典中点®

综合应用创新题 典中点

一本在做题中教会你学习方法的书

主　　编：荣德基
本册编者：季友柱　施皓文
李　静　杨　磊



九年级数学 下

（SK版）

教辅资料站

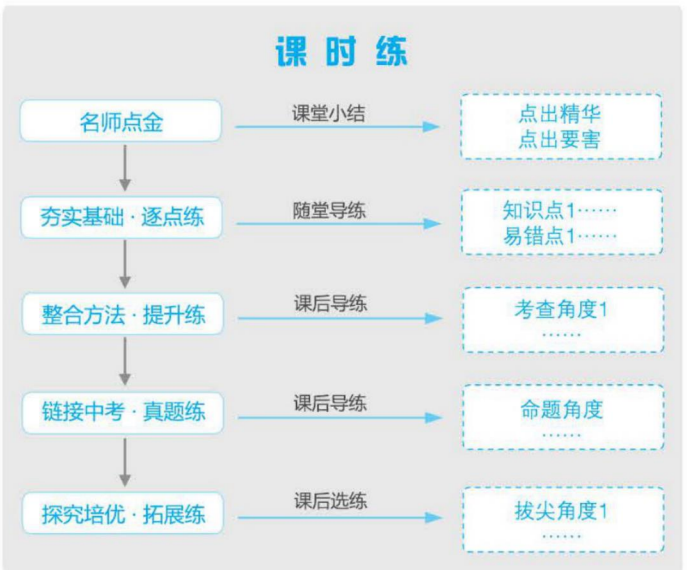
电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源

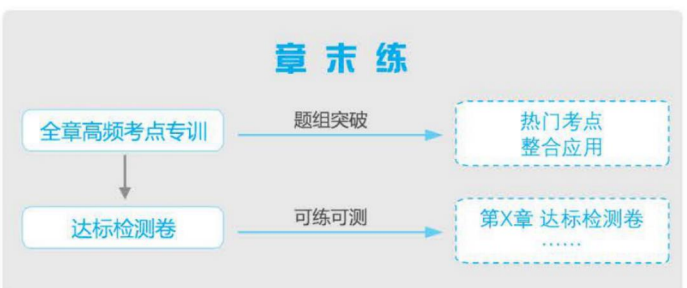
扫码关注获取更多学习资料

陕西新华出版传媒集团
陕西人民教育出版社
·西安·

一本在做题中教会你学习方法的书

练，就练得与众不同





《典中点》系列丛书是有思想的教辅，是有方法的宝典，是无声的老师；带你纵向贯通学习环节，横向打通疑难知识；帮你逐题渗透方法，分层提升能力；让你练准知识、练通考点、练透方法。

同学们，让我们牵手《典中点》系列丛书，练，就练得与众不同。

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

CONTENTS 目录

第5章 二次函数

5.1 二次函数 …… 1

5.2 二次函数的图像和性质 …… 3

第1课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质(1) …… 3

第2课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质(2) …… 5

第3课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图像与性质 …… 7

第4课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图像与性质 …… 9

第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与性质 …… 11

5.3 用待定系数法确定二次函数表达式 …… 13

5.4 二次函数与一元二次方程 …… 16

第1课时 二次函数与一元二次方程之间的关系 …… 16

第2课时 用二次函数的图像解一元二次方程、一元二次不等式 …… 18

5.5 用二次函数解决问题 …… 20

第1课时 用二次函数解决面积、利润问题 …… 20

第2课时 用二次函数解决抛物线形问题 …… 23

全章高频考点专训 …… 26

专训1 求二次函数的表达式 …… 26

专训2 利用二次函数图像信息解题的四种常见类型 …… 27

专训3 建立坐标系解决实际问题 …… 28

专训4 二次函数的图表信息问题 …… 30

专训5 函数中的决策问题 …… 32

专训6 与二次函数有关的存在性问题 …… 33

专训7 二次函数的两种常见高频考点 …… 34

专训8 思想方法荟萃 …… 35

第6章 图形的相似

6.1 图上距离与实际距离 …… 36

6.2 黄金分割 …… 38

6.3 相似图形 …… 40

6.4 探索三角形相似的条件 …… 42

第1课时 平行线分线段成比例 …… 42

第2课时 用两角的相等关系("两角法")判定三角形相似 …… 44

第3课时 利用两边及夹角的关系("两边夹角法")判定三角形相似 …… 47

第4课时 利用三边关系("三边法")判定三角形相似 …… 50

第5课时 与判定相似三角形有关的应用 …… 53

6.5 相似三角形的性质 …… 55

第1课时 相似三角形的性质(1) …… 55

第2课时 相似三角形的性质(2) …… 57

6.6 图形的位似 …… 59

6.7 用相似三角形解决问题 …… 61

第1课时 平行投影 …… 61

第2课时 中心投影 …… 63

全章高频考点专训 …… 66

专训1 证比例式或等积式的技巧 …… 66

专训2 证明相似三角形的方法 …… 67

专训3 巧用"基本图形"探索相似条件 …… 68

专训4 巧作平行线构造相似三角形 …… 69

专训5 利用相似三角形巧证两线段的位置关系 …… 70

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训 6　三角形中的内接多边形 …… 71
专训 7　分类思想在相似三角形中的应用 … 72
专训 8　相似在投影中的应用 …… 73

第 7 章　锐角三角函数

7.1　正　切 …… 74
第 1 课时　正　切 …… 74
第 2 课时　正切的计算及应用 …… 76
7.2　正弦、余弦 …… 78
第 1 课时　正弦、余弦的定义 …… 78
第 2 课时　正弦、余弦的计算及应用 …… 80
7.3　特殊角的三角函数 …… 82
7.4　由三角函数值求锐角 …… 85
7.5　解直角三角形 …… 87
第 1 课时　解直角三角形(1) …… 87
第 2 课时　解直角三角形(2) …… 90
7.6　用锐角三角函数解决问题 …… 93
第 1 课时　用三角函数解决坡角问题 …… 93
第 2 课时　三角函数的一般应用 …… 96
第 3 课时　用三角函数解决视角和方位角问题 …… 99
全章高频考点专训 …… 102
专训 1　锐角三角函数的有关计算 …… 102
专训 2　巧用构造法求几种特殊角的三角函数值 …… 103
专训 3　解直角三角形的几种常见类型 … 104
专训 4　圆中的三角函数解题策略 …… 107
专训 5　巧用三角函数解学科内的综合问题 …… 109
专训 6　应用三角函数解实际问题的四种常见问题 …… 112
专训 7　利用三角函数解实际问题的几种数学模型 …… 113
专训 8　利用三角函数解判断说理问题 … 114
专训 9　作辅助线构造直角三角形的方法 … 116
专训 10　测量方案的设计 …… 117

第 8 章　统计和概率的简单应用

8.1　中学生的视力情况调查 …… 118
第 1 课时　简单随机抽样 …… 118
第 2 课时　样本估计总体 …… 121
8.2　货比三家 …… 124
8.3　统计分析帮你做预测 …… 127
8.4　抽签方法合理吗 …… 130
8.5　概率帮你做估计 …… 133
8.6　收取多少保险费才合理 …… 136
全章高频考点专训 …… 138
专训 1　样本选取的条件 …… 138
专训 2　概率的求法 …… 139
专训 3　通过统计做决策 …… 140

活页部分

第 5 章达标检测卷 …… 141
第 6 章达标检测卷 …… 145
第 7 章达标检测卷 …… 149
第 8 章达标检测卷 …… 153
期末达标检测卷 …… 157
参考答案及点拨 …… 161

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

坚持

5.1 二次函数

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见161页) 随堂导练

知识点1 二次函数的定义

1. 【中考 · 兰州】下列函数表达式中,一定为二次函数的是(　　)

A. $y=3x-1$　　B. $y=ax^2+bx+c$　　C. $s=2t^2-2t+1$　　D. $y=x^2+\frac{1}{x}$

2. 对于 $y=ax^2+bx+c$,有以下四种说法,其中正确的是(　　)

A. 当 $b=0$ 时,二次函数是 $y=ax^2+c$　　B. 当 $c=0$ 时,二次函数是 $y=ax^2+bx$

C. 当 $a=0$ 时,一次函数是 $y=bx+c$　　D. 以上说法都不对

3. 【2018 · 海安月考】对于任意实数 m,下列函数一定是二次函数的是(　　)

A. $y=(m-1)^2x^2$　　B. $y=(m+1)^2x^2$　　C. $y=(m^2+1)x^2$　　D. $y=(m^2-1)x^2$

4. 关于函数 $y=(500-10x)(40+x)$,下列说法不正确的是(　　)

A. y 是 x 的二次函数　　B. 二次项系数是 -10　　C. 一次项是 100　　D. 常数项是 20 000

知识点2 用待定系数法确定二次函数的表达式

5. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 经过点 $A(-1,-1)$ 和点 $B(3,-1)$,则这条抛物线所对应的二次函数的表达式为_____.

6. 若 $y=ax^2+bx+c$,则由表格中信息可知 y 与 x 之间的函数关系式是(　　)

A. $y=x^2-4x+3$　　B. $y=x^2-3x+4$

C. $y=x^2-3x+3$　　D. $y=x^2-4x+8$

x	-1	0	1
ax^2			1
ax^2+bx+c	8	3	

知识点3 用二次函数表达式表示实际问题

7. 一台机器原价 60 万元,如果每年的折旧率为 x,两年后这台机器的价格为 y 万元,那么 y 与 x 之间的函数表达式为(　　)

A. $y=60(1-x)^2$　　B. $y=60(1-x^2)$　　C. $y=60-x^2$　　D. $y=60(1+x)^2$

8. 在下列 4 个不同的情境中,两个变量所满足的函数关系属于二次函数关系的有(　　)

①设正方形的边长为 x,面积为 y,则 y 与 x 有函数关系;

②x 个球队参加比赛,每两个队之间比赛一场,则比赛的场次数 y 与 x 之间有函数关系;

③设正方体的棱长为 x,表面积为 y,则 y 与 x 有函数关系;

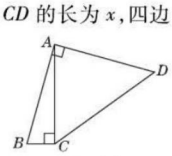
④若一辆汽车以 120 km/h 的速度匀速行驶,则汽车行驶的里程 y(km)与行驶时间 x(h)有函数关系.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

9. 【2018 · 丽水模拟】如图,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=\angle ACB=90°$,$AB=AD$,$AC=4BC$. 设 CD 的长为 x,四边形 $ABCD$ 的面积为 y,则 y 与 x 之间的函数关系式是(　　)

A. $y=\frac{2}{25}x^2$　　B. $y=\frac{4}{25}x^2$

C. $y=\frac{2}{5}x^2$　　D. $y=\frac{4}{5}x^2$



(第9题)

易错点 运用二次函数的定义求字母取值时,容易忽略二次项系数不为 0 这一条件而导致错误

10. 【2018 · 如皋期末】如果函数 $y=(k-3)x^{k^2-3k+2}+kx+1$ 是二次函数,求 k 的值.　　【导学号:8349431】

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见161页） 课后导练

考查角度1 利用二次函数的定义求字母参数的值（定义法）

11. 若函数 $y=(a-1)x^{b+1}+x^2+1$ 是二次函数，试讨论 a，b 的取值范围.

考查角度2 二次函数与一次函数的区别与联系（分类讨论思想）

12. 【2018 · 高邮校级月考】已知函数 $y=(m^2-m)x^2+(m-1)x+2-2m$.
(1)若这个函数是二次函数，求 m 的取值范围.
(2)若这个函数是一次函数，求 m 的值.
(3)这个函数可能是正比例函数吗？为什么？

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见161页） 课后导练

命题角度1 利用二次函数的定义化方程形式为一般形式

13. 【2018 · 十堰模拟】已知方程 $ax^2+bx+cy=0(a,b,c$ 为常数且 $a\neq0)$，请你通过变形把它写成你所熟悉的一个函数表达式的形式，则函数表达式为_____，成立的条件是_____，是_____函数.

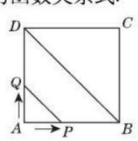
命题角度2 二次函数与一元二次方程的关系

14. 【2018 · 南充模拟】二次函数 $y=x^2+2x-7$ 的函数值是8，那么对应的 x 的值是（　　）
A. 3　　B. 5　　C. -3 和5　　D. 3和 -5

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见161页） 课后选练

拔尖角度 利用二次函数表示动态几何问题（数形结合思想）

15. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为4 cm，动点 P，Q 同时从点 A 出发，以1 cm/s的速度分别沿 $A\to B\to C$ 和 $A\to D\to C$ 的路径向点 C 运动. 设运动时间为 x s，四边形 $PBDQ$ 的面积为 y cm^2，求 y 与 $x(0<x<8)$ 之间的函数关系式.



（第15题）

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5.2 二次函数的图像和性质

第1课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质（1）

名师点金

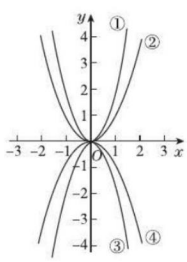
1. 用描点法画函数图像的一般步骤：(1)列表；(2)描点；(3)连线.
2. 函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图像是抛物线，顶点在原点，对称轴是 y 轴. 当 $a>0$ 时，开口向上；当 $a<0$ 时，开口向下.
3. 函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图像与函数 $y=-ax^2(a\neq0)$ 的图像关于 x 轴对称.
4. $|a|$ 越大⇔抛物线的开口越小.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见161页) 随堂导练

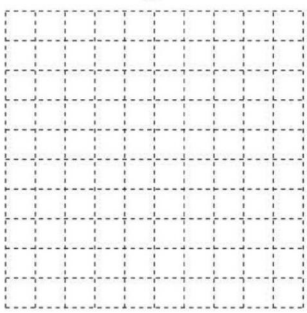
知识点1 二次函数图像的画法

1. 【2018·南京市建邺区一模】如图，函数 $y=-2x^2$ 的图像是(　　)

A. ①　　B. ②　　C. ③　　D. ④



(第1题)



(第2题)

2. 如图，在同一坐标系中画出函数 $y=2x^2$ 和 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的图像.

知识点2 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质

3. 下列关于抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2$ 和 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 的关系说法中，正确的是(　　)

A. 它们的形状相同，开口也相同　　B. 它们都关于 y 轴对称

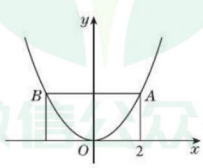
C. 它们的顶点不相同　　D. 点 $(-3,3)$ 既在抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2$ 上也在抛物线 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 上

4. 【中考·丽水】若二次函数 $y=ax^2$ 的图像过点 $P(-2,4)$，则该图像必经过点(　　)

A. $(2,4)$　　B. $(-2,-4)$　　C. $(-4,2)$　　D. $(4,-2)$

5. 二次函数 $y=mx^{m^2-1}$ 的图像有最低点，则 $m=$_____.

6. 【2018·苏州月考】已知二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图像如图所示，线段 $AB\parallel x$ 轴，交抛物线于 A,B 两点，且点 A 的横坐标为2，则 AB 的长度为_____.



(第6题)

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易错点1 比较抛物线 $y=ax^2(a\neq0)$ 的开口大小时，弄混规律而出错

7. 以下二次函数：①$y=3x^2$；②$y=\frac{1}{3}x^2$；③$y=\frac{4}{3}x^2$. 它们的图像在同一坐标系中，按开口由大到小排列应是（　　）

A. ②>③>①　　B. ②>①>③　　C. ③>①>②　　D. ③>②>①

易错点2 忽略自变量的取值范围求函数的最值问题

8. 函数 $y=-x^2(-2\leqslant x\leqslant1)$ 的最大值为_____，最小值为_____.

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见161页） 课后导练

考查角度1 利用二次函数 $y=ax^2$ 的定义及图像特征求字母参数的值

9. 已知函数 $y=(m+3)x^{m^2-3m-26}$ 是关于 x 的二次函数.

（1）求 m 的值.

（2）当 m 为何值时，该函数图像的开口向下？

（3）当 m 为何值时，该函数有最小值？

考查角度2 利用二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图像解实际应用问题

10. 有一桥孔的形状是一条开口向下的抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2$ 的一部分.

（1）作出这条抛物线；

（2）当水面与抛物线顶点的距离为4 m时，利用图像求水面的宽；

（3）当水面宽为6 m时，水面与抛物线顶点的距离是多少？

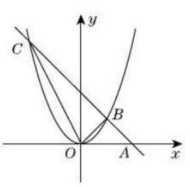
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见161页） 课后选练

拔尖角度 利用一次函数、二次函数的图像与性质解与三角形面积有关问题

11. 如图，直线 AB 过 x 轴上一点 $A(2,0)$ 且与抛物线 $y=ax^2$ 相交于 B,C 两点，B 点的坐标为 $(1,1)$.

（1）分别求直线 AB 和抛物线所对应的函数表达式；

（2）若抛物线上有一点 D（在第一象限内）使得 $S_{\triangle AOD}=S_{\triangle OBC}$，求 D 点的坐标.



（第11题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质（2）

名师点金

$a>0$⇔开口向上⇔有最小值⇔在对称轴左侧，y 随 x 的增大而减小；在对称轴右侧，y 随 x 的增大而增大.
$a<0$⇔开口向下⇔有最大值⇔在对称轴左侧，y 随 x 的增大而增大；在对称轴右侧，y 随 x 的增大而减小.

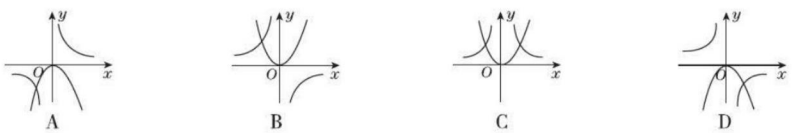
Ⅰ 夯实基础·逐点练 （答案见162页） 随堂导练

知识点1 二次函数 $y=ax^2$ 的图像

1. 二次函数 $y=mx^2+m-2$ 的图像的顶点在 y 轴的负半轴上，且开口向上，则 m 的取值范围是（　　）

A. $m>2$　　B. $m<2$　　C. $0<m<2$　　D. $m<0$

2. 【2017·长沙】函数 $y=\frac{a}{x}$ 与 $y=ax^2(a\neq0)$ 在同一平面直角坐标系中的图像可能是（　　）



A　　B　　C　　D

知识点2 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质

3. 【2017·连云港】已知抛物线 $y=ax^2(a>0)$ 过 $A(-2,y_1)$，$B(1,y_2)$ 两点，则下列关系式一定正确的是（　　）

A. $y_1>0>y_2$　　B. $y_2>0>y_1$　　C. $y_1>y_2>0$　　D. $y_2>y_1>0$

4. 【2018·德州】给出下列函数：①$y=-3x+2$；②$y=\frac{3}{x}$；③$y=2x^2$；④$y=3x$. 上述函数中符合条件“当 $x>1$ 时，函数值 y 随自变量 x 的增大而增大”的是（　　）

A. ①③　　B. ③④　　C. ②④　　D. ②③

5. 【中考·毕节】抛物线 $y=2x^2$，$y=-2x^2$，$y=\frac{1}{2}x^2$ 的共同性质是（　　）

A. 开口向上　　B. 对称轴是 y 轴　　C. 都有最高点　　D. y 随 x 的增大而增大

6. 【2018·广州】已知二次函数 $y=x^2$，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而_____.（填“增大”或“减小”）

7. 【2018·威海期中】已知点 $(x_1,-7)$ 和点 $(x_2,-7)$ $(x_1\neq x_2)$ 均在抛物线 $y=ax^2$ 上，则当 $x=x_1+x_2$ 时，y 的值是_____.

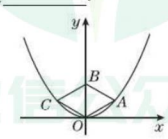
易错点1 忽略函数的增减性与自变量的取值有关而出错

8. 定义：给定关于 x 的函数 y，对于该函数图像上任意两点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $y_1<y_2$，称该函数为增函数. 根据以上定义，可以判断下面所给的函数中，是增函数的有_____.

①$y=2x$；②$y=-x+1$；③$y=x^2(x>0)$；④$y=-\frac{1}{x}$.

易错点2 忽视二次函数图像的对称性在计算过程中的作用而出错

9. 【2018·泰州期中】如图，菱形 $OABC$ 的顶点 O，A，C 在抛物线 $y=\frac{1}{3}x^2$ 上，其中点 O 为坐标原点，对角线 OB 在 y 轴上，且 $OB=2$. 则菱形 $OABC$ 的面积是_____.



（第9题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见162页） 课后导练

考查角度 利用二次函数图像与图像上的点的关系求函数表达式

10. 已知抛物线 $y=ax^2$ 与直线 $y=3x-2$ 都经过点 $P(2,b)$.

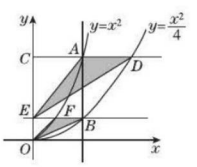
(1)求 a,b 的值，并指出当 x 在什么范围内，函数 $y=ax^2$ 中的 y 随 x 的增大而减小.

(2)一条开口向下，顶点为原点，且对称轴为 y 轴的抛物线恰好经过点 $M(2a,2a-b)$，求这条抛物线对应的函数表达式.

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见162页） 课后导练

命题角度 二次函数图像与三角形面积相关问题

11. 【2017 · 南宁】如图，垂直于 x 轴的直线 AB 分别与抛物线 $C_1:y=x^2(x\geqslant 0)$ 和抛物线 $C_2:y=\frac{x^2}{4}(x\geqslant 0)$ 交于 A，B 两点，过点 A 作 $CD\parallel x$ 轴分别与 y 轴和抛物线 C_2 交于点 C,D，过点 B 作 $EF\parallel x$ 轴分别与 y 轴和抛物线 C_1 交于点 E,F，求 $\frac{S_{\triangle OFB}}{S_{\triangle EAD}}$ 的值.



（第11题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见162页） 课后选练

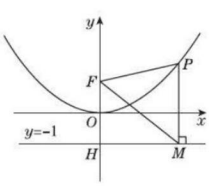
拔尖角度 二次函数的图像与几何综合

12. 【2018 · 贺州模拟】如图，二次函数图像的顶点在原点 O，经过点 $A\left(1,\frac{1}{4}\right)$，点 $F(0,1)$ 在 y 轴上. 直线 $y=-1$ 与 y 轴交于点 H.

(1)求二次函数的表达式；

(2)点 P 是(1)中图像上的点，过点 P 作 x 轴的垂线与直线 $y=-1$ 交于点 M，求证：FM 平分 $\angle OFP$；

(3)当 $\triangle FPM$ 是等边三角形时，求 P 点的坐标.



（第12题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时 二次函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图像与性质

名师点金

1. 解与二次函数 $y=ax^2+k$ 有关的问题时要注意：
   二次项系数的符号⇔开口方向；
   二次项系数的绝对值相等⇔抛物线的形状相同；
   k⇔顶点的纵坐标.
2. 抛物线 $y=ax^2+k$ 可由抛物线 $y=ax^2$ 向上(下)平移得到，可简记为“上加下减”.
3. 将抛物线 $y=ax^2$ 沿 x 轴左右平移可以得到抛物线 $y=a(x-h)^2$. 抛物线 $y=ax^2$ 的顶点坐标是(0,0)，抛物线 $y=a(x-h)^2$ 的顶点坐标是$(h,0)$，顶点始终在 x 轴上.
4. 对于函数 $y=a(x-h)^2$，若 $a>0$，则 $x<h$ 时，y 随 x 的增大而减小；$x>h$ 时，y 随 x 的增大而增大，函数有最小值0；若 $a<0$，则 $x<h$ 时，y 随 x 的增大而增大，$x>h$ 时，y 随 x 的增大而减小，函数有最大值0.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见162页) 随堂导练

知识点1 抛物线 $y=ax^2$ 和抛物线 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的关系

1. 将抛物线 $y=3x^2$ 向下平移2个单位长度，得到的抛物线对应的函数表达式是(　　)
   A. $y=3x^2-2$　　B. $y=3(x-2)^2$　　C. $y=3(x+2)^2$　　D. $y=3x^2+2$
2. 【2017·丽水】将函数 $y=x^2$ 的图像用下列方法平移后，所得的图像不经过点 $A(1,4)$ 的方法是(　　)
   A. 向左平移1个单位长度　B. 向右平移3个单位长度　C. 向上平移3个单位长度　D. 向下平移1个单位长度

知识点2 二次函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图像与性质

3. 【中考·兰州】在下列二次函数中，其图像的对称轴为直线 $x=-2$ 的是(　　)
   A. $y=(x+2)^2$　　B. $y=2x^2-2$　　C. $y=-2x^2-2$　　D. $y=2(x-2)^2$
4. 【2017·玉林】对于函数 $y=-2(x-m)^2$ 的图像，下列说法不正确的是(　　)
   A. 开口向下　　B. 对称轴是直线 $x=m$　　C. 最大值为0　　D. 与 y 轴不相交
5. 【2017·广州】已知 $a\neq0$，则函数 $y=\frac{a}{x}$ 与 $y=-ax^2+a$ 在同一直角坐标系中的大致图像可能是(　　)



A　　B　　C　　D

6. 【2017·衡阳】已知函数 $y=-(x-1)^2$ 的图像上两点 $A(2,y_1)$，$B(a,y_2)$，其中 $a>2$，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2.(填“<”“>”或“=”)

易错点1 对函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图像与性质区别不清

7. 对于二次函数 $y=3x^2+1$ 和 $y=3(x-1)^2$，以下说法：
   ①它们的图像都是开口向上；②它们图像的对称轴都是 y 轴，顶点坐标都是(0,0)；③当 $x>0$ 时，它们的函数值 y 都是随着 x 的增大而增大；④它们图像的开口的大小是一样的.
   其中正确的说法有(　　)
   A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

易错点2 对平移的规律理解不透

8. 能否通过上下平移二次函数 $y=\frac{1}{3}x^2$ 的图像，使得到的新的函数图像过点$(3,-3)$？若能，说出平移的方向和距离；若不能，说明理由.

【导学号:8349431】

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见162页） 课后导练

考查角度1 利用图像交点坐标求字母参数的值及三角形的面积

9. 已知函数 $y=2x$ 的图像和抛物线 $y=ax^2+3$ 相交于点 $(2,b)$.

(1)求 a,b 的值；

(2)若函数 $y=2x$ 的图像上纵坐标为2的点为 A，抛物线 $y=ax^2+3$ 的顶点为 B，求 $\triangle AOB$ 的面积.

考查角度2 利用二次函数的图像与特征求函数表达式

10. 已知直线 $y=x+1$ 与 x 轴交于点 A，抛物线 $y=-2x^2$ 平移后的顶点与点 A 重合.

(1)求平移后的抛物线 l 对应的函数表达式；

(2)若点 $B(x_1,y_1)$，$C(x_2,y_2)$ 在抛物线 l 上且 $-\frac{1}{2}<x_1<x_2$，试比较 y_1,y_2 的大小.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见162页） 课后选练

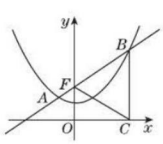
拔尖角度 抛物线与菱形综合

11. 【2017 · 恩施州】如图，已知抛物线 $y=ax^2+c$ 过点 $(-2,2)$，$(4,5)$，过定点 $F(0,2)$ 的直线 $l:y=kx+2$ 与抛物线交于 A、B 两点，点 B 在点 A 的右侧，过点 B 作 x 轴的垂线，垂足为 C.

(1)求抛物线的表达式；

(2)当点 B 在抛物线上运动时，判断线段 BF 与 BC 的数量关系（“>”“<”“=”），并证明你的判断；

(3)P 为 y 轴上一点，以 B,C,F,P 为顶点的四边形是菱形，设点 $P(0,m)$，求自然数 m 的值.



（第11题）

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4课时 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图像与性质

名师点金

1. 抛物线 $y=a(x-h)^2+k$ 是轴对称图形.
2. 函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的增减性:
(1)$a>0$ 时,在对称轴(直线 $x=h$)左侧,y 随 x 的增大而减小,在对称轴(直线 $x=h$)右侧,y 随 x 的增大而增大;
(2)$a<0$ 时,在对称轴(直线 $x=h$)左侧,y 随 x 的增大而增大,在对称轴(直线 $x=h$)右侧,y 随 x 的增大而减小.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见163页) 随堂导练

知识点1 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图像与 $y=ax^2$ 的图像的关系

1. 【中考·南京】已知下列函数:①$y=x^2$;②$y=-x^2$;③$y=(x-1)^2+2$. 其中,图像通过平移可以得到函数 $y=x^2+2x-3$ 的图像的有_____(填序号).

2. 在平面直角坐标系中,如果抛物线 $y=3x^2$ 不动,而把 x 轴、y 轴分别向上、向右平移3个单位长度,那么在新坐标系下此抛物线对应的函数表达式是(　　)
A. $y=3(x-3)^2+3$　　B. $y=3(x-3)^2-3$　　C. $y=3(x+3)^2+3$　　D. $y=3(x+3)^2-3$

3. 【2018·广安】抛物线 $y=(x-2)^2-1$ 可以由抛物线 $y=x^2$ 平移而得到,下列平移正确的是(　　)
A. 先向左平移2个单位长度,然后向上平移1个单位长度
B. 先向左平移2个单位长度,然后向下平移1个单位长度
C. 先向右平移2个单位长度,然后向上平移1个单位长度
D. 先向右平移2个单位长度,然后向下平移1个单位长度

知识点2 二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图像与性质

4. 【2018·岳阳】抛物线 $y=3(x-2)^2+5$ 的顶点坐标是(　　)
A. $(-2,5)$　　B. $(-2,-5)$　　C. $(2,5)$　　D. $(2,-5)$

5. 【中考·泰安】对于抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+3$,下列结论:①抛物线的开口向下;②对称轴为直线 $x=1$;③顶点坐标为 $(-1,3)$;④$x>1$ 时,y 随 x 的增大而减小. 其中正确结论的个数为(　　)
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 【2018·泰州市高港区一模】已知二次函数 $y=a(x-1)^2+b(a\neq0)$ 有最大值 $\frac{1}{2}$,则 a,b 的大小比较为(　　)
A. $a>b$　　B. $a<b$　　C. $a=b$　　D. 不能确定

易错点 对顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ 在指定条件下的特征理解不透而致错

7. 【中考·宁波】二次函数 $y=a(x-4)^2-4(a\neq0)$ 的图像在 $2<x<3$ 这一段位于 x 轴的下方,在 $6<x<7$ 这一段位于 x 轴的上方,则 a 的值为(　　)
A. 1　　B. -1　　C. 2　　D. -2

Ⅱ 整合方法·提升练 (答案见163页) 课后导练

考查角度1 利用二次函数的图像特征求函数表达式

8. 【2018·苏州新区校级期中】已知抛物线 $y=a(x-3)^2+2$ 经过点 $(1,-2)$.
(1)求 a 的值.
(2)若点 $A(m,y_1),B(n,y_2)(m<n<3)$ 都在该抛物线上,试比较 y_1 与 y_2 的大小.

微信公众号 教辅资料站

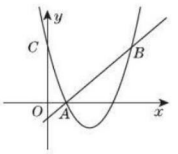
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

考查角度2 利用二次函数的图像的特征解决与一次函数的综合题

9. 如图，二次函数 $y=(x-2)^2+m$ 的图像与 y 轴交于点 C，点 B 是点 C 关于该二次函数图像的对称轴对称的点，已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过该二次函数图像上的点 $A(1,0)$ 及点 B.

(1) 分别求二次函数与一次函数的表达式；

(2) 根据图像，写出满足 $kx+b\geqslant(x-2)^2+m$ 的 x 的取值范围.



（第9题）

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见163页） 课后导练

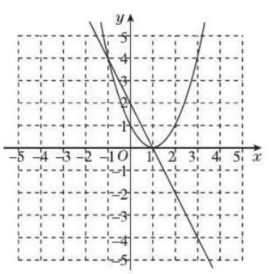
命题角度 运用函数关系式画出图像，得出其特征，利用平移规律求解相关问题

10. 【2018 · 杭州模拟】设函数 $y=(x-1)[(k-1)x+(k-3)]$（k 是常数）.

(1) 当 k 取1和2时的函数 y_1 和 y_2 的图像如图所示，请你在同一直角坐标系中画出当 k 取0时的函数的图像；

(2) 根据图像，写出你发现的一条结论；

(3) 将函数 y_2 的图像向左平移4个单位长度，再向下平移2个单位长度，得到函数 y_3 的图像，求函数 y_3 的最小值.



（第10题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见163页） 课后选练

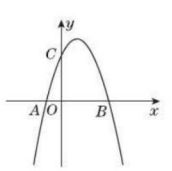
拔尖角度 利用二次函数图像的特征探究存在性问题

11. 【2017 · 泰安】如图是将抛物线 $y=-x^2$ 平移后得到的抛物线，其对称轴为直线 $x=1$，与 x 轴的一个交点为 $A(-1,0)$，另一个交点为 B，与 y 轴的交点为 C.

(1) 求抛物线的函数表达式.

(2) 若点 N 为抛物线上一点，且 $BC\perp NC$，求点 N 的坐标.

(3) 点 P 是抛物线上一点，点 Q 是一次函数 $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ 的图像上一点. 若四边形 $OAPQ$ 为平行四边形，这样的点 P,Q 是否存在？若存在，分别求出点 P,Q 的坐标；若不存在，说明理由.



（第11题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5课时 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与性质

名师点金

确定函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像的顶点坐标有两种方法：

1. 配方法，即 $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$；2. 公式法，即 $x=-\frac{b}{2a}$，$y=\frac{4ac-b^2}{4a}$.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 ☞(答案见163页) 随堂导练

知识点1 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 与 $y=a(x-h)^2+k$ 的关系

1. 【2018 · 宜兴一模】将二次函数 $y=x^2-6x+5$ 用配方法化成 $y=(x-h)^2+k$ 的形式，下列结果中正确的是(　　)

A. $y=(x-6)^2+5$　　B. $y=(x-3)^2+5$　　C. $y=(x-3)^2-4$　　D. $y=(x+3)^2-9$

2. 把函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像向右平移3个单位长度，再向下平移2个单位长度，所得图像对应的函数表达式为 $y=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$，则(　　)

A. $b=3,c=7$　　B. $b=6,c=3$　　C. $b=-9,c=-5$　　D. $b=-9,c=21$

知识点2 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与性质

3. 【2018 · 杭州市西湖区一模】已知二次函数 $y=-x^2+2mx$，以下点可能成为该二次函数图像的顶点的是(　　)

A. $(-2,4)$　　B. $(1,2)$　　C. $(-1,-1)$　　D. $(2,-4)$

4. 【2018 · 成都】关于二次函数 $y=2x^2+4x-1$，下列说法正确的是(　　)

A. 图像与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$　　B. 图像的对称轴在 y 轴的右侧

C. 当 $x<0$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小　　D. y 的最小值为 -3

5. 【2018 · 徐州市沛县三模】若抛物线 $y=x^2-2x+m$ 的最低点的纵坐标为 n，则 $m-n$ 的值为(　　)

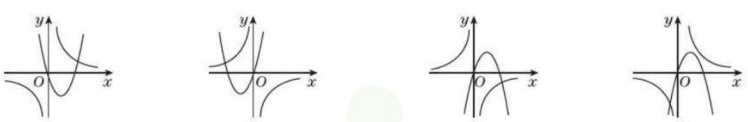
A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

知识点3 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与系数的关系

6. 【2017 · 眉山】若一次函数 $y=(a+1)x+a$ 的图像过第一、三、四象限，则二次函数 $y=ax^2-ax$(　　)

A. 有最大值 $\frac{a}{4}$　　B. 有最大值 $-\frac{a}{4}$　　C. 有最小值 $\frac{a}{4}$　　D. 有最小值 $-\frac{a}{4}$

7. 【2018 · 永州】在同一平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{b}{x}(b\neq0)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx(a\neq0)$ 的图像大致是(　　)

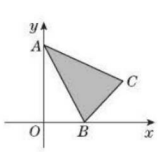


A　　B　　C　　D

8. 【2017 · 扬州】如图，已知 $\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(0,2)$，$B(1,0)$，$C(2,1)$，若二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图像与阴影部分(含边界)一定有公共点，则实数 b 的取值范围是(　　)

A. $b\leqslant-2$　　B. $b<-2$

C. $b\geqslant-2$　　D. $b>-2$



(第8题)

易错点 混淆二次函数图像左右平移规律与上下平移规律而致错

9. 【中考 · 绍兴】如果一种变换是将抛物线向右平移2个单位长度或向上平移1个单位长度，我们把这种变换称为抛物线的简单变换. 已知抛物线经过两次简单变换后的一条抛物线对应的函数表达式是 $y=x^2+1$，则原抛物线对应的函数表达式不可能是(　　)

A. $y=x^2-1$　　B. $y=x^2+6x+5$　　C. $y=x^2+4x+4$　　D. $y=x^2+8x+17$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见163页） 课后导练

考查角度1 利用二次函数的特征解决平移问题

10. 已知抛物线 $y=-2x^2-4x+1$.

(1)求这条抛物线的对称轴和顶点坐标.

(2)将这条抛物线平移,使顶点移到点 $P(2,0)$ 的位置,写出所得新抛物线的表达式和平移的过程.

考查角度2 二次函数的图像与性质

11. 【2018 · 杭州市拱墅区二模】在平面直角坐标系中,二次函数 $y=x^2+bx+c$(b,c 都是常数)的图像经过点(1,0)和(0,2).

(1)当 $-2\leqslant x\leqslant 2$ 时,求 y 的取值范围.

(2)已知点 $P(m,n)$ 在该函数的图像上,且 $m+n=1$,求点 P 的坐标.

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见163页） 课后导练

命题角度 二次函数与等面积法的综合应用(分类讨论思想、等面积法)

12. 【2017 · 陕西】已知抛物线 $l:y=x^2+x-6$ 与 x 轴相交于 A,B 两点(点 A 在点 B 的左侧),并与 y 轴相交于点 C.

(1)求 A,B,C 三点的坐标,并求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2)将抛物线 l 向左或向右平移,得到抛物线 l',且 l' 与 x 轴相交于 A',B' 两点(点 A' 在点 B' 的左侧),并与 y 轴相交于点 C',要使 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle ABC$ 的面积相等,求所有满足条件的抛物线的函数表达式.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5.3 用待定系数法确定二次函数表达式

名师点金

用待定系数法求二次函数表达式的步骤：
1. 设：根据条件设函数表达式；
2. 列：把已知点的坐标代入表达式，得到方程或方程组；
3. 解：解方程或方程组，求出未知系数；
4. 答：写出函数表达式，注意最后结果一般要化成一般式 $y=ax^2+bx+c$.

夯实基础 · 逐点练 (答案见164页) 随堂导练

知识点1 用一般式确定二次函数的表达式

1. 【2018 · 黄冈期末】已知二次函数的图像经过点 $(-1,-5)$，$(0,-4)$ 和 $(1,1)$，则这个二次函数的表达式为(　　)

A. $y=-6x^2+3x+4$　　B. $y=-2x^2+3x-4$　　C. $y=x^2+2x-4$　　D. $y=2x^2+3x-4$

2. 【2018 · 宁波】已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 $(1,0)$，$\left(0,\frac{3}{2}\right)$.

(1)求该抛物线的函数表达式；

(2)将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 平移，使其顶点恰好落在原点，请写出一种平移的方法及平移后的函数表达式.

知识点2 用顶点式确定二次函数的表达式

3. 【2018 · 连云港市连云区期末】一个二次函数的图像的顶点坐标为 $(3,-1)$，与 y 轴的交点为 $(0,-4)$，这个二次函数的表达式是(　　)

A. $y=\frac{1}{3}x^2-2x+4$　　B. $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-4$　　C. $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2-1$　　D. $y=-x^2+6x-12$

4. 已知 $A(1,0)$，$B(0,-1)$，$C(-1,2)$，$D(2,-1)$，$E(4,2)$ 五个点，抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 经过其中三个点.

(1)求证：C，E 两点不可能同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上.

(2)点 A 在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上吗？请说明理由.

(3)求 a 和 k 的值.

微信公众号 教辅资料站

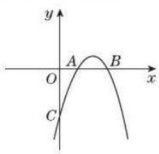
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

知识点3 用交点式确定二次函数的表达式

5. 【2018·宁波二模】已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 $A(1,0)$，$B(3,0)$，且过点 $C(0,-3)$.

(1)求抛物线的表达式和顶点坐标；

(2)请你写出一种平移的方法，使平移后抛物线的顶点落在直线 $y=-x$ 上，并写出平移后抛物线的表达式.



（第5题）

Ⅱ 整合方法·提升练 (答案见164页) 课后导练

考查角度1 利用对称轴确定二次函数的表达式

6. 【中考·宁波】已知抛物线 $y=(x-m)^2-(x-m)$，其中 m 是常数.

(1)求证：不论 m 为何值，该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

(2)若该抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{5}{2}$.

①求该抛物线对应的函数表达式；

②把该抛物线沿 y 轴向上平移多少个单位长度后，得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点.

考查角度2 利用对称确定二次函数的表达式

7. 已知二次函数 C_1：$y=3x^2-6x+5$，求满足下列条件的二次函数 C_2 的表达式：(1)C_1 与 C_2 的图像关于 x 轴对称；(2)C_1 与 C_2 的图像关于 y 轴对称；(3)C_1 与 C_2 的图像关于经过 C_1 的图像的顶点且平行于 x 轴的直线对称.

微信公众号 教辅资料站

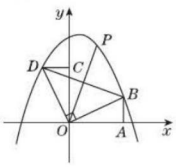
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度3 利用旋转规律确定二次函数表达式

8. 【2017·黑龙江】如图，Rt△AOB的直角边OA在x轴上，$OA=2$，$AB=1$，将Rt△AOB绕点O逆时针旋转90°得到Rt△COD，抛物线$y=-\frac{5}{6}x^2+bx+c$经过B，D两点.

(1)求二次函数的表达式；

(2)连接BD，点P是抛物线上一点，直线OP把△BOD的周长分成相等的两部分，求点P的坐标.



(第8题)

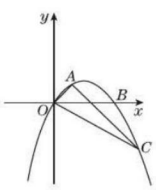
Ⅲ 链接中考·真题练 ☞(答案见164页) 课后导练

命题角度1 利用交点式的特点解决函数综合题

9. 【2018·达州】如图，抛物线经过原点$O(0,0)$，点$A(1,1)$，点$B\left(\frac{7}{2},0\right)$.

(1)求抛物线的表达式；

(2)连接OA，过点A作$AC\perp OA$交抛物线于C，连接OC，求△AOC的面积.



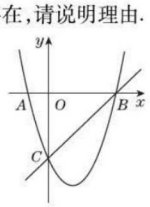
(第9题)

命题角度2 利用一般式的特点解决函数综合题

10. 【2017·毕节】如图，在平面直角坐标系中，二次函数的图像交坐标轴于$A(-1,0)$，$B(4,0)$，$C(0,-4)$三点，点P是直线BC下方抛物线上一动点.

(1)求这个二次函数的表达式.

(2)是否存在点P，使△POC是以OC为底边的等腰三角形？若存在，求出P点的坐标；若不存在，请说明理由.



(第10题)

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5.4 二次函数与一元二次方程

第1课时 二次函数与一元二次方程之间的关系

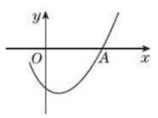
夯实基础 · 逐点练 ☞(答案见165页) 随堂导练

知识点1 二次函数与一元二次方程

1. 【2017 · 苏州】若二次函数 $y=ax^2+1$ 的图像经过点 $(-2,0)$，则关于 x 的方程 $a(x-2)^2+1=0$ 的实数根为_____.

2. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个根分别为 $x_1=1,x_2=2$，则抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的对称轴为直线_____.

3. 【2018 · 枣庄】如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像的一部分，且过点 $A(3,0)$，二次函数图像的对称轴是直线 $x=1$. 下列结论正确的是(　　)



（第3题）

A. $b^2<4ac$　　B. $ac>0$

C. $2a-b=0$　　D. $a-b+c=0$

4. 【2018 · 宿迁二模】若二次函数 $y=ax^2-2ax+c$ 的图像经过点 $(-1,0)$，则方程 $ax^2-2ax+c=0$ 的解为(　　)

A. $x_1=-3,x_2=-1$　　B. $x_1=1,x_2=3$　　C. $x_1=-1,x_2=3$　　D. $x_1=-3,x_2=1$

知识点2 抛物线与 x 轴的交点个数与对应的一元二次方程的根的个数之间的关系

5. 下列哪一个函数，其图像与 x 轴有两个交点(　　)

A. $y=\frac{1}{4}(x-23)^2+155$　　B. $y=\frac{1}{4}(x+23)^2+155$　　C. $y=-\frac{1}{4}(x-23)^2-155$　　D. $y=-\frac{1}{4}(x+23)^2+155$

6. 【2018 · 襄阳】已知二次函数 $y=x^2-x+\frac{1}{4}m-1$ 的图像与 x 轴有交点，则 m 的取值范围是(　　)

A. $m\leqslant 5$　　B. $m\geqslant 2$　　C. $m<5$　　D. $m>2$

7. 【2017 · 徐州】若函数 $y=x^2-2x+b$ 的图像与坐标轴有三个交点，则 b 的取值范围是(　　)

A. $b<1$ 且 $b\neq 0$　　B. $b>1$　　C. $0<b<1$　　D. $b<1$

8. 【2018 · 淄博】已知抛物线 $y=x^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A,B 两点(点 A 在点 B 的左侧)，将这条抛物线向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度，平移后的抛物线与 x 轴交于 C,D 两点(点 C 在点 D 的左侧). 若 B,C 是线段 AD 的三等分点，则 m 的值为_____.

9. 【2017 · 朝阳】若函数 $y=(m-1)x^2-6x+\frac{3}{2}m$ 的图像与 x 轴有且只有一个交点，则 m 的值为_____.

易错点 求字母取值范围时考虑不全面

10. 已知关于 x 的函数 $y=(m+6)x^2+2(m-1)x+m+1$ 的图像与 x 轴有交点，求 m 的取值范围.

【导学号:8349431】

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见165页) 课后导练

考查角度1 利用解一元二次方程求抛物线与坐标轴的交点坐标

11. 求二次函数 $y=x^2-2x-8$ 的图像与坐标轴的交点坐标.

考查角度2 二次函数的图像与几何变换的应用

12. 【2018 · 南京市玄武区模拟】已知二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+3$(m 是常数).

(1)求证:不论 m 为何值,该函数的图像与 x 轴没有公共点;

(2)把该函数的图像沿 y 轴向下平移多少个单位长度后,得到的函数的图像与 x 轴只有一个公共点?

Ⅲ 链接中考 · 真题练 (答案见165页) 课后导练

命题角度1 利用二次函数图像特征解决三角形面积问题

13. 【2018 · 徐州】已知二次函数的图像以 $A(-1,4)$ 为顶点,且过点 $B(2,-5)$.

(1)求该函数的关系式;

(2)求该函数图像与坐标轴的交点坐标;

(3)将该函数图像向右平移,当图像经过原点时,A,B 两点随图像移至 A',B',求 $\triangle OA'B'$ 的面积.

命题角度2 利用二次函数图像特征解决坐标取值范围问题

14. 【2017 · 南京】已知函数 $y=-x^2+(m-1)x+m$(m 为常数).

(1)该函数的图像与 x 轴公共点的个数是(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 1 或 2

(2)求证:不论 m 为何值,该函数的图像的顶点都在函数 $y=(x+1)^2$ 的图像上.

(3)当 $-2\leqslant m\leqslant 3$ 时,求该函数的图像的顶点纵坐标的取值范围.

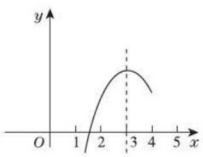
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第2课时 用二次函数的图像解一元二次方程、一元二次不等式

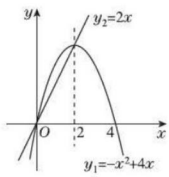
Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 ☞(答案见165页) 随堂导练

知识点1 利用二次函数的图像解一元二次方程

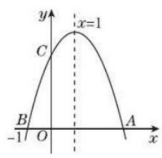
1. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图像如图所示，由图像可知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根分别是 $x_1=1.6$，$x_2=$_____.



（第1题）



（第3题）



（第4题）

2. 【2017 · 兰州】下表是一组二次函数 $y=x^2+3x-5$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值：

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4
y	−1	−0.49	0.04	0.59	1.16

那么方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根是(　　)

A. 1　　B. 1.1　　C. 1.2　　D. 1.3

知识点2 利用二次函数的图像解不等式

3. 【2018 · 扬州市江都区模拟】在同一坐标系下，抛物线 $y_1=-x^2+4x$ 和直线 $y_2=2x$ 如图所示，那么不等式 $-x^2+4x>2x$ 的解集是(　　)

A. $x<0$　　B. $0<x<2$　　C. $x>2$　　D. $x<0$ 或 $x>2$

4. 【2018 · 滨州】如图，若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像的对称轴为直线 $x=1$，与 y 轴交于点 C，与 x 轴交于点 A、点 $B(-1,0)$，则①二次函数的最大值为 $a+b+c$；②$a-b+c<0$；③$b^2-4ac<0$；④当 $y>0$ 时，$-1<x<3$. 其中正确的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

易错点 不考虑方程根的情况盲目作图而走弯路(图像法)

5. 用图像法求 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$ 的解.

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见166页) 课后导练

考查角度1 利用二次函数的图像解方程和不等式

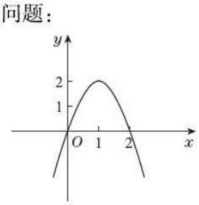
6. 【2018 · 杭州期末】二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像如图所示，根据图像回答下列问题：

(1)方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根是_____；

(2)不等式 $ax^2+bx+c<0$ 的解集是_____；

(3)y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围是_____；

(4)若方程 $ax^2+bx+c=k$ 无实根，则 k 的取值范围是_____.



（第6题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度2 利用二次函数图像解决不等式和三角形外接圆问题

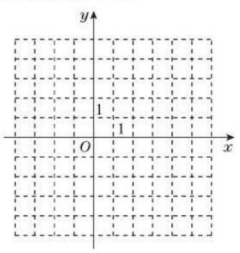
7. 【2018·苏州期末】观察表格:根据表格解答下列问题:

x	0	1	2
ax^2		1	
ax^2+bx+c	-3		-3

(1) $a=$_____,$b=$_____,$c=$_____;

(2) 在如图的直角坐标系中画出函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像,并根据图像,直接写出当 x 取什么实数时,不等式 $ax^2+bx+c>-3$ 成立;

(3) 该图像与 x 轴两交点从左到右依次分别为 A,B,与 y 轴交点为 C,求过这三个点的外接圆的半径.



(第7题)

Ⅲ 链接中考·真题练 (答案见166页) 课后导练

命题角度1 二次函数、方程与不等式的综合应用

8. 【2018·杭州】设二次函数 $y=ax^2+bx-(a+b)$(a,b 是常数,$a\neq0$).

(1) 判断该二次函数图像与 x 轴的交点的个数,说明理由.

(2) 若该二次函数图像经过 $A(-1,4)$,$B(0,-1)$,$C(1,1)$ 三个点中的其中两个点,求该二次函数的表达式.

(3) 若 $a+b<0$,点 $P(2,m)$($m>0$)在该二次函数图像上,求证:$a>0$.

命题角度2 二次函数与代数推理的结合

9. 【2017·北京】在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y=x^2-4x+3$ 与 x 轴交于点 A,B(点 A 在点 B 的左侧),与 y 轴交于点 C.

(1) 求直线 BC 的表达式;

(2) 若垂直于 y 轴的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,与直线 BC 交于点 $N(x_3,y_3)$,若 $x_1<x_2<x_3$,结合函数的图像,求 $x_1+x_2+x_3$ 的取值范围.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

5.5 用二次函数解决问题

第1课时 用二次函数解决面积、利润问题

名师点金

求实际问题中的二次函数的最值时的基本解题思路：1. 根据实际问题建立二次函数模型. 2. 确定自变量的取值范围. 3. 分析 $x=-\frac{b}{2a}$ 是否在自变量的取值范围之内. 若在，则函数在 $x=-\frac{b}{2a}$ 时取最值 $\frac{4ac-b^2}{4a}$；若不在，则应根据函数的增减性求其最值.

夯实基础 · 逐点练 （答案见166页） 随堂导练

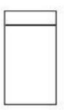
知识点1 用二次函数解实际中的面积问题

1. 【2018 · 南通一模】为搞好环保，某公司准备修建一个长方体的污水处理池，池底矩形的周长为100 m，则池底的最大面积是（　　）

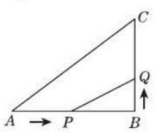
A. 600 m^2　　B. 625 m^2　　C. 650 m^2　　D. 675 m^2

2. 用长8 m的铝合金条制成使窗户的透光面积最大的矩形窗框（如图），那么这个窗户的最大透光面积是（　　）

A. $\frac{64}{25}$ m^2　　B. $\frac{4}{3}$ m^2　　C. $\frac{8}{3}$ m^2　　D. 4 m^2



（第2题）



（第3题）

3. 如图，在△ABC中，$\angle B=90°$，$AB=8$ cm，$BC=6$ cm. 点P从点A开始沿AB向B以2 cm/s的速度移动，点Q从点B开始沿BC向C以1 cm/s的速度移动. 如果点P，Q分别从A，B同时出发，当△PBQ的面积最大时，运动时间t为_____s.

知识点2 用二次函数解实际中的利润问题

4. 某商店经销皮鞋，已知所获利润y（元）与销售单价x（元）之间的关系式为 $y=-x^2+24x+2\,956$，则获利最多为（　　）

A. 3 144元　　B. 3 100元　　C. 144元　　D. 2 956元

5. 【2018 · 靖江二模】某企业生产季节性产品，当产品无利润时，企业自动停产，经过调研，它一年中每月获得的利润y（万元）和月份n之间满足函数关系式 $y=-n^2+12n-11$，则企业停产的月份为（　　）

A. 1月和11月　　B. 1月、11月和12月　　C. 1月　　D. 1月至11月

易错点 求实际问题中的最值时，忽略自变量取值范围的限制

6. 春节期间，物价局规定某种油的最低价格为4.1元/千克，最高价格为4.5元/千克. 小李按4.1元/千克购入，若按原价（4.1元/千克）出售，则平均每天可卖出200千克；若每千克的价格每上涨0.1元，则每天少卖出20千克油. 问：油价定为多少时，每天获利最大？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

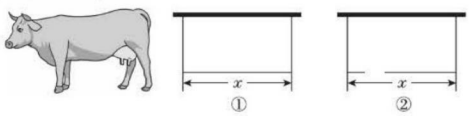
Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见166页) 课后导练

考查角度1 利用二次函数解实际中的面积问题

7. 【2017 · 绍兴】某农场拟建一间矩形种牛饲养室,饲养室的一面靠现有墙(墙足够长),已知计划中的建筑材料可建围墙的总长为50 m. 设饲养室长为x(m),占地面积为y(m^2).

(1)如图①,问饲养室长x为多少时,占地面积y最大?

(2)如图②,现要求在图中所示位置留2 m宽的门,且仍使饲养室的占地面积最大. 小敏说:"只要饲养室长比(1)中的长多2 m就行了."请你通过计算,判断小敏的说法是否正确.



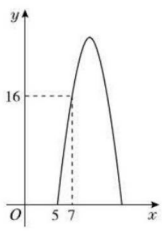
(第7题)

考查角度2 利用二次函数的图像信息解销售问题

8. 【中考 · 徐州】某种商品每天的销售利润y(元)与销售单价x(元)之间满足函数关系$y=ax^2+bx-75$,其图像如图所示.

(1)销售单价为多少元时,该种商品每天的销售利润最大?最大利润为多少元.

(2)销售单价在什么范围内时,该种商品每天的销售利润不低于16元?



(第8题)

考查角度3 利用二次函数解销售中的方案设计问题

9. 【2017 · 鄂尔多斯】某商场试销A,B两种型号的台灯,下表是两次进货情况统计:

进货情况 / 进货次数	进货数量(台)		进货资金(元)
	A	B	
第一次	5	3	230
第二次	10	4	440

(1)求A,B两种型号台灯的进价各为多少元.

(2)经试销发现,A型号台灯售价x(元)与销售数量y(台)满足关系式$2x+y=140$,此商场决定两种型号台灯共进货100台,并一周内全部售出. 若B型号台灯售价定为20元,求A型号台灯售价定为多少时,商场可获得最大利润?并通过计算说明商场获得最大利润时的进货方案.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

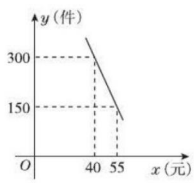
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见167页） 课后导练

命题角度1 利用二次函数解实际问题中的利润问题

10. 【2018 · 淮安】某景区商店销售一种纪念品，每件的进货价为40元. 经市场调研，当该纪念品每件的销售价为50元时，每天可销售200件；当每件的销售价每增加1元，每天的销售数量将减少10件.
（1）当每件的销售价为52元时，该纪念品每天的销售数量为_____件；
（2）当每件的销售价 x 为多少时，销售该纪念品每天获得的利润 y 最大？并求出最大利润.

命题角度2 利用二次函数解与一次函数相关的最大利润问题

11. 【2018 · 扬州】“扬州漆器”名扬天下，某网店专门销售某种品牌的漆器笔筒，成本为30元/件，每天销售量 y（件）与销售单价 x（元）之间存在一次函数关系，如图所示.
（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；
（2）如果规定每天漆器笔筒的销售量不低于240件，当销售单价为多少元时，每天获取的利润最大，最大利润是多少？
（3）该网店店主热心公益事业，决定从每天的销售利润中捐出150元给希望工程，为了保证捐款后每天剩余利润不低于3 600元，试确定该漆器笔筒销售单价的范围.

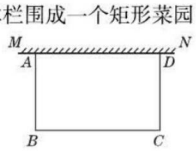


（第11题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见167页） 课后选练

拔尖角度 利用二次函数解决面积最值问题

12. 【2018 · 福建】如图，在足够大的空地上有一段长为 a m 的旧墙 MN，某人利用旧墙和木栏围成一个矩形菜园 $ABCD$，其中 $AD \leqslant MN$，已知矩形菜园的一边靠墙，另三边一共用了100 m木栏.
（1）若 $a=20$，所围成的矩形菜园的面积为450 m^2，求所利用旧墙 AD 的长；
（2）求矩形菜园 $ABCD$ 面积的最大值.



（第12题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 用二次函数解决抛物线形问题

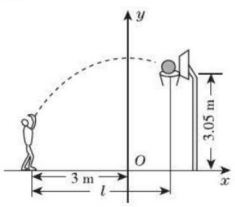
Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见167页) 随堂导练

知识点1 用二次函数建模运动路线问题

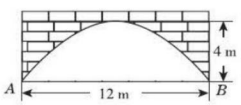
1. 小明在某次投篮中,球的运动路线是抛物线 $y=-0.2x^2+3.5$ 的一部分,如图所示,若命中篮圈中心,则他与篮底的距离 l 是(　　)

A. 4.6 m　　B. 4.5 m

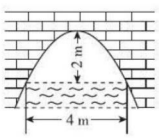
C. 4 m　　D. 3.5 m



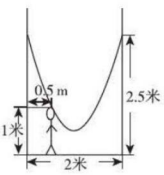
(第1题)



(第4题)



(第5题)



(第6题)

2. 【2018 · 连云港】已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h(m)与飞行时间 t(s)满足函数表达式 $h=-t^2+24t+1$,则下列说法中正确的是(　　)

A. 点火后9 s和点火后13 s的升空高度相同　　B. 点火后24 s火箭落于地面

C. 点火后10 s的升空高度为139 m　　D. 火箭升空的最大高度为145 m

3. 【2018 · 临沂期末】标枪飞行的路线是一条抛物线,不考虑空气阻力,标枪距离地面的高度 h(单位:m)与标枪被掷出后经过的时间 t(单位:s)之间的关系如下表:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	…
h	0	8	14	18	20	20	18	14	…

下列结论:①标枪距离地面的最大高度大于20 m;②标枪飞行路线的对称轴是直线 $t=\frac{9}{2}$;③标枪被掷出9 s时落地;④标枪被掷出1.5 s时,距离地面的高度是11 m. 其中正确结论的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

知识点2 用二次函数解拱桥、隧道问题

4. 【中考 · 绍兴】如图所示的是一座拱桥,当水面宽 AB 为12 m时,桥洞顶部离水面4 m,已知桥洞的拱形是抛物线,以水平方向为 x 轴,建立平面直角坐标系,若选取点 A 为坐标原点时的抛物线对应的函数表达式是 $y=-\frac{1}{9}(x-6)^2+4$,则选取点 B 为坐标原点时的抛物线对应的函数表达式是_____.

5. 【2018 · 绵阳】如图是抛物线形拱桥,当拱顶离水面2 m时,水面宽4 m,水面下降2 m,水面宽度增加_____m.

6. 如图,小明的父亲在相距2米的两棵树间拴了一根绳子,给小明做了一个简易的秋千. 拴绳子的地方距地面高都是2.5米,绳子自然下垂呈抛物线状,身高1米的小明距较近的那棵树0.5米时,头部刚好接触到绳子,则绳子的最低点与地面的距离为_____米.

易错点 不能正确处理利用二次函数求得的结果

7. 把一个物体以初速度 v_0(米/秒)竖直向上抛出,在不计空气阻力的情况下,物体的运动路线是一条抛物线,且物体的上升高度 h(米)与抛出时间 t(秒)之间满足 $h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$(其中 g 是常数,取10 米/秒^2). 某时小明在距地面2米的 O 点,以10米/秒的初速度向上抛出一个小球,抛出2.1秒时,该小球距地面的高度是(　　)

A. 1.05米　　B. −1.05米

C. 0.95米　　D. −0.95米

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

Ⅱ 链接中考 · 真题练 （答案见167页） 课后导练

命题角度1 利用二次函数解运动路线问题

8. 【2018 · 滨州】如图，一小球沿与地面成一定角度的方向飞出，小球的飞行路线是一条抛物线. 如果不考虑空气阻力，小球的飞行高度 y（单位：m）与飞行时间 x（单位：s）之间具有函数关系 $y=-5x^2+20x$，请根据要求解答下列问题：

（1）在飞行过程中，当小球的飞行高度为 15 m 时，飞行的时间是多少？

（2）在飞行过程中，小球从飞出到落地所用时间是多少？

（3）在飞行过程中，小球飞行高度何时最大？最大高度是多少？



（第8题）

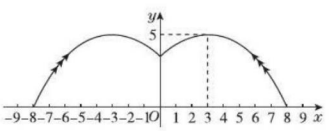
9. 【2018 · 衢州】某游乐园有一个直径为16米的圆形喷水池，喷水池的周边有一圈喷水头，喷出的水柱为抛物线，在距水池中心3米处达到最高，高度为5米，且各方向喷出的水柱恰好在喷水池中心的装饰物处汇合. 如图所示，以水平方向为 x 轴，喷水池中心为原点建立直角坐标系.

（1）求水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式；

（2）王师傅在喷水池内维修设备期间，喷水管意外喷水，为了不被淋湿，身高1.8米的王师傅站立时必须在离水池中心多少米以内？

（3）经检修评估，游乐园决定对喷水设施做如下设计改进：在喷出水柱的形状不变的前提下，把水池的直径扩大到32米，各方向喷出的水柱仍在喷水池中心保留的原装饰物（高度不变）处汇合，请探究扩建改造后喷水池水柱的最大高度.





（第9题）

命题角度2 利用二次函数解隧道问题

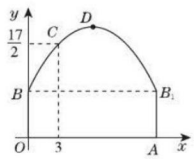
10. 【中考 · 青岛】如图，隧道的截面由抛物线和长方形构成，长方形的长是12 m，宽是4 m，按照图中所示的直角坐标系，抛物线可以用 $y=-\frac{1}{6}x^2+bx+c$ 表示，且抛物线上的点 C 到墙面 OB 的水平距离为3 m，到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m.

（1）求该抛物线对应的函数关系式，并计算出拱顶 D 到地面 OA 的距离；

（2）一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为6 m，宽为4 m，如果隧道内设双向行车道，那么这辆货车能否安全通过？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)在抛物线形拱壁上需要安装两排灯,使它们离地面的高度相等,如果灯离地面的高度不超过8 m,那么两排灯的水平距离最小是多少米?



(第10题)

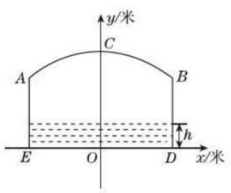
Ⅲ 探究培优 · 拓展练 (答案见168页) 课后选练

拔尖角度1 利用二次函数解释船只通行问题

11. 【2018 · 武汉模拟】如图,小河上有一拱桥,拱桥及河道的截面轮廓线由抛物线的一部分ACB和矩形的三边AE,ED,DB组成,已知河底ED是水平的,$ED=16$米,$AE=8$米,抛物线的顶点C到ED的距离是11米,以ED所在的直线为x轴,抛物线的对称轴为y轴建立平面直角坐标系.

(1)求抛物线的表达式;

(2)已知从某时刻开始的40小时内,水面与河底ED的距离h(单位:米)随时间t(单位:时)的变化满足函数关系$h=-\frac{1}{128}(t-19)^2+8(0\leqslant t\leqslant 40)$,且当水面到顶点$C$的距离不大于5米时,需禁止船只通行,请通过计算说明:在这一时段内,需多少小时禁止船只通行?



(第11题)

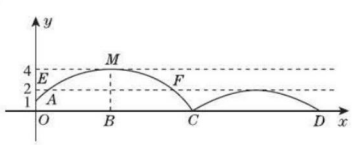
拔尖角度2 利用二次函数的平移性质解释两次运动的现象

12. 如图所示,足球场上守门员在O处开出一高球,球从离地面1米的A处飞出(点A在y轴上),运动员乙在距O点6米的B处发现球在自己头的正上方达到最高点M,距地面4米高,球落地后又一次弹起.据实验,足球在草坪上弹起后的抛物线与原来的抛物线形状相同,最大高度减少到原来最大高度的一半.

(1)求足球开始飞出到第一次落地时,抛物线对应的函数表达式;

(2)足球第一次落地点C距守门员多少米?($4\sqrt{3}\approx 7$)

(3)运动员乙要抢到第二个落地点D,他应再向前跑多少米?($2\sqrt{6}\approx 5$)



(第12题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

全章高频考点专训

专训1 求二次函数的表达式 ☞(答案见168页)

训练角度1 利用一般式求二次函数表达式

1. 【2018·湖州】已知抛物线 $y=ax^2+bx-3(a\neq0)$ 经过点 $(-1,0)$，$(3,0)$，求 a，b 的值.

训练角度2 利用顶点式求二次函数表达式

2. 【2018·上海市静安区一模】已知：二次函数图像的顶点坐标是$(3,5)$，且抛物线经过点 $A(1,3)$.
   (1)求此抛物线的表达式；
   (2)如果点 A 关于该抛物线的对称轴对称的点是 B 点，且抛物线与 y 轴的交点是 C 点，求 $\triangle ABC$ 的面积.

训练角度3 利用交点式求二次函数表达式

3. 已知抛物线与 x 轴交于 $A(1,0)$，$B(-4,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C，且 $AB=BC$，求此抛物线对应的函数表达式.

训练角度4 利用平移式求二次函数表达式

4. 将抛物线 $y=-x^2+x-3$ 向上平移，使平移后的抛物线经过点 $C(0,2)$，求平移后的抛物线对应的函数表达式.

训练角度5 灵活运用方法求二次函数表达式

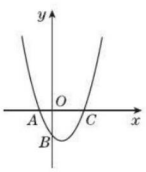
5. 将抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 向右平移5个单位长度，再向下平移3个单位长度，得到抛物线 $y=x^2+2x+3$，求原抛物线对应的函数表达式.（用两种方法解）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

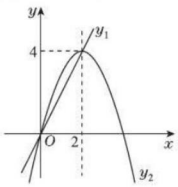
专训2 利用二次函数图像信息解题的四种常见类型 ☞(答案见168页)

类型1 根据抛物线的特征确定 a,b,c 及与其有关的代数式的符号

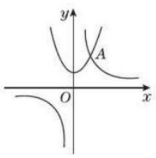
1. 【2017·株洲】如图,二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像的对称轴在 y 轴的右侧,其图像与 x 轴交于点 $A(-1,0)$ 与点 $C(x_2,0)$,且与 y 轴交于点 $B(0,-2)$,小强得到以下结论:①$0<a<2$;②$-1<b<0$;③$c=-1$;④当 $|a|=|b|$ 时,$x_2>\sqrt{5}-1$. 以上结论中正确结论的序号为_____.



(第1题)



(第2题)



(第3题)

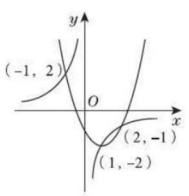
类型2 利用二次函数的图像比较大小

2. 【2018·淮安市金湖区期末】在平面直角坐标系中,已知抛物线与直线如图所示,则下列说法:
①当 $0<x<2$ 时,$y_1>y_2$;②y_1 随 x 的增大而增大的取值范围是 $x<2$;
③使得 y_2 大于4的 x 值不存在;④若 $y_1=2$,则 $x=2-\sqrt{2}$ 或 $x=1$.
其中正确的有(　　)
A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

类型3 利用二次函数的图像求方程或不等式的解

3. 【2018·靖江模拟】如图,抛物线 $y=ax^2+1$ 与双曲线 $y=\frac{m}{x}$ 的交点 A 的横坐标是2,则关于 x 的不等式 $\frac{m}{x}+ax^2+1<0$ 的解集是_____.

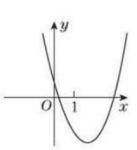
4. 抛物线 $y_1=x^2-2x-1$ 和反比例函数 $y_2=-\frac{2}{x}$ 的图像如图所示,利用图像解答:
(1)方程 $x^2-2x-1=-\frac{2}{x}$ 的解是什么?
(2)x 取何值时,$y_1>y_2$?



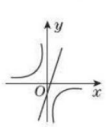
(第4题)

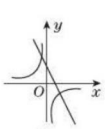
类型4 根据抛物线的特征确定一次函数或反比例函数的图像

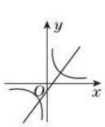
5. 【2018·菏泽】已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图所示,则一次函数 $y=bx+a$ 与反比例函数 $y=\frac{a+b+c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图像大致是(　　)

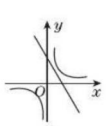


(第5题)

A 

B 

C 

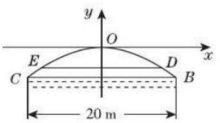
D 

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训3 建立坐标系解决实际问题 ☞(答案见169页)

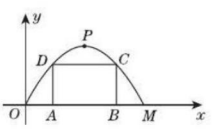
训练角度1 拱桥(隧道)问题

1. 有一座抛物线形拱桥,正常水位时桥下水面宽度(BC)为20 m,拱顶距离水面4 m.
   (1)在如图所示的直角坐标系中,求出该抛物线所对应的二次函数的表达式.
   (2)在正常水位的基础上,当水位上升h m时桥下水面的宽度(DE)为d m,试求h与d之间的函数表达式.
   (3)设正常水位时桥下的水深为2 m,为保证过往船只能顺利航行,桥下水面宽度不得小于18 m. 问:水深超过多少米时,就会影响过往船只在桥下顺利航行?



(第1题)

2. 如图,某公路隧道横截面为抛物线形,其最大高度为6 m,底部宽度OM为12 m. 现以O点为原点,OM所在直线为x轴建立直角坐标系.
   (1)直接写出点M及抛物线顶点P的坐标;
   (2)求这条抛物线对应的函数表达式;
   (3)若要搭建一个矩形"支撑架"AD—DC—CB,使C,D点在抛物线上,A,B点在地面OM上,则这个"支撑架"总长的最大值是多少?



(第2题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

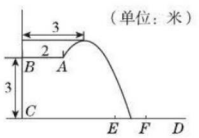
训练角度2 跳水问题

3. 【2018·太仓模拟】某跳水运动员在进行跳水训练时，身体（看成一点）在空中的运动路线是如图所示的一条抛物线，已知跳板 AB 长为2米，跳板距水面 CD 的高 BC 为3米，训练时跳水曲线在离起跳点水平距离1米时达到距水面最大高度 k 米，现以 CD 为横轴，CB 为纵轴建立直角坐标系.

（1）当 $k=4$ 时，求这条抛物线的表达式；

（2）当 $k=4$ 时，求运动员落水点与点 C 的距离；

（3）图中 $CE=\frac{19}{4}$ 米，$CF=\frac{21}{4}$ 米，若跳水运动员在区域 EF 内（含点 E，F）入水时才能达到训练要求，求 k 的取值范围.



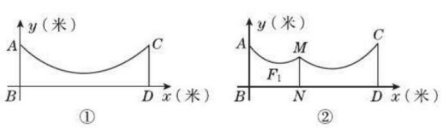
（第3题）

训练角度3 挂衣服问题

4. 【2018·泰兴期末】冬天来了，晒衣服成了头疼的事情，聪明的小华想到一个好办法：在家后院地面（BD）上立两根等长的立柱 AB，CD（均与地面垂直），并在立柱之间悬挂一根绳子. 绳子的形状近似成了抛物线 $y=\frac{1}{10}x^2+bx+c$，如图①，已知 $BD=8$ 米，绳子最低点离地面的距离为1米.

（1）求立柱 AB 的长度；

（2）由于挂的衣服比较多，为了防止衣服碰到地面，小华用一根垂直于地面的立柱 MN 撑起绳子（如图②），MN 的长度为1.85米，通过调整 MN 的位置，使左边抛物线 F_1 对应函数的二次项系数为 $\frac{1}{4}$，顶点离地面1.6米，求 MN 离 AB 的距离.



（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训4 二次函数的图表信息问题 (答案见170页)

训练角度1 利用二次函数解决几何图形面积的最值问题

1. 【2018·绍兴二模】有一个例题：

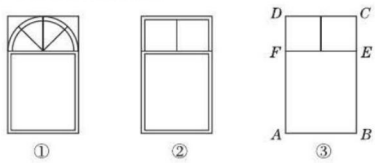
有一个窗户形状如图①，上部是一个半圆，下部是一个矩形，如果制作窗框的材料总长为6 m，如何设计这个窗户，使透光面积最大？

这个例题的答案是：当窗户半圆的半径约为0.35 m时，透光面积最大值约为1.05 m^2.

我们如果改变这个窗户的形状，上部改为由两个正方形组成的矩形，如图②，材料总长仍为6 m，利用图③解答下列问题：

(1)若AB为1 m，求此时窗户的透光面积？

(2)与例题比较，改变窗户形状后，窗户透光面积的最大值有没有变大？请通过计算说明.



（第1题）

训练角度2 利用二次函数解决与表格有关的费用(利润)问题

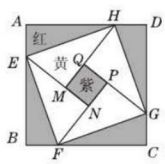
2. 某数学研究所门前有一个边长为4米的正方形花坛，花坛内部要用红、黄、紫三种颜色的花草种植成如图所示的图案，图案中$AE=MN$. 准备在形如Rt△AEH的四个全等三角形内种植红色花草，在形如Rt△MEH的四个全等三角形内种植黄色花草，在正方形$MNPQ$内种植紫色花草，每种花草的价格如下表：

品种	红色花草	黄色花草	紫色花草
价格/(元/平方米)	60	80	120

设AE的长为x米，正方形$EFGH$的面积为S平方米，买花草所需的费用为W元，解答下列问题：

(1)S与x之间的函数表达式为$S=$_____；

(2)求W与x之间的函数表达式，并求所需的最低费用是多少元.



（第2题）

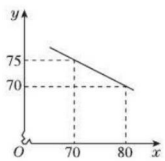
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

训练角度3 利用图像信息解决方案最优问题

3. 【2018·十堰】为早日实现脱贫奔小康的宏伟目标,我市结合本地丰富的山水资源,大力发展旅游业. 王家庄在当地政府的支持下,办起了民宿合作社,专门接待游客,合作社共有80间客房. 根据合作社提供的房间单价x(元)和游客居住房间数y(间)的信息,乐乐绘制出y与x的函数图像如图所示:

(1)求y与x之间的函数关系式;

(2)合作社规定每间房间价格不低于60元且不超过150元,对于游客所居住的每间房间,合作社每天需支出20元的各种费用,房价定为多少时,合作社每天获利最大?最大利润是多少?



(第3题)

训练角度4 利用二次函数解决美化环境问题

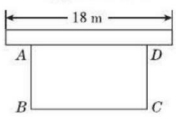
4. 【2018·荆州】为响应荆州市"创建全国文明城市"号召,某单位不断美化环境,拟在一块矩形空地上修建绿色植物园,其中一边靠墙,可利用的墙长不超过18米,另外三边由36米长的栅栏围成. 设矩形$ABCD$空地中,垂直于墙的边$AB=x$米,面积为y平方米(如图).

(1)求y与x之间的函数关系式,并写出自变量x的取值范围.

(2)若矩形空地的面积为160平方米,求x的值.

(3)若该单位用8 600元购买了甲、乙、丙三种绿色植物共400棵(每种植物的单价和每棵栽种的合理用地面积如下表). 问丙种植物最多可以购买多少棵?此时,这批植物可以全部栽种到这块空地上吗?请说明理由.

	甲	乙	丙
单价(元/棵)	14	16	28
合理用地(平方米/棵)	0.4	1	0.4



(第4题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

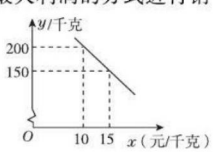
专训5 函数中的决策问题 ☞（答案见170页）

训练角度1 利用一次函数解决决策问题

1. 【2018·嘉兴一模】小明投资销售一种进价为每件20元的护眼台灯. 销售过程中发现，每月销售量y（件）与销售单价x（元/件）之间的关系可近似地看成一次函数$y=-10x+500$，在销售过程中销售单价不低于成本价，而每件的利润不高于成本价的60%.
   （1）设小明每月获得利润为w（元），求每月获得利润w（元）与销售单价x（元/件）之间的函数关系式，并确定自变量x的取值范围.
   （2）当销售单价定为多少时，每月可获得最大利润？每月的最大利润是多少？
   （3）如果小明想要每月获得的利润不低于2 000元，那么小明每月的成本最少需要多少元？（成本=进价×销售量）

训练角度2 利用二次函数解决决策问题

2. 【2018·江西】某乡镇实施产业扶贫，帮助贫困户承包荒山种植某品种蜜柚. 到了收获季节，已知该蜜柚的成本价为8元/千克，投入市场销售时，调查市场行情，发现该蜜柚销售不会亏本，且每天销量y（千克）与销售单价x（元/千克）之间的函数关系如图所示.
   （1）求y与x的函数关系式，并写出x的取值范围；
   （2）当该品种蜜柚定价为多少时，每天销售获得的利润最大？最大利润是多少？
   （3）某农户今年共采摘蜜柚4 800千克，该品种蜜柚的保质期为40天，根据（2）中获得最大利润的方式进行销售，能否销售完这批蜜柚？请说明理由.



（第2题）

3. 【2018·青岛】某公司投入研发费用80万元（80万元只计入第一年成本），成功研发出一种产品. 公司按订单生产（产量=销售量），第一年该产品正式投产后，生产成本为6元/件. 此产品年销售量y（万件）与售价x（元/件）之间满足函数关系式$y=-x+26$.
   （1）求这种产品第一年的利润W_1（万元）与售价x（元/件）满足的函数关系式.
   （2）该产品第一年的利润为20万元，那么该产品第一年的售价是多少？
   （3）第二年，该公司将第一年的利润20万元（20万元只计入第二年成本）再次投入研发，使产品的生产成本降为5元/件. 为保持市场占有率，公司规定第二年产品售价不超过第一年的售价，另外受产能限制，销售量无法超过12万件. 请计算该公司第二年的利润W_2至少为多少万元.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训6 与二次函数有关的存在性问题 (答案见170页)

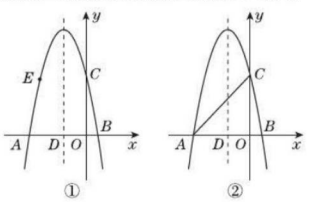
训练角度1 探索特殊三角形的存在性问题

1. 如图,抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与 x 轴交于 $A(-5,0)$,$B(1,0)$ 两点,与 y 轴交于点 C,抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D.

(1)求抛物线的函数表达式.

(2)如图①,点 $E(x,y)$ 为抛物线上一点,且 $-5<x<-2$,过点 E 作 $EF\parallel x$ 轴,交抛物线的对称轴于点 F,作 $EH\perp x$ 轴于点 H,得到矩形 $EHDF$,求矩形 $EHDF$ 周长的最大值.

(3)如图②,点 P 为抛物线对称轴上一点,是否存在点 P,使以点 P,A,C 为顶点的三角形是直角三角形?若存在,请写出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.



(第1题)

训练角度2 探索最值有关的存在性问题

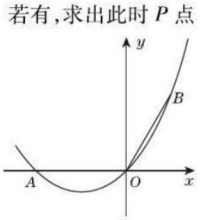
2. 如图,在直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(-2,0)$,$OB=OA$,且 $\angle AOB=120°$.

(1)求点 B 的坐标.

(2)求经过 A,O,B 三点的抛物线对应的函数表达式.

(3)在(2)中抛物线的对称轴上是否存在点 C,使 $\triangle BOC$ 的周长最小?若存在,求出点 C 的坐标;若不存在,请说明理由.

(4)如果点 P 是(2)中的抛物线上的动点,且在 x 轴的下方,那么 $\triangle PAB$ 是否有最大面积?若有,求出此时 P 点的坐标及 $\triangle PAB$ 的最大面积;若没有,请说明理由.



(第2题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训7 二次函数的两种常见高频考点 ☞（答案见171页）

高频考点1 二次函数的实际应用

1. 【2018·温州】温州某企业安排65名工人生产甲、乙两种产品，每人每天生产2件甲产品或1件乙产品，甲产品每件可获利15元. 根据市场需求和生产经验，乙产品每天产量不少于5件，当每天生产5件时，每件可获利120元，每增加1件，当天平均每件利润减少2元. 设每天安排x人生产乙产品.

(1)根据信息填表：

产品种类	每天工人数/人	每天产量/件	每件产品可获利润/元
甲	_____	_____	15
乙	x	x	_____

(2)若每天生产甲产品可获得的利润比生产乙产品可获得的利润多550元，求每件乙产品可获得的利润.

(3)该企业在不增加工人的情况下，增加生产丙产品，要求每天甲、丙两种产品的产量相等. 已知每人每天可生产1件丙产品（每人每天只能生产一种产品），丙产品每件可获利30元，求每天生产三种产品可获得的总利润W（元）的最大值及相应的x值.

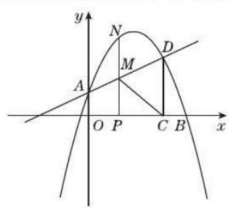
高频考点2 二次函数与几何图形的综合

2. 【2017·菏泽】如图，在平面直角坐标系中，抛物线$y=ax^2+bx+1$交y轴于点A，交x轴正半轴于点$B(4,0)$，与过A点的直线相交于另一点$D\left(3,\frac{5}{2}\right)$，过点$D$作$DC\perp x$轴，垂足为$C$.

(1)求抛物线的表达式.

(2)点P在线段OC上（不与点O，C重合），过P作$PN\perp x$轴，交直线AD于M，交抛物线于点N，连接CM，求$\triangle PCM$面积的最大值.

(3)若P是x轴正半轴上的一动点，设OP的长为t，是否存在t，使以点M，C，D，N为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出t的值；若不存在，请说明理由.



（第2题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训8 思想方法荟萃 (答案见172页)

训练角度1 数形结合思想

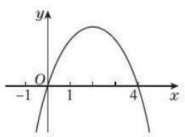
1. 【2018·南京市雨花台区模拟】二次函数 $y=-x^2+mx$ 的图像如图,对称轴为直线 $x=2$,若关于 x 的一元二次方程 $-x^2+mx-t=0$(t 为实数)在 $1<x<5$ 的范围内有解,则 t 的取值范围是(　　)

A. $t>-5$

B. $-5<t<3$

C. $3<t\leqslant 4$

D. $-5<t\leqslant 4$



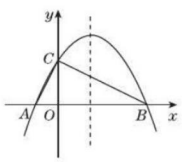
(第1题)

训练角度2 分类讨论思想

2. 【2018·兴化模拟】如图,已知抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 与 x 轴相交于 A,B 两点,与 y 轴相交于点 $C(0,4)$,若已知 A 点的坐标为 $A(-2,0)$.

(1)求抛物线的函数表达式及 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心坐标;

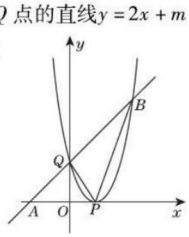
(2)Q 是抛物线的对称轴上一点,当 $\triangle ACQ$ 为等腰三角形时,求出符合条件的 Q 点坐标.



(第2题)

训练角度3 方程思想

3. 如图所示,二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴只有一个公共点 P,与 y 轴的交点为 Q. 过 Q 点的直线 $y=2x+m$ 与 x 轴交于点 A,与这个二次函数的图像交于另一点 B. 若 $S_{\triangle BPQ}=3S_{\triangle APQ}$,求这个二次函数的表达式.



(第3题)

训练角度4 建模思想

4. 【2018·贵阳】六盘水市梅花山国际滑雪自建成以来,吸引了大批滑雪爱好者. 一滑雪者从山坡滑下,测得滑行距离 y(单位:cm)与滑行时间 x(单位:s)之间的关系可以近似地用二次函数来表示.

滑行时间 x/s	0	1	2	3	…
滑行距离 y/cm	0	4	12	24	…

(1)根据表中数据求出二次函数的表达式. 现测量出滑雪者的出发点与终点的距离大约 800 m,他需要多少时间才能到达终点?

(2)将得到的二次函数图像补充完整后,向左平移 2 个单位长度,再向上平移 5 个单位长度,求平移后的函数表达式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第6章 图形的相似



6.1 图上距离与实际距离

名师点金

利用比例的性质计算的常用方法:1. 结合比例式、等式、分式的性质进行变形;2. 设参数 k.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见172页) 随堂导练

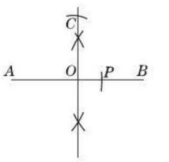
知识点1 两线段的比(比例尺)

1. 【2018 · 上海市徐汇区一模】在比例尺是1 : 40 000的地图上,若某条道路长约为5 cm,则它的实际长度约为_____km.

2. 如果一幅地图的比例尺为1 : 50 000,那么实际距离是3 km的两地在地图上的图距是_____cm.

3. 【2018 · 西安市长安区二模】如图,画线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 O,在这条垂直平分线上截取 $OC = OA$,以 A 为圆心,AC 长为半径画弧于 AB 与点 P,则线段 AP 与 AB 的比是(　　)

A. $\sqrt{3} : 2$　　B. $1 : \sqrt{3}$　　C. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$　　D. $\sqrt{2} : 2$



(第3题)

知识点2 成比例线段

4. 【2018 · 上海市闵行区一模】下列线段中,能成比例的是(　　)

A. 3 cm,6 cm,8 cm,9 cm　　B. 3 cm,5 cm,6 cm,9 cm

C. 3 cm,6 cm,7 cm,9 cm　　D. 3 cm,6 cm,9 cm,18 cm

5. 已知三个数1,2,$\sqrt{3}$,请你再添上一个数,使它们能构成一个比例式,则这个数是_____.

知识点3 比例的性质

6. 已知 $a=2, b=8$,若 c 是 a, b 的比例中项,则 $c =$ _____;若 a, b, c 分别是线段的长,且 c 是 a, b 的比例中项,则 $c =$ _____.

7. 【中考 · 兰州】如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=k(b+d+f\neq 0)$,且 $a+c+e=3(b+d+f)$,那么 $k =$ _____.

8. 【2018 · 威武】已知 $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}(a\neq 0, b\neq 0)$,下列变形错误的是(　　)

A. $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$　　B. $2a=3b$　　C. $\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$　　D. $3a=2b$

9. 已知 $\frac{b}{a}=\frac{5}{13}$,则 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值是(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{9}{4}$　　D. $\frac{4}{9}$

易错点 忽视线段成比例的顺序性

10. 已知线段 $a=3, b=5, c=7$. 试求 a, b, c 的第四比例项 x.　　【导学号:8349431】

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见172页) 课后导练

考查角度 已知字母的比值求式子的比值(参数法)

11. (1)已知 $a:b:c=3:4:5$,求$\dfrac{2a-3b+c}{a+b}$的值;

(2)已知$\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=2$,且 $b+d+f\neq0$,求$\dfrac{a-2c+3e}{b-2d+3f}$的值.

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见172页) 课后导练

命题角度 利用比例系数求代数式的值

12. 【改编 · 牡丹江】若 $2a=3b=4c$,且 $abc\neq0$,求$\dfrac{a+b}{c-2b}$的值.

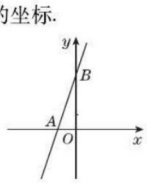
Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见172页) 课后选练

拔尖角度1 利用比例的性质判定三角形的形状(数形结合思想)

13. 设 a,b,c 是$\triangle ABC$ 的三条边,且$\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{b-c}{c}=\dfrac{c-a}{a}$,判断$\triangle ABC$ 为何种三角形,并说明理由.

拔尖角度2 利用线段比例中项求点的坐标问题

14. 【2018 · 杭州模拟】如图,直线 $y=3x+3$ 与 x 轴交于点 A,与 y 轴交于点 B. 过 B 点作直线 BP 与 x 轴正半轴交于点 P,取线段 OA,OB,OP,当其中一条线段的长是其他两条线段长的比例中项时,求 P 点的坐标.



(第14题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6.2 黄金分割

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 ☞（答案见173页） 随堂导练

知识点1 利用黄金分割的定义进行判断

1. 【2018 · 杭州市西湖区期末】已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP>PB$，则有（　　）

A. $AB^2=AP\cdot PB$　　B. $AP^2=BP\cdot AB$　　C. $BP^2=AP\cdot AB$　　D. $AP\cdot AB=PB\cdot AP$

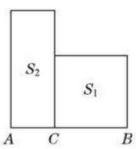
2. 若点 C 为线段 AB 的黄金分割点，且 $AC>BC$，则①$AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AC$；②$AC=\frac{3-\sqrt{5}}{2}AB$；③$AB:AC=AC:CB$；④$AC\approx 0.618AB$. 其中正确的有（　　）

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

3. 【2018 · 徐州市云龙区期末】如图，已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $BC>AC$. 若 S_1 表示以 BC 为边的正方形面积，S_2 表示长为 AB，宽为 AC 的矩形面积，则 S_1 与 S_2 的大小关系为（　　）

A. $S_1>S_2$　　B. $S_1=S_2$

C. $S_1<S_2$　　D. 不能确定



（第3题）

4. 矩形的长与宽分别为 a,b，下列数据能构成黄金矩形的是（　　）

A. $a=4,b=\sqrt{5}-1$　　B. $a=4,b=\sqrt{5}-2$　　C. $a=2,b=\sqrt{5}-2$　　D. $a=2,b=\sqrt{5}-1$

知识点2 利用黄金分割定义进行计算

5. 据有关实验测定，当气温处于人体正常体温（37 ℃）的黄金比值时，人体感到最舒适. 这个气温约为_____℃.（精确到1 ℃）

6. 【2018 · 扬州市江都区期末】从美学角度来说，人的上身长与下身长之比越接近黄金比0.618时越给人一种美感，某女老师上身长约61.8 cm，下身长约93 cm，她要穿约_____cm的高跟鞋才能达到黄金比的美感效果.（精确到1 cm）

易错点 忽视一条线段的黄金分割点有两个

7. 【2018 · 孝感模拟】点 C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AB=6$ cm，则 BC 的长为（　　）

A. $(3\sqrt{5}-3)$ cm　　B. $(9-3\sqrt{5})$ cm

C. $(3\sqrt{5}-3)$ cm 或 $(9-3\sqrt{5})$ cm　　D. $(9-3\sqrt{5})$ cm 或 $(6\sqrt{5}-6)$ cm

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见173页） 课后导练

考查角度1 利用黄金分割的定义找黄金分割点（计算法、定义法）

8. 以长为2的线段 AB 为边作正方形 $ABCD$，取 AB 的中点 P，连接 PD，在 BA 的延长线上取点 F，使 $PF=PD$，以 AF 为边作正方形 $AMEF$，点 M 在 AD 上.

（1）求 MA,DM 的长.

（2）求证：$AM^2=AD\cdot DM$.

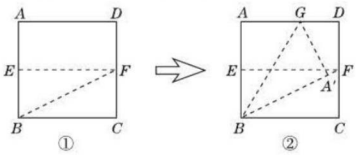
（3）根据（2）的结论你能找出图中的一个黄金分割点吗？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. 【2018·镇江市丹徒区一模】折纸与证明——用纸折出黄金分割点.

第一步:如图①,先将一张正方形纸片 $ABCD$ 对折,得到折痕 EF;再折出矩形 $BCFE$ 的对角线 BF.

第二步:如图②,将 AB 边折到 BF 上,得到折痕 BG,试证明点 G 为线段 AD 的黄金分割点($AG>GD$).



(第9题)

考查角度2 利用黄金分割的定义证明黄金矩形(计算法、定义法)

10. 宽与长的比是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$的矩形叫黄金矩形. 心理学测试表明,黄金矩形令人赏心悦目,它给我们以协调、匀称的美感. 现将同学们在教学活动中折叠黄金矩形的方法进行归纳,得出以下作图步骤(如图所示).

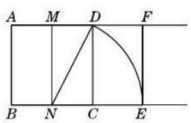
第一步:任作一个正方形 $ABCD$;

第二步:分别取 AD,BC 的中点 M,N,连接 MN;

第三步:以 N 为圆心,ND 长为半径画弧,交 BC 的延长线于 E;

第四步:过 E 作 $EF\perp AD$,交 AD 的延长线于 F.

请你根据以上作法,证明矩形 $DCEF$ 为黄金矩形(可取 $AB=2$).



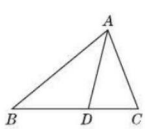
(第10题)

考查角度3 利用黄金分割的定义进行证明和计算

11. $\triangle ABC$ 中,D 是 BC 上一点,若$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}}$,则称 AD 为 $\triangle ABC$ 的黄金分割线.

(1)求证:若 AD 为 $\triangle ABC$ 的黄金分割线,则 D 是 BC 的黄金分割点;

(2)若 $S_{\triangle ABC}=20$,求 $\triangle ACD$ 的面积.(结果保留根号)



(第11题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

6.3 相似图形

名师点金

1. 相似多边形的定义可作为判断两个多边形是否相似的依据，即在多边形中，只有“边数相同”“角分别相等”“各边成比例”这三个条件同时成立时，才能说明这两个多边形是相似多边形.
2. 相似比与两个多边形的前后顺序有关.
3. 相似比为1的两个相似多边形是全等多边形.

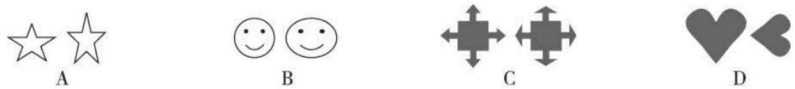
夯实基础 · 逐点练 （答案见173页） 随堂导练

知识点1 相似图形

1. 【2018 · 上海市普陀区一模】“相似的图形”是(　　)

A. 形状相同的图形　　B. 大小不相同的图形　　C. 能够重合的图形　　D. 大小相同的图形

2. 【2018 · 徐州市泉山区期中】观察下列每组图形，相似图形是(　　)



知识点2 相似多边形的定义

3. 【2018 · 岳阳校级月考】手工制作课上，小红利用一些彩纸，剪裁后装饰手工画. 下面四个图案是她剪裁出的空心菱形、矩形、等边三角形、正方形花边，其中，每个图案花边的宽度都相等，那么，每个图案中花边的内外边缘所围成的几何图形不相似的是(　　)



4. 【2018 · 深圳市南山区期末】下列说法正确的是(　　)

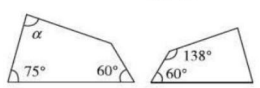
A. 菱形都是相似图形　　B. 各边对应成比例的多边形是相似多边形

C. 等边三角形都是相似三角形　　D. 矩形都是相似图形

知识点3 相似多边形的性质

5. 如图所示的两个四边形相似，则α的度数是(　　)

A. 87°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 120°



（第5题）

6. 【2018 · 重庆】要制作两个形状相同的三角形框架，其中一个三角形的三边长分别为5 cm，6 cm，9 cm，另一个三角形的最短边长为2.5 cm，则它的最长边长为(　　)

A. 3 cm　　B. 4 cm　　C. 4.5 cm　　D. 5 cm

7. 一个四边形的边长分别是3，4，5，6，另一个与它形状相同的四边形最小边长为6，则另一个四边形的周长是_____.

知识点4 相似比

8. 六边形$ABCDEF$相似于六边形$A'B'C'D'E'F'$，若对应边AB与$A'B'$的长分别为50厘米和40厘米，则六边形$A'B'C'D'E'F'$与六边形$ABCDEF$的相似比是(　　)

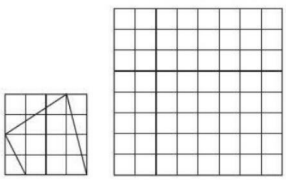
A. 5∶4　　B. 4∶5　　C. 5∶2　　D. $2\sqrt{5}$∶5

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见173页) 课后导练

考查角度1 利用相似多边形的定义在网格中画相似多边形

9. 如图所示,图①中有一个四边形,请在图②中画出一个与它相似的四边形.



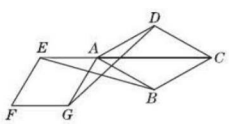
(第9题)

考查角度2 利用相似多边形的性质求线段的长

10. 【2018 · 南通模拟】如图,点 E 是菱形 $ABCD$ 对角线 CA 的延长线上任意一点,以线段 AE 为边作一个菱形 $AEFG$,且菱形 $AEFG$∽菱形 $ABCD$,连接 EB,GD.

(1)求证:$EB = GD$;

(2)若 $\angle DAB = 60°$,$AB = 2$,$AG = \sqrt{3}$,求 GD 的长.



(第10题)

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见173页) 课后选练

拔尖角度 利用相似多边形的定义探究"接近度"的问题

11. 【2018 · 常州模拟】如图,菱形、矩形与正方形的形状有差异,我们将菱形、矩形与正方形的接近程度称为"接近度".在研究"接近度"时,应保证相似图形的"接近度"相等.

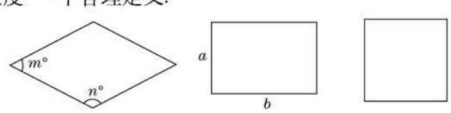
(1)设菱形相邻两个内角的度数分别为 $m°$ 和 $n°$,将菱形的"接近度"定义为 $|m - n|$,于是 $|m - n|$ 越小,菱形越接近于正方形.

①若菱形的一个内角为 $70°$,则该菱形的"接近度"等于_____;

②当菱形的"接近度"等于_____时,菱形是正方形.

(2)设矩形相邻两条边长分别是 a 和 $b(a \leqslant b)$,将矩形的"接近度"定义为 $|a - b|$,于是 $|a - b|$ 越小,矩形越接近于正方形.

你认为这种说法是否合理?若不合理,给出矩形的"接近度"一个合理定义.



(第11题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

6.4 探索三角形相似的条件

第1课时 平行线分线段成比例

名师点金

平行线除了具备构造“三线八角”相等或互补的功能外，还可以分线段成比例、构造相似三角形，而利用平行线得线段成比例或利用平行线证三角形相似的基本思路是：

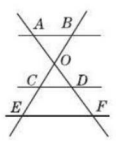
1. 善于从较复杂的几何图形中分离出基本图形：“△型”或“⨳型”，得到相应的比例式或相似三角形；
2. 平行是前提条件，没有平行线可以添加辅助线，一般从分点或中点出发作平行线.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见174页） 随堂导练

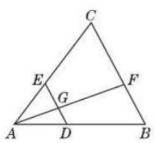
知识点1 平行线分线段成比例的基本事实

1. 【模拟 · 上海】如图，若 $AB \parallel CD \parallel EF$，则下列各式中，与 $\frac{AD}{AF}$ 相等的是（　　）

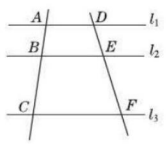
A. $\frac{AB}{EF}$　　B. $\frac{CD}{EF}$　　C. $\frac{BO}{OE}$　　D. $\frac{BC}{BE}$



（第1题）



（第2题）



（第3题）

2. 【2017 · 哈尔滨】如图，在△ABC中，D，E分别为AB，AC边上的点，$DE \parallel BC$，点F为BC边上一点，连接AF交DE于点G，则下列结论中一定正确的是（　　）

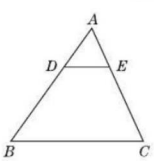
A. $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{EC}$　　B. $\frac{AG}{GF}=\frac{AE}{BD}$　　C. $\frac{BD}{AD}=\frac{CE}{AE}$　　D. $\frac{AG}{AF}=\frac{AC}{EC}$

3. 【2018 · 嘉兴】如图，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，直线$AC$交$l_1$，$l_2$，$l_3$于点$A$，$B$，$C$，直线$DF$交$l_1$，$l_2$，$l_3$于点$D$，$E$，$F$，已知 $\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$，则 $\frac{EF}{DE}=$ _____.

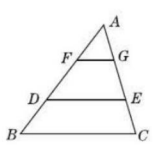
知识点2 基本事实的变式应用

4. 【2017 · 杭州】如图，在△ABC中，点D，E分别在边AB，AC上，$DE \parallel BC$，若$BD=2AD$，则（　　）

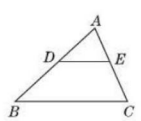
A. $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{2}$　　C. $\frac{AD}{EC}=\frac{1}{2}$　　D. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$



（第4题）



（第5题）



（第6题）

5. 如图，在△ABC中，$FG \parallel DE \parallel BC$，已知$DF=3$，$AG=EC=2$，则下列四个等式中一定正确的是（　　）

A. $FG \cdot DE=6$　　B. $DB \cdot GE=6$

C. $FG : DE=2 : 3$　　D. $CE : DB=3 : 2$

6. 【中考 · 温州】如图，在△ABC中，点D，E分别在边AB，AC上，$DE \parallel BC$. 已知$AE=6$，$\frac{AD}{DB}=\frac{3}{4}$，则$EC$的长是（　　）

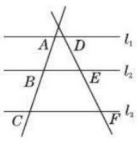
A. 4.5　　B. 8　　C. 10.5　　D. 14

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见174页) 课后导练

考查角度1 利用平行线分线段成比例的基本事实求线段的长

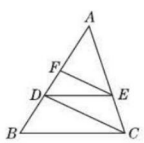
7. 如图,直线 $l_1 // l_2 // l_3$,直线 AC 分别交这三条直线于点 A,B,C,直线 DF 分别交这三条直线于点 D,E,F,若 $AB=3,DE=\frac{7}{2},EF=4$,求 BC 的长.



(第7题)

考查角度2 利用等比代换证比例中项(等比代换法)

8. 如图,在△ABC中,$DE // BC$,$EF // CD$. 求证:AD 是 AB 和 AF 的比例中项.

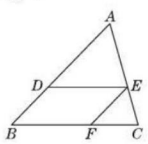


(第8题)

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见174页) 课后导练

命题角度 利用平行线分线段成比例的基本事实求线段长度

9. 【2017 · 恩施州】如图,在△ABC中,$DE // BC$,$\angle ADE=\angle EFC$,$AD:BD=5:3$,$CF=6$,求 DE 的长.

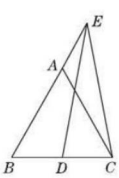


(第9题)

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见174页) 课后选练

拔尖角度 利用作平行线构造成比例线段的基本图形求线段的长(过分点作平行线法)

10. 【改编 · 天门】如图所示,三角形 ABC 为等边三角形,点 E 在 BA 的延长线上,点 D 在 BC 边上,且 $ED=EC$. 若三角形 ABC 的边长为4,$AE=2$,求 BD 的长.



(第10题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 用两角的相等关系（“两角法”）判定三角形相似

名师点金

两角分别相等的两个三角形相似.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见174页） 随堂导练

知识点1 用两组角判定两三角形相似

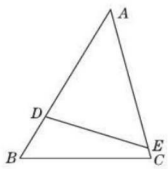
1. 下列所给两个三角形不一定相似的是(　　)

A. 两个等腰直角三角形　　B. 两个等边三角形

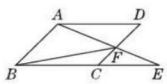
C. 两个直角三角形　　D. 各有一个角是100°的两个等腰三角形

2. 【2018 · 凉山州一模】如图,在△ABC中,若$\angle AED=\angle B$,$DE=6$,$AB=10$,$AE=8$,则BC的长为(　　)

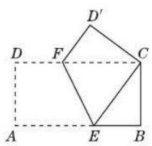
A. $\frac{15}{4}$　　B. 7　　C. $\frac{15}{2}$　　D. $\frac{24}{5}$



(第2题)



(第3题)



(第4题)

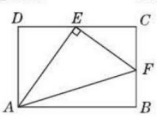
3. 【2018 · 邵阳】如图所示,点E是平行四边形$ABCD$的边BC的延长线上一点,连接AE,交CD于点F,连接BF. 写出图中任意一对相似三角形:_____.

4. 【2018 · 梅州模拟】如图,将矩形纸片$ABCD$折叠,使点A与点C重合,折痕为EF,若$AB=4$,$BC=2$,那么线段EF的长为_____.

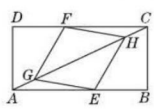
知识点2 用直角三角形判定两三角形相似

5. 如图,在矩形$ABCD$中,E,F分别是CD,BC上的点. 若$\angle AEF=90°$,则一定有(　　)

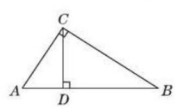
A. △ADE∽△ECF　　B. △ECF∽△AEF　　C. △ADE∽△AEF　　D. △AEF∽△ABF



(第5题)



(第6题)



(第7题)

6. 【中考 · 安徽】如图,矩形$ABCD$中,$AB=8$,$BC=4$,点E在AB上,点F在CD上,点G,H在对角线AC上,若四边形$EGFH$是菱形,则AE的长是(　　)

A. $2\sqrt{5}$　　B. $3\sqrt{5}$　　C. 5　　D. 6

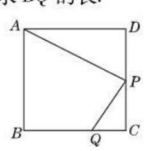
7. 如图,在△ABC中,$\angle ACB=90°$,$CD\perp AB$于点D,下列结论中:

①$AC\cdot BC=AB\cdot CD$;②$AC^2=AD\cdot DB$;③$BC^2=BD\cdot BA$;④$CD^2=AD\cdot DB$. 正确的个数是(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

易错点 相似情形考虑不全面,解答不完整

8. 如图,正方形$ABCD$的边长为1,P是CD边的中点,Q在线段BC上,当△ADP与△QCP相似时,求BQ的长.



(第8题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

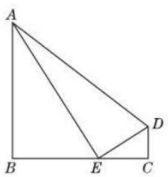
Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见174页) 课后导练

考查角度1 利用相似三角形求线段的长

9. 【2018 · 佛山市顺德区期末】如图，$AB \perp BC$，$DC \perp BC$，E 是 BC 上一点，使得 $AE \perp DE$；

(1)求证：$\triangle ABE \backsim \triangle ECD$；

(2)若 $AB=4$，$AE=BC=5$，求 CD 的长.



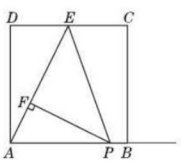
(第9题)

考查角度2 利用相似三角形不确定对应关系求线段长

10. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为2，E 是 CD 的中点，点 P 在射线 AB 上，过点 P 作线段 AE 的垂线段，垂足为 F.

(1)求证：$\triangle PAF \backsim \triangle AED$；

(2)连接 PE，若存在点 P 使 $\triangle PEF$ 与 $\triangle AED$ 相似，直接写出 PA 的长为_____.



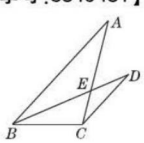
(第10题)

Ⅲ 链接中考 · 真题练 (答案见174页) 课后导练

命题角度1 利用相似三角形求线段长

11. 【2018 · 江西】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=8$，$BC=4$，$CA=6$，$CD \parallel AB$，BD 是 $\angle ABC$ 的平分线，BD 交 AC 于点 E. 求 AE 的长.

【导学号:8349431】



(第11题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

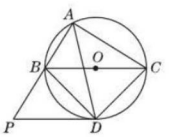
命题角度2 利用相似三角形探究与圆有关的综合题

12. 【2017·聊城】如图，⊙O是△ABC的外接圆，O点在BC边上，∠BAC的平分线交⊙O于点D，连接BD，CD，过点D作BC的平行线，与AB的延长线相交于点P.

(1)求证：PD是⊙O的切线；

(2)求证：△PBD∽△DCA；

(3)当$AB=6$，$AC=8$时，求线段PB的长.

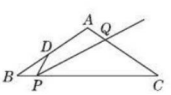


（第12题）

Ⅳ 探究培优·拓展练 （答案见175页） 课后选练

拔尖角度 利用相似三角形探究二次函数的极值问题

13. 如图，等腰△ABC中，$AB=AC=4$，$BC=m$，点D是边AB的中点，点P是边BC上的动点，且不与B，C重合，∠DPQ=∠B，射线PQ交AC于点Q. 当点Q总在边AC上时，求m的最大值.



（第13题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时 利用两边及夹角的关系（“两边夹角法”）判定三角形相似

名师点金

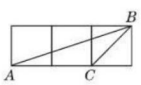
利用两边和夹角判断两个三角形是否相似的方法：

1. 先找到两个三角形中相等的角；
2. 分别找到两个三角形中夹这个等角的两条边，并按其大小顺序排列以便找到对应边；
3. 看这两边是否成比例，若成比例，则两个三角形相似，否则不相似.

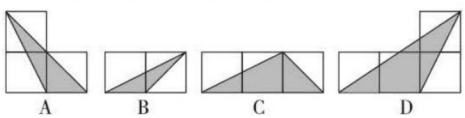
夯实基础 · 逐点练 (答案见175页) 随堂导练

知识点 用两边夹角法判定相似三角形

1. 【2018 · 杭州市临安区】如图，小正方形的边长均为1，则下列图中的三角形（阴影部分）与△ABC相似的是(　　)

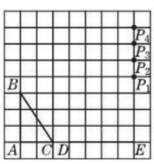


（第1题）

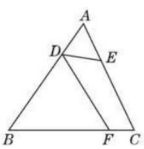


2. 【中考 · 贵阳】如图，在方格纸中，△ABC和△EPD的顶点均在格点上，要使△ABC∽△EPD，则点P所在的格点为(　　)

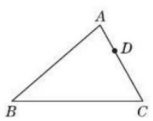
A. P_1　　B. P_2　　C. P_3　　D. P_4



（第2题）



（第3题）



（第4题）

3. 【2017 · 潍坊】如图，在△ABC中，$AB \neq AC$. D，E分别为边AB，AC上的点. $AC = 3AD$，$AB = 3AE$，点F为BC边上一点，添加一个条件：_____，可以使得△FDB与△ADE相似.（只需写出一个）

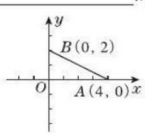
4. 如图，在△ABC中，$AB = 8$，$AC = 6$，点D在AC上，且$AD = 2$，如果要在AB上找一点E，使△ADE与△ABC相似，那么AE = _____.

易错点1 在应用两边和夹角判断两个三角形相似时，忽略“夹角”而致错

5. 已知△ABC和△$A'B'C'$，$\angle A = 50°$，$\angle A' = 50°$，$AB = 8$，$BC = 15$，$A'B' = 16$，$B'C' = 30$，请问这两个三角形是否相似？请说明你的理由.

易错点2 考虑问题不全面而漏解

6. 【2018 · 南京市六合区模拟】如图，在平面直角坐标系中有两点$A(4,0)$，$B(0,2)$，如果点C在x轴上（C与A不重合），当点C的坐标为_____时，使得由点B，O，C组成的三角形与△AOB相似.



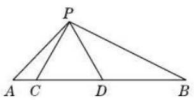
（第6题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见175页） 课后导练

考查角度1 利用相似三角形的判定和性质证相似与求角的度数问题

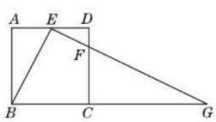
7. 【2018 · 南京市江宁区期中】如图，点 C，D 在线段 AB 上，$\triangle PCD$ 是等边三角形.
（1）当 AC，CD，DB 满足怎样的关系时，$\triangle ACP \backsim \triangle PDB$；
（2）当 $\triangle ACP \backsim \triangle PDB$ 时，求 $\angle APB$ 的度数.



（第7题）

考查角度2 利用相似三角形的性质求正方形中线段的长

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，E，F 分别是边 AD，CD 上的点，$AE = ED$，$DF = \frac{1}{4}DC$，连接 EF 并延长交 BC 的延长线于点 G，连接 BE.
（1）求证：$\triangle ABE \backsim \triangle DEF$；
（2）若正方形 $ABCD$ 的边长为4，求 BG 的长.

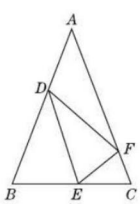


（第8题）

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见175页） 课后导练

命题角度1 等腰三角形中的相似问题

9. 【2017 · 宿迁】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，点 E 在边 BC 上移动（点 E 不与点 B，C 重合），满足 $\angle DEF = \angle B$，且点 D，F 分别在边 AB，AC 上.
（1）求证：$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$；
（2）当点 E 移动到 BC 的中点时，求证：FE 平分 $\angle DFC$.



（第9题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

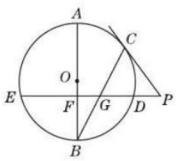
命题角度2 利用相似三角形解与圆结合的问题

10. 【中考·安顺】如图，已知 AB 是⊙O 的直径，BC 是⊙O 的弦，弦 $ED\perp AB$ 于点 F，交 BC 于点 G，过点 C 的直线与 ED 的延长线交于点 P，$PC=PG$.

(1)求证：PC 是⊙O 的切线；

(2)当点 C 在劣弧 AD 上运动时，其他条件不变，若 $BG^2=BF\cdot BO$，求证：点 G 是 BC 的中点；

(3)在满足(2)的条件下，若 $AB=10$，$ED=4\sqrt{6}$. 求 BG 的长.



(第10题)

Ⅳ 探究培优·拓展练 ☞(答案见175页) 课后选练

拔尖角度 旋转变换中的相似问题

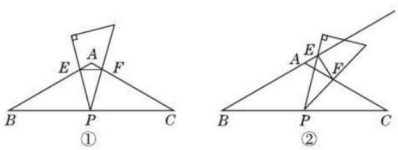
11. 【2018·常州期末】在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，P 为 BC 的中点，小明拿着含有30°角的透明直角三角板，使30°角的顶点落在点 P 上，三角板绕 P 点旋转.

(1)如图①，当三角板的一直角边和斜边分别与 AB，BC 交于点 E，F 时，连接 EF，请证明：△BPE∽△CFP.

(2)操作：将三角板绕点 P 旋转到图②的情形时，三角板的两边分别交 BA 的延长线，边 AC 于点 E，F，连接 EF.

①探究1：△BPE 与△CFP 相似吗？请说明理由.

②探究2：△BPE 与△PFE 相似吗？请说明理由.



(第11题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第4课时 利用三边关系（“三边法”）判定三角形相似

名师点金

利用三边成比例判定三角形是否相似的方法：
1. 把两个三角形的边分别按照从小到大的顺序排列（其目的就是找到两个三角形的对应边），不妨分别叫做小边、中边、大边；
2. 分别计算小边、中边、大边的比；
3. 看三边是否成比例，若成比例，则两个三角形相似，否则不相似.
特别地，若三边成比例且比值等于1，则两个三角形全等.

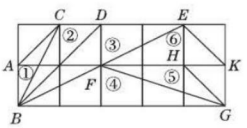
Ⅰ 夯实基础·逐点练 （答案见175页） 随堂导练

知识点1 用三边对应成比例判定两三角形相似

1. 若$\triangle ABC$和$\triangle A'B'C'$满足下列条件，其中使$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$相似的是（　　）
A. $AB=2$ cm，$BC=2$ cm，$AC=3$ cm；$A'B'=6$ cm，$B'C'=4$ cm，$A'C'=6$ cm
B. $AB=2$ cm，$BC=3$ cm，$AC=4$ cm；$A'B'=3$ cm，$B'C'=6$ cm，$A'C'=\frac{9}{2}$ cm
C. $AB=10$ cm，$BC=AC=8$ cm；$A'B'=\sqrt{6}$ cm，$B'C'=A'C'=\sqrt{5}$ cm
D. $AB=1$ cm，$BC=\sqrt{5}$ cm，$AC=3$ cm；$A'B'=\sqrt{15}$ cm，$B'C'=2\sqrt{3}$ cm，$A'C'=\sqrt{6}$ cm

2. 【2018·凉州区一模】在$\triangle ABC$与$\triangle A'B'C'$中，有下列条件：(1)$\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}$；(2)$\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}$；(3)$\angle A=\angle A'$；(4)$\angle C=\angle C'$. 如果从中任取两个条件组成一组，那么能判断$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$的共有（　　）
A. 1组　　B. 2组　　C. 3组　　D. 4组

3. 如图所示，在正方形网格上有6个三角形：①$\triangle ABC$；②$\triangle BCD$；③$\triangle BDE$；④$\triangle BFG$；⑤$\triangle FGH$；⑥$\triangle EFK$. ②～⑥中与①相似的是（　　）
A. ②③④　　B. ③④⑤
C. ④⑤⑥　　D. ②③⑥



（第3题）

知识点2 三边对应成比例定理的应用

4. 【2017·河北】若$\triangle ABC$的每条边长增加各自的10%得$\triangle A'B'C'$，则$\angle B'$的度数与其对应角$\angle B$的度数相比（　　）
A. 增加了10%　　B. 减少了10%　　C. 增加了(1+10%)　　D. 没有改变

5. 【2018·姜堰模拟】一个铝质三角形框架三条边长分别为24 cm，30 cm，36 cm，要估做一个与它相似的铝质三角形框架，现有长为27 cm，45 cm的两根铝材，要求以其中的一根为一边，从另一根上截下两段（允许有余料）作为另外两边，截法有（　　）
A. 0种　　B. 1种　　C. 2种　　D. 3种

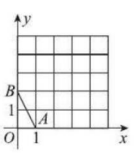
6. 【2018·苏州校级期末】已知：在$\triangle ABC$中，$AB=4$，$BC=5$，$CA=6$.
(1)如果$DE=10$，那么当$EF=$_____，$FD=$_____时，$\triangle DEF\backsim\triangle ABC$；
(2)如果$DE=10$，那么当$EF=$_____，$FD=$_____时，$\triangle FDE\backsim\triangle ABC$.

易错点1 受直角三角形思维定式影响而产生漏解

7. 【中考·东营】如果一个直角三角形的两条边长分别是6和8，另一个与它相似的直角三角形三边长分别是3，4及x，那么x的值（　　）
A. 只有1个　　B. 可以有2个　　C. 可以有3个　　D. 有无数个

易错点2 考虑问题不全面而漏解

8. 在方格纸中，每个小方格的顶点称为格点，以格点的连线为边的三角形叫做格点三角形，如图所示的5×5的方格纸中，要作格点$\triangle ABC$与$\triangle OAB$相似（相似比不能为1），则点C的坐标是_____.



（第8题）

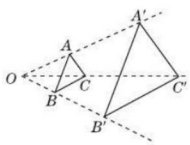
【导学号：8349431】

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见176页) 课后导练

考查角度1 利用三边的比相等判定三角形相似

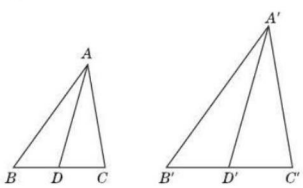
9. 【2018 · 太原模拟】如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 外的一点，分别在射线 OA，OB，OC 上取一点 A'，B'，C'，使得 $\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=3$，连接 $A'B'$，$B'C'$，$C'A'$，所得 $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 是否相似？证明你的结论.



（第9题）

考查角度2 利用两边及第三边上的中线成比例判定三角形相似

10. 如图，D，D' 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的边 BC，$B'C'$ 的中点，且 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{AD}{A'D'}$，求证：$\triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$.



（第10题）

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见176页) 课后导练

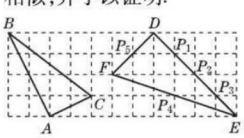
命题角度 利用相似三角形的判定探究网格中的三角形相似

11. 【中考 · 菏泽】如图，在边长为1的小正方形组成的网格中，$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的顶点都在格点上，P_1，P_2，P_3，P_4，P_5 是 $\triangle DEF$ 边上的5个格点，请按要求完成下列各题：

(1) 试证明 $\triangle ABC$ 为直角三角形；

(2) 判断 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 是否相似，并说明理由；

(3) 画一个三角形，使它的三个顶点为 P_1，P_2，P_3，P_4，P_5 中的3个格点并且与 $\triangle ABC$ 相似，并予以证明.



（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见176页） 课后选练

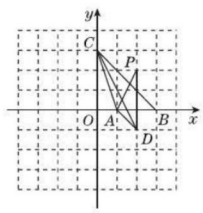
拔尖角度1 利用相似三角形的判定解坐标系中有关相似的问题

12. 如图，在平面直角坐标系中，$A(1,0)$，$B(3,0)$，$C(0,3)$，$D(2,-1)$，$P(2,2)$.

（1）$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADP$ 相似吗？说明理由.

（2）在图中标出点 D 关于 y 轴的对称点 D'，连接 AD'，CD'，判断 $\triangle ACD'$ 的形状，并说明理由.

（3）求 $\angle OCA+\angle OCD$ 的度数.



（第12题）

拔尖角度2 利用相似三角形解与二次函数综合问题

13. 【2018 · 南京市栖霞区模拟】学习《图形的相似》后，我们可以借助探索两个直角三角形全等的条件所获得的经验，继续探索两个直角三角形相似的条件.

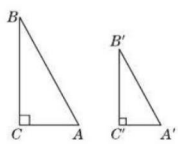
（1）“对于两个直角三角形，满足一边一锐角对应相等，或两直角边对应相等，两个直角三角形全等”. 类似地你可以得到：“满足_____，或_____，两个直角三角形相似”.

（2）“满足斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等”，类似地你可以得到“满足_____的两个直角三角形相似”.

请结合下列所给图形，写出已知，并完成说理过程.

已知：如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle A'B'C'$ 中，$\angle C=\angle C'=90°$，_____.

试说明 $\mathrm{Rt}\triangle ABC\backsim\mathrm{Rt}\triangle A'B'C'$.



（第13题）

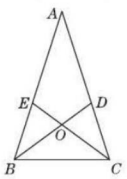
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5课时 与判定相似三角形有关的应用

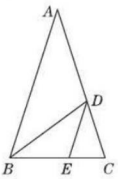
夯实基础 · 逐点练 (答案见176页) 随堂导练

知识点1 黄金三角形

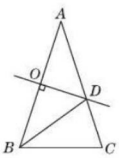
1. 【2018 · 宜兴期末】我们称顶角为36°的等腰三角形为“黄金三角形”. 如图所示,现有一等腰△ABC,其中$AB=AC$,且$\angle ACB=2\angle A$,$\angle ABC$,$\angle ACB$的平分线BD,CE交于点O,则图中的“黄金三角形”共有_____个.



(第1题)



(第2题)



(第3题)

2. 【2018 · 杭州模拟】顶角为36°的等腰三角形称为黄金三角形,如图,△ABC,△BCD,△DEC都是黄金三角形,已知$AB=2$ cm,则$DE=$_____cm.

3. 如图,在△ABC中,$\angle A=36°$,$AB=AC$,AB的垂直平分线OD交AB于点O,交AC于点D,连接BD,下列结论错误的是(　　)

A. $\angle C=2\angle A$　　B. BD平分$\angle ABC$

C. $S_{\triangle BCD}=S_{\triangle BOD}$　　D. 点D为线段AC的黄金分割点

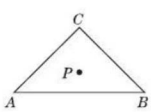
知识点2 三角形的重心

4. 【2018 · 上海模拟】直角三角形斜边长为6,那么三角形的重心到斜边中点的距离为_____.

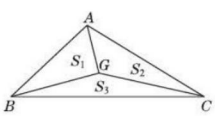
5. 【2018 · 上海市松江区模拟】我们把两个三角形的重心之间的距离叫做重心距,在同一个平面内有两个边长相等的等边三角形,如果当它们的一边重合时,重心距为2,那么当它们的一对角成对顶角时,重心距为_____.

6. 【2017 · 湖州】如图,已知在Rt△ABC中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,$AB=6$,点P是Rt△ABC的重心,则点P到AB所在直线的距离等于(　　)

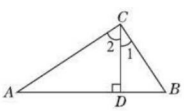
A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{3}{2}$　　D. 2



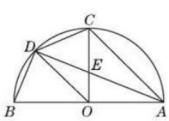
(第6题)



(第7题)



(第8题)



(第10题)

7. 【2018 · 姜堰期中】如图,G是△ABC的重心,其中△ABG,△ACG,△BCG的面积分别表示为S_1,S_2,S_3,那么有(　　)

A. $S_1=S_2=S_3$　　B. $S_1<S_2<S_3$　　C. $S_1=S_2<S_3$　　D. $S_1=S_2>S_3$

知识点3 综合三角形相似的判定方法

8. 【2018 · 牡丹江二模】如图,△ABC中,$CD\perp AB$于D,一定能确定△ABC为直角三角形的条件的个数是(　　)

①$\angle 1=\angle A$;②$\frac{CD}{AD}=\frac{DB}{CD}$;③$\angle B+\angle 2=90°$;④$BC:AC:AB=3:4:5$;⑤$AC\cdot BD=AD\cdot CD$.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9. 【2017 · 随州】在△ABC中,$AB=6$,$AC=5$,点D在边AB上,且$AD=2$,点E在边AC上,当$AE=$_____时,以A,D,E为顶点的三角形与△ABC相似.

10. 【2017 · 东营】如图,AB是半圆的直径,半径$OC\perp AB$于点O,D为半圆上一点,$AC\parallel OD$,AD与OC交于点E,连接CD,BD,给出以下三个结论:①OD平分$\angle COB$;②$BD=CD$;③$CD^2=CE\cdot CO$. 其中正确结论的序号是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

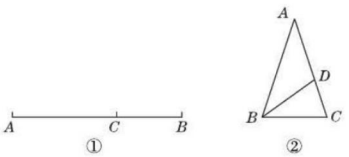
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见176页） 课后导练

考查角度 利用黄金三角形求解相关问题

11. 【中考 · 莆田】如图①，在线段 AB 上，若满足 $AC^2 = BC \cdot AB$，则称点 C 为线段 AB 的黄金分割点. 如图②，在 $\triangle ABC$ 中，$AB = AC = 1$，$\angle A = 36°$，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D.

(1)求证：点 D 是线段 AC 的黄金分割点；

(2)求线段 AD 的长.



（第11题）

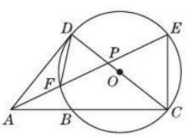
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见177页） 课后导练

命题角度 利用圆中三角形相似进行计算

12. 【2017 · 鞍山】如图，$\triangle ACE$，$\triangle ACD$ 均为直角三角形，$\angle ACE = 90°$，$\angle ADC = 90°$，AE 与 CD 相交于点 P，以 CD 为直径的 $\odot O$ 恰好经过点 E，并与 AC，AE 分别交于点 B 和点 F.

(1)求证：$\angle ADF = \angle EAC$.

(2)若 $PC = \frac{2}{3}PA$，$PF = 1$，求 AF 的长.



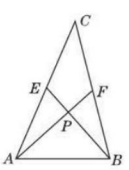
（第12题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见177页） 课后选练

拔尖角度 参数法在相似三角形证明问题中的应用

13. 【2018 · 邵阳模拟】尤秀同学遇到了这样一个问题：如图所示，已知 AF，BE 是 $\triangle ABC$ 的中线，且 $AF \perp BE$，垂足为 P，设 $BC = a$，$AC = b$，$AB = c$.

求证：$a^2 + b^2 = 5c^2$.



（第13题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6.5 相似三角形的性质

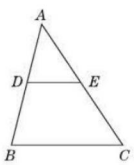
第1课时 相似三角形的性质（1）

1 夯实基础 · 逐点练 (答案见177页) 随堂导练

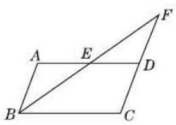
知识点1 相似三角形（多边形）的周长比等于相似比

1. 【2017 · 张家界】如图，D,E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB,AC 上的中点，如果 $\triangle ADE$ 的周长是 6，则 $\triangle ABC$ 的周长是（　　）

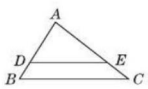
A. 6　　B. 12　　C. 18　　D. 24



（第1题）



（第2题）



（第5题）

2. 【2018 · 南京市高淳区二模】如图，在 $\square ABCD$ 中，E 是 AD 边上的中点，连接 BE，并延长 BE 交 CD 延长线于点 F，则 $\triangle EDF$ 与 $\triangle BCF$ 的周长之比是_____.

3. 【2018 · 西安市雁塔区期末】两个相似三角形的最短边分别为 5 cm 和 3 cm，它们的周长之差为 14 cm，那么小三角形的周长为_____cm.

知识点2 相似三角形（多边形）的面积比等于相似比的平方

4. 【2018 · 内江】已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 相似，且相似比为 1∶3，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积比为（　　）

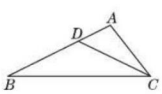
A. 1∶1　　B. 1∶3　　C. 1∶6　　D. 1∶9

5. 【2018 · 随州】如图，平行于 BC 的直线 DE 把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，则 $\dfrac{BD}{AD}$ 的值为（　　）

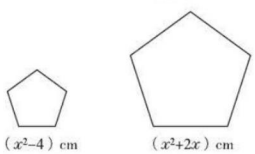
A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

6. 【2017 · 永州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是 AB 边上的一点，若 $\angle ACD=\angle B$，$AD=1$，$AC=2$，$\triangle ADC$ 的面积为 1，则 $\triangle BCD$ 的面积为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4



（第6题）



（第7题）

7. 如图，两个正五边形的面积比是 1∶4，其中小正五边形的边长为 (x^2-4) cm，大正五边形的边长为 (x^2+2x) cm（其中 $x>0$），则这两个正五边形周长的和_____cm.

易错点 误认为相似三角形的面积比等于相似比

8. 已知两个相似三角形的一对对应边长分别是 35 cm 和 14 cm，已知它们的面积相差 588 cm^2，求这两个三角形的面积.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

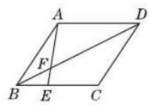
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见177页） 课后导练

考查角度 相似三角形性质的运用

9. 如图，在$\square ABCD$中，E是BC边上一点，且$BE=\frac{1}{2}EC$，BD，AE相交于点F.

(1)求$\triangle BEF$的周长与$\triangle AFD$的周长之比；

(2)若$S_{\triangle BEF}=6\ \text{cm}^2$，求$S_{\triangle AFD}$.



（第9题）

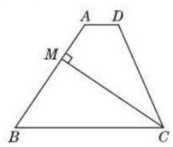
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见177页） 课后导练

命题角度 根据相似三角形的性质计算面积

10. 【2017 · 内江】如图，四边形$ABCD$中，$AD/\!/BC$，CM是$\angle BCD$的平分线，且$CM\perp AB$，M为垂足，$AM=\frac{1}{3}AB$.

若四边形$ABCD$的面积为$\frac{15}{7}$，求四边形$AMCD$的面积.

【导学号:8349431】



（第10题）

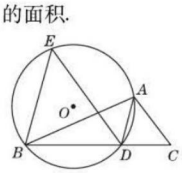
Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见177页） 课后选练

拔尖角度 利用相似三角形性质解决圆、一元二次方程的综合问题

11. 【2018 · 太仓模拟】如图，已知AD是$\triangle ABC$的角平分线，$\odot O$经过A，B，D三点，过点B作$BE/\!/AD$，交$\odot O$于点E，连接ED.

(1)求证：$ED/\!/AC$；

(2)若$BD=2CD$，设$\triangle EBD$的面积为S_1，$\triangle ADC$的面积为S_2，且$S_1^2-16S_2+4=0$，求$\triangle ABC$的面积.



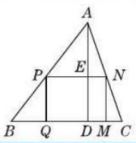
（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 相似三角形的性质（2）

名师点金

用相似三角形对应边上的高的比解三角形内接四边形问题应掌握两点：
1. 常见图形：三角形内接四边形常见图形如右图，即三角形存在一个内接矩形.
2. 基本方法：利用相似三角形对应边上的高的比等于相似比列方程求解.



Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见177页) 随堂导练

知识点1 相似三角形对应线段的比等于相似比

1. 【2017·重庆】若$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，相似比为3∶2，则对应高的比为(　　)

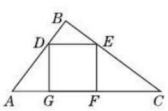
A. 3∶2　　B. 3∶5　　C. 9∶4　　D. 4∶9

2. 【2018·兰州模拟】已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，若$\triangle ABC$与$\triangle DEF$的相似比为$\frac{3}{4}$，则$\triangle ABC$与$\triangle DEF$对应中线的比为(　　)

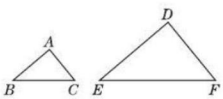
A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{9}{16}$　　D. $\frac{16}{9}$

3. 【2018·江阴期中】如图，有一块直角边$AB=3$，$BC=4$的$Rt\triangle ABC$的铁片，现要把它加工成一个正方形(加工中的损耗忽略不计)，则正方形的边长为(　　)

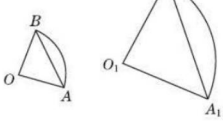
A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{30}{37}$　　C. $\frac{12}{7}$　　D. $\frac{60}{37}$



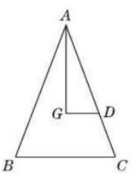
(第3题)



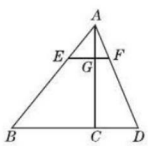
(第4题)



(第5题)



(第6题)



(第7题)

知识点2 相似三角形周长比等于对应线段的比，面积比等于对应线段的比的平方

4. 【2017·连云港】如图，已知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，$AB:DE=1:2$，则下列等式一定成立的是(　　)

A. $\frac{BC}{DF}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\angle A\text{的度数}}{\angle D\text{的度数}}=\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\triangle ABC\text{的面积}}{\triangle DEF\text{的面积}}=\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\triangle ABC\text{的周长}}{\triangle DEF\text{的周长}}=\frac{1}{2}$

5. 【2018·常德模拟】若两个扇形满足弧长的比等于它们半径的比，则称这两个扇形相似. 如图，如果扇形AOB与扇形$A_1O_1B_1$是相似扇形，且半径$OA:O_1A_1=k(k$为不等于0的常数$)$，那么下面四个结论：

①$\angle AOB=\angle A_1O_1B_1$；②$\triangle AOB\backsim\triangle A_1O_1B_1$；③$\frac{AB}{A_1B_1}=k$；④扇形$AOB$与扇形$A_1O_1B_1$的面积之比为$k^2$.

成立的个数为(　　)

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

6. 如图，G是$\triangle ABC$的重心，$GD/\!/BC$交AC于D，则$S_{\triangle ADG}:S_{\triangle ABC}=$_____.

易错点 找相似比时，容易找错对应关系得出错误的相似比

7. 【2018·呼伦贝尔模拟】如图，$\triangle ABD$中，$EF/\!/BD$交AB于点E，交AD于点F，AC交EF于点G，交BD于点C，$S_{\triangle AEG}=\frac{1}{8}S_{四边形EBCG}$，则$\frac{AF}{AD}$的值为(　　)

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

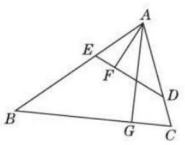
Ⅱ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见178页） 课后导练

命题角度1 利用对应高之比等于相似比进行计算

8. 【2017 · 杭州】如图，在锐角三角形 ABC 中，点 D,E 分别在边 AC,AB 上，$AG\perp BC$ 于点 G，$AF\perp DE$ 于点 F，$\angle EAF=\angle GAC$.

（1）求证：$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$；

（2）若 $AD=3,AB=5$，求 $\dfrac{AF}{AG}$ 的值.



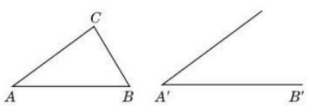
（第8题）

命题角度2 对应中线之比等于相似比定理的画图与证明

9. 【2018 · 福建】求证：相似三角形对应边上的中线之比等于相似比.

要求：①根据给出的 $\triangle ABC$ 及线段 $A'B'$，$\angle A'(\angle A'=\angle A)$，以线段 $A'B'$ 为一边，在给出的图形上用尺规作出 $\triangle A'B'C'$，使得：$\triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$，不写作法，保留作图痕迹；

②在已有的图形上画出一组对应中线，并据此写出已知、求证和证明过程.



（第9题）

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见178页） 课后选练

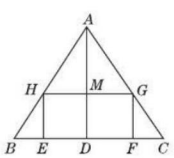
拔尖角度 利用相似三角形性质解与二次函数的综合题

10. 【2018 · 盐城校级月考】如图，$\triangle ABC$ 是一张锐角三角形的硬纸片，AD 是边 BC 上的高，$BC=40$ cm，$AD=30$ cm，从这张硬纸片上剪下一个长 HG 是宽 HE 的2倍的矩形 $EFGH$，使它的一边 EF 在 BC 上，顶点 G,H 分别在 AC,AB 上，AD 与 HG 的交点为 M.

（1）求证：$\dfrac{AM}{AD}=\dfrac{HG}{BC}$.

（2）求这个矩形 $EFGH$ 的周长.

（3）是否存在一个实数 a，当 $HE=a$ cm 时，从三角形硬纸片上剪下的矩形面积最大？若存在，试求出 a；若不存在，请说明理由.



（第10题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6.6 图形的位似

名师点金

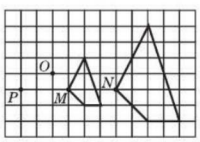
位似图形包括以下几点内容：
1. 位似图形首先是相似图形.
2. 位似图形都有一个位似中心，它是所有对应点的连线都经过的那一个点.
两个图形必须同时具备这两个条件才能是位似图形，缺一不可.
3. 位似中心的位置由两个位似图形的位置决定，可能在图形的中心，可能在两个图形中间，也可能在两个图形的同一侧. 同时，还可以利用位似比对图形进行放大或缩小，使得放大前后的两个图形是位似图形.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见178页) 随堂导练

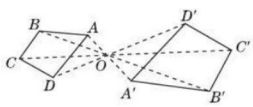
知识点1 位似多边形的定义

1. 图中两个四边形是位似多边形，它们的位似中心是(　　)

A. 点 M　　B. 点 N　　C. 点 O　　D. 点 P



(第1题)



(第3题)

2. 【改编 · 东营】下列关于位似多边形的表述：①相似多边形一定是位似多边形，位似多边形一定是相似图形；②位似多边形一定有位似中心；③如果两个多边形是相似图形，且每组对应点的连线所在的直线都经过同一个点，那么，这两个多边形是位似多边形；④位似多边形上任意两点与位似中心的距离之比等于位似比. 其中表述正确的序号是(　　)

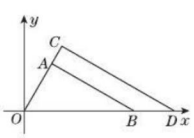
A. ②③　　B. ①②　　C. ③④　　D. ②③④

知识点2 位似多边形的性质

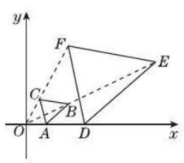
3. 【2017 · 成都】如图，四边形 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$ 是以点 O 为位似中心的位似图形，若 $OA : OA' = 2 : 3$，则四边形 $ABCD$ 与四边形 $A'B'C'D'$ 的面积比为(　　)

A. $4 : 9$　　B. $2 : 5$　　C. $2 : 3$　　D. $\sqrt{2} : \sqrt{3}$

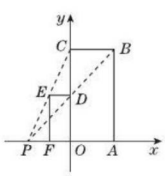
4. 【2018 · 菏泽】如图，$\triangle OAB$ 与 $\triangle OCD$ 是以点 O 为位似中心的位似图形，相似比为 $3 : 4$，$\angle OCD = 90°$，$\angle AOB = 60°$，若点 B 的坐标是 $(6,0)$，则点 C 的坐标是_____.



(第4题)



(第5题)



(第7题)

5. 【2017 · 阿坝州】如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(1,0)$，$D(3,0)$，$\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 位似，原点 O 是位似中心. 若 $AB = 1.5$，则 $DE =$ _____.

6. 【2017 · 滨州】在平面直角坐标系中，点 C，D 的坐标分别为 $C(2,3)$，$D(1,0)$，现以原点为位似中心，将线段 CD 放大得到线段 AB. 若点 D 的对应点 B 在 x 轴上且 $OB = 2$，则点 C 的对应点 A 的坐标为_____.

7. 【2018 · 北京市通州区一模】如图，已知矩形 $OABC$ 与矩形 $ODEF$ 是位似图形，P 是位似中心，若点 B 的坐标为 $(2,4)$，点 E 的坐标为 $(-1,2)$，则点 P 的坐标为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

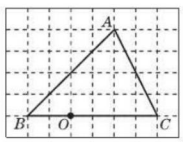
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见178页） 课后导练

考查角度 利用位似多边形的性质将三角形缩小并求线段的长度

8. 如图，在6×8的网格中，每个小正方形的边长均为1，点 O 和△ABC 的顶点均为小正方形的顶点.

(1) 在图中△ABC 的内部作△$A'B'C'$，使△$A'B'C'$和△ABC 位似，且位似中心为点 O，位似比为 1∶2；

(2) 连接(1)中的 AA'，则线段 AA'的长度是_____.



（第8题）

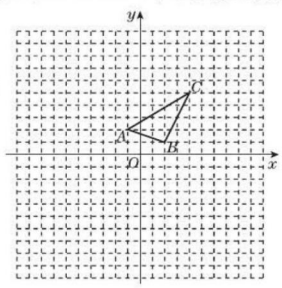
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见178页） 课后导练

命题角度 利用位似多边形的性质画图并求格点三角形的面积

9. 【2017 · 凉山州】如图，在边长为1的正方形网格中建立平面直角坐标系，已知△ABC 三个顶点分别为 $A(-1,2)$，$B(2,1)$，$C(4,5)$.

(1) 画出△ABC 关于 x 轴对称的△$A_1B_1C_1$；

(2) 以原点 O 为位似中心，在 x 轴的上方画出△$A_2B_2C_2$，使△$A_2B_2C_2$ 与△ABC 位似，且位似比为2，并求出△$A_2B_2C_2$ 的面积.



（第9题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见179页） 课后选练

拔尖角度 利用位似多边形的定义和性质探究与位似相关的问题

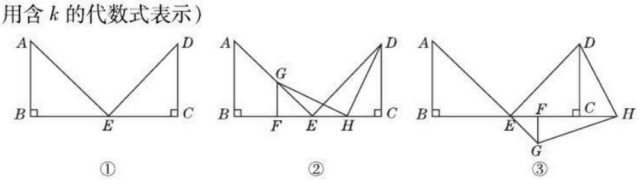
10. 【2018 · 河北模拟】如图①，点 E 是线段 BC 的中点，分别以 BC 为直角顶点的△EAB 和△EDC 均是等腰三角形，且在 BC 同侧.

(1) AE 和 ED 的数量关系为_____；AE 和 ED 的位置关系为_____.

(2) 在图①中，以点 E 为位似中心，作△EGF 与△EAB 位似，点 H 是 BC 所在直线上的一点，连接 GH，HD，分别得到图②和图③.

①在图②中，点 F 在 BE 上，△EGF 与△EAB 的相似比 1∶2，H 是 EC 的中点. 求证：$GH=HD$，$GH\perp HD$.

②在图③中，点 F 在 BE 延长线上，△EGF 与△EAB 的相似比是 k∶1，若 $BC=2$，请直接写出 CH 的长为多少时，恰好使 $GH=HD$ 且 $GH\perp HD$.（用含 k 的代数式表示）



①　②　③
（第10题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6.7 用相似三角形解决问题

第1课时 平行投影

名师点金

平行投影的特点:(光线平行)
1. 在同一时刻,不同物体的影子同向,且不同物体的物高和影长成比例.
2. 在不同时刻,同一物体的影子的方向和大小可能不同.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见179页) 随堂导练

知识点 平行投影

1. 【2018 · 淄博模拟】下列图形中,表示两棵小树在同一时刻阳光下的影子的图形可能是(　　)



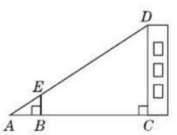
A　　B　　C　　D

2. 【2018 · 宜宾期末】小兵身高1.4 m,他的影长是2.1 m,若此时学校旗杆的影长是18 m,那么旗杆的高度是(　　)

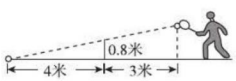
A. 9 m　　B. 11 m　　C. 12 m　　D. 27 m

3. 【2018 · 临沂】如图,利用标杆 BE 测量建筑物的高度. 已知标杆 BE 高1.2 m,测得 $AB=1.6$ m,$BC=12.4$ m. 则建筑物 CD 的高是(　　)

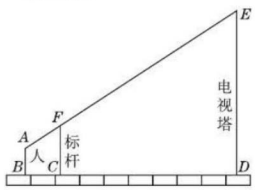
A. 9.3 m　　B. 10.5 m　　C. 12.4 m　　D. 14 m



(第3题)



(第4题)

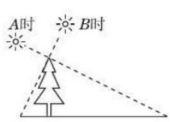


(第5题)

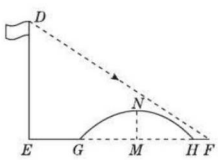
4. 【2018 · 崇州模拟】如图,网高为0.8米,击球点到网的水平距离为3米,小明在打网球时,要使球恰好能打过网,且落地点恰好在离网4米的位置上,则球拍击球的高度为_____米.

5. 【2018 · 武汉市汉阳区校级月考】如图,某测量工作人员从 A 处看到标杆顶端 F、电视塔顶端 E 在同一直线上,已知此人眼睛距地面1.6米,标杆长3.2米,且 $BC=1$ 米,$CD=5$ 米,则电视塔的高 $ED=$_____.

6. 【2018 · 泰州市高港区校级月考】如图,小明在 A 时测得某树的影长为8 m,B 时又测得该树的影长为2 m,若两次日照的光线互相垂直,则树的高度为_____m.



(第6题)



(第7题)

7. 【2018 · 武汉模拟】如图所示,数学小组发现8米高的旗杆 DE 的影子 EF 落在了包含一圆弧型小桥在内的路上,于是他们开展了测算小桥所在圆的半径的活动. 小刚身高1.6米,测得其影长为2.4米,同时测得 EG 的长为3米,HF 的长为1米,测得小桥拱高(弧 GH 的中点到弦 GH 的距离,即 MN 的长)为2米,则小桥所在圆的半径为_____米.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

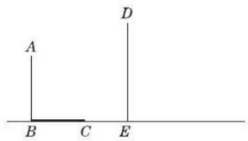
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见179页） 课后导练

考查角度1 利用平行投影的定义作图

8. 【2018 · 嘉兴市南湖区校级月考】如图，AB 和 DE 是直立在地面上的两根立柱，$AB=5$ m，某一时刻，AB 在阳光下的投影 $BC=4$ m.

(1) 请你在图中画出此时 DE 在阳光下的投影；

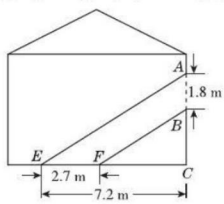
(2) 在测量 AB 的投影长时，同时测出 DE 在阳光下的投影长为 6 m，请你计算 DE 的长.



（第8题）

考查角度2 利用平行光线测量物体的高度

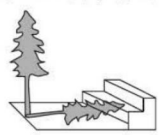
9. 【2018 · 天津市河西区模拟】如图，阳光通过窗口照射到室内，在地面上留下 2.7 m 宽的亮区，已知亮区到窗口下的墙脚距离 $EC=7.2$ m，窗口高 $AB=1.8$ m. 求窗口底边离地面的高 BC.



（第9题）

考查角度3 利用影长测量物体的高度

10. 【2018 · 宜兴校级期末】兴趣小组的同学要测量树的高度. 在阳光下，一名同学测得一根长为 1 米的竹竿的影长为 0.5 米，同时另一名同学测量树的高度时，发现树的影子不全落在地面上，有一部分落在教学楼的第一级台阶上，测得此影长为 0.2 米，一级台阶高为 0.3 米，如图所示，若此时落在地面上的影长为 4.4 米，求树的高度.



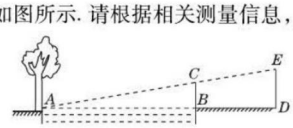
（第10题）

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见179页） 课后导练

命题角度 利用工具构造三角形相似解决测量问题

11. 【2018 · 陕西】周末，小华和小亮想用所学的数学知识测量家门前小河的宽. 测量时，他们选择了河对岸岸边的一棵大树，将其底部作为点 A，在他们所在的岸边选择了点 B，使得 AB 与河岸垂直，并在 B 点竖起标杆 BC，再在 AB 的延长线上选择点 D，竖起标杆 DE，使得点 E 与点 C、A 共线.

已知：$CB\perp AD$，$ED\perp AD$，测得 $BC=1$ m，$DE=1.5$ m，$BD=8.5$ m. 测量示意图如图所示. 请根据相关测量信息，求河宽 AB.



（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 中心投影

名师点金

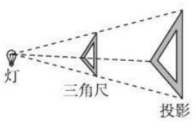
中心投影的特点:(物体与其影子顶端连线所在直线必过点光源)
1. 等高的物体垂直地面放置时,离点光源越近,影子越短;离点光源越远,影子越长.
2. 等长的物体平行于地面放置时,离点光源越近,影子越长;离点光源越远,影子越短,但不会比物体本身的长度还短.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见179页) 随堂导练

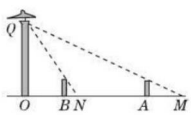
知识点1 中心投影

1. 在同一时刻的阳光下,小明的影子比小强的影子长,那么在同一路灯下(　　)
A. 小明的影子比小强的影子长　　B. 小明的影子比小强的影子短
C. 小明的影子和小强的影子一样长　　D. 无法判断谁的影子长

2. 【2018·深圳市罗湖区期末】如图,位似图形由三角尺与其在灯光照射下的中心投影组成,相似比为1∶2,且三角尺一边长为5 cm,则投影的对应边长为(　　)
A. 8 cm　　B. 20 cm　　C. 3.2 cm　　D. 10 cm



(第2题)

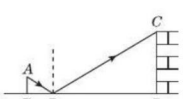


(第3题)

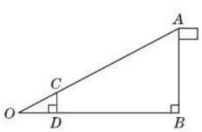
3. 【2018·重庆月考】如图,路灯Q距地面8 m,身高1.6 m的小明从距路灯底部O点20 m的A处,沿AO行走14 m到点B处,则人影的长度(　　)
A. 变短3.5 m　　B. 变长1.5 m　　C. 变长3.5 m　　D. 变短1.5 m

知识点2 利用相似进行测量

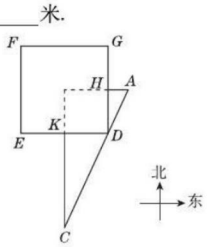
4. 【2018·南京模拟】如图是一位同学设计的用手电筒来测量某古城墙高度的示意图. 点P处放一水平的平面镜,光线从点A出发经平面镜反射后刚好到古城墙CD的顶端C处,已知$AB\perp BD$,$CD\perp BD$,测得$AB=2$米,$BP=3$米,$PD=12$米,那么该古城墙CD的高度是_____米.



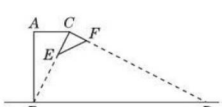
(第4题)



(第5题)



(第6题)



(第7题)

5. 【2017·吉林】如图,数学活动小组为了测量学校旗杆AB的高度,使用长为2 m的竹竿CD作为测量工具. 移动竹竿,使竹竿顶端的影子与旗杆顶端的影子在地面O处重合,测得$OD=4$ m,$BD=14$ m,则旗杆AB的高为_____m.

6. 如图,四边形$DEFG$是一座边长为200步的正方形小城,东门H位于GD的中点,南门K位于ED的中点,出东门15步的A处有一树木,求出南门_____步(KC的长)恰好看到位于A处的树木(即点D在直线AC上).

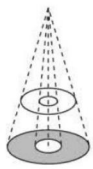
7. 如图所示为某种型号的台灯的横截面图,已知台灯灯柱AB长30 cm,且与水平桌面垂直,灯臂AC长15 cm,灯头的横截面$\triangle CEF$为直角三角形且$\angle ECF=90°$,当灯臂AC与灯柱AB垂直时,沿CE边射出的光线刚好射到底座B点,若不考虑其他因素,该台灯在桌面可照亮的宽度BD的长为_____cm.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

易错点 对对应高的比与面积比的关系掌握不扎实

8. 【2018·永州模拟】圆桌面（桌面中间有一个直径为0.4 m的圆洞）正上方的灯泡（看作一个点）发出的光线照射平行于地面的桌面后，在地面上形成如图所示的圆环形阴影. 已知桌面直径为1.2 m，桌面离地面1 m，若灯泡离地面3 m，则地面圆环形阴影的面积是（　　）

A. $0.324\pi\ m^2$　　B. $0.288\pi\ m^2$　　C. $1.08\pi\ m^2$　　D. $0.72\pi\ m^2$



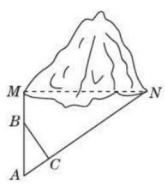
（第8题）

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见179页）

课后导练

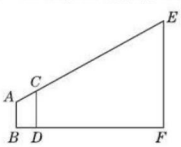
考查角度1 利用相似解决测量中的计算问题

9. 【2018·合肥模拟】如图，M,N为山两侧的两个村庄，为了两村交通方便，根据国家的惠民政策，政府决定打一直线涵洞. 工程人员为了计算工程量，必须计算M,N两点之间的直线距离，选择测量点A,B,C，点B,C分别在AM,AN上，现测得$AM=1$千米，$AN=1.8$千米，$AB=54$米，$BC=45$米，$AC=30$米，求M,N两点之间的直线距离.



（第9题）

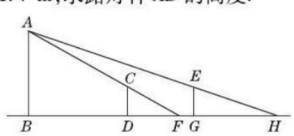
10. 【2018·本溪期末】在一次测量旗杆高度的活动中，某小组使用的方案如下：如图，AB表示某同学从眼睛到脚底的距离，CD表示一根标杆，EF表示旗杆，AB,CD,EF都垂直于地面，若$AB=1.6$ m，$CD=2$ m，人与标杆之间的距离$BD=1$ m，标杆与旗杆之间的距离$DF=30$ m，求旗杆EF的高度.



（第10题）

考查角度2 利用中心投影测量路灯（杆）的高度

11. 【2018·咸阳市渭城区期末】如图，有一路灯杆AB，在灯光下，小亮在点D处测得自己的影长$DF=3$ m，沿BD方向从D后退4 m到G处，测得自己的影长$GH=5$ m，如果小亮的身高为1.7 m，求路灯杆AB的高度.



（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

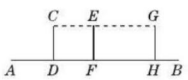
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见179页) 课后导练

命题角度 中心投影中的画图与计算

12. 【2018 · 镇江模拟】某兴趣小组开展课外活动. 如图,A,B 两点相距 12 m,小明从点 A 出发沿 AB 方向匀速前进,2 s 后到达点 D,此时他(CD)在某一灯光下的影子为 AD,继续按原速行走 2 s 到达点 F,此时他(EF)在同一灯光下的影子仍落在其身后,并测得这个影长为 1.2 m,然后他将速度提高到原来的 1.5 倍,再行走 2 s 到达点 H,此时他(GH)在同一灯光下的影子为 BH. (点 C,E,G 在一条直线上)

(1)请在图中画出光源 O 点的位置,并画出小明位于点 F 时在这个灯光下的影子 FM;(不写画法)

(2)求小明原来的速度.

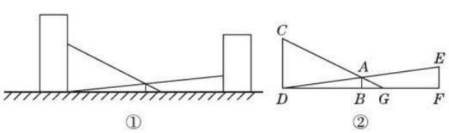


(第12题)

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见180页) 课后选练

拔尖角度 利用相似三角形测量物体的高度

13. 如图①,在相对的两栋楼中间有一堵墙,甲、乙两人分别在这两栋楼内观察这堵墙. 根据实际情况画出平面图形如图②($CD \perp DF$,$AB \perp DF$,$EF \perp DF$),甲从点 C 可以看到点 G 处,乙从点 E 可以看到点 D 处,点 B 是 DF 的中点,墙 AB 高 5.5 米,$DF = 100$ 米,$BG = 10.5$ 米,求甲、乙两人的观测点到地面的距离之差. (结果精确到 0.1 米)



(第13题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

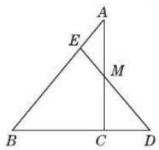
全章高频考点专训

专训1 证比例式或等积式的技巧 (答案见180页)

训练角度1 巧作平行线构造平行线分线段成比例或相似三角形

类型1：作平行线构造平行线分线段成比例

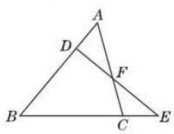
1. 如图，在$\triangle ABC$中，M为AC边的中点，E为AB上一点，且$AE=\frac{1}{4}AB$，连接EM并延长交BC的延长线于D，求证：$BC=2CD$.



（第1题）

类型2：作平行线构造相似三角形

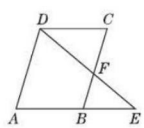
2. 如图，已知$\triangle ABC$的边AB上有一点D，边BC的延长线上有一点E，且$AD=CE$，DE交AC于点F，试证明：$AB\cdot DF=BC\cdot EF$.



（第2题）

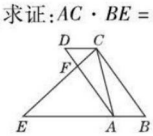
训练角度2 三点定形法

3. 如图，$\square ABCD$中，E是AB延长线上的一点，DE交BC于F，求证：$\frac{DC}{AE}=\frac{CF}{AD}$.



（第3题）

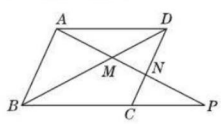
4. 如图，四边形$ABCD$是平行四边形，点E在边BA的延长线上，CE交AD于点F，$\angle ECA=\angle D$，求证：$AC\cdot BE=CE\cdot AD$.



（第4题）

训练角度3 等比代换法

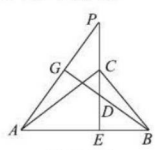
5. 如图，P是$\square ABCD$的边BC延长线上的任意一点，AP分别交BD，CD于点M，N. 求证：$MA^2=NM\cdot MP$.



（第5题）

训练角度4 等积代换法

6. 如图，CE是Rt$\triangle ABC$斜边上的高，在EC的延长线上任取一点P，连接AP，作$BG\perp AP$于点G，交CE于点D. 求证：$CE^2=DE\cdot PE$.



（第6题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训2 证明相似三角形的方法 ☞(答案见180页)

训练角度1 利用边或角的关系判定两直角三角形相似

1. 下面关于直角三角形相似叙述错误的是(　　)

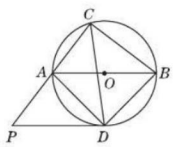
A. 有一锐角对应相等的两直角三角形相似　　B. 两直角边对应成比例的两直角三角形相似

C. 有一条直角边相等的两个直角三角形相似　　D. 两个等腰直角三角形相似

2. 【2018·海宁市一模】如图,已知AB是⊙O的直径,C是⊙O上一点,$\angle ACB$的平分线交⊙O于点D,作$PD\parallel AB$,交CA的延长线于点P,连接AD,BD.

求证:(1)PD是⊙O的切线;

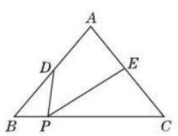
(2)$\triangle PAD\backsim\triangle DBC$.



(第2题)

训练角度2 利用一线三等角判定三角形相似

3. 【2018·长安区模拟】$\triangle ABC$中,$AB=AC=4$,$BC=5$,点D是边AB的中点,点E是边AC的中点,点P是边BC上的动点,$\angle DPE=\angle C$,(1)求证$\triangle BPD\backsim\triangle CEP$;(2)求$BP$的值.

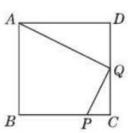


(第3题)

训练角度3 利用边角判定两三角形相似

4. 已知:如图,正方形$ABCD$中,P是BC上的点,且$BP=3PC$,Q是CD的中点.

求证:$\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.



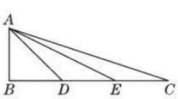
(第4题)

训练角度4 利用三边判定两三角形相似

5. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle B=90°$,点D,E在BC上,且$AB=BD=DE=EC$.

(1)求证:$\triangle ADE\backsim\triangle CDA$;

(2)求$\angle AED+\angle ACD$的度数.



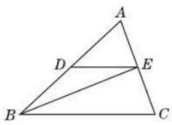
(第5题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训3 巧用“基本图形”探索相似条件 （答案见180页）

训练角度1 平行线型

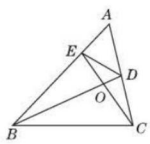
1. 如图，在△ABC中，BE平分∠ABC交AC于点E，过点E作ED∥BC交AB于点D.
（1）求证：$AE \cdot BC = BD \cdot AC$.
（2）如果$S_{\triangle ADE}=3$，$S_{\triangle BDE}=2$，$DE=6$，求BC的长.



（第1题）

训练角度2 相交线型

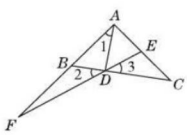
2. 如图，点D，E分别为△ABC的边AC，AB上一点，BD，CE交于点O，且$\frac{EO}{BO}=\frac{DO}{CO}$，试问△$ADE$与△$ABC$相似吗？请说明理由.



（第2题）

训练角度3 子母型

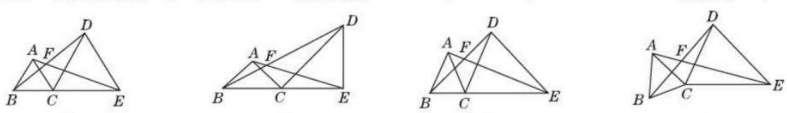
3. 如图，△ABC中，∠$BAC=90°$，$AD\perp BC$于点D，E为AC中点，ED的延长线交AB的延长线于点F. 求证：$\frac{AB}{AC}=\frac{DF}{AF}$.



（第3题）

训练角度4 旋转型

4. 点B，C，E在同一直线上，点A，D在直线CE的同侧，$AB=AC$，$EC=ED$，∠BAC=∠CED，直线AE，BD交于点F.



（第4题）

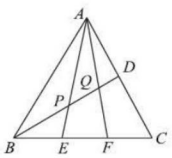
（1）如图①，若∠$BAC=60°$，则∠AFB=_____；如图②，若∠$BAC=90°$，则∠AFB=_____.
（2）如图③，若∠$BAC=\alpha$，则∠AFB=_____.（用含α的式子表示）
（3）如图③中的△ABC绕点C旋转（点F不与点A，B重合）得图④，则∠AFB与α的数量关系是_____，请证明你的结论.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训4 巧作平行线构造相似三角形 (答案见181页)

训练角度1 巧连线段的中点构造相似三角形

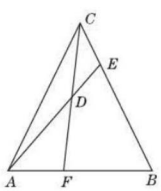
1. 如图,在$\triangle ABC$中,E,F是边BC上的两个三等分点,D是AC的中点,BD分别交AE,AF,AC于点P,Q,D,求$BP:PQ:QD$.



(第1题)

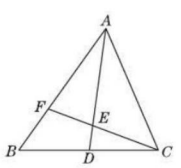
训练角度2 过顶点作平行线构造相似三角形

2. 如图,已知在$\triangle ABC$中,$AC=BC$,F为底边AB上一点,$BF:AF=3:2$,取CF的中点D,连接AD并延长交BC于点E,求$\frac{BE}{EC}$的值.



(第2题)

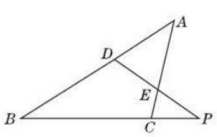
3. 如图,过$\triangle ABC$的顶点C任作一直线,与边AB及中线AD分别交于点F和点E.求证:$AE:ED=2AF:FB$.



(第3题)

训练角度3 过一边上的点作平行线构造相似三角形

4. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB>AC$,在边AB上取一点D,在AC上取一点E,使$AD=AE$,直线DE和BC的延长线交于点P. 求证:$\frac{BP}{CP}=\frac{BD}{EC}$.



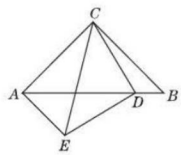
(第4题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训5 利用相似三角形巧证两线段的位置关系 (答案见181页)

训练角度1 证明两线平行

1. 如图，已知点 D 为等腰直角三角形 ABC 的斜边 AB 上一点，连接 CD，$DE\perp CD$，$DE=CD$，连接 AE，CE. 求证：$AE\parallel BC$.

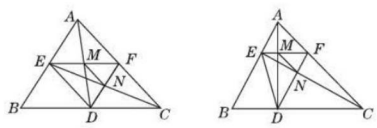


（第1题）

2. 在△ABC 中，D，E，F 分别为 BC，AB，AC 上的点，$EF\parallel BC$，$DF\parallel AB$，连接 CE 和 AD 分别交 DF，EF 于点 N，M. 连接 DE，MN.

（1）如图①，若 E 为 AB 的中点，图中与 MN 平行的直线有哪几条？请证明你的结论.

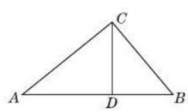
（2）如图②，若 E 不为 AB 的中点，写出与 MN 平行的直线，并证明.



（第2题）

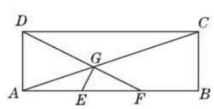
训练角度2 证明两线垂直

3. 如图，在△ABC 中，D 是 AB 上一点，且 $AC^2=AB\cdot AD$，$BC^2=BA\cdot BD$. 求证：$CD\perp AB$.



（第3题）

4. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中，$AD=\frac{1}{3}AB$，点 E，F 把 AB 三等分，DF 交 AC 于点 G. 求证：$EG\perp DF$.



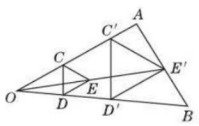
（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训6 三角形中的内接多边形 ☞(答案见182页)

训练角度1 三角形的内接正三角形

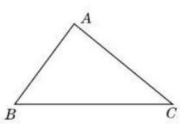
1. 如图,用下面的方法可以画△AOB的内接等边三角形,阅读后证明相应问题.
画法:①在△AOB内画等边三角形CDE,使点C在OA上,点D在OB上;②连接OE并延长,交AB于点E',过点E'作$E'C' /\!/ EC$,交OA于点C',作$E'D' /\!/ ED$,交OB于点D';③连接$C'D'$,则△$C'D'E'$是△AOB的内接等边三角形.
求证:△$C'D'E'$是等边三角形.



(第1题)

训练角度2 三角形的内接矩形

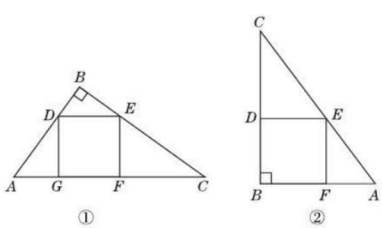
2. 求作:内接于已知△ABC(如图)的矩形$DEFG$,使它的边EF在BC上,顶点D,G分别在AB,AC上,并且有DE∶EF=1∶2.



(第2题)

训练角度3 三角形的内接正方形

3. 一块直角三角形木板,它的一条直角边AB长1.5 m,面积为1.5 m^2. 甲、乙两位木匠分别按图①②把它加工成一个正方形桌面. 请说明哪个正方形面积较大.(加工损耗不计)



(第3题)

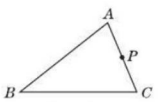
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训7 分类思想在相似三角形中的应用 ☞（答案见182页）

训练角度1 对应边不确定

1. 如图所示，在△ABC中，$AB=6$，$AC=4$，P是AC的中点，过P点的直线交AB于点Q，若以A，P，Q为顶点的三角形和以A，B，C为顶点的三角形相似，则AQ的长为（　　）

A. 3　　B. 3或$\frac{4}{3}$　　C. 3或$\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

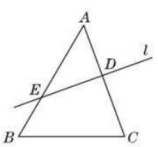


（第1题）

2. 在△ABC中，$AB=10$ cm，$BC=20$ cm，点P从点A开始沿AB边向B点以2 cm/s的速度移动，点Q从点B开始沿BC边向C点以4 cm/s的速度移动，如果P，Q分别从A，B同时出发，经过几秒△PBQ与△ABC相似？

训练角度2 对应角不确定

3. 如图，$\angle A=50°$，$\angle B=60°$，直线l与△ABC的边AC，AB相交于D，E两点，当$\angle ADE$为多少度时，△ABC与△ADE相似？

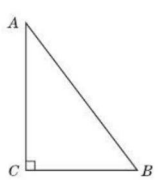


（第3题）

训练角度3 图形的高的位置不确定

4. 在△ABC中，$\angle B=25°$，AD是BC边上的高，并且$AD^2=BD\cdot DC$，求$\angle BCA$的度数.

5. 如图，直角三角形铁片ABC的两条直角边BC，AC的长分别为3 cm和4 cm，在这个三角形铁片中剪出一块正方形铁片，为使剪去正方形铁片后剩下的边角料最少，应该怎样剪？



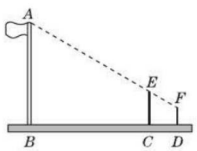
（第5题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训8 相似在投影中的应用 (答案见183页)

训练角度1 相似在平行投影中的实际应用

1. 在一次数学活动课上,老师让同学们到操场上测量旗杆的高度,然后回来交流各自的测量方法.小芳的测量方法是:拿一根高3.5米的竹竿直立在离旗杆27米的C处(如图),然后沿BC方向走到D处,这时目测旗杆顶部A与竹竿顶部E恰好在同一直线上,又测得C,D两点的距离为3米,小芳的目高为1.5米,这样便可知道旗杆的高.你认为这种测量方法是否可行?请说明理由.



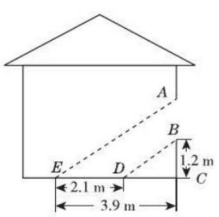
(第1题)

2. 已知,CD为一幢3米高的温室,其南面窗户的底框G距地面1米,CD在地面上留下的最大影长CF为2米,现欲在距C点7米的正南方A点处建一幢12米高的楼房AB(设A,C,F在同一水平线上).
(1)按比例较精确地作出楼房AB及它的最大影长AE;
(2)问楼房AB建成后是否影响温室CD的采光,试说明理由.



(第2题)

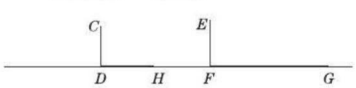
3. 如图,阳光通过窗口照到教室内,竖直窗框在地面上留下2.1 m长的影子,已知窗框上端的影子到窗下墙脚的距离$CE=3.9$ m,窗框底边离地面的距离$BC=1.2$ m,试求窗口的高度(即A,B的距离).



(第3题)

训练角度2 相似在中心投影中的实际应用

4. 如图,路边有一灯杆AB,在A点灯光的照耀下,点D处一直立标杆CD的影子为DH,沿BD方向的F处有另一杆标EF,其影子为FG.
(1)在图中画出灯杆AB,并标上相应的字母;(不写画法,保留作图痕迹)
(2)已知标杆$EF=1.6$ m,影长$FG=4$ m,灯杆AB到标杆EF的距离$BF=8$ m,求灯杆AB的长.



(第4题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第7章 锐角三角函数

7.1 正 切

第1课时 正 切

名师点金

理解正切意义的“三点一注意”：

1. 正切是在一个直角三角形中定义的，其本质是两条线段长度的比值，它是一个数值，没有单位，其大小只与角的大小有关. 在直角三角形中，锐角 A 固定，则它的正切值也固定，与所在的直角三角形无关.

2. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 为锐角，$\tan A>0$；当 $\angle A+\angle B=90°$ 时，$\tan A\cdot\tan B=1$.

3. 一个锐角的正切值随角度的增大而增大.

注意：$\tan A$ 是一个完整的符号，它表示 $\angle A$ 的正切，习惯省去角的符号“$\angle$”；当用三个大写字母表示一个角，并表示这个角的正切时，角的符号“$\angle$”不能省略，如“$\tan\angle ABC$”.

夯实基础 · 逐点练 (答案见183页) 随堂导练

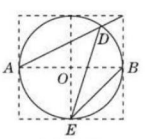
知识点1 正切的定义

1. 【2018 · 云南】在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=1$，$BC=3$，则 $\angle A$ 的正切值为(　　)

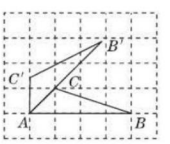
A. 3　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

2. 【2018 · 日照】如图，边长为1的小正方形构成的网格中，半径为1的⊙O的圆心 O 在格点上，则 $\angle BED$ 的正切值等于(　　)

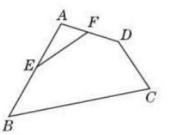
A. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. 2　　D. $\frac{1}{2}$



(第2题)



(第3题)



(第4题)

3. 如图，A，B，C 三点在正方形网格线的交点处，若将 $\triangle ACB$ 绕着点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AC'B'$，则 $\tan B'$ 的值为(　　)

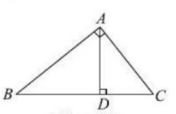
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

知识点2 正切的应用

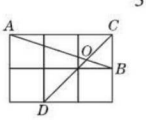
4. 【2018 · 苏州期中】如图，在四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别是 AB，AD 的中点，若 $EF=6$，$BC=13$，$CD=5$，则 $\tan C$ 等于_____.

5. 【中考 · 鄂州】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$ 于点 D，若 $BD:CD=3:2$，则 $\tan B=$(　　)

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$



(第5题)



(第6题)

6. 【2018 · 眉山】如图，在边长为1的小正方形网格中，点 A，B，C，D 都在这些小正方形的顶点上，AB，CD 相交于点 O，则 $\tan\angle AOD=$_____.

易错点 忽略求正切值的前提条件

7. 在等腰三角形 ABC 中，$AB=AC=10$，$BC=12$，则 $\tan B=$_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见183页) 课后导练

考查角度1 利用正切函数值求三角形的边长

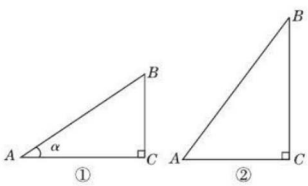
8. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别为 a，b，c，$a+b=4$，且 $\tan B=1$，求 c 的长.

考查角度2 利用正切的定义解新定义问题

9. 如图①，定义：在直角三角形 ABC 中，锐角 α 的邻边与对边的比叫做锐角 α 的余切，记作 $\cot\alpha$，即 $\cot\alpha=\dfrac{\text{角}\alpha\text{的邻边}}{\text{角}\alpha\text{的对边}}=\dfrac{AC}{BC}$. 根据上述锐角的余切的定义，解下列问题：

(1) $\cot 30°=$ _____；

(2) 如图②，已知 $\cot A=\dfrac{3}{4}$，其中 $\angle A$ 为锐角，试求 $\tan A$ 的值.



（第9题）

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见183页) 课后导练

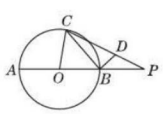
命题角度 根据题意画图求角的正切值

10. 【2018 · 厦门模拟】已知钝角三角形 ABC，点 D 在 BC 的延长线上，连接 AD，若 $\angle DAB=90°$，$\angle ACB=2\angle D$，$AD=2$，$AC=\dfrac{3}{2}$，根据题意画出示意图，并求 $\tan D$ 的值. 【导学号:8349431】

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见183页) 课后选练

拔尖角度 利用圆中相似三角形求角的正切值

11. 【2018 · 杭州市西湖区校级月考】如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，延长 AB 至 P，使 $BP=OB$，BD 垂直于弦 BC，垂足为点 B，点 D 在 PC 上. 设 $\angle PCB=\alpha$，$\angle POC=2\beta$. 求证：$\tan\alpha\cdot\tan\beta=\dfrac{1}{3}$.



（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

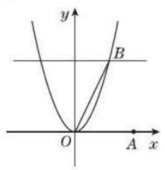
第2课时　正切的计算及应用

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见184页）　随堂导练

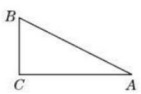
知识点1 利用正切的定义解决相关计算问题

1. 【2018 · 泰州市海陵区二模】如图，点 A 在 x 轴正半轴上，抛物线 $y=x^2$ 与直线 $y=4$ 在第一象限内的交点为 B，则 $\tan\angle AOB$ 的值为（　　）

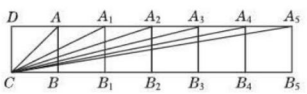
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4



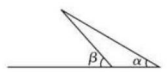
（第1题）



（第2题）



（第3题）



（第4题）

2. 【2018 · 南京市玄武区期末】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$\tan A=\frac{1}{2}$，则 BC 的长度为（　　）

A. 2　　B. 8　　C. $4\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{5}$

3. 【2018 · 淮南模拟】如图，四边形 $ABCD$，A_1B_1BA，…，$A_5B_5B_4A_4$ 都是边长为 1 的小正方形. 已知 $\angle ACB=\alpha$，$\angle A_1CB_1=\alpha_1$，…，$\angle A_5CB_5=\alpha_5$. 则 $\tan\alpha\cdot\tan\alpha_1+\tan\alpha_1\cdot\tan\alpha_2+\cdots+\tan\alpha_4\cdot\tan\alpha_5$ 的值为（　　）

A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. 1　　D. $\sqrt{5}$

知识点2 正切函数值的变化规律

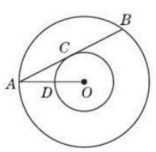
4. 【2017 · 北京市顺义区期末】已知 $\angle\alpha$，$\angle\beta$ 如图所示，则 $\tan\angle\alpha$ 与 $\tan\angle\beta$ 的大小关系是_____.

5. 【2018 · 福州期中】如果方程 $x^2-4x+3=0$ 的两个根分别是 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 的两条边的长，$\triangle ABC$ 最小的角为 $\angle A$，那么 $\tan A$ 的值为_____.

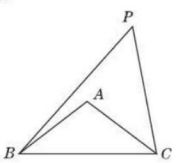
知识点3 正切的综合应用

6. 【2018 · 泰安市泰山区期末】如图，以点 O 为圆心的两个圆中，大圆的弦 AB 切小圆于点 C，OA 交小圆于点 D，若 $OD=3$，$\tan\angle OAB=\frac{1}{2}$，则 AB 的长是（　　）

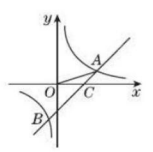
A. 12　　B. $6\sqrt{3}$　　C. 8　　D. $3\sqrt{3}$



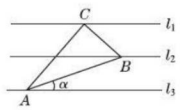
（第6题）



（第7题）



（第8题）



（第9题）

7. 【中考 · 苏州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC=5$，$BC=8$. 若 $\angle BPC=\frac{1}{2}\angle BAC$，则 $\tan\angle BPC=$_____.

8. 【2018 · 随州】如图，一次函数 $y=x-2$ 的图像与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的图像相交于 A，B 两点，与 x 轴交于点 C，若 $\tan\angle AOC=\frac{1}{3}$，则 k 的值为_____.

易错点 求一组等距平行线中的角的正切值时全等与相似往往容易混淆

9. 【2018 · 北京市东城区一模】如图，已知 $l_1/\!/l_2/\!/l_3$，相邻两条平行直线间的距离相等，$\triangle ABC$ 的三个顶点分别在这三条平行直线上，且 $\angle ACB=90°$，$\angle CAB=30°$，则 $\tan\alpha$ 的值是（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

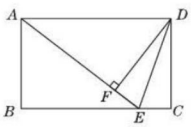
Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见184页) 课后导练

考查角度 利用正切解与四边形的综合问题

10. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,E 是 BC 边上的点,$AE=BC$,$DF\perp AE$,垂足为 F,连接 DE.

(1)求证:$AB=DF$;

(2)若 $AD=10$,$AB=6$,求 $\tan\angle EDF$ 的值.

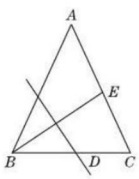


(第10题)

Ⅲ 链接中考 · 真题练 (答案见184页) 课后导练

命题角度1 利用正切与勾股定理确定关系式

11. 【2017 · 杭州】如图,在△ABC中,$AB=AC$,$BC=12$,E 为 AC 边的中点,线段 BE 的垂直平分线交边 BC 于点 D. 设 $BD=x$,$\tan\angle ACB=y$,求 x 与 y 的关系式.



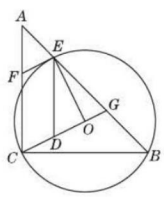
(第11题)

命题角度2 利用正切解与圆的综合题

12. 【2017 · 温州】如图,在△ABC中,$AC=BC$,$\angle ACB=90°$,⊙O(圆心 O 在△ABC内部)经过 B,C 两点,交 AB 于点 E,过点 E 作⊙O 的切线交 AC 于点 F. 延长 CO 交 AB 于点 G,作 $ED/\!/AC$ 交 CG 于点 D.

(1)求证:四边形 $CDEF$ 是平行四边形;

(2)若 $BC=3$,$\tan\angle DEF=2$,求 BG 的值.



(第12题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.2 正弦、余弦

第1课时 正弦、余弦的定义

名师点金

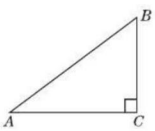
1. 正弦、余弦的概念是类比正切得到的，其本质是两条线段的长度之比，没有单位，其大小只与角的大小有关，与所在的直角三角形无关.
2. 在直角三角形 ABC 中，$\angle A$ 为锐角，$\tan A>0$，$0<\sin A<1$，$0<\cos A<1$.
3. $\sin A$ 的值随着锐角 A 的增大而增大，$\cos A$ 的值随着锐角 A 的增大而减小.
4. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle A$ 为锐角，则 $\sin^2 A+\cos^2 A=1$.

夯实基础 · 逐点练 （答案见184页） 随堂导练

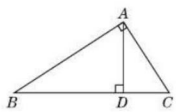
知识点1 正弦、余弦的定义

1. 【2018 · 孝感】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$AC=8$，则 $\sin A$ 等于（　　）

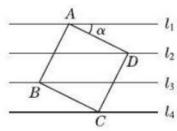
A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$



（第1题）



（第2题）



（第3题）

2. 【2018 · 乐山一模】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°$，$AD\perp BC$ 于点 D，则下列结论不正确的是（　　）

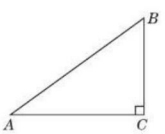
A. $\sin B=\frac{AD}{AB}$　　B. $\sin B=\frac{AC}{BC}$　　C. $\sin B=\frac{AD}{AC}$　　D. $\sin B=\frac{CD}{AC}$

3. 如图，已知直线 $l_1\parallel l_2\parallel l_3\parallel l_4$，相邻两条平行直线间的距离都是1，如果正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在四条直线上，则 $\sin\alpha=$ _____.

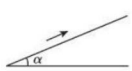
知识点2 正弦、余弦定义的应用

4. 【2017 · 阿坝州】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，斜边 AB 的长为 m，$\angle A=35°$，则直角边 BC 的长是（　　）

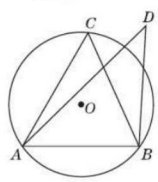
A. $m\sin 35°$　　B. $m\cos 35°$　　C. $\frac{m}{\sin 35°}$　　D. $\frac{m}{\cos 35°}$



（第4题）



（第5题）



（第7题）

5. 【2017 · 温州】如图，一辆小车沿倾斜角为 α 的斜坡向上行驶13米，已知 $\cos\alpha=\frac{12}{13}$，则小车上升的高度是（　　）

A. 5米　　B. 6米　　C. 6.5米　　D. 12米

6. 【2018 · 滨州】在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，若 $\tan A=\frac{1}{2}$，则 $\sin B=$ _____.

知识点3 正弦、余弦函数值的变化规律

7. 如图，若锐角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，点 D 在 $\odot O$ 外（与点 C 在 AB 同侧），则下列三个结论：①$\sin\angle C>\sin\angle D$；②$\cos\angle C>\cos\angle D$；③$\tan\angle C>\tan\angle D$. 其中正确的结论为（　　）

A. ①②　　B. ②③　　C. ①②③　　D. ①③

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 【2018·苏州市虎丘区模拟】一直角三角形的两边长分别为6和8，则该三角形中较小锐角的正弦值为_____.

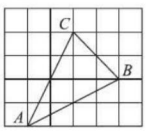
易错点 求三角函数值时，因考虑不全面而致错（分类讨论思想）

9. 在等腰三角形ABC中，$AB=5$，$BC=4$，则$\sin A=$_____.

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见185页） 课后导练

考查角度1 利用正弦函数求网格中锐角的正弦值（构造法）

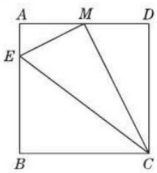
10. 如图，网格中的每个小正方形的边长都是1，$\triangle ABC$每个顶点都在网格的交点处，求$\sin\angle CAB$的值.



（第10题）

考查角度2 利用正方形求锐角的余弦值

11. 【2018·成都月考】如图，在正方形$ABCD$中，M是AD的中点，$BE=3AE$，试求$\cos\angle CEM$的值.

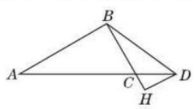


（第11题）

Ⅲ 链接中考·真题练 ☞（答案见185页） 课后导练

命题角度1 利用相似三角形求锐角的余弦值

12. 【2018·连云港模拟】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$BC=3$，D为AC延长线上一点，$AC=3CD$，过点D作$DH\parallel AB$，交BC的延长线于点H. 求$BD\cdot\cos\angle HBD$的值.



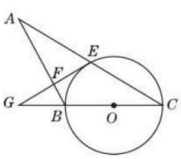
（第12题）

命题角度2 利用余弦值求线段的长

13. 【2017·沈阳】如图，在$\triangle ABC$中，以BC为直径的$\odot O$交AC于点E，过点E作$EF\perp AB$于点F，延长EF交CB的延长线于点G，且$\angle ABG=2\angle C$.

(1)求证：EF是$\odot O$的切线；

(2)若$\sin\angle EGC=\frac{3}{5}$，$\odot O$的半径是3，求$AF$的长.



（第13题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 正弦、余弦的计算及应用

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 ☞(答案见185页) 随堂导练

知识点1 锐角三角函数之间的关系

1. 【2018 · 连云港市赣榆区期末】$\sin^2 40° + \cos^2 40°$的值为(　　)

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. 2

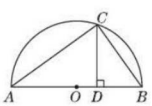
2. 【2018 · 邵阳期末】在Rt△ABC中，$\angle C = 90°$，若$\cos A = \frac{5}{13}$，则$\sin A$的值为(　　)

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{8}{13}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{12}{13}$

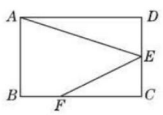
知识点2 利用三角函数的边角关系计算

3. 【2018 · 昆明期末】在△ABC中，$\angle C = 90°$，$\sin A = \frac{2}{5}$，$BC = 4$，则AB值是_____.

4. 【2018 · 毕节二模】如图是以△ABC的边AB为直径的半圆O，点C恰好在半圆上，过C作$CD \perp AB$交AB于D. 已知$\cos \angle ACD = \frac{3}{5}$，$BC = 4$，则$AC$的长为_____.



(第4题)



(第5题)

5. 【2017 · 包头】如图，在矩形$ABCD$中，点E是CD的中点，点F是BC上一点，且$FC = 2BF$，连接AE，EF. 若$AB = 2$，$AD = 3$，则$\cos \angle AEF$的值是_____.

易错点 考虑问题不周全导致错误

6. 在△ABC中，$AB = 5$，$BC = 13$，AD是BC边上的高，$AD = 4$，求CD和$\sin C$.

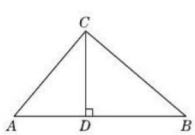
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见185页) 课后导练

考查角度1 利用不同角三角函数值之间关系证明线段的倍分关系

7. 【2018 · 绥化模拟】如图，在△ABC中，$CD \perp AB$于D，$\tan A = 2\cos \angle BCD$.

(1)求证：$BC = 2AD$；

(2)若$\cos B = \frac{3}{4}$，$AB = 10$，求CD的长.



(第7题)

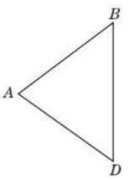
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度2 利用作图及三角函数的定义求值

8. 【2018·北京市西城区一模】如图，在$\triangle ABD$中，$\angle ABD=\angle ADB$，分别以点B，D为圆心，AB长为半径在BD的右侧作弧，两弧交于点C，分别连接BC，DC，AC，记AC与BD的交点为O.

(1)补全图形，求$\angle AOB$的度数；

(2)若$AB=5$，$\cos\angle ABD=\frac{3}{5}$，求$BD$的长.

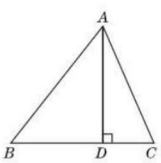


(第8题)

Ⅲ 链接中考·真题练 (答案见186页) 课后导练

命题角度1 利用三角函数的定义进行计算

9. 【2018·呼伦贝尔模拟】如图，$\triangle ABC$中，$AD\perp BC$，垂足是D，若$BC=14$，$AD=12$，$\tan\angle BAD=\frac{3}{4}$，求$\sin C$的值.



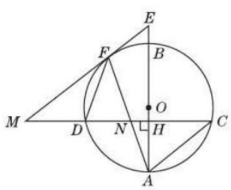
(第9题)

命题角度2 三角函数与圆的综合

10. 【2017·绵阳】如图，已知AB是圆O的直径，弦$CD\perp AB$，垂足为H，与AC平行的圆O的一条切线交CD的延长线于点M，交AB的延长线于点E，切点为F，连接AF交CD于点N.

(1)求证：$CA=CN$；

(2)连接DF，若$\cos\angle DFA=\frac{4}{5}$，$AN=2\sqrt{10}$，求圆$O$的直径.



(第10题)

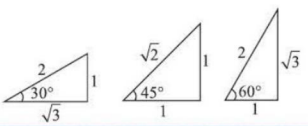
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.3 特殊角的三角函数

名师点金

巧记特殊锐角三角函数值的方法：

1. 三角板记忆法：借助如图所示的三角板记忆.



2. 特点记忆法：30°，45°，60°角的正弦值记为$\frac{\sqrt{1}}{2}$，$\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，余弦值相反，正切值记为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\sqrt{3^2}}{3}$，$\frac{\sqrt{3^3}}{3}$.

3. 口诀记忆法：1，2，3；3，2，1；3，9，27；弦比2，切比3，分子根号别忘添.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见186页) 随堂导练

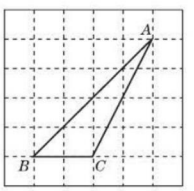
知识点1 特殊角(30°，45°，60°)的三角函数值

1. 【2018 · 日照】计算：$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\tan 30°\cdot\sin 60°=$(　　)

A. $-\frac{3}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{5}{2}$　　D. $\frac{7}{2}$

2. 【2017 · 天水】在正方形网格中，$\triangle ABC$的位置如图所示，则$\cos B$的值为(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



(第2题)

3. 【2018 · 兰州模拟】点$M(-\sin 60°,\cos 60°)$关于x轴对称的点的坐标是(　　)

A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{1}{2}\right)$

C. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

4. 【2018 · 无锡市惠山区模拟】因为$\cos 60°=\frac{1}{2}$，$\cos 240°=-\frac{1}{2}$，所以$\cos 240°=\cos(180°+60°)=-\cos 60°$. 由此猜想、推理知：当$\alpha$为锐角时有$\cos(180°+\alpha)=-\cos\alpha$，由此可知$\cos 210°=$(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\sqrt{3}$

知识点2 由特殊三角函数值求角

5. 【2017 · 聊城】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\cos A=\frac{1}{2}$，那么$\sin A$的值是(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

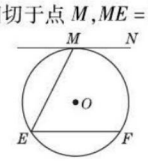
6. 在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$都是锐角，若$\left|\cos A-\frac{1}{2}\right|+(1-\tan B)^2=0$，则$\angle C$的度数是(　　)

A. 45°　　B. 60°　　C. 75°　　D. 105°

7. 若关于x的方程$x^2-\sqrt{2}x+\cos\alpha=0$有两个相等的实数根，则锐角$\alpha$为(　　)

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 80°

8. 【2018 · 天津模拟】如图，直线MN与$\odot O$相切于点M，$ME=EF$且$EF/\!/MN$，则$\angle E$的大小等于_____.

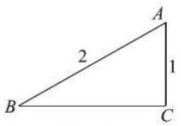


(第8题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易错点 忽视锐角的三角函数应在直角三角形中应用而致错

9. 如图，在$\triangle ABC$中，$AC=1$，$AB=2$，$\angle BAC=60°$，求BC的长.



（第9题）

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见186页） 课后导练

考查角度1 利用特殊角的三角函数值进行实数混合运算

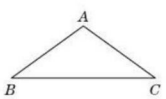
10. 【2018 · 淮南模拟】计算：$2\cos 45° - \tan 60° + \sin 30° - \left| -\frac{1}{2} \right|$.

考查角度2 利用三角函数值求三角形内角的度数

11. 如图，已知在等腰三角形ABC中，$AB=AC=1$.

（1）若$BC=\sqrt{2}$，求$\triangle ABC$三个内角的度数；

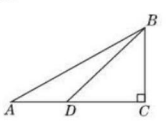
（2）若$BC=\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$三个内角的度数.



（第11题）

考查角度3 利用特殊角的三角函数值求角

12. 如图，$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，点D在AC上，已知$\angle BDC=45°$，$BD=10\sqrt{2}$，$AB=20$. 求$\angle A$的度数.



（第12题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见186页） 课后导练

命题角度1 利用特殊角三角函数值求三角函数值

13. 【2018 · 宿城区一模】同学们，在我们进入高中以后，还会学到下面三角函数公式：

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$，$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

例：$\sin 15°=\sin(45°-30°)=\sin 45°\cos 30°-\cos 45°\sin 30°=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

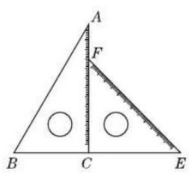
（1）试仿照例题，求出 $\cos 15°$ 的准确值；

（2）我们知道，$\tan\alpha=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$，试求出 $\tan 15°$ 的准确值.

命题角度2 利用特殊角的三角函数值求三角板中线段的长度

14. 【2018 · 丽水模拟】数学拓展课程《玩转学具》课堂中，小陆同学发现：一副三角板中，含45°角的三角板的斜边与含30°角的三角板的长直角边相等. 于是，小陆同学提出一个问题：如图，将一副三角板直角顶点重合拼放在一起，点 B，C，E 在同一直线上，若 $BC=2$，求 AF 的长.

请你运用所学的数学知识解决这个问题.



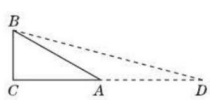
（第14题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见186页） 课后选练

拔尖角度 利用特殊角的三角函数值计算非特殊角的三角函数值（构造法）

15. 小明是一个非常喜欢动脑筋肯钻研的同学，学习了特殊角的三角函数值后，他进行了如下探究：根据 $\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，构造 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$（如图所示），使 $\angle BAC=30°$，$AB=2$，$BC=1$，$AC=\sqrt{3}$，再延长 CA 到点 D，使 $AD=AB$，连接 BD，则 $\angle D=15°$，$CD=2+\sqrt{3}$，因为在 $\mathrm{Rt}\triangle BCD$ 中，$\tan D=\dfrac{BC}{CD}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$，故 $\tan 15°=2-\sqrt{3}$.

请你根据小明探究问题的思路，由 $\tan 45°=1$，求出 $\tan 22.5°$ 的值.



（第15题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.4 由三角函数值求锐角

名师点金

1. 已知一个锐角的一个三角函数值求另两个三角函数值时，可利用两种关系进行转化：①平方关系：$\sin^2 A+\cos^2 A=1$；②商的关系：$\tan A=\dfrac{\sin A}{\cos A}$.
2. (1)任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值，任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值，即 $\sin\alpha=\cos(90°-\alpha)$，$\cos\alpha=\sin(90°-\alpha)$；
(2)任意锐角的正切值与它的余角的正切值互为倒数，即 $\tan\alpha\cdot\tan(90°-\alpha)=1$.

夯实基础·逐点练 (答案见187页) 随堂导练

知识点1 由三角函数值求锐角

1. 【2018·长春市南关区一模】在$\triangle ABC$中，$\angle A$，$\angle B$都是锐角，$\tan A=1$，$\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，你认为$\triangle ABC$最确切的判断是(　　)

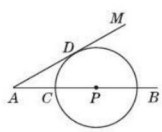
A. 等腰三角形　　B. 等腰直角三角形　　C. 直角三角形　　D. 锐角三角形

2. 【2017·烟台】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=2$，$BC=\sqrt{3}$，则$\sin\dfrac{A}{2}=$_____.

3. 【2018·杭州模拟】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=2BC$，现给出下列结论：①$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；②$\cos B=\dfrac{1}{2}$；③$\tan A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；④$\tan B=\sqrt{3}$，其中正确的结论是_____.(只需填上正确结论的序号)

4. 【2018·成都模拟】已知$\sqrt{2}+1$是方程$x^2-(3\tan\theta)x+\sqrt{2}=0$的一个根，$\theta$是锐角三角形的一个内角，那么$\cos\theta$的值为_____.

5. 如图，P为AB上的点，圆P与AM相切，切点为D，圆P与AP相交于点C，且$AC=3$，$AD=3\sqrt{3}$，则$\angle MAB$的度数为_____.



(第5题)

知识点2 由三角函数值确定锐角的范围

6. 【2018·海安月考】已知$\tan A=\dfrac{2}{3}$，则锐角A满足(　　)

A. $0°<\angle A<30°$　　B. $30°<\angle A<45°$
C. $45°<\angle A<60°$　　D. $60°<\angle A<90°$

7. 【2018·杭州期末】若锐角α满足$\sin\alpha>\dfrac{1}{2}$，且$\cos\alpha>\dfrac{1}{2}$，则α的范围是(　　)

A. $0°<\alpha<30°$　　B. $30°<\alpha<60°$
C. $60°<\alpha<90°$　　D. $45°<\alpha<90°$

易错点1 注意锐角三角函数值的取值范围

8. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\sin A$的值是方程$2x^2-5x+2=0$的一个根，求$\sin A$的值.

易错点2 对三角形的高的位置考虑不全面造成错误

9. 【2018·青岛期中】等腰三角形一腰上的高与腰长之比为1∶2，则等腰三角形顶角的度数为(　　)

A. 60°　　B. 120°　　C. 30°或150°　　D. 60°或120°

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

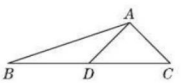
Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见187页） 课后导练

考查角度 利用三角形边角关系求线段长和三角函数值

10. 【2018 · 襄阳二模】如图，AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，$\tan B=\frac{1}{3}$，$\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=\sqrt{2}$. 求：

(1) BC 的长；

(2) $\sin\angle ADC$ 的值.



（第10题）

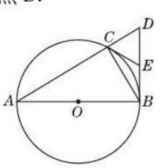
Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见187页） 课后导练

命题角度 利用特殊角三角函数值求圆中角度问题

11. 【2017 · 衡阳】如图，已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，AB 为 $\odot O$ 的直径，$BD\perp AB$，交 AC 的延长线于点 D.

(1) 若 E 为 BD 的中点，连接 CE，求证：CE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $AC=3CD$，求 $\angle A$ 的大小.



（第11题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见187页） 课后选练

拔尖角度 三角函数与方程结合

12. 【2018 · 福州模拟】对于钝角 α，定义它的三角函数值如下：$\sin\alpha=\sin(180°-\alpha)$，$\cos\alpha=-\cos(180°-\alpha)$.

(1) 求 $\sin 120°$，$\cos 120°$，$\sin 135°$ 的值；

(2) 若一个三角形的三个内角的比为 $1:1:4$，A，B 是这个三角形的两个顶点，$\sin A$，$\cos B$ 是关于 x 的方程 $4x^2-mx-1=0$ 的两个不相等的实数根，求 m 值及 $\angle A$，$\angle B$ 的大小.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.5 解直角三角形

第1课时 解直角三角形(1)

名师点金

已知两边解直角三角形的两种类型:

1. 已知两直角边 a,b,如图1,则 $c=\sqrt{a^2+b^2}$,由 $\tan A=\frac{a}{b}$ 可求 $\angle A$,则 $\angle B=90°-\angle A$.
2. 已知斜边和一直角边,如 c,a,如图2,则 $b=\sqrt{c^2-a^2}$,由 $\sin A=\frac{a}{c}$ 可求 $\angle A$,则 $\angle B=90°-\angle A$.

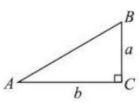


图1

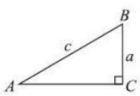


图2

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见187页) 随堂导练

知识点1 已知两边解三角形

1. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$\angle A,\angle B,\angle C$ 所对的边分别为 a,b,c.

(1)若 $c=6\sqrt{2}$,$a=6$,则 $b=$_____,$\angle B=$_____,$\angle A=$_____;

(2)若 $a=4\sqrt{3}$,$b=4$,则 $\angle A=$_____,$\angle B=$_____,$c=$_____.

2. 【2018·天津市红桥区模拟】在 $\triangle ABC$ 中,$AB=AC=13$,$BC=24$,则 $\tan B$ 等于(　　)

A. $\frac{5}{13}$　　B. $\frac{5}{12}$　　C. $\frac{12}{13}$　　D. $\frac{12}{5}$

知识点2 已知一边及一锐角解三角形

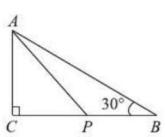
3. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$.

(1)若 $\angle B=60°$,$BC=\sqrt{2}$,则 $\angle A=$_____,$AC=$_____,$AB=$_____;

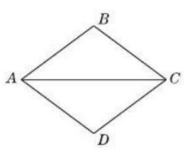
(2)若 $\angle A=45°$,$AB=2$,则 $\angle B=$_____,$AC=$_____,$BC=$_____.

4. 如图,$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$AC=3$,$\angle B=30°$,P 是 BC 边上的动点,则 AP 长不可能是(　　)

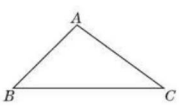
A. 3.5　　B. 4.2　　C. 5.8　　D. 7



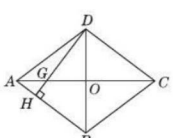
(第4题)



(第5题)



(第6题)



(第7题)

知识点3 已知一边及一锐角的三角函数值解三角形

5. 【中考·滨州】如图,菱形 $ABCD$ 的边长为15,$\sin\angle BAC=\frac{3}{5}$,则对角线 AC 的长为_____.

6. 如图,$\triangle ABC$ 中,$AC=5$,$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$\sin C=\frac{3}{5}$,则 $\triangle ABC$ 的面积是(　　)

A. $\frac{21}{2}$　　B. 12　　C. 14　　D. 21

7. 【中考·绵阳】如图,四边形 $ABCD$ 是菱形,对角线 $AC=8$ cm,$BD=6$ cm,$DH\perp AB$ 于点 H,且 DH 与 AC 交于 G,则 $GH=$(　　)

A. $\frac{28}{25}$ cm　　B. $\frac{21}{20}$ cm　　C. $\frac{28}{15}$ cm　　D. $\frac{25}{21}$ cm

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

易错点 对三角形形状考虑不全面导致漏解

8. 在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$AC=\sqrt{2}$，$\angle B=30°$. 求$\angle BAC$的度数.

Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见188页) 课后导练

考查角度1 利用三角函数解直角三角形

9. 【2018 · 无锡市滨湖区期末】已知，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，a，b，c分别是$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边，$a=2\sqrt{6}$，$b=6\sqrt{2}$，解这个直角三角形.

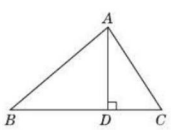
10. 在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$所对的边分别为a，b，c. 已知$b=10$，$\angle B=60°$，解这个直角三角形.

考查角度2 利用三角函数定义求值(方程思想)

11. 【2018 · 长春市南关区校级一模】如图，在$\triangle ABC$中，AD是BC边上的高，$\tan B=\cos\angle DAC$.

(1)求证：$AC=BD$.

(2)若$\sin C=\frac{12}{13}$，$BC=34$，求AD的长.



(第11题)

考查角度3 三角函数中的新定义运算

12. 【2018 · 无锡一模】定义：在$\triangle ABC$中，$\angle C=30°$，我们把$\angle A$的对边与$\angle C$的对边的比叫做$\angle A$的邻弦，记做thi A，即thi $A=\frac{\angle A\text{的对边}}{\angle C\text{的对边}}=\frac{BC}{AB}$. 请解答下列问题：

已知：在$\triangle ABC$中，$\angle C=30°$.

(1)若$\angle A=45°$，求thi A的值；

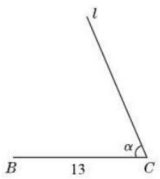
(2)若thi $A=\sqrt{3}$，求$\angle A$的度数；

(3)若$\angle A$是锐角，探究thi A与$\sin A$的数量关系.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度4 利用三角函数值进行计算作图

13. 【2018·北京市西城区期末】如图，线段 BC 长为 13，以 C 为顶点，CB 为一边的 $\angle\alpha$ 满足 $\cos\alpha=\frac{5}{13}$. 锐角 $\triangle ABC$ 的顶点 A 落在 $\angle\alpha$ 的另一边 l 上，且满足 $\sin\angle BAC=\frac{4}{5}$. 求 $\triangle ABC$ 的高 BD 及 AB 边的长，并结合你的计算过程画出高 BD 及 AB 边.



（第13题）

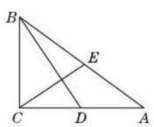
Ⅲ 链接中考·真题练 ☞（答案见188页） 课后导练

命题角度1 利用直角三角形斜边上的中线求三角函数值

14. 【2018·上海市黄浦区一模】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=4$，$BC=3$，D 是边 AC 的中点，$CE\perp BD$ 交 AB 于点 E.

（1）求 $\tan\angle ACE$ 的值；

（2）求 $AE:EB$.



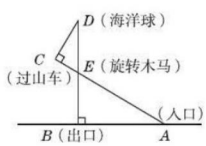
（第14题）

命题角度2 用三角函数解决生活中的距离问题

15. 【2017·湘潭】某游乐场部分平面图如图所示，C，E，A 在同一直线上，D，E，B 在同一直线上，测得 A 处与 E 处的距离为 80 米，C 处与 D 处的距离为 34 米，$\angle C=90°$，$\angle ABE=90°$，$\angle BAE=30°$.（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.4$，$\sqrt{3}\approx1.7$）

（1）求旋转木马 E 处到出口 B 处的距离；

（2）求海洋球 D 处到出口 B 处的距离.（结果保留整数）



（第15题）

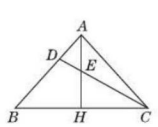
Ⅳ 探究培优·拓展练 ☞（答案见189页） 课后选练

拔尖角度 利用三角函数求面积

16. 【2018·上海市黄浦区二模】如图，AH 是 $\triangle ABC$ 的高，D 是边 AB 上一点，CD 与 AH 交于点 E. 已知 $AB=AC=6$，$\cos B=\frac{2}{3}$，$AD:DB=1:2$.

（1）求 $\triangle ABC$ 的面积；

（2）求 $CE:DE$.



（第16题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 解直角三角形（2）

名师点金

1. 在解直角三角形中，正确选择关系式是关键. 选择关系式常遵循以下原则：一是尽量选可以直接应用原始数据的关系式；二是设法选择便于计算的关系式，若能用乘法计算就避免除法计算.
2. 在非直角三角形的问题中，往往是通过作三角形的高，构成直角三角形来解决. 而作高时，常从非特殊角的顶点作高；对于较复杂的图形，往往通过“补形”或“分割”的方法，构造出直角三角形，利用解直角三角形的方法，实现问题的转化.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见189页） 随堂导练

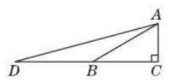
知识点1 解直角三角形

1. 【2018 · 淮北市相山区三模】已知 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=2\sqrt{5}$，$\tan A=\frac{1}{2}$，则 BC 的长是（　　）

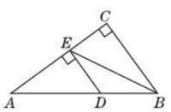
A. 2　　B. 8　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $4\sqrt{5}$

2. 【2017 · 滨州】如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC\perp BC$，$\angle ABC=30°$，点 D 是 CB 延长线上的一点，且 $BD=BA$，则 $\tan\angle DAC$ 的值为（　　）

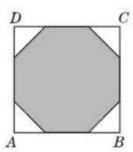
A. $2+\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $3+\sqrt{3}$　　D. $3\sqrt{3}$



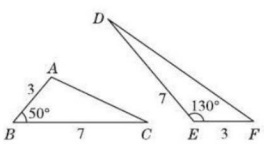
（第2题）



（第3题）



（第4题）



（第7题）

3. 【2018 · 宁波市北仑区模拟】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\frac{3}{5}$，D 为 AB 上一点，且 $AD:DB=3:2$，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于 E，连接 BE，则 $\tan\angle CEB$ 的值等于（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{8}{15}$　　D. $\frac{15}{8}$

4. 【2017 · 玉林】如图，在边长为2的正八边形中，把其不相邻的四条边均向两边延长相交成一个四边形 $ABCD$，则四边形 $ABCD$ 的周长是_____.

知识点2 解斜三角形

5. 【2018 · 无锡市梁溪区模拟】1996年版人民币一角硬币正面图案中有一个正九边形，如果这个正九边形的半径是 R，那么它的边长是（　　）

A. $R\sin 20°$　　B. $R\sin 40°$　　C. $2R\sin 20°$　　D. $2R\sin 40°$

6. 【2018 · 湖州期末】在 $\triangle ABC$ 中，$AC=6$，$BC=5$，$\sin A=\frac{2}{3}$，$\angle A$、$\angle B$ 为锐角，则 $\tan B=$（　　）

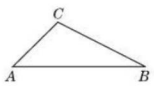
A. $\frac{5}{6}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{3}$

7. 【2018 · 天津市河北区模拟】如图，若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 的面积分别为 S_1，S_2，则（　　）

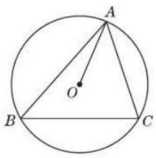
A. $S_1=\frac{1}{2}S_2$　　B. $S_1=\frac{7}{2}S_2$　　C. $S_1=\frac{8}{5}S_2$　　D. $S_1=S_2$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 【2018·抚州期末】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle A=45°$，$\tan B=\frac{1}{2}$，$AC=3\sqrt{2}$ cm，则AB的长为_____cm.



（第8题）



（第9题）

9. 【2018·江西模拟】如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，$AO=2$，$BC=2\sqrt{3}$，则$\angle BAC$的度数为_____.

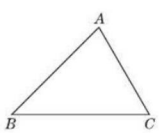
易错点 对题意的理解不全面致错

10. 【2018·杭州市下城区期末】若等腰三角形腰长为2，有一个内角为80°，则它的底边上的高为_____.（精确到0.01，参考数据：sin 50°≈0.766；sin 80°≈0.985）

Ⅱ 整合方法·提升练 ☞（答案见189页） 课后导练

考查角度1 利用三角函数解斜三角形问题（化斜为直法）

11. 【2018·合肥模拟】如图，在$\triangle ABC$中，$\angle B=45°$，$\angle C=60°$，$AC=20$. 求BC的长度.



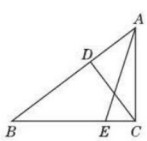
（第11题）

考查角度2 利用参数求线段长

12. 已知在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$于D，$BE:AB=3:5$，若$CE=\sqrt{2}$，$\cos\angle ACD=\frac{4}{5}$.

（1）求$\cos\angle ABC$；

（2）求AC的长.



（第12题）

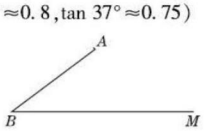
考查角度3 利用三角函数解方案问题中的线段长

13. 【2018·南通一模】如图，已知$\angle ABM=37°$，$AB=20$，C是射线BM上一点.

（1）在下列条件中，可以唯一确定BC长的是_____.（填写所有符合条件的序号）

①$AC=13$；②$\tan\angle ACB=\frac{12}{5}$；③$\triangle ABC$的面积为126.

（2）在（1）的答案中，选择一个作为条件，画出草图，求BC.（参考数据：sin 37°≈0.6，cos 37°≈0.8，tan 37°≈0.75）

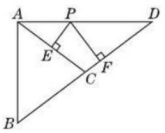


（第13题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度4 利用三角函数求等腰三角形中线段和的问题

14. 【2018·佛山市顺德区期末】如图，在Rt△ABD中，$AB=6$，$\tan\angle ADB=\frac{3}{4}$，点$C$为斜边$BD$的中点，$P$为$AD$上任意一点，过点$P$作$PE\perp AC$于点$E$，$PF\perp BD$于点$F$，求$PE+PF$的值.

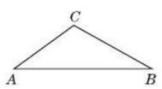


（第14题）

Ⅲ 链接中考·真题练 ☞（答案见189页） 课后导练

命题角度1 利用“化斜为直法”解斜三角形

15. 【2018·自贡】如图，在△ABC中，$BC=12$，$\tan A=\frac{3}{4}$，$\angle B=30°$，求AC和AB的长.



（第15题）

命题角度2 利用特殊图形解决15°角的正切值

16. 【2018·连云港模拟】如图，在△ABC中，$\angle C=150°$，$AC=4$，$\tan B=\frac{1}{8}$.

（1）求BC的长；

（2）利用此图形求tan 15°的值.（精确到0.1，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{5}\approx2.24$）

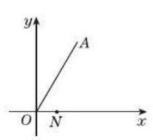


（第16题）

Ⅳ 探究培优·拓展练 ☞（答案见190页） 课后选练

拔尖角度 利用三角函数求线段的最小值问题

17. 【2018·台州期末】如图，点$A(2,2\sqrt{3})$，$N(1,0)$，点M为平面直角坐标系内一点，且$MO=MA$，求MN的最小值.



（第17题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.6 用锐角三角函数解决问题

第1课时 用三角函数解决坡角问题

名师点金

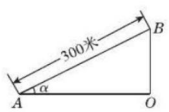
解决坡度问题时，可适当添加辅助线，将梯形分割为直角三角形和矩形来解决问题.

Ⅰ 夯实基础·逐点练 (答案见190页) 随堂导练

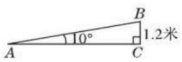
知识点 坡角、坡度问题

1. 【2018·益阳】如图，小刚从山脚A出发，沿坡角为α的山坡向上走了300米到达B地，则小刚上升了(　　)

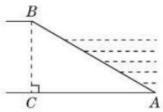
A. $300\sin\alpha$米　　B. $300\cos\alpha$米　　C. $300\tan\alpha$米　　D. $\frac{300}{\tan\alpha}$米



(第1题)



(第2题)



(第3题)

2. 【2018·泰安市泰山区期中】一个公共房门前的台阶高出地面1.2米，台阶拆除后，换成供轮椅行走的斜坡，数据如图所示，则下列关系或结论错误的是(　　)

A. 斜坡AB的坡角是10°　　B. 斜坡AB的坡度是$\tan 10°$

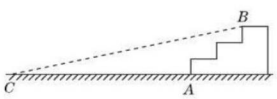
C. $AC=1.2\tan 10°$米　　D. $AB=\frac{1.2}{\sin 10°}$米

3. 【2018·深圳市南山区校级一模】河堤横断面如图所示，河堤高$BC=6$ m，迎水坡AB的坡比为$1:\sqrt{3}$，则AB的长为(　　)

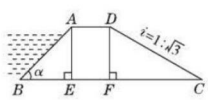
A. 12 m　　B. $4\sqrt{3}$ m　　C. $5\sqrt{3}$ m　　D. $6\sqrt{3}$ m

4. 【2017·泰州】小明沿着坡度i为$1:\sqrt{3}$的直路向上走了50 m，则小明沿垂直方向升高了_____m.

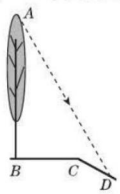
5. 【2018·杭州市宝应模拟】如图，某公园入口有三级台阶，每级台阶高18 cm，深30 cm，拟将台阶改为斜坡，设台阶的起点为A，斜坡的起点为C，现设计斜坡BC的坡度$i=1:5$，则AC的长度是_____cm.



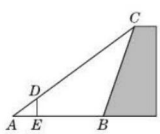
(第5题)



(第6题)



(第7题)



(第8题)

6. 【2017·德阳】如图所示，某拦水大坝的横断面为梯形$ABCD$，AE，DF为梯形的高，其中迎水坡AB的坡角$\alpha=45°$，坡长$AB=6\sqrt{2}$米，背水坡CD的坡度$i=1:\sqrt{3}$(i为DF与FC的比值)，则背水坡CD的坡长为_____米.

7. 【2018·湖州模拟】如图，坡面CD的坡比为$1:\sqrt{3}$，坡顶的平地BC上有一棵小树AB，当太阳光线与水平线夹角成60°时，测得小树在坡顶平地上的树影$BC=3$米，斜坡上的树影$CD=\sqrt{3}$米，则小树AB的高是_____.

易错点 坡角与坡度混淆致错

8. 【2017·济南】如图，为了测量山坡护坡石坝的坡度(坡面的铅直高度与水平宽度的比称为坡度)，把一根长5 m的竹竿AC斜靠在石坝旁，量出竿长1 m处的D点离地面的高度$DE=0.6$ m，又量得竿底与坝脚的距离$AB=3$ m，则石坝的坡度为(　　)　　【导学号:8349431】

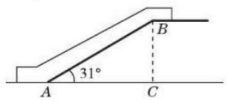
A. $\frac{3}{4}$　　B. 3　　C. $\frac{3}{5}$　　D. 4

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 （答案见190页） 课后导练

考查角度1 一个坡角问题

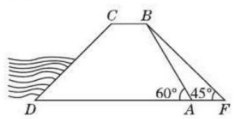
9. 【2017 · 长春】如图，某商店营业大厅自动扶梯 AB 的倾斜角为 $31°$，AB 的长为 12 米，求大厅两层之间的距离 BC 的长.（结果精确到 0.1 米）（参考数据：$\sin 31° \approx 0.515$，$\cos 31° \approx 0.857$，$\tan 31° \approx 0.601$）



（第9题）

考查角度2 两个坡角问题

10. 【2018 · 嘉兴一模】如图，水坝的横断面是梯形，背水坡 AB 的坡角 $\angle BAD = 60°$，坡长 $AB = 20\sqrt{3}$ m，为加强水坝强度，将坝底从 A 处向后水平延伸到 F 处，使新的背水坡的坡角 $\angle F = 45°$，求 AF 的长.



（第10题）

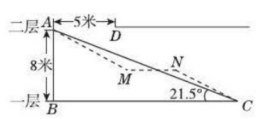
考查角度3 机场中的坡度问题

11. 【2017 · 鄂尔多斯】某机场为了方便旅客换乘，计划在一、二层之间安装电梯，截面设计图如图所示，已知两层 AD 与 BC 平行，层高 AB 为 8 米，A，D 间水平距离为 5 米，$\angle ACB = 21.5°$.

（1）通过计算说明身高 2.4 米的人在竖直站立的情况下，搭乘电梯在 D 处会不会碰到头部；

（2）若采用中段加平台设计（如图虚线所示），已知平台 $MN \parallel BC$，且 AM 段和 NC 段的坡度均为 1 ∶ 2（坡度是指坡面的铅直高度与水平宽度的比），求平台 MN 的长度.

（参考数据：$\sin 21.5° \approx 0.37$，$\cos 21.5° \approx 0.93$，$\tan 21.5° \approx 0.40$）



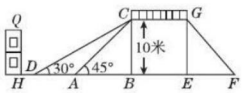
（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 链接中考 · 真题练 (答案见190页) 课后导练

命题角度1 利用坡度解决工程问题

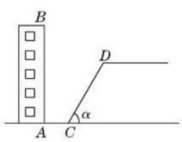
12. 【2018 · 安顺】如图是某市一座人行天桥的示意图,天桥离地面的高 BC 是 10 米,坡面 AC 的倾斜角 $\angle CAB = 45°$,在距 A 点 10 米处有一建筑物 HQ. 为了方便行人推车过天桥,市政府部门决定降低坡度,使新坡面 DC 的倾斜角 $\angle BDC = 30°$,若新坡面下 D 处与建筑物之间需留下至少 3 米宽的人行道,问该建筑物是否需要拆除. (计算最后结果保留一位小数)(参考数据:$\sqrt{2} \approx 1.414$,$\sqrt{3} \approx 1.732$)



(第12题)

命题角度2 利用坡角解决校舍安全问题

13. 【2017 · 黔东南州】如图,某校教学楼 AB 后方有一斜坡,已知斜坡 CD 的长为 12 米,坡角 α 为 60°. 根据有关部门的规定,$\alpha \leqslant 39°$ 时,才能避免滑坡危险. 学校为了消除安全隐患,决定对斜坡 CD 进行改造,在保持坡脚 C 不动的情况下,学校至少要把坡顶 D 向后水平移动多少米才能保证教学楼的安全?(结果取整数)(参考数据:$\sin 39° \approx 0.63$,$\cos 39° \approx 0.78$,$\tan 39° \approx 0.81$,$\sqrt{2} \approx 1.41$,$\sqrt{3} \approx 1.73$,$\sqrt{5} \approx 2.24$)

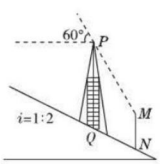


(第13题)

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 (答案见191页) 课后选练

拔尖角度 利用坡度求物体高度

14. 【2017 · 达州】如图,信号塔 PQ 坐落在坡度 $i = 1 : 2$ 的山坡上,其正前方直立着一警示牌. 当太阳光线与水平线成 60°角时,测得信号塔 PQ 落在斜坡上的影子 QN 长为 $2\sqrt{5}$ 米,落在警示牌上的影子 MN 长为 3 米,求信号塔 PQ 的高. (结果不取近似值)



(第14题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第2课时 三角函数的一般应用

名师点金

利用解直角三角形的知识解决实际问题的一般过程：
1. 将实际问题抽象为数学问题（画出平面图形，转化为解直角三角形的问题）；
2. 根据问题中的条件，适当选用锐角三角函数等解直角三角形；
3. 得到数学问题的答案；
4. 得到实际问题的答案.

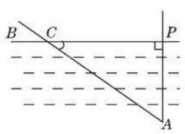
注意：当有些图形不是直角三角形时，可考虑适当添加辅助线构造直角三角形或其他特殊的四边形.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见191页） 随堂导练

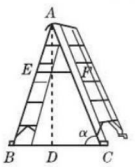
知识点1 利用解直角三角形解一般应用问题

1. 【2018 · 宜昌】如图，要测量小河两岸相对的两点 P，A 的距离，可以在小河边取 PA 的垂线 PB 上一点 C，测得 $PC=100$ 米，$\angle PCA=35°$，则小河宽 PA 等于（　　）

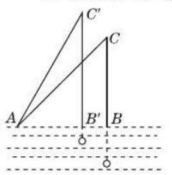
A. $100\sin 35°$ 米　　B. $100\sin 55°$ 米　　C. $100\tan 35°$ 米　　D. $100\tan 55°$ 米



（第1题）



（第2题）



（第3题）

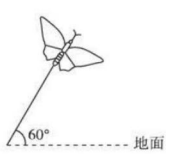
2. 【2018 · 衢州模拟】如图，已知“人字梯”的5个踩档把梯子等分成6份，从上往下的第二个踩档与第三个踩档的正中间处有一条60 cm长的绑绳 EF，$\tan\alpha=\frac{5}{2}$，则“人字梯”的顶端离地面的高度 AD 是（　　）

A. 144 cm　　B. 180 cm　　C. 240 cm　　D. 360 cm

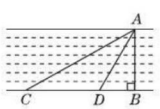
3. 【2018 · 沈阳市皇姑区二模】如图，钓鱼竿 AC 长6 m，露在水面上的鱼线 BC 长 $3\sqrt{2}$ m，某钓鱼者想看看鱼钩上的情况，把鱼竿 AC 转动到 AC' 的位置，此时露在水面上的鱼线 $B'C'$ 为 $3\sqrt{3}$ m，则鱼竿转过的角度是（　　）

A. 60°　　B. 45°　　C. 15°　　D. 90°

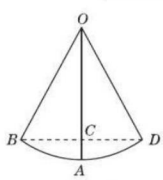
4. 【2017 · 青海】如图所示，小芳在中心广场放风筝，已知风筝拉线长100米（假设拉线是直的），且拉线与水平地面的夹角为60°，若小芳的身高忽略不计，则风筝离水平地面的高度是_____米.（结果保留根号）



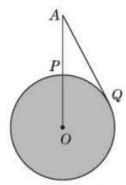
（第4题）



（第5题）



（第6题）



（第7题）

5. 如图，测量河宽 AB（假设河的两岸平行），在 C 点测得 $\angle ACB=30°$，在 D 点测得 $\angle ADB=60°$，又 $CD=60$ m，则河宽 AB 为_____m.（结果保留根号）

知识点2 利用解直角三角形解与圆相关的问题

6. 【2018 · 襄阳期中】如图是一个小孩荡秋千的示意图，秋千链子 OB 的长度为2米，当秋千向两边摆动时，摆角 $\angle BOD$ 恰好为60°，且两边的摆动角度相同，则它摆至最高位置时与其摆至最低位置时的高度之差 AC 是（　　）

A. $(2-\sqrt{3})$ 米　　B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ 米　　C. $(2-\sqrt{2})$ 米　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ 米

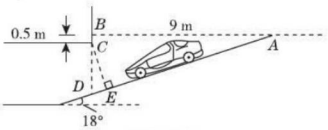
7. 如图，某航天飞机在地球表面点 P 的正上方 A 处，从 A 处观测地球上的最远点 Q，若 $\angle QAP=\alpha$，地球半径为 R，则航天飞机距地球表面的最近距离 AP，以及 P，Q 两点间的地面距离分别是（　　）

A. $\frac{R}{\sin\alpha}$，$\frac{\pi\alpha R}{180}$　　B. $\frac{R}{\sin\alpha}-R$，$\frac{(90-\alpha)\pi R}{180}$　　C. $\frac{R}{\sin\alpha}-R$，$\frac{(90+\alpha)\pi R}{180}$　　D. $\frac{R}{\cos\alpha}-R$，$\frac{(90+\alpha)\pi R}{180}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易错点 不能准确地将实际问题进行数学建模

8. 为缓解“停车难”的问题，某单位拟建造地下停车库，建筑设计师提供了该地下停车库的设计示意图（如图所示）. 按规定，地下停车库坡道口上方要张贴限高标志，以便告知停车人车辆能否安全驶入. 为标明限高，请根据图形求 CE 的长. （参考数据：$\sin 18° \approx 0.31$，$\cos 18° \approx 0.95$，结果精确到 0.1 m）

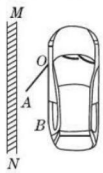


（第8题）

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞（答案见191页） 课后导练

考查角度1 利用三角函数解决汽车停车问题

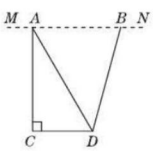
9. 【2017 · 台州】如图是一辆小汽车与墙平行停放的平面示意图，小汽车靠墙一侧 OB 与墙 MN 平行且距离为 0.8 米. 已知小汽车车门宽 AO 为 1.2 米，当车门打开角度 $\angle AOB$ 为 40°时，车门是否会碰到墙？请说明理由. （参考数据：$\sin 40° \approx 0.64$；$\cos 40° \approx 0.77$；$\tan 40° \approx 0.84$）



（第9题）

考查角度2 利用三角函数解决测量问题

10. 【2018 · 常熟期末】如图，地面上两个村庄 C，D 处于同一水平线上，一飞行器在空中以 6 千米/时的速度沿 MN 方向水平飞行，航线 MN 与 C，D 在同一铅直平面内. 当该飞行器飞行至村庄 C 的正上方 A 处时，测得 $\angle NAD = 60°$；该飞行器从 A 处飞行 40 分钟至 B 处时，测得 $\angle ABD = 75°$. 求村庄 C，D 间的距离. （$\sqrt{3}$ 取 1.73，结果精确到 0.1 千米）



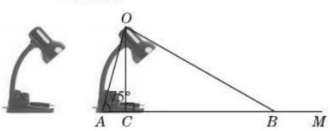
（第10题）

考查角度3 利用三角函数解决台灯照射问题

11. 【2018 · 宿州市埇桥区校级一模】如图为放置在水平桌面上的台灯的平面示意图，可伸缩式灯臂 AO 长为 40 cm，与水平面所形成的夹角 $\angle OAM$ 恒为 75°（不受灯臂伸缩的影响），由光源 O 射出的光线沿灯罩形成光线 OC，OB 与水平面所形成的夹角 $\angle OCA$，$\angle OBA$ 分别为 90°和 30°.

（1）求该台灯照亮桌面的宽度 BC. （不考虑其他因素，结果精确到 1 cm. 温馨提示：$\sin 75° \approx 0.97$，$\cos 75° \approx 0.26$，$\sqrt{3} \approx 1.73$）

（2）若灯臂最长可伸长至 60 cm，不调整灯罩的角度，能否让台灯照亮桌面 85 cm 的宽度？



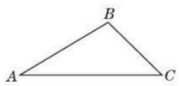
（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 链接中考 · 真题练 (答案见191页) 课后导练

命题角度1 利用三角函数解决搬运问题(化斜为直法)

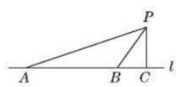
12. 【2018 · 临沂】如图,有一个三角形的钢架 ABC,$\angle A=30°$,$\angle C=45°$,$AC=2(\sqrt{3}+1)$ m. 请计算说明,工人师傅搬运此钢架能否通过一个直径为 2.1 m 的圆形门?



(第12题)

命题角度2 利用三角函数解决汽车测速问题

13. 【2018 · 烟台】汽车超速行驶是交通安全的重大隐患,为了有效降低交通事故的发生,许多道路在事故易发路段设置了区间测速. 如图,学校附近有一条笔直马路 l,期间设有区间测速,所有车辆限速 40 千米/时. 数学实践活动小组设计了如下活动:在 l 上确定 A,B 两点,并在 AB 路段进行区间测速. 在 l 外取点 P,作 $PC\perp l$,垂足为点 C,测得 $PC=30$ 米. $\angle APC=71°$,$\angle BPC=35°$,上午 9 时测得一汽车从点 A 到点 B 用时 6 秒,请你用所学的数学知识说明该车是否超速. (参考数据:$\sin 35°\approx 0.57$,$\cos 35°\approx 0.82$,$\tan 35°\approx 0.70$,$\sin 71°\approx 0.95$,$\cos 71°\approx 0.33$,$\tan 71°\approx 2.90$)

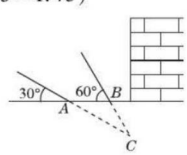


(第13题)

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 (答案见191页) 课后选练

拔尖角度 利用三角函数求物体的深度

14. 【2017 · 贺州】如图,某武警部队在一次地震抢险救灾行动中,探险队员在相距 4 米的水平地面 A,B 两处均探测出建筑物下方 C 处有生命迹象,已知在 A 处测得探测线与地面的夹角为 30°,在 B 处测得探测线与地面的夹角为 60°,求该生命迹象 C 处与地面的距离. (结果精确到 0.1 米,参考数据:$\sqrt{2}\approx 1.41$,$\sqrt{3}\approx 1.73$)



(第14题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第3课时 用三角函数解决视角和方位角问题

名师点金

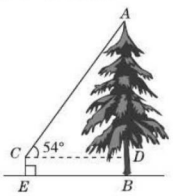
解答含有仰角、俯角问题的方法：

1. 仰角和俯角是指视线相对于水平线而言的，不同位置的仰角和俯角是不同的，可巧记为“上仰下俯”. 在测量物体的高度时，要善于将实际问题抽象为数学问题.
2. 视线、水平线、物体的高构成直角三角形，已知仰角（俯角）和一边，利用解直角三角形的知识就可以求出物体的高度.
3. 弄清仰角、俯角的定义，根据题意画出几何图形，将实际问题中的数量关系归结到直角三角形中来求解.
4. 解决与方位角有关的实际问题时，必须先在每个位置中心建立方向标，然后根据方位角标出图中已知角的度数，最后在某个直角三角形内利用锐角三角函数解决问题.

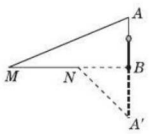
Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见191页) 随堂导练

知识点1 仰角、俯角问题

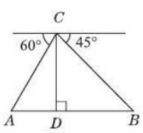
1. 【2017 · 山西】如图，创新小组要测量公园内一棵树的高度 AB，其中一名小组成员站在距离树 10 米的点 E 处，测得树顶 A 的仰角为 54°. 已知测角仪的架高 $CE=1.5$ 米，则这棵树的高度为_____米.（结果保留一位小数. 参考数据：$\sin 54°\approx 0.809\,0$，$\cos 54°\approx 0.587\,8$，$\tan 54°\approx 1.376\,4$）



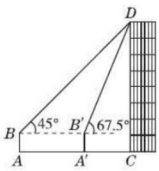
（第1题）



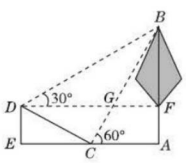
（第2题）



（第3题）



（第4题）



（第5题）

2. 【2017 · 抚顺】如图，某城市的电视塔 AB 坐落在湖边，数学老师带领学生隔湖测量电视塔 AB 的高度，在点 M 处测得塔尖点 A 的仰角 $\angle AMB$ 为 22.5°，沿射线 MB 方向前进 200 米到达湖边点 N 处，测得塔尖点 A 在湖中的倒影 A' 的俯角 $\angle A'NB$ 为 45°，则电视塔 AB 的高度为_____米.（结果保留根号）

3. 【2018 · 黄石】如图，无人机在空中 C 处测得地面 A，B 两点的俯角分别为 60°，45°，如果无人机距地面高度 CD 为 $100\sqrt{3}$ 米，点 A，D，B 在同一水平直线上，则 A，B 两点间的距离是_____米.（结果保留根号）

4. 【2017 · 烟台】如图，数学实践活动小组要测量学校附近楼房 CD 的高度，在水平地面 A 处安置测倾器测得楼房 CD 顶部点 D 的仰角为 45°，向前走 20 米到达 A' 处，测得点 D 的仰角为 67.5°，已知测倾器 AB 的高度为 1.6 米，则楼房 CD 的高度约为（结果精确到 0.1 米，$\sqrt{2}\approx 1.414$）（　　）

A. 34.14 米　　B. 34.1 米　　C. 35.7 米　　D. 35.74 米

5. 【2017 · 深圳】如图，学校环保社成员想测量斜坡 CD 旁一棵树 AB 的高度，他们先在点 C 处测得树顶 B 的仰角为 60°，然后在坡顶 D 测得树顶 B 的仰角为 30°. 已知斜坡 CD 的长度为 20 m，DE 的长为 10 m，则树 AB 的高度是（　　）m.

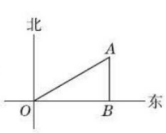
A. $20\sqrt{3}$　　B. 30　　C. $30\sqrt{3}$　　D. 40

知识点2 方位角问题

6. 【2018 · 绥化期中】如图，小雅家（图中点 O 处）门前有一条东西走向的公路，经测量得有一水塔（图中点 A 处）在距她家北偏东 60°方向的 500 米处，那么水塔所在的位置到公路的距离 AB 是（　　）

A. 250 米　　B. $250\sqrt{3}$ 米

C. $\frac{500}{3}\sqrt{3}$ 米　　D. $500\sqrt{2}$ 米

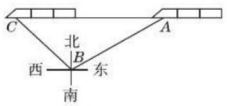


（第6题）

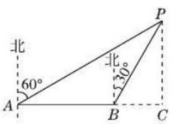
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 【2017 · 百色】如图，在距离铁轨200米的B处，观察由南宁开往百色的“和谐号”动车. 当动车车头在A处时，恰好位于B处的北偏东60°方向上；10秒钟后，动车车头到达C处，恰好位于B处的西北方向上. 这时段动车的平均速度是(　　)米/秒.

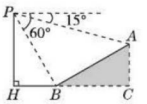
A. $20(\sqrt{3}+1)$　　B. $20(\sqrt{3}-1)$　　C. 200　　D. 300



（第7题）



（第8题）



（第9题）

8. 【2017 · 玉林】如图，一艘轮船在A处测得灯塔P位于其北偏东60°方向上，轮船沿正东方向航行30海里到达B处后，此时测得灯塔P位于其北偏东30°方向上，此时轮船与灯塔P的距离是(　　)

A. $15\sqrt{3}$海里　　B. 30海里　　C. 45海里　　D. $30\sqrt{3}$海里

易错点　视角与坡角相混淆

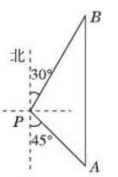
9. 【2018 · 杭州市萧山区校级模拟】如图，某人在大楼30米高(即$PH=30$米)的窗口P处进行观测，测得山坡上A处的俯角为15°，山脚B处的俯角为60°，已知该山坡的坡度i(即$\tan\angle ABC$)为$1:\sqrt{3}$，点P,H,B,C,A在同一个平面上. 点H,B,C在同一条直线上，且$PH\perp HC$. 则A,B两点间的距离是(　　)

A. 15米　　B. $20\sqrt{3}$米　　C. $20\sqrt{2}$米　　D. $10\sqrt{3}$米

Ⅱ 整合方法 · 提升练 ☞(答案见192页)　课后导练

考查角度1　同一个点的两个方位角问题

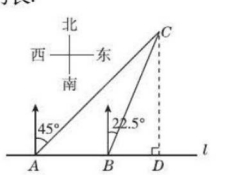
10. 【2017 · 南宁】如图，一艘海轮位于灯塔P的南偏东45°方向，距离灯塔60 n mile的A处，它沿正北方向航行一段时间后，到达位于灯塔P的北偏东30°方向上的B处，这时，B处与灯塔P的距离为多少？



（第10题）

考查角度2　不同点的两个方位角问题

11. 【2018 · 桐城校级月考】如图，在一笔直的海岸线l上有A、B两个观测站，C离海岸线l的距离(即CD的长)为2，从A测得船C在北偏东45°的方向，从B测得船C在北偏东22.5°的方向，求AB的长.

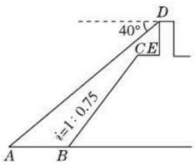


（第11题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度3 利用俯角和坡度测量物体的长度

12. 【2017·重庆改编】如图，小王在长江边某瞭望台 D 处，测得江面上的渔船 A 的俯角为 $40°$，若 $DE=3$ 米，$CE=2$ 米，CE 平行于江面 AB，迎水坡 BC 的坡度 $i=1:0.75$，坡长 $BC=10$ 米，则此时 AB 的长约为多少米？（参考数据：$\sin 40°\approx 0.64$，$\cos 40°\approx 0.77$，$\tan 40°\approx 0.84$）

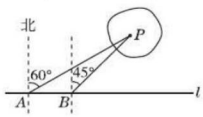


（第12题）

Ⅲ 链接中考·真题练 （答案见192页） 课后导练

命题角度1 利用方位角解决测量距离问题

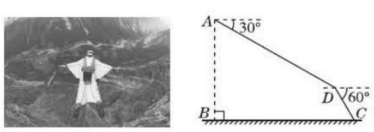
13. 【2018·淮安】为了计算湖中小岛上凉亭 P 到岸边公路 l 的距离，某数学兴趣小组在公路 l 上的点 A 处，测得凉亭 P 在北偏东 $60°$ 的方向上；从 A 处向正东方向行走 200 米，到达公路 l 上的点 B 处，再次测得凉亭 P 在北偏东 $45°$ 的方向上，如图所示. 求凉亭 P 到公路 l 的距离.（结果保留整数，参考数据：$\sqrt{2}\approx 1.414$，$\sqrt{3}\approx 1.732$）



（第13题）

命题角度2 利用仰角和俯角解决测量距离问题

14. 【2018·张家界】2017年9月8日至10日，第六届翼装飞行世界锦标赛在我市天门山风景区隆重举行，来自全球11个国家的16名选手参加了激烈的角逐. 如图，某选手从离水平地面 1 000 米高的 A 点出发（$AB=1\,000$ 米），沿俯角为 $30°$ 的方向直线飞行 1 400 米到达 D 点，然后打开降落伞沿俯角为 $60°$ 的方向降落到地面上的 C 点，求该选手飞行的水平距离 BC 的长.



（第14题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

全章高频考点专训

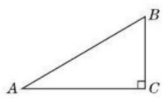
专训1 锐角三角函数的有关计算 ☞（答案见192页）

训练角度1 已知直角三角形的边或角的计算（定义法）

1. 已知 a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三边长，a,b,c 满足 $b^2=(c+a)(c-a)$. 若 $5b-4c=0$，求 $\sin A+\sin B$ 的值.

训练角度2 已知直角三角形的边及一锐角的三角函数值的计算

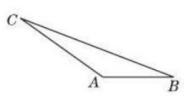
2. 【2018·无锡市锡山区校级期中】如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$\tan A=\frac{1}{2}$，求 BC 的长和 $\sin B$ 的值.



（第2题）

训练角度3 解可转化为直角三角形的问题（化斜为直法）

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=1$，$AC=\sqrt{2}$，$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{4}$，求 BC 的长.

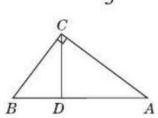


（第3题）

训练角度4 含等角（边）的三角函数的计算（转化思想）

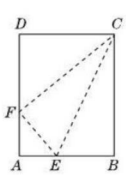
4. 如图，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$CD\perp AB$，D 为垂足，若 $AC=4$，$BC=3$，则 $\sin\angle ACD$ 的值为（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{3}{4}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{3}{5}$



（第4题）

5. 如图，小明将一张矩形的纸片 $ABCD$ 沿 CE 折叠，B 点恰好落在 AD 边上，设此点为 F，若 $BA:BC=4:5$，则 $\cos\angle DCF$ 的值是_____.



（第5题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训2 巧用构造法求几种特殊角的三角函数值 (答案见193页)

名师点金

对于30°,45°,60°角的三角函数值,我们可通过定义利用特殊直角三角形三边的关系进行计算;而在实际应用中,我们常常碰到像15°,22.5°,67.5°等一些特殊角的三角函数值的计算,同样我们也可以构造相关图形,利用数形结合思想进行巧算.

训练角度1 巧构造15°与30°角的关系的图形计算15°角的三角函数值

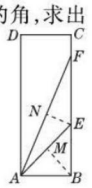
1. 求sin 15°,cos 15°,tan 15°的值.

训练角度2 巧构造22.5°与45°角的关系的图形计算22.5°角的三角函数值

2. 求tan 22.5°的值.

训练角度3 巧用折叠法求67.5°角的三角函数值(折叠法)

3. 小明在学习"锐角三角函数"中发现,将如图所示的矩形纸片$ABCD$沿过点B的直线BM折叠,使点A落在BC边上的点E处,还原后,再沿过点E的直线EN折叠,使点A落在BC边上的点F处,可得到67.5°的角,求出67.5°角的正切值.



(第3题)

训练角度4 巧用含36°角的等腰三角形中的相似关系求18°,72°角的三角函数值

4. 求sin 18°,cos 72°的值.

训练角度5 巧用75°与30°角的关系构图求75°角的三角函数值

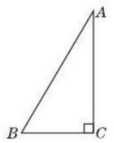
5. 求sin 75°,cos 75°,tan 75°的值.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训3 解直角三角形的几种常见类型 ☞（答案见193页）

类型1 已知两直角边解直角三角形

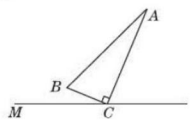
1. 如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，a，b，c分别为$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$的对边，$a=2\sqrt{3}$，$b=6$，解这个直角三角形.



（第1题）

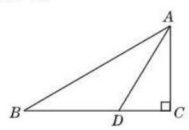
类型2 已知一直角边和斜边解直角三角形

2. 如图，$\angle ACB=90°$，$AB=13$，$AC=12$，$\angle BCM=\angle BAC$，求$\sin\angle BAC$和点B到直线MC的距离.



（第2题）

3. 如图，AD为$\angle BAC$的平分线，且$AD=2$，$AC=\sqrt{3}$，$\angle C=90°$，求BC的长及△ABC的外接圆的半径.



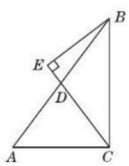
（第3题）

类型3 已知一直角边和一锐角（或锐角的三角函数值）解直角三角形

4. 【2017·绍兴模拟】如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$\sin A=\frac{4}{5}$，$BC=8$，D是AB的中点，过点B作直线CD的垂线，垂足为点E.

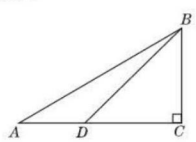
(1)求线段CD的长；

(2)求$\cos\angle ABE$的值.



（第4题）

5. 如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$\angle A=30°$，$BC=3$，D为AC边上一点，$\angle BDC=45°$，求AD的长.

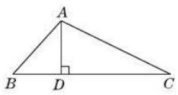


（第5题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

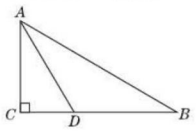
类型4 已知一斜边和一锐角(或锐角的三角函数值)解直角三角形

6. 【2018·重庆市渝中区月考】如图,在$\triangle ABC$中,AD是BC边上的高,$\tan C=\frac{1}{2}$,$AC=3\sqrt{5}$,$AB=4$,求$\triangle ABC$的周长.



(第6题)

7. 如图,在$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$\angle B=30°$,AD是$\angle BAC$的平分线,与BC相交于点D,且$AB=4\sqrt{3}$,求AD的长.



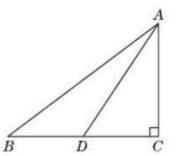
(第7题)

类型5 已知非直角三角形中边或角的关系求三角函数值(化斜为直法)

8. 【2018·盐城市建湖县期末】如图,在Rt$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$\triangle ABC$的周长为24,$\sin B=\frac{3}{5}$,点D是BC的中点.

(1)求BC的长;

(2)求$\angle BAD$的正弦值.



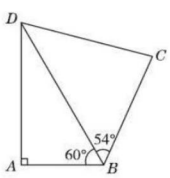
(第8题)

类型6 化解四边形问题为解直角三角形问题

9. 【2018·梧州期末】如图,四边形$ABCD$是一片水田,某村民小组需计算其面积,测得如下数据:$\angle A=90°$,$\angle ABD=60°$,$\angle CBD=54°$,$AB=200$ m,$BC=300$ m.

请你计算出这片水田的面积.

(参考数据:$\sin 54°\approx 0.809$,$\cos 54°\approx 0.588$,$\tan 54°\approx 1.376$,$\sqrt{3}\approx 1.732$)



(第9题)

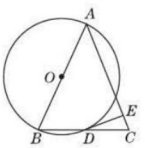
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

类型7 化解圆的问题为解直角三角形问题

10. 【中考·长沙】如图，以△ABC的一边AB为直径作⊙O，⊙O与BC边的交点恰好为BC边的中点D，过点D作⊙O的切线交AC于点E.

(1)求证：$DE \perp AC$；

(2)若$AB=3DE$，求$\tan\angle ACB$的值.



(第10题)

类型8 化解方程问题为解直角三角形问题

11. 已知a,b,c分别是△ABC中$\angle A,\angle B,\angle C$的对边，关于$x$的一元二次方程$a(1-x^2)+2bx+c(1+x^2)=0$有两个相等的实数根，且$3c=a+3b$.

(1)判断△ABC的形状；

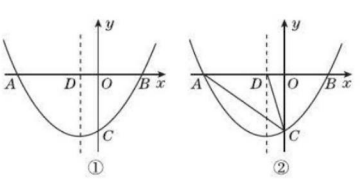
(2)求$\sin A+\sin B$的值.

类型9 化解二次函数问题为解直角三角形问题

12. 【2018·西安市碑林区校级模拟】如图①，二次函数$y=ax^2+bx-4\sqrt{2}\,(a\neq 0)$的图像与$x$轴交于$A(-8,0)$，$B(4,0)$两点，与$y$轴交于点$C$，其对称轴与$x$轴交于点$D$.

(1)求该二次函数的表达式；

(2)如图②，连接AC,CD，求$\tan\angle ACD$的值.



(第12题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

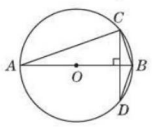
专训4 圆中的三角函数解题策略 (答案见195页)

名师点金

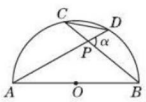
解决几何图形的三角函数求值问题,关键在于找到相关的直角三角形.若没有现成的直角三角形,则需根据所给的条件,合理构造直角三角形,或把角进行转化.圆中此类问题的解决也不例外.

训练角度1 用圆周角的性质把角转化到直角三角形中

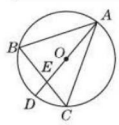
1. 如图,已知 AB 是⊙O 的直径,弦 $CD\perp AB$,$AC=2\sqrt{2}$,$BC=1$,那么 $\sin\angle ABD$ 的值是_____.



(第1题)



(第2题)



(第3题)

训练角度2 用直径与所对圆周角构造直角三角形

2. 如图,已知 AB 是半圆 O 的直径,弦 AD,BC 相交于点 P,若 $\angle DPB=\alpha$,那么 $\dfrac{CD}{AB}$ 等于(　　)

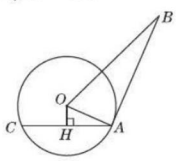
A. $\sin\alpha$　　B. $\cos\alpha$　　C. $\tan\alpha$　　D. $\dfrac{1}{\tan\alpha}$

3. 【2018·广安模拟】如图,$\triangle ABC$ 内接于⊙O,AD 为⊙O 的直径,交 BC 于点 E,若 $DE=2$,$OE=3$,则 $\tan C\cdot\tan B=$(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

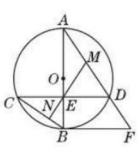
训练角度3 用切线与半径的关系构造直角三角形

4. 如图,AB 是⊙O 的切线,A 为切点,AC 是⊙O 的弦,过 O 作 $OH\perp AC$ 于点 H.若 $OH=2$,$AB=12$,$BO=13$.
求:(1)⊙O 的半径;
(2)$\sin\angle OAC$ 的值;
(3)弦 AC 的长.



(第4题)

5. 【2018·柳州期中】如图,AB 为⊙O 的直径,且弦 $CD\perp AB$ 于 E,过点 B 的切线与 AD 的延长线交于点 F.
(1)若 M 是 AD 的中点,连接 ME 并延长 ME 交 BC 于 N.求证:$MN\perp BC$.
(2)若 $\cos C=\dfrac{4}{5}$,$DF=3$,求⊙O 的半径.



(第5题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

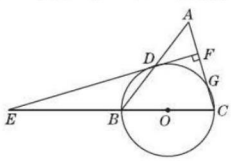
训练角度4 转化条件中的垂直关系构造直角三角形

6. 【2017 · 孝感改编】已知半径为2的⊙O中，弦$AC=2$，弦$AD=2\sqrt{2}$，求$\angle COD$的度数.

7. 如图，等腰三角形ABC中，$AC=BC=10$，$AB=12$. 以BC为直径作⊙O交AB于点D，交AC于点G，$DF\perp AC$，垂足为F，交CB的延长线于点E.

(1)求证：直线EF是⊙O的切线；

(2)求$\sin E$的值.

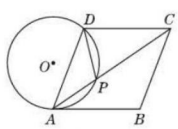


(第7题)

8. 【2017 · 贵港】如图，在菱形$ABCD$中，点P在对角线AC上，且$PA=PD$，⊙O是△PAD的外接圆.

(1)求证：AB是⊙O的切线；

(2)若$AC=8$，$\tan\angle BAC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求⊙$O$的半径.



(第8题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训5 巧用三角函数解学科内的综合问题 (答案见196页)

训练角度1 三角函数与相似三角形的综合应用

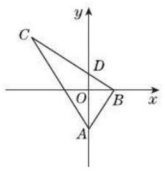
1. 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle ABC=90°$,$\tan\angle BAC=2$,$A(0,a)$,$B(b,0)$,点 C 在第二象限,BC 与 y 轴交于点 $D(0,c)$,若 y 轴平分 $\angle BAC$,则点 C 的坐标不能表示为(　　)

A. $(b+2a,2b)$

B. $(-b-2c,2b)$

C. $(-b-c,-2a-2c)$

D. $(a-c,-2a-2c)$

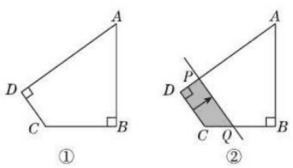


(第1题)

2. 【2018·乐山模拟】如图①,在四边形 $ABCD$ 中,$\angle B=\angle D=90°$,$AB=3$,$BC=2$,$\tan A=\frac{4}{3}$.

(1)求 CD 的长.

(2)如图②,将直线 CD 沿箭头方向平移,交 DA 于点 P,交 CB 于点 Q(点 Q 运动到点 B 停止).设 $DP=x$,四边形 $PQCD$ 的面积为 y,求 y 与 x 的函数关系式,并求出自变量 x 的取值范围.



(第2题)

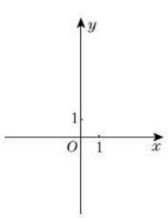
训练角度2 三角函数与其他函数的综合应用

3. 【中考·上海】已知在平面直角坐标系 xOy 中(如图),抛物线 $y=ax^2-4$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A,与 y 轴相交于点 B,$AB=2\sqrt{5}$.点 P 在抛物线上,线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C,线段 BP 与 x 轴相交于点 D,设点 P 的横坐标为 m.

(1)求这条抛物线对应的函数关系式;

(2)用含 m 的代数式表示线段 CO 的长;

(3)当 $\tan\angle ODC=\frac{3}{2}$ 时,求 $\angle PAD$ 的正弦值.



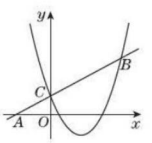
(第3题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

4. 【2018·哈尔滨模拟】如图，在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，直线 $y=kx+1(k\neq0)$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 C，过点 C 的抛物线 $y=ax^2-(6a-2)x+b(a\neq0)$ 与直线 AC 交于另一点 B，点 B 坐标为(4,3).

(1)求 a 的值；

(2)点 P 是射线 CB 上的一个动点，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，垂足为点 Q，在 x 轴上点 Q 的右侧取点 M，使 $MQ=\frac{5}{8}$，在 QP 的延长线上取点 N，连接 PM，AN，已知 $\tan\angle NAQ-\tan\angle MPQ=\frac{1}{2}$，求线段 PN 的长.



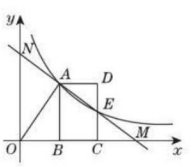
（第4题）

5. 如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图像经过线段 OA 的端点 A，O 为原点，作 $AB\perp x$ 轴于点 B，点 B 的坐标为(2,0)，$\tan\angle AOB=\frac{3}{2}$.

(1)求 k 的值；

(2)将线段 AB 沿 x 轴正方向平移到线段 DC 的位置，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图像恰好经过 DC 的中点 E，求直线 AE 对应的函数表达式；

(3)若直线 AE 与 x 轴交于点 M，与 y 轴交于点 N，请你探索线段 AN 与线段 ME 的数量关系，写出你的结论，并说明理由.



（第5题）

训练角度3 三角函数与方程的综合应用

6. 在△ABC 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 的对边分别是 a，b，c. 已知 a，b 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-(c+4)x+4c+8=0$ 的两个根，且 $9c=25a\sin A$.

(1)试判断△ABC 的形状；

(2)△ABC 的三边长分别是多少？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

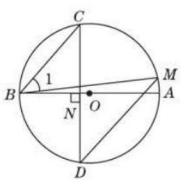
7. 已知关于 x 的方程 $5x^2-10x\cos\alpha-7\cos\alpha+6=0$ 有两个相等的实数根，求边长为 10 cm 且两边所夹的锐角为 α 的菱形的面积.

训练角度4 三角函数与圆的综合应用

8. 如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 N，点 M 在⊙O 上，$\angle 1=\angle C$.

(1)求证：$CB/\!/MD$；

(2)若 $BC=4$，$\sin M=\frac{2}{3}$，求⊙O 的直径.

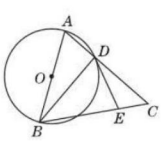


(第8题)

9. 【2018·无锡模拟】如图，在△ABC 中，$AC=BC$，以 AB 为直径的⊙O 交 AC 边于点 D，点 E 在 BC 上，连接 BD，DE，$\angle CDE=\angle ABD$.

(1)证明：DE 是⊙O 的切线；

(2)若 $BD=12$，$\sin\angle CDE=\frac{5}{13}$，求⊙$O$ 的半径和 AC 的长.



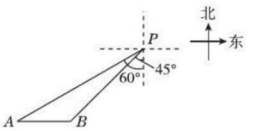
(第9题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训6 应用三角函数解实际问题的四种常见问题 ☞（答案见197页）

训练角度1 定位问题

1. 【2017·天水】一艘轮船位于灯塔 P 南偏西 60°方向的 A 处，它向东航行 20 海里到达灯塔 P 南偏西 45°方向上的 B 处，若轮船继续沿正东方向航行，求轮船航行途中与灯塔 P 的最短距离.（结果保留根号）



（第1题）

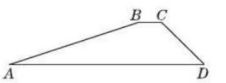
训练角度2 坡坝问题

2. 【2018·苏州市吴中区期末】如图，一水库大坝的横断面为梯形 $ABCD$，坝顶宽 6 m，坝高 10 m，斜坡 AB 的坡度 $i_1=1:3$，斜坡 CD 的坡度 $i_2=1:1$.

（1）求斜坡 AB 的长（结果保留根号）；

（2）求坝底 AD 的长度；

（3）求斜坡 CD 的坡度 α.



（第2题）

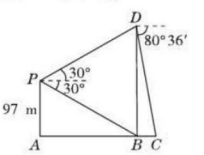
训练角度3 测距问题

3. 【2017·遵义】乌江快铁大桥是快铁渝黔线的一项重要工程，由主桥 AB 和引桥 BC 两部分组成（如图所示），建造前工程师用以下方式做了测量：无人机在 A 处正上方 97 m 处的 P 点，测得 B 处的俯角为 30°（当时 C 处被小山体阻挡无法观测）. 无人机飞行到 B 处正上方的 D 处时能看到 C 处，此时测得 C 处俯角为 80°36′.

（1）求主桥 AB 的长度；

（2）若两观察点 P，D 的连线与水平方向的夹角为 30°，求引桥 BC 的长.

（长度均精确到 1 m，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sin 80°36'\approx0.987$，$\cos 80°36'\approx0.163$，$\tan 80°36'\approx6.041$）



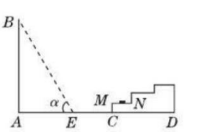
（第3题）

训练角度4 测高问题

4. 【中考·盐城】如图所示，一幢楼房 AB 背后有一台阶 CD，台阶每层高 0.2 米，且 $AC=17.2$ 米，设太阳光线与水平地面的夹角为 α，当 $\alpha=60°$ 时，测得楼房在地面上的影长 $AE=10$ 米. 现有一只小猫睡在台阶的 MN 这层上晒太阳.（$\sqrt{3}$ 取 1.73）

（1）楼房的高度约为多少米？

（2）过了一会儿，当 $\alpha=45°$ 时，小猫还能否晒到太阳？请说明理由.



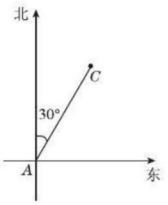
（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训7 利用三角函数解实际问题的几种数学模型 (答案见198页)

训练角度1 一角一线型(构造一个直角三角形)

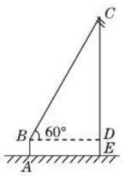
1. 如图,一艘船以30海里/时的速度向正北方向航行,船在A处时,测得岛C在该船的北偏东30°方向上,航行半小时后,该船到达B处,发现此时岛C与该船距离最近.
(1)请在图中作出B处的位置;
(2)求岛C到B处的距离.(结果保留根号)



(第1题)

训练角度2 一角两线型(构造一个直角三角形和矩形)

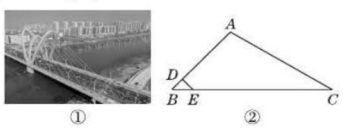
2. 如图,小方在五月一日假期中到郊外放风筝,风筝飞到C处时的线长为20米,此时小方正好站在A处,并测得风筝的仰角$\angle CBD=60°$,B离地面1.5米,求此时风筝离地面的高度CE.



(第2题)

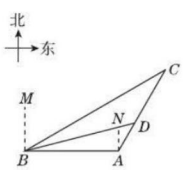
训练角度3 两角一线型

3. 【2018·随州】随州市新溠水一桥(如图①)设计灵感来源于市花——兰花,采用蝴蝶兰斜拉桥方案,设计长度为258米,宽32米,为双向六车道,2018年4月3日通车.斜拉桥又称斜张桥,主要由索塔、主梁、斜拉索组成.某座斜拉桥的部分截面图如图②所示,索塔AB和斜拉索(图中只画出最短的斜拉索DE和最长的斜拉索AC)均在同一水平面内,BC在水平桥面上.已知$\angle ABC=\angle DEB=45°$,$\angle ACB=30°$,$BE=6$米,$AB=5BD$.
(1)求最短的斜拉索DE的长;
(2)求最长的斜拉索AC的长.



(第3题)

4. 【2017·辽阳】今年,我国海关总署严厉打击"洋垃圾"违法行动,坚决把"洋垃圾"拒于国门之外.如图,某天我国一艘海监船巡航到A港口正西方的B处时,发现在B的北偏东60°方向,相距150海里处的C点有一可疑船只正沿CA方向行驶,C点在A港口的北偏东30°方向上,海监船向A港口发出指令,执法船立即从A港口沿AC方向驶出,在D处成功拦截住可疑船只,此时D点与B点的距离为$75\sqrt{2}$海里.
(1)求B点到直线CA的距离;
(2)执法船从A到D航行了多少海里?(结果保留根号)



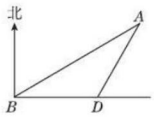
(第4题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

专训8 利用三角函数解判断说理问题 ☞（答案见198页）

训练角度1 航行路线问题

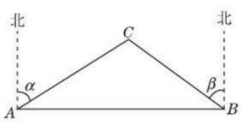
1. 【2017·十堰】如图，海中有一小岛A，它周围8海里内有暗礁，渔船跟踪鱼群由西向东航行，在B点测得小岛A在北偏东60°方向上，航行12海里到达D点，这时测得小岛A在北偏东30°方向上. 如果渔船不改变航线继续向东航行，有没有触礁的危险？试说明理由.



（第1题）

训练角度2 工程规划问题

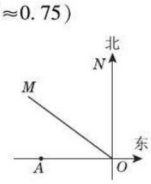
2. A，B两市相距150千米，分别从A，B处测得国家级风景区中心C处的方位角如图所示，风景区区域是以C为圆心、45千米为半径的圆，$\tan\alpha=1.627$，$\tan\beta=1.373$. 为了开发旅游，有关部门设计修建连接A，B两市的高速公路. 连接A，B两市的高速公路会穿过风景区吗？请说明理由.



（第2题）

训练角度3 声音传播问题

3. 如图，某校的教室A位于工地O的正西方向，且$OA=200$ m，一台拖拉机从O点出发，以每秒5 m的速度沿北偏西53°的方向行驶. 设拖拉机的噪声污染半径为130 m，则教室A是否在拖拉机的噪声污染范围内？若不在，请说明理由；若在，请求出教室A受污染的时间.（参考数据：$\sin 53°\approx0.80$，$\sin 37°\approx0.60$，$\tan 37°\approx0.75$）



（第3题）

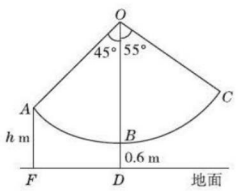
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

训练角度4 游乐场所安全问题

4. 【2018·遵义期末】某新农村乐园设置了一个秋千场所，如图所示，秋千拉绳 OB 的长为 3 m，静止时，踏板到地面距离 BD 的长为 0.6 m（踏板厚度忽略不计）. 为安全起见，乐园管理处规定：儿童的“安全高度”为 h m，成人的“安全高度”为 2 m.（计算结果精确到十分位）

(1) 当摆绳 OA 与 OB 成 45°夹角时，恰为儿童的安全高度，则 $h\approx$_____；

(2) 某成人在玩秋千时，摆绳 OC 与 OB 的最大夹角为 55°，问此人是否安全？（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sin 55°\approx0.82$，$\cos 55°\approx0.57$，$\tan 55°\approx1.43$）



（第4题）

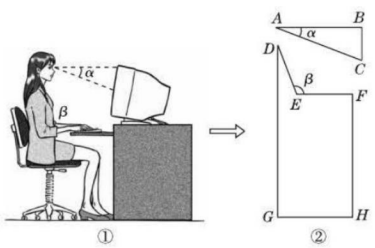
训练角度5 科学使用电脑问题

5. 【2017·江西】如图①，研究发现，科学使用电脑时，望向荧光屏幕画面的“视线角”α 约为 20°，而当手指接触键盘时，肘部形成的“手肘角”β 约为 100°. 如图②是其侧面简化示意图，其中视线 AB 水平，且与屏幕 BC 垂直.

(1) 若屏幕上下宽 $BC=20$ cm，科学使用电脑时，求眼睛与屏幕的最短距离 AB 的长.

(2) 若肩膀到水平地面的距离 $DG=100$ cm，上臂 $DE=30$ cm，下臂 EF 水平放置在键盘上，其到地面的距离 $FH=72$ cm. 请判断此时 β 是否符合科学要求的 100°？

（参考数据：$\sin 69°\approx\frac{14}{15}$，$\cos 21°\approx\frac{14}{15}$，$\tan 20°\approx\frac{4}{11}$，$\tan 43°\approx\frac{14}{15}$，所有结果精确到个位）



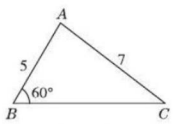
（第5题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训9 作辅助线构造直角三角形的方法 ☞（答案见199页）

方法1 无直角、无等角的三角形作高

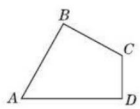
1. 【2018·牡丹江期末】已知如图，在$\triangle ABC$中，$AB=5$，$AC=7$，$\angle B=60°$，求BC的长.



（第1题）

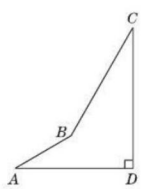
方法2 有直角、无三角形的图形延长某些边或作垂线

2. 如图，在四边形$ABCD$中，$AB=2$，$CD=1$，$\angle A=60°$，$\angle D=\angle B=90°$，求四边形$ABCD$的面积.



（第2题）

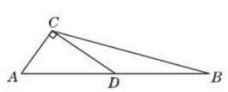
3. 【2018·广州模拟】如图，$AD\perp CD$，$AB=10$，$BC=20$，$\angle A=\angle C=30°$，求AD，CD的长.



（第3题）

方法3 有三角函数值不能利用时作垂线

4. 如图，在$\triangle ABC$中，点D为AB的中点，$DC\perp AC$，$\sin\angle BCD=\frac{1}{3}$，求$\tan A$.



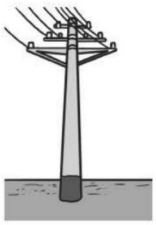
（第4题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训10 测量方案的设计 (答案见199页)

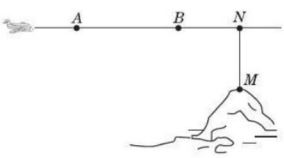
训练角度 测量方案的设计(建模思想)

1. 【2018·北京市石景山区期末】如图,为了测量某电线杆(底部可到达)的高度,准备了如下的测量工具:①平面镜;②皮尺;③长为2 m的标杆;④高为1.5 m的测角仪(测量仰角、俯角的仪器).请根据你所设计的测量方案,回答下列问题:
(1)画出你的测量方案示意图,并根据你的测量方案写出你所选用的测量工具;
(2)结合你的示意图,写出求电线杆高度的思路.



(第1题)

2. 如图,飞机沿水平方向(A,B两点所在直线)飞行,前方有一座高山,为了避免飞机飞行过低,就必须测量山顶M到飞行路线AB的距离MN.飞机能够测量的数据有俯角和飞行距离(因安全因素,飞机不能飞到山顶的正上方N处才测飞行距离),请设计一个求距离MN的方案,要求:
(1)指出需要测量的数据;(用字母表示,并在图中标出)
(2)用测出的数据写出求距离MN的步骤.



(第2题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第8章 统计和概率的简单应用

8.1 中学生的视力情况调查

第1课时 简单随机抽样

名师点金

在进行抽样调查时，需要对调查对象、范围、方式、时间等方面综合考虑，这样才能做到既节省资源，又能得到科学、合理、准确的结论. 通常用抽样调查方法的原因有两个：一是在许多情况下总体中包含的个体数往往较多，甚至无限，不可能一一加以考察；二是某些从总体中抽取的个体的试验带有破坏性，抽取的个体不允许太多. 在抽取样本估计总体时，样本容量越大，估计的结果也就越精确.

夯实基础 · 逐点练 (答案见200页) 随堂导练

知识点1 抽样调查中样本的选取

1. 【2017 · 衡阳】下面调查方式中，合适的是(　　)
   A. 调查你所在班级同学的身高，采用抽样调查方式
   B. 调查湘江的水质情况，采用抽样调查的方式
   C. 调查CCTV－5《NBA总决赛》栏目在我市的收视率，采用普查的方式
   D. 要了解全市初中学生的业余爱好，采用普查的方式
2. 【2017 · 贺州】为了调查某市中小学生对“营养午餐”的满意程度，适合采用的调查方式是_____.(填“普查”或“抽样调查”)
3. 下列事件：①审查书稿中有哪些科学性错误适合用普查；②了解全国足球迷的健康状况适合用抽样调查；③为了调查一个省的环境污染情况，调查了该省省会城市的环境污染情况，利用此调查结果来反映该省的环境污染情况；④某环保网站正在对“支持商店使用环保购物袋”进行在线调查，此种调查结果不具有代表性. 其中，说法正确的有_____.(填序号)

知识点2 简单随机抽样

4. 下面几个抽样调查选取样本的方法是简单随机抽样的是(　　)
   A. 一食品厂为了解其产品的质量情况，在其生产流水线上每隔150包选取一包检查其质量
   B. 一学校为了解学生家庭经济状况，某同学建议在实验班中进行调查
   C. 为了解公司员工的工资情况，抽查了中层以上干部的工资进行分析
   D. 为了解某地的年降水量，对夏季的某一个月进行观测
5. 【2018 · 安顺】要调查安顺市中学生了解禁毒知识的情况，下列抽样调查最适合的是(　　)
   A. 在某中学抽取200名女生　　B. 在安顺市中学生中抽取200名学生
   C. 在某中学抽取200名学生　　D. 在安顺市中学生中抽取200名男生
6. 【2017 · 南宁】红树林中学共有学生1 600人，为了解学生最喜欢的课外体育运动项目的情况，学校随机抽查了200名学生，其中有85名学生表示最喜欢的项目是跳绳，则可估计该校学生中最喜欢的课外体育运动项目为跳绳的学生有_____人.
7. 一家空调生产厂家在某城市三个经销本厂产品的大商场进行调查发现，该厂空调的销售量占这三个大商场同类产品销售量的40%，于是他们在广告宣传中称该厂空调的销售量占同类产品的40%. 你认为他们的宣传数据是否可信：_____(填“可信”或“不可信”)，理由是_____.

易错点 忽略样本选取要有代表性和广泛性

8. 学期结束时，学校想调查学生对九年级实验教材的意见，从九年级一班抽取了30名学生进行调查，你认为这种调查方法是否合适：_____.(填“合适”与“不合适”)　　【导学号：8349431】

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 链接中考 · 真题练 (答案见 200 页) 课后导练

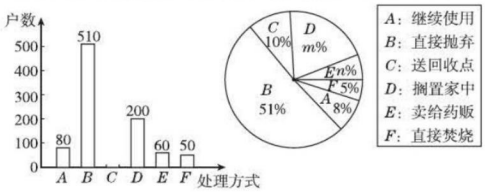
命题角度1 利用简单随机抽样处理过期药品

9. 【2017 · 台州】家庭过期药品属于“国家危险废物”,处理不当将污染环境,危害健康. 某市药监部门为了解市民家庭处理过期药品的方式,决定对全市家庭做一次简单随机抽样调查.

(1)下列选取样本的方法最合理的一种是_____.(只需填上正确答案的序号)

①在市中心某个居民区以家庭为单位随机抽取;②在全市医务工作者中以家庭为单位随机抽取;③在全市常住人口中以家庭为单位随机抽取.

(2)本次抽样调查发现,接受调查的家庭都有过期药品,现将有关数据呈现如图:



(第 9 题)

①m = _____,n = _____.

②补全条形统计图.

③根据调查数据,你认为该市市民家庭处理过期药品最常见的方式是什么?

④家庭过期药品的正确处理方式是送回收点,若该市有 180 万户家庭,请估计大约有多少户家庭处理过期药品的方式是送回收点.

命题角度2 利用简单随机抽样了解学生参与安全教育情况

10. 【2018 · 盐城】“安全教育平台”是中国教育学会为方便家长和学生参与安全知识活动、接受安全提醒的一种应用软件. 某校为了了解家长和学生参与“防溺水教育”的情况,在本校学生中随机抽取部分学生做调查,把收集的数据分为以下 4 类情形:

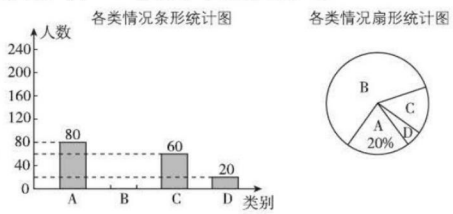
A. 仅学生自己参与; B. 家长和学生一起参与; C. 仅家长自己参与; D. 家长和学生都未参与.

请根据图中提供的信息,解答下列问题:

(1)在这次抽样调查中,共调查了_____名学生;

(2)补全条形统计图,并在扇形统计图中计算 C 类所对应扇形的圆心角的度数;

(3)根据抽样调查结果,估计该校 2 000 名学生中“家长和学生都未参与”的人数.



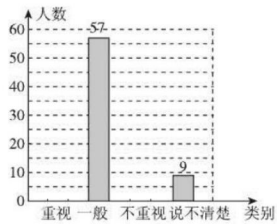
(第 10 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

命题角度3 利用简单随机抽样了解学生阅读情况

11. 【2018 · 南昌模拟】某教研机构为了解在校初中生阅读数学教科书的现状，随机抽取某校部分初中学生进行了调查，依据相关数据绘制成以下不完整的统计表和统计图（如图），请根据图表中的信息解答下列问题：

类别	人数	占总人数比例
重视	a	0.3
一般	57	0.38
不重视	b	c
说不清楚	9	0.06



（第11题）

（1）求样本容量及表格中 a，b，c 的值，并补全统计图.

（2）若该校共有初中生2 300名，请估计该校“不重视阅读数学教科书”的初中生人数.

（3）①根据上面的统计结果，谈谈你对该校初中生阅读数学教科书的现状的看法及建议；

②如果要了解全省初中生阅读数学教科书的情况，你认为应该如何进行抽样？

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 （答案见200页） 课后选练

拔尖角度 利用简单随机抽样做出判断

12. 某报纸上刊登了一则新闻，“某种品牌的节能灯的合格率为95%”，请据此回答下列问题.

（1）这则新闻是否说明市面上所有这种品牌的节能灯恰有5%为不合格？

（2）你认为这则消息来源于普查，还是抽样调查？为什么？

（3）如果已知在这次检查中合格产品有76个，则共有多少个节能灯接受检查？

（4）如果此次检查了两种产品，数据如下表所示，有人由此认为“A 品牌的不合格率比 B 品牌低，更让人放心”. 你同意这种说法吗？为什么？

品牌	A	B
被检测数	70	10
不合格数	3	1

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第 2 课时 样本估计总体

名师点金

用样本去估计总体的方法：在统计里，我们通常从总体中抽取一个样本，通过研究样本的某些特性（如平均数、众数、方差等）来估计总体的相应特性，这种用样本估计总体的方法是行之有效的，有一定的科学性. 用样本估计总体是一种重要的数学思想，通过对数据的分析，根据统计结果，我们可以做出合理的判断和预测.

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见 200 页） 随堂导练

知识点1 样本估计总体

1. 【2018 · 湘潭】每年 5 月 11 日是由世界卫生组织确定的世界防治肥胖日，某校为了了解全校 2 000 名学生的体重情况，随机抽测了 200 名学生的体重，根据体质指数（BMI）标准，体重超标的有 15 名学生，则估计全校体重超标学生的人数为（　　）

A. 15　　B. 150　　C. 200　　D. 2 000

2. 【2017 · 苏州】为了鼓励学生课外阅读，学校公布了“阅读奖励”方案，并设置了“赞成、反对、无所谓”三种意见. 现从学校所有 2 400 名学生中随机征求了 100 名学生的意见，其中持“反对”和“无所谓”意见的共有 30 名学生，估计全校持“赞成”意见的学生人数约为（　　）

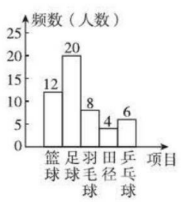
A. 70　　B. 720　　C. 1 680　　D. 2 370

知识点2 整理、分析数据

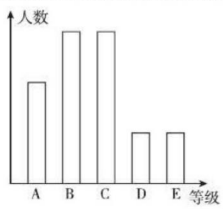
3. 【2018 · 江西】某班组织了针对全班同学关于“你最喜欢的一项体育活动”的问卷调查后，绘制出如图所示的频数分布直方图，由图可知，下列结论正确的是（　　）

A. 最喜欢篮球的人数最多　　B. 最喜欢羽毛球的人数是最喜欢乒乓球人数的两倍

C. 全班共有 50 名学生　　D. 最喜欢田径的人数占总人数的 10%



（第 3 题）



（第 4 题）

4. 【2018 · 邵阳】某市对九年级学生进行“综合素质”评价，评价结果分为 A，B，C，D，E 五个等级. 现随机抽取了 500 名学生的评价结果作为样本进行分析，绘制了如图所示的统计图. 已知图中从左到右的五个长方形的高之比为 2 ∶ 3 ∶ 3 ∶ 1 ∶ 1，据此估算该市 80 000 名九年级学生中“综合素质”评价结果为“A”的学生约为_____人.

Ⅱ 整合方法 · 提升练 （答案见 200 页） 课后导练

考查角度1 利用样本估计总体做预测

5. 某养鱼专业户搞池塘养鱼已三年了，头一年放养鲢鱼苗 20 000 尾，其成活率约为 70%，为了了解这批鲢鱼苗的生长情况（以每尾鱼的质量为标准），在第二年秋季时，随意从中捞取 10 尾，称得每尾鱼的质量如下（单位：千克）：

0.8　0.9　1.2　1.3　0.8　0.9　1.1　1.2　1.0　0.8

（1）指出上述问题中的总体、个体和样本分别是什么；

（2）试根据样本的平均数估计这塘鱼的总产量约是多少千克；

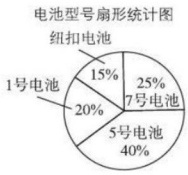
（3）如果把这塘鱼以每千克 4 元的价格全部卖掉，则可得多少元的收入？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度2 利用样本估计总体解决实际问题

6. 为了响应创建环保模范城市的号召，某中学组织了1 200名学生参加义务收集废旧电池的活动，下表是随机抽出的50名学生收集电池情况的统计表，绘制的扇形统计图如图.

电池个数	3	4	5	6	8
人数	10	15	12	7	6



（第6题）

根据图表中的数据，回答下列问题：

(1) 这50名学生平均每人收集废旧电池_____个.

(2) 电池个数的中位数是_____，众数是_____.

(3) 估计该校本次活动共收集电池_____个.

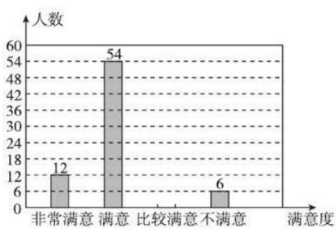
(4) 根据资料显示，一粒纽扣电池可使60吨水受到污染，相当于一个人一生的饮水量. 假定一粒纽扣电池、一节7号电池、一节5号电池、一节1号电池污染的水量比为1∶2∶3∶5，试问：通过本次收集活动可减少受污染的水的总量相当于多少人一生的饮水量？

Ⅲ 链接中考 · 真题练 （答案见200页） 课后导练

命题角度1 样本频数分布估计总体频数分布

7. 【2018 · 成都】为了给游客提供更好的服务，某景区随机对部分游客进行了关于“景区服务工作满意度”的调查，并根据调查结果绘制成如下不完整的统计图表.

满意度	人数	所占百分比
非常满意	12	10%
满意	54	m
比较满意	n	40%
不满意	6	5%



（第7题）

根据图表信息，解答下列问题：

(1) 本次调查的总人数为_____，表中m的值为_____.

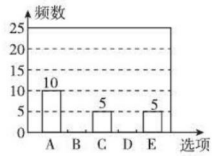
(2) 请补全条形统计图.

(3) 据统计，该景区平均每天接待游客约3 600名，若将“非常满意”和“满意”作为游客对景区服务工作的肯定，请你估计该景区服务工作平均每天得到多少名游客的肯定.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 【2017 · 德州】随着移动终端设备的升级换代，手机已经成为我们生活中不可缺少的一部分，为了解中学生在假期使用手机的情况（选项：A. 和同学亲友聊天；B. 学习；C. 购物；D. 游戏；E. 其他），端午节后某中学在全校范围内随机抽取了若干名学生进行调查，得到图表（部分信息未给出）如下：

选项	频数	频率
A	10	m
B	n	0.2
C	5	0.1
D	p	0.4
E	5	0.1



（第 8 题）

根据以上信息解答下列问题：

（1）这次被调查的学生有多少人？

（2）求表中 m，n，p 的值，并补全条形统计图.

（3）若该中学约有 800 名学生，估计全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有多少人？并根据以上调查结果，就中学生如何合理使用手机给出你的一条建议.

命题角度2 利用统计图解决软件开发方案问题

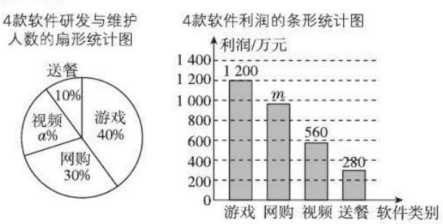
9. 【2018 · 泰州】某软件科技公司 20 人负责研发与维护游戏、网购、视频和送餐共 4 款软件. 投入市场后，游戏软件的利润占这 4 款软件总利润的 40%. 如图是这 4 款软件研发与维护人数的扇形统计图和利润的条形统计图.

根据以上信息，回答下列问题：

（1）直接写出图中 a，m 的值.

（2）分别求网购与视频软件的人均利润.

（3）在总人数和各款软件人均利润都保持不变的情况下，能否只调整网购与视频软件的研发与维护人数，使总利润增加 60 万元？如果能，写出调整方案；如果不能，请说明理由.



（第 9 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8.2 货比三家

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见201页） 随堂导练

知识点1 查询数据做决策

1. 某超市购进了一批不同价格的运动鞋，根据近几年统计的平均数据，运动鞋单价为40元，35元，30元，25元的销售百分率分别为60%，75%，82%，98%．要使该超市销售运动鞋销售额最大，该超市应多购单价为（　　）的运动鞋．

A. 40元　　B. 35元　　C. 30元　　D. 25元

2. 【2018·酒泉】甲、乙、丙、丁四名同学在一次投掷实心球训练中，在相同条件下各投掷10次，他们成绩的平均数 $\bar{x}$ 与方差 s^2 如下表：

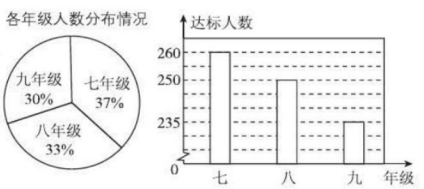
	甲	乙	丙	丁
平均数 $\bar{x}$/米	11.1	11.1	10.9	10.9
方差 s^2	1.1	1.2	1.3	1.4

若要选一名成绩好且发挥稳定的同学参加比赛，则应该选择_____去．

3. 某厂对A，B，C三种型号的彩电分别降价15%，10%，5%，因此该厂宣称其产品平均降价10%，你认为该厂的说法正确吗？_____．（填“正确”或“不正确”）

知识点2 从统计图中获取信息做决策

4. 某校公布了该校反映各年级学生体育达标情况的两幅统计图，如图所示，该校七、八、九三个年级共有学生800人．甲、乙、丙三个同学看了这两幅统计图后，甲说：“七年级的体育达标率最高．”乙说：“八年级共有学生264人．”丙说：“九年级的体育达标率最高．”甲、乙、丙三个同学中，说法正确的是（　　）



（第4题）

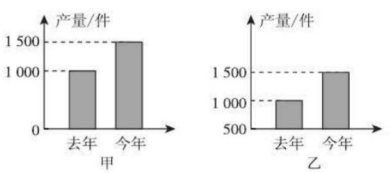
A. 甲和乙　　B. 乙和丙

C. 甲和丙　　D. 甲和乙及丙

5. 【2017·南京】如图是某市2013～2016年私人汽车拥有量和年增长率的统计图．该市私人汽车拥有量年净增量最多的是_____年，私人汽车拥有量年增长率最大的是_____年．



（第5题）



（第6题）

易错点 直觉引起的错觉

6. 某公司两个车间生产同一种产品，产量都从去年的1 000件增至今年的1 500件，可两个车间主任报送的统计图却不一样．

（1）如图，甲和乙哪个能较准确地反映产量的增长情况？

（2）不规范的统计图存在的主要问题是什么？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见 201 页)

课后导练

考查角度1 数据信息的分析

7. 某学校举行演讲比赛,选出了 10 名同学担任评委,并事先拟定从如下 4 个方案中选择合理的方案来确定每个演讲者的最后得分(满分为 10 分):

方案 1　所有评委所给分的平均数.

方案 2　在所有评委所给分中,去掉一个最高分和一个最低分,然后再计算其余分数的平均数.

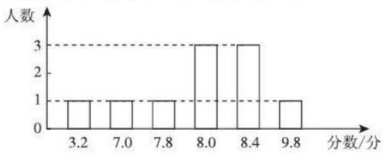
方案 3　所有评委所给分的中位数.

方案 4　所有评委所给分的众数.

为了探究上述方案的合理性,先对某个同学的演讲成绩进行了统计试验. 这个同学的得分统计如图所示.

(1)分别按上述 4 个方案计算这个同学演讲的最后得分;

(2)根据(1)中的结果,请用统计的知识说明哪些方案不适合作为确定这个同学演讲的最后得分的方案.

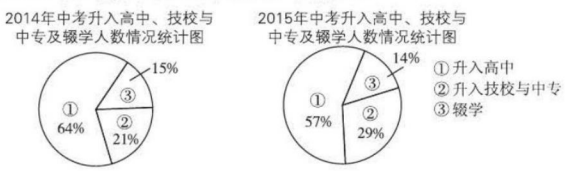


(第 7 题)

考查角度2 正确分析媒体信息

8. 某市在全市普及九年义务教育后,决定在五年内普及高中教育,如图是 2014 年、2015 年两年中考升入高中、技校与中专及辍学人数与考生人数的比例情况.

根据该图,李疑认为该市 2015 年升入高中人数比 2014 年少,你同意她的看法吗? 为什么?



(第 8 题)

考查角度3 货比三家

9. 三个生产日光灯管的厂家在广告中宣称,他们生产的日光灯管在正常情况下,灯管的使用寿命为 48 个月. 工商部门为了检查他们宣传的真实性,从三个厂家各抽取 11 只日光灯管进行检测,灯管的使用寿命(单位:月)如下:

甲厂	28	32	36	36	36	44	52	56	64	68	76
乙厂	28	28	36	36	40	40	48	48	48	52	64
丙厂	28	28	32	32	32	48	52	56	60	64	76

如果三种产品的售价一样,作为顾客的你会选购哪个厂家的产品? 请说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 链接中考 · 真题练 ☞（答案见201页） 课后导练

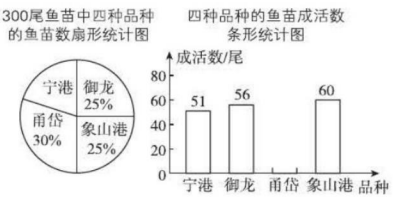
命题角度 分析统计图做出推广策略

10. 【2017 · 宁波】大黄鱼是中国特有的地方性鱼种类，有“国鱼”之称. 由于过去滥捕等多种因素，大黄鱼资源已基本枯竭. 目前，我市已培育出十余种大黄鱼品种，某鱼苗人工养殖基地对其中的四种品种“宁港”“御龙”“甬岱”“象山港”共300尾鱼苗进行成活试验，从中选出成活率最高的品种进行推广. 通过试验得知“甬岱”品种鱼苗成活率为80%，并把试验数据绘制成如图所示的两幅统计图（部分信息未给出）：

（1）求试验中“宁港”品种鱼苗的数量；

（2）求试验中“甬岱”品种鱼苗的成活数，并补全条形统计图；

（3）你认为应选哪一品种进行推广？请说明理由.



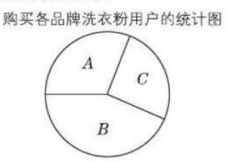
（第10题）

Ⅳ 探究培优 · 拓展练 ☞（答案见201页） 课后选练

拔尖角度 从统计图表中获取信息做出决策

11. 某商厦对销量较大的A，B，C三种品牌的洗衣粉进行了问卷调查，发放问卷270份（问卷由单选和多选题组成）. 对收回的238份问卷进行了整理，部分数据如下：

（一）最近一次购买各品牌洗衣粉用户的比例（如图）.



（第11题）

（二）用户对各品牌洗衣粉满意情况汇总表：

内容	质量			广告			价格		
品牌	A	B	C	A	B	C	A	B	C
满意户数	194	121	117	163	172	107	98	96	100

根据上述信息回答下列问题：

（1）A品牌洗衣粉的主要竞争优势是什么？你是怎样看出来的？

（2）广告对用户选择品牌有影响吗？请简要说明理由.

（3）你对生产C品牌洗衣粉的厂家有何建议？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8.3 统计分析帮你做预测

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见 201 页) 随堂导练

知识点 根据统计分析,做预测

1. 【2018 · 邵阳】小明参加 100 m 短跑训练,2018 年 1 ~ 4 月的训练成绩如下表所示:

月份	1	2	3	4
成绩/s	15.6	15.4	15.2	15

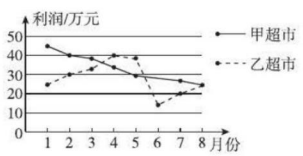
体育老师夸奖小明是“田径天才”. 请你预测小明 5 年(60 个月)后 100 m 短跑的成绩为(　　)
(温馨提示:目前 100 m 短跑世界纪录为 9 秒 58)

A. 14.8 s　　B. 3.8 s　　C. 3 s　　D. 预测结果不可靠

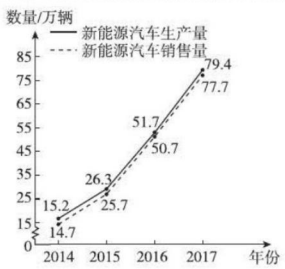
2. 【2018 · 郴州】甲、乙两超市在 1 月至 8 月间的赢利情况统计图如图所示,下面结论不正确的是(　　)

A. 甲超市的利润逐月减少　　B. 乙超市的利润在 1 月至 4 月间逐月增加

C. 8 月份两家超市利润相同　　D. 乙超市在 9 月份的利润必超过甲超市



(第 2 题)



(第 4 题)

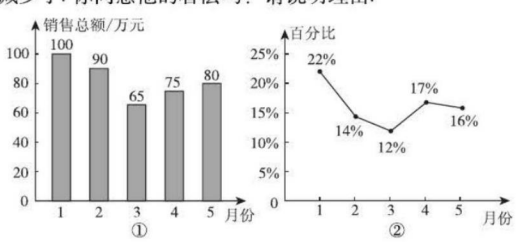
3. 统计学规定:某次测量得到 n 个结果 $x_1, x_2, \cdots, x_n$. 当函数 $y=(x-x_1)^2+(x-x_2)^2+\cdots+(x-x_n)^2$ 取最小值时,对应 x 的值称为这次测量的“最佳近似值”. 若某次测量得到 5 个结果 9.8, 10.1, 10.5, 10.3, 9.8. 请预测这次测量的“最佳近似值”为_____.

4. 【2018 · 北京市昌平区二模】近年来,随着新能源汽车推广力度加大,产业快速发展,越来越多的消费者开始接受并购买新能源汽车,我国新能源汽车的生产量和销售量都大幅增长,如图是 2014 ~ 2017 年新能源汽车生产和销售的情况:根据统计图中提供的信息,预估全国 2018 年新能源汽车销售量约为_____万辆,你的预估理由是_____.

易错点 混淆百分比与具体数值间的关系

5. 如图①表示的是某综合商场今年 1 ~ 5 月各月销售总额的情况,图②表示的是商场服装部各月销售额占商场当月销售总额的百分比情况.

小刚观察后认为,5 月份商场服装部的销售额比 4 月份减少了. 你同意他的看法吗? 请说明理由.



(第 5 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅱ 整合方法 · 提升练 （答案见201页）

课后导练

考查角度1 根据可能性，进行预测

6. 小虎在他家小区旁的路口统计了1分钟的车流量，根据如下统计结果进行预测，下列说法不合理的是（　　）

车型	小汽车	公共汽车	面包车	电瓶车
辆数	24	18	18	10

A. 下一辆出现的可能是面包车　　B. 下一辆出现的可能性四种车都为$\frac{1}{4}$

C. 下一辆出现小汽车的可能性最大　　D. 下一辆出现电瓶车的可能性最小

考查角度2 根据已给规律进行预测

7. 【2017 · 仙桃】近几年，随着电子商务的快速发展，“电商包裹件”占“快递件”总量的比例逐年增长，根据企业财报，某网站得到如下统计表：

年份	2014	2015	2016	2017（预计）
快递件总量（亿件）	140	207	310	450
电商包裹件（亿件）	98	153	235	351

（1）请选择适当的统计图，描述2014～2017年“电商包裹件”占当年“快递件”总量的百分比（精确到1%）；

（2）若2018年“快递件”总量将达到675亿件，请估计其中“电商包裹件”约为多少亿件？

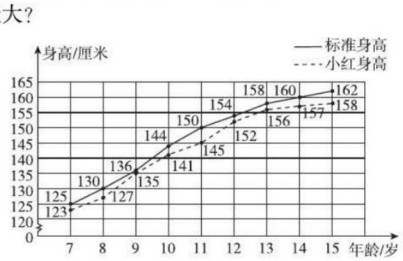
考查角度3 根据统计图信息进行预测

8. 小红每年生日都测量身高，如图是她7～15岁间测量的身高与全国同龄女生标准身高对比的统计图.

（1）这是一幅什么统计图？小红身高在哪一年比上一年增长幅度最大？

（2）从图中的信息中你能发现什么？

（3）你能预测小红18岁时的身高吗？



（第8题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 (答案见 202 页) 课后选练

拔尖角度1 利用预测的结果进行判断

9. 肥胖已成为青少年十分关注的一个问题,下表是人的身高与标准体重的对应表:

身高/cm	157	159	160	170	172	175	178	180
标准体重/kg	52	54	54	63	64.8	67.5	70.2	72

设标准体重为 y kg,身高为 x cm,专家认为当身高不大于 159 cm 时,y 与 x 之间的函数表达式是 $y=x-105$;当身高不小于160 cm 时,y 与 x 也成某种函数关系.

(1)以人的身高为横坐标,标准体重为纵坐标,在平面直角坐标系内画出身高不小于 160 cm 时相应的点,并画一条适当的直线表示标准体重与人的身高之间的关系.

(2)当身高不小于 160 cm 时,求 y 与 x 之间的函数表达式.

(3)如果一个人的身高是 163 cm,求这个人的标准体重.

(4)专家认为,一个人的实际体重超过或低于标准体重的 10%(包括 10%)为正常范围,超过 10% ~20% 属于轻度肥胖,超过 50% 属于重度肥胖. 一个人的实际体重为 55 kg,属于正常范围,求出这个人的身高范围.(精确到 1 cm)

拔尖角度2 统计分析做预测在实际中的应用

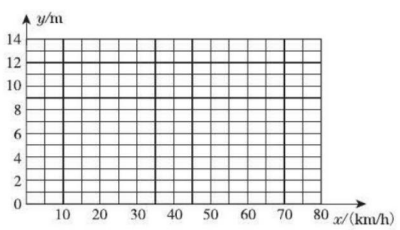
10. 行驶中的汽车刹车后,由于惯性的作用,还会继续向前滑行一段距离,这段距离称为"刹车距离". 为了测定某种型号汽车的刹车性能(车速不超过 120 km/h,否则视为超速),对这种汽车进行测试,测得数据如下表:

刹车时车速/(km/h)	0	10	20	30	40	50	60	70
刹车距离/m	0	1.1	2.4	3.9	5.6	7.5	9.6	11.9

(1)以刹车时车速为 x 轴,刹车距离为 y 轴,在如图所示的平面直角坐标系中,描出这些数据所表示的点,并且用平滑的曲线连接这些点,得到函数的大致图像;

(2)观察图像,估计该函数的类型,并确定一个满足这些数据的函数表达式;

(3)该型号汽车在国道上发生了一次交通事故,现测得刹车距离为 26.4 m,问在事故发生时,汽车是否超速?说明理由.



(第 10 题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

8.4 抽签方法合理吗

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见202页) 随堂导练

知识点1 抽签是公平游戏

1. 【2018 · 泰州市姜堰区期中】小红和其他四个同学抽签决定从星期一到星期五的值日次序，她第三个抽签，抽到星期一的概率与前两个同学相比(　　)

A. 大　　B. 小　　C. 一样大　　D. 无法比较

2. 【2017 · 岳阳】从$\sqrt{2}$，0，π，3.14，6这5个数中随机抽取一个数，抽到有理数的概率是(　　)

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 【2017 · 南充】经过某十字路口的汽车，可直行，也可向左转或向右转，如果这三种可能性大小相同，则两辆汽车经过该十字路口时都直行的概率是_____.

知识点2 判断游戏的公平性

4. 周末，王雪带领小朋友玩摸球游戏：在不透明塑料袋里装有1个白色和2个黄色的球，摸出两个球都是黄色的获胜. 小明一次从袋里摸出两个球；小刚左手从袋里摸出一个球，然后右手摸出一个球；小华则先从袋里摸出一个球看一下颜色，又放回袋里，再从袋里摸出一个球. 这时，小明急了，说：小刚、小华占了便宜，不公平. 你认为如何？(　　)

A. 不公平，小刚、小华占便宜了　　B. 公平

C. 不公平，小华吃亏了　　D. 不公平，小华占便宜了

5. 暑假快到了，父母打算带兄妹俩去某个景点旅游一次，长长见识，可哥哥坚持去黄山，妹妹坚持去泰山，争执不下. 父母为了公平起见，决定设计一款游戏，若哥哥赢了就去黄山，妹妹赢了就去泰山. 下列游戏中，不能选用的是(　　)

A. 掷一枚硬币，正面向上哥哥赢，反面向上妹妹赢

B. 同时掷两枚硬币，两枚都正面向上，哥哥赢，一正一反向上妹妹赢

C. 掷一枚骰子，向上的一面是奇数则哥哥赢，反之妹妹赢

D. 在不透明的袋子中装有两黑两红四个球，除颜色外，其余均相同，随机摸出一个是黑球则哥哥赢，是红球则妹妹赢

6. 小明与小刚一起玩抛掷两枚硬币的游戏，游戏规则：抛出两个正面，则小明得1分；抛出其他结果，则小刚得1分；谁先到10分，谁就获胜.

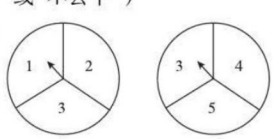
这是个不公平的游戏规则，要把它修改成公平的游戏，下列做法中错误的是(　　)

A. 把“抛出两个正面”改为“抛出两个同面”　　B. 把“抛出其他结果”改为“抛出两个反面”

C. 把“小明得1分”改为“小明得3分”　　D. 把“小刚得1分”改为“小刚得3分”

7. 【2018 · 舟山】小明和小红玩抛硬币游戏，连续抛两次. 小明说：“如果两次都是正面、那么你赢；如果两次是一正一反. 则我赢.”小红赢的概率是_____. 据此判断该游戏_____.(填“公平”或“不公平”)

8. 【2017 · 威海】甲、乙两人用如图所示的两个转盘(每个转盘被分成面积相等的3个扇形)做游戏. 游戏规则：转动两个转盘各一次，当转盘停止后，指针所在区域的数字之和为偶数时甲获胜；数字之和为奇数时乙获胜. 若指针落在分界线上，则需要重新转动转盘. 那么二人中获胜的可能性较大的是_____.



(第8题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易错点 摸球游戏中易混淆放回与不放回的区别

9. 【2017 · 玉林】在一个不透明的袋子中有一个黑球 a 和两个白球 b,c(除颜色外其他均相同). 用画树状图(或列表法)解答下列问题:

(1)小丽第一次从袋子中摸出一个球不放回,第二次又从袋子中摸出一个球. 则小丽两次都摸到白球的概率是多少?

(2)小强第一次从袋子中摸出一个球,摸到黑球不放回,摸到白球放回;第二次又从袋子中摸出一个球,则小强两次都摸到白球的概率是多少?

Ⅱ 整合方法 · 提升练 (答案见 202 页) 课后导练

考查角度 1 判断抽签中的公平性

10. 某班举行演讲革命故事的比赛中有一个抽奖活动,活动规则是:进入最后决赛的甲、乙两位同学,每人只有一次抽奖机会,在如图所示的翻奖牌正面的 4 个数字中任选一个数字,选中后可以得到该数字后面的奖品,第一人选中的数字,第二人就不能再选择了.

(1)求第一位抽奖的同学抽中文具与计算器的概率分别是多少.

(2)有同学认为,如果甲先抽,那么他抽到海宝的概率会大些,你同意这种说法吗? 并用列表或画树状图的方法加以说明.

1	2
3	4

翻奖牌正面

文具	计算器
计算器	海宝

翻奖牌背面

(第 10 题)

考查角度 2 判断摸球游戏的公平性

11. 【2018 · 黄石二模】某市准备为青少年举行一次网球知识讲座,小明和妹妹都是网球球迷,要求爸爸去买门票,但爸爸只买回一张门票,那么谁去就成了问题. 小明想到一个办法:他拿出一个装有质地、大小相同的 $2x$ 个红球与 $3x$ 个白球的袋子,让爸爸从中摸出一个球. 如果摸出的是红球,妹妹去听讲座;如果摸出的是白球,小明去听讲座.

(1)爸爸说这个办法不公平,请你用概率的知识解释原因.

(2)若爸爸从袋中取出 3 个白球,再用小明提出的办法来确定谁去听讲座,问摸球的结果是对小明有利还是对妹妹有利. 说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考查角度3 判定“卡片”游戏的公平性

12. 【2018 · 内江模拟】有形状、大小和质地都相同的四张卡片，正面分别写有 A,B,C,D 和一个等式，将这四张卡片背面向上洗匀，从中随机抽取一张（不放回），接着再随机抽取一张.

$A:\sqrt{16}=\pm4$	$B:-2^2=4$	$C:3x^3-x^3=2x^3$	$D:b^5\div b^3=b^2(b\neq0)$

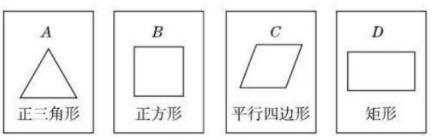
（1）用画树状图或列表的方法表示抽取两张卡片可能出现的所有情况（结果用 A,B,C,D 表示）.

（2）小明和小强按下面规则做游戏：抽取的两张卡片上若等式都不成立，则小明胜，若至少有一个等式成立，则小强胜. 你认为这个游戏公平吗？若公平，请说明理由；若不公平，则这个规则对谁有利，为什么？

Ⅲ 链接中考 · 真题练 （答案见203页） 课后导练

命题角度1 判断纸牌游戏中的公平性

13. 【2017 · 营口】如图，有四张背面完全相同的纸牌 A,B,C,D，其正面分别画有四个不同的几何图形，将这四张纸牌背面朝上洗匀.



（第13题）

（1）从中随机摸出一张，求摸出的牌面图形是中心对称图形的概率.

（2）小明和小亮约定做一个游戏，其规则为：先由小明随机摸出一张纸牌，不放回，再由小亮从剩下的纸牌中随机摸出一张，若摸出的两张牌面图形都是轴对称图形小明获胜，否则小亮获胜，这个游戏公平吗？请用列表法（或画树状图）说明理由（纸牌用 A,B,C,D 表示）.

命题角度2 判断志愿者活动中的公平性

14. 【2018 · 青岛】小明和小亮计划暑期结伴参加志愿者活动. 小明想参加敬老服务活动，小亮想参加文明礼仪宣传活动. 他们想通过做游戏来决定参加哪个活动，于是小明设计了一个游戏，游戏规则是：在三张完全相同的卡片上分别标记4,5,6三个数字，一人先从三张卡片中随机抽出一张，记下数字后放回，另一人再从中随机抽出一张，记下数字. 若抽出的两张卡片标记的数字之和为偶数，则按照小明的想法参加敬老服务活动；若抽出的两张卡片标记的数字之和为奇数，则按照小亮的想法参加文明礼仪宣传活动. 你认为这个游戏公平吗？请说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8.5 概率帮你做估计

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 (答案见 203 页) 随堂导练

知识点1 用频率估计概率

1. 【2017 · 兰州】一个不透明的盒子里有 n 个除颜色外其他完全相同的球,其中有 9 个黄球. 每次摸球前先将盒子里的球摇匀,任意摸出一个球记下颜色后再放回盒子,通过大量重复摸球试验后发现,摸到黄球的频率稳定在 30%,那么估计盒子中球的个数 n 为(　　)

A. 20　　B. 24　　C. 28　　D. 30

2. 【中考 · 连云港】在一个不透明的布袋中,红球、黑球、白球共有若干个,除颜色外,形状、大小、质地等完全相同,小新从布袋中随机摸出一球,记下颜色后放回布袋中,摇匀后再随机摸出一球,记下颜色……如此大量的摸球试验后,小新发现其中摸出红球的频率稳定于 20%,摸出黑球的频率稳定于 50%. 对此试验,他总结出下列结论:①若进行大量摸球试验,则摸出白球的频率应稳定于 30%;②若从布袋中随机摸出一球,则该球是黑球的概率最大;③若再摸球 100 次,则必有 20 次摸出红球. 其中正确的是(　　)

A. ①②③　　B. ①②　　C. ①③　　D. ②③

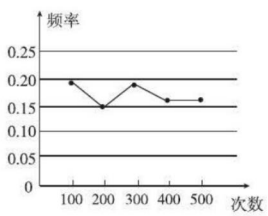
3. 【中考 · 河北】某小组做"用频率估计概率"的试验时,统计了某一结果出现的频率,绘制了如图所示的折线统计图,则符合这一结果的试验最有可能是(　　)

A. 在"石头、剪刀、布"的游戏中,小明随机出的是"剪刀"

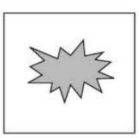
B. 一副去掉大小王的普通扑克牌洗匀后,从中任抽一张牌的花色是红桃

C. 暗箱中有 1 个红球和 2 个黄球,它们只有颜色上的区别,从中任取一球是黄球

D. 掷一个质地均匀的正六面体骰子,向上的面点数是 4



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 【2017 · 宿迁】如图,为测量平地上一块不规则区域(图中的阴影部分)的面积,画一个边长为 2 m 的正方形,使不规则区域落在正方形内,现向正方形内随机投掷小石子(假设小石子落在正方形内每一点都是等可能的),经过大量重复投掷试验,发现小石子落在不规则区域的频率稳定在常数 0.25 附近,由此可估计不规则区域的面积是_____m^2.

知识点2 用概率做估计

5. 【2018 · 泰州】小亮是一名职业足球队员,根据以往比赛数据统计,小亮进球率为 10%. 他明天将参加一场比赛,下面几种说法正确的是(　　)

A. 小亮明天的进球率为 10%　　B. 小亮明天每射球 10 次必进球 1 次

C. 小亮明天有可能进球　　D. 小亮明天肯定进球

6. 【2018 · 张家界】在一个不透明的袋子里装有 3 个白色乒乓球和若干个黄色乒乓球,若从这个袋子里随机摸出一个乒乓球,恰好是黄色的概率为 $\frac{7}{10}$,则袋子内共有乒乓球的个数为_____.

7. 【2017 · 毕节】为估计鱼塘中的鱼的数量,可以先从鱼塘中随机打捞 50 条鱼,在每条鱼身上做上记号后,把这些鱼放归鱼塘,经过一段时间,等这些鱼完全混合于鱼群后,再从鱼塘中随机打捞 50 条鱼,发现只有 2 条鱼是前面做好记号的,那么可以估计这个鱼塘鱼的数量约为_____.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

8. 【2017 · 呼和浩特】我国魏晋时期数学家刘徽首创“割圆术”计算圆周率. 随着时代发展，现在人们依据频率估计概率这一原理，常用随机模拟的方法对圆周率 π 进行估计. 用计算机随机产生 m 个有序数对 (x,y)（x,y 是实数，且 $0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant 1$），它们对应的点在平面直角坐标系中全部在某一个正方形的边界及其内部. 如果统计出这些点中到原点的距离小于或等于 1 的点有 n 个，则据此可估计 π 的值为_____.（用含 m,n 的式子表示）

Ⅱ 整合方法 · 提升练 （答案见 203 页） 课后导练

考查角度1 用频率估计概率

9. 一个不透明的袋子中装有 4 个质地、大小均相同的小球，这些小球分别标有数 3，4，5，x. 甲、乙两人每次同时从袋中各随机摸出 1 个小球，并计算摸出的这 2 个小球上的数的和，记录后都将小球放回袋子中搅匀，进行重复试验. 试验数据如下表：

摸球总次数	10	20	30	60	90	120	180	240	330	450
出现“和为 8”的频数	2	10	13	24	30	37	58	82	110	150
出现“和为 8”的频率	0.20	0.50	0.43	0.40	0.33	0.31	0.32	0.34	0.33	0.33

解答下列问题：

(1) 如果试验继续进行下去，根据上表数据，出现“和为 8”的频率稳定在它的概率附近. 估计出现“和为 8”的概率是_____.

(2) 如果摸出的这 2 个小球上数的和为 9 的概率是 $\frac{1}{3}$，那么 x 的值可以取 7 吗？请用列表法或画树状图法说明理由；如果 x 的值不可以取 7，请写出一个符合要求的 x 值.

考查角度2 用概率做估计（方程思想）

10. 【2018 · 台州模拟】为了估计鱼塘中成品鱼（个体质量在 0.5 kg 及以上，下同）的总质量，先从鱼塘中捕捞 50 条成品鱼，称得它们的质量如下表：

质量/kg	0.5	0.6	0.7	1.0	1.2	1.6	1.9
数量/条	1	8	15	18	5	1	2

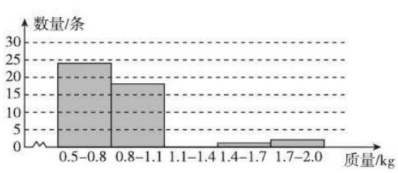
然后做上记号再放回鱼塘中，过几天又捕捞了 100 条成品鱼，发现其中 2 条带有记号.

(1) 请根据表中数据补全如图的直方图（各组中数据包括左端点不包括右端点）.

(2) 根据图中数据分组，估计从鱼塘中随机捕捞一条成品鱼，其质量落在哪一组的可能性最大？

(3) 根据图中数据分组，估计鱼塘里质量中等的成品鱼，其质量落在哪一组内？

(4) 请你用适当的方法估计鱼塘中成品鱼的总质量（精确到 1 kg）.



（第 10 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 (答案见 203 页) 课后选练

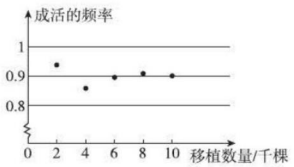
拔尖角度 1 用概率估计做决策

11. 【2018 · 大连二模】某地区林业局要考察一种树苗移植的成活率,对该地区这种树苗移植成活情况进行调查统计,并绘制了如图所示的统计图,根据统计图提供的信息解决下列问题:

(1)这种树苗成活的频率稳定在_____,成活的概率估计值为_____.

(2)该地区已经移植这种树苗 5 万棵. ①估计这种树苗成活_____万棵;

②如果该地区计划成活 18 万棵这种树苗,那么还需移植这种树苗约多少万棵?



(第 11 题)

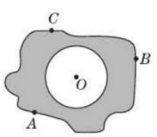
拔尖角度 2 用概率求面积问题

12. 【2018 · 徐州校级期末】小红在操场上做游戏,她发现地上有一个不规则的封闭图形 ABC(如图所示). 为了知道它的面积,小红在封闭图形内画了一个半径为 1 m 的圆(圆心为 O),在不远处随机掷石子,且记录如下:

掷石子次数	50	150	300
石子落在⊙O 内(含⊙O 上)的次数	14	43	93
石子落在阴影内的次数	29	85	186

(1)请你用石子落在⊙O 内(含⊙O 上)的次数与落在阴影内的次数估算出⊙O 与阴影部分的面积比.

(2)请你估算出封闭图形 ABC 的面积.



(第 12 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8.6 收取多少保险费才合理

Ⅰ 夯实基础 · 逐点练 （答案见203页） 随堂导练

知识点 随机事件发生的平均次数

1. 如果质量抽测时得出任一件西服成品为合格品的概率为0.9，那么销售1 200件西服时约多准备（　　）件，以供顾客调换.

A. 120　　B. 121　　C. 133　　D. 134

2. 【2017 · 天水】下列说法正确的是（　　）

A. 不可能事件发生的概率为0

B. 随机事件发生的概率为$\frac{1}{2}$

C. 概率很小的事件不可能发生

D. 投掷一枚质地均匀的硬币1 000次，正面朝上的次数一定是500次

3. 【2018 · 烟台】下列说法正确的是（　　）

A. 367人中至少有2人生日相同

B. 任意掷一枚均匀的骰子，掷出的点数是偶数的概率是$\frac{1}{3}$

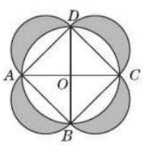
C. 天气预报说明天的降水概率为90%，则明天一定会下雨

D. 某种彩票中奖的概率是1%，则买100张彩票一定有1张中奖

4. 经保险公司统计，某地区中学生每年发生校园意外伤害的概率为0.000 5，每起伤害发生后保留给当事学生的赔偿费为平均每人3万元，保险公司将所有保险费的$\frac{1}{4}$用于公司费用，则每个学生每年应该缴纳的保险费是（　　）

A. 10元　　B. 15元　　C. 20元　　D. 25元

5. 【2017 · 成都】已知$\odot O$的两条直径AC，BD互相垂直，分别以AB，BC，CD，DA为直径向外作半圆得到如图所示的图形. 现随机地向该图形内掷一枚小针，记针尖落在阴影区域内的概率为P_1，针尖落在$\odot O$内的概率为P_2，则$\frac{P_1}{P_2}=$_____.



（第5题）

6. 某车间每天生产零件的不合格率为$\frac{1}{500}$，如果每天抽查20个，那么平均_____天会查到一个次品.

7. 某航班每次约有195名乘客，一次飞行中飞机失事的概率为0.000 05. 一家保险公司要为乘客保险，许诺飞机一旦失事，向每名乘客赔偿40万元人民币. 平均来说，保险公司为了不亏本，至少应该收取每人保险费_____元.

8. 【2018 · 湖州模拟】用100万元资金投资一项技术改造项目，如果成功，则可盈利400万元；如果失败，将亏损全部投资. 已知成功的概率是$\frac{3}{5}$，这次投资项目期望大致可盈利_____万元.

9. 可乐公司利用周末搞促销活动：每购买一瓶可乐，便可参加摇奖一次，摇奖牌是平均分成8个扇形的转盘，如图所示. 已知一瓶可乐的成本是1元，售价是2元，摊位费每天100元，在周末两天的促销活动中，每天能卖出可乐1 000瓶，公司是_____（填“赚钱”或“赔钱”），金额是_____元.



（第9题）

10. 村民小江家的财产遭到严重损失，因他年前曾向保险公司投了保险，并缴了一年保险费40元，所以事后保险公司付给了他4 500元理赔费，并且告诉他，如果他当时投足保险费，就可获得13 500元理赔费. 由此可求得，若小江投足保险费，应缴_____元保险费.

11. 某客车每次约有20名乘客，往返一次中出车祸的概率$p=0.000\ 016$，一家保险公司要为乘客保险，许诺一旦发生车祸，向每名乘客赔偿5万元人民币. 平均来说，保险公司为了不亏本，至少应该向每人收取保险费_____元.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易错点 错误理解概率与发生次数平均值的关系

12. 一名篮球运动员投篮命中的概率是 0.8，试解释 0.8 的含义.

Ⅱ 链接中考 · 真题练 ☞(答案见 203 页) 课后导练

命题角度1 利用概率解决保险问题

13. 【模拟 · 苏州】某地保险公司设有火灾保险，该地区 n 万户居民全部参加了火灾保险，保险公司调查了该地区的火灾情况如下：每年每户发生的火灾的概率 $p=0.001\,6$，受害者经济损失平均每户 5 000 元. 试计算保险公司每年向每户收取的火灾保险费用大约设定在什么范围？

命题角度2 利用概率解决实际问题

14. 【2017 · 福建】自 2016 年国庆后，许多高校均投放了使用手机就可随取随用的共享单车. 某运营商为提高其经营的 A 品牌共享单车的市场占有率，准备对收费做如下调整：一天中，同一个人第一次使用的车费按 0.5 元收取，每增加一次，当次车费就比上次车费减少 0.1 元，第 6 次开始，当次用车免费. 具体收费标准如下：

使用次数	0	1	2	3	4	5(含 5 次以上)
累计车费	0	0.5	0.9	a	b	1.5

同时，就此收费方案随机调查了某高校 100 名师生在一天中使用 A 品牌共享单车的意愿，得到如下数据：

使用次数	0	1	2	3	4	5
人数	5	15	10	30	25	15

(1) 写出 a，b 的值.

(2) 已知该校有 5 000 名师生，且 A 品牌共享单车投放该校一天的费用为 5 800 元. 试估计：收费调整后，此运营商在该校投放 A 品牌共享单车能否获利？说明理由.

Ⅲ 探究培优 · 拓展练 ☞(答案见 204 页) 课后选练

拔尖角度 利用概率与事件发生次数的平均值的关系解决问题

15. 【中考 · 泰州】某篮球运动员去年共参加 40 场比赛，其中 3 分球的命中率为 0.25，平均每场有 12 次 3 分球未投中.

(1) 该运动员去年的比赛中共投中多少个 3 分球？

(2) 在其中的一场比赛中，该运动员 3 分球共出手 20 次，小亮说，该运动员这场比赛中一定投中了 5 个 3 分球，你认为小亮的说法正确吗？请说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

全章高频考点专训

专训1 样本选取的条件

（答案见204页）

训练角度1 调查方式的选择

1. 下列调查中，哪些适合用普查方式，哪些适合用抽样调查方式？
   （1）电视机厂要了解一批显像管的使用寿命；
   （2）要了解我市居民的环保意识；
   （3）要了解我市“阳山水蜜桃”的甜度和含水量；
   （4）要了解你校数学教师的年龄状况；
   （5）要了解某厂生产的一批灯泡的使用寿命；
   （6）要了解某个球队的队员的身高；
   （7）要了解某班学生在某次考试中的数学成绩；
   （8）要了解某市市民收看某频道的电视节目的情况.

训练角度2 样本的代表性

2. 某教育网站正在就“中小学生对教师上课拖堂现象的反应”的问题进行在线调查，你认为调查结果_____代表性（填“具有”或“不具有”），理由是_____.
3. 【2018·盐城市大丰区校级月考】请指出下列样本是否具有代表性.
   （1）在某大城市调查我国的扫盲情况；
   （2）在十个城市的十所中学里调查我国学生的视力情况；
   （3）在一个鱼塘里随机捕了100条鱼，了解鱼塘里鱼的生长情况；
   （4）在某一农村小学里抽查100名学生，调查我国小学生的健康状况.

训练角度3 样本的可靠性

4. 某校九年级学生共有600名，小明要了解这些学生每天上网的时间，便采用抽样调查的方式，做了如下四个方案：①选取10名学生作样本；②选取100名学生作样本；③选取20名学生作样本；④选取300名学生作样本. 你觉得哪个方案所抽取的样本既可靠又省时、省力？

训练角度4 样本的随机性

5. 某校共有七、八、九三个年级，每个年级共有八个班，全校共有1 236名学生. 在下列情况下如何用随机抽样的方法分别选取一个样本？
   （1）在全校三个年级中随机抽取两个年级；
   （2）随机抽取九年级的一个班；
   （3）在全校学生中随机抽取40人；
   （4）在全校七、八、九三个年级中随机抽取两个班，并在这两个班中随机抽取40人.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训 2 概率的求法 (答案见 204 页)

名师点金

不可预测事件的概率一般都通过事件发生的频率去估计. 用频率估计概率时,一般观察所计算的各频率数值的变化趋势,即观察当试验次数很大时各数值主要集中在哪个数附近,这个常数就是所求概率的估计值.

可预测事件的概率一般都可以利用公式 $P(A)=\frac{m}{n}$ 来计算,在具体运用时要先计算出所有可能结果数,再计算出所求事件发生的可能结果数.

训练角度 1 不可预测的事件的概率

1. 某地区人口状况相对稳定,人寿保险公司根据多年统计综合,有一张关于该地区人口寿命的表格,现摘录部分内容如下.

年龄	到达该年龄的人数	在该年龄死亡的人数
40	80 500	892
50	78 009	951
60	69 891	1 200
70	45 502	2 199
80	16 078	2 001
…	…	…

根据上表解答下列各题:

(1)该地区达到 50 岁的人中,不能达到 51 岁的概率约是多少? 能达到 80 岁的概率约为多少? (精确到 0.001)

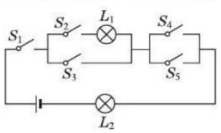
(2)如果有 20 000 个 50 岁的人参加人寿保险,当年死亡的赔偿金均为 10 万元,预计保险公司需付这一项赔偿的总额为多少?

训练角度 2 可预测事件的概率

2. 【2017 · 包头】在一个不透明的口袋里有红、黄、蓝三种颜色的球,这些球除颜色外完全相同,其中有 5 个黄球,4 个蓝球. 若随机摸出一个蓝球的概率为 $\frac{1}{3}$,则随机摸出一个红球的概率为(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. 【2018 · 聊城模拟】如图,随机地闭合开关 S_1,S_2,S_3,S_4,S_5 中的三个,能够使灯泡 L_1,L_2 同时发光的概率是_____.



(第 3 题)

4. 【2017 · 怀化】“端午节”是我国流传了上千年的传统节日,全国各地举行了丰富多彩的纪念活动. 为了继承传统,减缓学生考前的心理压力,某班学生组织了一次拔河比赛,裁判员让两队队长用“石头、剪刀、布”的手势方式选择场地位置,规则是:石头胜剪刀,剪刀胜布,布胜石头,手势相同则再决胜负.

(1)用列表法或画树状图法,列出甲、乙两队手势可能出现的情况;

(2)裁判员的这种做法对甲、乙双方公平吗? 请说明理由.

5. 【2018 · 黄冈模拟】在某电视台的一档选秀节目中,有三位评委,每位评委在选手完成才艺表演后,出示“通过”或“淘汰”的评定结果,节目组规定:每位选手至少获得两位评委的“通过”才能晋级.

(1)请用画树状图法列举出选手 A 获得三位评委评定的各种可能的结果;

(2)求选手 A 晋级的概率.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训3 通过统计做决策 ☞（答案见204页）

名师点金

经历了提出问题、收集数据、整理数据、做出决策的全过程，我们应该学会运用统计知识对实际问题做决策及全面科学地分析数据. 在做决策前，可借助媒体、查询数据，也可亲自调查收集信息，由得出的结论进行合理的辨析.

训练角度1 由媒体与网络的信息做决策

1. 某船队要对下月是否出海做决策，若出海后是好天气，可得收益5 000元；若出海后天气变坏，将要损失2 000元；若不出海，无论天气好坏都要承担1 000元的损失费. 船队队长通过上网查询下月的天气情况后，预测下月好天气的机会是60%，坏天气的机会是40%，则应该如何做决策？

训练角度2 由表格的信息做决策

2. 育英中学对初中毕业班经过初步比较后，决定从九年级(2)(3)(6)班这三个班中推荐一个班为市级优秀班级候选班，现对这三个班进行综合素质考评，下表是其五项素质考评的得分表.（以分为单位，每项满分为10分）

项目 / 班级	行为规范	学习成绩	校运动会	艺术获奖	劳动卫生
九年级(2)班	10	10	6	10	7
九年级(3)班	9	10	9	9	6
九年级(6)班	10	8	8	8	9

(1)请问各班五项考评得分的平均数、中位数、众数哪个统计量不能反映三个班的考评结果的差异？并从中选择一个能反映差异的统计量将这三个班的得分进行排序，由此确定候选班.

(2)根据你对表中五个项目的重要程度的认识，设定一个各项考评内容的占分比例（比例的各项必须满足：①均为整数；②总和为10；③不全相同）. 按这个比例对各班的得分重新计算，比较出大小关系，并从中推选出一个得分最高的班级作为市级优秀班级的候选班.

训练角度3 由统计与概率综合做决策

3. 【2018·福建】甲、乙两家快递公司揽件员（揽收快件的员工）的日工资方案如下：

甲公司为“基本工资+揽件提成”，其中基本工资为70元/日，每揽收一件提成2元.

乙公司无基本工资，仅以揽件提成计算工资. 若当日揽件数不超过40，每件提成4元；若当日揽件数超过40，超过部分每件多提成2元.

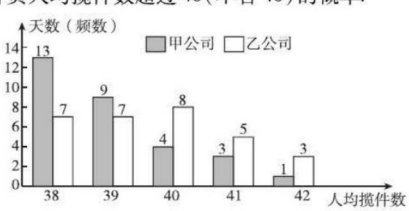
如图是今年四月份甲公司揽件员人均揽件数和乙公司揽件员人均揽件数的条形统计图：

(1)现从今年四月份的30天中随机抽取1天，求这一天甲公司揽件员人均揽件数超过40（不含40）的概率.

(2)根据以上信息，以今年四月份的数据为依据，并将各公司揽件员的人均揽件数视为该公司各揽件员的揽件数，解决以下问题：

①估计甲公司各揽件员的日平均揽件数；

②小明拟到甲、乙两家公司中的一家应聘揽件员，如果仅从工资收入的角度考虑，请利用所学的统计知识帮他选择，并说明理由.



（第3题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



典中点®

综合应用创新题 典中点

达标检测卷

含参考答案及点拨

九年级数学

下（SK版）

陕西新华出版传媒集团
陕西人民教育出版社

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第5章达标检测卷

（答案见205页）

（分值：100分　时间：90分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名：　班级：　学校：　线　订　装

一、选择题（每题3分，共30分）

1. 若 $y=(m^2+m)x^{m^2-2m-1}-x+3$ 是关于 x 的二次函数，则 m 的值为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. -1 或 3

2. 将抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-6x+21$ 向左平移2个单位长度后，得到新抛物线的表达式为（　　）

A. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+5$　　B. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+5$

C. $y=\frac{1}{2}(x-8)^2+3$　　D. $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

3. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+2$ 的图像与性质，下列说法正确的是（　　）

A. 对称轴是直线 $x=1$，最小值是2　　B. 对称轴是直线 $x=1$，最大值是2

C. 对称轴是直线 $x=-1$，最小值是2　　D. 对称轴是直线 $x=-1$，最大值是2

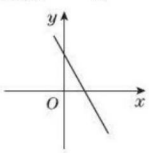
4. 若二次函数 $y=(a-1)x^2+3x+a^2-1$ 的图像经过原点，则 a 的值必为（　　）

A. 1或-1　　B. 1　　C. -1　　D. 0

5. 对于抛物线 $y=ax^2+(2a-1)x+a-3$，当 $x=1$ 时，$y>0$，则这条抛物线的顶点一定在（　　）

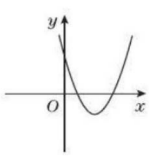
A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

6. 已知一次函数 $y=\frac{b}{a}x+c$ 的图像如图，则二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 在平面直角坐标系中的图像可能是（　　）

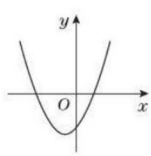


（第6题）

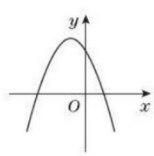
A



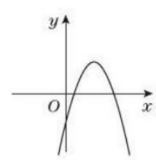
B



C



D



7. 四位同学在研究函数 $y=x^2+bx+c$（b，c 是常数）时，甲发现当 $x=1$ 时，函数有最小值；乙发现 -1 是方程 $x^2+bx+c=0$ 的一个根；丙发现函数的最小值为3；丁发现当 $x=2$ 时，$y=4$. 已知这四位同学中只有一位发现的结论是错误的，则该同学是（　　）

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

8. 已知二次函数 $y=ax^2-4ax+4$，当 x 分别取 x_1，x_2 两个不同的值时，函数值相等，则当 x 取 x_1+x_2 时，y 的值为（　　）

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. 某商品的进价为每件 30 元,现在的售价为每件 40 元,每星期可卖出 150 件. 市场调查反映:如果每件售价每涨 1 元(售价每件不能高于 45 元),那么每星期少卖 10 件,设每件售价为 x 元(x 为非负整数),则若要使每星期的利润最大且每星期的销量较大,x 的值应为(　　)

A. 41　　B. 42　　C. 42.5　　D. 43

10. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像如图,分析下列四个结论:

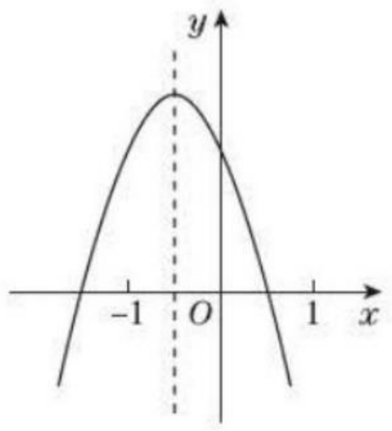
①$abc<0$;②$b^2-4ac>0$;③$3a+c>0$;④$(a+c)^2<b^2$. 其中正确的结论有(　　)

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



(第 10 题)

二、填空题(每题 3 分,共 24 分)

11. 当 $x=$_____时,二次函数 $y=x^2-2x+6$ 有最小值_____.

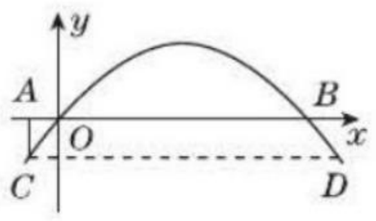
12. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$,其中 a,b,c 满足 $a+b+c=0$ 和 $9a-3b+c=0$,则该二次函数图像的对称轴是_____.

13. 飞机着陆后滑行的距离 y(单位:m)关于滑行时间 t(单位:s)的函数表达式是 $y=60t-\frac{3}{2}t^2$. 在飞机着陆滑行中,最后 4 s 滑行的距离是_____m.

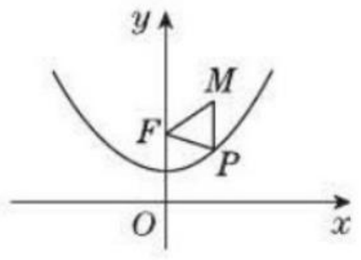
14. 已知二次函数 $y=x^2+(m-1)x+1$,当 $x>2$ 时,y 随 x 的增大而增大,则 m 的取值范围是_____.

15. 已知抛物线 $y=-x^2-2x+3$,当 $-2\leqslant x\leqslant2$ 时,对应的函数值 y 的取值范围为_____.

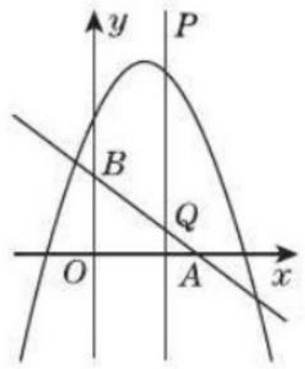
16. 如图是某拱形大桥的示意图,桥拱与桥面的交点为 O,B,以点 O 为原点,水平直线 OB 为 x 轴,建立平面直角坐标系,桥的拱形可近似看成抛物线 $y=-\frac{1}{400}(x-80)^2+16$,桥拱与桥墩 AC 的交点 C 恰好在水面,且 $AC\perp x$ 轴,若 $OA=10$ 米,则桥面离水面的高度 AC 为_____.



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

17. 已知抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 具有如下性质:该抛物线上任意一点到定点 $F(0,2)$ 的距离与到 x 轴的距离始终相等. 如图,点 M 的坐标为 $(\sqrt{3},3)$,P 是抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2+1$ 上一个动点,则 $\triangle PMF$ 周长的最小值为_____.

18. 如图,已知直线 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 分别交 x 轴、y 轴于点 A,B. 点 P 是抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+5$ 上的一个动点,其横坐标为 a,过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y=-\frac{3}{4}x+3$ 于点 Q,则当 $PQ=BQ$ 时,a 的值是_____.

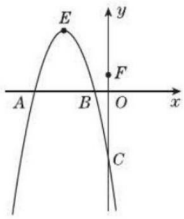
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、解答题（共46分）

19.（8分）如图，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于 A,B 两点，交 y 轴于点 C，对称轴是直线 $x=-3$，$B(-1,0)$，$F(0,1)$，请解答下列问题：

（1）求抛物线的表达式；

（2）直接写出抛物线顶点 E 的坐标，并判断 AC 与 EF 的位置关系，不需要说明理由.



（第19题）

20.（8分）已知二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图像经过 $A(0,3)$，$B\left(-4,-\frac{9}{2}\right)$ 两点.

（1）求 b,c 的值.

（2）二次函数 $y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴是否有公共点，若有，求公共点的坐标；若没有，请说明理由.

21.（8分）小明大学毕业回家乡创业，第一期培植盆景与花卉各50盆，售后统计，盆景的平均每盆利润是160元，花卉的平均每盆利润是19元. 调研发现：

①盆景每增加1盆，盆景的平均每盆利润减少2元；每减少1盆，盆景的平均每盆利润增加2元.

②花卉的平均每盆利润始终不变.

小明计划第二期培植盆景与花卉共100盆，设培植的盆景比第一期增加 x 盆，第二期盆景与花卉售完后的利润分别为 W_1,W_2（单位：元）.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(1)用含 x 的代数式分别表示 W_1,W_2;

(2)当 x 取何值时,第二期培植的盆景与花卉售完后获得的总利润 W 最大,最大总利润是多少?

22. (10分)已知抛物线 $y=x^2+bx-3$(b 是常数)经过点 $A(-1,0)$.

(1)求该抛物线的表达式和顶点坐标.

(2)$P(m,t)$ 为抛物线上的一个动点,点 P 关于原点的对称点为点 P'.

①当点 P' 落在该抛物线上时,求 m 的值;

②当点 P' 落在第二象限内,$P'A^2$ 取得最小值时,求 m 的值.

23. (12分)如图,已知二次函数 $y=ax^2+1$($a\neq0$,a 为实数)的图像过点 $A(-2,2)$,一次函数 $y=kx+b$($k\neq0$,k,b 是常数)的图像 l 经过点 $B(0,2)$.

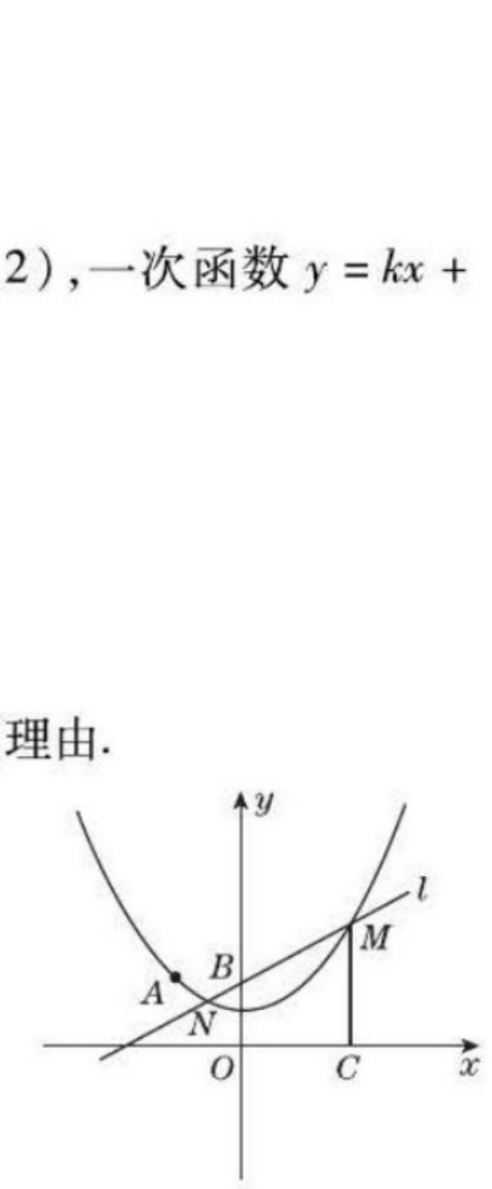
(1)求 a 值并写出二次函数的表达式;

(2)求 b 值;

(3)设直线 l 与二次函数图像交于 M,N 两点,过 M 作 MC 垂直 x 轴于点 C,

试证明:$MB=MC$;

(4)在(3)的条件下,请判断以线段 MN 为直径的圆与 x 轴的位置关系,并说明理由.



(第23题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第6章达标检测卷

（答案见206页）

（分值：100分　时间：90分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名：　班级：　学校：　线　订　装

一、选择题（每题3分，共30分）

1. 若$\frac{a-b}{b}=\frac{1}{3}$，则$\frac{a}{b}$的值为（　　）

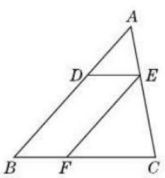
A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{4}{3}$

2. 已知线段$a=9$，$c=4$，x是a，c的比例中项，则x等于（　　）

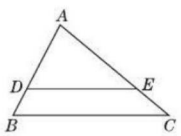
A. 6　　B. -6　　C. ±6　　D. $\frac{81}{4}$

3. 如图所示，$\triangle ABC$中，$DE\parallel BC$，$EF\parallel AB$，则下列比例式正确的是（　　）

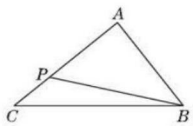
A. $\frac{AD}{DB}=\frac{DE}{BC}$　　B. $\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{AD}$　　C. $\frac{AE}{EC}=\frac{BF}{FC}$　　D. $\frac{EF}{AB}=\frac{DE}{BC}$



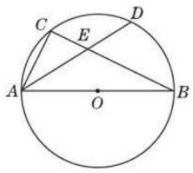
（第3题）



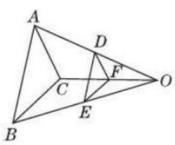
（第4题）



（第5题）



（第6题）



（第7题）

4. 如图，平行于BC的直线DE把$\triangle ABC$分成面积相等的两部分，则$\frac{BD}{AD}$的值为（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

5. 如图，点P是$\triangle ABC$的边AC上一点，连接BP，以下条件中，不能判定$\triangle ABP\backsim\triangle ACB$的是（　　）

A. $\frac{AB}{AP}=\frac{AC}{AB}$　　B. $\frac{BC}{BP}=\frac{AC}{AB}$　　C. $\angle ABP=\angle C$　　D. $\angle APB=\angle ABC$

6. 如图，AB为$\odot O$的直径，C为$\odot O$上一点，弦AD平分$\angle BAC$，交BC于点E，$AB=6$，$AD=5$，则DE的长为（　　）

A. 2.2　　B. 2.5　　C. 2　　D. 1.8

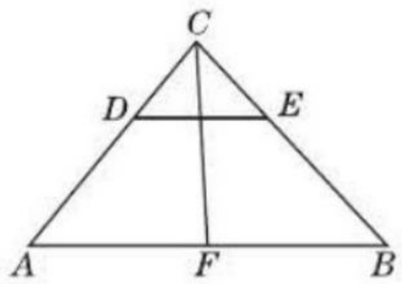
7. $\triangle DEF$和$\triangle ABC$是位似图形，点O是位似中心，点D，E，F分别是OA，OB，OC的中点，若$\triangle DEF$的面积是2，则$\triangle ABC$的面积是（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

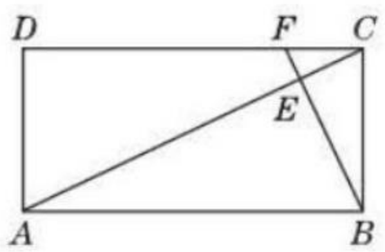
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 如图，△ABC 中，D，E 分别为 AC，BC 边上的点，$AB/\!/DE$，CF 为 AB 边上的中线，若 $AD=5$，$CD=3$，$DE=4$，则 BF 的长为(　　)

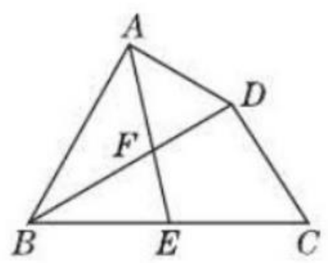
A. $\frac{32}{3}$　　B. $\frac{16}{3}$　　C. $\frac{10}{3}$　　D. $\frac{8}{3}$



(第 8 题)



(第 9 题)



(第 10 题)

9. 如图，矩形 $ABCD$ 中，F 是 DC 上一点，$BF\perp AC$，垂足为 E，$\frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$，△$CEF$ 的面积为 S_1，△AEB 的面积为 S_2，则 $\frac{S_1}{S_2}$ 的值等于(　　)

A. $\frac{1}{16}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{25}$

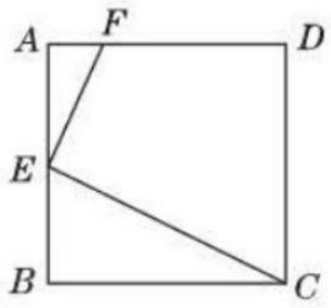
10. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，BD 平分 $\angle ABC$，$\angle BAD=\angle BDC=90°$，$E$ 为 BC 的中点，AE 与 BD 相交于点 F. 若 $BC=4$，$\angle CBD=30°$，则 DF 的长为(　　)

A. $\frac{2}{5}\sqrt{3}$　　B. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$　　C. $\frac{3}{4}\sqrt{3}$　　D. $\frac{4}{5}\sqrt{3}$

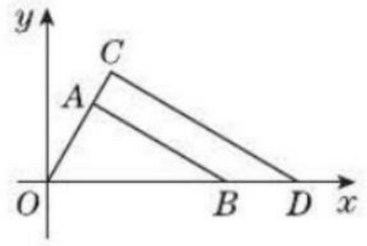
二、填空题(每题 3 分，共 24 分)

11. 点 C 是线段 AB 的黄金分割点($AC>BC$)，$AB=2$，则 $AC=$ _____.(用根号表示)

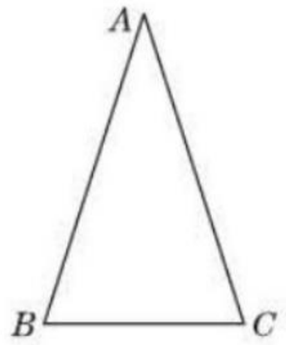
12. 如图，正方形 $ABCD$ 中，E 为 AB 边的中点，F 为 AD 边上一点，当 $\frac{AF}{AD}=$ _____ 时，△$AEF\backsim$△BCE.



(第 12 题)



(第 14 题)



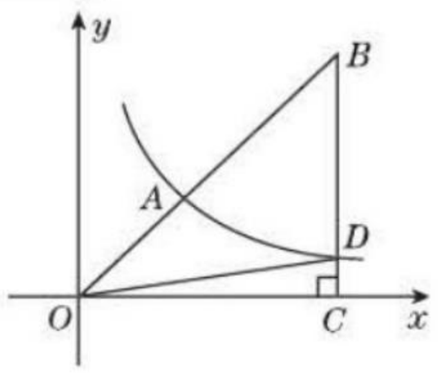
(第 15 题)

13. 已知△$ABC\backsim$△$A'B'C'$ 且 $S_{\triangle ABC}:S_{\triangle A'B'C'}=1:2$，则 $AB:A'B'=$ _____.

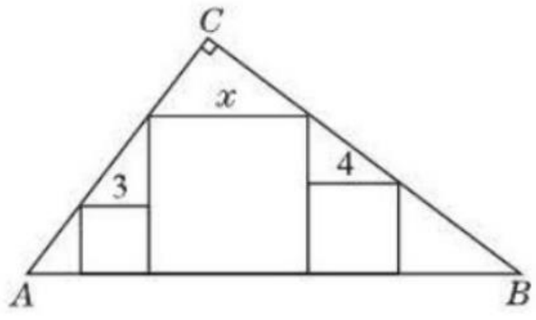
14. 如图，△OAB 与△OCD 是以点 O 为位似中心的位似图形，相似比为 3∶4，$\angle OCD=90°$，$\angle AOB=60°$，若点 B 的坐标是(6，0)，则点 C 的坐标是_____.

15. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，且 $AB=2$，则 $BC=$ _____.

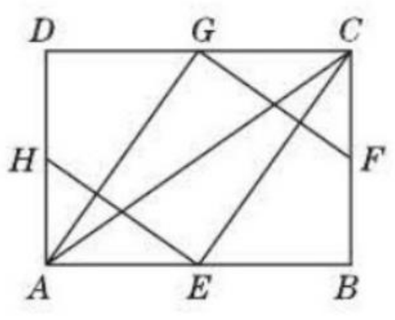
16. 如图，双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 经过 Rt△BOC 斜边上的点 A，且满足 $\frac{AO}{AB}=\frac{2}{3}$，与 BC 交于点 D，$S_{\triangle BOD}=21$，则 $k=$ _____.



(第 16 题)



(第 17 题)



(第 18 题)

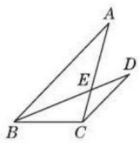
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

17. 如图，在 Rt△ABC 中，∠C = 90°，放置边长分别为 3，4，x 的三个正方形，则 x = _____.

18. 如图，E，F，G，H 分别为矩形 $ABCD$ 的边 AB，BC，CD，DA 的中点，连接 AC，HE，EC，GA，GF，已知 $AG \perp GF$，$AC = \sqrt{6}$，则 AB 的长为_____.

三、解答题（共 46 分）

19.（7 分）如图，在△ABC 中，AB = 8，BC = 4，CA = 6，$CD \parallel AB$，BD 是∠ABC 的平分线，BD 交 AC 于点 E，求 AE 的长.

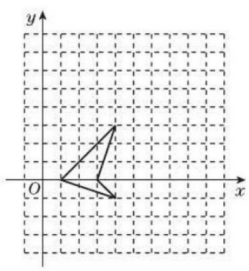


（第 19 题）

20.（7 分）如图，在正方形网格纸中有一条美丽可爱的小金鱼，其中每个小正方形的边长为 1.

（1）在同一网格纸中，在 y 轴的右侧将原小金鱼图案以原点 O 为位似中心放大，使它们的位似比为 2∶1，画出放大后小金鱼的图案；

（2）求放大后小金鱼的面积.

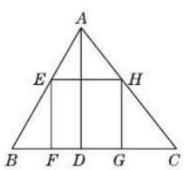


（第 20 题）

21.（7 分）如图，△ABC 为锐角三角形，AD 是 BC 边上的高，正方形 $EFGH$ 的一边 FG 在 BC 上，顶点 E，H 分别在 AB，AC 上，已知 BC = 40 cm，AD = 30 cm.

（1）求证：△AEH ∽ △ABC；

（2）求这个正方形的边长与面积.



（第 21 题）

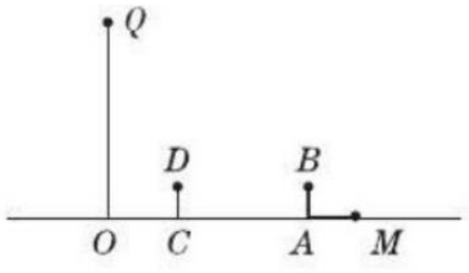
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

22. (8 分)如图,身高 1.6 米的小明站在距路灯底部 O 点 10 米的点 A 处,他(线段 AB)在路灯下的影子为线段 AM,已知路灯灯杆 OQ 垂直于路面.

(1)在 OQ 上画出表示路灯灯泡位置的点 P;

(2)小明沿 AO 方向前进到点 C,请画出此时表示小明影子的线段 CN;

(3)若 $AM=2.5$ 米,求路灯灯泡 P 到地面的距离.



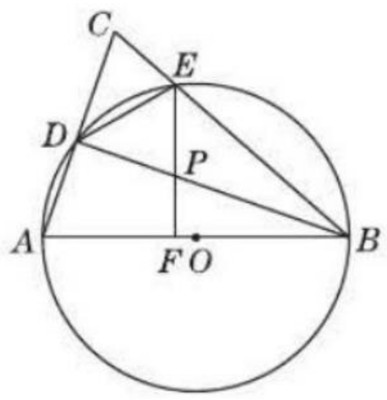
(第 22 题)

23. (8 分)已知:如图,在 $\triangle ABC$ 中,$AB=BC=10$,以 AB 为直径作 $\odot O$ 分别交 AC,BC 于点 D,E,连接 DE 和 DB,过点 E 作 $EF\perp AB$,垂足为 F,交 BD 于点 P.

(1)求证:$AD=DE$;

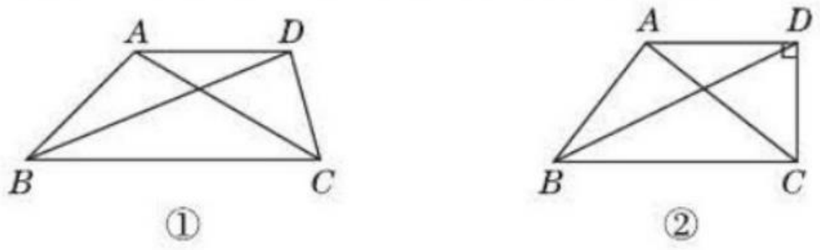
(2)若 $CE=2$,求线段 CD 的长;

(3)在(2)的条件下,求 $\triangle DPE$ 的面积.



(第 23 题)

24. (9 分)若一个三角形一条边的平方等于另两条边的乘积,我们把这个三角形叫做比例三角形.



(第 24 题)

(1)已知 $\triangle ABC$ 是比例三角形,$AB=2$,$BC=3$,请直接写出所有满足条件的 AC 的长.

(2)如图①,在四边形 $ABCD$ 中,$AD\parallel BC$,对角线 BD 平分 $\angle ABC$,$\angle BAC=\angle ADC$. 求证:$\triangle ABC$ 是比例三角形.

(3)如图②,在(2)的条件下,当 $\angle ADC=90°$ 时,求 $\dfrac{BD}{AC}$ 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第7章达标检测卷

（答案见207页）

（分值：100分　时间：90分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名：　班级：　学校：　线　订　装

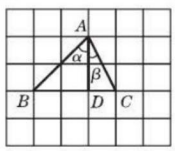
一、选择题（每题3分，共30分）

1. 已知$\angle A=30°$，下列正确的是（　　）

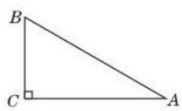
A. $\sin A=\frac{1}{2}$　　B. $\cos A=\frac{1}{2}$　　C. $\tan A=\frac{1}{2}$　　D. 以上都不对

2. $\triangle ABC$在网格中的位置如图所示（每个小正方形的边长为1），$AD\perp BC$于D，下列四个选项中，错误的是（　　）

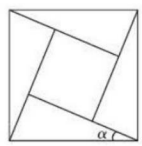
A. $\sin\alpha=\cos\alpha$　　B. $\tan C=2$　　C. $\sin\beta=\cos\beta$　　D. $\tan\alpha=1$



（第2题）



（第4题）



（第5题）

3. 式子$2\cos 30°-\tan 45°-\sqrt{(1-\tan 60°)^2}$的值是（　　）

A. $2\sqrt{3}-2$　　B. 0　　C. $2\sqrt{3}$　　D. 2

4. 如图，在Rt$\triangle ABC$中，$AC=30$ cm，$\angle C=90°$，$\tan\angle BAC=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则边$BC$的长为（　　）

A. $30\sqrt{3}$ cm　　B. $20\sqrt{3}$ cm　　C. $10\sqrt{3}$ cm　　D. $5\sqrt{3}$ cm

5. 如图，由四个全等的直角三角形围成的大正方形的面积是169，小正方形的面积是49，则$\sin\alpha-\cos\alpha=$（　　）

A. $\frac{5}{13}$　　B. $-\frac{5}{13}$　　C. $\frac{7}{13}$　　D. $-\frac{7}{13}$

6. 若$\angle\alpha$为锐角，且$\tan\alpha$是方程$x^2-2x-3=0$的一个根，则$\sin\alpha$等于（　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

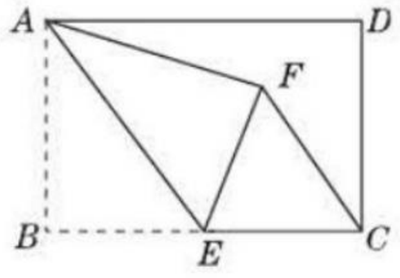
7. 在$\triangle ABC$中，$AB=12\sqrt{2}$，$AC=13$，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，则$BC$边长为（　　）

A. 7　　B. 8　　C. 8或17　　D. 7或17

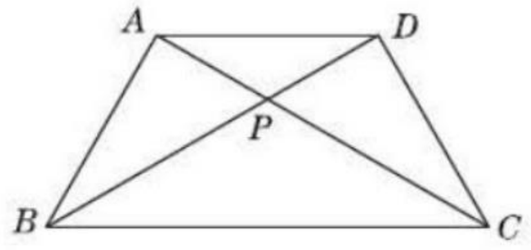
8. 如图，在矩形$ABCD$中，$AB=8$，$BC=12$，点E是BC的中点，连接AE，将$\triangle ABE$沿AE折叠，点B落在点F处，连接FC，则$\sin\angle ECF=$（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

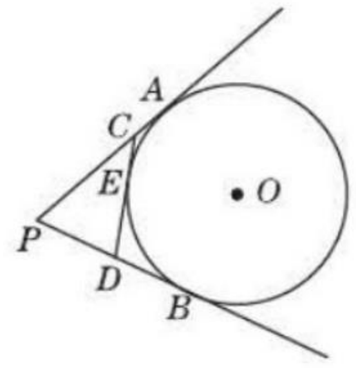
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第 8 题）



（第 9 题）



（第 10 题）

9. 如图，等腰梯形 $ABCD$ 中，对角线 AC，DB 相交于点 P，$\angle BAC = \angle CDB = 90°$，$AB = AD = DC$. 则 $\cos\angle DPC$的值是(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

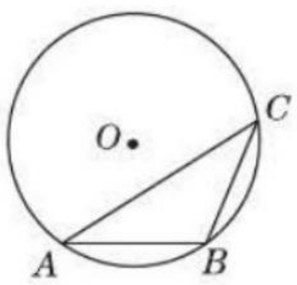
10. 如图所示，PA，PB 切$\odot O$ 于 A，B 两点，CD 切$\odot O$ 于点 E，交 PA，PB 于 C，D 两点. 若$\odot O$ 的半径为 r，$\triangle PCD$ 的周长等于 $3r$，则 $\tan\angle APB$ 的值是(　　)

A. $\frac{5}{12}$　　B. $\frac{12}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

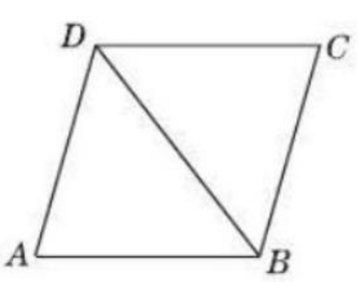
二、填空题(每题 3 分，共 24 分)

11. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$AB = 4$，$AC = 1$，则 $\cos B$ 的值为_____.

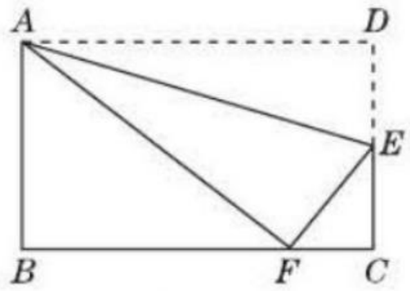
12. 如图，在半径为 5 的$\odot O$ 中，弦 $AB = 6$，点 C 是优弧 AB 上一点(不与 A，B 重合)，则 $\cos C$ 的值为_____.



（第 12 题）



（第 13 题）



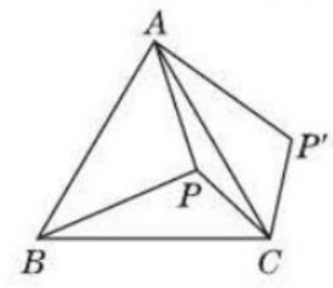
（第 14 题）

13. 如图，菱形 $ABCD$ 的周长为 20 cm，且 $\tan\angle ABD = \frac{4}{3}$，则菱形 $ABCD$ 的面积为_____ cm^2.

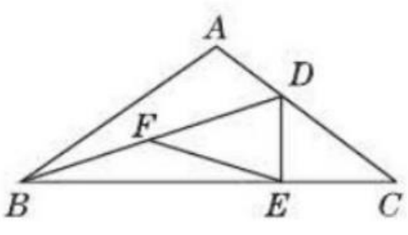
14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 3$，$AD = 5$，点 E 在 DC 上，将矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠，点 D 恰好落在 BC 边上的点 F 处，那么 $\cos\angle EFC$ 的值是_____.

15. $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，CD 为斜边 AB 上的高，若 $BC = 4$，$\sin A = \frac{2}{3}$，则 BD 的长为_____.

16. 如图，点 P 在等边 $\triangle ABC$ 的内部，且 $PC = 6$，$PA = 8$，$PB = 10$，将线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 60°得到 $P'C$，连接 AP'，则 $\sin\angle PAP'$的值为_____.



（第 16 题）



（第 18 题）

17. 在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为(3，0)，点 B 为 y 轴正半轴上的一点，点 C 为第一象限内一点，且 $AC = 2$，设 $\tan\angle BOC = m$，则 m 的取值范围是_____.

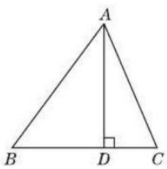
18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC = 6$，$BC = 10$，$\tan C = \frac{3}{4}$，点 D 是 AC 边上的动点(不与点 C 重合)，过 D 作 $DE \perp BC$，垂足为 E，点 F 是 BD 的中点，连接 EF，设 $CD = x$，$\triangle DEF$ 的面积为 S，则 S 与 x 之间的函数关系式为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、**解答题**（共46分）

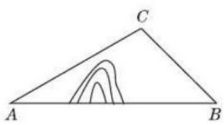
19.（6分）计算：$\sin 30° + \cos 60° - \tan 45° - \tan 60° \cdot \tan 30°$.

20.（6分）如图，$\triangle ABC$ 中，$AD \perp BC$，垂足是 D，若 $BC = 14$，$AD = 12$，$\tan \angle BAD = \frac{3}{4}$，求 $\sin C$ 的值.



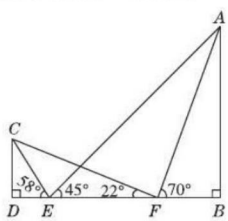
（第20题）

21.（8分）随着中国经济的快速发展以及科技水平的飞速提高，中国高铁正迅速崛起. 如图，A，B 两地被大山阻隔，由 A 地到 B 地需要绕行 C 地，若打通穿山隧道，建成 A，B 两地的直达高铁，可以缩短从 A 地到 B 地的路程. 已知：$\angle CAB = 30°$，$\angle CBA = 45°$，$AC = 640$ 公里，求隧道打通后与打通前相比，从 A 地到 B 地的路程将约缩短多少公里？（参考数据：$\sqrt{3} \approx 1.7$，$\sqrt{2} \approx 1.4$）



（第21题）

22.（8分）如图，为了测量建筑物 AB 的高度，在 D 处竖立标杆 CD，标杆的高是 2 m，在 DB 上选取观测点 E，F，从 E 测得标杆和建筑物的顶部 C，A 的仰角分别为 58°，45°，从 F 测得 C，A 的仰角分别为 22°，70°. 求建筑物 AB 的高度.（精确到 0.1 m）（参考数据：$\tan 22° \approx 0.40$，$\tan 58° \approx 1.60$，$\tan 70° \approx 2.75$）



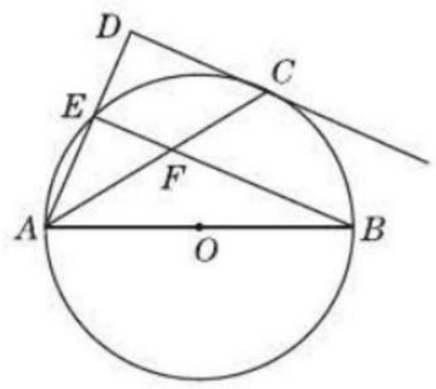
（第22题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

23. (8 分)如图,点 E 在以 AB 为直径的⊙O 上,点 C 是$\overset{\frown}{BE}$的中点,过点 C 作 CD 垂直于 AE,交 AE 的延长线于点 D,连接 BE 交 AC 于点 F.

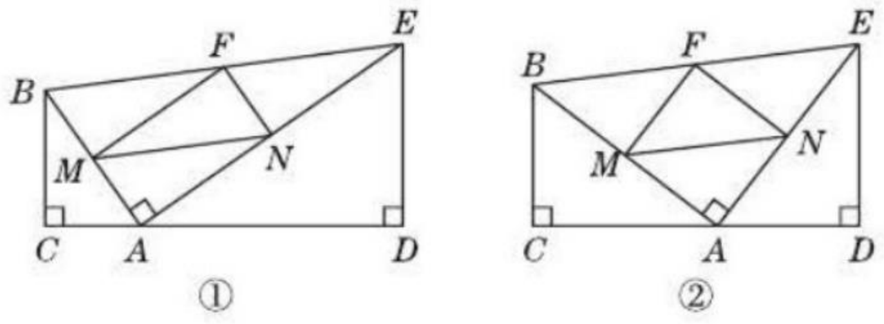
(1)求证:CD 是⊙O 的切线;

(2)若 $\cos\angle CAD=\frac{4}{5}$,$BF=15$,求 AC 的长.



(第 23 题)

24. (10 分)如图①,在四边形 $BCDE$ 中,$BC\perp CD$,$DE\perp CD$,$AB\perp AE$,垂足分别为 C,D,A,$BC\neq AC$,点 M,N,F 分别为 AB,AE,BE 的中点,连接 MN,MF,NF.



(第 24 题)

(1)如图②,当 $BC=4$,$DE=5$,$\tan\angle FMN=1$ 时,求$\frac{AC}{AD}$的值;

(2)若 $\tan\angle FMN=\frac{1}{2}$,$BC=4$,则可求出图中哪些线段的长?写出解答过程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第8章达标检测卷

（答案见209页）

（分值：100分　时间：90分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名：　班级：　学校：　装　订　线

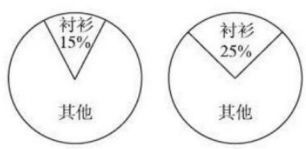
一、选择题（每题3分，共30分）

1. 为调查某大型企业员工对企业的满意程度，以下样本最具代表性的是（　　）

A. 企业男员工　　B. 企业年满50岁及以上员工

C. 用企业人员名册，随机抽取三分之一的员工　　D. 企业新进员工

2. 如图所示是甲、乙两个公司衬衫销售情况的统计图，由统计图可以看出（　　）



（第2题）

A. 甲公司的衬衫销量比乙公司的多

B. 乙公司的衬衫销量比甲公司的多

C. 甲、乙两公司的衬衫销量一样多

D. 不能断定哪个公司的衬衫销量多

3. 生物工作者为了估计一片山林中雀鸟的数量，设计了如下方案：先捕捉100只雀鸟，给它们做上标记后放回山林；一段时间后，再从中随机捕捉500只，其中有标记的雀鸟有5只. 请你帮助工作人员估计这片山林中雀鸟的数量约为（　　）

A. 1000只　　B. 10000只　　C. 5000只　　D. 50000只

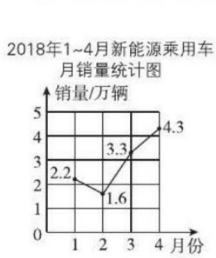
4. 在一个不透明的口袋里有红、绿、蓝三种颜色的球，三种球除颜色外其他完全相同，其中有6个红球，5个绿球. 若随机摸出一个球是绿球的概率是$\frac{1}{4}$，则随机摸出一个球是蓝球的概率是（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{9}{20}$

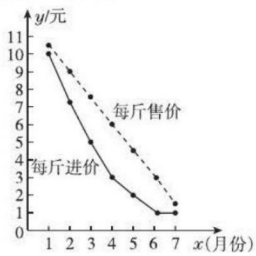
5. 2018年1～4月我国新能源乘用车的月销量情况如图所示，则下列说法错误的是（　　）

A. 1月份销量为2.2万辆　　B. 从2月到3月的月销量增长最快

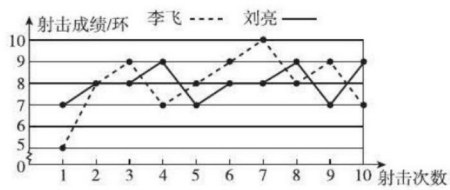
C. 4月份销量比3月份增加了1万辆　　D. 1～4月新能源乘用车销量逐月增加



（第5题）



（第6题）



（第10题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 在 1 ~ 7 月，某种水果的每斤进价与售价的信息如图所示，则出售该种水果每斤利润最大的月份是(　　)

A. 3 月份　　B. 4 月份　　C. 5 月份　　D. 6 月份

7. 一只盒子中有红球 m 个，白球 8 个，黑球 n 个，每个球除颜色外都相同，从中任取一个球，取出白球的概率与不是白球的概率相同，那么 m 与 n 的关系是(　　)

A. $m=3, n=5$　　B. $m=n=4$　　C. $m+n=4$　　D. $m+n=8$

8. 小明与小刚一起玩抛掷两枚硬币的游戏，游戏规则：抛出两个正面小明赢 1 分；抛出其他结果小刚赢 1 分；谁先到 10 分，谁就获胜. 这是个不公平的游戏规则，要把它修改成公平的，下列做法中错误的是(　　)

A. 把“抛出两个正面”改为“抛出两个同面”　　B. 把“抛出其他结果”改为“抛出两个反面”

C. 把“小明赢 1 分”改为“小明赢 3 分”　　D. 把“小刚赢 1 分”改为“小刚赢 3 分”

9. 在 $-2, -1, 0, 1, 2$ 这五个数中任取两个数 m, n，则二次函数 $y=(x-m)^2+n$ 的顶点在坐标轴上的概率为(　　)

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

10. 根据李飞与刘亮射击训练的成绩绘制了如图所示的折线统计图. 根据图中所提供的信息，若要推荐一位成绩较稳定的选手去参赛，应推荐(　　)

A. 李飞或刘亮　　B. 李飞　　C. 刘亮　　D. 无法确定

二、填空题(每题 3 分，共 24 分)

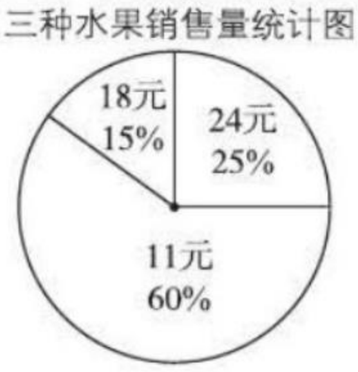
11. 成语“水中捞月”“瓮中捉鳖”“守株待兔”所描述的事件为必然事件的是_____.

12. 某鞋厂调查了商场一个月内不同尺码男鞋的销量，在平均数、中位数、众数和方差这四个统计量中，该鞋厂最关注的是_____.

13. 在一个暗箱中，只装有 a 个白球和 10 个黄球，两种球除颜色外都相同，每次搅拌均匀后，任意摸出一个球后又放回，通过大量重复摸球试验后发现，摸到黄球的频率稳定在 40%，则 $a=$ _____.

14. 为了估计池塘里有多少条鱼，从池塘里捕捞了 1 000 条鱼做上标记，然后放回池塘里，经过一段时间，等有标记的鱼完全混合于鱼群中以后，再捕捞 200 条，若其中有标记的鱼有 10 条，则估计池塘里有鱼_____条.

15. 某水果店销售 11 元，18 元，24 元三种价格的水果，根据水果店一个月这三种水果销售量的统计图(如图)，可计算出该店当月销售出水果的平均价格是_____元.

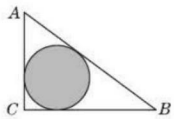


(第 15 题)

16. 某商场摸奖促销活动规定：在一只不透明的箱子里面放三个相同小球，小球上分别写有“10 元”“20 元”“20 元”，顾客每消费 500 元，就可以先从箱子里摸出一个小球，看过后放回箱子里搅匀再摸出第二个小球，商场根据顾客两次摸出所标的金额之和返回现金. 则返回现金 20 元的概率为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

17. 如图，$\triangle ABC$ 是一块绿化带，将阴影部分修建为花圃，已知 $AB=15$，$AC=9$，$BC=12$，阴影部分是 $\triangle ABC$ 的内切圆，一只自由飞翔的小鸟将随机落在这块绿化带上，则小鸟落在花圃上的概率为_____.



（第17题）

18. 假设某航班平均每次约有200名乘客. 飞机失事的概率 $p=0.000\ 05$，一家保险公司要为乘客保险，许诺飞机一旦失事，将向每名乘客赔偿40万元人民币. 平均来说，保险公司向每名乘客收取的保险费应不低于_____元.

三、解答题（共46分）

19.（10分）已知一个口袋中装有7个只有颜色不同的球，其中3个白球，4个黑球.

（1）求从中随机取出一个黑球的概率是多少？

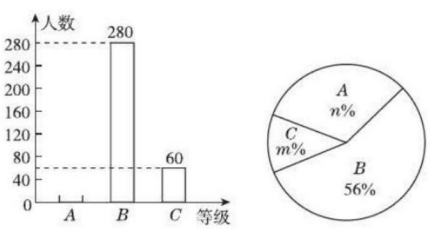
（2）若往口袋中再放入 x 个白球和 y 个黑球，从口袋中随机取出一个白球的概率是 $\frac{1}{4}$，求 y 与 x 之间的函数关系式.

20.（10分）某报社为了解市民对“社会主义核心价值观”的知晓程度，采取随机抽样的方式进行问卷调查，调查结果分为“*A*. 非常了解”“*B*. 了解”“*C*. 基本了解”三个等级，并根据调查结果绘制了如图所示的两幅不完整的统计图.

（1）这次调查的市民人数为_____，$m=$_____，$n=$_____；

（2）补全条形统计图；

（3）若该市约有市民100 000人，请你根据抽样调查的结果，估计该市大约有多少人对“社会主义核心价值观”达到“*A*. 非常了解”的程度.



（第20题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21. (12 分)现有两个纸箱,每个纸箱内各装有 4 个材质、大小都相同的小球,其中一个纸箱内 4 个小球上分别写有 1,2,3,4 四个数,另一个纸箱内 4 个小球上分别写有 5,6,7,8 四个数. 甲,乙两人商定了一个游戏,规则是:从这两个纸箱中各随机摸出一个小球,然后把两个小球上的数字相乘. 若得到的积是 2 的倍数,则甲得 1 分,若得到的积是 3 的倍数,则乙得 2 分. 完成一次游戏后,将球分别放回各自的纸箱,摇匀后进行下一次游戏,最后得分高者胜出.

(1)请你通过列表(或画树状图)分别计算乘积是 2 的倍数和 3 的倍数的概率.

(2)你认为这个游戏公平吗? 为什么? 若你认为不公平,请你修改得分规则,使游戏对双方公平.

22. (14 分)2018 年东营市教育局在全市中小学开展了“情系疏勒,书香援疆”捐书活动,200 多所学校的师生踊跃参与,向新疆疏勒县中小学共捐赠爱心图书 28.5 万本. 某学校学生社团对本校九年级学生所捐图书进行统计,根据收集的数据绘制了下面不完整的统计图表,请你根据统计图表中所提供的信息解答下列问题:

图书种类	频数(本)	频率
名人传记	175	a
科普图书	b	0.30
小说	110	c
其他	65	d



(第 22 题)

(1)求该校九年级共捐图书多少本;

(2)统计表中的 $a=$ _____,$b=$ _____,$c=$ _____,$d=$ _____;

(3)若该校共捐图书 1 500 本,请估计“科普图书”和“小说”一共多少本;

(4)该社团 3 名成员各捐图书 1 本,分别是 1 本“名人传记”,1 本“科普图书”,1 本“小说”,要从这 3 人中任选 2 人为受赠者写一份自己所捐图书的简介,请用列表法或画树状图求选出的 2 人恰好 1 人捐“名人传记”,1 人捐“科普图书”的概率.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

期末达标检测卷

☞（答案见210页）

（分值：100分　时间：90分钟）

题　号	一	二	三	总　分
得　分				

姓名：　班级：　学校：　装　订　线

一、选择题（每题3分，共30分）

1. 下列说法正确的是（　　）

A. 为了解我国中学生课外阅读的情况，应采取全面调查的方式

B. 一组数据1，2，5，5，5，3，3的中位数和众数都是5

C. 抛掷一枚硬币100次，一定有50次“正面朝上”

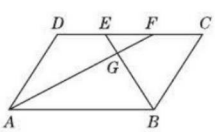
D. 若甲组数据的方差是0.03，乙组数据的方差是0.1，则甲组数据比乙组数据稳定

2. 直线 $y=2x$ 与 x 轴正半轴的夹角为 α，那么下列结论正确的是（　　）

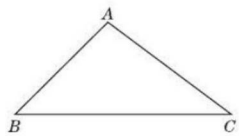
A. $\sin\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C. $\tan\alpha=\frac{1}{2}$　　D. $\tan\alpha=2$

3. 如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，E，F 为 CD 边的两个三等分点，连接 AF，BE 交于点 G，则 $S_{\triangle EFG}$：$S_{\triangle ABC}=$（　　）

A. 1∶3　　B. 3∶1　　C. 1∶9　　D. 9∶1



（第3题）



（第4题）

4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin C=\frac{3}{5}$，$AC=5$，则 $\triangle ABC$ 的面积是（　　）

A. $\frac{21}{2}$　　B. 12　　C. 14　　D. 21

5. 若抛物线 $y=x^2+ax+b$ 与 x 轴两个交点间的距离为2，称此抛物线为定弦抛物线. 已知某定弦抛物线的对称轴为直线 $x=1$，将此抛物线向左平移2个单位，再向下平移3个单位，得到的抛物线过点（　　）

A. $(-3,-6)$　　B. $(-3,0)$　　C. $(-3,-5)$　　D. $(-3,-1)$

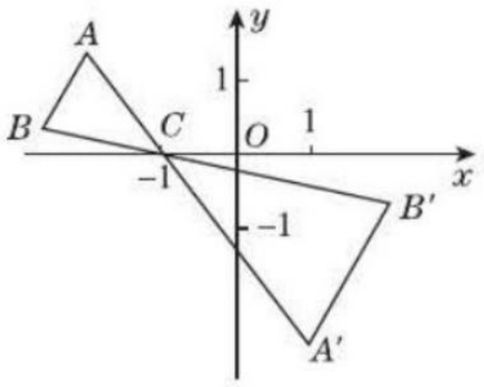
6. 一个布袋内只装有1个黑球和2个白球，这些球除颜色外其余都相同，随机摸出一个球后放回搅匀，再随机摸出一个球，则两次摸出的球都是黑球的概率是（　　）

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{9}$

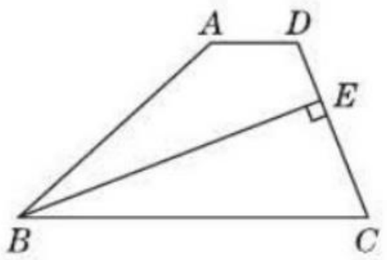
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 如图,在$\triangle ABC$中,A,B两个顶点在x轴的上方,点C的坐标是$(-1,0)$. 以点C为位似中心,在x轴的下方作$\triangle ABC$的位似图形$\triangle A'B'C$,并把$\triangle ABC$的边长放大到原来的2倍. 设点B的对应点B'的横坐标是a,则点B的横坐标是(　　)

A. $-\frac{1}{2}a$　　B. $-\frac{1}{2}(a+1)$　　C. $-\frac{1}{2}(a-1)$　　D. $-\frac{1}{2}(a+3)$



(第7题)



(第9题)

8. 某品牌钢笔进价每支8元,按10元1支出售时每天能卖出20支,市场调查发现如果每支每涨价1元,每天就少卖出2支,为了每天获得最大利润,其售价应定为(　　)

A. 11元　　B. 12元　　C. 13元　　D. 14元

9. 如图,在梯形$ABCD$中,$AD/\!/BC$,BE平分$\angle ABC$交CD于E,且$BE\perp CD$,$CE:ED=2:1$. 如果$\triangle BEC$的面积为2,那么四边形$ABED$的面积是(　　)

A. $\frac{4}{3}$　　B. $\frac{7}{5}$　　C. $\frac{7}{4}$　　D. $\frac{8}{5}$

10. 当$a\leqslant x\leqslant a+1$时,函数$y=x^2-2x+1$的最小值为1,则$a$的值为(　　)

A. -1　　B. 2　　C. 0或2　　D. -1或2

二、填空题(每题3分,共24分)

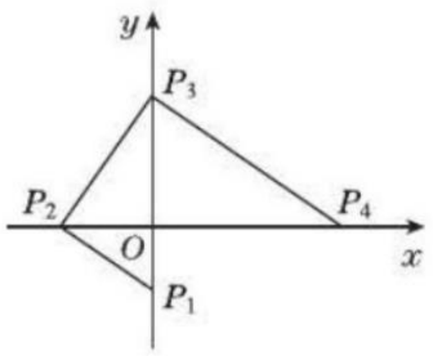
11. 在一个不透明的盒子中,装有除颜色外完全相同的乒乓球共16个,从中随机摸出一个乒乓球,若摸到黄色乒乓球的概率为$\frac{3}{8}$,则该盒子中装有黄色乒乓球的个数是_____.

12. 抛物线$y=x^2-2x+m^2+2$(m是常数)的顶点在第_____象限.

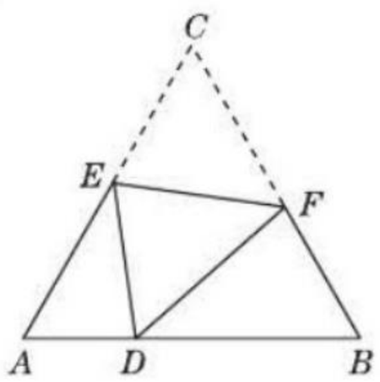
13. 从-1,0,$\sqrt{2}$,π,5.1,7这6个数中随机抽取一个数,抽到无理数的概率是_____.

14. 规定:$\sin(-x)=-\sin x$,$\cos(-x)=\cos x$,$\sin(x+y)=\sin x\cdot\cos y+\cos x\cdot\sin y$. 利用上面的规定求得$\sin 75^\circ=$_____.

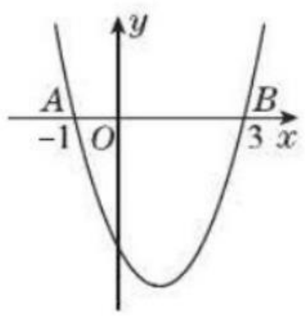
15. 如图,点P_1,P_2,P_3,P_4均在坐标轴上,且$P_1P_2\perp P_2P_3$,$P_2P_3\perp P_3P_4$,若点P_1,P_2的坐标分别为(0,-1),$(-2,0)$,则点P_4的坐标为_____.



(第15题)



(第17题)



(第18题)

16. 已知$\triangle ABC$中,$AB=10$,$AC=2\sqrt{7}$,$\angle B=30^\circ$,则$\triangle ABC$的面积等于_____.

17. 如图,D是等边三角形ABC的边AB上一点,且$AD:DB=1:2$,现将$\triangle ABC$折叠,使点C与点D重合,折痕为EF,点E、F分别在AC和BC上,则$CE:CF$的值为_____.

18. 如图,二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像与x轴交于点$A(-1,0)$,$B(3,0)$. 下列结论:①$2a-b=0$;②$(a+c)^2<b^2$;③当$-1<x<3$时,$y<0$;④当$a=1$时,将抛物线先向上平移2个单位,再向右平移1个单位,得到抛物线$y=(x-2)^2-2$. 其中正确的是_____(填序号).

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

三、解答题（共46分）

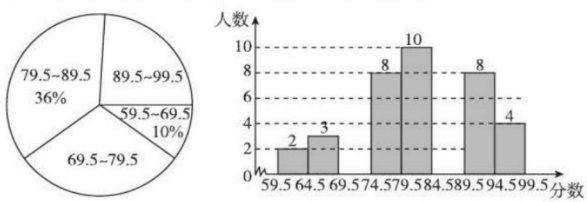
19.（6分）已知α是锐角，且$\sin(\alpha+15°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，计算$\sqrt{8}-4\cos\alpha-(\pi-3.14)^0+\tan\alpha+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$的值.

20.（6分）已知二次函数$y=2(x-1)(x-m-3)$（m为常数）.

（1）求证：不论m为何值，该函数的图像与x轴总有公共点；

（2）当m取什么值时，该函数的图像与y轴的交点在x轴的上方？

21.（8分）“校园诗歌大赛”结束后，张老师和李老师将所有参赛选手的比赛成绩（得分均为整数）进行整理，并分别绘制成扇形统计图和频数分布直方图，部分信息如图：



（第21题）

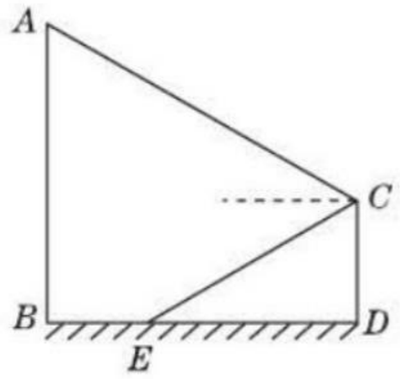
（1）本次比赛参赛选手共有_____人，扇形统计图中“69.5~79.5”这一组人数占总参赛人数的百分比为_____；

（2）赛前规定，成绩由高到低前60%的参赛选手获奖，某参赛选手的比赛成绩为78分，试判断他能否获奖，并说明理由；

（3）成绩前四名是2名男生和2名女生，若从他们中任选2人作为获奖代表发言，试求恰好选中1男1女的概率.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

22. (8 分)某游乐场一转角滑梯如图所示,滑梯立柱 AB,CD 均垂直于地面,点 E 在线段 BD 上,在 C 点测得点 A 的仰角为 30°,点 E 的俯角也为 30°,测得 B,E 间距离为 10 米,立柱 AB 高 30 米. 求立柱 CD 的高. (结果保留根号)

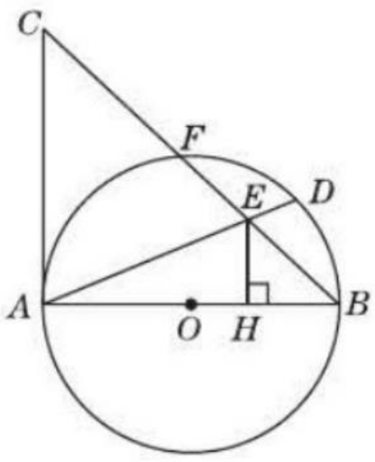


(第 22 题)

23. (8 分)如图,已知 AB 为⊙O 的直径,AC 是⊙O 的切线,连接 BC 交⊙O 于点 F,取$\overset{\frown}{BF}$的中点 D,连接 AD 交 BC 于点 E,过点 E 作 $EH \perp AB$ 于 H.

(1)求证:$\triangle HBE \backsim \triangle ABC$;

(2)若 $CF=4$,$BF=5$,求 AC 和 EH 的长.



(第 23 题)

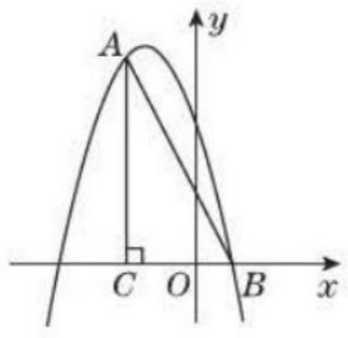
24. (10 分)如图,在平面直角坐标系中,$\angle ACB=90°$,$OC=2OB$,$\tan\angle ABC=2$,点 B 的坐标为(1,0). 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过 A、B 两点.

(1)求抛物线的表达式;

(2)点 P 是直线 AB 上方抛物线上的一点,过点 P 作 PD 垂直 x 轴于点 D,交线段 AB 于点 E,使 $PE=\frac{1}{2}DE$.

①求点 P 的坐标;

②在直线 PD 上是否存在点 M,使 $\triangle ABM$ 为直角三角形?若存在,求出符合条件的所有点 M 的坐标;若不存在,请说明理由.



(第 24 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

正文练习答案

第5章 二次函数

5.1 二次函数

1. C　2. D　3. C　4. C

5. $y=-x^2+2x+2$

6. A　7. A　8. C

9. C　**点拨**：如图，过点 A 作 $AE\perp AC$，过点 D 作 $DE\perp AE$，两线交于 E 点，过点 D 作 $DF\perp AC$，垂足为 F 点，

∵ $\angle BAD=\angle CAE=90°$，即 $\angle BAC+\angle CAD=\angle CAD+\angle DAE$，

∴ $\angle BAC=\angle DAE$.

又∵ $AB=AD$，$\angle ACB=\angle E=90°$，

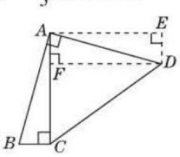
∴ $\triangle ABC\cong\triangle ADE$，

∴ $BC=DE$，$AC=AE$，

设 $BC=a$，则 $DE=a$，$DF=AE=AC=4BC=4a$，∴ $CF=AC-AF=AC-DE=3a$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle CDF$ 中，由勾股定理得，$CF^2+DF^2=CD^2$，即 $(3a)^2+(4a)^2=x^2$，解得：$a=\frac{x}{5}$，

∴ $y=S_{四边形ABCD}=S_{梯形ACDE}=\frac{1}{2}\times(DE+AC)\times DF=\frac{1}{2}\times(a+4a)\times 4a=10a^2=\frac{2}{5}x^2$. 故选 C.



（第9题）

10. **解**：由题意得 $k^2-3k+2=2$，解得 $k=0$ 或 $k=3$；

又∵ $k-3\neq 0$，∴ $k\neq 3$. ∴ 当 $k=0$ 时，这个函数是二次函数.

11. **解**：①由 $b+1=2$，解得 $b=1$；由 $a-1+1\neq 0$，解得 $a\neq 0$.

②由 $b+1\neq 2$，得 $b\neq 1$，∴ $b=0$ 或 -1，a 取全体实数.

③当 $a=1$，b 为全体实数时，$y=x^2+1$ 是二次函数.

12. **解**：(1) 若这个函数是二次函数，则 $m^2-m\neq 0$，解得 $m\neq 0$ 且 $m\neq 1$.

(2) 若这个函数是一次函数，则 $\begin{cases}m^2-m=0,\\ m-1\neq 0,\end{cases}$ 解得 $m=0$.

(3) 这个函数不可能是正比例函数.

理由：

当此函数是一次函数时，$m=0$，而此时 $2-2m\neq 0$.

13. $y=-\frac{a}{c}x^2-\frac{b}{c}x$；$c\neq 0$；二次

14. D

15. **解**：由题意可知，当 $0<x\leqslant 4$ 时，$AP=AQ=x$ cm.

$y=4\times 4-\frac{1}{2}\times 4\times 4-\frac{1}{2}x^2$，即 $y=8-\frac{1}{2}x^2$.

当 $4<x<8$ 时，$CQ=CP=(8-x)$ cm.

$y=4\times 4-\frac{1}{2}\times 4\times 4-\frac{1}{2}(8-x)^2$，

即 $y=-\frac{1}{2}x^2+8x-24$.

综上可知，所求函数的关系式为

$$y=\begin{cases}8-\frac{1}{2}x^2\ (0<x\leqslant 4),\\ -\frac{1}{2}x^2+8x-24\ (4<x<8).\end{cases}$$

5.2 二次函数的图像和性质

第1课时 二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质(1)

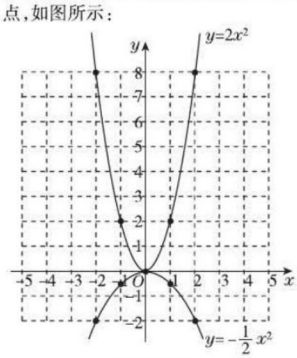
1. C

2. **解**：列表如下：

x	…	-2	-1	0	1	2	…
$y=2x^2$	…	8	2	0	2	8	…
$y=-\frac{1}{2}x^2$	…	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	…

描点：将表中的数据作为点的坐标在平面直角坐标系中描出，

连线：用平滑曲线顺次连接描出的各点，如图所示：



（第2题）

3. B　4. A　5. $\sqrt{3}$

6. 4　**点拨**：根据抛物线的对称性及点 A 的横坐标为 2 可知，点 B 的横坐标是 -2，

∵ 线段 $AB\parallel x$ 轴，

∴ $AB=2-(-2)=2+2=4$. 故答案为 4.

7. A　8. 0；-4

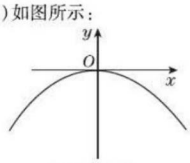
9. **解**：(1) ∵ $y=(m+3)x^{m^2-3m-26}$ 是关于 x 的二次函数，

∴ $m^2-3m-26=2$ 且 $m+3\neq 0$，解得 $m=7$ 或 $m=-4$，即 m 的值为 7 或 -4.

(2) 当 $m=-4$ 时，$m+3=-1<0$，函数图像开口向下，∴ 当 $m=-4$ 时，函数图像开口向下.

(3) 当 $m=7$ 时，$m+3=10>0$，函数图像开口向上，函数有最小值，∴ 当 $m=7$ 时，函数有最小值.

10. **解**：(1) 如图所示：



（第10题）

(2) ∵ 水面与抛物线顶点的距离为 4 m，

∴ $y=-4$，即 $-4=-\frac{1}{4}x^2$，

∴ $x=\pm 4$，

∴ 水面的宽为 $4+4=8$(m).

(3) ∵ 水面宽为 6 m，∴ 水面与抛物线的交点的横坐标分别为 3，-3.

当 $x=3$ 时，$y=-\frac{1}{4}\times 9=-\frac{9}{4}$.

∴ 水面与抛物线顶点的距离为 $\frac{9}{4}$m.

11. **分析**：(1) 直线 AB 过点 $A(2,0)$，$B(1,1)$，由待定系数法可求其对应的函数表达式；抛物线过点 $B(1,1)$，将点 $B(1,1)$ 的坐标代入 $y=ax^2$ 即可求出 a 的值.

(2) $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}OA\cdot|y_D|$（$y_D$ 表示 D 点的纵坐标），由此不难求出 y_D.

解：(1) 设直线 AB 对应的函数表达式为 $y=kx+b$，

∵ 直线 AB 过点 $A(2,0)$，$B(1,1)$，

∴ $\begin{cases}2k+b=0,\\ k+b=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\ b=2.\end{cases}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴直线 AB 对应的函数表达式为 $y=-x+2$.

把点 $B(1,1)$ 的坐标代入 $y=ax^2$ 中，得 $a=1$，

∴抛物线对应的函数表达式为 $y=x^2$.

(2) 由 $\begin{cases}y=-x+2,\\y=x^2,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x_1=1,\\y_1=1,\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=4.\end{cases}$

∴ $C(-2,4)$，∴ $S_{\triangle OBC}=S_{\triangle AOC}-S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}AO\cdot|y_C|-\frac{1}{2}AO\cdot|y_B|$

$=\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times1=3.$

∵ $S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}OA\cdot|y_D|=\frac{1}{2}OA\cdot y_D$，

∴ $\frac{1}{2}\times2\times y_D=3$，解得 $y_D=3$. 把 $y=3$ 代入 $y=x^2$，得 $x=\pm\sqrt{3}$.

∵点 D 在第一象限内，∴ $D(\sqrt{3},3)$.

点拨：化不规则图形为规则图形是求函数图像中相关图形面积的常规思路和方法. 若图形为三角形，则先求其底和高，常以两轴上的边为底，以其第三个顶点的横坐标或纵坐标的绝对值为对应的高.

第 2 课时　二次函数 $y=ax^2$ 的图像与性质(2)

1. C　**2.** D　**3.** C　**4.** B　**5.** B

6. 增大　**7.** 0　**8.** ①③　**9.** $2\sqrt{3}$

10. 解：(1)∵直线 $y=3x-2$ 经过点 $P(2,b)$，∴ $b=3\times2-2=4$，∴ P 点的坐标为 $(2,4)$，

∵抛物线 $y=ax^2$ 经过点 P，∴ $4=4a$，解得 $a=1$，

∴ a 的值为 1，b 的值为 4. 易知当 $x<0$ 时，函数 $y=ax^2$ 中的 y 随 x 的增大而减小.

(2)由条件可设抛物线对应的函数表达式为 $y=cx^2$，由(1)可知 $M(2,-2)$，将其坐标代入可得 $-2=4c$，解得 $c=-\frac{1}{2}$，

∴这条抛物线对应的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2$.

11. 解：设点 A，B 的横坐标为 a，则点 A 的纵坐标为 a^2，点 B 的纵坐标为 $\frac{a^2}{4}$，

∵ $BE\parallel x$ 轴，∴点 F 的纵坐标为 $\frac{a^2}{4}$，

∵点 F 是抛物线 $y=x^2$ 上的点，∴点 F 的横坐标为 $x=\sqrt{y}=\frac{1}{2}a$，

∵ $CD\parallel x$ 轴，∴点 D 的纵坐标为 a^2，

∵点 D 是抛物线 $y=\frac{x^2}{4}$ 上的点，

∴点 D 的横坐标为 $x=\sqrt{4y}=2a$，

∴ $AD=a$，$BF=\frac{1}{2}a$，$CE=\frac{3}{4}a^2$，$OE=\frac{1}{4}a^2$，

∴ $\frac{S_{\triangle OFB}}{S_{\triangle EAD}}=\frac{\frac{1}{2}BF\cdot OE}{\frac{1}{2}AD\cdot CE}=\frac{1}{8}\times\frac{4}{3}=\frac{1}{6}.$

12. (1)解：∵二次函数的图像的顶点在原点 O，∴设二次函数的表达式为 $y=ax^2$，

将点 $A\left(1,\frac{1}{4}\right)$ 的坐标代入 $y=ax^2$ 得 $a=\frac{1}{4}$，∴二次函数的表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2$.

(2) **证明**：∵点 P 在抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2$ 上，

∴可设点 P 的坐标为 $\left(x,\frac{1}{4}x^2\right)$，

如图，过点 P 作 $PB\perp y$ 轴于点 B，则 $BF=\left|\frac{1}{4}x^2-1\right|$，$PB=|x|$，

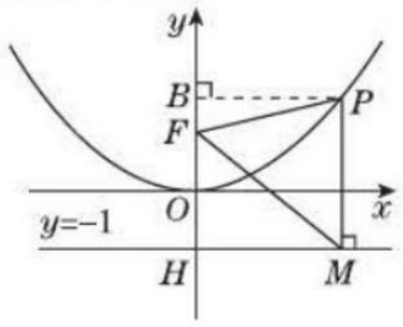
在 Rt $\triangle BPF$ 中，$PF=\sqrt{\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)^2+x^2}=\frac{1}{4}x^2+1$，

∵ PM 垂直于直线 $y=-1$，∴ $PM=\frac{1}{4}x^2+1$，∴ $PF=PM$，∴ $\angle PFM=\angle PMF$，

又∵ $PM\parallel y$ 轴，∴ $\angle MFH=\angle PMF$，

∴ $\angle PFM=\angle MFH$，

∴ FM 平分 $\angle OFP$.



(第 12 题)

(3)解：当 $\triangle FPM$ 是等边三角形时，$\angle PMF=60°$，

∴ $\angle FMH=30°$，

在 Rt $\triangle MFH$ 中，$MF=2FH=2\times2=4$，

∵ $PF=PM=FM$，∴ $\frac{1}{4}x^2+1=4$，

解得 $x=\pm2\sqrt{3}$，

∴ $\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}\times12=3$，

∴满足条件的点 P 的坐标为 $(2\sqrt{3},3)$ 或 $(-2\sqrt{3},3)$.

第 3 课时　二次函数 $y=ax^2+k$ 与 $y=a(x-h)^2$ 的图像与性质

1. A　**2.** D　**3.** A　**4.** D　**5.** D　**6.** >

7. B

8. 解：能，设平移后的图像对应的二次函数表达式为 $y=\frac{1}{3}x^2+b$，将点 $(3,-3)$ 的坐标代入表达式中，得 $b=-6$. 所以平移的方向是向下，平移的距离是 6 个单位长度.

9. 解：(1)把 $x=2$，$y=b$ 代入 $y=2x$，得 $2\times2=b$，∴ $b=4$. 把 $x=2$，$y=4$ 代入 $y=ax^2+3$，得 $a\times2^2+3=4$. ∴ $a=\frac{1}{4}$.

(2)把 $y=2$ 代入 $y=2x$，得 $2x=2$，∴ $x=1$，∴ $A(1,2)$. 抛物线 $y=ax^2+3$ 的顶点为 $B(0,3)$. ∴ $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$.

10. 解：(1)在 $y=x+1$ 中，令 $y=0$，则 $x=-1$，∴ $A(-1,0)$，即抛物线 l 的顶点坐标为 $(-1,0)$. 又抛物线 l 是由抛物线 $y=-2x^2$ 平移得到的，∴抛物线 l 对应的函数表达式为 $y=-2(x+1)^2$.

(2)∵抛物线 l 的对称轴为直线 $x=-1$，$-2<0$，且 $x_2>x_1>-\frac{1}{2}$，

∴ $y_2<y_1$.

11. 解：(1)把点 $(-2,2)$，$(4,5)$ 的坐标代入 $y=ax^2+c$ 得 $\begin{cases}4a+c=2,\\16a+c=5,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=\frac{1}{4},\\c=1,\end{cases}$ 所以抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2+1$.

(2) $BF=BC$.

证明如下：

设 $B\left(x,\frac{1}{4}x^2+1\right)$，而 $F(0,2)$，

∴ $BF^2=x^2+\left(\frac{1}{4}x^2+1-2\right)^2=x^2+\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)^2=\left(\frac{1}{4}x^2+1\right)^2$，∴ $BF=\frac{1}{4}x^2+1$，

∵ $BC\perp x$ 轴，∴ $BC=\frac{1}{4}x^2+1$，

∴ $BF=BC$.

(3)当 $m=0$ 时，易得四边形 $BCPF$ 为正方形，此时 P 点在原点；

当点 P 在 F 点上方时，∵以 B，C，F，P 为顶点的四边形是菱形，

∴ $CB=CF=PF$，

而 $CB=FB$，∴ $BC=CF=BF$，

∴ $\triangle BCF$ 为等边三角形，

∴ $\angle BCF=60°$，

∴ $\angle OCF=30°$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在 Rt△OCF 中，$CF=2OF=4$，

∴ $PF=CF=4$，∴ $P(0,6)$，

∴ 自然数 m 的值为 0 或 6.

第 4 课时　二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图像与性质

1. ①③　**2.** D　**3.** D　**4.** C　**5.** C　**6.** B

7. A

8. 解：(1)∵ 抛物线 $y=a(x-3)^2+2$ 经过点 $(1,-2)$，∴ $-2=a\times(1-3)^2+2$，∴ $a=-1$.

(2)∵ $y=-(x-3)^2+2$，

∴ 此函数的图像开口向下，当 $x<3$ 时，y 随 x 的增大而增大，当 $x>3$ 时，y 随 x 的增大而减小，

∵ 点 $A(m,y_1)$，$B(n,y_2)$ $(m<n<3)$ 都在该抛物线上，∴ $y_1<y_2$.

9. 解：(1)将点 $(1,0)$ 的坐标代入 $y=(x-2)^2+m$，得 $(1-2)^2+m=0$，解得 $m=-1$.

则二次函数的表达式为 $y=(x-2)^2-1$.

当 $x=0$ 时，$y=4-1=3$，故 C 点的坐标为 $(0,3)$.

由于点 C 和点 B 关于二次函数图像的对称轴对称，则可设 B 点的坐标为 $(x,3)$，令 $y=3$，有 $(x-2)^2-1=3$，解得 $x=4$ 或 $x=0$，则 B 点的坐标为 $(4,3)$.

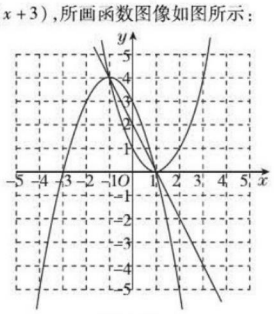
将点 $A(1,0)$，$B(4,3)$ 的坐标分别代入 $y=kx+b$，

得 $\begin{cases}k+b=0,\\4k+b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1,\\b=-1,\end{cases}$ 则一次函数的表达式为 $y=x-1$.

(2)∵ A，B 两点的坐标分别为 $(1,0)$，$(4,3)$，

∴ 当 $kx+b\geqslant(x-2)^2+m$ 时，$1\leqslant x\leqslant 4$.

10. 解：(1)当 $k=0$ 时，$y=-(x-1)\cdot(x+3)$，所画函数图像如图所示：



（第 10 题）

(2)(答案不唯一)函数 $y=(x-1)[(k-1)x+(k-3)]$（k 是常数）的图像都经过点 $(1,0)$ 和 $(-1,4)$.

(3)由题意可得 $y_2=(x-1)[(2-1)x+(2-3)]=(x-1)^2$，易知函数 y_3 的表达式为 $y_3=(x-1+4)^2-2=(x+3)^2-2$.

所以当 $x=-3$ 时，函数 y_3 的最小值是 -2.

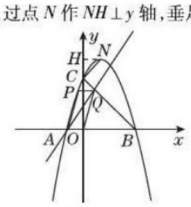
11. 解：(1)设抛物线的函数表达式是 $y=-(x-1)^2+k$. 把点 $(-1,0)$ 的坐标代入得 $0=-(-1-1)^2+k$，解得 $k=4$，

则抛物线的函数表达式是 $y=-(x-1)^2+4$，即 $y=-x^2+2x+3$.

(2)在 $y=-x^2+2x+3$ 中，令 $x=0$，则 $y=3$，即点 C 的坐标是 $(0,3)$，$OC=3$.

易知点 B 的坐标是 $(3,0)$，∴ $OB=3$，∴ $OC=OB$，则△OBC 是等腰直角三角形，∴ $\angle OCB=45°$.

如图，过点 N 作 $NH\perp y$ 轴，垂足是 H.



（第 11 题）

∵ $\angle NCB=90°$，∴ $\angle NCH=45°$，

∴ $NH=CH$，∴ $HO=OC+CH=3+CH=3+NH$，

设点 N 的坐标是 $(a,-a^2+2a+3)$.

∴ $a+3=-a^2+2a+3$，解得 $a=0$（舍去）或 $a=1$，∴ 点 N 的坐标是 $(1,4)$.

(3)存在. 如图，∵ 四边形 $OAPQ$ 是平行四边形，∴ $PQ=OA=1$，且 $PQ/\!/OA$，

设 $P(t,-t^2+2t+3)$，则 $Q(t+1,-t^2+2t+3)$，将点 Q 的坐标代入 $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$，则 $-t^2+2t+3=\frac{3}{2}(t+1)+\frac{3}{2}$，

整理，得 $2t^2-t=0$，解得 $t=0$ 或 $t=\frac{1}{2}$. ∴ $-t^2+2t+3$ 的值为 3 或 $\frac{15}{4}$.

∴ 点 P，Q 的坐标分别是 $(0,3)$，$(1,3)$ 或 $(\frac{1}{2},\frac{15}{4})$，$(\frac{3}{2},\frac{15}{4})$.

第 5 课时　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与性质

1. C　**2.** A　**3.** A　**4.** D　**5.** C　**6.** B

7. D

8. C　**点拨**：抛物线 $y=x^2+bx+1$ 与 y 轴的交点为 $(0,1)$，

∵ $C(2,1)$，∴ 当 $x=-\frac{b}{2}\leqslant 1$ 时，二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图像与阴影部分（含边界）一定有公共点，∴ $b\geqslant -2$. 故选 C.

9. B

10. 解：(1)$y=-2x^2-4x+1=-2(x^2+2x+1)+2+1=-2(x+1)^2+3$.

∴ 这条抛物线的对称轴是直线 $x=-1$，顶点坐标是 $(-1,3)$.

(2)∵ 新顶点 $P(2,0)$，∴ 所得新抛物线的表达式为 $y=-2(x-2)^2$.

∵ $2-(-1)=3$，$0-3=-3$，

∴ 平移过程为向右平移 3 个单位长度，向下平移 3 个单位长度.

11. 解：(1)将点 $(1,0)$，$(0,2)$ 的坐标代入 $y=x^2+bx+c$，得

$\begin{cases}1+b+c=0,\\c=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-3,\\c=2.\end{cases}$

∴ 这个二次函数的表达式为 $y=x^2-3x+2=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$.

把 $x=-2$ 代入 $y=x^2-3x+2$，得 $y=12$.

∴ y 的取值范围是 $-\frac{1}{4}\leqslant y\leqslant 12$.

(2)∵ 点 $P(m,n)$ 在该函数的图像上，∴ $n=m^2-3m+2$.

∵ $m+n=1$，∴ $n=1-m$，∴ $1-m=m^2-3m+2$.

解得 $m=1$. ∴ $n=0$，

∴ 点 P 的坐标为 $(1,0)$.

12. 解：(1)当 $y=0$ 时，$x^2+x-6=0$，解得 $x_1=-3$，$x_2=2$，

∴ $A(-3,0)$，$B(2,0)$，

当 $x=0$ 时，$y=x^2+x-6=-6$，

∴ $C(0,-6)$，

∴ △ABC 的面积 $=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot OC=\frac{1}{2}\times(2+3)\times 6=15$.

(2)∵ 抛物线 l 向左或向右平移，得到抛物线 l'，

∴ $A'B'=AB=5$，

∵ △$A'B'C'$ 和△ABC 的面积相等，

∴ $OC'=OC=6$，即 $C'(0,-6)$ 或 $(0,6)$，

设抛物线 l' 的函数表达式为 $y=x^2+bx-6$ 或 $y=x^2+bx+6$，

设 $A'(m,0)$，$B'(n,0)$，

当 m，n 为方程 $x^2+bx-6=0$ 的两根时，

$m+n=-b$，$mn=-6$，

∵ $|n-m|=5$，

∴ $(n-m)^2=25$，

∴ $(m+n)^2-4mn=25$，

∴ $b^2-4\times(-6)=25$，解得 $b=1$（不合题意，舍去）或 -1，

∴ 抛物线 l' 的函数表达式为 $y=x^2-$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$x-6$.

当 m,n 为方程 $x^2+bx+6=0$ 的两根时,

$m+n=-b, mn=6$,

$\because |n-m|=5$,

$\therefore (n-m)^2=25$,

$\therefore (m+n)^2-4mn=25$,

$\therefore b^2-4\times6=25$,解得 $b=7$ 或 -7,

$\therefore$ 抛物线 l' 的函数表达式为 $y=x^2+7x+6$ 或 $y=x^2-7x+6$.

综上所述,抛物线 l' 的函数表达式为 $y=x^2-x-6$ 或 $y=x^2+7x+6$ 或 $y=x^2-7x+6$.

5.3 用待定系数法确定二次函数表达式

1. D

2. **解**:(1)把点 $(1,0)$,$\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 的坐标代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$,得 $\begin{cases}-\frac{1}{2}+b+c=0,\\ c=\frac{3}{2},\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=-1,\\ c=\frac{3}{2},\end{cases}$

$\therefore$ 该抛物线的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.

(2) $\because y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x+1)^2+2$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(-1,2)$.

$\therefore$ 将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$ 平移,使其顶点恰好落在原点的一种平移方法:先向右平移 1 个单位长度,再向下平移 2 个单位长度(答案不唯一).

平移后的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x^2$.

3. B

4. (1)**证明**:假设 C,E 两点同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上,

$\because C(-1,2), E(4,2)$,$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{-1+4}{2}$,即直线 $x=\frac{3}{2}$. 这与抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 的对称轴为直线 $x=1$ 矛盾,

$\therefore$ 假设不成立.

$\therefore C,E$ 两点不可能同时在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上.

(2)**解**:点 A 不在抛物线上.

理由:若点 $A(1,0)$ 在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上,则 $k=0$.

$\therefore y=a(x-1)^2$.

易知 $B(0,-1)$,$D(2,-1)$ 都不在抛物线上.

由(1)知 C,E 两点不可能同时在抛物线上.

$\therefore$ 与抛物线经过其中三个点矛盾.

$\therefore$ 点 A 不在抛物线上.

(3)**解**:由(2)可知点 A 不在抛物线上. 结合(1)的结论易知点 B,D 一定在抛物线 $y=a(x-1)^2+k(a>0)$ 上.

①若点 $C(-1,2)$ 在此抛物线上,

则 $\begin{cases}a+k=-1,\\ 4a+k=2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1,\\ k=-2.\end{cases}$

②若点 $E(4,2)$ 在此抛物线上,

则 $\begin{cases}a+k=-1,\\ 9a+k=2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=\frac{3}{8},\\ k=-\frac{11}{8}.\end{cases}$

综上可知,$\begin{cases}a=1,\\ k=-2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=\frac{3}{8},\\ k=-\frac{11}{8}.\end{cases}$

5. **解**:(1)$\because$ 抛物线与 x 轴交于点 $A(1,0), B(3,0)$,

$\therefore$ 可设抛物线的表达式为 $y=a(x-1)(x-3)$,

把点 $C(0,-3)$ 的坐标代入,得 $3a=-3$,

解得 $a=-1$,

故抛物线的表达式为 $y=-(x-1)\cdot(x-3)$,即 $y=-x^2+4x-3$,

$\because y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(2,1)$.

(2)先向左平移 2 个单位长度,再向下平移 1 个单位长度,得到的抛物线的表达式为 $y=-x^2$,平移后抛物线的顶点为 $(0,0)$ 落在直线 $y=-x$ 上(答案不唯一).

6. (1)**证明**:$\because y=(x-m)^2-(x-m)=(x-m)(x-m-1)$,

$\therefore$ 由 $y=0$ 得 $x_1=m, x_2=m+1$,$\because m\neq m+1$,$\therefore$ 不论 m 为何值,该抛物线与 x 轴一定有两个公共点.

(2)**解**:①$\because y=(x-m)(x-m-1)=x^2-(2m+1)x+m(m+1)$,$\therefore$ 抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-(2m+1)}{2}$,

$\therefore \frac{2m+1}{2}=\frac{5}{2}$,解得 $m=2$,$\therefore$ 抛物线对应的函数表达式为 $y=x^2-5x+6$.

②$\because y=x^2-5x+6=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$,

$\therefore$ 该抛物线沿 y 轴向上平移 $\frac{1}{4}$ 个单位长度后,得到的抛物线与 x 轴只有一个公共点.

7. **解**:$y=3x^2-6x+5$ 可化为 $y=3(x-1)^2+2$,根据对称式可知(1)所求的函数表达式为 $y=-3(x-1)^2-2$,即 $y=-3x^2+6x-5$.

(2)所求的函数表达式为 $y=3(x+1)^2+2$,即 $y=3x^2+6x+5$.

(3)所求的函数表达式为 $y=-3(x-1)^2+2$,即 $y=-3x^2+6x-1$.

8. **解**:(1)$\because$ Rt$\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 90°得到 Rt$\triangle COD$,

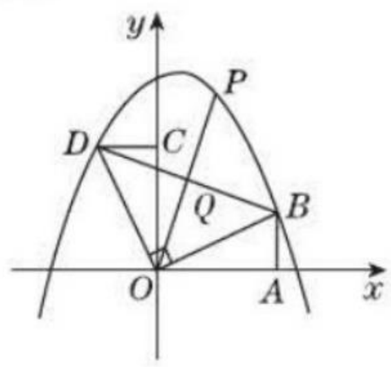
$\therefore CD=AB=1, OA=OC=2$,

$\therefore$ 点 $B(2,1)$,$D(-1,2)$,将点 B,D 的坐标代入表达式,得:

$\begin{cases}-\frac{10}{3}+2b+c=1,\\ -\frac{5}{6}-b+c=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=\frac{1}{2},\\ c=\frac{10}{3},\end{cases}$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}$.

(2)如图,



(第 8 题)

$\because$ 直线 OP 把 $\triangle BOD$ 的周长分成相等的两部分,且 $OB=OD$,

$\therefore DQ=BQ$,即点 Q 为 BD 的中点,

$\because B(2,1)$,$D(-1,2)$,$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right)$,

设直线 OP 的表达式为 $y=kx$,

将点 Q 的坐标代入,得 $\frac{1}{2}k=\frac{3}{2}$,解得 $k=3$,

$\therefore$ 直线 OP 的表达式为 $y=3x$,

将 $y=3x$ 代入 $y=-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}$,得 $-\frac{5}{6}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{10}{3}=3x$,

解得 $x=1$ 或 $x=-4$.

当 $x=1$ 时,$y=3$;

当 $x=-4$ 时,$y=-12$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(1,3)$ 或 $(-4,-12)$.

9. **解**:(1)设抛物线的表达式为 $y=ax\left(x-\frac{7}{2}\right)$,

把 $A(1,1)$ 的坐标代入得 $a\times1\times\left(1-\frac{7}{2}\right)=1$,解得 $a=-\frac{2}{5}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴抛物线的表达式为 $y=-\frac{2}{5}x(x-\frac{7}{2})$，即 $y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x$.

(2)延长 CA 交 y 轴于 D，

∵ $A(1,1)$，

∴ $OA=\sqrt{2}$，$\angle DOA=45°$，

∵ $OA\perp AC$，∴ $\triangle AOD$ 为等腰直角三角形，∴ $OD=\sqrt{2}OA=2$，

∴ $D(0,2)$，易得直线 AD 的表达式为 $y=-x+2$，

解方程组 $\begin{cases}y=-x+2,\\ y=-\frac{2}{5}x^2+\frac{7}{5}x,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x=1,\\ y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=5,\\ y=-3,\end{cases}$ 则 $C(5,-3)$，

∴ $S_{\triangle AOC}=S_{\triangle COD}-S_{\triangle AOD}=\frac{1}{2}\times2\times5-\frac{1}{2}\times2\times1=4$.

10. **解**：(1)设抛物线的表达式为 $y=ax^2+bx+c$，

把 A，B，C 三点的坐标代入可得 $\begin{cases}a-b+c=0,\\ 16a+4b+c=0,\\ c=-4,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=-3,\\ c=-4,\end{cases}$

∴抛物线的表达式为 $y=x^2-3x-4$.

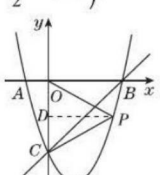
(2)作 OC 的垂直平分线 DP，交 OC 于点 D，交 BC 下方抛物线于点 P，如图，

∴ $PO=PC$，此时 P 点即为满足条件的点，

∵ $C(0,-4)$，∴ $D(0,-2)$，∴ P 点的纵坐标为 -2，

代入抛物线的表达式可得 $x^2-3x-4=-2$，解得 $x=\frac{3-\sqrt{17}}{2}$(小于0，舍去)或 $x=\frac{3+\sqrt{17}}{2}$，

∴存在满足条件的 P 点，其坐标为 $\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2},-2\right)$.



(第10题)

5.4 二次函数与一元二次方程

第1课时 二次函数与一元二次方程之间的关系

1. $x_1=0$，$x_2=4$ **2.** $x=\frac{3}{2}$ **3.** D **4.** C **5.** D **6.** A **7.** A

8. 2或8 **9.** 1或−2或3

10. **解**：当 $m+6=0$，即 $m=-6$ 时，$y=-14x-5$. 此时函数为一次函数，其图像与 x 轴有交点.

当 $m+6\neq0$ 时，由题意得

$\begin{cases}m+6\neq0,\\ 4(m-1)^2-4(m+6)(m+1)\geqslant0.\end{cases}$

解得 $m\leqslant-\frac{5}{9}$ 且 $m\neq-6$.

综上所述，m 的取值范围为 $m\leqslant-\frac{5}{9}$.

点拨：本题的易错之处在于学生只考虑到二次函数图像与 x 轴相交的情况，而忽视一次函数图像与 x 轴相交的情况.

11. **解**：对于 $y=x^2-2x-8$，令 $x=0$，则 $y=-8$.

∴二次函数 $y=x^2-2x-8$ 的图像与 y 轴的交点坐标是 $(0,-8)$.

令 $y=0$，则 $x^2-2x-8=0$，解得 $x_1=-2$，$x_2=4$.

∴二次函数 $y=x^2-2x-8$ 的图像与 x 轴的交点坐标是 $(-2,0)$，$(4,0)$.

方法总结：求二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与坐标轴交点坐标的方法：(1)求与 y 轴的交点，令 $x=0$，则 $y=c$，那么二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 y 轴的交点坐标为 $(0,c)$.(2)求与 x 轴的交点，令 $y=0$，解方程 $ax^2+bx+c=0$，方程的根即是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交点的横坐标. 若方程无根，则图像与 x 轴无交点.

12. (1)**证明**：∵ $b^2-4ac=(-2m)^2-4\times1\times(m^2+3)=4m^2-4m^2-12=-12<0$，

∴方程 $x^2-2mx+m^2+3=0$ 没有实数解，

即不论 m 为何值，该函数的图像与 x 轴没有公共点.

(2)**解**：$y=x^2-2mx+m^2+3=(x-m)^2+3$，

把函数 $y=(x-m)^2+3$ 的图像沿 y 轴向下平移3个单位长度后，得到函数 $y=(x-m)^2$ 的图像，它的顶点坐标是 $(m,0)$，

因此，这个函数的图像与 x 轴只有一个公共点，

∴把函数 $y=x^2-2mx+m^2+3$ 的图像沿 y 轴向下平移3个单位长度后，得到的函数的图像与 x 轴只有一个公共点.

13. **解**：(1)设该函数的关系式为 $y=a(x+1)^2+4$，将点 $B(2,-5)$ 的坐标代入，得 $9a+4=-5$，解得 $a=-1$，

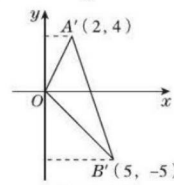
∴该函数的关系式为 $y=-(x+1)^2+4=-x^2-2x+3$.

(2)令 $x=0$，得 $y=3$，因此抛物线与 y 轴的交点坐标为 $(0,3)$，

令 $y=0$，则 $-x^2-2x+3=0$，解得 $x_1=-3$，$x_2=1$，即抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(-3,0)$，$(1,0)$.

(3)设抛物线与 x 轴的交点为 M，N(点 M 在点 N 的左侧)，由(2)知：$M(-3,0)$，$N(1,0)$，

当函数图像向右平移经过原点时，M 与 O 重合，因此抛物线向右平移了3个单位长度，故 $A'(2,4)$，$B'(5,-5)$，如图，过点 A'，B' 分别作 y 轴的垂线，则 $S_{\triangle OA'B'}=\frac{1}{2}\times(2+5)\times9-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times5\times5=15$.



(第13题)

14. (1)D

(2)**证明**：$y=-x^2+(m-1)x+m=-\left(x-\frac{m-1}{2}\right)^2+\frac{(m+1)^2}{4}$，

把 $x=\frac{m-1}{2}$ 代入 $y=(x+1)^2$，得 $y=\left(\frac{m-1}{2}+1\right)^2=\frac{(m+1)^2}{4}$，

则不论 m 为何值，该函数的图像的顶点都在函数 $y=(x+1)^2$ 的图像上.

(3)**解**：设函数 $z=\frac{(m+1)^2}{4}$.

当 $m=-1$ 时，z 有最小值为0；

当 $m<-1$ 时，z 随 m 的增大而减小；

当 $m>-1$ 时，z 随 m 的增大而增大；

当 $m=-2$ 时，$z=\frac{1}{4}$；

当 $m=3$ 时，$z=4$.

故当 $-2\leqslant m\leqslant3$ 时，该函数的图像的顶点纵坐标的取值范围是 $0\leqslant z\leqslant4$.

第2课时 用二次函数的图像解一元二次方程、一元二次不等式

1. 4.4 **2.** C **3.** B

4. B **点拨**：①∵二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像的对称轴为直线 $x=1$，且开口向下，

∴当 $x=1$ 时，$y=a+b+c$，即二次函数的最大值为 $a+b+c$，故①正确；

②当 $x=-1$ 时，$a-b+c=0$，故②

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

错误;

③图像与 x 轴有 2 个交点,故 $b^2-4ac>0$,故③错误;

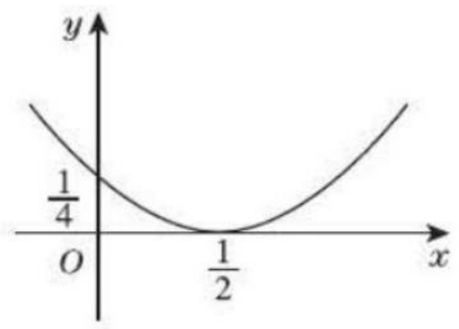
④∵ 图像的对称轴为直线 $x=1$,图像与 x 轴交于点 A、点 B $(-1,0)$,

∴ $A(3,0)$,

故当 $y>0$ 时,$-1<x<3$,故④正确.

故选 B.

5. 解:画出抛物线 $y=x^2-x+\frac{1}{4}$(如图).由图像可知抛物线与 x 轴的交点坐标为 $\left(\frac{1}{2},0\right)$,所以原方程的解为 $x_1=x_2=\frac{1}{2}$.



(第 5 题)

6. (1) $x_1=0, x_2=2$;

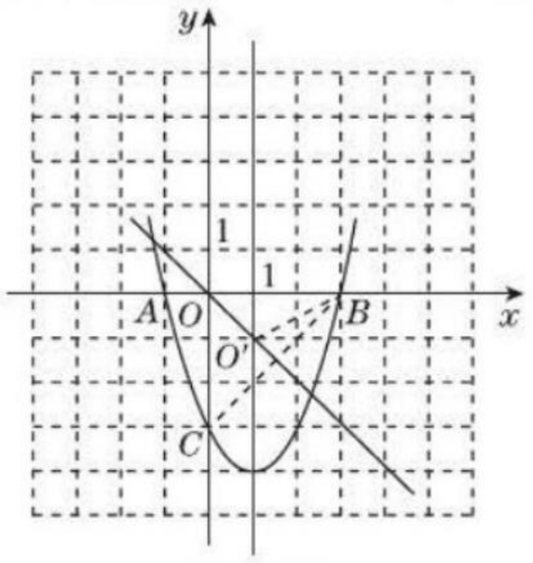
(2) $x<0$ 或 $x>2$;

(3) $x>1$;

(4) $k>2$

7. 解:(1) 1; −2; −3

(2) 函数图像如图所示:当 $x<0$ 或 $x>2$ 时,不等式 $ax^2+bx+c>-3$ 成立.



(第 7 题)

(3) 如图,由题意知 $A(-1,0)$, $B(3,0)$, $C(0,3)$,

∴ $OB=OC=3$. 连接 BC,则 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心 O' 是直线 $y=-x$ 与直线 $x=1$ 的交点,

∴ $O'(1,-1)$,连接 $O'B$,则 $\triangle ABC$ 的外接圆的半径 $r=O'B=\sqrt{5}$.

8. (1) **解**:由题意 $b^2-4\cdot a[-(a+b)]=b^2+4ab+4a^2=(2a+b)^2\geqslant 0$,

∴ 该二次函数图像与 x 轴的交点的个数有两个或一个.

(2) **解**:当 $x=1$ 时,$y=a+b-(a+b)=0$,∴ 抛物线不经过点 C.

把点 $A(-1,4)$, $B(0,-1)$ 的坐标分别代入,得

$\begin{cases}4=a-b-(a+b),\\-1=-(a+b),\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=3,\\b=-2,\end{cases}$

∴ 该二次函数的表达式为 $y=3x^2-2x-1$.

(3) **证明**:当 $x=2$ 时,$m=4a+2b-(a+b)=3a+b>0$①.

∵ $a+b<0$,∴ $-a-b>0$②.

①+②得 $2a>0$,∴ $a>0$.

9. 解:(1) 由 $y=x^2-4x+3$ 得到 $y=(x-3)(x-1)$, $C(0,3)$. ∴ $A(1,0)$, $B(3,0)$,

设直线 BC 的表达式为 $y=kx+b(k\neq 0)$,

则 $\begin{cases}b=3,\\3k+b=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=-1,\\b=3,\end{cases}$ ∴ 直线 BC 的表达式为 $y=-x+3$;

(2) 如图,由 $y=x^2-4x+3$ 得到 $y=(x-2)^2-1$,

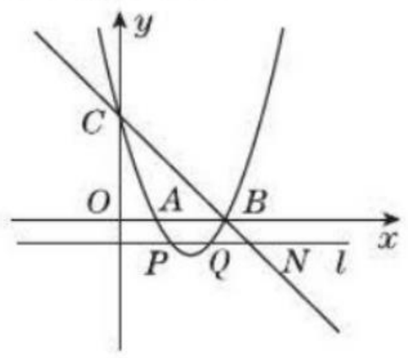
∴ 抛物线 $y=x^2-4x+3$ 的对称轴是直线 $x=2$,顶点坐标是 $(2,-1)$.

∵ $y_1=y_2$,∴ $x_1+x_2=4$.

在 $y=-x+3$ 中,令 $y=-1$,则 $-1=-x+3$,解得 $x=4$.

∵ $x_1<x_2<x_3$,∴ $3<x_3<4$,

∴ $7<x_1+x_2+x_3<8$.



(第 9 题)

5.5 用二次函数解决问题

第 1 课时 用二次函数解决面积、利润问题

1. B **2.** C **3.** 2 **4.** B **5.** B

6. 解:设油价定为 x 元/千克时,每天获利 y 元.

则 $y=(x-4.1)\left(200-\frac{x-4.1}{0.1}\times 20\right)$

$=-200x^2+1\,840x-4\,182$

$=-200(x-4.6)^2+50$.

其中,$4.1\leqslant x\leqslant 4.5$,∴ 当 $x=4.5$ 时,y 取最大值.

此时 $y=-200\times(4.5-4.6)^2+50=48$.

因此,当油价定为 4.5 元/千克时,每天获利最大.

点拨:求实际问题中的最值时,要注意自变量取值范围的限制条件,不要通过表达式直接求解函数的最值. 本题易忽略题目中的条件"最高价格为 4.5 元/千克",而得错解为当油价定为 4.6 元/千克时,每天获利最大.

7. 解:(1) ∵ $y=x\cdot\frac{50-x}{2}=-\frac{1}{2}(x-25)^2+\frac{625}{2}$,

∴ 当 $x=25$ 时,占地面积最大.

即饲养室长 x 为 25 m 时,占地面积 y 最大.

(2) ∵ $y=x\cdot\frac{50-(x-2)}{2}=-\frac{1}{2}(x-26)^2+338$,

∴ 当 $x=26$ 时,占地面积最大,

即饲养室长 x 为 26 m 时,占地面积 y 最大.

∵ $26-25=1\neq 2$,∴ 小敏的说法不正确.

8. 解:(1) 由 $x=5$, $y=0$,得 $25a+5b-75=0$;由 $x=7$, $y=16$,得 $49a+7b-75=16$,

解方程组 $\begin{cases}25a+5b-75=0,\\49a+7b-75=16,\end{cases}$

得 $\begin{cases}a=-1,\\b=20.\end{cases}$ ∴ $y=-x^2+20x-75$.

∵ $y=-x^2+20x-75=-(x-10)^2+25$,

∴ 当 $x=10$ 时,y 有最大值,为 25.

答:销售单价为 10 元时,该种商品每天的销售利润最大,最大利润为 25 元.

(2) ∵ 函数 $y=-x^2+20x-75$ 的图像的对称轴为直线 $x=10$,

∴ 点 $(7,16)$ 关于直线 $x=10$ 对称的点的坐标为 $(13,16)$,

又∵ 函数 $y=-x^2+20x-75$ 的图像开口向下,∴ 当 $7\leqslant x\leqslant 13$ 时,$y\geqslant 16$.

答:销售单价不少于 7 元且不超过 13 元时,该种商品每天的销售利润不低于 16 元.

9. 解:(1) 设 A, B 两种型号台灯的进价分别为 a 元, b 元,

由题意得,$\begin{cases}5a+3b=230,\\10a+4b=440,\end{cases}$

解得:$\begin{cases}a=40,\\b=10.\end{cases}$

答:A, B 两种型号台灯的进价分别为 40 元,10 元.

(2) ∵ A 型号台灯售价 x(元)与销售数量 y(台)满足关系式 $2x+y=140$,即 $y=-2x+140$,此商场决定两种型号台灯共进货 100 台,则 B 型号台灯共进货 $(2x-40)$ 台,

设商场可获得利润为 w 元,则 $w=(x-40)(-2x+140)+(20-10)(2x-40)=-2x^2+240x-6\,000=-2(x-60)^2+1\,200$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

∵ $-2<0$，∴ A 型号台灯售价定为 60 元时，商场可获得最大利润.

此时 A 型号台灯进 20 台，B 型号台灯进 80 台.

10. **解**：(1) 180

(2) 由题意得：$y=(x-40)[200-10(x-50)]=-10x^2+1\ 100x-28\ 000=-10(x-55)^2+2\ 250$.

∴ 当每件的销售价 x 为 55 元时，销售该纪念品每天获得的利润 y 最大，最大利润为 2 250 元.

11. **解**：(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$，

由题意得 $\begin{cases}40k+b=300,\\55k+b=150,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=700.\end{cases}$

故 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=-10x+700$.

(2) 由题意，得 $-10x+700\geqslant 240$，解得 $x\leqslant 46$，

设利润为 w 元，则 $w=(x-30)y=(x-30)(-10x+700)=-10x^2+1\ 000x-21\ 000=-10(x-50)^2+4\ 000$，

∵ $-10<0$，∴ 当 $x<50$ 时，w 随 x 的增大而增大，

∴ 当 $x=46$ 时，$w_{最大}=-10\times(46-50)^2+4\ 000=3\ 840$.

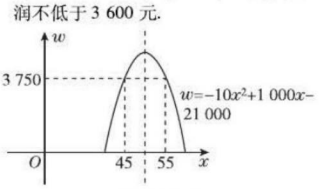
答：当销售单价为 46 元时，每天获取的利润最大，最大利润是 3 840 元.

(3) 令 $w-150=-10x^2+1\ 000x-21\ 000-150=3\ 600$，即 $-10(x-50)^2=-250$，

解得 $x_1=55$，$x_2=45$，

如图所示，由图像得：

当 $45\leqslant x\leqslant 55$ 时，捐款后每天剩余利润不低于 3 600 元.



（第 11 题）

12. **解**：(1) 设 $AB=x$ m，则 $BC=(100-2x)$ m，

根据题意得 $x(100-2x)=450$，解得 $x_1=5$，$x_2=45$.

当 $x=5$ 时，$100-2x=90>20$，不合题意舍去；当 $x=45$ 时，$100-2x=10$.

故所利用旧墙 AD 的长为 10 m；

(2) 设 $AD=y$ m，矩形菜园 $ABCD$ 的面积为 S m²，

则 $S=\frac{1}{2}(100-y)y=-\frac{1}{2}(y-50)^2+1\ 250$.

当 $a\geqslant 50$ 时，则当 $y=50$ 时，S 的最大值为 1 250；

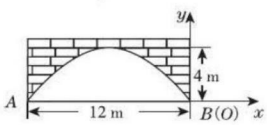
当 $0<a<50$ 时，则当 $0<y\leqslant a$ 时，S 随 x 的增大而增大，当 $y=a$ 时，S 的最大值为 $50a-\frac{1}{2}a^2$.

综上所述，当 $a\geqslant 50$ 时，S 的最大值为 1 250；当 $0<a<50$ 时，S 的最大值为 $50a-\frac{1}{2}a^2$.

第 2 课时　用二次函数解决抛物线形问题

1. B　**2.** D　**3.** C

4. $y=-\frac{1}{9}(x+6)^2+4$　**点拨**：建立直角坐标系如图所示，由题意可设所求函数表达式为 $y=a(x+6)^2+4$，将点 $(-12,0)$ 的坐标代入得 $0=a\times(-12+6)^2+4$，解得 $a=-\frac{1}{9}$，∴ 选取点 B 为坐标原点时的抛物线对应的函数表达式为 $y=-\frac{1}{9}(x+6)^2+4$. 故答案为 $y=-\frac{1}{9}(x+6)^2+4$.



（第 4 题）

5. $(4\sqrt{2}-4)$

6. 0.5

7. **错解**：B

错解辨析：把 $v_0=10$，$t=2.1$ 代入 $h=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$，得 $h=-1.05$，但这个结果是小球距离 O 点的高度，其值为负，说明此时小球在 O 点的下方，而题目要求的结果是小球距地面的高度，正确结果为 $2-1.05=0.95$（米）.

正解：C

解题归纳：在平面直角坐标系中求得的数值要和实际相结合，正确处理所得结果.

8. **解**：(1) 当 $y=15$ 时，有 $-5x^2+20x=15$，化简得 $x^2-4x+3=0$，因式分解得 $(x-1)(x-3)=0$，故 $x=1$ 或 3，即飞行的时间是 1 s 或 3 s.

(2) 飞出和落地的瞬间，高度都为 0 m，故 $y=0$. 所以有 $0=-5x^2+20x$，解得 $x=0$ 或 4，所以从飞出到落地所用时间是 $4-0=4$(s).

(3) 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{20}{2\times(-5)}=2$ 时，小球的飞行高度最大，最大高度为 20 m.

9. **解**：(1) 设水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=a(x-3)^2+5(a\neq 0)$，

将点 $(8,0)$ 的坐标代入 $y=a(x-3)^2+5$，得 $25a+5=0$，解得 $a=-\frac{1}{5}$，

∴ 水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}(x-3)^2+5(0<x<8)$.

(2) 当 $y=1.8$ 时，有 $-\frac{1}{5}(x-3)^2+5=1.8$，解得：$x_1=-1$，$x_2=7$，

∴ 为了不被淋湿，身高 1.8 米的王师傅站立时必须在离水池中心 7 米以内.

(3) 当 $x=0$ 时，$y=-\frac{1}{5}(x-3)^2+5=\frac{16}{5}$.

设扩建改造后水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+bx+\frac{16}{5}$，

∵ 该函数图像过点 $(16,0)$，∴ $0=-\frac{1}{5}\times 16^2+16b+\frac{16}{5}$，解得 $b=3$，

∴ 扩建改造后水柱所在抛物线（第一象限部分）的函数表达式为 $y=-\frac{1}{5}x^2+3x+\frac{16}{5}=-\frac{1}{5}(x-\frac{15}{2})^2+\frac{289}{20}$.

∴ 扩建改造后喷水池水柱的最大高度为 $\frac{289}{20}$ 米.

10. **解**：(1) 由题意知点 $B(0,4)$，$C\left(3,\frac{17}{2}\right)$ 在抛物线上.

所以 $\begin{cases}c=4,\\\frac{17}{2}=-\frac{1}{6}\times 9+3b+c,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=2,\\c=4,\end{cases}$

所以 $y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$，所以当 $x=-\frac{b}{2a}=6$ 时，$y_{最大}=10$.

即所求函数关系式为 $y=-\frac{1}{6}x^2+2x+4$，拱顶 D 到地面 OA 的距离为 10 m.

(2) 由题知货车最外侧与地面 OA 的交点为 $(2,0)$（或 $(10,0)$），

当 $x=2$（或 $x=10$）时，$y=\frac{22}{3}>6$，所

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

以能安全通过.

(3)令 $y=8$,即 $-\frac{1}{6}x^2+2x+4=8$,

可得 $x^2-12x+24=0$,解得 $x_1=6+2\sqrt{3}$,$x_2=6-2\sqrt{3}$,则 $x_1-x_2=4\sqrt{3}$.

答:两排灯的水平距离最小是 $4\sqrt{3}$ m.

11. 解:(1)∵ 点 C 到 ED 的距离是 11 米,∴ $OC=11$ 米,

设抛物线的表达式为 $y=ax^2+11$,由题意得 $B(8,8)$,∴ $64a+11=8$,

解得 $a=-\frac{3}{64}$,∴ $y=-\frac{3}{64}x^2+11$.

(2)水面到顶点 C 的距离不大于 5 米时,即水面与河底 ED 的距离 h 至少为 $11-5=6$(米),

∴ $6=-\frac{1}{128}(t-19)^2+8$,

∴ $(t-19)^2=256$,

∴ $t-19=\pm16$,

解得 $t_1=35$,$t_2=3$,

∴ $35-3=32$(时).

答:需 32 小时禁止船只通行.

12. 解析:本题是一道设计比较新颖的试题,要求足球开始飞出到第一次落地时抛物线对应的函数表达式,则需要根据已知条件确定点 A 和顶点 M 的坐标,由题意可知 $OA=1$ 米,$OB=6$ 米,$BM=4$ 米,所以点 A 的坐标为(0,1),顶点 M 的坐标是(6,4). 根据顶点式可求得抛物线对应的函数表达式. 因为点 C 在 x 轴上,所以要求 OC 的长,只要把点 C 的纵坐标 $y=0$ 代入抛物线对应的函数表达式,解方程即可求得 OC 的长. 要计算运动员乙要抢到第二个落地点 D,他应再向前跑多少米,实际就是求 DB 的长.

解:(1)由题意知 $OA=1$ 米,$OB=6$ 米,$BM=4$ 米.

设足球开始飞出到第一次落地时抛物线对应的函数表达式为 $y=a(x-6)^2+4$,

把 $x=0$,$y=1$ 代入,得 $1=36a+4$,所以 $a=-\frac{1}{12}$.

所以抛物线对应的函数表达式为 $y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+4$,

即 $y=-\frac{1}{12}x^2+x+1$.

(2)令 $y=0$,则 $-\frac{1}{12}(x-6)^2+4=0$,

解得 $x_1=4\sqrt{3}+6\approx13$,$x_2=-4\sqrt{3}+6<0$(舍去).

所以足球第一次落地点 C 距守门员约 13 米.

(3)由题图知,足球在草坪上弹起到落地的距离为 CD 的长,根据题意得 $CD=EF$,

所以 $2=-\frac{1}{12}(x-6)^2+4$,解得 $x_1=6-2\sqrt{6}$,$x_2=6+2\sqrt{6}$,

所以 $CD=|x_1-x_2|=4\sqrt{6}\approx10$(米).

所以 $BD=OC-OB+CD\approx17$(米).

答:运动员乙要抢到第二个落地点 D,他应再向前跑约 17 米.

解题归纳:解决此类问题的关键是先建立数学模型,将实际问题中的条件转化为数学问题中的条件. 通常有两个步骤:(1)根据题意得出二次函数的关系式,将实际问题转化为数学问题;(2)应用有关函数的性质作答.

全章高频考点专训

专训 1

1. 解:把点(−1,0),(3,0)的坐标分别代入 $y=ax^2+bx-3$,得

$\begin{cases}0=a-b-3,\\0=9a+3b-3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=-2.\end{cases}$

即 a 的值为 1,b 的值为 −2.

2. 解:(1)设抛物线的表达式为 $y=a(x-3)^2+5$,

将点 $A(1,3)$ 的坐标代入上式得 $3=a(1-3)^2+5$,解得 $a=-\frac{1}{2}$,

∴ 抛物线的表达式为 $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+5$.

(2)∵ $A(1,3)$,抛物线的对称轴为直线 $x=3$,∴ $B(5,3)$,

令 $x=0$,有 $y=-\frac{1}{2}(0-3)^2+5=\frac{1}{2}$,则 $C(0,\frac{1}{2})$,

$\triangle ABC$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times(5-1)\times(3-\frac{1}{2})=5$.

3. 解:由 $A(1,0)$,$B(-4,0)$ 可知 $AB=5$,$OB=4$.

∵ $BC=AB$,∴ $BC=5$.

在 $Rt\triangle BCO$ 中,$OC=\sqrt{BC^2-OB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$,

∴ C 点的坐标为(0,3)或(0,−3).

设抛物线对应的函数表达式为 $y=a(x-1)(x+4)$,将点(0,3)的坐标代入得 $3=a(0-1)(0+4)$,解得 $a=-\frac{3}{4}$;

将点(0,−3)的坐标代入得 $-3=a(0-1)(0+4)$,解得 $a=\frac{3}{4}$.

∴ 该抛物线对应的函数表达式为 $y=-\frac{3}{4}(x-1)(x+4)$ 或 $y=\frac{3}{4}(x-1)(x+4)$,即 $y=-\frac{3}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$ 或 $y=\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x-3$.

点拨:若给出抛物线与 x 轴的交点坐标或对称轴及抛物线与 x 轴的两交点间的距离,通常可设交点式求解.

4. 解:∵ $y=-x^2+x-3=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{11}{4}$,

∴ 抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$.

∵ 将此抛物线向上平移,∴ 抛物线的开口大小、方向及对称轴不变.

∴ 可设平移后抛物线对应的函数表达式为 $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+a$. 将点 $C(0,2)$ 的坐标代入得 $2=-\left(0-\frac{1}{2}\right)^2+a$.

解得 $a=\frac{9}{4}$.

∴ 平移后的抛物线对应的函数表达式为 $y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$,即 $y=-x^2+x+2$.

5. 解:方法一:∵ $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$,

∴ 把抛物线 $y=(x+1)^2+2$ 向左平移 5 个单位长度,再向上平移 3 个单位长度得到抛物线 $y=(x+6)^2+5$,即 $y=x^2+12x+41$.

∴ 原抛物线对应的函数表达式为 $y=x^2+12x+41$.

方法二:原抛物线对应的函数表达式为 $y=(x+5)^2+2(x+5)+3+3$,即 $y=x^2+12x+41$.

点拨:方法一是先将表达式化成顶点式,再利用“左加右减,上加下减”规律来求;方法二是不将表达式化成顶点式,直接利用“左加右减”在所有的 x 上加减,“上加下减”在常数项上加减. 本题要注意逆向思考,“将未知图像平移到已知图像”转化为“将已知图像平移到未知图像”;“向右平移”转化为“向左平移”;“向下平移”转化为“向上平移”.

专训 2

1. ①④ **点拨**:由 $A(-1,0)$,$B(0,-2)$,得 $b=a-2$,

∵ 开口向上,∴ $a>0$. ∵ 对称轴在 y 轴

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

右侧，∴ $-\frac{b}{2a}>0$，∴ $-\frac{a-2}{2a}>0$，

∴ $a-2<0$，∴ $a<2$，∴ $0<a<2$，

∴ ①正确；∵ 抛物线与 y 轴交于点 $B(0,-2)$，∴ $c=-2$，故③错误；

∵ 抛物线与 x 轴交于点 $A(-1,0)$，

∴ $a-b-2=0$，∵ $0<a<2$，

∴ $0<b+2<2$，∴ $-2<b<0$，故②错误；

∵ $|a|=|b|$，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像的对称轴在 y 轴的右侧，

∴ 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，

∴ $x_2=2>\sqrt{5}-1$，故④正确. 故答案为①④.

2. A　**点拨**：由题意和图像可知：当 $0<x<2$ 时，$y_1<y_2$，故①错误；

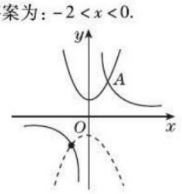
由图像可知，y_1 随 x 的增大而增大，x 为全体实数，故②错误；

因为二次函数的最大值为 4，使得 y_2 大于 4 的 x 值不存在，故③正确；

因为直线经过点 $(0,0)$，$(2,4)$，所以直线的表达式为 $y_1=2x$，故 $y_1=2$ 时，$x=1$，故④错误.

3. $-2<x<0$　**点拨**：如图，点 A 关于原点的对称点的横坐标为 -2，

所以，不等式 $\frac{m}{x}+ax^2+1<0$，即不等式 $\frac{m}{x}<-ax^2-1$ 的解集是 $-2<x<0$. 故答案为：$-2<x<0$.



（第 3 题）

4. **解**：(1) 根据图像，可知抛物线 $y_1=x^2-2x-1$ 与反比例函数 $y_2=-\frac{2}{x}$ 的图像的交点坐标是 $(-1,2)$，$(1,-2)$，$(2,-1)$.

∴ 方程的解是 $x_1=-1$，$x_2=1$，$x_3=2$.

(2) 由图像可知当 $x<-1$ 或 $0<x<1$ 或 $x>2$ 时，$y_1>y_2$.

5. B　**点拨**：由抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 开口向上，可得 $a>0$；对称轴在 y 轴右侧，则 b 与 a 异号，∴ $b<0$；当 $x=1$ 时，$y=a+b+c<0$. ∵ $b<0$，$a>0$，∴ 一次函数 $y=bx+a$ 的图像经过第一、二、四象限；∵ $a+b+c<0$，∴ 反比例函数 $y=\frac{a+b+c}{x}$ 的图像的两个分支分别位于第二、四象限. 综上可知，选项 B 符合题意.

专训 3

1. **解**：(1) ∵ 抛物线的顶点在坐标原点，对称轴为 y 轴，

∴ 可设抛物线所对应的二次函数的表达式为 $y=ax^2(a\neq0)$.

由题设条件知 B 点的坐标为 $(10,-4)$，

∴ $-4=a\times10^2$，

∴ $a=-\frac{1}{25}$.

∴ 抛物线所对应的二次函数的表达式为 $y=-\frac{1}{25}x^2$.

(2) 由题设条件可知：D 点的坐标为 $\left(\frac{1}{2}d,-(4-h)\right)$，

∵ 点 D 在(1)中的抛物线上，

∴ $-(4-h)=-\frac{1}{25}\left(\frac{1}{2}d\right)^2$，

∴ $h=4-\frac{1}{100}d^2(0\leqslant d\leqslant20)$.

(3) 当水面宽度为 18 m 时，有 $h=4-\frac{1}{100}\times18^2=0.76$，

∴ 当水深超过 2.76 m 时，就会影响过往船只在桥下顺利航行.

点拨：(1) 要注意根据题意，将线段的长度等条件结合图像转化为点的坐标，从而求得函数表达式. (2) 将桥下水面宽度转化为点的坐标，代入抛物线所对应的函数表达式，求得 h 与 d 之间的函数表达式. (3) 利用(2)中求得的表达式解决问题.

2. **解**：(1) $M(12,0)$，$P(6,6)$.

(2) 设抛物线对应的函数表达式为 $y=a(x-6)^2+6$.

∵ 抛物线 $y=a(x-6)^2+6$ 经过点 $(0,0)$，

∴ $0=a(0-6)^2+6$，解得 $a=-\frac{1}{6}$，

∴ 这条抛物线对应的函数表达式为 $y=-\frac{1}{6}(x-6)^2+6$，

即 $y=-\frac{1}{6}x^2+2x$.

(3) 设 $A(m,0)$，则 $B(12-m,0)$，

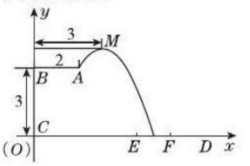
$C\left(12-m,-\frac{1}{6}m^2+2m\right)$，

$D\left(m,-\frac{1}{6}m^2+2m\right)$.

∴ “支撑架”总长 $AD+DC+CB=\left(-\frac{1}{6}m^2+2m\right)+(12-2m)+\left(-\frac{1}{6}m^2+2m\right)=-\frac{1}{3}m^2+2m+12=-\frac{1}{3}(m-3)^2+15$.

易知当 $m=3$ 时，$AD+DC+CB$ 有最大值，为 15 m.

3. **解**：(1) 如图所示：



（第 3 题）

根据题意，可得抛物线的顶点坐标 $M(3,4)$，$A(2,3)$.

设抛物线的表达式为 $y=a(x-3)^2+4$，则 $3=a(2-3)^2+4$，解得：$a=-1$，故抛物线的表达式为 $y=-(x-3)^2+4$.

(2) 令 $y=0$，则 $0=-(x-3)^2+4$，解得：$x_1=1$，$x_2=5$，

故抛物线与 x 轴交点为 $(5,0)$，当 $k=4$ 时，运动员落水点与点 C 的距离为 5 米.

(3) 根据题意，可设抛物线的表达式为 $y=a(x-3)^2+k$，将点 $A(2,3)$ 的坐标代入可得 $a+k=3$，即 $a=3-k$.

若跳水运动员在区域 EF 内（含点 E，F）入水，则：

当 $x=\frac{19}{4}$ 时，$y=\frac{49}{16}a+k\geqslant0$，即 $\frac{49}{16}(3-k)+k\geqslant0$，解得 $k\leqslant\frac{49}{11}$；

当 $x=\frac{21}{4}$ 时，$y=\frac{81}{16}a+k\leqslant0$，

即 $\frac{81}{16}(3-k)+k\leqslant0$，解得 $k\geqslant\frac{243}{65}$.

故 $\frac{243}{65}\leqslant k\leqslant\frac{49}{11}$.

4. **解**：(1) 由题意知抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{10}(x-4)^2+1$，即 $y=\frac{1}{10}x^2-\frac{4}{5}x+2.6$，

令 $x=0$，得到 $y=2.6$，∴ $AB=2.6$ 米.

(2) 由题意可以设抛物线 F_1 的表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2+bx+2.6$，

∵ $\frac{4\times\frac{1}{4}\times2.6-b^2}{4\times\frac{1}{4}}=1.6$，

∴ $b=\pm1$，

∵ 对称轴在 y 轴右侧，$\frac{1}{4}>0$，

∴ $b=-1$，

∴ 抛物线 F_1 的表达式为 $y=\frac{1}{4}x^2-x+2.6$，

令 $y=1.85$，得 $1.85=\frac{1}{4}x^2-x+2.6$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解得 $x_1=1, x_2=3$，当 $x=1$ 时，不合题意，舍去，

$\therefore x=3$，$\therefore MN$ 离 AB 的距离为 3 米.

专训 4

1. 解：(1) 由已知可得 $AD=\dfrac{6-1-1-1-\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{5}{4}$，

则此时窗户的透光面积为 $1\times\dfrac{5}{4}=\dfrac{5}{4}(\mathrm{m}^2)$.

(2) 设 $AB=x$ m，则 $AD=\left(3-\dfrac{7}{4}x\right)$m，

$\because 3-\dfrac{7}{4}x>0, x>0$，

$\therefore 0<x<\dfrac{12}{7}$，

设窗户面积为 S m^2，由已知得：

$S=AB\cdot AD=x\left(3-\dfrac{7}{4}x\right)=-\dfrac{7}{4}x^2+3x=-\dfrac{7}{4}\left(x-\dfrac{6}{7}\right)^2+\dfrac{9}{7}$，

当 $x=\dfrac{6}{7}$ 时，且 $x=\dfrac{6}{7}$ 在 $0<x<\dfrac{12}{7}$ 的范围内，$S_{\text{最大值}}=\dfrac{9}{7}>1.05$，

$\therefore$ 与例题比较，现在窗户透光面积的最大值变大.

2. 解：(1) $2x^2-8x+16$

(2) 由题意，可知 $W=60\times4S_{\triangle AEH}+80(S_{\text{正方形}EFGH}-S_{\text{正方形}MNPQ})+120S_{\text{正方形}MNPQ}=60\times4\times\dfrac{1}{2}x(4-x)+80(2x^2-8x+16-x^2)+120x^2$，

整理，得 $W=80x^2-160x+1\,280$，配方得 $W=80(x-1)^2+1\,200$.

$\therefore$ 当 $x=1$ 时，$W_{\text{最小值}}=1\,200$，即所需的最低费用是 1 200 元.

点拨：利用表格信息解决费用(利润)问题，关键要从表格中获取条件信息，然后建立二次函数模型，最后利用二次函数的性质求最值.

3. 解：(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$，由题意得，

$\begin{cases}70k+b=75,\\80k+b=70,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-0.5,\\b=110,\end{cases}$

故 y 与 x 之间的函数关系式是 $y=-0.5x+110$；

(2) 设合作社每天获得的利润为 w 元，则

$w=x(-0.5x+110)-20(-0.5x+110)=-0.5x^2+120x-2\,200=-0.5(x-120)^2+5\,000$，

$\because 60\leqslant x\leqslant150$，

$\therefore$ 当 $x=120$ 时，w 取得最大值，此时 $w=5\,000$.

答：房价定为 120 元/间时，合作社每天获利最大，最大利润是 5 000 元.

4. 解：(1) $y=x(36-2x)=-2x^2+36x(9\leqslant x<18)$.

(2) 由题意得 $-2x^2+36x=160$，解得 $x=10$ 或 8.

$\because$ 当 $x=8$ 时，$36-16=20>18$，不符合题意，$\therefore x$ 的值为 10.

(3) $\because y=-2x^2+36x=-2(x-9)^2+162$，$\therefore$ 当 $x=9$ 时，y 有最大值 162.

设购买了乙种绿色植物 a 棵，购买了丙种绿色植物 b 棵，

由题意得 $14(400-a-b)+16a+28b=8\,600$，$\therefore a+7b=1\,500$，

$\therefore b$ 的最大值为 214，此时 $a=2$，

需要种植的面积 $=0.4\times(400-214-2)+1\times2+0.4\times214=161.2<162$，

$\therefore$ 这批植物可以全部栽种到这块空地上.

专训 5

1. 解：(1) 由题意，得 $w=(x-20)\cdot y=(x-20)\cdot(-10x+500)=-10x^2+700x-10\,000$，$\therefore$ 每月获得利润 w(元)与销售单价 x(元/件)之间的函数关系式为 $w=-10x^2+700x-10\,000(20\leqslant x\leqslant32)$.

(2) 函数 $w=-10x^2+700x-10\,000$ 的图像的对称轴是直线 $x=-\dfrac{700}{2\times(-10)}=35$.

又$\because a=-10<0$，$\therefore$ 抛物线开口向下.

$\therefore$ 当 $20\leqslant x\leqslant32$ 时，w 随着 x 的增大而增大，

$\therefore$ 当 $x=32$ 时，$w_{\text{最大值}}=2\,160$.

答：当销售单价定为 32 元/件时，每月可获得最大利润，每月的最大利润是 2 160 元.

(3) 取 $w=2\,000$ 得，$-10x^2+700x-10\,000=2\,000$，

解这个方程得，$x_1=30, x_2=40$.

$\because a=-10<0$，$\therefore$ 抛物线开口向下.

$\therefore$ 当 $30\leqslant x\leqslant40$ 时，$w\geqslant2\,000$.

$\because 20\leqslant x\leqslant32$，

$\therefore$ 当 $30\leqslant x\leqslant32$ 时，$w\geqslant2\,000$.

设每月的成本为 P(元)，由题意，得 $P=20(-10x+500)=-200x+10\,000$.

$\because k=-200<0$，$\therefore P$ 随 x 的增大而减小.

$\therefore$ 当 $x=32$ 时，P 的值最小，$P_{\text{最小值}}=3\,600$.

答：想要每月获得的利润不低于 2 000 元，小明每月的成本最少需要 3 600 元

2. 解：(1) 设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b(k\neq0)$，

将 $(10,200)$，$(15,150)$ 分别代入 $y=kx+b(k\neq0)$ 中，得

$\begin{cases}10k+b=200,\\15k+b=150,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-10,\\b=300.\end{cases}$

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y=-10x+300(8\leqslant x\leqslant30)$.

(2) 设每天获得的利润为 w，则

$w=y(x-8)=(-10x+300)(x-8)=-10(x-19)^2+1\,210(8\leqslant x\leqslant30)$.

$\therefore$ 当该品种蜜柚定价为 19 元/千克时，每天销售获得的利润最大，最大利润是 1 210 元.

(3) 根据(2)可知，当定价为 19 元/千克时，每天销量 $y=-10\times19+300=110$，

$\because$ 蜜柚总量为 4 800 千克，销售天数为 $4\,800\div110>40$.

$\therefore$ 不能销售完这批蜜柚.

3. 解：(1) 由题意，得 $W_1=(x-6)\cdot(-x+26)-80=-x^2+32x-236$.

(2) 由题意，得 $20=-x^2+32x-236$，解得 $x=16$，

答：该产品第一年的售价是 16 元/件.

(3) 由题意，得 $14\leqslant x\leqslant16$，

$W_2=(x-5)(-x+26)-20=-x^2+31x-150=-(x-15.5)^2+90.25$，

$\because 14\leqslant x\leqslant16$，

$\therefore x=14$ 时，W_2 有最小值，此时 $W_2=88$，

答：该公司第二年的利润 W_2 至少为 88 万元.

专训 6

1. 解：(1) 分别把 $A(-5,0)$，$B(1,0)$ 两点坐标代入 $y=-x^2+bx+c$ 中，

得到 $\begin{cases}-25-5b+c=0,\\-1+b+c=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=-4,\\c=5,\end{cases}$

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y=-x^2-4x+5$.

(2) 如图①，

$\because$ 抛物线的对称轴是直线 $x=-2$，

$E(x,-x^2-4x+5)$，

$\therefore EH=-x^2-4x+5$，$EF=-2-x$，

$\therefore$ 矩形 $EHDF$ 的周长

$=2(EH+EF)$

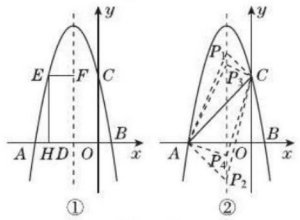
$=2(-x^2-5x+3)$

$=-2\left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2+\dfrac{37}{2}(-5<x<-2)$，

$\because -2<0$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴当 $x=-\frac{5}{2}$ 时，矩形 $EHDF$ 的周长最大，最大值为 $\frac{37}{2}$.



（第1题）

(3)如图②，设 $P(-2,m)$.

①当 $\angle ACP=90°$ 时，$\because AC^2+PC^2=PA^2$，$\therefore (5\sqrt{2})^2+2^2+(m-5)^2=3^2+m^2$，解得 $m=7$，$\therefore P_1(-2,7)$.

②当 $\angle CAP=90°$ 时，$\because AC^2+PA^2=PC^2$，$\therefore (5\sqrt{2})^2+3^2+m^2=2^2+(m-5)^2$，解得 $m=-3$，

$\therefore P_2(-2,-3)$.

③当 $\angle APC=90°$ 时，$\because PA^2+PC^2=AC^2$，$\therefore 3^2+m^2+2^2+(m-5)^2=(5\sqrt{2})^2$，

解得 $m=6$ 或 -1，$\therefore P_3(-2,6)$，$P_4(-2,-1)$，

综上所述，满足条件的点 P 坐标为 $(-2,7)$或$(-2,-3)$或$(-2,6)$或$(-2,-1)$.

2. 解：(1)过点 B 作 $BD\perp y$ 轴于点 D，则 $\angle BOD=120°-90°=30°$.

由 $A(-2,0)$ 可得 $OA=2$，$\therefore OB=2$. 于是在 $Rt\triangle BOD$ 中，易得 $BD=1$，$OD=\sqrt{3}$. $\therefore$ 点 B 的坐标为 $(1,\sqrt{3})$.

(2)由抛物线经过点 $A(-2,0)$，$O(0,0)$，可设抛物线对应的函数表达式为 $y=ax(x+2)$，将点 B 的坐标 $(1,\sqrt{3})$ 代入，得 $a=\frac{\sqrt{3}}{3}$，因此经过 A，O，B 三点的抛物线对应的函数表达式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x$.

(3)存在. 易知抛物线的对称轴是直线 $x=-1$，当点 C 是抛物线的对称轴与直线 AB 的交点时，$\triangle BOC$ 的周长最小. 设直线 AB 对应的函数表达式为 $y=kx+b$，将 $A(-2,0)$，$B(1,\sqrt{3})$ 代入 $y=kx+b$ 中，得 $\begin{cases}k+b=\sqrt{3},\\-2k+b=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=\frac{\sqrt{3}}{3},\\b=\frac{2\sqrt{3}}{3}.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AB 对应的函数表达式为 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$，当 $x=-1$ 时，$y=\frac{\sqrt{3}}{3}$，因此点 C 的坐标为 $\left(-1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

(4)有. 设 P 点的横坐标为 x，过 P 作 y 轴的平行线交直线 AB 于点 M，则

$$S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PAM}+S_{\triangle PBM}=\frac{1}{2}(y_M-y_P)(x_B-x_A)=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x^2+\frac{2\sqrt{3}}{3}x\right)\right]\times 3$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}x^2-\frac{\sqrt{3}}{2}x+\sqrt{3}$$

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9\sqrt{3}}{8},$$

$\therefore$ 当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，$\triangle PAB$ 的面积取得最大值，为 $\frac{9\sqrt{3}}{8}$，此时 $P\left(-\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

专训7

1. 解：(1)$65-x$；$2(65-x)$；$130-2x$

(2)由题意，得 $15\times 2(65-x)=x(130-2x)+550$，$\therefore x^2-80x+700=0$.

解得 $x_1=10$，$x_2=70$（不合题意，舍去），$\therefore 130-2x=110$.

答：每件乙产品可获得的利润是110元.

(3)设生产甲产品的有 m 人，

$W=x(130-2x)+15\times 2m+30(65-x-m)=-2(x-25)^2+3\,200$.

$\because 2m=65-x-m$，$\therefore m=\frac{65-x}{3}$.

$\because x$，m 都是非负数，$\therefore$ 当 $x=26$ 时，$m=13$，$65-x-m=26$，

即当 $x=26$ 时，$W_{最大值}=3\,198$.

答：每天生产三种产品可获得的总利润的最大值为3 198元，相应的 x 值为26.

2. 解：(1)把点 $B(4,0)$，点 $D\left(3,\frac{5}{2}\right)$ 代入 $y=ax^2+bx+1$ 中，得

$$\begin{cases}16a+4b+1=0,\\9a+3b+1=\frac{5}{2},\end{cases}\text{解得}\begin{cases}a=-\frac{3}{4},\\b=\frac{11}{4},\end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y=-\frac{3}{4}x^2+\frac{11}{4}x+1$.

(2)设直线 AD 的表达式为 $y=kx+c$，

$\because A(0,1)$，$D\left(3,\frac{5}{2}\right)$，

$$\therefore\begin{cases}c=1,\\3k+c=\frac{5}{2},\end{cases}\text{解得}\begin{cases}k=\frac{1}{2},\\c=1,\end{cases}$$

$\therefore$ 直线 AD 的表达式为 $y=\frac{1}{2}x+1$，

设 $P(m,0)(0<m<3)$，

$\therefore M\left(m,\frac{1}{2}m+1\right)$，$\therefore PM=\frac{1}{2}m+1$，

$\because CD\perp x$ 轴，$\therefore PC=3-m$，

$$\therefore S_{\triangle PCM}=\frac{1}{2}PC\cdot PM=\frac{1}{2}\times(3-m)\left(\frac{1}{2}m+1\right),$$

$$\therefore S_{\triangle PCM}=-\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{4}m+\frac{3}{2}=-\frac{1}{4}\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{16},$$

$\therefore$ 当 $m=\frac{1}{2}$ 时，$\triangle PCM$ 面积的最大值是 $\frac{25}{16}$.

(3)存在，$\because OP=t(t>0)$，$\therefore$ 点 M，N 的横坐标为 t，

则 $M\left(t,\frac{1}{2}t+1\right)$，$N\left(t,-\frac{3}{4}t^2+\frac{11}{4}t+1\right)$，

$$\therefore MN=\left|-\frac{3}{4}t^2+\frac{11}{4}t+1-\frac{1}{2}t-1\right|=\left|-\frac{3}{4}t^2+\frac{9}{4}t\right|,CD=\frac{5}{2},$$

如图①，如果四边形 $NMCD$ 是平行四边形，

$\therefore MN=CD$，即 $-\frac{3}{4}t^2+\frac{9}{4}t=\frac{5}{2}$，整理得 $3t^2-9t+10=0$，

$\because(-9)^2-4\times 3\times 10=-39<0$，

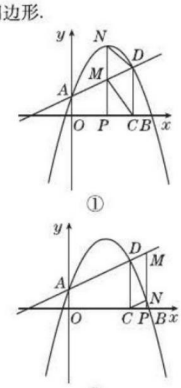
$\therefore$ 方程 $-\frac{3}{4}t^2+\frac{9}{4}t=\frac{5}{2}$ 无实数根，

$\therefore$ 不存在 t，如图②，如果四边形 $DCNM$ 是平行四边形，

$\therefore MN=CD$，即 $\frac{3}{4}t^2-\frac{9}{4}t=\frac{5}{2}$，

$\therefore t=\frac{9+\sqrt{201}}{6}$（负值舍去），

$\therefore$ 当 $t=\frac{9+\sqrt{201}}{6}$ 时，四边形 $DCNM$ 是平行四边形.



（第2题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专训 8

1. D

2. **解**:(1)∵ 抛物线 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 经过点 $A(-2,0)$,$C(0,4)$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{1}{4}\times(-2)^2-2b+c=0, \\ c=4, \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} b=\frac{3}{2}, \\ c=4, \end{cases}$

∴ 抛物线的函数表达式为 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$.

在 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$ 中,令 $y=0$,

即 $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4=0$,

整理得 $x^2-6x-16=0$,解得 $x=8$ 或 $x=-2$,

∵ $A(-2,0)$,$C(0,4)$,$B(8,0)$,

∴ $OA=2$,$OC=4$,$OB=8$. ∴ $AB=10$,

∴ $AC^2=OA^2+OC^2=2^2+4^2=20$,

$BC^2=OB^2+OC^2=8^2+4^2=80$,$AB^2=10^2=100$,

∴ $AB^2=AC^2+BC^2$.

∴ $\triangle ABC$ 是直角三角形,且 $\angle ACB=90°$.

故 $\triangle ABC$ 的外接圆圆心在 AB 边上的中点位置,圆心坐标为(3,0).

(2)根据题意,知抛物线的对称轴为直线 $x=3$,

可设点 $Q(3,t)$,易得 $AC=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

$AQ=\sqrt{5^2+t^2}=\sqrt{25+t^2}$,

$CQ=\sqrt{3^2+(t-4)^2}=\sqrt{(t-4)^2+9}$.

① 当 $AQ=CQ$ 时,有 $\sqrt{25+t^2}=\sqrt{(t-4)^2+9}$,即 $25+t^2=t^2-8t+16+9$,解得 $t=0$,∴ $Q_1(3,0)$;

②当 $AC=AQ$ 时,有 $2\sqrt{5}=\sqrt{25+t^2}$,整理得,$t^2=-5$,此方程无实数根,

∴ 此时 $\triangle ACQ$ 不能构成等腰三角形;

③ 当 $AC=CQ$ 时,有 $2\sqrt{5}=\sqrt{(t-4)^2+9}$,整理得,$t^2-8t+5=0$,解得,$t=4\pm\sqrt{11}$,

∴ 点 Q 坐标为 $Q_2(3,4+\sqrt{11})$,$Q_3(3,4-\sqrt{11})$.

综上所述,存在点 Q,使 $\triangle ACQ$ 为等腰三角形,点 Q 的坐标为 $Q_1(3,0)$ 或 $Q_2(3,4+\sqrt{11})$ 或 $Q_3(3,4-\sqrt{11})$.

3. **解**:由题意知二次函数的图像与 y 轴的交点 Q 的坐标为(0,c). ∵ 直线 $y=2x+m$ 过点 Q,∴ $m=c$.

解方程组 $\begin{cases} y=x^2+bx+c, \\ y=2x+c, \end{cases}$

可得 B 点坐标为(2 − b,4 − 2b + c).

作 $BC\perp x$ 轴于 C,则 $BC=4-2b+c$.

∵ $S_{\triangle BPQ}=3S_{\triangle APQ}$,

∴ $S_{\triangle APB}=4S_{\triangle APQ}$.

∵ $\triangle APQ$ 与 $\triangle APB$ 等底(AP)不等高,

∴ $S_{\triangle APB}:S_{\triangle APQ}=4:1=BC:OQ$,

又∵ $OQ=c(c>0)$,

∴ $(4-2b+c):c=4:1$.

即 $2b+3c-4=0$. ①

∵ 二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴只有一个公共点,

∴ $b^2-4c=0$. ②

解联立①②的方程组,

可得 $\begin{cases} b_1=\frac{4}{3}, \\ c_1=\frac{4}{9}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} b_2=-4, \\ c_2=4. \end{cases}$

经检验知当 $b=\frac{4}{3}$ 时,抛物线的顶点在 y 轴左侧,不符合题意,舍去.

∴ $b=-4$,$c=4$.

∴ 二次函数的表达式为 $y=x^2-4x+4$.

点拨:本题用待定系数法求函数表达式时,根据图像的几何性质寻找待定系数所满足的条件,列方程组求解. 解题时还必须根据题目条件对结果进行检验,舍去不符合题意的解.

4. **解**:(1)∵ 该二次函数的图像过点(0,0),

∴ 设二次函数的表达式为 $y=ax^2+bx$,

将(1,4),(2,12)代入,得

$\begin{cases} a+b=4, \\ 4a+2b=12, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=2, \end{cases}$

所以二次函数的表达式为 $y=2x^2+2x$,

当 $y=80\ 000$ 时,$2x^2+2x=80\ 000$,解得 $x\approx199.500625$(负值舍去),

即他需要 199.500625 s 才能到达终点.

(2)∵ $y=2x^2+2x=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$,

∴ 向左平移 2 个单位长度,再向上平移 5 个单位长度后的函数表达式为 $y=2\left(x+2+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+5=2\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$.

第 6 章 图形的相似

6.1 图上距离与实际距离

1. 2 **2.** 6 **3.** D **4.** D **5.** $2\sqrt{3}$(答案不唯一) **6.** ±4;4

7. 3 **点拨**:利用等比性质时,要注意分母不为零. 合理运用比例的性质,可以简化计算,根据不同的条件应该灵活选用适当的方法,不要拘泥于一种解题方法.

8. B **9.** D

10. **解**:根据题意有四条线段 a,b,c,x 成比例,且 $a:b=c:x$,∴ $x=\frac{bc}{a}$. 又

∵ $a=3$,$b=5$,$c=7$,∴ $x=\frac{5\times7}{3}=\frac{35}{3}$.

易错总结:要求 a,b,c 的第四比例项 x,就表示四条线段 a,b,c,x 成比例,且 $a:b=c:x$,所以 $x=\frac{bc}{a}$,就是说解此题要考虑顺序性,解题时容易忽略这一点.

11. **解**:(1)∵ $a:b:c=3:4:5$,

∴ 可设 $a=3k$,则 $b=4k$,$c=5k$,

$$\therefore \frac{2a-3b+c}{a+b}=\frac{6k-12k+5k}{3k+4k}=\frac{-k}{7k}=-\frac{1}{7}.$$

(2)∵ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=2$,

∴ $\frac{a}{b}=\frac{-2c}{-2d}=\frac{3e}{3f}=2$,

∴ $\frac{a-2c+3e}{b-2d+3f}=2$.

点拨:(1)利用参数法,把 a,b,c 用含同一个字母的代数式表示出来,再代入式子求值;(2)应用等比性质,表示出 a 与 b,c 与 d,e 与 f 三组量之间的倍数关系,再代入原式子求值.

方法总结:解形如(2)题这类题的方法:方法一是引入参数,使其他的量都统一用含同一个字母的式子表示,再求式子的值;方法二是运用等比性质,即若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\cdots=\frac{m}{n}(b+d+\cdots+n\neq0)$,则 $\frac{a+c+\cdots+m}{b+d+\cdots+n}=\frac{a}{b}$,转化后求式子的值.

12. **解**:根据 2,3,4 的最小公倍数是 12,设 $2a=3b=4c=12k(k\neq0)$,则 $a=6k$,$b=4k$,$c=3k$,所以 $\frac{a+b}{c-2b}=\frac{6k+4k}{3k-2\times4k}=\frac{10k}{-5k}=-2$.

13. **解**:$\triangle ABC$ 为等边三角形. 理由如下.

∵ a,b,c 是 $\triangle ABC$ 的三条边,

∴ $a+b+c\neq0$.

∵ $\frac{a-b}{b}=\frac{b-c}{c}=\frac{c-a}{a}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \frac{a-b}{b}=\frac{b-c}{c}=\frac{c-a}{a}=\frac{a-b+b-c+c-a}{a+b+c}=0$，

$\therefore a=b=c$，$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形.

点拨：根据等比性质可得 $\frac{a-b}{b}=\frac{b-c}{c}=\frac{c-a}{a}=\frac{a-b+b-c+c-a}{a+b+c}=0$，则 $a=b=c$，从而判断出 $\triangle ABC$ 为等边三角形.

14. 解：∵ 直线 $y=3x+3$ 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，

∴ 点 A 的坐标是 $(-1,0)$，点 B 的坐标是 $(0,3)$，

∴ $OA=1$，$OB=3$，

∵ 点 P 在 x 轴正半轴上，∴ 设点 P 的坐标是 $(x,0)$.

①当线段 OA 的长是其他两条线段长的比例中项时，

可得 $OA^2=OB\cdot OP$，

∴ $1=3\cdot x$，解得 $x=\frac{1}{3}$，∴ 点 P 的坐标是 $\left(\frac{1}{3},0\right)$.

②当线段 OB 的长是其他两条线段长的比例中项时，

可得 $OB^2=OA\cdot OP$，∴ $9=1\cdot x$，

解得 $x=9$，∴ 点 P 的坐标是 $(9,0)$.

③当线段 OP 的长是其他两条线段长的比例中项时，

可得 $OP^2=OB\cdot OA$，∴ $x^2=3\times 1$，解得 $x=\sqrt{3}$（负值舍去），∴ 点 P 的坐标是 $(\sqrt{3},0)$.

综上所述，点 P 的坐标是 $\left(\frac{1}{3},0\right)$ 或 $(9,0)$ 或 $(\sqrt{3},0)$.

6.2 黄金分割

1. B

2. B **点拨**：由点 C 为线段 AB 的黄金分割点，且 $AC>BC$，可得 $\frac{AC}{AB}=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，由此可以判断③④正确，所以正确的说法有 2 个. 故选 B.

解题策略：解这类问题要明确在由黄金分割点分得的两条线段中，较长线段是较短线段和原线段的比例中项.

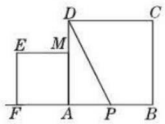
3. B **4.** D **5.** 23 **6.** 7

7. C

8. (1) **解**：如图，∵ P 为边 AB 的中点，

∴ $AP=\frac{1}{2}AB=1$，∴ $DP=\sqrt{AP^2+AD^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

∴ $PF=PD=\sqrt{5}$. ∴ $FA=PF-AP=\sqrt{5}-1$. ∴ $MA=FA=\sqrt{5}-1$，$DM=AD-MA=3-\sqrt{5}$.



（第 8 题）

(2) **证明**：∵ $AM^2=(\sqrt{5}-1)^2=6-2\sqrt{5}$，$AD\cdot DM=2(3-\sqrt{5})=6-2\sqrt{5}$，∴ $AM^2=AD\cdot DM$.

(3) **解**：图中的点 M 为线段 AD 的黄金分割点.

9. 证明：如图，连接 GF，设正方形 $ABCD$ 的边长为 1，则 $DF=\frac{1}{2}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle BCF$ 中，

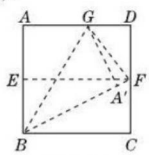
$BF=\sqrt{BC^2+CF^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

则 $A'F=BF-BA'=\frac{\sqrt{5}}{2}-1$.

设 $AG=A'G=x$，则 $GD=1-x$，在 $\mathrm{Rt}\triangle A'GF$ 和 $\mathrm{Rt}\triangle DGF$ 中，有 $A'F^2+A'G^2=DF^2+DG^2$，

即 $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-1\right)^2+x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2$，解得 $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

即点 G 为线段 AD 的黄金分割点（$AG>GD$）.



（第 9 题）

10. 证明：在正方形 $ABCD$ 中，取 $AB=2$.

∵ N 为 BC 的中点，

∴ $NC=\frac{1}{2}BC=1$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle DNC$ 中，$ND=\sqrt{NC^2+CD^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

又∵ $NE=ND$，

∴ $CE=NE-NC=\sqrt{5}-1$，

∴ $\frac{CE}{CD}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 故矩形 $DCEF$ 为黄金矩形.

11. (1) **证明**：∵ $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{BD}{BC}$，

$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}}=\frac{CD}{BD}$，

又∵ $\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABD}}$，∴ $\frac{BD}{BC}=\frac{CD}{BD}$，

∴ D 是 BC 的黄金分割点.

(2) **解**：由(1)知 $\frac{BD}{BC}=\frac{CD}{BD}$，

∴ $BD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}BC$，

∴ $DC=BC-BD=BC-\frac{\sqrt{5}-1}{2}BC=\frac{3-\sqrt{5}}{2}BC$，

∵ $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{DC}{BC}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，

∴ $S_{\triangle ACD}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}\times 20=30-10\sqrt{5}$.

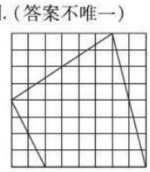
6.3 相似图形

1. A **2.** D **3.** B **4.** C **5.** A **6.** C

7. 36 **点拨**：根据对应边成比例，得出该四边形的另三条边的长分别是 8，10，12. 所以周长为 $6+8+10+12=36$.

8. B **易错警示**：相似比是有顺序的，求相似比或利用相似比解答问题时，要特别注意两个相似多边形的排列顺序.

9. 解：如图.（答案不唯一）



（第 9 题）

10. (1) **证明**：∵ 菱形 $AEFG\backsim$ 菱形 $ABCD$，

∴ $\angle EAG=\angle BAD$，

∴ $\angle EAG+\angle GAB=\angle BAD+\angle GAB$，

∴ $\angle EAB=\angle GAD$，

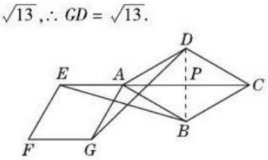
∵ $AE=AG$，$AB=AD$，∴ $\triangle AEB\cong\triangle AGD$，∴ $EB=GD$.

(2) **解**：如图，连接 BD 交 AC 于点 P，则 $BP\perp AC$，

∵ $\angle DAB=60°$，∴ $\angle PAB=30°$，∴ $BP=\frac{1}{2}AB=1$，$AP=\sqrt{AB^2-BP^2}=\sqrt{3}$，

∵ $AE=AG=\sqrt{3}$，∴ $EP=2\sqrt{3}$，

∴ $EB=\sqrt{EP^2+BP^2}=\sqrt{12+1}=\sqrt{13}$，∴ $GD=\sqrt{13}$.



（第 10 题）

11. 解：(1) ①40；②0

(2) 不合理. 例如，对两个相似而不

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

全等的矩形来说，它们接近正方形的程度是相同的，但$|a-b|$却不相等.

合理定义方法不唯一. 如定义为$\frac{b}{a}$，

$\frac{b}{a}$越小，矩形越接近于正方形；

$\frac{b}{a}$越大，矩形与正方形的形状差异越大；

当$\frac{b}{a}=1$时，矩形就变成了正方形，

即$\frac{b}{a}$越接近1，矩形才越接近正方形.

6.4 探索三角形相似的条件

第1课时 平行线分线段成比例

1. D **2.** C **3.** 2 **4.** B **5.** B

6. B

7. **解**：∵ 直线$l_1 // l_2 // l_3$，且$AB=3$，$DE=\frac{7}{2}$，$EF=4$，

∴ 根据平行线分线段成比例的基本事实可得$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$，

即$BC=\frac{EF}{DE}\cdot AB=\frac{4}{\frac{7}{2}}\times 3=\frac{24}{7}$.

方法总结：利用平行线分线段成比例的基本事实求线段长的方法：先确定图中的一组平行线，由此联想到线段间的比例关系，结合待求线段和已知线段写出一个含有它们的比例关系式，构造出方程，解方程求出待求线段长.

8. **证明**：∵ $EF // CD$，∴ $\frac{AF}{AD}=\frac{AE}{AC}$.

∵ $DE // BC$，∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，

∴ $\frac{AD}{AB}=\frac{AF}{AD}$，∴ $AD^2=AB\cdot AF$，

即AD是AB和AF的比例中项.

9. **解**：∵ $DE // BC$，∴ $\angle ADE=\angle B$.

∵ $\angle ADE=\angle EFC$，∴ $\angle B=\angle EFC$，

∴ $BD // EF$，

∵ $DE // BF$，

∴ 四边形$BDEF$为平行四边形，

∴ $DE=BF$.

∵ $DE // BC$，$AD:BD=5:3$，

∴ $AD:BD=AE:EC=5:3$，

∵ $BD // EF$，

∴ $AE:EC=BF:CF=5:3$，

∵ $CF=6$，∴ $BF=10$，∴ $DE=10$.

10. **解**：如图，延长BC至F点，使得$CF=BD$，连接EF.

∵ $ED=EC$，∴ $\angle EDC=\angle ECD$，

∴ $\angle EDB=\angle ECF$.

在$\triangle EBD$和$\triangle EFC$中，$DB=CF$，$\angle BDE=\angle FCE$，$DE=CE$，

∴ $\triangle EBD\cong\triangle EFC(SAS)$，∴ $\angle B=\angle F$.

又∵ 三角形ABC是等边三角形，

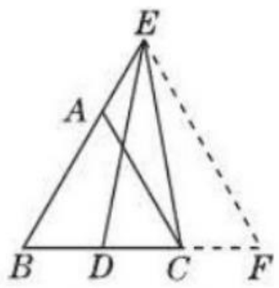
∴ $\angle B=\angle ACB$，∴ $\angle ACB=\angle F$，

∴ $AC // EF$，

∴ $\frac{BA}{AE}=\frac{BC}{CF}$.

又∵ $BA=BC$，

∴ $AE=CF=2$，∴ $BD=CF=2$.



（第10题）

第2课时 用两角的相等关系（“两角法”）判定三角形相似

1. C **2.** C

3. $\triangle ADF\backsim\triangle ECF$（答案不唯一）

4. $\sqrt{5}$ **5.** A

6. C **点拨**：连接EF，由四边形$EGFH$为菱形，得$EF\perp GH$. 假设线段EF，GH交于点O，易得O为AC中点，故$AO=\frac{1}{2}AC=2\sqrt{5}$，又易得$\triangle ABC\backsim\triangle AOE$，

则$\frac{AO}{AE}=\frac{AB}{AC}=\frac{8}{4\sqrt{5}}$，解得$AE=5$，故选C.

7. C

8. **解**：由题意，得$\angle D=\angle C=90°$.

①当$\triangle ADP\backsim\triangle PCQ$时，$\frac{AD}{PC}=\frac{DP}{CQ}$，

即$\frac{1}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{CQ}$，得$CQ=\frac{1}{4}$，

故$BQ=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$；

②当$\triangle ADP\backsim\triangle QCP$时，$\frac{AD}{QC}=\frac{DP}{CP}$，

即$\frac{1}{QC}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}$，得$QC=1$，故$BQ=0$.

所以当$\triangle ADP$与$\triangle QCP$相似时，BQ的长为0或$\frac{3}{4}$.

跳出误区：因为题中$\angle D=\angle C=90°$，所以直角三角形相似在对应顺序上有两种可能，即$\triangle ADP\backsim\triangle PCQ$，$\triangle ADP\backsim\triangle QCP$，此题容易因只考虑一种情况而漏解.

9. (1) **证明**：∵ $AB\perp BC$，$DC\perp BC$，

∴ $\angle B=\angle C=90°$，$\angle BAE+\angle AEB=90°$，

∵ $AE\perp DE$，∴ $\angle AED=90°$，

∴ $\angle AEB+\angle CED=90°$，

∴ $\angle CED=\angle BAE$，

∴ $\triangle ABE\backsim\triangle ECD$.

(2) **解**：Rt$\triangle ABE$中，∵ $AB=4$，$AE=5$，

∴ $BE=3$，

∵ $BC=5$，∴ $EC=5-3=2$，由(1)得$\triangle ABE\backsim\triangle ECD$，∴ $\frac{AB}{BE}=\frac{EC}{CD}$，∴ $\frac{4}{3}=\frac{2}{CD}$，∴ $CD=\frac{3}{2}$.

10. (1) **证明**：∵ 四边形$ABCD$是正方形，

∴ $CD // AB$，$\angle D=90°$，

∴ $\angle AED=\angle PAF$，

又∵ $PF\perp AE$，∴ $\angle PFA=\angle D=90°$.

∴ $\triangle PAF\backsim\triangle AED$.

(2) 1或$\frac{5}{2}$

11. **解**：∵ BD为$\angle ABC$的平分线，

∴ $\angle ABD=\angle CBD$，

又∵ $AB // CD$，∴ $\angle D=\angle ABD$，

∴ $\angle D=\angle CBD$，

∴ $BC=CD$，

∵ $BC=4$，∴ $CD=4$，

∵ $AB // CD$，∴ $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$，

∴ $\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CE}$，

∴ $\frac{8}{4}=\frac{AE}{CE}$，∴ $AE=2CE$，

∵ $AC=AE+CE=6$，∴ $AE=4$.

12. (1) **证明**：如图，连接OD，∵ 圆心O在BC上，∴ BC是⊙O的直径，

∴ $\angle BAC=90°$，

∵ AD平分$\angle BAC$，

∴ $\angle BAC=2\angle DAC$，

∵ $\angle DOC=2\angle DAC$，∴ $\angle DOC=\angle BAC=90°$，即$OD\perp BC$，

∵ $PD // BC$，∴ $OD\perp PD$，

∵ OD为⊙O的半径，∴ PD是⊙O的切线.

(2) **证明**：∵ $PD // BC$，

∴ $\angle P=\angle ABC$，

∵ $\angle ABC=\angle ADC$，∴ $\angle P=\angle ADC$，

∵ $\angle PBD+\angle ABD=180°$，$\angle ACD+\angle ABD=180°$，

∴ $\angle PBD=\angle ACD$，

∴ $\triangle PBD\backsim\triangle DCA$.

(3) **解**：∵ $\triangle ABC$为直角三角形，

∴ $BC^2=AB^2+AC^2=6^2+8^2=100$，

∴ $BC=10$，

∵ OD垂直平分BC，

∴ $DB=DC$，

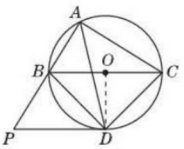
∵ BC为⊙O的直径，

∴ $\angle BDC=90°$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在 Rt△DBC 中，$DB^2+DC^2=BC^2$，即 $2DC^2=BC^2=100$，∴ $DC=DB=5\sqrt{2}$，

∵ △PBD ∽ △DCA，∴ $\frac{PB}{DC}=\frac{BD}{AC}$，则 $PB=\frac{DC\cdot BD}{AC}=\frac{5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}}{8}=\frac{25}{4}$.



（第 12 题）

13. **解**：设 $BP=x$，则 $PC=m-x$，

∵ $AB=AC$，∴ $\angle B=\angle C$，

∵ $\angle DPQ=\angle B$，∴ $\angle C=\angle DPQ$，

∵ $\angle PQC=180°-\angle QPC-\angle C$，$\angle BPD=180°-\angle DPQ-\angle QPC$，

∴ $\angle PQC=\angle BPD$，

∴ △BPD ∽ △CQP，∴ $\frac{BD}{CP}=\frac{PB}{CQ}$，即 $\frac{2}{m-x}=\frac{x}{CQ}$，∴ $CQ=\frac{1}{2}x(m-x)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}mx$，

当 $x=\frac{1}{2}m$ 时，CQ 取最大值，最大值为 $\frac{1}{8}m^2$，

要使 Q 永远在 AC 上，则 $CQ\leqslant AC$，即 $CQ\leqslant4$，

∴ $\frac{1}{8}m^2\leqslant4$，∴ $m^2\leqslant32$，

∴ $0<m\leqslant4\sqrt{2}$，

∴ m 的最大值为 $4\sqrt{2}$.

第 3 课时　利用两边及夹角的关系（“两边夹角法”）判定三角形相似

1. B　**2.** C

3. $\angle BFD=\angle A$（答案不唯一）

4. $\frac{8}{3}$ 或 $\frac{3}{2}$

5. **解**：△ABC 与 △A′B′C′ 不一定相似. 理由如下：因为 $\angle A=\angle A'=50°$，$\frac{AB}{A'B'}=\frac{1}{2}$，但不知道 $\frac{AC}{A'C'}$ 是否等于 $\frac{1}{2}$，所以根据已知条件不能确定 △ABC 与 △A′B′C′ 相似.

易错总结：根据边角对应关系判断两个三角形相似，应具备“两边对应成比例，且夹角相等”，本题中虽然 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{1}{2}$，但 BC，$B'C'$ 分别是 $\angle A$，$\angle A'$ 的对边，不满足“两边成比例且夹角相等”，不能由此来判断 △ABC 与 △A′B′C′ 相似.

6. $(-1,0)$ 或 $(1,0)$ 或 $(-4,0)$

7. **解**：(1) 当 $CD^2=AC\cdot DB$ 时，

△ACP ∽ △PDB，

∵ △PCD 是等边三角形，∴ $PC=PD=CD$，$\angle PCD=\angle PDC=60°$，

∴ $\angle ACP=\angle PDB=120°$，

若 $CD^2=AC\cdot DB$，由 $PC=PD=CD$ 可得，$PC\cdot PD=AC\cdot DB$，

即 $\frac{PC}{BD}=\frac{AC}{PD}$，则根据相似三角形的判定定理得 △ACP ∽ △PDB.

(2) 当 △ACP ∽ △PDB 时，

$\angle APC=\angle PBD$，

∵ $\angle PDB=120°$，

∴ $\angle DPB+\angle DBP=60°$，

∴ $\angle APC+\angle BPD=60°$，

∴ $\angle APB=\angle CPD+\angle APC+\angle BPD=120°$，即 $\angle APB$ 的度数为 120°.

8. (1) **证明**：在正方形 ABCD 中，$\angle A=\angle D=90°$，$AB=AD=CD$.

∵ $AE=ED$，$DF=\frac{1}{4}DC$，

∴ $AE=ED=\frac{1}{2}AB$，$DF=\frac{1}{4}AB$，

∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{AE}{DF}$，∴ △ABE ∽ △DEF.

(2) **解**：∵ $AD=4$，$AE=ED$，

∴ $DE=2$. ∵ $AD\parallel CG$，

∴ △EFD ∽ △GFC，

∴ $\frac{DE}{CG}=\frac{DF}{FC}=\frac{1}{3}$，∴ $CG=3DE=6$，

∴ $BG=10$.

9. **证明**：(1) ∵ $AB=AC$，∴ $\angle B=\angle C$，

∵ $\angle BDE=180°-\angle B-\angle DEB$，$\angle CEF=180°-\angle DEF-\angle DEB$，$\angle DEF=\angle B$，∴ $\angle BDE=\angle CEF$，

∴ △BDE ∽ △CEF.

(2) ∵ △BDE ∽ △CEF，∴ $\frac{BE}{CF}=\frac{DE}{EF}$，

∵ 点 E 是 BC 的中点，∴ $BE=CE$，

∴ $\frac{CE}{CF}=\frac{DE}{EF}$，

∵ $\angle DEF=\angle B=\angle C$，

∴ △DEF ∽ △ECF，

∴ $\angle DFE=\angle CFE$，

∴ FE 平分 $\angle DFC$.

10. (1) **证明**：如图，连接 OC.

∵ $ED\perp AB$，∴ $\angle BFG=90°$，

∴ $\angle B+\angle BGF=90°$.

∵ $PC=PG$，∴ $\angle PCG=\angle PGC$，

而 $\angle PGC=\angle BGF$.

∴ $\angle B+\angle PCG=90°$.

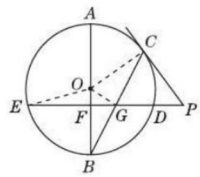
∵ $OB=OC$，∴ $\angle B=\angle BCO$.

∴ $\angle BCO+\angle PCG=90°$，

则 $\angle PCO=90°$，即 $OC\perp PC$，

而 OC 是半径，

∴ PC 是 ⊙O 的切线.



（第 10 题）

(2) **证明**：如图，连接 OG.

∵ $BG^2=BF\cdot BO$，∴ $\frac{BG}{BF}=\frac{BO}{BG}$，

而 $\angle B=\angle B$，∴ △BFG ∽ △BGO，

∴ $\angle BGO=\angle BFG=90°$.

∴ $OG\perp BC$，又∵ $OB=OC$，∴ 点 G 是 BC 的中点.

(3) **解**：如图，连接 OE.

∵ AB 是 ⊙O 的直径，$ED\perp AB$，

∴ $EF=\frac{1}{2}ED$.

∵ $AB=10$，$ED=4\sqrt{6}$，

∴ $EF=2\sqrt{6}$，$OE=OB=\frac{1}{2}AB=5$.

在 Rt△OEF 中，$OF=\sqrt{OE^2-EF^2}=1$，

∴ $BF=OB-OF=5-1=4$.

∴ $BG=\sqrt{BF\cdot BO}=2\sqrt{5}$.

11. (1) **证明**：∵ 在 △ABC 中，$\angle BAC=120°$，$AB=AC$，

∴ $\angle B=\angle C=30°$.

∵ $\angle B+\angle BPE+\angle BEP=180°$，

∴ $\angle BPE+\angle BEP=150°$，

又∵ $\angle BPE+\angle EPF+\angle CPF=180°$，$\angle EPF=30°$，

∴ $\angle BPE+\angle CPF=150°$，

∴ $\angle BEP=\angle CPF$，

∴ △BPE ∽ △CFP（两角对应相等的两个三角形相似）.

(2) **解**：① △BPE ∽ △CFP；② △BPE 与 △PFE 相似.

①证明：同(1).

②证明：由(1)知 △BPE ∽ △CFP，

∴ $CP:BE=PF:PE$，

∵ $CP=BP$，∴ $BP:BE=PF:PE$.

又∵ $\angle EBP=\angle EPF$，

∴ △BPE ∽ △PFE.

第 4 课时　利用三边关系（“三边法”）判定三角形相似

1. B　**2.** C　**3.** B　**4.** D　**5.** B

6. (1) 12.5；15　(2) 12；8

7. B　**点拨**：当直角边长分别为 6，8，且另一个与它相似的直角三角形中 3，4 也分别为直角边长时，x 的值为 5；当 8，4 为对应边的长且分别为两直角三角形的斜边长时，x 的值为 $\sqrt{7}$. 故 x 的值可以为 5 或 $\sqrt{7}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 错解1:(4,4);**错解2**:(5,2)

诊断:解此题的关键是找出 C 点的位置,有的同学往往会因考虑不周而漏掉其中一种情况.

正解:(4,4)或(5,2)

9. 解:$\triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$.

证明如下:由已知 $\frac{OA'}{OA}=\frac{OC'}{OC}=3$,

$\angle AOC=\angle A'OC'$,

$\therefore \triangle AOC \backsim \triangle A'OC'$,

$\therefore \frac{A'C'}{AC}=\frac{OA'}{OA}=3$,

同理 $\frac{B'C'}{BC}=3$,$\frac{A'B'}{AB}=3$.

$\therefore \frac{A'C'}{AC}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{A'B'}{AB}$.

$\therefore \triangle A'B'C' \backsim \triangle ABC$.

10. 证明:如图,延长 AD 到点 E,使 $DE=AD$,延长 $A'D'$ 到点 E',使 $D'E'=A'D'$,连接 BE,$B'E'$,如图,

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle EBD$ 中,

$$\begin{cases} CD=BD, \\ \angle ADC=\angle EDB, \\ AD=ED, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle EBD$,

$\therefore \angle E=\angle 2$,$AC=BE$,

同理可得 $\triangle A'D'C' \cong \triangle E'D'B'$,

$\therefore \angle E'=\angle 4$,$A'C'=B'E'$,

$\because \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{AD}{A'D'}$,

$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{BE}{B'E'}=\frac{AE}{A'E'}$,

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle A'B'E'$,$\therefore \angle 1=\angle 3$,

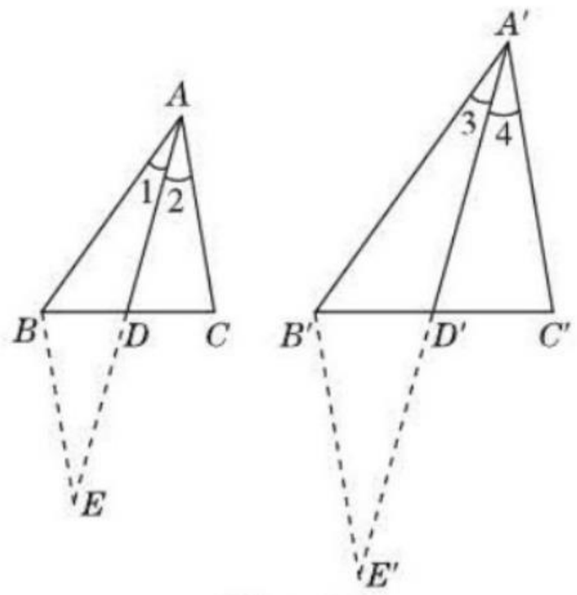
$\angle E=\angle E'$,$\therefore \angle 2=\angle 4$,

$\therefore \angle 1+\angle 2=\angle 3+\angle 4$,

即 $\angle BAC=\angle B'A'C'$,

又$\because \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$,

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$.



(第10题)

11. (1) **证明**:根据勾股定理,得 $AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,$BC=5$,

显然有 $AB^2+AC^2=BC^2$,

根据勾股定理的逆定理得 $\triangle ABC$ 为直角三角形.

(2) **解**:$\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 相似.

理由如下:根据勾股定理,得 $AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,$BC=5$,$DE=4\sqrt{2}$,$DF=2\sqrt{2}$,$EF=2\sqrt{10}$.

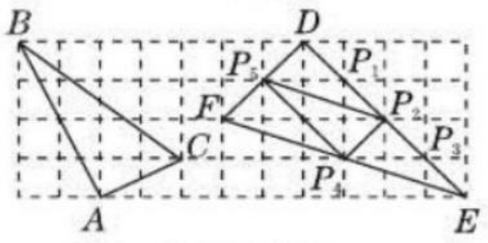
$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}=\frac{BC}{EF}=\frac{\sqrt{10}}{4}$,

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$.

(3) **解**:如图,连接 P_2P_5,P_2P_4,P_4P_5,则 $\triangle P_2P_4P_5$ 符合要求.

证明:$\because P_2P_5=\sqrt{10}$,$P_2P_4=\sqrt{2}$,$P_4P_5=2\sqrt{2}$,$AB=2\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{5}$,$BC=5$,$\therefore \frac{P_2P_5}{BC}=\frac{P_4P_5}{AB}=\frac{P_2P_4}{AC}=\frac{\sqrt{10}}{5}$,

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle P_4P_5P_2$.



(第11题)

12. 解:(1) $\triangle ABC \backsim \triangle ADP$.

理由:$\because AD=\sqrt{2}$,$AB=2$,$AP=\sqrt{5}$,$AC=\sqrt{10}$,$PD=3$,$BC=3\sqrt{2}$,

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AP}{AC}=\frac{PD}{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ADP$.

(2) 如图所示,$\triangle ACD'$ 是等腰直角三角形.

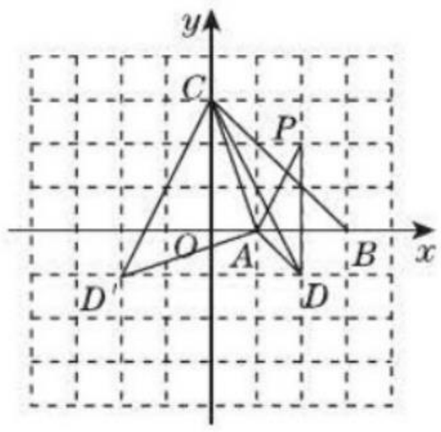
理由:$\because AD'=\sqrt{10}$,$AC=\sqrt{10}$,$D'C=2\sqrt{5}$,

$\therefore AD'=AC$,$AD'^2+AC^2=(\sqrt{10})^2+(\sqrt{10})^2=20=D'C^2$,$\therefore \triangle ACD'$ 是等腰直角三角形.

(3) $\because$ 点 D 与点 D' 关于 y 轴对称,

$\therefore \angle OCD=\angle OCD'$,

$\therefore \angle OCA+\angle OCD=\angle OCA+\angle OCD'=\angle ACD'=45°$.



(第12题)

13. (1) 一个锐角对应相等;两直角边对应成比例

(2) 斜边和一条直角边对应成比例;$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$

解:在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle A'B'C'$ 中,

$\angle C=\angle C'=90°$,$\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$.

设 $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=k$,则 $AB=kA'B'$,$AC=kA'C'$.

在 Rt$\triangle ABC$ 和 Rt$\triangle A'B'C'$ 中,

$\frac{BC}{B'C'}=\sqrt{\frac{AB^2-AC^2}{A'B'^2-A'C'^2}}=\sqrt{\frac{k^2A'B'^2-k^2A'C'^2}{A'B'^2-A'C'^2}}=k$,

$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$,

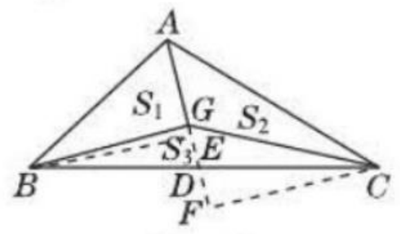
$\therefore$ Rt$\triangle ABC \backsim$ Rt$\triangle A'B'C'$.

第5课时　与判定相似三角形有关的应用

1. 5　**2.** $(3-\sqrt{5})$　**3.** C

4. 1　**5.** 4　**6.** A

7. A　**点拨**:如图,延长 AG 交 BC 于点 D,过点 B 作 $BE \perp AG$ 于 E,过点 C 作 $CF \perp AG$ 于 F.



(第7题)

$\because G$ 是 $\triangle ABC$ 的重心,$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 的中线,$\therefore BD=CD$,

在 $\triangle BDE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} BD=CD, \\ \angle BDE=\angle CDF, \\ \angle BED=\angle CFD, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF$(AAS),

$\therefore BE=CF$,

$\therefore S_1=\frac{1}{2}\times AG\times BE=\frac{1}{2}\times AG\times CF=S_2$,

同理可证:$S_2=S_3$,$\therefore S_1=S_2=S_3$. 故选 A.

8. C　**9.** $\frac{12}{5}$或$\frac{5}{3}$

10. ①②③　**点拨**:①$\because OC \perp AB$,

$\therefore \angle BOC=\angle AOC=90°$. $\because OC=OA$,

$\therefore \angle OCA=\angle OAC=45°$.

$\because AC \parallel OD$,$\therefore \angle BOD=\angle CAO=45°$,

$\therefore \angle DOC=45°$,

$\therefore \angle BOD=\angle DOC$,$\therefore OD$ 平分 $\angle COB$. 故①正确.

②由 $\angle BOD=\angle DOC$,易得 $BD=CD$. 故②正确.

③$\because \angle AOC=90°$,$\therefore \angle CDA=45°$,

$\therefore \angle DOC=\angle CDA$.

$\because \angle OCD=\angle OCD$,

$\therefore \triangle DOC \backsim \triangle EDC$,

$\therefore \frac{DC}{EC}=\frac{OC}{DC}$,$\therefore CD^2=CE\cdot CO$. 故③正确. 故答案为:①②③.

11. (1) **证明**:$\because AB=AC$,$\angle A=36°$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \angle ABC = \angle C = 72°$.

$\because BD$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \angle A = 36°$.

$\therefore AD = BD$, $\triangle BCD \backsim \triangle ACB$.

$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC}$,

即 $BC^2 = AC \cdot CD$.

$\because \angle BDC = \angle A + \angle ABD = 72°$,

$\therefore BC = BD = AD$. $\therefore AD^2 = AC \cdot CD$.

$\therefore$ 点 D 是线段 AC 的黄金分割点.

(2)**解**:设 $AD = x$,则 $CD = 1 - x$.

由(1)得 $x^2 = 1 - x$,解得 $x_1 = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$(舍去),

$x_2 = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$, $\therefore AD = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$.

12. (1)**证明**:$\because \angle ADC = 90°$, $\angle ACE = 90°$,

$\therefore \angle ADF + \angle FDC = 90°$, $\angle EAC + \angle CEF = 90°$,

$\because \angle FDC = \angle CEF$,

$\therefore \angle ADF = \angle EAC$.

(2)**解**:如图,连接 FC,

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle DFC = 90°$,

$\therefore \angle FDC + \angle FCD = 90°$,

$\because \angle ADF + \angle FDC = 90°$,

$\angle ADF = \angle EAC$,

$\therefore \angle FCD = \angle EAC$,即 $\angle FCP = \angle CAP$,

$\because \angle FPC = \angle CPA$,

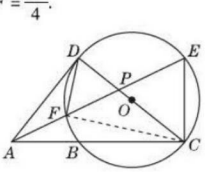
$\therefore \triangle FPC \backsim \triangle CPA$, $\therefore \frac{PF}{PC} = \frac{PC}{PA}$,

$\because PC = \frac{2}{3}PA$, $PF = 1$,

$\therefore \frac{1}{\frac{2}{3}PA} = \frac{\frac{2}{3}PA}{PA}$,解得 $PA = \frac{9}{4}$,

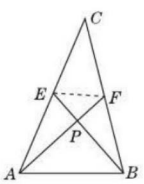
$\therefore AF = PA - PF = \frac{9}{4} - 1 = \frac{5}{4}$,

即 $AF = \frac{5}{4}$.



(第12题)

13. **证明**:设 $PF = m$, $PE = n$,连接 EF,如图,



(第13题)

$\because AF$, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $\therefore EF$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线, $AE = \frac{1}{2}b$, $BF = \frac{1}{2}a$,

$\therefore EF \parallel AB$, $EF = \frac{1}{2}c$, $\therefore \triangle EFP \backsim \triangle BAP$, $\therefore \frac{EP}{BP} = \frac{PF}{PA} = \frac{EF}{BA} = \frac{1}{2}$,

即 $\frac{n}{PB} = \frac{m}{PA} = \frac{1}{2}$,

$\therefore PB = 2n$, $PA = 2m$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle AEP$ 中,$\because PE^2 + PA^2 = AE^2$,

$\therefore n^2 + 4m^2 = \frac{1}{4}b^2$,①

在 $\mathrm{Rt}\triangle BFP$ 中,$\because PF^2 + PB^2 = BF^2$,

$\therefore m^2 + 4n^2 = \frac{1}{4}a^2$,②

①+②得 $5(n^2 + m^2) = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle EFP$ 中,$\because PE^2 + PF^2 = EF^2$,

$\therefore n^2 + m^2 = EF^2 = \frac{1}{4}c^2$,

$\therefore 5 \cdot \frac{1}{4}c^2 = \frac{1}{4}(a^2 + b^2)$,

$\therefore a^2 + b^2 = 5c^2$.

6.5 相似三角形的性质

第1课时 相似三角形的性质(1)

1. B **2**. 1∶2 **3**. 21

4. D **5**. C **6**. C

7. 180

8. **解**:$\because$ 这两个三角形的相似比为5∶2,

$\therefore$ 这两个三角形的面积比为25∶4,

$\because$ 它们的面积相差588 cm^2, $\therefore$ 设较大的三角形的面积为 $25x$ cm^2,则较小的三角形的面积为 $4x$ cm^2,

$\therefore (25-4)x = 588$,解得 $x = 28$,

$\therefore 25x = 25 \times 28 = 700$, $4x = 4 \times 28 = 112$,

$\therefore$ 较大的三角形的面积为700 cm^2,较小的三角形的面积为112 cm^2.

9. **解**:(1)$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, $\therefore AD = BC$, $AD \parallel BC$,

$\because BE = \frac{1}{2}EC$, $\therefore BE = \frac{1}{3}BC$,

$\therefore BE = \frac{1}{3}AD$,

$\because AD \parallel BE$, $\therefore \triangle BEF \backsim \triangle DAF$,

$\therefore \triangle BEF$ 的周长∶$\triangle AFD$ 的周长 $= BE : AD = 1 : 3$.

(2)$\because \triangle BEF \backsim \triangle DAF$, $\therefore \triangle BEF$ 的面积∶$\triangle AFD$ 的面积 $= 1^2 : 3^2$,

$\therefore S_{\triangle AFD} = 9S_{\triangle BEF} = 9 \times 6 = 54(\mathrm{cm}^2)$.

10. **解**:如图所示,延长 BA, CD,交点为 E.

$\because CM$ 平分 $\angle BCD$, $CM \perp AB$,

$\therefore MB = ME$,

又$\because AM = \frac{1}{3}AB$, $\therefore BM = 2AM$,

$\therefore EM = 2AM$, $\therefore AM = AE$, $\therefore AE = \frac{1}{3}AB$,

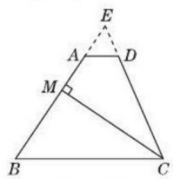
$\therefore AE = \frac{1}{4}BE$,

$\because AD \parallel BC$, $\therefore \triangle EAD \backsim \triangle EBC$,

$\therefore \frac{S_{\triangle EAD}}{S_{\triangle EBC}} = \frac{1}{16}$,

$\therefore S_{四边形ADCB} = \frac{15}{16}S_{\triangle EBC} = \frac{15}{7}$,

$\therefore S_{\triangle EBC} = \frac{16}{7}$, $\therefore S_{\triangle EAD} = \frac{16}{7} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{7}$, $\therefore S_{四边形AMCD} = \frac{1}{2}S_{\triangle EBC} - S_{\triangle EAD} = \frac{8}{7} - \frac{1}{7} = 1$.



(第10题)

11. (1)**证明**:$\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,

$\therefore \angle BAD = \angle DAC$,

$\because \angle E = \angle BAD$, $\therefore \angle E = \angle DAC$,

$\because BE \parallel AD$, $\therefore \angle E = \angle EDA$,

$\therefore \angle EDA = \angle DAC$,

$\therefore ED \parallel AC$.

(2)**解**:$\because BE \parallel AD$,

$\therefore \angle EBD = \angle ADC$,

$\because \angle E = \angle DAC$,

$\therefore \triangle EBD \backsim \triangle ADC$,且相似比 $k = \frac{BD}{DC} = 2$, $\therefore \frac{S_1}{S_2} = k^2 = 4$,即 $S_1 = 4S_2$,

$\because {S_1}^2 - 16S_2 + 4 = 0$,

$\therefore 16{S_2}^2 - 16S_2 + 4 = 0$,即 $(4S_2 - 2)^2 = 0$, $\therefore S_2 = \frac{1}{2}$,

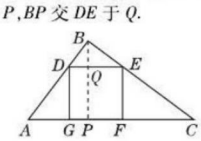
$\because \frac{S_{\triangle ABC}}{S_2} = \frac{BC}{CD} = \frac{BD + CD}{CD} = \frac{3CD}{CD} = 3$,

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}$.

第2课时 相似三角形的性质(2)

1. A **2**. A

3. D **点拨**:如图,过点 B 作 $BP \perp AC$,垂足为 P, BP 交 DE 于 Q.



(第3题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在 Rt△ABC 中，$AB=3$，$BC=4$，由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$.

$\because S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=\frac{1}{2}AC\cdot BP$，

$\therefore BP=\frac{AB\cdot BC}{AC}=\frac{3\times4}{5}=\frac{12}{5}$.

$\because DE/\!/AC$，

$\therefore \angle BDE=\angle A$，$\angle BED=\angle C$，

$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle BAC$，$\therefore \frac{DE}{AC}=\frac{BQ}{BP}$.

设 $DE=x$，则有 $\frac{x}{5}=\frac{\frac{12}{5}-x}{\frac{12}{5}}$，解得 $x=\frac{60}{37}$，故选 D.

4. D　**5.** D

6. $\frac{2}{9}$　**点拨**：延长 AG 交 BC 于点 N，

$\because$ 点 G 是△ABC 的重心，

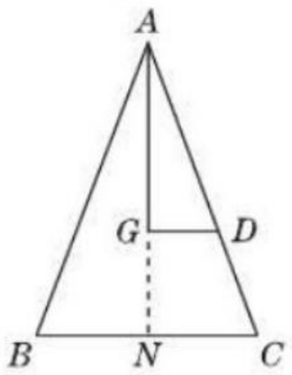
$\therefore \frac{AG}{GN}=\frac{2}{1}$，

$\therefore \frac{AG}{AN}=\frac{2}{3}$.

$\because GD/\!/BC$，$\therefore \triangle ADG\backsim\triangle ACN$，

$\therefore S_{\triangle ADG}:S_{\triangle ACN}=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，

$\because G$ 是△ABC 的重心，$\therefore AN$ 是△ABC 的中线，$\therefore S_{\triangle ANC}=S_{\triangle ABN}$，$\therefore S_{\triangle ADG}:S_{\triangle ABC}=4:18=\frac{2}{9}$. 故答案为 $\frac{2}{9}$.



（第 6 题）

7. D　**点拨**：$\because S_{\triangle AEG}=\frac{1}{8}S_{四边形EBCG}$，

$\therefore S_{\triangle AEG}=\frac{1}{9}S_{\triangle ABC}$，

又$\because EF/\!/BD$，

$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{AG}{AC}$，$\angle EAG=\angle BAC$，

$\therefore \triangle AEG\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{S_{\triangle AEG}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{AE}{AB}\right)^2=\frac{1}{9}$，$\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$，

$\therefore \frac{AF}{AD}=\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$.

故选 D.

8. (1) **证明**：$\because AG\perp BC$，$AF\perp DE$，

$\therefore \angle AFE=\angle AGC=90°$，

$\because \angle EAF=\angle GAC$，

$\therefore \angle AED=\angle ACB$，

$\because \angle EAD=\angle CAB$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

(2) **解**：由(1)可知：$\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{3}{5}$.

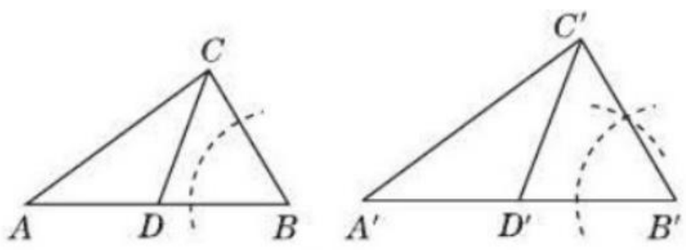
由(1)可知：$\angle AFE=\angle AGC=90°$，

$\because \angle EAF=\angle GAC$，

$\therefore \triangle EAF\backsim\triangle CAG$，$\therefore \frac{AF}{AG}=\frac{AE}{AC}$，

$\therefore \frac{AF}{AG}=\frac{3}{5}$.

9. **解**：①如下图，$\triangle A'B'C'$即为所求作的三角形.



（第 9 题）

②已知：$\triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$，$CD$ 和 $C'D'$ 分别为 AB 和 $A'B'$ 边上的中线，$\frac{A'B'}{AB}=\frac{B'C'}{BC}=\frac{C'A'}{CA}=k$.

求证：$\frac{CD}{C'D'}=k$.

证明：$\because CD$ 和 $C'D'$ 分别为 AB 和 $A'B'$ 边上的中线，

$\therefore BD=\frac{1}{2}AB$，$B'D'=\frac{1}{2}A'B'$，

$\therefore \frac{BD}{AB}=\frac{B'D'}{A'B'}=\frac{1}{2}$，$\therefore \frac{BD}{B'D'}=\frac{AB}{A'B'}$，

$\because \triangle A'B'C'\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \angle CBA=\angle C'B'A'$，$\frac{BC}{B'C'}=\frac{AB}{A'B'}$，

$\therefore \frac{BD}{B'D'}=\frac{BC}{B'C'}$，

$\therefore \triangle B'C'D'\backsim\triangle BCD$，$\therefore \frac{CD}{C'D'}=k$.

10. (1) **证明**：$\because$ 四边形 $HEFG$ 为矩形，

$\therefore HG/\!/EF$，

而 $AD\perp BC$，$\therefore AM\perp HG$，

$\therefore \triangle AHG\backsim\triangle ABC$，

$\therefore \frac{AM}{AD}=\frac{HG}{BC}$.

(2) **解**：设 $HE=x$，则 $HG=2x$，

易得 $\frac{30-x}{30}=\frac{2x}{40}$，解得 $x=12$，

$\therefore$ 这个矩形 $EFGH$ 的周长 $=2x+4x=6x=72(cm)$.

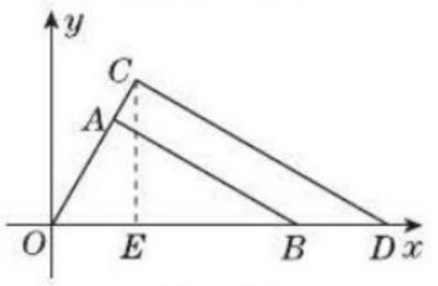
(3) **解**：存在. 设 $HE=a$，则 $\frac{30-a}{30}=\frac{HG}{40}$，$\therefore HG=-\frac{4}{3}a+30$，$\therefore S_{矩形HEFG}=a\left(-\frac{4}{3}a+30\right)=-\frac{4}{3}a^2+30a$，

当 $a=-\frac{30}{2\times\left(-\frac{4}{3}\right)}=\frac{45}{4}$ 时，$S_{矩形HEFG}$ 最大，即当 $HE=\frac{45}{4}cm$ 时，从三角形硬纸片上剪下的矩形面积最大.

6.6　图形的位似

1. D　**2.** A　**3.** A

4. $(2,2\sqrt{3})$　**点拨**：由△OAB 与△OCD 位似，相似比为 3∶4，$B(6,0)$，得 $OD=6\times\frac{4}{3}=8$，在 Rt△COD 中，$\angle ODC'=90°-\angle COD=30°$，$\therefore OC=\frac{1}{2}OD=4$. 如图，作 $CE\perp OD$ 于点 E，在 Rt△OCE 中，易得 $OE=\frac{1}{2}OC=2$，$CE=2\sqrt{3}$，$\therefore C(2,2\sqrt{3})$.



（第 4 题）

5. 4.5　**6.** (4,6)或(−4,−6)

7. (−2,0)　**点拨**：$\because$ 四边形 $OABC$ 是矩形，点 B 的坐标为(2,4)，

$\therefore OC=AB=4$，$OA=2$，$\therefore$ 点 C 的坐标为(0,4)，

$\because$ 矩形 $OABC$ 与矩形 $ODEF$ 是位似图形，P 是位似中心，点 E 的坐标为(−1,2)，$\therefore FO=1$，$DO=2$.

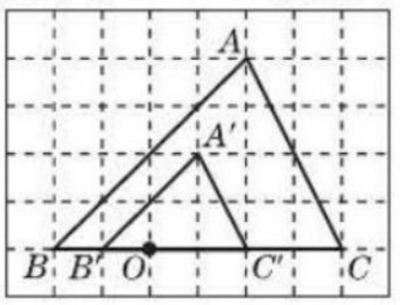
$\therefore OP:AP=OD:AB=1:2$，

设 $OP=x$，则 $\frac{x}{x+2}=\frac{1}{2}$，解得 $x=2$，

$\therefore OP=2$，即点 P 的坐标为(−2,0).

故答案为(−2,0).

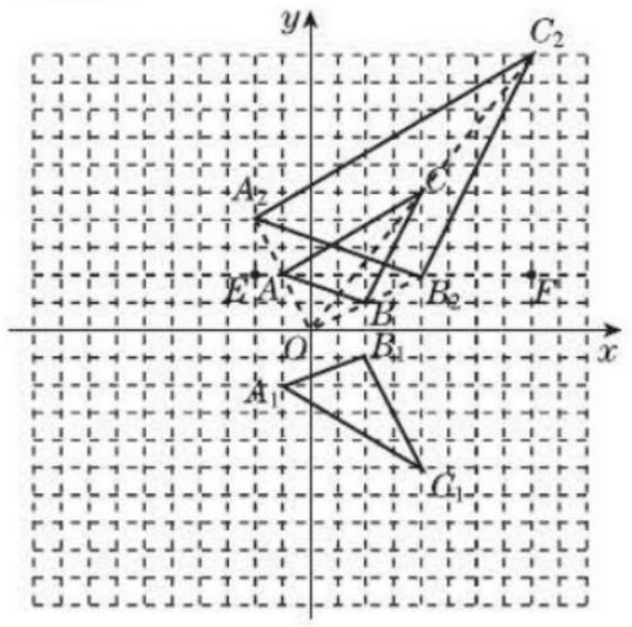
8. **解**：(1) 如图，$\triangle A'B'C'$即为所求.



（第 8 题）

(2) $\sqrt{5}$

9. **解**：(1) 如图所示，$\triangle A_1B_1C_1$ 就是所求三角形.



（第 9 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)如图所示，$\triangle A_2B_2C_2$ 就是所求三角形.
如图，分别过点 A_2，C_2 作 y 轴的平行线，过点 B_2 作 x 轴的平行线，交点分别为 E，F，
∵ $A(-1,2)$，$B(2,1)$，$C(4,5)$，$\triangle A_2B_2C_2$ 与 $\triangle ABC$ 位似，且位似比为2，
∴ $A_2(-2,4)$，$B_2(4,2)$，$C_2(8,10)$，

$\therefore S_{\triangle A_2B_2C_2}=8\times10-\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times4\times8-\frac{1}{2}\times6\times10=28.$

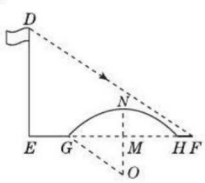
10. (1) $AE=DE$；$AE\perp ED$

(2)**证明**：①由题意知，$\angle B=\angle C=90°$，$AB=BE=EC=DC$，
∵ $\triangle EGF$ 与 $\triangle EAB$ 的相似比为1∶2，
∴ $\angle GFE=\angle B=90°$，$GF=\frac{1}{2}AB$，
$EF=\frac{1}{2}EB$，
∴ $\angle GFE=\angle C$，易得 $EH=HC=\frac{1}{2}EC$，∴ $GF=HC$，$FH=FE+EH=\frac{1}{2}EB+\frac{1}{2}EC=\frac{1}{2}BC=EC=CD$，
∴ $\triangle HGF\cong\triangle DHC$. ∴ $GH=HD$，$\angle GHF=\angle HDC$.
∵ $\angle HDC+\angle DHC=90°$，∴ $\angle GHF+\angle DHC=90°$.
∴ $\angle GHD=90°$. ∴ $GH\perp HD$.
②**解**：CH 的长为 k.

6.7 用相似三角形解决问题

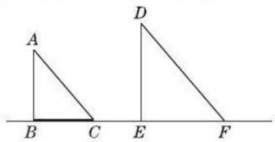
第1课时 平行投影

1. A **2.** C **3.** B
4. 1.4 **5.** 11.2 米 **6.** 4
7. 5 **点拨**：如图，设小桥所在圆的圆心为 O，连接 OM，OG. 设小桥所在圆的半径为 r 米.
∵ $\frac{DE}{EF}=\frac{1.6}{2.4}$，∴ $\frac{8}{EF}=\frac{1.6}{2.4}$，
∴ $EF=12$ 米，
∴ $GH=12-3-1=8$(米).
∵ MN 的长为弧 GH 的中点到弦 GH 的距离，∴ 点 O 在直线 MN 上，$GM=HM=\frac{1}{2}GH=4$(米).
在 Rt$\triangle OGM$ 中，由勾股定理得 $OG^2=OM^2+GM^2$，即 $r^2=(r-2)^2+16$，解得 $r=5$.



（第7题）

8. **解**：(1)作法：连接 AC，过点 D 作 $DF\parallel AC$，交直线 BE 于 F，
如图所示，EF 就是 DE 的投影.

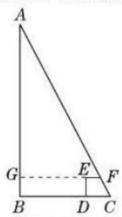


（第8题）

(2)∵ $AC\parallel DF$.
∴ $\angle ACB=\angle DFE$.
又∵ $\angle ABC=\angle DEF=90°$，
∴ $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，
∴ $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$.
∵ $AB=5$，$BC=4$，$EF=6$，
∴ $\frac{5}{DE}=\frac{4}{6}$，
∴ $DE=7.5$，即 DE 的长为 7.5 m.

9. **解**：∵ $BF\parallel AE$，∴ $\triangle CBF\backsim\triangle CAE$，
∴ $\frac{CB}{CA}=\frac{CF}{CE}$，即 $\frac{CB}{CB+1.8}=\frac{7.2-7.2}{7.2}$，
∴ $BC=3$.
答：窗口底边离地面的高 BC 为 3 m.

10. **解**：根据题意可构造相似三角形模型如图，其中 AB 为树，EF 为树影在第一级台阶上的部分，BD 为树影在地面上的部分，ED 的长为台阶高，并且 BC 的长即为树影在地上的全长.



（第10题）

延长 FE 交 AB 于 G，则 $\triangle ABC\backsim\triangle AGF$，∴ $AG:GF=AB:BC=$物高：影长$=1:0.5$，∴ $GF=0.5AG$.
又∵ $GF=GE+EF$，$BD=GE$，∴ $GF=4.6$，∴ $AG=9.2$. ∵ $BG=DE$，
∴ $AB=AG+GB=9.5$，即树高为 9.5 米.

11. **解**：∵ $CB\perp AD$，$ED\perp AD$，∴ $BC\parallel DE$，
∴ $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$，
∴ $\frac{BC}{DE}=\frac{AB}{AD}$，
∴ $\frac{1}{1.5}=\frac{AB}{AB+8.5}$，
∴ $AB=17$.
答：河宽 AB 的长为 17 m.

第2课时 中心投影

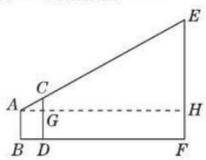
1. D **2.** D **3.** A **4.** 8 **5.** 9 **6.** $\frac{2000}{3}$

7. 75 **点拨**：∵ $AB\perp BD$，$AC\perp AB$，
∴ $AC\parallel BD$.
∴ $\angle ACB=\angle DBC$.
∵ $\angle A=\angle BCD=90°$，
∴ $\triangle ABC\backsim\triangle CDB$. ∴ $\frac{AC}{BC}=\frac{BC}{BD}$.
∴ $BC^2=AC\cdot BD$.
在 Rt$\triangle ABC$ 中，$BC^2=AC^2+AB^2=15^2+30^2=1125$，
∴ $15BD=1125$. ∴ $BD=75$.

8. D

9. **解**：在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ANM$ 中，
$\frac{AC}{AB}=\frac{30}{54}=\frac{5}{9}$，$\frac{AM}{AN}=\frac{1\,000}{1\,800}=\frac{5}{9}$，
∴ $\frac{AC}{AB}=\frac{AM}{AN}$.
又∵ $\angle A=\angle A$，∴ $\triangle ABC\backsim\triangle ANM$，
∴ $\frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AM}$，即 $\frac{45}{MN}=\frac{30}{1\,000}$，
解得 $MN=1\,500$.
答：M，N 两点之间的直线距离是 1 500 米.

10. **解**：如图，过点 A 作 $AH\perp EF$ 于 H 点，AH 交 CD 于 G，
∵ $CD\perp BF$，$EF\perp BF$，∴ $CD\parallel EF$，
∴ $\triangle ACG\backsim\triangle AEH$，
∴ $\frac{AG}{AH}=\frac{CG}{EH}$，
即 $\frac{1}{1+30}=\frac{2-1.6}{EH}$，∴ $EH=12.4$.
∴ $EF=EH+HF=12.4+1.6=14$，
∴ 旗杆 EF 的高度为 14 m.

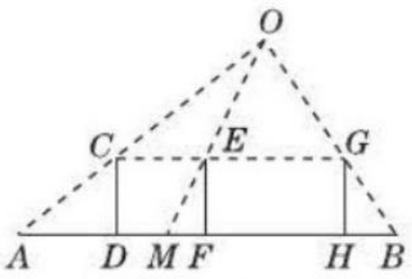


（第10题）

11. **解**：∵ $CD\perp BF$，$AB\perp BF$，∴ $CD\parallel AB$，
∴ $\triangle CDF\backsim\triangle ABF$，∴ $\frac{CD}{AB}=\frac{DF}{BF}$，
同理可得 $\frac{EG}{AB}=\frac{GH}{BH}$，
∵ $CD=EG$，
∴ $\frac{DF}{BF}=\frac{GH}{BH}$，
∴ $\frac{3}{BD+3}=\frac{5}{9+BD}$，
解得 $BD=6$，
∴ $\frac{1.7}{AB}=\frac{3}{3+6}$，
解得 $AB=5.1$.
答：路灯杆 AB 的高度为 5.1 m.

12. **解**：(1)如图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第12题）

（2）设小明原来的速度为 x m/s（$x\neq0$），则 $CE=2x$ m，$AM=AF-MF=(4x-1.2)$ m，$EG=2\times1.5x=3x$（m），$BM=AB-AM=12-(4x-1.2)=(13.2-4x)$ m，

∵ 点 C,E,G 在一条直线上，$CG/\!/AB$，

∴ $\triangle OCE\backsim\triangle OAM$，

$\triangle OEG\backsim\triangle OMB$，

∴ $\dfrac{CE}{AM}=\dfrac{OE}{OM},\dfrac{EG}{BM}=\dfrac{OE}{OM}$，

∴ $\dfrac{CE}{AM}=\dfrac{EG}{BM}$，

即 $\dfrac{2x}{4x-1.2}=\dfrac{3x}{13.2-4x}$，

解得 $x=1.5$.

答：小明原来的速度为 1.5 m/s.

13. 解：由题意可知 $\angle ABG=\angle CDG=90°$.

又∵ $\angle AGD$ 为公共角，∴ $\triangle ABG\backsim\triangle CDG$. ∴ $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{BG}{DG}$.

∵ $DF=100$ 米，点 B 是 DF 的中点，

∴ $BD=BF=50$ 米.

∵ $AB=5.5$ 米，$BG=10.5$ 米，∴ $\dfrac{5.5}{CD}=\dfrac{10.5}{50+10.5}$，∴ $CD\approx31.69$（米）.

又∵ $\angle ABD=\angle EFD=90°$，$\angle EDF$ 为公共角，∴ $\triangle ADB\backsim\triangle EDF$，∴ $\dfrac{AB}{EF}=\dfrac{DB}{DF}=\dfrac{1}{2}$，

∴ $EF=2AB=11$（米），

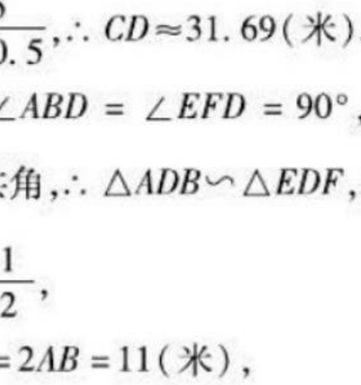
∴ $CD-EF\approx20.7$（米）.

答：甲、乙两人的观测点到地面的距离之差约为 20.7 米.

全章高频考点专训

专训1

1. 证明：作 $CF/\!/DE$，交 AB 于 F，如图，



（第1题）

∵ $ME/\!/CF$，∴ $\dfrac{AE}{EF}=\dfrac{AM}{MC}$，∵ M 为 AC 边的中点，∴ $AM=MC$，∴ $AE=EF$.

∵ $AE=\dfrac{1}{4}AB$，∴ $EF=\dfrac{1}{4}AB$，∴ $BF=\dfrac{1}{2}AB$，∴ $BF=2EF$.

∵ $CF/\!/DE$，∴ $\dfrac{BC}{CD}=\dfrac{BF}{EF}=2$，

∴ $BC=2CD$.

2. 证明：过点 D 作 $DG/\!/BC$，交 AC 于点 G，则 $\triangle DGF\backsim\triangle ECF$，$\triangle ADG\backsim\triangle ABC$.

∴ $\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{CE}{DG},\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{AD}{DG}$.

∵ $AD=CE$，∴ $\dfrac{EF}{DF}=\dfrac{AD}{DG}$，∴ $\dfrac{AB}{BC}=\dfrac{EF}{DF}$，

即 $AB\cdot DF=BC\cdot EF$.

点拨：过某一点作平行线，构造出“A”形或“X”形的基本图形，通过相似三角形转化为线段的比，从而解决问题.

3. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $AE/\!/DC$，$\angle A=\angle C$，

∴ $\angle CDF=\angle E$，∴ $\triangle DAE\backsim\triangle FCD$，

∴ $\dfrac{DC}{AE}=\dfrac{CF}{AD}$.

4. 证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $BC=AD$，$CD/\!/AB$，$AD/\!/BC$，

∴ $\angle D=\angle DAE=\angle B$，

∵ $\angle ECA=\angle D$，∴ $\angle ECA=\angle B$，

∵ $\angle E=\angle E$，

∴ $\triangle EAC\backsim\triangle ECB$，

∴ $AC:BC=CE:BE$，

∴ $AC\cdot BE=CE\cdot BC$，

∴ $AC\cdot BE=CE\cdot AD$.

5. 证明：在 $\square ABCD$ 中，$AB/\!/DN$，$AD/\!/BP$.

∵ $AB/\!/DN$，

∴ $\dfrac{AM}{NM}=\dfrac{BM}{DM}$.

又∵ $AD/\!/BP$，

∴ $\dfrac{MP}{MA}=\dfrac{BM}{DM}$.

∴ $\dfrac{MA}{NM}=\dfrac{MP}{MA}$，即 $MA^2=NM\cdot MP$.

6. 证明：∵ $BG\perp AP$，$PE\perp AB$，

∴ $\angle AEP=\angle BED=\angle AGB=90°$，

∴ $\angle P+\angle PAB=90°$，

$\angle PAB+\angle ABG=90°$，

∴ $\angle P=\angle ABG$，

∴ $\triangle AEP\backsim\triangle DEB$，

∴ $\dfrac{AE}{DE}=\dfrac{PE}{BE}$，即 $AE\cdot BE=PE\cdot DE$.

又∵ $CE\perp AB$，$AC\perp BC$，

∴ $\angle CEA=\angle BEC=90°$，

$\angle ACE=\angle CBE$，

∴ $\triangle AEC\backsim\triangle CEB$，

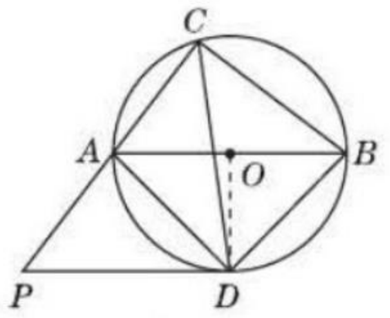
∴ $\dfrac{AE}{CE}=\dfrac{CE}{BE}$，即 $CE^2=AE\cdot BE$.

∴ $CE^2=DE\cdot PE$.

专训2

1. C

2. 证明：（1）如图，连接 OD.



（第2题）

∵ CD 平分 $\angle ACB$，∴ $\angle DCA=\angle DCB$，

∴ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BD}$，∴ $OD\perp AB$，

∵ $AB/\!/PD$，∴ $OD\perp PD$，

∴ PD 是 $\odot O$ 的切线.

（2）∵ $\angle PAD+\angle CAD=180°$，$\angle DBC+\angle CAD=180°$，

∴ $\angle PAD=\angle DBC$，∵ $AB/\!/PD$，

∴ $\angle BAD=\angle PDA$，又∵ $\angle BAD=\angle BCD$，∴ $\angle PDA=\angle BCD$，∴ $\triangle PAD\backsim\triangle DBC$.

3.（1）**证明**：∵ $AB=AC$，∴ $\angle B=\angle C$，

∵ $\angle DPE=\angle C$，$\angle BPD=180°-\angle EPC-\angle DPE$，$\angle CEP=180°-\angle EPC-\angle C$，

∴ $\angle DPB=\angle PEC$，

∴ $\triangle BPD\backsim\triangle CEP$.

（2）**解**：∵ $\triangle BPD\backsim\triangle CEP$，

∴ $\dfrac{BD}{CP}=\dfrac{PB}{CE}$，

∵ $AB=AC=4$，点 D 是边 AB 的中点，点 E 是边 AC 的中点，

∴ $BD=2$，$CE=2$.

∵ $BC=5$，∴ $\dfrac{2}{5-PB}=\dfrac{PB}{2}$，

∴ $PB=1$ 或 4.

4. 证明：∵ Q 是 CD 的中点，$AD=CD$，

∴ $\dfrac{AD}{QC}=2$.

∵ $BP=3PC$，∴ $\dfrac{BC}{PC}=4$.

又∵ $BC=2DQ$，∴ $\dfrac{DQ}{PC}=2$.

在 $\triangle ADQ$ 和 $\triangle QCP$ 中，$\dfrac{AD}{QC}=\dfrac{DQ}{CP}$，

$\angle C=\angle D=90°$，

∴ $\triangle ADQ\backsim\triangle QCP$.

5.（1）**证明**：设 $AB=BD=DE=EC=a$，则 $DC=2a$，$AD=\sqrt{2}a$，$AE=\sqrt{5}a$，$AC=\sqrt{10}a$，

∴ $\dfrac{AD}{DE}=\dfrac{DC}{AD}=\dfrac{AC}{AE}=\sqrt{2}$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle CDA$.

（2）**解**：由（1）知 $\triangle ADE\backsim\triangle CDA$，

∴ $\angle ACD=\angle DAE$，

∴ $\angle AED+\angle ACD=\angle AED+\angle DAE=\angle ADB=45°$.

专训3

1.（1）**证明**：∵ $ED/\!/BC$，

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$.

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$\therefore \angle DBE=\angle EBC$.

$\because ED/\!/BC$,

$\therefore \angle DEB=\angle EBC$.

$\therefore \angle DBE=\angle DEB$,

$\therefore DE=BD$,

$\therefore \frac{AE}{AC}=\frac{BD}{BC}$,

即 $AE\cdot BC=BD\cdot AC$.

(2)**解**：设 $h_{\triangle ADE}$ 表示 $\triangle ADE$ 的边 DE 上的高，

$h_{\triangle BDE}$ 表示 $\triangle BDE$ 的边 DE 上的高，

$h_{\triangle ABC}$ 表示 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的高，

$\because S_{\triangle ADE}=3, S_{\triangle BDE}=2$,

$\therefore \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}}=\frac{h_{\triangle ADE}}{h_{\triangle BDE}}=\frac{3}{2}$,

$\therefore \frac{h_{\triangle ADE}}{h_{\triangle ABC}}=\frac{3}{5}$.

$\because \triangle ADE\backsim\triangle ABC$,

$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{3}{5}$,

$\because DE=6, \therefore BC=10$.

2. 解：相似.

理由如下：因为 $\frac{EO}{BO}=\frac{DO}{CO}$, $\angle BOE=\angle COD$, $\angle DOE=\angle COB$, 所以 $\triangle BOE\backsim\triangle COD$, $\triangle DOE\backsim\triangle COB$. 所以 $\angle EBO=\angle DCO$, $\angle DEO=\angle CBO$.

所以 $\angle ADE=\angle DCO+\angle DEO=\angle EBO+\angle CBO=\angle ABC$.

故 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

3. 证明：$\because \angle BAC=90°, AD\perp BC$ 于点 D,

$\therefore \angle BAC=\angle ADB=90°$.

又 $\because \angle ABD=\angle ABD$（公共角），

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DBA$,

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BD}{AD}, \angle 1=\angle C$.

$\because AD\perp BC$ 于点 D, E 为 AC 的中点，

$\therefore DE=EC=EA$,

$\therefore \angle 2=\angle 3=\angle C$,

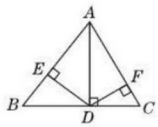
$\therefore \angle 2=\angle 1$.

又 $\because \angle F=\angle F$,

$\therefore \triangle DBF\backsim\triangle ADF$,

$\therefore \frac{DB}{AD}=\frac{DF}{AF}, \therefore \frac{AB}{AC}=\frac{DF}{AF}$.

技巧点拨：当所证等积式或比例式运用“三点定形法”不能定形或能定形而不相似，条件又不具备等线段时，可考虑用中间比“搭桥”，称为“等比替换法”，有时还可用“等积替换法”. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AD\perp BC$ 于点 D, $DE\perp AB$ 于点 E, $DF\perp AC$ 于点 F，求证：$AE\cdot AB=AF\cdot AC$. 此问题可由两组“射影图”得 $AE\cdot AB=AD^2$, $AF\cdot AC=AD^2, \therefore AE\cdot AB=AF\cdot AC$.



（第3题）

4. 解：(1)60°；45°　(2)$90°-\frac{1}{2}\alpha$

(3)$\angle AFB=90°-\frac{1}{2}\alpha$

证明：因为 $AB=AC$, $EC=ED$, $\angle BAC=\angle CED$,

所以 $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$,

所以 $\angle ACB=\angle ECD, \frac{BC}{DC}=\frac{AC}{EC}$,

所以 $\angle BCD=\angle ACE$.

所以 $\triangle BCD\backsim\triangle ACE$.

所以 $\angle CBD=\angle CAE$.

所以 $\angle AFB=180°-\angle CAE-\angle BAC-\angle ABD=180°-\angle BAC-\angle ABC=\angle ACB$.

因为 $AB=AC$, $\angle BAC=\alpha$,

所以 $\angle ACB=90°-\frac{1}{2}\alpha$，即 $\angle AFB=90°-\frac{1}{2}\alpha$.

规律总结：本题利用两边对应成比例且夹角相等判定两个三角形相似，并利用相似三角形的对应角相等来探索 $\angle AFB$ 与已知角 $\angle BAC$ 之间的数量关系，其探索过程体现由特殊到一般的数学思想，其证明过程是对此类问题的归纳总结.

专训4

1. 解：连接 DF.

$\because E, F$ 是边 BC 上的两个三等分点，

$\therefore BE=EF=FC$.

$\because D$ 是 AC 的中点，

$\therefore AD=CD, \therefore DF$ 是 $\triangle ACE$ 的中位线，

$\therefore DF/\!/AE$，且 $DF=\frac{1}{2}AE$.

$\therefore \frac{BP}{PD}=\frac{BE}{EF}, \therefore BP=PD$.

$\because DF/\!/AE$,

$\therefore \angle APQ=\angle FDQ, \angle PAQ=\angle DFQ$,

$\therefore \triangle APQ\backsim\triangle FDQ$,

$\therefore \frac{PQ}{QD}=\frac{AP}{DF}$.

设 $PE=a$，易得 $DF=2a, AP=3a$.

$\therefore PQ:QD=AP:DF=3:2$,

$\therefore BP:PQ:QD=5:3:2$.

2. 解：过点 C 作 $CG/\!/AB$ 交 AE 的延长线于点 G.

$\because CG/\!/AB, \therefore \angle DAF=\angle G$.

$\because D$ 为 CF 的中点，$\therefore CD=DF$.

在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle GDC$ 中，

$$\begin{cases}\angle DAF=\angle G,\\ \angle ADF=\angle CDG,\\ DF=CD,\end{cases}$$

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle GDC$(AAS). $\therefore AF=CG$.

$\because BF:AF=3:2, \therefore AB:AF=5:2$.

$\because AB/\!/CG, \therefore \triangle ABE\backsim\triangle GCE$.

$\therefore \frac{BE}{EC}=\frac{AB}{CG}=\frac{AB}{AF}=\frac{5}{2}$.

3. 证明：过点 B 作 $BN/\!/CF$ 交 AD 的延长线于点 N.

$\therefore \frac{AF}{FB}=\frac{AE}{EN}, \frac{ED}{DN}=\frac{CD}{BD}$.

$\because BD=CD$,

$\therefore ED=DN=\frac{1}{2}EN$.

$\therefore \frac{AF}{FB}=\frac{AE}{2ED}$.

$\therefore AE:ED=2AF:FB$.

4. 证明：过点 C 作 $CF/\!/AB$ 交 DP 于点 F,

则 $\triangle PCF\backsim\triangle PBD$, $\angle ADE=\angle EFC$.

$\therefore \frac{BP}{CP}=\frac{BD}{CF}$.

$\because AD=AE, \therefore \angle ADE=\angle AED$.

$\because \angle AED=\angle CEP, \therefore \angle EFC=\angle CEP$.

$\therefore EC=CF. \therefore \frac{BP}{CP}=\frac{BD}{EC}$.

专训5

1. 证明：过点 C 作 $CO\perp AB$ 于点 O，则 $\triangle ACO\backsim\triangle ECD$,

$\therefore \frac{AC}{CO}=\frac{CE}{CD}, \angle ACO=\angle ECD$,

$\therefore \angle ACE=\angle OCD$,

$\therefore \triangle ACE\backsim\triangle OCD$,

$\therefore \angle CAE=\angle COD=90°$,

$\therefore \angle CAE+\angle ACB=180°, \therefore AE/\!/BC$.

2. 解：(1)$MN/\!/AC/\!/ED$,

证明：$\because EF/\!/BC$,

$\therefore \triangle AEM\backsim\triangle ABD$, $\triangle AMF\backsim\triangle ADC$,

$\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}$. 易证 D 为 BC 的中点，$\therefore EM=MF$. 易证 $EN=NC$，从而 $MN/\!/AC$，显然 $ED/\!/AC$,

$\therefore ED/\!/AC/\!/MN$.

(2)$MN/\!/AC$，证明：$\because EF/\!/BC$,

$\therefore \triangle AEM\backsim\triangle ABD$, $\triangle AMF\backsim\triangle ADC$,

$\therefore \frac{EM}{BD}=\frac{AM}{AD}=\frac{MF}{DC}$,

$\therefore \frac{EM}{MF}=\frac{BD}{DC}$. $\because DF/\!/AB$,

$\therefore \frac{EN}{NC}=\frac{BD}{DC}, \therefore \frac{EM}{MF}=\frac{EN}{NC}$,

$\therefore MN/\!/AC$.

3. 证明：$\because AC^2=AB\cdot AD$,

$\therefore \frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又∵ $\angle A=\angle A$,

∴ $\triangle ACD\backsim\triangle ABC$,

∴ $\angle ADC=\angle ACB$.

∵ $BC^2=BA\cdot BD$,

∴ $\frac{BC}{BD}=\frac{BA}{BC}$.

又∵ $\angle B=\angle B$,

∴ $\triangle BCD\backsim\triangle BAC$,

∴ $\angle BDC=\angle BCA$,

∴ $\angle ADC=\angle BDC$,

∵ $\angle BDC+\angle ADC=180°$,

∴ $\angle ADC=\angle BDC=90°$,

∴ $CD\perp AB$.

4. 证明:设 $AE=EF=FB=AD=k$,则 $AB=CD=3k$,

∵ $CD/\!/AB$,∴ $\triangle AFG\backsim\triangle CDG$,

∴ $\frac{FG}{DG}=\frac{AF}{CD}=\frac{2}{3}$. 设 $FG=2\ m$,

则 $DG=3\ m$,在 $\triangle AFD$ 中,$DF^2=AD^2+AF^2=5k^2$,

∴ $DF=\sqrt{5}k$.

∵ $DF=FG+DG=2\ m+3\ m=5\ m$,

∴ $5\ m=\sqrt{5}k$,∴ $m=\frac{\sqrt{5}}{5}k$,∴ $FG=\frac{2\sqrt{5}}{5}k$,

∴ $\frac{AF}{FG}=\frac{2k}{\frac{2\sqrt{5}}{5}k}=\sqrt{5}$,$\frac{DF}{EF}=\frac{\sqrt{5}k}{k}=\sqrt{5}$,

∴ $\frac{AF}{FG}=\frac{DF}{EF}$,又 $\angle AFD=\angle AFD$,

∴ $\triangle AFD\backsim\triangle GFE$,

∴ $\angle EGF=\angle DAF=90°$,∴ $EG\perp DF$.

专训 6

1. 证明:∵ $E'C'/\!/EC$,

∴ $\angle C'E'O=\angle CEO$,

$\triangle OCE\backsim\triangle OC'E'$,

∴ $\frac{CE}{C'E'}=\frac{OE}{OE'}$.

∵ $D'E'/\!/DE$,∴ $\angle D'E'O=\angle DEO$,

$\triangle ODE\backsim\triangle OD'E'$,∴ $\frac{DE}{D'E'}=\frac{OE}{OE'}$,

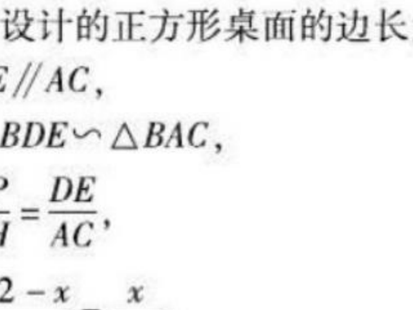
∴ $\angle CED=\angle C'E'D'$,$\frac{CE}{C'E'}=\frac{DE}{D'E'}$,

∴ $\triangle CED\backsim\triangle C'E'D'$.

又∵ $\triangle CDE$ 是等边三角形,

∴ $\triangle C'D'E'$ 是等边三角形.

2. 解:如图,在 AB 边上任取一点 D',过点 D' 作 $D'E'\perp BC$ 于 E',在 BC 上截取 $E'F'$,使 $E'F'=2D'E'$,过 F' 作 $F'G'\perp BC$,过 D' 作 $D'G'/\!/BC$ 交 $F'G'$ 于点 G',连接 BG' 并延长交 AC 于点 G,过点 G 作 $GF/\!/G'F'$,交 BC 于点 F,作 $DG/\!/D'G'$,交 AB 于点 D,过点 D 作 $DE/\!/D'E'$ 交 BC 于点 E,则四边形 $DEFG$ 为 $\triangle ABC$ 的内接矩形,且 $DE:EF=1:2$.



(第 2 题)

3. 解:由 $AB=1.5\ m$,$S_{\triangle ABC}=1.5\ m^2$,可得 $BC=2\ m$,

如图①,过点 B 作 Rt$\triangle ABC$ 斜边 AC 上的高 BH. 交 DE 于 P,交 AC 于 H.

由 $AB=1.5\ m$,$BC=2\ m$,得 $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{1.5^2+2^2}=2.5(m)$,

由 $AC\cdot BH=AB\cdot BC$ 可得 $BH=\frac{AB\cdot BC}{AC}=1.2(m)$,

设甲设计的正方形桌面的边长为 $x\ m$,

∵ $DE/\!/AC$,

∴ $\triangle BDE\backsim\triangle BAC$,

∴ $\frac{BP}{BH}=\frac{DE}{AC}$,

即 $\frac{1.2-x}{1.2}=\frac{x}{2.5}$,

解得 $x=\frac{30}{37}$.

如图②,设乙设计的正方形桌面的边长为 $y\ m$,

由 $DE/\!/AB$,得 $\triangle CDE\backsim\triangle CBA$,

∴ $\frac{DE}{AB}=\frac{CD}{BC}$,

即 $\frac{y}{1.5}=\frac{2-y}{2}$,

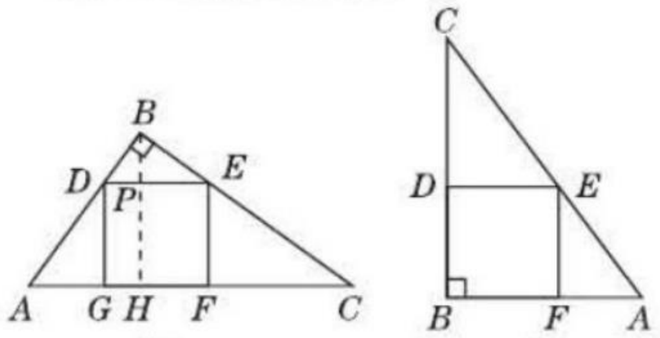
解得 $y=\frac{6}{7}$.

∵ $x=\frac{30}{37}$,$y=\frac{6}{7}=\frac{30}{35}$,

∴ $x<y$,即 $x^2<y^2$,

∴ $S_{正方形①}<S_{正方形②}$,

∴ 第二个正方形面积大.



(第 3 题)

专训 7

1. B

2. 解:设经过 t s $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似,则有 $AP=2t$,$BQ=4t$,$BP=10-2t$.

①当 $\triangle PBQ\backsim\triangle ABC$ 时,有 $\frac{PB}{AB}=\frac{BQ}{BC}$,

即 $\frac{10-2t}{10}=\frac{4t}{20}$,解得 $t=2.5$;

②当 $\triangle QBP\backsim\triangle ABC$ 时,有 $\frac{QB}{AB}=\frac{BP}{BC}$,

即 $\frac{4t}{10}=\frac{10-2t}{20}$,解得 $t=1$.

所以经过 1 s 或 2.5 s $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似.

3. 解:∵ $\angle A=50°$,$\angle B=60°$,∴ $\angle C=70°$. 当 $\angle ADE=\angle C=70°$ 时,$\triangle ABC\backsim\triangle AED$.

当 $\angle ADE=\angle B=60°$ 时,$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$.

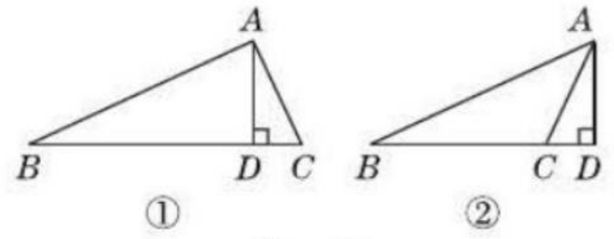
∴ 当 $\angle ADE$ 为 70° 或 60° 时,$\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似.

4. 解:(1)当高 AD 在 $\triangle ABC$ 内部时,如图①.

因为 $AD^2=BD\cdot DC$,所以 $\frac{AD}{BD}=\frac{DC}{AD}$. 又因为 $\angle ADB=\angle CDA=90°$,所以 $\triangle ADB\backsim\triangle CDA$,

所以 $\angle BAD=\angle ACD$. 因为 $\angle CAD+\angle ACD=90°$,所以 $\angle CAD+\angle BAD=90°$.

由 $\angle B=25°$,可知 $\angle BCA=65°$.



(第 4 题)

(2)当高 AD 在 $\triangle ABC$ 外部时,如图②.

同理可得 $\triangle ADB\backsim\triangle CDA$,所以 $\angle ABD=\angle CAD=25°$,所以 $\angle ACD=65°$.

所以 $\angle BCA=180°-\angle ACD=115°$.

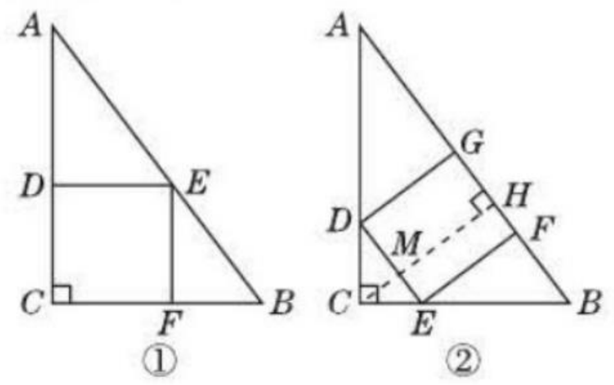
综上可知,$\angle BCA$ 的度数为 65° 或 115°.

5. 解:(1)如图①,设剪出的正方形 $CDEF$ 的边长为 x cm,则 $AD=(4-x)$ cm.

因为 $DE/\!/BC$,所以 $\triangle ADE\backsim\triangle ACB$,

所以 $\frac{AD}{AC}=\frac{DE}{CB}$,即 $\frac{4-x}{4}=\frac{x}{3}$,解得 $x=\frac{12}{7}$.

所以正方形 $CDEF$ 的面积 $S_1=\left(\frac{12}{7}\right)^2=\frac{144}{49}(cm^2)$.



(第 5 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)如图②,设剪出的正方形 $DEFG$ 的边长为 y cm,过点 C 作 $CH\perp AB$,垂足为点 H,交 DE 于点 M.

因为 $DE\parallel AB$,所以 $\triangle CDE\backsim\triangle CAB$,

所以 $\frac{DE}{AB}=\frac{CM}{CH}$. 又因为 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$(cm),

$CH\cdot AB=BC\cdot AC$,所以 $CH=\frac{3\times4}{5}=\frac{12}{5}$(cm),所以 $CM=\left(\frac{12}{5}-y\right)$ cm.

所以 $\frac{y}{5}=\frac{\frac{12}{5}-y}{\frac{12}{5}}$,即 $\frac{12}{5}y=12-5y$,解得 $y=\frac{60}{37}$,

所以正方形 $DEFG$ 的面积 $S_2=\left(\frac{60}{37}\right)^2=\frac{3\,600}{1\,369}$(cm^2).

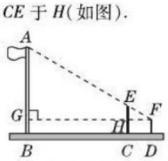
因为 $\frac{144}{49}>\frac{3\,600}{1\,369}$,所以 $S_1>S_2$.

所以按图①剪出的正方形的面积最大,即剩下的边角料最少.

专训 8

1. 解:这种测量方法可行.

理由如下:设 $AB=x$. 过 F 作 $FG\perp AB$ 于 G,交 CE 于 H(如图).



(第 1 题)

所以 $\triangle AGF\backsim\triangle EHF$,所以 $\frac{AG}{EH}=\frac{GF}{HF}$.

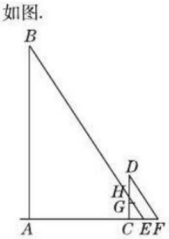
因为 $GF=27+3=30$, $HF=3$, $EH=3.5-1.5=2$, $AG=x-1.5$.

所以 $\frac{x-1.5}{2}=\frac{30}{3}$,所以 $x-1.5=20$,

解得 $x=21.5$.

答:旗杆的高为 21.5 米.

2. 解:(1)如图.



(第 2 题)

(2)影响采光. 理由:∵ $HE\parallel DF$, $HC\parallel AB$,

∴ $\triangle CDF\backsim\triangle ABE\backsim\triangle CHE$,

∴ $AE:AB=CF:DC=CE:CH$,

∴ $AE=8$ 米. 由 $AC=7$ 米,可得 $CE=1$ 米,

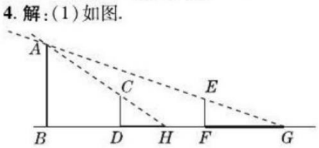
由比例可知 $CH=1.5$ 米 >1 米,故影响采光.

3. 解:连接 AB,易知 A, B, C 三点在同一直线上,由于阳光是平行光线,即 $AE\parallel BD$,所以 $\angle AEC=\angle BDC$. 又因为 $\angle C$ 是公共角,所以 $\triangle AEC\backsim\triangle BDC$,从而有 $\frac{AC}{BC}=\frac{EC}{DC}$.

又因为 $EC=3.9$ m, $ED=2.1$ m, $BC=1.2$ m,

所以 $\frac{AB+1.2}{1.2}=\frac{3.9}{3.9-2.1}$,所以 $AB=1.4$ m,即窗口的高度为 1.4 m.

4. 解:(1)如图.



(第 4 题)

(2)由 $EF\parallel AB$ 得 $\triangle GEF\backsim\triangle GAB$,

所以 $\frac{EF}{AB}=\frac{FG}{BG}$,

即 $\frac{1.6}{AB}=\frac{4}{4+8}$,所以 $AB=4.8$ m.

故灯杆 AB 的长为 4.8 m.

第 7 章 锐角三角函数

7.1 正 切

第 1 课时 正 切

1. A **2.** D **3.** B **4.** $\frac{12}{5}$

5. D **点拨**:在 Rt$\triangle ABC$ 中,

∵ $AD\perp BC$ 于点 D,

∴ $\angle ADB=\angle CDA=90°$.

∴ $\angle B+\angle BAD=90°$.

又∵ $\angle BAD+\angle DAC=90°$,

∴ $\angle B=\angle DAC$.

∴ $\triangle ABD\backsim\triangle CAD$.

∴ $\frac{BD}{AD}=\frac{AD}{CD}$.

∵ $BD:CD=3:2$,

∴ 设 $BD=3x$, $CD=2x(x>0)$.

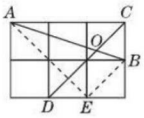
∴ $AD=\sqrt{3x\cdot2x}=\sqrt{6}x$.

则 $\tan B=\frac{AD}{BD}=\frac{\sqrt{6}x}{3x}=\frac{\sqrt{6}}{3}$. 故选 D.

6. 2 **点拨**:如图所示,连接 AE、BE,易证 $CD\parallel BE$,

∴ $\angle AOD=\angle ABE$,显然 $\triangle ABE$ 是直角三角形,

∴ $\tan\angle AOD=\tan\angle ABE=\frac{AE}{BE}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$.



(第 6 题)

7. $\frac{4}{3}$

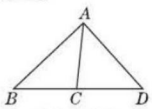
8. 解:由 $\tan B=1$ 知 $a=b$. 由 $a+b=4$ 得 $a=b=2$,再由勾股定理得 $c=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{2}$.

9. 解:(1)$\sqrt{3}$

(2)∵ $\cot A=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$,

∴ $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{4}{3}$.

10. 解:如图,∵ $\angle ACB=\angle D+\angle CAD$, $\angle ACB=2\angle D$,



(第 10 题)

∴ $\angle CAD=\angle D$,

∴ $CA=CD$.

∵ $\angle DAB=90°$,

∴ $\angle B+\angle D=90°$, $\angle BAC+\angle CAD=90°$,

∴ $\angle B=\angle BAC$,

∴ $AC=CB$,

∴ $BD=2AC=2\times\frac{3}{2}=3$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中,

∵ $\angle DAB=90°$, $AD=2$, $BD=3$,

∴ $AB=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$,

∴ $\tan D=\frac{AB}{AD}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

11. 证明:如图,连接 AC,则 $\angle A=\frac{1}{2}\angle POC=\beta$,∵ AB 是⊙O 的直径,

∴ $\angle ACB=90°$,

∴ $\tan\beta=\frac{BC}{AC}$,

∵ BD 垂直于弦 BC,即 $DB\perp BC$,

∴ $\tan\alpha=\frac{BD}{BC}$, $BD\parallel AC$,

∴ $\tan\alpha\cdot\tan\beta=\frac{BD}{BC}\cdot\frac{BC}{AC}=\frac{BD}{AC}$,

$\angle DBP=\angle A$.

又∵ $\angle P=\angle P$,

∴ $\triangle PBD\backsim\triangle PAC$,

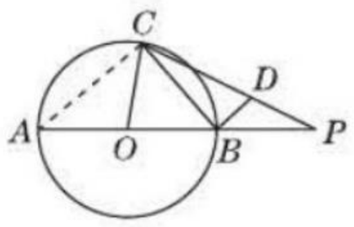
∴ $\frac{BD}{AC}=\frac{PB}{PA}$.

∵ $PB=OB=OA$,

∴ $\frac{PB}{PA}=\frac{1}{3}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \tan\alpha \cdot \tan\beta = \frac{1}{3}$.



(第11题)

第2课时　正切的计算及应用

1. B　**2.** A

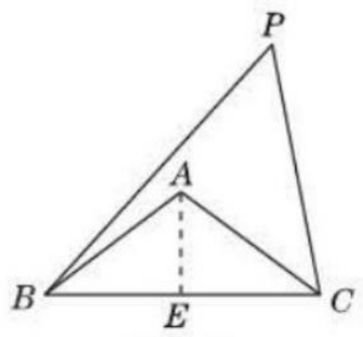
3. A　**点拨**:根据正切的定义,得 $\tan\alpha = \frac{AB}{BC} = 1$, $\tan\alpha_1 = \frac{A_1B_1}{CB_1} = \frac{1}{2}$, $\tan\alpha_2 = \frac{A_2B_2}{CB_2} = \frac{1}{3}, \cdots, \tan\alpha_5 = \frac{A_5B_5}{CB_5} = \frac{1}{6}$,

则 $\tan\alpha \cdot \tan\alpha_1 + \tan\alpha_1 \cdot \tan\alpha_2 + \cdots + \tan\alpha_4 \cdot \tan\alpha_5 = 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$. 故选 A.

4. $\tan\angle\alpha < \tan\angle\beta$

5. $\frac{1}{3}$或$\frac{\sqrt{2}}{4}$　**6.** A

7. $\frac{4}{3}$　**点拨**:如图,过点 A 作 $AE \perp BC$ 于点 E.

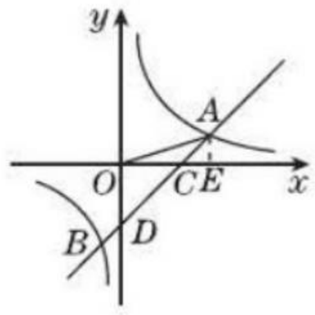


(第7题)

$\because AB = AC = 5$, $\therefore BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4$, $\angle BAE = \frac{1}{2}\angle BAC$. $\because \angle BPC = \frac{1}{2}\angle BAC$, $\therefore \angle BPC = \angle BAE$. 在 $\mathrm{Rt}\triangle BAE$ 中,由勾股定理得 $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$,

$\therefore \tan\angle BPC = \tan\angle BAE = \frac{BE}{AE} = \frac{4}{3}$.

8. 3　**点拨**:设直线 $y = x - 2$ 与 y 轴的交点为 D 点,过点 A 作 $AE \perp x$ 轴,垂足为点 E,如图. 在 $y = x - 2$ 中,令 $x = 0$,得 $y = -2$;令 $y = 0$,得 $x = 2$,所以 $OC = OD = 2$. 可证 $AE = CE$. 因为 $\tan\angle AOC = \frac{AE}{OE} = \frac{1}{3}$,所以 $\frac{AE}{2 + AE} = \frac{1}{3}$,解得 $AE = 1$,所以 $OE = OC + CE = 2 + 1 = 3$,故点 A 的坐标是(3,1),将 $A(3,1)$ 的坐标代入 $y = \frac{k}{x}$ 中,可得 $k = 3$.



(第8题)

9. D　**点拨**:如图,过点 A 作 $AD \perp l_1$ 于 D,过点 B 作 $EF \perp l_1$ 于 E,交 l_3 于 F,设 l_1 与 l_2, l_2 与 l_3 间的距离为 1,

$\because \angle ADC = \angle CEB = \angle ACB = 90°$,

$\therefore \angle CAD + \angle ACD = 90°$, $\angle BCE + \angle ACD = 90°$, $\therefore \angle CAD = \angle BCE$,

$\therefore \triangle ACD \backsim \triangle CBE$.

$\because \angle CAB = 30°$, $\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

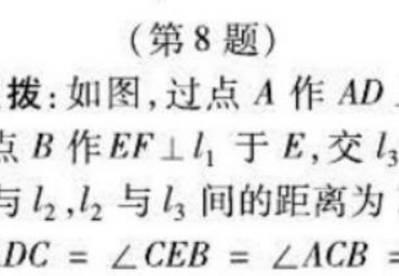
$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{CE}{AD} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore CD = \sqrt{3}$, $CE = \frac{2\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore AF = DE = \frac{5\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \tan\alpha = \frac{BF}{AF} = \frac{\sqrt{3}}{5}$.

故选 D.



(第9题)

10. (1) **证明**:$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, $\angle B = 90°$,

$\therefore \angle DAE = \angle AEB$.

$\because AE = BC$, $\therefore AE = AD$.

又$\because \angle B = \angle DFA$, $\therefore \triangle ABE \cong \triangle DFA$.

$\therefore AB = DF$.

(2) **解**:$\because AB = 6$, $\therefore DF = 6$,

又$\because AD = 10$, $\therefore AF = 8$.

$\because AE = AD = 10$, $\therefore EF = 2$,

$\therefore \tan\angle EDF = \frac{EF}{DF} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

11. **解**:过点 A 作 $AQ \perp BC$ 于点 Q,过点 E 作 $EM \perp BC$ 于点 M,连接 DE,如图.

$\because BE$ 的垂直平分线交 BC 于 D, $BD = x$,

$\therefore BD = DE = x$,

$\because AB = AC$, $BC = 12$, $\tan\angle ACB = y$,

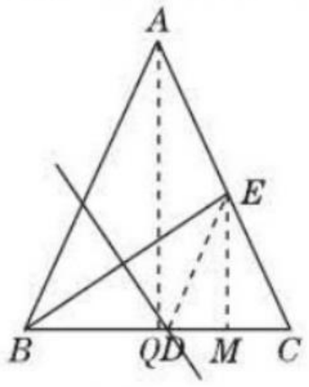
$\therefore \frac{EM}{MC} = \frac{AQ}{CQ} = y$, $BQ = CQ = 6$,

$\therefore AQ = 6y$,

$\because AQ \perp BC$, $EM \perp BC$, $\therefore AQ \parallel EM$,

$\because E$ 为 AC 中点, $\therefore CM = QM = \frac{1}{2}CQ = 3$, $\therefore EM = 3y$, $\therefore DM = 12 - 3 - x = 9 - x$,

在 $\mathrm{Rt}\triangle EDM$ 中,由勾股定理得 $x^2 = (3y)^2 + (9 - x)^2$,即 $2x - y^2 = 9$.



(第11题)

12. (1) **证明**:$\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90°$,

$\therefore \angle B = 45°$, $\therefore \angle COE = 2\angle B = 90°$,

$\because EF$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle FEO = 90°$,

$\therefore EF \parallel OC$,

$\because DE \parallel CF$,

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形.

(2) **解**:过点 G 作 $GN \perp BC$ 于点 N,如图.

$\therefore \triangle GNB$ 是等腰直角三角形,

$\therefore NB = GN$,

$\because$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形,

$\therefore \angle FCD = \angle FED$,

$\because \angle ACD + \angle GCB = \angle GCB + \angle CGN = 90°$,

$\therefore \angle CGN = \angle ACD$,

$\therefore \angle CGN = \angle DEF$,

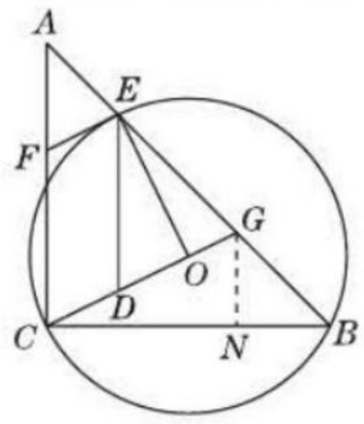
$\because \tan\angle DEF = 2$,

$\therefore \tan\angle CGN = \frac{CN}{GN} = 2$,

$\therefore CN = 2GN$,

$\therefore CN + BN = 2GN + GN = 3$,

$\therefore GN = 1$, $\therefore BG = \sqrt{2}GN = \sqrt{2}$.



(第12题)

7.2　正弦、余弦

第1课时　正弦、余弦的定义

1. A　**2.** C

3. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　**点拨**:如图,过点 D 作 $EF \perp l_1$,交 l_1 于 E,交 l_4 于 F,

$\because EF \perp l_1$, $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$,

$\therefore EF$ 和 l_2, l_3, l_4 的夹角都是 90°,

即 EF 与 l_2, l_3, l_4 都垂直,

$\therefore DE = 1$, $DF = 2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴ $\angle ADC=90°$，$AD=CD$，

∴ $\angle ADE+\angle CDF=90°$，

又∵ $\angle\alpha+\angle ADE=90°$，

∴ $\angle\alpha=\angle CDF$，

∵ $AD=CD$，$\angle AED=\angle DFC=90°$，

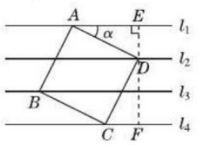
∴ $\triangle ADE\cong\triangle DCF$，∴ $DE=CF=1$，

∴ 在 Rt$\triangle CDF$ 中，

$CD=\sqrt{CF^2+DF^2}=\sqrt{5}$，

∴ $\sin\alpha=\sin\angle CDF=\dfrac{CF}{CD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故答案为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.



（第3题）

4. A　**5.** A　**6.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　**7.** D

8. $\dfrac{3}{5}$或$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$　**点拨：**①当斜边是8时，直角三角形的另一直角边是$\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$，

∴ 较小锐角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$；

②当两直角边是6和8时，由勾股定理得斜边为10，∴ 较小锐角的正弦值为$\dfrac{3}{5}$.

故该三角形中较小锐角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{7}}{4}$或$\dfrac{3}{5}$.

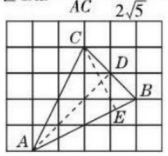
9. $\dfrac{4\sqrt{21}}{25}$或$\dfrac{\sqrt{39}}{8}$　**点拨：**对等腰三角形分类讨论，分$AC=5$和$AC=4$两种情况计算.

10. **解：**如图，作$AD\perp BC$于D，$CE\perp AB$于E.

由勾股定理得$AB=AC=2\sqrt{5}$，$BC=2\sqrt{2}$，$AD=3\sqrt{2}$.

由$BC\cdot AD=AB\cdot CE$，得$CE=\dfrac{BC\cdot AD}{AB}=\dfrac{2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.

∴ $\sin\angle CAB=\dfrac{CE}{AC}=\dfrac{\frac{6\sqrt{5}}{5}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3}{5}$.



（第10题）

11. **解：**设$AE=x$，则$BE=3x$，$BC=4x$，$AM=2x$，$CD=4x$，

∴ $EC=\sqrt{(3x)^2+(4x)^2}=5x$，$EM=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{5}x$，$CM=\sqrt{(2x)^2+(4x)^2}=2\sqrt{5}x$，

∴ $EM^2+CM^2=CE^2$，∴ $\triangle CEM$是直角三角形，且$\angle CME=90°$，

∴ $\cos\angle CEM=\dfrac{EM}{CE}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

12. **解：**∵ $DH/\!/AB$，

∴ $\angle BHD=\angle ABC=90°$，

$\triangle ABC\backsim\triangle DHC$，∴ $\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{BC}{CH}=3$，

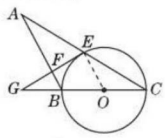
∴ $CH=1$，$BH=BC+CH=4$，

在Rt$\triangle BHD$中，$\cos\angle HBD=\dfrac{BH}{BD}$，

∴ $BD\cdot\cos\angle HBD=BH=4$.

13. （1）**证明：**如图，连接EO，则$OE=OC$，

∴ $\angle EOG=2\angle C$，



（第13题）

∵ $\angle ABG=2\angle C$，∴ $\angle EOG=\angle ABG$，

∴ $AB/\!/EO$，

∵ $EF\perp AB$，∴ $EF\perp OE$，

又∵ OE是$\odot O$的半径，∴ EF是$\odot O$的切线；

（2）**解：**∵ $\angle ABG=2\angle C$，$\angle ABG=\angle C+\angle A$，

∴ $\angle A=\angle C$，∴ $BA=BC=6$，

在Rt$\triangle OEG$中，∵ $\sin\angle EGO=\dfrac{OE}{OG}$，

∴ $OG=\dfrac{OE}{\sin\angle EGO}=\dfrac{3}{\frac{3}{5}}=5$，∴ $BG=OG-OB=2$，

在Rt$\triangle FGB$中，∵ $\sin\angle EGO=\dfrac{BF}{BG}$，

∴ $BF=BG\sin\angle EGO=2\times\dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{5}$，

则$AF=AB-BF=6-\dfrac{6}{5}=\dfrac{24}{5}$.

第2课时　正弦、余弦的计算及应用

1. C　**2.** D　**3.** 10　**4.** $\dfrac{16}{3}$

5. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　**点拨：**连接AF，如图所示.

∵ 四边形$ABCD$是矩形，

∴ $\angle B=\angle C=90°$，$CD=AB=2$，$BC=AD=3$，

∵ $FC=2BF$，∴ $BF=1$，$FC=2$，

∴ $AB=FC$，∵ E是CD的中点，

∴ $CE=\dfrac{1}{2}CD=1$，∴ $BF=CE$，

在$\triangle ABF$和$\triangle FCE$中，$\begin{cases}AB=FC,\\ \angle B=\angle C,\\ BF=CE,\end{cases}$

∴ $\triangle ABF\cong\triangle FCE(SAS)$，

∴ $\angle BAF=\angle CFE$，$AF=FE$，

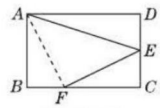
∵ $\angle BAF+\angle AFB=90°$，

∴ $\angle CFE+\angle AFB=90°$，

∴ $\angle AFE=180°-90°=90°$，

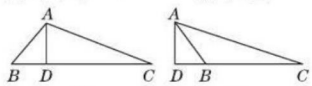
设$AF=FE=a$，则由勾股定理得$AE=\sqrt{2}a$，

∴ $\cos\angle AEF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.



（第5题）

6. **解：**（1）当$\angle BAC>90°$时，如图①，



（第6题）

∵ 在Rt$\triangle ABD$中，$AD=4$，$AB=5$，

∴ $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=3$，

∴ $CD=BC-BD=10$，∴ 在Rt$\triangle ACD$中，$AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=2\sqrt{29}$，

∴ $\sin C=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$.

（2）当$\angle BAC<90°$时，如图②，

∵ 在Rt$\triangle ABD$中，$AD=4$，$AB=5$，

∴ $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=3$，

∴ $CD=BC+BD=16$，

∴ 在Rt$\triangle ACD$中，$AC=\sqrt{CD^2+AD^2}=4\sqrt{17}$，

∴ $\sin C=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$.

7. （1）**证明：**∵ $\tan A=\dfrac{CD}{AD}$，$\cos\angle BCD=\dfrac{CD}{BC}$，$\tan A=2\cos\angle BCD$，

∴ $\dfrac{CD}{AD}=2\times\dfrac{CD}{BC}$，

∴ $BC=2AD$.

（2）**解：**∵ $\cos B=\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{3}{4}$，$BC=2AD$，

∴ $\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{3}{2}$，

∵ $AB=10$，

∴ $AD=\dfrac{2}{5}\times10=4$，$BD=10-4=6$，

∴ $BC=8$，

∴ $CD=\sqrt{BC^2-BD^2}=2\sqrt{7}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 解:(1)补全图形如图所示.

由题意可知 $BC=AB$,$DC=AB$,

∵ 在△ABD 中,$\angle ABD=\angle ADB$,

∴ $AB=AD$,

∴ $BC=DC=AD=AB$,

∴ 四边形 $ABCD$ 为菱形,∴ $AC\perp BD$,

∴ $\angle AOB=90°$.

(2)∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

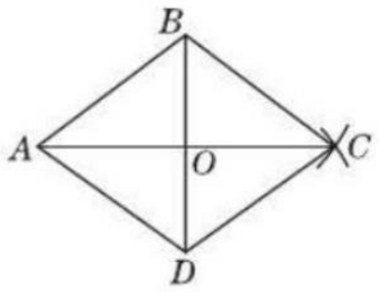
∴ $OB=OD$.

在 Rt△ABO 中,$\angle AOB=90°$,$AB=5$,

$\cos\angle ABD=\frac{3}{5}$,

∴ $OB=AB\cdot\cos\angle ABD=3$,

∴ $BD=2OB=6$.



(第8题)

9. 解:∵ 在直角△ABD 中,$\tan\angle BAD=\frac{BD}{AD}=\frac{3}{4}$,

∴ $BD=AD\cdot\tan\angle BAD=12\times\frac{3}{4}=9$,

∴ $CD=BC-BD=14-9=5$,

∴ $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$,

∴ $\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{12}{13}$.

10. (1)**证明**:连接 OF,如图①所示. 则 $\angle OAF=\angle OFA$.

∵ ME 与⊙O 相切,∴ $OF\perp ME$.

∵ $CD\perp AB$,∴ $\angle M+\angle FOH=180°$.

∵ $\angle BOF=\angle OAF+\angle OFA=2\angle OAF$,$\angle FOH+\angle BOF=180°$,

∴ $\angle M=2\angle OAF$.

∵ $ME/\!/AC$,∴ $\angle M=\angle C=2\angle OAF$.

∵ $CD\perp AB$,∴ $\angle ANC+\angle OAF=\angle BAC+\angle C=90°$,

∴ $\angle ANC=90°-\angle OAF$,$\angle BAC=90°-\angle C=90°-2\angle OAF$,

∴ $\angle CAN=\angle OAF+\angle BAC=90°-\angle OAF=\angle ANC$,∴ $CA=CN$.

(2)**解**:连接 OC,如图②所示.

∵ $\cos\angle DFA=\frac{4}{5}$,$\angle DFA=\angle ACH$,

∴ $\frac{CH}{AC}=\frac{4}{5}$.

设 $CH=4a$,$AC=5a$,则 $AH=3a$,

∵ $CA=CN$,

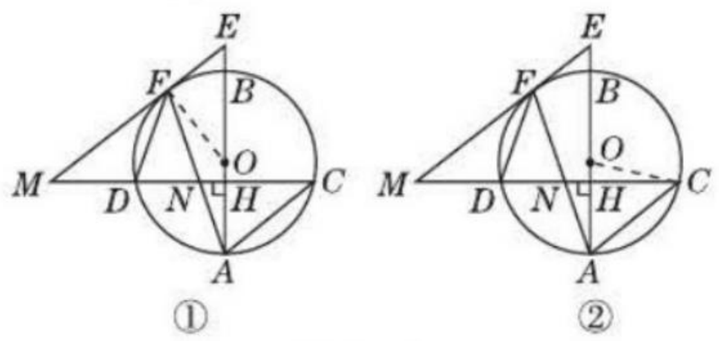
∴ $NH=a$,

∴ $AN=\sqrt{AH^2+NH^2}=\sqrt{(3a)^2+a^2}=\sqrt{10}a=2\sqrt{10}$,

∴ $a=2$,$AH=3a=6$,$CH=4a=8$.

设圆 O 的半径为 r,则 $OH=r-6$,

在 Rt△OCH 中,$OC=r$,$CH=8$,$OH=r-6$,$OC^2=CH^2+OH^2$,∴ $r^2=8^2+(r-6)^2$,解得 $r=\frac{25}{3}$,∴ 圆 O 的直径为 $2r=\frac{50}{3}$.



(第10题)

7.3 特殊角的三角函数

1. C **2.** B **3.** B **4.** C **5.** B **6.** C

7. C

8. 60° **点拨**:连接 OM,OM 的反向延长线交 EF 于点 C,如图,

∵ 直线 MN 与⊙O 相切于点 M,

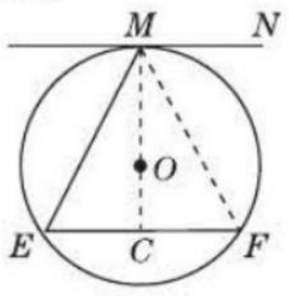
∴ $OM\perp MN$,

∵ $EF/\!/MN$,∴ $MC\perp EF$,∴ $CE=CF$,

∴ $ME=MF$,

而 $ME=EF$,∴ $ME=EF=MF$,

∴ △MEF 为等边三角形,∴ $\angle E=60°$,故答案为 60°.



(第8题)

9. **错解**:在 △ABC 中,∵ $\frac{BC}{AB}=\sin A$,∴ $BC=AB\cdot\sin A=2\sin 60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

诊断:错解忽略了锐角三角函数使用的前提条件是在直角三角形中. 本题中没有明确指出△ABC 是直角三角形,因此,不能直接得到$\frac{BC}{AB}=\sin A$,必须通过添加辅助线,构造出直角三角形,再利用三角函数的定义来解决.

正解:过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D,

在 Rt△ADC 中,∵ $\cos A=\frac{AD}{AC}$,$\sin A=\frac{CD}{AC}$,

∴ $AD=AC\cdot\cos A=1\times\cos 60°=\frac{1}{2}$,

$CD=AC\cdot\sin A=1\times\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 Rt△BDC 中,$BD=AB-AD=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,

∴ $BC=\sqrt{BD^2+CD^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{12}{4}}=\sqrt{3}$.

10. 解:原式 $=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\sqrt{2}-\sqrt{3}$.

11. 解:(1)当 $BC=\sqrt{2}$ 时,∵ $AB=AC=1$,∴ $AB^2+AC^2=BC^2$. ∴ $\angle BAC=90°$.

∴ $\angle B=\angle C=45°$.

(2)过点 A 作 $AD\perp BC$,垂足为 D.

∵ $AB=AC$,$AD\perp BC$,∴ $\angle B=\angle C$,$BD=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{3}}{2}$. ∴ $\cos B=\frac{BD}{AB}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

∴ $\angle B=30°$. ∴ $\angle C=\angle B=30°$.

∴ $\angle BAC=120°$.

12. 解:∵ $\angle BDC=45°$,$\angle C=90°$,

∴ △BCD 为等腰直角三角形,

∴ $BC=CD$.

∵ $BD=10\sqrt{2}$,∴ $BC=10$.

又∵ $AB=20$,∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$. ∴ $\angle A=30°$.

13. 解:(1)$\cos 15°=\cos 45°\cos 30°+\sin 45°\sin 30°=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$;

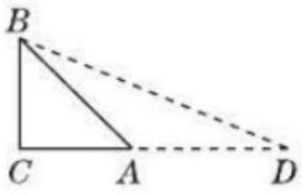
(2)$\tan 15°=\frac{\sin 15°}{\cos 15°}=\frac{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}{\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}}=2-\sqrt{3}$.

14. 解:在 Rt△ABC 中,$BC=2$,$\angle A=30°$,$AC=\frac{BC}{\tan A}=2\sqrt{3}$,则 $EF=AC=2\sqrt{3}$,

∵ $\angle E=45°$,∴ $FC=EF\cdot\sin E=\sqrt{6}$,

∴ $AF=AC-FC=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$.

15. 解:如图,在 Rt△ABC 中,使 $\angle BAC=45°$,$AB=\sqrt{2}$,$AC=BC=1$,延长 CA 到点 D,使 $AD=AB$,连接 BD,则可知 $\angle D=22.5°$,且 $CD=CA+AD=1+\sqrt{2}$,∵ 在 Rt△BCD 中,$\tan\angle D=\frac{BC}{CD}=\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$,∴ $\tan 22.5°=\sqrt{2}-1$.



(第15题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7.4 由三角函数值求锐角

1. B **2.** $\frac{1}{2}$ **3.** ②③④

4. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **点拨：**∵ $\sqrt{2}+1$ 是方程 $x^2-(3\tan\theta)x+\sqrt{2}=0$ 的一个根，∴ $x=\sqrt{2}+1$ 满足方程 $x^2-(3\tan\theta)x+\sqrt{2}=0$，

∴ $(\sqrt{2}+1)^2-(3\tan\theta)(\sqrt{2}+1)+\sqrt{2}=0$，解得，$\tan\theta=1$. ∵ θ 是锐角，

∴ $\theta=45°$，∴ $\cos\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，故答案是$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

5. 30° **6.** B **7.** B

8. 错解：解 $2x^2-5x+2=0$ 得 $x_1=\frac{1}{2}$，

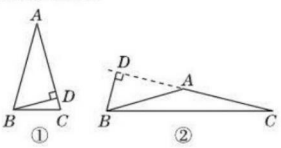
$x_2=2$，所以 $\sin A=\frac{1}{2}$或 $\sin A=2$.

错解分析：因为 $\angle A$ 为锐角，所以 $0<\sin A<1$.

正解：解 $2x^2-5x+2=0$ 得 $x_1=\frac{1}{2}$，

$x_2=2$，因为 $\angle A$ 为锐角，所以 $0<\sin A<1$，所以 $\sin A=\frac{1}{2}$.

9. C **点拨：**当该三角形的高在三角形内部时，如图①，



（第9题）

∵ $\sin A=\frac{BD}{AB}=\frac{1}{2}$，

∴ $\angle A=30°$，即△ABC 的顶角为30°；当该三角形的高在三角形外部时，如图②，

在 Rt△ABD 中，∵ $\sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}=\frac{1}{2}$，∴ $\angle BAD=30°$，∴ $\angle BAC=150°$，

即△ABC 的顶角为150°.

综上可知，该三角形的顶角为30°或150°，故选C.

10. 解：(1) 如图，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E，

∵ $\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ 在 Rt△ACE 中，$CE=AC\cdot\cos C=1$，∴ $AE=CE=1$.

在 Rt△ABE 中，$\tan B=\frac{1}{3}$，即$\frac{AE}{BE}=\frac{1}{3}$，∴ $BE=3AE=3$，

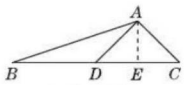
∴ $BC=BE+CE=4$.

(2) ∵ AD 是△ABC 的中线，∴ $CD=\frac{1}{2}BC=2$，∴ $DE=CD-CE=1$，

∴ $DE=AE$.

∵ $AE\perp BC$，∴ $\angle ADC=45°$，

∴ $\sin\angle ADC=\frac{\sqrt{2}}{2}$.



（第10题）

11. (1) **证明：**如图，连接 OC，OE，

∵ $OA=OC$，

∴ $\angle A=\angle 1$.

∵ $AO=OB$，E 为 BD 的中点，

∴ $OE\parallel AD$，

∴ $\angle 1=\angle 2$，$\angle A=\angle 3$，∴ $\angle 2=\angle 3$.

在△COE 与△BOE 中，$\begin{cases}OC=OB,\\ \angle 2=\angle 3,\\ OE=OE,\end{cases}$

∴ △COE ≌ △BOE，∴ $\angle OCE=\angle ABD=90°$，∴ CE 是⊙O 的切线.

(2) **解：**∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB=90°$，∴ $\angle BCD=90°$，$\angle A+\angle ABC=90°$.

∵ $AB\perp BD$，∴ $\angle ABD=\angle ABC+\angle CBD=90°$.

∴ $\angle A=\angle CBD$，

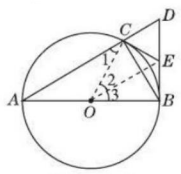
∴ △ABC∽△BDC，

∴ $\frac{BC}{AC}=\frac{CD}{BC}$，∴ $BC^2=AC\cdot CD$.

∵ $AC=3CD$，∴ $BC^2=\frac{1}{3}AC^2$，

∴ $BC=\frac{\sqrt{3}}{3}AC$，

∴ $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴ $\angle A=30°$.



（第11题）

12. 解：(1) 由题意得，$\sin120°=\sin(180°-60°)=\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\cos120°=\cos(180°-60°)=-\cos60°=-\frac{1}{2}$，$\sin135°=\sin(180°-45°)=\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(2) ∵ 三角形的三个内角的比是1∶1∶4，∴ 三个内角分别为30°，30°，120°.

①当 $\angle A=30°$，$\angle B=120°$ 时，方程的两根为$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，

将 $x=\frac{1}{2}$ 代入方程得 $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-m\times\frac{1}{2}-1=0$，解得 $m=0$，

经检验，$x=-\frac{1}{2}$ 是方程 $4x^2-1=0$ 的根，∴ $m=0$ 符合题意；

②当 $\angle A=120°$，$\angle B=30°$ 时，两根为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，不符合题意；

③当 $\angle A=30°$，$\angle B=30°$ 时，两根为$\frac{1}{2}$，$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

将 $x=\frac{1}{2}$ 代入方程得 $4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-m\times\frac{1}{2}-1=0$，

解得 $m=0$，

经检验，$x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 不是方程 $4x^2-1=0$ 的根.

综上所述，$m=0$，$\angle A=30°$，$\angle B=120°$.

7.5 解直角三角形

第1课时 解直角三角形(1)

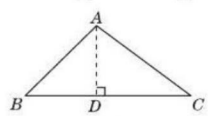
1. (1) 6；45°；45° (2) 60°；30°；8

2. B

3. (1) 30°；$\sqrt{6}$；$2\sqrt{2}$ (2) 45°；$\sqrt{2}$；$\sqrt{2}$

4. D **5.** 24

6. A **点拨：**如图，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D. 因为 $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\angle B=45°$，所以 $AD=BD$，因为 $\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$，所以$\frac{AD}{5}=\frac{3}{5}$，所以 $AD=BD=3$，所以 $DC=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，所以 $BC=BD+DC=7$，所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times7\times3=\frac{21}{2}$.



（第6题）

7. B **点拨：**∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形，对角线 $AC=8$ cm，$BD=6$ cm，

∴ $AO=4$ cm，$BO=3$ cm. 在 Rt△AOB 中，$AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=5$(cm).

∵ $\frac{1}{2}BD\times AC=AB\times DH$，

∴ $DH=\frac{24}{5}$cm. 在 Rt△DHB 中，$BH=\sqrt{BD^2-DH^2}=\frac{18}{5}$(cm)，则 $AH=AB$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$-BH=\frac{7}{5}$(cm). ∵ $\tan\angle HAG=\frac{GH}{AH}=\frac{OB}{AO}=\frac{3}{4}$, ∴ $GH=\frac{3}{4}AH=\frac{21}{20}$(cm). 故选 B.

8. **解**:(1)如图①,当$\angle BAC$是钝角时,过点A作$AD\perp BC$,垂足为点D. 在Rt△ABD中,∵ $\angle B=30°$,

∴ $\angle BAD=60°$, $AD=AB\cdot\sin30°=1$.

在Rt△ACD中, $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}=1$,

∴ $\angle CAD=45°$,

∴ $\angle BAC=\angle BAD+\angle CAD=60°+45°=105°$.

(2)如图②,当$\angle BAC$是锐角时,过点A作$AD\perp BC$,交BC的延长线于点D. ∵ $\angle B=30°$, ∴ $AD=AB\cdot\sin30°=1$, $\angle BAD=60°$.

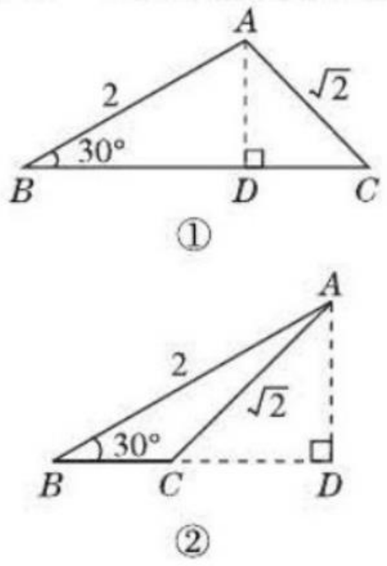
∴ $CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-1^2}=1$,

∴ $\angle DAC=45°$,

∴ $\angle BAC=\angle BAD-\angle DAC=60°-45°=15°$.

综上所述,$\angle BAC$的度数为105°或15°.

常见错解:解题时只考虑了一种情况($\angle BAC$为钝角或$\angle BAC$为锐角),而忽略了另一种情况,从而造成漏解.



(第8题)

9. **解**:如图,

由题意知$AC=6\sqrt{2}$, $BC=2\sqrt{6}$,

则$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$,

∵ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{2\sqrt{6}}{4\sqrt{6}}=\frac{1}{2}$,

∴ $\angle A=30°$,

则$\angle B=90°-\angle A=60°$.



(第9题)

10. **解**:∵ $\angle B=60°$,

∴ $\angle A=90°-\angle B=30°$.

∵ $\tan B=\frac{b}{a}$,

∴ $a=\frac{b}{\tan B}=\frac{10}{\tan60°}=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

∵ $\sin B=\frac{b}{c}$,

∴ $c=\frac{b}{\sin B}=\frac{b}{\sin60°}=\frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$.

点拨:已知一个锐角时,可以先根据直角三角形的两锐角互余来计算另一个锐角的度数. 已知一个锐角及对边,常通过正切和正弦来解直角三角形.

11. (1) **证明**:由题意可知$\tan B=\cos\angle DAC$, ∴ $\frac{AD}{BD}=\frac{AD}{AC}$,

∴ $BD=AC$.

(2) **解**:由$\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{12}{13}$,可设$AD=12x$, $AC=BD=13x$, $x>0$,由勾股定理可得$DC=5x$. ∵ $BC=34$, ∴ $BD+DC=18x=34$,则$x=\frac{17}{9}$, ∴ $AD=12\times\frac{17}{9}=\frac{68}{3}$.

12. **解**:(1)如图①,作$BH\perp AC$,垂足为H.

在Rt△BHC中, $\sin C=\frac{BH}{BC}=\frac{1}{2}$,即$BC=2BH$.

在Rt△BHA中, $\sin A=\frac{BH}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,即$AB=\sqrt{2}BH$.

∴ $\text{thi}A=\frac{BC}{AB}=\sqrt{2}$.

(2)∵ $\text{thi}A=\sqrt{3}$, ∴ $\frac{BC}{AB}=\sqrt{3}$,

当$\angle BAC$为锐角时,过点B作$BD\perp AC$于点D,如图②.

∵ $\angle C=30°$, ∴ $BD=\frac{1}{2}BC$,

∴ $\sin A=\frac{BD}{AB}=\frac{BC}{2AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $\angle A=60°$.

当$\angle BAC$为钝角时,过点B作$BD\perp CA$交CA延长线于点D,如图③. 设$AB=a$,则$BC=\sqrt{3}a$, ∵ $\angle C=30°$,

∴ $BD=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, ∴ $\sin\angle BAD=\frac{BD}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

∴ $\angle BAD=60°$, ∴ $\angle BAC=120°$. 故$\angle A$的度数为60°或120°.

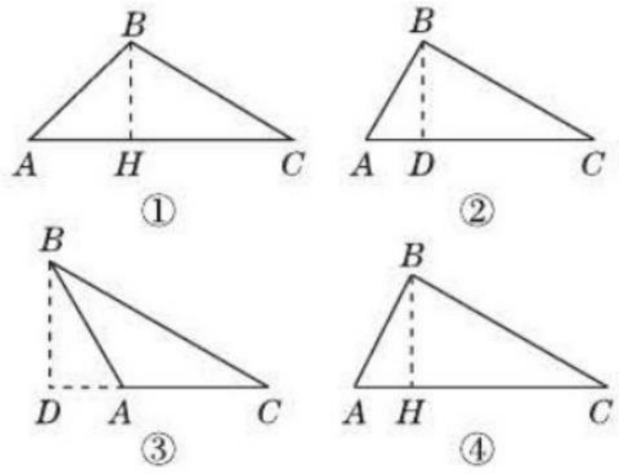
(3)如图④,作$BH\perp AC$于点H. 在△ABC中, $\text{thi}A=\frac{BC}{AB}$.

在Rt△BHA中, $\sin A=\frac{BH}{AB}$.

在Rt△BHC中, $\sin C=\frac{BH}{BC}=\frac{1}{2}$,

即$BC=2BH$.

∴ $\text{thi}A=2\sin A$.



(第12题)

13. **解**:如图,作$BD\perp l$于点D,

在Rt△CBD中, $\angle CDB=90°$, $BC=13$,

∴ $\cos C=\cos\alpha=\frac{5}{13}$,

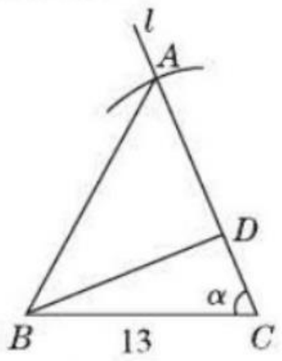
∴ $CD=BC\cdot\cos C=13\times\frac{5}{13}=5$,

$BD=\sqrt{BC^2-CD^2}=12$,

在Rt△ABD中, $BD=12$, $\sin\angle BAC=\frac{4}{5}$, ∴ $\tan\angle BAC=\frac{4}{3}$,

∴ $AB=\frac{BD}{\sin\angle BAC}=15$, $AD=\frac{BD}{\tan\angle BAC}=9$,

以点D为圆心,9为半径作弧与l交于点A,连接AB.



(第13题)

14. **解**:(1)由$\angle ACB=90°$, $CE\perp BD$,得$\angle ACE=\angle CBD$.

在△BCD中, $BC=3$, $CD=\frac{1}{2}AC=2$, $\angle BCD=90°$,则$\tan\angle CBD=\frac{2}{3}$,即$\tan\angle ACE=\frac{2}{3}$.

(2)过A作AC的垂线交CE的延长线于P,如图,

则在△CAP中, $CA=4$, $\angle CAP=90°$, $\tan\angle ACP=\frac{2}{3}$,

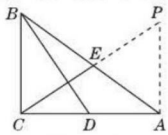
得$AP=4\times\frac{2}{3}=\frac{8}{3}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又$\angle ACB=90°$，$\angle CAP=90°$，

$\therefore BC/\!/AP$，则$\triangle APE\backsim\triangle BCE$，

$\therefore AE:EB=AP:BC=8:9$.



（第14题）

15. 解：(1)$\because$ 在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，

$\angle BAE=30°$，

$\therefore BE=\frac{1}{2}AE=\frac{1}{2}\times80=40$(米).

(2)$\because$ 在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，$\angle BAE=30°$，

$\therefore\angle AEB=90°-30°=60°$，

$\therefore\angle CED=\angle AEB=60°$，

$\therefore$ 在$\mathrm{Rt}\triangle CDE$中，$DE=\frac{CD}{\sin\angle CED}=\frac{34}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\approx40$(米)，

则$BD=DE+BE\approx40+40=80$(米).

16. 解：(1)$\because AB=AC=6$，$\cos B=\frac{2}{3}$，AH是$\triangle ABC$的高，$\therefore BH=CH=4$，

$\therefore BC=2BH=8$，$AH=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$，$\therefore\triangle ABC$的面积是：$\frac{BC\cdot AH}{2}=\frac{8\times2\sqrt{5}}{2}=8\sqrt{5}$.

(2)作$DF\perp BC$于点F，如图.

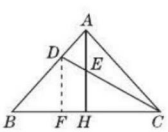
$\because DF\perp BH$，$AH\perp BH$，$\therefore DF/\!/AH$，

$\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{HF}{HB}$，$\frac{CE}{DE}=\frac{CH}{HF}$，

$\because AD:DB=1:2$，$\therefore AD:AB=1:3$，

$\therefore\frac{HF}{HB}=\frac{1}{3}$. $\because BH=CH$，

$\therefore\frac{CE}{DE}=\frac{CH}{HF}=\frac{BH}{HF}=\frac{3}{1}$，即$CE:DE=3:1$.



（第16题）

第2课时　解直角三角形(2)

1. A　**2.** A

3. D　**点拨**：在$\mathrm{Rt}\triangle AED$中，

$\because\sin A=\frac{DE}{AD}=\frac{3}{5}$，$\therefore$可以假设$AD=15k$，$DE=9k$，则$AE=12k$.

$\because AD:DB=3:2$，$\therefore DB=10k$.

$\because DE/\!/BC$，

$\therefore\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，$\because\frac{9k}{BC}=\frac{15k}{25k}=\frac{12k}{AC}$，

$\therefore BC=15k$，$AC=20k$，

$\therefore EC=AC-AE=8k$，

$\therefore\tan\angle CEB=\frac{BC}{CE}=\frac{15}{8}$，故选D.

4. $8+8\sqrt{2}$　**5.** C　**6.** D

7. D　**点拨**：作$AM\perp BC$于M，$DN\perp EF$交FE的延长线于N，如图，

在$\mathrm{Rt}\triangle ABM$中，$\because\sin\angle B=\frac{AM}{AB}$，

$\therefore AM=3\sin50°$，

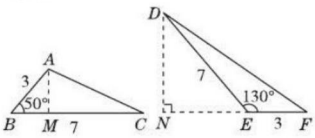
$\therefore S_1=\frac{1}{2}BC\cdot AM=\frac{1}{2}\times7\times3\sin50°=\frac{21}{2}\sin50°$.

在$\mathrm{Rt}\triangle DEN$中，

$\angle DEN=180°-130°=50°$，

$\because\sin\angle DEN=\frac{DN}{DE}$，$\therefore DN=7\sin50°$，

$\therefore S_2=\frac{1}{2}EF\cdot DN=\frac{1}{2}\times3\times7\sin50°=\frac{21}{2}\sin50°$，$\therefore S_1=S_2$. 故选D.



（第7题）

8. 9

9. 60°　**点拨**：连接OB，OC，过点O作$OD\perp BC$于点D，如图，$\because OB=OC$，

$\therefore BD=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle OBD$中，$OB=OA=2$，$BD=\sqrt{3}$，

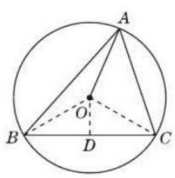
$\therefore\cos\angle OBD=\frac{BD}{OB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore\angle OBD=30°$.

$\because OB=OC$，$\therefore\angle OCB=30°$，

$\therefore\angle BOC=120°$，

$\therefore\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=60°$. 故答案为60°.



（第9题）

10. 错解：1.53

正解：1.53或1.97

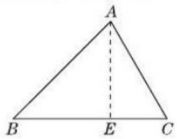
11. 解：作$AE\perp BC$于E，如图，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACE$中，$\because\angle C=60°$，$\therefore CE=\frac{1}{2}AC=10$，$\therefore AE=\sqrt{3}CE=10\sqrt{3}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABE$中，$\because\angle B=45°$，

$\therefore BE=AE=10\sqrt{3}$，

$\therefore BC=BE+CE=10\sqrt{3}+10$.



（第11题）

12. 解：(1)在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$与$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，

$\because\angle ABC+\angle CAD=90°$，$\angle ACD+\angle CAD=90°$，

$\therefore\angle ABC=\angle ACD$，

$\therefore\cos\angle ABC=\cos\angle ACD=\frac{4}{5}$.

(2)在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\cos\angle ABC=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$，令$BC=4k$，$AB=5k$，则$AC=3k$，

由$BE:AB=3:5$，知$BE=3k$，则$CE=k$，且$CE=\sqrt{2}$，则$k=\sqrt{2}$，则$AC=3\sqrt{2}$.

13. 解：(1)②③

(2)方案一：选②，如图，$\tan\angle ACB=\frac{12}{5}$.

作$AD\perp BC$于D，

则$\angle ADB=\angle ADC=90°$.

在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，$\because\angle ADB=90°$，

$\therefore AD=AB\cdot\sin B\approx12$，$BD=AB\cdot\cos B\approx16$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，$\because\angle ADC=90°$，

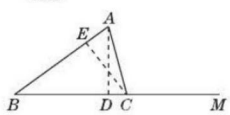
$\therefore CD=\frac{AD}{\tan\angle ACB}\approx5$，$\therefore BC=BD+CD\approx21$.

方案二：选③，如图，$\triangle ABC$的面积为126. 作$CE\perp AB$于E，则$\angle BEC=90°$，

由$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot CE$得$CE=12.6$，

在$\mathrm{Rt}\triangle BEC$中，$\because\angle BEC=90°$，

$\therefore BC=\frac{CE}{\sin B}\approx21$.



（第13题）

14. 解：在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，

$\because\tan\angle ADB=\frac{AB}{AD}=\frac{3}{4}$，$\therefore AD=\frac{4}{3}\times6=8$，$\therefore BD=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

$\therefore\sin D=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

$\because$点C为斜边BD的中点，

$\therefore AC=BC=CD$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \angle CAD = \angle D$,

$\therefore \sin\angle CAD = \sin D = \frac{3}{5}$.

在 Rt$\triangle APE$ 中,$\sin\angle EAP = \frac{PE}{AP} = \frac{3}{5}$,

$\therefore PE = \frac{3}{5}AP$,

在 Rt$\triangle DPF$ 中,$\sin D = \frac{PF}{PD} = \frac{3}{5}$,

$\therefore PF = \frac{3}{5}PD$,

$\therefore PE + PF = \frac{3}{5}(AP + PD) = \frac{3}{5}AD = \frac{3}{5}\times 8 = \frac{24}{5}$.

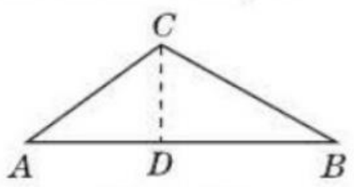
15. 解:如图,过点 C 作 $CD\perp AB$ 于点 D,

在 Rt$\triangle BCD$ 中,$\because \angle B = 30°$,$BC = 12$,$\therefore CD = BC\times\sin30° = 6$,$BD = BC\times\cos30° = 6\sqrt{3}$,

在 Rt$\triangle ACD$ 中,$\because \tan A = \frac{CD}{AD} = \frac{3}{4}$,

$\therefore AD = 8$,$\therefore AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$\therefore AB = AD + BD = 8 + 6\sqrt{3}$.



(第 15 题)

16. 解:(1)过 A 作 $AD\perp BC$,交 BC 的延长线于点 D,如图所示.

在 Rt$\triangle ADC$ 中,$AC = 4$,$\because \angle ACB = 150°$,$\therefore \angle ACD = 30°$,

$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 2$,

$CD = AC\cdot\cos30° = 4\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中,$\tan B = \frac{AD}{BD} = \frac{2}{BD} = \frac{1}{8}$,$\therefore BD = 16$,

$\therefore BC = BD - CD = 16 - 2\sqrt{3}$.

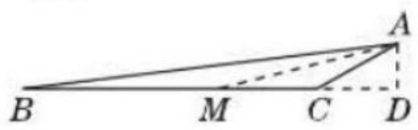
(2)在 BC 边上取一点 M,使得 $CM = AC$,连接 AM,如图所示.

由(1)知 $AD = 2$,$CD = 2\sqrt{3}$,$\therefore MD = MC + CD = AC + CD = 4 + 2\sqrt{3}$.

$\because \angle ACB = 150°$,

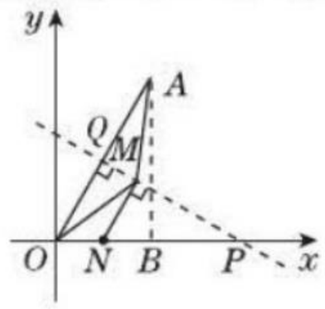
$\therefore \angle AMC = \angle MAC = 15°$,

$\therefore \tan15° = \tan\angle AMD = \frac{AD}{MD} = \frac{2}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3} \approx 0.27 \approx 0.3$.



(第 16 题)

17. 解:如图,过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于 B,



(第 17 题)

则 $OB = 2$,$AB = 2\sqrt{3}$,$\therefore OA = \sqrt{OB^2 + AB^2} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$.

$\because \cos\angle AOB = \frac{OB}{OA} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,

$\therefore \angle AOB = 60°$.

作 AO 的中垂线交 x 轴于点 P,交 OA 于点 Q,则 $OQ = AQ = 2$,$\therefore OP = \frac{OQ}{\cos\angle AOB} = 4$.

$\because N(1,0)$,$\therefore ON = 1$,$\therefore PN = 3$.

$\because MO = MA$,

$\therefore$ 点 M 在 PQ 上.

当 $MN\perp PQ$ 时,MN 最小,$\because PQ\perp OA$,$PQ\perp MN$,$\therefore OQ\parallel MN$,

$\therefore \triangle PMN\backsim\triangle PQO$,

$\therefore \frac{PN}{PO} = \frac{MN}{QO}$,即 $\frac{3}{4} = \frac{MN}{2}$,解得 $MN = \frac{3}{2}$,故 MN 的最小值为 $\frac{3}{2}$.

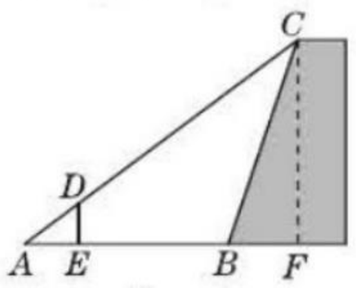
7.6 用锐角三角函数解决问题

第 1 课时 用三角函数解决坡角问题

1. A **2.** C **3.** A

4. 25 **5.** 210 **6.** 12 **7.** $4\sqrt{3}$ 米

8. B 点拨:如图,过 C 作 $CF\perp AB$,交 AB 的延长线于 F,则 $DE\parallel CF$,



(第 8 题)

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CF}$,即 $\frac{1}{5} = \frac{0.6}{CF}$,解得 $CF = 3$ m,$\therefore$ 在 Rt$\triangle ACF$ 中,$AF = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$(m).

又$\because AB = 3$ m,$\therefore BF = 4 - 3 = 1$(m),

$\therefore$ 石坝的坡度为 $\frac{CF}{BF} = \frac{3}{1} = 3$,故选 B.

【总结】在解决坡度的有关问题中,一般通过作高构成直角三角形,坡角即是一锐角,坡度实际就是一锐角的正切值,水平宽度或铅直高度都是直角边,实质也是解直角三角形问题.

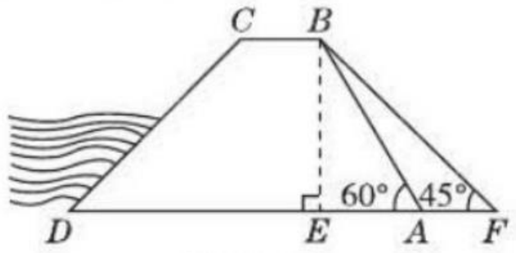
9. 解:在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\because \angle ACB = 90°$,

$\therefore BC = AB\cdot\sin\angle BAC \approx 12\times 0.515 \approx 6.2$(米).

即大厅两层之间的距离 BC 的长约为 6.2 米.

10. 解:如图,过点 B 作 $BE\perp DF$ 于点 E.

在 Rt$\triangle ABE$ 中,$AB = 20\sqrt{3}$ m,$\angle BAE = 60°$,



(第 10 题)

$\therefore BE = AB\cdot\sin60° = 20\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 30$(m),$AE = AB\cdot\cos60° = 20\sqrt{3}\times\frac{1}{2} = 10\sqrt{3}$(m).

在 Rt$\triangle BEF$ 中,$BE = 30$ m,$\angle F = 45°$,

$\therefore EF = BE = 30$ m.

$\therefore AF = EF - AE = (30 - 10\sqrt{3})$ m,

即 AF 的长为 $(30 - 10\sqrt{3})$ m.

11. 解:(1)如图,连接 AD,作 $GD\perp AD$,交 AC 于点 G,

$\because \angle ACB = 21.5°$,$AD\parallel BC$,

$\therefore \angle DAG = 21.5°$,

$\therefore DG = \tan21.5°\times 5 \approx 0.40\times 5 = 2$(米) < 2.4 米,

$\therefore$ 会碰到头部.

(2)$\because AB = 8$ 米,$\therefore CB = \frac{AB}{\tan21.5°} \approx 20$ 米,

如图,过点 M 作 $ME\perp AB$,垂足为点 E,过点 N 作 $NF\perp CB$,垂足为点 F,

设 $FN = x$ 米,则 $AE = (8 - x)$ 米,

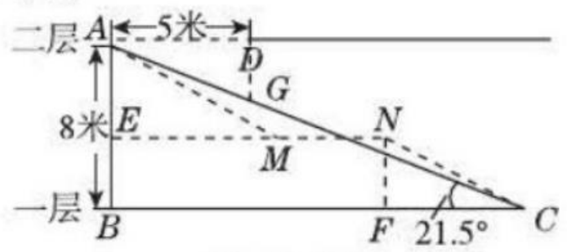
$\because AM$ 段和 NC 段的坡度 $i = 1:2$,

$\therefore EM = 2(8 - x) = (16 - 2x)$ 米,

$CF = 2x$ 米,

$\therefore EM + CF = 16 - 2x + 2x = 16$(米),

$\therefore MN = BC - (EM + CF) \approx 20 - 16 = 4$(米).



(第 11 题)

12. 解:由题意得,$AH = 10$ 米,$BC = 10$ 米,

在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle CAB = 45°$,$\therefore AB = BC = 10$ 米.

在 Rt$\triangle DBC$ 中,$\angle CDB = 30°$,

$\because \tan\angle CDB = \frac{BC}{DB}$,

$\therefore DB = \frac{BC}{\tan\angle CDB} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 10\sqrt{3}$(米),

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore DH = AH - AD = AH - (DB - AB) = 10 - 10\sqrt{3} + 10 = 20 - 10\sqrt{3} \approx 2.7$（米）.

$\because 2.7$ 米 < 3 米，$\therefore$ 该建筑物需要拆除.

13. **解**：如图，假设点 D 移到 D' 的位置时，恰好 $\alpha = 39°$，过点 D 作 $DE \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E，过点 D' 作 $D'E' \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E'，

$\because CD = 12$ 米，$\angle DCE = 60°$，

$\therefore DE = CD \cdot \sin 60° = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$（米），

$CE = CD \cdot \cos 60° = 12 \times \frac{1}{2} = 6$（米）.

$\because DE \perp AC$，$D'E' \perp AC$，$DD' /\!/ CE'$，

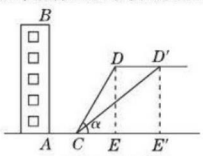
$\therefore$ 四边形 $DEE'D'$ 是矩形，

$\therefore DE = D'E' = 6\sqrt{3}$ 米.

$\because \angle D'CE' = 39°$，$\therefore CE' = \frac{D'E'}{\tan 39°} \approx \frac{6\sqrt{3}}{0.81} \approx 12.8$（米），

$\therefore DD' = EE' = CE' - CE \approx 12.8 - 6 = 6.8 \approx 7$（米）.

答：学校至少要把坡顶 D 向后水平移动 7 米才能保证教学楼的安全.



（第 13 题）

14. **解**：作 $MF \perp PQ$ 于 F，$QE \perp MN$ 于 E，则四边形 $EMFQ$ 是矩形.

在 Rt$\triangle QEN$ 中，易知 $\frac{EN}{EQ} = \frac{1}{2}$，

设 $EN = x$ 米，

则 $EQ = 2x$ 米，

$\because QN^2 = EN^2 + QE^2$，$\therefore 20 = 5x^2$.

$\because x > 0$，$\therefore x = 2$，

$\therefore EN = 2$ 米，$EQ = MF = 4$ 米.

$\because MN = 3$ 米，$\therefore FQ = EM = 1$ 米.

在 Rt$\triangle PFM$ 中，$PF = FM \cdot \tan 60° = 4\sqrt{3}$（米），

$\therefore PQ = PF + FQ = (4\sqrt{3} + 1)$ 米.

第 2 课时　三角函数的一般应用

1. C　**2.** B　**3.** C　**4.** $50\sqrt{3}$

5. $30\sqrt{3}$　**6.** A　**7.** B

8. **解**：在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AB = 9$ m，$\angle BAD = 18°$，

$\therefore BD = AB \cdot \tan \angle BAD = 9\tan 18°$ m.

$\therefore CD = BD - BC = (9\tan 18° - 0.5)$ m.

$\because \angle CDE = 90° - \angle BAD = 72°$，

$\therefore \angle DCE = 90° - 72° = 18°$.

在 Rt$\triangle CDE$ 中，有 $\cos \angle DCE = \frac{CE}{CD}$，

$\therefore CE = CD \cdot \cos 18° = (9\tan 18° - 0.5) \times \cos 18°$

$= 9 \times \frac{\sin 18°}{\cos 18°} \times \cos 18° - 0.5\cos 18°$

$= 9\sin 18° - 0.5\cos 18°$

$\approx 9 \times 0.31 - 0.5 \times 0.95$

$= 2.315 \approx 2.3$（m）.

点拨：解此类题的关键是构造数学模型，将求限高的问题转化为解直角三角形的问题.

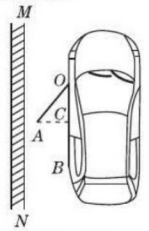
9. **解**：如图，过点 A 作 $AC \perp OB$，垂足为点 C，

在 Rt$\triangle ACO$ 中，

$\because \angle AOC = 40°$，$AO = 1.2$ 米，$\therefore AC = \sin \angle AOC \cdot AO \approx 0.64 \times 1.2 = 0.768$（米），

$\because$ 小汽车靠墙一侧 OB 与墙 MN 平行且距离为 0.8 米，

$\therefore$ 车门不会碰到墙.



（第 9 题）

10. **解**：如图，过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E，

$\because \angle NAD = 60°$，$\angle ABD = 75°$，

$\therefore \angle ADB = 45°$.

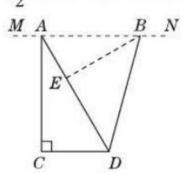
$\because AB = 6 \times \frac{40}{60} = 4$（千米），

$\therefore AE = 2$ 千米，$BE = 2\sqrt{3}$ 千米，

$\therefore DE = BE = 2\sqrt{3}$ 千米，$\therefore AD = (2 + 2\sqrt{3})$ 千米.

$\because \angle C = 90°$，且易知 $\angle CAD = 30°$，

$\therefore CD = \frac{1}{2}AD = 1 + \sqrt{3} \approx 2.7$（千米）.



（第 10 题）

11. **解**：（1）在 Rt$\triangle OAC$ 中，$\because OA = 40$ cm，$\angle OAC = 75°$，

$\therefore OC = OA \cdot \sin \angle OAC = 40\sin 75°$ cm.

在 Rt$\triangle OBC$ 中，$\because \angle OBC = 30°$，

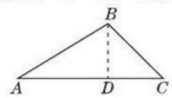
$\therefore BC = \frac{OC}{\tan \angle OBC} = \frac{40\sin 75°}{\tan 30°} = 40\sin 75° \times \sqrt{3} \approx 67$（cm）.

故该台灯照亮桌面的宽度 BC 约为 67 cm.

（2）根据题意，若 $OA = 60$ cm，则 $BC = 60\sin 75° \times \sqrt{3} \approx 100.7$（cm）$> 85$ cm，

故可以让台灯照亮桌面 85 cm 的宽度.

12. **解**：如图，过点 B 作 $BD \perp AC$，垂足为点 D.



（第 12 题）

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$\angle ABD = 90° - \angle A = 60°$，则 $AD = \tan \angle ABD \times BD = \sqrt{3}BD$.

在 Rt$\triangle BCD$ 中，$\angle C = 45°$，

$\therefore CD = BD$.

$\therefore AC = AD + CD = \sqrt{3}BD + BD = (\sqrt{3} + 1)BD = 2(\sqrt{3} + 1)$，

解得 $BD = 2$ m < 2.1 m.

故工人师傅搬运此钢架能通过一个直径为 2.1 m 的圆形门.

13. **解**：在 Rt$\triangle APC$ 中，$AC = PC \cdot \tan \angle APC \approx 30 \times 2.90 = 87$（米），同理，$BC \approx 21$ 米.

$\therefore AB = AC - BC \approx 87 - 21 = 66$（米），

$\therefore$ 汽车的车速约为 11 米/秒 $= 39.6$ 千米/时 < 40 千米/时.

$\therefore$ 该车没有超速.

14. **解**：如图，过 C 点作 AB 的垂线交 AB 的延长线于点 D，

$\because \angle CAD = 30°$，$\angle CBD = 60°$，

$\therefore \angle ACB = 30°$，

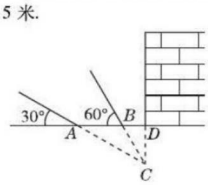
$\therefore \angle CAB = \angle ACB = 30°$，

$\therefore BC = AB = 4$ 米.

在 Rt$\triangle CDB$ 中，$BC = 4$ 米，$\angle CBD = 60°$，$\sin \angle CBD = \frac{CD}{BC}$，$\therefore \sin 60° = \frac{CD}{4}$，

$\therefore CD = 4\sin 60° = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 3.5$（米），

故该生命迹象 C 处与地面的距离约为 3.5 米.



（第 14 题）

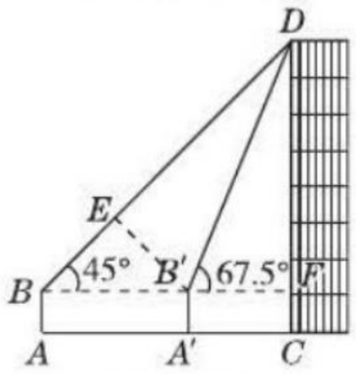
第 3 课时　用三角函数解决视角和方位角问题

1. 15.3　**2.** $100\sqrt{2}$　**3.** $100(1 + \sqrt{3})$

4. C　**点拨**：如图，过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F，作 $B'E \perp BD$ 于点 E，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

易知 $\angle BDB' = \angle B'DC = 22.5°$，
$\therefore EB' = B'F$. $\because \angle EBB' = 45°$，$BB' = AA' = 20$ 米，$\therefore EB' = B'F = 10\sqrt{2}$ 米，
$\therefore DF = BF = (20 + 10\sqrt{2})$ 米，
$\therefore DC = DF + FC = 20 + 10\sqrt{2} + 1.6 \approx 35.74 \approx 35.7$（米），故选 C.



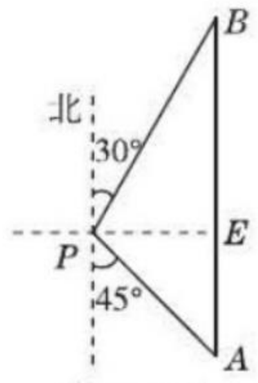
（第 4 题）

5. B　**点拨**：在 $Rt\triangle CDE$ 中，
$\because CD = 20$ m，$DE = 10$ m，
$\therefore \sin\angle DCE = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2}$，
$\therefore \angle DCE = 30°$.
$\because \angle ACB = 60°$，$DF /\!/ AE$，$\therefore \angle DCB = 90°$，$\angle BGF = 60°$.
$\because \angle BDF = 30°$，
$\therefore \angle DBC = 30°$，
$\therefore BC = \dfrac{CD}{\tan 30°} = \dfrac{20}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 20\sqrt{3}$（m），
$\therefore AB = BC \cdot \sin 60° = 20\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 30$（m）. 故选 B.

6. A　**7.** A　**8.** B

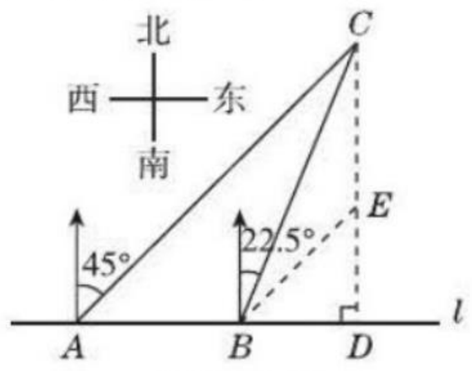
9. B　**点拨**：根据题意得：$\angle APB = 60° - 15° = 45°$，$\angle PBH = 60°$，
$\because PH \perp HC$，$PH = 30$ 米，
$\therefore PB = \dfrac{PH}{\sin 60°} = \dfrac{30}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20\sqrt{3}$（米）.
$\because \tan\angle ABC = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$，
$\therefore \angle ABC = 30°$，
$\therefore \angle ABP = 180° - \angle PBH - \angle ABC = 180° - 60° - 30° = 90°$，
$\therefore \angle PAB = \angle APB = 45°$，
$\therefore AB = PB = 20\sqrt{3}$（米）.
即 A，B 两点间的距离是 $20\sqrt{3}$ 米. 故选 B.

10. 解：如图，过点 P 作 $PE \perp AB$ 于点 E.
在 $Rt\triangle PAE$ 中，$\because \angle PAE = 45°$，$PA = 60$ n mile，
$\therefore PE = AE = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 60 = 30\sqrt{2}$（n mile）.
在 $Rt\triangle PBE$ 中，$\because \angle B = 30°$，$\therefore PB = 2PE = 60\sqrt{2}$ n mile.
答：B 处与灯塔 P 的距离为 $60\sqrt{2}$ n mile.



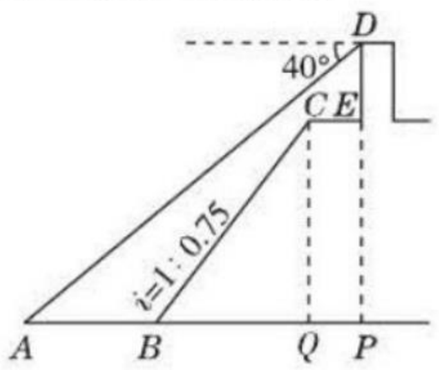
（第 10 题）

11. 解：如图，在 CD 上取一点 E，使 $DE = BD$，连接 BE，可得：$\angle EBD = \angle BED = 45°$，$AD = DC = 2$，
$\because$ 从 B 测得船 C 在北偏东 $22.5°$ 的方向，$\therefore \angle BCE = \angle CBE = 22.5°$，
$\therefore BE = EC$.
设 $AB = x$，则 $DE = BD = AD - AB = 2 - x$，
$\therefore EC = BE = \sqrt{2}BD = \sqrt{2}(2 - x)$.
$\because DE + EC = CD$，$\therefore 2 - x + \sqrt{2}(2 - x) = 2$，解得 $x = 4 - 2\sqrt{2}$，
即 $AB = 4 - 2\sqrt{2}$.
答：AB 的长为 $4 - 2\sqrt{2}$.



（第 11 题）

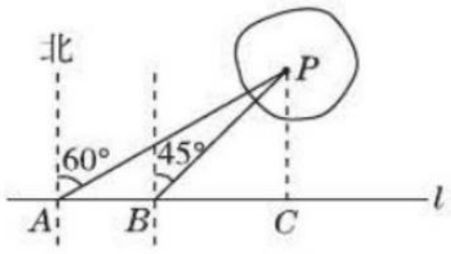
12. 解：如图，延长 DE 交 AB 的延长线于点 P，作 $CQ \perp AP$ 于点 Q，



（第 12 题）

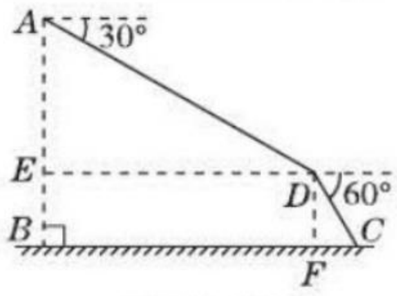
易得四边形 $CEPQ$ 为矩形，
$\therefore CE = PQ = 2$ 米，$CQ = PE$.
$\because i = \dfrac{CQ}{BQ} = \dfrac{1}{0.75} = \dfrac{4}{3}$，
$\therefore$ 设 $CQ = 4x$ 米，$BQ = 3x$ 米，
由 $CQ^2 + BQ^2 = BC^2$ 可得 $(4x)^2 + (3x)^2 = 10^2$，
解得 $x = 2$ 或 $x = -2$（舍去），
则 $CQ = PE = 8$ 米，$BQ = 6$ 米，$\therefore DP = DE + PE = 11$（米），
在 $Rt\triangle ADP$ 中，$\because AP = \dfrac{DP}{\tan A} = \dfrac{11}{\tan 40°} \approx 13.1$（米）.
$\therefore AB = AP - BQ - PQ \approx 13.1 - 6 - 2 = 5.1$（米）.
答：AB 的长约为 5.1 米.

13. 解：如图，过点 P 作 $PC \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 C.
$\because \angle PBC = 45°$，$\therefore \angle CPB = 45°$，
$\therefore BC = PC$，设 $PC = BC = x$ 米，则 $AC = (200 + x)$ 米，
在 $Rt\triangle PAC$ 中，$PC = AC \times \tan 30°$，
$\therefore x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}(200 + x)$，
解得 $x = 100(\sqrt{3} + 1)$ 米 ≈ 273 米.
答：凉亭 P 到公路 l 的距离约为 273 米.



（第 13 题）

14. 解：如图，过点 D 作 $DE \perp AB$ 于 E，$DF \perp BC$ 于 F，由题意知 $\angle ADE = 30°$，$\angle CDF = 30°$，
在 $Rt\triangle DAE$ 中，$AE = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{1}{2} \times 1\,400 = 700$（米），
$\because \cos\angle ADE = \dfrac{DE}{AD}$，
$\therefore DE = 1\,400 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 700\sqrt{3}$（米）.
$\because EB = AB - AE = 1\,000 - 700 = 300$（米），$\therefore DF = BE = 300$ 米.
$\because \tan\angle CDF = \dfrac{FC}{DF}$，
$\therefore FC = 300 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 100\sqrt{3}$（米），
$\therefore BC = BF + FC = DE + FC = 700\sqrt{3} + 100\sqrt{3} = 800\sqrt{3}$（米）.



（第 14 题）

答：该选手飞行的水平距离 BC 的长为 $800\sqrt{3}$ 米.

全章高频考点专训

专训 1

1. 解：根据 $b^2 = (c + a)(c - a)$，可得 $b^2 = c^2 - a^2$，
所以 $a^2 + b^2 = c^2$，所以 $\triangle ABC$ 为直角三角形，且 $\angle C = 90°$，
因为 $5b - 4c = 0$，所以设 $b = 4k$（$k > 0$），则 $c = 5k$，根据勾股定理可得 $a = 3k$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

所以 $\sin A+\sin B=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{3k}{5k}+\frac{4k}{5k}=\frac{7}{5}$.

2. 解：$\because \tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{1}{2}$，$\therefore AC=2BC$.

在 Rt△ABC 中，$AC^2+BC^2=AB^2$，即 $(2BC)^2+BC^2=10^2$，解得 $BC=2\sqrt{5}$（负值舍去），

$\therefore AC=2BC=4\sqrt{5}$，$\therefore \sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{4\sqrt{5}}{10}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

3. 解：过点 A 作 $AD\perp BC$ 于点 D，$\because AB=1$，$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore AD=AB\cdot\sin B=1\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，

$\therefore DB=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$，$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{30}}{4}$.

$\therefore BC=CD+BD=\frac{\sqrt{30}}{4}+\frac{\sqrt{14}}{4}=\frac{\sqrt{30}+\sqrt{14}}{4}$.

4. C　**5.** $\frac{4}{5}$

专训2

1. 解：如图，在 Rt△ABC 中，$\angle BAC=30°$，$\angle C=90°$，延长 CA 到 D，使 $AD=AB$，连接 BD，则 $\angle D=15°$，设 $BC=a$，则 $AB=2a$，$AC=\sqrt{3}a$，

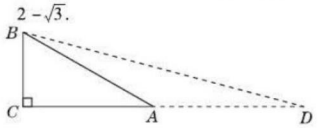
$\therefore CD=(2+\sqrt{3})a$，

在 Rt△BCD 中，$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{a^2+(7+4\sqrt{3})a^2}=(\sqrt{6}+\sqrt{2})a$.

$\therefore \sin 15°=\sin D=\frac{BC}{BD}=\frac{a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$；

$\cos 15°=\cos D=\frac{CD}{BD}=\frac{(2+\sqrt{3})a}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})a}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$；

$\tan 15°=\tan D=\frac{BC}{CD}=\frac{a}{(2+\sqrt{3})a}=2-\sqrt{3}$.

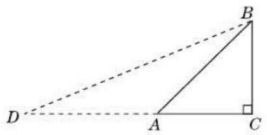


（第1题）

2. 解：如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=BC$，延长 CA 到 D，使 $DA=AB$，连接 DB，则 $\angle D=22.5°$，

设 $AC=BC=a$，则 $AB=\sqrt{2}a$，$\therefore AD=\sqrt{2}a$，$\therefore DC=(\sqrt{2}+1)a$，

$\therefore \tan 22.5°=\tan D=\frac{BC}{CD}=\frac{a}{(\sqrt{2}+1)a}=\sqrt{2}-1$.



（第2题）

3. 解：$\because$ 将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 B 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 E 处，$\therefore AB=BE$，$\angle AEB=\angle EAB=45°$，还原后，再沿过点 E 的直线折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 F 处，

$\therefore AE=EF$，$\angle EAF=\angle EFA=45°\div 2=22.5°$，

$\therefore \angle FAB=67.5°$.

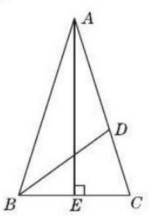
设 $AB=BE=x$，则 $AE=EF=\sqrt{2}x$，

$\therefore \tan 67.5°=\tan\angle FAB=\frac{FB}{AB}=\frac{\sqrt{2}x+x}{x}=\sqrt{2}+1$.

4. 解：如图，作△ABC，使 $\angle BAC=36°$，$AB=AC$，则 $\angle ABC=72°$，作 $\angle ABC$ 的平分线 BD 交 AC 于 D 点，过 A 作 $AE\perp BC$ 于 E 点，则 $\angle BAE=18°$，$BE=\frac{1}{2}BC$. 设 $BC=a$，则易得 $BD=AD=a$.

易知△ABC∽△BCD，

则 $\frac{AB}{BC}=\frac{BC}{CD}$，



（第4题）

$\therefore \frac{AB}{a}=\frac{a}{AB-a}$，

即 $AB^2-a\cdot AB-a^2=0$，$\therefore AB=\frac{\sqrt{5}+1}{2}a$（负根舍去），$\therefore \sin 18°=\sin\angle BAE=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

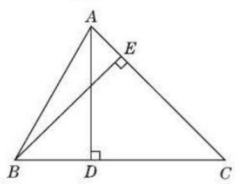
$\therefore \cos 72°=\cos\angle ABE=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$.

5. 解：（方法一）利用第1题的图形求解（略）.

（方法二）如图，作△ABC，使 $\angle ABC=60°$，$\angle C=45°$，过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D，过点 B 作 $BE\perp AC$ 于 E，则 $\angle BAE=75°$，$\angle BAD=30°$，$BE=CE$，$AD=CD$.

设 $AD=DC=a$，则 $AC=\sqrt{2}a$，$BD=\frac{\sqrt{3}}{3}a$，$AB=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$，则 $CE=BE=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=\frac{\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{6}a$，则 $AE=AC-CE=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6}a$，

$\therefore \sin 75°=\sin\angle BAE=\frac{BE}{AB}=\frac{\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{6}a}{\frac{2\sqrt{3}}{3}a}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\cos 75°=\cos\angle BAE=\frac{AE}{AB}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$，$\tan 75°=\tan\angle BAE=\frac{BE}{AE}=2+\sqrt{3}$.



（第5题）

专训3

1. 解：$\because a=2\sqrt{3}$，$b=6$，

$\therefore c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{12+36}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$.

$\because \tan A=\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore \angle A=30°$，$\therefore \angle B=60°$.

2. 解：$\because AB=13$，$AC=12$，$\angle ACB=90°$，

$\therefore BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{169-144}=\sqrt{25}=5$.

$\therefore \sin\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$.

过 B 作 $BD\perp MC$ 于 D. 设 $BD=d$.

$\because \angle BCM=\angle BAC$，

$\therefore \sin\angle BAC=\sin\angle BCM$.

$\therefore \frac{d}{BC}=\frac{5}{13}$，

即 $\frac{d}{5}=\frac{5}{13}$，$\therefore d=\frac{25}{13}$，

即点 B 到直线 MC 的距离为 $\frac{25}{13}$.

3. 解：$\because AD=2$，$AC=\sqrt{3}$，$\angle C=90°$，

$\therefore DC=\sqrt{AD^2-AC^2}=1$.

$\therefore \sin\angle DAC=\frac{DC}{AD}=\frac{1}{2}$，

$\therefore \angle DAC=30°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又∵ AD 为 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle BAC=60°$，

∴ $\angle ABC=30°$.

∴ $\tan\angle ABC=\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{AC}{BC}=\frac{\sqrt{3}}{BC}$，

∴ $BC=3$.

∴ $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=\sqrt{9+3}=2\sqrt{3}$.

∴ $\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $\frac{AB}{2}=\sqrt{3}$.

4. **解**：(1) 在 $\triangle ABC$ 中，∵ $\angle ACB=90°$，

∴ $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$. 又 $BC=8$，

∴ $AB=10$.

∵ D 是 AB 的中点，∴ $CD=\frac{1}{2}AB=5$.

(2) 在 Rt$\triangle ABC$ 中，∵ $AB=10$，$BC=8$，

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6$.

∵ D 是 AB 的中点，

∴ $BD=5$，$S_{\triangle BDC}=S_{\triangle ADC}$，

∴ $S_{\triangle BDC}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$，即 $\frac{1}{2}CD\cdot BE=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}AC\cdot BC$，∴ $BE=\frac{6\times8}{2\times5}=\frac{24}{5}$，

在 Rt$\triangle BDE$ 中，$\cos\angle DBE=\frac{BE}{BD}=\frac{\frac{24}{5}}{5}=\frac{24}{25}$，即 $\cos\angle ABE$ 的值为 $\frac{24}{25}$.

5. **解**：∵ $\angle BDC=45°$，$\angle C=90°$，$BC=3$，

∴ $CD=3$.

∵ $\angle A=30°$，$\angle C=90°$，$BC=3$，

∴ $\tan A=\frac{BC}{AC}=\frac{3}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

则 $AC=3\sqrt{3}$.

∴ $AD=AC-CD=3\sqrt{3}-3$.

6. **解**：在 Rt$\triangle ADC$ 中，$\tan C=\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}$，

设 $AD=k$，$CD=2k$，

则 $AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{5}k$.

∵ $AC=3\sqrt{5}$，∴ $\sqrt{5}k=3\sqrt{5}$，解得 $k=3$.

∴ $AD=3$，$CD=6$.

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，

∴ $\triangle ABC$ 的周长 $=AB+AC+BD+CD=4+3\sqrt{5}+\sqrt{7}+6=10+3\sqrt{5}+\sqrt{7}$.

7. **解**：∵ $\angle C=90°$，$\angle B=30°$，$AB=4\sqrt{3}$，

∴ $\angle CAB=60°$，$AC=AB\cdot\sin 30°=4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$.

∵ AD 是 $\angle BAC$ 的平分线，

∴ $\angle CAD=30°$.

∵ $\cos\angle CAD=\frac{AC}{AD}$，∴ $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{AD}$，

则 $AD=4$.

8. **解**：(1) ∵ $\sin B=\frac{3}{5}$，∴ $\frac{AC}{AB}=\frac{3}{5}$.

设 $AB=5k$，$AC=3k$，则 $BC=4k$，

∵ $\triangle ABC$ 的周长为 24，∴ $3k+4k+5k=24$，

∴ $12k=24$，∴ $k=2$，

∴ $AB=10$，$AC=6$，$BC=8$.

(2) 如图，过点 D 作 $DE\perp AB$，垂足为 E，

∵ 点 D 是 BC 的中点，∴ $BD=CD=4$，

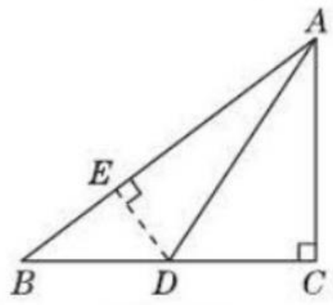
∴ $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)=12$，

∴ $\frac{1}{2}\times10DE=12$，∴ $DE=\frac{12}{5}$.

在 Rt$\triangle ACD$ 中，$AD^2=CD^2+AC^2$，

∴ $AD=2\sqrt{13}$，

∴ $\sin\angle BAD=\frac{DE}{AD}=\frac{\frac{12}{5}}{2\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{65}$.



(第 8 题)

9. **解**：作 $CM\perp BD$ 于 M，如图所示.

∵ $\angle A=90°$，$\angle ABD=60°$，

∴ $\angle ADB=30°$，

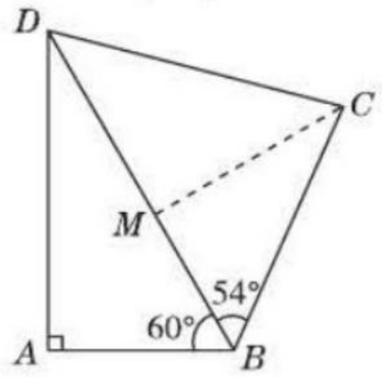
∴ $BD=2AB=400$ m，∴ $AD=\sqrt{3}AB=200\sqrt{3}$ m，

∴ $\triangle ABD$ 的面积 $=\frac{1}{2}\times200\times200\sqrt{3}=20\,000\sqrt{3}$ (m^2).

∵ $\angle CMB=90°$，$\angle CBD=54°$，∴ $CM=BC\cdot\sin54°\approx300\times0.809=242.7$ (m)，

∴ $\triangle BCD$ 的面积 $\approx\frac{1}{2}\times400\times242.7=48\,540$ (m^2)，

∴ 这片水田的面积 $\approx20\,000\sqrt{3}+48\,540\approx83\,180$ (m^2).



(第 9 题)

10. (1) **证明**：连接 AD. 由 AB 为 $\odot O$ 的直径知 $\angle ADB=90°$，即 $AD\perp BC$.

又∵ D 为 BC 的中点，

∴ $\triangle ABC$ 为等腰三角形，

∴ $\angle BAD=\angle DAC$.

连接 OD，由 DE 为 $\odot O$ 的切线，知 $OD\perp DE$，即 $\angle ODE=90°$，

∴ $\angle ODA+\angle ADE=90°$.

由 $OA=OD$ 知 $\angle OAD=\angle ODA$，

∴ $\angle ODA=\angle DAC$，

∴ $\angle DAC+\angle ADE=90°$，

∴ $\angle AED=90°$，即 $DE\perp AC$.

(2) **解**：设 $DE=b$，$EC=a$，则 $AB=3b$，$AE=3b-a$. ∵ $AD\perp BC$，$DE\perp AC$，∴ 易得 $\angle C=\angle ADE$，则 $\triangle ADE\backsim\triangle DCE$，∴ $DE^2=AE\cdot EC$，即 $b^2=(3b-a)\cdot a$，化简，得 $b^2-3ab+a^2=0$，

解得 $b=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}a$，则 $\frac{b}{a}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

故 $\tan\angle ACB=\frac{DE}{CE}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$.

11. **解**：(1) 将方程整理，得 $(c-a)x^2+2bx+(a+c)=0$，则 $(2b)^2-4(c-a)(a+c)=4(b^2+a^2-c^2)$.

∵ 方程有两个相等的实数根，

∴ $4(b^2+a^2-c^2)=0$，即 $b^2+a^2=c^2$.

∴ $\triangle ABC$ 为直角三角形.

(2) 由 $3c=a+3b$，得 $a=3c-3b$. ①

将① 代入 $a^2+b^2=c^2$，得 $(3c-3b)^2+b^2=c^2$.

∴ $4c^2-9bc+5b^2=0$，即 $(4c-5b)(c-b)=0$.

由①可知，$b\neq c$，

∴ $4c=5b$. ∴ $b=\frac{4}{5}c$. ②

将②代入①，得 $a=\frac{3}{5}c$.

∴ 在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\sin A+\sin B=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$.

点拨：解决本题的突破口是由一元二次方程根与判别式的关系得到一个关于 a，b，c 的等式. 从解题过程可以看出，求三角函数时，只分析出直角三角形中三边的比例关系即可求出其值.

12. **解**：(1) 把 $A(-8,0)$，$B(4,0)$ 代入 $y=ax^2+bx-4\sqrt{2}$，

得 $\begin{cases}64a-8b-4\sqrt{2}=0,\\16a+4b-4\sqrt{2}=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=\frac{\sqrt{2}}{8},\\b=\frac{\sqrt{2}}{2},\end{cases}$

∴ 二次函数的表达式为 $y=\frac{\sqrt{2}}{8}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x-4\sqrt{2}$.

(2) 易知 $D(-2,0)$，$C(0,-4\sqrt{2})$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又∵ $A(-8,0)$，$B(4,0)$，

∴ $OA=8$，$AD=6$，$OD=2$，$OC=4\sqrt{2}$，

∴ $DC=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6$，

∴ $DA=DC$，∴ $\angle DCA=\angle DAC$，

∴ $\tan\angle ACD=\tan\angle DAC=\dfrac{OC}{OA}=\dfrac{4\sqrt{2}}{8}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

专训4

1. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ **2.** B

3. C **点拨**：如图，连接 BD，CD，由圆周角定理可知 $\angle ABC=\angle ADC$，$\angle ACB=\angle ADB$，

又∠$AEB=\angle CED$，$\angle AEC=\angle BED$，

∴ $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$，$\triangle ACE\backsim\triangle BDE$，

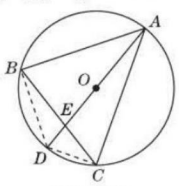
∴ $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{AE}{CE}$，$\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{CE}{DE}$.

由 AD 为直径可知 $\angle DBA=\angle DCA=90°$，

∵ $DE=2$，$OE=3$，

∴ $AO=OD=OE+ED=5$，∴ $AE=8$，

∴ $\tan\angle ACB\cdot\tan\angle ABC=\tan\angle ADB\cdot\tan\angle ADC=\dfrac{AB}{BD}\cdot\dfrac{AC}{CD}=\dfrac{AB}{CD}\cdot\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{AE}{CE}\cdot\dfrac{CE}{DE}=\dfrac{AE}{DE}=\dfrac{8}{2}=4$. 故选 C.



（第3题）

4. **解**：(1)∵ AB 是⊙O 的切线，

∴ $\angle OAB=90°$，∴ $AO^2=OB^2-AB^2$，

∴ $OA=5$.

(2)∵ $OH\perp AC$，∴ $\angle OHA=90°$，

∴ $\sin\angle OAC=\dfrac{OH}{OA}=\dfrac{2}{5}$.

(3)∵ $OH\perp AC$，∴ $AH^2=AO^2-OH^2$，$AH=CH$，∴ $AH^2=25-4=21$，∴ $AH=\sqrt{21}$，∴ $AC=2AH=2\sqrt{21}$.

5. (1)**证明**：(方法一)连接 AC. 如图①.

∵ AB 是⊙O 的直径，且 $AB\perp CD$ 于 E，

∴ 点 E 是 CD 的中点. ∵ M 是 AD 的中点，∴ ME 是△DAC 的中位线，

∴ $MN/\!/AC$.

∵ AB 是⊙O 的直径，∴ $\angle ACB=90°$.

∴ $\angle MNB=90°$，即 $MN\perp BC$.

(方法二)∵ $AB\perp CD$，∴ $\angle AED=\angle BEC=90°$. 又∵ M 是 AD 的中点，

∴ $ME=AM$，∴ $\angle MEA=\angle A$.

∵ $\angle MEA=\angle BEN$，$\angle C=\angle A$，

∴ $\angle C=\angle BEN$.

又∵ $\angle C+\angle CBE=90°$，∴ $\angle CBE+\angle BEN=90°$，∴ $\angle BNE=90°$，

即 $MN\perp BC$.

(方法三)∵ $AB\perp CD$，∴ $\angle AED=90°$.

由于 M 是 AD 的中点，∴ $ME=MD$，

∴ $\angle MED=\angle EDM$.

又∵ $\angle CBE$ 与 $\angle EDA$ 都是 $\overset{\frown}{AC}$ 所对的圆周角，

∴ $\angle CBE=\angle EDA$.

∵ $\angle MED=\angle NEC$，

∴ $\angle NEC=\angle CBE$.

∵ $\angle C+\angle CBE=90°$，

∴ $\angle NEC+\angle C=90°$，即有 $\angle CNE=90°$，即 $MN\perp BC$.

(2)**解**：连接 BD. 如图②，

∵ $\angle BCD$ 与 $\angle BAF$ 都是 $\overset{\frown}{BD}$ 所对的圆周角，

∴ $\angle C=\angle A$，∴ $\cos A=\cos C=\dfrac{4}{5}$.

∵ BF 是⊙O 的切线，∴ $\angle ABF=90°$.

在 Rt△ABF 中，$\cos A=\dfrac{AB}{AF}=\dfrac{4}{5}$，

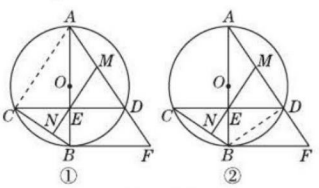
设 $AB=4x$，则 $AF=5x$，由勾股定理得 $BF=3x$.

∵ AB 是⊙O 的直径，∴ $BD\perp AD$，

∴ $\triangle ABF\backsim\triangle BDF$，

∴ $\dfrac{BF}{AF}=\dfrac{DF}{BF}$，即 $\dfrac{3x}{5x}=\dfrac{3}{3x}$，∴ $x=\dfrac{5}{3}$.

∴ $AB=4x=4\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{20}{3}$，则⊙$O$ 的半径为 $\dfrac{10}{3}$.



（第5题）

6. **解**：如图，连接 OA，

∵ $OA=OC=AC$，∴ $\angle AOC=60°$.

当点 D 位于 D_1 处时，∵ $OA=OD_1=2$，$AD_1=2\sqrt{2}$，

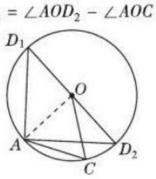
∴ $OA^2+{OD_1}^2={AD_1}^2$，

∴ $\angle AOD_1=90°$.

∴ $\angle COD_1=\angle AOD_1+\angle AOC=150°$.

当点 D 位于 D_2 处时，同理可得 $\angle AOD_2=90°$，

∴ $\angle COD_2=\angle AOD_2-\angle AOC=30°$.



（第6题）

7. (1)**证明**：如图，连接 OD，CD，

∵ BC 是直径，∴ $CD\perp AB$.

∵ $AC=BC$，∴ D 是 AB 的中点.

∵ O 是 CB 的中点，∴ $OD/\!/AC$.

∵ $DF\perp AC$，∴ $OD\perp EF$，

∴ EF 是⊙O 的切线.

(2)**解**：如图，连接 BG，∵ BC 是直径，

∴ $\angle BGC=90°$.

由(1)知 D 是 AB 的中点，

∴ $AD=\dfrac{1}{2}AB=6$.

在 Rt△BCD 中，$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，

∵ $AB\cdot CD=2S_{\triangle ABC}=AC\cdot BG$，

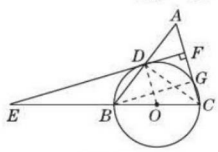
∴ $BG=\dfrac{AB\cdot CD}{AC}=\dfrac{12\times8}{10}=\dfrac{48}{5}$.

在 Rt△BCG 中，$CG=\sqrt{BC^2-BG^2}=\sqrt{10^2-\left(\dfrac{48}{5}\right)^2}=\dfrac{14}{5}$.

∵ $BG\perp AC$，$DF\perp AC$，∴ $BG/\!/EF$，

∴ $\angle E=\angle CBG$，

∴ $\sin E=\sin\angle CBG=\dfrac{CG}{BC}=\dfrac{\frac{14}{5}}{10}=\dfrac{7}{25}$.



（第7题）

8. (1)**证明**：连接 OP，OA，OP 交 AD 于 E，如图，

∵ $PA=PD$，∴ $\overset{\frown}{AP}=\overset{\frown}{DP}$，∴ $OP\perp AD$，$AE=DE$，∴ $\angle1+\angle OPA=90°$.

∵ $OP=OA$，∴ $\angle OAP=\angle OPA$，

∴ $\angle1+\angle OAP=90°$.

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，∴ $\angle1=\angle2$，

∴ $\angle2+\angle OAP=90°$，即 $\angle OAB=90°$，

∴ $OA\perp AB$. 又∵ OA 是⊙O 的半径，

∴ AB 是⊙O 的切线.

(2)**解**：连接 BD，交 AC 于点 F，如图，

∵ 四边形 $ABCD$ 为菱形，∴ DB 与 AC 互相垂直平分.

∵ $AC=8$，$\tan\angle BAC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $AF=4$，

$\tan\angle DAC=\dfrac{DF}{AF}=\tan\angle BAC=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $DF=2\sqrt{2}$，

∴ $AD=\sqrt{AF^2+DF^2}=2\sqrt{6}$，

∴ $AE=\sqrt{6}$.

在 Rt△PAE 中，$\tan\angle1=\dfrac{PE}{AE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $PE=\sqrt{3}$.

设⊙O 的半径为 R，则 $OE=R-\sqrt{3}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

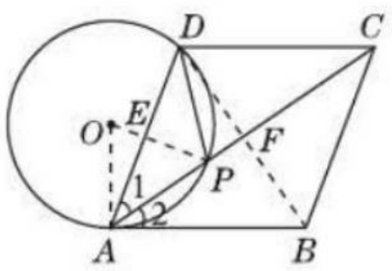
$OA=R$,

在 Rt$\triangle OAE$ 中,$\because OA^2=OE^2+AE^2$,

$\therefore R^2=(R-\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2$,

$\therefore R=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,

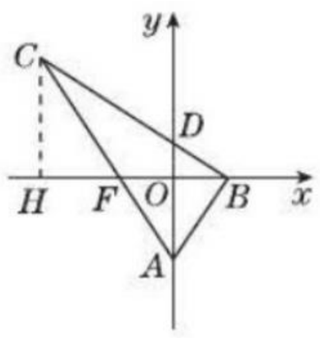
即$\odot O$ 的半径为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



(第 8 题)

专训 5

1. C　**点拨**:作 $CH\perp x$ 轴于 H,AC 交 OH 于 F.



(第 1 题)

由题意得 $\tan\angle BAC=\frac{BC}{AB}=2$.

$\because \angle CBH+\angle ABH=90°$,$\angle ABH+\angle OAB=90°$,$\therefore \angle CBH=\angle BAO$.

$\because \angle CHB=\angle AOB=90°$,

$\therefore \triangle CBH\backsim\triangle BAO$,

$\therefore \frac{BH}{AO}=\frac{CH}{BO}=\frac{BC}{AB}=2$,$\therefore$ 易得 $BH=-2a$,$CH=2b$,

$\therefore C(b+2a,2b)$.

由题意易证 $OF=OB$,$\triangle CHF\backsim\triangle BOD$,

$\therefore \frac{CH}{BO}=\frac{HF}{OD}$,$\therefore \frac{2b}{b}=\frac{FH}{c}$,$\therefore FH=2c$,

$\therefore$ 易得 $C(-b-2c,2b)$.

$\because BH=FH+OF+OB=2c+2b$,

$\therefore 2c+2b=-2a$,$\therefore 2b=-2a-2c$,

$\therefore b=-a-c$,$\therefore C(a-c,-2a-2c)$,

故选 C.

2. **解**:(1)如图①,分别延长 AD,BC 相交于 E,在 Rt$\triangle ABE$ 中,

$\because \tan A=\frac{4}{3}$,$AB=3$,$\therefore BE=4$,$\therefore AE=5$. $\because BC=2$,$\therefore EC=2$. 又$\because \angle E+\angle A=90°$,

$\angle E+\angle ECD=90°$,$\therefore \angle A=\angle ECD$.

$\because \cos A=\frac{AB}{AE}=\frac{3}{5}$,

$\therefore \cos\angle ECD=\frac{CD}{EC}=\frac{3}{5}$,$\therefore CD=\frac{6}{5}$.

(2)如图②,分别延长 AD,BC 相交于 E,由(1)易知 $\tan\angle ECD=\frac{ED}{CD}=\frac{4}{3}$,

$\therefore ED=\frac{8}{5}$,

由 $PQ\parallel DC$,可知 $\triangle EDC\backsim\triangle EPQ$,

$\therefore \frac{ED}{EP}=\frac{DC}{PQ}$,$\therefore \frac{\frac{8}{5}}{\frac{8}{5}+x}=\frac{\frac{6}{5}}{PQ}$,$\therefore PQ=\frac{6}{5}+\frac{3}{4}x$.

$\because S_{四边形PQCD}=S_{\triangle EPQ}-S_{\triangle EDC}$,

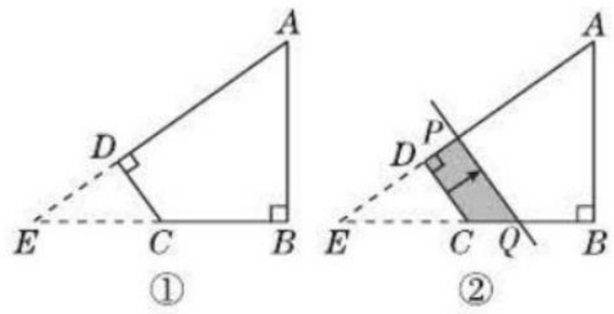
$\therefore y=\frac{1}{2}PQ\cdot EP-\frac{1}{2}DC\cdot ED=\frac{1}{2}\times\left(\frac{6}{5}+\frac{3}{4}x\right)\times\left(\frac{8}{5}+x\right)-\frac{1}{2}\times\frac{6}{5}\times\frac{8}{5}=\frac{3}{8}x^2+\frac{6}{5}x$,

设当 Q 点到达 B 点时,点 P 在 M 点处,

由 $EC=BC$,$DC\parallel PQ$,$\therefore DM=ED=\frac{8}{5}$,

$\therefore$ 自变量 x 的取值范围为:

$0<x\leqslant\frac{8}{5}$.



(第 2 题)

3. **解**:(1)由题意得 $B(0,-4)$,$\therefore OB=4$. 由 $AB=2\sqrt{5}$,$OB=4$ 可得 $OA=2$,

$\therefore A(-2,0)$.

将点 A 的坐标代入抛物线对应的函数关系式,解得$a=1$,

$\therefore y=x^2-4$.

(2)$\because P(m,m^2-4)$,$A(-2,0)$,

$\therefore$ 易得直线 AP 对应的函数关系式为 $y=(m-2)x+(2m-4)$.

$\therefore OC=2m-4$.

(3)同(2)中 OC 的求法可求出 $OD=\frac{4}{m}$. $\tan\angle ODC=\frac{OC}{OD}=\frac{m(m-2)}{2}=\frac{3}{2}$,解得 $m=3$(负值舍去),

$\therefore P(3,5)$.

$\therefore PA=\sqrt{5^2+(3+2)^2}=5\sqrt{2}$.

$\therefore \sin\angle PAD=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. **解**:(1)当 $x=0$ 时,由 $y=kx+1$ 得 $y=1$,则 $C(0,1)$.

$\because$ 抛物线 $y=ax^2-(6a-2)x+b(a\neq0)$ 经过 $C(0,1)$,$B(4,3)$,

$\therefore \begin{cases}b=1,\\3=16a-4(6a-2)+b,\end{cases}$

解得:$\begin{cases}a=\frac{3}{4},\\b=1,\end{cases}$

$\therefore a=\frac{3}{4}$.

(2)如图. 把 $B(4,3)$ 代入 $y=kx+1$ 中,得$3=4k+1$,

解得 $k=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 直线 AB 对应的函数表达式为 $y=\frac{1}{2}x+1$.

由 $y=0$ 得 $0=\frac{1}{2}x+1$,解得:$x=-2$,

$\therefore A(-2,0)$,$\therefore OA=2$.

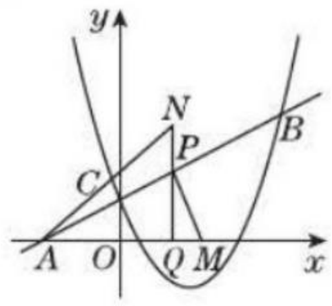
$\because C(0,1)$,$\therefore OC=1$,$\therefore \tan\angle CAO=\frac{OC}{OA}=\frac{1}{2}$.

$\because PQ\perp x$ 轴,$\therefore \tan\angle PAQ=\frac{PQ}{QA}=\frac{1}{2}$.

设 $PQ=m$,则 $QA=2m$,$\because \tan\angle NAQ-\tan\angle MPQ=\frac{1}{2}$,$\therefore \frac{NQ}{QA}-\frac{MQ}{PQ}=\frac{1}{2}$.

$\because MQ=\frac{5}{8}$,$\therefore \frac{PN+m}{2m}-\frac{\frac{5}{8}}{m}=\frac{1}{2}$,

$\therefore PN=\frac{5}{4}$.



(第 4 题)

5. **解**:(1)易求出 A 点的坐标为$(2,3)$,

$\therefore k=6$.

(2)易求出点 E 的坐标为$\left(4,\frac{3}{2}\right)$,设直线 AE 对应的函数表达式为 $y=ax+b$,$\therefore \begin{cases}2a+b=3,\\4a+b=\frac{3}{2}.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=-\frac{3}{4},\\b=\frac{9}{2}.\end{cases}$

$\therefore$ 直线 AE 对应的函数表达式为 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$.

(3)结论:$AN=ME$.

理由:在 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$ 中,令 $y=0$,可得 $x=6$;令 $x=0$,可得 $y=\frac{9}{2}$.

$\therefore$ 点 $M(6,0)$,$N\left(0,\frac{9}{2}\right)$.

方法一:延长 DA 交 y 轴于点 F,则 $AF\perp ON$,且 $AF=2$,$OF=3$,

$\therefore NF=ON-OF=\frac{3}{2}$. 根据勾股定理可得 $AN=\frac{5}{2}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\because CM=6-4=2, EC=\frac{3}{2}$，

$\therefore$ 根据勾股定理可得 $EM=\frac{5}{2}$，

$\therefore AN=ME$.

方法二：连接 OE，延长 DA 交 y 轴于点 F，则 $AF\perp ON$，且 $AF=2$.

$\because S_{\triangle EOM}=\frac{1}{2}OM\cdot EC=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$，$S_{\triangle AON}=\frac{1}{2}ON\cdot AF=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 2=\frac{9}{2}$，$\therefore S_{\triangle EOM}=S_{\triangle AON}$.

$\because \triangle AON$ 中 AN 边上的高和 $\triangle EOM$ 中 ME 边上的高相等，$\therefore AN=ME$.

6. **解**：(1)$\because a,b$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2-(c+4)x+4c+8=0$ 的两个根，

$\therefore a+b=c+4, ab=4c+8$.

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(c+4)^2-2(4c+8)=c^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形.

(2)由(1)知 $\triangle ABC$ 是直角三角形且 $\angle C=90°$，$\therefore \sin A=\frac{a}{c}$.

将其代入 $9c=25a\sin A$，得 $9c=25a\cdot\frac{a}{c}$，即 $9c^2=25a^2$，则 $3c=5a$.

$\therefore c=\frac{5}{3}a$.

$\therefore b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{3}a\right)^2-a^2}=\frac{4}{3}a$.

将 $b=\frac{4}{3}a, c=\frac{5}{3}a$ 代入 $a+b=c+4$，

解得 $a=6$. $\therefore b=\frac{4}{3}\times 6=8, c=\frac{5}{3}\times 6=10$，

即 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 6，8，10.

7. **解**：$\because$ 一元二次方程有两个相等的实数根，

$\therefore(-10\cos\alpha)^2-20(-7\cos\alpha+6)=0$，

解得 $\cos\alpha=-2$(舍去)或 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$.

设在直角三角形中，锐角 α 的邻边长为 $3k(k>0)$，

$\therefore$ 斜边长为 $5k$，则 α 的对边长为 $\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$，$\therefore \sin\alpha=\frac{4}{5}$.

则菱形一边上的高为 $10\sin\alpha=8$ cm，

$\therefore S_{菱形}=10\times 8=80(\text{cm}^2)$.

8. **分析**：(1)根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，可得 $\angle C=\angle M$. 又$\because \angle 1=\angle C$，$\therefore \angle 1=\angle M$，$\therefore CB/\!/MD$；(2)先连接 AC，由 AB 为 $\odot O$ 的直径，可得 $\angle ACB=90°$，由弦 $CD\perp AB$，可得 $\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，进而可得 $\angle A=\angle M$，结合 $BC=4$，$\sin M=\frac{2}{3}$，即可求得 $\odot O$ 的直径.

(1)**证明**：$\because \angle C$ 与 $\angle M$ 都是 $\overset{\frown}{BD}$ 所对的圆周角，

$\therefore \angle C=\angle M$. 又$\because \angle 1=\angle C$，

$\therefore \angle 1=\angle M$. $\therefore CB/\!/MD$.

(2)**解**：连接 AC，如图.

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

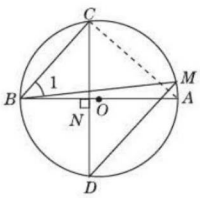
$\therefore \angle ACB=90°$.

$\because CD\perp AB$，$\therefore \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，

$\therefore \angle A=\angle M$，$\therefore \sin A=\sin M=\frac{2}{3}$.

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，$\sin A=\frac{BC}{AB}$，

$\because BC=4$，$\therefore AB=6$，即 $\odot O$ 的直径为 6.



(第 8 题)

9. (1)**证明**：连接 OD，如图，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，$\therefore \angle ADB=90°$，即 $\angle ADO+\angle ODB=90°$.

$\because OB=OD$，$\therefore \angle OBD=\angle ODB$，

$\therefore \angle ADO+\angle ABD=90°$.

$\because \angle CDE=\angle ABD$，$\therefore \angle ADO+\angle CDE=90°$，$\therefore \angle ODE=90°$，

$\therefore OD\perp DE$，$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2)**解**：$\because \angle CDE=\angle ABD$，

$\therefore \sin\angle CDE=\sin\angle ABD=\frac{5}{13}$.

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，$\sin\angle ABD=\frac{AD}{AB}=\frac{5}{13}$，

设 $AD=5x$，则 $AB=13x$，$\therefore BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=12x$，

$\therefore 12x=12$，解得 $x=1$，$\therefore AB=13$，

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{13}{2}$.

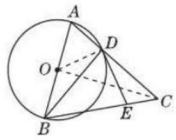
连接 OC，如图，$\because CA=CB, OA=OB$，

$\therefore CO\perp AB$，$\therefore$ 易得 $\angle ACO=\angle ABD$，

$\therefore \sin\angle ACO=\sin\angle ABD=\frac{5}{13}$.

在 $\text{Rt}\triangle ACO$ 中，$\sin\angle ACO=\frac{OA}{AC}=\frac{5}{13}$，

$\therefore AC=\frac{13}{5}\times\frac{13}{2}=\frac{169}{10}$.



(第 9 题)

专训 6

1. **解**：如图，过点 P 作 $PC\perp AB$，交 AB 的延长线于点 C. 由题可知 $\angle APC=60°$，$\angle BPC=45°$，$AB=20$ 海里，

设 $BC=x$ 海里，

则 $AC=AB+BC=(20+x)$ 海里.

在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中，$\because \angle BPC=45°$，

$\therefore \triangle PBC$ 为等腰直角三角形，$\therefore PC=BC=x$ 海里.

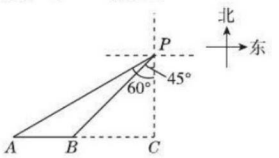
在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中，$\because \tan\angle APC=\frac{AC}{PC}$，

$\therefore AC=PC\cdot\tan 60°=\sqrt{3}x$(海里)，

$\therefore \sqrt{3}x=20+x$，

解得 $x=10\sqrt{3}+10$，则 $PC=(10\sqrt{3}+10)$ 海里.

答：轮船航行途中与灯塔 P 的最短距离是 $(10\sqrt{3}+10)$ 海里.



(第 1 题)

2. **解**：(1)如图，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，

$\because$ 坝高 10 m，斜坡 AB 的坡度 $i_1=1:3$，$\therefore \frac{BE}{AE}=\frac{1}{3}$，$\therefore \frac{10}{AE}=\frac{1}{3}$，

解得 $AE=30$ m，

则 $AB=\sqrt{30^2+10^2}=10\sqrt{10}$(m).

答：斜坡 AB 的长为 $10\sqrt{10}$ m.

(2)如图，过点 C 作 $CF\perp AD$ 于点 F，

$\because$ 斜坡 CD 的坡度 $i_2=1:1$，坝高 10 m，$\therefore FD=10$ m.

$\because BC=6$ m，$\therefore EF=6$ m.

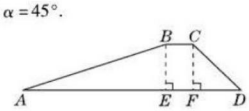
$\therefore AD=AE+EF+FD=30+6+10=46$(m).

答：坝底 AD 的长度为 46 m.

(3)$\because$ 斜坡 CD 的坡度 $i_2=1:1$，

$\therefore \tan\alpha=1$，

则 $\alpha=45°$.



(第 2 题)

3. **解**：(1)由题意知 $\angle ABP=30°$，$AP=97$ m，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore AB = \dfrac{AP}{\tan\angle ABP} = \dfrac{97}{\tan 30°} = \dfrac{97}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 97\sqrt{3} \approx 168(\text{m})$.

答:主桥 AB 的长度约为 168 m.

(2)$\because \angle ABP = 30°, AP = 97$ m,

$\therefore PB = 2PA = 194$ m.

又$\because \angle DBC = \angle DBA = 90°, \angle PBA = 30°, \therefore \angle DBP = \angle DPB = 60°$,

$\therefore \triangle PBD$ 是等边三角形,

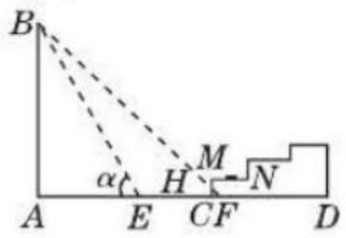
$\therefore DB = PB = 194$ m.

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,$\because \angle C = 80°36'$,

$\therefore BC = \dfrac{DB}{\tan C} = \dfrac{194}{\tan 80°36'} \approx 32(\text{m})$.

答:引桥 BC 的长约为 32 m.

4. 解:(1)如图. 当 $\alpha = 60°$ 时,在 $\text{Rt}\triangle ABE$中,



(第 4 题)

$\because \tan 60° = \dfrac{BA}{AE} = \dfrac{BA}{10}$.

$\therefore BA = 10\tan 60° = 10\sqrt{3} \approx 10 \times 1.73 = 17.3(\text{米})$.

即楼房的高度约为 17.3 米.

(2)当 $\alpha = 45°$ 时,小猫仍可以晒到太阳.

理由如下:假设没有台阶,当 $\alpha = 45°$ 时,过点 B 的光线与地面 AD 的交点为点 F,与 MC 的交点为点 H,如图.

$\because \angle BFA = 45°, \therefore \tan 45° = \dfrac{BA}{AF} = 1$.

此时的影长 $AF = BA \approx 17.3$ 米,

$\therefore CF = AF - AC \approx 17.3 - 17.2 = 0.1(\text{米})$,

$\therefore CH = CF \approx 0.1$ 米,$\therefore CH < CM$,

$\therefore$ 大楼的影子落在台阶 MC 这个侧面上. $\therefore$ 小猫还能晒到太阳.

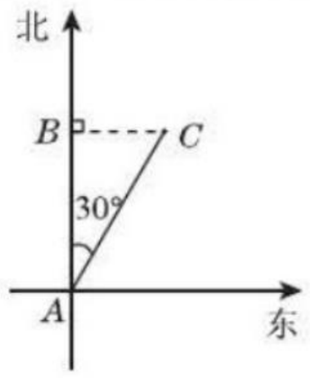
专训 7

1. 解:(1)如图;

(2)在 $\text{Rt}\triangle ABC$中,

$\because AB = 30 \times 0.5 = 15$(海里),$\therefore BC = AB \cdot \tan 30° = 15 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3}$(海里).

答:岛 C 到 B 处的距离为$5\sqrt{3}$海里.



(第 1 题)

2. 解:由题易得四边形 $ABDE$ 是矩形.

$\therefore DE = AB = 1.5$ 米. 在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,$\sin\angle CBD = \dfrac{CD}{BC}$. 又$\because BC = 20$ 米,$\angle CBD = 60°, \therefore CD = BC \cdot \sin 60° = 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$(米). $\therefore CE = CD + DE = (10\sqrt{3} + 1.5)$米.

3. 解:(1)$\because \angle ABC = \angle DEB = 45°$,

$\therefore \angle BDE = 90°, BD = DE$.

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中,$DE = BE \cdot \sin\angle ABC = 6 \times \sin 45° = 3\sqrt{2}$(米).

即最短的斜拉索 DE 的长为 $3\sqrt{2}$ 米.

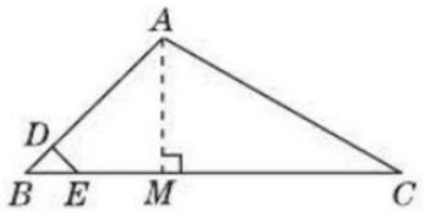
(2)如图,过点 A 作 $AM \perp BC$ 于点 M,由(1)知,$BD = DE = 3\sqrt{2}$ 米,$\therefore AB = 5BD = 5 \times 3\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$(米).

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中,$AM = AB \cdot \sin\angle ABC = 15\sqrt{2} \times \sin 45° = 15$(米).

$\because \angle ACB = 30°, \angle AMC = 90°$,

$\therefore AC = 2AM = 2 \times 15 = 30$(米).

即最长的斜拉索 AC 的长为 30 米.



(第 3 题)

4. 解:(1)如图,过点 B 作 $BH \perp CA$ 交 CA 的延长线于点 H,

$\because \angle MBC = 60°, \therefore \angle CBA = 30°$.

$\because \angle NAD = 30°, \therefore \angle BAC = 120°$.

$\therefore \angle BCA = 180° - \angle BAC - \angle CBA = 30°, \therefore BH = BC \times \sin\angle BCA = 150 \times \dfrac{1}{2} = 75$(海里).

答:B 点到直线 CA 的距离是 75 海里.

(2)$\because BD = 75\sqrt{2}$ 海里,$BH = 75$ 海里,

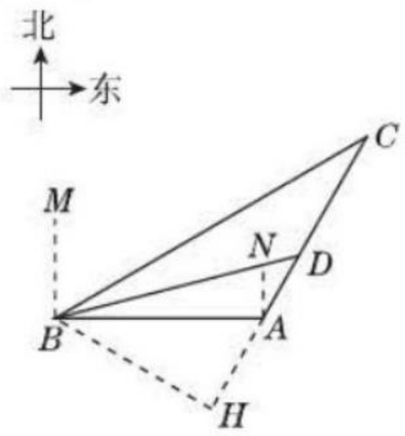
$\therefore DH = \sqrt{BD^2 - BH^2} = 75$(海里).

$\because \angle BAH = 180° - \angle BAC = 60°$,

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中,$\tan\angle BAH = \dfrac{BH}{AH} = \sqrt{3}, \therefore AH = 25\sqrt{3}$ 海里,

$\therefore AD = DH - AH = (75 - 25\sqrt{3})$海里.

答:执法船从 A 到 D 航行了$(75 - 25\sqrt{3})$海里.



(第 4 题)

专训 8

1. 解:如图,过点 A 作 $AC \perp BD$ 交 BD 的延长线于点 C,则 AC 的长是 A 到 BD 的最短距离,

$\because \angle CAD = 30°, \angle CAB = 60°$,

$\therefore \angle BAD = 60° - 30° = 30°$,

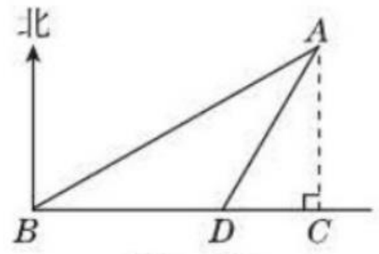
又$\because \angle ABD = 90° - 60° = 30°$,

$\therefore \angle ABD = \angle BAD$,

$\therefore BD = AD = 12$ 海里.

$\because \angle CAD = 30°, \angle ACD = 90°, \therefore CD = \dfrac{1}{2}AD = 6$ 海里,由勾股定理得:$AC = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3} \approx 10.392$(海里)$>$8 海里,

即渔船不改变航线继续向东航行,没有触礁的危险.



(第 1 题)

2. 解:不会穿过风景区.

理由如下:过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D,根据题意得:$\angle ACD = \alpha, \angle BCD = \beta$,

则在$\text{Rt}\triangle ACD$中,$AD = CD \cdot \tan\alpha$,

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,$BD = CD \cdot \tan\beta$.

$\because AD + DB = AB, \therefore CD \cdot \tan\alpha + CD \cdot \tan\beta = AB$,

$\therefore CD = \dfrac{AB}{\tan\alpha + \tan\beta} = \dfrac{150}{1.627 + 1.373} = \dfrac{150}{3} = 50$(千米).

$\because 50 > 45, \therefore$ 连接 A, B 两市的高速公路不会穿过风景区.

3. 错解:过点 A 作 $AB \perp OM$ 于点 B,

在 Rt $\triangle ABO$ 中,$\because \angle AOB = 53°$,$\sin\angle AOB = \dfrac{AB}{AO}, \therefore AB = AO \cdot \sin\angle AOB = 200 \times \sin 53° \approx 160(\text{m}) > 130$ m.

$\therefore$ 教室 A 不在拖拉机的噪声污染范围内.

错解分析:错解的实质在于弄错了方位角,北偏西 53°应指 $\angle MON = 53°$.

正解:过点 A 作 $AB \perp OM$ 于点 B.

$\because \angle MON = 53°, \therefore \angle AOB = 90° - 53° = 37°$.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中,$\because \sin\angle AOB = \dfrac{AB}{AO}$,

$\therefore AB = AO \cdot \sin\angle AOB = 200 \times \sin 37° \approx 120(\text{m}) < 130$ m.

$\therefore$ 教室 A 在拖拉机的噪声污染范围内.

根据题意,在 OM 上取 C, D 两点,连接 AC, AD,使$AC = AD = 130$ m.

$\because AB \perp OM, \therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} \approx$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\sqrt{130^2-120^2}=50$(m).

$\therefore CD=2BC\approx100$ m.

$\therefore \frac{CD}{5}\approx\frac{100}{5}=20$(s).

$\therefore$ 教室 A 受污染的时间约为 20 s.

4. **解**:(1)1.5

(2)如图,过 C 点分别作 $CE\perp OB$ 于 E,$CM\perp DF$,交 FD 的延长线于点 M,

在 Rt△CEO 中,$\angle CEO=90°$,

$\therefore \cos\angle COE=\frac{OE}{OC}$,

$\therefore OE=OC\cdot\cos\angle COE$.

$\because OB=OC=3$ m,$\angle COE=55°$,

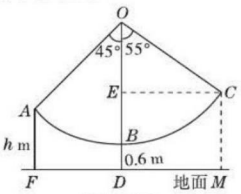
$\therefore OE=3\cdot\cos55°\approx1.71$(m),

$\therefore ED\approx3+0.6-1.71\approx1.9$(m),

$\therefore CM=ED\approx1.9$ m,

$\because$ 成人的"安全高度"为 2 m,

$\therefore$ 此人是安全的.



(第 4 题)

5. **解**:(1)$\because$ 在 Rt△ABC 中,$\tan A=\frac{BC}{AB}$,

$\therefore AB=\frac{BC}{\tan A}=\frac{BC}{\tan20°}\approx\frac{20}{\frac{4}{11}}=55$(cm).

(2)如图,延长 FE 交 DG 于点 I. 则 $DI=DG-FH=100-72=28$(cm).

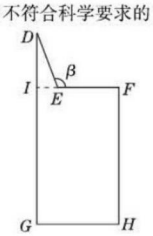
在 Rt△DEI 中,

$\sin\angle DEI=\frac{DI}{DE}=\frac{28}{30}=\frac{14}{15}$,

$\therefore \angle DEI\approx69°$,

$\therefore \beta\approx180°-69°=111°\neq100°$,

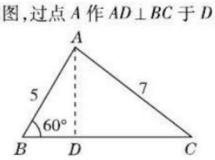
$\therefore$ 此时 β 不符合科学要求的 100°.



(第 5 题)

专训 9

1. **解**:如图,过点 A 作 $AD\perp BC$ 于 D,



(第 1 题)

在 Rt△ABD 中,$AD=AB\cdot\sin60°=5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$,$BD=AB\cdot\cos60°=5\times\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$,

在 Rt△ADC 中,$DC=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{7^2-\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{11}{2}$,

所以 $BC=BD+DC=8$.

2. **解**:延长 BC,AD 相交于点 E.

$\because \angle A=60°$,$\angle B=90°$,

$\therefore \angle E=30°$.

在 Rt△ABE 中,$BE=\frac{AB}{\tan E}=\frac{2}{\tan30°}=2\sqrt{3}$,

在 Rt△CDE 中,$DE=\frac{CD}{\tan30°}=\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}$.

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{Rt△ABE}-S_{Rt△ECD}=\frac{1}{2}AB\cdot BE-\frac{1}{2}CD\cdot ED=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

点拨:本题看似是四边形问题,但注意到$\angle B=90°$,$\angle A=60°$,不难想到延长 BC,AD,构造出直角三角形,将其转化为直角三角形的相关问题来解决.

3. **解**:如图所示,过 B 点分别作 $BE\perp AD$ 于 E,$BF\perp CD$ 于 F.

由 $AD\perp CD$ 知四边形 $BEDF$ 为矩形.

则 $ED=BF$,$FD=BE$. 在 Rt△AEB 中,$\angle AEB=90°$,$\angle A=30°$,$AB=10$.

$\therefore BE=\frac{1}{2}AB=5$,

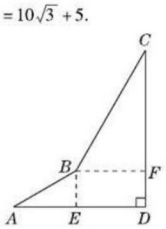
$\therefore AE=\sqrt{3}BE=5\sqrt{3}$.

在 Rt△CFB 中,$\angle CFB=90°$,$\angle C=30°$,$BC=20$,

$\therefore BF=\frac{1}{2}BC=10$,

$\therefore CF=\sqrt{3}BF=10\sqrt{3}$.

$\therefore AD=AE+ED=5\sqrt{3}+10$,$CD=CF+FD=10\sqrt{3}+5$.



(第 3 题)

4. **解**:过点 B 作 $BE\perp CD$,交 CD 的延长线于点 E.

$\because$ 点 D 是 AB 的中点,

$\therefore AD=DB$.

又 $\because \angle ACD=\angle BED=90°$,$\angle ADC=\angle BDE$,

$\therefore$ △ACD ≌ △BED,$\therefore CD=DE$,$AC=BE$.

在 Rt△CBE 中,$\sin\angle BCE=\frac{BE}{BC}=\frac{1}{3}$,

$\therefore BC=3BE$.

$\therefore CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=2\sqrt{2}BE$,

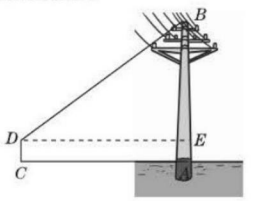
$\therefore CD=\frac{1}{2}CE=\sqrt{2}BE=\sqrt{2}AC$.

$\therefore \tan A=\frac{CD}{AC}=\frac{\sqrt{2}AC}{AC}=\sqrt{2}$.

点拨:构造直角三角形,把所要求的量与已知量建立关系是解题的关键.

专训 10

1. **解**:(1)(答案不唯一)测量方案示意图如图,选用的测量工具:高为 1.5 m 的测角仪,皮尺.



(第 1 题)

(2)CA(测角仪离电线杆的距离)=a m,DC(测角仪的高)=1.5 m,$\angle BDE$(测角仪测的仰角)=α,

根据正切函数可得 $\tan\alpha=\frac{BE}{DE}$.

因为 $DE=CA=a$ m,

所以 $BE=\tan\alpha\cdot a$ m.

又 $AE=CD=1.5$ m,则 $AB=BE+AE=(\tan\alpha\cdot a+1.5)$ m.

故电线杆的高度为$(\tan\alpha\cdot a+1.5)$ m.

2. **解**:(1)如图,测出飞机在 A 处对山顶 M 的俯角 α,测出飞机在 B 处对山顶 M 的俯角 β,测出 A,B 两点间的距离 d.

(2)第一步:在Rt△AMN中,

$\tan\alpha=\frac{MN}{AN}$,

$\therefore AN=\frac{MN}{\tan\alpha}$.

第二步:在 Rt△BMN 中,$\tan\beta=\frac{MN}{BN}$,

$\therefore BN=\frac{MN}{\tan\beta}$.

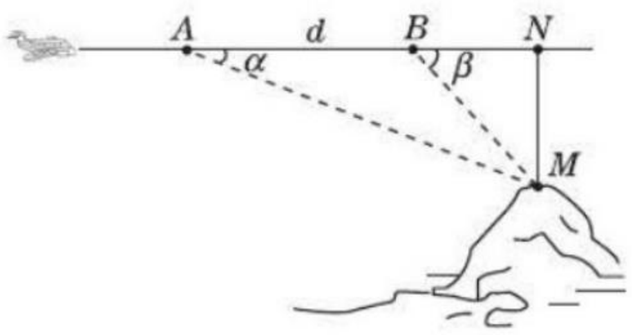
$\because AN=d+BN$,$\therefore d+\frac{MN}{\tan\beta}=\frac{MN}{\tan\alpha}$.

$\therefore MN=\frac{d\tan\alpha\cdot\tan\beta}{\tan\beta-\tan\alpha}$.

点拨:本题主要运用了**建模思想**,根据题目背景建立数学模型,再根据解直

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

角三角形的知识进行解答.



(第2题)

第8章 统计和概率的简单应用

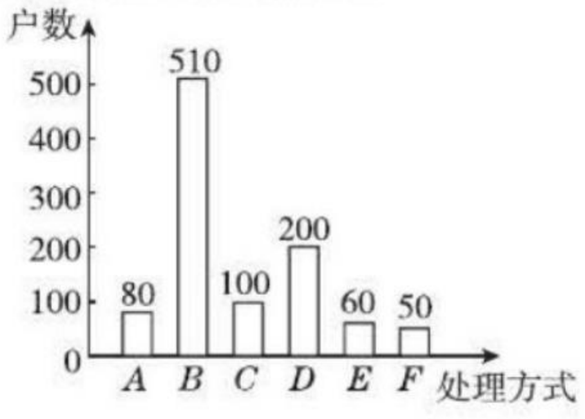
8.1 中学生的视力情况调查

第1课时 简单随机抽样

1. B
2. 抽样调查
3. ①②④
4. A　5. B
6. 680
7. 不可信;选取的样本不具有代表性
8. 不合适
9. **解**:(1)③

(2)①20;6

②补全条形统计图如图:



(第9题)

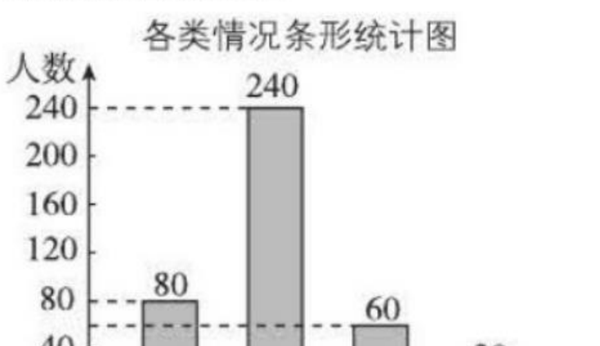
③根据调查数据,即可知道该市市民家庭处理过期药品最常见的方式是直接抛弃.

④180 × 10% = 18(万户).

若该市有180万户家庭,估计大约有18万户家庭处理过期药品的方式是送回收点.

10. **解**:(1)400

(2)B类的人数为400 − 80 − 60 − 20 = 240,C类所对应扇形的圆心角的度数为60 ÷ 400 × 360° = 54°,补全条形统计图如图.



(第10题)

(3)估计该校2 000名学生中"家长和学生都未参与"的有 $2\,000 \times \frac{20}{400} = 100$(名).

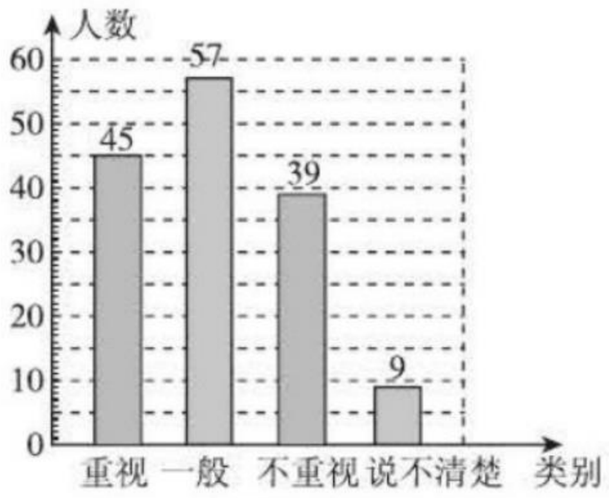
11. **解**:(1)由题意可得出:样本容量为:57 ÷ 0.38 = 150,

$a = 150 \times 0.3 = 45$,

$b = 150 - 57 - 45 - 9 = 39$,

$c = 39 \div 150 = 0.26$.

补全统计图如图所示:



(第11题)

(2)该校"不重视阅读数学教科书"的初中生约有2 300 × 0.26 = 598(名).

(3)①根据统计结果可得出:只有30%的学生重视阅读数学教科书,有32%的学生不重视阅读数学教科书或说不清楚,可以看出大部分学生忽略了阅读数学教科书,同学们应重视阅读数学教科书,从而获取更多的数学课外知识和对相关习题、定理的深层次理解与认识.(答案不唯一)

②如果要了解全省初中生阅读数学教科书的情况,应随机抽取不同地区的学校以及不同的年级进行抽样,进而分析.

12. **解**:(1)不能说明.

(2)消息来源于抽样调查. 因为节能灯太多且调查具有破坏性,很难实现普查.

(3)共有 $\frac{76}{95\%} = 80$(个)节能灯接受检查.

(4)不同意. 因为抽查B品牌样本容量偏小.

第2课时 样本估计总体

1. B
2. C
3. C
4. 16 000
5. **解**:(1)总体是池塘内所有成活鱼苗的质量;个体是每尾鱼的质量;样本是所抽取的10尾鱼的质量.

(2)样本平均数为:

$\bar{x} = \frac{1}{10}(0.8 + 0.9 + 1.2 + 1.3 + 0.8 + 0.9 + 1.1 + 1.2 + 1.0 + 0.8) = 1$(千克).

这塘鱼的总产量约是20 000 × 70% × 1 = 14 000(千克).

(3)14 000 × 4 = 56 000(元).

所以可得约56 000元的收入.

6. **解**:(1)4.8

(2)4.5;4

(3)5 760

(4)由扇形统计图可知,本次活动收集的纽扣电池、7号电池、5号电池、1号电池的个数分别为864,1 440,2 304,1 152.

864 + 1 440 × 2 + 2 304 × 3 + 1 152 × 5 = 16 416(人),即可减少受污染的水的总量相当于16 416人一生的饮水量.

点拨:(1)根据样本的统计表可得这50名学生平均每人收集废旧电池数为

$\frac{3 \times 10 + 4 \times 15 + 5 \times 12 + 6 \times 7 + 8 \times 6}{50}$

= 4.8(个);

(2)电池个数的中位数是 $\frac{4+5}{2} = 4.5$,

众数是4;

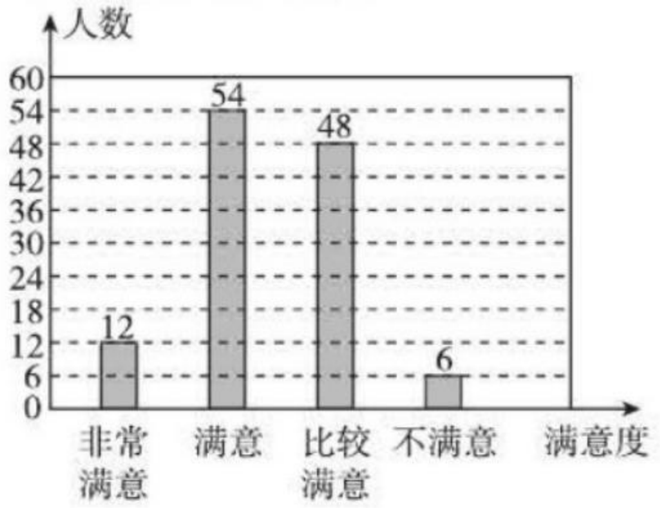
(3)估计该校本次活动共收集电池4.8 × 1 200 = 5 760(个);

(4)先求出本次活动收集的各种型号电池的数目,再根据一粒纽扣电池污染的水量及不同型号电池污染的水量比即可求解.

7. **解**:(1)120;45%

(2)$n = 120 \times 40\% = 48$.

补全条形统计图如图:



(第7题)

(3)3 600 × (10% + 45%) = 1 980(名),所以估计该景区服务工作平均每天得到1 980名游客的肯定.

8. **解**:(1)从C可看出5 ÷ 0.1 = 50(人),

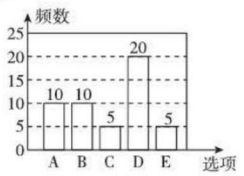
答:这次被调查的学生有50人。

(2)$m = \frac{10}{50} = 0.2$, $n = 0.2 \times 50 = 10$,

$p = 0.4 \times 50 = 20$,补全条形统计图

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

如图.



（第8题）

（3）800 × (0.1 + 0.4) = 800 × 0.5 = 400（人），

答：估计全校学生中利用手机购物或玩游戏的共有400人. 建议中学生使用手机要多用于学习.（建议不唯一，合理即可）

9. 解：（1）$a=20$，$m=960$.

（2）960 ÷ (20 × 30%) = 160（万元），

560 ÷ (20 × 20%) = 140（万元），

∴ 网购与视频软件的人均利润分别为160万元、140万元.

（3）能，设网购软件的研发与维护人数增加 x 人，则视频软件的研发与维护人数减少 x 人，由题知 $160(6+x)+140(4-x)=960+560+60$，

解得 $x=3$，

∴ 调整方案为：网购软件的研发与维护人数增加3人，视频软件的研发与维护人数减少3人.

8.2 货比三家

1. B **2.** 甲 **3.** 不正确

4. B **点拨**：七年级的体育达标率 = 260 ÷ (800 × 37%) = 260 ÷ 296 ≈ 88%，八年级共有学生 800 × 33% = 264（人），八年级的体育达标率 = 250 ÷ 264 ≈ 95%. 九年级的体育达标率 = 235 ÷ (800 × 30%) = 235 ÷ 240 ≈ 98%，因此说法正确的是乙和丙两个同学.

5. 2016；2015

6. 错解：（1）都能.

（2）不存在问题.

诊断：（1）人们习惯于从条形的高度看相应的增长比例，直观看，乙图给人的感觉是好像今年比去年增长一倍，而实际上不是这样的，因为去年的产量是1 000件，今年的产量是1 500件，只增加500件，比去年增加50%，所以甲图能较准确地反映产量的增长情况.

（2）由于乙统计图的纵轴上的数值不是从零开始的，所以容易给人一种错觉，误认为今年的产量是去年产量的2倍.

正解：（1）甲统计图能较准确地反映产量的增长情况.（2）乙统计图不规范的主要问题是纵轴上的数值没有从零开始.

7. 解：（1）方案1最后得分：

$\frac{1}{10}\times(3.2+7.0+7.8+3\times8.0+3\times8.4+9.8)=7.7$（分）；

方案2最后得分：

$\frac{1}{8}\times(7.0+7.8+3\times8.0+3\times8.4)=8.0$（分）；

方案3最后得分：8.0分；

方案4最后得分：8.0分或8.4分.

（2）因为方案1中平均数受较大或较小数据的影响，不能反映这组数据的“平均水平”，所以方案1不适合作为确定最后得分的方案.

因为方案4中的众数有两个，众数失去了实际意义，所以方案4不适合作为确定最后得分的方案.

8. 解：不同意. 因为2014年、2015年考生总人数未知，无法计算这两年升入高中人数的具体数目，只能从统计图中判断每年的升学比例. 所以不能只从两图中的比例判断升入高中人数的多少.

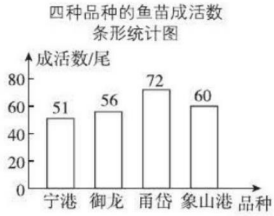
9. 解：甲厂的广告利用了统计中的平均数，乙厂的广告利用了统计中的众数，丙厂的广告利用了统计中的中位数. 选用甲厂的产品，因为它的平均数较真实地反映灯管的使用寿命. 或选用丙厂的产品，因为丙厂有一半以上的灯管使用寿命不低于48个月.

10. 解：（1）根据题意得：

300 × (1 − 30% − 25% − 25%) = 60（尾），则试验中“宁港”品种鱼苗有60尾.

（2）根据题意得：300 × 30% × 80% = 72（尾），

则试验中“甬岱”品种鱼苗有72尾成活，补全条形统计图如图：



（第10题）

（3）“宁港”品种鱼苗的成活率为 $\frac{51}{60}\times100\%=85\%$，“御龙”品种鱼苗的成活率为 $\frac{56}{300\times25\%}\times100\%\approx74.7\%$，

“象山港”品种鱼苗的成活率为 $\frac{60}{300\times25\%}\times100\%=80\%$，则“宁港”品种鱼苗的成活率最高，应选“宁港”品种进行推广.

11. 解：（1）A品牌洗衣粉的主要竞争优势是质量，理由是：

①对A品牌洗衣粉的质量满意的最多；②对A品牌洗衣粉的价格满意的不是最多；③对A品牌洗衣粉广告满意的不是最多.

∴ A品牌洗衣粉的主要竞争优势是质量.

（2）广告对用户选择品牌有影响，因为对于B品牌的洗衣粉在质量和价格上顾客满意率不是最高，但由于B品牌洗衣粉广告做得好，所以销量比C品牌大.

（3）建议其多关注洗衣粉的质量，并把广告做得更好.（答案不唯一）

8.3 统计分析帮你做预测

1. D **2.** D

3. 10.1

4. 103.7；近两年的新能源汽车的销售量平均每年增加26万辆

点拨：答案不唯一，合理即可.

5. 诊断：根据题图②中4月份和5月份服装部销售额分别占当月销售总额的17%和16%，呈下降趋势，故误以为5月份商场服装部的销售额比4月份减少了. 应该用题图①中4月份和5月份商场销售总额乘题图②中的百分比才能够得到4，5月份服装部销售额情况.

正解：不同意. 理由：4月和5月的销售总额分别是75万元和80万元，服装部销售额各占当月销售总额的17%和16%，则为75 × 17% = 12.75（万元），80 × 16% = 12.8（万元），12.75 < 12.8，故小刚的说法是错误的.

6. B **点拨**：下一辆出现的车可能是小汽车，也可能是面包车、公共汽车、电瓶车，只是出现的可能性不同. 先用“24 + 18 + 18 + 10”计算1分钟出现的车流量，进而通过可能性的计算方法，分别计算出几种车出现的可能性，然后比较，进而得出结论.

小汽车：24 ÷ (24 + 18 + 18 + 10) = 24 ÷ 70 = $\frac{24}{70}$；

公共汽车：18 ÷ (24 + 18 + 18 + 10) =

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$18 \div 70 = \frac{18}{70}$;

面包车:$18 \div (24 + 18 + 18 + 10) = 18 \div 70 = \frac{18}{70}$;

电瓶车:$10 \div (24 + 18 + 18 + 10) = 10 \div 70 = \frac{10}{70}$.

因为$\frac{24}{70} > \frac{18}{70} = \frac{18}{70} > \frac{10}{70}$,所以这四种车出现的可能性不同,所以下一辆出现的可能性四种车都为$\frac{1}{4}$说法不合理. 故选 B.

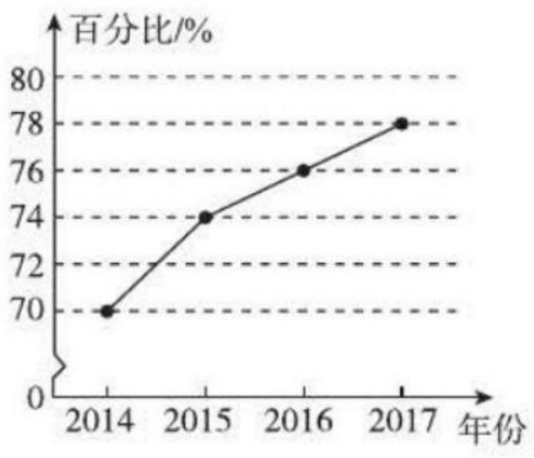
7. 解:(1)2014 年:$98 \div 140 \times 100\% = 70\%$,

2015 年:$153 \div 207 \times 100\% \approx 74\%$,

2016 年:$235 \div 310 \times 100\% \approx 76\%$,

2017 年:$351 \div 450 \times 100\% = 78\%$,

画统计图如图:



(第 7 题)

(2)根据统计图,可以预估 2018 年"电商包裹件"占当年"快递件"总量的 80%,

所以,2018 年"电商包裹件"约为:$675 \times 80\% = 540$(亿件),

答:估计其中"电商包裹件"约为 540 亿件.

8. 解:(1)此图为复式折线统计图,135 - 127 = 8(厘米),所以小红 9 岁时的身高比上一年的身高增长幅度最大;

(2)从复式折线统计图中可以看出小红的身高始终低于全国同龄女生的标准身高;(答案不唯一)

(3)当小红 18 岁时,小红的身高可能是 161 厘米.

9. 解:(1)略.

(2)设 $y = kx + b$,取(160,54)和(180,72)两个点,将其坐标分别代入 $y = kx + b$,得$\begin{cases} 54 = 160k + b, \\ 72 = 180k + b, \end{cases}$

解得 $k = 0.9$,$b = -90$,

∴ y 与 x 之间的函数表达式为 $y = 0.9x - 90$.

(3)当 $x = 163$ 时,$y = 0.9 \times 163 - 90 = 56.7$.

答:这个人的标准体重为 56.7 kg.

(4)∵ $55 \div (1 + 10\%) = 50$(kg),$55 \div (1 - 10\%) = \frac{550}{9}$(kg),

∴ 当 $y = 50$ 时,$x - 105 = 50$,解得 $x = 155$;

当 $y = \frac{550}{9}$ 时,$0.9x - 90 = \frac{550}{9}$,解得 $x \approx 168$.

∴ 这个人的身高范围是 155 ~ 168 cm.

10. 解:(1)略.

(2)该函数的图像是抛物线的一部分,设 $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$,将(0,0),(10,1.1),(20,2.4)代入,得:

$$\begin{cases} c = 0, \\ 1.1 = 100a + 10b + c, \\ 2.4 = 400a + 20b + c, \end{cases}$$

解得$\begin{cases} a = 0.001, \\ b = 0.1, \\ c = 0, \end{cases}$

故函数表达式为 $y = 0.001x^2 + 0.1x$.

(3)没有超速. 理由如下:当 $y = 26.4$ 时,$26.4 = 0.001x^2 + 0.1x$,解得 $x_1 = 120$,$x_2 = -220$(不合题意,舍去).

因为 120 km/h = 120 km/h,所以在事故发生时,汽车没有超速.

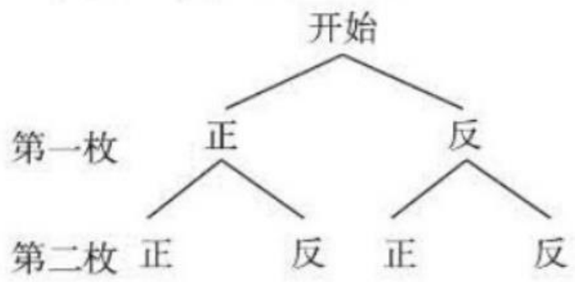
8.4 抽签方法合理吗

1. C **2.** C

3. $\frac{1}{9}$

4. D **5.** B

6. D **点拨**:画树状图如图所示:

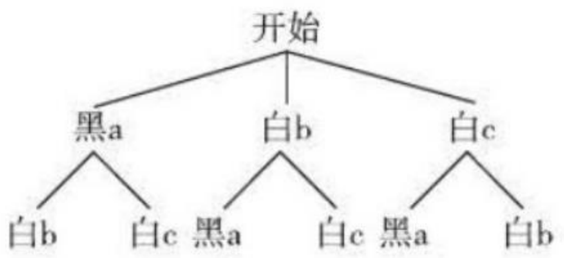


(第 6 题)

由树状图可知抛出两个正面的概率为$\frac{1}{4}$,抛出其他结果的概率为$\frac{3}{4}$,从而可知 D 不正确.

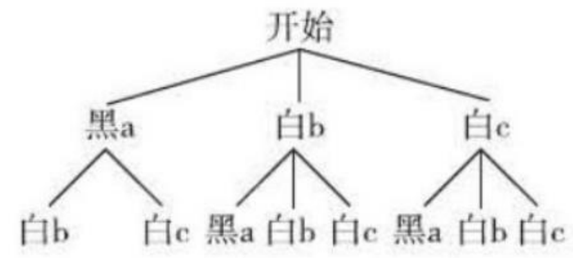
7. $\frac{1}{4}$;不公平 **8.** 甲

9. 解:(1)如图 1,共 6 种情况,两次都摸出白球的情况有 2 种,所以概率为$\frac{1}{3}$;



(第 9 题图 1)

(2)如图 2,共 8 种情况,两次都摸出白球的情况有 4 种,所以概率为$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.



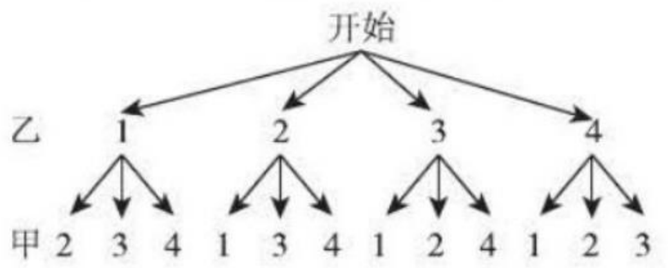
(第 9 题图 2)

10. 解:(1)第一位抽奖的同学抽中文具的概率是$\frac{1}{4}$,抽到计算器的概率是$\frac{1}{2}$.

(2)不同意这种说法. 理由如下:

若是甲先抽,则抽到海宝的概率是$\frac{1}{4}$;

若乙先抽,画树状图如图所示.



(第 10 题)

则甲抽到海宝的概率也是$\frac{1}{4}$.

所以不管是甲先抽还是乙先抽,甲抽到海宝的概率都是$\frac{1}{4}$,所以不同意这种说法.

11. 解:(1)根据题意得:妹妹去听讲座的概率为:

$\frac{2x}{2x + 3x} = \frac{2}{5}$;

小明去听讲座的概率为:

$\frac{3x}{2x + 3x} = \frac{3}{5}$.

∵ $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$,∴ 这个办法不公平.

(2)此时:妹妹去听讲座的概率为:$\frac{2x}{2x + 3x - 3}$;

小明去听讲座的概率为:$\frac{3x - 3}{2x + 3x - 3}$.

∴ 当 $2x = 3x - 3$,即 $x = 3$ 时,他们的机会均等;

当 $2x > 3x - 3$,$3x - 3 > 0$,即 $1 < x < 3$ 时,对妹妹有利;

当 $2x < 3x - 3$,即 $x > 3$ 时,对小明有利.

12. 解:(1)列表得:

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

(A,D)	(B,D)	(C,D)	–
(A,C)	(B,C)	–	(D,C)
(A,B)	–	(C,B)	(D,B)
–	(B,A)	(C,A)	(D,A)

∴ 一共有 12 种情况.

(2)不公平,对小强有利. 理由:

∵ A,B 不成立,C,D 成立,

∴ P(小明胜) $=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$,

P(小强胜) $=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$,

∴ 这个游戏不公平,对小强有利.

13. **解**:(1)共有 4 张纸牌,牌面图形是中心对称图形的情况有 3 种,所以摸到牌面图形是中心对称图形的概率是$\frac{3}{4}$.

(2)公平. 理由:列表得:

	A	B	C	D
A		(A,B)	(A,C)	(A,D)
B	(B,A)		(B,C)	(B,D)
C	(C,A)	(C,B)		(C,D)
D	(D,A)	(D,B)	(D,C)	

共产生 12 种结果,每种结果出现的可能性相同,其中两张牌面图形都是轴对称图形的有 6 种,

∴ P(两张牌面图形都是轴对称图形) $=\frac{1}{2}$,因此这个游戏公平.

14. **解**:不公平. 理由:列表表示所有可能的结果:

第一张 / 和 / 第二张	4	5	6
4	8	9	10
5	9	10	11
6	10	11	12

由上表可知,共有 9 种等可能结果,其中和为偶数的有 5 种结果,和为奇数的有 4 种结果,

∴ P(参加敬老服务活动) $=\frac{5}{9}$,

P(参加文明礼仪宣传活动) $=\frac{4}{9}$.

∵ $\frac{5}{9}\neq\frac{4}{9}$,∴ 这个游戏不公平.

8.5 概率帮你做估计

1. D **2.** B **3.** D **4.** 1 **5.** C **6.** 10

7. 1250 **8.** $\frac{4n}{m}$

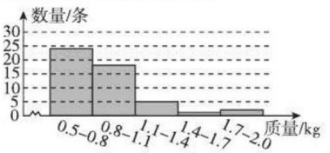
9. **解**:(1)0.33

(2)当 $x=7$ 时,列表如下:

	3	4	5	7
3		7	8	10
4	7		9	11
5	8	9		12
7	10	11	12	

所以 2 个小球上数的和为 9 的概率是 $\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$,所以 x 的值不可以取 7. 当 $x=5$ 时,2 个小球上数的和为 9 的概率是$\frac{1}{3}$. (x 的值不唯一)

10. **解**:(1)补全直方图如图:



(第 10 题)

(2)由题意,得"0.5 – 0.8"的频率为:24 ÷ 50 = 0.48,

"0.8 – 1.1"的频率为:18 ÷ 50 = 0.36,

"1.1 – 1.4"的频率为:5 ÷ 50 = 0.1,

"1.4 – 1.7"的频率为:1 ÷ 50 = 0.02,

"1.7 – 2.0"的频率为:2 ÷ 50 = 0.04.

∵ 0.48 > 0.36 > 0.1 > 0.04 > 0.02.

∴ 估计从鱼塘中随机捕捞一条成品鱼,其质量落在"0.5 – 0.8"的可能性最大.

(3)这组数据的个数为 50,第 25 个和第 26 个数分别是 1.0,1.0,

∴ (1.0 + 1.0) ÷ 2 = 1.0,

鱼塘里质量中等的成品鱼,其质量落在"0.8 – 1.1"内.

(4)设鱼塘中成品鱼的条数为 x,由题意,得:50 ∶ x = 2 ∶ 100,解得 x = 2 500.

$$2\,500\times\frac{0.5\times1+0.6\times8+0.7\times15+1\times18+1.2\times5+1.6\times1+1.9\times2}{50}$$

= 2 260(kg). 所以估计鱼塘中成品鱼的总质量为 2 260 kg.

11. **解**:(1)0.9;0.9

(2)①4.5

②18 ÷ 0.9 – 5 = 15(万棵),

答:还需移植这种树苗约 15 万棵.

12. **解**:(1)因为石子落在 $\odot O$ 内(含 $\odot O$ 上)的次数与落在阴影内的次数的比为:(14 + 43 + 93) ∶ (29 + 85 + 186) = 1 ∶ 2,所以 $\odot O$ 与阴影部分的面积比为:1 ∶ 2.

(2)易知 P[落在 $\odot O$ 内(含 $\odot O$ 上)] = $\frac{\odot O\text{ 的面积}}{\odot O\text{ 的面积}+\text{阴影的面积}}=\frac{1}{3}$,所以 $\frac{S_{\odot O}}{S_{\text{图形}ABC}}=\frac{1}{3}$,$S_{\text{图形}ABC}=3\pi(\text{m}^2)$,即封闭图形 ABC 的面积为 $3\pi\ \text{m}^2$.

8.6 收取多少保险费才合理

1. D **2.** A **3.** A

4. C **点拨**:设每个学生每年应该缴纳的保险费为 x 元,学生有 a 人,

根据题意,得 $\left(1-\frac{1}{4}\right)\times x\times a=0.000\,5\times30\,000\times a$,解得 $x=20$. 故选 C.

5. $\frac{2}{\pi}$

6. 25 **点拨**:根据车间每天生产零件的不合格率为$\frac{1}{500}$,每天抽查 20 个,利用天数 × 每天抽查个数 × $\frac{1}{500}=1$,求出即可.

7. 20 **8.** 200 **9.** 赔钱;700

10. 120 **点拨**:解决本题要运用方程思想,可设投足保险费,应缴 x 元保险费. 由题意得 $x\div13\,500=40\div4\,500$,解得 $x=120$.

11. 0.8

12. **错解**:篮球运动员在 10 次投篮中必有 8 次投中.

诊断:此题错在没有真正理解概率与发生次数平均值的关系. 解释概率值的含义时,一定要强调在很多次的情况下得到的平均值,而不是一定会有.

正解:篮球运动员在 10 次投篮中,平均有 8 次投中或可理解为如果投很多次的话,那么平均每 10 次会有 8 次投中.

13. **解**:设保险公司每年向每户收取的火灾保险费用为 x 元,由题意得每年赔偿费用为(5 000 · n · 10 000 × 0.001 6)元,每年收取费用为(10 000 · n · x)元.

10 000 · n · x ≥ 5 000 · n · 10 000 × 0.001 6,解得 $x\geqslant8$.

所以保险公司每年向每户收取的火灾保险费用应不低于 8 元.

14. **解**:(1)a = 0.9 + 0.3 = 1.2,b = 1.2 + 0.2 = 1.4.

(2)根据用车意愿调查结果,抽取的 100 名师生每人每天使用 A 品牌共享单车的平均车费为:$\frac{1}{100}\times(0\times5+$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$0.5\times15+0.9\times10+1.2\times30+1.4\times25+1.5\times15)=1.1$(元),

所以估计该校5 000名师生一天使用A品牌共享单车的费用为:$5\ 000\times1.1=5\ 500$(元),

因为$5\ 500<5\ 800$,

故收费调整后,此运营商在该校投放A品牌共享单车不能获利.

15. 解:(1)设该运动员去年的比赛中共投了x个3分球,根据题意,得$\frac{0.75x}{40}=12$,

解得$x=640$,

$0.25x=0.25\times640=160$.

答:该运动员去年的比赛中共投中160个3分球.

(2)小亮的说法不正确. 理由如下:

3分球的命中率为0.25,是相对于40场比赛来说的,而在其中的一场比赛中,虽然该运动员3分球共出手20次,但是该运动员这场比赛中不一定投中了5个3分球.

全章高频考点专训

专训1

1. 解:适合用普查方式的有(4)(6)(7),适合用抽样调查方式的有(1)(2)(3)(5)(8).

2. 不具有;所选样本不具有代表性

3. 解:(1)在某大城市调查我国的扫盲情况,不具有代表性;(2)在十个城市的十所中学里调查我国学生的视力情况不具有代表性;(3)在一个鱼塘里随机捕了100条鱼,了解鱼塘里鱼的生长情况具有代表性;(4)在某一农村小学里抽查100名学生,调查我国小学生的健康状况不具代表性.

4. 解:方案②.

5. 解:(1)将三个年级依次编号为1,2,3,再在这三个数中随机产生两个不同的数,相应编号的年级即作为样本.

(2)将九年级的八个班依次编号1,2,3,…,8,再在这8个数中随机产生1个数,相应编号的班级即作为样本.

(3)将全校1 236名学生依次编号1,2,3,…,1 236,再在这1236个数中随机产生40个不同的数,相应编号的学生即作为样本.

(4)将全校24个班依次编号1,2,3,…,24,并在这24个数中随机产生两个不同的数,再将相应编号的两个班中所有学生依次编号1,2,3,…,若这两个班共有m名学生,那么就在1,2,3,…,m这m个数中随机产生40个不同的数,相应编号的学生即作为样本.

专训2

1. 解:(1)由题意可得:

P(不能达到51岁)$=\frac{951}{78\ 009}\approx0.012$,

P(能达到80岁)$=\frac{16\ 078}{78\ 009}\approx0.206$.

(2)由题意可得:$\frac{951}{78\ 009}\times20\ 000\times10\approx2438.2$(万元).

答:预计保险公司需付这一项赔偿的总额为2438.2万元.

2. A

3. $\frac{1}{5}$ 点拨:∵随机地闭合开关S_1,S_2,S_3,S_4,S_5中的三个共有10种可能,能够使灯泡L_1,L_2同时发光有2种可能,

∴随机地闭合开关S_1,S_2,S_3,S_4,S_5中的三个,能够使灯泡L_1,L_2同时发光的概率是$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$. 故答案为$\frac{1}{5}$.

4. 解:(1)用画树状图法得出所有可能的结果如图:



(第4题)

(2)裁判员的这种做法对甲、乙双方是公平的.

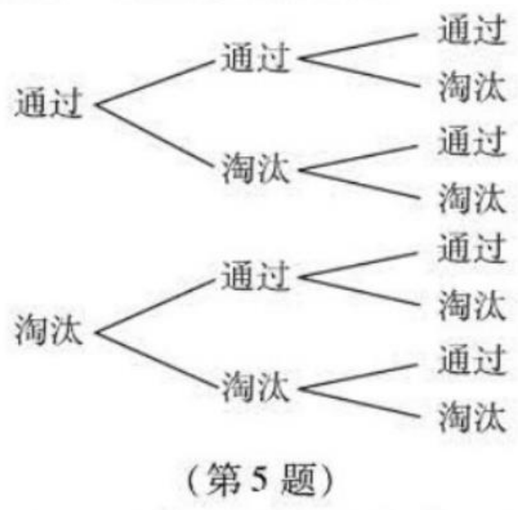
理由:由(1)知P(甲获胜)$=\frac{3}{9}$,

P(乙获胜)$=\frac{3}{9}$.

∵P(甲获胜)$=P$(乙获胜),

∴裁判员这种做法对甲、乙双方是公平的.

5. 解:(1)如图,画树状图来说明评委给出选手A的所有可能结果:



(第5题)

(2)由(1)可知评委给出选手A所有可能的结果有8种. 并且它们是等可能的,对于选手A,晋级的可能有4种情况,

∴选手A晋级的概率是$\frac{1}{2}$.

专训3

1. 解:根据题意,预计出海的收益为$5\ 000\times60\%+(-2\ 000)\times40\%=2\ 200$(元).

出海的收益2 200元高于不出海的损失1 000元,所以应该选择出海.

2. 解:(1)经计算各班总分均为43分,则平均分为$\frac{43}{5}$分,即平均数不能反映各班考评结果的差异. 用中位数和众数均可反映. 它们的中位数分别为10分,9分,8分,众数分别为10分,9分,8分,故中位数或众数的先后顺序为(2)班,(3)班,(6)班,由此推选九年级(2)班为市级优秀班候选班.

(2)答案不唯一. 可令行为规范:学习成绩:校运动会:艺术获奖:劳动卫生=3:3:2:1:1.

故九年级(2)班的得分$=10\times0.3+10\times0.3+6\times0.2+10\times0.1+7\times0.1=8.9$(分).

九年级(3)班的得分$=9\times0.3+10\times0.3+9\times0.2+9\times0.1+6\times0.1=9$(分).

九年级(6)班的得分$=10\times0.3+8\times0.3+8\times0.2+8\times0.1+9\times0.1=8.7$(分).

故推选九年级(3)班作为市级优秀班级候选班.

3. 解:(1)因为今年四月份甲公司揽件员人均揽件数超过40的有4天,

所以甲公司揽件员人均揽件数超过40(不含40)的概率为$=\frac{4}{30}=\frac{2}{15}$.

(2)①甲公司各揽件员的日平均揽件数为

$$\frac{38\times13+39\times9+40\times4+41\times3+42\times1}{30}$$

$=39$(件);

②选择乙公司,理由:甲公司揽件员的日平均工资为$70+39\times2=148$(元),

乙公司揽件员的日平均工资为

$$\frac{[38\times7+39\times7+40\times(8+5+3)]\times4+(1\times5+2\times3)\times6}{30}$$

$$=[40+\frac{(-2)\times7+(-1)\times7}{30}]\times4+\frac{1\times5+2\times3}{30}\times6=159.4\text{(元)}.$$

因为$159.4>148$,

所以仅从工资收入的角度考虑,小明应到乙公司应聘.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

达标检测卷答案

第5章达标检测卷

一、1. C　2. D　3. B　4. C　5. C　6. A

7. B　**点拨**：假设甲和丙的结论正确，则$\begin{cases}-\frac{b}{2}=1,\\ \frac{4c-b^2}{4}=3,\end{cases}$解得：$\begin{cases}b=-2,\\ c=4.\end{cases}$∴抛物线的表达式为$y=x^2-2x+4$.

当$x=-1$时，$y=x^2-2x+4=7$，∴乙的结论不正确；当$x=2$时，$y=x^2-2x+4=4$，∴丁的结论正确.

∵四位同学中只有一位发现的结论是错误的，∴假设成立. 故选B.

8. C

9. B　**点拨**：由题意易知每星期的销量为$150-10(x-40)=(550-10x)$(件)，设每星期的利润为y元，则$y=(x-30)(550-10x)=-10(x-42.5)^2+1\,562.5$. ∵$x$为非负整数，∴当$x=42$或43时，利润最大，又∵要求销量较大，∴$x$取42. 故选B.

10. B　**点拨**：①由抛物线开口向下，可得$a<0$，又由抛物线与y轴交于正半轴，可得$c>0$，然后由对称轴在y轴左侧，得到b与a同号，则可得$b<0$，故$abc>0$，①错误；

②由抛物线与x轴有两个交点，可得$b^2-4ac>0$，②正确；

③当$x=-2$时，$y<0$，即$4a-2b+c<0$ (1)，

当$x=1$时，$y<0$，即$a+b+c<0$ (2)，

(1)+(2)×2，得$6a+3c<0$，即$2a+c<0$，

又∵$a<0$，∴$a+(2a+c)=3a+c<0$，③错误；

④∵当$x=1$时，$y=a+b+c<0$；当$x=-1$时，$y=a-b+c>0$，

∴$(a+b+c)(a-b+c)<0$，

即$[(a+c)+b][(a+c)-b]=(a+c)^2-b^2<0$，

∴$(a+c)^2<b^2$，④正确.

综上所述，正确的结论有2个. 故选B.

二、11. 1；5

12. 直线$x=-1$　**点拨**：依题意可知，该二次函数的图像与x轴的交点坐标是(1，0)和(−3，0)，所以该二次函数图像的对称轴是直线$x=-1$.

13. 24　14. $m\geqslant -3$

15. $-5\leqslant y\leqslant 4$

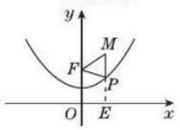
16. $\frac{17}{4}$米

17. 5　**点拨**：如图，过点M作$ME\perp x$轴于点E，交抛物线$y=\frac{1}{4}x^2+1$于点P，此时$\triangle PMF$周长最小，

∵$F(0,2)$、$M(\sqrt{3},3)$，

∴$ME=3$，$FM=\sqrt{(\sqrt{3}-0)^2+(3-2)^2}=2$，

∴$\triangle PMF$周长的最小值$=ME+FM=3+2=5$. 故答案为5.



(第17题)

18. 4或−1或$4+2\sqrt{5}$或$4-2\sqrt{5}$

三、19. **解**：(1)∵$B(-1,0)$，抛物线的对称轴是直线$x=-3$，

∴$A(-5,0)$，

根据题意得$\begin{cases}-25-5b+c=0,\\ -1-b+c=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}b=-6,\\ c=-5,\end{cases}$

∴抛物线的表达式为$y=-x^2-6x-5$；

(2)抛物线顶点E的坐标为$(-3,4)$. $AC/\!/EF$.

20. **解**：(1)把点$A(0,3)$，$B\left(-4,-\frac{9}{2}\right)$的坐标分别代入$y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$，

得$\begin{cases}c=3,\\ -\frac{3}{16}\times 16-4b+c=-\frac{9}{2},\end{cases}$

解得$\begin{cases}b=\frac{9}{8},\\ c=3.\end{cases}$

(2)由(1)可得，该抛物线的表达式为$y=-\frac{3}{16}x^2+\frac{9}{8}x+3$.

∵$b^2-4ac=\left(\frac{9}{8}\right)^2-4\times\left(-\frac{3}{16}\right)\times 3=\frac{225}{64}>0$，

∴二次函数$y=-\frac{3}{16}x^2+bx+c$的图像与x轴有公共点.

易求得$-\frac{3}{16}x^2+\frac{9}{8}x+3=0$的解为$x_1=-2$，$x_2=8$.

∴公共点的坐标是$(-2,0)$，$(8,0)$.

21. **解**：(1)$W_1=(x+50)(160-2x)=-2x^2+60x+8\,000$；$W_2=19(50-x)=-19x+950$.

(2)$W=W_1+W_2=(-2x^2+60x+8\,000)+(-19x+950)=-2x^2+41x+8\,950=-2\left(x-\frac{41}{4}\right)^2+9\,160\frac{1}{8}$.

∵$-2<0$，∴抛物线开口向下，又$0<x<50$，且x是整数，∴当$x=10$时，$W_{最大}=-2\times\left(10-\frac{41}{4}\right)^2+9\,160\frac{1}{8}=9\,160$.

故当$x=10$时，第二期培植的盆景与花卉售完后获得的总利润W最大，最大总利润是9 160元.

22. **解**：(1)∵抛物线$y=x^2+bx-3$经过点$A(-1,0)$，

∴$0=1-b-3$，解得$b=-2$，

∴抛物线的表达式为$y=x^2-2x-3$，

∵$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，

∴抛物线的顶点坐标为$(1,-4)$.

(2)①由$P(m,t)$在抛物线上可得$t=m^2-2m-3$，

∵点P'与P关于原点对称，

∴$P'(-m,-t)$，

∵点P'落在抛物线上，

∴$-t=(-m)^2-2(-m)-3$，即$t=-m^2-2m+3$，

∴$m^2-2m-3=-m^2-2m+3$，解得$m=\sqrt{3}$或$m=-\sqrt{3}$.

②由题意可知$P'(-m,-t)$在第二象限，

∴$-m<0$，$-t>0$，

即$m>0$，$t<0$，

又∵抛物线的顶点坐标为$(1,-4)$，

∴$-4\leqslant t<0$，

∵点P在抛物线上，

∴$t=m^2-2m-3$，∴$m^2-2m=t+3$，

∵$A(-1,0)$，$P'(-m,-t)$，

∴$P'A^2=(-m+1)^2+(-t)^2=m^2-2m+1+t^2=t^2+t+4=$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\left(t+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$.

$\therefore$ 当 $t=-\frac{1}{2}$ 时，$P'A^2$ 有最小值，

$\therefore -\frac{1}{2}=m^2-2m-3$，解得 $m=\frac{2-\sqrt{14}}{2}$ 或 $m=\frac{2+\sqrt{14}}{2}$.

$\because m>0$，$\therefore m=\frac{2-\sqrt{14}}{2}$ 不合题意，舍去，$\therefore m$ 的值为 $\frac{2+\sqrt{14}}{2}$.

23. (1) **解**：$\because$ 二次函数的图像经过点 $A(-2,2)$，$\therefore 2=a\times(-2)^2+1$，

解得 $a=\frac{1}{4}$，

$\therefore y=\frac{1}{4}x^2+1$.

(2) **解**：$\because$ 一次函数的图像经过点 $B(0,2)$，$\therefore 2=k\times0+b$，$\therefore b=2$.

(3) **证明**：过点 M 作 $ME\perp y$ 轴于点 E，如图，设 $M\left(x,\frac{1}{4}x^2+1\right)$，

$\therefore MC=\frac{1}{4}x^2+1$.

$\therefore ME=|x|$，$EB=\left|\frac{1}{4}x^2+1-2\right|=\left|\frac{1}{4}x^2-1\right|$.

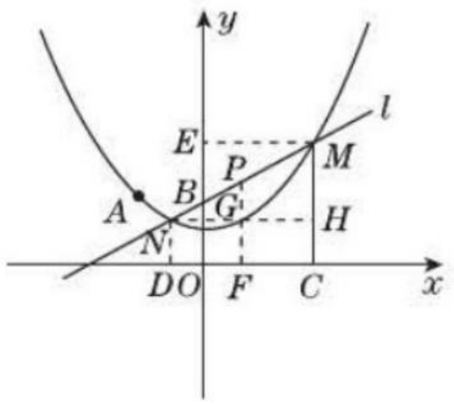
$\therefore MB=\sqrt{ME^2+EB^2}$

$=\sqrt{x^2+\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)^2}$

$=\sqrt{x^2+\frac{1}{16}x^4-\frac{1}{2}x^2+1}$

$=\sqrt{\frac{1}{16}x^4+\frac{1}{2}x^2+1}=\frac{1}{4}x^2+1$.

$\therefore MB=MC$



(第 23 题)

(4) **解**：相切.

理由：如图，过点 N 作 $ND\perp x$ 轴于 D，取 MN 的中点 P，过点 P 作 $PF\perp x$ 轴于点 F，过点 N 作 $NH\perp MC$ 于点 H，交 PF 于点 G.

由(3)知 $NB=ND$，

$\therefore MN=NB+MB=ND+MC$，

易知 $PG=\frac{1}{2}MH$，$ND=GF=HC$，

$\because PF=PG+GF$，$\therefore 2PF=2PG+2GF=MH+ND+HC=ND+MC$，

$\therefore PF=\frac{1}{2}MN$，$\therefore$ 以线段 MN 为直径的圆与 x 轴相切.

第 6 章达标检测卷

一、**1.** D **点拨**：$\because \frac{a-b}{b}=\frac{1}{3}$，$\therefore \frac{a}{b}-1=\frac{1}{3}$，$\therefore \frac{a}{b}=\frac{4}{3}$，故选 D.

2. A **点拨**：依题意，得 $x^2=ac$，$\therefore x^2=9\times4$，$\therefore x=6$(负值舍去)，故选 A.

3. C **4.** C **5.** B **6.** A **7.** D

8. B **点拨**：$\because AB/\!/DE$，

$\therefore \triangle CAB\backsim\triangle CDE$，$\therefore \frac{CD}{CA}=\frac{DE}{AB}$，即 $\frac{3}{3+5}=\frac{4}{AB}$，$\therefore AB=\frac{32}{3}$. $\because CF$ 是 AB 边上的中线，

$\therefore BF=\frac{1}{2}AB=\frac{16}{3}$，故选 B.

9. A **点拨**：$\because \frac{AD}{AB}=\frac{1}{2}$，$\therefore$ 设 $AD=BC=a$，则 $AB=CD=2a$，$\therefore AC=\sqrt{5}a$，

易得 $\triangle CBE\backsim\triangle CAB$，$\triangle AEB\backsim\triangle ABC$，

$\therefore BC^2=CE\cdot CA$，$AB^2=AE\cdot AC$，

$\therefore a^2=CE\cdot\sqrt{5}a$，$4a^2=AE\cdot\sqrt{5}a$，

$\therefore CE=\frac{\sqrt{5}a}{5}$，$AE=\frac{4\sqrt{5}a}{5}$，$\therefore \frac{CE}{AE}=\frac{1}{4}$，

易得 $\triangle CEF\backsim\triangle AEB$，$\therefore \frac{S_1}{S_2}=\left(\frac{CE}{AE}\right)^2=\frac{1}{16}$，故选 A.

10. D

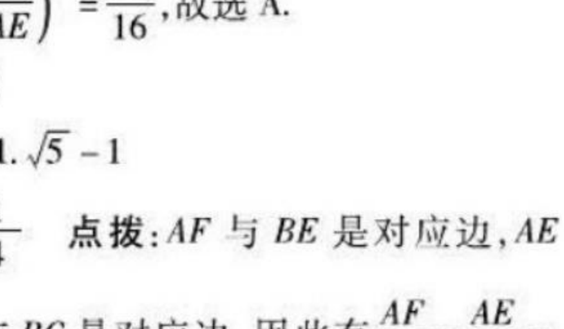
二、**11.** $\sqrt{5}-1$

12. $\frac{1}{4}$ **点拨**：AF 与 BE 是对应边，AE 与 BC 是对应边，因此有 $\frac{AF}{BE}=\frac{AE}{BC}=\frac{1}{2}$，所以当 $\frac{AF}{AD}=\frac{1}{4}$ 时，$\triangle AEF\backsim\triangle BCE$.

13. $1:\sqrt{2}$ **14.** $(2,2\sqrt{3})$ **15.** $\sqrt{5}-1$

16. 8

17. 7 **点拨**：如图，依题意易得 $\triangle FDE\backsim\triangle NGM$，



(第 17 题)

$\therefore \frac{DE}{GM}=\frac{EF}{MN}$，

$\therefore \frac{3}{x-4}=\frac{x-3}{4}$，解得 $x_1=0$(不合题意，舍去)，$x_2=7$. 故应填 7.

18. 2 **点拨**：设 $AB=2a$，$BC=2b$，$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，$\therefore \angle ADC=\angle DCB=90°$，$\therefore \angle DAG+\angle AGD=90°$，又 $\because AG\perp GF$，$\therefore \angle AGD+\angle CGF=90°$，$\therefore \angle DAG=\angle CGF$，

$\therefore \triangle DAG\backsim\triangle CGF$，$\therefore \frac{DA}{DG}=\frac{CG}{CF}$，

$\therefore \frac{2b}{a}=\frac{a}{b}$，$\therefore a^2=2b^2$，而 $AC^2=(2a)^2+(2b)^2=(\sqrt{6})^2=6$，$\therefore 4a^2+2a^2=6$，$\therefore a=1$(负值舍去)，

$\therefore AB=2$.

三、**19.** **解**：$\because BD$ 为 $\angle ABC$ 的平分线，

$\therefore \angle ABD=\angle CBD$，

$\because AB/\!/CD$，

$\therefore \angle D=\angle ABD$，

$\therefore \angle D=\angle CBD$，

$\therefore BC=CD$，

$\because BC=4$，

$\therefore CD=4$，

$\because AB/\!/CD$，

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle CDE$，

$\therefore \frac{AB}{CD}=\frac{AE}{CE}$，

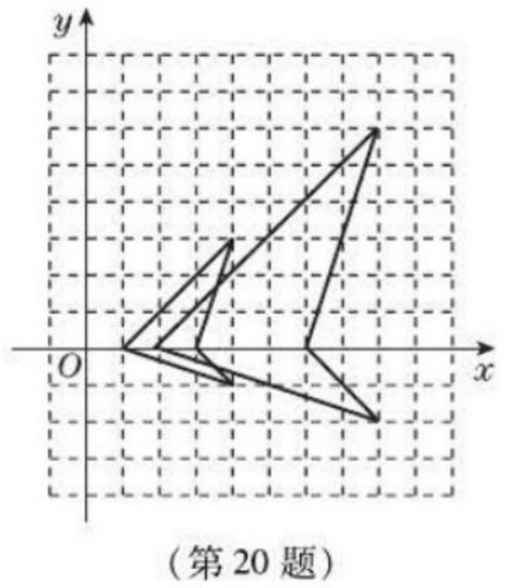
$\therefore \frac{8}{4}=\frac{AE}{CE}$，

$\therefore AE=2CE$，

$\because AC=6=AE+CE$，

$\therefore AE=4$.

20. **解**：(1) 如图所示.



(第 20 题)

(2) $S_{\text{放大后小金鱼}}=\frac{1}{2}\times4\times(6+2)=16$.

21. (1) **证明**：$\because$ 四边形 $EFGH$ 是正方形，

$\therefore EH/\!/BC$，

$\therefore \angle AEH=\angle B$，$\angle AHE=\angle C$，

$\therefore \triangle AEH\backsim\triangle ABC$.

(2) **解**：如图，设 AD 与 EH 交于点 M.

$\because \angle EFD=\angle FEM=\angle FDM=90°$，

$\therefore$ 四边形 $EFDM$ 是矩形，

$\therefore EF=DM$，

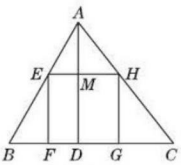
设正方形 $EFGH$ 的边长为 x，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ $\triangle AEH \backsim \triangle ABC$，∴ $\frac{EH}{BC}=\frac{AM}{AD}$，

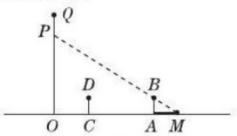
∴ $\frac{x}{40}=\frac{30-x}{30}$，∴ $x=\frac{120}{7}$，

∴ 正方形 $EFGH$ 的边长为 $\frac{120}{7}$cm，面积为 $\frac{14\,400}{49}$cm^2.

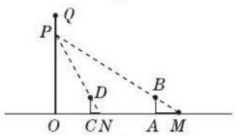


（第21题）

22. **解**：(1) 如图①.



①



②

（第22题）

(2) 如图②.

(3) ∵ $AB \parallel OP$，

∴ $\triangle MAB \backsim \triangle MOP$，

∴ $\frac{AB}{OP}=\frac{AM}{OM}$，即 $\frac{1.6}{OP}=\frac{2.5}{10+2.5}$，解得 $OP=8$.

即路灯灯泡 P 到地面的距离是8米.

23. (1) **证明**：∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ADB=90°$，

∵ $AB=BC$，∴ D 是 AC 的中点，$\angle ABD=\angle CBD$，

∴ $AD=DE$.

(2) **解**：∵ 四边形 $ABED$ 内接于⊙O，

∴ $\angle CED=\angle CAB$，

∵ $\angle C=\angle C$，

∴ $\triangle CED \backsim \triangle CAB$，∴ $\frac{CE}{CA}=\frac{CD}{CB}$，

∵ $AB=BC=10$，$CE=2$，D 是 AC 的中点，∴ $CD=\sqrt{10}$.

(3) **解**：如图，延长 EF 交⊙O 于 M，

在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AD=\sqrt{10}$，$AB=10$，

∴ $BD=3\sqrt{10}$，

∵ $EM \perp AB$，AB 是⊙O 的直径，

∴ $\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{BM}$，

∴ $\angle BEP=\angle EDB$，

又∵ $\angle EBP=\angle DBE$，

∴ $\triangle BPE \backsim \triangle BED$，∴ $\frac{BD}{BE}=\frac{BE}{BP}$，

∴ $BP=\frac{32\sqrt{10}}{15}$，

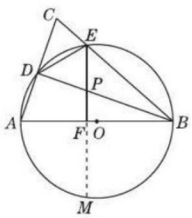
∴ $DP=BD-BP=\frac{13\sqrt{10}}{15}$，

∴ $S_{\triangle DPE} : S_{\triangle BPE}=DP : BP=13 : 32$，

∵ $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times 3\sqrt{10}=15$，

$S_{\triangle BDE} : S_{\triangle BCD}=BE : BC=4 : 5$，

∴ $S_{\triangle BDE}=12$，∴ $S_{\triangle DPE}=\frac{52}{15}$.



（第23题）

24. (1) **解**：∵ $\triangle ABC$ 是比例三角形，且 $AB=2$，$BC=3$.

①当 $AB^2=BC\cdot AC$ 时，得 $4=3AC$，

解得 $AC=\frac{4}{3}$；

②当 $BC^2=AB\cdot AC$ 时，得 $9=2AC$，

解得 $AC=\frac{9}{2}$；

③当 $AC^2=AB\cdot BC$ 时，得 $AC^2=6$，

解得 $AC=\sqrt{6}$（负值舍去）.

所以当 $AC=\frac{4}{3}$或$\frac{9}{2}$或$\sqrt{6}$时，$\triangle ABC$ 是比例三角形.

(2) **证明**：∵ $AD \parallel BC$，∴ $\angle ACB=\angle CAD$，

又∵ $\angle BAC=\angle ADC$，∴ $\triangle ABC \backsim \triangle DCA$，∴ $\frac{BC}{CA}=\frac{CA}{AD}$，

即 $CA^2=BC\cdot AD$，

∵ $AD \parallel BC$，∴ $\angle ADB=\angle CBD$，

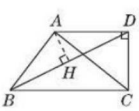
∵ BD 平分 $\angle ABC$，

∴ $\angle ABD=\angle CBD$，

∴ $\angle ADB=\angle ABD$，∴ $AB=AD$，

∴ $CA^2=BC\cdot AB$，∴ $\triangle ABC$ 是比例三角形.

(3) **解**：如图，过点 A 作 $AH \perp BD$ 于点 H，



（第24题）

∵ $AB=AD$，∴ $BH=\frac{1}{2}BD$，

∵ $AD \parallel BC$，$\angle ADC=90°$，

∴ $\angle BCD=90°$，

∴ $\angle BHA=\angle BCD=90°$，

又∵ $\angle ABH=\angle DBC$，

∴ $\triangle ABH \backsim \triangle DBC$，

∴ $\frac{AB}{DB}=\frac{BH}{BC}$，即 $AB\cdot BC=BH\cdot DB$，

∴ $AB\cdot BC=\frac{1}{2}BD^2$，

又∵ $AB\cdot BC=AC^2$，∴ $\frac{1}{2}BD^2=AC^2$，

∴ $\frac{BD}{AC}=\sqrt{2}$.

第7章达标检测卷

一、1. A　**2.** C　**3.** B　**4.** C

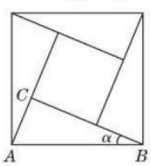
5. D　**点拨**：∵ 小正方形的面积为49，大正方形的面积为169，

∴ 小正方形的边长是7，大正方形的边长是13.

如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC^2+BC^2=AB^2$，即 $AC^2+(7+AC)^2=13^2$，

整理得，$AC^2+7AC-60=0$，解得 $AC=5$ 或 $AC=-12$（舍去），

则在 Rt$\triangle ABC$ 中，$AC=5$，$BC=12$，$AB=13$，∴ $\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{5}{13}-\frac{12}{13}=-\frac{7}{13}$.



（第5题）

6. D

7. D　**点拨**：∵ $\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，∴ $\angle B=45°$.

当$\triangle ABC$ 为钝角三角形时，如图①，作 $AD \perp BC$，交 BC 的延长线于 D，

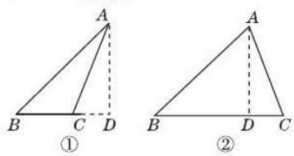
∵ $AB=12\sqrt{2}$，$\angle B=45°$，

∴ $AD=BD=12$，

∵ $AC=13$，∴ 由勾股定理得 $CD=5$，

∴ $BC=BD-CD=12-5=7$.

当$\triangle ABC$ 为锐角三角形时，如图②，作 $AD \perp BC$ 于 D，$BC=BD+CD=12+5=17$，故选D.



（第7题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

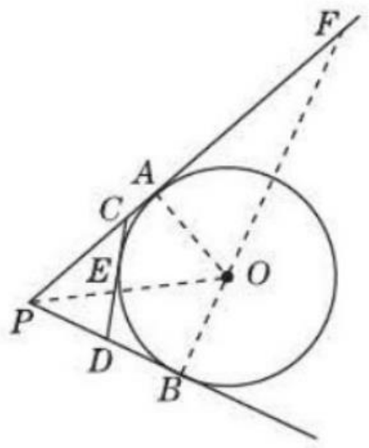
8. D　**9.** A

10. B　**点拨**：如图所示，连接 OA，OB，OP，延长 BO 交直线 PA 于点 F. ∵ PA，PB 切⊙O 于 A，B 两点，CD 切⊙O 于点 E，∴ $\angle OAP = \angle OBP = 90°$，$CA = CE$，$DB = DE$，$PA = PB$，∵ △$PCD$的周长 $= PC + CE + DE + PD = PC + AC + PD + DB = PA + PB = 3r$，∴ $PA = PB = \frac{3}{2}r$.

在 △BFP 和 △AFO 中，$\angle FAO = \angle FBP$，$\angle OFA = \angle PFB$，

∴ △BFP ∽ △AFO. ∴ $\frac{AF}{FB} = \frac{AO}{BP} = \frac{r}{\frac{3}{2}r} = \frac{2}{3}$，∴ $AF = \frac{2}{3}FB$.

在Rt△FBP中，∵ $PF^2 - PB^2 = FB^2$，∴ $(PA + AF)^2 - PB^2 = FB^2$，∴ $\left(\frac{3}{2}r + \frac{2}{3}BF\right)^2 - \left(\frac{3}{2}r\right)^2 = BF^2$，解得 $BF = \frac{18}{5}r$，∴ $\tan\angle APB = \frac{BF}{PB} = \frac{\frac{18}{5}r}{\frac{3}{2}r} = \frac{12}{5}$. 故选 B.

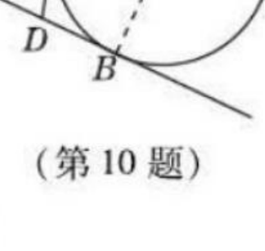


（第 10 题）

二、**11.** $\frac{\sqrt{15}}{4}$

12. $\frac{4}{5}$　**点拨**：如图，连接 AO 并延长，交⊙O 于点 D，连接 BD，可得 AD 为⊙O 的直径，故 $\angle ABD = 90°$，∵ $AB = 6$，$AD = 5 \times 2 = 10$，∴ $BD = \sqrt{AD^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

∵ $\angle D = \angle C$，∴ $\cos C = \cos D = \frac{BD}{AD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$，故应填 $\frac{4}{5}$.



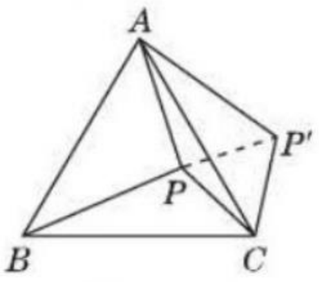
（第 12 题）

13. 24　**点拨**：连接 AC，交 BD 于点 O，则 $AC \perp BD$. ∵ 菱形的周长为 20 cm，∴ 菱形的边长为 5cm. 在 Rt△ABO 中，$\tan\angle ABO = \frac{4}{3}$，故可设 $OA = 4x$ cm，$OB = 3x$ cm，$x > 0$，又 $AB = 5$ cm，∴ 根据勾股定理可得 $x = 1$，∴ $AO = 4$ cm，$BO = 3$ cm. ∴ $AC = 8$ cm，$BD = 6$ cm. ∴ 菱形 $ABCD$ 的面积为：$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$.

14. $\frac{3}{5}$　**15.** $\frac{8}{3}$

16. $\frac{3}{5}$　**点拨**：连接 PP'，如图，

∵ 线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 60°得到 $P'C$，∴ $CP = CP' = 6$，$\angle PCP' = 60°$，∴ △CPP' 为等边三角形，∴ $PP' = PC = 6$，∵ △ABC 为等边三角形，∴ $CB = CA$，$\angle ACB = 60°$，∴ $\angle PCB = \angle P'CA$.



（第 16 题）

在△PCB 和△$P'CA$ 中，

$$\begin{cases} PC = P'C, \\ \angle PCB = \angle P'CA, \\ CB = CA, \end{cases}$$

∴ △PCB≌△$P'CA$，∴ $PB = P'A = 10$. ∵ $6^2 + 8^2 = 10^2$，∴ $PP'^2 + AP^2 = P'A^2$，∴ △APP' 为直角三角形，$\angle APP' = 90°$，

∴ $\sin\angle PAP' = \frac{PP'}{P'A} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

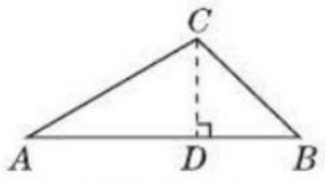
17. $m \geqslant \frac{\sqrt{5}}{2}$

18. $S = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{3}{2}x$　**点拨**：在 Rt△CDE 中，$\tan C = \frac{DE}{CE} = \frac{3}{4}$，故可设 $DE = 3a$，$EC = 4a$，则 $DC = 5a = x$，∴ $a = \frac{x}{5}$，∴ $DE = \frac{3}{5}x$，$EC = \frac{4}{5}x$，∴ $BE = 10 - \frac{4}{5}x$. ∵ 点 F 是 BD 的中点，∴ △DEF 的面积为△DEB 的面积的一半，因此，$S = \frac{1}{2}BE \cdot DE \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\left(10 - \frac{4}{5}x\right) \cdot \frac{3}{5}x \cdot \frac{1}{2} = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{3}{2}x$，即 $S = -\frac{3}{25}x^2 + \frac{3}{2}x$.

三、**19.** **解**：原式 $= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = -1$.

20. **解**：∵ 在直角△ABD 中，$\tan\angle BAD = \frac{BD}{AD}$，∴ $BD = AD \cdot \tan\angle BAD = 12 \times \frac{3}{4} = 9$，∴ $CD = BC - BD = 14 - 9 = 5$，∴ $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$，∴ $\sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}$.

21. **解**：如图，过点 C 作 $CD \perp AB$，垂足为 D.



（第 21 题）

在 Rt△ADC 中，∵ $\angle CAB = 30°$，∴ $CD = \frac{1}{2}AC = 320$，$AD = 320\sqrt{3}$，

在 Rt△BCD 中，∵ $\angle CBD = 45°$，∴ $BD = CD = 320$，$BC = 320\sqrt{2}$，∴ $AC + BC = 640 + 320\sqrt{2} \approx 1\,088$，$AB = AD + BD = 320\sqrt{3} + 320 \approx 864$，∴ $1088 - 864 = 224$.

答：隧道打通后与打通前相比，从 A 地到 B 地的路程将约缩短 224 公里.

22. **解**：在 Rt△CED 中，$\angle CED = 58°$，∴ $\tan 58° = \frac{CD}{DE}$，∴ $DE = \frac{CD}{\tan 58°} = \frac{2}{\tan 58°}$.

在 Rt△CFD 中，$\angle CFD = 22°$，∴ $\tan 22° = \frac{CD}{DF}$，∴ $DF = \frac{CD}{\tan 22°} = \frac{2}{\tan 22°}$.

∴ $EF = DF - DE = \frac{2}{\tan 22°} - \frac{2}{\tan 58°}$.

同理 $EF = BE - BF = \frac{AB}{\tan 45°} - \frac{AB}{\tan 70°}$. ∴ $\frac{AB}{\tan 45°} - \frac{AB}{\tan 70°} = \frac{2}{\tan 22°} - \frac{2}{\tan 58°}$，解得 $AB \approx 5.9$.

因此，建筑物 AB 的高度约为 5.9 m.

23. (1) **证明**：连接 OC，如图①所示.

∵ 点 C 是$\overset{\frown}{BE}$的中点，∴ $\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{BC}$，∴ $OC \perp BE$.

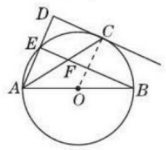
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵ AB 是⊙O 的直径，∴ $AD \perp BE$，

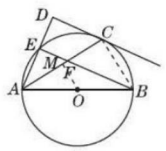
∴ $AD // OC$.

∵ $AD \perp CD$，∴ $OC \perp CD$，

∴ CD 是⊙O 的切线.



①



②

（第23题）

（2）**解**：（**方法一**）过点 O 作 $OM \perp AC$ 于点 M，如图②所示，则 $AM = CM$.

∵ 点 C 是 $\overset{\frown}{BE}$ 的中点，∴ $\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{BC}$，

∴ $\angle BAC = \angle CAE$，

∴ $\dfrac{EF}{AE} = \dfrac{BF}{AB}$.

∵ $\cos\angle CAD = \dfrac{4}{5}$，

∴ $\dfrac{EF}{AE} = \dfrac{3}{4}$，

∴ $AB = \dfrac{4}{3}BF = 20$.

在 Rt△AOM 中，$\angle AMO = 90°$，$AO = \dfrac{1}{2}AB = 10$，$\cos\angle OAM = \cos\angle CAD = \dfrac{4}{5}$，

∴ $AM = AO \cdot \cos\angle OAM = 8$，

∴ $AC = 2AM = 16$.

（**方法二**）连接 BC，如图②.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB = 90°$，

由（1）知，$\overset{\frown}{CE} = \overset{\frown}{BC}$，

∴ $\angle CAD = \angle CAB$.

又∵ $\angle CAD = \angle CBE$，

∴ $\angle CBE = \angle CAB = \angle CAD$，

∴ $\cos\angle CBE = \cos\angle CAB = \cos\angle CAD = \dfrac{4}{5}$，

在 Rt△ABC 中，设 $AC = 4k$，$AB = 5k$，由勾股定理，得 $BC = 3k$，∵ $\cos\angle CBE = \dfrac{CB}{BF}$，∴ $\dfrac{3k}{15} = \dfrac{4}{5}$，

∴ $k = 4$，∴ $AC = 16$.

24. **解**：（1）∵ 点 M，N，F 分别为 AB，AE，BE 的中点，

∴ MF，NF 都是△ABE 的中位线，

∴ $MF = \dfrac{1}{2}AE = AN$，$NF = \dfrac{1}{2}AB = AM$，

∴ 四边形 $ANFM$ 是平行四边形.

又∵ $AB \perp AE$，∴ 四边形 $ANFM$ 是矩形，∴ $\angle MFN = 90°$.

又∵ $\tan\angle FMN = 1$，∴ $FN = FM$，

∴ $AB = AE$.

又∵ $\angle ABC + \angle BAC = 90°$，$\angle BAC + \angle DAE = 90°$，∴ $\angle ABC = \angle DAE$.

∵ $\angle C = \angle D = 90°$，∴ △$ABC$ ≌ △EAD（AAS），

∴ $BC = AD = 4$，$CA = DE = 5$，

∴ $\dfrac{AC}{AD} = \dfrac{5}{4}$.

（2）可求出线段 AD 的长.

由（1）可得，四边形 $ANFM$ 为矩形，

$MF = \dfrac{1}{2}AE$，$NF = \dfrac{1}{2}AB$，

$\angle ABC = \angle EAD$.

∵ $\tan\angle FMN = \dfrac{1}{2}$，即 $\dfrac{FN}{FM} = \dfrac{1}{2}$，

∴ $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{1}{2}$.

∵ $\angle ABC = \angle EAD$，$\angle C = \angle D = 90°$，

∴ △ABC ∽ △EAD，∴ $\dfrac{AB}{AE} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{1}{2}$.

∵ $BC = 4$，∴ $AD = 8$.

第8章达标检测卷

一、**1**. C　**2**. D　**3**. B　**4**. D　**5**. D　**6**. B

7. D　**点拨**：根据概率公式，取出白球的概率是 $\dfrac{8}{m+8+n}$，

取出不是白球的概率是 $\dfrac{m+n}{m+8+n}$，由于二者相同，故有 $\dfrac{m+n}{m+8+n} = \dfrac{8}{m+8+n}$，整理，得 $m+n=8$，故选 D.

8. D　**9**. A　**10**. C

二、**11**. 瓮中捉鳖　**12**. 众数　**13**. 15

14. 20 000　**15**. 15.3　**16**. $\dfrac{1}{9}$　**17**. $\dfrac{\pi}{6}$

18. 20

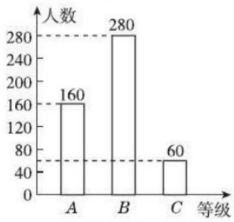
三、**19**. **解**：（1）取出一个黑球的概率为 $\dfrac{4}{7}$；

（2）∵ 取出一个白球的概率为 $\dfrac{3+x}{7+x+y}$，∴ $\dfrac{3+x}{7+x+y} = \dfrac{1}{4}$，

∴ $12+4x = 7+x+y$，∴ y 与 x 的函数关系式为：$y = 3x+5$.

20. **解**：（1）500；12；32

（2）对“社会主义核心价值观”达到“*A*. 非常了解”的人数为：32% × 500 = 160，补全条形统计图如图：



（第20题）

（3）100 000 × 32% = 32 000（人），

答：该市大约有 32 000 人对“社会主义核心价值观”达到“*A*. 非常了解”的程度.

21. **解**：（1）所有可能出现的结果如下：

	5	6	7	8
1	5	6	7	8
2	10	12	14	16
3	15	18	21	24
4	20	24	28	32

共有 16 种情况，且每种情况出现的可能性相同，其中，乘积是 2 的倍数的有 12 种，乘积是 3 的倍数的有 7 种.

∴ P（两数乘积是 2 的倍数）= $\dfrac{12}{16} = \dfrac{3}{4}$，$P$（两数乘积是 3 的倍数）= $\dfrac{7}{16}$；

（2）游戏不公平.

∵ 甲每次游戏的平均得分为：$\dfrac{3}{4} \times 1 = \dfrac{3}{4}$（分），乙每次游戏的平均得分为：$\dfrac{7}{16} \times 2 = \dfrac{7}{8}$（分），

$\dfrac{3}{4} \neq \dfrac{7}{8}$，∴ 游戏不公平.

修改得分规则为：把两个小球上的数字相乘，若得到的积是 2 的倍数，则甲得 7 分，若得到的积是 3 的倍数，则乙得 12 分.（修改规则不唯一）

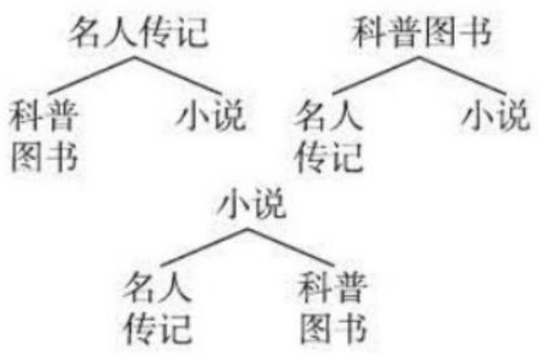
22. **解**：（1）该校九年级共捐图书 175 ÷ $\dfrac{126}{360}$ = 175 ÷ 0.35 = 500（本）.

（2）0.35；150；0.22；0.13

（3）估计该校捐“科普图书”和“小说”一共 1 500 ×（0.30 + 0.22）= 780（本）.

（4）画出树状图如图：

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



（第22题）

共有6种等可能的结果，其中2人恰好1人捐“名人传记”，1人捐“科普图书”的有2种，

所以所求的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

期末达标检测卷

一、**1.** D　**2.** D　**3.** C

4. A　**点拨**：过A作$AD\perp BC$于D，因为$\cos B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\angle B=45°$，所以$AD=BD$. 因为$\sin C=\frac{AD}{AC}=\frac{3}{5}$，所以$\frac{AD}{5}=\frac{3}{5}$，解得$AD=3$，所以$DC=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，所以$BC=BD+DC=3+4=7$. 所以$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times7\times3=\frac{21}{2}$.

5. B

6. D　**点拨**：列表如下：

	黑	白1	白2
黑	（黑，黑）	（白1，黑）	（白2，黑）
白1	（黑，白1）	（白1，白1）	（白2，白1）
白2	（黑，白2）	（白1，白2）	（白2，白2）

由表格可知，随机摸出一个球后放回搅匀，再随机摸出一个球，共有9种等可能的结果，两次摸出的球都是黑球的结果有1种，所以两次摸出的球都是黑球的概率是$\frac{1}{9}$.

7. D　**8.** D

9. C　**点拨**：如图，延长BA，CD交于点F，∵BE平分$\angle ABC$，



（第9题）

∴$\angle EBF=\angle EBC$，

∵$BE\perp CD$，∴$\angle BEF=\angle BEC=90°$，

在$\triangle BEF$和$\triangle BEC$中，

$$\begin{cases}\angle EBF=\angle EBC,\\ BE=BE,\\ \angle BEF=\angle BEC,\end{cases}$$

∴$\triangle BEF\cong\triangle BEC$(ASA)，∴$EC=EF$，

∴$S_{\triangle BEF}=S_{\triangle BEC}=2$，∴$S_{\triangle BCF}=S_{\triangle BEF}+S_{\triangle BEC}=4$，

∵$CE:ED=2:1$，∴$DF:FC=1:4$，

∵$AD/\!/BC$，∴$\triangle ADF\backsim\triangle BCF$，

∴$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle BCF}}=\left(\frac{DF}{CF}\right)^2=\frac{1}{16}$，∴$S_{\triangle ADF}=\frac{1}{16}\times S_{\triangle BCF}=\frac{1}{4}$，

∴$S_{四边形ABED}=S_{\triangle BEF}-S_{\triangle ADF}=2-\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$. 故选C.

10. D　**点拨**：∵当$x=0$或2时，函数$y=x^2-2x+1=(x-1)^2$的值为1.

∴①当$x\leqslant0$时，y有最小值1；②当$0<x<2$时，y有最小值0；③当$x\geqslant2$时，y有最小值1. ∵当$a\leqslant x\leqslant a+1$时，函数$y=x^2-2x+1$的最小值为1，∴$a+1=0$或$a=2$，∴$a=-1$或2. 故选D.

二、**11.** 6　**12.** 一　**13.** $\frac{1}{3}$

14. $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$　**点拨**：$\sin75°=\sin(30°+45°)=\sin30°\cdot\cos45°+\cos30°\cdot\sin45°=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

15. (8，0)　**点拨**：∵点P_1，P_2的坐标分别为(0，−1)，(−2，0)，

∴$OP_1=1$，$OP_2=2$，易知$\mathrm{Rt}\triangle P_1OP_2\backsim\mathrm{Rt}\triangle P_2OP_3$，

∴$\frac{OP_1}{OP_2}=\frac{OP_2}{OP_3}$，即$\frac{1}{2}=\frac{2}{OP_3}$，

解得$OP_3=4$，

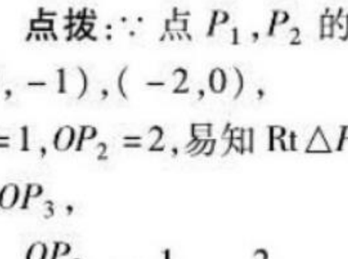
易知$\mathrm{Rt}\triangle P_2OP_3\backsim\mathrm{Rt}\triangle P_3OP_4$，

∴$\frac{OP_2}{OP_3}=\frac{OP_3}{OP_4}$，即$\frac{2}{4}=\frac{4}{OP_4}$，

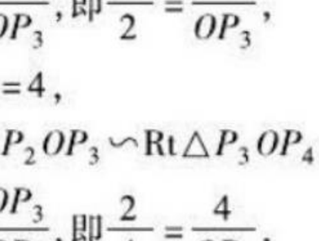
解得$OP_4=8$，则点P_4的坐标为(8，0).

16. $15\sqrt{3}$或$10\sqrt{3}$　**点拨**：作$AD\perp BC$交BC(或BC的延长线)于点D.

①如图①，当AB，AC位于AD异侧时，



①



②

（第16题）

在$\mathrm{Rt}\triangle ABD$中，∵$\angle B=30°$，$AB=10$，∴$AD=AB\sin B=5$，$BD=AB\cos B=5\sqrt{3}$，

在$\mathrm{Rt}\triangle ACD$中，∵$AC=2\sqrt{7}$，∴$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-5^2}=\sqrt{3}$，

则$BC=BD+CD=6\sqrt{3}$，∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times5=15\sqrt{3}$.

②如图②，当AB，AC位于AD同侧时，

由①知，$AD=5$，$BD=5\sqrt{3}$，$CD=\sqrt{3}$，

则$BC=BD-CD=4\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times5=10\sqrt{3}$.

综上，$\triangle ABC$的面积是$15\sqrt{3}$或$10\sqrt{3}$.

17. $\frac{4}{5}$　**点拨**：设$AD=k$，则$DB=2k$，

∵$\triangle ABC$为等边三角形，∴$AB=AC=3k$，$\angle A=\angle B=\angle C=\angle EDF=60°$，∴$\angle EDA+\angle FDB=120°$，

又∵$\angle EDA+\angle AED=120°$，

∴$\angle FDB=\angle AED$，∴$\triangle AED\backsim\triangle BDF$，由折叠，得$CE=DE$，$CF=DF$.

∴$\triangle AED$的周长为$4k$，$\triangle BDF$的周长为$5k$，

∴$\triangle AED$与$\triangle BDF$的相似比为4∶5.

∴$CE:CF=DE:DF=4:5$.

故答案为：$\frac{4}{5}$.

18. ③④　**点拨**：∵二次函数$y=ax^2+bx+c$的图像与x轴交于点$A(-1,0)$，$B(3,0)$，

∴抛物线的对称轴为直线$x=\frac{-1+3}{2}=1$，即$-\frac{b}{2a}=1$.

∴$2a+b=0$. ∴①错误.

∵抛物线过点$A(-1,0)$，

∴$a-b+c=0$.

又由图像知当$x=1$时，$y<0$，

∴$a+b+c<0$.

∴$(a+b+c)(a-b+c)=0$，$(a+c)^2-b^2=0$，$(a+c)^2=b^2$.

∴②错误.

由图像知当$-1<x<3$时，$y<0$.

∴③正确.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-1,0)$，$B(3,0)$，又 $a=1$，

∴二次函数的表达式为 $y=(x+1)(x-3)=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$.

∴将抛物线先向上平移2个单位，再向右平移1个单位，得到抛物线 $y=(x-2)^2-2$. ∴④正确.

故答案为③④.

三、**19. 解**：∵ $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴ $\alpha+15°=60°$，∴ $\alpha=45°$，

∴原式 $=2\sqrt{2}-4\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1+1+3=3$.

20. (1) **证明**：当 $y=0$ 时，$2(x-1)(x-m-3)=0$. 解得 $x_1=1$，$x_2=m+3$.

当 $m+3=1$，即 $m=-2$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $m+3\neq 1$，即 $m\neq -2$ 时，方程有两个不相等的实数根.

所以不论 m 为何值，该函数的图像与 x 轴总有公共点.

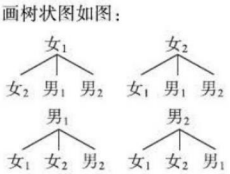
(2) **解**：当 $x=0$ 时，$y=2m+6$，即该函数的图像与 y 轴交点的纵坐标是 $2m+6$.

当 $2m+6>0$，即 $m>-3$ 时，该函数的图像与 y 轴的交点在 x 轴的上方.

21. 解：(1) 50；30%

(2) 不能获奖. 理由：由扇形统计图知“59.5～69.5”占10%，由(1)知“69.5～79.5”占30%，所以“59.5～79.5”占10%＋30%＝40%，又78＜79.5，所以比赛成绩为78分的选手不能获奖.

(3) 画树状图如图：



（第21题）

一共有12种等可能的结果，而出现1男1女的情况有8种，所以 P(恰好选中1男1女)$=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

22. 解：如图，作 $CF\perp AB$，垂足为 F，

∵ $AB\perp BD$，$CD\perp BD$，∴四边形 $CDBF$ 是矩形，∴ $CF=BD$，$CD=BF$，$\angle ECF=\angle CED=30°$.

设 $DE=x$ 米，

则 $BD=BE+DE=(10+x)$ 米，

∴ $CF=(10+x)$ 米. 在 $\mathrm{Rt}\triangle CDE$ 中，

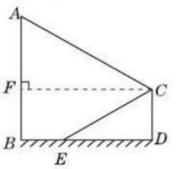
$\tan\angle CED=\frac{CD}{DE}$，∴ $CD=x\tan 30°$ 米；

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACF$ 中，$\tan\angle ACF=\frac{AF}{CF}$，

∴ $AF=(10+x)\tan 30°$ 米；

∵ $AB=30$ 米，∴ $AF+BF=AF+CD=30$ 米，即 $x\tan 30°+(10+x)\tan 30°=30$，解得 $x=15\sqrt{3}-5$，

∴ $CD=(15\sqrt{3}-5)\cdot\tan 30°=\left(15-\frac{5}{3}\sqrt{3}\right)$ 米. ∴立柱 CD 的高为 $\left(15-\frac{5}{3}\sqrt{3}\right)$ 米.



（第22题）

23. (1) **证明**：∵ AC 是⊙O 的切线，

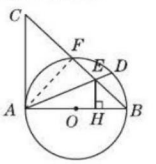
∴ $CA\perp AB$，∵ $EH\perp AB$，

∴ $\angle EHB=\angle CAB=90°$，

∵ $\angle EBH=\angle CBA$，

∴ $\triangle HBE\backsim\triangle ABC$.

(2) **解**：连接 AF，如图.



（第23题）

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle AFB=90°$，

∵ $\angle C=\angle C$，$\angle CAB=\angle AFC=90°$，

∴ $\triangle CAF\backsim\triangle CBA$，∴ $\frac{CA}{CF}=\frac{CB}{CA}$，

∴ $CA^2=CF\cdot CB=36$，∴ $CA=6$，

∴ $AB=\sqrt{BC^2-AC^2}=3\sqrt{5}$，∴ $AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=2\sqrt{5}$，

∵ $\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{BD}$，∴ $\angle EAF=\angle EAH$，

∵ $EF\perp AF$，$EH\perp AB$，

∴ $EF=EH$，∵ $AE=AE$，∴ $\mathrm{Rt}\triangle AEF\cong\mathrm{Rt}\triangle AEH$，

∴ $AF=AH=2\sqrt{5}$，∴ $BH=AB-AH=\sqrt{5}$.

设 $EF=EH=x$，

在 $\mathrm{Rt}\triangle EHB$ 中，$(5-x)^2=x^2+(\sqrt{5})^2$，∴ $x=2$，

∴ $EH=2$.

24. 解：(1) ∵ $B(1,0)$，

∴ $OB=1$，

∵ $OC=2OB=2$，

∴ $C(-2,0)$，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，

$\tan\angle ABC=2$，∴ $\frac{AC}{BC}=2$，

∴ $\frac{AC}{3}=2$，∴ $AC=6$，

∴ $A(-2,6)$，

把 $A(-2,6)$ 和 $B(1,0)$ 的坐标分别代入 $y=-x^2+bx+c$ 得：$\begin{cases}-4-2b+c=6,\\-1+b+c=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}b=-3,\\c=4.\end{cases}$

∴抛物线的表达式为：$y=-x^2-3x+4$.

(2) ①由 $A(-2,6)$，$B(1,0)$ 易得直线 AB 的表达式为：$y=-2x+2$，

设 $P(x,-x^2-3x+4)$，则 $E(x,-2x+2)$，

∵ $PE=\frac{1}{2}DE$，∴ $-x^2-3x+4-(-2x+2)=\frac{1}{2}(-2x+2)$，解得 $x=1$(舍去)或 $x=-1$，∴ $P(-1,6)$.

②存在. ∵点 M 在直线 PD 上，且 $P(-1,6)$，

设 $M(-1,y)$，则 $AM^2=(-1+2)^2+(y-6)^2=1+(y-6)^2$，

$BM^2=(1+1)^2+y^2=4+y^2$，$AB^2=(1+2)^2+6^2=45$.

分三种情况：当 $\angle AMB=90°$ 时，有 $AM^2+BM^2=AB^2$，

∴ $1+(y-6)^2+4+y^2=45$，

解得 $y=3\pm\sqrt{11}$，

∴ M 的坐标为 $(-1,3+\sqrt{11})$ 或 $(-1,3-\sqrt{11})$；

当 $\angle ABM=90°$ 时，有 $AB^2+BM^2=AM^2$，

∴ $45+4+y^2=1+(y-6)^2$，解得 $y=-1$，∴ $M(-1,-1)$；

当 $\angle BAM=90°$ 时，有 $AM^2+AB^2=BM^2$，

∴ $1+(y-6)^2+45=4+y^2$，解得 $y=\frac{13}{2}$，∴ $M\left(-1,\frac{13}{2}\right)$.

综上所述，点 M 的坐标为 $(-1,3+\sqrt{11})$ 或 $(-1,3-\sqrt{11})$ 或 $(-1,-1)$ 或 $\left(-1,\frac{13}{2}\right)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料