教辅资料站
电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源
扫码关注获取更多学习资料

特高级教师

点拨®

知识
方法
素养

本书解题方法77招·七八九年级共392招



七年级
数学（上）
（R版）

荣德基 主编

赠教材习题答案

吉林教育出版社

买书？看完点拨再做决定！

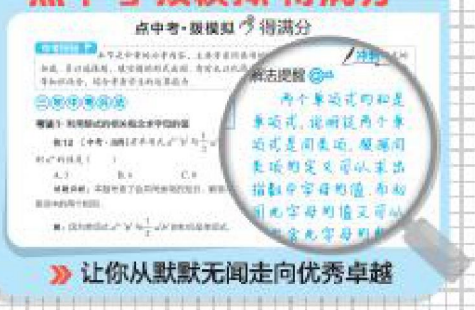
简约的知识梳理总结　　精准的重难疑惑点拨

实用的方法技巧揭秘　　培优拔尖题的破解策略　　中考压轴题的抢分绝招

冲满分

考法得满分

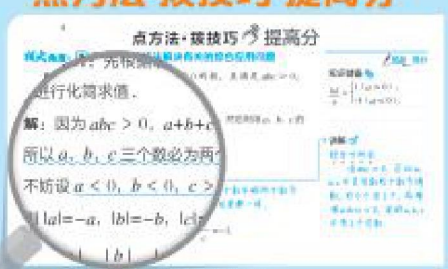
点中考 拨模拟 得满分



» 让你从默默无闻走向优秀卓越

方法提高分

点方法 拨技巧 提高分



» 为你提供解题秘方

第3步　第2步　第1步

三个维度打造极致



基础速提分

点知识 拨考向 速提分



» 给你一把打开数学之门的钥匙

出色由于用心　卓越源自专业

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

读懂生活中的数

读懂生活中的数











第一章 有理数

核心考点

你将见到的

- 正数、负数和0
- 有理数——数轴　相反数　绝对值
- 有理数的加减法
- 有理数的乘除法
- 有理数的乘方
- 科学记数法
- 有理数的混合运算

核心方法

我们为你提供的

- 排除法
- 特殊值法
- 归纳法
- 相反数结合法
- 同号结合法
- 同形结合法
- 拆项结合法

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.1 正数和负数

核心知识

- 正数和负数
- 0 的特殊性
- 相反意义的量

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸1 正数和负数

1. 定义

正数：像 3，1.8%，3.5 这样大于 0 的数叫做正数．

负数：像 −3，−2.7%，−4.5，−1.2 这样在正数前加上符号“−”（负）的数叫做负数．

2. 数的符号

一个数前面的“+”“−”号叫做它的符号，其中“+”号可以省略不写，而“−”号不能省略不写．

3. 符号“+”“−”的双重含义

（1）作为运算符号是加减号；

（2）作为数的性质符号是正负号．

提分·必记

特别解读

1. 正数的实质是大于 0 的数，它可以含“+”（正）号，也可以不含“+”号．
2. 负数就是在正数的前面加上“−”号．
3. 正数与负数的特征：
   (1) 不为 0；
   (2) 含“+”“−”号．

拔考向▸利用正数与负数的定义识别正数、负数

例 1 下列各数中，哪些是正数？哪些是负数？

$+0.005$，-100，$\frac{2}{3}$，$-\frac{5}{4}$，$0.333\cdots$，-4，5，0.

解题秘方：直接根据定义判断即可．解此题的关键是看符号．

解：正数：$+0.005$，$\frac{2}{3}$，$0.333\cdots$，5；

循环小数可以化分数，即 $\frac{1}{3}$．

负数：-100，$-\frac{5}{4}$，-4.

特别警示：判断正负数时，不能简单地认为带“+”号的数就是正数，带“−”号的数就是负数，如我们以后会学到 −（−2）就不是负数，+（−3）也不是正数．

提分·秘诀

方法点拨

判断正数、负数的方法：

首先要确定它不为 0；

其次看它的“+”“−”号的呈现形式：若不含“+”“−”号，或只含“+”号，或“−”号的个数为偶数，则均为正数，否则为负数．

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶2 “0”的再认识

0的意义

（1）0既不是正数，也不是负数，是正数和负数的分界点.

（2）0既表示没有，也表示有，它常用来表示某些量的基准数.

（3）0不是最小的数，它小于任何正数，大于所有负数.

特别提醒：

（1）我们现在学习的数可以分为三类：正数、负数和0.

（2）0有“双重”意义，既表示“没有”，又不要忽视它还可以表示“有”.

提分·必记

特别警示

0是一个中性数，它没有性质符号，“+0”“-0”都为0，不要误认为它含有“正、负”号.

拔考向▶利用“0”的多重意义进行辨析

例2 下列结论正确的是（　　）

A. 不大于0的数一定是负数

B. 海拔高度是0米表示没有高度

C. 0是非正数

D. 不是正数的数一定是负数

解题秘方：利用0的几种不同方面的意义用排除法解决问题.

解：选项A中“不大于0”表示的是：“小于或等于0”；选项B中“海拔高度是0米”表示的是：“与海平面一样高”；选项D中“不是正数的数”就是负数或0.

答案：C

提分·秘诀

知识储备

1. “不大于”表示“小于或等于”，“不小于”表示“大于或等于”.
2. “非正数”就是“不是正数”，包括负数和0；“非负数”就是“不是负数”，包括正数和0.

点知识▶3 相反意义的量

1. 定义

在生活中存在各种各样的量，其中有一种量，它们的属性相同（即同类量），但表示的意义却相反，我们把这样的量叫做相反意义的量.

特别提醒：相反意义的量的“两要素”：

（1）具有相反意义的量是成对出现的，单独的一个量不能称为具有相反意义的量.

（2）具有相反意义的量必须是同类量，只要求具有相反意义和数量，不要求数量一定相等，所以与一个量具有相反意义的量不止一个.

2. 用正数、负数表示具有相反意义的量

为了更好地区分这些具有相反意义的量，若我们把其中一种意义的量规定为正，用正数表示，则与它具有相反意义的量就可以用负数表示.

提分·必记

特别解读

- 用正数、负数表示具有相反意义的量时，究竟哪一种意义的量为正，是可以任意选择的.
- 用正数、负数表示具有相反意义的量，在描述向指定方向变化的情况时，一般地，向指定方向变化用正数表示，向指定方向的相反方向变化用负数表示.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶利用正、负数表示相反意义的量

类型1：相反意义的量的定义在识别相反意义的量中的应用

例3 找出相反意义的量：

①向南走6米；②进球5个；③高于海平面960米；④盈利1 000元；⑤运进590吨粮食；⑥失球2个；⑦亏损500元；⑧运出200吨粮食；⑨向北走30米；⑩低于海平面30米.

解题秘方：紧扣“相反意义”找相反意义的量.

解：相反意义的量分别为：①与⑨；②与⑥；③与⑩；④与⑦；⑤与⑧.

提分·秘诀

解法提醒

判断相反意义的量的方法：

要紧扣相反意义的量的“两要素”，先看它们是否是同一类量，再看它们是否意义相反，两者缺一不可.

类型2：正、负数在表示相反意义的量中的应用

例4 （1）天气预报说某地12月某天的最高温度是零上8℃，最低温度是零下6℃.若规定零上温度为正，则零上8℃可记作_____℃，零下6℃可记作_____℃.

（2）如果某蓄水池的水位比标准水位高3 m，记作+3 m，那么比标准水位低0.5 m应记作_____；恰好在标准水位应记作_____.

（3）某地区的平均高度高于海平面310 m，记作海拔高度+310 m，则海拔高度−270 m表示_____.

解题秘方：先判断正负表示的实际意义，然后用正负数表示各量.

解：（1）因为规定零上温度为正，所以零下温度为负，故填“+8（或8）”“−6”；

（2）比标准水位高用正数表示，那么比标准水位低就用负数表示，恰好在标准水位就用0 m表示，故填“−0.5 m”“0 m”；

（3）高于海平面的海拔高度用正数表示，所以负数表示海拔高度低于海平面，故填“低于海平面270 m”.

答案：（1）+8（或8）；−6　（2）−0.5 m；0 m

（3）低于海平面270 m

方法点拨

用正数和负数表示具有相反意义的量时，关键要明确“基准”及具有相反意义的量的规定，有的在题目中有规定，如（1）小题；有的需要根据已知描述的量分析出“基准”，如（2）（3）小题，再根据这个“基准”描述其他的量.



点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度▶1 利用定义法说明正数、负数表示相对标准量的范围

例5 某公司生产的零食包装袋上印有（200±5）g的字样，其中±5 g表示什么意思？质检局随机抽查了5袋该产品，质量分别是198 g，206 g，201 g，200 g，193 g，哪些是合格的？

解题秘方：紧扣表示正数、负数中基准数的意义，用数据表示出合格产品的范围.

挑战·高分

解法提醒

解答本题，先要明确产品合格的意义，弄清它的标准质量及最大误差各是多少，确定合格产品的质量范围；再看抽查的产品的质量是

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：“+5 g”表示比 200 g 多 5 g，“−5 g”表示比 200 g 少 5 g，即质量在（200−5）g 到（200+5）g 这个范围内的产品都是合格的．因为 198 g，201 g，200 g 都在（200−5）g 与（200+5）g 之间，所以它们是合格的，即合格产品是质量为 198 g，201 g，200 g 的产品．

否在这个范围之内，若在这个范围内，则为合格产品，否则为不合格产品．

拔尖角度▸ 2 利用数形结合法表示时间

例 6 规定每天上午 10 时记为 0，10 时以前记为负，10 时以后记为正，且以 45 分钟为 1 个时间单位，如上午 9：15 记为 −1，上午 10：45 记为 1，那么上午 7：45 应记为（　　）

A. 3　　B. −3　　C. −2.15　　D.−7.45

解题秘方：紧扣相反意义的量的基准数的意义，抓住时间与正负数之间的对应关系进行解答．

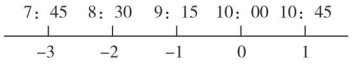


图 1.1−1

解：本例中时间是 60 进制，而要用 10 进制的正数、负数表示时间，其基准数又选为上午 10 时，因此极易混淆而出错．用直线上的点表示时间及与之对应的数可巧妙、直观地解决问题，如图 1.1−1，可知上午 7：45 应记为 −3，故选 B.

答案：B

挑战·高分

特别提醒

1. 本例用直线上的点表示时间及与之对应的数，直观、巧妙地将时间和与之对应的数联系起来，便于帮助理解问题的内在联系．
2. 用正数、负数表示具有相反意义的量时，选择的基准不同，表示的结果也不相同．

拔尖角度▸ 3 利用从特殊到一般的思想探究数的排列规律

例 7 ［探究题］观察下面一组数，探究其中的变化规律．

−1，3，−5，7，−9，11，_____，_____，….根据其变化规律，先填空，再写出第 100 个数．

解题秘方：紧扣符号与位置数之间的关系和数字与位置数之间的关系进行解答．

解：−13；15　第 100 个数为 199.

方法点拨：探究数的规律的方法

探究数的规律时，应全面分析题中所给的所有数据，要从符号和数字两个方面进行观察，若是分数还要分别观察分子、分母，特别要注意观察符号的变化规律，这样才能得到这列数的一般特征，从而找出蕴含的规律．

挑战·高分

规律点拨

符号及数字与位置数之间的关系：

1. 奇数位置上的数的符号为“−”，偶数位置上的数的符号为“+”；
2. 各个位置上的数（不考虑符号）为：位置数 × 2−1.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节主要考查正、负数的识别以及利用正、负数表示具有相反意义的量．正、负数的识别，一般以选择题的形式考查，相反意义的量的应用，一般以选择题或解答题的形式出现．

教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

考法 1 利用正负数的定义识别正负数

例 8 [中考·临沂] 四个数 −3，0，1，2. 其中负数是（　　）

A. −3　　B. 0　　C. 1　　D. 2

试题评析： 本题主要考查正负数的识别.

解： 0 既不是正数也不是负数，1 和 2 是正数，−3 是负数，故选 A.

答案： A

考法 2 利用正负数基准量的表示法说明相关数的实际意义

例 9 [中考·聊城] 纽约、悉尼与北京的时差如下表（正数表示同一时刻比北京时间早的时数，负数表示同一时刻比北京时间晚的时数）：

城市	悉尼	纽约
时差 / 时	+2	−13

当北京的时间是 6 月 15 日 23 时时，悉尼、纽约的时间分别是（　　）

A. 6 月 16 日 1 时；6 月 15 日 10 时

B. 6 月 16 日 1 时；6 月 14 日 10 时

C. 6 月 15 日 21 时；6 月 15 日 10 时

D. 6 月 15 日 21 时；6 月 16 日 12 时

试题评析： 本题考查了正、负数的意义及应用，解题的关键是正确理解“正数表示同一时刻比北京时间早的时数，负数表示同一时刻比北京时间晚的时数”的含义.

解： 因为悉尼、纽约的时间分别比北京早 2 小时与晚 13 小时，而 23+2=24+1，23−13=10，所以当北京的时间是 6 月 15 日 23 时时，悉尼、纽约的时间分别是 6 月 16 日 1 时和 6 月 15 日 10 时，故选 A.

答案： A

冲刺·满分

考法点评

识别正负数，其关键是根据定义识别，不能只看符号. 注意 0 既不是正数也不是负数.

思路点拨

解决利用正、负数表示的实际问题时，首先要弄清基准量表示的意义，其次要看清正、负数各代表的意义. 利用其实际意义与正、负数之间的对应关系解决问题.

两年模拟兵法

☞答案见 209 页

1. 四个数 −2，4，2，0 中的负数是（　　）

A. −2　　B. 4　　C. 2　　D. 0

2. [中考·广州] 中国人很早就开始使用负数，中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数. 如果收入 100 元记作 + 100 元，那么 −80 元表示（　　）

A. 支出 20 元　　B. 收入 20 元

C. 支出 80 元　　D. 收入 80 元

3. 下列各组量中，具有相反意义的量是（　　）

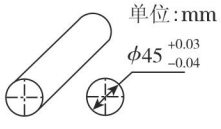
A. 节约水 10 kg 和浪费汽油 10 kg

B. 向东走 5 千米和向南走 5 千米

C. 收入 300 元和支出 500 元

D. 身高 180 cm 和身高 90 cm

4. [中考·金华] 如图是加工零件的尺寸要求，现有下列直径尺寸的产品（单位：mm），其中不合格



（第 4 题）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

的是（　　）

A. ϕ 45.02　　B. ϕ 44.9

C. ϕ 44.98　　D. ϕ 45.01

5. 判断下列说法的对错：

（1）非负数是指正数．（　　）

（2）负数是非正数．（　　）

（3）带正号的数是正数，带负号的数是负数．（　　）

（4）+1.8 与 1.8 是同一个数．（　　）

6. 观察下列各数，根据规律写出横线上的数：

$-\frac{2}{1}$，$\frac{5}{2}$，$-\frac{8}{3}$，$\frac{11}{4}$，_____，_____，…，由此判断第 2 020 个数是_____．

7. 观察下面一列数：−1，+2，−3，+4，−5，+6，−7，+8，−9，….　【导学号：2493078】

（1）请写出这一列数中的第 100 个数和第 2 019 个数．

（2）在前 2 020 个数中，正数和负数分别有多少个？

（3）2 021 是否在这一列数中，若在，请写出它是第几个数；若不在，请说明理由．

8. 小张于上周五买进某公司股票 1 000 股，每股 27 元（恰好为当天收盘价），下表为本周内该股票的涨跌情况（涨跌情况针对前一天收盘价，单位：元）（上涨记为正，下跌记为负）．

周一	周二	周三	周四	周五
+2	+2.5	−1	−1.5	−2

（1）本周三收盘时，每股是多少元？

（2）本周最高收盘价是每股多少元？

（3）若小张在本周四收盘时卖出股票，则他的盈亏情况怎么样？（不用考虑其他费用）

素养提分　行动篇

解密“0”的意义及其演变

自然数是从表示“有多少”的需要中产生的，“0”在自然数中的意义为“没有”或“无”．除此之外，“0”还有许多重要作用：

1. 表示数的某位上没有计数单位，起占位作用，如：2 021 中的“0”表示百位上一个计数单位也没有．

2. 表示起点，如：刻度尺起点为“0”，公路里程碑的起点为“0”等．

3. 表示分界点，“0”既不是正数，也不是负数．

4. 表示“有”，即基准数，如：“海平面高度为 0 米”“0 摄氏度”等．

5. 一个数加减“0”得原数．

6. “0”乘任何数都等于 0.

7. “0”除以任何非零数都等于 0.

8. “0”是任何自然数（0 除外）的倍数．

9. 0 不能当除数，不能当分母，不能当比的后项．

……

以后我们还将认识到“0”的如下意义：

1. 表示数轴上的原点．

2. 相反数等于本身的数．

3. 0 减去任何数等于这个数的相反数．

4. 0 的任何非零次幂都等于 0.

5. 任何非零数的 0 次幂都等于 1.

6. 0 的算术平方根、平方根、立方根都是 0.

……

【思考】通过上述对“0”的特殊意义的深度解密，仿此材料请你谈谈对另一特殊数字“1”的意义的认识．

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2 有理数

1.2.1 有理数

核心知识
- 有理数的定义
- 集合的定义
- 有理数的分类

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数

1. **整数** 正整数、0、负整数统称为整数，如：-3，-2，0，1，2，3，….

2. **分数** 正分数、负分数统称为分数，如 $3\frac{1}{2}$，0.3，-1.25，$-\frac{1}{5}$，….

3. **有理数** 整数和分数统称为有理数.

4. **部分常用的数的名称**

（1）**正整数**：大于 0 的整数；

负整数：小于 0 的整数.

（2）**正分数**：形如 $\frac{n}{m}$（m，n 是正整数，n 不能被 m 整除）的数；

负分数：形如 $-\frac{n}{m}$（m，n 是正整数，n 不能被 m 整除）的数.

（3）**非负数**：正数和 0；**非正数**：负数和 0.

提分·必记

特别提醒

1. 可化为分数的小数也归类于分数，其中有限小数和无限循环小数可化为分数.
2. 非负整数是在整数范围内取非负数，包括正整数和 0.
3. 引入负数后，奇数和偶数的范围也相应地扩大了，奇数和偶数也可以是负数.
4. 自然数包括 0 和正整数.

拨考向 利用有理数的定义识别有理数

例 1 ［易错题］在 -3.5，$\frac{23}{7}$，0，$\frac{\pi}{2}$，0.161 616…中，有理数共有（　　）

A. 5 个　　B. 4 个　　C. 3 个　　D. 2 个

解题秘方：判断有理数要紧扣其定义.

答案：B

特别警示：整数和分数统称为有理数. 对于分数的识别有两个误区

（1）不是所有的小数都能化成分数，如无限不循环小数就不能化成分数；

（2）有些数形似分数，但不是分数，例如本题中 $\frac{\pi}{2}$，含有 π，就不是分数.

提分·秘诀

特别提醒

1. 有理数只包括整数和分数，无限不循环小数不能转化成分数，故无限不循环小数不是有理数.
2. 小数可分为有限小数和无限小数两种，而无限小数又分为无限循环小数和无限不循环小数两种.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

知识点 2 数的集合

1. 定义　把满足一定条件的所有数放在一起，就组成一类数的集合.

2. 集合的两种常见形式

{　　…}　　…

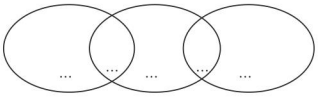
3. 拓展

两个集合的交叉部分即为两个集合的公共部分. 由于两个集合不是按同一标准分类的，因此可能有具有两个集合共同特征的数，如：正数集合和分数集合的交叉部分为正分数.

考向 利用集合的定义在相应的集合里填数

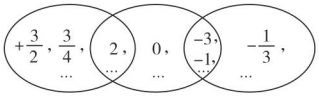
例 2　将下列各数填入如图 1.2-1 的相应的圈内：

-3，$+\frac{3}{2}$，-1，0，2，$\frac{3}{4}$，$-\frac{1}{3}$.



正数集合　整数集合　负数集合

图 1.2-1



正数集合　整数集合　负数集合

图 1.2-2

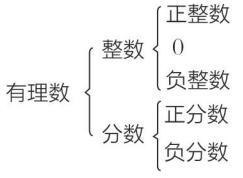
解题秘方：按照集合的类别，紧扣集合的交叉部分是各个集合共同含有的数进行解答.

解：如图 1.2-2.

知识点 3 有理数的分类

1. 有理数的分类

（1）**按有理数的定义分类**　　（2）**按性质分类**





2. 有理数分类的三原则

（1）**分类不重复：**所分的各类应当互不包含. 例如，有理数分为非负有理数、0 和非正有理数，就违反了这一原则.

（2）**分类无遗漏：**所分各类之“和”必须是原来的全部. 例如，将有理数分为正有理数和负有理数就漏掉了 0.

（3）**标准要统一：**必须按同一分类标准进行分类. 例如，将有理数分为正有理数、0 和负分数，分类标准不统一，漏掉了负整数这一类.

提分·必记

特别解读

- 一类数的集合必须是符合条件的所有数，不能遗漏.
- 若一类数的集合有无数个数，则表示这类数的集合时，除写上题中给定的有限个数之外，必须加上省略号.

提分·秘诀

方法点拨

将数填入带有交叉部分的集合中时，先将具有共同特征的数填入交叉的部分，再填单一的部分. 如：正数和整数的交叉部分，先填入正整数，然后在正数集合中填除正整数外的正数，即正分数.

提分·必记

特别警示

- 不管按什么标准分类，最终将有理数都分为五类：正整数、0、负整数、正分数、负分数.
- 正有理数都是正数，但正数不一定都是正有理数. 到目前为止，正数就是指正有理数.


有理数的分类

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶利用有理数的相关定义进行分类

例 3 把下列各数分别填入相应的集合里.

-2，0，0.314，25%，11，$\frac{17}{5}$，$-3\frac{1}{4}$，$0.\dot{3}$，$1\frac{2}{3}$.

非负有理数集合：{ … }；

整数集合：{ … }；

分数集合：{ … }；

自然数集合：{ … }；

非正数集合：{ … }.

解题秘方：按照各集合中元素的特征进行填写.

解：非负有理数集合：$\{0, 0.314, 25\%, 11, \frac{17}{5}, 0.\dot{3}, 1\frac{2}{3}, \cdots\}$；

整数集合：$\{-2, 0, 11, \cdots\}$；

分数集合：$\{0.314, 25\%, \frac{17}{5}, -3\frac{1}{4}, 0.\dot{3}, 1\frac{2}{3}, \cdots\}$；

自然数集合：$\{0, 11, \cdots\}$；

非正数集合：$\{-2, 0, -3\frac{1}{4}, \cdots\}$.

非负有理数包含正有理数和0

写自然数集合时不能忘记写0；

提分·秘诀

方法点拨

填写数集的两种方法：

1. 依次分析所给的数，把它们写入某一个或某几个数集中，如 -2 是整数也是非正数，可以把 -2 写入这两个数集中；
2. 从给出的数中找出属于每个集合的所有数，如填写非负有理数集合时，把给出的数中的 0 和正有理数全填入集合中即可.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度▶1 利用定义法对集合的两种形式相互转化

例 4 如图 1.2−3，有 A、B、C 三类数的集合，每类数的集合中所包括的数都写在各自的大括号里，请把这些数填在图中相应的位置.

$A=\{-2, -3, -8, 6, 7\}$；

$B=\{-3, -5, 1, 2, 6\}$；

$C=\{-1, -3, -8, 2, 5\}$.

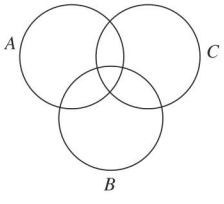


图 1.2−3

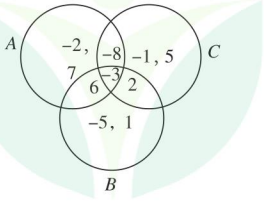


图 1.2−4

解题秘方：根据集合的两种形式表示的意义，找准集合圈中公共部分的数.

解：如图 1.2−4.

挑战·高分

解法提醒

根据集合交叉部分的意义，三个集合中相同的数填在三个集合圈的公共部分中，两个集合中相同的数填在这两个集合圈的公共部分中，只在一个集合中出现的数填在这个集合圈的单独的部分中.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用分解归纳法探究有理数的排列规律

挑战·高分

例5 将一串有理数按如图 1.2–5 的方式排列，回答下列问题：

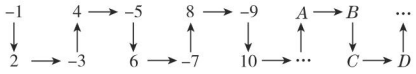


图 1.2–5

（1）在 A 处的数是正数还是负数？

（2）A、B、C、D 哪几处的数是负数？

（3）第 2 021 个数是正数还是负数？排在对应于 A、B、C、D 中的什么位置？

解题秘方： 紧扣每个位置的数的正负性及循环规律进行解答.

解：（1）在 A 处的数是正数.

（2）B 和 D 处的数是负数.

（3）第 2 021 个数是负数，排在对应于 B 的位置.

规律点拨

探究数的排列规律的方法：

解决数的排列规律问题，既要分析数的性质符号和大小的规律，又要分析数的位置的排列规律，最后归纳出两者循环的规律.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节主要考查有理数的概念及分类，重点考查数集，将有理数的分类及数集综合考查较多，单独考查时一般以选择题的形式出现，综合考查时一般以解答题的形式出现.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法 利用相关有理数寻找特殊类的数

例6 [中考·重庆]下列四个数中，是正整数的是（　　）

A. -1　　B. 0

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

试题评析： 本题主要考查在有理数的分类中，正整数这一类数的特征：既是正数，又是整数.

解： A.-1 是负整数，不符合题意；

B.0 不是正数，不符合题意；

C. $\frac{1}{2}$ 是分数，不符合题意；

D.1 是正整数，符合题意.

答案： D

考法点评

认识有理数，关键是能识别有理数中各类数的特征，考查形式单一，属送分题.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见209页

1. 在有理数 $-3, 0, \frac{1}{2}, 0.6, -\frac{1}{2}$ 中，非负数有(　　)

A. 4个　　B. 3个　　C. 2个　　D. 1个

2. 下列分类中，错误的是(　　)

A. 有理数 $\begin{cases}\text{负有理数}\\ \text{非负有理数}\end{cases}$　　B. 整数 $\begin{cases}\text{正整数}\\ \text{非正整数}\end{cases}$

C. 正整数 $\begin{cases}\text{奇数}\\ \text{偶数}\end{cases}$　　D. 自然数 $\begin{cases}0\\ \text{正整数}\end{cases}$

3. 下列说法中正确的有(　　)

①整数就是正整数和负整数；

②零是整数，但不是自然数；

③分数包括正分数、负分数；

④正数和负数统称为有理数；

⑤一个有理数，它不是整数就是分数.

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

4. 下列各数：$3, -5, -\frac{1}{2}, 0, 2, 0.97, -0.21, -6, 9, \frac{2}{3}, 85, 1$. 其中正数有_____个，负数有_____个，正分数有_____个，负分数有_____个.

5. 分别写出一个符合下列条件的有理数：

(1) 是负数但不是整数：_____；

(2) 是整数但不是负数：_____；

(3) 是分数但不是负数：_____.

6. 将 $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \cdots$ 按一定规律排列如下：

第1行　　1

第2行　　$-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

第3行　　$-\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}$

第4行　　$\frac{1}{7}, -\frac{1}{8}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{10}$

第5行　　$\frac{1}{11}, -\frac{1}{12}, \frac{1}{13}, -\frac{1}{14}, \frac{1}{15}$

……

则第20行从左到右第10个数是_____.

7. 把下列各数填在相应的大括号内：

$-100, 1, -8\frac{2}{3}, 6, 0, +3\frac{1}{4}, -2.25, -10\%, \frac{3}{100}, -18, 2\,019, -0.01.$

正数集合：{　　…}；

负分数集合：{　　…}；

非负整数集合：{　　…}.

8. 给出下面两个数集：

$A=\{-8.4, 7\frac{1}{2}, -6, 0.567\,13, -910, 0, -14, \frac{1}{3}\}$，

$B=\{-14, 30\frac{3}{4}, -0.\dot{2}\dot{3}, 0, -910, +320, -6, 2\frac{1}{8}, 0.01\}$.

将两个集合中的相同的数组成一个新的数集 C，并指出 C 中的数属于哪一类数.

9. 有一次同学聚会，小王的座位号与下列一组数中的负数的个数相等，小李的座位号与下列一组数中正整数的个数相等.

$5, -8\frac{2}{3}, 0, -100, +2\frac{1}{3}, -4.11, -0.1, 50, -\frac{7}{8}, -16\%, +1\,000, -26.$

(1) 小王和小李的座位号分别是多少?

(2) 若这次同学聚会的人数是小王座位号的2倍与小李座位号的4倍的和，那么这次同学聚会到了多少名同学?

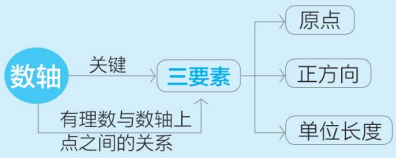
微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2.2 数轴

核心知识
- 数轴的定义
- 数轴的画法
- 数轴的作用

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▶ 1 数轴

1. 定义 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

2. 画数轴的步骤

（1）**画直线，取原点：**在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做原点.

（2）**标正方向：**通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向.

（3）**选取单位长度，标数：**选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1，2，3，…；从原点向左，用类似方法依次表示 −1，−2，−3，….

提分·必记

特别解读
1. 数轴是一条直线.
2. 数轴的三要素：原点、正方向、单位长度.
3. 数轴三要素缺一不可. 在解决具体问题时可以灵活选定原点的位置、正方向的朝向、单位长度的大小，但一经选定后就不能随意改变.

拨考向▶ 利用数轴的定义识别数轴

例 1 判断下列数轴（如图 1.2−6）是否正确. 如果不正确，请指出错在哪里.

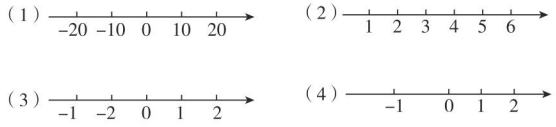


图 1.2−6

解题秘方：紧扣数轴的“三要素”确定数轴.


数轴的认识

解：（1）正确；

（2）（3）（4）都不正确. 其出错之处分别是：

（2）中的数轴缺少原点；

（3）中的数轴负半轴上所标的负数的顺序不对，应将“−2”写在“−1”左边；

（4）中的数轴上的单位长度不统一.

提分·秘诀

特别警示
在画数轴时常出现以下三种错误：
1. “三要素”不全；
2. 单位长度不统一；
3. 标数时顺序不对.

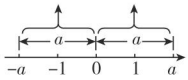
微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 数轴上的点与有理数的关系

1. 对应关系　有理数 $\underset{\text{不都表示有理数}}{\overset{\text{都可以用数轴上的点表示}}{\rightleftharpoons}}$ 数轴上的点表示的数.

2.

示例	数 a（$a>1$）和 $-a$ 在数轴上的表示	表示 $-a$ 的点到原点的距离　表示 a 的点到原点的距离  $-a$ 是负数，在原点的左边　a 是正数，在原点的右边

拔考向▶ 利用数轴上的点与有理数的关系解决问题

类型 1：点在数轴上的位置在读出点表示的数中的应用

例 2　如图 1.2−7，数轴上的点 A，B，C，D 分别表示哪个有理数？

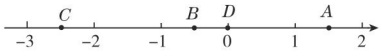


图 1.2−7

解题秘方：紧扣点的位置的特征与点表示的数的关系读数.

解：点 A 表示 $1\frac{1}{2}$，点 B 表示 $-\frac{1}{2}$，点 C 表示 $-2\frac{1}{2}$，点 D 表示 0.

类型 2：数的特征在数轴上标出表示已知数的点的位置中的应用

例 3　画出数轴，并在数轴上描出表示下列各数的点.

-2，$-2\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，3，$\frac{1}{2}$.

解题秘方：紧扣数的特征及数与点的位置关系描点.

解：如图 1.2−8.

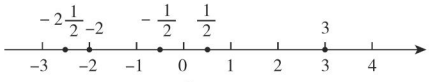


图 1.2−8

方法点拨：已知数在数轴上找点的方法步骤

第 1 步：根据数的正负性确定在原点的左侧还是右侧；第 2 步：确定与原点之间的距离；第 3 步：标出点后将数写在数轴的上方.

类型 3：数轴上的点的位置在识别点表示的数的正负性中的应用

例 4　已知点 O 是原点，点 M，N，P，Q 在数轴上的位置如图 1.2−9，则 M，N，P，Q 四个点表示的数中正数有（　　）个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

解题秘方：根据点在数轴上的位置与点所表示的数的正负性之间的关系判断.

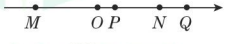


图 1.2−9

解：从数轴上看，点 M 在原点的左侧，所以点 M 表示的数是负数，P，N，Q 三点在原点的右侧，所以 P，N，Q 三点表示的数是正数.

答案：C

提分·必记

知识链接

有理数与数轴上的点的对应关系：

1. 正有理数可以用数轴上原点右边（或上边）的点表示.
2. 负有理数可以用数轴上原点左边（或下边）的点表示.
3. 0 用原点表示.

提分·秘诀

读法提醒

知点读数的方法：

1. 点所在的区域的位置（原点的左右两侧）决定正负；
2. 点到原点的距离决定数字.

画法提醒

根据给出的数据画数轴，关键要把握两点：

1. 确定原点的位置，一般地，原点居中，若给出的正数较多，原点靠左边，若给出的负数较多，原点靠右边；
2. 确定单位长度，一般地，单位长度为 1，若给出的数据较大，单位长度也可以为 10，50 或 100.

解法提醒

在数轴上识别数的正负性，关键看表示该数的点与原点的位置关系：若点在原点的右侧，则该点表示的数是正数；若点在原点的左侧，则该点表示的数是负数；原点表示的数是 0.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用建模思想用数轴巧解实际生活中的移动问题

例 5 某人从 A 地向东走 10 米到达 B 地，然后向西走 4 米到达 C 地，又向东走 7 米到达 D 地，问此人现在在 A 地的哪个方向？距 A 地多远？

解题秘方： 按照此人行走的方向和距离建立数轴模型来解决.

解： 设 A 地是原点，向东为正方向，以 1 米为一个单位长度，由图 1.2−10 可知此人现在在 A 地的正东方向，距 A 地 13 米.

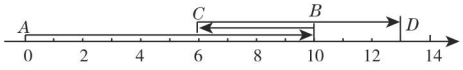


图 1.2−10

挑战·高分

技巧点拨

本题运用数形结合思想解决问题，把实际中多次运动问题转化为数轴上的点的移动这个数学模型来解答，即：根据已知条件画出数轴这个“形”，在数轴上将三次行走过程直观地表示出来，便能顺利读出距离这个“数”.

拔尖角度 2 利用分类思想解数轴上两点间的距离问题

例 6 （1）在数轴上，表示 −1 和 3 的两点之间的距离是_____；

（2）在数轴上，表示_____的点到表示 −2 的点的距离为 3.

解题秘方： 画出数轴，先在数轴上找出表示已知数的点，然后确定出两点之间的距离或根据两点之间的距离找另一个点.

解： 解这两道题应先画出数轴，如图 1.2−11.

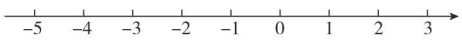


图 1.2−11

（1）在数轴上找到表示 −1 和 3 的点，即可求出这两点之间的距离为 4.

（2）先找到表示 −2 的点，再在表示 −2 的点的左、右两侧分别找与它的距离为 3 的点，左侧为表示 −5 的点，右侧为表示 1 的点.

答案： （1）4 （2）−5 或 1

挑战·高分

解法提醒

在数轴上求两个点之间的距离，只需要数一数两个点之间相隔多少个单位长度即可；若已知距离找点，则分要找的点在已知点的左侧和右侧两种情况考虑.

拔尖角度 3 利用不完全归纳法解与数轴相关的探究题

例 7 数轴上表示整数的点称为整数点，某数轴的单位长度为 1 cm，若在这条数轴上任意画一条长 2 019 cm 的线段 CD，则线段 CD 盖住的整数点的个数是（　　）

A. 2 019　　B. 2 020　　C. 2 019 或 2 020　　D. 2 018 或 2 019

解题秘方： 根据线段的端点与数轴上的整数点是否重合分情况讨论用不完全归纳法求解.

解： （1）当线段 CD 的一个端点与数轴上的一个整数点重合时，因为线段长 2 019 cm，所以线段 CD 的另一个端点也与数轴上的一个整数点重合，此时线段 CD 盖住的整数点的个数是 2 020；

（2）当线段 CD 的一个端点不与数轴上的整数点重合时，线段的另一个端点也不与数轴上的整数点重合，此时线段 CD 盖住的整数点的个数是 2 019.

答案： C

挑战·高分

思路点拨

线段的长	端点为整数点	端点不为整数点
1cm	盖住 2 个整数点	盖住 1 个整数点
2cm	盖住 3 个整数点	盖住 2 个整数点
…	…	…
$n$cm	盖住（n+1）个整数点	盖住 n 个整数点

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节内容主要考查数轴的应用，标点和读数是最常见的考查形式，借助数轴来研究问题也是一个考向，在考试中一般以解答题的形式考查较多.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 利用数的特征在数轴上找出对应的点

例8 [模拟·宜宾]如图 1.2−12，已知数轴上的点 A，B，C，D 分别表示数 -2，-1，1，2，点 O 为原点，则表示 $-1\frac{1}{3}$ 的点 P 应落在线段（　　）

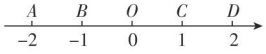


图 1.2−12

A. AB 上　　B. BO 上　　C. OC 上　　D. CD 上

试题评析： 本题主要考查数轴上的点与有理数之间的关系.

解： 表示 $-1\frac{1}{3}$ 的点 P 在原点的左侧，距离原点 $1\frac{1}{3}$ 个单位长度，故 P 点在线段 AB 上，故选 A.

答案： A

考法2 利用数轴上两点之间的距离求点表示的数

例9 [中考·福建]已知 A，B，C 是数轴上的三个点，且点 C 在点 B 的右侧. 点 A，B 表示的数分别是 1，3，如图 1.2−13. 若 $BC=2AB$，则点 C 表示的数是_____.

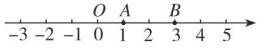


图 1.2−13

试题评析： 本题主要考查利用数轴上两点之间的距离确定点所表示的数，解题的关键是用数形结合思想求解.

解： 因为点 A，B 表示的数分别是 1，3，

所以 $AB=2$，

所以 $BC=2AB=4$.

如图 1.2−13，设原点处用字母 O 表示，

因为点 C 在点 B 的右侧，

所以 $OC=OA+AB+BC=1+2+4=7$，

所以点 C 表示的数是 7.

答案： 7

考法点评

数轴的主要作用就是建立有理数和数轴上的点之间的关系，主要有两种考法：

一是知数标点；

二是知点读数.

解法提醒

确定数轴上的点表示的数的方法：

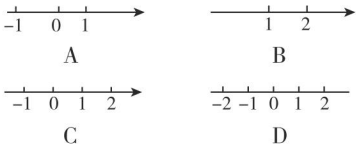
1. 首先确定要表示的数所对应的点是在原点左边还是在原点右边，从而确定该数是正的，还是负的；
2. 再看该数对应的点距原点几个单位长度；
3. 最后就可确定点表示的数.

微信公众号 教辅资料站

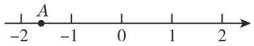
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见209页

1. 下列各选项所画的数轴中，正确的是（　　）



2. 如图，数轴上的点 A 表示的数可能是（　　）



（第2题）

A. 2.4　　B. -2.4　　C. -1.6　　D. -1.4

3. [中考·武威]如图，数轴的单位长度为1，如果点 A 表示的数是 -1，那么点 B 表示的数是(　　)



（第3题）

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

4. 已知数轴上的点 A 到原点的距离为2个单位长度，那么数轴上到点 A 的距离是3个单位长度的点所表示的数是（　　）

A. 5　　B. ± 5

C. ± 1　　D. ± 1 或 ± 5

5. 在数轴上任取一条长度为 $2\,020\frac{1}{4}$ 个单位长度的线段，则此线段在数轴上最多能盖住的整数点个数为（　　）

A. 2 021　　B. 2 020　　C. 2 019　　D. 2 018

6. 小红家、学校、邮局、图书馆坐落在一条东西走向的大街上，依次记为 A，B，C，D，学校位于小红家西150 m处，邮局位于小红家东100 m处，图书馆位于小红家西400 m处.

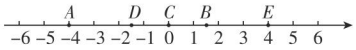
（1）用数轴表示 A，B，C，D 的位置；（以小红家为原点）

（2）一天小红从家里先去邮局寄信后，再以每分钟25 m的速度往图书馆方向走了16 min，这时小红在什么位置？距图书馆和学校各多少米？

7. 画出数轴并用数轴上的点表示下列各数：

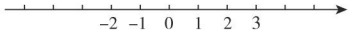
50，-100，150，-200，0，-175.

8. 如图，写出数轴上点 A，B，C，D，E 各表示什么数.



（第8题）

9. 如图，已知在纸面上有一数轴.



（第9题）

操作一：

（1）折叠纸面，使表示1的点与表示 -1 的点重合，则表示 -2 的点与表示_____的点重合.

操作二：

（2）折叠纸面，使表示 -1 的点与表示3的点重合，回答以下问题：

①表示5的点与表示_____的点重合；

②若数轴上 A，B 两点之间的距离为9（点 A 在点 B 的左侧），且 A，B 两点折叠后重合，求 A，B 两点分别表示的数.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2.3 相反数

核心知识
- 相反数的代数意义
- 相反数的几何意义

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸1 相反数

1. 定义 只有符号不同的两个数叫做互为相反数.

几何意义：在数轴上位于原点两侧且到原点的距离相等的两个点所表示的数互为相反数.

特别地，0 的相反数是 0.

2. 相反数的性质


相反数的定义

任何一个数都有相反数，而且只有一个；

正数的相反数是负数；

负数的相反数是正数；

0 的相反数是 0.

（1）若 a 与 b 互为相反数，则 $a=-b$；

（2）若 $a=-b$，则 a 与 b 互为相反数.

3. 相反数的求法

求一个数的相反数就是在这个数的前面加上“−”号，即 a 的相反数是 $-a$，其实质是改变这个数的符号.

提分·必记

特别解读

1.“只有”是指除了符号不同之外，其他部分完全相同.

2.“互为”的意义是指相反数是成对出现的，不能单独存在.

3. 数轴上表示互为相反数的两个点到原点的距离相等.

4. 数轴上与原点的距离是 a（a 是一个正数）的点有两个，分别在原点的左右两边，它们所表示的数互为相反数.

拔考向▸利用相反数的意义解决问题

类型 1：相反数的定义在辨析相反数中的应用

例 1 下列说法正确的是（　　）

A. -2 是相反数

B. $-\frac{1}{2}$ 与 -2 互为相反数

C. -3 与 $+2$ 互为相反数

D. $-\frac{1}{2}$ 与 0.5 互为相反数

解题秘方：判断两个数是否互为相反数，按其定义从两个方面去看：符号（+、−）和所含数字（相同）.

答案：D

提分·秘诀

解法提醒

判断两个数是否互为相反数，要从两个方面看：

一是符号不能相同；

二是数字一定要相同.（相等的小数和分数是同一个数）

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：相反数的求法在求一个数的相反数中的应用

例 2 分别写出下列各数的相反数．

-3，2，4.5，0，$-6\frac{1}{3}$，a，$a-b$.

解题秘方：紧扣相反数的求法，直接写出一个数的相反数．

解：-3 的相反数是 3，

2 的相反数是 -2，

4.5 的相反数是 -4.5，

0 的相反数是 0，

$-6\frac{1}{3}$ 的相反数是 $6\frac{1}{3}$，

a 的相反数是 $-a$，

$a-b$ 的相反数是 $-(a-b)$．

方法点拨

求一个数的相反数的方法：

- 求一个具体数的相反数时，改变这个数前面的符号，其他部分不变，即可得到；
- 求一个字母或一个式子的相反数时，也只需在这个字母或式子的整体前面加上“-”号．

类型 3：相反数的几何意义在找相反数中的应用

例 3 如图 1.2-14，点 A，B，C，D 表示的数中，互为相反数的两个数对应的点是（　　）

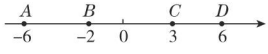


图 1.2-14

A. 点 A 与点 C　　B. 点 B 与点 C

C. 点 A 与点 D　　D. 点 B 与点 D

解题秘方：判断两个点所表示的数是否互为相反数，要看这两个点所表示的数是否满足相反数的几何意义．

答案：C

方法点拨

判断两个点所表示的数是否互为相反数的方法：

看它们是否满足两个条件，一是点在原点两侧，二是点到原点的距离相等．

提分·必记

点知识 2 多重符号的化简

1. 多重符号化简的依据　a 的相反数为 $-a$.

例如：$-(-8)$ 表示 -8 的相反数，所以 $-(-8)=8$.

特别提醒

- a 可以是正数，0 或负数．
- 当 a 是一个负数时，$-a$ 是正数，故带负号的数不一定是负数．

2. 多重符号的化简

（1）根据相反数的性质由内向外化简．当最前面的符号是“+”号时，省略“+”号直接写；当最前面的符号是“−”号时，去掉“−”号，写出括号内的数的相反数．

（2）先省略所有的“+”号，用“−”号的个数确定结果的符号．当“−”号的个数是偶数时，化简的结果为正数；当“−”号的个数是奇数时，化简的结果为负数，简称“奇负偶正”．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶利用多重符号化简的法则化简

例 4 化简下列各数：

（1）$-(-3)$；（2）$-(+2)$；（3）$+(-8)$；

（4）$-[+(-2)]$；（5）$-\{-[-(+a)]\}$.

解题秘方：紧扣多重符号的化简法则逐步化简符号.

解：（1）$-(-3)=3$.

（2）$-(+2)=-2$.

（3）$+(-8)=-8$.

（4）$-[+(-2)]=-(-2)=2$.

（5）$-\{-[-(+a)]\}=-[-(-a)]=-a$.

提分·秘诀

解法提醒

多重符号的化简结果由“−”号的个数决定，即“奇负偶正”，最后结果为正时，符号“+”一般省略不写.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度▶1 利用定义法求字母式子的值

例 5 已知 a 是 $-[-(-5)]$ 的相反数，b 比最小的正整数大 4，c 是相反数为它本身的数，计算 $3a+4b+5c$ 的值.

解题秘方：紧扣相关定义求满足条件的 a，b，c 的值，然后代入求值.

解：因为 $-[-(-5)]=-5$，所以 $a=-(-5)=5$.

因为最小的正整数是 1，b 比最小的正整数大 4，

所以 $b=1+4=5$.

因为 c 是相反数为它本身的数，所以 $c=0$.

所以 $3a+4b+5c=3\times5+4\times5+5\times0=35$.

挑战·高分

条件剖析

数学语言有文字语言、符号语言和图形语言三种.

例如：

-5 的相反数（文字语言），

$-(-5)$（符号语言），

如图 1.2-15.

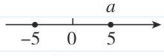


图 1.2−15

（图形语言），

三者都表示同一个意思.

拔尖角度▶2 利用相反数的几何意义标相反数的位置

例 6 已知 a，b 在数轴上对应点的位置如图 1.2−16，在数轴上分别画出表示 a，b 的相反数 $-a$，$-b$ 的点.

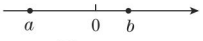


图 1.2−16

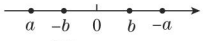


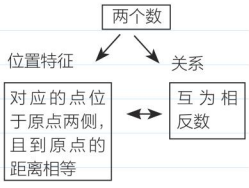
图 1.2−17

解题秘方：由相反数的几何意义知，表示数 a 的点在原点的左侧，则表示其相反数 $-a$ 的点在原点的右侧，且到原点的距离与表示数 a 的点到原点的距离相等.

解：表示数 $-a$ 与 $-b$ 的点的位置如图 1.2−17.

挑战·高分

方法点拨



点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 相反数的概念及表示是中考命题的热点之一，相反数的几何意义借助数轴体现，与数轴在一起考查是常见的形式. 单独考查时以选择题、填空题的形式出现，综合考查也比较简单.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

冲刺·满分

思路点拨

在数轴上表示互为相反数的两个数的点的位置，解决这类问题要把“数”和“形”结合起来，使二者互相补充，相辅相成，从而把复杂的问题转化为简单的问题.

考法 利用相反数的意义在数轴上找表示一个数的相反数的点

例 7 ［中考·常州］如图 1.2−18，数轴上点 P 表示的数为 p，则数轴上与数 $-\frac{p}{2}$ 对应的点是（　　）

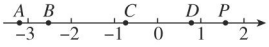


图 1.2−18

A. 点 A　　B. 点 B　　C. 点 C　　D. 点 D

试题评析：本题考查了数轴，根据图示得到点 P 所表示的数是解题的关键.

解：由图可知 $1 < p < 2$，所以 $\frac{1}{2} < \frac{p}{2} < 1$.

因此在数轴上表示 $\frac{p}{2}$ 的点在表示 $\frac{1}{2}$ 的点与表示 1 的点之间.

根据相反数的几何意义知表示 $-\frac{p}{2}$ 的点在表示 $-\frac{1}{2}$ 的点与表示 -1 的点之间.

由图可知表示 $-\frac{p}{2}$ 的点为点 C.

答案：C

两年模拟兵法

☞答案见 210 页

1. 下列各组数中，互为相反数的是（　　）

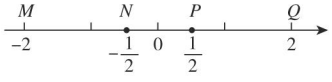
A. 3 和 -3　　B. -3 和 $\frac{1}{3}$

C. -3 和 $-\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{3}$ 和 3

2. 若一个数的相反数仍是它本身，则这个数是（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 0　　D. 正数

3. [2019·郴州] 如图，数轴上表示 -2 的相反数的点是（　　）



（第 3 题）

A. M　　B. N　　C. P　　D. Q

4. 下列各组数中，互为相反数的有（　　）

①$+(+1)$ 与 $-(-1)$；②$-(+1)$ 与 $+(-1)$；

③$+(+1)$ 与 $-(+1)$；④$+(-1)$ 与 $-(-1)$.

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ②④

5. 下列说法：

①m 与 $-m$ 互为相反数，因此它们一定不相等；

②相反数等于它本身的数只有 0；

③正数和负数互为相反数；

④负数的相反数是正数；

⑤a 的相反数一定是负数.

其中正确的个数是（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

6. 一个数在数轴上所对应的点向左移 2 022 个单位长度后，得到它的相反数对应的点，则这个数是（　　）

A. 2 022　　B. -2 022

C. 1 011　　D. -1 011

7. 若 $a=3.5$，则 $-a=$_____；

若 $-x=-(-10)$，则 $x=$_____；

若 $m=-m$，则 $m=$_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 将数轴对折，使表示 -3 与 1 的两个点重合，若此时表示 -5 的点与表示 x 的点也重合，则 $x=$_____.

9. 化简下列各数.

（1）$-(+4)$；

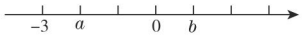
（2）$-(-7.1)$；

（3）$-[+(-5)]$；

（4）$-[-(-8)]$.

10. 已知 $2m+1$ 的相反数是 -9，求 m 的值.

11. 已知有理数 a，-3，b 在数轴上对应的点的位置如图，在数轴上画出 a，-3，b 的相反数对应的点.

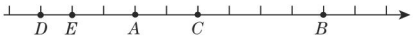


（第 11 题）

12. 如图，数轴上每相邻两刻度线之间的距离为 1 个单位长度，请回答下列问题：

（1）如果点 A，B 表示的数互为相反数，那么点 C 表示的数是多少？

（2）如果点 E，B 表示的数互为相反数，那么点 C 表示的数是多少？图中其他点表示的数分别是多少？



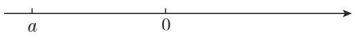
（第 12 题）

13. 已知表示数 a 的点在数轴上的位置如图.

（1）在数轴上表示出数 a 的相反数对应的点的位置；

（2）若表示数 a 的点与表示其相反数的点相距 20 个单位长度，则 a 是多少？

（3）在（2）的条件下，若数 b 对应的点与数 a 的相反数对应的点相距 5 个单位长度，则 b 是多少？ **【导学号：2493078】**



（第 13 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2.4 绝对值

核心知识

- 绝对值的概念
- 绝对值的性质
- 绝对值的计算
- 比较有理数的大小

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸1 绝对值

1. 定义

一般地，数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$. 读作“a 的绝对值”.

2. 性质

一个正数的绝对值是它本身；

一个负数的绝对值是它的相反数；

0 的绝对值是 0.



即：$|a|=\begin{cases} a\ (a>0), \\ 0\ (a=0), \\ -a\ (a<0). \end{cases}$

提分·必记

特别提醒

由于绝对值是两点间的距离，所以绝对值不可能是负数；

由绝对值的定义可知：一个数对应的点离原点越近，它的绝对值越小，离原点越远，它的绝对值越大，所以没有绝对值最大的数，只有绝对值最小的数为 0.

拨考向▸利用绝对值进行计算化简

类型 1：绝对值的性质在求绝对值中的应用

例 1 求下列各数的绝对值：

（1）$+\frac{1}{3}$；　　（2）0；

（3）$-2\frac{2}{5}$；　　（4）$-(-3)$.

解题秘方：紧扣绝对值的性质进行计算.

解：（1）$\left|+\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$.

正数的绝对值是它本身

（2）$|0|=0$.

0 的绝对值是 0

（3）$\left|-2\frac{2}{5}\right|=2\frac{2}{5}$.

负数的绝对值是它的相反数

（4）$|-(-3)|=|+3|=3$.

提分·秘诀

技巧点拨

求一个数的绝对值的方法：

要求一个数的绝对值，首先判断这个数是正数、负数还是零，然后求出该数的绝对值. 要确保其结果为非负数且只有一个.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：绝对值的性质在化简含字母的绝对值式子中的应用

例 2 数 a，b，c 在数轴上对应的点的位置如图 1.2−19.

化简：$-|a|+|b+c|-|b|$.

解题秘方： 先从数轴中获取 a、$b+c$、b 的符号，再根据绝对值的性质，便可将绝对值符号去掉，然后计算.



图 1.2−19

解： 由数轴可知 $a<0$，$b>0$，$c>0$，所以 $b+c>0$，

所以 $|a|=-a$，$|b+c|=b+c$，$|b|=b$，

所以原式 $=-(-a)+(b+c)-b=a+b+c-b=a+c$.

活学巧记

多重符号欲化简，
遇“+”直接就省略，
奇负偶正是见“−”，
去掉括号同进行.

点知识 ▸ 2 绝对值的非负性

1. 任何一个数的绝对值，都是唯一的非负数.

2. 绝对值是它本身的数是非负数，绝对值是它相反数的数是非正数，0 是绝对值最小的数，即：若 $|a|=a$，则 $a\geqslant 0$，若 $|a|=-a$，则 $a\leqslant 0$.

3. 绝对值等于一个正数的数有两个，它们互为相反数，

即：若 $|x|=a(a>0)$，则 $x=\pm a$.

4. 互为相反数的两个数的绝对值相等，即：$|a|=|-a|$.

5. 绝对值相等的两个数相等，或互为相反数，即：若 $|a|=|b|$，则 $a=b$ 或 $a=-b$.

提分·必记

特别提醒

绝对值的非负性是绝对值的一个重要性质，即对于任意有理数 a，都有 $|a|\geqslant 0$.

1. 当 $a\neq 0$ 时，$|a|>0$，
当 $a=0$ 时，$|a|=0$.

2. 当 $|a|>0$ 时，$a\neq 0$，
当 $|a|=0$ 时，$a=0$.

拔考向 ▸ 利用绝对值的非负性解相关问题

类型 1：绝对值的非负性在判断式子的符号中的应用

例 3 下列各式中无论 m 为何值，一定是正数的是（　　）

A. $|m|$　　B. $|m+1|$　　C. $|m|+1$　　D. $-(-m)$

解题秘方： 紧扣绝对值的非负性 $|a|\geqslant 0$ 进行判断.

解： 选项 A 中当 $m=0$ 时，不符合题意；

选项 B 中当 $m=-1$ 时，$|m+1|=0$，不符合题意；

选项 D 中 $-(-m)=m$ 显然不符合题意；

选项 C 中，因为 $|m|\geqslant 0$，所以 $|m|+1\geqslant 1$，符合题意.

答案： C

类型 2：互为相反数的两个数的绝对值相等在求字母值中的应用

例 4 如果 $a=-4$，且 $|a|=|b|$，求 $|b+4|$ 的值.

解题秘方： 紧扣“若 $|x|=a(a>0)$，则 $x=\pm a$”进行求解.

解： 因为 $a=-4$，所以 $|b|=|a|=|-4|=4$.

所以 $b=4$ 或 $b=-4$.

当 $b=4$ 时，$|b+4|=|4+4|=8$；

当 $b=-4$ 时，$|b+4|=|-4+4|=0$.

所以 $|b+4|$ 的值是 8 或 0.

特别警示

在求 $|-4|$ 的值时，都能比较顺利地得出 $|-4|=4$，但已知 $|b|=|a|=|-4|=4$，容易习惯性地写出 $b=4$ 而忽略 $b=-4$ 的情况.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶3 比较有理数的大小

1. 用数轴比较有理数大小的法则

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序就是从小到大的顺序．即：右边的数总比左边的数大．

2. 数的性质比较有理数大小的法则

（1）正数大于0，0大于负数，正数大于负数．

（2）两个负数，绝对值大的反而小．

即：

两数同号	同为正号，绝对值大的数大．
	同为负号，绝对值大的反而小．
两数异号	正数大于负数．
一数为0	正数与0，正数大于0．
	负数与0，负数小于0．



拔考向▶利用有理数大小比较的法则比较有理数的大小

类型1：用数轴比较有理数大小的应用

例5 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“<”号连接起来：-2，0，1，-0.5，$-\frac{3}{2}$，$2\frac{1}{2}$．

解题秘方： 把这些数准确地表示在同一条数轴上，按右边的点表示的数大于左边的点表示的数，将各数按从小到大的顺序排列．

解： 将这些数在数轴上表示出来，如图1.2−20.

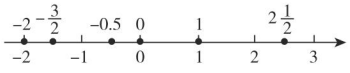


图1.2−20

所以 $-2<-\frac{3}{2}<-0.5<0<1<2\frac{1}{2}$．

类型2：数的性质比较有理数大小法则在比较两个有理数大小中的应用

例6 比较下列各组数的大小：

（1）$-\frac{5}{6}$和$-\frac{6}{7}$；（2）$-\frac{22}{7}$和-3.13；

（3）$-|-5|$和0；（4）$-\left(-\frac{1}{5}\right)$和$-\left|-\frac{1}{6}\right|$．

解题秘方： 利用正数＞0＞负数，两个负数，绝对值大的反而小，进行比较．

解：（1）因为 $\left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6}=\frac{35}{42}$，$\left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}=\frac{36}{42}$，

且$\frac{35}{42}<\frac{36}{42}$，所以$-\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}$．

提分·必记

特别提醒

比较两个负数的大小，先求出这两个负数的绝对值，再比较所求的两个绝对值的大小，根据“两个负数，绝对值大的反而小”作出比较．

比较两个正分数的大小，同分母的两个正分数直接比较分子的大小，分子大的数大；异分母的两个正分数，要先通分化成同分母分数再比较．

提分·秘诀

方法点拨

利用数轴比较几个数大小的方法：

先在数轴上标出表示这些数的点的位置；再确定它们之间的左右关系．

利用数轴比较大小的优点：

一是直接看表示数的点在数轴上的位置即可；

二是一次可以比较多个数．

方法点拨

比较有理数大小的方法：

1. 数轴比较法：在数轴上表示的数，右边的数总比左边的数大，根据这个特点可把需要比较的数表示在数轴上，通过数轴比较数的大小．

2. 法则比较法：

（1）正数大于0，0大于负数，正数大于负数；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（2）因为$\left|-\frac{22}{7}\right|=\frac{22}{7}\approx 3.14$，$|-3.13|=3.13$，且$3.14>3.13$，

所以$-\frac{22}{7}<-3.13$.

（3）因为$-|-5|=-5$，且$-5<0$，

所以$-|-5|<0$.

（4）$-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$，$-\left|-\frac{1}{6}\right|=-\frac{1}{6}$.

因为正数大于负数，所以$\frac{1}{5}>-\frac{1}{6}$.

所以$-\left(-\frac{1}{5}\right)>-\left|-\frac{1}{6}\right|$.

（2）两个负数，绝对值大的反而小，其过程为：

先分别求出两个负数的绝对值；

再比较两个绝对值的大小；

最后根据“绝对值大的反而小”进行判断.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用特殊值法比较大小

例 7 已知$a>0$，$b<0$，且$|b|<|a|$，把a，$-a$，b，$-b$四个数按从小到大的顺序用“<”号连接起来.

解题秘方：给出符合条件的a，b的一组具体数值，分别求出它们的相反数，通过比较这两个数及其相反数的大小得出a，$-a$，b，$-b$的大小.

解：令$a=2.5$，$b=-1$，则$-a=-2.5$，$-b=1$.

因为$-2.5<-1<1<2.5$，

所以$-a<b<-b<a$.

挑战·高分

方法点拨

本题实际是运用特殊值法解题，此解法简单实用，是中考及数学竞赛中常用的方法之一，取特殊值时要注意：所取的值既要符合题目条件又要考虑可能出现的多种情况.

拔尖角度 2 巧用数轴法比较大小

例 8 数a，b在数轴上对应的点的位置如图 1.2−21，下面所给的四个选项中正确的是（　　）

A. $b>a$　　B. $|a|>|b|$　　C. $-a<b$　　D. $-b>a$

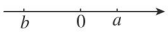


图 1.2−21

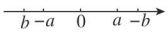


图 1.2−22

解题秘方：紧扣有理数大小比较的法则，并结合在数轴上标出符合条件的数对应的点进行大小比较.

解：因为$a>0$，$b<0$，所以$b<a$，故排除 A.

因为表示b的点到原点的距离比表示a的点到原点的距离大，所以$|a|<|b|$，故排除 B.

利用相反数的几何意义，在数轴上将$-a$，$-b$对应的点的位置表示出来，如图 1.2−22. 显然有$b<-a<0<a<-b$，故排除 C. 选 D.

答案：D

挑战·高分

方法点拨

比较用抽象字母表示的数的大小时，可借助数轴把对应点表示出来，根据数轴上点的位置来比较各个字母所表示的数的大小.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 3 利用建立绝对值模型法解实际应用

挑战·高分

例9 某配件厂生产一批圆形的橡胶垫，从中抽取6件进行检验，比标准直径（单位：mm）长的部分记作正数，比标准直径短的部分记作负数，检查记录如下表（单位：mm）：

1	2	3	4	5	6
+0.4	−0.2	+0.1	0	−0.3	+0.25

（1）哪件产品的质量相对最好，请你用学过的绝对值知识说明；

（2）若规定与标准直径相差不大于（小于或等于）0.2 mm为合格产品，则上面的6件产品中有几件是不合格产品？

解题秘方：（1）绝对值小的产品质量好．因为绝对值越小，与标准直径的偏差越小．（2）若抽查的橡胶垫直径的误差的绝对值大于0.2 mm，就可以确定该产品不合格．

解：（1）$|+0.4|=0.4$，$|-0.2|=0.2$，$|+0.1|=0.1$，

$|0|=0$，$|-0.3|=0.3$，$|+0.25|=0.25$．

因为$0<0.1<0.2<0.25<0.3<0.4$，

所以$|0|<|+0.1|<|-0.2|<|+0.25|<|-0.3|<|+0.4|$．

所以第4件产品的质量相对最好．

（2）因为$|+0.4|=0.4>0.2$，$|-0.3|=0.3>0.2$，$|+0.25|=0.25>0.2$，

所以这6件产品中有3件是不合格产品．

方法点拨

本题用绝对值的大小表示产品直径与标准直径的接近程度．由绝对值的几何意义，可知一个数的绝对值越小，其在数轴上对应的点距离原点越近，在这个实际问题中，绝对值越小表示产品直径的尺寸与标准直径的尺寸的偏差越小．

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节主要有两个考点——绝对值与有理数比较大小，在中考中这两个热门考点都有直接考查，以选择题为主，属送分题．在平时的单元考查时，绝对值是一个难点，应用性考查较多．

三年中考兵法

考法1 利用绝对值解计算问题

冲刺·满分

考法点评

有理数的相关概念一般都直接考查，主要掌握其概念的内涵和外延，以及各种法则和规定即可．

例10 [中考·淄博]计算$\left|-\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{2}$的结果是（　　）

A. 0　　B. 1　　C. −1　　D. $\frac{1}{4}$

试题评析：在中考中绝对值一般是直接考查，属送分题的一种，解题的关键是理解绝对值的意义．

解：$\left|-\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$．

答案：A

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 利用绝对值的意义在数轴上找表示数的点的位置

例 11 [中考·包头]若 $|a|=-a$，则有理数 a 在数轴上的对应点一定在（　　）

A. 原点左侧　　B. 原点或原点左侧

C. 原点右侧　　D. 原点或原点右侧

试题评析：本题主要考查的是有理数与数轴上表示数的点之间的关系；用绝对值的性质确定数的范围是解题的关键.

解：当 $a>0$ 时，$|a|=a$；

当 $a<0$ 时，$|a|=-a$；

当 $a=0$ 时，$|a|=a=-a$.

所以 $a<0$ 或 $a=0$.

所以有理数 a 在数轴上的对应点位于原点或原点左侧.

答案：B

特别警示

不要误认为：若 $|a|=a$，则 $a>0$；若 $|a|=-a$，则 $a<0$.

绝对值等于它本身的数是正数和 0. 注意不要漏掉 0. $|0|=-0=0$.

考法 3 利用绝对值的意义解决实际问题

例 12 [中考·呼和浩特]如图 1.2-23，检测排球，其中质量超过标准的克数记为正数，不足的克数记为负数，如图 1.2-24 是检测过的四个排球，在其上方标注了检测结果，其中质量最接近标准的一个是（　　）

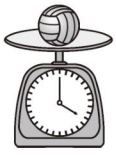


图 1.2-23



图 1.2-24

试题评析：此题主要考查了绝对值的几何意义，本题的解题关键是求出检测结果的绝对值，绝对值越小的越接近标准.

解：由题意得：四个排球质量偏差的绝对值分别为 0.6，0.7，2.5，3.5，所以检测结果为 −0.6 的排球最接近标准. 故选 A.

答案：A

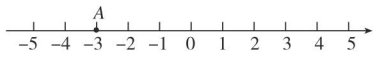
方法点拨

由绝对值的几何意义可知：一个数的绝对值越小，在数轴上表示这个数的点与原点的距离越近. 当把标准定为 0 时，绝对值越小就越接近标准.

两年模拟兵法

☞答案见 210 页

1. [中考·青岛]如图，点 A 所表示的数的绝对值是（　　）



（第 1 题）

A. 3　　B. −3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

2. [中考·山西]$|-6|$ 的值是（　　）

A. −6　　B. $-\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. 6

3. 数轴上的点 A 到原点的距离是 6，则点 A 表示的数为（　　）

A. 6 或 −6　　B. 6

C. −6　　D. 3 或 −3

4. [中考·南通]下列选项中，比 −2℃低的温度是（　　）

A. −3℃　　B. −1℃

C. 0℃　　D. 1℃

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 在数轴上，下列说法不正确的是（　　）

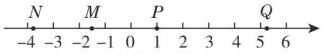
A. 两个有理数，绝对值大的数离原点远

B. 两个有理数，其中较大的数在右边

C. 两个负有理数，其中较大的数离原点近

D. 两个有理数，其中较大的数离原点远

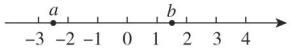
6. [**中考·娄底**] 已知点 M，N，P，Q 在数轴上的位置如图，则其中表示的数的绝对值最大的点是（　　）



（第 6 题）

A. M　　B. N　　C. P　　D. Q

7. 有理数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论正确的是（　　）



（第 7 题）

A. $a>b$　　B. $a>-b$

C. $-a>b$　　D. $-a<b$

8. 若 $a>3$，则 $|a-3|=$_____，$|3-a|=$_____.

9. 绝对值不小于 $2\frac{1}{2}$ 且不大于 $5\frac{1}{3}$ 的整数有_____.

10. 式子 $|m-3|+6$ 的值随 m 的变化而变化，当 $m=$_____时，$|m-3|+6$ 有最小值，最小值是_____.

11. 把下列各数在数轴上表示出来，并用“<”号把各数连接起来：$-2\frac{1}{2}$，4，-4，0，$4\frac{1}{2}$.

12. 已知 $|a|=5$，$|b|=3$，且 $a<b$，求 a，b 的值.

13. [**期末·鄂州**] 出租车司机小李某天下午的营运全是在南北走向的鼓楼大街上进行的. 假定向南为正，向北为负，他这天下午行车里程（单位：km）如下：$+15$，-3，$+14$，-11，$+10$，$+4$，-26.

（1）小李在送第几名乘客时行车里程最远?

（2）若汽车耗油量为 0.1 L/km，这天下午汽车共耗油多少升?　　【**导学号**：2493078】

14. 某工厂生产一批精密的零件，要求是 $\phi\ 50^{+0.04}_{-0.03}$（ϕ 表示圆形零件的直径，单位是 mm），抽查了 5 个零件，数据如下表（单位：mm），超过规定的记作正数，不足的记作负数.

1 号	2 号	3 号	4 号	5 号
+0.031	−0.037	+0.018	−0.021	+0.042

（1）哪些产品是符合要求的?

（2）符合要求的产品中哪个的质量最好? 用绝对值的知识加以说明.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.3 有理数的加减法

1.3.1 有理数的加法

核心知识
- 有理数的加法法则
- 有理数加法运算律

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数的加法法则

1. 有理数加法法则

（1）同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.

（2）绝对值不相等的异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值. 互为相反数的两个数相加得 0.

（3）一个数同 0 相加，仍得这个数.

2. 有理数加法运算的各种情况如下表

		和		用字母表示
		符号	绝对值	
同号两数相加		取相同的符号	相加	若 $a>0$，$b>0$，则 $a+b=+(\lvert a\rvert+\lvert b\rvert)$
				若 $a<0$，$b<0$，则 $a+b=-(\lvert a\rvert+\lvert b\rvert)$
异号两数相加	绝对值不相等	取绝对值较大的加数的符号	相减（大减小）	若 $a>0$，$b<0$，且 $\lvert a\rvert>\lvert b\rvert$，则 $a+b=+(\lvert a\rvert-\lvert b\rvert)$
				若 $a<0$，$b>0$，且 $\lvert a\rvert>\lvert b\rvert$，则 $a+b=-(\lvert a\rvert-\lvert b\rvert)$
	互为相反数	0		若 $a>0$，$b<0$，且 $\lvert a\rvert=\lvert b\rvert$，则 $a+b=0$
一个数与 0 相加		仍得这个数		$a+0=a$

3. 有理数加法运算的步骤

（1）判断加法的类型，即判断两个加数是同号，还是异号，加数中是否有 0. 根据加法的类型确定用加法法则中的哪一条.

（2）确定和的符号.

（3）确定和的绝对值.



提分·必记

特别提醒
- 若 $a+b=0$，则 $a=-b$.
- 若 $a+b=0$，且 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，则 $a=b=0$.

例：若 $|m-1|+|n+2|=0$，则有 $m-1=0$，$n+2=0$.

特别解读

1. 若两个数的和为正数，则这两个加数有三种可能：
（1）两个都是正数；
（2）一个是正数、一个是负数，且正数的绝对值大于负数的绝对值；
（3）一个正数、一个是 0.
2. 若两个数的和为负数，则这两个加数有三种可能：
（1）两个都是负数；
（2）一个是正数、一个是负数，且负数的绝对值大于正数的绝对值；
（3）一个是负数、一个是 0.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用有理数的加法法则解决问题

类型1：有理数的加法法则在计算中的应用

例1 计算下列各题.

（1）(+20)+(+12)；（2）(−2)+(−1)；（3）(−30)+6；

（4）$\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}$；（5）$\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$；（6）$0+\left(-\frac{4}{5}\right)$.

解题秘方：先确定两个数相加的类型，然后根据法则计算.

解：（1）原式 $=+(20+12)=+32$；（2）原式 $=-(2+1)=-3$；

（3）原式 $=-(30-6)=-24$；（4）原式 $=+\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{12}$；

（5）原式 $=0$；（6）原式 $=-\frac{4}{5}$.

类型2：有理数的加法法则在辨析中的应用

例2 下列说法正确的是（　　）

A. 两个有理数的和一定大于任何一个加数

B. 若两个有理数的和为正数，则这两个有理数都是正数

C. 若两个有理数的和为零，则这两个有理数一定互为相反数

D. 异号两个有理数相加，和有可能是正数也有可能是负数

解题秘方：结合有理数加法法则进行辨析.

解：A. 不正确，例如，(−3)+1=−2，(−3)+(−1)=−4，(−3)+0=−3，它们的和都不是大于两个加数.

B. 不正确，例如，(−2)+3=1，0+2=2，它们的和是正数，但两个加数不都是正数.

C. 正确.

D. 不正确，异号两个数相加的和还有可能为0.

答案：C

提分·秘诀

方法点拨

同号相加一边倒；
异号相加“大”减“小”，
符号跟着大的跑，
绝对值相等“0”正好.

特别提醒

有理数加法的结果：可正，可负，可为零，可能比两个加数都大，如3+5=8；可能比两个加数都小，如(−3)+(−5)=−8；可能比一个加数大，比另一个加数小，如(−3)+5=2.

知识▶2 有理数的加法运算律

1. 有理数加法的运算律

运算律	文字叙述	用字母表示
加法交换律	两个数相加，交换加数的位置，和不变	$a+b=b+a$
加法结合律	三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变	$(a+b)+c=a+(b+c)$

2. 加法运算律的运用技巧

（1）互为相反数的两个数先相加——“相反数结合法”；

（2）符号相同的数先相加——“同号结合法”；

提分·必记

特别提醒

1. 有理数的加法运算律不但适用于两个数或三个数相加，而且适用于三个以上有理数相加.
2. 利用有理数的加法交换律时，要适当加括号，如 −6.6+2+(−3.4)=2+(−6.6)+(−3.4).

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（3）整数与整数、小数与小数，分母相同（或分母成倍数关系易化成同分母）的数先相加——“同形结合法”；

（4）几个数相加得整数的数先相加——“凑整法”；

（5）带分数相加时，可先拆成整数与分数的和，再分别相加——“拆项结合法”.


有理数的加法运算律

考向▶利用有理数的加法运算律进行计算

类型1：相反数结合法

例3 计算：

$$\left(-\frac{4}{13}\right)+\left(-\frac{4}{17}\right)+\frac{4}{13}+\left(-\frac{13}{17}\right).$$

解题秘方：先找相反数，然后利用加法的交换律和结合律将相反数结合计算.

解：原式 $=\left[\left(-\frac{4}{13}\right)+\frac{4}{13}\right]+\left[\left(-\frac{4}{17}\right)+\left(-\frac{13}{17}\right)\right]$

$=0+(-1)$

$=-1.$

类型2：同号结合法

例4 计算：$43+(-77)+37+(-23)$.

解题秘方：先把正数、负数分别结合，再计算.

解：原式 $=(43+37)+[(-77)+(-23)]$

$=80+(-100)$

$=-20.$

类型3：同形结合法

例5 计算：$\left(-3\frac{1}{4}\right)+3\frac{2}{3}+2\frac{1}{4}+\left(-1\frac{2}{3}\right).$

解题秘方：观察将同分母的分数通过交换结合在一起计算.

解：原式 $=\left[\left(-3\frac{1}{4}\right)+2\frac{1}{4}\right]+\left[3\frac{2}{3}+\left(-1\frac{2}{3}\right)\right]$

$=(-1)+2$

$=1.$

类型4：凑整法

例6 计算：$(-3.75)+2.85+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+3.15+(-2.5)$.

解题秘方：将 -3.75，$-1\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{2}$，-2.5 和 2.85，3.15 分别结合在一起，然后相加.

解：原式 $=\left[(-3.75)+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-2.5)\right]+(2.85+3.15)$

$=(-8)+6$

$=-2.$

3. 根据需要灵活利用加法运算律，可以达到简化计算的目的.

提分·秘诀

相反数结合法

如果加数中有互为相反数的两个数，可以先将这两个数结合再进行运算，简称**相反数结合法**.

同号结合法

在有理数的加法运算中，先将所有的正数结合在一起、所有的负数结合在一起，分别相加，再求和的计算方法，简称**同号结合法**.

同形结合法

在计算过程中往往把整数与整数、小数与小数、分数与分数、分母相同或容易通分的分数结合在一起，以达到简便运算的效果，简称**同形结合法**.

凑整法

多个有理数相加时，如果既有分数，又有小数，一般将**存在数量少的形式转化成数量多的形式**，把能凑成整数的数结合在一起，可以使计算简便，这种方法简称“**凑整法**”.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 5：拆项结合法

例 7 计算：

$(1)\ -5\frac{5}{6}+\left(-9\frac{2}{3}\right)+17\frac{3}{4}+\left(-3\frac{1}{2}\right)$；

$(2)\left(-2\,018\frac{5}{6}\right)+\left(-2\,017\frac{2}{3}\right)+4\,036\frac{2}{3}+\left(-1\frac{1}{2}\right)$.

解题秘方： 先把带分数拆成整数与真分数之和，将整数和真分数分别相加，再求和.

解： (1) 原式 $=\left[(-5)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[(-9)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(17+\frac{3}{4}\right)+\left[(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\left[(-5)+(-9)+17+(-3)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=0+\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=-\frac{5}{4}$.

(2) 原式 $=\left[(-2\,018)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[(-2\,017)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(4\,036+\frac{2}{3}\right)+\left[(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\left[(-2\,018)+(-2\,017)+4\,036+(-1)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=0+\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-\frac{4}{3}$.

拆项结合法

1. 在有理数的加法计算中，可以先把带分数拆分成整数和真分数的和，再把整数和真分数分别结合相加，但拆数时应特别注意符号问题. 这种方法简称“拆项结合法”.
2. 一个带分数在拆成一个整数和一个真分数时，有两种拆分法，一种拆成同号，一种拆成异号. 如：$-9\frac{2}{3}=-9+\left(-\frac{2}{3}\right)$ 或 $-9\frac{2}{3}=-10+\frac{1}{3}$.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用分类思想求两个数的和

例 8 已知 $|x|=5$，$|y|=3$. 求 $x+y$ 的值.

解题秘方： 根据绝对值的性质求出 x，y 的值，然后代入求解即可.

解： 因为 $|x|=5$，$|y|=3$，所以 $x=\pm5$，$y=\pm3$.

当 $x=5$，$y=3$ 时，$x+y=8$；

当 $x=5$，$y=-3$ 时，$x+y=5+(-3)=2$；

当 $x=-5$，$y=3$ 时，$x+y=(-5)+3=-2$；

当 $x=-5$，$y=-3$ 时，$x+y=(-5)+(-3)=-8$.

所以 $x+y$ 的值为 ±2 或 ±8.

挑战·高分

特别提醒

- 绝对值中，由于正负不定，因此要进行分类.
- 分类时，注意不要漏掉某种情况.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用数形结合思想辨别和的符号

例 9 若有理数 a，b，c 在数轴上的位置如图 1.3−1，则下列结论中，错误的是（　　）

A. $a+b<0$　　B. $b+c<0$

C. $a+b+c<0$　　D. $|a+b|=a+b$



图 1.3−1

解题秘方： 先结合数轴提供的信息判断出有理数 a，b，c 的符号及绝对值的大小关系，再运用有理数的加法运算法则分析判断.

解： 根据有理数 a，b，c 在数轴上的位置可知，

$a>0$，$b<0$，$c<0$，且 $|c|>|b|>|a|$，

所以 $a+b<0$ 是正确的，$b+c<0$ 也是正确的，$a+b+c<0$ 也是正确的.

因为 $|a+b|>0$，而 $a+b<0$，所以选项 D 是错误的.

答案： D

挑战·高分

规律总结

在数轴上，利用数形结合思想，一般可读出三个方面的信息：

1. 对应点所表示的数是正数还是负数；
2. 对应点到原点的距离，即绝对值的大小；
3. 对应点表示的数的大小关系，即数轴上的数从左往右越来越大.

拔尖角度 3 利用分组法巧求多个数相加的和

例 10 计算：$(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+\cdots+(-99)+(+100)$.

解题秘方： 观察发现 $(-1)+(+2)=1$，$(-3)+(+4)=1$，…，$(-99)+(+100)=1$，故把 100 个数分成 50 组计算.

解： $(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+\cdots+(-99)+(+100)$

$=[(-1)+(+2)]+[(-3)+(+4)]+\cdots+[(-99)+(+100)]$

$=1+1+\cdots+1$

$=50$.

挑战·高分

技巧点拨

当加数的个数很多时，要注意观察式子的特点，进行巧妙分组，使每组所得的和相等，然后用乘法的意义计算.

拔尖角度 4 利用观察探究法在方格中填数

例 11 从图 1.3−2 中找规律，并按此规律在图 1.3−3 的空白格里填上合适的数.

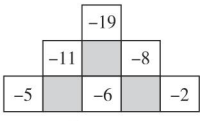


图 1.3−2

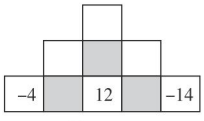


图 1.3−3

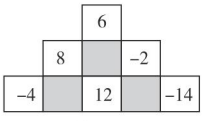


图 1.3−4

解题秘方： 从已知图中获取“数”与“形”的规律解决问题.

解： 由图 1.3−2 可以发现如下规律：

$(-5)+(-6)=-11$，$(-6)+(-2)=-8$，$(-11)+(-8)=-19$.

由此可推出图 1.3−3 中空白格里的数是：

$(-4)+12=8$，$12+(-14)=-2$，$8+(-2)=6$.

填数后如图 1.3−4.

挑战·高分

图解

从上往下数第一、二行的每个数都等于它“脚下”的两个数的和，如图 1.3−5：

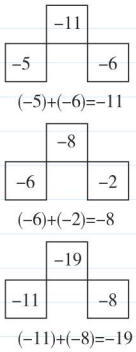


图 1.3−5

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节主要考查对加法法则的理解，以及加法的运算律的应用，中考题多以选择题、填空题的形式出现，而平时测验，以解答题的形式考查.

三年中考兵法

考法1 利用有理数加法的运算律进行巧算

例12 [中考·铜仁]计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\cdots+\frac{1}{9\,900}$ 的值为（　　）

A. $\frac{1}{100}$　　B. $\frac{99}{100}$　　C. $\frac{1}{99}$　　D. $\frac{100}{99}$

试题评析：此题主要考查了有理数的加法，正确分解分数将原式变形是解题的关键.

答案：B

考法2 有理数加法的应用

例13 [期末·黄山]有一批食品罐头，标准质量为每瓶454 g，先抽取10瓶样品进行检测，结果（单位：g）如下：

瓶号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
质量	444	459	454	459	454	454	449	454	459	464

求这10瓶罐头的总质量.

试题评析：本题考查利用相反意义的量进行有理数的加法运算.解决本题的关键是用正负数表示出每瓶罐头的质量与标准质量的差.

解：方法一（直接计算）：这10瓶罐头的总质量为

444+459+454+459+454+454+449+454+459+464=4 550（g）.

方法二（利用标准质量计算）：把超过标准质量的克数用正数表示，不足标准质量的克数用负数表示，列出这10瓶罐头与标准质量的差（单位：g）为：

瓶号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
与标准质量的差	−10	5	0	5	0	0	−5	0	5	10

这10瓶罐头与标准质量的差的和为

（−10）+5+0+5+0+0+（−5）+0+5+10=[（−10）+10]+[（−5）+5]+5+5=10（g）.

454×10+10=4 550（g）.

答：这10瓶罐头的总质量为4 550 g.

冲刺·满分

解法提醒

$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$；

$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$；

……

$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$.

方法点拨

本题有多种解决方法，关键是选择比较简单的方法.若利用正数、负数表示具有相反意义的量，减少了计算较大数的过程.

考法点评

本题与课本P20例3类似，通过两种方法计算总量，让学生体验利用标准量计算的优越性.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见210页

1. [中考·武汉]温度由 $-4℃$ 上升 $7℃$ 是(　　)

A. $3℃$　　B. $-3℃$　　C. $11℃$　　D. $-11℃$

2. 如果两个数的和是正数，那么(　　)

A. 这两个数都是正数

B. 一个为正，一个为零

C. 这两个数一正一负，且正数的绝对值较大

D. 这两个数必属于上面三种情况之一

3. [中考·天水]已知 $|a|=1$，b 是 2 的相反数，则 $a+b$ 的值为(　　)

A. -3　　B. -1

C. -1 或 -3　　D. 1 或 -3

4. [中考·绍兴]我国的《洛书》中记载着世界最古老的一个幻方：将 1~9 这九个数字填入 3×3 的方格中，使三行、三列、两对角线上的三个数之和都相等，如图的幻方中，字母 m 所表示的数是_____.

m		2
3	5	

(第 4 题)

5. 计算：$1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)+\cdots+2\,019+(-2\,020)=$_____.

6. 数轴上有两个有理数 a，b，且 $a>0$，$b<0$，$a+b<0$，则四个数 a，b，$-a$，$-b$ 的大小关系为_____.(用“<”号连接)

7. 运用加法的运算律计算下列各题：

(1) $24+(-15)+7+(-20)$；

(2) $18+(-12)+(-18)+12$；

(3) $1\frac{3}{7}+\left(-2\frac{1}{3}\right)+2\frac{4}{7}+\left(-1\frac{2}{3}\right)$；

(4) $0.36+(-7.4)+0.5+(-0.6)+0.14$.

8. 在新冠肺炎疫情防控期间，某工厂为支援武汉捐赠一批大米，每袋大米的标准质量为 50 千克，超过标准质量的千克数记为正数，不足标准质量的千克数记为负数，随机抽取 10 袋大米称重记录如下(单位：千克)：$+1.2$，-0.4，$+1$，0，-1.1，-0.5，$+0.3$，$+0.5$，-0.6，-0.9. 问这 10 袋大米总计超过多少千克或不足多少千克？10 袋大米的总质量是多少千克？

9. 如图，在没有标出原点的数轴上 A，B，C，D 四点表示的有理数都是整数，且 A，C 两点表示的数相差 1 个单位长度. 若 A，B 表示的有理数 a，b 满足 $2b+a=4$，那么数轴的原点只能是 A，B，C，D 四点中的哪个点？为什么？



(第 9 题)

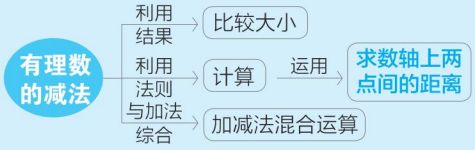
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.3.2 有理数的减法

核心知识

- 有理数的减法
- 有理数的加减混合运算
- 数轴上两点之间的距离

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数的减法

1. 法则 减去一个数，等于加上这个数的相反数.

用字母表示： $a-b=a+(-b)$，其中 a，b 表示任意有理数.

特别提醒： 有理数的减法是有理数的加法的逆运算，做减法运算时，常将减法转化为加法再计算，转化过程中，应注意“两变一不变”.“两变”是指运算符号“−”号变成“+”号，减数变成它的相反数；“一不变”是指被减数不变.

2. 两数相减差的符号

（1）较大的数 − 较小的数 = 正数，即若 $a>b$，则 $a-b>0$.

（2）较小的数 − 较大的数 = 负数，即若 $a<b$，则 $a-b<0$.

（3）相等的两个数的差为 0，即若 $a=b$，则 $a-b=0$.

拨考向 利用有理数的减法法则计算

例 1 计算下列各题：

（1）$7-3$；（2）$3-7$；（3）$(-1)-2$；（4）$2-(-1)$；

（5）$(-2)-(-1)$；（6）$(-1)-(-2)$；（7）$0-5$；

（8）$0-(-5)$.

解题秘方： 将减法转化为加法，然后利用加法法则计算.

解：（1）$7-3=4$.

（2）$3-7=3+(-7)=-4$.

（3）$(-1)-2=(-1)+(-2)=-3$.

（4）$2-(-1)=2+1=3$.

（5）$(-2)-(-1)=(-2)+1=-1$.

（6）$(-1)-(-2)=(-1)+2=1$.

（7）$0-5=0+(-5)=-5$.

（8）$0-(-5)=0+5=5$.

交换被减数与减数的位置，差互为相反数

0减去一个数等于这个数的相反数

提分·必记

特别解读

- 有理数的减法，需要先将减法转化为加法，再按有理数的加法法则和运算律计算.
- 有理数的减法在转化为加法之前，被减数与减数的位置不能改变.



提分·秘诀

方法点拨

计算两个有理数相减的方法：

两个有理数相减，一般是应用有理数减法法则“减去一个数，等于加上这个数的相反数”，把减法运算转化为加法运算.

特别地，当相减的两数都是正数，且被减数大于减数时，可直接计算.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 有理数的加减混合运算

1. 有理数加减混合运算的方法

（1）运用减法法则，将有理数加减混合运算中的减法转化为加法，转化为加法后的式子是几个正数或负数的和的形式.

（2）运用加法交换律，加法结合律进行计算，使运算简便.

2. 省略和式中的加号和括号

进行有理数的加减混合运算时，利用减法法则将减法转化为加法，将有理数的加减混合运算统一成加法运算，在和式里可以把加号及加数的括号省略不写，以简化书写形式. 如 $(-20)+(-3)+(+2)+(-5)$ 可以写成 $-20-3+2-5$.

这个式子有两种读法：

（1）按加法的结果来读：负 20、负 3、正 2、负 5 的和；

（2）按运算来读：负 20 减 3 加 2 减 5.

提分·必记

方法点拨

1. 有理数加减混合运算关键有两步：

第 1 步统一为加法；

第 2 步运用加法运算律；

2. 改写算式时，运算符号中的加号可以省略，但必须保留性质符号.

拔考向▶ 利用有理数加减混合运算的运算方法进行计算

类型 1：有理数减法法则在把加减混合运算写成省略加号和括号的形式中的应用

例 2 ［易错题］把下列各式写成省略加号和括号的形式，并说出它们的两种读法.

（1）$-6-(-3)+(-2)-(+6)-(-7)$；

（2）$-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)$.

解题秘方： 本题要采用转化法，首先运用减法法则把加减混合运算转化成加法运算，然后写成省略加号和括号的形式.

解： （1）$-6-(-3)+(-2)-(+6)-(-7)$

$=-6+(+3)+(-2)+(-6)+(+7)$

$=-6+3-2-6+7$.

读法一：负 6，正 3，负 2，负 6，正 7 的和；

读法二：负 6 加 3 减 2 减 6 加 7.

（2）$-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}$.

读法一：负$\frac{1}{2}$，负$\frac{1}{3}$，正$\frac{1}{4}$，负$\frac{1}{5}$，正$\frac{1}{6}$ 的和；

读法二：负$\frac{1}{2}$减$\frac{1}{3}$加$\frac{1}{4}$减$\frac{1}{5}$加$\frac{1}{6}$.

提分·秘诀

特别提醒

- 在省略符号和括号的过程中，若括号前是“+”号，则省略后，括号内各项不变；若括号前是“-”号，则省略后，括号内各项变为原来的相反数.
- 写成省略形式以后，为避免出错，可以将每个数前面的符号看成这个数的性质符号.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：加法运算律在有理数的加减混合运算中的应用

例 3 计算：

（1）$2.7+(-8.5)-(+3.4)-(-1.2)$；

（2）$-0.6-0.08+\frac{2}{5}-2\frac{5}{11}-0.92+2\frac{5}{11}$.

解题秘方：结合题目的特征，巧用运算律进行计算.

解：（1）$2.7+(-8.5)-(+3.4)-(-1.2)$

$=2.7-8.5-3.4+1.2$

$=(2.7+1.2)+(-8.5-3.4)$

$=3.9-11.9$

$=-8.$

（2）$-0.6-0.08+\frac{2}{5}-2\frac{5}{11}-0.92+2\frac{5}{11}$

$=-0.6+0.4+(-0.08-0.92)+\left(-2\frac{5}{11}+2\frac{5}{11}\right)$

$=-0.2-1+0$

$=-1.2.$

解法提醒

计算有理数的加减混合运算时，要灵活运用加法的运算律进行简便计算. 在运用加法交换律交换加数的位置时，要连同数前面的符号一起交换.

技巧点拨

①同号结合法.

②凑整法.

③相反数结合法.

知识▶3 数轴上两点之间的距离

数轴上两点之间的距离

数轴上，点 A，B 分别表示数 a，b，则 A，B 两点之间的距离为线段 AB 的长度，$AB=|a-b|$.

示图：（如图 1.3-6）



两点间的距离

$AB=b-a$　　$AB=a-b$

图 1.3-6

提分·必记

特别提醒

两点之间的距离是连接两点之间线段的长度，是个正数. 所以

(1) 当 $a>b$ 时，$AB=a-b$；

(2) 当 $a<b$ 时，$AB=b-a$.

拔考向▶利用两点间的距离公式求数轴上两点间的距离

例 4 根据图 1.3-7 中提供的信息，回答下列问题.

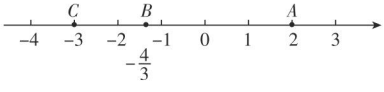


图 1.3-7



（1）A，B 两点间的距离是多少？

（2）B，C 两点间的距离是多少？

解题秘方：紧扣数轴上两点间的距离公式进行解答.

提分·秘诀

知识储备

在数轴上，任意两点间的距离等于这两点所表示的数之差的绝对值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：点 A 表示数 2，点 B 表示数 $-\frac{4}{3}$，点 C 表示数 -3.

（1）因为 $\left|2-\left(-\frac{4}{3}\right)\right|=\left|2+\frac{4}{3}\right|=\frac{10}{3}$，

所以 A，B 两点间的距离是 $\frac{10}{3}$.

（2）因为 $\left|\left(-\frac{4}{3}\right)-(-3)\right|=\left|-\frac{4}{3}+3\right|=\left|\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}$，

所以 B，C 两点间的距离是 $\frac{5}{3}$.

另解

由数轴可知，原点两侧的A,B两点间的距离等于点A到原点的距离与点B到原点的距离之和，即为 $|2|+\left|-\frac{4}{3}\right|=\frac{10}{3}$.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用观察数轴上点的位置法判断算式的符号

挑战·高分

例 5 已知有理数 a，b 在数轴上对应点的位置如图 1.3−8，则下列结论正确的是（　　）

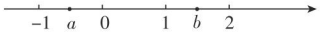


图 1.3−8

A. $a+b<0$　　B. $a-b>0$

C. $a-b=0$　　D. $a-b<0$

解题秘方：观察 a，b 在数轴上对应点的位置特征，结合有理数的加法法则和减法法则进行解答.

解：观察数轴上 a，b 的对应点的位置可知，$a<0$，$b>0$，且 $|a|<|b|$.

因为绝对值不相等的异号两数相加，和取绝对值较大的加数的符号，

所以 $a+b>0$，故选项 A 错误；

因为在有理数的减法中，小数减大数，差为负，

所以 $a-b<0$，所以选项 B、C 错误，选项 D 正确.

答案：D

知识储备

两数相减差的符号：

1. 若 $a>b$，则 $a-b>0$；
2. 若 $a<b$，则 $a-b<0$；
3. 若 $a=b$，则 $a-b=0$.

另解

a−b 用减法运算法则可以转化成 a+(−b)，因为 b>0，故 −b<0，而负数 a 与负数 −b 的和也是负数，所以 a+(−b)<0，即 a−b<0.

拔尖角度 2 利用数轴上两点间的距离公式法求数轴上的点表示的数

挑战·高分

例 6 A，B 是数轴上的两点，A 点表示的数是 -5，A，B 两点之间的距离为 6，求 B 点所表示的数.

解题秘方：本题可以在数轴上标点找， 也可以直接利用两点间距离公式计算.

解：**方法一**　画出数轴如图 1.3−9，可知距 A 点 6 个单位长度的点有两个，分别为点 B' ，B'' ，所表示的数分别为 -11 和 1，所以 B 点所表示的数为 -11 或 1.

技巧点拨

方法一充分体现了数形结合思想，很直观；

方法二直接套用两点间的距离公式较简单，解题时，要注意灵活选用解题方法.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

方法二 因为数轴上两点之间的距离等于这两点所表示的数的差的绝对值，一个点表示的数是 -5，设另一个点表示的数为 x，

所以 $|-5-x|=6$.

所以 $-5-x=6$ 或 $-5-x=-6$.

所以 $x=-11$ 或 $x=1$. 所以 B 点所表示的数为 -11 或 1.

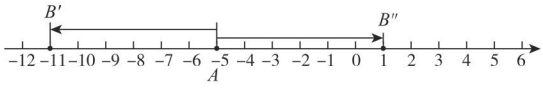


图 1.3−9

另解

由于点 B 位置不确定，所以要分类讨论，当点 B 在 A 点的右侧时，$x-(-5)=6$，得 $x=1$.

当点 B 在 A 点的左侧时，$(-5)-x=6$，得 $x=-11$.

拔尖角度 3 利用判断符号法去绝对值符号

挑战·高分

例 7 已知 a，b，c，d 为有理数，其中 a，b，c，d 在数轴上对应点的位置如图 1.3−10，试求 $|a-b|-|b-c|+|c|-|b+d|$ 的值.

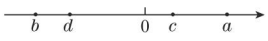


图 1.3−10

解题秘方： 化简含绝对值的式子的关键是判断绝对值符号内的算式的符号.

解： 由 a，b，c，d 在数轴上对应点的位置可知 $a>b$，$b<c$，$c>0$，$b<0$，$d<0$，所以 $a-b>0$，$b-c<0$，$b+d<0$.

所以原式 $=(a-b)-[-(b-c)]+c-[-(-b+d)]$

$=(a-b)+(b-c)+c+(b+d)$

$=a-b+b-c+c+b+d$

$=a+b+d$.

点拨微课堂

技巧点拨

1. 判断和的正负性，先观察是同号还是异号，若是异号，还要观察绝对值的大小.
2. 判断差的正负性，只需要判断被减数和减数的大小关系即可.
3. (1) $a+b$ 的相反数为 $-(a+b)$，即 $-a-b$；(2) $a-b$ 的相反数为 $-(a-b)$，即 $b-a$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 有理数的减法及有理数的加减混合运算是各地中考必考内容之一，有理数的减法运算单独命题时，多以填选题形式出现，有理数的加减混合运算常与其他知识一起考查，题型较灵活.

三年中考兵法

考法 1 利用有理数的减法解实际应用

冲刺·满分

例 8 [中考·无锡]如图 1.3−11 是我市某地连续 7 天的最高气温与最低气温的变化图，根据图中信息可知，这 7 天中最大的日温差是_____℃.

试题评析： 本题主要考查有理数的减法，解题的关键是用减法算式表示每天的温差.

考法点评

有理数的减法除直接考查运算外，一般用来计算差值. 计算温差的大小、高度的高低、距离的长短等是减法应用最常见的考查形式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：星期一：8−（−1）=9（℃），

星期二：7−（−1）=8（℃），

星期三：8−（−1）=9（℃），

星期四：9−0=9（℃），

星期五：13−5=8（℃），

星期六：15−7=8（℃），

星期日：16−5=11（℃），

所以最大日温差是 11℃.

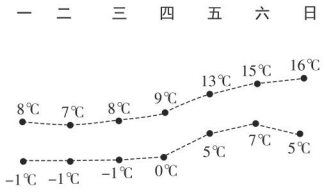


图 1.3−11

答案：11

方法点拨

解决有理数减法的实际应用题的一般步骤：

1. 根据题意列式；
2. 根据减法法则进行计算.

考法 2 利用有理数的加减法解含绝对值的求值应用

例 9 ［期末·绵阳］若 $|m|=37$，$|n|=31$，且 $|m+n|=-(m+n)$，求 $m-n$ 的值.

试题评析：本题考查绝对值的意义及有理数的减法法则，解答时，注意要分类讨论.

解：由 $|m|=37$，$|n|=31$，得 $m=\pm37$，$n=\pm31$.

因为 $|m+n|=-(m+n)$，所以 $m+n\leqslant0$.

所以 $m=-37$，$n=31$ 或 $m=-37$，$n=-31$.

当 $m=-37$，$n=31$ 时，$m-n=-37-31=-68$；

当 $m=-37$，$n=-31$ 时，$m-n=-37-(-31)=-37+31=-6$.

综上，$m-n$ 的值为 -68 或 -6.

特别提醒

当 $m=\pm37$，$n=\pm31$ 时，分类有四种类型：

（1）$m=37$，$n=31$；

（2）$m=37$，$n=-31$；

（3）$m=-37$，$n=31$；

（4）$m=-37$，$n=-31$.

又因为 $m+n\leqslant0$，所以（1）、（2）两种情况不合题意，舍去.

考法 3 利用有理数的加减法解数轴上的点与数的对应关系

例 10 ［中考·河北］在一条不完整的数轴上从左到右有点 A，B，C，其中 $AB=2$，$BC=1$，如图 1.3−12，设点 A，B，C 所表示的数的和是 p.

（1）若以 B 为原点，写出点 A，C 所表示的数，并计算 p 的值；若以 C 为原点，p 又是多少？

（2）若原点 O 在图 1.3−12 中数轴上点 C 的右边，且 $CO=28$，求 p.

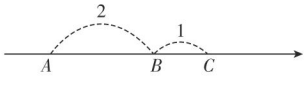


图 1.3−12

试题评析：本题考查数轴的应用和有理数的加减运算，解题的关键是掌握数轴的相关知识和有理数的加、减法法则.

解：（1）若以 B 为原点，则点 A 所表示的数为 -2，点 C 所表示的数为 1.

此时，$p=-2+0+1=-1$.

若以 C 为原点，则点 A 所表示的数为 -3，点 B 所表示的数为 -1. 此时，$p=-3+(-1)+0=-4$.

（2）若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边，且 $CO=28$，则点 C 所表示的数为 -28，点 B 所表示的数为 $-28-1=-29$，点 A 所表示的数为 $-29-2=-31$.

此时，$p=-28+(-29)+(-31)=-88$.

特别提醒

数轴上原点右边的数为正数，左边的数为负数. 原点确定后，根据点与原点的距离确定点对应的数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见211页

1.[中考·呼和浩特] $-3-(-2)$的值是(　　)

A. -1　　B. 1　　C. 5　　D. -5

2.[中考·台州] 比-1小2的数是(　　)

A. 3　　B. 1　　C. -2　　D. -3

3.[中考·新疆] 某市有一天的最高气温为2℃，最低气温为-8℃，则这天的最高气温比最低气温高(　　)

A. 10℃　　B. 6℃　　C. -6℃　　D. -10℃

4.[中考·南京] 数轴上点A，B表示的数分别是5，-3，它们之间的距离可以表示为(　　)

A. $-3+5$　　B. $-3-5$

C. $|-3+5|$　　D. $|-3-5|$

5.[中考·乐山] 某地某天早晨的气温是-2 ℃，到中午升高了6 ℃，晚上又降低了7 ℃. 那么晚上的温度是_____℃.

6.[模拟·枣庄] 商店出售三种品牌的面粉，袋上分别标有质量为(25 ± 0.1)kg，(25 ± 0.2)kg，(25 ± 0.3)kg的字样，任意取出两袋，它们的质量最多相差_____kg.

7.[中考·德州] 已知$[x]$表示不超过x的最大整数. 例：$[4.8]=4$，$[-0.8]=-1$. 现定义：$\{x\}=x-[x]$，例：$\{1.5\}=1.5-[1.5]=0.5$，则$\{3.9\}+\{-1.8\}-\{1\}=$_____.

8. 计算：

(1) $(-4)+2\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)$;

(2) $(-5.5)-(-3.2)-(-2.5)-(-4.8)$.

9. (1) 已知x是5的相反数，y比x小-7，求x与$-y$的差.

(2) 已知甲、乙两数之和为$-2\,020$，其中甲数是-7，求乙数.

10. 已知有理数a，b，c在数轴上的对应点的位置如图，请判断下列各式的正负性：



(第10题)

(1) $a-b$；(2) $a-c$；(3) $c-b$.

11. 甲、乙两商场上半年经营情况如下表(“+”表示盈利，“−”表示亏损，以百万元为单位).

月份	一	二	三	四	五	六
甲商场	+0.8	+0.6	−0.4	−0.1	+0.1	+0.2
乙商场	+1.3	+1.5	−0.6	−0.1	+0.4	−0.1

(1) 三月份乙商场比甲商场多亏损多少百万元?

(2) 六月份甲商场比乙商场多盈利多少百万元?

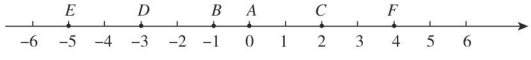
(3) 甲、乙两商场上半年分别盈利(或亏损)多少百万元?

12. 根据下面给出的数轴，及数轴上的点(如图)，解答下列问题：

(1) A，B两点之间的距离是多少?

(2) 找出图中所有长度为2的线段；

(3) 写出到A点的距离等于3的点表示的数.



(第12题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.4 有理数的乘除法

1.4.1 有理数的乘法

核心知识
- 有理数乘法法则
- 倒数
- 多个有理数相乘
- 乘法运算律

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数的乘法法则

1. 有理数的乘法法则

（1）两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；

（2）任何数与 0 相乘，都得 0.

2. 有理数的乘法符号法则

（1）如果两个数的积为正数，那么这两个数同正或同负，反之亦然；即：$ab>0 \Leftrightarrow a>0,\ b>0$ 或 $a<0,\ b<0$；

（2）如果两个数的积为负数，那么这两个数一正一负，反之亦然；即：$ab<0 \Leftrightarrow a>0,\ b<0$ 或 $a<0,\ b>0$；

（3）如果两个数的积为 0，那么这两个数中至少有一个数是 0，反之亦然，即：$ab=0 \Leftrightarrow a=0$ 或 $b=0$.

提分·必记

特别解读

- “同号得正，异号得负”是确定积的符号，不能与加法中确定和的符号相混淆.
- 有理数乘法的运算步骤：(1) 确定积的符号；(2) 确定积的绝对值.

拨考向 利用有理数的乘法法则解决问题

类型 1：有理数的乘法法则在计算中的应用

例 1 计算下列各题：

（1）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；　（2）$1\frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{7}\right)$；

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-1)$；　（4）$\left(-7\frac{2}{3}\right)\times 0$.

解题秘方： 两个数相乘，根据乘法法则，先确定积的符号，再把绝对值相乘即可.

解：（1）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$；

（2）$1\frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{7}{4}\times\frac{2}{7}=-\frac{1}{2}$；

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-1)=\frac{2}{3}$；

（4）$\left(-7\frac{2}{3}\right)\times 0=0$.

提分·秘诀

方法点拨

1. 两个数相乘，先确定积的符号，同号得正，异号得负，再把绝对值相乘；任何数与 0 相乘都得 0.
2. 当因数中有带分数时，应先把带分数化为假分数；
3. 任何数与 1 相乘都等于本身，任何数与 -1 相乘都等于它的相反数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：有理数的乘法符号法则在分析数的正负性中的应用

例 2 根据下列条件，判断 a，b 的正负性.

（1）$a+b<0$，$ab>0$；

（2）$a-b<0$，$ab<0$.

解题秘方： 先根据两个数积的符号判断出两个数是同号还是异号，再根据两个数和（差）的符号，判断两个数的正负性.

解：（1）因为 $ab>0$，所以 a，b 同号，

又因为 $a+b<0$，所以 a，b 同为负.

（2）因为 $ab<0$，所以 a，b 异号，

又因为 $a-b<0$，所以 $a<b$，

所以 a 为负，b 为正.

方法点拨

有理数的加法法则以及乘法法则都分为两部分，一部分是确定结果的符号，另一部分是确定结果的数值. 当逆用法则时，注意结果的多样性，从和或积的符号分析加数或因数的符号情况不止一种，但两者结合起来分析结果更准确.

点知识 ▶ 2 倒数

1. 定义 乘积是 1 的两个数互为倒数.

2. 倒数与相反数间的关系

	不同点				相同点
	定义	表示	性质	判定	
倒数	乘积是 1 的两个数互为倒数.	a（$a\neq0$）的倒数是 $\frac{1}{a}$.	若 a，b 互为倒数，则 $a\cdot b=1$.	若 $a\cdot b=1$，则 a，b 互为倒数.	都成对出现.
相反数	只有符号不同的两个数叫做互为相反数.	a 的相反数是 $-a$.	若 a，b 互为相反数，则 $a+b=0$.	若 $a+b=0$，则 a，b 互为相反数.	

3. 求一个数的倒数的方法

（1）一个不为 0 的整数的倒数就是用这个整数作分母，1 作分子的分数；

（2）一个真分数的倒数应是把这个分数的分子和分母交换位置；

（3）求一个小数的倒数要先把小数化成分数，再求其倒数；

（4）一个带分数的倒数要先把带分数化成假分数，然后交换分子、分母的位置.

提分·必记

特别解读

1. “乘积是 1”是判断两个数互为倒数的条件.
2. “互为”这个关键词体现了倒数是两个数之间的一种关系，其中一个数叫做另一个数的倒数，单独一个数不能称其为倒数.
3. 正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，0 没有倒数.

拔考向 ▶ 利用倒数的定义确定已知数的倒数

例 3 求下列各数的倒数.

（1）-4；　（2）$-\frac{2}{3}$；　（3）0.125；

（4）$1\frac{2}{3}$；　（5）-1.

解题秘方： 利用倒数的定义确定各数的倒数.

提分·秘诀

特别提醒

求出一个数的倒数后可进行检验，其结果要符合两个特征：

(1) 原数与其倒数符号相同；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：（1）-4 的倒数是 $-\frac{1}{4}$；

（2）$-\frac{2}{3}$ 的倒数是 $-\frac{3}{2}$；

（3）0.125 的倒数是 8；

（4）$1\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{5}$；

（5）-1 的倒数是 -1.

倒数之间不能用等号，如 -4 的倒数是 $-\frac{1}{4}$，不能用“$-4=-\frac{1}{4}$”表示 -4 的倒数.

（2）两者乘积为 1.

0 没有倒数；倒数等于本身的数有 ±1.

点知识 3 多个有理数相乘

1. 几个不是 0 的数相乘的法则

积的符号由负因数的个数决定. 当负因数的个数是偶数时，积是正数；当负因数的个数是奇数时，积是负数. 确定符号后，再把这几个有理数的绝对值相乘.

2. 有因数 0 的几个数相乘的法则

几个数相乘，如果其中有因数为 0，那么积等于 0. 同样，若积为 0，则至少有一个因数为 0.

提分·必记

特别提醒

多个有理数相乘的三步骤：

第 1 步：看因数中有没有 0；

第 2 步：判断积的符号（根据负因数的个数）；

第 3 步：计算积的绝对值.

拔考向 多个有理数相乘的计算

例 4 计算：

（1）$(-5)\times(-4)\times(-2)\times(-2)$；

（2）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times5$；

（3）$\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times0.732\times0$.

解题秘方：利用多个有理数相乘的法则，先确定符号，再计算绝对值的乘积.

提分·秘诀

解法提醒

多个有理数相乘，先看各因数中有无 0，若有，则乘积的结果为 0；若无，则非 0 有理数相乘，应该先确定符号，再计算绝对值的乘积.

解：（1）$(-5)\times(-4)\times(-2)\times(-2)$

$=5\times4\times2\times2$

$=80$.

（2）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times5$

$=-\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}\times\frac{3}{2}\times5$

$=-6$.

在进行乘法运算时，当遇到带分数时，要化为假分数，从便于约分，分数与小数相乘时，要根据两个数的特点，统一成分数或小数.

（3）$\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times0.732\times0=0$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶4 乘法运算律

运算律	文字表示	用字母表示
乘法交换律	两个数相乘，交换因数的位置，积相等	$ab=ba$
乘法结合律	三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等	$(ab)c=a(bc)$
分配律	一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加	$a(b+c)=ab+ac$

提分·必记

特别解读

1. 有理数的乘法交换律和乘法结合律一般不单独用，交换的目的是为了更好地结合.
2. 运用乘法的运算律进行计算，是为了简化运算. 它只改变其中的运算顺序，而不改变算式中每个数的性质和大小.

拔考向▶运用乘法运算律进行简化计算

类型1：互为倒数的两数相结合

例5 计算：$(-3)\times\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{20}{11}\right)$.

解题秘方： 运用乘法交换律和结合律，分别将互为倒数和可约分的因数相结合，以简化运算.

解： $(-3)\times\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{20}{11}\right)$

$=3\times\frac{11}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{20}{11}$

$=\left(3\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{11}{5}\times\frac{20}{11}\right)$

$=1\times4$

$=4.$

方法点拨

利用乘法的交换律和结合律都是为了简化运算，其中互为倒数的两个数乘积为1，这是结合的一个原则.

3与$\frac{1}{3}$互为倒数，结合相乘积为1；$\frac{11}{5}$的分子与$\frac{20}{11}$的分母相同，结合相乘便于约分.



类型2：能凑整的数相结合

例6 计算：$25\times0.125\times(-4)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-8)\times1\frac{1}{4}$.

解题秘方： 确定积的符号后，运用乘法交换律和结合律，将乘积为整数的因数结合，以简化运算.

解： $25\times0.125\times(-4)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-8)\times1\frac{1}{4}$

$=-25\times0.125\times4\times\frac{4}{5}\times8\times\frac{5}{4}$

$=-(25\times4)\times(0.125\times8)\times\left(\frac{4}{5}\times\frac{5}{4}\right)$

$=-100\times1\times1$

$=-100.$

分组相乘，每组便于凑整.

方法点拨

简化有理数乘法的方法：

对于几个有理数相乘，先确定积的符号，再把能够凑整、便于约分的因数运用乘法交换律与结合律结合在一起.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 3：用分配律简便运算

例 7 计算：$(-36)\times\left(-\frac{4}{9}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)$.

解题秘方：形如 $k(a+b+c)$ 的算式，若 a，b，c 是分数，k 可以和 a，b，c 的分母约分得到整数时，用分配律计算可以简化运算.

解： $(-36)\times\left(-\frac{4}{9}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)$

$=(-36)\times\left(-\frac{4}{9}\right)+(-36)\times\frac{5}{6}+(-36)\times\left(-\frac{7}{12}\right)$

$=16-30+21$

$=7$.

误区警示

用分配律展开算式，相乘时括号里的每个数都要带上它前面的符号，且不要漏乘括号中的任何一项.

类型 4：逆用分配律

例 8 计算：$(-47.65)\times2\frac{6}{11}+37.15\times2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$.

解题秘方：观察算式特点，逆用分配律，简化计算.

解： $(-47.65)\times2\frac{6}{11}+37.15\times2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=[(-47.65)+37.15]\times2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times\left(2\frac{6}{11}+7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times10$

$=-105$.

解法提醒

$(-47.65)\times2\frac{6}{11}$ 和 $37.15\times2\frac{6}{11}$ 中含有共同的因数 $2\frac{6}{11}$，所以计算两者的和时可以逆用分配律，得到 $(-10.5)\times2\frac{6}{11}$，再针对算式 $(-10.5)\times2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$ 第二次逆用分配律，实现简便运算.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用转化思想将程序转化为有理数的计算问题进行计算

挑战·高分

例 9 小明同学在自学了简单的电脑编程后，设计了如图 1.4-1 的程序.

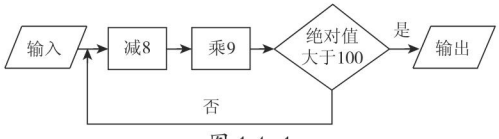


图 1.4-1

（1）若输入的数是 -4，则执行了程序后，输出的数是多少？

（2）若输入的数是 2，则执行了程序后，输出的数是多少？

解题秘方：根据程序制定的运算顺序转化为有理数的计算问题进行计算.

方法点拨

解决此题的关键是理解题目中给的程序，把程序转化成算式来计算. 运用了转化思想.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：（1）输入 -4，得 $(-4-8)\times9=-12\times9=-108$. $|-108|>100$.

答：输出的数是 -108.

（2）输入 2，得 $(2-8)\times9=-54$.

因为 $|-54|<100$，所以再把 -54 从头输入，得 $(-54-8)\times9=-558$.

$|-558|>100$.

答：输出的数是 -558.

特别提醒

当计算的结果的绝对值不大于 100 时，要从头再输入，直到绝对值大于 100 才可以输出结果.

拔尖角度▸ 2 利用拆分法巧用分配律进行简便计算

挑战·高分

例 10 计算：

（1）$-9\frac{30}{31}\times62$；（2）$57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$.

解题秘方：把算式中接近某个整数的因数拆分成两个数的和或差，再用分配律进行计算.

解：（1）$-9\frac{30}{31}\times62$;

$=\left(-10+\frac{1}{31}\right)\times62$

$=(-10)\times62+\frac{1}{31}\times62$

$=-620+2$

$=-618$.

另解

$-9\frac{30}{31}\times62$

$=\left(-9-\frac{30}{31}\right)\times62$

$=-9\times62-\frac{30}{31}\times62$

$=-558-60$

$=-618$.

（2）$57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$.

$=57\times\left(1-\frac{1}{56}\right)+27\times\left(1-\frac{1}{28}\right)$

$=57-\frac{57}{56}+27-\frac{27}{28}$

$=(57+27)-\left(\frac{57}{56}+\frac{27}{28}\right)$

$=84-1\frac{55}{56}$

$=82\frac{1}{56}$.

另解

$57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$

$=(56+1)\times\frac{55}{56}+(28-1)\times\frac{27}{28}$

$=56\times\frac{55}{56}+1\times\frac{55}{56}+28\times\frac{27}{28}-1\times\frac{27}{28}$

$=55+\frac{55}{56}+27-\frac{27}{28}$

$=82\frac{1}{56}$.

技巧点拨：运用运算律可使运算简便，如（1）式从题型结构看，直接计算比较麻烦，又不具备应用分配律的条件，但观察它的数据特点，使用拆分法，可以创造应用分配律的条件，即将 $-9\frac{30}{31}$ 拆分成一个整数与一个分数的和（差），再用分配律计算，（2）式也可以通过拆分运用分配律计算.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 3 利用建模思想解多个有理数相乘积的符号法则的实际应用

挑战·高分

例 11 在一次团体体操排练中，某班 45 名学生面向老师站成一列横队，老师每次让 6 名学生向后转（不论原来的方向如何）. 问：若干次后，能否使全体学生都背向老师站立？如果能，请设计一种方案；如果不能，请说明理由.

解题秘方： 这里涉及向后转，变成了反方向，因此，可建立数的性质符号的模型，向后转一次，就相当于这个数改变了一次符号.

解： 不能；理由如下：假设每名学生胸前有一块号码布，上面写“+1”，背后有一块号码布，上面写“−1”，那么一开始全体学生面向老师，胸前 45 个“+1”的“乘积”是“+1”. 如果最后全部背向老师，那么 45 个“−1”的“乘积”应是“−1”.

再来观察每次 6 名学生向后转，相当于把 45 个数中的 6 个改变符号，但把一个乘积式的偶数个因数改变符号时，并不能改变乘积的符号，故 45 个数的乘积不变，始终是“+1”，所以要乘积变为“−1”是不可能的，所以无论向后转多少次，都不可能使全体学生都背向老师站立.

技巧点拨

本题巧妙地将多个有理数相乘的符号的确定方法运用在实际问题中，解题的关键是实际问题中事情的变化规律刚好符合数字性质符号的变化规律.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节内容在中考中主要考查有理数的乘法运算和倒数的概念. 有理数的乘法主要考查有理数的乘法运算法则和乘法运算律，命题形式以选择题、填空题为主，题目非常基础，难度不大. 对于倒数，中考中主要考查求一个数的倒数，命题形式以选择题、填空题为主，有时也结合相反数、绝对值等知识综合考查.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法 1 利用有理数的乘法法则辨析数的符号

例 12 [中考·大庆]已知两个有理数 a，b，如果 $ab<0$ 且 $a+b>0$，那么（　　）

A. $a>0$，$b>0$

B. $a<0$，$b>0$

C. a，b 同号

D. a，b 异号，且正数的绝对值较大

试题评析： 此题主要考查了有理数的加法和乘法法则，熟记法则是解本题的关键.

解： 因为 $ab<0$，所以 a，b 异号，

因为 $a+b>0$，所以正数的绝对值较大.

答案： D

思路点拨

先由有理数的乘法法则，判断出 a,b 异号，再利用有理数加法法则即可得出结论.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 运用运算律进行有理数的乘法的简便运算

例 13 [中考·河北]请你参考黑板中老师的讲解(如图 1.4-2),用运算律简便计算:

利用运算律有时能进行简便计算:
例 1:$98\times12=(100-2)\times12=1\,200-24=1\,176$;
例 2:$-16\times233+17\times233=(-16+17)\times233=233$.



图 1.4-2

(1) $999\times(-15)$;

(2) $999\times118\frac{4}{5}+999\times\left(-\frac{1}{5}\right)-999\times18\frac{3}{5}$.

试题评析:本题考查运用乘法的运算律进行简便运算,解题的关键是正确运用分配律.

解:(1) 原式 $=(1\,000-1)\times(-15)$

$=-15\,000+15$

$=-14\,985$.

(2) 原式 $=999\times\left[118\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)-18\frac{3}{5}\right]$

$=999\times100$

$=99\,900$.

考法点评

乘法的运算律就是用来简化运算的,运用时,要找出能运用运算律的模型,有时还需要变形后运用,关键要起到简化运算的作用,不能牵强附会.

两年模拟兵法

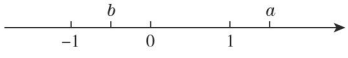
☞答案见 211 页

1. [中考·菏泽]下列两数互为倒数的是(　　)

A. 4 和 −4　　B. −3 和 $\frac{1}{3}$

C. −2 和 $-\frac{1}{2}$　　D. 0 和 0

2. [中考·大庆]已知有理数 a,b 在数轴上对应点的位置如图.则下列式子正确的是(　　)



(第 2 题)

A. $ab>0$　　B. $a+b<0$

C. $|a|<|b|$　　D. $a-b>0$

3. [中考·杭州]计算下列各式,值最小的是(　　)

A. $2\times0+1-9$　　B. $2+0\times1-9$

C. $2+0-1\times9$　　D. $2+0+1-9$

4. 有 2 021 个有理数相乘,如果积为 0,那么在 2 021 个有理数中(　　)

A. 全部为 0

B. 只有一个为 0

C. 至少有一个为 0

D. 有两个互为相反数

5. 四个各不相等的整数 a,b,c,d,它们的积 $abcd=9$,那么这四个数的和是(　　)

A. 0　　B. 4

C. 3　　D. 9

6. 已知 $x<y<0$,那么 $(x+y)(x-y)$_____0.(填“>”“<”或“=”)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. [中考·济宁]已知有理数 $a \neq 1$，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数，例如：2 的差倒数是 $\frac{1}{1-2}=-1$，-1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$. 如果 $a_1=-2$，a_2 是 a_1 的差倒数，a_3 是 a_2 的差倒数，a_4 是 a_3 的差倒数，…，依次类推，那么 $a_1+a_2+\cdots+a_{100}$ 的值是_____.

8. 填在下面三个田字格内（如图）的数有相同的规律，根据此规律，则 $a+b+c$ 的值为_____.

−1	−3
5	−20

−3	−5
7	−56

−5	a
b	c

（第 8 题）

9. 计算下列各题：

（1）$(-2)\times 3\times(+4)\times(-1)$；

（2）$(-5)\times(-5)\times(-5)\times 2$；

（3）$\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{12}\right)$；

（4）$(-5)\times\left(-\frac{3}{32}\right)\times\frac{7}{30}\times 0\times(-325)$.

10. 计算下列各题：

（1）$\left(-\frac{5}{11}\right)\times\left(-\frac{8}{13}\right)\times\left(-2\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；

（2）$(-5)\times\left(+7\frac{1}{3}\right)+7\times\left(-7\frac{1}{3}\right)-(+12)\times\left(-7\frac{1}{3}\right)$；

（3）$-69\frac{15}{16}\times(-8)$.

11. 阅读下面材料：

$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}=1$.

$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}\right)=1\times 1=1$.

根据以上信息，求出下式的结果：

$\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\left(1+\frac{1}{6}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{20}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\left(1-\frac{1}{7}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{21}\right)$.

12. 有 2 个有理数 a，b（$b\neq 0$），规定一种新的运算“☆”：$a\ ☆\ b=a\times\frac{1}{b}$. 例如：

$1\ ☆\ 2=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，

$2\ ☆\ 3=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，

$-3\ ☆\ 6=-3\times\frac{1}{6}=-\frac{1}{2}$.

（1）请计算下列各题：

①$3\ ☆\ 5$；②$-4\ ☆\ 3$；

③$(1\ ☆\ 2)\ ☆\ 3$；④$1\ ☆\ (2\ ☆\ 3)$.

（2）$7\ ☆\ (-7)$ 与 $-7\ ☆\ 7$ 的值相等吗？请说明理由.

【导学号：2493078】

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.4.2 有理数的除法

核心知识

- 有理数除法法则
- 分数的化简
- 有理数的加减乘除混合运算

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▶ 1 有理数的除法法则

1. 有理数除法法则一 除以一个不等于 0 的数，等于乘这个数的倒数.

用字母表示：$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}\ (b\neq 0)$.

2. 有理数除法法则二 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除，0 除以任何一个不等于 0 的数，都得 0.

提分·必记

特别提醒

除法法则一——两变：一变，将除号变乘号，二变，将除数变倒数.

法则二是先确定商的符号，再求商的绝对值.

拨考向▶ 利用有理数除法法则进行计算

例 1 计算：

(1) $(-42)\div(-6)$；

(2) $(-12)\div\left(+\frac{1}{2}\right)$；

(3) $\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(-3\frac{1}{2}\right)$；

(4) $0\div(-3.72)$；

(5) $1.5\div(-1.5)$；

(6) $(-4.7)\div(-4.7)$.

解题秘方： 灵活选择有理数除法的两个法则进行计算.

提分·秘诀

方法点拨

在进行有理数的除法运算时，要根据题目的特点，恰当地选择有理数除法法则；

当能整除时，往往采用法则二直接除；

当不能整除，特别是当除数是分数时，往往采用法则一，把除法转化为乘法再计算.

解： (1) $(-42)\div(-6)=7$.

(2) $(-12)\div\left(+\frac{1}{2}\right)=(-12)\times(+2)=-24$.

(3) $\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(-3\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{2}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{1}{2}$.

(4) $0\div(-3.72)=0$.

(5) $1.5\div(-1.5)=-1$.

(6) $(-4.7)\div(-4.7)=1$.

互为相反数的两个数(0除外)相除得-1；除0外的任何数除以它本身都等于1.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 分数的化简

1. 实质 分数的化简，即利用有理数除法法则，用分数的分子除以分母的运算过程.

2. 分数的符号法则 分数的分子、分母及分数本身的符号，改变其中任意两个，分数的值不变.

用字母表示：$-\frac{-a}{-b}=\frac{-a}{b}=\frac{a}{-b}=-\frac{a}{b}$.

3. 分数化简的结果为最简分数或整数.

拔考向▶ 利用分数的符号法则化简分数

例 2 化简下列分数.

(1) $\frac{-48}{-6}$; (2) $-\frac{-25}{-10}$; (3) $\frac{18}{-54}$;

(4) $-\frac{-9}{36}$; (5) $\frac{0}{-25}$.

解题秘方： 先用分数的符号法则确定分数的符号，再约去分子、分母的最大公约数.

解： (1) $\frac{-48}{-6}=\frac{48}{6}=8$.

(2) $-\frac{-25}{-10}=-\frac{25}{10}=-\frac{5}{2}$.

(3) $\frac{18}{-54}=-\frac{18}{54}=-\frac{1}{3}$.

(4) $-\frac{-9}{36}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.

(5) $\frac{0}{-25}=0$.

提分·必记

特别提醒

分数线既代表除号，又有括号的功能.

最简分数的条件：(1)分子、分母同为正号；(2)分子、分母不能再约分，即分子、分母互质.

提分·秘诀

方法点拨

化简分数的方法：

方法 1：先运用分数的符号法则将分子、分母变为正号再进行约分.

方法 2：将分数化简转化为有理数的除法.

另解

$-\frac{-9}{36}=-[(-9)\div 36]$

$=-\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{1}{4}$.

点知识▶ 3 有理数乘除混合运算

1. 有理数的乘除混合运算顺序

按照从左到右的顺序计算，有括号的先计算括号里面的.

2. 有理数的乘除混合运算法则

有理数乘除混合运算往往先将除法转化为乘法，然后按照多个有理数相乘的法则计算.

拔考向▶ 利用乘除混合运算法则进行有理数乘除混合运算

例 3 计算：(1) $\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-1\frac{3}{5}\right)\div(-0.25)$;

(2) $-\frac{5}{17}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div 9\times\left(-3\frac{2}{5}\right)$;

(3) $9\div(-3)\times\frac{1}{3}$.

提分·必记

活学巧记

乘除混合有理数，统一为乘第一步，乘法“三律”能简单，负因个数定正负.

提分·秘诀

方法点拨

在进行乘除混合运算时，乘法不动，将除法转化成乘法，把算式化成多个有理数相乘的形式（同时将小数化成分数，将带分数

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解题秘方：先将除法转化为乘法，根据负因数的个数确定积的符号，将带分数化成假分数，再计算．

解：（1）$\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-1\frac{3}{5}\right)\div(-0.25)$

$=\left(-1\frac{1}{4}\right)\times\left(-1\frac{3}{5}\right)\times(-4)$

$=-\frac{5}{4}\times\frac{8}{5}\times4$

$=-8.$

（2）$-\frac{5}{17}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\div9\times\left(-3\frac{2}{5}\right)$

$=-\frac{5}{17}\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{9}\times\left(-3\frac{2}{5}\right)$

$=-\frac{5}{17}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{9}\times\frac{17}{5}$

$=-\frac{1}{12}.$

（3）$9\div(-3)\times\frac{1}{3}$

$=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}$

$=-3\times\frac{1}{3}$

$=-1.$

化成假分数）．由负因数的个数确定积的符号．由乘法的运算律及运算法则确定积的绝对值．

警示误区

乘除混合运算中要应用运算律，必须先将除法统一为乘法再应用，否则易出现下面错误．

$9\div(-3)\times\frac{1}{3}$

$=9\div(-1)$

$=-9.$

知识▸4 有理数的加减乘除混合运算

1. 有理数的加减乘除四则运算

在运算时要注意按照“先乘除，后加减”的顺序进行，如果有括号，应先算括号里面的．在同级运算中，要按从左到右的顺序来计算，并能合理运用运算律，简化运算．

2. 计算器的使用

不同品牌的计算器操作方法可能有所不同，具体操作方法应参考计算器的使用说明．另外，还要注意以下几点：

（1）计算器要平稳放置，以免按键时发生晃动和滑动．

（2）计算开始时，要先按开启键ON；停止使用时，要注意按关闭键OFF．

（3）每次运算时，要按一下清除键AC．

（4）注意负数的输入方式．

提分·必记

特别提醒

- 进行有理数加减乘除混合运算时，要把加减运算统一成加法运算，乘除运算统一成乘法运算．
- 能运用运算律的要运用运算律，运用运算律时注意只有加法和乘法有运算律．而减法和除法没有，必须先统一运算再应用运算律．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶有理数的加减乘除混合运算

例4 计算：

（1）$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$；

（2）$-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{2}\right)\div(-2)\right]$.

解题秘方： 先算乘除，后算加减，有括号的先算括号里的.

解：（1）$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\frac{1}{15}$

$=-27\times\frac{5}{11}\times\frac{11}{9}\times\frac{1}{15}$

$=-1$.

（2）$-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{2}\right)\div(-2)\right]$

$=-3-\left[-5+\left(1-\frac{1}{2}\right)\div(-2)\right]$

$=-3-\left[-5+\frac{1}{2}\div(-2)\right]$

$=-3-\left(-5-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$

$=-3-\left(-5-\frac{1}{4}\right)$

$=-3+5\frac{1}{4}$

$=2\frac{1}{4}$.

提分·秘诀

方法点拨

在进行有理数的加减乘除混合运算时，要牢记运算顺序：先乘除，再加减，有括号时要先算括号里的.乘除运算要统一成乘法运算，再运用乘法交换律、结合律简化计算，运算时还需注意符号.

另解

$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\times\left(-\frac{11}{9}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-15\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-15\times\frac{2}{3}-(-15)\times\frac{3}{5}$

$=-10-(-9)$

$=-10+9$

$=-1$.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度▶1 利用综合分析法解决有关的综合应用问题

例5 已知a，b，c为三个不等于0的数，且满足$abc>0$，$a+b+c<0$，求$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$的值.

解题秘方： 先根据条件分析a，b，c的正负性，然后利用a，b，c的正负性进行化简求值.

解： 因为$abc>0$，$a+b+c<0$，

所以a，b，c三个数必为两个负数，一个正数.

不妨设$a<0$，$b<0$，$c>0$，

则$|a|=-a$，$|b|=-b$，$|c|=c$，

所以$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{c}{c}=-1$.

不管设三个数中哪两个数为负数，其结果都一样.

挑战·高分

知识储备

$\frac{|a|}{a}=\begin{cases}1\ (a>0),\\-1\ (a<0).\end{cases}$

详解

综合分析法

由$abc>0$，可知a、b、c中负因数的个数为偶数，即0个或2个，再根据$a+b+c<0$，说明a，b，c中有2个负数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度▶ 2 利用转化思想进行简便计算

挑战·高分

技巧点拨

- 除法没有分配律，只有将除法转化为乘法才能运用分配律进行简便运算.
- 有些除法直接计算较麻烦，若将被除数和除数交换位置（其结果与正确结果互为倒数），即可转化为常见的除法模型.

例6 计算：（1）$\left(2\frac{1}{3}-3\frac{1}{2}+1\frac{13}{36}\right)\div\left(-1\frac{1}{6}\right)$；

（2）$\left(-\frac{1}{30}\right)\div\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}-\frac{3}{5}\right)$.

解题秘方：（1）先将除法转化为乘法，再利用分配律进行计算.（2）利用倒数的定义，先交换除数与被除数的位置，再转化为乘法后用分配律计算，最后求其倒数.

解：（1）原式 $=\left(\frac{7}{3}-\frac{7}{2}+\frac{49}{36}\right)\times\left(-\frac{6}{7}\right)$

$=\frac{7}{3}\times\left(-\frac{6}{7}\right)-\frac{7}{2}\times\left(-\frac{6}{7}\right)+\frac{49}{36}\times\left(-\frac{6}{7}\right)$

$=-2+3-\frac{7}{6}$

$=-\frac{1}{6}$.

（2）原式的倒数 $=\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{1}{30}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}+\frac{4}{3}-\frac{1}{6}-\frac{3}{5}\right)\times(-30)$

$=\frac{1}{2}\times(-30)+\frac{4}{3}\times(-30)-\frac{1}{6}\times(-30)-\frac{3}{5}\times(-30)$

$=-15-40+5+18$

$=-32$.

则原式 $=-\frac{1}{32}$.

拔尖角度▶ 3 利用归纳法借助计算器进行规律探索

挑战·高分

方法点拨

利用计算器探索规律，先从特殊情况入手，从特殊的结果中找出规律，猜想出一般情况的结果.

例7 （1）用计算器计算：$42\div6=$_____，$4\,422\div66=$_____，$444\,222\div666=$_____.

（2）根据（1）中的结果和存在的规律猜测：$\underbrace{444\cdots4}_{2\,019\text{个}4}\underbrace{222\cdots2}_{2\,019\text{个}2}\div\underbrace{666\cdots6}_{2\,019\text{个}6}=$_____.

解题秘方：针对计算结果，观察被除数、除数和商中重复数字的变化，归纳出一般规律.

解：（1）用计算器计算可得 $42\div6=7$，$4\,422\div66=67$，$444\,222\div666=667$，发现商中前面6的个数比除数中6的个数少1，个位数是7，所以（2）中 $\underbrace{444\cdots4}_{2\,019\text{个}4}\underbrace{222\cdots2}_{2\,019\text{个}2}\div\underbrace{666\cdots6}_{2\,019\text{个}6}=\underbrace{666\cdots67}_{2\,018\text{个}6}$.

答案：（1）7；67；667

（2）$\underbrace{666\cdots67}_{2\,018\text{个}6}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 有理数的除法运算是基本运算之一，各地中考单独考查较少，多与其他知识综合在一起考查．有理数的混合运算是中考必考内容，也是单元过关必考内容，主要考查学生的基本运算能力．

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 有理数的除法

例8 [中考·苏州]$(-21)\div 7$的结果是(　　)

A. 3　　B. -3　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $-\frac{1}{3}$

试题评析：本题考查了有理数的除法，正确掌握有理数的除法法则是解题的关键．

解：根据有理数的除法法则，两数相除同号为正，异号为负，并把绝对值相除，可知$(-21)\div 7=-(21\div 7)=-3$，故选B.

答案：B

考法点评

直接考查有理数的除法法则，先看清是同号还是异号，确定商的符号，然后再确定商的绝对值，也可以先转化为乘法运算，再利用乘法法则计算．

考法2 有理数的加减乘除混合运算

例9 [中考·南京]计算$12+(-18)\div(-6)-(-3)\times 2$的结果是(　　)

A. 7　　B. 8　　C. 21　　D. 36

试题评析：本题考查了有理数的加减乘除混合运算．解题的关键是掌握各种运算法则及运算顺序．

解：$12+(-18)\div(-6)-(-3)\times 2$

$=12+3+6$

$=21$.

答案：C

考法点评

考查混合运算，既考查对运算顺序的判断能力，又考查对运算法则的应用能力．

考法3 利用有理数的四则运算进行二十四点游戏

例10 [中考·牡丹江]请你只在“加、减、乘、除和括号”中选择使用，可以重复，将四个数-2，4，-6，8组成算式(四个数都用且每个数只能用一次)，使运算结果为24，你列出的算式是_____.(只写一种)

试题评析：本题考查的是有理数的混合运算，解题关键是掌握混合运算法则．

解：运用有理数的运算法则、运算顺序多次尝试探索，列出的算式可以有多种可能．

答案：$8\div 4\times(-2)\times(-6)=24$

(答案不唯一)

方法点拨

本题是对有理数混合运算的灵活运用，通过-2，4，-6，8这四个数之间的不同运算得到相同的结果，因此运算要合适、恰当．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见212页

1. 如果两个有理数的商是正数，那么这两个数（　　）

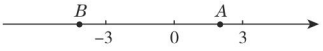
A. 一定都是负数　　B. 一定都是正数

C. 至少有一个是正数　　D. 同号

2. 在算式 $1-|-2\square 3|$ 中的□里，填入下列哪种运算符号，使得算式的值最小（　　）

A. +　　B. −　　C. ×　　D. ÷

3. [**中考·河北**] 点 A，B 在数轴上的位置如图，其表示的数分别是 a 和 b. 对于以下结论：



（第3题）

甲：$b-a<0$；乙：$a+b>0$；

丙：$|a|<|b|$；丁：$\frac{b}{a}\geqslant 0$.

其中正确的是（　　）

A. 甲、乙　　B. 丙、丁

C. 甲、丙　　D. 乙、丁

4. [**中考·聊城**] 计算：$\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\div\frac{5}{4}=$_____.

5. 若 $|m|=3$，$|n|=2$，且 $\frac{m}{n}<0$，则 $m+n$ 的值是_____.

6. 化简下列各分数.

（1）$\frac{-125}{5}$；　　（2）$\frac{4}{-36}$；

（3）$\frac{-3}{-\frac{1}{2}}$；　　（4）$\frac{-5}{-42}$.

7. 计算：

（1）$(-5)\div\left(-1\frac{2}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\left(-2\frac{1}{4}\right)\div 7$；

（2）$-3\frac{1}{3}\times\left(-\frac{8}{35}\right)+\frac{2}{27}\div\frac{7}{9}-\frac{2}{3}$.

8. 若 x，y 互为相反数，a，b 互为倒数，且 m 的绝对值是1，求 $x+y+3ab-m$ 的值.

9. 若 a，b 都是非零有理数，那么 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{ab}{|ab|}$ 的值是多少？　　【**导学号：2493078**】

10. [**中考·河北**] 有个填写运算符号的游戏：在“$1\square 2\square 6\square 9$”中的每个□内，填入 +，−，×，÷ 中的某一个（可重复使用），然后计算结果.

（1）计算：$1+2-6-9$；

（2）若 $1\div 2\times 6\square 9=-6$，请推算□内的符号；

（3）在“$1\square 2\square 6-9$”的□内填入符号后，使计算所得数最小，直接写出这个最小数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.5 有理数的乘方

1.5.1 乘方

核心知识
- 乘方的意义
- 乘方的运算
- 有理数的混合运算

知识链接

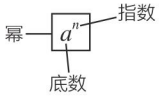
乘方的意义、乘方的性质 → 乘方 → 有理数的混合运算

点知识·拨考向 速提分

点知识 1 乘方的意义

1. 乘方 求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂.

一般地，$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}$ 记作 a^n，读作“a 的 n 次方”，其中 a 叫做底数，n 叫做指数，当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作“a 的 n 次幂”.



2. 乘方的意义 a^n 表示 n 个相同因数 a 的积，其中相同的因数是底数，因数的个数是指数，因此，可以把相同因数的乘法转化为乘方或把乘方转化为乘法.



拨考向 利用乘方的意义认识乘方

例 1 填空：

（1）$(-2)^5$ 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

（2）-2^5 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

解题秘方： 利用乘方的意义确定底数、指数.

解：（1）$(-2)^5$ 的底数是 -2，指数是 5，它表示 $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$.

（2）-2^5 的底数是 2，指数是 5，它表示 $-2\times2\times2\times2\times2$.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 的底数是 $-\frac{2}{3}$，指数是 2，它表示 $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$.

答案：（1）-2；5；$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$

（2）2；5；$-2\times2\times2\times2\times2$　（3）$-\frac{2}{3}$；2；$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

提分·必记

特别提醒

1. 有理数的乘方可以看作是一种特殊的乘法运算.
2. 乘方具有双重意义，它不仅表示一种运算——求几个相同因数的积的运算，还表示这种运算的结果——幂.

提分·秘诀

误区警示

- 当底数是分数或负数时，要用括号将底数括起来，若没有括号，则底数就改变了.
- 一个数可以看作这个数本身的一次方，例如 4 就是 4^1，m 就是 m^1，指数 1 通常省略不写.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 乘方的运算法则

1. 有理数的乘方运算法则

（1）负数的奇次幂是负数，负数的偶次幂是正数；

（2）正数的任何次幂都是正数；

（3）0的任何正整数次幂都是0.

2. 有理数的乘方运算

计算一个有理数的乘方时，应将乘方运算转化为乘法运算，先确定幂的符号，再计算幂的绝对值．特别地，当底数较大时，可借助于计算器计算．

3. 用计算器计算乘方

不同类型的计算器操作方法可能有所不同，使用教材中所示类型的计算器时，平方按x^2键，立方按x^3键，其他次方按y^x键和次数的数字键．

提分·必记

特别解读

有理数的乘方运算法则主要揭示幂的符号法则．一看底数，二看指数，确定符号后还是按照有理数的乘法算出其结果．

拔考向▶ 利用乘方的运算法则计算

例2 计算：

（1）$(-5)^4$；（2）-5^4；（3）$\left(\frac{2}{3}\right)^3$；（4）$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$；

（5）$(-1)^{2020}$；（6）$\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$.

解题秘方：将乘方运算转化为乘法运算算出结果．

解：（1）$(-5)^4=(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)=625$.

（2）$-5^4=-(5\times5\times5\times5)=-625$.

（3）$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$.

（4）$\left(-\frac{2}{3}\right)^3=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{8}{27}$.

（5）$(-1)^{2020}=\underbrace{(-1)\times(-1)\times(-1)\times\cdots\times(-1)}_{2020\text{个}}=1$.

（6）$\left(-1\frac{1}{2}\right)^4=\left(-\frac{3}{2}\right)^4=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\right)=\frac{81}{16}$.

方法总结：a^n，$-a^n$及$(-a)^n$的区别与联系

		a^n	$-a^n$	$(-a)^n$
相同点		指数都是n		
不同点	意义不同	n个a相乘的积	n个a相乘的积的相反数	n个$-a$相乘的积
	底数不同	a	a	$-a$
联系	n为奇数	$-a^n=(-a)^n$，且$-a^n$，$(-a)^n$都与a^n互为相反数（$a\neq0$）		
	n为偶数	$a^n=(-a)^n$，且a^n，$(-a)^n$都与$-a^n$互为相反数（$a\neq0$）		
	n为正整数	$a^n=-a^n=(-a)^n=0$（$a=0$）		

提分·秘诀

特别提醒

1. 若两个数互为相反数，则它们的奇次幂（指数相同）互为相反数，偶次幂（指数相同）相等．
2. -1的奇次幂等于-1，-1的偶次幂等于1.
3. 当求带分数的乘方时，要先把带分数化成假分数，然后分子、分母分别乘方．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识 ▸ 3 有理数的混合运算

1. 有理数运算的种类 有理数的混合运算包括加、减、乘、除、乘方与开方（将在以后学习到）. 通常把六种基本的代数运算分为三级：

加与减是第一级运算；

乘与除是第二级运算；

乘方与开方是第三级运算.



2. 有理数混合运算的顺序

（1）先算高级运算，再算低级运算，即：先乘方，再乘除，最后加减；

（2）同级运算，按从左到右的顺序进行；

（3）若有括号，先做括号内的运算，一般按小括号、中括号、大括号依次进行.

提分·必记

活学巧记

混合运算分三级，
运算顺序高到低；
乘方、乘除再加减，
若有括号它优先.

拔考向 ▸ 利用有理数混合运算的顺序进行计算

例 3 计算：

（1）$-7^2+2\times(-3)^2+(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$；

（2）$\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-1\frac{2}{3}\right)\div\left(-1\frac{1}{8}\right)\right]\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$.

解题秘方： 按有理数混合运算的顺序计算.

提分·秘诀

方法点拨

1. 有理数混合运算的解题思路是：先观察有几种运算，再将除法运算转化为乘法运算，减法运算转化为加法运算，最后按运算顺序计算.
2. 运算时，应分级进行，同时，能运用运算律的，要用运算律简化运算.

解：（1）$-7^2+2\times(-3)^2+(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

$=-49+2\times9+(-6)\times9$

$=-49+18+(-54)$

$=-85.$

（2）$\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-1\frac{2}{3}\right)\div\left(-1\frac{1}{8}\right)\right]\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$

$=\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{5}{3}\div\frac{9}{8}\right]\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

在运算过程中，通常将带分数化为假分数，小数化为分数，再进行计算.

$=\left(\frac{4}{9}-\frac{5}{3}\times\frac{8}{9}\right)\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{27}{8}\right)-\frac{5}{3}\times\frac{8}{9}\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=-\frac{3}{2}+5$

$=3\frac{1}{2}.$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用技巧法进行乘方运算

挑战·高分

技巧 1：逆用分配律法

例 4 计算：$3^{2019}-3^{2020}$.

解题秘方：底数相同，指数接近，可根据乘方的意义将它们写成乘法形式后逆用分配律进行计算.

解： $3^{2019}-3^{2020}$

巧分解

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2019\text{个}}-\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2019\text{个}}\times3$

巧逆用

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2019\text{个}}\times(1-3)$

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2019\text{个}}\times(-2)$

$=-2\times3^{2019}$.

方法归纳

逆用分配律法：

当两个幂的底数相同，而指数相接近，求其和或差时，采用逆用分配律法计算，而逆用分配律法的关键是利用乘方的意义将幂进行转化，如 $3^{2018}=3^{2017}\times3$.

技巧 2：底数相乘法

例 5 计算：$(-0.125)^{2019}\times8^{2020}$.

解题秘方：根据乘方的意义将算式转化为乘法，再用乘法的交换律与结合律计算.

解：方法一： $(-0.125)^{2019}\times8^{2020}$

$=-\left(\frac{1}{8}\right)^{2019}\times8^{2020}$

巧分解

$=-\left(\frac{1}{8}\right)^{2019}\times8^{2019}\times8$

$=-\underbrace{\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\cdots\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)}_{2019\text{个}}\times8$

$=-\underbrace{1\times1\times1\times\cdots\times1}_{2019\text{个}}\times8$

$=-8$.

方法二： 原式 $=\left(-\frac{1}{8}\right)^{2019}\times8^{2019}\times8$

巧转化

$=\left(-\frac{1}{8}\times8\right)^{2019}\times8$

$=(-1)^{2019}\times8$

$=-8$.

方法点拨

底数相乘法：

若两个幂相乘满足：

- 底数相乘的积为整数；
- 指数非常接近.

由乘方的意义将它们的指数转化成相同的指数，将底数相乘，指数不变，达到简化运算的目的.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度▶ 2 利用非负性进行求值计算

例 6 根据如图 1.5-1 的数值转换机，当输入的 x 与 y 满足 $|x+1|+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=0$ 时，请列式求出输出的结果.

解题秘方： 根据非负数的性质，先求出 x，y 的值，再由数值转换机指明的运算顺序进行计算即可得解.

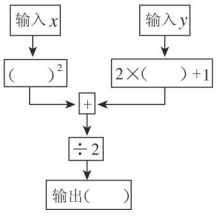


图 1.5-1

解： 因为 $|x+1|+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=0$，$|x+1|\geqslant 0$，$\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$，

所以 $x+1=0$，$y-\frac{1}{2}=0$，解得 $x=-1$，$y=\frac{1}{2}$.

当输入 $x=-1$，$y=\frac{1}{2}$ 时，输出的值为 $\left[(-1)^2+2\times\frac{1}{2}+1\right]\div 2=(1+1+1)\div 2=1.5$，故输出的结果为 1.5.

挑战·高分

技巧点拨

任何数的偶次幂都是非负数，即 $a^{2n}\geqslant 0$（n 为正整数），一个数的绝对值也是非负数，几个非负数的和等于零，可得每个非负数都等于零.

拔尖角度▶ 3 利用从特殊到一般的思想探究幂的变化规律

例 7 （1）比较下列各组中两个数的大小：

① 1^2____2^1；② 2^3____3^2；③ 3^4____4^3；④ 4^5____5^4；⑤ 5^6____6^5.

（2）将上题的结果进行归纳，比较 n^{n+1} 与 $(n+1)^n$（n 为正整数）的大小.

（3）根据归纳的结论，比较下面两个数的大小：$2\,019^{2\,018}$ 和 $2\,018^{2\,019}$.

解题秘方： 先从所给的特殊情形入手，经过猜想归纳，找出内在的规律，再运用这个规律解决问题.

解：（1）①< ②< ③> ④> ⑤>

（2）当 $n<3$ 时，$n^{n+1}<(n+1)^n$；

当 $n\geqslant 3$ 时，$n^{n+1}>(n+1)^n$.

（3）根据（2）中的结论，因为 $2\,018>3$，所以 $2\,018^{2\,019}>2\,019^{2\,018}$.

挑战·高分

解法指导

从特殊到一般的规律探究：通过计算可知 $1^2=1$，$2^1=2$，则 $1^2<2^1$；$2^3=8$，$3^2=9$，则 $2^3<3^2$；$3^4=81$，$4^3=64$，则 $3^4>4^3$；$4^5=1\,024$，$5^4=625$，则 $4^5>5^4$；$5^6=15\,625$，$6^5=7\,776$，则 $5^6>6^5$. 由上面的计算可以归纳出：当 $n<3$ 时，$n^{n+1}<(n+1)^n$；当 $n\geqslant 3$ 时，$n^{n+1}>(n+1)^n$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节的主要考点有：有理数的乘方，有理数的混合运算. 有理数的乘方单独考查时，一般以选择题的形式出现. 有理数的混合运算是中考的必考内容，重点考查有理数的基本运算法则和运算顺序，难度不大.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 利用有理数的运算法则进行混合运算

例8 ［中考·湖州］计算：$(-6)^2\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$.

试题评析：此题考查了有理数的混合运算，掌握运算法则是解本题的关键.

解：原式$=36\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)=18-12=6$.

解法提醒

原式先计算乘方运算，再利用乘法分配律计算即可求出值.

考法2 利用新定义解有理数的混合运算

例9 ［中考·日照］定义一种对正整数n的“F”运算：①当n为奇数时，$F(n)=3n+1$；②当n为偶数时，$F(n)=\frac{n}{2^k}$（其中k是使$F(n)$为奇数的正整数），两种运算交替重复进行，例如，取$n=24$，则（如图1.5-2）：

$$24\xrightarrow[\text{第1次}]{F②}3\xrightarrow[\text{第2次}]{F①}10\xrightarrow[\text{第3次}]{F②}5\cdots$$

图1.5-2

若$n=13$，则第2 018次“F”运算的结果是（　　）

A. 1　　B. 4　　C. 2 018　　D. $4^{2\,018}$

试题评析：根据所给条件得出$n=13$时前6次的运算结果，找出规律是解答此题的关键.

解：若$n=13$，通过计算可以看出，从第4次开始，结果就只是1，4两个数轮流出现，且当次数为偶数时，结果是1；次数是奇数时，结果是4，而2 018是偶数，因此最后结果是1.

答案：A

思路点拨

计算出$n=13$时第1，2，3，4，5，6次运算的结果，找出规律再进行解答即可.

详解

若$n=13$，

第1次结果为：$3n+1=40$，

第2次结果为：$\frac{40}{2^3}=5$，

第3次结果为：$3n+1=16$，

第4次结果为：$\frac{16}{2^4}=1$，

第5次结果为：4，

第6次结果为：1，

…

考法3 利用乘方运算表示一列数的规律

例10 ［模拟·黄冈］观察下面三行数：

2，−4，8，−16，…；①

−1，2，−4，8，…；②

3，−3，9，−15，….③

（1）第①行数按什么规律排列？

（2）第②③行数与第①行数分别有什么关系？

（3）取每行数的第9个数，计算这三个数的和.

点拨微课堂

试题评析：本题是教材P43例4的改编题，主要是考查利用乘方表示一列有规律的数.

解：（1）第①行数是2，-2^2，2^3，-2^4，…，可知后面一个数是与它相邻的前面一个数乘−2得到的.

（2）第②行每一个数是第①行相应的数除以−2得到的；第③行每一个数是第①行相应的数加1得到的.

（3）$2^9+2^9\div(-2)+2^9+1=769$.

方法点拨

探究一列数的规律的方法：

要看清两个变化，一是符号的变化规律，二是数字的变化规律.

当前后数是倍数关系时，就用乘方的形式揭示变化规律.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1. 下列等式成立的有（　　）

① $3^2=3\times2$；② $(-3)^2=9$；

③ $(-5)^3=-5^3$；④ $-2^4=(-2)^4$；

⑤ $(3+2)^2=3^2+2^2$；⑥ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$.

A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 6个

2.[中考·舟山]13世纪数学家斐波那契的《计算书》中有这样一个问题："在罗马有7位老妇人，每人赶着7头毛驴，每头毛驴驮着7只口袋，每只口袋里装着7个面包，每个面包附有7把餐刀，每把餐刀有7只刀鞘"，则刀鞘数为（　　）

A. 42　　B. 49　　C. 7^6　　D. 7^7

3.[中考·自贡]填在下面各正方形中（如图）四个数之间都有相同的规律，根据这种规律 m 的值为（　　）

1	5
3	14

3	7
5	32

5	9
7	58

……

11	
	m

（第3题）

A. 180　　B. 182　　C. 184　　D. 186

4. 若 $(a+2)^2+(b-5)^4=0$，则 a 与 b 的值分别为（　　）

A. 2，−5　　B. −2，5

C. 2，5　　D. −2，−5

5. 观察下列各式：$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$2^6=64$，…，根据上述算式的规律，请你猜想 $2^{2\,019}$ 的末位数字是（　　）

A. 2　　B. 4　　C. 8　　D. 6

6.[中考·淄博]与下面科学计算器的按键顺序：

0	·	6	×	5	ab/c	6	+	1	2	y^x	4

对应的计算任务是（　　）

A. $0.6\times\frac{6}{5}+12^4$　　B. $0.6\times\frac{5}{6}+12^4$

C. $0.6\times5\div6+4^{12}$　　D. $0.6\times\frac{5}{6}+4^{12}$

7. 已知 $a=-2\times3^2$，$b=(-2\times3)^2$，$c=-(2\times3)^2$，用"<"连接 a，b，c 三数为_____.

8. 按照如图的操作步骤，若输入 x 的值为 −2，则输出的结果为_____.



（第8题）

9. 观察下列各式：$1^3=1^2$，$1^3+2^3=3^2$，$1^3+2^3+3^3=6^2$，$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$，….

猜想：$1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3=$_____.

10. 计算下列各题：

(1) $(-2)^3\times8-8\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+8\div\frac{1}{8}$；

(2) $(-2)^3-\frac{1}{6}\times5+\frac{1}{6}\times(-3^2)$；

(3) $(-2^4)\div\left(\frac{2}{3}\right)^2+4\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)-(-0.5)^2$；

(4) $(-2)^3+(-3)\times[(-4)^2-2]-(-3)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

11. 已知 a，b 互为相反数，且 $a\neq 0$，c，d 互为倒数，e 的绝对值等于 6，求 $2a+2b-6cd+\dfrac{b}{a}+e^2$ 的值．

【导学号：2493078】

12. 阅读材料并解决问题：

求 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,020}$ 的值．

解：令 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,020}$，

等式两边同时乘 2，得

$2S=2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,020}+2^{2\,021}$．

两式相减，得 $2S-S=2^{2\,021}-1$．

所以 $S=2^{2\,021}-1$．

依据以上计算方法，

求 $1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,020}$ 的值．

素养提分 行动篇

实验归纳法

1. 通常我们把利用“从特殊到一般”的推理方法研究问题的方法叫做归纳法．

通过有限的几个特例，观察其一般规律，得出结论，它是一种不完全的归纳法，也叫做实验归纳法．例如：

（1）由 $(-1)^1=-1$，$(-1)^2=1$，$(-1)^3=-1$，$(-1)^4=1$，…，

归纳出 -1 的奇次幂是 -1，-1 的偶次幂是 1.

（2）由两位数从 10 到 99 共有 90 个，即 9×10 个，

三位数从 100 到 999 共有 900 个，即 9×10^2 个，

四位数从 1 000 到 9 999 共有 9 000 个，即 9×10^3 个，

…，

归纳出 n 位数共有 $9\times 10^{n-1}$ 个．

（3）由 $1+3=2^2$，$1+3+5=3^2$，$1+3+5+7=4^2$，…，

推断出从 1 开始的 n 个连续奇数的和等于 n^2.

可以看出实验归纳法是获取新知识的重要手段．

2. 实验归纳法是通过少数特例的实验，发现规律，猜想结论，要使规律明朗化，必须进行足够次数的实验．

由于观察产生的片面性，所猜想的结论有可能是错误的，因此肯定或否定猜想的结论，都必须进行严格的证明．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.5.2 科学记数法
1.5.3 近似数

核心知识
- 科学记数法
- 近似数

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 用科学记数法表示数

1. 科学记数法 把一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式（其中 a 大于或等于 1 且小于 10，n 是正整数），使用的是科学记数法，对于小于 -10 的数也可以类似表示.

2. 科学记数法中的 a 和 n

（1）将原数的小数点移到从右到左最高数位的数字的后边即可得到 a 的取值.



（2）**确定 n 的两种方法：**

①根据原数的整数位数来确定 n，n 等于原数的整数位数减 1. 例如 2 020 是一个四位数，用科学记数法表示为 2.02×10^3，其中 $n=4-1=3$.

②按小数点移动的位数来确定 n，小数点向左移动了几位，n 就等于几.

拔考向 利用科学记数法表示数

例 1 用科学记数法表示下列各数：

（1）12 000；（2）−2 018 000 000；（3）14 000 万.

解题秘方： 在用科学记数法将一个绝对值大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式中，$1\leqslant|a|<10$，n 为正整数.

解：（1）$12\,000=1.2\times10^4$.

（2）$-2\,018\,000\,000=-2.018\times10^9$.

（3）$14\,000\text{ 万}=14\,000\times10\,000=140\,000\,000=1.4\times10^8$.

点知识 2 还原科学记数法表示的数

还原方法 把科学记数法表示的数 $a\times10^n$ 还原成原数时，只需把 a 中的小数点向右移动 n 位，并去掉乘号和 10^n 即可，若向右移动时位数不够，应用 0 补足.

特别警示： 还原后原数的位数易出错，误认为 10 的 n 次方，后面就有 n 个零.

提分·必记

特别提醒

1. 用科学记数法表示数只是改变数的形式，而没有改变数的性质和大小；用科学记数法表示一个带有单位的数时，其表示的结果也应带有单位，并且前后一致.
2. 用科学记数法表示负数时和正数一样，区别就是前面多一个“−”号.

提分·秘诀

方法点拨

在用科学记数法将一个大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式时，n 的值比原数的整数位数少 1. 对于带“万”或“亿”等计数单位的数，要先将计数单位进行转换，再用科学记数法表示这个数.

提分·必记

特别提醒

还原科学记数法表示的数要注意两个不改变：
一不改变数的正负性；
二不改变数的大小.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

核心考向▶利用科学记数法表示的数的意义将数还原

类型1：科学记数法在还原科学记数法表示的数中的应用

例2 下列用科学记数法表示的数，原数分别是什么数？

（1）5.18×10^{3}；（2）-3.12×10^{5}；（3）4.05×10^{12}.

解题秘方：将科学记数法表示的数 $a\times10^{n}$ 还原成原数时，把 a 中的小数点向右移动 n 位，并去掉乘号和 10^{n} 即可.

解：（1）$5.18\times10^{3}=5\,180$.

（2）$-3.12\times10^{5}=-312\,000$.

（3）$4.05\times10^{12}=4\,050\,000\,000\,000$.

类型2：比较用科学记数法表示的数的大小

例3 比较大小：9.523×10^{10} 与 1.002×10^{11}.

解题秘方：先还原两个科学记数法表示的数，再比较大小.

解：$9.523\times10^{10}=95\,230\,000\,000$，

$1.002\times10^{11}=100\,200\,000\,000$，

因为 $95\,230\,000\,000<100\,200\,000\,000$，

所以 $9.523\times10^{10}<1.002\times10^{11}$.

提分·秘诀

解法提醒

还原科学记数法表示的数的方法：

把科学记数法表示的数 $a\times10^{n}$ 还原后，其整数位数应为 $n+1$.

方法点拨

比较用科学记数法表示的两个数的大小的方法：

若两个数都是正数，先看 n，n 大的原数就大；若 n 相同，则 a 大的原数就大，

若是两个负数，则刚好相反，n 大的原数就小，若 n 相同，a 大的原数就小.

知识点▶3 近似数

1. 准确数 与实际完全符合的数，称为准确数.

2. 近似数 许多实际情况中，较难取得准确数，把接近准确数但不等于准确数的数称为近似数.

3. 近似数的精确度 近似数的精确度是指近似数与准确数的接近程度. 一般地，一个近似数四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位.

近似数的精确度的表述方法：

（1）用数位表示，如精确到千位，精确到千分位等；

（2）用小数表示，如精确到 0.1，精确到 0.01 等；

（3）对带有单位的数用单位表示，如精确到 1kg，精确到 1m 等.

4. 取近似数的方法 通常用四舍五入法；特殊情况下使用去尾法、进一法.

提分·必记

特别提醒

取近似数的方法是四舍五入法，关键是看准精确度，需要注意的问题是近似数的舍入，只考虑精确度后面的第一个数字，且近似数小数点后末位数字是0时千万不能省略不写.

核心考向▶利用近似数的意义解决近似数问题

类型1：近似数的意义在判断近似数的精确度中的应用

例4 下列由四舍五入法得到的近似数，各精确到哪一位？

（1）230；（2）18.3；（3）0.009 8；

（4）20.010；（5）9.03 万；（6）3.21×10^{4}.

解题秘方：判断近似数精确到哪一位，应当看末位数字在哪一位上.

解：（1）精确到个位.

（2）精确到十分位.

提分·秘诀

方法点拨

判断近似数的精确度的方法：

对于未带计数单位或未用科学记数法表示的数，最后一位数字所在的数位就是它的精确度；对于带计数单位和用科学记数法表示的数，最后一位数字在原数中

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（3）精确到万分位.

（4）精确到千分位.

（5）9.03 万 =90 300，精确到百位.

（6）3.21×10^4=32 100，精确到百位.

所在的数位就是它的精确度.

类型 2：利用四舍五入法取近似数

例 5 用四舍五入法对下列各数取近似数：

（1）0.028 66（精确到 0.000 1）；

（2）4.603（精确到百分位）；

（3）12 341 000（精确到万位）；

（4）2.715 万（精确到百位）.

解法指导

12 341 000=1.234 1×10^7，要把 12 341 000 精确到万位，万位上的数字是 4，而千位上的数字是 1，四舍五入后应为 1.234×10^7. 所以 12 341 000 ≈ 1.234×10^7.

解题秘方： 精确到哪一位，就要看那一位后面的数，再对它四舍五入.

解：（1）0.028 66 ≈ 0.028 7.

（2）4.603 ≈ 4.60.

（3）12 341 000 ≈ 1.234×10^7.

（4）2.715 万 =27 150 ≈ 2.72×10^4.

解法指导

2.715 万 =27 150=2.715×10^4，要把它精确到百位，百位上的数字是 1，而十位上的数字是 5，四舍五入后应为 2.72×10^4. 所以 2.715 万 ≈ 2.72×10^4.

方法点拨： 把较大的数精确到十位、百位、千位的方法

把较大的数按要求用四舍五入法精确到十位、百位、千位，先把较大的数用科学记数法表示为 $a\times10^n$ 的形式，再按照精确度的要求，在 a 中确定出精确度所对应的数字，然后用四舍五入法取近似值.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用定义法解科学记数法的计算问题

挑战·高分

例 6（1）计算：$(2\times10^2)\times(3\times10^4)$，$(2\times10^4)\times(4\times10^7)$，$(5\times10^7)\times(7\times10^4)$；

（2）已知式子 $(a\times10^m)\times(b\times10^n)=c\times10^p$（其中 a，b，c 均为大于或等于 1 且小于 10 的数，m，n，p 均为正整数）成立，请写出 m，n，p 之间存在的等量关系.

解法提醒

在此题中，$(a\times10^m)\times(b\times10^n)=ab\times10^{m+n}$.

当 $1\leqslant ab<10$ 时，用科学记数法表示为 $ab\times10^{m+n}$；

当 $ab\geqslant10$ 时，用科学记数法表示为 $\frac{ab}{10}\times10^{m+n+1}$.

解题秘方： 可以利用科学记数法的定义计算，也可以先将科学记数法表示的数还原，再计算，最后将计算结果用科学记数法表示.

解：（1）$(2\times10^2)\times(3\times10^4)=6\times10^6$；

$(2\times10^4)\times(4\times10^7)=8\times10^{11}$；

$(5\times10^7)\times(7\times10^4)=35\times10^{11}=3.5\times10^{12}$.

（2）由题意易知：

当 $1\leqslant ab<10$ 时，$m+n=p$；

当 $ab\geqslant10$ 时，$m+n+1=p$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用近似数的意义确定准确数的取值范围

挑战·高分

例 7 近似数 1.70 所表示的准确数 x 的取值范围是（　　）

A. $1.695 \leqslant x < 1.705$ 且 $x \neq 1.7$　　B. $1.65 \leqslant x < 1.75$ 且 $x \neq 1.7$

C. $1.7 < x < 1.75$　　D. $1.695 \leqslant x < 1.705$

解题秘方： 根据四舍五入法取近似数进行逆向思维，从而确定准确数的范围.

解： 近似数 1.70 精确到百分位，应由千分位上的数字四舍五入得到. 故当百分位上为 9 时，千分位上的数应不小于 5；当百分位上为 0 时，千分位上的数应小于 5. 要特别注意 x 不能等于 1.7.

答案： A

方法点拨

由近似数确定准确数的范围的方法：

只需在近似数的最后一位之后再取一位，数值记为 0，再在这一位上加减5即可. 如 $x \approx 1.70$，可取 1.700，1.700−0.005=1.695，1.700+0.005=1.705，同时注意“含小不含大”且不含原近似数，即 $1.695 \leqslant x < 1.705$ 且 $x \neq 1.7$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

科学记数法是中考中必考的内容，主要考查用科学记数法表示较大的数或较小的数（以后将会学到），命题形式一般以选择题为主，会在具体的情境中出现，且与近似数综合考查.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法 1 利用科学记数法表示实际问题中的数

例 8 [中考·山西] 我国计划在 2020 年左右发射火星探测卫星. 据科学研究，火星距离地球的最近距离约为 5 500 万千米，这个数据用科学记数法可表示为（　　）

A. 5.5×10^6 千米　　B. 5.5×10^7 千米

C. 55×10^6 千米　　D. 0.55×10^8 千米

试题评析： 本题主要考查科学记数法，解题的关键是掌握科学记数法的基本形式 $a \times 10^n$（$1 \leqslant a < 10$，n 为正整数）.

解： 5 500 万 $=5\,500 \times 10\,000=55\,000\,000=5.5 \times 10^7$.

答案： B

考法点评

对科学记数法的考查关键是数据的分析，有的是纯数据，有的是带有单位的数据，若有单位，要看清数据中的单位和选项中的单位是否统一.

考法 2 利用近似数、准确数的意义识别准确数

例 9 [中考·宜昌] 5 月 18 日，新华社电讯：我国利用世界唯一的“蓝鲸 1 号”，在南海实现了可燃冰（即天然气水合物）的安全可控开采. 据介绍，“蓝鲸 1 号”拥有 27 354 台设备，约 40 000 根管路，约 50 000 个 MCC 报验点，电缆拉放长度估计 1 200 千米. 其中准确数是（　　）

A. 27 354　　B. 40 000　　C. 50 000　　D. 1 200

试题评析： 本题考查了准确数和近似数的区别，解题的关键是理解准确数和近似数的定义.

解： 27 354 为准确数，40 000，50 000，1 200 都是近似数.

答案： A

特别提醒

近似数产生的原因

1. 计算结果产生近似数，如结果除不尽、圆周率 π 参与的运算等；
2. 用测量工具测出的数据大都是近似数；
3. 不容易或不可能得到准确数的情况，如长江的长度；
4. 不必使用准确数，如买 1 kg 西红柿，可能多一点或少一点.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见213页

1. [中考·宜昌] 把 0.22×10^5 改写成科学记数法的形式，正确的是（　　）

A. 2.2×10^3　　B. 2.2×10^4

C. 2.2×10^5　　D. 2.2×10^6

2. 某种冠状病毒的直径 120 纳米，1 纳米 $=10^{-9}$ 米，则这种冠状病毒的直径（单位：米）用科学记数法表示为（　　）

A. 120×10^{-9} 米　　B. 1.2×10^{-6} 米

C. 1.2×10^{-7} 米　　D. 1.2×10^{-8} 米

3. 下列判断正确的是（　　）

A. 近似数 132.4 万是精确到十分位得到的

B. 近似数 2.40 万是精确到千位得到的

C. 近似数 2.3×10^7 是精确到百万位得到的

D. 近似数 1.52×10^6 是精确到百分位得到的

4. [中考·潍坊] 近日，记者从潍坊市统计局获悉，2016 年第一季度潍坊全市实现生产总值 1 256.77 亿元，将 1 256.77 亿用科学记数法可表示为（精确到百亿位）（　　）

A. 1.2×10^{11}　　B. 1.3×10^{11}

C. 1.26×10^{11}　　D. 0.13×10^{12}

5. 下列用科学记数法表示的数，原来分别是什么数？

（1）3.5×10^6；　　（2）1.2×10^5；

（3）-9.3×10^4；　　（4）-2.34×10^8.

6. 按给定的要求用四舍五入法取近似数.

（1）0.003 56（精确到 0.001）；

（2）5.896 3（精确到 0.01）；

（3）566.912（精确到个位）；

（4）0.059 5（精确到百分位）.

7. 比较大小：

（1）-5.7×10^6 与 -3.2×10^6；

（2）3.58×10^9 与 4.23×10^8.

8. 用四舍五入法，按括号中的要求，对下列各数取近似数.

（1）46 851 000（精确到万位）；

（2）4.762×10^7（精确到百万位）；

（3）1 300 042 000（精确到十万位）.

9. 小明和小红测量同一张课桌的高度，小明测得的高度是 1.1 m，小红测得的高度是 1.10 m，两人测得的结果的意义是否相同？为什么？

10. 下面是在博物馆里的一段对话.

管理员：小姐，这个化石有 800 002 年了.

参观者：你怎么知道得这么精确？

管理员：两年前，有个考古学家参观过这里，他说这个化石有 80 万年了，现在，两年过去了，所以是 800 002 年.

管理员的推断对吗？为什么？

11. 某种杂交水稻亩产量为 8.2×10^2 千克，预计今年 A 地共有 3×10^4 亩农田种植这种杂交水稻，预计今年 A 地这种杂交水稻的总产量为多少千克？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

有理数的运算技巧选萃

荣老师告诉你 进行有理数的运算时，若能根据题目的特征，注意采用运算技巧，不但能化繁为简，而且会妙趣横生，新颖别致．现介绍几种有理数运算的常用技巧．

技巧一 归类法

例1 计算：$(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$.

解：原式$=(3+1+2)+[(-2)+(-3)+(-4)]$

$=6+(-9)$

$=-3$.

方法点拨：将几个加数中同类数（如正数或负数）先归类，再用加法运算法则进行计算，加法运算可巧记为：同号相加一边倒；异号相加“大”减“小”，符号跟着大的跑．

技巧二 凑整法

例2 计算：$36.54+22-82+63.46$.

解：原式$=(36.54+63.46)+22-82$

$=100+22-82$

$=40$.

方法点拨：如果加数中有几个数结合在一起刚好能凑成整数（整十，整百……），可以先结合，再进行计算．

技巧三 对消法

例3 计算：$5+(-4)+6+4+3+(-3)+(-2)$.

解：原式$=[(-4)+4]+[5+(-3)+(-2)]+6+3$

$=0+0+6+3$

$=9$.

方法点拨：如果加数中有几个数的和为0，可以先分别结合，再进行计算．

技巧四 组合法

例4 计算：$-5\frac{5}{24}-2\frac{5}{9}-10\frac{11}{18}+12\frac{5}{6}$.

解：原式$=\left(12\frac{5}{6}-5\frac{5}{24}\right)+\left(-2\frac{5}{9}-10\frac{11}{18}\right)$

$=7\frac{5}{8}-13\frac{1}{6}$

$=-5\frac{13}{24}$.

方法点拨：如果几个分数相加减，一般可以先将同分母的分数或易于通分的分数相结合，再进行计算．

技巧五 分解法

类型1：将一个带分数分解成一个整数和一个分数的和

例5 计算：$-2\frac{1}{4}+5\frac{1}{2}-4\frac{1}{3}+3\frac{1}{6}$.

解：原式$=(-2+5-4+3)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$

$=2+\left(-\frac{3}{12}+\frac{6}{12}-\frac{4}{12}+\frac{2}{12}\right)$

$=2+\frac{1}{12}$

$=2\frac{1}{12}$.

方法点拨：将一个数分解成几个数之和的形式时，一般将一个带分数分解成一个整数和一个真分数的和，然后进行归类（整数和分数）计算．

类型2：将一个分数分解成两个分数的差

例6 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$.

解：原式$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$.

方法点拨：当一个分数的分母是两个自然数的积，而分子又是这两个自然数的差时，可以将这个分数分解成两个分数的差，这两个分数的分母分别是这两个自然数，分子是 1.

类型 3：将一个较大的数分解成两个数的积

例 7 计算：$2\,018\times201\,920\,192\,019-2\,019\times201\,820\,182\,018$.

解：原式 $=2\,018\times2\,019\times100\,010\,001-2\,019\times2\,018\times100\,010\,001=0$.

技巧六 ▸ 变序法

例 8 计算：$(-12.5)\times31\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-0.1)$.

解：原式 $=\left(-12.5\times\frac{4}{5}\times0.1\right)\times31$

$=-1\times31$

$=-31$.

方法点拨：本例可运用乘法交换律、结合律改变运算顺序，将几个相乘结果为整数的数结合在一起先乘，可以使计算简便.

例 9 计算：$\left(1\frac{3}{5}-\frac{8}{9}-\frac{8}{15}\right)\times\left(-1\frac{7}{8}\right)$.

解：原式 $=-\left(\frac{8}{5}\times\frac{15}{8}-\frac{8}{9}\times\frac{15}{8}-\frac{8}{15}\times\frac{15}{8}\right)$

$=-\left(3-\frac{5}{3}-1\right)$

$=-\frac{1}{3}$.

方法点拨：本例如果先通分再计算较繁琐，通过观察发现，先用乘法分配律将括号里面的数分别同括号外的数相乘，可使计算简便.

技巧七 ▸ 逆用法

例 10 计算：$\frac{2}{5}\div\left(-2\frac{2}{5}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-1\frac{3}{4}\right)-0.25$.

解：原式 $=\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{12}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-\frac{7}{4}\right)-\frac{1}{4}$

$=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{8}{3}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}\times\left(-\frac{2}{3}+\frac{8}{3}-1\right)$

$=\frac{1}{4}$.

方法点拨：本例正向计算需要通分，但逆用乘法分配律，可使计算更简便.

技巧八 ▸ 观察法

例 11 计算：$(-1)\div\left(-2\,018\frac{1}{6}\right)\times\left(3.75-3\frac{3}{4}\right)+(-1)^{2\,018}$.

解：因为 $3.75-3\frac{3}{4}=0$，$(-1)^{2\,018}=1$，

所以原式 $=0+1=1$.

方法点拨：根据 0，1，−1 在运算中的特殊性，观察算式特征，寻找运算结果为 0，1 或 −1 的部分优先计算.

技巧九 ▸ 倒序相加法

例 12 计算：$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{58}{60}+\frac{59}{60}\right)$. ①

解：把①式括号内倒序后，得

$\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{59}{60}+\frac{58}{60}+\cdots+\frac{2}{60}+\frac{1}{60}\right)$. ②

① + ②得 $1+2+3+4+\cdots+58+59=1\,770$.

所以 $\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{58}{60}+\frac{59}{60}\right)$

$=\frac{1}{2}\times1\,770$

$=885$.

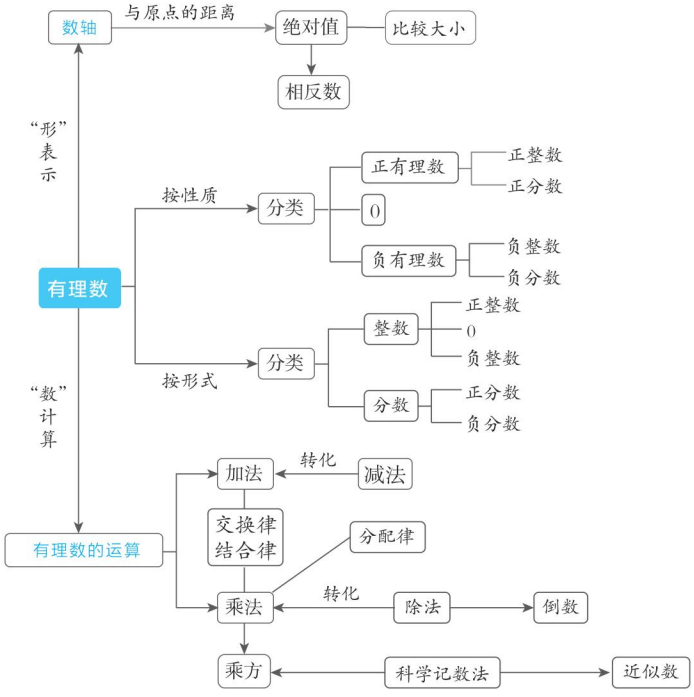
方法点拨：在处理有理数的加法运算时，常根据所求式子的结构，采用倒序相加的方法使问题简化.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

章末核心知识分类整合

核心结构专题

结构必知



核心必读

1. 正整数、0 和负整数统称为整数，正分数和负分数统称为分数，整数和分数统称为有理数．

2. **数轴是研究数学的一个工具，数轴的三要素：**原点、正方向、单位长度．

   在数轴上可以将所有的有理数都表示出来；在数轴上某个点到原点之间的距离叫做这个点表示的数的绝对值；在数轴上，位于原点的两侧，并且到原点的距离相等的两个点表示的数是一对相反数；利用数轴可以比较几个有理数的大小．

3. 只有符号不同的两个数互为相反数．

4. 一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

5. 有理数的加法法则和乘法法则可以借助数轴进行探究，而减法法则和除法法则是通过转化为加法法则和乘法法则进行计算的．

6. **有理数混合运算的顺序：**先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的，先算括号内的运算，再算括号外的运算．

7. 科学记数法是把一个绝对值大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为正整数．

8. 与实际非常接近的数，称为近似数，在实际生活中，我们常会遇到和用到近似数．

9. 绝对值与偶次幂的结果都是非负数，如果几个非负数的和等于零，那么每个非负数都等于零．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

知识方法专题

知识必学

专题一 有理数的基本概念

链接中考» 有理数的基本概念包括相反数、数轴、绝对值等几个重要的定义，一般直接考查较多，以选择题的形式为主.

例 1 [中考·天水] 若 a 与 1 互为相反数，则 $|a+1|$ 等于（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

解题秘方： 根据“互为相反数的两个数的和为 0”进行计算.

解： 因为 a 与 1 互为相反数，所以 $a+1=0$，所以 $|a+1|=0$，故选 B.

答案： B

方法点拨： 对于相反数和绝对值的考查都是直接的，直接运用相反数的定义和绝对值的定义解决问题.

专题二 有理数的运算

链接中考» 有理数的运算是实数(以后会学到)运算中最基本的运算，在中考中不会单独考查，一般都是渗透在实数的混合运算中，在本章的考查中，有理数的混合运算是必考的题型，以解答题的形式为主.

例 2 计算：$\left[\left(-3\frac{1}{3}\right)^2-\left(-6\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{13}\right)+(-4)^2\div(-2)^3+2\right]\times(-1)^{2\,019}$.

解： 原式 $=\left[\frac{100}{9}-\frac{13}{2}\times\frac{4}{13}+16\div(-8)+2\right]\times(-1)$

$=\left[11\frac{1}{9}-2+(-2)+2\right]\times(-1)$

$=\left(11\frac{1}{9}-2\right)\times(-1)$

$=9\frac{1}{9}\times(-1)$

$=-9\frac{1}{9}$.

方法点拨： 在有理数的混合运算中，先乘方，再乘除，最后加减，有括号的，应先算括号里的，再算括号外的.

专题三 非负数的性质

链接中考» 有理数这一章出现了两类非负数，一类是绝对值，另一类是偶次幂.利用非负数的性质可以求含有多个字母的等式中各个字母的值.可以单独考查非负数的性质，也可以作为其他解答题的条件进行考查.

例 3 若 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，求 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,019)(b+2\,019)}$ 的值.

解题秘方： 先由已知 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，得到 $b=1$，$a=2$，再代入所求的式子，发现规律，即 $\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，把每一个分数拆开，使得拆开后的一些分数在计算中能互相抵消，以达到简化运算的目的.

解： 因为 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，$|ab-2|\geqslant 0$，$(b-1)^2\geqslant 0$，

所以 $ab-2=0$，$b-1=0$.

所以 $b=1$，$a=2$.

所以 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,019)(b+2\,019)}$

$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,020\times2\,021}$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2\,020}-\frac{1}{2\,021}$

$=1-\frac{1}{2\,021}$

$=\frac{2\,020}{2\,021}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

方法点拨：如果几个非负数的和等于0，那么每个非负数都等于0.

专题四 科学记数法

链接中考» 科学记数法就是将一个绝对值大于10的数用$a\times10^n$($1\leqslant|a|<10$，n为正整数)的形式表示出来，一般这个数据都是生活中出现的数据，体现了数学应用于生活，考查时一般以选择题的形式出现，也是中考考查的热点.

例4 [中考·广东]据国家统计局网站2014年12月4日发布的消息，2014年广东省粮食总产量约为13 573 000吨，将13 573 000用科学记数法表示为(　　)

A. $1.357\,3\times10^6$　　B. $1.357\,3\times10^7$

C. $1.357\,3\times10^8$　　D. $1.357\,3\times10^9$

解题秘方：一个绝对值大于10的数用科学记数法表示的形式为$a\times10^n$，其中$1\leqslant|a|<10$，n为正整数(n等于原数的整数位数减1).

解：13 573 000是八位数，所以n=7，即$13\,573\,000=1.357\,3\times10^7$.

答案：B

方法点拨：用科学记数法表示一个数时，需要从下面两个方面入手：(1)关键是确定a和n的值：①确定a，a是只有一位整数的数，即$1\leqslant|a|<10$；②确定n，当|原数|$\geqslant10$时，n等于原数的整数位数减1，或等于原数变为a时，小数点移动的位数；(2)对于含有计数单位并需转换单位的科学记数法，可以利用1亿$=1\times10^8$，1万$=1\times10^4$，1千$=1\times10^3$来表示，能提高解题的效率.

方法必会

专题五 特殊值法

专题解读» 特殊值法就是在限定的范围内，取一个特殊的数值来解决问题.运用特殊值法的关键有两条：一是取的特殊值要在限定的范围之内；二是特殊值法一般适宜于选择题、填空题.

例5 [中考·广元]当$0<x<1$时，x，$\frac{1}{x}$，x^2的大小顺序是(　　)

A. $\frac{1}{x}<x<x^2$　　B. $x<x^2<\frac{1}{x}$

C. $x^2<x<\frac{1}{x}$　　D. $\frac{1}{x}<x^2<x$

解题秘方：采取特殊值法，求出x^2和$\frac{1}{x}$的值，再比较即可.

解：令$x=\frac{1}{2}$，则$x^2=\frac{1}{4}$，$\frac{1}{x}=2$，所以$x^2<x<\frac{1}{x}$，故选C.

答案：C

方法点拨：比较a，b的大小的方法：(1)数轴比较法：将a，b分别表示在数轴上，右边的数总比左边的数大.

(2)差值比较法：$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

(3)商值比较法：若$a>0$，$b>0$，则$\frac{a}{b}>1\Leftrightarrow a>b$；$\frac{a}{b}=1\Leftrightarrow a=b$；$\frac{a}{b}<1\Leftrightarrow a<b$.

还有平方法、倒数法、绝对值法等，在选择题中，还可以采用特殊值法.

专题六 从特殊到一般的思想

专题解读» 从特殊到一般的思想是从特殊到一般的探究过程的体现，运用从特殊到一般的思想要从特殊的情况入手，分析其规律，总结出一般规律.

例6 观察下列数串排列成的表：

−2	3	−4	5
9	−8	7	−6
−10	11	−12	13
17	−16	15	−14
…	…	…	…

从表中可以看到，第2行自左向右第三个数是_____，第3行自左向右第二个数是_____，那么第99行自左向右第二个

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

数是_____，$-1\,000$ 是第_____行自左向右第_____个数．

解题秘方：通过观察分析表中的数，发现负、正交替出现，奇数行从左向右绝对值依次增大，偶数行从左向右绝对值依次减小．

解：直接观察表格可知，第 2 行自左向右第三个数是 7；第 3 行自左向右第二个数是 11；由数串规律可得第 99 行自左向右第四个数是 397，因此自左向右第二个数是 395；第 250 行自左向右第一个数是 $1\,001$，因此 $-1\,000$ 是第 250 行自左向右第二个数．

答案：7；11；395；250；二

方法点拨：这是一道找规律的题目，找规律的过程体现了从特殊到一般的思想．

好题必解 ☞答案见 213 页

题型 1：有理数的相关概念

1. 四个数 -3.14，0，1，2 中为负数的是（　　）

A. -3.14　　B. 0

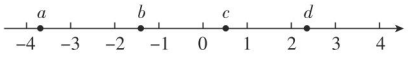
C. 1　　D. 2

2. 一个物体左右运动，规定向右运动 4 m 记作 +4 m，那么向左运动 4 m 记作（　　）

A. -4 m　　B. 4 m

C. 8 m　　D. -8 m

3. 有理数 a，b，c，d 在数轴上的对应点的位置如图，这四个数中，绝对值最大的是（　　）



（第 3 题）

A. a　　B. b　　C. c　　D. d

4. 在长春市“暖房子工程”实施过程中，某工程队做了面积为 632 000 m^2 的外墙保暖，632 000 这个数用科学记数法表示为（　　）

A. 63.2×10^4　　B. 6.32×10^5

C. 0.632×10^6　　D. 6.32×10^6

5. 填表：

	-10	$-\frac{5}{9}$	0.17	$4\frac{1}{4}$
相反数				
绝对值				
倒数				

题型 2：有理数的运算

6. 计算：

（1）$-1^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\div4$；

（2）$-4^3+8\times(-1)^{2\,016}-12\div\left(-\frac{2}{3}\right)$；

（3）$-3^2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-(-2)^3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2$；

（4）$(-2)^4\div(-8)-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2^2)$．

7. 利用乘法的运算律进行计算：

（1）$\frac{5}{31}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-2\frac{1}{15}\right)\times\left(-4\frac{1}{2}\right)$；

（2）$0.7\times19\frac{4}{9}+2\frac{3}{4}\times(-14)+0.7\times\frac{5}{9}+\frac{1}{4}\times(-14)$；

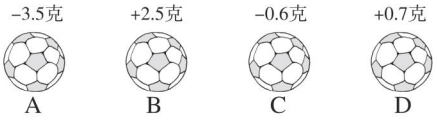
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3) $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)\times(-24)$;

(4) $7\frac{1}{9}\times\left(1\frac{1}{2}-1\frac{1}{8}+3\frac{1}{4}\right)\times\left(-2\frac{1}{4}\right)$.

题型 3：有理数的实际应用

8. 检测下列 4 个足球，其中超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数，从轻重的角度看，最接近标准的是（　　）



9. 某大米包装袋上标注着“净含量 10 kg ± 150 g”，小华从商店买了两袋大米，这两袋大米相差的克数不可能是（　　）

A. 100 g　　B. 150 g

C. 300 g　　D. 400 g

10. 某市冬季里的一天，早上 6 时气温是零下 12 ℃，到中午 11 时上升了 5 ℃，到晚上 8 时又上升了 −8 ℃，则晚上 8 时的气温是_____℃.

11. 一辆出租车在一条东西方向的大街上服务. 一天上午，这辆出租车一共连续送客 10 次，其中 4 次向东行驶，每次行程为 10 km；6 次向西行驶，每次行程为 7 km.

(1) 该出租车连续 10 次送客后停在何处?

(2) 该出租车一共行驶了多少千米?

题型 4：有理数的综合应用

12. 下列说法正确的是（　　）

A. 一个数的绝对值一定比 0 大

B. 一个数的相反数一定比它本身小

C. 绝对值等于它本身的数一定是正数

D. 最小的正整数是 1

13. 已知有理数 a，b，c，d，e，且 a，b 互为倒数，c，d 互为相反数，e 的绝对值为 2，求 $\frac{1}{2}ab+\frac{c+d}{5}+e^2$ 的值.

14. 如果 $|a|=8$，$|b|=5$，且 $a<b$，试求 a，b 的值.

15. 若 $|x-2|$ 与 $(y+7)^2$ 互为相反数，试求 y^x 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一章测试卷

答案见 214 页

（100 分 60 分钟）

一、选择题（每题 3 分，共 30 分）

1. 下列四个数中，是负数的是（　　）

A. $|-3|$　　B. $-(-3)$

C. $(-3)^2$　　D. -3.14

2. 若 m 与 -2 互为相反数，则 $|m-2|$ 等于（　　）

A. -2　　B. 0　　C. 2　　D. 4

3. 下列说法错误的是（　　）

A. -5 的相反数是 5

B. 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$

C. $(-3)-(-5)=2$

D. -11，0，4 这三个数中最小的数是 0

4. 近似数 3.250×10^5 是精确到（　　）

A. 千分位　　B. 千位

C. 百位　　D. 十位

5. 下列式子正确的是（　　）

A. $-87\times(-83)=7\,221$

B. $-2.68-7.42=-10$

C. $3.77-7.11=-4.66$

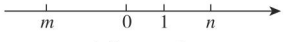
D. $\frac{101}{102}>\frac{102}{103}$

6. [**中考·泰安**] 2018 年 12 月 8 日，我国在西昌卫星发射中心成功发射“嫦娥四号”探测器，“嫦娥四号”进入近地点约 200 公里、远地点约 42 万公里的地月转移轨道. 将数据 42 万公里用科学记数法表示为（　　）

A. 4.2×10^9 米　　B. 4.2×10^8 米

C. 42×10^7 米　　D. 4.2×10^7 米

7. [**浦江县月考**] 有理数 m，n 在数轴上对应点的位置如图所示，则下列判断正确的是（　　）



（第 7 题）

A. $|m|<1$　　B. $1-m>1$

C. $mn>0$　　D. $m+1>0$

8. 有理数 a，b 在数轴上对应点的位置如图，则 $\frac{a+b}{ab}$ 的值是（　　）



（第 8 题）

A. 负数　　B. 正数

C. 0　　D. 正数或 0

9. 在快速计算法中，法国的“小九九”从“一一得一”到“五五二十五”和我国的“小九九”算法是完全一样的，而后面“六到九”的运算就改用手势了. 如计算 8×9 时，左手伸出 3 根手指，右手伸出 4 根手指，两只手伸出手指数的和为 7，未伸出手指数的积为 2，则 $8\times9=10\times7+2=72$. 那么在计算 6×7 时，左、右手伸出的手指数应该分别为（　　）

A. 1，2　　B. 1，3

C. 4，2　　D. 4，3

10. 已知整数 a_1，a_2，a_3，a_4，… 满足下列条件：$a_1=0$，$a_2=-|a_1+1|$，$a_3=-|a_2+2|$，$a_4=-|a_3+3|$，…，依次类推，则 $a_{2\,020}$ 的值为（　　）

A. 2 020　　B. $-2\,020$　　C. $-1\,010$　　D. 1 010

二、填空题（每题 3 分，共 18 分）

11. 如果把顺时针旋转 30° 记为 $+30°$，那么逆时针旋转 45° 记为_____.

12. 现规定一种新运算“*”：对任意有理数 a，b，都有 $a*b=a^b$，那么 $\left(-\frac{1}{3}\right)*3=$_____.

13. 若有理数 m，n 满足 $|m+1|+(n-2\,021)^2=0$，则 $-m^n=$_____.

14. 某高山上的温度从山脚处开始每升高 100 米，降低 0.6 ℃. 若山脚处的温度是 28 ℃，则山上 500 米处的温度是_____℃.

15. 数轴上 A 点表示的数是 5，那么同一数轴上与 A 点相距 8 个单位长度的点表示的数是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

16. 观察下列运算：$8^1=8$，$8^2=64$，$8^3=512$，$8^4=4\,096$，$8^5=32\,768$，$8^6=262\,144$，…，则 $8^1+8^2+8^3+8^4+\cdots+8^{2\,020}$ 的和的个位数字是_____.

三、解答题（共 52 分）

17.（8 分）把下列各数填入相应集合的括号内.

$+8.5$，$-3\frac{1}{2}$，0.3，0，-3.4，12，-9，$4\frac{1}{3}$，-1.2，-2.

（1）正数集合：{ …};

（2）整数集合：{ …};

（3）非正整数集合：{ …};

（4）负分数集合：{ …}.

18.（16 分）计算：

（1）$|-2|-(-3)\times(-15)$；

（2）$1\div(-1)+0\div4-5\times0.1\times(-2)^3$；

（3）$99\frac{17}{18}\times9$；

（4）$\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)\times(-24)$.

19.（8 分）有 20 筐白菜，以每筐 25 千克为标准，超过或不足的千克数分别用正、负数来表示，记录如下表：

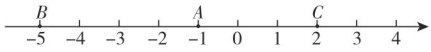
与标准质量的差值（单位：千克）	−3	−2	−1.5	0	1	2.5
筐数	1	4	2	3	2	8

（1）20 筐白菜中，最重的一筐比最轻的一筐重多少千克?

（2）与标准质量比较，20 筐白菜总计超过或不足多少千克?

（3）若白菜每千克售价 2.6 元，则这 20 筐白菜大约可卖多少元?（结果保留整数）

20.（10 分）如图，在数轴上有三个点 A，B，C，回答下列问题：



（第 20 题）

（1）若将点 B 向右移动 6 个单位长度后，三个点所表示的数中最小的数是多少?

（2）在数轴上找一点 D，使点 D 到 A，C 两点的距离相等，写出点 D 表示的数;

（3）在点 B 左侧找一点 E，使点 E 到点 A 的距离是到点 B 的距离的 2 倍，写出点 E 表示的数.

21.（10 分）观察下面三行数：

-3，9，-27，81，…；①

1，-3，9，-27，…；②

-2，10，-26，82，….③

（1）第①行数按什么规律排列?

（2）第②③行数与第①行数分别有什么关系?

（3）设 x,y,z 分别为第①②③行的第 2 018 个数，求 $x+6y+z$ 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

感悟从数到式的飞跃

感悟从数到式的飞跃



第二章 整式的加减









核心考点

你将见到的

- 单项式的系数与次数
- 多项式的项及次数
- 合并同类项
- 整式的加减

核心方法

我们为你提供的

- 直接代入法
- 间接代入法
- 整体代入法
- 转化思想
- 方程思想
- 从特殊到一般思想

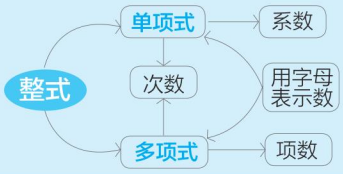
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.1 整式

核心知识

- 用字母表示数
- 单项式
- 多项式
- 整式

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸1 用字母表示数

1. 用字母表示数

用字母或含有字母的式子表示数或数量关系. 在用字母表示数中，字母和数一样可以参与运算，可以用式子把数量关系简明地表示出来.

2. 用含有字母的式子表示数的书写规定

（1）数与字母相乘或字母与字母相乘，通常将乘号写作“·”或省略不写.

（2）数与字母相乘时，通常把数写在前面.

（3）数字因数是 1 或 −1 时，“1”常省略不写.

（4）带分数与字母相乘时要将带分数化成假分数.

（5）除法运算要表示成分数.

（6）若式子后面有单位且式子是和或差的形式，式子应用小括号括起来.



提分·必记

特别提醒

1. 同一问题中，相同的字母必须表示相同的量，不同的量必须用不同的字母表示.
2. 用字母可以表示任意数或式子. 用字母表示数后，同一个式子可以表示不同的含义.
3. 用字母表示实际问题中的某个量时，字母的取值必须使式子有意义且符合实际情况.

拨考向▸利用字母表示数表示实际问题中的数量关系

类型 1：用字母表示数在表示实际问题中的数量关系中的应用

例 1 填空：

（1）买单价为 6 元的钢笔 a 支，共需_____元；

（2）一台电视机的标价为 a 元，则打八折后的售价为_____元；

（3）温度由 30 ℃下降 t ℃后是_____℃；

（4）大圆的半径为 R cm，小圆的半径为 r cm，则圆环的面积是_____cm^2.

解题秘方： 类似用具体数表示数量关系一样，用字母表示数量关系.

答案： （1）$6a$　　（2）$0.8a$

（3）$(30-t)$　　（4）$(\pi R^2-\pi r^2)$

提分·秘诀

方法点拨

用字母表示日常生活中的数或数量关系，仅仅是把具体数用字母代替了，其实际意义与具体数是一致的，它将个别数量关系转变为一般数量关系.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：利用字母表示数来表示特征数

例 2 填空：

（1）若 m 为整数，则 $2m$ 为_____数，$2m-1$ 为_____数（填“奇”或“偶”）；

（2）三个连续偶数，若中间一个数为 $2n$，则其余两个数分别为_____；

（3）若 k 为整数，以被 4 除作为分类标准，则整数可分为_____共 4 类；

（4）若一个两位数，其个位数字为 a，十位数字为 b，则这个两位数为_____.

解题秘方：紧扣各类数的特征，用字母表示这些特征数.

答案：（1）偶；奇

（2）$2n-2$，$2n+2$

（3）$4k$，$4k+1$，$4k+2$，$4k+3$

（4）$10b+a$

特别提醒

(1) 奇、偶数的区别在于能否被 2 整除，偶数能被 2 整除，奇数被 2 除余 1；

(2) 连续自然数前后相差 1；连续奇数或偶数前后相差 2；

(3) 整数被 4 除可能的情况只有 4 种：整除、余 1、余 2、余 3；

(4) 两位数的表示方法：十位数字 ×10+ 个位数字.

类型 3：利用字母表示数来表示图形的面积

例 3 如图 2.1-1，有一块长为 18 米，宽为 10 米的长方形土地，现将三面留出宽都是 x（$0<x<8$）米的小路，余下的部分为菜地，用含 x 的式子表示：

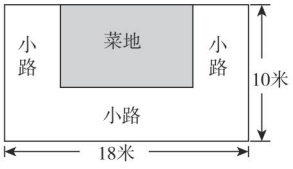


图 2.1-1

（1）菜地的长为_____米，宽为_____米；

（2）菜地的面积为_____平方米.

解题秘方：根据题中提供的数据以及长方形的面积公式解决问题.

解：（1）菜地的长等于长方形土地的长减去小路宽的 2 倍，菜地的宽等于长方形土地的宽减去小路的宽；（2）菜地的面积等于菜地的长乘菜地的宽.

答案：（1）$(18-2x)$；$(10-x)$

（2）$(18-2x)(10-x)$

方法点拨：用含字母的式子表示图形的面积要注意两点

一是图形的构成，即图形中的已知量和未知量之间的数量关系.

二是选择正确的面积公式.

方法规律

用字母表示数量关系“三要”：

1. 要辨析词语意义：应认真审题，审题时要对语言叙述中的关键词语所代表的意义进行仔细辨析.
2. 要分清数量关系：需分清语言叙述中各数量之间的和、差、倍、分关系，不要见多就加、见少就减、见倍就乘.
3. 要书写规范：必须按照用字母表示数的书写要求正确、规范地书写.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 单项式

1. 单项式 由数或字母的积组成的式子叫做单项式.

单独的一个数或一个字母也是单项式.

2. 单项式的系数与次数

（1）**系数**：单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.

（2）**次数**：单项式中所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

特别提醒：（1）单项式的系数包括它前面的符号，且只与数字因数有关，而单项式的次数只与字母的指数有关.

（2）确定一个单项式的次数时，①没有写指数的字母，实际上其指数是“1”，计算时不要将其遗漏；②不要把系数的指数当作字母的指数一同计算. 如 5^2mn^4 的次数是 1+4=5，不能把系数的指数“2”当作字母的指数.


单项式的系数和次数

拔考向▶ 利用单项式的系数与次数的概念解决问题

类型 1：确定单项式的系数与次数

例 4 找出下列各式中的单项式，并写出单项式的系数和次数.

（1）$-m$；（2）$-\frac{xy}{3}$；（3）$\frac{1}{a}$；（4）$\frac{1}{2}(a+b)h$；

（5）2^3xy^3；（6）πr^2.

解题秘方：利用单项式的定义及单项式中系数和次数的定义解决问题.

解：单项式：（1）（2）（5）（6）.

这些单项式的系数分别是 -1，$-\frac{1}{3}$，8，π.

这些单项式的次数分别是 1，2，4，2.

方法点拨：识别单项式的两个条件

①不含运算符号“+”或“−”号；②分母中不含有字母.

类型 2：单项式的系数与次数的概念在求字母的值中的应用

例 5 已知 $2kx^2y^n$ 是关于 x，y 的一个单项式，且系数是 7，次数是 5，那么 $k=$_____，$n=$_____.

解题秘方：根据单项式的次数和系数的确定方法求值.

解：由单项式的次数是 5，可知 x，y 的指数和为 5，即 $2+n=5$，所以 $n=3$，由单项式的系数是 7，可知 $2k=7$，所以 $k=\frac{7}{2}$.

答案：$\frac{7}{2}$；3

提分·必记

特别解读

1. 数或字母的积包含：数与数的积、数与字母的积，字母与字母的积.
2. 定义中的“积”并非不含“除法”，只是要求数与字母、字母与字母之间不能有除法.

警示误区

指数和次数是两个不同的概念，指数是单个字母的指数，而次数是所有字母的指数之和.

提分·秘诀

特别警示

确定单项式系数与次数的两易漏、三易错：

两易漏：

1. 对只含字母因式的单项式，易漏系数 1 或 −1；
2. 易漏指数 1.

三易错：

1. 易将系数的指数当作字母的指数；
2. 易将分子为 1 的分数系数写成整数系数；
3. 易将数字 π 当成字母.

方法点拨

根据单项式的系数与次数的概念建立与要求字母有关的简易方程即可求出要求字母的值，体现了转化思想和方程思想.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶3 多项式



1. 多项式 几个单项式的和叫做多项式.

一个式子是多项式需具备两个条件：

（1）式子中含有运算符号“+”或“−”；

（2）分母中不含有字母.

2. 多项式的项 在多项式中，每个单项式叫做多项式的项，其中不含字母的项叫做常数项，一个多项式含有几项，就叫几项式.

3. 多项式的次数 多项式里，次数最高项的次数，叫做这个多项式的次数.

拔考向▶利用多项式的相关概念解决问题

类型1：多项式的项和次数的定义在识别项、次数中的应用

例6 多项式 $a^3b^3-4ab^4-b-\frac{1}{3}$ 的最高次项是什么？一次项系数是什么？常数项是什么？它是几次几项式？

解题秘方： 利用多项式的项及次数的定义进行辨析.

解： 这个多项式的最高次项是 a^3b^3，一次项系数是 -1，常数项是 $-\frac{1}{3}$，它是六次四项式.

类型2：多项式的相关概念在求字母值中的应用

例7 已知关于 x 的多项式 $3x^4-(m+5)x^3+(n-1)x^2-5x+3$ 不含 x^3 项和 x^2 项，求 m，n 的值.

解题秘方： 根据多项式的结构中不含某项的特征，结合相关定义，求出系数中待定字母的值.

解： 因为多项式 $3x^4-(m+5)x^3+(n-1)x^2-5x+3$ 不含 x^3 项和 x^2 项，

所以 $-(m+5)=0$，且 $n-1=0$，

所以 $m=-5$，$n=1$.

不含某一项，说明这一项的系数为0

点知识▶4 整式及整式的值

1. 定义 单项式与多项式统称整式.

2. 整式的值 一般地，用数值代替整式中的字母，按照整式的运算关系计算得出的结果，叫做整式的值.

3. 求整式的值的一般步骤

（1）**代入：** 用指定的字母的数值代替多项式里的字母，其他的运算符号和原来的数都不能改变.

（2）**计算：** 按照多项式指明的运算，并根据有理数的运算方法进行计算.

提分·必记

特别提醒

- 多项式是由单项式组成的，但不能说多项式包含单项式，它们是两个不同的概念，没有从属关系.
- 单项式的次数是所有字母指数的和，而多项式的次数是多项式中次数最高项的次数，二者不能混淆.

提分·秘诀

方法点拨

1. 多项式的每一项都包括它前面的符号，且每一项都是单项式.
2. 多项式的次数是多项式中次数最高项的次数，而不是所有项的次数之和.
3. 一个多项式有几项，就叫几项式.

特别提醒

若一个多项式的值与某字母的取值无关，则该多项式中含这个字母的项的和为0.

提分·必记

特别解读

1. 单项式是整式；
2. 多项式是整式；
3. 如果一个式子既不是单项式又不是多项式，那么它一定不是整式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

核心考向▶利用整式的定义对整式进行分类及求整式的值

类型1：整式的相关定义在整式的分类中的应用

例8 将式子：$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{x+2}$，$\frac{x}{3}-y$，$\pi(x^2-y^2)$，$\frac{1}{6}a^2$，$7x-1$，$9a^2+\frac{1}{a}-2$ 填入相应的大括号中.

单项式：{ …};

多项式：{ …};

整式：{ …}.

解题秘方： 利用单项式及多项式的概念识别整式中的单项式和多项式.

解： 单项式：$\left\{\frac{1}{3},\ \frac{1}{6}a^2,\ \cdots\right\}$;

多项式：$\left\{\frac{x}{3}-y,\ \pi(x^2-y^2),\ 7x-1,\ \cdots\right\}$;

整式：$\left\{\frac{1}{3},\ \frac{1}{6}a^2,\ \frac{x}{3}-y,\ \pi(x^2-y^2),\ 7x-1,\ \cdots\right\}$.

类型2：直接代入法在求整式的值中的应用

例9 当 $a=2$，$b=-1$ 时，求下列含字母的式子的值：

（1）$(a-b)^2$；（2）$(a+b)(a-b)$；（3）$(a+b)^2$.

解题秘方： 把 a，b 的值分别代入含字母的式子 $(a-b)^2$，$(a+b)(a-b)$，$(a+b)^2$ 中，再按运算顺序计算即可.

解：（1）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a-b)^2=[2-(-1)]^2=3^2=9$.

（2）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a+b)(a-b)=[2+(-1)]\times[2-(-1)]=1\times3=3$.

（3）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a+b)^2=[2+(-1)]^2=1^2=1$.

类型3：间接代入法在求整式的值中的应用

例10 若 $|a|=2$，$|b|=3$，且 $ab<0$，$a>b$，求 $(a+b)^a$ 的值.

解题秘方： 根据条件求出字母的取值，然后代入求值.

解： 因为 $ab<0$，$a>b$，

所以 $a>0$，$b<0$.

又因为 $|a|=2$，$|b|=3$，

所以 $a=2$，$b=-3$.

所以 $a+b=-1$.

所以 $(a+b)^a=(-1)^2=1$.

点拨微课堂

提分·秘诀

方法点拨

判断一个式子是单项式还是多项式的方法：

首先判断它是否是整式，若分母中含字母，则一定不是整式，也不可能是单项式或多项式.单项式与多项式的区别在于是否含有加减运算，整式中一般含加减运算的是多项式，不含加减运算的是单项式.

方法点拨

用直接代入法求含字母的式子的值可以分三步：

1.“当……时”，即指出字母的值；

2.“原式=……”，即代入所给字母的值；

3.计算.

方法点拨

用间接代入法求含字母的式子的值，其实质是要先计算出相关字母的值，再把求得的值代入含字母的式子，计算出结果.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 4：整体代入法在求整式的值中的应用

例 11 当 x^2+x+5 的值为 7 时，求 $3x^2+3x-2$ 的值.

解题秘方： 先将条件进行整理，再将要求的式子进行变形，然后代入求值.

解： 由 x^2+x+5 的值为 7，得 $x^2+x=2$，

所以 $3x^2+3x-2=3(x^2+x)-2=4$.

技巧点拨

当用目前所学的知识无法求出字母的取值，而要求的整式的某部分与已知条件中的某部分相类似时，用整体代入法能使问题得到解决.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用方程思想求单项式和多项式中字母的值

挑战·高分

例 12 已知多项式 $-8x^2y^{m+2}-xy^3+x$ 是关于 x，y 的七次多项式，关于 x，y 的单项式 $6x^{2n}y^{m+2}$ 与该多项式的次数相同，求 $(n-m)^3$ 的值.

解题秘方： 根据多项式、单项式的相关概念建立方程求字母的值.

解： 因为多项式 $-8x^2y^{m+2}-xy^3+x$ 是关于 x，y 的七次多项式，

所以 $2+m+2=7$，解得 $m=3$.

因为关于 x，y 的单项式 $6x^{2n}y^{m+2}$ 与该多项式的次数相同，

所以 $2n+m+2=2n+3+2=7$，解得 $n=1$.

所以 $(n-m)^3=(1-3)^3=(-2)^3=-8$.

方法点拨

解决此类问题时，应先由题目中的已知条件得出几个等式，求出原式中次数或系数所含字母的值，再将字母的值代入所求式子即可解决问题.

拔尖角度 2 利用从特殊到一般的思想探究图形的变化规律

挑战·高分

例 13 图 2.1-2 是正方形网格中按规律涂成的阴影，根据此规律，则第 n 个图形中阴影部分的小正方形的个数是_____.

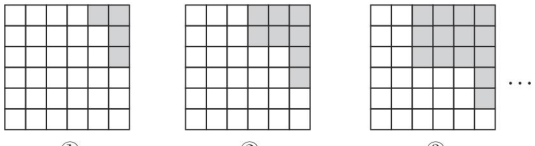


图 2.1-2

解题秘方： 先从特殊情况入手，探究图形中阴影部分的小正方形的个数与图形序号的关系，再得出第 n 个图形中阴影部分的小正方形的个数.

解： 寻找规律，正方形网格中阴影部分的小正方形可分为两部分：除最右一列的部分和最右一列的部分.

	除最右一列的小正方形的个数	最右一列的小正方形的个数	阴影部分的小正方形的个数
第 1 个图形	$1=1^2$	$3=1+2$	$4=1^2+1+2$
第 2 个图形	$4=2^2$	$4=2+2$	$8=2^2+2+2$
第 3 个图形	$9=3^2$	$5=3+2$	$14=3^2+3+2$
…	…	…	…
第 n 个图形	n^2	$n+2$	n^2+n+2

答案： n^2+n+2

方法点拨

用含字母的式子表示图形的变化规律的方法：

对于这种探寻图形规律的问题，一般需要从简单图形入手，抓住随着“编号”或“序号”增加时，后一个图形与前一个图形相比，在排列规律、数量变化方面的情况，找出变化规律，从而推出一般性的结论.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节的主要考点有用字母表示数，单项式、多项式的相关概念以及运用，利用整式解决生活中的实际问题，多以选择题或填空题的形式出现在中考中，考查用含字母的式子表示规律变化的题难度较大.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 利用整式表示实际问题

例14 [中考·山西]某商店经销一种品牌的洗衣机，其中某一型号的洗衣机每台进价为 a 元，商店将进价提高20%后作为零售价进行销售，一段时间后，商店又以9折优惠价促销，这时该型号洗衣机的零售价为_____元.

试题评析：本题考查了整式在实际问题中的应用，解题的关键是熟练掌握整式的概念和用字母表示数的应用.

解：$a\times(1+20\%)\times0.9=1.08a$（元）.

答案：$1.08a$

考法点评

在实际问题中列出整式，关键要把握两点：

一是条件中的字母代表的实际意义，

二是条件中各个数量之间的关系.

考法2 利用整式表示图形的变化规律

例15 [中考·烟台]用棋子摆出如图2.1-3的一组图形：



①　②　③

图2.1-3

按照这种规律摆下去，第 n 个图形用的棋子个数为（　　）

A. $3n$　　B. $6n$

C. $3n+6$　　D. $3n+3$

试题评析：此题考查图形的变化规律，从简单情形入手，找出图形之间的联系，得出规律是解题的关键.

考法点评

用整式表示图形的变化规律，一般都用图形的序列号 n 表示图形中元素的个数.

关键是要利用从特殊到一般的思想分析两者之间的关系.

解：观察图形，发现图①中是6个棋子，图②中是6+3=9（个）棋子，图③中是9+3=12（个）棋子……后面的图形比前面的图形依次多3个棋子.根据这一规律即可得出结论.

图①中有6个棋子，$6=3\times(1+1)$；

图②中有9个棋子，$9=3\times(2+1)$；

图③中有12个棋子，$12=3\times(3+1)$；

…；

第 n 个图形中棋子的个数 $=3(n+1)=3n+3$.

答案：D

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见214页

1. [中考·铜仁]单项式$\frac{\pi r^2}{2}$的系数是(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. π　　C. 2　　D. $\frac{\pi}{2}$

2. [中考·天水]已知$a+b=\frac{1}{2}$，则代数式$2a+2b-3$的值是(　　)

A. 2　　B. -2　　C. -4　　D. $-3\frac{1}{2}$

3. 若多项式$-0.7x^{0.5m+4}y^2+x^2y-3$是四次三项式，则m的值为(　　)

A. 3　　B. -4　　C. 4　　D. -3

4. [中考·云南]按一定规律排列的单项式：x^3，$-x^5$，x^7，$-x^9$，x^{11}，…．第n个单项式是(　　)

A. $(-1)^{n-1}x^{2n-1}$　　B. $(-1)^nx^{2n-1}$

C. $(-1)^{n-1}x^{2n+1}$　　D. $(-1)^nx^{2n+1}$

5. 填表：

多项式	$3a+1$	$3x^2-2x+13$	$2a^2b-3ab^2+4b^3-6$
项			
常数项			
次数			
几次几项式			

6. 已知$-\frac{a}{3}x^{|m|}y$是关于x，y的单项式且系数为$-\frac{5}{9}$，次数为5，求$3a+\frac{1}{2}m$的值．

7. 把下列式子填入相应的大括号里：

$x-4$，$5x$，$3ab$，$5-\frac{3}{m}$，y，$x+\frac{1}{3}$，$\frac{x+y}{7}$，x^3+2x-2，$\frac{m+n}{n-4}$，$8a^3x$，-1.

单项式：{　　…};

多项式：{　　…};

整式：{　　…}.

8. 已知$(x-2)^2+|y+1|=0$，a，b互为相反数，c，d互为倒数，求$y^x-3a-3b+2cd$的值．

9. 为鼓励节约用水，某地对居民用水收费标准规定如下：每户每月用水如果不超过20吨，那么每吨水按a元收费；如果超过20吨，那么超过部分每吨水按b元收费($b>a$)．某户居民7月份用水63吨，该户居民7月份应缴纳水费多少元?　　【导学号：2493078】

10. 观察下列单项式：$-x$，$3x^2$，$-5x^3$，$7x^4$，…，$-37x^{19}$，$39x^{20}$，…，回答下列问题：

(1)这些单项式的系数的规律是什么?

(2)这些单项式的次数的规律是什么?

(3)写出第2 018和2 019个单项式．

(4)归纳出第n个单项式是什么．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2 整式的加减

核心知识
- 同类项
- 合并同类项
- 去括号
- 整式的加减

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸1 同类项

1. 定义 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项，所有的常数项都是同类项.

2. 判断同类项的方法

（1）同类项必须同时满足“两个相同”：①所含字母相同；②相同字母的指数也相同，两者缺一不可.

（2）是不是同类项有“两个无关”：①与系数无关；②与字母的排列顺序无关. 如 $3mn$ 与 $-nm$ 是同类项.

（3）同类项可以有两项，也可以有三项、四项或更多项，但至少有两项.

拨考向▸利用同类项的定义识别同类项

例 1 下列各组中的两个式子是同类项的是（　　）

A. $2x^2y$ 与 $3xy^2$　　B. $10ax$ 与 $6bx$

C. a^4 与 x^4　　D. π 与 -3

解题秘方： 紧扣同类项定义中的两个“相同”进行识别.

解： A 中所含字母相同，但相同字母的指数不同；B 中所含字母不同；C 中所含字母不同；D 中 π 是常数，与 -3 是同类项.

答案： D

点知识▸2 合并同类项

1. 合并同类项 把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项.

2. 合并同类项法则 合并同类项后，所得项的系数是合并前各同类项的系数的和，且字母连同它的指数不变.

3. 合并同类项的一般步骤

（1）找出同类项，当项数较多时，通常在同类项的下面做相同的标记；

（2）运用加法交换律、结合律将多项式中的同类项结合；

（3）利用合并同类项法则合并同类项；

（4）写出合并后的结果.（可能是单项式，也可能是多项式）

提分·必记

知识链接

1. 同类项的对象是单项式，而不是多项式，但可以是多项式中的单项式；
2. 判断两个单项式是否为同类项的关键就是看其是否满足同类项中的“两个相同”.

提分·秘诀

方法点拨

判断同类项，两个条件不能忘，字母要相同，指数要一样，常数项也是同类项.

提分·必记

特别解读

- 合并同类项法则可简记为“一相加，两不变”. 其中，“一相加”是指各同类项的系数相加；“两不变”是指字母连同它的指数不变.
- 合并同类项是将多项式中的两项或几项合并成一项，起到化简整式的目的.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用合并同类项的法则合并同类项

例 2 合并下列各式的同类项：

（1）$x^2-3x-2+4x-1$；（2）$3a^2b-2ab+2+2ab-a^2b-5$.

解题秘方：合并同类项：将同类项的系数相加，字母和字母的指数不变.

解：（1）$x^2-3x-2+4x-1$ ← 找同类项

$=x^2+(-3x+4x)+(-2-1)$ ← 加法的交换律、结合律

$=x^2+(-3+4)x-3$ ← 合并同类项

$=x^2+x-3$.

（2）$3a^2b-2ab+2+2ab-a^2b-5$

$=(3a^2b-a^2b)+(-2ab+2ab)+(2-5)$

$=(3-1)a^2b+(-2+2)ab-3$

$=2a^2b-3$.



提分·秘诀

误区警示

1. 给同类项做标记时，要连同该项的符号一同标记上.
2. 合并同类项时，只能把同类项合并成一项，不是同类项的项不能合并，没有同类项的项，在每一步运算中都要写出，不能漏掉.
3. 系数互为相反数的同类项合并后结果为0，即该项没有了.

知识▶3 去括号法则

1. 去括号法则

（1）如果括号外的因数是正数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相同；

（2）如果括号外的因数是负数，去括号后原括号内各项的符号与原来的符号相反.

2. 去括号时的注意事项

（1）去括号时，要将括号连同它前面的符号一起去掉；

（2）在去括号时，首先要明确括号前的符号是“+”还是“−”；

（3）需要变号时，括号里的各项都变号；不需要变号时，括号里的各项都不变号.

提分·必记

特别解读

- 去括号是式子的一种恒等变形，去括号时必须保证式子的值不变，即“形变而值不变”.
- 去括号的依据是乘法分配律，去括号时，既要注意符号，又要注意各项系数的改变.

考向▶利用去括号法则进行计算

类型 1：去括号法则在去括号中的应用

例 3 化简：

（1）$2(0.5-2x)$；（2）$-4\left(1-\frac{1}{2}x\right)$.

解题秘方：去括号时，先判断括号外的因数是正数还是负数，再根据去括号法则计算.

解：（1）$2(0.5-2x)=2\times0.5-2\times2x=1-4x$.

（2）$-4\left(1-\frac{1}{2}x\right)$

$=-4\times1+(-4)\times\left(-\frac{1}{2}x\right)$

$=-4+2x$.



提分·秘诀

方法点拨

当括号前是一个非“±1”的因数时，去括号可以先用括号前面的数字因数与括号内的每一项相乘，然后再把所得的积相加.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：去括号法则在合并同类项中的应用

例 4 去括号，并合并同类项．

（1）$x-(2x-2)$；（2）$-3(2a-3b)-5a+b$；

（3）$\left(x+\frac{1}{2}\right)-2\left(3x-\frac{2}{3}\right)$．

解题秘方：先利用去括号法则去括号，然后再合并同类项．

解：（1）$x-(2x-2)=x-2x+2=-x+2$.

（2）$-3(2a-3b)-5a+b=-6a+9b-5a+b=-11a+10b$.

（3）$\left(x+\frac{1}{2}\right)-2\left(3x-\frac{2}{3}\right)=x+\frac{1}{2}-6x+\frac{4}{3}=-5x+\frac{11}{6}$.

方法点拨

去括号的方法：

去括号时要看清括号前面的符号，注意：括号前面是“-”号，去括号后，原括号里各项的符号都要改变，千万不能只改变第一项的符号而忘记改变其余各项的符号，避免出错的最好办法是运用分配律去括号．

类型 3：去括号法则在进行化简求值中的应用

例 5 先化简，再求值：

（1）$-(4k^3-k^2+5)+(5k^2-k^3-4)$，其中 $k=-2$；

（2）$\left(mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}mn+1\right)$，其中 $m=\frac{2}{3}$，$n=\frac{3}{4}$．

解题秘方：解本题首先要将所求式子去括号并合并同类项，然后再代入求值．

解：（1）$-(4k^3-k^2+5)+(5k^2-k^3-4)$

$=-4k^3+k^2-5+5k^2-k^3-4$

$=-5k^3+6k^2-9$.

当 $k=-2$ 时，原式 $=-5\times(-2)^3+6\times(-2)^2-9=40+24-9=55$.

（2）$\left(mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}mn+1\right)=mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}mn-1=\frac{3}{2}mn-\frac{7}{6}m-\frac{5}{3}$.

当 $m=\frac{2}{3}$，$n=\frac{3}{4}$ 时，原式 $=\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}-\frac{7}{6}\times\frac{2}{3}-\frac{5}{3}=-\frac{61}{36}$.

方法点拨

整式化简的步骤：

一步是去括号；

另一步是合并同类项．

点知识 4 整式的加减

1. 整式加减的运算法则

一般地，几个整式相加减，如果有括号就先去括号，然后再合并同类项．

2. 整式的化简求值的步骤

一化：利用整式加减的运算法则将整式化简．

二代：把已知字母或某个整式的值代入化简后的式子．

三计算：依据有理数的运算法则进行计算．

3. 升降幂排列

我们常常把一个多项式各项的位置按照其中某一字母指数的大小顺序来排列．若按某个字母的指数从大到小的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母的降幂排列．若按某个字母的指数从小到大的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母的升幂排列．

提分·必记

特别解读

- 整式加减的结果要最简：
  (1) 不能有同类项；
  (2) 含字母项的系数不能出现带分数，带分数要化成假分数；
  (3) 一般不含括号．
- 整式加减的结果如果是多项式，一般按照某一字母的升幂或降幂排列．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用去括号和合并同类项进行整式化简

类型1：整式的加减在指定的整式加减运算式子中的应用

例6 已知 $A=3x^2y+3xy^2+y^4$，$B=-8xy^2-2x^2y-2y^4$.

求：（1）$A-B$；（2）$A+\frac{1}{2}B$.

解题秘方：将已知的多项式代入要求的式子中，然后去括号、合并同类项.

解：（1）$A-B=(3x^2y+3xy^2+y^4)-(-8xy^2-2x^2y-2y^4)$

$=3x^2y+3xy^2+y^4+8xy^2+2x^2y+2y^4$

$=5x^2y+11xy^2+3y^4$.

（2）$A+\frac{1}{2}B=(3x^2y+3xy^2+y^4)+\frac{1}{2}(-8xy^2-2x^2y-2y^4)$

$=3x^2y+3xy^2+y^4-4xy^2-x^2y-y^4$

$=2x^2y-xy^2$.

类型2：整式的加减在求值说理中的应用

例7 有一道题："先化简，再求值：$17x^2-(8x^2+5x)-(3x^2+x-3)+(-5x^2+6x-1)-3$，其中 $x=-2\,020$."小明做题时把"$x=-2\,020$"错抄成了"$x=2\,020$"，但他计算的结果却是正确的，请你说明这是什么原因.

解题秘方：将多项式进行化简后，再根据化简结果说明原因.

解：$17x^2-(8x^2+5x)-(3x^2+x-3)+(-5x^2+6x-1)-3$

$=17x^2-8x^2-5x-3x^2-x+3-5x^2+6x-1-3$

$=(17-8-3-5)x^2+(-5-1+6)x+(3-1-3)$

$=x^2-1$.

因为当 $x=-2\,020$ 和 $x=2\,020$ 时，x^2-1 的值相等，所以小明将 $x=-2\,020$ 错抄成 $x=2\,020$，计算的结果却是正确的.

类型3：整式的加减在解实际问题中的应用

例8 某小区有一块长为 40 m、宽为 30 m 的长方形空地，现要美化这块空地，在上面修建如图 2.2-1 的十字形花圃，在花圃内种花，其余部分种草.

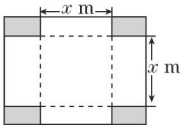


图 2.2-1

（1）求花圃的面积；

（2）若建造花圃及种花的费用为每平方米 100 元，种草的费用为每平方米 50 元，则美化这块空地共需多少元?

解题秘方：（1）花圃面积应是两个宽为 x m 的空白长方形的面积和减去中间重合部分的正方形的面积；（2）总费用等于建造花圃及种花的费用与种草的费用之和.

解：（1）花圃的面积为 $40x+30x-x^2=(70x-x^2)\ m^2$.

（2）美化这块空地共需 $100(70x-x^2)+50[30\times40-(70x-x^2)]=7\,000x-100x^2+60\,000-3\,500x+50x^2=(-50x^2+3\,500x+60\,000)$ 元.

提分·秘诀

方法点拨

解题步骤：

1. 将已知的多项式代入要求的式子中，特别要注意代入时将每个多项式用括号括起来；
2. 去括号；
3. 找同类项；
4. 合并同类项.

方法点拨

代入求值时，若代入所给值的相反数结果仍然正确，则说明该字母的次数是偶数；若不管代入什么数结果都正确，则说明化简后不含此字母.

方法点拨

在一些复杂的实际问题中，列出的整式也很复杂，需要对整式进行化简，才能求出简易的结果.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用逆向思维解求字母值问题

挑战·高分

例 9 （1）已知关于 x，y 的单项式 $ax^{n-2}y$ 与 $2x^3y^{m+2}$ 的和等于 0，求 $a+m+n$ 的值.

（2）已知关于 a 的多项式 $-3a^3-2ma^2+5a+3$ 与 $8a^2-3a+5$ 相加后，不含二次项，求 m 的值.

特别提醒

两个单项式之和为0，说明两层意义：

一是说明两个单项式是同类项，

二是说明两个单项式的系数互为相反数.

解题秘方： 根据合并同类项后的结果的特征求出相关字母的值.

解：（1）根据题意得 $n-2=3$，$m+2=1$，$a=-2$，

所以 $m=-1$，$n=5$，$a=-2$，所以 $a+m+n=-2+(-1)+5=2$.

（2）$(-3a^3-2ma^2+5a+3)+(8a^2-3a+5)$

$=-3a^3-2ma^2+5a+3+8a^2-3a+5$

$=-3a^3+(8-2m)a^2+2a+8$.

若两个多项式相加后不含某项则说明某项合并后系数为0.

因为不含二次项，所以 $8-2m=0$，所以 $m=4$.

拔尖角度 2 利用判断正负法解与数轴、绝对值有关化简问题

挑战·高分

例 10 已知有理数 a，b 对应的点在数轴上的位置如图 2.2-2，化简 $|2-3b|-2|2+b|+|a-2|-|3b-2a|$.

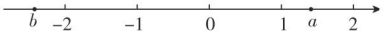


图 2.2-2

解题秘方： 通过数轴确定 a，b 的取值范围，从而确定绝对值符号内式子的符号，再通过绝对值的性质化简.

解： 观察数轴可知，$1<a<2$，$b<-2$，

所以 $2-3b>0$，$2+b<0$，$a-2<0$，$3b-2a<0$.

所以 $|2-3b|-2|2+b|+|a-2|-|3b-2a|$

$=(2-3b)-2[-(2+b)]+[-(a-2)]-[-(3b-2a)]$

$=2-3b-2(-2-b)+(-a+2)-(-3b+2a)$

$=2-3b+4+2b-a+2+3b-2a$

$=-3a+2b+8$.

方法点拨

1. 去绝对值符号关键是判断绝对值符号内式子的正负性，判断的理由主要是有理数的运算法则.
2. **化简含有绝对值式子的关键步骤：**
   （1）去绝对值符号；
   （2）去括号；
   （3）合并同类项.

拔尖角度 3 利用因数法解数字中的整除问题

挑战·高分

例 11 设 a 表示一个两位数，b 表示一个三位数，把 a 放在 b 的左边，组成一个五位数 x，把 b 放在 a 的左边，组成一个五位数 y，试问 9 能否整除 $x-y$？请说明理由.

解题秘方： 若 $x-y$ 可变形为 9 和某个整数相乘的形式，则 $x-y$ 能被 9 整除.

解： 9 能整除 $x-y$. 理由：依题意，可知 $x=1\,000a+b$，$y=100b+a$，

所以 $x-y=(1\,000a+b)-(100b+a)=999a-99b=9(111a-11b)$.

因为 a，b 都是整数，所以 $111a-11b$ 是整数，

所以 $9(111a-11b)$ 是 9 的整数倍，即 9 能整除 $x-y$.

方法点拨

判断一个多项式是否能被一个数整除的方法：

关键是看这个多项式是否能化为这个数和某个多项式（多项式的值为整数）乘积的形式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节是中考的必考内容，主要考查同类项的概念、去括号、合并同类项、整式的加减．多以选择题、填空题的形式出现．有时也以化简求值的形式出现或与以后学习的整式乘除等知识结合，综合考查学生的运算能力．

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 利用整式的相关概念求字母的值

例12 ［中考·淄博］若单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，则 n^m 的值是（　　）

A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 9

试题评析： 本题考查了合并同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项中的两个相同．

解： 因为单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，

所以单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 是同类项，

所以 $m-1=2$，$n=2$，所以 $m=3$，$n=2$，所以 $n^m=8$.

答案： C

解法提醒

两个单项式的和是单项式，说明这两个单项式是同类项，根据同类项的定义可以求出指数中字母的值．而利用此字母的值又可以求出含此字母的整式的值．

考法2 利用整式的加减求整式的值

例13 ［中考·无锡］若 $a-b=2$，$b-c=-3$，则 $a-c$ 等于（　　）

A. 1　　B. −1　　C. 5　　D. −5

试题评析： 此题考查了整式的加减，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

解： 因为 $a-b=2$，$b-c=-3$，

所以 $a-c=(a-b)+(b-c)=2-3=-1$.

答案： B

另解

因为 $a-b=2$，

所以 $a=b+2$.

又因为 $b-c=-3$，

所以 $c=b+3$.

所以 $a-c=(b+2)-(b+3)=-1$.

考法3 利用整式的化简求值求未知系数

例14 ［中考·河北］嘉淇准备完成题目：化简：$(□x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$．发现系数“□”印刷不清楚．

（1）他把“□”猜成3，请你化简：$(3x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$；

（2）他妈妈说：“你猜错了，我看到该题标准答案的结果是常数．”通过计算说明原题中“□”是几？

试题评析： 本题主要考查整式的加减，解题的关键是掌握去括号、合并同类项法则．

解：（1）$(3x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)=3x^2+6x+8-6x-5x^2-2=-2x^2+6$；

（2）设“□”是 a，则原式 $=ax^2+6x+8-6x-5x^2-2=(a-5)x^2+6$，

因为标准答案的结果是常数，所以 $a-5=0$，解得 $a=5$.

思路点拨

- 原式去括号、合并同类项即可；
- 设“□”是 a，将 a 看成常数，去括号、合并同类项后根据结果为常数知二次项系数为0，据此得出 a 的值．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见215页

1. [中考·济宁] 单项式 $9x^{m}y^{3}$ 与单项式 $4x^{2}y^{n}$ 是同类项，则 $m+n$ 的值是（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

2. 下列去括号错误的是（　　）

A. $2x^{2}-(x-3y)=2x^{2}-x+3y$

B. $\frac{1}{3}x^{2}+(3y^{2}-2xy)=\frac{1}{3}x^{2}-3y^{2}+2xy$

C. $a^{2}+(-a+1)=a^{2}-a+1$

D. $-(b-2a)-(-a^{2}+b^{2})=-b+2a+a^{2}-b^{2}$

3. 已知一个多项式与 $3x^{2}+9x$ 的和等于 $3x^{2}+4x-1$，则这个多项式是（　　）

A. $-5x-1$　　B. $5x+1$

C. $-13x-1$　　D. $13x+1$

4. 两个5次多项式相加，结果一定是（　　）

A. 5次多项式　　B. 10次多项式

C. 不超过5次的整式　　D. 无法确定

5. 当 $x=1$ 时，式子 $\frac{1}{2}ax^{3}-3bx+4$ 的值是7，则当 $x=-1$ 时，这个式子的值是（　　）

A. 7　　B. 3

C. 1　　D. -7

6. [中考·丽水] 已知 $a^{2}+a=1$，则式子 $3-a-a^{2}$ 的值为_____.

7. 某三角形的第一条边长是 $3m+2n$，第二条边长比第一条边长短 m，第三条边长是 $m+4n$，则该三角形的周长是_____.

8. 若多项式 $3x^{3}-2x^{2}+3x+1$ 与多项式 $x^{2}-2mx^{3}+2x+3$ 的和为二次三项式，则 $m=$_____.

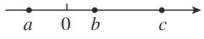
9. 若 $a<0$，则 $|1-a|+|2a-1|+|a-3|=$_____.

10. 先化简，再求值：$5x^{2}y-3xy^{2}-7\left(x^{2}y-\frac{2}{7}xy^{2}\right)$，其中 $x=2$，$y=-1$.

11. 已知多项式 $2x^{2}+my-12$ 与多项式 $nx^{2}-3y+6$ 的差中不含 x,y，求 $m+n+mn$ 的值.

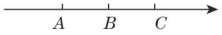
12. 小刚由于粗心，把“$A+B$”看成“$A-B$”算出的结果为 $-5x^{2}+9x+12$，其中 $B=4x^{2}-7x-6$，请求出 $A+B$ 的正确结果.

13. 有理数 a，b，c 对应的点在数轴上的位置如图，化简：$|a-c|-|b|-|b-a|+|b+a|$.



（第13题）

14. 已知数轴上有 A，B，C 三点，位置如图，A，B，C 表示的数分别为 x，2，y. 若 $BA=BC$，求 $4x+4y+30$ 的值.【导学号：2493078】



（第14题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

归纳法在探究规律中的应用

荣老师告诉你 规律探究问题也是归纳猜想型问题，其特点是用式子表示数量关系及所反映的规律，给出一组具有某种特定关系的数、式、图形，或给出与图形有关的操作变化过程，或某一具体的问题情境，要求通过观察分析推理，探究其中蕴含的规律，进而归纳或猜想出一般性的结论，它体现了“从特殊到一般”的数学思想方法．主要有“数式规律”“计算规律”“图形规律”与“动态规律”等类型．

应用一 ▶ 数式规律探究

通常给定一些数或式子，然后猜想其中蕴含的规律，反映了由特殊到一般的数学方法．一般解法是先写出数式的基本结构，然后通过横比（比较同一个等式中不同部分的数量关系）或纵比（比较不同等式间相同位置的数量关系）找出各部分的特征，改写成要求的格式．

类型 1　数的运算规律

例 1　探索规律：$3^1=3$，$3^2=9$，$3^3=27$，$3^4=81$，$3^5=243$，$3^6=729$，…，那么 $3^{2\,021}$ 的个位数字是_____．

解：这类问题主要是通过观察个位数字的规律，找出哪几个数字为一组进行循环，然后用指数除以循环组内数字的个数，结果余几，就和循环组内的第几个数字相同，易得出本题的结果为 3.

答案：3

方法点拨：本例题采用了观察法，找规律的题目，一般会涉及一个或者几个变化的量，所谓找规律，多数情况下，是指变量的变化规律，所以抓住了变量，就等于抓住了解决问题的关键，而这些变量通常按照一定的顺序给出，揭示的规律常常包含事物的顺序与变量的关系．

类型 2　数的排列规律

例 2　观察下列各数：0，3，8，15，24，…，按此规律写出第 100 个数是_____，第 n 个数是_____．

解题秘方：解答本题可以先找出一般规律，然后使用这个规律计算出第 100 个数，最后写出第 n 个数．

解：给出的数：0，3，8，15，24，…

序列号：1，2，3，4，5，…

容易发现，已知的每一个数都等于它的序列号的平方减 1. 因此，第 100 个数是 $100^2-1=9\,999$，第 n 个数是 n^2-1.

答案：9 999；n^2-1

方法点拨：本题采用标序列号的方法，在解决数的排列规律题目时，通常按照一定的顺序给出一系列量，然后对应标出序列号，把变量和序列号放在一起加以比较，就很容易发现其中的奥秘．

同类变式 ☞答案见 216 页

2. 下面是某一个月的月历．

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

观察并回答下列问题：

（1）横排相邻的两个日期的关系是什么？

（2）竖排相邻的两个日期的关系是什么？

（3）从左上到右下的对角线上相邻的两个日期的关系是什么？

（4）从右上到左下的对角线上相邻的两个日期的关系是什么？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 3　式子的排列规律

例 3　观察下列等式：① $1\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$，② $2\times\frac{2}{3}=2-\frac{2}{3}$，③ $3\times\frac{3}{4}=3-\frac{3}{4}$，④ $4\times\frac{4}{5}=4-\frac{4}{5}$，….猜想第 n 个等式为_____.（用含 n 的式子表示）

解：将等式竖排：

① $1\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$；② $2\times\frac{2}{3}=2-\frac{2}{3}$；

③ $3\times\frac{3}{4}=3-\frac{3}{4}$；④ $4\times\frac{4}{5}=4-\frac{4}{5}$；

….

观察相应位置上变化的数字与序号的对应关系，易得出结果为：$n\cdot\frac{n}{n+1}=n-\frac{n}{n+1}$.

答案：$n\cdot\frac{n}{n+1}=n-\frac{n}{n+1}$

应用二 ▶ 图形规律探究

由结构类似，多少和位置不同的几何图形组成的图案的图形的个数之间也有一定的规律可循，并且还可以用一个通用的式子来表示.这类题的解决思路有两种：一种是数图形，将图形规律转化为数字规律，然后用观察法解决；另一种是通过图形的直观性，从图形中直接寻找规律，常用“拆图法”解决.

例 4　如图 2-1，由若干火柴棒摆成的正方形，第 1 个图用了 4 根火柴棒，第 2 个图用了 7 根火柴棒，第 3 个图用了 10 根火柴棒，依次类推，第 10 个图用了_____根火柴棒，摆第 n 个图时，要用_____根火柴棒.

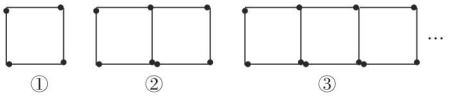
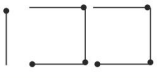
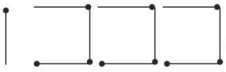


图 2-1

解：本例中①可拆为，即 1+3=4（根）；②可拆为，即 1+3×2=7（根）；③可拆为，即 1+3×3=10（根）.由此可知，第 10 个图用 1+3×10=31（根）火柴棒，第 n 个图用（$3n+1$）根火柴棒.

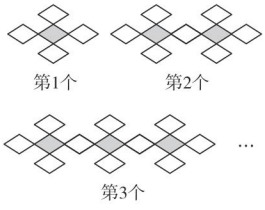


答案：31；（$3n+1$）

方法点拨：本题采用拆图法，探索发现有关图形所具有的规律性或不变性的问题，往往给出一组变化了的图形或条件，通过拆图，观察、分析、猜想出图形的相同点或不同点，找出图形之间的变化规律.

同类变式 ☞答案见 216 页

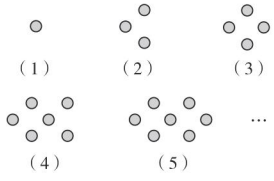
4-1.［**中考·荆州**］如图，用黑白两种颜色的菱形纸片，按黑色纸片数逐渐增加 1 的规律拼成下列图案，若第 n 个图案中有 2 017 个白色纸片，则 n 的值为（　　）



（第 4-1 题）

A. 671　　B. 672　　C. 673　　D. 674

4-2.［**中考·益阳**］小李用围棋子排成下列一组有规律的图案，其中第 1 个图案有 1 枚棋子，第 2 个图案有 3 枚棋子，第 3 个图案有 4 枚棋子，第 4 个图案有 6 枚棋子，…，那么第 9 个图案的棋子数是_____枚.



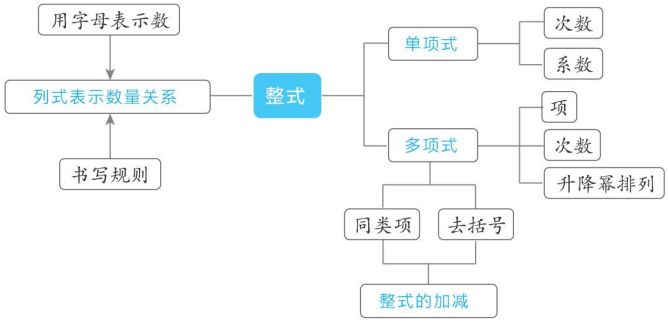
（第 4-2 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

章末核心知识分类整合

核心结构专题

结构必知



核心必读

1. 整式是单项式和多项式的统称.
2. 单项式中的数字因数是单项式的系数，单项式中所有字母的指数的和是单项式的次数.
3. 多项式是几个单项式的和，每个单项式是多项式的项，次数最高项的次数是多项式的次数.
4. 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项是同类项，合并同类项的法则是将系数相加，字母及字母的指数不变.
5. **整式的加减主要有两步：**

   第一步是去括号，注意括号前的符号及变号法则；

   第二步是合并同类项.

知识方法专题

知识必学

专题一 用字母表示数

链接中考» 用字母表示数是从数到式的一个飞跃，它是解决很多问题的基础，一般从根据实际问题列式子和根据几何图形列式子两种形式考查，选择题居多.

例1 [中考·吉林] 购买1个单价为a元的面包和3瓶单价为b元的饮料，所需钱数为（　　）

A.（$a+b$）元　　B. 3（$a+b$）元

C.（$3a+b$）元　　D.（$a+3b$）元

解题秘方： 所需费用=1个面包的费用+3瓶饮料的费用.

解： 购买1个单价为a元的面包所需费用为a元，购买3瓶单价为b元的饮料所需费用为$3b$元，则共需费用（$a+3b$）元.

答案： D

方法点拨： 解此类问题的关键是把实际问题转化为数学问题，用数学语言来表示题中各量之间的关系.

例2 [中考·安顺] 如图2-1是一组有规律的图案，第1个图案由4个基础图形组成，第2个图案由7个基础图形组成，…，第n（n是正整数）个图案中的基础图形的个数为_____.（用含n的式子表示）

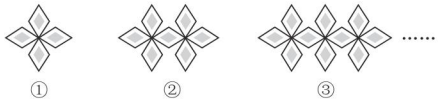


图2-1

解题秘方： 认真观察图形，确定图形变化规律：从第二个图案开始，每个图案都比前一个图案多3

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

个基础图形，用含 n 的式子表示此规律．

解：第 1 个图案由 4 个基础图形组成，第 2 个图案由 7 个基础图形组成，以后每个图案都比前一个图案多 3 个基础图形，所以第 n（n 是正整数）个图案中的基础图形的个数为 $3n+1$.

答案：$3n+1$

方法点拨：解决规律探索题注意以下两点：

（1）**探索规律的关键**：注意观察已知的对应数值（或图形）的变化规律，从中发现数量关系（或图形的变化规律），即得到规律．

（2）**探索规律的步骤**：①从具体的题目出发，用列表或列举的方式，把各数量或图形的变化特点展现出来；②认真观察，合理联想，大胆猜测，总结归纳，得出数量或图形间的变化规律，形成结论；③由此及彼验证结论的正误．

专题二 整式的相关概念

链接中考» 整式的相关概念中，主要考查单项式的系数与次数、多项式的项和次数几个重要的概念，多以选择题的形式出现．

例 3 ［中考·通辽］下列说法中，正确的是（　　）

A. $-\frac{3}{4}x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{2}\pi a^2$ 的系数是 $\frac{3}{2}$

C. $3ab^2$ 的系数是 $3a$

D. $\frac{2}{5}xy^2$ 的系数是 $\frac{2}{5}$

解题秘方：单项式的系数是单项式中的数字因数，找出每个单项式中的数字因数即可．

解：选项 A 中的系数是 $-\frac{3}{4}$，选项 B 中的系数是 $\frac{3}{2}\pi$，选项 C 中的系数是 3，选项 D 正确．

答案：D

方法点拨：（1）单项式的系数包括前面的符号．例如，$-5xy^2$ 的系数是 -5，而不是 5.

（2）系数没有写出来的单项式的系数是 1 或 -1，当单项式的系数是 1 或 -1 时，“1”省略不写．

（3）希腊字母 π 是一个特殊字母，它表示一个确定的常数（圆周率），如果一个单项式里含有 π，要把它看成系数中的一部分．

专题三 求整式的值

链接中考» 整式加减是求整式的值的基础．求整式的值，就是将字母的值代入整式，然后按照运算法则计算即可．在中考中，一般以填空、选择题的形式出现，但在本章考查时，有时以解答题的形式出现．

例 4 ［中考·漳州］在数学活动课上，同学们利用图 2-2 中的程序进行计算，发现无论 x 取任何正整数，结果都会进入循环，下面选项一定不是该循环的是（　　）

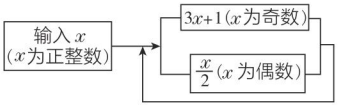


图 2-2

A. 4，2，1　　B. 2，1，4

C. 1，4，2　　D. 2，4，1

解题秘方：根据运算程序进行计算，逐项代入验证．

解：若最初输入的数是 4，因为 $x=4$ 是偶数，所以对应的值是 $\frac{x}{2}=2$；而 $x=2$ 是偶数，则对应的值是 $\frac{x}{2}=1$；而 $x=1$ 是奇数，则对应的值是 $3x+1=4$，即以 4，2，1 为循环节进入循环；用上述方法可得：当最初输入的数是 2 时，将以 2，1，4 为循环节进入循环；当最初输入的数是 1 时，将以 1，4，2 为循环节进入循环．

答案：D

方法点拨：解决运算程序类问题，首先要根据运算程序进行计算，再根据计算的结果寻找规律，寻找规律时把变量和序列号放在一起加以比较，就比较容易发现其中的奥秘．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专题四 同类项

链接中考» 同类项是本章的核心知识点，它是整式加减的关键所在，对同类项概念的考查是中考常考的知识点，多以填空、选择题的形式考查.

例 5 如果单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项，那么 $(a-b)^{2021}$=_____.

解题秘方： 先用同类项的定义求出待定字母的值，再求式子的值.

解： 因为单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项，所以 $a-2=1$，$b+1=3$，所以 $a=3$，$b=2$.

所以 $(a-b)^{2021}=(3-2)^{2021}=1^{2021}=1$.

答案： 1

方法点拨： 关于同类项的定义，理解时要把握两个“相同”：（1）所含字母相同；（2）相同字母的指数也相同. 运用时也要把握两点：（1）根据定义识别给出的单项式是不是同类项；（2）若是同类项，则它们所含字母相同，相同字母的指数也相同.

专题五 整式的加减

链接中考» 整式的加减就是对单项式和多项式进行的加减运算，运用的主要知识就是去括号和合并同类项. 考查的形式主要以解答题为主.

例 6 老师在黑板上书写了一个正确的计算过程，随后用手掌捂住了一个二次三项式，如图 2-3：

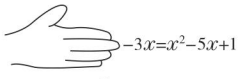


图 2-3

（1）求所捂的二次三项式；

（2）若 $x=-1$，求所捂二次三项式的值.

解题秘方： 根据被减式、减式、差的关系求被减式，然后化简并代入求值.

解：（1）$x^2-5x+1+3x=x^2-2x+1$，即所捂的二次三项式为 x^2-2x+1.

（2）若 $x=-1$，则 $x^2-2x+1=(-1)^2-2\times(-1)+1=4$.

方法点拨： 整式的化简求值的常用方法

（1）**化简代入法**，即把字母的取值表达式或所求的式子进行化简，然后再代入求值.

（2）**整体代入法**，即当单个字母的值不能或不用求出时，可把已知条件作为一个整体，代入到经过变形的待求的式子中去求值的一种方法. 通过整体代入，实现降次、归零、约分，快速求得其值.

（3）**赋值求值法**，即式子中的字母的取值由答题者自己确定，然后求出式子的值的一种方法. 这是一种开放型题目，答案不唯一，在赋值时，要注意取值范围.

（4）**倒数法**，即将已知条件或待求的式子进行倒数变形，从而求出式子的值的一种方法.

方法必会

专题六 整体代入法求式子的值

专题解读» 有些数学问题直接求解困难，甚至不能解出，可把要解决的问题看作一个整体，通过研究问题的整体形式、整体结构或做种种整体处理，达到顺利解决问题的目的. 整体思想作为重要的思想方法之一，在我们的解题过程中经常使用. 整体思想运用得当，能提高解题效率和能力，减少不必要的计算，从而直奔主题，因而在处理数与式的运算、方程、几何计算等方面有着广泛的应用. 比如求式子的值时，一般情况下，先对式子进行化简，再将字母的数值代入，但如果题目中的已知式与所求式的某一部分存在倍分关系，就可以把这一部分看作一个整体，再把要求值的式子变形后整体代入，这种求式子值的方法称为整体代入法.

例 7 [中考·十堰] 当 $x=1$ 时，$ax+b+1$ 的值为 -2，则 $(a+b-1)(1-a-b)$ 的值为（　　）

A. -16　　B. -8

C. 8　　D. 16

解题秘方： 通过观察可以发现，把 $x=1$ 代入 $ax+b+1=-2$，可以得到 $a+b$ 的值，然后运用整体思想即可求解.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：当$x=1$时，$ax+b+1=a+b+1=-2$，则$a+b=-3$.

所以$(a+b-1)(1-a-b)$

$=(a+b-1)[1-(a+b)]$

$=(-3-1)\times[1-(-3)]$

$=-4\times4$

$=-16$.

答案：A

方法点拨：本题无法直接求出a，b的值，可将$a+b$看作一个整体，求出$a+b$的值，然后把要求值的式子转化为含有已知整体的形式，再代入求值.

专题七 数形结合思想

专题解读≫ 用数形结合思想解题时，注意把数和形结合起来，根据具体情形，把图形性质的问题转化为数量关系的问题，或者把数量关系的问题转化为图形性质的问题，使复杂问题简单化.

例8 有理数x，y在数轴上对应的点的位置如图2-4，试化简$|y-x|-3|y+1|-|x|$.



图2-4

解题秘方：依据x，y在数轴上对应的点的位置确定x，y的大小，在此基础上化简给出的式子.

解：根据数轴可知：$x>0$，$y<-1$，

所以$|y-x|=x-y$，$|y+1|=-1-y$，$|x|=x$.

所以$|y-x|-3|y+1|-|x|$

$=x-y+3+3y-x$

$=2y+3$.

方法点拨：本题运用了数形结合思想.解答此类题应先确定绝对值符号中式子的正负，再去绝对值符号.

好题必解 ☞答案见216页

题型1：整式的运算

1. 化简：$(2x^3-xyz)-2(x^3-y^3+xyz)+(xyz-2y^3)$.

2. 化简：$3(x-y)^2-4(x-y)+7(x-y)-6(x-y)^2$.

3. 已知$A=x^2-2x+1$，$B=2x^2-6x+3$. 求：

（1）$A+2B$；（2）$2A-B$.

4. 某同学做一道数学题：“两个多项式A，B，$B=4x^2-5x-6$，试求$A-B$.”这位同学把“$A-B$”看成“$A+B$”，结果求出答案是$7x^2-10x-12$，那么$A-B$的正确答案是多少?

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

题型 2：化简求值

5. 先化简，再求值：

$\frac{1}{4}(-4x^2+2x-8)-\left(\frac{1}{2}x-1\right)$，其中 $x=\frac{1}{2}$.

6. 已知单项式 a^xb^3 与 $-2ab^y$ 是同类项，求 $2x-y+(2y^2-x^2)-(x^2+2y^2)$ 的值.

7. 已知 $a^2-a-4=0$，求 $4a^2-2(a^2-a+3)-(a^2-a-4)-4a$ 的值.

8. 多项式 $(a-2)m^2+(b+1)mn-m+n-7$ 是关于 m，n 的多项式，若该多项式不含二次项，求 $3a+2b$ 的值.

9. 当 $x=1$ 时，ax^3+bx+4 的值为 0，求当 $x=-1$ 时，ax^3+bx+4 的值.

10. 已知 $|m+n-2|+(mn+3)^2=0$，求 $2(m+n)-2[mn+(m+n)]-3[2(m+n)-3mn]$ 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

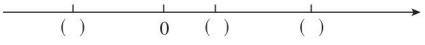
题型 3：整式与绝对值化简

11. 已知有理数 a，b，c 在数轴上对应的点的位置如图，试化简：$|a|-|a+b|+|c-a|+|b+c|$.



（第 11 题）

12. 已知有理数 $a<0$，$b>0$，$c>0$，且 $|b|<|a|<|c|$.



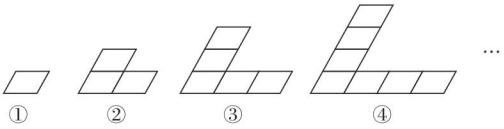
（第 12 题）

（1）如图，在数轴上将 a，b，c 三个数填在相应的括号中；

（2）化简：$|2a-b|+|b-c|-2|c-a|$.

题型 4：规律探索

13. 如图，第 1 个图形中一共有 1 个小平行四边形，第 2 个图形中一共有 3 个小平行四边形，第 3 个图形中一共有 5 个小平行四边形，…，则第 n 个图形中小平行四边形的个数是（　　）



（第 13 题）

A. $5n$　　B. n^2

C. n^2+n　　D. $2n-1$

14. 小明是个爱动脑筋的同学，在发现教材中用方框在月历中移动的规律后，突发奇想，将连续的偶数 2，4，6，8，…排成下表，并用一个十字框框住其中的五个数，请你仔细观察十字框中的数的规律，并回答下列问题：

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32	34	36	38	40
……				

（第 14 题）

（1）十字框中的五个数的和与中间的数 16 有什么关系？

（2）设中间的数为 x，用式子表示十字框中的五个数的和；

（3）若将十字框上下左右移动，可框住另外的五个数，这五个数的和能等于 2 021 吗？如果能，写出这五个数；如果不能，说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二章测试卷

☞答案见216页

（100分 60分钟）

一、选择题（每题3分，共30分）

1. 计算 $3a-2a$ 的结果正确的是（　　）

A. 1　　B. a　　C. $-a$　　D. $-5a$

2. 列式表示“比 m 的平方的3倍大1的数”是（　　）

A. $(3m)^2+1$　　B. $3m^2+1$

C. $3(m+1)^2$　　D. $(3m+1)^2$

3. 下列各组单项式中，不是同类项的是（　　）

A. $12a^3y$ 与 $\frac{2ya^3}{3}$　　B. $6a^2mb$ 与 $-a^2bm$

C. 23与32　　D. $\frac{1}{2}x^3y$ 与 $-\frac{1}{2}xy^3$

4. 下列运算：

（1）$-(-a-b)=a-b$；

（2）$5x-(2x-1)-x^2=5x-2x-1+x^2$；

（3）$3xy-\frac{1}{2}(xy-y^2)=3xy-\frac{1}{2}xy+y^2$；

（4）$(a^3+b^3)-3(2a^3-3b^3)=a^3+b^3-6a^3+9b^3$，

其中去括号不正确的是（　　）

A.（1）（2）

B.（1）（2）（3）

C.（2）（3）（4）

D.（1）（2）（3）（4）

5. 某企业今年1月份产值为 x 万元，2月份比1月份减少了10%，3月份比2月份增加了15%，则3月份的产值是（　　）

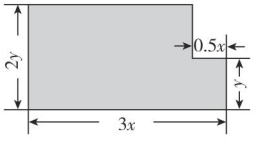
A.（1−10%）（1+15%）x 万元

B.（1−10%+15%）x 万元

C.（x−10%）（x+15%）万元

D.（1+10%−15%）x 万元

6. 如图，阴影部分的面积是（　　）



（第6题）

A. $\frac{11}{2}xy$　　B. $\frac{13}{2}xy$　　C. $6xy$　　D. $3xy$

7. 一个多项式 A 与多项式 $B=2x^2-3xy-y^2$ 的和是多项式 $C=x^2+xy+y^2$，则 A 等于（　　）

A. $x^2-4xy-2y^2$　　B. $-x^2+4xy+2y^2$

C. $3x^2-2xy-2y^2$　　D. $3x^2-2xy$

8. 多项式 $\frac{1}{2}x^{|n|}-(n+2)x+7$ 是关于 x 的二次三项式，则 n 的值是（　　）

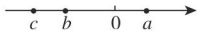
A.2　　B.−2

C.2或−2　　D.3

9. 若 $2y^2+3y+7$ 的值为8，则 $4y^2+6y-9$ 的值为（　　）

A. 2　　B. −17　　C. −7　　D. 7

10. 已知 a，b，c 是三个有理数，它们对应的点在数轴上的位置如图，则化简 $|a-b|+|c-a|-|b+c|+(c-a)$ 的结果是（　　）



（第10题）

A.$3a-c$　　B.$-2a+c$

C.$a+c$　　D.$-2b-c$

二、填空题（每题3分，共18分）

11. 请你结合生活实际，设计具体情境，解释式子 $\frac{30}{a}$ 的意义：_____.

12. 请你写出一个单项式，使它的系数为 -1，次数为3：_____.

13. 多项式 $5x^2-7x^2y-6x^2y^2+6$ 是____次_____项式.

14. 若单项式 $2x^2y^m$ 与 $-3x^ny^3$ 能合并，则 $m+n=$_____.

15. 学校餐厅有 $10a$ 桶花生油，周一用去 $1.5a$ 桶，周二用去 $3.5a$ 桶，周三运进 $7a$ 桶，现在还有_____桶花生油.

16. 如图是由◇平移后得到的图案，按图中规律，第20个图案中，◇的个数是_____.



（第16题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、解答题（共 52 分）

17.（6 分）合并下列同类项：

（1）$4a^2-3b^2+2ab-4a^2-3b^2+5ba$；

（2）$5xy+3y^2-3x^2-xy+4xy+2x^2-x^2+3y^2$.

18.（6 分）化简：

（1）$(5a-3a^2+1)-(4a^3-3a^2)$；

（2）$-2(ab-3a^2)-[2b^2-(5ab+a^2)+2ab]$.

19.（8 分）先化简，再求值：

$3(2x^2-3xy-5x-1)+6(-x^2+xy-1)$，其中 x，y 满足 $(x+2)^2+\left|y-\frac{2}{3}\right|=0$.

20.（10 分）已知多项式 $2x^2+my-12$ 与多项式 nx^2-3y+6 的差中不含有 x，y，求 $m+n+mn$ 的值.

21.（10 分）老师让同学们想一个数，然后将这个数按以下步骤操作：



老师能立刻说出同学们想的那个数.

（1）如果小明想的数是 -1，那么他告诉老师的结果应该是_____；

（2）如果小聪想了一个数并告诉老师结果为 93，那么小聪想的那个数是_____；

（3）进行了多次尝试，老师都能立刻说出他们想的那个数，请你说出其中的奥妙.

22.（12 分）如图，用火柴棒按下列方式搭三角形：



（第 22 题）

（1）填表：

三角形个数	1	2	3	4	…
火柴棒根数					…

（2）当三角形的个数为 n 时，火柴棒的根数是多少？

（3）求当 $n=1\,000$ 时，火柴棒的根数是多少.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

参考答案及点拨

第一章 有理数

1.1 正数和负数

【两年模拟兵法】

1. A **2.** C **3.** C

4. B **点拨:** 因为 $45+0.03=45.03$(mm), $45-0.04=44.96$(mm),所以零件直径的合格范围需满足44.96 mm≤零件的直径≤45.03 mm. 因为44.9 mm不在该范围之内,所以不合格的是B. 故选B.

5. (1)× (2)√ (3)× (4)√

点拨: (1)非负数是指正数和0;(2)非正数是指负数和0;(3)$+a$不一定是正数,$-a$不一定是负数;(4)$+1.8$前的"+"号可以省略不写.

6. $-\frac{14}{5}$; $\frac{17}{6}$; $\frac{6\,059}{2\,020}$

7. **解:** (1)$+100$; $-2\,019$;

(2)正数和负数都有1 010个;

(3)根据排列规律,2 021不在这一列数中,理由略.

8. **解:** (1)$27+2+2.5-1=30.5$(元).

答: 每股是30.5元.

(2)$27+2+2.5=31.5$(元).

答: 本周最高收盘价是每股31.5元.

(3)本周四收盘时,每股$27+2+2.5-1-1.5=29$(元),则共卖$29\times1\,000=29\,000$(元),盈利$29\,000-27\times1\,000=2\,000$(元).

1.2 有理数

1.2.1 有理数

【两年模拟兵法】

1. B **2.** C **3.** B

4. 7;4;2;2 **点拨:** 3,2,0.97,9,$\frac{2}{3}$,85,1是正数;-5,$-\frac{1}{2}$,-0.21,-6是负数;0.97,$\frac{2}{3}$是正分数;$-\frac{1}{2}$,-0.21是负分数.

5. (1)答案不唯一,如$-\frac{1}{2}$等;

(2)答案不唯一,如2等;

(3)答案不唯一,如$\frac{1}{2}$等.

6. $-\frac{1}{200}$ **点拨:** $1+2+3+\cdots+19=190$, $190+10=200$,即第20行从左到右第10个数的分母是200. 又因为分母为偶数的是负数,所以第20行从左到右第10个数是$-\frac{1}{200}$.

7. **解:** 正数集合:$\left\{1,6,+3\frac{1}{4},\frac{3}{100},2\,019,\cdots\right\}$;

负分数集合:$\left\{-8\frac{2}{3},-2.25,-10\%,-0.01,\cdots\right\}$;

非负整数集合:{1,6,0,2 019,…}.

8. **解:** $C=\{-6,-910,0,-14\}$,C中的数属于非正整数.

9. **解:** (1)负数有$-8\frac{2}{3}$,-100,-4.11,-0.1,$-\frac{7}{8}$,-16%,-26,故小王的座位号是7,正整数有5,50,$+1\,000$,故小李的座位号是3;

(2)$2\times7+4\times3=26$,即到了26名同学.

1.2.2 数轴

【两年模拟兵法】

1. C **点拨:** A中单位长度不统一,B中没有原点,D中没有正方向.

2. C **点拨:** A点在原点的左侧,表示的数是负数,故排除A. A点距离原点不足2个单位长度,故排除B. A点更靠近表示-2的点,故选C.

3. D

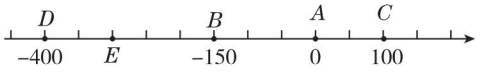
4. D **点拨:** A点可为表示$+2$或-2的点,若A点为表示$+2$的点,则满足条件的数为5或-1;若A点为表示-2的点,则满足条件的数为-5或1.

5. A

6. **解:** (1)规定向东为正方向,A,B,C,D的位置如图所示.

(2)小红从邮局出发,以每分钟25 m的速度往图书馆的方向走了16 min,其路程为$25\times16=400$(m). 由图可知C,D之间的距离为500 m,故此时小红在学校与图书馆之间的E处(如图),距图书馆100 m,距学校150 m.

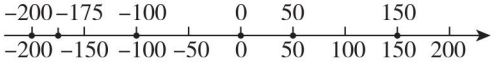
关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料



(第6题)

点拨:我们把小红行走的路程想象成点在数轴上移动的过程,使问题化难为易. 在确定数轴的单位长度时,单位长度可长可短,但整体要保持一致.

7. 解:如图.



(第7题)

8. 解:点 A 表示 -4,点 B 表示 1.5,点 C 表示 0,点 D 表示 -1.5,点 E 表示 4.

9. 解:(1)2

(2)① -3

②A 点表示的数是 -3.5,B 点表示的数是 5.5.

1.2.3 相反数

【两年模拟兵法】

1. A **2.** C **3.** D

4. C **5.** B **6.** C **7.** -3.5; -10; 0 **8.** 3

9. 解:(1) $-(+4)=-4$.

(2) $-(-7.1)=7.1$.

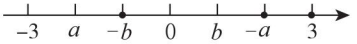
(3) $-[+(-5)]=5$.

(4) $-[-(-8)]=-8$.

10. 解:由题意得 $2m+1=9$,

解得 $m=4$,所以 m 的值为 4.

11. 解:如图.

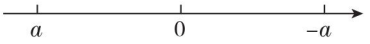


(第11题)

12. 解:(1)点 C 表示的数是 -1.

(2)点 C 表示的数是 0,其他点表示的数分别是 A: -2; B: 4; D: -5; E: -4.

13. 解:(1)如图.



(第13题)

(2) -10.

(3)5 或 15.

1.2.4 绝对值

【两年模拟兵法】

1. A **2.** D **3.** A **4.** A

5. D **6.** D **7.** C

8. $a-3$; $a-3$ **点拨**:由 $a>3$ 得 $a-3$ 为正数,其绝对值是它本身. $a-3$ 与 $3-a$ 互为相反数,它们的绝对值相等.

9. 3, -3, 4, -4, 5, -5 **点拨**:在原点右侧有 3,4,5 符合题意,在原点左侧有 -3, -4, -5 符合题意.

10. 3; 6

11. 解:画数轴表示略,大小关系为:

$$-4<-2\frac{1}{2}<0<4<4\frac{1}{2}.$$

12. 解:由题意,得 $a=\pm5$, $b=\pm3$.

因为 $a<b$,

所以 $a=-5$, $b=-3$ 或 $b=3$.

13. 解:(1)小李在送最后一名乘客时行车里程最远.

(2)总里程为 $|+15|+|-3|+|+14|+|-11|+|+10|+|+4|+|-26|=83$(km).

$83\times0.1=8.3$(L).

故这天下午汽车共耗油 8.3 L.

14. 解:(1)1 号、3 号、4 号符合要求.

(2)因为 $|+0.018|<|-0.021|<|+0.031|$,

所以 3 号零件的质量最好.

1.3 有理数的加减法

1.3.1 有理数的加法

【两年模拟兵法】

1. A **点拨**:本题考查了有理数的加法运算,关键是掌握有理数的加法法则.

2. D **3.** C **4.** 4 **5.** $-1\,010$

6. $b<-a<a<-b$

7. 解:(1)原式 $=(24+7)+[(-15)+(-20)]=31+(-35)=-4$.

(2)原式 $=[18+(-18)]+[(-12)+12]=0$.

(3)原式 $=\left(1\frac{3}{7}+2\frac{4}{7}\right)+\left[\left(-2\frac{1}{3}\right)+\left(-1\frac{2}{3}\right)\right]=4+(-4)=0$.

(4)原式 $=(0.36+0.14+0.5)+[(-7.4)+(-0.6)]=1+(-8)=-7$.

8. 解:$1.2+(-0.4)+1+0+(-1.1)+(-0.5)+0.3+0.5+(-0.6)+(-0.9)=-0.5$(千克),

所以这 10 袋大米总计不足 0.5 千克.

10 袋大米的总质量是 $50\times10+(-0.5)=499.5$(千克).

9. 解:点 D. 理由:若点 C 为原点,则 A 表示 1,B 表示 6,则 $2b+a=13$;若点 A 为原点,则 A 表示 0,B

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

表示5，则$2b+a=10$；若点D为原点，则A表示-2，B表示3，则$2b+a=4$；若点B为原点，则A表示-5，B表示0，则$2b+a=-5$. 故点D为原点.

1.3.2 有理数的减法

【两年模拟兵法】

1. A **2.** D **3.** A **4.** D **5.** -3 **6.** 0.6 **7.** 1.1

8. 解：(1)原式$=\left[(-4)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\left[2\frac{2}{3}+\left(-3\frac{2}{3}\right)\right]$

$=\left(-4\frac{1}{2}\right)+(-1)$

$=-5\frac{1}{2}$.

(2)原式$=-5.5+3.2+2.5+4.8$

$=(-5.5+2.5)+(3.2+4.8)$

$=-3+8$

$=5$.

9. 解：(1)由题意知$x=-5$，

所以$y=x-(-7)=2$.

所以$x-(-y)=x+y=-5+2=-3$.

(2)乙数$=-2\,020-(-7)=-2\,013$.

10. 解：(1)$a-b$是正的. (2)$a-c$是正的.

(3)$c-b$是负的.

11. 解：(1)根据题意得：

$-0.6-(-0.4)=-0.6+0.4=-0.2$(百万元)，

则三月份乙商场比甲商场多亏损0.2百万元.

(2)根据题意得：

$0.2-(-0.1)=0.2+0.1=0.3$(百万元)，

则六月份甲商场比乙商场多盈利0.3百万元.

(3)根据题意得：

$0.8+0.6-0.4-0.1+0.1+0.2=1.2$(百万元)，

$1.3+1.5-0.6-0.1+0.4-0.1=2.4$(百万元)，

则甲、乙两商场上半年分别盈利1.2百万元和2.4百万元.

12. 解：(1)$AB=1$.

(2)AC，CF，BD，DE.

(3)±3.

1.4 有理数的乘除法

1.4.1 有理数的乘法

【两年模拟兵法】

1. C **2.** D **3.** A **4.** C **5.** A

6. > 点拨：因为$x<0$，$y<0$，所以$x+y<0$，又$x<y$，所以$x-y<0$，所以$(x+y)(x-y)>0$.

7. $-\frac{15}{2}$ 点拨：因为$a_1=-2$，所以$a_2=\frac{1}{1-(-2)}=\frac{1}{3}$，$a_3=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{3}{2}$，$a_4=\frac{1}{1-\frac{3}{2}}=-2$，…

所以这个数列以-2，$\frac{1}{3}$，$\frac{3}{2}$依次循环，且$a_1+a_2+a_3=-2+\frac{1}{3}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{6}$，

因为$100\div3=33\cdots\cdots1$

所以$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{100}=\left(-\frac{1}{6}\right)\times33+(-2)=-\frac{15}{2}$.

8. -106 点拨：设田字格中四个区域的数分别为A，B，C，D，如图，由前两个田字格可发现，A，B，D都为负数，观察A，B，C可得，这三个数的绝对值是三个连续的奇数，而D是A，B两数的和与C的积，所以$a=-7$，$b=9$，$c=[-5+(-7)]\times9=-108$，所以$a+b+c=-7+9+(-108)=-106$.

A	B
C	D

（第8题）

9. 解：(1)原式$=2\times3\times4\times1=24$.

(2)原式$=-5\times5\times5\times2=-250$.

(3)原式$=-\frac{3}{7}\times\frac{4}{5}\times\frac{7}{12}=-\frac{1}{5}$.

(4)原式$=0$.

10. 解：(1)原式$=\frac{5}{11}\times\frac{8}{13}\times\frac{11}{5}\times\frac{3}{4}=\left(\frac{5}{11}\times\frac{11}{5}\right)\times\left(\frac{8}{13}\times\frac{3}{4}\right)=\frac{6}{13}$.

(2)原式$=5\times\left(-7\frac{1}{3}\right)+7\times\left(-7\frac{1}{3}\right)-12\times\left(-7\frac{1}{3}\right)=(5+7-12)\times\left(-7\frac{1}{3}\right)=0$.

(3)原式$=\left[\frac{1}{16}+(-70)\right]\times(-8)=\frac{1}{16}\times(-8)+(-70)\times(-8)=-\frac{1}{2}+560=559\frac{1}{2}$.

11. 解：原式$=\frac{3}{2}\times\frac{5}{4}\times\frac{7}{6}\times\cdots\times\frac{21}{20}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\cdots\times\frac{20}{21}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$=\left(\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}\right)\times\left(\frac{7}{6}\times\frac{6}{7}\right)\times\cdots\times\left(\frac{21}{20}\times\frac{20}{21}\right)$

$=1\times1\times1\times\cdots\times1$

$=1.$

12. 解:(1)①$3\☆5=3\times\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$;

②$-4\☆3=-4\times\frac{1}{3}=-\frac{4}{3}$;

③$(1\☆2)\☆3=\left(1\times\frac{1}{2}\right)\☆3=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$;

④$1\☆(2\☆3)=1\☆\left(2\times\frac{1}{3}\right)=1\☆\frac{2}{3}=1\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$.

(2)相等.

理由:因为$7\☆(-7)=7\times\left(-\frac{1}{7}\right)=-1$,$-7\☆7=-7\times\frac{1}{7}=-1$,

所以$7\☆(-7)=-7\☆7$.

1.4.2 有理数的除法

【两年模拟兵法】

1. D 点拨:两数相除,同号得正.

2. C

3. C 点拨:根据点A,B在数轴上的位置,可假设$a=2$,$b=-4$,则$b-a=-4-2=-6<0$,$a+b=2+(-4)=-2<0$,故结论甲正确,结论乙不正确;$|a|=|2|=2$,$|b|=|-4|=4$,因为$2<4$,所以$|a|<|b|$,故结论丙正确;$\frac{b}{a}=\frac{-4}{2}=-2<0$,故结论丁不正确.综上可知,答案为C.

4. $-\frac{2}{3}$

5. ±1 点拨:因为$|m|=3$,$|n|=2$,所以$m=\pm3$,$n=\pm2$.又因为$\frac{m}{n}<0$,所以m与n异号,所以$m=3$,$n=-2$或$m=-3$,$n=2$.当$m=3$,$n=-2$时,$m+n=1$;当$m=-3$,$n=2$时,$m+n=-1$,所以答案为±1.

6. 解:(1)原式$=-\frac{125}{5}=-25$;

(2)原式$=-\frac{4}{36}=-\frac{1}{9}$;

(3)原式$=\frac{3}{\frac{1}{2}}=3\times2=6$;

(4)原式$=\frac{5}{42}$.

7. 解:(1)$(-5)\div\left(-1\frac{2}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\left(-2\frac{1}{4}\right)\div7$

$=-5\times\frac{7}{9}\times\frac{4}{5}\times\frac{9}{4}\times\frac{1}{7}$

$=-1.$

(2)$-3\frac{1}{3}\times\left(-\frac{8}{35}\right)+\frac{2}{27}\div\frac{7}{9}-\frac{2}{3}$

$=-\frac{10}{3}\times\left(-\frac{8}{35}\right)+\frac{2}{27}\times\frac{9}{7}-\frac{2}{3}$

$=\frac{16}{21}+\frac{2}{21}-\frac{14}{21}$

$=\frac{4}{21}.$

8. 解:因为x,y互为相反数,所以$x+y=0$.

因为a,b互为倒数,所以$ab=1$.

因为m的绝对值是1,即$|m|=1$,

所以$m=\pm1$.

所以原式$=0+3\times1-m=3-m$,

当$m=1$时,原式$=2$;

当$m=-1$时,原式$=4$.

9. 解:因为a,b都不为0,所以可分三种情况讨论:

①a,b同为正数,则原式$=1+1+1=3$.

②a,b同为负数,则原式$=-1-1+1=-1$.

③a,b异号,不妨设$a>0$,$b<0$,则原式$=1-1-1=-1$.

综上可知原式的值是3或-1.

10. 解:(1)原式$=3-6-9=-3-9=-12$;

(2)因为$1\div2\times6=3$,所以$3\□9=-6$,所以□内的符号是$-$.

(3)-20.

1.5 有理数的乘方

1.5.1 乘方

【两年模拟兵法】

1. C 点拨:①中$3^2=3\times3$,④中$-2^4=-(-2)^4$,⑤中$(3+2)^2=5^2=25$,$3^2+2^2=13$.故①④⑤中的等式不成立,②③⑥中的等式成立,所以选C.

2. C **3.** C **4.** B **5.** C **6.** B

7. $c<a<b$ 点拨:$a=-2\times9=-18$,$b=(-6)^2=36$,$c=-6^2=-36$.

8. 7

9. 55^2(或3 025) 点拨:因为$1^3=1^2$,$1^3+2^3=(1+2)^2=3^2$,$1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2=6^2$,$1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2=10^2$,所以$1^3+2^3+$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$3^3+\cdots+10^3=(1+2+3+\cdots+10)^2=55^2$.

10. 解:(1)原式 $=-8\times8-8\times\frac{1}{8}+8\times8$

$=-64-1+64$

$=-1$.

(2)原式 $=-8-\frac{1}{6}\times5+\frac{1}{6}\times(-9)$

$=-8-\frac{1}{6}\times(5+9)$

$=-8-\frac{1}{6}\times14$

$=-\frac{31}{3}$.

(3)原式 $=-16\div\frac{4}{9}-\frac{9}{2}\times\frac{1}{6}-\frac{1}{4}$

$=-16\times\frac{9}{4}-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

$=-36-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

$=-37$.

(4)原式 $=-8+(-3)\times(16-2)-9\times(-2)$

$=-8-3\times14+18$

$=-32$.

11. 解:由已知得 $a+b=0$,又 $a\neq0$,所以 $\frac{b}{a}=-1$,

由已知得 $cd=1$,$|e|=6$,即 $e=\pm6$,所以 $e^2=36$.

所以原式 $=2(a+b)-6cd+\frac{b}{a}+e^2=2\times0-6\times1+(-1)+36=29$.

12. 解:令 $S=1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,020}$,

等式两边同时乘3,得 $3S=3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,021}$.

两式相减,得 $2S=3^{2\,021}-1$.

所以 $S=\frac{3^{2\,021}-1}{2}$.

1.5.2 科学记数法

1.5.3 近似数

【两年模拟兵法】

1. B

2. C 点拨:110 000 元 $=1.1\times10^5$ 元.

3. C **4.** B

5. 解:(1)$3.5\times10^6=3\,500\,000$;

(2)$1.2\times10^5=120\,000$;

(3)$-9.3\times10^4=-93\,000$;

(4)$-2.34\times10^8=-234\,000\,000$.

6. 解:(1)$0.003\,56\approx0.004$. (2)$5.896\,3\approx5.90$.

(3)$566.912\approx567$. (4)$0.059\,5\approx0.06$.

7. 解:(1)因为 $5.7>3.2$,所以 $-5.7<-3.2$,所以 $-5.7\times10^6<-3.2\times10^6$.

(2)因为 $10^9>10^8$,所以 $3.58\times10^9>4.23\times10^8$.

点拨:用科学记数法表示的数比较大小时,先看10的指数,再看 a 的值.

8. 解:(1)4.685×10^7; (2)4.8×10^7;

(3)$1.300\,0\times10^9$.

9. 解:两人测得的结果的意义不相同.

①精确度不同:1.1 m精确到0.1 m,而1.10 m精确到0.01 m.

②准确数的取值范围不同:1.1 m 的准确数 x 的取值范围为1.05 m$\leqslant x<$1.15 m. 1.10 m 的准确数 y 的取值范围为1.095 m$\leqslant y<$1.105 m.

点拨:精确度不同,准确数的取值范围也就不同.

10. 解:管理员的推断不对. 理由:因为考古一般只能测出一个大概的年限,考古学家说的80万年,只不过是一个近似数而已,管理员却错把它看成是一个精确数.

11. 解:$(8.2\times10^2)\times(3\times10^4)$

$=(8.2\times3)\times(10^2\times10^4)$

$=2.46\times10^7$(千克).

答:预计今年 A 地这种杂交水稻的总产量为 2.46×10^7 千克.

素养提分整合篇

【好题必解】

1. A **2.** A **3.** A **4.** B

5. 10;$\frac{5}{9}$;-0.17;$-4\frac{1}{4}$;10;$\frac{5}{9}$;0.17;$4\frac{1}{4}$;$-\frac{1}{10}$;$-\frac{9}{5}$;$\frac{100}{17}$;$\frac{4}{17}$

6. 解:(1)原式 $=-1-\left(-\frac{1}{8}\right)\div4=-1+\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}=-1+\frac{1}{32}=-\frac{31}{32}$.

(2)原式 $=-64+8+18=-38$.

(3)原式 $=-9\times\frac{1}{9}-(-8)\div\frac{1}{4}=-1+32=31$.

(4)原式 $=16\div(-8)-\left(-\frac{1}{8}\right)\times(-4)=(-2)-\frac{1}{2}=-2\frac{1}{2}$.

7. 解:(1)原式 $=-\frac{5}{31}\times\frac{2}{9}\times\frac{31}{15}\times\frac{9}{2}=$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$-\left(\frac{5}{31}\times\frac{31}{15}\right)\times\left(\frac{2}{9}\times\frac{9}{2}\right)=-\frac{1}{3}\times1=-\frac{1}{3}$.

(2)原式 $=0.7\times\left(19\frac{4}{9}+\frac{5}{9}\right)-14\times\left(2\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)=0.7\times20-14\times3=-28$.

(3)原式 $=\frac{1}{2}\times(-24)-\frac{5}{8}\times(-24)-\frac{1}{4}\times(-24)=-12+15+6=9$.

(4)原式 $=\frac{64}{9}\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{13}{4}\right)=-16\times\left(\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{13}{4}\right)=-16\times\frac{3}{2}+16\times\frac{9}{8}-16\times\frac{13}{4}=-24+18-52=-58$.

8. C **9**. D **10**. -15

11. **解**:(1)规定向东为正,向西为负,则 $4\times10+6\times(-7)=40+(-42)=-2$(km).

所以该出租车连续 10 次送客后停在出发点西边 2 km处.

(2)$4\times10+6\times7=82$(km).

所以该出租车一共行驶了 82 km.

12. D

13. **解**:因为 a,b 互为倒数,所以 $ab=1$.

因为 c,d 互为相反数,所以 $c+d=0$.

因为 e 的绝对值为 2,所以 $e=\pm2$.

所以 $e^2=(\pm2)^2=4$.

所以 $\frac{1}{2}ab+\frac{c+d}{5}+e^2=\frac{1}{2}+0+4=4\frac{1}{2}$.

14. **解**:因为 $|a|=8,|b|=5$,所以 $a=\pm8,b=\pm5$.

又因为 $a<b$,所以 $a=-8,b=\pm5$.

15. **解**:由题意,得 $|x-2|+(y+7)^2=0$,

因为 $|x-2|\geqslant0,(y+7)^2\geqslant0$,

所以 $|x-2|=0,(y+7)^2=0$.

解得 $x=2,y=-7$,所以 $y^x=(-7)^2=49$.

【第一章测试卷】

一、**1**. D **2**. B **3**. D **4**. C **5**. A **6**. B **7**. B

8. B **点拨**:由数轴可得 $a+b<0,ab<0$,则 $\frac{a+b}{ab}>0$,故选 B.

9. A

10. C **点拨**:因为 $a_1=0,a_2=-|a_1+1|=-1,a_3=-|a_2+2|=-1,a_4=-|a_3+3|=-2,a_5=-|a_4+4|=-2,a_6=-|a_5+5|=-3,a_7=-|a_6+6|=-3,a_8=-|a_7+7|=-4,\cdots$,所以 $a_{2\,020}=-1\,010$.

二、**11**. $-45°$ **12**. $-\frac{1}{27}$ **13**. 1 **14**. 25

15. 13 或 -3 **16**. 0

三、**17**. **解**:(1)正数集合:$\left\{+8.5,0.3,12,4\frac{1}{3},\cdots\right\}$;

(2)整数集合:$\{0,12,-9,-2,\cdots\}$;

(3)非正整数集合:$\{0,-9,-2,\cdots\}$;

(4)负分数集合:$\left\{-3\frac{1}{2},-3.4,-1.2,\cdots\right\}$.

18. **解**:(1)原式 $=2-45=-43$.

(2)原式 $=-1+0-0.5\times(-8)=-1+4=3$.

(3)原式 $=\left(100-\frac{1}{18}\right)\times9=100\times9-\frac{1}{18}\times9=900-\frac{1}{2}=899\frac{1}{2}$.

(4)原式 $=\frac{1}{2}\times(-24)+\frac{5}{6}\times(-24)-\frac{7}{12}\times(-24)=-12-20+14=-18$.

19. **解**:(1)$2.5-(-3)=5.5$(千克),故最重的一筐比最轻的一筐重 5.5 千克;

(2)$1\times(-3)+4\times(-2)+2\times(-1.5)+3\times0+1\times2+8\times2.5=8$(千克),故 20 筐白菜总计超过 8 千克;

(3)$2.6\times(25\times20+8)=1320.8\approx1321$(元),故这 20 筐白菜大约可卖 1321 元.

20. **解**:(1)-1. (2)0.5. (3)-9.

21. **解**:(1)第①行数是 $-3,(-3)^2,(-3)^3,(-3)^4,\cdots$,可知后面一个数是与它相邻的前面一个数乘 -3 得到的.

(2)第②行的每一个数是第①行相应的数除以 -3 得到的;第③行的每一个数是第①行相应的数加 1 得到的.

(3)$x=(-3)^{2\,018},y=(-3)^{2\,017},z=(-3)^{2\,018}+1$.

所以 $x+6y+z=(-3)^{2\,018}+6\times(-3)^{2\,017}+(-3)^{2\,018}+1=1$.

第二章 整式的加减

2.1 整式

【两年模拟兵法】

1. D **2**. B

3. B **点拨**:依题意,得 $0.5m+4+2=4$,

解得 $m=-4$.

4. C

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. $3a$,1;$3x^2$,$-2x$,13;$2a^2b$,$-3ab^2$,$4b^3$,-6;1;13;-6;1;2;3;一次二项式;二次三项式;三次四项式

点拨:(1)多项式的次数由最高次项的次数决定,而不是由所有字母的指数和决定,一定要把它与单项式的次数区分开;(2)多项式的"项"与"项数"是不同的概念,"项"是指组成多项式的单项式,包括它前面的符号;"项数"指项的个数.

6. 解:由题意可得$-\frac{a}{3}=-\frac{5}{9}$,所以$a=\frac{5}{3}$;

易知$|m|=4$,所以$m=\pm4$,

当$m=4$,$a=\frac{5}{3}$时,$3a+\frac{1}{2}m=3\times\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\times4=5+2=7$.

当$m=-4$,$a=\frac{5}{3}$时,$3a+\frac{1}{2}m=3\times\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\times(-4)=5-2=3$.

所以$3a+\frac{1}{2}m$的值为7或3.

方法规律:本题运用了定义法和分类讨论思想.根据单项式的次数为5,系数为$-\frac{5}{9}$,可得出a和m的值,进而分情况讨论可得出所求式子的值.

7. 解:单项式:$\{5x,3ab,y,8a^3x,-1,\cdots\}$;

多项式:$\left\{x-4,x+\frac{1}{3},\frac{x+y}{7},x^3+2x-2,\cdots\right\}$;

整式:$\left\{x-4,5x,3ab,y,x+\frac{1}{3},\frac{x+y}{7},x^3+2x-2,8a^3x,-1,\cdots\right\}$.

点拨:分母中含有字母的式子一定不是多项式,也不是单项式,所有的单项式和多项式都是整式.

8. 解:因为$(x-2)^2+|y+1|=0$,所以$x=2$,$y=-1$.

因为a,b互为相反数,c,d互为倒数,所以$a+b=0$,$cd=1$.

所以原式$=y^x-3(a+b)+2cd=(-1)^2-3\times0+2\times1=1+2=3$.

方法规律:本题先通过非负数的性质、相反数的性质、倒数的性质求出相关字母及式子的值,再利用代入(整体代入)法求出要求式子的值.

9. 解:该户居民7月份应缴纳水费$[20a+(63-20)b]$元,即$(20a+43b)$元.

点拨:在实际问题中,根据题意列式来反映数量关系,体现出含字母的式子在生产、生活中的作用.

10. 解:(1)这些单项式的系数的规律是$(-1)^n(2n-1)$.

(2)这些单项式的次数的规律是从1开始的连续自然数.

(3)第2 018个单项式是$4\,035x^{2\,018}$,第2 019个单项式是$-4\,037x^{2\,019}$.

(4)第n个单项式是$(-1)^n(2n-1)x^n$.

2.2 整式的加减

【两年模拟兵法】

1. D **2.** B **3.** A **4.** C

5. C **点拨:**将$x=1$代入式子$\frac{1}{2}ax^3-3bx+4$,得$\frac{1}{2}a-3b+4=7$,所以$\frac{1}{2}a-3b=3$.当$x=-1$时,$\frac{1}{2}ax^3-3bx+4=-\left(\frac{1}{2}a-3b\right)+4=-3+4=1$,故选C.

6. 2 **点拨:**对待求式进行变形,得原式$=3-(a^2+a)$,然后将$a^2+a=1$代入即可求解.

7. $6m+8n$ **点拨:**用含字母的式子表示出三角形的第二条边长为$3m+2n-m$,合并同类项后结果为$2m+2n$,然后求三条边长的和即可.

8. $\frac{3}{2}$ **点拨:**$3x^3-2x^2+3x+1+x^2-2mx^3+2x+3=(3-2m)x^3-x^2+5x+4$,因为$(3-2m)x^3-x^2+5x+4$是二次三项式,所以$3-2m=0$,故$m=\frac{3}{2}$.

9. $5-4a$ **点拨:**本题考查学生对绝对值的掌握情况.

10. 解:原式$=5x^2y-3xy^2-7x^2y+2xy^2$

$=-2x^2y-xy^2$.

当$x=2$,$y=-1$时,

原式$=-2\times2^2\times(-1)-2\times(-1)^2=8-2=6$.

11. 解:因为$(2x^2+my-12)-(nx^2-3y+6)=(2-n)x^2+(m+3)y-18$不含$x$,$y$,所以$n=2$,$m=-3$,

所以原式$=(-3)+2+(-3)\times2=-7$.

12. 解:因为$A-B=-5x^2+9x+12$,$B=4x^2-7x-6$,

所以$A=(-5x^2+9x+12)+(4x^2-7x-6)=-x^2+2x+6$.

所以$A+B=(-x^2+2x+6)+(4x^2-7x-6)=3x^2-5x$.

13. 解:由题图可知,$|c|>|a|>|b|$,且$a<0<b<c$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

所以$|a-c|=c-a$,$|b|=b$,$|b-a|=b-a$,$|b+a|=-a-b$,

所以原式$=c-a-b-(b-a)+(-a-b)$

$=c-a-b-b+a-a-b$

$=c-3b-a$.

14. 解:由题图可知$BA=2-x$,$BC=y-2$.

因为$BA=BC$,所以$2-x=y-2$,

所以$x+y=4$. 所以$4x+4y+30=46$.

方法规律:本题运用了数形结合思想和整体思想,通过观察数轴上A,B,C三点的位置,结合已知条件可得出x,y之间的关系式,最后在求值时,将所求式子经过适当变形后,运用整体代入的方法求解.

素养提分应用篇

【同类变式】

2. 解:(1)横排相邻的两个日期相差1.

(2)竖排相邻的两个日期相差7.

(3)从左上到右下的对角线上相邻的两个日期相差8.

(4)从右上到左下的对角线上相邻的两个日期相差6.

4-1. B **4-2.** 13

素养提分整合篇

【好题必解】

1. 解:原式$=2x^3-xyz-2x^3+2y^3-2xyz+xyz-2y^3$

$=-2xyz$.

2. 解:原式$=(3-6)(x-y)^2+(-4+7)(x-y)$

$=-3(x-y)^2+3(x-y)$.

3. 解:(1)$A+2B=x^2-2x+1+2(2x^2-6x+3)$

$=x^2-2x+1+4x^2-12x+6$

$=5x^2-14x+7$.

(2)$2A-B=2(x^2-2x+1)-(2x^2-6x+3)$

$=2x^2-4x+2-2x^2+6x-3$

$=2x-1$.

4. 解:由题意知:

$A+B=7x^2-10x-12$,$B=4x^2-5x-6$,

所以$A=(7x^2-10x-12)-(4x^2-5x-6)$

$=3x^2-5x-6$.

所以$A-B=(3x^2-5x-6)-(4x^2-5x-6)$

$=-x^2$.

5. 解:原式$=-x^2+\frac{1}{2}x-2-\frac{1}{2}x+1$

$=-x^2-1$.

当$x=\frac{1}{2}$时,原式$=-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=-\frac{5}{4}$.

6. 解:因为单项式a^xb^3与$-2ab^y$是同类项,

所以$x=1$,$y=3$.

所以原式$=2x-y+2y^2-x^2-x^2-2y^2=2x-y-2x^2=2\times1-3-2\times1^2=-3$.

7. 解:原式$=4a^2-2a^2+2a-6-a^2+a+4-4a$

$=a^2-a-2$.

因为$a^2-a-4=0$,所以$a^2-a=4$.

所以原式$=4-2=2$.

8. 解:由题意,得$a-2=0$,$b+1=0$,

解得$a=2$,$b=-1$.

所以$3a+2b=3\times2+2\times(-1)=4$.

9. 解:依题意,得$a+b+4=0$,所以$a+b=-4$,

从而$-a-b=4$. 当$x=-1$时,

$ax^3+bx+4=-a-b+4=4+4=8$.

10. 解:由已知条件知$m+n=2$,$mn=-3$,

原式$=2(m+n)-2mn-2(m+n)-6(m+n)+9mn=-6(m+n)+7mn=-12-21=-33$.

11. 解:由数轴可知$a<b<0$,$c>0$,$|c|<|b|$.

所以$|a|=-a$,$|a+b|=-a-b$,$|c-a|=c-a$,$|b+c|=-b-c$.

所以原式$=-a+a+b+c-a-b-c$

$=-a$.

12. 解:(1)从左到右依次填:a;b;c

(2)因为$a<0$,$b>0$,$c>0$,$|b|<|a|<|c|$,

所以$2a-b<0$,$b-c<0$,$c-a>0$.

所以原式$=-(2a-b)-(b-c)-2(c-a)$

$=-2a+b-b+c-2c+2a$

$=-c$.

13. D

14. 解:(1)十字框中的五个数的和为$6+14+16+18+26=80=16\times5$,即是16的5倍.

(2)十字框中的五个数的和为$(x-10)+(x+10)+(x-2)+(x+2)+x=5x$.

(3)不能,假设能框出满足条件的五个数,设中间的数为y,由(2)得$5y=2\,021$,所以$y=404.2$,但404.2不是整数,所以不能框住五个数,使它们的和等于2 021.

【第二章测试卷】

一、1. B **2.** B **3.** D

4. B **点拨:**$-(-a-b)=a+b$;$5x-(2x-1)-x^2=5x-2x+1-x^2$;$3xy-\frac{1}{2}(xy-y^2)=3xy-\frac{1}{2}xy+$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\frac{1}{2}y^2$;易知(4)去括号正确,所以去括号不正确的是(1)(2)(3).

5. A **6.** A **7.** B

8. A **点拨:** 因为$\frac{1}{2}x^{|n|}-(n+2)x+7$是关于$x$的二次三项式,所以$|n|=2$,且$n+2\neq 0$,所以$n=2$,故选A.

9. C

10. C **点拨:** 根据题中数轴得$c<b<0<a$,且$|a|<|b|<|c|$,所以$a-b>0$,$c-a<0$,$b+c<0$,则原式$=a-b+a-c+b+c+c-a=a+c$,

故选C.

二、11. 某班级有a名学生参加考试,30名学生成绩合格,则合格人数占参加考试的总人数的$\frac{30}{a}$(答案不唯一)

12. $-x^3$(答案不唯一)

13. 四;四 **14.** 5 **15.** $12a$ **16.** 800

三、17. 解: (1)原式$=-6b^2+7ab$.

(2)原式$=8xy+6y^2-2x^2$.

18. 解: (1)原式$=5a-3a^2+1-4a^3+3a^2$

$=-4a^3+5a+1$.

(2)原式$=-2ab+6a^2-2b^2+5ab+a^2-2ab$

$=7a^2+ab-2b^2$.

19. 解: 原式$=6x^2-9xy-15x-3-6x^2+6xy-6$

$=-3xy-15x-9$.

由$(x+2)^2+\left|y-\frac{2}{3}\right|=0$,得$x=-2$,$y=\frac{2}{3}$.

当$x=-2$,$y=\frac{2}{3}$时,

原式$=-3\times(-2)\times\frac{2}{3}-15\times(-2)-9=4+30-9=25$.

20. 解: $(2x^2+my-12)-(nx^2-3y+6)=(2-n)x^2+(m+3)y-18$,

因为差中不含有x,y,所以$2-n=0$,$m+3=0$.

所以$n=2$,$m=-3$.

故$m+n+mn=-3+2+(-3)\times 2=-7$.

21. 解: (1)4 (2)88

(3)设同学们想的数为a,则$\frac{3a-6}{3}+7=a+5$.

因此,老师只要用同学们告诉他的结果减去5,就得到同学们想的那个数.

22. 解: (1)3;5;7;9 (2)$2n+1$.

(3)当$n=1\ 000$时,火柴棒的根数是$2n+1=2\times 1\ 000+1=2\ 001$.

第三章 一元一次方程

3.1 从算式到方程

【两年模拟兵法】

1. B **2.** A **3.** C **4.** D

5. $9x-11=6x+16$

6. $-\frac{1}{3}$

7. 解: (1)将$x=6$分别代入方程的左边和右边,得

左边$=2\times 6-3=9$,右边$=5\times(6-3)=15$,

因为左边$\neq$右边,所以$x=6$不是方程的解.

将$x=4$分别代入方程的左边和右边,得

左边$=2\times 4-3=5$,右边$=5\times(4-3)=5$,

因为左边$=$右边,所以$x=4$是方程的解.

(2)将$x=3$分别代入方程的左边和右边,得

左边$=4\times 3+5=17$,右边$=8\times 3-3=21$,

因为左边$\neq$右边,所以$x=3$不是方程的解.

将$x=2$分别代入方程的左边和右边,得

左边$=4\times 2+5=13$,右边$=8\times 2-3=13$,

因为左边$=$右边,所以$x=2$是方程的解.

8. 解: (1)$2+3x=-x+6$,两边减2,得$3x=-x+4$.

两边加x,得$4x=4$.两边除以4,得$x=1$.

(2)$4x=-\frac{2x-6}{3}$,两边乘-3,得$-12x=2x-6$.

两边减$2x$,得$-14x=-6$.

两边除以-14,得$x=\frac{3}{7}$.

9. 解: 因为$y=1$是方程$my=y+2$的解,

所以$m=1+2=3$.

所以$m^2-3m+1=3^2-3\times 3+1=1$.

10. 解: (1)设这一天售出成人票x张,

则$10x+6(128-x)=912$.

(2)设原正方形花圃的边长为x m,

则$4(x+2)=28$.

11. 解: 由$x=2$是关于x的方程$2x-a=0$的解,得$a=4$,

由a是关于x的方程$3x+2=b$的解,得$b=14$,

所以$a-2b=4-2\times 14=-24$.

12. 解: (1)设甲班植树y棵.

由甲班植树的棵数比乙班多20%,

得$y=(1+20\%)x$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

由乙班植树的棵数比甲班的一半多 10 棵，得 $x=\frac{1}{2}y+10$，整理得 $y=2(x-10)$.

所以两个式子是 $(1+20\%)x$ 和 $2(x-10)$.

(2)由(1)可得 $(1+20\%)x=2(x-10)$.

3.2 解一元一次方程(一)——合并同类项与移项

【两年模拟兵法】

1. C **2.** C

3. B **点拨：**设乙现在的年龄为 x 岁，则甲现在的年龄为 $(x+15)$ 岁，5 年前甲的年龄为 $(x+10)$ 岁，乙的年龄为 $(x-5)$ 岁，可列方程 $x+10=2(x-5)$，解得 $x=20$.

4. D **点拨：**设框出的三个数中最上面的数为 x，则中间的数为 $x+7$，最下面的数为 $x+14$，

故三个数的和为 $x+x+7+x+14=3x+21$.

当 $3x+21=27$ 时，$x=2$；

当 $3x+21=51$ 时，$x=10$；

当 $3x+21=69$ 时，$x=16$；

当 $3x+21=72$ 时，$x=17$，但此种情况不存在.

故选 D.

5. 2 **点拨：**因为 $\frac{1}{4}a^{x+1}b^4$ 与 $9a^{2x-1}b^4$ 是同类项，所以 $x+1=2x-1$，移项，得 $x-2x=-1-1$，合并同类项，得 $-x=-2$，系数化为 1，得 $x=2$.

6. 50 **点拨：**设书包的原价是 x 元，根据题意，得 $x-0.8x=10$，合并同类项，得 $0.2x=10$，系数化为 1，得 $x=50$，所以书包的原价是 50 元.

7. 解：(1)$3x-5=10-2x$，移项，得 $3x+2x=10+5$.

合并同类项，得 $5x=15$. 系数化为 1，得 $x=3$.

(2)$\frac{1}{2}+\frac{3}{5}x=\frac{3}{5}+\frac{1}{2}x$，

移项，得 $\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}x=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}$.

合并同类项，得 $\frac{1}{10}x=\frac{1}{10}$.

系数化为 1，得 $x=1$.

8. 解：将 $x=1$ 代入方程 $2x+7x=m+6$，解得 $m=3$.

则原方程为 $2x-3=7x+6$，解得 $x=-\frac{9}{5}$.

9. 解：解方程 $x=2x-3m$ 得 $x=3m$.

解方程 $4x-2m=3x+1$ 得 $x=1+2m$.

由题意得 $1+2m=2\times3m$.

解得 $m=\frac{1}{4}$.

10. 解：设这个班共有 x 个小朋友，

根据题意可列方程 $2x+8=3x-12$，

解得 $x=20$.

答：这个班共有 20 个小朋友.

11. 解：设黑色皮块有 $3x$ 块，则白色皮块有 $5x$ 块.

根据题意可列方程 $3x+5x=32$，解得 $x=4$.

所以 $3x=12$，$5x=20$.

答：黑色皮块和白色皮块各有 12 块和 20 块.

12. 解：设这三个数分别为 x，$-4x$，$16x$，

可列方程 $x+(-4x)+16x=-13\,312$，

解得 $x=-1\,024$.

$-1\,024\times(-4)=4\,096$，

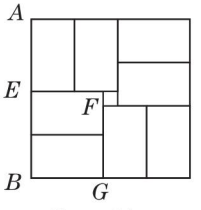
$-1\,024\times16=-16\,384$.

答：这三个数分别是 $-1\,024$，$4\,096$，$-16\,384$.

13. 解：如图，可知 $AB=AE+EB$，$EB=FG+2$.

设小长方形的长为 x，则 $AE=x$，$EB=x+2$，故可列方程 $x+x+2=22$，解得 $x=10$.

答：小长方形的长为 10.



（第 13 题）

3.3 解一元一次方程(二)——去括号与去分母

【两年模拟兵法】

1. B **2.** C **3.** $x=0$ 或 $x=1$

4. $7x-6x=300\times2-6$

5. 解：(1)$\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}+1$.

去分母，得 $2x-12=-3x+6$. 移项，得 $2x+3x=6+12$. 合并同类项，得 $5x=18$. 系数化为 1，得 $x=\frac{18}{5}$.

(2)$\frac{x}{3}-2=-\left(-\frac{x}{2}+1\right)$.

去括号，得 $\frac{x}{3}-2=\frac{x}{2}-1$. 去分母，得 $2x-12=3x-6$. 移项，得 $2x-3x=12-6$. 合并同类项，得 $-x=6$. 系数化为 1，得 $x=-6$.

(3)$\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}+1-1$.

化简，得 $\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}$. 去分母，得 $2x-12=-3x$. 移项，得 $2x+3x=12$. 合并同类项，得 $5x=12$. 系数化为 1，得 $x=\frac{12}{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 解:(1)去括号、合并同类项,得 $5x-45=0$,
移项,得 $5x=45$,
系数化为 1,得 $x=9$.
(2)去括号,得 $3x-9-10x+14=6-6x$,
移项,得 $3x-10x+6x=6+9-14$,
合并同类项,得 $-x=1$.
系数化为 1,得 $x=-1$.
(3)两边乘 6,得 $2(2x+1)-(10x+1)=6$.
去括号、移项、合并同类项,得 $-6x=5$.
系数化为 1,得 $x=-\frac{5}{6}$.
(4)根据分数的基本性质,得 $\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=1$.
两边乘 21,得 $30x-7(17-20x)=21$,
去括号、移项、合并同类项,得 $170x=140$,
系数化为 1,得 $x=\frac{14}{17}$.
(5)去括号,得 $\frac{x}{5}-1+3-x=1$.
移项,得 $\frac{x}{5}-x=1+1-3$.
合并同类项,得 $-\frac{4}{5}x=-1$.
系数化为 1,得 $x=\frac{5}{4}$.
(6)两边乘 9,得 $\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6\right]+8=9$.
移项、合并同类项,得 $\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6\right]=1$.
两边乘 7,得 $\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6=7$.
移项、合并同类项,得 $\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)=1$.
两边乘 5,得 $\frac{x+2}{3}+4=5$.
移项、合并同类项,得 $\frac{x+2}{3}=1$.
两边乘 3,得 $x+2=3$.
移项、合并同类项,得 $x=1$.

7. 解:根据这个同学的做法,将 $x=1$ 代入方程 $2(2x-a)=2x+1-1$,得 $a=1$.
代入原方程,得 $\frac{2x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}-1$,
解得 $x=-\frac{3}{2}$.

8. 解:由 $3x=\frac{x+1}{2}+2$,解得 $x=1$.
把 $x=-1$ 代入 $x+\frac{k}{3}=\frac{x-k}{2}$ 中,
得 $-1+\frac{k}{3}=\frac{-1-k}{2}$,解得 $k=\frac{3}{5}$.

9. 解:设无风时飞机飞行的速度为 x km/h.
根据题意可得 $5.5(x+24)=6(x-24)$,
解得 $x=552$.
则 $6\times(552-24)=3\ 168$(km).
答:A,B 两城市间的航程为 3 168km.

10. 解:设乙工程队每天掘进 x 米,则甲工程队每天掘进 $(x+2)$ 米,根据题意得 $3(x+2)+x=26$,解得 $x=5$,所以 $x+2=7$.
所以 $(146-26)\div(5+7)=10$(天).
答:甲、乙两个工程队还需联合工作 10 天.

3.4 实际问题与一元一次方程

【两年模拟兵法】

1. C **点拨:**设这套图书原价为 x 元,则可列方程 $0.8x+25=x$,解得 $x=125$,
所以买这套图书他实际用了 $125-25=100$(元).

2. A **点拨:**设他答对了 x 道题,则可列方程 $5x-(20-x)=76$,解得 $x=16$.

3. B

4. 250

5. 解:(1)每月用水量未超过 20 吨时,该户应交的水费为 $1.9x$ 元,超过 20 吨时,该户应交的水费为 $20\times1.9+(x-20)\times2.8=(2.8x-18)$(元).
(2)由题意可知该户 5 月份的用水量超过 20 吨,
设该户 5 月份用水 y 吨,
由题意可得 $2.8y-18=2.2y$,
解得 $y=30$.
答:该户 5 月份用水 30 吨.

6. 解:方法一:由题意可知,做 1 件上衣用 $\frac{3}{2}$ 米布料,做 1 条裤子用 1 米布料.
设 600 米布料能做 x 套学生服,
根据题意,得 $\frac{3}{2}x+x=600$,解得 $x=240$.
则 $\frac{3}{2}x=360$.
答:用 360 米布料做上衣,240 米布料做裤子,才能恰好配套. 共能生产 240 套.
方法二:设用 x 米布料做上衣,
则用 $(600-x)$ 米布料做裤子.
根据题意,得 $\frac{x}{3}\times2=\frac{600-x}{3}\times3$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解得 $x=360$.

则 $600-x=240$，$\frac{x}{3}\times2=240$.

答：用 360 米布料做上衣，240 米布料做裤子，才能恰好配套. 共能生产 240 套.

7. 解：设应该先安排 x 人做 2 h.

可列方程 $2x+4(x+3)=60\times\frac{4}{5}$，

解得 $x=6$.

答：应该先安排 6 人做 2 h.

8. 解：设九年级一班胜了 x 场，则负了 $(8-x)$ 场，

由题意可列方程 $2x+(8-x)=13$，

解得 $x=5$. 则 $8-x=3$.

答：九年级一班胜了 5 场，负了 3 场.

9. 解：(1)方案一：$0.95x$ 元；

方案二：$(0.9x+300)$ 元.

(2)方案一：$0.95\times5\,880=5\,586$(元)；

方案二：$0.9\times5\,880+300=5\,592$(元).

因为 $5\,586<5\,592$，所以方案一更省钱.

(3)当 $0.95x=0.9x+300$ 时，两种方案支出的金额相同，此时 $x=6\,000$.

答：当购买商品的金额为 6 000 元时，两种方案支出的金额相同.

10. 解：(1)150；240

(2)有这种可能，设小刚购买跳绳 x 根，

则 $25\times80\%\,x=25(x-2)-5$，解得 $x=11$.

答：小刚购买跳绳 11 根.

素养提分应用篇

【同类变式】

2. 解：(1)不能. 理由：$\frac{15\times3}{60}\times60=45$(分钟)，

45 分钟 >42 分钟.

答：这 8 人不都能及时到达飞机场.

(2)能. 理由：

方法一：设第二批人步行 x 千米，

依题意，得 $\frac{x}{5}=\frac{15+15-x}{60}$，

化简方程，得 $13x=30$，即 $x=\frac{30}{13}$.

所以 $\frac{\frac{30}{13}}{5}+\frac{15-\frac{30}{13}}{60}=\frac{35}{52}$(小时)，

$\frac{35}{52}$小时 $=40\frac{5}{13}$分钟 <42 分钟.

答：这 8 人都能及时到达飞机场.

方法二：设第二批人步行 x 小时，依题意，得 $5x+60x=15\times2$，即 $65x=30$.

所以 $x=\frac{6}{13}$，

所以 $\frac{6}{13}+\frac{15-5\times\frac{6}{13}}{60}=\frac{35}{52}$(小时)，

$\frac{35}{52}$小时 $=40\frac{5}{13}$分钟 <42 分钟.

答：这 8 人都能及时到达飞机场.

方法三：设这辆小汽车把 8 人都送到飞机场共用 x 小时，依题意，得 $(60+5)\left[x-\frac{1}{2}\left(x-\frac{15}{60}\right)\right]=15\times2$，

解得 $x=\frac{35}{52}$.

$\frac{35}{52}$小时 $=40\frac{5}{13}$分钟 <42 分钟.

答：这 8 人都能及时到达飞机场.

3. 解：设月初的进货价为 a 元，月初的利润率为 x，则月初的销售价为 $a(1+x)$ 元，月末的进货价为 $a(1-8\%)$ 元，销售价为 $a(1-8\%)(1+x+10\%)$ 元. 根据题意列方程得：

$a(1+x)=a(1-8\%)(1+x+10\%)$.

因为 $a>0$，两边同时除以 a，得 $1+x=(1-8\%)\cdot(1+x+10\%)$，解得 $x=15\%$.

答：月初的利润率是 15%.

素养提分整合篇

【好题必解】

1. 解：将 $y=3$ 代入方程 $6+\frac{1}{4}(m-y)=2y$，

得 $6+\frac{1}{4}(m-3)=6$.

解得 $m=3$.

将 $m=3$ 代入方程 $2m(x-1)=(m+1)(3x-4)$，

得 $6(x-1)=4(3x-4)$.

解得 $x=\frac{5}{3}$.

2. 解：根据该同学的做法，去分母，

得 $2x-1=x+a-2$. 解得 $x=a-1$.

因为 $x=2$ 是方程的解，所以 $a=3$.

把 $a=3$ 代入原方程，得 $\frac{2x-1}{3}=\frac{x+3}{3}-2$，

解得 $x=-2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 解：由 $2(x-1)=3m-1$，解得 $x=\frac{3m+1}{2}$.

由 $3x+2=-2(m+1)$，解得 $x=\frac{-2m-4}{3}$.

因为两个方程的解互为相反数，

所以 $\frac{3m+1}{2}+\frac{-2m-4}{3}=0$，即 $\frac{3}{2}m+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}m-\frac{4}{3}=0$.

移项，得 $\frac{3}{2}m-\frac{2}{3}m=-\frac{1}{2}+\frac{4}{3}$.

合并同类项，得 $\frac{5}{6}m=\frac{5}{6}$.

系数化为 1，得 $m=1$.

4. 解：(1) $\neq 1$；$=3$

(2)由(1)可知，方程为 $(m-1)x-3=0$，

则 $x=\frac{3}{m-1}$. 因为此方程的根为整数，所以 $\frac{3}{m-1}$ 为整数.

因为 m 为整数，所以 $m-1=-3,-1,1$ 或 3.

所以 $m=-2$ 或 0 或 2 或 4.

5. 解：(1)移项，得 $\frac{11}{9}x-\frac{2}{9}x=-\frac{5}{7}-\frac{2}{7}$，

合并同类项，得 $x=-1$.

(2)原方程可变形为 $y-0.5(y-1)=2-0.2(y+2)$，

去括号，得 $y-0.5y+0.5=2-0.2y-0.4$，

移项、合并同类项，得 $0.7y=1.1$，

系数化为 1，得 $y=\frac{11}{7}$.

(3)原方程可化为 $278(x-3)+463\times 2(x-3)-888\times 7(x-3)=0$，

逆用分配律，得 $(278+463\times 2-888\times 7)(x-3)=0$，

所以 $x=3$.

(4)去括号，得 $\frac{x}{4}-1-3-x=2$，移项、合并同类项，得 $-\frac{3}{4}x=6$.

所以 $x=-8$.

(5)将 $(x-9)$ 看成一个整体，去括号，得 $x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}(x-9)=\frac{1}{9}(x-9)$.

化简，得 $\frac{2}{3}x=0$，所以 $x=0$.

6. 解：设学校与农场的距离是 x 千米.

由题意，得 $\frac{x-2-4\times 1.5}{4}=\frac{4\times 1.5+(x-2)}{6}$.

解得 $x=32$.

答：学校与农场的距离是 32 千米.

7. 解：设十位上的数字是奇数 x，则个位上是 $x-2$，百位上是 $17-2x$.

依题意，得 $10\times(x-2)+x+10\times(17-2x)+x=110$.

解得 $x=5$. 则 $x-2=5-2=3$，$17-2x=17-2\times 5=7$.

答：这个三位数是 753.

8. 解：(1)因为 $2\ 000\times 90\%=1\ 800$(元) $>1\ 340$元，

所以购 1 340 元的商品未优惠.

又因为 $5\ 000\times 90\%=4\ 500$(元) $<4\ 660$ 元，

所以购 4 660 元的商品有两个等级优惠.

设其售价为 x 元，

依题意，得 $5\ 000\times 90\%+(x-5\ 000)\times 80\%=4\ 660$，

解得 $x=5\ 200$.

$1\ 340+5\ 200=6\ 540$(元).

所以若物品不打折，共需 6 540 元钱.

(2)共节省 $6\ 540-(1\ 340+4\ 660)=540$(元).

9. 解：(1)设原计划租用 x 辆 45 座客车.

根据题意，得 $45x+15=60(x-1)$.

解得 $x=5$. 则 $45x+15=45\times 5+15=240$.

答：这批游客的人数是 240 人，原计划租用 5 辆 45 座客车.

(2)租 45 座客车：$240\div 45=5$(辆)……15(人)，

所以需租 6 辆，租金为 $220\times 6=1\ 320$(元).

租 60 座客车：$240\div 60=4$(辆)，

所以需租 4 辆，租金为 $300\times 4=1\ 200$(元).

$1\ 200<1\ 320$.

答：租用 4 辆 60 座客车合算.

【第三章测试卷】

一、1. D **2.** B **3.** A **4.** B **5.** C

6. B **点拨**：由题意得 $3x+6+3x+2x=14$，解得 $x=1$.

7. C **点拨**：设这个队胜了 x 场，则平了 $(14-5-x)$ 场，根据题意，得 $3x+(14-5-x)\times 1+5\times 0=19$，解得 $x=5$，故选 C.

8. A **9.** B

10. C **点拨**：第一次购物显然没有超过 100 元，即在第一次消费 80 元的情况下，李明的实际购物

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

价钱只能是80元.

第二次购物消费252元,可能有两种情况,这两种情况下的付款方式不同(折扣不同):

①李明消费超过100元但不足300元,这时候他是按照9折付款的,设第二次实际购物价钱为x元,依题意有$x\times0.9=252$,解得$x=280$;

②李明消费超过300元,这时候他是按照8折付款的,设第二次实际购物价钱为y元,依题意有$y\times0.8=252$,解得$y=315$.

综上所述,在第二次消费252元的情况下,他的实际购物价钱可能是280元,也可能是315元,即李明两次购物的实际价钱为$80+280=360$(元)或$80+315=395$(元),若李明一次性购买,则应付款$360\times0.8=288$(元)或$395\times0.8=316$(元),故选C.

二、11. 4 **12.** 1 **13.** 2;3 **14.** 4

15. 20或25 **16.** 14

三、17. 解:(1)去括号,得$6-2x=-4x-20$,

移项,得$-2x+4x=-6-20$,

合并同类项,得$2x=-26$,

系数化为1,得$x=-13$.

(2)去分母,得$x-7-2(5x+8)=4$,

去括号,得$x-7-10x-16=4$,

移项,得$x-10x=7+16+4$,

合并同类项,得$-9x=27$,

系数化为1,得$x=-3$.

18. 解:设"□"里的数为m,

因为所给方程的解是$x=2$,所以$\frac{2+1}{2}-\frac{5\times2-m}{3}=-\frac{1}{2}$.

解得$m=4$.

所以"□"里的数为4.

19. 解:设该校有x间宿舍.

根据题意,得$5x+30=6x-20$.

解得$x=50$. 则$5x+30=280$.

答:该校有50间宿舍,有住校学生280人.

20. 解:设甲、乙一起做还需x小时才能完成工作.

根据题意,得$\frac{1}{6}\times\frac{30}{60}+\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{4}\right)x=1$.

解得$x=\frac{11}{5}$.

答:甲、乙一起做还需$\frac{11}{5}$小时才能完成工作.

21. 解:(1)设本地通话时间为x分钟时,两种计费方式收费一样多,依题意,得$20+0.1x=0.2x$.

解得$x=200$.

答:当本地通话时间为200分钟时,两种计费方式收费一样多.

(2)本地通话时间超过200分钟选择方式一合算,少于200分钟选择方式二合算.

第四章 几何图形初步

4.1 几何图形

【两年模拟兵法】

1. D **点拨:**本题考查了正方体的展开图,可根据正方体展开图的11种形式对各选项进行分析判断,即可得解.

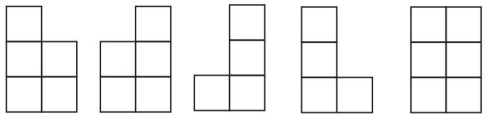
2. C **3.** C **4.** A **5.** B **6.** C **7.** D

8. 点动成线;线动成面;面动成体

9. C或E

10. 24

11. 解:



(第11题)

最少需要8个小正方体,最多需要11个小正方体.当所需小正方体的个数最少时,对应的立体图形有4种情况,从左面看到的图形分别为图①,图②,图③,图④.当所需小正方体的个数最多时,从左面看到的图形为图⑤.

12. 解:(1)18条棱,长度总和是$5\times12+4\times6=84$(cm). (2)侧面积:$4\times5\times6=120$(cm^2).

13. 解:因为长方体是由大小相同,颜色、花朵分布也完全相同的四个正方体拼成的,所以根据题图,可以确定出一个正方体各个面的颜色分布为:红色面对绿色面,黄色面对紫色面,蓝色面对白色面,所以可知长方体下底面从左到右依次是紫色、黄色、绿色、白色,再由表格中花的朵数可知长方体的下底面共有17朵花.

4.2 直线、射线、线段

【两年模拟兵法】

1. C **2.** D **3.** D **4.** C **5.** B

6. 2或8 **点拨:**由于A,B,C三点位置不确定,因此要分情况讨论.

7. 41.6

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

8. 解:(1)$AB=6-(-8)=14$.

(2)$(-8+6)\div2=-1$,即点 D 表示的数为 -1.

(3)当 C 在 A 的左边时,$x=6-8=-2$;当 C 在 A 的右边时,$x=6+8=14$.

9. 解:设 $AB=2x$,由 $AB:BC:CD=2:4:3$ 可得 $BC=4x$,$CD=3x$.

因为 $AB+BC+CD=AD$,

所以 $AD=2x+4x+3x=9x$.

因为 $CD=3x=6$,所以 $x=2$.

所以 $AD=9\times2=18$.

因为 M 为 AD 的中点,

所以 $MD=\frac{1}{2}AD=9$.

所以 $MC=MD-CD=9-6=3$.

点拨:本题根据线段之间的比例关系,设未知数列方程解答.

10. 解:$\frac{PA+PB}{PC}$的值不变.

因为点 C 为线段 AB 的中点,

所以 $BC=\frac{1}{2}AB$.

因为 $PA=AB+PB$,$PC=BC+PB$,

所以 $\frac{PA+PB}{PC}=\frac{AB+2PB}{BC+PB}=\frac{AB+2PB}{\frac{1}{2}AB+PB}=\frac{2\left(\frac{1}{2}AB+PB\right)}{\frac{1}{2}AB+PB}=2$.

11. 解:(1)由题意易知点 B 表示的数是 -8,设经过 t 秒,$BC=8$.

①当点 B 在点 C 左边时,$6t+8+2t=16-(-8)$,所以 $t=2$;

②当点 B 在点 C 右边时,$6t-8+2t=16-(-8)$,所以 $t=4$.

所以经过 2 秒或 4 秒,$BC=8$.

(2)当 $BC=8$ 时,点 B 表示的数是 4 或 16.

(3)存在.

因为点 P 在线段 AB 上,

所以 $0\leqslant PC\leqslant2$.

此时 $BD=CD=4$,且 $AP+3PC=AB+2PC=2+2PC$,

易知当 $PC=1$ 时,$BD=AP+3PC$,即 $\frac{BD-AP}{PC}=3$.

4.3 角

4.3.1 角

【两年模拟兵法】

1. D **点拨:**用一个大写字母表示角时,角的顶点处只能有一个角.

2. D

3. B **点拨:**$\angle A=32°18'=32°+18\times\left(\frac{1}{60}\right)°=32°+0.3°=32.3°$,所以 $\angle A=\angle C>\angle B$.

4. D **点拨:**选项 A 中,3 点时,时针与分针的夹角为 90°,3 点半时,时针与分针的夹角为 $2.5\times30°=75°$,所以选项 A 错误;选项 B 中,6 点 1 刻时,时针与分针的夹角为 $3\times30°+15\times0.5°=97.5°$,6 点 3 刻时,时针与分针的夹角为 $2\times30°+15\times0.5°=67.5°$,所以选项 B 错误;选项 C 中,9 点时,时针与分针的夹角为 90°,12 点 1 刻时,时针与分针的夹角为 $3\times30°-15\times0.5°=82.5°$,所以选项 C 错误;选项 D 中,3 点和 9 点时,时针与分针的夹角均为 90°,所以选项 D 正确.

5. 31;14;24 **点拨:**因为 $0.24\times60'=14.4'$,$0.4\times60''=24''$,所以 $31.24°=31°14'24''$.

6. 解:(1)能用一个大写字母表示的角是 $\angle B$.

(2)能用一个数字表示的角是 $\angle1$ 和 $\angle2$,$\angle1$ 可用 $\angle ABD$(或 $\angle ABC$ 或 $\angle ABE$ 或 $\angle B$)表示,$\angle2$ 可用 $\angle CAD$ 表示.

(3)以 D 为顶点且小于平角的角有 $\angle ADC$(或 $\angle ADE$)和 $\angle ADB$.

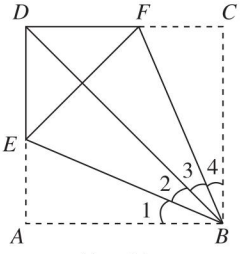
(4)以 A 为顶点的角有 $\angle BAD$,$\angle DAC$(或 $\angle2$)和 $\angle BAC$.

4.3.2 角的比较与运算

【两年模拟兵法】

1. C **2.** C

3. B **点拨:**因为四边形 $ABCD$ 是正方形,所以 $\angle ABC=90°$. 如图,根据折叠的性质,可得 $\angle1=\angle2=\frac{1}{2}\angle ABD$,$\angle3=\angle4=\frac{1}{2}\angle DBC$.



(第 3 题)

因为 $\angle1+\angle2+\angle3+\angle4=\angle ABC=90°$,

所以 $\angle2+\angle3=45°$,即 $\angle EBF=45°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

4. 60°53′ **点拨:**因为∠AMC = 54°48′,∠BMD = 64°19′,所以∠CMD = 180° − ∠AMC − ∠BMD = 180° − 54°48′ − 64°19′ = 60°53′.

5. 解:(1)53°39′38″ + 26°28′17″ = 80°7′55″.

(2)53°25′3″ × 5 = 53° × 5 + 25′ × 5 + 3″ × 5 = 265° + 125′ + 15″ = 267°5′15″.

点拨:度、分、秒分别计算再相加,注意"满 60 进 1"的原则.

6. 解:A,O,B 三点在同一条直线上.

因为 OD,OE 分别平分∠AOC 和∠BOC,

所以$\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC$,$\angle COE = \angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOC$.

因为∠DOE = ∠DOC + ∠EOC = 90°,

所以 ∠AOC + ∠BOC = 2∠DOC + 2∠EOC = 2∠DOE = 180°.

即∠AOB = 180°.

所以 A,O,B 三点在同一条直线上.

7. 解:设∠AOB 的度数为 x°.

因为 $\angle AOB = \frac{1}{2}\angle BOC$,$\angle COD = \angle AOD = 3\angle AOB$,

所以∠BOC = 2x°,∠COD = ∠AOD = 3x°.

因为∠AOB + ∠BOC + ∠COD + ∠AOD = 360°,

所以 $x + 2x + 3x + 3x = 360$.

解得 x = 40.

所以∠AOB = 40°,∠COD = 3 × 40° = 120°.

点拨:利用角与角之间的和差倍分关系,将相关的角用∠AOB(即 x°)表示出来,列方程求解.

8. 解:设∠AOB = x°,则∠BOC = 2∠AOB = 2x°.

因为∠AOC = ∠AOB + ∠BOC,

所以∠AOC = x° + 2x° = 3x°.

因为 OD 平分∠AOC,

所以$\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{3}{2}x$°.

由∠BOD = ∠AOD − ∠AOB = 14°,可得 $\frac{3}{2}x - x = 14$,

解得 x = 28. 所以∠AOB = 28°.

9. 解:(1)设∠BOD = x°.

因为 ∠AOC 的度数比 ∠BOD 的度数的 3 倍多 10°,

且∠COD = 90°,

所以 $x + (3x + 10) + 90 = 180$.

解得 x = 20,

所以∠BOD = 20°.

(2)因为 OE、OF 分别平分∠BOD、∠BOC,

所以$\angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOD$,$\angle BOF = \frac{1}{2}\angle BOC$.

所以 $\angle EOF = \angle BOF - \angle BOE = \frac{1}{2}(\angle BOC - \angle BOD) = \frac{1}{2}\angle COD = 45°$.

10. 解:(1)因为∠AOB 是直角,∠AOC = 40°,

所以∠BOC = ∠AOB + ∠AOC = 90° + 40° = 130°.

因为 OM 是∠BOC 的平分线,ON 是∠AOC 的平分线,所以$\angle MOC = \frac{1}{2}\angle BOC = 65°$,$\angle NOC = \frac{1}{2}\angle AOC = 20°$,

所以∠MON = ∠MOC − ∠NOC = 65° − 20° = 45°.

(2)当锐角∠AOC 的大小发生改变时,∠MON 的大小不发生改变. 理由如下:

因为 $\angle MON = \angle MOC - \angle NOC = \frac{1}{2}\angle BOC - \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2}(\angle BOC - \angle AOC) = \frac{1}{2}\angle AOB$,

∠AOB 是直角,度数不改变,所以 $\angle MON = \frac{1}{2}\angle AOB = 45°$.

4.3.3 余角和补角

【两年模拟兵法】

1. D **2.** C **3.** 2;3 **4.** 170;23;24

5. ①②④ **点拨:**∠β 的余角为 90° − ∠β,故①正确;因为∠α 和∠β 互补,且∠α > ∠β,所以∠α + ∠β = 180°,∠α > 90°,所以∠β = 180° − ∠α,所以∠β 的余角为 90° − (180° − ∠α) = ∠α − 90°,故②正确;因为∠α + ∠β = 180°,所以$\frac{1}{2}$(∠α + ∠β) = 90°,所以 ∠β 的余角为 $90° - \angle\beta = \frac{1}{2}(\angle\alpha + \angle\beta) - \angle\beta = \frac{1}{2}(\angle\alpha - \angle\beta)$,故③错误,④正确.

6. 解:方法一 设这个角为 x°,则它的余角为(90 − x)°,补角为(180 − x)°.

由题意可得$\frac{1}{3}(180 - x) - 10 = 90 - x$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

解得 $x=60$.

$90°-60°=30°$, $180°-60°=120°$.

所以这个角的余角为 30°, 补角为 120°.

方法二 设这个角的余角为 $y°$, 则这个角的补角为 $180°-(90°-y°)=90°+y°$.

由题意可得 $\frac{1}{3}(90+y)-10=y$,

解得 $y=30$.

$90°+30°=120°$.

所以这个角的余角为 30°, 补角为 120°.

点拨: 设出合适的未知数, 列方程求解, 方法一是间接设未知数; 方法二是直接设未知数.

7. 解: 由题意得, $\angle\alpha=\angle\beta-25°$, $\angle\alpha+\angle\beta=90°$,

所以 $\angle\beta-25°+\angle\beta=90°$,

解得 $\angle\beta=57.5°$, $\angle\alpha=57.5°-25°=32.5°$,

所以 $2\angle\alpha-\frac{1}{5}\angle\beta$

$=2\times32.5°-\frac{1}{5}\times57.5°$

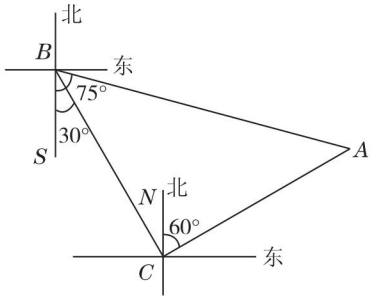
$=53.5°$.

8. 解: 如图, $\angle SBC=30°$, $\angle SBA=75°$,

所以 $\angle ABC=45°$, $\angle NCB=30°$.

因为 $\angle NCA=60°$, 所以 $\angle BCA=60°+30°=90°$,

所以 $\angle A=180°-\angle ABC-\angle BCA=180°-45°-90°=45°$.



(第 8 题)

9. 解: (1) $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 互补.

理由: 由题图得 $\angle AOD=\angle AOB+\angle BOD=\angle AOB+\angle COD-\angle COB$.

因为 $\angle AOB$ 和 $\angle COD$ 都是直角,

所以 $\angle AOB=\angle COD=90°$,

所以 $\angle AOD=90°+90°-\angle COB=180°-\angle COB$,

即 $\angle AOD+\angle COB=180°$.

所以 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 互补.

(2) 成立. 因为 $\angle AOB=\angle COD=90°$, $\angle AOB+\angle COB+\angle COD+\angle AOD=360°$,

所以 $\angle COB+\angle AOD=180°$,

所以 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$ 互补.

4.4 课题学习 设计制作长方体形状的包装纸盒(略)

素养提分整合篇

【好题必解】

1. D **2.** B

3. 解: (1) 6

(2) 答案不唯一, 如①$BC=CD+DB$; ②$AD=AB-DB$.

(3) 因为 C 为线段 AB 的中点, $AB=8$,

所以 $CB=\frac{1}{2}AB=4$. 所以 $CD=CB-DB=2.5$.

4. 解: 设 $BD=x$ cm, 则 $AB=3x$ cm, $CD=4x$ cm,

所以 $AC=6x$ cm.

因为点 E, F 分别为 AB, CD 的中点,

所以 $AE=\frac{1}{2}AB=1.5x$ cm, $CF=\frac{1}{2}CD=2x$ cm.

所以 $EF=AC-AE-CF=6x-1.5x-2x=2.5x$(cm).

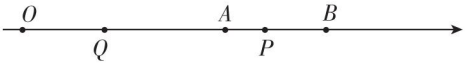
因为 $EF=10$ cm, 所以 $2.5x=10$. 解得 $x=4$.

所以 $AB=12$ cm, $CD=16$ cm.

5. 解: (1) $5-t$; $10-2t$

(2) 由题易知 $AB=5$, $OA=10$. 当 $t=2$ 时, $AP<5$, 即点 P 在线段 AB 上;

$OQ<10$, 即点 Q 在线段 OA 上, 如图:



(第 5 题)

此时 $PQ=OP-OQ=(OA+AP)-OQ=(10+t)-2t=10-t=8$.

(3) $PQ=|OP-OQ|=|(OA+AP)-OQ|=|(10+t)-2t|=|10-t|$.

因为 $PQ=\frac{1}{2}AB$, 所以 $|10-t|=2.5$.

解得 $t=7.5$ 或 $t=12.5$.

6. 解: (1) 因为 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互补,

所以 $\angle AOB+\angle BOC=180°$.

所以 $\angle BOC=180°-40°=140°$.

因为 OD 是 $\angle BOC$ 的平分线,

所以 $\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=70°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

（2）因为$\angle AOB$与$\angle BOC$互余，
所以$\angle AOB+\angle BOC=90°$.
所以$\angle BOC=90°-40°=50°$.
因为OD是$\angle BOC$的平分线，
所以$\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=25°$.

7. 解：（1）①因为$\angle AOC=60°$，
所以$\angle BOC=180°-\angle AOC=180°-60°=120°$.
因为OE平分$\angle BOC$，
所以$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times120°=60°$.
又因为$\angle COD=90°$，
所以$\angle DOE=\angle COD-\angle COE=90°-60°=30°$.

②$\angle DOE=\frac{1}{2}\alpha$.

（2）$\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOC$. 理由如下：
因为$\angle BOC=180°-\angle AOC$，$OE$平分$\angle BOC$，
所以$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}(180°-\angle AOC)$
$=90°-\frac{1}{2}\angle AOC$.
所以$\angle DOE=\angle COD-\angle COE$
$=90°-\left(90°-\frac{1}{2}\angle AOC\right)$
$=\frac{1}{2}\angle AOC$.

【第四章测试卷】

一、1. D **2.** D **3.** B **4.** A **5.** C **6.** C

7. D **点拨：**设$\angle COD=x$，因为OD平分$\angle BOC$，
所以$\angle BOD=\angle COD=x$，$\angle BOC=2x$.
又OC平分$\angle AOB$，所以$\angle AOC=\angle BOC=2x$，
所以$\angle AOB=4x$，所以$\angle COD=\frac{1}{4}\angle AOB$，$\angle AOD=\frac{3}{4}\angle AOB$，$\angle BOD=\frac{1}{4}\angle AOB$，$\angle BOC=\frac{2}{3}\angle AOD$，故选D.

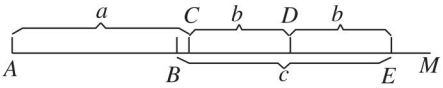
8. C **9.** B

10. C **点拨：**因为$\angle AOD=110°$，$\angle BOC=70°$，所以$\angle COD+\angle AOB=40°$. 又因为$\angle AOB=\angle COD$，所以$\angle AOB=\angle COD=20°$，所以$\angle AOC=\angle BOD=90°$，故①②正确；$\angle AOD-\angle AOC=\angle COD=\angle AOB$，故③正确；$\angle AOB=\frac{2}{9}\angle BOD$，故④不正确，所以正确的结论有3个.

二、11. 2；8；6 **12.** E、C **13.** -1
14. 75° **15.** 60° **16.** 145

三、17. 略.

18. 解：如图，线段AB即为所求的线段.



（第18题）

19. 解：因为D为BC的中点，$CD=18$ mm，
所以$BC=2CD=36$ mm.
因为$AB=48$ mm，$AC+BC=AB$，
所以$AC=AB-BC=48-36=12$(mm).

20. 解：设$DB=x$ cm，则$AD=\frac{5}{9}x$ cm，
所以$AB=\frac{14}{9}x$ cm.
因为$AC=\frac{9}{5}CB$，$AC+BC=AB$，
所以$CB=\frac{5}{14}AB=\frac{5}{14}\times\frac{14}{9}x=\frac{5}{9}x$(cm).
所以$CD=DB-CB=x-\frac{5}{9}x=\frac{4}{9}x$(cm).
因为$CD=4$ cm，所以$\frac{4}{9}x=4$，解得$x=9$.
所以$AB=\frac{14}{9}\times9=14$(cm).

21. 解：（1）因为$\angle AOB=120°$，OC平分$\angle AOB$，
所以$\angle AOC=\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOB=60°$.
因为OD、OE分别平分$\angle AOC$、$\angle COB$，
所以$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC=30°$，$\angle COE=\frac{1}{2}\angle COB=30°$.
所以$\angle DOE=\angle COD+\angle COE=30°+30°=60°$.
（2）因为OD、OE分别平分$\angle AOC$、$\angle COB$，
所以$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$，$\angle COE=\frac{1}{2}\angle COB$.
所以$\angle DOE=\angle COD+\angle COE=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle COB)=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120°=60°$.
（3）$\angle DOE=60°$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

教材习题参考答案及点拨

第一章 有理数

1.1 正数和负数

练习

1. 解:这三年我国全年平均降水量比上年的增长量分别为 +108.7 mm, −81.5 mm, +53.5 mm.

点拨:增加的量记为正数,减少的量记为负数,注意有单位时不要忽略单位.

2. 解:“又移动了 −1 m”表示又向左移动了 1 m;这时物体的位置记为 0 m.

点拨:向右移动记为正数,则向左移动记为负数;物体先向右移动 1 m,再向左移动 1 m,则回到了原出发点,故这时物体的位置记为 0 m.

练习

1. 解:读作:负一,二点五,正三分之四,零,负三点一四,一百二十,负一点七三二,负七分之二.

其中,正数有 2.5, $+\frac{4}{3}$, 120;负数有 −1, −3.14, −1.732, $-\frac{2}{7}$.

点拨:对数进行分类时,要注意 0 的特殊性,0 既不是正数也不是负数.

2. 向西走 60 m

点拨:向东走和向西走意义相反,如果把向东走记为正的,那么向西走就记为负的, −60 m 就表示向西走 60 m.

3. −3;0 **点拨**:水位升高和水位下降意义相反,水位没有变化就记作 0 m.

4. 126; −150 **点拨**:在用正负数表示温度时,零上温度一般记为正的,零下温度一般记为负的.

习题 1.1

1. 解:正数有 5, 0.56, $\frac{12}{5}$, +2;

负数有 $-\frac{5}{7}$, −3, −25.8, −0.000 1, −600.

2. 解:(1)0.08 m 表示水面高于标准水位 0.08 m, −0.2 m 表示水面低于标准水位0.2 m.

(2)水面低于标准水位 0.1 m 表示为 −0.1 m,水面高于标准水位 0.23 m 表示为 0.23 m.

点拨:用正负数表示具有相反意义的量时,规定一种量为正,则另一种和它意义相反的量为负.本题规定用正数表示水面高于标准水位的高度,那么就用负数表示水面低于标准水位的高度.

3. 解:“不是正数的数一定是负数,不是负数的数一定是正数”的说法错误. 因为 0 既不是正数也不是负数,所以不是正数的数是 0 或负数,即非正数,不是负数的数是 0 或正数,即非负数.

点拨:注意 0 的特殊性,0 既不是正数,也不是负数.

4. 解:“又移动 +5 m”表示该物体又向前移动 5 m,这时物体回到了它两次移动前的位置.

5. 解:(79.4 + 80.6 + 80.8 + 79.1 + 80 + 79.6 + 80.5) ÷ 7 = 80(m),

所以这七次测量的平均值是 80 m.

以平均值为标准,用正数表示超出部分,用负数表示不足部分,七次测得的数据对应的数分别是: −0.6 m, 0.6 m, 0.8 m, −0.9 m, 0 m, −0.4 m, 0.5 m.

6. 解:氢原子中的原子核所带的 1 个电荷表示为 +1,电子所带的 1 个电荷表示为 −1.

点拨:原子核和电子所带的电荷为两种相反的电荷,且规定原子核所带电荷为正电荷,就可以用正、负数来表示各量了.

7. 解:第二天 0 时的气温是 −1 ℃.

点拨:本题可以通过温度计模型或者在练习本上画出这个变化的过程来解答.

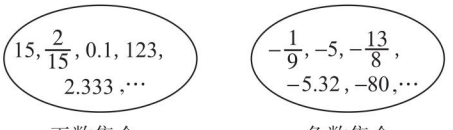
8. 解:由题意可知,中国、意大利的服务出口额增长了,美国、德国、英国、日本的服务出口额减少了. 意大利的增长率最高,日本的增长率最低.

点拨:用正、负数表示增长率时,正的增长率即为增长了,负的增长率即为减少了;负数去掉负号后数值越大表示减少得越多,所以日本的增长率最低.

1.2 有理数

练习

1. 解:如图.



正数集合　　负数集合

(第 1 题)

2. 解:正数有 +6, 1, $\frac{3}{5}$, $3\frac{1}{4}$, 0.63;

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

负数有 -15, -2, -0.9, -4.95;

整数有 -15, $+6$, -2, 1, 0;

分数有 -0.9, $\frac{3}{5}$, $3\frac{1}{4}$, 0.63, -4.95.

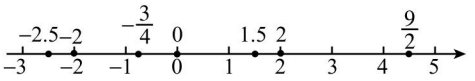
点拨:书写时要按从左到右的顺序依次进行,谨防遗漏. 有限小数和无限循环小数都是分数,书写分数时易因忽略上述小数而漏解.

练习

1. 解:点 A 表示 0,点 B 表示 -2,点 C 表示 1,点 D 表示 2.5,点 E 表示 -3.

点拨:在确定数轴上的点表示的数时,要先确定数的正、负,然后确定数值,最后写出该点表示的数.

2. 解:如图.



(第 2 题)

点拨:正确地画出数轴是解决此题的关键. 原点,正方向,单位长度是数轴的三要素,三者缺一不可.

3. 负;正

练习

1. 解:(1)不正确. (2)不正确. (3)正确. (4)正确.

点拨:相反数是成对出现的,单独一个数不能说是相反数.

2. 解:6 的相反数为 -6, -8 的相反数为 8, -3.9 的相反数为 3.9, $\frac{5}{2}$ 的相反数为 $-\frac{5}{2}$, $-\frac{2}{11}$ 的相反数为 $\frac{2}{11}$, 100 的相反数为 -100, 0 的相反数为 0.

点拨:根据相反数的定义,求一个数的相反数,只要将这个数的符号改变即可. 特别地,0 的相反数仍是 0.

3. 解:表示 a 的点是数轴的原点.

点拨:正数的相反数是负数,负数的相反数是正数,相反数是它本身的数只有 0.

4. 解: $-(-68)=68$, $-(+0.75)=-0.75$, $-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{3}{5}$, $-(+3.8)=-3.8$.

点拨:在一个数前面添上“$-$”号表示这个数的相反数,求一个数的相反数,只要把这个数的符号改变即可.

练习

1. 解:6 的绝对值为 6, -8 的绝对值为 8, -3.9 的绝对值为 3.9, $\frac{5}{2}$ 的绝对值为 $\frac{5}{2}$, $-\frac{2}{11}$ 的绝对值为 $\frac{2}{11}$, 100 的绝对值为 100, 0 的绝对值为 0.

点拨:由绝对值的定义可知:一个正数的绝对值是它本身;一个负数的绝对值是它的相反数;0 的绝对值是 0.

2. 解:(1)不正确. (2)不正确. (3)正确. (4)正确.

3. 解:(1)正确. (2)不正确. (3)不正确.

练习

解:(1)$3>-5$.

(2)因为 $|-3|=3$, $|-5|=5$,且 $3<5$,

所以 $-3>-5$.

(3)因为 $-|-2.25|=-2.25$, $|-2.5|=2.5$, $|-2.25|=2.25$,且 $2.5>2.25$,

所以 $-2.5<-|-2.25|$.

(4)因为 $\left|-\frac{3}{5}\right|=\frac{3}{5}=\frac{12}{20}$, $\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}=\frac{15}{20}$,且 $\frac{12}{20}<\frac{15}{20}$,所以 $-\frac{3}{5}>-\frac{3}{4}$.

点拨:比较两个有理数的大小的法则为:①正数大于 0,负数小于 0,正数大于负数;②两个负数比较大小,绝对值大的反而小. 本题中的(3)要先化简再进行比较;(2)(4)都是两个负数,按法则比较大小即可.

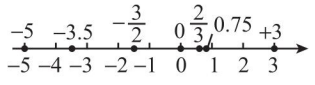
习题 1.2

1. 解:正数:$\left\{15, 0.15, \frac{22}{5}, +20, \cdots\right\}$.

负数:$\left\{-\frac{3}{8}, -30, -12.8, -60, \cdots\right\}$.

点拨:0 既不是正数,也不是负数.

2. 解:如图.



(第 2 题)

点拨:用数轴上的点表示有理数时,要先画出数轴,通过有理数的符号确定表示它的点在原点的哪一侧,然后在相应的方向上确定该点到原点的距离.

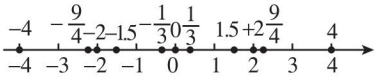
3. 解:点 B 表示的数是 1 或 -7.

点拨:将数轴上的点沿数轴移动时,应分向左移动和向右移动两种情况进行讨论.

4. 解: -4 的相反数为 4, $+2$ 的相反数为 -2,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

-1.5的相反数为 1.5，0 的相反数为 0，$\frac{1}{3}$的相反数为 $-\frac{1}{3}$，$-\frac{9}{4}$的相反数为$\frac{9}{4}$. 把这些数连同它们的相反数表示在数轴上，如图.



（第 4 题）

5. **解：**$|-125|=125$，$|+23|=23$，$|-3.5|=3.5$，$|0|=0$，$\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$，$\left|-\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}$，$|-0.05|=0.05$.

-125 的绝对值最大，0 的绝对值最小.

点拨：根据绝对值的定义可知：正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0. 总之，任何一个数的绝对值都不是负数. 这就是绝对值的非负性，即 $|a|\geqslant 0$，0 的绝对值最小.

6. **解：**$-\frac{3}{2}<-\frac{2}{3}<-\frac{1}{2}<-0.25<-0.15<0<0.05<+2.3$.

7. **解：**13.1 ℃ > 3.8 ℃ > 2.4 ℃ > −4.6 ℃ > −19.4 ℃.

点拨：本题是有理数的大小比较在实际生活中的应用.

8. **解：**记为 −0.6 的球最接近标准.

点拨：在实际生产中，经常需要检验产品是否合格，于是就要规定一个标准，本题中根据绝对值的定义可以了解各个球的质量和标准质量的差距.

9. **解：**因为 $-9.6\%<-5.6\%<-4.0\%<13.0\%$，所以增幅最小的是 −9.6%. 增幅是负数说明是负增长，即降低.

10. **解：**表示 1 的点与表示 −2 和 4 的点的距离相等.

点拨：解答此类题目时，可画出数轴，利用数轴进行解答.

11. **解：**（1）−1 与 0 之间还有无数个负数，如 -0.9，-0.99，-0.8，-0.88，…；

$-\frac{1}{2}$与 0 之间也有无数个负数，如 -0.4，-0.04，-0.004，-0.0004，….

（2）−3 与 −1 之间有负整数 −2；−2 与 2 之间的整数有 −1，0，1.

（3）没有比 −1 大的负整数.

（4）−101，−101.2，−102.（答案不唯一）

12. **解：**如果 $|x|=2$，那么 x 不一定是 2，因为 $|2|=2$，$|-2|=2$；如果 $|x|=0$，那么 $x=0$；如果 $x=-x$，那么 $x=0$.

点拨：绝对值为 2 的数有两个，它们在数轴上对应的点与原点的距离相等；绝对值为 0 的数只有 1 个，为 0；相反数是其本身的数只有 0.

1.3 有理数的加减法

练习

1. **解：**（1）$(-4)+7=3$（℃）.

（2）$7+(-5)=2$（元）.

2. **解：**（1）−10.　（2）−2.　（3）2.　（4）0.

（5）10.　（6）−10.　（7）0.　（8）−6.

3. **解：**（1）$15+(-22)=-(22-15)=-7$.

（2）$(-13)+(-8)=-(13+8)=-21$.

（3）$(-0.9)+1.5=1.5-0.9=0.6$.

（4）$\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{6}$.

点拨：有理数的加法运算关键是确定结果的符号和结果的绝对值.

4. 略

练习

1. **解：**（1）$23+(-17)+6+(-22)=(23+6)+[(-17)+(-22)]=29+(-39)=-10$.

（2）$(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)=[(-2)+2]+[3+(-3)]+[1+(-4)]=0+0+(-3)=-3$.

点拨：当多个有理数相加时，可以利用加法的交换律、结合律来简化运算的过程.

2. **解：**（1）$1+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=1+\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right]$

$=1+\left[\left(-\frac{3}{6}\right)+\frac{2}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)\right]$

$=1+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$.

（2）$3\frac{1}{4}+\left(-2\frac{3}{5}\right)+5\frac{3}{4}+\left(-8\frac{2}{5}\right)$

$=\left(3\frac{1}{4}+5\frac{3}{4}\right)+\left[\left(-2\frac{3}{5}\right)+\left(-8\frac{2}{5}\right)\right]$

$=9+(-11)=-2$.

点拨：在利用加法的交换律、结合律进行运算时，常把①分母是倍数关系的分数相结合；②同分母的分数相结合；③和为整数的分数相结合.

练习

1. **解：**（1）$6-9=6+(-9)=-3$.

（2）$(+4)-(-7)=4+7=11$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)(−5)−(−8)=(−5)+8=3.

(4)0−(−5)=0+5=5.

(5)(−2.5)−5.9=(−2.5)+(−5.9)=−8.4.

(6)1.9−(−0.6)=1.9+0.6=2.5.

点拨:在做有理数的减法运算时,可以把减法运算转化为加法运算,然后按加法法则去做.

2. 解:(1)2−8=2+(−8)=−6(℃).

(2)(−3)−6=(−3)+(−6)=−9(℃).

点拨:本题是减法运算在温度变化中的应用.

练习

解:(1)1−4+3−0.5=(1+3)+(−4−0.5)=4+(−4.5)=−0.5.

(2)−2.4+3.5−4.6+3.5=(−2.4−4.6)+(3.5+3.5)=−7+7=0.

(3)(−7)−(+5)+(−4)−(−10)=−7−5−4+10=−16+10=−6.

(4)$\frac{3}{4}-\frac{7}{2}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)-1=\frac{3}{4}-\frac{7}{2}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}-1=\left(\frac{3}{4}-1\right)+\left(-\frac{7}{2}-\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)=-\frac{1}{4}-3=-3\frac{1}{4}$.

习题 1.3

1. 解:(1)(−10)+(+6)=−(10−6)=−4.

(2)(+12)+(−4)=12−4=8.

(3)(−5)+(−7)=−(5+7)=−12.

(4)(+6)+(−9)=−(9−6)=−3.

(5)(−0.9)+(−2.7)=−(0.9+2.7)=−3.6.

(6)$\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{5}$.

(7)$\left(-\frac{1}{3}\right)+\frac{2}{5}=\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$.

(8)$\left(-3\frac{1}{4}\right)+\left(-1\frac{1}{12}\right)=\left(-\frac{13}{4}\right)+\left(-\frac{13}{12}\right)=-\left(\frac{13}{4}+\frac{13}{12}\right)=-4\frac{1}{3}$.

点拨:运用有理数加法法则时,注意先确定结果的符号,然后确定其绝对值.

2. 解:(1)(−8)+10+2+(−1)=[(−8)+(−1)]+(10+2)=−9+12=3.

(2)5+(−6)+3+9+(−4)+(−7)=(5+3+9)+[(−6)+(−4)+(−7)]=17+(−17)=0.

(3)(−0.8)+1.2+(−0.7)+(−2.1)+0.8+3.5=[(−0.8)+0.8]+(1.2+3.5)+[(−0.7)+(−2.1)]=0+4.7+(−2.8)=1.9.

(4)$\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=\left[\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\left[\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)\right]+\frac{4}{5}=0+(-1)+\frac{4}{5}=-\frac{1}{5}$.

点拨:在计算过程中,要注意合理地使用运算律来简化计算. 例如,①把互为相反数的数相结合,使其转化为 0;②把可以凑成整数的数相结合;③把同分母的或分母是倍数关系的数相结合. 总之,要根据题目的具体特点灵活运用运算律.

3. 解:(1)(−8)−8=(−8)+(−8)=−16.

(2)(−8)−(−8)=(−8)+8=0.

(3)8−(−8)=8+8=16.

(4)8−8=0.

(5)0−6=0+(−6)=−6.

(6)0−(−6)=0+6=6.

(7)16−47=16+(−47)=−31.

(8)28−(−74)=28+74=102.

(9)(−3.8)−(+7)=(−3.8)+(−7)=−10.8.

(10)(−5.9)−(−6.1)=(−5.9)+6.1=0.2.

4. 解:(1)$\left(+\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}=1$.

(2)$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{2}{5}\right)+\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$.

(3)$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$.

(4)$\left(-\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{6}$.

(5)$-\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=-\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=-\left(\frac{4}{6}-\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{2}$.

(6)$0-\left(-\frac{3}{4}\right)=0+\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$.

(7)$(-2)-\left(+\frac{2}{3}\right)=(-2)+\left(-\frac{2}{3}\right)=-\left(2+\frac{2}{3}\right)=-\frac{8}{3}$.

(8)$\left(-16\frac{3}{4}\right)-\left(-10\frac{1}{4}\right)-\left(+1\frac{1}{2}\right)=\left(-16\frac{3}{4}\right)+10\frac{1}{4}+\left(-1\frac{1}{2}\right)=\left(-6\frac{1}{2}\right)+\left(-1\frac{1}{2}\right)=-\left(6\frac{1}{2}+1\frac{1}{2}\right)=-8$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 解:(1) $-4.2+5.7-8.4+10=(-4.2-8.4)+(5.7+10)=-12.6+15.7=3.1$.

(2) $-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+\left(\frac{5}{6}+\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)=-\frac{1}{4}+1=\frac{3}{4}$.

(3) $12-(-18)+(-7)-15=12+18-(7+15)=30-22=8$.

(4) $4.7-(-8.9)-7.5+(-6)=4.7+8.9-(7.5+6)=13.6-13.5=0.1$.

(5) $\left(-4\frac{7}{8}\right)-\left(-5\frac{1}{2}\right)+\left(-4\frac{1}{4}\right)-\left(+3\frac{1}{8}\right)=-4\frac{7}{8}+5\frac{1}{2}-4\frac{1}{4}-3\frac{1}{8}=-\left(4\frac{7}{8}+3\frac{1}{8}\right)+\left(5\frac{1}{2}-4\frac{1}{4}\right)=-8+1\frac{1}{4}=-\left(8-1\frac{1}{4}\right)=-6\frac{3}{4}$.

(6) $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left|0-5\frac{1}{6}\right|+\left|-4\frac{5}{6}\right|+\left(-9\frac{1}{3}\right)=-\frac{2}{3}+5\frac{1}{6}+4\frac{5}{6}-9\frac{1}{3}=-\left(\frac{2}{3}+9\frac{1}{3}\right)+\left(5\frac{1}{6}+4\frac{5}{6}\right)=-10+10=0$.

6. 解:$8\,844.43-(-415)=8\,844.43+415=9\,259.43$(m).

答:两处高度相差 9 259.43 m.

点拨:本题是减法运算在实际生活中的应用.

7. 解:$-7+11-9=-(7+9)+11=-16+11=-5$(℃).

答:半夜的气温是 −5 ℃.

点拨:本题是有理数的混合运算在日常生活中的应用,根据题意列出算式计算即可.

8. 解:$132+(-12.5)+(-10.5)+127+(-87)+136.5+98=132+127+136.5+98+[(-12.5)+(-10.5)+(-87)]=383.5$(元).

答:一周总的盈亏情况为盈余 383.5 元.

9. 解:$25\times8+1.5+(-3)+2+(-0.5)+1+(-2)+(-2)+(-2.5)=200+[1.5+(-0.5)]+[(-3)+2+1]+[(-2)+(-2)+(-2.5)]=200+1+0+(-6.5)=201-6.5=194.5$(kg).

答:这 8 筐白菜一共 194.5 kg.

10. 解:每天的温差是:星期一:$10-2=8$(℃),

星期二:$12-1=11$(℃),

星期三:$11-0=11$(℃),

星期四:$9-(-1)=9+1=10$(℃),

星期五:$7-(-4)=7+4=11$(℃),

星期六:$5-(-5)=5+5=10$(℃),

星期日:$7-(-5)=7+5=12$(℃),

所以星期日的温差最大,星期一的温差最小.

点拨:最高气温和最低气温的差就是该天的温差.

11. (1)16 (2)(−3) (3)18 (4)(−12) (5)(−7) (6)7

12. 解:$(-2)+(-2)=-4$.

$(-2)+(-2)+(-2)=-6$.

$(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-8$.

$(-2)+(-2)+(-2)+(-2)+(-2)=-10$.

$(-2)\times2=-4$. $(-2)\times3=-6$.

$(-2)\times4=-8$. $(-2)\times5=-10$.

由上述可知负数乘正数的法则为:负数乘正数结果为负数,并把它们的绝对值相乘.

13. 解:第一天:$0.3-(-0.2)=0.5$(元),

第二天:$0.2-(-0.1)=0.3$(元),

第三天:$0-(-0.13)=0.13$(元).

平均值:$(0.5+0.3+0.13)\div3=0.31$(元).

答:第一天最高价与最低价的差为 0.5 元,第二天最高价与最低价的差为 0.3 元,第三天最高价与最低价的差为 0.13 元. 这些差的平均值为 0.31 元.

1.4 有理数的乘除法

练习

1. 解:(1) $6\times(-9)=-54$.

(2) $(-4)\times6=-24$.

(3) $(-6)\times(-1)=6$.

(4) $(-6)\times0=0$.

(5) $\frac{2}{3}\times\left(-\frac{9}{4}\right)=-\frac{3}{2}$.

(6) $\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=-\frac{1}{12}$.

2. 解:$(-5)\times60=-300$(元).

所以与按原价销售同样数量的商品相比,销售额减少了 300 元.

3. 解:1 的倒数是 1,−1 的倒数是 −1,$\frac{1}{3}$的倒数是 3,$-\frac{1}{3}$的倒数是 −3,5 的倒数是$\frac{1}{5}$,−5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$,$\frac{2}{3}$的倒数是$\frac{3}{2}$,$-\frac{2}{3}$的倒数是 $-\frac{3}{2}$.

点拨:求一个数(0 除外)的倒数,只要将这个数的分子、分母调换位置即可. 我们可以把整数看

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

作是分母为1的分数，把小数化为分数，把带分数化为假分数再求倒数. 注意：①倒数为其本身的数是1和−1；②0没有倒数.

练习

1. 解：(1)24.　(2)−120.　(3)16.　(4)81.

2. 解：(1)$(-5)\times 8\times(-7)\times(-0.25)=-(5\times 8\times 7\times 0.25)=-70$.

(2)$\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{12}\times\frac{8}{15}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{27}$.

(3)$(-1)\times\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{8}{15}\times\frac{3}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times 0\times(-1)=0$.

点拨：几个不为0的数相乘，积的符号由负因数的个数决定，当负因数的个数为奇数时，积为负；当负因数的个数为偶数时，积为正. 积的绝对值等于各因数绝对值的积. 几个数相乘，若有一个因数为0，则积就等于0.

练习

解：(1)$(-85)\times(-25)\times(-4)=(-85)\times[(-25)\times(-4)]=(-85)\times 100=-8\,500$.

(2)$\left(\frac{9}{10}-\frac{1}{15}\right)\times 30=\frac{9}{10}\times 30+\left(-\frac{1}{15}\right)\times 30=27-2=25$.

(3)$\left(-\frac{7}{8}\right)\times 15\times\left(-1\frac{1}{7}\right)=\left[\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-1\frac{1}{7}\right)\right]\times 15=1\times 15=15$.

(4)$\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(+\frac{17}{3}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{2}{3}+\frac{17}{3}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times 5=-6$.

点拨：在有理数的乘法运算中，可以根据具体数值的特点，灵活使用乘法交换律、乘法结合律以及分配律，简化运算过程.

练习

解：(1)$(-18)\div 6=-(18\div 6)=-3$.

(2)$(-63)\div(-7)=63\div 7=9$.

(3)$1\div(-9)=-(1\div 9)=-\frac{1}{9}$.

(4)$0\div(-8)=0$.

(5)$(-6.5)\div 0.13=-(6.5\div 0.13)=-50$.

(6)$\left(-\frac{6}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=3$.

点拨：在有理数的除法运算中，首先确定商的符号，然后求商的绝对值. 有理数除法法则：除以一个不等于0的数，等于乘这个数的倒数；0除以任何一个不等于0的数，都得0.

练习

1. 解：(1)$\frac{-72}{9}=(-72)\div 9=-(72\div 9)=-8$.

(2)$\frac{-30}{-45}=(-30)\div(-45)=30\div 45=\frac{2}{3}$.

(3)$\frac{0}{-75}=0\div(-75)=0$.

2. 解：(1)$\left(-36\frac{9}{11}\right)\div 9=\left[(-36)+\left(-\frac{9}{11}\right)\right]\times\frac{1}{9}=(-36)\times\frac{1}{9}+\left(-\frac{9}{11}\right)\times\frac{1}{9}=-4+\left(-\frac{1}{11}\right)=-4\frac{1}{11}$.

(2)$(-12)\div(-4)\div\left(-1\frac{1}{5}\right)=(-12)\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{5}{2}$.

(3)$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)\div(-0.25)=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{5}\right)\times(-4)=-\frac{64}{15}$.

练习

解：(1)$6-(-12)\div(-3)=6-12\div 3=6-4=2$.

(2)$3\times(-4)+(-28)\div 7=-(3\times 4)+[-(28\div 7)]=-12+(-4)=-16$.

(3)$(-48)\div 8-(-25)\times(-6)=-(48\div 8)-(25\times 6)=-6-150=-156$.

(4)$42\times\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.25)=-\left(42\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\times 4\right)=-28+3=-25$.

练习

解：(1)$357+(-154)+26+(-212)=17$.

(2)$-5.13+4.62+(-8.47)-(-2.3)=-6.68$.

(3)$26\times(-41)+(-35)\times(-17)=-471$.

(4)$1.252\div(-44)-(-356)\div(-0.196)\approx-1\,816.354\,985$.

习题1.4

1. 解：(1)$(-8)\times(-7)=8\times 7=56$.

(2)$12\times(-5)=-(12\times 5)=-60$.

(3)$2.9\times(-0.4)=-(2.9\times 0.4)=-1.16$.

(4)$-30.5\times 0.2=-(30.5\times 0.2)=-6.1$.

(5)$100\times(-0.001)=-(100\times 0.001)=-0.1$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(6) $-4.8\times(-1.25)=4.8\times1.25=6$.

点拨:两个有理数相乘,先确定积的符号,再求积的绝对值.

2. 解:(1) $\frac{1}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)=-\left(\frac{1}{4}\times\frac{8}{9}\right)=-\frac{2}{9}$.

(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)=\frac{5}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{4}$.

(3) $-\frac{34}{15}\times25=-\left(\frac{34}{15}\times25\right)=-\frac{170}{3}$.

(4) $(-0.3)\times\left(-\frac{10}{7}\right)=0.3\times\frac{10}{7}=\frac{3}{7}$.

3. 解:(1) -15 的倒数是 $-\frac{1}{15}$.

(2) $-\frac{5}{9}$ 的倒数是 $-\frac{9}{5}$.

(3) -0.25 的倒数是 -4.

(4) 0.17 的倒数是 $\frac{100}{17}$.

(5) $4\frac{1}{4}$ 的倒数是 $\frac{4}{17}$.

(6) $-5\frac{2}{5}$ 的倒数是 $-\frac{5}{27}$.

点拨:求一个数(0 除外)的倒数,只要把这个数的分子、分母调换位置即可. 整数可以看作是分母为 1 的分数,小数化为分数,带分数化为假分数. 注意:正数的倒数是正数,负数的倒数是负数,0 没有倒数,倒数是其本身的数只有 1 和 -1.

4. 解:(1) $-91\div13=-(91\div13)=-7$.

(2) $-56\div(-14)=56\div14=4$.

(3) $16\div(-3)=-(16\div3)=-\frac{16}{3}$.

(4) $(-48)\div(-16)=48\div16=3$.

(5) $\frac{4}{5}\div(-1)=-\left(\frac{4}{5}\div1\right)=-\frac{4}{5}$.

(6) $-0.25\div\frac{3}{8}=-\left(0.25\times\frac{8}{3}\right)=-\frac{2}{3}$.

点拨:两个数相除,先确定出商的符号,再求商的绝对值.

5. -5; $-\frac{1}{5}$; -4; 6; 5; $\frac{1}{5}$; -6; 4

6. 解:(1) $\frac{-21}{7}=(-21)\div7=-(21\div7)=-3$.

(2) $\frac{3}{-36}=3\div(-36)=-(3\div36)=-\frac{1}{12}$.

(3) $\frac{-54}{-8}=(-54)\div(-8)=54\div8=\frac{27}{4}$.

(4) $\frac{-6}{-0.3}=(-6)\div(-0.3)=6\div0.3=20$.

点拨:分数化简的本质是有理数的除法,把分数的分子和分母分别看成被除数和除数,根据除法法则计算即可.

7. 解:(1) $-2\times3\times(-4)=2\times3\times4=24$.

(2) $-6\times(-5)\times(-7)=-(6\times5\times7)=-210$.

(3) $\left(-\frac{8}{25}\right)\times1.25\times(-8)=\frac{8}{25}\times\frac{5}{4}\times8=\frac{16}{5}$.

(4) $0.1\div(-0.001)\div(-1)=0.1\times(-1\,000)\times(-1)=0.1\times1\,000\times1=100$.

(5) $\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\div\left(-2\frac{1}{4}\right)=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{9}\right)=-\frac{1}{2}$.

(6) $-6\times(-0.25)\times\frac{11}{14}=-6\times\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{11}{14}=6\times\frac{1}{4}\times\frac{11}{14}=\frac{33}{28}$.

(7) $(-7)\times(-56)\times0\div(-13)=0$.

(8) $-9\times(-11)\div3\div(-3)=-9\times(-11)\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(9\times11\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=-11$.

点拨:在进行有理数的乘除混合运算时,要把除法转化为乘法,统一为乘法运算. 运算顺序是从左到右依次进行. 为了便于约分,常把小数化成分数,把带分数化成假分数.

8. 解:(1) $23\times(-5)-(-3)\div\frac{3}{128}=-23\times5+3\times\frac{128}{3}=-115+128=13$.

(2) $-7\times(-3)\times(-0.5)+(-12)\times(-2.6)=-10.5+31.2=20.7$.

(3) $\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)\div\left(-\frac{7}{8}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)\div\left(1\frac{3}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)=$

$\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)\times\left(-\frac{8}{7}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)\div\left(\frac{7}{4}-\frac{7}{8}-\frac{7}{12}\right)=\frac{7}{4}\times\left(-\frac{8}{7}\right)-\frac{7}{8}\times\left(-\frac{8}{7}\right)-\frac{7}{12}\times\left(-\frac{8}{7}\right)+\left(-\frac{7}{8}\right)\div\frac{7}{24}=$

$-2+1+\frac{2}{3}+\left(-\frac{7}{8}\right)\times\frac{24}{7}=-2+1+\frac{2}{3}-3=-3\frac{1}{3}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(4) $-\left|-\frac{2}{3}\right|-\left|-\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right|-\left|\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right|-|-3|=-\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{12}-3=-4\frac{1}{12}$.

9. 解:(1)$(-36)\times128\div(-74)=36\times128\div74\approx62.27$.

(2)$-6.23\div(-0.25)\times940=23\,424.80$.

(3)$-4.325\times(-0.012)-2.31\div(-5.315)\approx0.49$.

(4)$180.65-(-32)\times47.8\div(-15.5)\approx81.97$.

10. (1)7 500 (2)-140 (3)200 (4)-120

11. 解:$450+20\times60+(-12)\times120=450+1\,200+(-1\,440)=210$(m).

答:这时直升机所在高度是210 m.

12. (1)<;< (2)<;< (3)>;> (4)=;=

13. 解:$2\times1=2>1$,$2\times\frac{1}{2}=1>\frac{1}{2}$,$2\times(-1)=-2<-1$,$2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-1<-\frac{1}{2}$.

一个非0有理数不一定小于它的2倍.由上式可知,当这个非0有理数是正数时一定小于它的2倍,而当这个非0有理数是负数时却大于它的2倍.

14. 解:$-2a+3a=(-2+3)a=a$.

15. 解:$(-4)\div2=-2$,$4\div(-2)=-2$,$(-4)\div(-2)=2$.

式子(1)(2)成立.从它们可以总结这样的规律:两数相除,同号得正,异号得负(或两数相除,交换除数和被除数的符号,商不变,或两数相除,同时改变除数和被除数的符号,商不变).

1.5 有理数的乘方

练习

1. 解:(1)$(-7)^8$中底数是-7,指数是8.

(2)$(-10)^8$中-10叫做底数,8叫做指数,$(-10)^8$是正数.

2. 解:(1)$(-1)^{10}=1$.

(2)$(-1)^7=-1$.

(3)$8^3=512$.

(4)$(-5)^3=-125$.

(5)$0.1^3=0.001$.

(6)$\left(-\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$.

(7)$(-10)^4=10\,000$.

(8)$(-10)^5=-100\,000$.

点拨:负数的奇次幂是负数,负数的偶次幂是正数,正数的任何次幂都是正数,0的任何正整数次幂都是0.解此题时先确定结果的符号,再根据乘方的定义确定绝对值.

3. 解:(1)$(-11)^6=1\,771\,561$.

(2)$16^7=268\,435\,456$.

(3)$8.4^3=592.704$.

(4)$(-5.6)^3=-175.616$.

练习

解:(1)$(-1)^{10}\times2+(-2)^3\div4=1\times2+(-8)\div4=2-2=0$.

(2)$(-5)^3-3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^4=-125-3\times\frac{1}{16}=-125-\frac{3}{16}=-125\frac{3}{16}$.

(3)$\frac{11}{5}\times\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{11}\div\frac{5}{4}=\frac{11}{5}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{11}\times\frac{4}{5}=-\frac{2}{25}$.

(4)$(-10)^4+[(-4)^2-(3+3^2)\times2]=10\,000+[16-(3+9)\times2]=10\,000+(16-12\times2)=10\,000+(16-24)=10\,000-8=9\,992$.

点拨:做有理数的混合运算时,应注意运算顺序,1.先乘方,再乘除,最后加减;2.同级运算,从左到右进行;3.如有括号,先做括号内的运算,按小括号、中括号、大括号依次进行.

练习

1. 解:$10\,000=1\times10^4$,$800\,000=8\times10^5$,$56\,000\,000=5.6\times10^7$,$-7\,400\,000=-7.4\times10^6$.

点拨:科学记数法是把一个绝对值大于10的数表示成$a\times10^n$的形式,其中$1\leqslant|a|<10$,n为正整数.n比这个数的整数位数小1.

2. 解:$1\times10^7=10\,000\,000$,$4\times10^3=4\,000$,$8.5\times10^6=8\,500\,000$,$7.04\times10^5=704\,000$,$-3.96\times10^4=-39\,600$.

3. 解:$9\,600\,000=9.6\times10^6$,$370\,000=3.7\times10^5$.

练习

解:(1)0.003 56≈0.003 6. (2)61.235≈61.

(3)1.893 5≈1.894. (4)0.057 1≈0.1.

习题1.5

1. 解:(1)$(-3)^3=-27$. (2)$(-2)^4=16$.

(3)$(-1.7)^2=2.89$. (4)$\left(-\frac{4}{3}\right)^3=-\frac{64}{27}$.

(5)$-(-2)^3=-(-8)=8$.

(6)$(-2)^2\times(-3)^2=4\times9=36$.

2. 解:(1)$(-12)^8=429\,981\,696$.

(2)$103^4=112\,550\,881$.

(3)$7.12^3=360.944\,128$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

(4)$(-45.7)^3=-95\,443.993$.

3. 解:(1)$(-1)^{100}\times5+(-2)^4\div4=1\times5+16\div4=5+4=9$.

(2)$(-3)^3-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)^4=-27-3\times\frac{1}{81}=-27-\frac{1}{27}=-27\frac{1}{27}$.

(3)$\frac{7}{6}\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)\times\frac{3}{14}\div\frac{3}{5}=\frac{7}{6}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{3}{14}\times\frac{5}{3}=-\left(\frac{7}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{3}{14}\times\frac{5}{3}\right)=-\frac{5}{72}$.

(4)$(-10)^3+[(-4)^2-(1-3^2)\times2]=-1\,000+[16-(-8)\times2]=-1\,000+[16-(-8)\times2]=-1\,000+(16+16)=-1\,000+32=-968$.

(5)$-2^3\div\frac{4}{9}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2=-8\times\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}=-8$.

(6)$4+(-2)^3\times5-(-0.28)\div4=4+(-8)\times5-(-0.07)=4-40+0.07=-35.93$.

点拨:做有理数的混合运算时,应注意运算顺序,1. 先乘方,再乘除,最后加减;2. 同级运算,从左到右进行;3. 如有括号,先做括号内的运算,按小括号、中括号、大括号依次进行.

4. 解:(1)$235\,000\,000=2.35\times10^8$.

(2)$188\,520\,000=1.885\,2\times10^8$.

(3)$701\,000\,000\,000=7.01\times10^{11}$.

(4)$-38\,000\,000=-3.8\times10^7$.

5. 解:$3\times10^7=30\,000\,000$,$1.3\times10^3=1\,300$,$8.05\times10^6=8\,050\,000$,$2.004\times10^5=200\,400$,$-1.96\times10^4=-19\,600$.

6. 解:(1)$0.003\,56\approx0.003\,6$. (2)$566.123\,5\approx566$.

(3)$3.896\,3\approx3.90$. (4)$0.057\,1\approx0.057$.

点拨:解此类题时,只要按要求取近似值即可. 注意(3)题中不要把3.90中的0省略.

7. 解:平方等于9的数是3和-3;立方等于27的数是3.

点拨:因为$3^2=9$,$(-3)^2=9$,所以平方等于9的数有两个;立方等于27的数只有3.

8. 解:体积为a^2b,表面积为$2a^2+4ab$;

当$a=2$ cm,$b=5$ cm时,

体积为$a^2b=2^2\times5=20$ (cm^3),

表面积为$2a^2+4ab=2\times2^2+4\times2\times5=8+40=48$ (cm^2).

点拨:根据长方体的体积=长×宽×高,可以求出其体积,其表面积为六个面的面积之和,把题中给出的数据代入即可求出具体的值.

9. 解:因为1.1×10^5 km/h=110 000 km/h,

340 m/s=1 224 km/h,110 000>1 224,

所以地球绕太阳公转的速度大于声音在空气中的传播速度.

10. 解:$8.64\times10^4\times365=3.153\,6\times10^7$(s).

答:一年有$3.153\,6\times10^7$ s.

11. 解:(1)$0.1^2=0.01$,$1^2=1$,$10^2=100$,$100^2=10\,000$. 通过观察可以发现,底数的小数点向左(右)移动一位时,平方数的小数点随着向左(右)移动两位.

(2)$0.1^3=0.001$,$1^3=1$,$10^3=1\,000$,$100^3=1\,000\,000$. 通过观察可以发现,底数的小数点向左(右)移动一位时,立方数的小数点随着向左(右)移动三位.

(3)$0.1^4=0.000\,1$,$1^4=1$,$10^4=10\,000$,$100^4=100\,000\,000$. 通过观察可以发现,底数的小数点向左(右)移动一位时,四次方数的小数点随着向左(右)移动四位.

点拨:通过这几道题目的结果看,底数的小数点向左(右)移动一位时,平方数的小数点随着向左(右)移动两位;底数的小数点向左(右)移动一位时,立方数的小数点随着向左(右)移动三位;依次类推,可得出一般的情况,即底数的小数点向左(右)移动一位时,n(n为正整数)次方数的小数点随着向左(右)移动n位.

12. 解:$(-2)^2=4$,$2^2=4$,$(-2)^3=-8$,$2^3=8$.

当$a<0$时,(1)$a^2>0$成立;

(2)$a^2=(-a)^2$成立;

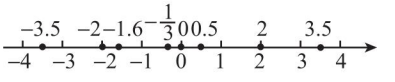
(3)$a^2=-a^2$不成立;

(4)$a^3=-a^3$不成立.

点拨:本题是对互为相反数的两个数的平方和立方的比较,互为相反数的两个数的平方相等,互为相反数的两个数的立方也互为相反数.

复习题1

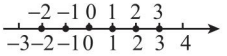
1. 解:如图,由图可知$-3.5<-2<-1.6<-\frac{1}{3}<0<0.5<2<3.5$.



(第1题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 解:如图,整数 x 可能取的所有数值为 $-2,-1,0,1,2,3$,共六个.



(第2题)

点拨:先画出数轴,从数轴上可以看出有 $-2,-1,0,1,2,3$ 六个整数满足条件.

3. 解:a 的绝对值是 $|a|=|-2|=2$,a 的相反数是 $-a=-(-2)=2$,a 的倒数是 $\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$;b 的绝对值是 $|b|=\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}$,$b$ 的相反数是 $-b=-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$,$b$ 的倒数是 $\frac{1}{b}=\frac{1}{-\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}$;$c$ 的绝对值是 $|c|=|5.5|=5.5$,c 的相反数是 $-c=-5.5$,c 的倒数是 $\frac{1}{c}=\frac{1}{5.5}=\frac{2}{11}$.

4. 解:互为相反数的两数的和是0,互为倒数的两数的积是1.

5. 解:(1) $-150+250=250-150=100$.

(2) $-15+(-23)=-(15+23)=-38$.

(3) $-5-65=-(5+65)=-70$.

(4) $-26-(-15)=-26+15=-11$.

(5) $-6\times(-16)=6\times16=96$.

(6) $-\frac{1}{3}\times27=-9$.

(7) $8\div(-16)=-(8\div16)=-\frac{1}{2}$.

(8) $-25\div\left(-\frac{2}{3}\right)=25\times\frac{3}{2}=\frac{75}{2}$.

(9) $(-0.02)\times(-20)\times(-5)\times4.5=-(0.02\times20\times5\times4.5)=-9$.

(10) $(-6.5)\times(-2)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\div(-5)=6.5\times2\times3\times\frac{1}{5}=7.8$.

(11) $6+\left(-\frac{1}{5}\right)-2-(-1.5)=6-\frac{1}{5}-2+1.5=(6+1.5)-(0.2+2)=7.5-2.2=5.3$.

(12) $-66\times4-(-2.5)\div(-0.1)=-264-25=-289$.

(13) $(-2)^2\times5-(-2)^3\div4=4\times5-(-8)\div4=20+2=22$.

(14) $-(3-5)+3^2\times(1-3)=-(-2)+9\times(-2)=2-18=-16$.

6. 解:(1) $245.635\approx245.6$.　(2) $175.65\approx176$.

(3) $12.004\approx12.00$.　(4) $6.5378\approx6.54$.

7. 解:(1) $100\,000\,000=1\times10^8$.

(2) $-4\,500\,000=-4.5\times10^6$.

(3) $692\,400\,000\,000=6.924\times10^{11}$.

点拨:科学记数法是把一个绝对值大于10的数表示成 $a\times10^n$ 的形式,其中 $1\leqslant|a|<10$,n 为正整数,n 比原数的整数位数少1.

8. 解:(1) $-2-|-3|=-2-3=-5$.

(2) $|-2-(-3)|=|-2+3|=1$.

点拨:解答此类题目要注意绝对值和括号的区别.

9. 解:估算他们的平均成绩为78分.不妨规定以78分为标准,超过的分数为正,不足的分数为负,则这10名学生的数学考试成绩分别为 $+4,+5,0,-12,+17,-3,-22,+15,+4,+3$,则平均成绩为 $78+(+4+5+0-12+17-3-22+15+4+3)\div10=78+1.1=79.1$(分).

10. C　点拨:根据相反数的概念,在数轴上标出 $-a,-b$ 的对应点的位置,再比较大小.

11. 解:$458-(-27.8-70.3+200+138.1-8+188)=458-420=38$(元).

答:星期六的盈亏数是38,是盈,盈余38元.

点拨:星期六的盈亏数等于合计减去其余六天的盈亏和.

12. 解:$60-15=45$(℃),$5-60=-55$(℃),$45\times0.002=0.09$(mm),$0.002\times(-55)=-0.11$(mm),

$-0.11+0.09=-0.02$(mm).

答:金属丝先伸长0.09 mm,再缩短0.11 mm,最后的长度比原长度伸长 -0.02 mm.

13. 解:1.496 0亿 km $=149\,600\,000$ km $=1.496\times10^8$ km.

14. 解:(1)当 $a=\frac{1}{2}$ 时,

$a^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,$a^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$.

因此,当 a 为小于1的正数时,$a>a^2>a^3$.

(2)当 $b=-\frac{1}{2}$ 时,

$b^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$,$b^3=\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$.

因此,当 b 为大于 -1 的负数时,$b<b^3<b^2$.

15. 解:(1)错.因为0的相反数就是0,

所以任何数都不等于它的相反数是错误的.

(2)对.因为互为相反数的两个数只有符号相反,而绝对值相等,而偶数次方正好解决了符号问题,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

所以互为相反数的两个数的同一偶数次方相等.

(3)错. 因为$2>-2$,而$\frac{1}{2}>-\frac{1}{2}$,

所以如果 a 大于 b,那么 a 的倒数小于 b 的倒数是错误的.

16. 解:1;121;12 321;1 234 321

(1)略.

(2)能,111 111 111 × 111 111 111 = 12 345 678 987 654 321.

第二章 整式的加减

2.1 整 式

练习

1. 解:在这个月内销售这种商品的收入为$4.8m$元.

2. 解:圆柱体的体积为 $\pi r^2 h$.

3. 解:两片棉田上棉花的总产量为$(ma+nb)$ kg.

4. 解:剩余部分的面积为(a^2-b^2) mm^2.

练习

1. 解:如下表所示.

单项式	$2a^2$	$-1.2h$	xy^2	$-t^2$	$-\frac{2vt}{3}$
系数	2	-1.2	1	-1	$-\frac{2}{3}$
次数	2	1	3	2	2

2. (1)$48\%x$;$(1-48\%)x$(或$52\%x$)

(2)$\frac{s}{3}$ (3)$(1+10\%)m$(或$1.1m$)

练习

1. (1)$2(a+b)$;ab;10;6 (2)$\frac{(a+b)h}{2}$;15

2. 解:(1)$5x$;此单项式的次数为 1.

(2)x^2+3x+6;此多项式的次数为 2,项分别为 x^2,$3x$,6.

(3)$x+2$;此多项式的次数为 1,项分别为 x,2.

点拨:熟练掌握单项式、多项式的有关概念是解题的关键.

习题 2.1

1. 解:(1)$6a^2$ cm^2. (2)$80\%a$元. (3)vt km.

(4)bx m^2.

2. 解:(1)$(t+5)$℃. (2)$3(x-y)$km.

(3)$(50-5x)$元. (4)$(\pi R^2 a-\pi r^2 a)$cm^3.

3. 解:如下表所示.

整式	$-15ab$	$4a^2b^2$	$\frac{3x^2y}{5}$	$4x^2-3$	$a^4-2a^2b^2+b^4$
系数	-15	4	$\frac{3}{5}$		
次数	2	4	3	2	4
项				$4x^2$,-3	a^4,$-2a^2b^2$,b^4

4. 解:前四年树苗高度每年增加 5 cm;生长了 n 年的树苗的高度为$(100+5n)$cm.

5. 解:第 2 排有$(a+1)$个座位;第 3 排有$(a+2)$个座位;第 n 排的座位数为$[a+(n-1)]$个;如果第 1 排有 20 个座位,则第 19 排的座位数为 $20+(19-1)=38$(个).

6. 解:这块三角尺的体积 $V=\left(\frac{1}{2}a^2-\pi r^2\right)h$.

当 $a=6$ cm,$r=0.5$ cm,$h=0.2$ cm 时,

$V\approx\left(\frac{1}{2}\times6^2-3\times0.5^2\right)\times0.2=3.45$(cm^3).

7. 解:(1)$2n$.

(2)$2n+1$(或$2n-1$).

8. 解:3 个球队共进行 3 场比赛;4 个球队共进行 6 场比赛;5 个球队共进行 10 场比赛;n 个球队共进行$\frac{n(n-1)}{2}$场比赛.

9. 略.

2.2 整式的加减

练习

1. 解:(1)$12x-20x=(12-20)x=-8x$.

(2)$x+7x-5x=(1+7-5)x=3x$.

(3)$-5a+0.3a-2.7a=(-5+0.3-2.7)a=-7.4a$.

(4)$\frac{1}{3}y-\frac{2}{3}y+2y=\left(\frac{1}{3}-\frac{2}{3}+2\right)y=\frac{5}{3}y$.

(5)$-6ab+ba+8ab=(-6+1+8)ab=3ab$.

(6)$10y^2-0.5y^2=(10-0.5)y^2=9.5y^2$.

2. 解:(1)$3a+2b-5a-b=3a-5a+2b-b=-2a+b$.

当 $a=-2$,$b=1$ 时,原式 $=-2\times(-2)+1=4+1=5$.

(2)$3x-4x^2+7-3x+2x^2+1=3x-3x-4x^2+2x^2+7+1=-2x^2+8$.

当 $x=-3$ 时,原式 $=-2\times(-3)^2+8=-2\times9+8=-18+8=-10$.

3. 解:(1)$4x+5x=(4+5)x=9x$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)$3x-\frac{1}{2}x=\left(3-\frac{1}{2}\right)x=\frac{5}{2}x$.

点拨:先列式,再合并同类项.

4. **解**:阴影部分的面积为 $\pi R^2-\frac{4}{9}\pi R^2=\frac{5}{9}\pi R^2$.

点拨:阴影部分的面积等于大圆的面积减去小圆的面积.

练习

1. **解**:(1)$12(x-0.5)=12x-6$.

(2)$-5\left(1-\frac{1}{5}x\right)=-5+x$.

(3)$-5a+(3a-2)-(3a-7)=-5a+3a-2-3a+7=-5a+5$.

(4)$\frac{1}{3}(9y-3)+2(y+1)=3y-1+2y+2=5y+1$.

2. **解**:飞机顺风飞行 4 h 的行程是$(a+20)\times4=4a+80$(km).

飞机逆风飞行 3 h 的行程是$(a-20)\times3=3a-60$(km).

两个行程相差$(4a+80)-(3a-60)=a+140$(km).

练习

1. **解**:(1)$3xy-4xy-(-2xy)$

$=[3-4-(-2)]xy$

$=xy$.

(2)$-\frac{1}{3}ab-\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{3}a^2-\left(-\frac{2}{3}ab\right)$

$=\left[-\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)\right]ab+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)a^2$

$=\frac{1}{3}ab+\frac{1}{12}a^2$.

点拨:只有所含字母相同,并且相同字母的指数也相同的项才能合并.

2. **解**:(1)$(-x+2x^2+5)+(4x^2-3-6x)=-x+2x^2+5+4x^2-3-6x=(2+4)x^2+(-1-6)x+(5-3)=6x^2-7x+2$.

(2)$(3a^2-ab+7)-(-4a^2+2ab+7)=3a^2-ab+7+4a^2-2ab-7=(3+4)a^2+(-1-2)ab+(7-7)=7a^2-3ab$.

3. **解**:$5(3a^2b-ab^2)-(ab^2+3a^2b)=15a^2b-5ab^2-ab^2-3a^2b=12a^2b-6ab^2$.

当$a=\frac{1}{2}$,$b=\frac{1}{3}$时,

原式$=12\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{3}-6\times\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

习题 2.2

1. **解**:(1)$2x-10.3x=(2-10.3)x=-8.3x$.

(2)$3x-x-5x=(3-1-5)x=-3x$.

(3)$-b+0.6b-2.6b=(-1+0.6-2.6)b=-3b$.

(4)$m-n^2+m-n^2=m+m-n^2-n^2=2m-2n^2$.

点拨:合并同类项时,注意各项的符号.

2. **解**:(1)$2(4x-0.5)=8x-1$.

(2)$-3\left(1-\frac{1}{6}x\right)=-3+\frac{1}{2}x$.

(3)$-x+(2x-2)-(3x+5)=-x+2x-2-3x-5=-2x-7$.

(4)$3a^2+a^2-(2a^2-2a)+(3a-a^2)=3a^2+a^2-2a^2+2a+3a-a^2=a^2+5a$.

点拨:注意去括号及合并同类项时的符号问题.

3. **解**:(1)$(5a+4c+7b)+(5c-3b-6a)=5a+4c+7b+5c-3b-6a=-a+4b+9c$.

(2)$(8xy-x^2+y^2)-(x^2-y^2+8xy)=8xy-x^2+y^2-x^2+y^2-8xy=-2x^2+2y^2$.

(3)$\left(2x^2-\frac{1}{2}+3x\right)-4\left(x-x^2+\frac{1}{2}\right)=2x^2-\frac{1}{2}+3x-4x+4x^2-2=6x^2-x-\frac{5}{2}$.

(4)$3x^2-[7x-(4x-3)-2x^2]=3x^2-7x+(4x-3)+2x^2=3x^2-7x+4x-3+2x^2=5x^2-3x-3$.

点拨:去括号时一定要注意符号问题.

4. **解**:$(-x^2+5+4x)+(5x-4+2x^2)=-x^2+5+4x+5x-4+2x^2=x^2+9x+1$.

当$x=-2$时,原式$=(-2)^2+9\times(-2)+1=4-18+1=-13$.

5. **解**:(1)$5a+4$;$2a-3$;

$(5a+4)+(2a-3)=5a+4+2a-3=7a+1$.

(2)$7x+3$;$6x-5$;

$(7x+3)-(6x-5)=7x+3-6x+5=x+8$.

6. **解**:水稻种植面积为$3a$ hm^2;

玉米种植面积为$(a-5)$hm^2;

水稻种植面积比玉米种植面积大$3a-(a-5)=3a-a+5=2a+5$(hm^2).

点拨:根据题意列式,再化简.

7. **解**:(1)窗户的面积为$4a^2+\frac{1}{2}\pi a^2=\left(4+\frac{\pi}{2}\right)a^2$(cm^2).

(2)窗户的外框的总长为$6a+\pi a=(6+\pi)a$(cm).

8. **解**:轮船共航行$3(a+y)+1.5(a-y)=3a+3y+1.5a-1.5y=4.5a+1.5y$(km).

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. 解：如下表.

梯形个数	1	2	3	4	5	6	…	n
图形周长	$5a$	$8a$	$11a$	$14a$	$17a$	$20a$	…	$(3n+2)a$

10. 解：$S=3(n-1)$.

当 $n=5$ 时，$S=3\times(5-1)=12$；

当 $n=7$ 时，$S=3\times(7-1)=18$；

当 $n=11$ 时，$S=3\times(11-1)=30$.

11. 解：(1) $10b+a$.

(2) $10(10b+a)=100b+10a$.

(3) $10b+a+100b+10a=110b+11a=11(10b+a)$.

这个和是 11 的倍数. 理由：

因为 $10b+a$ 是整数，

所以 $11(10b+a)$ 是 11 的倍数.

点拨：根据题意列式，再化简分析结果.

12. 解：这个图形的表面积是 $3\times5a^2+3\times4a^2+1\times3a^2+3\times2a^2=36a^2(\text{cm}^2)$.

复习题 2

1. 解：(1) $(15+t)$ ℃.

(2) nc 元；$(100-nc)$ 元.

(3) $0.8b$ 元；$(0.8b-10)$ 元.

(4) 平均每天小李跑 $\frac{a}{30}$ m，平均每天小张跑 $\frac{45\,000}{30}=1\,500(\text{m})$；平均每天小李比小张多跑 $\left(\frac{a}{30}-1\,500\right)$m.

2. 解：$-\frac{1}{2}a^2b$ 是单项式，系数为 $-\frac{1}{2}$，次数为 3；

$\frac{m^4n^2}{7}$ 是单项式，系数为 $\frac{1}{7}$，次数为 6；

x^2+y^2-1 是多项式，它的项分别是 x^2，y^2，-1，次数是 2；

x 是单项式，系数为 1，次数为 1；

$3x^2-y+3xy^3+x^4-1$ 是多项式，它的项分别是 $3x^2$，$-y$，$3xy^3$，x^4，-1，次数是 4；

$32t^3$ 是单项式，系数为 32，次数为 3；

$2x-y$ 是多项式，它的项分别是 $2x$，$-y$，次数是 1.

3. 解：(1) $x^2y-3x^2y=(1-3)x^2y=-2x^2y$.

(2) $10y^2+0.5y^2=(10+0.5)y^2=10.5y^2$.

(3) $-\frac{1}{2}a^2bc+\frac{1}{2}cba^2=\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)a^2bc=0$.

(4) $\frac{1}{4}mn-\frac{1}{3}mn+7=\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}\right)mn+7=-\frac{1}{12}mn+7$.

(5) $7ab-3a^2b^2+7+8ab^2+3a^2b^2-3-7ab=(7-7)ab+(-3+3)a^2b^2+8ab^2+7-3=8ab^2+4$.

(6) $3x^3-3x^2-y^2+5y+x^2-5y+y^2=3x^3+(-3+1)x^2+(-1+1)y^2+(5-5)y=3x^3-2x^2$.

4. 解：(1) $(4a^3b-10b^3)+(-3a^2b^2+10b^3)=4a^3b-10b^3-3a^2b^2+10b^3=4a^3b-3a^2b^2$.

(2) $(4x^2y-5xy^2)-(3x^2y-4xy^2)=4x^2y-5xy^2-3x^2y+4xy^2=x^2y-xy^2$.

(3) $5a^2-[a^2+(5a^2-2a)-2(a^2-3a)]=5a^2-a^2-(5a^2-2a)+2(a^2-3a)=5a^2-a^2-5a^2+2a+2a^2-6a=a^2-4a$.

(4) $15+3(1-a)-(1-a-a^2)+(1-a+a^2-a^3)=15+3-3a-1+a+a^2+1-a+a^2-a^3=-a^3+2a^2-3a+18$.

(5) $(4a^2b-3ab)+(-5a^2b+2ab)=4a^2b-3ab-5a^2b+2ab=-a^2b-ab$.

(6) $(6m^2-4m-3)+(2m^2-4m+1)=6m^2-4m-3+2m^2-4m+1=8m^2-8m-2$.

(7) $(5a^2+2a-1)-4(3-8a+2a^2)=5a^2+2a-1-12+32a-8a^2=-3a^2+34a-13$.

(8) $3x^2-\left[5x-\left(\frac{1}{2}x-3\right)+2x^2\right]=3x^2-5x+\left(\frac{1}{2}x-3\right)-2x^2=3x^2-5x+\frac{1}{2}x-3-2x^2=x^2-\frac{9}{2}x-3$.

点拨：去括号时要注意符号问题.

5. 解：$5x^2+4-3x^2-5x-2x^2-5+6x=5x^2-3x^2-2x^2-5x+6x+4-5=x-1$.

当 $x=-3$ 时，原式 $=-3-1=-4$.

点拨：交换多项式中的各项时，应注意连同其前面的符号一起移动.

6. 解：(1) $a\div(1-60\%)=\frac{5}{2}a$.

(2) $(x+y)\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}(x+y)$.

7. 解：乙地的海拔为 $(h+20)$ m，丙地的海拔为 $(h-30)$ m；乙、丙两地的高度差为 $(h+20)-(h-30)=h+20-h+30=50(\text{m})$.

8. 解：长方形的面积为 $8x$ cm^2，梯形的面积为 $\frac{1}{2}(x+3x)\times5=10x(\text{cm}^2)$，

因为 $10x>8x$，

所以梯形的面积大，大 $10x-8x=2x(\text{cm}^2)$.

点拨：用含 x 的式子分别表示出长方形和梯形的面积，然后进行比较即可得哪个图形的面积大.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. 解：第一种方案各圆形水池周长的和为$2\pi r\times 2=4\pi r$(m).

第二种方案各圆形水池周长的和为$2\pi r+2\pi\times\frac{r}{2}+2\pi\times\frac{r}{3}+2\pi\times\frac{r}{6}=4\pi r$(m).

所以两种方案砌各圆形水池的周边需要的材料一样多.

10. 解：每件售价为$a(1+22\%)=1.22a$(元)；

现售价为$1.22a\times 85\%=1.037a$(元)；

每件还能盈利$1.037a-a=0.037a$(元).

11. 解：原数为$10a+b$，交换位置后的数为$10b+a$，两者的和为$(10a+b)+(10b+a)=11(a+b)$.

因为$a+b$为整数，

所以$11(a+b)$能被11整除.

12. 解：(1)$4(a+b)+2(a+b)-(a+b)$

$=(4+2-1)(a+b)$

$=5(a+b)$.

(2)$3(x+y)^2-7(x+y)+8(x+y)^2+6(x+y)$

$=(3+8)(x+y)^2+(-7+6)(x+y)$

$=11(x+y)^2-(x+y)$.

第三章 一元一次方程

3.1 从算式到方程

练习

1. 解：设沿跑道跑x周，可以跑3 000 m，根据题意，得$400x=3\,000$.

点拨：本题中的相等关系为沿跑道跑的周数乘跑道一周的长等于3 000 m.

2. 解：设甲种铅笔买了x支，则乙种铅笔买了$(20-x)$支.

根据题意，得$0.3x+0.6(20-x)=9$.

点拨：本题中的相等关系为买甲种铅笔的钱数加上买乙种铅笔的钱数等于9元.

3. 解：设上底是x cm，则下底是$(x+2)$ cm，根据题意，得$\frac{1}{2}(x+x+2)\times 5=40$.

点拨：根据梯形的面积公式列出方程.

4. 解：设大水杯的单价是x元，则小水杯的单价是$\frac{2}{3}x$元，根据题意，得$x-\frac{2}{3}x=5$.

点拨：设大水杯的单价是x元，由买10个大水杯的钱，可以买15个小水杯，得小水杯的单价是$\frac{10x}{15}=\frac{2}{3}x$(元).

练习

解：(1)两边加5，得$x-5+5=6+5$. 于是$x=11$.

检验：将$x=11$代入方程$x-5=6$的左边，得$11-5=6$.

方程的左右两边相等，所以$x=11$是方程的解.

(2)两边除以0.3，得$x=150$.

检验：将$x=150$代入方程$0.3x=45$的左边，得$0.3\times 150=45$.

方程的左右两边相等，所以$x=150$是方程的解.

(3)两边减4，得$5x+4-4=0-4$.

化简，得$5x=-4$.

两边除以5，得$x=-\frac{4}{5}$.

检验：将$x=-\frac{4}{5}$代入方程$5x+4=0$的左边，得

$5\times\left(-\frac{4}{5}\right)+4=0$.

方程的左右两边相等，所以$x=-\frac{4}{5}$是方程的解.

(4)两边减2，得$2-\frac{1}{4}x-2=3-2$.

化简，得$-\frac{1}{4}x=1$.

两边乘-4，得$x=-4$.

检验：将$x=-4$代入方程$2-\frac{1}{4}x=3$的左边，得

$2-\frac{1}{4}\times(-4)=2+1=3$.

方程的左右两边相等，所以$x=-4$是方程的解.

点拨：首先观察方程的形式和$x=a$的形式有哪些不同，然后确定用等式的哪条性质，把方程转化为$x=a$的形式，即为方程的解.

习题3.1

1. 解：(1)$a+5=8$. (2)$\frac{1}{3}b=9$.

(3)$2x+10=18$. (4)$\frac{1}{3}x-y=6$.

(5)$3a+5=4a$. (6)$\frac{1}{2}b-7=a+b$.

点拨：解决这类把文字语言“翻译”成等式的题目，关键是抓住文字叙述中的关键词语.

2. 解：(1)$a+b=b+a$. (2)$ab=ba$.

(3)$a(b+c)=ab+ac$.

(4)$(a+b)+c=a+(b+c)$.

点拨：数学中的许多公式、运算律等都可以用等式来表示，使其看上去更直观，且易于理解和记忆.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 解：$x=3$ 是方程(3)的解；$x=0$ 是方程(1)的解；$x=-2$是方程(2)的解.

点拨：解答此类题目有两种方法，一是利用等式的性质，求方程的解；二是把 x 的值代入方程两边，能使方程左右两边相等的 x 的值即为方程的解.

4. 解：(1)两边加 4，得 $x-4+4=29+4$. 化简，得$x=33$.

(2)两边减 2，得$\frac{1}{2}x+2-2=6-2$. 化简，得$\frac{1}{2}x=4$. 两边乘 2，得 $x=8$.

(3)两边减 1，得 $3x+1-1=4-1$. 化简，得 $3x=3$. 两边除以 3，得 $x=1$.

(4)两边加 2，得 $4x-2+2=2+2$. 化简，得 $4x=4$. 两边除以 4，得 $x=1$.

点拨：等式的性质是解方程的重要依据，我们可以应用等式的性质解一些简单的方程，关键是根据方程的特点进行合理变形.

5. 解：设这个班有男生 x 人，则有女生 $\left(\frac{4}{5}x+3\right)$ 人.

根据题意，得 $x+\left(\frac{4}{5}x+3\right)=48$.

点拨：先设这个班有男生 x 人，用含 x 的式子表示出女生人数，再利用“总人数 = 男生人数 + 女生人数”列方程.

6. 解：设获得一等奖的学生有 x 人，则获得二等奖的学生有$(22-x)$人.

根据题意，得 $200x+50(22-x)=1\,400$.

点拨：列方程解应用题的关键是找出题中的相等关系. 本题中的相等关系为一等奖的奖学金与二等奖的奖学金总和为 1 400 元. 若设获得一等奖的学生有 x 人，则获得二等奖的学生有$(22-x)$人. 这样一等奖的奖学金共 $200x$ 元，二等奖的奖学金共 $50(22-x)$ 元，由相等关系可列方程为 $200x+50(22-x)=1\,400$.

7. 解：设去年同期这项收入为 x 元.

根据题意，得$(1+8.3\%)x=5\,109$.

8. 解：设 x 个月后这辆汽车将行驶 20 800 km.

根据题意，得 $12\,000+800x=20\,800$.

点拨：此题中的相等关系是汽车已行驶的路程与汽车再行驶的路程的和是 20 800 km.

9. 解：设内沿小圆的半径是 x cm.

根据题意，得 $10^2\pi-\pi x^2=200$.

点拨：解此题时，利用圆的面积公式 $S=\pi r^2$，根据相等关系“圆环面积 = 外沿大圆面积 − 内沿小圆面积”，设出内沿小圆的半径是 x cm，则可列出方程.

10. 解：设每班有 x 个学生.

根据题意，得$10x-22=428$.

11. 解：x 是方程$(10x+1)-(10+x)=18$ 的解.

x 是 3.

点拨：解答本题可用逐一验证法，即把 x 从符合题意的最小正整数值开始代入方程进行验证；还可对方程先去括号，再用等式的性质求解.

3.2 解一元一次方程(一)
——合并同类项与移项

练习

1. 解：(1)合并同类项，得 $3x=9$，

系数化为 1，得 $x=3$.

(2)合并同类项，得$\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)x=7$，即 $2x=7$，

系数化为 1，得 $x=\frac{7}{2}$.

(3)合并同类项，得$(-3+0.5)x=10$，即 $-2.5x=10$，系数化为 1，得 $x=-4$.

(4)合并同类项，得$(7-4.5)x=2.5$，即 $2.5x=2.5$，

系数化为 1，得 $x=1$.

点拨：在解方程时，首先把含有未知数的项合并在一起，再利用等式的性质，将未知数的系数化为 1，即得到了方程的解，然后把未知数的值代入方程进行检验，看所求的解是否正确. 检验过程不用写.

2. 解：设前年的产值是 x 万元，则去年的产值是 $1.5x$万元，今年的产值是 $3x$ 万元.

根据题意，得 $x+1.5x+3x=550$.

合并同类项，得 $5.5x=550$.

系数化为 1，得 $x=100$.

答：前年的产值是 100 万元.

点拨：先设出未知数，表示出去年和今年的产值，再根据这三年的总产值为 550 万元列方程.

练习

1. 解：(1)移项，得 $6x-4x=-5+7$. 合并同类项，得 $2x=2$. 系数化为 1，得 $x=1$.

(2)移项，得 $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x=6$. 合并同类项，得 $-\frac{1}{4}x=6$. 系数化为 1，得 $x=-24$.

点拨：通常移项时把含有未知数的项移到等号的一边，把不含未知数的项移到等号的另一边，移项时要改变符号.

2. 解：设她们采摘用了 x 小时.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

根据题意，得 $8x-0.25=7x+0.25$. 移项，

得 $8x-7x=0.25+0.25$.

合并同类项，得 $x=0.5$.

答：她们采摘用了 0.5 小时.

点拨：易出现只给李丽采摘的樱桃数量加 0.25 kg，而不给王芳采摘的樱桃数量减 0.25 kg 的错误.

习题 3.2

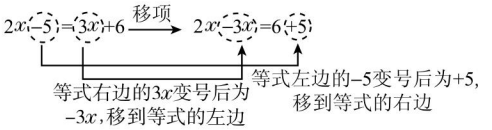
1. 解：(1)合并同类项，得 $(2+3+4)x=18$，即 $9x=18$，系数化为 1，得 $x=2$.

(2)合并同类项，得 $(13-15+1)x=-3$，即 $-x=-3$，系数化为 1，得 $x=3$.

(3)合并同类项，得 $(2.5+10-6)y=-6.5$，即 $6.5y=-6.5$，系数化为 1，得 $y=-1$.

(4)合并同类项，得 $\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+1\right)b=3$，即 $\frac{5}{6}b=3$，系数化为 1，得 $b=\frac{18}{5}$.

2. 解：移项是解方程的一个步骤，是把含有未知数的项都移到等号的一边，把不含未知数的项（常数项）都移到等号的另一边，即把等式一边的某项变号后移到另一边，叫做移项.



移项的根据是等式的性质 1. 例如上式，等式两边同时减去 $3x$，把 $3x$ 从等式右边移到了等式左边；等式两边同时加上 5，把 -5 从等式左边移到了等式右边.

点拨：解方程中的移项是正确求解方程的基础，其根据是等式的性质 1，即等式两边加（或减）同一个数（或式子），结果仍相等.

3. 解：(1)合并同类项，得 $4x=-16$. 系数化为 1，得 $x=-4$.

(2)合并同类项，得 $6y=5$. 系数化为 1，得 $y=\frac{5}{6}$.

(3)移项，得 $3x-4x=1-5$. 合并同类项，得 $-x=-4$. 系数化为 1，得 $x=4$.

(4)移项，得 $-3y-5y=5-9$. 合并同类项，得 $-8y=-4$. 系数化为 1，得 $y=\frac{1}{2}$.

点拨：注意移项时不要忘记变号.

4. 解：(1)由题意，得 $5x+2=3x-4$.

移项，得 $5x-3x=-4-2$. 合并同类项，得 $2x=-6$. 系数化为 1，得 $x=-3$.

(2)由题意，得 $-5y=y+5$. 移项，得 $-5y-y=5$. 合并同类项，得 $-6y=5$. 系数化为 1，得 $y=-\frac{5}{6}$.

5. 解：设现在小新的年龄为 x 岁.

根据题意，得 $28+x=3x$.

移项，得 $x-3x=-28$.

合并同类项，得 $-2x=-28$.

系数化为 1，得 $x=14$.

答：现在小新的年龄为 14 岁.

点拨：设小新现在的年龄为 x 岁，则父亲从小新出生到现在也增长了 x 岁，故可得父亲现在的年龄为 $(28+x)$ 岁. 易出现父亲的年龄不变的错误.

6. 解：设计划生产Ⅰ型洗衣机 x 台，则计划生产Ⅱ型洗衣机 $2x$ 台，计划生产Ⅲ型洗衣机 $14x$ 台.

根据题意，得 $x+2x+14x=25\ 500$.

合并同类项，得 $17x=25\ 500$.

系数化为 1，得 $x=1\ 500$.

所以 $2x=2\times1\ 500=3\ 000$，$14x=14\times1\ 500=21\ 000$.

答：分别计划生产Ⅰ型、Ⅱ型、Ⅲ型洗衣机 1 500 台，3 000 台和 21 000 台.

点拨：此题属于比例分配问题，解比例分配问题时，一般设未知数的方法为：若三个数的比为 $l:m:n$，则设这三个数分别为 lx，mx，nx（$x\neq0$）. 比例分配问题的相等关系是总量等于各分量之和.

7. 解：设长方形的宽是 x m，则长是 $1.5x$ m.

根据题意，得 $2x+2\times1.5x=60$.

合并同类项，得 $5x=60$，

系数化为 1，得 $x=12$，所以 $1.5x=1.5\times12=18$.

答：长和宽分别是 18 m 和 12 m.

点拨：本题中的相等关系是长方形的周长 = 2 × 宽 + 2 × 长，先设长方形的宽是 x m，再表示出长是 $1.5x$ m，列出方程，解出 x.

8. 解：(1)第二块实验田用水 25% x t，第三块实验田用水 15% x t.

(2)根据(1)及题意，得 $x+25\%\,x+15\%\,x=420$.

合并同类项，得 $1.4x=420$.

系数化为 1，得 $x=300$.

所以 $25\%\,x=25\%\times300=75$，$15\%\,x=15\%\times300=45$.

答：第一块实验田用水 300 t，第二块实验田用水 75 t，第三块实验田用水 45 t.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点拨:本题中的相等关系为:总量 = 各分量之和,即三块实验田的用水量的和等于总用水量.

9. 解:设该造纸厂前年 10 月生产再生纸 x t.

根据题意,得 $2x+150=2\,050$.

移项,得 $2x=2\,050-150$.

合并同类项,得 $2x=1\,900$.

系数化为 1,得 $x=950$.

答:该造纸厂前年 10 月生产再生纸 950 t.

点拨:本题的相等关系是该造纸厂前年 10 月再生纸的产量的 2 倍与 150 t 的和等于它去年 10 月再生纸的产量,由此相等关系即可列出方程.解方程时用到了移项,合并同类项和系数化为 1,注意移项时要改变符号.

10. 解:设另一段长为 x cm,则其中的那一段长为 $(2x-5)$ cm.

根据题意,列方程得 $x+2x-5=100$.

移项,得 $x+2x=100+5$.

合并同类项,得 $3x=105$.

系数化为 1,得 $x=35$.

答:应该在距木棍一端 35 cm 处锯开.

点拨:本题的相等关系是两段木棍长度的和为 100 cm.

11. 解:设参与种树的人数为 x 人.

根据题意,得 $10x+6=12x-6$.

移项,得 $10x-12x=-6-6$.

合并同类项,得 $-2x=-12$.

系数化为 1,得 $x=6$.

答:参与种树的人数为 6 人.

点拨:本题可根据树苗的数量不变列方程.易因对题意理解不清,而出现 $10x-6=12x+6$ 的错误.

12. 解:假设月历中相邻三行里同一列的三个日期数之和能为 30.设中间的数是 x,则它上面的数是 $x-7$,它下面的数是 $x+7$.

根据题意,得 $x-7+x+x+7=30$.

合并同类项,得 $3x=30$.

系数化为 1,得 $x=10$.

所以 $x-7=3$,$x+7=17$.

所以假设正确,即相邻三行里同一列的三个日期数之和能为 30,这三个数分别是 3,10,17.

点拨:解答是否存在型的题目,可先假设存在,若得出的结论符合题意,则假设正确;若得出的结论不符合实际意义,则假设错误,即不存在符合题意的值.解方程的步骤可根据题目特点进行适当调整,如本题先合并同类项,可省去移项这一步.

13. 解:设个位上的数是 x,则十位上的数是 $3x+1$.

根据题意,得 $x+3x+1=9$.

移项,得 $x+3x=9-1$.合并同类项,得 $4x=8$.系数化为 1,得 $x=2$.所以 $3x+1=7$.所以这个两位数是 72.

点拨:抓住关键词语、读懂题意是解答此类题目的前提.明确十位上的数是个位上的数的 3 倍加 1 是解答本题的关键.

3.3 解一元一次方程(二)
——去括号与去分母

练习

解:(1)去括号,得 $2x+6=5x$.移项,得 $2x-5x=-6$.合并同类项,得 $-3x=-6$.系数化为 1,得 $x=2$.

(2)去括号,得 $4x+6x-9=12-x-4$.移项,得 $4x+6x+x=12-4+9$.合并同类项,得 $11x=17$.

系数化为 1,得 $x=\frac{17}{11}$.

(3)去括号,得 $3x-24+2x=7-\frac{1}{3}x+1$.移项,得 $3x+2x+\frac{1}{3}x=7+1+24$.合并同类项,得 $\frac{16}{3}x=32$.

系数化为 1,得 $x=6$.

(4)去括号,得 $2-3x-3=1-2-x$.移项,得 $-3x+x=1-2-2+3$.合并同类项,得 $-2x=0$.

系数化为 1,得 $x=0$.

点拨:去括号就是利用乘法的分配律进行计算.注意括号前是正号,去掉括号,原括号内各项都不变号;括号前是负号,去掉括号,原括号内各项都要变号.

练习

解:(1)去分母,得 $19x=21(x-2)$.去括号,得 $19x=21x-42$.移项,得 $19x-21x=-42$.合并同类项,得 $-2x=-42$.系数化为 1,得 $x=21$.

(2)去分母,得 $2(x+1)-8=x$.去括号,得 $2x+2-8=x$.移项,得 $2x-x=-2+8$.合并同类项,得 $x=6$.

(3)去分母,得 $3(5x-1)=6(3x+1)-4(2-x)$.去括号,得 $15x-3=18x+6-8+4x$.移项,得 $15x-18x-4x=6-8+3$.合并同类项,得 $-7x=1$.系数化为 1,得 $x=-\frac{1}{7}$.

(4)去分母,得 $10(3x+2)-20=5(2x-1)-4(2x+1)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

去括号,得 $30x+20-20=10x-5-8x-4$.
移项,得 $30x-10x+8x=-5-4+20-20$.
合并同类项,得 $28x=-9$.
系数化为1,得 $x=-\frac{9}{28}$.

点拨:解方程的一般步骤是:去分母(两边乘各分母的最小公倍数)、去括号(用乘法分配律)、移项、合并同类项、系数化为1(两边除以未知数的系数).

习题 3.3

1. 解:(1)去括号,得 $5a+2-4a=0$. 移项,得 $5a-4a=-2$. 合并同类项,得 $a=-2$.
(2)去括号,得 $25b-b+5=29$. 移项,得 $25b-b=29-5$. 合并同类项,得 $24b=24$. 系数化为1,得 $b=1$.
(3)去括号,得 $7x+6x-6=20$. 移项,得 $7x+6x=20+6$. 合并同类项,得 $13x=26$. 系数化为1,得 $x=2$.
(4)去括号,得 $8y-9y-6=6$. 移项、合并同类项,得 $-y=12$. 系数化为1,得 $y=-12$.

2. 解:(1)去括号,得 $2x+16=3x-3$. 移项,得 $2x-3x=-3-16$.
合并同类项,得 $-x=-19$. 系数化为1,得 $x=19$.
(2)去括号,得 $8x=-2x-8$. 移项,得 $8x+2x=-8$. 合并同类项,得 $10x=-8$. 系数化为1,得 $x=-\frac{4}{5}$.
(3)去括号,得 $2x-\frac{2}{3}x-2=-x+3$. 移项,得 $2x-\frac{2}{3}x+x=3+2$. 合并同类项,得 $\frac{7}{3}x=5$.
系数化为1,得 $x=\frac{15}{7}$.
(4)去括号,得 $20-y=-1.5y-2$. 移项,得 $-y+1.5y=-2-20$. 合并同类项,得 $0.5y=-22$. 系数化为1,得 $y=-44$.

点拨:通过去括号、移项、合并同类项和系数化为1等步骤进一步熟悉一元一次方程的解法.

3. 解:(1)去分母,得 $3(3x+5)=2(2x-1)$. 去括号,得 $9x+15=4x-2$. 移项,得 $9x-4x=-2-15$. 合并同类项,得 $5x=-17$. 系数化为1,得 $x=-\frac{17}{5}$.
(2)去分母,得 $-3(x-3)=3x+4$. 去括号,得 $-3x+9=3x+4$. 移项,得 $-3x-3x=4-9$. 合并同类项,得 $-6x=-5$. 系数化为1,得 $x=\frac{5}{6}$.
(3)去分母,得 $3(3y-1)-12=2(5y-7)$. 去括号,得 $9y-3-12=10y-14$. 移项,得 $9y-10y=-14+12+3$. 合并同类项,得 $-y=1$.
系数化为1,得 $y=-1$.
(4)去分母,得 $4(5y+4)+3(y-1)=24-(5y-5)$. 去括号,得 $20y+16+3y-3=24-5y+5$. 移项,得 $20y+3y+5y=24+5+3-16$. 合并同类项,得 $28y=16$. 系数化为1,得 $y=\frac{4}{7}$.

点拨:解题过程中要注意:去分母时,方程两边每一项都要乘各分母的最小公倍数,不要漏乘没有分母的项;去括号时,括号前是负因数时要注意把原括号内的每一项都改变符号;移项时要注意变号.

4. 解:(1)由题意,得 $1.2(x+4)=3.6(x-14)$. 去括号,得 $1.2x+4.8=3.6x-50.4$. 移项,得 $1.2x-3.6x=-50.4-4.8$. 合并同类项,得 $-2.4x=-55.2$. 系数化为1,得 $x=23$.
(2)由题意,得 $\frac{1}{2}(3y+1.5)=\frac{1}{4}(y-1)$. 去分母,得 $2(3y+1.5)=y-1$. 去括号,得 $6y+3=y-1$. 移项,得 $6y-y=-1-3$. 合并同类项,得 $5y=-4$. 系数化为1,得 $y=-\frac{4}{5}$.

点拨:列方程时,易因漏加括号而出错.

5. 解:李明登山所用时间为 $(x-30)$ min.
由 x 的值能求出山高. 根据题意,得 $10x=15(x-30)$. 去括号,得 $10x=15x-450$.
移项,得 $10x-15x=-450$.
合并同类项,得 $-5x=-450$.
系数化为1,得 $x=90$.
所以 $10x=10\times90=900$.
答:x 的值为90,这座山高 900 m.

点拨:本题的相等关系是张华、李明两人所登高的路程都是山的高度,而张华用的时间比李明用的时间多30 min,由此可列出方程.

6. 解:设乙车的速度是 x km/h,则甲车的速度是 $(x+20)$ km/h. 根据题意,得 $0.5(x+x+20)=84$.
去括号,得 $0.5x+0.5x+10=84$.
移项、合并同类项,得 $x=74$.
所以 $x+20=74+20=94$.
答:甲、乙两车的速度分别是 94 km/h、74 km/h.

点拨:本题的相等关系为路程=速度和×时间.

7. 解:(1)设无风时这架飞机在这一航线的平均航速为 x km/h.
根据题意,得 $2.8(x+24)=3(x-24)$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

去括号，得 $2.8x+67.2=3x-72$.
移项，得 $2.8x-3x=-72-67.2$.
合并同类项，得 $-0.2x=-139.2$.
系数化为 1，得 $x=696$.
答：无风时这架飞机在这一航线的平均航速为696 km/h.
(2)由(1)得 $3(x-24)=3\times(696-24)=2\,016$.
答：两机场之间的航程为 2 016 km.

8. 解：设蓝布料买了 x m，则黑布料买了 $(138-x)$ m. 根据题意，得 $3x+5(138-x)=540$，
去括号，得 $3x+690-5x=540$.
移项，得 $3x-5x=540-690$.
合并同类项，得 $-2x=-150$.
系数化为 1，得 $x=75$.
所以 $138-x=138-75=63$.
答：蓝布料买了 75 m，黑布料买了 63 m.
点拨：买蓝布料的钱加上买黑布料的钱共为 540 元，根据这一相等关系列出方程解答.

9. 解：设每个房间需要粉刷的墙面面积为 x m^2.
根据题意，得 $\frac{8x-50}{3}-\frac{10x+40}{5}=10$.
去分母，得 $5(8x-50)-3(10x+40)=150$.
去括号，得 $40x-250-30x-120=150$.
移项，得 $40x-30x=150+120+250$.
合并同类项，得 $10x=520$.
系数化为 1，得 $x=52$.
答：每个房间需要粉刷的墙面面积为 52 m^2.
点拨：本题中的相等关系为每名一级技工比二级技工一天多粉刷 10 m^2 墙面，故可以设每个房间需要粉刷的墙面面积为 x m^2，把每名一级技工和每名二级技工一天可以粉刷的墙面面积用含 x 的式子来表示，列出方程求解即可.

10. 解：设 A，B 两地间的路程为 x km. 根据题意，得 $x+36=36\times2\times2$. 化简，得 $x+36=144$. 移项，得 $x=144-36$. 合并同类项，得 $x=108$.
答：A，B 两地间的路程为 108 km.
点拨：这是一道相遇问题. 本题中两次出现了 36 km，这里的两个 36 km 含义是不同的，上午 10 时的 36 km 是两人还未相遇时相距的距离，到了中午 12 时，两人的距离是相遇后又离开的距离. 本题中的相等关系为两人 4 h 所行路程和比全程多 36 km.

11. 解：(1)从车头经过灯下到车尾经过灯下火车所走的路程为 x m，这段时间内火车的平均速度为 $\frac{x}{10}$ m/s.
(2)从车头进入隧道到车尾离开隧道火车所走的路程为 $(300+x)$ m，这段时间内火车的平均速度为 $\frac{300+x}{20}$ m/s.
(3)没有.
(4)由以上可得 $\frac{300+x}{20}=\frac{x}{10}$.
去分母，得 $300+x=2x$.
移项、合并同类项，得 $-x=-300$.
系数化为 1，得 $x=300$.
答：这列火车的长度是 300 m.
点拨：易误认为火车的速度是 15 m/s，得火车的长度为 150 m，而实际上火车经过 300 m 的隧道是指从车头进入隧道起至车尾离开隧道止.

3.4 实际问题与一元一次方程

练习

1. 解：设用 x m^3 钢材做 A 部件，用 $(6-x)$ m^3 钢材做 B 部件.
根据题意，得 $3\times40x=240(6-x)$.
解方程，得 $120x=1\,440-240x$，
$120x+240x=1\,440$，
$360x=1\,440$，$x=4$.
$6-x=2$.
$40\times4=160$(套).
答：应用 4 m^3 钢材做 A 部件，2 m^3 钢材做 B 部件，恰好配成这种仪器 160 套.

2. 解：设要 x 天可以铺好这条管线.
根据题意，得 $\frac{1}{12}x+\frac{1}{24}x=1$.
解方程，得 $2x+x=24$，$3x=24$，$x=8$.
答：要 8 天可以铺好这条管线.
点拨：把总工作量看作 1，则甲工程队的工作效率为 $\frac{1}{12}$，乙工程队的工作效率为 $\frac{1}{24}$.

练习

1. 解：设每个小书包的进价为 x 元，则每个大书包的进价为 $(x+10)$ 元.
根据题意，得 $0.3x=0.2(x+10)$.
解方程，得 $0.3x=0.2x+2$，
$0.3x-0.2x=2$，$0.1x=2$，
$x=20$. $x+10=30$.
答：每个小书包的进价为 20 元，每个大书包的进价为 30 元.
点拨：本题的等量关系为小书包的利润额 = 大书包的利润额，而利润额 = 进价 × 盈利率.

2. 解：设复印张数为 x 时，两处的收费相同. 根据题

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

意,复印张数超过20,可得$0.12\times20+0.09(x-20)=0.1x$,解方程,得$2.4+0.09x-1.8=0.1x$,

$0.09x-0.1x=-2.4+1.8$,

$-0.01x=-0.6$,

$x=60$.

答:复印张数为60时,两处的收费相同.

点拨:若复印张数x不超过20,则两处的收费分别为$0.12x$元,$0.1x$元,不可能相等,故复印张数应超过20.

3. 2;2 **点拨**:由各年级同一兴趣小组每次活动时间相同,结合表格中的数据可得文艺小组每次活动时间为2 h,所以科技小组每次活动时间为$\frac{12.5-4\times2}{3}=1.5$(h).设九年级文艺小组活动次数为$x$次,则科技小组活动次数为$\frac{7-2x}{1.5}$次.由题意知$x$,$\frac{7-2x}{1.5}$均为自然数,可得$x=2$,$\frac{7-2x}{1.5}=2$.

习题3.4

1. 略.

2. **解**:设用x m^3木材制作桌面,用$(12-x)$ m^3木材制作桌腿.

根据题意,得$4\times20x=400(12-x)$.

解方程,得$80x=4\ 800-400x$,$480x=4\ 800$,

$x=10$.

$12-x=2$.

答:用10 m^3木材制作桌面,用2 m^3木材制作桌腿才能制作尽可能多的桌子.

点拨:本题属于配套问题,由题意可知,桌面的数量×4=桌腿的数量.易因忽略桌面数量与桌腿数量间的关系而出错.

3. **解**:设制作甲种零件x天,乙种零件$(30-x)$天.

根据题意,得$500x=250(30-x)$.

解方程,得$500x=7\ 500-250x$,$500x+250x=7\ 500$,$750x=7\ 500$,$x=10$.

$30-x=20$.

答:甲种零件应制作10天,乙种零件应制作20天.

点拨:根据制作两种零件的个数相等列方程即可.

4. **解**:设由八年级学生单独完成剩余部分需要x h.

根据题意,得$\left(\frac{1}{7.5}+\frac{1}{5}\right)\times1+\frac{1}{5}x=1$,

去括号,得$\frac{1}{7.5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}x=1$.

移项,得$\frac{1}{5}x=1-\frac{1}{7.5}-\frac{1}{5}$.

合并同类项,得$\frac{1}{5}x=\frac{2}{3}$.

系数化为1,得$x=\frac{10}{3}$. $\frac{10}{3}+1=\frac{13}{3}$(h).

答:共需$\frac{13}{3}$ h完成.

点拨:本题属于工程问题,这类问题我们通常设总工作量为1,然后表示出各部分工作量,利用总工作量等于各部分工作量之和列出方程即可.

5. **解**:设先安排x人做2 h.

根据题意,得$\frac{1}{80}x\times2+\frac{1}{80}(x+5)\times8=\frac{3}{4}$.

化简,得$\frac{1}{40}x+\frac{1}{10}(x+5)=\frac{3}{4}$.

去分母,得$x+4(x+5)=30$.

去括号,得$x+4x+20=30$.

移项,得$x+4x=30-20$.

合并同类项,得$5x=10$.

系数化为1,得$x=2$.

所以$x+5=2+5=7$.

答:先安排2人做2 h,再安排7人做8 h,完成这项工作的$\frac{3}{4}$.

点拨:先把这一项工作的整体看作1,根据题意可知每人1 h做全部工作的$\frac{1}{80}$,然后根据题意列出方程即可.

6. **解**:设这件衣服值x枚银币.

依题意,得$\frac{x+2}{7}=\frac{x+10}{12}$.解得$x=9.2$.

答:这件衣服值9.2枚银币.

点拨:本题中要把衣服折合为银币考虑它的价值,解题时应按常规考虑,以月为单位计酬,即本题中的相等关系为每个月的报酬是固定的.

7. **解**:设每箱装x个产品.

依题意,得$\frac{8x+4}{5}=\frac{11x+1}{7}+1$.解得$x=12$.

答:每箱装12个产品.

点拨:此题中的相等关系是每台A型机器比B型机器一天多生产1个产品.

8. **解**:(1)由题意可知,21 min时的温度是$10+\frac{25-10}{5}\times21=73$(℃).

答:21 min时的温度是73 ℃.

(2)设x min时的温度是34 ℃.

由题意,得$10+3x=34$.解得$x=8$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

答:8 min 时的温度是 34 ℃.

9. 解:设制作大月饼用 x kg 面粉,则制作小月饼用 $(4\ 500-x)$ kg 面粉. 根据题意,得 $\frac{2x}{0.05}=\frac{4\ 500-x}{0.02}$. 解方程,得 $4x=5(4\ 500-x)$,$4x+5x=5\times4\ 500$,$9x=5\times4\ 500$,$x=2\ 500$. $4\ 500-x=2\ 000$.

答:制作大月饼用 2 500 kg 面粉,制作小月饼用 2 000 kg面粉,才能生产最多的盒装月饼.

点拨:本题的相等关系为小月饼的个数等于大月饼个数的 2 倍.

10. 解:设小刚的行进速度是 x km/h,小强的行进速度是 $(x-12)$ km/h.

根据题意,得 $2(x-12)=0.5x$.

解方程,得 $2x-24=0.5x$,$1.5x=24$,$x=16$.

$x-12=4$,$2\times16\div4=8$(h).

答:小刚的行进速度是 16 km/h,小强的行进速度是 4 km/h,相遇后经过 8 h 小强到达 A 地.

点拨:由题意得出小强 2 h 所走的路程和小刚 0.5 h 所走的路程相等是解答本题的关键.

11. 解:设销售量要比按原价销售时增加 $x\%$. 根据题意,得 $(1-20\%)(1+x\%)=1$. 解得 $x=25$.

答:销售量要比按原价销售时增加 25%.

点拨:降价后的单价 × 降价后的销售量 = 销售总金额.

12. 解:(1)设此月人均定额是 x 件,则甲组工人此月实际人均工作量为 $\frac{4x+20}{4}$ 件,乙组工人此月实际人均工作量为 $\frac{6x-20}{5}$ 件.

根据题意,得 $\frac{4x+20}{4}=\frac{6x-20}{5}$,解得 $x=45$.

答:此月人均定额是 45 件.

(2)设此月人均定额是 y 件,则甲组工人此月实际人均工作量为 $\frac{4y+20}{4}$ 件,乙组工人此月实际人均工作量为 $\frac{6y-20}{5}$ 件.

根据题意得 $\frac{4y+20}{4}=\frac{6y-20}{5}+2$. 解得 $y=35$.

答:此月人均定额是 35 件.

(3)设此月人均定额是 z 件,则甲组工人此月实际人均工作量为 $\frac{4z+20}{4}$ 件,乙组工人此月实际人均工作量为 $\frac{6z-20}{5}$ 件.

根据题意得 $\frac{4z+20}{4}=\frac{6z-20}{5}-2$. 解得 $z=55$.

答:此月人均定额是 55 件.

点拨:本题中的“人均定额”和“人均工作量”是两个不同的概念,前者是计划的量,后者是实际完成的量,本题根据(1),(2),(3)中所给的甲、乙两组工人实际完成的此月人均工作量的关系列出方程求解即可.

13. 解:(1)设丢番图的寿命为 x 岁.

根据题意,得 $\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$.

解得 $x=84$.

答:丢番图的寿命为 84 岁.

(2) $\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{7}\right)\times84+5=38$(岁).

答:丢番图开始当爸爸时的年龄为 38 岁.

(3) $84-4=80$(岁).

答:儿子死时丢番图的年龄为 80 岁.

点拨:题中简要记述了数学家丢番图的生平,没有明确说出丢番图的寿命,题中的相等关系是各阶段年数之和就是丢番图的寿命,由此相等关系即可列出方程.

复习题 3

1. 解:(1) $t-\frac{2}{3}t=10$.　(2) $(1-45\%)n=110$.

(3) $1.1a-10=210$.　(4) $\frac{60}{5}-\frac{x}{5}=2$.

2. 解:(1)去分母,得 $8-48x=18-33x$.

移项,得 $-48x+33x=18-8$.

合并同类项,得 $-15x=10$.

系数化为 1,得 $x=-\frac{2}{3}$.

(2)移项,得 $0.5x+1.3x=6.5+0.7$.

合并同类项,得 $1.8x=7.2$.

系数化为 1,得 $x=4$.

(3)去括号,得 $\frac{1}{2}x-1=\frac{2}{5}x-3$.

去分母,得 $5x-10=4x-30$.

移项,得 $5x-4x=-30+10$.

合并同类项,得 $x=-20$.

(4)去分母,得 $7(1-2x)=3(3x+1)-63$.

去括号,得 $7-14x=9x+3-63$.

移项,得 $-14x-9x=3-63-7$.

合并同类项,得 $-23x=-67$.

系数化为 1,得 $x=\frac{67}{23}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 解：(1)$x-\frac{x-1}{3}=7-\frac{x+3}{5}$，

去分母，得$15x-5(x-1)=105-3(x+3)$.

去括号，得$15x-5x+5=105-3x-9$.

移项，得$15x-5x+3x=105-9-5$.

合并同类项，得$13x=91$.

系数化为1，得$x=7$.

所以当$x=7$时，$x-\frac{x-1}{3}$的值和$7-\frac{x+3}{5}$的值相等.

(2)$\frac{2}{5}x+\frac{x-1}{2}=\frac{3(x-1)}{2}-\frac{8}{5}x$.

去分母，得$4x+5(x-1)=15(x-1)-16x$.

去括号，得$4x+5x-5=15x-15-16x$.

移项，得$4x+5x-15x+16x=-15+5$.

合并同类项，得$10x=-10$.

系数化为1，得$x=-1$.

所以当$x=-1$时，$\frac{2}{5}x+\frac{x-1}{2}$的值和$\frac{3(x-1)}{2}-\frac{8}{5}x$的值相等.

点拨：根据题意列出方程即可求得x的值，把问题转化为解一元一次方程，这是解这类题的常用方法.

4. 解：(1)当$S=30,a=6,h=4$时，$30=\frac{1}{2}(6+b)\times4$.

解方程，得$6+b=15,b=9$.

(2)当$S=60,b=4,h=12$时，$60=\frac{1}{2}(a+4)\times12$.

解方程，得$a+4=10,a=6$.

(3)当$S=50,a=6,b=\frac{5}{3}a$时，$50=\frac{1}{2}\left(6+\frac{5}{3}\times6\right)h$.

解方程，得$8h=50,h=\frac{25}{4}$.

点拨：解答(1)(2)时，把$6+b,a+4$看成一个整体，可简化计算.

5. 解：设快马x天可以追上慢马，依题意，得

$150\times12+150x=240x$. 解得$x=20$.

答：快马20天可以追上慢马.

点拨：此题为追及问题，本题中的相等关系为慢马共行的路程=快马行的路程，由此相等关系即可列出方程.

6. 解：设经过x分首次相遇. 依题意，得

$350x+250x=400$. 解得$x=\frac{2}{3}$.

因此可知甲、乙二人每隔$\frac{2}{3}$分就相遇一次，即又经过$\frac{2}{3}$分再次相遇.

答：经过$\frac{2}{3}$分首次相遇，又经过$\frac{2}{3}$分再次相遇.

点拨：本题中的相等关系是两人相遇时所经过的路程之和是跑道一圈长的整数倍.

7. 解：设原有x个鸽笼，则原有$(6x+3)$只鸽子.

根据题意，得$6x+3=8x-5$. 移项，得$6x-8x=-5-3$. 合并同类项，得$-2x=-8$. 系数化为1，得$x=4$. 所以$6x+3=6\times4+3=27$.

答：原有27只鸽子和4个鸽笼.

点拨：如果换一个角度，从鸽笼数不变也可以列方程，即设原有x只鸽子，则可以列出方程$\frac{x-3}{6}=\frac{x+5}{8}$，求得$x=27,\frac{x-3}{6}=4$.

8. 解：设女儿现在的年龄是x岁，则父亲现在的年龄是$(91-x)$岁.

根据题意，得$2x-(91-x)=\frac{1}{3}(91-x)-x$.

解方程，得$6x-3(91-x)=(91-x)-3x$,

$6x-273+3x=91-x-3x$,

$6x+3x+x+3x=91+273$,

$13x=364,x=28$.

答：女儿现在的年龄是28岁.

点拨：明确父亲增长的年龄等于女儿增长的年龄是解答本题的关键.

9. 解：由参赛者A全答对得100分，可得答对1道题得5分. 由参赛者B只答错1道题得94分，可得答错1道题倒扣1分. (1)设参赛者F答对了x道题，则答错了$(20-x)$道题，根据题意，得$5x-(20-x)=76$.

解方程，得$5x-20+x=76,5x+x=76+20$,

$6x=96,x=16$.

答：他答对了16道题.

(2)不可能. 理由：若得80分，假设答对了y道题，则答错了$(20-y)$道题，则$5y-(20-y)=80$.

解得$y=\frac{50}{3}$，不是整数，所以不可能得80分.

点拨：本题由表格提供信息，仔细分析表格中的数据，得出答对1道题得多少分，答错1道题扣多少分，是解答本题的关键.

10. 解：(1)设去游泳馆x次时，购会员证与不购证付一样的钱.

根据题意，得$80+x=3x$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解方程，得 $-2x=-80$，$x=40$.

答：去游泳馆 40 次时，购会员证与不购证付一样的钱.

(2)当去游泳馆的次数多于 40 次时，购会员证比不购证更合算.

(3)当去游泳馆的次数少于 40 次时，不购会员证比购证更合算.

11. 解：设这个村去年种植油菜的面积是 x hm^2，则今年种植油菜的面积是 $(x-3)$ hm^2.

根据题意，得 $2\,700(x-3)\times50\%-2\,400x\times40\%=3\,750$.

整理方程，得 $1\,350(x-3)-960x=3\,750$，$1\,350x-4\,050-960x=3\,750$，$390x=7\,800$，$x=20$. 所以 $x-3=17$.

答：这个村去年种植油菜的面积是 20 hm^2，今年种植油菜的面积是 17 hm^2.

点拨：总产油量 = 每公顷产量 × 种植面积 × 含油率；根据“今年的总产油量 − 去年的总产油量 = 3 750 kg”列方程.

第四章 几何图形初步

4.1 几何图形

练习

1. 略.

2. 解：从左往右第一个图上、下底面是圆；

第二个图底面是圆；

第三个图上、下底面是五边形，侧面是五个长方形；

第四个图底面是六边形，侧面是六个三角形；

第五个图底面和与其相邻的侧面是五个长方形，上面是四个三角形.

点拨：观察每个图形的特点就可以解答.

练习

1. 解：图(1)是从上面看这个棱柱得到的；

图(2)是从正面看这个棱柱得到的；

图(3)是从左面(或右面)看这个棱柱得到的.

点拨：通过观察、分析和空间想象即可得出答案.

2. 解：圆柱连图(4)；　圆锥连图(6)；　三棱柱连图(3).

3. C

练习

1. 解：图(1)(2)的各个面都是平的.

图(3)(5)的底面是平的，其余面是曲的.

图(4)的面是曲的.

2. 解：设第一行图从左到右依次为(1)(2)(3)(4)(5)，第二行图从左到右依次为 a,b,c,d,e，则有：(1)—d，(2)—c，(3)—e，(4)—a，(5)—b.

习题 4.1

1. 解：设图形从左到右依次为(1)(2)(3)(4)(5)，则图形(1)连棱柱，图形(2)连球，图形(3)连圆柱，图形(4)连棱锥，图形(5)连圆锥.

2. 略.

3. 解：看到的平面图形有三角形、长方形、五边形、六边形、椭圆.

4. 解：第 1 个立体图形是圆柱，从正面、左面看，得到的都是长方形，从上面看，得到的是一个圆；第 2 个立体图形是圆锥，从正面、左面看，得到的都是等腰三角形，从上面看，得到的是一个圆和圆心一点；第 3 个立体图形是球，从正面、左面、上面看，得到的都是一个圆.

5. A

6. 解：设第一行图从左到右依次为(1)(2)(3)(4)，第二行图从左到右依次为(5)(6)(7)(8)，则有：(1)—(7)，(2)—(8)，(3)—(6)，(4)—(5).

7. 解：这六个图形中只有第一行从左数第三个不是正方体的展开图，其他五个都是正方体的展开图. 还能再画出一些正方体的展开图(图略).

点拨：正方体的展开图共有十一种.

8. 解：第 1 个物体中主要含有长方体；

第 2 个物体中主要含有长方体、圆柱；

第 3 个物体中主要含有长方体、棱锥、三棱柱；

第 4 个物体中主要含有圆柱.

点拨：根据我们学过的立体图形的特征对照实物图解题.

9. 解：“横看成岭侧成峰”说明从不同方向看立体图形得到的图形是不同的.

10. D

11. 解：第一个图形能折叠成一个圆柱；

第二个图形能折叠成一个五棱柱；

第三个图形能折叠成一个圆锥；

第四个图形能折叠成一个三棱柱.

12. 略.

13. (1)B　(2)C　(3)A

点拨：动手操作即可得出正确的答案.

14. 略.

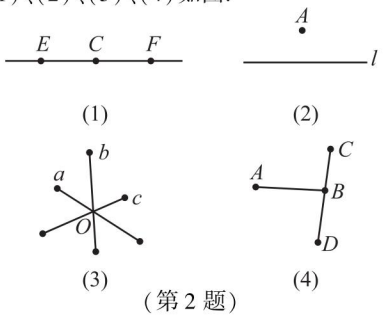
4.2 直线、射线、线段

练习

1. (1)✓　(2)✓　(3)×　(4)✓

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 解:(1)、(2)、(3)、(4)如图.



(1) (2) (3) (4)

(第2题)

3. 解:(1)点 P 在直线 l 外;点 A,B 在直线 l 上.

(2)直线 b 和 c 交于点 A;直线 a 和 b 交于点 B;直线 a 和 c 交于点 C.

练习

1. 解:(1) $AB > AC$. (2) $AB < AC$. (3) $AB = AC$. (检验略)

2. 略.

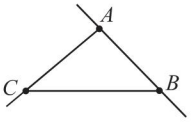
3. 解:由 C,D 分别是线段 AD 和 AB 的中点,可得 $AD = \frac{1}{2}AB = 2$ cm, $CD = \frac{1}{2}AD = 1$ cm.

习题 4.2

1. 略.

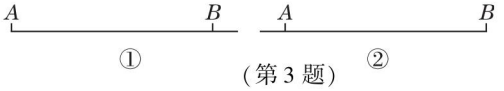
2. 解:(1)、(2)、(3)如图.

点拨:(1)中画直线 AB,即画经过 A,B 两点的直线;(2)中画射线 AC,即以点 A 为端点;(3)中连接 BC,即画线段 BC,以 B,C 为端点.



(第2题)

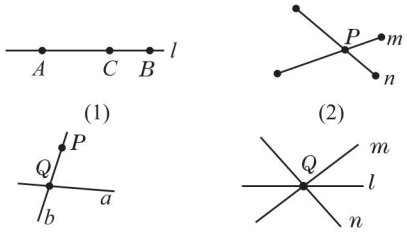
3. 解:线段 AB 的延长线如图①;线段 AB 的反向延长线如图②.



① ②

(第3题)

4. 解:(1)、(2)、(3)、(4)如图.

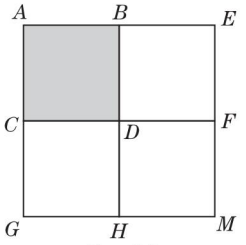


(1) (2) (3) (4)

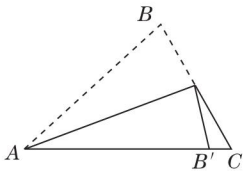
(第4题)

5. 解:如图. 正方形 $ABDC$ 为原正方形,延长线段 AB 到 E,使 $BE = AB$,延长线段 CD 到 F,使 $DF = CD$,延长线段 AC 到 G,使 $CG = AC$,延长线段 BD 到 H,使 $DH = BD$,连接 EF,GH,延长 EF 交 GH 的延长线于点 M,所画正方形 $AGME$ 的面积是原正方形面积的4倍.

点拨:要使所画正方形的面积是原正方形面积的4倍,只需使所画正方形的边长是原正方形边长的2倍.



(第5题)



(第6题)

6. 解:按照如图所示的方法折纸,由图可得 $AB < AC$.

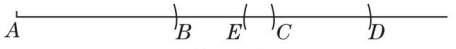
7. 略.

8. 解:(1)把原来弯曲的河道改直,A,B 两地间的河道长度变短了.

(2)增加了游人在桥上行走的路程,有利于游人更好地观赏湖面风光.

道理:两点之间,线段最短.

9. 解:如图,AE 即为所求.



(第9题)

10. 解:当点 C 在线段 AB 上时,$AC = 3 - 1 = 2$(cm);当点 C 在线段 AB 的延长线上时,$AC = 3 + 1 = 4$(cm).

点拨:点 C 可能在线段 AB 上,也可能在线段 AB 的延长线上,所以有两种情况.

11. 解:从点 A 到点 B 沿线段 AB 爬行路线最短;如果从 A 点要爬行到 C 点,应把正方体展开,连接 AC,再沿线段 AC 爬行,此时爬行路线最短.

理由:两点之间,线段最短.

12. 解:三条直线相交最多有3个交点,四条直线相交最多有6个交点,规律:n 条直线相交,最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点.

4.3 角

练习

1. 解:180°;120°;75°.

2. 解:(1) $35° = 35 \times 60' = 2\,100'$;

$35° = 35 \times 3\,600'' = 126\,000''$.

(2) $38°15'$ 和 $38.15°$ 不相等,

$38°15' = 38.25° > 38.15°$,即 $38°15'$ 大.

点拨:度、分、秒之间是60进制的.

3. 略.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

练习

1. 略.

2. **解**:360° ÷ 8 = 45°,即把一个蛋糕等分成 8 份,每份中的角是 45°;$\frac{360°}{15°}$ = 24(份),即如果要使每份中的角是 15°,这个蛋糕应等分成 24 份.

3. **解**:因为 OC 是∠AOB 的平分线,

所以∠AOC = $\frac{\angle AOB}{2}$ = $\frac{180°}{2}$ = 90°,

所以∠AOD = ∠AOC − ∠COD = 90° − 31°28′ = 58°32′.

练习

1. **解**:10°角与 80°角互余;30°角与 60°角互余.

10°角与 170°角互补;30°角与 150°角互补;

60°角与 120°角互补;80°角与 100°角互补.

2. **解**:90° − 70° 39′ = 19° 21′, 180° − 70° 39′ = 109°21′.

答:它的余角是 19°21′,补角是 109°21′.

点拨:求一个角的余角和补角,要根据余角和补角的定义来求.

3. **解**:设∠α 是 x 度,则它的补角是(180 − x)度,根据题意,得 3x = 180 − x,解得 x = 45.

答:∠α 是 45 度.

4. **解**:一个角是钝角,则它的一半是锐角,且是大于 45°小于 90°的锐角.

点拨:钝角是大于 90°小于 180°的角,则它的一半是大于 45°小于 90°的锐角.

习题 4.3

1. **解**:时针旋转出一个平角至少需要 6 h,旋转出一个周角至少需要 12 h.

点拨:时针每小时转动一个大格,即旋转出一个 30°的角,180° ÷ 30° = 6(h),360° ÷ 30° = 12(h).

2. 略.

3. **解**:(1)48°39′ + 67°31′ = 116°10′.

(2)21°17′ × 5 = 106°25′.

4. = ; >

5. **解**:因为 BD 和 CE 分别是∠ABC 和∠ACB 的平分线,所以∠ABC = 2∠DBC,∠ACB = 2∠ECB.

又因为∠DBC = ∠ECB = 31°,

所以∠ABC = 2 × 31° = 62°,∠ACB = 2 × 31° = 62°,

所以∠ABC = ∠ACB.

6. (1) ∠AOC (2) ∠AOD (3) ∠BOC (4) ∠BOD

点拨:本题审图是关键,根据角所在的位置,得出结果.

7. **解**:测量方法是:反向延长 OA,并在延长线上取一点 C,测量出∠BOC 的度数后,求它的补角的度数,即为∠AOB 的度数.

点拨:反向延长 OA 至 C,根据平角的定义可知∠AOC = 180°,所以∠AOB + ∠BOC = 180°,所以量出∠BOC 的度数后就可以计算出∠AOB 的度数,本题测量方法不唯一.

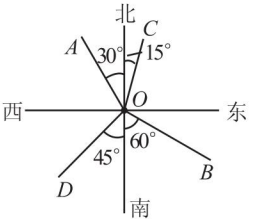
8. **解**:如图.

(1)射线 OA 表示北偏西 30°.

(2)射线 OB 表示南偏东 60°.

(3)射线 OC 表示北偏东 15°.

(4)射线 OD 表示西南方向(南偏西 45°).



(第 8 题)

9. **解**:(1)因为 OB 是∠AOC 的平分线,且∠AOB = 40°,

所以∠BOC = ∠AOB = 40°.

又因为 OD 是∠COE 的平分线,且∠DOE = 30°,

所以∠DOC = ∠DOE = 30°.

所以∠BOD = ∠BOC + ∠COD = 40° + 30° = 70°.

(2)因为∠COD = 30°,OD 平分∠COE,所以∠COE = 2∠COD = 60°. 又因为∠AOE = 140°,所以∠AOC = ∠AOE − ∠COE = 140° − 60° = 80°.

又因为 OB 平分∠AOC,所以∠AOB = $\frac{1}{2}$∠AOC = $\frac{1}{2}$ × 80° = 40°.

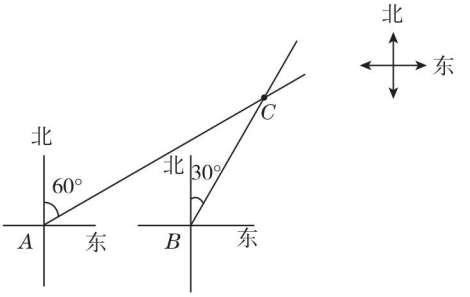
10. **解**:360° ÷ 15 = 24°,所以 15 个齿每相邻两齿中心线间的夹角均是 24°;360° ÷ 22 ≈ 16°22′,所以 22 个齿每相邻两齿中心线间的夹角均约是 16°22′.

11. **解**:(1)中∠α 与∠β 互余.

(2)(3)中∠α 与∠β 相等.

(4)中∠α 与∠β 互补.

12. **解**:如图,点 C 即为这艘船的位置.



(第 12 题)

13. **解**:(1)90° ÷ 2 = 45°,即这两个角都是 45°.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)设一个锐角为$x°$,则它的余角为$90°-x°$,补角为$180°-x°$,则$(180°-x°)-(90°-x°)=90°$. 所以一个锐角的补角比这个角的余角大90°.

14. **解**:画图略. 经过测量,这些四边形中另一个角都是135°. 可以发现,四边形的四个内角和为360°.

点拨:通过本题可以发现四边形内角和为360°,在四边形中,当其中三个角确定时,第四个角也随之确定.

15. **解**:(1)经测量得$\angle1+\angle2+\angle3=360°$. 画出几个类似的图,经测量得相应的三个角的和仍为360°,由此发现,三角形的外角和为360°.

(2)经测量得$\angle1+\angle2+\angle3+\angle4=360°$. 画出几个类似的图,经测量得相应的四个角的和仍为360°,可以发现四边形的外角和为360°.

综合(1)(2),猜想任意多边形的外角和均为360°.

点拨:本题是动手操作和发散思维题,为今后学习多边形外角和定理打下了基础.

4.4 课题学习 设计制作长方体形状的包装纸盒(无)

复习题4

1. **解**:这几个立体图形的名称分别为:长方体、六棱柱、三棱柱、圆柱、圆锥、四棱锥、五棱锥、球.

2. **解**:a—F;b—D;c—A;d—E;e—C;f—B.

3. 略.

4. (1)D (2)C

5. **解**:乙尺不是直的. 理由:根据直线的性质:过两点有且只有一条直线. 由于甲尺是直的,且过A,B两点,乙尺也过A,B两点,若乙尺是直的,应该和甲尺重合,因为题图中没有重合,所以乙尺不是直的. **点拨**:本题利用直线的性质来解答.

6. **解**:由题意,可知$AB=AD-BD=76-70=6(\text{mm})$,

$BC=BD-CD=70-19=51(\text{mm})$.

答:AB和BC的长分别为6 mm和51 mm.

7. (1)√ (2)× (3)√ (4)×

点拨:(1)中根据补角的定义,180°减去锐角,差一定是钝角. (2)中这个角可以是锐角,可以是直角,还可以是钝角,如果这个角是100°,那么它的补角是80°,80°<100°. (3)中根据补角的性质解题. (4)中如120°的钝角和30°的锐角不互补.

8. **解**:因为$\angle\alpha$和$\angle\beta$互为补角,所以$\angle\beta=180°-\angle\alpha$.

又因为$\angle\beta$的一半比$\angle\alpha$小30°,所以$\frac{1}{2}(180°-\angle\alpha)=\angle\alpha-30°$,解得$\angle\alpha=80°$,所以$\angle\beta=100°$.

点拨:利用列方程法来解决问题比较容易.

9. A **点拨**:把立体图形问题转化为平面图形问题来解决,根据"两点之间,线段最短"可知,展开后最短路径是有公共端点的两条线段.

10. **解**:第1个图形可以折叠成四棱柱;第2个图形不能折叠成棱柱,因为折叠后两个底面重合在一起,另一端没有底面;第3个图形可以折叠成三棱柱;第4个图形不能折叠成棱柱,因为折叠后只有侧面,没有底面.

11. **解**:画图略,量得$AB=105\ \text{mm}=10.5\ \text{cm}$.

设A,B两地的实际距离为x m,

根据题意,得$\frac{x}{10.5}=\frac{10}{1}$,解得$x=105$.

答:A,B两地的实际距离为105 m.

点拨:解此类题的关键是要按照题意准确画出图形,并且准确量出线段AB的长度,再按照比例换算成实际长度,此类题能提高学生的动手操作能力.

12. **解**:由题意,得$\angle AEN=\angle A'EN$,$\angle BEM=\angle B'EM$,所以$\angle A'EN+\angle B'EM=\angle AEN+\angle BEM=\frac{1}{2}\times180°=90°$,即$\angle NEM=90°$.

13. 略. 提示:准确测量,并按方向的正确表示方法写出测量结果.

14. **解**:测量长度、角度略. 发现:顺次连接各边中点得到的四边形的对边相等、对角相等、两个邻角互补. 多画几个四边形,发现有同样的规律.

可以猜想,顺次连接任意四边形的四边中点得到的四边形的对边相等、对角相等、两个邻角互补.

15. **解**:连接AC,BD,两条线段的交点即为所求的O点.

理由:两点之间,线段最短.

数学结论及举例略.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

廿年磨一剑 · 匠心铸经典

学生的随身家教 · 家长的辅导工具 · 教师的备课笔记



荣德基初中频道

特高
教

十年级
数学
(R版)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料