教辅资料站
电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源
扫码关注获取更多学习资料

特高级教师

点拨®

知识
方法
素养

本书解题方法110招·七八九年级共281招



七年级
数学（上）
荣德基 主编
（HK版）
赠教材习题答案

吉林教育出版社

高级教师
点拨
七年级
数学（上）
（HK版）
荣德基 主编
吉林教育出版社

买书？看完点拨再做决定！

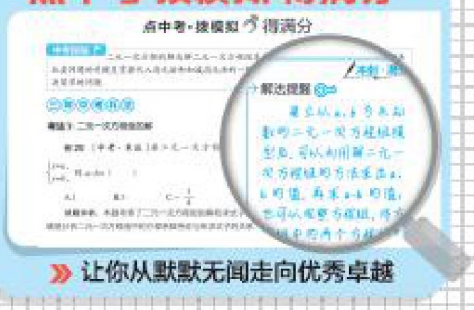
简约的知识梳理总结　　精准的重难疑惑点拨

实用的方法技巧揭秘　　培优拔尖题的破解策略　　中考压轴题的抢分绝招

冲满分

考法得满分

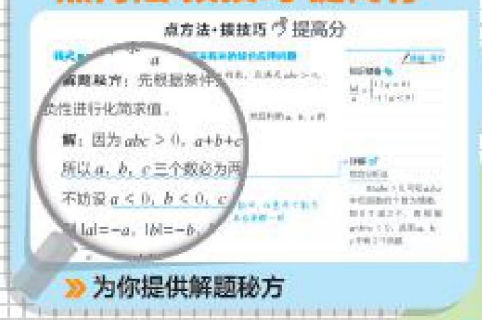
点中考 拨模拟 得满分



» 让你从默默无闻走向优秀卓越

方法提高分

点方法 拨技巧 提高分



» 为你提供解题秘方

第3步　第2步　第1步

三个维度打造极数



基础速提分

点知识 拨考向 速提分



» 给你一把打开数学之门的钥匙

出色由于用心　卓越源自专业

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

特高级教师

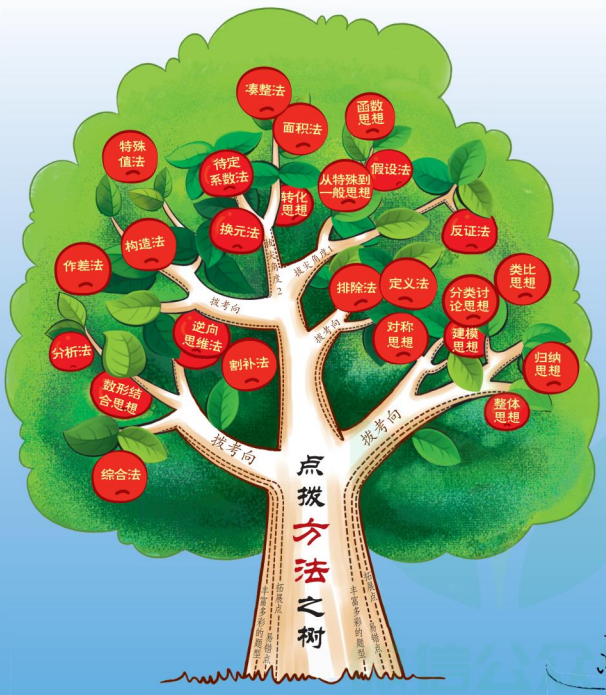
点拨®

知识
方法
素养

七年级 数学 上 （HK 版）

荣德基 主编

本册主编：范志刚



老师批注方法
点拨只为高分

吉林教育出版社

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点拨

批注式学习的

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

先行者



老师批注方法

点拨只为高分

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

老师批注方法

方法点 110 个 得高分

第1章 有理数

		页码
1	判断正数、负数的方法	2
2	排除法	3
3	判断相反意义的量的方法	4
4	填写数集的两种方法	6
5	探究数的排列规律的方法	7
6	知点读数的方法	11
7	求一个数的相反数的方法	12
8	判断两个点所表示的数是否互为相反数的方法	13
9	求一个数的绝对值的方法	13
10	定义法	14
11	逆向思维法	15
12	利用数轴比较几个数大小的方法	18
13	比较有理数大小的方法	19
14	特殊值法	19
15	数轴法	20
16	计算两个有理数相减的方法	24
17	相反数结合法	25
18	同号结合法	25
19	同形结合法	25
20	凑整法	25
21	拆项结合法	25
22	有理数加减混合运算的方法	26
23	分组法	28
24	判断符号法	29
25	求一个数的倒数的方法	34
26	简化有理数乘法的方法	38
27	拆分法	40
28	综合分析法	40
29	还原科学记数法表示的数的方法	47
30	比较用科学记数法表示的两个数的大小的方法	47
31	逆用分配律法	48
32	底数相乘法	48
33	探究一列数的规律的方法	50
34	实验归纳法	52
35	取近似数的方法	53
36	近似数的精确度的表述方法	53
37	判断近似数的精确度的方法	53
38	把较大的数精确到十位、百位、千位的方法	54
39	由近似数确定准确数的范围的方法	54
40	归类法	56
41	对消法	56
42	组合法	56
43	分解法	56
44	变序法	57
45	逆用法	57
46	观察法	57
47	倒序相加法	57
48	数轴比较法	60
49	差值比较法	60
50	商值比较法	60

第2章 整式加减

		页码
1	判断一个式子是单项式还是多项式的方法	71
2	直接代入法	72
3	间接代入法	72
4	整体代入法	72
5	用含字母的式子表示图形的变化规律的方法	73
6	判断同类项的方法	76
7	去括号的方法	78
8	判断一个多项式是否能被一个数整除的方法	80
9	归纳法	84
10	观察法	84
11	拆图法	85
12	整式的化简求值的常用方法	88

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点拨只为高分

方法点 110 个 得高分

第3章 一次方程与方程组

	页码
1 判断一个方程是否为一元一次方程的方法	95
2 判断等式的变形是否正确的方法	97
3 利用两个方程解的关系求待定字母值的方法	102
4 分类列举法	103
5 连续去括号法	103
6 通分法	104
7 换元法	104
8 解含有绝对值符号的方程的方法	104
9 在比例问题中设未知数的方法	108
10 巧设元解数字问题的方法	109
11 等积变形法	110
12 列表法	115
13 判断一个方程是不是二元一次方程的方法	124
14 判断一对数值是不是二元一次方程的解的方法	125
15 已知二元一次方程的解确定字母参数的方法	125
16 利用方程组的解确定字母参数的方法	127
17 求二元一次方程的整数解的方法	131
18 类比法	132
19 找等量关系的方法	138
20 解决配套问题的技巧	140
21 解三元一次方程组的技巧	152
22 参数法	154
23 求三元一次方程组特殊解的方法	155

第4章 直线与角

1 立体图形与平面图形的判断方法	171
2 直线、线段、交点相关数目的确定方法	177
3 比较有公共端点的两条线段的长短的方法	180
4 逐段计算法	182
5 利用方程思想求线段的长的方法	182
6 利用整体计算法求线段长的方法	185
7 将度用度、分、秒表示的方法	191
8 将度、分、秒用度表示的方法	191
9 已知方向角标方向线的方法	192
10 利用方向角确定点的位置的方法	193
11 找角或数角的个数的方法	194
12 角的两种比较大小的方法	197
13 角平分线的判定方法	200
14 折叠法	203
15 求钟表中时针与分针的夹角的两种方法	204
16 作两角的差的方法	210
17 几何计数常用的方法	213

第5章 数据的收集与整理

1 收集数据常用的方法	222
2 简单随机抽样的两种方法	225
3 样本选取合理性的判断方法	225
4 划记法	228
5 数据的描述方法	236
6 扇形圆心角度数的求法	237
7 选择统计图的方法	238
8 用样本估计总体的思想	251

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

目录

二维码索引

学方法
有理数的混合运算…… 46

看微课
有理数的分类…… 5
相反数的定义…… 12
绝对值的定义…… 13
有理数的加法运算律…… 24
有理数的乘法运算律…… 38
有理数的乘方…… 44
用科学记数法表示数…… 47

看微课
单项式的系数和次数…… 69
多项式的项和次数…… 70
合并同类项…… 77

学方法
一元一次方程的解法……100

看微课
列一元一次方程解销售问题…… 113
代入法解方程组……128

第1章 有理数

1.1 正数和负数 …… 2
1.2 数轴、相反数和绝对值 …… 10
1.3 有理数的大小 …… 18
1.4 有理数的加减 …… 22
1.5 有理数的乘除 …… 33
1.6 有理数的乘方 …… 44
1.7 近似数 …… 53

素养提分

行动篇：解密“0”的意义及其演变 ☞ P9
行动篇：实验归纳法 ☞ P52
技巧篇：有理数的运算技巧选萃 ☞ P56
整合篇：章末核心知识分类整合 ☞ P58

第2章 整式加减

2.1 代数式 …… 66
2.2 整式加减 …… 76

素养提分

应用篇：归纳法在探究规律中的应用 ☞ P84
整合篇：章末核心知识分类整合 ☞ P86

第3章 一次方程与方程组

3.1 一元一次方程及其解法 …… 95
3.2 一元一次方程的应用 …… 107
3.3 二元一次方程组及其解法 …… 124
3.4 二元一次方程组的应用 …… 138
*3.5 三元一次方程组及其解法 …… 150
3.6 综合与实践 一次方程组与 CT 技术 …… 150

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

素养提分

行动篇：转化 ☞ P157

技巧篇：找特点巧消元 ☞ P158

整合篇：章末核心知识分类整合 ☞ P160

加减法解方程组……129
用方程组解实际问题……138

第 4 章 直线与角

4.1 几何图形 …… 170
4.2 线段、射线、直线 …… 175
4.3 线段的长短比较 …… 180
4.4 角 …… 189
4.5 角的比较与补（余）角 …… 197
4.6 用尺规作线段与角 …… 209

观动画
点、线、面、体……170

看微课
角的定义及表示方法……189
角的度量及换算…… 191
利用角平分线进行角度计算…… 200

素养提分

类型篇：几种常见的几何计数类型 ☞ P213

整合篇：章末核心知识分类整合 ☞ P215

第 5 章 数据的收集与整理

5.1 数据的收集 …… 222
5.2 数据的整理 …… 228
5.3 用统计图描述数据 …… 236
5.4 从图表中的数据获取信息 …… 242
5.5 综合与实践 水资源浪费现象的调查 …… 242

看微课
全面调查与抽样调查…… 223
数据的收集与整理…… 228
统计图的选择…… 236
从统计图中获取信息…… 242

素养提分

归纳篇：三种常见统计图的特点及综合应用 ☞ P248

整合篇：章末核心知识分类整合 ☞ P250

参考答案及点拨（单独成册）

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

本册方法总览简释

1. **数形结合思想：**数形结合思想就是在研究数学问题时，由数解形，以形助数，数形结合考虑问题的一种思想方法．数形结合思想可以使复杂问题简单化、抽象问题具体化．

2. **分类讨论思想：**把所有研究的问题根据题目的特点和要求，分成若干类，转化成若干个小问题来解决，这种按不同情况分类，然后再逐一研究解决的数学思想，称为分类讨论思想．

3. **转化思想：**转化思想也称化归思想，它是指将未知的、陌生的、复杂的问题，通过观察、分析、联想、类比等思维过程，选择恰当的方法进行变换，化为已知的、熟悉的、简单的问题，从而使问题顺利解决的数学思想．

4. **方程思想：**方程思想是分析数学问题中各个量间的等量关系，构建方程或方程组，利用方程或方程组解决问题的方法．

5. **整体思想：**一般我们把从问题的整体观点出发，通过研究问题的整体形式、整体结构、整体特征，从而对问题进行整体处理的解题方法，称为整体思想．它能使数学问题变难为易、化繁为简，其主要表现形式有整体代入、整体求值、整体设元、整体合并、整体构造等．

6. **建模思想：**建模思想是一种数学的思考方法，是运用数学的语言和方法，通过抽象、简化，建立能近似刻画并解决实际问题的一种强有力的数学手段．使用数学语言描述的事物就称为数学模型．

7. **从特殊到一般的思想：**从特殊到一般的数学思想方法，即先观察一些特殊的事例，然后分析它们共同具有的特征，作出一般的结论．它的特点：特殊→一般．

8. **特殊值法：**又叫特值法，即通过设题中某个未知量为特殊值，从而通过简单的运算，得出最终答案的一种方法．这个特殊值必须满足三个条件：首先，无论这个量的值是多少，对最终结果所要求的量的值没有影响；其次，这个量应该要跟最终结果所要求的量有相对紧密的联系；最后，这个量在整个题干包含的等量关系中是一个不可或缺的量．

9. **相反数结合法：**在有理数的运算中，把互为相反数的两个数先结合起来再计算．

10. **同号结合法：**在有理数的运算中，把正数与正数，负数与负数分别相结合后再计算．

11. **同形结合法：**在有理数的运算中，把整数与整数，小数与小数，分数与分数分别相加后再求和．

12. **凑整法：**在进行有理数的加法运算时，先把能凑成整数的数结合在一起相加．

13. **拆项结合法：**拆项结合法是分解与组合思想在代数式求和中的具体应用．拆项法的实质是将代数式中的每项分解，然后重新组合，最终达到简便计算的目的．

14. **作差法：**通过求两个数的差来比较两数大小的方法．

15. **代入法：**代入法是将题目的已知条件代入题干判断选项正误或者求值的方法．

16. **定义法：**定义法是直接利用数学定义解题的一种方法．从本质上说，数学中的定理、公式、性质和法则等，都是由定义和公理推演出来的．因此，用定义法解题，是最直接的方法．

17. **巧设未知数法：**在列方程解应用题时，恰当地设未知数很重要．巧设未知数法包括：直接设未知数法、间接设未知数法、设辅助未知数法．直接设未知数法是指直接设未知数列方程解决问题的方法；间接设未知数法是指间接设未知数列方程解决问题的方法；设辅助未知数法是指在列方程解应用题时，有时多设一个辅助未知数，不必求结果，一般在解题过程中可以消去，从而解决问题的方法．

18. **类比法：**类比法是根据两个对象之间在某些方面的相同或相似，从而推出它们在其他方面也可能相同或相似的一种推理方法．因此，类比是从特殊到特殊的推理．通过类比，可以发现新旧知识的相同点，利用已有的旧知识，来认识新知识．

19. **叠合法：**叠合法是用圆规把一条线段与另一条线段叠合来比较两条线段的长短的方法，它的依据是图形的重合关系．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

读懂生活中的数

读懂生活中的数











第1章 有理数

核心考点

你将见到的

- 正数、负数和0
- 数轴、相反数、绝对值
- 有理数的大小
- 有理数的加减
- 有理数的乘除
- 有理数的乘方
- 近似数

核心方法

我们为你提供的

- 定义法
- 凑整法
- 同号结合法
- 作差比较法
- 特殊值法
- 归纳法
- 同形结合法
- 倒序相加法
- 相反数结合法
- 拆项结合法

微信公众号 教辅资料站

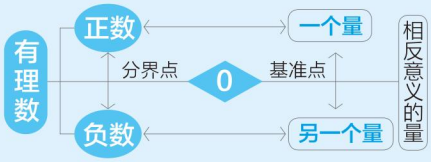
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.1 正数和负数

核心知识

- 正数和负数
- 0 的特殊性
- 相反意义的量
- 有理数

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 正数和负数

1. 定义

正数：像 3，1.8%，3.5 这样大于 0 的数叫做正数.

负数：像 −3，−2.7%，−4.5，−1.2 这样在正数前面添上负号“−”的数叫做负数.

2. 数的符号

一个数前面的“+”“−”号叫做它的符号，其中“+”号可以省略不写，而“−”号不能省略不写.

3. 符号“+”“−”的双重含义

（1）作为运算符号是加减号；

（2）作为数的性质符号是正负号.

提分·必记

特别解读

1. 正数的实质是大于 0 的数，它前面可以添上“+”（正）号，也可以省略不写.
2. 负数就是在正数的前面加上“−”（负）号.
3. 正数与负数的特征：
   (1) 不为零；
   (2) 含“+”“−”号.

拔考向 利用正数与负数的定义识别正数、负数

例 1 下列各数中，哪些是正数？哪些是负数？

$+0.005$，-100，$\frac{2}{3}$，$-\frac{5}{4}$，$0.333\cdots$，-4，5，0.

解题秘方：直接根据定义判断即可. 解此题的关键是看符号.

解：正数：$+0.005$，$\frac{2}{3}$，$0.333\cdots$，5；

负数：-100，$-\frac{5}{4}$，-4.

特别警示：判断正负数时，不能简单地认为带“+”号的数就是正数，带“−”号的数就是负数，如我们以后会学到 −（−2）就不是负数，+（−3）也不是正数.

提分·秘诀

方法点拨

判断正数、负数的方法：

首先要确定它不为零；其次看它的“+”“−”号的呈现形式：若不含“+”“−”号，或只含“+”号，或“−”号的个数为偶数，则均为正数，否则为负数.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▸2 “0”的再认识

0的意义

（1）0既不是正数，也不是负数，是正数和负数的分界点.

（2）0既表示没有，也表示有，它常用来表示某些量的基准数.

（3）0不是最小的数，它小于任何正数，大于任何负数.

特别提醒：

（1）我们现在学习的数可以分为三类：正数、负数和0.

（2）0有“双重”意义，既表示“没有”，又不要忽视它还表示“有”.

提分·必记

特别警示

0是一个中性数，它没有性质符号，“+0”“-0”都为0，不要误认为它含有“正、负”号，就是“正、负”数.

拔考向▸利用“0”的多重意义进行辨析

例2 下列结论正确的是（　　）

A. 不大于0的数一定是负数

B. 海拔高度是0米表示没有高度

C. 0是非正数

D. 不是正数的数一定是负数

解题秘方：利用0的几种不同方面的意义用排除法解决问题.

解：选项A中“不大于0”表示的是“小于或等于0”；选项B中“海拔高度是0米”表示的是“与海平面一样高”；选项D中“不是正数的数”可以是负数或0.

答案：C

提分·秘诀

知识储备

1. “不大于”表示“小于或等于”，“不小于”表示“大于或等于”.
2. “非正数”就是“不是正数”，包括负数和0；“非负数”就是“不是负数”，包括正数和0.

点知识▸3 相反意义的量

1. 定义

在生活中存在各种各样的量，其中有一种量，它们的属性相同（即同类量），但表示的意义却相反，我们把这样的量叫做相反意义的量.

特别提醒：相反意义的量的“两要素”

（1）具有相反意义的量是成对出现的，单独的一个量不能称为具有相反意义的量.

（2）具有相反意义的量必须是同类量，只要求具有相反意义和数量，不要求数量一定相等，所以与一个量具有相反意义的量不止一个.

2. 用正数、负数表示具有相反意义的量

为了更好地区分这些具有相反意义的量，若我们把其中一种意义的量规定为正，用正数表示，则与它具有相反意义的量就可以用负数表示.

提分·必记

特别解读

- 用正数、负数表示具有相反意义的量时，究竟哪一种意义的量为正，是可以任意选择的.
- 用正数、负数表示具有相反意义的量，在描述向指定方向变化的情况时，一般地，向指定方向变化用正数表示，向指定方向的相反方向变化用负数表示.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶利用正、负数表示相反意义的量

类型1：相反意义的量的定义在识别相反意义的量中的应用

例3 找出下列各组相反意义的量：

①向南走6米；②进球5个；③高于海平面960米；④盈利1 000元；⑤运进590吨粮食；⑥失球2个；⑦亏损500元；⑧运出200吨粮食；⑨向北走30米；⑩低于海平面30米.

解题秘方：紧扣“相反意义”找已知量的相反意义的量.

解：相反意义的量分别为①与⑨；②与⑥；③与⑩；④与⑦；⑤与⑧.

类型2：正、负数在表示相反意义的量中的应用

例4 （1）天气预报说某地12月某天的最高温度是零上8℃，最低温度是零下6℃.若规定零上温度为正，则零上8℃可记作_____℃，零下6℃可记作_____℃.

（2）如果某蓄水池的水位比标准水位高3 m，记作+3 m，那么比标准水位低0.5 m应记作_____；恰好在标准水位应记作_____.

（3）某地区的平均高度高于海平面310 m，记作海拔高度+310 m，则海拔高度−270 m表示_____.

解题秘方：先判断正负表示的实际意义，然后用正负数表示各量.

解：（1）因为规定零上温度为正，所以零下温度为负，故填“+8（或8）”；“−6”；

（2）比标准水位高用正数表示，那么比标准水位低就用负数表示，恰好在标准水位就用0 m表示，故填“−0.5 m”；“0 m”；

（3）高于海平面的海拔高度用正数表示，所以负数表示海拔高度低于海平面，故填“低于海平面270 m”.

答案：（1）+8（或8）；−6

（2）−0.5 m；0 m

（3）低于海平面270 m

点知识▶4 有理数及其分类

1. 有理数的相关概念

（1）**整数：**正整数、0、负整数统称整数，如：−3，−2，0，1，2，3，….

（2）**分数：**正分数、负分数统称分数，如$3\frac{1}{2}$，0.3，−1.25，$-\frac{1}{5}$，….

（3）**有理数：**整数和分数统称有理数.

提分·秘诀

解法提醒

判断相反意义的量的方法：

要紧扣相反意义的量的“两要素”，先看它们是否是同一类量，再看它们是否意义相反，两者缺一不可.

方法点拨

用正数和负数表示具有相反意义的量时，关键要明确“基准”及具有相反意义的量的规定，有的在题目中有规定，如（1）小题；有的需要根据已知描述的量分析出“基准”如（2）（3）小题，再根据这个“基准”描述其他的量.

提分·必记

特别提醒

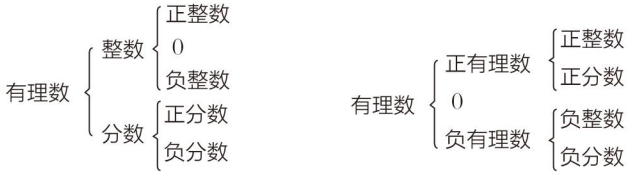
1. 可化为分数的小数也归类于分数，其中有限小数和无限循环小数可化为分数.
2. 非负整数是在整数范围内取非负数，包括正整数和0.
3. 不管按什么标准分类，最终将有理数都分为

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 有理数的分类

（1）**按有理数的定义分类**　　（2）**按有理数的性质分类**



3. 有理数分类的三原则

（1）**分类不重复：**所分的各类应当互不包含．例如，有理数分为非负有理数、0 和非正有理数，就违反了这一规则；

（2）**分类无遗漏：**所分各类之“和”必须是原来的全部．例如，将有理数分为正有理数和负有理数就漏掉了 0.

（3）**标准要统一：**必须按同一分类标准进行分类．例如，将有理数分为正有理数、0 和负分数，分类标准不统一，漏掉了负整数这一类．

4. 拓展

数集的表示

把一类数放在一起，就组成了一个集合，简称数集．在对有理数进行分类时，每种分类结果都可以看成一个数的集合．例如：全部正整数组成了正整数集合，全部负有理数组成了负有理数集合，全部有理数组成了有理数集合．集合可用圆圈或大括号表示，如果填入的数只是集合的一部分，集合的最后要有“…”．

核心考向▶利用有理数的相关定义进行判断和分类

类型 1：有理数定义在识别有理数中的应用

例 5　[易错题]在 -3.5，$\frac{23}{7}$，0，$\frac{\pi}{2}$，0.161 616…中，有理数共有（　　）

A. 5 个　　B. 4 个

C. 3 个　　D. 2 个

解题秘方：判断有理数要紧扣其定义，也就是看一个数是整数还是分数．

答案：B

特别警示：整数和分数统称有理数．对于分数的识别有两个误区

（1）不是所有的小数都能化成分数，如无限不循环小数就不能化成分数；

（2）有些数形似分数，但不是分数，例如本题中$\frac{\pi}{2}$，含有 π，就不是分数．

五类：正整数、0、负整数、正分数、负分数．

4. 正有理数都是正数，但正数不一定都是正有理数．



提分·秘诀

特别提醒

1. 有理数只包括整数和分数，无限不循环小数不能转化成分数，故无限不循环小数不是有理数．
2. 小数可分为有限小数和无限小数两种，而无限小数又分为无限循环小数和无限不循环小数两种．

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：有理数的分类方法在有理数分类集合中的应用

例 6 把下列各数分别填入相应的集合里.

-2，0，0.314，25%，11，$\frac{17}{5}$，$-3\frac{1}{4}$，$0.\dot{3}$，$1\frac{2}{3}$.

非负有理数集合：{ …};

整数集合：{ …};

分数集合：{ …};

自然数集合：{ …};

非正数集合：{ …}.

解题秋方：按照各种集合中元素的特征进行填写.

解：非负有理数集合：{0，0.314，25%，11，$\frac{17}{5}$，$0.\dot{3}$，$1\frac{2}{3}$，…};

整数集合：{-2，0，11，…};

分数集合：{0.314，25%，$\frac{17}{5}$，$-3\frac{1}{4}$，$0.\dot{3}$，$1\frac{2}{3}$，…};

自然数集合：{0，11，…};

非正数集合：{-2，0，$-3\frac{1}{4}$，…}.

方法点拨

填写数集的两种方法：

1. 依次分析所给的数，把它们写入某一个或某几个数集中，如 -2 是整数也是非正数，可以把 -2 写入这两个数集中；
2. 从给出的数中找出属于每个集合的所有数，如填写非负有理数集合时，把给出的数中的 0 和正有理数全填入集合中即可.

特别警示

- 0 是最小的自然数，写自然数集合时不能忘记写 0；
- 非负有理数包含正有理数和 0.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用定义法说明正数、负数表示相对标准量的范围

例 7 某公司生产的零食包装袋上印有（200±5）g 的字样，其中 ±5 g 表示什么意思？质检局随机抽查了 5 袋该产品，质量分别是 198 g，206 g，201 g，200 g，193 g，哪些是合格的？



解题秋方：紧扣表示正数、负数中基准数的意义，用数据表示出合格产品的范围.

解：“+5 g”表示比 200 g 多 5 g，“−5 g”表示比 200 g 少 5 g，即质量在(200−5) g到(200+5) g这个范围内的产品都是合格的. 因为 198 g，201 g，200 g 都在（200−5） g 与（200+5） g 之间，所以它们是合格的，即合格产品是质量为 198 g，201 g，200 g 的产品.

挑战·高分

方法点拨

解答本题，先要明确产品合格的意义，弄清它的标准质量及最大误差各是多少，确定合格产品的质量范围；再看抽查的产品的质量是否在这个范围之内，若在这个范围内，则为合格产品，否则为不合格产品.

拔尖角度 2 利用数形结合法表示时间

例 8 规定每天上午 10 时记为 0，10 时以前记为负，10 时以后记为正，且以 45 分钟为 1 个时间单位，如上午 9：15 记为 -1，上午 10：45 记为 1，那么上午 7：45 应记为（　　）

A. 3　　B. -3　　C. -2.15　　D. -7.45

挑战·高分

特别提醒

- 本例用直线上的点表示时间及与之对应的数，直观、巧妙地将时间和与之对应的数联

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解题秘方：紧扣相反意义的量的基准数的意义，抓住时间与正负数之间的对应关系进行解答.

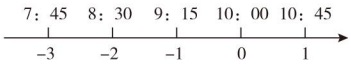


图 1.1−1

解：本例中时间是 60 进制，而要用 10 进制的正数、负数表示时间，其基准数又选为上午 10 时，因此极易混淆而出错. 用直线上的点表示时间及与之对应的数可巧妙、直观地解决问题，如图 1.1−1，可知上午 7：45 应记为 −3，故选 B.

答案：B

系起来，便于帮助理解问题的内在联系.

用正数、负数表示具有相反意义的量时，选择的基准不同，表示的结果也不相同.

拔尖角度▸ 3 利用分解归纳法探究有理数的排列规律

挑战·高分

例 9 将一串有理数按如图 1.1−2 的方式排列，回答下列问题：

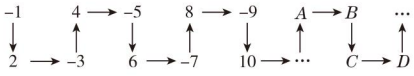


图 1.1−2

（1）在 A 处的数是正数还是负数？

（2）A，B，C，D 哪几处的数是负数？

（3）第 2 021 个数是正数还是负数？排在对应于 A，B，C，D 中的什么位置？

解法提醒

若 n 为非零的自然数时，

A 处表示的数为 $4n$；

B 处表示的数为 $(-4n-1)$；

C 处表示的数为 $(4n+2)$；

D 处表示的数为 $(-4n-3)$.

规律点拨

探究数的排列规律的方法：

解决数的排列规律问题，既要分析数的性质符号和大小的规律，又要分析数的位置的排列规律. 最后归纳出两者循环的规律.

解题秘方：紧扣每个位置的数的正负性及循环规律进行解答.

解：（1）在 A 处的数是正数.

（2）B 和 D 处的数是负数.

（3）第 2 021 个数是负数，排在对应于 B 的位置.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节主要考查正、负数及有理数的识别以及利用正、负数表示相反意义的量. 正、负数的识别，一般以选择题的形式考查，相反意义的量的应用，一般以选择题或解答题的形式出现.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法 1 利用正负数的定义识别正负数

例 10 ［中考·临沂］四个数 −3，0，1，2. 其中负数是（　　）

A. −3　　B. 0　　C. 1　　D. 2

试题评析：本题主要考查正负数的识别.

解：0 既不是正数也不是负数，1 和 2 是正数，−3 是负数，故选 A.

答案：A

考法点评

识别正负数，其关键是根据定义识别，不能只看符号. 注意 0 既不是正数也不是负数.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 利用正负数基准量的表示法说明相关数的实际意义

思路点拨

解决利用正、负数表示的实际问题时，首先要弄清基准量表示的意义，其次要看清正、负数各代表的意义．利用其实际意义与正、负数之间的对应关系解决问题．

例 11 ［中考·聊城］纽约、悉尼与北京的时差如下表（正数表示同一时刻比北京时间早的时数，负数表示同一时刻比北京时间晚的时数）：

城市	悉尼	纽约
时差 / 时	+2	−13

当北京的时间是 6 月 15 日 23 时时，悉尼、纽约的时间分别是（　　）

A. 6 月 16 日 1 时；6 月 15 日 10 时

B. 6 月 16 日 1 时；6 月 14 日 10 时

C. 6 月 15 日 21 时；6 月 15 日 10 时

D. 6 月 15 日 21 时；6 月 16 日 12 时

试题评析： 本题考查了正、负数的意义及应用，解题的关键是正确理解“正数表示同一时刻比北京时间早的时数，负数表示同一时刻比北京时间晚的时数”的含义．

解： 因为悉尼、纽约的时间分别比北京时间早 2 小时与晚 13 小时，而 23+2=24+1，23−13=10，所以当北京的时间是 6 月 15 日 23 时时，悉尼、纽约的时间分别是 6 月 16 日 1 时和 6 月 15 日 10 时，故选 A.

答案： A

两年模拟兵法 ☞答案见 257 页

1. ［中考·天水］四个数 −3，0，1，π 中的负数是（　　）

A. −3　　B. 0　　C. 1　　D. π

2. ［中考·广州］中国人很早开始使用负数，中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数．如果收入 100 元记作 + 100 元，那么 −80 元表示（　　）

A. 支出 20 元　　B. 收入 20 元

C. 支出 80 元　　D. 收入 80 元

3. 下列各组量中，具有相反意义的量是（　　）

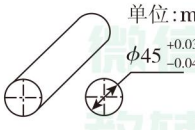
A. 节约水 10 kg 和浪费汽油 10 kg

B. 向东走 5 千米和向南走 5 千米

C. 收入 300 元和支出 500 元

D. 身高 180 cm 和身高 90 cm

4. ［中考·金华］如图是加工零件的尺寸要求，现有下列直径尺寸的产品（单位：mm），其中不合格的是（　　）



（第 4 题）

A. ϕ 45.02　　B. ϕ 44.9

C. ϕ 44.98　　D. ϕ 45.01

5. 下列说法中正确的有（　　）

①整数就是正整数和负整数；

②零是整数，但不是自然数；

③分数包括正分数、负分数；

④正数和负数统称为有理数；

⑤一个有理数，它不是整数就是分数．

A.1 个　　B.2 个　　C.3 个　　D.4 个

6. 把下列各数填在相应的大括号内：

-100，1，$-8\frac{2}{3}$，6，0，$+3\frac{1}{4}$，-2.25，-10%，$\frac{3}{100}$，-18，2 019，-0.01.

正数集合：{　　…}；

负分数集合：{　　…}；

非负整数集合：{　　…}．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 观察下面一列数：-1，$+2$，-3，$+4$，-5，$+6$，-7，$+8$，-9，….

（1）请写出这一列数中的第 100 个数和第 2 019 个数．

（2）在前 2 020 个数中，正数和负数分别有多少个？

（3）2 021 是否在这一列数中，若在，请写出它是第几个数？若不在，请说明理由．

8. 小张于上周五买进某公司股票 1 000 股，每股 27 元（恰好为当天收盘价），下表为本周内该股票的涨跌情况（涨跌情况针对前一天收盘价，单位：元）（上涨记为正，下跌记为负）．

周一	周二	周三	周四	周五
+2	+2.5	−1	−1.5	−2

（1）本周三收盘时，每股是多少元？

（2）本周最高收盘价是每股多少元？

（3）若小张在本周四收盘时卖出股票，则他的盈亏情况怎么样？（不用考虑其他费用）

【导学号：2837152】

素养提分 行动篇

解密“0”的意义及其演变

自然数是从表示“有多少”的需要中产生的，“0”在自然数中的意义为“没有”或“无”的意思．除此之外，“0”还有许多重要作用：

1. 表示数的某位上没有计数单位，起占位作用，如：2 021 中的“0”表示百位上一个计数单位也没有．

2. 表示起点，如：刻度尺起点为“0”，公路里程碑的起点为“0”等．

3. 表示分界点，“0”既不是正数，也不是负数．

4. 表示“有”，即基准数，如：“海平面高度为 0 米”“0 摄氏度”等．

5. 一个数加减“0”得原数．

6. “0”乘任何数都等于 0．

7. “0”除以任何非零数都等于零．

8. “0”是任何自然数（0 除外）的倍数．

9. 0 不能当除数，不能当分母，不能当比的后项．

……

以后我们还将认识到“0”的如下意义：

1. 表示数轴上的原点．

2. 绝对值等于本身的数．

3. 相反数等于本身的数．

4. 0 减去任何数等于这个数的相反数．

5. 0 的任何非零次幂都等于 0．

6. 任何非零数的 0 次幂都等于 1．

7. 0 的算术平方根、平方根、立方根都是 0．

……

【思考】 通过上述对“0”的特殊意义的深度解密，仿此材料请你谈谈对另一个特殊数字“1”的意义的认识．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2 数轴、相反数和绝对值

核心知识
- 数轴
- 绝对值
- 相反数

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 数轴

1. 定义 规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴.

2. 画数轴的步骤

（1）**画直线，取原点：**在直线上任取一个点表示数 0，这个点叫做原点；

（2）**标正方向：**通常规定直线上从原点向右（或上）为正方向，从原点向左（或下）为负方向；

（3）**选取单位长度，标数：**选取适当的长度为单位长度，直线上从原点向右，每隔一个单位长度取一个点，依次表示 1，2，3，…；从原点向左，用类似方法依次表示 −1，−2，−3，….

提分·必记

特别解读

1. 数轴是一条直线.
2. **数轴的三要素：**原点、正方向、单位长度.
3. 数轴三要素缺一不可. 在解决具体问题时可以灵活选定原点的位置、正方向的朝向、单位长度的大小，但一经选定后就不能随意改变.

拨考向 利用数轴的定义识别数轴

例 1 判断下列数轴（如图 1.2−1）是否正确. 如果不正确，请指出错在哪里.

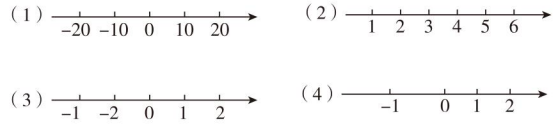


图 1.2−1

解题秘方：紧扣数轴的“三要素”确定数轴.

解：（1）正确；

（2）（3）（4）都不正确. 其出错之处分别是：

（2）中的数轴缺少原点；

（3）中的数轴负半轴上所标的负数的顺序不对，应将“−2”写在“−1”左边；

（4）中的数轴上的单位长度不统一.

提分·秘诀

特别警示

在画数轴时常出现以下三种错误：

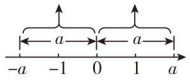
1. “三要素”不全；
2. 单位长度不统一；
3. 标数时顺序不对.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 数轴上的点与有理数的关系

对应关系　有理数 $\underset{\text{不都表示有理数}}{\overset{\text{都可以用数轴上的点表示}}{\rightleftharpoons}}$ 数轴上的点表示的数.

示例	数 a（$a>1$）和 $-a$ 在数轴上的表示	$-a$ 到原点的距离　a 到原点的距离  $-a$ 是负数，在原点的左边　a 是正数，在原点的右边

核考向▶ 利用数轴上的点与有理数的关系解决问题

类型 1：点在数轴上的位置在读出点表示的数中的应用

例 2　如图 1.2−2，数轴上的点 A，B，C，D 分别表示哪个有理数？

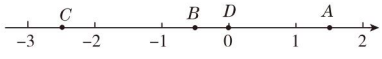


图 1.2−2

解题秘方：紧扣点的位置的特征与点表示的数的关系读数.

解：点 A 表示 $1\frac{1}{2}$，点 B 表示 $-\frac{1}{2}$，点 C 表示 $-2\frac{1}{2}$，点 D 表示 0.

类型 2：数的特征在数轴上标出表示已知数的点的位置中的应用

例 3　画出数轴，并在数轴上标出表示下列各数的点.

-2，$-2\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，3，$\frac{1}{2}$.

解题秘方：紧扣数的特征及数与点的位置关系描点.

解：如图 1.2−3.

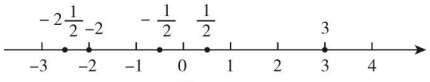


图 1.2−3

方法点拨：已知数在数轴上找点的方法步骤

第 1 步：根据数的正负性确定在原点的左侧还是右侧；第 2 步：确定与原点之间的距离；第 3 步：标出点后将数写在数轴的上方.

类型 3：数轴上的点的位置在识别点表示的数的正负性中的应用

例 4　已知点 O 是原点，点 M，N，P，Q 在数轴上的位置如图 1.2−4，则 M，N，P，Q 四个点表示的数中正数有（　　）个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

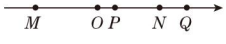


图 1.2−4

解题秘方：根据点在数轴上的位置与点所表示的数的正负性之间的关系判断.

解：从数轴上看，点 M 在原点的左侧，所以点 M 表示的数是负数，P，N，Q 三点在原点的右侧，所以 P，N，Q 三点表示的数是正数.

答案：C

知识链接

有理数与数轴上的点的对应关系：

1. 正有理数可以用数轴上原点右边（或上边）的点表示.
2. 负有理数可以用数轴上原点左边（或下边）的点表示.
3. 0 用原点表示.

提分·秘诀

读法提醒

知点读数的方法：

- 点所在的区域的位置（原点的左右两侧）决定正负；
- 点到原点的距离决定数字.

画法提醒

根据给出的数据画数轴，关键要把握两点：

- 确定原点的位置，一般地，原点居中，若给出的正数较多，原点靠左边，若给出的负数较多，原点靠右边；
- 确定单位长度，一般地，单位长度为 1. 若给出数据较大，单位长度也可以为 10，50 或 100.

解法提醒

在数轴上识别数的正负性，关键看该数表示的点与原点的位置关系：若点在原点的右侧，则该点表示的数是正数；若点在原点的左侧，则该点表示的数是负数；原点表示的数是 0.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识 3 相反数

1. 定义 只有符号不同的两个数互为相反数. 0 的相反数是 0.

几何意义： 在数轴上位于原点两侧且到原点的距离相等的两个点所表示的数互为相反数.

2. 相反数的性质

任何一个数都有相反数，而且只有一个；

正数的相反数是负数；

负数的相反数是正数；

0 的相反数是 0.


相反数的定义

（1）若 a 与 b 互为相反数，则 $a+b=0$（或 $a=-b$）；

（2）若 $a+b=0$（或 $a=-b$），则 a 与 b 互为相反数.

3. 相反数的求法

求一个数的相反数就是在这个数的前面加上“−”号，即 a 的相反数是 $-a$，其实质是改变这个数的符号.

拔考向 利用相反数的意义解决问题

类型 1：相反数的定义在辨析相反数中的应用

例 5 下列说法正确的是（　　）

A. -2 是相反数

B. $-\frac{1}{2}$ 与 -2 互为相反数

C. -3 与 $+2$ 互为相反数

D. $-\frac{1}{2}$ 与 0.5 互为相反数

解题秘方： 判断两个数是否互为相反数，按其定义从两个方面去看：符号（+、−）和所含数字（相同）.

答案： D

类型 2：相反数的求法在求一个数的相反数中的应用

例 6 分别写出下列各数的相反数.

-3，2，4.5，0，$-6\frac{1}{3}$，a，$a-b$.

解题秘方： 紧扣相反数的求法，直接写出一个数的相反数.

解： -3 的相反数是 3，

2 的相反数是 -2，

4.5 的相反数是 -4.5，

0 的相反数是 0，

$-6\frac{1}{3}$ 的相反数是 $6\frac{1}{3}$，

a 的相反数是 $-a$，

$a-b$ 的相反数是 $-(a-b)$，即 $b-a$.

提分·必记

特别解读

1. “只有”是指除了符号不同之外，其他部分完全相同.
2. “互为”的意义是指相反数是成对出现的，不能单独存在.
3. 数轴上表示互为相反数的两个点到原点的距离相等.
4. 数轴上与原点的距离是 a（a 是一个正数）的点有两个，分别在原点的左右两边，它们所表示的数互为相反数.

提分·秘诀

解法提醒

判断两个数是否互为相反数，要从两个方面看：一是符号不能相同；二是数字一定要相同.（相等的小数和分数是同一个数）

方法点拨

求一个数的相反数的方法：

- 求一个具体数的相反数时，改变这个数前面的符号，其他部分不变，即可得到；
- 求一个字母或一个式子的相反数时，也只需在这个字母或式子的整体前面加上“−”号.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 3：相反数的几何意义在找互为相反数中的应用

例 7 如图 1.2−5，点 A，B，C，D 表示的数中，互为相反数的两个数对应的点是（　　）

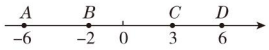


图 1.2−5

A. 点 A 与点 C　　B. 点 B 与点 C

C. 点 A 与点 D　　D. 点 B 与点 D

解题秘方： 判断两个点所表示的数是否互为相反数，要看这两个点所表示的数是否满足相反数的几何意义．

答案： C

方法点拨

判断两个点所表示的数是否互为相反数的方法：

就是要看它们是否满足两个条件，一是点在原点两侧，二是点到原点的距离相等．

点知识 ▸ 4 绝对值

1. 定义

在数轴上，表示数 a 的点到原点的距离，叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$. 读作“a 的绝对值”．

提分·必记

特别提醒

- 由于绝对值是两点间的距离，所以绝对值不可能是负数；
- 由绝对值的定义可知：一个数对应的点离原点越近，它的绝对值越小，离原点越远，它的绝对值越大，所以没有绝对值最大的数，只有绝对值最小的数为 0.

2. 性质

一个正数的绝对值是它本身；

一个负数的绝对值是它的相反数；

0 的绝对值是 0.

绝对值的定义

即：$|a|=\begin{cases} a\ (a>0), \\ 0\ (a=0), \\ -a\ (a<0). \end{cases}$

技考向 ▸ 利用绝对值进行计算化简

类型 1：绝对值的性质在求绝对值中的应用

例 8 求下列各数的绝对值：

（1）$+\frac{1}{3}$；　　（2）0；

（3）$-2\frac{2}{5}$；　　（4）$-(-3)$.

解题秘方： 紧扣绝对值的性质进行计算．

提分·秘诀

技巧点拨

求一个数的绝对值的方法：

要求一个数的绝对值，首先判断这个数是正数、负数还是零，然后根据“一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0”求出该数的绝对值．要确保其结果为非负数且只有一个．

解：（1）$\left|+\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$.

（2）$|0|=0$.

（3）$\left|-2\frac{2}{5}\right|=2\frac{2}{5}$.

（4）$|-(-3)|=|+3|=3$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：绝对值的性质在化简含字母的绝对值式子中的应用

例 9 数 a，b，c 在数轴上对应的点的位置如图 1.2−6.

化简：$-|a|+|b+c|-|b|$.

解题秘方： 先从数轴中获取 a，$b+c$，b 的符号，再根据绝对值的性质，便可将绝对值符号去掉，然后计算.



图 1.2−6

解： 由数轴可知 $a<0$，$b>0$，$c>0$，所以 $b+c>0$，

所以 $|a|=-a$，$|b+c|=b+c$，$|b|=b$，

所以原式 $=-(-a)+(b+c)-b=a+b+c-b=a+c$.

活学巧记

多重符号欲化简，
遇“+”直接就省略，
奇负偶正是见“−”，
去掉括号同进行.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用分类讨论思想解数轴上两点间的距离问题

例 10 （1）在数轴上，表示 −1 和 3 的两点之间的距离是_____；

（2）在数轴上，表示_____的点到表示 −2 的点的距离为 3.

解题秘方： 画出数轴，先在数轴上找出表示已知数的点，然后确定出两点之间的距离或根据两点之间的距离找另一个点.

解： 解这两道题应先画出数轴，如图 1.2−7.

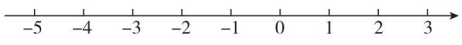


图 1.2−7

（1）在数轴上找到表示 −1 和 3 的点，即可求出这两点之间的距离为 4.

（2）先找到表示 −2 的点，再在表示 −2 的点的左、右两侧分别找与它的距离为 3 的点，左侧为表示 −5 的点，右侧为表示 1 的点.

答案： （1）4　（2）−5 或 1

挑战·高分

解法提醒

在数轴上求两个点之间的距离，只需要数一数两个点之间相隔多少个单位长度即可；若已知距离找点，则分要找的点在已知点的左侧和右侧两种情况考虑.

拔尖角度 2 利用定义法求含字母的式子的值

例 11 已知 a 是 $-[-(-5)]$ 的相反数，b 比最小的正整数大 4，c 是相反数为它本身的数，计算 $3a+4b+5c$ 的值.

解题秘方： 紧扣相关定义求满足条件的 a，b，c 的值，然后代入求值.

解： 因为 $-[-(-5)]=-5$，所以 $a=-(-5)=5$.

因为最小的正整数是 1，b 比最小的正整数大 4，

所以 $b=1+4=5$.

因为 c 是相反数为它本身的数，所以 $c=0$.

所以 $3a+4b+5c=3\times5+4\times5+5\times0=35$.

挑战·高分

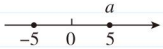
条件剖析

数学语言有文字语言、符号语言和图形语言三种.

例如：

-5 的相反数（文字语言），

$-(-5)$（符号语言），



（图形语言），

三者都表示同一个意思.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 3 利用逆向思维法标相反数的位置

挑战·高分

例 12 已知 a，b 在数轴上对应点的位置如图 1.2−8，在数轴上分别画出表示 a，b 的相反数 $-a$，$-b$ 的点.

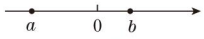


图 1.2−8

解题秘方： 相反数的几何意义，表示数 a 的点在原点的左侧，则表示其相反数 $-a$ 的点在原点的右侧，且与原点的距离与数 a 与原点的距离相等.

解： 表示数 $-a$ 与 $-b$ 的点的位置如图 1.2−9.

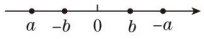
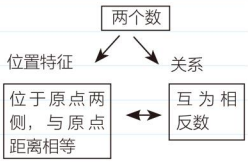


图 1.2−9

方法点拨



拔尖角度 4 利用分类思想解决绝对值问题

挑战·高分

例 13 如果 $a=-4$，且 $|a|=|b|$，求 $|b+4|$ 的值.

解题秘方： 紧扣“若 $|x|=a$，则 $x=\pm a$”进行.

解： 因为 $a=-4$，所以 $|b|=|a|=|-4|=4$.

所以 $b=4$ 或 $b=-4$.

当 $b=4$ 时，$|b+4|=|4+4|=8$；

当 $b=-4$ 时，$|b+4|=|-4+4|=0$.

所以 $|b+4|$ 的值是 8 或 0.

特别提醒

1. 互为相反数的两个数的绝对值相等，即：$|a|=|-a|$.
2. 绝对值相等的两个数相等，或互为相反数，即：若 $|a|=|b|$，则 $a=b$ 或 $a=-b$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节内容主要考查数轴、相反数和绝对值的应用，标点和读数是最常见的考查形式，借助数轴来研究问题也是一个考向，在考试中一般以解答题的形式考查较多.

三年中考兵法

考法 1 利用数的特征在数轴上找出对应的点

冲刺·满分

例 14 [中考·宜宾]如图 1.2−10，已知数轴上的点 A，B，C，D 分别表示数 -2，-1，1，2，则表示 $-1\frac{1}{3}$ 的点 P 应落在线段(　　)

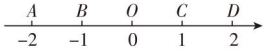


图 1.2−10

A. AB 上　　B. BO 上

C. OC 上　　D. CD 上

试题评析： 本题主要考查数轴上的点与有理数之间的关系.

解： 表示 $-1\frac{1}{3}$ 的点 P 在原点的左侧，距离原点 $1\frac{1}{3}$ 个单位长度，故 P 点在线段 AB 上，故选 A.

答案： A

考法点评

数轴的主要作用就是建立有理数和数轴上的点之间的关系，主要有两种考法：

一是知数标点；

二是知点读数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 利用相反数的意义在数轴上找表示一个数的相反数的点

例 15 [中考·常州] 如图 1.2−11，数轴上点 P 对应的数为 p，则数轴上与数 $-\frac{p}{2}$ 对应的点是（　　）

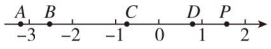


图 1.2−11

A. 点 A　　B. 点 B　　C. 点 C　　D. 点 D

试题评析： 本题考查了数轴，根据图示得到点 P 所表示的数是解题的关键.

解： 因为 $1 < p < 2$，所以 $\frac{1}{2} < \frac{p}{2} < 1$.

因此在数轴上表示 $\frac{p}{2}$ 的点在表示 $\frac{1}{2}$ 的点与表示 1 的点之间.

根据相反数的几何意义知表示 $-\frac{p}{2}$ 的点在表示 $-\frac{1}{2}$ 的点与表示 -1 的点之间.

由图可知表示 $-\frac{p}{2}$ 的点为点 C.

答案： C

考法 3 利用绝对值性质解计算问题

例 16 [中考·淄博] 计算 $\left|-\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{2}$ 的结果是（　　）

A. 0　　B. 1　　C. -1　　D. $\frac{1}{4}$

试题评析： 在中考中绝对值一般是直接考查，属送分题的一种，解题的关键是理解绝对值的意义.

解： $\left|-\frac{1}{2}\right|-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$.

答案： A

思路点拨

在数轴上表示互为相反数的两个数的点的位置，解决这类问题要把“数”和“形”结合起来，使二者互相补充，相辅相成，从而把复杂的问题转化为简单的问题.

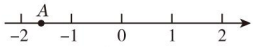
考法点评

有理数的相关概念一般都直接考查，主要掌握其概念的内涵和外延，以及包涵各种法则和规定.

两年模拟兵法

☞答案见 257 页

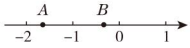
1. 如图，数轴上的点 A 表示的数可能是（　　）

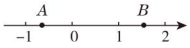


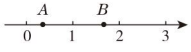
（第 1 题）

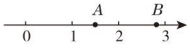
A. 2.4　　B. -2.4　　C. -1.6　　D. -1.4

2. [中考·福州] A，B 是数轴上的两点，线段 AB 上的点表示的数中，有互为相反数的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

3. 下列各组数中，互为相反数的有（　　）

①$+(+1)$ 与 $-(-1)$；②$-(+1)$ 与 $+(-1)$；③$+(+1)$ 与 $-(+1)$；④$+(-1)$ 与 $-(-1)$.

A. ①②　　B. ②③

C. ③④　　D. ②④

4. [中考·山西] $|-6|$ 的值是（　　）

A. -6　　B. $-\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. 6

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 数轴上的点 A 到原点的距离是 6，则点 A 表示的数为（　　）

A. 6 或 −6　　B. 6

C. −6　　D. 3 或 −3

6. 已知数轴上的点 A 到原点的距离为 2 个单位长度，那么数轴上到点 A 的距离是 3 个单位长度的点所表示的数是（　　）

A. 5　　B. ±5

C. ±1　　D. ±1 或 ±5

7. 一个数在数轴上所对应的点向左移 2 022 个单位长度后，得到它的相反数对应的点，则这个数是（　　）

A. 2 022　　B. −2 022

C. 1 011　　D. −1 011

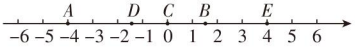
8. 若 $a=3.5$，则 $-a=$_____；

若 $-x=-(-10)$，则 $x=$_____；

若 $m=-m$，则 $m=$_____.

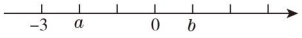
9. 将数轴对折，使表示 −3 与 1 的两个点重合，若此时表示 −5 的点与表示 x 的点也重合，则 $x=$_____.

10. 如图，写出数轴上点 A，B，C，D，E 各表示什么数.



（第 10 题）

11. 已知有理数 a，-3，b 在数轴上对应的点的位置如图，在数轴上画出 a，-3，b 的相反数对应的点.



（第 11 题）

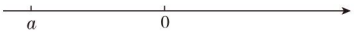
12. 已知 $|a|=5$，$|b|=3$，且 $a<b$，求 a，b 的值.

13. 已知表示数 a 的点在数轴上的位置如图.

（1）在数轴上表示出数 a 的相反数对应的点的位置；

（2）若表示数 a 的点与表示其相反数的点相距 20 个单位长度，则 a 是多少？

（3）在（2）的条件下，若数 b 对应的点与数 a 的相反数对应的点相距 5 个单位长度，则 b 是多少？　　【导学号：2837152】



（第 13 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.3 有理数的大小

核心知识

- 利用数轴比较大小
- 利用绝对值比较大小

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸比较有理数的大小

1. 用数轴比较有理数大小的法则

数学中规定：在数轴上表示有理数，它们从左到右的顺序就是从小到大的顺序．即：右边的数总比左边的数大．

2. 数的性质比较有理数大小的法则

（1）正数大于0，0大于负数，正数大于负数．

（2）两个负数，绝对值大的反而小．

即：

两数同号	同为正号，绝对值大的数大．
	同为负号，绝对值大的反而小．
两数异号	正数大于负数．
一数为0	正数与0，正数大于0．
	负数与0，负数小于0．

点拨微课堂

提分·必记

特别提醒

比较两个负数的大小，先求出这两个负数的绝对值，再比较所求的两个绝对值的大小，根据“两个负数，绝对值大的反而小”作出比较．

比较两个正分数的大小，同分母的两个正分数直接比较分子的大小，分子大的数大；异分母的两个正分数，要先通分化成同分母分数再比较．

拔考向▸利用有理数大小比较的法则比较有理数的大小

类型1：用数轴比较有理数大小的应用

例1 将下列各数按从小到大的顺序排列，并用“<”号连接起来：-2，0，1，-0.5，$-\frac{3}{2}$，$2\frac{1}{2}$．

解题秘方： 把这些数准确地表示在同一条数轴上，按右边的点表示的数大于左边的点表示的数，将各数按从小到大的顺序排列．

解： 将这些数在数轴上表示出来，如图1.3-1．

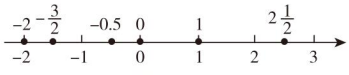


图1.3-1

所以 $-2<-\frac{3}{2}<-0.5<0<1<2\frac{1}{2}$．

提分·秘诀

方法点拨

1. 利用数轴比较几个数大小的方法：

先在数轴上标出表示这些数的点的位置；再确定它们之间的大小关系．

2. 利用数轴比较大小的优点：

一是直接看表示数的点在数轴上的位置即可；

二是一次可以比较多个数．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：数的性质比较有理数大小法则在比较两个有理数大小中的应用

例 2 比较下列各组数的大小：

（1）$-\frac{5}{6}$和$-\frac{6}{7}$；（2）$-\frac{22}{7}$和-3.13；

（3）$-|-5|$和 0；（4）$-\left(-\frac{1}{5}\right)$和$-\left|-\frac{1}{6}\right|$.

解题秘方：利用正数 > 0 > 负数，两个负数，绝对值大的反而小，进行比较.

解：（1）因为$\left|-\frac{5}{6}\right|=\frac{5}{6}=\frac{35}{42}$，$\left|-\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}=\frac{36}{42}$，

且$\frac{35}{42}<\frac{36}{42}$，所以$-\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}$.

（2）因为$\left|-\frac{22}{7}\right|=\frac{22}{7}\approx 3.14$，$|-3.13|=3.13$，且 $3.14 > 3.13$，

所以$-\frac{22}{7}<-3.13$.

（3）因为$-|-5|=-5$，且 $-5 < 0$，

所以 $-|-5| < 0$.

（4）$-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$，$-\left|-\frac{1}{6}\right|=-\frac{1}{6}$.

因为正数大于负数，所以$\frac{1}{5}>-\frac{1}{6}$.

所以$-\left(-\frac{1}{5}\right)>-\left|-\frac{1}{6}\right|$.

方法点拨

比较有理数大小的方法：

1. 数轴比较法：在数轴上表示的数，右边的数总比左边的数大，根据这个特点可把需要比较的数表示在数轴上，通过数轴比较数的大小.

2. 法则比较法：

（1）正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数；

（2）两个负数，绝对值大的反而小，其过程为：

先分别求出两个负数的绝对值；

再比较两个绝对值的大小；

最后根据“绝对值大的反而小”进行判断.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用特殊值法比较大小

例 3 已知 $a > 0$，$b < 0$，且 $|b| < |a|$，把 a，$-a$，b，$-b$ 四个数按从小到大的顺序用“<”号连接起来.

解题秘方：给出符合条件的 a，b 的一组具体数值，分别求出它们的相反数，通过比较这两个数及其相反数的大小得出 a，$-a$，b，$-b$ 的大小.

解：令 $a=2.5$，$b=-1$，则 $-a=-2.5$，$-b=1$.

因为 $-2.5 < -1 < 1 < 2.5$，

所以 $-a < b < -b < a$.

挑战·高分

方法点拨

本题实际是运用特殊值法解题，此解法简单实用，是中考及数学竞赛中常用的方法之一，取特殊值时要注意：所取的值既要符合题目条件又要考虑可能出现的多种情况.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度▸ 2 巧用数轴法比较大小

挑战·高分

方法点拨

比较用抽象字母表示的数的大小时，可借助数轴把对应点表示出来，根据数轴上点的位置来比较各个字母所表示的数的大小.

例4 数 a，b 在数轴上的位置如图 1.3−2，下面所给的四个选项中正确的是（　　）

A. $b>a$　　B. $|a|>|b|$　　C. $-a<b$　　D. $-b>a$

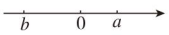


图 1.3−2

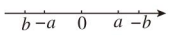


图 1.3−3

解题秘方： 紧扣有理数大小比较的法则，并结合在数轴上标出符合条件的数对应的点进行大小比较.

解： 因为 $a>0$，$b<0$，所以 $b<a$，故排除 A.

因为表示 b 的点到原点的距离比表示 a 的点到原点的距离大，所以 $|a|<|b|$，故排除 B.

利用相反数的几何意义，在数轴上将 $-a$，$-b$ 对应的点的位置表示出来，如图 1.3−3. 显然有 $b<-a<0<a<-b$，故排除 C. 选择 D.

答案： D

拔尖角度▸ 3 利用建立绝对值模型法解实际应用

挑战·高分

方法点拨

本题用绝对值的大小表示产品直径与标准直径的接近程度. 由绝对值的几何意义，可知一个数的绝对值越小，其在数轴上对应的点距离原点越近，在这个实际问题中，绝对值越小表示产品直径的尺寸与标准直径的尺寸的偏差越小，产品质量也就越好.

例5 某配件厂生产一批圆形的橡胶垫，从中抽取 6 件进行检验，比标准直径（单位：mm）长的部分记作正数，比标准直径短的部分记作负数，检查记录如下表（单位：mm）：

1	2	3	4	5	6
+0.4	−0.2	+0.1	0	−0.3	+0.25

（1）哪件产品的质量相对最好，请你用学过的绝对值知识说明；

（2）若规定与标准直径相差不大于（小于或等于）0.2 mm 为合格产品，则上面的 6 件产品中有几件是不合格产品？

解题秘方： （1）绝对值小的产品质量好. 因为绝对值越小，与标准直径的偏差越小. （2）若抽查的橡胶垫直径的误差的绝对值大于 0.2 mm，就可以确定该产品不合格.

解： （1）$|+0.4|=0.4$，$|-0.2|=0.2$，$|+0.1|=0.1$，

$|0|=0$，$|-0.3|=0.3$，$|+0.25|=0.25$.

因为 $0<0.1<0.2<0.25<0.3<0.4$，

所以 $|0|<|+0.1|<|-0.2|<|+0.25|<|-0.3|<|+0.4|$.

所以第 4 件产品的质量相对最好.

（2）因为 $|+0.4|=0.4>0.2$，$|-0.3|=0.3>0.2$，$|+0.25|=0.25>0.2$，

所以这 6 件产品中有 3 件是不合格产品.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节主要考查有理数比较大小的两种方法，在中考中这个热门考点是直接考查，以选择题为主，属送分题. 在平时的单元考查时，利用数轴比较大小以解答题形式考查.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

考法 比较有理数的大小

例6 [中考·包头]有理数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图1.3-4所示，下列结论正确的是（　　）

A.$a>b$　　B.$a>-b$　　C.$-a>b$　　D.$-a<b$

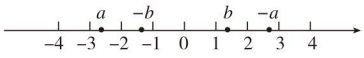


图 1.3-4

试题评析：本题主要考查利用数轴比较有理数的大小，在数轴上准确地标出有理数的位置是解决问题的关键.

解：在数轴上标出 $-a$，$-b$ 的位置，根据数轴上表示的有理数，越靠右边越大，故C正确.

答案：C

冲刺·满分

方法点拨

利用数轴比较有理数的大小时，只关注该有理数在数轴上标注的点的位置即可比较它们的大小关系.

两年模拟兵法

答案见257页

1. [中考·成都]在 -3，-1，1，3 这四个数中，比 -2 小的数是（　　）

A. -3　　B. -1　　C. 1　　D. 3

2. 在数轴上，下列说法不正确的是（　　）

A. 两个有理数，绝对值大的数离原点远

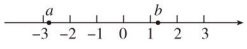
B. 两个有理数，其中较大的数在右边

C. 两个负有理数，其中较大的数离原点近

D. 两个有理数，其中较大的数离原点远

3. 如图，下列四个选项中正确的是（　　）

A. $a<-2$　　B. $a>-1$　　C. $a>b$　　D. $b>2$



（第3题）



（第4题）

4. [中考·天津]有理数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图，把 $-a$，$-b$，0 按照从小到大的顺序排列，正确的是（　　）

A. $-a<0<-b$　　B. $0<-a<-b$

C. $-b<0<-a$　　D. $0<-b<-a$

5. 不小于 -3.1 的所有非正整数是_____.

6. 用“>”“<”或“=”填空：

（1）-0.01_____0；

（2）$-\frac{1}{2}$_____$-\frac{3}{4}$；

（3）$-\frac{8}{9}$_____$-\frac{9}{10}$；

（4）$-\left|-\frac{3}{2}\right|$_____$-[+(-\frac{2}{3})]$.

7. 若 $|x|=5$，$|y|=2$，且 $x<y$，则 $x=$_____，$y=$_____.

8. 把下列各数在数轴上表示出来，并用“<”号把各数连接起来：$-2\frac{1}{2}$，4，-4，0，$4\frac{1}{2}$.

9. 有理数 a 在数轴上的表示如图所示，将 a，$-a$，$\frac{1}{a}$，$-\frac{1}{a}$，1，-1 按从小到大的顺序排列，并用“<”连接起来.



（第9题）

10. 某工厂生产一批精密的零件，要求是 $\phi 50^{+0.04}_{-0.03}$（ϕ 表示圆形零件的直径，单位是mm），抽查了5个零件，数据如下表（单位：mm），超过规定的记作正数，不足的记作负数.

1号	2号	3号	4号	5号
+0.031	−0.037	+0.018	−0.021	+0.042

（1）哪些产品是符合要求的?

（2）符合要求的产品中哪个的质量最好？用绝对值的知识加以说明.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.4 有理数的加减

核心知识

- 有理数的加法法则
- 有理数的减法法则
- 有理数的加法运算律
- 加减混合运算

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数的加法法则

1. 有理数加法法则

（1）同号两数相加，取与加数相同的符号，并把绝对值相加.

（2）异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不相等时，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

（3）一个数与 0 相加，仍得这个数.

2. 有理数加法运算的各种情况如下表

加数		和		用字母表示
		符号	绝对值	
同号两数相加		取相同的符号	相加	若 $a>0$，$b>0$，则 $a+b=+(\lvert a\rvert+\lvert b\rvert)$
				若 $a<0$，$b<0$，则 $a+b=-(\lvert a\rvert+\lvert b\rvert)$
异号两数相加	绝对值不相等	取绝对值较大的加数的符号	相减（大减小）	若 $a>0$，$b<0$，且 $\lvert a\rvert>\lvert b\rvert$，则 $a+b=+(\lvert a\rvert-\lvert b\rvert)$
				若 $a<0$，$b>0$，且 $\lvert a\rvert>\lvert b\rvert$，则 $a+b=-(\lvert a\rvert-\lvert b\rvert)$
	互为相反数	0		若 $a>0$，$b<0$，且 $\lvert a\rvert=\lvert b\rvert$，则 $a+b=0$
一个数与 0 相加		仍得这个数		$a+0=a$

3. 有理数加法运算的步骤

（1）判断加法的类型，即判断两个加数是同号，还是异号，加数中是否有 0. 根据加法的类型确定用加法法则中的哪一条.

（2）确定和的符号.

（3）确定和的绝对值.

提分·必记

特别提醒

- 若 $a+b=0$，且 a,b 异号，则 $a=-b$.
- 若 $a+b=0$，且 a,b 同号，则 $a=b=0$.

例：若 $|m-1|+|n+2|=0$，则有 $m-1=0$，$n+2=0$.

特别解读

1. 若两个数的和为正数，则这两个加数有三种可能：
（1）两个都是正数；
（2）一个是正数、一个是负数，且正数的绝对值大于负数的绝对值；
（3）一个是正数、一个是 0.
2. 若两个数的和为负数，则这两个加数有三种可能：
（1）两个都是负数；
（2）一个是正数、一个是负数，且负数的绝对值大于正数的绝对值；
（3）一个是负数、一个是 0.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

核心考向▶利用有理数的加法法则解决问题

类型1：有理数的加法法则在计算中的应用

例1 计算下列各题.

（1）（+20）+（+12）；（2）（−2）+（−1）；（3）（−30）+6；

（4）$\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}$；　（5）$\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}$；　（6）$0+\left(-\frac{4}{5}\right)$.

解题秘方：先确定两个数相加的类型，然后根据法则计算.

解：（1）原式 $=+(20+12)=+32$.　（2）原式 $=-(2+1)=-3$.

（3）原式 $=-(30-6)=-24$.　（4）原式 $=0$.

（5）原式 $=+\left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{12}$.　（6）原式 $=-\frac{4}{5}$.

类型2：有理数的加法法则在辨析中的应用

例2 下列说法正确的是（　　）

A. 两个有理数的和一定大于任何一个加数

B. 若两个有理数的和为正数，则这两个有理数都是正数

C. 若两个有理数的和为零，则这两个有理数一定互为相反数

D. 异号两个有理数相加，和不是正数就是负数

解题秘方：结合有理数的加法法则，进行辨析，若说法不正确，可以列举不正确的例子.

解：A. 不正确，例如，（−3）+1=−2，（−3）+（−1）=−4，（−3）+0=−3，它们的和都不是大于任何一个加数.

B. 不正确，例如，（−2）+3=1，0+2=2，它们的和是正数，但两个加数不都是正数.

C. 正确. D. 不正确，异号两个数相加的和还有可能为0.

答案：C

知识点▶2 有理数的减法法则

1. 法则　减去一个数，等于加上这个数的相反数.

用字母表示：$a-b=a+(-b)$，其中 a，b 表示任意有理数.

特别提醒：有理数的减法是有理数的加法的逆运算，做减法运算时，常将减法转化为加法再计算，转化过程中，应注意“两变一不变”.“两变”是指运算符号“−”号变成“+”号，减数变成它的相反数；“一不变”是指被减数不变.

2. 两数相减差的符号

（1）较大的数 − 较小的数 = 正数，即若 $a>b$，则 $a-b>0$.

（2）较小的数 − 较大的数 = 负数，即若 $a<b$，则 $a-b<0$.

（3）相等的两个数的差为0，即若 $a=b$，则 $a-b=0$.

提分·秘诀

方法点拨

同号相加一边倒；
异号相加“大”减“小”，
符号跟着大的跑，
绝对值相等“0”正好.

特别提醒

有理数的加法与小学算术中加法的比较：
有理数加法的结果：可正，可负，可为零，可能比两个加数都大，如3+5=8；可能比两个加数都小，如(−3)+(−5)=−8；可能比一个加数大，比另一个加数小，如(−3)+5=2.

提分·必记

特别解读

- 有理数的减法，需要先将减法转化为加法，再按有理数的加法法则和运算律计算.
- 有理数的减法在转化为加法之前，被减数与减数的位置不能改变.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶利用有理数的减法法则计算

例 3 计算下列各题：

（1）7−3；（2）3−7；

（3）（−1）−2；

（4）2−（−1）；

（5）（−2）−（−1）；

（6）（−1）−（−2）；

（7）0−5；

（8）0−（−5）.

解题秘方：将减法转化为加法，然后利用加法法则计算.

解：（1）7−3=4.

（2）3−7=3+（−7）=−4.

（3）（−1）−2=（−1）+（−2）=−3.

（4）2−（−1）=2+1=3.

（5）（−2）−（−1）=（−2）+1=−1.

（6）（−1）−（−2）=（−1）+2=1.

（7）0−5=0+（−5）=−5.

（8）0−（−5）=0+5=5.

交换被减数与减数的位置，差互为相反数

0减去一个数等于这个数的相反数

提分·秘诀

方法点拨

计算两个有理数相减的方法：

两个有理数相减，一般是应用有理数减法法则“减去一个数，等于加上这个数的相反数”，把减法运算转化为加法运算.

特别地，当相减的两数都是正数，且被减数大于减数时，可直接计算.

点知识▶3 有理数的加法运算律

1. 有理数加法的运算律

运算律	文字叙述	用字母表示
加法交换律	两个数相加，交换加数的位置，和不变	$a+b=b+a$
加法结合律	三个数相加，先把前两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变	$(a+b)+c=a+(b+c)$

2. 加法运算律的运用技巧

（1）互为相反数的两个数先相加——“相反数结合法”；

（2）符号相同的数先相加——“同号结合法”；

（3）整数与整数、小数与小数、分母相同（或分母成倍数关系易化成同分母）的数先相加——“同形结合法”；

（4）几个数相加得到整数的先相加——“凑整法”；

（5）带分数相加时，可先拆成整数与分数的和，再分别相加——“拆项结合法”.



有理数的加法运算律

提分·必记

特别提醒

1. 有理数的加法运算律不但适用于两个数或三个数相加，而且适用于三个以上有理数相加.
2. 利用有理数的加法交换律时，要适当加括号，如 −6.6+2+（−3.4）=2+（−6.6）+（−3.4）.
3. 根据需要灵活利用加法运算律，可以达到简化计算的目的.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用有理数的加法运算律进行计算

类型1：相反数结合法

例4 计算：

$$\left(-\frac{4}{13}\right)+\left(-\frac{4}{17}\right)+\frac{4}{13}+\left(-\frac{13}{17}\right).$$

解题秘方：先找相反数，然后利用加法的交换律和结合律将相反数结合计算.

解：原式 $=\left[\left(-\frac{4}{13}\right)+\frac{4}{13}\right]+\left[\left(-\frac{4}{17}\right)+\left(-\frac{13}{17}\right)\right]$

$=0+(-1)$

$=-1.$

类型2：同号结合法

例5 计算：$43+(-77)+37+(-23)$.

解题秘方：先把正数、负数分别结合，然后再计算.

解：原式 $=(43+37)+[(-77)+(-23)]$

$=80+(-100)$

$=-20.$

类型3：同形结合法

例6 计算：$\left(-3\frac{1}{4}\right)+3\frac{2}{3}+2\frac{1}{4}+\left(-1\frac{2}{3}\right).$

解题秘方：观察将同分母的分数通过交换结合在一起计算.

解：原式 $=\left[\left(-3\frac{1}{4}\right)+2\frac{1}{4}\right]+\left[3\frac{2}{3}+\left(-1\frac{2}{3}\right)\right]$

$=(-1)+2$

$=1.$

类型4：凑整法

例7 计算：$(-3.75)+2.85+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+3.15+(-2.5)$.

解题秘方：将 -3.75，$-1\frac{1}{4}$，$-\frac{1}{2}$，-2.5 和 2.85，3.15 分别结合在一起，然后相加.

解：原式 $=\left[(-3.75)+\left(-1\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-2.5)\right]+(2.85+3.15)$

$=(-8)+6$

$=-2.$

类型5：拆项结合法

例8 计算：

(1) $-5\frac{5}{6}+\left(-9\frac{2}{3}\right)+17\frac{3}{4}+\left(-3\frac{1}{2}\right)$;

(2) $\left(-2\,022\frac{5}{6}\right)+\left(-2\,021\frac{2}{3}\right)+4\,044\frac{2}{3}+\left(-1\frac{1}{2}\right).$

提分·秘诀

相反数结合法

如果加数中有互为相反数的两个数或和为0的几个数，可以分别结合进行运算，简称相反数结合法.

同号结合法

在有理数的加法运算中，先将所有的正数结合在一起、所有的负数结合在一起，分别相加，再求和的计算方法，简称同号结合法.

同形结合法

在计算过程中往往把整数与整数、小数与小数、分数与分数、分母相同或容易通分的分数结合在一起，从达到简便运算的效果，简称同形结合法.

凑整法

多个有理数相加时，如果既有分数，又有小数，一般将存在数量少的形式转化成数量多的形式，把能凑成整数的数结合在一起，可以使计算简便，这种方法简称“凑整法”.

拆项结合法

1. 在有理数的加法计算中，可以先把带分数拆分成整数和分数的和，再把整数和分数

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解题秘方：先把带分数拆成整数与分数之和，将整数和分数分别相加，再求和.

解：（1）原式 $=\left[(-5)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[(-9)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(17+\frac{3}{4}\right)+\left[(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\left[(-5)+(-9)+17+(-3)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=0+\left(-\frac{5}{4}\right)$

$=-\frac{5}{4}$.

（2）原式 $=\left[(-2\,022)+\left(-\frac{5}{6}\right)\right]+\left[(-2\,021)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]+\left(4\,044+\frac{2}{3}\right)+\left[(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=\left[(-2\,022)+(-2\,021)+4\,044+(-1)\right]+\left[\left(-\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$

$=0+\left(-\frac{4}{3}\right)$

$=-\frac{4}{3}$.

分别结合相加，但拆数时应特别注意符号问题.这种方法简称“拆项结合法”.

2. 一个带分数在拆成一个整数和一个分数时，有两种拆分法，一种拆成同号，一种拆成异号.

如：$-9\frac{2}{3}=-9+\left(-\frac{2}{3}\right)$

或 $-9\frac{2}{3}=-10+\frac{1}{3}$.

点知识 ▸ 4 有理数的加减混合运算

1. 有理数加减混合运算的方法

（1）运用减法法则，将有理数加减混合运算中的减法转化为加法，转化为加法后的式子是几个正数或负数的和的形式.

（2）运用加法交换律，加法结合律进行计算，使运算简便.

2. 省略和式中的加号和括号

进行有理数的加减混合运算时，利用减法法则将减法转化为加法，将有理数的加减混合运算统一成加法运算，为简化书写形式，在和式里可以把加号及加数的括号省略不写，以简化书写形式.如 $(-20)+(-3)+(+2)+(-5)$ 可以写成 $-20-3+2-5$；

这个式子有两种读法：

（1）按加法的结果来读：负 20、负 3、正 2、负 5 的和；

（2）按运算来读：负 20 减 3 加 2 减 5.

提分·必记

方法点拨

1. 有理数加减混合运算关键有两步：

第 1 步统一为加法；

第 2 步运用加法运算律.

2. 改写算式时，运算符号中的加号可以省略，但必须保留性质符号.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用有理数加减混合运算的运算方法进行计算

类型1：有理数减法法则在把加减混合运算写成省略加号和括号的形式中的应用

例9 ［易错题］把下列各式写成省略加号和括号的形式，并说出它们的两种读法．

（1）$-6-(-3)+(-2)-(+6)-(-7)$；

（2）$-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)$．

解题秘方：本题要采用转化法，首先运用减法法则把加减混合运算转化成加法运算，然后再写成省略加号和括号的形式．

解：（1）$-6-(-3)+(-2)-(+6)-(-7)$

$=-6+(+3)+(-2)+(-6)+(+7)$

$=-6+3-2-6+7.$

读法一：负6，正3，负2，负6，正7的和；

读法二：负6加3减2减6加7.

（2）$-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{5}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)$

$=-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{6}.$

读法一：负$\frac{1}{2}$，负$\frac{1}{3}$，正$\frac{1}{4}$，负$\frac{1}{5}$，正$\frac{1}{6}$的和；

读法二：负$\frac{1}{2}$减$\frac{1}{3}$加$\frac{1}{4}$减$\frac{1}{5}$加$\frac{1}{6}$．

类型2：加法运算律在有理数的加减混合运算中的应用

例10 计算：

（1）$2.7+(-8.5)-(+3.4)-(-1.2)$；

（2）$-0.6-0.08+\frac{2}{5}-2\frac{5}{11}-0.92+2\frac{5}{11}$．

解题秘方：结合题目的特征，巧用运算律进行计算．

解：（1）$2.7+(-8.5)-(+3.4)-(-1.2)$

$=2.7-8.5-3.4+1.2$

$=(2.7+1.2)+(-8.5-3.4)$

①

$=3.9-11.9$

$=-8.$

（2）$-0.6-0.08+\frac{2}{5}-2\frac{5}{11}-0.92+2\frac{5}{11}$

$=-0.6+0.4+(-0.08-0.92)+\left(-2\frac{5}{11}+2\frac{5}{11}\right)$

②　　③

$=-0.2-1+0$

$=-1.2.$

提分·秘诀

特别提醒

写成省略形式以后，为避免出错，可以将每个数前面的符号看成这个数的性质符号．

解法提醒

计算有理数的加减混合运算时，要灵活运用加法的运算律进行简便计算．在运用加法交换律交换加数的位置时，要连同数前面的符号一起交换．

技巧点拨

①同号结合法．

②凑整法．

③相反数结合法．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用分类讨论思想求两个数的和

挑战·高分

例 11 已知 $|x|=5$，$|y|=3$. 求 $x+y$ 的值.

解题秘方： 根据绝对值的性质求出 x，y 的值，然后代入求解即可.

解： 因为 $|x|=5$，$|y|=3$，所以 $x=\pm5$，$y=\pm3$.

当 $x=5$，$y=3$ 时，$x+y=8$；

当 $x=5$，$y=-3$ 时，$x+y=5+(-3)=2$；

当 $x=-5$，$y=3$ 时，$x+y=(-5)+3=-2$；

当 $x=-5$，$y=-3$ 时，$x+y=(-5)+(-3)=-8$.

所以 $x+y$ 的值为 ±2 或 ±8.

特别提醒

- 绝对值中，由于正负不定，因此要进行分类.
- 交叉分类时，注意不要漏掉某种情况.

拔尖角度 2 利用观察数轴上点的位置法判断算式的符号

挑战·高分

例 12 已知有理数 a，b 在数轴上对应点的位置如图 1.4-1，则下列结论正确的是（　　）

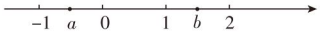


图 1.4-1

A. $a+b<0$　　B. $a-b>0$　　C. $a-b=0$　　D. $a-b<0$

解题秘方： 观察 a，b 在数轴上对应点的位置特征，结合有理数的加法法则和减法法则进行解答.

解： 观察数轴上表示 a，b 的对应点的位置可知，$a<0$，$b>0$，且 $|a|<|b|$.

因为绝对值不相等的异号两数相加，和取绝对值较大的加数的符号，

所以 $a+b>0$，故选项 A 错误；

因为在有理数的减法中，小数减大数，差为负，

所以 $a-b<0$，所以选项 B、C 错误，选项 D 正确.

答案： D

知识储备

两数相减差的符号：

1. 若 $a>b$，则 $a-b>0$；
2. 若 $a<b$，则 $a-b<0$；
3. 若 $a=b$，则 $a-b=0$.

另解

$a-b$ 用减法运算法则可以转化成 $a+(-b)$，因为 $b>0$，所以 $-b<0$，而负数 a 与负数 $-b$ 的和也是负数，所以 $a+(-b)<0$，即 $a-b<0$.

拔尖角度 3 利用分组法巧求多个数相加的和

挑战·高分

例 13 计算：$(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+\cdots+(-99)+(+100)$.

解题秘方： 观察发现 $(-1)+(+2)=1$，$(-3)+(+4)=1$，…，$(-99)+(+100)=1$，故把 100 个数分成 50 组计算.

解： $(-1)+(+2)+(-3)+(+4)+\cdots+(-99)+(+100)$

$=[(-1)+(+2)]+[(-3)+(+4)]+\cdots+[(-99)+(+100)]$

$=1+1+\cdots+1$

$=50$.

技巧点拨

当加数的个数很多时，要注意观察式子的特点，进行巧妙分组，使每组所得的和相等，然后再用乘法计算.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 4 利用数轴上两点间的距离公式法求数轴上的点表示的数

例 14 A，B 是数轴上的两点，A 点表示的数是 -5，A，B 两点之间的距离为 6，求 B 点所表示的数.

解题秘方： 本题可以在数轴上标点找，也可以直接利用两点间距离公式计算.

解：方法一： 画出数轴如图 1.4−2，可知距 A 点 6 个单位长度的点有两个，分别为点 B'，B''，所表示的数分别为 -11 和 1，所以 B 点所表示的数为 -11 或 1.

方法二： 因为数轴上两点之间的距离等于这两点所表示的数的差的绝对值，一个点表示的数是 -5，设另一个点表示的数为 x，

所以 $|-5-x|=6$.

所以 $-5-x=6$ 或 $-5-x=-6$.

所以 $x=-11$ 或 $x=1$. 所以 B 点所表示的数为 -11 或 1.

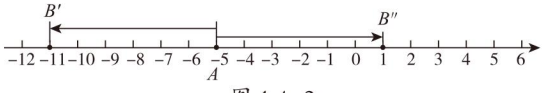


图 1.4−2

挑战·高分

技巧点拨

解法一充分体现了数形结合思想，很直观；

解法二直接套用两点间的距离公式较简单，解题时，要注意灵活选用解题方法.

另解

由于 B 点位置不确定，需进行分类，当 B 点在 A 点的右侧时，$x-(-5)=6$，得 $x=1$.

当 B 点在 A 点的左侧时，$(-5)-x=6$，得 $x=-11$.

拔尖角度 5 利用判断符号法去绝对值符号

例 15 已知 a，b，c，d 为有理数，其中 a，b，c，d 在数轴上对应点的位置如图 1.4−3，试求 $|a-b|-|b-c|+|c|-|b+d|$ 的值.

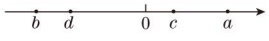


图 1.4−3

解题秘方： 化简含绝对值的式子的关键是判断绝对值符号内的算式的符号.

解： 由 a，b，c，d 在数轴上对应点的位置可知 $a>b$，$b<c$，$c>0$，$b<0$，$d<0$，所以 $a-b>0$，$b-c<0$，$b+d<0$.

所以原式 $=(a-b)-(c-b)+c-(-b-d)$

$=a-b+b-c+c+b+d$

$=a+b+d$.



挑战·高分

技巧点拨

1. 判断和的正负性，先观察是同号还是异号，若是异号，还要观察绝对值的大小.
2. 判断差的正负性，只需要判断被减数和减数的大小关系即可.
3. (1) $(a+b)$ 的相反数为 $-(a+b)$，即 $(-a-b)$；(2) $(a-b)$ 的相反数为 $-(a-b)$，即 $b-a$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 本节主要考查对加减法法则的理解，以及加法的运算律的应用，中考题多以选择题、填空题的形式出现，而平时测验，以解答题的形式考查.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

考法 1 利用有理数加法的运算律进行巧算

例 16 [中考·铜仁]计算 $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\cdots+\frac{1}{9\,900}$ 的值为(　　)

A. $\frac{1}{100}$　　B. $\frac{99}{100}$　　C. $\frac{1}{99}$　　D. $\frac{100}{99}$

试题评析：此题主要考查了有理数的加法，正确分解分数将原式变形是解题的关键.

答案：B

考法 2 有理数加法的应用

例 17 [期末·黄山]有一批食品罐头，标准质量为每瓶 454 g，先抽取 10 瓶样品进行检测，结果(单位：g)如下：

瓶号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
质量	444	459	454	459	454	454	449	454	459	464

求这 10 瓶罐头的总质量.

试题评析：本题考查利用相反意义的量进行有理数的加法运算.解决本题的关键是用正负数表示出每瓶罐头的质量与标准质量的差.

解：**方法一**(直接计算)：这 10 瓶罐头的总质量为

444+459+454+459+454+454+449+454+459+464=4 550(g).

方法二(利用标准质量计算)：把超过标准质量的克数用正数表示，不足标准质量的克数用负数表示，列出这 10 瓶罐头与标准质量的差(单位：g)为：

瓶号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
与标准质量的差	−10	5	0	5	0	0	−5	0	5	10

这 10 瓶罐头与标准质量的差的和为

(−10)+5+0+5+0+0+(−5)+0+5+10=[(−10)+10]+[(−5)+5]+5+5=10(g).

454×10+10=4 550(g).

答：这 10 瓶罐头的总质量为 4 550 g.

冲刺·满分

解法提醒

$\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$;

$\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$;

……

$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$.

方法点拨

本题有多种解决方法，关键是选择比较简单的方法.若利用正数、负数表示具有相反意义的量，减少了计算较大数的过程.

考法点评

本题通过两种方法计算总量，让学生体验利用标准量计算的优越性.注意求总量时，标准量要乘数量，然后再加上超过或不足的量.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 3 利用有理数的加减法解数轴上的点与数的对应关系

例 18 [中考·河北]在一条不完整的数轴上从左到右有点 A，B，C，其中 $AB=2$，$BC=1$，如图 1.4−4，设点 A，B，C 所对应数的和是 p.

（1）若以点 B 为原点，写出点 A，C 所对应的数，并计算 p 的值；若以点 C 为原点，p 又是多少？

（2）若原点 O 在图 1.4−4 中数轴上点 C 的右边，且 $CO=28$，求 p.

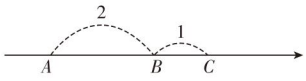


图 1.4−4

试题评析：本题考查数轴的应用和有理数的加减运算，解题的关键是掌握数轴的相关知识和有理数的加、减法法则.

解：（1）若以点 B 为原点，则点 A 所对应的数为 -2，点 C 所对应的数为 1.

此时，$p=-2+0+1=-1$.

若以点 C 为原点，则点 A 所对应的数为 -3，点 B 所对应的数为 -1. 此时，$p=-3+(-1)+0=-4$.

（2）若原点 O 在图中数轴上点 C 的右边，且 $CO=28$，则点 C 所对应的数为 -28，点 B 所对应的数为 $-28-1=-29$，点 A 所对应的数为 $-29-2=-31$.

此时，$p=-28+(-29)+(-31)=-88$.

考法点评

数轴上两个点之间的距离用这两个点表示的数的差的绝对值来计算. 考查数轴上点与点之间的距离时，通常将其转化为有理数的加减法运算来解决.

特别提醒

数轴上原点右边的数为正数，左边的数为负数. 原点确定后，根据点与原点的距离确定点对应的数.

两年模拟兵法 ☞答案见 258 页

1. [中考·武汉]温度由 -4℃上升 7℃是（　　）

A. 3℃　　B. -3℃

C. 11℃　　D. -11℃

2. 如果两个数的和是正数，那么（　　）

A. 这两个数都是正数

B. 一个为正，一个为零

C. 这两个数一正一负，且正数的绝对值较大

D. 必属于上面三种情况之一

3. 式子 $-4+10+6-5$ 的正确读法是（　　）

A. 负 4、10、正 6、减去 5 的和

B. 负 4 加 10 加 6 减 5

C. 负 4 加 10 加 6 减负 5

D. 负 4、正 10、正 6、减 5 的差

4. 已知 $|m|=15$，$|n|=27$，且 $|m+n|=m+n$，则 $m-n$ 的值等于（　　）

A. -12　　B. 42

C. -12 或 -42　　D. -42

5. 计算：$1+(-2)+3+(-4)+5+(-6)+\cdots+2\,021+(-2\,022)=$_____.

6. 计算下列各题：

（1）$-12+5$；

（2）$-2.5+(-3.5)$；

（3）$3\frac{1}{5}+\left(-2\frac{2}{5}\right)$；

（4）$-3.75+\left(-2\frac{1}{4}\right)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 运用加法的运算律计算下列各题：

（1）$24+(-15)+7+(-20)$；

（2）$18+(-12)+(-18)+12$；

（3）$1\frac{3}{7}+\left(-2\frac{1}{3}\right)+2\frac{4}{7}+\left(-1\frac{2}{3}\right)$；

（4）$0.36+(-7.4)+0.5+(-0.6)+0.14$.

8. 计算：

（1）$(-4)+2\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-3\frac{2}{3}\right)$；

（2）$(-5.5)-(-3.2)-(-2.5)-(-4.8)$.

9. 每袋大米的标准质量为 50 千克，超过标准质量的千克数记为正数，不足标准质量的千克数记为负数，10 袋大米称重记录如下（单位：千克）：$+1.2$，-0.4，$+1$，0，-1.1，-0.5，$+0.3$，$+0.5$，-0.6，-0.9. 问这 10 袋大米总计超过多少千克或不足多少千克？这 10 袋大米的总质量是多少千克？

10. 已知有理数 a，b，c 在数轴上对应点的位置如图，请根据有理数的加减法法则判断下列各式的正负性：

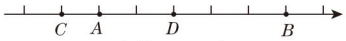


（第 10 题）

（1）a；（2）b；（3）$-c$；（4）$a+b$；

（5）$a+c$；（6）$b+c$；（7）$a-b$.

11. 如图，在没有标出原点的数轴上 A，B，C，D 四点表示的有理数都是整数，且 A，C 两点表示的数相差 1 个单位长度. 若 A，B 两点表示的有理数 a，b 满足 $2b+a=4$，那么数轴的原点只能是 A，B，C，D 四点中的哪个点？为什么？



（第 11 题）

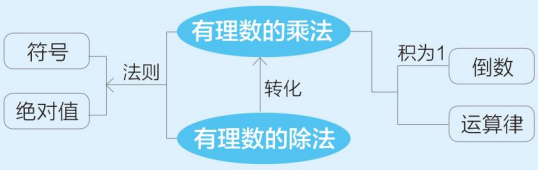
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.5 有理数的乘除

核心知识

- 有理数乘法法则
- 倒数
- 有理数除法法则
- 乘除混合运算
- 乘法运算律

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 有理数的乘法法则

1. 有理数的乘法法则

（1）两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；

（2）任何数与 0 相乘仍得 0.

2. 有理数的乘法符号法则

（1）如果两个数的积为正数，那么这两个数同正或同负，反之亦然；即：$ab>0 \Leftrightarrow a>0,\ b>0$ 或 $a<0,\ b<0$；

（2）如果两个数的积为负数，那么这两个数一正一负，反之亦然；即：$ab<0 \Leftrightarrow a>0,\ b<0$ 或 $a<0,\ b>0$；

（3）如果两个数的积为 0，那么这两个数中至少有一个数是 0，反之亦然，即：$ab=0 \Leftrightarrow a=0$ 或 $b=0$.

提分·必记

特别解读

- “同号得正，异号得负”是确定积的符号，不能与加法中确定和的符号相混淆.
- 有理数乘法的运算步骤：(1) 确定积的符号；(2) 确定积的绝对值.

拨考向 利用有理数的乘法法则解决问题

类型 1：有理数的乘法法则在计算中的应用

例 1 计算下列各题：

（1）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；　（2）$1\frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{7}\right)$；

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-1)$；　（4）$\left(-7\frac{2}{3}\right)\times 0$.

解题秘方： 两个数相乘，根据乘法法则，先确定积的符号，再把绝对值相乘即可.

解：（1）$\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

（2）$1\frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{7}\right)=-\frac{7}{4}\times\frac{2}{7}=-\frac{1}{2}$.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times(-1)=\frac{2}{3}$.

（4）$\left(-7\frac{2}{3}\right)\times 0=0$.

提分·秘诀

方法点拨

1. 两个数相乘，先确定积的符号，同号得正，异号得负，再把绝对值相乘；任何数与 0 相乘都得 0.
2. 当因数中有带分数时，应先把带分数化为假分数；
3. 任何数与 1 相乘都等于它本身，任何数与 -1 相乘都等于它的相反数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：有理数的乘法符号法则在分析数的正负性中的应用

例 2 根据下列条件，判断 a、b 的正负性.

（1）$a+b<0$，$ab>0$；

（2）$a-b<0$，$ab<0$.

解题秘方： 先根据两个数积的符号判断出两个数是同号还是异号，再根据两个数和（差）的符号，判断两个数的正负性.

解：（1）因为 $ab>0$，所以 a、b 同号，

又因为 $a+b<0$，所以 a、b 同为负.

（2）因为 $ab<0$，所以 a、b 异号，

又因为 $a-b<0$，所以 $a<b$，

所以 a 为负，b 为正.

方法点拨

有理数的加法法则以及乘法法则都分两部分，一部分确定结果的符号，另一部分确定结果的数值. 若逆用法则时，要注意结果的多样性，从和或积的符号分析加数或因数的符号情况不止一种，但两者结合起来分析结果更准确.

点知识 ▸ 2 倒数

1. 定义 如果两个有理数的乘积为 1，我们称这两个有理数互为倒数；

2. 倒数与相反数间的关系

	不同点				相同点
	定义	表示	性质	判定	
倒数	乘积是 1 的两个数互为倒数.	a（$a\neq0$）的倒数是 $\frac{1}{a}$.	若 a，b 互为倒数，则 $a\cdot b=1$.	若 $a\cdot b=1$，则 a，b 互为倒数.	都成对出现.
相反数	只有符号不同的两个数叫做互为相反数.	a 的相反数是 $-a$.	若 a，b 互为相反数，则 $a+b=0$.	若 $a+b=0$，则 a，b 互为相反数.	

提分·必记

特别解读

1. “乘积为 1”是判断两个数互为倒数的条件.
2. “互为”这个关键词体现了倒数是两个数之间的一种关系，其中一个数叫做另一个数的倒数，单独一个数不能称其为倒数.
3. 正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，0 没有倒数.

3. 求一个数的倒数的方法

（1）求一个不为 0 的整数的倒数就是用这个整数作分母，1 作为分子的分数；

（2）求一个真分数的倒数就是把这个分数的分子和分母交换位置；

（3）求一个小数的倒数要先把小数化为分数，再求其倒数；

（4）求一个带分数的倒数要先把带分数化成假分数，然后交换分子、分母的位置.

拔考向 ▸ 利用倒数的定义确定已知数的倒数

例 3 求下列各数的倒数.

（1）-4；　（2）$-\frac{2}{3}$；　（3）0.125；

（4）$1\frac{2}{3}$；　（5）-1.

解题秘方： 利用倒数的定义确定各数的倒数.

提分·秘诀

特别提醒

求出一个数的倒数后可进行检验，其结果要符合两个特征：

(1) 原数与其倒数符号相同；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：（1）-4 的倒数是 $-\frac{1}{4}$.

（2）$-\frac{2}{3}$ 的倒数是 $-\frac{3}{2}$.

（3）0.125 的倒数是 8.

（4）$1\frac{2}{3}$ 的倒数是 $\frac{3}{5}$.

（5）-1 的倒数是 -1.

(2) 两者乘积为 1.

0 没有倒数；倒数等于本身的数有 ±1.

倒数之间不能用等号，如 -4 的倒数是 $-\frac{1}{4}$，不能用“$-4=-\frac{1}{4}$”表示 -4 的倒数.

点知识 3 多个有理数相乘

1. 几个不是 0 的数相乘的法则

积的符号由负因数的个数决定．当负因数的个数是偶数时，积是正数；当负因数的个数是奇数时，积是负数．确定符号后，再把这几个有理数的绝对值相乘．

2. 有因数 0 的几个数相乘的法则

几个数相乘，如果其中有因数为 0，那么积等于 0. 同样，若积为零，则至少有一个因数为零．

提分·必记

特别提醒

多个有理数相乘的三步骤：

第 1 步：看因数中有没有 0；

第 2 步：判断积的符号（根据负因数的个数）；

第 3 步：计算积的绝对值．

拔考向 多个有理数相乘的计算

例 4 计算：

（1）$(-5)\times(-4)\times(-2)\times(-2)$；

（2）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times 5$；

（3）$\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times 0.732\times 0$.

解题秘方：利用多个有理数相乘的法则，先确定符号，再计算绝对值的乘积．

提分·秘诀

解法提醒

多个有理数相乘，先看各因数中有无 0，若有，则乘积的结果为 0；若无，则非 0 有理数相乘，应该先确定符号，再计算绝对值的乘积．

在进行乘法运算时，当遇到带分数时，要化为假分数，以便于约分，分数与小数相乘时，要根据两个数的特点，统一成分数或小数．

解：（1）$(-5)\times(-4)\times(-2)\times(-2)$

$=5\times 4\times 2\times 2$

$=80$.

（2）$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{5}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times 5$

$=-\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}\times\frac{3}{2}\times 5$

$=-6$.

（3）$\left(-2\frac{2}{3}\right)\times\left(-1\frac{1}{2}\right)\times 0.732\times 0=0$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 4 有理数的除法法则

1. 有理数除法法则一 两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除．0 除以任何一个不等于 0 的数仍得 0.0 不能做除数．

2. 有理数除法法则二 除以一个不为 0 的数，等于乘以这个数的倒数．

用字母表示：$a\div b=a\cdot\frac{1}{b}\ (b\neq 0)$．

提分·必记

特别提醒

除法法则一是先确定商的符号，再求商的绝对值．

除法法则二——两变：一变，将除号变乘号，二变，将除数变倒数．

拔考向▶ 利用有理数除法法则进行计算

例 5 计算：

（1）$(-42)\div(-6)$；　（2）$(-12)\div\left(+\frac{1}{2}\right)$；

（3）$\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(-3\frac{1}{2}\right)$；　（4）$0\div(-3.72)$；

（5）$1.5\div(-1.5)$；　（6）$(-4.7)\div(-4.7)$．

解题秘方： 灵活选择有理数除法的两个法则进行计算．

提分·秘诀

方法点拨

在进行有理数的除法运算时，要根据题目的特点，恰当地选择有理数除法法则；

当能整除时，往往采用法则一直接除；

当不能整除，特别是当除数是分数时，往往采用法则二，把除法转化为乘法再计算．

解：（1）$(-42)\div(-6)=7$.

（2）$(-12)\div\left(+\frac{1}{2}\right)=(-12)\times(+2)=-24$.

（3）$\left(-1\frac{3}{4}\right)\div\left(-3\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\div\left(-\frac{7}{2}\right)=\left(-\frac{7}{4}\right)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=\frac{1}{2}$.

（4）$0\div(-3.72)=0$.

（5）$1.5\div(-1.5)=-1$.

（6）$(-4.7)\div(-4.7)=1$.

互为相反数的两个数（0除外）相除得-1；除0外的任何数除以它本身都等于1.

点知识▶ 5 有理数的加减乘除混合运算

1. 有理数的乘除混合运算顺序

按照从左到右的顺序计算，有括号的先计算括号里面的．

2. 有理数的乘除混合运算法则

有理数乘除混合运算往往先将除法转化为乘法，然后按照多个有理数相乘的法则计算．

3. 有理数的加减乘除四则运算

在运算时要注意按照“先乘除，后加减”的顺序进行，如有括号，应先算括号里面的．在同级运算中，要按从左到右的顺序来计算，并能合理运用运算律，简化运算．

提分·必记

特别提醒

进行有理数加减乘除混合运算时，要把加减运算统一成加法运算，乘除运算统一成乘法运算．

能用运算律的要使用运算律，运用运算律时注意只有加法和乘法有运算律．而减法和除法没有，运算律必须先统一运算再应用．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶有理数的加减乘除混合运算

例6 计算：

（1）$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$；

（2）$-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{2}\right)\div(-2)\right]$.

解题秘方：先算乘除，后算加减，有括号的先算括号里的.

解：（1）$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\frac{1}{15}$

$=-27\times\frac{5}{11}\times\frac{11}{9}\times\frac{1}{15}$

$=-1$.

（2）$-3-\left[-5+\left(1-0.2\times\frac{5}{2}\right)\div(-2)\right]$

$=-3-\left[-5+\left(1-\frac{1}{2}\right)\div(-2)\right]$

$=-3-\left[-5+\frac{1}{2}\div(-2)\right]$

$=-3-\left(-5-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$

$=-3-\left(-5-\frac{1}{4}\right)$

$=-3+5\frac{1}{4}$

$=2\frac{1}{4}$.

提分·秘诀

方法点拨

在进行有理数的加减乘除混合运算时，要牢记运算顺序：

先乘除，再加减，有括号时要先算括号里的.乘除运算要统一成乘法运算，再运用乘法交换律、结合律简化计算，运算时还需注意符号.

另解

$-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\div\left(-\frac{9}{11}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-27\times\left(-\frac{5}{11}\right)\times\left(-\frac{11}{9}\right)\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-15\times\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}\right)$

$=-15\times\frac{2}{3}-(-15)\times\frac{3}{5}$

$=-10-(-9)$

$=-10+9$

$=-1$.

点知识▶6 乘法运算律

运算律	文字表示	用字母表示
乘法交换律	两个数相乘，交换因数的位置，积相等	$ab=ba$
乘法结合律	三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等	$(ab)c=a(bc)$
分配律	一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加	$a(b+c)=ab+ac$

提分·必记

特别解读

1. 有理数的乘法交换律或乘法结合律一般不单独用，交换的目的是为了更好地结合.
2. 运用乘法的运算律进行计算，是为了简化运算.它只改变其中的运算顺序，而不改变算式中每个数的性质和大小.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔考向▶运用乘法运算律进行简化计算

类型1：互为倒数的两数相结合

例7 计算：$(-3)\times\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{20}{11}\right)$.

解题秘方：运用乘法交换律和结合律，分别将互为倒数和可约分的因数相结合，以简化运算.

解： $(-3)\times\left(-\frac{11}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{20}{11}\right)$

$=3\times\frac{11}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{20}{11}$

$=\left(3\times\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{11}{5}\times\frac{20}{11}\right)$

$=1\times4$

$=4.$

3与$\frac{1}{3}$互为倒数，结合相乘积为1；$\frac{11}{5}$的分子与$\frac{20}{11}$的分母相同，结合相乘便于约分.

类型2：能凑整的数相结合

例8 计算：$25\times0.125\times(-4)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-8)\times1\frac{1}{4}$.

解题秘方：确定积的符号后，运用乘法交换律和结合律，将乘积为整数的因数结合，以简化运算.

解： $25\times0.125\times(-4)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-8)\times1\frac{1}{4}$

$=-25\times0.125\times4\times\frac{4}{5}\times8\times\frac{5}{4}$

$=-(25\times4)\times(0.125\times8)\times\left(\frac{4}{5}\times\frac{5}{4}\right)$

$=-100\times1\times1$

$=-100.$

分组相乘，每组便于凑整.

类型3：用分配律简便运算

例9 计算：$(-36)\times\left(-\frac{4}{9}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)$.

解题秘方：形如$k(a+b+c)$的算式，若a，b，c是分数，k可以和a，b，c的分母约分得到整数时，用分配律计算可以简化运算.

解： $(-36)\times\left(-\frac{4}{9}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)$

$=(-36)\times\left(-\frac{4}{9}\right)+(-36)\times\frac{5}{6}+(-36)\times\left(-\frac{7}{12}\right)$

$=16-30+21$

$=7.$

误区警示

用分配律展开算式，相乘时括号里的每个数都要带上它前面的符号，且不要漏乘括号中的任何一项.

提分·秘诀

方法点拨

利用乘法的交换律和结合律都是为了简化运算，其中互为倒数的两个数乘积为1，这是结合的一个原则.

有理数的乘法运算律

方法点拨

简化有理数乘法的方法：

对于几个有理数相乘，先确定积的符号，再把能够凑整、便于约分的因数运用乘法交换律与结合律结合在一起.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 4：逆用分配律

例 10 计算：$(-47.65)\times 2\frac{6}{11}+37.15\times 2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$.

解题秘方：观察算式特点，逆用分配律，简化计算.

解： $(-47.65)\times 2\frac{6}{11}+37.15\times 2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=\left[(-47.65)+37.15\right]\times 2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times 2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times\left(2\frac{6}{11}+7\frac{5}{11}\right)$

$=(-10.5)\times 10$

$=-105$.

解法提醒

$(-47.65)\times 2\frac{6}{11}$和$37.15\times 2\frac{6}{11}$中含有共同的因数$2\frac{6}{11}$，所以计算两者的和时可以逆用分配律，得到$(-10.5)\times 2\frac{6}{11}$，再针对算式$(-10.5)\times 2\frac{6}{11}+10.5\times\left(-7\frac{5}{11}\right)$第二次逆用分配律，实现简便运算.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用转化思想将程序转化为有理数的计算问题进行计算

挑战·高分

例 11 小明同学在自学了简单的电脑编程后，设计了如图 1.5−1 的程序.

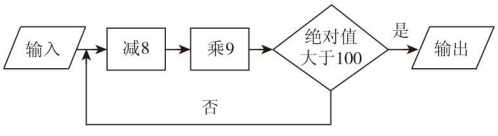


图 1.5−1

（1）若输入的数是 −4，则执行了程序后，输出的数是多少？

（2）若输入的数是 2，则执行了程序后，输出的数是多少？

解题秘方：根据程序制定的运算顺序转化为有理数的计算问题进行计算.

解：（1）输入 −4，得 $(-4-8)\times 9=-12\times 9=-108$. $|-108|>100$.

答：输出的数是 −108.

（2）输入 2，得 $(2-8)\times 9=-54$.

因为 $|-54|<100$，所以再把 −54 从头输入，得 $(-54-8)\times 9=-558$.

$|-558|>100$.

答：输出的数是 −558.

方法点拨

解决此题的关键是理解题目中所给的程序，把程序转化成算式来计算. 运用了转化思想.

特别提醒

当计算的结果的绝对值不大于 100 时，要从头再输入，直到绝对值大于 100 才可以输出结果.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用拆分法巧用分配律进行简便计算

挑战·高分

例 12 计算：

$(1)\ -9\frac{30}{31}\times 62$；$(2)\ 57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$.

解题秘方： 把算式中接近某个整数的因数拆分成两个数的和或差，再用分配律进行计算.

解： $(1)\ -9\frac{30}{31}\times 62$

$=\left(-10+\frac{1}{31}\right)\times 62$

$=(-10)\times 62+\frac{1}{31}\times 62$

$=-620+2$

$=-618.$

另解

$-9\frac{30}{31}\times 62$

$=\left(-9-\frac{30}{31}\right)\times 62$

$=-9\times 62-\frac{30}{31}\times 62$

$=-558-60$

$=-618.$

$(2)\ 57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$

$=57\times\left(1-\frac{1}{56}\right)+27\times\left(1-\frac{1}{28}\right)$

$=57-\frac{57}{56}+27-\frac{27}{28}$

$=(57+27)-\left(\frac{57}{56}+\frac{27}{28}\right)$

$=84-1\frac{55}{56}$

$=82\frac{1}{56}.$

另解

$57\times\frac{55}{56}+27\times\frac{27}{28}$

$=(56+1)\times\frac{55}{56}+(28-1)\times\frac{27}{28}$

$=56\times\frac{55}{56}+1\times\frac{55}{56}+28\times\frac{27}{28}-1\times\frac{27}{28}$

$=55+\frac{55}{56}+27-\frac{27}{28}$

$=82\frac{1}{56}.$

拔尖角度 3 利用综合分析法解决有关的综合应用问题

挑战·高分

例 13 已知 a，b，c 为三个不等于 0 的数，且满足 $abc>0$，$a+b+c<0$，求 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$ 的值.

解题秘方： 先根据条件分析 a，b，c 的正负性，然后利用 a，b，c 的正负性进行化简求值.

知识储备

$\frac{|a|}{a}=\begin{cases}1\ (a>0)\\-1\ (a<0)\end{cases}$

解： 因为 $abc>0$，$a+b+c<0$，

所以 a，b，c 三个数必为两个负数，一个正数.

不妨设 $a<0$，$b<0$，$c>0$，

则 $|a|=-a$，$|b|=-b$，$|c|=c$，

所以 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}$

$=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}+\frac{c}{c}$

$=-1.$

设三个数中，任意两个数为负数，其结果都一样.

详解

综合分析法

由 $abc>0$，可知 a，b，c 中负因数的个数为偶数，即 0 个或 2 个，再根据 $a+b+c<0$，说明 a，b，c 中有 2 个负数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节内容在中考中主要考查有理数的乘除法运算和倒数的概念．有理数的乘除法主要考查有理数的乘除法运算法则和乘法运算律，命题形式以选择题、填空题为主，题目非常基础，难度不大．对于倒数，中考中主要考查求一个数的倒数，命题形式以选择题、填空题为主，有时也结合相反数、绝对值等知识综合考查．

三年中考兵法

冲刺·满分

考法1 利用有理数的乘法法则辨析数的符号

例14 [中考·大庆]已知两个有理数 a，b，如果 $ab<0$ 且 $a+b>0$，那么（　　）

A. $a>0$，$b>0$　　B. $a<0$，$b>0$

C. a，b 同号　　D. a，b 异号，且正数的绝对值较大

试题评析：此题主要考查了有理数的加法和乘法法则，熟记法则是解本题的关键．

解：因为 $ab<0$，所以 a，b 异号，

因为 $a+b>0$，所以正数的绝对值较大．

答案：D

思路点拨

先由有理数的乘法法则，判断出 a，b 异号，再用有理数加法法则即可得出结论．

考法2 运用运算律进行有理数的乘法的简便运算

例15 [中考·河北]请你参考黑板中老师的讲解(如图1.5-2)，用运算律简便计算：

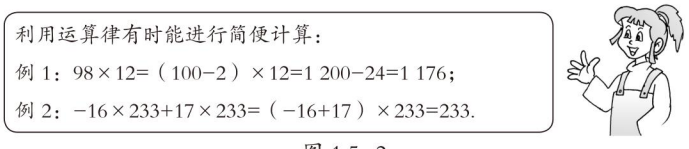


图 1.5-2

（1）$999\times(-15)$；

（2）$999\times118\frac{4}{5}+999\times\left(-\frac{1}{5}\right)-999\times18\frac{3}{5}$．

试题评析：本题考查运用乘法的运算律进行简便运算，解题的关键是正确运用分配律．

考法点评

乘法的运算律就是用来简化运算的，运用时，要找出能运用运算律的模型，有时还需要变形后运用，关键要起到简化运算的作用，不能牵强附会．

解：（1）原式 $=(1\,000-1)\times(-15)$

$=-15\,000+15$

$=-14\,985.$

（2）原式 $=999\times\left[118\frac{4}{5}+\left(-\frac{1}{5}\right)-18\frac{3}{5}\right]$

$=999\times100$

$=99\,900.$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 3 有理数的加减乘除混合运算

例 16 [中考·南京]计算 $12+(-18)\div(-6)-(-3)\times 2$ 的结果是(　　)

A. 7　　B. 8　　C. 21　　D. 36

试题评析：本题考查了有理数的加减乘除混合运算．解题的关键是掌握各种运算法则及运算顺序．

解：$12+(-18)\div(-6)-(-3)\times 2$

$=12+3+6$

$=21$.

答案：C

考法点评

考查混合运算，既考查对运算顺序的识别能力，又考查对运算法则的应用能力．

考法 4 利用有理数的四则运算进行二十四点游戏

例 17 [中考·牡丹江]请你只在“加、减、乘、除和括号”中选择使用，可以重复，将四个数 -2，4，-6，8 组成算式(四个数都用且每个数只能用一次)，使运算结果为 24，你列出的算式是_____.(只写一种)

试题评析：本题考查的是有理数的混合运算，解题关键是掌握混合运算法则．

解：运用有理数的运算法则、运算顺序需多次尝试探索，列出的算式可以有多种可能．

答案：$8\div 4\times(-2)\times(-6)$(答案不唯一)

方法点拨

本题是对有理数混合运算的灵活运用，通过 -2，4，-6，8 这四个数之间的不同运算得到相同的结果，因此运算要合适、恰当．

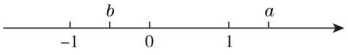
两年模拟兵法 ☞答案见 258 页

1. [中考·菏泽]下列两数互为倒数的是(　　)

A. 4 和 -4　　B. -3 和 $\frac{1}{3}$

C. -2 和 $-\frac{1}{2}$　　D. 0 和 0

2. [中考·大庆]已知有理数 a，b 在数轴上对应点的位置如图．则下列式子正确的是(　　)



(第 2 题)

A. $ab>0$　　B. $a+b<0$

C. $|a|<|b|$　　D. $a-b>0$

3. 四个各不相等的整数 a，b，c，d，它们的积 $abcd=9$，那么这四个数的和是(　　)

A. 0　　B. 4

C. 3　　D. 9

4. 有 2 021 个有理数相乘，如果积为 0，那么在 2 021 个有理数中(　　)

A. 全部为 0

B. 只有一个为 0

C. 至少有一个为 0

D. 有两个互为相反数

5. 化简 $\frac{x+|x|}{|x|}$ 的结果是(　　)

A. 0　　B. 2

C. -2　　D. 0 或 2

6. 若 $|m|=3$，$|n|=2$，且 $\frac{m}{n}<0$，则 $m+n$ 的值是_____.

7. 若 x 是不等于 1 的数，我们把 $\frac{1}{1-x}$ 称为 x 的

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

差倒数，如2的差倒数是$\frac{1}{1-2}=-1$，-1的差倒数是$\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$，现已知$x_1=-\frac{1}{3}$，$x_2$是$x_1$的差倒数，$x_3$是$x_2$的差倒数，$x_4$是$x_3$的差倒数，…，依次类推，则$x_{2\,022}=$_____.

8. 填在下面三个田字格内（如图）的数有相同的规律，根据此规律，则$a+b+c$的值为_____.

−1	−3
5	−20

−3	−5
7	−56

−5	a
b	c

（第8题）

9. 计算下列各题：

（1）$(-2)\times3\times(+4)\times(-1)$；

（2）$(-5)\times(-5)\times(-5)\times2$；

（3）$\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{7}{12}\right)$；

（4）$(-5)\times\left(-\frac{3}{32}\right)\times\frac{7}{30}\times0\times(-325)$.

10. 计算下列各题：

（1）$\left(-\frac{5}{11}\right)\times\left(-\frac{8}{13}\right)\times\left(-2\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$；

（2）$(-5)\times\left(+7\frac{1}{3}\right)+7\times\left(-7\frac{1}{3}\right)-(+12)\times\left(-7\frac{1}{3}\right)$；

（3）$-69\frac{15}{16}\times(-8)$.

11. 计算：

（1）$(-5)\div\left(-1\frac{2}{7}\right)\times\frac{4}{5}\times\left(-2\frac{1}{4}\right)\div7$；

（2）$-3\frac{1}{3}\times\left(-\frac{8}{35}\right)+\frac{2}{27}\div\frac{7}{9}-\frac{2}{3}$.

12. 小丽有5张写着不同数的卡片（如图），请你按要求抽出卡片，完成下列问题：

−3	−5	0	+3	$+\frac{1}{4}$

（第12题）

（1）从中取出3张卡片，如何抽取才能使这3张卡片上的数先相乘再相除的结果最大？最大值是多少？

（2）从中取出3张卡片，如何抽取才能使这3张卡片上的数先相除再相乘的结果最小？最小值是多少？ **【导学号：2837152】**

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.6 有理数的乘方

核心知识
- 乘方的意义及运算
- 有理数的混合运算
- 科学记数法

知识链接

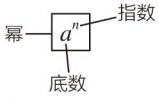


点知识·拨考向 速提分

点知识 1 乘方的意义

1. 乘方 求 n 个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂.

一般地，$\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}a}$ 记作 a^n，读作“a 的 n 次方”，其中 a 叫做底数，n 叫做指数，当 a^n 看作 a 的 n 次方的结果时，也可读作“a 的 n 次幂”.



2. 乘方的意义 a^n 表示 n 个相同因数 a 的积，其中相同的因数是底数，因数的个数是指数，因此，可以把相同因数的乘法转化为乘方或把乘方转化为乘法.



拨考向 利用乘方的意义认识乘方

例 1 填空：

（1）$(-2)^5$ 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

（2）-2^5 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 的底数是_____，指数是_____，它表示_____.

解题秘方： 利用乘方的意义确定底数、指数.

解：（1）$(-2)^5$ 的底数是 -2，指数是 5，它表示 $(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$.

（2）-2^5 的底数是 2，指数是 5，它表示 $-2\times2\times2\times2\times2$.

（3）$\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 的底数是 $-\frac{2}{3}$，指数是 2，它表示 $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$.

答案：（1）-2；5；$(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)$

（2）2；5；$-2\times2\times2\times2\times2$　（3）$-\frac{2}{3}$；2；$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

提分·必记

特别提醒

1. 有理数的乘方可以看作是一种特殊的乘法运算.
2. 乘方具有双重意义，它不仅表示一种运算——求几个相同因数的积的运算，还表示这种运算的结果——幂.

提分·秘诀

误区警示

- 当底数是分数或负数时，要用括号将底数括起来，若没有括号，则底数就改变了.
- 一个数可以看作这个数本身的一次方，例如 4 就是 4^1，m 就是 m^1，指数 1 通常省略不写.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶ 2 乘方的运算法则

1. 有理数的乘方运算法则

（1）正数的任何次乘方都取正号；

（2）负数的奇次乘方取负号，负数的偶次乘方取正号；

（3）0的任何正整数次幂都是0.

2. 有理数的乘方运算

计算一个有理数的乘方时，应将乘方运算转化为乘法运算，先确定幂的符号，再计算幂的绝对值．特别地，当底数较大时，可借助于计算器计算．

3. 用计算器计算乘方

不同类型的计算器操作方法可能有所不同，用计算器计算时，要弄清计算器中每个键的作用，结合有理数运算的顺序，进行计算．

提分·必记

特别解读

有理数的乘方运算法则主要揭示幂的符号法则．一看底数，二看指数，确定符号后还是按照有理数的乘法算出其结果．

拔考向▶ 利用乘方的运算法则计算

例2 计算：

（1）$(-5)^4$；（2）-5^4；（3）$\left(\frac{2}{3}\right)^3$；（4）$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$；

（5）$(-1)^{2\,022}$；（6）$\left(-1\frac{1}{2}\right)^4$.

解题秘方： 先确定幂的符号，然后转化为乘法运算算出结果．

解：（1）$(-5)^4=(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)=625$.

（2）$-5^4=-(5\times5\times5\times5)=-625$.

（3）$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$.

（4）$\left(-\frac{2}{3}\right)^3=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{8}{27}$.

（5）$(-1)^{2\,022}=\underbrace{(-1)\times(-1)\times(-1)\times\cdots\times(-1)}_{2\,022\text{个}}=1$.

（6）$\left(-1\frac{1}{2}\right)^4=\left(-\frac{3}{2}\right)^4=+\left(\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\right)=\frac{81}{16}$.

方法总结： a^n，$-a^n$ 及 $(-a)^n$ 的区别与联系

		a^n	$-a^n$	$(-a)^n$
相同点		指数都是 n		
不同点	意义不同	n 个 a 相乘的积	n 个 a 相乘的积的相反数	n 个 $-a$ 相乘的积
	底数不同	a	a	$-a$
联系	n 为奇数	$-a^n=(-a)^n$，且 $-a^n$，$(-a)^n$ 都与 a^n 互为相反数（$a\neq0$）		
	n 为偶数	$a^n=(-a)^n$，且 a^n，$(-a)^n$ 都与 $-a^n$ 互为相反数（$a\neq0$）		
	n 为正整数	$a^n=-a^n=(-a)^n=0$（$a=0$）		

提分·秘诀

特别提醒

1. 若两个数互为相反数，则它们的奇次幂（指数相同）互为相反数，偶次幂（指数相同）相等．
2. -1 的奇次幂等于 -1，-1 的偶次幂等于1.
3. 当求带分数的乘方时，要先把带分数化成假分数，然后分子、分母分别乘方．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识 ▸ 3 有理数的混合运算

1. 有理数运算的种类 有理数的混合运算包括加、减、乘、除、乘方与开方（将在以后学习到）. 通常把六种基本的代数运算分为三级：

加与减是第一级运算；

乘与除是第二级运算；

乘方与开方是第三级运算.


有理数的混合运算

2. 有理数混合运算的顺序

（1）先算高级运算，再算低级运算，即：先乘方，再乘除，最后加减；

（2）同级运算，按从左到右的顺序进行；

（3）如有括号，先做括号内的运算，按小括号、中括号、大括号依次进行.

提分·必记

活学巧记

混合运算分三级，
运算顺序高到低；
乘方、乘除再加减，
若有括号它优先.

拔考向 ▸ 利用有理数混合运算的顺序进行计算

例 3 计算：

（1）$-7^2+2\times(-3)^2+(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$；

（2）$\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-1\frac{2}{3}\right)\div\left(-1\frac{1}{8}\right)\right]\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$.

解题秘方： 按有理数混合运算的顺序计算.

解：（1）$-7^2+2\times(-3)^2+(-6)\div\left(-\frac{1}{3}\right)^2$

$=-49+2\times9+(-6)\times9$

$=-49+18+(-54)$

$=-85.$

（2）$\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)^2-\left(-1\frac{2}{3}\right)\div\left(-1\frac{1}{8}\right)\right]\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$

$=\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2-\frac{5}{3}\div\frac{9}{8}\right]\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=\left(\frac{4}{9}-\frac{5}{3}\times\frac{8}{9}\right)\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{27}{8}\right)-\frac{5}{3}\times\frac{8}{9}\times\left(-\frac{27}{8}\right)$

$=-\frac{3}{2}+5$

$=3\frac{1}{2}.$

提分·秘诀

方法点拨

1. 有理数混合运算的解题思路是：先观察有几种运算，再将除法运算转化为乘法运算，减法运算转化为加法运算，最后按运算顺序计算.
2. 运算时，应分级进行，同时，能运用运算律的，要用运算律简化运算.
3. 在运算过程中，通常将带分数化为假分数，小数化为分数，再进行计算.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶4 用科学记数法表示数

1. 科学记数法 一般地，一个绝对值大于 10 的数都可记成 $\pm a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant a<10$，n 等于原数的整数位数减 1.

2. 科学记数法中的 a 和 n

（1）将原数的小数点移到从右到左最高数位的数字的后边即可得到 a 的取值.


用科学记数法表示数

（2）**确定 n 的两种方法：**

①根据原数的整数位数来确定 n，n 等于原数的整数位数减 1. 例如 2 020 是一个四位整数，用科学记数法表示为 2.020×10^{3}，其中 $n=4-1=3$；

②按小数点移动的位数来确定 n，小数点向左移动了几位，n 就等于几.

提分·必记

特别提醒

1. 用科学记数法表示数只是改变数的形式，而没有改变数的性质和大小；用科学记数法表示一个带有单位的数时，其表示的结果也应带有单位，并且前后一致.
2. 用科学记数法表示负数时和正数一样，区别就是前面多一个“-”号.

拔考向▶利用科学记数法的定义解决问题

类型 1：科学记数法在表示数中的应用

例 4 用科学记数法表示下列各数：

（1）12 000；（2）−2 021 000 000；（3）14 000 万.

解题秘方：在用科学记数法将一个绝对值大于 10 的数表示成 $a\times10^{n}$ 的形式中，$1\leqslant|a|<10$，n 为正整数.

解：（1）$12\,000=1.2\times10^{4}$.

（2）$-2\,021\,000\,000=-2.021\times10^{9}$.

（3）$14\,000\text{ 万}=14\,000\times10\,000=140\,000\,000=1.4\times10^{8}$.

提分·秘诀

方法点拨

在用科学记数法将一个大于 10 的数表示成 $a\times10^{n}$ 的形式时，n 的值比原数的整数位数少 1. 对于带“万”或“亿”等计数单位的数，要先将计数单位进行转换，再用科学记数法表示这个数.

类型 2：科学记数法在还原科学记数法表示的数中的应用

例 5 下列用科学记数法表示的数，原数分别是什么数？

（1）5.18×10^{3}；（2）-3.12×10^{5}；（3）4.05×10^{12}.

解题秘方：将科学记数法表示的数 $a\times10^{n}$ 还原成原数时，把 a 中的小数点向右移动 n 位，并去掉乘号和 10^{n} 即可.

解：（1）$5.18\times10^{3}=5\,180$.

（2）$-3.12\times10^{5}=-312\,000$.

（3）$4.05\times10^{12}=4\,050\,000\,000\,000$.

解法提醒

还原科学记数法表示的数的方法：

把科学记数法表示的数 $a\times10^{n}$ 还原后，其整数位数应为 $n+1$.

类型 3：科学记数法在比较用科学记数法表示的数的大小中的应用

例 6 比较大小：9.523×10^{10} 与 1.002×10^{11}.

解题秘方：先还原两个科学记数法表示的数，再比较大小.

解：$9.523\times10^{10}=95\,230\,000\,000$，

$1.002\times10^{11}=100\,200\,000\,000$，

因为 $95\,230\,000\,000<100\,200\,000\,000$，

所以 $9.523\times10^{10}<1.002\times10^{11}$.

方法点拨

比较用科学记数法表示的两个数的大小的方法：

若两个数都是正数，先看 n，n 大的原数就大；若 n 相同，则 a 大的原数就大，

若是两个负数，则刚好相反，n 大的原数就小；若 n 相同，a 大的原数就小.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用技巧法进行乘方运算

挑战·高分

技巧 1：逆用分配律法

例 7 计算：$3^{2\,021}-3^{2\,022}$.

解题秘方：底数相同，指数接近，可根据乘方意义将它们写成乘法形式后逆用分配律进行计算.

解： $3^{2\,021}-3^{2\,022}$

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2\,021\text{个}}-\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3\times3}_{2\,021\text{个}}$ ← 巧分解

→ 巧逆用

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2\,021\text{个}}\times(1-3)$

$=\underbrace{3\times3\times3\times\cdots\times3}_{2\,021\text{个}}\times(-2)$

$=-2\times3^{2\,021}$.

方法归纳

逆用分配律法：

当两个幂的底数相同，而指数相接近，求其和或差时，采用逆用分配律法计算，而逆用分配律法的关键是利用乘方的意义将幂进行转化，如 $3^{2\,018}=3^{2\,017}\times3$.

技巧 2：底数相乘法

例 8 计算：$(-0.125)^{2\,021}\times8^{2\,022}$.

解题秘方：根据乘方的意义将算式转化为乘法，再用乘法的交换律与结合律计算.

解：方法一： $(-0.125)^{2\,021}\times8^{2\,022}$

$=-\left(\frac{1}{8}\right)^{2\,021}\times8^{2\,022}$

$=-\left(\frac{1}{8}\right)^{2\,021}\times8^{2\,021}\times8$ ← 巧分解

$=-\underbrace{\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)\times\cdots\times\left(\frac{1}{8}\times8\right)}_{2\,021\text{个}}\times8$

$=-\underbrace{1\times1\times1\times\cdots\times1}_{2\,021\text{个}}\times8$

$=-8$.

方法二： 原式 $=\left(-\frac{1}{8}\right)^{2\,021}\times8^{2\,021}\times8$

$=\left(-\frac{1}{8}\times8\right)^{2\,021}\times8$ ← 巧转化

$=(-1)^{2\,021}\times8$

$=-8$.

方法点拨

底数相乘法：

若两个幂相乘满足：

1. 底数相乘的积为整数；
2. 指数非常接近.

由乘方的意义将它们的指数转化成相同的指数，将底数相乘，指数不变，达到简化运算的目的.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用非负性进行求值计算

例 9 根据如图 1.6-1 的数值转换机，当输入的 x 与 y 满足 $|x+1|+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=0$ 时，请列式求出输出的结果.

解题秘方： 根据非负数的性质，先求出 x，y 的值，再由数值转换机指明的运算顺序进行计算即可得解.

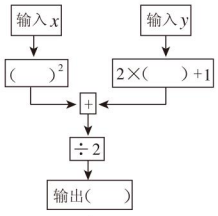


图 1.6-1

解： 因为 $|x+1|+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=0$，$|x+1|\geqslant 0$，$\left(y-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$，

所以 $x+1=0$，$y-\frac{1}{2}=0$，解得 $x=-1$，$y=\frac{1}{2}$.

当输入 $x=-1$，$y=\frac{1}{2}$ 时，输出的值为 $\left[(-1)^2+\left(2\times\frac{1}{2}+1\right)\right]\div 2=(1+2)\div 2=1.5$，故输出的结果为 1.5.

挑战·高分

技巧点拨

任何数的偶次幂都是非负数，即 $a^{2n}\geqslant 0$（n 为正整数）；一个数的绝对值也是非负数；几个非负数的和等于零，可得每个非负数都等于零.

拔尖角度 3 利用定义法解科学记数法的计算问题

例 10 （1）计算：$(2\times 10^2)\times(3\times 10^4)$，$(2\times 10^4)\times(4\times 10^7)$，$(5\times 10^7)\times(7\times 10^4)$；

（2）已知式子 $(a\times 10^m)\times(b\times 10^n)=c\times 10^p$（其中 a，b，c 均为大于或等于 1 且小于 10 的数，m，n，p 均为正整数）成立，请写出 m，n，p 之间存在的等量关系.

解题秘方： 利用科学记数法的定义计算，也可先将科学记数法表示的数还原，再计算，最后将计算结果用科学记数法表示.

解：（1）$(2\times 10^2)\times(3\times 10^4)=6\times 10^6$；

$(2\times 10^4)\times(4\times 10^7)=8\times 10^{11}$；

$(5\times 10^7)\times(7\times 10^4)=35\times 10^{11}=3.5\times 10^{12}$.

（2）由题意易知：

当 $1\leqslant ab<10$ 时，$m+n=p$；

当 $ab\geqslant 10$ 时，$m+n+1=p$.

挑战·高分

解法提醒

在此题中，$(a\times 10^m)\times(b\times 10^n)=ab\times 10^{m+n}$.

当 $1\leqslant ab<10$ 时，用科学记数法表示为 $ab\times 10^{m+n}$；

当 $ab\geqslant 10$ 时，用科学记数法表示为 $\frac{ab}{10}\times 10^{m+n+1}$.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节的主要考点有：有理数的乘方，有理数的混合运算与科学记数法. 有理数的乘方单独考查时，一般以选择题的形式出现. 科学记数法与有理数的混合运算是中考的必考内容，重点考查有理数的基本运算法则和运算顺序，难度不大.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三年中考兵法

考法 1 利用科学记数法的意义判断实际中的科学记数法

例 11 ［中考·山西］我国计划在 2020 年左右发射火星探测卫星．据科学研究，火星距离地球的最近距离约为 5 500 万千米，这个数据用科学记数法可表示为（　　）

A. 5.5×10^{6} 千米　　B. 5.5×10^{7} 千米

C. 55×10^{6} 千米　　D. 0.55×10^{8} 千米

试题评析： 本题主要考查科学记数法，解题的关键是掌握科学记数法的基本形式 $a\times10^{n}$（$1\leqslant a<10$，n 为正整数）．

解： 5 500 万 $=5\,500\times10\,000=55\,000\,000=5.5\times10^{7}$.

答案： B

考法 2 利用有理数的运算法则进行混合运算

例 12 ［中考·湖州］计算：$(-6)^{2}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$.

试题评析： 此题考查了有理数的混合运算，掌握运算法则是解本题的关键．

解： 原式 $=36\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

$=18-12$

$=6$.

考法 3 利用乘方运算表示一列数的规律

例 13 ［模拟·黄冈］观察下面三行数：

$2，-4，8，-16，\cdots$；①

$-1，2，-4，8，\cdots$；②

$3，-3，9，-15，\cdots$．③



（1）第①行数按什么规律排列？

（2）第②③行数与第①行数分别有什么关系？

（3）取每行数的第 9 个数，计算这三个数的和．

试题评析： 本题主要考查利用乘方表示一列有规律的数．

解：（1）第①行数是 $2，-2^{2}，2^{3}，-2^{4}，\cdots$，可知后面一个数是与它相邻的前面一个数乘 -2 得到的．

（2）第②行每一个数是第①行相应的数除以 -2 得到的；第③行每一个数是第①行相应的数加 1 得到的．

（3）$2^{9}+2^{9}\div(-2)+2^{9}+1=769$.

冲刺·满分

考法点评

对科学记数法的考查关键是数据的分析，有的是纯数据，有的是带有单位的数据，若有单位，要看清数据中的单位和选项中的单位是否统一．

解法提醒

原式先计算乘方运算，再利用乘法分配律计算即可求出值．

方法点拨

探究一列数的规律的方法：

要看清两个变化，一是符号的变化规律，二是数字的变化规律．

当前后数是倍数关系时，就用乘方的形式揭示变化规律．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两年模拟兵法 ☞答案见259页

1. 下列等式成立的有（　　）

① $3^2=3\times2$；　② $(-3)^2=9$；

③ $(-5)^3=-5^3$；　④ $-2^4=(-2)^4$；

⑤ $(3+2)^2=3^2+2^2$；　⑥ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$.

A. 1个　B. 2个　C. 3个　D. 6个

2. [中考·宜昌] 把 0.22×10^5 改写成科学记数法的形式，正确的是（　　）

A. 2.2×10^3　B. 2.2×10^4

C. 2.2×10^5　D. 2.2×10^6

3. [中考·贵阳] 在5月份的助残活动中，盲聋哑学校收到社会捐款约110 000元，将110 000元用科学记数法表示为（　　）

A. 1.1×10^3 元　B. 1.1×10^4 元

C. 1.1×10^5 元　D. 1.1×10^6 元

4. 若 $(a+2)^2+(b-5)^4=0$，则 a 与 b 的值分别为（　　）

A. 2，−5　B. −2，5

C. 2，5　D. −2，−5

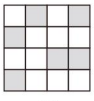
5. 观察下列各式：$2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，$2^6=64$，…，根据上述算式的规律，请你猜想 $2^{2\,021}$ 的末位数字是（　　）

A. 2　B. 4　C. 8　D. 6

6. [中考·绍兴] 利用如图①的二维码可以进行身份识别. 某校建立了一个身份识别系统，图②是某个学生的识别图案，黑色小正方形表示1，白色小正方形表示0，将第一行数字从左到右依次记为 a，b，c，d，那么可以转换为该生所在班级序号，其序号为 $a\times2^3+b\times2^2+c\times2^1+d\times2^0$（注：$2^0=1$），如图②第一行数字从左到右依次为0，1，0，1，序号为 $0\times2^3+1\times2^2+0\times2^1+1\times2^0=5$，表示该生为5班学生，表示6班学生的识别图案是（　　）



①



②

（第6题）



A



B



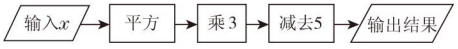
C



D

7. 已知 $a=-2\times3^2$，$b=(-2\times3)^2$，$c=-(2\times3)^2$，用“<”连接 a，b，c 三数为_____.

8. 按照如图的操作步骤，若输入 x 的值为 −2，则输出的结果为_____.



（第8题）

9. 下列用科学记数法表示的数，原来分别是什么数？

（1）3.5×10^6；　（2）1.2×10^5；

（3）-9.3×10^4；　（4）-2.34×10^8.

10. 计算下列各题：

（1）$(-2)^3\times8-8\times\left(\frac{1}{2}\right)^3+8\div\frac{1}{8}$；

（2）$(-2)^3-\frac{1}{6}\times5+\frac{1}{6}\times(-3^2)$；

（3）$(-2^4)\div\left(\frac{2}{3}\right)^2+4\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{6}\right)-(-0.5)^2$；

（4）$(-2)^3+(-3)\times[(-4)^2-2]-(-3)^2\div\left(-\frac{1}{2}\right)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. 已知 a，b 互为相反数，且 $a\neq 0$，c，d 互为倒数，e 的绝对值等于 6，求 $2a+2b-6cd+\dfrac{b}{a}+e^2$ 的值．

12. 阅读材料并解决问题：

求 $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,022}$ 的值．

令 $S=1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,022}$，

等式两边同时乘 2，得

$2S=2+2^2+2^3+\cdots+2^{2\,022}+2^{2\,023}$．

两式相减，得 $2S-S=2^{2\,023}-1$．

所以 $S=2^{2\,023}-1$．

依据以上计算方法，

求 $1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,022}$ 的值．

素养提分 行动篇

实验归纳法

1. 通常我们把“从特殊到一般”的推理方法、研究问题的方法叫做归纳法．

通过有限的几个特例，观察其一般规律，得出结论，它是一种不完全的归纳法，也叫做实验归纳法．例如：

（1）由 $(-1)^1=-1$，$(-1)^2=1$，$(-1)^3=-1$，$(-1)^4=1$，…，

归纳出 -1 的奇次幂是 -1，-1 的偶次幂是 1.

（2）由两位数从 10 到 99 共有 90 个，即 9×10 个，

三位数从 100 到 999 共有 900 个，即 9×10^2 个，

四位数从 1 000 到 9 999 共有 9 000 个，即 9×10^3 个，

…，

归纳出 n 位数共有 $9\times 10^{n-1}$ 个．

（3）由 $1+3=2^2$，$1+3+5=3^2$，$1+3+5+7=4^2$，…，

推断出从 1 开始的 n 个连续奇数的和等于 n^2.

可以看出实验归纳法是获取新知识的重要手段．

2. 实验归纳法是通过少数特例的实验，发现规律，猜想结论，要使规律明朗化，必须进行足够次数的实验．

由于观察产生的片面性，所猜想的结论有可能是错误的，因此肯定或否定猜想的结论，都必须进行严格的证明．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.7 近似数

核心知识

- 准确数与近似数
- 误差
- 有效数字

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识▸近似数

1. 准确数 与实际完全符合的数，称为准确数.

2. 近似数 由于受测量工具、测量方法、测量者等因素的影响，测量的结果一般只是一个与实际数值很接近的数，我们称此数为近似数.

3. 误差 近似值与准确值的差，叫做误差，即误差 = 近似值 − 准确值.

4. 近似数的精确度 近似数的精确度是指近似数与准确数的接近程度. 一般地，一个近似数四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位.

近似数的精确度的表述方法：

（1）用数位表示，如精确到千位，精确到千分位等；

（2）用小数表示，如精确到 0.1，精确到 0.01 等；

（3）对带有单位的数用单位表示，如精确到 1kg，1m 等.

5. 取近似数的方法 通常用四舍五入法；特殊情况下使用去尾法、进一法.

提分·必记

特别提醒

取近似数的方法是四舍五入法，关键是看准精确度，需要注意的问题是近似数的舍入，只考虑精确度后面的第一个数字，且近似数小数点后末位数字是 0 时千万不能省略不写.

拨考向▸利用近似数的意义解决近似数问题

类型 1：近似数的意义在判断近似数的精确度中的应用

例 1 下列由四舍五入法得到的近似数，各精确到哪一位？

（1）230；　（2）18.3；　（3）0.009 8；

（4）20.010；　（5）9.03 万；　（6）3.21×10^4.

解题秘方： 判断近似数精确到哪一位，应当看末位数字在哪一位上.

解：（1）精确到个位.

（2）精确到十分位.

（3）精确到万分位.

（4）精确到千分位.

（5）9.03 万 =90 300，精确到百位.

（6）3.21×10^4=32 100，精确到百位.

提分·秘诀

方法点拨

判断近似数的精确度的方法：

对于未带计数单位的或未用科学记数法表示的数的近似数的精确度，最后一位数字所在的数位就是它的精确度；对于带计数单位的和用科学记数法表示的数，最后一位数字在原数中所在的数位就是它的精确度.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：利用四舍五入法取近似数

例 2 用四舍五入法对下列各数取近似数：

（1）0.028 66（精确到 0.000 1）；

（2）4.603（精确到百分位）；

（3）12 341 000（精确到万位）；

（4）2.715 万（精确到百位）.

解题秘方： 精确到哪一位，就要看那一位后面的数，再对它四舍五入.

解：（1）$0.028\ 66 \approx 0.028\ 7$.

（2）$4.603 \approx 4.60$.

（3）$12\ 341\ 000 \approx 1.234 \times 10^7$.

（4）$2.715\ 万 = 27\ 150 \approx 2.72 \times 10^4$.

方法点拨： 把较大的数精确到十位、百位、千位的方法

把较大的数按要求用四舍五入法精确到十位、百位、千位，先把较大的数用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ 的形式，再按照精确度的要求，在 a 中确定出精确度所对应的数字，然后用四舍五入法取近似值.

解法指导

$12\ 341\ 000 = 1.234\ 1 \times 10^7$，要把 12 341 000 精确到万位，万位上的数字是 4，而千位上的数字是 1，四舍五入后应为 1.234×10^7. 所以 $12\ 341\ 000 \approx 1.234 \times 10^7$.

解法指导

2.715 万 $= 27\ 150 = 2.715 \times 10^4$，要把它精确到百位，百位上的数字是 1，而十位上的数字是 5，四舍五入后应为 2.72×10^4. 所以 2.715 万 $\approx 2.72 \times 10^4$.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用近似数的意义确定准确数的取值范围

例 3 近似数 1.70 所表示的准确数 x 的取值范围是（　　）

A. $1.695 \leqslant x < 1.705$　　B. $1.65 \leqslant x < 1.75$

C. $1.7 \leqslant x < 1.75$　　D. $1.695 \leqslant x \leqslant 1.705$

解题秘方： 根据四舍五入法取近似数进行逆向思维，从而确定准确数的范围.

解： 近似数 1.70 精确到百分位，应由千分位上的数字四舍五入得到. 故当百分位上为 9 时，千分位上的数应不小于 5；当百分位上为 0 时，千分位上的数应小于 5.

答案： A

挑战·高分

方法点拨

由近似数确定准确数的范围的方法：

只需在近似数的最后一位之后再取一位，数值记为 0，再在这一位上加减 5 即可. 如 $x \approx 1.70$，可取 1.700，1.700−0.005=1.695，1.700+0.005=1.705，同时注意“含小不含大”，即 $1.695 \leqslant x < 1.705$.

拔尖角度 2 近似数在实际问题中的应用

例 4 某爆破人员执行爆破任务，点燃导火索后往 100 米外的安全地带奔跑，奔跑的速度为 9 米/秒. 已知导火索燃烧的速度为 0.2 米/秒，则导火索的长度至少应为多少米才能确保安全？（精确到 0.1 米）

解题秘方： 紧扣近似数的确定方法，对运算结果取近似值.

解： $\frac{100}{9} \times 0.2 = \frac{20}{9} = 2.\dot{2} \approx 2.3$（米）.

答：导火索的长度至少应为 2.3 米才能确保安全.

挑战·高分

方法点拨

近似数在实际问题中的应用策略：

在实际问题中取近似数的方法除“四舍五入法”外，还有“去尾法”和“进一法”. 在选取时要满足：(1)实际问题的要求；(2)使实际问题有意义.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘 近似数是中考中必考的内容，主要考查利用精确度取近似数，命题形式一般是以选择题为主，会在具体的情境中出现，且与近似数综合考查.

三年中考兵法

考法 利用近似数、准确数的意义识别准确数

例5 [中考·宜昌] 5月18日，新华社电讯：我国利用世界唯一的“蓝鲸1号”，在南海实现了可燃冰（即天然气水合物）的安全可控开采.据介绍，“蓝鲸1号”拥有27 354台设备，约40 000根管路，约50 000个MCC报验点，电缆拉放长度估计1 200千米.其中准确数是（　　）

A. 27 354　　B. 40 000　　C. 50 000　　D. 1 200

试题评析：本题考查了准确数和近似数的区别，解题的关键是理解准确数和近似数的定义.

解：27 354为准确数，40 000、50 000、1 200都是近似数.

答案：A

冲刺·满分

特别提醒

近似数产生的原因

1. 计算结果产生近似数，如结果除不尽、圆周率π参与的运算等；
2. 用测量工具测出的数据大都是近似数；
3. 不容易或不可能得到准确数的情况，如长江的长度；
4. 不必使用准确数，如买1 kg西红柿，可能多一点或少一点.

两年模拟兵法

☞答案见259页

1. 下列判断正确的是（　　）

A. 近似数132.4万是精确到十分位得到的

B. 近似数2.40万是精确到千位得到的

C. 近似数2.3×10^7是精确到百万位得到的

D. 近似数1.52×10^6是精确到百分位得到的

2. [中考·潍坊] 近日，记者从潍坊市统计局获悉，2016年第一季度潍坊全市实现生产总值1 256.77亿元，将1 256.77亿用科学记数法可表示为（精确到百亿位）（　　）

A. 1.2×10^{11}　　B. 1.3×10^{11}

C. 1.26×10^{11}　　D. 0.13×10^{12}

3. 按给定的要求用四舍五入法取近似数.

（1）0.003 56（精确到0.001）；

（2）5.896 3（精确到0.01）；

（3）566.912（精确到个位）；

（4）0.059 5（精确到百分位）.

4. 用四舍五入法，按括号中的要求，对下列各数取近似数.

（1）46 851 000（精确到万位）；

（2）4.762×10^7（精确到百万位）；

（3）1 300 042 000（精确到十万位）.

5. 小明和小红测量同一张课桌的高度，小明测得的高度是1.1 m，小红测得的高度是1.10 m，两人测得的结果的意义是否相同？为什么？

6. 下面是在博物馆里的一段对话.

管理员：小姐，这个化石有800 002年了.

参观者：你怎么知道得这么精确？

管理员：两年前，有个考古学家参观过这里，他说这个化石有80万年了，现在，两年过去了，所以是800 002年.

管理员的推断对吗？为什么？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

有理数的运算技巧选萃

荣老师告诉你 进行有理数的运算时，若能根据题目的特征，注意采用运算技巧，不但能化繁为简，而且会妙趣横生，新颖别致．现介绍几种有理数运算的常用技巧．

技巧一 归类法

例1 计算：$(-2)+3+1+(-3)+2+(-4)$.

解：原式 $=(3+1+2)+[(-2)+(-3)+(-4)]$

$=6+(-9)$

$=-3$.

方法点拨：将几个加数中同类数（如正数和负数）先归类，再用加法运算法则进行计算，加法运算可巧记为：同号相加一边倒；异号相加“大”减“小”，符号跟着大的跑．

技巧二 凑整法

例2 计算：$36.54+22-82+63.46$.

解：原式 $=(36.54+63.46)+22-82$

$=100+22-82$

$=40$.

方法点拨：如果加数中有几个数结合在一起刚好能凑成整数（整十，整百……），可以先结合，再进行计算．

技巧三 对消法

例3 计算：$5+(-4)+6+4+3+(-3)+(-2)$.

解：原式 $=[(-4)+4]+[5+(-3)+(-2)]+6+3$

$=0+0+6+3$

$=9$.

方法点拨：如果加数中有几个数的和为0的，可以先分别结合，再进行计算．

技巧四 组合法

例4 计算：$-5\frac{5}{24}-2\frac{5}{9}-10\frac{11}{18}+12\frac{5}{6}$.

解：原式 $=\left(12\frac{5}{6}-5\frac{5}{24}\right)+\left(-2\frac{5}{9}-10\frac{11}{18}\right)$

$=7\frac{5}{8}-13\frac{1}{6}$

$=-5\frac{13}{24}$.

方法点拨：如果几个分数相加减，一般可以先将同分母的分数或易于通分的分数相结合，再进行计算．

技巧五 分解法

类型1：将一个带分数分解成一个整数和一个分数

例5 计算：$-2\frac{1}{4}+5\frac{1}{2}-4\frac{1}{3}+3\frac{1}{6}$.

解：原式 $=(-2+5-4+3)+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$

$=2+\left(-\frac{3}{12}+\frac{6}{12}-\frac{4}{12}+\frac{2}{12}\right)$

$=2+\frac{1}{12}$

$=2\frac{1}{12}$.

方法点拨：将一个数分解成两个或几个数之和的形式时，一般将一个带分数分解成一个整数和一个真分数，然后进行归类（整数和分数）计算．

类型2：将一个分数分解成两个分数

例6 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}$.

解：原式 $=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$.

方法点拨：当一个分数的分母是两个自然数的积，而分子又是这两个自然数的差时，可以将这个分数分解成两个分数的差，这两个分数的分母分别是这两个自然数，分子是 1.

类型 3：将一个较大的数分解成两个数的积

例 7 计算：$2\,021\times202\,220\,222\,022-2\,022\times202\,120\,212\,021$.

解：原式 $=2\,021\times2\,022\times100\,010\,001-2\,022\times2\,021\times100\,010\,001=0$.

技巧六 ▸ 变序法

例 8 计算：$(-12.5)\times31\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times(-0.1)$.

解：原式 $=\left(-12.5\times\frac{4}{5}\times0.1\right)\times31$

$=-1\times31$

$=-31$.

方法点拨：本例可运用乘法交换律、结合律改变运算顺序，将几个相乘结果为整数的数结合在一起先乘，可以使计算简便.

例 9 计算：$\left(1\frac{3}{5}-\frac{8}{9}-\frac{8}{15}\right)\times\left(-1\frac{7}{8}\right)$.

解：原式 $=-\left(\frac{8}{5}\times\frac{15}{8}-\frac{8}{9}\times\frac{15}{8}-\frac{8}{15}\times\frac{15}{8}\right)$

$=-\left(3-\frac{5}{3}-1\right)$

$=-\frac{1}{3}$.

方法点拨：本例如果先通分再计算较繁琐，通过观察发现，先用乘法分配律将括号里面的数分别同括号外的数相乘，可使计算简便.

技巧七 ▸ 逆用法

例 10 计算：$\frac{2}{5}\div\left(-2\frac{2}{5}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-1\frac{3}{4}\right)-0.25$.

解：原式 $=\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{12}\right)-\frac{8}{21}\times\left(-\frac{7}{4}\right)-\frac{1}{4}$

$=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{8}{3}\times\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$

$=\frac{1}{4}\times\left(-\frac{2}{3}+\frac{8}{3}-1\right)$

$=\frac{1}{4}$.

方法点拨：本例正向计算需要通分，但逆用乘法分配律，可使计算更简便.

技巧八 ▸ 观察法

例 11 计算：$(-1)\div\left(-2\,022\frac{1}{6}\right)\times\left(3.75-3\frac{3}{4}\right)+(-1)^{2\,022}$.

解：因为 $3.75-3\frac{3}{4}=0$，$(-1)^{2\,022}=1$，

所以原式 $=0+1=1$.

方法点拨：根据 0，1，−1 在运算中的特征，观察算式特征，寻找运算结果为 0，1 或 −1 的部分优先计算.

技巧九 ▸ 倒序相加法

例 12 计算：$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{58}{60}+\frac{59}{60}\right)$. ①

解：把①式括号内倒序后，得：

$\frac{1}{2}+\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{4}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{59}{60}+\frac{58}{60}+\cdots+\frac{2}{60}+\frac{1}{60}\right)$ ②

① + ②得：$1+2+3+4+\cdots+58+59=1\,770$.

所以 $\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{60}+\frac{2}{60}+\cdots+\frac{58}{60}+\frac{59}{60}\right)$

$=\frac{1}{2}\times1\,770$

$=885$.

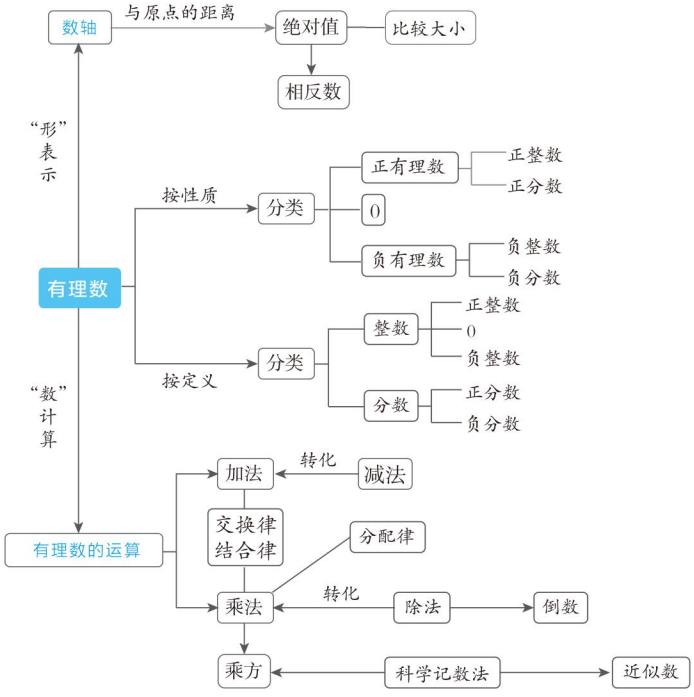
方法点拨：在处理有理数的加法运算时，常根据所求式子的结构，采用倒序相加的方法把问题简化.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

章末核心知识分类整合

核心结构专题

结构必知



核心必读

1. 正整数、0 和负整数统称为整数，正分数和负分数统称为分数，整数和分数统称为有理数.

2. **数轴是研究数学的一个工具，数轴的三要素：**原点、正方向、单位长度.

在数轴上可以将所有的有理数都表示出来；在数轴上某个点到原点之间的距离叫做这个点表示的数的绝对值；

在数轴上，位于原点的两侧，并且到原点的距离相等的两个点表示的数是一对相反数；

利用数轴可以比较几个有理数的大小.

3. 只有符号不同的两个数互为相反数.

4. 一个正数的绝对值是它本身，一个负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0.

5. 有理数的加法法则和乘法法则可以借助数轴进行探究，而减法法则和除法法则是通过转化为加法法则和乘法法则进行计算的.

6. **有理数的混合运算顺序:** 先算乘方，再算乘除，最后算加减，有括号的，先算括号内的运算，再算括号外的运算.

7. 科学记数法是把一个绝对值大于 10 的数表示成 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为正整数.

8. 与实际非常接近的数，称为近似数，在实际生活中，我们常会遇到和用到近似数.

9. 绝对值与偶次幂的结果都是非负数，几个非负数的和等于零，那么每个非负数都等于零.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

知识方法专题

知识必学

专题一 有理数的基本概念

链接中考» 有理数的基本概念包括相反数、数轴、绝对值等几个重要的定义，一般直接考查较多，以选择题的形式为主.

例 1 [中考·天水] 若 a 与 1 互为相反数，则 $|a+1|$ 等于（　　）

A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

解题秘方： 根据“互为相反数的两个数的和为 0”进行计算.

解： 因为 a 与 1 互为相反数，所以 $a+1=0$，所以 $|a+1|=0$，故选 B.

答案： B

方法点拨： 对于相反数和绝对值的考查都是直接的，直接运用相反数的定义和绝对值的定义解决问题.

专题二 有理数的运算

链接中考» 有理数的运算是实数(以后会学到)运算中最基本的运算，在中考中不会单独考查，一般都是渗透在实数的混合运算中，在本章的考查中，有理数的混合运算是必考的题型，以解答题的形式为主.

例 2 计算：$\left[\left(-3\frac{1}{3}\right)^2-\left(-6\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{4}{13}\right)+(-4)^2\div(-2)^3+2\right]\times(-1)^{2\,021}$.

解： 原式 $=\left[\frac{100}{9}-\frac{13}{2}\times\frac{4}{13}+16\div(-8)+2\right]\times(-1)$

$=\left[11\frac{1}{9}-2+(-2)+2\right]\times(-1)$

$=\left(11\frac{1}{9}-2\right)\times(-1)$

$=9\frac{1}{9}\times(-1)$

$=-9\frac{1}{9}$.

方法点拨： 在有理数的混合运算中，先乘方，再乘除，最后加减，有括号的，应先算括号里的，再算括号外的.

专题三 非负数的性质

链接中考» 有理数这一章出现了两类非负数，一类是绝对值，另一类是偶次幂.利用非负数的性质可以求含有多个字母的等式中各个字母的值.可以单独考查非负数的性质，也可以作为其他解答题的条件进行考查.

例 3 若 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，求 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,021)(b+2\,021)}$ 的值.

解题秘方： 先由已知 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，得到 $b=1$，$a=2$，再代入所求的式子，发现规律，即 $\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，把每一个分数拆开，使得拆开后的一些分数在计算中能互相抵消，以达到简化运算的目的.

解： 因为 $|ab-2|+(b-1)^2=0$，$|ab-2|\geqslant 0$，$(b-1)^2\geqslant 0$，

所以 $ab-2=0$，$b-1=0$.

所以 $b=1$，$a=2$.

所以 $\frac{1}{ab}+\frac{1}{(a+1)(b+1)}+\frac{1}{(a+2)(b+2)}+\cdots+\frac{1}{(a+2\,021)(b+2\,021)}$

$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{2\,022\times2\,023}$

$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2\,022}-\frac{1}{2\,023}$

$=1-\frac{1}{2\,023}$

$=\frac{2\,022}{2\,023}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

方法点拨：如果几个非负数的和等于0，那么每个非负数都等于0.

专题四 科学记数法

链接中考» 科学记数法就是将一个很大的数用$a\times10^n$($1\leqslant a<10$，n为正整数)的形式表示出来，一般这个数据都是生活中出现的数据，体现数学应用于生活，考查时一般以选择题的形式出现，在中考中也是考查的热点.

例4 [中考·广东]据国家统计局网站2014年12月4日发布的消息，2014年广东省粮食总产量约为13 573 000吨，将13 573 000用科学记数法表示为(　　)

A. $1.357\,3\times10^6$　　B. $1.357\,3\times10^7$

C. $1.357\,3\times10^8$　　D. $1.357\,3\times10^9$

解题秘方：一个绝对值大于10的数用科学记数法表示的形式为$a\times10^n$，其中$1\leqslant|a|<10$，n为正整数.表示较大的数时，n等于原数的整数位数减1.

解：13 573 000是八位数，所以$n=7$，即$1.357\,3\times10^7$.

答案：B

方法点拨：用科学记数法表示一个数时，需要从下面两个方面入手：(1)关键是确定a和n的值：①确定a，a是只有一位整数的数，即$1\leqslant|a|<10$；②确定n，当原数$\geqslant10$时，n等于原数的整数位数减1，或等于原数变为a时，小数点移动的位数；(2)对于含有计数单位并需转换单位的科学记数法，可以利用1亿$=1\times10^8$，1万$=1\times10^4$，1千$=1\times10^3$来表示，能提高解题的效率.

方法必会

专题五 特殊值法

专题解读» 特殊值法，就是在限定的范围内，取一个特殊的数值来解决问题.运用特殊值法的关键有两条：一是取的特殊值要在限定的范围之内；二是特殊值法一般适宜于选择题.

例5 [中考·广元]当$0<x<1$时，x，$\frac{1}{x}$，x^2的大小顺序是(　　)

A. $\frac{1}{x}<x<x^2$　　B. $x<x^2<\frac{1}{x}$

C. $x^2<x<\frac{1}{x}$　　D. $\frac{1}{x}<x^2<x$

解题秘方：采取特殊值法，求出x^2和$\frac{1}{x}$的值，再比较即可.

解：令$x=\frac{1}{2}$，则$x^2=\frac{1}{4}$，$\frac{1}{x}=2$，所以$x^2<x<\frac{1}{x}$，故选C.

答案：C

方法点拨：比较a，b大小的方法：(1)数轴比较法：将a，b分别表示在数轴上，右边的数总比左边的数大.

(2)差值比较法：$a-b>0\Leftrightarrow a>b$；$a-b=0\Leftrightarrow a=b$；$a-b<0\Leftrightarrow a<b$.

(3)商值比较法：若$a>0$，$b>0$，则$\frac{a}{b}>1\Leftrightarrow a>b$；$\frac{a}{b}=1\Leftrightarrow a=b$；$\frac{a}{b}<1\Leftrightarrow a<b$.

还有平方法、倒数法、绝对值法等，在选择题中，还可以采取特殊值法.

专题六 从特殊到一般的思想

专题解读» 从特殊到一般的思想是从特殊到一般的探究过程的体现，运用从特殊到一般的思想要从特殊的入手，分析其规律，总结出一般规律.

例6 观察下列数串排列成的表：

−2	3	−4	5
9	−8	7	−6
−10	11	−12	13
17	−16	15	−14
…	…	…	…

从表中可以看到，第2行自左向右第三个数是_____，第3行自左向右第二个数是_____，那么第99行自左向右第二个

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

数是_____，−1 000 是第_____行自左向右第_____个数．

解题秘方：通过分析观察这一串数，发现负、正交替出现，奇数行从左向右绝对值依次增大，偶数行从左向右绝对值依次减小．

解：直接观察表格可知，第 2 行自左向右第三个数是 7；第 3 行自左向右第二个数是 11；由数串规律可得第 99 行自左向右第四个数是 397，因此自左向右第二个数是 395；第 250 行自左向右第一个数是 1 001，因此 −1 000 是第 250 行自左向右第二个数．

答案：7；11；395；250；二

方法点拨：这是一道找规律的题目，找规律的过程体现了从特殊到一般的思想．

好题必解 ☞答案见 259 页

题型 1：有理数的相关概念

1. 四个数 −3.14，0，1，2 中为负数的是（　　）

A. −3.14　　B. 0

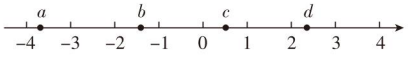
C. 1　　D. 2

2. 一个物体做左右方向的运动，规定向右运动 4 m 记作 +4 m，那么向左运动 4 m 记作（　　）

A. −4 m　　B. 4 m

C. 8 m　　D. −8 m

3. 有理数 a，b，c，d 在数轴上的对应点的位置如图，这四个数中，绝对值最大的是（　　）



（第 3 题）

A. a　　B. b

C. c　　D. d

4. 在长春市“暖房子工程”实施过程中，某工程队做了面积为 632 000 m^2 的外墙保暖，632 000 这个数用科学记数法表示为（　　）

A. 63.2×10^4　　B. 6.32×10^5

C. 0.632×10^6　　D. 6.32×10^6

5. 填表：

	−10	$-\frac{5}{9}$	0.17	$4\frac{1}{4}$
相反数				
绝对值				
倒数				

题型 2：有理数的运算

6. 计算：

（1）$-1^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\div4$；

（2）$-4^3+8\times(-1)^{2\,022}-12\div\left(-\frac{2}{3}\right)$；

（3）$-3^2\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-(-2)^3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2$；

（4）$(-2)^4\div(-8)-\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2^2)$．

7. 利用乘法的运算律进行计算：

（1）$\frac{5}{31}\times\left(-\frac{2}{9}\right)\times\left(-2\frac{1}{15}\right)\times\left(-4\frac{1}{2}\right)$；

（2）$0.7\times19\frac{4}{9}+2\frac{3}{4}\times(-14)+0.7\times\frac{5}{9}+\frac{1}{4}\times(-14)$；

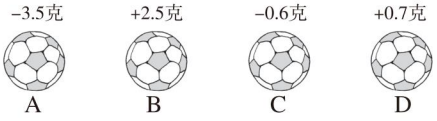
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3) $\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{8}-\frac{1}{4}\right)\times(-24)$;

(4) $7\frac{1}{9}\times\left(1\frac{1}{2}-1\frac{1}{8}+3\frac{1}{4}\right)\times\left(-2\frac{1}{4}\right)$.

题型 3：有理数的实际应用

8. 检测下列 4 个足球，其中超过标准质量的克数记为正数，不足标准质量的克数记为负数，从轻重的角度看，最接近标准的是（　　）



9. 某大米包装袋上标注着“净含量 10 kg ± 150 g”，小华从商店买了两袋大米，这两袋大米相差的克数不可能是（　　）

A. 100 g　　B. 150 g

C. 300 g　　D. 400 g

10. 某市冬季里的一天，早上 6 时气温是零下 12 ℃，中午 11 时上升了 5 ℃，晚上 8 时又上升了 −8 ℃，则晚上 8 时的气温是_____℃.

11. 一辆出租车在一条东西方向的大街上服务. 一天上午，这辆出租车一共连续送客 10 次，其中 4 次向东行驶，每次行程为 10 km；6 次向西行驶，每次行程为 7 km.

(1) 该出租车连续 10 次送客后停在何处?

(2) 该出租车一共行驶了多少千米?

题型 4：有理数的综合应用

12. 下列说法正确的是（　　）

A. 一个数的绝对值一定比 0 大

B. 一个数的相反数一定比它本身小

C. 绝对值等于它本身的数一定是正数

D. 最小的正整数是 1

13. 已知有理数 a，b，c，d，e，且 a，b 互为倒数，c，d 互为相反数，e 的绝对值为 2，求 $\frac{1}{2}ab+\frac{c+d}{5}+e^2$ 的值.

14. 如果 $|a|=8$，$|b|=5$，且 $a<b$，试求 a，b 的值.

15. 若 $|x-2|$ 与 $(y+7)^2$ 互为相反数，试求 y^x 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第 1 章测试卷 ☞答案见 260 页

（100 分 60 分钟）

一、选择题（每题 4 分，共 32 分）

1. 在下列选项中，既是分数，又是负数的是（　　）

A. 9　　B. $\frac{1}{5}$

C. −0.125　　D. −72

2. 若 m 与 2 互为相反数，则 $|m+2|$ 等于（　　）

A. −2　　B. 0

C. 2　　D. 4

3. 下列说法错误的是（　　）

A. −5 的相反数是 5

B. 3 的倒数是 $\frac{1}{3}$

C. $(-3)-(-5)=2$

D. −11，0，4 这三个数中最小的数是 0

4. 近似数 3.250×10^5 是精确到（　　）

A. 千分位　　B. 千位

C. 百位　　D. 十位

5. 下列式子正确的是（　　）

A. $-87\times(-83)=7\,221$

B. $-2.68-7.42=-10$

C. $3.77-7.11=-4.66$

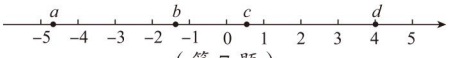
D. $\frac{101}{102}>\frac{102}{103}$

6. 节约是一种美德，节约是一种智慧，据不完全统计，全国每年浪费食物总量折合粮食可养活约 350 000 000 人，数据 350 000 000 用科学记数法表示为（　　）

A. 3.5×10^7　　B. 3.5×10^8

C. 3.5×10^9　　D. 3.5×10^{10}

7. 数 a，b，c，d 在数轴上的对应点的位置如图，则正确的结论是（　　）



（第 7 题）

A. $a>-4$　　B. $bd>0$

C. $|a|>|d|$　　D. $b+c>0$

8. 已知整数 a_1，a_2，a_3，a_4，…，满足下列条件：$a_1=0$，$a_2=-|a_1+1|$，$a_3=-|a_2+2|$，$a_4=-|a_3+3|$，…，依次类推，则 $a_{2\,022}$ 的值为（　　）

A. 2 022　　B. −2 022　　C. −1 011　　D. 1 011

二、填空题（每题 4 分，共 16 分）

9. 现规定一种新运算“*”：对任意有理数 a，b，都有 $a*b=a^b$，那么 $\left(-\frac{1}{3}\right)*3=$_____.

10. 若有理数 m，n 满足 $|m+1|+(n-2\,021)^2=0$，则 $-m^n=$_____.

11. 某高山上的温度从山脚处开始每升高 100 米，降低 0.6 ℃．若山脚处的温度是 28 ℃，则山上 500 米处的温度是_____℃．

12. 数轴上 A 点表示的数是 5，那么同一数轴上与 A 点相距 8 个单位长度的点表示的数是_____.

三、解答题（共 52 分）

13.（6 分）把下列各数填入相应集合的括号内．

$+8.5$，$-3\frac{1}{2}$，0.3，0，-3.4，12，-9，$4\frac{1}{3}$，-1.2，-2.

（1）正数集合：{　　…};

（2）整数集合：{　　…};

（3）非正整数集合：{　　…};

（4）负分数集合：{　　…}.

14.（8 分）将下列各数在数轴上表示出来，并将它们用“<”连接起来．

$-(-2.5)$，$-|-4|$，0.5，$-1\frac{1}{2}$，$+5$，0.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

15.（12分）计算：

（1）$|-2|-(-3)\times(-15)$；

（2）$1\div(-1)+0\div4-5\times0.1\times(-2)^3$；

（3）$99\frac{17}{18}\times9$；

（4）$\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{7}{12}\right)\times(-24)$.

16.（8分）已知x与y互为相反数，m与n互为倒数，$|a|=1$，求$a^2-(x+y+mn)a-(x+y)^{2\,021}+(-mn)^{2\,022}$的值.

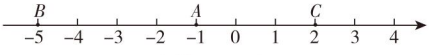
17.（8分）某出租车一天下午以P处为出发点在东西方向行驶.规定向东为正，行驶里程按先后次序记录如下（单位：km）：

$+9$，-3，-5，$+4$，-8，$+6$，-3，-6，-4，$+10$.

（1）将最后一位乘客送到目的地，出租车离P处多远？在P处的什么方向？

（2）如果每千米的价格是2.4元，那么该出租车这天下午的营业额是多少？

18.（10分）如图，在数轴上有三个点A，B，C，回答下列问题：



（第18题）

（1）若将点B向右移动6个单位长度后，三个点所表示的数中最小的数是多少？

（2）在数轴上找一点D，使点D到A，C两点的距离相等，写出点D表示的数；

（3）在点B左侧找一点E，使点E到点A的距离是到点B的距离的2倍，写出点E表示的数.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

感悟从数到式的飞跃

感悟从数到式的飞跃











第2章 整式加减

核心考点

你将见到的

- 单项式的系数与次数
- 多项式的项及次数
- 合并同类项
- 整式加减

核心方法

我们为你提供的

- 直接代入法
- 间接代入法
- 整体代入法
- 方程思想
- 从特殊到一般思想

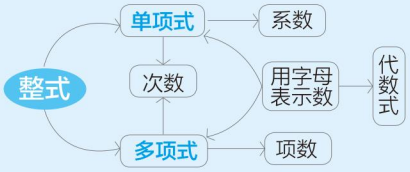
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.1 代数式

核心知识

- 用字母表示数
- 单项式
- 多项式
- 整式

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 用字母表示数

1. 用字母表示数

用字母或含有字母的式子表示数或数量关系. 在用字母表示数中，字母和数一样可以参与运算，可以用式子把数量关系简明地表示出来.

2. 用含有字母的式子表示数的书写规定

（1）数与字母相乘或字母与字母相乘，通常将乘号写作“·”或省略不写.

（2）数与字母相乘时，通常把数写在前面.

（3）数字因数是 1 或 −1 时，“1”常省略不写.

（4）带分数与字母相乘时要将带分数化成假分数.

（5）除法运算要表示成分数形式.

（6）若式子后面有单位且式子是和或差的形式，式子应用小括号括起来.

点拨微课堂

提分·必记

特别提醒

1. 同一问题中，相同的字母必须表示相同的量，不同的量必须用不同的字母表示.
2. 用字母可以表示任意数或式子. 用字母表示数后，同一个式子可以表示不同的含义.
3. 用字母表示实际问题中的某个量时，字母的取值必须使式子有意义且符合实际情况.

拨考向 利用字母表示数表示实际问题中的数量关系

类型 1：用字母表示数在表示实际问题中的数量关系中的应用

例 1 填空：

（1）买单价为 6 元的钢笔 a 支，共需_____元；

（2）一台电视机的标价为 a 元，则打八折后的售价为_____元；

（3）温度由 30 ℃下降 t ℃后是_____℃；

（4）大圆的半径为 R cm，小圆的半径为 r cm，则圆环的面积是_____cm^2.

解题秘方： 类似用具体数表示数量关系一样，用字母表示数量关系.

答案： （1）$6a$　　（2）$0.8a$

（3）$(30-t)$　　（4）$(\pi R^2-\pi r^2)$

提分·秘诀

方法点拨

用字母表示日常生活中的数或数量关系，仅仅是把具体数用字母代替了，其实际意义与具体数是一致的，它将个别数量关系转变为一般数量关系.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：利用字母表示数来表示特征数

例 2 填空：

（1）若 m 为整数，则 $2m$ 为_____数，$2m-1$ 为_____数（填“奇”或“偶”）；

（2）三个连续偶数，若中间一个数为 $2n$，则其余两个数分别为_____；

（3）若 k 为整数，以被 4 除作为分类标准，则整数可分为_____共 4 类；

（4）若一个两位数，其个位数字为 a，十位数字为 b，则这个两位数为_____.

解题秘方： 紧扣各类数的特征，用字母表示这些特征数.

答案：（1）偶；奇

（2）$2n-2$，$2n+2$

（3）$4k$，$4k+1$，$4k+2$，$4k+3$

（4）$10b+a$

特别提醒

(1) 奇、偶数的区别在于能否被 2 整除，偶数能被 2 整除，奇数被 2 除余 1；

(2) 连续自然数前后相差 1；连续奇数或偶数前后相差 2；

(3) 整数被 4 除可能的情况只有 4 种：整除、余 1、余 2、余 3；

(4) 两位数的表示方法：十位数字×10+个位数字.

类型 3：利用字母表示数来表示图形的面积

例 3 如图 2.1-1，有一块长为 18 米，宽为 10 米的长方形土地，现将三面留出宽都是 x（$0<x<8$）米的小路，余下的部分为菜地，用含 x 的式子表示：

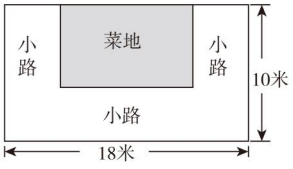


图 2.1-1

（1）菜地的长为_____米，宽为_____米；

（2）菜地的面积为_____平方米.

解题秘方： 根据题中提供的数据以及长方形的面积公式解决问题.

解：（1）菜地的长等于长方形土地的长减去小路宽的 2 倍，菜地的宽等于长方形土地的宽减去小路的宽；（2）菜地的面积等于菜地的长乘菜地的宽.

答案：（1）$(18-2x)$；$(10-x)$

（2）$(18-2x)(10-x)$

方法点拨： 用含字母的式子表示图形的面积要注意两点

一是图形的构成，即图形中的已知量和未知量之间的数量关系.

二是选择正确的面积公式.

方法规律

用字母表示数量关系“三要”：

1. 要辨析词语意义：应认真审题，审题时要对语言叙述中的关键词语所代表的意义进行仔细辨析.
2. 要分清数量关系：需分清语言叙述中各数量之间的和、差、倍、分关系，不要见多就加、见少就减、见倍就乘.
3. 要书写规范：必须按照用字母表示数的书写要求正确、规范地书写.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶2 代数式

1. 代数式的概念 用运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子，叫做代数式．单独一个字母或者一个数也是代数式．

2. 代数式的书写要求

（1）数字与字母相乘时，数字在前，字母在后．

（2）当字母和带分数相乘时，要把带分数化成假分数．

（3）含有字母的除法运算中，最后结果要写成分数形式．

（4）若代数式是带加减运算且须注明单位的，要把代数式括起来，后面注明单位．

拔考向▶利用代数式的概念判别代数式

例 4 下列各式哪些是代数式？哪些不是代数式？

（1）$3>2$；（2）$a+b=5$；（3）a；（4）3；（5）$5+x-y$；（6）$5x-3y$.

解题秘方： 紧扣代数式的概念进行判断，特别注意单独的数字和字母．

解：（1）（2）分别含有“>”“=”，因此（1）（2）不是代数式．（3）（4）分别为 a，3，均是代数式，因为单独的一个数或一个字母也是代数式．（5）$5+x-y$ 是用加、减运算符号把 5，x，y 连接起来的，因此是代数式．（6）$5x-3y$ 是由乘、减两种运算符号将 5，x，3，y 连接起来的，因此是代数式．故（3）（4）（5）（6）是代数式，（1）（2）不是代数式．

点知识▶3 列代数式

1. 列代数式 把实际问题中与数量有关的语句用含有数字、字母和运算符号的式子表示出来．

2. 列代数式常用的方法如表所示

方法及注意点	举例
抓关键性词语，如“大”“小”“多”“少”“和”“差”“积”“商”“倍”等，弄清题目中的量及各个量之间的关系．	如“甲数的 2 倍与乙数除以 3 的商的差”中，关键性词语是“倍”“除以”“商”“差”，设甲数为 x，乙数为 y，则所列代数式为 $2x-\frac{y}{3}$．
弄清运算顺序，通常按照“先读先写”的顺序列式．	如“a 与 b 的和与 c 的积”是“和”在“积”之前，则所列代数式为 $(a+b)c$；而“a 与 b 的积与 c 的和”是“积”在“和”之前，则所列代数式为 $ab+c$.
对于层次较多的题目，可以采取“浓缩原题，分段处理，最后组装”的方式来处理．	如“x 的 3 倍与 y 的立方的和与 x 的平方与 y 的倒数之差的乘积”，此题可浓缩为“两数和与两数差的积”，再分段处理，第一段为“$3x+y^3$”，第二段为“$x^2-\frac{1}{y}$”，则所列代数式为 $(3x+y^3)(x^2-\frac{1}{y})$.
正确运用括号，先括号内，后括号外；先小括号，后中括号，再大括号．	如“1 与 x 的差的 5 倍与 y 的差乘以 $3xy$”，所列代数式为 $3xy[5(1-x)-y]$．

提分·必记

特别提醒

1. 在一个式子中如果含有“=”“<”“>”“≤”“≥”或“≠”，那么这个式子就不是代数式，而是等式或不等式；
2. 单独一个字母或者一个数都可以写成它们与 1 的乘积，所以它们也是代数式；
3. 代数式中可以有括号，它的作用是指明运算顺序．

提分·秘诀

方法点拨

列代数式的关键是要认真审题，弄清问题中各数量之间的关系和运算顺序，要注意：若列出的代数式是和或差的形式且后面要带单位，则必须将代数式用括号括起来．

提分·必记

特别提醒

1. 数字因数写在字母因数的前面，几个字母因数时，要按字母表的顺序排列书写，如 $5abc$.
2. 由实际问题列代数式时，要抓住关键词语，弄清题中的数量关系，理清运算顺序，熟记相关公式．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

核心考向▶利用列代数式解决问题

类型1：利用数量关系列代数式

例5 用代数式表示：

（1）a的2倍与b的一半的和的平方，减去a，b两数平方和的2倍；

（2）$3\frac{1}{4}$与x之积与3除y的商的和；

（3）甲、乙两数之和是25，甲数为a，求比乙数的2倍小7的数的立方；

（4）甲数为x，乙数为y，求甲、乙两数的积与乙的倒数的差.

解题秘方：紧扣文字叙述中揭示的数量关系，用代数式正确的表示出来.

解：（1）用和的平方减去平方和的2倍，即$(2a+\frac{1}{2}b)^2-2(a^2+b^2)$.

（2）用积加上商，即$\frac{13}{4}x+\frac{y}{3}$.

（3）乙数为$25-a$，比$25-a$的2倍小7的数的立方，即$[2(25-a)-7]^3$.

（4）积与倒数的差，即$xy-\frac{1}{y}$.

类型2：利用实际生活中的问题列代数式

例6 某市的出租车收费标准是：乘车里程不超过3千米的收费是起步价加出租汽车燃油附加费，共8元；乘车里程超过3千米的，除了照收8元以外，超过部分每千米加收1.5元（不足1千米按1千米算）.

（1）若某人的乘车里程为15千米，则他应支付多少元？

（2）若某人的乘车里程为x（$x>3$，且x为整数）千米，用含x的式子表示他应支付的费用.

解题秘方：紧扣实际问题中的数量关系，根据各个量之间的数量关系列代数式.

解：（1）$8+(15-3)\times1.5=26$（元）. 答：他应支付26元.

（2）$8+1.5(x-3)=1.5x+3.5$（元）.

知识点▶4 单项式

1. 单项式 由数与字母的积组成的代数式叫做单项式.

单独的一个数或一个字母也是单项式.

2. 单项式的系数与次数

（1）**系数：**单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.

（2）**次数：**单项式中所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

特别提醒：（1）单项式的系数包括它前面的符号，且只与数字因数有关，而单项式的次数只与字母的指数有关.

（2）确定一个单项式的次数时，①没有写指数的字母，实际上其指数是“1”，计算时不要将其遗漏；②不要把系数的指数当作字母的指数一同计算. 如5^2mn^4的次数是1+4=5，不能把系数的指数“2”当作字母的指数.


单项式的系数和次数

提分·秘诀

方法点拨

在书写代数式时，要注意问题的语言叙述中所直接或间接表示的运算顺序.(1)中，“和的平方”表示先“求和”再“平方”，“平方和”表示先“平方”再“求和”，要注意两者的区别；(2)中，要注意“除”和“除以”的区别.

方法点拨

用含字母的式子表达实际问题的关键是理解问题中的数量关系. 这些数量关系中，除把文字“翻译”成字母表达式外，还要注意题中涉及的有关量之间存在的等量关系，如：路程=时间×速度，工作量=工作时间×工作效率，各种面积公式等.

提分·必记

特别解读

1. 数或字母的积包含：数与数的积、数与字母的积，字母与字母的积.
2. 定义中的“积”并非不含“除法”，只是要求数与字母、字母与字母之间不能有除法.

警示误区

指数和次数是两个不同的概念，指数是单个字母的指数，而次数是所有字母的指数之和.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用单项式的系数与次数的概念解决问题

类型1：确定单项式的系数与次数

例7 找出下列各式中的单项式，并写出单项式的系数和次数.

（1）$-m$；（2）$-\frac{xy}{3}$；（3）$\frac{1}{a}$；（4）$\frac{1}{2}(a+b)h$；

（5）2^3xy^3；（6）πr^2.

解题秘方：利用单项式的定义及单项式中系数和次数的定义解决问题.

解：单项式：（1）（2）（5）（6）.

这些单项式的系数分别是 -1，$-\frac{1}{3}$，8，π.

这些单项式的次数分别是 1，2，4，2.

方法点拨：识别单项式的两个条件：

①不含运算符号“+”或“−”号；②分母中不含有字母.

提分·秘诀

特别警示

确定单项式系数与次数的两易漏、三易错：

两易漏：

1. 易漏系数1或-1，针对只含字母因式的单项式；
2. 易漏指数1.

三易错：

1. 易将系数的指数当作字母的指数；
2. 易将分子为1的分数系数写成整数系数；
3. 易将数字π当成字母.

类型2：单项式的系数与次数的概念在求字母的值中的应用

例8 已知 $2kx^2y^n$ 是关于 x，y 的一个单项式，且系数是7，次数是5，那么 $k=$_____，$n=$_____.

解题秘方：根据单项式的次数和系数的确定方法求值.

解：由单项式的次数是5，可知 x，y 的指数和为5，即 $2+n=5$，所以 $n=3$，由单项式的系数是7，可知 $2k=7$，所以 $k=\frac{7}{2}$.

答案：$\frac{7}{2}$；3

方法点拨

根据单项式的系数与次数的概念建立与要求字母有关的简易方程即可求出要求字母的值，体现了转化思想和方程思想.

知识▶5 多项式

1. 多项式 几个单项式的和叫做多项式.

一个式子是多项式需具备两个条件：

（1）式子中含有运算符号“+”或“−”；

（2）分母中不含有字母.


多项式的项和次数

2. 多项式的项 在多项式里，每个单项式（连同符号）叫做多项式的项，其中不含字母的项，叫做常数项，一个多项式含有几项，这个多项式就叫做几项式.

3. 多项式的次数 一个多项式里，次数最高的项的次数，叫做这个多项式的次数.

提分·必记

特别提醒

- 多项式是由单项式组成的，但不能说多项式包含单项式，它们是两个不同的概念，没有从属关系.
- 单项式的次数是所有字母指数的和，而多项式的次数是多项式中次数最高项的次数，二者不能混淆.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用多项式的相关概念解决问题

类型1：多项式的项和次数的定义在识别项、次数中的应用

例9 多项式 $a^3b^3-4ab^4-b-\frac{1}{3}$ 的最高次项是什么？一次项系数是什么？常数项是什么？它是几次几项式？

解题秘方： 利用多项式的项及次数的定义进行辨析.

解： 这个多项式的最高次项是 a^3b^3，一次项系数是 -1，常数项是 $-\frac{1}{3}$，它是六次四项式.

类型2：多项式的相关概念在求字母值中的应用

例10 已知关于 x 的多项式 $3x^4-(m+5)x^3+(n-1)x^2-5x+3$ 不含 x^3 项和 x^2 项，求 m，n 的值.

解题秘方： 根据多项式的结构中不含某项的特征，结合相关定义，求出系数中待定字母的值.

解： 因为多项式 $3x^4-(m+5)x^3+(n-1)x^2-5x+3$ 不含 x^3 项和 x^2 项，所以 $-(m+5)=0$，且 $n-1=0$，所以 $m=-5$，$n=1$.

提分·秘诀

方法点拨

1. 多项式的每一项都包括它前面的符号，且每一项都是单项式.
2. 多项式的次数是多项式中次数最高项的次数，而不是所有项的次数之和.
3. 一个多项式有几项，就叫几项式.

特别提醒

不含某一项，说明这一项的系数为0.

若一个多项式的值与某字母的取值无关，则该多项式中含这个字母的项的和为0.

知识▶6 整式及代数式的值

1. 定义 单项式与多项式统称为整式.

2. 代数式的值 用数值代替代数式里的字母，按照代数式中的运算关系计算得出的结果叫做代数式的值.

3. 求代数式的值的一般步骤

（1）**代入：** 用指定的字母的数值代替多项式里的字母，其他的运算符号和原来的数都不能改变.

（2）**计算：** 按照多项式指明的运算，并根据有理数的运算方法计算.

提分·必记

特别解读

1. 单项式是整式；
2. 多项式是整式；
3. 如果一个式子既不是单项式又不是多项式，那么它一定不是整式.

考向▶利用整式的定义对整式进行分类及求整式的值

类型1：整式的相关定义在整式的分类中的应用

例11 将式子：$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{x+2}$，$\frac{x}{3}-y$，$\pi(x^2-y^2)$，$\frac{1}{6}a^2$，$7x-1$，$9a^2+\frac{1}{a}-2$ 填入相应的大括号中.

单项式：{ …};

多项式：{ …};

整式：{ …}.

解题秘方： 利用单项式及多项式的概念识别整式中的单项式和多项式.

解： 单项式：$\left\{\frac{1}{3},\ \frac{1}{6}a^2,\ \cdots\right\}$;

多项式：$\left\{\frac{x}{3}-y,\ \pi(x^2-y^2),\ 7x-1,\ \cdots\right\}$;

整式：$\left\{\frac{1}{3},\ \frac{1}{6}a^2,\ \frac{x}{3}-y,\ \pi(x^2-y^2),\ 7x-1,\ \cdots\right\}$.

提分·秘诀

方法点拨

判断一个式子是单项式还是多项式的方法：

首先判断它是否是整式，若分母中含字母，则一定不是整式，也不可能是单项式或多项式.单项式与多项式的区别在于是否含有加减运算，整式中一般含加减运算的是多项式，不含加减运算的是单项式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：直接代入法在求代数式的值中的应用

例 12 当 $a=2$，$b=-1$ 时，求下列含字母的式子的值：

（1）$(a-b)^2$；（2）$(a+b)(a-b)$；（3）$(a+b)^2$.

解题秘方： 把 a，b 的值分别代入含字母的式子 $(a-b)^2$，$(a+b)(a-b)$，$(a+b)^2$ 中，再按运算顺序计算即可.

解：（1）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a-b)^2=[2-(-1)]^2=3^2=9$.

（2）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a+b)(a-b)=[2+(-1)]\times[2-(-1)]=1\times3=3$.

（3）当 $a=2$，$b=-1$ 时，

$(a+b)^2=[2+(-1)]^2=1^2=1$.

方法点拨

用直接代入法求代数式的值可以分三步：

1.“当……时”，即指出字母的值；

2.“原式=……”，即代入所给字母的值；

3. 计算.

类型 3：间接代入法在求代数式的值中的应用

例 13 若 $|a|=2$，$|b|=3$，且 $ab<0$，$a>b$，求 $(a+b)^a$ 的值.

解题秘方： 根据条件求出字母的取值，然后代入求值.

解： 因为 $ab<0$，$a>b$，

所以 $a>0$，$b<0$.

又因为 $|a|=2$，$|b|=3$，

所以 $a=2$，$b=-3$.

所以 $a+b=-1$.

所以 $(a+b)^a=(-1)^2=1$.



方法点拨

用间接代入法求代数式的值，其实质是要先计算出相关字母的值，再把求得的值代入含字母的式子，计算出结果.

类型 4：整体代入法在求代数式的值中的应用

例 14 当 x^2+x+5 的值为 7 时，求 $3x^2+3x-2$ 的值.

解题秘方： 先将条件进行整理，再将要求的式子进行变形，然后代入求值.

解： 由 x^2+x+5 的值为 7，得 $x^2+x=2$，

所以 $3x^2+3x-2=3(x^2+x)-2=4$.

技巧点拨

当用目前所学的知识无法求出字母的取值，而要求的代数式的某部分与已知条件中的某部分相类似时，用整体代入法能使问题得到解决.

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用方程思想求单项式和多项式中字母的值

挑战·高分

例 15 已知多项式 $-8x^2y^{m+2}-xy^3+x$ 是关于 x，y 的七次多项式，关于 x，y 的单项式 $6x^{2n}y^{m+2}$ 与该多项式的次数相同，求 $(n-m)^3$ 的值.

解题秘方： 根据多项式、单项式的相关概念建立方程求字母的值.

解： 因为多项式 $-8x^2y^{m+2}-xy^3+x$ 是关于 x，y 的七次多项式，

所以 $2+m+2=7$，解得 $m=3$.

因为关于 x，y 的单项式 $6x^{2n}y^{m+2}$ 与该多项式的次数相同，

所以 $2n+m+2=2n+3+2=7$，解得 $n=1$.

所以 $(n-m)^3=(1-3)^3=(-2)^3=-8$.

方法点拨

解决此类问题时，应先由题目已知条件得出几个等式，求出原式中次数或系数所含字母的值，再将字母的值代入所求式子即可解决问题.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 2 利用从特殊到一般的思想探究图形的变化规律

例 16 图 2.1−2 是正方形网格中按规律涂成的阴影，根据此规律，则第 n 个图形中阴影部分的小正方形的个数是_____.

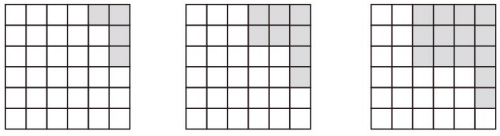


图 2.1−2

解题秘方： 先从特殊情况入手，探究图形中阴影部分的小正方形的个数与图形序号的关系，再得出第 n 个图形中阴影部分的小正方形的个数.

解： 寻找规律，正方形网格中阴影部分的小正方形可分为两部分：除最右一列的部分和最右一列的部分.

	除最右一列的小正方形的个数	最右一列的小正方形的个数	阴影部分的小正方形的个数
第 1 个图	$1=1^2$	$3=1+2$	$4=1^2+1+2$
第 2 个图	$4=2^2$	$4=2+2$	$8=2^2+2+2$
第 3 个图	$9=3^2$	$5=3+2$	$14=3^2+3+2$
…	…	…	…
第 n 个图	n^2	$n+2$	n^2+n+2

答案： n^2+n+2

挑战·高分

方法点拨

用含字母的式子表示图形的变化规律的方法：

对于这种探寻图形摆放规律的问题，一般需要从简单图形入手，抓住随着“编号”或“序号”增加时，后一个图形与前一个图形相比，在排列规律、数量变化方面的情况，找出变化规律，从而推出一般性的结论.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节主要考点有用字母表示数，单项式、多项式的相关概念以及运用，利用整式解决生活中的实际问题，多以选择题或填空题的形式出现在中考中，考查用含字母的式子表示规律变化的题难度较大.

三年中考兵法

考法 1 利用整式表示实际问题

例 17 [中考·山西]某商店经销一种品牌的洗衣机，其中某一型号的洗衣机每台进价为 a 元，商店将进价提高 20% 后作为零售价进行销售，一段时间后，商店又以 9 折优惠价促销，这时该型号洗衣机的零售价为_____元.

试题评析： 本题考查了整式在实际问题中的应用，解题的关键是熟练掌握整式的概念和用字母表示数的应用.

解： $a\times(1+20\%)\times0.9=1.08a$（元）.

答案： $1.08a$

冲刺·满分

考法点评

在实际问题中列出整式，关键要把握两点：

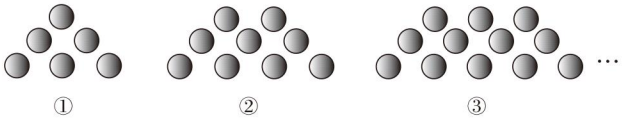
一是条件中的字母代表的实际意义，

二是条件中各个数量之间的关系.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 利用整式表示图形的变化规律

例 18 [中考·烟台] 用棋子摆出如图 2.1-3 的一组图形：



① ② ③

图 2.1-3

按照这种规律摆下去，第 n 个图形用的棋子个数为（　　）

A. $3n$　　B. $6n$

C. $3n+6$　　D. $3n+3$

试题评析：此题考查图形的变化规律，从简单情形入手，找出图形之间的联系，得出规律是解题的关键.

解：观察图形，发现图①中是 6 个棋子，图②中是 6+3=9（个）棋子，图③中是 9+3=12（个）棋子……后边的图形比前面的图形依次多 3 个棋子. 根据这一规律即可得出结论.

图①中有 6 个棋子，$6=3\times(1+1)$；

图②中有 9 个棋子，$9=3\times(2+1)$；

图③中有 12 个棋子，$12=3\times(3+1)$；

……

第 n 个图形中棋子的个数 $=3(n+1)=3n+3$.

答案：D

考法点评

用整式表示图形的变化规律，一般都用图形的序列号 n 表示图形中元素的个数.

关键是要利用从特殊到一般的思想分析两者之间的关系.

两年模拟兵法 ☞答案见 260 页

1. [中考·铜仁] 单项式 $\frac{\pi r^2}{2}$ 的系数是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. π　　C. 2　　D. $\frac{\pi}{2}$

2. 某企业今年 3 月份的产值为 a 万元，4 月份比 3 月份减少了 10%，5 月份比 4 月份增加了 15%，则 5 月份的产值是（　　）

A.（$a-10\%$）（$a+15\%$）万元

B.（$1-10\%a$）（$1+15\%$）万元

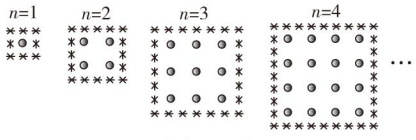
C.（$1-10\%$）（$1+15\%$）a 万元

D.（$1-10\%+15\%$）a 万元

3. 若多项式 $-0.7x^{0.5m+4}y^2+x^2y-3$ 是四次三项式，则 m 的值为（　　）

A. 3　　B. -4　　C. 4　　D. -3

4. [中考·随州] 在公园内，牡丹按正方形种植，在它的周围种植芍药，如图反映了牡丹的列数（n）和芍药的数量规律，那么当 $n=11$ 时，芍药的数量为（　　）



（第 4 题）

A. 84 株　　B. 88 株　　C. 92 株　　D. 121 株

5. 填表：

多项式	$3a+1$	$3x^2-2x+13$	$2a^2b-3ab^2+4b^3-6$
项			
常数项			
次数			
几次几项式			

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 已知 $-\frac{a}{3}x^{|m|}y$ 是关于 x，y 的单项式且系数为 $-\frac{5}{9}$，次数为 5，求 $3a+\frac{1}{2}m$ 的值.

7. 把下列式子填入相应的大括号里：

$x-4$，$5x$，$3ab$，$5-\frac{3}{m}$，y，$x+\frac{1}{3}$，$\frac{x+y}{7}$，x^3+2x-2，$\frac{m+n}{n-4}$，$8a^3x$，-1.

单项式：{ …};

多项式：{ …};

整式：{ …}.

8. 已知 $(x-2)^2+|y+1|=0$，a，b 互为相反数，c，d 互为倒数，求 $y^x-3a-3b+2cd$ 的值.

9. 为鼓励节约用水，某地对居民用水收费标准规定如下：每户每月用水如果不超过 20 吨，那么每吨水按 a 元收费；如果超过 20 吨，那么超过部分每吨水按 b 元收费（$b>a$）. 某户居民 7 月份用水 63 吨，该户居民 7 月份应缴纳的水费是多少元?

10. 观察下列单项式：$-x$，$3x^2$，$-5x^3$，$7x^4$，…，$-37x^{19}$，$39x^{20}$，…，回答下列问题：

（1）这些单项式的系数的规律是什么?

（2）这些单项式的次数的规律是什么?

（3）写出第 2 022 和 2 023 个单项式.

（4）归纳出第 n 个单项式是什么.

【导学号：2837152】

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2 整式加减

核心知识
- 合并同类项
- 去括号、添括号
- 整式加减

知识链接



点知识·拨考向 速提分

点知识 1 同类项

1. 定义 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项叫做同类项，常数项与常数项是同类项.

2. 判断同类项的方法

（1）同类项必须同时满足“两个相同”：①所含字母相同；②相同字母的指数也相同，两者缺一不可.

（2）是不是同类项有“两个无关”：①与系数无关；②与字母的排列顺序无关. 如 $3mn$ 与 $-nm$ 是同类项.

（3）同类项可以有两项，也可以有三项、四项或更多项，但至少有两项.

拔考向 利用同类项的定义识别同类项

例 1 下列各组中的两个式子是同类项的是（　　）

A. $2x^2y$ 与 $3xy^2$　　B. $10ax$ 与 $6bx$

C. a^4 与 x^4　　D. π 与 -3

解题秘方： 紧扣同类项定义中的两个“相同”进行识别.

解： A 中所含字母相同，但相同字母的指数不同；B 中所含字母不同；C 中所含字母不同；D 中 π 是常数，与 -3 是同类项.

答案： D

点知识 2 合并同类项

1. 合并同类项 把多项式中的同类项合并成一项，叫做合并同类项.

2. 合并同类项法则 同类项的系数相加，所得结果作为系数，字母和字母的指数不变.

3. 合并同类项的一般步骤

（1）找出同类项，当项数较多时，通常在同类项的下面做相同的标记；

（2）运用加法交换律、结合律将多项式中的同类项结合；

（3）利用合并同类项法则合并同类项；

（4）写出合并后的结果.（可能是单项式，也可能是多项式）

提分·必记

知识链接

1. 同类项的对象是单项式，而不是多项式，但可以是多项式中的单项式；
2. 判断两个单项式是否为同类项的关键就是看其是否满足同类项中的“两个相同”.

提分·秘诀

方法点拨

判断同类项，两个条件不能忘，字母要相同，指数要一样，常数项与常数项也是同类项.

提分·必记

特别解读

1. 合并同类项法则可简记为“一相加，两不变”. 其中，

“一相加”是指各同类项的系数相加；

“两不变”是指字母连同它的指数不变.

2. 合并同类项是将多项式中的两项或几项合并成一项，起到化简整式的目的.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考向▶利用合并同类项的法则合并同类项

例 2 合并下列各式的同类项：

（1）$x^2-3x-2+4x-1$；（2）$3a^2b-2ab+2+2ab-a^2b-5$.

解题秘方：合并同类项：将同类项的系数相加，字母和字母的指数不变.

解：（1）$x^2-3x-2+4x-1$ ←——— 找同类项

$=x^2+(-3x+4x)+(-2-1)$ ←—— 加法的交换律、结合律

$=x^2+(-3+4)x-3$ ←——— 合并同类项

$=x^2+x-3$.

（2）$3a^2b-2ab+2+2ab-a^2b-5$

$=(3a^2b-a^2b)+(-2ab+2ab)+(2-5)$

$=(3-1)a^2b+(-2+2)ab-3$

$=2a^2b-3$.


合并同类项

提分·秘诀

误区警示

1. 给同类项做标记时，要连同该项的符号一同标记上.
2. 合并同类项时，只能把同类项合并成一项，不是同类项的项不能合并，没有同类项的项，在每一步运算中都要写出，不能漏掉.
3. 系数互为相反数的同类项合并后结果为0，即该项没有了.

知识▶3 去括号与添括号法则

1. 去括号法则

（1）如果括号前面是“+”号，去括号时把括号连同它前面的“+”号去掉，括号内的各项都不改变符号.

（2）如果括号前面是“−”号，去括号时把括号连同它前面的“−”号去掉，括号内的各项都改变符号.

2. 添括号法则

（1）所添括号前面是“+”号，括到括号内的各项都不改变符号；

（2）所添括号前面是“−”号，括到括号内的各项都改变符号.

3. 去括号时的注意事项

（1）去括号时，要将括号连同它前面的符号一起去掉；

（2）在去括号时，首先要明确括号前的符号是“+”还是“−”；

（3）需要变号时，括号里的各项都变号；不需要变号时，括号里的各项都不变号.

提分·必记

特别解读

1. 去括号是式子的一种恒等变形，去括号时必须保证式子的值不变，即“形变而值不变”.
2. 去括号的依据是乘法分配律，去括号时，既要注意符号，又要注意各项系数的改变.

考向▶利用去括号法则进行计算

类型 1：去括号法则在去括号中的应用

例 3 化简：（1）$2(0.5-2x)$；（2）$-4\left(1-\frac{1}{2}x\right)$.

解题秘方：去括号时，先判断括号外的因数是正数还是负数，再根据去括号法则计算.

解：（1）$2(0.5-2x)=2\times0.5-2\times2x=1-4x$.

（2）$-4\left(1-\frac{1}{2}x\right)=-4\times1+(-4)\times\left(-\frac{1}{2}x\right)=-4+2x$.

提分·秘诀

方法点拨

当括号前是一个非“±”的因数时，去括号可以先用括号前面的数字因数与括号内的每一项相乘，然后再把所得的积相加.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 2：利用添括号法则填空

例 4 在括号内填入适当的项.

（1）$x^2-x+1=x^2-$（　　）；

（2）$2x^2-3x-1=2x^2+$（　　）；

（3）$(a-b)-(c-d)=a-$（　　）.

解题秘方：紧扣添括号法则，找准添括号的项，确定括号内的各项.

解：（1）（2）添括号时，根据所添括号前的符号是“+”号还是“−”号，确定括到括号里的各项是变号还是不变号；（3）先去括号，再根据添括号法则解答.

答案：（1）$x-1$　（2）$-3x-1$　（3）$b+c-d$

方法点拨

1. 与去括号法则的过程正好相反，是乘法分配律的逆用.
2. 可用去括号检验添括号是否正确.

类型 3：去括号法则在合并同类项中的应用

例 5 去括号，并合并同类项.

（1）$x-(2x-2)$；（2）$-3(2a-3b)-5a+b$；

（3）$\left(x+\frac{1}{2}\right)-2\left(3x-\frac{2}{3}\right)$.

解题秘方：先利用去括号法则去括号，然后再合并同类项.

解：（1）$x-(2x-2)=x-2x+2=-x+2$.

（2）$-3(2a-3b)-5a+b=-6a+9b-5a+b=-11a+10b$.

（3）$\left(x+\frac{1}{2}\right)-2\left(3x-\frac{2}{3}\right)=x+\frac{1}{2}-6x+\frac{4}{3}=-5x+\frac{11}{6}$.

方法点拨

去括号的方法：

去括号时要看清括号前面的符号，注意：括号前面是“−”号，去括号后，原括号里各项的符号都要改变，千万不能只改变第一项的符号而忘记改变其余各项的符号，避免出错的最好办法是运用分配律去括号.

类型 4：去括号法则在进行化简求值中的应用

例 6 先化简，再求值：

（1）$-(4k^3-k^2+5)+(5k^2-k^3-4)$，其中 $k=-2$；

（2）$\left(mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}mn+1\right)$，其中 $m=\frac{2}{3}$，$n=\frac{3}{4}$.

解题秘方：解本题首先要将所求式子去括号并合并同类项，然后再代入求值.

解：（1）$-(4k^3-k^2+5)+(5k^2-k^3-4)$

$=-4k^3+k^2-5+5k^2-k^3-4$

$=-5k^3+6k^2-9$.

当 $k=-2$ 时，原式 $=-5\times(-2)^3+6\times(-2)^2-9=40+24-9=55$.

（2）$\left(mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}mn+1\right)=mn-\frac{2}{3}m-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}mn-1=\frac{3}{2}mn-\frac{7}{6}m-\frac{5}{3}$.

当 $m=\frac{2}{3}$，$n=\frac{3}{4}$ 时，原式 $=\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}-\frac{7}{6}\times\frac{2}{3}-\frac{5}{3}=-\frac{61}{36}$.

方法点拨

整式化简的步骤：

一步是去括号；

另一步是合并同类项.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点知识▶4 整式的加减

1. 整式加减的运算法则

一般地，几个整式相加减，如果有括号就先去括号，然后再合并同类项.

2. 整式的化简求值的步骤

一化：利用整式加减的运算法则将整式化简.

二代：把已知字母或某个整式的值代入化简后的式子.

三计算：依据有理数的运算法则进行计算.

3. 升降幂排列

我们常常把一个多项式各项的位置按照其中某一字母指数的大小顺序来排列. 若按某个字母的指数从大到小的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母的降幂排列. 若按某个字母的指数从小到大的顺序排列，叫做这个多项式按这个字母的升幂排列.

提分·必记

特别解读

- 整式加减的结果要最简：
  (1) 不能有同类项；
  (2) 含字母项的系数不能出现带分数，带分数要化成假分数；
  (3) 一般不含括号.
- 整式加减的结果如果是多项式，一般按照某一字母的升幂或降幂排列.

拔考向▶利用去括号和合并同类项进行整式化简

类型 1：整式的加减在指定的整式加减运算式子中的应用

例 7 已知 $A=3x^2y+3xy^2+y^4$，$B=-8xy^2-2x^2y-2y^4$.

求：(1) $A-B$；(2) $A+\frac{1}{2}B$.

解题秘方： 将已知的多项式代入要求的式子中，然后去括号、合并同类项.

解： (1) $A-B=(3x^2y+3xy^2+y^4)-(-8xy^2-2x^2y-2y^4)$

$=3x^2y+3xy^2+y^4+8xy^2+2x^2y+2y^4$

$=5x^2y+11xy^2+3y^4$.

(2) $A+\frac{1}{2}B=(3x^2y+3xy^2+y^4)+\frac{1}{2}(-8xy^2-2x^2y-2y^4)$

$=3x^2y+3xy^2+y^4-4xy^2-x^2y-y^4$

$=2x^2y-xy^2$.

提分·秘诀

方法点拨

解题步骤：

1. 将已知的多项式代入要求的式子中，特别要注意代入时将每个多项式用括号括起来；
2. 去括号；
3. 找同类项；
4. 合并同类项.

类型 2：整式的加减在求值说理中的应用

例 8 有一道题："先化简，再求值：$17x^2-(8x^2+5x)-(3x^2+x-3)+(-5x^2+6x-1)-3$，其中 $x=-2\,022$." 小明做题时把 "$x=-2\,022$" 错抄成了 "$x=2\,022$"，但他计算的结果却是正确的，请你说明这是什么原因.

解题秘方： 将多项式进行化简后，再根据化简结果说明原因.

解： $17x^2-(8x^2+5x)-(3x^2+x-3)+(-5x^2+6x-1)-3$

$=17x^2-8x^2-5x-3x^2-x+3-5x^2+6x-1-3$

$=(17-8-3-5)x^2+(-5-1+6)x+(3-1-3)$

$=x^2-1$.

因为当 $x=-2\,022$ 和 $x=2\,022$ 时，x^2-1 的值相等，所以小明将 $x=-2\,022$ 错抄成 $x=2\,022$，计算的结果却是正确的.

方法点拨

若代入求值时，代入的是相反数结果仍然正确，则说明该字母的次数是偶数；若不管代入什么数结果都正确，则说明化简后不含此字母.

关注微信公众号 "教辅资料站" 获取更多学习资料

类型 3：整式的加减在解实际问题中的应用

例 9 某小区有一块长为 40 m、宽为 30 m 的长方形空地，现要美化这块空地，在上面修建如图 2.2-1 的十字形花圃，在花圃内种花，其余部分种草．

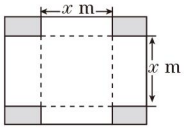


图 2.2-1

（1）求花圃的面积；

（2）若建造花圃及种花的费用为每平方米 100 元，种草的费用为每平方米 50 元，则美化这块空地共需多少元？

解题秘方：（1）花圃面积应是两个宽为 x m 的空白长方形的面积和减去中间重合部分的正方形的面积；（2）总费用等于建造花圃及种花的费用与种草的费用之和．

解：（1）花圃的面积为 $40x+30x-x^2=(70x-x^2)\ \text{m}^2$.

（2）美化这块空地共需 $100(70x-x^2)+50[30\times40-(70x-x^2)]=7\,000x-100x^2+60\,000-3\,500x+50x^2=(-50x^2+3\,500x+60\,000)$ 元．

方法点拨

在一些复杂的实际问题中，列出的整式也很复杂，需要对整式进行化简，才能求出简易的结果．

点方法·拨技巧 提高分

拔尖角度 1 利用逆向思维解求字母值问题

挑战·高分

例 10 （1）已知关于 x，y 的单项式 $ax^{n-2}y$ 与 $2x^3y^{m+2}$ 的和等于 0，求 $a+m+n$ 的值．

（2）已知关于 a 的多项式 $-3a^3-2ma^2+5a+3$ 与 $8a^2-3a+5$ 相加后，不含二次项，求 m 的值．

解题秘方：根据合并同类项后的结果的特征求出相关字母的值．

解：（1）根据题意得 $n-2=3$，$m+2=1$，$a=-2$，

所以 $m=-1$，$n=5$，$a=-2$，所以 $a+m+n=-2+(-1)+5=2$.

（2）$(-3a^3-2ma^2+5a+3)+(8a^2-3a+5)$

$=-3a^3-2ma^2+5a+3+8a^2-3a+5$

$=-3a^3+(8-2m)a^2+2a+8$.

因为不含二次项，所以 $8-2m=0$，所以 $m=4$.

特别提醒

两个单项式之和为0，说明两层意义：

一是说明两个单项式是同类项，

二是说明两个单项式的系数互为相反数．

若两个多项式相加后不含某项，则说明某项合并后系数为0．

拔尖角度 2 利用因数法解数字中整除问题

挑战·高分

例 11 设 a 表示一个两位数，b 表示一个三位数，把 a 放在 b 的左边，组成一个五位数 x，把 b 放在 a 的左边，组成一个五位数 y，试问 9 能否整除 $x-y$？请说明理由．

解题秘方：若 $x-y$ 可变形为 9 和某个整数相乘的形式，则 $x-y$ 能被 9 整除．

解：9 能整除 $x-y$. 理由：依题意，可知 $x=1\,000a+b$，$y=100b+a$，

所以 $x-y=(1\,000a+b)-(100b+a)=999a-99b=9(111a-11b)$.

因为 a，b 都是整数，所以 $111a-11b$ 是整数，

所以 $9(111a-11b)$ 是 9 的整数倍，即 9 能整除 $x-y$.

方法点拨

判断一个多项式是否能被一个数整除的方法：

关键是看这个多项式是否能化为这个数和某个多项式（多项式的值为整数）乘积的形式．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

拔尖角度 3 利用判断正负法解与数轴、绝对值有关化简问题

例 12 已知有理数 a，b 对应的点在数轴上的位置如图 2.2-2，化简 $|2-3b|-2|2+b|+|a-2|-|3b-2a|$.

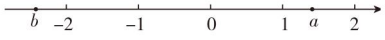


图 2.2-2

解题秘方： 通过数轴确定 a，b 的取值范围，从而确定绝对值符号内式子的符号，再通过绝对值的性质化简.

解： 观察数轴可知，$1 < a < 2$，$b < -2$，

所以 $2-3b > 0$，$2+b < 0$，$a-2 < 0$，$3b-2a < 0$.

所以 $|2-3b|-2|2+b|+|a-2|-|3b-2a|$

$=(2-3b)-2[-(2+b)]+[-(a-2)]-[-(3b-2a)]$

$=2-3b-2(-2-b)+(-a+2)-(-3b+2a)$

$=2-3b+4+2b-a+2+3b-2a$

$=-3a+2b+8$.

挑战·高分

方法点拨

1. 去绝对值符号关键是判断绝对值符号内式子的正负性，判断的理由主要是有理数的运算法则.
2. **化简含有绝对值式子的关键步骤：**
   （1）去绝对值符号；
   （2）去括号；
   （3）合并同类项.

点中考·拨模拟 得满分

中考探秘

本节是中考的必考内容，主要考查同类项的概念、去括号、合并同类项、整式的加减. 多以选择题、填空题的形式出现. 有时也以化简求值的形式出现或与以后学习的整式乘除等知识结合，综合考查学生的运算能力.

三年中考兵法

冲刺·满分

考法 1 利用整式的相关概念求字母的值

例 13 [中考·淄博]若单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，则 n^m 的值是（　　）

A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 9

试题评析： 本题考查了合并同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项中的两个相同.

解： 因为单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 的和仍是单项式，

所以单项式 $a^{m-1}b^2$ 与 $\frac{1}{2}a^2b^n$ 是同类项，

所以 $m-1=2$，$n=2$，所以 $m=3$，$n=2$，所以 $n^m=8$.

答案： C

解法提醒

两个单项式的和是单项式，说明这两个单项式是同类项，根据同类项的定义可以求出指数中字母的值. 而利用此字母的值又可以求出含此字母的整式的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

考法 2 利用整式的加减求整式的值

例 14 [中考·无锡] 若 $a-b=2$，$b-c=-3$，则 $a-c$ 等于（　　）

A. 1　　B. −1　　C. 5　　D. −5

试题评析： 此题考查了整式的加减，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

解： 因为 $a-b=2$，$b-c=-3$，

所以 $a-c=(a-b)+(b-c)=2-3=-1$.

答案： B

另解

因为 $a-b=2$，

所以 $a=b+2$.

又因为 $b-c=-3$，

所以 $c=b+3$.

所以 $a-c=(b+2)-(b+3)=-1$.

考法 3 利用整式的化简求值求未知系数

例 15 [中考·河北] 嘉淇准备完成题目：化简：$(\square x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$. 发现系数“□”印刷不清楚.

（1）他把“□”猜成 3，请你化简：$(3x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)$；

（2）他妈妈说：“你猜错了，我看到该题标准答案的结果是常数.”通过计算说明原题中“□”是几？

试题评析： 本题主要考查整式的加减，解题的关键是掌握去括号、合并同类项法则.

解： （1）$(3x^2+6x+8)-(6x+5x^2+2)=3x^2+6x+8-6x-5x^2-2=-2x^2+6$；

（2）设“□”是 a，则原式 $=ax^2+6x+8-6x-5x^2-2=(a-5)x^2+6$，

因为标准答案的结果是常数，

所以 $a-5=0$，解得 $a=5$.

思路点拨

- 原式去括号、合并同类项即可；
- 设“□”是 a，将 a 看成常数，去括号、合并同类项后根据结果为常数知二次项系数为 0，据此得出 a 的值.

两年模拟兵法

☞ 答案见 261 页

1. [中考·济宁] 单项式 $9x^my^3$ 与单项式 $4x^2y^n$ 是同类项，则 $m+n$ 的值是（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

2. 下列去括号错误的是（　　）

A. $2x^2-(x-3y)=2x^2-x+3y$

B. $\frac{1}{3}x^2+(3y^2-2xy)=\frac{1}{3}x^2-3y^2+2xy$

C. $a^2+(-a+1)=a^2-a+1$

D. $-(b-2a)-(-a^2+b^2)=-b+2a+a^2-b^2$

3. 已知一个多项式与 $3x^2+9x$ 的和等于 $3x^2+4x-1$，则这个多项式是（　　）

A. $-5x-1$　　B. $5x+1$

C. $-13x-1$　　D. $13x+1$

4. 两个 5 次多项式相加，结果一定是（　　）

A. 5 次多项式　　B. 10 次多项式

C. 不超过 5 次的整式　　D. 无法确定

5. 当 $x=1$ 时，式子 $\frac{1}{2}ax^3-3bx+4$ 的值是 7，则当 $x=-1$ 时，这个式子的值是（　　）

A. 7　　B. 3　　C. 1　　D. −7

6. [中考·丽水] 已知 $a^2+a=1$，则式子 $3-a-a^2$ 的值为_____.

7. 某三角形的第一条边长是 $3m+2n$，第二条边长比第一条边长短 m，第三条边长是 $m+4n$，则该三角形的周长是_____.

8. 若多项式 $3x^3-2x^2+3x+1$ 与多项式 x^2-2mx^3+2x+3 的和为二次三项式，则 $m=$_____.

9. 若 $a<0$，则 $|1-a|+|2a-1|+|a-3|=$_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 先化简，再求值：$5x^2y-3xy^2-7\left(x^2y-\frac{2}{7}xy^2\right)$，其中 $x=2$，$y=-1$.

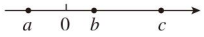
11. 已知 $A=2x^2-3x^2y-2xy^2$，$B=x^2-2xy^2+y^3$，$C=-x^2+3x^2y-y^3$.

（1）计算：①$A+B-C$；②$A-B+C$. 试判断①与②中，哪一个的运算结果与 x 的取值无关；

（2）在（1）中的运算结果中任选一个，求当 $x=-1$，$y=-\frac{1}{2}$ 时它的值.

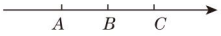
12. 王明在计算一个多项式减去 $2b^2+b-5$ 的差时，因一时疏忽忘了把两个多项式用括号括起来，结果得到的差是 b^2+3b-1. 试求出这个多项式并算出正确的结果.

13. 有理数 a，b，c 对应的点在数轴上的位置如图，化简：$|a-c|-|b|-|b-a|+|b+a|$.



（第 13 题）

14. 已知数轴上有 A，B，C 三点，位置如图，A，B，C 表示的数分别为 x，2，y. 若 $BA=BC$，求 $4x+4y+30$ 的值.



（第 14 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

归纳法在探究规律中的应用

荣老师告诉你 规律探究问题也是归纳猜想型问题，其特点是用式子表示数量关系及所反映的规律，给出一组具有某种特定关系的数、式、图形，或给出与图形有关的操作变化过程，或某一具体的问题情境，要求通过观察分析推理，探究其中蕴含的规律，进而归纳或猜想出一般性的结论，它体现了“从特殊到一般”的数学思想方法．主要有“数式规律”“计算规律”“图形规律”与“动态规律”等类型．

应用一 ▶ 数式规律探究

通常给定一些数或式子，然后猜想其中蕴含的规律，反映了由特殊到一般的数学方法．一般解法是先写出数式的基本结构，然后通过横比（比较同一个等式中不同部分的数量关系）或纵比（比较不同等式间相同位置的数量关系）找出各部分的特征，改写成要求的格式．

类型 1: 数的运算规律

例 1 探索规律：$3^1=3$，$3^2=9$，$3^3=27$，$3^4=81$，$3^5=243$，$3^6=729$，…，那么，$3^{2\,021}$ 的个位数字是_____.

解：这类问题，主要是通过观察个位数字的规律，找出哪几个数字为一组进行循环，然后用指数除以循环组内数字的个数，结果余几，就和循环组内的第几个数字相同，易得出本题的结果为 3.

答案：3

方法点拨：本例题采用了观察法，找规律的题目，一般会涉及一个或者几个变化的量，所谓找规律，多数情况下，是指变量的变化规律，所以，抓住了变量，就等于抓住了解决问题的关键，而这些变量通常按照一定的顺序给出，揭示的规律常常包含事物的顺序与变量的关系．

类型 2: 数的排列规律

例 2 观察下列各数：0，3，8，15，24，…，按此规律写出第 100 个数是_____，第 n 个数是_____.

解题秘方：解答本题，可以先找出一般规律，然后使用这个规律计算出第 100 个数，最后写出第 n 个数．

解：给出的数：0，3，8，15，24，…

序列号：1，2，3，4，5，…

容易发现，已知数的每一项，都等于它的序列号的平方减 1. 因此，第 100 个数是 $100^2-1=9\,999$，第 n 个数是 n^2-1.

答案：$9\,999$；n^2-1

方法点拨：本题采用标序列号的方法，在解决数的排列规律题目时，通常按照一定的顺序给出一系列量，然后对应标出序列号，把变量和序列号放在一起加以比较，就很容易发现其中的奥秘．

同类变式 ☞ 答案见 262 页

2. 下面是某一个月的月历．

星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

观察并回答下列问题：

（1）横排相邻的两个日期的关系是什么？

（2）竖排相邻的两个日期的关系是什么？

（3）从左上到右下的对角线上相邻的两个日期的关系是什么？

（4）从右上到左下的对角线上相邻的两个日期的关系是什么？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

类型 3: 式子的排列规律

例 3 观察下列等式：① $1\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$，② $2\times\frac{2}{3}=2-\frac{2}{3}$，③ $3\times\frac{3}{4}=3-\frac{3}{4}$，④ $4\times\frac{4}{5}=4-\frac{4}{5}$，….猜想第 n 个等式为_____.（用含 n 的式子表示）

解：将等式竖排：

① $1\times\frac{1}{2}=1-\frac{1}{2}$;

② $2\times\frac{2}{3}=2-\frac{2}{3}$;

③ $3\times\frac{3}{4}=3-\frac{3}{4}$;

④ $4\times\frac{4}{5}=4-\frac{4}{5}$;

….

观察相应位置上变化的数字与序号的对应关系，易得出结果为：$n\cdot\frac{n}{n+1}=n-\frac{n}{n+1}$.

答案：$n\cdot\frac{n}{n+1}=n-\frac{n}{n+1}$

应用二 ▶ 图形规律探究

由结构类似，多少和位置不同的几何图形组成的图案的图形的个数之间也有一定的规律可循，并且还可以用一个通用的式子来表示. 这类题的解决思路有两种：一种是数图形，将图形规律转化为数字规律，然后用观察法解决；另一种是通过图形的直观性，从图形中直接寻找规律，常用“拆图法”解决.

例 4 如图 2-1，由若干火柴棒摆成的正方形，第 1 个图用了 4 根火柴棒，第 2 个图用了 7 根火柴棒，第 3 个图用了 10 根火柴棒，依次类推，第 10 个图用了_____根火柴棒，摆第 n 个图时，要用_____根火柴棒.

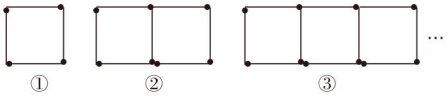
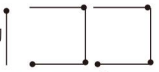
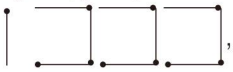


图 2-1

解：本例中①可拆为，即 $1+3=4$（根）；

②可拆为，即 $1+3\times2=7$（根）；

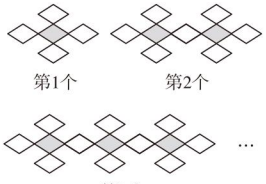
③可拆为，即 $1+3\times3=10$（根）. 由此可知，第 10 个图用 $1+3\times10=31$（根）火柴棒，第 n 个图用（$3n+1$）根火柴棒.

答案：31；（$3n+1$）

方法点拨：本题采用拆图法，探索发现有关图形所具有的规律性或不变性的问题，往往给出一组变化了的图形或条件，通过拆图，观察、分析、猜想出图形的相同点或不同点，找出图形之间的变化规律.

同类变式 ☞答案见 262 页

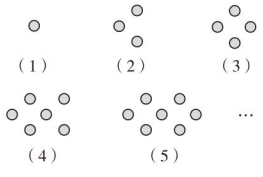
4-1. 如图，用黑白两种颜色的菱形纸片，按黑色纸片数逐渐增加 1 的规律拼成下列图案，若第 n 个图案中有 2 023 个白色纸片，则 n 的值为（　　）



（第 4-1 题）

A. 673　　B. 674　　C. 675　　D. 676

4-2. [**中考·益阳**] 小李用围棋子排成下列一组有规律的图案，其中第 1 个图案有 1 枚棋子，第 2 个图案有 3 枚棋子，第 3 个图案有 4 枚棋子，第 4 个图案有 6 枚棋子，…，那么第 9 个图案的棋子数是_____枚.



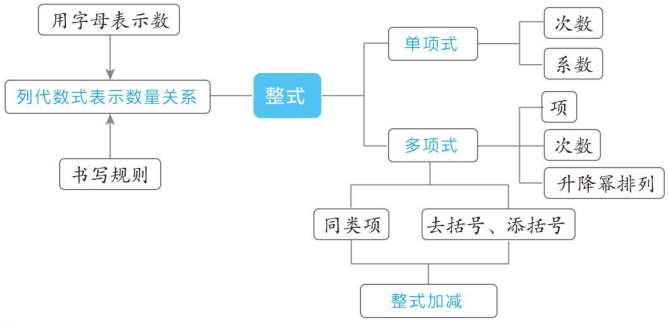
（第 4-2 题）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

章末核心知识分类整合

核心结构专题

结构必知



核心必读

1. 整式是单项式和多项式的统称.
2. 单项式中的数字因数是单项式的系数，单项式中所有字母的指数的和是单项式的次数.
3. 多项式是几个单项式的和，每个单项式是多项式的项，次数最高项的次数是多项式的次数.
4. 所含字母相同，并且相同字母的指数也相同的项是同类项，合并同类项的法则是将系数相加，字母及字母的指数不变.
5. **整式的加减主要有两步：**

   第一步是去括号，注意括号前的符号及变号法则；

   第二步是合并同类项.

知识方法专题

知识必学

专题一 用字母表示数

链接中考» 用字母表示数是从数到式的一个飞跃，它是解决很多问题的基础，一般从从实际问题中列式子和从几何图形中列式子两种形式考查，选择题居多.

例1 [中考·吉林]购买1个单价为a元的面包和3瓶单价为b元的饮料，所需钱数为(　　)

A.$(a+b)$元　　B.$3(a+b)$元

C.$(3a+b)$元　　D.$(a+3b)$元

解题秘方：所需费用=1个面包的费用+3瓶饮料的费用.

解：购买1个单价为a元的面包所需费用为a元，购买3瓶单价为b元的饮料所需费用为$3b$元，则共需费用$(a+3b)$元.

答案：D

方法点拨：解此类问题的关键是把实际问题转化为数学问题，用数学语言来表示题中各量之间的关系.

例2 [中考·安顺]如图2-1是一组有规律的图案，第1个图案由4个基础图形组成，第2个图案由7个基础图形组成，…，第n(n是正整数)个图案中的基础图形的个数为_____.(用含n的式子表示)

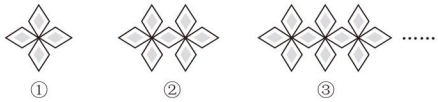


图2-1

解题秘方：认真观察图形，确定图形变化规律：从第二个图案开始，每个图案都比前一个图案多3

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

个基础图形，用含 n 的式子表示此规律．

解：第 1 个图案由 4 个基础图形组成，第 2 个图案由 7 个基础图形组成，以后每个图案都比前一个图案多 3 个基础图形，所以第 n（n 是正整数）个图案中的基础图形的个数为 $3n+1$.

答案：$3n+1$

方法点拨：解决规律探索题注意以下两点

（1）**探索规律的关键**：注意观察已知的对应数值（或图形）的变化规律，从中发现数量关系（或图形的变化规律），即得到规律．

（2）**探索规律的步骤**：①从具体的题目出发，用列表或列举的方式，把各数量或图形的变化特点展现出来；②认真观察，合理联想，大胆猜测，总结归纳，得出数字或图形间的变化规律，形成结论；③由此及彼验证结论的正误．

专题二 整式的相关概念

链接中考» 整式的相关概念中，主要考查单项式的系数与次数、多项式的项和次数几个重要的概念，考查时多以选择题的形式出现．

例 3 ［中考·通辽］下列说法中，正确的是（　　）

A. $-\frac{3}{4}x^2$ 的系数是 $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{2}\pi a^2$ 的系数是 $\frac{3}{2}$

C. $3ab^2$ 的系数是 $3a$

D. $\frac{2}{5}xy^2$ 的系数是 $\frac{2}{5}$

解题秘方：单项式的系数是单项式中的数字因数，找出每个单项式中的数字因数即可．

解：选项 A 中的系数是 $-\frac{3}{4}$，选项 B 中的系数是 $\frac{3}{2}\pi$，选项 C 中的系数是 3，选项 D 正确．

答案：D

方法点拨：（1）单项式的系数包括前面的符号．例如，$-5xy^2$ 的系数是 -5，而不是 5.

（2）系数没有写出来的单项式的系数是 1 或 -1，当单项式的系数是 1 或 -1 时，“1”省略不写．

（3）希腊字母 π 是一个特殊字母，它表示一个确定的常数（圆周率），如果一个单项式里含有 π，要把它看成系数中的一部分．

专题三 求整式的值

链接中考» 整式加减是求整式的值的基础．求整式的值，就是将字母的值代入整式，然后按照运算法则计算即可．在中考中，一般以填空、选择题的形式出现，但在本章考查时，有时以解答题的形式出现．

例 4 ［中考·漳州］在数学活动课上，同学们利用图 2-2 中的程序进行计算，发现无论 x 取任何正整数，结果都会进入循环，下面选项一定不是该循环的是（　　）

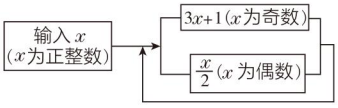


图 2-2

A. 4，2，1　　B. 2，1，4

C. 1，4，2　　D. 2，4，1

解题秘方：根据运算程序进行计算，逐项代入验证．

解：若最初输入的数是 4，因为 $x=4$ 是偶数，所以对应的值是 $\frac{x}{2}=2$；而 $x=2$ 是偶数，则对应的值是 $\frac{x}{2}=1$；而 $x=1$ 是奇数，则对应的值是 $3x+1=4$，即以 4，2，1 为一个循环节进入循环；用上述方法可得：当最初输入的数是 2 时，将以 2，1，4 为一个循环节进入循环；当最初输入的数是 1 时，将以 1，4，2 为一个循环节进入循环．

答案：D

方法点拨：解决运算程序类问题，首先要根据运算程序进行计算，再根据计算的结果寻找规律，寻找规律时把变量和序列号放在一起加以比较，就比较容易发现其中的奥秘．

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

专题四 同类项

链接中考» 同类项是本章的核心知识点，它是整式加减的关键所在，对同类项概念的考查是中考常考的知识点，多以填空、选择题的形式考查.

例 5 如果单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项，那么 $(a-b)^{2021}$=_____.

解题秘方： 先用同类项的定义求出待定字母的值，再求式子的值.

解： 因为单项式 $-xy^{b+1}$ 与 $\frac{1}{2}x^{a-2}y^3$ 是同类项，所以 $a-2=1$，$b+1=3$，所以 $a=3$，$b=2$.

所以 $(a-b)^{2021}=(3-2)^{2021}=1^{2021}=1$.

答案： 1

方法点拨： 关于同类项的定义，理解时要把握两个“相同”：（1）所含字母相同；（2）相同字母的指数也相同. 运用时也要把握两点：（1）根据定义识别给出的单项式是不是同类项；（2）若是同类项，则它们所含字母相同，相同字母的指数也相同.

专题五 整式加减

链接中考» 整式的加减就是对单项式和多项式进行的加减运算，运用的主要知识就是去括号和合并同类项. 考查的形式主要以解答题为主.

例 6 老师在黑板上书写了一个正确的计算过程，随后用手掌捂住了一个二次三项式，如图 2-3：

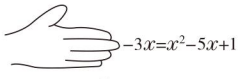


图 2-3

（1）求所捂的二次三项式；

（2）若 $x=-1$，求所捂二次三项式的值.

解题秘方： 根据被减式、减式、差的关系求被减式，然后化简并代入求值.

解：（1）$x^2-5x+1+3x=x^2-2x+1$，即所捂的二次三项式为 x^2-2x+1.

（2）若 $x=-1$，则 $x^2-2x+1=(-1)^2-2\times(-1)+1=4$.

方法点拨： 整式的化简求值的常用方法

（1）**化简代入法**，即把字母的取值表达式或所求的式子进行化简，然后再代入求值.

（2）**整体代入法**，即当单个字母的值不能或不用求出时，可把已知条件作为一个整体，代入到经过变形的待求的式子中去求值的一种方法. 通过整体代入，实现降次、归零、约分，快速求得其值.

（3）**赋值求值法**，即式子中的字母的取值由答题者自己确定，然后求出式子的值的一种方法. 这是一种开放型题目，答案不唯一，在赋值时，要注意取值范围.

（4）**倒数法**，即将已知条件或待求的式子进行倒数变形，从而求出式子的值的一种方法.

方法必会

专题六 整体代入法求式子的值

专题解读» 有些数学问题直接求解困难，甚至不能解出，可把要解决的问题看作一个整体，通过研究问题的整体形式、整体结构或做种种整体处理，达到顺利解决问题的目的. 整体思想作为重要的思想方法之一，在我们的解题过程中经常使用. 整体思想运用得当，能提高解题效率和能力，减少不必要的计算，从而直奔主题，因而在处理数与式的运算、方程、几何计算等方面有着广泛的应用. 比如求式子的值时，一般情况下，先对式子进行化简，再将字母的数值代入，但如果题目中的已知式与所求式的某一部分存在倍分关系，就可以把这一部分看作一个整体，再把要求值的式子变形后整体代入，这种求式子值的方法称为整体代入法.

例 7 [中考·十堰] 当 $x=1$ 时，$ax+b+1$ 的值为 -2，则 $(a+b-1)(1-a-b)$ 的值为（　　）

A. -16　　B. -8

C. 8　　D. 16

解题秘方： 通过观察可以发现，把 $x=1$ 代入 $ax+b+1=-2$，可以得到 $a+b$ 的值，然后运用整体思想即可求解.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

解：当$x=1$时，$ax+b+1=a+b+1=-2$，则$a+b=-3$.

所以$(a+b-1)(1-a-b)$

$=(-3-1)[1-(a+b)]$

$=-4\times[1-(-3)]$

$=-4\times4$

$=-16$.

答案：A

方法点拨：本题无法直接求出a，b的值，可将$a+b$看作一个整体，求出$a+b$的值，然后把要求值的式子转化为含有已知整体的形式，再代入求值.

专题七 数形结合思想

专题解读» 用数形结合思想解题时，注意把数和形结合起来，根据具体情形，把图形性质的问题转化为数量关系的问题，或者把数量关系的问题转化为图形性质的问题，使复杂问题简单化.

例8 有理数x，y在数轴上对应的点的位置如图2-4，试化简$|y-x|-3|y+1|-|x|$.

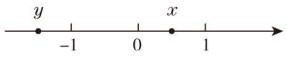


图2-4

解题秘方：依据x，y在数轴上对应的点的位置确定x，y的大小，在此基础上化简给出的式子.

解：根据数轴可知：$x>0$，$y<-1$，

所以$|y-x|=x-y$，$|y+1|=-1-y$，$|x|=x$.

所以$|y-x|-3|y+1|-|x|$

$=x-y+3+3y-x$

$=2y+3$.

方法点拨：本题运用了数形结合思想.解答此类题应先确定绝对值符号中式子的正负，再去绝对值符号.

好题必解 ☞答案见262页

题型1：整式的运算

1. 化简：$(2x^3-xyz)-2(x^3-y^3+xyz)+(xyz-2y^3)$.

2. 化简：$3(x-y)^2-4(x-y)+7(x-y)-6(x-y)^2$.

3. 已知$A=x^2-2x+1$，$B=2x^2-6x+3$.求：

(1) $A+2B$；(2) $2A-B$.

4. 某同学做一道数学题：“两个多项式A，B，$B=4x^2-5x-6$，试求$A-B$.”这位同学把“$A-B$”看成“$A+B$”，结果求出答案是$7x^2-10x-12$，那么$A-B$的正确答案是多少?

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

题型 2：化简求值

5. 先化简，再求值：

$\frac{1}{4}(-4x^2+2x-8)-\left(\frac{1}{2}x-1\right)$，其中 $x=\frac{1}{2}$.

6. 已知单项式 a^xb^3 与 $-2ab^y$ 是同类项，求 $2x-y+(2y^2-x^2)-(x^2+2y^2)$ 的值.

7. 已知 $a^2-a-4=0$，求 $4a^2-2(a^2-a+3)-(a^2-a-4)-4a$ 的值.

8. 多项式 $(a-2)m^2+(b+1)mn-m+n-7$ 是关于 m，n 的多项式，若该多项式不含二次项，求 $3a+2b$ 的值.

9. 当 $x=1$ 时，ax^3+bx+4 的值为 0，求当 $x=-1$ 时，ax^3+bx+4 的值.

10. 已知 $|m+n-2|+(mn+3)^2=0$，求 $2(m+n)-2[mn+(m+n)]-3[2(m+n)-3mn]$ 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

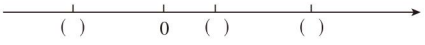
题型 3：整式与绝对值化简

11. 已知有理数 a，b，c 在数轴上对应的点的位置如图，试化简：$|a|-|a+b|+|c-a|+|b+c|$.



（第 11 题）

12. 已知有理数 $a<0$，$b>0$，$c>0$，且 $|b|<|a|<|c|$.



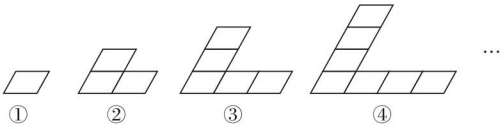
（第 12 题）

（1）如图，在数轴上将 a，b，c 三个数填在相应的括号中；

（2）化简：$|2a-b|+|b-c|-2|c-a|$.

题型 4：规律探索

13. 如图，第 1 个图形中一共有 1 个小平行四边形，第 2 个图形中一共有 3 个小平行四边形，第 3 个图形中一共有 5 个小平行四边形，…，则第 n 个图形中小平行四边形的个数是（　　）



（第 13 题）

A. $5n$　　B. n^2

C. n^2+n　　D. $2n-1$

14. 小明是个爱动脑筋的同学，在发现教材中用方框在月历中移动的规律后，突发奇想，将连续的偶数 2，4，6，8，…排成下表，并用一个十字框框住其中的五个数，请你仔细观察十字框中的数的规律，并回答下列问题：

2	4	6	8	10
12	14	16	18	20
22	24	26	28	30
32	34	36	38	40
……				

（第 14 题）

（1）十字框中的五个数的和与中间的数 16 有什么关系？

（2）设中间的数为 x，用式子表示十字框中的五个数的和；

（3）若将十字框上下左右移动，可框住另外的五个数，这五个数的和能等于 2 021 吗？如果能，写出这五个数；如果不能，说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第 2 章测试卷 ☞答案见 262 页

（100 分 60 分钟）

一、选择题（每题 4 分，共 32 分）

1. 计算 $3a-2a$ 的结果正确的是（　　）

A. 1　　B. a

C. $-a$　　D. $-5a$

2. 列式表示“比 m 的平方的 3 倍大 1 的数”是（　　）

A. $(3m)^2+1$　　B. $3m^2+1$

C. $3(m+1)^2$　　D. $(3m+1)^2$

3. 下列各组单项式中，不是同类项的是（　　）

A. $12a^3y$ 与 $\frac{2ya^3}{3}$　　B. $6a^2mb$ 与 $-a^2bm$

C. 23 与 32　　D. $\frac{1}{2}x^3y$ 与 $-\frac{1}{2}xy^3$

4. 下列运算：

（1）$-(-a-b)=a-b$；

（2）$5x-(2x-1)-x^2=5x-2x-1+x^2$；

（3）$3xy-\frac{1}{2}(xy-y^2)=3xy-\frac{1}{2}xy+y^2$；

（4）$(a^3+b^3)-3(2a^3-3b^3)=a^3+b^3-6a^3+9b^3$，

其中去括号不正确的是（　　）

A.（1）（2）

B.（1）（2）（3）

C.（2）（3）（4）

D.（1）（2）（3）（4）

5. 一个多项式 A 与多项式 $B=2x^2-3xy-y^2$ 的和是多项式 $C=x^2+xy+y^2$，则 A 等于（　　）

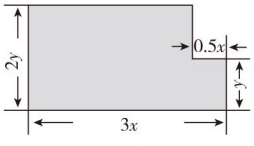
A. $x^2-4xy-2y^2$

B. $-x^2+4xy+2y^2$

C. $3x^2-2xy-2y^2$

D. $3x^2-2xy$

6. 如图，阴影部分的面积是（　　）



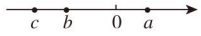
（第 6 题）

A. $\frac{11}{2}xy$　　B. $\frac{13}{2}xy$　　C. $6xy$　　D. $3xy$

7. 若 $2y^2+3y+7$ 的值为 8，则 $4y^2+6y-9$ 的值为（　　）

A. 2　　B. −17　　C. −7　　D. 7

8. 已知 a，b，c 是三个有理数，它们对应的点在数轴上的位置如图，则化简 $|a-b|+|c-a|-|b+c|+(c-a)$ 的结果是（　　）



（第 8 题）

A. $3a-c$　　B. $-2a+c$　　C. $a+c$　　D. $-2b-c$

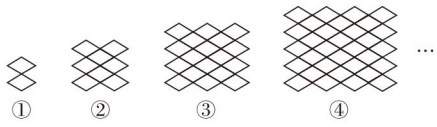
二、填空题（每题 4 分，共 16 分）

9. 多项式 $5x^2-7x^2y-6x^2y^2+6$ 是____次_____项式.

10. 若单项式 $2x^2y^m$ 与 $-3x^ny^3$ 能合并，则 $m+n=$_____.

11. 学校餐厅有 $10a$ 桶花生油，周一用去 $1.5a$ 桶，周二用去 $3.5a$ 桶，周三运进 $7a$ 桶，现在还有_____桶花生油.

12. 如图是由◇平移后得到的类似“中国结”的图案，按图中规律，第 20 个图案中，◇的个数是_____.



（第 12 题）

三、解答题（共 52 分）

13.（6 分）化简：

（1）$(5a-3a^2+1)-(4a^3-3a^2)$；

（2）$-2(ab-3a^2)-[2b^2-(5ab+a^2)+2ab]$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

14.（6 分）先化简，再求值：

$3(2x^2-3xy-5x-1)+6(-x^2+xy-1)$，其中 x，y 满足 $(x+2)^2+\left|y-\frac{2}{3}\right|=0$.

15.（8 分）已知多项式 $2x^2+my-12$ 与多项式 nx^2-3y+6 的差中不含有 x，y，求 $m+n+mn$ 的值.

16.（10 分）一位同学做一道题：已知两个多项式 A，B，计算 $2A+B$. 他误将“$2A+B$”写成“$A+2B$”，求得结果是 $9x^2-2x+5$. 已知 $B=x^2+3x-3$，求正确答案.

17.（10 分）老师让同学们想一个数，然后将这个数按以下步骤操作：



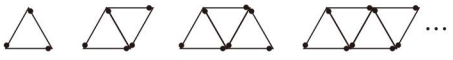
老师能立刻说出同学们想的那个数.

（1）如果小明想的数是 -1，那么他告诉老师的结果应该是_____；

（2）如果小聪想了一个数并告诉老师结果为 93，那么小聪想的那个数是_____；

（3）进行了多次尝试，老师都能立刻说出他们想的那个数，请你说出其中的奥妙.

18.（12 分）用火柴棒按如图方式搭三角形：



（第 18 题）

（1）填表：

三角形个数	1	2	3	4	…
火柴棒根数					…

（2）当三角形的个数为 n 时，火柴棒的根数是多少？

（3）当 $n=1\,000$ 时，火柴棒的根数是多少？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

参考答案及点拨

第1章 有理数

1.1 正数和负数

【两年模拟兵法】

1. A **2.** C **3.** C

4. B **点拨:** 因为 45 + 0.03 = 45.03(mm), 45 − 0.04 = 44.96(mm),所以零件直径的合格范围需满足44.96 mm≤零件的直径≤45.03 mm. 因为44.9 mm 不在该范围之内,所以不合格的是 B. 故选 B.

5. B

6. **解:** 正数集合: $\left\{1, 6, +3\frac{1}{4}, \frac{3}{100}, 2\,019, \cdots\right\}$;

负分数集合: $\left\{-8\frac{2}{3}, -2.25, -10\%, -0.01, \cdots\right\}$;

非负整数集合: {1,6,0,2 019,…}.

7. **解:** (1) +100; −2 019.

(2)正数和负数都有 1 010 个.

(3)2 021 不在这一列数中,理由:由这列数的特点可知,奇数个数是负数,则第 2 021 个数应该是 −2 021.

8. **解:** (1)27 + 2 + 2.5 − 1 = 30.5(元).

答: 每股是 30.5 元.

(2)27 + 2 + 2.5 = 31.5(元).

答: 本周最高收盘价是每股 31.5 元.

(3)本周四收盘时,每股 27 + 2 + 2.5 − 1 − 1.5 = 29(元),则共卖 29 × 1 000 = 29 000(元),盈利 29 000 − 27 × 1 000 = 2 000(元).

1.2 数轴、相反数和绝对值

【两年模拟兵法】

1. C **点拨:** 点 A 在原点的左侧,表示的数是负数,故排除 A. 点 A 距离原点不足 2 个单位长度,故排除 B. 点 A 更靠近表示 −2 的点,故选 C.

2. B **点拨:** 表示互为相反数(0 除外)的点,必须要满足在数轴上原点的左右两侧,从四个选项观察发现,只有 B 选项中的线段 AB 符合,其余选项中线段 AB 上的点都在原点的同侧,故选 B.

3. C

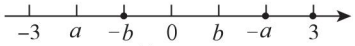
4. D **5.** A

6. D **点拨:** 点 A 可为表示 +2 或 −2 的点,若点 A 为表示 +2 的点,则满足条件的数为 5 或 −1;若点 A 为表示 −2 的点,则满足条件的数为 −5 或 1.

7. C **8.** −3.5; −10; 0 **9.** 3

10. **解:** 点 A 表示 −4,点 B 表示 1.5,点 C 表示 0,点 D 表示 −1.5,点 E 表示 4.

11. **解:** 如图.



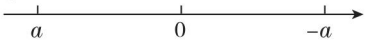
(第 11 题)

12. **解:** 由题意,得 $a = \pm 5$, $b = \pm 3$.

因为 $a < b$,

所以 $a = -5$, $b = -3$ 或 $b = 3$.

13. **解:** (1)如图.



(第 13 题)

(2) −10. (3)5 或 15.

1.3 有理数的大小

【两年模拟兵法】

1. A **2.** D **3.** A **4.** C

5. −3, −2, −1, 0 **点拨:** 非正整数包括负整数和 0,本题易漏掉 0.

6. (1) < (2) > (3) > (4) <

点拨: (1)根据负数小于 0 得, −0.01 < 0;

(2)因为 $\left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, $\left|-\frac{3}{4}\right| = \frac{3}{4}$,

而 $\frac{2}{4} < \frac{3}{4}$,所以 $-\frac{1}{2} > -\frac{3}{4}$;

(3)因为 $\left|-\frac{8}{9}\right| = \frac{8}{9} = \frac{80}{90}$, $\left|-\frac{9}{10}\right| = \frac{9}{10} = \frac{81}{90}$,

而 $\frac{80}{90} < \frac{81}{90}$,所以 $-\frac{8}{9} > -\frac{9}{10}$;

(4)分别化简,得 $-\left|-\frac{3}{2}\right| = -\frac{3}{2}$,

$-\left[+\left(-\frac{2}{3}\right)\right] = \frac{2}{3}$. 因为正数大于负数,所以 $-\left|-\frac{3}{2}\right| < -\left[+\left(-\frac{2}{3}\right)\right]$.

7. −5 ±2 **点拨:** 因为 $|x| = 5$, $|y| = 2$,所以 $x = \pm 5$, $y = \pm 2$. 又 $x < y$,故 $x = -5$, $y = \pm 2$.

8. **解:** 画数轴表示略,大小关系为:

$-4 < -2\frac{1}{2} < 0 < 4 < 4\frac{1}{2}$.

9. 由图可知 $-1 < a < 0$,所以 $a < -a < 1$, $a > \frac{1}{a}$ 且 $\frac{1}{a} < -1$, $-\frac{1}{a} > 1$,所以 $\frac{1}{a} < -1 < a < -a < 1 < -\frac{1}{a}$.

10. **解:** (1)1 号、3 号、4 号符合要求.

(2)因为 $|+0.018| < |-0.021| < |+0.031|$,

所以 3 号零件的质量最好.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.4 有理数的加减

【两年模拟兵法】

1. A **点拨:** 本题考查了有理数的加法运算,关键是掌握有理数的加法法则.

2. D **3.** B **4.** C **5.** −1 011

6. **解:** (1) $-12+5=-(12-5)=-7$.

(2) $-2.5+(-3.5)=-(2.5+3.5)=-6$.

(3) $3\frac{1}{5}+\left(-2\frac{2}{5}\right)=3\frac{1}{5}-2\frac{2}{5}=\frac{4}{5}$.

(4) $-3.75+\left(-2\frac{1}{4}\right)=-\left(3\frac{3}{4}+2\frac{1}{4}\right)=-6$.

7. **解:** (1) 原式 $=(24+7)+(-15-20)=31+(-35)=-4$.

(2) 原式 $=[18+(-18)]+[(-12)+12]=0$.

(3) 原式 $=\left(1\frac{3}{7}+2\frac{4}{7}\right)+\left[\left(-2\frac{1}{3}\right)+\left(-1\frac{2}{3}\right)\right]=4+(-4)=0$.

(4) 原式 $=(0.36+0.14+0.5)+(-7.4-0.6)=1+(-8)=-7$.

8. **解:** (1) 原式 $=\left[(-4)+\left(-\frac{1}{2}\right)\right]+\left[2\frac{2}{3}+\left(-3\frac{2}{3}\right)\right]$

$=\left(-4\frac{1}{2}\right)+(-1)$

$=-5\frac{1}{2}$.

(2) 原式 $=-5.5+3.2+2.5+4.8$

$=(-5.5+2.5)+(3.2+4.8)$

$=-3+8$

$=5$.

9. **解:** $1.2+(-0.4)+1+0+(-1.1)+(-0.5)+0.3+0.5+(-0.6)+(-0.9)=-0.5$(千克),

所以这 10 袋大米总计不足 0.5 千克.

这 10 袋大米的总质量是 $50\times10+(-0.5)=499.5$(千克).

10. **解:** 正数:(1) a;(3) $-c$;(7) $a-b$.

负数:(2) b;(4) $a+b$;(5) $a+c$;(6) $b+c$.

11. **解:** 点 D. 理由:若点 C 为原点,则 A 表示 1,B 表示 6,则 $2b+a=13$;若点 A 为原点,则 A 表示 0,B 表示 5,则 $2b+a=10$;若点 D 为原点,则 A 表示 −2,B 表示 3,则 $2b+a=4$;若点 B 为原点,则 A 表示 −5,B 表示 0,则 $2b+a=-5$. 故点 D 为原点.

1.5 有理数的乘除

【两年模拟兵法】

1. C **2.** D **3.** A **4.** C

5. D **点拨:** 因为 $|x|$ 作分母,所以 $x\neq0$.

①当 $x>0$ 时,$|x|=x$,则 $\frac{x+|x|}{|x|}=\frac{x+x}{x}=2$;

②当 $x<0$ 时,$|x|=-x$,则 $\frac{x+|x|}{|x|}=\frac{x-x}{-x}=\frac{0}{-x}=0$. 综上可知,原式的值为 2 或 0,因此选 D.

6. ±1 **点拨:** 因为 $|m|=3$,$|n|=2$,所以 $m=\pm3$,$n=\pm2$. 又因为 $\frac{m}{n}<0$,所以 m 与 n 异号,所以 $m=3$,$n=-2$ 或 $m=-3$,$n=2$. 当 $m=3$,$n=-2$ 时,$m+n=1$;当 $m=-3$,$n=2$ 时,$m+n=-1$,所以答案为 ±1.

7. 4 **点拨:** 由 $x_1=-\frac{1}{3}$ 得 $x_2=\frac{1}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{3}{4}$,可得 $x_3=\frac{1}{1-\frac{3}{4}}=4$,$x_4=\frac{1}{1-4}=-\frac{1}{3}$,…,

可以发现从 x_1 开始,每 3 个循环一次,因为 $2\,022=674\times3$,所以 $x_{2\,022}$ 与 x_3 的值相同,即 $x_{2\,022}=4$.

8. −106 **点拨:** 设田字格中四个区域的数分别为 A,B,C,D,如图. 由题图中前两个田字格可发现,A,B,D 都为负数,观察 A,B,C 可得,这三个数的绝对值是三个连续的奇数,而 D 是 A,B 两数的和与 C 的积,所以 $a=-7$,$b=9$,$c=[-5+(-7)]\times9=-108$,所以 $a+b+c=-7+9+(-108)=-106$.

A	B
C	D

(第 8 题)

9. **解:** (1) 原式 $=2\times3\times4\times1=24$.

(2) 原式 $=-5\times5\times5\times2=-250$.

(3) 原式 $=-\frac{3}{7}\times\frac{4}{5}\times\frac{7}{12}=-\frac{1}{5}$.

(4) 原式 $=0$.

10. **解:** (1) 原式 $=\frac{5}{11}\times\frac{8}{13}\times\frac{11}{5}\times\frac{3}{4}=\left(\frac{5}{11}\times\frac{11}{5}\right)\times\left(\frac{8}{13}\times\frac{3}{4}\right)=\frac{6}{13}$.

(2) 原式 $=5\times\left(-7\frac{1}{3}\right)+7\times\left(-7\frac{1}{3}\right)-12\times\left(-7\frac{1}{3}\right)=(5+7-12)\times\left(-7\frac{1}{3}\right)=0$.

(3) 原式 $=\left[\frac{1}{16}+(-70)\right]\times(-8)=\frac{1}{16}\times(-8)+(-70)\times(-8)=-\frac{1}{2}+560=559\frac{1}{2}$.

11. **解:** (1) 原式 $=-5\times\frac{7}{9}\times\frac{4}{5}\times\frac{9}{4}\times\frac{1}{7}=-1$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)原式 $=-\frac{10}{3}\times\left(-\frac{8}{35}\right)+\frac{2}{27}\times\frac{9}{7}-\frac{2}{3}$

$=\frac{16}{21}+\frac{2}{21}-\frac{14}{21}$

$=\frac{4}{21}$.

12. 解:(1)抽取所写的数为 -3, -5, $+\frac{1}{4}$ 的 3 张卡片,最大值为 $(-3)\times(-5)\div\left(+\frac{1}{4}\right)=60$.

(2)抽取所写的数为 -5, $+\frac{1}{4}$, $+3$ 的 3 张卡片,最小值为 $(-5)\div\left(+\frac{1}{4}\right)\times(+3)=-60$.

1.6 有理数的乘方

【两年模拟兵法】

1. C **点拨**:①中 $3^2=3\times3$,④中 $-2^4=-(-2)^4$,⑤中 $(3+2)^2=5^2=25$, $3^2+2^2=13$. 故①④⑤中的等式不成立,②③⑥中的等式成立,所以选 C.

2. B

3. C **点拨**:110 000 元 $=1.1\times10^5$ 元.

4. B **5.** A **6.** B

7. $c<a<b$ **点拨**:$a=-2\times9=-18$, $b=(-6)^2=36$, $c=-6^2=-36$.

8. 7

9. 解:(1)$3.5\times10^6=3\ 500\ 000$;

(2)$1.2\times10^5=120\ 000$;

(3)$-9.3\times10^4=-93\ 000$;

(4)$-2.34\times10^8=-234\ 000\ 000$.

10. 解:(1)原式 $=-8\times8-8\times\frac{1}{8}+8\times8$

$=-64-1+64$

$=-1$.

(2)原式 $=-8-\frac{1}{6}\times5+\frac{1}{6}\times(-9)$

$=-8-\frac{1}{6}\times(5+9)$

$=-8-\frac{1}{6}\times14$

$=-\frac{31}{3}$.

(3)原式 $=-16\div\frac{4}{9}-\frac{9}{2}\times\frac{1}{6}-\frac{1}{4}$

$=-16\times\frac{9}{4}-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

$=-36-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$

$=-37$.

(4)原式 $=-8+(-3)\times(16-2)-9\times(-2)$

$=-8-3\times14+18$

$=-32$.

11. 解:由已知得 $a+b=0$,又 $a\neq0$,所以 $\frac{b}{a}=-1$,

由已知得 $cd=1$, $|e|=6$,即 $e=\pm6$,所以 $e^2=36$.

所以原式 $=2(a+b)-6cd+\frac{b}{a}+e^2=2\times0-6\times1+(-1)+36=29$.

12. 解:令 $S=1+3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,022}$,

等式两边同时乘 3,得 $3S=3+3^2+3^3+\cdots+3^{2\,023}$.

两式相减,得 $2S=3^{2\,023}-1$.

所以 $S=\frac{3^{2\,023}-1}{2}$.

1.7 近似数

1. C **2.** B

3. 解:(1)0.003 56≈0.004. (2)5.896 3≈5.90.

(3)566.912≈567. (4)0.059 5≈0.06.

4. 解:(1)4.685×10^7; (2)4.8×10^7;

(3)$1.300\ 0\times10^9$.

5. 解:两人测得的结果的意义不相同.

①精确度不同:1.1 m精确到 0.1 m,而1.10 m精确到 0.01 m.

②准确数的取值范围不同:1.1 m 的准确数 x 的取值范围为 $1.05\ \text{m}\leqslant x<1.15\ \text{m}$. 1.10 m 的准确数 y 的取值范围为 $1.095\ \text{m}\leqslant y<1.105\ \text{m}$.

点拨:精确度不同,准确数的取值范围也就不同.

6. 解:管理员的推断不对. 理由:因为考古一般只能测出一个大概的年限,考古学家说的80 万年,只不过是一个近似数而已,管理员却错把它看成是一个精确的数.

素养提分整合篇

【好题必解】

1. A **2.** A **3.** A **4.** B

5. 10; $\frac{5}{9}$; -0.17; $-4\frac{1}{4}$; 10; $\frac{5}{9}$; 0.17; $4\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{10}$; $-\frac{9}{5}$; $\frac{100}{17}$; $\frac{4}{17}$

6. 解:(1)原式 $=-1-\left(-\frac{1}{8}\right)\div4=-1+\frac{1}{8}\times\frac{1}{4}=-1+\frac{1}{32}=-\frac{31}{32}$.

(2)原式 $=-64+8+18=-38$.

(3)原式 $=-9\times\frac{1}{9}-(-8)\div\frac{1}{4}=-1+32=31$.

(4)原式 $=16\div(-8)-\left(-\frac{1}{8}\right)\times(-4)=(-2)-\frac{1}{2}=-2\frac{1}{2}$.

7. 解:(1)原式 $=-\frac{5}{31}\times\frac{2}{9}\times\frac{31}{15}\times\frac{9}{2}=-\left(\frac{5}{31}\times\frac{31}{15}\right)\times\left(\frac{2}{9}\times\frac{9}{2}\right)=-\frac{1}{3}\times1=-\frac{1}{3}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)原式 $=0.7\times\left(19\frac{4}{9}+\frac{5}{9}\right)-14\times\left(2\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)=0.7\times20-14\times3=-28.$

(3)原式 $=\frac{1}{2}\times(-24)-\frac{5}{8}\times(-24)-\frac{1}{4}\times(-24)=-12+15+6=9.$

(4)原式 $=\frac{64}{9}\times\left(-\frac{9}{4}\right)\times\left(\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{13}{4}\right)=-16\times\left(\frac{3}{2}-\frac{9}{8}+\frac{13}{4}\right)=-16\times\frac{3}{2}+16\times\frac{9}{8}-16\times\frac{13}{4}=-24+18-52=-58.$

8. C **9.** D **10.** -15

11. **解:**(1)规定向东为正,向西为负,则 $4\times10+6\times(-7)=40+(-42)=-2$(km).

所以该出租车连续10次送客后停在出发点西边2 km处.

(2)$4\times10+6\times7=82$(km).

所以该出租车一共行驶了82 km.

12. D

13. **解:**因为 a,b 互为倒数,所以 $ab=1$.

因为 c,d 互为相反数,所以 $c+d=0$.

因为 e 的绝对值为2,所以 $e=\pm2$.

所以 $e^2=(\pm2)^2=4$.

所以 $\frac{1}{2}ab+\frac{c+d}{5}+e^2=\frac{1}{2}+0+4=4\frac{1}{2}$.

14. **解:**因为 $|a|=8,|b|=5$,所以 $a=\pm8,b=\pm5$.

又因为 $a<b$,所以 $a=-8,b=\pm5$.

15. **解:**由题意,得 $|x-2|+(y+7)^2=0$,

因为 $|x-2|\geqslant0,(y+7)^2\geqslant0$,

所以 $|x-2|=0,(y+7)^2=0$.

解得 $x=2,y=-7$,所以 $y^x=(-7)^2=49$.

【第1章测试卷】

一、**1.** C **2.** B **3.** D **4.** C **5.** A **6.** B

7. C **点拨:**由数轴可知,$-5<a<-4,-2<b<-1,0<c<1,d=4$,所以 $a<-4,bd<0,|a|>|d|,b+c<0$,故选C.

8. C **点拨:**因为 $a_1=0,a_2=-|a_1+1|=-1,a_3=-|a_2+2|=-1,a_4=-|a_3+3|=-2,a_5=-|a_4+4|=-2,a_6=-|a_5+5|=-3,a_7=-|a_6+6|=-3,a_8=-|a_7+7|=-4,\cdots$,所以 $a_{2\,022}=-1\,011$.

二、**9.** $-\frac{1}{27}$ **10.** 1 **11.** 25

12. 13或-3

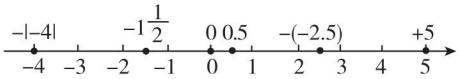
三、**13.** **解:**(1)正数集合:$\{+8.5,0.3,12,4\frac{1}{3},\cdots\}$;

(2)整数集合:$\{0,12,-9,-2,\cdots\}$;

(3)非正整数集合:$\{0,-9,-2,\cdots\}$;

(4)负分数集合:$\{-3\frac{1}{2},-3.4,-1.2,\cdots\}$.

14. **解:**如图.



(第14题)

$-|-4|<-1\frac{1}{2}<0<0.5<-(-2.5)<+5$.

15. **解:**(1)原式 $=2-45=-43$.

(2)原式 $=-1+0-0.5\times(-8)=-1+4=3$.

(3)原式 $=\left(100-\frac{1}{18}\right)\times9=100\times9-\frac{1}{18}\times9=900-\frac{1}{2}=899\frac{1}{2}$.

(4)原式 $=\frac{1}{2}\times(-24)+\frac{5}{6}\times(-24)-\frac{7}{12}\times(-24)=-12-20+14=-18$.

16. **解:**由题意知 $x+y=0,mn=1,a=1$ 或 $a=-1$,当 $a=1$ 时,原式 $=1^2-(0+1)\times1-0^{2\,021}+(-1)^{2\,022}=1-1+1=1$;当 $a=-1$ 时,原式 $=(-1)^2-(0+1)\times(-1)-0^{2\,021}+(-1)^{2\,022}=1+1+1=3$;

综上,$a^2-(x+y+mn)a-(x+y)^{2\,021}+(-mn)^{2\,022}$ 的值为1或3.

17. **解:**(1)$+9-3-5+4-8+6-3-6-4+10=0$.

所以出租车就在 P 处.

(2)$2.4\times(|+9|+|-3|+|-5|+|+4|+|-8|+|+6|+|-3|+|-6|+|-4|+|+10|)=2.4\times58=139.2$(元).

即该出租车这天下午的营业额是139.2元.

18. **解:**(1)-1. (2)0.5. (3)-9.

第2章 整式加减

2.1 代数式

【两年模拟兵法】

1. D **2.** C

3. B **点拨:**依题意,得 $0.5m+4+2=4$,

解得 $m=-4$.

4. B **点拨:**由题图可得,芍药的数量为$[4+(2n-1)\times4]$株,所以当 $n=11$ 时,芍药的数量为 $4+(2\times11-1)\times4=4+(22-1)\times4=4+21\times4=4+84=88$(株).故选B.

5. $3a,1;3x^2,-2x,13;2a^2b,-3ab^2,4b^3,-6;1;13;-6;1;2;3$;一次二项式;二次三项式;三次四项式

点拨:(1)多项式的次数由最高次项的次数决定,而不是由所有字母的指数和决定,一定要把它与单项式的次数区分开;(2)多项式的"项"与"项数"是不同的概念,"项"是指组成多项式的单项

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

式,包括它前面的符号;“项数”指项的个数.

6. 解:由题意可得 $-\frac{a}{3}=-\frac{5}{9}$,所以 $a=\frac{5}{3}$;

易知 $|m|=4$,所以 $m=\pm4$,

当 $m=4$ 时,$3a+\frac{1}{2}m=3\times\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\times4=5+2=7$.

当 $m=-4$ 时,$3a+\frac{1}{2}m=3\times\frac{5}{3}+\frac{1}{2}\times(-4)=5-2=3$.

所以 $3a+\frac{1}{2}m$ 的值为 7 或 3.

方法规律:本题运用了定义法和分类讨论思想.根据单项式的系数为 $-\frac{5}{9}$,次数为 5,可得出 a 和 m 的值,进而分情况讨论可得出所求式子的值.

7. 解:单项式:$\{5x,3ab,y,8a^3x,-1,\cdots\}$;

多项式:$\left\{x-4,x+\frac{1}{3},\frac{x+y}{7},x^3+2x-2,\cdots\right\}$;

整式:$\left\{x-4,5x,3ab,y,x+\frac{1}{3},\frac{x+y}{7},x^3+2x-2,8a^3x,-1,\cdots\right\}$.

点拨:分母中含有字母的式子一定不是多项式,也不是单项式,所有的单项式和多项式都是整式.

8. 解:因为 $(x-2)^2+|y+1|=0$,

所以 $x=2,y=-1$.

因为 a,b 互为相反数,c,d 互为倒数,所以 $a+b=0,cd=1$.

所以原式 $=y^x-3(a+b)+2cd=(-1)^2-3\times0+2\times1=1+2=3$.

方法规律:本题先通过非负数的性质、相反数的性质、倒数的性质求出相关字母及式子的值,再利用代入(整体代入)法求出要求式子的值.

9. 解:该户居民 7 月份应缴纳的水费为 $[20a+(63-20)b]$ 元,即 $(20a+43b)$ 元.

点拨:在实际问题中,根据题意列式来反映数量关系,体现出含字母的式子在生产、生活中的作用.

10. 解:(1)这些单项式的系数的规律是 $(-1)^n(2n-1)$.

(2)这些单项式的次数的规律是从 1 开始的连续自然数.

(3)第 2 022 个单项式是 $4\,043x^{2\,022}$,第 2 023 个单项式是 $-4\,045x^{2\,023}$.

(4)第 n 个单项式是 $(-1)^n(2n-1)x^n$.

2.2 整式加减

【两年模拟兵法】

1. D **2.** B **3.** A **4.** C

5. C **点拨:**将 $x=1$ 代入式子 $\frac{1}{2}ax^3-3bx+4$,得 $\frac{1}{2}a-3b+4=7$,所以 $\frac{1}{2}a-3b=3$. 当 $x=-1$ 时,$\frac{1}{2}ax^3-3bx+4=-\left(\frac{1}{2}a-3b\right)+4=-3+4=1$,故选 C.

6. 2 **点拨:**对待求式子进行变形,得 $3-(a^2+a)$,然后将 $a^2+a=1$ 代入即可求解.

7. $6m+8n$ **点拨:**用含字母的式子表示出三角形的第二条边长为 $3m+2n-m$,合并同类项后结果为 $2m+2n$,然后求三条边长的和即可.

8. $\frac{3}{2}$ **点拨:**$3x^3-2x^2+3x+1+x^2-2mx^3+2x+3=(3-2m)x^3-x^2+5x+4$,因为 $(3-2m)x^3-x^2+5x+4$ 是二次三项式,所以 $3-2m=0$,故 $m=\frac{3}{2}$.

9. $5-4a$ **点拨:**本题考查学生对绝对值的掌握情况.

10. 解:原式 $=5x^2y-3xy^2-7x^2y+2xy^2$

$=-2x^2y-xy^2$.

当 $x=2,y=-1$ 时,

原式 $=-2\times2^2\times(-1)-2\times(-1)^2=8-2=6$.

11. 解:(1)①$A+B-C=(2x^2-3x^2y-2xy^2)+(x^2-2xy^2+y^3)-(-x^2+3x^2y-y^3)$

$=2x^2-3x^2y-2xy^2+x^2-2xy^2+y^3+x^2-3x^2y+y^3$

$=(2+1+1)x^2+(-3-3)x^2y+(-2-2)xy^2+(1+1)y^3$

$=4x^2-6x^2y-4xy^2+2y^3$.

②$A-B+C=(2x^2-3x^2y-2xy^2)-(x^2-2xy^2+y^3)+(-x^2+3x^2y-y^3)$

$=2x^2-3x^2y-2xy^2-x^2+2xy^2-y^3-x^2+3x^2y-y^3$

$=(2-1-1)x^2+(-3+3)x^2y+(-2+2)xy^2+(-1-1)y^3$

$=-2y^3$.

②的运算结果与 x 的取值无关.

(2)选①,当 $x=-1,y=-\frac{1}{2}$ 时,

原式 $=4x^2-6x^2y-4xy^2+2y^3=4\times(-1)^2-6\times(-1)^2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-4\times(-1)\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3=4+3+1-\frac{1}{4}=7\frac{3}{4}$.

或选②,当 $x=-1,y=-\frac{1}{2}$ 时,

原式 $=-2y^3=-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{4}$.

点拨:本题考查了整式的化简求值,根据去括号法则、合并同类项法则准确化简是解题的关键.

12. 解:根据题意,得 $(b^2+3b-1)+(2b^2-b+5)=b^2+3b-1+2b^2-b+5=3b^2+2b+4$,即这个多

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

项式是 $3b^2+2b+4$. 所以 $(3b^2+2b+4)-(2b^2+b-5)=3b^2+2b+4-2b^2-b+5=b^2+b+9$,即正确的结果是 b^2+b+9.

点拨:整式的加减运算实质上就是去括号、合并同类项,这是各地中考的常考点. 注意多项式相加减时,一定要先用括号括起来,避免出现符号错误.

13. 解:由题图可知,$|c|>|a|>|b|$,且 $a<0<b<c$,

所以 $|a-c|=c-a$,$|b|=b$,$|b-a|=b-a$,$|b+a|=-a-b$,

所以原式 $=c-a-b-(b-a)+(-a-b)$

$=c-a-b-b+a-a-b$

$=c-3b-a$.

14. 解:由题图可知 $BA=2-x$,$BC=y-2$.

因为 $BA=BC$,所以 $2-x=y-2$,

所以 $x+y=4$. 所以 $4x+4y+30=46$.

方法规律:本题运用了数形结合思想和整体思想,通过观察数轴上 A,B,C 三点的位置,结合已知条件可得出 x,y 之间的关系式,最后在求值时,将所求式子经过适当变形后,运用整体代入的方法求解.

素养提分应用篇

【同类变式】

2. 解:(1)横排相邻的两个日期相差 1.

(2)竖排相邻的两个日期相差 7.

(3)从左上到右下的对角线上相邻的两个日期相差 8.

(4)从右上到左下的对角线上相邻的两个日期相差 6.

4-1. B　**4-2**. 13

素养提分整合篇

【好题必解】

1. 解:原式 $=2x^3-xyz-2x^3+2y^3-2xyz+xyz-2y^3$

$=-2xyz$.

2. 解:原式 $=(3-6)(x-y)^2+(-4+7)(x-y)$

$=-3(x-y)^2+3(x-y)$.

3. 解:(1)$A+2B=x^2-2x+1+2(2x^2-6x+3)$

$=x^2-2x+1+4x^2-12x+6$

$=5x^2-14x+7$.

(2)$2A-B=2(x^2-2x+1)-(2x^2-6x+3)$

$=2x^2-4x+2-2x^2+6x-3$

$=2x-1$.

4. 解:由题意知:

$A+B=7x^2-10x-12$,$B=4x^2-5x-6$,

所以 $A=(7x^2-10x-12)-(4x^2-5x-6)$

$=3x^2-5x-6$.

所以 $A-B=(3x^2-5x-6)-(4x^2-5x-6)$

$=-x^2$.

5. 解:原式 $=-x^2+\frac{1}{2}x-2-\frac{1}{2}x+1$

$=-x^2-1$.

当 $x=\frac{1}{2}$ 时,原式 $=-\left(\frac{1}{2}\right)^2-1=-\frac{5}{4}$.

6. 解:因为单项式 a^xb^3 与 $-2ab^y$ 是同类项,

所以 $x=1$,$y=3$.

所以原式 $=2x-y+2y^2-x^2-x^2-2y^2=2x-y-2x^2=2\times1-3-2\times1^2=-3$.

7. 解:原式 $=4a^2-2a^2+2a-6-a^2+a+4-4a$

$=a^2-a-2$.

因为 $a^2-a-4=0$,所以 $a^2-a=4$.

所以原式 $=4-2=2$.

8. 解:由题意,得 $a-2=0$,$b+1=0$,

解得 $a=2$,$b=-1$.

所以 $3a+2b=3\times2+2\times(-1)=4$.

9. 解:依题意,得 $a+b+4=0$,所以 $a+b=-4$,

从而 $-a-b=4$. 当 $x=-1$ 时,

$ax^3+bx+4=-a-b+4=4+4=8$.

10. 解:由已知条件知 $m+n=2$,$mn=-3$,

原式 $=2(m+n)-2mn-2(m+n)-6(m+n)+9mn=-6(m+n)+7mn=-12-21=-33$.

11. 解:由数轴可知 $a<b<0$,$c>0$,$|c|<|b|$.

所以 $|a|=-a$,$|a+b|=-a-b$,$|c-a|=c-a$,$|b+c|=-b-c$.

所以原式 $=-a+a+b+c-a-b-c$

$=-a$.

12. 解:(1)从左到右依次填:a;b;c

(2)因为 $a<0$,$b>0$,$c>0$,$|b|<|a|<|c|$,

所以 $2a-b<0$,$b-c<0$,$c-a>0$.

所以原式 $=-(2a-b)-(b-c)-2(c-a)$

$=-2a+b-b+c-2c+2a$

$=-c$.

13. D

14. 解:(1)十字框中的五个数的和为 $6+14+16+18+26=80=16\times5$,即是 16 的 5 倍.

(2)十字框中的五个数的和为 $(x-10)+(x+10)+(x-2)+(x+2)+x=5x$.

(3)不能,假设能框出满足条件的五个数,若中间的数为 x,由(2)得 $5x=2\,021$,所以 $x=404.2$,但 404.2 不是整数,所以不能框住五个数,使它们的和等于 2 021.

【第 2 章测试卷】

一、1. B　**2**. B　**3**. D

4. B　**点拨**:$-(-a-b)=a+b$;$5x-(2x-1)-x^2=5x-2x+1-x^2$;$3xy-\frac{1}{2}(xy-y^2)=3xy-\frac{1}{2}xy+\frac{1}{2}y^2$;

易知(4)去括号正确,所以去括号不正确的是(1)(2)(3).

5. B　**6**. A　**7**. C

8. C　**点拨**:根据题中数轴得 $c<b<0<a$,且 $|a|<$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$|b|<|c|$，所以 $a-b>0$，$c-a<0$，$b+c<0$，则原式 $=a-b+a-c+b+c+c-a=a+c$，

故选 C.

二、9. 四；四　**10.** 5　**11.** $12a$　**12.** 800

三、13. 解：(1)原式 $=5a-3a^2+1-4a^3+3a^2$

$=-4a^3+5a+1$.

(2)原式 $=-2ab+6a^2-2b^2+5ab+a^2-2ab$

$=7a^2+ab-2b^2$.

14. 解：原式 $=6x^2-9xy-15x-3-6x^2+6xy-6$

$=-3xy-15x-9$.

由 $(x+2)^2+\left|y-\frac{2}{3}\right|=0$，得 $x=-2$，$y=\frac{2}{3}$.

当 $x=-2$，$y=\frac{2}{3}$ 时，

原式 $=-3\times(-2)\times\frac{2}{3}-15\times(-2)-9=4+30-9=25$.

15. 解：$(2x^2+my-12)-(nx^2-3y+6)=(2-n)x^2+(m+3)y-18$，

因为差中不含有 x，y，所以 $2-n=0$，$m+3=0$.

所以 $n=2$，$m=-3$.

故 $m+n+mn=-3+2+(-3)\times2=-7$.

16. 解：由题意知

$A=9x^2-2x+5-2(x^2+3x-3)$

$=9x^2-2x+5-2x^2-6x+6$

$=7x^2-8x+11$，

则 $2A+B=2(7x^2-8x+11)+x^2+3x-3$

$=14x^2-16x+22+x^2+3x-3$

$=15x^2-13x+19$.

17. 解：(1)4　(2)88

(3)设同学们想的数为 a，则 $\frac{3a-6}{3}+7=a+5$.

因此，老师只要用同学们告诉他的结果减去 5，就得到同学们想的那个数.

18. 解：(1)3；5；7；9　(2)$2n+1$.

(3)当 $n=1\ 000$ 时，火柴棒的根数是 $2n+1=2\times1\ 000+1=2\ 001$.

第3章 一次方程与方程组

3.1 一元一次方程及其解法

【两年模拟兵法】

1. A　**2.** D

3. B　**4.** C　**5.** $x=0$ 或 $x=1$

6. 解：(1)$\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}+1$.

去分母，得 $2x-12=-3x+6$. 移项，得 $2x+3x=6+12$. 合并同类项，得 $5x=18$. 系数化为 1，得 $x=\frac{18}{5}$.

(2)$\frac{x}{3}-2=-\left(-\frac{x}{2}+1\right)$.

去括号，得 $\frac{x}{3}-2=\frac{x}{2}-1$. 去分母，得 $2x-12=3x-6$. 移项，得 $2x-3x=12-6$. 合并同类项，得 $-x=6$. 系数化为 1，得 $x=-6$.

(3)$\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}+1-1$.

化简，得 $\frac{x}{3}-2=-\frac{x}{2}$. 去分母，得 $2x-12=-3x$. 移项，得 $2x+3x=12$. 合并同类项，得 $5x=12$. 系数化为 1，得 $x=\frac{12}{5}$.

7. 解：将 $x=1$ 代入方程 $2x+7x=m+6$，解得 $m=3$.

则原方程为 $2x-3=7x+6$，解得 $x=-\frac{9}{5}$.

8. 解：解方程 $x=2x-3m$ 得 $x=3m$.

解方程 $4x-2m=3x+1$ 得 $x=1+2m$.

由题意得 $1+2m=2\times3m$.

解得 $m=\frac{1}{4}$.

9. 解：(1)去括号、合并同类项，得 $5x-45=0$，

移项，得 $5x=45$，

系数化为 1，得 $x=9$.

(2)去括号，得 $3x-9-10x+14=6-6x$，

移项，得 $3x-10x+6x=6+9-14$，

合并同类项，得 $-x=1$.

系数化为 1，得 $x=-1$.

(3)两边乘 6，得 $2(2x+1)-(10x+1)=6$.

去括号、移项、合并同类项，得 $-6x=5$.

系数化为 1，得 $x=-\frac{5}{6}$.

(4)根据分数的基本性质，得 $\frac{10x}{7}-\frac{17-20x}{3}=1$.

两边乘 21，得 $30x-7(17-20x)=21$，

去括号、移项、合并同类项，得 $170x=140$，

系数化为 1，得 $x=\frac{14}{17}$.

(5)去括号，得 $\frac{x}{5}-1+3-x=1$.

移项，得 $\frac{x}{5}-x=1+1-3$.

合并同类项，得 $-\frac{4}{5}x=-1$.

系数化为 1，得 $x=\frac{5}{4}$.

(6)两边乘 9，得 $\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6\right]+8=9$.

移项、合并同类项，得 $\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6\right]=1$.

两边乘 7，得 $\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6=7$.

移项、合并同类项，得 $\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)=1$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

两边乘5,得$\frac{x+2}{3}+4=5$.

移项、合并同类项,得$\frac{x+2}{3}=1$.

两边乘3,得$x+2=3$.

移项、合并同类项,得$x=1$.

10. **解:**根据这个同学的做法,将$x=1$代入方程$2(2x-a)=2x+1-1$,得$a=1$.

代入原方程,得$\frac{2x-1}{3}=\frac{2x+1}{6}-1$,

解得$x=-\frac{3}{2}$.

11. **解:**由$3x=\frac{x+1}{2}+2$,解得$x=1$.

把$x=-1$代入$x+\frac{k}{3}=\frac{x-k}{2}$中,

得$-1+\frac{k}{3}=\frac{-1-k}{2}$,解得$k=\frac{3}{5}$.

3.2 一元一次方程的应用

【两年模拟兵法】

1. C **点拨:**设这套图书原价为x元,则可列方程$0.8x+25=x$,解得$x=125$.

所以买这套图书他实际用了$125-25=100$(元).

2. A **点拨:**设他答对了x道题,则可列方程$5x-(20-x)=76$,解得$x=16$.

3. B **点拨:**设参加这次采购的男村民有x人,则女村民有$(15-x)$人,由题意可得$2x+\frac{15-x}{2}=15$,

解得$x=5$,$15-x=10$.

4. C **点拨:**设这件商品的进价为x元,则$200\times0.5-x=20$,解得$x=80$,故选C.

5. **解:**(1)每月用水量未超过20吨时,该户应付的水费为$1.9x$元;超过20吨时,该户应付的水费为$20\times1.9+(x-20)\times2.8=(2.8x-18)$(元).

(2)由题意可知该户5月份的用水量超过20吨,

设该户5月份用水y吨,

由题意可得$2.8y-18=2.2y$,

解得$y=30$.

答:该户5月份用水30吨.

6. **解:方法一:**由题意可知,做1件上衣用$\frac{3}{2}$米布料,做1条裤子用1米布料.

设600米布料能做x套学生服,

则$\frac{3}{2}x+x=600$,解得$x=240$.

则$\frac{3}{2}x=360$.

答:用360米布料做上衣,240米布料做裤子,才能恰好配套.共能生产240套.

方法二:设用x米布料做上衣,

则用$(600-x)$米布料做裤子.

根据题意,得$\frac{x}{3}\times2=\frac{600-x}{3}\times3$,

解得$x=360$.

则$600-x=240$,$\frac{x}{3}\times2=240$.

答:用360米布料做上衣,240米布料做裤子,才能恰好配套.共能生产240套.

7. **解:**设应该先安排x人做2 h.

可列方程$2x+4(x+3)=60\times\frac{4}{5}$,

解得$x=6$.

答:应该先安排6人做2 h.

8. **解:**设九年级一班胜了x场,则负了$(8-x)$场,

由题意可列方程$2x+(8-x)=13$,

解得$x=5$.则$8-x=3$.

答:九年级一班胜了5场,负了3场.

9. **解:**(1)方案一:$0.95x$元;

方案二:$(0.9x+300)$元.

(2)方案一:$0.95\times5\,880=5\,586$(元);

方案二:$0.9\times5\,880+300=5\,592$(元).

因为$5\,586<5\,592$,所以方案一更省钱.

(3)当$0.95x=0.9x+300$时,两种方案支出的金额相同,此时$x=6\,000$.

答:当购买商品的金额为6 000元时,两种方案支出的金额相同.

10. **解:**(1)150;240

(2)有这种可能,设小刚购买跳绳x根,

则$25\times80\%\,x=25(x-2)-5$,解得$x=11$.

答:小刚购买跳绳11根.

3.3 二元一次方程组及其解法

【两年模拟兵法】

1. B

2. C **点拨:**把y看成已知数,x看成未知数,解出x的值即可.

3. D

4. B **点拨:**两个方程相加,得$4a+4b=16$,所以$a+b=4$.

5. B **点拨:**因为x,y的值互为相反数,

所以$x+y=0$,

则$4x+3y=1$可以变形为$4x-3x=1$,

解得$x=1$.

则$y=-1$.

把$x=1$,$y=-1$代入$ax-(a-1)y=3$中,

得$a+(a-1)=3$,

解得$a=2$.故选B.

6. 8 **点拨:**因为$\begin{cases}x=2,\\y=-1\end{cases}$是关于$x$,$y$的二元一次方程$mx+ny=-2$的一个解,

所以$2m-n=-2$.

所以$-2m+n=2$.

所以$6-2m+n=6+2=8$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

7. 2，1　**点拨：**根据同类项的定义，可得$\begin{cases}m-1=n,\\m+n=3,\end{cases}$解方程组即可.

8. $\frac{4}{3}$；$\frac{2}{3}$　**点拨：**由题意得$\begin{cases}x-2y=0,\\5x-7y-2=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=\frac{4}{3},\\y=\frac{2}{3}.\end{cases}$

9. 3；−4　**点拨：**由题意，得$\begin{cases}5a+2b=7,\\8a+5b=4,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=3,\\b=-4.\end{cases}$

10. −4　**点拨：**根据新定义列出方程组$\begin{cases}a+2b-1=8,\\-3a+3b-1=-1,\end{cases}$求出$a$，$b$的值，再用新定义计算即可.

11. $\frac{1}{5}$

12. 解：(1)$\begin{cases}x+2y=0,\quad①\\3x+4y=6.\quad②\end{cases}$

由①，得$x=-2y$，　③

把③代入②，得$3\times(-2y)+4y=6$，

解得$y=-3$.

把$y=-3$代入③，得$x=6$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=6,\\y=-3.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}\frac{x}{2}-\frac{y+1}{3}=1,①\\3x+2y=10.②\end{cases}$

由①，得$3x-2y=8$　③，

②+③，得$6x=18$，解得$x=3$.

把$x=3$代入②，得$3\times3+2y=10$，

解得$y=\frac{1}{2}$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=3,\\y=\frac{1}{2}.\end{cases}$

13. 解：将$\begin{cases}x=-3,\\y=-2\end{cases}$

代入②中，得$2\times(-3)+2n=-3$，

所以$n=\frac{3}{2}$.

将$\begin{cases}x=-5,\\y=2\end{cases}$

代入①中，得$-5m+4=-6$，

所以$m=2$.

故$m^2+n^2+mn=4+\frac{9}{4}+3=\frac{37}{4}$.

14. 解：将$x+2$和$y-1$分别看作a和b，比较两个方程组可得$x+2=8.3$，$y-1=1.2$，

解得$x=6.3$，$y=2.2$.

故所求方程组的解为$\begin{cases}x=6.3,\\y=2.2.\end{cases}$

15. 解：由题意，列方程组$\begin{cases}4x-y=5,\\3x+y=9.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

把$\begin{cases}x=2,\\y=3\end{cases}$代入$\begin{cases}ax+by=-1,\\3ax-4by=18\end{cases}$中，

得$\begin{cases}2a+3b=-1,\\6a-12b=18.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=1,\\b=-1.\end{cases}$

16. 解：解关于x，y的二元一次方程组$\begin{cases}x-2y=-z,①\\7x+4y=5z.②\end{cases}$

①×2+②，得$9x=3z$，即$x=\frac{z}{3}$.

把$x=\frac{z}{3}$代入①，

得$\frac{z}{3}-2y=-z$，

即$y=\frac{2}{3}z$.

所以$x:y:z=\frac{1}{3}z:\frac{2}{3}z:z=1:2:3$.

3.4　二元一次方程组的应用

【两年模拟兵法】

1. D　**点拨：**设盈利的上衣的进价为x元，亏损的上衣的进价为y元，

则$\begin{cases}(1+25\%)x=135,\\(1-25\%)y=135,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=108,\\y=180.\end{cases}$

$25\%\times108-25\%\times180=-18$(元)，故选D.

2. B　**点拨：**设轮船在静水中的航速为x km/h，

水速为y km/h，依题意得$\begin{cases}4(x+y)=100,\\5(x-y)=100,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=22.5,\\y=2.5.\end{cases}$

3. C

4. 5　**点拨：**设这个队胜了x场，平了y场，根据题意，得$\begin{cases}x+y+5=14,\\3x+y=19,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=5,\\y=4.\end{cases}$

5. $\begin{cases}x+y=100,\\3x+\frac{y}{3}=100\end{cases}$

6. 635

7. 解：设甲每时加工x个零件，乙每时加工y个零件.

根据题意，得$\begin{cases}x+y=70,\\2x+3y=180.\end{cases}$

解这个方程组，得$\begin{cases}x=30,\\y=40.\end{cases}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

答:甲每时加工 30 个零件,乙每时加工 40 个零件.

8. 解:设平路有 x km,坡路有 y km. 根据题意,得

$$\begin{cases}\frac{x}{60}+\frac{y}{30}=6.5,\\ \frac{x}{50}+\frac{y}{40}=6,\end{cases}$$

即$\begin{cases}x+2y=390,\\ 4x+5y=1\ 200,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=150,\\ y=120.\end{cases}$

答:平路有 150 km,坡路有 120 km.

点拨:设平路有 x km,坡路有 y km,利用$\frac{路程}{速度}$=时间,根据去时汽车在平路、上坡路用的时间和=6.5 h,回时汽车在平路、下坡路用的时间和=6 h,列方程组求解.

9. 解:(1)2;3

(2)设放入大球 m 个,小球 n 个,由题意得$\begin{cases}m+n=10,\\ 3m+2n=50-26,\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=4,\\ n=6.\end{cases}$

答:放入大球 4 个,小球 6 个.

10. 解:设 A 种原料需 x 千克,B 种原料需 y 千克. 根据题意,有

$$\begin{cases}x+y=11\ 000,\\ 50x+40y=50(1+10\%)x+40(1-15\%)y,\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=6\ 000,\\ y=5\ 000.\end{cases}$

答:A 种原料需 6 000 千克,B 种原料需5 000 千克.

11. 解:(1)设七年级(1)班有 x 人,七年级(2)班有 y 人,由题意,得$\begin{cases}12x+10y=1\ 118,\\ 8(x+y)=816,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=49,\\ y=53.\end{cases}$

答:七年级(1)班有 49 人,七年级(2)班有 53 人.

(2)七年级(1)班节约的费用为$(12-8)\times49=196$(元),七年级(2)班节约的费用为$(10-8)\times53=106$(元).

* 3.5 三元一次方程组及其解法

3.6 综合与实践 一次方程组与 CT 技术

【两年模拟兵法】

1. A **2.** D **3.** C

4. 7;2;19

点拨:根据题意得$\begin{cases}3x+y+z=42,\\ 12=2x-y,\\ x+y+z=4x,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=7,\\ y=2,\\ z=19.\end{cases}$

5. 52 点拨:根据题意得$\begin{cases}a-b+c=4,\\ a+b+c=8,\\ 4a+2b+c=25,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=5,\\ b=2,\\ c=1.\end{cases}$所以该式子为 $5x^2+2x+1$,

当 $x=3$ 时,其值为 52.

6. $\frac{1}{3}$ 点拨:由$\begin{cases}4x-3y-6z=0,\\ x+2y-7z=0\end{cases}$

可得$\begin{cases}x=3z,\\ y=2z.\end{cases}$

因为 $xyz\neq0$,

所以$\frac{x-y+z}{x+y+z}=\frac{3z-2z+z}{3z+2z+z}=\frac{1}{3}$.

7. 解:(1)$\begin{cases}2x+4y+3z=9,①\\ 3x-2y+5z=11,②\\ 5x+6y+8z=0.③\end{cases}$

①+②×2,得 $8x+13z=31$,④

②×3+③,得 $14x+23z=33$,⑤

联立④⑤,得$\begin{cases}8x+13z=31,\\ 14x+23z=33,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=142,\\ z=-85.\end{cases}$把 $x=142$,$z=-85$ 代入②,

得 $3\times142-2y+5\times(-85)=11$,

解得 $y=-5$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=142,\\ y=-5,\\ z=-85.\end{cases}$

(2)设$\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{5}=k$,

则 $a=2k$,$b=3k$,$c=5k$.

把它们代入 $2a+b+3c=88$,

得 $4k+3k+15k=88$,

解得 $k=4$.

所以 $a=8$,$b=12$,$c=20$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}a=8,\\ b=12,\\ c=20.\end{cases}$

(3)$\begin{cases}x+y=1,①\\ y+z=2,②\\ z+x=3.③\end{cases}$①+②+③,

得 $2x+2y+2z=6$,即 $x+y+z=3$.④

④−①,得 $z=2$;

④−②,得 $x=1$;

④−③,得 $y=0$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=1,\\ y=0,\\ z=2.\end{cases}$

8. 解:设第一道工序安排 x 人,第二道工序安排 y 人,第三道工序安排 z 人.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

根据题意，得$\begin{cases}x+y+z=63,\\300x=500y,\\300x=600z.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=30,\\y=18,\\z=15.\end{cases}$

答：为使每天能生产出最多的产品，第一道工序应安排30人，第二道工序应安排18人，第三道工序应安排15人.

9. **解：**设装运甲、乙、丙三种蔬菜的汽车数量分别为x辆，y辆，z辆.

依题意得$\begin{cases}x+y+z=20,\\2x+y+1.5z=36,\\5\times2x+7y+4\times1.5z=183.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=15,\\y=3,\\z=2.\end{cases}$

答：装运甲、乙、丙三种蔬菜的汽车数量分别为15辆、3辆、2辆时，可使公司获得利润18 300元.

10. **解：**设购买教学用具A_1，A_2，A_3，A_4，A_5各一件分别需a元，b元，c元，d元，e元，

则$\begin{cases}a+3b+4c+5d+6e=1\ 992,\\a+5b+7c+9d+11e=2\ 984,\end{cases}$

整理，得

$\begin{cases}(a+b+c+d+e)+(2b+3c+4d+5e)=1\ 992,\\(a+b+c+d+e)+2(2b+3c+4d+5e)=2\ 984.\end{cases}$

设$a+b+c+d+e=x$，$2b+3c+4d+5e=y$，

则原方程组可变形为$\begin{cases}x+y=1\ 992,\\x+2y=2\ 984.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=1\ 000,\\y=992,\end{cases}$即$a+b+c+d+e=1\ 000$.

答：购买每种教学用具各一件共需1 000元.

点拨：此题中分别把$a+b+c+d+e$与$2b+3c+4d+5e$用x，y代替，使形式简化，体现了换元法的应用.

素养提分整合篇

【好题必解】

1. A　**2.** D

3. **解：**将$y=3$代入方程$6+\frac{1}{4}(m-y)=2y$，

得$6+\frac{1}{4}(m-3)=6$.

解得$m=3$.

将$m=3$代入方程$2m(x-1)=(m+1)(3x-4)$，

得$6(x-1)=4(3x-4)$.

解得$x=\frac{5}{3}$.

4. **解：**根据该同学的做法，去分母，

得$2x-1=x+a-2$. 解得$x=a-1$.

因为$x=2$是方程的解，所以$a=3$.

把$a=3$代入原方程，得$\frac{2x-1}{3}=\frac{x+3}{3}-2$，

解得$x=-2$.

5. **解：**(1)$\neq1$；$=3$

(2)由(1)可知，方程为$(m-1)x-3=0$，

则$x=\frac{3}{m-1}$. 因为此方程的解为整数，所以$\frac{3}{m-1}$为整数.

因为m为整数，所以$m-1=-3$，-1，1或3.

所以$m=-2$，0，2或4.

6. **解：**由已知可得$\begin{cases}5x-2y=3,\\x-4y=-3.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=1,\\y=1.\end{cases}$

把$\begin{cases}x=1,\\y=1\end{cases}$代入剩下的两个方程组成的方程组$\begin{cases}mx+5y=4,\\5x+ny=1\end{cases}$中，得到$\begin{cases}m+5=4,\\5+n=1.\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=-1,\\n=-4.\end{cases}$

7. 0

8. 10

9. **解：**设笼中有x只鸡，y只兔，根据题意列方程组得$\begin{cases}x+y=35,\\2x+4y=94,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=23,\\y=12.\end{cases}$

答：笼中有23只鸡，12只兔.

10. **解：**设妹妹的年龄为x岁，哥哥的年龄为y岁，根据题意列出方程组得

$\begin{cases}x+y=16,\\3(x+2)+(y+2)=34+2,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=6,\\y=10.\end{cases}$

答：哥哥的年龄为10岁，妹妹的年龄为6岁.

11. **解：**(1)圆规的总价为$3.5\times1=3.5$(元).

设小丽买了自动铅笔x支，记号笔y支.

根据题意得

$\begin{cases}2+x+y+2+1=8,\\6+1.5x+4y+9+3.5=28,\end{cases}$

即$\begin{cases}x+y=3,\\1.5x+4y=9.5.\end{cases}$

解方程组得$\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

答：小丽买了自动铅笔1支，记号笔2支.

(2)从表格中，容易求出软皮笔记本的单价为$9\div2=4.5$(元)，

设小丽后来买了m本软皮笔记本和n支自动铅笔.

由题意得$4.5m+1.5n=15$，即$3m+n=10$，由题意容易知道m，n为正整数，

所以满足题意的解有$\begin{cases}m=1,\\n=7,\end{cases}\begin{cases}m=2,\\n=4,\end{cases}\begin{cases}m=3,\\n=1.\end{cases}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

答:有三种购买方案:软皮笔记本1本,自动铅笔7支;软皮笔记本2本,自动铅笔4支;软皮笔记本3本,自动铅笔1支.

【第3章测试卷】

一、1. B　2. D　3. C　4. D　5. D　6. B　7. A　8. A

二、9. -4　10. $\frac{1}{5}$

11. 1　12. 135

三、13. 解:(1)$\begin{cases}x-2y=1,①\\3x-5y=8,②\end{cases}$

②$-$①$\times3$,得$y=5$.

把$y=5$代入①,得$x=11$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=11,\\y=5.\end{cases}$

(2)方程组整理,得$\begin{cases}3x-2y=-8,①\\3x+5y=-1,②\end{cases}$

②$-$①,得$7y=7$,解得$y=1$.

把$y=1$代入①,得$x=-2$.

所以原方程组的解为$\begin{cases}x=-2,\\y=1.\end{cases}$

14. 解:因为$\begin{cases}x=2,\\y=-3\end{cases}$是关于$x,y$的二元一次方程$3x=y+a$的解,

所以$3\times2=-3+a$.

解得$a=9$.

所以$a(a-1)=9\times(9-1)=72$.

15. 解:依题意建立方程组$\begin{cases}3x-y=7,\\2x+y=8,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=3,\\y=2,\end{cases}$将$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$代入$ax+y=b$和$x+by=a$,得

$\begin{cases}3a+2=b,\\3+2b=a,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-\frac{7}{5},\\b=-\frac{11}{5}.\end{cases}$

16. 解:设"□"里的数为m.

因为所给方程的解是$x=2$,所以$\frac{2+1}{2}-\frac{5\times2-m}{3}=-\frac{1}{2}$.

解得$m=4$.

所以"□"里的数为4.

17. 解:设该校有x间宿舍.

根据题意,得$5x+30=6x-20$.

解得$x=50$. 则$5x+30=280$.

答:该校有50间宿舍,有住校学生280人.

18. 解:(1)$5\ 000-92\times40=1\ 320$(元).

答:甲、乙两校联合起来购买服装,比各自单独购买服装共可以节省1 320元.

(2)设甲、乙两校分别有x名、y名学生准备参加演出,由题意,得$\begin{cases}x+y=92,\\50x+60y=5000,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=52,\\y=40.\end{cases}$

答:甲、乙两校分别有52名、40名学生准备参加演出.

(3)因为甲校有10名同学不能参加演出,

所以甲校参加演出的人数为$52-10=42$(人).

若两校联合起来购买服装,则需要$50\times(42+40)=4\ 100$(元),

此时比各自单独购买服装可以节省$(42+40)\times60-4\ 100=820$(元).

但如果两校联合起来购买91套服装,只需$40\times91=3\ 640$(元),

此时又比两校联合起来购买服装节省$4\ 100-3\ 640=460$(元),

因此,最省钱的购买服装方案是两校联合起来购买91套服装(即比实际人数多购买9套).

第4章 直线与角

4.1 几何图形

【两年模拟兵法】

1. C　2. B　3. B

4. 点动成线;线动成面;面动成体

5. 4;6;4;2

6. 24

7. 解:(1)18条棱,长度总和是$5\times12+4\times6=84$(cm).　(2)侧面积:$4\times5\times6=120$(cm^2).

8. 解:因为长方体是由大小相同,颜色、花朵分布也完全相同的四个正方体拼成的,所以根据题图,可以确定出一个正方体各个面的颜色分布为:红色面对绿色面,黄色面对紫色面,蓝色面对白色面,所以可知长方体下底面从左到右依次是紫色、黄色、绿色、白色,再由表格中花的朵数可知长方体的下底面共有17朵花.

4.2 线段、射线、直线

【两年模拟兵法】

1. C　2. D　3. D

4. B　**点拨**:线段有:线段AB,线段AO,线段AC,线段BO,线段BC,线段OC,线段DO,线段EO,共8条;

射线有:射线AC,射线BC,射线OC,射线CH,射线CO,射线OB,射线BA,射线AK,射线OD,射线DM,射线OE,射线EN,共12条.

直线有:直线AC,共1条.

故选B.

5. A　**点拨**:交点个数最多时,有$\frac{4\times3}{2}=6$(个),最少有0个.

所以$b=6,a=0$,

所以$a+b=6$.

6. C　**点拨**:根据线段不能延伸,射线向一方无限延伸,直线向两方无限延伸进行判断.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

7. 解:(1)有2条直线,分别为直线AB、直线PB.

(2)有12条射线,6条线段.

8. 解:(1)OE

(2)射线OA上数的排列规律为$6n-5$(n为正整数),

射线OB上数的排列规律为$6n-4$(n为正整数),

射线OC上数的排列规律为$6n-3$(n为正整数),

射线OD上数的排列规律为$6n-2$(n为正整数),

射线OE上数的排列规律为$6n-1$(n为正整数),

射线OF上数的排列规律为$6n$(n为正整数).

(3)在六条射线上的数的排列规律中,只有$6n-1=2\,021$有整数解,所以"2 021"在射线OE上.

9. (1)16;1+1+2+3+4+5

(2)$\left[1+\frac{1}{2}n(n+1)\right]$

4.3 线段的长短比较

【两年模拟兵法】

1. C **2.** D **3.** D **4.** A **5.** B

6. 2或8 **点拨:**由于A,B,C三点位置不确定,因此要分情况讨论.

7. 41.6

8. 解:(1)$AB=6-(-8)=14$.

(2)$-8+14\div2=-1$,即点D表示的数为-1.

(3)当C在A的左边时,$x=6-8=-2$;当C在A的右边时,$x=6+8=14$.

9. 解:设$AB=2x$,由$AB:BC:CD=2:4:3$可得$BC=4x$,$CD=3x$.

因为$AB+BC+CD=AD$,

所以$AD=2x+4x+3x=9x$.

因为$CD=3x=6$,所以$x=2$.

所以$AD=9\times2=18$.

因为M为AD的中点,

所以$MD=\frac{1}{2}AD=9$.

所以$MC=MD-CD=9-6=3$.

点拨:本题根据线段之间的比例关系,设未知数列方程解答.

10. 解:$\frac{PA+PB}{PC}$的值不变.因为C为线段AB的中点,

所以$BC=\frac{1}{2}AB$.因为$PA=AB+PB$,$PC=BC+PB$,所以$\frac{PA+PB}{PC}=\frac{AB+2PB}{BC+PB}=\frac{AB+2PB}{\frac{1}{2}AB+PB}=\frac{2\left(\frac{1}{2}AB+PB\right)}{\frac{1}{2}AB+PB}=2$.

11. 解:(1)由题意易知点B表示的数是-8,设经过t秒,$BC=8$.

①当点B在点C左边时,$6t+8+2t=16-(-8)$,所以$t=2$;

②当点B在点C右边时,$6t-8+2t=16-(-8)$,所以$t=4$.

所以经过2秒或4秒,$BC=8$.

(2)当$BC=8$时,点B表示的数是4或16.

(3)存在,当B点与C点重合时,设运动时间为t_1秒.

$6t_1+2t_1=16-(-8)$,

所以$t_1=3$.又因为点P在线段AB上,所以$0\leqslant PC\leqslant2$.

此时$BD=CD=4$,且$AP+3PC=AB+2PC=2+2PC$,

易知当$PC=1$时,$BD=AP+3PC$,

即$\frac{BD-AP}{PC}=3$.

4.4 角

【两年模拟兵法】

1. D **点拨:**用一个大写字母表示角时,角的顶点处只能有一个角.

2. D

3. B **点拨:**$\angle A=32°18'=32°+18\times\left(\frac{1}{60}\right)°=32°+0.3°=32.3°$,所以$\angle A=\angle C>\angle B$.

4. C

5. D **点拨:**选项A中,3点时,时针与分针的夹角为90°,3点半时,时针与分针的夹角为$2.5\times30°=75°$,所以选项A错误;选项B中,6点1刻时,时针与分针的夹角为$3\times30°+15\times0.5°=97.5°$,6点3刻时,时针与分针的夹角为$2\times30°+15\times0.5°=67.5°$,所以选项B错误;选项C中,9点时,时针与分针的夹角为90°,12点1刻时,时针与分针的夹角为$3\times30°-15\times0.5°=82.5°$,所以选项C错误;选项D中,3点和9点时,时针与分针的夹角均为90°,所以选项D正确.

6. 31;14;24 **点拨:**因为$0.24\times60'=14.4'$,$0.4\times60''=24''$,所以$31.24°=31°14'24''$.

7. 解:(1)能用一个大写字母表示的角是$\angle B$.

(2)能用一个数字表示的角是$\angle1$和$\angle2$,$\angle1$可用$\angle ABD$($\angle ABC$,$\angle ABE$,$\angle B$)表示,$\angle2$可用$\angle CAD$表示.

(3)以D为顶点且小于平角的角有$\angle ADC$和$\angle ADB$.

(4)以A为顶点的角有$\angle BAD$,$\angle DAC$($\angle2$)和$\angle BAC$.

8. 解:如图,$\angle SBC=30°$,$\angle SBA=75°$,

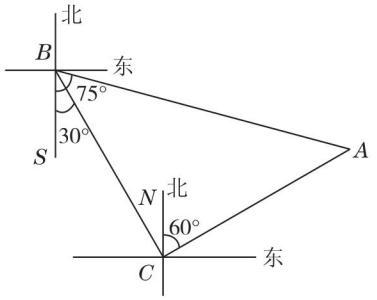
所以$\angle ABC=45°$,$\angle NCB=30°$.

因为$\angle NCA=60°$,所以$\angle BCA=60°+30°=90°$,

所以$\angle A=180°-\angle ABC-\angle BCA=180°-45°-$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$90° = 45°$.



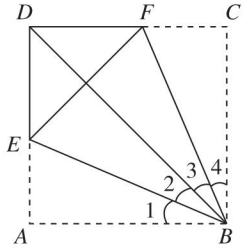
(第8题)

4.5 角的比较与补(余)角

【两年模拟兵法】

1. C **2.** C **3.** A

4. B **点拨:** 因为四边形 $ABCD$ 是正方形,所以 $\angle ABC = 90°$. 如图,根据折叠的性质,可得 $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2}\angle ABD$, $\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2}\angle DBC$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle ABC = 90°$,所以 $\angle 2 + \angle 3 = 45°$,即 $\angle EBF = 45°$.



(第4题)

5. $60°53'$ **点拨:** 因为 $\angle AMC = 54°48'$, $\angle BMD = 64°19'$,所以 $\angle CMD = 180° - \angle AMC - \angle BMD = 180° - 54°48' - 64°19' = 60°53'$.

6. 解: (1)$53°39'38'' + 26°28'17'' = 80°7'55''$.

(2)$53°25'3'' \times 5 = 53° \times 5 + 25' \times 5 + 3'' \times 5 = 265° + 125' + 15'' = 267°5'15''$.

点拨: 度、分、秒分别计算再相加,注意"满60进1"的原则.

7. 解: A, O, B 三点在同一条直线上.

理由:因为 OD, OE 分别是 $\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 的平分线,

所以 $\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC$, $\angle COE = \angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOC$.

因为 $\angle DOE = \angle DOC + \angle EOC = 90°$,

所以 $\angle AOC + \angle BOC = 2\angle DOC + 2\angle EOC = 2\angle DOE = 180°$.

即 $\angle AOB = 180°$.

所以 A, O, B 三点在同一条直线上.

8. 解: **方法一:** 设这个角为 $x°$,则它的余角为 $(90 - x)°$,补角为 $(180 - x)°$.

由题意可得 $\frac{1}{3}(180 - x) - 10 = 90 - x$,

解得 $x = 60$.

$90° - 60° = 30°$, $180° - 60° = 120°$.

所以这个角的余角为 $30°$,补角为 $120°$.

方法二: 设这个角的余角为 $y°$,则这个角的补角为 $180° - (90° - y°) = 90° + y°$.

由题意可得 $\frac{1}{3}(90 + y) - 10 = y$,

解得 $y = 30$.

$90° + 30° = 120°$.

所以这个角的余角为 $30°$,补角为 $120°$.

点拨: 设出合适的未知数,列方程求解,方法一是间接设未知数;方法二是直接设未知数.

9. 解: 设 $\angle AOB = x°$,则 $\angle BOC = 2\angle AOB = 2x°$.

因为 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$,

所以 $\angle AOC = x° + 2x° = 3x°$.

因为 OD 平分 $\angle AOC$,

所以 $\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{3}{2}x°$.

由 $\angle BOD = \angle AOD - \angle AOB = 14°$,可得 $\frac{3}{2}x - x = 14$,

解得 $x = 28$. 因此 $\angle AOB = 28°$.

10. 解: (1)设 $\angle BOD = x°$,

因为 $\angle AOC$ 的度数比 $\angle BOD$ 的度数的3倍多 $10°$,

且 $\angle COD = 90°$,

所以 $x + (3x + 10) + 90 = 180$.

解得 $x = 20$,

所以 $\angle BOD = 20°$.

(2)因为 OE、OF 分别平分 $\angle BOD$、$\angle BOC$,

所以 $\angle BOE = \frac{1}{2}\angle BOD$, $\angle BOF = \frac{1}{2}\angle BOC$.

所以 $\angle EOF = \angle BOF - \angle BOE = \frac{1}{2}(\angle BOC - \angle BOD) = \frac{1}{2}\angle COD = 45°$.

11. 解: (1)因为 $\angle AOB$ 是直角, $\angle AOC = 40°$,

所以 $\angle BOC = \angle AOB + \angle AOC = 90° + 40° = 130°$.

因为 OM 是 $\angle BOC$ 的平分线, ON 是 $\angle AOC$ 的平分线,所以 $\angle MOC = \frac{1}{2}\angle BOC = 65°$, $\angle NOC = \frac{1}{2}\angle AOC = 20°$,

所以 $\angle MON = \angle MOC - \angle NOC = 65° - 20° = 45°$.

(2)当锐角 $\angle AOC$ 的大小发生改变时, $\angle MON$ 的大小不发生改变. 理由:

因为 $\angle MON = \angle MOC - \angle NOC = \frac{1}{2}\angle BOC -$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}(\angle BOC-\angle AOC)=\frac{1}{2}\angle AOB$，$\angle AOB$ 是直角，度数不改变，所以 $\angle MON=\frac{1}{2}\angle AOB=45°$.

4.6 用尺规作线段与角

【两年模拟兵法】

1. B

2. D　**点拨：**A 中 $AB=a+b+c$；B 中 $AB=a+b-c$；C 中 $AB=a-b+c$.

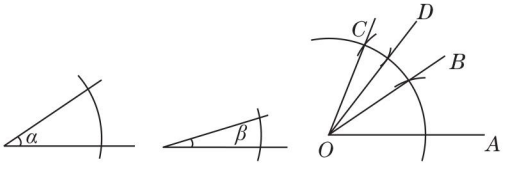
3. (2)$2a$　(3)BC　(4)c；AD

4. **解：**作图如图.

作法：(1)作 $\angle AOB=\angle\alpha$；

(2)以 OB 为一边，在 $\angle AOB$ 的外部作 $\angle BOC=\angle\alpha$；

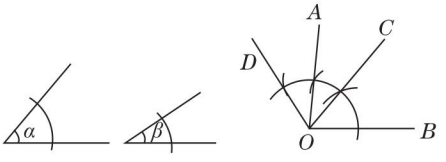
(3)以 OC 为一边，在 $\angle AOC$ 的内部作 $\angle COD=\angle\beta$，则 $\angle AOD$ 就是所求作的角.



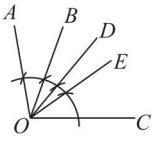
(第 4 题)

5. **解：**(1)如图所示. 作法：①作 $\angle BOC=\angle\alpha$；②以射线 OC 为一边，在 $\angle BOC$ 的外部作 $\angle COA$，使 $\angle COA=\angle\beta$；③以射线 OA 为一边，在 $\angle COA$ 的外部作 $\angle AOD$，使 $\angle AOD=\angle\beta$，则 $\angle BOD$ 就是所求作的角.

(2)如图所示. 作法：①作 $\angle COD=\angle\alpha$；②以射线 OD 为一边，在 $\angle COD$ 的外部作 $\angle DOA$，使 $\angle DOA=\angle\alpha$；③以射线 OC 为一边，在 $\angle COA$ 的内部作 $\angle COE$，使 $\angle COE=\angle\beta$；④以射线 OE 为一边，在 $\angle EOA$ 的内部作 $\angle EOB$，使 $\angle EOB=\angle\beta$，则 $\angle AOB$ 就是所求作的角.

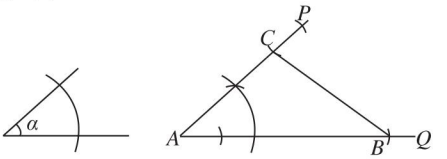


[第5(1)题]



[第5(2)题]

6. **解：**如图.



(第 6 题)

素养提分整合篇

【好题必解】

1. **解：**(1)6

(2)答案不唯一，如①$BC=CD+DB$；②$AD=AB-DB$.

(3)因为 C 为线段 AB 的中点，$AB=8$，

所以 $CB=\frac{1}{2}AB=4$. 所以 $CD=CB-DB=2.5$.

2. **解：**设 $BD=x$ cm，则 $AB=3x$ cm，$CD=4x$ cm，

所以 $AC=6x$ cm.

因为点 E，F 分别为 AB，CD 的中点，

所以 $AE=\frac{1}{2}AB=1.5x$ cm，$CF=\frac{1}{2}CD=2x$ cm.

所以 $EF=AC-AE-CF=6x-1.5x-2x=2.5x$(cm).

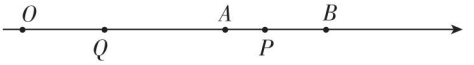
因为 $EF=10$ cm，所以 $2.5x=10$. 解得 $x=4$.

所以 $AB=12$ cm，$CD=16$ cm.

3. **解：**(1)$5-t$；$10-2t$

(2)由题易知 $AB=5$，$OA=10$. 当 $t=2$ 时，$AP<5$，即点 P 在线段 AB 上；

$OQ<10$，即点 Q 在线段 OA 上，如图：



(第 3 题)

此时 $PQ=OP-OQ=(OA+AP)-OQ=(10+t)-2t=10-t=8$.

(3)$PQ=|OP-OQ|=|(OA+AP)-OQ|=|(10+t)-2t|=|10-t|$.

因为 $PQ=\frac{1}{2}AB$，所以 $|10-t|=2.5$.

解得 $t=7.5$ 或 $t=12.5$.

4. **解：**(1)因为 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互补，

所以 $\angle AOB+\angle BOC=180°$.

所以 $\angle BOC=180°-40°=140°$.

因为 OD 是 $\angle BOC$ 的平分线，

所以 $\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=70°$.

(2)因为 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互余，

所以 $\angle AOB+\angle BOC=90°$.

所以 $\angle BOC=90°-40°=50°$.

因为 OD 是 $\angle BOC$ 的平分线，

所以 $\angle COD=\frac{1}{2}\angle BOC=25°$.

5. **解：**(1)①因为 $\angle AOC=60°$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

所以$\angle BOC=180°-\angle AOC=180°-60°=120°$.
因为OE平分$\angle BOC$,
所以$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times120°=60°$.
又因为$\angle COD=90°$,
所以$\angle DOE=\angle COD-\angle COE=90°-60°=30°$.
②$\angle DOE=\frac{1}{2}\alpha$.

(2)$\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOC$. 理由如下:
因为$\angle BOC=180°-\angle AOC$,$OE$平分$\angle BOC$,
所以$\angle COE=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}(180°-\angle AOC)$
$=90°-\frac{1}{2}\angle AOC$.
所以$\angle DOE=\angle COD-\angle COE$
$=90°-\left(90°-\frac{1}{2}\angle AOC\right)$
$=\frac{1}{2}\angle AOC$.

【第4章测试卷】

一、**1**. D **2**. D **3**. B **4**. A **5**. C

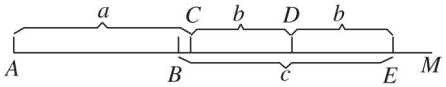
6. D **点拨:**设$\angle COD=x$,因为OD是$\angle BOC$的平分线,
所以$\angle BOD=\angle COD=x$,$\angle BOC=2x$.
又OC是$\angle AOB$的平分线,
所以$\angle AOC=\angle BOC=2x$,
所以$\angle AOB=4x$,所以$\angle COD=\frac{1}{4}\angle AOB$,$\angle AOD=\frac{3}{4}\angle AOB$,$\angle BOD=\frac{1}{4}\angle AOB$,$\angle BOC=\frac{2}{3}\angle AOD$,故选D.

7. C **8**. B

二、**9**. 2;8;6 **10**. 75° **11**. 60° **12**. 145

三、**13**. 略.

14. **解:**如图,线段AB即为所求的线段.



(第14题)

15. **解:**因为D为BC的中点,$CD=18$ mm,
所以$BC=2CD=36$ mm.
因为$AB=48$ mm,$AC+BC=AB$,
所以$AC=AB-BC=48-36=12$(mm).

16. **解:**设$DB=x$ cm,则$AD=\frac{5}{9}x$ cm,
所以$AB=\frac{14}{9}x$ cm.
因为$AC=\frac{9}{5}CB$,$AC+BC=AB$,
所以$CB=\frac{5}{14}AB=\frac{5}{14}\times\frac{14}{9}x=\frac{5}{9}x$(cm).
所以$CD=DB-CB=x-\frac{5}{9}x=\frac{4}{9}x$(cm).
因为$CD=4$ cm,所以$\frac{4}{9}x=4$,解得$x=9$.
所以$AB=\frac{14}{9}\times9=14$(cm).

17. **解:**(1)因为$\angle AOB=120°$,OC平分$\angle AOB$,
所以$\angle AOC=\angle COB=\frac{1}{2}\angle AOB=60°$.
因为OD、OE分别平分$\angle AOC$、$\angle COB$,
所以$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC=30°$,$\angle COE=\frac{1}{2}\angle COB=30°$.
所以$\angle DOE=\angle COD+\angle COE=30°+30°=60°$.
(2)因为OD、OE分别平分$\angle AOC$、$\angle COB$,
所以$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$,$\angle COE=\frac{1}{2}\angle COB$.
所以$\angle DOE=\angle COD+\angle COE=\frac{1}{2}(\angle AOC+\angle COB)=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120°=60°$.
(3)$\angle DOE=60°$.

第5章 数据的收集与整理

5.1 数据的收集

【两年模拟兵法】

1. B **2**. D **3**. C **4**. B **5**. B

6. 抽样调查 **7**. 样本选取不合理

8. **解:**(1)不合适,因为抽取的样本不具有代表性,抽样时应该让数学成绩好、中、差的同学都有代表参加.
(2)不合适,因为上海市的经济发达,公民受教育程度较高,因而抽取的样本不具有代表性.
(3)不合适,因为青少年不仅仅是中学生,还有为数众多的非中学生,中学生对网络的态度不代表青少年对网络的态度.
(4)合适,由于抽样是随机的,因此抽取的样本合适.
(5)不合适,因为调查的人数太少,而且各年级的情况可能有所不同.

9. **解:**(1)用抽样调查好,若用全面调查,则费时费力.
(2)①总体是300只羊的体重,个体是每只羊的体重,样本是这5只羊的体重.
②300只羊约能卖$\frac{26+31+32+36+37}{5}\times300\times11=106\,920$(元).

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

5.2 数据的整理

【两年模拟兵法】

1. B　**点拨**：由题意得，最喜爱羽毛球的学生占的百分率为 $1-20\%-10\%-30\%=40\%$，
最喜爱跑步的人数为 $150\times30\%=45$，
则最喜爱羽毛球的人数为 $150\times40\%=60$.
故选 B.

2. B

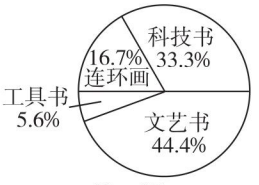
3. A　**点拨**：由题图可知张亮的书籍支出为 200 元，总支出为 $150+200+100+100=550$(元)，$\frac{200}{550}\times100\%\approx36.4\%$. 李娜书籍支出占总支出的 32%，故 A 选项正确.

4. C

5. 50　**6.** 60%

7. **解**：(1)科技书：$\frac{1\,800}{5\,400}\times100\%\approx33.3\%$，文艺书：$\frac{2\,400}{5\,400}\times100\%\approx44.4\%$，工具书：$\frac{300}{5\,400}\times100\%\approx5.6\%$，连环画：$\frac{900}{5\,400}\times100\%\approx16.7\%$.

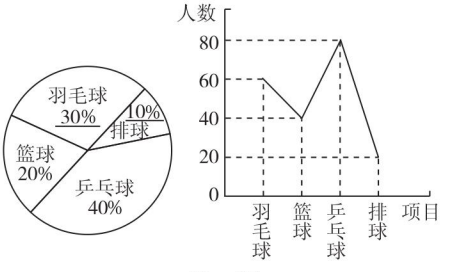
(2)科技书所对应的扇形的圆心角度数：$\frac{1\,800}{5\,400}\times360^\circ=120^\circ$，文艺书所对应的扇形的圆心角度数：$\frac{2\,400}{5\,400}\times360^\circ=160^\circ$，工具书所对应的扇形的圆心角度数：$\frac{300}{5\,400}\times360^\circ=20^\circ$，连环画所对应的扇形的圆心角度数：$\frac{900}{5\,400}\times360^\circ=60^\circ$，绘制成扇形统计图如图.



(第 7 题)

点拨：本题考查了扇形统计图的相关计算，画扇形统计图时准确求出圆心角的度数是解题的关键.

8. **解**：(1)200
补全统计图如图所示：

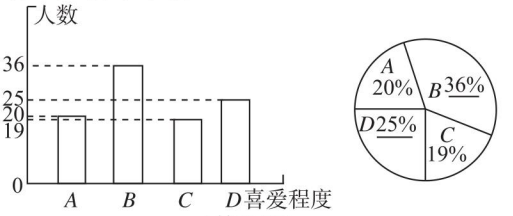


(第 8 题)

(2)108

9. **解**：(1)100

(2)B 类有 $20\times\frac{9}{5}=36$(人)，C 类有 $100\times19\%=19$(人)，
D 类有 $100-20-36-19=25$(人)，
B 类所占的百分率是 $36\div100\times100\%=36\%$，
D 类所占的百分率是 $25\div100\times100\%=25\%$，
补全统计图如图所示.



(第 9 题)

扇形统计图中“D 类(不喜欢)”部分的圆心角度数是 $360^\circ\times25\%=90^\circ$.

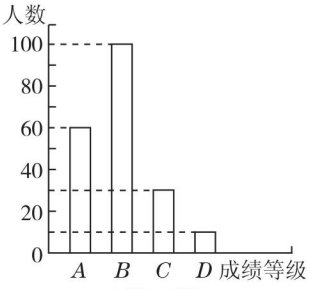
5.3 用统计图描述数据

【两年模拟兵法】

1. C　**2.** B

3. 50　**点拨**：从统计图知，喜欢“球类”的有80 人，占 40%，所以总人数为 $80\div40\%=200$(人). 所以喜欢“跳绳”的有 $200-80-30-40=50$(人).

4. **解**：(1)200
(2)100；30；5%
(3)补全条形统计图如图.



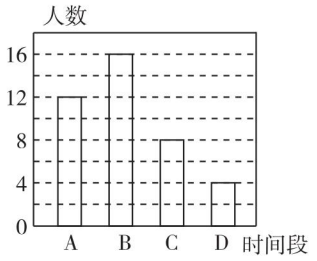
(第 4 题)

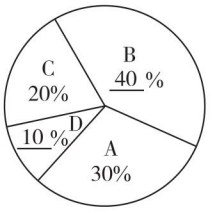
5. **解**：(1)因为条形统计图中 A 级人数为 80，扇形统计图中 A 级所占百分率为 16%，$80\div16\%=500$(名)，
所以在这次随机抽样调查中，共抽查了 500 名学生.
(2)因为 C 级所占的百分率为 42%，
$500\times42\%=210$(名)，
所以自我控制能力为 C 级的学生有 210 名.
(3)因为 D 级所占的百分率为 $1-42\%-16\%-24\%=18\%$，
所以 D 级所占的扇形的圆心角的度数为 $360^\circ\times18\%=64.8^\circ$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 解:(1)采用的是抽样调查. 共调查了12 ÷ 30% = 40(人).

(2)补全条形统计图和扇形统计图如图.

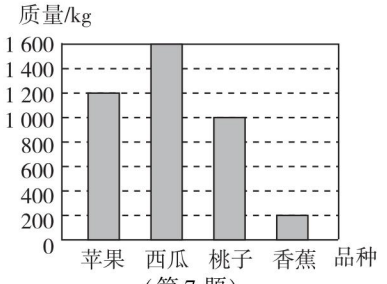




(第6题)

7. 解:(1)1 600 ÷ 40% = 4 000(kg).

(2)补全条形统计图如图.



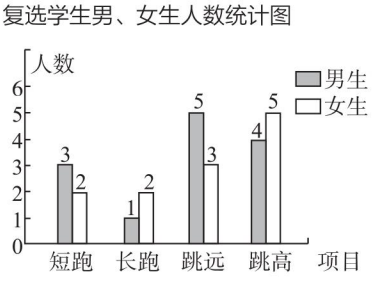
(第7题)

(3)$\frac{1\,000}{4\,000}\times 100\%\times 360^\circ = 90^\circ$.

8. 解:(1)25;72

(2)长跑项目的男生人数为 25 × 12% − 2 = 1(人),跳高项目的女生人数为 25 − 3 − 2 − 1 − 2 − 5 − 3 − 4 = 5(人).

补全条形统计图,如图.



(第8题)

5.4 从图表中的数据获取信息
5.5 综合与实践 水资源浪费现象的调查

【两年模拟兵法】

1. D **点拨:**A 中,因为共有 50 名学生,而统计图中的数据之和是 30 + 10 + 20 + 40 = 100 > 50,所以正确;B 中,从统计图的高低判断,喜欢吃葡萄的人最多,所以正确;C 中,喜欢吃苹果的人数(30 人)是喜欢吃梨的人数(10 人)的 3 倍,所以正确;D 中,因为此题中,一人可以喜欢吃几种水果,所以计算百分率的时候,不能除以统计中的总数据,应是 20 ÷ 50 = 40%,所以错误.

2. A **点拨:**因为参加外语兴趣小组的学生有 12 人,占参加课外兴趣小组人数的 24%,所以参加课外兴趣小组的学生共有 12 ÷ 24% = 50(人). 所以参加绘画兴趣小组的学生有 50 × (1 − 14% − 36% − 16% − 24%) = 5(人).

3. C

4. C

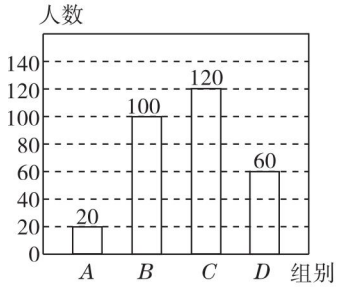
5. >

6. 解:(1)300

(2)*C* 组人数为 300 × 40% = 120(人);

A 组人数为 300 − 120 − 100 − 60 = 20(人);

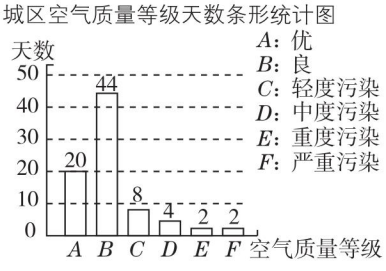
补全条形统计图,如图所示:



(第6题)

7. 解:(1)20;8;55

(2)条形统计图补全如下图所示:



(第7题)

(3)答案不唯一,只要表达了禁放或限放烟花爆竹即可. 如:建议不要燃放烟花爆竹.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

素养提分整合篇

【好题必解】

1. D

2. ③⑤;①②④　**点拨**:①中的调查具有破坏性,适宜抽样调查;②④范围广,不宜采取全面调查,只能采取抽样调查;③⑤适合全面调查.

3. C　**4**. D　**5**. D

6. D　**7**. 2019;2018

8. **解**:(1)48 人;72°

(2)30% ×1 000 =300(人).

故估计富春茶社 1 000 名顾客中最喜欢“汤包”的有 300 人.

【第 5 章测试卷】

一、1. D　**2**. B　**3**. A　**4**. B

5. C　**6**. B　**7**. C　**8**. B

二、9. 10　**10**. 折线　**11**. 1 200

12. 七年级

三、13. **解**:(1)合适,在全校所有的班级中任意抽取 8 个班级具有一定的代表性,且工作量也不是特别大.

(2)不合适,调查的范围小,没有代表性和广泛性.

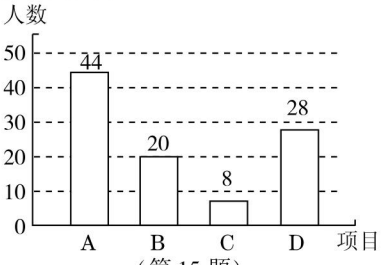
14. **解**:(1)一

(2)(10 +20 +15 +15 +25 +30 +35) ÷7≈21(元).

答:小明家在这一周内平均每天购菜约 21 元.

15. **解**:(1)20% ;72°

(2)调查的总人数是 44 ÷44% =100(人),则喜欢 B 项目的人数是 100 ×20% =20,补全条形统计图如图.



(第 15 题)

16. **解**:(1)$a=20$,$m=960$.

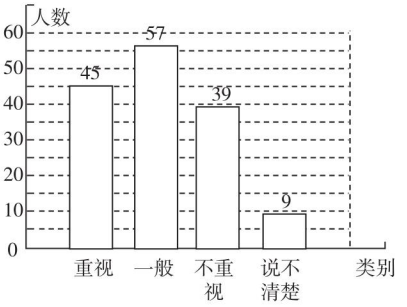
(2)960 ÷(20 ×30%) =160(万元),560 ÷(20 ×20%) =140(万元),故网购与视频软件的人均利润分别为 160 万元、140 万元.

(3)能. 设网购软件研发与维护人数增加 x 人,则视频软件研发与维护人数减少 x 人,由题知 $160(6+x)+140(4-x)=960+560+60$,解得 $x=3$. 故调整方案为网购软件研发与维护人数增加 3 人,视频软件研发与维护人数减少 3 人.

点拨:本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用,读懂统计图,从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

17. **解**:(1)由统计表可知,样本容量为 57 ÷0.38 =150.

所以 $a=150\times0.3=45$,$c=1-0.3-0.38-0.06=0.26$,$b=150\times0.26=39$,补全统计图如图所示.



(第 17 题)

(2)2 300 ×0.26 =598(人).

答:估计该校“不重视阅读数学教科书”的初中生人数约为 598 人.

(3)(答案不唯一)①从该校初中生重视阅读数学教科书的人数比例来看,该校初中生对阅读数学教科书的重视程度不够,建议数学教师在课内外加强引导学生阅读数学教科书,逐步提高学生数学阅读能力,重视数学教科书在数学学习过程中的作用.

②考虑到样本具有的随机性、代表性和广泛性,要了解全省初中生阅读数学教科书的情况,抽样时要选择城市、乡镇不同层次的学校.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

教材习题参考答案及点拨

第1章 有理数

1.1 正数和负数

练习:

1. (1) −2 km (2)零上5;5;零下3;−3 (3)亏损 **点拨:**具有相反意义的量可以用正、负数来表示,确定了一个量为正,则另一个量就为负.

2. 解:(1)以正午为基准,正午前记作负数,正午后记作正数,则正午前2 h记作−2 h,正午后3 h记作+3 h.(2)以某一天的水位为基准,高于它的记为正数,低于它的记为负数,则一天前的水位记作+2 cm,一天后的水位记作−2 cm.

习题1.1:

1. (1) −40 (2)顺时针方向;2
(3)低于;0.02

2. 解:从左到右依次是:没涨也没跌,跌0.05元,跌1.24元,涨0.15元,跌2.01元.

3. 解:1.2 mm是指它的标准厚度,+0.1 mm表示比1.2 mm厚0.1 mm,−0.1 mm表示比1.2 mm薄0.1 mm.

4. 解:建筑物顶端的高度记为+16 m,沉船的深度记为−12 m.

5. 解:增加量从左到右依次填14.9,−4.9,19.8,−61.2,−53.5,−7.7.

6. 解:正整数有:8,302,28;负整数有:−207,−79;正分数有:$\frac{1}{32}$,42.5,$\frac{13}{25}$;负分数有:−8.34,$-\frac{4}{5}$,−6.5;存在,0既不是正数,也不是负数.

7. 解:整数:{−9,2,+1,−2};

分数:$\left\{-0.1,\frac{1}{2},-\frac{5}{2},3.5\right\}$;

正数:$\left\{\frac{1}{2},2,+1,3.5\right\}$;

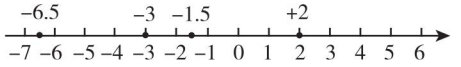
负数:$\left\{-0.1,-9,-\frac{5}{2},-2\right\}$.

1.2 数轴、相反数和绝对值

练习:

1. −3.5;−2;2.5;5 **点拨:**要确定数轴上的点表示什么数,应先看它是在原点的左侧还是右侧,左侧为负,右侧为正,再看它距原点几个单位长度.

2. 解:如图所示.



(第2题)

点拨:在数轴上画表示有理数的点时,先由符号确定其在原点的哪一侧,再确定它与原点相距几个单位长度,最后描点.

练习:

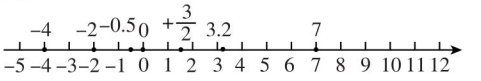
1. 解:−5的相反数是5,1的相反数是−1,−3的相反数是3,−2.6的相反数是2.6,1.2的相反数是−1.2,−0.9的相反数是0.9,$\frac{1}{2}$的相反数是$-\frac{1}{2}$.

2. (1)2.8;−3.2 (2)4;−7 (3)−8;9

3. C

练习:

1. 解:如图所示.



(第1题)

$|-4|=4$,$\left|+\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}$,$|-2|=2$,$|0|=0$,

$|3.2|=3.2$,$|-0.5|=0.5$,$|7|=7$.

2. 3;1.5;0;5;0.02;$\frac{3}{4}$;$\frac{1}{6}$;100

点拨:正数的绝对值是它本身,负数的绝对值是它的相反数,0的绝对值是0.

3. 解:(1)17 (2)1 (3)0 (4)6

4. D **点拨:**$-|-5|=-5$.

5. 解:$|8|=8$,$|-8|=8$,$\left|\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$,$\left|-\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$.

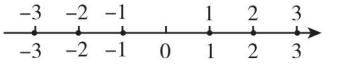
点拨:互为相反数的两个数的绝对值相等.

习题1.2:

1. 解:$-\frac{1}{2}$的相反数是$\frac{1}{2}$,−0.61的相反数是0.61,16的相反数是−16,|−8|的相反数是−8,2.5的相反数是−2.5.

点拨:正数的相反数是负数,负数的相反数是正数.

2. 解:所写的正数为1,负数为−2,−3.1的相反数是−1,−2的相反数是2,−3的相反数是3.在数轴上的表示如图所示.

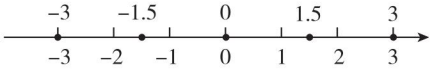


(第2题)

点拨:本题具有开放性,答案不唯一.

3. 解:如图所示.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料



（第3题）

4. **解：** −5或−1.

5. **解：**（1）+（−4）与−（+4）相等.

（2）−（−4）与−4互为相反数.

（3）+（+4）与−（−4）相等.

（4）−（+4）与−（−4）互为相反数.

6. **解：**$|-25|=25$，$|0.08|=0.08$，$|-7|=7$，$|1.5|=1.5$，$|0|=0$，$\left|-\frac{9}{11}\right|=\frac{9}{11}$.

7. **解：**（1）绝对值是5的数有两个，是±5.（2）绝对值是0的数只有一个，是0.

（3）不存在绝对值是−4的数，因为任何数的绝对值都是非负数.

点拨：绝对值等于0的数只有一个，是0；绝对值等于一个正数的数有两个，它们互为相反数.

8. **解：**5次测得的数值与设计长度的差分别为4，2，−1，−3，−2.

第3次测得的结果最接近设计长度. 哪次测得的数值与设计长度的差的绝对值最小，哪次测得的结果就最接近设计长度.

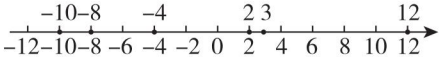
9.（1）a　（2）$-a$　（3）0

1.3 有理数的大小

练习：

1.（1）<　（2）>　（3）<　（4）<

2. **解：**在数轴上表示如图所示. 把各数用“>”连接起来为$12>3>2>-4>-8>-10$.



（第2题）

点拨：在数轴上，右边点表示的数总比左边点表示的数大.

3. **解：**（1）$-0.2>-0.25$.

（2）$-0.1<-0.01$.

（3）$-9>-9.1$.

（4）$-\frac{3}{8}>-\frac{5}{8}$.

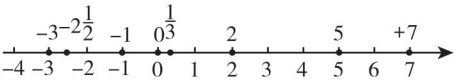
（5）$-\frac{3}{4}>-\frac{4}{5}$.

（6）$-\frac{5}{6}>-\frac{6}{7}$.

点拨：两个负数比较大小，绝对值大的反而小.

习题1.3：

1. **解：**在数轴上表示如图所示. 把各数用“<”连接起来为$-3<-2\frac{1}{2}<-1<0<\frac{1}{3}<2<5<+7$.



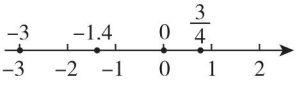
（第1题）

2. **解：**从低到高排列：−18℃，−4.5℃，2.8℃，3.2℃，12℃，15℃. 这年一月份广州的平均气温最高，长春的平均气温最低.

3. **解：**（1）没有最大的正整数，有最小的正整数，是1.

（2）没有最小的负整数，有最大的负整数，是−1.

4. **解：**（1）在数轴上表示如图所示.



（第4题）

（2）$\frac{3}{4}>0>-1.4>-3$.

（3）$-\frac{3}{4}<0<1.4<3$.

（4）$0<\frac{3}{4}<1.4<3$.

5. **解：**（1）$-\frac{7}{9}>-\frac{9}{10}$.（2）$-\frac{1}{100}>-0.012$.

（3）$-2<-\frac{7}{8}$.（4）$-\frac{5}{4}>-\frac{3}{2}$.

（5）$-0.01>-100$.（6）$-4.3>-5$.

（7）$-\frac{3}{11}<-\left|-\frac{5}{22}\right|$.（8）$-2\frac{1}{3}<-\frac{13}{6}$.

6.（1）<　（2）<　（3）>　（4）>

（5）<　（6）>　（7）<　（8）>

7. **解：**绝对值小于5的所有整数为0，±1，±2，±3，±4.

点拨：解本题时要注意不要漏掉0.

1.4 有理数的加减

练习：

1. **解：**第一横行从左到右依次填：+，15，+15；第二横行从左到右依次填：−，15，−15；第三横行从左到右依次填：+，3，+3；第四横行从左到右依次填：−，3，−3.

点拨：对照有理数的加法法则填表即可.

2. **解：**（1）$(+3.5)+(+4.5)=+(3.5+4.5)=8$.

（2）$\left(-\frac{7}{5}\right)+\left(-\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{7}{5}+\frac{3}{5}\right)=-2$.

（3）$\left(-\frac{17}{16}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)=+\left(\frac{5}{4}-\frac{17}{16}\right)=\frac{3}{16}$.

（4）$\left(+\frac{23}{8}\right)+\left(-\frac{13}{4}\right)=-\left(\frac{13}{4}-\frac{23}{8}\right)=-\frac{3}{8}$.

3. **解：**（1）$100+(-100)=0$.

（2）$(-9.5)+0=-9.5$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)(-3.5)+3.5=0.

(4)$\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=-\frac{1}{2}$.

(5)(-8)+(-7)=-(8+7)=-15.

(6)(-13)+24=+(24-13)=11.

(7)$\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)=-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=-\frac{5}{6}$.

(8)$-0.5+\frac{1}{2}=-0.5+0.5=0$.

点拨:互为相反数的两数相加得0;一个数同0相加,仍得这个数.

4. **解**:-11.2+8.5=-2.7(m),所以这时潜水员处在水下2.7 m处.

5. **解**:-86+720.5=634.5(℃),所以水星最高地表温度是634.5 ℃.

点拨:用最低地表温度加上720.5℃即为所求.

练习:

1. (1)+14;6 (2)-6;-13 **点拨**:减去一个数,等于加上这个数的相反数.

2. **解**:(1)(-19)-(-7)=(-19)+(+7)=-12.

(2)4-6=4+(-6)=-2.

(3)(-2.5)-(+2.5)=(-2.5)+(-2.5)=-5.

(4)0-(-5)=0+(+5)=5.

点拨:运用有理数的减法法则将有理数的减法运算转化为加法运算时,要注意两变:减号变加号,减数变为其相反数.

3. **解**:(1)12-17=12+(-17)=-5.

(2)(-10)-4=(-10)+(-4)=-14.

(3)32-(-18)=32+(+18)=50.

(4)0-12=0+(-12)=-12.

(5)(-32)-(-18)=(-32)+(+18)=-14.

(6)9-(+11)=9+(-11)=-2.

(7)$\left(-\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{5}$.

(8)$(-1)-\left(+\frac{3}{2}\right)=(-1)+\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{5}{2}$.

(9)$\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)=0$.

(10)$\frac{3}{5}-\left(+\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}+\left(-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{5}$.

4. **解**:(1)-7-(+1)=-7+(-1)=-8(时),所以巴黎与东京的时差为-8时.

(2)巴黎时间8:00时,东京时间是16:00.

练习:

1. (1)+1.4;+1.2;-2.5

(2)-20;-5;-3

2. **解**:(1)(+15)+(-30)-(-14)=(+15)+(-30)+(+14)=[(+15)+(+14)]+(-30)=(+29)+(-30)=-1.

(2)-40-28-(-19)+(-24)=-40-28+19+(-24)=(-40-28-24)+19=-92+19=-73.

(3)$-\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{6}-\frac{1}{4}=-\frac{13}{12}$.

(4)-7.2-0.9-5.6+8.7=(-7.2-0.9-5.6)+8.7=-13.7+8.7=-5.

(5)-1+2-3-4+5=(-1-3-4)+(2+5)=-8+7=-1.

(6)-3-4+19-11=(-3-4-11)+19=1.

点拨:进行有理数的加减混合运算时,应先转化为加法运算,再利用有理数的加法法则和加法运算律来进行运算.

3. **解**:80-20-30+100-20=110(元),所以这时存折上的余额是110元.

4. **解**:(1)所填队员身高从左到右依次为180,176,175,179,174,170;所填与平均身高的差从左到右依次为+2,-2,-1.

(2)5号队员最高,13号队员最矮.

(3)最高的队员比最矮的队员高180-170=10(cm).

习题1.4:

1. **解**:(1)(-17)+(+6)=-11.

(2)(+23)+(-18)=5.

(3)(-12)+(-4)=-16.

(4)(+4)+(+8)=12.

(5)(-0.9)+(-2.1)=-3.

(6)(-20)+0=-20.

(7)$\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{2}{3}\right)=0$.

(8)$\frac{2}{5}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{15}$.

2. **解**:(1)(-8)-(+3)=(-8)+(-3)=-11.

(2)(-3)-(-5)=(-3)+(+5)=2.

(3)3-(-8)=3+(+8)=11.

(4)3-(+5)=3+(-5)=-2.

(5)0-18=0+(-18)=-18.

(6)(-15)-15=(-15)+(-15)=-30.

(7)$\left(+3\frac{3}{4}\right)-\left(-2\frac{3}{4}\right)=\left(+3\frac{3}{4}\right)+\left(+2\frac{3}{4}\right)=6\frac{1}{2}$.

(8)(-3.6)-(-2.4)=(-3.6)+(+2.4)=-1.2.

(9)40-41=40+(-41)=-1.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

(10)(−2.2)−(−2.2)=(−2.2)+(+2.2)=0.

点拨:先把减法转化为加法,再利用有理数加法法则计算即可.

3. 解:(1)5+(−6)+3+8+(−4)+(−7)=(5+3+8)+[(−6)+(−4)+(−7)]=16+(−17)=−1.

(2)(−41)+(+30)+(+41)+(−30)=[(−41)+(+41)]+[(−30)+(+30)]=0+0=0.

(3)(−0.8)+1.2+(−0.7)+(−2.1)+0.8+3.5=[(−0.8)+(+0.8)]+(1.2+3.5)+[(−0.7)+(−2.1)]=0+4.7+(−2.8)=1.9.

$(4)-\frac{7}{2}+\frac{8}{3}-\frac{16}{9}+\frac{3}{2}=\left[\left(-\frac{7}{2}\right)+\left(+\frac{3}{2}\right)\right]+\left[\left(+\frac{8}{3}\right)+\left(-\frac{16}{9}\right)\right]=-2+\frac{8}{9}=-1\frac{1}{9}$.

(5)−8+12−16−23=(−8−16−23)+12=−47+12=−35.

$(6)-\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)+\left[\left(-\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}\right]=\frac{3}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{4}$.

4. 解:(1)(1−2)+(3−4)−(−5+6)=−1+(−1)−1=−3,

1−2+3−4+5−6=−1+3−4+5−6=2−4+5−6=−2+5−6=3−6=−3.

(2)−(8−12)+(−16+20)=−(−4)+4=4+4=8,

−8+12−16+20=4−16+20=−12+20=8.

$(3)\ \frac{3}{4}-\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{4}-\frac{11}{6}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-1\frac{1}{4}$,

$\frac{3}{4}-\frac{5}{2}+\frac{2}{3}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=-\frac{7}{4}+\frac{2}{3}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=-\frac{13}{12}-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=-\frac{11}{4}+\frac{3}{2}=-1\frac{1}{4}$.

比较以上结果,可体会到灵活利用运算律有利于计算的简便.

5. 解:(1)$x=-7$. (2)$x=-2$.

6. 解:(1)不正确,如(−5)+(−4)=−9.

(2)不正确,如5−(−4)=9.

(3)不正确,如−1+3=2.

(4)正确.

7. 解:(1)7+5>7−5.

(2)2+(−6)<2−(−6).

(3)(−4)+0=(−4)−0.

点拨:本题具有开放性,答案不唯一,所列算式只要符合条件就行.

8. 解:因为$|a|=8$,$|b|=5$,所以$a=\pm8$,$b=\pm5$. 又因为$a+b>0$,所以当$a=8$,$b=5$时,$a-b=3$. 当$a=8$,$b=-5$时,$a-b=13$.

9. 解:(1)−7+4+8−3+10−3−6−12+9−3=(−7−3−3−6−12−3)+(4+8+10+9)=−34+31=−3(km). 所以这辆警车在完成上述来回巡逻后在M车站的左侧,距M车站3 km.

(2)|−7|+|+4|+|+8|+|−3|+|+10|+|−3|+|−6|+|−12|+|+9|+|−3|=7+4+8+3+10+3+6+12+9+3=65(km).

(65÷100)×11=0.65×11=7.15(L). 所以这天上午共消耗汽油7.15 L.

10. 略.

1.5 有理数的乘除

练习:

1. 略.

2. 解:(1)(−4.6)×(+3)=−(4.6×3)=−13.8.

$(2)\frac{3}{4}\times\left(-\frac{8}{9}\right)=-\left(\frac{3}{4}\times\frac{8}{9}\right)=-\frac{2}{3}$.

$(3)\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=+\left(\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{10}$.

$(4)\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=+\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\right)=1$.

(5)(+8.5)×(−2)=−(8.5×2)=−17.

$(6)\left(-\frac{5}{8}\right)\times(-12)=+\left(\frac{5}{8}\times12\right)=\frac{15}{2}$.

(7)(−3.8)×0=0.

(8)100×(−0.01)=−(100×0.01)=−1.

点拨:两数相乘,同号得正,异号得负,并把绝对值相乘;任何数与零相乘都得零.

3. 解:(1)得原数. (2)得原数的相反数.

练习:

1. 解:(1)正号. (2)负号. (3)负号. (4)正号.

点拨:几个不等于零的数相乘,积的符号由负因数的个数决定,当负因数有偶数个时,积为正;当负因数有奇数个时,积为负.

2. 解:(1)(−7)×(−9)×(−8)=−(7×9×8)=−504.

(2)(−8.46)×2.5×(−4)=+(8.46×2.5×4)=84.6.

3. 解:(1)−8×(+12)×(−7)×13=+(8×12×7×13)=8 736.

(2)(−100)×72×(−50)×0×(−2)=0.

点拨:几个非零有理数相乘,先确定积的符号,再把绝对值相乘. 在相乘的几个因数中,只要有一个因数是0,积就是0.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

练习:

解:第一行从左到右依次填:-,3,-3;第二行从左到右依次填:+,3,+3;第三行从左到右依次填:-,1,-1;第四行从左到右依次填:+,2,+2.

练习:

1. 解:$-\frac{2}{3}$的倒数是$-\frac{3}{2}$;0.25 的倒数是 4;-6 的倒数是$-\frac{1}{6}$;1 的倒数是 1;-1 的倒数是 -1.

2. (1)√ (2)√

3. 解:(1)$\left(-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-4)=3$.

(2)$\left(+\frac{5}{8}\right)\div(-5)=\left(+\frac{5}{8}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)=-\frac{1}{8}$.

(3)$0\div\left(-\frac{11}{6}\right)=0$.

(4)$(-4.2)\div(+6)=-0.7$.

(5)$\left(-\frac{36}{7}\right)\div6=\left(-\frac{36}{7}\right)\times\frac{1}{6}=-\frac{6}{7}$.

(6)$(-8)\div\left(-\frac{16}{5}\right)=(-8)\times\left(-\frac{5}{16}\right)=\frac{5}{2}$.

(7)$(-2)\div(-4)=(-2)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{2}$.

(8)$(-0.75)\div\frac{5}{4}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5}=-\frac{3}{5}$.

(9)$(-1)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-1)\times(-3)=3$.

(10)$2\div\left(-\frac{1}{2}\right)=2\times(-2)=-4$.

点拨:除以一个不为零的数等于乘以这个数的倒数.

练习:

1. 解:(1)$\left(-\frac{81}{20}\right)\times1.25\times(-8)=\left(-\frac{81}{20}\right)\times[1.25\times(-8)]=\left(-\frac{81}{20}\right)\times(-10)=\frac{81}{2}$.

(2)$-3.5\div\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-3.5\times\left(-\frac{8}{7}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\left[-\frac{7}{2}\times\left(-\frac{8}{7}\right)\right]\times\left(-\frac{3}{4}\right)=4\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-3$.

2. 解:(1)$\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{7}{18}\right)\times36=\frac{7}{9}\times36+\left(-\frac{5}{6}\right)\times36+\frac{3}{4}\times36+\left(-\frac{7}{18}\right)\times36=28+(-30)+27+(-14)=(28+27)+[(-30)+(-14)]=55+(-44)=11$.

(2)$\left(-\frac{5}{31}\right)\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times\left(-\frac{31}{15}\right)\times\frac{2}{9}=\left[\left(-\frac{5}{31}\right)\times\left(-\frac{31}{15}\right)\right]\times\left[\left(-\frac{9}{2}\right)\times\frac{2}{9}\right]=\frac{1}{3}\times(-1)=-\frac{1}{3}$.

点拨:解这类问题要注意灵活利用运算律来简化计算.

3. 解:$21-6\times10=21-60=-39$(℃),所以 10 km 高空处的气温约是 -39 ℃.

点拨:用 21 ℃减去由于高度增加而降低的温度即为所求.

习题 1.5:

1. 解:(1)$(-8)\times(+1.25)=-10$.

(2)$0\times(-1\,919)=0$.

(3)$(+0.002)\times\left(-\frac{1}{500}\right)=\frac{1}{500}\times\left(-\frac{1}{500}\right)=-\frac{1}{250\,000}$.

(4)$\left(+\frac{8}{3}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)=-\frac{64}{9}$.

点拨:按照有理数的乘法法则计算即可.

2. 解:(1)$(-3)\times(-4)\times(-5)=(-3)\times[(-4)\times(-5)]=(-3)\times20=-60$.

(2)$\left(-\frac{7}{8}\right)\times15\times\left(-\frac{8}{7}\right)=\left[\left(-\frac{7}{8}\right)\times\left(-\frac{8}{7}\right)\right]\times15=1\times15=15$.

3. 解:(1)$(-1)\times(2-5)=(-1)\times(-3)=3$.

(2)$8-3\times(4-6)=8-3\times(-2)=8+6=14$.

(3)$\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-8+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-8)+\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{2}{3}+\left(-\frac{3}{4}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=6-\frac{1}{2}+1=6\frac{1}{2}$.

(4)$(-1.2)\times\left(-\frac{5}{8}\right)+(-24)\times\frac{1}{12}=\left(-\frac{6}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{8}\right)+(-2)=\frac{3}{4}+(-2)=-1\frac{1}{4}$.

点拨:根据题目特点,灵活运用运算律可使计算简便.

4. 解:(1)$\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{16}{9}$.

(2)$\left(-\frac{3}{5}\right)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=\left(-\frac{3}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=1$.

(3)$(+1.84)\div(-0.5)=\frac{46}{25}\div\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{46}{25}\times$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$(-2)=-\frac{92}{25}$.

(4) $(-0.25)\div(-4)=\left(-\frac{1}{4}\right)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{16}$.

(5) $0\div(-1\,850)=0$.

(6) $(-0.75)\div\frac{45}{8}=\left(-\frac{3}{4}\right)\times\frac{8}{45}=-\frac{2}{15}$.

5. 解:(1) $-6\div(-0.25)\times\frac{5}{6}=-6\times(-4)\times\frac{5}{6}=20$.

(2) $(-17)\times(-9)\times0\times37=0$.

(3) $(-60)\times\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{6}-\frac{11}{15}-\frac{7}{12}\right)=(-60)\times\frac{3}{4}+(-60)\times\frac{5}{6}+(-60)\times\left(-\frac{11}{15}\right)+(-60)\times\left(-\frac{7}{12}\right)=-45+(-50)+44+35=-95+79=-16$.

(4) $-9\times(-11)-12\times(-8)=99-(-96)=99+96=195$.

点拨:解这类问题,一要注意正确应用法则;二要注意灵活运用运算律.

6. 解:(1) $1-0.2\times\left[-3-4\times\left(\frac{18}{5}-5.3\right)\right]=1-0.2\times[-3-4\times(-1.7)]=1-0.2\times(-3+6.8)=1-0.2\times3.8=1-0.76=0.24$.

(2) $\left(\frac{1}{20}-\frac{3}{4}\right)\times\left[\frac{5}{7}+\left(-\frac{5}{14}\right)\right]=\left(-\frac{7}{10}\right)\times\frac{5}{14}=-\frac{1}{4}$.

(3) $-\frac{22}{7}\times\left(\frac{22}{7}-\frac{4}{3}\right)\times\frac{7}{22}\div\left(-\frac{22}{21}\right)=-\frac{22}{7}\times\frac{38}{21}\times\frac{7}{22}\times\left(-\frac{21}{22}\right)=\left[\frac{38}{21}\times\left(-\frac{21}{22}\right)\right]\times\left[\left(-\frac{22}{7}\right)\times\frac{7}{22}\right]=-\frac{19}{11}\times(-1)=\frac{19}{11}$.

(4) $\{4-[12+4\times(3-10)]\}\div5=[4-(12-28)]\div5=(4+16)\div5=20\div5=4$.

7. (1)6 (2)-6 (3)$-\frac{1}{5}$ (4)-5

1.6 有理数的乘方

练习:

1. 略.

2. (1)7;4 (2)$-\frac{1}{2}$;5

3. 解:(1) $(-1.5)^2=+(1.5\times1.5)=2.25$.

(2) $4\times(-2)^3=4\times[-(2\times2\times2)]=4\times(-8)=-32$.

(3) $-(-2)^4=-[(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)]=-16$.

(4) $(-2)^3\times(-2)^2=(-8)\times4=-(8\times4)=-32$.

4. 解:(1) 原式 $=-8-3\times(-1)-1=-8+3-1=-6$.

(2) 原式 $=-8\times\frac{9}{4}\times\frac{4}{9}=-8$.

练习:

1. 解:$10\,000=1\times10^4$,

$800\,000=8\times10^5$,

$56\,000\,000=5.6\times10^7$,

$7\,400\,000=7.4\times10^6$.

2. 解:$1\times10^7=10\,000\,000$,

$4\times10^3=4\,000$,

$8.5\times10^6=8\,500\,000$,

$7.04\times10^5=704\,000$.

3. 解:$3\,730\,000\ \text{hm}^2=3.73\times10^6\ \text{hm}^2$,

5 200 亿千克 $=5.2\times10^{11}$ 千克.

4. 解:50 亿吨 $=5\times10^9$ 吨,

24 亿吨 $=2.4\times10^9$ 吨,

16 亿吨 $=1.6\times10^9$ 吨.

习题 1.6:

1. 解:(1) 原式 $=-16-4-12\times4=-20-48=-68$.

(2) 原式 $=-\frac{5}{8}\times16-\frac{1}{4}\times(-5)\times(-64)=-10-80=-90$.

(3) 原式 $=700+6+8=714$.

(4) 原式 $=3\times(-6)-12\div(-6)=-18+2=-16$.

(5) 原式 $=-8\times9=-72$.

(6) 原式 $=-2\times0.001+0.04\times(-0.8)=-0.002+(-0.032)=-0.034$.

(7) 原式 $=-\frac{3}{2}\times\left[-9\times\left(-\frac{8}{27}\right)-2\right]=-\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}=-1$.

2. 解:当 $a=-2$ 时,$a^2=4$,$(-a)^2=4$,$a^3=-8$,$(-a)^3=8$,$-a^2=-4$,$|-a^2|=4$,$|a^3|=8$,所以(1)成立,(2)不成立,(3)不成立,(4)不成立.

3. 解:$8.64\times10^4\times365=3.153\,6\times10^7(\text{s})$.

答:共有 $3.153\,6\times10^7$ s.

4. 解:(1) $304\,000=3.04\times10^5$.

(2) $8\,700\,000=8.7\times10^6$.

(3) $500\,900\,000=5.009\times10^8$.

(4) $63\,000\,000=6.3\times10^7$.

5. 解:(1) $9.6\times10^5=960\,000$.

(2) $6.03\times10^8=603\,000\,000$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 解:(1)6.4×10^{6}. (2)1.955×10^{6}.
(3)1×10^{11}. (4)1.7×10^{6}.
(5)1.1×10^{4}. (6)1.34×10^{9}.

7. (1)4 000 (2)600 (3)1 100
点拨:先将用科学记数法表示的各数还原,再转换成符合要求的形式.

1.7 近似数

练习:

1. 解:(1)(2)中的数据是准确的,(3)(4)中的数据是近似的.
点拨:判断一个数据是准确的还是近似的,关键看该数据是怎样获得的. 一般来说,凡是用数数的方法得到的数是准确的,用测量的方法得到的数是近似的.

2. 解:(1)0.851 49≈0.851.
(2)49.96≈50.0.
(3)1.597 2≈1.60.
(4)37 250≈3.7×10^{4}.

习题 1.7:

1. 解:(1)精确到百分位. (2)精确到十万位.
(3)精确到十万位. (4)精确到十万位.

2. 解:(1)5.41. (2)0.710.

3. 解:(1)精确到十分位. (2)精确到十万分位.
(3)精确到亿位. (4)精确到百位.

4. 解:(1)$3.779\,86\times10^{8}$. (2)3.8×10^{8}.
(3)4×10^{8}.

5. 解:不一定一样大,因为他们出生的月份、日期都不一定相同,可以先比较月份,出生月份在前的大,月份相同时再比较日期,出生日期在前的大,同一天的再比较时刻数.

6. 解:(1)不相同. 理由:2.40 万精确到百位,2.4 万精确到千位.
(2)不相同. 理由:1.0×10^{13} 精确到万亿位,而 1×10^{13} 精确到十万亿位.

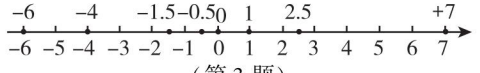
小结·评价

A 组复习题:

1. (1)× (2)× (3)× (4)√

2. 略.

3. 解:在数轴上表示如图所示. 用"<"号连接各数为 $-6<-4<-1.5<-0.5<0<1<2.5<+7$.



(第3题)

点拨:在数轴上,右边点表示的数总比左边点表示的数大.

4. 解:(1)$-(+0.16)>-|-0.161|$.
(2)$-(-15)=15$.
(3)$-0.333>-\frac{1}{3}$.
(4)$|-9|>-|+9|$.
点拨:先将各数化简,再利用有理数比较大小的方法比较即可.

5. 解:(1)±6. (2)$x=\pm5$.
点拨:在数轴上,到原点距离等于正数个单位长度的点有两个.

6. 解:(1)$(-10)+8=-2$.
(2)$(-13)+(-30)=-43$.
(3)$(-15)-21=-36$.
(4)$(-13)-(-7)=-13+7=-6$.
(5)$(-32)-(-32)=-32+32=0$.
(6)$25-(-25)=25+25=50$.
(7)$\left(-\frac{2}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{2}\right)=1$.
(8)$(-11)\times12=-132$.
(9)$(-91)\div13=-7$.
(10)$(-48)\div(-16)=3$.
(11)$\left(-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{4}$.
(12)$2.5\div(-5)=-0.5$.
点拨:利用有理数的加、减、乘、除法则计算即可.

7. (1)× (2)×

8. 解:(1)原式 $=-0.9+5.1-1.2=4.2-1.2=3$.
(2)原式 $=15-(1+14)=15-15=0$.
(3)原式 $=-\frac{2}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{13}{12}$.
(4)原式 $=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{3}\right)-\frac{3}{10}\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$.
(5)原式 $=-\frac{5}{3}\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times\frac{9}{10}=\frac{1}{4}$.
(6)原式 $=-28+\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-4)=-25$.
(7)原式 $=(-56)\div(-4)-10=14-10=4$.
(8)原式 $=-9-4+(-27)-8=-48$.

9. (1)$1.494\,4\times10^{8}$ (2)8.59×10^{8}
点拨:解本题要注意单位的变换.

10. 解:(1)1×10;$8.604\,0\times10^{5}$.
(2)3.40;92.60.

11. 解:$[-2-(-28)]\div4=6.5$(时).
答:经过 6.5 时能降到所要求的温度.

12. 解:(1)这袋大米的质量与 25 kg 的差在 −0.25 kg与 +0.25 kg 之间.
(2)最多有 25.25 kg 重,最少有 24.75 kg 重.

13. 解:有 2 人可入选.

B 组复习题:

1. 解:(1)$|x_2-x_1|=|2-5|=3$.
(2)$|x_2-x_1|=|-5-2|=7$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

(3) $|x_2 - x_1| = |-3-6| = 9$.

(4) $|x_2 - x_1| = |-6-(-3)| = 3$.

2. 解: 当 n 为正偶数时, $\frac{(+1)^n + (-1)^n}{2} = \frac{1+1}{2} = 1$; 当 n 为正奇数时, $\frac{(+1)^n + (-1)^n}{2} = \frac{1+(-1)}{2} = 0$.

点拨: 因为 n 既有可能是正偶数,也有可能是正奇数,故应分情况讨论.

3. 解: (1) $1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100 = (1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(99-100) = \underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{50个} = -50$.

(2) $1-2+3-4+5-6+\cdots+99-100+101 = (1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+(99-100)+101 = \underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{50个} + 101 = -50+101 = 51$.

(3) 当 n 为正偶数时, $1-2+3-4+5-6+\cdots+(-1)^{n+1}n = (1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+[(n-1)-n] = \underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{\frac{n}{2}个} = -\frac{n}{2}$;

当 n 为正奇数时, $1-2+3-4+5-6+\cdots+(-1)^{n+1}n = (1-2)+(3-4)+(5-6)+\cdots+[(n-2)-(n-1)]+n = \underbrace{(-1)+(-1)+(-1)+\cdots+(-1)}_{\frac{n-1}{2}个} + n = -\frac{n-1}{2} + n = \frac{n+1}{2}$.

点拨: 根据题目特点,灵活利用运算律将使运算变得非常简单.

第2章 整式加减

2.1 代数式

练习:

1. 解: 三角形: $C = a+b+c$, $S = \frac{1}{2}ah$;

梯形: $C = a+b+c+d$, $S = \frac{1}{2}(a+b)h$;

圆: $C = 2\pi r$, $S = \pi r^2$.

点拨: 解答此类题目关键是熟记有关图形的周长和面积的计算公式.

2. (1) $\frac{s}{v}$ **点拨:** 时间 $= \frac{路程}{速度}$.

(2) $\frac{100a}{a+b}\%$ (3) a^3 (4) $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

3. (1)0 (2) $a-b = a+(-b)$

4. (1)√ (2)×

练习:

1. (1) $2x+4$ (2) $\frac{y}{10}$

2. (1) $\frac{10n}{m}$ (2)13.5p

3. 解: (1) a (2) a^2+b^2

4. 解: (1) $(1-p\%)m$ kg (2) $(1+20\%)a$ 元

练习:

1. (1) $(50-na)$ (2) $(3x+3)$

2. 解: $3n+2$.

3. 解: $2(6a+a^2)$ m^2.

4. 略.

练习:

1. 解: (1) $ab-2\pi r^2$.

(2) $ab-\pi r^2-\frac{1}{2}ab$, 比较略.

(3) 略.

2. $\frac{2k-1}{2k}$ **3.** $(3n+1)$

练习:

1. (1)√ (2)× (3)× (4)× (5)× (6)×

2. 略.

3. 解: (1) 一次二项式: $-2x$ 的系数为 -2, 次数为1; 1的系数为1, 次数为0.

(2) 二次三项式: x^2 的系数为1, 次数为2; $-xy$ 的系数为 -1, 次数为2; y^2 的系数为1, 次数为2.

(3) 二次三项式: $3x$ 的系数为3, 次数为1; $-4x^2$ 的系数为 -4, 次数为2; 1的系数为1, 次数为0.

(4) 二次三项式: $-mn$ 的系数为 -1, 次数为2; $-m$ 的系数为 -1, 次数为1; 1的系数为1, 次数为0.

点拨: 熟练掌握单项式的系数、次数和多项式的项数、次数的概念是解答此题的依据,常数项的次数为0.

4. 解: 最高次项为 $-3xy^2$, 常数项为1.

练习:

1. 自上而下依次填: $\frac{15}{4}$, 4, $\frac{20}{3}$, 60.

2. 解: (1) $\pi R^2 - \pi r^2$.

(2) 当 $R = 5$ cm, $r = 2$ cm时, $\pi R^2 - \pi r^2 = 3.14 \times 5^2 - 3.14 \times 2^2 = 3.14 \times (5^2 - 2^2) = 3.14 \times 21 = 65.94$(cm^2).

3. 解: (1) $(x+y)^3$.

(2) x^3+y^3.

(3) 当 $x=-2$, $y=-1$ 时, $(x+y)^3 = [(-2)+(-1)]^3 = (-3)^3 = -27$, $x^3+y^3 = (-2)^3 + (-1)^3 = -8+(-1) = -9$.

习题2.1:

1. (1) $\frac{am}{20}$ (2) $(20+3a)$

2. (1) $n-1$; $n+1$ (2) $2n+2$, $2n-2$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

3. 解:(1)80% x 元. (2)$\frac{5}{4}x$ 元.

4. 解:$\left(\frac{a}{b-2}-\frac{a}{b}\right)$天.

5. 解:(1)$a^2-2\pi r^2$. (2)$ab-2c^2$.

6. 解:(1)单项式有:$3x$,$\frac{5}{2}ab$,$-y$,$-2t^2$;$3x$ 的系数为 3,次数为 1;$\frac{5}{2}ab$ 的系数为$\frac{5}{2}$,次数为 2;$-y$ 的系数为 -1,次数为 1;$-2t^2$ 的系数为 -2,次数为 2.

(2)多项式有:$a+b$,$1+x^2-3x$,$3x-\frac{1}{2}$,m^2-1;$a+b$ 是一次二项式;$1+x^2-3x$ 是二次三项式,常数项为 1;$3x-\frac{1}{2}$是一次二项式,常数项为$-\frac{1}{2}$;m^2-1 是二次二项式,常数项为 -1.

7. 解:(1)当 $x=\frac{1}{2}$,$y=-2$ 时,原式 $=2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-2)+2=\frac{9}{2}$;

(2)当 $x=\frac{1}{2}$,$y=-2$ 时,原式 $=-6$.

8. 解:$(a-b)-(c-d)=[(-8)-3]-[2-(-4)]=-11-6=-17$;$a-b-c+d=-8-3-2+(-4)=-8-3-2-4=-17$;由计算结果可得出:$(a-b)-(c-d)=a-b-c+d$. 下略.

9. 解:每升高 1 m,气温降低值为:$\frac{0.6}{100}=0.006$(℃),所以在高出山脚 x m 的山上温度为:$(26-0.006x)$℃;在高出山脚800 m 的山上的温度为:$26-0.006\times800=26-4.8=21.2$(℃).

10. 解:当 $n=6$ 时,$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{6\times(6+1)}{2}=\frac{6\times7}{2}=3\times7=21$,即槽内铅笔的总数为 21.

当 $n=12$ 时,$\frac{n(n+1)}{2}=\frac{12\times(12+1)}{2}=6\times13=78$,即槽内铅笔的总数为 78.

11. 解:(1)$y=2.3x+0.2$.

(2)当 $x=20$ 时,$y=2.3x+0.2=2.3\times20+0.2=46.2$,即 20 件这种商品的售价为 46.2 元.

(3)当 $y=23.2$ 时,$x=\frac{y-0.2}{2.3}=\frac{23.2-0.2}{2.3}=10$,所以买了 10 件.

2.2 整式加减

练习:

1. 解:(1)不是同类项. (2)是同类项.

(3)不是同类项. (4)是同类项.

2. 解:(1)错误,应为 $5x^2+6x^2=11x^2$.

(2)错误,应为 $5x+2x=7x$.

(3)错误,应为 $5x^2-3x^2=2x^2$.

(4)正确.

3. (1)0 (2)$-5a$

4. 解:原式 $=(-4x^2+2x^2)+(3x-3x)+(7+1)=-2x^2+8$,当 $x=2$ 时,原式 $=-2\times2^2+8=-8+8=0$.

练习:

1. 解:(1)$x-y+3$. (2)$x+3+y$.

(3)$-x+y+3$. (4)$3-x-y$.

2. 解:(1)错误,应为 x^2-3x+2.

(2)错误,应为 $7a+5b-1$.

(3)正确.

(4)错误,应为 $-a+b+ab-1$.

3. 解:(1)原式 $=4ab-a^2-b^2+a^2-b^2-3ab=ab-2b^2$.

(2)原式 $=x-1-x-4x+8=-4x+7$.

练习:

1. (1)$-b+c-d$ (2)$b+c-d$ (3)$-b-c$

(4)$-c+d$

2. 解:(1)错误,应为 $a-(2b+3m-n)$.

(2)错误,应为 $m+(-2n+a-b)$.

(3)正确.

(4)错误,应为 $-(-a+2b-c+1)$.

3. 解:(1)原式 $=x^3-x^2y+(xy^2-y^3)$.

(2)原式 $=x^3-x^2y-(-xy^2+y^3)$.

练习:

1. 解:(1)原式 $=-5a^2-a$.

(2)原式 $=-\frac{1}{6}xy-\frac{9}{10}x^2$.

2. 解:(1)原式 $=-x^3y^3-2x^2y+3xy^2-4$.

(2)原式 $=-x^3y^3+3xy^2-2x^2y-4$.

3. 解:(1)$(3x^2-2x+1)+(3-2x^2-x)=3x^2-2x+1+3-2x^2-x=(3x^2-2x^2)+(-2x-x)+(1+3)=x^2-3x+4$.

(2)$(7-2x+x^2)-(5+3x-2x^2)=7-2x+x^2-5-3x+2x^2=(7-5)+(-2x-3x)+(x^2+2x^2)=2-5x+3x^2$.

4. 解:(1)原式 $=-x^3-2x^2+1+x^3-2x^2+x-2=-4x^2+x-1$.

(2)原式 $=2ax-3by-5-2ax+4-2by+1=-5by$.

5. 解:原式 $=-2-2a+3b-1-3a-2b=-5a+b-3$,

当 $a=-3$,$b=-2$ 时,原式 $=-5\times(-3)+(-2)-3=10$.

习题 2.2:

1. 解:(1)原式 $=-3x$. (2)原式 $=ab$. (3)原式 $=x^2$. (4)原式 $=x^2-2x-1$.

2. 解:(1)$2x^2-3x+x^2+4x-2=(2x^2+x^2)+(-3x+4x)-2=3x^2+x-2$,当 $x=-\frac{1}{2}$时,原式 $=3\times$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)-2=\frac{3}{4}-\frac{1}{2}-2=-\frac{7}{4}$.

(2)$7a^2-2ab+b^2+a^2+3ab-2b^2=(7a^2+a^2)+(-2ab+3ab)+(b^2-2b^2)=8a^2+ab-b^2$，当$a=-2$，$b=2$时，原式$=8\times(-2)^2+(-2)\times2-2^2=32-4-4=24$.

3. 解：(1)降幂排列：$-2x^3-4x^2+13x-6$；
升幂排列：$-6+13x-4x^2-2x^3$.
(2)降幂排列：$-x^3+3x^2y-3xy^2+y^3$；
升幂排列：$y^3-3xy^2+3x^2y-x^3$.

4. 解：(1)原式$=3a-b+5a-3b+3=8a-4b+3$.
(2)原式$=2b-3a-2a+3b-1=-5a+5b-1$.
(3)原式$=4x^2+2x^2-2y^2-3x^2-3y^2=3x^2-5y^2$.

5. (1)a^2-b^2　(2)$a^2-2ab+b^2$　(3)a^2-b^2

6. 解：$am+bn-bm-an=(am-bm)-(an-bn)$.

7. 解：(1)原式$=3a+2b+8c+2a-3b-5c=5a-b+3c$.
(2)原式$=2xy+x^2-y^2-x^2+y^2+3xy=5xy$.
(3)原式$=3x^2-(5x+4x-5-9x^2)=3x^2-5x-4x+5+9x^2=12x^2-9x+5$.

小结·评价

A 组复习题：

1. (1)1 800a　(2)$(1+10\%)a$

2. 解：(1)2$(2a+2)$cm. (2)$a(10-a)$cm^2.

3. 从左往右依次填5，4，3，2，1，0，-1.

4. 解：$m\times\frac{4}{4+3+3}=\frac{2}{5}m$，所以七年级学生数是$\frac{2}{5}m$.

5. 解：$200+x$.

6. 解：$p(1-10\%)^2=\frac{81}{100}p$(元)，所以售价是$\frac{81}{100}p$元.

7. 单项式：$3x$，-5，$\frac{5}{2}x^2y$；

多项式：$x+\frac{1}{2}y$，x^2+y^2，$2x-y$，b^2-4ac.

8. 解：(1)$-4x^2y^2$的系数为-4，次数为4；$\frac{2ab}{3}$的系数为$\frac{2}{3}$，次数为2；$2a$的系数为2，次数为1；$-ab^2$的系数为-1，次数为3.
(2)a^2+2a-1的项数为3，次数为2；$t-1$的项数为2，次数为1；$x^2-2xy-y^2+1$的项数为4，次数为2.

9. (1)$-a^2+ab+b^2+1$　(2)$3x^2y$，$-x^2y$
(3)x^2-2x+1　(4)$x-y$　(5)$b-c$；$b-c$

10. 解：(1)原式$=3a^2-6ab+ab-b^2=3a^2-5ab-b^2$.
(2)原式$=-4x^2+2x-8+3x^2-6x+9=-x^2-4x+1$.

11. 解：(1)原式$=3x^2-2-4x^2+2x+3+2x^2-1=x^2+2x$，当$x=-2$时，原式$=(-2)^2+2\times(-2)=0$.
(2)原式$=3x^2y-(2x^2y-2xyz+x^2z-4x^2z)-xyz=3x^2y-2x^2y+2xyz-x^2z+4x^2z-xyz=x^2y+xyz+3x^2z$，当$x=-2$，$y=-3$，$z=1$时，原式$=(-2)^2\times(-3)+(-2)\times(-3)\times1+3\times(-2)^2\times1=6$.

12. 解：第2排有$(a+2)$个座位，第3排有$(a+4)$个座位，第4排有$(a+6)$个座位；$m=a+2(n-1)$；当$a=20$，$n=12$时，$m=20+2\times(12-1)=20+22=42$.

B 组复习题：

1. 解：$10\%(x+10)$kg.

2. 解：汽车原来从甲地到乙地所用时间为$\frac{200}{x}$ h，如果每时多行驶30 km，所用时间为$\frac{200}{x+30}$ h，汽车可提前$\left(\frac{200}{x}-\frac{200}{x+30}\right)$h到达乙地.

3. 略.

4. 解：(1)公寓A的成本价为$\frac{a}{1-20\%}=\frac{5}{4}a$(万元)；公寓B的成本价为$\frac{a}{1+20\%}=\frac{5}{6}a$(万元).
(2)$2a-\left(\frac{5}{4}a+\frac{5}{6}a\right)=-\frac{a}{12}$，
即用a表示p的代数式为$p=-\frac{a}{12}$.
当$a=80$时，$p=-\frac{80}{12}\approx-6.7$，
即大约亏损6.7万元.

C 组复习题：

1. 100×101；$n(n+1)$

2. 解：(1)15
(2)$S=3n-3$.
(3)当$n=100$时，$S=3\times100-3=297$.
点拨：仔细观察不难发现相邻的两个图案中的花朵数都相差3.

3. 略.

第3章 一次方程与方程组

3.1 一元一次方程及其解法

练习：

1. 解：(1)根据等式的基本性质1，两边都加上-3.
(2)根据等式的基本性质2，两边都除以-8.
(3)根据等式的基本性质2，两边都除以-5.
(4)根据等式的基本性质1，两边都减去$2x$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(5)根据等式的基本性质3得到的.
(6)根据等式的基本性质4得到的.

2. 解:(1)$5x-7=8$,两边都加上7,得$5x=15$,两边都除以5,得$x=3$.
检验:把$x=3$代入原方程的两边,得左边$=5\times3-7=8$,右边$=8$,左边$=$右边,所以$x=3$是原方程的解.
(2)$27=7+4x$,两边都减去7,得$20=4x$,两边都除以4,得$5=x$,即$x=5$. 检验:把$x=5$代入原方程的两边,得左边$=27$,右边$=7+4\times5=27$,左边$=$右边,所以$x=5$是原方程的解.
(3)$\frac{1}{2}=\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}$,两边都乘以6,得$3=2x-1$,两边都加上1,得$4=2x$,两边都除以2,得$2=x$,即$x=2$. 检验:把$x=2$代入原方程的两边,得左边$=\frac{1}{2}$,右边$=\frac{1}{3}\times2-\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$,左边$=$右边,所以$x=2$是原方程的解.

练习:

1. 解:(1)不对,9移项后应为-9,即$x=7-9$.
(2)不对,$-4x$移项后应变为$4x$,即$5x+4x=7$.
(3)不对,-1移项后应为1,即$2y-3y=6+1$.

2. 解:(1)$2x=x+5$,移项,得$2x-x=5$. 合并同类项,得$x=5$. 检验:把$x=5$代入原方程的两边,得左边$=2\times5=10$,右边$=5+5=10$,即左边$=$右边,所以$x=5$是原方程的解.
(2)$2x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}x+2$,去分母,得$4x-1=-x+4$. 移项,得$4x+x=4+1$. 合并同类项,得$5x=5$. 系数化为1,得$x=1$. 检验:把$x=1$代入原方程的两边,得左边$=2\times1-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$,右边$=-\frac{1}{2}\times1+2=\frac{3}{2}$,即左边$=$右边,所以$x=1$是原方程的解.
(3)$5x+21=7-2x$,移项,得$5x+2x=7-21$. 合并同类项,得$7x=-14$. 系数化为1,得$x=-2$. 检验:把$x=-2$代入原方程的两边,得左边$=5\times(-2)+21=11$,右边$=7-2\times(-2)=11$,即左边$=$右边,所以$x=-2$是原方程的解.
(4)$11x+1=5(2x+1)$,去括号,得$11x+1=10x+5$. 移项,得$11x-10x=5-1$. 合并同类项,得$x=4$. 检验:把$x=4$代入原方程的两边,得左边$=11\times4+1=45$,右边$=5\times(2\times4+1)=45$,即左边$=$右边,所以$x=4$是原方程的解.

练习:

1. 解:不正确,没有按去括号法则及移项法则进行计算.
正确解法:去括号,得$3y-9-5-5y=7y-7$. 移项,得$3y-5y-7y=-7+9+5$. 合并同类项,得$-9y=7$. 系数化为1,得$y=-\frac{7}{9}$.

点拨:去括号时,一是注意符号的变化,二是括号外的数要乘以括号内的每一项.

2. 解:(1)去括号,得$6=5y-2y-8$. 移项,得$2y-5y=-8-6$. 合并同类项,得$-3y=-14$. 系数化为1,得$y=\frac{14}{3}$.
(2)去括号,得$5m+40-12m+42=1$. 移项,得$5m-12m=1-42-40$. 合并同类项,得$-7m=-81$. 系数化为1,得$m=\frac{81}{7}$.
(3)去括号,得$5x+10=4x+14$. 移项,得$5x-4x=14-10$. 合并同类项,得$x=4$.
(4)去括号,得$6y+3=2+2y+3y+9$. 移项,得$6y-2y-3y=2+9-3$. 合并同类项,得$y=8$.

练习:

1. 解:不正确. 改正:去分母,得$2(3x-2)=x+2-6$. 去括号,得$6x-4=x+2-6$. 移项,得$6x-x=2-6+4$.
合并同类项,得$5x=0$. 系数化为1,得$x=0$.

2. 解:(1)不正确. 改正:去分母,
得$2(2x-1)-3(5x+1)=12$.
(2)不正确. 改正:去分母,
得$4(2x+3)-(9x+5)=0$.

3. 解:(1)去分母,得$3(2x+1)-5(x+1)=0$. 去括号,得$6x+3-5x-5=0$. 移项,得$6x-5x=5-3$. 合并同类项,得$x=2$.
(2)去分母,得$10y-5(y-1)=-2(y+2)$. 去括号,得$10y-5y+5=-2y-4$. 移项,得$10y-5y+2y=-4-5$. 合并同类项,得$7y=-9$. 系数化为1,得$y=-\frac{9}{7}$.
(3)去中括号,得$\left(\frac{x}{4}-1\right)-3-x=2$. 去小括号,得$\frac{x}{4}-1-3-x=2$. 去分母,得$x-4-12-4x=8$.
移项,得$x-4x=8+4+12$. 合并同类项,得$-3x=24$. 系数化为1,得$x=-8$.
(4)去分母,得$1.1-4x-3(1.3-3x)=2(5x-0.4)$.
去括号,得$1.1-4x-3.9+9x=10x-0.8$.
移项,得$-4x+9x-10x=-0.8-1.1+3.9$.
合并同类项,得$-5x=2$.
系数化为1,得$x=-0.4$.

习题3.1:

1. (1)7;等式的基本性质1
(2)6;等式的基本性质2
(3)0;等式的基本性质1
(4)$-\frac{1}{2}$;等式的基本性质2

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

2. 解:(1)方程两边都减去7,得 $x=-3$. 检验:把 $x=-3$ 代入原方程,得左边 $=-3+7=4$,右边 $=4$,左边 $=$ 右边,所以 $x=-3$ 是原方程的解.

(2)方程两边同时减去 $4x$,得 $x=3$. 检验:把 $x=3$ 代入原方程,得左边 $=5\times3=15$,右边 $=4\times3+3=15$,左边 $=$ 右边,所以 $x=3$ 是原方程的解.

(3)方程两边同时除以 -2,得 $x=-3$. 检验:把 $x=-3$ 代入原方程,得左边 $=-2\times(-3)=6$,右边 $=6$,左边 $=$ 右边,所以 $x=-3$ 是原方程的解.

(4)方程两边同时减去1,得 $0.5x=2$,方程两边同时除以0.5,得 $x=4$. 检验:把 $x=4$ 代入原方程,得左边 $=0.5\times4+1=3$,右边 $=3$,左边 $=$ 右边,所以 $x=4$ 是原方程的解.

3. 解:不对. 不能写连等号. 应写为 $x-2=3$,方程两边都加上2,得 $x=5$.

4. 解:(1)移项,得 $3x-2x=12$. 合并同类项,得 $x=12$.

(2)移项,得 $-6x+7x=1+7$. 合并同类项,得 $x=8$.

(3)去括号,得 $5x+x+1=19$. 移项,得 $5x+x=19-1$. 合并同类项,得 $6x=18$. 系数化为1,得 $x=3$.

(4)去括号,得 $3x-21+5x-20=15$. 移项,得 $3x+5x=15+21+20$. 合并同类项,得 $8x=56$. 系数化为1,得 $x=7$.

5. 解:(1)方程两边都乘以2,得 $\left(\frac{1}{2}x-1\right)-2=2$.

去括号,得 $\frac{1}{2}x-1-2=2$. 移项,得 $\frac{1}{2}x=2+1+2$. 合并同类项,得 $\frac{1}{2}x=5$. 系数化为1,得 $x=10$.

(2)去中括号,得 $\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}(x-1)=\frac{2}{3}(x-1)$. 去分母,得 $6x-3(x-1)=8(x-1)$. 去括号,得 $6x-3x+3=8x-8$. 移项,得 $6x-3x-8x=-8-3$. 合并同类项,得 $-5x=-11$. 两边同时除以 -5,得 $x=\frac{11}{5}$.

(3)去分母,得 $3(x-2)-2(2x-1)=12$. 去括号,得 $3x-6-4x+2=12$. 移项,得 $3x-4x=12+6-2$. 合并同类项,得 $-x=16$. 系数化为1,得 $x=-16$.

(4)化小数为分数,变形得 $5(x+4)-2(x-3)=-\frac{8}{5}$. 去分母,得 $25(x+4)-10(x-3)=-8$. 去括号,得 $25x+100-10x+30=-8$. 移项,得 $25x-10x=-8-100-30$. 合并同类项,得 $15x=-138$. 系数化为1,得 $x=-9.2$.

(5)去分母,得 $4(5y+1)=3(9y+1)-8(1-y)$. 去括号,得 $20y+4=27y+3-8+8y$. 移项,得 $20y-27y-8y=3-8-4$. 合并同类项,得 $-15y=-9$. 系数化为1,得 $y=\frac{3}{5}$.

点拨:去分母时,每一项都要乘以各分母的最小公倍数;综合运用解一元一次方程的步骤来解方程.

6. 解:去括号,得 $36+x=24+2x$.

移项,得 $x-2x=24-36$.

合并同类项,得 $-x=-12$.

系数化为1,得 $x=12$.

7. 解:令 $6+\frac{x}{3}=\frac{5-2x}{2}$,去分母,得 $36+2x=15-6x$. 移项,得 $2x+6x=15-36$. 合并同类项,得 $8x=-21$. 系数化为1,得 $x=-\frac{21}{8}$. 所以当 $x=-\frac{21}{8}$ 时,代数式 $6+\frac{x}{3}$ 与 $\frac{5-2x}{2}$ 的值相等.

8. 解:由 $v=v_0+at$,得 $t=\frac{v-v_0}{a}$. 当 $v=100$,$v_0=25$,$a=10$ 时,$t=\frac{100-25}{10}=7.5$.

9. 解:由 $S=2\pi r(r+h)$,得 $h=\frac{S}{2\pi r}-r$.

当 $S=942$,$\pi=3.14$,$r=10$ 时,

$h=\frac{942}{2\times3.14\times10}-10=5$.

10. 解:把 $x=5$ 代入原方程,得 $5a-8=20+a$,移项、合并同类项,得 $4a=28$,所以 $a=7$.

3.2 一元一次方程的应用

练习:

1. 解:设至少需要 x kg 小麦. 根据题意,得 $x\times80\%=4\ 500$,解得 $x=5\ 625$.

答:至少需要5 625 kg小麦.

点拨:"出粉率为80%"意思是说磨出的面粉质量占小麦质量的80%.

2. 解:设 x 天后,甲厂剩余的钢材是乙厂的2倍. 由题意,得 $432-20x=(96-4x)\times2$,解得 $x=20$.

答:20天后,甲厂剩余的钢材是乙厂的2倍.

3. 解:设 x 时后两人相遇,由题意,得 $15x+3\times15x=180$,解得 $x=3$.

答:3时后两人相遇.

练习:

1. 解:设小亮爸爸当时存入了 x 元,因为年利率为5.5%,存期5年,所以5年的利息为 $5\times5.5\%x$ 元. 由题意,得方程 $x+5\times5.5\%x=6\ 375$. 解方程,得 $x=5\ 000$.

答:小亮爸爸当时存入了5 000元.

2. 解:设一件夹克衫的进价为 x 元,那么这件夹克衫的定价为 $\left(1+\frac{5}{10}\right)x$ 元,对它打8折,得实际

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

售价为 $\frac{8}{10}\times\left(1+\frac{5}{10}\right)x$ 元. 由题意,得 $\frac{8}{10}\times\left(1+\frac{5}{10}\right)x=60$. 解方程,得 $x=50$. 因为50元<60元,所以一件夹克衫卖出后商家赚 $60-50=10$(元).

练习:

1. 解:设这个长方形的长为 x cm,宽为 $\frac{2x}{5}$ cm,根据题意,得 $2\left(x+\frac{2x}{5}\right)=56$,解方程,得 $x=20$,则 $\frac{2x}{5}=8$,所以,这个长方形的面积为 $20\times8=160$ (cm^2).

2. 解:设哥哥分得盈利 x 元,弟弟分得盈利 $(8\ 352-x)$ 元,由题意,得 $x:(8\ 352-x)=25\ 000:20\ 000$,解方程,得 $x=4\ 640$,则 $8\ 352-x=8\ 352-4\ 640=3\ 712$,所以,哥哥分得盈利4 640元,弟弟分得盈利3 712元.

习题3.2:

1. 解:设北方地区有 x 亿立方米的水资源,根据题意,得 $x+(3x+4\ 000)=24\ 000$,解方程,得 $x=5\ 000$,$\frac{5\ 000}{24\ 000}\times100\%\approx21\%$,所以北方地区的水资源量约占全国总量的21%.

2. 解:设这个长方体的高为 x cm,由题意,得 $15\times15x=12\times6\times47+6\times6\times6$. 解得 $x=16$.

答:这个长方体的高为16 cm.

点拨:相等关系:长方体铁块的体积+正方体铁块的体积=底面边长均为15 cm的长方体的体积.

3. 解:设甲、乙两地间的距离为 x km,由题意,得 $\frac{x}{5-1}-\frac{x}{5}=3$,解得 $x=60$.

答:甲、乙两地间的距离为60 km.

4. 解:设每件商品 x 元. 由题意,得 $9x-3.5=8x+2.5$,解得 $x=6$. 所以 $9x-3.5=9\times6-3.5=50.5$.

答:张宏带了50.5元钱.

5. 解:设原来的两位数的十位上的数字为 x,则它的个位上的数字为 $2x$,根据题意,得 $(10\times2x+x)-(10x+2x)=36$,解得 $x=4$,则 $2x=8$. 所以原来的两位数是48.

6. 解:设第一天贺年卡的价格为 x 元/张,根据题意,得 $2x+0.8x\times5+(0.8x-0.2)\times5=29$,解得 $x=3$,则第三天的价格为

$0.8x-0.2=0.8\times3-0.2=2.2$(元).

因此 $29\div2.2\approx13$(张).

答:能买13张.

3.3 二元一次方程组及其解法

练习:

1. 解:(1)设60分和80分的邮票分别买了 x 枚、y 枚. 根据题意,得 $\begin{cases}x+y=10,\\0.6x+0.8y=7.2.\end{cases}$

点拨:等量关系:买60分邮票的枚数+买80分邮票的枚数=10,买60分邮票花的钱+买80分邮票花的钱=7.2元.

(2)设甲植树 x 棵,乙植树 y 棵. 根据题意,得 $\begin{cases}x+y=138,\\x=\frac{2}{3}y+8.\end{cases}$

点拨:等量关系:甲植树的棵数+乙植树的棵数=138,甲植树的棵数=乙植树的棵数$\times\frac{2}{3}+8$.

2. 略.

练习:

1. 解:(1)$y=\frac{3x-4}{2}$. (2)$y=5x-5$.

(3)$y=\frac{-5x-1}{2}$.

2. 解:(1)$\begin{cases}x+y=300,①\\x=y+10.②\end{cases}$把②代入①,得 $y+10+y=300$,解得 $y=145$. 把 $y=145$ 代入②,得 $x=155$,所以 $\begin{cases}x=155,\\y=145.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}x-3y=1,①\\x+2y=6.②\end{cases}$由①,得 $x=1+3y$,③ 把③代入②,得 $1+3y+2y=6$,解得 $y=1$. 把 $y=1$ 代入③,得 $x=1+3\times1=4$,所以 $\begin{cases}x=4,\\y=1.\end{cases}$

(3)$\begin{cases}3x-2y=10,①\\2x-y=0.②\end{cases}$由②,得 $y=2x$,③

把③代入①,得 $3x-2\times2x=10$,解得 $x=-10$. 把 $x=-10$ 代入③,得 $y=-20$,所以 $\begin{cases}x=-10,\\y=-20.\end{cases}$

(4)$\begin{cases}3m-4n=7,①\\9m-10n+23=0.②\end{cases}$

由①,得 $3m=4n+7$,③

把③代入②,得 $3(4n+7)-10n+23=0$,解得 $n=-22$. 把 $n=-22$ 代入③,得 $3m=4\times(-22)+7$,得 $m=-27$,所以 $\begin{cases}m=-27,\\n=-22.\end{cases}$

点拨:先确定一个方程,将它变形为由含一个未知数的式子表示另一个未知数的形式,然后代入消元.

3. 解:$\begin{cases}x+y=35,①\\2x+4y=94.②\end{cases}$由①,得 $x=35-y$,③

把③代入②,得 $2(35-y)+4y=94$,解得 $y=12$. 把 $y=12$ 代入③,得 $x=35-12=23$,所

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

以$\begin{cases}x=23,\\y=12.\end{cases}$

4. 解：把$\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$代入原方程组，得

$\begin{cases}3a+2b=13,\\3(a+b)-2a=9,\end{cases}$即$\begin{cases}3a+2b=13,①\\a+3b=9.②\end{cases}$由②，得$a=9-3b$，③

把③代入①，得$3(9-3b)+2b=13$，解得$b=2$.

把$b=2$代入③，得$a=9-3\times2=3$. 所以a的值为3，b的值为2.

练习：

解：(1)$\begin{cases}2x-3y=5,①\\2x-2y=-2.②\end{cases}$②－①，得$y=-7$. 把$y=-7$代入②，得$2x-2\times(-7)=-2$，解得$x=-8$，所以$\begin{cases}x=-8,\\y=-7.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}x+2z-9=0,①\\3x-z+1=0.②\end{cases}$

②×2，得$6x-2z+2=0$，③

①＋③，得$7x-7=0$，解得$x=1$. 把$x=1$代入②，得$3\times1-z+1=0$，解得$z=4$，所以$\begin{cases}x=1,\\z=4.\end{cases}$

(3)$\begin{cases}4x-2y=39,①\\3x-4y=18.②\end{cases}$

①×2，得$8x-4y=78$，③

③－②，得$5x=60$，解得$x=12$. 把$x=12$代入②，得$3\times12-4y=18$，解得$y=\frac{9}{2}$，所以$\begin{cases}x=12,\\y=\frac{9}{2}.\end{cases}$

(4)$\begin{cases}\frac{1}{3}x+3y=19,①\\\frac{1}{3}y+3x=11.②\end{cases}$

②×9，得$3y+27x=99$，③

③－①，得$\frac{80}{3}x=80$，解得$x=3$. 把$x=3$代入①，得$\frac{1}{3}\times3+3y=19$，解得$y=6$，所以$\begin{cases}x=3,\\y=6.\end{cases}$

练习：

解：(1)将原方程组化简，得$\begin{cases}5x+3y=15,①\\5x-3y=15.②\end{cases}$①＋②，得$10x=30$，解得$x=3$. 把$x=3$代入①，得$5\times3+3y=15$，解得$y=0$，所以$\begin{cases}x=3,\\y=0.\end{cases}$

(2)将原方程组化简，得$\begin{cases}8x-9y=2,①\\6x-3y=4.②\end{cases}$

②×3－①，得$10x=10$，解得$x=1$. 把$x=1$代入①，得$8\times1-9y=2$，

解得$y=\frac{2}{3}$，所以$\begin{cases}x=1,\\y=\frac{2}{3}.\end{cases}$

(3)将原方程组化简，得$\begin{cases}7m+n=24,①\\12m+n=24.②\end{cases}$②－①，得$5m=0$，解得$m=0$. 把$m=0$代入①，得$n=24$. 所以$\begin{cases}m=0,\\n=24.\end{cases}$

(4)将原方程组中两个方程左右两边分别相加，得$16x+16y=64$，则$x+y=4$，即$\begin{cases}x=4-y,①\\y=4-x,②\end{cases}$将①②分别代入原方程组的任意一个方程中，得$\begin{cases}x=1,\\y=3.\end{cases}$

(5)将原方程组化简，得$\begin{cases}x+y=60,①\\x+2y=20,②\end{cases}$

②－①，得$y=-40$. 把$y=-40$代入①，得$x=100$，所以$\begin{cases}x=100,\\y=-40.\end{cases}$

习题3.3：

1. 解：设一只梨的质量为x g，一只苹果的质量为y g. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=300,\\x=y+5.\end{cases}$

点拨：苹果的质量＋梨的质量＝300 g，梨的质量＝苹果的质量＋5 g.

2. 解：设甲数为x，乙数为y. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=25,\\2x-y=8.\end{cases}$

3. 解：设鲫鱼捕捞了x千克，鲢鱼捕捞了y千克. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=2\ 000,\\8x+6y=13\ 600.\end{cases}$

4. 解：设风蚀造成的水土流失面积为x万平方千米，水蚀造成的水土流失面积为y万平方千米. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=357,\\x-y=35.\end{cases}$

5. 解：(1)$\begin{cases}3x+4y=2,①\\2x-y=5.②\end{cases}$

由②，得$y=2x-5$，③ 把③代入①，得$3x+4\times(2x-5)=2$，解得$x=2$. 把$x=2$代入③，得$y=2\times2-5=-1$，所以$\begin{cases}x=2,\\y=-1.\end{cases}$

(2)$\begin{cases}x+y=5,①\\3x-7y=11.②\end{cases}$由①，得$x=5-y$，③

把③代入②，得$3\times(5-y)-7y=11$，解得$y=\frac{2}{5}$. 把$y=\frac{2}{5}$代入③，得$x=5-\frac{2}{5}=\frac{23}{5}$，

所以$\begin{cases}x=\frac{23}{5},\\y=\frac{2}{5}.\end{cases}$

(3)$\begin{cases}2x-3y=8,①\\3x+7y=0.5.②\end{cases}$

由①，得$x=\frac{8+3y}{2}$，③

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

把③代入②,得 $3\times\frac{8+3y}{2}+7y=0.5$,解得 $y=-1$. 把 $y=-1$ 代入③,得 $x=\frac{8+3\times(-1)}{2}=2.5$,所以 $\begin{cases}x=2.5,\\y=-1.\end{cases}$

(4) $\begin{cases}9x+8y=-2,①\\4x+5y=-11.②\end{cases}$

由②,得 $x=\frac{-11-5y}{4}$,③

把③代入①,得 $9\times\frac{-11-5y}{4}+8y=-2$,解得 $y=-7$. 把 $y=-7$ 代入③,得 $x=\frac{-11-5\times(-7)}{4}=6$,所以 $\begin{cases}x=6,\\y=-7.\end{cases}$

(5)原方程组变形为 $\begin{cases}3x-y=8,①\\5y-3x=20.②\end{cases}$

由①,得 $y=3x-8$,③

把③代入②,得 $5(3x-8)-3x=20$,解得 $x=5$. 把 $x=5$ 代入③,得 $y=3\times5-8=7$,所以 $\begin{cases}x=5,\\y=7.\end{cases}$

(6)原方程组变形为 $\begin{cases}8u+9v=6,①\\24u+25v=14.②\end{cases}$

由①,得 $8u=6-9v$,③

把③代入②,得 $3(6-9v)+25v=14$,解得 $v=2$. 把 $v=2$ 代入③,得 $8u=6-9\times2=-12$,解得 $u=-\frac{3}{2}$,所以 $\begin{cases}u=-\frac{3}{2},\\v=2.\end{cases}$

6. 解:(1) $\begin{cases}4m-3n+1=0,①\\2m+6n=7.②\end{cases}$ ①×2+②,得 $8m+2m=-2+7$,解得 $m=\frac{1}{2}$.

把 $m=\frac{1}{2}$ 代入②,得 $2\times\frac{1}{2}+6n=7$,解得 $n=1$,

所以 $\begin{cases}m=\frac{1}{2},\\n=1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}5x+2y=2,①\\7x-5y=34.②\end{cases}$ ①×5+②×2,

得 $25x+14x=10+68$,解得 $x=2$.

把 $x=2$ 代入①,得 $5\times2+2y=2$,解得 $y=-4$,

所以 $\begin{cases}x=2,\\y=-4.\end{cases}$

(3)原方程组变形为 $\begin{cases}3x+y=-1,①\\-2x+3y=19.②\end{cases}$

①×3−②,得 $9x+2x=-3-19$,解得 $x=-2$.

把 $x=-2$ 代入①,得 $y=-1-3\times(-2)=5$,

所以 $\begin{cases}x=-2,\\y=5.\end{cases}$

(4)原方程组变形为 $\begin{cases}3x-4y=-5,①\\5x+2y=9.②\end{cases}$

①+②×2,得 $3x+10x=-5+18$,解得 $x=1$.

把 $x=1$ 代入①,得 $3\times1-4y=-5$,解得 $y=2$,

所以 $\begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

(5)原方程组变形为 $\begin{cases}8x+3y=-2,①\\6x+5y=-7.②\end{cases}$

①×3−②×4,得 $-11y=22$,解得 $y=-2$. 把 $y=-2$ 代入①,得 $8x+3\times(-2)=-2$,解得 $x=\frac{1}{2}$,

所以 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=-2.\end{cases}$

(6)原方程组变形为 $\begin{cases}4x-3y=2,①\\3x-4y=-2.②\end{cases}$

①×3−②×4,得 $7y=14$,解得 $y=2$.

把 $y=2$ 代入①,得 $4x-3\times2=2$,解得 $x=2$,

所以 $\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$

7. 解:(1)原方程组变形为 $\begin{cases}5x-11y=-12,①\\5y-x=8.②\end{cases}$ 由②,得 $x=5y-8$,③

把③代入①,得 $5(5y-8)-11y=-12$,

解得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入③,得 $x=5\times2-8=2$,

所以 $\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$

(2)原方程组变形为 $\begin{cases}2v+t=9,①\\3v-2t=24.②\end{cases}$

①×2+②,得 $7v=42$,解得 $v=6$. 把 $v=6$ 代入①,

得 $2\times6+t=9$,解得 $t=-3$,所以 $\begin{cases}v=6,\\t=-3.\end{cases}$

(3)原方程组变形为 $\begin{cases}3x-15y=7,①\\3x+9y=15.②\end{cases}$

②−①,得 $24y=8$,解得 $y=\frac{1}{3}$. 把 $y=\frac{1}{3}$ 代入①,

得 $3x-15\times\frac{1}{3}=7$,解得 $x=4$,

所以 $\begin{cases}x=4,\\y=\frac{1}{3}.\end{cases}$

点拨:若原方程组的形式较复杂,一般先进行去分母、去括号、移项、合并同类项等变形,再观察用什么方法消元.

3.4 二元一次方程组的应用

练习:

1. 解:设1副象棋的价格是 x 元,1副跳棋的价格是 y 元. 由题意,得 $\begin{cases}9x+7y=70,\\2x-y=1.5,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=3.5,\\y=5.5.\end{cases}$

答:1副象棋的价格是3.5元,1副跳棋的价格是5.5元.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

点拨:等量关系:9 副象棋的价钱 +7 副跳棋的价钱 =70元,2 副象棋的价钱 −1 副跳棋的价钱 = 1.5 元.

2. 解:设甲、乙两地之间的路程为 s km,原来预定的时间为 t h,由题意,得

$$\begin{cases}\dfrac{s}{12}=t+\dfrac{6}{60},\\[2mm]\dfrac{s}{15}=t-\dfrac{20}{60},\end{cases}\text{解得}\begin{cases}s=26,\\t=\dfrac{31}{15}.\end{cases}$$

答:甲、乙两地之间的路程为 26 km,此人原来预定的时间为$\dfrac{31}{15}$ h.

点拨:去时所用时间 = 预定时间 +6 min,回来所用时间 = 预定时间 −20 min.

3. 解:设江轮在静水中的航速为 x km/h,水速为 y km/h,由题意,得

$$\begin{cases}4(x+y)=72,\\\left(4+\dfrac{48}{60}\right)(x-y)=72,\end{cases}\text{解得}\begin{cases}x=16.5,\\y=1.5.\end{cases}$$

答:江轮在静水中的航速为 16.5 km/h.

练习:

1. 解:设这个乡今年春播作物的面积为 x hm^2,秋播作物的面积为 y hm^2,由题意,得

$$\begin{cases}x-y=630,\\(1+20\%)x+(1-10\%)y=(1+12\%)\times(x+y).\end{cases}$$

解这个方程组,得$\begin{cases}x=990,\\y=360.\end{cases}$

答:这个乡今年春播作物的面积为990 hm^2,秋播作物的面积为 360 hm^2.

点拨:本题涉及的等量关系有:今年春播作物的面积 − 今年秋播作物的面积 =630 hm^2,(1 +20%) × 今年春播作物的面积 +(1 −10%) × 今年秋播作物的面积 =(1 +12%) × 今年春、秋播作物的面积之和.

2. 解:设取甲种铜块 x 克,乙种铜块 y 克,由题意,得$\begin{cases}x+y=500,\\60\%x+80\%y=500\times74\%.\end{cases}$解这个方程组,得$\begin{cases}x=150,\\y=350.\end{cases}$

答:取甲种铜块 150 克,乙种铜块 350 克,熔化后才能得到含铜 74% 的铜块 500 克.

点拨:本题涉及的等量关系有:甲种铜块质量 + 乙种铜块质量 =500 克,60% × 甲种铜块质量 + 80% × 乙种铜块质量 =500 克 ×74%.

练习:

1. 解:设每餐甲种原料 x 克,乙种原料 y 克恰好满足病人的需要,由题意,得

$$\begin{cases}0.6x+0.5y=34,\\0.08x+0.04y=4.\end{cases}\text{解这个方程组,得}\begin{cases}x=40,\\y=20.\end{cases}$$

答:每餐甲种原料 40 克,乙种原料 20 克恰好满足病人的需要.

2. 解:设分配 x 人生产螺栓,y 人生产螺母,才能使每天生产的螺栓与螺母恰好配套,由题意,得

$$\begin{cases}x+y=90,\\2\times7\ 600x=8\ 800y.\end{cases}\text{解这个方程组,得}\begin{cases}x=33,\\y=57.\end{cases}$$

答:分配 33 人生产螺栓,57 人生产螺母,才能使每天生产的螺栓与螺母恰好配套.

点拨:生产螺栓的人数 + 生产螺母的人数 =90,生产的螺母数量 =2 × 生产的螺栓数量.

习题 3.4:

1. 解:设有 x 名学生,共有 y 支铅笔,根据题意,得

$$\begin{cases}5x=y-3,\\7x=y+5,\end{cases}\text{解这个方程组,得}\begin{cases}x=4,\\y=23.\end{cases}$$

答:有 4 名学生,共有 23 支铅笔.

2. 解:设甲每分跑 x 圈,乙每分跑 y 圈,由题意,得

$$\begin{cases}2(x+y)=1,\\6(x-y)=1,\end{cases}\text{解得}\begin{cases}x=\dfrac{1}{3},\\[2mm]y=\dfrac{1}{6}.\end{cases}$$

答:甲每分跑$\dfrac{1}{3}$圈,乙每分跑$\dfrac{1}{6}$圈.

点拨:2 ×(甲每分跑的圈数 + 乙每分跑的圈数) = 1,6 ×(甲每分跑的圈数 − 乙每分跑的圈数) =1.

3. 解:设甲种贷款的金额为 x 万元,乙种贷款的金额为 y 万元. 根据题意,得

$$\begin{cases}x+y=68,\\6\%x+5\%y=3.82,\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=42,\\y=26.\end{cases}$

答:甲种贷款的金额为 42 万元,乙种贷款的金额为 26 万元.

点拨:甲种贷款的金额 + 乙种贷款的金额 = 68 万元,甲种贷款每年的利息 + 乙种贷款每年的利息 =3.82 万元.

4. 解:设原预算材料费为 x 元,付给装修工人的报酬为 y 元. 根据题意,得

$$\begin{cases}x+y=25\ 000,\\(1-20\%)x+(1+10\%)y=21\ 500.\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=20\ 000,\\y=5\ 000.\end{cases}$

答:原预算材料费为 20 000 元,付给装修工人的报酬为 5 000 元.

5. 解:设每辆马车平均装货 x t,每辆卡车平均装货 y t,由题意,得$\begin{cases}5x+4y=24,\\10x+2y=21.\end{cases}$解这个方程组,得$\begin{cases}x=1.2,\\y=4.5.\end{cases}$

答:每辆马车平均装货 1.2 t,每辆卡车平均装货 4.5 t.

点拨:5 辆马车装货的吨数 +4 辆卡车装货的吨数 =24,10 辆马车装货的吨数 +2 辆卡车装货的吨数 =21.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

6. 解: 设向甲村运 1 t 需支付运费 x 元,向乙村运 1 t 需支付运费 y 元. 根据题意,得 $\begin{cases}6x+5y=270,\\8x+11y=490,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=20,\\y=30.\end{cases}$

所以甲村应负担运费为:$(6+8)\times20=280$(元).

乙村应负担运费为:$(5+11)\times30=480$(元).

答: 甲村应该负担运费 280 元,乙村应该负担运费 480 元.

7. 解: 设火车的长度为 x m. 根据题意,得 $\frac{1\,000+x}{60}=\frac{1\,000-x}{40}$,

解得 $x=200$.

其速度为 $\frac{1\,000+200}{60}=20$(m/s).

答: 车速为 20 m/s,车长为 200 m.

*3.5 三元一次方程组及其解法

练习:

解: (1) $\begin{cases}x+y+z=6,①\\2x+3y-z=4,②\\3x-y+z=8,③\end{cases}$ ① + ②,得 $3x+4y=10$,② + ③,得 $5x+2y=12$,

所以 $\begin{cases}3x+4y=10,\\5x+2y=12,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=1,\end{cases}$ 把 $x=2, y=1$ 代入①,得 $z=3$. 因此原方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=1,\\z=3.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}2x-y+3z=1,①\\2x+2z=6,②\\4x+2y+5z=4.③\end{cases}$ ① − ②,得 $z-y=-5$,② × 2 − ③,得 $-2y-z=8$,

所以 $\begin{cases}z-y=-5,\\-2y-z=8,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}y=-1,\\z=-6.\end{cases}$

把 $y=-1, z=-6$ 代入①,得 $x=9$.

因此原方程组的解为 $\begin{cases}x=9,\\y=-1,\\z=-6.\end{cases}$

练习:

1. 解: (1) $\begin{cases}3x+y-4z=13,①\\5x-y+3z=5,②\\x+y-z=3.③\end{cases}$

① + ②,得 $8x-z=18$④,

② + ③,得 $6x+2z=8$⑤,

④ × 2 + ⑤,得 $22x=44$,解得 $x=2$,把 $x=2$ 代入④,得 $8\times2-z=18$,解得 $z=-2$,把 $x=2, z=-2$ 代入①,得 $3\times2+y-4\times(-2)=13$,

解得 $y=-1$. 因此原方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=-1,\\z=-2.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}3x-y+z=4,①\\2x+3y-z=12,②\\x+y+z=6.③\end{cases}$ ① + ②,得 $5x+2y=16$④, ② + ③,得 $3x+4y=18$⑤, ⑤ − ④ × 2,得 $-7x=-14$. 解得 $x=2$. 把 $x=2$ 代入④,得 $5\times2+2y=16$,解得 $y=3$. 把 $x=2, y=3$ 代入③,得 $2+3+z=6$,解得 $z=1$. 所以 $\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=1.\end{cases}$

2. 解: 设该商场购买甲、乙、丙三种型号的手机分别为 x 部,y 部,z 部,根据题意得

$\begin{cases}x+y+z=40,\\1\,800x+600y+1\,200z=60\,000,\\x-z=24.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=28,\\y=8,\\z=4.\end{cases}$

答: 该商场购买甲、乙、丙三种型号的手机分别为 28 部,8 部,4 部.

习题 3.5:

1. 解: (1) $\begin{cases}x+y+z=3, ①\\x+2y+3z=6, ②\\2x+y+2z=5. ③\end{cases}$ ② − ①,得 $y+2z=3$④, ③ − ① × 2,得 $-y=-1$,所以 $y=1$.

将 $y=1$ 代入④,得 $1+2z=3$,解得 $z=1$. 将 $y=1, z=1$ 代入①,得 $x+1+1=3$,解得 $x=1$. 所以 $\begin{cases}x=1,\\y=1,\\z=1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x+2y=9, ①\\y-3z=-5, ②\\-x+5z=14. ③\end{cases}$ ① + ③,得 $2y+5z=23$④. ④ − ② × 2,得 $11z=33$,解得 $z=3$. 将 $z=3$ 代入③,得 $-x+5\times3=14$,解得 $x=1$. 将 $x=1$ 代入①,得 $1+2y=9$. 解得 $y=4$. 所以 $\begin{cases}x=1,\\y=4,\\z=3.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}2x-2y+z=0, ①\\2x+y-z=1, ②\\x+3y-2z=1. ③\end{cases}$ ① + ②,得 $4x-y=1$④. ① × 2 + ③,得 $5x-y=1$⑤.

④ − ⑤,得 $-x=0$,解得 $x=0$.

将 $x=0$ 代入④,得 $-y=1$,解得 $y=-1$.

将 $x=0, y=-1$ 代入②,得 $-1-z=1$,

解得 $z=-2$.

所以 $\begin{cases}x=0,\\y=-1,\\z=-2.\end{cases}$

(4) $\begin{cases}2x+3y+z=11, ①\\x+y+z=6, ②\\3x-y-z=-2. ③\end{cases}$ ① − ②,得 $x+2y=5$④. ② + ③,得 $4x=4$,解得 $x=1$. 将 $x=1$ 代入④,得 $1+2y=5$,解得 $y=2$. 将 $x=1, y=2$ 代入②,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

得 $1+2+z=6$. 解得 $z=3$. 所以 $\begin{cases}x=1,\\y=2,\\z=3.\end{cases}$

2. 解:设甲、乙、丙三个数分别为 x,y,z,根据题意得

$\begin{cases}x+y=3,\\y+z=6,\\x+z=7.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=1,\\z=5.\end{cases}$

答:甲、乙、丙这三个数分别为 2,1,5.

3. 解:由题意,得 $\begin{cases}a-b+c=0, & ①\\4a+2b+c=3, & ②\\25a+5b+c=60. & ③\end{cases}$

②$-$①,得 $3a+3b=3$,即 $a+b=1$④.

③$-$①,得 $24a+6b=60$,即 $4a+b=10$⑤.

⑤$-$④,得 $3a=9$,解得 $a=3$. 将 $a=3$ 代入④,得 $3+b=1$,解得 $b=-2$. 将 $a=3$,$b=-2$ 代入①,得 $3+2+c=0$,解得 $c=-5$. 所以 $\begin{cases}a=3,\\b=-2,\\c=-5.\end{cases}$

4. 解:设满足要求的 A 为 x 份,B 为 y 份,C 为 z 份.

则 $\begin{cases}2x+2y+10z=100,\\7x+4y+16z=200,\\17x+7y+30z=400,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=8,\\y=12,\\z=6.\end{cases}$

答:满足要求的 A 为 8 份,B 为 12 份,C 为 6 份.

3.6 综合与实践 一次方程组与 CT 技术(无)

小结·评价

A 组复习题:

1. 解:(1)$7x=-3x+5$,移项,得 $7x+3x=5$. 合并同类项,得 $10x=5$. 系数化为 1,得 $x=\frac{1}{2}$.

(2)$3x-27=15-3x$,移项,得 $3x+3x=15+27$. 合并同类项,得 $6x=42$. 系数化为 1,得 $x=7$.

(3)$12-3(2-y)=6y+5$,去括号,得 $12-6+3y=6y+5$. 移项,得 $3y-6y=5-12+6$. 合并同类项,得 $-3y=-1$. 系数化为1,得 $y=\frac{1}{3}$.

(4)$6(y+7)-3=4(3-y)+3$,去括号,得 $6y+42-3=12-4y+3$. 移项,得 $6y+4y=12+3+3-42$. 合并同类项,得 $10y=-24$. 系数化为 1,得 $y=-2.4$.

点拨:注意在去括号时按去括号法则进行运算,移项时不要忘记变号.

2. 解:(1)去分母,得 $5(2x+1)=3(x+11)$. 去括号,得 $10x+5=3x+33$. 移项,得 $10x-3x=33-5$. 合并同类项,得 $7x=28$. 系数化为 1,得 $x=4$.

(2)去分母,得 $6(y-3)=5y-9(y-7)$. 去括号,得 $6y-18=5y-9y+63$. 移项,得 $6y-5y+9y=63+18$. 合并同类项,得 $10y=81$. 系数化为 1,得 $y=8.1$.

点拨:去分母时不要忘记每一项都应乘以各分母的最小公倍数.

3. 解:(1)$\begin{cases}3x-2y=10,①\\4x-3y=13.②\end{cases}$ ② $\times 2-$ ① $\times 3$,得 $8x-9x=26-30$,解得 $x=4$.

把 $x=4$ 代入①,得 $3\times4-2y=10$,解得 $y=1$. 所以 $\begin{cases}x=4,\\y=1.\end{cases}$

(2)原方程组可变形为 $\begin{cases}2x+3y=2, & ①\\4x-9y=-1. & ②\end{cases}$

① $\times 3+$ ②,得 $6x+4x=6-1$,解得 $x=\frac{1}{2}$. 把 $x=\frac{1}{2}$ 代入①,得 $2\times\frac{1}{2}+3y=2$,解得 $y=\frac{1}{3}$. 所以 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=\frac{1}{3}.\end{cases}$

(3)原方程组可变形为 $\begin{cases}x-5y=9,①\\x-2y=6.②\end{cases}$

①$-$②,得 $-3y=3$,解得 $y=-1$. 把 $y=-1$ 代入②,得 $x-2\times(-1)=6$,解得 $x=4$. 所以 $\begin{cases}x=4,\\y=-1.\end{cases}$

(4)原方程组可变形为 $\begin{cases}2y-x=19,①\\6x+7y=0.②\end{cases}$

① $\times 6+$ ②,得 $12y+7y=114$,解得 $y=6$. 把 $y=6$ 代入①,得 $2\times6-x=19$,解得 $x=-7$. 所以 $\begin{cases}x=-7,\\y=6.\end{cases}$

点拨:合理选择消元方法,注意检验解的正确性.

4. 解:由题意,得 $\begin{cases}1\cdot k+b=3,\\-2\cdot k+b=9.\end{cases}$ 解这个方程组,得 $\begin{cases}k=-2,\\b=5.\end{cases}$

故 k 的值为 -2,b 的值为 5.

5. 解:设玻璃杯中水的高度下降 x mm. 根据题意,得 $\pi\times\left(\frac{90}{2}\right)^2\times x=131\times131\times81$. 解得 $x\approx219$.

答:玻璃杯中水的高度大约下降 219 mm.

点拨:圆柱形玻璃杯倒出的水的体积 = 长方体铁盒中水的体积.

6. 解:设这天通过收费站的大客车、大货车、轿车分别为 $5x$ 辆、$7x$ 辆、$6x$ 辆. 根据题意,得 $20\times5x+10\times7x+5\times6x=4.8\times10\,000$,解得 $x=240$. 所以 $5x=5\times240=1\,200$,$7x=7\times240=1\,680$,$6x=6\times240=1\,440$.

答:这天通过收费站的大客车、大货车、轿车分别为 1 200 辆、1 680 辆、1 440辆.

7. 解:设运输过程中损坏了 x 套茶具. 根据题意,得 $(2\,000-x)\times1.6-18x=3\,102$. 解得 $x=5$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

答:运输过程中损坏了5套茶具.

点拨:运输完整的茶具所得的运费 - 损坏的茶具赔偿的费用 = 3 102 元.

8. 解:设调来的20人分配至甲处 x 人,分配至乙处 y 人. 根据题意,得

$$\begin{cases} x+y=20, \\ 27+x=2\times(19+y). \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=17, \\ y=3. \end{cases}$

答:调来的20人分配至甲处17人,分配至乙处3人.

9. 解:设当班飞机票的价格为 x 元. 根据题意,得 $(30-20)\times 1.5\%\, x=120$. 解得 $x=800$.

答:当班飞机票的价格是800元.

10. 解:设放入长方形 $ABCD$ 中的8个小长方形的长为 x,宽为 y. 由题意,得

$\begin{cases} x+4y=16, \\ x+y=4+3y. \end{cases}$ 解这个方程组,得 $\begin{cases} x=8, \\ y=2. \end{cases}$ 所以小长方形的长为8,宽为2. 所以长方形 $ABCD$ 的宽为 $4+3y=4+3\times 2=10$. 所以长方形 $ABCD$ 的面积为 $16\times 10=160$.

8个小长方形的面积和为 $8\times 2\times 8=128$,所以 $S_{阴影}=160-128=32$.

答:阴影部分的面积为32.

点拨:$S_{阴影}$ = 长方形 $ABCD$ 的面积 - 8个小长方形的面积和.

11. 解:设应该拆除 x m^2 的旧厂房,新建厂房面积为 y m^2. 根据题意,得

$$\begin{cases} y=3x, \\ 15\,000-x+y=15\,000\times(1+40\%). \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=3\,000, \\ y=9\,000. \end{cases}$

答:应该拆除3 000 m^2 的旧厂房,新建厂房面积为9 000 m^2.

点拨:新建厂房面积 = 3 × 拆除的旧厂房的面积;15 000 m^2 - 拆除的旧厂房的面积 + 新建厂房面积 = $15\,000\times(1+40\%)\,m^2$.

12. 解:设原来第一车间一天装订书 x 册,第二车间一天装订书 y 册. 由题意,得

$$\begin{cases} (1+10\%)\,x+(1+15\%)\,y=5\,000, \\ 10\%\, x+15\%\, y=600. \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=1\,200, \\ y=3\,200. \end{cases}$

答:原来第一车间一天装订书1 200册,第二车间一天装订书3 200册.

点拨:(1 + 10%) × 第一车间原来一天装订书量 + (1 + 15%) × 第二车间原来一天装订书量 = 5 000册,10% × 第一车间原来一天装订书量 + 15% × 第二车间原来一天装订书量 = 600册.

13. 解:设该校今年招收七年级新生 x 人,高中一年级新生 y 人. 根据题意,得

$$\begin{cases} x+y=500, \\ (1+20\%)\,x+(1+15\%)\,y=500\times(1+18\%). \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=300, \\ y=200. \end{cases}$

则 $300\times(1+20\%)=360$,

$200\times(1+15\%)=230$.

答:该校明年计划招收七年级新生360人,高中一年级新生230人.

14. 解:设某人买了甲股票 x 元,乙股票 y 元. 根据题意,得

$$\begin{cases} x+y=24\,000, \\ (1+15\%)\,x+(1-10\%)\,y=24\,000+1\,350. \end{cases}$$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=15\,000, \\ y=9\,000. \end{cases}$

答:某人买了甲股票15 000元,乙股票9 000元.

点拨:甲股票投入 + 乙股票投入 = 24 000元,甲股票升值15%后卖得的钱数 + 乙股票下跌10%后卖得的钱数 = 总投入(24 000元) + 获得利润(1 350元).

15. 解:设浓度为30%的酒精使用了 x kg,浓度为60%的酒精使用了 y kg. 依题意,得

$\begin{cases} x+y=30, \\ 30\%\, x+60\%\, y=30\times 50\%. \end{cases}$ 解这个方程组,得 $\begin{cases} x=10, \\ y=20. \end{cases}$

答:浓度为30%的酒精使用了10 kg,浓度为60%的酒精使用了20 kg.

16. 解:设经营户批发了西红柿 x kg,豆角 y kg. 由题意,得 $\begin{cases} x+y=40, \\ 1.2x+1.6y=60. \end{cases}$

解这个方程组,得 $\begin{cases} x=10, \\ y=30. \end{cases}$ 所以卖完后能赚 $(1.8-1.2)\times 10+(2.5-1.6)\times 30=33$(元).

答:他当天卖完这些西红柿和豆角共能赚33元钱.

B组复习题:

1. 解:因为甲解对了,故 $\begin{cases} x=3, \\ y=2 \end{cases}$ 满足 $\begin{cases} ax+by=2, \\ mx-7y=8. \end{cases}$ 所以有 $m\times 3-7\times 2=8$,解得 $m=\frac{22}{3}$,而且有 $3a+2b=2$. 乙虽写错了 m,但 a,b 并没有写错,故 $\begin{cases} x=-2, \\ y=-2 \end{cases}$ 满足 $ax+by=2$,即 $-2a-2b=2$,所以 $a+b=-1$. 所以 $\begin{cases} a+b=-1, \\ 3a+2b=2. \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=4, \\ b=-5. \end{cases}$

故原方程组中 $a=4$,$b=-5$,$m=\frac{22}{3}$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

点拨:要求 a,b,m 的值,需在已知条件下写出关于 a,b,m 的方程或方程组来求解.

2. 解:设此商品按 x 折销售,由题意,得 $\dfrac{300\times\frac{x}{10}-200}{200}=5\%$,解得 $x=7$.

答:此商品是按 7 折销售的.

3. 解:设这个三位数个位上的数字为 x,十位上的数字为 y,百位上的数字为 z. 依题意,得 $\begin{cases}x+z=y,\\7z-(x+y)=2,\\x+y+z=14,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=5,\\y=7,\\z=2.\end{cases}$

答:这个三位数是 275.

4. 解:设牛、羊、猪每头的价钱分别为 x,y,z. 依题意,得 $\begin{cases}2x+5y-13z=1\,000,\\3x+3z=9y,\\5x-6y-8z=600,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1\,200,\\y=500,\\z=300.\end{cases}$

答:牛、羊、猪每头的价钱分别为 1 200,500,300.

C 组复习题:

1. 解:设这三个连续整数分别为 $x-1,x,x+1$,由题意,得 $x-1+x+x+1=66$. 解得 $x=22$. $x-1=22-1=21$,$x+1=22+1=23$. 所以这三个连续整数分别为 21,22,23.

若是三个连续偶数,则设为 $y-2,y,y+2$,由题意,得 $y-2+y+y+2=66$,解得 $y=22$. $y-2=22-2=20$,$y+2=22+2=24$. 所以若为三个连续偶数,有解,分别是 20,22,24.

若是三个连续奇数,则设为 $z-2,z,z+2$,由题意,得 $z-2+z+z+2=66$. 解得 $z=22$.

因为 22 是偶数,不是奇数,所以若为三个连续奇数,则无解.

2. 解:设这本书的正文共有 x 页. 由题意得,若这本书正文的页数不超过 9 页,由 $9<2\,989$,知这本书正文的页数比 9 页多.

若这本书正文的页数多于 9 页而不超过 99 页,由 $9+2\times90=189<2\,989$,知这本书正文的页数比 99 页多.

若这本书正文的页数多于 99 页,而不超过 999 页,由 $9+2\times90+3\times900=2\,889<2\,989$,知这本书正文的页数比 999 页多. 所以 $2\,889+(x-999)\times4=2\,989$,解得 $x=1\,024$.

答:这本书的正文共有 1 024 页.

第 4 章 直线与角

4.1 几何图形

练习:

1. 解:长方体有六个面,四面体有四个面. 它们都是平的面.

2. 解:包围着圆柱、圆锥的面有平的面,也有曲的面;包围着球的面是曲的面.

点拨:认真观察图形即可.

练习:

1. 解:电冰箱、火柴盒等是长方体;水杯(上、下粗细相同)、水管等是圆柱.

点拨:答案不唯一.

2. 解:可看作是由圆锥和圆柱组成的.

习题 4.1:

1. 解:足球连接球,火柴盒连接长方体,易拉罐连接圆柱,骰子连接正方体.

点拨:注意观察生活中的物体的形状.

2. 解:填表如下:

名称	面数(f)	顶点数(v)	棱数(e)	$f+v-e$
长方体	6	8	12	2
四面体	4	4	6	2

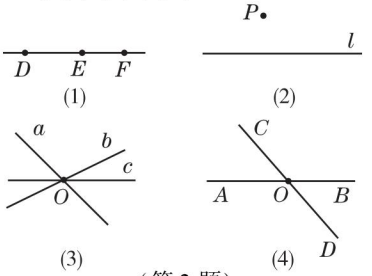
3. 略.

4.2 线段、射线、直线

练习:

1. 解:(1)×;(2)√;(3)×;(4)√. 理由略.

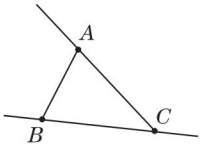
2. 解:如图(1)(2)(3)(4)所示.



(第 2 题)

习题 4.2:

1. 解:如图所示.



(第 1 题)

2. (1)6;线段 AB,线段 AD,线段 AC,线段 BD,线段 BC,线段 CD

(2)12;3;线段 BA,线段 BC,线段 BB_1

3. 解:(1)直线的基本事实:经过两点有一条直线,并且只有一条直线. 直线的性质:两条直线相交只有一个交点.

(2)射线有一个端点,线段有两个端点.

(3)线段 AB 与线段 BA 是同一条线段.

4. 解:射线 OA 与射线 AB 不是同一条射线,射线 OA 与射线 AO 也不是同一条射线.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

4.3 线段的长短比较

练习:

1. 根据测量结果回答.

2. (1)AD;BC　(2)AB;AB　(3)AC;CD;BD

3. **解:**$MN = MB + BN = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}(AB + BC) = \frac{1}{2} \times (3 + 1) = 2(\text{cm})$.

   点拨:利用线段的中点的定义寻找线段之间的关系.

4. **解:**测量略,$AB + AC > BC$,不通过测量,可比较$AB + AC$与BC的长短,即$AB + AC > BC$,因为两点之间的所有连线中,线段最短.

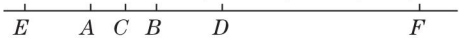
习题4.3:

1. 实际操作后回答.

2. **解:**因为$CB = 4$ cm,$DB = 7$ cm,所以$DC = DB - CB = 7 - 4 = 3$(cm). 又因为D为线段AC的中点,所以$AC = 2DC = 2 \times 3 = 6$(cm),所以$AB = AC + CB = 6 + 4 = 10$(cm).

   点拨:本题考查线段的和、差及线段的中点的定义.

3. **解:**根据题意画图,如图. 因为$AC = 1$,C为线段AB的中点,所以$AB = 2AC = 2$. 又因为B为线段AD的中点,所以$AD = 2AB = 4$. 因为A为线段BE的中点,所以$EA = AB = 2$. 因为D为线段EF的中点,所以$EF = 2ED = 2(EA + AD) = 2 \times (2 + 4) = 12$.



(第3题)

4. **解:**设线段AB的长为x cm,则$AP = \frac{2}{5}x$ cm,$PB = \frac{3}{5}x$ cm,$AQ = \frac{4}{5}x$ cm,$QB = \frac{1}{5}x$ cm,所以$PQ = PB - QB = \frac{2}{5}x$ cm,即$\frac{2}{5}x = 3$,所以$x = \frac{15}{2}$,所以$AP = \frac{2}{5} \times \frac{15}{2} = 3(\text{cm})$,$QB = \frac{1}{5} \times \frac{15}{2} = \frac{3}{2}(\text{cm})$,

   即线段AP的长为3 cm,线段QB的长为$\frac{3}{2}$ cm.

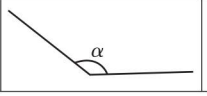
5. **解:**线段AC与BC的和最少是10 cm.

4.4 角

练习:

1. $\angle AOB$,$\angle AOC$,$\angle AOD$,$\angle BOC$,$\angle BOD$,$\angle COD$

2. **解:**填表如下:

名称		直角		平角	
图形					
范围	$0° < \alpha < 90°$		$90° < \alpha < 180°$	$\alpha = 180°$	

练习:

1. (1)15;0　(2)52.32

2. **解:**(1)$25° 23′ 17″ + 46° 53′ 43″ = 71° 76′ 60″ = 71°77′ = 72°17′$.

   (2)$75° 23′ 12″ - 46° 53′ 43″ = 74°83′12″ - 46°53′43″ = 74°82′72″ - 46°53′43″ = 28°29′29″$.

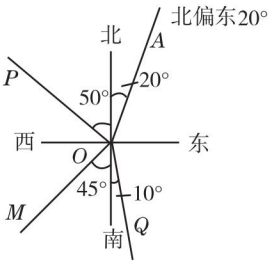
   (3)$19°20′24″ \times 4 = 76°80′96″ = 76°81′36″ = 77°21′36″$.

   (4)$134°22′ \div 3 = 132°141′60″ \div 3 = 44°47′20″$.

习题4.4:

1. **解:**新闻联播播出时,钟表上时针与分针所成的最小角的度数为150°;新闻30分播出时,钟表上时针与分针所成的最小角的度数为0°.

2. **解:**如图所示:(1)OP表示北偏西50°;(2)OQ表示南偏东10°;(3)OM表示西南方向.



(第2题)

   点拨:作图时应先确定方向,再确定度数.

3. **解:**(1)$30°19′21″ + 15°40′42″ = 45°59′63″ = 46°3″$.

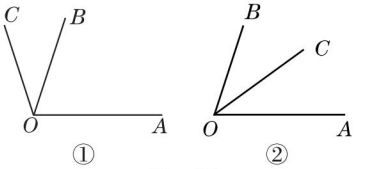
   (2)$90° - 68°17′50″ = 21°42′10″$.

   (3)$40.82° = 40°49′12″$.

   (4)$52°22′ \times 9 = 471°18′$.

   (5)$178°53′ \div 5 \approx 35°47′$.

4. **解:**本题有两种情况:(1)如图①,$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 72° + 36° = 108°$;(2)如图②,$\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 72° - 36° = 36°$.



(第4题)

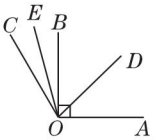
   点拨:本题容易因考虑问题不全面而漏解.

4.5 角的比较与补(余)角

练习:

1. **解:**(1)~(3)如图所示.

   (4)$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 90° + 30° = 120°$,$\angle EOD =$



(第1题)

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\angle BOD+\angle BOE=\frac{1}{2}\angle AOB+\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 90^\circ+\frac{1}{2}\times 30^\circ=45^\circ+15^\circ=60^\circ$.

2. (1) $<$; $>$; $=$

(2) $\angle BOD$; $\angle BOD$; $\angle AOD$; $\angle BOC$

点拨:本题角的大小比较用观察法即可解决.

习题 4.5:

1. 解:(1)共有3个角,$\angle AOC>\angle AOB>\angle BOC$.

(2) $\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC$.

(3) $\angle BOC=\angle AOC-\angle AOB$(或 $\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$).

点拨:角的和差关系可由观察题图后直接写出.

2. 解:能. $\angle EOF=\angle FOC+\angle EOC=\frac{1}{2}\angle COB+\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}(\angle COB+\angle AOC)=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$.

3. 解:$\angle COD=\angle AOC+\angle BOD-\angle AOB=90^\circ+90^\circ-165^\circ=15^\circ$.

4. 解:设 $\angle AOB=x$,则 $\angle BOC=2x$, $\angle COD=3x$, $\angle DOA=4x$. 所以 $x+2x+3x+4x=360^\circ$,解得 $x=36^\circ$. 所以 $\angle BOC=2x=72^\circ$.

5. 解:设 $\angle AOC=x$,则 $\angle COB=2x$, $\angle AOB=3x$. 因为 OD 平分 $\angle AOB$,所以 $\angle AOD=\frac{3}{2}x$. 又因为 $\angle COD=19^\circ$,所以 $\frac{3}{2}x-x=19^\circ$,即 $\frac{1}{2}x=19^\circ$,所以 $x=38^\circ$,所以 $\angle AOB=3x=3\times 38^\circ=114^\circ$.

点拨:用代数方法(方程思想)解决几何中的计算问题是常用的方法.

6. 解:设所求角的度数为 x,则 $x+x=90^\circ$,解得 $x=45^\circ$. 即互余且相等的两个角都是45°.

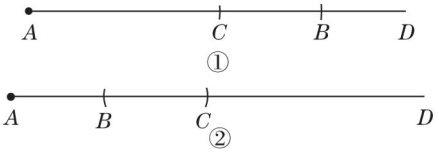
7. 解:设任意一个锐角的度数为 x,则其余角的度数为 $90^\circ-x$,补角的度数为 $180^\circ-x$. $(180^\circ-x)-(90^\circ-x)=90^\circ$,即一个锐角的补角比这个角的余角大90°.

4.6 用尺规作线段与角

练习:

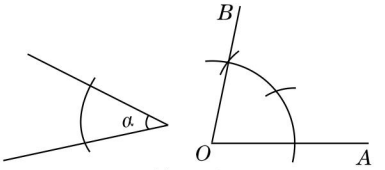
1. 解:(1)作法:①作射线 AD;②在射线 AD 上依次截取线段 $AC=a$, $CB=b$,则线段 AB 即为所求作的线段. 如图①.

(2)作法:①作射线 AD;②在射线 AD 上截取线段 $AC=a$,再在线段 AC 上截取线段 $CB=b$,则线段 AB 即为所求作的线段. 如图②.



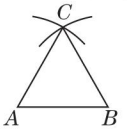
(第1题)

2. 解:如图所示,$\angle AOB$ 即为所求作的角.



(第2题)

3. 解:如图所示,所得的图形是等边三角形.

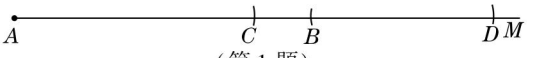


(第3题)

习题 4.6:

1. 解:作法:(1)作射线 AM;

(2)在射线 AM 上依次截取线段 $AC=CD=a$,在线段 AD 上截取线段 $DB=b$,线段 AB 就是所求作的线段. 作图如图.

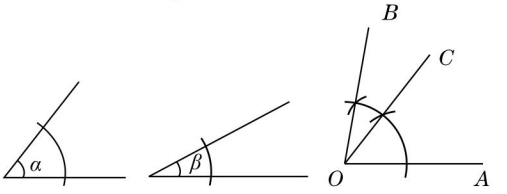


(第1题)

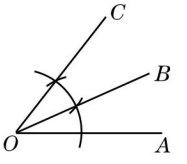
2. 解:(1)作法:①作 $\angle AOC=\angle\alpha$;②在 $\angle AOC$ 的外部作 $\angle BOC=\angle\beta$,则 $\angle AOB$ 即为所求.

(2)作法:①作 $\angle AOC=\angle\alpha$;②在 $\angle AOC$ 的内部作 $\angle BOC=\angle\beta$,则 $\angle AOB$ 即为所求.

如图,图(1)中 $\angle AOB=\angle\alpha+\angle\beta$,图(2)中 $\angle AOB=\angle\alpha-\angle\beta$.



(1)



(2)

(第2题)

点拨:作两个角的和或差,关键是掌握在大角的外部或内部截取的技巧.

小结·评价

A组复习题:

1. 解:如图所示,$DC=DB+BC=\frac{1}{2}AB+2AB=$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\frac{5}{2}AB=\frac{5}{2}\times2=5(\text{cm})$.

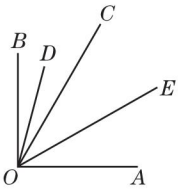


(第1题)

2. 解:第一段和第三段长度和为 $32-8=24(\text{cm})$,所以第一段中点到第三段中点的距离等于 $8+\frac{24}{2}=20(\text{cm})$.

3. (1) $>$;$=$　(2) $<$;$<$

4. 解:(1)如图所示.



(第4题)

(2)15°(或$\angle BOD$);平分线;平分线;45°

5. (1)$\angle AOC$

(2)$\angle BOC$;$\angle AOE$;$\angle BOD$

(3)$\angle1$ 和$\angle2$;$\angle3$ 和$\angle4$

6. 解:(1)互为余角的角有:$\angle AOE$ 与$\angle AOB$,$\angle AOB$ 与$\angle BOC$.

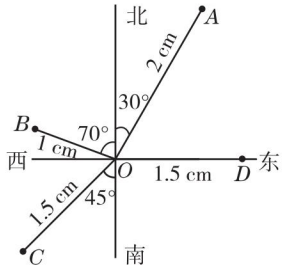
(2)互为补角的角有:$\angle AOE$ 与$\angle DOE$,$\angle BOC$ 与$\angle DOE$,$\angle AOB$ 与$\angle DOB$,$\angle AOB$ 与$\angle COE$,$\angle DOC$ 与$\angle COA$,$\angle DOC$ 与$\angle BOE$,$\angle BOE$ 与$\angle COA$.

(3)相等的角有:$\angle EOB=\angle AOC=\angle DOC$,$\angle AOE=\angle BOC$,$\angle BOD=\angle COE$.

点拨:同角(或等角)的余角相等,所有的直角两两互补.

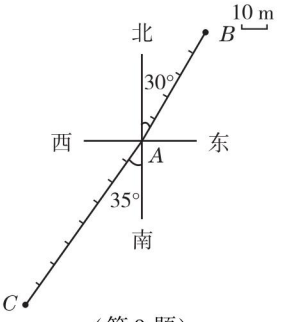
7. 解:$\angle\alpha$ 的补角 $=180°-50°17'42''=129°42'18''$;$\angle\alpha$ 的余角 $=90°-50°17'42''=39°42'18''$.

8. 解:如图所示,A,B,C,D 就是所求作的点.



(第8题)

9. 解:如图所示,AB 与AC 所成的最小的角是 $30°+90°+(90°-35°)=175°$.



(第9题)

B 组复习题:

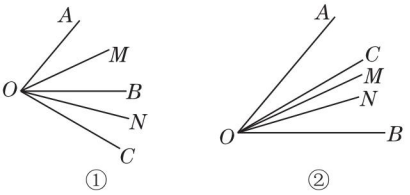
1. 解:以其中的任意两点为端点的线段有 6 条.

2. 解:因为 M 是 AB 的中点,$AB=12$ cm,所以 $AM=BM=6$ cm. 因为 $MC:CB=1:2$,所以 $MC=6\times\frac{1}{3}=2(\text{cm})$. 所以 $AC=AM+MC=6+2=8(\text{cm})$. 所以线段 AC 的长为8 cm.

3. 解:本题分两种情况解答.

(1)如图①,$\angle MON=\angle MOB+\angle BON=\frac{1}{2}\angle AOB+\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times(50°+30°)=40°$.

(2)如图②,$\angle MON=\angle MOB-\angle NOB=\frac{1}{2}\angle AOB-\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times(50°-30°)=10°$.



(第3题)

综上,$\angle MON$ 的度数为40°或10°.

C 组复习题:

1. 解:能画出度数为 15°,30°,45°,60°,75°,90°,105°,120°,135°,150°,165°的角,共 11 个.

2. 解:$S_3=1+2+3+4=10$,$S_4=1+2+3+4+5=15$,$S_n=1+2+3+\cdots+n+(n+1)=\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

第5章 数据的收集与整理

5.1 数据的收集

练习:

1. 解:(1)全面调查. (2)全面调查. (3)抽样调查. (4)全面调查. (5)抽样调查. (6)抽样调查.

2. 解:(1)该商场一年的营业额为总体;每天的营业额为个体;一年中抽取的 40 天的营业额为样本;样本容量为 40.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)该批电池的使用寿命为总体;每节电池的使用寿命为个体;抽取的 10 节电池的使用寿命为样本;样本容量为 10.

3. A

4. **解**:采用简单随机抽样的方式抽取.

习题 5.1:

1. **解**:(1)普查和抽样调查均可,抽样方式略.

(2)普查和抽样调查均可,抽样方式略.

(3)普查和抽样调查均可,抽样方式略.

(4)普查.

2. **解**:(1)总体为这批零件的长度,个体为每件零件的长度,样本为抽取的 10 件零件的长度,样本容量为 10.

(2)总体为该县参加中考的 5 000 名学生的成绩,个体为每名考生的成绩,样本为抽取的 500 名考生的成绩,样本容量为 500.

3. 略.

5.2 数据的整理

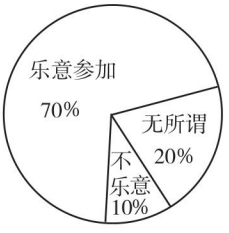
练习:

1. 略. **2**. 略. **3**. 略.

习题 5.2:

1. **解**:(1)70% ;20% ;10%

(2)扇形统计图如图所示.

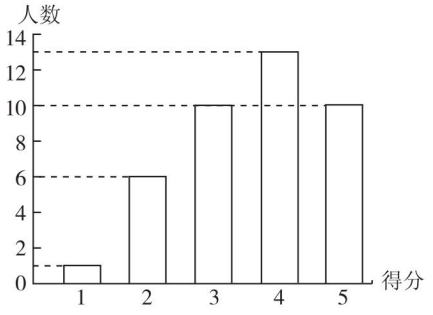


(第 1 题)

2. **解**:(1)该班 40 名学生立定跳远的得分记录如下表:

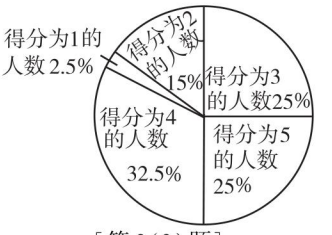
得分	1	2	3	4	5
人数	1	6	10	13	10

(2)条形统计图如图所示.



[第 2(2)题]

(3)扇形统计图如图所示.



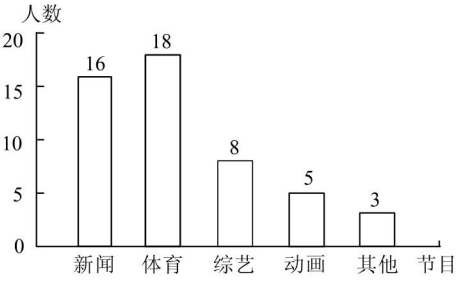
[第 2(3)题]

3. 略.

5.3 用统计图描述数据

练习:

1. **解**:选用条形统计图,如图所示.



(第 1 题)

2. **解**:如图所示.

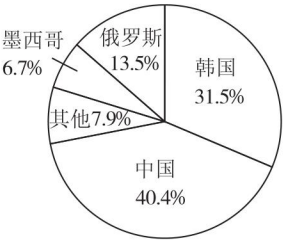


(第 2 题)

习题 5.3:

1. 略. **点拨**:用折线统计图表示较合适.

2. **解**:如图所示.



(第 2 题)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5.4 从图表中的数据获取信息

练习:

1. 解:(1)2009 年.
(2)2005 ~ 2006 年.

2. 解:(1)第(2)幅图.
(2)纵轴的数据不是从 0 开始的,这样的统计图容易带给我们不真实的印象,从而得出错误的结论.
点拨:题图(2)的统计图不是错误的,只是我们要特别注意,避免得出错误的结论.

3. 解:乙公司的利润增长速度较快.

习题 5.4:

1. 解:(1)甲家庭约占 36.1% ,乙家庭占 25% .
(2)不能.
(3)还需知道甲、乙两家庭的总支出.
(4)乙家庭生活状况好些.

2. 解:(1)2007 年.
(2)因为只有 2007 年销售部 A 的年销售额超过销售部 B.
(3)约多 100% .

3. 解:(1)略. (2)按照后几年的销售趋势,可以预测图书 B 销售情况好于图书 A.

4. 解:(1)略.
(2)我国城市化水平提高较快的年段分别是 1990 ~ 2002 年与 2002 ~ 2010 年.

5. 解:(1)这两个统计图所表示的数据是相同的,他们的说法都有自己的道理.
(2)两个图给人的感觉不一样的原因是两个统计图中纵轴上同一单位长度代表的销售额的大小不一样.

5.5 综合与实践 水资源浪费现象的调查(无)

小结·评价

A 组复习题:

1. 解:(1)了解七年级同学到校方式
(2)全校七年级学生
(3)到校方式
(4)略.

2. 解:(1)唐朝历经的时间最长,秦朝历经的时间最短.
(2)唐、明、清三个朝代历经的时间超过 250 年.
(3)(1)题中历经时间最长的朝代变为汉朝;(2)题中历经时间超过 250 年的朝代应补上汉朝和宋朝,共五个朝代.

3. 解:(1)早晨 5 ~ 6 时上网的网民最少.
(2)7 ~ 9 时、18 ~ 20 时上网人数激增,20 时左右上网人数最多.
(3)19 ~ 22 时是网民使用互联网的高峰时间.

4. 解:(1)本期墙报评价调查结果统计表:

评价等级	A	B	C	D
人数	11	16	12	5

(2)作“较好”评价的人数最多.
(3)略.

B 组复习题:

1. 略.

2. 略.

3. 解:(1)$300\times10\% = 30$(万元),$200\times15\% = 30$(万元),
所以 B 企业 2010 年上缴的利润不比 2009 年上缴的利润少.
(2)$\dfrac{300\times4\% - 200\times3\%}{200\times3\%}\times100\% = \dfrac{12-6}{6}\times100\% = 100\%$,
所以 F 企业 2010 年上缴的利润比 2009 年上缴的利润增加了百分之百.
(3)略.

4. 略.

C 组复习题:

1. 解:(1)甲地的平均气温高于乙地,平均降雨量也略大于乙地.
(2)甲地位于北半球,乙地位于南半球.
(3)甲地更能吸引游客.

2. 略.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

廿年磨一剑 · 匠心铸经典

学生的随身家教 · 家长的辅导工具 · 教师的备课笔记

点拨®

荣德基初中频道

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料