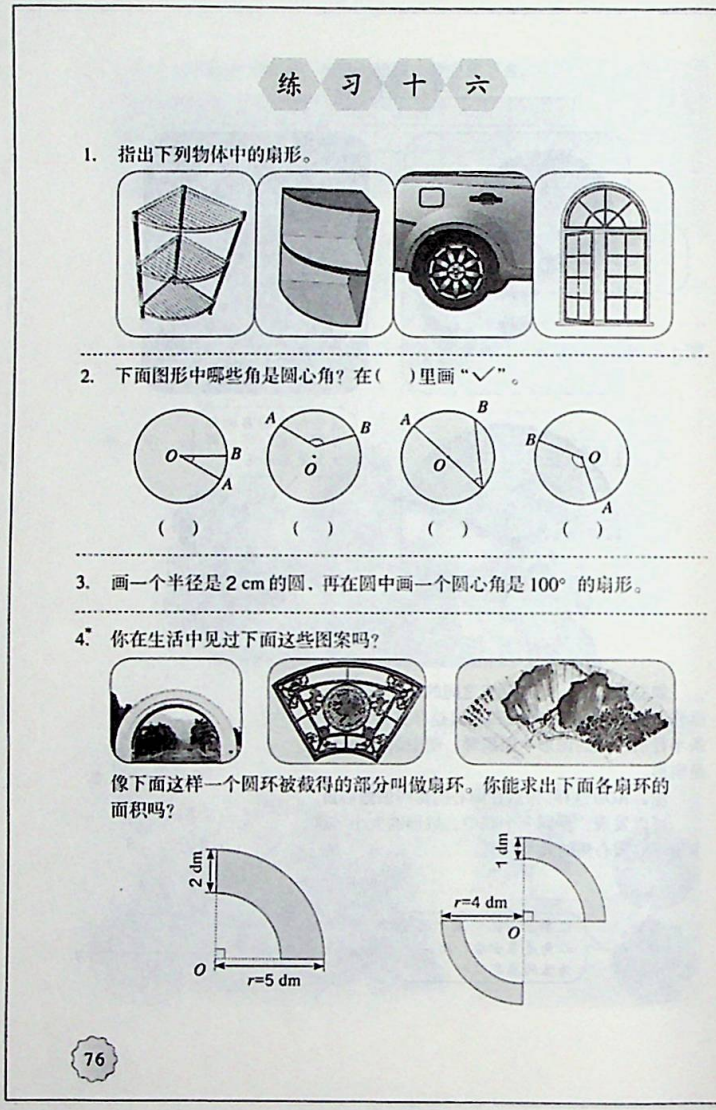
编写意图

（1）第 1 题，要求学生辨认出实际物体中的扇形，体会扇形在生活中的广泛应用。同样的物品，可以从不同的角度来讨论。比如汽车的轮胎，在认识圆的时候，把轮胎上的辐条看成半径，使学生看到所有半径都相等，而在此题中，引导学生观察到这些辐条把圆分成 9 个相同大小的扇形（甚至可让学生研究一下每个圆心角是 20°）。而$\frac{1}{4}$圆、半圆这些学生经常接触的概念，也可以从扇形的角度重新认识。

（2）第 2 题，是强化对圆心角概念的理解，这也是扇形概念的又一次深化。要求学生能说得出某些角不是圆心角的理由。

（3）第 3 题，是基本技能的训练。把画圆和画角结合起来，就是指定圆心角度数的扇形。既能增强对扇形概念的理解，又能培养学生的作图能力。

（4）第 4* 题，介绍扇环知识。扇环就是圆环的一部分，其面积大小与内外半径长短、圆心角大小有关。第 2 小题既可以分别计算两部分面积，也可以通过旋转，把它转化成圆心角是 180°的扇环。



练 习 十 六

1. 指出下列物体中的扇形。

2. 下面图形中哪些角是圆心角？在（ ）里画“√”。

（ ） （ ） （ ） （ ）

3. 画一个半径是 2 cm 的圆，再在圆中画一个圆心角是 100° 的扇形。

4.* 你在生活中见过下面这些图案吗？

像下面这样一个圆环被截得的部分叫做扇环。你能求出下面各扇环的面积吗？

2 dm
r=5 dm
1 dm
r=4 dm

76

教学建议

（1）引导学生发现生活中的数学。

扇形、扇环，在生活中随处可见，但在学习这部分知识之前，学生很少注意到这些生活场景中的数学元素。本练习中的第 1 题和第 4 题就引导学生养成从数学的角度观察生活的习惯。第 1 题中，还可以说说扇形物体的好处。例如，利用墙角的直角放个扇形状的柜子或搁物架，既充分利用了空间，又不会挡道。第 4 题中的扇环还有外形美观的特点。

（2）指导学生初步学会画扇形。

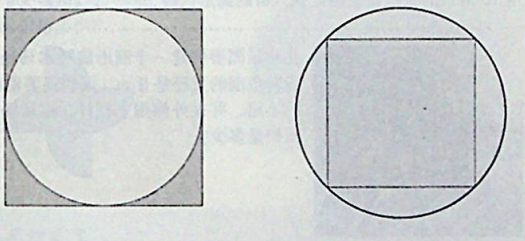
画扇形，用到的知识与技能，仅与圆的画法和角的度量有关，相对简单。在扇形、圆心角概念教学之后，教师可以指导学生尝试画扇形。可以先让学生任意画一个扇形，标上字母，指一指、说一说其中的弧、圆心角等，进一步体会扇形的组成。然后可以提高要求，如练习十六第 3 题，画出指定半径和圆心角的扇形。在学生画好之后，组织交流，帮助学生掌握画扇形的步骤和注意点。

微信公众号：电子课本大全

整理和复习



1. 请你找出下列圆的圆心和直径。



2. 一个圆形餐桌面的直径是 2 m。
（1）它的面积是多少平方米？
（2）如果一个人需要 0.5 m 宽的位置就餐，这张餐桌大约能坐多少人？
（3）如果在这张餐桌的中央放一个半径是 0.5 m 的圆形转盘，剩下的桌面面积是多少？

77

编写意图

（1）教材先引导学生归纳整理本单元所学的和圆相关的基本知识，加深对圆的特征的理解，巩固有关圆的周长和面积的计算方法，加深对扇形的认识。通过回顾梳理，提升学生对本单元所学知识的掌握水平，培养学生总结、归纳的能力。

（2）第 1 题，让学生根据圆与外切正方形、内接正方形的关系找出圆心和直径，实际上是对正方形、圆的轴对称性的理解与应用。由于正方形有 4 条对称轴，而圆有无数条对称轴。因此，第一个图，利用正方形横、纵两条对称轴相交，找到圆心和直径，第二个图，利用正方形两条对角线相交，找到圆心和直径。通过这样的活动，可以加深对两种图形轴对称性以及互相之间关系的理解。

（3）第 2 题，是一道综合性较强的习题。通过解决圆形餐桌的大小、可坐人数、转盘外空余面积等问题，巩固对圆的周长、面积以及圆环面积的计算，进一步提高用数学知识解决生活实际问题的能力。

教学建议

（1）引导学生通过自主学习、合作交流等方式进行整理和复习。

教学时，可组织学生通过小组讨论的方式回顾本单元知识。在整理知识点时，教师应引导学生抓住本单元的知识脉络来理解：首先可回顾画圆的方法，在画出的圆上标出圆心、半径、直径，进而再研究这些要素的特点。然后再回顾圆周率的意义，从而整理出圆的周长和面积的计算公式。通过这样有条理的方式来梳理知识，可帮助学生对圆形成一个整体的认知结构，促进学生对圆的特性的整体把握，从而能在解决与圆相关的实际问题时融会贯通、灵活应用。

（2）提高学生将实际问题抽象成数学问题的能力。

教学第 2 题时，要让学生在理解每个问题含义的基础上，再选择合适的方法进行计算。例如，每人需要 0.5 m 宽的位置就餐，求餐桌一共能坐几个人，需要学生借助经验（或图示），理解这个问题实际上就是求圆桌四周的长度里包含了几个 0.5 m，这就需要先算出圆的周长。圆桌的中央放了一个圆形转盘，求剩下的桌面面积是多少，需要学生通过想象或画图，在头脑中形成圆环的表象，知道是求圆环的面积。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 3 题，要用到“去尾法”。10 m＝1000 cm，3.14×50＝157（cm），1000÷157≈6（个）。

（2）第 4 题，木马旋转范围的直径是 8 m，周边还要留出 1 m 宽的小路，那么这块场地的直径就变成了 8＋1＋1＝10（m），或者半径为 8÷2＋1＝5（m），以此求出占地面积。

（3）第 5 题，羊圈是依墙而建的半圆形，所以栅栏的长度就是半径 5 m 的圆周长的一半。扩建这个羊圈，直径增加 2 m，那么直径就变成了 5×2＋2＝12（m），半径为 6 m。然后计算两个半圆的面积差即可。

练 习 十 七

1. 你见过“驴拉磨”吗？如果驴绕着一个半径为 1.2 m 的圆走一圈，大约要走多少米？



2. 右图中的双面绣作品中间部分的画是一个直径是 20 cm 的圆。这幅画的面积是多少？



3. 用 10 m 长的铁条做直径是 50 cm 的圆形铁环，最多可以做多少个？

4.



儿童乐园要修建一个圆形旋转木马场地，木马旋转范围的直径是 8 m，周边还要留出 1 m 宽的小路，并在外侧围上栏杆，这块场地的占地面积是多少？

5. 一个羊圈依墙而建，呈半圆形，半径是 5 m。

（1）修这个羊圈需要多长的栅栏？

（2）如果要扩建这个羊圈，把它的直径增加 2 m。羊圈的面积增加了多少？



78

教学建议

（1）注重进一步夯实基础。

“整理和复习”的练习，强调综合性，但仍然要重视基础。对于根据直径、半径求圆的周长、面积以及已知周长求直径或半径等基础知识和基本技能，要进一步熟练掌握。只有基础扎实，才能从容应对各种“变式”。

（2）注重知识的综合理解与运用。

在本练习中，很多习题的解决需要综合运用本单元学习到的知识，也会用到以前所学过的一些知识和方法。教师要指导学生综合考虑问题，既复习巩固，又提升能力。如第 3 题，需要根据实际情况选择“去尾法”求近似结果。第 4 题，需要进行半径、直径间的灵活转换，涉及面积、周长的区分理解，在画出示意图时，还需要用到画圆、画圆环、标注数据等一些基本技能。第 5 题，羊圈栅栏长度、羊圈面积的计算，也涉及对圆周长的一半、半圆的面积等一些知识的理解和运用。

微信公众号：电子课本大全

6. 判断对错，对的画“√”，错的画“×”。

（1）圆周率π就是3.14。（ ）
（2）圆的半径扩大到原来的2倍，周长和面积也扩大到原来的2倍。（ ）
（3）半径相等的两个圆周长相等。（ ）
（4）两个圆的直径相等，它们的半径也一定相等。（ ）
（5）用4个圆心角都是90°的扇形，一定可以拼成一个圆。（ ）

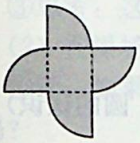
7. 如图，一台压路机的前轮直径是1.7 m，如果前轮每分钟转动6周，压路机10分钟前进多远？



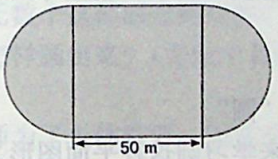
8. 如右图，街心公园有两块半圆形的草坪，它们的周长都是128.5 m，这两块草坪的总面积是多少？



9. 如图，中间是边长为1 cm的正方形，与这个正方形每一条边相连的都是圆心角为90°的扇形，整个图形的面积是多少？



10. 如图，学校操场的跑道由正方形的两条对边和两个半圆组成。小晨在操场上跑了5圈，一共是多少米？



本单元结束了，
你有什么收获？

成长小档案

★★★★★

通过圆的周长和面积公式的推导，我学到了化曲为直的方法。

圆在生活中的应用太多了，学会圆的知识可以解决许多实际问题。



编写意图

（1）第6题，是对一些基础知识的巩固。如区分圆周率π与3.14的关系，了解扇形与圆心角的联系和区别，理解圆的半径变化引起周长、面积变化的规律等。

（2）第7题，压路机轮子的截面是圆形的，周长为（3.14×1.7）m，每分钟转6周，10分钟前进的路程为3.14×1.7×6×10=320.28（m）。

（3）第8题，两块半圆形草坪的周长都为128.5 m，合在一起就是128.5×2=257 m，相当于一个圆的周长加上两条直径，也就是$3.14d+2d=5.14d$。那么用257÷5.14=50（m）即可求出直径，最后用$3.14\times(50\div2)^2$算出两块草坪的总面积。也可以先设草坪的直径为x m，通过列方程$3.14x\div2+x=128.5$求出直径，然后再计算面积。

（4）第9题，四个扇形合在一起正好是一个半径1 m的圆，这个圆的面积再加上边长为1 m的正方形面积，就是整个图形的面积。

（5）第10题，操场中间是个正方形，所以两个半圆的直径就是50 m，用圆的周长加上正方形两条边的长度，就是操场的周长，再乘5圈即可。

教学建议

（1）引导学生通过辨析，进一步深入理解某些概念和原理。

第6题中的判断题涉及到许多基本的数学概念，如第（1）题，要引导学生对圆周率的真值与近似值加以区别，第（5）题，扇形是由圆心角和弧共同组成的，半径不同时，弧长也不同，并非4个圆心角都是90°的扇形一定能拼成一个圆。还有一些题，涉及到一些基本的原理，如第（2）小题，要研究圆的半径扩大到原来的2倍时，它的周长和面积变化的规律。这里，不仅需要学生能熟练地计算周长、面积，要引导学生通过举例、对比来发现规律，探究原理。而结论本身也是一个重要的数学原理。

（2）引导学生通过各种变式，灵活思考，提高解决实际问题的能力。

与圆相关的实际问题错综复杂，信息呈现的方式也灵活多变。解决这些实际问题时，首先要引导学生把题意弄清楚，实现从实际问题到数学问题的转化。例如，第7题，要让学生明白，求压路机前进多远其实就是求转过了多少个截面的圆周长。其次，要分析所给信息与问题之间的联系。例如，第8题，要求草坪的总面积，就要先利用圆半径与半圆的周长之间的关系求出圆半径。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题 1：圆的认识

教学设计：徐晓靓。

教学内容：教科书第 57～58 页的内容。

教学目标：

1. 使学生学会用圆规画圆，认识圆的各部分名称，理解并掌握其特征。

2. 使学生经历操作、观察、思考等探索活动，提升动手实践能力，发展空间观念。

3. 使学生感受数学与生活的紧密联系，感受我国古代数学的博大精深。

教学重点：理解并掌握圆的基本特征。

教学难点：深刻认识圆的特征。

教学准备：PPT 课件，直尺，带圆孔的三角板，硬币和瓶盖等圆形物体，圆规等。

教学过程：

（一）从生活中引入圆

1. 出示生活中圆形物体的图片，让学生找“圆”。

2. 揭题：生活中到处都有圆，今天我们就来学习圆这种平面图形。（板书：圆的认识）

（二）在画圆过程中认识圆

1. 引入。

师：你会画圆吗？你能怎样画圆？

学生会说出很多画圆的工具，如带圆孔的三角尺、硬币、量角器、圆规等。

2. 以物画圆。

组织学生用硬币、瓶盖、带圆孔的三角尺画圆，然后呈现学生作品，问：你对这样的画圆方法有什么想法？学生会指出这样的画圆方法存在着一些局限：如画出的圆不太标准，大小受限制……

3. 用圆规画圆。

（1）引出画圆的常用工具——圆规，让学生试一下手中的圆规。

（2）提出要求。

①画一画：尝试在纸上画一个圆。

②想一想：圆规为什么能画圆？它有什么特别之处？

③比一比：用圆规画圆有什么优点？

（3）展示反馈。

①出示学生作品，讨论：圆规为什么能画圆，有什么特别之处？

学生会说有两个脚，其中一个脚上的针尖是用来固定的，另一个脚上的铅笔是可以画圆的；两个脚可以随意叉开；把一个脚固定，另一个脚就能旋转……

教师根据学生回答，择机介绍圆的各部分名称（圆心就是针尖这个点，半径就是圆规两个脚之间的距离，并介绍直径），并且用字母 O、r 和 d 来表示。

②学生介绍一下画圆的心得：针尖处要固定，手捏着上面的手柄有利于旋转。

微信公众号：电子课本大全

③出示没有画成功的作品，分析没有画成功或画得不太标准的原因：针尖没有固定住；旋转时，两脚叉开忽大忽小。

师：为什么一定要让圆规两脚之间的距离始终保持一致呢？

④小结。说说用圆规画圆的优点，感受其画圆的灵活（能大能小）、方便的特点。

（4）巩固运用。

师：在发给大家的白纸上（白纸大小一样），你有办法让全班同学所画圆的大小一样，而且画在同一个地方吗？

学生交流，组织活动，使学生体验圆心决定圆的位置，半径决定圆的大小。

4. 用其他工具画圆。

（1）用直尺画圆。

①师：用直尺画圆行吗？为什么？

②质疑：难道直尺真的不能画圆吗？让我们请电脑来帮忙画一下，课件呈现，学生观察。

课件演示：先确定一个固定点。用直尺确定一定距离，画一个点；转动直尺，距离不变，再画第二个点……

师：这些点再不断地增加，会出现什么情况呢？

课件演示：当画上无数个这样的点的时候，就形成了一个圆。

③思考：这个圆是怎样画出来？（无数个具有相同特点的点形成了一条曲线）

（2）在操场上画圆。

①师：如果体育老师为了上体育课，想在学校操场上画一个很大的圆，你能帮老师想个办法吗？

②学生独立思考后，讨论方法。

③师出示录像，学生观看，感受方法。

（3）古人画圆。

①出示古人的画圆器（如右图），引导学生观察。



②学生解释古人画圆的原理。

5. 归纳特征。

（1）思考：用圆规画圆，用直尺来画点形成圆，用竹棒、绳子在操场上画圆和古代的画圆器，不同时代，不同的画圆工具，你觉得这些画圆方法中有相同的地方吗？

（2）学生讨论，交流。

教师出示：“圆，一中同长也。”

师：这是我国古代著名的思想家、教育家墨子在 2400 多年前写的一句话。谁来读读，你能读懂这句话吗？

（3）小结：短短的几个字就把圆的特点和画圆原理，点得明明白白。原来我国古代已经对圆这种平面图形有了一定的研究和概括了。

（三）活动中提升认识

1. 活动一：折折量量。

（1）提出活动要求。

①在纸上画一个半径是 2 cm 的圆，并剪下来，用字母标出圆的各部分名称。

②动手折一折，量一量，你有什么发现？可以把你的发现与同桌交流。

微信公众号：电子课本大全

(2) 反馈交流，进一步理解圆的特征。学生会说出圆有无数条半径和直径；直径是半径的2倍；圆是轴对称图形，有无数条对称轴……

2. 活动二：找找圆心。

(1) 出示一个圆形纸片（刚才“以圆画圆”的学生作品），提出问题：圆画好了，不过老师也遇到一个麻烦——找不到圆心了，你能帮老师想办法解决吗？

(2) 学生独立思考。

(3) 汇报，解释：对折再对折能找到圆心。

(4) 继续设问：如果是一个圆形硬币，折不了，能找圆心吗？（引出直径就是圆内最长的线段）

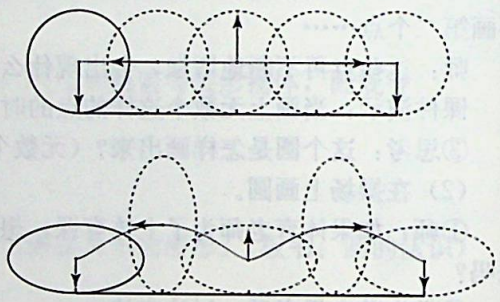
3. 活动三：车轮为什么做成圆形？

(1) 引入：我们的生活中经常用到圆，你能举出生活中的圆吗？

(2) 解释：车轮为什么是圆形的？

①学生讨论，说理。

②呈现课件（如右图）：圆形滚动和椭圆滚动、其中心运动轨迹的不同。



(3) (机动) 其他图形做车轮行吗？呈现正[illegible]形、正三角形等图形。（先让学生独立思考，[illegible]说想法；再引导学生理解它们的特点——一中不同长）

(四) 课堂总结

1. 师：通过这节课的学习，你有什么收获？

2. 小结：生活中广泛使用圆形，除了圆形一中同长和美观的原因，其实这其中还有很多的学问呢，以后我们将进一步学习圆。

课题2：圆的周长

教学设计：顾志能。

教学内容：教科书第62～64页的内容。

教学目标：

1. 使学生深刻理解圆周率的意义，理解圆周长的概念，理解并掌握圆周长的计算公式。

2. 使学生经历操作、探究、猜想等学习活动，体验转化、归纳的数学思想，提升数学思维的水平，感受数学文化的魅力。

教学重点：对圆周率的深刻理解，圆周长公式的推导。

教学难点：圆周率的探究。

教学准备：课件、圆形物体、尺、计算器等。

教学过程：

(一) 导入新课

师：前段时间我们学习了圆，今天我们继续研究它。关于圆，古人对它研究也很深。2400多年前，有一个著名的思想家叫墨子，他写了一本书，书上有一句话——小圆之圆与大圆之圆同。(课件呈现语句及大小两个圆。)

师：根据我们已学知识，你觉得小圆和大圆有哪些相同的地方？

微信公众号：电子课本大全

生1：它们都有圆心、半径和直径。

生2：不管大圆还是小圆，都是曲线围成的封闭图形。

生3：大圆和小圆，圆周率相同。

师：圆周率，怎么写？是什么意思？

（根据学生的回答，教师板书“圆周率”及“圆的周长和直径间的倍数”。）

师：圆的周长，它指的是什么？

生用圆形纸片、瓶盖等示意，说明“围成圆的曲线的长度叫圆的周长”，教师予以肯定，并板书课题“圆的周长”。

师：你们的意思就是说：在这两个圆里，圆的周长和直径间的倍数，也就是圆周率，是相同的。那么，这个倍数是几呢？（根据学生的回答，教师板书3.1415926…）

师：你是怎么知道这个结果的？（学生都说书上看到的。）

师：我也在书上看到过一句话。我国古代有一本著名的数学著作叫《周髀算经》，它在表示圆的周长和直径间的倍数时，用了“周三径一”这句话（课件呈现）。你猜猜，什么叫“周三径一”？

生：周长是直径的3倍。

师：那么，圆周率是3.1415926…，圆周率是3，到底哪个说法对呢？

（学生表达出不同的意见。）

（二）新知学习

1. 确定方法，自主探究。

（1）明确方法。

师：到底哪个说法对，你有什么办法来证明？

学生说思路：拿杯子盖等圆形材料，测量其周长和直径，再算一算，就知道哪个对了。

教师引导学生利用展台，展示测量周长的方法，有用线绕的，有将圆放在尺上滚的，在让大家初步体验“化曲为直”思想的同时，得出操作的步骤和注意点。

（2）动手实践。

学生小组合作，动手操作，测量有关数据，用计算器计算圆周率。

（3）学情反馈。

请多组学生汇报测得的数据和计算结果，教师在黑板上记录3.2、3.1555…、3.142857…、3.16153…、3.1666…等五花八门的答案。

2. 初步感知，加深疑问。

师：有没有得到3.1415926…的，有没有得到3的？（生都说没有得到。）

师：现在你觉得，“倍数是3.1415926…”“倍数是3”，这两种说法对不对呢？（学生都说前者对，后者不对。）

（1）第一层次。

师：为什么说“倍数是3”不对？

（学生用刚才的数据说理——每个数据都大于3，教师给予肯定，并以课件演示古人用一种非常简单的方法发现圆具有这样的特点。）

师：既然古人早已发现这个规律，却为什么用“周三径一”来表示周长和直径之间的关系呢？

生：这是一个近似值，是一个大致的倍数。

（2）第二层次。

微信公众号：电子课本大全

师：你们得到的结果都不是 3.1415926…，那你们为什么还说它是对的呢？

生：这是因为我们量得不精确。

师：如果量得很精确的话，就能得到这个结果吗？

（学生都认为只要测量得再精确些，就能得到这个结果。教师顺应情形，拿出一个圆盖，现场进行精细测量，并用计算器现场演示计算，得到 3.1714285714285…）

在学生情绪激动之时，教师再以课件呈现：2000 多年前，我国有一位数学家叫刘歆，他通过测量和计算，曾得到了 3.1547、3.1992、3.2031 等答案。

师：你有什么想法？

（学生意识到用做实验的方法，很难测量准确，因此得不到精确的结果）

师：实际上，用测量的方法，是永远无法得到这个答案的。

（在学生愤悱之时，教师适时地引出古人对圆周率的探究历程）

3. 深入感悟，理性认识。

（1）课件介绍。

刘徽的割圆术（介绍得较详细）——祖冲之算到 3.1415926 至 3.1415927 之间——阿拉伯数学家算到 17 位小数——1706 年英国数学家算到 100 位小数——1949 年美国科学家用计算机算出 2000 多位小数——1989 年美国科学家用计算机算出 4.8 亿位小数——2002 年日本科学家用计算机算出 12411 亿位小数。

师：人们发现，圆的周长和它直径之间的倍数，是一个无限不循环小数，但也是一个固定的数。这个数，是 3.1415926535897932…这个倍数，我们就把它叫做圆周率。

（2）介绍 π 及其写法、读法。

4. 理解原理，推导公式。

师：数学家千方百计算出了这个圆周率，这个圆周率，到底可以派什么用呢？

生：只要测量直径，用直径×圆周率来计算周长，不再需要去量曲线的长度了。

师：是的，圆的周长＝直径×圆周率。如果用 C 表示圆的周长，那么，$C=\pi d$。

师：如果告诉你半径，这个公式又该怎么写？

生：半径×2×圆周率。

师：是的，可以先算出直径，再算周长。也可以直接用 $C=2\pi r$ 表示。

引导学生读公式，记忆公式。

（三）练习巩固

1. 基本练习。

课件呈现直径 4 cm 的圆和半径 5 cm 的圆，请学生依据公式计算周长。

在反馈中，提示圆周率一般取 3.14，结果不再用“≈”表示……

2. 应用练习（略）。

微信公众号：电子课本大全

三、备课资料

1. 圆周率①

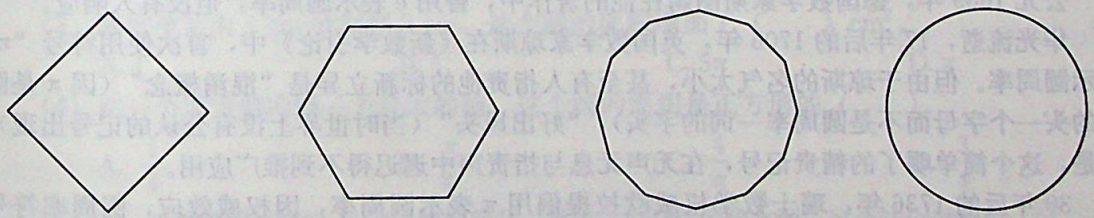
对于古代人来说，轮子是重要的发明。由于轮子的普遍应用，人们很容易想到一个问题：把一个轮子在平面上滚一整圈，可以滚多远？显然，轮子越大，滚得越远，但是滚的距离和轮子直径之间的比率是不是恒定的呢？

显然，最早的解决方案是测量。让轮子在路面上滚一整圈，测量一下滚动的距离和直径，可以发现比值略大于 3。这个过程不需要复杂的测量仪器，一根绳子就足够了。

只做一次试验不能说明问题。用不同尺寸的轮子做几十次试验之后，人们发现这是一个稳定的结论。最终，当许多人各自独立地测量之后，所有证据累积起来证明：滚动的距离与直径之比率是一个略大于 3 的固定值，这个值与轮子的大小无关。

以上检验粗略地证明了圆周率是一个常量，在此基础上我们可以考虑更精确的检验：在沙地上画一个大轮子，根据这个虚拟的轮子测量圆周率。在公元前 2000 年左右，巴比伦人用这种方法测得圆周率为 $3\frac{1}{8}$，换算成小数为 3.125。古埃及人的结论略微不同：$3\frac{1}{7}$，约等于 3.143。对于古代人来说这些值已经足够精确，因为圆周率主要应用于轮子，而古代的轮子并不是很圆。

但显然，对于醉心数学研究，力图开拓进取的很多古代的数学家而言，如此粗略的圆周率是远远不够的。阿基米德（公元前 287 年—公元前 212 年）深知用测量方法计算圆周率的局限性，他发明了更精致的计算方法。他发现，当正方形的边数增加时，这个正多边形的形状越来越接近圆（如图）。根据这个思路，圆相当于一个由许多条极短的边构成的正多边形——这个想法提供了计算圆周率的新途径。



相对而言，正多边形的边长容易计算，这是阿基米德方法的优越之处。然而，问题也很明显：如果正多边形的边非常多，当时计算水平的限制使得阿基米德无法完成计算；如果正多边形的边很少，计算的误差又太大。阿基米德面临一个具体的选择：正多边形多少条边才合适？他的结论是：正九十六边形就足够了。利用这个办法，阿基米德算出了 π 的近似值 3.1416。此外，他用内接于圆和外切于圆的两个正九十六边形为界，得出圆周率的精确值应在 3.1429 和 3.1408 之间。

公元 263 年，中国数学家刘徽在《九章算术注》中提出“割圆”之说，他从圆内接正六边

① [美] 泽布罗夫斯基. 圆的历史 [M]. 北京：北京理工大学出版社，2003：3—7. 引时略有删改。

微信公众号：电子课本大全

形开始，每次把边数加倍，直至圆内接正 96 边形，算得圆周率为 3.141024。书中还记载了圆周率更精确的值$\frac{3927}{1250}$（等于 3.1416）。刘徽断言“割之弥细，所失弥少，割之又割，以至于不可割，则与圆合体，而无所失矣。”

公元 466 年，中国数学家祖冲之将圆周率算到小数点后 6 位的精确度，这一纪录在世界上保持了一千年之久。同时，祖冲之给出了$\frac{355}{113}$（密率）这个很好的分数近似值，它是分母小于 16604 的分数中最接近 π 的。为纪念祖冲之对圆周率发展的贡献，日本数学家三上义夫将这一推算值命名为“祖冲之圆周率”，简称“祖率”。

目前，人类对圆周率的计算已达到小数点以后数十万亿位，而且根据计算机的能力我们很容易获得更高的精度，不过，这却也没有实际的用处，除了检验计算机的运算能力之外。

2. π 的来历①

公元 1647 年，英国数学家奥特雷德在《数学指南》一书中，首次创用符号“$\frac{\pi}{\delta}$”表示圆周长与直径之比的近似值$\frac{22}{7}$或$\frac{355}{113}$。为什么要用这种符号，他有理由地解释说：π 是希腊文 περιφερεια（圆周的意思）的第一个字母，δ 是 δι′αΜετρογ（直径）的第一个字母，当直径 δ＝1 时，$\frac{\pi}{\delta}=\pi$。他创用圆周率之理由，是欧洲古代文字缩写的家传法宝，形象地将圆周率的定义用两个字母表达出来，我们可称他为创用圆周率的先驱。

有趣的是，英国另一位数学家沃利斯在 1656 年出版的《无穷算术》一书中，也开始用符号表示圆周率。他用一个小方块□表示$\frac{4}{3.14149}$。也许当时找不到合适符号，就像中国古代字缺时用此记号表示缺的意思吧。当然，这是现代人的一种猜测。

公元 1689 年，德国数学家斯图姆在他的著作中，曾用 e 表示圆周率，但没有人响应。

华光流逝，17 年后的 1706 年，英国数学家琼斯在《新数学引论》中，首次使用符号“π”表示圆周率。但由于琼斯的名气太小，甚至有人指责他的标新立异是“混淆概念”（因 π 是圆周的头一个字母而不是圆周率一词的字头），“好出风头”（当时世界上没有公认的记号出现），于是，这个简单明了的精贵记号，在无声无息与指责声中迟迟得不到推广应用。

30 年后的 1736 年，瑞士数学权威欧拉提倡用 π 表示圆周率，因权威效应，圆周率符号“π”从此便开始风行全世界，成为国际通用符号了。

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的学习内容主要是圆特征的认识；圆周率意义的理解，圆周长和圆面积计算公式推导过程的理解；圆周长和圆面积计算公式的运用；一些与圆面积、周长有关的综合性的问题；

① 徐品方，张红. 数学符号史 [M]. 北京：科学出版社，2010：300. 引时略有删改。

微信公众号：电子课本大全

用圆规画圆，用尺规设计与圆有关的图案，画指定半径、圆心角的扇形；转化思想、推理能力及空间观念得到一定发展。因此，本单元的学习评价主要应围绕这些教学目标进行。

（二）评价样例

试题主要围绕圆的特征、圆周率的意义、圆周长和面积的计算、数学思想方法等方面进行设计。部分试题检测学生的动手操作能力，如画圆、与圆有关的图案设计、画扇形等。下面提供部分评价样例。

笔试样例

1. 填空题。

（1）用圆规画一个直径 20 cm 的圆，圆规两脚间的距离应是（　　）cm，画一个周长是 9.42 dm 的圆，圆规两脚间的距离应是（　　）dm。

（2）（　　）决定圆的位置，（　　）决定圆的大小。

（3）大圆和小圆的半径比是 3∶2，它们的周长比是（　　），面积比是（　　）。

（4）圆的半径是 2 cm，它的周长是（　　）cm，面积是（　　）cm^2。

（5）一个时钟的分针长 4 cm，当它正好走一圈时，它的尖端走了（　　）cm。分针扫过部分的面积是（　　）cm^2。

（6）在一个长 10 cm、宽 8 cm 的长方形内画一个最大的圆，这个圆的周长是（　　）cm。

（7）把一个圆分成若干（偶数）等份，分的份数越多，拼成的图形越接近于长方形，这个长方形的长相当于圆的（　　），长方形的宽就是圆的（　　）。

（8）用一根铁丝围成一个圆，半径正好是 5 dm。如果用这根铁丝围成一个正方形，正方形的边长是（　　）dm。

2. 选择题。

（1）一张圆形的纸，至少对折（　　）次，才能看到圆心。

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

（2）下列图形中，只有 4 条对称轴的是（　　）。

A. 长方形　　B. 等腰三角形　　C. 正方形　　D. 圆

（3）圆的半径由 2 cm 增加到 3 cm，这个圆的面积增加了（　　）cm^2。

A. 1　　B. 5　　C. 5π　　D. π

（4）在一个正方形内画一个最大的圆，这个圆的面积是正方形的（　　）。

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{4}{\pi}$　　D. $\frac{3}{4}$

（5）把一个圆形平均分成 16 份，然后剪开，拼成一个近似的长方形，这个转化过程中，（　　）。

A. 周长和面积都没变　　B. 周长没变，面积变了

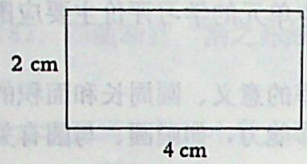
C. 周长变了，面积没变　　D. 不能确定

3. 操作计算。

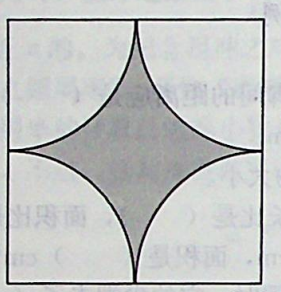
（1）请用圆规画一个直径 6 cm 的圆，再在圆中画一个圆心角是 120°的扇形。

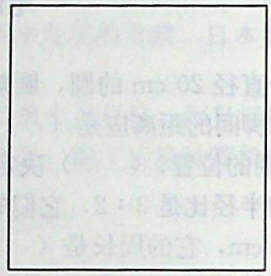
微信公众号：电子课本大全

（2）请在下图长方形内画一个最大的半圆，将其余部分涂上阴影，并求出阴影部分的面积。



（3）下边的图案你会画吗？请在空白正方形中画一个。





如果上题的正方形的边长为 4 cm，请计算阴影部分的周长与面积。

4. 解决问题。

（1）李叔叔有一个直径为 1.2 m 的旧圆桌，他打算在圆桌的边上钉上铁条，并给桌面油漆一下。

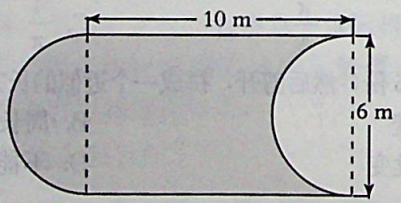
①李叔叔至少需要多长的铁条？

②需要油漆的桌面的面积有多大？

（2）在一个半径为 5 m 的圆形水池周围有一条宽 1 m 的环形小路，这条小路的面积是多少平方米？

（3）一个长方形与一个圆的面积相等。如果长方形的长和圆的直径都是 16 cm，那么长方形的宽是多少厘米？

（4）一块草地的形状如右图的阴影部分所示，这块草地的周长和面积各是多少？

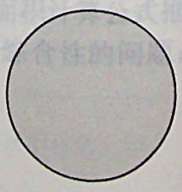


（5）李芳和张明从圆形场地的同一地点出发，沿着场地的边相背而行，4 分钟后两人相遇，李芳每分钟走 72 m，张明每分钟走 85 m。



①这个圆形场地的直径是多少米？

②它的占地面积是多少平方米？



微信公众号：电子课本大全

确定起跑线

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生了解田径场以及环形跑道的基本结构，学会综合运用圆的周长等知识来计算并确定 400 m 跑的起跑线。

2. 使学生经历观察、计算、推理等数学活动过程，发展综合运用数学知识解决实际问题的能力，体会抽象、推理等基本的数学思想。

3. 使学生体会数学知识在生活中的广泛应用，增强数学学习的积极性。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

“确定起跑线”是在学生掌握了圆的概念和周长等知识的基础上设计的一个综合与实践活动。一方面，使学生体会到，数学在生活中无处不在，在各个生活领域，随处都能发现数学问题，培养学生用数学的眼光看待生活、发现生活中数学问题的习惯；另一方面，使学生学会应用所学的数学知识解决生活中的实际问题，进一步提高问题解决的能力。

这一活动包含了图形的认识、测量、数据调查、计算、推理等多方面的数学知识与技能，具有较强的综合性。同时，让学生经历发现和提出问题、分析和解答问题的过程，积累相应的数学活动经验，体会和掌握数学抽象、数学推理等基本的数学思想。

本活动主要由以下三个部分组成。

（1）发现和提出问题。

教材以 400 m 跑为背景，呈现起跑时的真实情况，引导学生发现生活问题：为什么都是跑 400 m，运动员要站在不同的起跑线上？使学生通过对起跑线位置的关注和思考，进一步提出更多的数学问题，例如：是不是起跑线在前面的选手跑的路程更短些？比赛是公平的，每个人跑的路程应该同样长，那为什么起跑线是不同的呢？难道每条跑道的终点线也设置得不同？引导学生根据生活经验发现：终点是相同的，但外圈和内圈的长度是不同的。如果起跑线相同的话，外圈的同学跑的距离长，不公平。所以外圈跑道的起跑线位置应该往前移。在此认知基础上，很自然地提出本活动的核心问题：各条跑道的起跑线应该相差多少米？即如何确定每条跑道的起跑线。

（2）分析和解决问题。

教材第 80 页第二幅图中呈现了小组同学测量有关数据的场景，旨在帮助学生了解一个标准运动场环形跑道的结构以及各部分的数据：标准运动场中间是个长方形，两边分别是两个半圆。长方形的长是 85.96 m，宽是 72.6 m。跑道是由一些平行线段和一些同心的半圆组成的。这些平行线段的长度是 85.96 m，最内侧半圆的直径为 72.6 m，越往外侧，半圆的直径越大，每条跑道宽度为 1.25 m。短跑比赛时，不允许变更跑道，但在过弯道时，选手一般会贴着跑道内侧跑，因为这样距离最短。

微信公众号：电子课本大全

学生对已获得的数据进行整理，通过讨论明确以下信息：① 两个半圆形跑道合在一起就是一个圆。② 各条跑道直道长度相等。③ 每圈跑道的长度等于两个半圆形合成的圆的周长加上两个直道的长度。

在学生明确解决问题的思路和方法后，教材在第四幅图中给出了一个表格。通过让学生分别计算各条跑道的半圆形跑道的直径、两个半圆形跑道的周长以及跑道的全长，从而计算出相邻跑道长度之差，确定每条跑道的起跑线。在计算时，有的学生是分别先计算出每条跑道中半圆的半径，再计算出圆周长，再计算出跑道长度，计算比较烦琐。而有的学生发现相邻跑道的长度之差只体现在圆的周长之差，相邻两个圆的周长之差都相等，即 2.5π m。这样，通过推理，每往外一圈，跑道的长度就多 2.5π m，为了保证比赛公平，每往外一圈，起跑线就要往前挪 2.5π m。

（3）发现和提出新的问题。

问题解决不应止于解决某个具体问题，而应在此基础上引发进一步的思考。例如，教材在最后引导学生继续思考：200 m 赛跑中的跑道起跑线应如何设置？

2. 教材编排特点。

本活动在编排上有以下特点。

（1）注重综合性。

首先，本活动是数学学科与体育学科的综合。发现现实生活或其他学科中的数学问题，并用所学的数学知识把这些问题解决，是数学学习的一个重要特点，也是一个重要的目标。体育比赛中涉及到各种各样的数据，例如，短跑的成绩用时间表示，涉及到比“秒”还小的时间单位；跳高、跳远的成绩，涉及到长度单位；跳水比赛打分，涉及到平均数计算……

其次，在本活动中，综合了各种数学知识，如平行线和同心圆的知识、圆的周长计算、数据的收集、数学推理，等等。需要学生在解决问题的过程中综合运用各种知识与技能。

（2）注重实践性。

本活动中提供了让学生亲自测量相关数据的示范，体现了本活动的实践性。虽然学生测得的数据不一定准确，但如果在学校运动会期间，由体育老师带着学生一起来参与并体验测量、画线的过程，相信学生对数学的应用会有更加深刻的体会，也能真正体现“综合与实践”活动的实践性特点。

（3）注重培养学生发现和提出问题、分析和解答问题的能力。

短跑比赛中选手不在同一起跑线起跑的现象是学生非常熟悉的，但很少有学生去深究其中的原因。本活动以此问题切入，引起学生深厚的探究兴趣，在此基础上，主动思考跑道的长度是由哪几部分组成的，这些组成部分的长度各是多少，各条跑道之间的长度相差多少。整个问题解决的过程由问题引领，自然产生测量或搜集数据的需要。通过这样的过程体验，可以积累学生丰富的数学活动经验，提高解决实际问题的能力。

（三）教学建议

1. 借助学生的生活经验，自然提出问题。

六年级的学生对起跑线并不陌生，也知道在 400 m 跑道上进行 200 m、400 m 赛跑时，不同跑道上的运动员起跑的位置是不同的。但究竟是什么原因，学生可能很少从数学的角度去认真地思考。因而，在活动开始时，老师可以图片、投影片或多媒体课件等形式呈现田径场上的 400 m 跑道，并直接提出问题“为什么运动员要站在不同的起跑线上？”引发学生的思考和讨

微信公众号：电子课本大全

论，学生凭借日常的体育活动和观看体育比赛的经验应该能够很快地回答出“外圈跑道比内圈长。”教师可根据学生的回答适时地引出进一步研究的问题：“各跑道的起跑线应该相差多少米呢?”这个问题显然很难通过经验和观察直接得到，需要学生收集相关数据，具体分析起跑线的位置与哪些因素有关。

如果有条件的话，也可以设计成实践性较强的活动形式。例如，可以在运动会前由体育老师带领，经历一下给跑道画起跑线的过程。在画起跑线的过程中，直接面临一个现实问题：应该在哪儿画起跑线？每个跑道的起跑线的具体位置在哪儿？这样的方式，更能使学生体会解决这一问题的现实意义。

2. 教师可以帮助学生提前搜集相关数据。

收集运动场相关数据时，教材中给出了小组合作实地测量的情境。由于不同田径场的规格可能有所不同，而且进行实地测量需要花费较多的时间，同时测量还可能会产生误差。实际教学时，并不一定必须带领学生去田径场实际测量跑道各部分的数据，可以让学生通过教材上提供的数据直接计算。老师还可就半圆形跑道的直径是如何规定的，以及跑道线的宽在这里忽略不计等问题向学生作一具体说明。

3. 引导学生灵活解决问题。

在计算相邻两条跑道长度之差时，既可以把每条跑道内侧跑道线的长度分别计算出来，再相减；也可以分析出相邻跑道的长度比较中，哪些部分是不变的，哪些部分是在变的，从而发现相邻两条跑道长度之差就是两个同心圆周长之差。这样，可以大大缩减计算量，使学生养成在分析的基础上主动选择便捷方法的习惯。

4. 教师可以介绍更多的体育比赛的知识。

在学生解决现实问题的同时，教师可以给学生介绍更多的体育比赛的知识，以扩展学生的知识面。例如，200 m 跑、400 m 跑时，由于赛程较短，运动员跑速快，为了保证公平和安全，不允许跨道跑。而到了 800 m、1000 m、1500 m 等中长跑时，由于赛程较长，运动员跑速较慢，允许跨道跑。当所有运动员都选择贴着内侧跑道线跑步时，各跑道之间的距离差也就不成为影响跑步成绩的因素了，因此，起跑线是一条弯弯的弧线。

5. 建议用 1 课时教学。

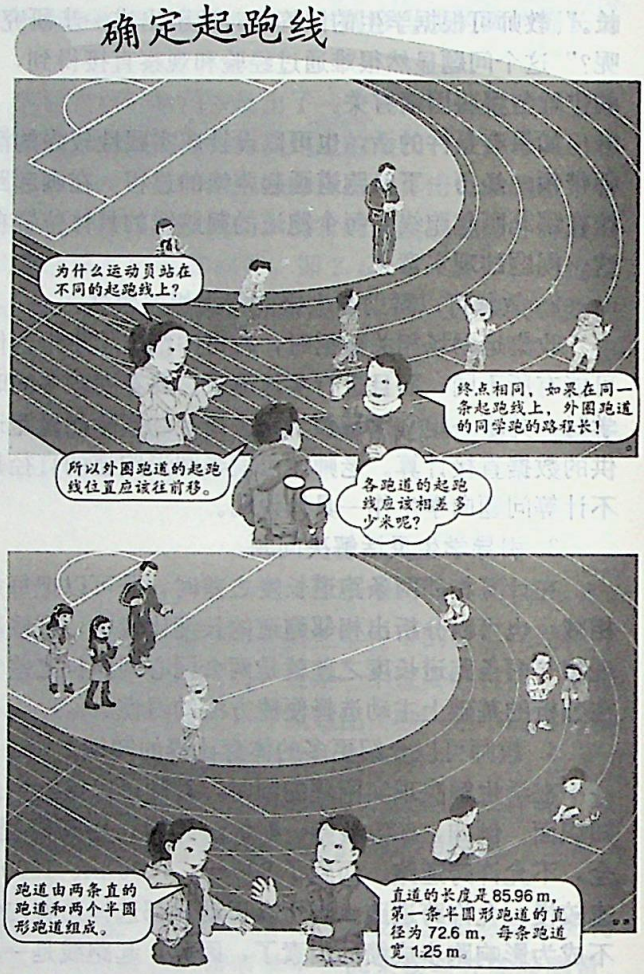
微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

（1）第一幅图，以学生熟悉的运动会场景为背景，引导学生发现问题：为什么400 m跑时，每条跑道的起跑线位置不同？进而引发思考：每条起跑路线相差多远？相邻跑道之间的距离之差都相同吗？

（2）第二幅图，在问题引领下，引导学生发现跑道是由哪些部分构成的，在此基础上，进一步搜集解决问题所需的相关数据资料。最内侧跑道线的长度，是一个长方形和两个半圆形所组成的组合图形的周长，半圆形的直径正好是长方形的宽。要求出最内侧跑道线的长度，就要知道长方形的长和宽。而要求出往外一圈一圈的跑道线的长度，需要知道跑道的宽度。这些数据资料可以由学生实际测得，也可以直接采用教材上所提供的信息。



教学建议

（1）关注学生问题意识的培养。

教师要有意识地培养学生发现生活中的数学问题的意识和习惯，提高学生的问题意识。教师可以出示多种400 m跑的比赛图片，如学校运动会、市级运动会、奥运会，使学生发现不管运动会的规格如何，400 m跑时，各跑道的起跑线都不在同一条直线上。从而发现共同的问题，产生探究的欲望。

（2）根据实际情况，灵活调整活动方式。

教材提供的是标准运动场的情形，但实际教学时，如果采用的是学校运动场的素材，也许会有不同的形状或规格，例如，长方形的运动场。教学时，可以灵活处理。例如，先解决教材上的问题，再让学生根据学校运动场的实际情况来解决更实际的问题：我们学校要进行400 m比赛，如何确定各跑道的起跑线？此时，学生必须根据运动场的形状和尺寸进行实地测量并计算，这样也能够更好地体现“综合与实践”的实践性。

微信公众号：电子课本大全



	1	2	3	4	5	6	7	8
直径 / m	72.6	75.1						
圆周长 / m	228.08	235.93						
跑道全长 / m	400	407.85						

编写意图

（1）在学生获得相关数据的基础上，让学生通过计算确定各条跑道起跑线应该相差多少。教材给出了运动场的抽象几何图示，使学生看到各条跑道线的长度是由直道的两条平行线段和弯道的两个相同半圆的长度相加得到，每往外一圈，直道的长度不变，而半圆的直径增加两个跑道的宽度。

（2）学生可以利用组合图形的有关知识分别计算出每条跑道线的长度，但这个过程比较烦琐。教材通过列表的方式使学生看到，最内侧路道线的长度恰好是 400 m，依次往外，相邻跑道线长度之差就是由于直径增加了 2.5 m 造成的圆周长的变化，即 2.5π。在此基础上，可以通过类推的方式很快地求出每条跑道线的长度。

（3）考虑到误差的原因，教材规定了π的取值，这样，通过两种方法计算出来的跑道线的长度误差较小。

（4）最后，教材又提出新的问题：如果是 200 m 跑，起跑线应如何确定？让学生继续探究。200 m 跑一般由一个弯道和一个直道组成，所以，相邻起跑线相差 1.25π 即可。

教学建议

（1）引导学生自行计算，解决问题。

组合图形的相关知识是学生已有的旧知，在获得相关数据的基础上，应放手让学生自行通过计算解决问题。由于数据的位数较多，应允许学生使用计算器。

（2）引导学生通过交流，发现简便方法。

有的学生用“两条直道长＋圆周长”分别计算出各条跑道线的长度，也有的学生在计算过程中发现规律，在计算出最内侧跑道线长 400 m 之后，往外依次加 2.5π，得到每条跑道线的长度。要引导学生通过交流、比较，选择运用灵活简便的方法解决问题，还能减少误差。需要说明的是，在前一种方法中，由于π的取值（π取 3.14159，是为了保证最内侧跑道线长计算出来更接近 400 m），导致有的相邻跑道线之间的长度差是 7.85 m，有的是 7.86 m，误差很小，可以忽略。

（3）进一步培养学生的问题意识。

在解决了 400 m 跑的起跑线问题之后，教师可以让学生想想：除了 400 m 跑，跑步项目还有哪些？这些项目的起跑线如何确定？引导学生提出 100 m 跑、200 m 跑、800 m 跑、1000 m 跑、1500 m 跑的起跑线问题。可以师生共同研究，也可作为课后继续探索的材料。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题：确定起跑线

教学设计：顾志能。

教学内容：教科书第 80～81 页。

教学目标：

1. 使学生了解田径场环形跑道的基本结构，学会综合运用圆的周长等知识来计算并确定环形跑道的起跑线。

2. 使学生经历观察、计算、推理等数学活动过程，发展运用知识解决实际问题的能力，体会抽象、推理等数学思想。

3. 使学生感受到数学知识在生活中的广泛应用，增强数学学习的积极性。

教学重点：不同跑道周长的计算和起跑线的确定。

教学难点：起跑线之间关系的推理。

教学过程：

（一）情境引入，提出问题

课件出示运动会 100 m 与 400 m 比赛的图片。

师：请判断一下，哪张图片是 100 m 比赛？哪张是 400 m 呢？

生：第一张是 100 m 比赛，第二张是 400 m 比赛。

师：你是怎样看出来的？

生 1：因为 100 m 比赛是在直道进行，400 m 比赛要跑一圈。

生 2：100 m 可以在一条起跑线上起跑，400 m 要在不同的位置起跑。

师：为什么 400 m 比赛运动员不站在同一起跑线上起跑呢？

生：因为他们的终点相同，如果在同一条起跑线上起跑，外圈运动员跑得长，内圈运动员跑得短，就不公平了。（全班学生赞同。）

师：是呀，正因为外圈运动员跑的路程长，所以外圈的起跑线要向……

生：要向前移一些。

师：外圈的起跑线和内圈的起跑线应该相距多少米呢？这就是我们这节课要研究的“确定起跑线”。（板书课题。）

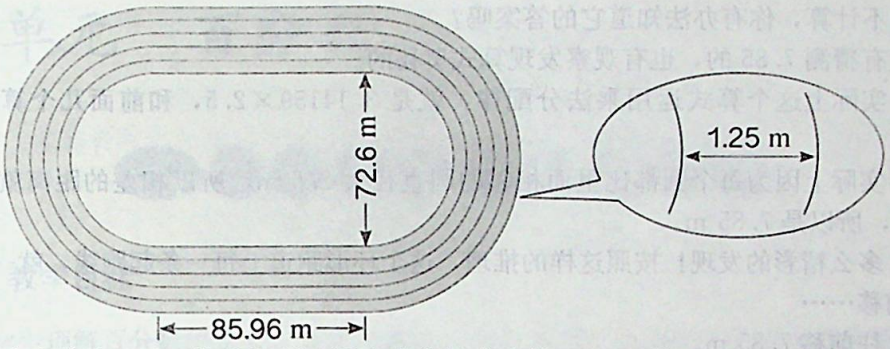
师：今天，我们就带着这些问题走进运动场，用我们以往所学的知识来研究、解决这些问题。

（二）自主探究，解决问题

1. 初次计算，积累经验。

课件出示田径场环形跑道平面图。

微信公众号：电子课本大全



师：请看跑道平面图，你觉得哪一圈跑道的长度会是 400 m 呢？

学生都猜是最内圈的跑道，教师告知这叫“第一跑道”，理解在这一跑道跑一圈，所跑路程可近似地看作就是最内圈跑道线的长度。

师：那这条跑道线的长度是不是 400 m 呢？我们可以怎么计算？

生：它可以看成是直径 72.6 m 的圆的周长，加上两个 85.96 m。

师：为什么可以这样想？

生：因为这个跑道两边的弯道，合起来正好是一个圆，两边的直道，都是 85.96 m，加起来就是跑一圈的长度。

教师组织学生列式计算（可用计算器，圆周率取 3.14159，得数保留两位小数），反馈得到如下算式：$3.14159\times72.6+85.96\times2\approx400.00$（m）。

师生确认第一跑道一圈的长度就是 400 m。（教师在课件上标注第一跑道的起跑线。）

2. 深入探究，发现规律。

（1）计算第二跑道的长度。

师：好，那我们现在来研究第二跑道。它的起跑线位置到底应该向前移动多少米呢？我们该怎么思考？

组织学生讨论，汇报。

生 1：只要把第二跑道的长度算出来，再减去第一跑道就行了。

生 2：第二跑道和第一跑道的直道长度是一样的，所以只要算出第二跑道弯道的长度，然后和第一跑道弯道长度比一下就可以了。（生一致认为这样的方法比较好。）

师：请你观察跑道图片，找到计算所需要的数据，自己计算一下。

反馈得到如下算式：$3.14159\times(72.6+2.5)-3.14159\times72.6\approx7.85$（m）。

（针对 2.5，引导学生理解这是原来的直径加上增加的 2 个 1.25 m 跑道宽而得到的。）

师：看来第二跑道的起跑线应该比第一跑道前移 7.85 m，这样，他们跑到终点时，所跑的长度才都是 400 m。（教师在课件上标注第二跑道的起跑线。）

（2）计算第三跑道的长度。

师：现在请你算一算第三跑道的起跑线。

学生计算。反馈得到如下算式：$3.14159\times(75.1+2.5)-3.14159\times75.1\approx7.85$（m）。

（教师在课件上标注第三跑道的起跑线。）

（3）引导观察、推理。

师：同学们，请看现在黑板上的算式，你有没有发现，如果我们现在要算第四跑道比第三跑道长多少米，只要怎样列式就可以了？

生：$3.14159\times(77.6+2.5)-3.14159\times77.6$。

微信公众号：电子课本大全

师：不计算，你有办法知道它的答案吗？

学生有猜测 7.85 的，也有观察发现算式奥秘的。

生：实际上这个算式运用乘法分配律，就是 3.14159×2.5，和前面几个算式是一样的道理。

生：实际上因为每个圆都比里面相邻的圆直径大 2.5 m，所以相差的距离就是圆周率乘 2.5 的值，所以是 7.85 m。

师：多么精彩的发现！按照这样的推理，这个环形跑道上每一条起跑线，就一定是比里面一道往前移……

生：往前移 7.85 m。

（教师在课件上标注第四、五、六、七、八跑道的起跑线。）

（三）知识迁移，灵活运用

师：在运动场上还有 200 m 的比赛，道宽还是 1.25 m，起跑线又该依次提前多少米？

组织学生独立思考，交流讨论，反馈。

生 1：我可以用前面算的 7.85 m 除以 2，是 3.925 m。

生 2：200 m 的比赛跑了 400 m 的一半，只跑了一个弯道和一个直道，相差的距离就是圆周率乘 2.5 的一半，也就是圆周率乘 1.25 的道宽就可以了。

……

（四）课堂总结，提炼经验（略）

微信公众号：电子课本大全

第六单元　百分数（一）

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生理解百分数的意义，会正确地读、写百分数，会运用百分数表述生活中的一些数学现象。

2. 使学生掌握小数、分数和百分数之间互化的方法。

3. 使学生在理解、分析数量关系的基础上，正确解决有关百分数的实际问题。

4. 使学生学会把分数的有关知识和技能迁移到百分数，体会类比的数学思想。

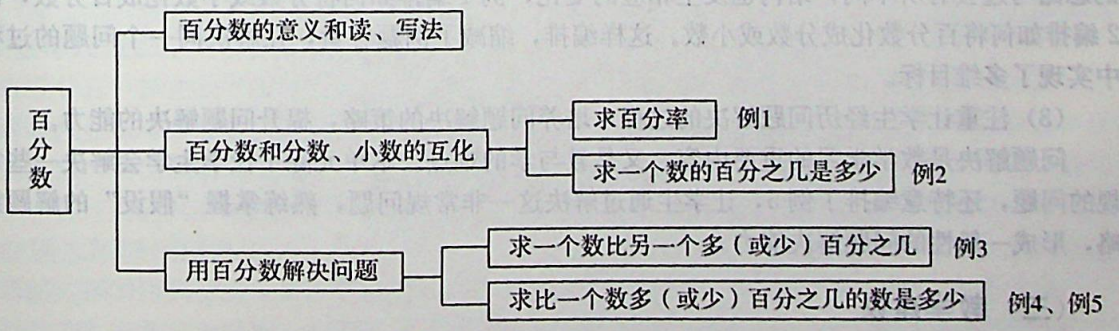
（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

百分数在生活中有着广泛的应用，人们常用百分数对事物进行描述、分析、统计、比较。虽然学生在日常生活中已经大量接触了百分数，但是对百分数的意义以及其应用价值的认识还处于模糊阶段。本单元在学生学习了整数、分数、小数相关知识的基础上，正式认识百分数。百分数表示的是一个数是另一个数的百分之几的数，因此，它是一种特殊的分数，有关百分数的计算与应用都可以由分数相关知识迁移过来。由于百分数与实际生活联系紧密，学习百分数对理解和判断生活中相关数据信息以及运用百分数解决日常生活中的实际问题有着重要的意义。

本次教材修订中，把百分数的内容分成两段，本册主要教学百分数的意义及一般应用，把折扣、成数、税率、利率等百分数的特殊应用编排在六年级下册。两段内容的着眼点有所不同，本册的教学重点是利用知识的迁移，认识百分数的意义及一般性应用，而下册的教学重点是了解百分数在生活中一些特殊领域的应用，更强调对其实际意义的理解。

具体编排结构如下。



从上图中可以看出本单元的内容分为三个层次。

一是认识百分数的意义和读、写方法。教材从日常生活中常见的百分数入手，请学生回忆在生活中什么地方还见到过这种形式的数，直接指出这样的数是百分数，并揭示百分数的意义。接下来，让学生结合具体实例，理解百分数的实际意义，学习读、写的方法。这样安排，

微信公众号：电子课本大全

体现了从生活素材引出数学知识的理念，让学生联系百分数在生活实际中的广泛应用来理解其意义。

二是在解决实际问题的过程中，教学百分数与分数、小数的互化方法。例 1 通过比较命中率这个现实问题引入，凸显把小数和分数化成百分数的必要性，让学生在计算的过程中自然地掌握分数和小数化成百分数的基本方法。同样地，例 2 让学生在解决“求一个数的百分之几是多少”这一实际问题的过程中，掌握百分数化成分数和小数的方法。

三是用百分数解决相关的实际问题。通过前面的学习，学生对百分数的意义以及百分数与分数的关系有了深入的理解，而“求一个数比另一个数多（或少）百分之几”和“求比一个数多（或少）百分之几的数是多少”都只是把分数问题中的“几分之几”换成了“百分之几”而已，数量关系完全相同。因此，教材引导学生主动沟通两者之间的联系，利用类比推理自主学习。例 5 是一个有趣的数学问题，引导学生用多种策略解决实际问题。这样的内容，既可以帮助学生更深入地理解百分数实际问题中的数量关系，又能使学生积累更多的问题解决经验，对提高学生的问题解决能力有着重要的意义。

2. 编排特点。

本单元教材在编排上具有以下几个特点。

（1）紧密联系生活实际，激活学生已有生活经验。

由于百分数就是分数的比率的意义在生活中应用的特殊例子，因此本单元选取的素材，注重从学生熟悉的生活实际出发。例如，从电脑安装程序格式化进度、衣服成分含量、销量增幅等生活中常见的例子引入百分数，并提示学生回忆是否在其他地方见过这样的数，激活学生已有的生活经验，引导学生理解这些百分数的实际含义。“你知道吗”中介绍的恩格尔系数、练习十八第 4 题的科学小资料、杂交水稻试验田的产量……既让学生感受到百分数在实际生活中无处不在，又拓宽了知识面，使学生深刻理解百分数的现实含义。

（2）以问题解决为驱动，教学百分数与分数、小数的互化。

以往教材对这部分内容的编排，一般采用先分别教学百分数与分数、小数的互化方法，再教学将这些方法应用于解决实际问题。这样的编排方式，不能使学生充分体会把百分数和分数、小数互化的必要性。此次修订，把百分数和分数、小数的互化与求一个数是另一个数的百分之几、求一个数的百分之几是多少结合起来，在解决问题的过程中凸显互化的必要性。编排的思路与过去有所不同，结构也发生相应的变化，例 1 编排如何将分数或小数化成百分数，例 2 编排如何将百分数化成分数或小数。这样编排，缩减了例题容量，在解决同一个问题的过程中实现了多维目标。

（3）注重让学生经历问题解决的过程，培养问题解决的策略，提升问题解决的能力。

问题解决是数学学习的重要内容，又是教与学的难点。本单元除了让学生学会解决一些常规的问题，还特意编排了例 5，让学生通过解决这一非常规问题，熟练掌握“假设”的解题策略，形成一般性的问题解决能力。

（三）教学建议

1. 加强知识之间的联系与沟通，培养学生迁移类推的能力。

百分数是一种特殊的分数，教学时要使学生理解百分数与分数的联系与区别。例如，分数在表示一种“量”的时候可以带单位，但百分数是只能表示两个量之间关系的一种“率”，因此，不能带单位。此外，百分号前面的数可以是小数，但一般情况下，分数的分子和分母都是

微信公众号：电子课本大全

以整数形式呈现的。既然百分数是分母为100的分数，在计算时就可以把分数的计算方法迁移过来。“一个数的百分之几”和“一个数的几分之几”在数量关系上是完全一致的，解决相关问题时，思考方式也是一致的。这样的联系，在教材上也有所提示，如第85页例2，让学生思考“求一个数的百分之几和求一个数的几分之几，意义一样吗?”教学中，要有意识引导学生主动沟通知识之间的联系，放手让学生在已有知识的基础上进行迁移类推。

2. 适当丰富学习素材，增强学生应用数学的意识。

百分数在生产和生活中有着广泛的应用，本单元在教材的编排上也很好地体现了数学与现实生活的联系。教学时，要充分利用这些资源，使学生在学习中不断感受数学与生活的紧密联系，体会数学学习的价值。教学时还可以适当地增加这样的现实素材，例如，教学百分数的意义时，除了教材上提供的信息以外，可以让学生在课前收集一些有关百分数的材料，在学生根据已有生活经验说出大量生活中百分数的实际含义的基础上进一步抽象出百分数的意义：百分数是表示一个数是另一个数的百分之几的数。

在练习设计上，教材提供了丰富的学习素材。教学中，也可以补充一些具有地方特色的、学生感兴趣的、富有时代感的素材，使学生进一步体会百分数与生活的联系。

3. 使学生经历问题解决的全过程，提高问题解决的能力。

让学生解决实际问题时，要体现《标准（2011版）》提出的发现和提出问题、分析和解决问题的教学目标。例如，教学例5时，直接出示“某种商品4月的价格比3月降了20%，5月的价格比4月又涨了20%”两个信息，学生会发现降价的幅度和涨价的幅度都是20%，进而自然地提出“经过降价和涨价后，价格是否没变呢?”然后制定策略，解决问题。通过学生之间的交流，发现规律，经过猜想、验证，获得一般性的结论。让学生参与问题解决的全过程，才能真正发展学生的思考力，提高问题解决的能力，才能在面对一个全新的问题时，找到切入点，一步一步加以解决，而不是“套模式，背公式”，变成“解题机器”。此外，在解决问题的过程中，要适当渗透数学思想方法，如假设的方法、代入的方法、抽象的思想等，以进一步提升学生的数学素养。

4. 建议用9课时教学。

微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议

编写意图

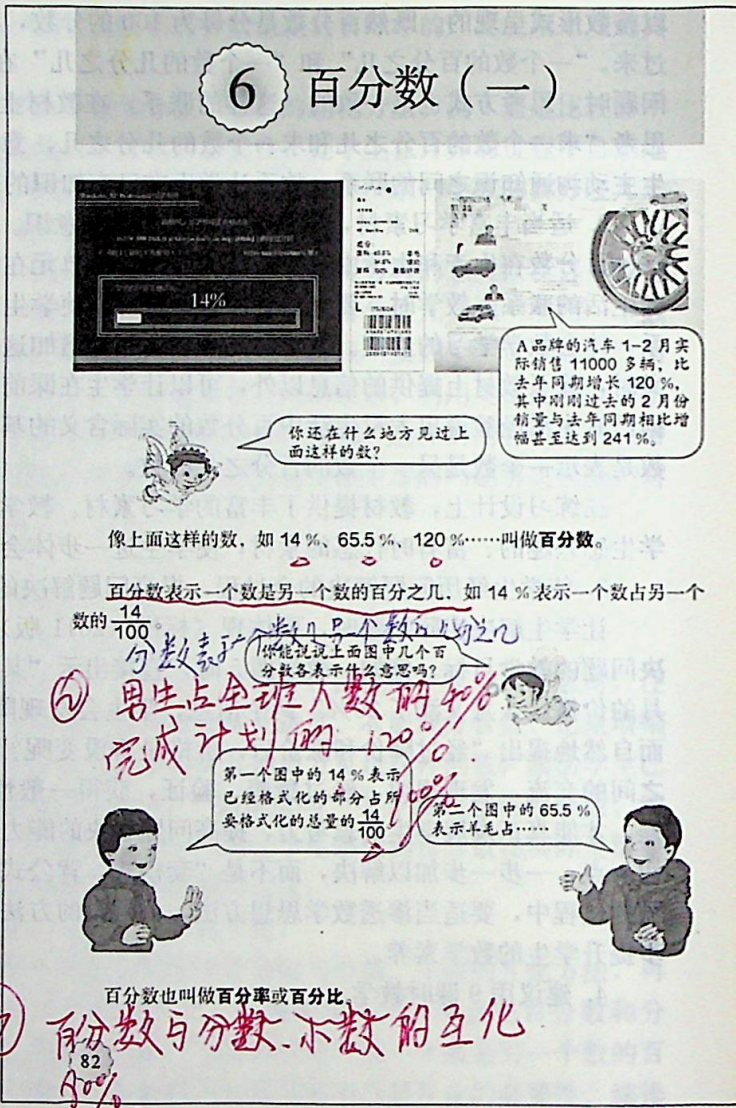
（1）教材呈现安装程序格式化进度、服装面料和里料的成分、汽车销售情况的百分数，旨在突出百分数在生活中的广泛运用。

（2）教材呈现的三个实例中的百分数包括百分号前面的数的是整数的、小数的，小于 100 的、大于 100 的，使学生认识各种情形的百分数。

（3）让学生说说还在什么地方见过这样的数，激活学生的生活经验，引导学生建立起新知与生活的联系。

（4）直接给出百分数的意义，并让学生根据此意义描述实例中百分数的实际含义。引导学生找出相比的量是哪两个，这两个量之间有什么样的关系。这与分数教学中强调“量率对应”的思想是一致的。

（5）由于百分数只能表示两个量之间的一种比的关系，在生活中也叫百分率或百分比，如“出勤率”“发芽率”等。由于百分数是一种比，因此也可以从比的角度解释相关概念。在生活中，我们也常用“百分点”这种生活语言来描述涨幅或降幅。几个百分点就是指百分之几。



教学建议

（1）联系实际认识百分数。

教材呈现了三种不同的现实素材让学生认识各种各样的百分数。也可以让学生利用生活经验，在课前搜集生活中有关百分数的资料。通过多角度、多素材的交流，使学生知道什么样的数叫做百分数。可以让学生讨论以下问题：人们为什么会喜欢运用百分数？既然百分数是一种特殊的分数，为什么不直接用分母是 100 的分数来表示信息？用百分数有什么好处？百分数与分数之间有什么区别？引发学生思考百分数与分数的联系与区别。

（2）重视百分数意义的理解。

百分数意义的理解是本节课的教学重点。教学时，不能仅仅满足于学生对“百分数表示一个数是另一个数的百分之几”这一抽象表述上，而是要通过大量的具体的实例，让学生说说这些百分数表示的具体含义。

在教学中，还要注意新旧知识之间的联系，引导学生在对比中构建知识体系，加深对百分数意义的理解。在引入“百分率”“百分比”等概念时，引导学生对百分数和分数、比进行主动比较，在厘清百分数与分数、比的联系与区别的基础上，进一步认识百分数的意义。

微信公众号：电子课本大全

百分数通常不写成分数形式，而在原来的分子后面加上百分号“%”来表示，读作“百分之……”。

14 %	读作	百分之十四
65.5 %	读作	百分之六十五点五
120 %	读作	百分之一百二十

做一做

1. 写出下面的百分数。

百分之一　　百分之二十八　　百分之零点五

_____　　_____　　_____

2. 读一读下面的百分数。

17 %	45 %	99 %	100 %	140 %
0.6 %	7.5 %	33.3 %	121.7 %	300 %

3. 说一说百分数和分数在意义上有什么相同和不同。

你知道吗？

19 世纪中期，德国统计学家、经济学家恩格尔对比利时不同收入的家庭消费情况进行了调查，提出了恩格尔定律：一个家庭收入越少，用于购买食品的支出在家庭收入中所占的比率就越大。这一定律是通过恩格尔系数反映出来的。

恩格尔系数 = 食品支出总额 / 家庭消费支出总额 ×100 %

联合国根据恩格尔系数的大小，对世界各国的生活水平进行了划分，一个国家平均家庭的恩格尔系数大于 60 % 为贫穷；50 % ~ 60 % 为温饱；40 % ~ 50 % 为小康；30 % ~ 40 % 属于相对富裕；20 % ~ 30 % 为富裕；20 % 以下为极其富裕。

改革开放以来，我国城镇和农村居民家庭的恩格尔系数已由 1978 年的 57.5 % 和 67.7 % 分别下降到 2010 年的 35.7 % 和 41.1 %。

编写意图

（1）百分数是一种特殊的分数，在读、写上都采用自己独有的方式。例如，百分数通常不写成分数的形式，而用百分号表示；也不读作“一百分之……”而是“百分之……”。这样的读法与写法，与分数有联系，但又能把百分数与一般的分数区别开来。尤其是百分号“%”，符号本身也隐藏着两个数相比的关系。用斜杠“/”表示相除、比、分数也是人们日常生活中常用的一种方式。

（2）教材呈现了前面所引出的三个百分数的读、写，具有一定的代表性，分子分别是整数、小数和大于 100 的数。

（3）“做一做”第 3 题，让学生说说百分数和分数意义上的相同和不同，使学生既认识到知识间的联系，会利用迁移、类比的方式认识新知，又能认识百分数的特殊性。

（4）“你知道吗”介绍了恩格尔系数，一方面使学生了解百分数在生活中的广泛应用，另一方面，通过阅读材料，了解经济、社会生活中的一些常识，培养从“量化”的角度分析经济与社会发展的意识。

教学建议

（1）引导学生在自学基础上交流读、写法。

百分数的读、写比较简单，可以采取让学生自学——交流——指导评议的方式进行教学。百分数的读法与分数读法类似，为了与一般意义上的分母为 100 的分数加以区别，读作“百分之……”这也是与“百分数”这一名称相一致的。教学百分数的写法时，可以跟学生说明：有时也可用“/”表示分数的分数线或除号、比号，百分号这个符号本身就表明了两个数相除的一种关系。同时提醒学生注意，写百分号时，两个圆圈要写得小一些，以免和数字混淆。

（2）通过读、写方法进一步思考百分数与分数的联系与区别。

不仅在意义的理解上可以建立起百分数与分数的“桥梁”，在读、写法上也可以体现这一点。例如，既然百分数都是分母是 100 的分数，比较时只突出分子部分，所以用一个固定的符号来表示分母。也可以让学生思考：为什么百分数读作“百分之……”而不是“一百分之……”？进一步认识两者的联系和区别。

（3）充分发挥阅读材料的教学价值。

恩格尔系数是刻画富裕程度的一个指标。可以让学生通过阅读，了解它表示的是哪两个量的关系，进一步理解百分数的实际意义。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

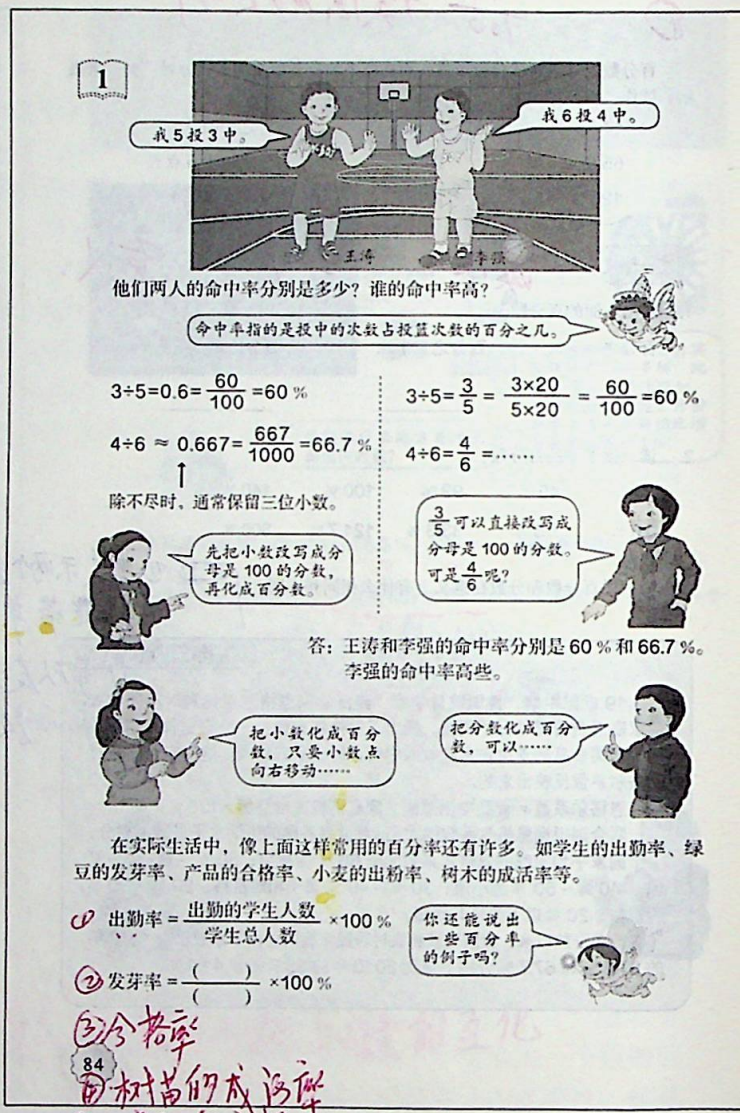
（1）例1有两个教学目标：一是会解决求一个数是另一个数的百分之几的问题，二是在解决问题的过程中学会把分数、小数化成百分数的方法。这样编排，既凸显了转化的必要性，又把分数化成百分数、小数化成百分数整合在一起。

（2）教材通过求投篮命中率的情境引入，并直接给出命中率的概念，使学生明白：要把最终结果化成百分数，再进行比较。

（3）根据“求一个数是另一个数的几分之几”，列出除法算式3÷5和4÷6。两种不同的运算，产生了小数和分数的结果，很自然地产生“如何把小数和分数化成百分数”的需求。

（4）教材选取的数据具有典型性。3÷5、4÷6这两个算式，3÷5能得到有限小数，也能直接将分数结果化成分母是100的分数；4÷6则无法除尽，需取近似值，且无法直接将分数结果化成分母是100的分数。这四种情况基本涵盖了小数、分数化成百分数的所有可能性。

（5）在此基础上，再让学生理解生活中其他一些“百分率”的含义，水到渠成。



教学建议

（1）引导学生利用旧知自主探索新知。

学生对“求一个数是另一个数的几分之几”并不陌生，因此，只要理解了命中率的含义，列式并不困难。学生求得小数结果后，引导他们自己尝试把结果化成百分数，此时需要学生运用“小数可以表示分母是10、100、1000……的分数”和“百分数是分母是100的分数”两个结论，对于除得尽的和除不尽的，分别讨论，教师适时指导，说明除不尽时，一般保留三位小数。在此基础上，通过观察，找出规律：只要把小数点向右移动两位，再加上百分号即可。对于以分数形式表示结果的，可以直接提出“你能用百分数表示吗？”引导学生在自主探索的同时思考：什么样的分数可以直接写成百分数？对于分母不能直接化成100的分数，应该怎么办？使学生进一步沟通分数、小数、百分数之间的关系，灵活地使用间接转化的方法。

（2）加强对生活中百分率含义的理解。

在求命中率的基础上，引导学生理解更多生活中的百分率的实际含义。要引导学生理解求百分率时为什么要乘100%的道理（确保结果的形式是百分数），进一步明确百分率与分数的联系和区别。并让学生自己想想生活中还有哪些百分率，体会百分数在生活中的广泛应用。

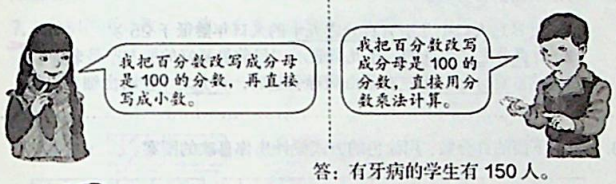
微信公众号：电子课本大全

2 春蕾小学的一项调查表明，有牙病的学生人数占全校人数的20 %。春蕾小学共有750名学生，有牙病的学生有多少人？

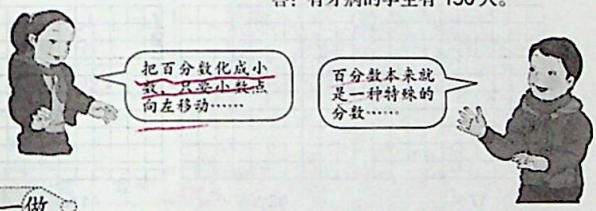


$750\times20\%$
$=750\times\frac{20}{100}$
$=750\times0.2$
$=150$（人）

$750\times20\%$
$=750\times\frac{20}{100}$
$=750\times\frac{1}{5}$
$=150$（人）



答：有牙病的学生有150人。



做一做

1. 把下面的小数和分数改成百分数，百分数改成小数和分数。

0.97	0.08	0.005	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{6}$
97 %	8 %	0.5 %	25 %	12.5 %	16.7 %

2. 六年级有学生160人，已达到国家体育锻炼标准的有120人。六年级学生的体育达标率是多少？

3. 六年级一班有45名学生，上学期期末跳远测验有80 %的人及格。及格的同学有多少人？

编写意图

（1）与例1相似，例2也有两个教学目标：一是会解决求一个数的百分之几是多少的问题，二是在解决问题的过程中学会把百分数化成分数、小数的方法。这样编排，既凸显了转化的必要性，又把百分数化成分数、百分数化成小数整合在一起。

（2）教材注重将新知与原有知识进行沟通和联系，提示“求一个数的百分之几”和“求一个数的几分之几”意义相同，引导在已有知识基础上寻找数量关系，正确列式。

（3）利用两种不同的计算方法，体现把百分数化成分数或小数的必要性。由于百分数无法直接参与运算，需要利用它和分数、小数的关系，把它“等值转化”成分数或小数，再进行计算。

（4）百分数化成小数，先把百分数改写成分母是100的分数，再根据小数的意义（或进行除法计算），改写成小数。在此基础上，观察到只要把百分数小数点左移两位，去掉百分号即可，这是小数化成百分数的逆过程。百分数化成分数，也是把百分数先改写成分母是100的分数，再约分化简。

教学建议

（1）引导学生主动进行新旧知识的类比，利用迁移解决问题。

教学时，可以先将例题中的20%改为$\frac{1}{5}$，这样就变成一个“求一个数的几分之几是多少”的问题了，让学生利用已有知识加以解决。然后，将$\frac{1}{5}$改为20%，让学生思考：求一个数的百分之几和求一个数的几分之几，意义一样吗？

接下来，让学生自主列式并计算。如果学生在计算时遇到困难，教师要提示学生从百分数的意义出发，可把未学的知识转化成已学的知识。把百分数化成小数或分数，难度要比把小数、分数化成百分数小一些，尽量在指明方向的基础上让学生自主探索。

（2）适当补充练习，使学生熟练掌握某些特殊百分数与小数、分数的对应关系。

解决完例题中的问题以后，可以结合“做一做”第1题进行专项的练习，这是某些特殊小数和分数互化的进一步深化。例如，12.5%、25%、37.5%、40%、60%、75%、80%、87.5%这些特殊的百分数，应让学生比较熟练地掌握它们与分数或小数的互化结果。这样，在后面的学习中可以大大地减少计算错误率。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1、2 题，是百分数读、写法的巩固练习。第 1 题，让学生读出服装中各成分的百分数，体现了百分数在生活中的广泛运用。不同的服装虽然各成分含量都不相同，但每种服装中几种成分含量的总和，都是 100%。第 2 题，提供了生活中一些有意义的信息，让学生在巩固百分数写法的同时，拓宽视野，了解其他学科的知识。

（2）第 3 题，让学生通过涂色，进一步从直观的角度理解百分数的意义。通过让学生设计出喜欢的图案，增加习题的趣味性。

（3）第 4 题，呈现一组科学小资料，让学生把分数改写成百分数，三个分数的分母既有可以直接改写成 100 的，也有不能改写成 100 的。同时，通过对这些资料的阅读，对学生进行科普教育。

练 习 十 八

1. 读出服装中各成分的百分数。


羊毛 86 %
羊绒 14 %

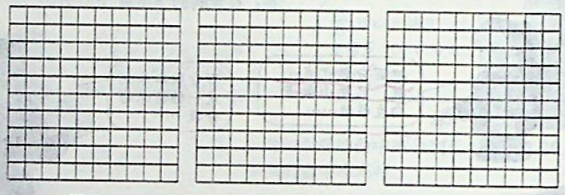

棉 63.2 %
涤纶 36.8 %


棉 60.2 %
涤纶 36.4 %
氨纶 3.4 %

2. 写出下面的百分数。

（1）世界总人口中几乎有百分之五十的人口年龄低于 25 岁。
（2）有百分之二十九的少年儿童表示“目前最要好的朋友”是老师。
（3）感冒百分之九十左右是由病毒引起的，百分之十左右由细菌引起。

3. 根据下面的百分数，用涂色的方式设计出你喜欢的图案。


17 %　　32 %　　41 %

4.

◎ 科学小资料 ◎

空气中氧气约占 $\frac{1}{5}$。
地球上现存的动物中昆虫约占 $\frac{4}{5}$。
我国陆地面积约占世界陆地（南极洲除外）面积的 $\frac{1}{14}$。

你能用百分数表示出其中的分数吗？

教学建议

（1）通过练习巩固加深对百分数意义的理解。

练习第 1、2、3、4 题时，都可以利用习题的素材让学生说说各个百分数的含义。第 3 题，还可以让学生说说空白部分表示整个图形的百分之几。还可以增加一些分子小于 1 和大于 100 的百分数，让学生更全面地认识百分数。

（2）利用练习对学生进行其他学科知识的渗透。

第 1 题中不同服装中含有不同的成分，第 2 题中世界人口中年龄低于 25 岁的群体所占百分比、感冒的成因，第 4 题中空气中氧气所占的百分比、动物中昆虫所占的百分比、我国陆地面积占世界陆地面积的百分比，都是向学生渗透生活常识以及学习其他学科知识的好素材。教学时要注意体现知识的横向联系，在学习数学知识的同时尽量实现综合化的学习，也有利于引导学生学会观察生活中的数学信息。

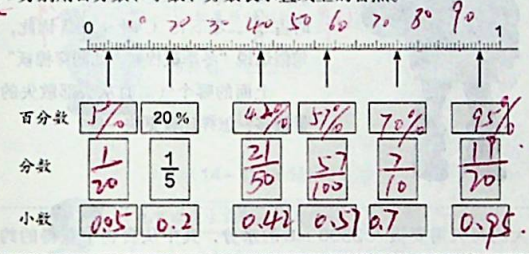
微信公众号：电子课本大全

5. 榨油厂的李叔叔告诉小静："2000 kg 花生仁能榨出花生油 760 kg。"这些花生的出油率是多少？

6. 生物小组进行玉米种子发芽试验，每次试验结果如下：

试验次数	试验种子数 / 粒	发芽种子数 / 粒	发芽率
1	300	285	95%
2	300	282	94%
3	300	294	98%
4	300	291	97%

7. 分别用百分数、小数、分数表示直线上的各点。



8. 填表。

百分数	32%	150%	33.3%	2.5%	77.5%	0.5%
小数	0.32	1.5	0.333	0.025	0.775	0.005
分数	8/25	3/2	1/3	1/40	3/8	1/200

9. 百花胡同小学有 480 人，只有 5% 的学生没有参加意外事故保险。没有参加意外事故保险的学生有多少人？

10.（1）油菜籽的出油率是 42%。2100 kg 油菜籽可榨油多少千克？
（2）油菜籽的出油率是 42%。一个榨油厂榨出 2100 kg 菜籽油，用了多少千克油菜籽？

编写意图

（1）第 5、6 题，是求百分率的基本练习题，旨在巩固求百分率的方法以及对百分率的理解，在求百分率的过程中进一步熟练掌握分数、小数化成百分数的方法。

（2）第 7 题，采用数形结合的方式，让学生用不同的形式写出数轴上各数的大小。数轴这一直观模型，学生在认识分数、小数时都已经非常熟悉，在这里把单位"1"平均分成 100 份，进一步利用它来认识百分数。

（3）第 8 题，让学生进一步巩固百分数、分数、小数的互化。教材所提供的数具有一定的代表性，有大于 1 的，有分子除以分母除不尽的，有百分数的分子小于 1 的。

（4）第 9 题，是"求一个数的百分之几是多少"的基本练习题。一方面让学生掌握这类问题的数量关系，另一方面，巩固百分数化成分数或小数的方法。

（5）第 10 题，把"求一个数的百分之几是多少"和"已知一个数的百分之几是多少求这个数"对照编排，使学生通过与相应的分数实际问题进行类比，进一步熟练掌握相应的数量关系。

教学建议

（1）引导学生理解出油率、发芽率等百分率的实际含义。

由于百分数是特殊的分数，因此，"求一个数是另一个数的百分之几"和"求一个数的百分之几是多少"的实际问题，其数量关系都是学生熟知的，但是要求学生知道并理解出油率、发芽率等实际含义，以便在解决相关实际问题时确定合适的策略，并提醒学生注意相关问题，例如，出油率、发芽率后面是不可以带单位的；出油率、发芽率都小于 100%。

（2）分数、小数、百分数进行互化时要体现方法的多样化。

例如，第 5 题，760÷2000，既可以算出小数结果，再化成百分数；也可以把除数（或分母）缩小到它的$\frac{1}{20}$，被除数（分子）也缩小到它的$\frac{1}{20}$，再直接改写成百分数。第 7 题，可以先写出各个百分数，再把百分数化成分数或小数；也可以根据数轴上的点与数的对应关系分别写出各个百分数、分数、小数，再通过三者的互化来检验每个数是否写得正确。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 11 题，通过让学生收集生活中的百分数，体会百分数在生活中的广泛运用，了解这些百分数的实际意义。

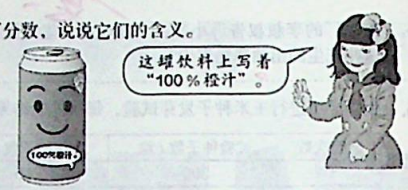
（2）第 12 题，三个数比较大小的方法是多样的。一般而言，把这些数化成百分数或小数更便于比较。通过比较发现，气温越低，从头部散发的热量所占人体散失总热量的比率越大，这也是冬天为什么人们会戴帽子的原因。

（3）第 13 题，以健康生活小常识为载体，求一个数是另一个数的百分之几。

（4）第 14 题，求一个数的百分之几是多少，要注意量与量之间的对应关系。

（5）第 15 题，解决问题的方法是多样的。可以先利用每天吃早餐的人数和所占百分比求出全班的总人数。求不能每天吃早餐的人数，既可以用总人数减去每天吃早餐的人数，也可以先用 1－85％求得百分比，再与总人数相乘。同样，要求不能每天吃早餐的学生所占百分比，既可以先求出不能每天吃早餐的人数，再除以总人数，也可以用 1－85％直接求出。

11. 收集一些生活中的百分数，说说它们的含义。



12.



据医学测试，人静止不动时，从头部散失的热量很多。在穿得暖和，但不戴帽子，气温为 15 ℃时，从头部散失的热量占人体散失总热量的 30％，4 ℃时占 $\frac{3}{5}$，零下15 ℃时占 $\frac{3}{4}$。由此，有句俗话说“冬季戴棉帽，如同穿棉袄”。

上面的哪个气温时从头部散失的热量最多？怎样比较更快一些？

13. 人体大约每天需要摄入 2500 mL 的水分，其中从食物中获得的约为 1200 mL，饮水获得的约为 1300 mL。

（1）从食物中获取的水分占每日摄水量的百分之几？

（2）饮水获得的水分占每日摄水量的百分之几？

14. 城关一中和城关二中的男生人数分别占全校学生总数的 52％和 54％，城关一中有学生 800 人，城关二中有学生 750 人，哪个学校的男生多？多多少人？

15. 滨海小学对学生吃早餐的情况进行了调查，结果如下：

	人数/人	占学校总人数的百分之几
每天吃早餐	391	85％
不能做到每天吃早餐		

请你将表格补充完整，并求出滨海小学的学生总人数。

教学建议

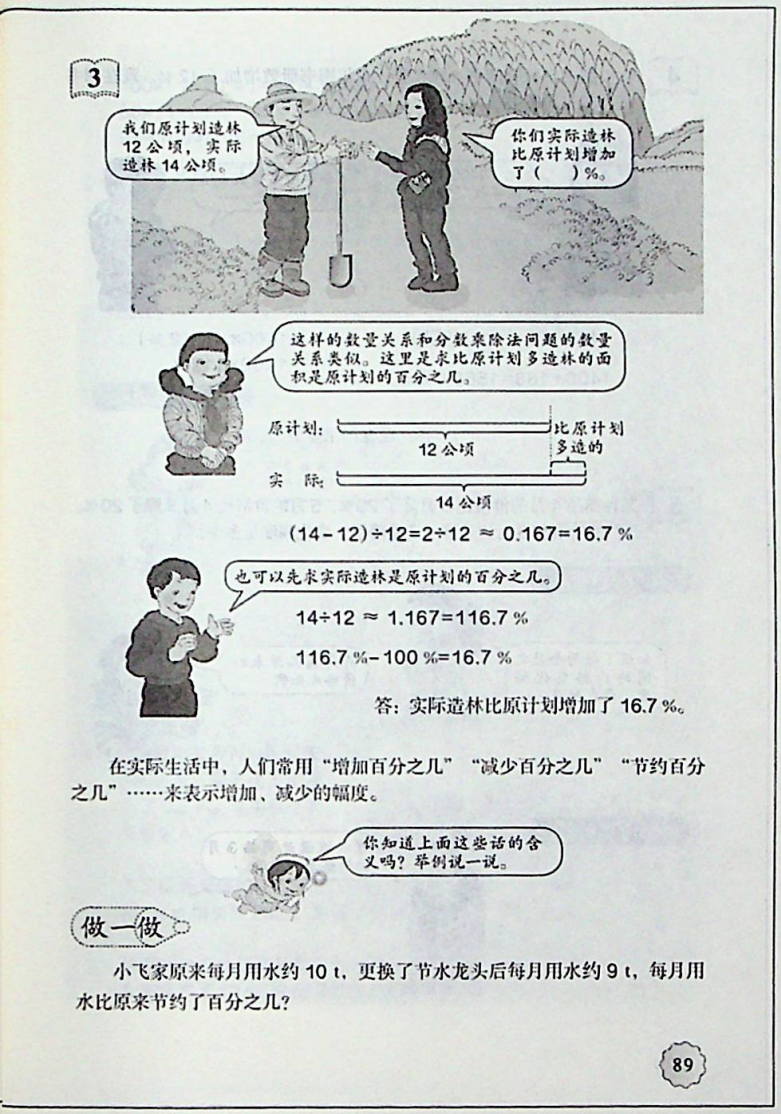
（1）在解决百分数实际问题的过程中，沟通与分数问题的联系。

百分数问题与分数问题在数量关系上是一致的。练习时，可以有意识地沟通两类问题的联系，例如，第 13 题，可将问题中的“百分之几”改成“几分之几”，解答后可对列式和结果分别进行比较，使学生发现列式相同，结果中的分数和百分数也是相等的，只是形式不同而已。

（2）使学生进一步了解百分数在生活中的广泛应用。

通过练习，一是通过信息收集，使学生对百分数的实际含义有进一步的了解，例如，100％橙汁是什么意思？口语中的“百分百”表示什么意思？二是使学生体会用百分数进行比较的便利性，例如，第 12 题、第 15 题，既能让学生明白百分数更能表示两个量之间的比率关系，又能感受人们在生活中为什么更爱用百分数进行比较。三是使学生理解百分数的大小和绝对数量的大小不是一回事，例如，第 14 题的计算结果充分说明了这一点。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）例3，求实际比原计划增加（或减少）百分之几，是求一个数是另一个数的百分之几的延伸和发展，其数量关系和求一个数比另一个数多（或少）几分之几是一致的。

（2）教材呈现了两种解决问题的方法，拓宽学生的解题思路：①先求出实际比原计划增加的公顷数，再求出增加的公顷数是原计划的百分之几。②先求出实际造林的公顷数是原计划的百分之几，再减去100%，就是实际造林比原计划增加了百分之几。

（3）为了帮助学生理解数量关系，教材利用线段图直观表示出量与量之间的关系，清晰地展示出谁和谁比，以谁为标准。

（4）接下来，教材指出：在实际生活中，人们常用“增加百分之几”“减少百分之几”“节约百分之几”来表示增加、减少的幅度。使学生理解：这些生活中的表述都可以归结为数学上的“求一个数比另一个数多（少）百分之几”。

（5）例题是“求一个数比另一个数多百分之几”的情况，“做一做”出现“求一个数比另一个数少百分之几”，让学生自行解决。

教学建议

（1）有效利用已学知识。

学生已经具备解决“求一个数比另一个数多（或少）几分之几”和“求一个数是另一个数的百分之几”的知识基础，教学时，要充分利用这些知识，加强百分数问题和分数相关问题的沟通，引导学生自主探究。

（2）利用线段图，直观呈现数量关系。

教学时，要引导学生用线段图进一步理解数量之间的关系。尤其对增加的是哪一部分，求的是增加的部分是谁的百分之几，有更清晰的认识。

（3）倡导思考角度多样化。

对于教材上出现的两种不同的解法，要引导学生理解其解题思路，并通过比较，发现他们的共同点是都把问题化归为“求一个数是另一个数的百分之几”。

（4）可以通过对比，进一步加强对“和谁比”的认识。

例3教学完成后，可以提问：“实际造林比原计划增加16.7%，是不是就是指原计划造林就比实际造林少16.7%？”引导学生思考：原计划造林比实际造林少百分之几的含义是什么？是谁和谁比？以谁为标准？由于提问方式的不同，比较的标准变了，相应的百分比也变了。

微信公众号：电子课本大全

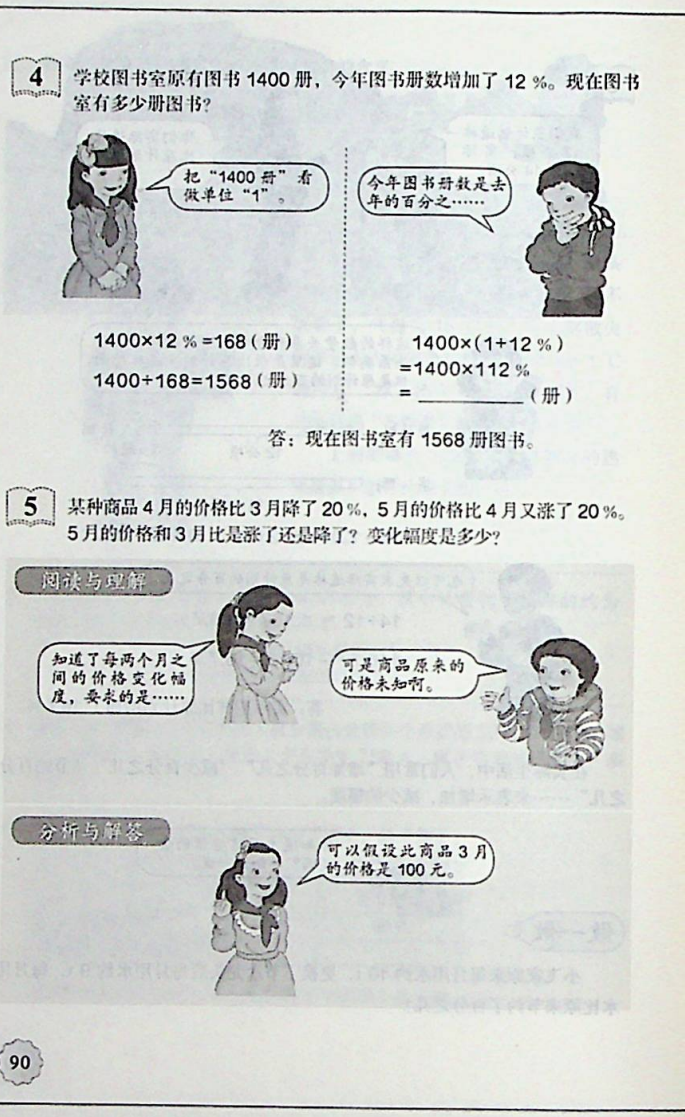
编写意图

（1）例 4 是解决求比一个数多（或少）百分之几的数是多少的问题，这类问题的数量关系与求比一个数多（或少）几分之几的数是多少的问题相同。由于有了相关知识基础，学生对解决此类问题不会感到困难。

（2）教材提供了两种基本的解法，体现不同的解题思路，使学生看到每种解法中先算什么，再算什么，着重理解“增加了 12%”是增加了谁的 12%。

（3）例 5 选取了“某种商品 4 月的价格比三月降了 20%，5 月的价格比 4 月又涨了 20%，这件商品的价格是涨了还是降了”这样一个既有趣又有挑战性的数学问题。问题中没有提供商品的具体价格，有利于激发学生的探究兴趣。这一问题在思考方式上和“分数除法”中的例 7 很类似。

（4）教材注重让学生经历发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的全过程。在“阅读与理解”时发现按照“要求涨幅或降幅，就要知道前后的价格”的常规思路，遇到了“3 月价格未知”的障碍，由此产生假设 3 月价格的需要。



4 学校图书室原有图书 1400 册，今年图书册数增加了 12 %。现在图书室有多少册图书？

答：现在图书室有 1568 册图书。

5 某种商品 4 月的价格比 3 月降了 20 %，5 月的价格比 4 月又涨了 20 %。5 月的价格和 3 月比是涨了还是降了？变化幅度是多少？

90

教学建议

（1）例 4 的问题应放手让学生自行解决。

由于有了分数问题的相关经验，完全可以放手让学生自行解决例 4。着重把握以下几点：第一，确定单位“1”，使学生理解“增加了 12%”是增加了谁的 12%；第二，使学生通过不同解法的比较，了解不同的解题思路，看到两类解法的基础都是“求一个数的百分之几是多少”，并利用乘法分配律沟通两种解法之间的内在联系。

（2）例 5 的教学，着重突出学生问题意识和探究意识的培养。

让学生自行解决例 5 的问题时，也许有的学生会认为商品 3 月的价格未知，无法解决，也许有的学生会直接利用“降 20%，再涨 20%”的信息得出价格不变的结论。不管哪种想法，都可以引导学生沿着既有思路进一步探究。对于第一类学生，可以引导他们思考：如果这种商品 3 月的价格已知，你会不会解决？对于第二类学生，可以引导他们想办法证明其结论，学生会很自然地想到假设一个具体的价格来加以验证。

通过这样的方式，第一类学生就有机会去经历发现问题、解决问题的过程，而第二类学生也经历了猜测、假设、验证的探究过程。

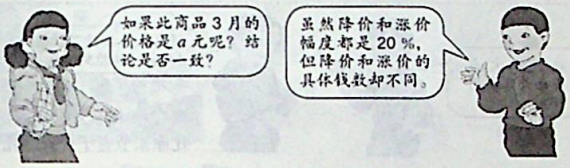
微信公众号：电子课本大全

100×(1−20％)=100×0.8=80（元）
80×(1+20％)=80×1.2=96（元）
96÷100=0.96=96％
所以，5月的价格是3月的96％。



1×(1−20％)×(1+20％)=0.96
(1−0.96)÷1=0.04=4％

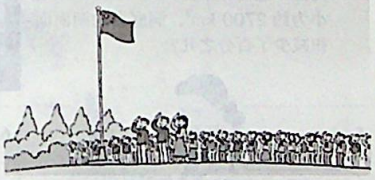
回顾与反思



答：5月的价格比3月降了4％。

做一做

1. 龙泉镇去年有小学生2800人，今年比去年减少了0.5％。今年有小学生多少人？



2. 为了缓解交通拥挤的状况，某市正在进行道路拓宽。团结路的路宽由原来的12 m增加到25 m，拓宽了百分之几？

3. 某电视机厂计划某种型号的电视机比去年增产50％，实际又比计划的产量多生产了10％。此型号的电视机今年的实际产量是去年的百分之多少？

编写意图

（1）在学生提出问题的基础上，自主发现可以假设商品3月的价格为某个具体数值，比如100元。这就将新的问题转化为已学过的问题，利用旧知加以解决。

（2）教材以商品3月价格是100元为例，给出具体解法。在解决的过程中，学生可以发现降价的20％和涨价的20％是相对于不同的量而言的，因此，虽然降价和涨价的相对比率相同，但降价和涨价的绝对数值却不同。

（3）不同的假设，却可以得到相同的结果，这说明3月的价格是多少并不会影响结论。在此基础上，提出可以把3月的价格假设成抽象的“1”。这个“1”不是“1元”，但可以代表“1元”“100元”“1000元”……是一个高度抽象的概念。

（4）在“回顾与反思”阶段，引导学生进一步讨论：如果用更为一般的假设方法，把3月的价格假设为a元。此时5月的价格是$0.96a$，和3月价格a相比，$(a-0.96a)\div a=4\%$，结论不变，进一步验证了假设法的合理性和有效性。

教学建议

（1）教学例5时，要以问题为主线，引导学生在解决问题的过程中，经历发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的全过程。

教学时，可以围绕“到底是涨了还是降了？变化的幅度是多少”这两个问题，以问题串的形式展开教学。例如，在“阅读与理解”环节，思考：你知道了什么？要求什么问题？你会直接解答吗？有什么困难？在“分析与解答”环节，思考：不知道3月的具体价格，我们怎么办？当学生提出可以假设为100元（或其他数值）时，请学生说说：还可以假设其他数据吗？通过假设不同的数据，对结果进行比较，并进一步思考：为什么假设的数据不同，结果却一致？如果假设价格为“1”，结果是否还会一样？为什么降价和涨价都是20％，商品的价格却发生了变化？如果涨、跌的幅度是一致的，那么先涨再跌和先跌再涨一样吗？这样，在问题的引领下，使学生不断地探索与思考，掌握利用假设解决问题的方法，体会变中有不变的思想。

（2）注重在“回顾与反思”进一步讨论，把解决方法推广到一般。

把原价假设为a元，通过计算，发现计算结果和a没有直接关系，使学生从数学本质上理解各种假设法的合理性以及内在一致性。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1、2、3、4 题，是求比一个数多（或少）百分之几的数是多少的巩固练习。其中第 1 题采取分步解决的方式，先让学生求出多（或少）的绝对数量，然后再求多（或少）的百分比。在 4 道题中，都需要学生明确多（或少）百分之几指的是多（或少）的部分占谁的百分之几。

第 2 题，(10−7)÷7≈42.9%。

第 3 题，(16−14)÷16=12.5%。

第 4 题 (4350−2700)÷4350≈37.9%。

（2）第 5 题，是已知一个数的百分之几是多少求这个数。这类题在例题中没有出现过，但学生可以利用分数相应问题的数量关系，迁移类推，自行解决。需要学生审清题意，正确理解数量之间的关系。

（3）第 6 题，是一道综合性比较强的题目。把一个长方体锯成一个最大的正方体，其棱长只能是长方体中的最短边。先要利用长、正方体的体积计算公式求出长方体和锯出的正方体的体积，才能进一步正确解答。

练 习 十 九

1. 填空。

（1）为了迎接运动会，同学们做了 25 面黄旗，30 面红旗，做的红旗比黄旗多____面，多____%。

（2）育新小学图书馆有图书 4000 册，新风小学图书馆有图书 5000 册，育新小学的图书比新风小学的少____册，少____%。

2. 西藏境内藏羚羊的数量 1999 年是 7 万只左右，到 2003 年 9 月增加到 10 万只左右。2003 年 9 月藏羚羊的数量比 1999 年增加了百分之几？



3.



现在乘火车去奶奶家的时间比原来节省了百分之几？

4. 我国著名的淡水湖——洞庭湖，因水土流失引起泥沙沉积等原因，湖面面积已由原来的大约 4350 km^2 缩小为约 2700 km^2，洞庭湖的湖面面积减少了百分之几？



5.



（1）全文共有多少个字？

（2）还有多少字没有录入？

6. 一个长方体木块长、宽、高分别是 5 cm、4 cm、3 cm。如果用它锯成一个最大的正方体，体积要比原来减少百分之几？

教学建议

（1）注重基本数量关系的熟练掌握。

不管问题中的具体表述如何变化，例如，第 2 题中求“增加百分之几”、第 3 题中求“节省百分之几”、第 4、6 题中求“减少百分之几”，这些题目中的基本数量关系都是求“一个数比另一个数多（或少）百分之几”。更为重要的是要让学生弄清楚单位“1”是谁，即求的是多（或少）的部分占谁的百分之几。

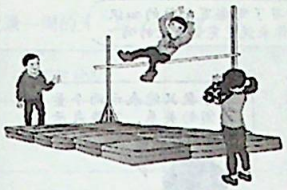
（2）引导学生利用已有知识，自行解决第 5 题。

第 5 题中的第（1）题，已知一个数的百分之几是多少，要求这个数，其数量关系和相应分数问题完全一致，可以放手让学生自行解决。也可以加大一点难度，不出现第（1）题，直接出示第二个问题。或许有的学生会形成思维定式，直接用 1600×(1−40%) 解决。此时，教师再引导学生根据量、率的对应关系，理解要求还有多少字没有录入，必须先求出全文字数，引出第一个问题。在求出全文共有 4000 字之后，可用 4000 减 1600，也可根据 4000×(1−40%) 求得还有多少字没有录入。

微信公众号：电子课本大全

7. 养鸡场用2400个鸡蛋孵小鸡，有5%没有孵出来，孵出来的小鸡有多少只？

8.



曙光小学以往的跳高纪录是1.3 m。王平的跳高成绩比这一纪录高了10%。王平的跳高成绩是多少？

9. 袁隆平是我国著名科学家，被誉为“杂交水稻之父”。2011年，袁隆平指导的杂交水稻试验田平均每公顷产量达到近14 t，比全国水稻平均每公顷产量多了约85%。2011年全国平均每公顷水稻产量大约是多少吨？

10.



提出用百分数解决的问题，并进行解答。

11.



9月初鸡蛋价格比7月初涨了还是跌了？涨跌幅度是多少？

12. 某种蔬菜去年3月第一周比上一周涨价5%，第二周比第一周涨价5%。两周以来共涨价百分之多少？

13. 某品牌的数码相机进行促销活动，降价8%。在此基础上，商场又返还售价5%的现金。此时买这个品牌的数码相机，相当于降价百分之多少？

14. 红光农场去年植树的数量比前年成活的树木多50%，去年的成活率是80%。去年成活的树木数量是前年成活树木的百分之多少？

编写意图

（1）第7、8题，是求比一个数多（或少）百分之几的数是多少的问题的巩固练习。学生可以用不同的方法解答。

（2）第9题，是已知比一个数多（或少）百分之几的数是多少求这个数的问题。这类问题在例题中也没有出现，要求学生根据相应的分数问题进行迁移类推。

（3）第10题，让学生根据相关信息，提出用百分数解决的问题。既可以培养学生选择合适的条件提出问题的能力，又可以回顾之前所学的相关的百分数知识，理清数量之间的关系，进一步提高解决百分数实际问题的能力。例如，一等奖占参赛作品的百分之几？二等奖和三等奖分别有多少幅？二等奖比三等奖多百分之几？一等奖比二等奖、三等奖分别多百分之几？获奖的作品占参赛作品的百分之几？

（4）第11、12、13、14题，是例5的巩固练习，只是有更多的变式。用假设法可以使问题更易于理解，例如，第14题，假设前年成活的树木为100棵，则去年植树100×（1+50%）=150（棵），成活150×80%=120（棵），120÷100=120%。

教学建议

（1）引导学生自主解决例题中没有出现过的问题。

第9题，是已知比一个数多（或少）百分之几是多少求这个数的问题。教学时，要引导学生回顾相关的分数问题，根据数量关系：全国平均产量×（1+85%）=试验田产量，设未知数，列方程解答。

（2）提高学生综合解决问题的能力。

第10题，学生可以根据已有信息，提出各种各样的问题，例如，求一个数是另一个数的百分之几，求一个数比另一个数多（或少）百分之几，求一个数的百分之几是多少，求比一个数多（或少）百分之几的数是多少，等等。通过解决提出的问题，几乎可以对本单元的大部分知识做一个综合整理，便于学生对量与量的关系有一个整体认识，尤其是更关注每个信息中的单位“1”是谁。

（3）通过多种变式，培养学生的一般性问题解决能力。

第11～14题，出现例5的各种变式，要求学生利用一般性的假设法解决，既可以把单位“1”设成某具体数值，也可以设成抽象的“1”。要理解一些生活语言的数学含义，如“回落”“返还现金”“成活率”分别代表什么意思。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）教材先采取四位小朋友讨论的形式，让学生对百分数的意义进行复习，重点突出百分数与分数的联系与区别以及百分数的实际含义。例如，百分数虽然是一种特殊的分数，但百分数只能表示两个量之间的关系，不能表示一个具体的量；再如，在实际生活中，有的百分率可以超过100%，如增长率，有的百分率不可能超过100%，如发芽率。由于百分数与分数之间的紧密联系，教材引导学生不要把百分数的内容看成是全新的内容，而是要自觉运用迁移类推的方式进行学习。尤其是在解决实际问题时，要充分利用分数实际问题中的数量关系进行解决。

（2）接下来，利用3道巩固练习对本单元涉及的内容进行复习。

第1题，是对分数、小数、百分数之间的互化进行复习，使学生在进行相关计算时学会灵活转换。第2题，在复习计算百分率的同时，进一步加深对百分数意义的理解。第3题，连续求比一个数多（或少）百分之几的数是多少，单位“1”在变化，要求学生明确每一次降价都是在谁的基础上降低10%。

整理和复习



1. 把表填完整。

小数	分数	百分数
0.45		
	$\frac{17}{20}$	
		125%

2. 李平家用600 kg稻谷碾出420 kg大米。他家稻谷的出米率是多少？

3. 一种电脑销售中第一次比原价3600元降低了10%，第二次又降低了10%。这种电脑现价多少元？



94

教学建议

（1）以点带面，系统整理。

复习时，可以借助一些具体的百分数实例，复习百分数的意义、读写法以及百分数与分数、小数的互化方法等。例如，让学生求一求第2题中的出米率，在解决的过程中，说一说：出米率表示什么含义？它表示哪两个量之间的关系？出米率可能大于或等于100%吗？哪些百分率可以大于100%？你能举出百分率等于100%的实例吗？能不能表示成70% kg？接下来，可以出一些变式练习，如已知稻谷多少千克，求可以碾出大米多少千克；已知碾出大米多少千克，求稻谷有多少千克……在解决问题的过程中，复习百分数、小数、分数的互化。

（2）加强百分数问题与分数问题在数量关系上的联系，查漏补缺。

运用百分数解决实际问题，要着重帮助学生理清解决问题的思路，要充分联系分数实际问题中的相应数量关系，进行比较和沟通。通过温故知新，一方面对已学知识进行梳理，形成良好的知识结构，另一方面，在原有基础上有所提高，进一步提高问题解决的能力。

微信公众号：电子课本大全

练 习 二 十

1. 记录一周的天气情况，完成下表。

天气状况	天数	占调查天数的百分之几
		
		
		
		

2. 小明统计了自己的储蓄罐里有 125 枚硬币，其中 1 元硬币的数量占 44 %，5 角的占 20 %，1 角的占 36 %。储蓄罐里共有多少钱？

3. 2006 年全国各种运输方式完成旅客运输总量 200.8 亿人次，而 2011 年达到了 351.8 亿人次。2011 年全国各种运输方式完成旅客运输总量比 2006 年增加了百分之多少？

4. 2011 年末全国私人汽车保有量是 7872 万辆，比 2010 年末增长 20.4 %。2010 年末全国私人汽车保有量大约是多少万辆？（得数保留整数。）

本单元结束了，
你有什么收获？

成长小档案

★★★★★★

百分数可以反映现实生活中的许多社会信息，非常有用。

我会把解决分数实际问题的方法迁移到百分数实际问题中来。



95

编写意图

（1）第 1 题，让学生记录一周的天气情况，并计算出各种天气的天数占一周的百分之几。由于这些百分数加起来总和为 100%，也为接下来学习扇形统计图打下基础。由于一周的时间是 7 天，得不到有限小数的得数，一般情况下，百分数的分子保留一位小数即可。

（2）第 2 题，要先通过求一个数的百分之几是多少，分别计算出 1 元、5 角、1 角的硬币各有多少枚，再求出共有多少钱。

（3）第 3 题，是求增长率，要明确以谁为标准。此题数据较大，计算较麻烦，易出错。通过计算，可知 5 年内旅客运输总量增长了 75.2%，反映出随着经济的发展，出行的人数、次数也日益增加。

（4）第 4 题，是已知比一个数多（或少）百分之几的数是多少求这个数的实际问题。可以设 2010 年全国私人汽车保有量为 x 万辆，$x \times (1 + 20.4\%) = 7872$，求出 $x = 6538$。

教学建议

（1）可以引导学生在解决问题的过程中进一步体会百分数在反映社会信息方面的作用。

在社会生活中，百分数经常用于表示增长或下降的幅度。本练习中的第 3 题和第 4 题就很好地反映了这一点，让学生通过解决有关百分数的实际问题，透过数据，看到其背后的社会信息。教学时，还可以通过房价涨幅、油价涨幅、人口涨幅等具体实例，使学生感受社会生活的变化。

（2）适当增加调查、统计等实践性作业，为接下来学习扇形统计图作准备。

第 1 题要求学生记录一周的天气情况并计算每种天气各占百分之几。教师也可以让学生调查生活中一些类似的现象，并求出各部分占总数的百分率，为接下来学习扇形统计图作准备。例如，可以调查一下同学们以什么交通工具作为主要出行方式。

（3）引导学生对单元内容与自我学习进行回顾与评价。

单元结束时，应引导学生对本单元内容的学习有一个总体的回顾与评价，例如，对百分数与分数联系的更深层理解，对百分数作用的进一步认识，对自己学习过程中的心得体会进行总结、反思。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题 1：百分数的意义和写法

教学设计：严红兴。

教学内容：教科书第 82～83 页的内容。

教学目标：

1. 使学生通过比较，体会引入百分数的必要性，理解百分数的意义，会正确地读、写百分数。

2. 使学生会解释百分数的实际含义。

3. 使学生理解百分数可以表示部分与整体的关系或两个数量之间的比较关系，培养学生抽象、归纳、比较、分析的能力。

教学重点：理解百分数表示一个数是另一个数的百分之几。

教学难点：在具体的情境中理解百分数的实际含义。

教学准备：课前让学生搜集含有百分数的资料。

教学过程：

（一）感受百分数产生的必要性

1. 出示表格。

球员	投球次数	投中次数
A 球员	20	13
B 球员	25	15
C 球员	50	31

师：3 位球员进行投球比赛，你认为谁的水平高？

2. 引导学生展开讨论。

师：谁的水平高，只看投球次数或者投中次数可以吗？要看投中次数占投球次数的几分之几。

3. 比较。

师：我们来算一算，每位球员投中次数与投球次数的比率。

（A 球员$\frac{13}{20}$、B 球员$\frac{15}{25}$、C 球员$\frac{31}{50}$）

球员	投球次数	投中次数	投中比率
A 球员	20	13	
B 球员	25	15	
C 球员	50	31	

师：怎样来比较他们的大小呢？

生：通分成$\frac{65}{100}$、$\frac{60}{100}$、$\frac{62}{100}$进行比较。

微信公众号：电子课本大全

（二）理解百分数的意义，学会百分数的读、写法

1. 用百分数表示，读、写百分数。

师：请你说说$\frac{65}{100}$、$\frac{60}{100}$、$\frac{62}{100}$每个分数具体表示什么意思？

师：像这样的分数还可以写成另外一种形式，名字叫百分数。

师：你能将$\frac{60}{100}$改写成百分数吗？谁能来读出这个百分数？

生：改写成60%，读作：百分之六十。

师：将另外两个分数改写成百分数并读出它们。

2. 归纳百分数的意义。

师：生活中你还见过那些百分数？请你举例说说你收集到的其中一个百分数，它具体表示什么意思？

生举例说明，师板书记录。

师：刚才我们认识的这些百分数表示的意思有什么相同的地方？

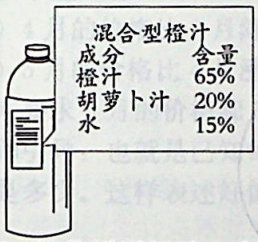
生：它们都表示一个数是另一个数的百分之几。

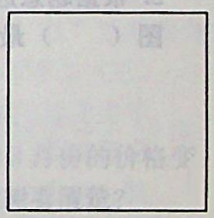
师归纳：像这样表示一个数是另一个数的百分之几的数就叫百分数，也叫百分率或百分比。

3. 利用图形，体会百分数表示的两种不同数量关系。

（1）理解表示部分与整体之间的百分数关系。

配制一瓶混合型橙汁，成分见下表。

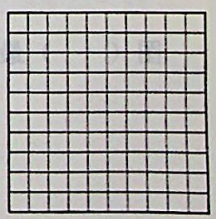




师：请你说说橙汁65%具体表示什么意思。

师：如果用一个正方形来表示这瓶果汁，那么该怎样来表示橙汁？

师：想要准确地在图上表示出橙汁的百分数，该怎么办？请同学们在作业纸上涂一涂。



师：如果想要表示出胡萝卜汁的百分数，需要涂几格？请你涂一涂。

从图中看20%表示什么意思？剩下的格子用哪个百分数表示？表示什么成分？

师：从图中你还能发现其他百分数吗？说说它们的意思和关系。

讨论：有一种品牌的橙汁号称纯果汁，你觉得应该怎么来配制？它的橙汁含量该用哪个百分数来表示？能不能配制出橙汁含量为125%的果汁？为什么？

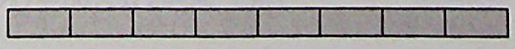
师：为什么很多饮料、服装的成分都采用百分数来表示？有什么好处？

总结：用百分数表示形式统一，便于观察、比较。

（2）理解两个独立数量间的百分数关系。

出示：

高铁速度：

动车速度：

微信公众号：电子课本大全

师：高铁和动车，哪个跑得更快？请用百分数来表示高铁速度与动车速度的关系。80%具体表示什么意思？

讨论：要是高铁和动车开得一样快，用哪个百分数表示它们之间的关系？（100%）高铁的速度超过动车速度，是动车的 1.25 倍，可以用高铁速度是动车速度的 125%来表示吗？

反思：为什么橙汁的含量不能超过果汁的 100%，而这里高铁速度却可以是动车速度的 125%？

（三）应用、拓展

1. 选择合适的百分数，并说明理由。

110%　　90%　　100%　　311.76%　　55%　　311.76

（1）据统计，国庆长假期间，半数以上的年轻人选择自驾游，占年轻人出游总数的（　　）。

（2）国庆长假期间，小客车上高速实行免费通行，长假期间小客车高速通行免费率达到（　　）。

（3）高速公路上小客车超过了大客车，小客车的行驶速度是大货车速度的（　　）。

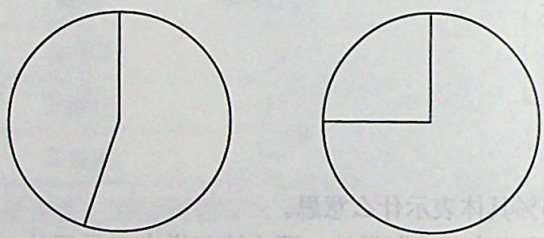
（4）高铁是准点率最高的交通工具，深受人们出行的喜爱，国庆期间全国高铁准点率达到（　　）以上。

（5）2013 年国庆当天，全国 122 个景区接待游客（　　）万人次。

思考：什么情况下的百分数可以小于 100%？什么情况下可以等于 100%？什么情况下可以大于 100%？

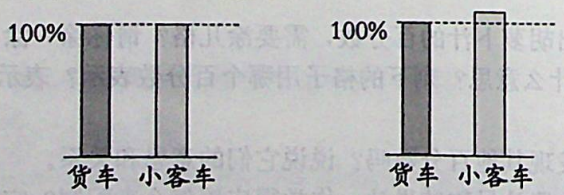
2. 根据题意选择合适的图示。

图（　　）最有可能符合第（1）题的意思。



A　　B

图（　　）最有可能符合第（3）题的意思。



A　　B

（四）课堂小结

师：通过今天的学习，你对百分数有怎样的认识？对于百分数，你还有什么疑问？

课题 2：问题解决

教学设计：徐彬。

教学内容：教科书第 90 页例 5。

微信公众号：电子课本大全

教学目标：

1. 使学生通过解决生活实际问题，经历阅读与理解、分析与解答、回顾与反思的全过程，掌握解决有关百分数的问题的基本步骤。

2. 使学生能尝试用假设法分析和解决问题，知道可以用不同的方法解决问题。

3. 培养学生解决问题后回顾与反思的能力，并掌握检验、反思的基本方法。

教学重点：让学生经历阅读与理解、分析与解答、回顾与反思的问题解决全过程。

教学难点：能运用多种方法去分析问题，并通过回顾和反思，关注方法之间的内在关系。

教学过程：

（一）复习准备

让学生说一说下面每个百分数的具体含义。

某学校，六年级学生近视率是28%。

某品牌电脑搞促销，降价10%出售。

国庆期间，实际销售量比计划销售量增加了75%。

（二）学习新知

阅读与理解。

出示例5：某种商品4月的价格比3月降了20%，5月的价格比4月又涨了20%。5月的价格和3月比是涨了还是降了？变化幅度是多少？

师：从题目中，你知道了什么？

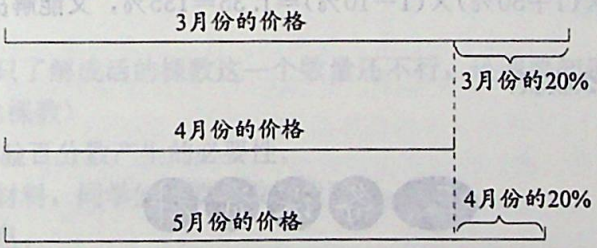
预设学生回答：

（1）4月的价格比3月降了20%。

（2）5月的价格比4月涨了20%。

（3）要求5月的价格和3月相比是涨了还是降了。

教师引导：也就是已知每相邻两个月之间的价格变化幅度，要求5月份和3月份的价格变化幅度是多少。这样表述好像有点复杂，能不能换种表示方法让同学们一眼就能看清楚？



师：你还有什么疑问吗？

预设：学生提出疑问“商品原来的价格不知道，怎么解决呢？”

分析与解答。

师：同学们，能不能自己尝试解决一下呢？

学生自己尝试解决后，全班交流。

方法一：

假设此商品3月份的价格是100元。

$100\times(1-20\%)=100\times0.8=80$（元）

$80\times(1+20\%)=80\times1.2=96$（元）

微信公众号：电子课本大全

$96\div100=0.96=96\%$

借助线段图，让学生理解2个算式中的单位“1”表示的含义是不同的。

方法二：

可以直接假设此商品3月的价格是1。

$1\times(1-20\%)\times(1+20\%)=0.96$

$(1-0.96)\div1=0.04=4\%$

师：还有没有其他方法？

如果学生有假设3月份商品价格为10元或其他具体数量，也请他们来汇报、交流。

回顾反思。

（1）沟通方法。

师：同学们很棒，能用多种方法来解决问题，来看看这些方法有什么相同点。

预设：都用了假设3月份价格的方法，有假设成100元的，有假设成“1”的。

师：你觉得除了假设成这些数，还可以把3月份的价格假设成别的钱数吗？

生：假设成a元。

师：结论是否一致呢？请同学们自己动手验证一下。

（2）回顾过程。

师：我们是怎么解决这个问题的？

师：你还有什么收获？

生：虽然降价和涨价的幅度都是20%，但降价和涨价的具体钱数却不同，因为降价和涨价的单位“1”不同。

（三）巩固练习

学生尝试运用前面的解决过程，独立完成教科书第91页“做一做”第3题。

全班交流。

师：对于$1\times(1+50\%)\times(1+10\%)=1.65=165\%$这个算式，你还能解决生活中的什么问题？如果算式变成$1\times(1+50\%)\times(1-10\%)=1.35=135\%$，又能解决什么问题呢？

（四）课堂小结

师：这节课你有什么收获？

三、备课资料

1. 改进材料，让意义的理解更加透彻①

——“百分数的认识”一课的研究与实践历程

百分数在学习生活、社会生产中有着广泛的应用，是小学数学中重要的基础知识之一，由于“百分数的认识”这一内容的编排相对独立，便成了众多教师执教公开课的内容，不少名师都用自己的课堂诠释着对“百分数的认识”一课的独特理解，很多创见和举措也被广大一线教

① 斯苗儿、蓝雪敏、袁晓萍. 改进材料，让意义的理解更加透彻［J］. 小学数学教育，2015（10）：29—35. 引时略有删改。

微信公众号：电子课本大全

师认可和效仿，尤其是特级教师袁晓萍2002年设计和执教的“百分数的认识”这节课，堪称典范。对于这样的经典课该如何传承与突破？为此，我们重新围绕“教什么”和“怎么教”的问题进行梳理和思考，并付诸实践，其中凝聚了许多教研员和教师的智慧，下面主要以蓝雪敏老师的几次实践为线索呈现我们的思考和研究历程。

一、经典课例回放

2002年11月，海南省海口市，全国第五届计划单列市及部分省会城市小学数学优质课评比活动，执教者：袁晓萍。

（一）创设情境

1. 谈话：行道树是城市天然的空气清新剂。最近海口市政府就打算投入一笔资金对城市的部分行道树进行更新。消息一传出，许多植树公司都纷纷表示希望承担此项工程。

2. 引导：你觉得市政府在选择植树公司时会去考察哪些因素呢？

学生从实力、服务质量、完成工期、诚信度、公司规模等角度进行了回答。

（二）展开教学

1. 初读信息，形成认知矛盾。

师：经过调查，市政府发现有三家公司在资金、工期、诚信度等方面的条件旗鼓相当。所以派人去这三家公司以前的工程现场进行了实地调查，采集到了以下信息（课件呈现）：

甲公司负责的1号路段中，现在成活树苗有23棵。

乙公司负责的2号路段中，现在成活树苗有19棵。

丙公司负责的3号路段中，现在成活树苗有47棵。

师：看着这组信息，你会选择哪个植树公司呢？

生1：我选择丙公司，因为这个公司成活的树苗最多。

生2：我不同意，因为也许丙公司种了1000棵，成活了47棵，而乙公司可能种了19棵，成活了19棵。

生3：我同意生2的意见，因为现在我们不知道三个公司所负责的路段长多少，无法作出判断。

师：看来，我们只了解成活的棵数这一个数量还不行，还需要知道树苗的总棵数是多少。（板书：成活棵数　总棵数）

2. 再读信息，体验百分数产生的必要性。

师：查阅了原始材料，同学们需要的数据找到了。

课件呈现完整信息：

甲公司负责的1号路段中，共种树苗25棵，现在成活树苗有23棵。

乙公司负责的2号路段中，共种树苗20棵，现在成活树苗有19棵。

丙公司负责的3号路段中，共种树苗50棵，现在成活树苗有47棵。

师：现在，你会建议市政府选择哪个公司呢？请先独立思考，作出决策后再和你的同桌轻轻地交流一下。

3. 学生自主探究后小组交流讨论。

生1：选择乙公司。因为甲公司死亡棵数是2棵，乙公司死亡棵数是1棵，丙公司死亡棵数是3棵，乙公司死亡的棵数最少。

生2：在总棵数相同的情况下，这种方法是可以的，如果总棵数不同，只考虑死亡棵数这一个数量就不行了。

微信公众号：电子课本大全

生 3：选择乙公司。因为甲公司成活棵数占$\frac{23}{25}$，乙公司成活棵数占$\frac{19}{20}$，丙公司成活棵数占$\frac{47}{50}$，通分后分别是$\frac{92}{100}$、$\frac{95}{100}$、$\frac{94}{100}$，$\frac{95}{100}$最大，说明乙公司的种植水平最高，所以选择乙公司。

生 4：选择乙公司。我的思考方法和生 3 差不多，但我算的是死亡率，甲公司是$\frac{2}{25}$，乙公司是$\frac{1}{20}$，丙公司是$\frac{3}{50}$，再通分成分母是 100 的分数。

4. 认识百分数。

师：$\frac{92}{100}$、$\frac{95}{100}$、$\frac{94}{100}$还有一种表示方法，你们知道吗？

请学生板演，组织其他学生评价。

说明：这样的分数叫百分数，“%”这个符号叫百分号。

提问：谁能用自己的话来说说 92%表示什么意思？

板书：成活棵数是总棵数的百分之几。

甲：$23\div25=\frac{23}{25}=\frac{92}{100}=92\%$

乙：$19\div20=\frac{19}{20}=\frac{95}{100}=95\%$

丙：$47\div50=\frac{47}{50}=\frac{94}{100}=94\%$

5. 交流信息，进一步体会百分数在生活中的应用。

师：同学们手中也有不少的百分数资料，老师建议同学们用手中的资料举行一个小型的“生活中的百分数”信息发布会，发布信息时，你可以和同学们一起来讨论一下：资料中的百分数表示什么？你从中可以了解些什么？

学生小组讨论，交流反馈。

生 1：（投影信息：一次性筷子是日本人发明的。日本的森林覆盖率高达 65%，但他们却不砍伐自己国土上的树木来做一次性筷子，全靠进口。我国的森林覆盖率不到 14%，却是出口一次性筷子的大国。）65%表示日本的森林面积占国土总面积的 65%，14%表示中国的森林面积占国土总面积的 14%，我们要注意保护环境，减少树木过度砍伐。

生 2：（投影信息：据科协调查，去年我国有 85.9%的人没有参观过科技馆、自然历史博物馆，有 78%的人没有去过公共图书馆。）78%表示没有去过公共图书馆的占调查总人数的 78%，我还发现了去过公共图书馆的占调查总人数的 22%。

生 3：（投影信息：据中国营销传播网上的消息：麦当劳、肯德基、比萨饼等洋快餐食品正像一阵强旋风席卷中国。根据海口市快餐业资料统计，海口市去年快餐业的营业额，洋快餐的营业额是中式快餐营业额的 220%。）洋快餐的营业额比中式快餐多 120%，看来中式快餐要在经营上多动脑筋，才能战胜洋快餐。

生 4：（出示“立体脆”的外包装：加量 30%。）说明增加的立体脆是原来立体脆的 30%，也可以知道现在立体脆是原来立体脆的 130%。

6. 小结归纳。

师：同学们的信息发布使我们理解了更多的百分数，谁可以用自己的话来说说什么是百分数呢？

微信公众号：电子课本大全

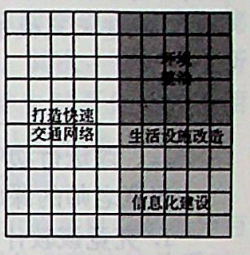
阅读课本：同学们还有什么疑问吗？

学生质疑：百分数与分数有什么不同？（学生自发讨论：形式、意义、作用、书写方法等都存在不同的地方）

（三）应用提高

师：老师也想来参加同学们的信息发布，如果你找到隐藏在资料中的百分数，请你把它大声地读出来，并漂漂亮亮地写在本子上。

北京在未来的五年间准备投入1800亿进行城市基础设施建设，包括打造快速交通网络、环境整治、生活设施改造与信息化建设。各项投资比率如下图：



师：如果我们用这个正方形来表示1800亿元，把它看作单位1，各个建设项目的投资比率是这样的。你能从图中找出各个投资项目所占的百分比吗？

提问：看着这组信息，你可以从中了解些什么？

生1：我了解到了投资交通网络的比率最高，用于生活设施改造的比率最低。

生2：我从中了解到北京在未来的城市建设中十分重视环境整治。

师：老师也想了解一个信息，如果我想知道用于环境整治的资金是用于打造快速交通网络资金的百分之几，你能告诉我吗？

生1：从图中可以看出，环境整治所占面积是打造快速交通网络面积的一半，一半就是50%。

生2：因为25%是50%的一半，所以应该是50%。

师：我们从图上又了解到不少信息。如果还有想了解更多的信息，老师建议同学们可以登录北京奥组委的网站（http：//www. beijing-olympic. org. cn），与更多的人交流你的观点。

（四）小结与反思

师：这节课快结束了，老师想了解一下同学们这节课的学习情绪如何？特别是愉快、紧张和遗憾这三种情绪，你能用百分数来告诉大家你这节课的各部分学习情绪所占的比率吗？

 愉快（　）%　 紧张（　）%　 遗憾（　）%

生1：愉快占90%，因为我这节课学得非常高兴。紧张占5%，因为有许多老师听课。遗憾占5%，因为老师有几次都没有请我发言。

生2：愉快占95%，因为这节课老师让我们一起讨论，自己学习，我很愉快。紧张占5%。

生3：愉快占50%，紧张占5%，还有45%是遗憾，因为这节课的知识实在太有趣了，我想再学下去，马上就要下课了，我很遗憾。

这样清晰、自然、流畅的课堂在十多年前的课改初期，犹如黑夜中闪过的一道亮光，让大家看到：课程标准所倡导的理念用老教材同样能落到实处。袁老师注重教学目标的整合和多元，她跳出了教材、课堂这个狭小的空间，选取了与生活息息相关的素材，努力营建了一种认知、情感等相互融合的、多层次的、立体型的课堂，学生的主动探索、生生合作、师生互动等为与会代表留下了深刻的印象。课前让学生收集信息，课中让学生参与讨论、发表见解、回顾自己的得失，课后还鼓励学生上网查资料等，极大地激发了学生学习的主动性，深深地赢得了学生发自内心的喜欢。下面这封袁老师回到浙江后收到的学生来信足以说明这节课的成功。

微信公众号：电子课本大全

袁老师：您好！

今天听了您的数学课，精彩极了，我上完后，心想：要是袁老师能天天给我们六（2）班上课该多好啊！

今天，我本想大显身手的，因为我能去上公开课，是我的荣幸，当然要好好表现了，很可惜，我只回答了两三个问题而已，太少了。无所谓了，在信上讲也是同样了：这节课我的愉快为80%，紧张为5%，遗憾为15%，不用想您也知道为啥了！

祝您天天快乐，工作顺利！

与您有一课之缘的学生　梁德婧

2002年11月20日

二、改进行动中聚焦的几个问题

当袁老师的课成为经典的时候，我们又开始重新思考“教什么”和“怎么教”的问题。

1. 究竟该教什么？——分子超过100的该不该教？与概率统计领域需不需要沟通？

（1）这节课的重点是什么？

在众多版本教材和教学用书中，往往把理解百分数的意义、读写和应用作为重点，把百分数与分数之间的区别和联系作为难点。但对于百分数与分数相比有什么优势，有了分数为什么还要学习百分数，材料的选择和环节的推进往往显得轻描淡写。袁老师的课例，我们感到用“为市政府选择植树公司”这一生活背景，尽管基于现实生活，一开始也能激起学生探究的欲望，但对于理解百分数的意义，从数学本质的角度来看，材料的结构还不是最好，数据有偶然性。如何找到适当的材料，让学生既能明白百分数与分数之间的这种联系和区别，又能体会到百分数的优越性，这应该是本节课的重点。

（2）这节课的难点是什么？

大多数教材都强调百分数的意义是：一个数是另一个数的百分之几。说明百分数的意义应该是表示任意两个量之间的关系，但教材提供的素材基本局限在部总关系，呈现的百分数绝大多数是分子小于100的。对于这一问题，袁老师在课堂上也基本采取了回避的策略，对于学生收集到的分子大于100的信息也未能从数学的角度细加分析。如：洋快餐的营业额是中式快餐营业额的220%；洋快餐的营业额比中式快餐多120%，现在“立体脆”是原来立体脆的130%。而我们认为：两个量除了部总关系，也应考虑两个独立关系的量，所以呈现的百分数应该包括分子超过100的。还应与概率统计领域做适当的沟通。这样才能让学生对百分数的意义有一个更全面而深刻的认识。显然，这一问题应该是百分数教学的难点。

2. 究竟该怎么教？

（1）如何引入？

我们对当时与课程标准配套的实验教材进行研读，教材提供了基本的教学思路，多个版本教材在百分数的引入时主要有两种方式。

第一种方式，通过计算足球比赛中罚中个数是罚点球总数的几分之几来选择一名同学罚点球，或通过计算发芽的种子数占实验种子数的几分之几来评价种子的发芽情况，让学生发现像$\frac{5}{20}$、$\frac{7}{25}$、$\frac{11}{50}$这样的分数不好比较，需要将它们化成分母是100的分数$\frac{25}{100}$、$\frac{28}{100}$、$\frac{22}{100}$来比较，由此引出学习百分数的必要性。

第二种方式，教材直接呈现几幅与百分数有关的生活情境，让学生寻找生活中的百分数。教材这样编写的目的是引导学生联系生活实际认识百分数，感受百分数在生活实际中的应用

微信公众号：电子课本大全

价值。

比较这两种引入的方式，我们觉得第二种引入编排更为合理。首先，第一种方式，分数的分母都是100的因数或倍数，这与袁老师课例中的选植树公司一样，都有一定的局限性和偶然性。若比较一些一般分数的大小，学生首先会想到什么方法？教材的编写夸大了百分数便于比较的功能，其实，单从比较是否方便而言，化成小数比较更直接。如果仅仅为了突出百分数学习的必要性，人为创设一些情境，兜了一个圈子引出百分数，似乎显得有些牵强。况且，一般教师在课前都会让学生收集一些生活中的百分数资料，这样在揭示课题以前学生已没有神秘感，早就知道这节课研究的内容是百分数，兜了一圈引出百分数没有必要。其次，百分数之所以被广泛应用，除了便于比较的原因，更多的是因为使用的习惯。既然学生对百分数并不陌生，那么从学生的已有生活经验出发引出百分数更符合学生的学习心理和认知基础。

（2）对于分子大于100的百分数的理解是学生学习的难点，应该如何突破？

百分数概念的本质就是用来刻画和描述两个数量之间关系的数，这两个数量可以是部分与整体关系的数量，也可以是独立关系的数量。众所周知，当这两个数有部分与整体的关系时，百分数不可以大于100%，当这两个数是两个独立关系的数量时，百分数可以大于100%（类似于分数中的假分数），而这恰是学生理解概念的难点。在现行各种版本的教材中，发现这个内容的编写都存在着一定的缺陷。如人教版实验教材只是在读写百分数的练习中出现了四个分子大于100的百分数，即108.5%、140%、121.7%、300%。至于百分数的意义也仅在部分与整体关系下进行研究和讨论。我们认为，任何一个概念，总有它的内涵与外延，教材这样的编排，无疑缩小了百分数概念的外延，回避了学生学习的难点，不利于学生完整地建构百分数的内涵。众多名师的课例中也很少有人在这一点上浓墨重彩地进行处理。

（3）百分数与统计概率领域如何进行简单的沟通？

在统计概率领域，学生已经学习了用分数表示可能性的大小。但在生活中，这种可能性的大小更多的是以百分数的形式呈现。如，商场摸奖活动，中奖率是90%等。为此，我们认为，应该对百分数和概率进行简单的沟通，让数学知识求联，使学生在更广阔的背景下认识和理解百分数。

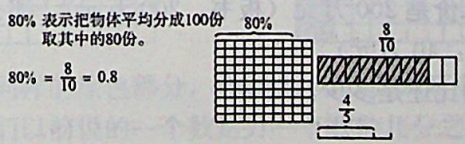
（4）学生的起点究竟在哪里？

从袁老师课堂上，我们看到学生在课前就自己收集了一些百分数的资料，并能进行一定的解释。为了更好地了解学生学习的起点及难点等。蓝雪敏老师设计了以下几个问题进行前测：

①80%表示什么意思？你能用哪些方式表示出来？

②你见过120%这样的百分数吗？举个例子来说一说它可能表示的意思。

前测结果显示：对于第一个问题“80%表示什么意思”学生大致有以下几种表达：



学生这样的理解就是建立在分数意义的基础之上，并且对百分数与分数大小之间的关系有了一定的感知，这种感知的基础是分数的基本性质。而对于第二个问题，大多数学生只表示见过，但对其表示的意思存在疑惑。可见，教学的难点应该是引导学生去理解和解释分子大于100的百分数。

三、具体改进思路

基于以上的思考，在具体教学设计时，我们着重讨论的问题是：（1）什么样的素材更能体

微信公众号：电子课本大全

现百分数产生的必要性？学生在课堂上必须了解百分数产生的必要性吗？（2）六年级学生能自己看书学懂哪些内容？学习的起点和难点在哪里？（3）可以拓展哪些内容？

经过梳理和讨论，我们放弃了第一个问题，理由是百分数的产生牵涉到数学史的知识，不是一个简单的类似选植树公司这样的情境能说明问题，况且一节课的时间有限，应该抓住重点和难点进行针对性教学。百分数的读写学生一看就能明白，也用不着专门设计环节进行教学。这样，我们就把这节课的目标具体化为以下三个问题：（1）百分数有什么好处？百分数与分数有什么联系和区别？（2）分子超过 100 的百分数适用于哪些情况？（3）百分数与概率统计领域如何适当沟通？

四、教学改进实践

【第一次改进实践】

2009 年 11 月，浙江省杭州市，浙江省小学数学课堂教学比赛，执教者：蓝雪敏。

（一）揭示课题

直接板书：百分数

1. 提问：关于百分数，你想知道它的哪些知识？

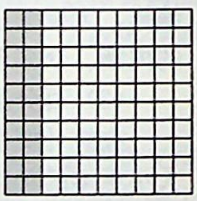
引出：意义、用途、区别等。

2. 引导：谁愿意把找到的关于百分数的信息提供给大家一起讨论？

从学生材料中选择具有典型性的材料用于新课环节的教学。

（二）概括意义

1. 呈现学生第一条信息：一套房屋，首付款占总房款的 20%。



（1）读一读。

（2）这个百分数你是怎么理解的呢？请试着在本子上表示出来。

生 1：把一套房屋的总房款看作 100 格，那么首付款占这样的 20 格。

生 2：如果一套房子的总房款是 100 万元，那么首付款就是 20 万元。

师：如果这套房子的总价是 100 万元（板书：100 万元），那么首付款应是多少？

生：20 万元。（师板书：20 万元）

师：（板书：$20\div100=\frac{20}{100}$）是谁与谁比较的结果？

生：这个$\frac{20}{100}$是首付款和总房款相比较的结果。

师：像这样表示两个量相比较得到的分数就可以改写成百分数。这个百分数应该怎么写呢？（指导读、写百分数）

师：如果这套房子的总价是 200 万元（板书：200 万元），那么首付款就应该是多少？

生：40 万元。（师板书：40 万元）

师：首付款和总房款的比还是多少？

生：20%。

师：根据这条信息，你还能知道贷款占百分之几？

生：贷款占总房款的 80%。

师：这里的 80%是谁与谁比较的结果？所以可以理解为：贷款占总房款的 80%（板书）。

师：（小结）同学们，你们能不能也像这样说一说你收集的百分数表示什么？和同学交流一下。

2. 学生交流，教师巡视选择材料。

微信公众号：电子课本大全

（1）衣服标签中棉占的百分数。

（2）果汁含量。

（3）近视率。

在学生的交流汇报中，教师反复围绕“这个百分数是谁与谁比较的结果”进行追问。

3. 概括百分数的意义。

师：通过大家的交流，你们认为百分数表示什么？

（板书：百分数表示一个数是另一个数的百分之几）

师：刚才我们明白了百分数就是两个量比较的结果，所以百分数也叫百分比（板书：百分比）或百分率（板书：百分率）。

（三）拓展提升，加深认识

1. 你会选吗？

A：100%　55%　106%　45%　22.78%

（1）中国神舟系列宇宙飞船七次发射都取得了成功，用百分数表示是（　　）。

（2）一份文件已经下载了（　　），还剩下（　　）没有下载。

（3）据了解我国小学生的近视率约是（　　）。

（4）小明家2008年收入是2007年的（　　）。

B：$\frac{98}{100}$　98%

（1）小红的身高是姐姐的（　　）。

（2）小红的身高是（　　）米。

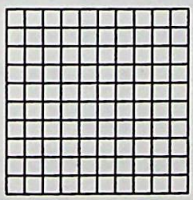
师：通过刚才的辨析，你们知道了什么？

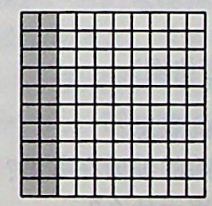
小结：分数既可以表示两个量相比的结果，也可以表示具体的数量，而百分数只表示两个量相比的结果，不能表示具体的数量。

2. 涂一涂。

（1）学生自己在百格图中涂一涂，并说说相应的百分数。

（2）接着，把空白百格图涂上两列（如图），先说一说涂色部分占整个正方形的百分之几，再要求学生用百分数表示出涂色部分和空白部分的关系，从而引出400%。





（3）追问：为什么表示同样的涂色部分，会有20%和25%两个不同的百分数？

小结：其实百分数和我们以前说的一个数是另一个数的几分之几或几倍是一样的，都是两个量比较的结果。

（四）总结全课

通过这节课的学习，你对百分数有了哪些认识？在你收集的材料中还有没有不能理解的百分数？

这一次的改进实践，因为是赛课，整个教学设计需要蓝雪敏老师及所在的设区市团队一起完成，其他人员均不能参加。尽管如此，这节课跳出了袁老师的课例，蓝老师简洁、清晰、自

微信公众号：电子课本大全

然的教学风格得到了大家的认可，有两点尤其值得借鉴。其一，直接从学生收集到的生活事例引入百分数，让学生通过个性化的理解来表达，这既符合学生认知的起点，又能很快抓住百分数与分数在意义上的衔接与融合；其二，借助百格图来理解百分数的意义，通过表示涂色部分分别占整个正方形的百分之几、占空白部分的百分之几，让学生感悟分子小于100的百分数和分子大于100的百分数分别适用的情景，有助于把抽象的概念具体形象化，便于学生理解，从而突破难点。但对于“有了分数，为什么还要学习百分数”这个问题，教学中重点突出分数与百分数的联系与区别，忽视了百分数特有的优越性；其次，对于分子大于100的百分数究竟适用在何种情景？借助“小明家2008年收入是2007年的（　　）”，让学生选一选，就是一个很好的抓手，可惜的是教师在交流的过程中没有细加分析，并让学生举一反三，前面百格图的作用也没有充分发挥，学生理解并不透彻。整节课也没有与概率统计领域做适当的沟通。一句话，我们所期望的难点虽有所涉及，但学生的感悟不深，未能很好地突破。

【第二次教学实践】

2011年10月，江苏省镇江市，华东六省一市第十三届小学数学课堂教学观摩研讨活动，执教者：蓝雪敏。

（一）导入

1. 导入：今天我们来研究百分数，相信通过这节课的研究，你们对百分数一定会有更深的认识。

2. 谈话：老师这里带来几条百分数的信息，一起读一读。

课件呈现：

（1）用流水洗手30秒以上，可清除80%的细菌。

（2）我国最新调查显示：25%的小学生患近视。

（3）第六次人口普查结果：我国男性人口约占51.27%。

（二）百分数意义的理解

1. 个性化画图理解80%表示的意思。

课件呈现：用流水洗手30秒以上，可清除80%的细菌。

（1）这句话里的80%，表示什么意思？

（2）请你用一幅简单的示意图来表示出80%的意思。

（3）反馈：

学生作品1：$\frac{80}{100}$（百格图）

追问1：谁看懂了他的意思？

追问2：图中，可清除的细菌在哪里？

追问3：整个正方形表示什么？

小结：原来这样表示出了“可清除细菌是细菌总数的80%”。

学生作品2：$\frac{8}{10}$

追问1：还有一位同学是这样表示的，你看懂他的意思了吗？

追问2：这里是$\frac{8}{10}$呀？

小结：原来，他这样的一份就表示10小份，他心里也是想着平均分成100份，取其中的80份。

微信公众号：电子课本大全

（再呈现用$\frac{4}{5}$表示的材料）

师：这位同学的想法你们同意吗？刚才这两位同学也表示出了“可清除细菌是细菌总数的80%”。

2. 百格图中理解百分数的意义。

师：在刚才的这些图中，百格图看起来更加的直观形象。下面我们继续借助百格图来分析第二条信息。

（1）理解25%表示的意义。

问题1：这里的25%又表示什么意思？如果要在百格图中表示出25%的意思，你会怎么涂？

问题2：现在涂色部分表示什么人数？整个正方形又表示什么人数？

小结：这样就表示出了“近视小学生人数是全国小学生总人数的25%”。

追问1：（指一不近视学生）你是属于这25%吗？

追问2：不是属于这25%的同学请举手，你们属于百分之几里面的？

追问3：估计咱们班近视人数有没有超过25%？

（2）借助百格图理解百分数意义，并选择适用的情景，初步感悟分子大于100的百分数。

师：继续往下看，老师这里还带来两个百分数，一起读一读。

（课件呈现：71%　100%）

问题1：这两个百分数，也想在百格图中表示出来，你们会吗？

问题2：这里有这样一条信息：海洋面积约占地球总面积的（　　）。

追问1：括号里你们会选择填写哪个百分数？

追问2：都同意填71%，能不能填100%？为什么？

问题3：再来看一条：学校合唱队中，男生人数是女生的（　　）。

追问1：这里又可以填哪个百分数？（生1：71%，生2：100%）

追问2：填71%，说明什么？填100%又说明什么？

追问3：还有其他的想法吗？

师：如果男生在合唱队中，男生人数比女生人数多，你们觉得会填怎样的百分数呢？

小结概括意义：刚才，我们借助百格图理解了那么多信息，尽管每条信息表达的意思各不相同，但都用百分之几的形式表示出了一个数与另一个数之间的关系。所以，百分数就表示（课件呈现，学生一起读）“一个数是另一个数的百分之几。百分数也叫做百分率或百分比。”

（三）结合情境，进一步理解百分数的意义

1. 辨析百分数与分数的联系、区别。

师：通过刚才的研究，我们知道了百分数其实就是一种分数。那么百分数和分数有区别吗？区别在哪里？

（1）指名学生说一说。

（2）下面的分数，能改用百分数来表示吗？

课件呈现：

①一段绳子长$\frac{50}{100}$米。用去了一根绳子的$\frac{30}{100}$。

问题1：这两个分数，都能改成百分数吗？

微信公众号：电子课本大全

追问 1：$\frac{50}{100}$米实际上就是多长？

引出：（50 厘米，5 分米）它表示的是一个具体的数量，不能用百分数表示。

追问 2：$\frac{30}{100}$表示出了谁与谁之间的关系？

引出：它表示的是用去的和绳子全长之间的一种关系，所以可以用百分数表示。

课件呈现：

②运走了一堆煤的$\frac{75}{100}$。一堆煤重$\frac{97}{100}$吨。

追问 1：哪个可以用百分数表示？哪个不可以？

追问 2：$\frac{75}{100}$表示谁是谁的 75%？

小结：通过刚才的交流，你知道了什么？

引出：分数既可以表示两个量相比的结果，还可以表示一个具体的数量；百分数只能表示两个量相比的结果。

2. 体会百分数的好处。

师：好像百分数能解决的问题分数都能解决，那要百分数还有什么用呀？百分数有什么作用呢？

（1）指名学生说。

（2）课件呈现“中华人民共和国国家统计局网站”下载的信息：

2010 年，居民消费价格一季度同比上涨 2.2%，二季度上涨 2.9%，三季度上涨 3.5%，四季度上涨 4.7%，全年平均比上年上涨 3.3%。

追问：哪个季度涨的最快？涨的最慢的是哪个季度？你是怎么看出来的？

小结：看来百分数比较起来确实很方便，所以生活中经常用于分析和统计。像这样的一些信息在统计局的网站中随处可见，有兴趣的同学课后可以自己上网去看一看。

3. 进一步理解超过 100%的百分数。

师：刚才我们交流了那么多关于百分数的知识，现在我们静下心来写一写百分数。下面我们在规定的时间内写百分数，任意什么百分数都行，说停就停！开始！

2 名学生到黑板上写，其余学生在作业本上写。

师：停！写了几个？（10 个）还有不同的吗？（7 个）如果我以 10 个为标准，那我们可以说刚才两个同学完成了多少？

生：70%。

师：还有一个同学呢？

生：100%。

师：下面完成 10 个或 10 个以内的同学举手（班级一大半学生），超过 10 个的同学举手（一小半）。

师：我们来采访一个完成超过 10 个的同学：你完成了几个？（13 个）

师：那他完成了标准量的百分之多少？

生：130%。

师：这是个大于 100%的百分数，表示他完成的比标准量 10 个还多 30%，就是标准量的 130%。下面和你的同桌说说你完成的是标准量的百分之多少。

微信公众号：电子课本大全

小结：当完成个数没有到规定的 10 个时，填的数就小于 100%；当完成的个数恰好是 10 个时，就填 100%；当完成的个数超过 10 个时，填的数就大于 100%。

师：生活中你有没有见过超过 100%的百分数，举个例子说说。

（四）巩固与拓展

师：老师这里也有几个情境，你认为可以填怎样的百分数？

课件呈现：

下面括号中可以填怎样的百分数？

1. 水结成冰体积会膨胀，那冰的体积是水的体积的（　　）。

2. 2010 年的收入是 2009 年的（　　）。

3. 某超市想举行“迎元旦”购物摸奖活动，中奖率为（　　）。

重点讲评第三条信息，并追问：看到中奖率这道题，老师想起了一件事。前段时间超市里举行了“迎国庆”购物摸奖活动，中奖率为 99%。老师去商场买了好多次，结果每次摸奖摸到的都是“谢谢惠顾”，这是怎么回事的呀！

小结：哦，之前我都以为是自己运气不好，原来这里面还藏着数学奥秘呀。这回我总算是明白了，原来我就属于这 1%未中奖里面的呀。

（五）回顾总结（略）

与前面袁老师的经典课相比，突破了以下几点：

1. 导入环节直接与学生的基础对接。

不再用任何竞赛或比较的方式引入，直接让学生自己对 80%作出解释，且鼓励学生多角度进行表征，建立数与图的对应关系，沟通百分数与分数。

2. 难点的突破借助材料的对比。

究竟在什么情形下百分数的分子会小于 100？什么情形下分子会大于或等于 100？我们从渗透到直接体验，再到识别场景，设计了三次不同层次的教学。一是把海洋和陆地面积分别占地球面积的百分之几与合唱队中男生人数与女生人数的比率成组出现，让学生在 71%、100%中进行选择。二是让学生自己写一些百分数，再用 10 个为标准，进行比照，从而得出小于 100%、等于 100%及大于 100%三种可能，并与日常生活中的“没有完成”、“正好完成”和“超额完成”建立关联。三是借助“水结成冰”、“两年的收入比较”、“商场摸奖活动”三个场景，学会识别什么情况下该用怎样的百分数，并巧妙地借助“商场摸奖活动”把百分数与概率统计进行了适当的沟通。

整节课结构清晰、推进顺畅、学生学得轻松，达到了预期的效果。最大的亮点是：我们在材料的选择和处理上，让每一个材料都能聚焦到要解决的问题，并且材料与材料之间紧密相关，层层递进。从而把改进思路中要解决的三个问题一一得以落实。

五、后续的思考

事实上，许多课的研究都存在着传承与超越的问题，但如何超越经典？需要做深入细致的分析，我们既不能全盘否定，也不能照搬。

1. 如何选择材料？

由于百分数与生活息息相关，很容易找到生活中各种材料，以显示数学与生活的联系。事实上蓝老师在第二次教学实践之前，曾有过多次的试验和改进，基本上都是材料过多直接影响教学进程，最明显的问题是过多地追求与生活的联系，而忽视材料本身的结构，以及材料之间的分层递进。我们不妨看看蓝老师在华东六省一市小学数学课堂教学观摩研讨活动上课前试教曾用过的材料：

微信公众号：电子课本大全

<table>
<tr><th>环节</th><th>材料</th></tr>
<tr><td>一、导入</td><td>(1) 保存一份文件，已完成50%。
(2) 一瓶果汁饮料，苹果汁占50%，葡萄汁占40%，水占10%。
(3) 地球上，陆地面积约占地球总面积的29%，海洋面积约占地球总面积的71%。
(4) 据统计，我国小学生的近视率约为22%。
(5) 一瓶茅台酒的酒精度是52%。
(6) 一项网络调查显示，有85.53%的网民，近几年一直没读过名著。</td></tr>
<tr><td>二、探究百分数的意义</td><td>1. 利用前面的导入材料一一分析谁占谁的百分之几
2. 变式练习：一件羊绒衫标签上显示的百分数信息（羊毛82.4%　棉17.6%）。
另一件羊绒衫棉占82.4%，羊毛占17.6%，这样的两件衣服，你觉得分别适合哪个季节穿？为什么？
3. 拓展练习：几种食物中蛋白质和脂肪的含量如下表。
<table>
<tr><th></th><th>鸡蛋</th><th>鸡</th><th>黄豆</th><th>带鱼</th><th>花生</th></tr>
<tr><td>蛋白质</td><td>12.8%</td><td>19.3%</td><td>35.1%</td><td>17.7%</td><td>12.1%</td></tr>
<tr><td>脂肪</td><td>11.1%</td><td>9.4%</td><td>16.0%</td><td>4.9%</td><td>25.4%</td></tr>
</table>
4. 独立练习：在括号里填上合适的数
(1) 学校合唱队100名队员中，五年级有27人，六年级有50人，其余是四年级学生。
①合唱队中，五年级人数和总人数的比是（　），五年级人数是总人数的（　），即（　）%。
②合唱队中，六年级占（　）%，四年级占（　）%。
③合唱队中，五年级人数是六年级的（　）%。
5. 一辆货车严重超载，装的货物重量是核定载重的（　）%，这个司机被吊扣了驾驶执照。</td></tr>
<tr><td>三、感悟百分数的好处</td><td>1. 出示：
<table>
<tr><th>姓名</th><th>投篮次数</th><th>投中次数</th><th>投中次数占投篮次数的几分之几</th></tr>
<tr><td>科比</td><td>137</td><td>64</td><td>$\frac{64}{137}=\frac{17176000}{36767375}\approx46.7\%$</td></tr>
<tr><td>姚明</td><td>113</td><td>62</td><td>$\frac{62}{113}=\frac{20173250}{36767375}\approx54.9\%$</td></tr>
<tr><td>保罗</td><td>95</td><td>48</td><td>$\frac{48}{95}=\frac{18577200}{36767375}\approx50.5\%$</td></tr>
<tr><td>奥尼</td><td>125</td><td>76</td><td>$\frac{76}{125}=\frac{22354564}{36767375}=60.8\%$</td></tr>
</table>
呈现四幅明星图片：这四位球星谁投篮准一些？我们也来比一比。先呈现表格前三列：要比较怎么办？接着呈现三个分数，最后呈现通分后的分数：谁最准一些？方便吗？
2. 呈现“中华人民共和国国家统计局网站”（网站可以打开）
百分数还经常用于统计，来看看在国家统计局的网站上报道。
出示：
居民消费价格一季度同比上涨2.2%，二季度上涨2.9%，三季度上涨3.5%，四季度上涨4.7%，全年平均比上年上涨3.3%。其中食品价格上涨7.2%，固定资产投资价格上涨3.6%。工业品出厂价格上涨5.5%。原材料、燃料、动力购进价格上涨9.6%。农产品生产价格上涨10.9%。
3.7%　$\frac{97}{100}$　65%　100%　120%　$\frac{3}{5}$，选择合适的填空。
(1) 小红看一本书，已经看了（　），还剩35%没有看。
(2) 一批产品的合格率是（　）。
(3) 一堆煤重（　）吨，运走了它的（　）。</td></tr>
</table>

微信公众号：电子课本大全

续表

环节	材料
四、百分数意义的拓展	1. 用百分数表示百格图中的涂色部分占整体的百分之几。 依次涂：35%，58%，89%，99%，100% 2. 出示：90%　100%　110%　150%　200% (1) 某超市“迎国庆”购物摸奖活动中，中奖率为（　）。 (2) 某商场九月份营业额是八月份的（　）。 (3) 一辆货车严重超载，装的货物重量是核定重量的（　），这个司机被吊扣了驾驶执照。 3. 国庆期间，凡到本商场购物均可参加摸奖，中奖率为99%。

如表中所选择的材料，内容涉及吃穿住行方方面面，但对这节课而言，总共才四十分钟，教师想把所有材料都用上，每个材料又要挖掘生活中的注意点，渗透学会生活的教育，往往一节课下来，整体感觉就是两个字：“累”和“多”。第一个字“累”：教师上得累，学生学得累，听课教师听得累。第二个字“多”：学习材料多，教师追问同一层次的问题多。有的材料对概念的建立还有副作用，如四个人投篮的材料，既不符合生活实际，又不能感悟百分数的优越性，反而感到非常麻烦。所以，我们认为教师在处理教材时，最需要思考的是：如何用简单的材料上出富有思考的课？所选的材料与目标要有针对性，并在教学过程中充分挖掘每个材料深藏的价值及它们之间的关联，从而真正把握教学内容的数学实质。

2. 如何构建以“问题引路、任务驱动”的学习方式？

概念教学，教师往往容易局限于文本，咬文嚼字去解读教材为概念所下的定义，甚至把这作为教学的重点。所以在本节课中，尝试以“任务驱动”的方式教学概念。“80%表示什么意思？你能用一幅图表示出来吗？”“下面的分数，能改用百分数来表示吗？”“百分数能解决的似乎分数都能解决，那还要百分数干什么？百分数有什么好处？”“如果要求写10个，想一想，你完成个数是要求个数的百分之几？”“中奖率为99%，为什么老师还是没有中奖？”随着这几个问题的展开，很自然地让学生在问题的引领下逐步深入地理解了概念的本质含义。

3. 如何进一步改进教材的编写？

一线教师对教材的灵活处理一般只局限在课时内容的调整和增减，所以“百分数的认识”这节课，由于教材编写中未能很好地把解释和选用分子大于100的百分数纳入意义理解的范畴，这一“先天不足”使得教师的教学仅仅局限于部总关系，课堂上出现了分子大于100的分数，就采用回避的办法，与前面提到的“假分数”一样。我们认为，教材需要在这一点上做进一步的研究和改进。人教版实验教材在单元整理与复习中设计了一道习题，要求小组同学讨论交流：(1) 百分数与分数的含义有什么不同？(2) 在实际应用中，什么情况下最多能达到100%？什么情况下达不到100%？什么情况下能超过100%？我们认为这样的问题设计得很好，但滞后了，应该提前到前面的意义教学之中。

2. 供教师编题参考有关数据

稻谷出米率：约72%

小麦出粉率：约85%

微信公众号：电子课本大全

花生仁出油率：约 40%

油菜籽出油率：约 38%

芝麻出油率：约 45%

棉籽出油率：约 14%

蓖麻子出油率：约 45%

四、评价建议与评价样例

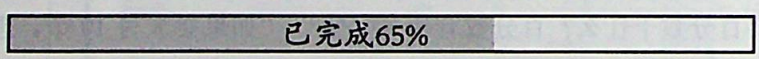
（一）评价建议

本单元的学习内容评价主要是理解什么是百分数，掌握百分数的读法和写法，知道百分数在日常生活中有广泛的应用，会用方格图、线段等方式解释百分数的意义；理解百分数与分数的联系和区别，能正确地进行百分数与分数、小数的互化；理解达标率、出勤率、合格率等百分率的意义，掌握求百分率的方法。掌握解决有关百分数的实际问题的思考方法，能正确地解决各类涉及到百分数的问题。能发现解决涉及一个数的百分之几的问题与涉及一个数的几分之几的问题在分析方法、解题思路与解答过程上的一致性，自觉迁移。因此，本单元的学习评价应围绕这些教学目标进行。

（二）本单元以笔试评价为主，评价样例如下。

1. 填空。

（1）下图表示红红下载一份资料的示意图，表示还有（　　）没有完成。



（2）0.35＝（　　）%　　0.009＝（　　）%　　2.35＝（　　）%

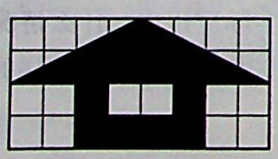
$\frac{7}{8}$＝（　　）%　　$\frac{4}{25}$＝（　　）%　　$\frac{5}{7}$≈（　　）%

（3）（　　）÷（　　）＝（　　）%＝$\frac{4}{5}$＝（　　）（小数）

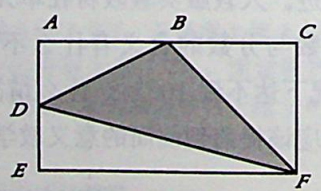
（4）抽样检测一种商品，48 件合格，2 件不合格，这种商品的合格率是（　　）%。

（5）甲数除以乙数的商是 1.6，甲数是乙数的（　　）%。

（6）涂色部分的面积是长方形面积的百分之几？



（　　）%



（　　）%

（7）某班有 15 名女同学和 25 名男同学。男同学占全班人数的_____%，女同学比男同学少_____%。

微信公众号：电子课本大全

(8) 某物体的质量等于它本身质量的75%再加上$\frac{3}{4}$ kg。这个物体的质量是（　　）kg。

(9) 甲的体重是乙的$\frac{4}{5}$，甲的体重：乙的体重＝（　　）：（　　），甲的体重比乙少（　　）%，乙的体重比甲多（　　）%。

(10) 人正常的眨眼可以消除眼睛的疲劳，如果眨眼次数过少，对眼睛的健康不利。下表是人在各种状态下每分钟眨眼的次数。

状　态	平　常	写　字	看　书	玩电脑游戏
每分钟眨眼次数	24	18	15	10

从上表可以看出，在（　　）时，眼睛最容易疲劳。看书时眨眼的次数是平常状态下眨眼次数的（　　）%。

2. 选择。

(1) 下列数中，（　　）与其他几个数不同。

A. 8%　　B. 0.08　　C. 百分之八　　D. $\frac{8}{10}$

(2) 某工厂生产一批服装，原计划每天生产1000套，实际每天生产800套。实际生产的是计划的（　　）。

A. 80%　　B. 125%　　C. 100%　　D. 180%

(3) 一个计算器，若卖100元，可赚进货价的25%；若卖120元，则可以赚（　　）。

A. 60%　　B. 50%　　C. 40%　　D. 30%

(4) 花卉公司培育一批蝴蝶花，卖出800盆后，还剩下20%。这批蝴蝶花一共有（　　）盆。

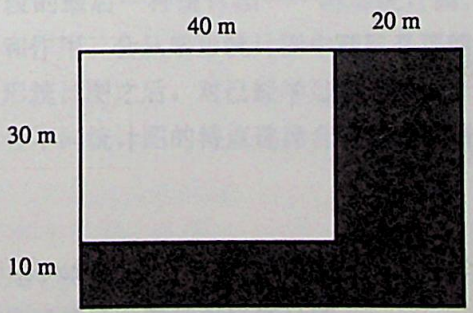
A. 4000　　B. 2000　　C. 1000　　D. 1200

3. 解决问题。

(1) 120 kg稻谷可以碾出74.4 kg大米，求这批稻谷的出米率。若要碾出大米2480 kg大米，需要这样的稻谷多少千克？

(2) 一堆沙子重240 t，一堆石子质量的$\frac{2}{3}$与沙子质量的60%相等。这堆石子重几吨？

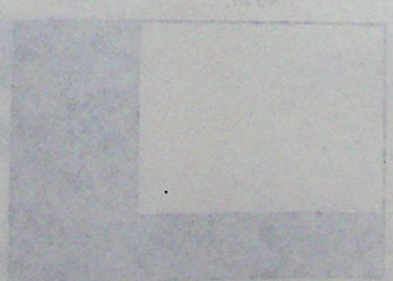
(3) 停车场扩建后，长增加了20 m，宽增加了10 m，如下图所示。面积比原来增加了百分之几？



微信公众号：电子课本大全

(4) 有一只油桶，装有半桶油，用去油的60%，又倒入10 kg，这时桶里的油和原来一样多。这个桶能装多少千克油？

(5) 修路队修一段公路，已修的米数与未修的米数的比是4∶5。如果再修60 m，就正好修了一半，这段公路长多少米？



微信公众号：电子课本大全

第七单元　扇形统计图

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生了解扇形统计图的特点与作用，知道扇形统计图可以直观地反映部分数量占总数的百分比。

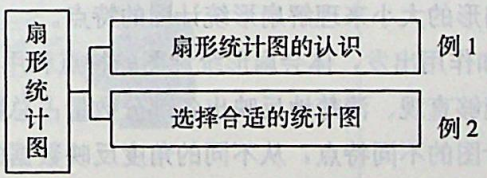
2. 使学生能读懂扇形统计图，从中获取必要的信息，进一步体会统计在现实生活的作用。

3. 使学生知道对于同样的数据可以有多种分析的方法，能根据需要选择合适的统计图，直观、有效地描述数据，进一步发展数据分析观念。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

本单元主要包括让学生认识扇形统计图，通过熟悉的事例体会扇形统计图的特点和作用，以及会根据统计的目的和各种统计图的不同特点，选择合适的统计图进行数据描述。具体编排结构如下。



学习本单元前，学生已经具备了一定的统计知识。例如，经历简单的收集、整理、描述和分析数据的过程；会根据实际问题设计简单的调查表，能选择适当的方法收集数据；能用条形统计图和折线统计图表示数据；能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。此外，学生刚刚学习了百分数的相关知识，认识了扇形。这两方面的内容为学生学习本单元的知识打下了坚实的基础。

本单元继续学习小学阶段的最后一种统计图——扇形统计图。使学生通过熟悉的现实素材，了解扇形统计图的特点和作用，会从扇形统计图中获取必要的信息，进一步体会统计在现实生活的作用。在学习了扇形统计图之后，对已经学过的三类统计图进行整体性的回顾，使学生学会根据统计的目的，结合不同统计图的特点选择合适的统计图进行数据描述，进一步培养学生的数据分析观念。

2. 教材编排特点。

本单元的编排具有以下几个特点。

（1）在学生熟悉的现实生活情境中教学扇形统计图。

微信公众号：电子课本大全

本单元内容的编排，从学生非常熟悉的生活情境入手，通过百分数的意义引入扇形统计图，由数到形，引导学生根据百分数的意义理解扇形统计图中每一部分的含义，体会扇形统计图可以直观描述各部分占总体的百分比的特点。

（2）在比较中凸显条形统计图、折线统计图和扇形统计图各自的特点及适用条件。

教材提供了同一题材中三组不同形式的数据，让学生选择合适的统计图描述这些数据。学生通过对三组数据的比较，结合不同统计图的特点和各自的优缺点选择合适的统计图，在分析、比较中选择能直观、有效表示信息的统计图，进一步加深对三种统计图特点的认识。

（3）重视从统计图中获取信息、分析信息，提出并解决简单的实际问题。

与实验教材相比，本套教材增加了以不同形式的统计图呈现相同信息的练习，例如，根据条形统计图，完成折线统计图；根据条形统计图，完成扇形统计图。通过这样的方式，进一步培养学生从统计图中获取信息的能力，感受不同统计图各自的特点与相互之间的内在联系。

（4）突出统计与社会现实的紧密联系，使学生从统计信息中了解社会的变化趋势。

本单元的练习中编入了许多与当今社会密切相关的素材，例如，广东省常住人口总数和城镇常住人口的变化情况，电话用户数量的变化情况，网民的城乡结构状态，使学生学会根据统计数据了解相关的社会信息，提高在日常生活中读懂各种统计信息的能力。

（三）教学建议

1. 注意根据学生已有的知识基础，把握新知识的生成点。

本单元的教学，要充分利用学生已有的知识经验，以百分数的意义引出扇形统计图，根据扇形中圆心角的大小决定扇形的大小来理解扇形统计图的特点。

2. 注重从统计的意义和作用出发，体会扇形统计图的特点和用途。

扇形统计图的优势是能够直观、清楚地反映出各部分数量占总数的百分比。教学时，应该使学生体会到根据各种统计图的不同特点，从不同的角度反映数据的特征。

3. 引导学生根据不同的统计目的和数据特点，合理选择统计图。

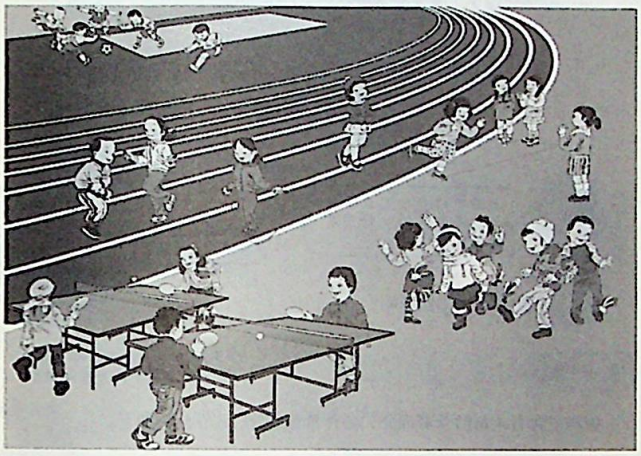
对统计目的和数据的特点进行分析是合理选择统计图、直观有效地描述数据的前提条件。在进行这部分内容教学时，要引导学生认真分析要利用这些数据表达什么信息，再结合三种统计图的特点，形成合理选择统计图的一般思考方法。

4. 建议用 2 课时教学。

微信公众号：电子课本大全

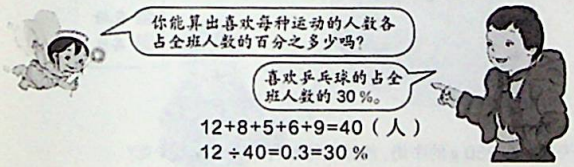
7 扇形统计图

1



六（1）班同学最喜欢运动项目的情况如下表。

项目	乒乓球	足球	跳绳	踢毽	其他
人数	12	8	5	6	9
百分比					



12+8+5+6+9=40（人）

12÷40=0.3=30%

96

编写意图

（1）教材联系学生的生活实际，创设了学生参加各种体育活动的情境，为引出有关统计数据提供现实背景。

（2）根据统计表中的数据提出问题：你能算出喜欢每种运动人数各占全班人数的百分之几吗？使学生感受计算喜欢各项运动人数所占百分比的必要性。使学生看到，在这儿，用绝对人数只能比较喜欢各项运动的人数间的关系，而百分比不仅可以表示喜欢各项运动的具体人数，还可以比较喜欢各项运动的人数与全班总人数之间的关系。

教学建议

（1）突出计算百分比的必要性。

教学时出示主题图，将学生带入熟悉的情境，并直接出示统计表及相关的数据，让学生说一说从统计表可以得到什么信息。如果要比较喜欢每种运动项目的人数，可以怎样比？如果要比较喜欢每种运动项目的人数占全班人数多少，可以怎样比？学生提出可以计算出喜欢每种运动项目的人数占全班人数的几分之几或百分之几。在此基础上，教师引导学生发现计算百分比进行比较的便利性。

（2）可以因地制宜，根据本班的情况实际调查，更显统计的真实性。

如果有条件，也可以让学生事先调查本班同学最喜欢什么运动项目，统计出相应的人数，使学生经历数据收集、整理的完整过程，并在此基础上计算出喜欢各项运动项目人数所占的百分比。（由于不要求学生制作扇形统计图，因此，教师可以在后面的教学中把统计出的数据输入电脑，利用 ECXEL 软件自动生成相应的扇形统计图。）

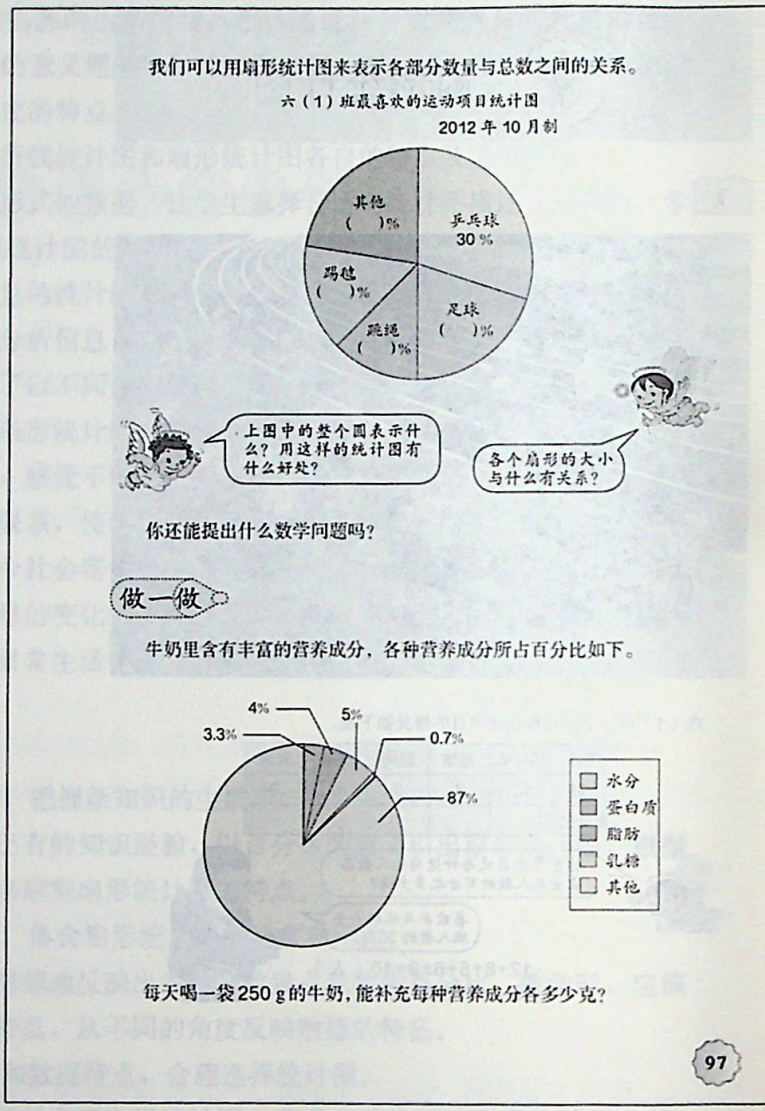
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）教材直接指出可以用扇形统计图来表示各部分数量与总数之间的关系，并给出扇形统计图的雏形，让学生观察扇形统计图的构成，并在相应的部分填入数据，初步了解扇形统计图的特点。

（2）在学生把扇形统计图补充完整后，进一步引导学生在观察的基础上思考：整个圆表示什么？用扇形统计图有什么好处？各个扇形的大小和什么有关系？使学生认识扇形统计图的特点：可以直观、清楚地表示出喜欢各种运动项目的人数占全班总人数的百分比。

（3）“做一做”用扇形统计图展示了牛奶中各种营养成分所占的百分比，让学生计算各种成分的具体含量。一方面，使学生进一步体会扇形统计图的特点；另一方面，使学生学会利用扇形统计图中的信息解决实际问题，在这里，实际上就是解决“求一个数的百分之几是多少”的问题。



教学建议

（1）引导学生利用分数的意义理解扇形统计图的特点。

虽然不要求学生制作扇形统计图，但要让学生理解扇形统计图中每个扇形所表示的具体含义。扇形统计图的模型和认识分数意义所用的圆的模型完全一致，因此，应利用已有知识让学生迁移类推。整个圆代表的是全体人数，相当于单位“1”，喜欢乒乓球的占30%，就相当于把整个圆平均分成100份，喜欢乒乓球的就占了其中的30份。教学时，要让学生在理解每个扇形具体含义的基础上，理解扇形统计图的特点。例如，不仅可以直观地比较各个扇形的相对大小，还能清楚地看出各部分与整体之间的关系，如喜欢乒乓球和足球的占了一半，喜欢踢毽和跳绳以及其他项目的占了一半。

（2）引导学生发现生活中的数学。

完成“做一做”时，使学生看到这儿的扇形统计图中各扇形代表的项目是用图例加以标明的，和例题中的形式不同，但本质相同。

完成后，还可以提供学生食用的学生奶或家用袋装奶，让学生根据上面标示的具体数据，算一算如果每天喝一袋奶，可以从牛奶中摄入各种营养成分的数量，使学生体会到数学来源于生活又可以更好地为生活服务。

微信公众号：电子课本大全

2 下面几组数据分别选用哪种统计图表示更合适？

（1）绿荫小学 2007—2011 年校园内树木总量变化情况统计表。

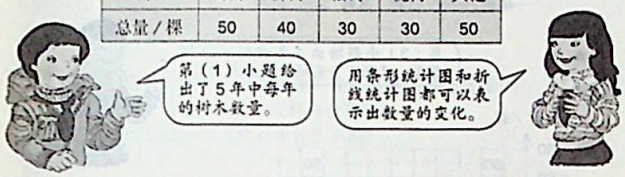
年份	2007	2008	2009	2010	2011
总量／棵	100	120	150	170	200

（2）2011 年绿荫小学校园内各种树木所占百分比情况统计表。

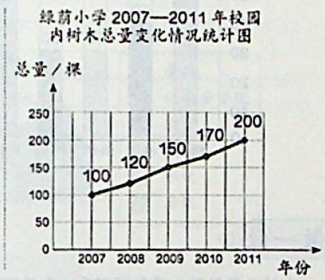
树种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
百分比／%	25	20	15	15	25

（3）2011 年绿荫小学校园内各种树木数量统计表。

树种	杨树	柳树	松树	槐树	其他
总量／棵	50	40	30	30	50









98

编写意图

微课代码：02610701

（1）条形统计图、折线统计图和扇形统计图的特点各异，在实际应用中的适用条件也不一样。例 2 以三组校园树木数量的相关数据为素材，让学生根据不同的统计内容选择合适的统计图，在此过程中进一步认识各种统计图的特点。

（2）通过此例，使学生体会到对于相同的统计对象，有时可以选择不同的统计图来描述数据，但其中的一些统计图更有优势。而在有的时候，却只能选择某一种。这是由统计图的特点和统计内容的特点共同决定的。

（3）第（1）题统计的是树木总量在 2007—2011 年的变化情况。既可用条形统计图描述，也可以用折线统计图描述。用这两种统计图都既能表示出每年的树木总棵数，又能表示出总数的变化趋势（条形统计图也可通过条形的起伏看出大致的趋势），但折线统计图在体现变化趋势时的优势更明显。例如，可以用两个点间的线段的陡峭程度（类似于斜率）表示变化的快慢。

教学建议

（1）引导学生明确统计内容，分析数据信息的特点。

教学例 2 时，可同时呈现三个统计表，让学生分别观察三个统计表中的数据特点，并进行交流，明确各统计表中数据所表达的信息，并让学生试着用学过的统计图来表示每个统计表中的信息。

（2）引导对比两种统计图的特点，使学生辩证合理地认识不同统计图的优点与不足。

教学第（1）题时，由于受到思维定式的影响，或许学生会认为只能用折线统计图表示。此时，教师可以追问：可以用其他的统计图吗？比如，条形统计图。使学生明确虽然条形统计图在表示变化趋势时不如折线统计图那么直观，但也可以达到两个目标：第一，可以把每年的树木总量表示出来；第二，可以通过条形的起伏看出大致的变化趋势。通过这一过程，使学生避免思维固化，能更深刻地理解有时不能简单地以对或错来比较不同的统计方法，只能说某种方法相对好一些，某种方法有一定的局限性。

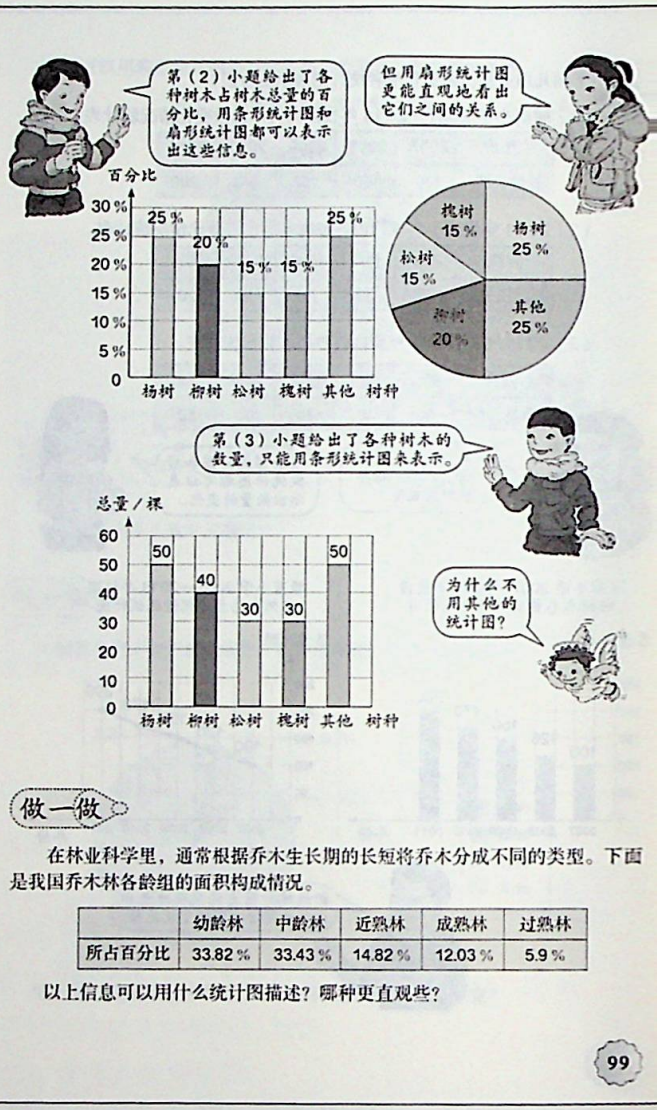
微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第（2）小题统计的是各种树木占树木总量的百分比，既可以用扇形统计图，也可以用条形统计图表示。所不同的是，条形统计图只是直观呈现了各种树木数量占总数的百分之几，能通过条形的高度比较出哪种树木多些，哪种少些。而扇形统计图除了能达到这些目的之外，还能更直观地看出每种树木数量与所有树木数量之间的关系，使学生理解：当需要了解部分与整体之间的关系时，选择扇形统计图更合适。

（2）第（3）小题统计的是各种树木的绝对数量，教材中只出现了条形统计图。引导学生思考“为什么不用其他的统计图”，使学生在对比三种统计图特点的基础上，分析不选择其他统计图的理由：由于各个树种处于平等、独立的地位，用折线统计图表示是不合适的，又因缺乏相应的百分比数据，所以也无法用扇形统计图表示。

（3）“做一做”是对例 2 的巩固。使学生通过选择统计图的多样化和优化过程，进一步理解每种统计图的特点。



做一做

在林业科学里，通常根据乔木生长期的长短将乔木分成不同的类型。下面是我国乔木林各龄组的面积构成情况。

	幼龄林	中龄林	近熟林	成熟林	过熟林
所占百分比	33.82 %	33.43 %	14.82 %	12.03 %	5.9 %

以上信息可以用什么统计图描述？哪种更直观些？

教学建议

（1）引导学生注意使用统计图的科学性和合理性。

教学第（2）题时，和第（1）题一样，要避免学生的思维定式，认为百分比只能用扇形统计图表示。教师要引导学生理解这样的数据还可以用条形统计图来描述。但用条形统计图描述时，只能对各种树木所占百分比进行互相比较，而扇形统计图则更具优势，还能直观表示出每种树木数量与所有树木数量之间的关系。而第（3）题中，如果用折线统计图和扇形统计图来描述数据，则是不科学，不合理的。通过这样的对比，使学生看到，由于统计内容的不同，选择不同的统计图描述数据时，有时是“好”与“更好”的区别，有时却是“可以”和“不可以”的区别。

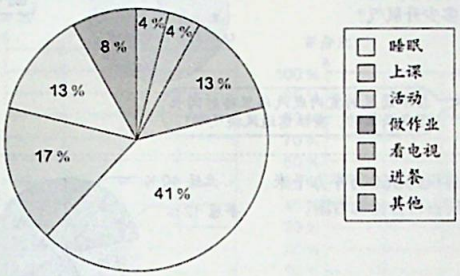
（2）通过比较与交流，整体认识各种统计图的特点。

解决完这三道题目以后，要让学生进行充分的讨论与交流，进行综合的梳理：三种统计图各有什么特点？在描述各种数据时可以用哪些统计图？其中哪些更有优势？用哪些统计图又是不合理的？使学生对几种统计图有一个整体的认识。

微信公众号：电子课本大全

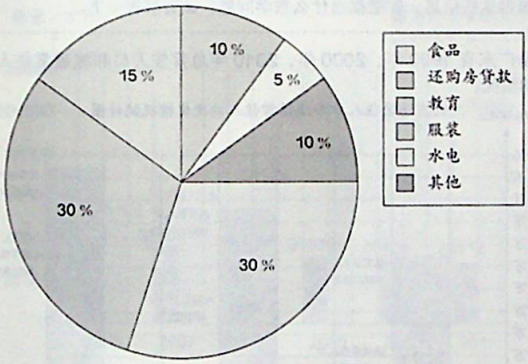
练 习 二 十 一

1. 李明每天的作息时间安排如下图。



（1）李明每天花多少小时做作业？你还能得到哪些信息？
（2）你认为李明的作息时间安排得合理吗？
（3）你的作息时间与李明的有什么不同？

2. 陈东家每月各种支出计划如下图。



（1）你能得到哪些信息？
（2）如果陈东家每月总计支出 2000 元，你能提出并解决哪些数学问题？

编写意图

（1）第 1 题，让学生学会读懂扇形统计图，能从图中获取所需要的信息，并作出简单的分析。如直观地看出一天中睡眠所占时间最多，进餐、看电视所占时间最少，睡眠和其他活动占据了一半时间以上，等等。在此基础上，利用统计图中的数据解决一些问题，例如，每天花多少小时做作业。同时，通过这样的练习，还可以使学生养成合理安排作息时间的良好习惯。

（2）第 2 题，让学生根据扇形统计图中提供的信息，了解一个家庭大致的支出结构。并让学生根据题中给出的条件，结合扇形统计图，提出并解决实际问题，提高学生综合运用各种信息提出问题、解决问题的能力。

教学建议

（1）引导学生看懂扇形统计图。

学生完成第 1 题和第 2 题时，首先要引导学生读图。例如，第 1 题中，要让学生说一说李明每天的生活都包括哪些活动，这些活动所用时间在 24 小时中大约占了多少比率。第 2 题中，要让学生说说陈东家一个月哪些开支是最大的，哪些是最小的，分别占百分之多少。

（2）引导学生利用扇形统计图提出问题、解决问题。

要让学生根据扇形统计图中的信息，解决一些涉及“求一个数的百分之几是多少”的实际问题，例如，算一算李明每天在各项活动上花了多少小时，某一项活动比另一项活动多花了多少小时，某几项活动一共花了多少小时；算一算陈东家某一项支出花了多少钱，某两项支出相差多少钱，某几项支出一共多少钱等。

（3）引导学生联系自己生活，了解相关信息，加强统计与实际生活的联系。

如第 1 题，可在课前布置学生记录自己一天的作息时间，在课上与大家进行交流。通过交流、讨论，学会更合理地安排一天的时间，做到劳逸结合。第 2 题，可让学生回家向父母了解相关的数据，但家庭的收入和支出属于学生隐私，不宜在班上进行交流。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 3 题向学生介绍空气中各成分的占比情况，使学生了解一些科学常识。并让学生利用合适的信息，解决问题。同时通过小提示，培养学生注重室内通风换气的好习惯。

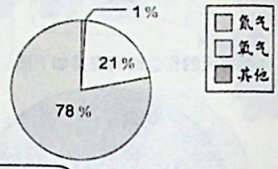
（2）第 4 题，让学生了解我国陆地面积的构成，加强国情教育和地理知识的渗透。通过让学生计算各类地形的面积，并开放性地提出问题、解决问题，提高学生的问题解决能力。

（3）第 5 题是通过对复式条形统计图与复式折线统计图之间的相互转换，加深对两种统计图特点的认识。并计算出三年中城镇常住人口占总常住人口的百分比，完成相应的折线统计图，使学生通过百分比的变化趋势，了解我国城镇化进程的快速发展。

3. 空气的主要成分体积含量各占总体积百分比情况统计如下图。

（1）在 100 L 空气中含有多少升氧气？

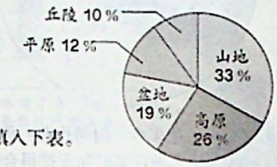
（2）估计一下，教室内大约有多少升氧气？





在不通风的室内或汽车里待时间长了会头晕的，要注意通风换气哟！

4. 我国国土面积约 960 万平方千米，各种地形所占百分比如右图。

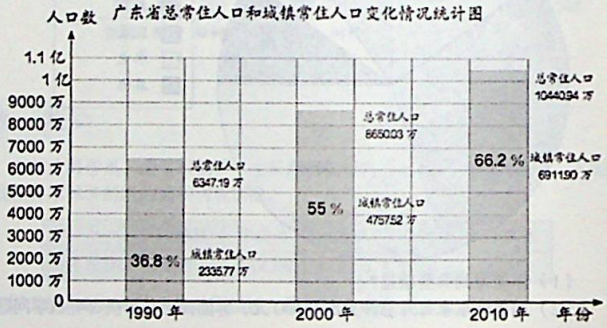


（1）请你计算各种地形的面积，填入下表。

地形	山地	高原	盆地	平原	丘陵
面积 / 万平方千米					

（2）根据这些信息，你能提出什么数学问题？试着解答一下。

5. 下面是广东省 1990 年、2000 年、2010 年总常住人口和城镇常住人口变化的情况。



教学建议

（1）继续引导学生利用扇形统计图中的信息解决问题。

第 3 题和第 4 题让学生继续对扇形统计图进行巩固练习，可放手让学生自己解决教科书上提出的问题，并提出更多的问题加以解决。例如，要估计一下教室里大约有多少氧气，需要先通过长方体体积的计算，估计一下教室的容积有多少，还可以让学生估计一下家里大约有多少氧气。

（2）通过练习，进行其他学科知识的综合渗透。

第 3 题中空气各成分含量和第 4 题中我国各类地形面积的内容，都是让学生通过数学学习了解其他学科知识的好机会。教学时要注意利用这些素材扩展学生的知识面。

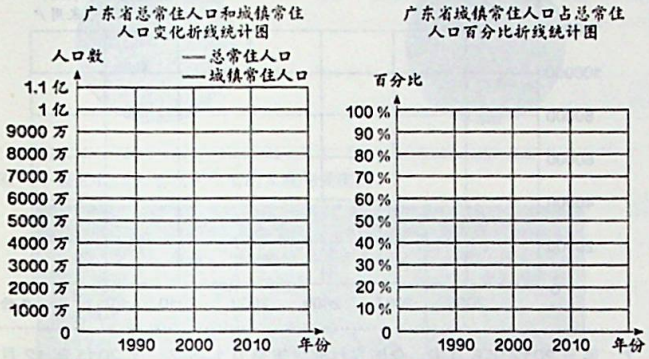
（3）引导学生读懂一些新形式的统计图。

第 5 题的条形统计图是学生以前未曾见过的。教学时，要引导学生根据已有知识读懂图上的信息，并试着解释一下为什么要采用这样的形式。使学生理解由于城镇常住人口是总常住人口的一部分，在同一根条形上表示出来并标出城镇常住人口占总常住人口的百分比，可以直观、清楚地表示出它们之间的关系。

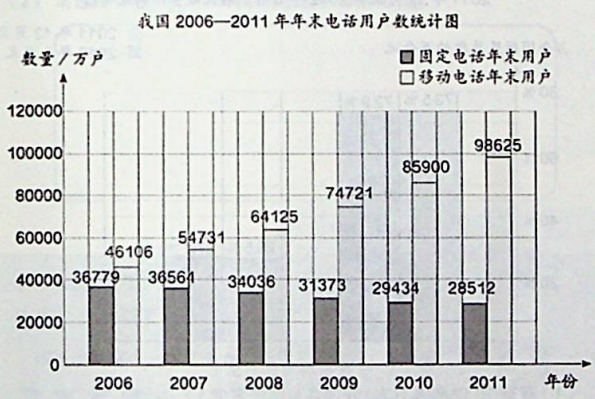
微信公众号：电子课本大全

（1）通过统计图中的数据，你能得到哪些有意义的信息？这些信息反映了怎样的变化趋势？

（2）你能根据题目中的统计图，完成下面的两个统计图吗？



6. 下面是我国2006—2011年年末电话用户数量的情况。



（1）2006年末，移动电话用户比固定电话用户多百分之多少？2011年呢？根据计算结果，和同学交流一下你的感想。

编写意图

（1）第5题第1小题让学生观察、分析条形统计图中的信息，得到城镇常住人口和总常住人口的具体数值和城镇常住人口占总常住人口的百分比，并发现这些数据的变化趋势，不仅两个绝对数值在不断增长，而且，城镇常住人口所占比例也在不断增长，让学生初步感受我国人口增长的大致情况。

第5题第2小题是让学生把条形统计图中的信息进行分析，分别绘制出表示总常住人口和城镇常住人口的复式折线统计图、城镇常住人口占总常住人口的百分比的折线统计图。这一题的练习目的是让学生进一步感受到折线统计图能更直观、有效地表示数据增减变化的特点，同时，百分比折线统计图打破了学生看到百分数就选择扇形统计图的思维定式，突出选择统计图的关键不在于数据的形式，而是要考虑所表达信息的需要。

（2）第6题，让学生根据复式条形统计图中的信息，发现我国固定电话用户和移动电话用户数量的变化趋势。第1小题是让学生通过计算感受通信方式的变化。

教学建议

（1）通过相同信息在不同形式统计图之间的转换，进一步体会不同统计图的特点。

教学第5题时，要先引导学生读懂条形统计图的信息。这一统计图中包含三方面的数据信息：总常住人口的数量、城镇常住人口的数量、城镇常住人口占总常住人口的百分比。使学生在理解了条形统计图中信息的基础上再制作折线统计图。在完成百分比折线统计图的教学时，要引导学生明确此时折线统计图要表示的是百分比的变化趋势。

（2）引导学生利用统计图的直观性分析问题。

第5题中，通过观察条形的高度变化以及同一根条形上蓝色部分占整根条形的比率，直观地看到人口增长和城镇化程度提高的状况。第6题中，通过两类不同颜色条形的高度变化，可以直观地看到固定电话用户逐年减少，移动电话用户逐年增加。教学时可以把统计图上的数据信息先隐去，让学生先根据图形直观地分析问题，把握宏观的变化趋势，再进一步细化。

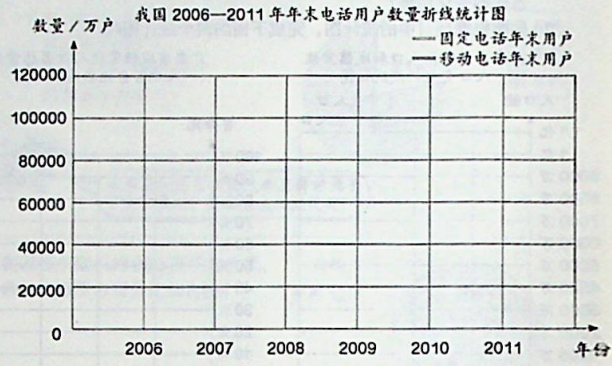
微信公众号：电子课本大全

编写意图

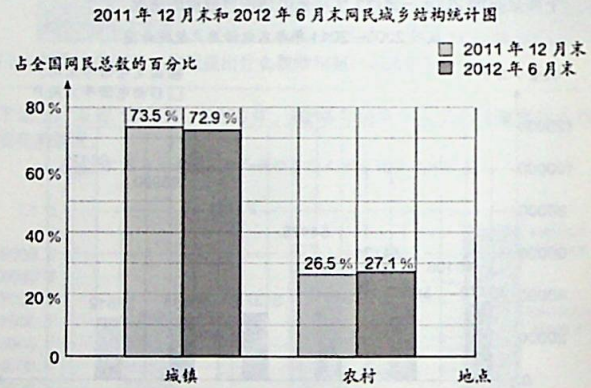
（1）第 6 题的第 2 小题，让学生根据复式条形统计图中的数据完成复式折线统计图，巩固学生准确获取复式条形统计图中数据的能力和制作复式折线统计图的能力。通过两种统计图的对比，让学生感受当数据不变而统计图发生变化时，所表现的直观性也不同，进一步体会两种统计图的特点及作用。

（2）第 7 题通过呈现我国城镇网民和农村网民的相关信息，让学生根据问题的需要准确地从复式条形统计图中获取有用信息，并利用这些信息解决问题。第 1 小题，根据 2012 年 6 月末农村网民占全国网民的 27.1% 来解决；第 2 小题，根据 2012 年 6 月末农村网民比 2011 年 12 月末增加 1464 万来解决。

（2）请你完成下面的统计图。



7. 截至 2012 年 6 月末，全国农村网民规模为 1.46 亿，比 2011 年 12 月末增加 1464 万。



（1）截至 2012 年 6 月末，我国共有网民多少人？

（2）2011 年 12 月末，我国共有农村网民多少人？

（3）请你把下页的扇形统计图补充完整。

教学建议

（1）引导学生在统计图的转换之间进一步感受统计图之间的联系。

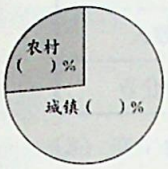
第 6 题的第 2 小题，可让学生自行完成。教师也可通过课件形式，把条形统计图进行变形，得到折线统计图。例如，取代表固定电话用户的条形的右上角的点和代表移动电话用户的条形的左上角的点，分别连起来，就形成了折线统计图。通过这样的方式，可以让学生更清楚地看到两种统计图的内在联系。

（2）引导学生发现统计内容背后所反映的社会信息。

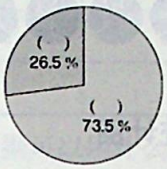
第 5、6、7 题，都是和社会现实紧密联系的内容，教学时要引导学生通过解决数学问题，发现数学内容背后的社会信息。例如，第 5 题反映出中国城市人口急剧膨胀以及城镇化发展的进程不断加速的现实；第 6 题反映出我国通信技术的发展带来的通信方式的变化趋势；第 7 题反映出我国农村网络正在迅猛发展。使学生通过这些素材，了解身边的生活正在发生的点滴变化，进一步体会数学与生活的联系。

微信公众号：电子课本大全

2012年6月末网民城乡结构统计图



_____年__月末网民城乡结构统计图

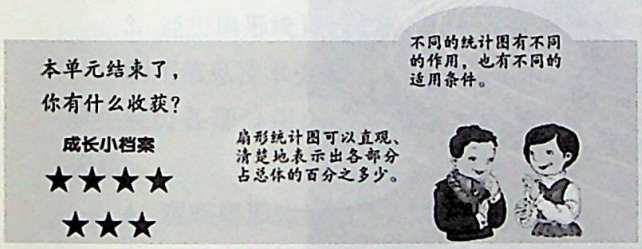


8. 下表是我国土地利用类型的大致构成情况。

可利用土地				难利用土地
工矿、交通、城市用地和内陆水域等	草地	林地	耕地	沙漠、石头、山地、永久积雪和冰川
15.7%	32.6%	16.6%	13.5%	21.6%

(1) 耕地占可利用土地的百分之多少?

(2) 请选用合适的统计图表示出上表中的相关信息。



编写意图

(1) 第7题第2小题，让学生根据条形统计图中的数据完成扇形统计图，提高学生收集数据的能力，突出不同统计图的特点。

(2) 第8题，让学生利用统计表中的数据解决问题，并要求学生选择合适的统计图表示表中的相关信息。

第1小题，让学生求耕地占可利用土地的百分之几，就是把可利用土地作为单位“1”。学生可用假设法来解决，例如，可假设我国土地面积为100，也可假设为抽象的“1”。更简便地，也可直接用百分比来解决，13.5%÷(15.7%+32.6%+16.6%+13.5%)或13.5%÷(1−21.6%)。

第2小题是星号题，同时也是一道开放题。需要学生对统计表的内容进行分析之后再选择合适的统计图。表中统计的是各类土地占总土地面积的百分比，学生不难想到可用条形统计图或扇形统计图表示。而扇形统计图的绘制不作为教学要求，对于学有余力的学生，也可引导他们思考如何根据表中数据绘制扇形统计图。

教学建议

(1) 引导学生继续通过比较感受各种统计图的不同特点，感受统计与生活的联系。

第7题第2小题，通过用扇形统计图把条形统计图中的信息表示出来，可以看到扇形统计图能更直观地对比出城镇网民和农村网民的占比关系。

第8题第2小题，让学生用统计图来表示统计表中的信息，使学生发现用折线统计图是不合理的，而用条形统计图和扇形统计图都是可以的。由于统计的不同需要，可以制作不同的统计图，例如，用条形统计图或扇形统计图可以表示出可利用土地和难利用土地的数量关系，也可表示出各类土地的数量关系，还可以通过计算，表示出可利用土地中各类土地分别占可利用土地的百分比关系。教学时，建议以小组合作的方式来完成，完成后进行汇报交流，在交流中感受数据处理方法的多样化。交流时，让学生说说是根据表中哪些数据来绘制统计图的，所绘制的统计图表达了哪些信息。

(2) 引导学生进行回顾与复习。

可引导学生从以下几个方面回顾本单元的内容：如何读懂统计图？如何从统计图中获取有用信息？三种统计图各有什么优势与不足？如何选择合适的统计图？

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题：扇形统计图

教学设计：胡冬梅、李宇韬。

教学内容：教科书第96～97页例1及“做一做”。

教学目标：认识扇形统计图的特点和作用，能看懂并简单地分析扇形统计图所反映的信息。

教学重点：会看懂扇形统计图，认识扇形统计图的特点。

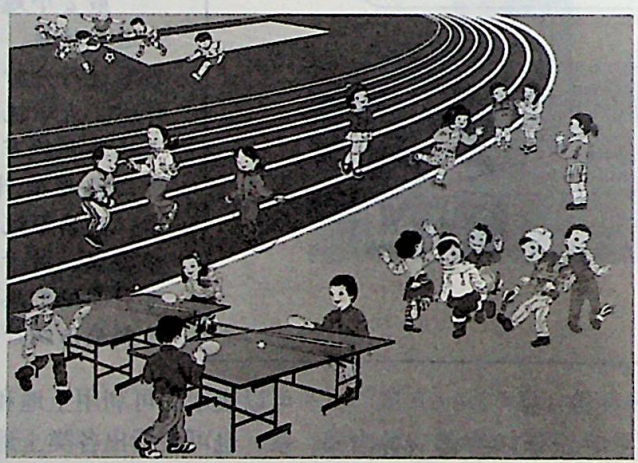
教学难点：能简单地分析扇形统计图中的信息，并能用准确的语言进行表达。

教具准备：多媒体电脑，投影。

学生准备：课前收集自己一天作息安排的相关数据。

教学过程：

（一）创设情境，激发兴趣



出示情境图，师生谈话，现场调查：平时你喜爱什么样的运动？

（二）处理数据，引入新知

1. 出示六（1）班同学喜欢项目的统计表。

喜欢的项目	乒乓球	足球	跳绳	踢毽	其他
人数	12	8	5	6	9

2. 提出问题：

（1）你能得到哪些信息？

（2）你能算出喜欢每种运动的人数占全班人数的百分之多少吗？

微信公众号：电子课本大全

学生独立计算出百分比，完成下面的统计表。

项目	乒乓球	足球	跳绳	踢毽	其他
人数	12	8	5	6	9
百分比					

（3）这个统计表中的数据可以用什么统计图来表示？

根据学生的回答，课件出示表示人数、百分比的条形统计图，讨论后留下表示百分比的条形统计图。

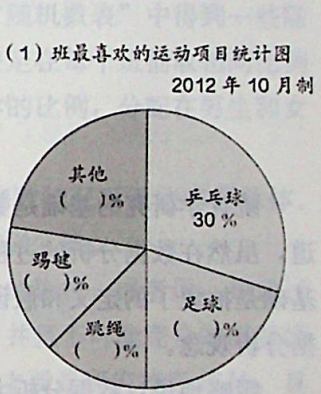
3. 引导学生思考：这些百分数加起来是多少？能否有一种统计图能直观地表示各部分占总体百分比的关系呢？这样的统计图用什么图形来表示比较恰当？

（三）体验过程，学习新知

1. 在学生猜想的基础上引入新课：扇形统计图。

2. 完善扇形统计图。

师：可以用一个圆中的扇形来表示各部分占总数的百分比，例如图中喜欢乒乓球的人占总数的30%可以用如下的扇形表示，请你根据统计表中的数据完成教科书第97页的扇形统计图。



3. 经历扇形统计图的形成过程。

利用信息技术手段，动态出示扇形统计图各部分内容，让学生经历各部分组成圆的过程，直观感受各部分扇形与圆的关系。

4. 观察扇形统计图并思考：图中的整个圆表示什么？各个扇形的大小与什么有关系？

5. 归纳扇形统计图的特点：用这样的统计图有什么好处？

6. 根据扇形统计图中的信息提出问题：你还能提出什么数学问题？

（四）练习巩固，内化新知

1. 完成教科书第97页“做一做”。

（1）先说一说扇形统计图的数学信息。

（2）引导学生用百分数的意义理解各百分数和250 g的关系，进而算出各营养成分多少克。

2. 完成练习二十一第1题。

让学生自主看图，说一说李明同学一天的作息安排是否合理，从中你能提出哪些合理化建议。

拿出课前收集的自己一天的作息时间安排，与李明同学的进行对照。先在小组内交流，再在全班交流，说一说怎样安排时间才合理，才能做到劳逸结合。

3. 完成练习二十一第2题。

引导学生看懂扇形统计图，从图中获取所需要的信息，并能够提出一些开放性的问题。

微信公众号：电子课本大全

4. 完成练习二十一第3题。

通过对统计图的观察和具体数据的计算，使学生通过扇形统计图直观地感受到氧气在空气中所占的比率。通过对学生居住房间或教室内空气体积的估算，引导学生复习长方体体积的计算公式，并渗透估算意识。

5. 完成练习二十一第4题。

引导学生看懂扇形统计图中各百分数的含义，并利用我国陆地面积960万平方千米的信息，根据相应的数量关系计算出各类地形的面积，填入表中。

（五）回顾小结，拓展新知

1. 扇形统计图有什么特点和作用？

2. 多媒体展示收集到的生活中各种类型的扇形统计图，拓宽学生视野，培养创新精神。

三、备课资料

1. 为什么要强调数据分析观念？[①]

统计学研究的基础是数据，是通过对数据的分析得到产生数据背景的信息。由此可以知道，虽然在数据分析的过程中要用到数学，但统计学与数学还是有所不同的，因为数学研究的基础是抽象了的定义和假设。因此，在“统计与概率”的教学过程中一定要强调数据，强调数据分析观念。

粗略地说，数据分析大体可以分为两种情况：一种情况不考虑数据的随机性，称为描述统计；一种考虑数据的随机性，称为推断统计。当然，在推断统计中会用到描述统计的方法。

描述统计。描述统计只是针对调查了的数据本身进行表述。比如，调查了全班同学的身高可以得到一个表格，为了把这些数据表述得更加清晰，可以把身高分段，然后计算每个身高段的人数，形成条形统计图或者扇形统计图。还可以对这些数据进一步分析，得到一些特征数据，比如，最高身高、最低身高、平均身高等，这样就表述了全班同学身高的信息。

在上述过程中，引导学生对身高进行合理分段是非常重要，因为这关系到能否对数据进行清晰表达和有效分析。一般来说合理分段需要强调两件事情：一是分段之前要制订准则，这个准则可以是自己设计的；二是设计的准则要合理，比如，分段区间太小就会导致每一段中的人数太少，分段区间太大就会导致每一段中的人数过多。无论如何，这样的教学活动是非常重要的，有利于培养学生养成良好的思维习惯，有利于帮助学生积累基本活动经验，包括思维的经验和实践的经验。

可以看到，描述统计是非常重要的，事实上，统计学也由此发端，参见“话题篇”中的话

---

① 史宁中. 基本概念和运算法则——小学数学教学中的核心问题［M］. 北京：高等教育出版社，2013：65—67.

微信公众号：电子课本大全

题 29。因此，在现代社会的日常生活和生产实践中，描述统计依然应用广泛，比如，家庭收支状况、企业会计报表、政府财政预算、全国人口普查等。可以看到，在描述统计中没有也不必要强调数据的随机性，只是对数据本身的一种统计。

推断统计。推断统计希望推断调查数据以外的信息。比如，通过一个班级同学的身高信息推断全年级同学的身高情况。如果认为只考虑一个班级的情况不具有代表性，那么可以针对全年级同学身高情况进行抽样调查，之所以要抽样调查是因为全年级同学太多，没有必要全部调查。所谓抽样调查就是抽取这个年级的一部分同学测量身高，对这些同学的身高进行数据分析，然后推断全年级同学的身高情况。数据分析的方法可以与描述统计的方法完全一样，但得到的结论是或然的，是一种估计。比如，可以估计全年级各身高段人数的比例，可以估计平均身高等。

在上述过程中，如何合理地抽取一部分同学度量身高是非常关键的，通常把这样的过程称为抽样。针对研究问题的不同，可以有各种抽样的方法，但在小学阶段主要介绍的是随机抽样。随机抽样是最一般的、最有效的抽样方法，比如，可以事先在“随机数表”中得到一些随机数，然后根据学生的班级顺序和同学的学号进行抽样；可以事先决定在每个班抽取相同比例的同学，然后再根据同学的学号进行随机抽样；也可以根据男女同学的比例，分配在男生和女生中的抽样数量等。①

抽样的重要性，不仅仅是因为总体的数量太大，而是因为在大多数情况下无法掌握总体。比如，希望知道某种产品的使用寿命，就不可能把所有的产品都拿来做实验。

可以看到，推断统计的核心就是通过经验过的事物推断未曾经验的事物，或者说，是通过样本推断总体。因为现实世界的大多数事情都是以随机现象出现的，并且不可能完全知道事情的背景（或者说，不可能完全知道总体的情况），因此，现代统计学主要是研究推断统计，具体的讨论参见“话题篇”中的话题 29。

正因为现实世界中随机现象是普遍存在的，因此“统计与概率”的教学内容是重要的，并且应当是生动活泼的、富有启发的。但是，就小学教学而言，不可能让小学生完全理解这些思想，因此《义务教育数学课程标准（2011 年版）》中对“数据分析观念”只要求：

了解在现实生活中有许多问题应当先做调查研究，收集数据，通过分析作出判断，体会数据中蕴含着信息；了解对于同样的数据，可以有多种分析的方法，需要根据问题的背景选择合适的方法；通过数据分析体验随机性，一方面对于同样的事情每次收集到的数据可能不同，另一方面只要有足够的数据就可能从中发现规律。

由此可见，在小学阶段对数据分析观念的要求主要强调两条，一条是知道数据蕴含着信息，知道许多事情应当通过调查研究得到结论；一条是知道通过样本得到的数据具有随机性，通过样本得到的结论是或然的。显然，让小学生理解上述第二条是困难的，因此在教学过程中不能仅仅依靠教师的说教，而应当创设情境让学生感悟其中的道理，可以参考《义务教育数学课程标准（2011 年版）》中给出的一些例子。

---

① 更确切地说，这样的方法是分层抽样，但我们依然归入随机抽样。

微信公众号：电子课本大全

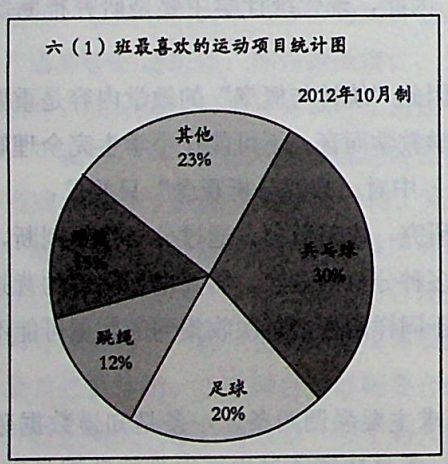
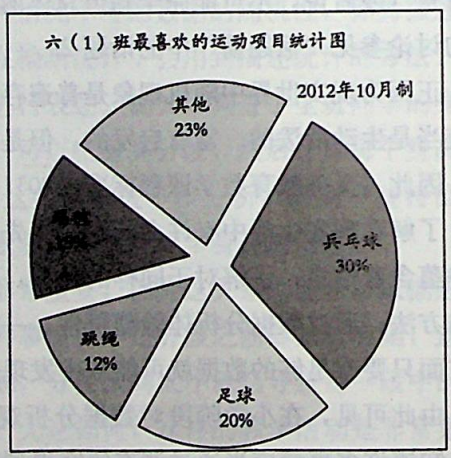
2. 三种统计图之间有什么共性和差异？①

在“统计与概率”的教学内容中涉及三种统计图：条形统计图、扇形统计图和折线统计图。这三种统计图的共性是都可以直观地表述数据，使得数据的信息一目了然。但就信息表述的功能而言，这三种统计图还是有所区别的：条形统计图更有利于表述数量的多少，扇形统计图更有利于表述数量所占的比例，折线统计图更有利于表述数量的变化。应当注意到的是，虽然各种统计图的功能有所不同，但只有“好坏”之分而无“对错”之分，也就是说，在实际描述中无论使用哪种统计图都不能说是错，只能说表述得不够好或还有更好的方法。这也是统计学与数学的不同之处，因为数学对结果更多的是强调对与错，而不是好与坏。

在教学过程中应当引导学生学会选取合适的表述方式，学会确立判断事物好坏的准则，学会基于准则进行判断。因为日常生活中的许多问题往往只有“好坏”之分、没有“对错”之分，因此引导学生学会选择更合适的方法是重要的，这也像“数据分析观念”中所解释的那样：了解对于同样的数据，可以有多种分析的方法，需要根据问题的背景选择合适的方法。这里所说的分析方法除了统计图之外，还包括估计等许多内容，但思想的本质是一样的。

3. 常见的扇形统计图

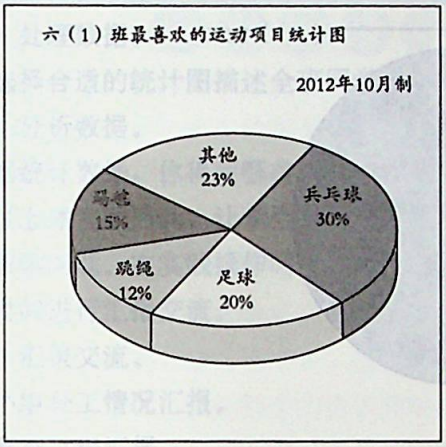
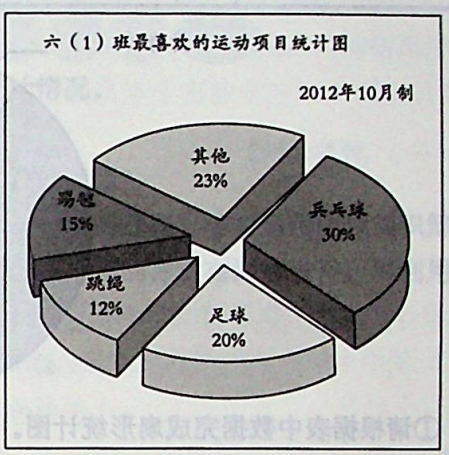
扇形统计图也称为饼图，通常人们用圆或圆柱两种图形来表示。绘图时，各部分的图形可以分离也可以不分离。所以，常见的扇形统计图有以下四种。

	各部分图形不分离	各部分图形分离
圆		

① 史宁中. 基本概念和运算法则——小学数学教学中的核心问题［M］. 北京：高等教育出版社，2013：68.

微信公众号：电子课本大全

续表

	各部分图形不分离	各部分图形分离
圆柱		

无论是哪一种画法，扇形统计图都能很清楚地表示出各部分数量与总数之间的关系，在生活中有着广泛的应用。

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的学习内容主要是认识扇形统计图，能根据提供的数据把扇形统计图补充完整；能获取扇形统计图中各部分数量的相关信息，并根据这些信息，针对具体情境发现问题、提出问题、解决问题，进一步发掘数据中蕴涵的信息。认识了扇形统计图后，小学阶段对统计图的认识就结束了。在本单元中，要求学生能综合运用所学的统计图知识，在具体情境中根据条形统计图、折线统计图、扇形统计图的特征选择合适的统计图表示数据，进一步发展数据分析观念。

因此，本单元学习评价的重点是学生能否读懂扇形统计图，能否根据具体情境选择合适的统计图。围绕上述教学目标，评价包括笔试和实践活动两部分。

（二）评价样例

笔试样例可以参考练习二十一中的题目样式。重点包括能获取扇形统计图中相关信息、能把扇形统计图补充完整等。实践活动需要为学生设计实际可行的调查问题，激发学生兴趣，让学生产生了解社会生活中与数学相关的信息的愿望，主动进行数据的收集、整理和分析。

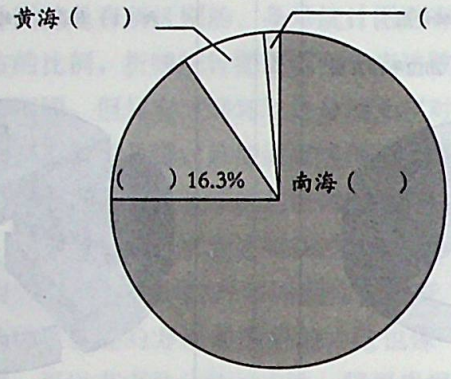
1. 笔试样例。

（1）我国领海海域面积一共有 473 万平方千米，包括南海、东海、黄海、渤海，每个海域

微信公众号：电子课本大全

面积占总海域面积的百分比情况如下表所示。

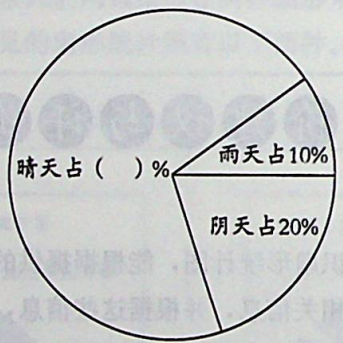
海域名称	南海	东海	黄海	渤海
占总海域面积的百分比	74.1%	16.3%	8.0%	1.6%



①请根据表中数据完成扇形统计图。

②你能得到哪些信息？根据这些信息，你能提出什么数学问题？试着解答一下。

（2）陈小刚调查了本地区四月份每天的天气情况，并把它分为晴天、阴天和雨天三类，制成了下面的统计图。请你算一算，晴天占这个月总天数的百分之多少？晴天有多少天？



（3）选择题

下面是某林场工作人员统计的一棵树的生长情况，用（　　）统计图描述最直观。

生长年份/年	0	2	4	6	8	10	12	14	……
高度/m	0	2	4.2	5.9	7.2	8	8	8	……

A. 条形　　B. 折线　　C. 扇形

2. 实践活动样例。

（1）明确调查问题。

对全班同学出生月份进行调查，了解1～12月份出生的人数各是多少。

（2）收集数据。

调查全班同学的出生月份，完成下面的统计表。想一想，怎样设计调查活动才能又快又准确地收集到数据？

微信公众号：电子课本大全

月份	1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月
人数												
百分比												

（3）处理数据。

请选择合适的统计图描述全班同学出生月份的统计情况。

（4）分析数据。

根据统计数据，你得到哪些信息？你能提出什么数学问题？

通过上述实践活动，让学生经历数据收集、整理、分析的过程，综合运用统计知识解决生活中的数学问题。在实践操作时，教师可以让学生以小组合作的方式在课前进行，再利用课堂教学的时间进行汇报交流。

（5）汇报交流。

①小组分工情况汇报。

②调查过程汇报。

③调查结果汇报。

微信公众号：电子课本大全

节约用水

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 通过测量等操作活动，使学生经历收集、整理数据的过程。

2. 使学生综合运用所学的数学知识、技能和方法，通过平均数的计算及统计推断，了解和认识日常生活中水资源浪费的情况。

3. 使学生积累节约用水的方法，加强环保意识。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

本活动包括以下环节。

（1）收集信息。

通过板报的形式给出全球以及我国水资源的一些统计信息，通过这些信息帮助学生了解我国水资源匮乏的现状，帮助学生认识到节约用水的重要意义。在此基础上让学生收集相关的信息：① 观察生活中浪费水的现象，实际调查一下学校或家里漏水水龙头的数量。② 选择其中一个漏水的水龙头，测量出它一定时间内漏水的量。③ 通过多种途径收集节约用水的资料。

（2）分析数据。

小组合作，对收集到的不同水龙头在一定时间内漏水的量进行测量、分析，计算出平均每分钟漏水的体积。对不同水龙头的漏水速度进行比较，并通过小组讨论，理解用其中一个水龙头的漏水速度不能代表一般水平，要用不同水龙头的平均漏水速度来表示。

（3）解决问题。

在上述数据分析的基础上，解决教科书第 106 页提出的问题，通过计算平均值、利用学校漏水水龙头的数量估计全国学校漏水水龙头的数量，推断全年一年大约要浪费多少吨水，并计算这些水能供多少人使用 1 年。通过计算与统计推理，帮助学生从量化的角度对生活中浪费水的现象有一个深刻的认识。

（4）提出方案，付诸行动。

根据计算的结果，结合课前收集的节约用水的资料，进行全班讨论和交流，提出具体可行的节约用水的方案，将环保教育落实在日常行为中。

2. 教材编排特点。

本单元教材在编排上有下面几个特点。

微信公众号：电子课本大全

(1) 体现了活动的综合性。

本活动的综合性体现在两方面。第一，体现了数学学习与环境教育、可持续发展教育的综合。本活动选择了与学生日常生活密切联系的题材——节约用水，使学生通过数学活动，了解我国水资源严重匮乏的现状，认识到节约用水的重要性。第二，体现了各类数学知识的综合运用。本活动中涉及到体积的测量、数据的收集与整理、平均数的计算、利用样本的结果推断总体的情况，等等。这些数学知识与技能的综合应用有助于提高学生将数学应用于现实的能力，进一步理解数学与生活的密切联系。

(2) 体现了活动的实践性。

本活动在活动前、活动中、活动后，都需要学生亲自参与，体现了很好的实践性。在活动前，让学生实地调查一下周围是否有浪费水的现象，并利用报纸、图书、互联网查找有关节约用水的资料；活动中，要求学生亲自测量某一水龙头在一定时间内的漏水量；活动后，要求学生把节约用水落实到日常行为中去。这样的设计，真正体现了实践活动的特点。

(3) 注意培养学生应用数学的意识和解决数学问题的能力。

与第一学段的学生相比，第二学段的学生在知识、能力等方面都有了较大的发展和提高，特别是六年级的学生，更应充分利用学生已有的生活经验和知识经验，引导学生通过主动探索、合作学习，培养学生应用数学的意识和综合运用所学知识解决问题的能力。本活动中以问题为引导，一步一步，使学生通过统计推断的过程，以量化的结果呈现水资源浪费的现实，比空洞的说教更具说服力。

(三) 教学建议

1. 充分体现活动的综合性和实践性。

本活动的目的是让学生综合应用所学数学知识解决现实生活中的实际问题，因此，教学时一定要引导学生亲自去测一测，算一算，要让学生通过充分的交流与讨论，认识浪费水资源带来的严重后果。有条件的学校，可以本活动为契机，开展一个更大的“节约用水”的主题活动，包括出宣传板报、主题演讲、参观污水处理工厂等。

2. 因地制宜，开展适合当地或本学校的形式多样的活动。

由于很多地区已经更换了节水龙头，水龙头漏水的情况不是很严重，大城市和农村浪费水的现象也不完全一致，教学中可以因地制宜，选择更适合的活动内容和形式。例如，可以让学生统计家庭中使用一次性塑料袋的情况，可以调查垃圾分类处理的情况，等等。

3. 统计课前收集到的学校漏水水龙头的数量，解决第 106 页第 3 题。老师可将该结果与学生所接的漏水量进行比较，帮助学生深刻认识到，虽然一个漏水水龙头一分钟的漏水量不多，但如果不加以注意和控制，一年浪费水的量是很惊人的。通过这样的比较，可以加深学生对节约用水必要性的认识。

4. 解决第 106 页第 4 题时，老师可以充分调动学生学习的自主性，让他们对自己在课前发现和收集的浪费水的情况进行量化分析与计算。如果需要，老师也可为学生提供一定的素材和帮助。例如，老师可以给他们提供“全国大约有 4.3 亿个家庭”等信息，让学生统计出全班

微信公众号：电子课本大全

同学家里共有多少个水龙头漏水，然后结合前面已得到的结果算一算全国的家庭一年大约要浪费多少吨水。

5. 结合第106页第5题，老师可引导学生说一说收集到的节水资料，并让大家充分讨论有效的节水方案，加强对学生的环保教育。

6. 建议用1课时教学。

微信公众号：电子课本大全

（四）具体内容的教材分析和教学建议



编写意图

（1）板报的内容包括两部分。一是介绍水资源的有关数据，使学生了解我国水资源（特别是淡水资源）的宝贵，体会节约用水的必要性和重要性。通过“世界水日”和“中国水周”的材料介绍，使学生理解节约用水要从自身做起的重要意义。二是安排活动前的任务，包括调查周围浪费水的现象以及利用各种渠道收集有关节约用水的资料。通过课前准备的精心安排，保证活动有效实施。

（2）学生做好了充分的准备之后，组织学生在课上交流、讨论各自收集到的水龙头漏水的数据，使学生经历数据收集与整理的过程。并引导学生思考“每个水龙头漏水速度不一样，用什么数来代表不同水龙头漏水的一般水平”这一问题，运用所学的统计学知识选择恰当的统计量。平均数是统计中最常用的指标，用样本的平均数对总体的平均数进行推断，是统计的基本思想。本活动很好地体现了这样的数据分析观念。

教学建议

（1）引导学生做好活动前的准备。

本活动需要教师提前以板报或课前作业的形式让学生对我国水资源的情况进行了解，让学生对我国水资源的匮乏有较为深刻的认识，激发他们对生活中浪费水的情况进行考察的兴趣。

（2）使学生经历统计的全过程，加强数据分析观念的培养。

教师需要提前安排学生选择一个漏水的水龙头，亲自经历收集数据的过程，测量其一定时间内漏水的体积。活动时，可以小组为单位，经历数据整理的过程，完成第106页的统计图。通过小组间的交流，思考“每个水龙头漏水的速度不一样，用什么数表示水龙头漏水的一般情况更有代表性呢”，引导学生选择平均数这一指标来衡量水龙头漏水的一般水平。在这儿，由于各组所用的时间不同，所以有必要设定一个单位时间，计算出不同水龙头在相同单位时间（如1分钟、1小时）内的漏水量，再计算平均值。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

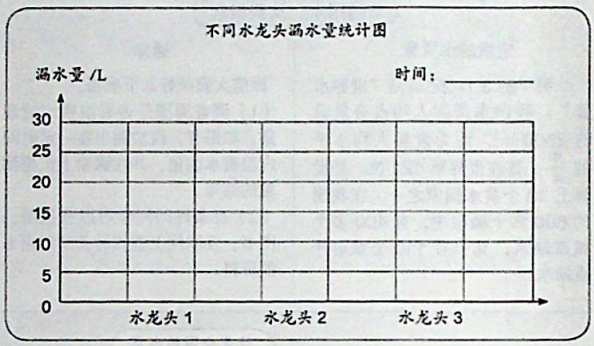
（1）在学生整理数据的基础上，让学生计算平均每个水龙头一天、一年的漏水量，使学生认识到，虽然一个漏水水龙头一分钟的漏水量不多，但如果不加以注意和控制，一年下来浪费的量是很巨大的。通过这样的比较，可以加深学生对节约用水必要性的认识。

（2）让学生利用平均数继续推断，假设全国学校都是这样的状况，计算出全年要浪费多少吨水，这些水需要支付多少水费，可供多少人用 1 年。通过触目惊心的数据，再次体会节约用水的重要性。

（3）结合计算的结果，联想身边浪费水的现象进行讨论，探讨有效的节水方案，引导学生从生活中的一点一滴做起，从自身做起，用自己的实际行动保护水资源，真正将环境与可持续发展的理念落实到实处。

解决下面的问题。

1. 以小组为单位，测量不同水龙头在一定时间内的漏水量，并制作出像下面这样的条形统计图。



2. 平均每个水龙头一天漏水多少升？一年呢？

3. 学校有几个水龙头漏水？全国大约有 30 万所学校用自来水，如果按照这个比率计算，全年大约要浪费多少吨水？平均每吨水价为 2.5 元，一共要多支付多少水费？如果 1 个人 1 年用 30 t 水，这些水可供多少人用 1 年？

4. 周围有哪些浪费水的现象？你能大致算出一年浪费多少吨水吗？

5. 根据收集到的资料，说一说怎样才能做到节约用水。



106

教学建议

（1）让学生认识平均数在统计推断中的重要作用。

计算平均数的方法很多，例如，可以先求出每组的平均数，再求出各组平均数的平均数；也可以利用每个水龙头漏水的数据直接求出全班数据的平均数。用不同方法求出的平均数可能不尽相同，但这并不会影响利用平均数进行进一步推断。除了像教科书上这样，计算全国学校一年大约浪费多少水，也可以给学生提供“全国大约有 4. 3 亿个家庭”等信息，让学生统计出全班同学家里共有多少个水龙头漏水，然后结合前面已得到的结果，估算一下全国的家庭一年大约要浪费多少吨水。

（2）把该活动作进一步延伸，充分发挥数学活动在育人方面的功能。

教学结束后，对学生节约用水的教育不应该结束，应充分利用此次机会，将教学延伸到课外。例如，结合“节约用水”的政策和措施，开展手抄报或黑板报的展演、评比活动，也可以进行节约用水的演讲比赛、辩论赛或主题征文比赛等，加强对学生数学应用意识的培养，对学生进行环保教育。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题：节约用水

教学设计：杨波。

教学内容：教科书第105～106页的内容。

教学目标：

1. 通过观察、收集、整理数据，使学生经历综合运用知识的过程，感受数学和现实生活的联系。

2. 使学生利用测量、计算等策略，通过一个小小的“滴水的水龙头”，用数据反映出节约用水的重要性，培养学生“用数据说话”的意识和能力。

3. 引导学生积累节约用水的方法，增强环保意识，自觉采用可持续发展的生活方式。

教学准备：

1. 收集所在地区的水资源状况。

2. 调查周围是否有浪费水的现象。如果有浪费水的现象，测量1分钟流淌的水量，记录体积，并与同学分享。

3. 调查当地的水费如何收取的。

4. 利用身边的资源，查找有关节约水的资料。

教具准备：介绍当地水资源、浪费水及节约用水的音像资料或文字资料。

教学过程：

（一）汇报资料，渲染气氛

同学分别汇报当地的水资源状况，教师播放课件或图文并茂地介绍相关资料，渲染气氛，调动学生观察、思考、行动的积极情绪。

（二）展示讨论，确定关键信息

汇报：周围是否有浪费水的现象？（如：水龙头漏水、管道漏水、水龙头开得过大，没有重复利用水等）如果一个水龙头漏水，1分钟流淌的水的体积是多少？

根据学生的汇报，教师对关键信息进行板书并揭示：每个水龙头漏水的速度不一样，浪费的水量也不同。

引导学生看教科书第105页，讨论思考：每个水龙头浪费水的速度不一样，用什么数表示漏水的一般水平比较合适呢？

（三）解决问题，增强节约用水的意识

1. 解决教科书提出的问题。

根据课前布置的任务，以小组为单位，找几个不同的漏水的水龙头，测量它们在一定时间内的漏水量，并完成类似于第106页第1题中那样的统计图。

微信公众号：电子课本大全

分小组讨论计算，全班汇报并分层解决以下问题：

（1）平均每个水龙头一天漏水多少升？一年呢？

（2）学校有几个水龙头？如果按这个比率计算，全国大约有 30 万所学校用自来水，这么多学校全年大约要浪费多少吨水？

（3）根据课前调查到的当地的水费，算一算这些水一共要多支付多少水费。

小组合作，全班汇报结果，使学生通过数据，明确节约用水的重要性。

2. 解决扩展性问题。

还可以让学生举例说说还有哪些浪费水的行为，如测量一下刷牙不关水龙头时会放掉多少水，估计一下如果全国人民都这样浪费水的话，一天会浪费多少水，等等。

（四）调动全体，讨论节约用水方法。

让学生根据收集的资料说一说：应该如何节约用水？

同学个别汇报，相互启发，教师展示课前收集的方法，和同学们分享，并强调在生活中要善于运用这些方法，使节约用水落到实处。

三、备课资料

节约用水

“世界水日”的由来：1993 年 1 月 18 日，第四十七届联合国大会作出决议，确定每年的 3 月 22 日为“世界水日”。

“中国水周”的由来：1988 年《中华人民共和国水法》颁布实施，并确定每年 7 月第一周为“水法宣传周”。从 1994 年开始，把每年的 3 月 22 日所在的一周，定为“中国水周”。

我国城市生活节水所采取的措施主要有：

一是实行水费阶梯收费制。定额内收取基本水价，超定额部分加价收费。（原来不论用水多少，水价都一个样的计价方式将被改变。各地依据本地情况，合理将居民用水量分成若干个等级，在确保基本生活用水的同时，适当拉大各级水量间的差价，促进节约用水。）

二是推广节水型卫生器具。

三是建设污水处理厂，提高水的回用率。

四是制定颁布《节约用水管理办法》《水价管理办法》，以政令推动节水工作。

五是依靠科学技术进步，与科研院所合作开发节约用水新技术和新途径。

六是利用广播、电视、报刊、新闻媒介作用及其他形式，大力加强节约用水宣传教育，提高全民节水意识。

微信公众号：电子课本大全

四、评价建议与评价样例

本单元的学习内容主要是让学生体会到数学在生活中的广泛应用，发展应用意识，激发学习兴趣。所以，教师一定要鼓励每个学生都积极动手，解决问题，组织全班同学开展交流、合作、研讨学习，并加以适当引导，对学生积极参与，联系实际的收集和处理信息的情况给予肯定和表扬，学生只要能够知道节约用水的基本道理和做法即可，不必做很复杂的练习，希望教师在教学和评价中能控制难度和复杂度。建议本节内容所涉及的计算不作为考试的基本要求。

微信公众号：电子课本大全

第八单元　数学广角——数与形

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生通过自主探究发现图形中隐藏着的数的规律，并会应用所发现的规律。

2. 使学生会利用图形来解决一些有关数的问题。

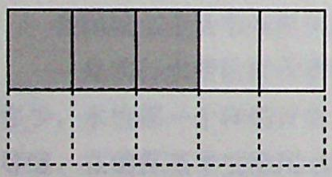
3. 使学生在解决数学问题的过程中，体会和掌握数形结合、归纳推理、极限等基本的数学思想。

（二）内容安排及其特点

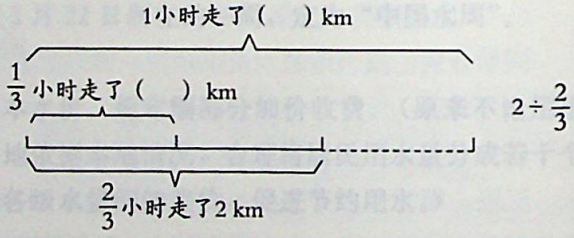
1. 教学内容和作用。

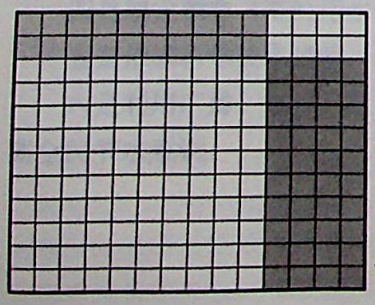
数形结合是一种非常重要的数学思想，把数与形结合起来解决问题，可使复杂的问题变得更简单，使抽象的问题变得更直观。

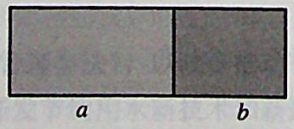
数与形相结合的例子在小学数学教材与教学中比比皆是。有的时候，是图形中隐含着数的规律，可利用数的规律来解决图形的问题。有的时候，是利用图形来直观地解释一些比较抽象的数学原理与事实，让人一目了然。尤其是小学生思维的抽象程度还不够高，经常需要借助直观模型来帮助理解。例如，利用长方形模型来教学分数乘法的算理，利用线段图来帮助学生理解分数除法的算理，利用面积模型来解释两位数乘两位数的算理、乘法分配律、完全平方公式等（如下图）。



$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$

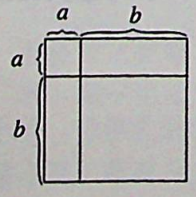






$(a+b)c=ac+bc$

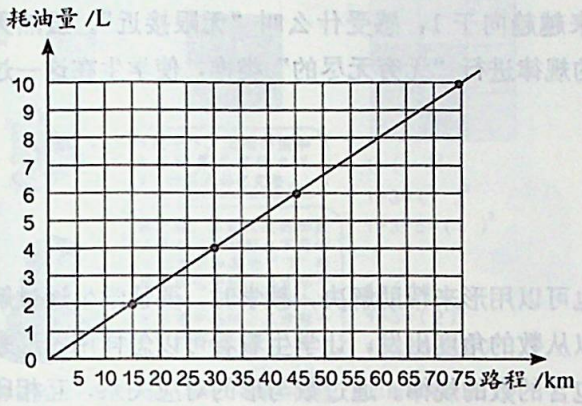
$$\begin{array}{r} 14 \\ \times\ 12 \\ \hline 8 \\ 20 \\ 40 \\ 100 \\ \hline 168 \end{array}$$

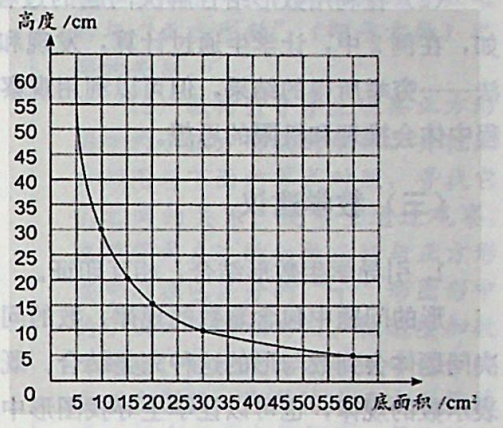


$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

微信公众号：电子课本大全

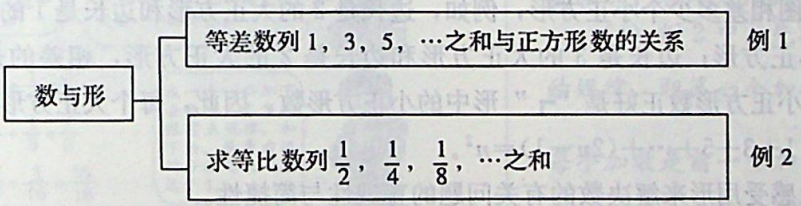
还有的时候，数与形密不可分，可用“数”来解决“形”的问题，也可用“形”来解决“数”的问题。例如，解析几何及微积分中，曲线与方程、方程组及函数与图象互为工具，互为解释，有机融合。小学中的正比例关系和反比例关系图象也很好地反映了这样的思想。





本单元中，教材以“$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)=n^2$”和“$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots=1$”为例，引导学生认识利用数与形的结合，可以解决一些有趣的数学问题。

具体编排结构如下。



从上表可以看出，本单元的教学内容分为两个层次。

一是使学生通过数与形的对照，利用图形直观形象的特点表示出数的规律。例如，例1中，从图形的角度直观地理解“正方形数”或“平方数”的特点。

二是借助图形解决一些比较抽象的、复杂的、不好解释的问题。例如，例2中，解决$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$的求和问题，教材利用分数意义的直观模型，使学生直观地理解“无限”的抽象概念；再如，练习二十二第6题，通过画示意图的方式可以比较便捷地解决比较抽象的问题。

2. 教材编排特点。

本单元教材在编排上有下面几个特点。

(1) 突出探索规律、应用规律的编排意图。不管是数还是形，都突出对其规律的探索。例如，通过观察和计算1、1+3、1+3+5、1+3+5+7+…既能发现加数的规律（从1开始的连续奇数相加），又能发现和的规律（都是连续的正方形数）；通过观察和计算$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$、$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+$

微信公众号：电子课本大全

$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$，…同样，既能发现加数的规律，又能发现和的规律。在发现规律的基础上，通过推理，再引导学生把规律应用于一般的情形，解决问题。

（2）在利用数形结合解决问题的过程中积累基本的活动经验，培养基本的数学思想。例如，在例 2 中，让学生通过计算，发现和越来越趋向于 1，感受什么叫“无限接近”。虽然无法一一穷举所得的结果，但可以利用观察到的规律进行“无穷无尽的”类推，使学生在这一过程中体会推理和极限的思想。

（三）教学建议

1. 引导学生数形结合，相互印证。

形的问题中包含着数的规律，数的问题也可以用形来帮助解决，教学时，要让学生通过解决问题体会到数与形的这种完美结合。既可以从数的角度出发，让学生看看可以怎样用图形来表示数的规律，也可以让学生寻找图形中所包含的数的规律。通过数与形的对应关系，互相印证结果，感受数学的魅力。例如，在例 1 中可以先让学生计算 1＋3＋5＋…的得数，使学生发现得到的和都是“平方数”，再通过图形的规律理解“平方数”和“正方形数”的含义。也就是说，如果用 1 个小正方形、3 个小正方形、5 个小正方形……可以共同拼出一些大小不一的大正方形图。也可以有规律地呈现由小正方形拼成的大小不一的大正方形图，让学生看看前后两个大正方形图相差多少个小正方形，例如，边长是 2 的大正方形和边长是 1 的大正方形，相差的是 3 个小正方形；边长是 3 的大正方形和边长是 2 的大正方形，相差的是 5 个小正方形……相差的小正方形数正好是“┐”形中的小正方形数。因此，每个大正方形图中都隐藏着一个算式，即 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$。

2. 使学生感受用形来解决数的有关问题的直观性与简捷性。

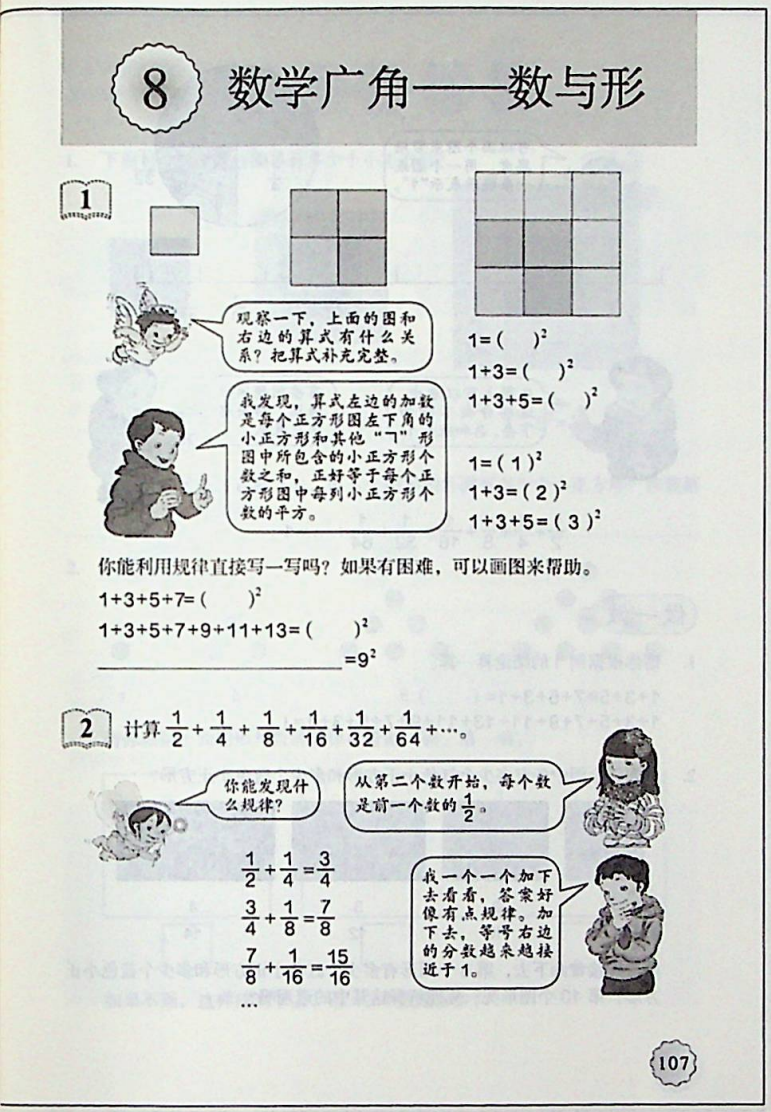
图形的直观、形象的特点，决定了化数为形往往能够达到以简驭繁的目的。例如，例 2 中，用举例的方法求出等比数列的有限和，都不能证明无限多项相加的结果为 1。但是如果用圆或线段的图形加以说明，学生则比较容易理解当一个数无限趋近于 1 时，其结果就是 1。一个极其抽象的极限问题，由于用图形来解决，就变得十分直观和便捷了。

3. 引导学生从不同的角度探索数与形的通用模式。

小学阶段，虽然不要求写出一个数列的通式，但可以通过数形结合的方法，利用图形的规律，从不同的角度，用自己的语言描述出数列的通用模式。例如，第 109 页第 1 题，根据例 1 的结论，很容易得到第 n 个图形中最外围的小正方形数为：$(2n+1)^2-(2n-1)^2$，也可以从结果看到第一个图最外圈有 8 个小正方形，第二个图最外圈有 8×2 个小正方形，第三个图最外圈有 8×3 个小正方形……通过推理，可知第 n 个图最外圈就有 $8\times n$ 个小正方形，每次都是在前一个图的基础上增加 8 个小正方形。还可以引导学生进一步思考：每次多的这 8 个小正方形都是怎么来的？使学生观察到是由于每边增加 2 个小正方形所产生的。

4. 建议用 2 课时教学。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）例1，是通过数形结合，让学生探索从1开始的连续奇数之和与“正方形数”（即平方数）之间的关系。

（2）教材引导学生观察正方形图中的小正方形数的规律，并把正方形图与下面的算式对照，寻找它们之间的关系。使学生通过观察，发现算式左边的加数正好与正方形图中以颜色区分的“┐”形图形中的小正方形数相对应。把这些加数加起来，和就是正方形图中包含的小正方形数，即每边小正方形数的平方。有几个奇数相加，每边的小正方形数就是几。

（3）在学生发现这一规律以后，让学生学会应用这一规律继续填下去，即从1开始，几个连续奇数相加，和即是几的平方。

（4）例2中，先观察发现加数的规律，即第一个加数是$\frac{1}{2}$，后面每个加数是前一个加数的$\frac{1}{2}$。接下来，让学生通过计算，发现和的规律，即和为1减去最后一个加数，随着加数越来越多，和越来越接近于1。

教学建议

（1）可从不同的角度让学生寻找规律。

教学例1时，可从形引入，先让学生说一说三幅图中分别有多少个小正方形，学生很容易得出小正方形个数为1^2，2^2，3^2，…的结论，再让学生观察从第一个图到第二个图再到第三个图，每次增加了多少个小正方形，使学生看到三个图中的小正方形数还可以分别表示成1，1+3，1+3+5，…。也可从数引入，让学生先通过计算，发现1+3=4，1+3+5=9，…有的学生可能很快就发现$4=2^2$，$9=3^2$，…此时教师可以引导学生用正方形来表示一下这些算式，使学生通过数与形的对照，看到这些连续的奇数在图中的什么地方，平方数代表的又是图中的什么，从而对规律形成更直观的认识。教师也可以借机介绍“正方形数”，使学生理解这一名称的由来。

（2）使学生通过计算初步感受极限的思想。

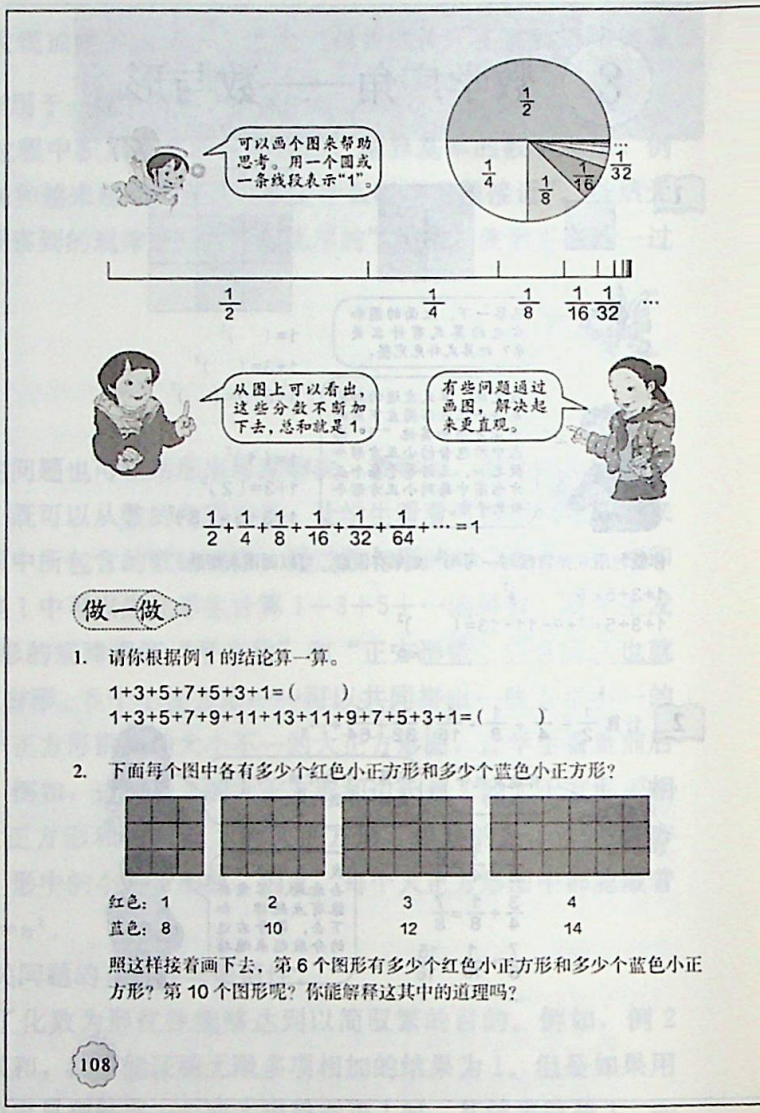
教学例2时，在学生观察到加数与和的规律的基础上，使学生明白用省略号表示“像这样加下去”，并发现这些数的和越来越接近于1。但这个越来越接近于1的数是多少呢？就为下面用图形解决问题提供了探索和思考的机会。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）通过前面的计算，学生已经看到，越往后加，所得的结果越接近于1。但这个无限接近于1的数的具体值是多少？学生无法解答。教材呈现了圆形模型和线段模型来表示“1”，使学生结合分数的意义，在圆上和线段上分别有规律地表示出这些加数，当这个过程无止境地持续下去时，所有的扇形和线段就会把整个圆和整条线段占满，即这些数相加之和为1。用画图的方式来表示计算的过程和结果，可以让学生直观地理解其中的道理。

（2）“做一做”的第1题，让学生直接应用例1的结论，解答时，需要注意的是只有从1开始的连续奇数相加才是平方数，答案分别为4^2+3^2和7^2+6^2。第2题，把形与数对照，让学生通过探索形的变化规律，来理解数的变化规律。由于中间每增加1个红色正方形，上下都必须增加2个蓝色正方形，因此，后一个图都比前一个图形增加1个红色小正方形和2个蓝色小正方形。红色正方形个数形成了1，2，3，4，…的数列，蓝色正方形个数形成了8，10，12，14，…的数列。



做一做

1. 请你根据例1的结论算一算。

$1+3+5+7+5+3+1=(\quad)$

$1+3+5+7+9+11+13+11+9+7+5+3+1=(\quad)$

2. 下面每个图中各有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形？

红色：	1	2	3	4
蓝色：	8	10	12	14

照这样接着画下去，第6个图形有多少个红色小正方形和多少个蓝色小正方形？第10个图形呢？你能解释这其中的道理吗？

教学建议

（1）让学生经历教师引导下的用图形解决例2中问题的过程。

例2中，“无限”的概念非常抽象，学生不易理解。例如，有的学生会说最终的结果无限接近于1，但永远不可能为1。事实上，对于任一有限和$1-\frac{1}{n}$，都可通过再加一项$\frac{1}{2n}$得到更小的和$1-\frac{1}{2n}$，这正是“极限”的核心思想。接下来，教师可以出示一个圆或一条线段或一个正方形，让学生根据分数的意义表示出这些加数，使学生直观地看到最终的结果是“1”。如果学生理解上还是有困难，教师还可以通过反推的方法帮助学生理解：$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\cdots$。

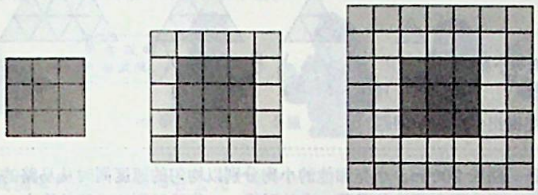
（2）使学生利用数形对照，说出图的变化规律，并探究数的变化规律背后的原因。

“做一做”第2题，不要求学生说出两个数列的数学通式，但要引导学生用自己的语言描述出规律：第n个图，红色小正方形就有n个，蓝色小正方形个数就是$6+2n$，其中，6代表四个角上和左右两边的6个固定的蓝色正方形，$2n$为上下两边中间不断变化的部分。

微信公众号：电子课本大全

练 习 二 十 二

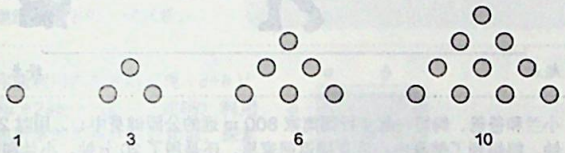
1. 下面每个图中最外圈各有多少个小正方形？



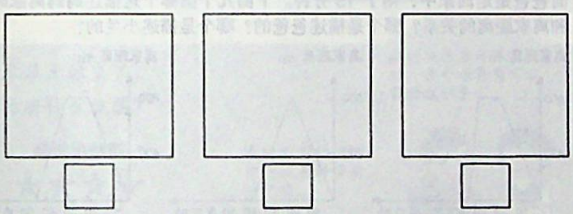
$3^2-1=8$　　$5^2-3^2=16$　　$7^2-5^2=24$

照这样的规律接着画下去，第 5 个图形最外圈有多少个小正方形？你能解释这其中的道理吗？

2.



请你根据上面图形与数的规律接着画一画，填一填。



如果不画，这样排列下去，第 10 个数是多少？

编写意图

（1）第 1 题是平方数的一个变式练习，因为外圈小正方形的个数其实就是内外两个正方形图中小正方形个数之差，而每个正方形图中小正方形的个数可以表示为一个平方数。例如，第 n 个正方形图，每边有 $(2n+1)$ 个小正方形，里面的正方形每边有 $(2n-1)$ 个小正方形，所以，最外圈的小正方形个数是 $(2n+1)^2-(2n-1)^2$，从前三个图的计算结果看，最外圈的小正方形个数就是 n 的 8 倍。第 5 个图形最外圈有 40 个小正方形。

（2）第 2 题，后一个图比前一个图下方多一行圆片，个数比前一个图中最后一行的圆片数多 1。因此，第 n 个图中的小圆片总数就是 $1+2+3+\cdots+n$。也可以这样推理：第 1 图有 1 个，第 2 图比第 1 图多 2 个，第 3 图比第 2 图多 3 个，第 4 图比第 3 图多 4 个，…，第 n 图比前一图多 n 个。第 5 图的圆片数既可以用 $1+2+3+4+5=15$ 来计算，也可以用 $10+5=15$ 来计算……由于数量为 1，3，6，10，…的圆片可以组成三角形，这些数也叫做“三角形数”。

教学建议

（1）引导学生从多样化的角度探索规律。

教学时，要引导学生通过交流，学会从多样化的角度探究规律。例如，第 1 题，既可以发现最外圈的小正方形个数是两个正方形中小正方形个数之差，也可以通过计算发现最外圈的小正方形数正好都是 8 的相应倍数。除此之外，还可以只观察最外圈的小正方形，用不同的方法来计算个数。例如，如果最外圈每边有 7 个小正方形，要计算 4 边有多少个，方法有多种：$7\times4-4$（先把每边看成 7 个，再减去重复计算的 4 个），$5\times4+4$（先算每边中间的 5 个，再加上四个角上的 4 个），6×4（把每边看成 6 个），$7\times2+5\times2$（把一组对边看成 7 个，另一组对边看成 5 个）。第 2 题，既可以利用等差数列之和求出每个图中有多少个圆片；还可利用相邻图中的圆片数相差 2，3，4，…来求出每个图中的圆片数。

（2）注意引导学生掌握推理的方法。

在数形结合的基础上，要引导学生猜想有限项的规律并加以验证，归纳、总结出“通用模式（不必以式子的形式呈现）”，并加以应用，从而体会和掌握归纳推理的思想和方法。

微信公众号：电子课本大全

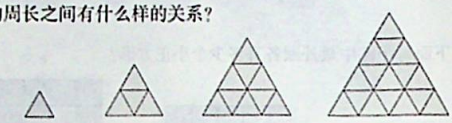
编写意图

（1）第 3 题，通过观察，发现每个图中的小三角形个数正好形成一个平方数列：第 n 个图，含有 n^2 个小三角形。此外，还可以根据图形的变化规律，发现相邻两图小三角形数量之差依次是 3，5，7，…。而大三角形的周长就是边长×3，第 n 个图，边长就是 n。

（2）第 4 题其实是等比数列求和问题的变式。根据“小亮走到马路一半的时候，小狗已经到达马路的终点”可知，小狗与小亮的速度比为 2∶1，因此，相同时间内，小狗跑的路程是小亮的 2 倍。只要小狗中途没有停下来休息，不管它如何跑动，当小亮行走了 200 m 时，小狗跑的路程都是 200×2=400(m)。

（3）第 5 题是用图象表示离家距离随着时间的变化而变化的情况。横坐标表示时间的推移，纵坐标表示离家距离的变化，这样的图象实际是一种分段函数图象。使学生通过把三个人的不同行程与图象对应起来，初步感受函数（这里没有函数式，但有函数的描述）与图象的关系。例如，在健身中心锻炼了 10 分钟，横轴上增加 10 分钟，但纵轴上的数值不变，即为一条线段。

3. 下面每个三角形图各是由多少个小三角形组成的？如果小三角形的边长为1，每个三角形图的周长分别是多少？每个三角形图包含小三角形的个数与这个三角形图的周长之间有什么样的关系？

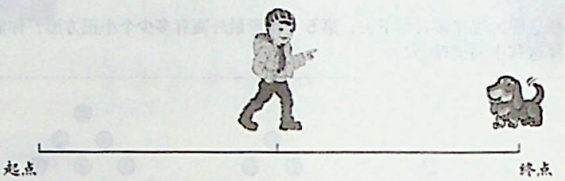


三角形个数：（ ）（ ）（ ）（ ）

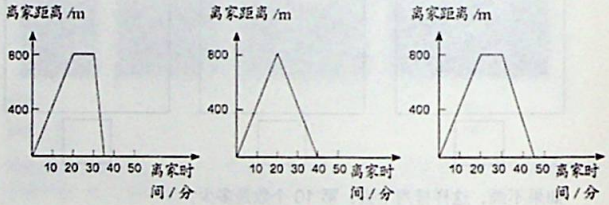
周长：（ ）（ ）（ ）（ ）

你能提出什么数学问题？

4. 一条马路长 200 m，小亮和他的小狗分别以均匀的速度同时从马路的起点出发。当小亮走到这条马路一半的时候，小狗已经到达马路的终点。然后小狗返回与小亮相向而行，遇到小亮以后再跑向终点，到达终点以后再与小亮相向而行……直到小亮到达终点。小狗从出发开始，一共跑了多少米？



5. 小兰和爸爸、妈妈一起步行到离家 800 m 远的公园健身中心，用时 20 分钟。妈妈到了健身中心后直接返回家里，还是用了 20 分钟。小兰和爸爸一起在健身中心锻炼了 10 分钟。然后，小兰跑步回到家中，用了 5 分钟，而爸爸是走回家中，用了 15 分钟。下面几个图哪个是描述妈妈离家时间和离家距离的关系？哪个是描述爸爸的？哪个是描述小兰的？



教学建议

（1）继续培养探索模式、应用模式的意识和能力。

教学第 3 题时，引导学生观察第 1 图中的小三角形为 1 个，第 2 图比第 1 图多了 3 个，即（1+3）个，第 3 图比第 2 图多了 5 个，即（1+3+5）个，试着再画下去，第 4 图是（1+3+5+7）个……和例 1 的结论对比，发现规律是相同的。而大三角形的周长是一个等差数列：3，6，9，…，把每个图中周长的值除以 3，再平方，就能得到小三角形的个数。

（2）结合实际问题渗透函数的思想。

第 4、5 题中都包含了函数的思想。第 4 题中，学生通过推理，可以发现小狗与小亮的速度比是 2∶1，当时间一定时，小狗与小亮的路程比与速度比相等，这就是比例思想的渗透，而求小狗的路程，则是正比例关系的应用。第 5 题，使学生看到一个量随着另一个量的变化而变化，从家去健身中心，时间越长，离家距离越长，从健身中心往家走，时间越长，离家距离越短。教学时，也可以师生一起尝试着把“离家距离”换成“行走路程”，画画图象，再进行比较，体会函数思想。

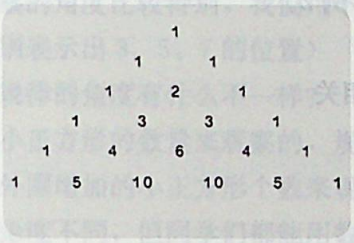
微信公众号：电子课本大全

6. 小林、小强、小芳、小兵和小刚5人进行象棋比赛，每2人之间都要下一盘。小林已经下了4盘，小强下了3盘，小芳下了2盘，小兵下了1盘。请问：小刚一共下了几盘？分别和谁下的？

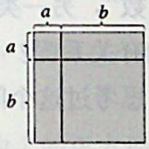


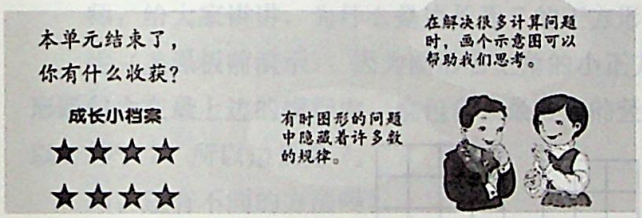


7. 我国宋代数学家杨辉在公元1261年撰写了《详解九章算法》，他在这本著作中画了一个由数构成的三角形图，我们把它称为“杨辉三角”。你能发现右面“杨辉三角”图中各数之间的关系吗？你能按照发现的规律把这个三角形表继续写下去吗？试试看。



8.* 你能利用右面的图发现 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ 这一公式吗？利用你所学的面积计算的知识，探索一下。





编写意图

（1）第6题，是一个组合问题，要求学生运用逻辑推理解决问题。因为涉及5个人，如果抽象地分析，信息比较混乱。因此，教材上提供了5个人的照片，提示学生用连线的方法来解决。在解决的过程中，如果是按顺序利用信息，无法确定小强和谁下了3盘，小芳和谁下了2盘，只有先利用“小兵下了1盘”，排除小强、小芳、小刚和小兵下的可能性，才能轻松解决问题。除了连线法，也可以用列表法来解决。

（2）第7题是著名的“杨辉三角”，又称“帕斯卡三角”。除第一行外，每行中首项和末项都是1，其余各项均为上一行“双肩”上两数之和。

（3）第8题，利用面积模型来理解完全平方公式。学有余力的学生可以探索一下如何利用图示解释这一公式的正确性：边长为 $a+b$ 的正方形面积可以分为四个部分——边长为 a 的小正方形面积、边长为 b 的大正方形面积和两个长为 b、宽为 a 的长方形面积。

教学建议

（1）引导学生体会数形结合思想的广泛应用，体会用图形解决问题的直观性和便捷性。

从第4题开始，题目的范围逐渐拓展，不再局限于例题的配套练习。教学时，要引导学生具体问题具体分析，掌握利用图形解决问题的方法，体会其广泛的应用价值。例如，第6题，通过连线法（或者列表法）就能轻松知道小刚下了2盘（分别与小林和小强），既直观，又便捷，过程和结果让人一目了然。第7题，通过数与形的完美结合，发现图中各数之间的关系，并根据这一规律把三角形无限地延伸下去。原实验教材一年级上册第82页的“走迷宫”，就可以利用“杨辉三角”来解决一共有多少种走法的问题。教学时，也可以利用这样的素材让学生体会其应用价值。第8题，用直观的面积模式，完美地表示出一个抽象的公式。教学时，也可以让学生用长方形的面积模式表示一下乘法分配律：$a(b+c)=ab+ac$。

（2）注意学生数学情感的培养。

本单元的素材丰富，数与形中隐藏着许多非常有意思的规律，容易引起学生的探究兴趣。教学时要充分利用机会，一方面，要培养学生积极的数学学习情感，另一方面，让学生体会数学思想的价值与魅力。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题一：数与形

教学设计：刘延革。

教学内容：教科书第 107～108 页例 1、例 2。

教学过程：

（一）体会形中有数，数中有形，数形相关

1. 谈话引入

师：提到“数学”，你会想到什么？

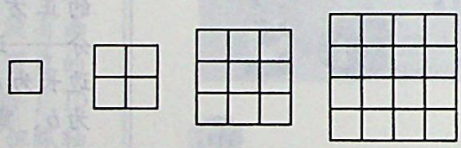
生：数字、图形、运算符号、小数……

师：如果把刚才同学们说的内容分类，一类可称为“数”，另一类是“形”，“数”和“形”是数学中两类最主要的研究对象。那么，数与形之间有没有关系呢？（个别学生点头，大多数学生沉默）有的同学凭着感觉认为有，有的同学从来没有思考过这个问题，看看通过今天这节课的学习，你们有没有新的认识。

板书：数　形

2. 教学例 1

出示：



师：这是一组图形，你发现它们之间的规律了吗？请用数或式子表示你发现的规律。

学生思考、表达，教师巡视、采样，然后全班交流。

板书规律一：1　4　9　16

师：谁能读懂这位同学发现的规律？说一说这些数的含义是什么。

生：“1”表示第一幅图有 1 个小正方形，“4”表示第二幅图有 4 个小正方形，“9”表示第三幅图有 9 个小正方形，“16”表示第四幅图有 16 个小正方形。

板书规律二：1×1　2×2　3×3　4×4

师：很多同学是这样写的，这个规律表示什么意思？

生：第一个图形的边长是 1，所以用 1×1；第二个图形的边长是 2，所以用 2×2；第三个图形的边长是 3，所以用 3×3；接下来是 4×4。

板书规律三：1　1+3　1+3+5　1+3+5+7

师：我还发现有的同学是这样写的，这是什么规律？

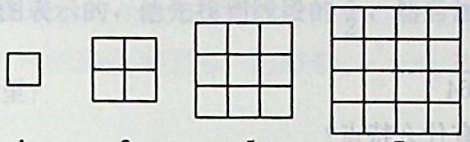
生：“1”是指第一个图形有 1 个小正方形；“1+3”表示在第一个图形的基础上增加了 3

微信公众号：电子课本大全

个；“1＋3＋5”表示在第二个图形的基础上增加了 5 个……

师：谁能在图上指一指 1、3、5、7 分别在哪里？

教师在学生指的地方对应写数：



师：这位同学观察的角度比较特别，我们用不同颜色把他发现的规律表示出来。（教师用彩色磁条在图形上分别表示出 3、5、7 的位置）

师：这几种观察规律的角度有什么不一样？

生：规律一是从小正方形的数量来观察的，规律二是从图形边长相等的特点来观察和表示的，规律三是从图形外围增加的小正方形个数来观察的。

师：尽管观察的角度不同，但同学们都能用数来表达它的规律，对吗？

生（齐声）：对！

师：如果沿着 1＋3＋5＋7 这个规律继续往下想，1＋3＋5＋7＋9＋11＋13 这个式子对应的图形是什么样子的？

生：我认为是边长为 7 的正方形。

师：给大家讲讲，为什么是边长为 7 的正方形？

生（上黑板前演示）：因为图形右上角的小正方形是重叠的（学生的意思是，这个小正方形既包含在最上边的横行中，也包含在最右边的竖列中），应该用 13 加 1 等于 14，再用 14 除以 2 等于 7，所以边长是 7。

师：还有不同的方法吗？

生：我是用数的方法。一共有 1、2、3、4、5、6、7，7 步。这个已经是 4 步了，再加 3 等于 7。

师：你给大家再数一下，7 在哪儿？

生：1、2、3、4、5、6、7，一共 7 个数相加，所以边长是 7。

师：同学们真棒！你们通过算或数的方法，都找到了这个算式对应的图形，它是边长为 7 的正方形，也就是 $1+3+5+7+9+11+13=7^2$。那么，1＋3＋5＋7＋9＋11＋13＋15＋17＋19 这个算式对应的图形又是什么样子的？等于几的平方呢？

生（齐声）：边长为 10 的正方形，等于 10 的平方。

师：为什么？

生：因为算式中有 10 个加数。

师：也就是 $1+3+5+7+9+11+13+15+17+19=10^2$。回顾研究这个问题的过程，同学们在图形中看到数的影子，在数中想到图形的样子。你们觉得数和形之间有没有关系？

生（齐声）：有！

师：对，数中有形、形中有数，数形之间有关系。那么，数和形之间有着怎样的关系呢？

微信公众号：电子课本大全

我们接着探究。

（二）体会以形助数，以数解形，数形互助

1. 教学例 2

出示：

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$

师：观察这个算式，它有什么特点？

生：后一个分数是前一个分数的$\frac{1}{2}$。

师：算式中的省略号是什么意思？

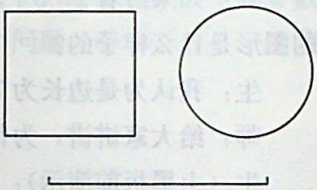
生：后边还有很多数，无数个。

师："无数个"就是没有尽头的意思。按照这样的规律没有尽头地加下去，它的和等于多少？（学生沉默）

师：没感觉是吧？没关系！同学们可以借助图形找找感觉。

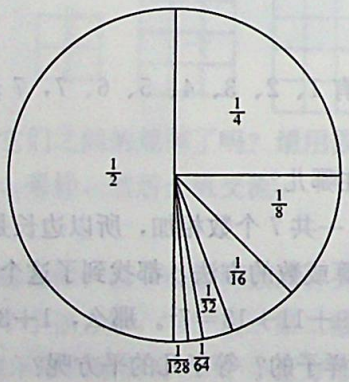
出示练习纸：

师：请你从右面 3 个图形中任选一个，然后在你选择的图形中找到它的$\frac{1}{2}$，在$\frac{1}{2}$的基础上加上它的$\frac{1}{4}$，再加上它的$\frac{1}{8}$，按算式的要求一直加下去，看看能不能找到和是多少。



学生操作，教师巡视、指导，然后全班交流。

出示学生作品一：



师：仔细观察，这位同学先通过平分找到圆的$\frac{1}{2}$，然后在$\frac{1}{2}$的基础上做什么？

生：继续平分，加上$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{16}$、$\frac{1}{32}$。

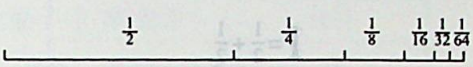
师：如果继续往下加，下一个数加在哪里？

生：加在空白部分。

师：算式的意思就是在空白处不停地加下去。

微信公众号：电子课本大全

出示学生作品 2：



师：这位同学是用线段图表示的，他先找到线段的$\frac{1}{2}$，然后加上$\frac{1}{4}$，再加上$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{16}$、$\frac{1}{32}$、$\frac{1}{64}$。算式中的省略号表示哪里？

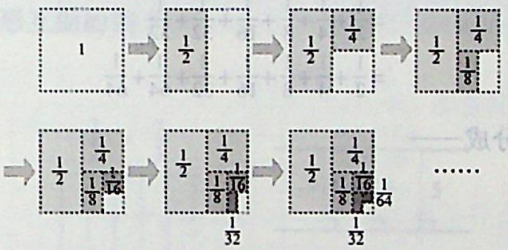
生：$\frac{1}{64}$右边的空白处。

师：感受一下，这样一直加下去，和应该是多少？

有几位学生指出和等于 1，大部分学生认为和无限接近于 1。

师：老师用正方形再来演示一下加的过程。

课件出示：



师：按这样的规律加下去，和是多少？

生：1。

生：无限接近于 1。

学生意见不统一，相互争论起来。

师：有的同学认为等于 1；有的同学觉得越来越接近 1，但不等于 1。意见不一致！我们不着急得到最终结果，先来看看同学们画图的收获。刚开始同学们看到这个算式一点感觉都没有，不知道和是多少。通过画图，同学们知道它的和与谁有关系？

生（齐声）：1。

师：无论是觉得等于 1，还是觉得和 1 差一点，起码我们有了一个方向，觉得结果与 1 有关系！这就是图的好处，它能帮助我们找到一种感觉，一个方向。但是，我们还有困惑，结果到底是等于 1，还是接近于 1？你们觉得图能回答这个问题吗？

生（齐声）：不能。

师：这就是图的缺陷，它不能准确地、精细化地表示结果。当图解决不了的时候，我们可以用数进行推理。既然“和”与 1 有关系，我们就从 1 开始想。

课件出示：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

师：我们可以把 1 想象成$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$，然后把第二个$\frac{1}{2}$看成$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$。

微信公众号：电子课本大全

课件出示：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

师：继续将第二个$\frac{1}{4}$分成$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$，像这样一层层分下去。

课件出示：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{16}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{32}$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{64}$$

师：第二个$\frac{1}{64}$又可以分成——

生：两个$\frac{1}{128}$相加。

师：按这样的规律继续往下分，分得完吗？

生：分不完，能分无数个。

师：如果是无数个、没有尽头，可不可以用省略号表示？

课件出示：

$$1=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$$

生（齐声）：可以！

师：读一读这个算式。

生：1等于$\frac{1}{2}$加$\frac{1}{4}$加$\frac{1}{8}$加$\frac{1}{16}$加$\frac{1}{32}$加$\frac{1}{64}$加……

师：$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$这个算式是由谁分出来的？

生：由1分出来的。

师：那么，$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\cdots$等于几？

生：等于1。（齐声，但不够坚定）

师：可能很多同学还没有完全理解这个算式为什么等于1，因此在感情上还无法接受这个结果。没关系！因为这个问题在难了，同学们到了初中、高中时还要继续学习。今天我们研究这个问题的目的，是在寻求它等于几的过程中体会数和形之间的关系。回顾一下刚才的探究过

微信公众号：电子课本大全

程，刚开始同学们看到这样一个算式，不知道等于几，谁帮助我们找到了感觉，找到了“和”与 1 有关系？

生：图形！

师：图形帮助我们发现按照这样的规律加下去，和越来越接近于 1，甚至有同学想到等于 1。当图形不能精确地表示出和到底是等于 1，还是接近于 1 的时候，谁又帮助我们找到了准确结果？

生：数！

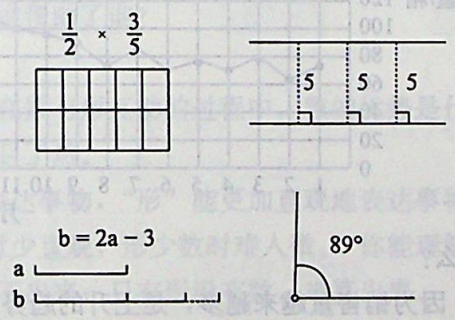
师：是的，数又帮助我们通过推理得出和就等于 1。同学们，数和形有关系，你们觉得数和形之间有着怎样的关系？

生：关系密切；你中有我，我中有你；互相帮助……

师：关系密切，你中有我、我中有你的本质，在于它们可以相互帮助。其实，在我们以前的学习中，有很多地方体现出数形之间互相帮助的特点。

2. 回顾以前学习中数形互助的例子

课件出示：



师：我们一起来回忆，当遇到比较难的问题时，我们通过画图帮助理解抽象的数量关系；学习几何知识时，角因为有了度数，我们就知道它是什么角；两条直线之间距离相等，就说明这两条直线是平行关系。这些例子都体现出数与形之间互相帮助。在实际生活中，也有很多地方用到数形互助来解决问题。

（三）深入体会数无形时少直观，形无数时难入微

1. 以形助数，解决销售问题

课件出示：

月份	销量（箱）
一	72
二	62
三	79
四	68
五	77

微信公众号：电子课本大全

续表

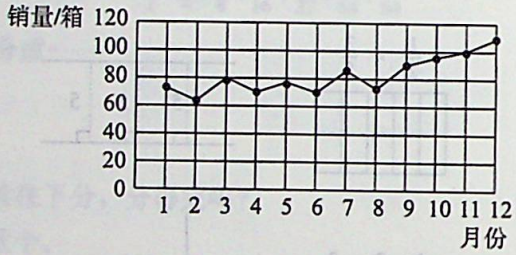
月份	销量/箱
六	69
七	82
八	71
九	89
十	92
十一	99
十二	105

师：这是某超市 2014 年的饼干销售量统计表。如果你是超市经理，下一年你还会继续进货卖这种饼干吗？

生：进吧。（学生回答时不是很多有底气）

师：只看数据，感觉不太强烈。把这些数据制成折线统计图，大家再来感受一下。

课件出示：



师：继续进货吗？为什么？

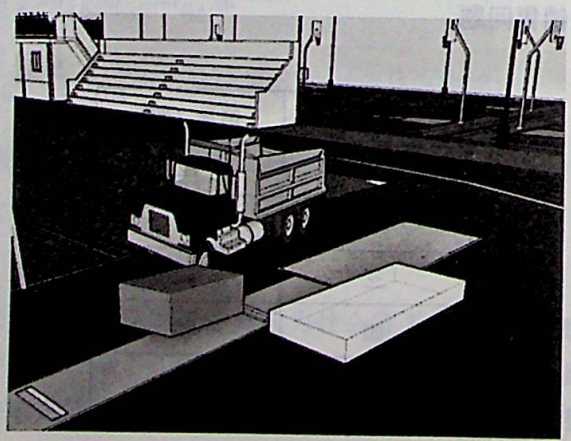
生：进！（齐声，坚定）因为销售量越来越多，是上升的趋势！

师：统计图呈现了销售量上升的趋势，所以大家决定继续进货，接着卖。在解决这个问题的时候，是谁帮助了谁？

生（齐声）：图在帮助数！

2. 以数解形，解决运输问题

课件出示：



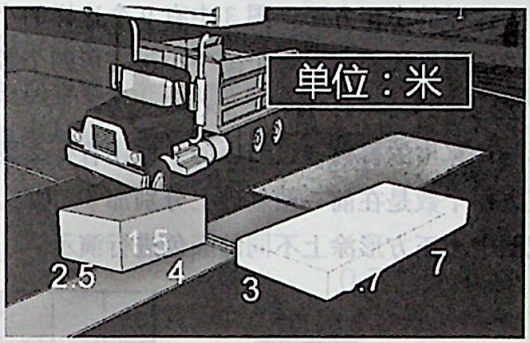
微信公众号：电子课本大全

师：用图中这辆卡车运沙坑里的沙子，一次能将沙子全部拉走吗？老师把车厢的形状和沙坑的形状简化出来，请你判断一下。

生：（沉默后）不知道。老师，能给我们数据吗？

师：想要看能不能拉走，需要借助数据算一算，是吗？

课件出示：



生：能拉走！车厢的容积是 15 立方米，沙坑的容积是 14.7 立方米。

师：解决这个问题时，谁帮助了谁？

生：数帮助了形。

师：同学们思考一下，在数与形互助的过程中，数的优势是什么？形的优势是什么？

生：数是准确的，形一目了然。

师："数"能更精准地表达事物，"形"能更加直观地表达事物。其实，华罗庚爷爷很早就说过这样两句话："数缺形时少直观，形少数时难入微。"你能理解其中的含义吗？

生：只有数没有形，看不出来；只有形没有数，难算出来。

师：难算出来就是不具体，不能精确地表达。所以，后面还有两句话，请同学们读一读。

生：数形结合百般好，隔离分家万事休。

师：如果将数、形分家，什么事都做不了。其实，跳出数学看我们的生活，像这样完美结合的事物有很多。例如，花和蜜蜂，花借蜜蜂传播花粉，蜜蜂采蜜维持生存；没有水土，树木不能生存，没有树木，水土面临流失。大自然中像这样相互依存、相互成全的事情有很多，只有这样相互帮助，我们的大自然才更美好，社会才更和谐！好，这节课就上到这里。

课题二：数与形教学片段

教学设计：李彦璇。

教学内容：教科书第 107～108 页例 1、例 2 及相关内容。

教学过程：

片段一：例 1 的教学

师（出示下图）：我们一起来看看这些图中图 2 和图 3 各有多少个像图 1 这样的小正方形？

微信公众号：电子课本大全

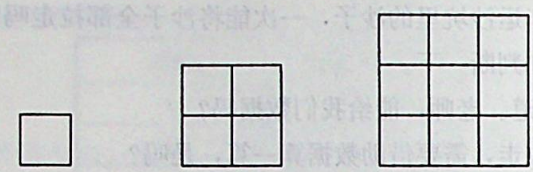


图 1　　图 2　　图 3

生：图 2 中有 4 个图 1 这样的小正方形，图 3 中有 9 个这样的小正方形。

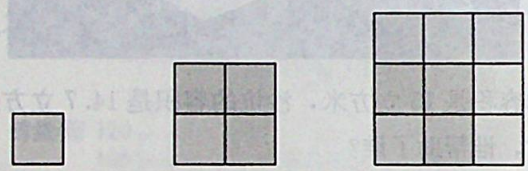
师：同学们动动脑，尝试用算式表示出每个图中小正方形的个数。

生：图 1：1×1=1；图 2：2×2=4；图 3：3×3=9。

师：观察这几个图形与计算出的得数（1、4、9）。你还有什么发现？

生：从图 1 开始小正方形个数是在前一图基础上分别加 3、加 5。

根据学生的回答，把图中小正方形涂上不同的颜色进行演示。



1　　1+3　　1+3+5

师：如果我们把刚才同学们表示图中小正方形个数而列出的不同算式综合起来，会是什么样的呢？

生：1=1×1　　$1=1^2$

1+3=2×2=4　　教师板书归纳　　$1+3=2^2$

1+3+5=3×3=9　　$1+3+5=3^2$

师：在这里“形”能直观解释“数”的计算。同学们想一想，按照这样的规律“图 4”会是什么样子？有几个这样的小正方形？同桌两人合作，仿照黑板上算式，一人说等号左边部分怎么写，一人说等号右边部分怎么写，有困难可以在草稿上画一画图。

学生合作交流，并利用规律完成例 1 下面题目。

师：观察例 1 中的这些题目，你有什么发现？

生 1：大正方形左下角的小正方形和其他“┐”形图形所包含的小正方形个数之和正好是每行或每列小正方形个数的平方。

生 2：左边加法算式里的加数都是奇数。

生 3：有几个数相加，和就是几的平方。

生 4：第几个图形就有几个数相加，和就是几的平方。

师：根据这个同学的发现，想一想，第 10 个图中有多少个小正方形？第 100 个图中呢？

学生汇报。

师：同学们非常善于观察和思考，学习中我们利用计算求出了图形中小正方形的个数，反过来直观的图形也更好地帮助我们理解了计算中各数的含义。

微信公众号：电子课本大全

片段二：例 2 的教学

师（出示例 2）：观察这个算式你能发现什么规律？

生 1：从左往右看这些分数越来越小。

生 2：这些分数的分子都是 1，分母都是偶数。

生 3：从第二个数开始，每个数是前一个数的$\frac{1}{2}$。

师：算式右边省略号表示什么意思？你准备怎样计算这道题？

生：意思是按照这样的规律写下去，加数有无数个。我准备先求出前两个加数的和，再用和去加第三个加数，得数再去与第四个加数相加，依此类推。

学生尝试进行计算。

学生汇报：

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

$\frac{7}{8}+\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

……

师：谁再来说说你加到了第几个加数，得数是多少？

学生汇报，板书：$\frac{31}{32}$、$\frac{63}{64}$、$\frac{127}{128}$……

师：观察这些算式的得数，你有什么发现？

生 1：得数的分子与分母相差 1。

生 2：得数的分子与分母都越来越大，说明等分的份数越来越多，取的份数也越来越多，分子比分母只少一份。

生 3：如果一直加下去，等号右边的分数会越来越接近 1。

师：有同学提出这些分数不断加下去，总和会越来越接近 1，有没有道理呢？除了依靠计算来理解，我们还可以画图来帮助思考，现在就请同学们在草稿上通过画图来说明。

学生活动，汇报。

生 1：我画的是用一个圆形表示“1”，先取它的一半就是圆的$\frac{1}{2}$，再取剩下部分的一半就是这个圆的$\frac{1}{4}$，接着又取剩下部分的一半就是这个圆的$\frac{1}{8}$，往后又再取剩下部分的一半，这样每次都取走剩下部分的一半，没有取的空白部分就越来越小，几乎看不到了，而取走部分几乎占满了一个整圆。

生 2：我画的是用一条线段表示“1”，先把它平均分成两份，在左边表示出线段的$\frac{1}{2}$，剩

微信公众号：电子课本大全

下的部分我又平均分成两份，在靠左的部分表示出线段的$\frac{1}{4}$，后面的线段都照这样的方法分别表示出线段的$\frac{1}{8}$、$\frac{1}{16}$、$\frac{1}{32}$、$\frac{1}{64}$……越往后剩下的线段越短，最后就接近是整条线段了。

……

师：听了同学们的汇报，从同学们画的这些图中我们可以看出，这些分数不断加下去，总和就是1。对于这种借助画图来帮助我们理解问题的方法，你有什么感受？

生：有些问题通过画图，解决起来更直观。

……

师：在我们解决数学问题时，常用的数学方法中数形结合思想是最直观也是最美妙的。数和形有着十分密切的联系，在一定条件下可以互相转化，互相渗透。正如我国著名数学家华罗庚所说，数缺形时少直观，形少数时难入微，数形结合百般好，隔离分家万事休。

三、备课资料

“万物皆数”思想与趣味数学的发展①

毕达哥拉斯学派将抽象的数作为万物的本原，他们坚信“万物皆数”的思想，想通过揭露数的奥秘来探索宇宙的永恒真理。他们对数作过深入的研究，并得到很多结果，但常常将数和崇拜奇特地结合起来。也许就是因为他们对数字的崇拜，促使他们在数字的探索中发现大量的奥妙，其中许多是对后来影响很大的趣味数学问题。

一、毕达哥拉斯学派对趣味数学的贡献

1. 最完美的数。毕达哥拉斯根据“简单整数比”的原理，创造了一套音乐理论。1，2，3，4这头四个自然数，按4∶3，3∶2，2∶1的比构成几个主要的音调，而这四个数的和是10。于是他们认为10是一个完美的数，称之为“四数组”，作为神圣的象征，10同时成为宣誓时的誓词。后来斯皮尤西波斯指出10包含点、线、面、体各种类型的数：1是点，2是线，3是三角形，4是四面体。这更增加了10的神秘性。这是他们的信条“一切事物都按数来安排”的又一例证。

2. 形数。形数原意为“石子”，因而毕氏学派把“数的计算”一词描绘成“沙滩上的石子或点子”。图1每一个图的点数分别是三角数、正方形数，图2是五边形数和六边形数，分别由序列$x=1+2+3+\cdots+n=n(n+1)/2$，$y=1+3+5+7\cdots+(2n-1)$，$N=1+4+7+\cdots+(3n-2)$和$M=1+5+9+\cdots+(4n-3)$得到，这是一些高阶等差序列。用同样的方式可以定义所有的多边形数。这一过

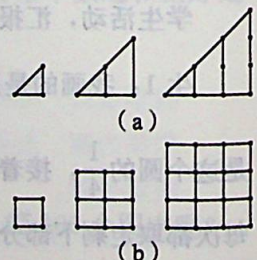


图1

① 申惠荣：“万物皆数”思想与趣味数学的发展，载于《延安教育学院学报》，2007年04期。

微信公众号：电子课本大全

程还可以推广到三维空间去构造多面体数。“形数”体现了数与形的结合。

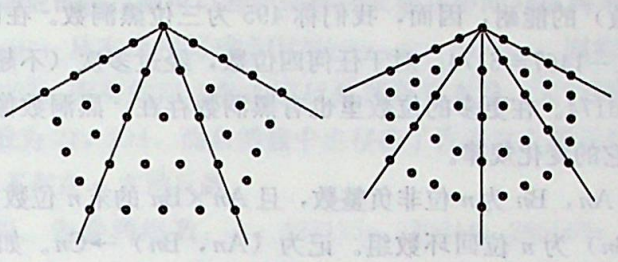


图 2

3. 完全数、过剩数和亏数。“万物皆数”信条促进毕氏学派对整数性质进行研究，根据整数与其因子关系发现了完全数、过剩数和亏数。如果一个数等于除它本身以外的全部因子之和，这个数叫做完全数。如果一个数小于除它本身以外的全部因子之和，这个数叫做亏数。如果一个数大于除它本身以外的全部因子之和，这个数叫做过剩数。例如 $6=1+2+3$，$28=1+2+4+7+14$，6，28 就是完全数。完全数的发现，是毕达哥拉斯学派的卓越贡献之一。尼科马霍斯给出四个完全数 6，28，496，8128，并指出一般规律：若 $1+2+2^2+\cdots+2^n=P$ 是素数，那么 2^nP 就是完全数。毕达哥拉斯也知道完全数的特点是 $2^{n-1}\times(2^n-1)$，且 2^n-1 是质数，表示完全数的公式是 $2^{\wedge}(p-1)Mp$。其中 Mp 是梅森素数 2^p-1。这个猜测很容易证明。这个结果表明，每个梅森素数给出一个完全数。已知的最大梅森素数为 $2^{30402457}-1$。现在人们仅仅知道有 43 个梅森质数，也就意味着我们找到了 43 个完全数。

4. 亲和数。数字之间也有好朋友，这是毕达哥拉斯的重大发现。毕达哥拉斯看到 284 这个数除它本身外的所有因子之和等于 220，而 220 除它本身外的所有因子之和又等于 284，即 $220=1+2+4+71+142$，$284=1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110$，这一对数叫做亲和数，象征着友谊。两千多年之后，费马找到第二对亲和数 $17296=2^4\times23\times47$，$18416=2^4\times1151$，1705 年，欧拉写出 62 对亲和数。历史上曾陆续发现了不下千对以上的亲和数，其中最多数位是高达 152 位的一对，它是 1974 年由莱尔发现的：$M=3^4\times5\times11\times5281^{19}\times29\times89\times(2\times1291\times5281^{19}-1)$，$N=3^4\times5\times11\times5281^{19}\times(2^3\times3^3\times5^2\times1291\times5281^{19}-1)$。

5. 勾股数组。勾股定理的发现和流传在历史上有很多有趣的传说。它在国外又叫毕达哥拉斯定理，是整个几何学中最为重要的定理之一。勾股数组，是指可以排成直角三角形三条边的三元数组，同时也给出了一般法则，若 m 为奇数，则 $m^2+[(m^2-1)/2]^2=[(m^2+1)/2]^2$，古希腊哲学家柏拉图也提出了类似的公式：如果 m 为整数，$(2m)^2+(m^2-1)^2=(m^2+1)^2$ 这两个公式都不能给出全部勾股数组。在勾股数组的启发下，人们还发现了更多的有趣数组，比如 $3^3+4^3+5^3=6^3$。

二、近代新出现的趣味数字（组）问题

毕达哥拉斯的古典趣味数学问题，在数学史上占有十分重要的地位。在历史的长河中，趣味数学也在不断地发展中。关于有趣的数，我们通过杂志和网上搜索，共得到下列 27 种内容：

1. 黑洞数。反复进行排序求差运算，最后得到的结果。无论哪个数，如 165 按从大到小排列得 651，再反过来按从小到大排列得 156，而 651－156＝495。经验证，无论哪个三位数，

微信公众号：电子课本大全

经过排序求差的多次运算，最终归宿都是495。495这个数字多像天体中的黑洞啊，具有吸吞一切“物质”（三位数）的能耐，因而，我们称495为三位黑洞数。在四位数里也有黑洞数，它是6174，因为7641－1467＝6174。对于任何四位数，经过多次（不超过6次）排序求差运算后，最终结果必得6174。在更多的位数里也有黑洞数存在。黑洞数像黑洞一样神秘，现在人们还没有彻底搞清它的变化规律。

2. 回还数组。设An，Bn为n位非负整数，且An×Bn的末n位数为Cn，如果Cn是An或Bn，则称（An，Bn）为n位回环数组。记为（An，Bn）→Cn。如4921875×1032193＝5080324921875。5626×7312＝41137312。

3. 反序数。存在着倍数关系的互为反序的两个数叫做反序数对。如1089×9＝9801，2178×4＝8712，3267×7/3＝7623，4356×3/2＝6534。

4. 反差和数。对自然数a进行反序求差，再反序求和运算后得到的结果。例如375这个数，首先反序求差得573－375＝198，再进行运算得198＋891＝1089，1089就是一个反差和数。

5. 陷阱数（如123）；现在让我们随便选一个很大的数作为一块“大石头”，就取八位数20050421吧。我们以它为基础，变出一个新的数来。此数共有八位，其中偶数6个，奇数2个，于是得出新数628。其规则是：新数由左、中、右三部分构成，左部表示原数中偶数的个数，中间部分表示原数中奇数的个数，而右部则表示原数的位数（其中0作为偶数），对变出来的628作同样的变换，于是得出303；再对变出来的303作同样的变换，得出123。一旦得到123之后，就再也不变化了，好比石头已经落地，一番心血付诸东流，故称为陷阱数。

6. 草数。设一个正整数a的n次幂为$a^n=a_1a_2\cdots a_m$，若$a=a_1+a_2+\cdots+a_m$，则称a为n叶草数。如$9^2=81$，而8＋1＝9；$8^3=512$，而5＋1＋2＝8；$7^4=2401$，而2＋4＋0＋1＝7。

7. 花朵数。所谓花朵数就是：“一个n位正整数$a=a_1a_2\cdots a_n$，如果$a=a_1^n+a_2^n+\cdots+a_n^n$，则称$a$为$n$位花朵数”。下面是1－9位花朵数及其名称：夜百荷数：1，2，3，4，5，6，7，8，9；菊花数（这是一组特殊的呈周期变化的数）：20，4，16，37，58，89，145，42；水仙花数：153，370，371，407；桃花数：1634，8208，9474；梅花数：54748，92727，93084；雪花数：548834；玫瑰数：1741725，4210818，9800817；牡丹数：24678050，24678051；山丹丹数：146511208，472335975，534494836，912985153。

8. 再植数。如果一个数A乘一个整数K，其积是数A各位数字的循环排列，那么A是关于K的再植数。如142857×5＝714285，76923×3＝230769；再植数又叫循环数。

9. 巧数。对于一个自然数n，如果能找到自然数a和b，使得$n=a+b+a\times b$，则称n为一个“巧数”，例如3＝1＋1＋1×1，7＝1＋3＋1×3，8＝2＋2＋2×2。

10. 摆尾9数。A＝10a＋9形式的数都是摆尾9数，具有像如349＝34＋9＋34×9的性质。

11. 调和数。所谓调和级数，即满足这样一个条件：级数中的连续三项具有关系$b=2ab/(a+b)$，例如，315＝2×280×360/(280＋360)，下列9个数从小到大组成一个调和级数系列252，280，315，360，420，504，630，840，1260。

12. 回文数。如果将一个自然数N的各位数字的顺序倒过来仍为这个数。则称N为回文数，如1238321，2506052。

微信公众号：电子课本大全

13. 镜反数。在数学中，我们把具有对称格式的两个数叫互为镜反数，如 492357816 ‖ 618753294。我们这里研究的镜反数可以看作是将回文数在中间分成两半得到的。我们把一个 n 位数 $N=a_1a_2\cdots a_{k-1}a_k$，从右反序写成 $MI(N)=a_ka_{k-1}\cdots a_2a_1$，则称 MI(N) 是 N 的镜反数。如 MI(1397) =7931。所有的回文数的镜反数都是它本身。人们还研究平方镜反数，如 12 与 112 的平方镜反数为 21，211，而自然数中也存在了许多立方镜反数，4 方镜反数还有无限多个，但若 $n>5$ 则不存在 n 方镜反数。

14. 金蝉脱壳数组。先看两组数：A：427125，970614，265569；B：843303，138258，681747。如果从个位数去起，或者个位高位同时去起、不管去掉几个数，这两组数一直保持和、平方和相等。

15. 等积和数组。对于怎样的 m、n，存在 m 组自然数，每组由 n 个自然数组成，各组的和相等，各组的积也相等。如由三个自然数组成的下列四个数组：{14，50，54}；{15，40，63}；{18，30，70}；{21，25，72} 就是等积和数组。

16. 喀普利卡数。一个数从中间分开为两个数，然后把两个数加起来，而它的平方正好是前面这个数，这个数就叫做喀普利卡数。如 3025 从中间分开成为 30 和 25，30+25=55，而 55×55 正好等于 3025。除了 55 和 3025 这对喀普利卡数以外，还有没有喀普利卡数呢？

17. 全等和数组。如何寻找和相等的两组数：A=(a_1，a_2，a_3，…，a_n)；B=(b_1，b_2，b_3，…，b_n)，(其中 $n\geqslant 4$)，在 A、B 中各找 m 个数 ($m\neq 1$，$m\neq n-1$)，使 $\sum ai=\sum bi$，对于任意 m 都成立。我们称满足这样条件的两组数 A、B 为全等和数组。当 $n=4$ 时，我们很容易找到实例，例如 A=(3、2、5、8)，B=(1、4、6、7)，此时只能有 $m=2$，$m=4$。3+2=1+4，3+2+5+8=1+4+6+7。当 $n=5$ 时，我们也有下列实例：A=(7、10、8、1、6)，B=(12、5、4、9、2)，此时 $m=2$，3，5 三种情况：7+10=12+5，8+1+6=4+9+2，7+10+8+1+6=12+5+4+9+2。

18. 等幂和数组。在自然数的世界里，有一种奇妙的现象，令人吃惊，有本《天下之奇》一书就举了这样的一个数学例子，请看这样两组自然数：

A：(1，6，7，23，24，30，38，47，54，55)

B：(2，3，10，19，27，33，34，50，51，56)

让我们不可思议的是，这两组数不仅和，平方和相等，而且立方和，四次方和，直到八次方和都相等。数字间的这种内在和谐匹配，竟然表现出这么奇妙的规律，它们曾使众多数学爱好者为此折服感叹过，因而被称为“天下之奇”。

19. 龙首凤尾数组对。一个两位数 ab，和另一个多位数$\overline{cde\cdots\cdots fg}$，其积$\overline{ab}\times\overline{cde\cdots\cdots fg}=\overline{bcde\cdots\cdots fga}$，则称这两个数为龙首凤尾数对。如 4109589041096 × 83 = 341095890410968；上述数中的末尾五个数 41096，满足 41096 × 83 = 3410968，这是一个比较小的结果。

20. 轮环整除数。图 3 是一个轮环整除数的数学模式。在图中的圆周上，随意从那个数字开始，以顺时针旋转，将圆周上的数字依次排列成一个数，那么这个数必定能被圆心中的那个数整除。例如，12345679 能整除

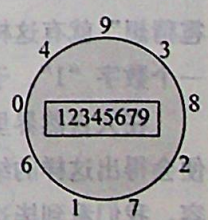


图 3

微信公众号：电子课本大全

716049382，以及 382716049，160493827 等。

21. 费马数。1640 年，费马猜测，形如 $F_n=2^{2^n}+1$ 的数，$n>0$ 时都是素数。他并且指出 $F_0=3$，$F_1=5$，$F_2=17$，$F_3=257$，$F_4=65537$ 都是素数。但 1732 年，欧拉发现 $F_5=641\times 6700417$，费马猜测不真。人们接着提出了新问题：形如 $F_n=2^{2^n}+1$ 的素数有多少？是否有无穷多个 n，使 F_n 为素数？由于费马的猜测，人们把形如 F_n 的数称为费马数，形如 F_n 的素数被称为费马素数。

22. 自生数。若一个 n 位自然数 An 的二次幂的末 n 位数仍是 An，则称 An 为 n 位自生数，如 625，4106619977392256259918212890625。

23. 自补数。一个 n 位自然数 An 的二次幂的末 n 位数是 Bn，若 An+Bn=10^n，则称 An 为 n 位自补数。如 9、4、5 均是一位自补数。n 位自补数只有三个，它们的个位数也不外乎 9，4，5 这 3 个数，如 999999999，212890624，787109375 都是九位自补数。

24. 自余数。一个 n 位自然数 An 的三次幂的末 n 位数是 Bn，若 An+Bn=10^n，则称 An 为 n 位自余数。8，3，7，2，5 都是一位自余数。13568，86432 都是五位自余数，但不存在个位数为 5，3，7 的 n 位自余数（$n\geqslant 2$）。

25. 野兽数（666）。在《圣经》里，666 是极其有名的野兽数，是西方人“数字迷信”中最为忌讳的一个数。它被认为是比 17、13 这两个数更加诅咒的恶魔，不少名流、学者讳莫如深。尽管 666 是野兽数，有些学者还是从数学角度去研究过它，也发现了一些有趣的性质，在三角形数 1，3，6，10，…中，马丁·加德纳就指出过：由清一色数字所组成的只有六个，即 1，3，6，55，66，666。也就是说，三角形数中由清一色数字组成的最大的数便是 666。666+1=667 却是一个可以快速猜出对方生日的数，如你的生日是 8 月 22 日，用 822×667=548274，告诉 274 就可以猜到 822 这个不知道的数。

26. 四位双平方数。若一个四位正整数是另一个正整数的平方，且各位数字的和是一个平方数，则称该四位正整数是四位双平方数。例如：由于 $7396=86^2$，且 $7+3+9+6=25=5^2$，则称 7396 是“四位双平方数”。

27. 冰雹数（4—2—1）。曾流传着一种“角谷猜想”是这样的：任意给一个自然数 N，如果它是偶数，就将它除以 2，如果它是奇数，就将它乘 3 加 1。如此循环演算下去，对任意的一个自然数施行这种演算手续，经有限步骤后，最后结果必然是 4，2，1 这三个自然数的循环。你不妨任意挑几个数来试验证这个猜想。

这个演算又称“冰雹猜想”，叫它“冰雹猜想”更形象，大家知道，小水滴在高空中受到上升气流的推动，在云层中忽上忽下，越积越大并形成冰，最后突然落下来，变成冰雹。“冰雹猜想”就有这样的意思，它算来算去，数字上上下下，最后一下子像冰雹似地掉下来，变成一个数字“1”。于是人们把 4—2—1 称为冰雹数。

在大自然界里，有许多奇妙的现象总是让人大吃一惊。但当我们仔细探索自然数的领域，便会得出这样的结论：自然数也是一个令人吃惊的奇妙世界！从以上趣味数字丰富多彩的内容，我们看到毕达哥拉斯万物皆数思想，和所提出的古典趣味数学问题，在数学发展史中产生了极大的影响，到现在已经结出了美丽的果实。

微信公众号：电子课本大全

四、评价建议与评价样例

（一）评价建议

本单元的学习内容主要是学习用数形结合思想解决一些简单的数学问题。因此，本单元的学习评价应围绕这一教学目标进行，包括笔试和动手操作两个部分。

（二）评价样例

笔试部分的试题，可以参考练习二十二中的题目样式。重点包括“正方形数”及数列求和问题。为了方便教师评价，下面提供部分评价样例。

1. 笔试样例。

（1）填一填。

①$1+3+5+7+9=$（　　）$^2=$（　　）　　②$4^2=1+3+$（　　）$+$（　　）

③$1+0.9+0.09+0.009+\cdots=$（　　）

（2）选一选。

①与 $1+3+5+7+9+5+3+1$ 表示相同结果的算式是（　　）。

A. $5+3$　　B. 4^2　　C. 5^2+3^2　　D. 5^2-3^2

②求 $2+6+10+14$ 的和，下面算式中错误的是（　　）。

A. 16×2　　B. $(14+2)\times4\div2$　　C. 14×4　　D. $(14+2)\times2$

（3）判断。

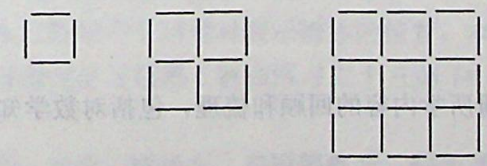
① 如下图，如果一个小三角形的边长为 1 cm，第 5 个图形的周长是 15 cm。（　　）



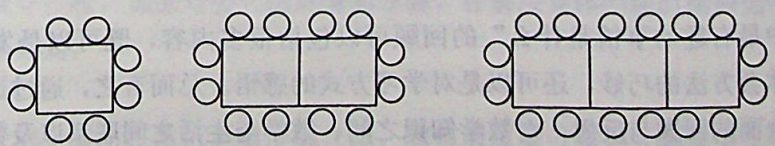
② 在 $1+3+5+7+9+\cdots\cdots$ 中，从数“1”到数“13”的和是 49。（　　）

2. 操作样例。

①请你接着画一画。并猜测第 8 个图形中一共用（　　）根小棒。



②请接着画一画。并想一想这样的 10 张桌子连在一起一共可以坐多少人。



微信公众号：电子课本大全

第九单元　总复习

一、教材说明和教学建议

（一）教学目标

1. 使学生进一步理解分数乘、除法运算的意义，掌握分数乘、除法的计算方法及分数四则混合运算的顺序，并能正确地计算（一般不超过三步）。

2. 使学生进一步理解比的意义和基本性质，能应用比的意义和基本性质求比值、化简比，能解决一些按比分配的实际问题。

3. 使学生进一步理解圆的本质特征，能应用圆的周长和面积计算方法解决实际问题，体验数学与日常生活的密切联系。

4. 使学生进一步理解百分数的意义，能正确地进行百分数和分数、小数的互化，会利用百分数的意义解决一些简单的实际问题。

5. 使学生认识扇形统计图，进一步掌握各种统计图的特点和作用，能利用统计图正确地分析数据信息，解决简单的统计问题。

6. 通过整理和复习的过程，系统、全面地复习和整理本学期所学知识，帮助学生构建合理的知识体系，更好地理解和掌握所学的概念、计算方法等基础知识及重要的数学思想方法，进一步发展学生的数概念、空间观念、数据分析观念，增强学生综合运用知识解决实际问题的能力，全面达到本学期的教学目标。

（二）内容安排及其特点

1. 教学内容和作用。

本单元的内容包括三部分：一是成长小档案，二是数学复习活动，三是针对全册所学知识的综合练习（练习二十三）。

（1）成长小档案。

“成长小档案”是对本册所学内容的回顾和梳理，包括对数学知识进行回顾和对学习中有趣的事情进行回忆两个方面。

教材用 4 幅图简单梳理了本册教材最主要的学习内容：分数乘、除法，确定位置，圆的认识，扇形统计图。

对“学习中最有趣的事情是什么”的回顾可以包括很多内容，既可以是发现知识的趣味性，也可以是体会方法的巧妙，还可以是对学习方式的感悟。总而言之，通过这样的编排，可以使学生通过全面的回顾与反思，对数学知识之间、数学与生活之间联系以及数学内在魅力的认识和理解能上一个更高的台阶，从而产生更积极的数学学习情感。同时，也引导教师要多关

微信公众号：电子课本大全

注学生学习过程中的情感体验，增强学生学习数学的兴趣和信心。

（2）数学复习活动。

接下来，教材安排了6道题目对本册内容进行具体的复习，这6道题目基本涵盖了本册教材涉及的主要内容。第1题是针对分数乘、除法计算的巩固和提高，使学生进一步理解分数乘、除法之间的关系；第2题是联系比与分数、除法之间的关系，复习比的概念和求比值的方法；第3题是综合复习解决有关分数、百分数、比的实际问题；第4题是综合复习用方向和距离确定位置的有关知识以及圆周长和面积的实际问题；第5题是根据给出的分数、百分数和小数倍的信息，让学生提出相关问题并解决，旨在提高学生的问题意识；第6题是针对扇形统计图进行整理和复习。

（3）下面对总复习各部分的内容进行简单说明。

①数与代数。

分数乘、除法属于分数的基本知识和技能，两者关系密切，因此，教材将这两部分内容的复习进行集中编排。教材首先通过两组题目，突出分数乘、除法之间的关系，即分数除法是分数乘法的逆运算。接下来，对分数乘、除法的计算方法进行了复习。

比的意义、比的性质、比与分数及除法的关系等也是复习的重点。

此外，用分数乘、除法解决实际问题也是这部分的重点内容，主要包括求一个数的几分之几是多少的问题（以及更复杂一些的）、已知一个数的几分之几是多少求这个数的问题（以及更复杂一些的）等。教材把它们对照编排，便于学生找到这几类问题的联系和区别，从而更好地掌握解决问题的思路，即先明确单位“1”，再看单位“1”是已知还是未知来确定解决问题的方法。为了让学生更好地掌握分析方法，练习二十三的第7题和第10题还安排了具有两个单位“1”的练习。

百分数的复习重点是百分数的实际应用，紧接在用分数乘、除法解决问题后编排，有利于学生看到它们在结构、解题思路上的一致性，便于加强知识间的联系。百分数的概念没有单独安排复习题，但它是百分数应用的基础，因此也要结合具体的问题情境复习百分数的实际含义。练习二十三的第12题是求常见百分率的问题，通过给出计算公式，既复习百分数的意义、百分数与分数、小数的互化，又可复习其他的百分率问题。

②图形与几何。

这部分内容包括用方向和距离确定位置以及圆的内容。

在前面的学习中，学生已经学习了用数对表示物体的位置，本学期进一步学习用方向和距离来表示物体的位置。教材通过复习题第4题和练习二十三第14题复习用方向和距离表示物体的位置。

圆的认识包括圆的直径、半径、圆周率、扇形等概念、圆的对称性、圆的大小和位置以及圆的周长和面积的计算等内容，教材重点复习了圆的周长、面积计算。复习时可以引导学生回顾计算公式的推导过程，加深对公式的理解和掌握，在解决具体问题时能根据不同条件和问题灵活地运用计算公式。

③统计。

本学期统计的主要内容是认识扇形统计图。教材通过复习题第6题使学生进一步体会扇形统计图能清楚地表明各部分数量同总数之间关系的特点，并能根据给出的信息解决一些问题，

微信公众号：电子课本大全

提高分析信息、解决问题的能力。

2. 教材编排特点。

本单元教材在编排上有如下特点。

（1）注重知识之间的相互联系，加强综合性。

在这部分内容的总复习中，根据六年级学生已有的知识、经验和认知发展水平，复习时选取了有代表性的内容，既重视数学知识的完整性和系统性，又注意到知识间的联系和区别，使学生在对比训练中加强知识间的沟通和辨析。例如，第 1 题中把分数乘、除法对照编排，使学生理解乘、除法的互逆关系；第 3 题，把有关分数、百分数的应用以同一情境呈现；第 4 题，把确定位置的知识与圆的相关知识有机融合；第 5 题，把相同的数量关系以分数、百分数、小数倍等表示倍比关系的不同形式来呈现。这样的编排，能让学生从更本质的角度理解数学知识，学会融会贯通地应用知识。

（2）注重计算能力的提高。

计算教学仍然是本册教科书的重点内容之一。复习这部分内容时，一方面引导学生巩固分数乘、除法的基本计算方法；另一方面，结合解决实际问题的过程，帮助学生进一步熟练掌握分数、百分数、比的计算技能，并能灵活地加以运用，感受计算的应用价值。

（3）注重结合实际问题，提高学生发现和提出问题、分析和解决问题的能力。

在 6 道题目中，第 3 题至第 6 题都是结合现实素材，让学生在解决问题的过程中学会理解题意、分析数量关系、反思解题过程。除了让学生解决教科书上提出的现成问题以外，教材还重视让学生根据已有信息提出问题并解决，增强学生的问题意识。

（三）教学建议

1. 在复习前，教师要充分了解学生对本学期知识的掌握情况，如概念的理解水平，对易混淆概念的掌握情况，计算的正确率，普遍容易出错的问题等，从而根据具体情况制定恰当有效的复习计划。

2. 在复习中，从知识的角度来说，需要注意两点：首先要注意突出核心知识和重点、难点，帮助学生形成主要的知识脉络，提高复习的效率。比如对分数乘、除法知识的复习，就要在理解运算意义和分数乘、除法计算方法的基础上，弄清分数乘法和分数除法在计算方法上的联系和区别，以提高学生计算的正确率。其次就是要注意使学生在掌握好各部分知识的基础上，进一步加强各部分内容之间的联系，以帮助学生建立合理的知识体系。这种联系既包括知识间的纵向联系，也包括知识间的横向联系。如，用方向与距离确定位置的知识，以八个方向的知识为基础，而用两个参数可以唯一地确定平面上的一个点的原理，又与用数对确定位置的方法具有内在一致性；百分数的应用与用分数乘、除法解决问题之间的联系则体现了知识间的横向联系。

3. 在复习过程中，要注意兼顾各个发展水平的学生。对于学习有困难的学生来说，要帮助他们查漏补缺，引导他们查找知识上的不足，进行一些基本练习，以达到课标的要求。对于发展水平较高的学生来说，要满足他们的进一步需要，如完成一些综合性的练习或稍难的练习。总之，要针对不同内容、不同学生，制订不同的计划，选择不同的复习方式。

4. 建议用 4 课时教学。

微信公众号：电子课本大全



编写意图

（1）编排“成长小档案”，目的在于引导学生通过自我总结及互相讨论，对本学期所学习的数学知识和学习过程中觉得有趣的、有价值的事情进行回顾与整理。

（2）学生分别用回顾的方式描述本学期所学的内容：分数乘、除法的计算方法以及比和百分数的知识、利用方向和距离确定位置的方法、圆的性质以及圆的周长和面积、扇形统计图的认识及不同统计图的特点。

（3）通过对学习中有趣的事情进行回顾，使学生在交流的过程中感受数学的魅力，体会数学学习的乐趣，掌握基本的数学思想和方法。

教学建议

（1）鼓励并引导学生自主整理、复习相关知识。

复习时，结合“这学期学习了什么”“最有趣的事情是什么”“本学期学习了哪些运算”“还学习了什么内容”等问题，引领学生对不同领域的知识进行整理和复习。也可以让学生回顾自己在本学期学习中容易出错的地方，结合自己的理解和分析，和同学一起分享经验，给同学提出一些避免出错的建议。也可以让学生在复习之前，把自己认为本学期比较重要的知识列出要点，做成“数学手抄报”，再互相交流，既培养了良好的学习习惯，又能激发自主复习的兴趣。

（2）关注学生情感态度的培养。

通过让学生说说本学期在数学学习方面印象最深刻的事情、最有趣的事情有哪些，说说用学到的哪些知识解决了身边的哪些实际问题等方式，了解学生真实的数学学习情感，并引导他们通过知识间的联系以及数学与生活的联系理解基本的数学思想和方法，感受数学的美妙，体会数学的价值，以此提高学生学习数学的兴趣和自信心。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1 题，先让学生利用具体式题，回顾分数乘、除法的计算方法。左面两列，通过分数乘、除法运算的对比，体会除法是乘法的逆运算。可以在计算出分数乘法的结果之后，直接写出相应除法算式的结果。

（2）第 2 题，通过具体的比复习比的概念，比与分数、除法之间的关系以及求比值的方法。

（3）第 3 题，借助具体问题使学生明确解决有关分数、比和百分数的问题时的关键，即弄清量与量之间是一种什么样的关系，哪个量是单位“1”，知道的是什么，要求的是什么。通过 6 个小题的系列对比练习，使学生看到不管信息是以分数、百分数、比中的哪种形式出现，其内在数量关系都是一致的。

（4）第 4 题将圆的知识与确定位置的知识有机整合，涉及到圆的周长、面积的计算，涉及到圆环的变式，涉及到用方向和距离表示位置，体现了数学知识的综合应用。尤其是第 4 小题，引导学生开放性地提出一些数学问题，例如，可以提出门与门之间的相对位置关系的问题，也可以提出行走路线的问题。

1. 想一想分数乘、除法应怎样计算，再计算下面各题。

$\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}=$　　$\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}=$　　$\frac{7}{9}\times 18=$

$\frac{3}{10}\div\frac{3}{4}=$　　$\frac{5}{9}\div\frac{5}{6}=$　　$21\div\frac{7}{9}=$

$\frac{3}{10}\div\frac{2}{5}=$　　$\frac{5}{9}\div\frac{2}{3}=$　　$\frac{6}{11}\times\frac{5}{12}=$

观察左面两列算式，你能发现乘法与除法之间有什么规律？

2. 说一说比与分数、除法有什么关系，指出下面每个比的前项、后项，并求出比值。

2 : 5　　0.6 : 0.3　　$\frac{4}{12}$

3. 回答下列问题。你认为在解决有关分数、比和百分数的实际问题时，最关键的是什么？

（1）一件衬衣原价 125 元，现在降价 $\frac{1}{5}$。现在售价是多少元？

（2）一件衬衣降价 $\frac{1}{5}$ 后，售价为 100 元。这件衬衣原价是多少元？

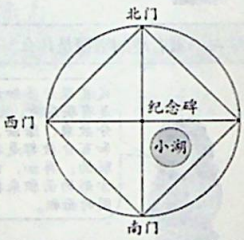
（3）一件衬衣原价 125 元，现在降价 20 %。现在售价是多少元？

（4）一件衬衣降价 20 % 后，售价为 100 元。这件衬衣原价是多少元？

（5）一件衬衣售价为 100 元，一条长裤的价钱是这件衬衣的 150 %，这条长裤的价钱又是一双皮鞋的 $\frac{5}{6}$。这双皮鞋售价是多少元？

（6）一件衬衣售价为 100 元，一条长裤的价钱和这件衬衣的价钱之比是 3 : 2。这条长裤售价是多少元？

4. 一个公园是圆形布局，半径长 1 km，圆心处设立了一个纪念碑。公园共有四个门，每两个相邻的门之间有一条直的水泥路相通，长约 1.41 km。



（1）这个公园的围墙有多长？

（2）北门在南门的什么方向？距离南门多远？

（3）如果公园里有一个半径为 0.2 km 的圆形小湖，这个公园的陆地面积是多少平方千米？

（4）请你再提出一些数学问题并试着解决。

教学建议

（1）培养学生在对比中进行归纳、整理的能力。

复习第 1 题时，对分数乘、除法的计算法则，并不要求学生死记硬背法则条文，而是结合具体的计算，用自己的语言对算法进行总结。尤其是要加强分数乘、除法计算的对比。

复习第 2 题时，重在让学生经历在对比中建立知识间联系的过程，理清相关概念。

第 3 题的设计意图更明显，教学时，更是要加强对比。例如，可以先出示第 1 小题，再把分数改写成百分数，引出第 3 小题。再分别把这两个小题的条件和问题进行交换，引出第 2、4 小题。通过这样的方式，使学生更加清楚它们的内在联系。

（2）注重培养学生的空间观念。

复习第 4 题时，在系统复习相关概念之后，重点复习圆的周长和面积计算公式的应用。通过观察平面示意图，提高学生的读图能力，并融合用方向和距离确定位置的内容，加强学生的空间观念。学生可以提出许多开放性的问题，例如，小湖的面积有多大？沿小湖走一圈有多远？南门在西门的什么位置？描述一下从东门进去依次经过南门、西门、北门，再回到东门的路线图。

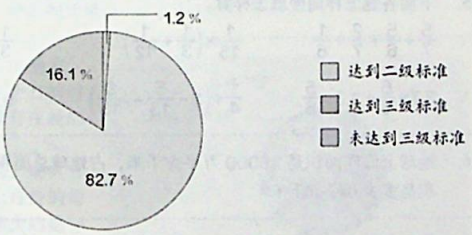
微信公众号：电子课本大全

5.



你能提出什么问题？你会解决提出的问题吗？

6. 我国城市空气质量正逐步提高，在2010年监测的330个城市中，有273个城市空气质量达到二级标准。监测城市的空气质量情况如下图所示。



（1）空气质量达到三级标准的城市有多少个？

（2）了解你所在城市的空气质量，讨论一下如何提高空气质量。

编写意图

（1）第5题通过情境图给出了许多信息，让学生根据这些信息，自己提出并解决问题，是一道综合性、开放性很强的题目。题中呈现了以百分数、分数、小数倍等形式的信息，使学生进一步理解：不管是何种形式，在这里最基本的数量关系就是“求一个数的几倍或几分之几是多少”。而且这两者也是一致的，如1.5倍也可以表示为$\frac{3}{2}$。

（2）第6题，以我国城市空气质量为素材，使学生体会统计与现实生活的紧密联系，向学生渗透保护环境的教育。使学生会根据扇形统计图所提供的信息解决实际问题，在这里，“273个城市空气质量达到二级标准”是一个多余信息，要求学生在解决问题时学会选择有效的信息。在此基础上，让学生通过调查、记录、查询等手段了解所在城市的空气质量状况，提出改善空气质量的建议，真正体现了“学以致用”的思想。

教学建议

（1）注重培养学生提出问题的能力。

复习第5题时，不仅要让学生认识分数、百分数、小数在本质上的一致性，更要有意识地培养学生从多角度提出问题的能力。例如，学生可以提出比较简单的问题，如“四个人分别花了多少钱？”也可以提出稍复杂的问题，如“陈丽比刘玲多花了多少钱？”“陈丽和刘玲一共花了多少？”“他们四人一共花了多少钱？”……还可以提出一些不易想到的问题，如“假如没有方方买书的相关信息，能否知道陈丽花的钱是刘玲的几分之几”……引导学生用假设（假设方方花的具体钱数或抽象的“1”）的方法解决问题。通过不同层次的提问，帮助学生打开思路。

（2）用多样化的方式开展复习活动。

常规的复习是以教师提问、学生回答的方式进行复习，但也应该辅之以专题复习、小老师讲解、小组合作、实践活动等方式进行复习，对知识进行巩固和提升。例如，可让学生以“数学手抄报”的形式，对某个单元或有联系的某几个单元的知识点进行梳理和总结。再如，第6题，可让学生选择自己感兴趣的环保题材，设计调查活动，收集相关数据，了解身边的环境状况，提高学生的综合与实践能力。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 1～5 题是对分数乘、除法的计算和比的意义、计算进行巩固练习。

第 1 题是让学生进一步掌握分数乘、除法的计算方法。

第 2 题，是对倒数概念的复习。

第 3 题，是对比的相关知识进行复习。在化简比时，可以利用比的基本性质进行化简，也可以利用比和除法的关系，在计算的基础上化简。使学生在化简的过程中体会比和除法、分数的紧密联系。

第 4 题，通过判断对错，使学生进一步明晰相关概念和算理、规律。通过阐述理由或举出反例，进一步提高学生“说理”的推理能力。

第 5 题，是对分数四则混合运算和运算定律的应用进行复习。引导学生观察数据的特点，灵活选择算法，进一步提高计算技能。

（2）第 6～13 题是对解决涉及到分数、百分数、比的相关实际问题进行复习，基本涵盖了本学期所涉及到的各种数量关系。

第 6 题，地球总面积为 51000 万平方千米。

第 7 题，既可分步计算，也可列综合算式，小亮跳了 50 个。

练 习 二 十 三

1. $\frac{5}{8}\times\begin{bmatrix}\frac{3}{10}\\2\\\frac{1}{5}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\square\\\square\\\square\end{bmatrix}$　　$\frac{8}{9}\div\begin{bmatrix}\frac{1}{3}\\6\\\frac{2}{3}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\square\\\square\\\square\end{bmatrix}$

2. 写出下面各数的倒数。

$\frac{2}{7}$　　5　　$\frac{1}{3}$　　1　　$\frac{15}{8}$

3. 把下面各比化成最简单的整数比。

8 : 12　　0.25 : 0.45　　$\frac{1}{4}:\frac{1}{8}$

4. 判断对错，对的画“√”，错的画“×”。

（1）一个真分数的倒数一定比这个真分数大。（　）

（2）一个数乘分数的积一定比原来的数小。（　）

（3）一个数除以分数的商一定比原来的数大。（　）

（4）大牛和小牛的头数比是 4 : 5，表示大牛比小牛少 $\frac{1}{5}$。（　）

5. 下面各题怎样简便就怎样算。

$\frac{5}{7}+\frac{5}{6}+\frac{2}{7}+\frac{1}{6}$　　$\frac{1}{15}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{12}\right)$　　$\frac{1}{3}+3\div\frac{1}{2}$

$3.7\times\frac{6}{5}+1.3\div\frac{5}{6}$　　$\frac{1}{4}\div\left(3-\frac{5}{13}-\frac{8}{13}\right)$　　$0.5\times\left(\frac{3}{5}+\frac{6}{25}\right)$

6. 地球上海洋面积是 36000 万平方千米，占地球总面积的 $\frac{12}{17}$。地球总面积是多少万平方千米？

7. 三个同学跳绳。小明跳了 120 个，小强跳的是小明跳的 $\frac{5}{8}$，小亮跳的是小强跳的 $\frac{2}{3}$。小亮跳了多少个？

115

教学建议

（1）进一步提高学生的计算技能。

在总复习阶段，要求学生熟练掌握分数乘、除法的计算及分数四则混合运算，养成在计算前先观察算式中数据特点的习惯，会根据数据特点选择合适的运算定律进行简便计算。例如，第 5 题第 4 小题，如果直接运算，数据非常烦琐。通过观察，注意到可以利用分数除法的算法，把分数除法转化成分数乘法，再利用乘法分配律进行简便计算；第 6 小题，把分、小数直接约分的方法和乘法分配律结合起来，计算非常简便。

（2）引导学生对一些规律性的知识进行总结。

结合第 1 题的计算、第 2 题中的求倒数和第 4 题中的判断，可以引导学生总结一些规律性的知识。例如：一个数乘上大于 1 的数，积就大于这个数；乘上小于 1 的数，积就小于这个数。一个数除以大于 1 的数，商就小于这个数；除以小于 1 的数，商就大于这个数。真分数的倒数大于 1，大于 1 的假分数，倒数小于 1……

微信公众号：电子课本大全

（1）五年级同学收集了 165 个易拉罐，六年级同学比五年级多收集了$\frac{2}{11}$。六年级收集了多少个易拉罐？

（2）四年级比六年级少收集了$\frac{1}{3}$，四年级收集了多少个易拉罐？

（1）一个县前年绿色蔬菜总产量 720 万千克，是去年绿色蔬菜总产量的$\frac{9}{10}$。去年全县绿色蔬菜总产量是多少万千克？

（2）一个县前年绿色蔬菜总产量 720 万千克，比去年少了$\frac{1}{10}$。去年全县绿色蔬菜总产量是多少万千克？

一列火车的速度是 180 千米/时。一辆小汽车的速度是这列火车的$\frac{5}{9}$，是一架喷气式飞机的$\frac{1}{9}$。这架喷气式飞机的速度是多少？

（1）用 84 cm 长的铁丝围成一个长方形，这个长方形的长与宽的比是 2∶1。这个长方形的长与宽分别是多少厘米？

（2）用 84 cm 长的铁丝围成一个三角形，这个三角形三条边长度的比是 3∶4∶5。三条边各是多少厘米？

取小麦 500 g，烘干后，还有 428 g。计算出这种小麦的烘干率和含水率。

$$\text{烘干率}=\frac{\text{烘干后的质量}}{\text{烘前的质量}}\times 100\%$$

$$\text{含水率}=\frac{\text{烘前的质量}-\text{烘干后的质量}}{\text{烘前的质量}}\times 100\%$$

在北纬 70° 以上的地方，一年连续约有 2 个月的时间没有夜晚，没有夜晚的时间占全年的_____%。由于纬度比较高，瑞典首都斯德哥尔摩七月份的每天平均日照时间大约是一天的 75%，有_____小时。



16

编写意图

第 8 题，解决“求比一个数多（少）几分之几的数是多少”的问题，关键是要让学生弄清楚多的是谁的几分之几，少的是谁的几分之几，明确单位“1”，做到“量率对应”。

第 9 题，把“已知一个数的几分之几是多少求这个数”和“已知比一个数少几分之几是多少，求这个数”两类问题进行对比练习，明确二者之间的联系和区别。

第 10 题，学生很容易把它和连续求一个数的几分之几是多少混淆起来。事实上，它是分数乘法问题和除法问题的混合。可以分步解答，也可以列综合的方程式解答。如设喷气式飞机速度是 x 千米/时，方程为$\frac{1}{9}x=180\times\frac{5}{9}$，$x=900$。

第 11 题，是按比分配的问题，第 1 小题，要注意周长为 2 组长与宽之和，长为 28 cm，宽为 14 cm。第 2 小题，三条边分别为 21 cm、28 cm、35 cm。

第 12 题，求烘干率和含水率，要明确最后的结果要以百分数表示。

第 13 题，要求学生在理解题意时找出题目中的“隐含信息”，如一年有 12 个月，每天有 24 小时。

教学建议

（1）引导学生明确基本的数量关系。

用分数乘、除法解决实际问题的复习，可以放手让学生自行完成，然后通过组织学生交流解题思路，将复习的重点放在数量关系的分析上，使学生明确谁是谁的几分之几，谁比谁多（或少）几分之几，谁是单位“1”，谁和谁相比是几比几，熟练掌握把“谁比谁多（或少）几分之几”“谁和谁相比是几比几”转化成“谁是谁的几分之几”这一基本关系的方法，从而利用这一基本数量关系解决相关的实际问题。

（2）加强各类问题的对比。

复习时，要注意让学生通过对比，进一步明确解决分数或百分数乘、除法问题的思路。例如，第 8、9、11、12 题都按对比的方式进行编排，帮助学生厘清各种数量关系。教学时，也要引导学生说一说每题中两道小题的关系，如思考一下第 12 题中烘干率和含水率之间是一种什么样的关系。

微信公众号：电子课本大全

编写意图

（1）第 14 题，是对用方向和距离确定位置进行巩固练习。要求学生通过测量相关的角度解决问题，并鼓励学生提出开放性的问题，如小熊家在小猴家的什么位置？等等。学生可以提出关于两点间相对位置以及路线描述的许多问题。

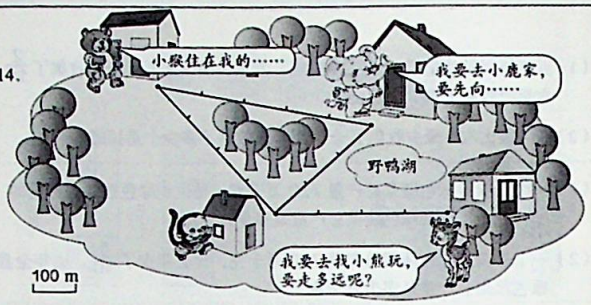
（2）第 15、16 题是对圆的相关知识进行巩固练习。

第 15 题，把圆的知识和比的知识结合起来，体现了知识的综合应用。

第 16 题，通过计算，发现三种方式剪完圆后，剩下的废料同样多。引导学生探究其中的道理。在这里，可以直接应用第 15 题得到的结论加以研究。

（3）第 17 题，利用扇形统计图解决实际问题，同时结合现实素材，让学生了解我国石油消费的基本状况。

14.



（1）说一说小动物们居住的位置。

（2）请你帮小熊、小象、小鹿解决一下它们提出的问题。

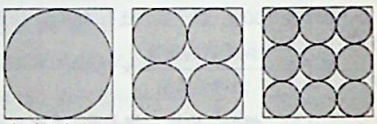
（3）你能提出什么数学问题并加以解决吗？

15. 写出下面各题的最简单的整数比。

（1）一个圆的半径和直径的比是_____。

（2）两个圆的半径分别是 2 cm 和 3 cm，它们的直径的比是_____，周长的比是_____，面积的比是_____。

16. 用三张同样大小的正方形白铁皮（边长是 1.8 m），分别按下面三种方式剪出不同规格的圆片。

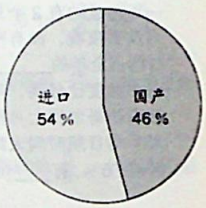


（1）三种圆片中每个的周长分别是多少？

（2）剪完圆后，哪张白铁皮剩下的废料多些？

（3）根据以上的计算，你发现了什么？

17. 近年来，我国石油进口量占全部石油消费量的比率在逐年递增。2010 年我国石油进口量占全部石油消费量的百分比如右图。



（1）2010 年石油进口量大约是 2.39 亿吨，石油总消费量是多少？

（2）2010 年消费国产石油多少亿吨？

教学建议

（1）充分挖掘教材资源。

教学第 14 题时，鼓励学生根据图示，尽量多地提出问题。例如，可以描述四只小动物家的相对位置，可以用多样化的方式让小动物互相“串门”，描述路线图。

（2）引导学生探索圆的一些规律性知识。

通过第 15、16 题的解答，可以引导学生探索出许多有规律的结论。例如，同一个圆的半径与直径之比是 1∶2，周长与直径之比是 π∶1，周长与半径之比是 2π∶1，两个圆的半径之比、直径之比、周长之比都相等，而面积之比等于这个比的平方。

第 16 题，通过计算，三种方式，剪完圆后剩余的废料都相等，这说明剪掉的圆的面积总和也是相等的。引导学生探究其中的一般性原理：如果设第一图中的圆半径为 r，假设某种剪法中剪掉的小圆的半径为 $\frac{r}{n}$，此时要剪掉 n^2 个小圆，剪掉的小圆的总面积为 $\pi(\frac{r}{n})^2 \times n^2 = \pi r^2$，即和第一图中大圆的面积相等。通过这样的证明过程，一方面，提高了学生的推理能力；另一方面，提高了学生发现和提出问题、分析和解决问题的能力。

微信公众号：电子课本大全

二、教学设计或教学片段

课题：分数乘、除法的复习

教学设计：孙冰。

教学内容：教科书第 112～114 页总复习关于“分数乘、除法”“比”的内容及相应的练习。

教学目标：

1. 通过复习，使学生进一步体会分数乘、除法的意义，掌握分数乘、除法的计算方法，能正确计算，会解答简单的分数乘、除法的实际问题。

2. 使学生掌握比的相关概念、比的性质、比与分数及除法的关系等。

3. 运用分数相关知识解决实际问题，进一步培养学生分析、比较、抽象、概括、归纳、推理的能力，增强数感，发展数学思考。

4. 使学生进一步体会分数在生活中的应用，增强自主探索和合作交流的意识，提高学好数学的信心。

教学重、难点：

掌握分数乘、除法计算方法，能正确计算以及解决实际问题；比的相关概念、比的性质、比与分数及除法的关系等是复习的重点。

教学过程：

（一）创设情景，导入复习

师：本学期，我们学习了分数乘、除法的有关知识，并运用知识解决了很多问题。这节课，我们先一起来复习分数乘、除法的有关内容。（板书课题）

（二）回顾整理，建构网络

1. 复习分数乘除法的意义和计算方法。

（1）让每个学生写出一道分数乘法算式，说说这个算式的意义，先后计算出结果。

（2）根据自己写出的乘法算式写出两道除法算式，说说这两个算式的意义，再算出结果。

（3）同桌交流，汇报订正。

（4）反馈训练。

完成教科书第 113 页第 1 题，说一说分数乘、除法之间的联系。

小结：怎样计算分数乘法？（包括分数乘分数和分数乘整数两种情况）怎样计算分数除法？（包括分数除以分数、分数除以整数及整数除以分数）分数除法和分数乘法的计算方法有什么区别和联系？（分数除法要转化为分数乘法计算）

2. 复习分数乘、除法的简便计算。

（1）回顾四则运算的运算顺序以及运算定律。

微信公众号：电子课本大全

（2）练习。

先观察，再说一说下面的题目可以使用什么运算定律使计算简便。完成计算。

$\frac{1}{8}\times\frac{7}{15}\times\frac{8}{5}$　　$(\frac{2}{7}+\frac{3}{5})\times35$　　$\frac{1}{5}\times\frac{3}{7}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{7}$

（3）独立完成教科书第 115 页第 5 题，交流订正，介绍自己如何使用运算定律使计算简便。

3. 复习比的有关知识。

（1）自己列表并举例进行说明比与除法、分数的关系。

（2）完成练习二十三中的第 3 题。

①独立完成，集体订正。

②提问：化简比的依据是什么？

复习比的基本性质，回顾商不变的规律、分数的基本性质，找出三者之间的联系。

4. 复习分数乘、除法实际问题的解决。

出示教科书第 113 页第 3 题。

讨论：你认为在解决有关分数、比和百分数的实际问题时，最关键的是什么？

（1）找出每题的单位“1”，画线段图分析数量关系，列式计算。

（2）根据分析与解答将题目分类，说出分类的依据并比较它们的相同点和不同点。

（三）重点复习，强化提高

1. 完成练习二十三的第 1 题。

（1）学生独立完成口算。

（2）说说口算过程、结果以及算式的意义，教师及时了解学生口算情况。

2. 完成练习二十三的第 2 题。

先说一说什么是倒数，再写一写。

明确：1 的倒数是 1，0 没有倒数。

3. 解决实际问题。

（1）自主编题，解决问题。

①利用开课时自己写出的乘、除法算式，编一道解决实际问题的题目。

②汇报交流，检验所编题目是否满足算式要求。

（2）完成练习二十三第 7～13 题。

独立完成，集体订正。

练习要求：

①找准单位“1”，分析数量关系。

②列式解答。

③检验修正。

（四）自主检评，完善提高

微信公众号：电子课本大全

三、评价建议与评价样例

（一）评价建议

总复习是进行学期末评价前的重要时期。学期末评价不仅是对学期末阶段的学习情况进行评价，更重要的是对整个学期数学学习情况的全面评价。这个评价不应该是终结性评价，应更好地体现过程性评价的理念。目的在于通过评价激发学生数学学习的热情和信心，促进学生全面发展，引导教师总结教学中存在的问题和经验，不断改进教学方式和学习方式。

总复习的内容主要包含以下几个部分：一是“成长小档案”中的内容——分数乘、除法的计算以及运用分数、百分数解决实际问题、比的相关知识、用方向和距离来确定位置、圆的性质、周长和面积、扇形统计图；二是综合与实践的内容。“数学广角”的内容属于培养学生数学思想方法的，不是每个学生必学的内容，因此，在总复习中没有单独安排相应内容的复习。对总复习的知识与技能的评价可以围绕上述几个方面进行。

评价时，要重视对本册教材中涉及到的基础知识和基本技能，采用合适的方式考查学生的理解和掌握情况。结合具体内容，考查学生对分数乘、除法的意义、比和百分数的含义、比和分数、百分数的联系、圆的特征等基础知识的理解；结合相关练习，考查学生能否正确计算分数乘、除法和分数四则混合运算，能否自觉运用运算定律和运算性质使计算简便，能否正确计算圆的周长和面积。同时，应注意突出本学期的教学目标及知识间的内在联系，在复习时进行整理和比较，以加深学生对所学知识的认识和理解，并注意将计算与解决问题相结合，达到通过解决实际问题来提高计算熟练程度的作用。

注意采用多样化的评价方式。例如开展学生自评和互评相结合，家长评价和教师评价相结合的评价活动；采用口头测试、书面考核和活动评价相结合的方式进行评价。评价结果要采用定性评价与定量评价相结合的方式呈现，以定性描述评价为主，维护学生学习数学的自尊心和自信心，在获得成功体验的基础上有更大的发展空间。

（二）评价样例

为了方便教师评价，下面提供部分评价样例，仅供参考。

1. 想一想，填一填。

（1）0.5 的倒数是（　　）。

（2）把 0.25∶$\frac{2}{3}$化成最简整数比是（　　），比值是（　　）。

（3）14∶（　　）$=\frac{(\quad)}{30}=\frac{7}{5}=$（　　）%=（　　）（填小数）。

（4）在○里填上“>”“<”或“=”。

$\frac{5}{6}\times\frac{9}{7}\bigcirc\frac{5}{6}$　　$\frac{1}{8}\bigcirc\frac{1}{8}\div\frac{3}{4}$　　$\frac{10}{11}\div3\bigcirc\frac{10}{11}\times\frac{1}{3}$

（5）252 的$\frac{1}{6}$是（　　）；（　　）的$\frac{2}{3}$是 90。

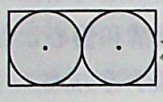
微信公众号：电子课本大全

(6) 六年级同学参加体育达标测试，有 285 人达标，达标率为 95%，六年级有（　　）人。

(7) 40 kg 增加$\frac{1}{8}$后是（　　）kg；30 公顷减少$\frac{1}{3}$后是（　　）公顷。

(8) 铺一条 800 m 的路，已经铺了 440 m，还剩（　　）% 没有铺。

(9) 如果一个三角形的三个内角度数的比是 2∶2∶5，那么它既是一个（　　）三角形，又是一个（　　）三角形。

(10)  左图中有（　　）条对称轴；如果圆的半径是 3 cm，那么每个圆的周长是（　　）cm，长方形的周长是（　　）cm。

2. 判断，对的在括号里打“√”，错的打“×”。

(1) 0.8 t 用分数表示是$\frac{4}{5}$ t，用百分数表示是 80% t。（　　）

(2) 打同一篇稿件，小强用了 10 分钟，小玲用了 12 分钟，小强和小玲的打字速度之比是 6∶5。（　　）

(3) 一本书原价 42 元，如果按九折出售，现价比原价便宜了 4.2 元。（　　）

(4) 如果女生人数比男生人数少$\frac{1}{5}$，那么男生人数就比女生人数多 20%。（　　）

(5) $43\times\frac{5}{42}=42+1\times\frac{5}{42}=42\frac{5}{42}$。（　　）

3. 选择正确答案的序号填在括号里。

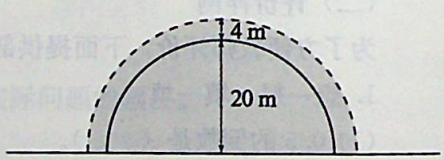
(1) 如果甲数是甲、乙两数和的$\frac{4}{9}$，那么甲数是乙数的（　　）。

A. $\frac{5}{4}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{5}{9}$

(2) 两个正方体的棱长比是 2∶5，它们的体积比是（　　）。

A. 2∶5　　B. 4∶25　　C. 8∶125

(3) 如右下图：沿半圆形草坪外围铺一条 4 m 宽的小路，小路的面积是多少平方米？列式正确的是（　　）。



A. $3.14\times4^2\div2$　　B. $3.14\times20^2\div2$

C. $3.14\times24^2\div2-3.14\times20^2\div2$

(4) 组装车间要装配两轮摩托车和三轮摩托车共 21 辆，需要 51 个轮胎。两轮摩托车和三轮摩托车的辆数分别是（　　）。

A. 12 和 9　　B. 8 和 13　　C. 10 和 11

4. 计算。

(1) 解方程。

$\frac{2}{9}x+\frac{1}{6}=\frac{19}{30}$　　$x-\frac{1}{5}x=\frac{2}{3}\div\frac{17}{18}$

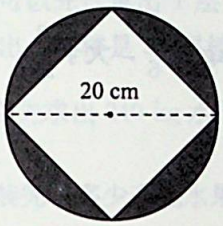
微信公众号：电子课本大全

(2) 计算下面各题，能简算的要写出必要的简算过程。

$68\times(\frac{3}{4}-\frac{11}{17})$　　$(1-\frac{3}{10}\div\frac{6}{7})\times\frac{10}{13}$

$\frac{5}{12}\div\frac{9}{4}+\frac{7}{12}\times\frac{4}{9}$　　$20\div\left[(\frac{1}{8}+\frac{5}{6})\times\frac{6}{23}\right]$

5. 计算下图中阴影部分的面积。

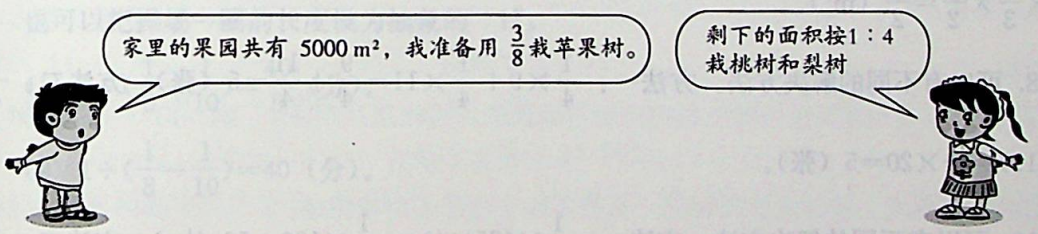


6. 解决生活中的数学问题。

(1) 一辆货车从甲地运货到乙地，每小时行 60 km，$\frac{6}{5}$小时到达，原路返回时用了$\frac{9}{10}$小时，这辆货车返回时的速度是多少？

(2) 某景点去年上半年接待的游客为 54 万人，是下半年的$\frac{3}{4}$。这个景点去年全年接待的游客有多少万人？

(3) 三种果树的面积分别是多少平方米？



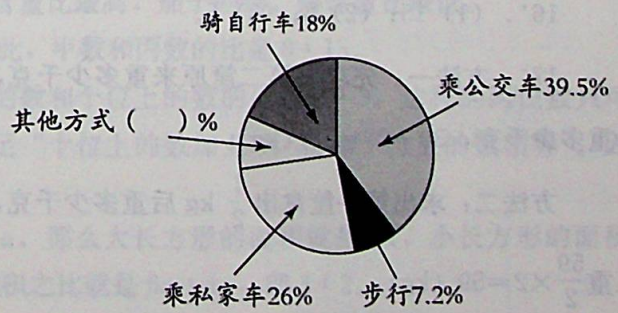
(4) 根据统计图完成下面各题。

①其他方式出行的学生占全校总人数的（　　）%。

②步行上学的有 144 人，这个中学共有学生（　　）人。

③乘公交车上学的比骑自行车上学的多多少人？

某中学学生出行方式统计图



微信公众号：电子课本大全

附录 1

部分练习题参考答案及说明

练习一

13. 要判断王明的书包是否超重，可以采用不同的方式。例如，可以算出 30 kg 的$\frac{3}{20}$是$\frac{9}{2}$ kg，而王明的书包是 5 kg，超重了。也可以算出 5 kg 是 30 kg 的$\frac{1}{6}$，大于$\frac{3}{20}$。

练习二

4. $2.5\times\frac{4}{5}=2$（kg）。

7. 在此之前，学生只接触过三角形和梯形面积计算公式的其中一种形式，即底×高÷2 和（上底＋下底）×高÷2。让学生解答此题时，可先让学生尝试解决。如果学生遇到困难，教师可引导学生回顾三角形和梯形面积计算的推导过程，使学生明白“求一半”既可以用“÷2”表示，也可以用“$\times\frac{1}{2}$”表示，进而得出三角形和梯形面积计算公式的另一种形式，即底×高$\times\frac{1}{2}$和（上底＋下底）×高$\times\frac{1}{2}$。三角形面积为$\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$（$m^2$），梯形面积为$(\frac{8}{9}+\frac{11}{18})\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$（$m^2$）。

8. 可以有不同的解决方法。方法一：$\frac{1}{4}\times9+\frac{1}{4}\times11=\frac{9}{4}+\frac{11}{4}=5$（张）；方法二：$\frac{1}{4}\times(9+11)=\frac{1}{4}\times20=5$（张）。

13. 可以有不同的解决方法。方法一：$\frac{1}{2}\times(25\times4)=\frac{1}{2}\times100=50$（kg）；方法二：$\frac{1}{2}\times25\times4=\frac{25}{2}\times4=50$（kg）。

16*. （1）15；（2）6；（3）5。

17*. 方法一：先求出第二筐原来重多少千克，$30-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=29$（kg）；再求原来两筐共重多少千克，30＋29＝59（kg）。

方法二：求出第一筐拿出$\frac{1}{2}$ kg 后重多少千克，$30-\frac{1}{2}=\frac{59}{2}$（kg），此时两筐同样重，共重$\frac{59}{2}\times2=59$（kg）。

微信公众号：电子课本大全

练习七

10. 可以先计算出跑 1 圈所用时间，再算 6 圈的时间：$2\div\frac{1}{2}\times6=24$（分）；也可以先算 6 圈里有多少个半圈，再乘上半圈所用的时间：$6\div\frac{1}{2}\times2=24$（分）。

11. 需要明确，50 m 是 15 层楼的高度，要计算 7 层地板到地面的高度，实际是计算 6 层楼的高度。可以先计算出 1 层楼的高度，先计算 6 层楼的高度：$50\div15\times(7-1)=20$（m）；也可以先求出 6 层楼是 15 层楼的几分之几，再乘上 15 层楼的高度：$6\div15\times50=20$（m）。

12. 可以先求出 240 kg 水果糖可以装多少袋，再计算装完的袋数：$240\div\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=720$（袋）；也可以先求装完了多少千克水果糖，再计算这些水果糖可以装多少袋：$240\times\frac{3}{4}\div\frac{1}{4}=720$（袋）。

练习十

5. 既可以把操场一圈的长度设为一个具体的量，如 400 m。

（1）$400\div8=50$（m），$400\div10=40$（m），$400\div(40+50)=\frac{40}{9}$（分）。

（2）＊设 x 分钟后小明超出爷爷一整圈。

$50x-40x=400$

$x=40$

也可以把操场一圈的长度设为抽象的“1”。

（1）$1\div(\frac{1}{8}+\frac{1}{10})=\frac{40}{9}$（分）。

（2）$1\div(\frac{1}{8}-\frac{1}{10})=40$（分）。

练习十一

5. 钙、磷含量比的高低是以比值来确定的。比值越大，钙、磷含量比越高；比值越小，钙、磷含量比越低。因此，菠菜的钙、磷含量比最高，茄子的钙、磷含量比最低。

7＊. $2:3=8:12$，$4:5=12:15$，因此，甲数和丙数的比是 8∶15。

8＊. 可用列举的方式来解决。十位上的数和个位上的数的比是 2∶3，这样的两位数只可能是 23、46、69，这三个数中只有 46 满足“十位上的数加上 2，就和个位上的数相等”。因此，这个两位数是 46。

思考题，可以假设重叠部分的面积是 a，那么大长方形的面积就是 $6a$，小长方形的面积就是 $4a$，所以，大长方形和小长方形的面积之比就是 $6a:4a$，即 3∶2。

微信公众号：电子课本大全

练习十二

9*. 150∶60∶15=10∶4∶1。

10*. $20\times\frac{2}{2+3+5}=4$（t），$20\times\frac{3}{2+3+5}=6$（t），$20\times\frac{5}{2+3+5}=10$（t），需要水泥 4 t、沙子 6 t、石子 10 t。

11*. $120\div4=30$（cm），$30\times\frac{3}{3+2+1}=15$（cm），$30\times\frac{2}{3+2+1}=10$（cm），$30\times\frac{1}{3+2+1}=5$（cm），长、宽、高分别是 15 cm、10 cm、5 cm。

练习十四

11*. 第一组，$3.14\times7+2\times7=35.98$（cm）；

第二组，$3.14\times7+4\times7=49.98$（cm）；

第三组，$3.14\times7+8\times7=77.98$（cm）。

外圈有几个瓶子，所用绳子的长度就是几个 7 再加一个圆柱底面的周长。

练习十五

10. 周长：$100\times2+2\times3.14\times32=400.96$（m）。

面积：$100\times32\times2+3.14\times32^2=9615.36$（$m^2$）。

11. 周长：$4\times(\frac{1}{2}\times3.14\times1)=6.28$（m）。

面积：$2\times(3.14\times0.5^2)+1\times1=2.57$（$m^2$）。

12. 既可以分别计算出两座土楼的房屋占地面积，再相减：$3.14\times[(34\div2)^2-(14\div2)^2]=753.6$（$m^2$），$3.14\times[(26\div2)^2-(14\div2)^2]=376.8$（$m^2$），$753.6-376.8=376.8$（$m^2$）。也可以先观察到两座土楼的内直径相同，直接用两个外圆的面积相减：$3.14\times[(34\div2)^2-(26\div2)^2]=376.8$（$m^2$）。

13. 圆的半径：$62.8\div2\div3.14=10$（m），增加 2 m 后的半径：$10+2=12$（m），增加的面积：$3.14\times(12^2-10^2)=138.16$（$m^2$）。

14. 3 分线的长度：$\frac{1}{2}\times(2\times3.14\times6.75)+1.575\times2=24.345\approx24.35$（m）。

3 分线内区域的面积：$\frac{1}{2}\times(3.14\times6.75^2)+1.575\times(6.75\times2)\approx92.80$（$m^2$）。

15*.

正方形的边长/cm	1	2	3	4
正方形的面积/cm^2	1	4	9	16
圆的面积/cm^2	$\frac{\pi}{4}$	π	$\frac{9\pi}{4}$	4π
面积之比	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{4}{\pi}$	$\frac{4}{\pi}$

微信公众号：电子课本大全

不管正方形的边长是多少，其面积与内部最大圆的面积之比均为$\frac{4}{\pi}$。例如，正方形的边长是a，那么圆的半径是$\frac{a}{2}$，二者面积之比就是$a^2:\pi\ (\frac{a}{2})^2=\frac{4}{\pi}$。

16*. 可以用这根绳子试着围出长方形、正方形和圆。例如可设长方形的其中一条边为10 m，求出另一条边为5.7 m；正方形的边长为7.85 m，圆的半径为5 m。求出长方形、正方形、圆的面积分别为57 m^2、61.6225 m^2、78.5 m^2，可以归纳出围成圆形面积最大。

练习十七

7. $3.14\times1.7\times6\times10=320.28$（m）。

8. 设半圆的半径为x m，$2x+\frac{1}{2}\times3.14\times2x=128.5$，$x=25$，总面积：$3.14\times25^2=1962.5$（$m^2$）。

9. $1\times1+4\times(\frac{1}{4}\times3.14\times1^2)=4.14$（$cm^2$）。

10. $5\times(50\times2+3.14\times50)=1285$（m）。

练习十九

11. 可以假设7月初鸡蛋价格是10元，8月初：$10\times(1+10\%)=11$（元），9月初：$11\times(1-15\%)=9.35$（元）。$(10-9.35)\div10=6.5\%$。跌了，跌幅为6.5%。

也可以假设7月初鸡蛋价格是1，8月初：$1\times(1+10\%)=1.1$，9月初：$1.1\times(1-15\%)=0.935$。$(1-0.935)\div1=6.5\%$。跌了，跌幅为6.5%。

12. 假设这种蔬菜上一周价格为1，第一周：$1\times(1+5\%)=1.05$，第二周：$1.05\times(1+5\%)=1.1025$。$(1.1025-1)\div1=10.25\%$。涨了10.25%。

13. 假设相机的原价是1，降价后：$1\times(1-8\%)=0.92$，返还现金后：$0.92\times(1-5\%)=0.874$。$(1-0.874)\div1=12.6\%$。降价12.6%。

14. 假设前年成活的数量是1，去年植树的数量是$1\times(1+50\%)=1.5$，去年成活的数量是$1.5\times80\%=1.2$。$1.2\div1=120\%$。

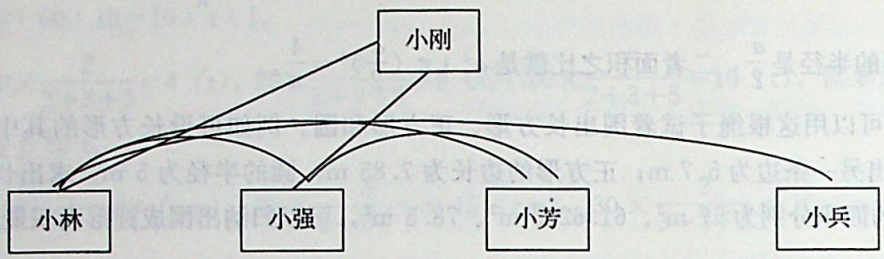
练习二十二

4. 从“小亮走到这条马路一半的时候，小狗已经到达马路的终点”可以得知小狗的速度是小亮的2倍。因此，在相同的时间里，只要小亮和小狗都是一直在行走，不管行走的路线如何，小狗走的路程都是小亮的2倍。当小亮到达终点时，共行走了200 m。此时，小狗走的路程是小亮的2倍，即400 m。

6. 小林下了4盘。说明他和小刚、小强、小芳、小兵各下了1盘。而小兵只下了1盘，说明他只和小林下了，没有和其他人下。因此，小强下的3盘分别是和小林、小芳、小刚下的，这样，小芳下的2盘就分别是和小林和小强下的。所以，小刚下了2盘棋，分别是和小林

微信公众号：电子课本大全

和小强下的。这个过程可用下面的图示来表示。



练习二十三

16. (1) 第一种圆片：$d=1.8$ m，$C=3.14\times1.8=5.652$ (m)。

第二种圆片：$d=1.8\div2=0.9$ (m)，$C=3.14\times0.9=2.826$ (m)。

第三种圆片：$d=1.8\div3=0.6$ (m)，$C=3.14\times0.6=1.884$ (m)。

(2) 第一张白铁皮：$1.8^2-3.14\times(1.8\div2)^2=0.6966$ (m^2)。

第二张白铁皮：$1.8^2-4\times3.14\times(0.9\div2)^2=0.6966$ (m^2)。

第三张白铁皮：$1.8^2-9\times3.14\times(0.6\div2)^2=0.6966$ (m^2)。

(3) 根据以上计算，发现三张白铁皮按这样的方式剪完圆片后，剩下的废料一样多。照此推测，按这样的方式剪圆，无论怎样剪，剩下的废料总是不变的。例如，剪掉 16 个圆，$1.8^2-16\times3.14\times(0.45\div2)^2=0.6966$ (m^2)。

微信公众号：电子课本大全

附录 2

教材教学内容编排结构表

	上册		下册	
	单元	内容	单元	内容
一年级	一	准备课	一	认识图形（二）
	二	位置	二	20 以内的退位减法
	三	1～5 的认识和加减法	三	分类与整理
	四	认识图形（一）	四	100 以内数的认识
	五	6～10 的认识和加减法	综合与实践	摆一摆，想一想
	六	11～20 各数的认识	五	认识人民币
	综合与实践	数学乐园	六	100 以内的加法和减法（一）
	七	认识钟表	七	找规律
	八	20 以内的进位加法		
二年级	一	长度单位	一	数据收集整理
	二	100 以内的加法和减法（二）	二	表内除法（一）
	三	角的初步认识	三	图形的运动（一）
	四	表内乘法（一）	四	表内除法（二）
	五	观察物体（一）	五	混合运算
	六	表内乘法（二）	六	有余数的除法
	综合与实践	量一量，比一比	综合与实践	小小设计师
	七	认识时间	七	万以内数的认识
	八	数学广角——搭配（一）	八	克和千克
			九	数学广角——推理
三年级	一	时、分、秒	一	位置与方向（一）
	二	万以内的加法和减法（一）	二	除数是一位数的除法
	三	测量	三	复式统计表
	四	万以内的加法和减法（二）	四	两位数乘两位数
	五	倍的认识	五	面积
	六	多位数乘一位数	六	年、月、日
	综合与实践	数字编码	综合与实践	制作活动日历
	七	长方形和正方形	七	小数的初步认识
	八	分数的初步认识	八	数学广角——搭配（二）
	九	数学广角——集合	综合与实践	我们的校园

微信公众号：电子课本大全

（续表）

	上册		下册	
	单元	内容	单元	内容
四年级	一	大数的认识	一	四则运算
	综合与实践	1亿有多大	二	观察物体（二）
	二	公顷和平方千米	三	运算定律
	三	角的度量	四	小数的意义和性质
	四	三位数乘两位数	五	三角形
	五	平行四边形和梯形	六	小数的加法和减法
	六	除数是两位数的除法	七	图形的运动（二）
	七	条形统计图	八	平均数与条形统计图
	八	数学广角——优化	综合与实践	营养午餐
			九	数学广角——鸡兔同笼
五年级	一	小数乘法	一	观察物体（三）
	二	位置	二	因数与倍数
	三	小数除法	三	长方体和正方体
	四	可能性	综合与实践	探索图形
	综合与实践	掷一掷	四	分数的意义和性质
	五	简易方程	五	图形的运动（三）
	六	多边形的面积	六	分数的加法和减法
	七	数学广角——植树问题	综合与实践	打电话
			七	折线统计图
			八	数学广角——找次品
六年级	一	分数乘法	一	负数
	二	位置与方向（二）	二	百分数（二）
	三	分数除法	综合与实践	生活与百分数
	四	比	三	圆柱与圆锥
	五	圆	四	比例
	综合与实践	确定起跑线	综合与实践	自行车里的数学
	六	百分数（一）	五	数学广角——鸽巢问题
	七	扇形统计图	六	整理和复习
	综合与实践	节约用水		
	八	数学广角——数与形		

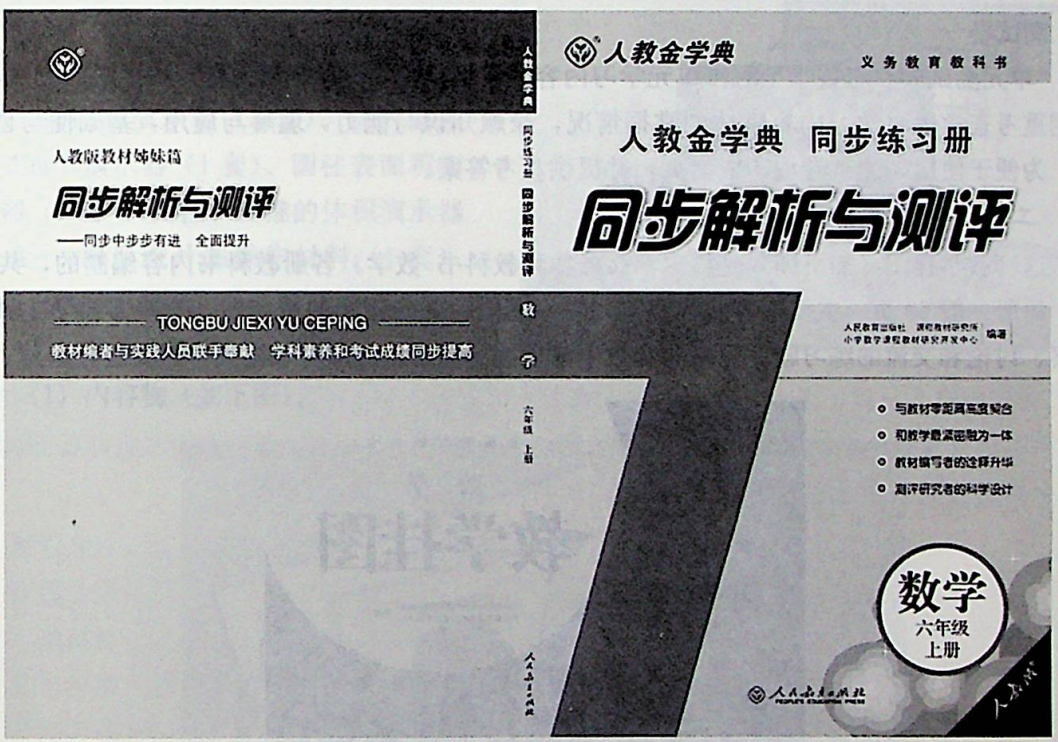
微信公众号：电子课本大全

附录 3

人教版义务教育教科书配套教学资源简介

一、《同步解析与测评　数学（一～六年级）》

《同步解析与测评》丛书是人民教育出版社新近开发的、与人教版义务教育教科书相配套的教学辅导读物。这套丛书的编写人员由人教版教材的编写者、经验丰富的教研员和优秀的一线教师组成。特别是教材编写者直接参与了丛书的策划、组稿和编写，使丛书能更好地体现课程改革的理念和教材的编写意图。



1. 主要特点

（1）目的明确。体现新课程标准的理念和教材编写意图，突出年段特点，凸显各册训练重点，重视将基础知识转化为数学能力；注重导学、练习和检测，体现对教材的补充、延伸；注重培养学生的数学思想方法及发现问题、提出问题、分析问题和解决问题的能力。

（2）内容实用。重视数学基础知识和基本能力的训练，体现基础性；将解决问题的方法通过案例加以梳理、归纳，体现综合性；贴近学生的学习、生活实际，充分调动学生自主学习，愉快练习，体现趣味性；与教材教学进度相配合，实用、好用，可操作性强。

2. 编写体例

每册以单元为基本结构，编排“案例解析”“同步练习”“单元测试卷”；每册还安排了“期中测试卷”和“期末测试卷”。

微信公众号：电子课本大全

案例解析

对单元中重要的解题方法进行解析，对重点、难点内容结合案例进行剖析，提供了必需的解题方法和技巧。

同步练习

以教科书的单元或大节为单位，与课堂教学同步训练。习题设置主要有以下几个方面的特点：(1) 体现对单元基础知识的系统训练，覆盖面广；(2) 突出习题的基础性、综合性、提高性，将每课时的练习分为三个层次“基础训练，我都会”“综合提高，我能行”“拓展探索，我真棒”；(3) 重视重点和验证点知识、关键知识的训练；(4) 题目的情境尽可能源于学生的生活和现实社会生活；(5) 习题有一定的开放性和探索性。

测试卷

“单元测试卷”考查学生对本单元学习内容的掌握情况；“期中测试卷”和“期末测试卷”则侧重考查学生对学习内容整体的掌握情况，兼顾知识与能力，理解与应用，基础性与创新性。为便于使用，测试卷均印成活页，并提供参考答案。

二、《教学挂图》

这套教学挂图（如下图）是根据《义务教育教科书 数学》各册教科书内容编制的，共 12 册。每册一般 60 页。主要内容包括每单元的主题图，部分例题的情境图，一些需要学生共同观察、讨论和交流的练习题、思考题和数学活动等的插图。教师可根据教学需要进行选用。



微信公众号：电子课本大全

三、《新课程小学数学教具、学具》

《新课程小学数学教具、学具》是由人民教育出版社开发研制的，与《义务教育教科书 数学(一～六年级)》配套并且适用于所有地区广大学生的产品。学具具有科学、创新、安全、环保等特点，体现了寓教于乐、培养兴趣、发展能力的课程改革精神。教具内容丰富，操作方便，利于教师根据教学内容选择使用，并通过教具直观展示相关的知识内容。与相应的学具配套使用，可以将教与学有机结合起来，激发学生学习的兴趣和积极性，是学生学习和教师教学的有利工具。

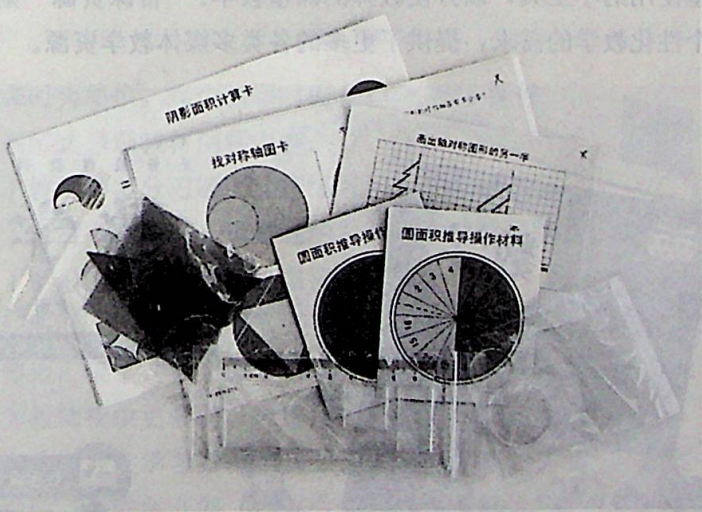
数学教具六年级（全学年）

教具（如右图）品种清单：多用三角尺（1个）、钉子板（1套）、分数乘法演示器（1套）、分数除法演示器（1套）、圆周率演示器（1套）、圆的面积公式推导演示器（1套）、圆柱表面积演示器（1套）、圆柱、圆锥的体积演示器（1套）、扇形统计图操作材料（1套）、连点成线演示材料（1套）。



数学学具六年级（上学期）

（1）内容物（如下图）。



（2）数学学具六年级（上学期）清单（如下表）。

序号	学具名称	配备材料
1	分数乘法操作材料	活动图片1张
2	一位数乘分数计算演示卡	活动图片1张

微信公众号：电子课本大全

续表

序号	学具名称	配备材料
3	位置与方向操作材料	坐标图 1 张、塑料片 1 张（印有学校、邮局、商店等图案）
4	圆周长操作材料	大、小圆片各 1 片，直尺 1 把
5	圆面积推导操作材料	活动图片 2 张
6	圆的认识	活动图片 1 张
7	阴影面积形成观察材料	阴影面积形成观察材料 1 套
8	阴影面积计算卡	活动图片 1 张
9	百分数的意义和写法操作材料	活动图片 1 张
10	扇形统计图	扇形统计图 1 张

四、小学数学教学参考多媒体资源

小学数学教学参考多媒体资源包括 2 张光盘，一张是 DVD，另一张是 CD-ROM。DVD 中提供了与每册教科书配套的 3 节示范课及专家点评，3 节示范课尽可能地选取不同教学领域的内容，体现《标准（2011 版）》的基本理念和教材的编写意图，供广大教师学习参考。

CD-ROM 光盘包含“数字课堂”和“备课资源”2 个大模块（如图 1）。“数字课堂”以“电子书”的形式呈现，其中链接了教师课堂教学中需要的教学课件、例题动画、交互练习等，提供了供教师课堂使用的小工具，以方便教师的课堂教学。“备课资源”则关注教师备课的需求，为满足教师个性化教学的需求，提供了更多的各类多媒体教学资源。



图 1

微信公众号：电子课本大全

（1）数字课堂（如图 2）：“数字课堂”以“电子书”的形式链接了教师课堂教学中需要的教学课件、例题动画、习题课件、参考答案、补充习题等教学资源。



图 2

教学课件：以新课时为单位，每个新课时配有一个 PPT 课件。

例题动画：以动画形式呈现教材例题内容。

习题课件：提供了教材中部分习题的交互练习和答案提示。

参考答案：提供了教材中星号题、思考题的参考答案和解题思路。

补充习题：提供了适量的补充习题和答案提示。

（2）备课资源（如图 3）：“备课资源”按教材单元排列顺序把资源分为文本、动画、图片、视频四类。在完整地汇集了“数字课堂”中多媒体资源的基础上，还增加了一些教材外的图片和动画，目的是为教师提供更多的、可选择的补充拓展资源。除此之外，“备课资源”还提供了供教师教学参考的探究性学习案例，其中包括“活动建议方案”、方案中使用的资源以及“活动实践”课例视频，为教师开展“探究性教学”活动提供参考和帮助。

“备课资源”中的所有资源均可保存到本地磁盘，目的是帮助教师组织、设计个性化的教学方案，提高备课效率。

微信公众号：电子课本大全

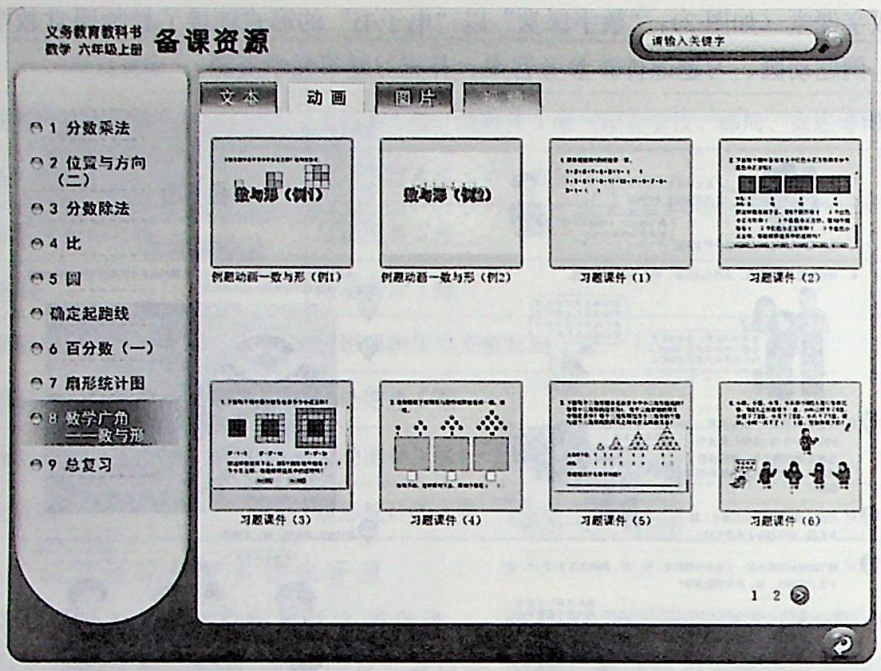


图 3

五、人教数字校园

人教数字校园（PEP e-Campus Live）是以课程论、学习论、教学论、教育传播学、现代教育技术学等作为理论指导，采用系统方法，通过分析教学、教研和教务需要，整合教学策略、集成各种媒体资源，针对教师教学和教务管理的专业的数字化校园解决方案。

（一）设计原则

小学数学数字校园在设计上坚持以下原则。

1. 立体化原则

提供各种媒体资源和全媒体教学解决方案。

2. 丰富性原则

除了人教版教材的基础内容外，还提供了数学史料、补充习题、教学图片、教学视频等资源。

3. 交互性原则

教师在教学中能够实现师生之间互动、学生解答问题具有交互性等。

4. 实用性原则

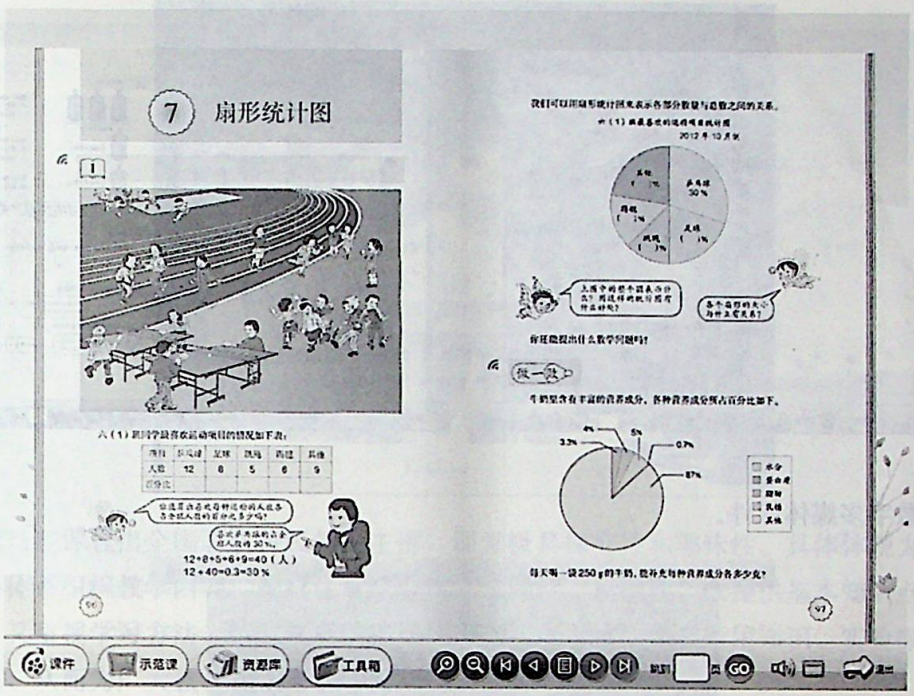
提供的资源便于教师课堂教学和学生使用。如教师直接利用每节课的 PPT 进行教学，或者对教学资源进行重组等。

（二）结构框架

1. 主界面

主界面为教材 PDF 页面，下设模块和功能键。

微信公众号：电子课本大全



2. 课件

以课时为单位制作每节课堂教学用的完整的 PPT，包括完整的教学过程、每个教学环节的课件、拓展资源链接等。

3. 示范课

每册教科书提供一定数量的名师示范课。

4. 资源库

除了课外知识和习题外，PPT 等资源也包括在内，便于有需求的教师进行教学 PPT 的重组设计。

5. 工具箱

为方便教师和学生使用，设计了不同功能的工具。

（三）人教数字校园的功能特点

1. 人教数字校园备课系统

数字校园的备课系统主要是为教师提供丰富的教学资源、教育专题内容及提供共享资源的平台。教师可根据教学需要，自行完成课件的组织、制作，并保存到服务器供自己或其他教师授课使用。

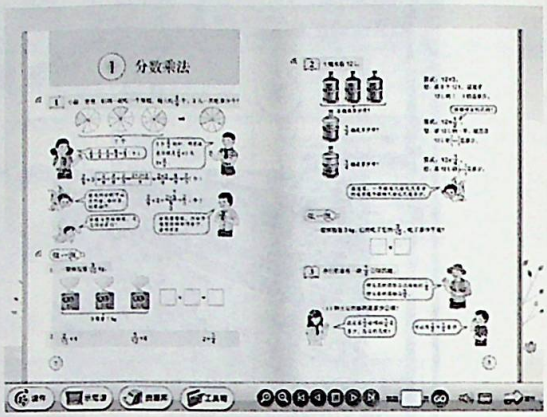
2. 人教数字校园授课系统（示范视频）

人教数字校园授课系统以教师用电子书授课为主体，集专家供稿的多媒体课件、全国著名特级教师的示范课、资源库、工具箱为一体，充分体现了教育信息化的便捷与优势。

（1）教师授课用的电子书。

微信公众号：电子课本大全





（2）数字多媒体课件。



多媒体课件由全国著名特级教师供稿，逻辑性强，重难点突出。课件中还插入了大量的图画、图表等，使问题阐释更加清晰明了。随堂练习的加入，更加方便教师及时检测学生接受知识的情况，从而使教学更加具有针对性。

这些课件及素材充分强调可扩展性和可重用性。教师可以根据自己的教学实际，从中选取可用之材，也可通过备课系统将自身积累的课件编辑整合成有自己教学风格的多媒体教学课件。从而，在为一线教师减轻制作课件的负担的基础上，更切实有效地提升了教师教学的水平。多媒体教学资源栏目将更有利于教师高效地获取资源，也能更好地在实际教学中利用这些资源。

（3）名师示范课。

名师示范课栏目为教师提供了各种视频课程。由名师使用课件进行课程示范，有进行辅导全程实录的示范课、精心节选的微格课，也有同步课堂等视频课程供教师参考，为教师提供一个全方位的教学模式。

微信公众号：电子课本大全



由于这些课程由全国著名特级教师主讲，课堂极具探究性和趣味性。具体体现为：按知识点的内在体系组织教学内容，选材注重综合性、专题性、典型性，既提供基本知识点的系统归纳整理，又重视学习方法、解题技巧的指导，以及拓展思维、综合运用知识、实验探究等多方面的训练，从而为广大教师提供了很好的范例。

（4）拓展学习资源库

拓展学习资源库是在教材基础上的拓展与提高，以拓展思维、开阔视野、增强综合运用知识的能力为设计目标。拓展学习资源为广大教师提供了与课程相关的资料，包括视频、音频、动画、word 文档及单元检测试题等一系列需要补充的内容，极大地丰富了教师的课堂教学内容，拓宽了书本的知识面。

六、《口算练习册》

《口算练习册》是由人民教育出版社教学资源室和小学数学室共同开发的与教科书配套的同步口算训练丛书。熟练地进行口算，是《标准（2011 版）》要求小学生必须掌握的基本技能之一。要提高小学生的口算能力，进行一定量的口算练习是必不可少的。通过练习，能加深小学生对运算法则的意义的理解，牢固地掌握运算方法，并学会更多的运算技巧。

这套《口算练习册》具有以下几个方面的特点。

（1）与现行小学数学教材同步，以知识点为主线，以方法训练为重点。将教材中的口算内容梳理出来，针对口算方法加以重点练习，进一步巩固学生的口算知识，同时也促进学生思维的发展。

（2）丰富练习内容，将口算、估算、巧算融为一体。估算是新课程强调的内容，因此本套丛书结合口算内容安排了同步的估算练习，将培养学生的估算能力落到实处。另外，对于一些数据较为特殊的计算题，可以根据加减乘除的运算定律进行巧算，因此编写时也将这些知识纳入练习内容中。

（3）为激发学生对数学学习的兴趣，拓展数学思维，设立了“小数学家”栏目。主要是结合教材中该节的相关知识设计的思维训练题，并在“思路点拨”栏目中给出了解题思路和方法

微信公众号：电子课本大全

指导，便于学生自学和家长辅导。

七、《基础数学》



本书是小学教师之友系列丛书的第一辑，由我室组织编写，可供广大小学数学教师及师范院校的初等教育学院小学教育专业的学生参考使用。本书是以《标准（2011 版）》为依据，在原中师教材《小学数学教材教法》第一册的基础上修订而成。符合数学课程改革的基本理念，为教师打下数学课程标准规定内容的数学背景理论知识的专业基础。能够开阔教师视野，全面提高教师的数学素养。本书具有以下特点。

1. 基础性

《标准（2011 版）》规定的内容及其背景理论知识是教师最基础的专业知识和数学素养，教师只有掌握了扎实的数学基础知识，才能在教学中更好地贯彻课程改革的新理念。

2. 时代性

此次课程改革，小学数学的主体知识没有大的变化，但是也增加了一些知识，如图形变换、统计与概率等内容。另外，有些知识的传统说法需要改变。

3. 丰富性

除了基础内容外，还适当地编写一些拓展的知识和资料，丰富教师的知识面。

八、第二代“人教数字教材”（小学数学）

1. 产品定位

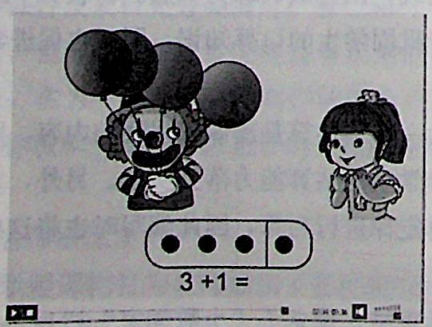
（1）以《标准（2011 版）》为框架。

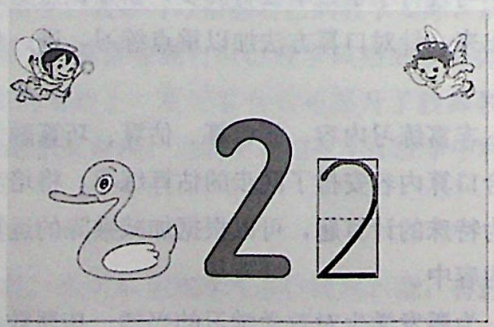
（2）以人教版《义务教育教科书　数学》为蓝本。

（3）注重信息技术与教育教学的深度融合，以数字化学习资源和学习工具优化教材内容的呈现方式和使用方式，为师生改进教学模式和学习方式提供基础内容支持。

2. 产品特点

（1）通过提供有序的、多层次、多维度的资源，丰富原纸质教材的表现形式，为教师的课堂教学提供各类教学素材，提升课堂教学效益。





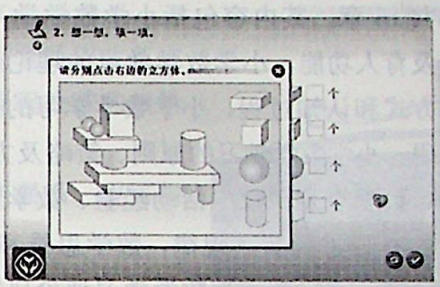
（2）通过提供优质的模拟动画和互动资源，提供生动活泼、主动求知的数学学习材料与环

微信公众号：电子课本大全

境，呈现抽象对象的直观背景，激发学生学习数学的兴趣，给予学生充分体验算理、算法形成的过程，提高学生综合能力。

（3）通过对教材的交互处理，实现即时反馈功能，为学生提供自我反思与评价的机会，使学生获得学习数学的良好体验，增强学好数学的信心，形成良好的学习习惯。

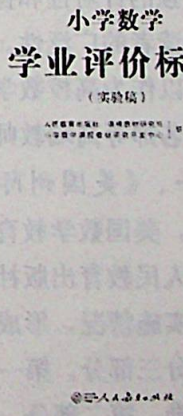




（4）通过对教材模块化的排版和功能性处理，使之适用于信息化教学终端，并提升小学数学教材在信息化主课堂和学生自主性学习的应用支撑。



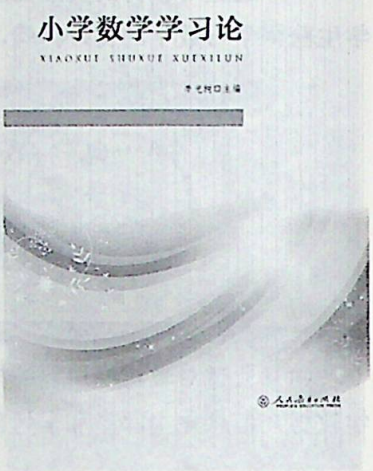
九、《小学数学学业评价标准（实验稿）》



《小学数学学业评价标准（实验稿）》是“中小学生学科学业评价标准的研究与开发：小学数学”课题的研究成果。书中呈现了该课题组研发的小学生数学学业评价标准、评价方法和样例。学业评价标准是对学生在不同学段所应达到的学业成就（学习结果）的描述，阐明学生在经过一定时间的学习后应该知道什么、能够做什么（表现标准），以及通过什么方法（评价方法建议），获得哪些证据（学生活动或作业），来判断学生是否达到了课程标准的要求。学业评价标准是针对所有学生提出的合格标准，是学生经过努力可以达到的标准。“小学生数学学业评价标准”依据《标准（2011）》中的课程目标，详细描述了小学生在不同学段的学习结果，提供了实施评价的方法建议和评价样例，以帮助教师采用合适的方法评价小学生是否达到了课程标准的要求。教师通过对本书内容的学习与实践，可用小学数学学业评价标准与义务教育数学课程标准共同指导教学与评价，以期提高日常对学生学业成绩评价的效度和信度，从而为教师和学生提供更有效的反馈信息。

微信公众号：电子课本大全

十、《小学数学学习论》



《小学数学学习论》是一部系统阐述小学数学学习过程及其规律的学术著作，由重庆市教科院研究员、特级教师李光树主编。

全书共16章，其内容包括小学数学学习的涵义及其类型、特点及育人功能，小学数学学习的理论基础，小学生的数学认知方式和认知过程，小学数学学习的迁移，小学数学学习的障碍，小学数学学习的原则、策略及方式，数学知识、数学技能、数学思想、数学活动经验、数学问题解决、情感态度学习的心理过程及其规律，数学思维和数学能力发展，中小学数学学习衔接及小学数学学习评价研究。本书具有以下一些比较明显的特点。

一是理论的系统性。本书全面而系统地阐述了小学数学学习的原理，对小学数学学习研究和教学具有广泛的指导意义。

二是论述的深刻性。本书对小学生学习数学的心理过程及其规律进行了比较深刻的论述，对小学生的数学认知方式和认知过程，以及小学生学习数学知识、数学技能、数学思想、数学活动经验的心理过程均作了较为深刻的分析。

三是内容的新颖性。本书不仅关注了大家共同关心的小学数学学习理论的热点问题，而且还讨论了过去人们少有触及的一些新问题，如小学数学学习的育人功能、小学数学学习的主要障碍、数学活动经验和情感态度学习的心理过程、中小学数学学习衔接等问题。

四是教学指导的可操作性。本书不仅深刻阐述了小学数学学习理论问题，更重要的是提出了如何将这些理论运用于小学数学学习指导，促进学生更加富有成效地学习，对老师的教学指导具有较强的针对性和操作性。

五是读者的广泛性。本书不仅适合小学数学学科教学研究人员和广大一线小学数学教师阅读，还可以作为高校数学教育方向的研究生和本科生的学习参考书，尤其适合小学数学骨干教师、教学名师等高端教师的培训。

十一、《美国州际核心数学课程标准：历史、内容和实施》

当前，美国数学教育正在进行新一轮的改革，全美40多个州正在采用最新的州际核心课程标准。人民教育出版社特别邀请蔡金法、孙伟等华裔学者将该标准翻译成中文，并介绍相关的背景和实施情况，形成了这本《美国州际核心数学课程标准：历史、内容和实施》。

本书分三部分。第一部分，介绍了州际核心标准的起源，以帮助读者在历史的背景中更好地解读标准。第二部分，翻译了美国州际核心数学课程标准（K—12年级），包括基于标准设计的高中数学课程，以使读者对标准有更全面的了解。第三部分，重点介绍了该标准目前在美国的实施状况，包括课程、评估、教学和教师培训等方面的实施，以及对实施的研究。

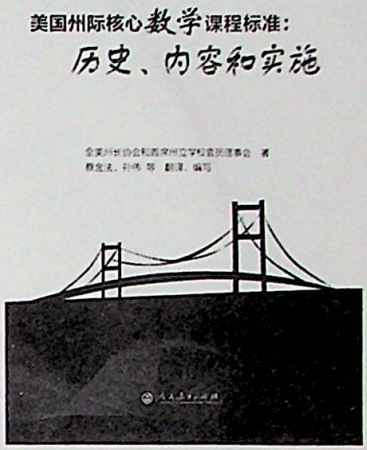
这是一本极具经验价值和借鉴意义的图书，它可以帮助读者更好地了解美国目前的数学教育体系。比如，州际核心课程标准从幼儿园一直到高中，体现了标准的连续性和一致性，对于

微信公众号：电子课本大全

中小学衔接以及初高中衔接具有一定的指导作用。近几十年来，美国的数学教育始终重视问题解决，在标准中体现为八个实践标准贯穿始终。在经历了数次变革之后，美国数学教育对数学基础知识和基本概念也逐步重视起来，标准中体现在低年级更加强调数的意义和运算熟练。

相信这本书对了解美国数学教育现状，特别是课程改革方面的情况是大有裨益的，能为我国数学教育、课程改革和教学改革提供有益的参考。

购买上述配套教学资源，请与当地新华书店联系。也可与人教书苑联系，具体联系方式在人教网首页。



微信公众号：电子课本大全