荣德基 主编

按课时编写

典中点®

综合应用创新题 典中点

一本在做题中教会你学习方法的书



九年级数学 下

（R版） 内含极速提分法

按 80：1 配赠教师用书

登录荣德基官方网站
免费下载课件资源

练透方法 练出高分

- 方法技巧35招
- 典型易错题23道
- 培优拔尖题50道
- 高频考点13个

教辅资料站

电子教辅 试卷练习
知识总结 备课资源

扫码关注获取更多学习资料

陕西新华出版传媒集团
陕西人民教育出版社



典中点®

综合应用创新题 典中点

一本在做题中教会你学习方法的书

主　　编：荣德基
本册主编：程小恒



九年级数学 下

（R版）

陕西新华出版传媒集团
陕西人民教育出版社
·西安·

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

极速提分18招

书山有路·训练有法

技巧类

第1招 巧作平行线构造相似三角形…… 教材第二十七章

第2招 证比例式或等积式的七种技巧 …… 教材第二十七章

第3招 求三角函数值的常见技巧…… 教材第二十八章

方法类

第4招 成比例线段的证明和计算的五种常用作辅助线的方法…… 教材第二十七章

第5招 巧用构造法求几种特殊角的三角函数值…… 教材第二十八章

第6招 构造三角函数基本图形解实际问题的四种数学模型…… 教材第二十八章

第7招 “化斜为直”构造直角三角形的方法…… 教材第二十八章

应用类

第8招 反比例函数与一次函数、二次函数的综合应用…… 教材第二十六章

第9招 反比例函数与几何的综合应用…… 教材第二十六章

第10招 根的判别式的八种常见应用…… 教材第二十六章

第11招 利用相似三角形巧证线段的数量和位置关系…… 教材第二十七章

第12招 用线段成比例法解几何问题的几种常见类型…… 教材第二十七章

第13招 相似三角形与函数的综合应用…… 教材第二十七章

第14招 利用三角函数解实际问题…… 教材第二十八章

第15招 三角函数在学科内的六种综合应用…… 教材第二十八章

第16招 投影规律在实际问题中的应用…… 教材第二十九章

第17招 根据物体的三视图计算其表面积和体积…… 教材第二十九章

思想类

第18招 建模思想应用的常见类型归类…… 教材第二十八章

内容详见夹册《极速提分法》

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

目录 CONTENTS

第二十六章 反比例函数

26.1 反比例函数

第1课时 反比例函数 …… 1

第2课时 反比例函数的图象和性质 …… 3

第3课时 反比例函数的几何性质 …… 5

第4课时 反比例函数图象与性质的应用题型 …… 7

阶段核心归类专训

用反比例函数比例系数 k 的几何意义解与面积相关的应用 …… 10

26.2 实际问题与反比例函数 …… 13

第1课时 建立反比例函数模型解实际问题 …… 13

第2课时 建立反比例函数模型解跨学科问题 …… 15

阶段核心方法专训

求反比例函数表达式的六种方法 …… 17

全章热门考点整合应用 …… 18

第二十七章 相 似

27.1 图形的相似

第1课时 相似图形及成比例线段 …… 20

第2课时 相似多边形 …… 22

27.2 相似三角形

第1课时 相似三角形及平行线分线段成比例 …… 24

阶段核心技巧专训

平行线分线段成比例常见应用的六种技巧 …… 26

第2课时 用平行线判定三角形相似 …… 27

第3课时 用三边比例关系判定三角形相似 …… 29

第4课时 用边角关系判定三角形相似 …… 31

第5课时 用两角相等关系判定三角形相似 …… 33

第6课时 相似三角形判定的应用 …… 35

第7课时 相似三角形的性质 …… 36

第8课时 相似三角形应用举例 …… 38

阶段核心归类专训

巧用“基本图形”探索相似条件 …… 40

27.3 位 似

第1课时 位似图形 …… 41

第2课时 平面直角坐标系中的位似变换 …… 43

阶段核心题型专训

巧用位似解三角形中的内接多边形问题 …… 45

全章热门考点整合应用 …… 46

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

目 录 CONTENTS

第二十八章 锐角三角函数

28.1 锐角三角函数

第1课时 正弦函数 …… 48

第2课时 余弦、正切函数 …… 50

第3课时 特殊角的三角函数值 …… 52

第4课时 一般角的三角函数值 …… 54

第5课时 用三角函数解与圆有关的问题 … 56

阶段核心方法专训

求锐角三角函数值的七种常用方法 …… 58

28.2 解直角三角形及其应用

第1课时 解直角三角形 …… 60

第2课时 **解直角三角形的八种类型** …… 62

第3课时 解直角三角形在实际中的一般应用 …… 65

第4课时 用解直角三角形解视角问题 … 67

第5课时 用解直角三角形解方位角、坡角的应用 …… 69

第6课时 应用三角函数解实际问题的五种常见问题 …… 71

阶段核心归类专训

解直角三角形的五种常见类型 …… 73

全章热门考点整合应用 …… 75

第二十九章 投影与视图

29.1 投 影

第1课时 平行投影与中心投影 …… 77

第2课时 正投影 …… 79

阶段核心归类专训

平行投影、中心投影、正投影的四种常见应用 …… 81

29.2 三视图

第1课时 由几何体到三视图 …… 82

第2课时 由三视图到几何体 …… 84

第3课时 由三视图到几何体的展开图 …… 86

29.3 课题学习 制作立体模型 …… 88

阶段核心归类专训

三视图与实物的互相转化 …… 89

全章热门考点整合应用 …… 90

达标检测卷

第二十六章达标检测卷 …… 93

第二十七章达标检测卷 …… 97

第二十八章达标检测卷 …… 101

第二十九章达标检测卷 …… 105

期末达标检测卷 …… 109

参考答案及点拨 …… 113

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

26.1 反比例函数

第1课时 反比例函数

名师点金

1. 反比例函数有三种表达形式：(1)$y=\frac{k}{x}$；(2)$y=kx^{-1}$；(3)$xy=k$，其中k是常数，且$k\neq0$；

2. 判断一个函数是否是反比例函数，先看它是否符合反比例函数的三种表达形式之一，再看k是否是常数，且$k\neq0$.

1 夯实基础·逐点练 ☞(答案见113页)

知识点1 反比例函数的定义

1. 下列函数中，表示y是x的反比例函数的是(　　)

A. $y=\sqrt{3}x$　B. $y=\frac{a}{x}$　C. $y=\frac{1}{x^2}$　D. $y=\frac{1}{3x}$

2. 函数$y=-\frac{1}{4x}$的比例系数是(　　)

A. 4　B. -4　C. $\frac{1}{4}$　D. $-\frac{1}{4}$

3. 若$y=\frac{k(k-3)}{x}$是反比例函数，则k必须满足(　　)

A. $k\neq3$　B. $k\neq0$

C. $k\neq3$或$k\neq0$　D. $k\neq3$且$k\neq0$

知识点2 确定反比例函数解析式

4. 【2019·安徽】已知点$A(1,-3)$关于x轴的对称点A'在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上，则实数k的值为(　　)

A. 3　B. $\frac{1}{3}$　C. -3　D. $-\frac{1}{3}$

5. 【2019·温州】验光师测得一组关于近视眼镜的度数y(度)与镜片焦距x(米)的对应数据见下表，根据表中数据，可得y关于x的函数解析式为(　　)

近视眼镜的度数y(度)	200	250	400	500	1 000
镜片焦距x(米)	0.50	0.40	0.25	0.20	0.10

A. $y=\frac{100}{x}$　B. $y=\frac{x}{100}$　C. $y=\frac{400}{x}$　D. $y=\frac{x}{400}$

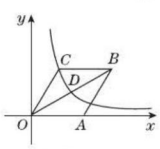
6. 【2019·枣庄】从$-1,2,3,-6$这四个数中任取两数，分别记为m,n，那么点(m,n)在函数$y=\frac{6}{x}$的图象上的概率是(　　)

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{1}{3}$　C. $\frac{1}{4}$　D. $\frac{1}{8}$

7. 【2019·滨州】如图，在平面直角坐标系中，菱形$OABC$的边OA在x轴的正半轴上，反比例函数$y=\frac{k}{x}$($x>0$)的图象经过对角线OB的中点D和顶点C. 若菱形$OABC$的面积为12，则k的值为(　　)

A. 6　B. 5

C. 4　D. 3



(第7题)

知识点3 建立反比例函数的模型

8. 【2018·自贡】回顾初中阶段函数的学习过程，从函数解析式到函数图象，再利用函数图象研究函数的性质，这种研究方法主要体现的数学思想是(　　)

A. 数形结合　B. 类比

C. 演绎　D. 公理化

9. 下列各组的两个变量间满足反比例关系的是(　　)

A. 三角形面积一定时，它的一边长与该边上的高

B. 等腰三角形的周长一定时，它的底边长与腰长

C. 圆的周长与它的半径

D. 圆的面积与它的半径

10. 购买x只茶杯需15元，则购买一只茶杯的价格y与x的函数解析式为(　　)

A. $y=\frac{15}{x}$(x取实数)　B. $y=\frac{15}{x}$(x取整数)

C. $y=\frac{x}{15}$(x取自然数)　D. $y=\frac{15}{x}$(x取正整数)

易错点 忽视反比例函数$y=\frac{k}{x}$中k不能为0

11. 【中考·安顺】若$y=(a+1)x^{a^2-2}$是反比例函数，则a的取值为(　　)　【导学号:8385747】

A. 1　B. -1　C. ±1　D. 任意实数

趣味数学 话说徐庶离开刘备之后，又拍马而回，向刘备推荐了在卧龙岗的诸葛亮. 刘备听说诸葛亮才智过人，上通天文，下知地理，感觉这样的贤士如果不重用，太可惜了.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见113页）

考查角度1 利用数量关系信息求函数解析式

12. 已知 $y=y_1+y_2$，y_1 与 x^2 成正比例函数关系，y_2 与 x 成反比例函数关系. 且 $x=1$ 时，$y=3$；$x=-1$ 时，$y=1$.

（1）求 y 与 x 之间的函数解析式；

（2）当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，求 y 的值.

考查角度2 利用图表信息求函数解析式

（分类讨论思想）

13. 已知 y 是关于 x 的函数，下表给出了 x 与 y 的一些值.

x	-3	-2		1		3	4
y		$\frac{3}{2}$	3		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{3}{4}$

请探索：

（1）y 是 x 的正比例函数还是反比例函数？

（2）写出该函数的解析式，并将表格补充完整.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见113页）

拔尖角度1 利用反比例函数解电学问题

14. 在直流电路中，电流 I（A）、电阻 R（Ω）、电压 U（V）之间满足关系式 $U=IR$，已知 $U=220$ V.

（1）请写出电流 I（A）与电阻 R（Ω）之间的函数解析式，并判断它是我们学过的哪种函数；

（2）利用写出的函数解析式完成下表：

R/Ω	20	40	60	80	100
I/A					

（3）当 R 越来越大时，I 怎样变化？当 R 越来越小呢？

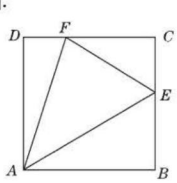
拔尖角度2 利用反比例函数解与几何相关的问题

15. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是2，E，F 分别在 BC，CD 两边上，且 E，F 与 BC，CD 两边的端点不重合，$\triangle AEF$ 的面积是1，设 $BE=x$，$DF=y$.

（1）求 y 关于 x 的函数解析式；

（2）判断在（1）中，y 关于 x 的函数是什么函数？

（3）写出此函数自变量 x 的范围.



（第15题）

微信公众号
教辅资料站

于是几日之后就带着关羽，张飞二人前去拜访. 一路打听才得知诸葛亮居住在卧龙岗前旋林内的茅草屋中. 途中遇到一片十几米宽的烂泥湿地.（待续）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时　反比例函数的图象和性质

名师点金

反比例函数的函数值大小比较的方法：

1. **代入法**：若已知点的横坐标及函数解析式，可先直接代入求函数值，再比较；
2. **图象法**：可画草图，利用数形结合的思想直接观察，比较函数值的大小；
3. **性质法**：若点在同一支曲线上，直接利用函数的增减性比较；若不在，则应结合图象判断 y 的正负，再比较.

Ⅰ 夯实基础·逐点练

☞(答案见113页)

知识点1 反比例函数的图象

1. 【中考·兰州】反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象在(　　)

A. 第一、二象限　　B. 第一、三象限

C. 第二、三象限　　D. 第二、四象限

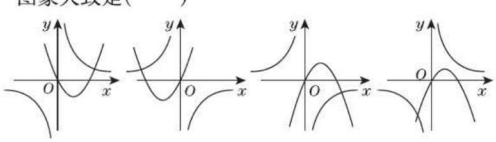
2. 【2019·海南】如果反比例函数 $y=\frac{a-2}{x}$(a 是常数)的图象在第一、三象限，那么 a 的取值范围是(　　)

A. $a<0$　　B. $a>0$　　C. $a<2$　　D. $a>2$

3. 【2019·咸宁】已知点 $A(-1,m)$，$B(1,m)$，$C(2,m-n)$($n>0$)在同一个函数的图象上，这个函数可能是(　　)

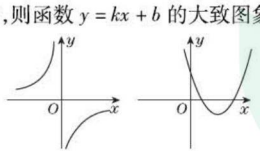
A. $y=x$　　B. $y=-\frac{2}{x}$　　C. $y=x^2$　　D. $y=-x^2$

4. 【2018·永州】在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{b}{x}(b\neq0)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx(a\neq0)$ 的图象大致是(　　)

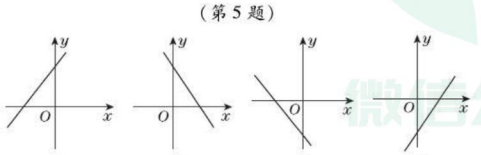


A　　B　　C　　D

5. 【2019·德州】若函数 $y=\frac{k}{x}$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则函数 $y=kx+b$ 的大致图象为(　　)



(第5题)



A　　B　　C　　D

知识点2 反比例函数的性质

6. 【中考·赤峰】点 $A(1,y_1)$，$B(3,y_2)$ 是反比例函数 $y=\frac{9}{x}$ 的图象上的两点，则 y_1，y_2 的大小关系是(　　)

A. $y_1>y_2$　　B. $y_1=y_2$

C. $y_1<y_2$　　D. 不能确定

7. 【2018·衡阳】对于反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$，下列说法不正确的是(　　)

A. 图象分布在第二、四象限

B. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. 图象经过点(1，-2)

D. 若点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在图象上，且 $x_1<x_2$，则 $y_1<y_2$

8. 【2019·天津】若点 $A(-3,y_1)$，$B(-2,y_2)$，$C(1,y_3)$ 都在反比例函数 $y=-\frac{12}{x}$ 的图象上，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是(　　)

A. $y_2<y_1<y_3$　　B. $y_3<y_1<y_2$

C. $y_1<y_2<y_3$　　D. $y_3<y_2<y_1$

9. 【中考·黑龙江】已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$，当 $1<x<3$ 时，y 的最小整数值是(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

易错点 忽略点在“同一象限”这一条件运用性质比较大小出错

10. 【中考·黑龙江】反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 图象上三个点的坐标为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，(x_3,y_3)，若 $x_1<x_2<0<x_3$，则 y_1，y_2，y_3 的大小关系是(　　)

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$

C. $y_2<y_3<y_1$　　D. $y_1<y_3<y_2$

趣味数学　为了安全、迅速通过这片湿地到达卧龙岗，刘备让关羽和张飞沿着前进路线铺了若干块木板，构造成一条临时通道.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

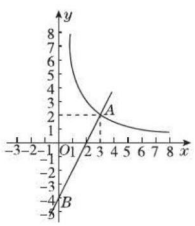
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见114页）

考查角度1 利用反比例函数的图象和性质说明函数式间的关系

11. 【2019 · 湘西州】如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象在第一象限交于点 $A(3,2)$，与 y 轴的负半轴交于点 B，且 $OB=4$.

(1)求函数 $y=\frac{m}{x}$ 和 $y=kx+b$ 的解析式；

(2)结合图象直接写出不等式组 $0<\frac{m}{x}<kx+b$ 的解集.



（第11题）

考查角度2 利用反比例函数的图象和性质说明图象的位置

12. 【2018 · 杭州】设一次函数 $y=kx+b$（k,b 是常数，$k\neq0$）的图象过 $A(1,3)$，$B(-1,-1)$ 两点.

(1)求该一次函数的解析式；

(2)若点 $(2a+2,a^2)$ 在该一次函数的图象上，求 a 的值；

(3)已知点 $C(x_1,y_1)$ 和点 $D(x_2,y_2)$ 在该一次函数的图象上，设 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)$，判断反比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图象所在的象限，说明理由.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见114页）

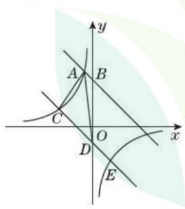
拔尖角度1 利用图象的性质解与直线平移综合问题

13. 【2019 · 广元】如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 y 轴交于点 $B(0,7)$，与反比例函数 $y=\frac{-8}{x}$ 在第二象限内的图象相交于点 $A(-1,a)$.

(1)求直线 AB 的解析式；

(2)将直线 AB 向下平移9个单位长度后与反比例函数的图象交于点 C 和点 E，与 y 轴交于点 D，求 $\triangle ACD$ 的面积；

(3)设直线 CD 的解析式为 $y=mx+n$，根据图象直接写出不等式 $mx+n\leqslant\frac{-8}{x}$ 的解集.



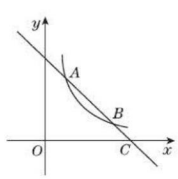
（第13题）

拔尖角度2 利用图象的性质解与面积综合问题

14. 【2019 · 常德】如图，一次函数 $y=-x+3$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 在第一象限的图象交于 $A(1,a)$ 和 B 两点，与 x 轴交于点 C.

(1)求反比例函数的解析式；

(2)若点 P 在 x 轴上，且 $\triangle APC$ 的面积为5，求点 P 的坐标.



（第14题）

微信公众号 教辅资料站

关羽和张飞不明白刘备为什么让他们这样做，就问："大哥，你这是何故？"刘备微微一笑，解释道："如果我们不铺木板走过湿地，会被陷入泥中.（待续）

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第3课时　反比例函数的几何性质

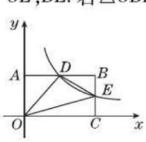
名师点金

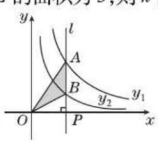
1. **反比例函数中 k 的几何性质**：过双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 上任一点向两坐标轴作垂线所得的矩形面积等于 $|k|$；向一坐标轴作垂线且与原点连线所得的三角形面积等于 $\frac{1}{2}|k|$.
2. 双曲线关于直线 $y=x$ 和直线 $y=-x$ 成轴对称，关于原点 O 成中心对称.

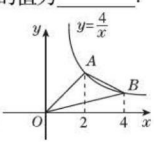
Ⅰ 夯实基础·逐点练 ☞(答案见114页)

知识点1 反比例函数中 k 的几何性质

1. 【2019·随州】如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A,C 分别在 y 轴、x 轴的正半轴上，D 为 AB 的中点，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过点 D，且与 BC 交于点 E，连接 OD,OE,DE. 若 $\triangle ODE$ 的面积为3，则 k 的值为_____.


(第1题)


(第2题)


(第3题)

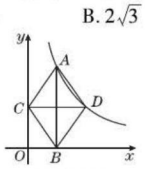
2. 【2019·安顺】如图，直线 $l\perp x$ 轴于点 P，且与反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}(x>0)$ 及 $y_2=\frac{k_2}{x}(x>0)$ 的图象分别交于 A,B 两点，连接 OA,OB，已知 $\triangle OAB$ 的面积为4，则 $k_1-k_2=$_____.

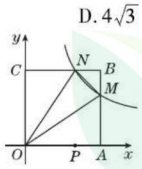
3. 【2018·郴州】如图，A,B 是反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 在第一象限内的图象上的两点，且 A,B 两点的横坐标分别是2和4，则 $\triangle OAB$ 的面积是(　　)

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

4. 【中考·衢州】如图，在直角坐标系中，点 A 在函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象上，$AB\perp x$ 轴于点 B，AB 的垂直平分线与 y 轴交于点 C，与函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象交于点 D，连接 AC,CB,BD,DA，则四边形 $ACBD$ 的面积等于(　　)

A. 2　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 4　　D. $4\sqrt{3}$


(第4题)


(第5题)

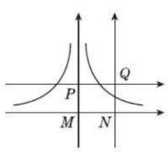
5. 【中考·临沂】如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与边长是6的正方形 $OABC$ 的两边 AB,BC 分别相交于 M,N 两点，$\triangle OMN$ 的面积为10. 若动点 P 在 x 轴上，则 $PM+PN$ 的最小值是(　　)

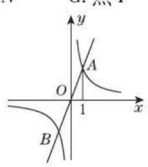
A. $6\sqrt{2}$　　B. 10　　C. $2\sqrt{26}$　　D. $2\sqrt{29}$

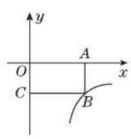
知识点2 反比例函数图象的对称性

6. 【2019·河北】如图，函数 $y=\begin{cases}\frac{1}{x}(x>0),\\-\frac{1}{x}(x<0)\end{cases}$ 的图象所在坐标系的原点是(　　)

A. 点 M　　B. 点 N　　C. 点 P　　D. 点 Q


(第6题)


(第8题)


(第10题)

7. 【2019·天门】反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$，下列说法不正确的是(　　)

A. 图象经过点 $(1,-3)$

B. 图象位于第二、四象限

C. 图象关于直线 $y=x$ 对称

D. y 随 x 的增大而增大

8. 【2018·临沂】如图，正比例函数 $y_1=k_1x$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A,B 两点，其中点 A 的横坐标为1，当 $y_1<y_2$ 时，x 的取值范围是(　　)

A. $x<-1$ 或 $x>1$　　B. $-1<x<0$ 或 $x>1$

C. $-1<x<0$ 或 $0<x<1$　　D. $x<-1$ 或 $0<x<1$

9. 【2019·扬州】若反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上有两个不同的点关于 y 轴的对称点都在一次函数 $y=-x+m$ 的图象上，则 m 的取值范围是(　　)

A. $m>2\sqrt{2}$　　B. $m<-2\sqrt{2}$

C. $m>2\sqrt{2}$ 或 $m<-2\sqrt{2}$　　D. $-2\sqrt{2}<m<2\sqrt{2}$

易错点 已知图形面积求反比例函数中比例系数 k 的值时，易忽视图象的位置

10. 如图，面积为5的矩形 $OABC$ 的一个顶点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，另三个顶点在坐标轴上，则 $k=$_____.

趣味数学　当我们在湿地上铺上木板之后，木板对地面的压强就是木板面积的反比例函数，也就是说，当木板面积增大时，木板对地面的压强反而减小，这样就相当于减小了咱们对地面的压强，就不会陷入泥中了."

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

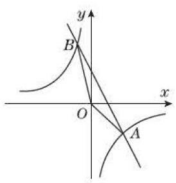
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见114页）

考查角度① 利用反比例函数的几何性质求面积

11. 【2019 · 广安】如图，已知 $A(n,-2)$，$B(-1,4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点.

(1)求反比例函数和一次函数的解析式；

(2)求 $\triangle AOB$ 的面积.



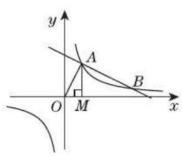
（第11题）

考查角度② 利用反比例函数的几何性质求最值

12. 【2018 · 绵阳】如图，一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象交于 A,B 两点，过 A 点作 x 轴的垂线，垂足为 M，$\triangle AOM$ 的面积为1.

(1)求反比例函数的解析式；

(2)在 y 轴上求一点 P，使 $PA+PB$ 的值最小，并求出其最小值和 P 点的坐标.



（第12题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见115页）

拔尖角度① 利用反比例函数的几何性质解与旋转相关问题

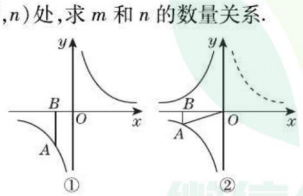
13. 【2018 · 武汉】已知点 $A(a,m)$ 在双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 上且 $m<0$，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 B.

(1)如图①，当 $a=-2$ 时，$P(t,0)$ 是 x 轴上的动点，将点 B 绕点 P 顺时针旋转90°至点 C，

①若 $t=1$，直接写出点 C 的坐标；

②若双曲线 $y=\frac{8}{x}$ 经过点 C，求 t 的值.

(2)如图②，将图①中的双曲线 $y=\frac{8}{x}(x>0)$ 沿 y 轴折叠得到双曲线 $y=-\frac{8}{x}(x<0)$，将线段 OA 绕点 O 旋转，点 A 刚好落在双曲线 $y=-\frac{8}{x}(x<0)$ 上的点 $D(d,n)$ 处，求 m 和 n 的数量关系.



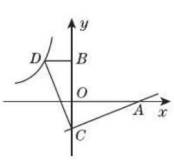
（第13题）

拔尖角度② 利用反比例函数的几何性质解与不等式相关问题

14. 【2018 · 菏泽】如图，已知点 D 在反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象上，过点 D 作 $DB\perp y$ 轴，垂足为 $B(0,3)$，直线 $y=kx+b$ 经过点 $A(5,0)$，与 y 轴交于点 C，且 $BD=OC$，$OC:OA=2:5$.

(1)求反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 和一次函数 $y=kx+b$ 的解析式；

(2)直接写出关于 x 的不等式 $\frac{a}{x}>kx+b$ 的解集.



（第14题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4课时　反比例函数图象与性质的应用题型

名师点金

反比例函数图象的位置及增减性由k的符号决定，$|k|$等于从图象上一点向两坐标轴所作垂线段与两坐标轴所围成的矩形的面积，中考时常将反比例函数图象和性质与其他函数、几何图形综合在一起进行考查，是中考压轴题中一个重要的命题方向.

整合方法 · 分类练

(答案见115页)

题型1　利用反比例函数解与图形旋转相关的问题

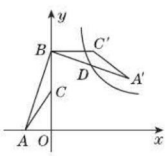
1. 【2019 · 济宁】如图，点A的坐标是$(-2,0)$，点B的坐标是$(0,6)$，C为OB的中点，将$\triangle ABC$绕点B逆时针旋转90°后得到$\triangle A'BC'$. 若反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象恰好经过$A'B$的中点D，则k的值是(　　)

A. 9

B. 12

C. 15

D. 18



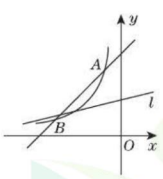
(第1题)

题型2　利用反比例函数解与图形的轴对称相关的问题

2. 【中考 · 茂名】如图，一次函数$y=x+b$的图象与反比例函数$y=\frac{k}{x}$(k为常数，$k\neq 0$)的图象交于点$A(-1,4)$和点$B(a,1)$.

(1)求反比例函数的解析式和a，b的值；

(2)若A，O两点关于直线l对称，请连接AO，并求出直线l与线段AO的交点坐标.



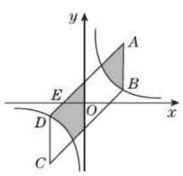
(第2题)

题型3　利用反比例函数解与图形的中心对称相关的问题

3. 如图，点$A(3,5)$关于原点O的对称点为点C，分别过点A，C作y轴的平行线，与反比例函数$y=\frac{k}{x}$($0<k<15$)的图象交于点B，D，连接AD，BC，AD与x轴交于点$E(-2,0)$.

(1)求k的值；

(2)直接写出阴影部分面积之和.



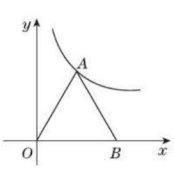
(第3题)

题型4　利用反比例函数解与图形的平移相关的问题

4. 【2019 · 嘉兴】如图，在直角坐标系中，已知点$B(4,0)$，等边三角形OAB的顶点A在反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象上.

(1)求反比例函数的解析式；

(2)把$\triangle OAB$向右平移a个单位长度，对应得到$\triangle O'A'B'$，当这个函数图象经过$\triangle O'A'B'$一边的中点时，求a的值.



(第4题)

趣味数学　公元前3世纪，古希腊科学家阿基米德发现了著名的杠杆定律：若两物体与支点的距离反比于其质量，则杠杆平衡. 通俗一点可以描述为：阻力×阻力臂＝动力×动力臂.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

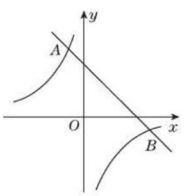
题型5 利用反比例函数解与图象交点相关的问题

5. 【2019·广东】如图，一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A,B 两点，其中点 A 的坐标为 $(-1,4)$，点 B 的坐标为 $(4,n)$.

(1) 根据图象，直接写出满足 $k_1x+b>\frac{k_2}{x}$ 的 x 的取值范围；

(2) 求这两个函数的解析式；

(3) 点 P 在线段 AB 上，且 $S_{\triangle AOP}:S_{\triangle BOP}=1:2$，求点 P 的坐标.

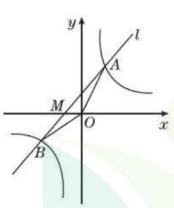


（第5题）

6. 【中考·绵阳】如图，设反比例函数的解析式为 $y=\frac{3k}{x}(k>0)$.

(1) 若该反比例函数与正比例函数 $y=2x$ 的图象有一个交点的纵坐标为2，求 k 的值.

(2) 若该反比例函数的图象与过点 $M(-2,0)$ 的直线 $l:y=kx+b$ 交于 A,B 两点，当 $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{16}{3}$ 时，求直线 l 的解析式.



（第6题）

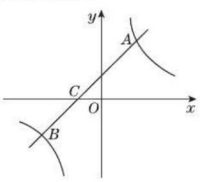
题型6 利用反比例函数解与最值相关的问题

7. 【2019·自贡】如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y_1=kx+b(k\neq0)$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{m}{x}(m\neq0)$ 的图象相交于第一、三象限内的 $A(3,5)$，$B(a,-3)$ 两点，与 x 轴交于点 C.

(1) 求该反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 在 y 轴上找一点 P 使 $PB-PC$ 最大，求 $PB-PC$ 的最大值及点 P 的坐标；

(3) 直接写出当 $y_1>y_2$ 时，x 的取值范围.

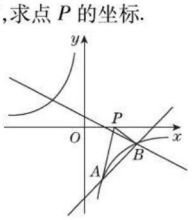


（第7题）

8. 【中考·黄冈】如图，已知点 $A(1,a)$ 是反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象上一点，直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 与反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象在第四象限的交点为点 B.

(1) 求直线 AB 对应的函数解析式；

(2) 动点 $P(x,0)$ 在 x 轴的正半轴上运动，当线段 PA 与线段 PB 之差达到最大时，求点 P 的坐标.



（第8题）

微信公众号 教辅资料站

鲁迅谈正比例：伟大的成功和辛勤的劳动是成正比例的，有一分劳动就有一分收获，日积月累，从少到多，奇迹就可以创造出来.

趣味数学

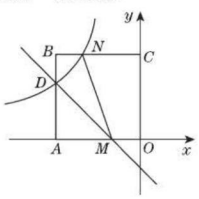
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

题型 7　利用反比例函数解与图形的面积相关的问题

9. 【中考·泰安】如图，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合，点 C 的坐标为 $(0,3)$，点 A 在 x 轴的负半轴上，点 D，M 分别在边 AB，OA 上，且 $AD=2DB$，$AM=2MO$，一次函数 $y=kx+b$ 的图象过点 D 和 M，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象经过点 D，与 BC 的交点为 N.

(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 若点 P 在直线 DM 上，且使 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $OMNC$ 的面积相等，求点 P 的坐标.



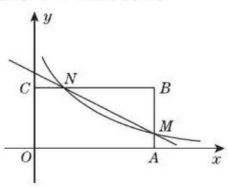
（第 9 题）

题型 8　利用反比例函数解与一次函数、几何综合的问题

10. 【2018·咸宁】如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标为 $(4,2)$，直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ 与边 AB，BC 分别相交于点 M，N，函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象过点 M.

(1) 试说明点 N 也在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上；

(2) 将直线 MN 沿 y 轴的负方向平移得到直线 $M'N'$，当直线 $M'N'$ 与函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象仅有一个交点时，求直线 $M'N'$ 的解析式.



（第 10 题）

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心归类专训

用反比例函数比例系数 k 的几何意义解与面积相关的应用

☞（答案见117页）

名师点金

反比例函数的比例系数 k 具有一定的几何意义，$|k|$ 等于从反比例函数图象上任意一点向两坐标轴所作垂线段与两坐标轴所围成的矩形的面积. 在反比例函数的图象中，涉及三角形或矩形的面积时，常用比例系数 k 的几何意义解决问题.

应用1 反比例函数的比例系数 k 与面积的关系

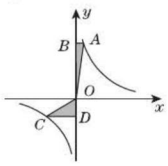
1. 如图，A，C 是函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上任意两点，过点 A 作 y 轴的垂线，垂足为 B，过点 C 作 y 轴的垂线，垂足为 D，记 Rt△AOB 的面积为 S_1，Rt△COD 的面积为 S_2，则（　　）

A. $S_1>S_2$

B. $S_1<S_2$

C. $S_1=S_2$

D. S_1 和 S_2 的大小关系不能确定

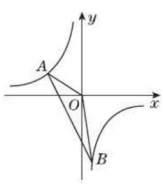


（第1题）

2. 【中考·宜宾】如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-3,m+8)$，$B(n,-6)$ 两点.

（1）求一次函数与反比例函数的表达式；

（2）求△AOB 的面积.



（第2题）

应用2 已知三角形的面积关系求点的坐标

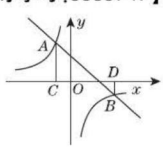
3. 【2018·巴彦淖尔】如图，直线 $y=-x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于 $A(a,3)$，$B(3,b)$ 两点，过点 A 作 $AC\perp x$ 轴于点 C，过点 B 作 $BD\perp x$ 轴于点 D.

（1）求 a，b 的值及反比例函数的表达式；

（2）若点 P 在直线 $y=-x+2$ 上，且 $S_{\triangle ACP}=S_{\triangle BDP}$，请求出此时点 P 的坐标；

（3）在 x 轴正半轴上是否存在点 M，使得△MAB 为等腰三角形？若存在，请直接写出 M 点的坐标；若不存在，说明理由.

【导学号：8385747】



（第3题）

微信公众号
教辅资料站

托尔斯泰分数：一个人就好像一个分数，他的实际才能好比分子，而他对自己的估价好比分母. 分母越大，则分数的值就越小.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用3　已知三角形面积求函数表达式

4.【2018·泰州】在平面直角坐标系 xOy 中，横坐标为 a 的点 A 在反比例函数 $y_1=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，点 A' 与点 A 关于点 O 对称，一次函数 $y_2=mx+n$ 的图象经过点 A'.

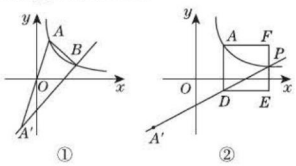
(1)设 $a=2$，点 $B(4,2)$ 在函数 y_1,y_2 的图象上.

①分别求函数 y_1,y_2 的表达式；

②直接写出使 $y_1>y_2>0$ 成立的 x 的范围；

(2)如图①，设函数 y_1,y_2 的图象相交于点 B，点 B 的横坐标为 $3a$，$\triangle AA'B$ 的面积为 16，求 k 的值；

(3)设 $m=\frac{1}{2}$，如图②，过点 A 作 $AD\perp x$ 轴，与函数 y_2 的图象相交于点 D，以 AD 为一边向右侧作正方形 $ADEF$. 试说明函数 y_2 的图象与线段 EF 的交点 P 一定在函数 y_1 的图象上.

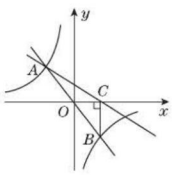


（第 4 题）

5.【2019·东营】如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2,a)$，B 两点，$BC\perp x$ 轴，垂足为 C，$\triangle AOC$ 的面积是 2.

(1)求 m,n 的值；

(2)求直线 AC 的解析式.



（第 5 题）

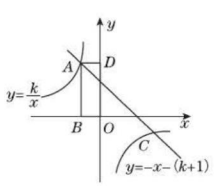
应用4　已知四边形面积求函数表达式

6. 如图，矩形 $ABOD$ 的顶点 A 是函数 $y=-x-(k+1)$ 的图象与函数 $y=\frac{k}{x}$ 在第二象限的图象的交点，B,D 两点在坐标轴上，且矩形 $ABOD$ 的面积为 3.

(1)求两函数的表达式；

(2)求两函数图象的交点 A,C 的坐标；

(3)若点 P 是 y 轴上一动点，且 $S_{\triangle APC}=5$，求点 P 的坐标.



（第 6 题）

微信公众号
教辅资料站

趣味数学　王菊珍的百分数：我国科学家王菊珍对待实验失败有句格言，叫作“干下去还有 50% 成功的希望，不干便是 100% 的失败”.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用5 已知反比例函数表达式求图形的面积

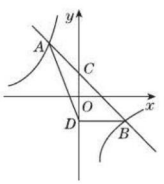
题型1 利用函数表达式求面积

7. 【2019·甘肃】如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象相交于 $A(-1,n)$，$B(2,-1)$ 两点，与 y 轴相交于点 C.

(1)求一次函数与反比例函数的解析式；

(2)若点 D 与点 C 关于 x 轴对称，求 $\triangle ABD$ 的面积；

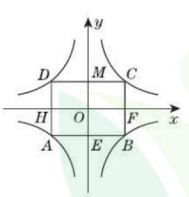
(3)若 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 是反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 图象上的两点，当 $x_1<x_2<0$ 时，比较 y_1 与 y_2 的大小关系.



（第7题）

题型2 利用对称性求面积

8. 如图是由四条曲线围成的广告标志，建立平面直角坐标系，双曲线对应的函数表达式分别为 $y=-\frac{6}{x}$，$y=\frac{6}{x}$. 现用四根钢条固定这四条曲线，这种钢条加工成矩形产品按面积计算，每单位面积25元，请你帮助工人师傅计算一下，所需钢条一共花多少钱？



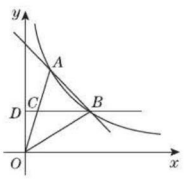
（第8题）

题型3 利用点的坐标及面积公式求面积

9. 【中考·菏泽】如图，一次函数 $y=kx+b$ 与反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象在第一象限交于 A，B 两点，B 点的坐标为 $(3,2)$，连接 OA，OB，过点 B 作 $BD\perp y$ 轴，垂足为 D，交 OA 于 C，若 $OC=CA$，求：

(1)一次函数和反比例函数的表达式；

(2)$\triangle AOB$ 的面积.



（第9题）

更多提分招数详见《极速提分法》第19页.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

26.2　实际问题与反比例函数

第1课时　建立反比例函数模型解实际问题

名师点金

用反比例函数解决实际问题的步骤：

1. 审清题意，找出问题中的常量、变量（有时常量、变量以图象的形式给出），并且厘清常量与变量之间的关系；
2. 根据常量与变量之间的关系，设出反比例函数解析式；
3. 利用**待定系数法**确定函数解析式，并注意自变量的取值范围；
4. 利用反比例函数的图象与性质解决实际问题.

1 夯实基础·逐点练 ☞（答案见119页）

知识点1　实际问题中的反比例函数关系式

1. 某汽车的油箱一次加满汽油45 L，可行驶 y km，设该汽车每行驶100 km耗油 x L，则 y 关于 x 的函数解析式为_____.

2. 电是商品，可以提前预购. 小明家用购电卡购买800 kW·h的电，那么这些电能够用的天数 n（天）与小明家平均每天的用电量 m（kW·h）之间的函数解析式为_____；如果平均每天用电4 kW·h，那么这些电可用_____天.

3. 【中考·临沂】已知甲、乙两地相距20 km，汽车从甲地匀速行驶到乙地，则汽车行驶时间 t（单位：h）关于行驶速度 v（单位：km/h）的函数关系式是（　　）

A. $t=20v$　　B. $t=\dfrac{20}{v}$　　C. $t=\dfrac{v}{20}$　　D. $t=\dfrac{10}{v}$

4. 小华以每分 x 个字的速度书写，y min写了300个字，则 y 与 x 的函数关系式为（　　）

A. $y=\dfrac{300}{x}$　　B. $y=300x$

C. $x+y=300$　　D. $y=\dfrac{300-x}{x}$

5. 用规格为50 cm×50 cm的地板砖密铺客厅恰好需要60块. 如果改用规格为 a cm×a cm的地板砖 y 块也恰好能密铺该客厅，那么 y 与 a 之间的关系式为（　　）

A. $y=\dfrac{150\,000}{a^2}$　　B. $y=\dfrac{150\,000}{a}$

C. $y=150\,000a^2$　　D. $y=150\,000a$

知识点2　实际问题中的反比例函数的图象

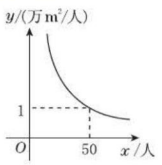
6. 【中考·海南】某村耕地总面积为50万 m^2，且该村人均耕地面积 y（单位：万 m^2/人）与总人口 x（单位：人）的函数图象如图所示，则下列说法正确的是（　　）

A. 该村人均耕地面积随总人口的增多而增多

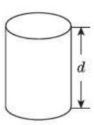
B. 该村人均耕地面积 y 与总人口 x 成正比例

C. 若该村人均耕地面积为2 m^2，则总人口有100人

D. 当该村总人口为50人时，人均耕地面积为1万 m^2

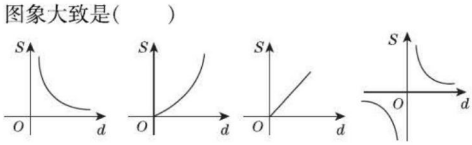


（第6题）



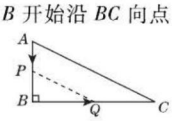
（第7题）

7. 【中考·宜昌】如图，市煤气公司计划在地下修建一个容积为 10^4 m^3 的圆柱形煤气储存室，则储存室的底面积 S（单位：m^2）与其深度 d（单位：m）的函数图象大致是（　　）

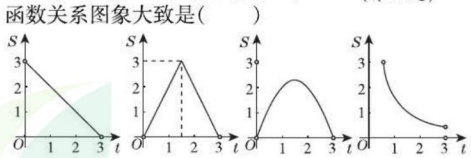


A　　B　　C　　D

8. 【2018·孝感】如图，在△ABC中，$\angle B=90°$，$AB=3$ cm，$BC=6$ cm，动点 P 从点 A 开始沿 AB 向点 B 以1 cm/s的速度移动，动点 Q 从点 B 开始沿 BC 向点 C 以2 cm/s的速度移动. 若 P，Q 两点分别从 A，B 两点同时出发，P 点到达 B 点运动停止，则△PBQ 的面积 S 与出发时间 t 的函数关系图象大致是（　　）



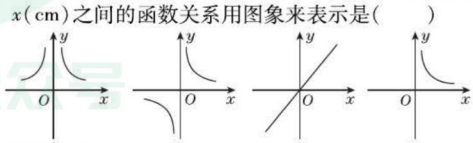
（第8题）



A　　B　　C　　D

易错点　忽视自变量的实际意义造成错误

9. 三角形的面积为8 cm^2，底边上的高 y（cm）与底边长 x（cm）之间的函数关系用图象来表示是（　　）



A　　B　　C　　D

趣味数学　祖冲之是我国南北朝时期杰出的数学家、天文学家. 祖冲之的祖父名叫祖昌，在刘宋朝做了一个管理朝廷建筑的官员. 祖冲之长在这样的家庭里，（待续）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见119页）

考查角度① 利用反比例函数解行程问题

10. 【2019 · 杭州】方方驾驶小汽车匀速地从A地行驶到B地，行驶里程为480千米，设小汽车的行驶时间为t（单位：小时），行驶速度为v（单位：千米/小时），且全程速度限定为不超过120千米/小时.

（1）求v关于t的函数解析式.

（2）方方上午8点驾驶小汽车从A地出发.

①方方需在当天12点48分至14点（含12点48分和14点）间到达B地，求小汽车行驶速度v的范围.

②方方能否在当天11点30分前到达B地？说明理由.

考查角度② 利用反比例函数解工程问题

11. 【2018 · 杭州】已知一艘轮船上装有100吨货物，轮船到达目的地后开始卸货，设平均卸货速度为v（单位：吨/小时），卸完这批货物所需的时间为t（单位：小时）.

（1）求v关于t的函数解析式；

（2）若要求不超过5小时卸完船上的这批货物，那么平均每小时至少要卸货多少吨？

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见119页）

拔尖角度① 利用反比例函数解几何问题

12. 【中考 · 杭州】在面积都相等的所有矩形中，当其中一个矩形的一边长为1时，它的另一边长为3.

（1）设矩形的相邻两边长分别为x，y，

①求y关于x的函数解析式；

②当$y\geqslant 3$时，求x的取值范围.

（2）圆圆说其中有一个矩形的周长为6，方方说有一个矩形的周长为10，你认为圆圆和方方的说法对吗？为什么？

拔尖角度② 利用反比例函数解销售问题

13. 甲、乙两家商场进行促销活动，甲商场采用“每满200元减100元”的促销方式，即购买商品的总金额满200元但不足400元，少付100元；满400元但不足600元，少付200元……乙商场按顾客购买商品的总金额打六折促销.

（1）若顾客在甲商场购买了510元的商品，付款时应付多少钱？

（2）若顾客在甲商场购买商品的总金额为x（$400\leqslant x<600$）元，优惠后得到商家的优惠率为$p\left(p=\dfrac{\text{优惠金额}}{\text{购买商品的总金额}}\right)$，写出$p$与$x$之间的函数关系式，并说明$p$随$x$的变化情况.

（3）品牌、质量、规格等都相同的某种商品，在甲、乙两家商场的标价都是a（$200\leqslant a<400$）元，你认为选择哪家商场购买商品花钱较少？请说明理由.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时　建立反比例函数模型解跨学科问题

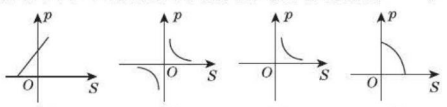
名师点金

在利用反比例函数解决其他学科问题时，要根据题目中的实际意义结合该学科具有的特性，找出各变量的关系，建立反比例函数模型，再根据需要利用反比例函数的性质解决问题.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见119页)

知识点1 物理力学、热学中的反比例函数

1. 物理学知识告诉我们，一个物体受到的压强 p 与所受压力 F 及受力面积 S 之间的计算公式为 $p=\frac{F}{S}$. 当一个物体所受压力为定值时，该物体所受压强 p 与受力面积 S 之间的关系用图象表示大致为(　　)

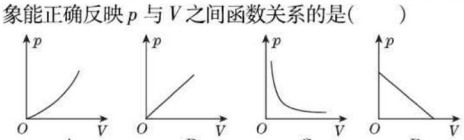


A　　B　　C　　D

2. 【2019·孝感】公元前3世纪，古希腊科学家阿基米德发现了杠杆平衡，后来人们把它归纳为“杠杆原理”，即阻力×阻力臂＝动力×动力臂. 小伟欲用撬棍撬动一块石头，已知阻力和阻力臂分别是1 200 N和0.5 m，则动力 F(单位：N)关于动力臂 l(单位：m)的函数解析式正确的是(　　)

A. $F=\frac{1\,200}{l}$　　B. $F=\frac{600}{l}$　　C. $F=\frac{500}{l}$　　D. $F=\frac{0.5}{l}$

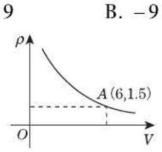
3. 根据物理学家波义耳1662年的研究结果，在温度不变的情况下，气球内气体的压强 p(Pa)与它的体积 V(m^3)的乘积是一个常数 k，即 $pV=k$(k 为常数，$k>0$)，下列图象能正确反映 p 与 V 之间函数关系的是(　　)



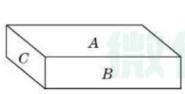
A　　B　　C　　D

4. 在一个可以改变体积的密闭容器内有一定质量的某种气体，当改变容器的体积时，气体的密度也随之改变，密度 ρ(单位：kg/m^3)与体积 V(单位：m^3)满足函数关系式 $\rho=\frac{k}{V}$(k 为常数，$k\neq0$)，其图象如图所示，则 k 的值为(　　)

A. 9　　B. −9　　C. 4　　D. −4



(第4题)



(第5题)

5. 【2018·宜昌】如图，一块砖的 A，B，C 三个面的面积比为4∶2∶1. 如果 A，B，C 面分别向下放在地上，地面所受压强为 p_1，p_2，p_3，压强的计算公式为 $p=\frac{F}{S}$，其中 p 是压强，F 是压力，S 是受力面积，则 p_1，p_2，p_3 的大小关系正确的是(　　)

A. $p_1>p_2>p_3$　　B. $p_1>p_3>p_2$

C. $p_2>p_1>p_3$　　D. $p_3>p_2>p_1$

知识点2 物理电学中的反比例函数

6. 用电器的输出功率 P 与通过的电流 I、用电器的电阻 R 之间的关系式是 $P=I^2R$，下列说法正确的是(　　)

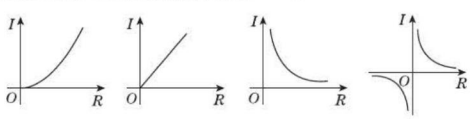
A. P 为定值时，I 与 R 成反比例

B. P 为定值时，I^2 与 R 成反比例

C. P 为定值时，I 与 R 成正比例

D. P 为定值时，I^2 与 R 成正比例

7. 【中考·台州】已知电流 I(安培)、电压 U(伏特)、电阻 R(欧姆)之间的关系为 $I=\frac{U}{R}$，当电压为定值时，I 关于 R 的函数图象是(　　)



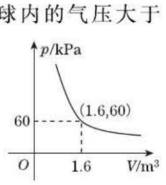
A　　B　　C　　D

易错点 不考虑反比例函数的增减性造成错误

8. 某气球内充满了一定质量的气体，当温度不变时，气球内气体的气压 p(kPa)是气体体积 V(m^3)的反比例函数，其图象如图所示. 当气球内的气压大于120 kPa时，气球将爆炸. 为了安全起见，气球的体积应(　　)

A. 不小于 $\frac{5}{4}$ m^3　　B. 大于 $\frac{5}{4}$ m^3

C. 不小于 $\frac{4}{5}$ m^3　　D. 小于 $\frac{4}{5}$ m^3



(第8题)

趣味数学　谜语：0000(打一成语)　谜底：万无一失

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见119页）

考查角度1 利用反比例函数解决电学问题

9. 某蓄电池的电压 U（V）为定值，使用此电源时，电流 I（A）和电阻 R（Ω）成反比例函数关系，且当 $I=4$ A 时，$R=5$ Ω.

（1）此蓄电池的电压是多少？请你写出这一函数的表达式.

（2）当电流为5 A时，电阻是多少？

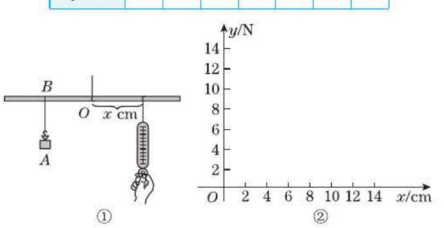
（3）当电阻是10 Ω时，电流是多少？

（4）如果以此蓄电池为电源的用电器限制电流不超过10 A，那么用电器的可变电阻应该控制在什么范围内？

考查角度2 利用反比例函数解决复杂的杠杆问题

10. 如图①，小华设计了一个探究杠杆平衡条件的试验：在一根匀质的木杆中点 O 左侧固定位置 B 处悬挂重物 A，在中点 O 右侧用一个弹簧秤向下拉直到木杆平衡，改变弹簧秤与点 O 的距离 x（cm），观察弹簧秤的示数 y（N）的变化情况. 试验数据记录如下：

x/cm	…	4	6	8	10	12	…
y/N	…	12	8	6	4.8	4	…



（第10题）

（1）把上表中 x，y 的各组对应值作为点的坐标，在如图②所示的坐标系中描出相应的点，用平滑的曲线连接这些点并观察所得的图象，猜测 y（N）与 x（cm）之间的函数关系，并求出函数关系式（不用写出 x 的取值范围）.

（2）当弹簧秤的示数为5 N时，弹簧秤与点 O 的距离是多少？随着弹簧秤与点 O 的距离不断减小，弹簧秤的示数将发生怎样的变化？

考查角度3 利用多种函数的性质解决热学问题

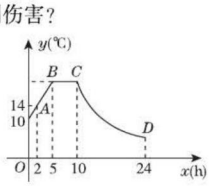
11. 【2018·乐山】某蔬菜生产基地的气温较低时，用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种蔬菜. 如图是试验阶段的某天恒温系统从开启到关闭后，大棚内的温度 y（℃）与时间 x（h）之间的函数关系，其中线段 AB，BC 表示恒温系统开启阶段，双曲线的一部分 CD 表示恒温系统关闭阶段.

请根据图中信息解答下列问题：

（1）求这天的温度 y 与时间 x（$0\leqslant x\leqslant 24$）的函数表达式；

（2）求恒温系统设定的恒定温度；

（3）若大棚内的温度低于10 ℃时，蔬菜会受到伤害. 问这天内，恒温系统最多可以关闭多少小时，才能使蔬菜避免受到伤害？



（第11题）

更多提分招数详见《极速提分法》第12页.

谜语：八分之七（打一成语） 谜底：七上八下

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心方法专训

求反比例函数表达式的六种方法 ☞(答案见120页)

名师点金

求反比例函数的表达式,关键是确定比例系数k的值.求比例系数k的值,可以根据反比例函数的定义及性质列方程、不等式求解,可以根据图象中点的坐标求解,可以直接根据数量关系列表达式,也可以利用待定系数法求解,还可以利用比例系数k的几何意义求解.其中**待定系数法**是常用方法.

方法1　利用反比例函数的定义求表达式

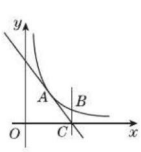
1. 若$y=(m+3)x^{m^2-10}$是反比例函数,试求其函数表达式.

方法2　利用反比例函数的性质求表达式

2. 已知函数$y=(n+3)x^{n^2+2n-9}$是反比例函数,且其图象所在的每一个象限内,y随x的增大而减小,求此函数的表达式.

方法3　利用反比例函数的图象求表达式

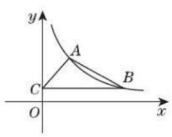
3. 【2018·黄冈】如图,反比例函数$y=\frac{k}{x}(x>0)$过点$A(3,4)$,直线AC与x轴交于点$C(6,0)$,过点C作x轴的垂线BC交反比例函数图象于点B.
(1)求k的值与B点的坐标;
(2)在平面内有点D,使得以A,B,C,D四点为顶点的四边形为平行四边形,试写出符合条件的所有D点的坐标.



(第3题)

方法4　利用待定系数法求表达式

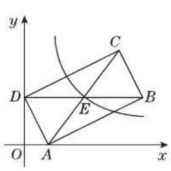
4. 【2018·岳阳】如图,某反比例函数图象的一支经过点$A(2,3)$和点B(点B在点A的右侧),作$BC\perp y$轴,垂足为点C,连接AB,AC.
(1)求该反比例函数的表达式;
(2)若$\triangle ABC$的面积为6,求直线AB的表达式.



(第4题)

方法5　利用图形的面积求表达式

5. 【2019·重庆】如图,在平面直角坐标系中,矩形$ABCD$的顶点A,D分别在x轴、y轴上,对角线$BD\parallel x$轴,反比例函数$y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$的图象经过矩形对角线的交点E.若点$A(2,0)$,$D(0,4)$,则k的值为(　　)
A. 16
B. 20
C. 32
D. 40



(第5题)

方法6　利用实际问题中的数量关系求表达式

6. 某运输队要运300 t物资到江边防洪.
(1)运输时间t(单位:h)与运输速度v(单位:t/h)之间有怎样的函数关系?
(2)运了一半时,接到防洪指挥部命令,剩下的物资要在2 h之内运到江边,则运输速度至少为多少?

更多提分招数详见《极速提分法》第15页.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

全章热门考点整合应用

☞（答案见121页）

名师点金

反比例函数及其图象、性质是历年来中考的热点，既有与本学科知识的综合，也有与其他学科知识的综合，题型既有选择、填空，也有解答类型. 其热门考点可概括为：一个概念，两个方法，两个应用及一个技巧.

考点1 一个概念——反比例函数

1. 若 $y=(m-1)x^{|m|-2}$ 是反比例函数，则 m 的取值为（　　）

A. 1　　B. -1

C. ±1　　D. 任意实数

2. 某学校到县城的路程为5 km，一同学骑车从学校到县城的平均速度 v(km/h)与所用时间 t(h)之间的函数解析式是（　　）

A. $v=5t$　　B. $v=t+5$

C. $v=\dfrac{5}{t}$　　D. $v=\dfrac{t}{5}$

3. 判断下面哪些式子表示 y 是 x 的反比例函数：

①$xy=-\dfrac{1}{3}$；②$y=5-x$；③$y=\dfrac{-2}{5x}$；④$y=\dfrac{2a}{x}$（a 为常数且 $a\neq0$）.

其中_____是反比例函数（填序号）.

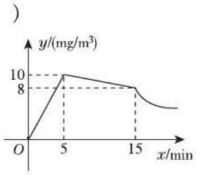
考点2 两个方法

方法1 画反比例函数图象的方法

4. 【2018·聊城】春季是传染病多发的季节，积极预防传染病是学校高度重视的一项工作，为此，某校对学生宿舍采取喷洒药物进行消毒. 在对某宿舍进行消毒的过程中，先经过5 min的集中药物喷洒，再封闭宿舍10 min，然后打开门窗进行通风，室内空气中的含药量 y(mg/m³)与药物在空气中的持续时间 x(min)之间的函数关系，在打开门窗通风前分别满足两个一次函数，在通风后又成反比例，如图所示. 下面四个选项中错误的是（　　）

A. 经过5 min集中喷洒药物，室内空气中的含药量最高达到10 mg/m³

B. 室内空气中的含药量不低于8 mg/m³的持续时间达到了11 min



（第4题）

C. 当室内空气中的含药量不低于5 mg/m³且持续时间不低于35分钟时，才能有效杀灭某种传染病毒，此次消毒完全有效

D. 当室内空气中的含药量低于2 mg/m³时，对人体才是安全的，所以从室内空气中的含药量达到2 mg/m³开始，需经过59 min后，学生才能进入室内

5. 已知 y 与 x 的部分对应取值如下表所示：

x	…	−6	−5	−4	−3	−2	−1	1	2	3	4	5	6	…
y	…	1	1.2	1.5	2	3	6	−6	−3	−2	−1.5	−1.2	−1	…

（1）试猜想 y 与 x 的函数关系可能是你学过的哪类函数，并写出这个函数的解析式；

（2）画出这个函数的图象.

方法2 求反比例函数解析式的方法

6. 已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y=x+b$ 的图象在第一象限内相交于点 $A(1,-k+4)$. 试确定这两个函数的解析式.

为了创造一种健康的哲学，你应该抛弃形而上学，但要成为一个好数学家. ——伯特兰·罗素

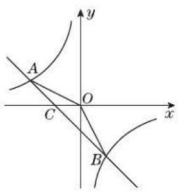
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 【中考·内江】如图，已知$A(-4,2)$，$B(n,-4)$两点是一次函数$y=kx+b$和反比例函数$y=\frac{m}{x}$图象的两个交点.

(1)求一次函数和反比例函数的解析式；

(2)求$\triangle AOB$的面积；

(3)观察图象，直接写出不等式$kx+b-\frac{m}{x}>0$的解集.



（第7题）

考点3 两个应用

应用1 反比例函数图象和性质的应用

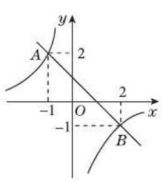
8. 【2019·衡阳】如图，一次函数$y_1=kx+b(k\neq0)$的图象与反比例函数$y_2=\frac{m}{x}(m$为常数且$m\neq0)$的图象都经过$A(-1,2)$，$B(2,-1)$，结合图象，则不等式$kx+b>\frac{m}{x}$的解集是(　　)

A. $x<-1$

B. $-1<x<0$

C. $x<-1$或$0<x<2$

D. $-1<x<0$或$x>2$



（第8题）

9. 画出反比例函数$y=\frac{6}{x}$的图象，并根据图象回答问题：

(1)根据图象指出当$y=-2$时x的值；

(2)根据图象指出当$-2<x<1$且$x\neq0$时y的取值范围；

(3)根据图象指出当$-3<y<2$且$y\neq0$时x的取值范围.

应用2 反比例函数的实际应用

10. 某厂仓库储存了部分原料，按原计划每时消耗2 t，可用60 h. 由于技术革新，实际生产能力有所提高，即每时消耗的原料量大于计划消耗的原料量. 设现在每时消耗原料x(单位：t)，库存的原料可使用的时间为y(单位：h).

(1)写出y关于x的函数解析式，并求出自变量的取值范围；

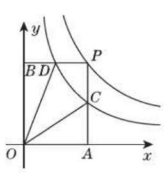
(2)若恰好经过24 h才有新的原料进厂，为了使机器不停止运转，则x应控制在什么范围内？

考点4 一个技巧——用k的几何性质巧求图形的面积

11. 【中考·东营】如图是函数$y=\frac{3}{x}$与函数$y=\frac{6}{x}$在第一象限内的图象，点P是$y=\frac{6}{x}$的图象上一动点，$PA\perp x$轴于点A，交$y=\frac{3}{x}$的图象于点C，$PB\perp y$轴于点B，交$y=\frac{3}{x}$的图象于点D.

(1)求证：点D是BP的中点；

(2)求四边形$ODPC$的面积.



（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

27.1 图形的相似

第1课时 相似图形及成比例线段

名师点金

判断四条线段是否是成比例线段的方法

先将线段长度统一单位并按长度的大小排序，然后，方法1，判断前两条线段的比是否与后两条线段的比相等；方法2，判断最长的线段与最短的线段的乘积是否与另外两条线段的乘积相等. 若相等，则这四条线段为成比例线段；若不相等，则这四条线段为不成比例线段. 可简记为："一排（排顺序）、二算（算比值或乘积）、三判（判断是否是成比例线段）".

1 夯实基础·逐点练 ☞（答案见121页）

知识点1 相似图形

1. 下列说法中，不正确的是（　　）

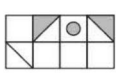
A. 同一版的8开中国地图与32开中国地图相似

B. 亮亮4岁时的照片与16岁时的照片相似

C. 用放大镜看到的图形与原图形相似

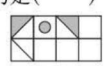
D. 所有的圆都相似

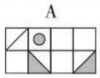
2. 下列和如图所示的图形形状相似的是（　　）

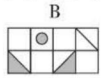


（第2题）

A 

B 

C 

D 

知识点2 两条线段的比

3. 【中考·娄底】湖南地图出版社首发的竖版《中华人民共和国地图》，将南海诸岛与中国大陆按同比例尺1∶6 700 000表示出来，使读者能够全面、直观地认识我国版图，若在这种地图上量得我国南北的图上距离是82.09 cm，则我国南北的实际距离大约是_____km（结果精确到1 km）.

4. 已知线段AB，在BA的延长线上取一点C，使$CA=3AB$，则线段CA与线段CB的比为（　　）

A. 3∶4　　B. 2∶3　　C. 3∶5　　D. 1∶2

知识点3 成比例线段

5. 下列四组线段中，是成比例线段的是（　　）

A. 3 cm，4 cm，5 cm，6 cm　B. 4 cm，8 cm，3 cm，5 cm

C. 5 cm，15 cm，2 cm，6 cm　D. 8 cm，4 cm，1 cm，3 cm

6. 四条线段a,b,c,d成比例（即$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$），其中$a=3$ cm，$d=4$ cm，$c=6$ cm，则b等于（　　）

A. 8 cm　　B. $\frac{9}{2}$ cm　　C. $\frac{2}{9}$ cm　　D. 2 cm

7. 【中考·六盘水】矩形的两边长分别为a,b，下列数据能构成黄金矩形（黄金矩形的宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$）的是（　　）

A. $a=4,b=\sqrt{5}+2$　　B. $a=4,b=\sqrt{5}-2$

C. $a=4,b=\sqrt{5}+1$　　D. $a=2,b=\sqrt{5}-1$

知识点4 比例的性质

8. 【2018·白银】已知$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}(a\neq0,b\neq0)$，下列变形错误的是（　　）

A. $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$　　B. $2a=3b$　　C. $\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$　　D. $3a=2b$

9. 【中考·东营】若$\frac{y}{x}=\frac{3}{4}$，则$\frac{x+y}{x}$的值为（　　）

A. 1　　B. $\frac{4}{7}$　　C. $\frac{5}{4}$　　D. $\frac{7}{4}$

10. 【中考·牡丹江】若$x:y=1:3,2y=3z$，则$\frac{2x+y}{z-y}$的值是（　　）

A. -5　　B. $-\frac{10}{3}$　　C. $\frac{10}{3}$　　D. 5

11. 已知三个数$2,\sqrt{2},4$. 如果再添加一个数，使这四个数成比例，则添加的数是（　　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$或$\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $2\sqrt{2},4\sqrt{2}$或$8\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}$或$4\sqrt{2}$

12. 【2018·成都】已知$\frac{a}{6}=\frac{b}{5}=\frac{c}{4}$，且$a+b-2c=6$，则$a$的值为_____.

易错点 忽视线段成比例的顺序性

13. 已知线段$a=3,b=5,c=7$，则a,b,c的第四比例项$x=$_____.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

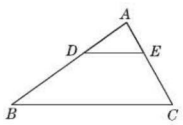
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见121页)

考查角度1 利用成比例线段的定义判断线段成比例

14. 如图,在△ABC中,$AB=24$,$AE=6$,$EC=10$,$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$.

(1)求AD的长;

(2)试说明$\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{EC}$.



(第14题)

考查角度2 利用比例的性质求线段长

15. 已知线段a,b,c满足$\frac{a}{3}=\frac{b}{2}=\frac{c}{6}\neq 0$,且$a+2b+c=26$.

(1)求线段a,b,c的长;

(2)若线段x与线段a,b存在$x^2=ab$的大小关系,求x.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见121页)

拔尖角度1 利用比例的性质求三角形的边长(参数法)

16. 已知a,b,c是△ABC的三边长,且$\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}\neq 0$,

(1)求$\frac{2a+b}{3c}$的值;

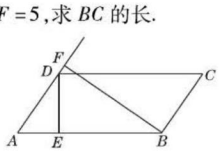
(2)若△ABC的周长为90,求各边的长.

拔尖角度2 利用面积法证明成比例线段

17. 如图,在平行四边形$ABCD$中,$DE\perp AB$于点E,$BF\perp AD$,交AD的延长线于点F.

(1)AB,BC,BF,DE这四条线段是否成比例?如果不是,请说明理由;如果是,请写出比例式.

(2)若$AB=10$,$DE=2.5$,$BF=5$,求BC的长.



(第17题)

趣味数学 欧几里得的《原本》,在系统地建立了与全等形有关的知识体系后,专门有两卷研究了比例论和相似图形.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　相似多边形

名师点金

1. 相似多边形的定义是判断两个多边形是否相似的依据，即在多边形中，只有“边数相同”“角分别相等”“边成比例”这三个条件同时成立时，才能说明这两个多边形是相似多边形.
2. 相似比的值与两个多边形的前后顺序有关.
3. 相似比为1的两个相似多边形是全等多边形.

1 夯实基础·逐点练

（答案见122页）

知识点1 相似多边形的定义

1. 下列说法中正确的是(　　)

A. 对应角相等的多边形一定是相似多边形

B. 对应边的比相等的多边形是相似多边形

C. 边数相同的多边形是相似多边形

D. 对应角相等、对应边成比例的多边形是相似多边形

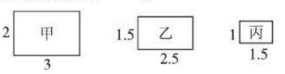
2. 如图，在三个矩形中，相似的是(　　)

A. 甲和丙

B. 甲和乙

C. 乙和丙

D. 甲、乙和丙



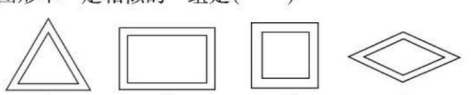
（第2题）

3. 下列四组图形中，一定相似的是(　　)

A. 正方形与矩形　　B. 正方形与菱形

C. 菱形与菱形　　D. 正五边形与正五边形

4. 两个等边三角形、两个矩形、两个正方形、两个菱形各成一组，每组中的一个图形在另一个图形的内部，对应边平行，且对应边之间的距离都相等，那么两个图形不一定相似的一组是(　　)



知识点2 相似多边形的性质

5. 【2018·重庆】要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形的三边长分别为5 cm，6 cm和9 cm，另一个三角形的最短边长为2.5 cm，则它的最长边长为(　　)

A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 4.5 cm　　D. 5 cm

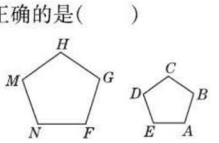
6. 如图，正五边形 $FGHMN$ 与正五边形 $ABCDE$ 相似，若 $AB:FG=2:3$，则下列结论正确的是(　　)

A. $2DE=3MN$

B. $3DE=2MN$

C. $3\angle A=2\angle F$

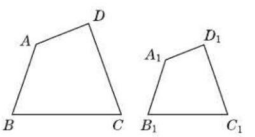
D. $2\angle A=3\angle F$



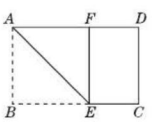
（第6题）

7. 如图，四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似，$AB=12$，$CD=15$，$A_1B_1=9$，则 C_1D_1 的长是(　　)

A. 10　　B. 12　　C. $\frac{45}{4}$　　D. $\frac{36}{5}$



（第7题）



（第8题）

8. 如图，已知矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，在 BC 上取一点 E，沿 AE 将 $\triangle ABE$ 向上折叠，使 B 点落在 AD 边上的 F 点处，若四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似，则 AD 等于(　　)

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{5}+1$　　C. 4　　D. $2\sqrt{3}$

9. 【2018·重庆】制作一块3 m×2 m长方形广告牌的成本是120元，在每平方米制作成本相同的情况下，若将此广告牌的四边都扩大为原来的3倍，那么扩大后长方形广告牌的成本是(　　)

A. 360元　　B. 720元　　C. 1 080元　　D. 2 160元

知识点3 相似比

10. 如果两个相似多边形的一组对应边长分别为3 cm和2 cm，那么它们的相似比是(　　)

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{6}{5}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{9}{4}$

11. 六边形 $ABCDEF$ 与六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 相似，若对应边 AB 与 $A'B'$ 的长分别为50 cm和40 cm，则六边形 $A'B'C'D'E'F'$ 与六边形 $ABCDEF$ 的相似比是(　　)

A. 5∶4　　B. 4∶5　　C. 5∶2　　D. 2∶$\sqrt{5}$

易错点 对相似多边形的概念理解不透彻

12. 把一个多边形按1∶3的比例尺缩小，则下列说法正确的是(　　)

A. 各边都扩大到原来的3倍

B. 各边和各角都缩小到原来的$\frac{1}{3}$

C. 各边和各角都扩大到原来的3倍

D. 各边都缩小到原来的$\frac{1}{3}$，各角不变

几何学的发展史：几何学和算术一样产生于实践，也可以说几何学产生的历史和算术是相似的. 在远古时代，人们在实践中积累了十分丰富的各种平面、直线、方、圆、长、短、宽、窄、厚、薄等概念.（待续）

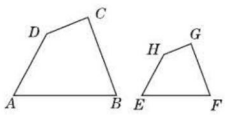
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见122页)

考查角度1 利用相似多边形的性质求边长和角的度数

13. 如图,四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似,$\angle A=62°$,$\angle B=70°$,$\angle H=140°$,$AD=18$,$EF=15$,$FG=14$,$EH=12$,求 $\angle G$ 的度数及 AB,BC 的长.



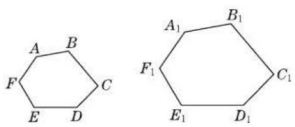
(第13题)

考查角度2 利用相似多边形的相似比求边长

14. 如图,多边形 $ABCDEF$ 与多边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 相似,其中 A,B,C,D,E,F 的对应点分别为 A_1,B_1,C_1,D_1,E_1,F_1,$\angle A=\angle D_1=135°$,$\angle B=\angle E_1=120°$,$\angle C_1=95°$.

(1)求 $\angle F$ 的度数;

(2)如果多边形 $ABCDEF$ 和多边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的相似比是 1 ∶ 1.5,且 $CD=15$ cm,求 C_1D_1 的长度.



(第14题)

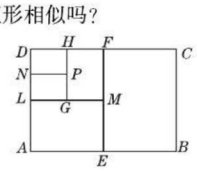
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见122页)

拔尖角度1 利用折叠探究多边形的相似问题

15. 如图,将一张长、宽之比为 $\sqrt{2}$ ∶ 1 的矩形纸 $ABCD$ 依次不断对折,可以得到矩形 $BCFE$,$AEML$,$GMFH$,$LGPN$.

(1)判断矩形 $ABCD$,$BCFE$,$AEML$,$GMFH$,$LGPN$ 的长、宽之比是否相等,并说明理由;

(2)你认为这些大小不同的矩形相似吗?



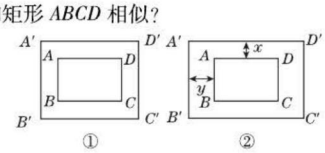
(第15题)

拔尖角度2 利用相似多边形的定义和性质探究实际应用题(数形结合思想)

16. 在 $AB=20$ m,$AD=30$ m 的矩形花坛四周修筑小路.

(1)如果四周的小路的宽均相等,都是 x m,如图①,那么小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 相似吗?请说明理由;

(2)如果相对着的两条小路的宽均相等,宽度分别为 x m,y m,如图②,试问小路的宽 x 与 y 的比值为多少时,能使得小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 相似?



(第16题)

趣味数学　并且逐步认识了这些概念之间的关系及各种位置关系和数量关系,这些后来就成了几何学的基本概念.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

27.2 相似三角形

第1课时 相似三角形及平行线分线段成比例

名师点金

1.在应用平行线分线段成比例的基本事实时，要注意对应线段是指两条平行线所截的线段；

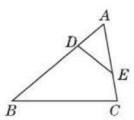
2.利用平行线分线段成比例的基本事实求线段的长时，先确定图中的平行线，由此联想到线段之间的关系，结合待求线段写出一个含有它们的比例式，再利用比例式求解.

1 夯实基础·逐点练 ☞（答案见122页）

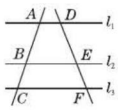
知识点1 相似三角形

1. 如图，$\triangle ABC \backsim \triangle AED$，$\angle ADE = 80°$，$\angle A = 60°$，则$\angle C$等于（　　）

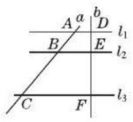
A. 40°　　B. 60°　　C. 80°　　D. 100°



（第1题）



（第3题）



（第4题）

2. 【2019·兰州】已知$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，$AB = 8$，$A'B' = 6$，则$\frac{BC}{B'C'} =$（　　）

A. 2　　B. $\frac{4}{3}$　　C. 3　　D. $\frac{16}{9}$

知识点2 平行线分线段成比例的基本事实

3. 如图，$l_1 // l_2 // l_3$，下列比例式不成立的是（　　）

A. $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$　　B. $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$

C. $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{CF}$　　D. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

4. 【2019·淮安】如图，$l_1 // l_2 // l_3$，直线a，b与l_1，l_2，l_3分别相交于点A，B，C和点D，E，F. 若$AB = 3$，$DE = 2$，$BC = 6$，则$EF =$ _____.

知识点3 平行线分线段成比例的基本事实的推论

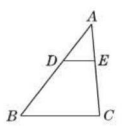
5. 【中考·兰州】如图，在$\triangle ABC$中，$DE // BC$，若$\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$，则$\frac{AE}{EC}$等于（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{5}$

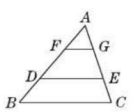
6. 如图，在$\triangle ABC$中，$FG // DE // BC$，已知$DF = 3$，$AG = EC = 2$，则下列四个等式中一定正确的是（　　）

A. $FG \cdot DE = 6$　　B. $DB \cdot GE = 6$

C. $FG : DE = 2 : 3$　　D. $CE : DB = 3 : 2$



（第5题）



（第6题）

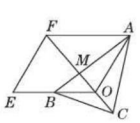
7. 【2018·德阳】如图，四边形$AOEF$是平行四边形，点B为OE的中点，延长FO至点C，使$OC = \frac{1}{3}FO$，连接AB，AC，BC，则在$\triangle ABC$中，$S_{\triangle ABO} : S_{\triangle AOC} : S_{\triangle BOC} =$（　　）

A. 6 : 2 : 1　　B. 3 : 2 : 1

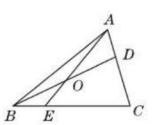
C. 6 : 3 : 2　　D. 4 : 3 : 2

8. 【2019·凉山州】如图，在$\triangle ABC$中，D在AC边上，$AD : DC = 1 : 2$，O是BD的中点，连接AO并延长交BC于E，则$BE : EC =$（　　）

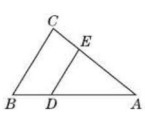
A. 1 : 2　　B. 1 : 3　　C. 1 : 4　　D. 2 : 3



（第7题）



（第8题）



（第9题）

易错点 运用平行线分线段成比例的基本事实的推论时找不准对应关系

9. 如图，在$\triangle ABC$中，$DE // BC$，以下结论正确的是（　　）

A. $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{BD}$　　B. $\frac{AE}{AC} = \frac{BD}{AB}$

C. $\frac{AE}{CE} = \frac{AD}{BD}$　　D. $\frac{AC}{CE} = \frac{AD}{BD}$

人类对相似形的研究和应用，有着悠久的历史，古希腊数学家泰勒斯是希腊几何学的先驱，约早于欧几里得300年，他已经开始了对全等三角形和相似三角形的研究.（待续）

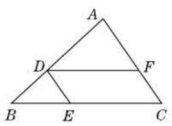
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见122页)

考查角度1 利用平行线分线段成比例求线段的长

10. 如图,在△ABC中,点D,E,F分别在边AB,BC,CA上,$DE/\!/AC$,$DF/\!/BC$.如果$BE=6$ cm,$EC=10$ cm,$FA-FC=3$ cm,求FC的长.

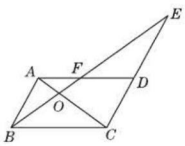


(第10题)

考查角度2 利用平行线分线段成比例证比例线段

11. 如图,E为▱$ABCD$的边CD的延长线上一点,连接BE,交AC于O,交AD于F.

求证:$BO^2=OF\cdot OE$.

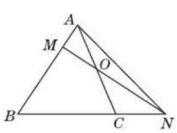


(第11题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见122页)

拔尖角度1 利用平行线分线段成比例求比例

12. 【中考 · 邵阳】如图,在△ABC中,点O是AC上一点,过点O的直线与AB,BC的延长线分别相交于点M,N.若点O是AC的中点,$\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$,求$\frac{CN}{BN}$的值.(温馨提示:过点$A$作$MN$的平行线交$BN$的延长线于点$G$)



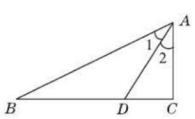
(第12题)

拔尖角度2 利用平行线分线段成比例证明三角形内角平分线定理

13. 三角形内角平分线定理:三角形任意两边之比等于它们夹角的平分线分对边之比.

已知:如图,在△ABC中,AD是角平分线.

求证:$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$.



(第13题)

趣味数学 在他提出的为数不多的几何命题中,就有"两角及其夹边分别相等的两个三角形全等"这样的论述,并根据相似三角形的原理,测量出了埃及金字塔的高度.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

阶段核心技巧专训

平行线分线段成比例常见应用的六种技巧 ☞(答案见123页)

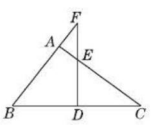
名师点金

利用平行线证比例式或等积式的方法：当比例式或等积式中的线段不在平行线上时，若平行线为一组(两条以上)，可直接利用平行线分线段成比例的基本事实证明；若平行线只有两条，则利用平行线分线段成比例的基本事实的推论证明；当比例式或等积式中的线段不是对应线段时，利用**转化思想，用等线段、等比例、等积替换**进行证明.

整合方法 · 分类练 ☞(答案见123页)

技巧1 等线段代换法证比例式

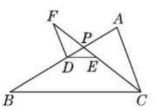
1. 如图，在$\triangle ABC$中，D,E分别是BC和AC上的点，连接DE并延长与BA的延长线交于点F，且$BD=DC$. 求证：$\frac{AE}{EC}=\frac{FA}{FB}$.



(第1题)

技巧2 等积代换法证比例式

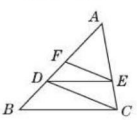
2. 如图，在$\triangle ABC$中，D是AB上一点，E是$\triangle ABC$内一点，$DE\parallel BC$，过点D作AC的平行线交CE的延长线于点F，CF与AB交于点P，求证：$\frac{PE}{PF}=\frac{PA}{PB}$.



(第2题)

技巧3 等比例代换法证比例式

3. 如图，在$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，$EF\parallel CD$. 求证：$\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AD}$.

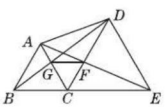


(第3题)

技巧4 平行法证比例式

4. 【中考 · 滨州】如图，已知B,C,E三点在同一条直线上，$\triangle ABC$与$\triangle DCE$都是等边三角形. 其中线段BD交AC于点G，线段AE交CD于点F，连接GF.

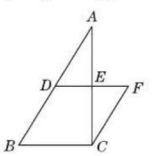
求证：(1)$\triangle ACE\backsim\triangle BCD$；(2)$\frac{AG}{GC}=\frac{AF}{FE}$.



(第4题)

技巧5 等比例过渡法证线段相等

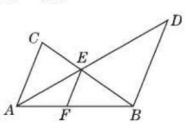
5. 如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$\angle B>\angle A$，点D为边AB的中点，$DE\parallel BC$交AC于点E，$CF\parallel BA$交DE的延长线于点F. 求证：$DE=EF$.



(第5题)

技巧6 同分母的中间比代换法证两个比的值的和为1

6. 如图，已知$AC\parallel FE\parallel BD$，求证：$\frac{AE}{AD}+\frac{BE}{BC}=1$.



(第6题)

更多提分招数详见《极速提分法》第6页.

著名的科学家阿基米德曾讲过："给我一个支点，我能撬动整个地球."假想有一根很长很长的杠杆，加上支点、地球、施力物体，可以组成两个三角形，这就是相似三角形的应用.

趣味数学

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　用平行线判定三角形相似

名师点金

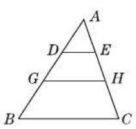
确定相似三角形的对应边和对应角的方法：
1. 有公共角的，公共角一般是对应角；
2. 有对顶角的，对顶角一般是对应角；
3. 相似三角形对应角所对的边是对应边，两个对应角所夹的边是对应边；
4. 相似三角形对应边所对的角是对应角，两条对应边所夹的角是对应角.

1 夯实基础·逐点练 ☞(答案见123页)

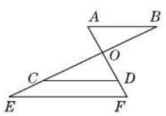
知识点1 平行线判定三角形相似定理

1. 如图，在$\triangle ABC$中，点D，G在AB边上，点E，H在AC边上，$DE/\!/GH/\!/BC$，则图中的相似三角形有(　　)

A. 1对　　B. 2对　　C. 3对　　D. 0对



(第1题)

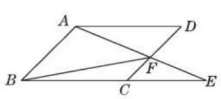


(第2题)

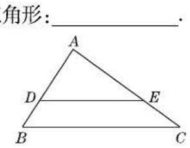
2. 如图，$AB/\!/CD/\!/EF$，则图中相似三角形有(　　)

A. 0对　　B. 1对　　C. 2对　　D. 3对

3. 【2018·邵阳】如图所示，点E是平行四边形$ABCD$的边BC的延长线上一点，连接AE，交CD于点F，连接BF. 写出图中任意一对相似三角形：_____.



(第3题)



(第4题)

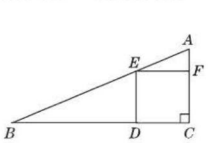
知识点2 相似三角形性质的应用

4. 【2019·贺州】如图，在$\triangle ABC$中，D，E分别是AB，AC边上的点，$DE/\!/BC$，若$AD=2$，$AB=3$，$DE=4$，则BC等于(　　)

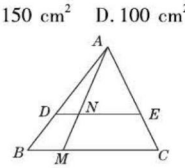
A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

5. 【2019·黔东南州】如图，在一斜边长30 cm的直角三角形木板(即Rt$\triangle ACB$)中截取一个正方形$CDEF$，点D在边BC上，点E在斜边AB上，点F在边AC上. 若$AF:AC=1:3$，则这块木板截取正方形$CDEF$后，剩余部分的面积为(　　)

A. 200 cm^2　　B. 170 cm^2　　C. 150 cm^2　　D. 100 cm^2



(第5题)



(第6题)

6. 【2019·杭州】如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别在AB和AC上，$DE/\!/BC$，M为BC边上一点(不与点B，C重合)，连接AM交DE于点N，则(　　)

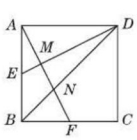
A. $\frac{AD}{AN}=\frac{AN}{AE}$　　B. $\frac{BD}{MN}=\frac{MN}{CE}$

C. $\frac{DN}{BM}=\frac{NE}{MC}$　　D. $\frac{DN}{MC}=\frac{NE}{BM}$

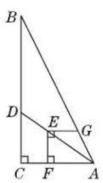
7. 【2018·南通】如图，正方形$ABCD$的边长$AB=2$，E为AB的中点，F为BC的中点，AF分别与DE，BD相交于点M，N，则MN的长为(　　)

A. $\frac{5\sqrt{5}}{6}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}-1$

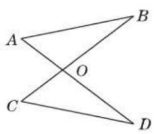
C. $\frac{4\sqrt{5}}{15}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



(第7题)



(第8题)



(第9题)

8. 【2019·安徽】如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$AC=6$，$BC=12$，点D在边BC上，点E在线段AD上，$EF\perp AC$于点F，$EG\perp EF$交AB于点G. 若$EF=EG$，则CD的长为(　　)　　【导学号:8385747】

A. 3.6　　B. 4　　C. 4.8　　D. 5

易错点 对相似三角形的对应关系理解模糊而出错

9. 如图所示，$\triangle AOB\backsim\triangle COD$，下列各式中正确的有(　　)

①$\frac{AB}{CD}=\frac{BO}{CO}$；②$\frac{AB}{CD}=\frac{AO}{DO}$；③$\frac{AO}{OD}=\frac{BO}{CO}$；④$\frac{AO}{CO}=\frac{BO}{DO}$.

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

趣味数学　太阳为人类和自然界的生存与延续提供了宝贵的能源. 可太阳离地球究竟有多远？自古以来，人们就在寻找这一问题的答案.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

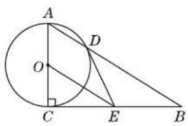
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见123页）

考查角度1 利用平行线判定三角形相似

10. 【2019 · 黄冈】如图，在 Rt△ABC 中，∠ACB = 90°，以 AC 为直径的⊙O 交 AB 于点 D，过点 D 作⊙O 的切线交 BC 于点 E，连接 OE.

（1）求证：△DBE 是等腰三角形；

（2）求证：△COE∽△CAB.



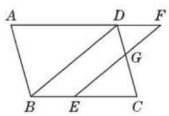
（第10题）

考查角度2 利用平行线判定三角形相似求边长

11. 【中考 · 长春】如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 在边 BC 上，点 F 在边 AD 的延长线上，且 $DF = BE$. EF 与 CD 交于点 G.

（1）求证：BD // EF；

（2）若 $\frac{DG}{GC}=\frac{2}{3}$，$BE=4$，求 EC 的长.



（第11题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见123页）

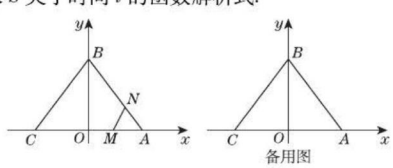
拔尖角度 利用平行线判定相似三角形求函数解析式（方程思想）

12. 【2018 · 绵阳】如图，已知△ABC 的顶点坐标分别为 $A(3,0)$，$B(0,4)$，$C(-3,0)$. 动点 M，N 同时从 A 点出发，M 沿 $A\to C$，N 沿折线 $A\to B\to C$，均以每秒1个单位长度的速度移动. 当一个动点到达终点 C 时，另一个动点也随之停止运动，移动的时间记为 t 秒. 连接 MN.

（1）求直线 BC 的解析式；

（2）移动过程中，将△AMN 沿直线 MN 翻折，点 A 恰好落在 BC 边上点 D 处，求此时 t 值及点 D 的坐标；

（3）当点 M，N 移动时，记△ABC 在直线 MN 右侧部分的面积为 S，求 S 关于时间 t 的函数解析式.



（第12题）

约公元前1世纪成书的《周髀算经》中有陈子测日的记载，陈子是公元前6－7世纪人，与测量金字塔高度的古希腊人泰勒斯是同一时期的人，他利用相似三角形对应边成比例的原理给出了测量公式.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时　用三边比例关系判定三角形相似

名师点金

利用三边成比例判定三角形相似的“三步骤”：

1. **排序**：将三角形的边按大小顺序排列.
2. **计算**：分别计算它们对应边的比值.
3. **判断**：通过比值是否相等判断两个三角形是否相似.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 ☞(答案见124页)

知识点1 三边成比例的两个三角形相似

1. 若$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$满足下列条件，其中使$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$相似的是(　　)

A. $AB=2.5$ cm，$BC=2$ cm，$AC=3$ cm；$A'B'=3$ cm，$B'C'=4$ cm，$A'C'=6$ cm

B. $AB=2$ cm，$BC=3$ cm，$AC=4$ cm；$A'B'=3$ cm，$B'C'=6$ cm，$A'C'=\frac{9}{2}$ cm

C. $AB=10$ cm，$BC=AC=8$ cm；$A'B'=\sqrt{6}$ cm，$B'C'=A'C'=\sqrt{5}$ cm

D. $AB=1$ cm，$BC=\sqrt{5}$ cm，$AC=3$ cm；$A'B'=\sqrt{15}$ cm，$B'C'=2\sqrt{3}$ cm，$A'C'=\sqrt{6}$ cm

2. 已知$\triangle ABC$的三边长分别为6 cm，7.5 cm，9 cm，$\triangle DEF$的一边长为4 cm，当$\triangle DEF$的另两边是下列哪一组时，这两个三角形相似(　　)

A. 2 cm，3 cm　　B. 4 cm，5 cm

C. 5 cm，6 cm　　D. 6 cm，7 cm

3. 要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形框架的三边长分别为4，5，6，另一个三角形框架的一边长为2，它的另外两边长分别可以为(　　)

A. 2.5，3

B. $\frac{4}{3}$，$\frac{5}{3}$

C. 1.6，2.4

D. 2.5，3或$\frac{4}{3}$，$\frac{5}{3}$或1.6，2.4

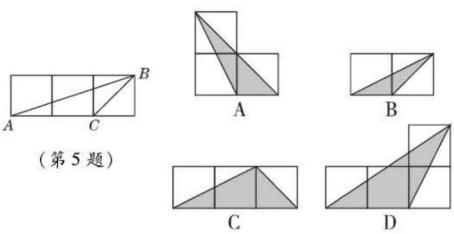
4. 【中考·河北】若$\triangle ABC$的每条边长增加各自的10%得$\triangle A'B'C'$，则$\angle B'$的度数与其对应角$\angle B$的度数相比(　　)

A. 增加了10%　　B. 减少了10%

C. 增加了(1+10%)　　D. 没有改变

知识点2 网格上相似三角形的判定

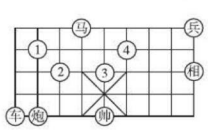
5. 【2018·临安】如图，小正方形的边长均为1，则下列图中的三角形(阴影部分)与$\triangle ABC$相似的是(　　)



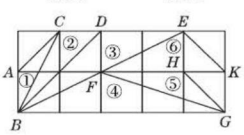
(第5题)

6. 【2019·连云港】在如图所示的象棋盘(各个小正方形的边长均相等)中，根据“马走日”的规则，“马”应落在下列哪个位置处，能使“马”“车”“炮”所在位置的格点构成的三角形与“帅”“相”“兵”所在位置的格点构成的三角形相似(　　)

A. ①处　　B. ②处　　C. ③处　　D. ④处



(第6题)



(第7题)

7. 如图，在正方形网格上有6个三角形：①$\triangle ABC$；②$\triangle BCD$；③$\triangle BDE$；④$\triangle BFG$；⑤$\triangle FGH$；⑥$\triangle EFK$.②~⑥中与①相似的是(　　)

A. ②③④　　B. ③④⑤　　C. ④⑤⑥　　D. ②③⑥

易错点 易因考虑问题不全面而致错

8. 【中考·东营】如果一个直角三角形的两条边长分别是6和8，另一个与它相似的直角三角形的边长分别是3，4及x，那么x的值(　　)

A. 只有1个　　B. 可以有2个

C. 可以有3个　　D. 有无数个

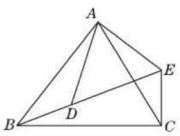
趣味数学　自然界中存在很多自相似现象，如树木的根，又如雪花、海岸线等.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见124页）

考查角度1 利用两三角形三边的比判定两三角形相似

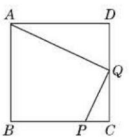
9. 如图，$\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$，求证：$\angle BAD=\angle CAE$.



（第9题）

考查角度2 利用正方形的性质证三角形相似（数形结合思想）

10. 如图所示，在正方形 $ABCD$ 中，P 是 BC 上一点，且 $BP=3PC$，Q 是 CD 的中点，求证：$\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.



（第10题）

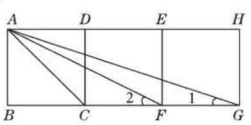
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见124页）

拔尖角度1 利用正方形的特征探究三角形相似

11. 如图，四边形 $ABCD$，$CDEF$，$EFGH$ 都是边长相等的正方形.

（1）$\triangle ACF$ 与 $\triangle GCA$ 相似吗？说说你的理由.

（2）求 $\angle 1+\angle 2$ 的度数.



（第11题）

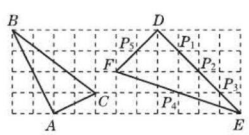
拔尖角度2 利用相似三角形的判定探究网格中的三角形相似

12. 【中考 · 菏泽】如图，在边长为1的小正方形组成的网格中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在格点上，P_1，P_2，P_3，P_4，P_5 是 $\triangle DEF$ 边上的5个格点，请按要求完成下列各题：

（1）试证明 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

（2）判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由；

（3）画一个三角形，使它的三个顶点为 P_1，P_2，P_3，P_4，P_5 中的3个格点并且与 $\triangle ABC$ 相似，并予以证明.



（第12题）

后来有了一个专门的数学分支来研究像雪花这样的自相似图形，这就是20世纪70年代由数学家本华·曼德博创立的分形几何.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4课时　用边角关系判定三角形相似

名师点金

1. “相似于(∽)”和“谁和谁相似”的区别：虽然它们都表示两个图形相似，但前者对应关系固定，后者对应关系不固定.
2. 如果已知两个三角形相似，当边的对应关系不明确时，从对应角入手，相等的角或公共角为对应角，则夹对应角的两边成比例，根据对应分两种情况讨论.

1 夯实基础·逐点练

(答案见124页)

知识点1　两边成比例且夹角相等的两个三角形相似

1. 在等边三角形 ABC 中，D,E 分别在 AC,AB 上，且 $\frac{AD}{AC}=\frac{1}{3}$，$AE=BE$，则有(　　)

A. $\triangle AED\backsim\triangle BED$　　B. $\triangle AED\backsim\triangle CBD$

C. $\triangle AED\backsim\triangle ABD$　　D. $\triangle BAD\backsim\triangle BCD$

2. 不能判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 相似的条件是(　　)

A. $\frac{AB}{B'C'}=\frac{BC}{A'C'}=\frac{AC}{A'B'}$

B. $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$，且 $\angle A=\angle A'$

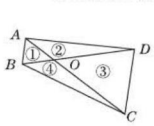
C. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{A'C'}$，且 $\angle B=\angle A'$

D. $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$，且 $\angle B=\angle C'$

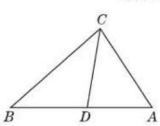
3. 如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O，且将这个四边形分成①②③④四个三角形. 若 $OA:OC=OB:OD$，则下列结论中一定正确的是(　　)

A. ①和②相似　　B. ①和③相似

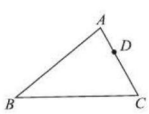
C. ①和④相似　　D. ②和④相似



(第3题)



(第4题)



(第5题)

4. 如图，D 是 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点，要使 $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$，则它们必须具备的条件可以是(　　)

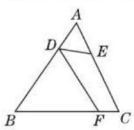
A. $\frac{AC}{CD}=\frac{AD}{BC}$　　B. $\frac{CD}{AD}=\frac{BC}{AB}$

C. $CD^2=AD\cdot DB$　　D. $AC^2=AD\cdot AB$

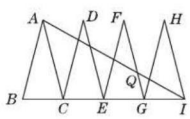
知识点2　判定三角形相似的应用

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=8,AC=6$，点 D 在 AC 上，且 $AD=2$，如果要在 AB 上找一点 E，使 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 相似，那么 $AE=$ _____.

6. 【中考·潍坊】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB\neq AC,D,E$ 分别为 AB,AC 上的点，$AC=3AD,AB=3AE$，点 F 为 BC 边上一点，添加一个条件：_____，可以使得 $\triangle FDB$ 与 $\triangle ADE$ 相似. (只需写出一个)



(第6题)

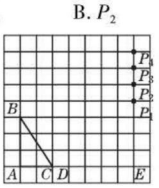


(第7题)

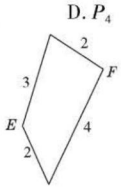
7. 【中考·黄冈】如图，已知 $\triangle ABC$，$\triangle DCE$，$\triangle FEG$，$\triangle HGI$ 是4个全等的等腰三角形，底边 BC,CE,EG,GI 在同一直线上，且 $AB=2,BC=1$，连接 AI，交 FG 于点 Q，则 $QI=$ _____.

8. 【中考·贵阳】如图，在方格纸中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle EPD$ 的顶点均在格点上，要使 $\triangle ABC\backsim\triangle EPD$，则点 P 所在的格点为(　　)

A. P_1　　B. P_2　　C. P_3　　D. P_4



(第8题)



(第9题)

9. 已知有一块等腰三角形纸板，在它的两腰上各有一点 E 和 F，把这两点分别与底边中点连接，并沿着这两条线段剪下两个三角形，所得的这两个三角形相似，剩余部分(四边形)的四条边的长度如图所示，那么原等腰三角形的底边长为(　　)

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{24}{5}$　　C. $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{24}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{12}{5}$

易错点　在应用三角形相似的判定定理时，考虑问题不全面漏解

10. 【中考·随州】在 $\triangle ABC$ 中，$AB=6,AC=5$，点 D 在边 AB 上，且 $AD=2$，点 E 在边 AC 上，当 $AE=$ _____ 时，以 A,D,E 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似.

趣味数学　一天，数学家觉得自己已受够了数学，于是他跑到消防队去宣布他想当消防员. 消防队长说：“您看上去不错，可是我得先给您一个测试.” 消防队长问：“假设货栈起火，您怎么办？”(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见125页）

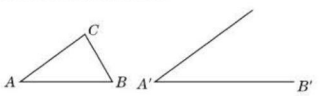
考查角度1 利用相似三角形的判定和性质证相似比

11. 【2018 · 福建】求证：相似三角形对应边上的中线之比等于相似比.

要求：

①如图，根据给出的 $\triangle ABC$ 及线段 $A'B'$，$\angle A'$（$\angle A' = \angle A$）. 以线段 $A'B'$ 为一边，在给出的图形上用尺规作出 $\triangle A'B'C'$，使得：$\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$. 不写作法，保留作图痕迹；

②在已有的图形上画出一组对应中线，并据此写出已知、求证和证明过程.



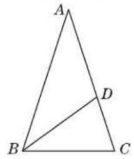
（第11题）

考查角度2 利用相似三角形的判定和性质求角的度数

12. 【中考 · 福州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC = 1$，$BC = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$，在 AC 边上截取 $AD = BC$，连接 BD.

（1）通过计算，判断 AD^2 与 $AC \cdot CD$ 的大小关系；

（2）求 $\angle ABD$ 的度数.



（第12题）

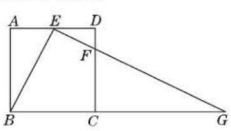
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见125页）

拔尖角度1 利用相似三角形的判定和性质求正方形中有关线段的长

13. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是边 AD，CD 上的点，$AE = ED$，$DF = \dfrac{1}{4}DC$，连接 EF 并延长，交 BC 的延长线于点 G，连接 BE.

（1）求证：$\triangle ABE \backsim \triangle DEF$；

（2）若正方形的边长为4，求 BG 的长.

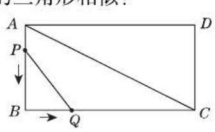


（第13题）

拔尖角度2 利用相似三角形的判定和性质探究四边形中有关相似问题

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 10$ cm，$BC = 20$ cm，两只小虫 P 和 Q 同时分别从 A，B 出发沿 AB，BC 向终点 B，C 方向前进，小虫 P 每秒走1 cm，小虫 Q 每秒走2 cm.

请问：它们同时出发多少秒时，以 P，B，Q 为顶点的三角形与以 A，B，C 为顶点的三角形相似？



（第14题）

数学家回答："我把消防栓接到软管上，打开水龙头，把火浇灭."消防队长说："完全正确！最后一个问题：假设您走进小巷，而货栈没有起火，您怎么办？"（待续）

趣味数学

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第5课时　用两角相等关系判定三角形相似

名师点金

判定两个直角三角形相似的三种方法：
1. 有一个锐角相等的两个直角三角形相似.
2. 两组直角边对应成比例的两个直角三角形相似.
3. 斜边和一条直角边对应成比例的两个直角三角形相似.

1 夯实基础·逐点练

(答案见125页)

知识点1 两角分别相等的两个三角形相似

1. 下列各组条件中，不能判定$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$相似的是(　　)

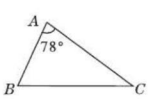
A. $\angle A=\angle A'$，$\angle B=\angle B'$

B. $\angle C=\angle C'=90°$，$\angle A=35°$，$\angle B'=55°$

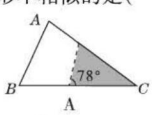
C. $\angle A=\angle B$，$\angle A'=\angle B'$

D. $\angle A+\angle B=\angle A'+\angle B'$，$\angle A-\angle B=\angle A'-\angle B'$

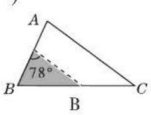
2. 【中考·枣庄】如图，$\triangle ABC$中，$\angle A=78°$，$AB=4$，$AC=6$. 将$\triangle ABC$沿图示中的虚线剪开，剪下的阴影三角形与原三角形不相似的是(　　)



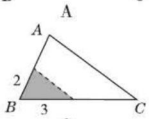
(第2题)



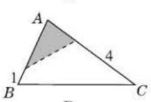
A



B



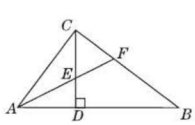
C



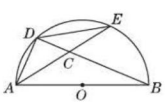
D

3. 【2018·枣庄】如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，垂足为D，AF平分$\angle CAB$，交CD于点E，交CB于点F. 若$AC=3$，$AB=5$，则CE的长为(　　)

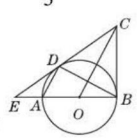
A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{8}{5}$



(第3题)



(第4题)



(第5题)

4. 如图，AB是半圆O的直径，D，E是半圆上任意两点，连接AD，DE，AE与BD相交于点C，要使$\triangle ADC$与$\triangle ABD$相似，下列添加的条件错误的是(　　)

A. $\angle ACD=\angle DAB$　　B. $AD=DE$

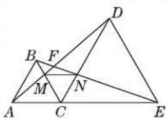
C. $AD^2=BD\cdot CD$　　D. $CD\cdot AB=AC\cdot BD$

5. 【2019·天门】如图，AB为$\odot O$的直径，BC为$\odot O$的切线，弦$AD/\!/OC$，直线CD交BA的延长线于点E，连接BD，下列结论：①CD是$\odot O$的切线；②$CO\perp DB$；③$\triangle EDA\backsim\triangle EBD$；④$ED\cdot BC=BO\cdot BE$. 其中正确结论的个数有(　　)

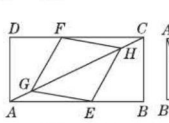
A. 4个　　B. 3个　　C. 2个　　D. 1个

6. 【2019·宜宾】如图，$\triangle ABC$和$\triangle CDE$都是等边三角形，且A，C，E在同一直线上，AD与BE，BC分别交于点F，M，BE与CD交于点N，下列结论正确的是_____(写出所有正确结论的序号).

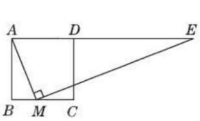
①$AM=BN$；②$\triangle ABF\backsim\triangle DNF$；③$\angle FMC+\angle FNC=180°$；④$\frac{1}{MN}=\frac{1}{AC}+\frac{1}{CE}$.



(第6题)



(第7题)



(第8题)

知识点2 两直角三角形相似的判定

7. 【中考·安徽】如图，矩形$ABCD$中，$AB=8$，$BC=4$，点E在AB上，点F在CD上，点G，H在对角线AC上，若四边形$EGFH$是菱形，则AE的长是(　　)

A. $2\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 6

8. 【中考·泰安】如图，正方形$ABCD$中，M为BC上一点，$ME\perp AM$，ME交AD的延长线于点E. 若$AB=12$，$BM=5$，则DE的长为(　　)

A. 18　　B. $\frac{109}{5}$　　C. $\frac{96}{5}$　　D. $\frac{25}{3}$

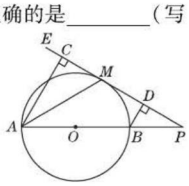
9. 【2019·岳阳】如图，AB为$\odot O$的直径，点P为AB延长线上的一点，过点P作$\odot O$的切线PE，切点为M，过A，B两点分别作PE的垂线AC，BD，垂足分别为C，D，连接AM，则下列结论正确的是_____(写出所有正确结论的序号).

①AM平分$\angle CAB$；

②$AM^2=AC\cdot AB$；

③若$AB=4$，$\angle APE=30°$，则$\overset{\frown}{BM}$的长为$\frac{\pi}{3}$；

④若$AC=3$，$BD=1$，则有$CM=DM=\sqrt{3}$.



(第9题)

易错点 相似情形考虑不全面，解答不完整

10. 已知正方形$ABCD$的边长为1，P是CD边的中点，Q在线段BC上，当$\triangle ADP$与$\triangle QCP$相似时，求BQ的值.

趣味数学　数学家疑惑地思索了半天，终于答道："我就把货我点着."　消防队长大叫起来："什么？　太可怕了！您为什么要把货我点着？"　数学家回答："这样我就把问题化简为一个我已经解决过的问题了."

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

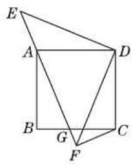
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见126页）

考查角度① 利用两角关系判定三角形相似

11. 【中考 · 株洲】如图，正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在等腰直角三角形 DEF 的斜边 EF 上，EF 与 BC 相交于点 G，连接 CF.

（1）求证：$\triangle DAE \backsim \triangle DCF$；

（2）求证：$\triangle ABG \backsim \triangle CFG$.



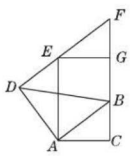
（第11题）

考查角度② 利用角的关系判定直角三角形相似

12. 【2018 · 福建】如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$AB = 10$，$AC = 8$. 线段 AD 由 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转 $90°$ 得到，$\triangle EFG$ 由 $\triangle ABC$ 沿 CB 方向平移得到，且直线 EF 经过点 D.

（1）求 $\angle BDF$ 的大小；

（2）求 CG 的长.



（第12题）

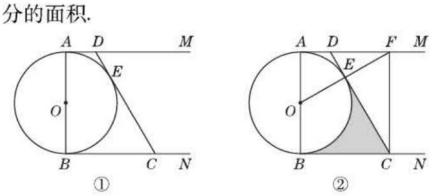
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见127页）

拔尖角度① 利用相似三角形的判定和性质求面积

13. 【2019 · 武汉】已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，AM 和 BN 是 $\odot O$ 的两条切线，DC 与 $\odot O$ 相切于点 E，分别交 AM，BN 于 D，C 两点.

（1）如图①，求证：$AB^2 = 4AD \cdot BC$.

（2）如图②，连接 OE 并延长交 AM 于点 F，连接 CF. 若 $\angle ADE = 2\angle OFC$，$AD = 1$，求图中阴影部分的面积.



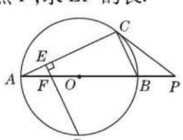
（第13题）

拔尖角度② 利用相似三角形的判定和性质求边长

14. 【2019 · 泸州】如图，AB 为 $\odot O$ 的直径，点 P 在 AB 的延长线上，点 C 在 $\odot O$ 上，且 $PC^2 = PB \cdot PA$.

（1）求证：PC 是 $\odot O$ 的切线；

（2）已知 $PC = 20$，$PB = 10$，点 D 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的中点，$DE \perp AC$，垂足为 E，DE 交 AB 于点 F，求 EF 的长.



（第14题）

智力题：烧一根不均匀的绳子，从头到尾总共需要1个小时，问如何用烧绳子的方法来确定半小时的时间呢？（答案：两边一起烧）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第6课时　相似三角形判定的应用

名师点金

要找三角形相似的条件，关键抓住以下几点：

1. 已知角相等时，找两对对应角相等，若只能找到一对对应角相等，判断相等的角的两边是否对应成比例；
2. 无法找到角相等时，判断三边是否对应成比例；
3. 除此之外，也可考虑平行线截三角形相似定理及相似三角形的“传递性”.

整合方法·分类练

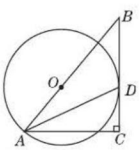
(答案见127页)

应用1　利用平行线判定三角形相似的应用

1. 如图，⊙O的半径为4，B是⊙O外一点，连接OB，且$OB=6$，过点B作⊙O的切线BD，切点为D，延长BO交⊙O于点A，过点A作切线BD的垂线，垂足为C.

(1)求证：AD平分$\angle BAC$；

(2)求AC的长.



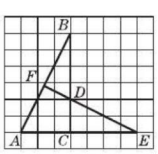
(第1题)

应用2　利用三边关系判定三角形相似的应用

2. 如图，网格中的每个小正方形的边长都是1，每个小正方形的顶点叫作格点，$\triangle ACB$和$\triangle DCE$的顶点都在格点上，ED的延长线交AB于点F. 求证：

(1)$\triangle ACB\backsim\triangle DCE$；

(2)$EF\perp AB$.



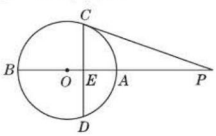
(第2题)

应用3　利用边角关系判定三角形相似的应用

3. 如图，AB是⊙O的直径，点P在BA的延长线上，弦$CD\perp AB$，垂足为E，且$PC^2=PE\cdot PO$.

(1)求证：PC是⊙O的切线.

(2)若$OE:EA=1:2$，$PA=6$，求⊙O的半径.



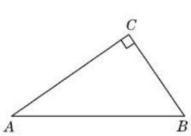
(第3题)

应用4　利用角的关系判定三角形相似的应用

4. 【2018·自贡】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$.

(1)作出经过点B，圆心O在斜边AB上且与边AC相切于点E的⊙O；(要求：用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法和证明)

(2)设(1)中所作的⊙O与边AB交于异于点B的另外一点D，若⊙O的直径为5，$BC=4$，求DE的长.(如果用尺规画不出图形，可画出草图完成第(2)问)



(第4题)

趣味数学　济公为了帮助一个贫农测一棵古树的高度，就是用一根竹竿直立于地上，然后调整竹竿的位置，使他的眼睛与竹竿、树的顶端在一条直线上，就测量出了古树的高度.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第7课时　相似三角形的性质

名师点金

相似图形的周长、面积的计算方法：

1. **常用图形结构**："A"型图与"X"型图，应用平行线构造相似三角形，多与平行四边形联系在一起.
2. **解题关键**：一是准确把握相似三角形周长的比与面积的比和相似比的关系；
   二是掌握同底等高或等底同高的三角形面积之间的关系.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 ☞（答案见128页）

知识点1 相似三角形对应线段的比

1. 【2018·重庆】要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形的三边长分别为5 cm，6 cm和9 cm，另一个三角形的最短边长为2.5 cm，则它的最长边为（　　）

A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 4.5 cm　　D. 5 cm

2. 【中考·兰州】已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，若$\triangle ABC$与$\triangle DEF$的相似比为$\frac{3}{4}$，则$\triangle ABC$与$\triangle DEF$对应中线的比为（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{9}{16}$　　D. $\frac{16}{9}$

3. 已知$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$BD$和$B'D'$分别是两个三角形对应角的平分线，且$AC:A'C'=2:3$，若$BD=4$ cm，则$B'D'$的长是（　　）

A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 6 cm　　D. 8 cm

4. 【中考·重庆】若$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，相似比为3∶2，则对应高的比为（　　）

A. 3∶2　　B. 3∶5　　C. 9∶4　　D. 4∶9

知识点2 相似三角形周长的比

5. 【2019·常州】若$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，相似比为1∶2，则$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$的周长的比为（　　）

A. 2∶1　　B. 1∶2　　C. 4∶1　　D. 1∶4

6. 【2018·绥化】两个相似三角形的最短边分别为5 cm和3 cm，它们的周长之差为12 cm，那么大三角形的周长为（　　）

A. 14 cm　　B. 16 cm　　C. 18 cm　　D. 30 cm

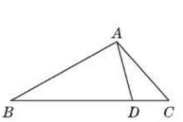
知识点3 相似三角形面积的比

7. 【2018·玉林】两三角形的相似比是2∶3，则其面积之比是（　　）

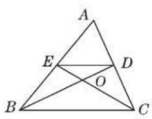
A. $\sqrt{2}:\sqrt{3}$　　B. 2∶3　　C. 4∶9　　D. 8∶27

8. 【2019·淄博】如图，在$\triangle ABC$中，$AC=2$，$BC=4$，D为BC边上的一点，且$\angle CAD=\angle B$. 若$\triangle ADC$的面积为a，则$\triangle ABD$的面积为（　　）

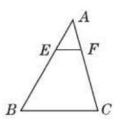
A. $2a$　　B. $\frac{5}{2}a$　　C. $3a$　　D. $\frac{7}{2}a$



（第8题）



（第9题）



（第10题）

9. 【2018·巴中】如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别是边AC，AB的中点，BD与CE交于点O，连接DE. 下列结论：①$\frac{OE}{OB}=\frac{OD}{OC}$；②$\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$；③$\frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle BOC}}=\frac{1}{2}$；④$\frac{S_{\triangle DOE}}{S_{\triangle DBE}}=\frac{1}{3}$. 其中正确的有（　　）

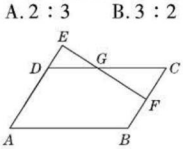
A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

10. 【2018·贵港】如图，在$\triangle ABC$中，$EF/\!/BC$，$AB=3AE$，若$S_{四边形BCFE}=16$，则$S_{\triangle ABC}=$（　　）

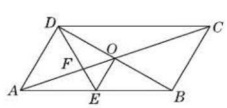
A. 16　　B. 18　　C. 20　　D. 24

11. 【2019·巴中】如图，$\square ABCD$中，F为BC中点，延长AD至E，使$DE:AD=1:3$，连接EF交DC于点G，则$S_{\triangle DEG}:S_{\triangle CFG}=$（　　）

A. 2∶3　　B. 3∶2　　C. 9∶4　　D. 4∶9



（第11题）



（第12题）

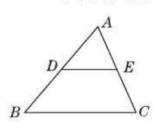
12. 【2018·通辽】如图，$\square ABCD$的对角线AC，BD交于点O，DE平分$\angle ADC$交AB于点E，$\angle BCD=60°$，$AD=\frac{1}{2}AB$，连接OE. 下列结论：①$S_{\square ABCD}=AD\cdot BD$；②$DB$平分$\angle CDE$；③$AO=DE$；④$S_{\triangle ADE}=5S_{\triangle OFE}$，其中正确的有（　　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

易错点 忽略相似三角形性质的适用条件

13. 【中考·贺州】如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别为AB，AC的中点，则$\triangle ADE$与四边形$BCED$的面积比为（　　）

A. 1∶1
B. 1∶2
C. 1∶3
D. 1∶4



（第13题）

阿基米德公元前287年出生在意大利半岛南端西西里岛的叙拉古，父亲是位数学家兼天文学家. 阿基米德从小受到良好的家庭教育，11岁就被送到当时希腊文化中心的亚历山大城去学习.（待续）

趣味数学

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

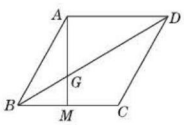
Ⅱ 整合方法·提升练 ☞(答案见128页)

考查角度1 利用相似三角形的性质解与菱形综合问题

14. 【中考·德阳】如图,四边形$ABCD$为菱形,M为BC上一点,连接AM交对角线BD于点G,并且$\angle ABC=2\angle BAM$.

(1)求证:$AG=BG$;

(2)若M为BC的中点,同时$S_{\triangle BGM}=1$,求$\triangle ADG$的面积.



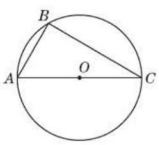
(第14题)

考查角度2 利用相似三角形的性质解与圆综合问题

15. 【中考·广州】如图,AC是$\odot O$的直径,点B在$\odot O$上,$\angle ACB=30°$.

(1)利用尺规作$\angle ABC$的平分线BD,交AC于点E,交$\odot O$于点D,连接CD(保留作图痕迹,不写作法);

(2)在(1)所作的图形中,求$\triangle ABE$与$\triangle CDE$的面积之比.



(第15题)

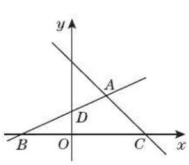
Ⅲ 探究培优·拓展练 ☞(答案见128页)

拔尖角度1 利用相似三角形的性质解与函数综合问题

16. 【中考·广州】如图,在平面直角坐标系xOy中,直线$y=-x+3$与x轴交于点C,与直线AD交于点$A\left(\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right)$,点$D$的坐标为$(0,1)$.

(1)求直线AD的解析式;

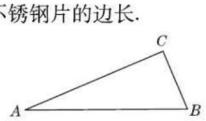
(2)直线AD与x轴交于点B,若点E是直线AD上一动点(不与点B重合),当$\triangle BOD$与$\triangle BCE$相似时,求点E的坐标.



(第16题)

拔尖角度2 利用相似三角形的性质解方案设计问题(分类讨论思想)

17. 如图,有一批呈直角三角形、大小相同的不锈钢片,已知$\angle C=90°$,$AC=12$ cm,$BC=5$ cm,要用这批不锈钢片裁出面积最大的正方形不锈钢片,请设计一种方案,并求出这种正方形不锈钢片的边长.



(第17题)

更多提分招数详见《极速提分法》第1页.

趣味数学　在这座号称"智慧之都"的名城里,阿基米德博闻群书,汲取了许多的知识,并且做了欧几里得学生埃拉托塞和卡农的门生,钻研《几何原本》.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第8课时　相似三角形应用举例

名师点金

利用相似三角形解决实际问题的方法：

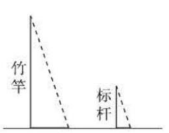
1. 利用太阳光线平行构造相似三角形，利用同一时刻物高与影长成比例构造比例式；画数学图形找相似三角形解决实际问题.
2. 没有相似时可以构造直角三角形.
3. 对于不易测量的长度或高度，可以用易测量的对应线段通过成比例来计算.

1 夯实基础·逐点练 ☞（答案见129页）

知识点1 利用光照下的影子

1. 【2018·长春】《孙子算经》是中国古代重要的数学著作，成书于约一千五百年前，其中有首歌谣：今有竿不知其长，量得影长一丈五尺，立一标杆，长一尺五寸，影长五寸，问竿长几何？意思是：如图，有一根竹竿不知道有多长，量出它在太阳下的影子长一丈五尺，同时立一根一尺五寸的小标杆，它的影长五寸（提示：1丈=10尺，1尺=10寸），则竹竿的长为(　　)

A. 五丈　　B. 四丈五尺　　C. 一丈　　D. 五尺



（第1题）



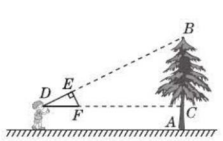
（第2题）

2. 如图，数学兴趣小组的小颖想测量教学楼前的一棵树的高度，下午课外活动时她测得一根长为1 m的竹竿的影长是0.8 m. 但当她马上测量树高时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分影子落在教学楼的墙壁上，她先测得留在墙壁上的影高为1.2 m，又测得地面上的影长为2.6 m. 请你帮她算一下，树高是(　　)

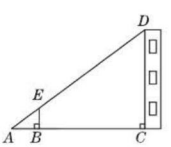
A. 3.25 m　　B. 4.25 m　　C. 4.45 m　　D. 4.75 m

知识点2 利用工具

3. 如图，小明同学用自制的直角三角形纸板DEF测量树的高度AB，他调整自己的位置，设法使斜边DF保持水平，并且边DE与点B在同一直线上. 已知纸板的两条直角边$DE=40$ cm，$EF=20$ cm，测得边DF离地面的高度$AC=1.5$ m，$CD=8$ m，则树高$AB=$_____m.



（第3题）



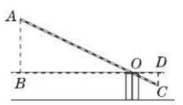
（第4题）

4. 【2018·临沂】如图，利用标杆BE测量建筑物的高度，已知标杆BE高1.2 m，测得$AB=1.6$ m，$BC=12.4$ m，则建筑物CD的高是(　　)

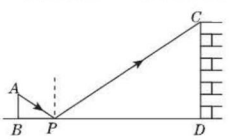
A. 9.3 m　　B. 10.5 m　　C. 12.4 m　　D. 14 m

5. 【2018·绍兴】学校门口的栏杆如图所示，栏杆从水平位置BD绕O点旋转到AC位置. 已知$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，垂足分别为B，D，$AO=4$ m，$AB=1.6$ m，$CO=1$ m，则栏杆C端应下降的垂直距离CD为(　　)

A. 0.2 m　　B. 0.3 m　　C. 0.4 m　　D. 0.5 m



（第5题）

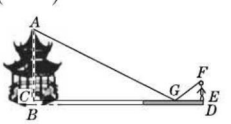


（第6题）

知识点3 利用镜子反射

6. 【中考·天水】如图是一位同学设计的用手电筒来测量某古城墙高度的示意图，点P处放一水平的平面镜，光线从点A出发经平面镜反射后刚好到古城墙CD的顶端C处，已知$AB\perp BD$，$CD\perp BD$，测得$AB=2$ m，$BP=3$ m，$PD=12$ m，那么该古城墙CD的高度是_____.

7. 【中考·兰州】如图，小明为了测量一凉亭的高度AB（顶端A到水平地面BD的距离），在凉亭的旁边放置一个与凉亭台阶BC等高的台阶DE（$DE=BC=0.5$ m，A，B，C三点共线），把一面镜子水平放置在平台上的点G处，测得$CG=15$ m. 然后沿直线CG后退到点E处，这时恰好在镜子里看到凉亭的顶端A，测得$EG=3$ m，小明身高$EF=1.6$ m，则凉亭的高度AB约为(　　)



（第7题）

A. 8.5 m　　B. 9 m　　C. 9.5 m　　D. 10 m

鲁班造锯与奚比思维：鲁班是我国古代的一位出色的发明家，两千多年以来，他的名字和有关他的故事，一直在广大人民群众中流传. 我国的土木工匠们都尊称他为祖师.（待续）

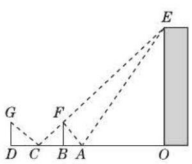
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见129页)

考查角度1 利用相似三角形的性质测高

8. 【2019 · 荆门】如图,为了测量一栋楼的高度 OE,小明同学先在操场上 A 处放一面镜子,向后退到 B 处,恰好在镜子中看到楼的顶部 E;再将镜子放到 C 处,然后后退到 D 处,恰好再次在镜子中看到楼的顶部 E(O,A,B,C,D 在同一条直线上),测得 $AC=2$ m,$BD=2.1$ m. 如果小明眼睛距地面高度 BF,DG 为 1.6 m,试确定楼的高度 OE.



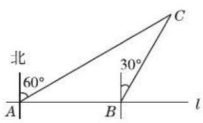
(第8题)

考查角度2 利用相似三角形的性质测距离

9. 【2018 · 湘西州】如图,某市郊外景区内一条笔直的公路 l 经过 A,B 两个景点,景区管委会又开发了风景优美的景点 C. 经测量,C 位于 A 的北偏东 60°的方向上,C 位于 B 的北偏东 30°的方向上,且 $AB=10$ km.

(1)求景点 B 与 C 的距离;

(2)为了方便游客到景点 C 游玩,景区管委会准备由景点 C 向公路 l 修一条距离最短的公路,不考虑其他因素,求出这条最短公路的长(结果保留根号).



(第9题)

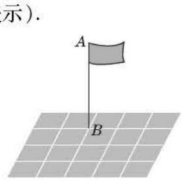
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见129页)

拔尖角度1 利用指定工具设计测高方案

10. 某中学平整的操场上有一根旗杆(如图),一数学兴趣小组欲测量其高度,现有测量工具(皮尺、标杆)可供选用,请你用所学的知识,帮助他们设计测量方案. 要求:

(1)画出你设计的测量平面图;

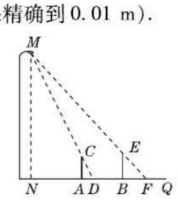
(2)简述测量方法,写出测量的数据并计算出旗杆的高度(长度用 $a,b,c,\cdots$ 表示).



(第10题)

拔尖角度2 利用测量的数据信息求高

11. 【中考 · 陕西】晚饭后,小聪和小军在社区广场散步,小聪问小军:"你有多高?"小军一时语塞. 小聪思考片刻,提议用广场照明灯下的影长及地砖长来测量小军的身高. 于是,两人在灯下沿直线 NQ 移动,如图. 当小聪正好站在广场的 A 点(距 N 点 5 块地砖长)时,其影长 AD 恰好为 1 块地砖长;当小军正好站在广场的 B 点(距 N 点 9 块地砖长)时,其影长 BF 恰好为 2 块地砖长. 已知广场地面由边长为0.8 m 的正方形地砖铺成,小聪的身高 AC 为 1.6 m,$MN\perp NQ$,$AC\perp NQ$,$BE\perp NQ$. 请你根据以上信息,求出小军的身高 BE(结果精确到 0.01 m).



(第11题)

更多提分招数详见《极速提分法》第21页.

趣味数学　鲁班造锯是我们熟悉的一个历史故事,当鲁班的手不慎被一片小草割破后,他仔细观察发现小草叶子边布满了有序的小齿.(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

阶段核心归类专训

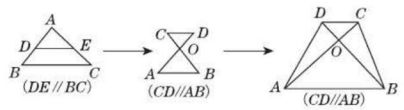
巧用“基本图形”探索相似条件

（答案见129页）

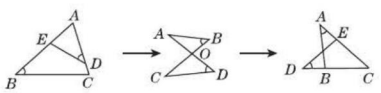
名师点金

几何图形大多数由基本图形复合而成，因此熟悉三角形相似的基本图形，有助于快速、准确地识别相似三角形，从而顺利找到解题思路和方法. 相似三角形的四类结构图：

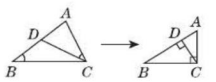
1. 平行线型



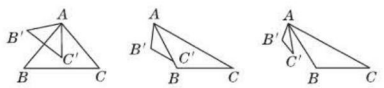
2. 相交线型



3. 子母型



4. 旋转型

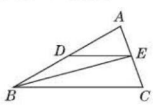


训练角度1 平行线型

1. 如图，在△ABC中，BE平分∠ABC交AC于点E，过点E作ED∥BC交AB于点D.

（1）求证：$AE \cdot BC = BD \cdot AC$；

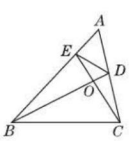
（2）如果$S_{\triangle ADE}=3$，$S_{\triangle BDE}=2$，$DE=6$，求BC的长.



（第1题）

训练角度2 相交线型

2. 如图，点D，E分别为△ABC的边AC，AB上的点，BD，CE交于点O，且$\frac{EO}{BO}=\frac{DO}{CO}$，试问△$ADE$与△$ABC$相似吗？请说明理由.

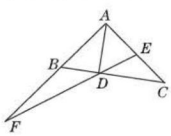


（第2题）

训练角度3 子母型

3. 如图，在△ABC中，∠$BAC=90°$，$AD \perp BC$于点D，E为AC的中点，ED的延长线交AB的延长线于点F.

求证：$\frac{AB}{AC}=\frac{DF}{AF}$.



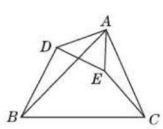
（第3题）

训练角度4 旋转型

4. 如图，已知∠DAB=∠EAC，∠ADE=∠ABC. 求证：

（1）△ADE∽△ABC；

（2）$\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$.



（第4题）

更多提分招数详见《极速提分法》第22页.

于是便根据小苹的结构发明了锯，鲁班在这里用了类比思维方法. 类比思维是从要解决的问题联想到与它类似的熟悉的问题，用熟悉的问题的解法来思考所要解决的问题.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

27.3　位　似

第1课时　位似图形

名师点金

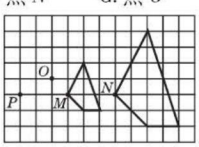
位似图形的概念包括四层内容：
1. 位似图形是针对两个图形而言的；
2. 位似图形是相似图形；
3. 位似图形的每组对应点所在的直线都必须经过同一个点；
4. 位似图形反映了两个图形特殊的形状和位置关系，位似图形一定是相似图形，而相似图形未必是位似图形，两者的区别在于：位似图形有位似中心，而相似图形不一定有位似中心.

1 夯实基础·逐点练 ☞(答案见130页)

知识点1　位似图形的认识

1. 如图所示的两个四边形是位似图形，它们的位似中心是(　　)

A. 点 M　　B. 点 N　　C. 点 O　　D. 点 P

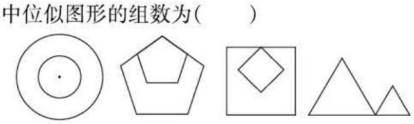


(第1题)

2. 【中考·德州】对于平面图形上的任意两点 P,Q，如果经过某种变换得到新图形上的对应点 P',Q'，保持 $PQ=P'Q'$，我们把这种变换称为“等距变换”，下列变换中不一定是等距变换的是(　　)

A. 平移　　B. 旋转　　C. 轴对称　　D. 位似

3. 如图所示的四组图形为两个圆或相似的正多边形，其中位似图形的组数为(　　)

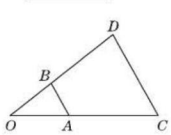


(第3题)

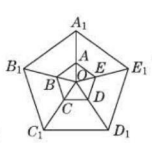
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

知识点2　位似图形的性质

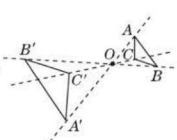
4. 【2019·河池】如图，以点 O 为位似中心，将 $\triangle OAB$ 放大后得到 $\triangle OCD$，$OA=2$，$AC=3$，则 $\dfrac{AB}{CD}=$ _____.



(第4题)



(第5题)



(第6题)

5. 如图，点 O 是五边形 $ABCDE$ 和五边形 $A_1B_1C_1D_1E_1$ 的位似中心，若 $OA:OA_1=1:3$，则 $C_1D_1:CD$ 等于(　　)

A. 1∶2　　B. 1∶3　　C. 3∶1　　D. 1∶4

6. 【2019·邵阳】如图，以点 O 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 放大为原图形的2倍得到 $\triangle A'B'C'$，以下说法中错误的是(　　)

A. $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$

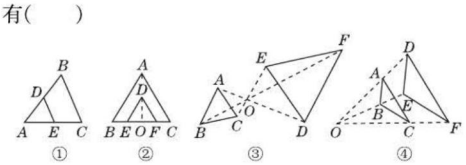
B. 点 C、点 O、点 C' 三点在同一直线上

C. $AO:AA'=1:2$

D. $AB/\!/A'B'$

知识点3　位似图形的画法

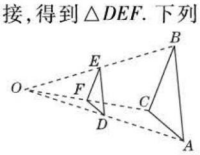
7. 如图是与 $\triangle ABC$ 位似的图形的几种画法，其中正确的有(　　)



(第7题)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

8. 如图，已知 $\triangle ABC$，任取一点 O，连接 AO,BO,CO，并取它们的中点 D,E,F 顺次连接，得到 $\triangle DEF$. 下列结论：①$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是位似图形；②$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 是相似图形；③$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为1∶2；④$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积比为4∶1. 其中结论正确的个数是(　　)

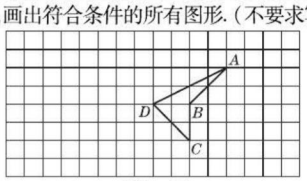


(第8题)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

易错点　对位似变换时图形的位置考虑不全而漏解

9. 如图，正方形网格中有一条简笔画“鱼”，请你以点 D 为位似中心将其放大，使新图形与原图形的对应线段的比是2∶1，画出符合条件的所有图形.(不要求写作法)



(第9题)

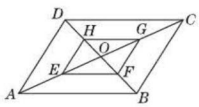
趣味数学　幻灯机是老师常用的教具之一，它能把精致的画片投到银幕上，能够在一定程度上激发同学们的学习兴趣，它的工作原理就是利用位似图形的性质.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见130页）

考查角度1 利用位似图形的定义判别位似图形

10. 如图，$\square ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E，F，G，H 分别是线段 OA，OB，OC，OD 的中点，那么 $\square ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 是否是位似图形？为什么？

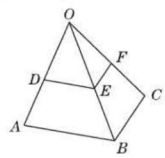


（第10题）

考查角度2 利用位似图形的性质证等积式

11. 如图，已知 $\triangle DEO$ 与 $\triangle ABO$ 是位似图形，$\triangle OEF$ 与 $\triangle OBC$ 是位似图形.

求证：$OD \cdot OC = OF \cdot OA$.



（第11题）

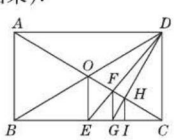
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见130页）

拔尖角度1 利用位似图形的定义和性质探究位似变换问题

12. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O.

（1）过点 O 作 $OE \perp BC$ 于点 E，连接 DE 交 OC 于点 F，作 $FG \perp BC$ 于点 G，则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FGC$ 是位似图形吗？若是，请写出位似中心，并求出相似比；若不是，请说明理由.

（2）连接 DG 交 OC 于点 H，作 $HI \perp BC$ 于点 I，试确定 $CI : BC$ 的值（直接写出结果）.



（第12题）

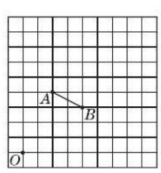
拔尖角度2 利用位似作图进行计算

13. 【2018 · 安徽】如图，在由边长为1个单位长度的小正方形组成的 10×10 网格中，已知点 O，A，B 均为网格线的交点.

（1）在给定的网格中，以点 O 为位似中心，将线段 AB 放大为原来的2倍，得到线段 A_1B_1（点 A，B 的对应点分别为 A_1，B_1），画出线段 A_1B_1；

（2）将线段 A_1B_1 绕点 B_1 逆时针旋转 $90°$ 得到线段 A_2B_1，画出线段 A_2B_1；

（3）以 A，A_1，B_1，A_2 为顶点的四边形 $AA_1B_1A_2$ 的面积是_____个平方单位.



（第13题）

真正的数学“天才”是珊瑚虫，它们在自己的身上记下“日历”，每年在自己的体壁上“刻画”出365条纵纹，显然是一天“画”一条.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时　平面直角坐标系中的位似变换

名师点金

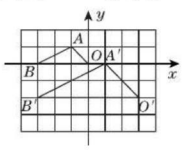
1. 以原点为位似中心的位似图形的坐标变化一定要注意符号的变化：若两个图形在原点同侧，则符号相同；若两个图形在原点异侧，则符号相反.
2. 以原点为位似中心时，变换前后两个图形对应点的横坐标或纵坐标之比的绝对值等于相似比.

1 夯实基础·逐点练 ☞(答案见130页)

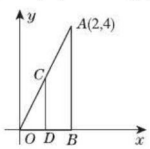
知识点1 位似图形的坐标变化规律

1. 【中考·辽阳】如图，在由边长为1的小正方形组成的网格中，建立平面直角坐标系，$\triangle ABO$与$\triangle A'B'O'$是以点P为位似中心的位似图形，它们的顶点均在格点(网格线的交点)上，则点P的坐标为(　　)

A. (0,0)　B. (0,1)　C. (−3,2)　D. (3,−2)



(第1题)



(第2题)

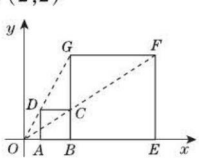
2. 【2018·邵阳】如图，在平面直角坐标系中，已知点$A(2,4)$，过点A作$AB\perp x$轴于点B. 将$\triangle AOB$以坐标原点O为位似中心缩小为原图形的$\frac{1}{2}$，得到$\triangle COD$，则CD的长度是(　　)

A. 2　B. 1　C. 4　D. $2\sqrt{5}$

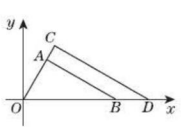
3. 【中考·烟台】如图，在平面直角坐标系中，正方形$ABCD$与正方形$BEFG$是以原点O为位似中心的位似图形，且相似比为$\frac{1}{3}$，点A,B,E在x轴上，若正方形$BEFG$的边长为6，则C点的坐标为(　　)

A. (3,2)　B. (3,1)

C. (2,2)　D. (4,2)



(第3题)



(第5题)

4. 【2019·滨州】在平面直角坐标系中，$\triangle ABO$三个顶点的坐标分别为$A(-2,4)$，$B(-4,0)$，$O(0,0)$，以原点O为位似中心，把这个三角形缩小为原来的$\frac{1}{2}$，得到$\triangle CDO$，则点A的对应点C的坐标是_____.

5. 【2018·菏泽】如图，$\triangle OAB$与$\triangle OCD$是以点O为位似中心的位似图形，相似比为3∶4，$\angle OCD=90°$，$\angle AOB=60°$，若点B的坐标是(6,0)，则点C的坐标是_____.

知识点2 在平面直角坐标系中画位似图形

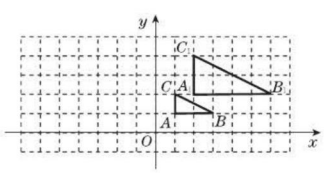
6. 【中考·滨州】在平面直角坐标系中，点C,D的坐标分别为$C(2,3)$，$D(1,0)$，现以原点为位似中心，将线段CD放大得到线段AB. 若点D的对应点B在x轴上且$OB=2$，则点C的对应点A的坐标为_____.

7. 如图，在平面直角坐标系中，将$\triangle ABC$进行位似变换得到$\triangle A_1B_1C_1$.

(1)求$\triangle A_1B_1C_1$与$\triangle ABC$的相似比；

(2)画出$\triangle A_1B_1C_1$关于y轴对称的$\triangle A_2B_2C_2$；

(3)设点$P(a,b)$为$\triangle ABC$内一点，则依上述两次变换后，点P在$\triangle A_2B_2C_2$内的对应点P_2的坐标是多少？



(第7题)

易错点 忽视位似的另一种位置关系

8. 【2018·潍坊】在平面直角坐标系中，点$P(m,n)$是线段AB上一点，以原点O为位似中心把$\triangle AOB$放大到原来的两倍，则点P的对应点的坐标为(　　)　【导学号:8385747】

A. $(2m,2n)$

B. $(2m,2n)$或$(-2m,-2n)$

C. $\left(\frac{1}{2}m,\frac{1}{2}n\right)$

D. $\left(\frac{1}{2}m,\frac{1}{2}n\right)$或$\left(-\frac{1}{2}m,-\frac{1}{2}n\right)$

趣味数学　缺一少十：腊月的一天，郑板桥和蔡州官同游苏州，见一家门上贴了一副对联：二三四五，六七八九. 郑板桥立即派人送来了一些衣服、米面和几斤肉.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

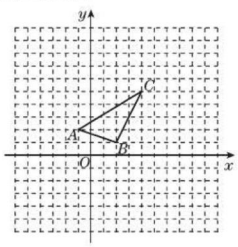
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见131页）

考查角度① 利用轴对称、位似的特征作图

9. 【中考 · 凉山州】如图，在边长为1的正方形网格中建立平面直角坐标系，已知△ABC三个顶点分别为$A(-1,2)$，$B(2,1)$，$C(4,5)$.

(1) 画出△ABC关于x轴对称的△$A_1B_1C_1$；

(2) 以原点O为位似中心，在x轴的上方画出△$A_2B_2C_2$，使△$A_2B_2C_2$与△ABC位似，且相似比为2∶1，并求出△$A_2B_2C_2$的面积.



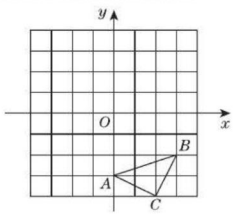
（第9题）

考查角度② 利用平移、位似的特征作图

10. 【中考 · 眉山】如图，已知△ABC的三个顶点的坐标分别为$A(0,-3)$，$B(3,-2)$，$C(2,-4)$.（正方形网格中，每个小正方形的边长是1个单位长度）

(1) 画出△ABC向上平移6个单位长度后得到的△$A_1B_1C_1$；

(2) 以点C为位似中心，在网格中画出△A_2B_2C，使△A_2B_2C与△ABC位似，且△A_2B_2C与△ABC的相似比为2∶1，并直接写出点A_2的坐标.



（第10题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见131页）

拔尖角度① 利用点的坐标变化判断图形的变化

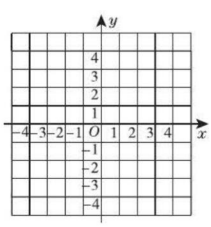
11. 在平面直角坐标系中，将坐标是$(0,4)$，$(1,0)$，$(2,4)$，$(3,0)$，$(4,4)$的点用线段依次连接起来形成一个图案.

(1) 在如图所示的坐标系中画出这个图案（图案①）.

(2) 若将上述各点的横坐标保持不变，纵坐标分别乘-1，再将所得的各点用线段依次连接起来，画出所得的图案（图案②）.

(3) 若将上述各点的纵坐标保持不变，横坐标分别乘-1，再将所得的各点用线段依次连接起来，画出所得的图案（图案③）.

(4) 图案①与图案②有什么位置关系？图案①与图案③有什么位置关系？



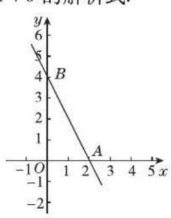
（第11题）

拔尖角度② 利用位似变换解与一次函数的综合问题（函数思想、数形结合思想）

12. 【中考 · 盐城】如果两个一次函数$y=k_1x+b_1$和$y=k_2x+b_2$满足$k_1=k_2$，$b_1\neq b_2$，那么称这两个一次函数为“平行一次函数”. 如图，已知函数$y=-2x+4$的图象与x轴、y轴分别交于A，B两点，一次函数$y=kx+b$与$y=-2x+4$是“平行一次函数”.

(1) 若函数$y=kx+b$的图象过点$(3,1)$，求b的值；

(2) 若函数$y=kx+b$的图象与两坐标轴围成的三角形和△AOB构成位似图形，位似中心为原点，相似比为1∶2，求函数$y=kx+b$的解析式.



（第12题）

更多提分招数详见《极速提分法》第2页.

蔡州官问郑板桥怎么知道这家人缺少衣服和粮食，郑板桥说：“他家大门上不明白写着嘛，你看那对联是‘二三四五，六七八九’，这不是缺一（衣）少十（食）吗？”

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心题型专训

巧用位似解三角形中的内接多边形问题 ☞(答案见131页)

名师点金

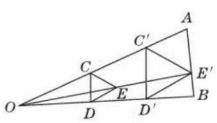
位似图形是特殊位置的相似图形,它具有相似图形的所有性质.位似图形必须具备三个条件:
1. 两个图形相似;2. 对应点的连线相交于一点;3. 对应边互相平行或在同一直线上.

训练角度① 三角形的内接等边三角形问题

1. 如图,用下面的方法可以画△AOB的内接等边三角形,阅读后证明相应问题.

画法:①在△AOB内画等边三角形CDE,使点C在OA上,点D在OB上;②连接OE并延长,交AB于点E',过点E'作$E'C'\parallel EC$,交OA于点C',作$E'D'\parallel ED$,交OB于点D';③连接$C'D'$,则△$C'D'E'$是△AOB的内接等边三角形.

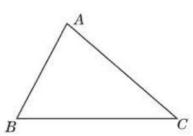
求证:△$C'D'E'$是等边三角形.



(第1题)

训练角度② 三角形的内接矩形问题

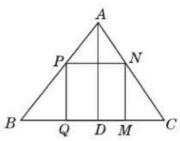
2. 如图,求作:内接于已知△ABC的矩形$DEFG$,使它的边EF在BC上,顶点D,G分别在AB,AC上,并且有$DE:EF=1:2$.



(第2题)

训练角度③ 三角形的内接正方形问题(方程思想)

3. 如图,△ABC是一块锐角三角形余料,边$BC=120$ mm,高$AD=80$ mm,要把它加工成正方形零件,使正方形的一边QM在BC上,其余两个顶点P,N分别在AB,AC上,则这个正方形零件的边长是多少?



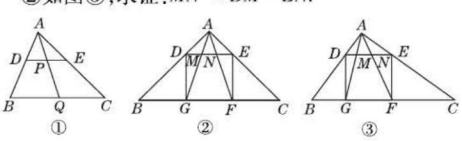
(第3题)

4. (1)如图①,在△ABC中,点D,E,Q分别在AB,AC,BC上,且$DE\parallel BC$,AQ交DE于点P.求证:$\frac{DP}{BQ}=\frac{PE}{QC}$.

(2)在△ABC中,$\angle BAC=90°$,正方形$DEFG$的四个顶点在△ABC的边上,连接AG,AF,分别交DE于M,N两点.

①如图②,若$AB=AC=1$,直接写出MN的长;

②如图③,求证:$MN^2=DM\cdot EN$.



(第4题)

更多提分招数详见《极速提分法》第23页.

趣味数学　在数学的领域中,提出问题的艺术比解答问题的艺术更为重要.——康托尔

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

全章热门考点整合应用

☞（答案见131页）

名师点金

本章主要内容为：平行线分线段成比例，相似三角形的判定及性质，位似图形及其画法等，涉及考点、考法较多，是中考的高频考点. 其主要考点可概括为：3个概念，2个性质，1个判定，2个应用，1个作图，1个技巧.

考点1 3个概念

概念1 成比例线段

1. 下列各组线段，成比例线段的是（　　）

A. 3 cm，6 cm，7 cm，9 cm

B. 2 cm，5 cm，0.6 dm，8 cm

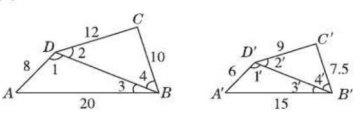
C. 3 cm，9 cm，6 cm，1.8 dm

D. 1 cm，2 cm，3 cm，4 cm

2. 有一块三角形的草地，它的一条边长为25 m，在图纸上，这条边的长为5 cm，其他两条边的长都为4 cm，则其他两条边的实际长度都是_____ m.

概念2 相似多边形

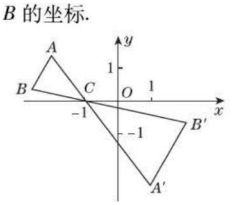
3. 如图，已知$\angle 1'=\angle 1$，$\angle 2'=\angle 2$，$\angle 3'=\angle 3$，$\angle 4'=\angle 4$，试判断四边形$ABCD$与四边形$A'B'C'D'$是否相似，并说明理由.



（第3题）

概念3 位似图形

4. 如图，在$\triangle ABC$中，A，B两个顶点在x轴的上方，点C的坐标是$(-1,0)$. 以点C为位似中心，在x轴的下方作$\triangle ABC$的位似图形，并把$\triangle ABC$的边放大到原来的2倍，记所得的图形是$\triangle A'B'C$. 设点B的对应点B'的坐标是(a,b)，求点B的坐标.



（第4题）

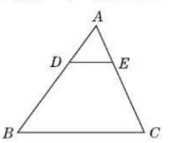
考点2 2个性质

性质1 平行线分线段成比例的性质

5. 【中考·杭州】如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别在边AB，AC上，$DE\parallel BC$，若$BD=2AD$，则（　　）

A. $\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{AE}{EC}=\dfrac{1}{2}$

C. $\dfrac{AD}{EC}=\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{1}{2}$

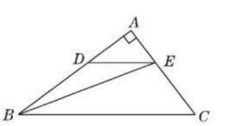


（第5题）

6. 如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle A=90°$，$AB=8$，$AC=6$. 若动点D从点B出发，沿线段BA运动到点A为止，运动速度为每秒2个单位长度. 过点D作$DE\parallel BC$交AC于点E，设动点D运动的时间为x秒，AE的长为y.

(1) 求出y关于x的函数解析式，并写出自变量x的取值范围；

(2) 当x为何值时，$\triangle BDE$的面积有最大值，最大值为多少？



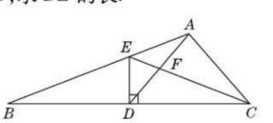
（第6题）

性质2 相似三角形的性质

7. 如图，已知D是BC边上的中点，且$AD=AC$，$DE\perp BC$，DE与BA相交于点E，EC与AD相交于点F.

(1) 求证：$\triangle ABC\backsim\triangle FCD$；

(2) 若$S_{\triangle FCD}=5$，$BC=10$，求DE的长.



（第7题）

华罗庚出生于江苏省，从小喜欢数学，而且非常聪明. 1930年，华罗庚到清华大学读书. 在熊庆来教授的指导下，刻苦学习，（待续）

趣味数学

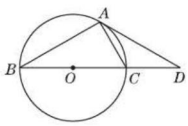
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考点3　1个判定——相似三角形的判定

8. 【中考·怀化】如图，已知 BC 是⊙O 的直径，点 D 为 BC 延长线上的一点，点 A 为圆上一点，且 $AB=AD$，$AC=CD$.

(1) 求证：$\triangle ACD\backsim\triangle BAD$；

(2) 求证：AD 是⊙O 的切线.



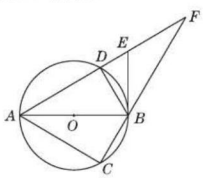
（第8题）

9. 【2018·盐城】如图，在以线段 AB 为直径的⊙O 上取一点 C，连接 AC，BC. 将 $\triangle ABC$ 沿 AB 翻折后得到 $\triangle ABD$.

(1) 试说明点 D 在⊙O 上；

(2) 在线段 AD 的延长线上取一点 E，使 $AB^2=AC\cdot AE$. 求证：BE 为⊙O 的切线；

(3) 在(2)的条件下，分别延长线段 AE，CB 相交于点 F，若 $BC=2$，$AC=4$，求线段 EF 的长.

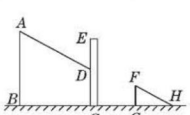


（第9题）

考点4　2个应用

应用1　测高的应用

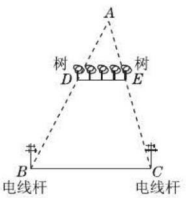
10. 如图，在离某建筑物 CE 4 m 处有一棵树 AB，在某时刻，1.2 m 的竹竿 FG 垂直地面放置，影子 GH 长为2 m，此时树的影子有一部分落在地面上，还有一部分落在建筑物的墙上，墙上的影子 CD 高为 2 m，那么这棵树的高度是多少？



（第10题）

应用2　测宽的应用

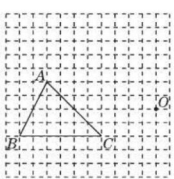
11. 如图，一条小河的两岸有一段是平行的，在河的一岸每隔 6 m 有一棵树，在河的对岸每隔 60 m 有一根电线杆，在有树的一岸离岸边 30 m 处可看到对岸相邻的两根电线杆恰好被这岸的两棵树遮住，并且在这两棵树之间还有三棵树，求河的宽度.



（第11题）

考点5　1个作图——作一个图形的位似图形

12. 如图，在方格纸中（每个小方格的边长都是 1 个单位长度）有一点 O 和 $\triangle ABC$. 请以点 O 为位似中心，把 $\triangle ABC$ 缩小为原来的一半（不改变方向），画出 $\triangle ABC$ 的位似图形.



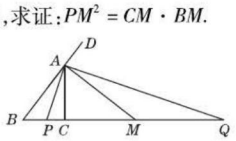
（第12题）

考点6　1个技巧——证明四条线段成比例的技巧

13. 如图，已知 $\triangle ABC$，$\angle BAC$ 的平分线与 $\angle DAC$ 的平分线分别交 BC 及 BC 的延长线于点 P，Q.

(1) 求 $\angle PAQ$ 的度数；

(2) 若点 M 为 PQ 的中点，求证：$PM^2=CM\cdot BM$.



（第13题）

趣味数学　还自学了几种外语，在国外杂志上发表论文，后来又前往英国剑桥大学学习. 他对数论有很深的研究，得出了著名的“华氏定理”.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

28.1 锐角三角函数

第1课时 正弦函数

名师点金

求锐角的正弦值的方法：

1. 没有直接给出对边或斜边的题目，一般先根据勾股定理求出所需的边长，再求正弦值.
2. 没有给出图形的题目，一般应根据题目，画出符合题意的图形，弄清所求角的对边与斜边，再求对边与斜边的比.
3. 题目中给出的角不在直角三角形中，应先构造直角三角形再求解.

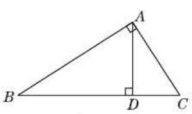
1 夯实基础·逐点练 (答案见133页)

知识点1 正弦函数的定义

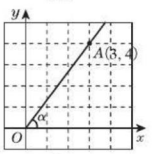
1. 【中考·乐山】如图，在Rt△ABC中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$于点D，则下列结论中不正确的是(　　)

A. $\sin B=\frac{AD}{AB}$　　B. $\sin B=\frac{AC}{BC}$

C. $\sin B=\frac{AD}{AC}$　　D. $\sin B=\frac{CD}{AC}$



(第1题)



(第5题)

2. 【中考·日照】在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AB=13$，$AC=5$，则$\sin A$的值为(　　)

A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{12}{13}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{12}{5}$

3. 【中考·贵阳】在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=12$，$BC=5$，则$\sin A$的值为(　　)

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{12}{5}$　　C. $\frac{12}{13}$　　D. $\frac{5}{13}$

4. 把Rt△ABC三边的长度都扩大为原来的3倍，则锐角$\angle A$的正弦值(　　)

A. 不变　　B. 缩小为原来的$\frac{1}{3}$

C. 扩大为原来的3倍　　D. 不能确定

5. 【中考·怀化】如图，在平面直角坐标系中，点A的坐标为$(3,4)$，那么$\sin\alpha$的值是(　　)

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{4}{3}$

知识点2 正弦函数的应用

6. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=9$，$\sin B=\frac{3}{5}$，则AB的长等于(　　)

A. 15　　B. 12　　C. 9　　D. 6

7. 【中考·杭州】在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，若$AB=4$，$\sin A=\frac{3}{5}$，则斜边上的高等于(　　)

A. $\frac{64}{25}$　　B. $\frac{48}{25}$　　C. $\frac{16}{5}$　　D. $\frac{12}{5}$

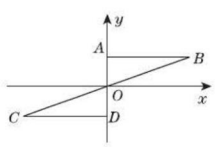
8. 【2018·安丘】如图，在直角坐标系中AB垂直于y轴，垂足为A，CD垂直于y轴，垂足为D，且点D的坐标为$(0,-1)$，$\sin B=\frac{1}{3}$，则点C的坐标为(　　)

A. $(-1,-3)$

B. $(-3,-1)$

C. $(-2\sqrt{2},-1)$

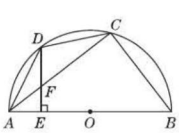
D. $(-1,-2\sqrt{2})$



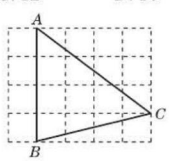
(第8题)

9. 【2019·潍坊】如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，AB为直径，$AD=CD$，过点D作$DE\perp AB$于点E. 连接AC交DE于点F. 若$\sin\angle CAB=\frac{3}{5}$，$DF=5$，则$BC$的长为(　　)

A. 8　　B. 10　　C. 12　　D. 16



(第9题)



(第10题)

易错点 不能正确构造直角三角形而误用正弦

10. 【2019·宜昌】如图，在5×4的正方形网格中，每个小正方形的边长都是1，△ABC的顶点都在这些小正方形的顶点上，则$\sin\angle BAC$的值为(　　)

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

正弦的数学符号为sin，英文名称为sine，sine是英语对于拉丁语sinus的转写，sinus的本意为“弯曲”.(待续)

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

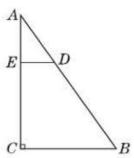
Ⅱ 整合方法·提升练 ☞(答案见133页)

考查角度1 利用相似三角形的性质求锐角的正弦值

11. 已知:如图,在△ABC中,$\angle C=90°$,点D,E分别在边AB,AC上,$DE/\!/BC$,$DE=3$,$BC=9$.

(1)求$\dfrac{AD}{AB}$的值;

(2)若$BD=10$,求$\sin A$的值.



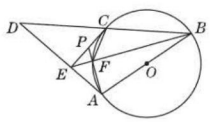
(第11题)

考查角度2 利用正弦函数的定义求圆中锐角的正弦值

12. 【2018·宜宾】如图,AB为⊙O的直径,C为⊙O上一点,D为BC延长线上一点,且$BC=CD$,$CE\perp AD$于点E.

(1)求证:直线EC为⊙O的切线;

(2)设BE与⊙O交于点F,AF的延长线与CE交于点P,已知$\angle PCF=\angle CBF$,$PC=5$,$PF=4$,求$\sin\angle PEF$的值.



(第12题)

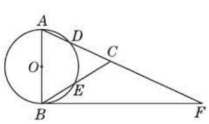
Ⅲ 探究培优·拓展练 ☞(答案见133页)

拔尖角度1 利用正弦函数值求圆中线段长(等角代换法)

13. 【2019·随州】如图,在△ABC中,$AB=AC$,以AB为直径的⊙O分别交AC,BC于点D,E,点F在AC的延长线上,且$\angle BAC=2\angle CBF$.

(1)求证:BF是⊙O的切线;

(2)若⊙O的直径为3,$\sin\angle CBF=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,求$BC$和$BF$的长.



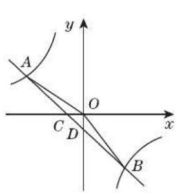
(第13题)

拔尖角度2 利用正弦函数解一次函数、反比例函数问题

14. 【中考·重庆】如图,在平面直角坐标系中,一次函数的图象与反比例函数的图象交于第二、四象限内的A,B两点,与x轴交于点C,与y轴交于点D,点B的坐标是$(m,-4)$,连接AO,$AO=5$,$\sin\angle AOC=\dfrac{3}{5}$.

(1)求反比例函数的解析式;

(2)连接OB,求△AOB的面积.



(第14题)

趣味数学　从这个概念来看,正弦线就应该指那些弯弯曲曲的,波状起伏的线条.如此说来,最初的命名者应该是鉴于正弦线是弯曲的,所以给它取名为sinus了.(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　余弦、正切函数

名师点金

求锐角的三角函数值的三种方法：

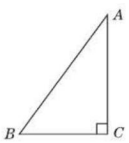
1. 在直角三角形中，确定各边长，根据定义直接求出.
2. 利用相似、全等等关系，寻找与所求角相等的角（若该角的三角函数值知道或者易求）.
3. 利用互余的两个角间的特殊关系求.

1 夯实基础·逐点练 （答案见134页）

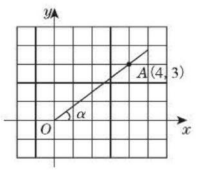
知识点1 余弦函数

1. 【中考·湖州】如图，已知在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，则 $\cos B$ 的值是（　　）

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$



（第1题）



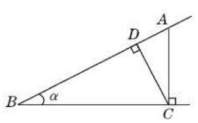
（第2题）

2. 【中考·广东】如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(4,3)$，那么 $\cos\alpha$ 的值是（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 如图，点 A 为 $\angle\alpha$ 边上的任意一点，过点 A 作 $AC\perp BC$ 于点 C，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，下列用线段比表示 $\cos\alpha$ 的值，错误的是（　　）

A. $\frac{BD}{BC}$　　B. $\frac{BC}{AB}$　　C. $\frac{AD}{AC}$　　D. $\frac{CD}{AC}$



（第3题）



（第6题）

知识点2 正切函数

4. 【中考·金华】在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=5$，$BC=3$，则 $\tan A$ 的值是（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

5. 【中考·包头】在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若斜边 AB 是直角边 BC 的3倍，则 $\tan B$ 的值是（　　）

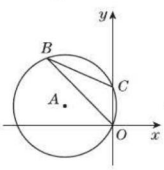
A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　D. $2\sqrt{2}$

6. 【2019·广州】如图，有一斜坡 AB，坡顶 B 离地面的高度 BC 为 30 m，斜坡的倾斜角是 $\angle BAC$，若 $\tan\angle BAC=\frac{2}{5}$，则此斜坡的水平距离 AC 为（　　）

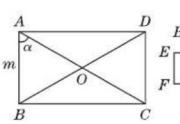
A. 75 m　　B. 50 m　　C. 30 m　　D. 12 m

7. 【2019·安顺】如图，半径为3的 $\odot A$ 经过原点 O 和点 $C(0,2)$，B 是 y 轴左侧 $\odot A$ 优弧上一点，则 $\tan\angle OBC$ 为（　　）

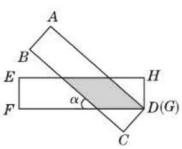
A. $\frac{1}{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$



（第7题）



（第8题）



（第9题）

8. 【2019·金华】如图，矩形 $ABCD$ 的对角线交于点 O，已知 $AB=m$，$\angle BAC=\angle\alpha$，则下列结论错误的是（　　）

A. $\angle BDC=\angle\alpha$　　B. $BC=m\cdot\tan\alpha$

C. $AO=\frac{m}{2\sin\alpha}$　　D. $BD=\frac{m}{\cos\alpha}$

9. 【2019·台州】如图，有两张矩形纸片 $ABCD$ 和 $EFGH$，$AB=EF=2$ cm，$BC=FG=8$ cm. 把纸片 $ABCD$ 交叉叠放在纸片 $EFGH$ 上，使重叠部分为平行四边形，且点 D 与点 G 重合. 当两张纸片交叉所成的角 α 最小时，$\tan\alpha$ 等于（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{8}{17}$　　D. $\frac{8}{15}$

易错点 忽视锐角三角函数值的范围而致错

10. 已知 $x=\cos\alpha$（α 为锐角）满足方程 $2x^2-5x+2=0$，求 $\cos\alpha$ 的值.

余弦在英语中写作 cosine，符号为 cos，是对拉丁语 comlementi sinus【正弦的补】的简写.（待续）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

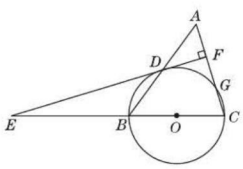
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见134页)

考查角度1 利用余弦函数的定义求圆中的余弦值（等角代换法）

11. 【中考 · 安顺】如图，在等腰三角形 ABC 中，$AC=BC=10$，$AB=12$，以 BC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D，交 AC 于点 G，$DF\perp AC$，垂足为 F，交 CB 的延长线于点 E.

(1)求证：直线 EF 是 $\odot O$ 的切线；

(2)求 $\cos E$ 的值.



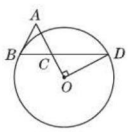
(第11题)

考查角度2 利用正切函数的定义求圆中的正切值

12. 【2019 · 镇江】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，过 AC 延长线上的点 O 作 $OD\perp AO$，交 BC 的延长线于点 D，以 O 为圆心，OD 长为半径的圆过点 B.

(1)求证：直线 AB 与 $\odot O$ 相切；

(2)若 $AB=5$，$\odot O$ 的半径为12，则 $\tan\angle BDO=$ _____.



(第12题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见134页)

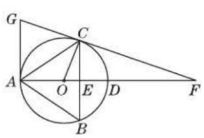
拔尖角度1 利用余弦函数的定义求圆中线段长

13. 【2019 · 遂宁】如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，直径 AD 交 BC 于点 E，延长 AD 至点 F，使 $DF=2OD$，连接 FC 并延长交过点 A 的切线于点 G，且满足 $AG\parallel BC$，连接 OC，若 $\cos\angle BAC=\frac{1}{3}$，$BC=6$.

(1)求证 $\angle COD=\angle BAC$；

(2)求 $\odot O$ 的半径 OC；

(3)求证：CF 是 $\odot O$ 的切线.



(第13题)

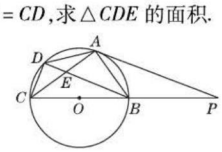
拔尖角度2 利用正切函数的定义求圆中线段长

14. 【2018 · 鄂州】如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，BC 为 $\odot O$ 的直径，AC 与 BD 交于点 E，P 为 CB 延长线上一点，连接 PA，且 $\angle PAB=\angle ADB$.

(1)求证：PA 为 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $AB=6$，$\tan\angle ADB=\frac{3}{4}$，求 PB 的长；

(3)在(2)的条件下，若 $AD=CD$，求 $\triangle CDE$ 的面积.



(第14题)

趣味数学　正切的数学符号为 tan，英文名称是 tangent，这个词汇翻译自拉丁语 tangens，意思是 touching（在此，不好用汉语确切地表示这个概念，故使用英语解析，独译为【接着】）.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时　特殊角的三角函数值

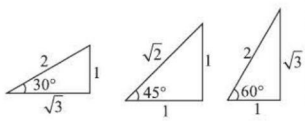
名师点金

巧记特殊锐角三角函数值的方法：

1. **三角尺记忆法**：借助如图所示的三角尺记忆.

2. **特点记忆法**：30°，45°，60°角的正弦值记为$\frac{\sqrt{1}}{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，余弦值相反，正切值记为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\sqrt{3^2}}{3}$，$\frac{\sqrt{3^3}}{3}$.

3. **口诀记忆法**：1，2，3；3，2，1；3，9，27；弦比2，切比3，分子根号别忘添.



Ⅰ 夯实基础·逐点练 （答案见135页）

知识点1 特殊角（30°，45°，60°）的三角函数值

1. 【2019·天津】2sin 60°的值等于（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

2. 【2018·黄冈】下列运算结果正确的是（　　）

A. $3a^3\cdot 2a^2=6a^6$　　B. $(-2a)^2=-4a^2$

C. $\tan 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\cos 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 【中考·包头】计算 $\sin^2 45°+\cos 30°\cdot\tan 60°$，其结果是（　　）

A. 2　　B. 1　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{5}{4}$

4. 下列各式中正确的是（　　）

A. $\sin 60°=\frac{1}{2}$

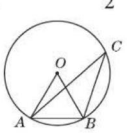
B. $\cos 45°+\sin 45°=\sqrt{2}$

C. $\sin 60°=\sin(2\times 30°)=2\sin 30°$

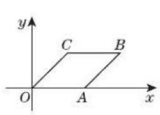
D. $\tan 60°+\tan 30°=2\sqrt{3}$

5. 如图，点A，B，C在$\odot O$上，$\angle ACB=30°$，则$\sin\angle AOB$的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



（第5题）



（第6题）

6. 菱形$OABC$在平面直角坐标系中的位置如图所示，$\angle AOC=45°$，$OC=\sqrt{2}$，则点B的坐标为（　　）

A. $(\sqrt{2},1)$　B. $(1,\sqrt{2})$　C. $(\sqrt{2}+1,1)$　D. $(1,\sqrt{2}+1)$

知识点2 特殊三角函数值的对应角

7. 在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$都是锐角，且$\sin A=\frac{1}{2}$，$\cos B=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\triangle ABC$的形状是（　　）

A. 直角三角形　　B. 钝角三角形

C. 锐角三角形　　D. 不能确定

8. 【2019·怀化】已知$\angle\alpha$为锐角，且$\sin\alpha=\frac{1}{2}$，则$\angle\alpha=$（　　）

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°

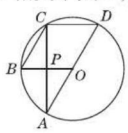
9. 【2019·襄阳】如图，AD是$\odot O$的直径，BC是弦，四边形$OBCD$是平行四边形，AC与OB相交于点P，下列结论错误的是（　　）

A. $AP=2OP$

B. $CD=2OP$

C. $OB\perp AC$

D. AC平分OB



（第9题）

知识点3 锐角三角函数间的关系

10. 在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，下列式子不一定成立的是（　　）

A. $\tan A=\frac{\sin A}{\cos B}$　　B. $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

C. $\sin^2 A+\sin^2 B=1$　　D. $\tan A\cdot\tan B=1$

11. 【中考·汕尾】在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若$\sin A=\frac{3}{5}$，则$\cos B$的值是（　　）

A. $\frac{4}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

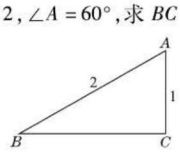
12. 已知α，β都是锐角，如果$\sin\alpha=\cos\beta$，那么α与β之间满足的关系是（　　）

A. $\alpha=\beta$　　B. $\alpha+\beta=90°$

C. $\alpha-\beta=90°$　　D. $\beta-\alpha=90°$

易错点 忽视锐角的三角函数值是在直角三角形中求出这一条件而致错

13. 如图，在$\triangle ABC$中，$AC=1$，$AB=2$，$\angle A=60°$，求BC的长.



（第13题）

约公元前600年，泰勒斯从遥远的古希腊来到了古埃及.之前，他到过很多国家，学习了各国的数学和天文知识.到古埃及后，他学会了一些土地丈量的方法和规则.（待续）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞(答案见135页)

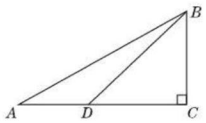
考查角度1　利用特殊角的三角函数值进行实数混合运算

14. (1)【中考·北京】计算:$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}-(\pi-\sqrt{7})^{0}+|\sqrt{3}-2|+4\sin 60°$;

(2)先化简,再求值:$\left(\frac{1}{x^{2}-2x}-\frac{1}{x^{2}-4x+4}\right)\div\frac{2}{x^{2}-2x}$,其中$x=2(\tan 45°-\cos 30°)$.

考查角度2　利用特殊角的三角函数值求角

15. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,点D在AC上,已知$\angle BDC=45°$,$BD=10\sqrt{2}$,$AB=20$.求$\angle A$的度数.



(第15题)

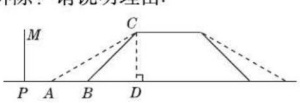
Ⅲ 探究培优·拓展练 ☞(答案见136页)

拔尖角度1　利用特殊角的三角函数值求坡角

16. 某地的一座人行天桥如图所示,天桥高为6 m,坡面BC的坡度为$1:1$(即$CD:BD=1:1$),为了方便行人推车过天桥,有关部门决定降低坡度,使新坡面的坡度为$1:\sqrt{3}$(即$CD:AD=1:\sqrt{3}$).

(1)求新坡面的坡角α.

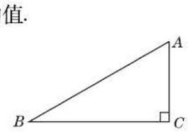
(2)原天桥底部正前方8 m(PB的长)处的文化墙PM是否需要拆除?请说明理由.



(第16题)

拔尖角度2　利用特殊角的三角函数值求相关函数值(构造法)

17. 要求$\tan 30°$的值,可构造如图所示的直角三角形进行计算:在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,斜边$AB=2$,直角边$AC=1$,那么$BC=\sqrt{3}$,$\angle ABC=30°$,$\therefore\tan 30°=\frac{AC}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.在此图的基础上,通过添加适当的辅助线,可求出$\tan 15°$的值,请画出你添加的辅助线,并求出$\tan 15°$的值.



(第17题)

趣味数学　可他学到的这些知识能够帮助他计算出金字塔的高度吗?泰勒斯已经观察金字塔很久了,发现金字塔底部是正方形,四个侧面是相同的等腰三角形.要测量出底部正方形的边长并不困难.(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第4课时　一般角的三角函数值

名师点金

1. 利用计算器可求锐角的三角函数值，按键顺序：先按 sin 键或 cos 键或 tan 键，再按角度值，最后按 = 键，就可求出相应的三角函数值.
2. 已知锐角三角函数值也可求相应的锐角，按键顺序：先按 2ndF 键，再按 sin 键或 cos 键或 tan 键，然后输入三角函数值，最后按 = 键，就可求出相应的角度.

1 夯实基础 · 逐点练

（答案见136页）

知识点1 用计算器求已知锐角的三角函数值

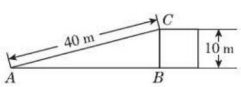
1. 【中考 · 威海】为了方便行人推车过某天桥，市政府在10 m高的天桥一侧修建了40 m长的斜道（如图所示），我们可以借助科学计算器求这条斜道倾斜角的度数，具体按键顺序是（　　）

A. 2ndF sin 0 · 2 5 =

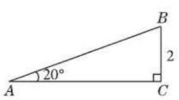
B. sin 2ndF 0 · 2 5 =

C. sin 0 · 2 5 =

D. 2ndF cos 0 · 2 5 =



（第1题）



（第3题）

2. 利用计算器求 sin 30°时，依次按键 sin 3 0 =，则计算器上显示的结果是（　　）

A. 0.5　　B. 0.707　　C. 0.866　　D. 1

3. 【2019 · 威海】如图，一个人从山脚下的 A 点出发，沿山坡小路 AB 走到山顶 B 点，已知坡角为20°，山高 $BC=2$ 千米，用科学计算器计算小路 AB 的长度，下列按键顺序正确的是（　　）

A. 2 ÷ sin 2 0 =　　B. 2 × sin 2 0 =

C. 2 ÷ cos 2 0 =　　D. 2 × tan 2 0 =

4. 用计算器验证，下列等式正确的是（　　）

A. $\sin 18°24'+\sin 35°36'=\sin 54°$

B. $\sin 65°54'-\sin 35°54'=\sin 30°$

C. $2\sin 15°30'=\sin 31°$

D. $\sin 72°18'-\sin 12°18'=\sin 47°42'$

知识点2 用计算器求已知三角函数值的对应锐角

5. 已知 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，求锐角 α，若用科学计算器计算且结果以“度、分、秒”为单位，最后按键（　　）

A. AC/ON　　B. 2ndF

C. MODE　　D. °′″

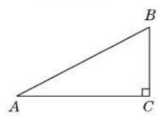
6. 已知 α 为锐角，且 $\tan\alpha=3.387$，则下列各值中与 α 最接近的是（　　）

A. 73°33′　　B. 73°27′　　C. 16°27′　　D. 16°21′

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$BC=5$，$AB=13$，用科学计算器求 $\angle A$ 约等于（　　）

A. 24°38′　　B. 65°22′　　C. 67°23′　　D. 22°37′

8. 【中考 · 陕西】如图，有一滑梯 AB，其水平宽度 AC 为5.3 m，铅直高度 BC 为2.8 m，则 $\angle A$ 的度数约为_____（用科学计算器计算，结果精确到0.1°）.



（第8题）

知识点3 用计算器探究三角函数的性质

9. 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，下列各式中正确的是（　　）

A. $\sin A=\sin B$　　B. $\tan A=\tan B$

C. $\sin A=\cos B$　　D. $\cos A=\cos B$

10. 用计算器比较 tan 25°，sin 27°，cos 26°的大小关系是（　　）

A. $\tan 25°<\cos 26°<\sin 27°$

B. $\tan 25°<\sin 27°<\cos 26°$

C. $\sin 27°<\tan 25°<\cos 26°$

D. $\cos 26°<\tan 25°<\sin 27°$

11. 用计算器求 sin 15°，sin 25°，sin 35°，sin 45°，sin 55°，sin 65°，sin 75°，sin 85°的值，探究 $\sin\alpha$ 的值随锐角 α 变化的规律，根据这个规律判断：若 $\frac{1}{2}<\sin\alpha<\frac{\sqrt{3}}{2}$，则（　　）

A. $30°<\alpha<60°$　　B. $30°<\alpha<90°$

C. $0°<\alpha<60°$　　D. $60°<\alpha<90°$

易错点 不区分35°29′与35.29°而导致错误

12. 用计算器求 sin 35°29′的值（结果精确到0.001）.

但仅仅知道这一点还无法解决问题. 他苦苦思索. 当他看到金字塔在阳光下的影子时，突然想到了办法. 这一天，阳光的角度很合适，把地面上很多东西都拖出一条条长长的影子.（待续）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见136页)

考查角度1　利用任意角的三角函数值验证互余两角的正弦平方和的关系

13. 【中考 · 福建】小明在某次作业中得到如下结果：

$\sin^2 7° + \sin^2 83° \approx 0.12^2 + 0.99^2 = 0.994\,5$，

$\sin^2 22° + \sin^2 68° \approx 0.37^2 + 0.93^2 = 1.001\,8$，

$\sin^2 29° + \sin^2 61° \approx 0.48^2 + 0.87^2 = 0.987\,3$，

$\sin^2 37° + \sin^2 53° \approx 0.60^2 + 0.80^2 = 1.000\,0$，

$\sin^2 45° + \sin^2 45° = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$.

据此，小明猜想：对于任意锐角 α，均有 $\sin^2\alpha + \sin^2(90° - \alpha) = 1$.

(1) 当 $\alpha = 30°$ 时，验证 $\sin^2\alpha + \sin^2(90° - \alpha) = 1$ 是否成立；

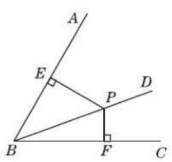
(2) 小明的猜想是否成立？若成立，请给予证明；若不成立，请举出一个反例.

考查角度2　利用三角函数值比较线段的大小

14. 如图，已知 $\angle ABC$ 和射线 BD 上一点 P(点 P 与点 B 不重合，且点 P 到 BA，BC 的距离分别为 PE，PF 的长).

(1) 若 $\angle EBP = 40°$，$\angle FBP = 20°$，试比较 PE，PF 的大小；

(2) 若 $\angle EBP = \alpha$，$\angle FBP = \beta$，α，β 都是锐角，且 $\alpha > \beta$，请比较 PE，PF 的大小.

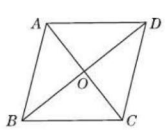


(第14题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见136页)

拔尖角度1　利用三角函数解决几何应用问题

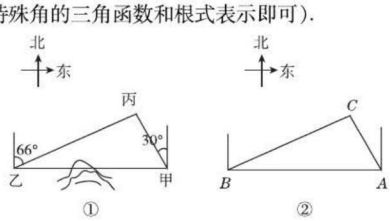
15. 如图，菱形 $ABCD$ 的一条对角线 $AC = 8$ m，$\tan\angle BAO = \frac{5}{4}$，借助计算器求菱形的边长及内角的度数(角度精确到1°，长度精确到1 m).



(第15题)

拔尖角度2　利用三角函数解实际应用问题

16. 【2019 · 呼和浩特】如图①，已知甲地在乙地的正东方向，因有大山阻隔，由甲地到乙地需要绕行丙地. 已知丙地位于甲地北偏西30°方向，距离甲地460 km，丙地位于乙地北偏东66°方向，现要打通穿山隧道，建成甲乙两地直达高速公路. 如果将甲、乙、丙三地当作三个点 A，B，C，可抽象成图②所示的三角形，求甲乙两地之间直达高速线路的长 AB(结果用含非特殊角的三角函数和根式表示即可).



(第16题)

趣味数学　泰勒斯仔细地观察着影子的变化，找出金字塔底面正方形一边的中点，并作了标记. 然后他笔直地站立在沙地上，并请人不断测量他的影子的长度.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5课时　用三角函数解与圆有关的问题 ☞（答案见136页）

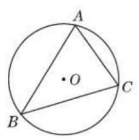
名师点金

用三角函数解与圆有关的问题，是近几年中考热门命题内容，题型多样化，一般以中档题、压轴题形式出现，应高度重视.

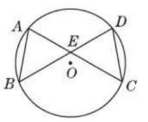
一、选择题

1. 如图，已知△ABC的外接圆⊙O的半径为3，$AC=4$，则$\sin B=$（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$



（第1题）



（第2题）

2. 如图，已知⊙O的两条弦AC，BD相交于点E，$\angle A=70°$，$\angle C=50°$，那么$\cos\angle AEB$的值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 【中考·乐山】在△ABC中，$AB=AC=5$，$\sin B=\frac{4}{5}$. ⊙O过B，C两点，且⊙O的半径$r=\sqrt{10}$，则OA的长为（　　）

A. 3或5　　B. 5　　C. 4或5　　D. 4

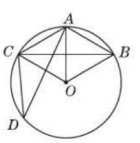
4. 【中考·孝感】如图，在半径为6 cm的⊙O中，点A是劣弧BC的中点，点D是优弧BC上一点，且$\angle D=30°$. 下列四个结论：

①$OA\perp BC$；

②$BC=6\sqrt{3}$ cm；

③$\sin\angle AOB=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

④四边形$ABOC$是菱形.



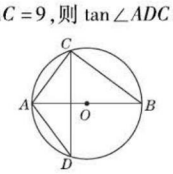
（第4题）

其中正确结论的序号是（　　）

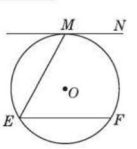
A. ①③　　B. ①②③④　　C. ②③④　　D. ①③④

二、填空题

5. 【中考·黔东南州】如图，AB是⊙O的直径，$AB=15$，$AC=9$，则$\tan\angle ADC=$_____.



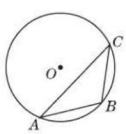
（第5题）



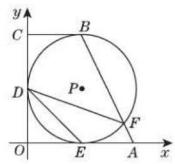
（第6题）

6. 【中考·玉林】如图，直线MN与⊙O相切于点M，$ME=EF$且$EF/\!/MN$，则$\cos E=$_____.

7. 【中考·泰安】如图，在半径为5的⊙O中，弦$AB=6$，点C是优弧AB上的一点（不与A，B重合），则$\cos C$的值为_____.



（第7题）



（第8题）

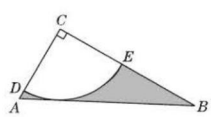
8. 【中考·荆州】如图，在直角坐标系中，四边形$OABC$是直角梯形，$BC/\!/OA$，⊙P分别与OA，OC，BC相切于点E，D，B，与AB交于点F，已知$A(2,0)$，$B(1,2)$，则$\tan\angle FDE=$_____.

三、解答题

9. 【中考·福州】如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=\sqrt{5}$，$\tan B=\frac{1}{2}$，半径为2的⊙C分别交AC，BC于点D，E，得到$\overset{\frown}{DE}$.

（1）求证：AB为⊙C的切线；

（2）求图中阴影部分的面积.



（第9题）

当影子的长度和他的身高相等时，他立即跑过去测量金字塔影子的端点到所作标记的中点的距离，他稍做计算，就得出了金字塔的高度.

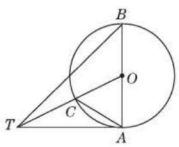
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 【中考·武汉】如图，AB 是⊙O 的直径，$\angle ABT = 45°$，$AT = AB$.

(1) 求证：AT 是⊙O 的切线；

(2) 连接 OT 交⊙O 于点 C，连接 AC，求 $\tan\angle TAC$ 的值.



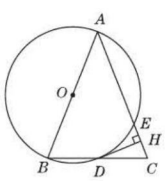
（第 10 题）

11. 【2019·安顺】如图，在△ABC 中，$AB = AC$，以 AB 为直径的⊙O 与边 BC，AC 分别交于 D，E 两点，过点 D 作 $DH \perp AC$ 于点 H.

(1) 判断 DH 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

(2) 求证：H 为 CE 的中点；

(3) 若 $BC = 10$，$\cos C = \frac{\sqrt{5}}{5}$，求 AE 的长.

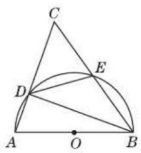


（第 11 题）

12. 【中考·烟台】如图，以△ABC 的一边 AB 为直径的半圆与其他两边 AC，BC 的交点分别为 D，E，且 $\overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{BE}$.

(1) 试判断△ABC 的形状，并说明理由；

(2) 已知半圆的半径为 5，$BC = 12$，求 $\sin\angle ABD$ 的值.



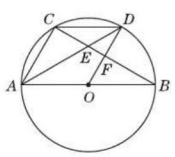
（第 12 题）

13. 【2019·苏州】如图，AB 为⊙O 的直径，C 为⊙O 上一点，D 是弧 BC 的中点，BC 与 AD，OD 分别交于点 E，F.

(1) 求证 $DO \parallel AC$；

(2) 求证 $DE \cdot DA = DC^2$；

(3) 若 $\tan\angle CAD = \frac{1}{2}$，求 $\sin\angle CDA$ 的值.



（第 13 题）

趣味数学　数学是人类知识活动留下来的最具威力的知识工具，是一些现象的根源. 数学是不变的，是客观存在的，上帝必以数学法则建造宇宙. ——笛卡尔

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心方法专训

求锐角三角函数值的七种常用方法 ☞(答案见137页)

名师点金

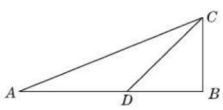
锐角三角函数刻画了直角三角形中边和角之间的关系，对于斜三角形，要把它转化为直角三角形求解. 在求锐角的三角函数值时，首先要明确是求锐角的正弦值、余弦值还是正切值，然后要弄清是求哪两条边的比.

方法1 直接用锐角三角函数的定义

1. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\sin A=\frac{5}{13}$，点 D 在 AB 边上，且 $\angle BDC=45°$，$BC=5$.

(1)求 AD 的长；

(2)求 $\angle ACD$ 的正弦值.

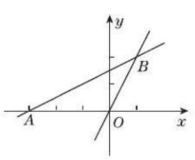


(第1题)

2. 如图，直线 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 与 x 轴交于点 A，与直线 $y=2x$ 交于点 B. 求：

(1)点 B 的坐标；

(2)$\sin\angle BAO$ 的值.



(第2题)

方法2 利用特殊角求三角函数值

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=150°$，$AC=4$，$\tan B=\frac{1}{8}$.

(1)求 BC 的长；

(2)利用此图形求 $\tan 15°$ 的值(结果精确到0.1，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.4$，$\sqrt{3}\approx1.7$，$\sqrt{5}\approx2.2$).



(第3题)

方法3 利用同角或互余两角三角函数间的关系

4. 若 $\angle A$ 为锐角，且 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\cos A=$(　　)

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. (1)已知 $\angle A$ 是锐角，求证：$\sin^2 A+\cos^2 A=1$；

(2)已知 $\angle A$ 为锐角，且 $\sin A\cdot\cos A=\frac{1}{2}$，求 $\angle A$ 的度数.

【导学号：8385747】

更多提分招数详见《极速提分法》第5页.

奥林匹克五环图案的几何美：奥林匹克五环是奥林匹克的标志，它由5个圆环组成，从左至右，从上到下，环环相扣.(待续)

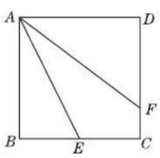
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

方法4　利用设参数求函数值

6. 在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对的边长分别为a，b，c，且a，b，c满足$b^2=(c+a)(c-a)$．若$5b-4c=0$，求$\sin A+\sin B$的值．

7. 如图，在正方形$ABCD$中，E为BC的中点，点F在CD边上，且$CF=\frac{1}{4}CD$，求$\angle EAF$的正弦值、余弦值．



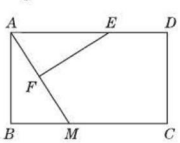
（第7题）

方法5　利用等角来替换

8. 如图，在矩形$ABCD$中，M为BC上一点，F是AM的中点，$EF\perp AM$，垂足为F，交AD于点E．

（1）求证：$\angle BAM=\angle AEF$；

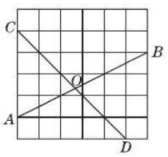
（2）若$AB=4$，$AD=6$，$\cos\angle BAM=\frac{4}{5}$，求$DE$的长．



（第8题）

方法6　利用网格求三角函数值

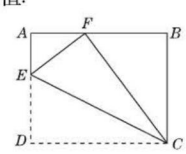
9. 在如图所示的正方形网格纸中，每个小的四边形都是相同的正方形，A，B，C，D都在格点处，AB与CD相交于O，求$\tan\angle BOD$的值．



（第9题）

方法7　利用折叠求三角函数值

10. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=10$，$BC=8$，E为AD边上一点，沿CE将$\triangle CDE$折叠，使点D正好落在AB边上的点F处，求$\tan\angle AFE$的值．



（第10题）

更多提分招数详见《极速提分法》第8页．

趣味数学　奥林匹克五环，视觉上端庄大方，圆润流畅，是一个美丽的几何图形！奥林匹克五环的美，是因为它具有对称美、和谐美、简洁美和奇异美，是几何之美．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

28.2 解直角三角形及其应用

第1课时 解直角三角形

名师点金

已知两边解直角三角形的两种类型：

1. 已知两直角边 a,b，如图1，则 $c=\sqrt{a^2+b^2}$，由 $\tan A=\frac{a}{b}$ 可求 $\angle A$，则 $\angle B=90°-\angle A$.

2. 已知斜边 c 和一直角边 a，如图2，则 $b=\sqrt{c^2-a^2}$，由 $\sin A=\frac{a}{c}$ 可求 $\angle A$，则 $\angle B=90°-\angle A$.

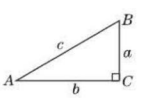


图1

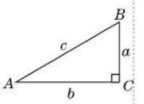


图2

1 夯实基础 · 逐点练 ☞(答案见138页)

知识点1 已知两边解直角三角形

1. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=2\sqrt{5}$，$AC=\sqrt{15}$，则 $\angle A$ 的度数为(　　)

A. 90°　　B. 60°　　C. 45°　　D. 30°

2. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=4$，$AC=3$，欲求 $\angle A$ 的度数，最适宜的做法是(　　)

A. 计算 $\tan A$ 的值求出

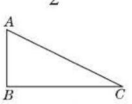
B. 计算 $\sin A$ 的值求出

C. 计算 $\cos A$ 的值求出

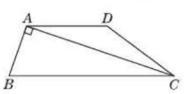
D. 先根据 $\sin B$ 求出 $\angle B$，再利用 $90°-\angle B$ 求出

3. 【中考 · 兰州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$BC=2AB$，则 $\cos A=$(　　)

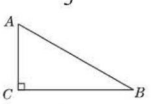
A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{5}$



(第3题)



(第4题)



(第5题)

4. 如图，四边形 $ABCD$ 是梯形，$AD/\!/BC$，CA 是 $\angle BCD$ 的平分线，且 $AB\perp AC$，$AB=4$，$AD=6$，则 $\tan B=$(　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\frac{11}{4}$　　D. $\frac{5\sqrt{5}}{4}$

知识点2 已知一边及一锐角解直角三角形

5. 【中考 · 沈阳】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AB=8$，则 BC 的长是(　　)

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B. 4　　C. $8\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

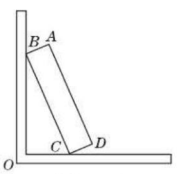
6. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若 $\angle B=2\angle A$，$b=3$，则 a 等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 6　　D. $\frac{3}{2}$

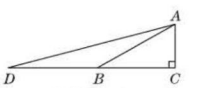
7. 【2019 · 杭州】如图，一块矩形木板 $ABCD$ 斜靠在墙边($OC\perp OB$，点 A,B,C,D,O 在同一平面内)，已知 $AB=a$，$AD=b$，$\angle BCO=x$，则点 A 到 OC 的距离等于(　　)

A. $a\sin x+b\sin x$　　B. $a\cos x+b\cos x$

C. $a\sin x+b\cos x$　　D. $a\cos x+b\sin x$



(第7题)

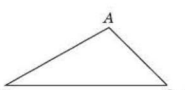


(第8题)

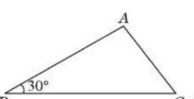
8. 【中考 · 滨州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC\perp BC$，$\angle ABC=30°$，点 D 是 CB 延长线上的一点，且 $BD=BA$，则 $\tan\angle DAC$ 的值为(　　)

A. $2+\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3+\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$

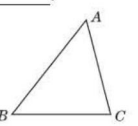
9. 【2019 · 盐城】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，$\angle C=45°$，$AB=\sqrt{2}AC$，则 AC 的长为_____.



(第9题)



(第10题)



(第11题)

知识点3 已知一边及一锐角三角函数值解直角三角形

10. 【2019 · 乐山】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=30°$，$AC=2$，$\cos C=\frac{3}{5}$，则 AB 边的长为_____.

11. 【2019 · 凉山州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$CA=CB=4$，$\cos C=\frac{1}{4}$，则 $\sin B$ 的值为(　　)

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{10}}{4}$

易错点 受思维定式的影响误以为 $\angle C$ 的对边为斜边造成错误

12. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$BC=3$，$AB=5$，求 $\tan A$，$\cos A$ 的值.

三角函数趣味记忆：有一天，sin 方了一下，cos 也方了一下，于是它们相爱了，成为完美的1（$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$）；(待续)

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

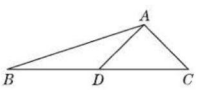
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见138页)

考查角度① 利用化斜为直法解非直角三角形问题

13. 【中考 · 襄阳】如图,AD 是 $\triangle ABC$ 的中线,$\tan B=\frac{1}{3}$,$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$AC=\sqrt{2}$. 求:

(1) BC 的长;

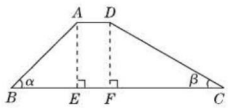
(2) $\sin\angle ADC$ 的值.



(第13题)

考查角度② 利用构造三角形法解与四边形有关的问题

14. 【2019 · 十堰】如图,拦水坝的横断面为梯形 $ABCD$,$AD=3$ m,坝高 $AE=DF=6$ m,坡角 $\alpha=45°$,$\beta=30°$,求 BC 的长.



(第14题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见139页)

拔尖角度 利用三角函数解与网格有关的问题

15. 【2018 · 扬州】问题呈现

如图①,在边长为1的正方形网格中,连接格点 D,N 和 E,C,DN 和 EC 相交于点 P,求 $\tan\angle CPN$ 的值.

方法归纳

求一个锐角的三角函数值,我们往往需要找出(或构造出)一个直角三角形. 观察发现问题中 $\angle CPN$ 不在直角三角形中,我们常常利用网格画平行线等方法解决此类问题,比如连接格点 M,N,可得 $MN/\!/EC$,则 $\angle DNM=\angle CPN$,连接 DM,那么 $\angle CPN$ 就变换到 $\mathrm{Rt}\triangle DMN$ 中.

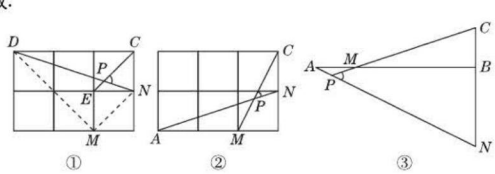
问题解决

(1) 直接写出图①中 $\tan\angle CPN$ 的值为_____;

(2) 如图②,在边长为1的正方形网格中,AN 与 CM 相交于点 P,求 $\cos\angle CPN$ 的值;

思维拓展

(3) 如图③,$AB\perp BC$,$AB=4BC$,点 M 在 AB 上,且 $AM=BC$,延长 CB 到 N,使 $BN=2BC$,连接 AN 交 CM 的延长线于点 P,用上述方法构造网格求锐角 $\angle CPN$ 的度数.



(第15题)

趣味数学 sin 和 cos 有一天除了一下,于是 tan 诞生了$\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha\right)$. (待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　解直角三角形的八种类型

名师点金

解直角三角形时，首先要分析直角三角形中的已知元素，根据已知元素利用勾股定理、边角关系、斜边上的中线性质，30°角所对直角边的性质进行求解. 求边的长度时，一般要选择题目中的原始数据，尽量避免用中间所得的结果参与计算.

整合方法 · 分类练

☞（答案见139页）

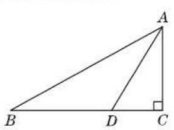
类型1 已知两边解直角三角形

1. 在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别为a，b，c. 根据下列条件解直角三角形.

（1）$a=6\sqrt{15}$，$b=6\sqrt{5}$；

（2）$a=10\sqrt{3}$，$b=10$.

2. 如图，AD为$\angle BAC$的平分线，且$AD=2$，$AC=\sqrt{3}$，$\angle C=90°$，求BC的长及△ABC外接圆的直径.



（第2题）

类型2 已知一边和一个锐角解直角三角形

3. 在△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle A=60°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别为a，b，c.

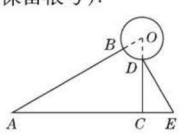
（1）若$c=10$，求a，b的值；

（2）若$a=4$，求b及$\angle B$的值.

4. 【中考 · 岳阳】某太阳能热水器的横截面示意图如图所示，已知真空热水管AB与支架CD所在直线相交于点O，且$OB=OD$，支架CD与水平线AE垂直，$\angle BAC=\angle CDE=30°$，$DE=80$ cm，$AC=165$ cm.

（1）求支架CD的长；

（2）求真空热水管AB的长（结果保留根号）.



（第4题）

tan我不到妈妈cos时，就会方一下然后去我1，于是在根号叔叔的帮助下，我回了cos.

趣味数学

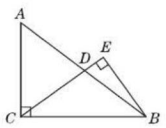
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型3　已知一边和一锐角的三角函数值解直角三角形

5. 【中考·上海】如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，D 是边 AB 的中点，$BE\perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E. 已知 $AC=15$，$\cos A=\frac{3}{5}$. 求：

(1)线段 CD 的长；

(2)$\sin\angle DBE$ 的值.



（第5题）

类型4　“化斜为直法”解三角形（分类讨论思想）

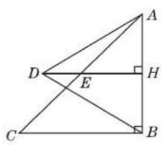
6. 已知 BD 为等腰三角形 ABC 的腰 AC 上的高，$BD=1$，$\tan\angle ABD=\sqrt{3}$，求 CD 的长.

类型5　“参数法”解直角三角形

7. 如图，已知△ABC 是等腰直角三角形，$\angle ABC=90°$，$AB=10$，D 为△ABC 外一点，连接 AD，BD，过点 D 作 $DH\perp AB$，垂足为 H，交 AC 于 E.

(1)若△ABD 是等边三角形，求 DE 的长；

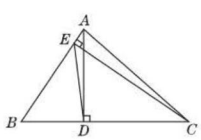
(2)若 $BD=AB$，且 $\tan\angle HDB=\frac{3}{4}$，求 DE 的长.



（第7题）

类型6　“等角代换法”解三角形

8. 如图，在△ABC 中，AD，CE 是高，$AB=4$，$AC=5$，$BC=6$，求 $\cos\angle DEB$.



（第8题）

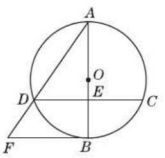
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型7 “定义法”解直角三角形

9. 如图，已知⊙O 的直径 AB 与弦 CD 相交于点 E，$AB\perp CD$，⊙O 的切线 BF 与弦 AD 的延长线相交于点 F.

(1)求证：$CD/\!/BF$；

(2)若⊙O 的半径为 5，$\cos\angle BAD=\frac{4}{5}$，求线段 AD 的长.



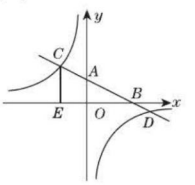
（第 9 题）

类型8 “等比代换法”解直角三角形

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 AB 分别与 x，y 轴交于点 B，A，与反比例函数的图象分别交于点 C，D，$CE\perp x$ 轴于点 E，$\tan\angle ABO=\frac{1}{2}$，$OB=4$，$OE=2$.

(1)求该反比例函数的解析式；

(2)求直线 AB 对应的函数解析式.



（第 10 题）

我国古代没有出现角的函数概念，只用勾股定理解决了一些三角学范围内的实际问题. 据《周髀算经》记载，陈子已利用勾股定理测量了太阳的高度，其方法后来称为“重差术”.（待续）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时　解直角三角形在实际中的一般应用

名师点金

利用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程是：
1. 将实际问题抽象为数学问题(画出平面图形,转化为解直角三角形的问题)；
2. 根据问题中的条件,适当选用锐角三角函数等解直角三角形；
3. 得到数学问题的答案；
4. 得到实际问题的答案.

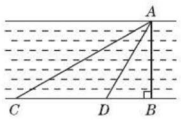
注意：当有些图形不是直角三角形时,可考虑适当添加辅助线构造直角三角形或其他特殊的四边形得出.

Ⅰ 夯实基础·逐点练

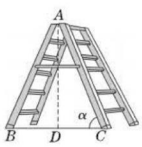
(答案见140页)

知识点1 借助工具测量的应用

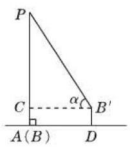
1. 【2019·咸宁】如图,九(1)班数学课外活动小组在河边测量河宽 AB(这段河流的两岸平行),他们在点 C 处测得 $\angle ACB=30°$,点 D 处测得 $\angle ADB=60°$,$CD=80$ m,则河宽 AB 约为_____m(结果保留整数,$\sqrt{3}\approx1.73$).



(第1题)



(第2题)



(第3题)

2. 【2019·衢州】如图,人字梯 AB,AC 的长都为2米,当 $\alpha=50°$ 时,人字梯顶端离地面的高度 AD 是_____米(结果精确到0.1米,参考数据:$\sin 50°\approx0.77$,$\cos 50°\approx0.64$,$\tan 50°\approx1.19$).

3. 【中考·益阳】小明利用测角仪和旗杆的拉绳测量学校旗杆的高度.如图,旗杆 PA 的高度与拉绳 PB 的长度相等.小明将 PB 拉到 PB' 的位置,测得 $\angle PB'C=\alpha$($B'C$ 为水平线),测角仪 $B'D$ 的高度为1 m,则旗杆 PA 的高度为(　　)

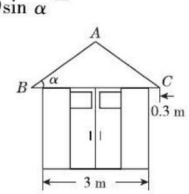
A. $\dfrac{1}{1-\sin\alpha}$ m　　B. $\dfrac{1}{1+\sin\alpha}$ m

C. $\dfrac{1}{1-\cos\alpha}$ m　　D. $\dfrac{1}{1+\cos\alpha}$ m

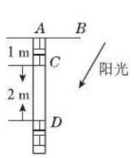
4. 【2019·温州】某简易房示意图如图所示,它是一个轴对称图形,则坡屋顶上弦杆 AB 的长为(　　)

A. $\dfrac{9}{5\sin\alpha}$ m　　B. $\dfrac{9}{5\cos\alpha}$ m

C. $\dfrac{5}{9\sin\alpha}$ m　　D. $\dfrac{5}{9\cos\alpha}$ m



(第4题)

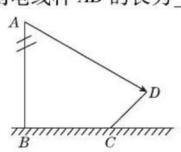


(第5题)

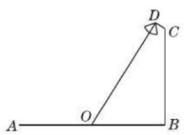
知识点2 借助影子测量的应用

5. 如图,AB 是伸缩式遮阳棚,CD 是窗户,要想在夏至的正午时刻阳光刚好不能射入窗户,则 AB 的长是_____m(假设夏至的正午时刻阳光与地平面的夹角为60°).

6. 如图,已知电线杆 AB 直立于地面上,它的影子恰好落在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上,如果 CD 与地面成45°角,$\angle A=60°$,$CD=4$ m,$BC=(4\sqrt{6}-2\sqrt{2})$ m,则电线杆 AB 的长为_____m.



(第6题)



(第7题)

7. 【中考·绵阳】如图,要在宽为22 m的九州大道两边安装路灯,路灯的灯臂 CD 长2 m,且与灯柱 BC 成120°角,路灯采用圆锥形灯罩,灯罩的轴线 DO 与灯臂 CD 垂直,当灯罩的轴线 DO 通过公路路面的中心线时照明效果最佳,此时,路灯的灯柱 BC 高度应该设计为(　　)

A. $(11-2\sqrt{2})$ m　　B. $(11\sqrt{3}-2\sqrt{2})$ m

C. $(11-2\sqrt{3})$ m　　D. $(11\sqrt{3}-4)$ m

易错点 不能准确地将实际问题转化为解直角三角形问题

8. 如图,某海岛上的观察所 A 发现海上某船只 B,并测得其俯角 $\alpha=8°35'$.已知观察所 A 的标高(当水位为0 m时的高度)为45.54 m,当时水位为+2.34 m.求观察所 A 与船只 B 的水平距离(结果保留整数,参考数据:$\sin 8°35'\approx0.149$,$\cos 8°35'\approx0.989$,$\tan 8°35'\approx0.151$).(注:在视线与水平线所成的角中,视线在水平线下方的是俯角)



(第8题)

趣味数学　1631年西方三角学首次传入我国,以德国传教士邓玉函、汤若望和我国学者徐光启合编的《大测》为代表.同年徐光启等人还编写了《测量全义》,其中有平面三角和球面三角的论述.(待续)

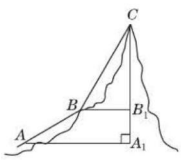
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见140页）

考查角度① 利用解直角三角形解求高问题

9.【2019·张家界】天门山索道是世界最长的高山客运索道，位于张家界天门山景区. 在一次检修维护中，检修人员从索道 A 处开始，沿 $A-B-C$ 路线对索道进行检修维护. 如图，已知 $AB=500$ 米，$BC=800$ 米，AB 与水平线 AA_1 的夹角是 $30°$，BC 与水平线 BB_1 的夹角是 $60°$，求本次检修中，检修人员上升的垂直高度 CA_1 是多少米（结果精确到1米，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$）.





（第9题）

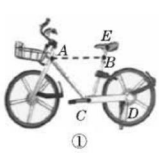
考查角度② 利用解直角三角形解求距离问题

10.【2019·宿迁】宿迁市政府为了方便市民绿色出行，推出了共享单车服务，图①是某品牌共享单车放在水平地面上的实物图，图②是其示意图，其中 AB，CD 都与地面 l 平行，车轮半径为32 cm，$\angle BCD=64°$，$BC=60$ cm，坐垫 E 与点 B 的距离 BE 为15 cm.

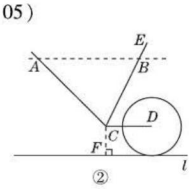
（1）求坐垫 E 到地面的距离；

（2）根据经验，当坐垫 E 到 CD 的距离调整为人体腿长的0.8时，坐骑比较舒适，小明的腿长约为80 cm，现将坐垫 E 调整至坐骑舒适高度位置 E'，求 EE' 的长.

（结果精确到0.1 cm，参考数据：$\sin64°\approx0.90$，$\cos64°\approx0.44$，$\tan64°\approx2.05$）



①



②

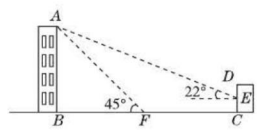
（第10题）

考查角度③ 利用解直角三角形解求斜边长问题

11.【中考·青海】如图，某办公楼 AB 的后面有一建筑物 CD，当光线与地面的夹角是 $22°$ 时，办公楼在建筑物的墙上留下高2米的影子 CE，而当光线与地面夹角是 $45°$ 时，办公楼顶 A 在地面上的影子 F 与墙脚 C 有25米的距离（B，F，C 在一条直线上）.

（1）求办公楼 AB 的高度；

（2）若要在 A，E 之间挂一些彩旗，请你求出 A，E 之间的距离（参考数据：$\sin22°\approx\frac{3}{8}$，$\cos22°\approx\frac{15}{16}$，$\tan22°\approx\frac{2}{5}$）.

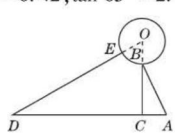


（第11题）

考查角度④ 利用解直角三角形解生活中的应用问题

12.【2019·邵阳】某品牌太阳能热水器的实物图和横断面示意图如图所示. 已知真空集热管 DE 与支架 CB 所在直线相交于点 O，且 $OB=OE$；支架 BC 与水平线 AD 垂直，$AC=40$ cm，$\angle ADE=30°$，$DE=190$ cm，另一支架 AB 与水平线夹角 $\angle BAD=65°$，求 OB 的长度（结果精确到1 cm；温馨提示：$\sin65°\approx0.91$，$\cos65°\approx0.42$，$\tan65°\approx2.14$）.





（第12题）

1653年薛凤祚与波兰传教士穆尼阁合编《三角算法》，以“三角”取代“大测”，确立了“三角”名称. 1877年华蘅芳等人对三角级数展开式等问题有过独立的探讨.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4课时　用解直角三角形解视角问题

名师点金

解答含有仰角、俯角问题的方法：

1. 仰角和俯角是视线相对于水平线而言的，不同位置的仰角和俯角是不同的，可巧记为“上仰下俯”. 在测量物体的高度时，要善于将实际问题抽象为数学问题.
2. 视线、水平线、物体的高构成直角三角形，已知仰角（俯角）和另一边，利用解直角三角形的知识就可以求出物体的高度.
3. 弄清仰角、俯角的定义，根据题意画出几何图形，将实际问题中的数量关系归结到直角三角形中来求解.

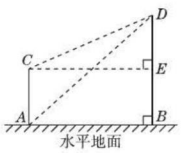
1 夯实基础·逐点练

（答案见141页）

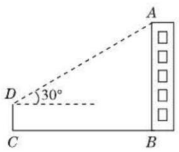
知识点1 仰角的应用

1. 【2019·河北】如图，从点 C 观测点 D 的仰角是（　　）

A. $\angle DAB$　B. $\angle DCE$　C. $\angle DCA$　D. $\angle ADC$



（第1题）



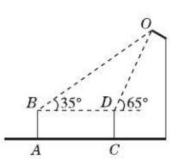
（第2题）

2. 【2019·苏州】如图，小亮为了测量校园里教学楼 AB 的高度，将测角仪 CD 竖直放置在与教学楼水平距离为 $18\sqrt{3}$ m 的地面上，若测角仪的高度是 1.5 m，测得教学楼的顶部 A 处的仰角为 30°，则教学楼的高度是（　　）

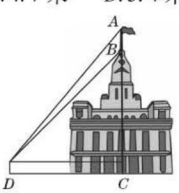
A. 55.5 m　B. 54 m　C. 19.5 m　D. 18 m

3. 【2019·广西北部湾经济区】小菁同学在数学实践活动课中测量路灯的高度. 如图，已知她的目高 AB 为 1.5 米，她先站在 A 处看路灯顶端 O 的仰角为 35°，再往前走 3 米站在 C 处，看路灯顶端 O 的仰角为 65°，则路灯顶端 O 到地面的距离约为（已知 $\sin 35°\approx 0.6$，$\cos 35°\approx 0.8$，$\tan 35°\approx 0.7$，$\sin 65°\approx 0.9$，$\cos 65°\approx 0.4$，$\tan 65°\approx 2.1$）（　　）

A. 3.2 米　B. 3.9 米　C. 4.7 米　D. 5.4 米



（第3题）



（第4题）

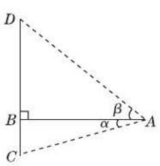
4. 【中考·德州】如图，某建筑物 BC 上有一旗杆 AB，从与 BC 相距 38 m 的 D 处观测旗杆顶部 A 的仰角为 50°，观测旗杆底部 B 的仰角为 45°，则旗杆的高度约为_____（结果精确到 0.1 m. 参考数据：$\sin 50°\approx 0.77$，$\cos 50°\approx 0.64$，$\tan 50°\approx 1.19$）.

知识点2 俯角的应用

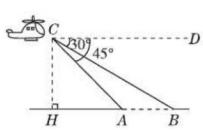
5. 【2019·益阳】南洞庭大桥是南益高速公路上的重要桥梁，小芳同学在校外实践活动中对此开展测量活动. 如图，在桥外一点 A 测得大桥主架与水面的交汇点 C 的俯角为 α，大桥主架的顶端 D 的仰角为 β，已知测量点与大桥主架的水平距离 $AB=a$，则此时大桥主架顶端离水面的高 CD 为（　　）

A. $a\sin\alpha+a\sin\beta$　B. $a\cos\alpha+a\cos\beta$

C. $a\tan\alpha+a\tan\beta$　D. $\dfrac{a}{\tan\alpha}+\dfrac{a}{\tan\beta}$



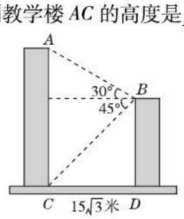
（第5题）



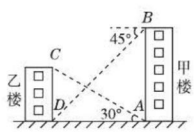
（第6题）

6. 【2018·宁波】如图，某高速公路建设中需要测量某条江的宽度 AB，飞机上的测量人员在 C 处测得 A，B 两点的俯角分别为 45° 和 30°，若飞机离地面的高度 CH 为 1 200 米，且点 H，A，B 在同一水平直线上，则这条江的宽度 AB 为_____米（结果保留根号）.

7. 【2019·广东】如图，某校教学楼 AC 与实验楼 BD 的水平间距 $CD=15\sqrt{3}$ 米，在实验楼顶部 B 点测得教学楼顶部 A 点的仰角是 30°，底部 C 点的俯角是 45°，则教学楼 AC 的高度是_____米（结果保留根号）.



（第7题）



（第8题）

8. 【2018·南宁】如图，从甲楼底部 A 处测得乙楼顶部 C 处的仰角是 30°，从甲楼顶部 B 处测得乙楼底部 D 处的俯角是 45°，已知甲楼的高 AB 是 120 m，则乙楼的高 CD 是_____m（结果保留根号）.

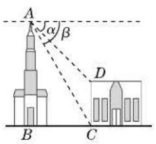
趣味数学　猫：“几何专家”，在寒冷的冬天，猫睡觉时总是把身体蜷成一个球形，这样身体露在冷空气中的表面积最小，因而散发的热量也最少.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见141页）

考查角度① 利用锐角三角函数解决同一位置的视角问题

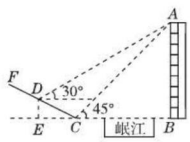
9. 【2019 · 黄冈】如图，两座建筑物的水平距离 BC 为 40 m，从 A 点测得 D 点的俯角 α 为 45°，测得 C 点的俯角 β 为 60°，求这两座建筑物 AB，CD 的高度.（结果保留小数点后一位，$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



（第9题）

考查角度② 利用锐角三角函数解决不同位置的视角问题

10. 【2019 · 眉山】如图，在岷江的右岸边有一高楼 AB，左岸边有一坡度 $i=1:2$ 的山坡 CF，点 C 与点 B 在同一水平面上，CF 与 AB 在同一平面内，某数学兴趣小组为了测量楼 AB 的高度，在坡底 C 处测得楼顶 A 的仰角为 45°，然后沿坡面 CF 上行了 $20\sqrt{5}$ 米到达点 D 处，此时在 D 处测得楼顶 A 的仰角为 30°，求楼 AB 的高度.

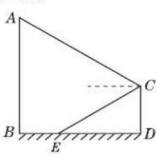


（第10题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见141页）

拔尖角度① 利用锐角三角函数解决同一位置有视线障碍的物高

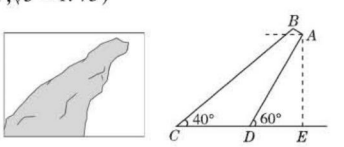
11. 【2018 · 宜宾】某游乐场一转角滑梯如图所示，滑梯立柱 AB，CD 均垂直于地面，点 E 在线段 BD 上，在 C 点测得点 A 的仰角为 30°，点 E 的俯角也为 30°，测得 B，E 间的距离为 10 米，立柱 AB 的高为 30 米. 求立柱 CD 的高（结果保留根号）.



（第11题）

拔尖角度② 利用锐角三角函数测量不同位置有视线障碍的物高

12. 【2019 · 达州】渠县寰人谷是国家 AAAA 级旅游景区，以“奇山奇水奇石景，古寰古洞古部落”享誉巴渠，被誉为川东“小九寨”. 端坐在观音崖旁的一块奇石似一只“啸天犬”，昂首向天，望穿古今. 一个周末，某数学兴趣小组的几名同学想测出“啸天犬”上嘴尖与头顶的距离，他们把蹲着的“啸天犬”抽象成四边形 $ABCD$，想法测出了尾部 C 看头顶 B 的仰角为 40°，从前脚落地点 D 看上嘴尖 A 的仰角刚好 60°，$CB=5$ m，$CD=2.7$ m，景区管理员告诉同学们，上嘴尖到地面的距离是 3 m. 于是，他们很快就算出了 AB 的长，你也算算？（结果精确到 0.1 m，参考数据：$\sin40°\approx0.64$，$\cos40°\approx0.77$，$\tan40°\approx0.84$. $\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$）



（第12题）

谜语：（1）看谁力量大（打一数学名词）；（2）招收演员（打一数学名词）；（3）周而复始（打一数学名词）. 谜底：（1）比例（力）；（2）补角；（3）循环小数.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5课时　用解直角三角形解方位角、坡角的应用

名师点金

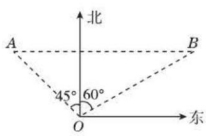
1. 解决与方位角有关的实际问题时，必须先在每个位置中心建立方向标，然后根据方位角标出图中已知角的度数，最后在某个直角三角形内利用锐角三角函数解决问题.
2. 解决坡度问题时，可适当添加辅助线，将梯形分割为直角三角形和矩形来解决问题.

1 夯实基础·逐点练

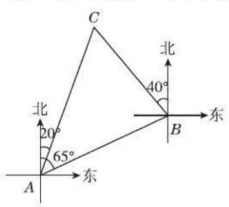
(答案见142页)

知识点1 用解直角三角形解方位角问题

1. 【2019·宁波】如图，某海防哨所 O 发现在它的西北方向，距离哨所400米的 A 处有一艘船向正东方向航行，航行一段时间后到达哨所北偏东60°方向的 B 处，则此时这艘船与哨所的距离 OB 约为_____米(精确到1米，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$).



(第1题)



(第3题)

2. 【2018·绵阳】一艘在南北航线上的测量船，于 A 点处测得海岛 B 在点 A 的南偏东30°的方向，继续向南航行30海里到达 C 点时，测得海岛 B 在 C 点的北偏东15°方向，那么海岛 B 离此航线的最近距离是(结果保留小数点后两位)(参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$，$\sqrt{2}\approx1.414$)(　　)

A. 4.64海里　　B. 5.49海里

C. 6.12海里　　D. 6.21海里

3. 【2019·泰安】如图，一艘船由 A 港沿北偏东65°方向航行 $30\sqrt{2}$ km至 B 港，然后再沿北偏西40°方向航行至 C 港，C 港在 A 港北偏东20°方向，则 A，C 两港之间的距离为(　　)km.

A. $30+30\sqrt{3}$　　B. $30+10\sqrt{3}$

C. $10+30\sqrt{3}$　　D. $30\sqrt{3}$

知识点2 用解直角三角形解坡角问题

4. 【2019·德州】如图，一架长为6米的梯子 AB 斜靠在一竖直的墙 AO 上，这时测得 $\angle ABO=70°$，如果梯子的底端 B 外移到 D，则梯子顶端 A 下移到 C，这时又测得 $\angle CDO=50°$，那么 AC 的长度约为_____米(参考数据：$\sin70°\approx0.94$，$\sin50°\approx0.77$，$\cos70°\approx0.34$，$\cos50°\approx0.64$).

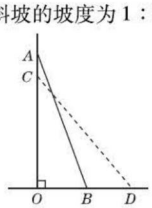
5. 【2018·威海】如图，将一个小球从斜坡的点 O 处抛出，小球的抛出路线可以用二次函数 $y=4x-\frac{1}{2}x^2$ 刻画，斜坡可以用一次函数 $y=\frac{1}{2}x$ 刻画，下列结论错误的是(　　)

A. 当小球抛出高度达到7.5 m时，小球距 O 点水平距离为3 m

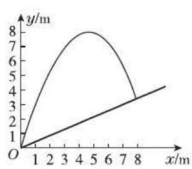
B. 小球距 O 点水平距离超过4 m呈下降趋势

C. 小球落地点距 O 点水平距离为7 m

D. 斜坡的坡度为1∶2



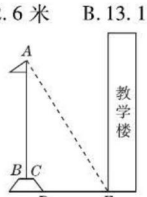
(第4题)



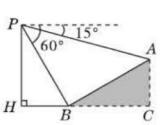
(第5题)

6. 【2018·重庆】如图，旗杆及升旗台的剖面和教学楼的剖面在同一平面内，旗杆与地面垂直，在教学楼底部 E 点处测得旗杆顶端的仰角 $\angle AED=58°$，升旗台底部到教学楼底部的距离 $DE=7$ 米，升旗台坡面 CD 的坡度 $i=1:0.75$，坡长 $CD=2$ 米，若旗杆底部到坡面 CD 的水平距离 $BC=1$ 米，则旗杆 AB 的高度约为(　　)(参考数据：$\sin58°\approx0.85$，$\cos58°\approx0.53$，$\tan58°\approx1.6$)

A. 12.6米　　B. 13.1米　　C. 14.7米　　D. 16.3米



(第6题)



(第7题)

7. 如图，某人在大楼30米高(即 $PH=30$ 米)的窗口 P 处进行观测，测得山坡上 A 处的俯角为15°，山脚 B 处的俯角为60°，已知该山坡的坡度 i 为 $1:\sqrt{3}$，点 P，H，B，C，A 在同一个平面内，点 H，B，C 在同一条直线上，且 $PH\perp HC$. 则 A，B 两点间的距离是(　　)

A. 15米　　B. $20\sqrt{3}$米　　C. $20\sqrt{2}$米　　D. $10\sqrt{3}$米

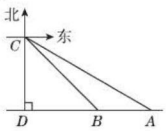
趣味数学　某人被称为“吹牛大王”，一天，他说：“我走起路来步子很大，一步能迈三米多.”你们相信吗？你能用所学过的数学知识指出他的错误吗？(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见142页）

考查角度① 同一地点的两个方位角的应用

8. 【2018·广安】据调查：超速行驶是引发交通事故的主要原因之一. 小明用所学知识对一条笔直公路上的车辆进行测速，如图所示，观测点 C 到公路的距离 $CD=200$ m，检测路段的起点 A 位于点 C 的南偏东 60°方向上，终点 B 位于点 C 的南偏东 45°方向上. 一辆轿车由东向西匀速行驶，测得此车由 A 处行驶到 B 处的时间为 10 s，问此车是否超过了该路段 16 m/s的限制速度（观测点 C 离地面的距离忽略不计，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$）？



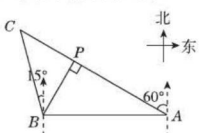
（第8题）

考查角度② 不同地点的两个方位角的应用

9. 【2019·海南】如图是某区域的平面示意图，码头 A 在观测站 B 的正东方向，码头 A 的北偏西 60°方向上有一小岛 C，小岛 C 在观测站 B 的北偏西 15°方向上，码头 A 到小岛 C 的距离 AC 为 10 海里.

（1）填空：$\angle BAC=$ _____度，$\angle C=$ _____度；

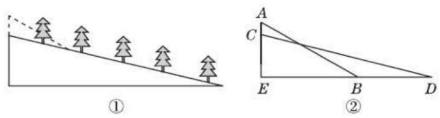
（2）求观测站 B 到 AC 的距离 BP（结果保留根号）.



（第9题）

考查角度③ 改变坡度的应用

10. 【2019·潍坊】自开展“全民健身运动”以来，喜欢户外步行健身的人越来越多. 为方便群众步行健身，某地政府决定对一段如图①所示的坡路进行改造. 如图②，改造前的斜坡 $AB=200$ 米，坡度为 $1:\sqrt{3}$；将斜坡 AB 的高度 AE 降低 $AC=20$ 米后，斜坡 AB 改造为斜坡 CD，其坡度为 1∶4. 求斜坡 CD 的长（结果保留根号）.

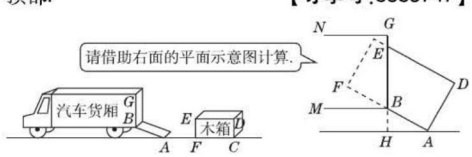


（第10题）

考查角度④ 坡角在说理中的应用

11. 【2019·威海】如图是把一个装有货物的长方体形状的木箱沿着坡面装进汽车货厢的示意图，已知汽车货厢高度 $BG=2$ 米，货厢底面距地面的高度 $BH=0.6$ 米，坡面与地面的夹角 $\angle BAH=\alpha$，木箱的长（FC）为 2 米，高（EF）和宽都是 1.6 米，通过计算判断：当 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，木箱底部顶点 C 与坡面底部点 A 重合时，木箱上部顶点 E 会不会触碰到汽车货厢顶部.

【导学号：8385747】



（第11题）

更多提分招数详见《极速提分法》第31页.

根据三角形任意两边之和大于第三边：地面上两脚的连线与两腿构成三角形，假如迈一步3米多，那么两条腿加起来的长度就最少是3米多，也就是每条腿长1.5米多，可世界上最高的人的腿长也没1.5米！

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第6课时　应用三角函数解实际问题的五种常见问题

名师点金

在运用解直角三角形的知识解决实际问题时，要学会将千变万化的实际问题转化为数学问题，要善于将某些实际问题中的数量关系归结为直角三角形中的元素（边、角）之间的关系，若不是直角三角形，应尝试添加辅助线，构造出直角三角形进行解答，这样才能更好地运用解直角三角形的方法求解. 其中仰角、俯角的应用问题，方位角的应用问题，坡度、坡角的应用问题要熟练掌握其解题思路，把握解题关键.

整合方法·分类练

（答案见142页）

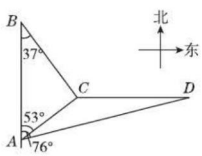
类型1　定位问题

1. 【2019·连云港】如图，海上观察哨所B位于观察哨所A正北方向，距离为25海里. 在某时刻，哨所A与哨所B同时发现一走私船，其位置C位于哨所A北偏东53°的方向上，位于哨所B南偏东37°的方向上.

（1）求观察哨所A与走私船所在的位置C的距离.

（2）若观察哨所A发现走私船从C处以16海里/小时的速度向正东方向逃窜，并立即派缉私艇沿北偏东76°的方向前去拦截. 求缉私艇的速度为多少时，恰好在D处成功拦截（结果保留根号）.

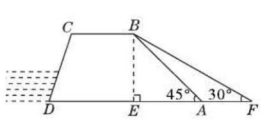
（参考数据：$\sin 37° = \cos 53° \approx \frac{3}{5}$，$\cos 37° = \sin 53° \approx \frac{4}{5}$，$\tan 37° \approx \frac{3}{4}$，$\tan 76° \approx 4$）



（第1题）

类型2　坡坝问题

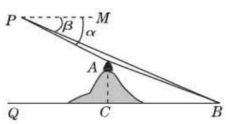
2. 如图，水坝的横断面是梯形，背水坡AB的坡角$\angle BAE = 45°$，坝高$BE = 20$米. 汛期来临，为加大水坝的防洪强度，将坝底从A处向后水平延伸到F处，使新的背水坡BF的坡角$\angle F = 30°$，求AF的长度（结果精确到1米，参考数据：$\sqrt{2} \approx 1.414$，$\sqrt{3} \approx 1.732$）.



（第2题）

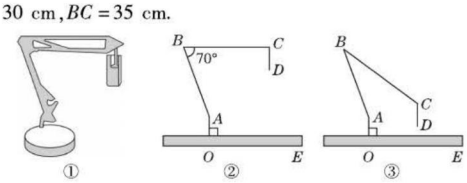
类型3　测距问题

3. 【2018·荆门】数学实践活动小组借助载有测角仪的无人机测量象山岚光阁阁顶与文明湖湖心亭之间的距离. 如图，无人机所在位置P与岚光阁阁顶A，湖心亭B在同一铅垂面内，P与B的垂直距离为300米，A与B的垂直距离为150米，在P处测得A，B两点的俯角分别为α，β，且$\tan\alpha = \frac{1}{2}$，$\tan\beta = \sqrt{2} - 1$，试求岚光阁阁顶与湖心亭之间的距离AB（计算结果若含有根号，请保留根号）.



（第3题）

4. 【2019·江西】图①是一台实物投影仪，图②是它的示意图，折线B—A—O表示固定支架，AO垂直水平桌面OE于点O，点B为旋转点，BC可转动，当BC绕点B顺时针旋转时，投影探头CD始终垂直于水平桌面OE. 经测量，$AO = 6.8$ cm，$CD = 8$ cm，$AB = 30$ cm，$BC = 35$ cm.



（第4题）

（1）如图②，$\angle ABC = 70°$，$BC // OE$.

①填空：$\angle BAO =$ _____°；

②求投影探头的端点D到桌面OE的距离（结果精确到0.1 cm）.

趣味数学　在数学的天地里，重要的不是我们知道什么，而是我们怎么知道什么. ——毕达哥拉斯

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（2）如图③，将（1）中的 BC 向下旋转，当投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离为 6 cm 时，求 $\angle ABC$ 的大小.

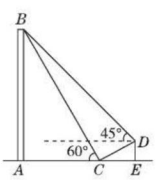
（参考数据：$\sin 70° \approx 0.94$，$\cos 20° \approx 0.94$，$\sin 36.8° \approx 0.60$，$\cos 53.2° \approx 0.60$）

类型④ 测高问题

5. 【2018 · 黄冈】如图，在大楼 AB 正前方有一斜坡 CD，坡角 $\angle DCE = 30°$，楼高 $AB = 60$ 米，在斜坡下的点 C 处测得楼顶 B 的仰角为 60°，在斜坡上的点 D 处测得楼顶 B 的仰角为 45°，其中点 A，C，E 在同一直线上.

（1）求坡底 C 点到大楼的距离 AC 的值；

（2）求斜坡 CD 的长度.

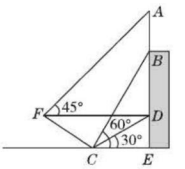


（第 5 题）

6. 【2019 · 鄂州】为积极参与鄂州市全国文明城市创建活动，我市某校在教学楼顶部新建了一块大型宣传牌，如图. 小明同学为测量宣传牌的高度 AB，他站在距离教学楼底部 E 处 6 米远的地面 C 处，测得宣传牌的底部 B 的仰角为 60°，同时测得教学楼窗户 D 处的仰角为 30°（A，B，D，E 在同一直线上），然后，小明沿坡度 $i = 1 : 1.5$ 的斜坡从 C 走到 F 处，此时 DF 正好与地面 CE 平行.

（1）求点 F 到直线 CE 的距离（结果保留根号）；

（2）若小明在 F 处又测得宣传牌顶部 A 的仰角为 45°，求宣传牌的高度 AB（结果精确到 0.1 米，$\sqrt{2} \approx 1.41$，$\sqrt{3} \approx 1.73$）.



（第 6 题）

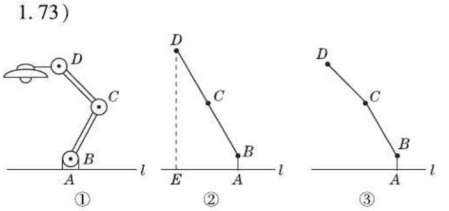
类型⑤ 台灯问题

7. 【2019 · 绍兴】如图①为放置在水平桌面 l 上的台灯，底座的高 AB 为 5 cm，长度均为 20 cm 的连杆 BC，CD 与 AB 始终在同一平面上.

（1）转动连杆 BC，CD，使 $\angle BCD$ 成平角，$\angle ABC = 150°$，如图②，求连杆端点 D 离桌面 l 的高度 DE.

（2）将（1）中的连杆 CD 再绕点 C 逆时针旋转，使 $\angle BCD = 165°$，如图③，问此时连杆端点 D 离桌面 l 的高度是增加还是减少？增加或减少了多少？

（精确到 0.1 cm，参考数据：$\sqrt{2} \approx 1.41$，$\sqrt{3} \approx 1.73$）



（第 7 题）

笛卡尔（1596～1650 年），著名的法国哲学家、科学家和数学家. 他对现代数学的发展作出了重要的贡献，因将几何坐标体系公式化而被认为是解析几何之父.（待续）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心归类专训

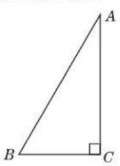
解直角三角形的五种常见类型 ☞(答案见143页)

名师点金

解直角三角形是中考的重要内容之一,直角三角形边、角关系的知识是解直角三角形的基础.解直角三角形时,要注意三角函数的选取,避免计算复杂.在解题中,若求解的边、角不在直角三角形中,应先添加辅助线,构造直角三角形.

类型1　已知两直角边解直角三角形

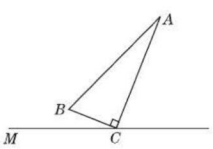
1. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,a,b,c 分别为 $\angle A$,$\angle B$,$\angle C$ 的对边,$a=2\sqrt{3}$,$b=6$,解这个直角三角形.



(第1题)

类型2　已知一直角边和斜边解直角三角形

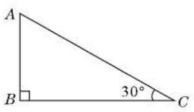
2. 如图,$\angle ACB=90°$,$AB=13$,$AC=12$,$\angle BCM=\angle BAC$,求 $\sin\angle BAC$ 的值和点 B 到直线 MC 的距离.



(第2题)

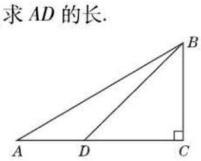
类型3　已知一直角边和一锐角解直角三角形

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle B=90°$,$\angle C=30°$,$AB=3$.
(1)求 AC 的长;
(2)求 BC 的长.



(第3题)

4. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle A=30°$,$BC=3$,D 为 AC 边上一点,$\angle BDC=45°$,求 AD 的长.



(第4题)

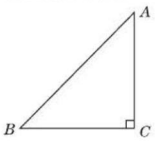
更多提分招数详见《极速提分法》第9页.

趣味数学　笛卡尔是二元论的代表,留下名言"我思故我在",提出了"普遍怀疑"的主张,是欧洲近代哲学的奠基人之一,黑格尔称他为"近代哲学之父".(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

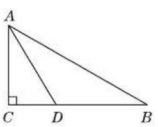
类型4 已知斜边和一锐角解直角三角形

5. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=45°$，a，b，c 分别为 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边，$c=10$，解这个直角三角形.



（第5题）

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle B=30°$，AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，与 BC 相交于点 D，且 $AB=4\sqrt{3}$，求 AD 的长.

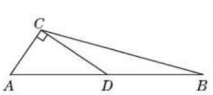


（第6题）

类型5 已知非直角三角形中的边（或角或三角函数值）解直角三角形

题型1 化解斜三角形问题为解直角三角形问题（化斜为直法）

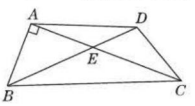
7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 的中点，$DC\perp AC$，且 $\tan\angle BCD=\frac{1}{3}$，求 $\angle A$ 的三角函数值.



（第7题）

题型2 化解四边形问题为解直角三角形问题

8. 【中考·北京】如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 E，$\angle BAC=90°$，$\angle CED=45°$，$\angle DCE=30°$，$DE=\sqrt{2}$，$BE=2\sqrt{2}$. 求 CD 的长和四边形 $ABCD$ 的面积.



（第8题）

题型3 化解方程问题为解直角三角形问题

9. 已知 a，b，c 分别是 $\triangle ABC$ 中 $\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边，关于 x 的一元二次方程 $a(1-x^2)+2bx+c(1+x^2)=0$ 有两个相等的实数根，且 $3c=a+3b$.

（1）判断 $\triangle ABC$ 的形状；

（2）求 $\sin A+\sin B$ 的值.

更多提分招数详见《极速提分法》第11页.

同时，他又是一位勇于探索的科学家，他所建立的解析几何在数学史上具有划时代的意义. 笛卡尔堪称17世纪对欧洲哲学界和科学界最有影响的巨匠之一，被誉为“近代科学的始祖”.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

全章热门考点整合应用

☞(答案见144页)

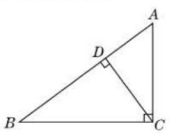
名师点金

本章主要学习锐角三角函数的定义,锐角三角函数值,解直角三角形,以及解直角三角形的实际应用,重点考查运用解直角三角形的知识解决一些几何图形中的应用和实际应用,是中考的必考内容.其主要考点可概括为:2个概念,1个运算,2个应用,2个技巧.

考点1　2个概念

概念1　锐角三角函数

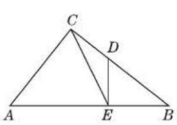
1. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$AC=6$,$BC=8$,$CD\perp AB$ 于点 D,求 $\angle BCD$ 的三个三角函数值.



(第1题)

概念2　解直角三角形

2. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=90°$,$\sin B=\frac{3}{5}$,D 是 BC 上一点,$DE\perp AB$ 于点 E,$CD=DE$,$AC+CD=9$,求 BE,CE 的长.



(第2题)

考点2　1个运算——特殊角的三角函数值与实数的运算

3. 计算:

(1) $\tan 30°\sin 60°+\cos^2 30°-\sin^2 45°\tan 45°$;

(2) $\frac{1}{4}\tan^2 45°+\frac{1}{\sin^2 30°}-3\cos^2 30°+\frac{\tan 45°}{\cos 60°}-\frac{\sin 40°}{\cos 50°}$.

考点3　2个应用

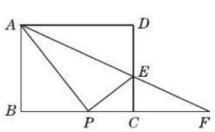
应用1　解直角三角形在学科内的应用

4. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=4$,$AD=5$,P 是射线 BC 上的一个动点,过点 P 作 $PE\perp AP$,交射线 DC 于点 E,射线 AE 交射线 BC 于点 F,设 $BP=a$.

(1) 当点 P 在线段 BC 上时(点 P 与点 B,C 都不重合),试用含 a 的代数式表示 CE 的长;

(2) 当 $a=3$ 时,连接 DF,试判断四边形 $APFD$ 的形状,并说明理由;

(3) 当 $\tan\angle PAE=\frac{1}{2}$ 时,求 a 的值.



(第4题)

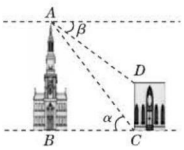
更多提分招数详见《极速提分法》第24页.

趣味数学　三角学简介:三角学之英文名称 Trigonometry,约定名于公元1600年,实际起源于希腊文 trigono(三角)和 metrein(测量).

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

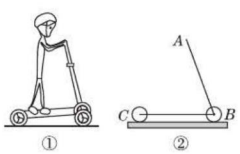
应用2 解直角三角形在实际生活中的应用

5. 【2018 · 德州】如图，两座建筑物的水平距离 BC 为 60 m，从 C 点测得 A 点的仰角 α 为 53°，从 A 点测得 D 点的俯角 β 为 37°. 求两座建筑物的高度（参考数据：$\sin 37° \approx \frac{3}{5}$，$\cos 37° \approx \frac{4}{5}$，$\tan 37° \approx \frac{3}{4}$，$\sin 53° \approx \frac{4}{5}$，$\cos 53° \approx \frac{3}{5}$，$\tan 53° \approx \frac{4}{3}$）.



（第 5 题）

6. 【2019 · 台州】图①是一辆在平地上滑行的滑板车，图②是其示意图，已知车杆 AB 长 92 cm，车杆与脚踏板所成的角 $\angle ABC = 70°$，前后轮子的半径均为 6 cm，求把手 A 离地面的高度（结果保留小数点后一位；参考数据：$\sin 70° \approx 0.94$，$\cos 70° \approx 0.34$，$\tan 70° \approx 2.75$）.

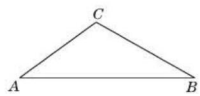


（第 6 题）

考点4 2个技巧

技巧1 “化斜为直”构造直角三角形解三角形的技巧

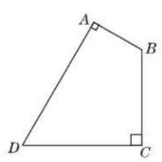
7. 【2018 · 自贡】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BC = 12$，$\tan A = \frac{3}{4}$，$\angle B = 30°$，求 AC 和 AB 的长.



（第 7 题）

技巧2 “割补法”构造直角三角形求解的技巧

8. 如图所示，已知四边形 $ABCD$，$\angle ABC = 120°$，$AD \perp AB$，$CD \perp BC$，$AB = 30\sqrt{3}$，$BC = 50\sqrt{3}$，求四边形 $ABCD$ 的面积（要求：用分割法和补形法两种方法求解）.



（第 8 题）

更多提分招数详见《极速提分法》第 27 页.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

29.1 投 影

第1课时 平行投影与中心投影

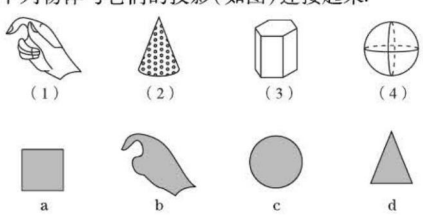
名师点金

1. **平行投影的特点**:(光线平行)
   (1)在同一时刻,不同物体的影子同向,且物体的物高和影长成正比.
   (2)在不同时刻,同一物体的影子的方向和大小可能不同.
2. **中心投影的特点**:(物体与其影子顶端连线所在直线必过点光源)
   (1)等高的物体垂直地面放置时,离点光源越近,影子越短;离点光源越远,影子越长.
   (2)等长的物体平行于地面放置时,离点光源越近,影子越长;离点光源越远,影子越短,但不会比物体本身的长度还短.

1 夯实基础·逐点练 (答案见145页)

知识点1 投影

1. 把下列物体与它们的投影(如图)连接起来.

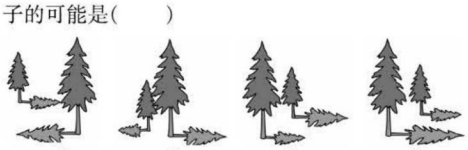


(第1题)

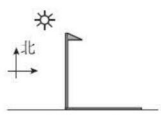
2. 在一盏路灯的周围有一圈栏杆,则下列叙述中正确的是(　　)
   A. 若栏杆的影子都落在围栏里,则是在太阳光照射下形成的
   B. 若这盏路灯有影子,则说明是在白天形成的
   C. 若所有栏杆的影子都在围栏外,则是在路灯照射下形成的
   D. 若所有栏杆的影子都在围栏外,则是在太阳光照射下形成的

知识点2 平行投影

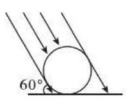
3. 下列四幅图中,表示两棵树在同一时刻阳光下的影子的可能是(　　)



4. 如图是胡老师画的一幅写生画,四位同学对这幅画的作画时间作了猜测.根据胡老师给出的方向坐标,猜测比较合理的是(　　)
   A. 小明:"早上8点"　　B. 小亮:"中午12点"
   C. 小刚:"下午5点"　　D. 小红:"什么时间都行"



(第4题)



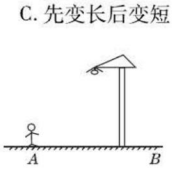
(第5题)

5. 如图,太阳光线与地面成60°的角,照射在地面上的一只皮球上,皮球在地面上的投影长是$10\sqrt{3}$ cm,则皮球的直径是(　　)
   A. $5\sqrt{3}$ cm　　B. 15 cm　　C. 10 cm　　D. $8\sqrt{3}$ cm

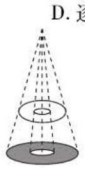
知识点3 中心投影

6. 下列现象属于中心投影的有(　　)
   ①小孔成像;②皮影戏;③手影;④放电影.
   A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

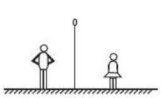
7. 【中考·庆阳】如图,晚上小亮在路灯下散步,在小亮由A处径直走到B处这一过程中,他在地上的影子(　　)
   A. 逐渐变短　　B. 先变短后变长
   C. 先变长后变短　　D. 逐渐变长



(第7题)



(第8题)



(第9题)

8. 【中考·永州】圆桌面(桌面中间有一个直径为0.4 m的圆洞)正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射平行于地面的桌面后,在地面上形成如图所示的圆环形阴影.已知桌面直径为1.2 m,桌面离地面1 m,若灯泡离地面3 m,则地面圆环形阴影的面积是(　　)
   A. 0.324π m^2　　B. 0.288π m^2
   C. 1.08π m^2　　D. 0.72π m^2

9. 【中考·北京】如图,小军、小珠之间的距离为2.7 m,他们在同一盏路灯下的影长分别为1.8 m,1.5 m,已知小军、小珠的身高分别为1.8 m,1.5 m,则路灯的高为_____m.

趣味数学 一位统计学家遇到一位数学家,统计学家调侃数学家说道:"你们不是说若X=Y且Y=Z,则X=Z吗!那么想必你若是喜欢一个女孩,那么那个女孩喜欢的男生你也会喜欢喽."(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

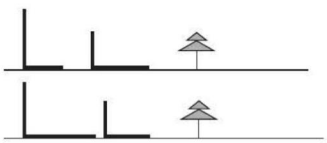
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见146页）

考查角度1 利用投影的特征判断投影类型

10. 如图分别是两根木杆及其影子的图形.

（1）哪个图反映了阳光下的情形？哪个图反映了路灯下的情形？

（2）请你画出图中表示小树影长的线段.



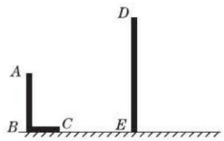
（第10题）

考查角度2 利用平行投影的性质测高

11. 如图，已知 AB 和 DE 是直立在地面上的两根立柱. $AB=5$ m，某一时刻 AB 在阳光下的影长 $BC=3$ m.

（1）请你在图中画出此时 DE 在阳光下的影子；

（2）若在测量 AB 的影长时，同时测量出 DE 在阳光下的影长为6 m，请你计算 DE 的长.



（第11题）

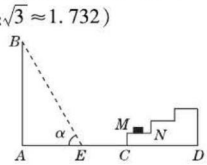
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见146页）

拔尖角度1 利用平行投影判断光照情况

12. 如图所示，一幢楼房 AB 背后有一台阶 CD，台阶每层高0.2米，且 $AC=17.2$ 米，设太阳光线与水平地面的夹角为 α，当 $\alpha=60°$ 时，测得楼房在地面上的影长 $AE=10$ 米，现有一只小猫睡在台阶的 MN 这层上晒太阳.

（1）楼房的高度约为多少米（结果精确到0.1米）？

（2）过了一会儿，当 $\alpha=45°$ 时，小猫能否晒到太阳？请说明理由.（参考数据：$\sqrt{3}\approx1.732$）



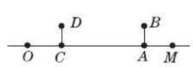
（第12题）

拔尖角度2 利用中心投影进行作图计算

13. 如图，身高1.6米的小明从距路灯的底部（点 O）20米的点 A 沿 AO 方向行走14米到点 C 处，小明在 A 处，头顶 B 在路灯投影下形成的影子在 M 处.

（1）已知灯杆垂直于路面，试标出路灯 P 的位置和小明在 C 处，头顶 D 在路灯投影下形成的影子 N 的位置.

（2）若路灯（点 P）距地面8米，小明从 A 到 C 时，身影的长度是变长了还是变短了？变长或变短了多少米？



（第13题）

数学家想了一下反问道："你把左手放到一锅一百度的开水中，右手放到一锅零度的冰水里，想来也没事吧！因为它们平均不过是五十度而已！"

趣味数学

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　正投影

名师点金

1. 正投影是特殊的平行投影，它不可能是中心投影. 同时，立体图形的正投影可以归结为点、线段及平面图形的正投影.
2. 正投影只要求光线与投影面之间是垂直的，与物体的位置无关.
3. 因为正投影的投影线垂直于投影面，所以一个物体的正投影与我们沿投影线方向观察这个物体看到的平面图形之间是有联系的.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 ☞(答案见146页)

知识点1 正投影的定义

1. 投影线_____于投影面产生的投影叫做正投影；它包含以下两个要素：

(1) 正投影是特殊的_____，它不可能是_____.

(2) 正投影只要求_____与_____垂直，与物体的位置无关.

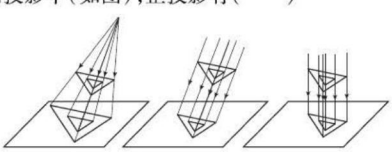
2. 球的正投影是(　　)

A. 圆　　B. 椭圆　　C. 点　　D. 圆环

3. 【中考·绥化】正方形的正投影不可能是(　　)

A. 线段　　B. 矩形　　C. 正方形　　D. 梯形

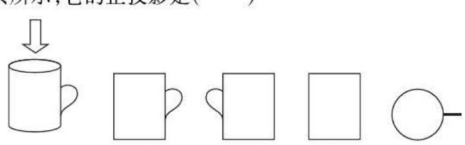
4. 下列投影中(如图)，正投影有(　　)



(第4题)

A. 0个　　B. 1个　　C. 2个　　D. 3个

5. 如图，水杯的杯口与投影面平行，投影线的方向如箭头所示，它的正投影是(　　)

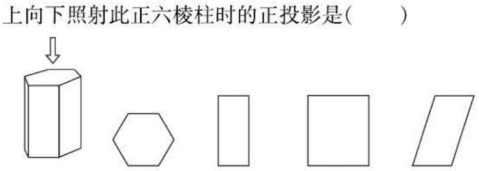


(第5题)　A　B　C　D

6. 底面与投影面垂直的圆锥体的正投影是(　　)

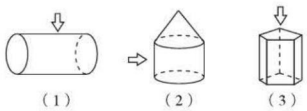
A. 圆　　B. 三角形　　C. 矩形　　D. 正方形

7. 【中考·南宁】把一个正六棱柱如图摆放，光线由上向下照射此正六棱柱时的正投影是(　　)



(第7题)　A　B　C　D

8. 如图，投影线的方向如箭头所示，画出下列各图形的正投影.



(1)　(2)　(3)

(第8题)

知识点2 正投影的性质

9. 一根笔直的小木棒(记为线段AB)，它的正投影为线段CD，则下列各式中一定成立的是(　　)

A. $AB=CD$　　B. $AB\leqslant CD$

C. $AB>CD$　　D. $AB\geqslant CD$

10. 【中考·南宁】小乐用一块矩形硬纸板在阳光下做投影实验，通过观察，发现这块矩形硬纸板在平整的地面上不可能出现的投影是(　　)

A. 三角形　　B. 线段

C. 矩形　　D. 平行四边形

11. 当棱长为20 cm的正方体的某个面平行于投影面时，这个正方体的正投影的面积为(　　)

A. 200 cm^2　B. 300 cm^2　C. 400 cm^2　D. 600 cm^2

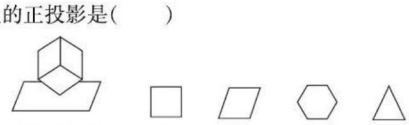
12. 几何体在平面P的正投影，取决于(　　)

①几何体的形状；②投影面与几何体的位置关系；③投影面P的大小.

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①②③

易错点 对正方体的正投影的类型认识不全而致错

13. 如图所示，把正方体一个顶点朝上立放，在它下面放一张白纸，使纸面与太阳光垂直，则正方体在纸上的正投影是(　　)



(第13题)　A　B　C　D

趣味数学　在投影机没有出现之前，是幻灯机的天下. 其实现在的投影机也是特殊形式的幻灯机，有学者研究表明，投影机、动画、电影的发展是分不开的.(待续)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

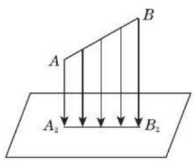
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见146页）

考查角度1 利用正投影的性质求影长（转化思想）

14. 已知一根长为8 cm的木棒AB与投影面平行，投影线垂直于投影面.

（1）求此时的影子A_1B_1的长度；

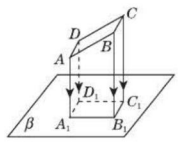
（2）如图是将木棒绕其端点A逆时针旋转30°后的示意图（此时平面ABB_2A_2垂直于投影面），求旋转后木棒的影子A_2B_2的长度.



（第14题）

考查角度2 利用正投影的性质求投影的面积

15. 已知一纸板的形状为正方形$ABCD$，且边长为10 cm. 如图，四边形$A_1B_1C_1D_1$是正方形$ABCD$在面β上的正投影，AD，BC与投影面β平行，且AB，CD与投影面β成30°角，求正方形$ABCD$的正投影的面积.

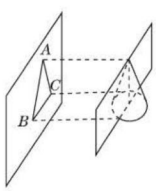


（第15题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见146页）

拔尖角度1 利用正投影的定义和性质求几何体的表面积和体积

16. 一个圆锥的轴截面平行于投影面，圆锥的正投影是等腰三角形，如图所示，等腰三角形的腰长为13 cm，高为12 cm，求该圆锥的体积及表面积.（提示：$V_{圆锥}=\frac{1}{3}\pi r^2h$，其中$r$是底面圆的半径，$h$是圆锥的高）



（第16题）

拔尖角度2 利用投影的定义叙述图形的性质并推断图形的性质

17. 操作与探究：

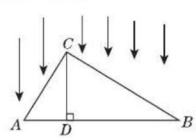
如图，$\triangle ABC$被平行光线照射，$CD\perp AB$于D，AB在投影面上.

（1）指出图中AC的投影是什么，CD与BC的投影呢？

（2）探究：当$\triangle ABC$为直角三角形（$\angle ACB=90°$）时，易得$AC^2=AD\cdot AB$，此时有如下结论：直角三角形一直角边的平方等于它在斜边上的射影与斜边的乘积，这一结论我们称为射影定理.

通过上述结论的推理，请证明以下两个结论：

①$BC^2=BD\cdot AB$；②$CD^2=AD\cdot BD$.



（第17题）

最早利用的光影技术始于十七世纪一个名为阿塔纳斯珂雪发明的“魔术幻灯”，后来变成玩具，而它的现代名字叫投影机.

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心归类专训

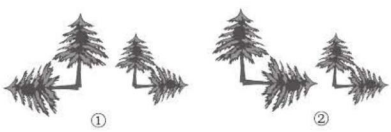
平行投影、中心投影、正投影的四种常见应用 ☞(答案见146页)

名师点金

1. 平行投影的投影线是平行的,在同一时刻物体的影长与物高成正比例;中心投影的投影线相交于一点,在同一时刻物体的影长与物高不一定成正比例.
2. 平行投影在同一时刻的影子总在同一方向;中心投影在同一时刻的影子不一定在同一方向.
3. 正投影是投影线垂直于投影面的平行投影.

应用1　利用平行投影与中心投影的定义判断投影

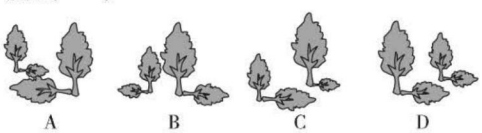
1. 如图,下列判断正确的是(　　)



(第1题)

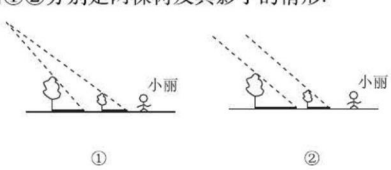
A. 图①是在阳光下的影子,图②是在灯光下的影子
B. 图②是在阳光下的影子,图①是在灯光下的影子
C. 图①和图②都是在阳光下的影子
D. 图①和图②都是在灯光下的影子

2. 下列四幅图中,表示两棵小树在灯光下的影子的可能是(　　)



应用2　利用平行投影与中心投影的特征作图

3. 如图①②分别是两棵树及其影子的情形.

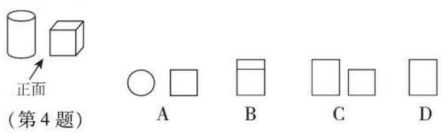


(第3题)

(1)哪个图反映了阳光下的情形?哪个图反映了路灯下的情形?
(2)你是用什么方法判断的?
(3)请分别画出图中表示小丽影子的线段.

应用3　正投影的识别与画法

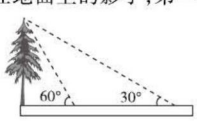
4. 如图,若投影的方向如箭头所示,则图中物体的正投影是(　　)



(第4题)

应用4　平行投影的实际应用

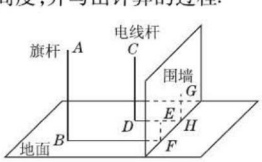
5. 【中考·天门】如图,校园内有一棵与地面垂直的树,数学兴趣小组两次测量它在地面上的影子,第一次是阳光与地面成60°角时,第二次是阳光与地面成30°角时,两次测量的影长相差8 m,则树高_____ m(结果保留根号).



(第5题)

6. 【中考·兰州】如图,在一面与地面垂直的围墙的同侧有一根高10 m的旗杆AB和一根高度未知的电线杆CD,它们都与地面垂直.为了测得电线杆的高度,一个小组的同学进行了如下测量:某时刻,在太阳光照射下,旗杆落在围墙上的影子EF的长度为2 m,落在地面上的影子BF的长度为10 m,而电线杆落在围墙上的影子GH的长度为3 m,落在地面上的影子DH的长度为5 m.依据这些数据,该小组的同学计算出了电线杆的高度.

(1)该小组的同学在这里利用的是_____投影的有关知识进行计算的;
(2)试计算出电线杆的高度,并写出计算的过程.



(第6题)

更多提分招数详见《极速提分法》第29页.

趣味数学　谜语:(1)走遍天下都不怕(打一数学名词);(2)夏周之间(打一数学名词).谜底:(1)有理数;(2)商.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

29.2 三视图

第1课时 由几何体到三视图

名师点金

画三视图的口诀：主、俯视图长对正，主、左视图高平齐，左、俯视图宽相等.

三视图的画法：

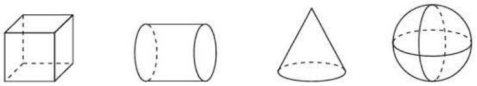
1. 确定主视图位置，画出主视图；
2. 在主视图的正下方画出俯视图，注意与主视图“长对正”；
3. 在主视图的正右方画出左视图，注意与主视图“高平齐”，与俯视图“宽相等”.

注意：几何体看得见部分的轮廓线画成实线，被遮挡而看不见部分的轮廓线画成虚线.

1 夯实基础·逐点练 （答案见147页）

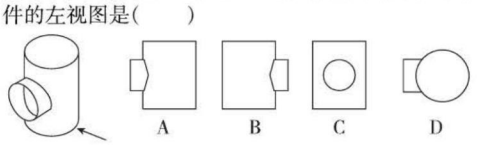
知识点1 几何体的三视图

1. 【2019·张家界】下列四个立体图形中，其主视图是轴对称图形但不是中心对称图形的是（　　）



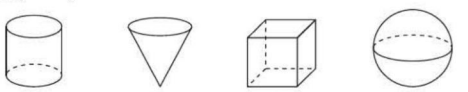
A　B　C　D

2. 【2019·柳州】如图，这是一个机械零部件，该零部件的左视图是（　　）



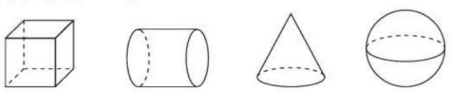
（第2题）

3. 【2019·岳阳】下列立体图形中，俯视图不是圆的是（　　）



A　B　C　D

4. 【2019·邵阳】下列立体图形中，俯视图与主视图不同的是（　　）



正方体　圆柱　圆锥　球

A　B　C　D

5. 【2019·烟台】如图所示的几何体是由9个大小相同的小正方体组成的，将小正方体①移走后，所得几何体的三视图没有发生变化的是（　　）

A. 主视图和左视图

B. 主视图和俯视图

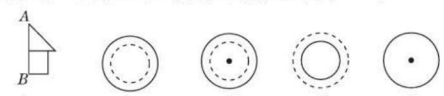
C. 左视图和俯视图

D. 主视图、左视图、俯视图



（第5题）

6. 【中考·雅安】将如图所示的图形绕AB边所在直线旋转一周，所得几何体的俯视图为（　　）



（第6题）　A　B　C　D

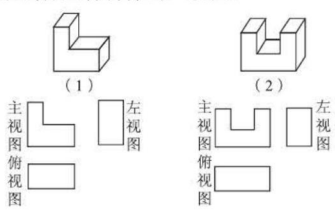
知识点2 画几何体的三视图

7. 如图，下面关于正六棱柱的视图（主视图、左视图、俯视图）中，画法错误的是（　　）



（第7题）　A　B　C　D

8. 如图，添线补全各物体的三视图.



（第8题）

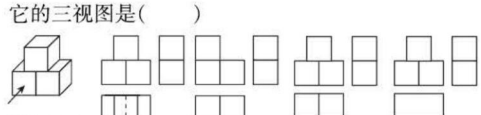
9. 画出如图所示立体图形的三视图.（相当于在桌面的中间靠后放着一个盒子）



（第9题）

易错点 画图时忽视被遮挡部分的轮廓线

10. 如图是一个由3个相同的正方体组成的立体图形，它的三视图是（　　）



（第10题）　A　B　C　D

画家们在发展聚焦透视体系的过程中引入了新的几何思想，并促进了数学的一个全新方向的发展，这就是射影几何. 射影几何的诞生必须提到这样几位人物.（待续）

趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

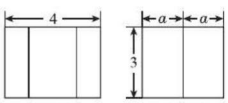
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见147页)

考查角度1　利用几何体的三视图的意义求字母的值

11. 如图是一个正六棱柱的主视图和左视图,则图中 a 的值为(　　)

A. $2\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$

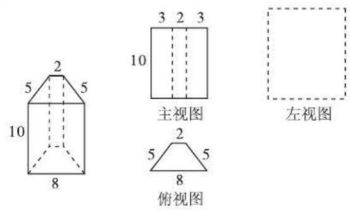
C. 2　　D. 1



(第11题)

考查角度2　利用三视图的画法补充几何体的三视图

12. 如图是一个直四棱柱及其主视图和俯视图(等腰梯形).



(第12题)

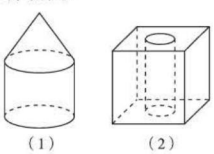
(1)根据图中所给数据,可求出俯视图(等腰梯形)的高为_____;

(2)在虚线框内画出左视图,并标出各边的长.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见147页)

拔尖角度1　利用三视图的画法画组合体的三视图

13. 画出如图所示的几何体的三种视图.



(第13题)

拔尖角度2　利用三视图的画法说明不同物体相同视图

14. 如图是由若干个完全相同的小正方体组成的一个几何体.

(1)请画出这个几何体的左视图和俯视图(用阴影表示);

(2)如果在这个几何体上再添加一些相同的小正方体,并保持这个几何体的俯视图和左视图不变,那么最多可以再添加几个小正方体?



(第14题)

趣味数学　首先,是数学透视学的天才阿尔贝蒂,他不仅提出了投影线、截景等概念,还阐述了截景的数学性质.其次,为这门学科作出了重要贡献的两位法国数学家德沙格和帕斯卡.(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时　由三视图到几何体

名师点金

由三视图确定几何体的体积、表面积时，解决问题的关键是恢复原几何体的形状，所以利用形象思维建立空间模型是必备的素养. 而在确定小立方块个数时，要把握三视图之间的关系，巧妙体会“俯视图打地基，主视图疯狂盖，左视图折违章”的要领，体会几何体构成的所有可能.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 ☞（答案见147页）

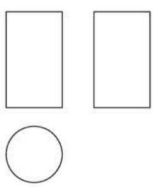
知识点1 由三视图想象几何体

1. 【2019·梧州】一个几何体的主视图和左视图都是矩形，俯视图是圆，则这个几何体是(　　)

A. 圆柱　　B. 圆锥

C. 球　　D. 正方体

2. 【2019·常州】如图是某几何体的三视图，该几何体是(　　)



（第2题）

A. 圆柱　　B. 正方体

C. 圆锥　　D. 球

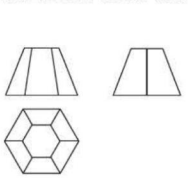
3. 如图是一个几何体的三视图，描述其结构特征，最准确的是(　　)

A. 底面是正六边形

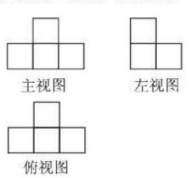
B. 底面是六边形，侧面是等腰梯形的棱台

C. 上、下底面是正六边形，侧面是等腰梯形的棱台

D. 底面是正六边形，侧面是等腰三角形的棱锥

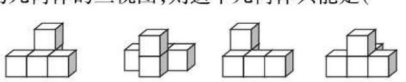


（第3题）

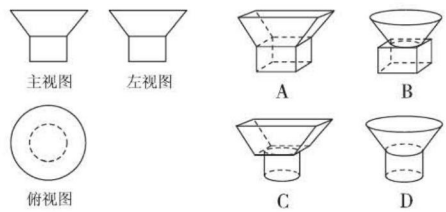


（第4题）

4. 【中考·绥化】如图是一些完全相同的小正方体搭成的几何体的三视图，则这个几何体只能是(　　)



5. 一个几何体的三视图如图所示，该几何体是(　　)

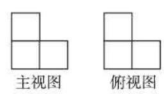


（第5题）

知识点2 由三视图确定组合体的数据

6. 【2018·武汉】一个几何体由若干个相同的正方体组成，其主视图和俯视图如图所示，则这个几何体中正方体的个数最多是(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

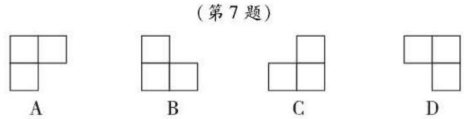


（第6题）

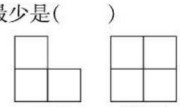
7. 【2019·贵港】某几何体的俯视图如图所示，图中数字表示该位置上的小正方体的个数，则这个几何体的主视图是(　　)



（第7题）



8. 【2019·黑龙江】如图是由若干个相同的小正方体搭成的一个几何体的主视图和俯视图，则所需的小正方体的个数最少是(　　)



（第8题）

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

虽然射影几何最初是为了给画家提供方便，但它的意义远不止于此. 后来，由于解析几何的发展使它略显失色，甚至一度被人们遗忘. （待续）

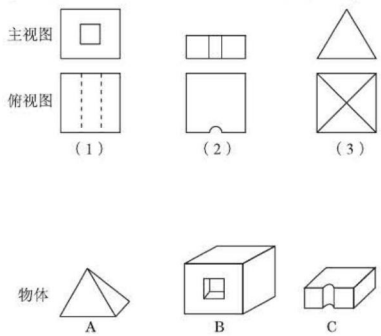
趣味数学

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见147页)

考查角度1 利用三视图的特征找对应的几何体

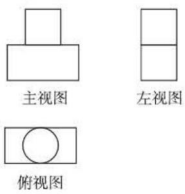
9. 如图,根据主视图和俯视图找出物体(连线).



(第9题)

考查角度2 利用三视图描述几何体

10. 如图是某物体的三种视图,请画出其直观图.



(第10题)

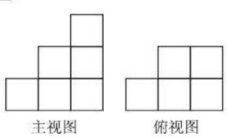
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见147页)

拔尖角度1 利用三视图的数据信息补视图(试验操作法)

11. 由一些大小相同的小正方体组成的简单几何体的主视图和俯视图如图所示.

(1)请你画出这个几何体的一种左视图;

(2)若组成这个几何体的小正方体的个数为 n,请你写出 n 的所有可能值.



(第11题)

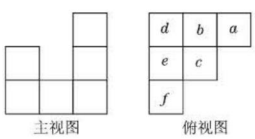
拔尖角度2 利用视图上的数据还原立体图形

12. 用小正方体搭一个几何体,使它的主视图和俯视图如图所示.俯视图中小正方形中的字母表示在该位置上小正方体的个数,请回答下列问题:

(1)a,b,c 各表示几?

(2)这个几何体最少由几个小正方体搭成?最多呢?

(3)当 $d=e=1$,$f=2$ 时,画出这个几何体的左视图.



(第12题)

趣味数学　但到19世纪射影几何被人重新发现时,德沙格和帕斯卡等人的杰出思想终于大放异彩.射影几何作为一个着重研究图形位置和相交方面的性质的学科,终于成熟了.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第3课时　由三视图到几何体的展开图

名师点金

对于由几何体的三种视图求它的表面积、体积等相关数据的题目，首先由几何体的三种视图想象出该几何体的形状，再利用三视图中的相关数据确定几何体的相关数据.

1 夯实基础·逐点练

☞（答案见147页）

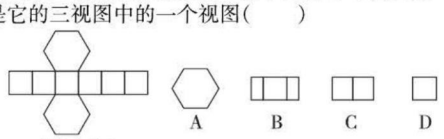
知识点1 由三视图想象几何体的展开图或由几何体的展开图想象三视图

1. 如图是某几何体的三视图，则该几何体的侧面展开图是（　　）



（第1题）

2. 如图是一个几何体的展开图，下面哪个平面图形不是它的三视图中的一个视图（　　）



（第2题）

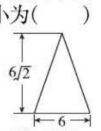
3. 【中考·泰安】如图是一圆锥的左视图，根据图中所标数据，圆锥侧面展开图的扇形圆心角的大小为（　　）

A. 90°

B. 120°

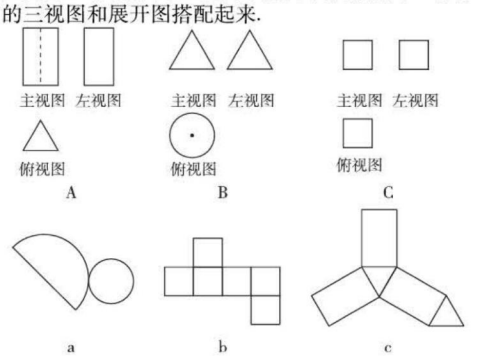
C. 135°

D. 150°



（第3题）

4. 如图是三个物体的三视图和展开图，请将同一物体的三视图和展开图搭配起来.



（第4题）

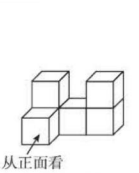
A与_____，B与_____，C与_____.

知识点2 由三视图求几何体的面积和体积

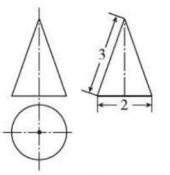
5. 【中考·连云港】由6个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，比较它的主视图，左视图和俯视图的面积，则（　　）

A. 三个视图的面积一样大　B. 主视图的面积最小

C. 左视图的面积最小　D. 俯视图的面积最小



（第5题）



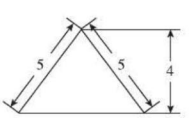
（第6题）

6. 【2019·随州】如图是一个几何体的三视图，则这个几何体的表面积为（　　）

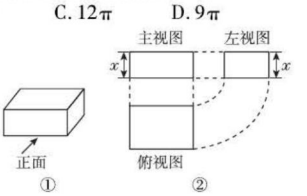
A. 2π　B. 3π　C. 4π　D. 5π

7. 【2019·宿迁】一个圆锥的主视图如图所示，根据图中数据，计算这个圆锥的侧面积是（　　）

A. 20π　B. 15π　C. 12π　D. 9π



（第7题）



（第8题）

8. 【2019·河北】图②是图①中长方体的三视图，若用S表示面积，$S_{主}=x^2+2x$，$S_{左}=x^2+x$，则$S_{俯}=$（　　）

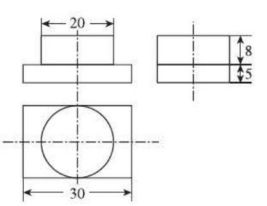
A. x^2+3x+2　B. x^2+2

C. x^2+2x+1　D. $2x^2+3x$

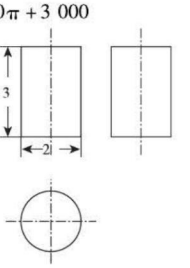
9. 【中考·荆州】如图是某几何体的三视图，根据图中的数据，求得该几何体的体积为（　　）

A. $800\pi+1\,200$　B. $160\pi+1\,700$

C. $3\,200\pi+1\,200$　D. $800\pi+3\,000$



（第9题）



（第10题）

10. 【2018·临沂】如图是一个几何体的三视图（图中尺寸单位：cm）. 根据图中所示数据求得这个几何体的侧面积是（　　）　【导学号：8385747】

A. 12 cm^2　B. $(12+\pi)$ cm^2

C. 6π cm^2　D. 8π cm^2

王平前来投奔赵云，刘备召集众将领商量迎敌大策. 只见蜀营中，一盏大油灯悬于营房之中，忽然听见赵云说："平日里我身高不是众将中最矮的，可今日我的影子为何却是众将中最短的呢？"（待续）

趣味数学

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见148页)

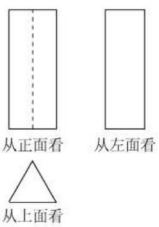
考查角度1　利用三视图求简单几何体的侧面积

11. 如图为一几何体从不同方向看到的图形.

(1)写出这个几何体的名称;

(2)任意画出这个几何体的一种表面展开图;

(3)若长方形的长为 10 cm,正三角形的边长为 4 cm,求这个几何体的侧面积.



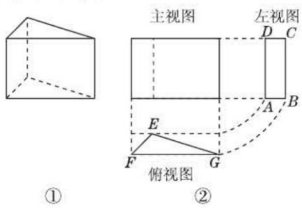
(第 11 题)

考查角度2　利用三角函数求由三视图表示的几何体的体积(构造直角三角形法)

12. 某直三棱柱零件如图①,张师傅根据此零件按1∶1的比例画出准确的三视图如图②. 已知在△EFG中,$EF=4$ cm,$\angle EFG=45°$,$FG=12$ cm,又知$AD=8$ cm.

(1)求AB的长;

(2)求出这个直三棱柱的体积.



(第 12 题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见148页)

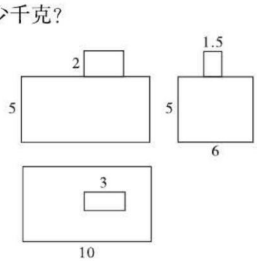
拔尖角度1　利用三视图求实际应用问题中物体的质量

13. 已知一个模型的三视图如图所示(单位:m).

(1)请描述这个模型的形状.

(2)制作这个模型的木料密度为 360 kg/m^3,则这个模型的质量是多少千克?

(3)如果要给这个模型刷油漆,每千克油漆可以刷 4 m^2,需要油漆多少千克?



(第 13 题)

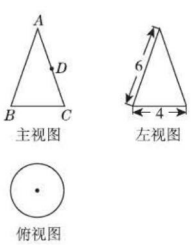
拔尖角度2　利用三视图想象几何体的展开图求最短路程问题

14. 如图是一个几何体的三视图(单位:厘米):

(1)写出这个几何体的名称;

(2)根据所示数据计算这个几何体的表面积;

(3)如果一只蚂蚁要从这个几何体上的点B出发,沿表面爬到AC的中点D,请你求出最短线路的路程.



(第 14 题)

趣味数学　众将听了后哈哈大笑起来,这时,赵云抬头看到那盏油灯,顿时明白了,说:"平日里我在太阳光下,太阳光线是平行的,同一时刻同一地点太阳光下的影长都与物体高度成正比,(待续)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

29.3 课题学习 制作立体模型

整合方法 · 分类练

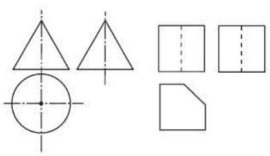
☞（答案见148页）

类型1 由三视图制作立体模型

1. 观察三视图，并综合考虑各视图表达的含义以及视图间的联系，可以想象出三视图所表示的_____的形状，这是由_____转化为_____的过程.

类型2 制作三视图表示的圆锥、五棱柱

2. 按照下面给出的两组视图（如图所示）：
选取合适的材料制成相应的实物模型，写出制作流程.

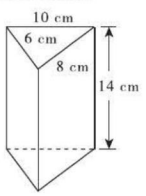


（1） （2）

（第2题）

类型3 设计制作三棱柱

3. 小明利用废纸板做一个三棱柱形无盖的笔筒，设计三棱柱立体模型如图所示，有关数据已标注在图上.
（1）请画出该立体模型的三视图和表面展开图；
（2）做该笔筒至少要用多少平方厘米的废纸板？



（第3题）

更多提分招数详见《极速提分法》第30页.

而现在的灯光是发散的，可以看成是点光源，离这个点光源越近，影子越短，离它越远，影子反而越长."

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

阶段核心归类专训

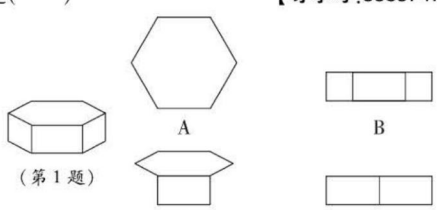
三视图与实物的互相转化 ☞(答案见148页)

名师点金

物体不同的面的视图只能反映该面的形状,它的三视图才能反映物体的具体形状,因此在实践中要求根据物体画出它的三视图,或已知三视图想象物体的形状.画物体的三视图实际上就是画出物体正面、左面和上面的正投影,规律是"长对正、高平齐、宽相等"的对应;看不见的轮廓线要画成虚线.由三视图想象物体的立体图形时,应充分发挥空间想象能力.

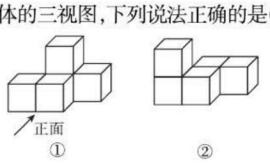
训练角度① 判断物体的三视图

1. 【2019·天门】如图所示的正六棱柱的主视图是(　　)　　【导学号:8385747】



(第1题)

2. 【2019·河南】如图①是由大小相同的小正方体搭成的几何体,将上层的小正方体平移后得到图②,关于平移前后几何体的三视图,下列说法正确的是(　　)

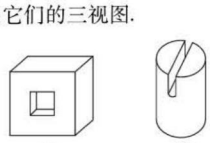


(第2题)

A. 主视图相同　　B. 左视图相同
C. 俯视图相同　　D. 三种视图都不相同

训练角度② 画物体的三视图

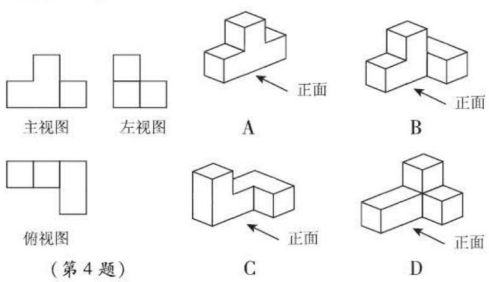
3. 观察如图所示的几何体,画出它们的三视图.



(第3题)

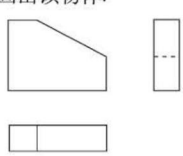
训练角度③ 已知三视图想象物体的形状

4. 【中考·河北】如图中的三视图所对应的几何体是(　　)



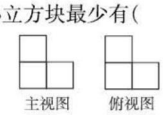
(第4题)

5. 请根据如图所示物体的三视图画出该物体.


(第5题)

训练角度④ 由三视图确定小正方体的个数

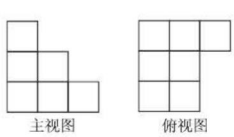
6. 【中考·毕节】一个几何体是由一些大小相同的小立方块摆成的,其主视图和俯视图如图所示,则组成这个几何体的小立方块最少有(　　)



(第6题)

A. 3个　　B. 4个　　C. 5个　　D. 6个

7. 用若干个相同的小立方块搭成一个几何体,使得它的主视图和俯视图如图所示.这样的几何体只有一种吗?它最少需要多少个小立方块?最多需要多少个小立方块?



(第7题)

趣味数学　华罗庚小时候帮助父亲做生意,常常打算盘、记账.那时顾客一来,华罗庚站在柜台前,顾客一走,就又埋头演算数学题.华罗庚就是这样抓紧时间,不断钻研数学.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

全章热门考点整合应用

☞（答案见149页）

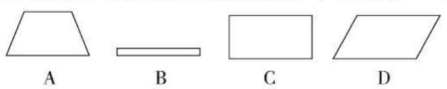
名师点金

本章知识是中考的考点之一，在本章中，平行投影与中心投影的性质、三视图与几何体的相互转化，以及侧面展开图、面积、体积等与三视图有关的计算等，是中考命题的热点内容. 其热门考点可概括为：3个概念，2个解法，3个画法，2个应用.

考点1 3个概念

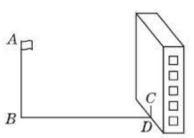
概念1 平行投影

1. 在一个晴朗的上午，赵丽颖拿着一块矩形木板放在阳光下，矩形木板在地面上形成的投影不可能是（　　）



A　　B　　C　　D

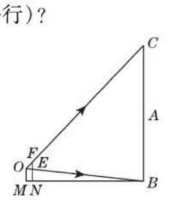
2. 如图，王斌同学想测量旗杆的高度，他在某一时刻测得1 m长的竹竿竖直放置时影长2 m. 在同一时刻测量旗杆的影长时，因旗杆靠近教学楼，所以影子没有全落在地面上，而是有一部分落在墙上，他测得落在地面上的影长为20 m，落在墙上的影高为2 m，求旗杆的高度.



（第2题）

概念2 中心投影

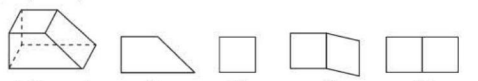
3. 如图，一建筑物A高为BC，光源位于点O处，用一把刻度尺EF（长22 cm）在光源前适当地移动，使其影子长刚好等于BC，这时量得O和刻度尺之间的距离MN为10 cm，O距建筑物的距离MB为20 m，问：建筑物A有多高（刻度尺与建筑物平行）？



（第3题）

概念3 三视图

4. 【中考·玉林】如图所示的几何体的俯视图是（　　）



（第4题）　A　　B　　C　　D

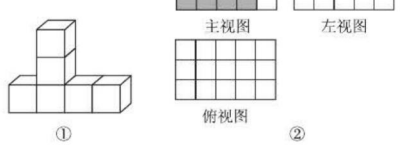
5. 【中考·六盘水】桌面上放置的几何体中，主视图与左视图可能不同的是（　　）

A. 圆柱　　B. 正方体　　C. 球　　D. 直立圆锥

6. 如图①是由一些棱长都为1 cm的小正方体组合成的简单几何体.

（1）该几何体的表面积为_____；

（2）该几何体的主视图如图②中阴影部分所示，请在图②的方格纸中分别画出它的左视图和俯视图.

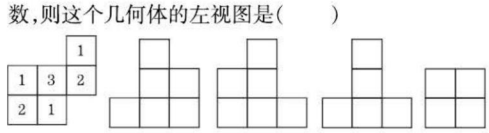


（第6题）

考点2 2个解法

解法1 由三视图还原几何体

7. 如图是一个由多个相同小正方体堆积而成的几何体的俯视图，图中所示数字为该位置上小正方体的个数，则这个几何体的左视图是（　　）



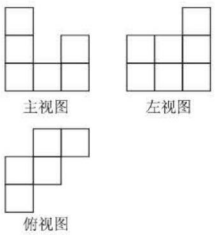
（第7题）　A　　B　　C　　D

数学，科学不可动摇的基石，促进人类事业进步的丰富源泉. ——巴洛

趣味数学

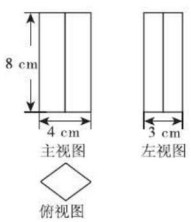
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 根据如图所示的三视图说明物体的形状，它共有几层？一共有多少个小正方体？



（第 8 题）

9. 如图是一个几何体的三视图，它的俯视图为菱形. 请写出该几何体的名称，并根据图中所给的数据求出它的侧面积.



（第 9 题）

解法 2 分解图形法

10. 某种含盖的玻璃容器（透明）的外形如图，请你画出它的三视图.



（第 10 题）

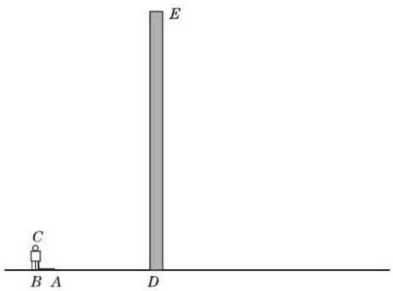
考点 3　3 个画法

画法 1 画投影

11. 在一次数学活动课上，李老师带领学生去测教学楼的高度. 在阳光下，测得身高 1.65 m 的黄丽同学 BC 的影长 BA 为 1.1 m，与此同时，测得教学楼 DE 的影长 DF 为 12.1 m.

（1）请你在图中画出此时教学楼 DE 在阳光下的投影 DF；

（2）请你根据已测得的数据，求出教学楼 DE 的高度（结果精确到 0.1 m）.

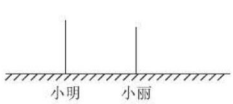


（第 11 题）

12. 小明和小丽在操场上玩耍，小丽突然高兴地对小明说：“我踩到你的‘脑袋’了.”如图为小明和小丽的位置.

（1）请画出此时小丽在阳光下的影子；

（2）若知小明的身高是 1.60 米，小明与小丽间的距离为 2 米，而小丽的影子长为 1.75 米，求小丽的身高.



（第 12 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

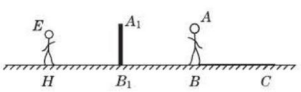
画法2 画投影源

13. 学习投影后，小明和小颖利用灯光下自己的影子长度来测量一路灯的高度，并探究影子长度的变化规律. 如图，在同一时间，身高为1.6 m的小明（AB）的影子BC长是3 m，而小颖（EH）刚好在路灯灯泡的正下方H点，并测得$HB=6$ m.

（1）请在图中画出形成影子的光线，并确定路灯灯泡所在的位置G；

（2）求路灯灯泡的垂直高度GH；

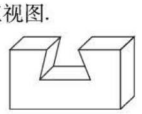
（3）如果小明沿线段BH向小颖（点H）走去，当小明走到BH的中点B_1处时，求他的影子B_1C_1的长；当小明继续走剩下路程的$\frac{1}{3}$到B_2处时，求他的影子B_2C_2的长；当小明继续走剩下路程的$\frac{1}{4}$到B_3处时……按此规律继续走下去，当小明走剩下路程的$\frac{1}{n+1}$到B_n处时，他的影子B_nC_n的长为多少（直接用含n的代数式表示）？



（第13题）

画法3 画三视图

14. 一种机器上有一个转动的零件叫燕尾槽（如图），为了准确做出这个零件，请画出它的三视图.

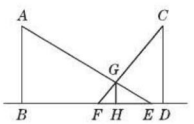


（第14题）

考点4 2个应用

应用1 测高的应用

15. 如图，晚上，小亮走到大街上，他发现：当他站在大街两边的两盏路灯（AB和CD）之间，并且自己被两边路灯照在地上的两个影子成一直线时，自己右边的影子（HE）长为3米，左边的影子（HF）长为1.5米，又知自己身高（GH）1.80米，两盏路灯的高相同，两盏路灯之间的距离（BD）为12米，求路灯的高.



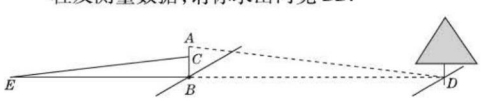
（第15题）

应用2 测距离的应用

16. 某一天，小明和小亮来到一河边，想用遮阳帽和皮尺测量这条河的大致宽度，两人在确保无安全隐患的情况下，先在河岸边选择了一点B（点B与河对岸岸边上的一棵树的底部点D所确定的直线垂直于河岸）.

（1）小明在B点面向树的方向站好，调整帽檐，使视线通过帽檐正好落在树的底部点D处，如图所示，这时小亮测得小明眼睛距地面的距离$AB=1.7$米；

（2）小明站在原地转动180°后蹲下，并保持原来的观察姿态（除身体重心下移外，其他姿态均不变），这时视线通过帽檐落在了DB延长线上的点E处，此时小亮测得$BE=9.6$米，小明的眼睛距地面的距离$CB=1.2$米. 根据以上测量过程及测量数据，请你求出河宽BD.



（第16题）

时间是个常数，但对勤奋者来说，是个‘变数’. 用‘分’来计算时间的人比用‘小时’来计算时间的人时间多59倍. ——雷巴柯夫

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



典中点®

综合应用创新题 典中点

达标检测卷

含参考答案及点拨

九年级数学

下（R版）

陕西新华出版传媒集团
陕西人民教育出版社

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二十六章达标检测卷

（120 分，90 分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名　学号　班级　学校　密　封　线

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列关系式中，y 是 x 的反比例函数的是（　　）

A. $y=\dfrac{1}{x-2}$　　B. $y=\dfrac{2}{x^2}$　　C. $3xy=1$　　D. $y=\dfrac{x}{3}$

2. 反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 $P(-1,2)$，则这个函数的图象位于（　　）

A. 第二、三象限　　B. 第一、三象限

C. 第三、四象限　　D. 第二、四象限

3. 下列四个点中，有三个点在同一反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象上，则不在这个函数图象上的点是（　　）

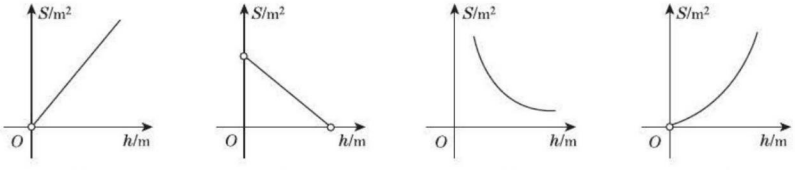
A. $(5,1)$　　B. $(-1,5)$　　C. $\left(\dfrac{5}{3},3\right)$　　D. $\left(-3,-\dfrac{5}{3}\right)$

4. 已知反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$，下列结论中不正确的是（　　）

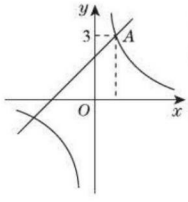
A. 图象经过点 $(-1,-3)$　　B. 图象位于第一、三象限

C. 当 $x>1$ 时，$0<y<3$　　D. 当 $x<0$ 时，y 随着 x 的增大而增大

5. 为了更好保护水资源，造福人类，某工厂计划建一个容积 $V(\mathrm{m}^3)$ 一定的污水处理池，池的底面积 $S(\mathrm{m}^2)$ 与其深度 $h(\mathrm{m})$ 满足关系式 $V=Sh(V\neq0)$，则 S 关于 h 的函数图象大致是（　　）



A　　B　　C　　D



（第 6 题）

6. 如图，直线 $y=x+2$ 与双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 相交于点 A，点 A 的纵坐标为 3，则 k 的值为（　　）

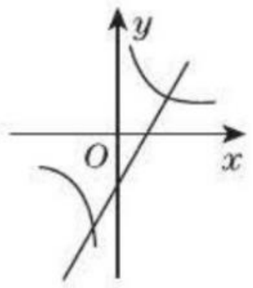
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 已知 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$，$P_3(x_3,y_3)$ 是反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 图象上的三点，且 $x_1<0<x_2<x_3$，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是（　　）

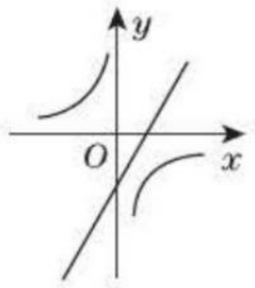
A. $y_3<y_2<y_1$　　B. $y_1<y_2<y_3$　　C. $y_1<y_3<y_2$　　D. $y_2<y_3<y_1$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

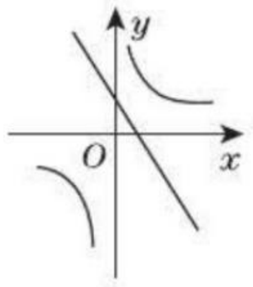
8. 函数 $y=mx+n$ 与 $y=\frac{n}{mx}$，其中 $m\neq0,n\neq0$，那么它们在同一坐标系中的图象可能是(　　)



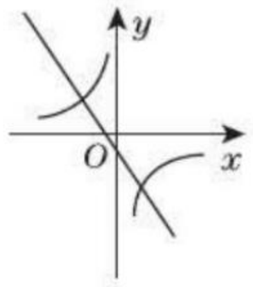
A



B



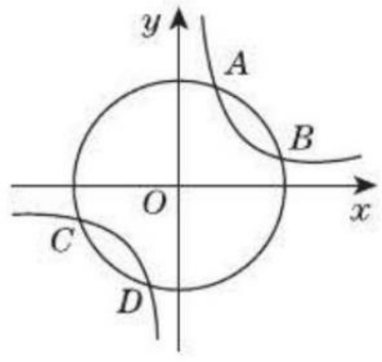
C



D

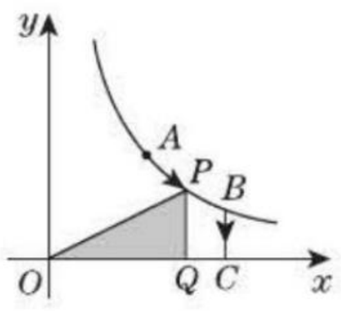
9. 如图，以原点为圆心的圆与反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象交于 A,B,C,D 四点，已知点 A 的横坐标为 1，则点 C 的横坐标为(　　)

A. -4　　B. -3　　C. -2　　D. -1

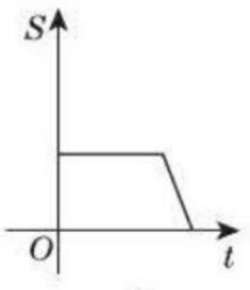


(第 9 题)

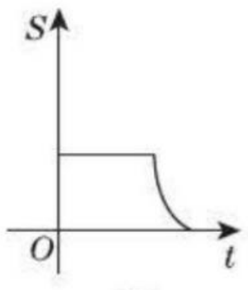
10. 如图，已知 A,B 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 图象上的两点，$BC\parallel y$ 轴，交 x 轴于点 C. 动点 P 从点 A 出发，沿 $A\rightarrow B\rightarrow C$ 匀速运动，终点为 C. 过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴于点 Q. 设 $\triangle OPQ$ 的面积为 S，点 P 运动的时间为 t，则 S 关于 t 的函数图象大致为(　　)



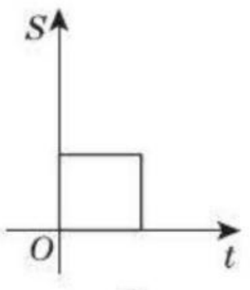
(第 10 题)



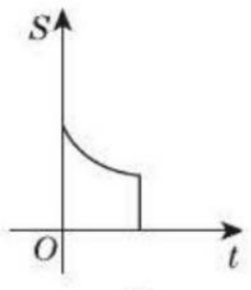
A



B



C



D

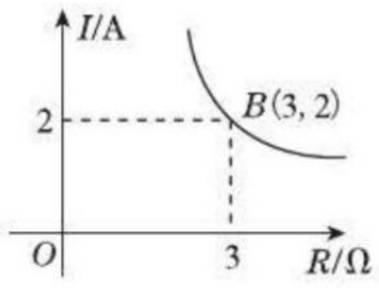
二、填空题(每题 3 分，共 30 分)

11. 一个反比例函数的图象过点 $A(-2,-3)$，则这个反比例函数的解析式是_____.

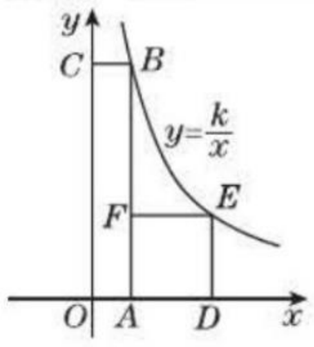
12. 若点 $(2,y_1),(3,y_2)$ 在函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上，则 y_1 _____ y_2(填“$>$”“$<$”或“$=$”).

13. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y=mx$ 的图象的一个交点的坐标为 $(1,2)$，则它们另一个交点的坐标为_____.

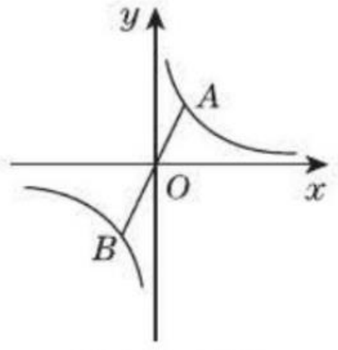
14. 某闭合电路，电源的电压为定值，电流 I(A)与电阻 $R(\Omega)$ 成反比例. 如图表示的是该电路中电流 I 与电阻 R 之间的函数关系的图象，当电阻 R 为 6 Ω 时，电流 I 为_____A.



(第 14 题)



(第 19 题)



(第 20 题)

15. 在同一直角坐标系中，正比例函数 $y=k_1x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象有公共点，则 k_1k_2 _____ 0(填“$>$”“$<$”或“$=$”).

16. 若变量 y 与 x 成反比例，且当 $x=2$ 时，$y=-3$，则 y 与 x 之间的函数关系式是_____，在每个象限内函数值 y 随 x 的增大而_____.

17. 函数 $y=\frac{1}{x}$ 与 $y=x-2$ 的图象的交点的横坐标分别为 a,b，则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的值为_____.

18. 一个菱形的面积为 12 cm^2，它的两条对角线长分别为 a cm，b cm，则 a 与 b 之间的函数关系式为 $a=$_____；这个函数的图象位于第_____象限.

19. 如图，四边形 $OABC$ 是矩形，$ADEF$ 是正方形，点 A,D 在 x 轴的正半轴上，点 C 在 y 轴的正半轴上，点 F 在 AB 上，点 B,E 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，$OA=1$，$OC=6$，则正方形 $ADEF$ 的边长为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

20. 如图，已知点 $A(1,2)$ 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上的一点，连接 AO 并延长，交双曲线的另一分支于点 B. 点 P 是 x 轴上一动点，若 $\triangle PAB$ 是等腰三角形，则点 P 的坐标是_____.

三、解答题（21 题 8 分，26 题 12 分，其余每题 10 分，共 60 分）

21. 已知 y 与 $x-1$ 成反比例，且当 $x=-5$ 时，$y=2$.

（1）求 y 与 x 的函数关系式；

（2）当 $x=5$ 时，求 y 的值.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x+b$ 与双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 的一个交点为 $A(2,4)$，与 y 轴交于点 B.

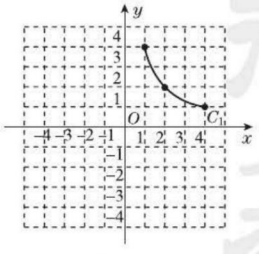
（1）求 m 的值和点 B 的坐标；

（2）点 P 在双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 上，$\triangle OBP$ 的面积为 8，直接写出点 P 的坐标.

23. 已知反比例函数 $y=\frac{4}{x}$.

（1）若该反比例函数的图象与直线 $y=kx+4(k\neq 0)$ 只有一个公共点，求 k 的值；

（2）如图，反比例函数 $y=\frac{4}{x}(1\leqslant x\leqslant 4)$ 的图象记为曲线 C_1，将 C_1 向左平移 2 个单位长度，得曲线 C_2，请在图中画出 C_2，并直接写出 C_1 平移到 C_2 处所扫过的面积.



（第 23 题）

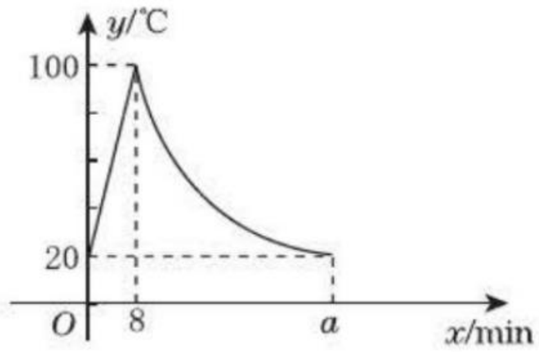
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

24. 教师办公室有一种可以自动加热的饮水机，该饮水机的工作程序是：放满水后，接通电源，则自动开始加热，每分水温上升 10 ℃，待加热到 100 ℃，饮水机自动停止加热，水温开始下降，水温 y(℃)和通电时间 x(min)成反比例函数关系，直至水温降至室温，饮水机再次自动加热，重复上述过程. 设某天水温和室温均为 20 ℃，接通电源后，水温 y(℃)和通电时间 x(min)之间的关系如图所示，回答下列问题：

(1)分别求出当 $0 \leqslant x \leqslant 8$ 和 $8 < x \leqslant a$ 时，y 和 x 之间的函数关系式；

(2)求出图中 a 的值；

(3)李老师这天早上 7:30 将饮水机电源打开，若他想在 8:10 上课前喝到不低于 40 ℃的开水，则他需要在什么时间段内接水？

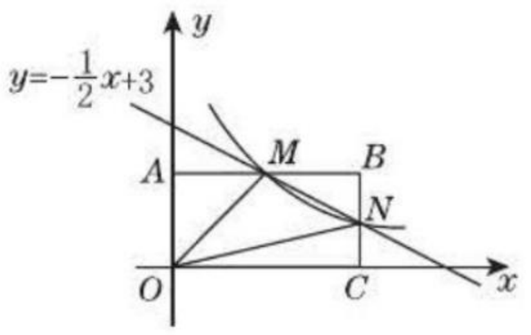


(第 24 题)

25. 如图，在直角坐标系中，矩形 $OABC$ 的顶点 O 与坐标原点重合，A，C 分别在 y 轴，x 轴上，点 B 的坐标为 $(4,2)$，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 分别交 AB，BC 于点 M，N，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 M，N.

(1)求反比例函数的解析式；

(2)若点 P 在 y 轴上，且 $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $BMON$ 的面积相等，求点 P 的坐标.

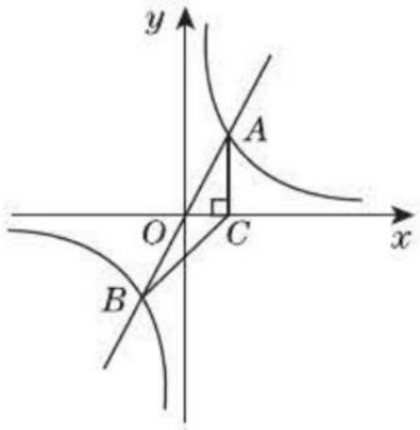


(第 25 题)

26. 如图，正比例函数 $y = 2x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，过点 A 作 AC 垂直 x 轴于点 C，连接 BC，若 $\triangle ABC$ 的面积为 2.

(1)求 k 的值.

(2)x 轴上是否存在一点 D，使 $\triangle ABD$ 为直角三角形？若存在，求出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由.



(第 26 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二十七章达标检测卷

（120 分，90 分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名　学号　班级　学校　密　封　线

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列各组线段中，成比例线段的是（　　）

A. 1，2，3，4　　B. 1，2，2，4　　C. 3，5，9，13　　D. 4，6，7，8

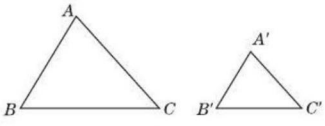
2. 如图，可以判定 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 的条件是（　　）

A. $\angle A = \angle B' = \angle C'$　　B. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ 且 $\angle A = \angle C'$

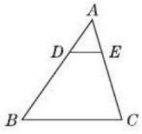
C. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ 且 $\angle A = \angle A'$　　D. 以上条件都不对

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$DE /\!/ BC$，$\frac{AD}{AB} = \frac{1}{3}$，$BC = 12$，则 DE 的长是（　　）

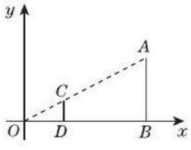
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6



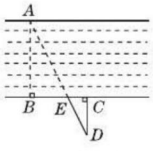
（第 2 题）



（第 3 题）



（第 4 题）



（第 6 题）

4. 如图，在平面直角坐标系中，有点 $A(6,3)$，$B(6,0)$，以原点 O 为位似中心，相似比为 $\frac{1}{3}$，在第一象限内把线段 AB 缩小后得到线段 CD，则点 C 的坐标为（　　）

A. (2,1)　　B. (2,0)　　C. (3,3)　　D. (3,1)

5. 下列说法：①位似图形都相似；②位似图形都是平移后再放大（或缩小）得到的；③直角三角形斜边上的中线与斜边的比为 1∶2；④两个相似多边形的面积比为 4∶9，则周长的比为 16∶81. 其中正确的有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

6. 如图，为估算河的宽度（河两岸平行），在河对岸选定一个目标点 A，在近岸取点 B，C，D，使得 $AB \perp BC$，$CD \perp BC$，点 E 在 BC 上，并且点 A，E，D 在同一条直线上，若测得 $BE = 20$ m，$CE = 10$ m，$CD = 20$ m，则河的宽度 AB 等于（　　）

A. 60 m　　B. 40 m　　C. 30 m　　D. 20 m

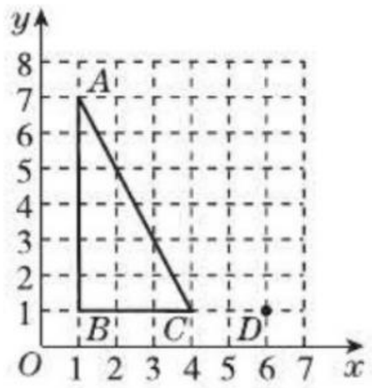
7. 如图，点 A，B，C，D 的坐标分别是 (1,7)，(1,1)，(4,1)，(6,1)，以 C，D，E 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，则点 E 的坐标不可能是（　　）

A. (6,0)　　B. (6,3)　　C. (6,5)　　D. (4,2)

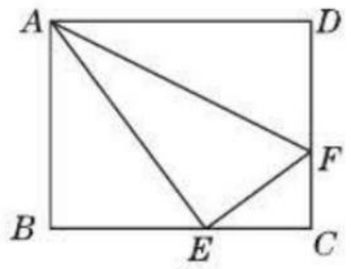
8. 如图所示，在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 4$，$BC = 5$，点 E 在 BC 上，AF 平分 $\angle DAE$，$EF \perp AE$，则 CF 等于（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2

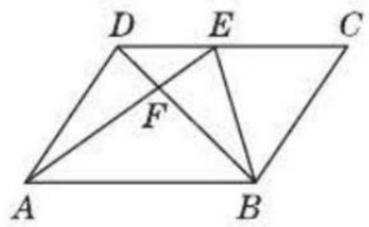
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



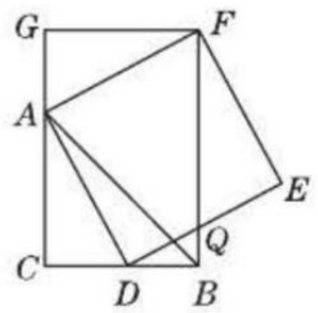
（第 7 题）



（第 8 题）



（第 9 题）



（第 10 题）

9. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 是 CD 上的一点，$DE:EC=2:3$，连接 AE,BE,BD，且 AE,BD 交于点 F，则 $S_{\triangle DEF}:S_{\triangle EBF}:S_{\triangle ABF}=$（　　）

A. 2 : 5 : 25　　B. 4 : 9 : 25　　C. 2 : 3 : 5　　D. 4 : 10 : 25

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$CB=CA$，$\angle ACB=90°$，点 D 在边 BC 上（与 B,C 不重合），四边形 $ADEF$ 为正方形，过点 F 作 $FG\perp CA$，交 CA 的延长线于点 G，连接 FB，交 DE 于点 Q，给出以下结论：①$AC=FG$；②$S_{\triangle FAB}:S_{四边形CBFG}=1:2$；③$\angle ABC=\angle ABF$；④$AD^2=FQ\cdot AC$，其中正确结论的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

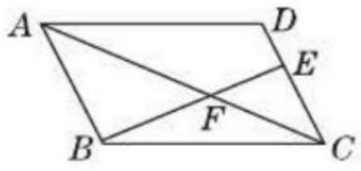
二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

11. 比例尺为 1:4000 000 的地图上，两城市间的图上距离为 3 cm，则这两城市间的实际距离为_____km.

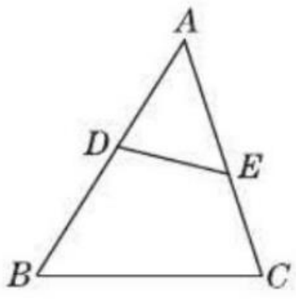
12. 已知 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，且其相似比是 3 : 4，$\triangle ABC$ 的周长是 27 cm，则 $\triangle A'B'C'$ 的周长为_____cm.

13. 如果 $\frac{x}{y}=\frac{2}{5}$，那么 $\frac{y-x}{y+x}=$_____.

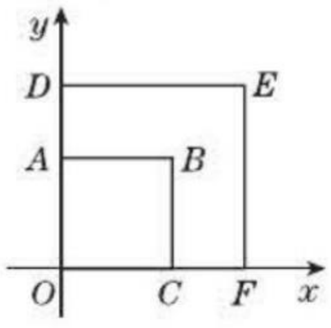
14. 如图，在 $\square ABCD$ 中，E 在 DC 上，若 $DE:EC=1:2$，则 $BF:BE=$_____.



（第 14 题）



（第 15 题）



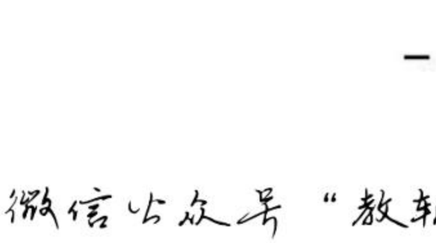
（第 16 题）

15. 如图，点 D,E 分别在 AB,AC 上，且 $\angle ABC=\angle AED$. 若 $DE=4,AE=5,BC=8$，则 AB 的长为_____.

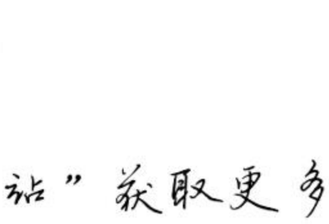
16. 如图，正方形 $OABC$ 与正方形 $ODEF$ 是位似图形，点 O 为位似中心，相似比为 $1:\sqrt{3}$，点 A 的坐标为 $(0,1)$，则点 E 的坐标是_____.

17. 如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AB=BC$，$\angle B=90°$，$AC=10\sqrt{2}$. 四边形 $BDEF$ 是 $\triangle ABC$ 的内接正方形（点 D,E,F 在三角形的边上），则此正方形的面积是_____.

（第 17 题）



（第 18 题）



（第 19 题）



（第 20 题）

18. 如图，身高为 1.7 m 的小明 AB 站在河的一岸，利用树的倒影去测量河对岸一棵树 CD 的高度，CD 在水中的倒影为 $C'D$，A,E,C' 在一条直线上. 已知河 BD 的宽度为 12 m，$BE=3$ m，则树 CD 的高度为_____.

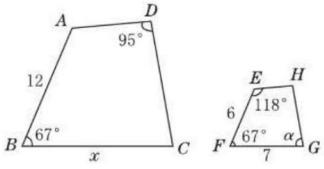
19. 如图，将边长为 6 cm 的正方形 $ABCD$ 折叠，使点 D 落在 AB 边的中点 E 处，折痕为 FH，点 C 落在点 Q 处，EQ 与 BC 交于点 G，则 $\triangle EBG$ 的周长是_____cm.

20. 如图，A,B,C,D 依次为一直线上 4 个点，$BC=2$，$\triangle BCE$ 为等边三角形，$\odot O$ 过 A,D,E 三点，且 $\angle AOD=120°$，设 $AB=x,CD=y$，则 y 与 x 的函数关系式为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、**解答题**（第21～25题每题8分，第26、27题每题10分，共60分）

21. 如图，四边形 $ABCD$ ∽ 四边形 $EFGH$，试求出 x 及 $\angle\alpha$ 的大小.

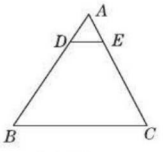


（第21题）

22. 如图，点 D，E 分别是 $\triangle ABC$ 的 AB，AC 边上的点，且 $DE \parallel BC$，$AD : BD = 1 : 3$.

（1）求证：$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$；

（2）若 $DE = 2$，求 BC 的长.

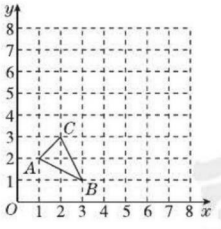


（第22题）

23. 如图，$\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别为 $A(1,2)$，$B(3,1)$，$C(2,3)$，以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 放大为原来的2倍得 $\triangle A'B'C'$.

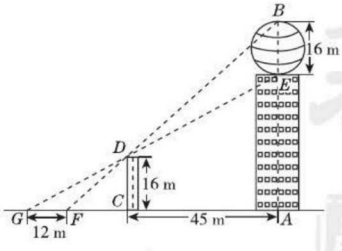
（1）在图中第一象限内画出符合要求的 $\triangle A'B'C'$；（不要求写画法）

（2）计算 $\triangle A'B'C'$ 的面积.



（第23题）

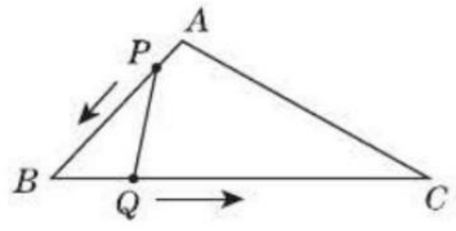
24. 如图，明珠大厦的顶部建有一直径为16 m的“明珠”，它的西面45 m处有一高16 m的小型建筑 CD，人站在 CD 的西面附近无法看到“明珠”的外貌，如果向西走到点 F 处，可以开始看到“明珠”的顶端 B；若想看到“明珠”的全貌，必须往西至少再走12 m. 求大厦主体建筑的高度 AE（不含顶部的“明珠”部分的高度）.



（第24题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

25. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=10$ cm，$BC=20$ cm，点P从点A开始沿AB边以2 cm/s的速度向点B移动，点Q从点B开始沿BC边以4 cm/s的速度向点C移动，如果点P，Q分别从A，B同时出发，问经过多久，$\triangle PBQ$与$\triangle ABC$相似？

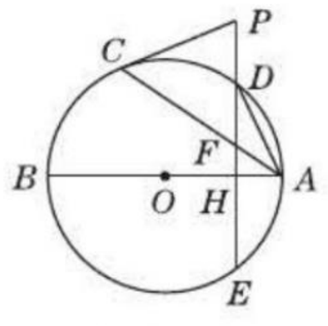


（第25题）

26. 如图，AB，AC分别是$\odot O$的直径和弦，点D为劣弧AC上一点，弦ED分别交$\odot O$于点E，交AB于点H，交AC于点F，过点C的切线交ED的延长线于点P.

(1)若$PC=PF$，求证：$AB\perp DE$；

(2)点D在劣弧AC的什么位置时，才能使$AD^2=DE\cdot DF$，为什么？



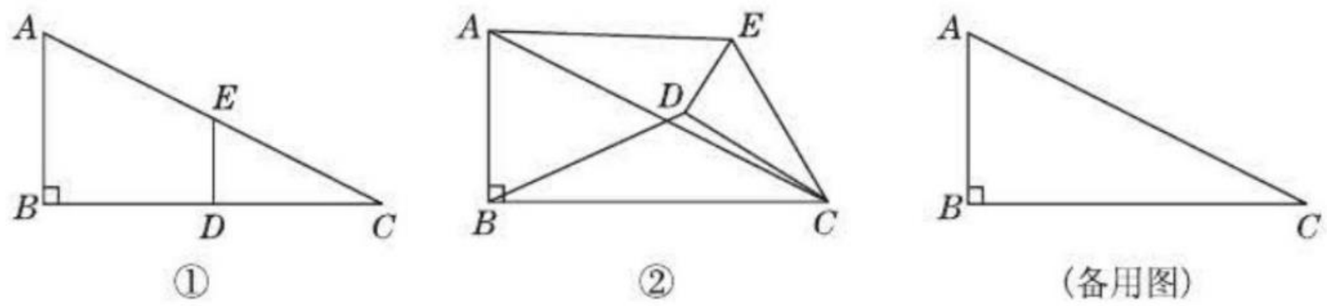
（第26题）

27. 如图①，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle B=90°$，$BC=2AB=8$，点D，E分别是边BC，AC的中点，连接DE. 将$\triangle EDC$绕点C按顺时针方向旋转，记旋转角为α.

(1)当$\alpha=0°$和$\alpha=180°$时，求$\frac{AE}{BD}$的值.

(2)试判断当$0°\leqslant\alpha<360°$时，$\frac{AE}{BD}$的大小有无变化？请仅就图②的情况给出证明.

(3)当$\triangle EDC$旋转至A，D，E三点共线时，求线段BD的长.



①　②　（备用图）

（第27题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二十八章达标检测卷

(120分,90分钟)

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名 学号 班级 学校

密 封 线

一、选择题(每题3分,共30分)

1. sin 30°的值为(　　)

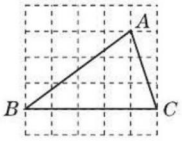
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. 在△ABC中,$\angle C=90°$,$AC=5$,$AB=13$,则 sin B 的值是(　　)

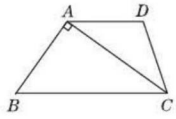
A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{12}{5}$　　C. $\frac{12}{13}$　　D. $\frac{5}{13}$

3. 如图,在边长为1的小正方形组成的网格中,△ABC的三个顶点均在格点上,则 tan$\angle ABC$的值为(　　)

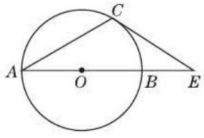
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　D. 1



(第3题)



(第4题)



(第5题)

4. 如图所示,在四边形 $ABCD$ 中,$AD/\!/BC$,$AC\perp AB$,$AD=CD$,$\cos\angle DCA=\frac{4}{5}$,$BC=10$,则 AB 的长是(　　)

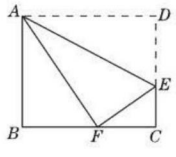
A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 9

5. 如图,AB 是⊙O 的直径,C 是⊙O 上的点,过点 C 作⊙O 的切线交 AB 的延长线于点 E,若$\angle A=30°$,则 sin$E$ 的值为(　　)

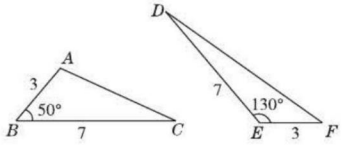
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 如图,沿 AE 折叠矩形纸片 $ABCD$,使点 D 落在 BC 边的点 F 处. 已知 $AB=8$,$BC=10$,则 tan$\angle EFC$ 的值为(　　)

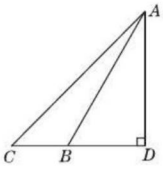
A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$



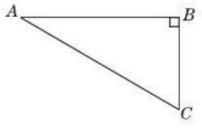
(第6题)



(第7题)



(第8题)



(第10题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

7. 如图,若$\triangle ABC$和$\triangle DEF$的面积分别为S_1,S_2,则(　　)

A. $S_1=\frac{1}{2}S_2$　　B. $S_1=\frac{7}{2}S_2$　　C. $S_1=\frac{8}{5}S_2$　　D. $S_1=S_2$

8. 如图,长4 m的楼梯AB的倾斜角$\angle ABD$为60°,为了改善楼梯的安全性能,准备重新建造楼梯,使其倾斜角$\angle ACD$为45°,则调整后的楼梯AC的长为(　　)

A. $2\sqrt{3}$ m　　B. $2\sqrt{6}$ m　　C. $(2\sqrt{3}-2)$ m　　D. $(2\sqrt{6}-2)$ m

9. 等腰三角形一腰上的高与腰长之比是1∶2,则等腰三角形顶角的度数为(　　)

A. 30°　　B. 50°　　C. 60°或120°　　D. 30°或150°

10. 如图,在Rt$\triangle ABC$中,$\angle B=90°$,$\angle BAC=30°$,以点A为圆心,BC长为半径画弧交AB于点D,分别以点A,D为圆心,AB的长为半径画弧,两弧交于点E,连接AE,DE,则$\angle EAD$的余弦值是(　　)

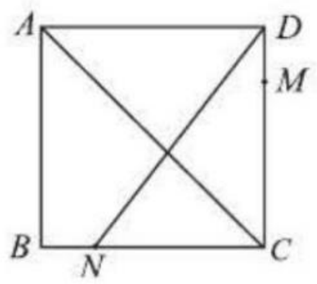
A. $\frac{\sqrt{3}}{12}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题(每题3分,共30分)

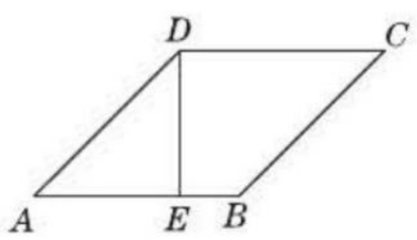
11. 在$\triangle ABC$中,$\angle A$,$\angle B$都是锐角,若$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$,$\cos B=\frac{1}{2}$,则$\angle C=$_____.

12. 计算:$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-|-2+\sqrt{3}\tan 45°|+(\sqrt{2}-1.41)^0=$_____.

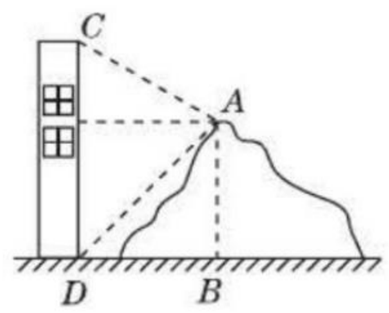
13. 如图,正方形$ABCD$的边长为4,点M在边DC上,M,N两点关于对角线AC所在的直线对称,若$DM=1$,则$\tan\angle ADN=$_____.



(第13题)



(第15题)



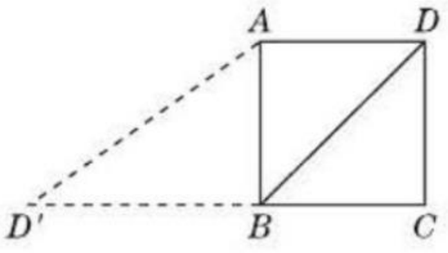
(第16题)

14. 已知锐角A的正弦$\sin A$是一元二次方程$2x^2-7x+3=0$的根,则$\sin A=$_____.

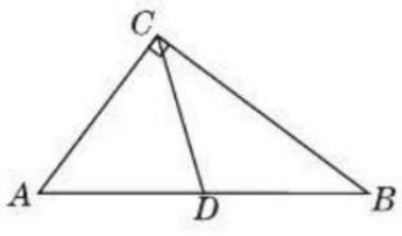
15. 如图,在菱形$ABCD$中,$DE\perp AB$,垂足为点E,$DE=6$ cm,$\sin A=\frac{3}{5}$,则菱形$ABCD$的面积是_____cm^2.

16. 如图,在高度是21 m的小山A处测得建筑物CD顶部C处的仰角为30°,底部D处的俯角为45°,则这个建筑物的高度$CD=$_____.(结果保留根号)

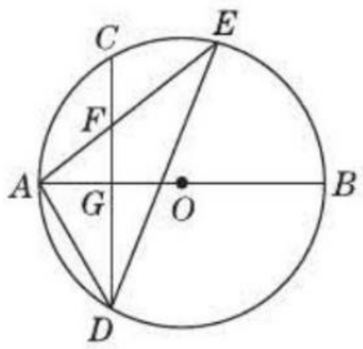
17. 如图所示,已知正方形$ABCD$的边长为2,如果将线段BD绕着点B旋转后,点D落在CB的延长线上的点D'处,那么$\tan\angle BAD'$等于_____.



(第17题)



(第19题)



(第20题)

18. 一次函数的图象经过点(tan 45°,tan 60°)和(−cos 60°,−6tan 30°),则此一次函数的解析式为_____.

19. 如图所示,在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90°$,CD是AB边上的中线,$AC=6$,$CD=5$,则$\sin A$等于_____.

20. 如图,AB是$\odot O$的直径,弦$CD\perp AB$于点G,点F是CD上一点,且$\frac{CF}{FD}=\frac{1}{3}$. 连接$AF$并延长交$\odot O$于点$E$,连接$AD$,$DE$. 若$CF=2$,$AF=3$. 下列结论:①$\triangle ADF\backsim\triangle AED$;②$FG=2$;③$\tan E=\frac{\sqrt{5}}{2}$;④$S_{\triangle DEF}=4\sqrt{5}$,其中正确的是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、**解答题**(21题12分,23题8分,其余每题10分,共60分)

21. 计算:

(1)$\sqrt{2}(2\cos 45° - \sin 60°) + \frac{\sqrt{24}}{4}$;

(2)$(-2)^0 - 3\tan 30° - |\sqrt{3} - 2|$.

22. 在$\triangle ABC$中,$\angle C = 90°$.

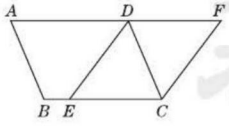
(1)已知$c = 8\sqrt{3}$,$\angle A = 60°$,求$\angle B$,a,b;

(2)已知$a = 3\sqrt{6}$,$\angle A = 45°$,求$\angle B$,b,c.

23. 如图,已知$\square ABCD$,点E是BC边上的一点,将边AD延长至点F,使$\angle AFC = \angle DEC$.

(1)求证:四边形$DECF$是平行四边形;

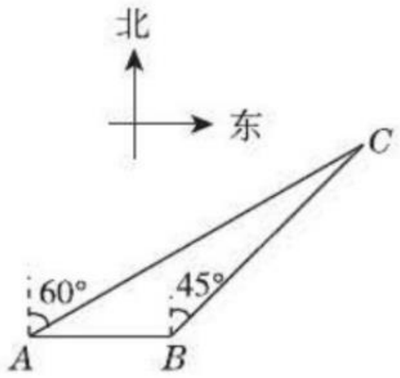
(2)若$AB = 13$,$DF = 14$,$\tan A = \frac{12}{5}$,求CF的长.



(第23题)

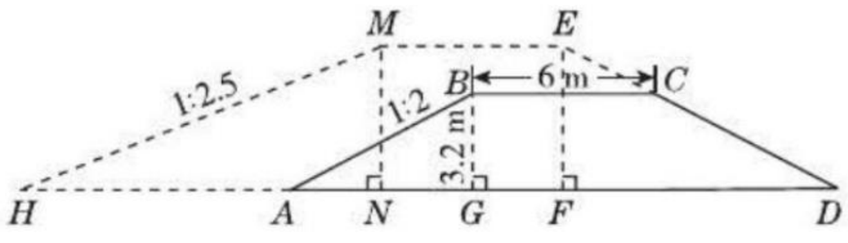
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

24. 如图,大海中某岛 C 的周围 25 km 范围内有暗礁. 一艘海轮向正东方向航行,在 A 处望见 C 在其北偏东 60°的方向上,前进 20 km 后到达 B 处,测得 C 在其北偏东 45°的方向上. 如果该海轮继续向正东方向航行,有无触礁危险? 请说明理由. (参考数据:$\sqrt{2}\approx1.41$,$\sqrt{3}\approx1.73$)



(第 24 题)

25. 如图,拦水坝的横断面为等腰梯形 $ABCD$,坝顶宽 BC 为 6 m,坝高为 3.2 m,为了提高水坝的拦水能力需要将水坝加高 2 m,并且保持坝顶宽度不变,迎水坡 CD 的坡度不变,但是背水坡的坡度由原来的 1∶2 变成 1∶2.5(坡度是坡高与坡的水平长度的比). 求加高后的坝底 HD 的长为多少.



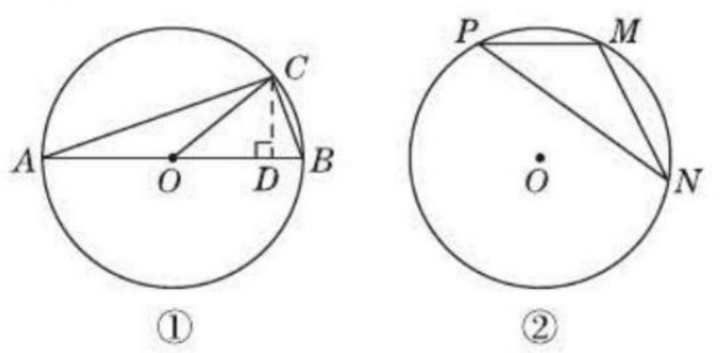
(第 25 题)

26. 【问题学习】小芸在小组学习时问小娟这样一个问题:已知 α 为锐角,且 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$,求 $\sin 2\alpha$ 的值.

小娟是这样给小芸讲解的:

如图①,在⊙O 中,AB 是直径,点 C 在⊙O 上,所以 $\angle ACB=90°$. 设 $\angle BAC=\alpha$,则 $\sin\alpha=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{3}$. 易得 $\angle BOC=2\alpha$. 设 $BC=x$,则 $AB=3x$,$AC=2\sqrt{2}x$. 作 $CD\perp AB$ 于 D,求出 $CD=$_____(用含 x 的式子表示),可求得 $\sin 2\alpha=\frac{CD}{OC}=$_____.

【问题解决】已知,如图②,点 M,N,P 为⊙O 上的三点,且 $\angle P=\beta$,$\sin\beta=\frac{3}{5}$,求 $\sin 2\beta$ 的值.



(第 26 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二十九章达标检测卷

(120分,90分钟)

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名 学号 班级 学校

密 封 线

一、选择题(每题3分,共30分)

1. 下面四个几何体中,主视图是圆的几何体是(　　)



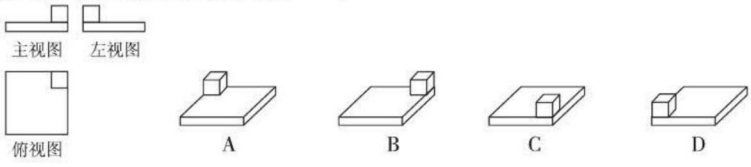
A　　B　　C　　D

2. 下列投影一定不会改变△*ABC*的形状和大小的是(　　)

A. 中心投影　　B. 平行投影

C. 当△*ABC*平行于投影面时的正投影　　D. 当△*ABC*平行于投影面时的平行投影

3. 如图是一个几何体的三视图,则此几何体为(　　)

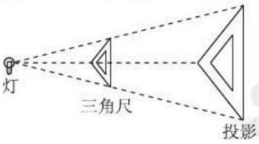


(第3题)

4. 如图,位似图形由三角尺与其在灯光照射下的中心投影组成,相似比为2∶5,且三角尺一边长为8 cm,则投影三角形的对应边长为(　　)

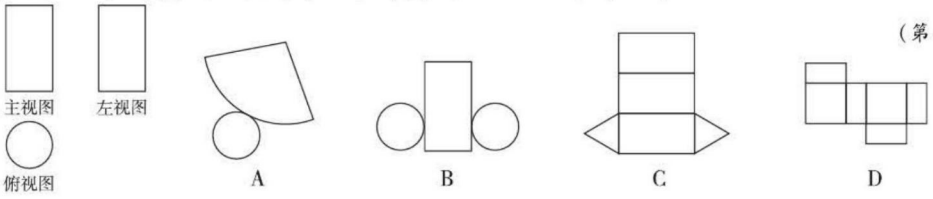
A. 8 cm　　B. 20 cm

C. 3.2 cm　　D. 10 cm



(第4题)

5. 如图是一个几何体的三视图,那么这几何体的展开图可以是(　　)



(第5题)

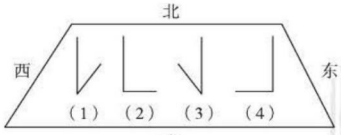
6. 如图(1)、(2)、(3)、(4)是一天中四个不同时刻的木杆在地面上的影子,将它们按时间先后顺序排列正确的一项是(　　)

A. (4)、(3)、(1)、(2)

B. (1)、(2)、(3)、(4)

C. (2)、(3)、(1)、(4)

D. (3)、(1)、(4)、(2)

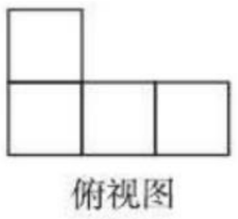


(第6题)

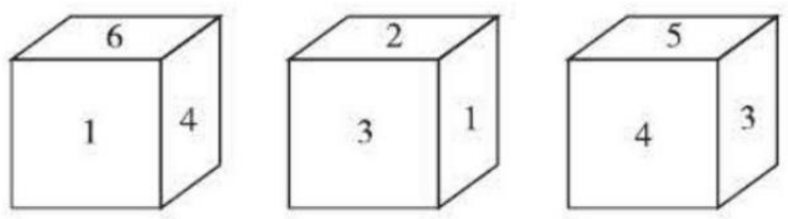
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

7. 如图是由若干个相同的小立方体搭成的几何体的俯视图和左视图，则组成这个几何体的小立方体的个数可能是(　　)

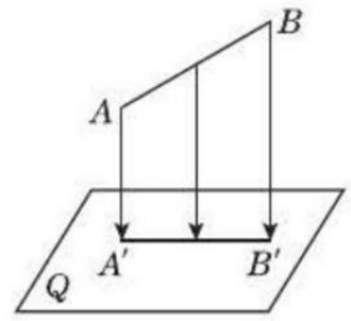
A. 5 或 6　　B. 5 或 7　　C. 4，5 或 6　　D. 5，6 或 7



(第 7 题)



(第 8 题)



(第 9 题)

8. 有一个正方体，六个面上分别写有数字 1，2，3，4，5，6，有三个人从不同的角度观察的结果如图所示. 如果记 6 的对面的数字为 a，2 的对面的数字为 b，那么 $a+b$ 的值为(　　)

A. 3　　B. 7　　C. 8　　D. 11

9. 如图所示，一条线段 AB 在平面 Q 内的正投影为 $A'B'$，$AB=4$，$A'B'=2\sqrt{3}$，则 AB 与 $A'B'$ 的夹角为(　　)

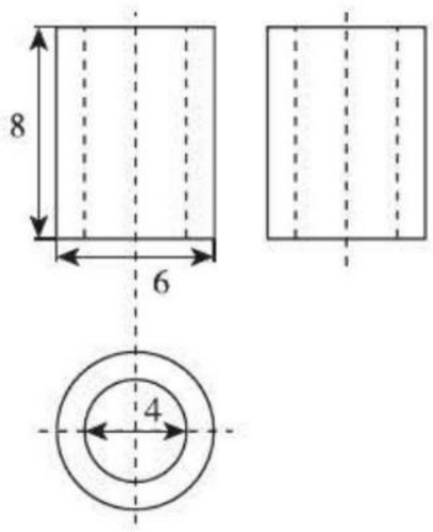
A. 45°　　B. 30°

C. 60°　　D. 以上都不对

10. 如图是某几何体的三视图，根据图中数据，可得该几何体的体积为(　　)

A. 9π　　B. 40π

C. 20π　　D. 16π



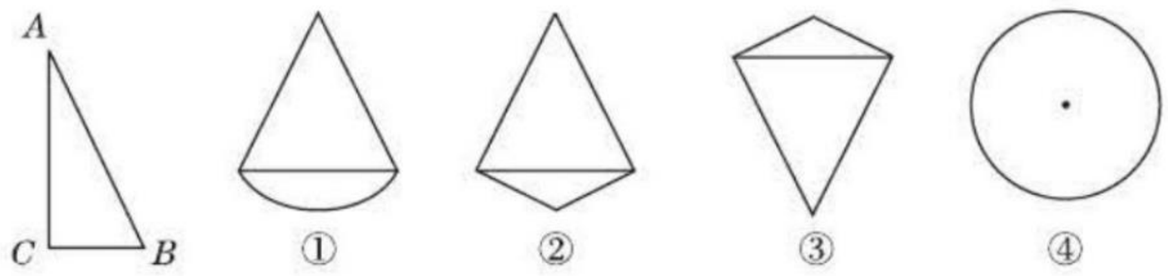
(第 10 题)

二、填空题(每题 3 分，共 30 分)

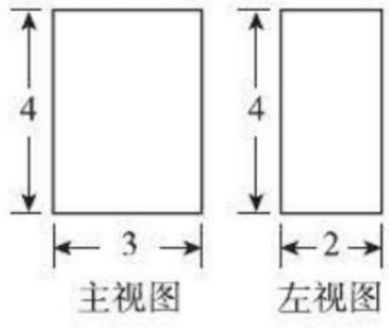
11. 写出一个在三视图中俯视图与主视图完全相同的几何体：_____.

12. 在同一时刻，个子低的小颖比个子高的小明身影长，那么他们此刻是站在_____光下(填“灯”或“太阳”).

13. 将如图所示的 Rt$\triangle ABC$ 绕 AB 边所在直线旋转一周所得的几何体的主视图是图中的_____.(只填序号)



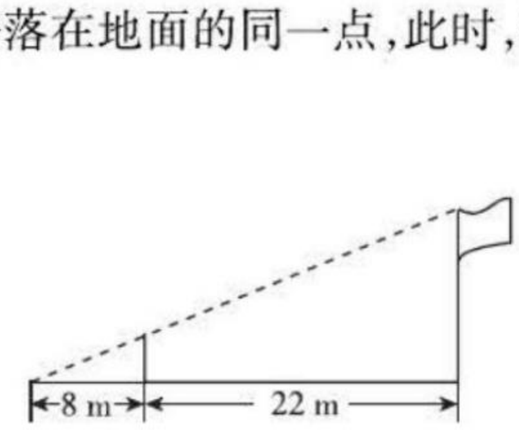
(第 13 题)



(第 14 题)

14. 一个长方体的主视图和左视图如图所示(单位：厘米)，则其俯视图的面积是_____平方厘米.

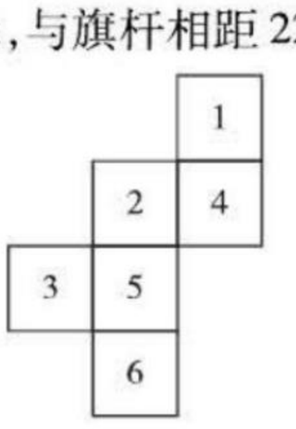
15. 如图，为了测量学校旗杆的高度，小东用长为 3.2 m 的竹竿做测量工具. 移动竹竿使竹竿、旗杆顶端的影子恰好落在地面的同一点，此时，竹竿与这一点相距 8 m，与旗杆相距 22 m，则旗杆的高为_____m.



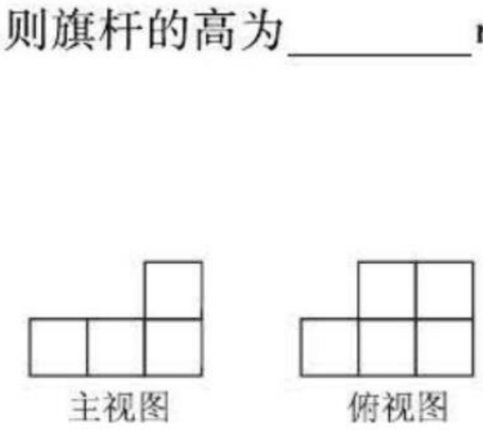
(第 15 题)



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

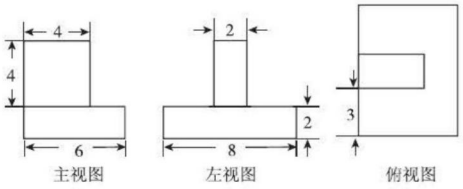
16. 如图是方桌正上方的灯泡(看作一个点)发出的光线照射方桌后，在地面上形成阴影(正方形)示意图，已知方桌边长 1.2 m，桌面离地面 1.2 m，灯泡离地面 3.6 m，则地面上阴影部分的面积为_____.

17. 如图是正方体的展开图，则原正方体相对两个面上的数字之和的最小值是_____.

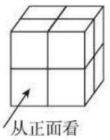
18. 由一些大小相同的小正方体搭成的几何体的主视图和俯视图如图所示，则搭成该几何体的小正方体最多有_____个.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19. 如图是由两个长方体组合而成的一个立体图形的三视图，根据图中所标尺寸（单位：cm），计算出这个立体图形的表面积是_____ cm^2.



（第19题）

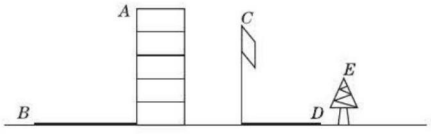


（第20题）

20. 如图是由8个相同的小立方块搭成的几何体，它的三视图都是 2×2 的正方形，若拿掉若干个小立方块后（几何体不倒掉），其三视图仍都为 2×2 的正方形，则最多能拿掉小立方块的个数为_____.

三、解答题（21题6分，22～24题各10分，25～26题各12分，共60分）

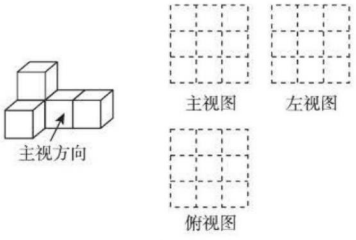
21. 在一座八层楼的楼顶有一个大灯泡 O，该楼房旁边的楼房 A 和旗杆 C 在灯泡下的影子如图所示，试确定灯泡 O 的位置，再作出小树 E 在灯泡下的影子 FG.（不写作法，保留作图痕迹）



（第21题）

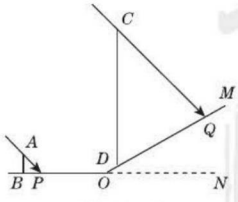
22. （1）用5个棱长为1 cm的小立方块搭成的几何体如图所示，在它右边的网格中画出它的三视图.

（2）在实物图中，再添加若干个小立方块，使得它的左视图和俯视图不变，那么最多可添加_____个小立方块.



（第22题）

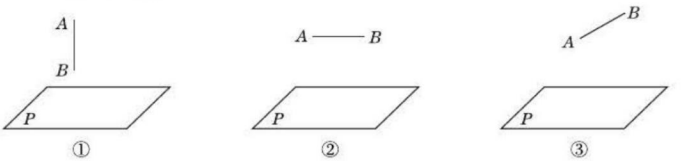
23. 在一个阳光明媚的上午，陈老师组织学生测量小山坡上的一棵大树 CD 的高度（大树垂直于水平面），如图，山坡 OM 与地面 ON 的夹角为30°（即 $\angle MON=30°$），站立在水平地面上身高为1.7 m的小明 AB 在地面的影长 BP 为1.2 m，此刻大树 CD 在斜坡上的影长 DQ 为5 m，求大树的高度.



（第23题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

24. 如图，已知线段 $AB=2$ cm，投影面为 P.



（第 24 题）

(1) 当 AB 垂直于投影面 P 时（如图①），请画出线段 AB 的正投影；

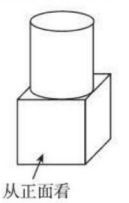
(2) 当 AB 平行于投影面 P 时（如图②），请画出它的正投影，并求出正投影的长；

(3) 在(2)的基础上，点 A 不动，线段 AB 绕点 A 在垂直于投影面 P 的平面内逆时针旋转 $30°$，请在图③中画出线段 AB 的正投影，并求出其正投影长.

25. 如图，某游乐园门口需要修建一个由正方体和圆柱组合而成的立体图形，已知正方体的棱长与圆柱的底面直径及高相等，都是 0.8 m.

(1) 请画出它的主视图、左视图、俯视图；

(2) 为了好看，需要在这个立体图形表面刷一层油漆，已知油漆每平方米 40 元，那么一共需要花费多少元？（结果精确到 0.1 元）

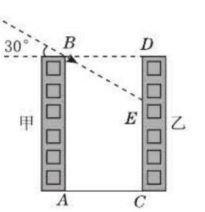


（第 25 题）

26. 为加快新农村建设，某市投入资金建设新型农村社区. 如图为住宅区内的两幢楼，它们的高 $AB=CD=30$ m，现需了解甲楼对乙楼采光情况的影响. 当太阳光线与水平线的夹角为 $30°$ 时，试求：

(1) 若两楼间的距离 $AC=24$ m，则甲楼的影子落在乙楼上有多高.（结果保留根号）

(2) 若甲楼的影子刚好不影响乙楼，则两楼之间的距离应当有多远.（结果保留根号）



（第 26 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

期末达标检测卷

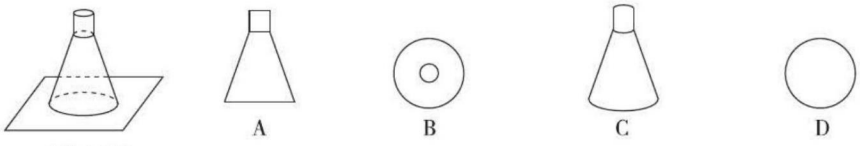
（120 分，90 分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名　学号　班级　学校　密　封　线

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 如图是一个放置在水平实验台上的锥形瓶，则它的俯视图为（　　）



（第 1 题）

2. 反比例函数 $y=\frac{-m^2-5}{x}$ 的图象位于（　　）

A. 第一、三象限　　B. 第二、三象限　　C. 第二、四象限　　D. 无法判断

3. 若 $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，其相似比为 3∶2，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为（　　）

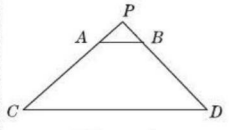
A. 3∶2　　B. 9∶4　　C. 2∶3　　D. 4∶9

4. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{2}{3}$，则 $\tan A$ 的值为（　　）

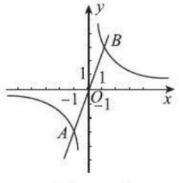
A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

5. 如图，电灯 P 在横杆 AB 的正上方，AB 在灯光下的影子为 CD，$AB=1$ m，$CD=4$ m，点 P 到 CD 的距离是 2 m，则点 P 到 AB 的距离是（　　）

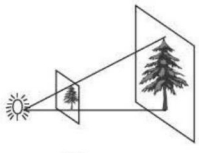
A. $\frac{1}{3}$ m　　B. $\frac{1}{2}$ m　　C. $\frac{2}{3}$ m　　D. 1 m



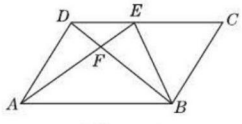
（第 5 题）



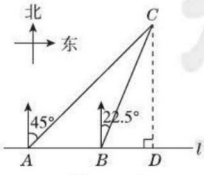
（第 6 题）



（第 7 题）



（第 8 题）



（第 9 题）

6. 如图，反比例函数 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 和正比例函数 $y_2=k_2x$ 的图象交于 $A(-1,-3)$，$B(1,3)$ 两点，若 $\frac{k_1}{x}>k_2x$，则 x 的取值范围是（　　）

A. $-1<x<0$　　B. $-1<x<1$　　C. $x<-1$ 或 $0<x<1$　　D. $-1<x<0$ 或 $x>1$

7. 如图，放映幻灯片时，通过光源，把幻灯片上的图形放大到屏幕上，若光源到幻灯片的距离为 20 cm，到屏幕的距离为 60 cm，且幻灯片中的图形的高度为 6 cm，则屏幕上图形的高度为（　　）

A. 6 cm　　B. 12 cm　　C. 18 cm　　D. 24 cm

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

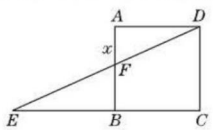
8. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，E 为 CD 上一点，连接 AE,BE,BD，且 AE,BD 交于点 F，$S_{\triangle DEF}:S_{\triangle ABF}=4:25$，则 $DE:EC=$（　　）

A. 2∶3　　B. 2∶5　　C. 3∶5　　D. 3∶2

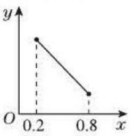
9. 如图，在一笔直的海岸线 l 上有 A,B 两个观测站，$AB=2$ km. 从 A 站测得船 C 在北偏东 45° 的方向，从 B 站测得船 C 在北偏东 22.5° 的方向，则船 C 离海岸线 l 的距离（即 CD 的长）为（　　）

A. 4 km　　B. $(2+\sqrt{2})$ km　　C. $2\sqrt{2}$ km　　D. $(4-\sqrt{2})$ km

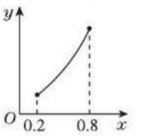
10. 如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 在 CB 延长线上，连接 ED 交 AB 于点 F，$AF=x(0.2\leqslant x\leqslant 0.8)$，$EC=y$. 则在下面函数图象中，大致能反映 y 与 x 之间函数关系的是（　　）



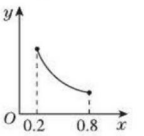
（第 10 题）



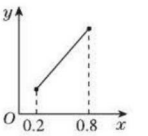
A



B



C



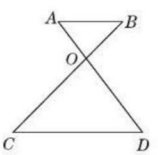
D

二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

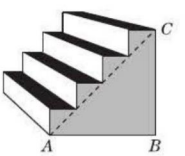
11. 写出一个反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$，使它的图象在每个象限内，y 的值随 x 值的增大而减小，这个函数的解析式为_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle B=45°$，$\cos A=\dfrac{1}{2}$，则 $\angle C$ 的度数是_____.

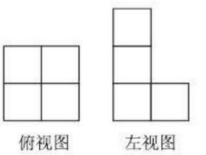
13. 如图，$AB\parallel CD$，$AD=3AO$，则 $\dfrac{OB}{OC}=$_____.



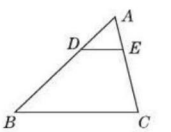
（第 13 题）



（第 15 题）



（第 16 题）



（第 17 题）

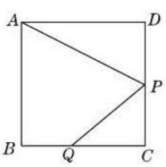
14. 在某一时刻，测得一根高为 2 m 的竹竿的影长为 1 m，同时测得一栋建筑物的影长为 12 m，那么这栋建筑物的高度为_____ m.

15. 活动楼梯如图所示，$\angle B=90°$，斜坡 AC 的坡度为 1∶1，斜坡 AC 的坡面长度为 8 m，则走这个活动楼梯从 A 点到 C 点上升的高度 BC 为_____.

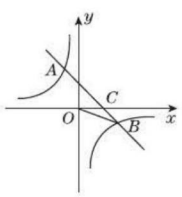
16. 如图是由一些完全相同的小正方体搭成的几何体的俯视图和左视图，组成这个几何体的小正方体的个数是_____.

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$DE\parallel BC$，分别交 AB,AC 于点 D,E. 若 $AD=1$，$DB=2$，则 $\triangle ADE$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积的比是_____.

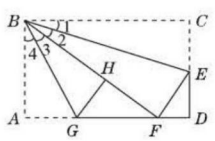
18. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长是 4，点 P 是 CD 的中点，点 Q 是线段 BC 上一点，当 $CQ=$_____时，以 Q,C,P 三点为顶点的三角形与 $\triangle ADP$ 相似.



（第 18 题）



（第 19 题）



（第 20 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=ax+b(a\neq0)$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于第二、四象限的 A,B 两点，与 x 轴交于 C 点. 已知 $A(-2,m)$，$B(n,-2)$，$\tan\angle BOC=\frac{2}{5}$，则此一次函数的解析式为_____.

20. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=10$，点 E 在 CD 上，将 $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠，点 C 恰落在边 AD 上的点 F 处；点 G 在 AF 上，将 $\triangle ABG$ 沿 BG 折叠，点 A 恰落在线段 BF 上的点 H 处，有下列结论：①$\angle EBG=45°$；②$\triangle DEF\backsim\triangle ABG$；③$S_{\triangle ABG}=\frac{3}{2}S_{\triangle FGH}$；④$AG+DF=FG$. 其中正确的是_____（把所有正确结论的序号都填上）.

三、解答题（21题4分，22题8分，23题10分，26题14分，其余每题12分，共60分）

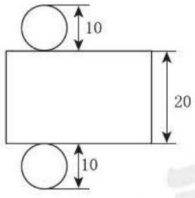
21. 计算：$2\cos^2 45°-\sqrt{(\tan 60°-2)^2}-(\sin 60°-1)^0+(\sin 30°)^{-2}$.

22. 如图所示是某几何体的表面展开图.

（1）这个几何体的名称是_____；

（2）画出这个几何体的三视图；

（3）求这个几何体的体积.（$\pi\approx3.14$）

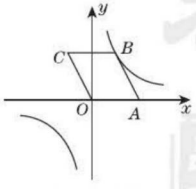


（第22题）

23. 如图，在平面直角坐标系中，$\square OABC$ 的顶点 A,C 的坐标分别为 $(2,0)$，$(-1,2)$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象经过点 B.

（1）求 k 的值；

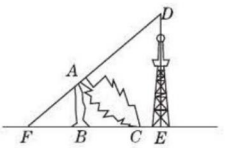
（2）将 $\square OABC$ 沿 x 轴翻折，点 C 落在点 C' 处，判断点 C' 是否在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象上，请通过计算说明理由.



（第23题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

24. 如图，一棵大树在一次强台风中折断倒下，未折断树干 AB 与地面仍保持垂直的关系，而折断部分 AC 与未折断树干 AB 形成 53°的夹角. 树干 AB 旁有一座与地面垂直的铁塔 DE，测得 $BE=6$ 米，塔高 $DE=9$ 米. 在某一时刻太阳光的照射下，未折断树干 AB 落在地面的影子 FB 长为 4 米，且点 F,B,C,E 在同一条直线上，点 F,A,D 也在同一条直线上. 求这棵大树没有折断前的高度.（结果精确到 0.1 米，参考数据：$\sin 53°\approx 0.798\,6$，$\cos 53°\approx 0.601\,8$，$\tan 53°\approx 1.327\,0$）



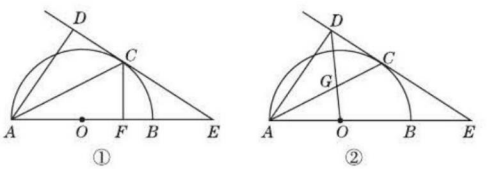
（第 24 题）

25. 如图①，AB 为半圆的直径，O 为圆心，C 为圆弧上一点，AD 垂直于过 C 点的切线，垂足为 D，AB 的延长线交直线 CD 于点 E.

（1）求证：AC 平分 $\angle DAB$；

（2）若 $AB=4$，B 为 OE 的中点，$CF\perp AB$，垂足为点 F，求 CF 的长；

（3）如图②，连接 OD 交 AC 于点 G，若 $\dfrac{CG}{GA}=\dfrac{3}{4}$，求 $\sin E$ 的值.



（第 25 题）

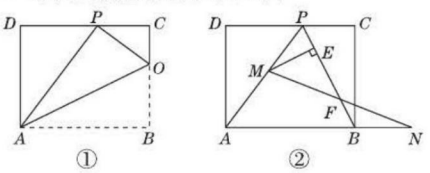
26. 矩形 $ABCD$ 一条边 $AD=8$，将矩形 $ABCD$ 折叠，使得点 B 落在 CD 边上的点 P 处.

（1）如图①，已知折痕与边 BC 交于点 O，连接 AP,OP,OA.

① 求证：$\triangle OCP\backsim\triangle PDA$；

② 若 $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 1∶4，求边 AB 的长.

（2）如图②，在（1）的条件下，擦去 AO 和 OP，连接 BP. 动点 M 在线段 AP 上（不与点 P,A 重合），动点 N 在线段 AB 的延长线上，且 $BN=PM$，连接 MN 交 PB 于点 F，作 $ME\perp BP$ 于点 E. 试问动点 M,N 在移动的过程中，线段 EF 的长度是否发生变化？若不变，求出线段 EF 的长度；若变化，说明理由.



（第 26 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

正文练习答案

第二十六章 反比例函数

26.1 反比例函数

第1课时 反比例函数

1. D **2.** D **3.** D

4. A **点拨**:先根据关于 x 轴对称的点的坐标特征确定 A' 的坐标为 $(1,3)$,再把 A' 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$,即可得到 k 的值.

5. A

6. B **点拨**:根据反比例函数图象上点的坐标特征可得出 $mn=6$,列表找出所有 m,n 的值,根据表格中 $mn=6$ 所占比例即可得出结果.

7. C **点拨**:设点 A 的坐标为 $(a,0)$,点 C 的坐标为 $\left(c,\frac{k}{c}\right)$,则 $a\cdot\frac{k}{c}=12$,点 D 的坐标为 $\left(\frac{a+c}{2},\frac{k}{2c}\right)$. $\therefore\begin{cases}a\cdot\frac{k}{c}=12,\\ \frac{k}{2c}=\frac{k}{\frac{a+c}{2}},\end{cases}$ 解得 $k=4$.

8. A

9. A **点拨**:A 选项中设三角形面积为 S,一边长为 a,该边上的高为 h,则有 $a=\frac{2S}{h}$;B 选项中设三角形周长为 C,底边长为 a,腰长为 b,则有 $C=a+2b$;C 选项中设圆的周长为 C,半径为 r,则有 $C=2\pi r$;D 选项中设圆的面积为 S,半径为 r,则有 $S=\pi r^2$. 观察可得,只有 A 选项中的两个变量满足反比例关系.

10. D

11. A **点拨**:本题易忽略反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 中 $k\neq0$,而直接由 $a^2-2=-1$ 得 $a=\pm1$.

12. **解**:(1)设 $y_1=k_1x^2$,$y_2=\frac{k_2}{x}(k_1\neq0,k_2\neq0)$,

则 $y=k_1x^2+\frac{k_2}{x}$.

将 $x=1,y=3$ 和 $x=-1,y=1$ 分别代入,

得 $\begin{cases}k_1+k_2=3,\\ k_1-k_2=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=2,\\ k_2=1.\end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数解析式为 $y=2x^2+\frac{1}{x}$.

(2)当 $x=-\frac{1}{2}$ 时,$y=2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{-\frac{1}{2}}=-\frac{3}{2}$.

13. **解**:(1)假设 y 与 x 是正比例函数关系,则可设 $y=k_1x(k_1\neq0)$,把 $x=-2,y=\frac{3}{2}$ 代入,得 $k_1=-\frac{3}{4}$,所以 $y=-\frac{3}{4}x$.

把 $x=4,y=-\frac{3}{4}$ 代入 $y=-\frac{3}{4}x$,等式不成立,所以 y 不是 x 的正比例函数.

假设 y 与 x 是反比例函数关系,则可设 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq0)$,把 $x=-2$,$y=\frac{3}{2}$ 代入,得 $k_2=-3$,所以 $y=-\frac{3}{x}$. 把 $x=4,y=-\frac{3}{4}$ 代入 $y=-\frac{3}{x}$,等式成立,所以 y 是 x 的反比例函数.

(2)该函数的解析式为 $y=-\frac{3}{x}$.

补充表格如下:

x	-3	-2	-1	1	2	3	4
y	1	$\frac{3}{2}$	3	-3	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{3}{4}$

14. **解**:(1)电流 I(A)与电阻 R(Ω)之间的函数解析式为 $I=\frac{220}{R}(R>0)$,它是我们学过的反比例函数.

(2)填表如下:

R/Ω	20	40	60	80	100
I/A	11	$\frac{11}{2}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{11}{4}$	$\frac{11}{5}$

(3)当 R 越来越大时,I 越来越小;当 R 越来越小时,I 越来越大.

15. **解**:(1)$\because S_{\triangle ADF}+S_{\triangle ABE}+S_{\triangle CEF}=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle AEF}=3$,

$\therefore\frac{1}{2}\times2y+\frac{1}{2}\times2x+\frac{1}{2}(2-x)(2-y)=3$,$\therefore xy=2$,$\therefore y=\frac{2}{x}$.

(2)反比例函数.

(3)$0<x<2$.

第2课时 反比例函数的图象和性质

1. B **2.** D

3. D **点拨**:$\because A(-1,m),B(1,m)$,$\therefore$ 点 A 与点 B 关于 y 轴对称.

$\because y=x,y=-\frac{2}{x}$ 的图象都关于原点对称,$\therefore$ 选项 A,B 错误.

$\because n>0$,$\therefore m-n<m$.

由 $B(1,m)$,$C(2,m-n)$ 可知,在对称轴的右侧,y 随 x 的增大而减小. 对于二次函数,只有 $a<0$ 时,在对称轴的右侧,y 随 x 的增大而减小,$\therefore$ 选项 D 正确.

4. D **点拨**:直接利用二次函数图象经过的象限得出 a,b 的取值范围,进而利用反比例函数的性质得出答案.

5. C **点拨**:根据反比例函数的图象位于第二、四象限知 $k<0$,根据二次函数的图象可知 $a>0,b<0$,$\therefore$ 函数 $y=kx+b$ 的大致图象经过第二、三、四象限. 故选 C.

6. A **7.** D **8.** B

9. A **点拨**:$\because$ 反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 中 $k=6>0$,$\therefore$ 该反比例函数在 $x>0$ 内,y 随 x 的增大而减小,当 $x=3$ 时,$y=\frac{6}{3}=2$;当 $x=1$ 时,$y=\frac{6}{1}=6$. $\therefore$ 当 $1<x<3$ 时,$2<y<6$. $\therefore y$ 的最小整数值是 3. 故选 A.

10. B **点拨**:先根据反比例函数的解析式判断出函数图象所在的象限及其增减性,再根据 $x_1<x_2<0<x_3$ 即可得出结论. $\because$ 反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 中,$k=3>0$,

$\therefore$ 此函数图象的两个分支分别位于第一、三象限,且在每一个象限内 y 随 x 的增大而减小.

$\because x_1<x_2<0<x_3$,

$\therefore$ 点 (x_1,y_1),(x_2,y_2) 在第三象限,点 (x_3,y_3) 在第一象限.

$\therefore y_2<y_1<0<y_3$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. 解:(1)把点 $A(3,2)$ 的坐标代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$,可得 $m=3\times 2=6$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}$.

$\because OB=4,\therefore B(0,-4)$.

把点 $A(3,2),B(0,-4)$ 的坐标代入一次函数 $y=kx+b$,可得 $\begin{cases}3k+b=2,\\ b=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=2,\\ b=-4.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=2x-4$.

(2)不等式组 $0<\frac{m}{x}<kx+b$ 的解集为 $x>3$.

12. 解:(1)$\because$ 一次函数 $y=kx+b(k,b$ 是常数,$k\neq 0)$ 的图象过 $A(1,3),B(-1,-1)$ 两点,

$\therefore \begin{cases}k+b=3,\\ -k+b=-1,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}k=2,\\ b=1.\end{cases}$

即该一次函数的解析式是 $y=2x+1$.

(2)$\because$ 点 $(2a+2,a^2)$ 在一次函数 $y=2x+1$ 的图象上,

$\therefore a^2=2(2a+2)+1$,解得 $a=-1$ 或 $a=5$.

即 a 的值是 -1 或 5.

(3)反比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图象在第一、三象限.

理由:$\because$ 点 $C(x_1,y_1)$ 和点 $D(x_2,y_2)$ 在一次函数 $y=2x+1$ 的图象上,$m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)$,

假设 $x_1<x_2$,则 $y_1<y_2$,此时 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$,

假设 $x_1>x_2$,则 $y_1>y_2$,此时 $m=(x_1-x_2)(y_1-y_2)>0$.

由上可得,$m>0,\therefore m+1>0$,

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{m+1}{x}$ 的图象在第一、三象限.

13. 解:(1)$\because$ 点 $A(-1,a)$ 在反比例函数 $y=\frac{-8}{x}$ 的图象上,

$\therefore a=\frac{-8}{-1}=8$.

$\therefore A(-1,8)$.

$\because$ 点 $B(0,7),\therefore$ 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+7$.

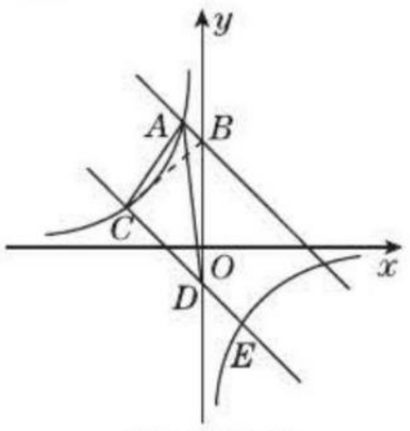
$\because$ 直线 AB 过点 $A(-1,8)$,

$\therefore 8=-k+7$,解得 $k=-1$.

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-x+7$.

(2)$\because$ 将直线 AB 向下平移 9 个单位长度后得到直线 CD 的解析式为 $y=-x-2$,

$\therefore D(0,-2).\therefore BD=7+2=9$.



(第 13 题)

联立得 $\begin{cases}y=-x-2,\\ y=-\frac{8}{x},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-4,\\ y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2,\\ y=-4.\end{cases}$

$\therefore C(-4,2),E(2,-4)$.

如图,连接 BC,则 $\triangle BCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 9\times 4=18$.

由平行线间的距离处处相等,可得 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCD$ 面积相等,

$\therefore \triangle ACD$ 的面积为 18.

(3)不等式 $mx+n\leqslant\frac{-8}{x}$ 的解集是 $-4\leqslant x<0$ 或 $x\geqslant 2$.

14. 解:(1)把点 $A(1,a)$ 的坐标代入 $y=-x+3$,得 $a=-1+3=2$,

$\therefore A(1,2)$.

把 $A(1,2)$ 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=1\times 2=2$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

(2)$\because$ 一次函数 $y=-x+3$ 的图象与 x 轴交于点 $C,\therefore C(3,0)$.

设 $P(x,0),\therefore PC=|3-x|$.

$\therefore S_{\triangle APC}=\frac{1}{2}|3-x|\times 2=5$.

$\therefore x=-2$ 或 $x=8$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-2,0)$ 或 $(8,0)$.

第 3 课时　反比例函数的几何性质

1. 4　点拨:$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形,

$\therefore AB=OC,OA=BC$.

设点 B 的坐标为 (a,b),则点 E 的坐标为 $\left(a,\frac{k}{a}\right)$.

$\because D$ 为 AB 的中点,$\therefore D\left(\frac{1}{2}a,b\right)$.

$\because D,E$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上,

$\therefore \frac{1}{2}ab=k$,即 $ab=2k$.

$\because S_{\triangle ODE}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOD}-S_{\triangle OCE}-S_{\triangle BDE}=ab-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}a\cdot\left(b-\frac{k}{a}\right)=3$,

$\therefore ab-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}k-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{4}k=3$,解得 $k=4$.

2. 8　点拨:根据反比例函数 k 的几何意义可知:$\triangle AOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1$,$\triangle BOP$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_2,\therefore \triangle AOB$ 的面积为 $\frac{1}{2}k_1-\frac{1}{2}k_2$.

$\therefore \frac{1}{2}k_1-\frac{1}{2}k_2=4$,即 $k_1-k_2=8$.

3. B　**4.** C

5. C　点拨:由正方形 $OABC$ 的边长是 6,得到点 M 的横坐标和点 N 的纵坐标都为 6,可得 $M\left(6,\frac{k}{6}\right),N\left(\frac{k}{6},6\right)$;根据 $S_{\triangle OMN}=S_{正方形OABC}-S_{\triangle BMN}-S_{\triangle OCN}-S_{\triangle OAM}$,列方程求得 $k=24$,从而得到 $M(6,4)$,$N(4,6)$. 作点 M 关于 x 轴的对称点 M',连接 NM' 交 x 轴于点 P,则 NM' 的长即为 $PM+PN$ 的最小值,根据勾股定理即可得到结果.

6. A　**7.** D　**8.** D

9. C　点拨:$\because$ 反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上有两个不同的点关于 y 轴的对称点在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上,$\therefore$ 由方程组 $\begin{cases}y=\frac{2}{x},\\ y=-x+m\end{cases}$

得 $x^2-mx+2=0$.

$\because$ 反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象与一次函数 $y=-x+m$ 的图象有两个不同的交点,

$\therefore$ 方程 $x^2-mx+2=0$ 有两个不相等的实数根.

$\therefore \Delta=m^2-8>0$.

$\therefore m>2\sqrt{2}$ 或 $m<-2\sqrt{2}$.

10. -5　点拨:由 k 的几何意义可知 $|k|=|xy|=AB\cdot BC=5$. 又由图象可知,其一个分支在第四象限,所以 $k<0$. 因此 $k=-5$.

易错总结:已知矩形或三角形的面积求反比例函数中 k 的值时,要注意图象的位置. 当图象在第一、三象限时,k 取正数;当图象在第二、四象限时,k 取负数;当未给出图象的位置时,k 取两个值. 本题中,易出现的错误是误认为 $k=xy=AB\cdot BC=5$.

11. 解:(1)$\because A(n,-2),B(-1,4)$ 是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象的两个交点,

$\therefore 4=\frac{m}{-1}$,得 $m=-4$.

$\therefore y=-\frac{4}{x}$.

$\therefore -2=-\frac{4}{n}$,得 $n=2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore A(2,-2)$.

联立得$\begin{cases}2k+b=-2,\\-k+b=4,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-2,\\b=2.\end{cases}$

$\therefore$ 反比例函数的解析式为$y=-\frac{4}{x}$，一次函数的解析式为$y=-2x+2$.

(2)设直线$y=-2x+2$与y轴的交点为C，当$x=0$时，$y=-2\times0+2=2$，

$\therefore$ 点C的坐标是$(0,2)$.

$\because A(2,-2),B(-1,4)$，

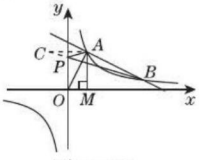
$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times1=3$.

12. **解**：(1)$\because$ $\triangle AOM$的面积为1，

$\therefore\frac{1}{2}|k|=1$，

$\because k>0$，$\therefore k=2$.

$\therefore y=\frac{2}{x}$.



（第12题）

(2)如图，作点A关于y轴的对称点C，连接BC交y轴于P点，连接PA，此时$PA+PB$的值最小.

由A,B是两个函数图象的交点，

可联立$\begin{cases}y=\frac{2}{x},\\y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2},\end{cases}$解得$\begin{cases}x_1=1,\\y_1=2,\end{cases}\begin{cases}x_2=4,\\y_2=\frac{1}{2}.\end{cases}$

$\therefore A(1,2),B\left(4,\frac{1}{2}\right)$.

$\therefore C(-1,2)$.

设$y_{BC}=ax+b$，则$\begin{cases}-a+b=2,\\4a+b=\frac{1}{2},\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-\frac{3}{10},\\b=\frac{17}{10}.\end{cases}$

$\therefore y_{BC}=-\frac{3}{10}x+\frac{17}{10}$. $\therefore P\left(0,\frac{17}{10}\right)$.

$\therefore PA+PB=BC=\sqrt{5^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{109}}{2}$.

13. **解**：(1)当$a=-2$时，$A(-2,m)$. 将点A的坐标代入$y=\frac{8}{x}$中得：

$m=\frac{8}{-2}=-4$，

$\therefore A(-2,-4),B(-2,0)$.

①$C(1,3)$.

②$\because B(-2,0),P(t,0)$.

第一种情况：当点B在点P的右边时，如图①，$BP=-2-t$，

$\therefore x_C=x_P=t,PC=BP=-2-t$，$\therefore C(t,t+2)$.

第二种情况：当点B在点P的左边时，如图②，$BP=2+t$，

$\therefore x_C=x_P=t,PC=BP=2+t$，$\therefore C(t,t+2)$.

综上，点C的坐标为$(t,t+2)$.

$\because$ 点C在双曲线$y=\frac{8}{x}$上，$\therefore t(t+2)=8$，解得$t=2$或$t=-4$.

(2)作$DE\perp y$轴交y轴于点E，

将$y_A=m$代入$y=\frac{8}{x}$得：$x_A=\frac{8}{m}$，$\therefore A\left(\frac{8}{m},m\right)$，

$\therefore AO^2=OB^2+AB^2=\frac{8^2}{m^2}+m^2$，

将$y_D=n$代入$y=-\frac{8}{x}$得：$x_D=-\frac{8}{n}$，$\therefore D\left(-\frac{8}{n},n\right)$，

$\therefore DO^2=DE^2+OE^2=\left(-\frac{8}{n}\right)^2+n^2$，

$\therefore\frac{8^2}{m^2}+m^2=\left(-\frac{8}{n}\right)^2+n^2$，$\therefore\frac{8^2}{m^2}-\frac{8^2}{n^2}=n^2-m^2$，

$\therefore\frac{64(n^2-m^2)}{m^2n^2}=n^2-m^2$，

$\therefore(64-m^2n^2)(n^2-m^2)=0$，

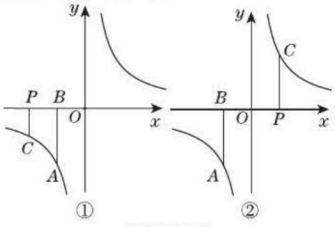
①当$n^2-m^2=0$时，$n^2=m^2$，$\because m<0,n>0$，

$\therefore m+n=0$；

②当$64-m^2n^2=0$时，$m^2n^2=64$，$\because m<0,n>0$，

$\therefore mn=-8$.

综上可知：$m+n=0$或$mn=-8$.



（第13题）

14. **解**：(1)$\because A(5,0)$，$\therefore OA=5$，

又$\because OC:OA=2:5$，$\therefore OC=5\times\frac{2}{5}=2$.

$\therefore C$点的坐标为$(0,-2)$.

$\because B$点的坐标为$(0,3)$，$BD=OC$，

$\therefore D$点的坐标为$(-2,3)$.

将点$D(-2,3)$的坐标代入$y=\frac{a}{x}$，得$a=-6$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为$y=-\frac{6}{x}$.

将$A(5,0),C(0,-2)$的坐标分别代入$y=kx+b$得

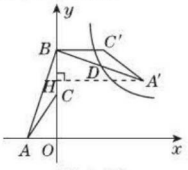
$\begin{cases}0=5k+b,\\-2=b.\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\frac{2}{5},\\b=-2.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为$y=\frac{2}{5}x-2$.

(2)$x<0$.

第4课时　反比例函数图象与性质的应用题型

1. C　**点拨**：如图，作$A'H\perp y$轴于点H.



（第1题）

$\because\angle AOB=\angle A'HB=\angle ABA'=90°$，

$\therefore\angle ABO+\angle A'BH=90°$，$\angle ABO+\angle BAO=90°$.

$\therefore\angle BAO=\angle A'BH$.

$\because BA=BA'$，$\therefore\triangle AOB\cong\triangle BHA'$(AAS).

$\therefore OA=BH,OB=A'H$.

$\because$ 点A的坐标是$(-2,0)$，点B的坐标是$(0,6)$，

$\therefore OA=2,OB=6$.

$\therefore BH=OA=2,A'H=OB=6$.

$\therefore OH=OB-BH=4$.

$\therefore A'(6,4)$.

$\because BD=A'D$，$\therefore D(3,5)$.

$\because$ 反比例函数$y=\frac{k}{x}$的图象经过点D，

$\therefore k=3\times5=15$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 解:(1)∵ 点 $A(-1,4)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,$k\neq0$)的图象上,∴ $k=-1\times4=-4$.

∴ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{4}{x}$.

把点 $A(-1,4)$,$B(a,1)$ 的坐标分别代入 $y=x+b$,

得 $\begin{cases}4=-1+b,\\1=a+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-4,\\b=5.\end{cases}$

(2)设线段 AO 与直线 l 相交于点 M.

∵ A,O 两点关于直线 l 对称,

∴ 点 M 为线段 OA 的中点.

∵ 点 $A(-1,4)$,$O(0,0)$,

∴ 点 M 的坐标为 $\left(-\frac{1}{2},2\right)$.

∴ 直线 l 与线段 AO 的交点坐标为 $\left(-\frac{1}{2},2\right)$.

3. 解:(1)设直线 AD 对应的函数解析式为 $y=ax+b$.

∵ 直线 AD 过点 $A(3,5)$,$E(-2,0)$,

∴ $\begin{cases}3a+b=5,\\-2a+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=2.\end{cases}$

∴ 直线 AD 对应的函数解析式为 $y=x+2$.

∵ 点 C 与点 $A(3,5)$ 关于原点对称,

∴ 点 C 的坐标为 $(-3,-5)$.

∵ $CD\parallel y$ 轴,∴ 点 D 的横坐标为 -3,

把 $x=-3$ 代入 $y=x+2$ 得 $y=-1$.

∴ 点 D 的坐标为 $(-3,-1)$.

∵ 点 D 在函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

∴ $k=(-3)\times(-1)=3$.

(2)12.

4. 解:(1)如图①,过点 A 作 $AC\perp OB$ 于点 C.

∵ $\triangle OAB$ 是等边三角形,

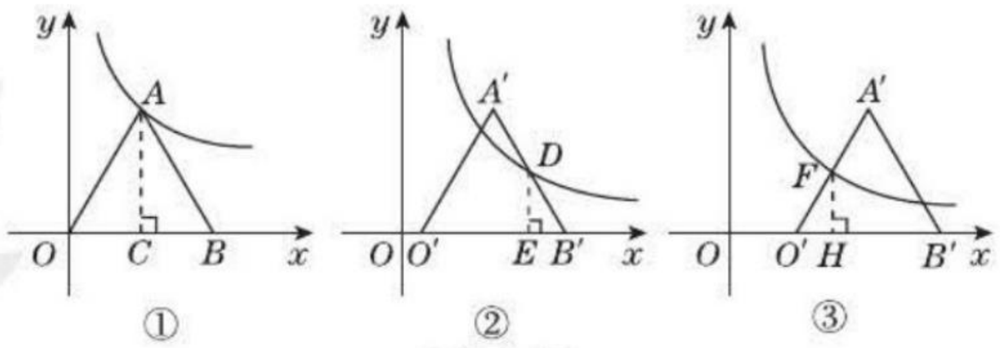
∴ $\angle AOB=60°$,$OC=\frac{1}{2}OB$.

∵ $B(4,0)$,∴ $OB=OA=4$.

∴ $OC=2$,$AC=2\sqrt{3}$.

把点 $A(2,2\sqrt{3})$ 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=4\sqrt{3}$,

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$.



(第 4 题)

(2)分两种情况讨论:

①如图②,点 D 是 $A'B'$ 的中点,过点 D 作 $DE\perp x$ 轴于点 E.

由题意得 $A'B'=4$,$\angle A'B'O'=60°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle DEB'$ 中,$B'D=2$,$B'E=1$,$DE=\sqrt{3}$,∴ $O'E=3$.

把 $y=\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$,得 $x=4$,∴ $OE=4$.

∴ $a=OO'=1$.

②如图③,点 F 是 $A'O'$ 的中点,过点 F 作 $FH\perp x$ 轴于点 H.

由题意得 $A'O'=4$,$\angle A'O'B'=60°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle FO'H$ 中,$O'H=1$,$FH=\sqrt{3}$.

把 $y=\sqrt{3}$ 代入 $y=\frac{4\sqrt{3}}{x}$,得 $x=4$,∴ $OH=4$.

∴ $a=OO'=3$.

综上所述,a 的值为 1 或 3.

5. 解:(1)由图象可得,满足 $k_1x+b>\frac{k_2}{x}$ 的 x 的取值范围是 $x<-1$ 或 $0<x<4$.

(2)∵ 反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象过点 $A(-1,4)$,$B(4,n)$,

∴ $k_2=-1\times4=-4$,$k_2=4n$.

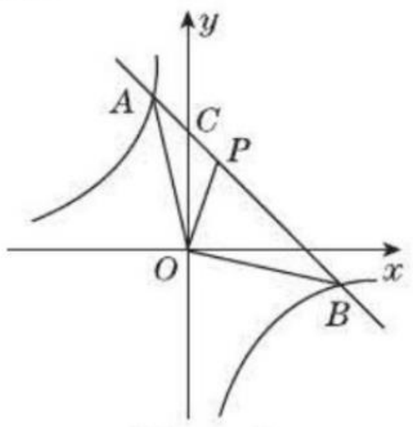
∴ $n=-1$.∴ $B(4,-1)$.

∵ 一次函数 $y=k_1x+b$ 的图象过点 A,B,

∴ $\begin{cases}-k_1+b=4,\\4k_1+b=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=-1,\\b=3.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-x+3$,反比例函数的解析式为 $y=-\frac{4}{x}$.

(3)设直线 AB 与 y 轴的交点为 C,如图所示.



(第 5 题)

∴ $C(0,3)$.

∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{15}{2}$.

∵ $S_{\triangle AOP}:S_{\triangle BOP}=1:2$,

∴ $S_{\triangle AOP}=\frac{15}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{2}$.

∴ $S_{\triangle COP}=S_{\triangle AOP}-S_{\triangle AOC}=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1$.

∴ $\frac{1}{2}\times3\cdot x_P=1$,则 $x_P=\frac{2}{3}$.

∵ 点 P 在线段 AB 上,∴ $y_P=-\frac{2}{3}+3=\frac{7}{3}$.

∴ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{2}{3},\frac{7}{3}\right)$.

6. 解:(1)由题意知这个交点的坐标为 $(1,2)$.

把点 $(1,2)$ 的坐标代入 $y=\frac{3k}{x}$,得到 $3k=2$,∴ $k=\frac{2}{3}$.

(2)把点 $M(-2,0)$ 的坐标代入 $y=kx+b$,可得 $b=2k$,

∴ $y=kx+2k$.

由 $\begin{cases}y=\frac{3k}{x},\\y=kx+2k\end{cases}$ 消去 y,得到 $x^2+2x-3=0$,

解得 $x=-3$ 或 $x=1$,∴ $B(-3,-k)$,$A(1,3k)$.

∵ $\triangle ABO$ 的面积为 $\frac{16}{3}$,

∴ $\frac{1}{2}\times2\times3k+\frac{1}{2}\times2\times k=\frac{16}{3}$,解得 $k=\frac{4}{3}$.

∴ 直线 l 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$.

7. 解:(1)把 $A(3,5)$ 的坐标代入 $y_2=\frac{m}{x}$($m\neq0$),可得 $m=3\times5=15$,

∴ 反比例函数的解析式为 $y_2=\frac{15}{x}$.

把点 $B(a,-3)$ 的坐标代入 $y_2=\frac{15}{x}$,可得 $a=-5$,

∴ $B(-5,-3)$.

把 $A(3,5)$,$B(-5,-3)$ 的坐标代入 $y_1=kx+b$,可得 $\begin{cases}3k+b=5,\\-5k+b=-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=2.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y_1=x+2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)$y_1=x+2$ 中，令 $x=0$，则 $y_1=2$，

∴ 一次函数图象与 y 轴的交点为 $P(0,2)$.

此时，$PB-PC=BC$ 最大，P 即为所求.

令 $y_1=0$，则 $x=-2$，

∴ $C(-2,0)$.

∴ $BC=\sqrt{(-5+2)^2+(-3)^2}=3\sqrt{2}$.

(3)当 $y_1>y_2$ 时，$-5<x<0$ 或 $x>3$.

8. **解**：(1)将 $A(1,a)$ 的坐标代入 $y=-\frac{3}{x}$ 中，得 $a=-3$，

∴ $A(1,-3)$.

∵ B 点是直线 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ 与反比例函数 $y=-\frac{3}{x}$ 的图象在第四象限的交点，

∴ $\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2},\\ y=-\frac{3}{x}.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x_1=3,\\ y_1=-1,\end{cases}\begin{cases}x_2=-2,\\ y_2=\frac{3}{2}.\end{cases}$

∴ 点 B 的坐标为$(3,-1)$.

设直线 AB 对应的函数解析式为 $y=kx+b$，

将点 $A(1,-3)$，$B(3,-1)$ 的坐标分别代入得 $\begin{cases}k+b=-3,\\ 3k+b=-1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=1,\\ b=-4.\end{cases}$

∴ 直线 AB 对应的函数解析式为 $y=x-4$.

(2)当 P 点为直线 AB 与 x 轴的交点时，线段 PA 与线段 PB 之差达到最大.

∵ 直线 AB 对应的函数解析式为 $y=x-4$，

∴ 点 P 的坐标为$(4,0)$.

9. **解**：(1)∵ 正方形 $OABC$ 的顶点 C 的坐标为$(0,3)$，

∴ $OA=AB=BC=OC=3$，$\angle OAB=\angle B=\angle BCO=90°$.

∵ $AD=2DB$，∴ $AD=\frac{2}{3}AB=2$，∴ $D(-3,2)$.

把 $D(-3,2)$ 的坐标代入 $y=\frac{m}{x}$ 得 $2=\frac{m}{-3}$，解得 $m=-6$，

∴ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{6}{x}$.

∵ $AM=2MO$，

∴ $MO=\frac{1}{3}OA=1$，即 $M(-1,0)$，

把点 M 与点 D 的坐标分别代入 $y=kx+b$ 中，得 $\begin{cases}-k+b=0,\\ -3k+b=2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-1,\\ b=-1.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-x-1$；

(2)把 $y=3$ 代入 $y=-\frac{6}{x}$，得 $x=-2$.

∴ $N(-2,3)$，$NC=2$，设点 P 的坐标为(x,y)，

∵ $\triangle OPM$ 的面积与四边形 $OMNC$ 的面积相等，

∴ $\frac{1}{2}(OM+NC)\cdot OC=\frac{1}{2}OM\cdot|y|$，

即 $\frac{1}{2}\times(1+2)\times3=\frac{1}{2}\times1\times|y|$，

解得 $y=\pm9$.

当 $y=9$ 时，$x=-10$，当 $y=-9$ 时，$x=8$，

∴ 点 P 的坐标为$(-10,9)$或$(8,-9)$.

10. **解**：(1)∵ 矩形 $OABC$ 的顶点 B 的坐标为$(4,2)$，

∴ 点 M 的横坐标为 4，点 N 的纵坐标为 2.

把 $x=4$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$，得 $y=\frac{1}{2}$，

∴ 点 M 的坐标为$\left(4,\frac{1}{2}\right)$.

把 $y=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$，得 $x=1$，

∴ 点 N 的坐标为$(1,2)$.

∵ 函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象过点 M，

∴ $k=4\times\frac{1}{2}=2$，

∴ $y=\frac{2}{x}(x>0)$，

把 $N(1,2)$ 的坐标代入 $y=\frac{2}{x}$，点 N 的坐标满足函数解析式，∴ 点 N 也在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上.

(2)设直线 $M'N'$ 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+b$，

联立 $\begin{cases}y=-\frac{1}{2}x+b,\\ y=\frac{2}{x},\end{cases}$ 得 $x^2-2bx+4=0$.

∵ 直线 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 与函数 $y=\frac{2}{x}(x>0)$ 的图象仅有一个交点，

∴ $(-2b)^2-4\times4=0$.

解得 $b_1=2$，$b_2=-2$(舍去)，

∴ 直线 $M'N'$ 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

阶段核心归类专训

1. C

2. **解**：(1)将点 $A(-3,m+8)$ 的坐标代入 $y=\frac{m}{x}$ 得，

$\frac{m}{-3}=m+8$，解得 $m=-6$.

∴ $m+8=-6+8=2$，反比例函数的表达式为 $y=-\frac{6}{x}$.

∴ 点 A 的坐标为$(-3,2)$，

将点 $B(n,-6)$ 的坐标代入 $y=-\frac{6}{x}$，得 $-\frac{6}{n}=-6$，

解得 $n=1$，

∴ 点 B 的坐标为$(1,-6)$.

将点 $A(-3,2)$，$B(1,-6)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，得 $\begin{cases}-3k+b=2,\\ k+b=-6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\ b=-4.\end{cases}$

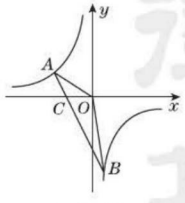
∴ 一次函数的表达式为 $y=-2x-4$.

(2)如图，设 AB 与 x 轴相交于点 C.

令 $-2x-4=0$，解得 $x=-2$，

∴ 点 C 的坐标为$(-2,0)$，∴ $OC=2$.

∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times6=2+6=8$.



（第 2 题）

3. **解**：(1)∵ 直线 $y=-x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于 $A(a,3)$，$B(3,b)$ 两点，

∴ $-a+2=3$，$-3+2=b$.

∴ $a=-1$，$b=-1$，

∴ $A(-1,3)$，$B(3,-1)$.

∵ 点 $A(-1,3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

∴ $k=-1\times3=-3$，

∴ 反比例函数的表达式为 $y=-\frac{3}{x}$；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)设点 $P(n,-n+2)$,

$\because A(-1,3)$,$\therefore C(-1,0)$.

$\because B(3,-1)$,$\therefore D(3,0)$,

$\therefore S_{\triangle ACP}=\frac{1}{2}AC\times|x_P-x_C|=\frac{1}{2}\times3\times|n+1|$,$S_{\triangle BDP}=\frac{1}{2}BD\times|x_B-x_P|=\frac{1}{2}\times1\times|3-n|$.

$\because S_{\triangle ACP}=S_{\triangle BDP}$,

$\therefore \frac{1}{2}\times3\times|n+1|=\frac{1}{2}\times1\times|3-n|$,

$\therefore n=0$ 或 $n=-3$,

$\therefore P(0,2)$或$(-3,5)$;

(3)$M(-1+\sqrt{23},0)$或$(3+\sqrt{31},0)$.

4. 解:(1)①由已知,点 $B(4,2)$ 在 $y_1=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上,

$\therefore k=8$,$\therefore y_1=\frac{8}{x}$.

$\because a=2$,

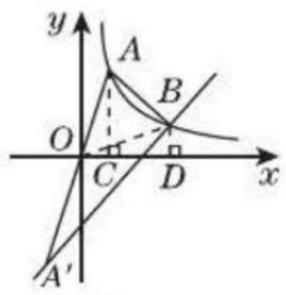
$\therefore$ 点 A 的坐标为$(2,4)$,点 A'的坐标为$(-2,-4)$,把点 $B(4,2)$,$A'(-2,-4)$的坐标分别代入 $y_2=mx+n$,得$\begin{cases}2=4m+n,\\-4=-2m+n,\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=1,\\n=-2,\end{cases}$

$\therefore y_2=x-2$.

②$2<x<4$.

(2)如图,分别过点 A,B 作 $AC\perp x$ 轴于点 C,$BD\perp x$ 轴于点 D,连接 BO.



(第4题)

$\because$ 点 A'与 A 关于点 O 对称,

$\therefore$ 点 O 在 AA'上,且 $OA=OA'$,

$\therefore S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}S_{\triangle AA'B}=8$.

$\because A\left(a,\frac{k}{a}\right)$,$B\left(3a,\frac{k}{3a}\right)$,

$S_{\triangle OAC}=S_{\triangle OBD}=\frac{1}{2}k$,

$\therefore S_{四边形OABD}-S_{\triangle OBD}=S_{四边形OABD}-S_{\triangle OAC}$.

$\therefore S_{四边形ACDB}=S_{\triangle OAB}=8$.

$\therefore \frac{1}{2}\left(\frac{k}{a}+\frac{k}{3a}\right)(3a-a)=8$,

$\therefore k=6$.

(3)$\because$ 点 A 的坐标为$\left(a,\frac{k}{a}\right)$,点 A'与点 A 关于点 O 对称,

$\therefore A'\left(-a,-\frac{k}{a}\right)$.

将点 A'的坐标代入 $y_2=\frac{1}{2}x+n$,得$n=\frac{1}{2}a-\frac{k}{a}$,

$\therefore y_2=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}a-\frac{k}{a}$.

$\because AD\perp x$ 轴,$\therefore x_D=a$,$\therefore y_D=a-\frac{k}{a}$,

$\therefore AD=\frac{k}{a}-\left(a-\frac{k}{a}\right)=\frac{2k}{a}-a$.

$\because$ 四边形 $ADEF$ 是正方形,

$\therefore DE=AD=\frac{2k}{a}-a$,

$\therefore x_P=x_E=a+\frac{2k}{a}-a=\frac{2k}{a}$.

将 $x_P=\frac{2k}{a}$代入 $y_2=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}a-\frac{k}{a}$得:$y_P=\frac{1}{2}\cdot\frac{2k}{a}+\frac{1}{2}a-\frac{k}{a}=\frac{1}{2}a$,

$\therefore P\left(\frac{2k}{a},\frac{1}{2}a\right)$.

将 $x_P=\frac{2k}{a}$代入 $y_1=\frac{k}{x}$得:$y_1=\frac{k}{\frac{2k}{a}}=\frac{1}{2}a=y_P$.

$\therefore$ 点 P 一定在函数 y_1 的图象上.

5. 解:(1)$\because$ 直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$相交于$A(-2,a)$,B两点,

$\therefore$ 点 A 与点 B 关于原点对称.

$\therefore B(2,-a)$.$\therefore C(2,0)$.

$\because S_{\triangle AOC}=2$,$\therefore \frac{1}{2}\times2\times a=2$,解得 $a=2$.

$\therefore A(-2,2)$.

把 $A(-2,2)$的坐标代入 $y=mx$ 和 $y=\frac{n}{x}$,得 $-2m=2$,$2=\frac{n}{-2}$,

解得 $m=-1$,$n=-4$.

(2)设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$.

$\because$ 直线 AC 经过点 A,C,

$\therefore \begin{cases}-2k+b=2,\\2k+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\b=1.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+1$.

6. 解:(1)由图象知 $k<0$,由已知条件得 $|k|=3$,$\therefore k=-3$.

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=-\frac{3}{x}$,

一次函数的表达式为 $y=-x+2$.

(2)由$\begin{cases}y=-\frac{3}{x},\\y=-x+2,\end{cases}$解得

$\begin{cases}x_1=-1,\\y_1=3,\end{cases}\begin{cases}x_2=3,\\y_2=-1.\end{cases}$

$\therefore$ 点 A,C 的坐标分别为$(-1,3)$,$(3,-1)$.

(3)设点 P 的坐标为$(0,m)$,直线 $y=-x+2$ 与 y 轴的交点为 M,则 M 的坐标为$(0,2)$.

$\because S_{\triangle APC}=S_{\triangle AMP}+S_{\triangle CMP}=\frac{1}{2}\times PM\times(|-1|+|3|)=5$,

$\therefore PM=\frac{5}{2}$,即$|m-2|=\frac{5}{2}$.

$\therefore m=\frac{9}{2}$或 $m=-\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为$\left(0,\frac{9}{2}\right)$或$\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

点拨:依据图象及已知条件求 k 的值是解本题的关键,只有求出 k 的值,才能通过解方程组求 A,C 两点的坐标,然后才能解答第(3)问.

7. 解:(1)$\because$ 反比例函数 $y=\frac{m}{x}$的图象经过点 $B(2,-1)$,

$\therefore m=2\times(-1)=-2$.

$\because$ 点 $A(-1,n)$在 $y=\frac{-2}{x}$的图象上,

$\therefore n=\frac{-2}{-1}=2$.

$\therefore A(-1,2)$.

把 A,B 的坐标代入 $y=kx+b$,

则有$\begin{cases}-k+b=2,\\2k+b=-1,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-1,\\b=1.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-x+1$,反比例函数的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$.

(2)$\because$ 直线 $y=-x+1$ 交 y 轴于点 C,$\therefore C(0,1)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ D,C 两点关于 x 轴对称，

∴ $D(0,-1)$.

∵ $B(2,-1)$，∴ $BD\parallel x$ 轴.

∴ $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times 2\times[2-(-1)]=3$.

(3)∵ $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$ 是反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 图象上的两点，且 $x_1<x_2<0$，

∴ $y_1<y_2$.

8. **解**：由反比例函数图象的对称性可知，两条坐标轴将矩形 $ABCD$ 分成四个全等的小矩形.

∵ 点 A 为 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上的一点，

∴ $S_{矩形AEOH}=6$.

∴ $S_{矩形ABCD}=4\times 6=24$.

∴ 总费用为 $25\times 24=600$(元).

答：所需钢条一共花 600 元.

9. **解**：(1)如图，过点 A 作 $AF\perp x$ 轴，垂足为 F，交 BD 于 E.

∵ 点 $B(3,2)$ 在反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 的图象上，

∴ $a=3\times 2=6$.

∴ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{6}{x}$.

∵ $B(3,2)$，∴ $EF=2$.

∵ $BD\perp y$ 轴，$OC=CA$，

∴ $AE=EF=\frac{1}{2}AF$.

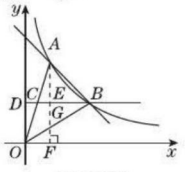
∴ $AF=4$.

∴ 点 A 的纵坐标为 4.

∵ 点 A 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，

∴ 点 A 的横坐标为 $\frac{3}{2}$.

∴ $A\left(\frac{3}{2},4\right)$.



（第 9 题）

将 $A\left(\frac{3}{2},4\right)$，$B(3,2)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，得 $\begin{cases}\frac{3}{2}k+b=4,\\3k+b=2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-\frac{4}{3},\\b=6.\end{cases}$

∴ 一次函数的表达式为 $y=-\frac{4}{3}x+6$.

(2)如图，设 AF 与 OB 交于点 G.

∵ $B(3,2)$，∴ 直线 OB 对应的函数表达式为 $y=\frac{2}{3}x$.

∴ $G\left(\frac{3}{2},1\right)$.

又∵ $A\left(\frac{3}{2},4\right)$，∴ $AG=4-1=3$.

∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOG}+S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}\times 3\times 3=\frac{9}{2}$.

26.2 实际问题与反比例函数

第 1 课时 建立反比例函数模型 解实际问题

1. $y=\frac{4\,500}{x}$ **2.** $n=\frac{800}{m}$；200

3. B **4.** A **5.** A **6.** D **7.** A **8.** C

9. D **点拨**：本题易忽略实际问题中函数自变量的取值范围 $x>0$，而错选 B 选项.

10. **解**：(1)∵ $vt=480$，且全程速度限定为不超过 120 千米/小时，

∴ v 关于 t 的函数解析式为 $v=\frac{480}{t}(t\geqslant 4)$.

(2)①8 点至 12 点 48 分时间长为 $\frac{24}{5}$ 小时，8 点至 14 点时间长为 6 小时，

将 $t=6$ 代入 $v=\frac{480}{t}$，得 $v=80$；

将 $t=\frac{24}{5}$ 代入 $v=\frac{480}{t}$，得 $v=100$.

∴ 小汽车行驶速度 v 的范围为 $80\leqslant v\leqslant 100$.

②方方不能在当天 11 点 30 分前到达 B 地. 理由如下：

8 点至 11 点 30 分时间长为 $\frac{7}{2}$ 小时，将 $t=\frac{7}{2}$ 代入 $v=\frac{480}{t}$，得 $v=\frac{960}{7}>120$，超速了.

故方方不能在当天 11 点 30 分前到达 B 地.

11. **解**：(1)根据题意，得 $vt=100$ $(t>0)$，

所以 $v=\frac{100}{t}(t>0)$.

(2) 由题意知，$v=\frac{100}{t}(0<t\leqslant 5)$，而 $100>0$，所以 $t>0$ 时，v 随着 t 的增大而减小，

当 $0<t\leqslant 5$ 时，$v\geqslant\frac{100}{5}=20$，所以平均每小时至少要卸货 20 吨.

12. **解**：(1)①由题意可得 $xy=3$，则 $y=\frac{3}{x}(x>0)$.

②当 $y\geqslant 3$ 时，$\frac{3}{x}\geqslant 3$. 解得 $x\leqslant 1$，

故 x 的取值范围是 $0<x\leqslant 1$.

(2)圆圆的说法不对，方方的说法对. 理由如下：

∵ 一个矩形的周长为 6，∴ $x+y=3$. ∴ $x+\frac{3}{x}=3$.

整理得 $x^2-3x+3=0$.

∵ $b^2-4ac=9-12=-3<0$，

∴ 矩形的周长不可能是 6.

∴ 圆圆的说法不对.

∵ 一个矩形的周长为 10，∴ $x+y=5$. ∴ $x+\frac{3}{x}=5$.

整理得 $x^2-5x+3=0$.

∵ $b^2-4ac=25-12=13>0$，

∴ 矩形的周长可能是 10.

∴ 方方的说法对.

13. **解**：(1)510 − 200 = 310(元)，即应付 310 元.

(2)$p=\frac{200}{x}(400\leqslant x<600)$，∴ p 随 x 的增大而减小.

(3)购买 $a(200\leqslant a<400)$ 元商品在甲商场的优惠金额是 100 元，在乙商场的优惠金额是 $a-0.6a=0.4a$(元).

当 $0.4a<100$，即 $200\leqslant a<250$ 时，选择甲商场购买商品花钱较少；

当 $0.4a=100$，即 $a=250$ 时，选择甲、乙两家商场购买商品花钱一样多；

当 $0.4a>100$，即 $250<a<400$ 时，选择乙商场购买商品花钱较少.

第 2 课时 建立反比例函数模型 跨学科问题

1. C **2.** B **3.** C **4.** A **5.** D **6.** B **7.** C

8. C **点拨**：根据图象上的已知点的坐标，利用待定系数法确定函数表达式. 本题易忽略 p 随 V 的增大而减小而错选 D.

9. **解**：(1) $U=IR=4\times 5=20$(V).

函数表达式是 $I=\frac{20}{R}$.

(2)当 $I=5$ A 时，$R=4$ Ω.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)当 $R=10\ \Omega$ 时,$I=2$ A.

(4)因为电流不超过 10 A,由 $I=\frac{20}{R}$,可得 $\frac{20}{R}\leqslant 10$,解得 $R\geqslant 2$,则可变电阻应该大于或等于 2 Ω.

10. **解**:(1)画图略. 由图象猜测 y 与 x 之间的函数关系为反比例函数关系,∴ 设 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$.

把 $x=4$,$y=12$ 代入,得 $k=48$,

∴ $y=\frac{48}{x}$.

将其余各点的坐标代入验证,均适合,∴ y 与 x 之间的函数关系式为 $y=\frac{48}{x}$.

(2)把 $y=5$ 代入 $y=\frac{48}{x}$,得 $x=9.6$.

∴ 当弹簧秤的示数为 5 N 时,弹簧秤与点 O 的距离是 9.6 cm. 随着弹簧秤与点 O 的距离不断减小,弹簧秤的示数将不断增大.

11. **解**:(1)设线段 AB 的函数表达式为 $y=k_1x+b(k_1\neq 0)$.

∵ 线段 AB 过点 $(0,10)$,$(2,14)$,

∴ $\begin{cases}b=10,\\2k_1+b=14,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=2,\\b=10.\end{cases}$

∴ AB 的函数表达式为 $y=2x+10\ (0\leqslant x<5)$.

∵ 点 B 在线段 AB 上,当 $x=5$ 时,$y=20$.

∴ 点 B 的坐标为 $(5,20)$.

∴ BC 的函数表达式为 $y=20(5\leqslant x<10)$,

设双曲线 CD 的函数表达式为 $y=\frac{k_2}{x}(k_2\neq 0)$.

∵ $C(10,20)$,

∴ $k_2=200$.

∴ 双曲线 CD 的函数表达式为 $y=\frac{200}{x}(10\leqslant x\leqslant 24)$

∴ y 关于 x 的函数表达式为

$$y=\begin{cases}2x+10(0\leqslant x<5),\\20(5\leqslant x<10),\\\frac{200}{x}(10\leqslant x\leqslant 24).\end{cases}$$

(2)由(1)知恒温系统设定的恒定温度为 20 ℃.

(3)把 $y=10$ 代入 $y=\frac{200}{x}$ 中,解得 $x=20$.

∴ $20-10=10$(h).

答:恒温系统最多可以关闭 10 h,才能使蔬菜避免受到伤害.

阶段核心方法专训

1. **解**:由反比例函数的定义可知

$\begin{cases}m^2-10=-1,\\m+3\neq 0,\end{cases}$

∴ $m=3$.

∴ 此反比例函数的表达式为 $y=\frac{6}{x}$.

易错点拨:该题容易忽略 $m+3\neq 0$ 这一条件,得出 $m=\pm 3$ 的错误结论.

2. **解**:由题意得 $\begin{cases}n^2+2n-9=-1,\\n+3>0.\end{cases}$

解得 $n=2$.

∴ 此函数的表达式是 $y=\frac{5}{x}$.

3. **解**:(1)把点 $A(3,4)$ 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}(x>0)$,得 $k=xy=3\times 4=12$,

故该反比例函数的表达式为 $y=\frac{12}{x}(x>0)$.

∵ 点 $C(6,0)$,$BC\perp x$ 轴,

∴ 把 $x=6$ 代入 $y=\frac{12}{x}$,得 $y=\frac{12}{6}=2$.

则 $B(6,2)$.

综上所述,k 的值是 12,B 点的坐标是 $(6,2)$.

(2)①如图,当四边形 $ABCD$ 为平行四边形时,$AD\parallel BC$ 且 $AD=BC$,

∵ $A(3,4)$,$B(6,2)$,$C(6,0)$,

∴ 点 D 的横坐标为 3,$y_A-y_D=y_B-y_C$ 即 $4-y_D=2-0$,故 $y_D=2$,

∴ $D(3,2)$.

②如图,当四边形 $ACBD'$ 为平行四边形时,$AD'\parallel CB$ 且 $AD'=CB$,

∵ $A(3,4)$,$B(6,2)$,$C(6,0)$,

∴ 点 D' 的横坐标为 3,$y_{D'}-y_A=y_B-y_C$

即 $y_{D'}-4=2-0$,故 $y_{D'}=6$,

∴ $D'(3,6)$.

③如图,当四边形 $ACD''B$ 为平行四边形时,$AC=BD''$ 且 $AC\parallel BD''$.

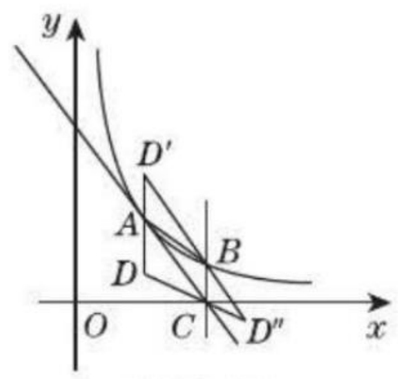
∵ $A(3,4)$,$B(6,2)$,$C(6,0)$.

∴ $x_{D''}-x_B=x_C-x_A$ 即 $x_{D''}-6=6-3$,故 $x_{D''}=9$.

$y_{D''}-y_B=y_C-y_A$ 即 $y_{D''}-2=0-4$,故 $y_{D''}=-2$.

∴ $D''(9,-2)$.

综上所述,符合条件的点 D 的坐标是 $(3,2)$ 或 $(3,6)$ 或 $(9,-2)$.



(第 3 题)

4. **解**:(1)设反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$.

由题意得,$k=xy=2\times 3=6$.

∴ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{6}{x}$.

(2)设 B 点的坐标为 (a,b),过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,则 $D(2,b)$.

∵ 反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象经过点 $B(a,b)$,

∴ $b=\frac{6}{a}$. ∴ $AD=3-\frac{6}{a}$.

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}a\left(3-\frac{6}{a}\right)=6$. 解得 $a=6$.

∴ $b=\frac{6}{a}=1$. ∴ $B(6,1)$.

设直线 AB 的表达式为 $y=mx+n$,

将 $A(2,3)$,$B(6,1)$ 的坐标分别代入 $y=mx+n$,得 $\begin{cases}2m+n=3,\\6m+n=1,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=-\frac{1}{2},\\n=4.\end{cases}$

∴ 直线 AB 的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+4$.

5. B **点拨**:∵ $BD\parallel x$ 轴,$D(0,4)$,

∴ B,D 两点纵坐标相同,都为 4.

∴ 可设 $B(x,4)$.

∵ 矩形 $ABCD$ 的对角线的交点为 E,

∴ E 为 BD 中点,$\angle DAB=90°$.

∴ $E\left(\frac{1}{2}x,4\right)$,且 $AD^2+AB^2=BD^2$.

∵ $A(2,0)$,$D(0,4)$,$B(x,4)$,

∴ $2^2+4^2+(x-2)^2+4^2=x^2$,解得 $x=10$.

∴ $E(5,4)$.

∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象经过点 E,

∴ $k=5\times 4=20$.

6. **解**:(1)由已知得 $vt=300$.

∴ t 与 v 之间的函数表达式为 $t=\frac{300}{v}(v>0)$.

(2)运了一半物资后还剩 $300\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=150$(t),$150\div 2=75$(t/h).

∵ 剩下的物资要在 2 h 之内运到江边,∴ 运输速度至少为 75 t/h.

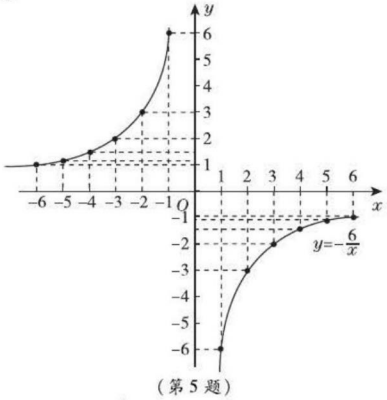
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

全章热门考点整合应用

1. B　**2.** C　**3.** ①③④　**4.** C

5. **解**：(1)反比例函数，函数的解析式为 $y=-\frac{6}{x}$.

(2)如图.



(第5题)

6. **解**：∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1,-k+4)$，

∴ $-k+4=\frac{k}{1}$，即 $-k+4=k$. ∴ $k=2$. ∴ $A(1,2)$.

∵ 一次函数 $y=x+b$ 的图象经过点 $A(1,2)$，

∴ $2=1+b$. ∴ $b=1$.

∴ 反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$，

一次函数的解析式为 $y=x+1$.

7. **解**：(1)把 $A(-4,2)$ 的坐标代入 $y=\frac{m}{x}$，得 $m=2\times(-4)=-8$，

∴ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{8}{x}$.

把 $B(n,-4)$ 的坐标代入 $y=-\frac{8}{x}$，得 $-4n=-8$，

解得 $n=2$. ∴ $B(2,-4)$.

把 $A(-4,2)$ 和 $B(2,-4)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，得

$\begin{cases}-4k+b=2,\\2k+b=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=-2.\end{cases}$

∴ 一次函数的解析式为 $y=-x-2$.

(2)在 $y=-x-2$ 中，令 $y=0$，则 $x=-2$，

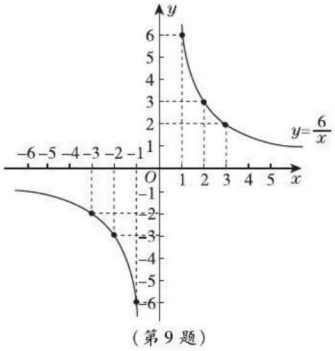
即直线 $y=-x-2$ 与 x 轴交于点 $C(-2,0)$.

∴ $S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times2\times4=6$.

(3)不等式 $kx+b-\frac{m}{x}>0$ 的解集为 $x<-4$ 或 $0<x<2$.

8. C

9. **解**：如图.



(第9题)

(1)当 $y=-2$ 时，$x=-3$；

(2)当 $-2<x<1$ 且 $x\neq0$ 时，$y<-3$ 或 $y>6$；

(3)当 $-3<y<2$ 且 $y\neq0$ 时，$x<-2$ 或 $x>3$.

10. **解**：(1)库存原料为 $2\times60=120(t)$，根据题意可知 y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{120}{x}$.

由于生产能力提高，每时消耗的原料量大于计划消耗的原料量，所以自变量的取值范围是 $x>2$.

(2)根据题意，得 $y\geqslant24$，所以 $\frac{120}{x}\geqslant24$. 解不等式，得 $x\leqslant5$，

结合(1)得，$2<x\leqslant5$.

点拨：(1)由“现在每时消耗的原料量 × 可使用的时间 = 原料总量”可得 y 关于 x 的函数解析式. (2)要使机器不停止运转，需 $y\geqslant24$，解不等式即可.

11. (1)**证明**：∵ 点 P 在双曲线 $y=\frac{6}{x}$ 上，

∴ 设点 P 的坐标为 $\left(\frac{6}{m},m\right)(m>0)$.

∵ 点 D 在双曲线 $y=\frac{3}{x}$ 上，$BP\perp y$ 轴，点 D 在 BP 上，

∴ 点 D 的坐标为 $\left(\frac{3}{m},m\right)$. ∴ $BD=\frac{3}{m}$，$BP=\frac{6}{m}$.

∴ $BD=\frac{1}{2}BP$. ∴ 点 D 是 BP 的中点.

(2)**解**：由题意可知 $S_{\triangle BOD}=\frac{3}{2}$，$S_{\triangle AOC}=\frac{3}{2}$，$S_{四边形OBPA}=6$.

∴ $S_{四边形ODPC}=S_{四边形OBPA}-S_{\triangle BOD}-S_{\triangle AOC}=6-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=3$.

第二十七章 相　似

27.1　图形的相似

第1课时　相似图形及成比例线段

1. B　**2.** A　**3.** 5 500　**4.** A　**5.** C　**6.** D

7. D　**点拨**：根据宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形是黄金矩形来判断.

8. B　**9.** D　**10.** A　**11.** D　**12.** 12

13. $\frac{35}{3}$　**点拨**：由题意知 $a:b=c:x$，∴ $x=\frac{bc}{a}$. 又∵ $a=3$，$b=5$，$c=7$，∴ $x=\frac{5\times7}{3}=\frac{35}{3}$.

易错总结：要求 a,b,c 的第四比例项 x，就有 $a:b=c:x$，所以 $x=\frac{bc}{a}$，切勿看到线段成比例就分类讨论，从而造成错误.

14. **解**：(1)设 $AD=x$，则 $BD=24-x$，

由 $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{EC}$ 得 $\frac{x}{24-x}=\frac{6}{10}$，解得 $x=9$. ∴ $AD=9$.

(2)由 $AB=24$，$AD=9$ 得 $BD=15$，

∵ $\frac{AB}{BD}=\frac{24}{15}=\frac{8}{5}$，$\frac{AC}{EC}=\frac{6+10}{10}=\frac{8}{5}$，∴ $\frac{AB}{BD}=\frac{AC}{EC}$.

15. **解**：(1)设 $\frac{a}{3}=\frac{b}{2}=\frac{c}{6}=k(k\neq0)$，∴ $a=3k$，$b=2k$，$c=6k$.

∵ $a+2b+c=26$，∴ $3k+4k+6k=26$，即 $k=2$.

∴ $a=6$，$b=4$，$c=12$.

(2)∵ $x^2=ab$，$a=6$，$b=4$，∴ $x=2\sqrt{6}$（负值舍去）.

16. **解**：(1)设 $\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}=k(k\neq0)$，

则 $a=5k$，$b=4k$，$c=6k$，

所以 $\frac{2a+b}{3c}=\frac{10k+4k}{18k}=\frac{7}{9}$.

(2)因为 $\triangle ABC$ 的周长为 90，所以 $a+b+c=90$，

即 $5k+4k+6k=90$. 解得 $k=6$，所以 $a=30$，$b=24$，$c=36$.

点拨：本题考查了比例线段，利用参数法，设 $\frac{a}{5}=\frac{b}{4}=\frac{c}{6}=k$，易得 $a=5k$，$b=4k$，$c=6k$，再根据问题求解即可.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

17. 解:(1)AB,BC,BF,DE 这四条线段成比例.

∵ 在$\square ABCD$中,$DE\perp AB$,$BF\perp AD$,

∴ $S_{\square ABCD}=AB\cdot DE=AD\cdot BF$.

∵ $BC=AD$,

∴ $AB\cdot DE=BC\cdot BF$,即$\frac{AB}{BC}=\frac{BF}{DE}$.

(2)∵ $AB\cdot DE=BC\cdot BF$,

∴ $10\times 2.5=5BC$,解得 $BC=5$.

第 2 课时　相似多边形

1. D　**2.** A　**3.** D　**4.** B　**5.** C　**6.** B

7. C　点拨:∵ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 相似,∴ $\frac{AB}{A_1B_1}=\frac{CD}{C_1D_1}$. 又∵ $AB=12$,$CD=15$,$A_1B_1=9$,∴ $C_1D_1=\frac{9\times 15}{12}=\frac{45}{4}$. 故选 C.

8. B　点拨:设 $AD=x$,由题易知 $FD=x-2$,$FE=2$.

∵ 四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似,

∴ $\frac{EF}{FD}=\frac{AD}{AB}$,即$\frac{2}{x-2}=\frac{x}{2}$.

解得 $x=1+\sqrt{5}$,或 $x=1-\sqrt{5}$(不合题意,舍去),经检验 $x=1+\sqrt{5}$ 是原方程的解. 故选 B.

9. C　**10.** C　**11.** B

12. D　点拨:把一个图形按一定比例扩大或缩小,各边都相应的扩大或缩小,各角不变.

13. 解:∵ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似,

∴ $\angle E=\angle A=62°$,$\angle F=\angle B=70°$,

又∵ $\angle H=140°$,$\angle E+\angle F+\angle G+\angle H=360°$,∴ $\angle G=88°$.

∵ 四边形 $ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 相似,∴ $\frac{AD}{EH}=\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{FG}$.

又∵ $AD=18$,$EF=15$,$FG=14$,$EH=12$,

∴ $AB=22.5$,$BC=21$.

14. 解:(1)∵ 多边形 $ABCDEF$ 和多边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 相似,且$\angle C$和$\angle C_1$,$\angle D$ 和$\angle D_1$,$\angle E$ 和$\angle E_1$ 是对应角,

∴ $\angle C=95°$,$\angle D=135°$,$\angle E=120°$.

由多边形内角和定理,知 $\angle F=720°-(135°+120°+95°+135°+120°)=115°$.

(2)∵ 多边形 $ABCDEF$ 和多边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的相似比是 1∶1.5,且$CD=15$ cm,∴ $C_1D_1=15\times 1.5=22.5$(cm).

15. 解:(1)矩形 $ABCD$,$BCFE$,$AEML$,$GMFH$,$LGPN$ 的长、宽之比相等. 理由如下:

设矩形纸的宽 $BC=a$,长 $AB=\sqrt{2}a$,

则有 $BE=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,$AE=\frac{\sqrt{2}}{2}a$,$ME=\frac{a}{2}$,$MF=\frac{a}{2}$,

$HF=\frac{\sqrt{2}}{4}a$,$LG=\frac{\sqrt{2}}{4}a$,$LN=\frac{a}{4}$,

∴ $\frac{AB}{BC}=\sqrt{2}$,$\frac{BC}{BE}=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}=\sqrt{2}$,$\frac{AE}{ME}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\frac{a}{2}}=\sqrt{2}$,

$\frac{MF}{HF}=\frac{\frac{a}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{4}a}=\sqrt{2}$,$\frac{LG}{LN}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{4}a}{\frac{a}{4}}=\sqrt{2}$.

∴ 五个矩形的长、宽之比相等.

(2)这些大小不同的矩形都相似.

16. 解:(1)如果四周的小路的宽均相等,那么小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 不相似. 理由如下:

∵ $\frac{30+2x}{30}=\frac{15+x}{15}$,$\frac{20+2x}{20}=\frac{10+x}{10}$,

∴ $\frac{30+2x}{30}\neq\frac{20+2x}{20}$,

∴ 小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 不相似;

(2)∵ 当$\frac{20+2x}{20}=\frac{30+2y}{30}$时,小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 相似,

解得:$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$.

∴ 小路的宽 x 与 y 的比值为$\frac{2}{3}$时,能使小路四周所围成的矩形 $A'B'C'D'$ 和矩形 $ABCD$ 相似.

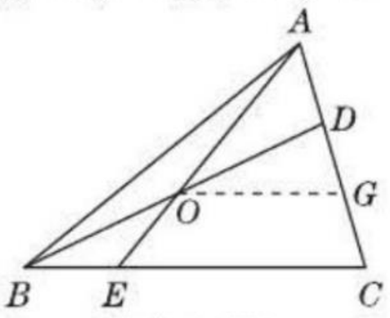
点拨:本题把实际问题抽象到相似多边形中,利用相似多边形的对应边的比相等,列出方程,即可求得 $x:y$ 的比值. 注意掌握数形结合思想与方程思想的应用.

27.2　相似三角形

第 1 课时　相似三角形及平行线分线段成比例

1. C　**2.** B　**3.** C　**4.** 4　**5.** C　**6.** B　**7.** B

8. B　点拨:如图,过 O 作 $OG\parallel BC$,交 AC 于 G.



(第 8 题)

∵ O 是 BD 的中点,∴ G 是 DC 的中点.

又∵ $AD:DC=1:2$,∴ $AD=DG=GC$.

∴ $AG:GC=2:1$,$AO:OE=2:1$.

∴ $S_{\triangle AOB}:S_{\triangle BOE}=2:1$.

设 $S_{\triangle BOE}=S$,$S_{\triangle AOB}=2S$,又 $BO=OD$,

∴ $S_{\triangle AOD}=2S$,$S_{\triangle ABD}=4S$.

∴ $S_{\triangle BDC}=2S_{\triangle ABD}=8S$,$S_{四边形CDOE}=7S$.

∴ $S_{\triangle AEC}=9S$.

又∵ $S_{\triangle ABE}=3S$,∴ $\frac{BE}{EC}=\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle AEC}}=\frac{3S}{9S}=\frac{1}{3}$.

9. 错误答案:B 或 D 或 A

诊断:运用平行线分线段成比例的基本事实的推论时,往往会因为没有找准对应关系而导致错选其他答案. 解题时一定要注意.

正确答案:C

10. 解:∵ $DE\parallel AC$,$BE=6$ cm,$EC=10$ cm,∴ $\frac{BD}{DA}=\frac{BE}{EC}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

又∵ $DF\parallel BC$,∴ $\frac{FC}{FA}=\frac{BD}{DA}=\frac{3}{5}$.

而 $FA-FC=3$ cm,∴ $FA=FC+3$ cm.

∴ $\frac{FC}{FC+3}=\frac{3}{5}$. ∴ $FC=4.5$ cm.

11. 证明:∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,∴ $AB\parallel CD$,$AD\parallel BC$.

∴ $\frac{BO}{OE}=\frac{AO}{OC}$,$\frac{AO}{OC}=\frac{OF}{BO}$. ∴ $\frac{BO}{OE}=\frac{OF}{BO}$,

即 $BO^2=OF\cdot OE$.

12. 解:过点 A 作 $AG\parallel MN$ 交 BN 的延长线于点 G,

∵ O 是 AC 的中点,∴ $AO=CO$.

∵ $MN\parallel AG$,∴ $\frac{NG}{BN}=\frac{AM}{BM}=\frac{1}{3}$,$\frac{NG}{CN}=\frac{AO}{CO}=1$,

∴ $NG=CN$,∴ $\frac{CN}{BN}=\frac{1}{3}$.

13. 证明:如图,过点 C 作 $CE\parallel DA$,交 BA 的延长线于点 E.

∴ $\angle 1=\angle E$,$\angle 2=\angle 3$.

∵ AD 是$\triangle ABC$的角平分线,

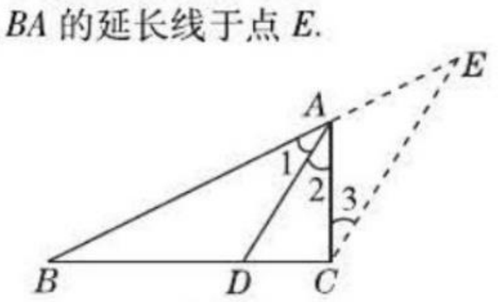
∴ $\angle 1=\angle 2$.

∴ $\angle 3=\angle E$.

∴ $AC=AE$.

又∵ $AD\parallel CE$,

∴ $\frac{AB}{AE}=\frac{BD}{DC}$. ∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{DC}$.



(第 13 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段核心技巧专训

1. 证明：过点 A 作 $AM\parallel DF$ 交 BD 于 M，则$\frac{AE}{EC}=\frac{MD}{DC},\frac{FA}{FB}=\frac{DM}{BD}$. 又 $BD=DC$，$\therefore\frac{AE}{EC}=\frac{FA}{FB}$.

点拨：证明比例式时用等线段去代换是常用的方法.

2. 证明：$\because DE\parallel BC$，$\therefore\frac{PD}{PB}=\frac{PE}{PC}$.

$\therefore PD\cdot PC=PE\cdot PB$.

$\because DF\parallel AC$，$\therefore\frac{PF}{PC}=\frac{PD}{PA}$. $\therefore PD\cdot PC=PF\cdot PA$.

$\therefore PE\cdot PB=PF\cdot PA$.

$\therefore\frac{PE}{PF}=\frac{PA}{PB}$.

3. 证明：$\because EF\parallel CD$，$\therefore\frac{AF}{AD}=\frac{AE}{AC}$.

$\because DE\parallel BC$，$\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$. $\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AD}$.

4. 证明：(1)$\because\triangle ABC$ 与 $\triangle DCE$ 都是等边三角形，

$\therefore AC=BC,CE=CD,\angle ACB=\angle DCE=60°$.

$\therefore\angle ACB+\angle ACD=\angle DCE+\angle ACD$，即 $\angle ACE=\angle BCD$.

$\therefore\triangle ACE\cong\triangle BCD$(SAS).

(2)$\because\triangle ACE\cong\triangle BCD$，

$\therefore\angle BDC=\angle AEC$.

又$\because\angle GCD=180°-\angle ACB-\angle DCE=60°=\angle FCE,CD=CE$，

$\therefore\triangle GCD\cong\triangle FCE$(ASA).

$\therefore CG=CF$.

$\therefore\triangle CFG$ 为等边三角形.

$\therefore\angle CFG=\angle DCE=60°$.

$\therefore GF\parallel CE$.

$\therefore\frac{AG}{CC}=\frac{AF}{FE}$.

5. 证明：$\because DE\parallel BC$，$\therefore\frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC}$.

$\because$ 点 D 为 AB 的中点，

$\therefore AD=DB$，即$\frac{AD}{DB}=1$.

$\because CF\parallel BA$，$\therefore\frac{DE}{EF}=\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}=1$.

$\therefore DE=EF$.

6. 证明：$\because AC\parallel EF$，$\therefore\frac{BE}{BC}=\frac{BF}{BA}$①.

$\because FE\parallel BD$，

$\therefore\frac{AE}{AD}=\frac{AF}{AB}$②. ①+②，得$\frac{BE}{BC}+\frac{AE}{AD}=\frac{BF}{BA}+\frac{AF}{AB}=\frac{AB}{AB}=1$，

即$\frac{AE}{AD}+\frac{BE}{BC}=1$.

第 2 课时　用平行线判定三角形相似

1. C　**2.** D

3. $\triangle ADF\backsim\triangle ECF$ 或 $\triangle EBA\backsim\triangle ECF$ 或 $\triangle ADF\backsim\triangle EBA$(任意写一对即可)

4. B　**5.** D　**6.** C

7. C　点拨：如图，过点 F 作 $FH\perp AD$ 于点 H，交 ED 于 O，则 $FH=AB=2$，

$\because AE=EB,BF=FC,BC=AD=2$，

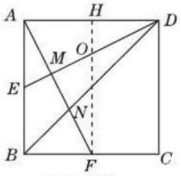
$\therefore AE=EB=1,BF=AH=1,FC=HD=1$，

$\therefore AF=\sqrt{FH^2+AH^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

$\because OH\parallel AE$，

$\therefore\triangle DHO\backsim\triangle DAE$.

$\therefore\frac{HO}{AE}=\frac{DH}{AD}=\frac{1}{2}$，



（第 7 题）

$\therefore OH=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}$，

$\therefore OF=FH-OH=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

$\because AE\parallel FO$，$\therefore\triangle AME\backsim\triangle FMO$.

$\therefore\frac{AM}{FM}=\frac{AE}{OF}=\frac{2}{3}$，$\therefore AM=\frac{2}{5}AF=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

$\because AD\parallel BF$，$\therefore\triangle AND\backsim\triangle FNB$，

$\therefore\frac{AN}{FN}=\frac{AD}{BF}=2$，$\therefore AN=\frac{2}{3}AF=\frac{2\sqrt{5}}{3}$，

$\therefore MN=AN-AM=\frac{2\sqrt{5}}{3}-\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}}{15}$. 故选 C.

8. B　点拨：如图，作 $DH\parallel EG$ 交 AB 于点 H，则 $\triangle AEG\backsim\triangle ADH$.

$\therefore\frac{AE}{AD}=\frac{EG}{DH}$.

$\because EF\perp AC$，$\angle C=90°$，

$\therefore\angle EFA=\angle C=90°$.

$\therefore EF\parallel CD$. $\therefore\triangle AEF\backsim\triangle ADC$.

$\therefore\frac{AE}{AD}=\frac{EF}{CD}$. $\therefore\frac{EG}{DH}=\frac{EF}{CD}$.

$\because EG=EF$，$\therefore DH=CD$.

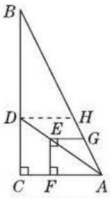
设 $DH=x$，则 $CD=x$.

$\because BC=12,AC=6$，$\therefore BD=12-x$.

$\because EF\perp AC,EF\perp EG,DH\parallel EG$，

$\therefore EG\parallel AC\parallel DH$. $\therefore\triangle BDH\backsim\triangle BCA$.

$\therefore\frac{DH}{AC}=\frac{BD}{BC}$，即$\frac{x}{6}=\frac{12-x}{12}$，解得 $x=4$，$\therefore CD=4$.



（第 8 题）

9. 错解：D

诊断：不能准确找出相似三角形的对应边，从而不能准确写出对应线段所成的比例式.

正解：A

10. 证明：(1)连接 OD，如图所示.

$\because DE$ 是⊙O 的切线，

$\therefore\angle ODE=90°$.

$\therefore\angle ADO+\angle BDE=90°$.

$\because\angle ACB=90°$，

$\therefore\angle A+\angle B=90°$.

$\because OA=OD$，$\therefore\angle A=\angle ADO$.

$\therefore\angle BDE=\angle B$.

$\therefore EB=ED$.

$\therefore\triangle DBE$ 是等腰三角形.

(2)$\because\angle ACB=90°$，AC 是⊙O 的直径，

$\therefore CB$ 是⊙O 的切线.

$\because DE$ 是⊙O 的切线，

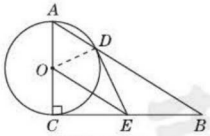
$\therefore ED=EC$.

$\because EB=ED$，

$\therefore EC=EB$.

又$\because OA=OC$，

$\therefore OE\parallel AB$. $\therefore\triangle COE\backsim\triangle CAB$.



（第 10 题）

11. (1)证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AD\parallel BC$.

$\because DF=BE$，$\therefore$ 四边形 $BEFD$ 是平行四边形，$\therefore BD\parallel EF$.

(2)解：$\because BE=4$，$\therefore DF=4$. $\because DF\parallel EC$，

$\therefore\triangle DFG\backsim\triangle CEG$，$\therefore\frac{DG}{CG}=\frac{DF}{CE}$.

$\therefore EC=\frac{DF\cdot CG}{DG}=DF\cdot\frac{CG}{DG}=4\times\frac{3}{2}=6$.

12. 解：(1)设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b$，将 $B(0,4)$，$C(-3,0)$ 的坐标分别代入得：$\begin{cases}b=4,\\-3k+b=0,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}k=\frac{4}{3},\\b=4.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=\frac{4}{3}x+4$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)∵ 将△AMN沿直线MN翻折,点A恰好落在BC边上点D处,如图①所示,

∴ $AM=DM$,$AN=DN$.

根据题意可知:$AM=AN=t$,∴ 四边形$ANDM$为菱形. ∴ $DN\parallel AC$,$DN=AN=t$.

∴ $\triangle BDN\backsim\triangle BCA$. ∴ $\frac{DN}{AC}=\frac{BN}{AB}$,

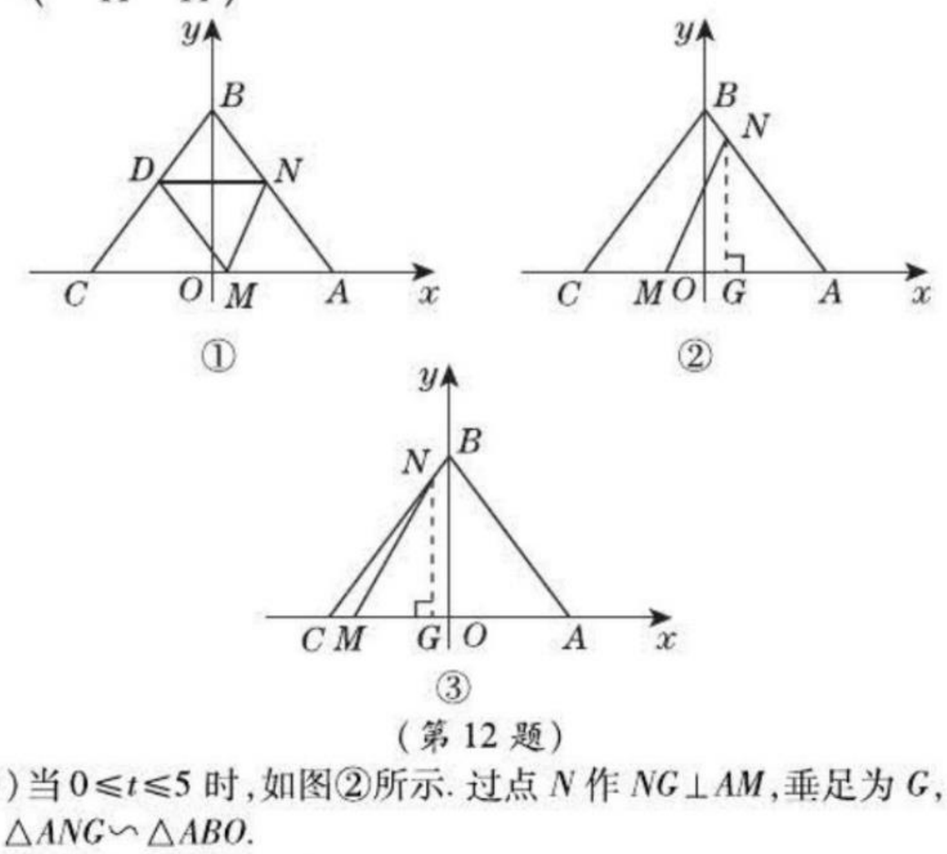
易知$OA=OC=3$,$OB=4$,∴ $AB=5$.

∴ $\frac{t}{6}=\frac{5-t}{5}$,解得$t=\frac{30}{11}$.

∴ $DN=\frac{30}{11}$, ∴ $x_D=-\frac{15}{11}$,

∵ D点在直线BC上,∴ $y_D=\frac{4}{3}\times\left(-\frac{15}{11}\right)+4=\frac{24}{11}$.

∴ $D\left(-\frac{15}{11},\frac{24}{11}\right)$.



(第12题)

(3)当$0\leqslant t\leqslant 5$时,如图②所示. 过点N作$NG\perp AM$,垂足为G,

∴ $\triangle ANG\backsim\triangle ABO$.

∴ $\frac{NG}{BO}=\frac{AN}{AB}$, ∴ $NG=\frac{4}{5}t$,

∴ $S=\frac{1}{2}\times t\times\frac{4}{5}t=\frac{2}{5}t^2$;

当$5<t\leqslant 6$时,如图③所示,过点N作$NG\perp AM$,垂足为G.

∴ $\triangle CNG\backsim\triangle CBO$. ∴ $\frac{NG}{BO}=\frac{CN}{CB}$,∴ $NG=\frac{4}{5}(10-t)$.

∴ $S=\frac{1}{2}\times 6\times 4-\frac{1}{2}\times(6-t)\times\frac{4}{5}(10-t)=-\frac{2}{5}t^2+\frac{32}{5}t-12$.

∴ $S=\begin{cases}\frac{2}{5}t^2(0\leqslant t\leqslant 5),\\ -\frac{2}{5}t^2+\frac{32}{5}t-12(5<t\leqslant 6).\end{cases}$

点拨:(1)利用待定系数法即可解决问题;(3)利用分类讨论思想将$\triangle ABC$在直线MN右侧部分分成$\triangle AMN$或四边形$ABNM$两种情况讨论. 本题注意方程思想的应用.

第3课时　用三边比例关系判定三角形相似

1. B　**2**. C　**3**. D

4. D　**点拨**:根据"两个三角形三边对应成比例,这两个三角形相似"判断出两个三角形相似,再根据相似三角形对应角相等解答.

5. B

6. B　**点拨**:设小正方形的边长为1,则"帅""相""兵"所在位置的格点构成的三角形的三边长分别2,$2\sqrt{5}$,$4\sqrt{2}$. "车""炮"之间的距离为1,"炮"②之间的距离为$\sqrt{5}$,"车"②之间的距离为$2\sqrt{2}$,∵ $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$,∴ 马应该落在②的位置.

7. B

8. B　**点拨**:当直角三角形的直角边长分别为6,8,且另一个与它相似的直角三角形的直角边长分别为3,4时,x的值为5;当8,4为对应边的长且为两直角三角形的斜边长时,x的值为$\sqrt{7}$,故x的值可以为5或$\sqrt{7}$.

9. **证明**:∵ $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{DE}=\frac{AC}{AE}$,∴ $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$. ∴ $\angle BAC=\angle DAE$.

∴ $\angle BAC-\angle CAD=\angle DAE-\angle CAD$,即$\angle BAD=\angle CAE$.

10. **证明**:设正方形$ABCD$的边长为a.

∵ Q是CD的中点,∴ $DQ=CQ=\frac{1}{2}a$.

∵ $BP=3PC$,∴ $PC=\frac{1}{4}a$,

∴ $AQ=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{4}}=\frac{\sqrt{5}a}{2}$,$PQ=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{16}}=\frac{\sqrt{5}a}{4}$,

∴ $\frac{AD}{QC}=\frac{DQ}{CP}=\frac{AQ}{QP}=2$,∴ $\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.

11. **解**:(1)$\triangle ACF\backsim\triangle GCA$. 理由:可设正方形$ABCD$,$CDEF$,$EFGH$的边长为$a$,则$\triangle ACF$的三边长分别为:$AC=\sqrt{2}a$,$CF=a$,$AF=\sqrt{5}a$,

$\triangle ACG$的三边长分别为:$AC=\sqrt{2}a$,$CG=2a$,$AG=\sqrt{10}a$.

∴ $\frac{CF}{CA}=\frac{a}{\sqrt{2}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{AC}{GC}=\frac{\sqrt{2}a}{2a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\frac{AF}{GA}=\frac{\sqrt{5}a}{\sqrt{10}a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

∴ $\frac{CF}{CA}=\frac{AC}{GC}=\frac{AF}{GA}$,∴ $\triangle ACF$与$\triangle GCA$相似.

(2)∵ $\triangle ACF\backsim\triangle GCA$,∴ $\angle 1=\angle CAF$,

∴ $\angle 1+\angle 2=\angle CAF+\angle 2=\angle ACB=45°$.

12. (1)**证明**:根据勾股定理,得$AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,$BC=5$,

显然有$AB^2+AC^2=BC^2$,

根据勾股定理的逆定理得$\triangle ABC$为直角三角形.

(2)**解**:$\triangle ABC$和$\triangle DEF$相似.

理由如下:根据勾股定理,

得$DE=4\sqrt{2}$,$DF=2\sqrt{2}$,$EF=2\sqrt{10}$.

$AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,$BC=5$,

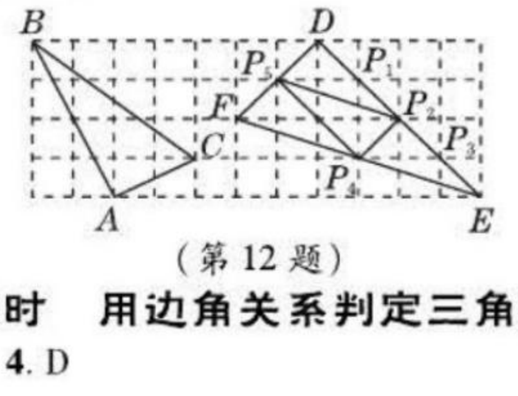
∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=\frac{\sqrt{10}}{4}$. ∴ $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$.

(3)**解**:如图,连接P_2P_5,P_2P_4,P_4P_5,则$\triangle P_2P_4P_5$符合要求.

证明:∵ $P_2P_5=\sqrt{10}$,$P_2P_4=\sqrt{2}$,$P_4P_5=2\sqrt{2}$,$AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,

$BC=5$,∴ $\frac{P_2P_5}{BC}=\frac{P_4P_5}{AB}=\frac{P_2P_4}{AC}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

∴ $\triangle ABC\backsim\triangle P_4P_5P_2$.



(第12题)

第4课时　用边角关系判定三角形相似

1. B　**2**. D　**3**. B　**4**. D

5. $\frac{8}{3}$或$\frac{3}{2}$　**6**. $DF\parallel AC$(答案不唯一)

7. $\frac{4}{3}$　**点拨**:由题意知$BI=4$,则$\frac{AB}{BI}=\frac{BC}{AB}$,再由$\angle ABI=\angle ABC$,得$\triangle ABI\backsim\triangle CBA$,根据相似三角形的性质得$\frac{AC}{AI}=\frac{AB}{BI}$,可求出$AI=4$,根据全等三角形的性质得到$\angle ACB=\angle FGE$,于是得到$AC\parallel FG$,得到$\frac{QI}{AI}=\frac{GI}{CI}=\frac{1}{3}$,即可得到结果.

8. C

9. B　**点拨**:如图①,当$\angle A$为等腰三角形的顶角,点D为底边的中点时,设$BD=DC=a$,$AB=AC=b$,则$BE=b-2$,$CF=b-4$.

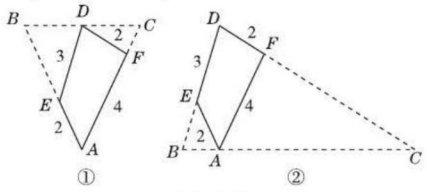
∵ $AB=AC$,∴ $\angle B=\angle C$,又∵ $BD=DC$,$BE\neq CF$,$DE\neq DF$,

∴ 点B与点C,点E与点D,点D与点F为对应点,即$\triangle BED\backsim$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\triangle CDF$，$\therefore \frac{BE}{CD}=\frac{ED}{DF}=\frac{BD}{CF}$，即$\frac{b-2}{a}=\frac{3}{2}=\frac{a}{b-4}$，

解得 $a=\frac{12}{5}$，$\therefore BC=2a=\frac{24}{5}$；



（第 9 题）

如图②，当 $\angle D$ 为等腰三角形的顶角，点 A 为底边的中点时，设 $BA=AC=m$，$BD=CD=n$，则 $BE=n-3$，$CF=n-2$.

$\because BD=CD$，$\therefore \angle B=\angle C$.

$\therefore$ 点 B 与点 C 为对应点.

若点 E 与点 F，点 A 与点 A 为对应点，

则 $\triangle BEA\backsim\triangle CFA$，可得 $BE:CF=EA:FA=BA:CA$，

即 $(n-3):(n-2)=2:4=m:m$，无解；

若点 E 与点 A，点 A 与点 F 为对应点，

则 $\triangle BEA\backsim\triangle CAF$，可得 $BE:CA=EA:AF=BA:CF$，

即 $(n-3):m=2:4=m:(n-2)$，解得 $m=\frac{2}{3}$，$n=\frac{10}{3}$，

此时 $BA=\frac{2}{3}$，$BE=n-3=\frac{1}{3}$，BE，BA，EA 不能构成三角形，故此种情况不成立.

综上所述，原等腰三角形的底边长为$\frac{24}{5}$.

10. $\frac{12}{5}$或$\frac{5}{3}$　**点拨**：当$\frac{AE}{AD}=\frac{AB}{AC}$时，

$\because \angle A=\angle A$，$\therefore \triangle AED\backsim\triangle ABC$.

此时 $AE=\frac{AB\cdot AD}{AC}=\frac{6\times2}{5}=\frac{12}{5}$.

当$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$时，$\because \angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

此时 $AE=\frac{AC\cdot AD}{AB}=\frac{5\times2}{6}=\frac{5}{3}$.

故答案为$\frac{12}{5}$或$\frac{5}{3}$.

易错总结：当$\frac{AE}{AD}=\frac{AB}{AC}$或$\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$时，以 A，D，E 为顶点的三角形与$\triangle ABC$ 相似，本题容易考虑问题不全面出现漏解.

11. **解**：①如图，$\triangle A'B'C'$即为所求作的三角形.

②已知：如图，$\triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$，$CD$ 和 $C'E$ 分别为 AB 和 $A'B'$边上的中线.

求证：$\frac{CD}{C'E}=\frac{BC}{B'C'}$.

证明：$\because CD$ 和 $C'E$ 分别为 AB 和 $A'B'$边上的中线，

$\therefore BD=\frac{1}{2}AB$，$B'E=\frac{1}{2}A'B'$，

$\therefore \frac{BD}{AB}=\frac{B'E}{A'B'}=\frac{1}{2}$，$\therefore \frac{BD}{B'E}=\frac{AB}{A'B'}$，

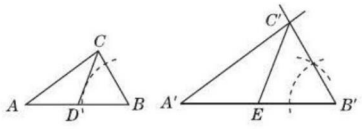
$\because \triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \angle CBA=\angle C'B'A'$，$\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB}{A'B'}$，

$\therefore \frac{BD}{B'E}=\frac{BC}{B'C'}$，

$\therefore \triangle B'C'E\backsim\triangle BCD$，

$\therefore \frac{CD}{C'E}=\frac{BC}{B'C'}$.



（第 11 题）

12. **解**：(1)$\because AB=AC=1$，$BC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$AD=BC$，

$\therefore AD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，$DC=AC-AD=1-\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

$\therefore AD^2=\frac{5+1-2\sqrt{5}}{4}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，$AC\cdot CD=1\times\frac{3-\sqrt{5}}{2}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

$\therefore AD^2=AC\cdot CD$.

(2)$\because AD=BC$，$AD^2=AC\cdot CD$，

$\therefore BC^2=AC\cdot CD$，即$\frac{BC}{AC}=\frac{CD}{BC}$.

又$\because \angle C=\angle C$，$\therefore \triangle BCD\backsim\triangle ACB$.

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{BC}=1$，$\angle DBC=\angle A$.

$\therefore DB=CB=AD$.

$\therefore \angle A=\angle ABD$，$\angle C=\angle BDC$.

设 $\angle A=x$，则 $\angle ABD=x$，$\angle DBC=x$，$\angle C=2x$.

$\because \angle A+\angle ABC+\angle C=180°$，

$\therefore x+2x+2x=180°$.

解得 $x=36°$. $\therefore \angle ABD=36°$.

13. (1)**证明**：在正方形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle D=90°$，$AB=AD=CD$.

$\because AE=ED$，$DF=\frac{1}{4}DC$，

$\therefore AE=ED=\frac{1}{2}AB$，$DF=\frac{1}{4}AB$，

$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{AE}{DF}=2$. $\therefore \triangle ABE\backsim\triangle DEF$.

(2)**解**：$\because DF=\frac{1}{4}DC$，$\therefore \frac{DF}{CF}=\frac{1}{3}$.

$\because AD/\!/CG$，$\therefore \triangle EFD\backsim\triangle GFC$，

$\therefore \frac{DE}{CG}=\frac{DF}{CF}=\frac{1}{3}$.

$\because DE=\frac{1}{2}AB=2$，$\therefore CG=6$，$\therefore BG=10$.

14. **解**：设它们同时出发了 t s 时 $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似，此时，$BP=(10-t)$ cm，$BQ=2t$ cm. ①$\because \angle B=\angle B$，$\therefore$ 当$\frac{BP}{BA}=\frac{BQ}{BC}$时，$\triangle PBQ\backsim\triangle ABC$. $\therefore \frac{10-t}{10}=\frac{2t}{20}$. $\therefore t=5$；②$\because \angle B=\angle B$，$\therefore$ 当$\frac{BP}{BC}=\frac{BQ}{BA}$时，$\triangle PBQ\backsim\triangle CBA$. $\therefore \frac{10-t}{20}=\frac{2t}{10}$. $\therefore t=2$. 综上，它们同时出发了 2 s 或 5 s 时，以 P，B，Q 为顶点的三角形与以 A，B，C 为顶点的三角形相似.

第 5 课时　用两角相等关系判定三角形相似

1. C　**2.** C　**3.** A　**4.** D

5. A　**点拨**：如图，连接 OD.

$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，BC 为$\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle CBO=90°$.

$\because AD/\!/OC$，

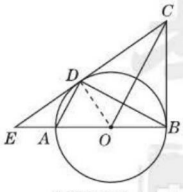
$\therefore \angle DAO=\angle COB$，$\angle ADO=\angle COD$.

又$\because OA=OD$，$\therefore \angle DAO=\angle ADO$.

$\therefore \angle COD=\angle COB$.

在$\triangle COD$ 和$\triangle COB$ 中，

$$\begin{cases}CO=CO,\\ \angle COD=\angle COB,\\ OD=OB,\end{cases}$$



（第 5 题）

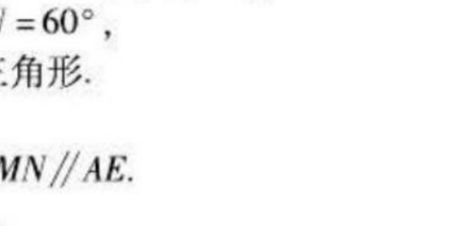
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \triangle COD \cong \triangle COB(\mathrm{SAS}). \therefore \angle CDO = \angle CBO = 90°.$
又∵ 点 D 在⊙O 上,$\therefore CD$ 是⊙O 的切线,故①正确.
∵ $\triangle COD \cong \triangle COB, \therefore CD = CB.$
∵ CD, CB 是⊙O 的切线,
$\therefore CO$ 平分 $\angle DCB.$
$\therefore CO \perp DB$,故②正确.
∵ CD 为⊙O 的切线,AB 为⊙O 的直径,
$\therefore \angle EDO = \angle ADB = 90°.$
$\therefore \angle EDA + \angle ADO = \angle BDO + \angle ADO = 90°.$
$\therefore \angle EDA = \angle BDO.$
∵ $OD = OB, \therefore \angle BDO = \angle DBO.$
$\therefore \angle EDA = \angle DBE.$
又∵ $\angle E = \angle E, \therefore \triangle EDA \backsim \triangle EBD$,故③正确.
∵ $\angle EDO = \angle EBC = 90°, \angle E = \angle E,$
$\therefore \triangle EOD \backsim \triangle ECB. \therefore \dfrac{ED}{BE} = \dfrac{OD}{BC}.$
∵ $OD = OB, \therefore ED \cdot BC = BO \cdot BE$,故④正确.

6. ①③④ **点拨**:∵ $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形,
$\therefore AC = BC, CE = CD, \angle ACB = \angle ECD = 60°.$
$\therefore \angle ACB + \angle BCD = \angle ECD + \angle BCD,$
即 $\angle ACD = \angle BCE.$
$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE(\mathrm{SAS}).$
$\therefore AD = BE, \angle ADC = \angle BEC, \angle CAD = \angle CBE.$
易证 $\triangle DMC \cong \triangle ENC, \therefore DM = EN, CM = CN.$
$\therefore AD - DM = BE - EN$,即 $AM = BN$,故①正确.
∵ $\angle ABC = 60° = \angle BCD, \therefore AB \parallel CD.$
$\therefore \angle BAF = \angle NDF.$
∵ $\angle AFB = \angle DFN,$
$\therefore \triangle ABF \backsim \triangle DNF$,找不出全等的条件,故②错误.
∵ $\angle AFB + \angle ABF + \angle BAF = 180°, \angle FBC = \angle CAF,$
$\therefore \angle AFB + \angle ABC + \angle BAC = 180°.$
$\therefore \angle AFB = 60°. \therefore \angle MFN = 120°.$
∵ $\angle MCN = 60°,$
$\therefore \angle FMC + \angle FNC = 180°$,故③正确.
∵ $CM = CN, \angle MCN = 60°,$
$\therefore \triangle MCN$ 是等边三角形.
$\therefore \angle MNC = 60°.$
∵ $\angle DCE = 60°, \therefore MN \parallel AE.$
$\therefore \triangle MND \backsim \triangle ACD.$
$\therefore \dfrac{MN}{AC} = \dfrac{DN}{CD} = \dfrac{CD - CN}{CD}.$
∵ $CD = CE, MN = CN, \therefore \dfrac{MN}{AC} = \dfrac{CE - MN}{CE}.$
$\therefore \dfrac{MN}{AC} = 1 - \dfrac{MN}{CE}.$
两边同时除以 MN,得 $\dfrac{1}{AC} = \dfrac{1}{MN} - \dfrac{1}{CE},$
$\therefore \dfrac{1}{MN} = \dfrac{1}{AC} + \dfrac{1}{CE}$,故④正确.

7. C **点拨**:连接 EF. 若四边形 $EGFH$ 为菱形,则 $EF \perp GH$,设线段 EF, GH 交于点 O,易得 O 为 AC 的中点,且 $AC = 4\sqrt{5}$. 故 $AO = \dfrac{1}{2}AC = 2\sqrt{5}$,易得 $\triangle ABC \backsim \triangle AOE$,则 $\dfrac{AO}{AB} = \dfrac{AE}{AC}$,故 $\dfrac{2\sqrt{5}}{8} = \dfrac{AE}{4\sqrt{5}}$,解得 $AE = 5$,故选 C.

8. B **点拨**:如图,设 EM 交 CD 于点 G.



(第 8 题)

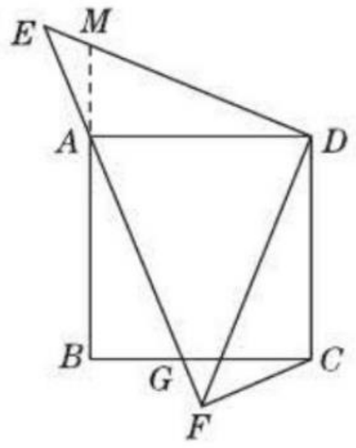
∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,$AB = 12, BM = 5, \therefore MC = 12 - 5 = 7.$
∵ $ME \perp AM, \therefore \angle AME = 90°, \therefore \angle AMB + \angle CMG = 90°.$
∵ $\angle AMB + \angle BAM = 90°, \therefore \angle BAM = \angle CMG.$
又∵ $\angle B = \angle C = 90°, \therefore \triangle ABM \backsim \triangle MCG.$
$\therefore \dfrac{AB}{MC} = \dfrac{BM}{CG}$,即 $\dfrac{12}{7} = \dfrac{5}{CG}$,解得 $CG = \dfrac{35}{12}.$
$\therefore DG = 12 - \dfrac{35}{12} = \dfrac{109}{12}.$
∵ $AE \parallel BC, \therefore \angle E = \angle CMG, \angle EDG = \angle C, \therefore \triangle MCG \backsim \triangle EDG.$
$\therefore \dfrac{MC}{ED} = \dfrac{CG}{DG}$,即 $\dfrac{7}{ED} = \dfrac{\frac{35}{12}}{\frac{109}{12}}$,解得 $DE = \dfrac{109}{5}.$

9. ①②④

10. **解**:由题意,得 $\angle D = \angle C = 90°.$
①当 $\dfrac{AD}{PC} = \dfrac{DP}{CQ}$ 时,$\triangle ADP \backsim \triangle PCQ,$
即 $\dfrac{1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{\frac{1}{2}}{CQ}$,得 $CQ = \dfrac{1}{4}$. 故 $BQ = 1 - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}.$
②当 $\dfrac{AD}{QC} = \dfrac{DP}{CP}$ 时,$\triangle ADP \backsim \triangle QCP,$
即 $\dfrac{1}{QC} = \dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$,得 $QC = 1$,故 $BQ = 0.$
所以当 $\triangle ADP$ 与 $\triangle QCP$ 相似时,BQ 的值为 0 或 $\dfrac{3}{4}.$

易错总结:因为题中 $\angle D = \angle C = 90°$,所以直角三角形相似在对应顺序上有两种可能,即 $\triangle ADP \backsim \triangle PCQ$ 或 $\triangle ADP \backsim \triangle QCP$,此题容易因只考虑一种情况而漏解.

11. **证明**:(1)在正方形 $ABCD$、等腰直角三角形 DEF 中,
$\angle ADC = \angle EDF = 90°, DA = DC, DE = DF,$
$\therefore \angle ADE + \angle ADF = \angle ADF + \angle CDF.$
$\therefore \angle ADE = \angle CDF.$
在 $\triangle DAE$ 和 $\triangle DCF$ 中,
$\begin{cases} DE = DF, \\ \angle ADE = \angle CDF, \\ DA = DC, \end{cases}$
$\therefore \triangle DAE \cong \triangle DCF.$



(第 11 题)

(2)如图,延长 BA,交 ED 于点 M.
∵ $\triangle ADE \cong \triangle CDF,$
$\therefore \angle EAD = \angle FCD$,即 $\angle EAM + \angle MAD = \angle BCF + \angle BCD.$
∵ $\angle MAD = \angle BCD = 90°,$
$\therefore \angle EAM = \angle BCF.$
∵ $\angle EAM = \angle BAG, \therefore \angle BAG = \angle BCF.$
又∵ $\angle AGB = \angle CGF,$
$\therefore \triangle ABG \backsim \triangle CFG.$

12. **解**:(1)由旋转知,$AB = AD, \angle DAB = 90°,$
$\therefore \angle ABD = \angle ADB = 45°.$
由平移知:$DF \parallel AB,$
$\therefore \angle BDF = \angle ABD,$
$\therefore \angle BDF = 45°.$
(2)由平移知 $EG \parallel AC, EG = AC,$
$\therefore$ 四边形 $ACGE$ 是平行四边形.
又∵ $\angle C = 90°, \therefore$ 四边形 $ACGE$ 是矩形,
$\therefore AE \parallel CF, \angle EAC = 90°, AE = CG.$
又∵ $\angle DAB = 90°,$
$\therefore \angle EAB + \angle EAD = \angle CAB + \angle EAB,$
$\therefore \angle DAE = \angle CAB,$
由(1)知 $DF \parallel AB,$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \angle EDA+\angle DAB=180°$，

$\therefore \angle EDA=90°$，$\therefore \angle EDA=\angle C$，

$\therefore \triangle AED\backsim\triangle ABC$，$\therefore \dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$，

$\therefore \dfrac{AE}{10}=\dfrac{10}{8}$，$\therefore AE=\dfrac{25}{2}$，

$\therefore CG=\dfrac{25}{2}$.

13. (1)**证明**：连接 OC，OD，如图①所示.

$\because AM$ 和 BN 是$\odot O$ 的两条切线，

$\therefore AM\perp AB$，$BN\perp AB$.

$\therefore AM/\!/BN$.

$\therefore \angle ADE+\angle BCE=180°$.

$\because DC$ 切$\odot O$ 于点 E，

$\therefore \angle ODE=\dfrac{1}{2}\angle ADE$，$\angle OCE=\dfrac{1}{2}\angle BCE$.

$\therefore \angle ODE+\angle OCE=90°$.

$\therefore \angle DOC=90°$.

$\therefore \angle AOD+\angle COB=90°$.

$\because \angle AOD+\angle ADO=90°$，

$\therefore \angle ADO=\angle COB$.

又$\because \angle OAD=\angle OBC=90°$，

$\therefore \triangle AOD\backsim\triangle BCO$.

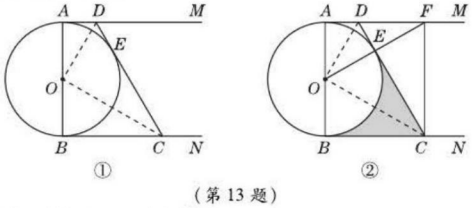
$\therefore \dfrac{AD}{OB}=\dfrac{OA}{BC}$.

$\because OA=OB$，

$\therefore OA^2=AD\cdot BC$.

$\therefore \left(\dfrac{1}{2}AB\right)^2=AD\cdot BC$.

$\therefore AB^2=4AD\cdot BC$.



（第 13 题）

(2)**解**：连接 OC，OD，如图②所示.

$\because \angle ADE=2\angle OFC$，$\therefore \angle ADO=\angle OFC$.

$\because \angle ADO=\angle BOC$，$\angle BOC=\angle FOC$，

$\therefore \angle OFC=\angle FOC$.

$\therefore CF=OC$. $\therefore CD$ 垂直平分 OF.

$\therefore OD=DF$.

在$\triangle COD$ 和$\triangle CFD$ 中，$\begin{cases}OC=FC,\\OD=FD,\\CD=CD,\end{cases}$

$\therefore \triangle COD\cong\triangle CFD$(SSS).

$\therefore \angle CDO=\angle CDF$.

$\because \angle ODA+\angle CDO+\angle CDF=180°$，

$\therefore \angle ODA=60°=\angle BOC$.

$\therefore \angle BOE=120°$.

在 Rt$\triangle DAO$ 中，易得 $AD=\dfrac{\sqrt{3}}{3}OA$；

在 Rt$\triangle BOC$ 中，易得 $BC=\sqrt{3}OB$，

$\therefore AD:BC=1:3$.

$\because AD=1$，$\therefore BC=3$，$OB=\sqrt{3}$.

$\therefore$ 图中阴影部分的面积 $=2S_{\triangle OBC}-S_{扇形OBE}=2\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3-\dfrac{120\pi\times(\sqrt{3})^2}{360}=3\sqrt{3}-\pi$.

14. (1)**证明**：连接 OC，如图所示.

$\because PC^2=PB\cdot PA$，即$\dfrac{PA}{PC}=\dfrac{PC}{PB}$，

又$\angle P=\angle P$，

$\therefore \triangle PBC\backsim\triangle PCA$.

$\therefore \angle PCB=\angle A$.

$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，

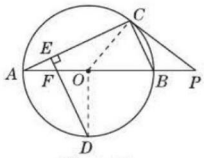
$\therefore \angle ACB=90°$.

$\therefore \angle A+\angle ABC=90°$.

$\because OC=OB$，$\therefore \angle OBC=\angle OCB$.

$\therefore \angle PCB+\angle OCB=90°$，即 $OC\perp PC$.

$\therefore PC$ 是$\odot O$ 的切线.



（第 14 题）

(2)**解**：连接 OD，如图所示.

$\because PC=20$，$PB=10$，$PC^2=PB\cdot PA$，

$\therefore PA=\dfrac{PC^2}{PB}=\dfrac{20^2}{10}=40$.

$\therefore AB=PA-PB=30$.

$\because \triangle PBC\backsim\triangle PCA$，$\therefore \dfrac{AC}{BC}=\dfrac{PA}{PC}=2$.

设 $BC=x$，则 $AC=2x$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$x^2+(2x)^2=30^2$，解得 $x=6\sqrt{5}$，

即 $BC=6\sqrt{5}$.

$\because$ 点 D 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，AB 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AOD=90°$.

$\because DE\perp AC$，$\therefore \angle AEF=90°$.

$\because \angle ACB=90°$，$\therefore DE/\!/BC$.

$\therefore \angle DFO=\angle ABC$.

$\therefore \triangle DOF\backsim\triangle ACB$.

$\therefore \dfrac{OF}{OD}=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore OF=\dfrac{1}{2}OD=\dfrac{15}{2}$. $\therefore AF=\dfrac{15}{2}$.

$\because EF/\!/BC$，$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle ACB$.

$\therefore \dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{1}{4}$.

$\therefore EF=\dfrac{1}{4}BC=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$.

第 6 课时　相似三角形判定的应用

1. (1)**证明**：如图，连接 OD.

$\because BD$ 是$\odot O$ 的切线，$\therefore OD\perp BD$.

$\because AC\perp BD$，

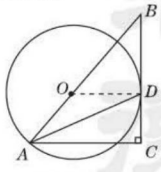
$\therefore OD/\!/AC$.

$\therefore \angle DAC=\angle ADO$.

$\because OA=OD$，

$\therefore \angle DAO=\angle ADO$，

$\therefore \angle DAO=\angle DAC$，即 AD 平分$\angle BAC$.



（第 1 题）

(2)**解**：$\because OD/\!/AC$，$\therefore \triangle BOD\backsim\triangle BAC$，

$\therefore \dfrac{OD}{AC}=\dfrac{BO}{BA}$，即$\dfrac{4}{AC}=\dfrac{6}{10}$，解得 $AC=\dfrac{20}{3}$.

2. **证明**：(1)在$\triangle ACB$ 中，$AB=3\sqrt{5}$，$BC=6$，$AC=3$；

在$\triangle DCE$ 中，$DE=2\sqrt{5}$，$EC=4$，$DC=2$；

$\therefore \dfrac{AB}{DE}=\dfrac{BC}{EC}=\dfrac{AC}{DC}=\dfrac{3}{2}$.

$\therefore \triangle ACB\backsim\triangle DCE$.

(2)$\because \triangle ACB\backsim\triangle DCE$，$\therefore \angle ABC=\angle DEC$.

又$\because \angle ABC+\angle BAC=90°$，$\therefore \angle DEC+\angle BAC=90°$.

$\therefore \angle EFA=90°$. $\therefore EF\perp AB$.

3. (1)**证明**：连接 OC，如图，

$\because CD\perp AB$，$\therefore \angle PEC=90°$.

$\because PC^2=PE\cdot PO$，

$\therefore PC:PO=PE:PC$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

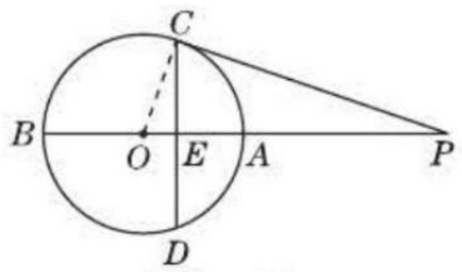
而$\angle CPE=\angle OPC$,

$\therefore \triangle PCE\backsim\triangle POC$.

$\therefore \angle PCO=\angle PEC=90°$. $\therefore OC\perp PC$.

$\therefore PC$ 是$\odot O$ 的切线.

(2)**解**:设 $OE=x$,则 $EA=2x$,则$OA=OC=3x$.



(第 3 题)

$\because \angle COE=\angle POC$, $\angle OEC=\angle OCP$,

$\therefore \triangle OCE\backsim\triangle OPC$.

$\therefore OC:OP=OE:OC$,即 $3x:OP=x:3x$,解得 $OP=9x$.

$\because OA+AP=OP$, $\therefore 3x+6=9x$,解得 $x=1$. $\therefore OC=3$.

即$\odot O$ 的半径为 3.

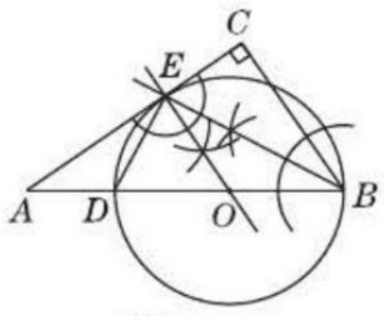
4. **解**:(1)如图.

(2)如图,由作图知 BE 平分$\angle ABC$,所以$\angle ABE=\angle CBE$.

因为 BD 为$\odot O$ 的直径,所以 $\angle DEB=90°=\angle ACB$.

所以$\triangle DEB\backsim\triangle ECB$,

所以$\dfrac{BE}{BC}=\dfrac{BD}{BE}$. 将 $BD=5$, $BC=4$ 代入可求得 $BE=2\sqrt{5}$.



(第 4 题)

在 Rt$\triangle DEB$ 中,$DE=\sqrt{BD^2-BE^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$.

第 7 课时　相似三角形的性质

1. C　**2**. A　**3**. C　**4**. A　**5**. B　**6**. D

7. C　**8**. C　**9**. B　**10**. B　**11**. D

12. B　**点拨**:$\because$ 在$\square ABCD$ 中,$\angle BAD=\angle BCD=60°$,

$\therefore \angle ADC=120°$.

$\because DE$ 平分$\angle ADC$,

$\therefore \angle ADE=\angle CDE=60°$.

$\therefore \angle ADE=\angle DAE=60°=\angle AED$,

$\therefore \triangle ADE$ 是等边三角形,

$\therefore AD=AE=DE$. $\because AD=\dfrac{1}{2}AB$,

$\therefore AE=\dfrac{1}{2}AB=BE$,

$\therefore DE=BE$, $\therefore \angle BDE=\angle DBE$,

$\therefore \angle BDE=\dfrac{1}{2}\angle AED=30°$,

$\therefore \angle ADB=90°$,即 $AD\perp BD$,

$\therefore S_{\square ABCD}=AD\cdot BD$,故①正确;

$\because \angle CDE=60°$, $\angle BDE=30°$,

$\therefore \angle CDB=\angle BDE=30°$,

$\therefore DB$ 平分$\angle CDE$,故②正确;

$\because$ 在 Rt$\triangle AOD$ 中,$AO>AD$,

$\therefore AO>DE$,故③错误;

$\because O$ 是 BD 的中点,E 是 AB 的中点,

$\therefore OE$ 是$\triangle ABD$ 的中位线,

$\therefore OE/\!/AD$, $OE=\dfrac{1}{2}AD$,

$\therefore \angle DAF=\angle FOE$, $\angle ADF=\angle OEF$,

$\therefore \triangle OEF\backsim\triangle ADF$,

$\therefore S_{\triangle ADF}=4S_{\triangle OEF}$,且 $AF=2OF$,

$\therefore S_{\triangle AEF}=2S_{\triangle OEF}$,

$\therefore S_{\triangle ADE}=6S_{\triangle OFE}$,故④错误. 故选 B.

13. C　**点拨**:$\because$ 点 D, E 分别为$\triangle ABC$ 的边 AB, AC 的中点,

$\therefore DE$ 是$\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore DE/\!/BC$, $DE=\dfrac{1}{2}BC$.

$\therefore \angle ADE=\angle ABC$.

$\because \angle A=\angle A$, $\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \triangle ADE$ 的面积 : $\triangle ABC$ 的面积 $=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=1:4$.

$\therefore \triangle ADE$ 的面积 : 四边形 $BCED$ 的面积 $=1:3$.

故选 C.

14. (1)**证明**:$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,$\therefore BD$ 平分$\angle ABC$.

$\therefore \angle ABC=2\angle ABG$.

又$\because \angle ABC=2\angle BAM$, $\therefore \angle BAG=\angle ABG$. $\therefore AG=BG$.

(2)**解**:$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore AD/\!/BC$, $AD=BC$. $\therefore \triangle BGM\backsim\triangle DGA$.

$\because M$ 为 BC 的中点,$\therefore BM=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}AD$.

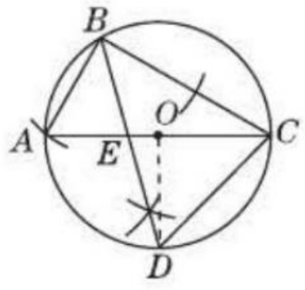
即$\triangle BGM$ 与$\triangle DGA$ 的相似比为 1 : 2,

$\therefore S_{\triangle BGM}:S_{\triangle DGA}=1:4$.

$\because S_{\triangle BGM}=1$, $\therefore S_{\triangle DGA}=4$.

15. **解**:(1)如图.

(2)如图,连接 OD,设$\odot O$ 的半径为 r.



(第 15 题)

在$\triangle ABE$ 和$\triangle DCE$ 中,

$\because \angle BAE=\angle CDE$, $\angle AEB=\angle DEC$,

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle DCE$.

在 Rt$\triangle ACB$ 中,$\angle ABC=90°$,

$\angle ACB=30°$, $\therefore AB=\dfrac{1}{2}AC=r$.

$\because BD$ 平分$\angle ABC$, $\therefore \angle ABD=\angle ACD=45°$.

$\because OD=OC$, $\therefore \angle ACD=\angle ODC=45°$, $\therefore \angle DOC=90°$.

在 Rt$\triangle ODC$ 中,$DC=\sqrt{OD^2+OC^2}=\sqrt{2}r$,

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}}=\left(\dfrac{AB}{DC}\right)^2=\left(\dfrac{r}{\sqrt{2}r}\right)^2=\dfrac{1}{2}$.

16. **解**:(1)设直线 AD 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

将 $D(0,1)$, $A\left(\dfrac{4}{3},\dfrac{5}{3}\right)$的坐标代入解析式得

$\begin{cases}b=1,\\ \dfrac{5}{3}=\dfrac{4}{3}k+b,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=1,\\ k=\dfrac{1}{2}.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

(2)由(1)知直线 AD 的解析式为 $y=\dfrac{1}{2}x+1$.

令 $y=0$,得 $x=-2$. $\therefore B(-2,0)$, $\therefore OB=2$.

$\because$ 直线 AC 的解析式为 $y=-x+3$,

$\therefore$ 令 $y=0$,得 $x=3$. $\therefore C(3,0)$, $\therefore BC=5$.

设 $E\left(x,\dfrac{1}{2}x+1\right)$,

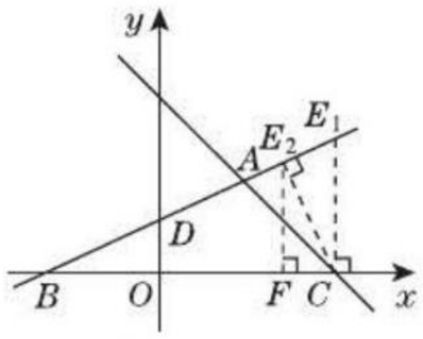
①当 $E_1C\perp BC$ 时,如图,$\angle BOD=\angle BCE_1=90°$, $\angle DBO=\angle E_1BC$.

$\therefore \triangle BOD\backsim\triangle BCE_1$.

此时点 C 和点 E_1 的横坐标相同.

将 $x=3$ 代入 $y=\dfrac{1}{2}x+1$,解得 $y=\dfrac{5}{2}$.

$\therefore E_1\left(3,\dfrac{5}{2}\right)$.



(第 16 题)

②当 $CE_2\perp AD$ 时,如图,

$\angle BOD=\angle BE_2C=90°$, $\angle DBO=\angle CBE_2$,

$\therefore \triangle BOD\backsim\triangle BE_2C$.

过点 E_2 作 $E_2F\perp x$ 轴于点 F,则 $\angle E_2FC=\angle BFE_2=90°$.

又$\because \angle E_2BF+\angle BE_2F=90°$,

$\angle CE_2F+\angle BE_2F=90°$.

$\therefore \angle E_2BF=\angle CE_2F$.

$\therefore \triangle E_2BF\backsim\triangle CE_2F$,则$\dfrac{E_2F}{BF}=\dfrac{CF}{E_2F}$,

$\therefore E_2F^2=CF\cdot BF$,即$\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)^2=(3-x)(x+2)$,

解得 $x_1=2$, $x_2=-2$(舍去).

$\therefore E_2(2,2)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

当$\angle EBC=90°$时，此情况不存在.

综上所述：点E的坐标为$\left(3,\frac{5}{2}\right)$或$(2,2)$.

17. **解**：如图①，设正方形$EFGH$的边长为x cm，过点C作$CD\perp AB$于点D，交EH于点M. 易知$CM\perp EH$.

因为$\angle ACB=90°$，$AC=12$ cm，$BC=5$ cm，

所以$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$(cm).

又因为$AB\cdot CD=AC\cdot BC$，所以$CD=\frac{AC\cdot BC}{AB}=\frac{12\times5}{13}=\frac{60}{13}$(cm).

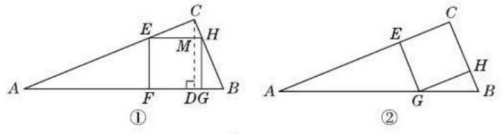
又因为$EH/\!/AB$，所以$\triangle CEH\backsim\triangle CAB$.

所以$\frac{EH}{AB}=\frac{CM}{CD}$，即$\frac{x}{13}=\frac{\frac{60}{13}-x}{\frac{60}{13}}$，解得$x=\frac{780}{229}$.

如图②，设正方形$CEGH$的边长为y cm.

因为$GH/\!/AC$，所以$\frac{GH}{AC}=\frac{BH}{BC}$，即$\frac{y}{12}=\frac{5-y}{5}$，解得$y=\frac{60}{17}$.

因为$\frac{780}{229}<\frac{60}{17}$，所以应按图②裁剪，这时正方形不锈钢片的面积最大，它的边长为$\frac{60}{17}$ cm.



（第17题）

点拨：要求面积最大的正方形，则正方形的顶点应落在$\triangle ABC$的边上，而顶点落在边上时有如图①和图②两种情况，应分类讨论求解.

第8课时　相似三角形应用举例

1. B　**2.** C

3. 5.5　**点拨**：根据“两角对应相等的两个三角形相似”，可知$\triangle EDF\backsim\triangle CDB$，则$\frac{BC}{EF}=\frac{CD}{DE}$，即$\frac{AB-1.5}{0.2}=\frac{8}{0.4}$，解得$AB=5.5$ m.

4. B　**5.** C　**6.** 8 m

7. A　**点拨**：由题意知$\angle AGC=\angle FGE$，

$\because\angle ACG=\angle FEG=90°$，

$\therefore\triangle ACG\backsim\triangle FEG$.

$\therefore\frac{AC}{FE}=\frac{CG}{EG}$.

$\therefore\frac{AC}{1.6}=\frac{15}{3}$.

$\therefore AC=8$ m.

$\therefore AB=AC+BC=8+0.5=8.5$(m).

8. **解**：设E关于O的对称点为M. 由光的反射定律知，延长GC，FA相交于点M，连接GF并延长交OE于点H.

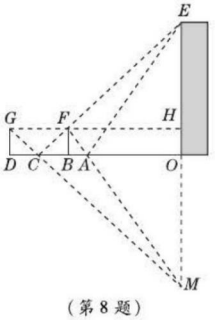
$\because GF/\!/AC$，$\therefore\triangle MAC\backsim\triangle MFG$.

$\therefore\frac{AC}{FG}=\frac{MA}{MF}=\frac{MO}{MH}$，

即$\frac{AC}{BD}=\frac{OE}{MH}=\frac{OE}{MO+OH}=\frac{OE}{OE+BF}$.

$\therefore\frac{OE}{OE+1.6}=\frac{2}{2.1}$，解得$OE=32$(m).

答：楼的高度OE为32 m.



（第8题）

9. **解**：(1)由题意得$\angle CAB=30°$，$\angle ABC=90°+30°=120°$，

$\therefore\angle ACB=180°-\angle CAB-\angle ABC=30°$，

$\therefore\angle CAB=\angle ACB=30°$，

$\therefore BC=AB=10$ km，

即景点B与C的距离为10 km.

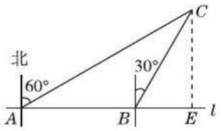
(2)如图，过点C作$CE\perp l$于点E，

$\because C$位于B的北偏东30°，

$\therefore\angle CBE=60°$，

$\therefore\angle BCE=30°$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}CB=5$ km.



（第9题）

$\therefore AE=AB+BE=15$ km.

由题意易得$\triangle ACE\backsim\triangle CBE$.

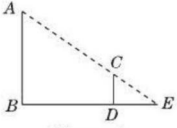
$\therefore\frac{AE}{CE}=\frac{CE}{BE}$，$\therefore\frac{15}{CE}=\frac{CE}{5}$.

$\therefore CE=5\sqrt{3}$ km(负值舍去).

即这条最短公路的长为$5\sqrt{3}$ km.

10. **解**：(1)如图，沿着旗杆的影子竖立标杆，使标杆影子的顶端正好与旗杆影子的顶端重合.（设计方案不唯一）

(2)用皮尺测量旗杆的影长$BE=a$ m，标杆CD的影长$DE=b$ m，标杆高$CD=c$ m.



（第10题）

根据$\triangle EDC\backsim\triangle EBA$，得$\frac{CD}{AB}=\frac{ED}{EB}$，

即$\frac{c}{AB}=\frac{b}{a}$，所以$AB=\frac{ac}{b}$ m，

即旗杆AB的高为$\frac{ac}{b}$ m.

11. **解**：由题意得$\angle CAD=\angle MND=90°$，$\angle CDA=\angle MDN$，

$\therefore\triangle CAD\backsim\triangle MND$.

$\therefore\frac{CA}{MN}=\frac{AD}{ND}$.

$\therefore\frac{1.6}{MN}=\frac{1\times0.8}{(5+1)\times0.8}$.

$\therefore MN=9.6$ m.

又$\because\angle EBF=\angle MNF=90°$，$\angle EFB=\angle MFN$，

$\therefore\triangle EFB\backsim\triangle MFN$.

$\therefore\frac{EB}{MN}=\frac{BF}{NF}$.

$\therefore\frac{EB}{9.6}=\frac{2\times0.8}{(2+9)\times0.8}$.

$\therefore EB\approx1.75$ m.

$\therefore$小军的身高BE约为1.75 m.

阶段核心归类专训

1. (1)**证明**：$\because ED/\!/BC$，$\therefore\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

$\therefore\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$.

$\because BE$平分$\angle ABC$，

$\therefore\angle DBE=\angle EBC$.

$\because ED/\!/BC$，$\therefore\angle DEB=\angle EBC$.

$\therefore\angle DBE=\angle DEB$. $\therefore DE=BD$.

$\therefore\frac{AE}{AC}=\frac{BD}{BC}$，即$AE\cdot BC=BD\cdot AC$.

(2)**解**：$\because\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}}=\frac{3}{2}$，$\therefore\frac{AD}{BD}=\frac{3}{2}$. $\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{3}{5}$.

$\because\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，$\therefore\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{3}{5}$.

$\because DE=6$，$\therefore BC=10$.

2. **解**：相似. 理由如下：因为$\frac{EO}{BO}=\frac{DO}{CO}$，$\angle BOE=\angle COD$，$\angle DOE=\angle COB$，所以$\triangle BOE\backsim\triangle COD$，$\triangle DOE\backsim\triangle COB$. 所以$\angle EBO=\angle DCO$，$\angle DEO=\angle CBO$. 因为$\angle ADE=\angle DCO+\angle DEO$，$\angle ABC=\angle EBO+\angle CBO$，所以$\angle ADE=\angle ABC$. 又因为$\angle A=\angle A$，所以$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

3. **证明**：$\because\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$，

$\therefore\angle BAC=\angle ADB=90°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又∵ $\angle CBA=\angle ABD$(公共角),

∴ $\triangle ABC\backsim\triangle DBA$.

∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{DB}{DA}$, $\angle BAD=\angle C$.

∵ $AD\perp BC$, E 为 AC 的中点,

∴ $DE=EC$.

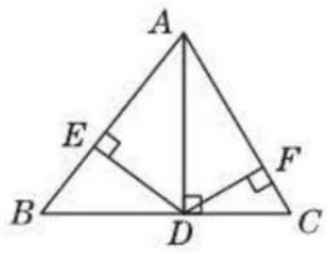
∴ $\angle BDF=\angle CDE=\angle C$.

∴ $\angle BDF=\angle BAD$.

又∵ $\angle F=\angle F$,

∴ $\triangle DBF\backsim\triangle ADF$.

∴ $\frac{DB}{AD}=\frac{DF}{AF}$. ∴ $\frac{AB}{AC}=\frac{DF}{AF}$.



(第 3 题)

点拨:当所证等积式或比例式运用"三点定型法"不能定型或能定型而不相似,条件又不具备成比例线段时,可考虑用中间比"搭桥",称为"等比替换法",有时还可用"等积替换法",例如:如图,在 $\triangle ABC$ 中,$AD\perp BC$ 于点 D, $DE\perp AB$ 于点 E, $DF\perp AC$ 于点 F,求证:$AE\cdot AB=AF\cdot AC$. 可由两组"射影图"得 $AE\cdot AB=AD^2$, $AF\cdot AC=AD^2$, ∴ $AE\cdot AB=AF\cdot AC$.

4. 证明:(1)∵ $\angle DAB=\angle EAC$,

∴ $\angle DAB+\angle BAE=\angle EAC+\angle BAE$.

∴ $\angle DAE=\angle BAC$.

又∵ $\angle ADE=\angle ABC$,

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

(2)∵ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,

∴ $\frac{AD}{AE}=\frac{AB}{AC}$.

∵ $\angle DAB=\angle EAC$,

∴ $\triangle ADB\backsim\triangle AEC$.

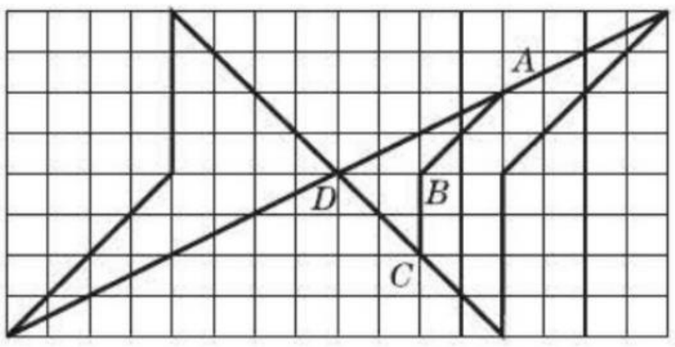
∴ $\frac{AD}{AE}=\frac{BD}{CE}$.

27.3 位 似

第 1 课时 位似图形

1. D **2.** D **3.** C **4.** $\frac{2}{5}$ **5.** C **6.** C **7.** D **8.** C

9. 解:如图.



(第 9 题)

易错总结:此题易忽略其中一种情况,当题中对位似图形的位置没有限制条件时,一定要考虑全面.

10. 解:是.

理由:∵ 点 E, F 分别是 OA, OB 的中点,

∴ $FE=\frac{1}{2}AB$, $FE\parallel AB$.

∵ 点 G, H 分别是 OC, OD 的中点,

∴ $HG=\frac{1}{2}CD$, $HG\parallel CD$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AB=CD$, $AB\parallel CD$.

∴ $EF=HG$, $FE\parallel HG$.

∴ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

∵ $FE\parallel AB$, ∴ $\angle OEF=\angle OAB$.

同理 $\angle OEH=\angle OAD$,

∴ $\angle HEF=\angle DAB$,

同理 $\angle EFG=\angle ABC$,

$\angle FGH=\angle BCD$, $\angle GHE=\angle CDA$.

又易得 $\frac{EF}{AB}=\frac{FG}{BC}=\frac{GH}{CD}=\frac{HE}{AD}=\frac{1}{2}$,

∴ $\square EFGH\backsim\square ABCD$.

又∵ 它们的对应顶点的连线相交于点 O,

∴ $\square ABCD$ 与四边形 $EFGH$ 是位似图形, O 为位似中心.

11. 证明:∵ $\triangle DEO$ 与 $\triangle ABO$ 是位似图形,

∴ $\frac{OD}{OA}=\frac{OE}{OB}$.

∵ $\triangle OEF$ 与 $\triangle OBC$ 是位似图形,

∴ $\frac{OE}{OB}=\frac{OF}{OC}$.

∴ $\frac{OD}{OA}=\frac{OF}{OC}$, 即 $OD\cdot OC=OF\cdot OA$.

12. 解:(1) $\triangle ABC$ 与 $\triangle FGC$ 是位似图形,位似中心是点 C.

在矩形 $ABCD$ 中, $AD\parallel BC$,

∴ $\triangle AFD\backsim\triangle CFE$.

∴ $\frac{CF}{AF}=\frac{CE}{AD}$.

又∵ $AD=BC$, ∴ $\frac{CF}{AF}=\frac{CE}{BC}$.

∵ $\angle ABC=90°$, $OE\perp BC$,

∴ $OE\parallel AB$.

又∵ $OA=OC$,

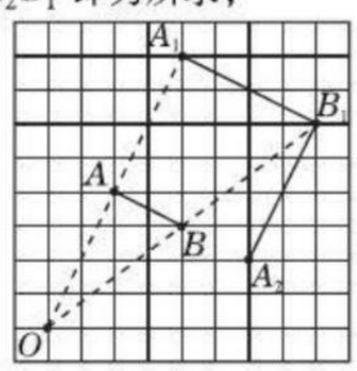
∴ $CE=\frac{1}{2}BC$, ∴ $\frac{CF}{AF}=\frac{1}{2}$.

∴ $\frac{CF}{AC}=\frac{1}{3}$, 即 $\triangle ABC$ 与 $\triangle FGC$ 的相似比为 3∶1.

(2) CI∶ $BC=1$∶4.

13. 解:(1)如图所示,线段 A_1B_1 即为所求;

(2)如图所示,线段 A_2B_1 即为所求;



(第 13 题)

(3)20

第 2 课时 平面直角坐标系中的位似变换

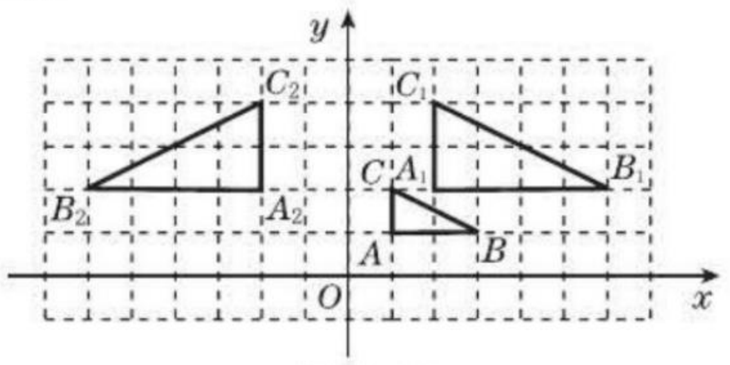
1. C **2.** A **3.** A

4. $(-1,2)$ 或 $(1,-2)$ **5.** $(2,2\sqrt{3})$

6. $(4,6)$ 或 $(-4,-6)$

7. 解:(1) $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle ABC$ 的相似比是 2∶1.

(2)如图所示.



(第 7 题)

(3)∵ 点 $P(a,b)$ 为 $\triangle ABC$ 内一点,

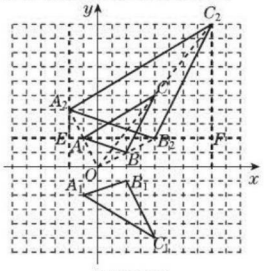
∴ 依上述两次变换后,点 P 在 $\triangle A_2B_2C_2$ 内的对应点 P_2 的坐标是 $(-2a,2b)$.

8. B **点拨**:点 $P(m,n)$ 是线段 AB 上一点,以原点 O 为位似中心把 $\triangle AOB$ 放大到原来的两倍,则点 P 的对应点的坐标为 $(m\times2,n\times2)$ 或 $(m\times(-2),n\times(-2))$,即 $(2m,2n)$ 或 $(-2m,-2n)$. 故选 B.

易错总结:本题易忽略其中一种情况,应考虑全面.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

9. **解**：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求作的三角形.



（第9题）

(2)如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求作的三角形.

分别过点 A_2，C_2 作 y 轴的平行线，过点 B_2 作 x 轴的平行线，交点分别为 E，F.

$\because A(-1,2)$，$B(2,1)$，$C(4,5)$，$\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且相似比为 2∶1，

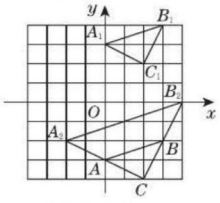
$\therefore A_2(-2,4)$，$B_2(4,2)$，$C_2(8,10)$.

$\therefore S_{\triangle A_2B_2C_2}=\frac{1}{2}\times(2+8)\times10-\frac{1}{2}\times2\times6-\frac{1}{2}\times4\times8=28$.

10. **解**：(1)如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 就是所要画的三角形.

(2)如图，$\triangle A_2B_2C$ 就是所要画的三角形，

点 A_2 的坐标为 $(-2,-2)$.



（第10题）

11. **解**：(1)图略.

(2)将点(0,4)，(1,0)，(2,4)，(3,0)，(4,4)的横坐标保持不变，纵坐标分别乘 -1，得(0,-4)，(1,0)，(2,-4)，(3,0)，(4,-4)，然后描点连线，图略.

(3)将点(0,4)，(1,0)，(2,4)，(3,0)，(4,4)的纵坐标保持不变，横坐标分别乘 -1，得(0,4)，(-1,0)，(-2,4)，(-3,0)，(-4,4)，然后描点连线，图略.

(4)图案①与图案②关于 x 轴对称，图案①与图案③关于 y 轴对称.

12. **解**：(1)由已知得 $k=-2$，

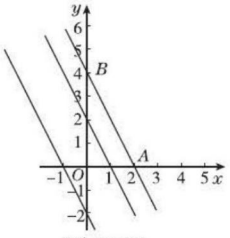
把点(3,1)的坐标和 $k=-2$ 代入 $y=kx+b$，得 $1=-2\times3+b$，

$\therefore b=7$.

(2)如图，根据相似比为 1∶2 得函数 $y=kx+b$ 的图象有两种情况：

①不经过第三象限时，过点(1,0)和(0,2)，这时函数解析式为 $y=-2x+2$；

②不经过第一象限时，过点(-1,0)和(0,-2)，这时函数解析式为 $y=-2x-2$.



（第12题）

点拨：本题考查了一次函数的应用，根据数形结合思想利用待定系数法进行分类讨论，即可求出函数解析式.

阶段核心题型专训

1. **证明**：$\because E'C'\parallel EC$，$\therefore \triangle OCE\backsim\triangle OC'E'$. $\therefore \frac{CE}{C'E'}=\frac{OE}{OE'}$.

又 $\because E'D'\parallel ED$，

$\therefore \triangle DOE\backsim\triangle D'OE'$.

$\therefore \frac{DE}{D'E'}=\frac{OE}{OE'}$. $\therefore \frac{CE}{C'E'}=\frac{DE}{D'E'}$.

$\because E'C'\parallel EC$，$E'D'\parallel ED$，

$\therefore \angle OEC=\angle OE'C'$，$\angle OED=\angle OE'D'$.

$\therefore \angle OEC+\angle OED=\angle OE'C'+\angle OE'D'$，

即 $\angle CED=\angle C'E'D'$.

$\therefore \triangle CED\backsim\triangle C'E'D'$.

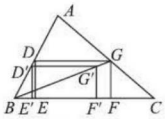
又 $\because \triangle CDE$ 是等边三角形，

$\therefore \triangle C'D'E'$ 是等边三角形.

2. **解**：如图，在 AB 边上任取一点 D'，过点 D' 作 $D'E'\perp BC$ 于点 E'，

在 BC 上截取 $E'F'$，使 $E'F'=2D'E'$，过点 F' 作 $F'G'\perp BC$，

过点 D' 作 $D'G'\parallel BC$ 交 $F'G'$ 于点 G'，作射线 BG' 交 AC 于点 G，



（第2题）

过点 G 作 $GF\parallel G'F'$，$DG\parallel D'G'$，GF 交 BC 于点 F，DG 交 AB 于点 D，过点 D 作 $DE\parallel D'E'$ 交 BC 于点 E，则四边形 $DEFG$ 为 $\triangle ABC$ 的内接矩形，且 $DE:EF=1:2$.

3. **解**：设符合要求的正方形 $PQMN$ 的边 PN 与 $\triangle ABC$ 的高 AD 相交于点 E，易知 AE 为 $\triangle APN$ 的边 PN 上的高.

设正方形 $PQMN$ 的边长为 x mm，

$\because PN\parallel BC$，$\therefore \triangle APN\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \frac{AE}{AD}=\frac{PN}{BC}$，即 $\frac{80-x}{80}=\frac{x}{120}$. 解得 $x=48$，

即这个正方形零件的边长是 48 mm.

点拨：根据相似三角形对应高的比等于对应边的比这一依据，利用方程思想求解.

4. (1)**证明**：在 $\triangle ABQ$ 和 $\triangle ADP$ 中，

$\because DP\parallel BQ$，$\therefore \triangle ADP\backsim\triangle ABQ$.

$\therefore \frac{DP}{BQ}=\frac{AP}{AQ}$.

同理 $\frac{PE}{QC}=\frac{AP}{AQ}$. $\therefore \frac{DP}{BQ}=\frac{PE}{QC}$.

(2)①**解**：$MN=\frac{\sqrt{2}}{9}$.

②**证明**：$\because \angle B+\angle C=90°$，$\angle CEF+\angle C=90°$. $\therefore \angle B=\angle CEF$.

又 $\because \angle BGD=\angle EFC=90°$，

$\therefore \triangle BGD\backsim\triangle EFC$. $\therefore \frac{DG}{CF}=\frac{BG}{EF}$.

$\therefore DG\cdot EF=CF\cdot BG$.

又 $\because DG=GF=EF$，

$\therefore GF^2=CF\cdot BG$. 由(1)得 $\frac{DM}{BG}=\frac{MN}{GF}=\frac{EN}{CF}$. $\therefore \left(\frac{MN}{GF}\right)^2=\frac{DM}{BG}\cdot\frac{EN}{CF}$，

即 $\frac{MN^2}{FG^2}=\frac{DM\cdot EN}{BG\cdot CF}$.

$\therefore MN^2=DM\cdot EN$.

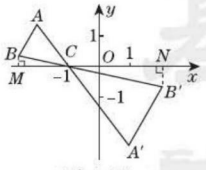
全章热门考点整合应用

1. C

2. 20

3. **解**：四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似. 由已知条件知，$\angle ADC=\angle A'D'C'$，$\angle C=\angle C'$，$\angle ABC=\angle A'B'C'$，$\angle A=\angle A'$，且 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{CD}{C'D'}=\frac{DA}{D'A'}=\frac{4}{3}$，所以四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 相似.

4. **解**：如图，过点 B 作 $BM\perp x$ 轴于点 M，过点 B' 作 $B'N\perp x$ 轴于点 N，则 $\triangle CBM\backsim\triangle CB'N$. 所以 $MC:NC=BM:B'N=BC:B'C$. 又由已知条件知 $NC=a+1$，$B'N=-b$，$BC:B'C=1:2$，所以 $MC:(a+1)=BM:(-b)=1:2$. 所以 $MC=\frac{1}{2}(a+1)$，$BM=-\frac{b}{2}$. 所以 $MO=\frac{1}{2}(a+1)+1=\frac{a+3}{2}$. 所以点 B 的坐标为 $\left(-\frac{a+3}{2},-\frac{b}{2}\right)$.



（第4题）

5. B

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 解：(1)∵ $DE/\!/BC$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，

∴ $\frac{8-2x}{8}=\frac{y}{6}$，

∴ $y=-\frac{3}{2}x+6(0\leqslant x\leqslant 4)$.

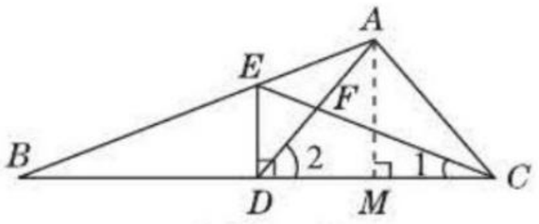
(2)∵ $S_{\triangle BDE}=\frac{1}{2}\cdot BD\cdot AE=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot y=\frac{1}{2}\cdot 2x\cdot\left(6-\frac{3}{2}x\right)=-\frac{3}{2}(x-2)^2+6$，∴ 当$x=2$时，$S_{\triangle BDE}$有最大值，最大值为6.

7. (1)**证明**：如图，∵ D是BC边上的中点，$DE\perp BC$，

∴ $EB=EC$，∴ $\angle B=\angle 1$.

又∵ $AD=AC$，∴ $\angle ACD=\angle 2$.

∴ $\triangle ABC\backsim\triangle FCD$.



（第7题）

(2)**解**：如图，过点A作$AM\perp CB$于点M.

∵ D是BC边上的中点，∴ $BC=2CD$.

由(1)知$\triangle ABC\backsim\triangle FCD$，

∴ $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FCD}}=\left(\frac{BC}{CD}\right)^2=\frac{4}{1}$.

又∵ $S_{\triangle FCD}=5$，∴ $S_{\triangle ABC}=20$.

∵ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AM$，∴ $AM=\frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}=\frac{2\times 20}{10}=4$.

∵ $DE\perp BC$，$AM\perp BC$，∴ $DE/\!/AM$，

∴ $\triangle BDE\backsim\triangle BMA$. ∴ $\frac{DE}{AM}=\frac{BD}{BM}$.

由$AD=AC$，$AM\perp BC$，知$DM=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{4}BC=\frac{5}{2}$.

又易知$BD=5$.

∴ $\frac{DE}{4}=\frac{5}{5+\frac{5}{2}}$，∴ $DE=\frac{8}{3}$.

8. **证明**：(1)∵ $AB=AD$，∴ $\angle B=\angle D$.

∵ $AC=CD$，∴ $\angle CAD=\angle D$.

∴ $\angle CAD=\angle B$.

又∵ $\angle D=\angle D$，∴ $\triangle ACD\backsim\triangle BAD$.

(2)如图，连接OA.

∵ $OA=OB$，

∴ $\angle B=\angle OAB$.

由(1)知$\angle CAD=\angle B$.

∴ $\angle OAB=\angle CAD$.

∴ $\angle OAB+\angle OAC=\angle CAD+\angle OAC$，

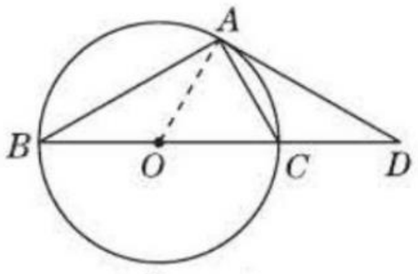
即$\angle BAC=\angle OAD$.

∵ BC是$\odot O$的直径，

∴ $\angle BAC=90°$.

∴ $\angle OAD=90°$，即$OA\perp AD$.

∴ AD是$\odot O$的切线.



（第8题）

9. (1)**解**：∵ 点C在以线段AB为直径的$\odot O$上，

∴ $\angle ACB=90°$.

∵ 将$\triangle ABC$沿AB翻折后得到$\triangle ABD$，

∴ $\angle ADB=\angle ACB=90°$，

∴ 点D在$\odot O$上.

(2)**证明**：由轴对称的性质得$\angle DAB=\angle CAB$，

又∵ $AB^2=AC\cdot AE$，∴ $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AB}$.

在$\triangle ABC$和$\triangle AEB$中，$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AB}$，$\angle DAB=\angle CAB$，

∴ $\triangle ABC\backsim\triangle AEB$，∴ $\angle ABE=\angle ACB=90°$，

∴ BE为$\odot O$的切线.

(3)**解**：设$EF=x$，

∵ $BC=2$，$AC=4$，∴ 由轴对称的性质得$BD=BC=2$，$AD=AC=4$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，由勾股定理得

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

∵ $AB^2=AC\cdot AE$，∴ $AE=5$，

∴ $DE=AE-AD=5-4=1$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，由勾股定理得

$BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$.

∵ $\angle ABE=\angle ACB=90°$，

∴ $\angle FBE+\angle ABC=90°$，$\angle CAB+\angle ABC=90°$，

∴ $\angle FBE=\angle CAB$.

又∵ $\angle DAB=\angle CAB$，∴ $\angle FBE=\angle DAB$.

在$\triangle EBF$和$\triangle BAF$中，$\angle FBE=\angle DAB$，$\angle BFE=\angle AFB$，

∴ $\triangle EBF\backsim\triangle BAF$，

∴ $\frac{EF}{BF}=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$，即$BF=2EF=2x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BDF$中，由勾股定理得$BD^2+DF^2=BF^2$，

即$4+(1+x)^2=4x^2$，解得$x_1=\frac{5}{3}$，$x_2=-1$(舍去).

故线段EF的长为$\frac{5}{3}$.

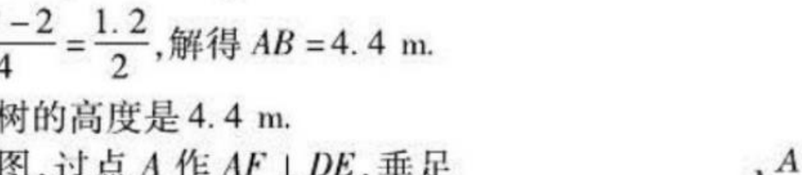
10. 解：(方法1：作延长线)延长AD，与地面交于点M，如图①.

由$AM/\!/FH$知$\angle AMB=\angle FHG$.

又因为$AB\perp BG$，$FG\perp BG$，$DC\perp BG$，

所以$\triangle ABM\backsim\triangle DCM\backsim\triangle FGH$，所以$\frac{AB}{BM}=\frac{CD}{CM}=\frac{FG}{GH}$.

因为$CD=2$ m，$FG=1.2$ m，$GH=2$ m，



（第10题）

所以$\frac{2}{CM}=\frac{1.2}{2}$，解得$CM=\frac{10}{3}$ m.

因为$BC=4$ m，所以$BM=BC+CM=4+\frac{10}{3}=\frac{22}{3}$(m).

所以$\frac{AB}{\frac{22}{3}}=\frac{1.2}{2}$，解得$AB=4.4$ m.

故这棵树的高度是4.4 m.

(方法2：作垂线)过点D作$DM\perp AB$于点M，如图②.

易得$\frac{AM}{DM}=\frac{FG}{GH}$.

而$DM=BC=4$ m，$AM=AB-CD=(AB-2)$m，

$FG=1.2$ m，$GH=2$ m，

所以$\frac{AB-2}{4}=\frac{1.2}{2}$，解得$AB=4.4$ m.

故这棵树的高度是4.4 m.

11. 解：如图，过点A作$AF\perp DE$，垂足为F，并延长交BC于点G.

∵ $DE/\!/BC$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

∵ $AF\perp DE$，$DE/\!/BC$，∴ $AG\perp BC$，

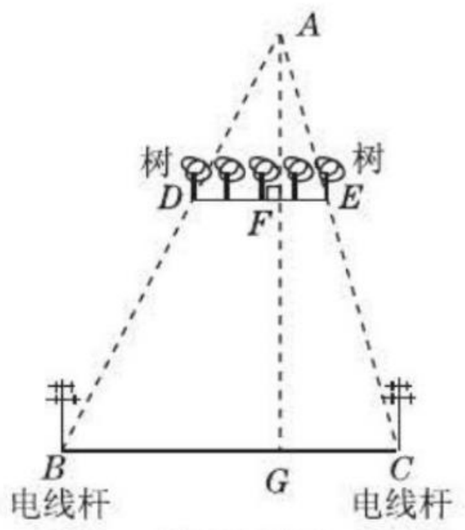
∴ $\frac{AF}{AG}=\frac{DE}{BC}$，

∴ $\frac{30}{AG}=\frac{6\times 4}{60}$.

解得$AG=75$ m，

∴ $FG=AG-AF=75-30=45$(m).

即河的宽度为45 m.

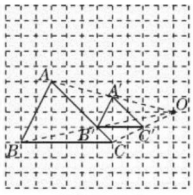


（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. 思路导引：本题位似中心为 O，先连接 CO，因为要把原三角形缩小为原来的一半，可确定 $C'O=\frac{1}{2}CO$，由其确定出 C' 的位置，再根据同样的方法确定出另外两个点.

解：画出图形，如图中的 $\triangle A'B'C'$ 即为所求作的图形.



（第 12 题）

点拨：抓住位似图形的性质，根据位似中心与三角形对应点的关系及相似比的大小确定所画位似图形的对应点，再画出图形.

13. 思路导引：(1) 由角平分线的定义及 $\angle BAD$ 为平角直接可得.

(2) 由于线段 PM，CM，BM 在同一条直线上，所以必须把某条线段转化为另一相等的线段，构造相似三角形，因此可证 $PM=AM$，从而证明 $\triangle ACM$ 与 $\triangle ABM$ 相似即可.

(1) **解**：$\because AP$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle PAC=\frac{1}{2}\angle BAC$.

又 $\because AQ$ 平分 $\angle CAD$，$\therefore \angle CAQ=\frac{1}{2}\angle CAD$.

$\therefore \angle PAC+\angle CAQ=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle CAD=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle CAD)$.

又 $\because \angle BAC+\angle CAD=180°$，

$\therefore \angle PAC+\angle CAQ=90°$，即 $\angle PAQ=90°$.

(2) **证明**：由 (1) 知 $\angle PAQ=90°$，

又 $\because M$ 是线段 PQ 的中点，

$\therefore PM=AM$，$\therefore \angle APM=\angle PAM$.

$\because \angle APM=\angle B+\angle BAP$，$\angle PAM=\angle CAM+\angle PAC$，

$\angle BAP=\angle PAC$，$\therefore \angle CAM=\angle B$.

又 $\because \angle AMC=\angle BMA$，

$\therefore \triangle ACM\backsim\triangle BAM$.

$\therefore \frac{CM}{AM}=\frac{AM}{BM}$，

$\therefore AM^2=CM\cdot BM$，即 $PM^2=CM\cdot BM$.

点拨：本题运用了转化思想，在证明等积式时，常把它转化成比例式，寻找相似三角形进行求解.

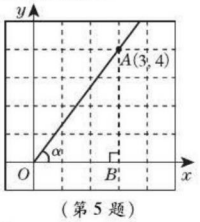
第二十八章 锐角三角函数

28.1 锐角三角函数

第 1 课时 正弦函数

1. C **2.** B **3.** D **4.** A

5. C **点拨**：如图，作 $AB\perp x$ 轴于点 B.



（第 5 题）

$\because$ 点 A 的坐标为 $(3,4)$，

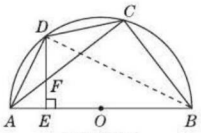
$\therefore OB=3$，$AB=4$.

$\therefore OA=\sqrt{OB^2+AB^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中，$\sin\alpha=\frac{AB}{OA}=\frac{4}{5}$.

6. A **7.** B **8.** C

9. C **点拨**：连接 BD，如图所示. 先利用圆周角定理及其推论证明 $\angle ADE=\angle DAC$，得到 $FD=FA=5$；再根据正弦的定义计算出 $EF=3$，则 $AE=4$，$DE=8$；接着证明 $\triangle ADE\backsim\triangle DBE$，利用相似比得到 $BE=16$，所以 $AB=20$；最后在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中利用正弦的定义计算出 BC 的长.



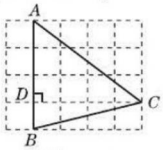
（第 9 题）

10. D **点拨**：如图，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，则 $\angle ADC=90°$，

$\therefore AC=\sqrt{AD^2+CD^2}$

$=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

$\therefore \sin\angle BAC=\frac{CD}{AC}=\frac{4}{5}$.



（第 10 题）

11. 解：(1) $\because DE/\!/BC$，$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$.

又 $\because DE=3$，$BC=9$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

(2) 根据 (1) 中 $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$，得 $\frac{AD}{AD+BD}=\frac{DE}{BC}$.

$\because BD=10$，$DE=3$，$BC=9$，

$\therefore \frac{AD}{AD+10}=\frac{3}{9}$，解得 $AD=5$，$\therefore AB=15$.

$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.

12. (1) **证明**：如图，连接 OC. $\because BC=CD$，$BO=AO$，

$\therefore OC$ 是 $\triangle ABD$ 的中位线，

$\therefore OC/\!/AD$.

$\because CE\perp AD$，$\therefore CE\perp OC$，

$\therefore$ 直线 EC 为 $\odot O$ 的切线.

(2) **解**：如图，连接 AC，

$\because \angle CAF=\angle CBF$，

$\angle PCF=\angle CBF$，

$\therefore \angle CAF=\angle PCF$.

又 $\because \angle APC=\angle CPF$，

$\therefore \triangle PCF\backsim\triangle PAC$，

$\therefore \frac{PC}{PA}=\frac{PF}{PC}$，即 $PC^2=PA\cdot PF$.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle AFB=90°$，

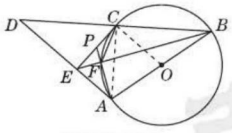
$\therefore \angle PFE=90°$.

$\because CE\perp AD$，$\therefore \angle PEA=90°$，$\therefore \angle PEA=\angle PFE$.

又 $\because \angle EPA=\angle FPE$，$\therefore \triangle PEF\backsim\triangle PAE$，

$\therefore \frac{PE}{PA}=\frac{PF}{PE}$，即 $PE^2=PA\cdot PF$，$\therefore PE=PC=5$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle PEF$ 中，$PE=5$，$PF=4$，$\therefore \sin\angle PEF$ 的值为 $\frac{4}{5}$.



（第 12 题）

13. (1) **证明**：如图，连接 AE.

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle AEB=90°$.

$\therefore \angle 1+\angle 2=90°$.

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle BAC=2\angle 1$.

$\because \angle BAC=2\angle CBF$，

$\therefore \angle 1=\angle CBF$.

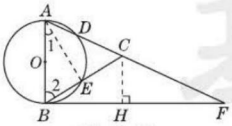
$\therefore \angle CBF+\angle 2=90°$，

即 $\angle ABF=90°$. $\therefore AB\perp BF$.

又 $\because$ 点 B 在 $\odot O$ 上，

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) **解**：如图，过点 C 作 $CH\perp BF$ 于点 H.



（第 13 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\because \sin\angle CBF=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\angle 1=\angle CBF$，

$\therefore \sin\angle 1=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEB$ 中，$\angle AEB=90°$，$AB=3$，

$\therefore BE=AB\cdot\sin\angle 1=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$.

$\because AB=AC$，$\angle AEB=90°$，

$\therefore BC=2BE=2\sqrt{3}$.

$\because \sin\angle CBF=\frac{CH}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore CH=\frac{\sqrt{3}}{3}BC=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 2\sqrt{3}=2$.

$\because \angle ABF=90°$，$CH\perp BF$，

$\therefore CH/\!/AB$. $\therefore \triangle FCH\backsim\triangle FAB$.

$\therefore \frac{CF}{AF}=\frac{CH}{AB}$，即 $\frac{CF}{CF+3}=\frac{2}{3}$，

解得 $CF=6$.

$\therefore AF=AC+CF=3+6=9$.

$\therefore BF=\sqrt{AF^2-AB^2}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$.

14. **解**：(1) 过点 A 作 $AE\perp x$ 轴于点 E，如图所示.

设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$.

$\because AE\perp x$ 轴，$\therefore \angle AEO=90°$.

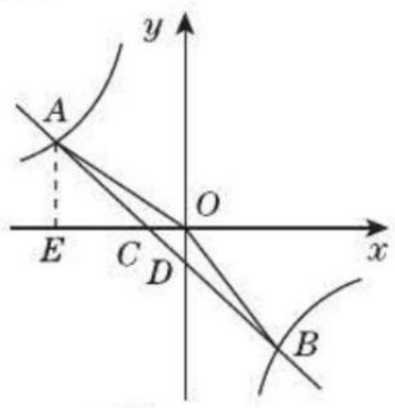
在 $\mathrm{Rt}\triangle AEO$ 中，$AO=5$，

$\sin\angle AOC=\frac{3}{5}$，$\angle AEO=90°$，

$\therefore AE=AO\cdot\sin\angle AOC=3$，

$\therefore OE=\sqrt{AO^2-AE^2}=4$，

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(-4,3)$.



(第 14 题)

$\because$ 点 $A(-4,3)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

$\therefore 3=\frac{k}{-4}$，解得 $k=-12$.

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y=-\frac{12}{x}$.

(2) $\because$ 点 $B(m,-4)$ 在反比例函数 $y=-\frac{12}{x}$ 的图象上，

$\therefore -4=-\frac{12}{m}$，解得 $m=3$，

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3,-4)$.

设一次函数的解析式为 $y=ax+b$，

将点 $A(-4,3)$，点 $B(3,-4)$ 的坐标分别代入 $y=ax+b$ 中，得

$\begin{cases}3=-4a+b,\\-4=3a+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=-1.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=-x-1$.

令一次函数 $y=-x-1$ 中 $y=0$，则 $0=-x-1$，

解得 $x=-1$，即点 C 的坐标为 $(-1,0)$. $\therefore OC=1$.

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OC\cdot(y_A-y_B)=\frac{1}{2}\times 1\times[3-(-4)]=\frac{7}{2}$.

第 2 课时　余弦、正切函数

1. A　**2.** D　**3.** C　**4.** A　**5.** D　**6.** A　**7.** D　**8.** C

9. D　**点拨**：如图所示. $\because \angle ADC=\angle HDF=90°$，

$\therefore \angle CDM=\angle HDN$.

又 $\because CD=DH$，$\angle C=\angle H=90°$，

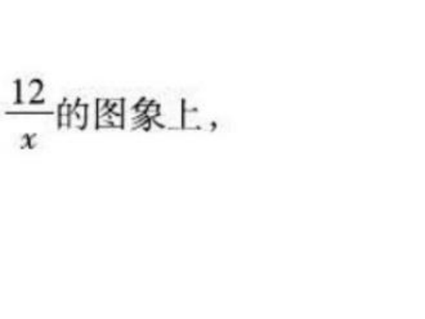
$\therefore \triangle CDM\cong\triangle HDN(\mathrm{ASA})$.

$\therefore MD=ND$.

$\because$ 四边形 $DNKM$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $DNKM$ 是菱形.

$\therefore KM=DM$.



(第 9 题)

$\because \sin\alpha=\sin\angle DMC=\frac{CD}{MD}$，

$\therefore$ 当点 B 与点 E 重合时，两张纸片交叉所成的角 α 最小.

此时设 $MD=a=BM$，则 $MC=8-a$.

$\because MD^2=CD^2+MC^2$，

$\therefore a^2=4+(8-a)^2$，

解得 $a=\frac{17}{4}$.

$\therefore MC=8-\frac{17}{4}=\frac{15}{4}$.

$\therefore \tan\alpha=\tan\angle DMC=\frac{CD}{MC}=\frac{8}{15}$.

10. **解**：$\because$ 方程 $2x^2-5x+2=0$ 的解是 $x_1=2$，$x_2=\frac{1}{2}$，

$0<\cos\alpha<1$（α 为锐角），$\therefore \cos\alpha=\frac{1}{2}$.

常见错解：$\because$ 方程 $2x^2-5x+2=0$ 的解是 $x_1=2$，$x_2=\frac{1}{2}$，

$\therefore \cos\alpha=2$ 或 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$. 忽略了 $\cos\alpha$（α 为锐角）的取值范围是 $0<\cos\alpha<1$.

11. (1) **证明**：如图，连接 OD，CD.

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，$\therefore CD\perp AB$.

$\because AC=BC$，$\therefore D$ 是 AB 的中点.

又 $\because O$ 为 CB 的中点，

$\therefore OD/\!/AC$.

$\because DF\perp AC$，$\therefore OD\perp EF$，

$\therefore$ 直线 EF 是 $\odot O$ 的切线.

(2) **解**：如图，连接 BG.

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BGC=90°$.

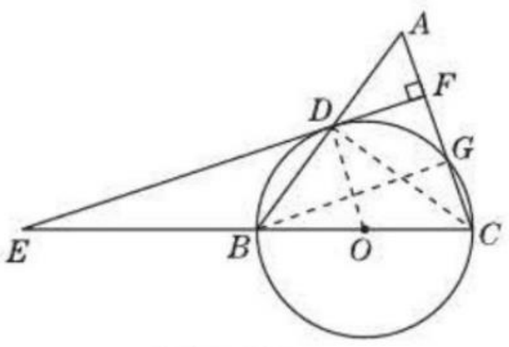
在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$DC=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\because AB\cdot CD=2S_{\triangle ABC}=AC\cdot BG$，

$\therefore BG=\frac{AB\cdot CD}{AC}=\frac{12\times 8}{10}=\frac{48}{5}$.

$\because BG\perp AC$，$DF\perp AC$，$\therefore BG/\!/EF$，$\therefore \angle E=\angle CBG$.

$\therefore \cos E=\cos\angle CBG=\frac{BG}{BC}=\frac{24}{25}$.



(第 11 题)

12. (1) **证明**：连接 OB，如图所示.

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle ACB$.

$\because \angle ACB=\angle OCD$，

$\therefore \angle ABC=\angle OCD$.

$\because OD\perp AO$，

$\therefore \angle COD=90°$.

$\therefore \angle D+\angle OCD=90°$.

$\because OB=OD$，

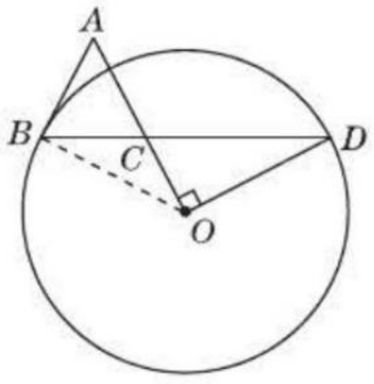
$\therefore \angle OBD=\angle D$.

$\therefore \angle OBD+\angle ABC=90°$，即 $\angle ABO=90°$.

$\therefore AB\perp OB$.

又 $\because$ 点 B 在 $\odot O$ 上，

$\therefore$ 直线 AB 与 $\odot O$ 相切.



(第 12 题)

(2) $\frac{2}{3}$　**点拨**：$\because \angle ABO=90°$，

$\therefore OA=\sqrt{AB^2+OB^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$.

$\because AC=AB=5$，

$\therefore OC=OA-AC=8$.

$\therefore \tan\angle BDO=\frac{OC}{OD}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

13. (1) **证明**：$\because AG$ 是 $\odot O$ 的切线，AD 是 $\odot O$ 的直径，

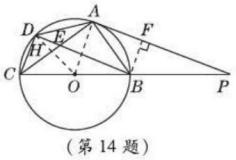
$\therefore \angle GAF=90°$.

$\because AG/\!/BC$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore AE \perp BC$.
$\therefore CE = BE$.
$\therefore AB = AC$.
$\therefore \angle BAC = 2\angle EAC$.
又$\because \angle COD = 2\angle EAC$,
$\therefore \angle COD = \angle BAC$.
(2)**解**:$\because BC = 6$,
$\therefore CE = 3$.
$\because AE \perp BC$,
$\therefore OE^2 + CE^2 = OC^2$.
$\because \angle COD = \angle BAC$,
$\therefore \cos\angle BAC = \cos\angle COE = \frac{OE}{OC} = \frac{1}{3}$.
设 $OE = x$,则 $OC = 3x$.
$\therefore x^2 + 3^2 = (3x)^2$.
$\therefore x = \frac{3\sqrt{2}}{4}$(负值舍去).
$\therefore OC = 3x = \frac{9\sqrt{2}}{4}$,
即⊙O 的半径 OC 为$\frac{9\sqrt{2}}{4}$.
(3)**证明**:$\because DF = 2OD$,
$\therefore OF = 3OD = 3OC$.
$\therefore \frac{OE}{OC} = \frac{OC}{OF} = \frac{1}{3}$.
又$\because \angle COE = \angle FOC$,
$\therefore \triangle COE \backsim \triangle FOC$.
$\therefore \angle OCF = \angle OEC = 90°$.
$\therefore CF$ 是⊙O 的切线.

14. (1)**证明**:如图,连接 OA.
$\because OA = OB$,
$\therefore \angle OAB = \angle OBA$.
$\because BC$ 为⊙O 的直径,
$\therefore \angle CAB = 90°$.
$\therefore \angle ACB + \angle ABC = 90°$.
$\because \angle ADB = \angle ACB = \angle PAB$,
$\therefore \angle PAB + \angle OAB = 90°$.
$\therefore \angle OAP = 90°$.
$\therefore PA$ 为⊙O 的切线.

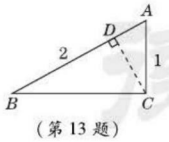


(第 14 题)

(2)**解**:$\because \angle ADB = \angle ACB$,
$\therefore \tan\angle ADB = \tan\angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$.
$\because AB = 6$,
$\therefore AC = 8$.
$\therefore BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = 10$.
$\therefore OB = 5$.
如图,过点 B 作 $BF \perp AP$ 于点 F.
$\because \angle ADB = \angle BAF$,
$\therefore \tan\angle ADB = \tan\angle BAF = \frac{BF}{AF} = \frac{3}{4}$.
设 $AF = 4k$,则 $BF = 3k$,
$\therefore AB = 5k = 6$. $\therefore k = \frac{6}{5}$.
$\therefore BF = \frac{18}{5}$.
$\because OA \perp AP$, $BF \perp AP$, $\therefore BF /\!/ OA$.
$\therefore \triangle PBF \backsim \triangle POA$.
$\therefore \frac{BF}{OA} = \frac{PB}{OP}$. $\therefore \frac{\frac{18}{5}}{5} = \frac{PB}{PB+5}$. $\therefore PB = \frac{90}{7}$.
(3)**解**:如图,连接 OD 交 AC 于点 H.
$\because AD = CD$, $\therefore \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$.
$\therefore OD \perp AC$. $\therefore AH = CH = 4$.
$\therefore OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = 3$. $\therefore DH = 2$.
$\therefore CD = \sqrt{CH^2 + DH^2} = 2\sqrt{5}$.
$\because BC$ 为⊙O 的直径, $\therefore \angle CDB = 90°$.
$\therefore BD = \sqrt{BC^2 - CD^2} = 4\sqrt{5}$.
$\because \angle ADE = \angle BDA$, $\angle DAE = \angle ABD$,
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle BDA$.
$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{DE}{AD}$. $\therefore \frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{DE}{2\sqrt{5}}$.
$\therefore DE = \sqrt{5}$.
$\therefore S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2}CD \cdot DE = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$.

第 3 课时　特殊角的三角函数值

1. C　**2**. D　**3**. A　**4**. B　**5**. C　**6**. C
7. B　**8**. A
9. A　**点拨**:$\because AD$ 为直径, $\therefore \angle ACD = 90°$.
$\because$ 四边形 $OBCD$ 为平行四边形,
$\therefore OB /\!/ CD$, $CD = OB$.
$\therefore OB \perp AC$,故 C 选项的结论正确.
在 Rt△ACD 中, $\sin A = \frac{CD}{AD} = \frac{1}{2}$,
$\therefore \angle A = 30°$.
在 Rt△AOP 中, $AP = \sqrt{3}OP$,故 A 选项的结论错误.
$\because OB \perp AC$, $\therefore AP = CP$.
$\therefore OP$ 为△ACD 的中位线.
$\therefore CD = 2OP$,故 B 选项的结论正确.
$\therefore OB = 2OP$,
即 AC 平分 OB,故 D 选项的结论正确.
10. A　**11**. B　**12**. B
13. **错解**:在△ABC 中,$\because \frac{BC}{AB} = \sin A$, $\therefore BC = AB \cdot \sin A = 2\sin 60° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.
诊断:错解的原因是忽视了锐角三角函数使用的前提是在直角三角形中. 本题中没有明确指出△ABC 是直角三角形,因此不能直接得到$\frac{BC}{AB} = \sin A$,必须通过添加辅助线构造出直角三角形,再利用锐角三角函数的定义来解决.
正解:过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D,如图所示.
在 Rt△ADC 中,
$\because \cos A = \frac{AD}{AC}$, $\sin A = \frac{CD}{AC}$,
$\therefore AD = AC \cdot \cos A = 1 \times \cos 60° = \frac{1}{2}$,
$CD = AC \cdot \sin A = 1 \times \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.



(第 13 题)

在 Rt△BDC 中, $BD = AB - AD = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,
$\therefore BC = \sqrt{BD^2 + CD^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{12}{4}} = \sqrt{3}$.

14. **解**:(1)原式 $= 4 - 1 + 2 - \sqrt{3} + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 5 + \sqrt{3}$.
(2)原式 $= \left[\frac{1}{x(x-2)} - \frac{1}{(x-2)^2}\right] \div \frac{2}{x(x-2)} = \frac{x-2-x}{x(x-2)^2} \cdot \frac{x(x-2)}{2} = -\frac{1}{x-2}$. $\because x = 2(\tan 45° - \cos 30°) = 2 \times \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 - \sqrt{3}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore -\dfrac{1}{x-2}=-\dfrac{1}{2-\sqrt{3}-2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

15. 解:$\because \angle BDC=45°,\angle C=90°$,

$\therefore \triangle BCD$ 为等腰直角三角形.

$\therefore BC=CD$.

又$\because BD=10\sqrt{2}$,$\therefore BC=10$.

又$\because AB=20$,$\therefore \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{10}{20}=\dfrac{1}{2}$. $\therefore \angle A=30°$.

16. 解:(1)$\because$ 新坡面的坡度为 $1:\sqrt{3}$,

$\therefore \tan\alpha=\tan\angle CAB=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. $\therefore \alpha=30°$.

(2)文化墙 PM 不需要拆除.

理由:$\because$ 坡面 BC 的坡度为 $1:1$,新坡面的坡度为 $1:\sqrt{3}$,

$\therefore BD=CD=6$ m,$AD=6\sqrt{3}$ m.

$\therefore AB=AD-BD=(6\sqrt{3}-6)$ m <8 m.

$\therefore$ 文化墙 PM 不需要拆除.

17. 解:图略. 延长 CB 至点 D,使 $BD=AB$,连接 AD,则 $\angle D=15°$,则 $\tan 15°=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$.

点拨:本题考查了锐角三角函数的相关知识,解题的关键是构造有一内角为 15°角的直角三角形.

第 4 课时　一般角的三角函数值

1. A　**2**. A　**3**. A　**4**. D　**5**. D　**6**. A

7. D　**点拨**:易得 $\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$,再用科学计算器求 $\angle A$.

8. 27.8°　**9**. C　**10**. C　**11**. A

12. 解:$\sin 35°29'\approx 0.580$.

易错总解:误认为 $35°29'=35.29°$ 而导致出错.

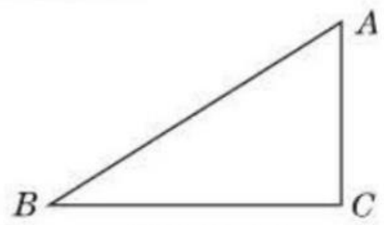
13. 解:(1)当 $\alpha=30°$ 时,$\sin^2\alpha+\sin^2(90°-\alpha)=\sin^230°+\sin^260°=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=1$.

所以,当 $\alpha=30°$ 时,$\sin^2\alpha+\sin^2(90°-\alpha)=1$ 成立.

(2)小明的猜想成立. 证明如下:

如图,在 $\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,

设 $\angle A=\alpha$,则 $\angle B=90°-\alpha$.



(第 13 题)

$\sin^2\alpha+\sin^2(90°-\alpha)=\left(\dfrac{BC}{AB}\right)^2+\left(\dfrac{AC}{AB}\right)^2=\dfrac{BC^2+AC^2}{AB^2}=\dfrac{AB^2}{AB^2}=1$.

14. 解:(1)$\because PE\perp AB$,$PF\perp BC$,

$\therefore \sin\angle EBP=\dfrac{PE}{BP}=\sin 40°$,$\sin\angle FBP=\dfrac{PF}{BP}=\sin 20°$.

又$\because \sin 40°>\sin 20°$,$\therefore \dfrac{PE}{BP}>\dfrac{PF}{BP}$,$\therefore PE>PF$.

(2)$\because \alpha,\beta$ 都是锐角,且 $\alpha>\beta$,$\therefore \sin\alpha>\sin\beta$.

又$\because \sin\angle EBP=\dfrac{PE}{PB}=\sin\alpha$,$\sin\angle FBP=\dfrac{PF}{PB}=\sin\beta$,

$\therefore \dfrac{PE}{PB}>\dfrac{PF}{PB}$,$\therefore PE>PF$.

15. 解:$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,$\therefore AC\perp BD$,$OA=\dfrac{1}{2}AC=4$ m.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 中,$\tan\angle BAO=\dfrac{OB}{OA}$,

$\therefore OB=OA\cdot\tan\angle BAO=4\times\dfrac{5}{4}=5$(m).

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{41}\approx 6$(m).

又用计算器求得当 $\tan\angle BAO=\dfrac{5}{4}=1.25$ 时,$\angle BAO\approx 51.3°$.

由菱形的性质知 $\angle BCD=\angle BAD=2\angle BAO\approx 102.6°\approx 103°$,则 $\angle ABC=\angle ADC\approx 77°$.

$\therefore$ 菱形的边长约为 6 m,四个内角分别约为 103°,77°,103°,77°.

点拨:这里由正切值求角,必须借助计算器完成. 用三角函数值求相应的锐角时,近似值先精确到 0.1°,待完成菱形内角的度数计算后再精确到 1°,避免累积误差过大.

16. 解:如图,过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D.

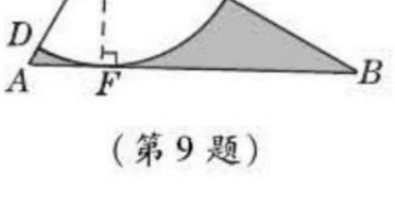
$\because$ 丙地位于甲地北偏西 30°方向,距离甲地 460 km,



$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中,$\angle ACD=30°$.

$\therefore AD=\dfrac{1}{2}AC=230$,

$CD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}AC=230\sqrt{3}$.



(第 16 题)

$\because$ 丙地位于乙地北偏东 66°方向,

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中,$\angle CBD=24°$.

$\therefore BD=\dfrac{CD}{\tan 24°}=\dfrac{230\sqrt{3}}{\tan 24°}$.

$\therefore AB=AD+BD=\left(230+\dfrac{230\sqrt{3}}{\tan 24°}\right)$ km.

答:甲乙两地之间直达高速线路的长 AB 为 $\left(230+\dfrac{230\sqrt{3}}{\tan 24°}\right)$km.

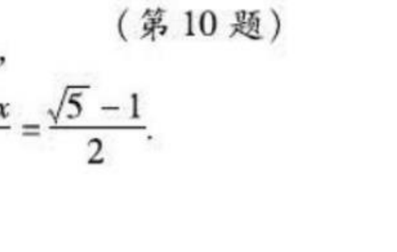
第 5 课时　用三角函数解与圆有关的问题

一、**1**. D　**2**. C　**3**. A　**4**. B

二、**5**. $\dfrac{3}{4}$　**6**. $\dfrac{1}{2}$　**7**. $\dfrac{4}{5}$　**8**. $\dfrac{1}{2}$

三、**9**. (1)**证明**:如图,过点 C 作 $CF\perp AB$ 于点 F,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{1}{2}$,

$\therefore BC=2AC=2\sqrt{5}$. $\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=5$,$\therefore CF=\dfrac{AC\cdot BC}{AB}=\dfrac{\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}}{5}=2$. $\therefore AB$ 为 $\odot C$ 的切线.



(第 9 题)

(2)**解**:$S_{阴影}=S_{\triangle ABC}-S_{扇形CDE}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}-\dfrac{90\pi\times 2^2}{360}=5-\pi$.

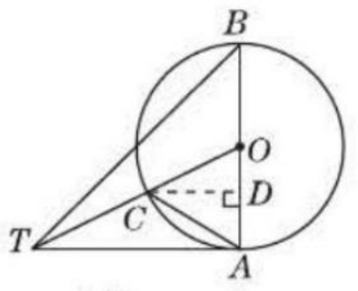
10. (1)**证明**:$\because AB=AT$,$\therefore \angle ABT=\angle ATB=45°$,$\therefore \angle BAT=90°$,即 AT 是 $\odot O$ 的切线.

(2)**解**:如图,过点 C 作 $CD\perp AB$ 于 D,则 $\angle TAC=\angle ACD$,$\tan\angle TOA=\dfrac{AT}{AO}=\dfrac{CD}{OD}=2$,

设 $OD=x$,则 $CD=2x$,$OC=\sqrt{5}x=OA$.

$\because AD=AO-OD=(\sqrt{5}-1)x$,

$\therefore \tan\angle TAC=\tan\angle ACD=\dfrac{AD}{CD}=\dfrac{(\sqrt{5}-1)x}{2x}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$.



(第 10 题)

11. (1)**解**:DH 与 $\odot O$ 相切. 理由如下:

如图,连接 OD,AD.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ADB=90°$,即 $AD\perp BC$.

$\because AB=AC$,$\therefore BD=CD$.

又$\because AO=BO$,

$\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线.

$\therefore OD/\!/AC$.

$\because DH\perp AC$,$\therefore OD\perp DH$.

$\therefore DH$ 为 $\odot O$ 的切线.

(2)**证明**:如图,连接 DE.

$\because$ 四边形 $ABDE$ 为 $\odot O$ 的内接四边形,

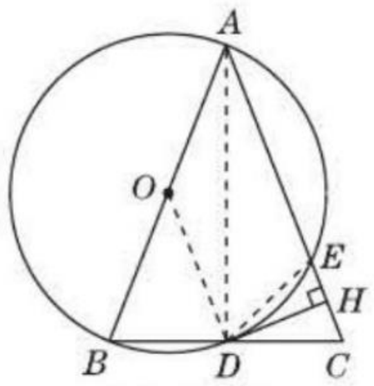
$\therefore \angle DEC=\angle B$.

$\because AB=AC$,

$\therefore \angle B=\angle C$.

$\therefore \angle DEC=\angle C$.

$\therefore DE=DC$.



(第 11 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ $DH \perp CE$，
∴ $CH = EH$，即 H 为 CE 的中点.

（3）**解**：在 $Rt\triangle ADC$ 中，$CD = \frac{1}{2}BC = 5$.

∵ $\cos C = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{5}}{5}$，

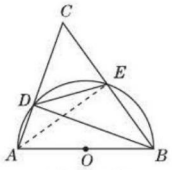
∴ $AC = 5\sqrt{5}$.

在 $Rt\triangle CDH$ 中，$\cos C = \frac{CH}{CD} = \frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴ $CH = \sqrt{5}$. ∴ $CE = 2CH = 2\sqrt{5}$.

∴ $AE = AC - CE = 5\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

12. **解**：（1）$\triangle ABC$ 为等腰三角形，理由如下：
连接 AE，如图，



（第 12 题）

∵ $\overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{BE}$，∴ $\angle DAE = \angle BAE$，即 $\angle CAE = \angle BAE$.
∵ AB 为直径，∴ $\angle AEB = 90°$，
∴ $AE \perp BC$，∴ $\angle AEB = \angle AEC = 90°$.
又∵ $AE = AE$，
∴ $\triangle AEB \cong \triangle AEC$. ∴ $AB = AC$.
∴ $\triangle ABC$ 为等腰三角形.
（2）∵ $\triangle ABC$ 为等腰三角形，$AE \perp BC$，

∴ $BE = CE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$.

在 $Rt\triangle ABE$ 中，∵ $AB = 10$，$BE = 6$，∴ $AE = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.
∵ AB 为直径，∴ $\angle ADB = 90°$，

∴ $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AE \cdot BC = \frac{1}{2}BD \cdot AC$，∴ $BD = \frac{8 \times 12}{10} = \frac{48}{5}$.

在 $Rt\triangle ABD$ 中，∵ $AB = 10$，$BD = \frac{48}{5}$，

∴ $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \frac{14}{5}$，∴ $\sin \angle ABD = \frac{AD}{AB} = \frac{\frac{14}{5}}{10} = \frac{7}{25}$.

13. （1）**证明**：∵ 点 D 是 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点，∴ $OD \perp BC$.
∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，∴ $\angle ACB = 90°$.
∴ $DO \parallel AC$.

（2）**证明**：∵ $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{BD}$，∴ $\angle DCB = \angle CAD$.
又∵ $\angle CDE = \angle ADC$，∴ $\triangle DCE \backsim \triangle DAC$.

∴ $\frac{DE}{DC} = \frac{DC}{DA}$. ∴ $DE \cdot DA = DC^2$.

（3）**解**：在 $Rt\triangle ACE$ 中，$\tan \angle CAE = \frac{1}{2}$，

∴ $\frac{CE}{AC} = \frac{1}{2}$.

∴ $\triangle DCE$ 和 $\triangle DAC$ 的相似比为 $\frac{1}{2}$.

设 $DE = a$，则 $CD = 2a$，$AD = 4a$，$AE = 3a$.

∴ $\frac{AE}{DE} = 3$.

∵ $DO \parallel AC$，∴ $\triangle AEC \backsim \triangle DEF$，且相似比为 3 ∶ 1.
设 $EF = k$，则 $CE = 3k$，$BC = 8k$.
∴ $AC = 2CE = 6k$.

∴ $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(6k)^2 + (8k)^2} = 10k$.

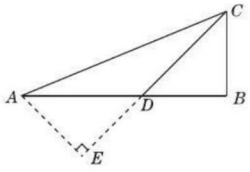
∴ $\sin \angle CDA = \sin \angle ABC = \frac{AC}{AB} = \frac{6k}{10k} = \frac{3}{5}$.

阶段核心方法专训

1. **解**：（1）∵ $\angle B = 90°$，$\angle BDC = 45°$，
∴ $BC = BD = 5$.

∵ $\sin A = \frac{5}{13}$，∴ $AC = 13$，

∴ $AB = 12$，∴ $AD = AB - BD = 12 - 5 = 7$.
（2）如图，过 A 作 $AE \perp CD$ 交 CD 的延长线于点 E.



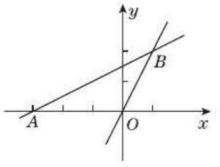
（第 1 题）

∵ $\angle ADE = \angle CDB = 45°$，
∴ $\triangle ADE$ 是等腰直角三角形，

∴ $AE = DE = \frac{7\sqrt{2}}{2}$，

则 $\sin \angle ACD = \frac{AE}{AC} = \frac{\frac{7\sqrt{2}}{2}}{13} = \frac{7\sqrt{2}}{26}$.

2. **解**：（1）解方程组 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, \\ y = 2x, \end{cases}$



（第 2 题）

得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2, \end{cases}$
∴ 点 B 的坐标为 $(1, 2)$.
（2）如图，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C，
则 $OC = 1$，$BC = 2$. 由 $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$，
解得 $x = -3$，
则 $A(-3, 0)$，∴ $OA = 3$，∴ $AC = 4$.

∴ $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 2\sqrt{5}$，

∴ $\sin \angle BAC = \frac{BC}{AB} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$，

即 $\sin \angle BAO = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

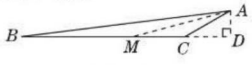
3. **解**：（1）过点 A 作 $AD \perp BC$，交 BC 的延长线于点 D，如图所示.
在 $Rt\triangle ADC$ 中，$AC = 4$.
∵ $\angle ACB = 150°$，∴ $\angle ACD = 30°$，

∴ $AD = \frac{1}{2}AC = 2$，$CD = AC \cdot \cos 30° = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

在 $Rt\triangle ABD$ 中，$\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{BD} = \frac{1}{8}$，

∴ $BD = 16$，

∴ $BC = BD - CD = 16 - 2\sqrt{3}$.



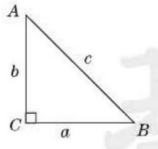
（第 3 题）

（2）在 BC 边上取一点 M，使得 $CM = AC$，连接 AM，如图所示.
∵ $\angle ACB = 150°$，
∴ $\angle AMC = \angle MAC = 15°$，

∴ $\tan 15° = \tan \angle AMD = \frac{AD}{MD} = \frac{2}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \approx \frac{1}{2 + 1.7} \approx 0.3$.

4. D

5. （1）**证明**：如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\sin A = \frac{a}{c}$，



（第 5 题）

$\cos A = \frac{b}{c}$，根据勾股定理，得 $a^2 + b^2 = c^2$.

∴ $\sin^2 A + \cos^2 A = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = 1$.

（2）**解**：如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\sin A = \frac{a}{c}$，$\cos A = \frac{b}{c}$，根据勾股定理，得 $a^2 + b^2 = c^2$.

∵ $\sin A \cdot \cos A = \frac{1}{2}$，∴ $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} = \frac{1}{2}$，

∴ $c^2 = 2ab$，∴ $a^2 + b^2 = 2ab$，
即 $(a - b)^2 = 0$，∴ $a = b$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\tan A=\frac{a}{b}=1$，$\therefore \angle A=45°$.

6. **解**：$\because b^2=(c+a)(c-a)$，$\therefore b^2=c^2-a^2$，

即 $c^2=a^2+b^2$，$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，且 $\angle C=90°$.

$\because 5b-4c=0$，$\therefore 5b=4c$，

$\therefore \frac{b}{c}=\frac{4}{5}$，设 $b=4k$，$c=5k$，那么 $a=3k$.

$\therefore \sin A+\sin B=\frac{3k}{5k}+\frac{4k}{5k}=\frac{7}{5}$.

7. **解**：连接 EF，设 $CF=k$，由题意可得 $CD=AD=AB=BC=4k$，$BE=EC=2k$，$DF=3k$.

根据勾股定理得 $AF=5k$，$EF=\sqrt{5}k$，$AE=2\sqrt{5}k$.

$\therefore EF^2+AE^2=AF^2$.

$\therefore \triangle AEF$ 是直角三角形，且 $\angle AEF=90°$.

$\therefore \sin\angle EAF=\frac{EF}{AF}=\frac{\sqrt{5}k}{5k}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos\angle EAF=\frac{AE}{AF}=\frac{2\sqrt{5}k}{5k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

8. (1) **证明**：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B=\angle BAD=90°$.

$\because EF\perp AM$，$\therefore \angle AFE=90°$.

$\therefore \angle EAF+\angle BAM=\angle EAF+\angle AEF=90°$.

$\therefore \angle BAM=\angle AEF$.

(2) **解**：在 Rt$\triangle ABM$ 中，$\because \angle B=90°$，$AB=4$，

$\cos\angle BAM=\frac{4}{5}$，$\therefore AM=5$.

$\because F$ 为 AM 的中点，$\therefore AF=\frac{5}{2}$.

$\because \angle BAM=\angle AEF$，$\therefore \cos\angle AEF=\cos\angle BAM=\frac{4}{5}$.

$\therefore \sin\angle AEF=\frac{3}{5}$.

在 Rt$\triangle AEF$ 中，$\because \angle AFE=90°$，$AF=\frac{5}{2}$，$\sin\angle AEF=\frac{3}{5}$，

$\therefore AE=\frac{25}{6}$. $\therefore DE=AD-AE=6-\frac{25}{6}=\frac{11}{6}$.

9. **解**：如图所示，平移 CD 到 $C'D'$ 处，交 AB 于 O'，

则 $\angle BO'D'=\angle BOD$，

$\therefore \tan\angle BOD=\tan\angle BO'D'$，

由图易知 O' 在格点处.

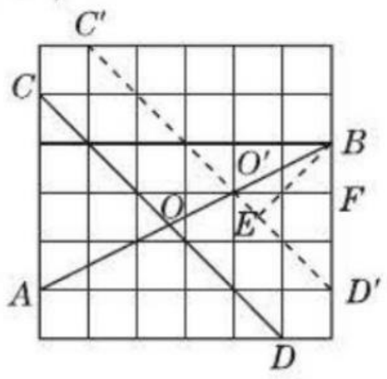
设每个小正方形的边长为 a，

则 $O'B=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a$，

$O'D'=\sqrt{(2a)^2+(2a)^2}=2\sqrt{2}a$，

$BD'=3a$.

过 B 作 $BE\perp O'D'$ 于点 E，$O'F\perp BD'$ 于点 F，



（第 9 题）

则 $BE=\frac{BD'\cdot O'F}{O'D'}=\frac{3a\cdot 2a}{2\sqrt{2}a}=\frac{3\sqrt{2}}{2}a$，

$\therefore O'E=\sqrt{O'B^2-BE^2}=\sqrt{(\sqrt{5}a)^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

$\therefore \tan\angle BO'E=\frac{BE}{O'E}=\frac{\frac{3\sqrt{2}}{2}a}{\frac{\sqrt{2}}{2}a}=3$，

$\therefore \tan\angle BOD=3$.

10. **解**：根据图形有 $\angle AFE+\angle EFC+\angle BFC=180°$，

根据折叠的性质，知 $\angle EFC=\angle D=90°$，

$\therefore \angle AFE+\angle BFC=90°$.

而在 Rt$\triangle BCF$ 中，$\angle BCF+\angle BFC=90°$，

$\therefore \angle AFE=\angle BCF$.

根据折叠的性质，有 $CF=CD=10$.

在 Rt$\triangle BFC$ 中，$BC=8$，$CF=10$，

由勾股定理得 $BF=6$，

$\therefore \tan\angle BCF=\frac{BF}{BC}=\frac{3}{4}$，

$\therefore \tan\angle AFE=\tan\angle BCF=\frac{3}{4}$.

28.2 解直角三角形及其应用

第 1 课时 解直角三角形

1. D **2.** C **3.** D **4.** B **5.** D **6.** B

7. D **点拨**：如图，作 $AE\perp OC$ 于点 E，作 $AF\perp OB$ 于点 F.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle ABC=90°$.

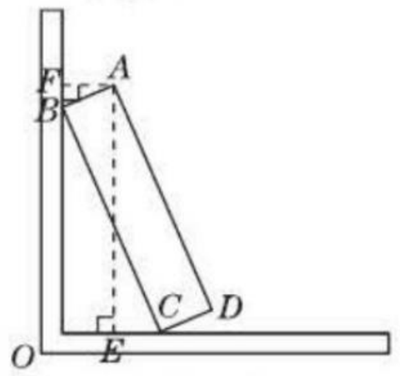
$\because \angle ABC=\angle AEC$，$\angle BCO=x$，

$\therefore \angle EAB=x$.

$\therefore \angle FBA=x$.

$\because AB=a$，$BC=AD=b$，

$\therefore FO=FB+BO=a\cos x+b\sin x$.



（第 7 题）

8. A **点拨**：$\because$ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC\perp BC$，$\angle ABC=30°$，

$\therefore AB=2AC$，$BC=\frac{AC}{\tan 30°}=\sqrt{3}AC$.

$\because BD=BA$，

$\therefore DC=BD+BC=(2+\sqrt{3})AC$.

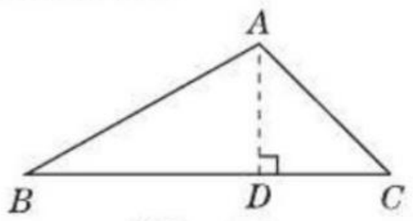
$\therefore \tan\angle DAC=\frac{DC}{AC}=\frac{(2+\sqrt{3})AC}{AC}=2+\sqrt{3}$.

9. 2 **点拨**：过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为点 D，如图所示.

设 $AC=x$，则 $AB=\sqrt{2}x$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD=AC\cdot\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$CD=AC\cdot\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}x$；



（第 9 题）

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AB=\sqrt{2}x$，$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}x$.

$\therefore BC=BD+CD=\frac{\sqrt{6}}{2}x+\frac{\sqrt{2}}{2}x=\sqrt{6}+\sqrt{2}$.

$\therefore x=2$，即 $AC=2$.

10. $\frac{16}{5}$

11. D **点拨**：过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为 D，如图所示.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$CD=CA\cdot\cos C=1$，

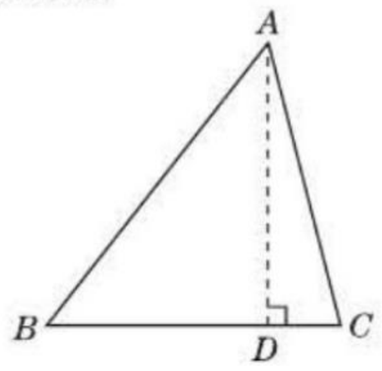
$\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\sqrt{15}$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$BD=CB-CD=3$，

$AD=\sqrt{15}$，

$\therefore AB=\sqrt{BD^2+AD^2}=2\sqrt{6}$.

$\therefore \sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{\sqrt{10}}{4}$.



（第 11 题）

12. **解**：在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$.

$\therefore \tan A=\frac{BC}{AB}=\frac{3}{5}$，$\cos A=\frac{AB}{AC}=\frac{5}{\sqrt{34}}=\frac{5\sqrt{34}}{34}$.

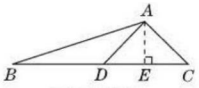
易错总结：本题中已指出 $\angle B=90°$，所以 AC 为斜边，而受习惯的影响，常误以为 $\angle C$ 的对边 AB 是斜边. 因此，解题时应认真审题，注意所给条件，分清斜边和直角边，以防出错.

13. **解**：(1) 如图，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，$\because \cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\therefore \angle C=45°$.

在 Rt$\triangle ACE$ 中，$CE=AC\cdot\cos C=1$，$\therefore AE=CE=1$. 在 Rt$\triangle ABE$ 中，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\tan B=\frac{1}{3}$，即$\frac{AE}{BE}=\frac{1}{3}$，$\therefore BE=3AE=3$，$\therefore BC=BE+CE=4$.



（第13题）

（2）$\because AD$是$\triangle ABC$的中线，$\therefore CD=\frac{1}{2}BC=2$，$\therefore DE=CD-CE=1$. $\because AE\perp BC$，$DE=AE$，$\therefore \angle ADC=45°$，$\therefore \sin\angle ADC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

14. **解**：由$AE\perp BC$，$DF\perp BC$，

易得四边形$AEFD$是矩形.

$\therefore AE=DF=6$，$AD=EF=3$.

$\because$坡角$\alpha=45°$，$\beta=30°$，

$\therefore BE=\frac{AE}{\tan\alpha}=\frac{6}{\tan 45°}=\frac{6}{1}=6$，

$CF=\frac{DF}{\tan\beta}=\frac{6}{\tan 30°}=\frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=6\sqrt{3}$.

$\therefore BC=BE+EF+CF=6+3+6\sqrt{3}=9+6\sqrt{3}$（m）.

即BC的长为$(9+6\sqrt{3})$m.

15. **解**：（1）2

（2）如图①，连接格点A，B，可得$AB/\!/MC$，连接BN，$\therefore \angle CPN=\angle BAN$. 易知$\triangle ABN$为直角三角形. 在Rt$\triangle ABN$中，$AB=BN=\sqrt{5}$，$AN=\sqrt{10}$，$\therefore \cos\angle CPN=\cos\angle BAN=\frac{AB}{AN}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（3）设BC的长为单位1，构造如图②所示的网格图，连接格点A，D，可得$AD/\!/CM$，连接DN.

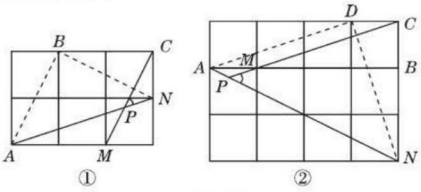
$\therefore \angle CPN=\angle DAN$.

易知$\triangle ADN$为直角三角形.

在Rt$\triangle ADN$中，$AD=DN=\sqrt{10}$，$AN=2\sqrt{5}$，

$\therefore \cos\angle CPN=\cos\angle DAN=\frac{AD}{AN}=\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore$锐角$\angle CPN=45°$.



（第15题）

第2课时　解直角三角形的八种类型

1. **解**：（1）$\because \tan A=\frac{a}{b}=\sqrt{3}$，$\therefore \angle A=60°$，

$\therefore \angle B=30°$. $\therefore c=2b=12\sqrt{5}$.

（2）$\because \tan A=\frac{a}{b}=\sqrt{3}$，

$\therefore \angle A=60°$，$\therefore \angle B=30°$. $\therefore c=2b=20$.

2. **解**：$\because AD=2$，$AC=\sqrt{3}$，$\angle C=90°$，

$\therefore \cos\angle DAC=\frac{AC}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore \angle DAC=30°$.

$\because AD$为$\angle BAC$的平分线，

$\therefore \angle BAC=2\angle DAC=60°$，

$\therefore BC=AC\cdot\tan\angle BAC=\sqrt{3}\cdot\tan 60°=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$.

$\because \triangle ABC$是直角三角形，

$\therefore$其外接圆的直径为直角三角形的斜边长.

$\because AB=\frac{AC}{\cos\angle BAC}=\frac{\sqrt{3}}{\cos 60°}=2\sqrt{3}$.

$\therefore \triangle ABC$外接圆的直径为$2\sqrt{3}$.

3. **解**：（1）$a=c\cdot\sin A=10\cdot\sin 60°=5\sqrt{3}$，$b=c\cdot\cos A=10\cdot\cos 60°=5$；（2）$b=\frac{a}{\tan A}=\frac{4}{\tan 60°}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，$\angle B=90°-\angle A=30°$.

4. **解**：（1）在Rt$\triangle CDE$中，$\angle CDE=30°$，$DE=80$ cm，

$\therefore CD=DE\cdot\cos 30°=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}=40\sqrt{3}$（cm）.

故支架CD的长为$40\sqrt{3}$ cm.

（2）在Rt$\triangle OAC$中，$\angle BAC=30°$，$AC=165$ cm，

$\therefore OC=AC\cdot\tan 30°=165\times\frac{\sqrt{3}}{3}=55\sqrt{3}$（cm），

$OA=\frac{AC}{\cos 30°}=\frac{165}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=110\sqrt{3}$（cm）.

$\therefore OD=OC-CD=55\sqrt{3}-40\sqrt{3}=15\sqrt{3}$（cm）.

$\therefore AB=OA-OB=OA-OD=110\sqrt{3}-15\sqrt{3}=95\sqrt{3}$（cm）.

故真空热水管AB的长为$95\sqrt{3}$ cm.

5. **解**：（1）在Rt$\triangle ACB$中，$\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$，

即$\frac{15}{AB}=\frac{3}{5}$，解得$AB=25$，$\because D$是边$AB$的中点，$\therefore CD=\frac{AB}{2}=\frac{25}{2}$.

（2）由（1）可得$AD=BD=CD=\frac{25}{2}$，

由勾股定理知$CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=20$.

设$DE=x$，$EB=y(x>0,y>0)$，则$\begin{cases}y^2+x^2=\frac{625}{4},\\ \left(x+\frac{25}{2}\right)^2+y^2=400,\end{cases}$

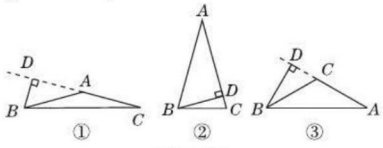
解得$\begin{cases}x=\frac{7}{2},\\ y=12.\end{cases}$，$\therefore \sin\angle DBE=\frac{DE}{BD}=\frac{7}{25}$.

6. **解**：分三种情况：

①如图①，当$\angle BAC$为钝角，$AB=AC$时，在Rt$\triangle ABD$中，

$\because BD=1$，$\tan\angle ABD=\sqrt{3}$，$\therefore AD=\sqrt{3}$，$AB=2$，

$\therefore AC=2$，$\therefore CD=2+\sqrt{3}$.



（第6题）

②如图②，当$\angle BAC$为锐角，$AB=AC$时，在Rt$\triangle ABD$中，

$\because BD=1$，$\tan\angle ABD=\sqrt{3}$，

$\therefore AD=\sqrt{3}$，$AB=2$，$\therefore AC=2$，$\therefore CD=2-\sqrt{3}$.

③如图③，当$BC=AC$时，$\because \tan\angle ABD=\sqrt{3}$，$\therefore \angle ABD=60°$.

在Rt$\triangle ABD$中，$\angle A=90°-\angle ABD=30°$.

$\because BC=AC$，$\therefore \angle CBA=\angle A=30°$. $\therefore \angle BCD=60°$.

在Rt$\triangle BCD$中，$BD=1$，$\angle BCD=60°$，$\tan\angle BCD=\frac{BD}{CD}$，

$\therefore \frac{1}{CD}=\tan 60°=\sqrt{3}$. $\therefore CD=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

综上所述，CD的长为$2+\sqrt{3}$或$2-\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

点拨：本题利用分类讨论思想将$\triangle ABC$分三种情况讨论.

7. **解**：（1）$\because \triangle ABD$是等边三角形，$AB=10$.

$\therefore AD=AB=10$.

$\because DH\perp AB$，$\therefore AH=\frac{1}{2}AB=5$.

$\therefore DH=\sqrt{AD^2-AH^2}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，∴ $\angle CAB=45°$.

∴ $\angle AEH=45°$，∴ $EH=AH=5$.

∴ $DE=DH-EH=5\sqrt{3}-5$.

(2)∵ $DH\perp AB$ 且 $\tan\angle HDB=\frac{3}{4}$，

∴ 可设 $BH=3k(k>0)$，则 $DH=4k$，$DB=5k$.

∵ $BD=AB=10$，∴ $5k=10$，解得 $k=2$.

∴ $DH=8$，$BH=6$，

∴ $AH=4$.

又易知 $EH=AH=4$，∴ $DE=DH-EH=4$.

8. **解**：∵ AD，CE 是 $\triangle ABC$ 的高，∴ $\angle ADB=\angle CEB=90°$.

∵ $\angle B=\angle B$，∴ $\triangle ADB\backsim\triangle CEB$，

∴ $\frac{BD}{BE}=\frac{BA}{BC}$，即 $\frac{BD}{BA}=\frac{BE}{BC}$.

∵ $\angle B=\angle B$，∴ $\triangle DBE\backsim\triangle ABC$.

∴ $\angle ACB=\angle DEB$.

设 $CD=x$，则 $DB=6-x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中，$AD^2=AB^2-DB^2$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$AD^2=AC^2-CD^2$，

∴ $AB^2-DB^2=AC^2-CD^2$.

∵ $AB=4$，$AC=5$，∴ $4^2-(6-x)^2=5^2-x^2$，解得 $x=\frac{15}{4}$.

∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$\cos\angle ACB=\frac{CD}{AC}=\frac{\frac{15}{4}}{5}=\frac{3}{4}$.

∵ $\angle ACB=\angle DEB$，∴ $\cos\angle DEB=\frac{3}{4}$.

9. (1)**证明**：∵ BF 是 $\odot O$ 的切线，AB 是 $\odot O$ 的直径，∴ $BF\perp AB$，又∵ $CD\perp AB$，∴ $CD/\!/BF$.

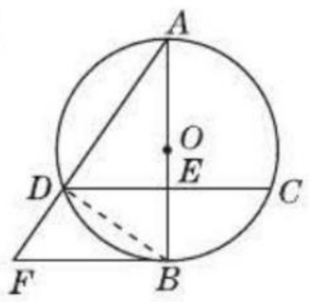
(2)**解**：如图，连接 BD，

∵ AB 是 $\odot O$ 的直径，∴ $\angle ADB=90°$，

∵ $\odot O$ 的半径是 5，

∴ $AB=10$，

∵ $\cos\angle BAD=\frac{AD}{AB}$，



（第 9 题）

∴ $AD=AB\cdot\cos\angle BAD=10\times\frac{4}{5}=8$.

10. **解**：(1)∵ $\tan\angle ABO=\frac{1}{2}=\frac{CE}{EB}$，$EB=EO+OB=6$，

∴ $CE=3$，∴ $C(-2,3)$，

于是可求得反比例函数的解析式为 $y=-\frac{6}{x}$.

(2)∵ $\tan\angle ABO=\frac{1}{2}=\frac{OA}{OB}$，$OB=4$，∴ $OA=2$，$B(4,0)$.

∴ $A(0,2)$. 设直线 AB 对应的函数解析式为 $y=kx+b$，

将点 $A(0,2)$，$B(4,0)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，

可得 $b=2$，$k=-\frac{1}{2}$，

∴ 直线 AB 对应的函数解析式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

第 3 课时　解直角三角形在实际中的一般应用

1. 69　**2.** 1.5　**3.** A　**4.** B　**5.** $\sqrt{3}$

6. $6\sqrt{2}$　**点拨**：如图，延长 AD 交地面于 E，

过点 D 作 $DF\perp CE$ 于点 F，则 $DF/\!/AB$.

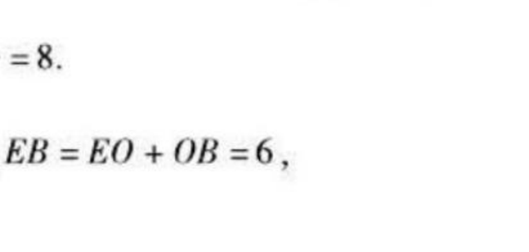
∴ $\angle A=\angle FDE=60°$.

∵ $\angle DCF=45°$，$CD=4$ m，

∴ $CF=DF=2\sqrt{2}$ m.

∴ $EF=DF\cdot\tan 60°=2\sqrt{6}$ m.

∴ $BE=6\sqrt{6}$ m.



（第 6 题）

∵ $\frac{BE}{AB}=\tan 60°=\sqrt{3}$，

∴ $AB=6\sqrt{2}$ m.

7. D　**点拨**：如图，延长 OD，BC 交于点 P. 易知 $\angle ODC=\angle B=90°$，$\angle P=30°$，$OB=11$ m，$CD=2$ m，

∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle CPD$ 中，$DP=\frac{DC}{\tan 30°}=2\sqrt{3}$ m，

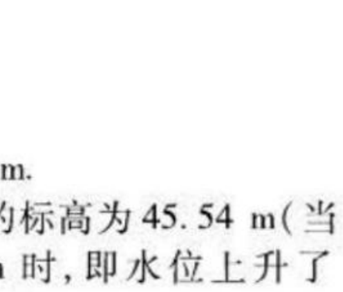
$PC=\frac{CD}{\sin 30°}=4$ m.

∵ $\angle P=\angle P$，$\angle PDC=\angle B=90°$，

∴ $\triangle PDC\backsim\triangle PBO$. ∴ $\frac{PD}{PB}=\frac{CD}{OB}$.

∴ $PB=\frac{PD\cdot OB}{CD}=\frac{2\sqrt{3}\times 11}{2}=11\sqrt{3}$(m)，

∴ $BC=PB-PC=(11\sqrt{3}-4)$ m.



（第 7 题）

8. **解**：由题意可知 $AC=45.54-2.34=43.2$(m).

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=\alpha=8°35'$，

$\tan\angle ABC=\frac{AC}{BC}$，

∴ $BC=\frac{AC}{\tan\angle ABC}=\frac{43.2}{\tan 8°35'}\approx 286$(m).

因此观察所 A 与船只 B 的水平距离约为 286 m.

易错总结：解题时容易弄错 AC 的高度，A 处的标高为 45.54 m(当水位为0 m时的高度)，当水位为 +2.34 m 时，即水位上升了 2.34 m，则 AC 的高度为 45.54 − 2.34 = 43.2(m).

9. **解**：如图，过点 B 作 $BH\perp AA_1$ 于点 H.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABH$ 中，$AB=500$，$\angle BAH=30°$，

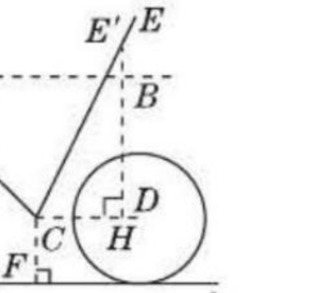
∴ $BH=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 500=250$.

∴ $A_1B_1=BH=250$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BB_1C$ 中，$BC=800$，$\angle CBB_1=60°$，

∴ $\frac{B_1C}{BC}=\sin\angle CBB_1=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $B_1C=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 800=400\sqrt{3}$.



（第 9 题）

∴ 检修人员上升的垂直高度 $CA_1=CB_1+A_1B_1=400\sqrt{3}+250\approx 943$(米).

答：检修人员上升的垂直高度 CA_1 约为 943 米.

点拨：测不易直接测量的物体的高度、测河宽等，关键在于构造出直角三角形，通过测量角的度数和测量边的长度，计算出所要求的物体的高度或长度. 根据题目已知特点选用适当锐角三角函数或边角关系去解直角三角形，得到数学问题的答案，再转化得到实际问题的答案.

10. **解**：(1)如图①，过点 E 作 $EM\perp CD$ 于点 M.

（第 10 题）

由题意知 $\angle BCM=64°$，$EC=BC+BE=60+15=75$，

∴ $EM=EC\cdot\sin\angle BCM=75\times\sin 64°\approx 67.5$.

∵ CD 与地面 l 平行，

∴ $CF=32$.

则单车坐垫 E 到地面的距离为 $EM+CF\approx 67.5+32=99.5$(cm).

(2)如图②，过点 E' 作 $E'H\perp CD$ 于点 H.

由题意知 $E'H=80\times 0.8=64$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

则 $E'C=\dfrac{E'H}{\sin\angle ECH}=\dfrac{64}{\sin 64°}\approx 71.11$.

$\therefore EE'=EC-E'C\approx 75-71.11\approx 3.9$(cm).

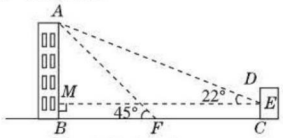
11. **解**：(1) 如图，过点 E 作 $EM\perp AB$，垂足为 M.

设 AB 为 x 米.

在 Rt$\triangle ABF$ 中，$\angle AFB=45°$，

$\therefore BF=AB=x$ 米.

$\therefore BC=BF+FC=(x+25)$米.



（第 11 题）

在 Rt$\triangle AEM$ 中，$\angle AEM=22°$，$AM=AB-BM=AB-CE=(x-2)$米，$ME=BC=(x+25)$米，

$\tan 22°=\dfrac{AM}{ME}$，则 $\dfrac{x-2}{x+25}\approx\dfrac{2}{5}$，

解得 $x\approx 20$.

即办公楼 AB 的高度约为 20 米.

(2) 由(1)可得 $ME=x+25\approx 20+25=45$(米).

在 Rt$\triangle AME$ 中，$\cos 22°=\dfrac{ME}{AE}$.

$\therefore AE=\dfrac{ME}{\cos 22°}\approx\dfrac{45}{\frac{15}{16}}=48$(米).

即 A，E 之间的距离约为 48 米.

12. **解**：设 $OE=OB=2x$，

则 $OD=DE+OE=190+2x$.

$\because\angle ADE=30°$，$\therefore OC=\dfrac{1}{2}OD=95+x$.

$\therefore BC=OC-OB=95+x-2x=95-x$.

$\because\tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AC}$，$\therefore 2.14=\dfrac{95-x}{40}$，

解得 $x=9.4$(cm).

$\therefore OB=2x\approx 19$ cm.

即 OB 的长度约为 19 cm.

第 4 课时　用解直角三角形解视角问题

1. B　**2.** C

3. C　**点拨**：如图，过点 O 作 $OE\perp AC$ 于点 E，延长 BD 交 OE 于点 F.

设 $DF=x$，则 $BF=3+x$，

在 Rt$\triangle ODF$ 中，$\tan 65°=\dfrac{OF}{DF}$，

$\therefore OF=DF\tan 65°=x\tan 65°$.

在 Rt$\triangle OBF$ 中，$\tan 35°=\dfrac{OF}{BF}$，

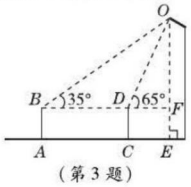
$\therefore OF=(3+x)\tan 35°$，

$\therefore x\tan 65°=(3+x)\tan 35°$，

$2.1x=0.7(3+x)$，解得 $x=1.5$(米).

$\therefore OF\approx 1.5\times 2.1=3.15$.

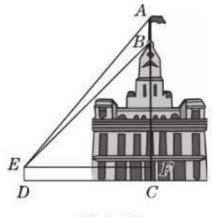
$\therefore OE\approx 3.15+1.5\approx 4.7$(米).



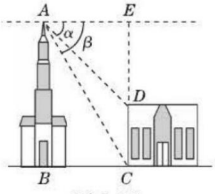
（第 3 题）

4. 7.2 m　**点拨**：如图，易知四边形 $CDEF$ 是矩形. 由题意知 $\angle BEF=45°$，$\therefore CD=EF=FB=38$ m. 在 Rt$\triangle AEF$ 中，$AF=EF\cdot\tan 50°\approx 38\times 1.19=45.22$(m). $\therefore AB=AF-BF\approx 45.22-38\approx 7.2$(m).

$\therefore$ 旗杆的高度约为 7.2 m.



（第 4 题）



（第 9 题）

5. C　**6.** $1\,200(\sqrt{3}-1)$　**7.** $15\sqrt{3}+15$　**8.** $40\sqrt{3}$

9. **解**：如图，延长 CD，交 AE 于点 E，可得 $DE\perp AE$.

在 Rt$\triangle AED$ 中，$AE=BC=40$ m，$\angle EAD=45°$，

$\therefore ED=40$ m.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=60°$，$BC=40$ m，

$\therefore AB=BC\cdot\tan 60°=40\sqrt{3}\approx 69.3$(m).

则 $CD=EC-ED=AB-ED=40\sqrt{3}-40\approx 29.3$(m).

答：这两座建筑物 AB，CD 的高度分别为 69.3 m、29.3 m.

10. **解**：在 Rt$\triangle DEC$ 中，$\because i=\dfrac{DE}{EC}=\dfrac{1}{2}$，$DE^2+EC^2=CD^2$，$CD=20\sqrt{5}$米，

$\therefore DE^2+(2DE)^2=(20\sqrt{5})^2$，

解得 $DE=20$ 米.

$\therefore EC=40$ 米.

如图，过点 D 作 $DG\perp AB$ 于点 G，过点 C 作 $CH\perp DG$ 于点 H，则四边形 $DEBG$、四边形 $DECH$、四边形 $BCHG$ 都是矩形.

$\because\angle ACB=45°$，$AB\perp BC$，

$\therefore AB=BC$.

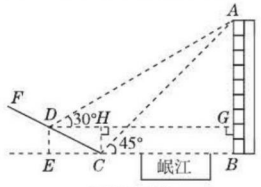
设 $AB=BC=x$ 米，则 $AG=(x-20)$米，$DG=(x+40)$米.

在 Rt$\triangle ADG$ 中，$\tan\angle ADG=\dfrac{AG}{DG}$，

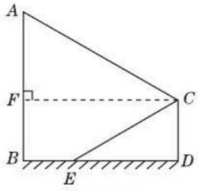
$\therefore\dfrac{x-20}{x+40}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得 $x=50+30\sqrt{3}$.

$\therefore AB=(50+30\sqrt{3})$米.

答：楼 AB 的高度为 $(50+30\sqrt{3})$米.



（第 10 题）



（第 11 题）

11. **解**：如图，作 $CF\perp AB$，垂足为 F.

$\because AB\perp BD$，$CD\perp BD$，$\therefore$ 四边形 $CDBF$ 是矩形.

$\therefore CF=BD$，$CD=BF$，$CF/\!/BD$，$\therefore\angle ECF=\angle CED=30°$.

设 $DE=x$ 米，则 $BD=BE+DE=(10+x)$米.

$\therefore CF=(10+x)$米.

在 Rt$\triangle CDE$ 中，$\tan\angle CED=\dfrac{CD}{DE}$，$\therefore CD=x\tan 30°$米.

在 Rt$\triangle ACF$ 中，$\tan\angle ACF=\dfrac{AF}{CF}$，$\therefore AF=(10+x)\tan 30°$米.

$\because AB=30$ 米，$AB=AF+BF=AF+CD$，

$\therefore x\tan 30°+(10+x)\tan 30°=30$，解得 $x=15\sqrt{3}-5$.

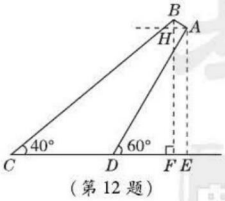
$\therefore x\tan 30°=15-\dfrac{5}{3}\sqrt{3}$. 即 $CD=\left(15-\dfrac{5}{3}\sqrt{3}\right)$米.

答：立柱 CD 的高为 $\left(15-\dfrac{5}{3}\sqrt{3}\right)$米.

12. **解**：如图，过点 B 作 $BF\perp CE$ 于点 F，交过点 A 平行于 CD 的直线于点 H.

在 Rt$\triangle BCF$ 中，$BF=BC\cdot\sin\angle BCF\approx 5\times 0.64=3.20$(m)，$CF=BC\cdot\cos\angle BCF\approx 5\times 0.77=3.85$(m).

在 Rt$\triangle ADE$ 中，$DE=\dfrac{AE}{\tan\angle ADE}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}\approx 1.73$(m).



（第 12 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore BH = BF - AE = 3.20 - 3 = 0.20(\text{m})$, $AH = EF = CD + DE - CF = 2.7 + 1.73 - 3.85 = 0.58(\text{m})$.

$\therefore AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{0.20^2 + 0.58^2} \approx 0.6(\text{m})$.

答：AB 的长约为 0.6 m.

第 5 课时　用解直角三角形解方位角、坡角的应用

1. 566　**2.** B

3. B　**点拨**：如图，根据题意，得 $\angle CAB = 65° - 20° = 45°$，$\angle ACB = 40° + 20° = 60°$，$AB = 30\sqrt{2}$.

如图，过点 B 作 $BE \perp AC$ 于点 E，

$\therefore \angle AEB = \angle CEB = 90°$.

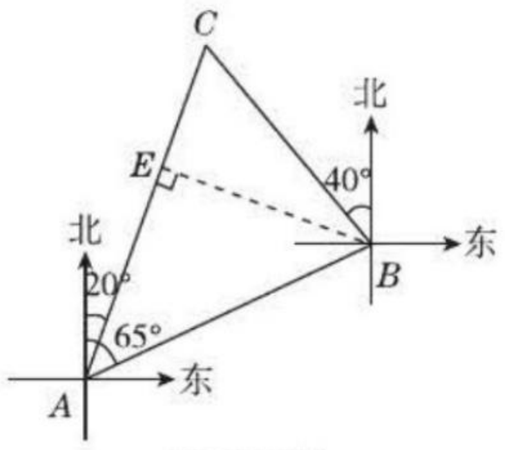
在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，

$\because \angle EAB = 45°$，$AB = 30\sqrt{2}$，

$\therefore AE = BE = AB \cdot \sin 45° = 30\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 30$.

在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中，$\because \angle ACB = 60°$，

$\therefore CE = \frac{BE}{\tan 60°} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$.



（第 3 题）

$\therefore AC = AE + CE = (30 + 10\sqrt{3})$ km.

4. 1.02　**5.** A

6. B　**点拨**：延长 AB 交 ED 的延长线于 M，作 $CJ \perp DM$ 于 J，则四边形 $BMJC$ 是矩形，在 $\text{Rt}\triangle CDJ$ 中求出 CJ，DJ，再根据 $\tan \angle AEM = \frac{AM}{EM}$ 构建方程即可解决问题.

7. B　**点拨**：由题意可得：$\angle APB = 60° - 15° = 45°$，$\angle PBH = 60°$，则可由锐角三角函数求得 PB 的长，又由山坡的坡度 i 为 $1 : \sqrt{3}$，可求得 $\angle ABC$ 的度数，从而得出 $\triangle ABP$ 是等腰直角三角形，则可求得答案.

8. 解：依题意可知，$\angle DCB = 45°$，$\angle DCA = 60°$.

$\therefore BD = CD = 200$ m.

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，$AD = CD \cdot \tan \angle DCA = 200\sqrt{3}$ m.

$\therefore AB = 200\sqrt{3} - 200 = 200 \times (\sqrt{3} - 1) \approx 146(\text{m})$.

$\therefore$ 实际车速约为 $146 \div 10 = 14.6(\text{m/s})$.

$\because 14.6 < 16$，

$\therefore$ 此车没有超过该路段 16 m/s 的限制速度.

9. 解：(1) 30；45

(2) $\because BP \perp AC$，$\therefore \angle BPA = \angle BPC = 90°$.

$\because \angle C = 45°$，$\therefore \angle CBP = 45°$. $\therefore BP = CP$.

$\because \angle BAC = 30°$，$\therefore AP = \frac{BP}{\tan 30°} = \sqrt{3}BP$.

$\because CP + AP = AC$，

$\therefore BP + \sqrt{3}BP = 10$，

解得 $BP = 5\sqrt{3} - 5$（海里）.

答：观测站 B 到 AC 的距离 BP 为 $(5\sqrt{3} - 5)$ 海里.

10. 解：$\because$ 斜坡 AB 的坡度为 $1 : \sqrt{3}$，

$\therefore \tan \angle ABE = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore \angle ABE = 30°$.

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 中，$AB = 200$，

$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = 100$.

$\because AC = 20$，

$\therefore CE = AE - AC = 80$.

$\because$ 斜坡 CD 的坡度为 $1 : 4$，

$\therefore \frac{CE}{DE} = \frac{1}{4}$，即 $\frac{80}{DE} = \frac{1}{4}$，解得 $DE = 320$.

$\therefore CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{80^2 + 320^2} = 80\sqrt{17}$（米）.

答：斜坡 CD 的长是 $80\sqrt{17}$ 米.

11. 解：$\because BH = 0.6$，$\sin \alpha = \frac{3}{5}$，

$\therefore AB = \frac{BH}{\sin \alpha} = \frac{0.6}{\frac{3}{5}} = 1$.

$\therefore AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{1^2 - 0.6^2} = 0.8$.

$\because AF = FC = 2$，

$\therefore BF = 1$.

如图，作 $FJ \perp BC$ 于点 J，作 $EK \perp FJ$ 于点 K.

$\because \angle EKF = \angle FJB = \angle AHB = 90°$，$\angle EFK = \angle FBJ = \angle ABH$，$BF = AB$，

$\therefore \triangle EFK \backsim \triangle ABH$，$\triangle FBJ \cong \triangle ABH$.

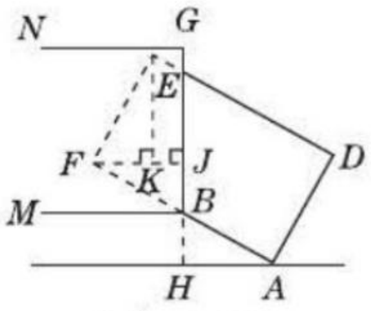
$\therefore \frac{EF}{AB} = \frac{EK}{AH}$，$BJ = BH = 0.6$.

$\therefore \frac{1.6}{1} = \frac{EK}{0.8}$. 解得 $EK = 1.28$.

$\therefore BJ + EK = 0.6 + 1.28 = 1.88$（米）.

$\because 1.88 < 2$，

$\therefore$ 木箱上部顶点 E 不会触碰到汽车货厢顶部.



（第 11 题）

第 6 课时　应用三角函数解实际问题的五种常见问题

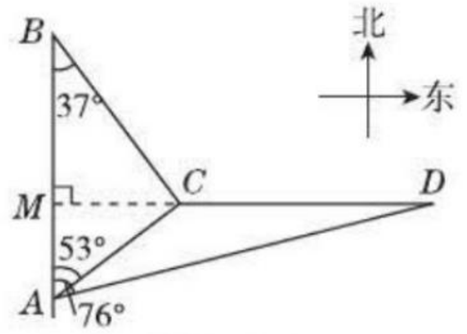
1. 解：(1) 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 180° - \angle B - \angle BAC = 180° - 37° - 53° = 90°$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\sin B = \frac{AC}{AB}$，

$\therefore AC = AB \cdot \sin 37° \approx 25 \times \frac{3}{5} = 15$（海里）.

答：观察哨所 A 与走私船所在的位置 C 的距离约为 15 海里.

(2) 如图，过点 C 作 $CM \perp AB$ 于点 M，由题意可知，D，C，M 在一条直线上.



（第 1 题）

在 $\text{Rt}\triangle AMC$ 中，$CM = AC \cdot \sin \angle CAM = AC \cdot \sin 53° \approx 15 \times \frac{4}{5} = 12$，

$AM = AC \cdot \cos \angle CAM = AC \cdot \cos 53° \approx 15 \times \frac{3}{5} = 9$.

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中，$\tan \angle DAM = \frac{DM}{AM}$，

$\therefore DM = AM \cdot \tan 76° \approx 9 \times 4 = 36$.

$\therefore AD = \sqrt{AM^2 + DM^2} \approx \sqrt{9^2 + 36^2} = 9\sqrt{17}$，

$CD = DM - CM \approx 36 - 12 = 24$.

设缉私艇的速度为 x 海里/小时，则有 $\frac{24}{16} = \frac{9\sqrt{17}}{x}$，

解得 $x = 6\sqrt{17}$.

答：当缉私艇的速度为 $6\sqrt{17}$ 海里/小时时，恰好在 D 处成功拦截.

2. 解：在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中，$\angle BEA = 90°$，$\angle BAE = 45°$，$BE = 20$ 米，

$\therefore AE = 20$ 米.

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中，$\angle BEF = 90°$，$\angle F = 30°$，$BE = 20$ 米，

$\therefore EF = \frac{BE}{\tan 30°} = \frac{20}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 20\sqrt{3}$（米）.

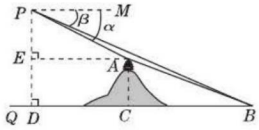
$\therefore AF = EF - AE = 20\sqrt{3} - 20 \approx 20 \times 1.732 - 20 = 14.64 \approx 15$（米）.

即 AF 的长度约是 15 米.

3. 解：如图，过点 P 作 $PD \perp QB$ 于点 D，过点 A 作 $AE \perp PD$ 于点 E.

由题意得 $\angle PBD = \beta$，$\angle PAE = \alpha$，$AC = 150$ 米，$PD = 300$ 米.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第3题）

在 Rt△PBD 中，$BD=\dfrac{PD}{\tan\angle PBD}=\dfrac{PD}{\tan\beta}=\dfrac{300}{\sqrt{2}-1}=300(\sqrt{2}+1)$（米）.

∵ $\angle AED=\angle EDC=\angle ACD=90°$，

∴ 四边形 $EDCA$ 是矩形.

∴ $DC=EA$，$ED=AC=150$ 米.

∴ $PE=PD-ED=300-150=150$（米）.

在 Rt△PEA 中，$EA=\dfrac{PE}{\tan\angle PAE}=\dfrac{PE}{\tan\alpha}=\dfrac{150}{\frac{1}{2}}=300$（米），

∴ $BC=BD-DC=BD-EA=300(\sqrt{2}+1)-300=300\sqrt{2}$（米）.

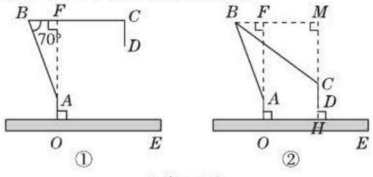
在 Rt△ACB 中，

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{150^2+(300\sqrt{2})^2}=450$（米）.

答：岚光阁阁顶与湖心亭之间的距离 AB 为 450 米.

4. **解**：(1)①160

②过点 A 作 $AF\perp BC$ 于点 F，如图①所示.



（第4题）

则 $AF=AB\cdot\sin\angle ABF=30\times\sin 70°\approx 28.2$（cm）.

∴ 投影探头的端点 D 到桌面 OE 的距离为：$AF+OA-CD\approx 28.2+6.8-8=27$（cm）.

(2)过点 D 作 $DH\perp OE$ 于点 H，过点 B 作 $BM\perp CD$，与 DC 延长线相交于点 M，过点 A 作 $AF\perp BM$ 于点 F，如图②所示.

则 $\angle MBA=70°$，$AF\approx 28.2$，$AO=6.8$，$DH=6$，$BC=35$，$CD=8$.

∴ $CM=AF+AO-DH-CD\approx 28.2+6.8-6-8=21$.

∴ $\sin\angle MBC=\dfrac{CM}{BC}\approx\dfrac{21}{35}=0.6$.

∴ $\angle MBC\approx 36.8°$.

∴ $\angle ABC=\angle ABM-\angle MBC\approx 70°-36.8°=33.2°$.

5. **解**：(1)在 Rt△ABC 中，$\angle BCA=60°$，$AB=60$ 米，所以 $\tan\angle BCA=\dfrac{AB}{AC}=\tan 60°=\sqrt{3}$，所以 $AC=\dfrac{60}{\sqrt{3}}=20\sqrt{3}$（米）.

答：坡底 C 点到大楼的距离 AC 的值为 $20\sqrt{3}$ 米.

(2)如图，过点 D 作 $DF\perp AB$，垂足为 F.

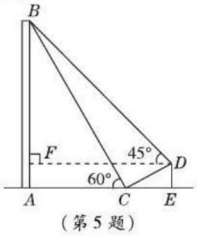
设 $DE=x$ 米，在 Rt△CDE 中，$\angle DCE=30°$，

则 $CE=\sqrt{3}x$ 米，$CD=2x$ 米，

由题意得，$AE=DF=AC+CE=(20\sqrt{3}+\sqrt{3}x)$ 米，$AF=DE=x$ 米.

在 Rt△BDF 中，$\angle BDF=45°$，则有 $BF=DF=(20\sqrt{3}+\sqrt{3}x)$ 米，

由于 $AB=60$ 米，所以 $60=20\sqrt{3}+\sqrt{3}x+x$.



（第5题）

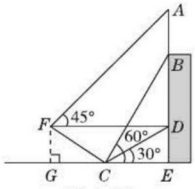
解这个方程，得 $x=40\sqrt{3}-60$，则 $CD=(80\sqrt{3}-120)$ 米.

答：斜坡 CD 的长度为 $(80\sqrt{3}-120)$ 米.

6. **解**：(1)如图，过点 F 作 $FG\perp EC$ 于点 G，

依题意知 $FG/\!/DE$，$DF/\!/GE$，$\angle FGE=90°$，

∴ 四边形 $DEGF$ 是矩形.



（第6题）

∴ $FG=DE$.

在 Rt△CDE 中，$DE=CE\cdot\tan\angle DCE=6\times\tan 30°=2\sqrt{3}$（米）.

∴ 点 F 到直线 CE 的距离为 $2\sqrt{3}$ 米.

(2)∵ 斜坡 CF 的坡度 $i=1:1.5$，

∴ 在 Rt△CFG 中，$CG=1.5FG=1.5\times 2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$（米）.

∴ $FD=EG=(3\sqrt{3}+6)$ 米.

在 Rt△AFD 中，∵ $FD=(3\sqrt{3}+6)$ 米，$\angle AFD=45°$，

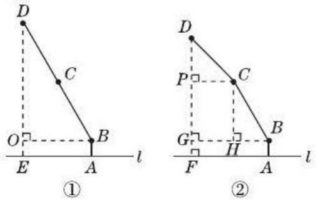
∴ $AD=FD=(3\sqrt{3}+6)$ 米.

在 Rt△BCE 中，$BE=CE\cdot\tan\angle BCE=6\times\tan 60°=6\sqrt{3}$（米），

∴ $AB=AD+DE-BE=3\sqrt{3}+6+2\sqrt{3}-6\sqrt{3}=6-\sqrt{3}\approx 4.3$（米）.

答：宣传牌的高度 AB 约为 4.3 米.

7. **解**：(1)如图①，作 $BO\perp DE$ 于点 O.



（第7题）

∵ $\angle OEA=\angle BOE=\angle BAE=90°$，

∴ 四边形 $ABOE$ 是矩形. ∴ $\angle OBA=90°$.

∴ $\angle DBO=150°-90°=60°$.

∵ $BC=CD=20$，∴ $BD=40$.

∴ $OD=BD\cdot\sin 60°=40\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$.

∴ $DE=OD+OE=OD+AB=20\sqrt{3}+5\approx 39.6$（cm）.

答：连杆端点 D 离桌面 l 的高度 DE 约为 39.6 cm.

(2)如图②，作 $DF\perp l$ 于点 F，$CP\perp DF$ 于点 P，$BG\perp DF$ 于点 G，$CH\perp BG$ 于点 H，则四边形 $PCHG$ 是矩形.

∵ $\angle CBH=60°$，$\angle CHB=90°$，

∴ $\angle BCH=30°$.

∵ $\angle BCD=165°$，∴ $\angle DCP=45°$.

∴ $CH=BC\cdot\sin 60°=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$，$DP=CD\cdot\sin 45°=20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$.

∴ $DF=DP+PG+GF=DP+CH+AB=10\sqrt{2}+10\sqrt{3}+5$.

∴ $DE-DF=20\sqrt{3}+5-10\sqrt{2}-10\sqrt{3}-5=10\sqrt{3}-10\sqrt{2}\approx 3.2$（cm）.

答：此时连杆端点 D 离桌面 l 的高度减少，减少了约 3.2 cm.

阶段核心归类专训

1. **解**：∵ $a=2\sqrt{3}$，$b=6$，$\angle C=90°$，

∴ $c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{12+36}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$.

∵ $\tan A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\angle A=30°$，∴ $\angle B=60°$.

2. **解**：∵ $AB=13$，$AC=12$，$\angle ACB=90°$，

∴ $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$.

∴ $\sin\angle BAC=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$. 过点 B 作 $BD\perp MC$ 于点 D.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

设点 B 到直线 MC 的距离为 d，则 $BD=d$，

$\because \angle BCM=\angle BAC$，$\therefore \sin\angle BCM=\sin\angle BAC$.

$\therefore \sin\angle BCM=\dfrac{d}{BC}=\dfrac{5}{13}$，

即 $\dfrac{d}{5}=\dfrac{5}{13}$，$\therefore d=\dfrac{25}{13}$.

即点 B 到直线 MC 的距离为 $\dfrac{25}{13}$.

3. **解**：(1) 由题意知 $\sin C=\dfrac{AB}{AC}$，即 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{AC}$，则 $AC=6$.

(2) 由题意知 $\tan C=\dfrac{AB}{BC}$，即 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{3}{BC}$，则 $BC=3\sqrt{3}$.

4. **解**：$\because \angle C=90^\circ$，$\angle BDC=45^\circ$，$BC=3$，$\therefore CD=3$.

$\because \angle A=30^\circ$，$BC=3$，$\therefore \tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{3}{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，即 $AC=3\sqrt{3}$.

$\therefore AD=AC-CD=3\sqrt{3}-3$.

5. **解**：$\because \angle B=45^\circ$，$\angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle A=45^\circ$. $\therefore a=b$.

$\because \sin A=\dfrac{a}{c}$，$c=10$，$\therefore a=10\cdot\sin 45^\circ=5\sqrt{2}$.

$\therefore b=5\sqrt{2}$.

6. **解**：$\because \angle C=90^\circ$，$\angle B=30^\circ$，$AB=4\sqrt{3}$，

$\therefore \angle CAB=60^\circ$，$AC=AB\cdot\sin 30^\circ=4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$.

又 $\because AD$ 是 $\angle BAC$ 的平分线，$\therefore \angle CAD=30^\circ$.

$\therefore \cos\angle CAD=\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{2\sqrt{3}}{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore AD=4$.

7. **解**：过点 D 作 CD 的垂线交 BC 于点 E，如图.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，

$\because \tan\angle BCD=\dfrac{1}{3}=\dfrac{DE}{CD}$，$\therefore$ 可设 $DE=x$，则 $CD=3x$.

$\because CD\perp AC$，$\therefore DE/\!/AC$.

又 $\because$ 点 D 为 AB 的中点，$\therefore$ 点 E 为 BC 的中点.

$\therefore DE=\dfrac{1}{2}AC$. $\therefore AC=2DE=2x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，$\angle ACD=90^\circ$，$AC=2x$，$CD=3x$，

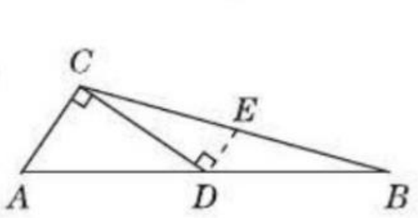
$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{4x^2+9x^2}=\sqrt{13}x$.

$\therefore \sin A=\dfrac{CD}{AD}=\dfrac{3x}{\sqrt{13}x}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$，

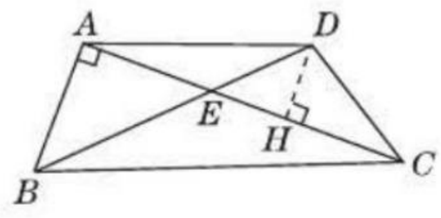
$\cos A=\dfrac{AC}{AD}=\dfrac{2x}{\sqrt{13}x}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$，

$\tan A=\dfrac{CD}{AC}=\dfrac{3x}{2x}=\dfrac{3}{2}$.

方法技巧：本题中出现了 $\tan\angle BCD=\dfrac{1}{3}$，由于 $\angle BCD$ 所在的三角形并非直角三角形，因此应用正切的定义，构造出一个与之相关的直角三角形进行求解.



（第 7 题）



（第 8 题）

8. **解**：如图，过点 D 作 $DH\perp AC$ 于点 H.

$\because \angle CED=45^\circ$，$DH\perp EC$，$DE=\sqrt{2}$，

$\therefore EH=DE\cdot\cos 45^\circ=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1$，

$DH=DE\cdot\sin 45^\circ=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=1$.

又 $\because \angle DCE=30^\circ$，$\therefore HC=\dfrac{DH}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}$，$CD=\dfrac{DH}{\sin 30^\circ}=2$.

$\because \angle AEB=\angle CED=45^\circ$，$\angle BAC=90^\circ$，$BE=2\sqrt{2}$，

$\therefore AB=AE=2$，$\therefore AC=AE+EH+HC=2+1+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=\dfrac{1}{2}\times 2\times(3+\sqrt{3})+\dfrac{1}{2}\times 1\times(3+\sqrt{3})=\dfrac{3\sqrt{3}+9}{2}$.

方法技巧：题目中所给的角有直角和 30°，45° 角，因此我们可以通过构造直角三角形，然后运用特殊角的三角函数值求出某些边的长，进而求出四边形 $ABCD$ 的面积.

9. **解**：(1) 将方程整理，得 $(c-a)x^2+2bx+(a+c)=0$，则

$\Delta=(2b)^2-4(c-a)(a+c)=4(b^2+a^2-c^2)$.

$\because$ 方程有两个相等的实数根，$\therefore \Delta=0$，即 $b^2+a^2=c^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle C=90^\circ$.

(2) 由 $3c=a+3b$，得 $a=3c-3b$. ①

将①代入 $a^2+b^2=c^2$，得 $(3c-3b)^2+b^2=c^2$.

$\therefore 4c^2-9bc+5b^2=0$，即 $(4c-5b)(c-b)=0$.

由①可知，$b\neq c$，$\therefore 4c=5b$. $\therefore b=\dfrac{4}{5}c$. ②

将②代入①，得 $a=\dfrac{3}{5}c$.

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\sin A+\sin B=\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}=\dfrac{3}{5}+\dfrac{4}{5}=\dfrac{7}{5}$.

点拨：解决本题的突破口是由一元二次方程根与判别式的关系得到一个关于 a，b，c 的等式. 从解题过程可以看出，求三角函数值时，只分析出直角三角形中三边的比例关系即可求出其值.

全章热门考点整合应用

1. **解**：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\because \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore \angle BCD+\angle ACD=90^\circ$.

$\because CD\perp AB$，$\therefore \angle ACD+\angle A=90^\circ$，$\therefore \angle BCD=\angle A$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理，得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$，

$\therefore \sin\angle BCD=\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，

$\cos\angle BCD=\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，

$\tan\angle BCD=\tan A=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$.

2. **解**：$\because \sin B=\dfrac{3}{5}$，$\angle ACB=90^\circ$，$DE\perp AB$，

$\therefore \sin B=\dfrac{DE}{DB}=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3}{5}$.

设 $DE=CD=3k$，则 $DB=5k$，

$\therefore CB=8k$，$AC=6k$，$AB=10k$.

$\because AC+CD=9$，$\therefore 6k+3k=9$，$\therefore k=1$，

$\therefore DE=3$，$DB=5$，$\therefore BE=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

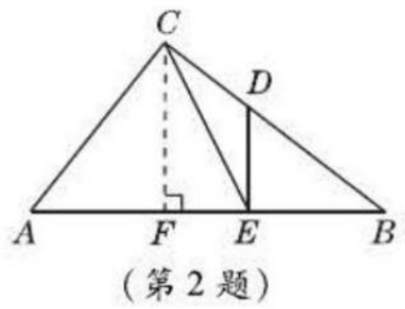
过点 C 作 $CF\perp AB$ 于点 F，如图，

则 $CF/\!/DE$，$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle BCF$.

$\therefore \dfrac{DE}{CF}=\dfrac{BE}{BF}=\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{5}{8}$，求得 $CF=\dfrac{24}{5}$，

$BF=\dfrac{32}{5}$，

$\therefore EF=\dfrac{12}{5}$.



（第 2 题）

在 $\mathrm{Rt}\triangle CEF$ 中，$CE=\sqrt{CF^2+EF^2}=\dfrac{12}{5}\sqrt{5}$.

点拨：方程思想是一种重要的思想方法，运用方程思想可以建立已知量和待求量之间的关系式，平时学习时，应该不断积累用方程思想解题的方法.

3. **解**：(1) 原式 $=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times 1$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{3}{4}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（2）原式 $=\frac{1}{4}\times1^2+\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}-3\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\frac{1}{\frac{1}{2}}-1$

$=\frac{1}{4}+4-3\times\frac{3}{4}+2-1=3.$

4. 解：设 $CE=y$. （1）∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AB=CD=4$，$BC=AD=5$，$\angle B=\angle BCD=90°$.

∵ $BP=a$，$CE=y$，∴ $PC=5-a$，$DE=4-y$.

∵ $AP\perp PE$，∴ $\angle APE=90°$，

∴ $\angle APB+\angle CPE=90°$.

∵ $\angle APB+\angle BAP=90°$，∴ $\angle CPE=\angle BAP$.

∴ $\triangle ABP\backsim\triangle PCE$. ∴ $\frac{BP}{CE}=\frac{AB}{PC}$.

∴ $y=\frac{-a^2+5a}{4}$，即 $CE=\frac{-a^2+5a}{4}$.

（2）四边形 $APFD$ 是菱形，理由如下：当 $a=3$ 时，

$y=\frac{-3^2+5\times3}{4}=\frac{3}{2}$，即 $CE=\frac{3}{2}$. ∴ $DE=\frac{5}{2}$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AD/\!/BF$. ∴ $\triangle AED\backsim\triangle FEC$.

∴ $\frac{AD}{CF}=\frac{DE}{CE}$. ∴ $CF=3$.

易知 $PC=2$，∴ $PF=PC+CF=5$.

∴ $PF=AD$. ∴ 四边形 $APFD$ 是平行四边形.

在Rt△APB中，$AB=4$，$BP=3$，$\angle B=90°$，∴ $AP=5=PF$.

∴ 四边形 $APFD$ 是菱形.

（3）根据 $\tan\angle PAE=\frac{1}{2}$ 可得 $\frac{AP}{PE}=2$，由（1）得 $\triangle ABP\backsim\triangle PCE$，

∴ $\frac{AB}{PC}=\frac{AP}{PE}=2$，得 $\frac{4}{5-a}=2$ 或 $\frac{4}{a-5}=2$，解得 $a=3$ 或 $a=7$.

5. 解：在 Rt△ABC 中，∵ $\angle ACB=\alpha=53°$，$BC=60$ m，

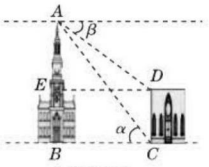
∴ $AB=BC\cdot\tan\alpha=60\times\tan53°\approx60\times\frac{4}{3}=80$（m）.

如图，过点 D 作 $DE\perp AB$，垂足为 E.

由平行线的性质，得 $\angle ADE=\beta=37°$.

易得四边形 $BCDE$ 是矩形，

∴ $DE=BC=60$ m，$DC=BE$.



（第5题）

∴ $AE=DE\cdot\tan\beta=60\times\tan37°\approx60\times\frac{3}{4}=45$（m）.

∴ $CD=BE=AB-AE\approx80-45=35$（m）.

答：两座建筑物 AB 与 CD 的高度分别约是 80 m，35 m.

6. 解：如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，延长 AD 交地面于点 E.

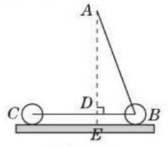
∵ $\sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}$，

∴ $AD=AB\cdot\sin\angle ABD\approx92\times0.94=86.48$.

∵ $DE=6$，

∴ $AE=AD+DE\approx86.48+6\approx92.5$（cm）.

答：把手 A 离地面的高度约为 92.5 cm.



（第6题）

7. 解：如图，过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D，

在 Rt△BCD 中，

∵ $\angle B=30°$，$BC=12$，

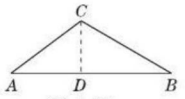
∴ $CD=BC\times\sin30°=6$，$BD=BC\times\cos30°=6\sqrt{3}$.

在 Rt△ACD 中，

∵ $\tan A=\frac{CD}{AD}=\frac{3}{4}$，$CD=6$，

∴ $AD=8$.

∴ $AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$.



（第7题）

$AB=AD+BD=8+6\sqrt{3}$.

8. 解法1：如图①所示，过点 B 作 $BE/\!/AD$ 交 DC 于点 E，过点 E 作 $EF/\!/AB$ 交 AD 于点 F，则 $BE\perp AB$，$EF\perp AD$.

∴ 四边形 $ABEF$ 是矩形. ∴ $EF=AB$，$AF=BE$.

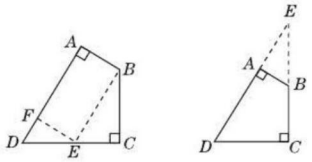
∵ $\angle ABC=120°$，

∴ $\angle CBE=120°-90°=30°$，$\angle D=180°-120°=60°$.

在 Rt△BCE 中，

$BE=\frac{BC}{\cos\angle CBE}=\frac{50\sqrt{3}}{\cos30°}=\frac{50\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=100$，

$EC=BC\cdot\tan\angle CBE=50\sqrt{3}\times\tan30°=50\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=50$.



（第8题）

在 Rt△DEF 中，

$DF=\frac{EF}{\tan D}=\frac{AB}{\tan60°}=\frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=30$.

∴ $AD=AF+DF=BE+DF=100+30=130$.

∴ $S_{四边形ABCD}=S_{梯形ABED}+S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}(AD+BE)\cdot AB+\frac{1}{2}BC\cdot EC=\frac{1}{2}\times(130+100)\times30\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times50\sqrt{3}\times50=4\,700\sqrt{3}$.

解法2：如图②所示，延长 DA，CB 交于点 E，

则 $\angle ABE=180°-\angle ABC=60°$，$\angle E=90°-\angle ABE=30°$.

在 Rt△ABE 中，

$AE=AB\cdot\tan60°=30\sqrt{3}\times\sqrt{3}=90$，

$BE=\frac{AB}{\cos60°}=\frac{30\sqrt{3}}{\frac{1}{2}}=60\sqrt{3}$.

∴ $CE=BE+BC=60\sqrt{3}+50\sqrt{3}=110\sqrt{3}$.

在 Rt△DCE 中，$DC=CE\cdot\tan30°=110\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=110$.

∴ $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle DCE}-S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}DC\cdot CE-\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}\times110\times110\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times30\sqrt{3}\times90=4\,700\sqrt{3}$.

第二十九章 投影与视图

29.1 投 影

第1课时 平行投影与中心投影

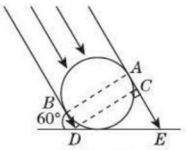
1. 解：（1）——b，（2）——d，（3）——a，（4）——c.

2. C　**3.** D

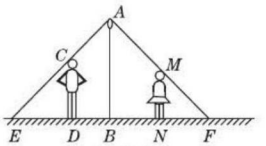
4. C　**点拨**：本题考查了平行投影的特点和规律. 在不同时刻，同一物体的影子的方向和大小可能不同，不同时刻物体在太阳光下的影子的大小在改变，方向也在改变，就北半球而言，从早晨到傍晚影子的指向是：西－西北－北－东北－东，影长由长变短，再变长.

5. B　**点拨**：如图，设与皮球相切的光线与地面分别交于 D，E 两点，切点分别为 B，A，连接 AB，并过点 D 作 $DC\perp AE$ 于点 C. 由题意得 $DE=10\sqrt{3}$ cm，$\angle CED=60°$，∴ $DC=DE\cdot\sin60°=15$ cm. ∴ $AB=DC=15$ cm. 故选 B. 本题考查平行投影的知识，属于基础题，解答本题的关键是构造直角三角形，然后利用三角函数进行解答.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第 5 题）



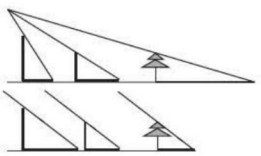
（第 9 题）

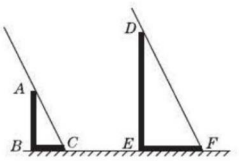
6. D　**7**. B　**8**. D

9. 3　**点拨**：如图，根据 $CD \parallel AB \parallel MN$，得到 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$，$\triangle ABF \backsim \triangle MNF$，根据相似三角形的性质知道 $\frac{CD}{AB}=\frac{DE}{BE}$，$\frac{FN}{FB}=\frac{MN}{AB}$，即可得到结论.

10. **解**：(1) 上面的图为路灯下的情形，下面的图为阳光下的情形.

(2) 如图所示.


（第 10 题）



（第 11 题）

11. **解**：(1) 如图所示.

EF 为 DE 在阳光下的影子.

(2) 由题意得 $\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，即 $\frac{5}{3}=\frac{DE}{6}$，$\therefore DE=10$ m.

即 DE 的长为 10 m.

12. **解**：(1) 当 $\alpha=60°$ 时，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，

$\because \tan 60°=\frac{AB}{AE}=\frac{AB}{10}$，

$\therefore AB=10\cdot\tan 60°=10\sqrt{3}\approx 10\times 1.732\approx 17.3$（米）.

即楼房的高度约为 17.3 米.

(2) 当 $\alpha=45°$ 时，小猫能晒到太阳. 理由如下：

假设没有台阶，如图，当 $\alpha=45°$ 时，从点 B 射下的光线与地面 AD 的交点为点 F，与 MC 的交点为点 H.

$\because \angle BFA=45°$，$\therefore \tan 45°=\frac{AB}{AF}=1$.

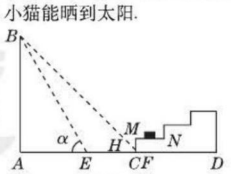
此时的影长 $AF=AB\approx 17.3$ 米.

$\therefore CF=AF-AC\approx 17.3-17.2=0.1$（米）.

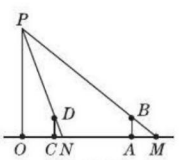
$\therefore CH=CF\approx 0.1$ 米 <0.2 米.

$\therefore$ 楼房的影子落在台阶 MC 这个侧面上.

$\therefore$ 小猫能晒到太阳.



（第 12 题）



（第 13 题）

13. **解**：(1) 如图.

(2) 设在 A 处时影长 AM 为 x 米，在 C 处时影长 CN 为 y 米.

由 $\frac{x}{x+20}=\frac{1.6}{8}$，解得 $x=5$.

由 $\frac{y}{y+(20-14)}=\frac{1.6}{8}$，解得 $y=1.5$.

$\therefore x-y=5-1.5=3.5$.

$\therefore$ 变短了，变短了 3.5 米.

第 2 课时　正投影

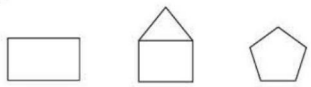
1. 垂直

(1) 平行投影；中心投影

(2) 光线；投影面

2. A　**3**. D　**4**. B　**5**. D　**6**. B　**7**. A

8. **解**：如图所示.


（1）　（2）　（3）

（第 8 题）

9. D　**10**. A　**11**. C　**12**. A

13. C　**点拨**：根据太阳光垂直照射到正方体的每一个顶点上，在纸上的投影是个正六边形.

14. **解**：(1) 因为木棒平行于投影面，所以 $A_1B_1=AB=8$ cm，

即此时的影子 A_1B_1 的长度为 8 cm.

(2) 过点 A 作 $AH\perp BB_2$ 于点 H.

因为 $AA_2\perp A_2B_2$，$BB_2\perp A_2B_2$，

所以四边形 AA_2B_2H 为矩形，所以 $AH=A_2B_2$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABH$ 中，$\angle BAH=30°$，$AB=8$ cm，

所以 $A_2B_2=AH=AB\cdot\cos 30°=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$（cm）.

即旋转后木棒的影子 A_2B_2 的长度为 $4\sqrt{3}$ cm.

点拨：利用转化思想将 A_2B_2 的长转化为 $\triangle ABH$ 中 AH 的长即可得到结果.

15. **解**：过点 A 作 $AH\perp BB_1$ 于点 H. 依题意，得 $\angle BAH=30°$，四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是矩形，其中 $A_1D_1=AD$，$A_1B_1=AH$.

$\because AH\perp BB_1$，$\angle BAH=30°$，

$\therefore AH=AB\cdot\cos 30°=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$（cm），

$\therefore A_1B_1=AH=5\sqrt{3}$ cm.

$\because A_1D_1=AD=10$ cm，

$\therefore S_{\text{四边形}A_1B_1C_1D_1}=A_1B_1\cdot A_1D_1=5\sqrt{3}\times 10=50\sqrt{3}$（cm^2）.

则正方形 $ABCD$ 的正投影的面积是 $50\sqrt{3}$ cm^2.

规律总结：求投影的面积，先确定投影的形状，再根据相应的面积公式，有针对性地求出相关线段的长.

16. **解**：由于圆锥的轴截面平行于投影面，其正投影是等腰三角形，因此圆锥的高等于等腰三角形的高，圆锥底面圆的半径等于等腰三角形底边长的一半. 如图，作 $AD\perp BC$ 于 D，$AB=AC=13$ cm，$AD=12$ cm，

$\therefore CD=5$ cm，

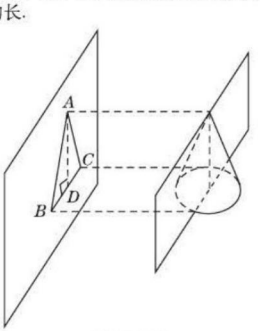
$\therefore r=CD=5$ cm，$h=12$ cm.

$\therefore V_{\text{圆锥}}=\frac{1}{3}\pi r^2h=100\pi$ cm^3，

底面周长为 $l=2\pi r=10\pi$ cm，

$R=AC=13$ cm，

$S_{\text{表}}=\frac{1}{2}lR+\pi r^2=90\pi$ cm^2.



（第 16 题）

17. (1) **解**：AC 的投影是 AD，CD 的投影是点 D，BC 的投影是 BD.

(2) **证明**：①易证得 $\triangle BCD\backsim\triangle BAC$，可得 $BC^2=BD\cdot AB$；②易证得 $\triangle ACD\backsim\triangle CBD$，可得 $CD^2=AD\cdot BD$.

阶段核心归类专训

1. B　**点拨**：题图①中影子的方向不同，是在灯光下的影子；题图②中影子的方向相同，且影长与树高成正比，是在阳光下的影子.

2. B

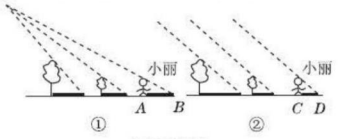
3. **解**：(1) 题图②反映了阳光下的情形，题图①反映了路灯下的情形.

(2) 题图①中过影子顶端与树顶端的直线相交于一点，符合中心投影的特点，因此题图①反映了路灯下的情形；题图②中过影子顶端与树顶端的直线平行，符合平行投影的特点，因此题图②反映了阳

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

光下的情形.

(3)路灯下小丽的影子如图①所示,表示影子的线段为 AB;阳光下小丽的影子如图②所示,表示影子的线段为 CD.



(第 3 题)

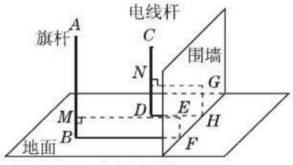
4. C　**5**. $4\sqrt{3}$

6. **解**:(1)平行

(2)如图,过点 E 作 $EM\perp AB$ 于 M,过点 G 作 $GN\perp CD$ 于 N,

易得 $MB=EF=2$ m,$ND=GH=3$ m,$ME=BF=10$ m,$NG=DH=5$ m,

所以 $AM=10-2=8$(m). 由平行投影可知,$\frac{AM}{ME}=\frac{CN}{NG}$,即 $\frac{8}{10}=\frac{CD-3}{5}$,解得 $CD=7$ m,即电线杆的高度为 7 m.



(第 6 题)

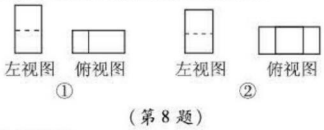
29.2　三视图

第 1 课时　由几何体到三视图

1. C　**2**. C　**3**. C　**4**. C　**5**. A　**6**. B　**7**. A

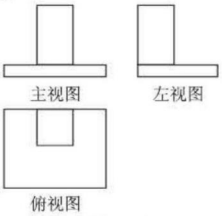
8. **解**:(1)主视图正确,左视图、俯视图如图①所示.

(2)主视图正确,左视图、俯视图如图②所示.



(第 8 题)

9. **解**:三视图如图所示.



(第 9 题)

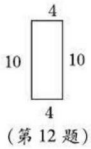
规律总结:三视图的长、宽、高的关系:主视图和俯视图长度相等,主视图和左视图高度相等,俯视图和左视图宽度相等.

10. A　**点拨**:画一个"组合体"的三视图,要特别关注看得见部分的轮廓线,以及被遮挡了的轮廓线的处理.

易错总结:俯视图里有一条线被挡住,应画为虚线,容易被忽略.

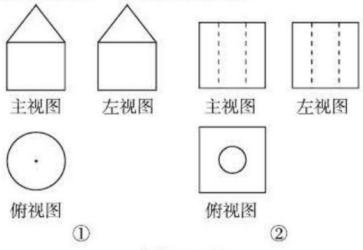
11. B

12. **解**:(1)4　(2)如图所示.



(第 12 题)

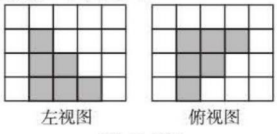
13. **解**:(1)如图①所示.　(2)如图②所示.



(第 13 题)

14. **解**:(1)画图如图所示.

(2)最多可以再添加 4 个小正方体.



(第 14 题)

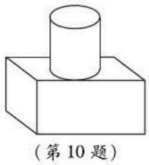
第 2 课时　由三视图到几何体

1. A　**2**. A　**3**. C　**4**. A　**5**. D

6. C　**点拨**:分析主视图和俯视图,在俯视图上标出各位置最多的正方体个数如图,故选 C.



(第 6 题)



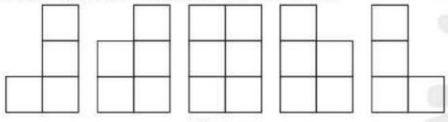
(第 10 题)

7. B　**8**. B

9. **解**:(1)——B;(2)——C;(3)——A.

10. **解**:如图所示.

11. **解**:(1)由主视图可看出,此几何体有 3 列,从左往右第一列 1 层,第二列 2 层,第三列 3 层,又由俯视图可知,此几何体有 2 行,从前往后第一行 3 列,第二行 2 列,则左视图的所有可能的结果有如图所示的 5 种情形(画出一种即可):



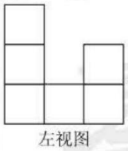
(第 11 题)

(2)把以上五种情形下的几何体分别画出来,可得组成几何体的小正方体的个数有 8,9,10 或 11,即 $n=8,9,10$ 或 11.

12. **解**:(1)a 为 3,b 为 1,c 为 1.

(2)最少由 9 个小正方体搭成,最多由 11 个小正方体搭成.

(3)当 $d=e=1$,$f=2$ 时,该几何体的左视图如图所示.



(第 12 题)

点拨:由主视图与俯视图可知 a 为 3,b 与 c 均为 1,而 d,e,f 中至少有一个应为 2. 当均为 2 时,共有 11 个小正方体;当其中两个为 2,一个为 1 时,共有 10 个小正方体;当其中一个为 2,另外两个为 1 时,共有 9 个小正方体. 当 a,b,c,d,e,f 的值确定时,就只有一种情况,由此即可画出它的左视图.

第 3 课时　由三视图到几何体的展开图

1. A　**2**. D

3. B　**点拨**:由题意可知圆锥的底面半径为 3,∴ 圆锥的底面周长为 6π,∵ 圆锥的高是 $6\sqrt{2}$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

∴ 圆锥的母线长为 $\sqrt{3^2+(6\sqrt{2})^2}=9$.

设扇形的圆心角为 $n°$,∴ $\frac{n\pi\times9}{180}=6\pi$. 解得 $n=120$.

∴ 圆锥的侧面展开图中扇形的圆心角为 120°. 故选 B.

4. c;a;b

5. C　**6**. C　**7**. B

8. A　**点拨**:由主视图和左视图的宽为 x,结合两者的面积得出俯视图的长和宽,从而得出答案.

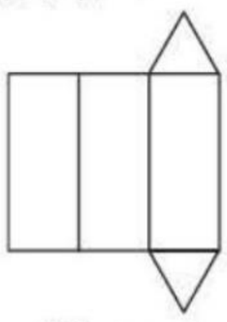
9. D　**点拨**:由三视图可知,该几何体是由一个圆柱和一个长方体组成,圆柱底面直径为 20,高为 8,长方体的长为 30,宽为 20,高为 5,故该几何体的体积为 $\pi\times10^2\times8+30\times20\times5=800\pi+3\ 000$,故选 D.

10. C　**点拨**:由三视图知该几何体是圆柱,且底面直径是 2 cm,高是 3 cm,则其侧面积为 $2\pi\times3=6\pi(\text{cm}^2)$.

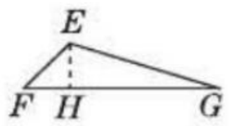
11. **解**:(1)正三棱柱.　(2)如图.

(3)$10\times4\times3=120(\text{cm}^2)$.

点拨:(2)答案不唯一.



(第 11 题)



(第 12 题)

12. **解**:(1)过点 E 作 $EH\perp FG$ 于点 H,如图.

在 $\text{Rt}\triangle EHF$ 中,$EF=4$ cm,$\angle EFH=45°$,

∴ $EH=EF\cdot\sin\angle EFH=4\times\sin45°=2\sqrt{2}(\text{cm})$.

由图形可知 $AB=EH=2\sqrt{2}$ cm.

(2)直三棱柱的体积 $=S_{\triangle EFG}\cdot AD=\frac{1}{2}\times12\times2\sqrt{2}\times8=96\sqrt{2}(\text{cm}^3)$.

点拨:通过作辅助线 EH 构造 $\text{Rt}\triangle EFH$,将求 AB 的长转化为求 EH 的长.

13. **解**:(1)此模型由两个长方体组成:上面是一个小长方体,下面是一个大长方体.

(2)模型的体积 $=5\times6\times10+2\times3\times1.5=309(\text{m}^3)$,则该模型的质量 $=309\times360=111\ 240(\text{kg})$.

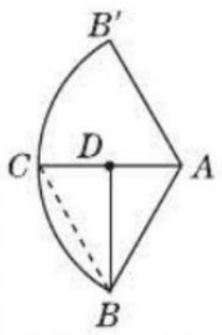
(3)模型的表面积 $=2\times3\times2+2\times1.5\times2+10\times5\times2+5\times6\times2+6\times10\times2=298(\text{m}^2)$,

需要油漆 $298\div4=74.5(\text{kg})$.

14. **解**:(1)圆锥.

(2)表面积 $S=S_{\text{扇形}}+S_{\text{圆}}=\pi rl+\pi r^2=12\pi+4\pi=16\pi$(平方厘米).

(3)如图,将圆锥侧面展开,线段 BD 的长为所求的最短路程,由条件得 $\angle BAB'=120°$,C 为弧 BB' 的中点,所以 $\angle BAD=60°$. 连接 BC,易知 $\triangle ABC$ 为等边三角形,又因为 D 为 AC 的中点,所以 $BD\perp AC$. 从而可求得 $BD=3\sqrt{3}$ 厘米. 所以所求的最短线路的路程为 $3\sqrt{3}$ 厘米.



(第 14 题)

29.3　课题学习　制作立体模型

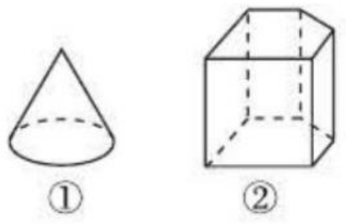
1. 立体图形;视图;立体图形

2. **解**:(1)是圆锥,制作流程:①用刻度尺度量其底面圆的半径 r,高 h,母线长 l;②用小刀把萝卜削成一个底面圆半径为 r,高为 h 的圆柱体;③把圆柱体加工成如图①所示的模型.

(2)为正方体截去一个三棱柱,是五棱柱. 制作流程:①用刻度尺度量正方体的棱长 a,被截去的三棱柱的底面为直角三角形,一条直角边长为 b,另一条直角边长为 c;②用小刀将萝卜削成一个正方体,棱长为 a;③在以这个正方体为毛坯的基准上再加工,使其截出一个三棱柱,三棱柱底面上直角三角形的两直角边长分别为 b 和 c. 一个立体图形做成,如图②所示.

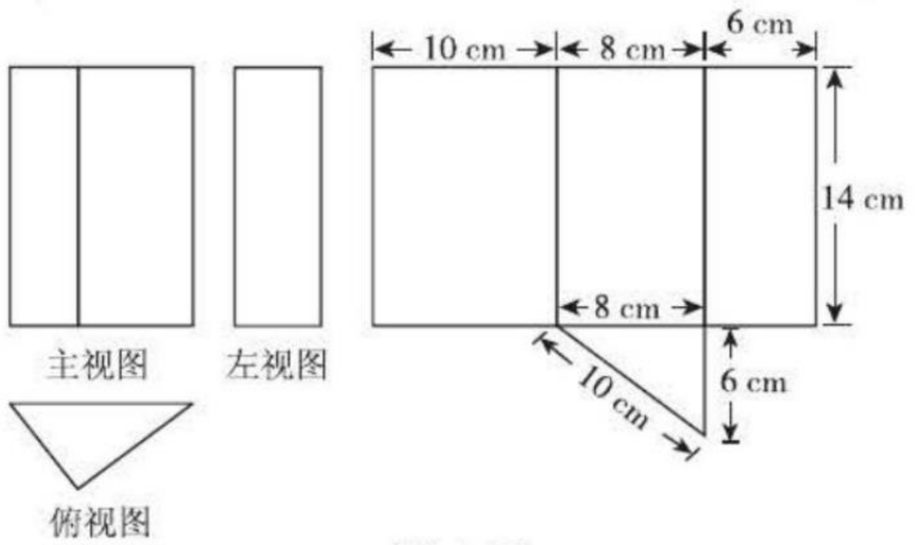
点拨:由三视图描述几何体,图(1)是圆锥,图(2)为正方体截去一个三棱柱,是五棱柱.

规律总结:(1)选取材料要易切割;(2)由三视图画出几何体模型,再将模型上有关尺寸用刻度尺量出;(3)制作毛坯,再从毛坯中加工成符合条件的立体模型.



(第 2 题)

3. **解**:(1)三视图和表面展开图如图(表面展开图画法不唯一):



(第 3 题)

(2)侧面积为 $(6+8+10)\times14=336(\text{cm}^2)$,

直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$,

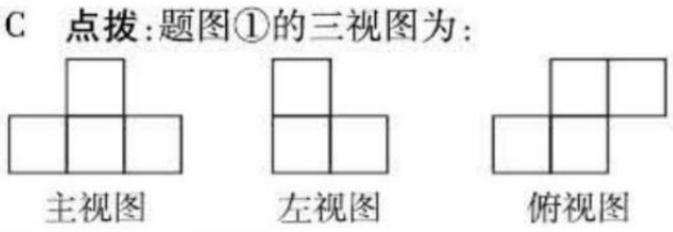
表面积为 $336+24=360(\text{cm}^2)$.

所以做该笔筒至少要用废纸板 360 cm^2.

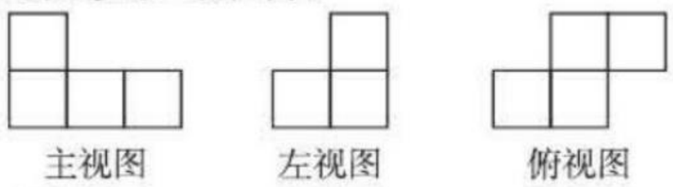
阶段核心归类专训

1. B

2. C　**点拨**:题图①的三视图为:

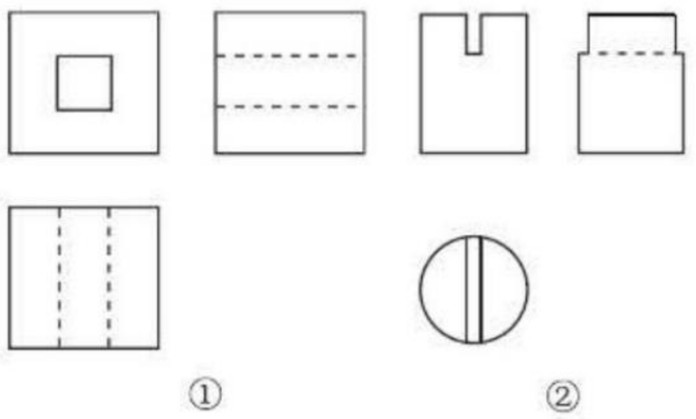


题图②的三视图为:



故选 C.

3. **解**:如图所示.



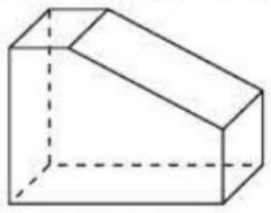
(第 3 题)

方法点拨:画三视图时,要根据几何体合理想象,看得见的轮廓线用实线画,看不见的轮廓线用虚线画.

4. B

5. **解**:如图所示.

技巧点拨:该物体是一个长方体切去了右上角后剩余的部分,还原物体时,还要根据实线和虚线确定切去部分的位置.



(第 5 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. B

7. **解**：这样的几何体不是只有一种，它最少需要 10 个小立方块，最多需要 16 个小立方块.

全章热门考点整合应用

1. A　**点拨**：太阳光线是平行光线，由于摆放的位置不同，矩形木板在地面上形成的投影可能是 B，C 或 D. 故选 A.

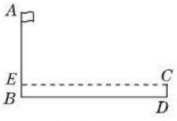
2. **解**：如图，过点 C 作 $CE\perp AB$，垂足为点 E，则 $EC=BD=20$ m，$BE=CD=2$ m.

设 $AB=x$ m，则 $AE=(x-2)$ m.

由题意，知 $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$，即 $\frac{x-2}{20}=\frac{1}{2}$.

解得 $x=12$.

故旗杆的高度为 12 m.



（第 2 题）

点拨：本题旗杆的影子不都在地面上，故不能盲目地根据物体的高度与影长成正比例来列方程.

3. **解**：由题意，知 $EF\parallel BC$，$EF=22$ cm $=0.22$ m，$MN=10$ cm $=0.1$ m，$MB=20$ m，

$\therefore\triangle OEF\backsim\triangle OBC$，

$\therefore\frac{EF}{BC}=\frac{MN}{MB}$，即 $\frac{0.22}{BC}=\frac{0.1}{20}$.

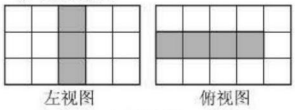
解得 $BC=44$ m.

$\therefore$ 建筑物 A 的高为 44 m.

4. D

5. A　**点拨**：A. 当圆柱侧面与桌面接触时，主视图和左视图有一个是长方形，另一个是圆，故此选项符合题意；B. 桌面上放置的正方体的主视图和左视图一定相同，故此选项不符合题意；C. 球的主视图和左视图都是圆，一定相同，故此选项不符合题意；D. 直立圆锥的主视图和左视图都是等腰三角形，一定相同，故此选项不符合题意. 故选 A.

6. **解**：(1) 26 cm^2　(2) 如图所示.



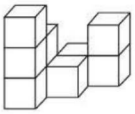
（第 6 题）

7. A　**点拨**：从俯视图可以想象出几何体的各部分小正方体的个数，进而可得出左视图中从左至右小正方形的个数依次为 1，3，2，故选 A.

对于由多个小正方体堆成的几何体的左视图的问题，要想象出左视图中每列小正方形的个数.

8. **解**：该物体的形状如图，它共有 3 层，一共有 9 个小正方体.

方法总结：根据物体的三视图想象物体形状的方法：一般是由俯视图确定物体在水平面内的形状，然后再根据主视图和左视图补全它在空间里的形状，从而确定物体的形状.


（第 8 题）

9. **解**：该几何体是直四棱柱. 由三种视图知，棱柱底面菱形的对角线的长分别为 4 cm，3 cm.

$\therefore$ 菱形的边长为 $\frac{5}{2}$ cm，$\therefore$ 棱柱的侧面积为 $\frac{5}{2}\times8\times4=80$(cm^2).

10. **解**：这种容器的三视图如图.



（第 10 题）

点拨：画复杂图形的三视图时，可把复杂的组合几何体分解成单一的常见几何体进行研究，并作出视图.

11. **解**：(1) 略.

(2) 由题易知 $\triangle ABC\backsim\triangle FDE$.

$\therefore\frac{AB}{FD}=\frac{BC}{DE}$.

$\therefore\frac{1.1}{12.1}=\frac{1.65}{DE}$.

$\therefore DE=18.15$ m ≈18.2 m.

故教学楼 DE 的高度约为 18.2 m.

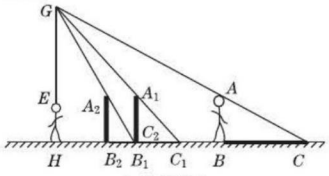
12. **解**：(1) 略.

(2) 设小丽的身高是 x 米，易知 $\frac{1.60}{2}=\frac{x}{1.75}$，

解得 $x=1.4$.

即小丽的身高为 1.4 米.

13. **解**：(1) 如图所示.



（第 13 题）

(2) 由题意得：$\triangle ABC\backsim\triangle GHC$，

$\therefore\frac{AB}{GH}=\frac{BC}{HC}$，即 $\frac{1.6}{GH}=\frac{3}{6+3}$，

$\therefore GH=4.8$ m.

(3) 如图. $\triangle A_1B_1C_1\backsim\triangle GHC_1$，

$\therefore\frac{A_1B_1}{GH}=\frac{B_1C_1}{HC_1}$，设 B_1C_1 长为 x m，

则 $\frac{1.6}{4.8}=\frac{x}{x+3}$，

解得 $x=\frac{3}{2}$，即 $B_1C_1=\frac{3}{2}$ m.

同理 $\frac{1.6}{4.8}=\frac{B_2C_2}{B_2C_2+2}$，

解得 $B_2C_2=1$ m. $B_nC_n=\frac{3}{n+1}$m.

14. 略.

15. **解**：设路灯的高为 x 米，

$\because GH\perp BD$，$AB\perp BD$，

$\therefore GH\parallel AB$，

$\therefore\triangle EGH\backsim\triangle EAB$，

$\therefore\frac{GH}{x}=\frac{EH}{EB}$　①，同理 $\triangle FGH\backsim\triangle FCD$，

$\therefore\frac{GH}{x}=\frac{FH}{FD}$　②，

$\therefore\frac{EH}{EB}=\frac{FH}{FD}=\frac{EH+FH}{EB+FD}$，

$\therefore\frac{3}{EB}=\frac{4.5}{12+4.5}$，解得 $EB=11$ 米，

代入①得 $\frac{1.8}{x}=\frac{3}{11}$，解得 $x=6.6$.

$\therefore$ 路灯高为 6.6 米.

16. **解**：由题意得，$\angle BAD=\angle BCE$，

$\because\angle ABD=\angle CBE=90°$，

$\therefore\triangle BAD\backsim\triangle BCE$，

$\therefore\frac{BD}{BE}=\frac{AB}{CB}$，即 $\frac{BD}{9.6}=\frac{1.7}{1.2}$，

解得 $BD=13.6$ 米，

$\therefore$ 河宽 BD 是 13.6 米.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

检测卷答案

第二十六章达标检测卷

一、**1**. C

2. D　**点拨**：∵ 点 $P(-1,2)$ 在第二象限，∴ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限.

3. B　**点拨**：由题意可知，选项 A，C，D 中的点都在反比例函数 $y=\frac{5}{x}$ 的图象上，选项 B 中的点在反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$ 的图象上，故选 B.

4. D　**5**. C　**6**. C　**7**. C

8. B　**点拨**：A 中，由一次函数的图象可知 $m>0,n<0$，则 $\frac{n}{m}<0$，由双曲线可知 $\frac{n}{m}>0$，$\frac{n}{m}$ 的符号相矛盾；B 中，由一次函数的图象可知 $m>0,n<0$，则 $\frac{n}{m}<0$，由双曲线可知 $\frac{n}{m}<0$，符合题意；C 中，由一次函数的图象可知 $m<0,n>0$，则 $\frac{n}{m}<0$，由双曲线可知 $\frac{n}{m}>0$，$\frac{n}{m}$ 的符号相矛盾；D 中，由一次函数的图象可知 $m<0,n<0$，则 $\frac{n}{m}>0$，由双曲线可知 $\frac{n}{m}<0$，$\frac{n}{m}$ 的符号相矛盾. 故选 B.

9. B　**点拨**：把 $x=1$ 代入 $y=\frac{3}{x}$，得 $y=3$，故点 A 的坐标为 $(1,3)$. 由反比例函数图象和圆的对称性可知，点 A,B 关于直线 $y=x$ 对称，则点 B 的坐标为 $(3,1)$. 又∵ 点 B 和点 C 关于原点对称，∴ 点 C 的坐标为 $(-3,-1)$，即点 C 的横坐标为 -3. 故选 B.

10. A　**点拨**：当点 P 在曲线 AB 上运动时，S 不变；当点 P 在 BC 上运动时，S 是 t 的一次函数，且 S 随着 t 的增大而减小. 故选 A.

二、**11**. $y=\frac{6}{x}$

12. <

13. $(-1,-2)$　**点拨**：∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象关于原点成中心对称，一次函数 $y=mx$ 的图象经过原点，且关于原点成中心对称，∴ 它们的交点也关于原点成中心对称. 又∵ 点 $(1,2)$ 关于原点对称的点为 $(-1,-2)$，∴ 它们另一个交点的坐标为 $(-1,-2)$.

14. 1

15. >　**点拨**：∵ 正比例函数 $y=k_1x$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象有公共点，∴ k_1 与 k_2 同号，∴ $k_1k_2>0$.

16. $y=-\frac{6}{x}$；增大

17. -2

18. $\frac{24}{b}(b>0)$；一

19. 2

20. $(-3,0),(5,0),(3,0)$ 或 $(-5,0)$　**点拨**：∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象关于原点对称，∴ A,B 两点关于点 O 对称，∴ 点 O 为线段 AB 的中点，且 $B(-1,-2)$，∴ 当 $\triangle PAB$ 为等腰三角形时，有 $PA=AB$ 或 $PB=AB$ 两种情况. 设点 P 的坐标为 $(x,0)$，∵ $A(1,2),B(-1,-2)$，∴ $AB=\sqrt{[1-(-1)]^2+[2-(-2)]^2}=2\sqrt{5}$，$PA=\sqrt{(x-1)^2+4}$，$PB=\sqrt{(x+1)^2+4}$. 当 $PA=AB$ 时，则有 $\sqrt{(x-1)^2+4}=2\sqrt{5}$，解得 $x=-3$ 或 $x=5$，此时点 P 的坐标为 $(-3,0)$ 或 $(5,0)$. 当 $PB=AB$ 时，则有 $\sqrt{(x+1)^2+4}=2\sqrt{5}$，解得 $x=3$ 或 $x=-5$，此时点 P 的坐标为 $(3,0)$ 或 $(-5,0)$. 综上可知，点 P 的坐标为 $(-3,0),(5,0),(3,0)$ 或 $(-5,0)$.

三、**21**. **解**：(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=\frac{k}{x-1}$，

由题意得 $2=\frac{k}{-5-1}$，解得 $k=-12$.

∴ y 与 x 的函数关系式为 $y=-\frac{12}{x-1}$.

(2) 当 $x=5$ 时，$y=-\frac{12}{x-1}=-\frac{12}{5-1}=-3$.

22. **解**：(1)∵ 双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 经过点 $A(2,4)$，∴ $m=8$.

∵ 直线 $y=x+b$ 经过点 $A(2,4)$，∴ $b=2$.

∴ 此直线与 y 轴的交点 B 的坐标为 $(0,2)$.

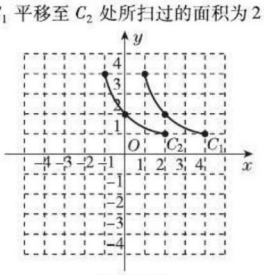
(2) 点 P 的坐标为 $(8,1)$ 或 $(-8,-1)$.

23. **解**：(1) 联立方程组 $\begin{cases}y=\frac{4}{x},\\ y=kx+4,\end{cases}$ 得 $kx^2+4x-4=0$.

∵ 反比例函数的图象与直线 $y=kx+4(k\neq0)$ 只有一个公共点，

∴ $\Delta=16+16k=0$，∴ $k=-1$.

(2) 如图所示，C_1 平移至 C_2 处所扫过的面积为 $2\times3=6$.



(第 23 题)

24. **解**：(1) 当 $0\leqslant x\leqslant8$ 时，设 $y=k_1x+b$，

将 $(0,20),(8,100)$ 的坐标分别代入 $y=k_1x+b$，

可求得 $k_1=10,b=20$.

∴ 当 $0\leqslant x\leqslant8$ 时，$y=10x+20$.

当 $8<x\leqslant a$ 时，设 $y=\frac{k_2}{x}$，

将 $(8,100)$ 的坐标代入 $y=\frac{k_2}{x}$，

得 $k_2=800$.

∴ 当 $8<x\leqslant a$ 时，$y=\frac{800}{x}$.

综上，当 $0\leqslant x\leqslant8$ 时，$y=10x+20$；

当 $8<x\leqslant a$ 时，$y=\frac{800}{x}$.

(2) 将 $y=20$ 代入 $y=\frac{800}{x}$，

解得 $x=40$，即 $a=40$.

(3) 在 $y=\frac{800}{x}$ 中，当 $y=40$ 时，$x=\frac{800}{40}=20$.

∴ 要想喝到不低于 40 ℃ 的开水，x 需满足 $8\leqslant x\leqslant20$，即李老师要在 7:38 到 7:50 之间接水.

25. **解**：(1) 由题意易得点 M 的纵坐标为 2.

将 $y=2$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x+3$，得 $x=2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴ $M(2,2)$. 把点 M 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=4$，

∴ 反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$.

(2)由题意得 $S_{\triangle OPM}=\frac{1}{2}OP\cdot AM$，

∵ $S_{四边形BMON}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle AOM}-S_{\triangle CON}=4\times2-2-2=4$，$S_{\triangle OPM}=S_{四边形BMON}$，

∴ $\frac{1}{2}OP\cdot AM=4$.

又易知 $AM=2$，∴ $OP=4$.

∴ 点 P 的坐标是 $(0,4)$ 或 $(0,-4)$.

26. **解**：(1)∵ 正比例函数图象与反比例函数图象的两个交点关于原点对称，

∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=1$.

又∵ AC 垂直于 x 轴，∴ $k=2$.

(2)假设存在这样的点 D，设点 D 的坐标为 $(m,0)$.

由 $\begin{cases}y=2x,\\y=\frac{2}{x}\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x_1=1,\\y_1=2,\end{cases}\begin{cases}x_2=-1,\\y_2=-2.\end{cases}$

∴ $A(1,2)$，$B(-1,-2)$.

∴ $AD=\sqrt{(1-m)^2+2^2}$，

$BD=\sqrt{(m+1)^2+2^2}$，

$AB=\sqrt{(1+1)^2+(2+2)^2}=2\sqrt{5}$.

当 D 为直角顶点时，

∵ $AB=2\sqrt{5}$，∴ $OD=\frac{1}{2}AB=\sqrt{5}$.

∴ D 的坐标为 $(\sqrt{5},0)$ 或 $(-\sqrt{5},0)$.

当 A 为直角顶点时，

由 $AB^2+AD^2=BD^2$，得 $(2\sqrt{5})^2+(1-m)^2+2^2=(m+1)^2+2^2$，

解得 $m=5$，即 $D(5,0)$.

当 B 为直角顶点时，

由 $BD^2+AB^2=AD^2$，得 $(m+1)^2+2^2+(2\sqrt{5})^2=(1-m)^2+2^2$，

解得 $m=-5$，即 $D(-5,0)$.

∴ 存在这样的点 D，使 $\triangle ABD$ 为直角三角形，点 D 的坐标为 $(\sqrt{5},0)$ 或 $(-\sqrt{5},0)$ 或 $(5,0)$ 或 $(-5,0)$.

第二十七章达标检测卷

一、**1.** B　**2.** C　**3.** B　**4.** A　**5.** B

6. B　**点拨**：∵ $AB\perp BC$，$CD\perp BC$，∴ $\angle ABE=\angle DCE=90°$.

又∵ $\angle AEB=\angle DEC$，

∴ $\triangle ABE\backsim\triangle DCE$.

∴ $\frac{AB}{DC}=\frac{BE}{CE}$，即 $\frac{AB}{20}=\frac{20}{10}$.

∴ $AB=40$ m.

7. B

8. C　**点拨**：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $AD=BC=5$，$\angle D=\angle B=\angle C=90°$. ∵ AF 平分 $\angle DAE$，$EF\perp AE$，∴ $\angle DAF=\angle FAE$，$\angle AEF=\angle D=90°$. 又∵ $AF=AF$，∴ $\triangle ADF\cong\triangle AEF$，∴ $AE=AD=5$. 在 $Rt\triangle ABE$ 中，由勾股定理，得 $BE=\sqrt{AE^2-AB^2}=3$，∴ $EC=5-3=2$. ∵ $\angle BAE+\angle AEB=90°$，$\angle AEB+\angle FEC=90°$，∴ $\angle BAE=\angle FEC$，∴ $\triangle ABE\backsim\triangle ECF$，∴ $\frac{AB}{CE}=\frac{BE}{CF}$，∴ $\frac{4}{2}=\frac{3}{CF}$，∴ $CF=\frac{3}{2}$. 故选 C.

9. D

10. D　**点拨**：∵ 四边形 $ADEF$ 为正方形，∴ $\angle FAD=90°$，$AD=AF=EF$，∴ $\angle CAD+\angle FAG=90°$. ∵ $FG\perp CA$，∴ $\angle G=90°=\angle ACB$，∴ $\angle AFG+\angle FAG=90°$. ∴ $\angle DAC=\angle AFG$. 在 $\triangle FGA$ 和 $\triangle ACD$ 中，$\begin{cases}\angle G=\angle C,\\\angle AFG=\angle DAC,\\AF=DA,\end{cases}$ ∴ $\triangle FGA\cong\triangle ACD$(AAS)，∴ $AC=FG$，①正确；∵ $BC=AC$，∴ $FG=BC$. ∵ $\angle ACB=90°$，$FG\perp CA$，∴ $FG/\!/BC$，∴ 四边形 $CBFG$ 是矩形，∴ $\angle CBF=90°$，$S_{\triangle FAB}=\frac{1}{2}FB\cdot FG=\frac{1}{2}S_{四边形CBFG}$，②正确；∵ $CA=CB$，$\angle C=\angle CBF=90°$，∴ $\angle ABC=\angle ABF=45°$，③正确；易知 $\angle FQE=\angle DQB=\angle ADC$，$\angle E=\angle C=90°$，∴ $\triangle ACD\backsim\triangle FEQ$，∴ $AC:AD=FE:FQ$，∴ $AD\cdot FE=AD^2=FQ\cdot AC$，④正确.

二、**11.** 120

12. 36　**点拨**：∵ $\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，且相似比是 3∶4，∴ $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的周长比为 3∶4. 又∵ $\triangle ABC$ 的周长是 27 cm，∴ $\triangle A'B'C'$ 的周长为 $27\times\frac{4}{3}=36$(cm).

13. $\frac{3}{7}$　**点拨**：由题意可设 $x=2a$，$y=5a(a\neq0)$，则 $\frac{y-x}{y+x}=\frac{5a-2a}{5a+2a}=\frac{3a}{7a}=\frac{3}{7}$.

14. 3∶5

15. 10　**点拨**：∵ $\angle ABC=\angle AED$，$\angle BAC=\angle EAD$，∴ $\triangle AED\backsim\triangle ABC$，∴ $\frac{AE}{AB}=\frac{DE}{CB}$，∴ $\frac{5}{AB}=\frac{4}{8}$，∴ $AB=10$.

16. $(\sqrt{3},\sqrt{3})$

17. 25

18. 5.1 m

19. 12　**点拨**：由折叠的性质，得 $DF=EF$，设 $EF=x$ cm，则 $AF=(6-x)$ cm. ∵ 点 E 是 AB 的中点，∴ $AE=BE=\frac{1}{2}\times6=3$(cm). 在 $Rt\triangle AEF$ 中，由勾股定理，得 $AE^2+AF^2=EF^2$，即 $3^2+(6-x)^2=x^2$，解得 $x=\frac{15}{4}$，∴ $AF=6-\frac{15}{4}=\frac{9}{4}$(cm). ∵ $\angle FEG=\angle D=90°$，∴ $\angle AEF+\angle BEG=90°$. ∵ $\angle AEF+\angle AFE=90°$，∴ $\angle AFE=\angle BEG$. 又∵ $\angle A=\angle B=90°$，∴ $\triangle AEF\backsim\triangle BGE$，∴ $\frac{BE}{AF}=\frac{BG}{AE}=\frac{EG}{EF}$，即 $\frac{3}{\frac{9}{4}}=\frac{BG}{3}=\frac{EG}{\frac{15}{4}}$，解得 $BG=4$ cm，$EG=5$ cm，∴ $\triangle EBG$ 的周长为 $3+4+5=12$(cm).

20. $y=\frac{4}{x}(x>0)$

三、**21.** **解**：∵ 四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $EFGH$，∴ $\angle H=\angle D=95°$.

∴ $\angle\alpha=360°-95°-118°-67°=80°$.

∵ 四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $EFGH$，

∴ $\frac{BC}{FG}=\frac{AB}{EF}$.

即 $x:7=12:6$. 解得 $x=14$.

22. (1)**证明**：∵ $DE/\!/BC$，

∴ $\angle ADE=\angle B$，$\angle AED=\angle C$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

(2)**解**：∵ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC}$.

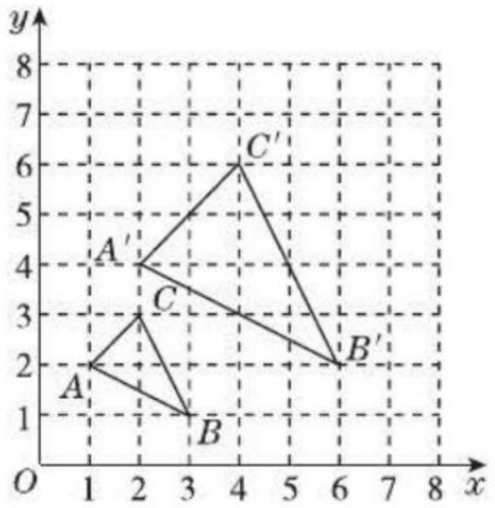
∵ $AD:BD=1:3$，∴ $AD:AB=1:4$，∴ $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{4}$.

又 $DE=2$，∴ $BC=4DE=8$.

23. **解**：(1)如图.

(2)$S_{\triangle A'B'C'}=4\times4-\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times4=6$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第 23 题）

24. 解：设 $AE=h$，$\because CD/\!/AB$，$\therefore \triangle FAB\backsim\triangle FCD$，$\therefore \dfrac{AF}{CF}=\dfrac{AB}{CD}$，

即 $\dfrac{AF}{AF-45}=\dfrac{h+16}{16}$，$\therefore AF=\dfrac{45(h+16)}{h}$.

同理易证 $\triangle AGE\backsim\triangle CGD$，$\therefore \dfrac{AG}{CG}=\dfrac{AE}{CD}$，

即 $\dfrac{AG}{AG-45}=\dfrac{h}{16}$，$\therefore AG=\dfrac{45h}{h-16}$.

又 $\because AG-AF=12$，$\therefore \dfrac{45h}{h-16}-\dfrac{45(h+16)}{h}=12$.

整理得 $h^2-16h-960=0$，

$\therefore h=40$ 或 $h=-24$（不合题意，舍去）.

$\therefore$ 大厦主体建筑的高度 AE 为 40 m.

25. 解：设经过 t s 时，$\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

则 $AP=2t$ cm，$BQ=4t$ cm，$BP=(10-2t)$ cm.

当 $\triangle PBQ\backsim\triangle ABC$ 时，有 $\dfrac{BP}{AB}=\dfrac{BQ}{BC}$，

即 $\dfrac{10-2t}{10}=\dfrac{4t}{20}$，

解得 $t=2.5$.

当 $\triangle QBP\backsim\triangle ABC$ 时，有 $\dfrac{BP}{BC}=\dfrac{BQ}{AB}$，

即 $\dfrac{10-2t}{20}=\dfrac{4t}{10}$，解得 $t=1$.

综上所述，经过 2.5 s 或 1 s，$\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

26. (1) **证明**：如图，连接 OC.

$\because PC=PF$，$\therefore \angle PCF=\angle PFC=\angle AFH$.

又 $\because PC$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle PCF+\angle ACO=90°$.

$\because OC=OA$，

$\therefore \angle ACO=\angle CAO$.

$\therefore \angle AFH+\angle CAO=90°$.

$\therefore \angle FHA=90°$. $\therefore AB\perp DE$.

(2) **解**：点 D 在 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点时，$AD^2=DE\cdot DF$.

理由如下：如图，连接 AE，

$\because$ 点 D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{DC}=\overset{\frown}{DA}$，

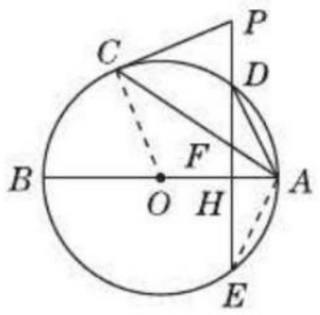
$\therefore \angle CAD=\angle AED$.

又 $\because \angle FDA=\angle ADE$，

$\therefore \triangle ADF\backsim\triangle EDA$，

$\therefore \dfrac{AD}{ED}=\dfrac{DF}{DA}$，

$\therefore AD^2=DE\cdot DF$.



（第 26 题）

27. 解：(1) 当 $\alpha=0°$ 时，$\because BC=2AB=8$，$\therefore AB=4$.

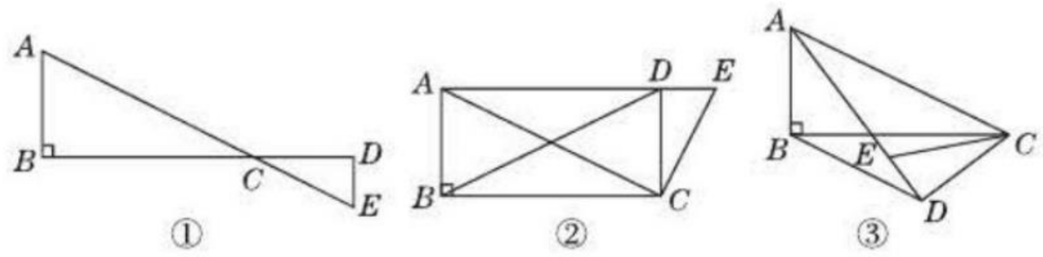
$\because$ 点 D，E 分别是边 BC，AC 的中点，$\therefore BD=4$，$AE=EC=\dfrac{1}{2}AC$.

$\because \angle B=90°$，$\therefore AC=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，$\therefore AE=CE=2\sqrt{5}$，

$\therefore \dfrac{AE}{BD}=\dfrac{2\sqrt{5}}{4}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

当 $\alpha=180°$ 时，如图①，易得 $AC=4\sqrt{5}$，$CE=2\sqrt{5}$，$CD=4$，

$\therefore \dfrac{AE}{BD}=\dfrac{AC+CE}{BC+CD}=\dfrac{4\sqrt{5}+2\sqrt{5}}{8+4}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.



（第 27 题）

(2) 无变化.

证明：在题图①中，$\because DE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

$\therefore DE/\!/AB$，$\therefore \dfrac{CE}{CA}=\dfrac{CD}{CB}$，$\angle EDC=\angle B=90°$.

如题图②，$\because \triangle EDC$ 在旋转过程中形状大小不变，

$\therefore \dfrac{CE}{CA}=\dfrac{CD}{CB}$ 仍然成立.

又 $\because \angle ACE=\angle BCD=\alpha$，$\therefore \triangle ACE\backsim\triangle BCD$，$\therefore \dfrac{AE}{BD}=\dfrac{AC}{BC}$.

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$.

$\therefore \dfrac{AC}{BC}=\dfrac{4\sqrt{5}}{8}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$\therefore \dfrac{AE}{BD}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$\therefore \dfrac{AE}{BD}$ 的大小不变.

(3) 当 $\triangle EDC$ 在 BC 上方，且 A，D，E 三点共线时，四边形 $ABCD$ 为矩形，如图②，$\therefore BD=AC=4\sqrt{5}$；当 $\triangle EDC$ 在 BC 下方，且 A，E，D 三点共线时，$\triangle ADC$ 为直角三角形，如图③，由勾股定理可得 $AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=8$. 又易知 $DE=2$，$\therefore AE=6$. $\because \dfrac{AE}{BD}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$，$\therefore BD=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$. 综上，$BD$ 的长为 $4\sqrt{5}$ 或 $\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$.

第二十八章达标检测卷

一、**1.** C　**2.** D　**3.** B

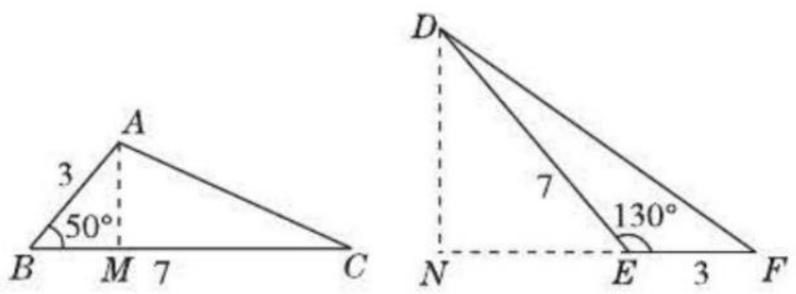
4. B　**点拨**：因为 $AD=DC$，所以 $\angle DAC=\angle DCA$. 又因为 $AD/\!/BC$，所以 $\angle DAC=\angle ACB$，所以 $\angle DCA=\angle ACB$. 在 Rt$\triangle ACB$ 中，$AC=BC\cdot\cos\angle ACB=10\times\dfrac{4}{5}=8$，则 $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=6$.

5. A　**6.** A

7. D　**点拨**：如图，过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M，过点 D 作 $DN\perp EF$，交 FE 的延长线于点 N. 在 Rt$\triangle ABM$ 中，$\because \sin B=\dfrac{AM}{AB}$，$\therefore AM=3\times\sin 50°$，$\therefore S_1=\dfrac{1}{2}BC\cdot AM=\dfrac{1}{2}\times7\times3\times\sin 50°=\dfrac{21}{2}\sin 50°$.

在 Rt$\triangle DEN$ 中，$\angle DEN=180°-130°=50°$. $\because \sin\angle DEN=\dfrac{DN}{DE}$，

$\therefore DN=7\times\sin 50°$，$\therefore S_2=\dfrac{1}{2}EF\cdot DN=\dfrac{1}{2}\times3\times7\times\sin 50°=\dfrac{21}{2}\sin 50°$，$\therefore S_1=S_2$. 故选 D.



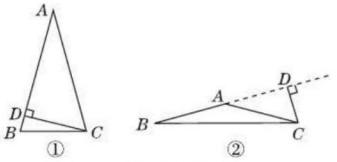
（第 7 题）

8. B　**点拨**：在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\because \angle ABD=60°$，$\therefore AD=4\sin 60°=2\sqrt{3}$ (m).

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$\because \angle ACD=45°$，$\therefore AC=\sqrt{2}AD=\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=2\sqrt{6}$ (m).

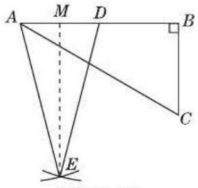
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. D　**点拨**：有两种情况：当顶角为锐角时，如图①，$\sin A=\frac{1}{2}$，则 $\angle A=30°$；当顶角为钝角时，如图②，$\sin(180°-\angle BAC)=\frac{1}{2}$，则 $180°-\angle BAC=30°$，所以 $\angle BAC=150°$.



（第 9 题）

10. B　**点拨**：如图所示，设 $BC=x$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle B=90°$，$\angle BAC=30°$，$\therefore AC=2BC=2x$，$AB=\sqrt{3}BC=\sqrt{3}x$. 根据题意，得 $AD=BC=x$，$AE=DE=AB=\sqrt{3}x$，过点 E 作 $EM\perp AD$ 于点 M，则 $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}x$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle AEM$ 中，$\cos\angle EAD=\frac{AM}{AE}=\frac{\frac{1}{2}x}{\sqrt{3}x}=\frac{\sqrt{3}}{6}$，故选 B.



（第 10 题）

二、11. 60°　**点拨**：∵ 在 $\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$ 都是锐角，$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\cos B=\frac{1}{2}$，$\therefore\angle A=\angle B=60°$，$\therefore\angle C=180°-\angle A-\angle B=180°-60°-60°=60°$.

12. $2+\sqrt{3}$　**点拨**：原式 $=3-|-2+\sqrt{3}|+1=4-2+\sqrt{3}=2+\sqrt{3}$.

13. $\frac{4}{3}$

14. $\frac{1}{2}$

15. 60　**点拨**：在 $\mathrm{Rt}\triangle ADE$ 中，$\sin A=\frac{DE}{AD}=\frac{3}{5}$，$DE=6$ cm，$\therefore AD=10$ cm，$\therefore AB=AD=10$ cm，$\therefore S_{\text{菱形}ABCD}=AB\cdot DE=10\times6=60(\text{cm}^2)$.

16. $(7\sqrt{3}+21)$ m

17. $\sqrt{2}$　**点拨**：由题意知 $BD'=BD=2\sqrt{2}$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABD'$ 中，$\tan\angle BAD'=\frac{BD'}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

18. $y=2\sqrt{3}x-\sqrt{3}$　**点拨**：$\tan 45°=1$，$\tan 60°=\sqrt{3}$，$-\cos 60°=-\frac{1}{2}$，$-6\tan 30°=-2\sqrt{3}$. 设 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(1,\sqrt{3})$，$\left(-\frac{1}{2},-2\sqrt{3}\right)$，则用待定系数法可求出 $k=2\sqrt{3}$，$b=-\sqrt{3}$.

19. $\frac{4}{5}$　**点拨**：∵ CD 是 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的中线，$\therefore AB=2CD=2\times5=10$，$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，$\therefore\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

20. ①②④

三、21. **解**：(1) 原式 $=\sqrt{2}\times\left(2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{\sqrt{6}}{2}$

$=2-\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$

$=2$.

(2) 原式 $=1-\sqrt{3}+\sqrt{3}-2$

$=-1$.

22. **解**：(1) ∵ $\angle C=90°$，$\angle A=60°$，

$\therefore\angle B=30°$.

∵ $\sin A=\frac{a}{c}$，$\sin B=\frac{b}{c}$，

$\therefore a=c\cdot\sin A=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12$.

$b=c\cdot\sin B=8\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$.

(2) ∵ $\angle C=90°$，$\angle A=45°$，

$\therefore\angle B=45°$.

$\therefore b=a=3\sqrt{6}$.

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=6\sqrt{3}$.

23. (1) **证明**：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD/\!/BC$. $\therefore\angle ADE=\angle DEC$.

又∵ $\angle AFC=\angle DEC$，$\therefore\angle AFC=\angle ADE$，$\therefore DE/\!/FC$.

$\therefore$ 四边形 $DECF$ 是平行四边形.

(2) **解**：过点 D 作 $DH\perp BC$ 于点 H，如图.

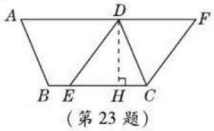
∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore\angle BCD=\angle A$，$AB=CD=13$.

又∵ $\tan A=\frac{12}{5}=\tan\angle DCH=\frac{DH}{CH}$，$\therefore DH=12$，$CH=5$.

∵ $DF=14$，$\therefore CE=14$. $\therefore EH=9$.

$\therefore DE=\sqrt{9^2+12^2}=15$. $\therefore CF=DE=15$.



（第 23 题）

24. **解**：该海轮继续向正东方向航行，无触礁危险.

理由如下：

如图，过点 C 作 $CD\perp AB$，交 AB 的延长线于点 D，

$\therefore\angle BCD=\angle CBM=45°$.

设 $BD=x$ km，则 $CD=x$ km.

∵ $\angle CAN=60°$，$\therefore\angle CAD=30°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle CAD$ 中，$\tan\angle CAB=\tan 30°=\frac{CD}{AD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore AD=\sqrt{3}CD=\sqrt{3}x(\text{km})$.

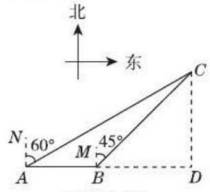
∵ $AB=20$ km，$AB+BD=AD$，

$\therefore 20+x=\sqrt{3}x$，

解得 $x=10\sqrt{3}+10$，

$\therefore CD=10\sqrt{3}+10\approx27.3(\text{km})>25$ km，

$\therefore$ 该海轮继续向正东方向航行，无触礁危险.



（第 24 题）

25. **解**：由题意得 $BG=3.2$ m，$MN=EF=3.2+2=5.2(\text{m})$，

$ME=NF=BC=6$ m. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中，$\frac{EF}{FD}=\frac{1}{2}$，

$\therefore FD=2EF=2\times5.2=10.4(\text{m})$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle HMN$ 中，

$\frac{MN}{HN}=\frac{1}{2.5}$，$\therefore HN=2.5MN=13(\text{m})$.

$\therefore HD=HN+NF+FD=13+6+10.4=29.4(\text{m})$.

$\therefore$ 加高后的坝底 HD 的长为 29.4 m.

26. **解**：$\frac{2\sqrt{2}x}{3}$；$\frac{4\sqrt{2}}{9}$

如图，连接 NO，并延长交 $\odot O$ 于点 Q，连接 MQ，MO，过点 M 作 $MR\perp NO$ 于点 R.

在 $\odot O$ 中，易知 $\angle NMQ=90°$.

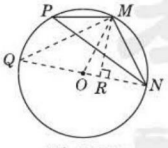
∵ $\angle Q=\angle P=\beta$，

$\therefore\angle MON=2\angle Q=2\beta$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle QMN$ 中，∵ $\sin\beta=\frac{MN}{NQ}=\frac{3}{5}$，

$\therefore$ 设 $MN=3k$，则 $NQ=5k$，

$\therefore MQ=\sqrt{QN^2-MN^2}=4k$，$OM=\frac{1}{2}NQ=\frac{5}{2}k$.



（第 26 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\because S_{\triangle NMQ}=\frac{1}{2}MN\cdot MQ=\frac{1}{2}NQ\cdot MR$,

$\therefore 3k\cdot 4k=5k\cdot MR.\ \therefore MR=\frac{12}{5}k.$

在 $\mathrm{Rt}\triangle MRO$ 中，$\sin 2\beta=\sin\angle MOR=\frac{MR}{OM}=\frac{\frac{12}{5}k}{\frac{5}{2}k}=\frac{24}{25}$.

第二十九章达标检测卷

一、**1**. D　**2**. C　**3**. B

4. B　**点拨**：设所求投影三角形的对应边长为 x cm，则有 $\frac{2}{5}=\frac{8}{x}$，解得 $x=20$.

5. B　**点拨**：根据几何体的三视图可知，该几何体是圆柱体，圆柱体的展开图是两个圆和一个矩形，故选 B.

6. A

7. D　**点拨**：由俯视图易得，最底层有 4 个小立方体，由左视图易得，第二层最多有 3 个小立方体、最少有 1 个小立方体，那么组成这个几何体的小立方体的个数可能是 5，6 或 7. 故选 D.

8. B　**点拨**：可在一小正方体各个面上按图示要求标上数字，也可发挥空间分析与想象力作出判断，$a=3$，$b=4$，$\therefore a+b=7$.

9. B

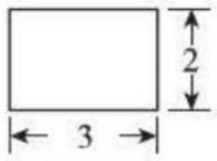
10. B　**点拨**：观察三视图可知，该几何体为空心圆柱，其内圆半径为 2，外圆半径为 3，高为 8，所以其体积为 $8\times(\pi\times3^2-\pi\times2^2)=40\pi$，故选 B.

二、**11**. 正方体(答案不唯一)

12. 灯　**点拨**：在灯光下，离点光源越近，影子越短；离点光源越远，影子越长. 所以他们是站在灯光下.

13. ②　**点拨**：$\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 绕斜边 AB 所在直线旋转一周所得的几何体是两个底面相同且相连的圆锥，圆锥的主视图是等腰三角形，所以该几何体的主视图是两个底边相同且相连的等腰三角形，并且上面的等腰三角形的腰较长，故为图②.

14. 6　**点拨**：其俯视图如图.



俯视图

(第 14 题)

15. 12　**16**. 3.24 m^2

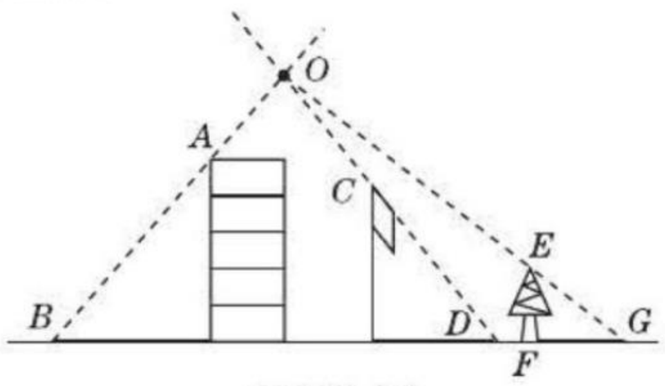
17. 6　**点拨**：由正方体展开图的特点可知，2 和 6 所在的面是相对的两个面；3 和 4 所在的面是相对的两个面；1 和 5 所在的面是相对的两个面. $\because 2+6=8$，$3+4=7$，$1+5=6$，所以原正方体相对两个面上的数字之和的最小值是 6.

18. 7　**点拨**：根据题意得搭成该几何体的小正方体最多有 $1+1+1+2+2=7$(个).

19. 200　**点拨**：由三视图可知立体图形由上下两个长方体构成(单位：cm)，上面长方体长 4、宽 2、高 4，下面长方体长 8、宽 6、高 2，去掉重合部分，立体图形表面积为：$6\times8\times2+8\times2\times2+6\times2\times2+4\times4\times2+4\times2\times2=200(\mathrm{cm}^2)$.

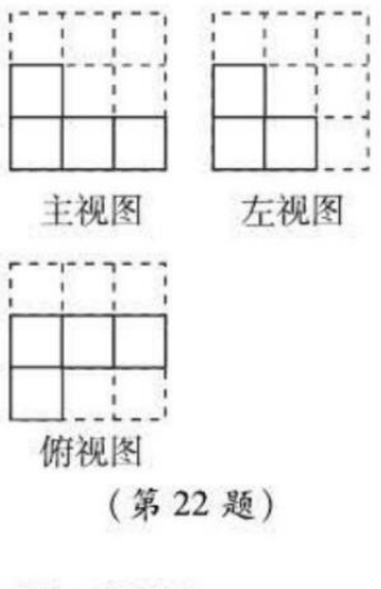
20. 2

三、**21**. **解**：如图所示.



(第 21 题)

22. **解**：(1)


主视图　左视图

俯视图

(第 22 题)

(2)2

23. **解**：如图，过点 Q 作 $QE\perp DC$ 于点 E，由题意可得，

$\triangle ABP\backsim\triangle CEQ$，

则 $\frac{AB}{BP}=\frac{EC}{EQ}$，即 $\frac{1.7}{1.2}=\frac{EC}{EQ}$.

由题意可得，$EQ/\!/NO$，

则 $\angle1=\angle2=30°$.

$\because QD=5$ m，

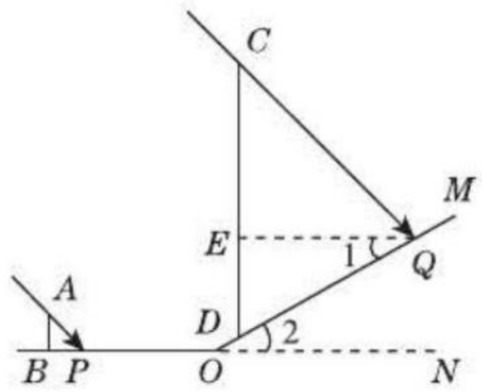
$\therefore DE=\frac{5}{2}$ m，$EQ=\frac{5}{2}\sqrt{3}$ m，

故 $\frac{1.7}{1.2}=\frac{EC}{EQ}=\frac{EC}{\frac{5}{2}\sqrt{3}}$，

解得 $EC=\frac{85}{24}\sqrt{3}$ m，

故 $CD=CE+DE=\frac{85}{24}\sqrt{3}+\frac{5}{2}=\frac{60+85\sqrt{3}}{24}$(m).

答：大树的高度为 $\frac{60+85\sqrt{3}}{24}$ m.



(第 23 题)

24. **解**：(1)画图略.

(2)画图略. AB 的正投影长 2 cm.

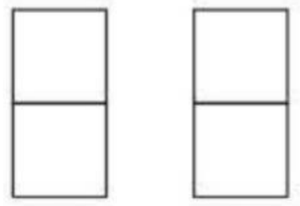
(3)画图略. AB 的正投影长 $\sqrt{3}$ cm.

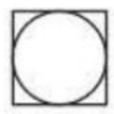
25. **解**：(1)如图所示.

(2)根据题意得 $0.8\times0.8\times5+0.8\pi\times0.8=(0.64\pi+3.2)(\mathrm{m}^2)$，

$40\times(0.64\pi+3.2)\approx208.4$(元).

答：一共需要花费约 208.4 元.


主视图　左视图


俯视图

(第 25 题)

26. **解**：(1)$\because AB=CD=30$ m，$BA\perp AC$，$CD\perp AC$，

$\therefore$ 四边形 $ABDC$ 是矩形.

$\therefore BD=AC=24$ m，$\angle BDE=90°$.

$\because\angle DBE=30°$，

$\therefore$ 设 $DE=x$ m，则 $BE=2x$ m.

$\therefore$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BDE$ 中，

$BD=\sqrt{BE^2-DE^2}=\sqrt{(2x)^2-x^2}=\sqrt{3}x$(m).

$\therefore\sqrt{3}x=24$. 解得 $x=8\sqrt{3}$.

$\therefore EC=CD-DE=(30-8\sqrt{3})$ m，

即甲楼的影子落在乙楼上有 $(30-8\sqrt{3})$ m 高.

(2)如图，当太阳光照射到 C 时，甲楼的影子刚好不影响乙楼，

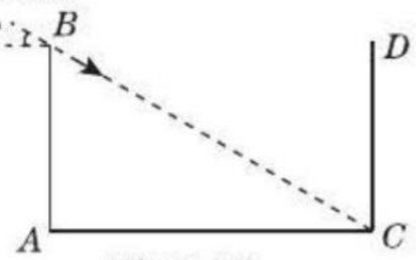
在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$AB=30$ m，$\angle ACB=30°$，

$\therefore BC=2AB=60$ m.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，由勾股定理得

$AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{60^2-30^2}=30\sqrt{3}$(m).

$\therefore$ 若甲楼的影子刚好不影响乙楼，则两楼之间的距离应当为 $30\sqrt{3}$ m.



(第 26 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

期末达标检测卷

一、1. B　2. C　3. B　4. D　5. B　6. C　7. C　8. A　9. B　10. C

二、11. $y=\frac{3}{x}$（答案不唯一）　12. 75°　13. $\frac{1}{2}$

14. 24　15. $4\sqrt{2}$ m　16. 6或7或8　17. 1∶9

18. 1或4　**点拨**：设 $CQ=x$. ∵ 四边形 $ABCD$ 为正方形，∴ $\angle C=\angle D=90°$. ∵ 点 P 为 CD 的中点，∴ $CP=DP=2$. 当 $\frac{CQ}{PD}=\frac{CP}{AD}$ 时，$\triangle QCP\backsim\triangle PDA$，此时 $\frac{x}{2}=\frac{2}{4}$，∴ $x=1$. 当 $\frac{CQ}{AD}=\frac{CP}{PD}$ 时，$\triangle QCP\backsim\triangle ADP$，此时 $\frac{x}{4}=\frac{2}{2}$，∴ $x=4$.

19. $y=-x+3$

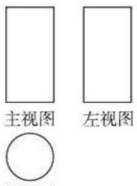
20. ①③④　**点拨**：∵ $\triangle BCE$ 沿 BE 折叠，点 C 恰落在边 AD 上的点 F 处，∴ $\angle1=\angle2$，$CE=FE$，$BF=BC=10$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABF$ 中，∵ $AB=6$，$BF=10$，∴ $AF=\sqrt{10^2-6^2}=8$，∴ $DF=AD-AF=10-8=2$. 设 $EF=x$，则 $CE=x$，$DE=CD-CE=6-x$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle DEF$ 中，∵ $DE^2+DF^2=EF^2$，∴ $(6-x)^2+2^2=x^2$，解得 $x=\frac{10}{3}$，∴ $DE=\frac{8}{3}$. ∵ $\triangle ABG$ 沿 BG 折叠，点 A 恰落在线段 BF 上的点 H 处，∴ $\angle BHG=\angle A=90°$，$\angle3=\angle4$，$BH=BA=6$，$AG=HG$，∴ $\angle EBG=\angle2+\angle3=\frac{1}{2}\angle ABC=45°$，∴ ①正确；$HF=BF-BH=10-6=4$，设 $AG=y$，则 $GH=y$，$GF=8-y$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle HGF$ 中，∵ $GH^2+HF^2=GF^2$，∴ $y^2+4^2=(8-y)^2$，解得 $y=3$，∴ $AG=GH=3$，$GF=5$. ∵ $\angle A=\angle D$，$\frac{AB}{DE}=\frac{9}{4}$，$\frac{AG}{DF}=\frac{3}{2}$，∴ $\frac{AB}{DE}\neq\frac{AG}{DF}$，∴ $\triangle ABG$ 与 $\triangle DEF$ 不相似，∴ ②错误；∵ $S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}AB\cdot AG=\frac{1}{2}\times6\times3=9$，$S_{\triangle FGH}=\frac{1}{2}GH\cdot HF=\frac{1}{2}\times3\times4=6$，∴ $S_{\triangle ABG}=\frac{3}{2}S_{\triangle FGH}$，∴ ③正确；∵ $AG+DF=3+2=5$，而 $GF=5$，∴ $AG+DF=GF$，∴ ④正确.

三、21. **解**：原式 $=2\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-(2-\sqrt{3})-1+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=1-(2-\sqrt{3})-1+4=\sqrt{3}+2$.

22. **解**：(1) 圆柱

(2) 如图所示.

(3) 这个几何体的体积为 $\pi r^2h\approx3.14\times\left(\frac{10}{2}\right)^2\times20=1\,570$.



（第22题）

23. **解**：(1) ∵ 四边形 $OABC$ 是平行四边形，∴ $OA\parallel BC$，$OA=BC$.

又 $A(2,0)$，$C(-1,2)$，

∴ 点 B 的坐标为 $(1,2)$.

将 $(1,2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=2$.

(2) 点 C' 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上.

理由如下：∵ 将 $\square OABC$ 沿 x 轴翻折，点 C 落在点 C' 处，$C(-1,2)$，∴ 点 C' 的坐标是 $(-1,-2)$.

由(1)知，反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

令 $x=-1$，则 $y=\frac{2}{-1}=-2$.

故点 C' 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上.

24. **解**：根据题意，得 $AB\perp EF$，$DE\perp EF$，

∴ $\angle ABC=90°$，$AB\parallel DE$，∴ $\triangle ABF\backsim\triangle DEF$，

∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{BF}{EF}$，即 $\frac{AB}{9}=\frac{4}{4+6}$，解得 $AB=3.6$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，∵ $\cos\angle BAC=\frac{AB}{AC}$，

∴ $AC=\frac{AB}{\cos53°}\approx5.98$，

∴ $AB+AC\approx3.6+5.98\approx9.6$（米）.

答：这棵大树没有折断前的高度约为 9.6 米.

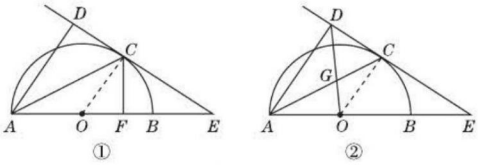
25. (1) **证明**：连接 OC，如图①. ∵ DC 切半圆 O 于 C，∴ $OC\perp DC$，又 $AD\perp CD$. ∴ $OC\parallel AD$. ∴ $\angle OCA=\angle DAC$. ∵ $OC=OA$，∴ $\angle OAC=\angle OCA$. ∴ $\angle DAC=\angle OAC$，即 AC 平分 $\angle DAB$.

(2) **解**：∵ $AB=4$，∴ $OC=2$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle OCE$ 中，∵ $OC=OB=\frac{1}{2}OE$，

∴ $\angle E=30°$. ∴ $\angle COF=60°$.

∴ 在 $\mathrm{Rt}\triangle OCF$ 中，$CF=OC\cdot\sin60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

(3) **解**：连接 OC，如图②. ∵ $CO\parallel AD$，∴ $\triangle CGO\backsim\triangle AGD$. ∴ $\frac{CG}{GA}=\frac{CO}{AD}=\frac{3}{4}$. 不妨设 $CO=AO=3k$，则 $AD=4k$. 又 $\triangle COE\backsim\triangle DAE$，∴ $\frac{CO}{AD}=\frac{EO}{AE}=\frac{3}{4}=\frac{EO}{3k+EO}$. ∴ $EO=9k$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle COE$ 中，$\sin E=\frac{CO}{EO}=\frac{3k}{9k}=\frac{1}{3}$.



（第25题）

26. (1) ①**证明**：如图①，∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle C=\angle D=\angle B=90°$，∴ $\angle1+\angle3=90°$.

由折叠可得 $\angle APO=\angle B=90°$，

∴ $\angle1+\angle2=90°$. ∴ $\angle3=\angle2$.

又 ∵ $\angle C=\angle D$，∴ $\triangle OCP\backsim\triangle PDA$.

②**解**：∵ $\triangle OCP$ 与 $\triangle PDA$ 的面积比为 1∶4，且 $\triangle OCP\backsim\triangle PDA$，

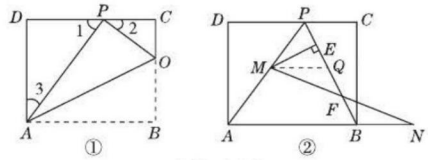
∴ $\frac{OP}{PA}=\frac{CP}{DA}=\frac{1}{2}$. ∴ $CP=\frac{1}{2}AD=4$.

设 $OP=x$，则易得 $CO=8-x$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle PCO$ 中，$\angle C=90°$，

由勾股定理得 $x^2=(8-x)^2+4^2$.

解得 $x=5$. ∴ $AB=AP=2OP=10$.



（第26题）

(2) **解**：作 $MQ\parallel AN$，交 PB 于点 Q，如图②.

∵ $AP=AB$，$MQ\parallel AN$，∴ $\angle APB=\angle ABP=\angle MQP$.

∴ $MP=MQ$. 又 $BN=PM$，∴ $BN=QM$.

∵ $MQ\parallel AN$，∴ $\angle QMF=\angle BNF$，$\angle MQF=\angle FBN$，

∴ $\triangle MFQ\cong\triangle NFB$. ∴ $QF=FB$. ∴ $QF=\frac{1}{2}QB$.

∵ $MP=MQ$，$ME\perp PQ$，∴ $EQ=\frac{1}{2}PQ$.

∴ $EF=EQ+QF=\frac{1}{2}PQ+\frac{1}{2}QB=\frac{1}{2}PB$.

由(1)中的结论可得 $PC=4$，$BC=8$，$\angle C=90°$.

∴ $PB=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$，∴ $EF=\frac{1}{2}PB=2\sqrt{5}$.

∴ 在(1)的条件下，点 M，N 在移动的过程中，线段 EF 的长度不变，它的长度恒为 $2\sqrt{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第1招　巧作平行线构造相似三角形

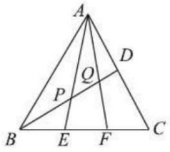
名师点金

解题时，往往会遇到要证的问题与相似三角形联系不上或者说图中根本不存在相似三角形的情况，添加辅助线构造相似三角形是这类几何证明题的一种重要方法. **常作的辅助线有以下几种**：1. 由比例式作平行线；2. 有中点时，作中位线；3. 根据比例式，构造相似三角形.

分类训练 ☞(答案见34页)

技巧1　巧连线段的中点构造相似三角形

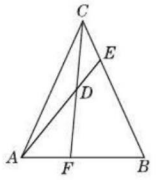
1. 如图，在$\triangle ABC$中，E，F是边BC上的两个三等分点，D是AC的中点，BD分别交AE，AF于点P，Q，求$BP:PQ:QD$.



（第1题）

技巧2　过顶点作平行线构造相似三角形

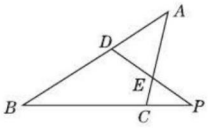
2. 如图，在$\triangle ABC$中，F为底边AB上一点，$BF:AF=3:2$，取CF的中点D，连接AD并延长交BC于点E，求$\dfrac{BE}{EC}$的值.



（第2题）

技巧3　过一边上的点作平行线构造相似三角形

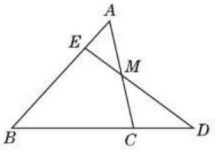
3. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB>AC$，在边AB上取一点D，在边AC上取一点E，使$AD=AE$，直线DE和BC的延长线交于点P. 求证：$\dfrac{BP}{CP}=\dfrac{BD}{EC}$.



（第3题）

技巧4　过一点作平行线构造相似三角形

4. 如图，在$\triangle ABC$中，点M为AC边的中点，点E为AB上一点，且$AE=\dfrac{1}{4}AB$，连接EM并延长交BC的延长线于点D. 求证：$BC=2CD$.



（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2招 证比例式或等积式的七种技巧

名师点金

证比例式或等积式，若所遇问题中无平行线或相似三角形，则需构造平行线或相似三角形，得到成比例线段；若比例式或等积式中的线段分布在两个三角形中，可尝试证这两个三角形相似；若不在两个三角形中，可先将它们转化到两个三角形中，再证这两个三角形相似；若在两个明显不相似的三角形中，可运用**中间比代换**.

典例剖析

例 如图 2－1，CD 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高，E 为 CB 的中点，ED 的延长线交 CA 的延长线于点 F.

求证：$AC \cdot CF = CB \cdot DF$.

解题秘方：将待证的等积式化为比例式：$\frac{AC}{CB} = \frac{DF}{CF}$. 横看：比例式的两个分子中的字母对应的点是 A, C, D, F.

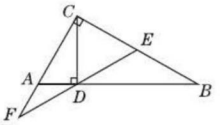


图 2－1

竖看：比例式的左端所含字母对应的点构成 $\triangle ABC$，比例式的右端所含字母对应的点构成 $\triangle DCF$，很明显看出这两个三角形不相似. 故需要找一个中间比来联系 $\frac{AC}{CB}$ 和 $\frac{DF}{CF}$.

证明：$\because CD$ 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边 AB 上的高，E 为 CB 的中点，

$\therefore CE = EB = DE$.

$\therefore \angle B = \angle BDE = \angle FDA$.

$\because \angle B + \angle CAB = 90°, \angle ACD + \angle CAB = 90°$,

$\therefore \angle B = \angle ACD$.

$\therefore \angle FDA = \angle ACD$.

又 $\because \angle F = \angle F$,

$\therefore \triangle FDA \backsim \triangle FCD$.

$\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{AD}{DC}$.

$\because \angle ADC = \angle CDB = 90°, \angle ACD = \angle B$,

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle CBD$.

$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CB}$. $\therefore \frac{DF}{CF} = \frac{AC}{CB}$,

即 $AC \cdot CF = CB \cdot DF$.

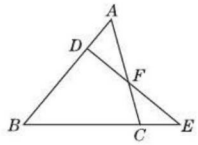
分类训练

☞(答案见 35 页)

技巧 1 构造平行线法

1. 如图，已知 $\triangle ABC$ 的边 AB 上有一点 D，边 BC 的延长线上有一点 E，且 $AD = CE$，DE 交 AC 于点 F.

求证：$AB \cdot DF = BC \cdot EF$.

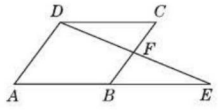


(第 1 题)

技巧 2 三点定型法

2. 如图，在 $\square ABCD$ 中，E 是 AB 延长线上的一点，DE 交 BC 于 F.

求证：$\frac{DC}{AE} = \frac{CF}{AD}$.

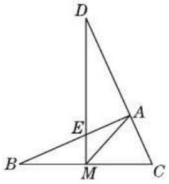


(第 2 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 如图，在△ABC中，$\angle BAC=90°$，M为BC的中点，$DM\perp BC$交CA的延长线于D，交AB于E.

求证：$AM^2=MD\cdot ME$.

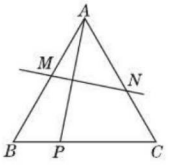


（第3题）

技巧3 构造相似三角形法

4. 如图，在等边三角形ABC中，点P是BC边上任意一点，AP的垂直平分线分别交AB，AC于点M，N.

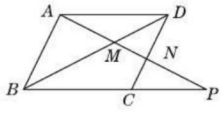
求证：$BP\cdot CP=BM\cdot CN$.



（第4题）

技巧4 等比过渡法

5. 如图，P是□$ABCD$的边BC的延长线上一点，AP分别交BD和CD于点M和N. 求证：$AM^2=MN\cdot MP$.

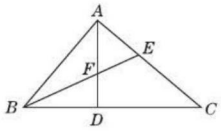


（第5题）

技巧5 两次相似法

6. 如图，在Rt△ABC中，AD是斜边BC上的高，$\angle ABC$的平分线BE交AC于E，交AD于F.

求证：$\dfrac{BF}{BE}=\dfrac{AB}{BC}$.

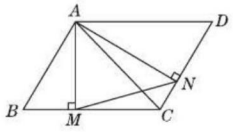


（第6题）

7. 如图，在□$ABCD$中，$AM\perp BC$，$AN\perp CD$，垂足分别为M，N. 求证：

（1）△AMB∽△AND；

（2）$\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{MN}{AC}$.



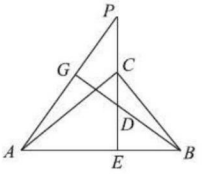
（第7题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

技巧 6 等积代换法

8. 如图，CE 是 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 斜边上的高，在 EC 的延长线上任取一点 P，连接 AP，作 $BG\perp AP$ 于点 G，交 CE 于点 D.

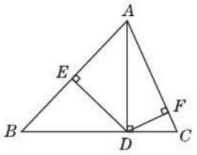
求证：$CE^2=DE\cdot PE$.



（第 8 题）

9. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$ 于 D，$DE\perp AB$ 于 E，$DF\perp AC$ 于 F.

求证：$\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{AC}{AB}$.

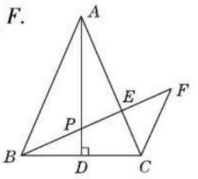


（第 9 题）

技巧 7 等线段代换法

10. 如图，在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$ 于点 D，点 P 是 AD 上一点，$CF\parallel AB$，延长 BP 交 AC 于点 E，交 CF 于点 F.

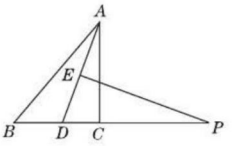
求证：$BP^2=PE\cdot PF$.



（第 10 题）

11. 如图，已知 AD 平分 $\angle BAC$，AD 的垂直平分线 EP 交 BC 的延长线于点 P.

求证：$PD^2=PB\cdot PC$.



（第 11 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3招　求三角函数值的常见技巧

名师点金

1. 同角三角函数关系：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

2. 互余两角的三角函数关系：$\sin\alpha=\cos(90°-\alpha)$，$\cos\alpha=\sin(90°-\alpha)$，$\tan\alpha\cdot\tan(90°-\alpha)=1$.

典例剖析

例 若α为锐角，且满足$2\cos^2\alpha+7\sin\alpha-5=0$，求$\alpha$的度数.

解题秘方：紧扣“平方关系”，将正弦和余弦统一转化为正弦函数（或余弦函数），再用“换元法”求解.

解：$\because 2\cos^2\alpha+7\sin\alpha-5=0$，$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，

$\therefore 2(1-\sin^2\alpha)+7\sin\alpha-5=0$.

令$\sin\alpha=t$，则原方程可化为$2(1-t^2)+7t-5=0$，

即$2t^2-7t+3=0$.

解得$t_1=\dfrac{1}{2}$，$t_2=3$（不合题意，舍去）.

$\therefore \sin\alpha=\dfrac{1}{2}$.

又$\because\alpha$为锐角，$\therefore\alpha=30°$.

分类训练

☞（答案见36页）

技巧1　用同角间的三角函数关系求值

1. 已知$\tan A=4$，求$\dfrac{\sin A-3\cos A}{4\sin A+\cos A}$的值.

2. 若α为锐角，$\sin\alpha-\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求$\sin\alpha+\cos\alpha$的值.

技巧2　用余角间的三角函数关系求值

3. 若$45°-\alpha$和$45°+\alpha$均为锐角，则下列关系式正确的是（　　）

A. $\sin(45°-\alpha)=\sin(45°+\alpha)$

B. $\sin^2(45°-\alpha)+\cos^2(45°+\alpha)=1$

C. $\sin^2(45°-\alpha)+\sin^2(45°+\alpha)=1$

D. $\cos^2(45°-\alpha)+\sin^2(45°+\alpha)=1$

4. 计算$\tan 1°\cdot\tan 2°\cdot\tan 3°\cdot\cdots\cdot\tan 88°\cdot\tan 89°$的值.

技巧3　用三角函数间的关系求一元二次方程中的函数值

5. 已知$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\dfrac{12}{25}$（$\alpha$为锐角），求一个一元二次方程，使其两根分别为$\sin\alpha$和$\cos\alpha$.

6. 已知α为锐角且$\sin\alpha$是方程$2x^2-7x+3=0$的一个根，求$\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}$的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4招 成比例线段的证明和计算的五种常用作辅助线的方法

名师点金

在与比例有关的几何证明、计算的过程中，常常需要通过平行线分线段成比例、相似三角形对应边成比例得到比例关系. 而有些题中，这样的平行线、相似三角形并不是十分明显. 因此，我们需要通过添加辅助线，构造平行线或相似三角形进而证明所需要的比例式.

典例剖析

例 如图4－1，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线.

(1)若 E 为 AD 的中点，射线 CE 交 AB 于点 F，求 $\frac{AF}{BF}$；

(2)若 E 为 AD 上的一点，且 $\frac{AE}{ED}=\frac{1}{k}$，射线 CE 交 AB 于点 F，求 $\frac{AF}{BF}$.

解题秘方：平行线分线段成比例的基本事实可将一条直线上的两条线段的比转换为另一条直线上两条线段的比，已知 BD 与 CD 的比，AE 与 DE 的比，过点 D 作 $DG/\!/CF$ 交 AB 于点 G，可实现比的转换.

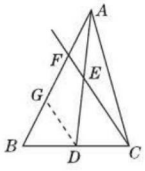


图4－1

解：如图7-1，过点 D 作 $DG/\!/CF$ 交 AB 于点 G.

(1)$\because DG/\!/CF$，$\therefore \frac{BG}{GF}=\frac{BD}{DC}$.

又$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore BD=DC$. $\therefore BG=GF$.

$\because DG/\!/CF$，$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{AE}{ED}$.

又$\because E$ 为 AD 的中点，

$\therefore AE=ED$. $\therefore AF=GF$.

$\therefore AF=FG=GB$. $\therefore \frac{AF}{BF}=\frac{1}{2}$.

(2)$\because DG/\!/CF$，$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{AE}{ED}$.

又$\because \frac{AE}{ED}=\frac{1}{k}$，$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{1}{k}$，即 $FG=kAF$.

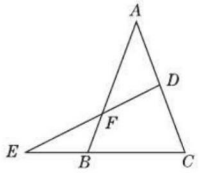
由(1)知 $BG=GF$，$\therefore BG=FG=kAF$. $\therefore BF=2kAF$. $\therefore \frac{AF}{BF}=\frac{1}{2k}$.

分类训练

☞(答案见37页)

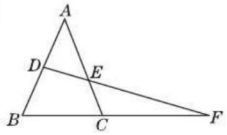
类型1 作平行线

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 AC 上一点，E 为 CB 延长线上的一点，$BE=AD$，DE 交 AB 于点 F. 求证：$EF\cdot BC=AC\cdot DF$.



(第1题)

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，D 为 AB 的中点，DF 交 AC 于点 E，交 BC 的延长线于点 F. 求证：$AE\cdot CF=BF\cdot EC$.

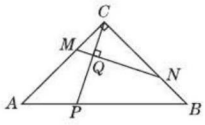


(第2题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型2 作垂线

3. 如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC$，P是AB上一点，Q是PC上一点（不是中点），MN过点Q且$MN\perp CP$，分别交AC，BC于点M，N. 求证：$PA:PB=CM:CN$.

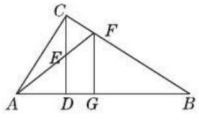


（第3题）

类型3 作延长线

4. 如图，在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，CD为斜边AB上的高，E为CD的中点，AE的延长线交BC于点F，$FG\perp AB$于点G.

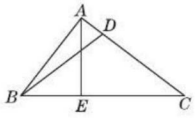
求证：$FG^2=CF\cdot BF$.



（第4题）

类型4 作中线

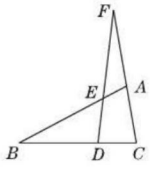
5. 如图，在△ABC中，$AB\perp AC$，$AE\perp BC$于点E，点D在AC边上，若$BD=DC=EC=1$，求AC的长.



（第5题）

类型5 作相似三角形

6. 如图，直线DF分别交△ABC的BC，AB两边于D，E，与CA的延长线交于F，若$\frac{BD}{DC}=\frac{FE}{ED}=2$，求$BE:EA$的比值.



（第6题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5招 巧用构造法求几种特殊角的三角函数值

名师点金

对于30°、45°、60°角的三角函数值，我们都可通过定义利用特殊直角三角形三边的关系进行计算；而在实际应用中，我们常常碰到像15°、22.5°、67.5°等一些特殊角的三角函数值的计算，同样我们也可以构造相关图形，利用数形结合思想进行巧算.

分类训练 (答案见38页)

技巧1 巧构造15°与30°角的关系的图形计算15°角的三角函数值

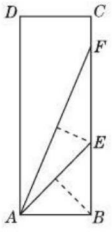
1. 求 $\sin 15°$，$\cos 15°$，$\tan 15°$的值.

技巧2 巧构造22.5°与45°角的关系的图形计算22.5°角的三角函数值

2. 求 $\tan 22.5°$的值.

技巧3 巧用折叠法求67.5°角的三角函数值

3. 小明在学习“锐角三角函数”中发现，将如图所示的矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 E 处，还原后，再沿过点 E 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 F 处，还原后连接 AE，AF，求出67.5°角的正切值.



(第3题)

技巧4 巧用含36°角的等腰三角形中的相似关系求18°角的三角函数值

4. 求 $\sin 18°$的值.

技巧5 巧用75°与30°角的关系构图求75°角的三角函数值

5. 求 $\sin 75°$，$\cos 75°$，$\tan 75°$的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第6招　构造三角函数基本图形解实际问题的四种数学模型

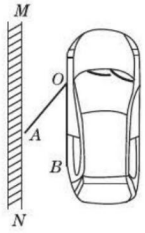
名师点金

解直角三角形及其应用是近几年各地中考命题的热点之一，考查内容不仅有传统的计算距离、高度、角度的应用题，还有要求同学们根据题中给出的信息构建三角函数的基本图形，建立数学模型，将某些简单的实际问题转化为数学问题，把数学问题转化为锐角三角函数问题来求解. 运用锐角三角函数知识解决与实际生活、生产相关的应用题是近年来中考的热点题型.

分类训练 ☞(答案见39页)

模型1　构造直角三角形解实际问题

1. 【中考·台州】如图是一辆小汽车与墙平行停放的平面示意图，汽车靠墙一侧 OB 与墙 MN 平行且距离为0.8米，已知小汽车车门宽 AO 为1.2米，当车门打开角度 $\angle AOB$ 为40°时，车门是否会碰到墙？请说明理由(参考数据：$\sin 40°\approx 0.64$，$\cos 40°\approx 0.77$，$\tan 40°\approx 0.84$).

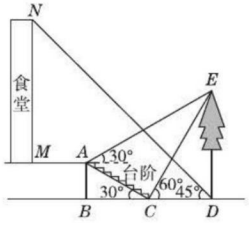


(第1题)

2. 【中考·鄂州】如图，小明想要测量学校食堂和食堂正前方一棵树的高度，他从食堂楼底 M 处出发，向前走3米到达 A 处，测得树顶端 E 的仰角为30°，他又继续走下台阶到达 C 处，测得树的顶端 E 的仰角是60°，再继续向前走到大树底 D 处，测得食堂楼顶 N 的仰角为45°. 已知 A 点离地面的高度 $AB=2$ 米，$\angle BCA=30°$，且 B，C，D 三点在同一直线上.

(1)求树 DE 的高度；

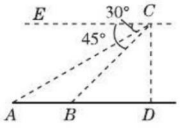
(2)求食堂 MN 的高度.



(第2题)

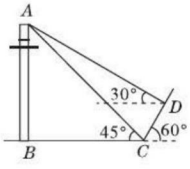
模型2　构造形如“”的两个直角三角形解实际问题

3. 【2018·菏泽】2018年4月12日，菏泽国际牡丹花会拉开帷幕，菏泽电视台用直升机航拍技术全程直播. 如图，在直升机的镜头下，观测曹州牡丹园 A 处的俯角为30°，B 处的俯角为45°，如果此时直升机镜头 C 处的高度 CD 为200米，点 A，B，D 在同一条直线上，则 A，B 两点间的距离为多少米(结果保留根号)？



(第3题)

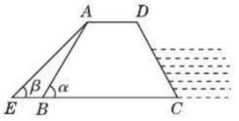
4. 【中考·黔东南州】如图，黔东南州某校吴老师组织九(1)班同学开展数学活动，带领同学们测量学校附近一电线杆的高. 如图，已知电线杆直立于地面上，某天在太阳光的照射下，电线杆的影子(折线 BCD)恰好落在水平地面和斜坡上，在 D 处测得电线杆顶端 A 的仰角为30°，在 C 处测得电线杆顶端 A 的仰角为45°，斜坡与地面成60°角，$CD=4$ m，请你根据这些数据求电线杆的高(AB)(结果精确到1 m，参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.4$，$\sqrt{3}\approx 1.7$).



(第4题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 【中考·安徽】如图,防洪大堤的横断面是梯形$ABCD$,其中$AD/\!/BC$,坡角$\alpha=60°$. 汛期来临前对其进行了加固,改造后的背水面坡角$\beta=45°$. 若原坡长$AB=20$ m,求改造后的坡长AE(结果保留根号).

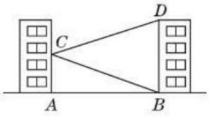


(第5题)

7. 【中考·绍兴】如图,学校的实验楼对面是一幢教学楼,小敏在实验楼的窗口C测得教学楼顶部D的仰角为18°,教学楼底部B的俯角为20°,量得实验楼与教学楼之间的距离$AB=30$ m.

(1)求$\angle BCD$的度数.

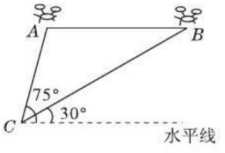
(2)求教学楼的高BD(结果精确到0.1 m,参考数据:$\tan 20°\approx0.36$,$\tan 18°\approx0.32$).



(第7题)

模型3 构造形如""的两个直角三角形解实际问题

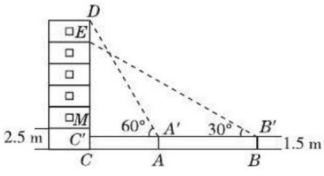
6. 【中考·深圳】某兴趣小组借助无人飞机航拍校园. 如图,无人飞机从A处水平飞行至B处需8 s,在地面C处同一方向上分别测得A处的仰角为75°,B处的仰角为30°. 已知无人飞机的飞行速度为4 m/s,求这架无人飞机的飞行高度(结果保留根号).



(第6题)

模型4 构造形如""的两个直角三角形解实际问题

8. 【中考·潍坊】如图,某数学兴趣小组要测量一栋五层居民楼CD的高度. 该楼底层为车库,高2.5 m;上面五层居住,每层高度相等. 测角仪支架离地1.5 m,在A处测得五楼顶部点D的仰角为60°,在B处测得四楼顶部点E的仰角为30°,$AB=14$ m. 求居民楼的高度(精确到0.1 m,参考数据:$\sqrt{3}\approx1.73$).



(第8题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第7招　“化斜为直”构造直角三角形的方法

名师点金

锐角三角函数是在直角三角形中定义的，解直角三角形的前提是在直角三角形中进行，对于非直角三角形问题，要注意观察图形特点，恰当作辅助线，将其转化为直角三角形来解.

典例剖析

例 如图7－1，在等腰三角形ABC中，$AB=AC$，如果$2AB=3BC$，求$\angle B$的三个三角函数值.

解题秘方：紧扣“三角函数的前提是直角三角形”这一特征，用“构造直角三角形法”求解.

解：过点A作$AD\perp BC$于点D，如图7－1，

$\because AB=AC$，$\therefore BD=DC$.

又$\because 2AB=3BC$，

$\therefore \dfrac{AB}{BC}=\dfrac{3}{2}$.

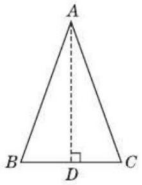


图7－1

设$AB=AC=3k(k>0)$，则$BC=2k$.

$\therefore BD=CD=k$，

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=\sqrt{8k^2}=2\sqrt{2}k$.

$\therefore \sin B=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{2\sqrt{2}k}{3k}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$，$\cos B=\dfrac{BD}{AB}=\dfrac{k}{3k}=\dfrac{1}{3}$，

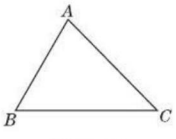
$\tan B=\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{2\sqrt{2}k}{k}=2\sqrt{2}$.

分类训练

☞(答案见40页)

方法1　无直角、无等角的三角形作高

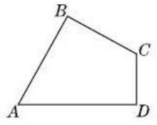
1. 如图，在$\triangle ABC$中，已知$BC=1+\sqrt{3}$，$\angle B=60°$，$\angle C=45°$，求AB的长.



（第1题）

方法2　有直角、无三角形的图形延长某些边

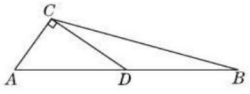
2. 如图，在四边形$ABCD$中，$AB=2$，$CD=1$，$\angle A=60°$，$\angle D=\angle B=90°$，求四边形$ABCD$的面积.



（第2题）

方法3　有三角函数值不能直接利用时作垂线

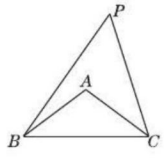
3. 如图，在$\triangle ABC$中，点D为AB的中点，$DC\perp AC$，$\sin\angle BCD=\dfrac{1}{3}$，求$\tan A$的值.



（第3题）

方法4　求非直角三角形中角的三角函数值时构造直角三角形

4. 如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC=5$，$BC=8$. 若$\angle BPC=\dfrac{1}{2}\angle BAC$，求$\tan\angle BPC$的值.



（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第8招 反比例函数与一次函数、二次函数的综合应用

名师点金

反比例函数单独考查的时候很少,与一次函数综合考查的情况较多,其考查形式有:两种函数图象在同一坐标系中的情况,两种函数的图象与性质,两种函数图象的交点情况、交点坐标,用待定系数法求函数表达式及求与函数图象有关的几何图形的面积等.

典例剖析

例 【中考·南充】如图8-1,函数 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 与 $y_2=k_2x$ 的图象相交于点 $A(1,2)$ 和点 B,当 $y_1<y_2$ 时,自变量 x 的取值范围是(　　)

A. $x>1$

B. $-1<x<0$

C. $-1<x<0$ 或 $x>1$

D. $x<-1$ 或 $0<x<1$

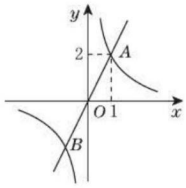


图8-1

解题秘方: 把点 $A(1,2)$ 的坐标代入 $y_1=\frac{k_1}{x}$ 或由 $1\times2=k_1$,得 $k_1=2$,把点 $A(1,2)$ 的坐标代入 $y_2=k_2x$,得 $k_2=2$,$\therefore y_1=\frac{2}{x}$,$y_2=2x$. 又$\because$ 点 B 在函数 $y_1=\frac{2}{x}$ 和 $y_2=2x$ 的图象上,方程组 $\begin{cases}y=\frac{2}{x},\\y=2x\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2,\end{cases}$ $\therefore$ B 点的坐标是 $(-1,-2)$. $\therefore$ 当 $y_1<y_2$ 时,自变量 x 的取值范围是 $-1<x<0$ 或 $x>1$.

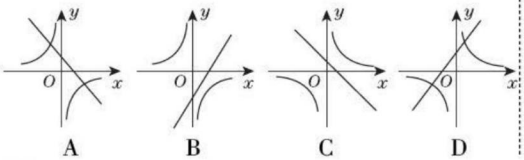
答案: C

分类训练

☞(答案见41页)

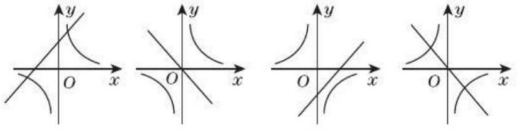
应用① 反比例函数图象与一次函数图象的位置判断

1. 在同一直角坐标系中,一次函数 $y=kx-k$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象大致是(　　)



A　　B　　C　　D

2. 若 $ab>0$,则正比例函数 $y=ax$ 与反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 在同一坐标系中的大致图象可能是(　　)



A　　B　　C　　D

应用② 反比例函数与一次函数的图象与性质

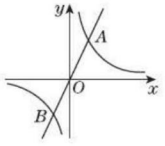
3. 如图,正比例函数 $y_1=k_1x$ 和反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 $A(1,2)$,B 两点,给出下列结论:

①$k_1<k_2$;②当 $x<-1$ 时,$y_1<y_2$;③当 $y_1>y_2$ 时,$x>1$;④当 $x<0$ 时,y_2 随 x 的增大而减小.

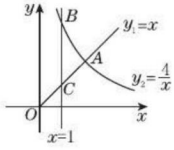
其中正确的有(　　)

A. 0个　　B. 1个

C. 2个　　D. 3个



(第3题)



(第4题)

4. 已知函数 $y_1=x(x\geqslant0)$,$y_2=\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象如图所示,则以下结论:

①两函数图象的交点 A 的坐标为(2,2);

②当 $x>2$ 时,$y_1>y_2$;

③图中 $BC=2$;

④两函数图象构成的图形是轴对称图形;

⑤当 x 逐渐增大时,y_1 随着 x 的增大而增大,y_2 随着 x 的增大而减小.

其中正确结论的序号是_____.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

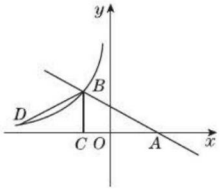
应用③ 反比例函数与一次函数的有关计算

类型1 求函数表达式

5. 【中考·常州】如图，已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象与 x 轴交于点 A，与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x<0)$ 的图象交于点 $B(-2,n)$，过点 B 作 $BC\perp x$ 轴于点 C，点 $D(3-3n,1)$ 是该反比例函数图象上一点.

(1) 求 m 的值；

(2) 若 $\angle DBC=\angle ABC$，求一次函数 $y=kx+b$ 的表达式.



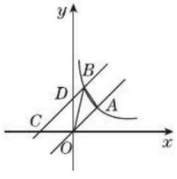
(第5题)

类型2 求面积

6. 【2019·资阳】如图，直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 相交于点 A，且 $OA=\sqrt{2}$，将直线向左平移1个单位长度后与双曲线相交于点 B，与 x 轴、y 轴分别交于 C,D 两点.

(1) 求直线 BC 的解析式及 k 的值；

(2) 连接 OB,AB，求 $\triangle OAB$ 的面积.



(第6题)

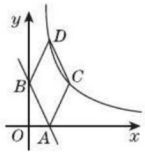
类型3 求点的坐标

7. 如图，直线 $y=ax+2$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$，与 y 轴交于点 $B(0,b)$，将线段 AB 先向右平移1个单位长度，再向上平移 t $(t>0)$ 个单位长度，得到对应线段 CD，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象恰好经过 C,D 两点，连接 AC,BD.

(1) 求 a 和 b 的值；

(2) 求反比例函数的表达式及四边形 $ABDC$ 的面积；

(3) 点 N 在 x 轴正半轴上，点 M 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上的一个点，若 $\triangle CMN$ 是以 CM 为直角边的等腰直角三角形，求所有满足条件的点 M 的坐标.



(第7题)

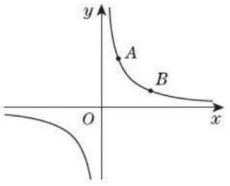
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型4 有关最值的计算题

8. 【2018·湘西州】如图,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,且 $k\neq0$)的图象经过点 $A(1,3)$,$B(3,m)$.

(1)求反比例函数的表达式及 B 点的坐标;

(2)在 x 轴上找一点 P,使 $PA+PB$ 的值最小,求满足条件的点 P 的坐标.

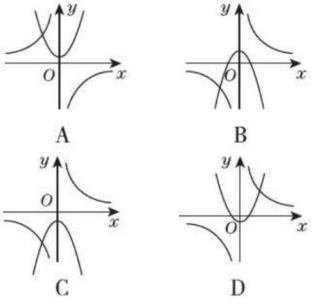


(第8题)

应用4 反比例函数与二次函数的综合

类型1 反比例函数与二次函数图象的位置判断

9. 函数 $y=\frac{k}{x}$ 与 $y=-kx^2+k(k\neq0)$ 在同一直角坐标系中的图象可能是(　　)

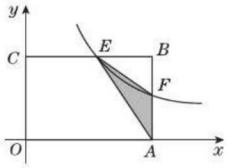


类型2 反比例函数与二次函数综合求最值问题

10. 【中考·柳州】如图,在矩形 $OABC$ 中,$OA=3$,$OC=2$,F 是 AB 上的一个动点(F 不与 A,B 重合),过点 F 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象与 BC 边交于点 E.

(1)当 F 为 AB 的中点时,求该函数的解析式;

(2)当 k 为何值时,$\triangle EFA$ 的面积最大?最大面积是多少?



(第10题)

类型3 反比例函数与二次函数综合求式子值问题

11. 在平面直角坐标系 xOy 中,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1,4)$,$B(m,n)$.

(1)求式子 mn 的值;

(2)若二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图象经过点 B,求式子 $m^3n-2m^2n+3mn-4n$ 的值;

(3)若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的图象只有一个交点,且该交点在直线 $y=x$ 的下方,结合函数图象,求 a 的取值范围.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第9招　反比例函数与几何的综合应用

名师点金

解反比例函数与几何图形的综合题，一般先设出几何图形中的未知量，然后结合函数的图象用含未知数的代数式表示出几何图形与图象的交点坐标，再由函数表达式及几何图形的性质写出含未知数及待求字母系数的方程(组)，解方程(组)即可得所求几何图形中的未知量或函数表达式中待定字母的值.

典例剖析

例 如图9－1，两个反比例函数$y=\frac{4}{x}$和$y=\frac{2}{x}$在第一象限内的图象分别是C_1和C_2，设点P在C_1上，$PA\perp x$轴于点A，交C_2于点B，则$\triangle POB$的面积为_____.

解题秘方：根据反比例函数中比例系数k的几何意义，得$\triangle POA$和$\triangle BOA$的面积分别为2和1，进而可得$\triangle POB$的面积为1.

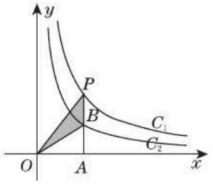


图9－1

答案：1

分类训练

☞(答案见43页)

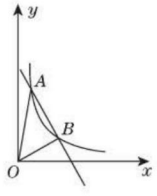
应用1　反比例函数与三角形的综合

1. 如图，一次函数$y=kx+b$与反比例函数$y=\frac{6}{x}$($x>0$)的图象交于$A(m,6)$，$B(3,n)$两点.

(1)求一次函数的表达式；

(2)根据图象直接写出使$kx+b<\frac{6}{x}$成立的x的取值范围；

(3)求$\triangle AOB$的面积.



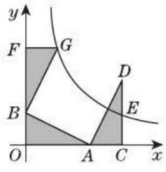
(第1题)

2. 如图，点A，B分别在x轴、y轴上，点D在第一象限内，$DC\perp x$轴于点C，$AO=CD=2$，$AB=DA=\sqrt{5}$，反比例函数$y=\frac{k}{x}$($x>0$)的图象过CD的中点E.

(1)求证：$\triangle AOB\cong\triangle DCA$；

(2)求k的值；

(3)$\triangle BFG$和$\triangle DCA$关于某点成中心对称，其中点F在y轴上，试判断点G是否在反比例函数的图象上，并说明理由.



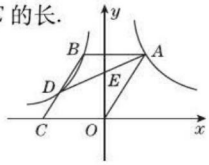
(第2题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用(2) 反比例函数与四边形的综合

类型1 反比例函数与平行四边形的综合

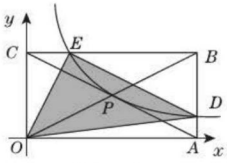
3. 如图,过反比例函数 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 的图象上一点 A 作 x 轴的平行线,交双曲线 $y=-\frac{3}{x}(x<0)$ 于点 B,过点 B 作 $BC\parallel OA$ 交双曲线 $y=-\frac{3}{x}(x<0)$ 于点 D,交 x 轴于点 C,连接 AD 交 y 轴于点 E,若 $OC=3$,求 OE 的长.



(第3题)

类型2 反比例函数与矩形的综合

4. 如图,矩形 $OABC$ 的顶点 A,C 的坐标分别是 $(4,0)$ 和 $(0,2)$,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象过对角线的交点 P 并且与 AB,BC 分别交于 D,E 两点,连接 OD,OE,DE,则 $\triangle ODE$ 的面积为_____.

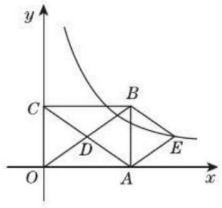


(第4题)

5. 如图,在平面直角坐标系中,矩形 $OABC$ 的对角线 OB,AC 相交于点 D,且 $BE\parallel AC$,$AE\parallel OB$.

(1)求证:四边形 $AEBD$ 是菱形;

(2)如果 $OA=3$,$OC=2$,求出经过点 E 的双曲线对应的函数表达式.



(第5题)

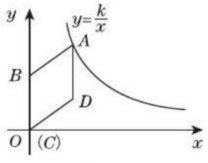
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型3 反比例函数与菱形的综合

6. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $ABCD$ 的顶点 C 与原点 O 重合，点 B 在 y 轴的正半轴上，点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象上，点 D 的坐标为 $(4,3)$.

(1) 求 k 的值；

(2) 若将菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移，当菱形的顶点 D 落在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象上时，求菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移的距离.



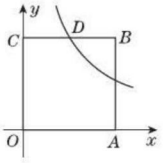
(第6题)

类型4 反比例函数与正方形的综合

7. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，正方形 $OABC$ 的边 OA，OC 分别在 x 轴、y 轴上，点 B 的坐标为 $(2,2)$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0,k\neq0)$ 的图象经过线段 BC 的中点 D.

(1) 求 k 的值；

(2) 若点 $P(x,y)$ 在该反比例函数的图象上运动(不与点 D 重合)，过点 P 作 $PR\perp y$ 轴于点 R，作 $PQ\perp BC$ 所在直线于点 Q，记四边形 $CQPR$ 的面积为 S，求 S 关于 x 的函数表达式，并写出 x 的取值范围.



(第7题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用 3 反比例函数与菱形、正方形的综合

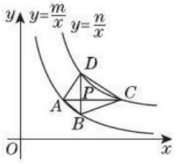
8. 【2018 · 金华】如图，四边形 $ABCD$ 的四个顶点分别在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 与 $y=\frac{n}{x}(x>0, 0<m<n)$ 的图象上，对角线 $BD \parallel y$ 轴，且 $BD \perp AC$ 于点 P，已知点 B 的横坐标为 4.

(1) 当 $m=4, n=20$ 时，

①若点 P 的纵坐标为 2，求直线 AB 的函数表达式.

②若点 P 是 BD 的中点，试判断四边形 $ABCD$ 的形状，并说明理由.

(2) 四边形 $ABCD$ 能否成为正方形？若能，求此时 m, n 之间的数量关系；若不能，试说明理由.



(第 8 题)

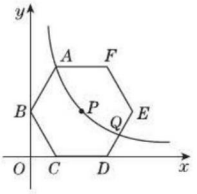
应用 4 反比例函数与正六边形的综合

9. 【2019 · 金华】如图，在平面直角坐标系中，正六边形 $ABCDEF$ 的对称中心 P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0, x>0)$ 的图象上，边 CD 在 x 轴上，点 B 在 y 轴上，已知 $CD=2$.

(1) 点 A 是否在该反比例函数的图象上？请说明理由.

(2) 若该反比例函数图象与 DE 交于点 Q，求点 Q 的横坐标.

(3) 平移正六边形 $ABCDEF$，使其一边的两个端点恰好都落在该反比例函数的图象上，试描述平移过程.



(第 9 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第10招　根的判别式的八种常见应用

名师点金

1. 对于一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$，式子 b^2-4ac 的值决定了一元二次方程的根的情况，利用根的判别式可以不解方程直接判断方程根的情况，反过来，利用方程根的情况可以确定方程中待定系数的值或取值范围.
2. 对于反比例函数与一次函数的图象的公共点问题，可转化为一元二次方程根的情况，用判别式来辅助计算. 判别式大于0，则有两个公共点；判别式等于0，则有一个公共点；判别式小于0，则没有公共点.

典例剖析

例 等腰三角形的边长分别为 $a,b,2$，且 a,b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+n-1=0$ 的两根，求 n 的值.

解题秘方：先对三角形的边长分类讨论，再分析三边的数量关系以及根的判别式，求出字母 n 的值.

解：∵ 该三角形是等腰三角形，

∴ 分两种情况讨论：

①当腰长为2，即 $a=2$ 或 $b=2$ 时，

∵ a,b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-6x+n-1=0$ 的两根，

∴ $x=2$ 是方程的一个根.

把 $x=2$ 代入 $x^2-6x+n-1=0$ 得 $2^2-6\times2+n-1=0$，解得 $n=9$.

当 $n=9$ 时，方程的两根分别是2和4，而边长为2,4,2时不能构成三角形，故 $n=9$ 不合题意，舍去.

②当底边长为2，即 $a=b$ 时，方程 $x^2-6x+n-1=0$ 有两个相等的实数根，

则 $\Delta=(-6)^2-4(n-1)=0$，解得 $n=10$.

∴ 原方程为 $x^2-6x+9=0$.

解方程 $x^2-6x+9=0$ 得 $x_1=x_2=3$，

即 $a=3,b=3$.

∵ 边长为3,3,2时可以构成三角形，

∴ $n=10$.

分类训练

☞(答案见46页)

应用1　利用根的判别式判断不含字母系数的方程的根的情况

1. 判断下列方程的根的情况.

(1) $x^2+x+\frac{1}{4}=0$；

(2) $x^2+2x-1=0$；

(3) $x^2+x+2=0$.

应用2　利用根的判别式判断含字母系数的方程的根的情况

2. 已知关于 x 的方程 $x^2-2x-m=0$ 没有实数根，其中 m 是实数，试判断关于 x 的方程 $x^2+2mx+m(m+1)=0$ 有无实数根.

应用3　利用根的判别式求方程的字母系数的值或取值范围

3. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-(m+2)x+2=0$.

(1)证明：不论 m 为何值，方程总有实数根；

(2)当 m 为何整数时，方程有两个不相等的正整数根？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用 4 利用根的判别式求代数式的值

4. 已知关于 x 的方程 $x^2+(2m-1)x+4=0$ 有两个相等的实数根，求 $\dfrac{m-1}{(2m-1)^2+2m}$ 的值.

应用 5 利用根的判别式确定三角形的形状

5. 已知关于 x 的一元二次方程 $(a+c)x^2+2bx+(a-c)=0$，其中 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 三边的长.

(1) 如果 $x=-1$ 是方程的根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

(2) 如果方程有两个相等的实数根，试判断 $\triangle ABC$ 的形状，并说明理由；

(3) 如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形，试求这个一元二次方程的根.

应用 6 利用根的判别式探求菱形条件

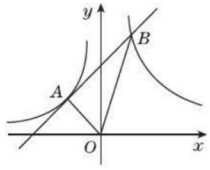
6. 已知 $\square ABCD$ 的两边 AB,AD 的长是关于 x 的方程 $x^2-mx+\dfrac{m}{2}-\dfrac{1}{4}=0$ 的两个根.

(1) m 为何值时，$\square ABCD$ 是菱形？并求出菱形的边长.

(2) 若 AB 的长为 2，求 $\square ABCD$ 的周长.

应用 7 利用根的判别式解反比例函数图象与一次函数图象有一个交点问题

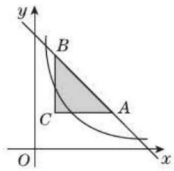
7. 如图，将直线 $y=x$ 沿 x 轴负方向平移 4 个单位长度后，恰好与双曲线 $y=\dfrac{m}{x}(x<0)$ 有唯一公共点 A，并交双曲线 $y=\dfrac{n}{x}(x>0)$ 于点 B，若 y 轴平分 $\triangle AOB$ 的面积，求 n 的值.



(第 4 题)

应用 8 利用根的判别式解反比例函数图象与一次函数图象有交点问题

8. 如图，过点 $C(1,2)$ 分别作 x 轴、y 轴的平行线，交直线 $y=-x+6$ 于点 A,B，若反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象与 $\triangle ABC$ 有公共点，求 k 的取值范围.



(第 8 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第11招　利用相似三角形巧证线段的数量和位置关系

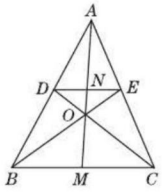
名师点金

判断两线段之间的数量和位置关系是几何中的基本题型之一. 由角的关系推出“平行或垂直”是判断位置关系的常用方法,由相似三角形推出“相等”是判断数量关系的常用方法.

分类训练 ☞(答案见47页)

技巧1 证明两线段的相等关系

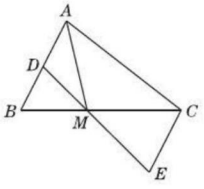
1. 如图,在△ABC中,$DE \parallel BC$,BE与CD交于点O,直线AO与BC边交于点M,与DE交于点N.
求证:$BM = MC$.



(第1题)

技巧2 证明两线段的倍分关系

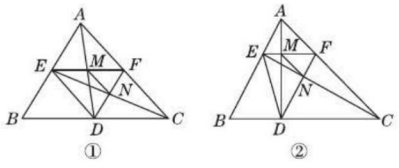
2. 如图,AM为△ABC的角平分线,D为AB的中点,$CE \parallel AB$,CE交DM的延长线于E.
求证:$AC = 2CE$.



(第2题)

技巧3 证明两线段平行

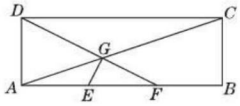
3. 在△ABC中,D,E,F分别为BC,AB,AC上的点,连接DE,EF,FD,且$EF \parallel BC$,$DF \parallel AB$,连接CE和AD,分别交DF,EF于点N,M,连接MN.
(1)如图①,若E为AB的中点,图中与MN平行的直线有哪几条?并说明理由.
(2)如图②,若E不为AB的中点,写出与MN平行的直线,并说明理由.



(第3题)

技巧4 证明两线段垂直

4. 如图,已知矩形$ABCD$,$AD = \frac{1}{3}AB$,点E,F把AB三等分,DF交AC于点G. 求证:$EG \perp DF$.



(第4题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第12招 用线段成比例法解几何问题的几种常见类型

名师点金

线段成比例法在三角形、四边形、圆中有着广泛的应用，是近几年中考命题的必考内容，题型既有选择题、填空题，也有解答题，有时也以压轴题的形式出现.

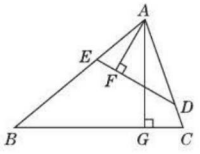
分类训练 (答案见48页)

类型1 与三角形有关的问题

1. 【中考·杭州】如图，在锐角三角形 ABC 中，点 D,E 分别在边 AC,AB 上，$AG\perp BC$ 于点 G，$AF\perp DE$ 于点 F，$\angle EAF=\angle GAC$.

(1)求证：$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$；

(2)若 $AD=3,AB=5$，求 $\dfrac{AF}{AG}$ 的值.



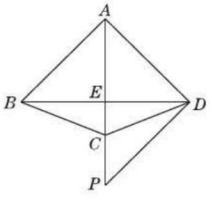
(第1题)

类型2 与四边形有关的问题

2. 【中考·泰安】如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB=AC=AD$，AC 平分 $\angle BAD$，点 P 是 AC 延长线上一点，且 $PD\perp AD$.

(1)求证：$\angle BDC=\angle PDC$；

(2)若 AC 与 BD 相交于点 E，$AB=1$，$CE:CP=2:3$，求 AE 的长.



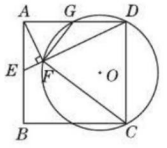
(第2题)

类型3 与圆有关的问题

3. 【2018·南京】如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 AB 上一点，连接 DE，过点 A 作 $AF\perp DE$，垂足为 F. $\odot O$ 经过点 C,D,F，与 AD 相交于点 G.

(1)求证：$\triangle AFG\backsim\triangle DFC$；

(2)若正方形 $ABCD$ 的边长为4，$AE=1$，求 $\odot O$ 的半径.

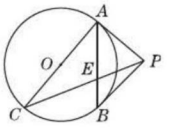


(第3题)

4. 【2018·武汉】如图，PA 是 $\odot O$ 的切线，A 是切点，AC 是直径，AB 是弦，连接 PB,PC,PC 交 AB 于点 E，且 $PA=PB$.

(1)求证：PB 是 $\odot O$ 的切线；

(2)若 $\angle APC=3\angle BPC$，求 $\dfrac{PE}{CE}$ 的值.



(第4题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第13招　相似三角形与函数的综合应用

名师点金

解涉及相似三角形与函数的综合题时，由于这类题的综合性强，是中考压轴题重点命题形式之一，因此解题时常结合**方程思想**、**分类讨论思想**进行解答.

分类训练

☞(答案见49页)

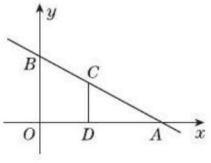
类型1　相似三角形与一次函数

1. 如图，在平面直角坐标系中，直线 AB 与 x 轴，y 轴分别交于 $A(3,0)$，$B(0,\sqrt{3})$ 两点，点 C 为线段 AB 上的一动点，过点 C 作 $CD\perp x$ 轴于点 D.

(1)求直线 AB 的解析式；

(2)若 $S_{梯形OBCD}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，求点 C 的坐标；

(3)在第一象限内是否存在点 P，使得以 P,O,B 为顶点的三角形与 $\triangle OBA$ 相似. 若存在，请求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



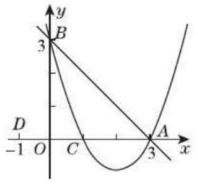
(第1题)

类型2　相似三角形与二次函数

2. 如图，直线 $y=-x+3$ 交 x 轴于点 A，交 y 轴于点 B，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过 $A,B,C(1,0)$ 三点.

(1)求抛物线的解析式；

(2)若点 D 的坐标为 $(-1,0)$，在直线 $y=-x+3$ 上有一点 P，使 $\triangle ABO$ 与 $\triangle ADP$ 相似，求出点 P 的坐标.

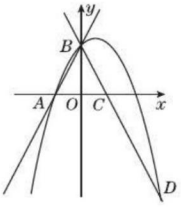


(第2题)

3. 如图，直线 $y=2x+2$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，把 $\triangle AOB$ 沿 y 轴翻折，点 A 落到点 C 处，过点 B 的抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与直线 BC 交于点 $D(3,-4)$.

(1)求直线 BD 和抛物线的解析式；

(2)在第一象限内的抛物线上，是否存在一点 M，作 MN 垂直于 x 轴，垂足为点 N，使得以 M,O,N 为顶点的三角形与 $\triangle BOC$ 相似？若存在，求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由.



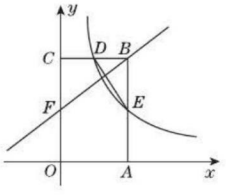
(第3题)

类型3　相似三角形与反比例函数

4. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A,C 分别在 x 轴和 y 轴上，点 B 的坐标为 $(2,3)$，双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 经过 BC 的中点 D，且与 AB 交于点 E，连接 DE.

(1)求 k 的值及点 E 的坐标；

(2)若点 F 是 OC 边上一点，且 $\triangle FBC\backsim\triangle DEB$，求直线 FB 的解析式.



(第4题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第14招 利用三角函数解实际问题

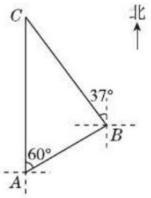
名师点金

利用三角函数解答实际中的“判断说理”问题:关键是将实际问题抽象成数学问题,建立解直角三角形的数学模型,运用解直角三角形的知识来解决实际问题.

分类训练 (答案见50页)

类型1 运动路线问题

1. 【2018·眉山】知识改变世界,科技改变生活.导航装备的不断更新极大地方便了人们的出行.如图,某校组织学生乘车到黑龙滩(用C表示)开展社会实践活动,车到达A地后,发现C地恰好在A地的正北方向,且距离A地13 km,导航显示车辆应沿北偏东60°方向行驶至B地,再沿北偏西37°方向行驶一段距离才能到达C地,求B,C两地的距离(参考数据:$\sin 53°\approx\frac{4}{5}$,$\cos 53°\approx\frac{3}{5}$,$\tan 53°\approx\frac{4}{3}$).



(第1题)

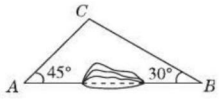
类型2 工程规划问题

2. 【2018·长沙】为加快城乡对接,建设全域美丽乡村,某地区对A,B两地间的公路进行改建.如图,A,B两地之间有一座山,汽车原来从A地到B地需途经C地沿折线ACB行驶,现开通隧道后,汽车可直接沿直线AB行驶.已知$BC=80$千米,$\angle A=45°$,$\angle B=30°$.

(1)开通隧道前,汽车从A地到B地大约要走多少千米?

(2)开通隧道后,汽车从A地到B地大约可以少走多少千米?

(结果精确到0.1千米,参考数据:$\sqrt{2}\approx 1.41$,$\sqrt{3}\approx 1.73$)

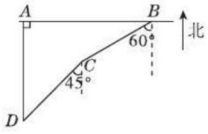


(第2题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型③ 拦截问题

3. 【中考·荆门】如图，在一次军事演习中，蓝方在一条东西走向的公路上的 A 处朝正南方向撤退，红方在公路上的 B 处沿南偏西 60°方向前进实施拦截，红方行驶 1 000 米到达 C 处后，因前方无法通行，红方决定调整方向，再朝南偏西 45°方向前进了相同的距离，刚好在 D 处成功拦截蓝方，求拦截点 D 处到公路的距离（结果不取近似值）.



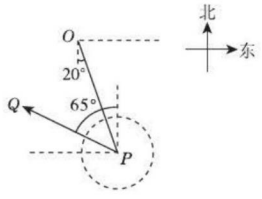
（第 3 题）

类型④ 台风影响问题

4. 如图所示，在某海滨城市 O 附近海面有一股强台风，据监测，当前台风中心位于该城市的南偏东 20°方向 200 km 的海面 P 处，并以 20 km/h 的速度向北偏西 65°的 PQ 方向移动，台风侵袭的范围是一个圆形区域，当前半径为 60 km，且圆的半径以 10 km/h 的速度不断扩大.

（1）当台风中心移动 4 h 时，受台风侵袭的圆形区域半径增大到_____km；当台风中心移动 t h 时，受台风侵袭的圆形区域半径增大到_____km.

（2）当台风中心移动到与城市 O 距离最近时，这股台风是否会侵袭这座海滨城市？请说明理由（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$）.

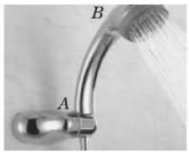


（第 4 题）

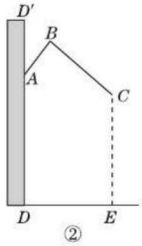
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型5 支架固定问题

5. 【2019 · 常德】图①是一种沐浴喷头，图②是图①的示意图，若用支架把喷头固定在点 A 处，手柄长 $AB = 25$ cm，AB 与墙壁 DD' 的夹角 $\angle D'AB = 37°$，喷出的水流 BC 与 AB 形成的夹角 $\angle ABC = 72°$，现在住户要求：当人站在 E 处沐浴时，水流正好喷洒在人体的 C 处，且使 $DE = 50$ cm，$CE = 130$ cm. 问：安装师傅应将支架固定在离地面多高的位置？（参考数据：$\sin 37° \approx 0.60$，$\cos 37° \approx 0.80$，$\tan 37° \approx 0.75$，$\sin 72° \approx 0.95$，$\cos 72° \approx 0.31$，$\tan 72° \approx 3.08$，$\sin 35° \approx 0.57$，$\cos 35° \approx 0.82$，$\tan 35° \approx 0.70$）



①



②

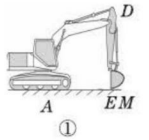
（第5题）

类型6 挖掘机作业问题

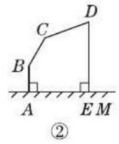
6. 【2019 · 嘉兴】某挖掘机的底座高 $AB = 0.8$ 米，动臂 $BC = 1.2$ 米，$CD = 1.5$ 米，BC 与 CD 的固定夹角 $\angle BCD = 140°$，初始位置如图①，斗杆顶点 D 与铲斗顶点 E 所在直线 DE 垂直地面 AM 于点 E，测得 $\angle CDE = 70°$（示意图②）. 工作时如图③，动臂 BC 会绕点 B 转动，当点 A，B，C 在同一直线时，斗杆顶点 D 升至最高点（示意图④）.

(1) 求挖掘机在初始位置时动臂 BC 与 AB 的夹角 $\angle ABC$ 的度数.

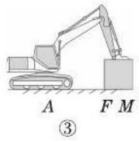
(2) 问斗杆顶点 D 的最高点比初始位置高了多少米（精确到 0.1 米，参考数据：$\sin 50° \approx 0.77$，$\cos 50° \approx 0.64$，$\sin 70° \approx 0.94$，$\cos 70° \approx 0.34$，$\sqrt{3} \approx 1.73$）？



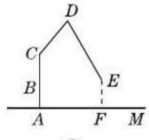
①



②



③



④

（第6题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第15招　三角函数在学科内的六种综合应用

名师点金

1. **三角函数与其他函数的综合应用**：此类问题常常利用函数图象与坐标轴构造直角三角形，再结合锐角三角函数求线段的长，最后可转化为求函数图象上的点的坐标.
2. **三角函数与方程的综合应用**：主要是与一元二次方程之间的联系，利用方程根的情况，最终转化为三角形三边之间的关系求解.
3. **三角函数与圆的综合应用**：主要利用圆中的垂径定理、直径所对的圆周角是直角等，将圆中的边角关系转化为同一直角三角形的边角关系求解.
4. **三角函数与相似三角形的综合应用**：此类问题常常是由相似得成比例线段，再转化成所求锐角的三角函数.

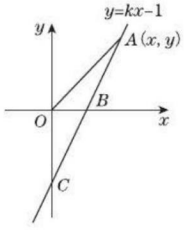
分类训练 ☞(答案见52页)

应用1　三角函数与一次函数的综合应用

1. 如图，直线 $y=kx-1$ 与 x 轴、y 轴分别交于 B,C 两点，$\tan\angle OCB=\frac{1}{2}$.

(1)求点 B 的坐标和 k 的值；

(2)若点 $A(x,y)$ 是直线 $y=kx-1$ 上的一个动点(且在第一象限内)，在点 A 的运动过程中，试写出 $\triangle AOB$ 的面积 S 与 x 的函数解析式.



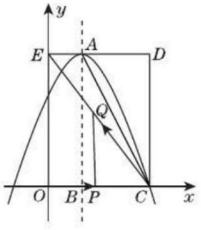
(第1题)

应用2　三角函数与二次函数的综合应用

2. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $OCDE$ 的三个顶点分别是 $C(3,0)$，$D(3,4)$，$E(0,4)$. 点 A 在 DE 上，以 A 为顶点的抛物线过点 C，且对称轴直线 $x=1$ 交 x 轴于点 B，连接 EC，AC，点 P，Q 为动点，设运动时间为 t 秒.

(1)求点 A 的坐标及抛物线的解析式；

(2)如图，若点 P 在线段 OC 上从点 O 向点 C 以1个单位长度/秒的速度运动，同时，点 Q 在线段 CE 上从点 C 向点 E 以2个单位长度/秒的速度运动，当一个点到达终点时，另一个点也随之停止运动. 当 t 为何值时，$\triangle PCQ$ 为直角三角形？



(第2题)

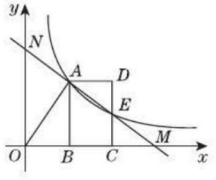
应用3　三角函数与反比例函数的综合应用

3. 如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过线段 OA 的端点 A，O 为原点，作 $AB\perp x$ 轴于点 B，点 B 的坐标为 $(2,0)$，$\tan\angle AOB=\frac{3}{2}$.

(1)求 k 的值；

(2)将线段 AB 沿 x 轴正方向平移到线段 DC 的位置，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象恰好经过 DC 的中点 E，求直线 AE 的解析式；

(3)若直线 AE 与 x 轴交于点 M，与 y 轴交于点 N，请你探索线段 AN 与线段 ME 的大小关系，写出你的结论，并说明理由.



(第3题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

应用 4 三角函数与方程的综合应用

4. 在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边分别是a，b，c. 已知a，b是关于x的一元二次方程$x^2-(c+4)x+4c+8=0$的两个根，且$9c=25a\sin A$.

(1) 试判断$\triangle ABC$的形状；

(2) $\triangle ABC$的三边长分别是多少？

5. 已知关于x的方程$5x^2-10x\cos\alpha-7\cos\alpha+6=0$有两个相等的实数根，求边长为10 cm且两边所夹的锐角为α的菱形的面积.

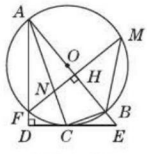
应用 5 三角函数与圆的综合应用

6. 【2018·荆门】如图，AB为$\odot O$的直径，C为$\odot O$上一点，经过点C的切线交AB的延长线于点E，$AD\perp EC$交EC的延长线于点D，AD交$\odot O$于F，$FM\perp AB$于H，分别交$\odot O$，AC于M，N，连接MB，BC.

(1) 求证：AC平分$\angle DAE$.

(2) 若$\cos M=\frac{4}{5}$，$BE=1$，①求$\odot O$的半径；

②求FN的长.



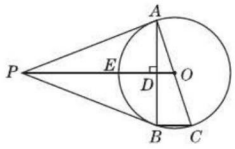
(第6题)

7. 【2019·鄂州】如图，PA是$\odot O$的切线，切点为A，AC是$\odot O$的直径，连接OP交$\odot O$于点E，过A点作$AB\perp PO$于点D，交$\odot O$于点B，连接BC，PB.

(1) 求证：PB是$\odot O$的切线；

(2) 求证：E为$\triangle PAB$的内心；

(3) 若$\cos\angle PAB=\frac{\sqrt{10}}{10}$，$BC=1$，求$PO$的长.



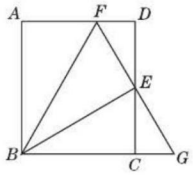
(第7题)

应用 6 三角函数与相似三角形的综合应用

8. 如图，在矩形$ABCD$中，点E是CD的中点，点F是边AD上一点，连接FE并延长交BC的延长线于点G，连接BF，BE，且$BE\perp FG$.

(1) 求证：$BF=BG$；

(2) 若$\tan\angle BFG=\sqrt{3}$，$S_{\triangle CGE}=6\sqrt{3}$，求$AD$的长.



(第8题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第16招　投影规律在实际问题中的应用

名师点金

用光线照射物体，在某个平面（地面、墙壁等）上得到的影子叫物体的投影. 投影有两种类型：平行投影和中心投影. 平行投影的特征是投影线平行，中心投影的特征是投影线相交于一点. 在解答与投影有关的实际问题时，往往与相似三角形、直角三角形的性质密切相关，要注意构造相似三角形或直角三角形.

分类训练 ☞（答案见54页）

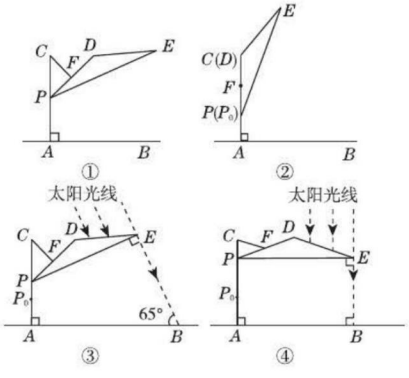
训练角度1　平行投影的实际应用

类型1　投影线不受限时的测量

1. 【2018·舟山】如图①，滑动调节式遮阳伞的立柱 AC 垂直于地面 AB，P 为立柱上的滑动调节点，伞体的截面示意图为 $\triangle PDE$，F 为 PD 的中点，$AC=2.8$ m，$PD=2$ m，$CF=1$ m，$\angle DPE=20°$. 当点 P 位于初始位置 P_0 时，点 D 与 C 重合（如图②）. 根据生活经验，当太阳光线与 PE 垂直时，遮阳效果最佳.

（1）上午10:00时，太阳光线与地面的夹角为65°（如图③），为使遮阳效果最佳，点 P 需从 P_0 上调多少距离（结果精确到0.1 m）？

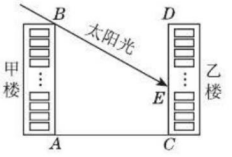
（2）中午12:00时，太阳光线与地面垂直（如图④），为使遮阳效果最佳，点 P 在（1）的基础上还需上调多少距离（结果精确到0.1 m）？（参考数据：$\sin 70°\approx 0.94$，$\cos 70°\approx 0.34$，$\tan 70°\approx 2.75$，$\sqrt{2}\approx 1.41$，$\sqrt{3}\approx 1.73$）



（第1题）

类型2　投影线在特定条件时的测量

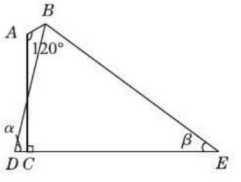
2. 如图，有甲、乙两幢办公楼，两幢楼都为10层，由地面上依次为1层至10层，每层的高度均为3 m，两楼之间的距离为30 m. 为了了解太阳光与水平线的夹角为30°时，甲楼对乙楼采光的影响情况，请你求出甲楼楼顶 B 的影子 E 落在乙楼的第几层.



（第2题）

训练角度2　中心投影的实际应用

3. 如图是某路灯在铅垂面内的示意图，灯柱 AC 的高为11米，灯杆 AB 与灯柱 AC 的夹角 $\angle A=120°$，路灯采用锥形灯罩，在地面上的照射区域 DE 长为19米，从 D，E 两处测得灯 B 的仰角分别为 α 和 β，且 $\tan\alpha=4$，$\tan\beta=\frac{3}{4}$，求灯杆 AB 的长度.



（第3题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第17招 根据物体的三视图计算其表面积和体积

名师点金

在实际问题中，常常要求根据物体的三视图和尺寸计算物体的表面积或体积. 解决此类题的方法是先由三视图想象出物体的形状，再根据图中的尺寸利用相应的公式进行计算.

典例剖析

例 已知一个几何体的三视图如图17－1所示，则该几何体的体积为(　　)

A. 720π

B. 780π

C. $(225+25\sqrt{2})\pi$

D. 900π

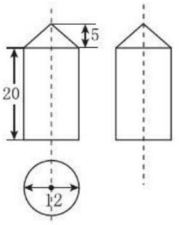


图17－1

解题秘方：根据几何体的三视图可知该几何体是圆柱和圆锥的组合体，

圆柱的体积为 $\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2\times 20=720\pi$，

圆锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2\times 5=60\pi$，

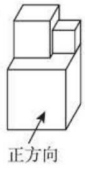
所以该几何体的体积为 $720\pi+60\pi=780\pi$.

答案：B

分类训练 (答案见54页)

训练角度① 利用三视图求几何体的表面积

1. 如图是三个大小不等的正方体拼成的几何体，其中两个较小正方体的棱长之和等于大正方体的棱长. 该几何体的主视图、俯视图和左视图的面积分别是 S_1，S_2，S_3，则 S_1，S_2，S_3 的大小关系是(　　)

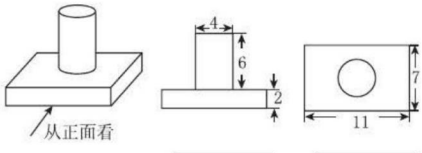


(第1题)

A. $S_1>S_2>S_3$　　B. $S_3>S_2>S_1$

C. $S_2>S_3>S_1$　　D. $S_1>S_3>S_2$

2. (1)如图①是一个组合体，如图②是它的两种视图，请在横线上填写出两种视图的名称；



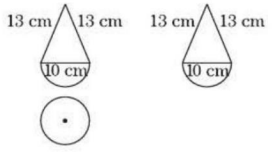
①　　②

(第2题)

(2)根据两种视图中的尺寸(单位：cm)，计算这个组合体的表面积(π 取3.14).

训练角度② 利用三视图求几何体的体积

3. 某糖果厂想要为儿童设计一种新型的装糖果的不倒翁，请你根据设计好的三视图及尺寸(如图)计算其容积(球的体积公式：$V=\frac{4}{3}\pi r^3$，r 为球的半径).

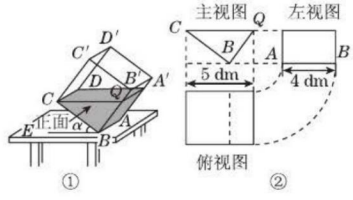


(第3题)

4. 一透明的敞口正方体容器 $ABCD\text{-}A'B'C'D'$ 内装有一些液体，棱 AB 始终在水平桌面上，容器底部的倾斜角为 α($\angle CBE=\alpha$). 如图①，液面刚好过棱 CD，并与棱 BB' 交于点 Q，此时液体的形状为直三棱柱，其三种视图及尺寸如图②所示. 解决问题：

(1)CQ 与 BE 的位置关系是_____，BQ 的长是_____；

(2)求液体的体积.



(第4题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第18招　建模思想应用的常见类型归类

名师点金

数学建模思想是人类用数学知识探索自然和实际应用的一种最有效的方法，也是数学应用于科技和社会的最基本途径；它是对现象和过程进行合理的抽象和量化，然后用数学知识进行模拟和验证的一种模式化思维；初中数学建模，就是用初中所学的数学知识和实际问题之间构建一个桥梁来加以沟通，便于把实际问题用数学问题表示出来；这个桥梁就是数学模型，构建这个桥梁的思维方法就是数学建模思想.

典例剖析

例 为解决楼房的采光问题，某地区规定：两幢楼房间的距离至少为40 m，中午12时不挡光. 如图18-1，某旧楼的一楼窗台高1 m，要在此楼正南方40 m处建一幢新楼. 已知该地区冬天中午12时阳光从正南方照射，并且光线与水平线的夹角最小为30°，在不违反规定的情况下，请问：新建楼房最高多少米（结果精确到1 m. $\sqrt{3}\approx1.732$，$\sqrt{2}\approx1.414$）？

解题秘方：通过构建直角三角形模型求解.

解：如图18-1，过点C作$CE\perp BD$，垂足为点E. 由题意可得，四边形$ABEC$为矩形，

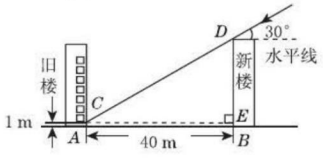


图18-1

则$CE=AB=40$ m，$BE=AC=1$ m，

易知$\angle DCE=30°$. $\therefore CD=2DE$.

在$\mathrm{Rt}\triangle CDE$中，$DE^2+CE^2=CD^2=(2DE)^2$，

$$\therefore DE=\frac{40\sqrt{3}}{3}\text{ m},$$

$$\therefore BD=DE+BE=\frac{40\sqrt{3}}{3}+1\approx24(\text{m}).$$

$\therefore$新建楼房最高约为24 m.

分类训练

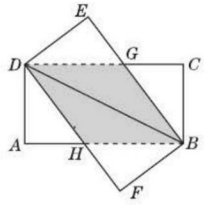
☞（答案见55页）

类型1　建立方程模型求几何图形面积

1. 将两张完全相同的矩形纸片$ABCD$、$FBED$按如图所示方式放置，BD为重合的对角线. 重叠部分为四边形$DHBG$.

（1）试判断四边形$DHBG$为何种特殊的四边形，并说明理由；

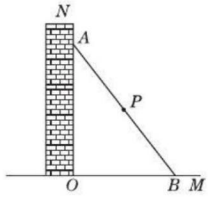
（2）若$AB=8$，$AD=4$，求四边形$DHBG$的面积.



（第1题）

类型2　建立几何模型解释生活中的现象

2. 如图，一根长a m的木棍（AB）斜靠在与地面（OM）垂直的墙（ON）上，设木棍的中点为P，若木棍A端沿墙下滑，且B端沿地面向右滑行，则木棍滑动的过程中，点P到点O的距离_____（填“发生”或“不发生”）变化. 理由是_____.

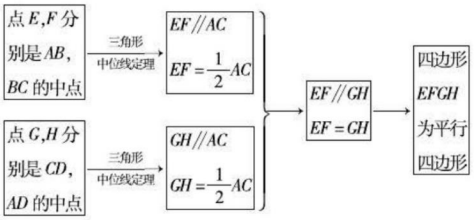


（第2题）

类型3　建立特殊四边形的模型探寻条件

3. 在数学课上，老师请同学思考如下问题：如图①，我们把一个四边形$ABCD$的四边中点E，F，G，H依次连接起来得到的四边形$EFGH$是平行四边形吗？

小敏在思考问题时，有如下思路：连接AC.



结合小敏的思路作答：

（1）若只改变图①中四边形$ABCD$的形状（如图②），则四边形$EFGH$还是平行四边形

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

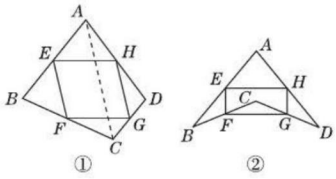
吗？说明理由；

参考小敏思考问题的方法，解决下列问题：

(2)如图②，在(1)的条件下，若连接 AC，BD.

(ⅰ)当 AC 与 BD 满足什么条件时，四边形 $EFGH$ 是菱形？写出结论并证明；

(ⅱ)当 AC 与 BD 满足什么条件时，四边形 $EFGH$ 是矩形？直接写出结论.



(第 3 题)

类型 4 建立方程模型解实际应用

4. 山西特产专卖店销售核桃，其进价为每千克 40 元. 按每千克 60 元出售，平均每天可售出 100 千克. 后来经过市场调查发现，单价每降低 2 元，则平均每天的销售量可增加 20 千克. 若该专卖店销售这种核桃要想平均每天获利 2 240元.

(1)每千克核桃应降价多少元？

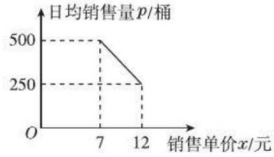
(2)在平均每天获利不变的情况下，为尽可能让利于顾客，赢得市场，该店应该按原售价的几折出售？

类型 5 建立函数模型解图象信息的应用

5. 某桶装水经营部每天的房租、人员工资等固定成本为 250 元，每桶水的进价是 5 元，规定销售单价不得高于 12 元，也不得低于 7 元，经调查发现日均销售量 p(桶)与销售单价 x(元)的函数图象如图所示.

(1)求日均销售量 p(桶)与销售单价 x(元)的函数关系式；

(2)若该经营部希望日均获利 1 350 元，请你根据以上信息，就该桶装水的销售单价或销售数量，提出一个用一元二次方程解决的问题，并写出解答过程.



(第 5 题)

类型 6 建立函数的模型解表格信息的应用

6. 制作一种产品，需先将材料加热到 120 ℃，再进行加工，制作人员在材料加热过程和加工过程中采集到的材料的温度 y(℃)与相应的从加热开始计算的时间 x(min)如下表所示：

	加热过程				加工过程			
x/min	0	2	4	6	6	10	16	20
y/℃	24	56	88	120	120	72	45	36

(1)以表中 x，y 的对应值为坐标，在直角坐标系中描出相应的点；

(2)从一次函数、反比例函数中选择合适的函数来分别表示加热过程和加工过程中 y(℃)与 x(min)的函数关系，并求出相应的函数表达式；

(3)根据加工要求，当材料温度低于 24 ℃时需停止加工，重新加热，那么每次加热后，进行加工的时间是多长？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型7 建立函数模型解实际应用

7. 某厂原料仓库储存了部分原料，按原计划每小时消耗2吨，可用60小时，由于技术革新，实际生产能力有所提高，即每小时消耗的原料大于计划消耗的原料. 设现在每小时消耗原料x(吨)，库存的原料可使用的时间为y(小时).

(1)求y与x之间的函数表达式，并求出自变量的取值范围；

(2)若恰好经过24小时才有新的原料进厂，为了使机器不停止运转，则x应控制在什么范围内？

类型8 建立概率模型解实际应用

8. 某抽签活动设置了如图所示的翻奖牌，每次抽奖翻开一个数字，考虑“中奖”的可能性有多大.

正面

1	2	3
4	5	6
7	8	9

反面

轿车一辆	万事如意	奖金100元
心想事成	奖金100元	洗衣粉一袋
奖金10元	生活愉快	奖金2万元

(第8题)

(1)如果用试验进行估计但又觉得制作翻奖牌太麻烦，能否用简便的模拟试验来替代？

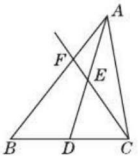
(2)估计“未中奖”的可能性有多大，“中奖”的可能性有多大. 你能探索出它们之间的关系吗？

类型9 建立平行线分线段成比例模型求比值

9. 如图，已知AD是$\triangle ABC$的中线.

(1)若E为AD的中点，射线CE交AB于点F，求$\frac{AF}{BF}$的值；

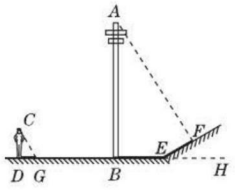
(2)若E为AD上的一点(异于A，D)，且$\frac{AE}{ED}=\frac{1}{k}(k>0)$，射线$CE$交$AB$于点$F$，求$\frac{AF}{BF}$的值.



(第9题)

类型10 建立相似三角形模型解实际应用

10. 九年级某班开展数学活动，活动内容为测量如图所示的电线杆AB的高度. 在太阳光的照射下，电线杆影子的一部分(BE)落在地面上，另一部分(EF)落在斜坡上，站在水平面上的小明的影子为DG，已知$\angle FEH=30°$，$CD=1.6$ m，$DG=0.8$ m，$BE=2.1$ m，$EF=1.7$ m，则电线杆的高约为_____(结果精确到0.1 m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$).



(第10题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

参考答案及点拨

第1招 巧作平行线构造相似三角形

1. 解:如图,连接 DF,∵ E,F 是边 BC 上的两个三等分点,

∴ $BE=EF=FC$.

∵ D 是 AC 的中点,∴ $AD=CD$.

∴ DF 是△ACE 的中位线.

∴ $DF\parallel AE$,且 $DF=\frac{1}{2}AE$.

∴ $DF\parallel PE$.

∴ $\frac{BE}{BF}=\frac{BP}{BD}$.

∵ $BF=2BE$,∴ $BD=2BP$.

∴ $BP=PD$.

∴ $DF=2PE$.

∵ $DF\parallel AE$,

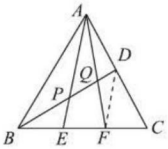
∴ $\angle APQ=\angle FDQ$,$\angle PAQ=\angle DFQ$.

∴ △APQ∽△FDQ. ∴ $\frac{PQ}{QD}=\frac{AP}{DF}$.

设 $PE=a$,则 $DF=2a$,$AP=3a$.

∴ $PQ:QD=AP:DF=3:2$.

∴ $BP:PQ:QD=5:3:2$.



(第1题)

点拨:给出边的三等分点或中点,求相关线段的比值时,通常连接这些点中的某些点找平行关系,构造相似三角形求解.

2. 解:如图,过点 C 作 $CG\parallel AB$ 交 AE 的延长线于点 G.

∵ $CG\parallel AB$,∴ $\angle DAF=\angle G$.

又∵ D 为 CF 的中点,∴ $CD=DF$.

在△ADF 和△GDC 中,

$$\begin{cases}\angle DAF=\angle G,\\ \angle ADF=\angle GDC,\\ DF=DC,\end{cases}$$

∴ △ADF≌△GDC(AAS). ∴ $AF=CG$.

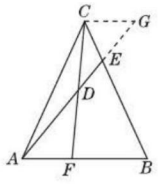
∵ $BF:AF=3:2$,∴ $AB:AF=5:2$.

∵ $AB\parallel CG$,

∴ $\angle CGE=\angle BAE$,$\angle GCE=\angle ABE$.

∴ △ABE∽△GCE.

∴ $\frac{BE}{EC}=\frac{AB}{CG}=\frac{AB}{AF}=\frac{5}{2}$.



(第2题)

点拨:过顶点 C 作 $CG\parallel AB$ 交 AE 的延长线于点 G,构造相似三角形,得到相关线段的比.

3. 证明:如图,过点 C 作 $CF\parallel AB$ 交 DP 于点 F,

∴ $\angle PFC=\angle PDB$,

$\angle PCF=\angle PBD$.

∴ △PCF∽△PBD.

∴ $\frac{BP}{CP}=\frac{BD}{CF}$.

∵ $AD\parallel CF$,∴ $\angle ADE=\angle EFC$.

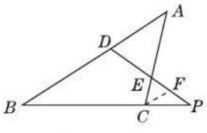
∵ $AD=AE$,∴ $\angle ADE=\angle AED$.

∵ $\angle AED=\angle CEP$,

∴ $\angle EFC=\angle CEP$.

∴ $EC=CF$.

∴ $\frac{BP}{CP}=\frac{BD}{EC}$.



(第3题)

4. 证明:方法一:如图①,过点 C 作 $CF\parallel AB$,交 DE 于点 F,

∴ $\angle FCD=\angle B$.

又∵ $\angle D$ 为公共角,

∴ △CDF∽△BDE.

∴ $\frac{CF}{BE}=\frac{CD}{BD}$.

∵ 点 M 为 AC 边的中点,

∴ $AM=CM$.

∵ $CF\parallel AB$,

∴ $\angle A=\angle MCF$.

又∵ $\angle AME=\angle CMF$,

∴ △AME≌△CMF.

∴ $AE=CF$.

∵ $AE=\frac{1}{4}AB$,$BE=AB-AE$,

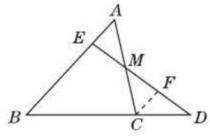
∴ $BE=3AE$. ∴ $\frac{AE}{BE}=\frac{1}{3}$.

∵ $\frac{CF}{BE}=\frac{CD}{BD}$,

∴ $\frac{AE}{BE}=\frac{CD}{BD}=\frac{1}{3}$,即 $BD=3CD$.

又∵ $BD=BC+CD$,

∴ $BC=2CD$.



(第4题①)

方法二:如图②,过点 C 作 $CF\parallel DE$,交 AB 于点 F,

∴ $\frac{AE}{AF}=\frac{AM}{AC}$.

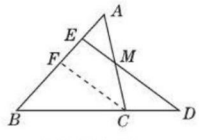
又∵ 点 M 为 AC 边的中点,

∴ $AC=2AM$.

∴ $2AE=AF$. ∴ $AE=EF$.

又∵ $\frac{AE}{AB}=\frac{1}{4}$,∴ $\frac{BF}{EF}=2$.

又∵ $CF\parallel DE$,∴ $\frac{BF}{FE}=\frac{BC}{CD}=2$.

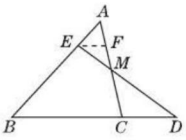


(第4题②)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore BC=2CD.$

方法三：如图③，过点 E 作 $EF\parallel BC$，交 AC 于点 F，



（第 4 题③）

$\therefore \angle AEF=\angle B.$

又$\because \angle A$ 为公共角，

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle ABC.$

$\therefore \dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}.$

由 $AE=\dfrac{1}{4}AB$，知$\dfrac{EF}{BC}=\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore EF=\dfrac{1}{4}BC,AF=\dfrac{1}{4}AC.$

由 $EF\parallel CD$，易证得$\triangle EFM\backsim\triangle DCM$，

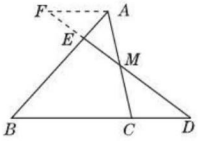
$\therefore \dfrac{EF}{CD}=\dfrac{MF}{MC}.$

又$\because AM=MC,\therefore MF=\dfrac{1}{2}MC.$

$\therefore EF=\dfrac{1}{2}CD.$

$\therefore BC=2CD.$

方法四：如图④，过点 A 作 $AF\parallel BD$，交 DE 的延长线于点 F，



（第 4 题④）

$\therefore \angle F=\angle D,\angle FAE=\angle B.$

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle BED.$

$\therefore \dfrac{AE}{BE}=\dfrac{AF}{BD}.$

$\because AE=\dfrac{1}{4}AB,$

$\therefore AE=\dfrac{1}{3}BE.\ \therefore AF=\dfrac{1}{3}BD.$

由 $AF\parallel CD$，易证得$\triangle AFM\backsim\triangle CDM.$

又$\because AM=MC,\therefore AF=CD.$

$\therefore CD=\dfrac{1}{3}BD.\ \therefore BC=2CD.$

点拨：由已知线段的比，求证另外两线段的比，通常作平行线，构造相似三角形来求解.

第 2 招　证比例式或等积式的七种技巧

1. 证明：过点 D 作 $DG\parallel BC$，交 AC 于点 G，

易知$\triangle DGF\backsim\triangle ECF,\triangle ADG\backsim\triangle ABC.$

$\therefore \dfrac{EF}{DF}=\dfrac{CE}{DG},\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AD}{DG}.$

$\because AD=CE,\therefore \dfrac{CE}{DG}=\dfrac{AD}{DG}.\ \therefore \dfrac{AB}{BC}=\dfrac{EF}{DF},$

即 $AB\cdot DF=BC\cdot EF.$

点拨：过某一点作平行线，构造出“A”型或“X”型的基本图形，通过相似三角形转化线段的比，从而解决问题.

2. 证明：$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AE\parallel DC,\angle A=\angle C.\ \therefore \angle CDF=\angle E.$

$\therefore \triangle FCD\backsim\triangle DAE.\ \therefore \dfrac{DC}{AE}=\dfrac{CF}{AD}.$

3. 证明：$\because DM\perp BC,\angle BAC=90°,$

$\therefore \angle B+\angle BEM=90°,\angle D+\angle DEA=90°.$

$\because \angle BEM=\angle DEA,\therefore \angle B=\angle D.$

又$\because M$ 为 BC 的中点，$\angle BAC=90°,$

$\therefore BM=AM.\ \therefore \angle B=\angle BAM.$

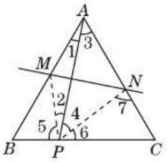
$\therefore \angle BAM=\angle D$，即$\angle EAM=\angle D.$

又$\because \angle AME=\angle DMA,$

$\therefore \triangle AME\backsim\triangle DMA.$

$\therefore \dfrac{AM}{MD}=\dfrac{ME}{AM}$，即 $AM^2=MD\cdot ME.$

4. 证明：如图，连接 $PM,PN.$



（第 4 题）

$\because MN$ 是 AP 的垂直平分线，

$\therefore MA=MP,NA=NP.$

$\therefore \angle 1=\angle 2,\angle 3=\angle 4.$

又$\because \triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle B=\angle C=\angle 1+\angle 3=60°.$

$\therefore \angle 2+\angle 4=60°.$

$\therefore \angle 5+\angle 6=120°.$

又$\because \angle 6+\angle 7=180°-\angle C=120°,$

$\therefore \angle 5=\angle 7.\ \therefore \triangle BPM\backsim\triangle CNP.$

$\therefore \dfrac{BP}{CN}=\dfrac{BM}{CP}$，即 $BP\cdot CP=BM\cdot CN.$

点拨：通过作辅助线构造出$\triangle BPM$ 和$\triangle CNP$，将要证的四条线段转化在这两个三角形中，利用已知条件证两三角形相似，从而得出结论.

5. 证明：$\because AB\parallel DN,$

$\therefore \angle MBA=\angle MDN,\angle MAB=\angle MND.$

$\therefore \triangle AMB\backsim\triangle NMD.$

$\therefore \dfrac{AM}{NM}=\dfrac{BM}{DM}.$

又$\because AD\parallel BP,$

$\therefore \angle MAD=\angle P,\angle MDA=\angle MBP.$

$\therefore \triangle BMP\backsim\triangle DMA.$

$\therefore \dfrac{MP}{AM}=\dfrac{BM}{DM}.\ \therefore \dfrac{AM}{MN}=\dfrac{MP}{AM}.$

$\therefore AM^2=MN\cdot MP.$

点拨：利用平行线得到角相等，从而判定三角形相似，再由相似三角形对应边的比相等，可求某些线段的长或证明比例式和等积式. 当直接利用相似三角形对应边的比相等或平行线截得的对应线段成比例无法解决时，可找中间比进行过渡，而找“中间比”是证比例关系常用的方法.

6. 证明：由题意得$\angle BDF=\angle BAE=90°.$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ BE 平分 $\angle ABC$, ∴ $\angle DBF = \angle ABE$.

∴ $\triangle BDF \backsim \triangle BAE$. ∴ $\frac{BD}{AB} = \frac{BF}{BE}$.

∵ $\angle BAC = \angle BDA = 90°$,

$\angle ABC = \angle DBA$,

∴ $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$. ∴ $\frac{AB}{BC} = \frac{BD}{AB}$.

∴ $\frac{BF}{BE} = \frac{AB}{BC}$.

点拨:本题通过先证 $\triangle BDF \backsim \triangle BAE$ 相似,再证 $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$,进而得出结论.

7. 证明:(1)∵ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, ∴ $\angle B = \angle D$.

∵ $AM \perp BC$, $AN \perp CD$,

∴ $\angle AMB = \angle AND = 90°$.

∴ $\triangle AMB \backsim \triangle AND$.

(2)由 $\triangle AMB \backsim \triangle AND$ 得 $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AD}$, $\angle BAM = \angle DAN$.

又∵ $AD = BC$,

∴ $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{BC}$. ∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{BC}$.

∵ $AM \perp BC$, $AD /\!/ BC$,

∴ $\angle MAD = \angle AMB = 90°$.

∴ $\angle B + \angle BAM = \angle MAN + \angle NAD = 90°$. ∴ $\angle B = \angle MAN$.

∴ $\triangle AMN \backsim \triangle BAC$. ∴ $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{AC}$.

8. 证明:∵ $BG \perp AP$, $PE \perp AB$,

∴ $\angle AEP = \angle DEB = \angle AGB = 90°$.

∴ $\angle P + \angle PAB = 90°$,

$\angle PAB + \angle ABG = 90°$.

∴ $\angle P = \angle ABG$. ∴ $\triangle AEP \backsim \triangle DEB$.

∴ $\frac{AE}{DE} = \frac{PE}{BE}$, 即 $AE \cdot BE = PE \cdot DE$.

∵ $\angle CEA = 90°$,

∴ $\angle CAB + \angle ACE = 90°$.

又∵ $\angle ACB = 90°$,

∴ $\angle CAB + \angle CBE = 90°$.

∴ $\angle ACE = \angle CBE$. 又∵ $\angle CEA = \angle BEC = 90°$,

∴ $\triangle AEC \backsim \triangle CEB$.

∴ $\frac{AE}{CE} = \frac{CE}{BE}$, 即 $CE^2 = AE \cdot BE$.

∴ $CE^2 = DE \cdot PE$.

9. 证明:∵ $AD \perp BC$, $DE \perp AB$,

∴ $\angle ADB = \angle AED = 90°$.

又∵ $\angle BAD = \angle DAE$,

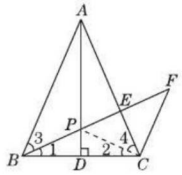
∴ $\triangle ABD \backsim \triangle ADE$.

∴ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AD}$, 即 $AD^2 = AE \cdot AB$.

同理可得 $AD^2 = AF \cdot AC$.

∴ $AE \cdot AB = AF \cdot AC$. ∴ $\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB}$.

10. 证明:如图,连接 PC.



(第 10 题)

∵ $AB = AC$, $AD \perp BC$,

∴ AD 垂直平分 BC, $\angle ABC = \angle ACB$.

∴ $BP = CP$. ∴ $\angle 1 = \angle 2$.

∴ $\angle ABC - \angle 1 = \angle ACB - \angle 2$,

即 $\angle 3 = \angle 4$.

∵ $CF /\!/ AB$,

∴ $\angle 3 = \angle F$.

∴ $\angle 4 = \angle F$.

又∵ $\angle CPF = \angle CPE$,

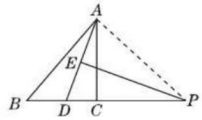
∴ $\triangle CPF \backsim \triangle EPC$.

∴ $\frac{CP}{PE} = \frac{PF}{CP}$, 即 $CP^2 = PF \cdot PE$.

∵ $BP = CP$, ∴ $BP^2 = PE \cdot PF$.

点拨:连接 PC,根据相似三角形对应边成比例的性质得到 $\frac{PC}{PE} = \frac{PF}{PC}$,进而得到 $PC^2 = PE \cdot PF$,再利用等线段代换法,即 $BP = PC$ 即可得到结论.

11. 证明:如图,连接 PA,



(第 11 题)

∵ EP 是 AD 的垂直平分线,

∴ $PA = PD$.

∴ $\angle PDA = \angle PAD$.

∴ $\angle B + \angle BAD = \angle DAC + \angle CAP$.

又∵ AD 平分 $\angle BAC$,

∴ $\angle BAD = \angle DAC$.

∴ $\angle B = \angle CAP$.

又∵ $\angle APC = \angle BPA$,

∴ $\triangle PAC \backsim \triangle PBA$.

∴ $\frac{PA}{PB} = \frac{PC}{PA}$, 即 $PA^2 = PB \cdot PC$.

∵ $PA = PD$, ∴ $PD^2 = PB \cdot PC$.

第 3 招 求三角函数值的常见技巧

1. 解:(方法 1)原式 $= \frac{(\sin A - 3\cos A) \div \cos A}{(4\sin A + \cos A) \div \cos A} = \frac{\frac{\sin A}{\cos A} - 3}{\frac{4\sin A}{\cos A} + 1} = \frac{\tan A - 3}{4\tan A + 1}$.

∵ $\tan A = 4$, ∴ 原式 $= \frac{4 - 3}{4 \times 4 + 1} = \frac{1}{17}$.

(方法 2)∵ $\tan A = 4$, ∴ $\frac{\sin A}{\cos A} = 4$, ∴ $\sin A = 4\cos A$.

∴ 原式 $= \frac{4\cos A - 3\cos A}{4 \times 4\cos A + \cos A} = \frac{\cos A}{17\cos A} = \frac{1}{17}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 解：∵ $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $(\sin\alpha-\cos\alpha)^2=\frac{1}{2}$，

即 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}$.

∴ $1-2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}$，即 $2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{2}$.

∴ $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$.

又∵ α 为锐角，∴ $\sin\alpha+\cos\alpha>0$.

∴ $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

3. C　**点拨**：∵ $(45°-\alpha)+(45°+\alpha)=90°$，∴ $\sin(45°-\alpha)=\cos(45°+\alpha)$，$\sin^2(45°-\alpha)+\sin^2(45°+\alpha)=\cos^2(45°+\alpha)+\sin^2(45°+\alpha)=1$.

4. 解：$\tan1°\cdot\tan2°\cdot\tan3°\cdot\cdots\cdot\tan88°\cdot\tan89°=(\tan1°\cdot\tan89°)\cdot(\tan2°\cdot\tan88°)\cdot\cdots\cdot(\tan44°\cdot\tan46°)\cdot\tan45°=1$.

点拨：互余的两角的正切值的积为 1，即若 $\alpha+\beta=90°$，则 $\tan\alpha\cdot\tan\beta=1$.

5. 解：∵ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{12}{25}$，

∴ $(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1+2\times\frac{12}{25}=\frac{49}{25}$.

∵ α 为锐角，∴ $\sin\alpha+\cos\alpha>0$. ∴ $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{7}{5}$.

又∵ $\sin\alpha\cdot\cos\alpha=\frac{12}{25}$，

∴ 以 $\sin\alpha$，$\cos\alpha$ 为根的一元二次方程为 $x^2-\frac{7}{5}x+\frac{12}{25}=0$.

点拨：此题用到两方面的知识：(1) 公式 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ 与完全平方公式的综合运用；(2) 若 $x_1+x_2=p$，$x_1x_2=q$，则以 x_1，x_2 为两根的一元二次方程为 $x^2-px+q=0$. 本题答案不唯一.

6. 解：∵ $\sin\alpha$ 是方程 $2x^2-7x+3=0$ 的一个根，

$\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times2\times3}}{2\times2}=\frac{7\pm5}{4}$.

∴ $\sin\alpha=\frac{1}{2}$ 或 $\sin\alpha=3$（不符合题意，舍去）.

∵ $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，∴ $\cos^2\alpha=1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{4}$.

又∵ α 为锐角，∴ $\cos\alpha>0$，∴ $\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}=|\sin\alpha-\cos\alpha|=\left|\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right|=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

第 4 招　成比例线段的证明和计算的五种常用作辅助线的方法

1. 证明：过点 D 作 $DG\parallel BC$ 交 AB 于 G，易证得 $\triangle DFG\backsim\triangle EFB$，∴ $\frac{DG}{EB}=\frac{DF}{EF}$. ∵ $EB=AD$，∴ $\frac{DG}{AD}=\frac{DF}{EF}$.

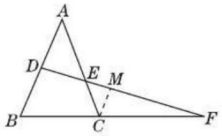
由 $DG\parallel BC$ 易证得 $\triangle ADG\backsim\triangle ACB$，

∴ $\frac{DG}{BC}=\frac{AD}{AC}$，即 $\frac{DG}{AD}=\frac{BC}{AC}$，∴ $\frac{DF}{EF}=\frac{BC}{AC}$，

∴ $EF\cdot BC=AC\cdot DF$.

点拨：通过作平行线证三角形相似，然后由相似三角形的对应边成比例证等积式.

2. 证明：如图，过点 C 作 $CM\parallel AB$ 交 DF 于点 M.



（第 2 题）

∵ $CM\parallel AB$，∴ $\angle FCM=\angle B$，$\angle FMC=\angle FDB$.

∴ $\triangle CMF\backsim\triangle BDF$.

∴ $\frac{BF}{CF}=\frac{BD}{CM}$.

又∵ $CM\parallel AD$，

∴ $\angle A=\angle ECM$，$\angle ADE=\angle CME$.

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle CME$. ∴ $\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{CM}$.

∵ D 为 AB 的中点，∴ $BD=AD$.

∴ $\frac{BD}{CM}=\frac{AD}{CM}$. ∴ $\frac{BF}{CF}=\frac{AE}{EC}$，

即 $AE\cdot CF=BF\cdot EC$.

3. 证明：过点 P 作 $PE\perp AC$ 于 E，$PF\perp CB$ 于 F，则四边形 $CEPF$ 为矩形.

∴ $PF=EC$.

易得 $\angle A=\angle B=45°$，$\angle AEP=\angle PFB=90°$，

∴ $\angle A=\angle BPF=45°$，∴ $\mathrm{Rt}\triangle AEP\backsim\mathrm{Rt}\triangle PFB$.

∴ $\frac{PA}{PB}=\frac{PE}{BF}$.

易得 $PF=BF=EC$，∴ $\frac{PA}{PB}=\frac{PE}{EC}$. ①

∵ $CP\perp MN$ 于 Q，

∴ $\angle QCN+\angle QNC=90°$.

又∵ $\angle QCN+\angle QCM=90°$，

∴ $\angle QCM=\angle QNC$.

又易得 $\angle PEC=\angle MCN=90°$，∴ $\mathrm{Rt}\triangle PEC\backsim\mathrm{Rt}\triangle MCN$.

∴ $\frac{EP}{CM}=\frac{EC}{CN}$，即 $\frac{EP}{EC}=\frac{CM}{CN}$. ②

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

由①②得$\frac{PA}{PB}=\frac{CM}{CN}$,即 $PA:PB=CM:CN$.

点拨:本题通过作垂线得到矩形 $CEPF$,再由矩形的性质、相似三角形的判定和性质即可证得.

4. 证明:延长 GF 与 AC,交于点 H,

$\because CD\perp AB, FG\perp AB$,

$\therefore CD\parallel FG, \therefore \angle AGF=\angle ADE, \angle AFG=\angle AED, \angle AHF=\angle ACE, \angle AFH=\angle AEC$.

$\therefore \triangle AFG\backsim\triangle AED, \triangle AFH\backsim\triangle AEC$.

$\therefore \frac{AF}{AE}=\frac{FG}{ED}, \frac{AF}{AE}=\frac{FH}{EC}. \therefore \frac{FG}{ED}=\frac{FH}{EC}$.

又 $ED=EC, \therefore FG=FH$.

易证得 $\mathrm{Rt}\triangle CFH\backsim\mathrm{Rt}\triangle GFB$,

$\therefore \frac{CF}{FG}=\frac{FH}{BF}. \therefore FG\cdot FH=CF\cdot BF$.

$\because FG=FH, \therefore FG^2=CF\cdot BF$.

点拨:通过作延长线构造相似三角形,再由相似三角形的性质和等量代换得到几个比例式或等积式,从而得到结论.

5. 解:取 BC 的中点 M,连接 AM.

$\because AB\perp AC, \therefore AM=CM, \therefore \angle MAC=\angle C$.

又 $BD=DC, \therefore \angle DBC=\angle C$.

$\therefore \angle MAC=\angle DBC$.

又$\because \angle C=\angle C$,

$\therefore \triangle MAC\backsim\triangle DBC$.

$\therefore \frac{MC}{DC}=\frac{AC}{BC}$.

又 $DC=1, MC=\frac{1}{2}BC$,

$\therefore AC=\frac{MC\cdot BC}{DC}=\frac{1}{2}BC^2$. ①

易得 $\mathrm{Rt}\triangle AEC\backsim\mathrm{Rt}\triangle BAC, \therefore \frac{AC}{BC}=\frac{EC}{AC}$.

又$\because EC=1$,

$\therefore AC^2=CE\cdot BC=BC$. ②

由①②得,$AC=\frac{1}{2}AC^4, \therefore AC=\sqrt[3]{2}$.

点拨:通过作中线构造相似三角形,进而得到相关线段的数量关系,最终求得 AC 的长.

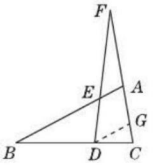
6. 解:如图,过点 D 作 AB 的平行线交 AC 于 G.

$\because \frac{BD}{DC}=\frac{FE}{ED}=2$,

$\therefore \frac{CD}{CB}=\frac{1}{3}, \frac{EF}{FD}=\frac{2}{3}$.

易得 $\triangle FAE\backsim\triangle FGD, \triangle CGD\backsim\triangle CAB$.

$\therefore \frac{AE}{DG}=\frac{EF}{FD}=\frac{2}{3}, \frac{DG}{AB}=\frac{CD}{CB}=\frac{1}{3}$.



(第 6 题)

$\therefore AE=\frac{2}{3}DG, AB=3DG, \therefore BE=\frac{7}{3}DG$,

$\therefore BE:AE=7:2=\frac{7}{2}$.

第 5 招 巧用构造法求几种特殊角的三角函数值

1. 解:如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=30°, \angle C=90°$,延长 CA 到 D,使 $AD=AB$,连接 BD,则 $\angle D=15°$,设 $BC=a$,则 $AB=2a, AC=\sqrt{3}a$,

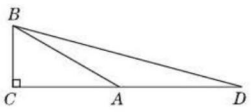
$\therefore AD=2a, \therefore CD=(2+\sqrt{3})a$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中,$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+(7+4\sqrt{3})a^2}=(\sqrt{6}+\sqrt{2})a$.

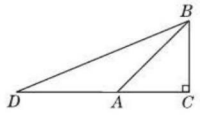
$\therefore \sin 15°=\sin D=\frac{BC}{BD}=\frac{a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$;

$\cos 15°=\cos D=\frac{CD}{BD}=\frac{(2+\sqrt{3})a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

$\tan 15°=\tan D=\frac{BC}{CD}=\frac{a}{(2+\sqrt{3})a}=2-\sqrt{3}$.



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 解:如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°, AC=BC$,延长 CA 到 D,使 $DA=AB$,连接 BD,则 $\angle D=22.5°$,设 $AC=BC=a$,则 $AB=\sqrt{2}a, \therefore AD=\sqrt{2}a, \therefore DC=(\sqrt{2}+1)a$,

$\therefore \tan 22.5°=\tan D=\frac{BC}{CD}=\frac{a}{(\sqrt{2}+1)a}=\sqrt{2}-1$.

点拨:通过构造含有 22.5°的直角三角形,结合数形结合思想即可求得结论.

3. 解:$\because$ 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 B 的直线折叠,使点 A 落在 BC 边上的点 E 处,$\therefore AB=BE, \angle AEB=\angle EAB=45°$. $\because$ 还原后,再沿过点 E 的直线折叠,使点 A 落在 BC 边上的点 F 处,

$\therefore AE=EF, \angle EAF=\angle EFA=45°\div 2=22.5°$,

$\therefore \angle FAB=67.5°$.

设 $AB=x$,则 $AE=EF=\sqrt{2}x$,

$\therefore \tan 67.5°=\tan\angle FAB=\frac{FB}{AB}=\frac{\sqrt{2}x+x}{x}=\sqrt{2}+1$.

4. 解:如图,作 $\triangle ABC$,使 $\angle BAC=36°, AB=AC$,$\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于 D 点,过点 A 作 $AE\perp BC$ 于 E 点,则 $\angle BAE=18°, \angle ABE=72°$. 设 $BC=a$,易知 $BE=\frac{1}{2}a, BD=AD=a$,

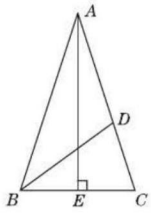
$\triangle ABC\backsim\triangle BCD$,

$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{BC}{CD}, \therefore \frac{AB}{a}=\frac{a}{AB-a}$,

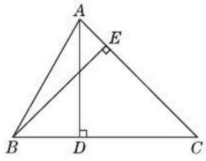
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

即 $AB^2-a\cdot AB-a^2=0$，$\therefore AB=\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$（负根舍去），

$\therefore \sin 18^\circ=\sin\angle BAE=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.



（第 4 题）



（第 5 题）

5. **解**：方法 1：利用第 1 题的图形求解. 易知 $\angle CBD=75^\circ$，

$\therefore \sin 75^\circ=\frac{CD}{BD}=\frac{(2+\sqrt{3})a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，

$\cos 75^\circ=\frac{BC}{BD}=\frac{a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

$\tan 75^\circ=\frac{CD}{BC}=\frac{(2+\sqrt{3})a}{a}=2+\sqrt{3}$.

方法 2：如图，作 $\triangle ABD$，使 $\angle ADB=90^\circ$，$\angle DAB=30^\circ$，延长 BD 到 C，使 $DC=DA$，连接 AC，过点 B 作 $BE\perp AC$ 于 E，则 $\angle ACD=\angle DAC=45^\circ$，$\angle BAE=75^\circ$，设 $AD=DC=a$，则 $AC=\sqrt{2}a$，$BD=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，$AB=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$，

$\therefore BC=BD+CD=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}+1\right)a$.

$\therefore CE=BE=BC\cdot\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6}a$，

$\therefore AE=AC-CE=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}a$，

$\therefore \sin 75^\circ=\sin\angle BAE=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，

$\cos 75^\circ=\cos\angle BAE=\frac{AE}{AB}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，

$\tan 75^\circ=\tan\angle BAE=\frac{BE}{AE}=2+\sqrt{3}$.

点拨：根据 $30^\circ+45^\circ=75^\circ$，通过两个分别含 30° 角的 Rt$\triangle ABD$和含 45° 角的 Rt$\triangle ADC$ 构造出含 75° 角的 $\triangle ABC$，结合数形结合思想，即可求得结果.

第 6 招 构造三角函数基本图形解实际问题的四种数学模型

1. **解**：如图，过点 A 作 $AC\perp OB$，垂足为点 C，

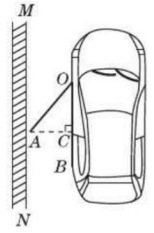
在 Rt$\triangle ACO$ 中，

$\because \angle AOC=40^\circ$，$AO=1.2$ 米，

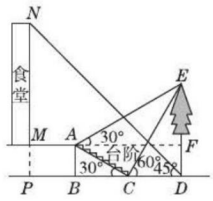
$\therefore AC=AO\cdot\sin\angle AOC\approx 0.64\times 1.2=0.768$（米）.

$\because$ 汽车靠墙一侧 OB 与墙 MN 平行且距离为 0.8 米，$0.768<0.8$，$\therefore$ 车门不会碰到墙.

点拨：通过构造 Rt$\triangle AOC$，将实际问题抽象成几何问题，求 AC 的长，即可判断出车门会不会碰墙.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. **解**：(1) 过 A 作 $AF\perp DE$ 于 F，如图所示.

设 $DE=x$ 米. $\because AB=DF=2$ 米，

$\therefore EF=DE-DF=(x-2)$ 米.

$\because \angle EAF=30^\circ$，

$\therefore AF=\frac{EF}{\tan\angle EAF}=\frac{x-2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}(x-2)$（米）.

又 $\because CD=\frac{DE}{\tan\angle DCE}=\frac{x}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$（米），

$BC=\frac{AB}{\tan\angle ACB}=\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}$（米），

$\therefore BD=BC+CD=\left(2\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)$米.

由 $AF=BD$ 可得 $\sqrt{3}(x-2)=2\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}x$，

解得 $x=6$.

$\therefore$ 树 DE 的高度为 6 米；

(2) 如图，延长 NM 交 DB 的延长线于点 P，则 $AM=BP=3$ 米.

由 (1) 知 $CD=\frac{\sqrt{3}}{3}\times 6=2\sqrt{3}$（米），$BC=2\sqrt{3}$ 米，

$\therefore PD=BP+BC+CD=3+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3+4\sqrt{3}$（米）.

$\because \angle NDP=45^\circ$，$\therefore NP=PD=(3+4\sqrt{3})$ 米.

$\because MP=AB=2$ 米，

$\therefore NM=NP-MP=3+4\sqrt{3}-2=1+4\sqrt{3}$（米），

$\therefore$ 食堂 MN 的高度为 $(1+4\sqrt{3})$ 米.

3. **解**：依题意，得 $\angle A=30^\circ$，$\angle CBD=45^\circ$，$\angle CDA=90^\circ$.

在 Rt$\triangle ADC$ 中，$CD=200$ 米，$\angle A=30^\circ$，

$\therefore AD=\frac{CD}{\tan 30^\circ}=\frac{200}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=200\sqrt{3}$（米）.

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$CD=200$ 米，$\angle CBD=45^\circ$，

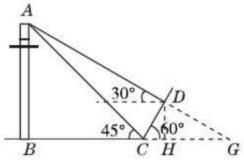
$\therefore BD=200$ 米.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore AB = AD - BD = 200\sqrt{3} - 200$（米）.

答：A，B 两点间的距离为 $(200\sqrt{3} - 200)$ 米.

4. 解：延长 AD 交 BC 的延长线于 G，作 $DH \perp BG$ 于 H，如图所示. 则 $\angle G = 30°$.



（第 4 题）

在 Rt $\triangle DHC$ 中，$\angle DCH = 60°$，$CD = 4$ m，

则 $CH = CD \cdot \cos\angle DCH = 4 \times \cos 60° = 2$（m），

$DH = CD \cdot \sin\angle DCH = 4 \times \sin 60° = 2\sqrt{3}$（m），

$\because DH \perp BG$，$\angle G = 30°$，

$\therefore HG = \dfrac{DH}{\tan G} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\tan 30°} = 6$（m），

$\therefore CG = CH + HG = 2 + 6 = 8$（m），

设 $AB = x$ m，$\because AB \perp BG$，$\angle G = 30°$，$\angle BCA = 45°$，

$\therefore BC = x$ m，$BG = \dfrac{AB}{\tan G} = \dfrac{x}{\tan 30°} = \sqrt{3}x$ m，

$\because BG - BC = CG$，$\therefore \sqrt{3}x - x = 8$，

解得 $x \approx 11$.

答：电线杆的高（AB）约为 11 m.

5. 解：如图，过点 A 作 $AF \perp BC$ 于点 F.

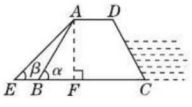
在 Rt $\triangle ABF$ 中，$\angle ABF = \alpha = 60°$，

$\therefore AF = AB \cdot \sin 60° = 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$（m）.

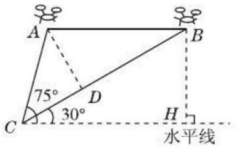
在 Rt $\triangle AEF$ 中，$\beta = 45°$，$\therefore AF = EF$，

$\therefore AE = \sqrt{AF^2 + EF^2} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (10\sqrt{3})^2} = 10\sqrt{6}$（m）.

答：改造后的坡长 AE 为 $10\sqrt{6}$ m.



（第 5 题）



（第 6 题）

6. 解：如图，作 $AD \perp BC$ 于 D，$BH \perp$ 水平线于 H，

由题意得：$\angle ACH = 75°$，$\angle BCH = 30°$，$AB /\!/ CH$，

$\therefore \angle ABC = 30°$，$\angle ACB = 45°$，

$\because AB = 4 \times 8 = 32$（m），

$\therefore CD = AD = AB \cdot \sin 30° = 16$ m，$BD = AB \cdot \cos 30° = 16\sqrt{3}$ m，

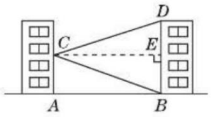
$\therefore BC = CD + BD = (16 + 16\sqrt{3})$ m，

则 $BH = BC \cdot \sin 30° = (8 + 8\sqrt{3})$ m.

答：这架无人飞机的飞行高度为 $(8 + 8\sqrt{3})$ m.

7. 解：（1）如图所示，过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E，则有 $\angle DCE = 18°$，$\angle BCE = 20°$，

$\therefore \angle BCD = \angle DCE + \angle BCE = 18° + 20° = 38°$.



（第 7 题）

（2）由题意得，$CE = AB = 30$ m，

在 Rt $\triangle CBE$ 中，$BE = CE \cdot \tan 20°$，在 Rt $\triangle CDE$ 中，$DE = CE \cdot \tan 18°$，$\therefore$ 教学楼的高 $BD = BE + DE = CE \cdot \tan 20° + CE \cdot \tan 18° \approx 20.4$（m）.

答：教学楼的高 BD 约为 20.4 m.

8. 解：设每层楼高为 x m，

由题意得 $MC' = MC - CC' = 2.5 - 1.5 = 1$（m），

则 $DC' = (5x + 1)$ m，$EC' = (4x + 1)$ m.

在 Rt $\triangle DC'A'$ 中，$\angle DA'C' = 60°$，

$\therefore C'A' = \dfrac{DC'}{\tan 60°} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}(5x + 1)$ m.

在 Rt $\triangle EC'B'$ 中，$\angle EB'C' = 30°$，

$\therefore C'B' = \dfrac{EC'}{\tan 30°} = \sqrt{3}(4x + 1)$ m.

$\because A'B' = C'B' - C'A' = AB$，

$\therefore \sqrt{3}(4x + 1) - \dfrac{\sqrt{3}}{3}(5x + 1) = 14$.

解得 $x = 2\sqrt{3} - \dfrac{2}{7} \approx 3.17$.

$\therefore DC = DC' + CC' = 5x + 1 + 1.5 \approx 18.4$（m）.

答：居民楼的高度约为 18.4 m.

第 7 招 “化斜为直”构造直角三角形的方法

1. 解：如图，过点 A 作 $AD \perp BC$，垂足为点 D.

设 $BD = x$，在 Rt $\triangle ABD$ 中，$AD = BD \cdot \tan B = x \cdot \tan 60° = \sqrt{3}x$.

在 Rt $\triangle ACD$ 中，$\because \angle C = 45°$，

$\therefore \angle CAD = 90° - \angle C = 45°$，

$\therefore \angle C = \angle CAD$，$\therefore CD = AD = \sqrt{3}x$.

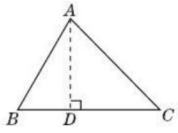
$\because BC = 1 + \sqrt{3}$，$\therefore \sqrt{3}x + x = 1 + \sqrt{3}$，

解得 $x = 1$，即 $BD = 1$.

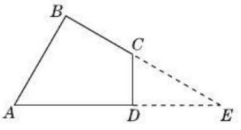
在 Rt $\triangle ABD$ 中，$\because \cos B = \dfrac{BD}{AB}$，

$\therefore AB = \dfrac{BD}{\cos B} = \dfrac{1}{\cos 60°} = 2$.

点拨：通过作辅助线构造含特殊角的直角三角形，即可得出结果.



（第 1 题）



（第 2 题）

2. 解：如图，延长 BC，AD 交于点 E.

$\because \angle A = 60°$，$\angle B = 90°$，$\therefore \angle E = 30°$.

在 Rt $\triangle ABE$ 中，$BE = \dfrac{AB}{\tan E} = \dfrac{2}{\tan 30°} = 2\sqrt{3}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在 Rt△CDE 中，$EC=2CD=2$，

$\therefore DE=EC\cdot\cos 30°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{Rt\triangle ABE}-S_{Rt\triangle ECD}=\frac{1}{2}AB\cdot BE-\frac{1}{2}CD\cdot ED=$

$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

点拨：本题看似是四边形问题，但注意到 $\angle B=90°$，$\angle A=60°$，不难想到延长 BC，AD 交于点 E，构造出直角三角形，将所求问题转化为直角三角形问题来解决.

3. **解**：如图，过点 B 作 $BE\perp CD$，交 CD 的延长线于点 E.

$\because$ 点 D 是 AB 的中点，$\therefore AD=DB$.

又$\because\angle ACD=\angle BED=90°$，$\angle ADC=\angle BDE$，

$\therefore\triangle ACD\cong\triangle BED$，$\therefore CD=DE$，$AC=BE$.

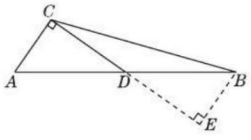
在 Rt△CBE 中，$\sin\angle BCE=\frac{BE}{BC}=\frac{1}{3}$，$\therefore BC=3BE$.

$\therefore CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=2\sqrt{2}BE$，

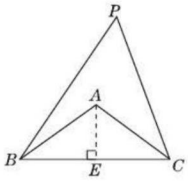
$\therefore CD=\frac{1}{2}CE=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}AC$.

$\therefore\tan A=\frac{CD}{AC}=\frac{\sqrt{2}AC}{AC}=\sqrt{2}$.

点拨：构造直角三角形，把所要求的量与已知量建立关系是解题的关键.



（第 3 题）



（第 4 题）

4. **解**：如图，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，

$\because AB=AC=5$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times8=4$，$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAC$.

$\because\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$，$\therefore\angle BPC=\angle BAE$.

在 Rt△BAE 中，由勾股定理得

$AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

$\therefore\tan\angle BPC=\tan\angle BAE=\frac{BE}{AE}=\frac{4}{3}$.

第 8 招　反比例函数与一次函数、二次函数的综合应用

1. A　**2.** D

3. C　**点拨**：把点 $A(1,2)$ 的坐标分别代入 $y_1=k_1x$，$y_2=\frac{k_2}{x}$ 中，得 $k_1=2$，$k_2=2$. $\therefore$ ①是错误的. 易知点 B 的坐标为 $(-1,-2)$，由图象可知，②④是正确的. 当 $y_1>y_2$ 时，$x>1$ 或 $-1<x<0$，$\therefore$ ③是错误的. 故选 C.

4. ①②④⑤

5. **解**：(1)$\because$ 点 $B(-2,n)$，$D(3-3n,1)$ 在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ $(x<0)$ 的图象上，

$\therefore -2n=3-3n$，解得 $n=3$.

$\therefore m=-2n=-6$.

(2) 由(1)知反比例函数的表达式为 $y=-\frac{6}{x}$.

$\because n=3$，$\therefore$ 点 $B(-2,3)$，$D(-6,1)$.

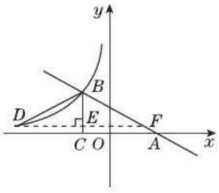
如图，过点 D 作 $DE\perp BC$ 于点 E，延长 DE 交 AB 于点 F.

在△DBE 和△FBE 中，

$$\begin{cases}\angle DBE=\angle FBE,\\ BE=BE,\\ \angle BED=\angle BEF=90°,\end{cases}$$

$\therefore\triangle DBE\cong\triangle FBE$(ASA).

$\therefore DE=FE=4$. $\therefore$ 点 $F(2,1)$.



（第 5 题）

将点 $B(-2,3)$，$F(2,1)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}-2k+b=3,\\ 2k+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\ b=2.\end{cases}$

$\therefore$ 一次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

点拨：(1) 将点 B，D 的坐标代入反比例函数的表达式求解 m 的值；(2) 通过作辅助线求点 F 的坐标. 再由点 B，F 的坐标求一次函数的表达式.

6. **解**：(1) 根据平移的性质，将直线 $y=x$ 向左平移 1 个单位长度后得到直线 $y=x+1$，

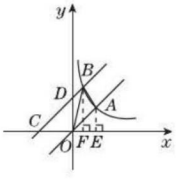
$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y=x+1$.

$\because$ 直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ $(x>0)$ 相交于点 A，

$\therefore$ 点 A 的横坐标和纵坐标相等.

$\because OA=\sqrt{2}$，$\therefore A(1,1)$.

$\therefore k=1\times1=1$.



（第 6 题）

(2) 如图，作 $AE\perp x$ 轴于点 E，$BF\perp x$ 轴于点 F.

由 $\begin{cases}y=\frac{1}{x},\\ y=x+1,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2},\\ y=\frac{1+\sqrt{5}}{2},\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=\frac{-1-\sqrt{5}}{2},\\ y=\frac{1-\sqrt{5}}{2}.\end{cases}$

$\therefore B\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$.

$\because S_{\triangle OAB}=S_{梯形AEFB}+S_{\triangle BOF}-S_{\triangle AOE}=S_{梯形AEFB}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore S_{\triangle OAB}=S_{梯形AEFB}=\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\times\left(1-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

7. **解**：(1)将点 $A(1,0)$ 的坐标代入 $y=ax+2$，得 $0=a+2$，

$\therefore a=-2$，

$\therefore$ 直线的表达式为 $y=-2x+2$.

将 $x=0$ 代入上式，得 $y=2$，

$\therefore b=2$.

(2)由(1)知，$b=2$，$\therefore B(0,2)$，

由平移可得：点 $C(2,t)$，$D(1,2+t)$.

将点 $C(2,t)$，$D(1,2+t)$ 的坐标分别代入 $y=\frac{k}{x}$，得

$\begin{cases}t=\frac{k}{2},\\2+t=\frac{k}{1},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=4,\\t=2.\end{cases}$

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{4}{x}$，点 $C(2,2)$，点 $D(1,4)$.

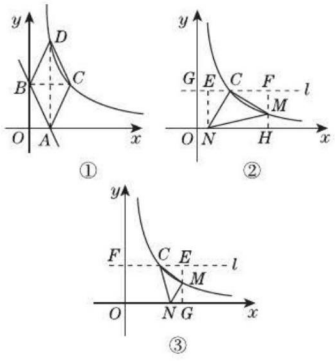
如图①，连接 BC，AD.

$\because B(0,2)$，$C(2,2)$. $\therefore BC/\!/x$ 轴，$BC=2$.

$\because A(1,0)$，$D(1,4)$，

$\therefore AD\perp x$ 轴，$AD=4$. $\therefore BC\perp AD$.

$\therefore S_{四边形ABDC}=\frac{1}{2}\times BC\times AD=\frac{1}{2}\times2\times4=4$.



（第 7 题）

(3)①当 $\angle NCM=90°$，$CM=CN$ 时，

如图②，过点 C 作直线 $l/\!/x$ 轴，交 y 轴于点 G，过点 M 作 $HF\perp$ 直线 l 于点 F，交 x 轴于点 H，过点 N 作 $NE\perp$ 直线 l 于点 E.

设点 $N(m,0)$（其中 $m>0$），则 $ON=m$，$CE=2-m$，

$\because\angle MCN=90°$，

$\therefore\angle MCF+\angle NCE=90°$.

$\because NE\perp$ 直线 l 于点 E，

$\therefore\angle ENC+\angle NCE=90°$，

$\therefore\angle MCF=\angle ENC$.

又$\because\angle MFC=\angle NEC=90°$，$CN=CM$，

$\therefore\triangle NEC\cong\triangle CFM$.

$\therefore CF=EN=2$，$FM=CE=2-m$，

$\therefore FG=CG+CF=2+2=4$.

将 $x=4$ 代入 $y=\frac{4}{x}$，得 $y=1$，

$\therefore$ 点 $M(4,1)$；

②当 $\angle NMC=90°$，$MC=MN$ 时，

如图③，过点 C 作直线 $l\perp y$ 轴于点 F，则 $CF=2$.

过点 M 作 $EG\perp x$ 轴于点 G，交直线 l 于点 E，则 $MG\perp$ 直线 l 于点 E，$EG=2$.

$\because\angle CMN=90°$，$\therefore\angle CME+\angle NMG=90°$.

$\because ME\perp$ 直线 l 于点 E，

$\therefore\angle ECM+\angle CME=90°$.

$\therefore\angle NMG=\angle ECM$.

又$\because\angle CEM=\angle NGM=90°$，$CM=NM$，

$\therefore\triangle CEM\cong\triangle MGN$.

$\therefore CE=MG$，$EM=NG$.

设 $CE=MG=n$，则 $y_M=n$，$x_M=CF+CE=2+n$，

$\therefore$ 点 $M(2+n,n)$，

将点 $M(2+n,n)$ 的坐标代入 $y=\frac{4}{x}$，得 $n=\frac{4}{2+n}$，解得 $n_1=\sqrt{5}-1$，$n_2=-\sqrt{5}-1$（不合题意，舍去），

$\therefore x_M=2+n=\sqrt{5}+1$，

$\therefore$ 点 $M(\sqrt{5}+1,\sqrt{5}-1)$，

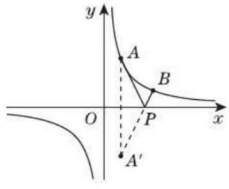
综合①②可知：点 M 的坐标为 $(4,1)$ 或 $(\sqrt{5}+1,\sqrt{5}-1)$.

8. **解**：(1)把 $A(1,3)$ 的坐标代入 $y=\frac{k}{x}$ 得 $k=1\times3=3$，

$\therefore$ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{3}{x}$；

把 $B(3,m)$ 的坐标代入 $y=\frac{3}{x}$ 得 $3m=3$，解得 $m=1$，

$\therefore B$ 点的坐标为 $(3,1)$.



（第 8 题）

(2)如图，作 A 点关于 x 轴的对称点 A'，连接 BA' 交 x 轴于 P 点，连接 AP，则 $A'(1,-3)$，

$\because PA+PB=PA'+PB=BA'$，

$\therefore$ 此时 $PA+PB$ 的值最小.

设直线 BA' 的表达式为 $y=ax+b$，

把 $A'(1,-3)$，$B(3,1)$ 的坐标分别代入 $y=ax+b$，得

$\begin{cases}a+b=-3,\\3a+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=-5,\end{cases}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴直线 BA' 的表达式为 $y=2x-5$.

当 $y=0$ 时，$2x-5=0$，解得 $x=\frac{5}{2}$，

∴点 P 的坐标为 $\left(\frac{5}{2},0\right)$.

点拨：本题考查了用待定系数法求反比例函数的表达式，同时考查了最短路径问题.

9. B

10. **解**：(1)∵在矩形 $OABC$ 中，$OA=3$，$OC=2$，∴$A(3,0)$，$B(3,2)$.∵F 为 AB 的中点，∴$F(3,1)$.∵点 F 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图象上，∴$k=3$.∴该函数的解析式为 $y=\frac{3}{x}$.

(2)由题意知 E,F 两点的坐标分别为 $\left(\frac{k}{2},2\right)$，$\left(3,\frac{k}{3}\right)$，

∴$S_{\triangle EFA}=\frac{1}{2}AF\cdot BE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}k\times\left(3-\frac{1}{2}k\right)=\frac{1}{2}k-\frac{1}{12}k^2=-\frac{1}{12}(k^2-6k+9-9)=-\frac{1}{12}(k-3)^2+\frac{3}{4}$.∴当 $k=3$ 时，$\triangle EFA$ 的面积最大，最大面积是 $\frac{3}{4}$.

点拨：(1)用待定系数法求反比例函数的表达式；(2)利用三角形面积公式求 $\triangle EFA$ 的面积与 k 的函数关系式，求二次函数的最大值以及此时 k 的值.

11. **解**：(1)∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 $A(1,4)$，∴$k=4$.

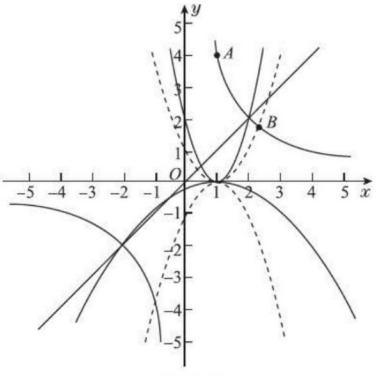
∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.

又∵反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象经过点 $B(m,n)$，∴$mn=4$.

(2)∵二次函数 $y=(x-1)^2$ 的图象经过点 $B(m,n)$，∴$n=(m-1)^2$，∴$n=m^2-2m+1$.∴$m^2-2m=n-1$.

由(1)得 $mn=4$，

∴$m^3n-2m^2n+3mn-4n=4m^2-8m+12-4n=4(m^2-2m)+12-4n=4(n-1)+12-4n=8$.



(第 11 题)

(3)由(1)得反比例函数的解析式为 $y=\frac{4}{x}$.令 $y=x$，可得 $x^2=4$，解得 $x=\pm2$，∴反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象与直线 $y=x$ 交于点 $(2,2)$，$(-2,-2)$.如图，当二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的图象经过点 $(2,2)$ 时，可得 $a=2$；当二次函数 $y=a(x-1)^2$ 的图象经过点 $(-2,-2)$ 时，可得 $a=-\frac{2}{9}$.∵二次函数 $y=a(x-1)^2$ 图象的顶点为 $(1,0)$，∴由图象可知，符合题意的 a 的取值范围是 $0<a<2$ 或 $a<-\frac{2}{9}$.

第 9 招　反比例函数与几何的综合应用

1. **解**：(1)∵$A(m,6)$，$B(3,n)$ 两点在反比例函数 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 的图象上，

∴$m=1$，$n=2$，即 $A(1,6)$，$B(3,2)$.

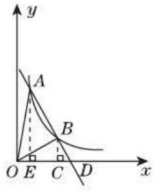
∵点 $A(1,6)$，$B(3,2)$ 在一次函数 $y=kx+b$ 的图象上，

∴$\begin{cases}6=k+b,\\2=3k+b,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=8,\end{cases}$

故一次函数的表达式为 $y=-2x+8$.

(2)根据图象可知使 $kx+b<\frac{6}{x}$ 成立的 x 的取值范围是 $0<x<1$ 或 $x>3$.

(3)如图，分别过点 A,B 作 $AE\perp x$ 轴，$BC\perp x$ 轴，垂足分别为 E,C，设直线 AB 交 x 轴于点 D.



(第 1 题)

令 $-2x+8=0$，得 $x=4$，即 $D(4,0)$.

∴$OD=4$.

∵$A(1,6)$，$B(3,2)$，∴$AE=6$，$BC=2$.

∴$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOD}-S_{\triangle ODB}=\frac{1}{2}\times4\times6-\frac{1}{2}\times4\times2=8$.

点拨：(1)用待定系数法求出一次函数表达式；(2)根据图象直接得出 x 的取值范围；(3)作辅助线利用作差法巧解 $\triangle AOB$ 的面积.

2. (1)**证明**：∵点 A,B 分别在 x 轴、y 轴上，点 D 在第一象限内，$DC\perp x$ 轴于点 C，∴$\angle AOB=\angle DCA=90°$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AOB$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DCA$ 中，

$\begin{cases}AO=DC,\\AB=DA,\end{cases}$

∴$\mathrm{Rt}\triangle AOB\cong\mathrm{Rt}\triangle DCA(\mathrm{HL})$.

(2)**解**：在 $\mathrm{Rt}\triangle ACD$ 中，∵$CD=2$，$DA=\sqrt{5}$，∴$AC=\sqrt{DA^2-CD^2}=1$.

∴$OC=OA+AC=2+1=3$.

∴D 点的坐标为 $(3,2)$.

∵点 E 为 CD 的中点，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴ 点 E 的坐标为(3,1).

∴ $k=3\times1=3$.

(3)**解**:点 G 在反比例函数的图象上.

理由如下:∵ $\triangle BFG$ 和$\triangle DCA$ 关于某点成中心对称,

∴ $\triangle BFG\cong\triangle DCA$.

∴ $FG=CA=1$, $BF=DC=2$, $\angle BFG=\angle DCA=90°$.

易知 $OB=AC=1$, ∴ $OF=OB+BF=1+2=3$.

∴ G 点的坐标为(1,3).

∵ $1\times3=3$,

∴ 点 $G(1,3)$ 在反比例函数的图象上.

3. **解**:设点 A 的坐标为$\left(a,\frac{6}{a}\right)$,由题易知四边形 $ABCO$ 是平行四边形,

∴ $AB=OC=3$.

∴ 点 B 的坐标为$\left(a-3,\frac{6}{a}\right)$.

∴ $(a-3)\cdot\frac{6}{a}=-3$.

∴ $a=2$.

∴ 点 A 的坐标为(2,3),点 B 的坐标为(−1,3).

∵ 点 C 的坐标为(−3,0),

∴ 直线 BC 对应的函数表达式为$y=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$.

由$\begin{cases}y=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2},\\ y=-\frac{3}{x},\end{cases}$

得$\begin{cases}x_1=-1,\\ y_1=3,\end{cases}\begin{cases}x_2=-2,\\ y_2=\frac{3}{2}.\end{cases}$

∴ $D\left(-2,\frac{3}{2}\right)$.

∴ 直线 AD 对应的函数表达式为$y=\frac{3}{8}x+\frac{9}{4}$. ∴ $OE=\frac{9}{4}$.

4. $\frac{15}{4}$ **点拨**:∵ $C(0,2)$, $A(4,0)$,由矩形的性质可得 $P(2,1)$,把点 P 的坐标代入反比例函数的表达式可得 $k=2$, ∴ 反比例函数的表达式为 $y=\frac{2}{x}$. 易知点 D 的横坐标为 4, ∴ $AD=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. ∴ $BD=\frac{3}{2}$. 又易知点 E 的纵坐标为 2, ∴ $2=\frac{2}{CE}$.

∴ $CE=1$. ∴ $BE=3$. ∴ $S_{\triangle ODE}=S_{矩形OABC}-S_{\triangle OCE}-S_{\triangle BED}-S_{\triangle OAD}=8-1-\frac{9}{4}-1=\frac{15}{4}$.

5. (1)**证明**:∵ $BE/\!/AC$, $AE/\!/OB$,

∴ 四边形 $AEBD$ 是平行四边形.

∵ 四边形 $OABC$ 是矩形,

∴ $DA=\frac{1}{2}AC$, $DB=\frac{1}{2}OB$, $AC=BO$.

∴ $DA=DB$.

∴ 四边形 $AEBD$ 是菱形.

(2)**解**:连接 DE,交 AB 于点 F,

易知 $DE=OA=3$.

∵ 四边形 $AEBD$ 是菱形,

∴ $EF=DF=\frac{1}{2}DE=\frac{3}{2}$,

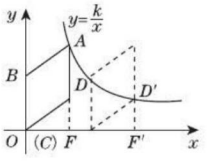
$AF=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}OC=1$. ∴ $E\left(\frac{9}{2},1\right)$.

设所求反比例函数的表达式为 $y=\frac{k}{x}$,

把点 $E\left(\frac{9}{2},1\right)$的坐标代入得 $1=\frac{k}{\frac{9}{2}}$,解得$k=\frac{9}{2}$.

∴ 所求反比例函数的表达式为 $y=\frac{9}{2x}$.

6. **解**:(1)如图,过点 D 作 x 轴的垂线,垂足为 F,易知点 A, D, F 在同一条直线上.



(第 6 题)

∵ 点 D 的坐标为(4,3),

∴ $OF=4$, $DF=3$.

∴ $OD=5$.

∴ $AD=OD=5$.

∴ 点 A 的坐标为(4,8).

∴ $k=xy=4\times8=32$.

(2)如图,将菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移,使得点 D 落在反比例函数$y=\frac{32}{x}(x>0)$的图象上的点 D'处,过点 D'作 x 轴的垂线,垂足为 F'.

∵ $DF=3$, ∴ $D'F'=3$.

∴ 点 D'的纵坐标为 3.

∵ 点 D'在 $y=\frac{32}{x}(x>0)$的图象上,

∴ $3=\frac{32}{x}$,解得 $x=\frac{32}{3}$,

即 $OF'=\frac{32}{3}$. ∴ $FF'=\frac{32}{3}-4=\frac{20}{3}$.

∴ 菱形 $ABCD$ 沿 x 轴正方向平移的距离为$\frac{20}{3}$.

7. **解**:(1)∵ 正方形 $OABC$ 的边 OA, OC 分别在 x 轴、y 轴上,点 B 的坐标为(2,2), ∴ $C(0,2)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ 点 D 是 BC 的中点，∴ $D(1,2)$.

∵ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0,k\neq0)$ 的图象经过点 D，

∴ $k=2$.

(2)当点 P 在直线 BC 的上方，即 $0<x<1$ 时，

∵ 点 $P(x,y)$ 在该反比例函数的图象上运动，

∴ $y=\frac{2}{x}$.

∴ $S_{四边形CQPR}=CQ\cdot PQ=x\cdot\left(\frac{2}{x}-2\right)=2-2x$. 当点 P 在直线 BC 的下方，即 $x>1$ 时，同理求出 $S_{四边形CQPR}=CQ\cdot PQ=x\cdot\left(2-\frac{2}{x}\right)=2x-2$.

综上，$S=\begin{cases}2x-2(x>1),\\2-2x(0<x<1).\end{cases}$

点拨：(1)由正方形的性质求出点 D 的坐标，代入函数表达式中利用待定系数法即可求出 k 值；(2)注意将 x 的取值范围分成 $0<x<1$ 和 $x>1$ 两部分进行分类讨论.

8. **解**：(1)①易知 A,B 两点在双曲线 $y=\frac{4}{x}$ 上.

当 $x=4$ 时，$y=1$，

∴ $B(4,1)$，

当 $y=2$ 时，$2=\frac{4}{x}$，

∴ $x=2$，∴ $A(2,2)$.

设直线 AB 的函数表达式为 $y=kx+b$，

∴ $\begin{cases}2k+b=2,\\4k+b=1,\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\b=3,\end{cases}$

∴ 直线 AB 的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+3$；

②四边形 $ABCD$ 是菱形，

理由如下：易知 C,D 两点在双曲线 $y=\frac{20}{x}$ 上. 由①知，$B(4,1)$，

∵ $BD\parallel y$ 轴，

∴ $D(4,5)$.

∵ 点 P 是 BD 的中点，

∴ $P(4,3)$，

当 $y=3$ 时，由 $y=\frac{4}{x}$ 得，$x=\frac{4}{3}$，

由 $y=\frac{20}{x}$ 得，$x=\frac{20}{3}$，故 $A\left(\frac{4}{3},3\right),C\left(\frac{20}{3},3\right)$

∴ $PA=4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$，$PC=\frac{20}{3}-4=\frac{8}{3}$，

∴ $PA=PC$，

又∵ $PB=PD$，

∴ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

又∵ $BD\perp AC$，

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形；

(2)四边形 $ABCD$ 能是正方形.

理由：当四边形 $ABCD$ 是正方形时，

$BD=AC$，

当 $x=4$ 时，$y=\frac{m}{x}=\frac{m}{4}$，$y=\frac{n}{x}=\frac{n}{4}$，

∴ $B\left(4,\frac{m}{4}\right),D\left(4,\frac{n}{4}\right)$，

∴ $P\left(4,\frac{m+n}{8}\right)$，

∴ $A\left(\frac{8m}{m+n},\frac{m+n}{8}\right),C\left(\frac{8n}{m+n},\frac{m+n}{8}\right)$.

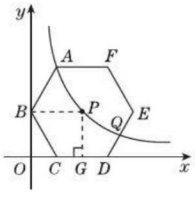
∵ $AC=BD$，

∴ $\frac{8n}{m+n}-\frac{8m}{m+n}=\frac{n}{4}-\frac{m}{4}$，

∴ $m+n=32$.

9. **解**：(1)点 A 在该反比例函数的图象上. 理由如下：

如图，过点 P 作 x 轴的垂线 PG，垂足为 G，连接 BP.



(第 9 题)

∵ P 是正六边形 $ABCDEF$ 的对称中心，$CD=2$，

∴ $BP=2$，G 是 CD 的中点.

∴ $PG=\sqrt{3}$.

∴ $P(2,\sqrt{3})$.

∵ P 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，

∴ $k=2\sqrt{3}$.

∴ $y=\frac{2\sqrt{3}}{x}$.

由正六边形的性质，得 $A(1,2\sqrt{3})$，

∴ 点 A 在该反比例函数的图象上.

(2)易得 $D(3,0),E(4,\sqrt{3})$.

设直线 DE 的解析式为 $y=mx+b$，

∴ $\begin{cases}3m+b=0,\\4m+b=\sqrt{3},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=\sqrt{3},\\b=-3\sqrt{3}.\end{cases}$

∴ $y=\sqrt{3}x-3\sqrt{3}$.

联立得 $\begin{cases}y=\frac{2\sqrt{3}}{x},\\y=\sqrt{3}x-3\sqrt{3},\end{cases}$ 解得 $x=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$(负值舍去).

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴ 点 Q 的横坐标为 $\frac{3+\sqrt{17}}{2}$.

(3) $E(4,\sqrt{3})$, $F(3,2\sqrt{3})$.

将正六边形向左平移 2 个单位长度后, E 点坐标变为 $(2,\sqrt{3})$, F 点坐标变为 $(1,2\sqrt{3})$,

则点 E 与 F 都在该反比例函数的图象上.

(平移方法不唯一)

第 10 招 根的判别式的八种常见应用

1. **解**: (1) $\Delta=0$, 方程有两个相等的实数根;

(2) $\Delta=2^2+4>0$, 方程有两个不相等的实数根;

(3) $\Delta<0$, 方程无实数根.

点拨: 直接利用根的判别式判断方程根的情况即可.

2. **解**: ∵ $x^2-2x-m=0$ 没有实数根,

∴ $\Delta_1=(-2)^2-4\cdot(-m)=4+4m<0$, 即 $m<-1$.

∴ 对于方程 $x^2+2mx+m(m+1)=0$,

$\Delta_2=(2m)^2-4\cdot m(m+1)=-4m>4$,

∴ 方程 $x^2+2mx+m(m+1)=0$ 有两个不相等的实数根.

点拨: 由 $x^2-2x-m=0$ 无实数根得出 $m<-1$, 从而得到方程 $x^2+2mx+m(m+1)=0$ 的根的判别式的值 $-4m>4$, 故该方程有两个不相等的实数根.

3. (1) **证明**: $\Delta=[-(m+2)]^2-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2$.

∵ $(m-2)^2\geqslant 0$, 即 $\Delta\geqslant 0$,

∴ 不论 m 为何值, 方程总有实数根.

(2) **解**: 解关于 x 的一元二次方程

$mx^2-(m+2)x+2=0$, 得

$x_1=\frac{2}{m}$, $x_2=1$.

∵ 方程的两个根都是正整数,

∴ $\frac{2}{m}$ 是正整数,

又∵ m 为整数,

∴ $m=1$ 或 $m=2$.

又∵ 方程的两个根不相等,

∴ $m\neq 2$, ∴ $m=1$.

点拨: (1) 求出方程根的判别式, 根据平方的非负性证明即可. (2) 利用公式法求出方程的两个根, 再根据方程有两个不相等的正整数根及 m 为整数求得 $m=1$.

4. **解**: ∵ 关于 x 的方程 $x^2+(2m-1)x+4=0$ 有两个相等的实数根,

∴ $\Delta=(2m-1)^2-4\times1\times4=0$, 即 $2m-1=\pm4$.

∴ $m=\frac{5}{2}$ 或 $m=-\frac{3}{2}$.

当 $m=\frac{5}{2}$ 时, $\frac{m-1}{(2m-1)^2+2m}=\frac{\frac{5}{2}-1}{16+5}=\frac{1}{14}$;

当 $m=-\frac{3}{2}$ 时, $\frac{m-1}{(2m-1)^2+2m}=\frac{-\frac{3}{2}-1}{16-3}=-\frac{5}{26}$.

5. **解**: (1) $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 理由: ∵ $x=-1$ 是方程的根,

∴ $(a+c)\times(-1)^2-2b+(a-c)=0$.

∴ $a+c-2b+a-c=0$. ∴ $a-b=0$. ∴ $a=b$.

∴ $\triangle ABC$ 是等腰三角形.

(2) $\triangle ABC$ 是直角三角形. 理由:

∵ 方程有两个相等的实数根,

∴ $(2b)^2-4(a+c)(a-c)=0$,

∴ $4b^2-4a^2+4c^2=0$, ∴ $a^2=b^2+c^2$,

∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形.

(3) 如果 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 那么 $a=b=c$.

当 $a=b=c$ 时, 原方程可整理为 $2ax^2+2ax=0$.

∴ $x^2+x=0$. 解得 $x_1=0$, $x_2=-1$.

点拨: 本题将方程根的判别式与三角形结合在一起进行考查, 解题时根据给出的条件灵活运用即可.

6. **解**: (1) 由题意, 得 $\Delta=0$,

即 $m^2-4\left(\frac{m}{2}-\frac{1}{4}\right)=m^2-2m+1=0$.

解得 $m_1=m_2=1$.

故当 m 为 1 时, $\square ABCD$ 是菱形.

此时原方程为 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$, 解得 $x_1=x_2=\frac{1}{2}$.

即菱形 $ABCD$ 的边长为 $\frac{1}{2}$.

(2) 由题意知 $x=2$ 是关于 x 的方程 $x^2-mx+\frac{m}{2}-\frac{1}{4}=0$ 的一个根, ∴ 将 $x=2$ 代入原方程得 $4-2m+\frac{m}{2}-\frac{1}{4}=0$,

解得 $m=\frac{5}{2}$, 故原方程为 $x^2-\frac{5}{2}x+1=0$,

解得 $x_1=2$, $x_2=\frac{1}{2}$. ∴ $AD=\frac{1}{2}$.

故 $\square ABCD$ 的周长为 $2\times\left(2+\frac{1}{2}\right)=5$.

点拨: 本题将方程根的判别式与平行四边形、菱形相结合, 灵活利用给出的条件进行求解即可.

7. **解**: 直线 $y=x$ 沿 x 轴负方向平移 4 个单位长度后是直线 $y=x+4$,

由 $x+4=\frac{m}{x}$, 可得 $x^2+4x-m=0$, 根据题意知此方程有两个相等的实数根.

∴ $\Delta=16+4m=0$.

解得 $m=-4$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解方程组$\begin{cases}y=-\frac{4}{x},\\y=x+4,\end{cases}$

得$\begin{cases}x=-2,\\y=2.\end{cases}$

则点 A 的坐标是$(-2,2)$.

$\because y$ 轴平分$\triangle AOB$ 的面积,

$\therefore$ 点 B 的横坐标是 2.

在 $y=x+4$ 中,令 $x=2$,得 $y=6$,

则点 B 的坐标是$(2,6)$,

代入 $y=\frac{n}{x}$,得 $n=12$.

8. 解:$\because$ 点 $C(1,2)$,$BC\parallel y$ 轴,$AC\parallel x$ 轴,

$\therefore A$ 点的纵坐标为 2,B 点的横坐标为 1.

当 $x=1$ 时,$y=-1+6=5$,

当 $y=2$ 时,$-x+6=2$,解得 $x=4$,

$\therefore$ 点 A,B 的坐标分别为 $A(4,2)$,$B(1,5)$.

当反比例函数图象过点 C 时,k 值最小.

此时 $k=1\times2=2$.

当反比例函数图象与线段 AB 只有一个公共点时,k 值最大.

设此公共点坐标为$(x,-x+6)$,则$\frac{k}{x}=-x+6$,得 $x^2-6x+k=0$,当 $\Delta=(-6)^2-4k=0$,即 $k=9$ 时,直线与双曲线有且只有一个公共点$(3,3)$.

因此,k 的取值范围是 $2\leqslant k\leqslant9$.

第 11 招 利用相似三角形巧证线段的数量和位置关系

1. 证明:$\because DE\parallel BC$,

$\therefore \angle NEO=\angle MBO$,$\angle ENO=\angle BMO$.

$\therefore \triangle NEO\backsim\triangle MBO$. $\therefore \frac{NE}{MB}=\frac{ON}{OM}$.

同理可得$\frac{DN}{MC}=\frac{ON}{OM}$. $\therefore \frac{DN}{MC}=\frac{NE}{BM}$.

$\therefore \frac{DN}{NE}=\frac{MC}{BM}$.

$\because DE\parallel BC$,

$\therefore \angle ANE=\angle AMC$,$\angle AEN=\angle ACM$.

$\therefore \triangle ANE\backsim\triangle AMC$. $\therefore \frac{AN}{AM}=\frac{NE}{MC}$.

同理可得$\frac{AN}{AM}=\frac{DN}{BM}$. $\therefore \frac{DN}{BM}=\frac{NE}{MC}$.

$\therefore \frac{DN}{NE}=\frac{BM}{MC}$.

$\therefore \frac{MC}{BM}=\frac{BM}{MC}$. $\therefore MC^2=BM^2$.

$\therefore BM=MC$.

点拨:通过证$\triangle NEO\backsim\triangle MBO$ 和$\triangle ANE\backsim\triangle AMC$,从而得到相关线段的比相等,最后证得 $BM=MC$.

2. 证明:如图,延长 CE,交 AM 的延长线于 F.

$\because AB\parallel CF$,$\therefore \angle BAM=\angle F$.

易证得$\triangle BDM\backsim\triangle CEM$,$\triangle BAM\backsim\triangle CFM$,

$\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{BM}{MC}$,$\frac{BA}{CF}=\frac{BM}{MC}$. $\therefore \frac{BD}{CE}=\frac{BA}{CF}$.

又$\because BA=2BD$,$\therefore CF=2CE$.

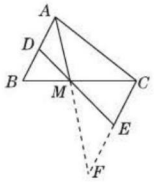
又$\because AM$ 平分$\angle BAC$,

$\therefore \angle BAM=\angle CAM$.

$\therefore \angle CAM=\angle F$.

$\therefore AC=CF$.

$\therefore AC=2CE$.



(第 2 题)

点拨:通过作辅助线证三角形相似,由三角形相似的相关性质证两线段的倍分关系.

3. 解:(1)$MN\parallel AC\parallel ED$. 理由如下:由 $EF\parallel BC$,易证得$\triangle AEM\backsim\triangle ABD$,$\triangle AMF\backsim\triangle ADC$. $\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{AM}{AD}$,$\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}$.

$\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{MF}{DC}$.

$\because E$ 为AB 的中点,$EF\parallel BC$,

$\therefore F$ 为 AC 的中点.

又$\because DF\parallel AB$,$\therefore D$ 为 BC 的中点.

$\therefore BD=CD$. $\therefore EM=MF$.

$\because F$ 为 AC 的中点,$FN\parallel AE$,

$\therefore N$ 为 EC 的中点. 从而 $MN\parallel AC$.

又$\because D$ 为 BC 的中点,E 为 AB 的中点,

$\therefore ED\parallel AC$. $\therefore MN\parallel AC\parallel ED$.

(2)$MN\parallel AC$. 理由如下:由 $EF\parallel BC$,易得$\triangle AEM\backsim\triangle ABD$,$\triangle AMF\backsim\triangle ADC$.

$\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{AM}{AD}$,$\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}$. $\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{MF}{DC}$. $\therefore \frac{EM}{MF}=\frac{BD}{DC}$.

又$\because DF\parallel AB$,$\therefore \frac{BD}{DC}=\frac{EN}{NC}$.

$\therefore \frac{EM}{MF}=\frac{EN}{NC}$. $\therefore \frac{EM}{EF}=\frac{EN}{EC}$. 又$\because \angle MEN=\angle FEC$,

$\therefore \triangle MEN\backsim\triangle FEC$.

$\therefore \angle EMN=\angle EFC$.

$\therefore MN\parallel AC$.

点拨:(1)先证点 F 是线段 AC 的中点,再证明 $EM=MF$,然后证明 MN 是$\triangle EFC$ 的中位线,再结合 D,E 分别是 BC,AB 的中点,从而得到最终结论;(2)通过证三角形相似,证$\angle EMN=\angle EFC$,再根据同位角相等两直线平行证得 $MN\parallel AC$.

4. 证明:$\because AD=\frac{1}{3}AB$,点 E,F 把 AB 三等分,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore$ 设 $AE=EF=FB=AD=k(k>0)$,则 $AB=CD=3k$.

$\because CD/\!/AB$,

$\therefore \angle DCG=\angle FAG,\angle CDG=\angle AFG$.

$\therefore \triangle AFG\backsim\triangle CDG$. $\therefore \dfrac{FG}{DG}=\dfrac{AF}{CD}=\dfrac{2}{3}$.

设 $FG=2m$,则 $DG=3m$,$\therefore DF=FG+DG=2m+3m=5m$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle AFD$ 中,$DF^2=AD^2+AF^2=5k^2$,$\therefore DF=\sqrt{5}k$.

$\therefore 5m=\sqrt{5}k$. $\therefore m=\dfrac{\sqrt{5}}{5}k$.

$\therefore FG=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}k$.

$\therefore \dfrac{AF}{FG}=\dfrac{2k}{\frac{2}{5}\sqrt{5}k}=\sqrt{5}$,$\dfrac{DF}{EF}=\dfrac{\sqrt{5}k}{k}=\sqrt{5}$.

$\therefore \dfrac{AF}{FG}=\dfrac{DF}{EF}$.

又$\because \angle AFD=\angle GFE$,

$\therefore \triangle AFD\backsim\triangle GFE$.

$\therefore \angle EGF=\angle DAF=90^\circ$. $\therefore EG\perp DF$.

点拨:通过证三角形相似,由相似三角形的性质得到相关角相等,都等于90°,进而证得垂直.

第12招 用线段成比例法解几何问题的几种常见类型

1. (1)**证明**:$\because AG\perp BC$,$AF\perp DE$,

$\therefore \angle AFE=\angle AGC=90^\circ$.

$\because \angle EAF=\angle GAC$,

$\therefore \angle AED=\angle ACB$.

又$\because \angle EAD=\angle CAB$,

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

(2)**解**:由(1)可知:$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$,

$\therefore \dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AE}{AC}$.

由(1)可知:$\angle AFE=\angle AGC=90^\circ$,

$\because \angle EAF=\angle CAG$,$\therefore \triangle EAF\backsim\triangle CAG$.

$\therefore \dfrac{AF}{AG}=\dfrac{AE}{AC}$. $\therefore \dfrac{AF}{AG}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{3}{5}$.

2. (1)**证明**:$\because AB=AD$,AC 平分$\angle BAD$,

$\therefore AC\perp BD$,$\therefore \angle ACD+\angle BDC=90^\circ$.

$\because AC=AD$,$\therefore \angle ACD=\angle ADC$.

$\therefore \angle ADC+\angle BDC=90^\circ$.

又$\because PD\perp AD$,$\therefore \angle ADC+\angle PDC=90^\circ$.

$\therefore \angle BDC=\angle PDC$.

(2)**解**:如图,过点 C 作 $CM\perp PD$ 于点 M.

$\because \angle BDC=\angle PDC$,$CM\perp PD$,$AC\perp BD$,

$\therefore CE=CM$.

$\because \angle CMP=\angle ADP=90^\circ$,

$\angle P=\angle P$,

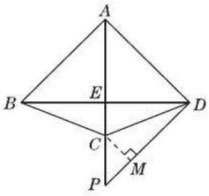
$\therefore \triangle CPM\backsim\triangle APD$.

$\therefore \dfrac{CM}{AD}=\dfrac{PC}{PA}$.

设 $CM=CE=x$,

$\because CE:CP=2:3$,

$\therefore PC=\dfrac{3}{2}x$.



(第2题)

$\because AB=AD=AC=1$,

$\therefore \dfrac{x}{1}=\dfrac{\frac{3}{2}x}{\frac{3}{2}x+1}$.

解得 $x=\dfrac{1}{3}$($x=0$ 舍去),

经检验,$x=\dfrac{1}{3}$是方程的解且符合题意.

$\therefore CE=\dfrac{1}{3}$.

故 $AE=AC-CE=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$.

点拨:(1)利用等腰三角形的性质结合互余的定义得出$\angle BDC=\angle PDC$;(2)利用相似的定义,得出$\triangle CPM\backsim\triangle APD$,再利用边的关系,解得 CE 的长,即可得出 AE 的长.

3. (1)**证明**:$\because$ 在正方形 $ABCD$ 中,$\angle ADC=90^\circ$,

$\therefore \angle CDF+\angle ADF=90^\circ$.

$\because AF\perp DE$,$\therefore \angle AFD=90^\circ$.

$\therefore \angle DAF+\angle ADF=90^\circ$,

$\therefore \angle DAF=\angle CDF$.

$\because$ 四边形 $GFCD$ 是$\odot O$ 的内接四边形,

$\therefore \angle DCF+\angle DGF=180^\circ$.

又$\because \angle AGF+\angle DGF=180^\circ$,

$\therefore \angle AGF=\angle DCF$. $\therefore \triangle AFG\backsim\triangle DFC$.

(2)**解**:如图,连接 CG,$\because \angle CDG=90^\circ$,

$\therefore CG$ 为$\odot O$ 的直径.

$\because \angle EAD=\angle AFD=90^\circ$,

$\angle EDA=\angle ADF$,

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle FDA$.

$\therefore \dfrac{AE}{AF}=\dfrac{AD}{DF}$,即$\dfrac{AE}{AD}=\dfrac{AF}{DF}$.

$\because \triangle AFG\backsim\triangle DFC$,

$\therefore \dfrac{AG}{DC}=\dfrac{AF}{DF}$,$\therefore \dfrac{AG}{DC}=\dfrac{AE}{AD}$.

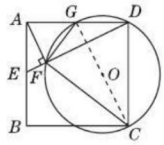
又$\because$ 在正方形 $ABCD$ 中,$AD=CD$,

$\therefore AG=AE=1$,

$\therefore DG=DA-AG=4-1=3$.

$\therefore CG=\sqrt{DG^2+DC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

$\therefore \odot O$ 的半径为$\dfrac{5}{2}$.



(第3题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

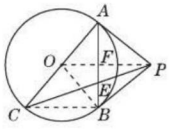
4. (1) **证明**：如图，连接 OB，OP，在 $\triangle OAP$ 和 $\triangle OBP$ 中，$\begin{cases} OA=OB, \\ OP=OP, \\ AP=BP, \end{cases}$

$\therefore \triangle OAP \cong \triangle OBP(\mathrm{SSS})$，

$\therefore \angle OBP=\angle OAP$. $\because PA$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OBP=\angle OAP=90°$，$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) **解**：如图，连接 BC，设 AB 与 OP 交于点 F，



（第 4 题）

由 PA，PB 是 $\odot O$ 的切线，

易知 PO 垂直平分 AB，PO 平分 $\angle APB$.

$\because O$ 为 AC 的中点，

$\therefore OP \parallel BC$，$BC=2FO$，

$\therefore \angle OPC=\angle PCB$.

$\because PO$ 平分 $\angle APB$，$\angle APC=3\angle BPC$，$\therefore \angle OPC=\angle CPB$，

$\therefore \angle PCB=\angle CPB$.

$\therefore CB=BP$.

设 $OF=t$，则 $CB=BP=2t$.

$\because \angle BFP=\angle OBP=90°$，$\angle BPF=\angle OPB$，

$\therefore \triangle PBF \backsim \triangle POB$，易得 $PB^2=PF\cdot PO$，

即 $(2t)^2=PF\cdot(PF+t)$.

解得 $PF=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}t$（负值舍去）.

$\because OP \parallel BC$，$\therefore \triangle PFE \backsim \triangle CBE$，

$\therefore \dfrac{PE}{CE}=\dfrac{PF}{BC}=\dfrac{\sqrt{17}-1}{4}$.

第 13 招 相似三角形与函数的综合应用

1. **解**：(1) 设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，将 $A(3,0)$，$B(0,\sqrt{3})$ 的坐标分别代入得 $\begin{cases} 3k+b=0, \\ b=\sqrt{3}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} k=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, \\ b=\sqrt{3}. \end{cases}$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$.

(2) 设点 C 的坐标为 $\left(x,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}\right)$，

那么 $OD=x$，$CD=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$.

又易知 $OB=\sqrt{3}$.

$\therefore S_{\text{梯形}OBCD}=\dfrac{(OB+CD)\cdot OD}{2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^2+\sqrt{3}x$.

由题意得 $-\dfrac{\sqrt{3}}{6}x^2+\sqrt{3}x=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，解得 $x_1=2$，$x_2=4$（舍去）.

$\therefore C\left(2,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

(3) 存在. 当 $\angle OBP=90°$ 时，如图①. 易知 $OB=\sqrt{3}$，$OA=3$.

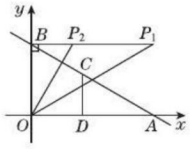
Ⅰ. 若 $\triangle BOP_1 \backsim \triangle OBA$，则 $\dfrac{BP_1}{OA}=\dfrac{BO}{OB}$，$\therefore BP_1=OA=3$，

$\therefore P_1(3,\sqrt{3})$.

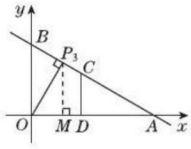
Ⅱ. 若 $\triangle BP_2O \backsim \triangle OBA$，则 $\dfrac{BP_2}{OB}=\dfrac{BO}{OA}$，

$\therefore BP_2=\dfrac{OB^2}{OA}=1$，$\therefore P_2(1,\sqrt{3})$.

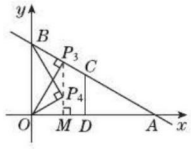
当 $\angle OPB=90°$ 时，



①



②



③

（第 1 题）

Ⅲ. 若 $\triangle P_3BO \backsim \triangle OBA$（如图②），过点 P_3 作 $P_3M\perp OA$ 于点 M.

则 $\dfrac{P_3B}{OB}=\dfrac{BO}{BA}=\dfrac{P_3O}{OA}$.

又易知 $AB=2\sqrt{3}$，$\therefore P_3B=\dfrac{OB^2}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$P_3O=\dfrac{OA\cdot OB}{AB}=\dfrac{3}{2}$.

$\therefore P_3A=2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

$\because OP_3\cdot P_3A=P_3M\cdot OA$，$\therefore P_3M=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

$\therefore OM=\dfrac{3}{4}$. $\therefore P_3\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$.

Ⅳ. 若 $\triangle P_4OB \backsim \triangle OBA$（如图③），则 $\dfrac{P_4O}{OB}=\dfrac{OB}{BA}$，$\therefore P_4O=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

又易得 P_4 在 P_3M 上，$\therefore P_4M=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

$\therefore P_4\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

当 $\angle BOP=90°$ 时，点 P 在 x 轴上，不符合要求.

综上得，符合条件的点 P 有四个，分别是：

$P_1(3,\sqrt{3})$，$P_2(1,\sqrt{3})$，$P_3\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\right)$，$P_4\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

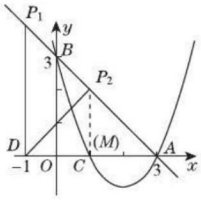
2. **解**：(1) 由题意得 $A(3,0)$，$B(0,3)$，$\because$ 抛物线经过 A，B，C 三点，$\therefore$ 把 $A(3,0)$，$B(0,3)$，$C(1,0)$ 三点的坐标分别代入 $y=$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

ax^2+bx+c,得方程组$\begin{cases}9a+3b+c=0,\\c=3,\\a+b+c=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\b=-4,\\c=3,\end{cases}$

∴抛物线的解析式为$y=x^2-4x+3$.

(2)如图,由题意可得$\triangle ABO$为等腰直角三角形.若$\triangle ABO\backsim\triangle AP_1D$,则$\frac{AO}{AD}=\frac{OB}{DP_1}$,$\angle ADP_1=90°$,∴$DP_1=AD=4$,∴$P_1(-1,4)$;若$\triangle ABO\backsim\triangle ADP_2$,则$\angle DP_2A=90°$.过点$P_2$作$P_2M\perp x$轴于$M$,∵$\triangle ABO$为等腰直角三角形,∴$\triangle ADP_2$是等腰直角三角形,∴$DM=AM=2=P_2M$,即点$M$与点$C$重合,∴$P_2(1,2)$.∴点$P$的坐标为$(-1,4)$或$(1,2)$.



(第2题)

3. **解**:(1)易得$A(-1,0)$,$B(0,2)$,$C(1,0)$.

设直线BD的解析式为$y=kx+m$.

把$B(0,2)$,$C(1,0)$的坐标分别代入$y=kx+m$,

得$\begin{cases}m=2,\\k+m=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-2,\\m=2.\end{cases}$

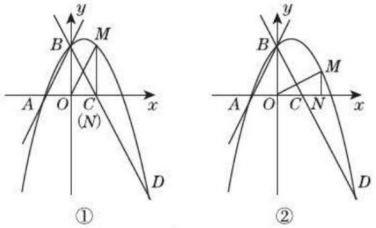
∴直线BD的解析式为$y=-2x+2$.

∵抛物线的解析式为$y=-x^2+bx+c$,

∴把$B(0,2)$,$D(3,-4)$的坐标分别代入$y=-x^2+bx+c$,

得$\begin{cases}c=2,\\-9+3b+c=-4,\end{cases}$解得$\begin{cases}b=1,\\c=2.\end{cases}$

∴抛物线的解析式为$y=-x^2+x+2$.



(第3题)

(2)存在,①如图①,当$\triangle MON\backsim\triangle BCO$时,$\frac{ON}{CO}=\frac{MN}{BO}$,即$\frac{ON}{1}=\frac{MN}{2}$,∴$MN=2ON$.设$ON=a$,则$M(a,2a)$,∴$-a^2+a+2=2a$,解得$a_1=-2$(不合题意,舍去),$a_2=1$,∴$M(1,2)$;

②如图②,当$\triangle MON\backsim\triangle CBO$时,$\frac{ON}{BO}=\frac{MN}{CO}$,即$\frac{ON}{2}=\frac{MN}{1}$,

∴$MN=\frac{1}{2}ON$.设$ON=n$,则$M\left(n,\frac{1}{2}n\right)$,∴$-n^2+n+2=\frac{n}{2}$,解得$n_1=\frac{1-\sqrt{33}}{4}$(不合题意,舍去),$n_2=\frac{1+\sqrt{33}}{4}$,

∴$M\left(\frac{1+\sqrt{33}}{4},\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)$.

∴点M的坐标为$(1,2)$或$\left(\frac{1+\sqrt{33}}{4},\frac{1+\sqrt{33}}{8}\right)$.

4. **解**:(1)在矩形$OABC$中,∵点B的坐标为$(2,3)$,∴BC边的中点D的坐标为$(1,3)$.∵双曲线$y=\frac{k}{x}(x>0)$经过点$D(1,3)$,∴$3=\frac{k}{1}$,∴$k=3$,∴双曲线的解析式为$y=\frac{3}{x}$.∵点E在AB上,∴点E的横坐标为2.又∵双曲线$y=\frac{3}{x}$经过点E,∴点E的纵坐标为$y=\frac{3}{2}$,∴点E的坐标为$\left(2,\frac{3}{2}\right)$.

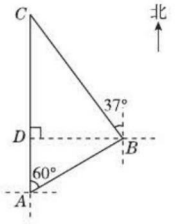
(2)易得$OC=3$,$BD=1$,$BE=\frac{3}{2}$,$CB=2$.∵$\triangle FBC\backsim\triangle DEB$,∴$\frac{BD}{FC}=\frac{BE}{CB}$,即$\frac{1}{FC}=\frac{\frac{3}{2}}{2}$,∴$CF=\frac{4}{3}$,∴$OF=\frac{5}{3}$,即点$F$的坐标为$\left(0,\frac{5}{3}\right)$.设直线$FB$的解析式为$y=k_1x+b$,而直线$FB$经过$B(2,3)$,$F\left(0,\frac{5}{3}\right)$,∴$k_1=\frac{2}{3}$,$b=\frac{5}{3}$,∴直线$FB$的解析式为$y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$.

点拨:本题主要考查了用待定系数法求函数解析式,以及矩形的性质,解题时注意点的坐标与线段长的相互转化.

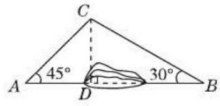
第14招 利用三角函数解实际问题

1. **解**:如图,过B作$BD\perp AC$,垂足为D,设$AD=x$ km,在$Rt\triangle ABD$中,$\tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}$,即$\sqrt{3}=\frac{BD}{x}$.∴$BD=\sqrt{3}x$ km.在$Rt\triangle BCD$中,$\angle CBD=90°-37°=53°$,$\tan\angle CBD=\frac{CD}{BD}$,即$\frac{4}{3}\approx\frac{CD}{\sqrt{3}x}$,∴$CD\approx\frac{4\sqrt{3}x}{3}$ km.∴$\frac{4\sqrt{3}x}{3}+x\approx13$,解得$x\approx4\sqrt{3}-3$.∴$BD\approx(12-3\sqrt{3})$ km.在$Rt\triangle BCD$中,$\cos\angle CBD=\frac{BD}{BC}$,即$\frac{3}{5}\approx\frac{12-3\sqrt{3}}{BC}$,∴$BC\approx(20-5\sqrt{3})$ km.

答:B,C两地的距离约为$(20-5\sqrt{3})$ km.



(第1题)



(第2题)

2. **解**:(1)如图,过点C作AB的垂线CD,垂足为D.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\because AB \perp CD, \sin B = \frac{CD}{BC}, BC = 80$ 千米, $\angle B = 30°$,

$\therefore CD = BC \cdot \sin 30° = 80 \times \frac{1}{2} = 40$(千米).

$\because \sin A = \frac{CD}{AC}, \angle A = 45°, \therefore AC = \frac{CD}{\sin 45°} = \frac{40}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 40\sqrt{2}$(千米).

$\therefore AC + BC = 40\sqrt{2} + 80 \approx 40 \times 1.41 + 80 = 136.4$(千米).

答:开通隧道前,汽车从 A 地到 B 地大约要走 136.4 千米.

(2)$\because \cos B = \frac{BD}{BC}, BC = 80$ 千米, $\angle B = 30°$,

$\therefore BD = BC \cdot \cos 30° = 80 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}$(千米).

$\because \tan A = \frac{CD}{AD}, CD = 40$ 千米, $\angle A = 45°$,

$\therefore AD = \frac{CD}{\tan 45°} = \frac{40}{1} = 40$(千米).

$\therefore AB = AD + BD = 40 + 40\sqrt{3} \approx 40 + 40 \times 1.73 = 109.2$(千米).

$\therefore AC + BC - AB \approx 136.4 - 109.2 = 27.2$(千米).

答:开通隧道后,汽车从 A 地到 B 地大约可以少走 27.2 千米.

点拨:作辅助线,将三角形分成两个直角三角形,在直角三角形中利用特殊角的三角函数求出相关线段的长.

3. 解:如图,过 B 作 AB 的垂线,过 C 作 AB 的平行线,两线交于点 E;过 C 作 AB 的垂线,过 D 作 AB 的平行线,两线交于点 F,则 $\angle E = \angle F = 90°$,拦截点 D 处到公路的距离 $DA = BE + CF$.

在 Rt△BCE 中,$\because \angle E = 90°, \angle CBE = 60°$,

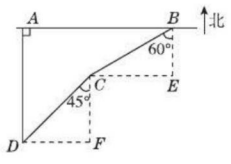
$\therefore \angle BCE = 30°, \therefore BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 1\,000 = 500$(米).

在 Rt△CDF 中,$\because \angle F = 90°, \angle DCF = 45°, CD = 1\,000$ 米,

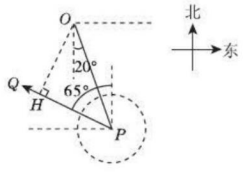
$\therefore CF = \frac{\sqrt{2}}{2}CD = 500\sqrt{2}$ 米.

$\therefore DA = BE + CF = (500 + 500\sqrt{2})$ 米,

即拦截点 D 处到公路的距离是 $(500 + 500\sqrt{2})$ 米.



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 解:(1)100;$(60 + 10t)$

(2)不会,理由如下:过点 O 作 $OH \perp PQ$ 于点 H,如图. 在 Rt△POH 中,$\angle OHP = 90°, \angle OPH = 65° - 20° = 45°, OP = 200$ km,

$\therefore OH = PH = OP \cdot \sin \angle OPH = 200 \times \sin 45° = 100\sqrt{2} \approx 141$(km).

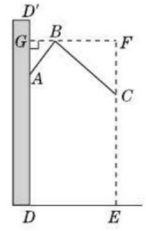
设经过 x h 时,台风中心从 P 移动到 H. $\because$ 台风中心移动速度为20 km/h,

$\therefore 20x = 100\sqrt{2}, \therefore x = 5\sqrt{2}$.

此时,受台风侵袭的圆形区域半径应为 $60 + 10 \times 5\sqrt{2} \approx 130.5$(km).

台风中心在整个移动过程中与城市 O 的最近距离 $OH \approx 141$ km,而台风中心从 P 移动到 H 时受侵袭的圆形区域半径约为 130.5 km,130.5 km < 141 km,因此,当台风中心移动到与城市 O 距离最近时,这股台风不会侵袭这座海滨城市.

5. 解:如图,过点 B 作 $BG \perp D'D$ 于点 G,延长 EC, GB 交于点 F.



(第 102 题)

$\because AB = 25, \angle D'AB = 37°$,

$\therefore BG = AB \cdot \sin 37° \approx 25 \times 0.60 = 15$,

$AG = AB \cdot \cos 37° \approx 25 \times 0.80 = 20$.

$\because FG = DE = 50$,

$\therefore BF = FG - BG \approx 50 - 15 = 35$.

$\because \angle GBA = 90° - \angle D'AB = 90° - 37° = 53°, \angle ABC = 72°$,

$\therefore \angle CBF = 180° - \angle GBA - \angle ABC = 180° - 53° - 72° = 55°$.

$\therefore \angle BCF = 90° - \angle CBF = 90° - 55° = 35°$.

$\because \tan 35° = \frac{BF}{CF}$,

$\therefore CF \approx \frac{35}{0.70} = 50$.

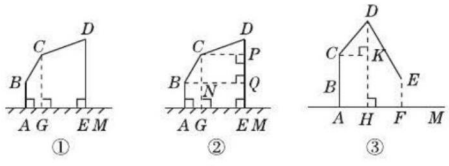
$\therefore FE = CF + CE \approx 50 + 130 = 180$.

$\therefore GD = FE \approx 180$.

$\therefore AD = GD - AG \approx 180 - 20 = 160$(cm).

答:安装师傅应将支架固定在离地面约 160 cm 的位置.

6. 解:(1)过点 C 作 $CG \perp AM$ 于点 G,如图①所示.



(第 6 题)

$\because AB \perp AM, DE \perp AM$,

$\therefore AB // CG // DE$.

$\therefore \angle DCG = 180° - \angle CDE = 110°$.

$\therefore \angle BCG = \angle BCD - \angle DCG = 30°$.

$\therefore \angle ABC = 180° - \angle BCG = 150°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)过点 C 作 $CP\perp DE$ 于点 P,过点 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 Q,交 CG 于点 N,如图②所示.

在 $Rt\triangle CPD$ 中,$DP=CD\cdot\cos 70°\approx 0.51$;

在 $Rt\triangle BCN$ 中,$CN=BC\cdot\cos 30°\approx 1.04$,

所以 $DE=DP+PQ+QE=DP+CN+AB\approx 2.35$.

如图③,过点 D 作 $DH\perp AM$ 于点 H,过点 C 作 $CK\perp DH$ 于点 K,$\therefore\angle DCK=50°$.

在 $Rt\triangle CKD$ 中,$DK=CD\cdot\sin 50°\approx 1.16$,

所以 $DH=DK+KH\approx 1.16+1.2+0.8=3.16$.

所以 $DH-DE\approx 3.16-2.35\approx 0.8$(米).

答:斗杆顶点 D 的最高点比初始位置大约高了 0.8 米.

第 15 招 三角函数在学科内的六种综合应用

1. 解:(1)把 $x=0$ 代入 $y=kx-1$,得 $y=-1$,$\therefore$ 点 C 的坐标是 $(0,-1)$,$\therefore OC=1$.

在 $Rt\triangle OBC$ 中,$\because\tan\angle OCB=\dfrac{OB}{OC}=\dfrac{1}{2}$,$\therefore OB=\dfrac{1}{2}$.

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $\left(\dfrac{1}{2},0\right)$.

把 $B\left(\dfrac{1}{2},0\right)$ 的坐标代入 $y=kx-1$,得 $\dfrac{1}{2}k-1=0$. 解得 $k=2$.

(2)由(1)知直线 AB 的解析式为 $y=2x-1$,$\therefore\triangle AOB$ 的面积 S 与 x 的函数解析式是 $S=\dfrac{1}{2}OB\cdot y=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}(2x-1)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}$.

2. 解:(1)$\because$ 抛物线的对称轴为直线 $x=1$,矩形 $OCDE$ 的三个顶点分别是 $C(3,0)$,$D(3,4)$,$E(0,4)$,点 A 在 DE 上,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(1,4)$,

设抛物线的解析式为 $y=a(x-1)^2+4$,

把 $C(3,0)$ 的坐标代入抛物线的解析式,

可得 $a(3-1)^2+4=0$,解得 $a=-1$.

故抛物线的解析式为 $y=-(x-1)^2+4$,

即 $y=-x^2+2x+3$.

(2)依题意有 $OC=3$,$OE=4$,

$\therefore CE=\sqrt{OC^2+OE^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

当 $\angle QPC=90°$ 时,$\because\cos\angle QCP=\dfrac{PC}{CQ}=\dfrac{OC}{CE}$,

$\therefore\dfrac{3-t}{2t}=\dfrac{3}{5}$,解得 $t=\dfrac{15}{11}$;

当 $\angle PQC=90°$ 时,$\because\cos\angle QCP=\dfrac{CQ}{PC}=\dfrac{OC}{CE}$,

$\therefore\dfrac{2t}{3-t}=\dfrac{3}{5}$,解得 $t=\dfrac{9}{13}$.

$\therefore$ 当 $t=\dfrac{15}{11}$ 或 $t=\dfrac{9}{13}$ 时,$\triangle PCQ$ 为直角三角形.

3. 解:(1)易知 A 点的坐标为 $(2,3)$,$\therefore k=6$.

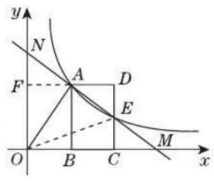
(2)易知点 E 的纵坐标为 $\dfrac{3}{2}$,由点 E 在反比例函数 $y=\dfrac{6}{x}$ 的图象上,求出点 E 的坐标为 $\left(4,\dfrac{3}{2}\right)$,结合 A 点坐标为 $(2,3)$,可求出直线 AE 的解析式为 $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{9}{2}$.

(3)结论:$AN=ME$. 理由:在解析式 $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{9}{2}$ 中,令 $y=0$ 可得 $x=6$,令 $x=0$ 可得 $y=\dfrac{9}{2}$.

$\therefore$ 点 $M(6,0)$,$N\left(0,\dfrac{9}{2}\right)$. $\therefore OM=6$,$ON=\dfrac{9}{2}$.

方法 1:如图,延长 DA 交 y 轴于点 F,则 $AF\perp ON$,且 $AF=2$,$OF=3$,

$\therefore NF=ON-OF=\dfrac{3}{2}$. 根据勾股定理可得 $AN=\dfrac{5}{2}$.



(第 3 题)

$\because CM=6-4=2$,$EC=\dfrac{3}{2}$,

$\therefore$ 根据勾股定理可得 $EM=\dfrac{5}{2}$,

$\therefore AN=ME$.

方法 2:如图,连接 OE,延长 DA 交 y 轴于点 F,则 $AF\perp ON$,且 $AF=2$,

$\because S_{\triangle EOM}=\dfrac{1}{2}OM\cdot EC=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$,$S_{\triangle AON}=\dfrac{1}{2}ON\cdot AF=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2}\times 2=\dfrac{9}{2}$,$\therefore S_{\triangle EOM}=S_{\triangle AON}$.

又$\because\triangle AON$ 中 AN 边上的高和 $\triangle EOM$ 中 ME 边上的高相等,

$\therefore AN=ME$.

4. 解:(1)$\because a,b$ 是关于 x 的方程 $x^2-(c+4)x+4c+8=0$ 的两个根,$\therefore a+b=c+4$,$ab=4c+8$.

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(c+4)^2-2(4c+8)=c^2$.

$\therefore\triangle ABC$ 为直角三角形.

(2)$\because\triangle ABC$ 是直角三角形,$\angle C=90°$,$\therefore\sin A=\dfrac{a}{c}$.

将其代入 $9c=25a\sin A$,

得 $9c=25a\cdot\dfrac{a}{c}$,$9c^2=25a^2$,$3c=5a$.

$\therefore c=\dfrac{5}{3}a$. $\therefore b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{3}a\right)^2-a^2}=\dfrac{4}{3}a$.

将 $b=\dfrac{4}{3}a$,$c=\dfrac{5}{3}a$ 代入 $a+b=c+4$,

解得 $a=6$. $\therefore b=\dfrac{4}{3}\times 6=8$,$c=\dfrac{5}{3}\times 6=10$,

即 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 6,8,10.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. **解**:∵ 一元二次方程有两个相等的实数根,

∴ $(-10\cos\alpha)^2-20(-7\cos\alpha+6)=0$,

解得 $\cos\alpha=-2$(舍去)或 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$.

设在一内角为 α 的直角三角形中,α 的邻边长为 $3k(k>0)$,

∴ 斜边长为 $5k$,则 α 的对边长为 $\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$,

∴ $\sin\alpha=\frac{4}{5}$,

则菱形一边上的高为 $10\sin\alpha=8$(cm),∴ $S_{菱形}=10\times8=80(\text{cm}^2)$.

6. (1)**证明**:如图,连接 OC.

∵ DE 与⊙O 相切于点 C,∴ $OC\perp DE$.

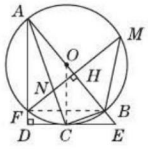
∵ $AD\perp DE$,∴ $AD/\!/OC$.

∴ $\angle DAC=\angle OCA$.

∵ $OA=OC$,∴ $\angle OAC=\angle OCA$.

∴ $\angle DAC=\angle OAC$,

即 AC 平分 $\angle DAE$.



(第 6 题)

(2)**解**:①∵ $AD/\!/OC$,∴ $\angle COE=\angle DAE$.

∵ $\angle M=\angle DAE$,∴ $\angle COE=\angle M$. ∴ $\cos\angle COE=\cos M=\frac{4}{5}$.

设⊙O 的半径为 r,在 Rt△COE 中,$\cos\angle COE=\frac{OC}{OE}$,∴ $\frac{4}{5}=\frac{r}{r+1}$.

解得 $r=4$. 即⊙O 的半径为 4.

②如图,连接 FB. 在 Rt△OCE 中,$OC=4$,$OE=OB+BE=4+1=5$,

∴ $CE=\sqrt{OE^2-OC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

∵ AB 是⊙O 的直径,∴ $\angle AFB=\angle ACB=90°$.

在 Rt△AFB 中,$AB=2OB=2\times4=8$,$\cos\angle FAB=\frac{AF}{AB}=\cos M=\frac{4}{5}$,∴ $AF=AB\cdot\cos\angle FAB=8\times\frac{4}{5}=\frac{32}{5}$.

∵ $FM\perp AB$,∴ $\angle BFH+\angle ABF=90°$.

又∵ $\angle AFH+\angle BFH=90°$,∴ $\angle AFH=\angle ABF$.

∵ $\angle DAE+\angle E=90°$,$\angle FAB+\angle ABF=90°$,

∴ $\angle ABF=\angle E$,

∴ $\angle AFH=\angle E$.

∵ $\angle ACB=\angle OCE=90°$,

∴ $\angle BCE=\angle OCA$.

∵ $\angle OCA=\angle FAN$,

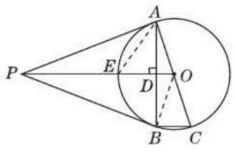
∴ $\angle BCE=\angle NAF$.

∴ △AFN∽△CEB.

∴ $\frac{FN}{BE}=\frac{AF}{CE}$,即 $\frac{FN}{1}=\frac{\frac{32}{5}}{3}$.

∴ $FN=\frac{32}{15}$.

7. (1)**证明**:如图,连接 OB.



(第 7 题)

∵ AC 为⊙O 的直径,∴ $\angle ABC=90°$.

∵ $AB\perp PO$,∴ $PO/\!/BC$.

∴ $\angle AOP=\angle C$,$\angle BOP=\angle OBC$.

∵ $OB=OC$,

∴ $\angle OBC=\angle C$.

∴ $\angle AOP=\angle BOP$.

在△AOP 和△BOP 中,$\begin{cases}OA=OB,\\ \angle AOP=\angle BOP,\\ OP=OP,\end{cases}$

∴ △AOP≌△BOP(SAS).

∴ $\angle OBP=\angle OAP$.

∵ PA 为⊙O 的切线,

∴ $\angle OAP=90°$.

∴ $\angle OBP=90°$.

∴ PB 是⊙O 的切线.

(2)**证明**:如图,连接 AE.

∵ $\angle OAP=90°$,

∴ $\angle PAE+\angle OAE=90°$.

∵ $AD\perp ED$,

∴ $\angle DAE+\angle AED=90°$.

∵ $OE=OA$,

∴ $\angle OAE=\angle AED$.

∴ $\angle PAE=\angle DAE$,即 AE 平分 $\angle PAD$.

∵ PA,PB 为⊙O 的切线,

∴ PD 平分 $\angle APB$. ∴ E 为△PAB 的内心.

(3)**解**:∵ $\angle PAB+\angle BAC=90°$,$\angle C+\angle BAC=90°$,

∴ $\angle PAB=\angle C$.

∴ $\cos C=\cos\angle PAB=\frac{\sqrt{10}}{10}$.

在 Rt△ABC 中,$\cos C=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{AC}=\frac{\sqrt{10}}{10}$,

∴ $AC=\sqrt{10}$,$AO=\frac{\sqrt{10}}{2}$.

∵ $\angle PAO=\angle ABC=90°$,$\angle AOP=\angle C$,

∴ △PAO∽△ABC.

∴ $\frac{PO}{AC}=\frac{AO}{BC}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore PO=\dfrac{AO}{BC}\cdot AC=\dfrac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{1}\times\sqrt{10}=5.$

8. (1)**证明**：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，∴ $\angle D=\angle DCB=90°$.

∴ $\angle ECG=\angle D=90°$.

∵ 点 E 是 CD 的中点，∴ $DE=CE$.

又∵ $\angle DEF=\angle CEG$，∴ $\triangle EDF\cong\triangle ECG$，∴ $EF=EG$.

又∵ $BE\perp FG$，∴ BE 是 FG 的垂直平分线，∴ $BF=BG$.

(2)**解**：∵ $BF=BG$，∴ $\angle BFG=\angle G$，∴ $\tan\angle BFG=\tan G=\sqrt{3}$，设 $CG=x$，则 $CE=\sqrt{3}x$，∴ $S_{\triangle CGE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x^2=6\sqrt{3}$，解得 $x=2\sqrt{3}$（负值舍去），

∴ $CG=2\sqrt{3}$，$CE=6$，又易通过三角形相似得出 $EC^2=BC\cdot CG$，

∴ $BC=6\sqrt{3}$，∴ $AD=6\sqrt{3}$.

第 16 招 投影规律在实际问题中的应用

1. **解**：(1)当点 P 位于初始位置 P_0 时，$CP_0=2$ m.

如图①，上午 10:00 时，太阳光线与地面的夹角为 65°，点 P 上调至 P_1 处，$\angle P_1EB=90°$，$\angle CAB=90°$，∴ $\angle AP_1E=115°$，

∴ $\angle CP_1E=65°$.

∵ $\angle DP_1E=20°$，∴ $\angle CP_1F=45°$.

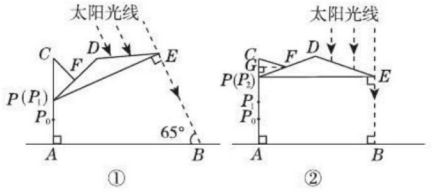
∵ $CF=P_1F=1$ m，

∴ $\angle C=\angle CP_1F=45°$. ∴ $\angle CFP_1=90°$.

∴ $\triangle CP_1F$ 为等腰直角三角形，∴ $CP_1=\sqrt{2}$ m.

∴ $P_0P_1=CP_0-CP_1=2-\sqrt{2}\approx0.6$(m)，

即点 P 需从 P_0 上调约 0.6 m.



（第 1 题）

(2)如图②，中午 12:00 时，太阳光线与 PE，地面都垂直，点 P 上调至 P_2 处，∴ $P_2E/\!/AB$.

∵ $\angle CAB=90°$，∴ $\angle CP_2E=90°$.

∵ $\angle DP_2E=20°$，∴ $\angle CP_2F=\angle CP_2E-\angle DP_2E=70°$.

∵ $CF=P_2F=1$ m，∴ $\triangle CP_2F$ 为等腰三角形.

过点 F 作 $FG\perp CP_2$ 于点 G，

∴ $CG=GP_2=P_2F\cdot\cos70°\approx1\times0.34=0.34$(m).

∴ $CP_2=2GP_2\approx0.68$ m.

∴ $P_1P_2=CP_1-CP_2\approx\sqrt{2}-0.68\approx0.7$(m)，

即点 P 在(1)的基础上还需上调约 0.7 m.

2. **解**：过点 E 作 $EF\perp AB$，垂足为点 F，则 $\angle BEF=30°$，设 $EC=h$ m.

∵ $AB\perp AC$，$DC\perp AC$，$EF\perp AB$，

∴ 四边形 $ACEF$ 为矩形.

∴ $EF=AC$，$AF=EC=h$ m.

在 Rt△BFE 中，$EF=AC=30$ m，$AB=10\times3=30$(m)，

∴ $BF=AB-AF=AB-EC=(30-h)$ m.

∵ $\angle BEF=30°$，∴ $BE=(60-2h)$ m.

由勾股定理得，$BF^2+EF^2=BE^2$，

∴ $(30-h)^2+30^2=(60-2h)^2$.

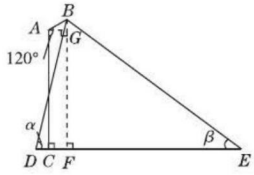
解得 $h\approx12.68$（$h\approx47.32$ 不合题意，舍去）.

∵ $4<\dfrac{12.68}{3}<5$，

∴ 甲楼楼顶 B 的影子 E 落在乙楼的第五层.

点拨：这道题是平行投影在实际生活中的应用，解答此题的关键是将实际问题转化为数学问题，构造直角三角形，利用直角三角形的性质求解.

3. **解**：如图，过点 B 作 $BF\perp CE$，交 CE 于点 F，过点 A 作 $AG\perp BF$，交 BF 于点 G，则 $FG=AC=11$ 米.



（第 3 题）

∵ $\angle BEF=\beta$，$\tan\beta=\dfrac{3}{4}$，

∴ 设 $BF=3x$ 米，则 $EF=4x$ 米.

在 Rt△BDF 中，

∵ $\tan\angle BDF=\dfrac{BF}{DF}$，$\angle BDE=\alpha$，$\tan\alpha=4$.

∴ $DF=\dfrac{BF}{\tan\angle BDF}=\dfrac{3x}{4}=\dfrac{3}{4}x$(米).

∵ $DE=19$ 米，

∴ $\dfrac{3}{4}x+4x=19$，

∴ $x=4$.

∴ $BF=12$ 米，

∴ $BG=BF-GF=12-11=1$(米).

易得 $\angle CAG=90°$.

∵ $\angle BAC=120°$，

∴ $\angle BAG=\angle BAC-\angle CAG=120°-90°=30°$.

∴ $AB=2BG=2$ 米.

答：灯杆 AB 的长度为 2 米.

第 17 招 根据物体的三视图计算其表面积和体积

1. D **点拨**：设三个正方体的棱长按从大到小排列依次为 a，b，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

c，根据三视图的定义可得 $S_1=a^2+b^2+c^2$，$S_2=a^2$，$S_3=a^2+b^2$，则 $S_1>S_3>S_2$，故选 D.

2. 解：(1) 主视图；俯视图

(2) 表面积 $=2\times(11\times7+11\times2+7\times2)+4\times\pi\times6\approx301.36(\text{cm}^2)$.

3. 解：圆锥的高为 $\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$，

则不倒翁的容积为 $\frac{1}{3}\pi\times5^2\times12+\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\pi\times5^3=100\pi+\frac{250\pi}{3}=\frac{550\pi}{3}(\text{cm}^3)$.

点拨：本题通过三视图可知该几何体是由圆锥和半球组合而成的.

4. 解：(1) $CQ\parallel BE$；3 dm

(2) $V_{液体}=\frac{1}{2}\times3\times4\times4=24(\text{dm}^3)$.

点拨：(1) 易知 CQ 与 BE 平行，利用勾股定理即可求得 BQ 的长；(2) 液体正好是一个以 $\triangle BCQ$ 为底面的直棱柱，据此即可求得液体的体积.

第 18 招 建模思想应用的常见类型归类

1. 解：(1) 四边形 $DHBG$ 是菱形. 理由如下：

$\because$ 四边形 $ABCD$，$FBED$ 是完全相同的矩形，

$\therefore\angle A=\angle E=90^\circ$，$AD=ED$，$AB=EB$.

在 $\triangle DAB$ 和 $\triangle DEB$ 中，$\begin{cases}AD=ED,\\ \angle A=\angle E,\\ AB=EB,\end{cases}$

$\therefore\triangle DAB\cong\triangle DEB(\text{SAS})$，

$\therefore\angle ABD=\angle EBD$.

$\because AB\parallel CD$，$DF\parallel BE$，

$\therefore$ 四边形 $DHBG$ 是平行四边形，$\angle HDB=\angle EBD$，

$\therefore\angle HDB=\angle HBD$，

$\therefore DH=BH$，

$\therefore\square DHBG$ 是菱形.

(2) 由 (1)，设 $DH=BH=x$，则 $AH=8-x$，

在 $\text{Rt}\triangle ADH$ 中，$AD^2+AH^2=DH^2$，即 $4^2+(8-x)^2=x^2$，

解得 $x=5$，即 $BH=5$，

$\therefore$ 菱形 $DHBG$ 的面积为 $HB\cdot AD=5\times4=20$.

点拨：建立方程模型，将 DH，HB 的长设为 x，由勾股定理列方程求得 HB 的长，进而再求面积.

2. 不发生；在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半

点拨：连接 OP. $\because\angle AOB=90^\circ$，点 P 是线段 AB 的中点，

$\therefore OP=\frac{1}{2}AB$.

$\because$ 木棍 (AB) 的长度不发生改变，

$\therefore$ 滑动过程中，点 P 到点 O 的距离不发生变化.

3. 解：(1) 四边形 $EFGH$ 还是平行四边形.

理由如下：连接 AC.

$\because E$，F 分别是 AB，BC 的中点，

$\therefore EF\parallel AC$，$EF=\frac{1}{2}AC$.

$\because G$，H 分别是 CD，AD 的中点，

$\therefore GH\parallel AC$，$GH=\frac{1}{2}AC$，

$\therefore EF\parallel GH$，$EF=GH$，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形.

(2) (ⅰ) 当 $AC=BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是菱形.

证明：由 (1) 可知四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

易知 $FG=\frac{1}{2}BD$，$EF=\frac{1}{2}AC$，

$\because AC=BD$，

$\therefore FG=EF$，

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形.

(ⅱ) 当 $AC\perp BD$ 时，四边形 $EFGH$ 是矩形.

点拨：由 (1) 可知 $EF\parallel AC$，且四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

$\because AC\perp BD$，

$\therefore EF\perp BD$，

$\because G$，F 分别是 CD，BC 的中点，

$\therefore FG\parallel BD$.

$\because EF\perp BD$，

$\therefore EF\perp FG$，即 $\angle EFG=90^\circ$，

$\therefore\square EFGH$ 是矩形.

4. 解：(1) 设每千克核桃应降价 x 元.

根据题意，得 $(60-x-40)\left(100+\frac{x}{2}\times20\right)=2\,240$.

化简，得 $x^2-10x+24=0$.

解得 $x_1=4$，$x_2=6$.

答：每千克核桃应降价 4 元或 6 元.

(2) 由 (1) 可知每千克核桃可降价 4 元或 6 元.

因为要尽可能让利于顾客，

所以每千克核桃应降价 6 元.

此时，售价为 $60-6=54$(元)，

$\frac{54}{60}\times100\%=90\%$.

答：该店应该按原售价的九折出售.

点拨：设出未知数，利用平均每天的销售量 × 每千克的利润 $=2\,240$ 元列出方程求解即可.

5. 解：(1) 结合题图可设日均销售量 p(桶) 与销售单价 x(元) 的函数关系式为 $p=kx+b(k\neq0)$，

根据题意得 $\begin{cases}7k+b=500,\\ 12k+b=250,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-50,\\ b=850.\end{cases}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

所以日均销售量 p(桶)与销售单价 x(元)的函数关系式为 $p=-50x+850$.

(2)所提问题不唯一,如:"若该经营部希望日均获利 1 350 元,那么日均应销售多少桶水?"

根据题意得 $(x-5)(-50x+850)-250=1\,350$,

解得 $x_1=9$,$x_2=13$(不合题意,舍去),

当 $x=9$ 时,$p=-50x+850=400$.

答:若该经营部希望日均获利 1 350 元,那么日均应销售 400 桶水.

点拨:本题考查了一元二次方程及一次函数的应用,解题的关键是通过题目和图象建立合适的函数模型求解.

6. 解:(1)在直角坐标系中描出相应的点如图所示.

(2)由(1)中图可知,加热过程中 y 与 x 满足一次函数关系,

设函数表达式为 $y=kx+b(k\neq0)$,

将(0,24)代入,求得 $b=24$,

再将(2,56)代入,求得 $k=16$.

所以加热过程中 y 与 x 的函数表达式为 $y=16x+24$.

由(1)中图可知,加工过程中 y 与 x 满足反比例函数关系,

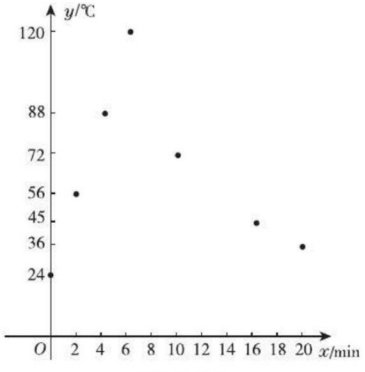
设函数表达式为 $y=\frac{m}{x}(m\neq0)$,

将(10,72)代入,得 $m=720$.

所以加工过程中 y 与 x 的函数表达式为 $y=\frac{720}{x}$.

(3)由于在加工过程中,$y=24$ 时,$x=\frac{720}{24}=30$,

所以每次加热后,进行加工的时间是 $30-6=24$(min).



(第 6 题)

7. 解:(1)库存原料为 $2\times60=120$(吨),根据题意可知 y 与 x 之间的函数表达式为 $y=\frac{120}{x}$.

因为生产能力提高,每小时消耗的原料大于计划消耗的原料,所以自变量的取值范围是 $x>2$.

(3)根据题意,得 $y\geqslant24$,即 $\frac{120}{x}\geqslant24$.

解不等式,得 $x\leqslant5$,

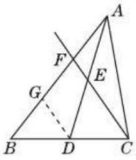
即每小时消耗的原料应控制在大于 2 吨且不大于 5 吨的范围内.

点拨:本题考查反比例函数的应用,解题的关键是正确建立反比例函数模型并求出反比例函数表达式.

8. 解:(1)可以用模拟试验的方法,用 9 张扑克牌(一副牌中的 1~9)代替翻奖牌,规定其中 1~3 代表未中奖,4~9 代表中奖.(答案不唯一)

(2)"未中奖"的可能性为 $\frac{1}{3}$,"中奖"的可能性为 $\frac{2}{3}$,它们之间的关系是:未中奖的可能性 + 中奖的可能性 = 1.

9. 解:如图,过点 D 作 $DG\parallel CF$ 交 AB 于点 G.



(第 9 题)

(1)$\because DG\parallel CF$,$\therefore \frac{BG}{GF}=\frac{BD}{DC}$,

又$\because BD=DC$,$\therefore BG=GF$.

$\because DG\parallel CF$,$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{AE}{ED}$,

又$\because AE=ED$,$\therefore AF=GF$,

$\therefore AF=FG=GB$,$\therefore \frac{AF}{BF}=\frac{1}{2}$.

(2)$\because DG\parallel CF$,$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{AE}{ED}$,

又$\because \frac{AE}{ED}=\frac{1}{k}$,$\therefore \frac{AF}{FG}=\frac{1}{k}$,即 $FG=kAF$.

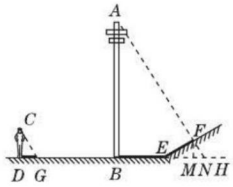
同(1)可知 $BG=GF$,

$\therefore BG=FG=kAF$,

$\therefore BF=2kAF$,$\therefore \frac{AF}{BF}=\frac{1}{2k}$.

点拨:平行线分线段成比例的基本事实可将一条直线上的两条线段的比转换为另一条直线上两条线段的比,已知 BD 与 CD 的比、AE 与 DE 的比,过其中一分点作平行线,可实现比的转换.

10. 8.0 m **点拨**:如图,延长 AF 交 BH 于点 N,过点 F 作 $FM\perp BH$ 于点 M,$\because \angle FEH=30°$,$EF=1.7$ m,$\therefore FM=0.85$ m,$\therefore EM\approx1.47$ m. 由题易知 $\triangle FMN\backsim\triangle CDG$,$\therefore \frac{FM}{CD}=\frac{MN}{DG}$,$\because CD=1.6$ m,$DG=0.8$ m,$\therefore MN=0.425$ m,$\because BE=2.1$ m,$\therefore BN\approx2.1+1.47+0.425=3.995$(m),又易知 $\frac{AB}{BN}=\frac{CD}{DG}$,$\therefore \frac{AB}{3.995}\approx\frac{1.6}{0.8}$,解得 $AB\approx8.0$ m.



(第 10 题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

典点

练准知识 练通考点
练透方法 练出高分







提分一定有方法！

绿色印刷产品

关注荣德基微信公众号，获取新资讯。
荣德基官方网站：http://www.rudder.com.cn
荣德基天猫旗舰店：http://rongdeji.tmall.com

荣德基
初中频道

本书导学号
8385747

ISBN 978-7-5450-7076-7
定价：43.90元

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料