东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟

课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

教辅资料站
电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源
扫码关注获取更多学习资料

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

选修 1–2　RJ·A

河北人民出版社

东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟 课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

选修1–2　RJ·A

微信公众号
教辅资料站

河北人民出版社
石家庄

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

图书在版编目（CIP）数据

45分钟课时作业与单元测试：A版．数学．1-2：选修／邓保沧主编．—石家庄：河北人民出版社，2013.8（2019.10重印）
ISBN 978-7-202-08027-6

Ⅰ．①4… Ⅱ．①邓… Ⅲ．①中学数学课—高中—习题集
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第194956号

编　委：李　越　张瑞霞　李　雅
天高云　蒋　敏　金剑飞

书　名　45分钟课时作业与单元测试　数学　选修1-2　A
主　编　邓保沧

责任编辑　李　莉　张艳茹
美术编辑　李　欣
封面设计　欣　羽

出版发行　河北人民出版社（石家庄市友谊北大街330号）
印　刷　河北伦洋印业有限公司
开　本　880毫米×1230毫米　1/16
印　张　5
字　数　160 000
版　次　2013年8月第1版　2019年10月第5次印刷
书　号　ISBN 978-7-202-08027-6
定　价　27.00元

版权所有　翻印必究

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

第一部分　课时作业

第一章　统计案例 …… 1

1.1　回归分析的基本思想及其初步应用 …… 1

1.2　独立性检验的基本思想及其初步应用 …… 3

第二章　推理与证明 …… 5

2.1　合情推理与演绎推理 …… 5

2.1.1　合情推理 …… 5

2.1.2　演绎推理 …… 7

2.2　直接证明与间接证明 …… 9

2.2.1　综合法和分析法(1) …… 9

2.2.1　综合法和分析法(2) …… 11

2.2.2　反证法 …… 13

第三章　数系的扩充与复数的引入 …… 15

3.1　数系的扩充和复数的概念 …… 15

3.1.1　数系的扩充和复数的概念 …… 15

3.1.2　复数的几何意义 …… 17

3.2　复数代数形式的四则运算 …… 19

3.2.1　复数代数形式的加减运算及其几何意义 …… 19

3.2.2　复数代数形式的乘除运算(1) …… 21

3.2.2　复数代数形式的乘除运算(2) …… 23

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

第四章　框　图 …… 25

4.1　流程图 …… 25

4.2　结构图 …… 27

第二部分　阶段检测

阶段质量测试卷(一)(第一章　统计案例) …… 29

阶段质量测试卷(二)(第二章　推理与证明) …… 33

阶段质量测试卷(三)(第三章　数系的扩充与复数的引入) …… 37

阶段质量测试卷(四)(第四章　框　图) …… 41

综合质量测试卷(一) …… 45

综合质量测试卷(二) …… 49

第三部分　答案与解析

答案与解析 …… 54～76

提示:全书包括课时作业、阶段检测、答案与解析三部分,共计 80 页。

(根据教师教学情况不同,课时作业和阶段检测部分可在书中作答,也可撕下使用。)

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一章 统计案例

1.1 回归分析的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1. 回归分析

(1)函数关系与相关关系

函数关系是一种_____，而相关关系是一种_____，即自变量取值一定时，因变量的取值带有一定的随机性.

(2)回归分析的步骤

回归分析是对具有相关关系的两个变量进行统计分析的一种常用方法，其基本步骤是：画出两个变量的_____，求回归_____，并用回归直线方程进行_____.

2. 线性回归模型

对于具有相关关系的一组数据$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，线性回归方程为_____，其中$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$，$\overline{x}=$_____，$\overline{y}=$_____，$(\overline{x},\overline{y})$称为样本点的_____，线性回归方程过样本点的中心.

3. 刻画回归效果的方式

残差	把随机误差的估计值$\hat{e}_i$称为相应于点(x_i,y_i)的残差
残差图	作图时纵坐标为_____，横坐标可以选为样本编号，或_____或_____等，这样作出的图形称为残差图
残差图法	残差点比较均匀地落在水平的带状区域内，说明选用的模型比较适合.这样的带状区域的宽度越窄，说明模型拟合精度越高，回归方程的预报精度越高
残差平方和	残差平方和为$\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$，残差平方和_____，即模型拟合效果越好
相关指数R^2	$R^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}$，$R^2$表示_____变量对于_____变量变化的贡献率，R^2越接近于1，表示回归的效果_____

题点知识巩固

知识点一 线性回归方程

1.(**2019·河北邯郸月考**)已知变量x与y负相关，且由观测数据算得样本平均数$\overline{x}=4$，$\overline{y}=5.6$，则由该观测的数据算得的线性回归方程可能是 (　　)

A. $y=0.4x+4$　　B. $y=1.2x+0.7$

C. $y=-0.6x+8$　　D. $y=-0.7x+8.2$

2.已知x，y的取值如表所示，若y与x线性相关，且线性回归方程为$\hat{y}=\hat{b}x+6$，则$\hat{b}$的值为 (　　)

x	1	2	3
y	6	4	5

A. $\dfrac{1}{10}$　　B. $\dfrac{1}{2}$

C. $-\dfrac{1}{10}$　　D. $-\dfrac{1}{2}$

知识点二 残差分析

3.甲、乙、丙、丁四位同学各自对A，B两变量做回归分析，分别得到散点图与残差平方和$\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$，如下表：

	甲	乙	丙	丁
散点图				
残差平方和	115	106	124	103

哪位同学的试验结果体现拟合A，B两变量关系的模型拟合精度高 (　　)

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

4.(**2019·贵州思南中学月考**)在线性回归模型中，分别选择了4个不同的模型，它们的相关指数R^2依次为0.36、0.95、0.74、0.81，其中回归效果最好的模型的相关指数R^2为 (　　)

A. 0.95　　B. 0.81

C. 0.74　　D. 0.36

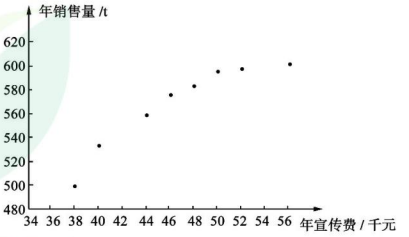
知识点三 回归分析的基本思想

5.若函数模型为$y=ax^2+bx+c(a\neq0)$，将y转化为t的线性回归方程，则$t=$ (　　)

A. x^2　　B. $(x+a)^2$

C. $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2$　　D. 以上都不对

6.(**2019·山东武城期中**)某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x(单位：千元)对年销售量y(单位：t)和年利润z(单位：千元)的影响.对近8年的年宣传费x_i和年销售量y_i($i=1,2,\cdots,8$)数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值.



$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{w}$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1 469	108.8

其中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\overline{w}=\dfrac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}w_i$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(1)根据散点图判断，$y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型？(给出判断即可，不必说明理由)

(2)根据(1)的判断结果及表中数据，建立 y 关于 x 的回归方程；

(3)已知这种产品的年利润 z 与 x、y 的关系为 $z=0.2y-x$. 根据(2)的结果，求当年宣传费 $x=49$ 时，年销售量及年利润的预报值是多少？

附：对于一组数据 $(u_1,v_1),(u_2,v_2),\cdots,(u_n,v_n)$，其回归直线 $v=\hat{\alpha}+\hat{\beta}u$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别为：$\hat{\beta}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}$，$\hat{\alpha}=\bar{v}-\hat{\beta}\bar{u}$.

提能达标过关

一、选择题

1. (**2019·安徽定远月考**)根据表中提供的全部数据，用最小二乘法得出 y 关于 x 的线性回归方程是 $\hat{y}=\frac{9}{4}x+\frac{9}{4}$，则表中 m 的值为 (　　)

x	8	10	11	12	14
y	21	25	m	28	35

A. 26　　B. 27

C. 28　　D. 29

2. 下列有关样本相关系数的说法不正确的是 (　　)

A. 相关系数是用来衡量两个随机变量 x 与 y 之间的线性相关程度的量

B. $|r|\leqslant 1$，且 $|r|$ 越接近 0，相关程度越小

C. $|r|\leqslant 1$，且 $|r|$ 越接近 1，相关程度越大

D. $|r|\geqslant 1$，且 $|r|$ 越接近 1，相关程度越大

3. 以下有三个结论：

①某校高三一班和高三二班的人数分别是 m,n，某次测试数学平均分分别是 a,b，则这两个班的数学平均分为 $\frac{a+b}{2}$；

②若 $x_1,x_2,\cdots,x_{10}$ 的平均数为 a，方差为 b，则 $x_1+5,x_2+5,\cdots,x_{10}+5$ 的平均数为 $a+5$，方差为 $b+25$；

③从总体中抽取的样本 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，则回归直线 $\hat{y}=bx+a$ 至少过点 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 中的某一个点.

其中正确结论的个数有 (　　)

A. 0个　　B. 1个

C. 2个　　D. 3个

4. 四名同学根据各自的样本数据研究变量 x,y 之间的相关关系，并求得回归直线方程，分别得到以下四个结论：

①y 与 x 负相关且 $\hat{y}=2.347x-6.423$；

②y 与 x 负相关且 $\hat{y}=-3.476x+5.648$；

③y 与 x 正相关且 $\hat{y}=5.437x+8.493$；

④y 与 x 正相关且 $\hat{y}=-4.326x-4.578$.

其中一定不正确的结论的序号是 (　　)

A. ①②　　B. ②③

C. ③④　　D. ①④

5. 某学校开展研究性学习活动，一组同学获得了下面的一组实验数据：

x	1.99	3	4	5.1	6.12
y	1.5	4.04	7.5	12	18.01

现准备用下列四个函数中的一个近似地表示这些数据的规律，其中最接近的一个是 (　　)

A. $y=2x-2$　　B. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

C. $y=\log_2 x$　　D. $y=\frac{1}{2}(x^2-1)$

二、填空题

6. 在比较两个模型的拟合效果时，甲、乙两个模型的相关指数 R^2 的值分别为 0.96 和 0.85，则拟合效果好的模型是_____.

7. 若一组观测值 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 之间满足 $y_i=bx_i+a+e_i(i=1,2,\cdots,n)$，则 $\sum\limits_{i=1}^{n}\hat{e}_i^2=$_____.

8. (**2019·广东蕉岭月考**)某工厂的某种型号的机器的使用年限 x 和所支出的维修费用 y(万元)有下表的统计资料：

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

根据上表可得回归方程 $\hat{y}=1.23x+\hat{a}$，据此模型估计，该型号机器使用年限为10年的维修费用约_____万元.

三、解答题

9. 一机器可以按各种不同的速度运转，其生产物件有一些会有缺点，每小时生产有缺点物件的多少随机器运转速度而变化，用 x 表示转速(单位：转/秒)，用 y 表示每小时生产的有缺点物件个数，现观测得到 (x,y) 的4组观测值为 $(8,5),(12,8),(14,9),(16,11)$.

(1)假定 y 与 x 之间有线性相关关系，求 y 对 x 的回归直线方程；

(2)若实际生产中所容许的每小时最大有缺点物件数为10，则机器的速度不得超过多少转/秒？(精确到1转/秒)

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2　独立性检验的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1. 分类变量和列联表

(1)分类变量

变量的不同“值”表示个体所属的_____，像这样的变量称为分类变量.

(2)列联表

①定义：列出的两个分类变量的_____，称为列联表.

②2×2 列联表

一般地，假设两个分类变量 X 和 Y，它们的取值分别为 $\{x_1,x_2\}$ 和 $\{y_1,y_2\}$，其样本频数列联表(称 2×2 列联表)为：

	y_1	y_2	总计
x_1	a	b	$a+b$
x_2	c	d	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

2. 等高条形图

(1)等高条形图与表格相比，更能直观地反映出两个分类变量间是否_____，常用等高条形图展示列联表数据的_____.

(2)观察等高条形图发现_____和_____相差很大，就判断两个分类变量之间有关系.

3. 独立性检验

定义	利用随机变量 K^2 来判断“两个分类变量有关系”的方法称为独立性检验
公式	$K^2=$_____， 其中 $n=$_____

独立性检验的随机变量 K^2 的临界值参考表：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

题点知识巩固

知识点一　2×2 列联表

1. 分类变量 X、Y 的 2×2 列联表如下：

	y_1	y_2	总计
x_1	a	b	$a+b$
x_2	c	d	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

则下列说法正确的是　(　　)

A. $ad-bc$ 越小，说明 X 与 Y 关系越弱

B. $ad-bc$ 越大，说明 X 与 Y 关系越弱

C. $(ad-bc)^2$ 越大，说明 X 与 Y 关系越强

D. $(ad-bc)^2$ 越接近于 0，说明 X 与 Y 关系越强

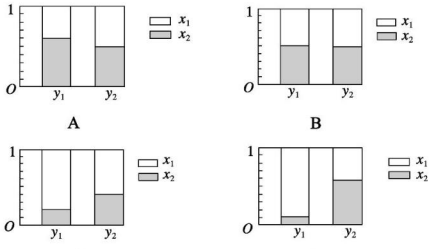
2. **(2019·山西应县月考)** 对于班级与成绩 2×2 列联表如表所示：

	优秀	不优秀	总计
甲班	10	35	45
乙班	7	38	p
总计	m	n	q

表中数据 m,n,p,q 的值应分别为_____.

知识点二　利用等高条形图进行独立性检验

3. **(2019·安徽慧德高中月考)** 观察下面频率等高条形图，其中两个分类变量 x,y 之间关系最强的是　(　　)



A　B　C　D

知识点三　利用 K^2 公式进行独立性检验

4. 在调查学生数学成绩与物理成绩之间的关系时，得到如下数据(人数)：

	物理成绩好	物理成绩不好	总计
数学成绩好	62	23	85
数学成绩不好	28	22	50
总计	90	45	135

根据上述数据分析，我们得出的结论是　(　　)

A. 数学成绩好对物理成绩有影响

B. 数学成绩好对物理成绩没有影响

C. 数学成绩决定物理成绩

D. 以上都不对

5. **(2019·湖南邵东月考)** 针对“中学生追星问题”，某校团委对“学生性别和中学生追星是否有关”作了一次调查，其中女生人数是男生人数的 $\frac{1}{2}$，男生追星的人数占男生人数的 $\frac{1}{6}$，女生追星的人数占女生人数的 $\frac{2}{3}$. 若有 95%的把握认为是否追星和性别有关，则男生至少有　(　　)参与数据及公式如下：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

A. 12 人　　B. 11 人　　C. 10 人　　D. 18 人

6. **(2019·全国卷Ⅰ)** 某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价，得到下面列联表：

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(1)分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率；
(2)能否有 95%的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

提能达标过关

一、选择题

1. 以下关于独立性检验的说法中，错误的是 ( )
A. 独立性检验依赖小概率原理
B. 独立性检验得到的结论一定正确
C. 样本不同，独立性检验的结论可能有差异
D. 独立性检验不是判定两事物是否相关的唯一方法

2. 假设有两个分类变量 X 与 Y，它们的可能取值分别为 $\{x_1,x_2\}$ 和 $\{y_1,y_2\}$，其中 2×2 列联表为：

	y_1	y_2
x_1	10	18
x_2	m	26

则当 m 取下面何值时，X 与 Y 的关系最弱 ( )
A. 8 B. 9 C. 14 D. 19

3. (**2019·石家庄质检**)某校为了研究“学生的性别”和“对待某一活动的支持态度”是否有关，运用 2×2 列联表进行独立性检测，经计算 $K^2=7.069$，则认为“学生性别与支持活动有关”的犯错误的概率不超过 ( )
A. 0.1% B. 1% C. 99% D. 99.9%

4. (**2019·安徽慧德月考**)在吸烟与患肺病这两个分类变量的计算中，下列说法正确的是 ( )
A. 若 K^2 的观测值为 $k=6.635$，我们有 99%的把握认为吸烟与患肺病有关系；那么在 100 个吸烟的人中必有 99 人患有肺病
B. 从独立性检验可知有 99%的把握认为吸烟与患肺病有关系时，我们说某人吸烟，那么他有 99%的可能患有肺病
C. 若从统计量中求出有 95%的把握认为吸烟与患肺病有关系，是指有 5%的可能性使得推断出现错误
D. 以上三种说法都不正确

5. 有两个分类变量 X,Y，其一组的 2×2 列联表如下表所示：

	Y_1	Y_2
X_1	a	$20-a$
X_2	$15-a$	$30+a$

其中 a，$15-a$ 均为大于 5 的整数，若在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下认为 X,Y 有关，则 a 的值为 ( )
A. 8 B. 9 C. 8，9 D. 6，8

二、填空题

6. 为了探究电离辐射的剂量与人体的受损程度是否有关，用两种不同剂量的电离辐射照射小白鼠. 在照射后 14 天内的结果如下表所示：

	死亡	存活	合计
第一种剂量	14	11	25
第二种剂量	6	19	25
合计	20	30	50

进行统计分析时的统计假设是_____.

7. 根据下表计算随机变量 K^2 的观测值 $k\approx$_____.

	又发病	未发病
移植手术	39	157
未移植手术	29	167

8. 为了判断高中三年级学生选修文科是否与性别有关，现随机抽取 50 名学生，得到如下 2×2 列联表：

	理科	文科
男	13	10
女	7	20

已知 $P(K^2\geqslant3.841)\approx0.05$，$P(K^2\geqslant5.024)\approx0.025$. 根据表中数据，得到 $K^2=\dfrac{50\times(13\times20-10\times7)^2}{23\times27\times20\times30}\approx4.844$. 则认为选修文科与性别有关系出错的可能性约为_____.

三、解答题

9. (**2019·内蒙古鄂尔多斯月考**)为了解某市市民对政府出台楼市限购令的态度，在该市随机抽取了 50 名市民进行调查，他们月收入(单位：百元)的频数分布及对楼市限购令的赞成人数如下表：

月收入	[15,25)	[25,35)	[35,45)	[45,55)	[55,65)	[65,75)
频数	5	10	15	10	5	5
赞成人数	4	8	8	5	2	1

将月收入不低于 55 百元的人群称为“高收入族”，月收入低于 55 百元的人群称为“非高收入族”.

附：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

(1)根据已知条件完成下面的 2×2 列联表，并判断有多大的把握认为赞不赞成楼市限购令与收入高低有关？

	非高收入族	高收入族	总计
赞成			
不赞成			
总计			

(2)现从月收入在[55,65)的人群中随机抽取两人，求所抽取的两人中至少有一人赞成楼市限购令的概率.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二章 推理与证明

2.1 合情推理与演绎推理

2.1.1 合情推理

基础知识梳理

1. 归纳推理和类比推理

	归纳推理	类比推理
定义	由某类事物的_____具有某些特征，推出该类事物的_____都具有这些特征的推理，或者由_____概括出_____的推理，称为归纳推理(简称归纳)	由两类对象具有某些_____特征和其中一类对象的某些_____，推出另一类对象也具有这些特征的推理称为类比推理(简称类比)
特征	归纳推理是由_____、由_____的推理	类比推理是由_____的推理

2. 合情推理

含义	归纳推理和类比推理都是根据已有的事实，经过_____、_____、_____、_____，再进行_____、_____，然后提出_____的推理，我们把它们统称为合情推理
过程	从具体问题出发 → 观察、分析比较、联想 → 归纳、类比 → 提出猜想

题点知识巩固

知识点一 归纳推理

1. (**2019·湖南邵东月考**)设 $f_0(x)=\cos x$，$f_1(x)=f_0'(x)$，$f_2(x)=f_1'(x)$，…，$f_{n+1}(x)=f_n'(x)$($n\in\mathbf{N}$)，则 $f_{2\,019}(x)=$ (　　)

A. $\cos x$　　B. $-\sin x$

C. $\sin x$　　D. $-\cos x$

2. (**2019·山东武城期中**)$\frac{1^2}{1}=1$，$\frac{1^2+2^2}{1+2}=\frac{5}{3}$，$\frac{1^2+2^2+3^2}{1+2+3}=\frac{7}{3}$，$\frac{1^2+2^2+3^2+4^2}{1+2+3+4}=\frac{9}{3}$，…，依此规律，第 n 个等式为_____.

知识点二 类比推理

3. 把下面在平面内成立的结论类比地推广到空间，结论仍然正确的是 (　　)

A. 如果一条直线与两条平行线中的一条相交，则也与另一条相交

B. 如果一条直线与两条平行线中的一条垂直，则也与另一条垂直

C. 如果两条直线同时与第三条直线相交，则这两条直线相交或平行

D. 如果两条直线同时与第三条直线垂直，则这两条直线平行

4. (**2019·蚌埠月考**)在平面几何里有射影定理：设三角形 ABC 的两边 $AB\perp AC$，D 是 A 点在 BC 上的射影，则 $AB^2=BD\cdot BC$. 拓展到空间，在四面体 $A-BCD$ 中，$AD\perp$ 平面 ABC，点 O 是 A 在平面 BCD 内的射影，且 O 在 $\triangle BCD$ 内，类比平面三角形射影定理，得出正确的结论是 (　　)

A. $S_{\triangle ABC}^2=S_{\triangle BCO}\cdot S_{\triangle BCD}$

B. $S_{\triangle ABD}^2=S_{\triangle BOD}\cdot S_{\triangle BOC}$

C. $S_{\triangle ADC}^2=S_{\triangle DOC}\cdot S_{\triangle BOC}$

D. $S_{\triangle BDC}^2=S_{\triangle ABD}\cdot S_{\triangle ABC}$

知识点三 合情推理的应用

5. 设 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 a、b、c，$\triangle ABC$ 的面积为 S，内切圆半径为 r，则 $r=\frac{2S}{a+b+c}$，类比这个结论可知：四面体 $S-ABC$ 的四个面的面积分别为 S_1、S_2、S_3、S_4，内切球半径为 R，四面体 $S-ABC$ 的体积为 V，则 $R=$ (　　)

A. $\frac{V}{S_1+S_2+S_3+S_4}$　　B. $\frac{2V}{S_1+S_2+S_3+S_4}$

C. $\frac{3V}{S_1+S_2+S_3+S_4}$　　D. $\frac{4V}{S_1+S_2+S_3+S_4}$

6. 已知等式：$\sin^2 5^\circ+\cos^2 35^\circ+\sin 5^\circ\cos 35^\circ=\frac{3}{4}$；

$\sin^2 15^\circ+\cos^2 45^\circ+\sin 15^\circ\cos 45^\circ=\frac{3}{4}$；

$\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ+\sin 30^\circ\cos 60^\circ=\frac{3}{4}$；….

由此可归纳出对任意角度 θ 都成立的一个等式，并予以证明.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

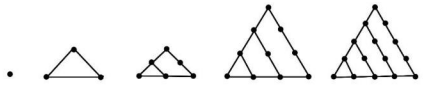
1. (**2019·安徽慧德月考**)下列类比推理中,得到的结论正确的是 ( )
   A. 把$(a+b)^n$与$(ab)^n$类比,则有$(a+b)^n=a^n+b^n$
   B. 把长方体与长方形类比,则有长方体的对角线平方等于其长宽高的平方和
   C. 把$\log_a(x+y)$与$a(b+c)$类比,则有$\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$
   D. 向量$\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$的数量积运算与实数$a,b$的运算$|ab|=|a|\cdot|b|$类比,则有向量$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\cdot|\boldsymbol{b}|$

2. 观察图形:…,则第 30 个图形比第 27 个图形中的"☆"多 ( )
   A. 59 颗　　B. 60 颗　　C. 87 颗　　D. 89 颗

3. 观察下列等式:$1^3+2^3=3^2$,$1^3+2^3+3^3=6^2$,$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$,根据上述规律,得到$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=$ ( )
   A. $\sqrt{2}$　　B. 20^2　　C. 21^2　　D. 22^2

4. 下面几种推理是合情推理的是 ( )
   ①由圆的性质类比出球的有关性质　②由直角三角形、等腰三角形、等边三角形内角和是 180°归纳出所有三角形的内角和都是 180°　③某次考试张军成绩是 100 分,由此推出全班同学成绩都是 100 分　④三角形内角和是 180°,四边形内角和是 360°,五边形内角和是 540°,由此得凸多边形内角和是$(n-2)\cdot 180°$
   A. ①②　　B. ①③④　　C. ①②④　　D. ②④

5. 如下图所示,把 1,3,6,10,15,21,…,这些数叫做三角形数,这是因为这些数目的点可以排成一个正三角形,试求第 20 个三角形数是 ( )



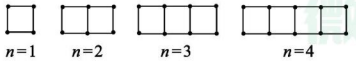
   A. 208　　B. 209　　C. 210　　D. 211

二、填空题

6. 二维空间中圆的二维测度(面积)$S=\pi r^2$,一维测度(周长)$l=2\pi r$;三维空间中球的三维测度(体积)$V=\frac{4}{3}\pi r^3$,二维测度(表面积)$S=4\pi r^2$.若四维空间中"超球"的四维测度$W=2\pi r^4$,根据上述规律,猜想其三维测度(体积)$V=$_____.

7. 观察下列式子:$1+\frac{1}{2^2}<\frac{3}{2}$,$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}<\frac{5}{3}$,$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}<\frac{7}{4}$,…,根据以上式子可以猜想:$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2\,018^2}<$_____.

8. (**2019·吉林月考**)如图是由火柴棒拼成的图形,第n个图形由n个正方形组成.



   通过观察可以发现:第 4 个图形中有_____根火柴棒;第n个图形中有_____根火柴棒.

三、解答题

9. 在平面内观察:凸四边形有 2 条对角线,凸五边形有 5 条对角线,凸六边形有 9 条对角线,…,由此猜出凸n边形有几条对角线?

10. 已知椭圆具有性质:若M、N是椭圆C上关于原点对称的两个点,点P是椭圆上任意一点,当直线PM、PN的斜率都存在,并记为k_{PM}、k_{PN}时,那么k_{PM}与k_{PN}之积是与点P的位置无关的定值.试对双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$写出具有类似特性的性质,并加以证明.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

2.1.2　演绎推理

基础知识梳理

1. 演绎推理

含义	从一般性的原理出发，推出_____的结论的推理
特点	由_____到_____的推理

2. 三段论

	一般模式	常用格式
大前提	已知的一般原理	_____
小前提	所研究的特殊情况	_____
结论	根据一般原理，对特殊情况做出的判断	_____

题点知识巩固

知识点一　三段论的基本形式

1.（2019·重庆铜梁月考）已知$\triangle ABC$中，$\angle A=30°$，$\angle B=60°$，求证：$a<b$.

证明：

$\because \angle A=30°,\angle B=60°$

$\therefore \angle A<\angle B$

$\therefore a<b$.

框内部分是演绎推理的（　　）

A. 大前提　　B. 三段论

C. 结论　　D. 小前提

2. 用三段论的形式写出下列演绎推理：

(1)正整数是自然数，3是正整数，所以3是自然数；

(2)矩形的对角线相等，正方形是矩形，所以正方形的对角线相等；

(3)$0.\dot{3}\dot{2}$是有理数.

知识点二　演绎推理的正误判断

3.（2019·安徽阜阳期中）若有一段演绎推理："大前提：对任意实数a，都有$(\sqrt[n]{a})^n=a$，小前提：已知$a=-2$为实数，结论：$(\sqrt[4]{-2})^4=-2$".这个结论显然错误，是因为（　　）

A. 大前提错误　　B. 小前提错误

C. 推理形式错误　　D. 非以上错误

4. 有一段演绎推理是这样的："直线平行于平面，则直线平行于平面内所有直线.已知直线$b\not\subset$平面α，直线$a\subset$平面α，直线$b\parallel$平面α，则直线$b\parallel$直线a".结论显然是错误的，这是因为（　　）

A. 大前提错误　　B. 小前提错误

C. 推理形式错误　　D. 非以上错误

知识点三　演绎推理的应用

5.（2019·内蒙古鄂尔多斯月考）将函数$f(x)=\sin 2x$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位后，得到函数$y=g(x)$的图象，下列关于$y=g(x)$的说法正确的是（　　）

A. 其图象关于点$\left(-\frac{\pi}{6},0\right)$对称

B. 其图象关于直线$x=-\frac{\pi}{6}$对称

C. 在$\left[-\frac{5\pi}{12},-\frac{\pi}{6}\right]$上单调递增

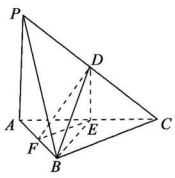
D. 在$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$上单调递增

6. 如图，在三棱锥$P-ABC$中，D,E,F分别为棱PC,AC,AB的中点.已知$PA\perp AC$，$PA=6$，$BC=8$，$DF=5$.

求证：

(1)直线$PA\parallel$平面DEF；

(2)平面$BDE\perp$平面ABC.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 下面几种推理中是演绎推理的是 ( )

A. 由金、银、铜、铁可导电，猜想：金属都可导电

B. 猜想数列$\{a_n\}$：$\frac{1}{1\times2}$，$\frac{1}{2\times3}$，$\frac{1}{3\times4}$，…的通项公式为$a_n=\frac{1}{n(n+1)}(n\in\mathbf{N}_+)$

C. 半径为r的圆面积为$S=\pi r^2$，则单位圆的面积为$S=\pi$

D. 由平面直角坐标系中圆的方程为$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，推测空间直角坐标系中球面的方程为$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$

2. 已知函数$f(x)=\frac{x}{(x+2)(x+a)}$是奇函数，则$a$的值为 ( )

A. 2　　B. -2

C. 2或-2　　D. 1

3. (**2019·山西应县月考**)若大前提：$a,b\in\mathbf{R}_+$，$a+b\geqslant2\sqrt{ab}$，小前提：$x+\frac{1}{x}\geqslant2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}$，结论：$x+\frac{1}{x}\geqslant2$，以上推理过程中的错误为 ( )

A. 大前提　　B. 小前提

C. 结论　　D. 无错误

4. (**2019·蚌埠二中月考**)由①正方形的对角线相等，②平行四边形的对角线相等，③正方形是平行四边形，根据“三段论”推理出一个结论，则这个结论是 ( )

A. 正方形的对角线相等

B. 平行四边形的对角线相等

C. 正方形是平行四边形

D. 以上均不正确

5. 在$\triangle ABC$中，a,b,c分别为角A,B,C所对的边，若$c\cos A=b$，则$\triangle ABC$ ( )

A. 一定是锐角三角形　　B. 一定是钝角三角形

C. 一定是直角三角形　　D. 一定是斜三角形

二、填空题

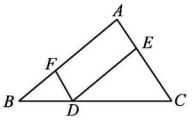
6. 已知推理：“因为$\triangle ABC$的三边长依次为3，4，5，所以$\triangle ABC$是直角三角形”. 若将其恢复成完整的“三段论”，则大前提是_____.

7. 已知函数$f(x)=a-\frac{1}{2^x+1}$，若$f(x)$为奇函数，则$a=$_____.

8. 设向量$\boldsymbol{a}=(x,x+1)$，$\boldsymbol{b}=(1,2)$，且$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则$x=$_____.

三、解答题

9. 如图，$\triangle ABC$中，D,E,F分别是BC,CA,AB上的点，$\angle BFD=\angle A$，$DE\parallel BA$. 求证：$ED=AF$，写出“三段论”形式的演绎推理.



10. 已知$y=f(x)$在$(0,+\infty)$上有意义、单调递增且满足$f(2)=1$，$f(xy)=f(x)+f(y)$.

(1)求证：$f(x^2)=2f(x)$；

(2)求$f(1)$的值；

(3)若$f(x)+f(x+3)\leqslant2$，求x的取值范围.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2　直接证明与间接证明

2.2.1　综合法和分析法(1)

基础知识梳理

1. 综合法的含义

一般地，利用_____和某些数学定义、_____、_____等，经过一系列的_____，最后推导出所要_____，这种证明方法叫做综合法.

2. 推证过程

用 P 表示已知条件、_____、_____、公理等，Q 表示要_____，则综合法可用框图表示为：

$$\boxed{P\Rightarrow Q_1}\rightarrow\boxed{Q_1\Rightarrow Q_2}\rightarrow\boxed{Q_2\Rightarrow Q_3}\rightarrow\cdots\rightarrow\boxed{Q_n\Rightarrow Q}$$

题点知识巩固

知识点一　综合法证明不等式

1.（**2019·太原五中月考**）已知 $a>b>0$，且 $ab=1$，若 $c>1$，$p=\log_c\frac{a^2+b^2}{2}$，$q=\log_c\left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^2$，则 p 与 q 的大小关系是　　(　　)

A. $p>q$　　B. $p<q$

C. $p=q$　　D. $p\geqslant q$

2.（**2019·榆林二中月考**）如果 $a>b>0$，那么下列不等式中错误的是　　(　　)

A. $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$　　B. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

C. $ab>b^2$　　D. $a^2>ab$

3. 已知 a，b 均为正实数，求证：$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

知识点二　综合法证明数列问题

4.（**2019·保定月考**）等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{2\,018}>0$，$S_{2\,019}<0$，则 S_n 取最大值时，n 的取值为　　(　　)

A. 1 009　　B. 1 010

C. 2 017　　D. 2 018

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$，$a_n=\log_2\frac{f(n+1)}{f(n)}$，则 $S_{2\,013}=$_____.

知识点三　综合法证明几何问题

6. 已知互相垂直的平面 α，β 交于直线 l，若直线 m，n 满足 $m\parallel\alpha$，$n\perp\beta$，则　　(　　)

A. $m\parallel l$　　B. $m\parallel n$

C. $n\perp l$　　D. $m\perp n$

提能达标过关

一、选择题

1. 综合法是　　(　　)

A. 执果索因的逆推法

B. 执因导果的顺推法

C. 因果分别互推的两头凑法

D. 举反例

2. 若 $a>b>c$，则下列不等式成立的是　　(　　)

A. $\frac{1}{a-c}>\frac{1}{b-c}$　　B. $\frac{1}{a-c}<\frac{1}{b-c}$

C. $ac>bc$　　D. $ac<bc$

3.（**2019·石家庄月考**）$\triangle ABC$ 中，内角 A、B、C 的对边 a、b、c 依次成等差数列，且 $B=\frac{\pi}{3}$，则 $\triangle ABC$ 的形状为　　(　　)

A. 等边三角形

B. 直角边不相等的直角三角形

C. 等腰直角三角形

D. 钝角三角形

4.（**2019·河南郑州月考**）已知函数 $f(x)=\begin{cases}\ln x,x>0,\\-2x,x\leqslant 0,\end{cases}$ 则函数 $y=f[f(x)]-1$ 的零点的个数是　　(　　)

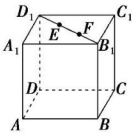
A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5.(**2019·海南月考**)如图所示,正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1,线段 B_1D_1 上有两个动点 E,F,且 $EF=\frac{1}{2}$,则下列有四个结论:①$AC\perp BE$;②$EF\parallel$ 平面 $ABCD$;③三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值;④$\triangle AEF$ 的面积与 $\triangle BEF$ 的面积相等,其中错误的结论个数是 (　　)



A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

二、填空题

6. 已知函数 $f(x)=e^x-2\ln x$,$g(x)=x^2-4x+m$,若对任意 $x_1\in[1,e]$,都存在 $x_2\in[1,e]$,使得不等式 $f(x_1)>g(x_2)$ 成立,则实数 m 的取值范围是_____.

7. 若向量 $\overrightarrow{OA}=(1,-3)$,$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$,则 $|\overrightarrow{AB}|=$_____.

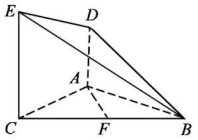
8. 已知 a,b 是不相等的正数,$x=\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{2}}$,$y=\sqrt{a+b}$,则 x,y 的大小关系是_____.

三、解答题

9. 如图,已知 $AD\perp$ 平面 ABC,$CE\perp$ 平面 ABC,F 为 BC 的中点,$AB=AC=AD=\frac{1}{2}CE$. 求证:

(1)$AF\parallel$ 平面 BDE;

(2)平面 $BDE\perp$ 平面 BCE.



10. 设函数 $f(x)=x+ax^2+b\ln x$,曲线 $y=f(x)$ 过点 $P(1,0)$,且在 P 点处的切线斜率为 2.

(1)求 a,b 的值;

(2)证明:$f(x)\leqslant 2x-2$.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2.1　综合法和分析法(2)

基础知识梳理

分析法

(1)定义:从要证明的_____,逐步寻求使它成立的_____,直至最后,把要证明的结论归结为判定一个明显成立的条件(已知条件、_____、_____、_____等),这种证明的方法叫做分析法.

(2)推证过程:若用 Q 表示要证明的结论,则分析法可用框图表示为:

$Q \Leftarrow P_1 \rightarrow P_1 \Leftarrow P_2 \rightarrow P_2 \Leftarrow P_3 \rightarrow \cdots \rightarrow$ 得到一个明显成立的条件

题点知识巩固

知识点一　用分析法证明不等式

1. 设 a,b,c 为三角形的三边长,求证:

(1)$1<\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}<2$;

(2)$(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)\leqslant abc$.

2.(**2018·孝感八校联考**)已知 $0<x<1,0<y<1$.

证明:$\frac{x+y}{1+xy}<1$.

知识点二　用分析法证明等式

3. 设实数 a,b,c 成等比数列,非零实数 x,y 分别是 a 与 b,b 与 c 的等差中项,求证:$\frac{a}{x}+\frac{c}{y}=2$.

知识点三　综合法与分析法的综合应用

4. 若对于任意的 $x>0$,不等式 $\frac{x}{x^2+3x+1}\leqslant a$ 恒成立,则实数 a 的取值范围为　(　)

A. $a\geqslant\frac{1}{5}$　　B. $a>\frac{1}{5}$

C. $a<\frac{1}{5}$　　D. $a\leqslant\frac{1}{5}$

5.(**2019·河北安平月考**)证明下列不等式:

(1)当 $a>2$ 时,求证:$2\sqrt{a}-\sqrt{a-2}-\sqrt{a+2}>0$;

(2)设 $a>0,b>0$,若 $a+b-ab=0$,求证:$a+b\geqslant 4$.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1.（2019·湖南邵东月考）要证：$a^2+b^2-1-a^2b^2\leqslant 0$，只要证明（　　）

A. $2ab-1-a^2b^2\leqslant 0$

B. $(a^2-1)(b^2-1)\geqslant 0$

C. $\dfrac{(a+b)^2}{2}-1-a^2b^2\leqslant 0$

D. $a^2+b^2-1-\dfrac{a^4+b^4}{2}\leqslant 0$

2. 下列不等式不成立的是（　　）

A. $a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca$

B. $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}(a>0,b>0)$

C. $\sqrt{a}-\sqrt{a-1}<\sqrt{a-2}-\sqrt{a-3}(a\geqslant 3)$

D. $\sqrt{2}+\sqrt{10}>2\sqrt{6}$

3. 已知 $a\geqslant 0,b\geqslant 0$，且 $a+b=2$，则（　　）

A. $ab\leqslant\dfrac{1}{2}$　　B. $ab\geqslant\dfrac{1}{2}$

C. $a^2+b^2\geqslant 2$　　D. $a^2+b^2\leqslant 3$

4. 若 $P=\sqrt{a}+\sqrt{a+7}$，$Q=\sqrt{a+3}+\sqrt{a+4}(a\geqslant 0)$，则 P、Q 的大小关系是（　　）

A. $P>Q$　　B. $P=Q$

C. $P<Q$　　D. 由 a 的取值确定

5.（2019·辽宁沈阳期末）设 $a=\lg 2+\lg 5$，$b=e^x(x<0)$，则 a 与 b 的大小关系为（　　）

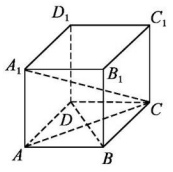
A. $a>b$　　B. $a<b$

C. $a=b$　　D. $a\leqslant b$

二、填空题

6.（2019·江西宜春月考）函数 $f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{4-x}$ 的最大值为_____.

7. 如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧棱垂直于底面，满足_____时，$BD\perp A_1C$（写上一个条件即可）.



8. 在某次数学考试中，甲、乙、丙三名学生中只有一个人得了优秀. 当他们被问到谁得到了优秀时，丙说："甲没有得优秀"；乙说："我得了优秀"；甲说："丙说的是真话"，事实证明：在这三名同学中，只有一人说的是假话，那么得优秀的同学是_____.

三、解答题

9. 若 $a>b>c$，求证：$\dfrac{1}{a-b}+\dfrac{1}{b-c}\geqslant\dfrac{4}{a-c}$.

10. 已知 $\sin(2\alpha+\beta)+2\sin\beta=0$. 求证：$\tan\alpha=3\tan(\alpha+\beta)$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

2.2.2　反证法

基础知识梳理

1. 反证法

假设原命题_____（即在原命题的条件下，结论不成立），经过正确的推理，最后得出矛盾，因此说明假设错误，从而证明了_____，这种证明方法叫做反证法.

2. 反证法常见矛盾类型

反证法的关键是在正确的推理下得出矛盾，这个矛盾可以是与_____等矛盾.

题点知识巩固

知识点一　反证法的概念

1. 反证法是　（　）

A. 从结论的反面出发，推出矛盾的证法

B. 对其否命题的证明

C. 对其逆命题的证明

D. 分析法的证明方法

2. 用反证法证明“若 $x<y$，则 $x^3<y^3$”时，假设内容应是　（　）

A. $x^3=y^3$　　B. $x^3>y^3$

C. $x^3=y^3$ 或 $x^3>y^3$　　D. $x^3=y^3$ 或 $x^3<y^3$

知识点二　反证法的步骤

3. 有以下两种叙述：

(1)已知 $p^3+q^3=2$，求证 $p+q\leqslant 2$，用反证法证明时，可假设 $p+q\geqslant 2$.

(2)已知 $a,b\in\mathbf{R}$，$|a|+|b|<1$，求证方程 $x^2+ax+b=0$ 的两根的绝对值都小于 1. 用反证法证明时可假设方程有一根 x_1 的绝对值大于或等于 1，即假设 $|x_1|\geqslant 1$.

则下列正确的是　（　）

A. (1)与(2)的假设都错误

B. (1)与(2)的假设都正确

C. (1)的假设正确，(2)的假设错误

D. (1)的假设错误，(2)的假设正确

4. (**2019·辽宁沈阳月考**)用反证法证明：$\sqrt{2},\sqrt{3},\sqrt{5}$ 不能为同一等差数列中的三项.

知识点三　反证法的应用

5. (**2019·阜阳一中月考**)用反证法证明命题：若整数系数的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 有有理实数根，那么 a,b,c 中至少有一个是偶数. 下列假设中正确的是　（　）

A. 假设 a,b,c 至多有一个是偶数

B. 假设 a,b,c 至多有两个偶数

C. 假设 a,b,c 都不是偶数

D. 假设 a,b,c 不都是偶数

6. 若 m,n 都是正实数，$m+n>2$，证明：$\frac{1+m}{n}<2$ 和 $\frac{1+n}{m}<2$ 中至少有一个成立.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 应用反证法推出矛盾的推导过程中要把下列哪些作为条件使用 ( )

①结论的否定　②已知条件

③公理、定理、定义等　④原结论

A. ①②　B. ②③

C. ①②③　D. ①②④

2. (**2019·太原五中期中**)①已知 α,β 都是锐角,且 $\sin(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$,求证:$\alpha<\beta$. 用反证法证明时,可假设 $\alpha\geqslant\beta$;②已知 $x^2-(a+b)x+ab\neq0$,求证:$x\neq a$ 且 $x\neq b$,可假设 $x=a$ 且 $x=b$,则下列结论中正确的是 ( )

A. ①②假设都错误

B. ①②假设都正确

C. ①的假设正确,②的假设错误

D. ①的假设错误,②的假设正确

3. 用反证法证明某命题时,对其结论:"自然数 a,b,c 中恰有一个偶数"正确的反设为 ( )

A. a,b,c 都是奇数

B. a,b,c 都是偶数

C. a,b,c 中至少有两个偶数

D. a,b,c 中至少有两个偶数或都是奇数

4. 如果两个数之和为正数,则这两个数 ( )

A. 一个是正数,一个是负数

B. 两个都是正数

C. 至少有一个是正数

D. 两个都是负数

5. 已知数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n=an+2,b_n=bn+1$(a,b 是常数),且 $a>b$,那么两个数列中序号与数值均相同的项的个数有 ( )

A. 0 个　B. 1 个

C. 2 个　D. 无穷多个

二、填空题

6. 用反证法证明"三角形的内角中至多有一个是钝角"时,第一步是"假设_____".

7. 已知 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数,$a,b\in\mathbf{R}$,下列四个命题:

①若 $a+b\geqslant0$,则 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$;

②若 $f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$,则 $a+b\geqslant0$;

③若 $a+b<0$,则 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$;

④若 $f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$,则 $a+b<0$.

其中真命题为_____.

8. 某同学准备用反证法证明如下问题:函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上有意义,且 $f(0)=f(1)$,如果对于不同的 $x_1,x_2\in[0,1]$,都有 $|f(x_1)-f(x_2)|<|x_1-x_2|$,求证:$|f(x_1)-f(x_2)|<\frac{1}{2}$,那么他的假设应该是_____.

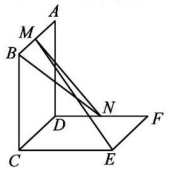
三、解答题

9. 设数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列,S_n 是它的前 n 项和.

(1)求证:数列 $\{S_n\}$ 不是等比数列;

(2)数列 $\{S_n\}$ 是等差数列吗?为什么?

10. 如图,已知两个正方形 $ABCD$ 和 $DCEF$ 不在同一平面内,M,N 分别为 AB,DF 的中点.



(1)若 $CD=2$,平面 $ABCD\perp$ 平面 $DCEF$,求直线 MN 的长;

(2)用反证法证明:直线 ME 与 BN 是两条异面直线.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

第三章 数系的扩充与复数的引入

3.1 数系的扩充和复数的概念

3.1.1 数系的扩充和复数的概念

基础知识梳理

1. 复数的概念

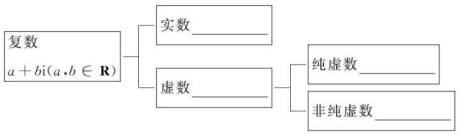
(1)复数与复数集

形如_____的数叫做复数,其中 i 叫做_____,全体复数所成的集合叫做_____,用字母_____表示.

(2)复数的代数形式:复数通常用字母 z 表示,即_____,这种表示形式叫做复数的代数形式,其中实数 a 叫做复数 z 的_____,实数 b 叫做复数 z 的_____.

2. 复数的分类

复数的分类



3. 复数相等的充要条件

设 a,b,c,d 都是实数,那么 $a+bi=c+di\Leftrightarrow\begin{cases}a=c,\\ _____.\end{cases}$

题点知识巩固

知识点一 复数的概念

1.(**2019·吉林五十五中月考**)以 $3i-\sqrt{2}$ 的虚部为实部,以 $-3+\sqrt{2}i$ 的实部为虚部的复数是 (　　)

A. $3-3i$　　B. $3+i$

C. $-\sqrt{2}+\sqrt{2}i$　　D. $\sqrt{2}+\sqrt{2}i$

2. 复数 $z=a+i(a\in\mathbf{R})$ 的实部是虚部的 2 倍,则 a 的值为 (　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. -2　　D. 2

知识点二 复数的分类

3. 设 $\mathbf{C}=\{复数\}$,$A=\{实数\}$,$B=\{纯虚数\}$,全集 $U=\mathbf{C}$,那么下列结论正确的是 (　　)

A. $A\cup B=\mathbf{C}$　　B. $\complement_U A=B$

C. $A\cap\complement_U B=\varnothing$　　D. $B\cup\complement_U B=\mathbf{C}$

4.(**2019·山东武城期中**)实数 a 分别取什么值时,复数 $z=a^2-a-6+(a^2-2a-15)i$ 是

(1)实数;

(2)虚数;

(3)纯虚数.

知识点三 复数相等的充要条件

5. 下列命题中,正确命题的个数是 (　　)

①若 $z_1=x+yi,z_2=1+i$,则 $z_1=z_2$ 的充要条件是 $x=y=1$;

②若 $a,b\in\mathbf{R}$,且 $a>b$,则 $a+i>b+i$;

③若 $x^2+y^2=0$,则 $x=y=0$;

④$z=x+yi(x,y\in\mathbf{R})$,若 $z>0$,则 $x>0$ 且 $y=0$.

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. 若 $(x+y-2)+(x-y-4)i=0(x,y\in\mathbf{R})$,则 $x=$_____,$y=$_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1.(**2019·宁夏育才中学月考**)已知复数 $z=(a^2-1)+(a-2)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$,则"$a=1$"是"$z$ 为纯虚数"的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分又不必要条件

2. 复数 $(2+\sqrt{3})\mathrm{i}$ 的实部是 ( )

A. 2 B. $\sqrt{3}$

C. $2+\sqrt{3}$ D. 0

3. 已知集合 $M=\{1,2,(m^2-3m-1)+(m^2-5m-6)\mathrm{i}\}$,$N=\{-1,3\}$,$M\cap N=\{3\}$,则实数 m 的值为 ( )

A. 4 B. -1

C. -1 或 4 D. -1 或 6

4.(**2019·浙江台州月考**)下列命题中,其说法正确的是 ( )

①若 $a\in\mathbf{R}$,则 $(a+1)\mathrm{i}$ 是纯虚数;

②若复数 $z=-5\mathrm{i}$,则复数 z 的实部为 0;

③若 $(x^2-1)+(x^2+3x+2)\mathrm{i}$ 是纯虚数,则实数 $x=\pm1$;

④若复数 $z=3\mathrm{i}^2$,则它的虚部是 3.

A. ① B. ②

C. ②③ D. ②③④

5. 以 $3-\mathrm{i}$ 的虚部为实部,以 $3\mathrm{i}+\mathrm{i}^2$ 的实部为虚部的复数是 ( )

A. $-1-\mathrm{i}$ B. $3+3\mathrm{i}$

C. $-1+\mathrm{i}$ D. $3-3\mathrm{i}$

二、填空题

6. 若复数 $z=(m^2-5m+6)+(m-3)\mathrm{i}$ 是实数,则实数 $m=$_____.

7. 已知复数 $z=a^2-(2-b)\mathrm{i}$ 的实部和虚部分别是 2 和 3,则实数 a,b 的值分别是_____.

8. 已知复数 $z=\sqrt{3x-1}-x+(x^2-4x+3)\mathrm{i}$ 大于零,则实数 $x=$_____.

三、解答题

9. 已知关于实数 x,y 的方程组 $\begin{cases}(2x-1)+\mathrm{i}=y-(3-y)\mathrm{i},\\(2x+ay)-(4x-y+b)\mathrm{i}=9-8\mathrm{i}\end{cases}$ 有实数解,求实数 a,b 的值.

10. 已知复数 $z=\dfrac{a^2-7a+6}{a^2-1}+(a^2-5a-6)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$,试求实数 a 分别取什么值时,z 分别是:(1)实数;(2)虚数;(3)纯虚数.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

3.1.2　复数的几何意义

基础知识梳理

1. 复平面的定义

建立了直角坐标系来表示复数的平面叫做_____，x 轴叫做_____，y 轴叫做_____，实轴上的点都表示_____；除了_____外，虚轴上的点都表示_____.

2. 复数的几何意义

(1)复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ $\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 复平面内的点 $Z(a,b)$.

(2)复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ $\xleftrightarrow{\text{一一对应}}$ 平面向量 $\overrightarrow{OZ}$.

3. 复数的模

若 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 对应的向量为 $\overrightarrow{OZ}$，则 $\overrightarrow{OZ}$ 的模叫做复数 z 的模，记作 $|z|=|a+b\mathrm{i}|=\sqrt{a^2+b^2}$.

题点知识巩固

知识点一　复数的几何意义

1.(**2019·云南昆明月考**)在复平面内的复数 $3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2$ 对应的点的坐标为　(　　)

A.(1,3)　　B.(3,1)

C.(−1,3)　　D.(3,−1)

2.已知 $z=m-1+(m+2)\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点在第二象限，则实数 m 的取值范围是_____.

知识点二　复数的模

3.已知复数 $z_1=5+3\mathrm{i}$，$z_2=5+4\mathrm{i}$，下列选项中正确的是　(　　)

A. $z_1>z_2$　　B. $z_1<z_2$

C. $|z_1|<|z_2|$　　D. $|z_1|>|z_2|$

4.(**2019·浙江台州月考**)已知复数 $z=(x-1)+(2x-1)\mathrm{i}$ 的模小于 $\sqrt{10}$，则实数 x 的取值范围是　(　　)

A. $-\frac{4}{5}<x<2$　　B. $x<2$

C. $x>-\frac{4}{5}$　　D. $x=-\frac{4}{5}$ 或 $x=2$

知识点三　复数几何意义的应用

5.已知 $m\in\mathbf{R}$，复数 $z=(m^2-4)+(m^2-3m+2)\mathrm{i}$，i 是虚数单位.

(1)若复数 z 为纯虚数，求 m 的值；

(2)若复数 z 在复平面内对应点 A 的位于第二象限，求 m 的取值范围.

6.若 z 为纯虚数，且 $|z-1|=|-1+\mathrm{i}|$，求复数 z.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1.(**2019·石家庄月考**)若复数 z 对应的点在直线 $y=2x$ 上,且 $|z|=\sqrt{5}$,则复数 $z=$ (　　)

A. $1+2i$　　B. $-1-2i$

C. $\pm1\pm2i$　　D. $1+2i$ 或 $-1-2i$

2. 对于复平面,下列命题中真命题是 (　　)

A. 虚数集和各个象限内的点的集合是一一对应的

B. 实、虚部都是负数的虚数的集合与第二象限的点的集合是一一对应的

C. 实部是负数的复数的集合与第二、三象限的点的集合是一一对应的

D. 实轴上侧的点的集合与虚部为正数的复数的集合是一一对应的

3. 下面四个式子中,正确的是 (　　)

A. $3i>2i$　　B. $|2+3i|>|1-4i|$

C. $|2-i|>2i^2$　　D. $i^2>-i$

4. 若 $a,b\in\mathbf{R}$,则复数 $(a^2-6a+10)+(-b^2+4b-5)i$ 在复平面上对应的点在 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 过原点和 $-\sqrt{3}-i$ 在复平面内对应的点的直线的倾斜角为 (　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $-\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{2}{3}\pi$　　D. $\frac{5}{6}\pi$

二、填空题

6. 复数 $z=-5-12i$ 在复平面内对应的点到原点的距离为_____.

7. i 为虚数单位,设复数 z_1,z_2 在复平面内对应的点关于原点对称,若 $z_1=2-3i$,则 $z_2=$_____.

8.(**2019·宁夏育才中学月考**)在平行四边形 $ABCD$ 中,点 A,B,C 对应的复数分别是 $4+i,3+4i,5+2i$,则点 D 对应的复数是_____.

三、解答题

9. 在复平面内,复数 $-3-i$ 与 $5+i$ 对应的向量分别是 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$,其中 O 是原点,求向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$,$\overrightarrow{BA}$ 对应的复数及 A,B 两点之间的距离.

10. 已知复数 $z_1=2-2i$,求:

(1) $|z_1|$;

(2)若 $|z|=1$,求复数 z 和 z_1 所对应的两点间的距离的最大值;

(3)若 z 满足 $1\leqslant|z|\leqslant|z_1|$,求 z 的对应点 Z 的集合对应的图形面积.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3.2　复数代数形式的四则运算

3.2.1　复数代数形式的加减运算及其几何意义

基础知识梳理

1. 复数加、减法法则及运算律

(1)复数加、减法法则

设复数 $z_1=a+b\mathrm{i}, z_2=c+d\mathrm{i}$ 是任意两个复数，则 $z_1+z_2=(a+b\mathrm{i})+(c+d\mathrm{i})=$_____；$z_1-z_2=(a+b\mathrm{i})-(c+d\mathrm{i})=$_____. 其中 a,b,c,d 为实数.

(2)复数加法满足的运算律

对任意 $z_1, z_2, z_3 \in \mathbf{C}$，满足加法交换律：$z_1+z_2=$_____，加法结合律：$(z_1+z_2)+z_3=$_____.

2. 复数加、减法的几何意义

(1)复数加法的几何意义

若复数 z_1、z_2 对应的向量$\overrightarrow{OZ_1}$，$\overrightarrow{OZ_2}$不共线，则复数 z_1+z_2 是以$\overrightarrow{OZ_1}$、$\overrightarrow{OZ_2}$为两邻边的平行四边形的对角线$\overrightarrow{OZ}$所对应的复数. 即$\overrightarrow{OZ}=\overrightarrow{OZ_1}+\overrightarrow{OZ_2}$.

(2)复数减法的几何意义

复数 z_1-z_2 是连接向量$\overrightarrow{OZ_1}$，$\overrightarrow{OZ_2}$的_____，并指向_____所对应的复数.

题点知识巩固

知识点一　复数的加减运算

1.(**2019·汕头月考**)已知复数 $z_1=2\mathrm{i}, z_2=1+\mathrm{i}$($\mathrm{i}$ 为虚数单位)，则 z_1+z_2 在复平面内对应的点位于　　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知复数 $z=(2+\mathrm{i})m^2-3m(1+\mathrm{i})-2+2\mathrm{i}$. 当实数 m 取什么值时，复数 z 是：

(1)实数；

(2)纯虚数；

(3)复平面内第二、四象限角平分线上的点对应的复数.

知识点二　复数加、减法的几何意义

3. 已知 $z_1=3-4\mathrm{i}, z_2=-5+2\mathrm{i}$，$z_1$，$z_2$ 对应的点分别为 P_1，P_2，则向量$\overrightarrow{P_2P_1}$对应的复数为　　(　　)

A. $8-6\mathrm{i}$　　B. $8+6\mathrm{i}$

C. $-8+6\mathrm{i}$　　D. $-2-2\mathrm{i}$

4.(**2019·山西应县月考**)复数 z_1，z_2 分别对应复平面内的点 M_1，M_2，且$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$，线段 M_1M_2 的中点 M 对应的复数为 $4+3\mathrm{i}$，则$|z_1|^2+|z_2|^2$ 等于　　(　　)

A. 10　　B. 25

C. 100　　D. 200

知识点三　复数加减几何意义的应用

5.(**2019·云南昆明月考**)设 $z_1, z_2 \in \mathbf{C}$，已知$|z_1|=|z_2|=1$，$|z_1+z_2|=\sqrt{2}$，求$|z_1-z_2|$.

6. 在平行四边形 $ABCD$ 中，已知$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{DC}$对应的复数分别为 $z_1=3+5\mathrm{i}, z_2=-1+2\mathrm{i}$.

(1)求$\overrightarrow{BC}$对应的复数；

(2)求$\overrightarrow{BD}$对应的复数；

(3)求平行四边形 $ABCD$ 的面积.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 已知复数 $z_1=2+i$，$z_2=1+2i$，则复数 $z=z_1-z_2$ 在复平面内所表示的点在 （ ）

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. （**2019·浙江台州月考**）已知复数 z 满足 $z+i-3=3-i$，则 z 等于 （ ）

A. 0　　B. $2i$

C. 6　　D. $6-2i$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，若向量 $\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{OB}$ 对应的复数分别为 $3+i$，$-1+3i$，则 $\overrightarrow{CD}$ 对应的复数为 （ ）

A. $2+4i$　　B. $-2+4i$

C. $-4+2i$　　D. $4-2i$

4. $f(z)=z+i$，且 $z_1=1+5i$，$z_2=-3+3i$，则 $f(z_1-z_2)$ 的值为 （ ）

A. $-2+3i$　　B. $-2-3i$

C. $4-3i$　　D. $4+3i$

5. 复数 $z_1=a+4i$，$z_2=-3+bi$，若它们的和 z_1+z_2 为实数，差 z_1-z_2 为纯虚数，则 a，b 的值为 （ ）

A. $a=-3$，$b=-4$　　B. $a=-3$，$b=4$

C. $a=3$，$b=-4$　　D. $a=3$，$b=4$

二、填空题

6. 复数 $z_1=-1+2i$，$z_2=1-i$，$z_3=3-2i$，它们所对应的点分别为 A、B、C，若 $\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}(x,y\in\mathbf{R})$，则 $\frac{y}{x}=$_____.

7. （**2019·山东武城期中**）复数 z 满足 $|z|=1$，则 $|z-1-i|$ 的最小值为_____.

8. 设复数 $z=3+2i$，其对应复平面内点为 A，若 $\overrightarrow{AB}=(0,-4)$，$O$ 为坐标原点，则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.

三、解答题

9. 计算：

(1)$(-2+3i)+(5-i)$；

(2)$(-1+\sqrt{2}i)+(1+\sqrt{2}i)$；

(3)$(5-6i)+(-2-2i)-(3+3i)$；

(4)$(a+bi)-(2a-3bi)-3i(a,b\in\mathbf{R})$.

10. 已知 $|z_1|=|z_2|=1$，$z_1+z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，求复数 z_1，z_2 及 $|z_1-z_2|$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3.2.2　复数代数形式的乘除运算(1)

基础知识梳理

复数代数形式的乘除法

设 $z_1=a+b\mathrm{i},z_2=c+d\mathrm{i}(a,b,c,d\in\mathbf{R})$是任意两个复数，

则 $z_1\cdot z_2=(a+b\mathrm{i})(c+d\mathrm{i})$

$=ac+bc\mathrm{i}+ad\mathrm{i}+bd\mathrm{i}^2$

$=$_____.

$z_1\div z_2=\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{c+d\mathrm{i}}=\dfrac{(a+b\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}{(c+d\mathrm{i})(c-d\mathrm{i})}$

$=$_____$(z_2\neq0)$.

题点知识巩固

知识点一　复数的乘法

1.(**2019·江西上饶月考**)复数 $z=(1+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})$在复平面上对应的点位于　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2.(**2018·江苏卷**)若复数 z 满足 $\mathrm{i}\cdot z=1+2\mathrm{i}$,其中 i 是虚数单位,则 z 的实部为_____.

知识点二　复数的除法

3. 已知 i 为虚数单位,复数 z 满足$(1+2\mathrm{i})z=4+3\mathrm{i}$,则复数 z 对应的点位于复平面内的　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

4.(**2019·湖南邵东月考**)复数 $z=\dfrac{(\mathrm{i}-1)^2+4}{\mathrm{i}+1}$的虚部为_____.

知识点三　复数的混合运算

5. 设 x,y 为实数,且 $\dfrac{x}{1-\mathrm{i}}+\dfrac{y}{1-2\mathrm{i}}=\dfrac{5}{1-3\mathrm{i}}$,则 $x+y$ $=$_____.

6. 计算:

(1)$(2+3\mathrm{i})^2$;

(2)$\left(-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\mathrm{i}\right)(1+\mathrm{i})$;

(3)$(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})+(-1+\mathrm{i})$;

(4)$\dfrac{-2+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$;

(5)$\dfrac{3+2\mathrm{i}}{2-3\mathrm{i}}-\dfrac{3-2\mathrm{i}}{2+3\mathrm{i}}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1.(**2019·吉林五十五中月考**)i 为虚数单位,复数$\frac{5+3i}{4-i}$=(　　)

A. 1−i　　B. −1−i

C. 1+i　　D. −1+i

2.(**2019·山东实验中学质量检测**)已知复数 z 满足 $z\cdot i=3+2i$,则复数 z 的虚部为(　　)

A. −3i　　B. 3i

C. 3　　D. −3

3.(**2019·安徽慧德月考**)复数 z 满足 $z(1+\sqrt{3}i)=|1+\sqrt{3}i|$,则 z 等于(　　)

A. $1-\sqrt{3}i$　　B. 1

C. $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$

4. i 是虚数单位,复数$\frac{7+i}{3+4i}$=(　　)

A. 1−i　　B. −1+i

C. $\frac{17}{25}+\frac{31}{25}i$　　D. $-\frac{17}{7}+\frac{25}{7}i$

5. 已知复数 $z=\frac{\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$(i 为虚数单位),则 z 的虚部为(　　)

A. $\frac{3}{4}$　　B. $-\frac{3}{4}i$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{4}i$

二、填空题

6. 已知 i 是虚数单位,计算$\frac{1-i}{(1+i)^2}$=_____.

7. $\frac{(1+i)(4+3i)}{(2-i)(1-i)}$=_____.

8. 设 $a,b\in\mathbf{R}$,$a+bi=\frac{11-7i}{1-2i}$(i 为虚数单位),则 $a+b$ 的值为_____.

三、解答题

9.(**2019·辽宁实验中学月考**)已知 $z_1=1-i$,$z_2=2+2i$.

(1)求 $z_1\cdot z_2$;

(2)若$\frac{1}{z}=\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}$,求 z.

10. 已知复数 $z=3+bi(b\in\mathbf{R})$,且$(1+3i)\cdot z$ 为纯虚数.

(1)求复数 z;

(2)若 $\omega=\frac{z}{2+i}$,求复数 ω 的模$|\omega|$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3.2.2　复数代数形式的乘除运算(2)

基础知识梳理

1. 复数乘法的运算律

对任意 $z_1,z_2,z_3\in\mathbf{C}$,有

交换律	$z_1\cdot z_2=z_2\cdot z_1$
结合律	$(z_1\cdot z_2)\cdot z_3=z_1\cdot(z_2\cdot z_3)$
分配律	$z_1(z_2+z_3)=z_1z_2+z_1z_3$

2. 共轭复数的概念

当两个复数的实部相等,虚部互为相反数时,这两个复数叫做互为_____.即复数 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$ 的共轭复数 $\bar{z}=$_____,虚部不等于 0 的两个共轭复数也叫共轭虚数.

3. i 的周期性

$\mathrm{i}^{4n}=1,\mathrm{i}^{4n+1}=\mathrm{i},\mathrm{i}^{4n+2}=-1,\mathrm{i}^{4n+3}=-\mathrm{i}(n\in\mathbf{N})$.

题点知识巩固

知识点一　共轭复数

1.(**2019·河北邯郸月考**)设复数 $z=1-\sqrt{2}\mathrm{i}$(i 是虚数单位),则 $|z+\bar{z}|$ 的值为　(　　)

A. $3\sqrt{2}$　　B. 2

C. 1　　D. $2\sqrt{2}$

2. 已知复数 $z=\dfrac{4+b\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}(b\in\mathbf{R})$ 的实部为 -1,则复数 $\bar{z}-b$ 在复平面上对应的点位于　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

知识点二　虚数单位 i 的周期性

3.(**2019·宁夏育才月考**)已知复数 $z=\dfrac{-2+\mathrm{i}}{\mathrm{i}^{2\,019}}$(i 为虚数单位),则复数 z 的共轭复数的虚部为　(　　)

A. $2\mathrm{i}$　　B. $-2\mathrm{i}$

C. 2　　D. -2

4.(**2019·山东淄川月考**)$\left(\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^{2\,020}=$　(　　)

A. i　　B. $-2^{2\,020}$

C. $2^{2\,020}$　　D. 1

知识点三　复数的综合问题

5. 已知关于 x 的方程 $x^2+(k+2\mathrm{i})x+2+k\mathrm{i}=0$ 有实数根,求实数 k 的值.

6. 设实部为正数的复数 z 满足 $|z|=\sqrt{5}$,且复数 $(1+3\mathrm{i})z$ 在复平面内对应的点在第一、三象限的角平分线上.

(1)求复数 z;

(2)若复数 $\bar{z}+m^2(1+\mathrm{i})-2\mathrm{i}+2m-5$ 为纯虚数,求实数 m 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1.(**2019·山东武城期中**)复数 $z=\frac{i}{3+i}$(i 为虚数单位)的共轭复数为 (　　)

A. $\frac{1}{10}+\frac{3}{10}i$　　B. $\frac{1}{10}-\frac{3}{10}i$

C. $\frac{9}{10}+\frac{3}{10}i$　　D. $\frac{9}{10}-\frac{3}{10}i$

2.(**2019·太原五中月考**)设复数 z 满足 $z-i=3+i$,则 $|\bar{z}|=$ (　　)

A. $\sqrt{5}$　　B. 3

C. $\sqrt{13}$　　D. 4

3. 已知复数 $z=\frac{1-3i}{1-i}$,则 $z\cdot\bar{z}=$ (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 2

C. $\sqrt{5}$　　D. 5

4. 已知 $z_1=1+2i$,$z_2=m+(m-1)i$,且两复数的乘积 z_1z_2 的实部和虚部为相等的正数,则实数 m 的值为 (　　)

A. 1　　B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{4}{3}$　　D. $-\frac{3}{4}$

5. 若复数 z 满足 $|z|-\bar{z}=\frac{10}{1-2i}$,则 z 等于 (　　)

A. $-3+4i$　　B. $-3-3i$

C. $3-4i$　　D. $3+4i$

二、填空题

6. 复数 $z=(1+2i)(3-i)$,其中 i 为虚数单位,则 z 的实部是_____.

7. 已知 $a,b\in\mathbf{R}$,i 是虚数单位,若 $(1+i)(1-bi)=a$,则 $\frac{a}{b}$ 的值为_____.

8. 在复平面上,复数 $\frac{3}{(2-i)^2}$ 对应的点到原点的距离为_____.

三、解答题

9. 已知复数 $z=1-i$,复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}$.

(1)若 $x\bar{z}+z=y$,求实数 x,y 的值;

(2)若 $(a+i)\cdot z$ 是纯虚数,求实数 a 的值.

10. 设 $z\in\mathbf{C}$,若 $|z|=1$,且 $z\neq\pm i$.

(1)证明 $\frac{z}{1+z^2}$ 必为实数;

(2)求 $\frac{z}{1+z^2}$ 对应点的轨迹.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第四章 框 图

4.1 流程图

基础知识梳理

1. 流程图

(1)流程图是由一些_____和_____构成的图示，常表示一些_____，通常会有_____“起点”，_____“终点”.

(2)流程图一般要按照_____、_____的顺序画.

(3)在流程图中，活动的每一个明确的步骤构成流程图一个_____，它们之间通过_____产生联系.

2. 工序流程图

(1)用于描述_____的流程图通常称为工序流程图.

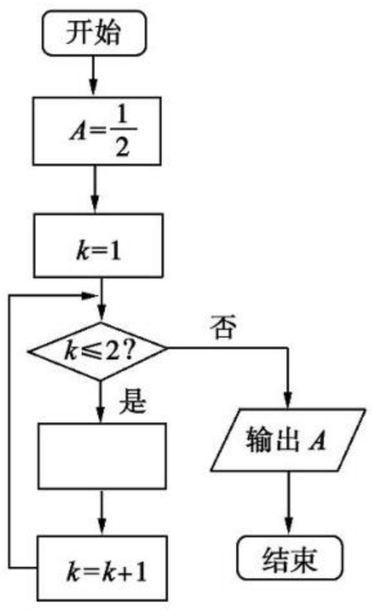
(2)在工序流程图中，每一个框代表一个工序.

(3)常见的流程图有_____和_____.

题点知识巩固

知识点一 程序框图

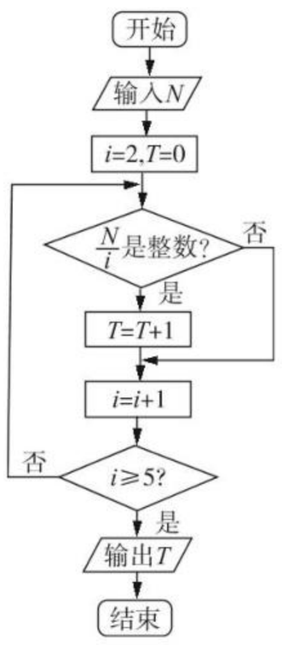
1.(**2019·全国卷Ⅰ**)如图是求$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}$的程序框图，图中空白框中应填入 (　　)



A. $A=\cfrac{1}{2+A}$　　B. $A=2+\cfrac{1}{A}$

C. $A=\cfrac{1}{1+2A}$　　D. $A=1+\cfrac{1}{2A}$

2.(**2018·天津卷**)阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，若输入N的值为20，则输出T的值为 (　　)

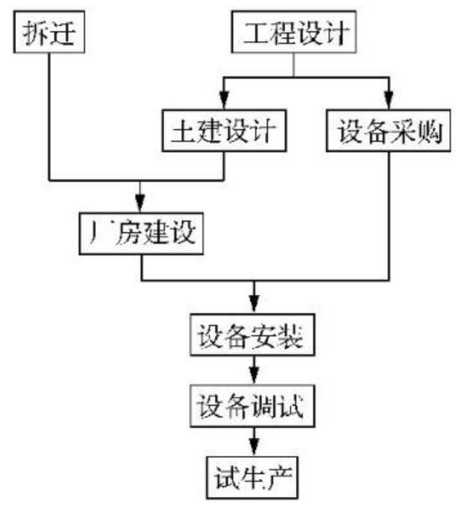


A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

知识点二 工序流程图

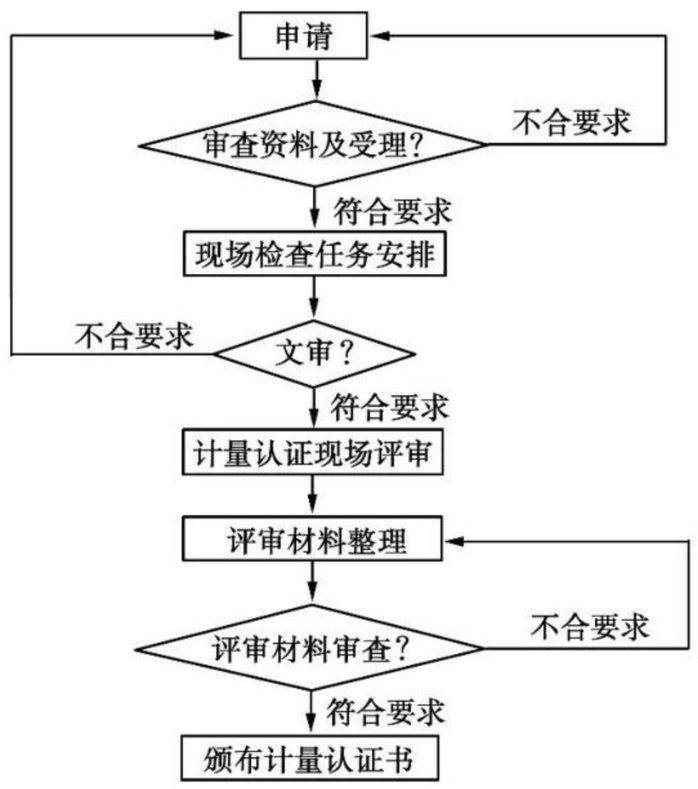
3.在如图所示的工序流程图中，设备采购的下一道工序是 (　　)



A. 设备安装　　B. 土建设计

C. 厂房土建　　D. 工程设计

4.(**2019·浙江平阳月考**)某市质量技术监督局计量认证审查流程图如图所示.由图可得在审查过程中可能不被通过审查的环节有几处 (　　)

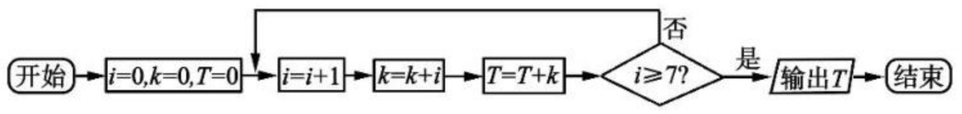


A. 1处　　B. 2处

C. 3处　　D. 4处

知识点三 流程图的应用

5.(**2019·衡水月考**)明代数学家程大位的《新编直指算法统宗》中有一问：“今有三角果一垛，底阔每面七个，问该若干?”如图是解决该问题的程序框图，执行该程序框图，输出的T的值为 (　　)

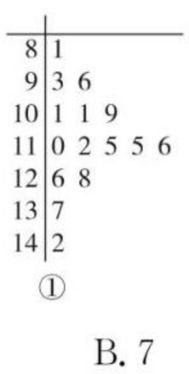


A. 20　　B. 28

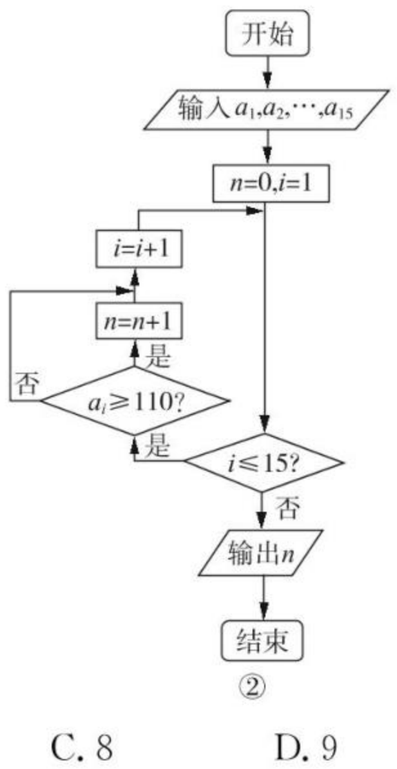
C. 56　　D. 84

6.高三某班15名学生一次模拟考试成绩用茎叶图表示如图①，执行图②所示的程序框图，若输入的$a_i(i=1,2,\cdots,15)$分别为这15名学生的考试成绩，则输出的结果为 (　　)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



①



②

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

提能达标过关

一、选择题

1. 下列判断不正确的是（　　）

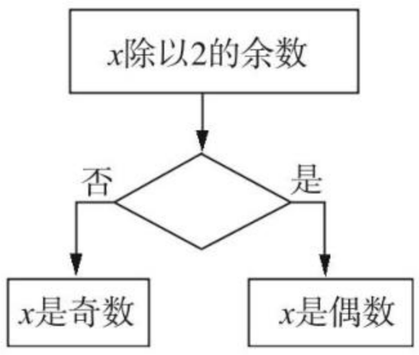
A. 画工序流程图类似于算法的流程图，要先把每一个工序逐步细化，按自上向下或自左到右的顺序

B. 在工序流程图中可以出现循环回路，这一点不同于算法流程图

C. 工序流程图中的流程线表示相邻两工序之间的衔接关系

D. 工序流程图中的流程线都是有方向的指向线

2. 如图所示流程图中，判断正整数 x 是奇数还是偶数，判断框内的条件是（　　）



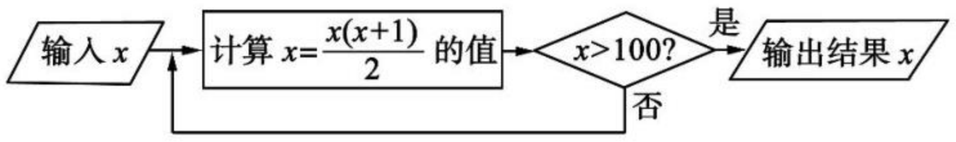
A. 余数是 1?

B. 余数是 0?

C. 余数是 3?

D. 余数不为 0?

3. （**2019·甘肃省庆阳月考**）按流程图的程序计算，若开始输入的值为 $x=3$，则输出的 x 的值是（　　）



A. 6　　B. 21

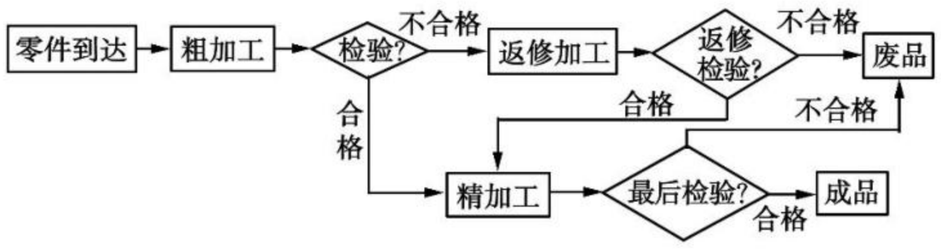
C. 156　　D. 231

4. （**2019·山西临汾月考**）若洗水壶要用 1 分钟、烧开水要用 5 分钟、洗茶杯要用 2 分钟、取茶叶要用 1 分钟、沏茶要用 1 分钟，那么较合理的安排至少也需要（　　）

A. 5 分钟　　B. 6 分钟

C. 8 分钟　　D. 10 分钟

5. （**2019·宁夏育才月考**）某工厂加工某种零件的工序流程图：



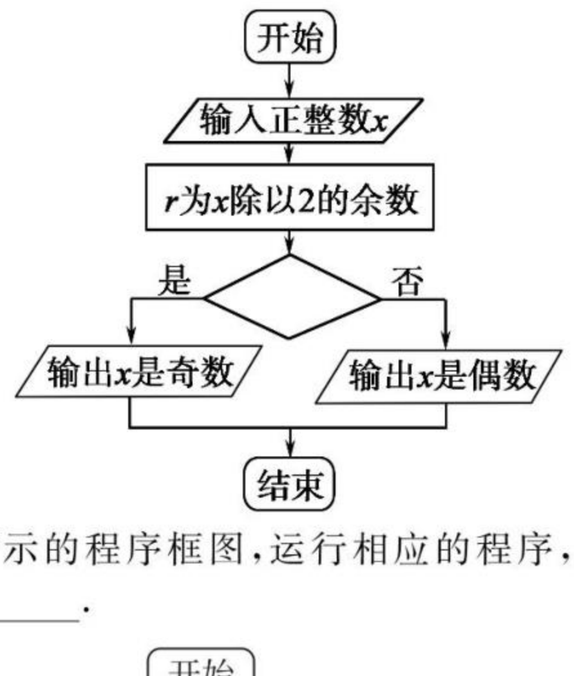
按照这个工程流程图，一件成品至少要经过的加工和检验程序的道数为（　　）

A. 3　　B. 4

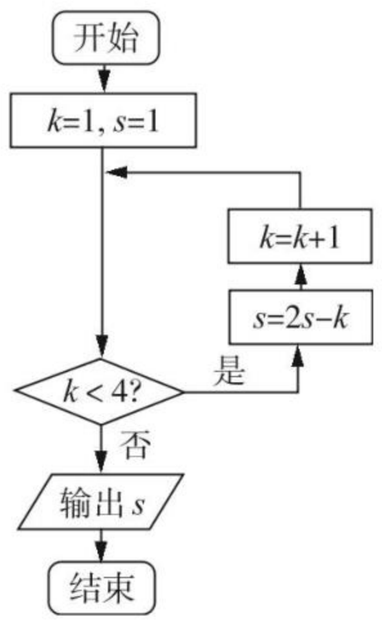
C. 5　　D. 6

二、填空题

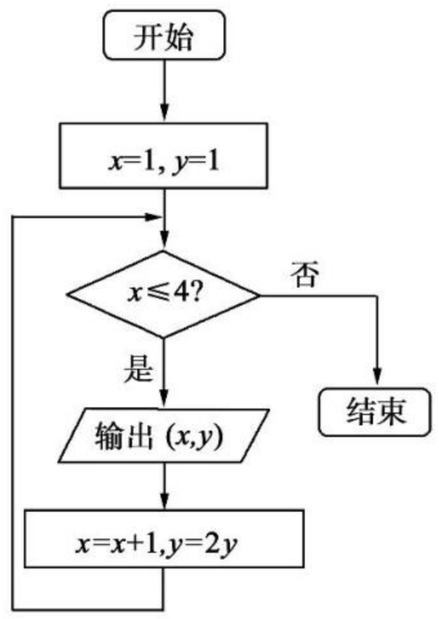
6. 如图，判断 x 是奇数还是偶数，判断框内应填_____.



7. 阅读下图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出的 s 值等于_____.



8. 如图所示，程序框图输出的所有实数对 (x,y) 所对应的点都在函数_____图象上.



三、解答题

9. 高考成绩公布后，考生如果认为公布的高考成绩与本人估算的成绩有误，可以在规定的时间内申请查分：(1)本人填写《查分登记表》，交县(区)招办申请查分，县(区)招办交市招办，再报省招办；(2)省招办复查，无误，则查分工作结束后通知，有误则再具体认定并改正，也在查分工作结束后通知；(3)市招办接通知，再由县(区)招办通知考生. 试画出该事件的流程图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

4.2　结构图

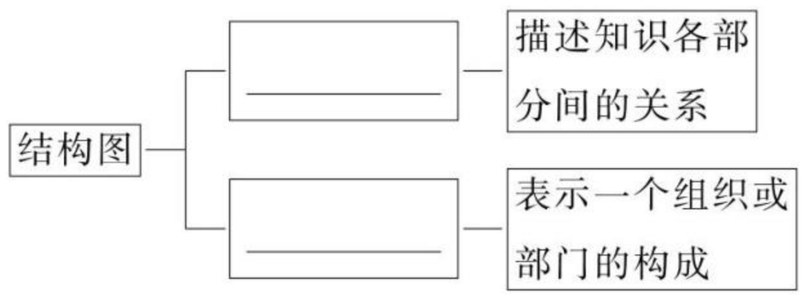
基础知识梳理

1. 结构图的概念

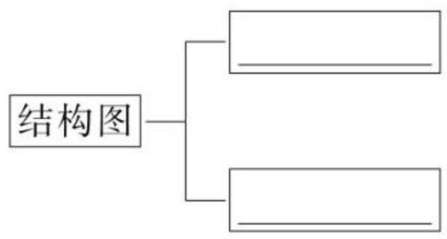
结构图是一种描述_____的图示，一般由构成系统的若干要素和表达各要素之间关系的连线（或方向箭头）构成. 连线通常按照_____、从左到右的方向表示要素的_____或逻辑的先后关系.

2. 结构图的分类

（1）按功能分类



（2）按结构图形状分类



题点知识巩固

知识点一　知识结构图

1. 下列结构图中各要素之间表示从属关系的是　（　）

A. 频数 → 频率 → 应用

B. 推理 → 合情推理、演绎推理

C. 数列 —类比→ 函数 —特殊化→ 等差、等比数列

D. 平面向量 → 空间向量

2. （**2019·甘肃庆阳月考**）实数系的结构图如图所示，其中1、2、3三个方格中的内容分别为　（　）

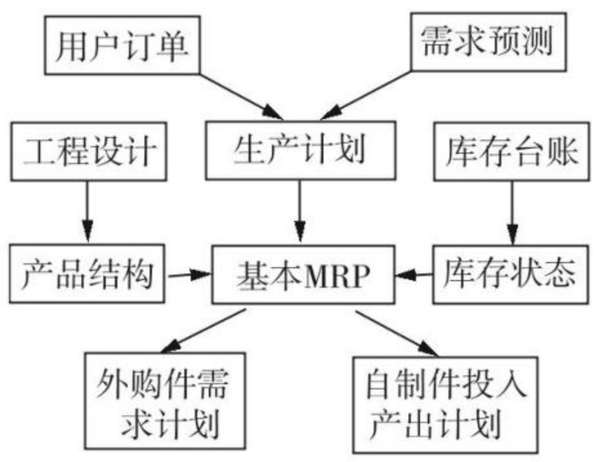


A. 有理数、零、整数　　B. 有理数、整数、零

C. 零、有理数、整数　　D. 整数、有理数、零

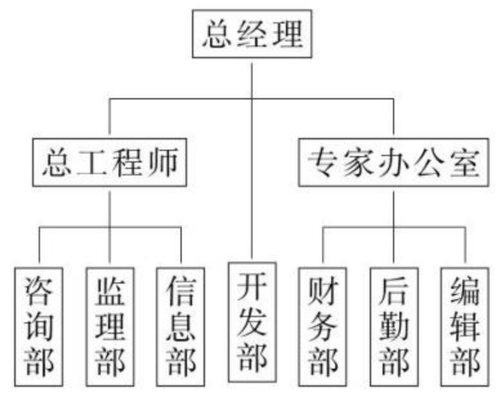
知识点二　组织结构图

3. （**2019·河南唐河月考**）在工商管理学中，MRP（Material Requirement Planning）指的是物资需求计划，基本MRP的体系结构如图所示.



从图中可以看出，基本MRP直接受_____，_____和_____的影响.

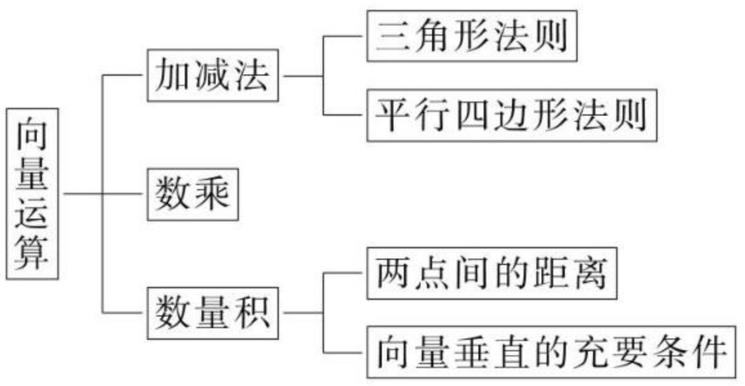
4. 以下是某公司的组织结构图：



则后勤部的直接领导是_____，总工程师的下属部门有_____.

知识点三　结构图的应用

5. 下图是向量运算的知识结构图，如果要加入“向量共线的充要条件”，则应该在_____的下位.



6. 我们学过圆的有关知识及应用，试画出有关圆的知识结构图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

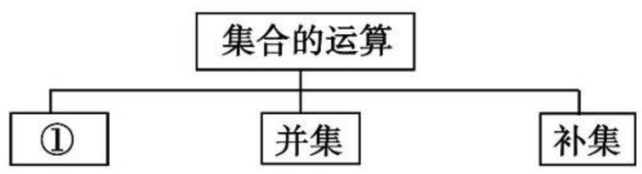
一、选择题

1. 要描述工厂的组织情况，应该用 （ ）

A. 程序框图　　B. 工序流程图

C. 组织结构图　　D. 知识结构图

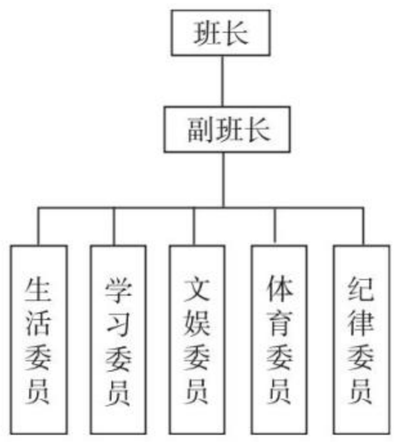
2. （**2019·江西南昌月考**）在如图所示的结构图中，框①中应填入 （ ）



A. 空集　　B. 子集

C. 交集　　D. 全集

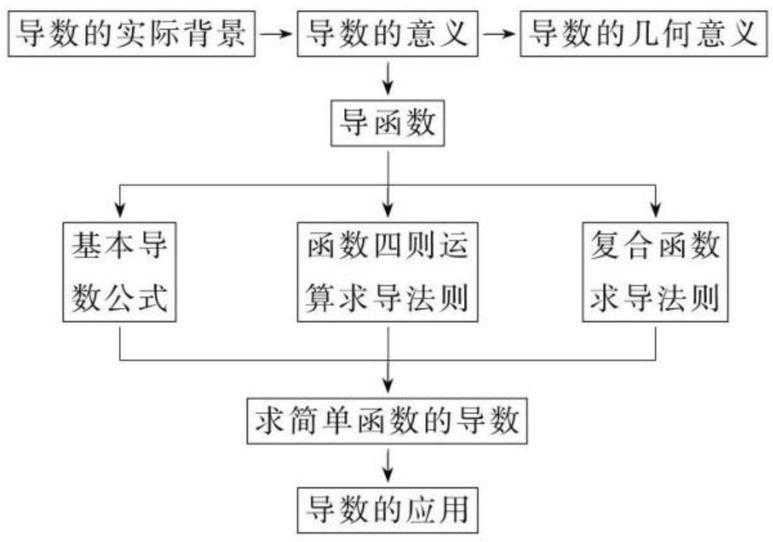
3. 下面结构图是某班班委会的 （ ）



A. 知识结构图　　B. 组织结构图

C. 体系结构图　　D. 关系结构图

4. 在如图所示的知识结构图中：

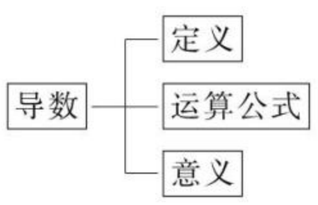


“求简单函数的导数”的“上位”要素有 （ ）

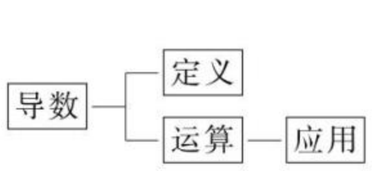
A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

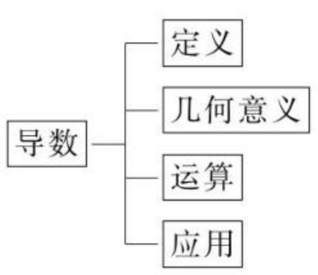
5. 下图所示的是“导数”一章的知识结构图，其中最合理的是 （ ）



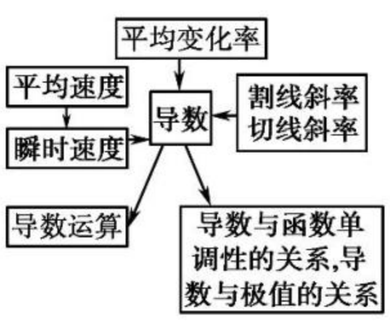
A



B



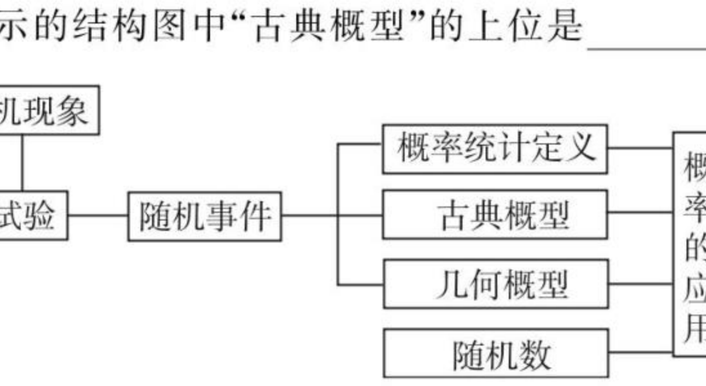
C



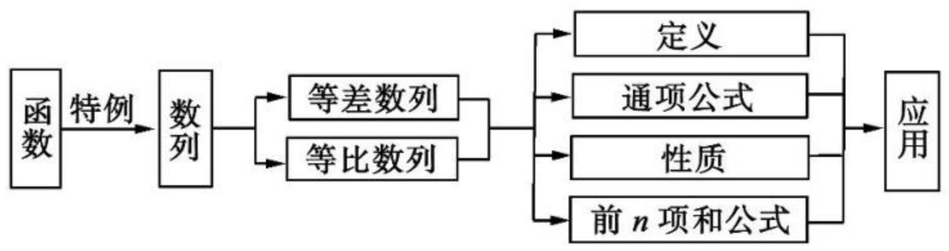
D

二、填空题

6. 如图所示为有关函数的结构图，由图可知基本初等函数包括_____.



7. 如图所示的结构图是_____（填“树”或“环”）形结构图.



8. 如图所示的结构图中“古典概型”的上位是_____.

三、解答题

9. 某城市居民的消费出现两种情况，市中心居民消费热点是商品房、小轿车、新型食品、新服装、服务消费和文化消费；市郊区居民消费热点是家电、农用车，试设计出表示消费情况的结构图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段质量测试卷(一)

第一章　统计案例

(时间:120 分钟,满分:150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.(**2019·山东武城期中**)下列说法错误的是　　(　　)

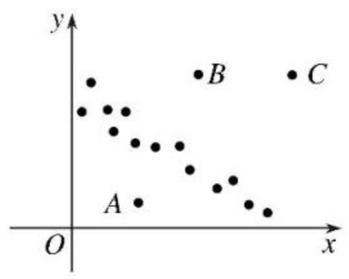
A. 回归直线过样本点的中心$(\bar{x},\bar{y})$

B. 两个随机变量的线性相关性越强,则相关系数的绝对值就越接近于 1

C. 对分类变量 X 与 Y,随机变量 K^2 的观测值越大,则判断"X 与 Y 有关系"的把握程度越小

D. 在回归直线方程 $\hat{y}=0.2x+0.8$ 中,当解释变量 x 每增加 1 个单位时预报变量 $\hat{y}$ 平均增加 0.2 个单位

2. 以下关于线性回归的判断,正确的个数是　　(　　)



①若散点图中所有点都在一条直线附近,则这条直线为回归直线　②散点图中的绝大多数点都线性相关,个别特殊点不影响线性回归,如图中的 A,B,C 点　③已知回归直线方程为 $\hat{y}=0.50x-0.81$,则 $x=25$ 时,y 的估计值为 11.69　④回归直线方程的意义是它反映了样本整体的变化趋势

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

3. 已知 x,y 取值如下表:

x	0	1	4	5	6	8
y	1.3	1.8	5.6	6.1	7.4	9.3

从所给的数据分析可知:y 与 x 线性相关,且 $\hat{y}=1.03x+\hat{a}$,则 $\hat{a}=$　　(　　)

A. 1.53　　B. 1.33

C. 1.23　　D. 1.13

4. 下列说法中表述恰当的个数为　　(　　)

①相关指数 R^2 可以刻画回归模型的拟合效果,R^2 越接近于 1,说明模型的拟合效果越好;

②在线性回归模型中,R^2 表示解释变量对预报变量的贡献率,R^2 越接近于 1,表示解释变量和预报变量的线性相关关系越强;

③若残差图中个别点的残差比较大,则应确认在采集样本点的过程中是否有人为的错误或模型是否恰当.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

5. 在研究打鼾与患心脏病之间的关系中,通过收集数据、整理分析数据得出"打鼾与患心脏病有关"的结论,并且有 99%以上的把握认为这个结论是成立的. 下列说法中正确的是　　(　　)

A. 100 个心脏病患者中至少有 99 人打鼾

B. 1 个人患心脏病,那么这个人有 99%的概率打鼾

C. 在 100 个心脏病患者中一定有打鼾的人

D. 在 100 个心脏病患者中可能一个打鼾的人都没有

6.(**2019·山西应县月考**)某产品的广告费用 x 与销售额 y 的统计数据如下表:

广告费用 x(万元)	4	2	3	5
销售额 y(万元)	49	26	39	54

根据上表可得回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中的 $\hat{b}$ 为 9.4,据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为　　(　　)

A. 63.6 万元　　B. 65.5 万元

C. 67.7 万元　　D. 72.0 万元

7.(**2019·安徽民族中学月考**)已知具有线性相关的变量 x、y,设其样本点为 $A(x_i,y_i)(i=1,2,3,\cdots,8)$,回归直线方程为 $\hat{y}=\frac{1}{2}x+\hat{a}$,若 $\sum\limits_{i=1}^{8}x_i=6$,$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i=2$,则 $\hat{a}=$　　(　　)

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$

C. $\frac{1}{4}$　　D. $-\frac{1}{4}$

8. 通过随机询问 250 名不同性别的高中生在购买食物时是否读营养说明书,得到如下列联表:

	女	男	总计
读营养说明书	90	60	150
不读营养说明书	30	70	100
总计	120	130	250

从调查的结果分析,认为性别和读营养说明书的关系为　　(　　)

附:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

A. 95%以上认为无关

B. 90%～95%认为有关

C. 95%～99.9%认为有关

D. 99.9%以上认为有关

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

9.(**2019·宁夏育才中学月考**)给出以下四个说法：

①残差点分布的带状区域的宽度越窄相关指数越小；

②在刻画回归模型的拟合效果时，相关指数 R^2 的值越大，说明拟合的效果越好；

③在回归直线方程 $\hat{y}=0.2x+12$ 中，当解释变量 x 每增加一个单位时，预报效果 $\hat{y}$ 平均增加 0.2 个单位；

④对分类变量 X 与 Y，若它们的随机变量 K^2 的观测值 k 越小，则判断“X 与 Y 有关系”的把握程度越大.

其中正确的说法是 ( )

A. ①④ B. ②④

C. ①③ D. ②③

10. 美国癌症协会研究表明，开始吸烟年龄(X)分别为 16 岁、18 岁、20 岁和 22 岁，其得肺癌的相对危险度(Y)依次为 15.10、12.81、9.72、3.21；每天吸烟(U)10 支、20 支、30 支者，其得肺癌的相对危险度(V)分别为 7.5、9.5 和16.6，用 r_1 表示变量 X 与 Y 之间的线性相关系数，用 r_2 表示变量 U 与 V 之间的线性相关系数，则下列说法正确的是 ( )

A. $r_1<0<r_2$ B. $0<r_1<r_2$

C. $r_1>r_2>0$ D. $r_1=r_2$

11. 某研究机构对高三学生的记忆力 x 和判断力 y 进行统计分析，得下表数据：

x	6	8	10	12
y	2	3	5	6

根据上表提供的数据，用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中的 $\hat{b}$ 的值为 0.7，则记忆力为 14 的同学的判断力约为(附：线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$，其中 $\bar{x}$，$\bar{y}$ 为样本平均值) ( )

A. 7 B. 7.5 C. 8 D. 8.5

12. 根据下表样本数据：

x	3	4	5	6	7	8
y	4.0	2.5	−0.5	0.5	−2.0	−3.0

得到的回归方程为 $\hat{y}=bx+a$，则 ( )

A. $a>0,b<0$ B. $a>0,b>0$

C. $a<0,b<0$ D. $a<0,b>0$

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 下列是关于出生男婴与女婴调查的列联表：

	晚上	白天	总计
男婴	45	A	B
女婴	E	35	C
总计	98	D	180

那么 $A=$_____，$B=$_____，$C=$_____，$D=$_____，$E=$_____.

14. 某地的财政收入 x 与支出 y 满足线性回归方程 $\hat{y}=bx+a+e$(单位：亿元)，其中 $b=0.8$，$a=2$，$|e|\leqslant 0.5$，如果今年该地区财政收入 10 亿元，则今年支出预计不会超过_____亿.

15. 若两个分类变量 X 与 Y 的列联表为：

	y_1	y_2	合计
x_1	10	15	25
x_2	40	16	56
总计	50	31	81

则“X 与 Y 之间有关系”这个结论出错的概率为_____.

16. 某工厂为了对新研发的一种产品进行合理定价，将该产品按事先拟定的价格进行试销，得到如下数据：

单价 x(元)	8	8.2	8.4	8.6	8.8	9
销量 y(件)	90	84	83	80	75	68

由表中数据，求得线性回归方程为 $\hat{y}=-20x+\hat{a}$. 若在这些样本点中任取一点，则它在回归直线左下方的概率为_____.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分)

17.(10 分)(**2019·广东蕉岭月考**)某班主任对全班 50 名学生学习积极性和对待班级工作的态度进行了调查，统计数据如下表所示：

	积极参加班级工作	不太主动参加班级工作	合计
学习积极性高	18	7	25
学习积极性一般	6	19	25
合计	24	26	50

(1)如果随机抽查这个班的一名学生，那么抽到积极参加班级工作的学生的概率是多少？

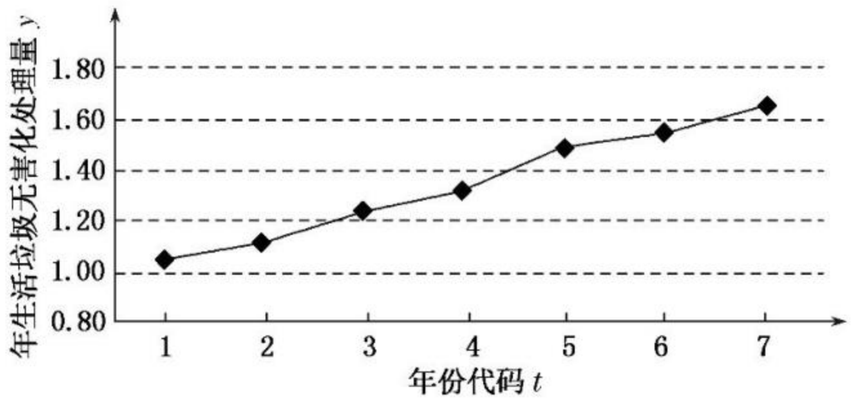
(2)试运用独立性检验的思想方法分析：在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下，能否认为学生的学习积极性与对待班级工作的态度有关系？并说明理由.

附：独立性检验的随机变量 K^2 的计算公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$ 为样本容量. 独立性检验的随机变量 K^2 临界值参考表如下：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.(12 分)如图是我国 2008 年至 2014 年生活垃圾无害化处理量(单位:亿吨)的折线图.



注:年份代码 1～7 分别对应年份 2008～2014.

(1)由折线图看出,可用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系,请用相关系数加以说明;

(2)建立 y 关于 t 的回归方程(系数精确到 0.01),预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量.

附注:

参考数据:$\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=9.32$,$\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i=40.17$,

$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$,$\sqrt{7}\approx2.646$.

参考公式:相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$,

回归方程 $\hat{y}=\hat{a}+\hat{b}t$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(t_i-\overline{t})^2}$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{t}$.

19.(12 分)某工厂为提高生产效率,开展技术创新活动,提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式.为比较两种生产方式的效率,选取 40 名工人,将他们随机分成两组,每组 20 人,第一组工人用第一种生产方式,第二组工人用第二种生产方式.根据工人完成生产任务的工作时间(单位:min)绘制了如下茎叶图:

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

(1)根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高?并说明理由;

(2)求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m,并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表:

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3)根据(2)中的列联表,能否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异?

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

20.(12 分)(**2019 · 临川一中月考**)某名校从 2009 年到 2018 年考入清华,北大的人数可以通过以下表格反映出来.(为了方便计算,将 2009 年编号为 1,2010 年编为 2,以此类推…)

年份 x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数 y	8	9	9	10	12	24	29	21	20	16

(1)将这 10 年的数据分为人数不少于 20 人和少于 20 人两组,按分层抽样抽取 5 年,问考入清华、北大的人数不少于 20 的应抽多少年?在抽取的这 5 年里,若随机的抽取两年恰有一年考入清华、北大的人数不少于 20 的概率是多少?

(2)根据最近 5 年的数据,利用最小二乘法求出 y 与 x 之间的线性回归方程,并用以预测 2019 年该校考入清华、北大的人数.(结果要求四舍五入至个位)

参考公式:$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\\ \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x},\end{cases}$

$\sum\limits_{i=6}^{10}x_iy_i=855$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)(**2019·山东武城期中**)近年空气质量逐步恶化,雾霾天气现象出现增多,大气污染危害加重.大气污染可引起心悸、呼吸困难等心肺疾病.为了解某市心肺疾病是否与性别有关,在某医院随机的对入院 50 人进行了问卷调查得到了如下的列联表:

	患心肺疾病	不患心肺疾病	合计
男	20	5	25
女	10	15	25
合计	30	20	50

(1)用分层抽样的方法在患心肺疾病的人群中抽 6 人,其中男性抽多少人?

(2)在上述抽取的 6 人中选 2 人,求恰有一名女性的概率;

(3)为了研究心肺疾病是否与性别有关,请计算出统计量 K^2,你有多大的把握认为心肺疾病与性别有关?

下面的临界值表供参考:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$\left(\text{参考公式 } K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},\text{其中 } n=a+b+c+d\right)$

22.(12 分)某位同学进行寒假社会实践活动,为了对白天平均气温与某奶茶店的某种饮料销量之间的关系进行分析研究,他分别记录了 1 月 11 日至 1 月 15 日的白天平均气温 x(℃)与该奶茶店的这种饮料销量 y(杯),得到如下数据:

日期	1 月 11 日	1 月 12 日	1 月 13 日	1 月 14 日	1 月 15 日
平均气温 x(℃)	9	10	12	11	8
销量 y(杯)	23	25	30	26	21

(1)若先从这 5 组数据中抽出 2 组,求抽出的 2 组数据恰好是相邻 2 天数据的概率;

(2)请根据所给 5 组数据,求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;并根据线性回归方程预测当气象台预报 1 月 16 日的白天平均气温为 7 ℃时奶茶店这种饮料的销量.

附:线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中,

$$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\\ \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x},\end{cases}$$

其中 $\overline{x}$,$\overline{y}$ 为样本平均值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段质量测试卷(二)

第二章　推理与证明

(时间:120 分钟,满分:150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.(**2019·吉林五十五中月考**)用三段论推理:"任何实数的平方大于 0,因为 a 是实数,所以 $a^2>0$",你认为这个推理　　(　　)

A. 大前提错误　　B. 小前提错误

C. 推理形式错误　　D. 是正确的

2.(**2019·安徽慧德高中月考**)按照图 1～图 3 的规律,第 10 个图中圆点的个数为　　(　　)

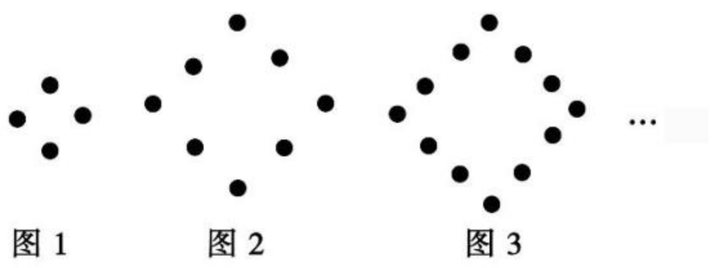


图 1　　图 2　　图 3

A. 40　　B. 36

C. 44　　D. 52

3. 下面使用类比推理,得出正确结论的是　　(　　)

A. "若 $a\cdot 3=b\cdot 3$,则 $a=b$"类比出"若 $a\cdot 0=b\cdot 0$,则 $a=b$"

B. "若 $(a+b)c=ac+bc$"类比出"$(a\cdot b)c=ac\cdot bc$"

C. "若 $(a+b)c=ac+bc$"类比出"$\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}(c\neq 0)$"

D. "$(ab)^n=a^nb^n$"类比出"$(a+b)^n=a^n+b^n$"

4.(**2019·河北邯郸月考**)数列 $1\frac{1}{2},2\frac{1}{4},3\frac{1}{8},\cdots,n+\frac{1}{2^n}$ 的前 n 项和为 $S_n=$　　(　　)

A. $\frac{n^2-1}{n}$　　B. $\frac{n(n+1)}{2}+2^n$

C. $\frac{n(n+1)}{2}-\frac{1}{2^n}+1$　　D. $\frac{n}{2^n}-1$

5.(**2019·庆阳二中月考**)以下说法,正确的个数为　　(　　)

①公安人员由罪犯的脚印的尺寸估计罪犯的身高情况,所运用的是类比推理;②农谚"瑞雪兆丰年"是通过归纳推理得到的;③由平面几何中圆的一些性质,推测出球的某些性质这是运用的类比推理;④个位是 5 的整数是 5 的倍数,2 375 的个位是 5,因此 2 375 是 5 的倍数,这是运用的演绎推理.

A. 0　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. 已知 a,b,c 为直角三角形中的三边长,c 为斜边长,若点 $M(m,n)$ 在直线 $l:ax+by+3c=0$ 上,则 m^2+n^2 的最小值为　　(　　)

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 9

7. 有一个奇数列 1,3,5,7,9,…,现在进行如下分组:第一组含一个数{1};第二组含二个数{3,5};第三组含有三个数{7,9,11};第四组含有四个数{13,15,17,19};…;试观察每组内各数之和与组的编号数 n 有什么关系　　(　　)

A. 等于 n^2　　B. 等于 n^3

C. 等于 n^4　　D. 等于 $n(n+1)$

8. 分析法又叫执果索因法,若使用分析法证明:"设 $a>b>c$,且 $a+b+c=0$,求证:$\sqrt{b^2-ac}<\sqrt{3}a$",最终的索因应是　　(　　)

A. $a-b>0$

B. $a-c>0$

C. $(a-b)(a-c)>0$

D. $(a-b)(a-c)<0$

9. 设 $n\in\mathbf{N}^*$,$f(n)=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}$,计算知 $f(2)=\frac{3}{2}$,$f(4)>2$,$f(8)>\frac{5}{2}$,$f(16)>3$,$f(32)=\frac{7}{2}$,由此猜测(　　)

A. $f(2n)>\frac{2n+1}{2}$　　B. $f(n^2)\geqslant\frac{n+2}{2}$

C. $f(2^n)\geqslant\frac{n+2}{2}$　　D. 以上都不对

10. 若命题:"$\exists x_0\in\mathbf{R}$,使得 $x_0^2+mx_0+2m-3<0$"为假命题,则实数 m 的取值范围是　　(　　)

A. $[2,6]$　　B. $[-6,-2]$

C. $(2,6)$　　D. $(-6,-2)$

11. 已知 $f(x)=x^3+x$,$a,b,c\in\mathbf{R}$,且 $a+b>0$,$a+c>0$,$b+c>0$,则 $f(a)+f(b)+f(c)$ 的值一定　　(　　)

A. 大于零　　B. 等于零

C. 小于零　　D. 正、负都可能

12.(**2019·甘谷一中月考**)将正整数排列如下:

1

2　3　4

5　6　7　8　9

10　11　12　13　14　15　16

…

则图中数 2 019 出现在　　(　　)

A. 第 44 行第 84 列　　B. 第 45 行第 84 列

C. 第 44 行第 83 列　　D. 第 45 行第 83 列

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13. $\forall \alpha \in \mathbf{R}$,我们有正弦恒等式 $\sin\alpha\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\frac{1}{4}\sin 3\alpha$,也有余弦恒等式 $\cos\alpha\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\frac{1}{4}\cos 3\alpha$,类比以上结论,对于使正切有意义的 α,我们推理得关于正切的恒等式为_____.

14. 已知 $\sqrt{2+\frac{2}{3}}=2\sqrt{\frac{2}{3}}$,$\sqrt{3+\frac{3}{8}}=3\sqrt{\frac{3}{8}}$,$\sqrt{4+\frac{4}{15}}=4\sqrt{\frac{4}{15}}$,…,若 $\sqrt{6+\frac{a}{t}}=6\sqrt{\frac{a}{t}}$,($a$,$t$ 均为正实数),类比以上等式,可推测 a,t 的值,则 $a-t=$_____.

15. (**2019·保定月考**)若正数 a,b 满足 $ab+a+b=3$,则 $a+b$ 的最小值为_____.

16. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+2}$,由 $f(x-1)=\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$ 是奇函数,可得函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-1,0)$ 对称,类比这一结论,可得函数 $g(x)=\frac{x+2}{x+1}+\frac{x+3}{x+2}+\cdots+\frac{x+7}{x+6}$ 的图象关于点_____对称.

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17. (10 分)在平面几何中,对于 Rt$\triangle ABC$,设 $BC=a$,$CA=b$,$AB=c$,$C=90°$. 则:(1)$a^2+b^2=c^2$;(2)$\cos^2A+\cos^2B=1$;(3)Rt$\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$;(4)$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab$,把上面的结论类比到空间写出类似的结论,不用证明.

18. (12 分)(**2019·浙江杭州期末**)已知 a,b,$c\in(0,1)$,求证:$(1-a)b$,$(1-b)c$,$(1-c)a$ 不能同时大于 $\frac{1}{4}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)通过计算可得下列等式：

$2^2-1^2=2\times1+1$；

$3^2-2^2=2\times2+1$；

$4^2-3^2=2\times3+1$；

…

$(n+1)^2-n^2=2\times n+1$.

将以上各式左右分别相加得：$(n+1)^2-1^2=2\times(1+2+3+\cdots+n)+n$，

即：$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

类比上述求法：请你求出 $1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$ 的值.

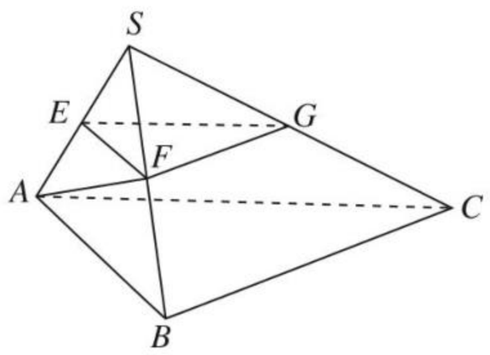
（注：$(n+1)^3=n^3+3n^2+3n+1$）

20.(12 分)求证：(1)$a^2+b^2+3\geqslant ab+\sqrt{3}(a+b)$；

(2)$\sqrt{6}+\sqrt{7}>2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)如图,在三棱锥 $S-ABC$ 中,平面 $SAB\perp$ 平面 SBC,$AB\perp BC$,$AS=AB$. 过点 A 作 $AF\perp SB$,垂足为点 F,点 E,G 分别为棱 SA,SC 的中点. 求证:



(1)平面 EFG // 平面 ABC;

(2)$BC\perp SA$.

22.(12 分)阅读下面材料.

根据两角和与差的正弦公式,有

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$, ①

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$, ②

由①+②得 $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$. ③

令 $\alpha+\beta=A$,$\alpha-\beta=B$,有 $\alpha=\dfrac{A+B}{2}$,$\beta=\dfrac{A-B}{2}$,

代入③得 $\sin A+\sin B=2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$.

(1)类比上述推理方法,利用两角和与差的余弦公式,证明:

$\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$;

(2)若 $\triangle ABC$ 的三个内角 A,B,C 满足 $\cos 2A-\cos 2B=1-\cos 2C$,证明:$\triangle ABC$ 为直角三角形.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段质量测试卷(三)

第三章　数系的扩充与复数的引入

(时间:120 分钟,满分:150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.(**2019·蚌埠二中月考**)复数 $z=\frac{2-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$(i 为虚数单位)在复平面内对应的点所在象限为 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2.(**2019·安徽阜阳期中**)若复数 $\frac{a+\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}(a\in\mathbf{R})$ 为纯虚数,其中 i 为虚数单位,则 $a=$ (　　)

A. -3　　B. 2

C. -2　　D. 3

3.(**2019·保定月考**)"z 是纯虚数"是"$(1+\mathrm{i})^2\cdot z$ 是实数"的 (　　)

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 复数 $z=\frac{1+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$ 的共轭复数 $\bar{z}$ 表示的点在 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

5. 在平行四边形 $ABCD$ 中,若 $\overrightarrow{AB}$,$\overrightarrow{AD}$ 对应的复数分别为 $1-\mathrm{i}$ 和 $-4-3\mathrm{i}$,则该平行四边形的对角线 AC 的长度为 (　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. 5

C. $\sqrt{29}$　　D. $\sqrt{27}$

6. 设复数 z 满足 $\frac{1+z}{1-z}=\mathrm{i}$,则 $|z|$ 等于 (　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

7.(**2019·太原月考**)已知复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}$,若 $z-\bar{z}=4\mathrm{i}$(i 为虚数单位),$z\cdot\bar{z}=5$ 且 z 在第二象限,则 $z=$ (　　)

A. $-1+2\mathrm{i}$　　B. $-3+\mathrm{i}$

C. $-1+\mathrm{i}$　　D. $-2+2\mathrm{i}$

8. 复数 $z=\frac{1-3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$,则 (　　)

A. $|z|=2$

B. z 的实部为 1

C. z 的虚部为 $-\mathrm{i}$

D. z 的共轭复数为 $-1+\mathrm{i}$

9. 若复数 $(a+\mathrm{i})^2$ 的对应点在 y 轴负半轴上,则实数 a 的值是 (　　)

A. -1　　B. 1

C. $-\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

10. 设复数 z 满足 $\mathrm{i}(z-1)=2+3\mathrm{i}$(i 是虚数单位),则 z 等于 (　　)

A. $4+2\mathrm{i}$　　B. $4-2\mathrm{i}$

C. $2-4\mathrm{i}$　　D. $2+4\mathrm{i}$

11. 已知 $a\in\mathbf{R}$,若复数 $z=\frac{a-2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 为纯虚数,则 $|3-a\mathrm{i}|=$ (　　)

A. 13　　B. $\sqrt{13}$

C. 10　　D. $\sqrt{10}$

12. 已知 i 是虚数单位,若 $a+b\mathrm{i}=\frac{1}{2+\mathrm{i}}-\frac{1}{2-\mathrm{i}}(a,b\in\mathbf{R})$,则 $a+b$ 的值是 (　　)

A. 0　　B. $-\frac{2}{5}\mathrm{i}$

C. $-\frac{2}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.(**2019·安徽慧德月考**)i 是虚数单位,复数 $\frac{6+7\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=$_____.

14. 若复数 $z=1-2\mathrm{i}$(i 为虚数单位),则 $z\cdot\bar{z}+z=$_____.

15.(**2019·辽宁实验中学月考**)定义一种运算如下:$\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}=ad-bc$,则复数 $\begin{bmatrix}1+\mathrm{i} & -1\\ 2 & 3\mathrm{i}\end{bmatrix}$ 的共轭复数是_____.

16. 复数 $z_1=1+\mathrm{i}\cos\theta$,$z_2=\sin\theta-\mathrm{i}$,则 $|z_1-z_2|$ 的最大值为_____.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17.(10 分)(**2019·安徽阜阳期中**)已知复数 $z=(1-\mathrm{i})a^2-3a+2+\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$.

(1)若 $z=\bar{z}$,求 $|z|$;

(2)若在复平面内复数 z 对应的点在第一象限,求 a 的取值范围.

18.(12 分)已知 $z_1=a^2-3+(a+5)\mathrm{i}$,$z_2=a-1+(a^2+2a-1)\mathrm{i}(a\in\mathbf{R})$ 分别对应向量 $\overrightarrow{OZ_1}$,$\overrightarrow{OZ_2}$(O 为原点),若向量 $\overrightarrow{Z_2Z_1}$ 对应的复数为纯虚数,求 a 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)复数 $z=(1+\mathrm{i})m^2+(5-2\mathrm{i})m+(6-15\mathrm{i})$.

(1)实数 m 取什么数时,z 是实数;

(2)实数 m 取什么数时,z 是纯虚数;

(3)实数 m 取什么数时,z 对应点在直线 $x+y+7=0$ 上.

20.(12 分)已知复数 z 满足:$|z|=1+3\mathrm{i}-z$,求 $\dfrac{(1+\mathrm{i})^2(3+4\mathrm{i})^2}{2z}$ 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.（12 分）在复平面上，正方形 $ABCD$ 的两个顶点 A，B 对应的复数分别为 $1+2i$，$3-5i$. 求另外两个顶点 C，D 对应的复数.

22.（12 分）已知 $\omega=z+i(z\in\mathbf{C})$，$\frac{z-2}{z+2}$为纯虚数，求 $M=|\omega+1|^2+|\omega-1|^2$ 的最大值，及当 M 取最大值时 ω 的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段质量测试卷(四)

第四章　框　图

(时间:120 分钟,满分:150 分)

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 要描述某产品的生产工艺,则应用 (　　)

A. 程序框图　　B. 工序流程图

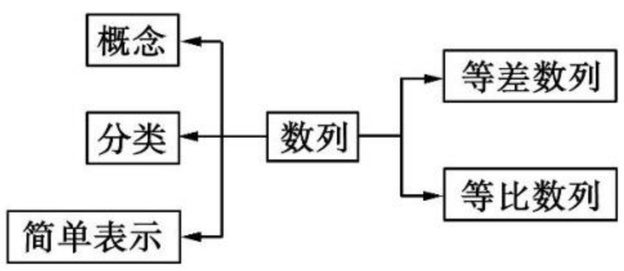
C. 知识结构图　　D. 组织结构图

2. 画结构图时,首先要确定组成结构图的基本要素,然后通过_____来标明各要素之间的关系 (　　)

A. 连线　　B. 流程线

C. 箭头　　D. 连线或流程线

3. 如图所示是数列一章的知识结构图,下列说法正确的是 (　　)



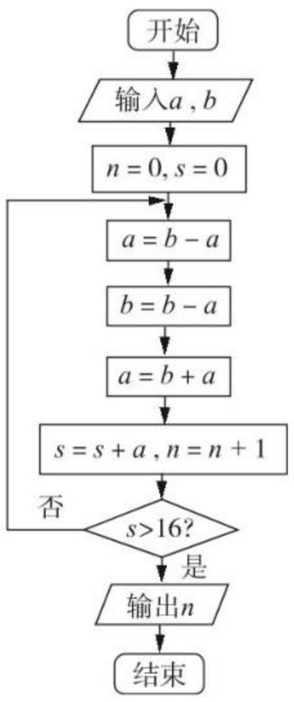
A. "概念"与"分类"是从属关系

B. "等差数列"与"等比数列"是从属关系

C. "数列"与"等差数列"是从属关系

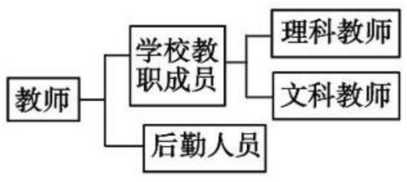
D. "数列"与"等差数列"是从属关系,但"数列"与"分类"不是从属关系

4. 执行下面的程序框图,如果输入的 $a=4,b=6$,那么输出的 $n=$ (　　)

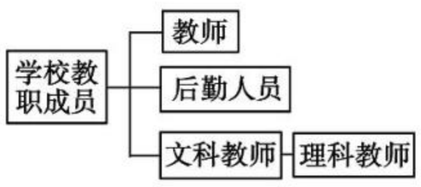


A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

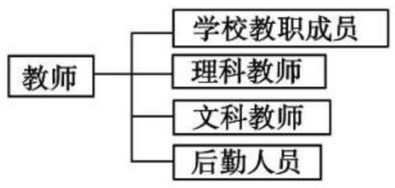
5. (**2019·福建南安月考**)学校教职成员、教师、后勤人员、理科教师、文科教师的结构图正确的是 (　　)



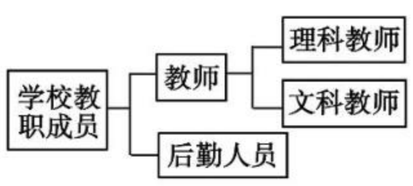
A



B

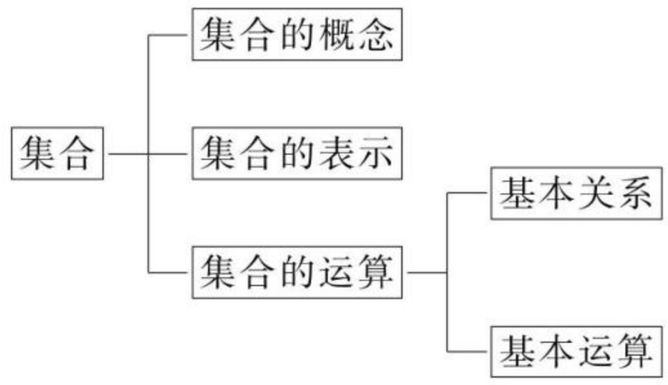


C



D

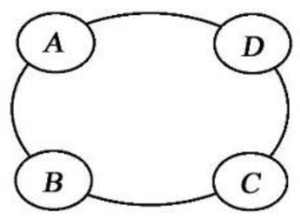
6. 下图是集合的知识结构图,如果要加入"全集",则应该放在 (　　)



A. "集合的概念"的下位　　B. "集合的表示"的下位

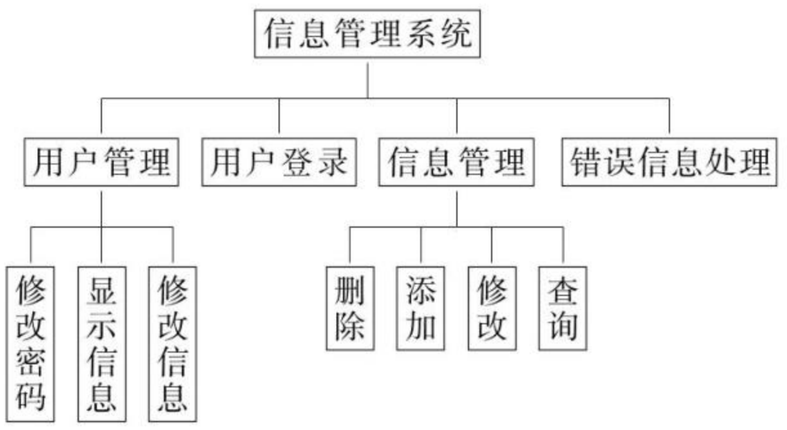
C. "基本关系"的下位　　D. "基本运算"的下位

7. 如图是某汽车维修公司的维修点环形分布图,公司在年初分配给 A,B,C,D 四个维修点某种配件各 50 件,在使用前发现需将 A,B,C,D 四个维修点的这批配件分别调整为 40,45,54,61 件,但调整只能在相邻维修点之间进行,那么要完成上述调整,最少的调动件次(n 件配件从一个维修点调整到相邻维修点的调动件次为 n)为 (　　)



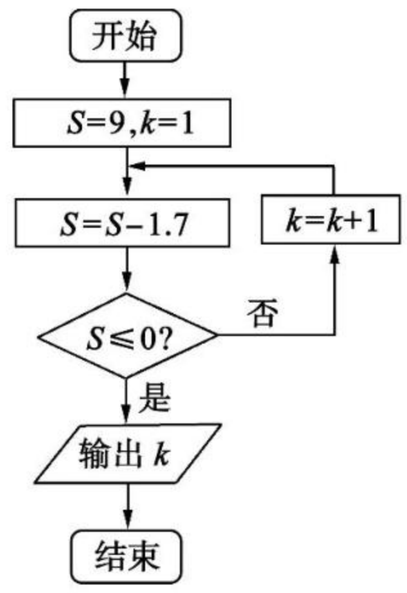
A. 15　　B. 16　　C. 17　　D. 18

8. 下面是一信息管理系统的结构图,则其构成有几部分 (　　)



A. 10　　B. 9　　C. 7　　D. 4

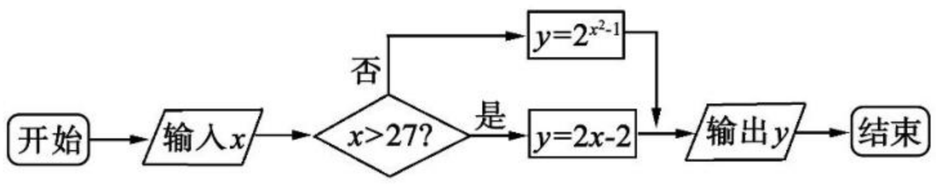
9. (**2019·天一大联考**)《九章算术》卷第七——盈不足中有如下问题:"今有垣高九尺.瓜生其上,蔓日长七寸.瓠生其下,蔓日长一尺.问几何日相逢."翻译为"今有墙高 9 尺.瓜生在墙的上方,瓜蔓每天向下长 7 寸.葫芦生在墙的下方,葫芦蔓每天向上长 1 尺.问需要多少日两蔓相遇."其中 1 尺=10 寸.为了解决这一问题,设计程序框图如图所示,则输出的 k 的值为 (　　)



A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

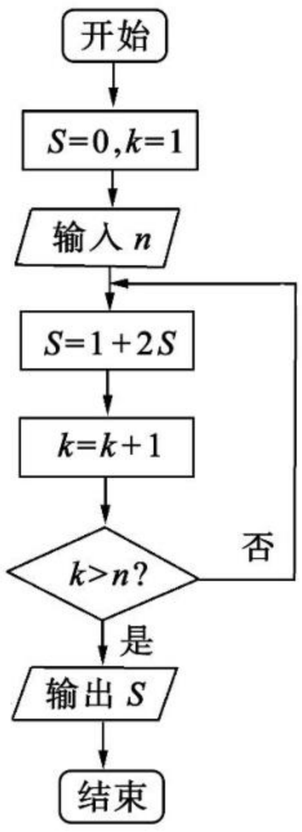
10.(**2019·邯郸月考**)执行如图所示的程序框图,若输出的 y 的值为 2,则输入的 x 的值为 (　　)



A. $\sqrt{2}$　　B. 2 或 $\sqrt{2}$

C. 2 或 $-\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2}$

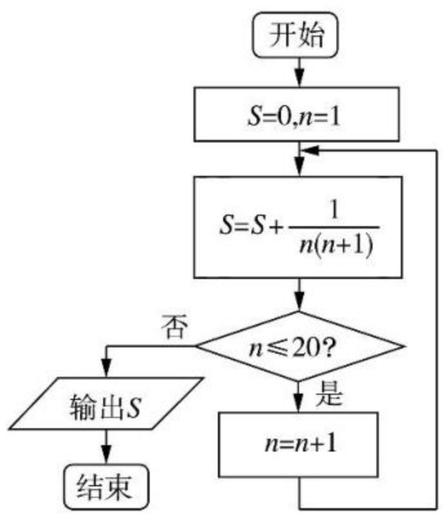
11.(**2019·石家庄月考**)阅读如图所示的程序框图,运行相应的程序. 如果输入某个正整数 n 后,输出的 $S\in(10,20)$,那么 n 的值为 (　　)



A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

12. 执行如图所示的程序框图,则输出的结果是 (　　)



A. $\frac{19}{22}$　　B. $\frac{20}{21}$

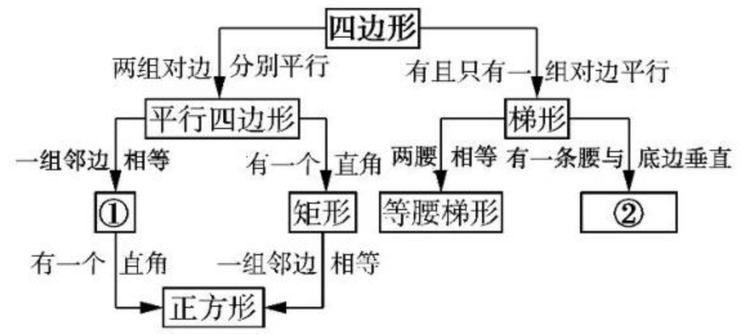
C. $\frac{21}{22}$　　D. $\frac{22}{23}$

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)

13.(**2019·吉林白山月考**)某学校的组织结构图如图所示:

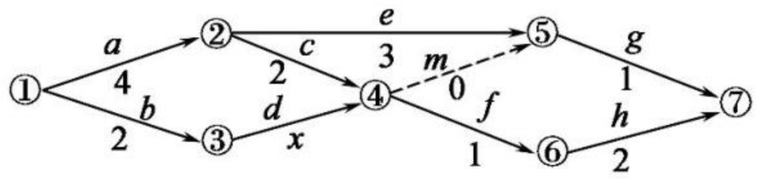
则教研处的直接领导是_____.

14. 在平面几何中,四边形的分类关系可用以下框图描述:

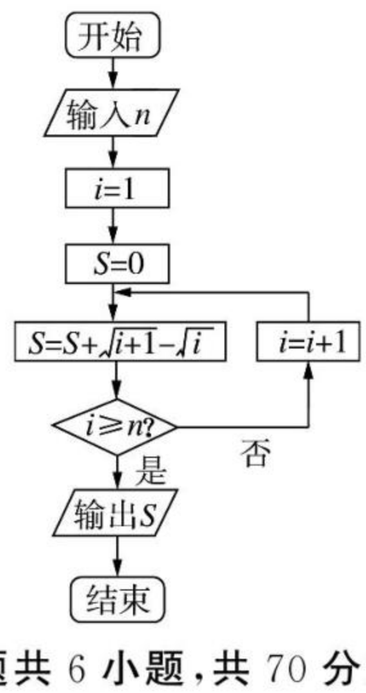


则在①中应填入_____,在②中应填入_____.

15. 某工程的工序流程如图所示. 若该工程总时数为 9 天,则工序 d 的天数 x 最大为_____.



16. 执行如图所示的程序框图,若输入的 n 的值为 3,则输出的 S 的值为_____.



三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17.(10 分)汽车保养流程是:顶起车辆、更换机油、润滑部件、调换轮胎、放下车辆、清洁打蜡. 试画出汽车保养的流程图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

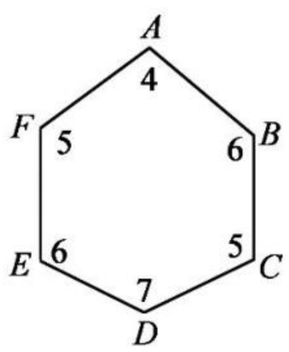
18.(12 分)某省公安消防局对消防产品的监督程序步骤为:首先受理产品请求,如果是由公安部发证的产品,则审核考察,领导复核,不同意,则由窗口将信息反馈出去,同意,则报公安部审批,再经本省公安消防局把反馈信息由窗口反馈出去.如果不是由公安部发证的产品,则由窗口将信息反馈出去,试画出此监督程序的流程图.

19.(12 分)唐朝时期,皇帝统领政事堂,政事堂由尚书省、中书省、门下省三省构成.在尚书省下设吏、户、礼、兵、刑、工六部.吏部主管官吏的任免和考核,户部主管户籍、土地、赋税等,礼部主管礼仪、科举等,兵部主管军政,刑部主管刑狱,工部主管国家的工程建设.试用结构图来表示唐朝的政治机构.

20.(12 分)职业介绍服务中心设有大中专院校培训机构、公共职业培训机构、社会办各类职业培训机构.它们的培训都必须包括:职业指导讲座、工作现场考察体验、家长咨询解答、职业经历交流会、学员研讨座谈、职业知识展览、职业能力测试.最后,为受培训者提供信息,帮助就业,并进行调查反馈.试根据上述叙述画出结构图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)某车队有 4 辆汽车,担负 A,B,C,D,E,F 六个分厂的运输任务(如图标出的数是各分厂所需装卸工人数).若各分厂自派装卸工,则共需 $4+6\times2+5\times2+7=33$(人);若让一部分人跟车装卸,在需要装卸工人数较多的分厂再配备一个或几个装卸工,那么如何安排才能保证各分厂所需工人数,又使装卸工人数最少?最少要安排多少人?



22.(12 分)到银行办理个人异地汇款(不超过 100 万)时,银行要收取一定的手续费.汇款额不超过 100 元,收取 1 元手续费;超过 100 元但不超过 5 000 元,按汇款额的 1%收取;超过 5 000 元,一律收取 50 元手续费.请设计算法求汇款额为 x 元时,银行收取的手续费 y 元,只画出流程图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

综合质量测试卷(一)

(时间:120 分钟,满分:150 分)

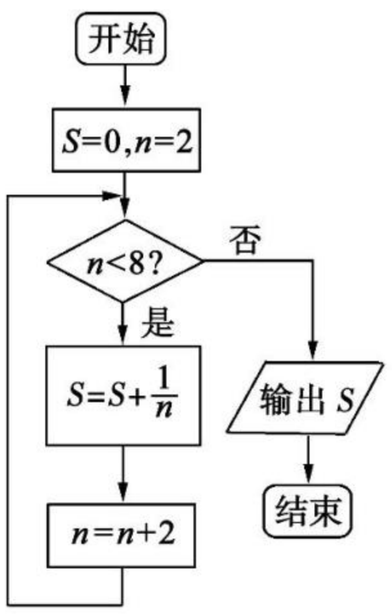
一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. (**2019·湖南邵东月考**)复数$\frac{1-2i}{1+2i}$在复平面内对应的点位于 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

2. (**2019·广东肇庆期末**)如图所示,程序框图(算法流程图)的输出结果是 ( )



A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{25}{24}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{11}{12}$

3. (**2019·沈阳铁路实验中学期中**)某商品的销售量 y(件)与销售价格 x(元/件)存在线性相关关系,根据一组样本数据$(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,n)$,用最小二乘法建立的回归方程为 $\hat{y}=-5x+150$,则下列结论正确的是 ( )

A. y 与 x 具有正的线性相关关系

B. 若 r 表示 y 与 x 之间的线性相关系数,则 $r=-5$

C. 当销售价格为 10 元时,销售量为 100 件

D. 当销售价格为 10 元时,销售量为 100 件左右

4. 下列推理正确的是 ( )

A. 如果不买彩票,那么就不能中奖,因为你买了彩票,所以你一定中奖

B. 因为 $a>b,a>c$,所以 $a-b>a-c$

C. 若 a,b 均为正实数,则 $\lg a+\lg b\geqslant 2\sqrt{\lg a\cdot\lg b}$

D. 若 a 为正实数,$ab<0$,则 $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=-\left(\frac{-a}{b}+\frac{-b}{a}\right)\leqslant -2\sqrt{\left(\frac{-a}{b}\right)\cdot\left(\frac{-b}{a}\right)}=-2$

5. 下列推理中属于归纳推理且结论正确的是 ( )

A. 由 $a_n=2n-1$,求出 $S_1=1^2,S_2=2^2,S_3=3^2,\cdots$,推断:数列$\{a_n\}$的前 n 项和 $S_n=n^2$

B. 由 $f(x)=x\cos x$ 满足 $f(-x)=-f(x)$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 都成立,推断:$f(x)=x\cos x$ 为奇函数

C. 由圆 $x^2+y^2=r^2$ 的面积 $S=\pi r^2$,推断:椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的面积 $S=\pi ab$

D. 由$(1+1)^2>2^1,(2+1)^2>2^2,(3+1)^2>2^3,\cdots$,推断:对一切 $n\in\mathbf{N}^*$,$(n+1)^2>2^n$

6. 若由一个 2×2 列联表中的数据计算得 $K^2=4.395$,那么确认两个变量有关系的把握性有 ( )

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.625	10.828

A. 90%　　B. 95%

C. 99%　　D. 99.5%

7. (**2019·吉林白山月考**)在$\triangle ABC$中,$\tan A\cdot\tan B>1$,则$\triangle ABC$是 ( )

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 不确定

8. 法国数学家费马观察到 $2^{2^1}+1=5,2^{2^2}+1=17,2^{2^3}+1=257,2^{2^4}+1=65\ 537$ 都是质数,于是他提出猜想:任何形如 $2^{2^n}+1(n\in\mathbf{N}^*)$的数都是质数,这就是著名的费马猜想.半个世纪之后,善于发现的欧拉发现第 5 个费马数 $2^{2^5}+1=4\ 294\ 967\ 297=641\times 6\ 700\ 417$ 不是质数,从而推翻了费马猜想,这一案例说明 ( )

A. 归纳推理,结果一定不正确

B. 归纳推理,结果不一定正确

C. 类比推理,结果一定不正确

D. 类比推理,结果不一定正确

9. (**2019·吉林蛟河月考**)分析法又叫执果索因法,若使用分析法证明:"已知 $a>b>0$,求证:$\sqrt{a}-\sqrt{b}<\frac{a-b}{2\sqrt{b}}$."最终的索因应是 ( )

A. $\sqrt{\frac{b}{a}}<1$　　B. $\frac{b}{a}>1$

C. $1<\frac{a}{b}$　　D. $a-b>0$

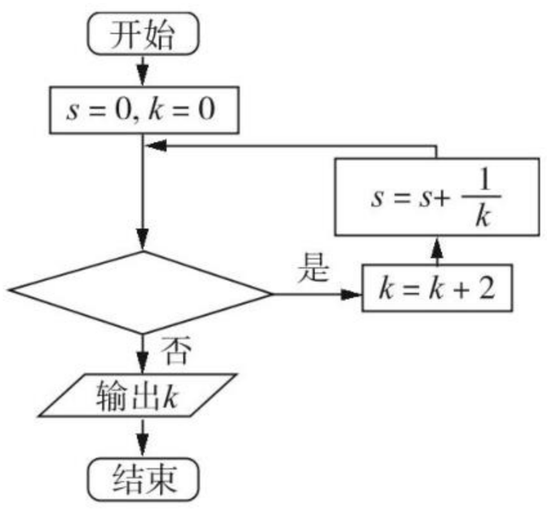
10. 已知复数 $z_1=1+i,z_2=1+bi$,i 为虚数单位,若$\frac{z_1}{z_2}$为纯虚数,则实数 b 的值为 ( )

A. 1　　B. -1

C. 2　　D. -2

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

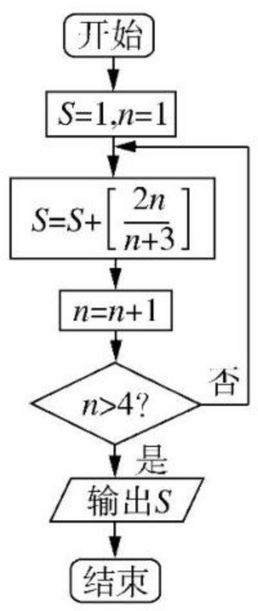
11. 执行如图所示的程序框图，若输出 k 的值为 8，则判断框内可填入的条件是（　　）



A. $s\leqslant\frac{3}{4}$?　　B. $s\leqslant\frac{5}{6}$?

C. $s\leqslant\frac{11}{12}$?　　D. $s\leqslant\frac{25}{24}$?

12. 若$[x]$表示不超过 x 的最大整数，如$[2.1]=2$，$[-2.1]=-3$. 执行如图所示的程序框图，则输出的 S 值为（　　）



A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. （**2019·山东淄川检测**）若$\frac{2}{1-\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}$（i 为虚数单位，$a,b\in\mathbf{R}$），则 $a+b=$_____.

14. 对于大于或等于 2 的正整数幂运算有如下分解方式：

$2^2=1+3,3^2=1+3+5,4^2=1+3+5+7,\cdots$

$2^3=3+5,3^3=7+9+11,4^3=13+15+17+19,\cdots$

根据以上规律，若 $m^2=1+3+5+\cdots+11$，p^3 的分解式中的最小正整数为 21，则 $m+p=$_____.

15. 对具有线性相关关系的变量 x 和 y，测得一组数据如下表：

x	2	4	5	6	8
y	30	40	60	50	70

若已求得它们的回归直线方程的斜率为 6.5，则这条回归直线的方程为_____.

16. 已知 $x,y\in(0,+\infty)$，当 $x^2+y^2=$_____时，有 $x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}=1$.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. （10 分）（**2019·安平月考**）（1）已知复数 z 在复平面内对应的点在第四象限，$|z|=1$，且 $z+\bar{z}=1$，求 z；

（2）已知复数 $z=\frac{5m^2}{1-2\mathrm{i}}-(1+5\mathrm{i})m-3(2+\mathrm{i})$ 为纯虚数，求实数 m 的值.

18. （12 分）（**2019·河南永城月考**）已知 $a\neq0$，用反证法证明关于 x 的方程 $ax=b$ 有且只有一个根.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)当今信息时代,众多高中生也配上了手机.某校为研究经常使用手机是否对学习成绩有影响,随机抽取高三年级 50 名理科生的一次数学周练成绩,成绩及格的有 30 人,经常使用手机有 24 人,并制成下面的 2×2 列联表:

	及格	不及格	合计
很少使用手机			
经常使用手机		14	
合计			50

判断是否有 97.5%的把握认为经常使用手机对学习成绩有影响?

参考公式及数据:

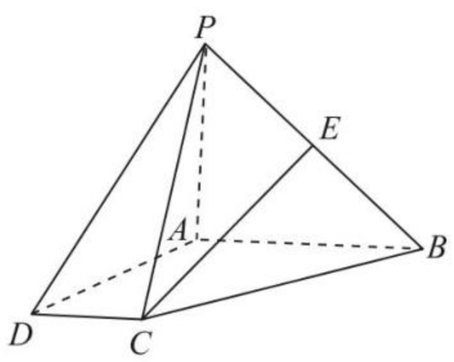
$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635

20.(12 分)栽种一棵梧桐树,其种树过程是:(1)取树苗;(2)挖直径 1 米,深 1.5 米的树坑;(3)将树苗放至树坑中央;(4)向树坑中培土到树坑边,离边缘 0.2 米;(5)向树坑中浇水;(6)判断水是否浇透,若水未浇透,则转(5);否则转(7);(7)栽种完毕.试画出该过程的流程图.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)如图,四棱锥 $P-ABCD$ 中,$AB \parallel CD$,$AB = 2CD$,E 为 PB 的中点,求证:$CE \parallel$ 平面 PAD.



22.(12 分)某产品的广告支出 x(单位:万元)与销售收入 y(单位:万元)之间有下表所对应的数据.

广告支出 x(单位:万元)	1	2	3	4
销售收入 y(单位:万元)	12	28	42	56

(1)画出表中数据的散点图;

(2)求出 y 对 x 的线性回归方程;

(3)若广告费为 9 万元,则销售收入约为多少万元?

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

综合质量测试卷(二)

(时间:120 分钟,满分:150 分)

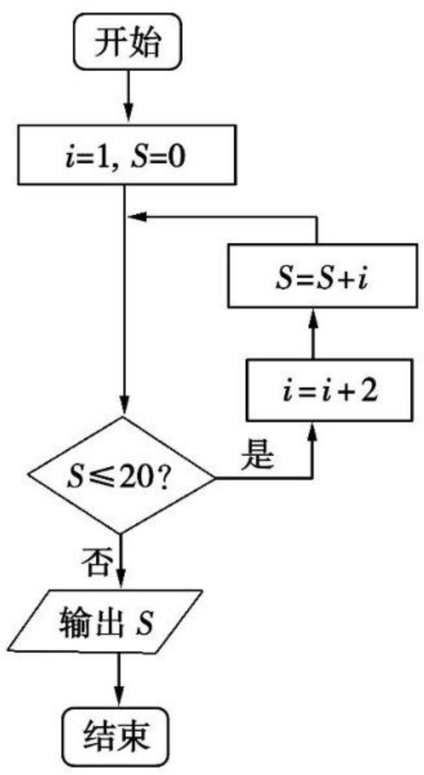
一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1.(**2019·重庆铜梁一中月考**)如果复数$\frac{2-bi}{1+i}$($b\in\mathbf{R}$,i 为虚数单位)的实部和虚部互为相反数,则 b 的值等于(　　)

A. 1　　B. 0

C. 2　　D. 3

2.(**2019·山东武城期中**)如图所示,程序框图的输出值 $S=$(　　)



A. 15　　B. 22

C. 24　　D. 28

3. 若 $z_1,z_2\in\mathbf{R}$,则$|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$,某学生由此得出结论:若 $z_1,z_2\in\mathbf{C}$,则$|z_1\cdot z_2|=|z_1|\cdot|z_2|$,该学生的推理是(　　)

A. 演绎推理　　B. 逻辑推理

C. 归纳推理　　D. 类比推理

4. 物价部门对本市的 5 家商场的某商品的一天销售量及其价格进行了调查,5 家商场的售价 x 元和销售量 y 件之间的一组数据如下表所示:

价格 x	9	9.5	10	10.5	11
销售量 y	11	10	8	6	5

通过散点图可知,销售量 y 与价格 x 之间有较好的线性相关关系,其线性回归直线的方程是 $\hat{y}=-3.2x+\hat{a}$,则 $\hat{a}=$(　　)

A. -24　　B. 35.6

C. 40.5　　D. 40

5.(**2019·安徽慧德中学月考**)下列说法正确的个数有(　　)

①用 $R^2=1-\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y}_i)^2}$刻画回归效果,当 R^2 越大时,模型的拟合效果越差;反之,则越好;

②可导函数 $f(x)$在 $x=x_0$ 处取得极值,则 $f'(x_0)=0$;

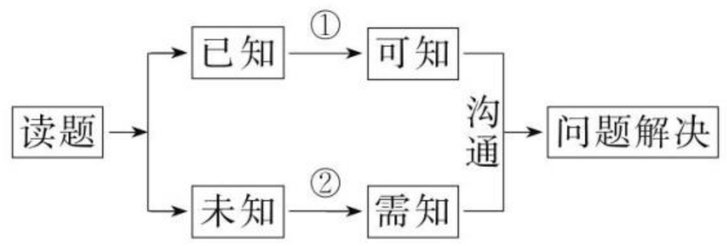
③归纳推理是由特殊到一般的推理,而演绎推理是由一般到特殊的推理;

④综合法证明数学问题是“由因索果”,分析法证明数学问题是“执果索因”.

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

6. 以下是解决数学问题的思维过程的流程图,



在此流程图中,①、②两条流程线与“推理与证明”中的思维方法匹配正确的是(　　)

A. ①—综合法,②—分析法

B. ①—分析法,②—综合法

C. ①—综合法,②—反证法

D. ①—分析法,②—反证法

7. 已知数列 $1,a+a^2,a^2+a^3+a^4,a^3+a^4+a^5+a^6,\cdots$,则数列的第 k 项是(　　)

A. $a^k+a^{k+1}+\cdots+a^{2k}$

B. $a^{k-1}+a^k+\cdots+a^{2k-1}$

C. $a^{k-1}+a^k+\cdots+a^{2k}$

D. $a^{k-1}+a^k+\cdots+a^{2k-2}$

8.(**2019·太原五中检测**)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 $S_n=n^2\cdot a_n(n\geqslant 2)$,而 $a_1=1$,通过计算 a_2,a_3,a_4,猜想 a_n 等于(　　)

A. $\frac{2}{(n+1)^2}$　　B. $\frac{2}{n(n+1)}$

C. $\frac{2}{2^n-1}$　　D. $\frac{2}{2n-1}$

9. 设椭圆的中心在坐标原点,左焦点 F 在 x 轴负半轴上,A 为右顶点,B 为上顶点,当 $FB\perp AB$ 时,其离心率为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$,称此类椭圆为“黄金椭圆”.类比“黄金椭圆”,可推算出“黄金双曲线”的离心率等于(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

C. $\sqrt{5}-1$　　D. $\sqrt{5}+1$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 在△ABC 中，角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c，且满足 $\sin A=2\sin B\cos C$，则△ABC 的形状为 （ ）

A. 等腰三角形　　B. 直角三角形

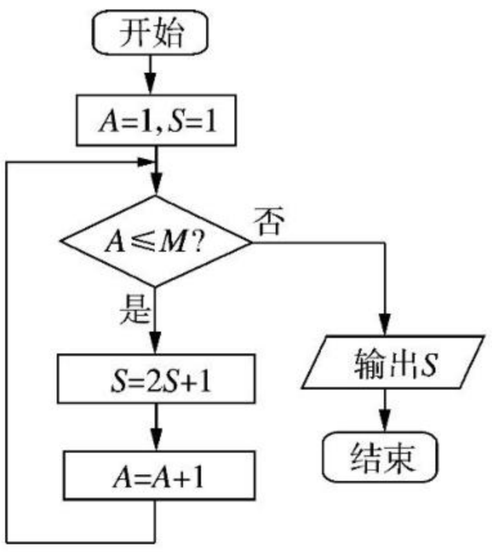
C. 等边三角形　　D. 等腰直角三角形

11. （**2019·山东枣庄月考**）已知 $0<a<1$，$0<c<b<1$，下列不等式成立的是 （ ）

A. $a^b>a^c$　　B. $\frac{c}{b}>\frac{c+a}{b+a}$

C. $\log_b a<\log_c a$　　D. $\frac{b}{b+a}>\frac{c}{c+a}$

12. 按如图所示的程序框图运行后，输出的结果是 63，则判断框中的整数 M 的值是 （ ）



A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

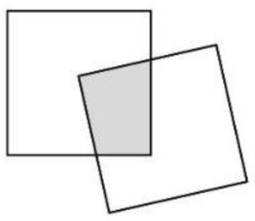
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 某小卖部为了了解热茶销售量 y（杯）与气温 x（℃）之间的关系，随机统计了某 4 天卖出的热茶的杯数与当天气温，并制作了对照表：

气温 x（℃）	18	13	10	−1
杯数 y	24	34	38	64

由表中数据算得线性回归方程 $\hat{y}=bx+a$ 中的 $b\approx-2$，预测当气温为 −5 ℃ 时，热茶销售量为_____杯.

14. 现有一个关于平面图形的命题，如图，同一个平面内有两个边长都是 a 的正方形，其中一个的某顶点在另一个的中心. 则这两个正方形重叠部分的面积恒为 $\frac{a^2}{4}$. 类比到空间，有两个棱长均为 a 的正方体，其中一个的某顶点在另一个的中心. 则这两个正方体重叠部分的体积恒为_____.



15. 已知从 2 开始的连续偶数蛇形排列成宝塔形的数表，第一行为 2，第二行为 4，6，第三行为 12，10，8，第四行为 14，16，18，20，…，如图所示，在该数表中位于第 i 行、第 j 列的数记为 $a_{i,j}$，如 $a_{3,2}=10$，$a_{5,4}=24$. 若 $a_{i,j}=2\,018$，则 $i+j=$_____.

2

4　6

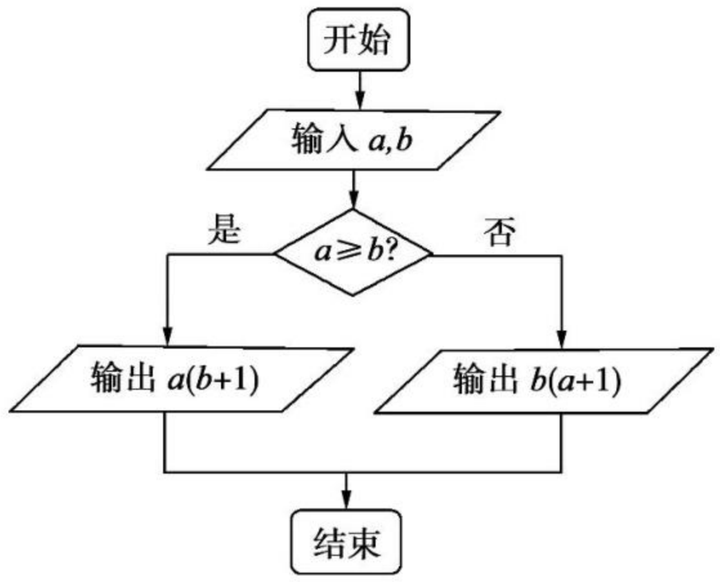
12　10　8

14　16　18　20

30　28　26　24　22

…

16. 对于实数 a 和 b，定义运算 $a*b$，运算原理如图所示，则式子 $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}*\ln e^3$ 的值为_____.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. （10 分）（**2019·河南永城月考**）已知 $\frac{1-\tan\alpha}{2+\tan\alpha}=1$，求证：$3\sin 2\alpha=-4\cos 2\alpha$.

18. （12 分）设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_1=3$，$a_{n+1}=2S_n+3(n\in\mathbf{N}^*)$. 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)某地行政服务中心办公结构为:服务中心管理委员会全面管理该中心工作,下设办公室、综合业务处、督察投诉中心,三部门在一楼,其综合业务处办理窗口分布如下:

①二楼:公安局、民政局、财政局;

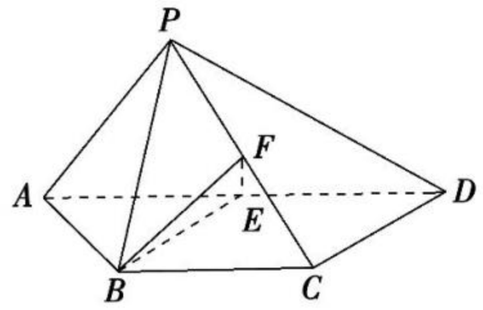
②三楼:工商局、地税局、国税局、技监局、交通局;

③四楼:城建局、人防办、计生局、规划局;

④五楼:其余部门办理窗口.

试绘制该服务中心的结构图.

20.(12 分)(**2019 · 吉林白山月考**)如图所示,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,$AP\perp$ 平面 PCD,$AD\parallel BC$,$AB=BC=\frac{1}{2}AD$,点 E,F 分别为线段 AD,PC 的中点.



(1)求证:$AP\parallel$ 平面 BEF;

(2)求证:$BE\perp$ 平面 PAC.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)某品牌新款夏装即将上市,为了对夏装进行合理定价,在该地区的三家连锁店各进行了两天试销售,得到如下数据:

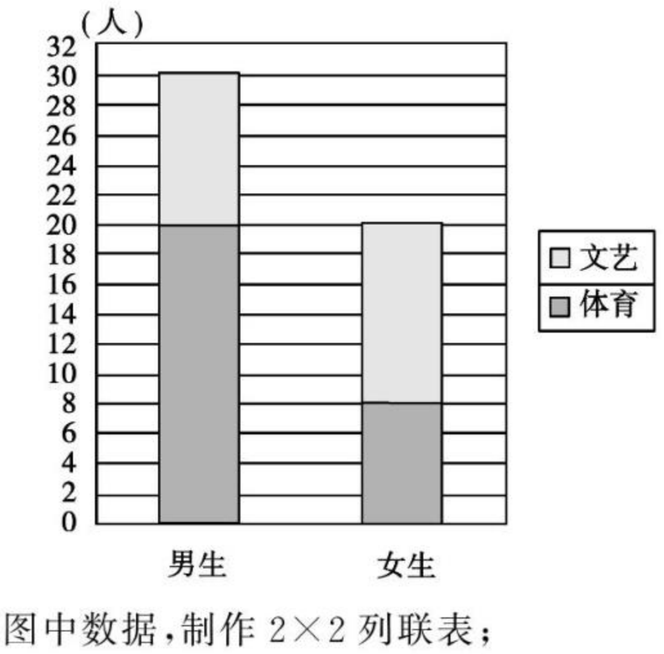
连锁店	A 店		B 店		C 店	
售价 x(元)	80	86	82	88	84	90
销售量 y(件)	88	78	85	75	82	66

(1)分别以三家连锁店的平均售价和平均销售量为散点,求出售价与销量的回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)在大量投入市场后,销售量与单价仍然服从(1)中的关系,且该夏装成本价为 40 元/件,为使该款夏装在销售上获得最大利润,该款夏装的单价应定为多少元(保留整数)?

$$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\\ \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}.\end{cases}$$

22.(12 分)(**2019·福建宁化一中期中**)对某班学生是喜欢体育还是喜欢文艺进行调查,根据调查得到的数据,所绘制的二维条形图如图.



(1)根据图中数据,制作 2×2 列联表;

(2)若要从喜欢文艺和喜欢体育的学生中各选一人分别做文体活动协调人,求选出的两人恰好是一男一女的概率;

(3)有多大的把握可以认为性别与是否喜欢体育有关系?

参考公式:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$.

参考数据:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

骄子之路®
the Road to Pride
让 学习更快乐，人生更精彩

答案与解析

与45分钟课时作业与单元测试配套使用

数学

选修1-2 RJ·A

班级：_____

姓名：_____

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一部分 课时作业

第一章 统计案例

1.1 回归分析的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1.(1)确定性关系 非确定性关系 (2)散点图 直线方程 预报

2.$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$ $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i$ 中心

3.残差 身高数据 体重估计值 越小 解释 预报 越好

题点知识巩固

1.C 因为变量 x 与 y 负相关,排除A,B;将$(\bar{x},\bar{y})$代入验证,可知线性回归方程可能是 $y=-0.6x+8$,故选C.

2.D $\bar{x}=\frac{1}{3}\times(1+2+3)=2$,$\bar{y}=\frac{1}{3}\times(6+4+5)=5$,

$\therefore 5=2\hat{b}+6$,$\therefore\hat{b}=-\frac{1}{2}$,故选D.

3.D 根据线性相关知识可知,散点图中各样本点比较均匀地落在水平的带状区域内,这样的带状区域的宽度越窄,同时保持残差平方和越小,拟合效果越好,因此应选D.

4.A R^2 表示解释变量对于预报变量变化的贡献率,R^2 越接近于1,表示回归的效果越好,故 R^2 为0.95时回归效果最好,故选A.

5.C $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2+\frac{4ac-b^2}{4a}$,令 $t=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$,得 $y=at+\frac{4ac-b^2}{4a}(a\neq0)$,因此 y 是 t 的线性回归方程.

6.**解**:(1)由散点图可以判断,$y=c+d\sqrt{x}$ 适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型.

(2)令 $w=\sqrt{x}$,先建立 y 关于 w 的线性回归方程.

由于 $d=\frac{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\bar{w})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\bar{w})^2}=\frac{108.8}{1.6}=68$,$c=563-68\times6.8=100.6$,

所以 y 关于 w 的线性回归方程为 $y=100.6+68w$,

因此 y 关于 x 的回归方程为 $y=100.6+68\sqrt{x}$.

(3)由(2)知,当 $x=49$ 时,年销售量 y 的预报值 $y=100.6+68\sqrt{49}=576.6$,

年利润 z 的预报值 $z=576.6\times0.2-49=66.32$.

提能达标过关

1.A $\bar{x}=\frac{1}{5}\times(8+10+11+12+14)=11$,

$\because\bar{y}=\frac{9}{4}\times11+\frac{9}{4}=27$,

$\therefore\frac{1}{5}\times(21+25+m+28+35)=27$,

$\therefore m=26$,故选A.

2.D

3.A ①错,平均数应为$\frac{ma+nb}{m+n}$;②错,平均数为 $a+5$,方差不变还是 b;③错,回归直线 $\hat{y}=bx+a$ 可能不过任何一点.

4.D 回归直线方程 $\hat{y}=bx+a$ 中,$b>0$,y 与 x 正相关;$b<0$,y 与 x 负相关.

5.D 第一个数据点可近似看成(2,1.5),最后一个数据点近似看成(6,18),代入检验可知D较合适.

6.甲

解析:相关指数 R^2 越大(越接近1),拟合效果越好.

7.0

解析:由于每组数据都在线性回归模型 $y=bx+a+e$ 中,每个点处残差为0.

$\therefore$残差平方和为零.

8.12.38

解析:$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(2+3+4+5+6)=4$,

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(2.2+3.8+5.5+6.5+7.0)=5$,

$\therefore\hat{a}=5-1.23\times4=0.08$,

$\therefore\hat{y}=1.23x+0.08$,

$\therefore$当 $x=10$ 时,$\hat{y}=1.23\times10+0.08=12.38$(万元).

9.**解**:(1)$\bar{x}=\frac{1}{4}\times(8+12+14+16)=\frac{25}{2}$,

$\bar{y}=\frac{1}{4}\times(5+8+9+11)=\frac{33}{4}$.

$\hat{b}=\frac{8\times5+12\times8+14\times9+16\times11-4\times\frac{25}{2}\times\frac{33}{4}}{8^2+12^2+14^2+16^2-4\times\left(\frac{25}{2}\right)^2}=\frac{51}{70}\approx0.73$.

$\hat{a}=\frac{33}{4}-0.73\times\frac{25}{2}=-0.875$,

$\therefore\hat{y}=0.73x-0.875$.

(2)$\because y\leqslant10$,即 $0.73x-0.875\leqslant10$,$x\leqslant14.9$,

$\therefore$机器的速度不得超过14转/秒.

1.2 独立性检验的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1.(1)不同类别 (2)频数表

2.(1)相互影响 频率特征 (2)$\frac{a}{a+b}$ $\frac{c}{c+d}$

3.$\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ $a+b+c+d$

题点知识巩固

1.C 对于同一样本$|ad-bc|$越小,说明 X 与 Y 之间关系越弱;$|ad-bc|$越大,说明 X 与 Y 之间的关系越强.因此应选C.

2.17,73,45,90

解析:$m=10+7=17$,$n=35+38=73$,$p=7+38=45$,$q=m+n=90$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. D　观察等高条形图，$\frac{x_1}{x_1+y_1}$与$\frac{x_2}{x_2+y_2}$相差越大，x，y之间的关系就越强，故选 D.

4. A　由公式可得 K^2 的观测值 $k=\frac{135\times(62\times22-28\times23)^2}{90\times45\times85\times50}\approx4.066>3.841$，所以，在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下，认为数学成绩与物理成绩有关系，故选 A.

5. B　设男生人数为 x，则中学生追星问题的列联表如下：

	男	女	合计
追星	$\frac{1}{6}x$	$\frac{1}{3}x$	$\frac{1}{2}x$
不追星	$\frac{5}{6}x$	$\frac{1}{6}x$	x
合计	x	$\frac{1}{2}x$	$\frac{3}{2}x$

$\therefore K^2=\frac{\frac{3}{2}x\left(\frac{1}{36}x^2-\frac{5}{18}x^2\right)^2}{x\cdot\frac{1}{2}x\cdot\frac{1}{2}x\cdot x}\geqslant3.841$，

$\therefore x>10.243$，

$\therefore$男生至少有 11 人，故选 B.

6. **解**：(1)由调查数据，男顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{40}{50}=0.8$，因此男顾客对该商场服务满意的概率的估计值为 0.8.

女顾客中对该商场服务满意的比率为$\frac{30}{50}=0.6$，因此女顾客对该商场服务满意的概率的估计值为 0.6.

(2)$K^2=\frac{100\times(40\times20-30\times10)^2}{50\times50\times70\times30}\approx4.762$.

7. 1.78

解析：$k=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{392\times(39\times167-157\times29)^2}{196\times196\times68\times324}\approx1.78$.

8. 0.05

解析：$K^2\approx4.844>3.841$，

$\therefore$判断出错的概率为 0.05.

9. **解**：(1)2×2 列联表：

	非高收入族	高收入族	总计
赞成	25	3	28
不赞成	15	7	22
总计	40	10	50

$K^2=\frac{50\times(25\times7-15\times3)^2}{40\times10\times22\times28}\approx3.43>2.706$，所以有 90%的把握认为赞不赞成楼市限购令与收入高低有关.

(2)设月收入在[55,65)的 5 人的编号为 a，b，c，d，e，其中 a，b 为赞成楼市限购令的人，从 5 人中抽取两人的方法数有 ab，ac，ad，ae，bc，bd，be，cd，ce，de 共 10 种，其中 ab，ac，ad，ae，bc，bd，be 为所抽取的两人中至少有一人赞成的方法数，因此所求概率为$\frac{7}{10}$.

第二章　推理与证明

2.1　合情推理与演绎推理

2.1.1　合情推理

基础知识梳理

1. 部分对象　全部对象　个别事实　一般结论　类似　已知特征　部分到整体　个别到一般　特殊到特殊

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

在$\triangle AHD$中，$\angle DAH=90°$，$AO\perp DH$，
有$AH^2=OH\cdot DH$.

$S^2_{\triangle ABC}=\left(\frac{1}{2}BC\cdot AH\right)^2=\frac{1}{4}BC^2\cdot AH^2$，

$S_{\triangle BCO}\cdot S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot OH\cdot\frac{1}{2}BC\cdot DH=\frac{1}{4}BC^2\cdot OH\cdot DH$，

$\therefore S^2_{\triangle ABC}=S_{\triangle BCO}\cdot S_{\triangle BCD}$，A 正确.

5. C $\because V=\frac{1}{3}S_1R+\frac{1}{3}S_2R+\frac{1}{3}S_3R+\frac{1}{3}S_4R$，

$\therefore R=\frac{3V}{S_1+S_2+S_3+S_4}$.

故选 C.

6. **解**：猜想：$\sin^2\theta+\cos^2(\theta+30°)+\sin\theta\cos(\theta+30°)=\frac{3}{4}$.

证明：$\because \sin^2\theta+\cos^2(\theta+30°)+\sin\theta\cos(\theta+30°)$

$=\sin^2\theta+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\frac{1}{2}\sin\theta\right)^2+\sin\theta\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\frac{1}{2}\sin\theta\right)$

$=\sin^2\theta+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta-\frac{1}{2}\sin\theta\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\frac{1}{2}\sin\theta\right)$

$=\sin^2\theta+\frac{3}{4}\cos^2\theta-\frac{1}{4}\sin^2\theta=\frac{3}{4}$.

$\therefore$等式成立.

提能达标过关

1. B
2. C 设第 n 个图形中“☆”的个数为 a_n，
则 $a_n-a_{n-1}=n$，
$\therefore a_{30}-a_{27}=a_{30}-a_{29}+a_{29}-a_{28}+a_{28}-a_{27}=30+29+28=87$.
3. C 观察可得 $1^3+2^3=(1+2)^2$，
$1^3+2^3+3^3=(1+2+3)^2$，
$1^3+2^3+3^3+4^3=(1+2+3+4)^2$，
$\therefore 1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=(1+2+3+4+5+6)^2=21^2$. 故选 C.
4. C ①是类比推理，②④是归纳推理，③不是合情推理.
5. C 由已知可得，$a_2-a_1=3-1=2$，
$a_3-a_2=6-3=3$，
$a_4-a_3=10-6=4$，
$a_5-a_4=15-10=5$，
…，
$a_{20}-a_{19}=20$，
$\therefore a_{20}-a_1=2+3+4+\cdots+20$，
则 $a_{20}=1+\frac{19(2+20)}{2}=210$.
6. $8\pi r^3$

解析：由 $S=\pi r^2$，得 $S'=2\pi r$；由 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，得 $V'=4\pi r^2$；由 $W=2\pi r^4$，得 $V=W'=8\pi r^3$.

7. $\frac{4\,035}{2\,018}$

解析：观察可得：$1+\frac{1}{2^2}<\frac{2\times2-1}{2}$，$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}<\frac{2\times3-1}{3}$，$1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}<\frac{2\times4-1}{4}$，

$\therefore 1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}+\cdots+\frac{1}{2\,018^2}<\frac{2\times2\,018-1}{2\,018}=\frac{4\,035}{2\,018}$.

8. 13 $3n+1$

解析：观察可知，第 4 个图形中有 13 根火柴棒，
第 n 个图形中有 $2n+n+1=3n+1$ 根火柴棒.

9. **解**：凸四边形有 2 条对角线，凸五边形有 5 条对角线，比凸四边形多 3 条；凸六边形有 9 条对角线，比凸五边形多 4 条；…，
猜想凸 n 边形的对角线比凸 $n-1$ 边形多 $n-2$ 条对角线，由此凸 n 边形对角线条数为 $2+3+4+\cdots+(n-2)=\frac{1}{2}n(n-3)(n\geqslant4,n\in\mathbf{N}^*)$.

10. **解**：类似的性质为：若 M、N 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 上关于原点对称的两个点，点 P 是双曲线上任意一点，当直线 PM、PN 的斜率都存在，并记为 k_{PM}、k_{PN} 时，那么 k_{PM} 与 k_{PN} 之积是与点 P 的位置无关的定值.
证明：设点 M、P 的坐标为 (m,n)、(x,y)，则 $N(-m,-n)$.
$\because$点 $M(m,n)$ 在已知双曲线上，
$\therefore n^2=\frac{b^2}{a^2}m^2-b^2$，

同理 $y^2=\frac{b^2}{a^2}x^2-b^2$.

则 $k_{PM}\cdot k_{PN}=\frac{y-n}{x-m}\cdot\frac{y+n}{x+m}=\frac{y^2-n^2}{x^2-m^2}=\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x^2-m^2}{x^2-m^2}=\frac{b^2}{a^2}$(定值).

2.1.2 演绎推理

基础知识梳理

1. 某个特殊情况下 一般 特殊
2. M 是 P S 是 M S 是 P

题点知识巩固

1. D
2. **解**：(1)大前提：正整数是自然数.
小前提：3 是正整数.
结论：3 是自然数.
(2)大前提：每一个矩形的对角线相等.
小前提：正方形是矩形.
结论：正方形的对角线相等.
(3)大前提：所有的循环小数是有理数.
小前提：$0.3\dot{3}\dot{2}$ 是循环小数.
结论：$0.3\dot{3}\dot{2}$ 是有理数.
3. A 大前提中，当 $a\geqslant0$ 时，$(\sqrt[n]{a})^n=a$，当 $a<0$ 时，只有 n 为奇数时成立，故大前提错误.
4. A 大前提是错误的. 因为直线 a 平行于平面 α，则直线 a 与平面 α 内的直线是平行或异面的关系.
5. D 函数 $f(x)=\sin2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位后，得 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，
由 $2x-\frac{\pi}{3}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore g(x)$的对称中心为$\left(\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2},0\right)$，A 错；

由 $2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，得 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore g(x)$的对称轴为 $x=\frac{5\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，B 错；

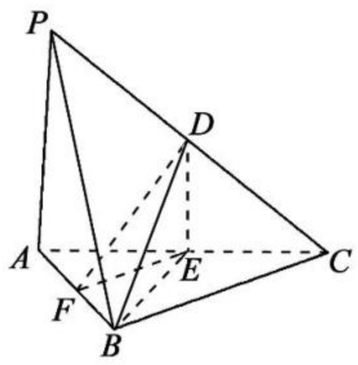
由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{3}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，得$-\frac{\pi}{12}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{12}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$是 $g(x)$的一个单调递增区间，C 错，D 正确.

6. **证明**：(1)$\because D,E$ 分别为棱 PC,AC 的中点，

$\therefore DE\parallel PA$.

又$\because PA\not\subset$平面 $DEF,DE\subset$平面 DEF，



$\therefore$直线 $PA\parallel$平面 DEF.

(2)$\because D,E,F$ 分别为棱 PC,AC,AB 的中点，$PA=6$，$BC=8$，

$\therefore DE\parallel PA,DE=\frac{1}{2}PA=3,EF=\frac{1}{2}BC=4$.

又$\because DF=5$，故 $DF^2=DE^2+EF^2$，

$\therefore\angle DEF=90^\circ$，即 $DE\perp EF$.

又 $PA\perp AC,DE\parallel PA,\therefore DE\perp AC$.

$\because AC\cap EF=E,AC\subset$平面 $ABC,EF\subset$平面 ABC，

$\therefore DE\perp$平面 ABC.

又 $DE\subset$平面 BDE，

$\therefore$平面 $BDE\perp$平面 ABC.

提能达标过关

1. C

2. B　$\because f(x)$是奇函数，又 $f(x)$的定义域为$\{x\mid x\neq -2$且$x\neq -a\}$，

$\therefore -a=2,\therefore a=-2$. 故选 B.

3. B　小前提中 x 的范围不确定，当 $x<0$ 时，不等式不成立，所以推理过程中小前提错误，故选 B.

4. A　大前提是平行四边形的对角线相等，小前提是正方形是平行四边形，结论是正方形的对角线相等，故选 A.

5. C　由已知 $c\cos A=b$，得 $bc\cos A=b^2$，

由余弦定理：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，

$\therefore a^2=b^2+c^2-2b^2,\therefore a^2+b^2=c^2$，

$\therefore\triangle ABC$ 一定为直角三角形，故选 C.

6. 一条边的平方等于其他两条边的平方和的三角形是直角三角形

解析：根据已知的推理，可知 $3^2+4^2=5^2$，满足直角三角形的三条边的性质，故大前提是一条边的平方等于其他两条边的平方和的三角形是直角三角形.

7. $\frac{1}{2}$

解析：因为奇函数 $f(x)$在 $x=0$ 处有定义且 $f(0)=0$(大前提)，而奇函数 $f(x)=a-\frac{1}{2^x+1}$的定义域为 $\mathbf{R}$(小前提)，所以 $f(0)=a-\frac{1}{2^0+1}=0$(结论). 解得 $a=\frac{1}{2}$.

8. $-\frac{2}{3}$

解析：$\because\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b},\therefore\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(x,x+1)\cdot(1,2)=x+2(x+1)=0,\therefore x=-\frac{2}{3}$.

9. **证明**：因为同位角相等，两直线平行(大前提)，

$\angle BFD$ 与$\angle A$ 是同位角，且$\angle BFD=\angle A$(小前提)，

所以 $DF\parallel AE$(结论).

因为两组对边分别平行的四边形是平行四边形(大前提)，

$DE\parallel BA,DF\parallel AE$(小前提)，

所以四边形 $AFDE$ 为平行四边形(结论).

因为平行四边形的对边相等(大前提)，

DE 与 AF 是平行四边形 $AFDE$ 的对边(小前提)，

所以 $ED=AF$(结论).

10. **解**：(1)证明：$\because f(xy)=f(x)+f(y)$，

$\therefore f(x^2)=f(x\cdot x)=f(x)+f(x)=2f(x)$.

(2)$\because f(1)=f(1^2)=2f(1)$，

$\therefore f(1)=0$.

(3)由已知得 $f(x)+f(x+3)=f[x(x+3)]\leqslant 2=2f(2)=f(4)$.

$$\therefore\begin{cases}x>0,\\x+3>0,\\x(x+3)\leqslant 4.\end{cases}$$

解得 $0<x\leqslant 1$. 故 x 的取值范围为$(0,1]$.

2.2　直接证明与间接证明

2.2.1　综合法和分析法(1)

基础知识梳理

1. 已知条件　定理　公理　推理论证　证明的结论成立

2. 已有的定义　定理　证明的结论

题点知识巩固

1. A　$\because a>b>0,ab=1,c>1$，

$\therefore p=\log_c\frac{a^2+b^2}{2}>\log_c(ab)=0$，

$q=\log_c\left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right)^2<\log_c\left(\frac{1}{2\sqrt{ab}}\right)^2=\log_c\frac{1}{4}<0$，

$\therefore p>q$，故选 A.

2. B　$\because a>b>0$，

$\therefore ab>b^2,a^2>ab$，

$\therefore\frac{a}{ab}>\frac{b}{ab}$，即$\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$，$\therefore$A、C、D 正确，故选 B.

3. **证明**：证法一：因为 a,b 均为正实数，

$\frac{b}{\sqrt{a}}+\sqrt{a}\geqslant 2\sqrt{b},\frac{a}{\sqrt{b}}+\sqrt{b}\geqslant 2\sqrt{a}$，

两式相加，得$\frac{b}{\sqrt{a}}+\sqrt{a}+\frac{a}{\sqrt{b}}+\sqrt{b}\geqslant 2\sqrt{a}+2\sqrt{b}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

所以$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

证法二：$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}-\sqrt{a}-\sqrt{b}$

$=\frac{b-a}{\sqrt{a}}+\frac{a-b}{\sqrt{b}}$

$=(a-b)\left(\frac{1}{\sqrt{b}}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)$

$=(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}$

$=\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}}\geqslant0$.

所以$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

证法三：$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}$

$=\frac{b\sqrt{b}+a\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$

$=\frac{(\sqrt{b})^3+(\sqrt{a})^3}{\sqrt{ab}}$

$=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{ab}}$，

因为 a,b 均为正实数，$a+b\geqslant2\sqrt{ab}$，

所以$\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(a-\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{ab}}$

$\geqslant\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(2\sqrt{ab}-\sqrt{ab})}{\sqrt{ab}}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$，

即$\frac{b}{\sqrt{a}}+\frac{a}{\sqrt{b}}\geqslant\sqrt{a}+\sqrt{b}$.

4. A ∵$S_{2\,018}=\frac{2\,018(a_1+a_{2\,018})}{2}=1\,009(a_{1\,009}+a_{1\,010})>0$，

∴$a_{1\,009}+a_{1\,010}>0$，

∵$S_{2\,019}=\frac{2\,019(a_1+a_{2\,019})}{2}=2\,019a_{1\,010}<0$，

∴$a_{1\,010}<0$，∴$a_{1\,009}>0$，

∴当 $n=1\,009$ 时，S_n 取最大值，故选 A.

5. $\log_2\frac{8\,054}{2\,015}$

解析：$a_n=\log_2\frac{f(n+1)}{f(n)}=\log_2 f(n+1)-\log_2 f(n)$，

∴$S_{2\,013}=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2\,013}$

$=[\log_2 f(2)-\log_2 f(1)]+[\log_2 f(3)-\log_2 f(2)]+\cdots$

$+[\log_2 f(2\,014)-\log_2 f(2\,013)]=\log_2 f(2\,014)-\log_2 f(1)=\log_2\frac{2\times2\,014-1}{2\,014+1}-\log_2\frac{2-1}{1+1}=\log_2\frac{4\,027}{2\,015}+1=\log_2\frac{4\,027}{2\,015}+\log_2 2=\log_2\left(\frac{4\,027}{2\,015}\times2\right)=\log_2\frac{8\,054}{2\,015}$.

6. C ∵$\alpha\cap\beta=l$，∴$l\subset\beta$. 又∵$n\perp\beta$，∴$n\perp l$.

提能达标过关

1. B 综合法就是从已知条件出发，利用已有知识进行证明结论的方法，即执因导果的顺推法.

2. B ∵$a>b>c$，

∴$a-c>b-c>0$，

∴$\frac{1}{a-c}<\frac{1}{b-c}$，故选 B.

3. A ∵a,b,c 依次成等差数列，

∴$2b=a+c$，

∵$B=\frac{\pi}{3}$，

由余弦定理，得 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos\frac{\pi}{3}$，

将 $b=\frac{a+c}{2}$代入得$\frac{a^2+2ac+c^2}{4}=a^2+c^2-ac$，

整理得 $3a^2+3c^2-6ac=0$，

∴$(a-c)^2=0$，即 $a=c$.

∴$\triangle ABC$ 为等边三角形，故选 A.

4. D 令 $f(x)=t$，由 $f[f(x)]-1=0$，得 $f(t)=1$，

当 $t>0$ 时，$\ln t=1$，得 $t=\mathrm{e}$，

当 $t\leqslant0$ 时，$-2t=1$，得 $t=-\frac{1}{2}$，

由 $f(x)=t=\mathrm{e}$，由 $\ln x=\mathrm{e}$，得 $x=\mathrm{e}^2$，

由 $-2x=\mathrm{e}$，$x=-\frac{\mathrm{e}}{2}$，有 2 个解，

由 $f(x)=t=-\frac{1}{2}$，由 $\ln x=-\frac{1}{2}$，得 $x=\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$，

由 $-2x=-\frac{1}{2}$，$x=\frac{1}{4}$（舍），有 1 个解，

∴函数 $y=f[f(x)]-1$ 的零点有 3 个，故选 D.

5. B 连接 BD,AC，可知 $BD\perp AC$，

又 $AC\perp BB_1$，

∴$AC\perp$平面 BB_1D_1D，$BE\subset$平面 BB_1D_1D，

∴$AC\perp BE$，①正确；

$B_1D_1\parallel BD$，∴$EF\parallel BD$，

∴$EF\parallel$平面 $ABCD$，②正确；

$S_{\triangle AEF}$ 的面积为定值，B 到平面 AB_1D_1 的距离为定值，

∴三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值，③正确；

取 B_1D_1 的中点 O_1，连接 AO_1，可知 $AO_1\perp B_1D_1$，

∴AO_1 为 A 到 B_1D_1 的距离，$AO_1=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

B 到 B_1D_1 的距离为 BB_1，$BB_1=1$，

∴$\triangle AEF$ 的面积与 $\triangle BEF$ 的面积不相等，④错误，故选 B.

6. $(-\infty,\mathrm{e}+4)$

解析：若对 $\forall x_1\in[1,\mathrm{e}]$，都 $\exists x_2\in[1,\mathrm{e}]$，$f(x_1)>g(x_2)$，只需 $f(x)_{\min}>g(x)_{\min}$，

$f'(x)=\mathrm{e}^x-\frac{2}{x}$，当 $x\in[1,\mathrm{e}]$时，$f'(x)>0$，

∴$f(x)$为增函数，

∴$f(x)_{\min}=f(1)=\mathrm{e}$，

又∵$g(x)$在$[1,\mathrm{e}]$上的最小值为 $g(2)=4-8+m$，

只需 $4-8+m<\mathrm{e}$，∴$m<\mathrm{e}+4$.

7. $2\sqrt{5}$

解析：由$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$，知$\triangle AOB$ 是以 O 为顶点的等腰直角三角形. 又$|\overrightarrow{OA}|=\sqrt{10}$，

∴$|\overrightarrow{AB}|^2=20$，∴$|\overrightarrow{AB}|=2\sqrt{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. $x<y$

解析：$x^2-y^2=\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{2}-(a+b)$

$=\frac{2\sqrt{ab}-a-b}{2}=-\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}\leqslant 0$，

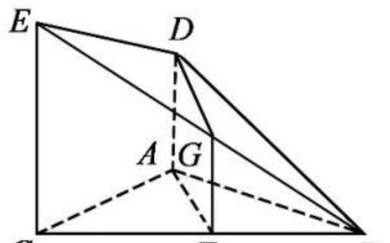
$\therefore x^2\leqslant y^2$.

$\because a,b$ 是不相等的正数，

$\therefore x>0,y>0,x\neq y$，

$\therefore x^2<y^2$，即 $x<y$.

9. **证明**：(1)取 BE 的中点 G，连接 GD,GF.



在△BCE 中，$GF\parallel\frac{1}{2}CE$，

$\because AD\perp$ 平面 ABC，$CE\perp$ 平面 ABC，

$\therefore AD\parallel CE$，又 $AD=\frac{1}{2}CE$，

$\therefore AD\parallel\frac{1}{2}CE$，

$\therefore GF\parallel AD$，$\therefore$ 四边形 $AFGD$ 是平行四边形，

$\therefore AF\parallel DG$.

又 $\because AF\not\subset$ 平面 BDE，$DG\subset$ 平面 BDE，

$\therefore AF\parallel$ 平面 BDE.

(2)$\because CE\perp$ 平面 ABC，$AF\subset$ 平面 ABC，

$\therefore CE\perp AF$.

$\because AB=AC$，F 为 BC 的中点，

$\therefore AF\perp BC$.

又 $\because CE\cap BC=C$，

$\therefore AF\perp$ 平面 BCE.

由(1)知 $DG\parallel AF$，

$\therefore DG\perp$ 平面 BCE.

又 $\because DG\subset$ 平面 BDE，

$\therefore$ 平面 $BDE\perp$ 平面 BCE.

10. **解**：(1)$f'(x)=1+2ax+\frac{b}{x}$.

由已知条件得 $\begin{cases}f(1)=0,\\f'(1)=2.\end{cases}$

即 $\begin{cases}1+a=0,\\1+2a+b=2.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=3.\end{cases}$

(2)证明：因为 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

由(1)知 $f(x)=x-x^2+3\ln x$.

设 $g(x)=f(x)-(2x-2)=2-x-x^2+3\ln x$，

则 $g'(x)=-1-2x+\frac{3}{x}=-\frac{(x-1)(2x+3)}{x}$.

当 $0<x<1$ 时，$g'(x)>0$；当 $x>1$ 时，$g'(x)<0$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 内单调递增，在 $(1,+\infty)$ 内单调递减. $g(x)$ 在 $x=1$ 处有极大值，即最大值.

而 $g(1)=0$，故当 $x>0$ 时，$g(x)\leqslant 0$，即 $f(x)\leqslant 2x-2$.

2.2.1 综合法和分析法(2)

基础知识梳理

(1)结论出发　充分条件　定理　定义　公理

题点知识巩固

1. **证明**：(1)$\because a,b,c$ 为三角形的三边长，

$\therefore\frac{a}{a+b+c}<\frac{a}{b+c}<\frac{2a}{a+b+c}$，

$\frac{b}{a+b+c}<\frac{b}{c+a}<\frac{2b}{a+b+c}$，

$\frac{c}{a+b+c}<\frac{c}{a+b}<\frac{2c}{a+b+c}$，

$\therefore 1<\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}<2$.

(2)设 $a=x+y,b=y+z,c=z+x(x,y,z>0)$.

要证明 $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)\leqslant abc$，

只需证 $8xyz\leqslant(x+y)(y+z)(z+x)$，

$\because x+y\geqslant 2\sqrt{xy}$，

$y+z\geqslant 2\sqrt{yz}$，

$z+x\geqslant 2\sqrt{zx}$，

$\therefore(x+y)(y+z)(z+x)\geqslant 8xyz$，

即 $(a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)\leqslant abc$.

2. **证明**：$\because 0<x<1,0<y<1$，

$\therefore 1+xy>0$，

$\therefore$ 要证明 $\frac{x+y}{1+xy}<1$，只需证 $x+y<1+xy$，

即证 $x-xy+y-1<0$，

即证 $(x-1)(1-y)<0$，

$\because 0<x<1,0<y<1$，

$\therefore 1-y>0,x-1<0$，

$\therefore(1-y)(x-1)<0$，$\therefore\frac{x+y}{1+xy}<1$.

3. **证明**：由已知得 $b^2=ac,2x=a+b,2y=b+c$，要证 $\frac{a}{x}+\frac{c}{y}=2$，只要证 $ay+cx=2xy$，

只要证 $2ay+2cx=4xy$，

$\because 2ay+2cx=a(b+c)+c(a+b)=ab+2ac+bc,4xy=(a+b)(b+c)=ab+b^2+ac+bc=ab+2ac+bc$，

$\therefore 2ay+2cx=4xy$，$\therefore$ 命题获证.

4. A　若对于任意的 $x>0$，不等式 $\frac{x}{x^2+3x+1}\leqslant a$ 恒成立，

则只需 $\left(\frac{x}{x^2+3x+1}\right)_{\max}\leqslant a$，

令 $f(x)=\frac{x}{x^2+3x+1}=\frac{1}{x+3+\frac{1}{x}}\leqslant\frac{1}{2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}+3}=\frac{1}{5}$，

当且仅当 $x=1$ 时，等号成立，

$\therefore a\geqslant\frac{1}{5}$，故选 A.

5. **证明**：(1)要证 $2\sqrt{a}-\sqrt{a-2}-\sqrt{a+2}>0$，

即证 $\sqrt{a+2}+\sqrt{a-2}<2\sqrt{a}$，

只要证 $(\sqrt{a+2}+\sqrt{a-2})^2<(2\sqrt{a})^2$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

只要证 $2a+2\sqrt{a^2-4}<4a$，

只要证 $\sqrt{a^2-4}<a$，由于 $a>2$，

只要证 $a^2-4<a^2$，

最后一个不等式显然成立，

所以 $\sqrt{a+2}+\sqrt{a-2}<2\sqrt{a}$，

即 $2\sqrt{a}-\sqrt{a-2}-\sqrt{a+2}>0$.

(2)因为 $a+b-ab=0$，$a>0$，$b>0$，所以 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$，

$a+b=(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=1+1+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=4$，

当且仅当 $\frac{b}{a}=\frac{a}{b}$，即 $a=b$ 时，等号成立，

所以 $a+b\geqslant 4$.

提能达标过关

1. B

2. D $(\sqrt{2}+\sqrt{10})^2-(2\sqrt{6})^2=2+2\sqrt{20}+10-24=4\sqrt{5}-12<0$，

$\therefore\sqrt{2}+\sqrt{10}<2\sqrt{6}$，故选 D.

3. C $\because a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，$a+b=2$，$\therefore ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=1$，

$\therefore(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=4$，$\therefore a^2+b^2=4-2ab\geqslant 2$.

4. C $\because P>0$，$Q>0$，

$\therefore$要比较 P、Q 的大小关系，

只需比较 P^2、Q^2 的大小关系，

$\because P^2=a+a+7+2\sqrt{a}\cdot\sqrt{a+7}=2a+7+2\sqrt{a^2+7a}$，

$Q^2=a+3+a+4+2\sqrt{a+3}\cdot\sqrt{a+4}=2a+7+2\sqrt{a^2+7a+12}$，

又 $a^2+7a+12>a^2+7a$，

$\therefore P^2<Q^2$，$P<Q$.

5. A $a=\lg 2+\lg 5=\lg 10=1$，

$b=e^x(x<0)<1$，

$\therefore a>b$，故选 A.

6. $2\sqrt{2}$

解析：$f(x)=\sqrt{x}+\sqrt{4-x}$ 的定义域为 $[0,4]$，

先求 $[f(x)]^2$ 的值域，

$[f(x)]^2=x+4-x+2\sqrt{x(4-x)}=4+2\sqrt{4x-x^2}\in[4,8]$，

$\therefore f(x)$ 的最大值为 $2\sqrt{2}$.

7. $AC\perp BD$(或底面为菱形)

解析：要证 $BD\perp A_1C$，只需证 $BD\perp$ 平面 AA_1C.

因为 $AA_1\perp BD$，只要再添加条件 $AC\perp BD$，

即可证明 $BD\perp$ 平面 AA_1C，从而有 $BD\perp A_1C$.

8. 丙

解析：若甲得了优秀，则甲、乙、丙说的都是假话，不合题意. 若乙得了优秀，则甲、乙、丙说的都是真话，也不合题意. 故丙得了优秀.

9. **证明**：$\because a>b>c$，

$\therefore a-b>0$，$b-c>0$，$a-c>0$，

要证 $\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\geqslant\frac{4}{a-c}$，

只需证 $\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)(a-c)\geqslant 4$，

即证 $\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)(a-b+b-c)\geqslant 4$，

$\because\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\geqslant 2\sqrt{\frac{1}{a-b}\cdot\frac{1}{b-c}}$，

$a-b+b-c\geqslant 2\sqrt{(a-b)(b-c)}$，

$\therefore\left(\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\right)(a-b+b-c)\geqslant 4$，

$\therefore\frac{1}{a-b}+\frac{1}{b-c}\geqslant\frac{4}{a-c}$.

10. **证明**：要证 $\tan\alpha=3\tan(\alpha+\beta)$，

只需证 $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{3\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}$，

只需证 $3\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha=\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)$，

只需证 $\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha+\cos(\alpha+\beta)\sin\alpha=2\cos(\alpha+\beta)\cdot\sin\alpha-2\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha$，

只需证 $\sin[(\alpha+\beta)+\alpha]=2\sin[\alpha-(\alpha+\beta)]$，

即 $\sin(2\alpha+\beta)=-2\sin\beta$，

只需证 $\sin(2\alpha+\beta)+2\sin\beta=0$.

因为 $\sin(2\alpha+\beta)+2\sin\beta=0$ 成立，

故等式 $\tan\alpha=3\tan(\alpha+\beta)$ 成立.

2.2.2 反证法

基础知识梳理

1. 不成立　原命题成立

2. 已知条件、假设、定义、公理、定理、事实

题点知识巩固

1. A

2. C $\because$用反证法证明命题时，应先假设命题的否定成立，而“$x^3<y^3$”的否定为“$x^3\geqslant y^3$”，故选 C.

3. D (1)的假设应为 $p+q>2$，故(1)的假设错误；(2)的假设应为 $|x_1|\geqslant 1$ 或 $|x_2|\geqslant 1$，不妨设 $|x_1|\geqslant 1$，故(2)的假设正确.

4. **证明**：假设 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$ 为同一等差数列的三项，

则存在整数 m，n 满足 $\sqrt{3}=\sqrt{2}+md$，　①

$\sqrt{5}=\sqrt{2}+nd$，　②

①$\times n$－②$\times m$ 得 $\sqrt{3}n-\sqrt{5}m=\sqrt{2}(n-m)$，

两边平方得 $3n^2+5m^2-2\sqrt{15}mn=2(n-m)^2$，

左边为无理数，右边为有理数，且有理数≠无理数，

所以，假设不正确.

故 $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{5}$ 不能为同一等差数列中的三项.

5. C

6. **证明**：假设 $\frac{1+m}{n}<2$，$\frac{1+n}{m}<2$ 都不成立，即

$$\begin{cases}\frac{1+m}{n}\geqslant 2,\\ \frac{1+n}{m}\geqslant 2.\end{cases}$$

$\because m$，n 都是正实数，

$$\therefore\begin{cases}1+m\geqslant 2n,\\ 1+n\geqslant 2m,\end{cases}$$

$\therefore 2+m+n\geqslant 2n+2m$，从而 $m+n\leqslant 2$，

这与条件 $m+n>2$ 矛盾，故假设不成立，

$\therefore$原不等式成立.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

1. C　由反证法的定义知，原结论不能作为条件使用，其他都可以.
2. C　②中可假设 $x=a$ 或 $x=b$，故选 C.
3. D
4. C　假设两个都不是正数，其和必不是正数，所以如果两个数之和为正数，则这两个数至少有一个是正数.
5. A　假设存在序号和数值均相等的项，即存在 n 使得 $a_n=b_n$，由题意 $a>b$，$n\in\mathbf{N}^*$，则恒有 $an>bn$，从而 $an+2>bn+1$ 恒成立，∴不存在 n 使 $a_n=b_n$.
6. 至少有两个钝角

   解析：“至多有一个”的否定词语是“至少有两个”.
7. ①②③④

   解析：对于①，$a+b\geqslant 0$，则 $a\geqslant -b$，$b\geqslant -a$，

   ∴$f(a)\geqslant f(-b)$，$f(b)\geqslant f(-a)$，

   ∴$f(a)+f(b)\geqslant f(-a)+f(-b)$，∴①正确，同理③正确；②用反证法：假设 $a+b<0$，则 $a<-b$，$b<-a$，∴$f(a)<f(-b)$，$f(b)<f(-a)$，∴$f(a)+f(b)<f(-a)+f(-b)$与条件矛盾，故 $a+b\geqslant 0$，从而②为真命题，④类似于②用反证法.
8. 存在 x_1，$x_2\in[0,1]$，使得当 $|f(x_1)-f(x_2)|<|x_1-x_2|$ 时，$|f(x_1)-f(x_2)|\geqslant\frac{1}{2}$

   解析：对于全称命题进行否定时，全称量词变为存在量词，还应注意结论的否定.
9. **解**：(1)证明：假设数列 $\{S_n\}$ 是等比数列，则 $S_2^2=S_1S_3$，

   即 $a_1^2(1+q)^2=a_1\cdot a_1\cdot(1+q+q^2)$，

   因为 $a_1\neq 0$，所以 $(1+q)^2=1+q+q^2$，

   即 $q=0$，这与公比 $q\neq 0$ 矛盾，所以数列 $\{S_n\}$ 不是等比数列.

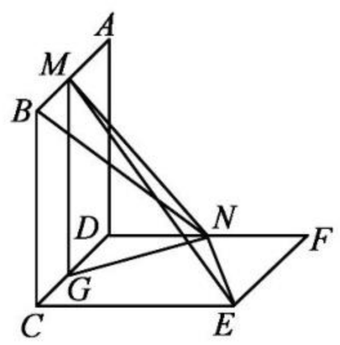
   (2)当 $q=1$ 时，$S_n=na_1$，故 $\{S_n\}$ 是等差数列；

   当 $q\neq 1$ 时，$\{S_n\}$ 不是等差数列，否则 $2S_2=S_1+S_3$，

   即 $2a_1(1+q)=a_1+a_1(1+q+q^2)$，

   得 $q=0$，这与公比 $q\neq 0$ 矛盾.

   综上，当 $q=1$ 时，数列 $\{S_n\}$ 是等差数列；当 $q\neq 1$ 时，数列 $\{S_n\}$ 不是等差数列.
10. **解**：(1)如图，取 CD 的中点 G，连接 MG，NG.



∵四边形 $ABCD$，$DCEF$ 为正方形，且边长为 2，

∴$MG\perp CD$，$MG=2$，$NG=\sqrt{2}$.

∵平面 $ABCD\perp$ 平面 $DCEF$，

∴$MG\perp$ 平面 $DCEF$，∴$MG\perp NG$.

∴$MN=\sqrt{MG^2+NG^2}=\sqrt{6}$.

(2)证明：假设直线 ME 与 BN 共面，则 $AB\subset$ 平面 $MBEN$，且平面 $MBEN$ 与平面 $DCEF$ 交于 EN，

∵两正方形不共面，∴$AB\not\subset$ 平面 $DCEF$.

又∵$AB\parallel CD$，∴$AB\parallel$ 平面 $DCEF$.

又∵EN 为平面 $MBEN$ 与平面 $DCEF$ 的交线，

∴$AB\parallel EN$.

又∵$AB\parallel CD\parallel EF$，

∴$EN\parallel EF$，这与 $EN\cap EF=E$ 矛盾，故假设不成立.

∴ME 与 BN 不共面，它们是异面直线.

第三章　数系的扩充与复数的引入

3.1　数系的扩充和复数的概念

3.1.1　数系的扩充和复数的概念

基础知识梳理

1. (1)$a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$　虚数单位　复数集　$\mathbf{C}$　(2)$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$　实部　虚部
2. $b=0$　$b\neq 0$　$a=0$ 且 $b\neq 0$　$a\neq 0$，$b\neq 0$
3. $b=d$

题点知识巩固

1. A　$3\mathrm{i}-\sqrt{2}$ 的虚部为 3，$-3+\sqrt{2}\mathrm{i}$ 的实部为 -3，

   ∴所求复数为 $3-3\mathrm{i}$，故选 A.
2. D　由题可知，$a=2$，故选 D.
3. D　由复数的分类，复数 $\begin{cases}\text{实数}\\ \text{虚数}\begin{cases}\text{纯虚数}\\ \text{非纯虚数}\end{cases}\end{cases}$

   可知 D 正确.
4. **解**：(1)由 $a^2-2a-15=0$，得 $a=-3$ 或 $a=5$，

   ∴当 $a=-3$ 或 $a=5$ 时，复数 z 为实数.

   (2)由 $a^2-2a-15\neq 0$，得 $a\neq -3$ 或 $a\neq 5$，

   ∴当 $a\neq -3$ 或 $a\neq 5$ 时，复数 z 为虚数.

   (3)由 $\begin{cases}a^2-a-6=0,\\ a^2-2a-15\neq 0,\end{cases}$ 得 $a=-2$ 或 $a=3$.

   ∴当 $a=-2$ 或 $a=3$ 时，复数 z 为纯虚数.
5. A　对于①，由于 x，$y\in\mathbf{C}$，所以 x，y 不一定是 $x+y\mathrm{i}$ 的实部和虚部，故①是假命题；

   对于②，两个虚数不能比较大小，故②是假命题；

   对于③，例如 $1^2+\mathrm{i}^2=1-1=0$，但 $1\neq 0$，$\mathrm{i}\neq 0$，故③是假命题；

   对于④，由于 $z>0$，则 $z\in\mathbf{R}$，所以 $x>0$，且 $y=0$，故④是真命题.
6. 3　-1

   解析：由复数相等的充要条件有 $\begin{cases}x+y-2=0,\\ x-y-4=0.\end{cases}$

   ∴$\begin{cases}x=3,\\ y=-1.\end{cases}$

提能达标过关

1. A　若 z 为纯虚数，则 $\begin{cases}a^2-1=0,\\ a-2\neq 0,\end{cases}$ 即 $a=\pm 1$，

   ∴“$a=1$”是“z 为纯虚数”的充分不必要条件，故选 A.
2. D　$(2+\sqrt{3})\mathrm{i}=0+(2+\sqrt{3})\mathrm{i}$，其实部是 0，虚部是 $2+\sqrt{3}$.
3. B　∵$M\cap N=\{3\}$，

   ∴$(m^2-3m-1)+(m^2-5m-6)\mathrm{i}=3$，

   ∴$\begin{cases}m^2-3m-1=3,\\ m^2-5m-6=0,\end{cases}$ ∴$m=-1$.

   故选 B.
4. B　①中，$a=-1$ 时，$(a+1)\mathrm{i}$ 是实数，①错；

   ②中，$-5\mathrm{i}$ 的实部为 0，②正确；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

③中，当 $x=-1$ 时，$(x^2-1)+(x^2+3x+2)\mathrm{i}=0$，③错；

④中，$z=3\mathrm{i}^2=-3$，为实数，故虚部为0，④错，故选B.

5. A ∵$3-\mathrm{i}$ 的虚部为-1，$3\mathrm{i}+\mathrm{i}^2$ 的实部为-1，∴所求复数为$-1-\mathrm{i}$，故选A.

6. 3

解析：由题意得 $m-3=0$，即 $m=3$.

7. $\pm\sqrt{2}$，5

解析：由题意得 $\begin{cases}a^2=2,\\-(2-b)=3,\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a=\pm\sqrt{2},\\b=5.\end{cases}$

8. 1

解析：∵复数大于零，

∴z 必为实数.

∴ $\begin{cases}\sqrt{3x-1}-x>0,\\x^2-4x+3=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}\sqrt{3x-1}>x,\\x=1\text{ 或 }x=3,\end{cases}$ 解得 $x=1$.

9. **解**：由 $(2x-1)+\mathrm{i}=y-(3-y)\mathrm{i}$，

得 $\begin{cases}2x-1=y,\\1=-3+y,\end{cases}$ ∴$x=\frac{5}{2}$，$y=4$.

由 $(2x+ay)-(4x-y+b)\mathrm{i}=9-8\mathrm{i}$，

得 $\begin{cases}2x+ay=9,\\4x-y+b=8,\end{cases}$

∴ $\begin{cases}5+4a=9,\\10-4+b=8,\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a=1,\\b=2.\end{cases}$

10. **解**：(1)由题意得 $\begin{cases}a^2-5a-6=0,\\a^2-1\neq0,\end{cases}$

即 $\begin{cases}a=-1\text{ 或 }a=6,\\a\neq\pm1,\end{cases}$

故当 $a=6$ 时，z 为实数.

(2)依题意有 $\begin{cases}a^2-5a-6\neq0,\\a^2-1\neq0,\end{cases}$

∴ $\begin{cases}a\neq-1\text{，且 }a\neq6,\\a\neq\pm1,\end{cases}$

∴$a\neq\pm1$ 且 $a\neq6$. 故当 $a\in\mathbf{R}$ 且 $a\neq\pm1$，6时，z 为虚数.

(3)依题意有 $\begin{cases}a^2-5a-6\neq0,\\\frac{a^2-7a+6}{a^2-1}=0,\end{cases}$

∴ $\begin{cases}a\neq-1\text{ 且 }a\neq6,\\a=6.\end{cases}$

∴不存在实数 a 使 z 为纯虚数.

3.1.2 复数的几何意义

基础知识梳理

1. 复平面　实轴　虚轴　实数　原点　纯虚数

题点知识巩固

1. A　$3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2=1+3\mathrm{i}$，故复数 $3\mathrm{i}-\mathrm{i}^2$ 对应的点的坐标为(1,3)，故选A.

2. $(-2,1)$

解析：由题可知$(m-1,m+2)$在第二象限，

∴ $\begin{cases}m-1<0,\\m+2>0,\end{cases}$ ∴$-2<m<1$.

3. C　两个虚数不能比较大小，A、B错；

$|z_1|=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$，$|z_2|=\sqrt{25+16}=\sqrt{41}$，

∴$|z_1|<|z_2|$，C正确，D错. 故选C.

4. A　由题可知 $\sqrt{(x-1)^2+(2x-1)^2}<\sqrt{10}$，

解得$-\frac{4}{5}<x<2$，故选A.

5. **解**：(1)由题意得 $\begin{cases}m^2-4=0,\\m^2-3m+2\neq0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=\pm2,\\m\neq1,m\neq2,\end{cases}$ 即 $m=-2$，

∴若复数 z 为纯虚数，则 $m=-2$.

(2)由题意得点 $A(m^2-4,m^2-3m+2)$，

由点 A 位于第二象限得：$\begin{cases}m^2-4<0,\\m^2-3m+2>0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}-2<m<2,\\m<1\text{ 或 }m>2,\end{cases}$ 即$-2<m<1$，

∴m 的取值范围为$(-2,1)$.

6. **解**：设 $z=b\mathrm{i}(b\neq0,b\in\mathbf{R})$，

又$|z-1|=|-1+\mathrm{i}|$，

∴$|b\mathrm{i}-1|=|-1+\mathrm{i}|$，

即 $b^2+1=2$，∴$b=\pm1$，

∴$z=\mathrm{i}$ 或 $z=-\mathrm{i}$.

提能达标过关

1. D　设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，

∵复数 z 对应的点在直线 $y=2x$ 上，

∴$b=2a$，

∵$|z|=\sqrt{5}$，∴$a^2+b^2=5$.

∴ $\begin{cases}a=1,\\b=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1,\\b=-2,\end{cases}$

∴$z=1+2\mathrm{i}$ 或 $z=-1-2\mathrm{i}$，故选D.

2. D　A中，虚数集中包含纯虚数，它在虚轴，故A错；B中，实部、虚部都是负数的虚数的集合与第三象限的点的集合是一一对应的，故B错；C中，实部是负数的复数可能在实半轴上，故C错；D正确.

3. C　因为两个虚数不能比较大小，故A、D错；$|2+3\mathrm{i}|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$，$|1-4\mathrm{i}|=\sqrt{1^2+(-4)^2}=\sqrt{17}$，$\sqrt{13}<\sqrt{17}$，故B错；在C中，$|2-\mathrm{i}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$，$2\mathrm{i}^2=-2$，$\sqrt{5}>-2$，故C正确.

4. D　$a^2-6a+10=(a-3)^2+1>0$，

$-b^2+4b-5=-(b^2-4b+4)-1=-(b-2)^2-1<0$，

∴复数 $(a^2-6a+10)+(-b^2+4b-5)\mathrm{i}$ 在复平面上对应的点在第四象限.

5. A　$-\sqrt{3}-\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点为$(-\sqrt{3},-1)$，

∴过原点$(0,0)$和点$(-\sqrt{3},-1)$的直线的斜率为 $\frac{-1-0}{-\sqrt{3}-0}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴直线的倾斜角为$\frac{\pi}{6}$，故选A.

6. 13

解析：∵$|z|=|-5-12\mathrm{i}|=\sqrt{(-5)^2+(-12)^2}=13$，

∴复数 z 的对应点到原点的距离为13.

7. $-2+3\mathrm{i}$

解析：$z_1=2-3\mathrm{i}$ 对应的点为 $A(2,-3)$，

A 关于原点的对称点 $B(-2,3)$.

∴$z_2=-2+3\mathrm{i}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. $6-\mathrm{i}$

解析：由题可知 $A(4,1)$，$B(3,4)$，$C(5,2)$，设 $D(x,y)$，在平行四边形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 的中点相同，

则 $\begin{cases}\dfrac{3+x}{2}=\dfrac{4+5}{2},\\ \dfrac{4+y}{2}=\dfrac{1+2}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=6,\\ y=-1,\end{cases}$

∴点 D 的坐标为 $(6,-1)$，对应的复数为 $6-\mathrm{i}$.

9. **解**：由题意 $\overrightarrow{OA}=(-3,-1)$，$\overrightarrow{OB}=(5,1)$，

∴$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(2,0)$.

则向量 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 对应的复数为 2；

∵$\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=(-8,-2)$，

∴向量 $\overrightarrow{BA}$ 对应的复数为 $-8-2\mathrm{i}$；

A，B 两点间的距离为

$|\overrightarrow{BA}|=\sqrt{(-8)^2+(-2)^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$.

10. **解**：(1)$|z_1|=\sqrt{2^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

(2)由于 $|z|=1$，

∴复数 z 所对应的点的轨迹是以原点为圆心，1 为半径的圆. 而 z_1 所对应的点为 $A(2,-2)$，则所求距离的最大值可以看成点 A 到圆 $x^2+y^2=1$ 上的点的最大距离，即 A 到圆心的距离加上半径.

∴最大距离为 $\sqrt{(2-0)^2+(-2-0)^2}+1=2\sqrt{2}+1$.

(3)满足 $1\leqslant|z|\leqslant|z_1|$，即满足 $1\leqslant|z|\leqslant2\sqrt{2}$ 的点 Z 的集合是以原点为圆心，半径分别为 1 和 $2\sqrt{2}$ 的圆环，其面积 $S=\pi\times(2\sqrt{2})^2-\pi\times1^2=8\pi-\pi=7\pi$.

3.2 复数代数形式的四则运算

3.2.1 复数代数形式的加减运算及其几何意义

基础知识梳理

1. (1)$(a+c)+(b+d)\mathrm{i}$　$(a-c)+(b-d)\mathrm{i}$　(2)z_2+z_1　$z_1+(z_2+z_3)$

2. (2)终点　$\overrightarrow{OZ_1}$

题点知识巩固

1. A　$z_1+z_2=2\mathrm{i}+1+\mathrm{i}=1+3\mathrm{i}$，

故 z_1+z_2 在复平面内对应的点为 $(1,3)$，在第一象限，故选 A.

2. **解**：$z=2m^2-3m-2+(m^2-3m+2)\mathrm{i}$.

(1)若 z 为实数，则 $m^2-3m+2=0$，则 $m=1$ 或 $m=2$.

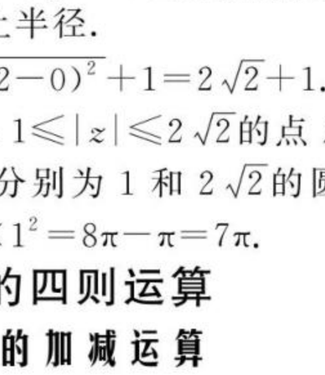
(2)若 z 为纯虚数，则 $\begin{cases}2m^2-3m-2=0,\\ m^2-3m+2\neq0,\end{cases}$

则 $m=-\dfrac{1}{2}$.

(3)$2m^2-3m-2+(m^2-3m+2)=0$，则 $m=0$ 或 $m=2$.

3. A　∵$\overrightarrow{P_2P_1}=\overrightarrow{OP_1}-\overrightarrow{OP_2}$，∴$\overrightarrow{P_2P_1}$ 对应的复数为 $z_1-z_2=3-4\mathrm{i}-(-5+2\mathrm{i})=(3+5)+(-4-2)\mathrm{i}=8-6\mathrm{i}$.

4. C　设 z_1+z_2 在复平面内对应的点为 N，则四边形 OM_1NM_2 为平行四边形，如图，



∴M_1M_2 的中点 M 为 $(4,3)$，

由 $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$ 知四边形 OM_1NM_2 的对角线相等，

∴四边形 OM_1NM_2 为矩形，

∴$|z_1|^2+|z_2|^2=|ON|^2=4|OM|^2=100$，故选 C.

5. **解**：设 $z_1=a+b\mathrm{i}$，$z_2=c+d\mathrm{i}(a,b,c,d\in\mathbf{R})$，

则 $|z_1|=\sqrt{a^2+b^2}=1$，$|z_2|=\sqrt{c^2+d^2}=1$，

$|z_1+z_2|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}=\sqrt{2}$，

∴$a^2+2ac+c^2+b^2+d^2+2bd=2$，

∴$2ac+2bd=0$，

$|z_1-z_2|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$

$=\sqrt{a^2-2ac+c^2+b^2-2bd+d^2}=\sqrt{2}$.

6. **解**：(1)∵$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$，∴$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DC}$.

∴$\overrightarrow{BC}$ 对应的复数为 $z=z_1-z_2=3+5\mathrm{i}-(-1+2\mathrm{i})=4+3\mathrm{i}$.

(2)∵$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{DC}$，

∴$\overrightarrow{BD}$ 对应的复数为 $z-z_2=4+3\mathrm{i}-(-1+2\mathrm{i})=5+\mathrm{i}$.

(3)由(1)(2)知，在平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=(-1,2)$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=(4,3)$，

∴$\cos\angle DAB=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|}=\dfrac{2}{\sqrt{5}\times5}=\dfrac{2\sqrt{5}}{25}$，

∴$\sin\angle DAB=\dfrac{11\sqrt{5}}{25}$.

∴平行四边形 $ABCD$ 的面积 $S=$

$|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{AB}|\sin\angle DAB=5\times\sqrt{5}\times\dfrac{11\sqrt{5}}{25}=11$.

提能达标过关

1. D　$z=z_1-z_2=2+\mathrm{i}-(1+2\mathrm{i})=1-\mathrm{i}$，其对应点位于第四象限.

2. D　∵$z+\mathrm{i}-3=3-\mathrm{i}$，

∴$z=3-\mathrm{i}-\mathrm{i}+3=6-2\mathrm{i}$，故选 D.

3. D　由题得 $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$，

而 $(3+\mathrm{i})-(-1+3\mathrm{i})=4-2\mathrm{i}$.

故 $\overrightarrow{CD}$ 对应的复数为 $4-2\mathrm{i}$. 故选 D.

4. D　∵$z_1-z_2=(1+5\mathrm{i})-(-3+3\mathrm{i})=4+2\mathrm{i}$，

∴$f(z_1-z_2)=f(4+2\mathrm{i})=4+2\mathrm{i}+\mathrm{i}=4+3\mathrm{i}$.

5. A　∵$z_1=a+4\mathrm{i}$，$z_2=-3+b\mathrm{i}$，∴$z_1+z_2=a-3+(b+4)\mathrm{i}$. 又∵$z_1+z_2$ 为实数，∴$b=-4$. 又 $z_1-z_2=(a+3)+(4-b)\mathrm{i}$ 为纯虚数，∴$\begin{cases}a+3=0,\\ 4-b\neq0,\end{cases}$∴$a=-3$.

6. 4

解析：∵$OC=xOA+yOB(x,y\in\mathbf{R})$，

∴$3-2\mathrm{i}=x(-1+2\mathrm{i})+y(1-\mathrm{i})$，

∴$3-2\mathrm{i}=-x+y+(2x-y)\mathrm{i}$，

∴$\begin{cases}3=-x+y,\\ -2=2x-y,\end{cases}$∴$\begin{cases}x=1,\\ y=4,\end{cases}$

∴$\dfrac{y}{x}=4$.

7. $\sqrt{2}-1$

解析：$|z|=1$ 表示复数 z 对应的点在以原点为圆心，1 为半径的圆上，

$|z-1-\mathrm{i}|$ 表示复数 z 对应的点到 $1+\mathrm{i}$ 对应的点的距离，

则 $1+\mathrm{i}$ 对应的点为 $(1,1)$，到原点的距离为 $\sqrt{2}$，

∴$|z-1-\mathrm{i}|$ 的最小值为 $\sqrt{2}-1$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 6

解析：$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=(3,2)+(0,-4)=(3,-2)$.

$\therefore B$ 点坐标为$(3,-2)$.

又$\because A$ 点坐标为$(3,2)$,

$\therefore AB\perp x$ 轴，且$|AB|=4$,

$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}\times4\times3=6$.

9. **解**：(1)$(-2+3\mathrm{i})+(5-\mathrm{i})$

$=(-2+5)+(3-1)\mathrm{i}$

$=3+2\mathrm{i}$.

(2)$(-1+\sqrt{2}\mathrm{i})+(1+\sqrt{2}\mathrm{i})$

$=(-1+1)+(\sqrt{2}+\sqrt{2})\mathrm{i}$

$=2\sqrt{2}\mathrm{i}$.

(3)$(5-6\mathrm{i})+(-2-2\mathrm{i})-(3+3\mathrm{i})$

$=(5-2-3)+(-6-2-3)\mathrm{i}$

$=-11\mathrm{i}$.

(4)$(a+b\mathrm{i})-(2a-3b\mathrm{i})-3\mathrm{i}$

$=(a-2a)+(b+3b-3)\mathrm{i}$

$=-a+(4b-3)\mathrm{i}$.

10. **解**：解法一：设 $z_1=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$,

$z_2=c+d\mathrm{i}(c,d\in\mathbf{R})$,

则$|z_1|=\sqrt{a^2+b^2}=1$,$|z_2|=\sqrt{c^2+d^2}=1$.

即 $a^2+b^2=1$,$c^2+d^2=1$,

$\because z_1+z_2=(a+c)+(b+d)\mathrm{i}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$,

$\therefore a+c=\frac{1}{2}$,$b+d=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

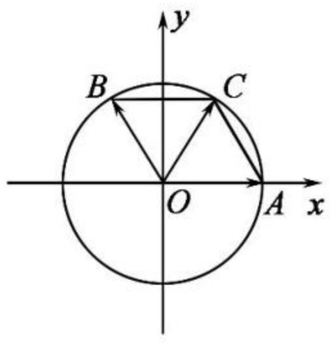
解方程组$\begin{cases}a^2+b^2=1,\\c^2+d^2=1,\\a+c=\frac{1}{2},\\b+d=\frac{\sqrt{3}}{2},\end{cases}$得$\begin{cases}a=-\frac{1}{2},\\b=\frac{\sqrt{3}}{2},\\c=1,\\d=0\end{cases}$或$\begin{cases}a=1,\\b=0,\\c=-\frac{1}{2},\\d=\frac{\sqrt{3}}{2}.\end{cases}$

$\therefore z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$,$z_2=1$;

或 $z_1=1$,$z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.

$|z_1-z_2|=\sqrt{3}$.

解法二：设 z_1、z_2、z_1+z_2 对应的向量分别为$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$，则因$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OC}|=1$，故 A、B、C 三点均在以原点为圆心，半径为 1 的圆上，如图所示，由平行四边形法则和余弦定理，易得



$\cos\angle AOC=\frac{|\overrightarrow{OA}|^2+|\overrightarrow{OC}|^2-|\overrightarrow{AC}|^2}{2|\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OC}|}=\frac{1}{2}$,

故 $\angle AOC=60^\circ$，$\therefore$ $\square OACB$ 为菱形，且 $\triangle BOC$，$\triangle COA$ 都是等边三角形，即$\angle AOB=120^\circ$.

又$\because\overrightarrow{OC}$与实轴正半轴的夹角为 60°，故点 A 在实轴上，即 $A(1,0)$.

而 $x_B=|\overrightarrow{OB}|\cos120^\circ=-\frac{1}{2}$，$y_B=|\overrightarrow{OB}|\sin120^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为$\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$\therefore\begin{cases}z_1=1,\\z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\end{cases}$或$\begin{cases}z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i},\\z_2=1,\end{cases}$

$\therefore|z_1-z_2|=\left|\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right|=\sqrt{3}$.

3.2.2 复数代数形式的乘除运算(1)

基础知识梳理

$(ac-bd)+(ad+bc)\mathrm{i}$　$\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}\mathrm{i}$

题点知识巩固

1. A　$z=(1+\mathrm{i})(2+\mathrm{i})=2+2\mathrm{i}+\mathrm{i}+\mathrm{i}^2=1+3\mathrm{i}$，复数 z 在复平面上对应的点为$(1,3)$，在第一象限，故选 A.

2. 2

解析：设 $z=x+y\mathrm{i}(x,y\in\mathbf{R})$,

则 $\mathrm{i}(x+y\mathrm{i})=1+2\mathrm{i}$,

$\therefore-y+x\mathrm{i}=1+2\mathrm{i}$,

$\therefore\begin{cases}-y=1,\\x=2,\end{cases}\therefore\begin{cases}x=2,\\y=-1,\end{cases}$

$\therefore z=2-\mathrm{i}$，$z$ 的实部为 2.

3. D　$\because(1+2\mathrm{i})z=4+3\mathrm{i}$,

$\therefore z=\frac{4+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\frac{(4+3\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\frac{4-8\mathrm{i}+3\mathrm{i}+6}{5}=2-\mathrm{i}$,

$\therefore$ 复数 z 对应的点为$(2,-1)$，位于复平面内的第四象限，故选 D.

4. -3

解析：$z=\frac{(\mathrm{i}-1)^2+4}{\mathrm{i}+1}=\frac{\mathrm{i}^2-2\mathrm{i}+5}{\mathrm{i}+1}=\frac{4-2\mathrm{i}}{\mathrm{i}+1}=\frac{(4-2\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{4-4\mathrm{i}-2\mathrm{i}+2\mathrm{i}^2}{2}=1-3\mathrm{i}$,

$\therefore$ 复数 z 的虚部为 -3.

5. 4

解析：$\because\frac{x}{1-\mathrm{i}}+\frac{y}{1-2\mathrm{i}}=\frac{x(1+\mathrm{i})}{2}+\frac{y(1+2\mathrm{i})}{5}=\left(\frac{x}{2}+\frac{y}{5}\right)+\left(\frac{x}{2}+\frac{2y}{5}\right)\mathrm{i}$，$\frac{5}{1-3\mathrm{i}}=\frac{5(1+3\mathrm{i})}{10}=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\mathrm{i}$，又$\because x,y\in\mathbf{R}$，$\therefore\begin{cases}\frac{x}{2}+\frac{y}{5}=\frac{1}{2},\\\frac{x}{2}+\frac{2y}{5}=\frac{3}{2}.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-1,\\y=5.\end{cases}$

$\therefore x+y=4$.

6. **解**：(1)$(2+3\mathrm{i})^2=4+12\mathrm{i}+9\mathrm{i}^2=4+12\mathrm{i}-9=-5+12\mathrm{i}$.

(2)$\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\right)(1+\mathrm{i})$

$=\mathrm{i}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}\right)(1+\mathrm{i})$

$=\mathrm{i}\left(\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}-\frac{1}{4}\right)(1+\mathrm{i})$

$=\left(\frac{1}{2}\mathrm{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(1+\mathrm{i})=\frac{1}{2}\mathrm{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}=-\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)$(1+i)(1-i)+(-1+i)=1+1-1+i=1+i$.

(4)$\dfrac{-2+3i}{1+2i}=\dfrac{(-2+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}$

$=\dfrac{(-2+6)+(3+4)i}{1^2+2^2}$

$=\dfrac{4}{5}+\dfrac{7}{5}i$.

(5)解法一:$\dfrac{3+2i}{2-3i}-\dfrac{3-2i}{2+3i}$

$=\dfrac{(3+2i)(2+3i)-(3-2i)(2-3i)}{(2-3i)(2+3i)}$

$=\dfrac{6+13i-6-6+13i+6}{4+9}=\dfrac{26i}{13}=2i$.

解法二:$\dfrac{3+2i}{2-3i}-\dfrac{3-2i}{2+3i}=\dfrac{i(2-3i)}{2-3i}-\dfrac{-i(2+3i)}{2+3i}=i+i=2i$.

提能达标过关

1. C　$\dfrac{5+3i}{4-i}=\dfrac{(5+3i)(4+i)}{(4-i)(4+i)}=\dfrac{20+17i-3}{17}=1+i$,故选 C.

2. D　∵$z\cdot i=3+2i$,

∴$z=\dfrac{3+2i}{i}=\dfrac{(3+2i)i}{i^2}=-(3i+2i^2)=2-3i$,

∴复数 z 的虚部为 -3. 故选 D.

3. C　∵$z(1+\sqrt{3}i)=|1+\sqrt{3}i|$,

∴$z=\dfrac{|1+\sqrt{3}i|}{1+\sqrt{3}i}=\dfrac{2(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$,故选 C.

4. A　$\dfrac{7+i}{3+4i}=\dfrac{(7+i)(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\dfrac{21+3i-28i+4}{25}=1-i$.

5. C　$z=\dfrac{\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}=\dfrac{\sqrt{3}i(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}=\dfrac{\sqrt{3}i+3}{4}=\dfrac{3}{4}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}i$,

∴z 的虚部为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. 故选 C.

6. $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$

解析:$\dfrac{1-i}{(1+i)^2}=\dfrac{1-i}{2i}=\dfrac{(1-i)i}{2i\cdot i}=\dfrac{i+1}{-2}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

7. $-2+i$

解析:原式$=\dfrac{4+3i+4i-3}{2-2i-i-1}=\dfrac{1+7i}{1-3i}$

$=\dfrac{(1+7i)(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)}=\dfrac{1+3i+7i-21}{10}=-2+i$.

8. 8

解析:由题意得$(a+bi)(1-2i)=11-7i$,

即 $a-2ai+bi+2b=11-7i$,

$a+2b+(b-2a)i=11-7i$.

∴$\begin{cases}a+2b=11,\\ b-2a=-7,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=5,\\ b=3.\end{cases}$∴$a+b=8$.

9. **解**:(1)$z_1\cdot z_2=(1-i)(2+2i)=4$.

(2)由$\dfrac{1}{z}=\dfrac{1}{z_1}+\dfrac{1}{z_2}$,得$z=\dfrac{z_1\cdot z_2}{z_1+z_2}$,

$z=\dfrac{4}{(1-i)+(2+2i)}=\dfrac{4}{3+i}=\dfrac{6-2i}{5}$.

10. **解**:(1)$(1+3i)\cdot z=(1+3i)(3+bi)=(3-3b)+(9+b)i$,

∵$(1+3i)\cdot z$ 是纯虚数,

∴$3-3b=0$ 且 $9+b\neq0$,即 $b=1$.

∴$z=3+i$.

(2)$\omega=\dfrac{z}{2+i}=\dfrac{3+i}{2+i}=\dfrac{(3+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{7-i}{5}=\dfrac{7}{5}-\dfrac{1}{5}i$.

∴$|\omega|=\sqrt{\left(\dfrac{7}{5}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{5}\right)^2}=\sqrt{2}$.

3.2.2　复数代数形式的乘除运算(2)

基础知识梳理

2. 共轭复数　$a-bi$

题点知识巩固

1. B　$|z+\bar{z}|=|1-\sqrt{2}i+1+\sqrt{2}i|=2$,故选 B.

2. C　$z=\dfrac{4+bi}{1-i}=\dfrac{(4+bi)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{4-b+(4+b)i}{2}=\dfrac{4-b}{2}+\dfrac{4+b}{2}i$,

∴复数 z 的实部为$\dfrac{4-b}{2}$,

即$\dfrac{4-b}{2}=-1$,∴$b=6$,

∴$z=-1+5i$,

∴$\bar{z}-b=-1-5i-6=-7-5i$,

∴$\bar{z}-b$ 在复平面上对应的点位于第三象限,故选 C.

3. C　$z=\dfrac{-2+i}{i^{2\,019}}=\dfrac{-2+i}{i^3}=\dfrac{(-2+i)i}{i^4}=-2i+i^2=-1-2i$,

∴z 的共轭复数为$\bar{z}=-1+2i$,

∴$\bar{z}$ 的虚部为 2,故选 C.

4. D　$\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2\,020}=\left[\dfrac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}\right]^{2\,020}=i^{2\,020}=1$,故选 D.

5. **解**:设 x_0 是方程的实数根,代入方程并整理得

$(x_0^2+kx_0+2)+(2x_0+k)i=0$.

由复数相等的充要条件得$\begin{cases}x_0^2+kx_0+2=0,\\ 2x_0+k=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x_0=\sqrt{2},\\ k=-2\sqrt{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=-\sqrt{2},\\ k=2\sqrt{2}.\end{cases}$∴$k$ 的值为 $-2\sqrt{2}$ 或 $2\sqrt{2}$.

6. **解**:(1)设 $z=a+bi(a,b\in\mathbf{R}$ 且 $a>0)$,

由$|z|=\sqrt{5}$,得 $a^2+b^2=5$.

又复数$(1+3i)z=(a-3b)+(3a+b)i$ 在复平面内对应的点在第一、三象限的角平分线上,

则 $a-3b=3a+b$,即 $a=-2b$,

又 $a>0$,所以 $a=2$,$b=-1$,所以 $z=2-i$.

(2)$\bar{z}+m^2(1+i)-2i+2m-5=m^2+2m-3+(m^2-1)i$为纯虚数,

所以$\begin{cases}m^2-1\neq0,\\ m^2+2m-3=0,\end{cases}$

解得 $m=-3$.

提能达标过关

1. B　$z=\dfrac{i}{3+i}=\dfrac{i(3-i)}{(3+i)(3-i)}=\dfrac{3i-i^2}{10}=\dfrac{1}{10}+\dfrac{3i}{10}$,

∴$\bar{z}=\dfrac{1}{10}-\dfrac{3}{10}i$,故选 B.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. C $\because z-\mathrm{i}=3+\mathrm{i}$，$\therefore z=3+2\mathrm{i}$，

$\therefore |\bar{z}|=|3-2\mathrm{i}|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$，故选 C.

3. D $z=\dfrac{1-3\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(1-3\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=2-\mathrm{i}$，

$\therefore z\cdot\bar{z}=(2-\mathrm{i})(2+\mathrm{i})=5$，故选 D.

4. B $z_1z_2=(1+2\mathrm{i})[m+(m-1)\mathrm{i}]$

$=m+(m-1)\mathrm{i}+2m\mathrm{i}+2(m-1)\mathrm{i}^2$

$=(m-2m+2)+(3m-1)\mathrm{i}$，

由题意得 $\begin{cases}m-2m+2>0,\\3m-1>0,\\m-2m+2=3m-1,\end{cases}$ 解得 $m=\dfrac{3}{4}$.

5. D 设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则 $\bar{z}=a-b\mathrm{i}$，

$\therefore \sqrt{a^2+b^2}-(a-b\mathrm{i})=\dfrac{10}{1-2\mathrm{i}}$，

$\sqrt{a^2+b^2}-a+b\mathrm{i}=2+4\mathrm{i}$.

$\therefore \begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-a=2,\\b=4,\end{cases}$ 解得 $a=3$.

$\therefore z=3+4\mathrm{i}$.

6. 5

解析：$\because z=(1+2\mathrm{i})(3-\mathrm{i})=3+6\mathrm{i}-\mathrm{i}+2=5+5\mathrm{i}$，

$\therefore z$ 的实部是 5.

7. 2

解析：$\because a,b\in\mathbf{R}$，$a=(1+\mathrm{i})(1-b\mathrm{i})=(1+b)+(1-b)\mathrm{i}$，

$\therefore \begin{cases}a=1+b,\\1-b=0.\end{cases}\therefore \begin{cases}a=2\\b=1.\end{cases}$

$\therefore \dfrac{a}{b}=2$.

8. $\dfrac{3}{5}$

解析：解法一：$\dfrac{3}{(2-\mathrm{i})^2}=\dfrac{3}{3-4\mathrm{i}}=\dfrac{3(3+4\mathrm{i})}{25}=\dfrac{9}{25}+\dfrac{12}{25}\mathrm{i}$，

其对应点的坐标为 $\left(\dfrac{9}{25},\dfrac{12}{25}\right)$，它到原点的距离为

$\sqrt{\left(\dfrac{9}{25}\right)^2+\left(\dfrac{12}{25}\right)^2}=\dfrac{15}{25}=\dfrac{3}{5}$.

解法二：复数 $\dfrac{3}{(2-\mathrm{i})^2}$ 对应点到原点的距离为

$\left|\dfrac{3}{(2-\mathrm{i})^2}\right|=\dfrac{3}{|2-\mathrm{i}|^2}=\dfrac{3}{5}$.

9. **解**：(1) $\because z=1-\mathrm{i}$，$\bar{z}=1+\mathrm{i}$，

$\therefore x(1+\mathrm{i})+1-\mathrm{i}=y$，

$\therefore x+1+(x-1)\mathrm{i}=y$，

$\therefore \begin{cases}x+1=y,\\x-1=0,\end{cases}\therefore \begin{cases}x=1,\\y=2.\end{cases}$

(2) $\because (a+\mathrm{i})\cdot z=(a+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})=a+1+(1-a)\mathrm{i}$ 是纯虚数，

$\therefore \begin{cases}a+1=0,\\1-a\neq0,\end{cases}\therefore a=-1$.

10. **解**：(1)证明：设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R}$，且 $a\neq0)$，

则 $a^2+b^2=1$.

$\because \dfrac{z}{1+z^2}=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{1+(a+b\mathrm{i})^2}=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{1+a^2-b^2+2ab\mathrm{i}}$

$=\dfrac{a+b\mathrm{i}}{2a^2+2ab\mathrm{i}}=\dfrac{1}{2a}$，又 $a\in\mathbf{R}$，$\therefore \dfrac{1}{2a}\in\mathbf{R}$，

$\therefore \dfrac{z}{1+z^2}$ 必为实数.

(2)由(1)知 $\dfrac{z}{1+z^2}=\dfrac{1}{2a}(a\neq0)$，$a^2+b^2=1$，

$\therefore -1\leqslant a\leqslant1$，且 $a\neq0$，$\therefore \dfrac{1}{2a}\leqslant-\dfrac{1}{2}$，或 $\dfrac{1}{2a}\geqslant\dfrac{1}{2}$.

即 $\dfrac{z}{1+z^2}$ 对应的点是 x 轴除去 $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$ 这个区间的所有点(两条射线).

第四章 框 图

4.1 流程图

基础知识梳理

1. (1)图形符号 文字说明 动态过程 一个 一个或多个 (2)从左到右 从上到下 (3)基本单元 流程线

2. (1)工业生产 (3)程序流程图 工序流程图

题点知识巩固

1. A 由程序框图可知，空白框中应填 $A=\dfrac{1}{2+A}$，故选 A.

2. B 输入 $N=20$，$\therefore \dfrac{N}{i}=10$，$\therefore T=1$，$i=3$；

$\therefore \dfrac{N}{i}=\dfrac{20}{3}$，$i=4$；

$\therefore \dfrac{N}{i}=5$，$T=2$，$i=5$，跳出循环，

输出 2，故选 B.

3. A 由流程图可知，设备采购的下一道工序是设备安装.

4. C 由流程图可知不被通过审查的环节有 3 处，故选 C.

5. D 执行该程序框图，第一次循环，$i=1$，$k=1$，$T=1$，否；

第二次循环，$i=2$，$k=3$，$T=4$，否；

第三次循环，$i=3$，$k=6$，$T=10$，否；

第四次循环，$i=4$，$k=10$，$T=20$，否；

第五次循环，$i=5$，$k=15$，$T=35$，否；

第六次循环，$i=6$，$k=21$，$T=56$，否；

第七次循环，$i=7$，$k=28$，$T=84$，是，退出循环. 输出 T 的值为 84，故选 D.

6. D 由框图可知，其统计的是成绩大于或等于 110 的人数，由茎叶图可知，成绩大于或等于 110 的人数为 9，所以输出的结果为 9，故选 D.

提能达标过关

1. B 工序流程图中可以出现循环回路，类似于算法流程图中的循环结构.

2. B

3. D 输入 $x=3$，则 $x=\dfrac{3\times4}{2}=6<100$，

则 $x=\dfrac{6\times7}{2}=21<100$，

$x=\dfrac{21\times22}{2}=231>100$，退出循环，

$\therefore$ 输出 $x=231$，故选 D.

4. B 在烧开水的等待时间里可以洗水壶、洗茶杯、取茶叶，再沏茶，故至少需要 $5+1=6$ 分钟，故选 B.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. B　由流程图可知加工零件有 3 道工序：粗加工、返修加工和精加工，每道工序完成都要对产品进行检验，粗加工的合格品进入精加工，不合格品进入返修加工，返修加工的合格品进入精加工，不合格品作为废品处理；精加工的合格品为成品，不合格品为废品. 由上可知一件成品至少要经过粗加工、检验、精加工、检验 4 道程序.

6. $r=1$?

解析：当余数为 1 时是奇数，由判断框知，当满足条件时，x 是奇数.

∴应填“$r=1$?”.

7. -3

解析：第一次循环：$k=1$，$s=1$，$s=2\times1-1=1$，$k=2$；

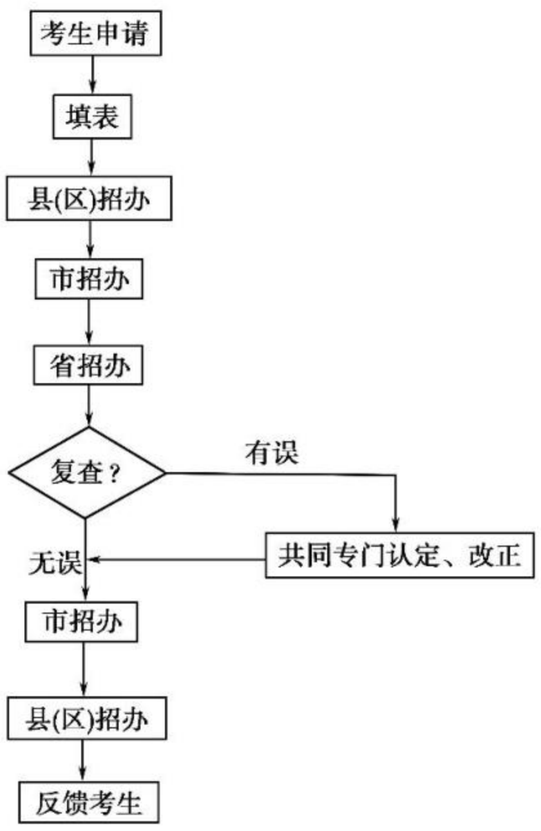
第二次循环：$s=2\times1-2=0$，$k=3$；

第三次循环：$s=2\times0-3=-3$，$k=4$，跳出循环，输出 -3.

8. $y=2^{x-1}$

解析：由程序框图知输出的实数对(x,y)依次为$(1,1)\rightarrow(2,2)\rightarrow(3,4)\rightarrow(4,8)$，它们都在函数 $y=2^{x-1}$ 的图象上.

9. **解**：流程图如下：



4.2　结构图

基础知识梳理

1. 系统结构　从上到下　从属关系

2. (1)知识结构图　组织结构图　(2)树形结构图　环形结构图

题点知识巩固

1. B

2. B

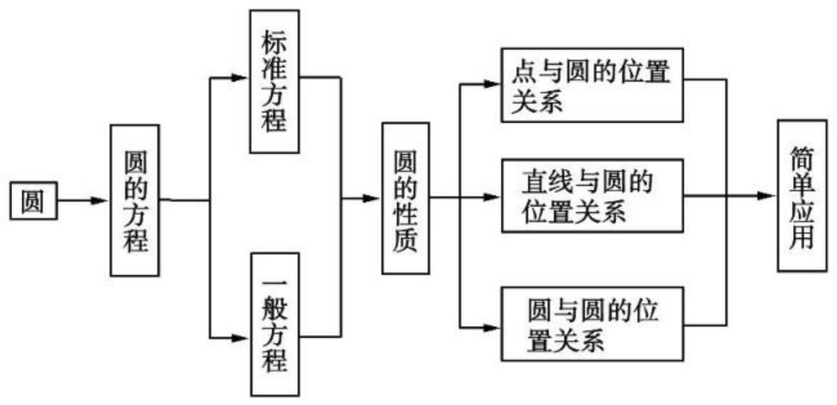
3. 产品结构　生产计划　库存状态

4. 专家办公室　咨询部、监理部、信息部

5. 数乘

解析：若向量 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}(\boldsymbol{b}\neq\boldsymbol{0})$，则 $\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$，易知向量共线的充要条件应属于数乘运算.

6. **解**：知识结构图如图所示：



提能达标过关

1. C

2. C　∵集合的运算包括交集、并集 、补集，

∴框①中应填入交集，故选 C.

3. B

4. C　要素为：基本导数公式、函数四则运算求导法则、复合函数求导法则. 共有 3 个.

5. C　A 选项中没有涉及导数的运算和应用；B 选项把导数的几何意义忽略了；D 选项中导数前面的三个要素有先后顺序，不是并列的.

6. 指数函数、对数函数和幂函数

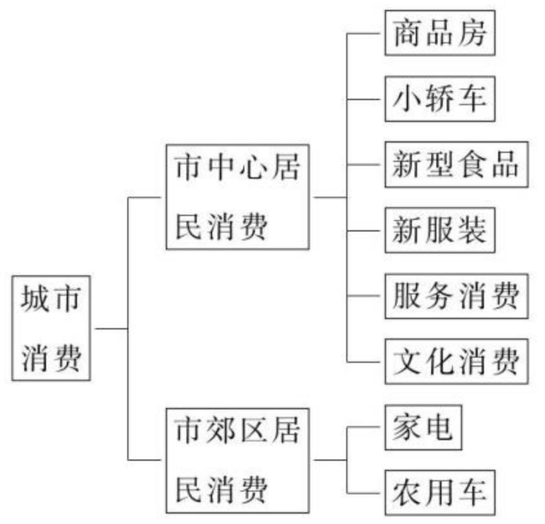
解析：根据题意可知，这是函数一章的知识结构图，按照从左到右的顺序阅读，可知基本初等函数的“下位”包含三个函数.

7. 环

解析：结构图中含有“环”形结构，表示的是逻辑的先后关系.

8. 随机事件

9. **解**：



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二部分 阶段检测

阶段质量测试卷(一)

1. C C 中随机变量 K^2 的观测值越大,则判断"X 与 Y 有关系"的把握程度越大,C 错,A、B、D 正确,故选 C.

2. D 能使所有数据点都在它附近的直线不止一条,而据回归直线的定义知,只有用最小二乘法求得的回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 才是回归直线,所以①不正确,②正确. 当 $x=25$ 时,$\hat{y}=0.50\times25-0.81=11.69$,故③正确. 由回归方程的意义知④正确.

3. D $\overline{x}=\frac{1}{6}\times(0+1+4+5+6+8)=4$,

$\overline{y}=\frac{1}{6}\times(1.3+1.8+5.6+6.1+7.4+9.3)=5.25$.

$\hat{a}=5.25-1.03\times4=1.13$.

故选 D.

4. D 由 R^2 的意义知①②正确,③也正确.

5. D

6. B $\overline{x}=(4+2+3+5)\times\frac{1}{4}=3.5$,

$\overline{y}=(49+26+39+54)\times\frac{1}{4}=42$,

将$(\overline{x},\overline{y})$代入 $\hat{y}=9.4x+\hat{a}$ 中,得 $\hat{a}=42-9.4\times3.5=9.1$,

∴回归方程为 $\hat{y}=9.4x+9.1$,当 $x=6$ 时,$\hat{y}=65.5$,故选 B.

7. B 由 $\sum\limits_{i=1}^{8}x_i=6$,得 $\overline{x}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$,

由 $\sum\limits_{i=1}^{8}y_i=2$,得 $\overline{y}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$,

将 $\left(\frac{3}{4},\frac{1}{4}\right)$代入 $\hat{y}=\frac{1}{2}x+\hat{a}$,得 $\hat{a}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=-\frac{1}{8}$,故选 B.

8. D $K^2=\frac{250\times(90\times70-30\times60)^2}{120\times130\times150\times100}=21.63>10.828$,

∴有 99.9% 以上认为性别和读营养说明书有关,故选 D.

9. D 残差点分布的带状区域的宽度越窄相关指数越大,①错;对分类变量 X 与 Y,若它们的随机变量 K^2 的观测值 k 越大,则判断"X 与 Y 有关系"的把握程度越大,④错;②③正确,故选 D.

10. A 由所给数据可知 X 与 Y 负相关,U 与 V 正相关,∴$r_1<0<r_2$,故选 A.

11. B 先求回归直线方程,由表中数据计算得 $\overline{x}=9$,$\overline{y}=4$,∴$\hat{a}=4-0.7\times9=-2.3$,

∴回归方程为 $\hat{y}=0.7x-2.3$. 当 $x=14$ 时,$\hat{y}=7.5$.

12. A 由样本数据知,x 与 y 负相关,∴$b<0$. 又当 $x=3$ 时,$y=4$,∴$a=4-3b>0$,故选 A.

13. 47 92 88 82 53

解析:由 $45+E=98$,得 $E=53$,∴$C=E+35=88$,由 $B+88=180$,得 $B=92$. ∴$A+45=92$,∴$A=47$.

由 $A+35=D$,得 $D=47+35=82$.

14. 10.5

解析:由题意知,$\hat{y}=0.8x+2+e$,将 $x=10$ 代入回归方程,可得 $9.5\leqslant\hat{y}\leqslant10.5$.

15. 0.01

解析:由 2×2 列联表可求得随机变量 K^2 的观测值 $k=\frac{81\times(10\times16-40\times15)^2}{25\times56\times50\times31}\approx7.227>6.635$.

∵$P(K^2\geqslant6.635)\approx0.01$,∴"$X$ 与 Y 之间有关系",这个结论出错的概率仅为 0.01.

16. $\frac{1}{3}$

解析:由表中数据计算得$\overline{x}=8.5$,$\overline{y}=80$,

∴$\hat{a}=80+20\times8.5=250$,∴$\hat{y}=-20x+250$. 当 $x=8$ 时,$\hat{y}=90$;当 $x=8.2$ 时,$\hat{y}=86$;当 $x=8.4$ 时,$\hat{y}=82$;当 $x=8.6$ 时,$\hat{y}=78$;当 $x=8.8$ 时,$\hat{y}=74$;当 $x=9$ 时,$\hat{y}=70$. 因此,样本点在回归直线下方的有(8.2,84),(9,68). 故所求的概率为 $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

17. **解**:(1)由表可知,积极参加班级工作的学生有 24 人,而总人数为 50 人,

则抽到积极参加班级工作的学生的概率 $P=\frac{24}{50}=\frac{12}{25}$.

(2)由公式

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

$=\frac{50\times(18\times19-6\times7)^2}{25\times25\times24\times26}\approx11.5>10.828$,

在犯错误的概率不超过 0.001 的前提下,可以认为学生的学习积极性与对待班级工作的态度有关系.

18. **解**:(1)由折线图中数据和附注中参考数据得

$\overline{t}=4$,$\sum\limits_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2=28$,$\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{7}(y_i-\overline{y})^2}=0.55$,

$\sum\limits_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})=\sum\limits_{i=1}^{7}t_iy_i-\overline{t}\sum\limits_{i=1}^{7}y_i=40.17-4\times9.32$

$=2.89$,$r\approx\frac{2.89}{0.55\times2\times2.646}\approx0.99$.

因为 y 与 t 的相关系数近似为 0.99,说明 y 与 t 的线性相关程度相当高,从而可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系.

(2)由 $\overline{y}=\frac{9.32}{7}\approx1.331$ 及(1)得 $\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{7}(t_i-\overline{t})^2}$

$=\frac{2.89}{28}\approx0.103$,

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{t}\approx1.331-0.103\times4\approx0.92$.

所以,y 关于 t 的回归方程为 $\hat{y}=0.92+0.10t$.

将 2016 年对应的 $t=9$ 代入回归方程得 $\hat{y}=0.92+0.10\times9=1.82$.

所以预测 2016 年我国生活垃圾无害化处理量将约为 1.82 亿吨.

19. **解**:(1)第二种生产方式的效率更高,理由如下:

①由茎叶图可知:用第一种生产方式的工人中,有 75% 的工人完成生产任务所需时间至少 80 min,用第二种生产方式的工人中,有 75% 的工人完成生产任务所需时间至多 79 min,因此第二种生产方式的效率更高.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

②由茎叶图可知:用第一种生产方式的工人完成生产任务所需时间的中位数为 85.5 min,用第二种生产方式的工人完成生产任务所需时间的中位数为 73.5 min,因此第二种生产方式的效率更高.

③由茎叶图可知:用第一种生产方式的工人完成生产任务平均所需时间高于 80 min;用第二种生产方式的工人完成生产任务平均所需时间低于 80 min,因此第二种生产方式的效率更高.

④由茎叶图可知:用第一种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布在茎 8 上的最多,关于茎 8 大致呈对称分布;用第二种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布在茎 7 上的最多,关于茎 7 大致呈对称分布,又用两种生产方式的工人完成生产任务所需时间分布的区间相同,故可以认为用第二种生产方式完成生产任务所需的时间比用第一种生产方式完成生产任务所需的时间更少,因此第二种生产方式的效率更高.

(以上给出了 4 种理由,答出其中任意一种或其他合理理由均可)

(2)茎叶图知 $m=\frac{79+81}{2}=80$.

列联表如下:

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

(3)由于 $K^2=\frac{40(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10>6.635$,所以有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异.

20. **解**:(1)这 10 年中人数不少于 20 的有 4 年,若按分层抽样抽取 5 年,则人数不少于 20 的应抽 $\frac{4}{10}\times5=2$.

即从人数不少于 20 的应抽 2 年.

记人数不少于 20 的为 A,B,人数少于 20 的应有 3 年,记为 C,D,E,

从中抽取两年共有 $AB,AC,AD,AE,BC,BD,BE,CD,CE,DE$ 10 种,其中恰有一年考入清华、北大的人数不少于 20 的有 AC,AD,AE,BC,BD,BE,共 6 种,故概率为 $P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.

(2)$\because\overline{x}=\frac{1}{5}(6+7+8+9+10)=8$,

$\overline{y}=\frac{1}{5}(24+29+21+20+16)=22$,

$\therefore\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=6}^{10}x_iy_i-5\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=6}^{10}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{855-5\times8\times22}{330-5\times8^2}=-\frac{25}{10}=-2.5$.

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=22+2.5\times8=42$.

$\therefore y$ 与 x 之间的线性回归方程为 $y=-2.5x+42$.

当 $x=11$ 时,$y=-2.5\times11+42=14.5$,

$\therefore$预测 2019 年该校考入清华、北大的人数为 15 人.

21. **解**:(1)在患心肺疾病的人群中抽 6 人,则抽取比例为 $\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$,

$\therefore$男性应该抽取 $20\times\frac{1}{5}=4$(人).

(2)在上述抽取的 6 名患者中,女性 2 人,男性 4 人.女性 2 人记 A,B,男性 4 人记 c,d,e,f,则从 6 名患者任取 2 名的所有情况为:(A,B)、(A,c)、(A,d)、(A,e)、(A,f)、(B,c)、(B,d)、(B,e)、(B,f)、(c,d)、(c,e)、(c,f)、(d,e)、(d,f)、(e,f),共 15 种情况,其中恰有 1 名女性的情况有:(A,c)、(A,d)、(A,e)、(A,f)、(B,c)、(B,d)、(B,e)、(B,f),共 8 种情况,

故上述抽取的 6 人中选 2 人,恰有一名女性的概率为 $P=\frac{8}{15}$.

(3)$\because K^2\approx8.333$,且 $P(K^2\geqslant7.879)=0.005=0.5\%$,

那么,我们有 99.5%的把握认为是否患心肺疾病是与性别有关系的.

22. **解**:(1)设"选取的 2 组数据恰好是相邻 2 天数据"为事件 A,$\because$所有基本事件 (m,n)(其中 m,n 为 1 月份的日期数)有 $(11,12),(11,13),(11,14),(11,15),(12,13),(12,14),(12,15),(13,14),(13,15),(14,15)$,共 10 个.

事件 A 包括的基本事件有 $(11,12),(12,13),(13,14),(14,15)$,共 4 个.

$\therefore$抽出的 2 组数据恰好是相邻 2 天数据的概率 $P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$.

(2)$\because\overline{x}=\frac{9+10+12+11+8}{5}=10$,

$\overline{y}=\frac{23+25+30+26+21}{5}=25$.

$\therefore$由公式,求得 $\hat{b}=2.1$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=4$,

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=2.1x+4$,

$\because$当 $x=7$ 时,$\hat{y}=2.1\times7+4=18.7$,

$\therefore$该奶茶店这种饮料的销量大约为 19 杯(或18 杯).

阶段质量测试卷(二)

1. A

2. A　由题可知 $a_1=4,a_2=8,a_3=12,\cdots$,

归纳可得 $a_n=4n$,

$\therefore a_{10}=40$,故选 A.

3. C　A 中,3 与 0 两个数的性质不同,故类比中把 3 换成 0,其结论不成立;B 中,乘法满足对加法的分配律,但乘法不满足对乘法的分配律;C 是正确的;D 中,令 $n=2$ 显然不成立.

4. C　当 $n=1$ 时,$S_1=\frac{3}{2}$,代入选项,排除 A、B、D,故选 C.

5. C　①中运用的是演绎推理;②中是归纳推理;③中是类比推理;④中是演绎推理,故正确的有 3 个,故选 C.

6. D　由题可知 $a^2+b^2=c^2$,

$M(m,n)$在直线 $l:ax+by+3c=0$ 上,

则 m^2+n^2 表示 M 点与原点的距离的平方,

$\therefore m^2+n^2$ 的最小值为原点到直线 $ax+by+3c=0$ 的距离的平方,

即 $\left(\frac{|3c|}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2=\frac{9c^2}{a^2+b^2}=9$,故选 D.

7. B　由 $1=1^3$,$3+5=8=2^3$,$7+9+11=27=3^3$,$13+15+17+19=64=4^3$,$\cdots$,猜想第 n 组各数之和等于 n^3.

8. A　因为 $a>b>c$,且 $a+b+c=0$,

所以 $3c<a+b+c<3a$,即 $a>0$,$c<0$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

要证 $\sqrt{b^2-ac}<\sqrt{3}a$，只需证 $b^2-ac<3a^2$，
只需证 $(-a-c)^2-ac<3a^2$，
只需证 $2a^2-ac-c^2>0$，只需证 $(a-c)\cdot(2a+c)>0$，
只需证 $2a+c>0$（$a>0$，$c<0$，则 $a-c>0$），
只需证 $a+c+(-b-c)>0$，
即证 $a-b>0$，这显然成立，故选 A.

9. C 由已知 $f(2)=\frac{3}{2}=\frac{1+2}{2}$，$f(4)=f(2^2)>2=\frac{2+2}{2}$，$f(8)=f(2^3)>\frac{5}{2}=\frac{3+2}{2}$，$f(16)=f(2^4)>3=\frac{4+2}{2}$，$f(32)=f(2^5)=\frac{7}{2}=\frac{5+2}{2}$，因此猜测 $f(2^n)\geqslant\frac{n+2}{2}$.

10. A 若命题为真命题，则 $\Delta=m^2-4(2m-3)>0$，解得 $m<2$ 或 $m>6$. 由于命题为假命题，$\therefore 2\leqslant m\leqslant 6$.

11. A 易知 $f(x)=x^3+x$ 是奇函数，且在 **R** 上是增函数，$\because a+b>0$，$\therefore a>-b$，$\therefore f(a)>f(-b)=-f(b)$，$\therefore f(a)+f(b)>0$. 同理，$f(a)+f(c)>0$，$f(b)+f(c)>0$，$\therefore f(a)+f(b)+f(c)>0$. 故选 A.

12. D 由题可知，第 1 行有 1 个数，第 2 行有 3 个数，第 3 行有 5 个数，…，归纳可知，第 n 行有 $2n-1$ 个数，

由 $1+3+5+\cdots+2n-1=\frac{(1+2n-1)n}{2}=n^2$，

当 $n=45$ 时，$n^2=2\,025$，
$\therefore 2\,019$ 出现在第 45 行第 83 列，故选 D.

13. $\tan\alpha\tan\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\tan\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\tan 3\alpha$

解析：类比得 $\tan\alpha\tan\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\tan\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)=\tan 3\alpha$，也可以由所给两个恒等式相比而得.

14. -29

解析：由所给等式类比得 $a=6$，$t=6^2-1=35$，$\therefore a-t=6-35=-29$.

15. 2

解析：$\because ab\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$，

$\therefore ab+a+b\leqslant\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+a+b$，

$\therefore\frac{(a+b)^2}{4}+a+b\geqslant 3$，

即 $a+b\geqslant 2$，
$\therefore a+b$ 的最小值为 2.

16. $\left(-\frac{7}{2},6\right)$

解析：$g(x)=1+\frac{1}{x+1}+1+\frac{1}{x+2}+\cdots+1+\frac{1}{x+6}$，

$\therefore g\left(x-\frac{7}{2}\right)-6=\frac{1}{x-\frac{5}{2}}+\frac{1}{x-\frac{3}{2}}+\frac{1}{x-\frac{1}{2}}+\frac{1}{x+\frac{1}{2}}+\frac{1}{x+\frac{3}{2}}+\frac{1}{x+\frac{5}{2}}$，

令 $h(x)=g\left(x-\frac{7}{2}\right)-6$，

$h(-x)=\frac{1}{-x-\frac{5}{2}}+\frac{1}{-x-\frac{3}{2}}+\frac{1}{-x-\frac{1}{2}}+\frac{1}{-x+\frac{1}{2}}+\frac{1}{-x+\frac{3}{2}}+\frac{1}{-x+\frac{5}{2}}=-h(x)$，

$\therefore h(x)$ 是奇函数，$h(x)$ 的图象关于 $(0,0)$ 对称，

$\therefore g(x)$ 的图象关于 $\left(-\frac{7}{2},6\right)$ 对称.

17. **解**：在三棱锥 $P-ABC$（其中 PA、PB、PC 两两相互垂直）中有：
(1) 设 $S_{\triangle PAB}=S_1$，$S_{\triangle PAC}=S_2$，$S_{\triangle PBC}=S_3$，底面面积为 S，则 $S_1^2+S_2^2+S_3^2=S^2$.
(2) 设三个侧面与底面所成的角分别为 α、β、γ，则 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$.
(3) 设三条侧棱长分别为 a，b，c，则三棱锥的外接球半径为 $r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2}$.
(4) 设三条侧棱长分别为 a，b，c，则三棱锥的体积 $V=\frac{1}{6}abc$.

18. **证明**：假设 $(1-a)b>\frac{1}{4}$，$(1-b)c>\frac{1}{4}$，$(1-c)a>\frac{1}{4}$，

$\therefore\sqrt{1-a}\sqrt{b}>\frac{1}{2}$，$\sqrt{1-b}\sqrt{c}>\frac{1}{2}$，$\sqrt{1-c}\sqrt{a}>\frac{1}{2}$，

$\therefore\sqrt{1-a}\sqrt{b}+\sqrt{1-b}\sqrt{c}+\sqrt{1-c}\sqrt{a}>\frac{3}{2}$，

又 $\sqrt{1-a}\sqrt{b}\leqslant\frac{1-a+b}{2}$，

$\sqrt{1-b}\sqrt{c}\leqslant\frac{1-b+c}{2}$，

$\sqrt{1-c}\sqrt{a}\leqslant\frac{1-c+a}{2}$，

$\therefore\sqrt{1-a}\sqrt{b}+\sqrt{1-b}\sqrt{c}+\sqrt{1-c}\sqrt{a}\leqslant\frac{3}{2}$，

与假设矛盾，故假设不成立，

$\therefore(1-a)b$，$(1-b)c$，$(1-c)a$ 不能同时大于 $\frac{1}{4}$.

19. **解**：类比已知条件可得
$2^3-1^3=3\times1^2+3\times1+1$，
$3^3-2^3=3\times2^2+3\times2+1$，
$4^3-3^3=3\times3^2+3\times3+1$，
…
$(n+1)^3-n^3=3\times n^2+3n+1$.
将以上各式左右分别相加得：
$(n+1)^3-1^3=3(1^2+2^2+\cdots+n^2)+3(1+2+\cdots+n)+n$.
$\therefore 1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$
$=\frac{1}{3}\left[(n+1)^3-1-n-3\times\frac{(1+n)n}{2}\right]$
$=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$.

20. **证明**：(1) $\because a^2+b^2\geqslant 2ab$，
$a^2+3\geqslant 2\sqrt{3}a$，
$b^2+3\geqslant 2\sqrt{3}b$，
$\therefore 2(a^2+b^2+3)\geqslant 2ab+2\sqrt{3}a+2\sqrt{3}b$，
即 $a^2+b^2+3\geqslant ab+\sqrt{3}(a+b)$.
(2) 要证 $\sqrt{6}+\sqrt{7}>2\sqrt{2}+\sqrt{5}$，
只需证 $6+2\sqrt{42}+7>8+4\sqrt{10}+5$，
即证 $\sqrt{42}>2\sqrt{10}$，
即证 $42>40$，显然成立，
$\therefore\sqrt{6}+\sqrt{7}>2\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21. **证明**：(1)∵$AS=AB$，$AF\perp SB$，垂足为F，
∴F是SB的中点，又∵E是SA的中点，∴$EF/\!/AB$.
∵$EF\not\subset$平面ABC，$AB\subset$平面ABC，∴$EF/\!/$平面ABC.
同理$EG/\!/$平面ABC. 又∵$EF\cap EG=E$，∴平面$EFG/\!/$平面ABC.
(2)∵平面$SBA\perp$平面SBC，且交线为SB.
又∵$AF\subset$平面SAB，$AF\perp SB$，∴$AF\perp$平面SBC.
∵$BC\subset$平面SBC，∴$AF\perp BC$.
又∵$AB\perp BC$，$AF\cap AB=A$，$AF\subset$平面SAB，
$AB\subset$平面SAB，∴$BC\perp$平面SAB.
∵$SA\subset$平面SAB，∴$BC\perp SA$.

22. **证明**：(1)∵$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$，①
$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$，②
①－②得$\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)=-2\sin\alpha\sin\beta$.③
令$\alpha+\beta=A$，$\alpha-\beta=B$，则$\alpha=\dfrac{A+B}{2}$，$\beta=\dfrac{A-B}{2}$，
代入③得$\cos A-\cos B=-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$.
(2)∵$\cos 2A-\cos 2B=1-\cos 2C$，
∴$1-2\sin^2A-(1-2\sin^2B)=1-(1-2\sin^2C)$，
∴$\sin^2A+\sin^2C=\sin^2B$.
设$\triangle ABC$的三个内角A，B，C所对的边分别为a，b，c，
由正弦定理得$a^2+c^2=b^2$，∴$\triangle ABC$为直角三角形.

阶段质量测试卷(三)

1. D　$z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}=\dfrac{(2-\mathrm{i})^2}{(2+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})}=\dfrac{4-4\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{5}=\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\mathrm{i}$，
∴复数z在复平面内对应的点$\left(\dfrac{3}{5},-\dfrac{4}{5}\right)$所在象限为第四象限，故选D.

2. C　$\dfrac{a+\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{(a+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{a-2a\mathrm{i}+\mathrm{i}-2\mathrm{i}^2}{5}=\dfrac{a+2}{5}+\dfrac{1-2a}{5}\mathrm{i}$，
∵复数$\dfrac{a+\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$为纯虚数，
∴$\begin{cases}\dfrac{a+2}{5}=0,\\ \dfrac{1-2a}{5}\neq 0,\end{cases}$
∴$a=-2$，故选C.

3. A　设$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，
$(1+\mathrm{i})^2(a+b\mathrm{i})=2\mathrm{i}(a+b\mathrm{i})=2a\mathrm{i}-2b$，
∵$(1+\mathrm{i})^2\cdot z$是实数，所以$2a=0$，
∴$a=0$，
∴“z是纯虚数”是“$(1+\mathrm{i})^2\cdot z$是实数”的充分不必要条件，故选A.

4. C　∵$z=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{(1+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=\dfrac{1+2\mathrm{i}+\mathrm{i}-2}{2}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$，
∴$\bar{z}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$.
∴复数$\bar{z}$表示的点的坐标为$\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{3}{2}\right)$，在第三象限.

5. B　∵$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，
又∵$\overrightarrow{AB}=(1,-1)$，$\overrightarrow{AD}=(-4,-3)$，
∴$\overrightarrow{AC}=(-3,-4)$，
∴$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=5$.

6. A　∵$\dfrac{1+z}{1-z}=\mathrm{i}$，∴$1+z=\mathrm{i}(1-z)$，
∴$z=\dfrac{\mathrm{i}-1}{1+\mathrm{i}}=\mathrm{i}$，∴$|z|=1$，故选A.

7. A　设$z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R}$且$a<0)$，
则由$z-\bar{z}=4\mathrm{i}$，得$a+b\mathrm{i}-(a-b\mathrm{i})=2b\mathrm{i}=4\mathrm{i}$，
∴$2b=4$，∴$b=2$，
$z\cdot\bar{z}=(a+b\mathrm{i})(a-b\mathrm{i})=a^2+b^2=5$，
∴$a^2=1$，∴$a=-1$，
∴$z=-1+2\mathrm{i}$，故选A.

8. D　∵$z=\dfrac{1-3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{(1-3\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{1-3\mathrm{i}-2\mathrm{i}-6}{5}=-1-\mathrm{i}$，∴$\bar{z}=-1+\mathrm{i}$.

9. A　$(a+\mathrm{i})^2=a^2-1+2a\mathrm{i}$，因为复数$(a+\mathrm{i})^2$对应的点在$y$轴负半轴上，
∴$\begin{cases}a^2-1=0,\\ 2a<0,\end{cases}$即$a=-1$.

10. B　由题意得$z-1=\dfrac{2+3\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，
∴$z=\dfrac{2+3\mathrm{i}}{\mathrm{i}}+1=3-2\mathrm{i}+1=4-2\mathrm{i}$.

11. B　$z=\dfrac{a-2\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{(a-2\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\dfrac{a-2-(a+2)\mathrm{i}}{2}$，
由题意$a-2=0$且$a+2\neq 0$，
∴$a=2$.
∴$|3-a\mathrm{i}|=|3-2\mathrm{i}|=\sqrt{13}$.

12. D　$a+b\mathrm{i}=\dfrac{\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}-\dfrac{\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=\dfrac{\mathrm{i}(2-\mathrm{i})}{5}-\dfrac{\mathrm{i}(2+\mathrm{i})}{5}=\dfrac{2\mathrm{i}+1-2\mathrm{i}+1}{5}=\dfrac{2}{5}$，
∴$a=\dfrac{2}{5}$，$b=0$，
∴$a+b=\dfrac{2}{5}$.

13. $4-\mathrm{i}$
解析：$\dfrac{6+7\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{(6+7\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{20-5\mathrm{i}}{5}=4-\mathrm{i}$.

14. $6-2\mathrm{i}$
解析：∵$z=1-2\mathrm{i}$，
∴$z\cdot\bar{z}+z=(1-2\mathrm{i})(1+2\mathrm{i})+(1-2\mathrm{i})$
$=1+4+1-2\mathrm{i}$
$=6-2\mathrm{i}$.

15. $-1-3\mathrm{i}$
解析：$\begin{bmatrix}1+\mathrm{i} & -1\\ 2 & 3\mathrm{i}\end{bmatrix}=(1+\mathrm{i})3\mathrm{i}+2=3\mathrm{i}+3\mathrm{i}^2+2$
$=-1+3\mathrm{i}$，
∴复数$\begin{bmatrix}1+\mathrm{i} & -1\\ 2 & 3\mathrm{i}\end{bmatrix}$的共轭复数是$-1-3\mathrm{i}$.

16. $\sqrt{2}+1$
解析：∵$z_1=1+\mathrm{i}\cos\theta$，$z_2=\sin\theta-\mathrm{i}$，
∴$z_1-z_2=1-\sin\theta+(1+\cos\theta)\mathrm{i}$.
∴$|z_1-z_2|=\sqrt{(1-\sin\theta)^2+(1+\cos\theta)^2}=\sqrt{3-2(\sin\theta-\cos\theta)}=\sqrt{3-2\sqrt{2}\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)}\leqslant$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\sqrt{3+2\sqrt{2}}=\sqrt{2}+1$，当且仅当 $\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-1$ 时等号成立，$\therefore|z_1-z_2|$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1$.

17. **解**：$z=(1-\mathrm{i})a^2-3a+2+\mathrm{i}=a^2-3a+2-(a^2-1)\mathrm{i}$.
(1)若 $z=\bar{z}$，$\therefore z$ 为实数，
$\therefore a^2-1=0$，$a=1$ 或 $a=-1$.
当 $a=1$ 时，$z=0$，$|z|=0$；当 $a=-1$ 时，$z=6$，$|z|=6$.
(2)若复平面内复数 z 对应的点在第一象限，
$\therefore\begin{cases}a^2-3a+2>0,\\-a^2+1>0,\end{cases}$
解得 $-1<a<1$.
$\therefore a$ 的取值范围为 $(-1,1)$.

18. **解**：设向量 $\overrightarrow{Z_2Z_1}$ 对应复数 z，
$\because\overrightarrow{Z_2Z_1}=\overrightarrow{OZ_1}-\overrightarrow{OZ_2}$，
$\therefore z=z_1-z_2=a^2-3+(a+5)\mathrm{i}-[a-1+(a^2+2a-1)\mathrm{i}]$
$=[(a^2-3)-(a-1)]+[(a+5)-(a^2+2a-1)]\mathrm{i}$
$=(a^2-a-2)+(-a^2-a+6)\mathrm{i}$.
$\because z$ 为纯虚数，
$\therefore\begin{cases}a^2-a-2=0,\\-a^2-a+6\neq0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}(a-2)(a+1)=0,\\(a+3)(a-2)\neq0,\end{cases}$
$\therefore a=-1$.

19. **解**：$z=(1+\mathrm{i})m^2+(5-2\mathrm{i})m+(6-15\mathrm{i})$
$=m^2+5m+6+(m^2-2m-15)\mathrm{i}$.
(1)z 为实数，$\therefore m^2-2m-15=0$，解得 $m=5$ 或 $m=-3$.
(2)z 为纯虚数，$\therefore\begin{cases}m^2+5m+6=0,\\m^2-2m-15\neq0,\end{cases}$ 解得 $m=-2$.
(3)z 对应的点在直线 $x+y+7=0$ 上，
$\therefore m^2+5m+6+m^2-2m-15+7=0$，
$\therefore m=\frac{1}{2}$ 或 $m=-2$.

20. **解**：设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，
$\because|z|=1+3\mathrm{i}-z$，
$\therefore\sqrt{a^2+b^2}-1-3\mathrm{i}+a+b\mathrm{i}=0$，
$\therefore\begin{cases}\sqrt{a^2+b^2}-1+a=0,\\b-3=0,\end{cases}$
$\therefore\begin{cases}a=-4,\\b=3,\end{cases}\therefore z=-4+3\mathrm{i}$，
$\therefore\frac{(1+\mathrm{i})^2(3+4\mathrm{i})^2}{2z}=\frac{2\mathrm{i}(3+4\mathrm{i})^2}{2(-4+3\mathrm{i})}=\frac{2\mathrm{i}(3+4\mathrm{i})^2}{2\mathrm{i}(3+4\mathrm{i})}=3+4\mathrm{i}$.

21. **解**：设 $D(x,y)$. A、B、C、D 对应的复数分别为 z_1、z_2、z_3、z_4. 则 $z_4-z_1=x-1+(y-2)\mathrm{i}$，$z_2-z_1=2-7\mathrm{i}$.
在正方形 $ABCD$ 中，$AD\perp AB$，且 $|AD|=|AB|$，
z_4-z_1 对应 $\overrightarrow{AD}$，z_2-z_1 对应 $\overrightarrow{AB}$.
$\therefore|z_4-z_1|=|z_2-z_1|$.
即 $\begin{cases}(x-1)\cdot2-7(y-2)=0,\\(x-1)^2+(y-2)^2=2^2+(-7)^2,\end{cases}$
整理得 $\begin{cases}x^2+y^2-2x-4y-48=0,\\2x-7y+12=0,\end{cases}$
解得 $\begin{cases}x=-6,\\y=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=8,\\y=4.\end{cases}$
$\therefore z_4=-6$ 或 $z_4=8+4\mathrm{i}$.
又 $\because\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$，
$\therefore z_3-z_2=z_4-z_1$，
$z_3=z_4+z_2-z_1=(x+2)+(y-7)\mathrm{i}$.
$\therefore z_3=-4-7\mathrm{i}$ 或 $z_3=10-3\mathrm{i}$.
综上，顶点 C，D 对应的复数为 $z_3=-4-7\mathrm{i}$，$z_4=-6$；或 $z_3=10-3\mathrm{i}$，$z_4=8+4\mathrm{i}$.

22. **解**：设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，则 $\omega+1=a+1+(b+1)\mathrm{i}$，
$\omega-1=a-1+(b+1)\mathrm{i}$.
$\because\frac{z-2}{z+2}=\frac{(a-2)+b\mathrm{i}}{(a+2)+b\mathrm{i}}=\frac{(a^2+b^2-4)+4b\mathrm{i}}{(a+2)^2+b^2}$ 是纯虚数，
$\therefore\begin{cases}a^2+b^2=4,\\b\neq0.\end{cases}$
$\therefore M=|\omega+1|^2+|\omega-1|^2=|(a+1)+(b+1)\mathrm{i}|^2+|(a-1)+(b+1)\mathrm{i}|^2$
$=(a+1)^2+(b+1)^2+(a-1)^2+(b+1)^2$
$=2(a^2+b^2)+4b+4$
$=12+4b$.
$\because a^2=4-b^2\geqslant0$，且 $b\neq0$，$\therefore-2\leqslant b<0$ 或 $0<b\leqslant2$.
$\therefore$ 当 $b=2$ 时，M 有最大值 20，此时 $z=2\mathrm{i}$，$\omega=3\mathrm{i}$.

阶段质量测试卷(四)

1. B
2. D　结构图中的连线既可以有箭头也可以没有箭头.
3. C
4. B　输入 $a=4$，$b=6$，$n=0$，$s=0$，
第一次循环：$a=6-4=2$，$b=6-2=4$，$a=4+2=6$，$s=6$，$n=1$；
第二次循环：$a=4-6=-2$，$b=4+2=6$，$a=6-2=4$，$s=6+4=10$，$n=2$；
第三次循环：$a=6-4=2$，$b=6-2=4$，$a=4+2=6$，$s=16$，$n=3$；
第四次循环：$a=4-6=-2$，$b=4+2=6$，$a=6-2=4$，$s=16+4=20>16$，$n=4$，
跳出循环，输出 4.
故选 B.
5. D
6. D　根据该章知识结构及顺序，“全集”应该放在知识结构图的“基本运算”的下位.
7. B　只需 A 处给 D 处 10 件，B 处给 C 处 5 件，C 处给 D 处 1 件，共 16 件次. 故选 B.
8. D　因为信息管理系统的下位有：用户管理、用户登录、信息管理、错误信息处理 4 个，故选 D.
9. B　由程序框图可知，$S=9-1.7=7.3>0$；
$k=2$，$S=7.3-1.7=5.6>0$；
$k=3$，$S=5.6-1.7=3.9>0$；
$k=4$，$S=3.9-1.7=2.2>0$；
$k=5$，$S=2.2-1.7=0.5>0$；
$k=6$，$S=0.5-1.7=-1.2<0$，输出 6，故选 B.
10. D　程序框图是求分段函数
$y=\begin{cases}2x-2,x>27,\\2^{x^2-1},x\leqslant27\end{cases}$ 的值.
若输出的 y 的值为 2，
由 $2x-2=2$，得 $x=2<27$，舍.
由 $2^{x^2-1}=2$，得 $x=\sqrt{2}$ 或 $x=-\sqrt{2}$，故选 D.
11. A　由程序框图，得：
$S=1$，$k=2$；
$S=3$，$k=3$；
$S=7$，$k=4$；
$S=15\in(10,20)$，$k=5$，退出循环，$n=4$，故选 A.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. C　读程序框图知，输出的结果是

$$S=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{21\times22}=$$

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{21}-\frac{1}{22}\right)=1-\frac{1}{22}=\frac{21}{22}.$$

13. 副校长甲

14. 菱形　直角梯形

解析：有一组邻边相等的平行四边形是菱形，有一条腰和底边垂直的梯形是直角梯形.

15. 4

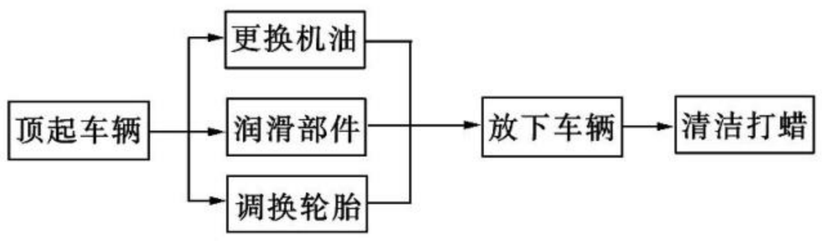
解析：根据工程的工序流程，及该工程总时数为 9 天，得 $2+x_{\max}+1+2=9$，

$\therefore x$ 的最大值为 4.

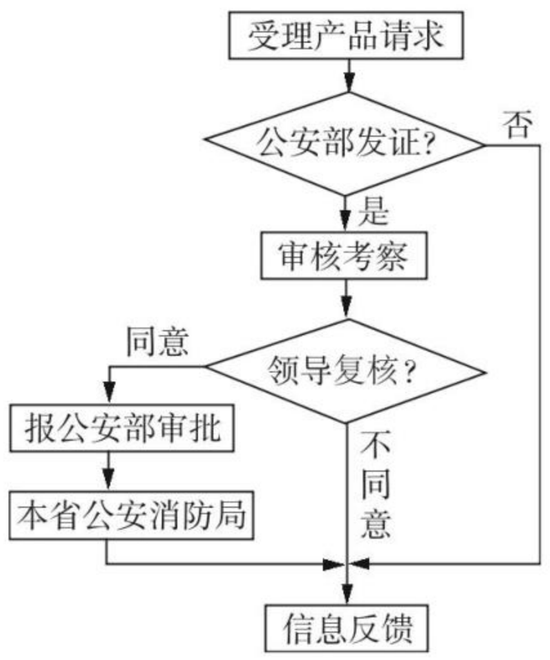
16. 1

解析：输入 $S=0,i=1$，运行程序. 第一次循环：$S=\sqrt{2}-1$；第二次循环：$i=2,S=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{3}-1$；第三次循环：$i=3,S=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}=1$，此时满足条件 $i\geqslant3$，输出 $S=1$.

17. **解**：汽车保养的流程图如图所示：

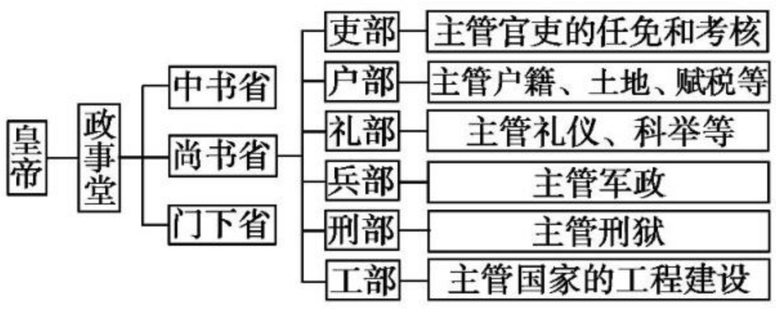


18. **解**：某省公安消防局消防产品监督程序的流程图如图所示：

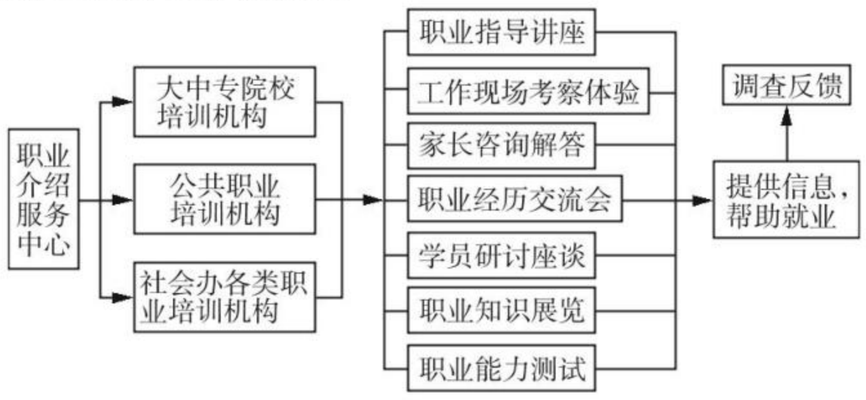


19. **解**：由已知分析政事堂主管尚书省、中书省、门下省，尚书省分管六部，各部门之间都是从属关系，所以考虑用树形结构图来表示.

结构图如图所示.



20. **解**：结构图如图所示：

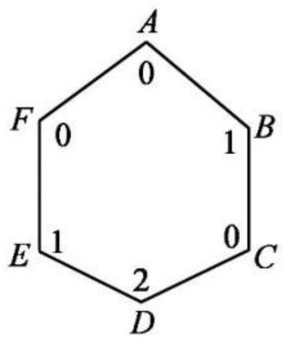


21. **解**：由逐步调整法可得

①将各点上的人数由大到小排列得 7,6,6,5,5,4；

②车数为 4，上列数中第四个数是 5；

③跟车人数应为 5，此时所需的搬运工总数为 $5\times4+2+1+1=24$(人).

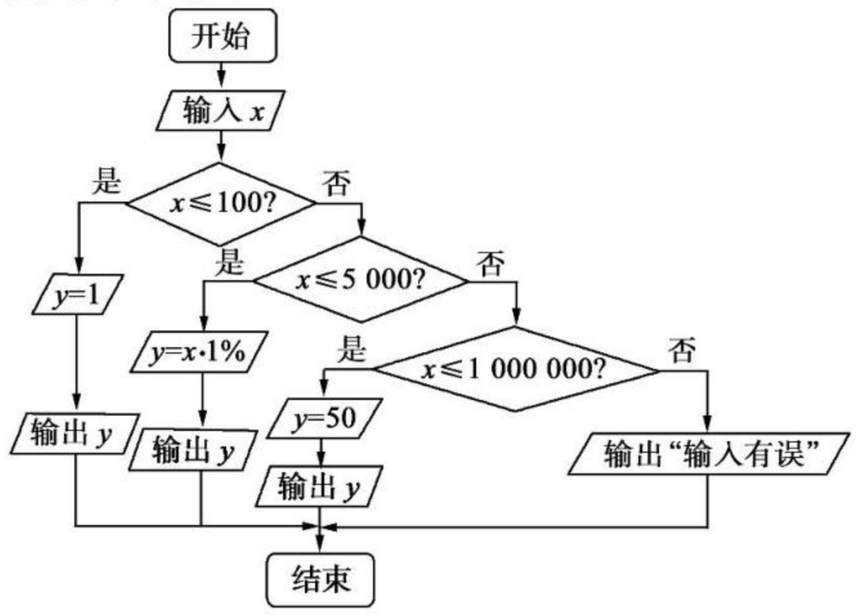


$\therefore$ 每辆车上安排 5 人跟车，各分厂安排的装卸工人数如图所示，这样所需人数最少，最少要安排 24 名装卸工人.

22. **解**：要计算手续费，首先要建立汇款数与手续费之间的函数关系式，依题意知

$$y=\begin{cases}1,0<x\leqslant100,\\ x\times0.01,100<x\leqslant5\ 000,\\ 50,5\ 000<x\leqslant1\ 000\ 000,\end{cases}$$

流程图如图所示.



综合质量测试卷(一)

1. C　$\because\frac{1-2i}{1+2i}=\frac{(1-2i)^2}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{1-4i+4i^2}{5}=\frac{-3-4i}{5}=-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$，

$\therefore$ 复数 $\frac{1-2i}{1+2i}$ 在复平面内对应的点 $\left(-\frac{3}{5},-\frac{4}{5}\right)$ 在第三象限，故选 C.

2. D　由程序框图，得：$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$，故选 D.

3. D　由回归方程 $\hat{y}=-5x+150$ 可知 y 与 x 具有负的线性相关关系，故 A 错误；y 与 x 之间的线性相关系数 $|r|\leqslant1$，故 B 错误；当销售价格为 10 元时，销售量为 $-5\times10+150=100$(件)左右，故 C 错误，D 正确.

4. D　A 选项中推理形式错误；B 选项中，b,c 的大小关系不确定；C 选项中，$\lg a$ 与 $\lg b$ 的正负不确定.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. A　B是演绎推理，C是类比推理，D是归纳推理，但结论不正确. 如 $n=6$ 时，不成立，故排除B、C、D，选A.

6. B　$\because K^2=4.395>3.841$，$\therefore$ 有95%的把握认为两个变量有关系.

7. A　因为 $\tan A\cdot\tan B>1$，所以 A,B 只能都是锐角，所以 $\tan A>0,\tan B>0,1-\tan A\cdot\tan B<0$.

所以 $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\cdot\tan B}<0$.

所以 $A+B$ 是钝角，所以角 C 为锐角.

8. B　归纳推理是由特殊到一般的推理，结果不一定正确，故选B.

9. C　要证 $\sqrt{a}-\sqrt{b}<\dfrac{a-b}{2\sqrt{b}}$，

只需证 $\sqrt{a}-\sqrt{b}<\dfrac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{2\sqrt{b}}$，

$\because a>b>0,\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$，

$\therefore$ 只需证 $1<\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2\sqrt{b}}$，

即证 $1<\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$，即证 $1<\dfrac{a}{b}$，故选C.

10. B　$\because \dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{1+\mathrm{i}}{1+b\mathrm{i}}=\dfrac{(1+\mathrm{i})(1-b\mathrm{i})}{(1+b\mathrm{i})(1-b\mathrm{i})}=\dfrac{1+\mathrm{i}-b\mathrm{i}+b}{1+b^2}=\dfrac{(1+b)+(1-b)\mathrm{i}}{1+b^2}$ 为纯虚数，$\therefore\begin{cases}1+b=0,\\1-b\neq0,\end{cases}\therefore b=-1$.

11. C　$k=0,s=0$，进入循环，

第一次循环：$k=2,s=\dfrac{1}{2}$；

第二次循环：$k=4,s=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$；

第三次循环：$k=6,s=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{11}{12}$；

第四次循环：$k=8,s=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{25}{24}$，退出循环，

$\therefore$ 判断框内填入：$s\leqslant\dfrac{11}{12}$?. 故选C.

12. B　运行程序，第一次循环：$S=1+\left[\dfrac{2}{4}\right]=1,n=2$；

第二次循环：$S=1+\left[\dfrac{4}{5}\right]=1,n=3$；第三次循环：

$S=1+\left[\dfrac{6}{6}\right]=2,n=4$；第四次循环：$S=2+\left[\dfrac{8}{7}\right]=3,n=5>4$，结束循环，输出 $S=3$.

13. 2

解析：若 $\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}$，

$\because \dfrac{2}{1-\mathrm{i}}=\dfrac{2(1+\mathrm{i})}{2}=1+\mathrm{i}$，

$\therefore a=1,b=1$，

$\therefore a+b=2$.

14. 11

解析：$m^2=1+3+5+\cdots+11=\dfrac{(1+11)\times6}{2}=36$，

$\therefore m=6$，

观察可知 $5^3=21+23+25+27+29$，

$\therefore p=5,\therefore m+p=11$.

15. $\hat{y}=6.5x+17.5$

解析：$\overline{x}=\dfrac{2+4+5+6+8}{5}=5$，

$\overline{y}=\dfrac{30+40+60+50+70}{5}=50$，

则 $\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=50-6.5\times5=17.5$，

$\therefore\hat{y}=6.5x+17.5$.

16. 1

解析：要使 $x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}=1$，

只需 $x^2(1-y^2)=1-2y\sqrt{1-x^2}+y^2(1-x^2)$，

即 $2y\sqrt{1-x^2}=1-x^2+y^2$.

只需 $(\sqrt{1-x^2}-y)^2=0$，即 $\sqrt{1-x^2}=y$.

$\therefore$ 只需 $x^2+y^2=1$.

17. **解**：(1)设 $z=a+b\mathrm{i}(a,b\in\mathbf{R})$，

由题意得 $\begin{cases}a^2+b^2=1,\\2a=1,\end{cases}$ 解得 $a=\dfrac{1}{2},b=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

$\because$ 复数 z 在复平面内对应的点在第四象限，

$\therefore b=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}.\ \therefore z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$.

(2)$z=\dfrac{5m^2}{1-2\mathrm{i}}-(1+5\mathrm{i})m-3(2+\mathrm{i})=(m^2-m-6)+(2m^2-5m-3)\mathrm{i}$，

依题意，$m^2-m-6=0$，解得 $m=3$ 或 $m=-2$.

$\because 2m^2-5m-3\neq0.\ \therefore m\neq3.\ \therefore m=-2$.

18. **证明**：由于 $a\neq0$，因此方程至少有一个根 $x=\dfrac{b}{a}$.

如果方程不只一个根，不妨设 x_1,x_2 是它的两个不同的根，

即 $ax_1=b$，①

$ax_2=b$. ②

①－②得 $a(x_1-x_2)=0$.

因为 $x_1\neq x_2$，所以 $x_1-x_2\neq0$，所以应有 $a=0$，这与已知矛盾，故假设错误.

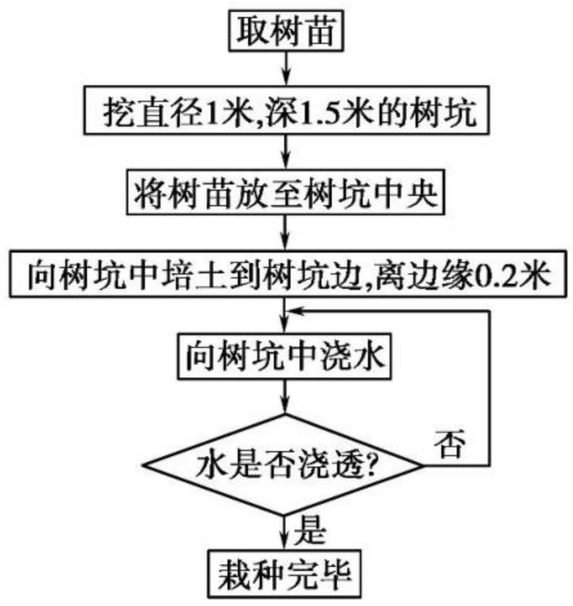
所以，当 $a\neq0$ 时，方程 $ax=b$ 有且只有一个根.

19. **解**：由列联表可得：

$K^2=\dfrac{50\times(20\times14-6\times10)^2}{30\times20\times26\times24}=\dfrac{6\,050}{936}\approx6.463>5.024$，

所以，有97.5%的把握认为经常使用手机对学习成绩有影响.

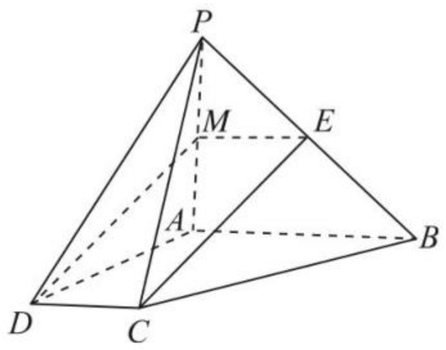
20. **解**：流程图如图所示：



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21. **证明**：要证 $CE\parallel$ 平面 PAD，

只需在平面 PAD 内找一条直线与 CE 平行，



取 PA 的中点 M，连接 EM,MD，

$\because E$ 为 PB 的中点，

$\therefore EM\parallel AB$，且 $EM=\frac{1}{2}AB$，

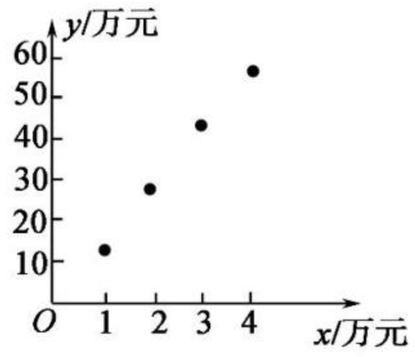
又 $DC\parallel AB,AB=2CD$，

$\therefore CD\parallel EM$，$\therefore$ 四边形 $DCEM$ 是平行四边形，

$\therefore CE\parallel DM$，$DM\subset$ 平面 PAD，$EC\not\subset$ 平面 PAD，

$\therefore CE\parallel$ 平面 PAD.

22. **解**：(1)散点图如图：



(2)观察散点图可知各点大致分布在一条直线附近，列出下列表格，以备计算 $\hat{a},\hat{b}$.

i	x_i	y_i	x_i^2	x_iy_i
1	1	12	1	12
2	2	28	4	56
3	3	42	9	126
4	4	56	16	224

于是 $\overline{x}=\frac{5}{2}$，$\overline{y}=\frac{69}{2}$，

代入公式得 $\hat{b}=\frac{x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3+x_4y_4-4\overline{x}\,\overline{y}}{x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2-4\overline{x}^2}=\frac{418-4\times\frac{5}{2}\times\frac{69}{2}}{30-4\times\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{73}{5}$，

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=\frac{69}{2}-\frac{73}{5}\times\frac{5}{2}=-2$.

故 y 对 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=\frac{73}{5}x-2$.

(3)当 $x=9$ 万元时，$y=\frac{73}{5}\times9-2=129.4$(万元).

综合质量测试卷(二)

1. B $\frac{2-b\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\frac{(2-b\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}{(1+\mathrm{i})(1-\mathrm{i})}=\frac{2-2\mathrm{i}-b\mathrm{i}+b\mathrm{i}^2}{2}=\frac{2-b-(2+b)\mathrm{i}}{2}$，

$\because$ 复数的实部和虚部互为相反数，

$\therefore 2-b-(2+b)=0$，

$\therefore b=0$，故选 B.

2. C 由程序框图可知，$i=3,S=3<20$；$i=5,S=8<20$；$i=7,S=15<20$；$i=9,S=24>20$，输出 24，故选 C.

3. D

4. D 由题可得 $\overline{x}=\frac{1}{5}\times(9+9.5+10+10.5+11)=10$，

$\overline{y}=\frac{1}{5}\times(11+10+8+6+5)=8$，$\therefore 8=-3.2\times10+\hat{a}$，

$\therefore\hat{a}=40$，故选 D.

5. C R^2 越大，模型的拟合效果越好，①错；可导函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处取得极值，则 $f'(x_0)=0$，②正确；③④正确. 故选 C.

6. A 由已知出发到结论是综合法；由结论出发，寻找使结论成立的充分条件，直到已知，是分析法.

7. D 设数列 $\{b_n\}$，$b_1=1$，$b_2=a+a^2=a^{2-1}+a^{2(2-1)}$，

$b_3=a^2+a^3+a^4=a^{3-1}+a^3+a^{2(3-1)}$，

$b_4=a^3+a^4+a^5+a^6=a^{4-1}+a^4+a^5+a^{2(4-1)}$，

$\therefore b_k=a^{k-1}+a^k+\cdots+a^{2(k-1)}=a^{k-1}+a^k+\cdots+a^{2k-2}$.

8. B 由 $S_n=n^2a_n$，可得 $S_2=4a_2$，

$\therefore a_1+a_2=4a_2$，$\therefore a_2=\frac{1}{3}$，

$\because S_3=9a_3$，$\therefore a_1+a_2+a_3=9a_3$，$\therefore a_3=\frac{1}{6}$，

$\because S_4=16a_4$，$\therefore\frac{3}{2}+a_4=16a_4$，$\therefore a_4=\frac{1}{10}$，

猜想 $a_n=\frac{2}{n(n+1)}$，故选 B.

9. A 在“黄金双曲线”中有 $b^2+c^2+c^2=(a+c)^2$，解得 $e=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

10. A $\because\sin A=2\sin B\cos C$，$A+B+C=\pi$，

$\therefore\sin A=\sin(B+C)$，

$\therefore\sin(B+C)=2\sin B\cos C$，

$\therefore\sin B\cos C+\cos B\sin C=2\sin B\cos C$，

$\therefore\cos B\sin C=\sin B\cos C$，

$\therefore\tan B=\tan C$，$\therefore B=C$，

$\therefore\triangle ABC$ 为等腰三角形.

11. D $\because 0<a<1$，$\therefore y=a^x$ 是递减函数，

又 $c<b$，所以 $a^c>a^b$，故 A 不正确；

$\because\frac{c}{b}>\frac{c+a}{b+a}\Leftrightarrow a(c-b)>0$，故 B 不正确；

当 $\log_ba<\log_ca$，且 $a,b,c\in(0,1)$ 时，有 $b<c$，故 C 不正确；

$\frac{b}{b+a}>\frac{c}{a+c}\Leftrightarrow a(b-c)>0$，故 D 正确.

12. A 输入 $A=1,S=1$，运行程序，第一次循环：$S=2\times1+1=3,A=2$；第二次循环：$S=2\times3+1=7,A=3$；第三次循环：$S=2\times7+1=15,A=4$；第四次循环：$S=2\times15+1=31,A=5$；第五次循环：$S=2\times31+1=63,A=6$. $\because$ 输出的结果是 63，$\therefore A=6$ 时终止循环，$\therefore M=5$.

13. 70

解析：$\overline{x}=\frac{1}{4}\times(18+13+10-1)=10$，$\overline{y}=\frac{1}{4}\times(24+34+38+64)=40$，又 $\because b\approx-2$，$\therefore a=\overline{y}-b\overline{x}=40+2\times10=60$；$\therefore\hat{y}=-2x+60$，$\therefore$ 当 $x=-5$ ℃ 时，$\hat{y}=70$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

14. $\frac{a^3}{8}$

解析：取特殊情况，将一正方体的一顶点垂直放在另一正方体的中心处，则重叠部分为正方体的$\frac{1}{8}$.

15. 72

解析：观察数表可知，第 n 行有 n 个偶数，2 018 是第 1 009个偶数，则到第 n 行共有 $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$个偶数，

由$\frac{n(n+1)}{2}<1\,009$得 n 的最大值为 44，第 44 行的最后一个偶数是 990 个偶数，

∴2 018 在第 45 行从右向左排列的第 19 个数，

∴2 018 在第 45 行第 27 个数. ∴$i=45$，$j=27$，

∴$i+j=72$.

16. 9

解析：$a=\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}=4^{\frac{1}{2}}=2$，$b=\ln e^3=3\ln e=3$，

∵$a<b$，∴$b(a+1)=3\times(2+1)=9$.

17. **证明**：因为$\frac{1-\tan\alpha}{2+\tan\alpha}=1$，所以 $1+2\tan\alpha=0$，

从而 $2\sin\alpha+\cos\alpha=0$，

另一方面，要证 $3\sin 2\alpha=-4\cos 2\alpha$，

只要证 $6\sin\alpha\cos\alpha=-4(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)$，

即证 $2\sin^2\alpha-3\sin\alpha\cos\alpha-2\cos^2\alpha=0$，

即证$(2\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin\alpha-2\cos\alpha)=0$，

由 $2\sin\alpha+\cos\alpha=0$ 可得，

$(2\sin\alpha+\cos\alpha)(\sin\alpha-2\cos\alpha)=0$，于是命题得证.

18. **解**：∵$a_{n+1}=2S_n+3$，①

∴$n\geqslant 2$ 时，$a_n=2S_{n-1}+3$，②

①－②得 $a_{n+1}-a_n=2S_n-2S_{n-1}=2a_n$，

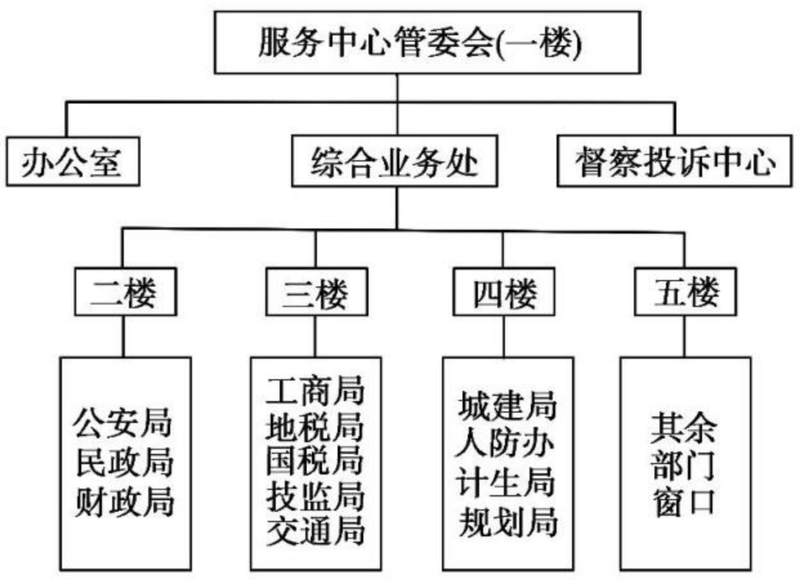
∴$a_{n+1}=3a_n$，

当 $n=1$ 时，$a_2=2S_1+3=9=3a_1$，

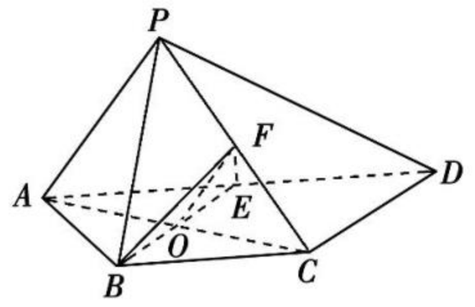
∴数列$\{a_n\}$是等比数列，首项为 $a_1=3$，公比为 3，

∴$a_n=3^n$.

19. **解**：服务中心管委会及下设三个部门：办公室、综合业务处、督察投诉中心，全面管理该中心工作，综合业务处办理窗口，如二楼、三楼等各部门，这样就分四级来画，具体结构图如下图所示：



20. **证明**：(1)连接 AC 交 BE 于点 O，连接 OF(如图)，



不妨设 $AB=BC=1$，则 $AD=2$，

因为 $AB=BC$，$AD\parallel BC$，所以四边形 $ABCE$ 为菱形，

因为 O，F 分别为 AC，PC 中点，所以 $OF\parallel AP$，

又因为 $OF\subset$平面 BEF，$AP\not\subset$平面 BEF，

所以 $AP\parallel$平面 BEF.

(2)因为 $AP\perp$平面 PCD，$CD\subset$平面 PCD，

所以 $AP\perp CD$，

因为 $BC\parallel ED$，$BC=ED$，

所以 $BCDE$ 为平行四边形，

所以 $BE\parallel CD$，所以 $BE\perp PA$，

又因为 $ABCE$ 为菱形，所以 $BE\perp AC$，

又因为 $PA\cap AC=A$，AP，$AC\subset$平面 PAC，

所以 $BE\perp$平面 PAC.

21. **解**：(1)三家连锁店平均售价和销售量分别为

$\overline{A}$:(83，83)，$\overline{B}$:(85，80)，$\overline{C}$:(87，74)，

∴$\overline{x}=85$，$\overline{y}=79$，

∴$\hat{b}=$

$$\frac{(83-85)(83-79)+(85-85)(80-79)+(87-85)(74-79)}{(83-85)^2+(85-85)^2+(87-85)^2}$$

$=-2.25$.

∴$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=270.25$，∴$\hat{y}=-2.25x+270.25$.

(2)设单价定为 x 元，则利润为 $f(x)=(x-40)(-2.25x+270.25)=-2.25x^2+360.25x-10\,810$，

∴当 $x=-\frac{360.25}{2\times(-2.25)}\approx 80$ 时，$f(x)$取得最大值.

22. **解**：(1)2×2 列联表如下

	爱好体育	爱好文艺	合计
男生	20	10	30
女生	8	12	20
合计	28	22	50

(2)恰好是一男一女的概率是：$P=\frac{20\times 12+8\times 10}{28\times 22}=\frac{40}{77}$.

(3)$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+b)(c+d)}$

$=\frac{50\times(20\times 12-8\times 10)^2}{28\times 22\times 30\times 20}\approx 3.463>2.706$，

而 $P(K^2>2.706)=0.10$.

∴有 90%的把握可以认为性别与是否喜欢体育有关系.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

责任编辑 李 莉 张艳茹
美术编辑 李 欣
封面设计 欣 羽

45 分钟
课时作业与单元测试

45FENZHONG KESHIZUOYEYUDANYUANCESHI SHUXUE

丛书科目

语文 数学 英语 物理 化学 生物 历史 地理 思想政治

同学们，你想了解丛书的更多信息吗？详情请登录 http://www.dfjc100.com

※ 各科配有教师用书及教学课件光盘 (word 文档可自主编辑)，英语配有原声磁带 / MP3 光盘。

左手骄子之路练习题，右手阿凡题答疑

扫码下载APP

拍照搜题，秒回解析，火箭速度提升学习效率

随时随地老师在线答疑，看得懂，学得会，听得见

积累错题本，问题不过夜，养成学习好习惯

手机扫一扫
获取配套学习资源

ISBN 978-7-202-08027-6

定价：27.00 元

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料