东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟

课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

教辅资料站

电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源

扫码关注获取更多学习资料

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

选修 2-3　RJ·A

河北人民出版社

东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟

课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

选修2-3　RJ·A

河北人民出版社
石家庄

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

图书在版编目（CIP）数据

45分钟课时作业与单元测试：A版．数学．2-3：选修／邓保沧主编．—石家庄：河北人民出版社，2013.8（2019.10重印）
ISBN 978-7-202-08033-7

Ⅰ．①4…　Ⅱ．①邓…　Ⅲ．①中学数学课—高中—习题集
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第194859号

编　　委：李　越　张瑞霞　李　雅
天高云　蒋　敏　金剑飞

书　　名　45分钟课时作业与单元测试　数学　选修2-3　A
主　　编　邓保沧

责任编辑　李　莉　阴耀华
美术编辑　李　欣
封面设计　欣　羽

出版发行　河北人民出版社（石家庄市友谊北大街330号）
印　　刷　河北伦洋印业有限公司
开　　本　880毫米×1230毫米　1/16
印　　张　6
字　　数　192 000
版　　次　2013年8月第1版　2019年10月第5次印刷
书　　号　ISBN 978-7-202-08033-7
定　　价　30.00元

版权所有　翻印必究

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

第一部分　课时作业

第一章　计数原理 …… 1

1.1　分类加法计数原理与分步乘法计数原理(1) …… 1

1.1　分类加法计数原理与分步乘法计数原理(2) …… 3

1.2　排列与组合 …… 5

1.2.1　排列(1) …… 5

1.2.1　排列(2) …… 7

1.2.1　排列(3) …… 9

1.2.2　组合(1) …… 11

1.2.2　组合(2) …… 12

1.3　二项式定理 …… 14

1.3.1　二项式定理 …… 14

1.3.2　“杨辉三角”与二项式系数的性质 …… 15

阶段评估 1 …… 17

第二章　随机变量及其分布 …… 19

2.1　离散型随机变量及其分布列 …… 19

2.1.1　离散型随机变量 …… 19

2.1.2　离散型随机变量的分布列 …… 21

2.2　二项分布及其应用 …… 23

2.2.1　条件概率 …… 23

2.2.2　事件的相互独立性 …… 25

2.2.3　独立重复试验与二项分布 …… 27

阶段评估 2 …… 29

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

2.3 离散型随机变量的均值与方差 …… 31

2.3.1 离散型随机变量的均值 …… 31

2.3.2 离散型随机变量的方差 …… 33

2.4 正态分布 …… 35

阶段评估 3 …… 37

第三章 统计案例 …… 39

3.1 回归分析的基本思想及其初步应用 …… 39

3.2 独立性检验的基本思想及其初步应用 …… 41

第二部分 阶段检测

阶段测试一(第一章 计数原理) …… 45

阶段测试二(第二章 随机变量及其分布) …… 49

阶段测试三(第三章 统计案例) …… 53

选修 2—3 综合测试 …… 61

第三部分 答案与解析

答案与解析 …… 68～90

提示:全书包括课时作业、阶段检测、答案与解析三部分,共计 96 页。

(根据教师教学情况不同,课时作业和阶段检测部分可在书中作答,也可撕下使用。)

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(1)

基础知识梳理

1. 分类加法计数原理

完成一件事有两类不同方案，在第 1 类方案中有 m 种不同的方法，在第 2 类方案中有 n 种不同的方法. 那么完成这件事共有_____种不同的方法.

推广：完成一件事有 n 类不同方案，在第 1 类方案中，有 m_1 种不同的方法，第 2 类方案中有 m_2 种不同的方法，…，在第 n 类方案中有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=$_____种不同的方法.

2. 分步乘法计数原理

完成一件事需要两个步骤，做第一步有 m 种不同的方法，做第二步有 n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=$_____种不同的方法.

推广：完成一件事需要 n 个步骤，做第一步有 m_1 种不同的方法，做第二步有 m_2 种不同的方法，…，做第 n 步有 m_n 种不同的方法，那么完成这件事共有 $N=$_____种不同的方法.

题点知识巩固

知识点一　分类加法计数原理

1. 有三个袋子，分别装有不同编号的红色小球 6 个，白色小球 5 个，黄色小球 4 个. 若从三个袋子中任取 1 个小球，有多少种不同的取法？

知识点二　分步乘法计数原理

2. 已知集合 $M=\{-3,-2,-1,0,1,2\}$，$P(a,b)(a,b\in M)$ 表示平面上的点，问：

(1)点 P 可表示平面上多少个不同的点？

(2)点 P 可表示平面上多少个第二象限内的点？

知识点三　两个计数原理的综合应用

3. 将 3 颗相同的红色小球和 2 颗相同的黑色小球装入四个不同盒子，每个盒子至少 1 颗，不同的分装方案种数为（　　）

A. 40　　B. 28

C. 24　　D. 16

4. 为举办校园文化节，某班推荐 2 名男生、3 名女生参加文艺技能培训，培训项目及人数分别为乐器 1 人，舞蹈 2 人，演唱 2 人，每人只参加一个项目，并且舞蹈和演唱项目必须有女生参加，则不同的推荐方案的种数为_____. (用数字作答)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

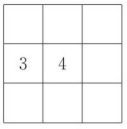
一、选择题

1. 某小组有 8 名男生，6 名女生，要从中选出一名当组长，不同的选法有 （ ）

A. 48 种　　B. 24 种

C. 14 种　　D. 12 种

2. 将 1，2，3，…，9 这 9 个数字填入如图所示的 9 个空格中，要求每一行从左到右，每一列从上到下分别依次增大，当 3，4 固定在图中的位置时，填写空格的方法有 （ ）



A. 6 种　　B. 12 种

C. 18 种　　D. 24 种

3. （**2019·长沙高二检测**）满足 $a,b\in\{-1,0,1,2\}$，且关于 x 的方程 $ax^2+2x+b=0$ 有实数解的有序数对 (a,b) 的个数为 （ ）

A. 14　　B. 13

C. 12　　D. 10

4. 某人有 3 个不同的电子邮箱，他要发 5 个电子邮件，则不同的发送方法种数为 （ ）

A. 8　　B. 15

C. 3^5　　D. 5^3

5. 将 5 个不同的球放入 4 个不同的盒子中，每个盒子至少放一个球，则不同放法共有 （ ）

A. 480 种　　B. 360 种

C. 240 种　　D. 120 种

二、填空题

6. 十字路口来往的车辆，如果不允许回头，共有_____种行车路线.



7. 等腰三角形的三边均为正整数，且其周长不大于 10，这样的三角形共有_____个.

8. 将 A,B,C,D 四个小球放入编号为 1，2，3 的三个盒子中，若每个盒子中至少放一个球且 A,B 不能放入同一个盒子中，则不同的放法有_____种（用数字填空）.

三、解答题

9. （**2019·丽江测试**）现有高二四个班学生 34 人，其中一、二、三、四班各 7 人、8 人、9 人、10 人，他们自愿组成数学课外小组.

(1)选其中一人为负责人，有多少种不同的选法？

(2)每班选一名组长，有多少种不同的选法？

(3)推选二人作中心发言，这二人需来自不同的班级，有多少种不同的选法？

10. 从 0，1，2，3 中选择三个数字组成无重复数字的三位奇数，满足条件的数字有多少个？

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.1　分类加法计数原理与分步乘法计数原理(2)

基础知识梳理

分类加法计算原理和分步乘法计数原理的区别：两个原理都是有关做一件事的不同方法的种数问题，分类加法计数原理针对的是_____问题，其中每种方法相互独立，用其中任何一种方法都可以_____；分步乘法计数原理针对的是_____问题，各个步骤都完成了才算做完这件事.

题点知识巩固

知识点一　组数问题

1. 用1，2，3三个数字组成一个四位数，规定这三个数必须全部使用，且同一个数字不能相邻出现，这样的四位数有（　　）

A. 36个　　B. 18个

C. 9个　　D. 6个

2. (**2019·蚌埠中学高二月考**)在由0，1，2，3，4，5所组成的没有重复数字的四位数中，能被5整除的有（　　）

A. 512个　　B. 192个　　C. 240个　　D. 108个

知识点二　分配问题

3. 四名大学生分配到A，B，C三个不同的区域服务，每个区域至少分配一人. 若甲要求不到区域A，则不同的分配方案种数为（　　）

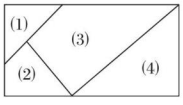
A. 20　　B. 24

C. 30　　D. 36

4. 某学校开设校本选修课，其中人文类4门A_1，A_2，A_3，A_4，自然类3门B_1，B_2，B_3，其中A_1与B_1上课时间一致，其余均不冲突，一位同学共选3门，若要求每类课程中至少选一门，则该同学共有_____种选课方式(用数字填空).

知识点三　染色问题

5. 用五种不同的颜色，给图中的(1)(2)(3)(4)的各部分涂色，每部分涂一色，相邻部分涂不同色，求共有多少种不同的涂色方法？



提能达标过关

一、选择题

1. 某同学逛书店，发现三本喜欢的书，决定至少买其中一本，则购买方案有（　　）

A. 3种　　B. 6种

C. 7种　　D. 9种

2. 甲、乙、丙3个班各有三好学生3、5、2名，现准备推选两名来自不同班的三好学生去参加校三好学生代表大会，不同的推选方法种数为（　　）

A. 10　　B. 30

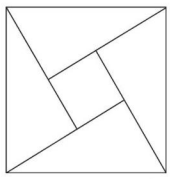
C. 31　　D. 60

3. (**2019·漳州长泰一中高二期中**)从1，2，3，4，5，6，7，8，9这9个数字中任取两个，其中一个作为底数，另一个作为真数，则可以得到不同对数值的个数为（　　）

A. 64　　B. 56

C. 53　　D. 51

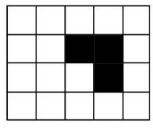
4. (**2019·天津一中质量调查**)如图为我国数学家赵爽(约3世纪初)在为《周髀算经》作注时验证勾股定理的示意图，现在提供5种颜色给其中5个小区域涂色，规定每个区域只涂一种颜色，相邻区域颜色不相同，则不同的涂色方案共有（　　）



A. 120种　　B. 260种

C. 340种　　D. 420种

5. 如图所示的阴影部分由3个小方格组成，我们称这样的图象为L形(每次旋转90°仍为L形图案)，那么由4×5个小方格组成的方格纸上可以画出不同位置的L形图案的个数是（　　）



A. 16　　B. 32

C. 48　　D. 64

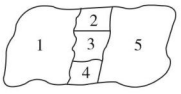
微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题

6. 甲、乙、丙、丁 4 名同学争夺数学、物理、化学 3 门学科知识竞赛的冠军，且每门学科只有 1 名冠军产生，则有_____种不同的冠军获得情况.

7. 在一个具有五个行政区域的地图上(如图)，用四种颜色给这五个行政区着色，当相邻的区域不能用同一颜色时，则不同的着色方法共有_____种.



8. **(2019·山西大学附属中学高二月考)**从集合{1,2,3,…,11}中任选 2 个元素作为椭圆方程$\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1$中的 m 和 n，则落在矩形区域 $B=\{(x,y)\mid |x|<11 \text{ 且 } |y|<9\}$内的椭圆个数为_____.

三、解答题

9. **(2019·上饶市民校高二阶段测试)**把 1,2,3,4,5 这五个数字组成无重复数字的五位数，并把它们按由小到大的顺序排列成一个数列.

(1)43 251 是这个数列的第几项？

(2)这个数列的第 96 项是多少？

10. 某车间有 8 名会车工或钳工的工人，其中 6 人会车工，5 人会钳工，现从这些工人中选出 2 人分别干车工和钳工，问不同的选法有多少种？

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2　排列与组合

1.2.1　排列(1)

基础知识梳理

1. 一般地，从 n 个不同元素中取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素，_____排成一列，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个_____；从 n 个不同元素中取出 $m(m\leqslant n)$ 个元素的所有不同排列的个数，叫做从 n 个不同元素中取 m 个元素的_____，用_____表示，即 $A_n^m=$_____，其中 $m,n\in\mathbf{N}^*$，且 $m\leqslant n$.

2. 若两个排列相同，当且仅当_____.

3. n 个不同元素全部取出的一个排列，叫做 n 个元素的一个_____. $A_n^n=$_____=_____，另外，规定 $0!=$_____，$A_n^m=$_____=_____.

题点知识巩固

知识点一　利用排列的概念解题

1. 判一判(正确的打“√”，错误的打“×”)

(1)1,2,3 与 3,2,1 为同一排列.　(　)

(2)在一个排列中，同一个元素不能重复出现.　(　)

(3)从 1,2,3,4 中任选两个元素，就组成一个排列.　(　)

(4)从 5 个同学中任选 2 个同学分别参加数学和物理竞赛的所有不同的选法是一个排列问题.　(　)

知识点二　排列数公式的应用

2. 计算：$\dfrac{A_7^6-A_6^5}{A_5^4}=$　(　)

A. 12　　B. 24

C. 30　　D. 36

3. 解方程 $A_{2x+1}^4=140A_x^3$.

知识点三　简单的排列问题

4. 用 0,1,2,3,4 五个数字可以组成多少个无重复数字的四位偶数　(　)

A. 30　　B. 40

C. 50　　D. 60

5. 某高三毕业班有 40 人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了_____条毕业留言.(用数字作答)

提能达标过关

一、选择题

1. (**2019·连云港检测**)乘积 $m(m+1)(m+2)(m+3)\cdots(m+20)$ 可表示为　(　)

A. A_m^2　　B. A_m^{21}

C. A_{m+20}^{20}　　D. A_{m+20}^{21}

2. (**2019·成都外国语学校高二月考**)A_{n+1}^2 与 A_n^3 的大小关系是　(　)

A. $A_{n+1}^2>A_n^3$　　B. $A_{n+1}^2<A_n^3$

C. $A_{n+1}^2=A_n^3$　　D. 大小关系不定

3. 下列各式中与排列数 A_n^m 相等的是　(　)

A. $\dfrac{n!}{(n-m+1)!}$

B. $n(n-1)(n-2)\cdots(n-m)$

C. $\dfrac{nA_{n-1}^m}{n-m+1}$

D. $A_n^1A_{n-1}^{m-1}$

4. 若 $S=A_1^1+A_2^2+A_3^3+A_4^4+\cdots+A_{100}^{100}$，则 S 的个位数字是　(　)

A. 8　　B. 5

C. 3　　D. 0

5. 若 6 名学生排成两排，每排 3 人，则不同的排法种数为(　)

A. 36　　B. 120

C. 240　　D. 720

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题

6. 计算$\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\frac{3}{4!}+\cdots+\frac{n-1}{n!}=$_____.

7. 已知$\frac{A_n^7-A_n^5}{A_n^5}=89$，则 $n=$_____.

8. (**2019·湖北黄冈质检**)把座位号分别为 1,2,3,4,5 的五张电影票全部分给甲、乙、丙、丁四人，每人至少一张，最多两张，且分到的两张票必须连号，那么不同的分发种数为_____(用数字作答).

三、解答题

9. 解不等式 $A_9^x>6A_9^{x-2}$.

10. (**2019·永清县第一中学质量检测**)一条铁路有 n 个车站，为适应客运需要，新增了 m 个车站，且知 $m>1$，客运车票增加了 62 种，问原有多少个车站？现在有多少个车站？

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2.1　排列(2)

基础知识梳理

解决排列问题常用的方法

(1)特殊元素优先法

对于有特殊元素的排列问题,一般应先考虑_____,再考虑其他元素.

(2)特殊位置优先法

对于特殊位置的排列问题,一般应先考虑_____,再考虑其他位置.

(3)相邻问题捆绑法

对于要求某几个元素相邻的排列问题,可先将_____的元素“捆绑”起来,看作一个“大”的元素,与其他元素一起排列,然后再对被“捆绑”的元素内部进行排列.

(4)不相邻问题插空法

对于要求某几个元素不相邻的排列问题,可先将其他元素排好,然后将不相邻的元素插入在已排好的元素之间及两端的空隙即可.

题点知识巩固

知识点一　数字问题

1.(**2019·唐山一模**)用两个1,一个2,一个0,可组成不同四位数的个数是(　　)

A.18　　B.16

C.12　　D.9

2.用数字0,1,2,3,4,5组成没有重复数字的数:

(1)能组成多少个五位数?

(2)能组成多少个正整数?

(3)能组成多少个六位奇数?

(4)能组成多少个能被25整除的四位数?

知识点二　排队问题

3.将7个座位连成一排,安排4个人就座,恰有两个空位相邻的不同坐法有(　　)

A.240　　B.480

C.720　　D.960

4.三名男生和两名女生按要求站成一排,分别有多少种不同的站法?(用数字作答)

(1)两名女生相邻;

(2)女生不能站在两端;

(3)女生从左到右由高到矮排;

(4)女生甲不排在左端且女生乙不排在右端.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 用数字 0,1,2,3,4,5 组成没有重复数字的五位数,其中比 40 000 大的偶数共有 ( )

A. 144 个　　B. 120 个

C. 96 个　　D. 72 个

2. (**2019·齐齐哈尔市高二期末**)若从 0,1,2,3,4,5 这六个数字中选 3 个数字,组成没有重复数字的三位偶数,则这样的三位数一共有 ( )

A. 20 个　　B. 48 个

C. 52 个　　D. 120 个

3. (**2019·沈阳市东北育才学校模拟**)某次文艺汇演为,要将 A,B,C,D,E,F 这六个不同节目编排成节目单,如下表:

序号	1	2	3	4	5	6
节目						

如果 A,B 两个节目要相邻,且都不排在第 3 号位置,那么节目单上不同的排序方式有 ( )

A. 192 种　　B. 144 种

C. 96 种　　D. 72 种

4. (**2019·辽宁抚顺期中**)某联欢会要安排 3 个歌舞类节目,2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序,则同类节目不相邻的排法总数是 ( )

A. 72　　B. 120

C. 144　　D. 168

5. 我国第一艘航母"辽宁舰"在某次舰载机起降飞行训练中有 5 架歼-15 飞机准备着舰. 如果甲、乙两机必须相邻着舰,而丙、丁两机不能相邻着舰,那么不同的着舰方法有 ( )

A. 12 种　　B. 18 种

C. 24 种　　D. 48 种

二、填空题

6. 有 5 名男生和 3 名女生,从中选出 5 人分别担任语文、数学、英语、物理、化学学科的课代表,若某女生必须担任语文课代表,则不同的选法共有_____种.(用数字作答)

7. (**2019·宁夏长庆中学高二期中考**)某商店要求甲、乙、丙、丁、戊五种不同的商品在货架上排成一排,其中甲、乙两种必须排在一起,而丙、丁两种不能排在一起,则不同的排法共有_____种.

8. 6 个人排成一行,其中甲、乙两人不相邻的不同排法共有_____种.(用数字作答)

三、解答题

9. (**2019·安平中学高二月考**)某次文艺晚会上共演出 8 个节目,其中 2 个唱歌、3 个舞蹈、3 个曲艺节目,求分别满足下列条件的节目编排方法有多少种.

(1)一个唱歌节目开头,另一个放在最后压台;

(2)2 个唱歌节目互不相邻;

(3)2 个唱歌节目相邻且 3 个舞蹈节目不相邻.

10. 有 3 名男生,4 名女生,在下列不同条件下,求不同的排列方法总数.

(1)选 5 人排成一排;

(2)排成前后两排,前排 3 人,后排 4 人;

(3)全体站成一排,甲不站排头也不站排尾;

(4)全体站成一排,女生必须站在一起;

(5)全体站成一排,男生互不相邻;

(6)全体站成一排,甲不站排头,乙不站排尾.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

1.2.1　排列(3)

基础知识梳理

解决排列问题常用的方法

(1)对于定序问题,可采用“除阶乘法”解决,即用不限制的排列数除以顺序一定元素的_____.

(2)分排问题直接处理.

(3)正难则反,等价转化的方法.

(4)对于复杂问题分类讨论,转化为若干个简单问题.

题点知识巩固

知识点一　定序问题

1. 在某班举行的“庆五一”联欢晚会开幕前已排好有 8 个不同节目的节目单,如果保持原来的节目相对顺序不变,临时再插进去 A,B,C 三个不同的新节目,且插进的三个新节目按 A,B,C 顺序出场,那么共有_____种不同的插入方法(用数字作答).

2. 用 1,2,3,4,5,6 六个数字组成没有重复数字的六位数,其中百、十、个位的数字按从小到大的顺序排列,这样的六位数共有_____个.

知识点二　排列的综合应用

3. 一个长椅上共有 10 个座位,现有 4 人去坐,其中恰有 5 个连续空位的坐法共有　(　　)

A. 240 种　　B. 600 种

C. 408 种　　D. 480 种

4. 某艺校在一天的 6 节课中随机安排语文、数学、外语三门文化课和其他三门艺术课各 1 节,则在课表上的相邻两节文化课之间至少间隔 1 节艺术课的概率为_____(用数字作答).

提能达标过关

一、选择题

1. 一排 9 个座位坐了 3 个三口之家,若每家人坐在一起,则不同的坐法种数为　(　　)

A. $3\times3!$　　B. $3\times(3!)^3$

C. $(3!)^4$　　D. $9!$

2. 甲、乙、丙、丁四位同学高考之后计划去 A,B,C 三个不同社区进行帮扶活动,每人只能去一个社区,每个社区至少一人,其中甲必须去 A 社区,乙不去 B 社区,则不同的安排方法种数为　(　　)

A. 8　　B. 7

C. 6　　D. 5

3. 在 1,2,3,4,5,6,7 的任一排列 $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5,a_6,a_7$ 中,使相邻两数都互质的排列方法种数为　(　　)

A. 576　　B. 720　　C. 864　　D. 1 152

4. 7 人排成一排,限定甲要排在乙的左边,乙要排在丙的左边,甲、乙相邻,乙、丙不相邻,则不同排法的种数是(　　)

A. 60　　B. 120

C. 240　　D. 360

5. 将数字 1,1,2,2,3,3 排成三行两列,要求每行的数字互不相同,每列的数字也互不相同,则不同的排列方法共有　(　　)

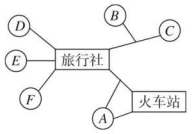
A. 12 种　　B. 18 种

C. 24 种　　D. 36 种

二、填空题

6. (**2019·南城二中高二月考**)六个停车位置,有 3 辆汽车需要停放,若要使三个空位连在一起,则停放的方法数为_____.

7. 如图,某城市开发旅游资源,现开发出 A,B,C,D,E,F 六个旅游景点.该城市某旅行社根据游览景点次序不同而制定团体旅游方案,因为 A 景点离火车站最近,根据团体来的时间,决定最先或最后旅游,对于同一交通线路上的 B,C,可按先远后近或先近后远的方式游览,其余不作要求,则可制定不同的旅游方案有_____种.



8. 有 4 位同学在同一天的上、下午参加“身高与体重”“立定跳远”“肺活量”“握力”“台阶”五个项目的测试,每位同学上、下午各测试一个项目,且不重复.若上午不测“握力”项目,下午不测“台阶”项目,其余项目上、下午都各测试一人.则不同的安排方式共有_____种(用数字作答).

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、解答题

9. A,B,C 三人是 7 名班委会中的成员，有 7 种不同的职务，现对 7 名班委进行职务具体分工.

(1)若正、副班长两职只能由 A,B,C 三人中选两人担任，有多少种分工方案？

(2)若正、副班长两职至少要选 A,B,C 三人中的一人担任，有多少种分工方案？

10. (**2019·行唐县三中高二月考**)已知圆的方程 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2(r>0)$，从 0,3,4,5,6,7,8,9,10 这 9 个数中选出 3 个不同的数，分别作圆心的横坐标、纵坐标和圆的半径. 问：

(1)可以作多少个不同的圆？

(2)经过原点的圆有多少个？

(3)圆心在直线 $x+y-10=0$ 上的圆有多少个？

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

1.2.2　组合(1)

基础知识梳理

1. 一般地，从 n 个不同元素中取出 m（$m\leqslant n$）个元素_____，叫做从 n 个不同元素中取出 m 个元素的一个组合，从 n 个不同元素中取出 m（$m\leqslant n$）个元素的所有不同组合的个数，即_____，用符号_____表示，其中 $C_n^m=$_____$=$_____.

2. 组合的性质

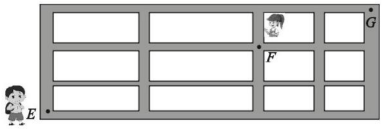
性质 1：$C_n^m=$_____；

性质 2：$C_{n+1}^m=$_____.

题点知识巩固

知识点一　组合的概念及其应用

1. 如图，小明从街道的 E 处出发，先到 F 处与小红会合，再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为　（　）



A. 24　　B. 18

C. 12　　D. 9

2. 下列几个问题是组合问题的有　（　）

①从 A,B,C 3 名同学中选出 2 名同学任正、副班长，有多少种不同的选法？

②有 4 张电影票，要从 7 人中选出 4 人去观看，有多少种不同的选法？

③安排 3 人去干 5 种不同的工作，每人干一种，有多少种分工方法？

④把 3 本相同的书分给 5 人，每人一本，有多少种分配方法？

A. ①②　　B. ③④

C. ①③　　D. ②④

知识点二　有关组合数的计算问题

3. 若 $C_n^2=28$，则 n 的值为_____.

4. 求 $20C_{n+5}^5=4(n+4)C_{n+3}^{n-1}+15A_{n+3}^2$ 中 n 的值.

知识点三　组合数的性质

5. 计算 $C_8^2+C_8^3+C_9^2=$_____.

6. 已知 $C_{10}^x=C_{10}^{3x-2}(x\in\mathbf{N}^*)$，则 $x=$_____.

提能达标过关

一、选择题

1. 从 10 个不同的数中任取 2 个数，求其(1)和、(2)差、(3)积、(4)商，这四个问题中属于组合的有　（　）

A. (1)(2)　　B. (1)(3)

C. (2)(4)　　D. (1)(2)(3)(4)

2. **(2019·封开县江口中学调研)** 式子 $C_{10}^{m+2}+C_{10}^{17-m}(m\in\mathbf{N}^*)$ 的值的个数为　（　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. 在 1,2,3,4,5 这五个数字组成没有重复数字的三位数中，百位上数字大于十位上的数字，且十位数字大于个位上的数字的三位数的个数是　（　）

A. 10　　B. 20

C. 40　　D. 60

4. 计算 $C_4^3+C_5^3+C_6^3+\cdots+C_{2\,018}^3$ 的值为　（　）

A. $C_{2\,019}^4$　　B. $C_{2\,019}^5$

C. $C_{2\,019}^4-1$　　D. $C_{2\,019}^5-1$

5. **(2019·平顶山期末调研)** 某班级有一个 7 人小组，现任选其中 3 人相互调整座位，其余 4 人座位不变，则不同的调整方案有　（　）

A. 35 种　　B. 70 种

C. 30 种　　D. 65 种

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题

6.(**2019·汕头市金山中学月考**)若 $C_n^{m-1}:C_n^m:C_n^{m+1}=3:4:5$,则 $n-m=$_____.

7.不等式 $C_n^2-n\leqslant 14$ 的解集为_____.

8.从长度分别为 1,2,3,4,5 的五条线段中任取三条的不同取法共有 n 种,在这些取法中,以取出的三条线段为边可组成三角形的个数为 m,则 $\frac{m}{n}=$_____.

三、解答题

9.(1)求值 $C_n^{5-n}+C_{n+1}^{9-n}$;

(2)已知 $C_n^3=C_{n-1}^3+C_{n-1}^4$,求 C_n^2.

10.某足球赛共 32 支球队有幸参加,它们先分成 8 个小组进行循环赛,决出 16 强(每队均与本组其他队赛一场,各组一、二名晋级 16 强),这 16 支球队再分成 8 个小组决出 8 强,8 强再分成 4 个小组决出 4 强,4 强再分成 2 个小组决出 2 强,最后决出冠、亚军,此外还要决出第三名、第四名,问这次足球赛共进行了多少场比赛?

1.2.2 组合(2)

基础知识梳理

1.排列与组合的联系与区别

排列与组合的共同点都是"从 n 个不同元素中,任取 m 个元素",如果交换某两个元素的位置对结果_____,就是排列问题;反之,如果交换两个元素的位置对结果_____,就是组合问题,简言之,排列问题与顺序有关,组合问题与顺序无关.

2.分组与分配问题

(1)分组问题属于"组合"问题,常见的分组问题有三种.

①完全均匀分组,每组的元素个数均相等;

②部分均匀分组,应注意不要重复,若有 n 组均匀,最后必须除以_____;

③完全非均匀分组,这种分组不考虑重复现象.

(2)分配问题属于"排列"问题.

分配问题可以按要求逐个分配,也可以分组后再分配.

题点知识巩固

知识点一 简单的分组问题

1.某新农村社区共包括 8 个自然村,且这些村庄分布零散,没有任何三个村庄在一条直线上,现要在该社区内建"村村通"工程,共需建公路的条数为 (　　)

A.4　　B.8

C.28　　D.64

2.将 4 个大小相同、颜色互不相同的球全部放入编号为 1 和 2 的两个盒子里,使得放入每个盒子里球的个数不小于该盒子的编号,则不同的放球方式有_____种.

知识点二 分组与分配问题

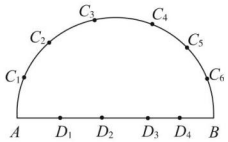
3.将甲、乙、丙、丁四名实习老师分到三个不同的班,要求每个班至少分到一名老师,且甲、乙两名老师不能分到同一个班,则不同分法的种数为 (　　)

A.18　　B.24

C.30　　D.36

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

4. 如图所示，在以 AB 为直径的半圆周上，有异于 A，B 的六个点 C_1，C_2，…，C_6，直径 AB 上有异于 A，B 的四个点 D_1，D_2，D_3，D_4. 则：



(1)以这 12 个点(包括 A，B)中的 4 个点为顶点，可作出多少个四边形？

(2)以这 10 个点(不包括 A，B)中的 3 个点为顶点，可作出多少个三角形？

知识点三　排列与组合的综合应用

5. 平面内有 4 个红点和 6 个蓝点，其中只有一个红点和两个蓝点共线，其余任意三点不共线，则过这 10 个点中的两点所确定的直线中，至少过一个红点的直线的条数是(　　)

A. 27　　B. 28

C. 29　　D. 30

6.《红海行动》是一部现代化海军题材影片，该片讲述了中国海军“蛟龙突击队”奉命执行撤侨任务的故事. 撤侨过程中，海军舰长要求队员们依次完成六项任务，并对任务的顺序提出了如下要求：重点任务 A 必须排在前三位，且任务 E，F 必须排在一起，则这六项任务的不同安排方案共有(　　)

A. 240 种　　B. 188 种

C. 156 种　　D. 120 种

提能达标过关

一、选择题

1. 三名教师教六个班的数学，则每人教两个班，分配方案共有(　　)

A. 18 种　　B. 24 种

C. 45 种　　D. 90 种

2. 在 100 件产品中有 6 件次品，现从中任取 3 件产品，至少有 1 件次品的不同取法的种数为(　　)

A. $C_6^1C_{94}^2$　　B. $C_6^1C_{99}^2$

C. $C_{100}^3-C_{94}^3$　　D. $A_{100}^3-A_{94}^3$

3. (**2019·吉林省实验中学期末**)为了配合创建全国文明城市的活动，我校现从 4 名男教师和 5 名女教师中，选取 3 人，组成创文明志愿者小组，若男女至少各有一人，则不同的选法共有(　　)

A. 140 种　　B. 84 种

C. 70 种　　D. 35 种

4. (**2019·石家庄市期末**)某人在微信群中发了一个 8 元“拼手气”红包，被甲、乙、丙三人抢完，若三人均领到整数元，且每人至少领到 1 元，则甲领到的钱数不少于其他任何人的概率为(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{8}{21}$

C. $\frac{3}{7}$　　D. $\frac{5}{18}$

5. 某学校组织 5 个年级的学生外出参观包括甲科技馆在内的 5 个科技馆，每个年级任选一个科技馆参观，则有且只有两个年级选择甲科技馆的方案有(　　)

A. $A_5^2\times A_4^3$ 种　　B. $A_5^2\times 4^3$ 种

C. $C_5^2\times A_4^3$ 种　　D. $C_5^2\times 4^3$ 种

二、填空题

6. 从 0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 中任取 7 个不同的数，则这 7 个数的中位数是 6 的概率为_____.

7. 安排 4 名大学毕业生到 3 个单位工作，每个大学生都要安排一个单位，每个单位至少安排一名大学毕业生，则不同的安排方式共有_____种(用数字填写答案).

8. 从 -7，-5，-2，-1，1，2，5，7 中任取 3 个不同的数作为椭圆 $ax^2+by^2-c=0$ 的系数，则能确定的椭圆的个数为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、解答题

9. 一个口袋内装有大小相同的 7 个白球和 1 个黑球.

(1)从口袋内取出 3 个球,共有多少种取法?

(2)从口袋内取出 3 个球,使其中含有 1 个黑球,有多少种取法?

(3)从口袋内取出 3 个球,使其中不含黑球,有多少种取法?

10. 把 4 个男同志和 4 个女同志平均分成 4 组,到 4 辆公共汽车里参加售票劳动,如果同样两人在不同汽车上服务算作不同情况.

(1)有几种不同的分配方法?

(2)每个小组必须是一个男同志和一个女同志,有几种不同的分配方法?

(3)男同志与女同志分别分组,有几种不同的分配方法?

1.3 二项式定理

1.3.1 二项式定理

基础知识梳理

二项式定理

$(a+b)^n=$_____,其展开式共有_____项,其中各项的系数_____($k\in\{0,1,2,\cdots,n\}$)叫做二项式系数,式子中的_____叫做二项展开式的通项,用_____表示,即展开式的第_____项,即_____.

题点知识巩固

知识点一 二项式定理的应用

1. (1)求$\left(3\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$的展开式;

(2)化简$(x-1)^5+5(x-1)^4+10(x-1)^3+10(x-1)^2+5(x-1)$.

知识点二 求展开式中的特定项及系数

2. 在$(1-2x)^6$的展开式中,x^2的系数为_____.(用数字作答)

3. 若$\left(x+\frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$的展开式中$x^4$的系数为 7,则实数 $a=$_____.

知识点三 二项式定理的综合应用

4. 在$(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$的展开式中,含$x^3$项的系数是 ( )

A. 74　　B. 121

C. -74　　D. -121

5. 已知$C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+\cdots+2^nC_n^n=729$,则$C_n^1+C_n^3+C_n^5$的值为 ( )

A. 64　　B. 32

C. 63　　D. 31

提能达标过关

一、选择题

1. $(x^2+2)\left(\frac{1}{x^2}-1\right)^5$的展开式的常数项是 ( )

A. -3　　B. -2

C. 2　　D. 3

2. 二项式$\left(x^2+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{10}$的展开式中的有理数的项共有 ( )

A. 4 项　　B. 5 项

C. 6 项　　D. 7 项

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 在$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$的展开式中，$x$的幂指数为整数的项共有　　(　　)

A. 3项　　B. 4项

C. 5项　　D. 6项

4. 已知二项式$(1+2x)^n$的展开式中，第四项与第五项的二项式系数相等，则展开式中x^2项的系数是　　(　　)

A. 21　　B. 28

C. 84　　D. 112

5. 二项式$\left(ax+\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^6$的展开式的第二项的系数为$-\sqrt{3}$，则$\int_{-2}^{a}x^2\mathrm{d}x$的值为　　(　　)

A. $\frac{7}{3}$　　B. 3

C. 3或$\frac{7}{3}$　　D. 3或$-\frac{10}{3}$

二、填空题

6. 二项式$\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-x^2\right)^{10}$的展开式中含$x^{10}$项的系数是_____.

7. (**2019·舒兰市一中高二月考**)设$(x-\sqrt{2})^n$的展开式中第二项与第四项的系数之比为1∶2，则含x^2的项为_____.

8. 已知$(x\cos\theta+1)^5$的展开式中x^2的系数与$\left(x+\frac{5}{4}\right)^4$的展开式中$x^3$的系数相等，则$\cos\theta=$_____.

三、解答题

9. 若将函数$f(x)=x^5$表示为$f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\cdots+a_5(1+x)^5$，其中$a_0,a_1,a_2,\cdots,a_5$为实数，求$a_4$的值.

10. 已知$n\in\mathbf{N}^*$，$n>2$，$\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中第2项，第3项，第4项的二项式系数成等差数列.

(1)求n；

(2)求展开式中含$x^{\frac{1}{2}}$项的系数.

1.3.2　“杨辉三角”与二项式系数的性质

基础知识梳理

1. 在杨辉三角中，在同一行的每行两端都是_____，与这两个_____等距离的项的系数_____；相邻的两行中，除_____以外的每一个数都等于它“肩上”两个数的_____，此性质反映组合数的性质_____.

2. 二项式的性质

(1)对称性，与首末两端“_____”的两个_____，它反映了组合数性质_____.

(2)增减性与最大值，当$k<\frac{n+1}{2}$时，二项式系数是逐渐_____的，由对称性知它的后半部分是逐渐_____的，且在_____取值最大值. 当n为偶数时，中间的一项取得最大值_____；当n为奇数时，中间的两项_____相等，且同时取得最大值.

(3)各二项式系数的和. $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^r+\cdots+C_n^n=$_____.

二项展开式中，偶数项的二项式系数的和与奇数项的二项式系数的和相等，即$C_n^1+C_n^3+C_n^5+\cdots=C_n^0+C_n^2+C_n^4+\cdots=$_____.

题点知识巩固

知识点一　展开式中各项系数的和

1. 若$\left(\frac{3}{\sqrt{x}}-\sqrt[3]{x}\right)^n$的展开式中所有项系数的绝对值之和为1 024，则该展开式中常数项是　　(　　)

A. -270　　B. 270

C. -90　　D. 90

2. 已知$(a-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，若$a_2=80$，则$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_5=$　　(　　)

A. 32　　B. 1

C. -243　　D. 1或-243

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

知识点二 二项式系数

3. 已知$(1+x)^n$的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，则奇数项的二项式系数和为 （ ）

A. 2^{12}　　B. 2^{11}

C. 2^{10}　　D. 2^9

4. 在二项式$\left(\sqrt{x}+\frac{3}{x}\right)^n$的展开式中，各项系数之和为 M，各项的二项式系数之和为 N，且 $M+N=72$，则展开式中常数项的值为_____.

知识点三 杨辉三角

5. 如图，在杨辉三角形中，从上往下数共有 n 行($n\in\mathbf{N}^*$)，在这些数中，非 1 的数之和为_____.

```
        1
      1   1
    1   2   1
  1   3   3   1
1   4   6   4   1
…       …
```

提能达标过关

一、选择题

1. (**2019·全国卷Ⅲ**)$(1+2x^2)(1+x)^4$的展开式中 x^3 的系数为 （ ）

A. 12　　B. 16

C. 20　　D. 24

2. 若$\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^n$($n\in\mathbf{N}^*$)的展开式中只有第 6 项系数最大，则该展开式中的常数项为 （ ）

A. 210　　B. 252

C. 462　　D. 10

3. 已知$\left(x-\frac{a}{x}\right)^8$展开式中常数项为 1 120，实数 a 是常数，则展开式中各项系数的和是 （ ）

A. 2^8　　B. 3^8

C. 1 或 3^8　　D. 1 或 2^8

4. 在$(x+y)^{15}$的展开式中第七、八、九项的系数分别是 a，b，c，则 a，b，c 的大小关系是 （ ）

A. $a<b<c$　　B. $a=b<c$

C. $a<b=c$　　D. $a=b>c$

5. 已知等差数列$\{a_n\}$的第 6 项是二项式$\left(x-\frac{2}{x}+y\right)^6$展开式的常数项，则 $a_2+a_{10}=$ （ ）

A. 160　　B. -160

C. 320　　D. -320

二、填空题

6. (**2019·天津卷**)$\left(2x-\frac{1}{8x^3}\right)^8$的展开式中的常数项为_____.

7. 在$(1-x)(1+x)^4$的展开式中，含 x^2 项的系数是 b，若$(2-bx)^7=a_0+a_1x+\cdots+a_7x^7$，则 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$_____.

8. 若 $a_0x^{2\,018}+a_1x^{2\,017}(1-x)+a_2x^{2\,016}(1-x)^2+\cdots+a_{2\,018}(1-x)^{2\,018}=1$，则 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2\,018}=$_____.

三、解答题

9. 已知 $f(x)=(1+3x)(1-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_6x^6$.

(1)求 $a_0+\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2^2}a_2+\cdots+\frac{1}{2^6}a_6$；

(2)求 a_2.

10. 已知$\left(x+\frac{m}{x}\right)^n$展开式的二项式系数之和为 256.

(1)求 n；

(2)若展开式中常数项为$\frac{35}{8}$，求 m 的值；

(3)若$(x+m)^n$展开式中系数最大项只有第 6 项和第 7 项，求 m 的取值情况.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段评估 1

（时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1.（**2019 · 清水六中高二月考**）已知$\left(\sqrt{x}+\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$展开式中，各项系数的和与其各项二项式系数的和之比为 64，则 n 等于（　　）

A. 4　　B. 5

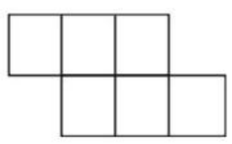
C. 6　　D. 7

2. 有 7 个座位连成一排，4 人就坐，要求恰有两个空位相邻且甲乙两人不坐在相邻座位，则不同的坐法种数是（　　）

A. 512　　B. 480

C. 408　　D. 336

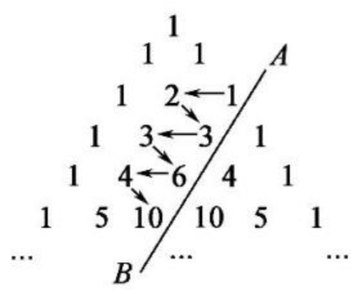
3. 若用红、黄、蓝、绿四种颜色填涂如图方格，要求有公共顶点的两个格子颜色不同，则不同的涂色方案数有（　　）



A. 48 种　　B. 72 种

C. 96 种　　D. 216 种

4. 如图，在杨辉三角中，斜线 AB 上方箭头所连的数组成一个锯齿形的数列：1，2，3，3，6，4，10，…，记这个数列前 n 项的和为 S_n，则 S_{16} 等于（　　）



A. 164　　B. 155

C. 144　　D. 128

5. 将 2 名教师，4 名学生分成 2 个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成，不同的安排的方案共有（　　）

A. 8 种　　B. 9 种

C. 10 种　　D. 12 种

6.（**2019 · 实验中学高二期中**）设$(1+x+x^2)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{2n}x^{2n}$，则 $a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{2n}$ 等于（　　）

A. 2^n　　B. $\frac{3^n-1}{2}$

C. 2^{n+1}　　D. $\frac{3^n+1}{2}$

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

7.（**2019 · 浙江卷**）在二项式$(\sqrt{2}+x)^9$的展开式中，常数项是_____，系数为有理数的项的个数是_____.

8. 四名高二学生报名参加数学、物理、化学三门学科竞赛，要求每名学生都参加且只参加 1 门学科竞赛，则 3 门学科都有学生参赛的种数有_____种.

9. 若$(2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$，则$a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=$_____.

10. 某教学大楼共 5 层，每层均有两个楼梯，由一层到五层的走法有_____种.

三、解答题（共 50 分）

11.（12 分）已知$(5x-1)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n(n\in\mathbf{N}^*)$，展开式中二项式系数之和为 256.

(1)求 n 的值；

(2)求$\frac{a_4}{a_5}$的值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12.(12 分)(**2019·牡丹江中学高二月考**)某节目中准备了两个信箱,其中存放着先后两次竞猜中成绩优秀的观众来信,甲信箱中有 30 封,乙信箱中有 20 封,现由主持人抽奖确定幸运观众,若先确定一名幸运之星,再从两信箱中各确定一名幸运伙伴,有多少种不同的结果?

13.(13 分)(**2019·广西桂林质检**)已知二项式$\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$.

(1)求展开式前 2 项的二项式系数之和;

(2)求这个展开式中的常数项.

14.(13 分)一个口袋里有 4 个不同的红球,6 个不同的白球(球的大小均一样).

(1)从中任取 3 个球,恰好为同色球的不同取法有多少种?

(2)取得一个红球记为 2 分,一个白球记为 1 分.从口袋中取出 5 个球,使总分不小于 7 分的不同取法共有多少种?

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二章 随机变量及其分布

2.1 离散型随机变量及其分布列

2.1.1 离散型随机变量

基础知识梳理

1. 随机试验

一般地，一个试验如果满足下列条件：

(1)试验可以在相同的情形下_____；

(2)试验所有可能的结果是明确的，并且_____；

(3)每次试验总是恰好出现这些可能结果中的一个，但在一次试验之前却不能肯定这次试验的结果会出现哪一个. 这种试验就是一个随机试验.

2. 随机变量

在随机试验中，随着_____变化而变化的变量称为随机变量.

3. 离散型随机变量

所有取值可以_____的随机变量，称为离散型随机变量.

题点知识巩固

知识点一　随机变量的概念

1. 下面给出四个随机变量：

①高速公路上某收费站未来 1 小时内经过的车辆数 X；

②一个沿直线 $y=x$ 进行随机运动的质点，它在该直线上的位置；

③某网站未来一小时的点击量；

④某一天之内的温度 x.

其中是离散型随机变量的序号有_____.

2. 判断下列各个量，哪些是随机变量，哪些不是随机变量，并说明理由.

(1)某地“行风热线”某天接到电话的个数；

(2)新赛季，梅西在某场比赛中(90 分钟)，上场比赛的时间；

(3)对角线互相垂直且长度分别为 6 和 8 的四边形的面积；

(4)在一次书法作品评比中，设一、二、三等奖，小刚的一件作品获奖的等次.

知识点二　离散型随机变量的取值及试验结果

3. 有一批产品共 12 件，其中次品 3 件，每次从中仅取一件，在取到合格品之前取出的次品数 X 的所有可能的取值是_____.

4. 写出下列各随机变量的可能取值，并说明随机变量所取的值表示的随机试验的结果.

(1)抛掷甲、乙两枚骰子，所得点数之和 Y；

(2)盒中装有 6 支白粉笔和 2 支红粉笔，从中任意取出 3 支，其中所含白粉笔的支数 ξ，所含红粉笔的支数 η；

(3)一个袋中装有 5 个同样大小的球，编号为 1,2,3,4,5. 现从该袋内随机取出 3 个球，被取出的球的最大号码数为 ξ.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 下列不是随机变量的是 ( )

A. 从编号为 1～10 号的小球随意取一个小球的编号

B. 从早晨 7:00 到中午 12:00 某人上班的时间

C. A,B 两地相距 a km,以 v km/h 的速度从 A 到达 B 的时间

D. 某十字路口一天中经过的轿车辆数

2. (**2019·郑州一中高二期中**)一个袋子中有质量相等的红,黄,绿,白四种小球各若干个,一次倒出三个小球,下列变量是离散型随机变量的是 ( )

A. 小球滚出的最大距离

B. 倒出小球所需的时间

C. 倒出的三个小球的质量之和

D. 倒出的三个小球的颜色的种数

3. 如果 X 是一个离散型随机变量,则假命题是 ( )

A. X 取每一个可能值的概率都是非负数

B. X 取所有可能值的概率之和为 1

C. X 取某几个值的概率等于分别取其中每个值的概率之和

D. X 在某一范围内取值的概率大于它取这个范围内各个值的概率之和

4. 袋中装有 10 个红球,5 个黑球,每次随机抽取 1 个球后,若取得黑球则另换 1 个红球放回袋中,直到取到红球为止. 若抽取的次数为 ξ,则表示“放回 5 个红球”事件的是 ( )

A. $\xi=4$　　B. $\xi=5$

C. $\xi=6$　　D. $\xi\leqslant 5$

5. 某人进行射击,共有 5 发子弹,击中目标或子弹打完就停止射击,射击次数为 ξ,则“$\xi=5$”表示的试验结果不可能是 ( )

A. 第 5 次击中目标　　B. 第 5 次未击中目标

C. 前 4 次未击中目标　　D. 第 4 次击中目标

二、填空题

6. 甲进行 3 次射击,每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$,记甲击中目标的次数为 ξ,则 ξ 的可能取值为_____.

7. 在一次比赛中,需回答三个问题,比赛规则规定:每题回答正确得 100 分,回答不正确得 -100 分,则选手甲回答这三个问题的总得分 ξ 的所有可能取值是_____.

8. (**2019·寿光现代中学高二月考**)一位用户在打电话时忘记了号码的最后三个数字,只记得最后三个数字两两不同,且都大于 5,于是他随机拨最后三个数字(两两不同),设他拨到所要号码的次数为 ξ,则随机变量 ξ 的可能取值共有_____种.

三、解答题

9. 王刚同学平时积攒的零钱兑换后有 100 元,50 元,20 元,10 元各一张,他决定随机抽出两张用来捐款,用 X 表示抽出两张金额的和,写出 X 所有可能的取值,并说明所取值表示的随机试验结果.

10. 一个袋中装有 5 个白球和 5 个黑球,从中任取 3 个,其中所含白球的个数为 ξ.

(1)列表说明可能出现的结果与对应的 ξ 的值;

(2)若规定抽取 3 个球中,每抽到一个白球加 5 分,抽到黑球不加分,且最后不管结果如何都加上 6 分,求最终得分 η 的可能取值,并判定 η 的随机变量类型.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.1.2　离散型随机变量的分布列

基础知识梳理

1. 一般地，若离散型随机变量 X 可能取的不同的值为 x_1，x_2，…x_n，X 取的每一个值 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$ 的概率为 $P(X=x_i)=p_i$，以表格的形式表示如下：

X	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

则上表称为_____，简称为 X 的分布列，它具有如下性质：(1)_____$(i=1,2,\cdots,n)$；(2)_____.

2. 若随机变量 X 的分布列为下表的形式，则称 X 服从两点分布，并称 $p=P(X=1)$ 为_____.

X	0	1
P	$1-p$	p

3. 一般地，在含有 M 件次品的 N 件产品中，任取 n 件，其中 X 件次品，则 $P(X=k)=\dfrac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}(k=0,1,2,\cdots,m)$. 其中 $m=\min\{M,n\}$，且 $n\leqslant N$，$M\leqslant N$，$(n,M,N\in\mathbf{N}^*)$

X	0	1	…	m
P	$\dfrac{C_M^0 C_{N-M}^{n-0}}{C_N^n}$	$\dfrac{C_M^1 C_{N-M}^{n-1}}{C_N^n}$	…	$\dfrac{C_M^m C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}$

如果随机变量 X 的分布列具有上表的形式，则称随机变量 X 服从_____.

题点知识巩固

知识点一　离散型随机变量的分布列

1. 在一次购物抽奖活动中，假设某 10 张奖券中有一等奖券 1 张，可获价值为 50 元的奖品；有二等奖券 3 张，每张可获价值为 10 元的奖品；其余 6 张没有奖. 某顾客从此 10 张券中任抽 2 张. 求：

(1)该顾客中奖的概率；

(2)该顾客获得的奖品总价值 X(元)的概率分布列.

知识点二　离散型随机变量分布列的性质及应用

2. 设随机变量 X 的分布列为 $P(X=i)=\dfrac{i}{2a}(i=1,2,3)$，则 $P(X=2)=$　　(　　)

A. $\dfrac{1}{9}$　　B. $\dfrac{1}{6}$

C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

3. 已知某离散型随机变量 X 的分布列如下表，则 $m=$_____.

X	1	2	3
P	$\dfrac{1}{6}$	$\dfrac{1}{4}$	m

知识点三　两点分布与超几何分布

4. 一个袋中有形状、大小完全相同的 3 个白球和 4 个红球.

(1)从中任意摸出一球，用 0 表示摸出白球，用 1 表示摸出红球，即 $X=\begin{cases}0,\text{摸出白球},\\1,\text{摸出红球}.\end{cases}$ 求 X 的分布列；

(2)从中任意摸出两个球，用“$X=0$”表示两个球全是白球，用“$X=1$”表示两个球不全是白球，求 X 的分布列.

5. 4 月 23 日是“世界读书日”，某中学在此期间开展了一系列的读书教育活动. 为了解高三学生课外阅读情况，采用分层抽样的方式从高三某班甲、乙、丙、丁四个小组中随机抽取 10 名学生参加问卷调查，各组人数统计如下：

小组	甲	乙	丙	丁
人数	9	12	6	3

(1)从参加问卷调查的 10 名学生中随机抽取两名，求这两名学生来自同一个小组的概率；

(2)在参加问卷调查的 10 名学生中，从来自甲、丙两个小组的学生中随机抽取两名，用 X 表示抽得甲组学生的人数，求 X 的分布列.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 下列各表能成为随机变量 X 的分布列的是 （　　）

A.

X	-1	0	1
P	1.5	-0.3	-0.2

B.

X	1	2	3
P	0.5	0.8	-0.3

C.

X	1	2	3
P	0.2	0.3	0.4

D.

X	-1	0	1
P	0	0.4	0.6

2. 在含有 3 件次品的 10 件产品中，任取 2 件，恰好取到 1 件次品的概率为 （　　）

A. $\frac{7}{15}$　　B. $\frac{7}{30}$

C. $\frac{1}{15}$　　D. $\frac{1}{30}$

3. （**2019·吉林实验中学高二期中**）设随机变量 ξ 的分布列如下：

ξ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3^2}$	$\frac{2}{3^3}$	$\frac{2}{3^4}$	$\frac{2}{3^5}$	$\frac{2}{3^6}$	$\frac{2}{3^7}$	$\frac{2}{3^8}$	$\frac{2}{3^9}$	m

则 $P(\xi=10)=$ （　　）

A. $\frac{2}{3^9}$　　B. $\frac{2}{3^{10}}$　　C. $\frac{1}{3^9}$　　D. $\frac{1}{3^{10}}$

4. （**2019·石嘴山三中高二期中**）一个人有 n 把钥匙，其中只有一把可以打开房门，他随意地进行试开，若试开过的钥匙放在一旁，试过的次数 X 为随机变量，则 $P(X=k)$ 等于 （　　）

A. $\frac{k}{n}$　　B. $\frac{1}{n}$　　C. $\frac{k-1}{n}$　　D. $\frac{k!}{n!}$

5. 若随机变量 X 的分布列如图所示，则常数 C 的值为 （　　）

X	0	1
P	$9C^2-C$	$3-8C$

A. $\frac{2}{3}$ 或 $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

二、填空题

6. （**2019·平顶山期末调研**）设随机变量 X 的概率分布列为 $P(X=k)=m\left(\frac{2}{3}\right)^k$，$k=1,2,3$，则 m 的值为_____.

7. 在某次学校的游园活动中，高二(2)班设计了这样一个游戏：在一个纸箱里放进了 5 个红球和 5 个白球，这些球除了颜色不同外完全相同，一次性从中摸出 5 个球，摸到 4 个或者 4 个以上红球即为中奖，则中奖的概率是_____(精确到 0.001).

8. （**2019·宁夏长庆中学高二期中**）设随机变量 X 的概率分布列为 $P(X=n)=\frac{a}{n(n+1)}$（$n=1,2,3,4$），其中 a 为常数，则 $P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{5}{2}\right)=$_____.

三、解答题

9. （**2019·榆林二中高二月考**）已知随机变量 X 的分布列为

X	-6	-2	0	1	2	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

求随机变量 $Y=\frac{1}{2}X$ 的分布列.

10. 一个口袋内装有 10 个大小相同的小球，其中白色球 2 个，红色球 3 个，黑色球 5 个，从中任意取出 3 个.

(1)求取到至少有 1 个白色球的概率；

(2)设 X 表示取到白色球的个数，求 X 的分布列.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2　二项分布及其应用

2.2.1　条件概率

基础知识梳理

1. 条件概率的概念

设 A,B 为两个事件，且 $P(A)>0$，称 $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$ 为在事件 A 发生的条件下，事件 B 发生的条件概率. $P(B|A)$读作 _____ 发生的条件下 _____ 发生的概率.

2. 条件概率的性质

(1) $P(B|A)\in$ _____.

(2) 如果 B 与 C 是两个相斥事件，则 $P[(B\cup C)|A]$ = _____.

题点知识巩固

知识点一　条件概率的计算

1. 小赵、小钱、小孙、小李到 4 个旅游景点，每人只去一个景点，设 A 表示事件“4 个人去的景点不相同”，B 表示事件“小赵独自去一个景点”，则 $P(A|B)=$ (　　)

A. $\dfrac{2}{9}$　　B. $\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{4}{9}$　　D. $\dfrac{5}{9}$

2. 已知 $P(A)=\dfrac{3}{4}$，$P(B|A)=\dfrac{1}{3}$，则 $P(AB)=$ _____.

知识点二　条件概率的应用

3. 将两枚质地均匀的骰子各掷一次，设事件 $A=\{$两个点数互不相同$\}$，$B=\{$出现一个 5 点$\}$，则 $P(B|A)=$ (　　)

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{5}{18}$

C. $\dfrac{1}{6}$　　D. $\dfrac{1}{4}$

4. 一个盒子里装有 3 种颜色、大小、形状、质地都一样的 12 个球，其中黄球 5 个，蓝球 4 个，绿球 3 个，现从盒子中随机取出两个球，记事件 A“取出的两个球颜色不同”，事件 B“取出一个黄球，一个蓝球”，则 $P(B|A)=$ (　　)

A. $\dfrac{12}{47}$　　B. $\dfrac{15}{47}$

C. $\dfrac{20}{47}$　　D. $\dfrac{2}{11}$

提能达标过关

一、选择题

1. 已知 $P(AB)=\dfrac{3}{10}$，$P(A)=\dfrac{3}{5}$，$P(B)=\dfrac{3}{4}$，则 $P(B|A)=$ (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{9}{50}$

C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{9}{10}$

2. 由“0”“1”组成的三位数码组中，若用 A 表示“第二位数字为 0”的事件，用 B 表示“第一位数字为 0”的事件，则 $P(A|B)=$ (　　)

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{8}$

3. (**2019·自贡富顺一中高二期中**)抛掷红、黄两颗骰子，当红色骰子的点数为 4 或 6 时，两颗骰子的点数之积大于 20 的概率是 (　　)

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{1}{3}$

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{3}{5}$

4. 从 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 中不放回地依次取 2 个数，事件 A 为“第一次取到的数可以被 3 整除”，B 为“第二次取到的数可以被 3 整除”，则 $P(B|A)=$ (　　)

A. $\dfrac{5}{9}$　　B. $\dfrac{2}{3}$

C. $\dfrac{1}{3}$　　D. $\dfrac{2}{9}$

5. (**2019·乾安县七中高二质检**)根据历年气象统计资料，某地四月份吹东风的概率为$\dfrac{9}{30}$，下雨的概率为$\dfrac{11}{30}$，既吹东风又下雨的概率为$\dfrac{8}{30}$. 则在吹东风的条件下下雨的概率为 (　　)

A. $\dfrac{9}{11}$　　B. $\dfrac{8}{11}$

C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{8}{9}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题

6. 已知 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B|A)=\frac{1}{3}$，$P(A|B)=\frac{1}{2}$，则 $P(B)=$_____.

7. 连续 3 次抛掷一枚质地均匀的硬币，在至少有一次出现正面向上的条件下，恰有一次出现反面向上的概率为_____.

8. (**2019·哈尔滨师大附中高二月考**)设某动物由出生算起活到 20 岁的概率为 0.8，活到 25 岁的概率为 0.4，现有一个 20 岁的这种动物，则它活到 25 岁的概率是_____.

三、解答题

9. (**2019·山大附中高二检测**)1 号箱中有 2 个白球和 4 个红球，2 号箱中有 5 个白球和 3 个红球，现随机地从 1 号箱中取出一球放入 2 号箱，然后从 2 号箱随机取出一球，问：

(1)从 1 号箱中取出的是红球的条件下，从 2 号箱取出红球的概率是多少？

(2)从 2 号箱取出红球的概率是多少？

10. 某险种的基本保费为 a(单位：元)，继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人的本年度的保费与其上年度的出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	≥5
保费	0.85a	a	1.25a	1.5a	1.75a	2a

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

一年内出险次数	0	1	2	3	4	≥5
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

(1)求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；

(2)若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出 60%的概率.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2.2　事件的相互独立性

基础知识梳理

1. 相互独立的概念

(1)相互独立的定义

设 A,B 为两个事件,如果 $P(AB)=$_____,则称事件 A 与事件 B 相互独立.

(2)相互独立事件

事件 A(或 B)发生对事件 B(或 A)发生的概率_____,这样的两个事件叫做相互独立事件.

2. 相互独立的性质

若事件 A 与 B 相互独立,则_____与_____,____与_____,_____与_____也相互独立.

题点知识巩固

知识点一　事件独立性的判断

1. 袋中有黑、白两种颜色的球,从中进行有放回地摸球,用 A_1 表示第一次摸到白球;A_2 表示第二次摸到白球,则 A_1 与 $\overline{A}_2$ 是　　(　　)

A. 相互独立事件　　B. 不相互独立事件

C. 互斥事件　　D. 对立事件

2. 掷一枚正方体骰子一次,设事件 A:“出现偶数点”,事件 B:“出现 3 点或 6 点”,则事件 A,B 的关系是　　(　　)

A. 互斥但不相互独立

B. 相互独立但不互斥

C. 互斥且相互独立

D. 既不相互独立也不互斥

知识点二　相互独立事件概率的计算

3. 甲、乙两名同学参加 2019 年高考,根据高三年级一年来的各种大、中、小型数学模拟考试总结出来的数据显示,甲、乙两人能考 140 分以上的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{4}{5}$,甲、乙两人是否考 140 分以上相互独立,则预估这两人在 2019 年高考中恰有一人数学考 140 分以上的概率为　　(　　)

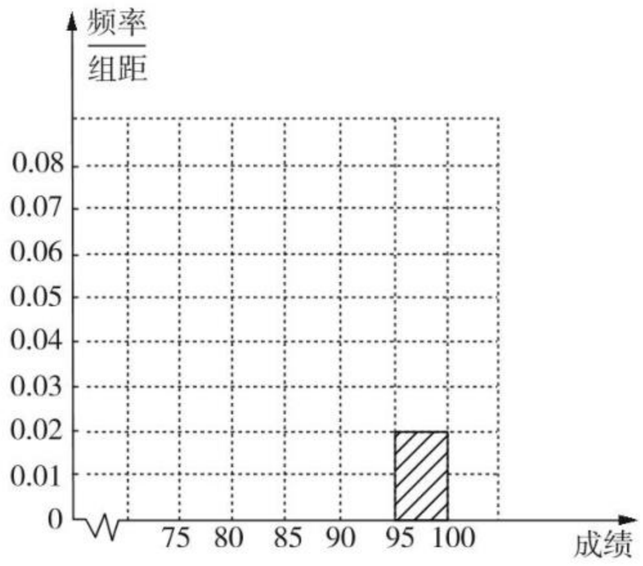
A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{3}$

4. 已知 A,B,C 相互独立,如果 $P(AB)=\frac{1}{6}$,$P(\overline{B}C)=\frac{1}{8}$,$P(AB\overline{C})=\frac{1}{8}$,$P(\overline{A}B)=$_____.

知识点三　相互独立事件的综合应用

5. 在 2019 年高校自主招生期间,某校把学生的平时成绩按“百分制”折算,选出前 n 名学生,并对这 n 名学生按成绩分组,第一组[75,80),第二组[80,85),第三组[85,90),第四组[90,95),第五组[95,100].如图为频率分布直方图的一部分,其中第五组、第一组、第四组、第二组、第三组的人数依次成等差数列,且第四组的人数为 60.



(1)请写出第一、二、三、五组的人数,并在图中补全频率分布直方图;

(2)若 Q 大学决定在成绩高的第三,四,五组中用分层抽样的方法抽取 6 名学生进行面试.

若 Q 大学本次面试中有 B,C,D 三位考官,规定获得至少两位考官的认可即为面试成功,且各位考官面试结果相互独立,已知甲同学已经被抽中,并且通过这三位考官面试的概率依次为 $\frac{1}{2}$,$\frac{1}{3}$,$\frac{1}{5}$,求甲同学面试成功的概率.

提能达标过关

一、选择题

1. 已知下列各对事件:

(1)甲组 3 名男生,2 名女生;乙组 2 名男生,3 名女生.今从甲、乙两组中各选一名同学参加游园活动.“从甲组中选出一名男生”与“从乙组中选出一名女生”;

(2)一盒内盛有 6 个白乒乓球和 3 个黄乒乓球,“从 9 个球中任取 1 个,取出的是白球”与“从剩下的 8 个球中任取 1 个,取出的仍是白球”;

(3)一筐内有 6 个苹果和 3 个梨,“从中任取 1 个,取出的是苹果”与“取出第一个后放回筐内,再取 1 个是梨”.

其中为相互独立事件的有　　(　　)

A. (1)(2)　　B. (1)(3)

C. (2)　　D. (2)(3)

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. 两个实习生每人加工一个零件，加工为一等品的概率分别为$\frac{2}{3}$和$\frac{3}{4}$，两个零件是否加工为一等品相互独立，则这两个零件中恰有一个一等品的概率为 （ ）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{1}{2}$

3. （**2019·宁波市镇海中学高二期末**）从应届高中生中选拔飞行员，已知这批学生体型合格的概率为$\frac{1}{3}$，视力合格的概率为$\frac{1}{6}$，其他标准合格的概率为$\frac{1}{5}$，从中任选一名学生，则该生三项均合格的概率为（假设三项标准互不影响） （ ）

A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{1}{90}$

C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{9}$

4. 甲、乙两名学生通过某种听力测试的概率分别为$\frac{1}{2}$和$\frac{1}{3}$，两人同时参加测试，其中有且只有一人能通过的概率是 （ ）

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

5. 对于事件的独立性，下列说法错误的是 （ ）

A. 若事件 A,B 满足 $P(B|A)=P(B)$，则事件 A,B 独立

B. 若事件 A,B 独立，则事件 B,A 也独立，则 A 与 B 独立是相互的

C. 若事件 A,B 独立，则事件 A 与$\overline{B}$也相互独立

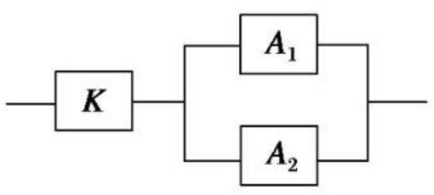
D. 若事件 A,B 独立，事件 B 与 C 相互独立，事件 C 与 A 相互独立，则事件 A,B,C 相互独立

二、填空题

6. 在一条马路上的 A,B,C 三处都设有交通灯，这三盏灯在一分钟内开放绿灯的时间分别为 25 秒，35 秒，45 秒，某辆汽车在这条马路上行驶，那么在这三处都不停车的概率是_____.

7. （**2019·龙岩一中高二月考**）加工某一零件需经过三道工序，设第一、二、三道工序的次品率分别为$\frac{1}{70},\frac{1}{69},\frac{1}{68}$，且各道工序互不影响，则加工出来的零件的次品率为_____.

8. 如图，用 K,A_1,A_2 三类不同的元件连接成一个系统，K 正常工作且 A_1,A_2 至少有一个正常工作时，系统正常工作. 已知 K,A_1,A_2 正常工作的概率依次为 0.9，0.8，0.8，则系统正常工作的概率为_____.



三、解答题

9. （**2019·赤峰二中高二月考**）有甲、乙、丙三支足球队互相进行比赛. 每场都要分出胜负，已知甲队胜乙队的概率是 0.4，甲队胜丙队的概率是 0.3，乙队胜丙队的概率是 0.5，现规定比赛顺序是：第一场甲队对乙队，第二场是第一场中的胜者对丙队，第三场是第二场中的胜者对第一场中的败者，以后每一场都是上一场中的胜者对前场中的败者，若某队连胜四场则比赛结束，

求：(1)第四场结束比赛的概率；

(2)第五场结束比赛的概率.

10. 甲、乙、丙三名大学生参加学校组织的“国学达人”挑战赛，每人均有两轮答题机会，当且仅当第一轮不过关时进行第二轮答题，根据平时经验，甲、乙、丙三名大学生每轮过关的概率分别为$\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{3}$，且三名大学生每轮过关与否不影响.

(1)求甲、乙、丙三名大学生都不过关的概率；

(2)记 X 为甲、乙、丙三名大学生中过关的人数，求 $P(X=2)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.2.3　独立重复试验与二项分布

基础知识梳理

1. n 次独立重复试验

一般地，_____称为 n 次独立重复试验. 在 n 次独立重复试验中，“在相同条件下”等价于各次试验的结果，不会受其他试验结果的影响，即

成立，其中 $A_i(i=1,2,3,\cdots,n)$ 是 i 次试验结果.

2. 二项分布

一般地，在进行 n 次独立重复试验中，用 X 表示事件 A 发生的次数，设每次试验中事件 A 发生的概率为 P，则 $P(X=k)=$_____$(k=0,1,2,\cdots,n)$. 此时称随机变量 X 服从_____，记作 $X\sim B(n,p)$ 并称 p 为_____.

题点知识巩固

知识点一　独立重复试验

1. 位于坐标原点的一个质点 P 按下述规则移动：每次移动一个单位长度，移动方向为向上或向右，并且向上、向右移动的概率都是 $\frac{1}{2}$，质点 P 移动五次后位于点 $(2,3)$ 的概率是　　(　　)

A. $C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^5$　　B. $\left(\frac{1}{2}\right)^5$

C. $C_5^3\left(\frac{1}{2}\right)^3$　　D. $C_5^2C_5^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$

2. 甲、乙两选手比赛，假设每局比赛甲胜的概率是 $\frac{2}{3}$，乙胜的概率是 $\frac{1}{3}$，不会出现平局.

(1)如果两人赛 3 局，求甲恰好胜 2 局的概率和乙至少胜 1 局的概率；

(2)如果采用五局三胜制(若甲、乙任何一方先胜 3 局，则比赛结束，结果为先胜 3 局者获胜)，求甲获胜的概率.

知识点二　二项分布

3. 某人投篮一次投进的概率为 $\frac{2}{3}$，现在他连续投篮 6 次，且每次投篮相互之间没有影响，那么他投进的次数 ξ 服从参数为 6，$\frac{2}{3}$ 的二项分布，记为 $\xi\sim B\left(6,\frac{2}{3}\right)$，计算 $P(\xi=2)=$　　(　　)

A. $\frac{20}{243}$　　B. $\frac{8}{243}$

C. $\frac{4}{729}$　　D. $\frac{4}{27}$

4. 设随机变量 $X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$，则 $P(X=3)=$_____.

知识点三　独立重复试验与二项分布的综合应用

5. 在一次数学考试中，第 14 题和第 15 题为选做题，规定每位考生必须且只需在其中选做一题，设 4 名考生选做这两题的可能性均为 $\frac{1}{2}$.

(1)求其中甲、乙 2 名学生选做同一道题的概率；

(2)设这 4 位考生中选做第 15 题的学生数为 ξ，求 ξ 的分布列.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 将一枚质地均匀的硬币连续抛掷 5 次，正面向上的次数为 X，则 （ ）

A. $X\sim B(5,1)$　　B. $X\sim B(0.5,5)$

C. $X\sim B(2,0.5)$　　D. $X\sim B(5,0.5)$

2. 某一批种子，如果每 1 粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$，播下 3 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 （ ）

A. $\frac{49}{125}$　　B. $\frac{9}{25}$

C. $\frac{16}{25}$　　D. $\frac{48}{125}$

3. 设随机变量 $\xi\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$，则 $P(\xi\leqslant 3)$ 等于 （ ）

A. $\frac{11}{32}$　　B. $\frac{7}{32}$

C. $\frac{21}{32}$　　D. $\frac{7}{64}$

4. 四位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动，则周六、周日都有同学参加公益活动的概率是 （ ）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{7}{8}$

5. 某同学通过英语听力测试的概率为 $\frac{1}{2}$，他连续测试 n 次，要保证他至少有一次通过的概率大于 0.9，那么 n 的最小值是 （ ）

A. 3　　B. 4

C. 5　　D. 6

二、填空题

6. 一只蚂蚁位于数轴 $x=0$ 处，这只蚂蚁每隔一秒钟向左或向右移动一个单位，设它向右移动的概率为 $\frac{2}{3}$，向左移动的概率为 $\frac{1}{3}$，则 3 秒后，这只蚂蚁在 $x=1$ 处的概率为_____.

7. 设 $X\sim B(4,p)$，且 $P(X=2)=\frac{8}{27}$，那么一次试验成功的概率 p 等于_____.

8. 某一批花生种子，如果每粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$，那么播下 3 粒这样的种子恰有 2 粒发芽的概率是_____.

三、解答题

9. 现有 4 个人去参加某娱乐活动，该活动有甲、乙两个游戏可供参加者选择. 为增加趣味性，约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去参加哪个游戏，掷出点数为 1 或 2 的人去参加甲游戏，掷出点数大于 2 的人去参加乙游戏.

(1)求这 4 个人中恰有 2 人去参加甲游戏的概率；

(2)求这 4 个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率.

10. 某射手每次射击击中目标的概率是 $\frac{2}{3}$，且各次射击的结果互不影响.

(1)假设这名射手射击 5 次，求恰有 2 次击中目标的概率；

(2)假设这名射手射击 5 次，求有 3 次连续击中目标，另外 2 次未击中目标的概率；

(3)假设这名射手射击 3 次，每次射击，击中目标得 1 分，未击中目标得 0 分，在 3 次射击中，若有 2 次连续击中，而另外 1 次未击中，则额外加 1 分；若 3 次全击中，则额外加 3 分，记 ξ 为射手射击 3 次后的总的分数，求 ξ 的分布列.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段评估 2

（时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1.（**2019·铜仁市第一中学期末**）随机变量 $X\sim B(3,0.6)$，则 $P(X=2)$ 的值为（　　）

A. 0.144　　B. 0.432

C. 0.568　　D. 0.216

2. 袋中共有 15 个除了颜色外完全相同的球，其中有 10 个白球，5 个红球，从袋中任取 3 个球，所取的 3 个球颜色不同的概率为（　　）

A. $\dfrac{C_{10}^1C_5^1C_{13}^1}{C_{15}^3}$　　B. $1-\dfrac{C_{10}^3}{C_{15}^3}$

C. $\dfrac{C_{10}^2C_5^1+C_{10}^1C_5^2}{C_{15}^3}$　　D. $1-\dfrac{C_5^3}{C_{15}^3}$

3. 生产某零件要经过两道工序，第一道工序的次品率为 0.1，第二道工序的次品率为 0.03，则该零件的次品率是（　　）

A. 0.13　　B. 0.03

C. 0.127　　D. 0.873

4. 甲、乙两队进行排球决赛，现在的情形是甲队只要再赢一局就获冠军，乙队则需要再赢两局才能得冠军，若两队胜每局的概率相同，则甲队获得冠军的概率为（　　）

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. $\dfrac{3}{5}$

C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{1}{2}$

5. 某地区空气质量监测资料表明，一天的空气质量为优良的概率是 0.75，连续两天为优良的概率是 0.6，已知某天的空气质量为优良，则随后一天的空气质量为优良的概率是（　　）

A. 0.8　　B. 0.75

C. 0.6　　D. 0.45

6. 有一批种子的发芽率为 0.9，出芽后的幼苗成活率为 0.8，在这批种子中，随机抽取一粒，则这粒种子能成长为幼苗的概率是（　　）

A. 0.72　　B. 0.8

C. $\dfrac{8}{9}$　　D. 0.9

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

7.（**2019·龙岩一中高二月考**）设随机变量 $X\sim B(2,p)$，$Y\sim B(3,p)$，若 $P(X\geqslant 1)=\dfrac{7}{16}$，则 $P(Y=2)=$_____.

8. 随机变量 X 的分布列为 $P(X=k)=\dfrac{C}{k(k+1)}$，$k=1,2,3$，其中 C 为常数，则 $P(0.5<X<2.5)$ 的值为_____.

9. 某人提出一个问题，规定由甲先答，答对的概率为 0.4，若答对则问题结束，若答错，则由乙答，乙答对与否与甲无关，已知两人都答对的概率为 0.2，则乙答对的概率为_____.

10.（**2019·福建鄂东南九校期中**）口袋里放有大小相同的两个红球和一个白球，有放回地每次摸取一个球，定义数列 $\{a_n\}$：$a_n=\begin{cases}-1 & \text{第 } n \text{ 次摸红球},\\ 1 & \text{第 } n \text{ 次摸白球},\end{cases}$ 如果 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，那么 $S_5=3$ 的概率为_____.

三、解答题（共 50 分）

11.（12 分）某校为成立课外学习小组举行 5 次统一测试，如果通过其中 2 次测试即可进入小组，不用参加其余的测试，而每个学生必须依次参加 5 次测试中的每一次. 假设某学生每次通过测试的概率都是 $\dfrac{1}{3}$，每次测试时间间隔恰当，每次测试通过与否互相独立.

(1) 求该学生考进学习小组的概率；

(2) 求该学生经过 4 次测试考进学习小组的概率.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12.(12 分)某届奥运会上,中国队以 26 金 18 银 26 铜的成绩获金牌榜第三、奖牌榜第二,某校体育爱好者协会在高三年级一班至六班进行了“本届奥运会中国队表现”的满意度调查(结果只有“满意”和“不满意”两种),从被调查的学生中随机抽取了 50 人,具体的调查结果如表:

班号	一班	二班	三班	四班	五班	六班
频数	5	9	11	9	7	9
满意人数	4	7	8	5	6	6

(1)在高三年级全体学生中随机抽取一名学生,由以上统计数据估计该生持满意态度的概率;

(2)若从一班和二班的调查对象中随机选取 4 人进行追踪调查,记选中的 4 人中对“本届奥运会中国队表现”不满意的人数为 ξ,求随机变量 ξ 的分布列.

13.(13 分)某银行柜台设有一个服务窗口,假设顾客办理业务所需的时间互相独立,且都是整数分钟,对以往顾客办理业务所需的时间统计结果如下:

办理业务所需的时间(分)	1	2	3	4	5
频率	0.1	0.4	0.3	0.1	0.1

从第一个顾客开始办理业务时计时.

(1)估计第三个顾客恰好等待 4 分钟开始办理业务的概率;

(2)X 表示至第 2 分钟末已办理完业务的顾客人数,求 X 的分布列.

14.(13 分)甲、乙两人进行围棋比赛,约定先连胜两局者直接赢得比赛,若赛完 5 局仍未出现连胜,则判定获胜局数多者赢得比赛,假定每局甲获胜的概率为 $\frac{2}{3}$,乙获胜的概率为 $\frac{1}{3}$,各局比赛结果相互独立.

(1)求甲在 4 局以内(含 4 局)赢得比赛的概率;

(2)记 X 为比赛决出胜负时的总局数,求 X 的分布列.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.3　离散型随机变量的均值与方差

2.3.1　离散型随机变量的均值

基础知识梳理

1. 离散型随机变量的均值或数学期望

若离散型随机变量 X 的分布列为

X	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

则称 $E(X)=$_____为随机变量 X 的均值或数学期望，它反映了离散型随机变量取值的_____.

2. 离散型随机变量的性质

如果 X 为(离散型)随机变量，则 $Y=aX+b$(其中 a,b 为常数)也是(离散型)随机变量，则 $E(Y)=$_____.

3. 两点分布与二项分布的均值

(1)如果随机变量 X 服从两点分布，那么 $E(X)=$_____；

(2)如果随机变量 X 服从二项分布，即 $X\sim B(n,p)$，则 $E(X)=$_____.

题点知识巩固

知识点一　求离散型随机变量的均值

1. 某选修课的考试按 A 级，B 级依次进行，只有当 A 级成绩合格时，才可继续参加 B 级的考试，已知每级考试允许有一次补考机会，两个级别的成绩均合格方可获得该选修课的合格证书，现某人参加这个选修课的考试，他 A 级考试成绩合格的概率为 $\frac{2}{3}$，B 级考试合格的概率为 $\frac{1}{2}$. 假设各级考试成绩合格与否均互不影响.

(1)求他不需要补考就可获得该选修课的合格证书的概率；

(2)在这个考试过程中，假设他不放弃所有的考试机会，记他参加考试的次数为 ξ，求 ξ 的数学期望 $E(\xi)$.

知识点二　两点分布与二项分布的均值

2. 如果某一批玉米种子中，每粒发芽的概率均为 $\frac{2}{3}$，播下 5 粒这样的种子，设发芽的种子数是随机变量 X，则 $E(X)$ =_____.

3. 某运动员投篮命中率为 $p=0.6$.

(1)求投篮 1 次时命中次数 X 的数学期望；

(2)求重复 5 次投篮时，命中次数 Y 的数学期望.

知识点三　均值的应用

4. 某商店举行三周年店庆活动，每位会员交会员费 50 元，可享受 20 元的消费，并参加一次抽奖活动，从一个装有标号分别为 1,2,3,4,5,6 的 6 只均匀小球的抽奖箱中，有放回的抽两次球，抽得的两球标号之和为 12，则获一等奖价值 a 元的礼品，标号之和为 11 或 10，获二等奖价值 100 元的礼品，标号之和小于 10 不得奖.

(1)求各会员获奖的概率；

(2)设商店抽奖环节收益为 ξ 元，求 ξ 的分布列；假如商店打算不赔钱，a 最多可设为多少元？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 某城市有甲、乙、丙 3 个旅游景点，一位客人游览这三个景点的概率分别是 0.4，0.5，0.6，且客人是否游览哪个景点互不影响，设 ξ 表示客人离开该城市时游览的景点数与没有游览的景点数之差的绝对值，则 $E(\xi)=$ （　　）

A. 1.48　　B. 0.76

C. 0.24　　D. 1

2. 已知在 5 件产品中混有 2 件次品，现需要通过逐一检测直至查出 2 件次品为止，每检测一件产品的费用是 10 元，则所需检测费用的均值为 （　　）

A. 32 元　　B. 34 元

C. 35 元　　D. 36 元

3. （**2019·泉港一中高二期中**）已知 $\xi\sim B\left(n,\frac{1}{2}\right)$，$\eta\sim B\left(n,\frac{1}{3}\right)$ 且 $E(\xi)=15$，则 $E(\eta)$ 等于 （　　）

A. 5　　B. 10

C. 15　　D. 20

4. 随机变量 X 的分布列为：

X	1	2	3	4
P	0.2	0.3	0.4	a

则 $E(2X+0.2)=$ （　　）

A. 4.8　　B. 5

C. 6　　D. 8.4

5. 体育课的排球发球项目考试的规则是：每位学生最多可发球 3 次，一旦发球成功，则停止发球，否则一直发到 3 次为止. 设学生一次发球成功的概率为 $P(P\neq 0)$，发球次数为 X，若 X 的数学期望 $E(X)>1.75$，则 P 的取值范围是 （　　）

A. $\left(0,\frac{7}{12}\right)$　　B. $\left(\frac{7}{12},1\right)$

C. $\left(0,\frac{1}{2}\right)$　　D. $\left(\frac{1}{2},1\right)$

二、填空题

6. （**2019·龙岩一中月考**）对某个数学题，甲解出的概率为 $\frac{2}{3}$，乙解出的概率为 $\frac{3}{4}$，两人独立解题. 记 X 为解出该题的人数，则 $E(X)=$ _____.

7. 一个兴趣学习小组由 12 名男生 6 名女生组成，从中随机选取 3 人作为领队，记选取的 3 名领队中男生的人数为 X，则 X 的期望 $E(X)=$ _____.

8. 某射手射击所得环数 ξ 的分布列如下：

ξ	7	8	9	10
P	x	0.1	0.3	y

已知 ξ 的期望 $E(\xi)=8.9$，则 y 的值为 _____.

9. （**2019·张家口市期末**）一高考考生咨询中心有 A，B，C 三条咨询热线，已知某一时刻热线 A，B 占线的概率均为 0.5，热线 C 占线的概率为 0.4，各热线是否占线相互之间没有影响，假设该时刻有 ξ 条占线，$E(\xi)=$ _____.

三、解答题

10. 端午节吃粽子是我国的传统习俗. 设一盘中装有 10 个粽子，其中豆沙粽 2 个，肉粽 3 个，白粽 5 个，这三种粽子的外观完全相同. 从中任意选取 3 个.

(1) 求三种粽子各取到 1 个的概率；

(2) 设 X 表示取到的豆沙粽个数，求 X 的分布列与均值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.3.2　离散型随机变量的方差

基础知识梳理

1. 离散型随机变量的方差、标准差

设离散型随机变量 X 的分布列为

X	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
P	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

则 $(x_i-E(X))^2$ 描述了 $x_i(i=1,2,\cdots,n)$ 相对于平均值 $E(X)$ 的偏离程度，而 $D(X)=\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-E(X))^2p_i$ 为这些偏离程度的加权平均，刻画了随机变量 X 与其均值 $E(X)$ 的平均偏离程度. 我们称 $D(X)$ 为随机变量 X 的_____，并称其算术方根 $\sqrt{D(X)}$ 为随机变量 X 的_____.

2. 离散型随机变量方差的性质

(1)设 a,b 为常数，则 $D(aX+b)=$_____；

(2)$D(c)=0$(其中 c 为常数).

3. 服从两点分布与二项分布的随机变量的方差

(1)若 X 服从两点分布，则 $D(X)=$_____(其中 p 为成功概率)；

(2)若 $X\sim B(n,p)$，则 $D(X)=$_____.

题点知识巩固

知识点一　求离散型随机变量的方差、标准差

1. 设随机变量 ξ 的取值为 0,1,2. 若 $P(\xi=0)=\frac{1}{5}$，$E(\xi)=1$，则 $D(\xi)=$　　(　　)

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

2. 设 $0<p<1$，随机变量 ξ 的分布列是：

ξ	0	1	2
P	$\frac{1-p}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{p}{2}$

则当 p 在(0,1)内增大时　　(　　)

A. $D(\xi)$减小

B. $D(\xi)$增大

C. $D(\xi)$先减小后增大

D. $D(\xi)$先增大后减小

知识点二　两点分布、二项分布的方差

3. 已知随机变量 $X\sim B(n,p)$，若 $E(X)=30$，$D(X)=20$. 则 $p=$_____.

4. 为防止风沙危害，某地决定建设防护绿化带，种植杨树、沙柳等植物，某人一次种植了 n 株沙柳，各株沙柳成活与否是相互独立的，成活率为 p，设 ξ 为成活沙柳的株数，数学期望 $E(\xi)=3$，标准差 $\sqrt{\sigma^2(\xi)}=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

(1)求 n,p 的值并写出 ξ 的分布列；

(2)若有 3 株或 3 株以上的沙柳未成活，则需要补种，求需补种沙柳的概率.

知识点三　方差的实际应用

5. 甲、乙两名工人加工同一种零件，两人每天加工的零件数相等，所得次品数分别为 X,Y，X 和 Y 的分布列如下：

X	0	1	2
P	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$

Y	0	1	2
P	$\frac{5}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{2}{10}$

试对这两名工人的技术水平进行比较.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

一、选择题

1. 下列说法正确的是 ( )

A. 离散型随机变量 X 的期望 $E(X)$ 反映了 X 取值的概率的平均值

B. 离散型随机变量 X 的方差 $D(X)$ 反映了 X 取值的平均水平

C. 离散型随机变量 X 的期望 $E(X)$ 反映了 X 取值的平均水平

D. 离散型随机变量 X 的方差 $D(X)$ 反映了 X 取值的概率的平均值

2. 设随机变量 X 服从二项分布，且期望 $E(X)=3$，$p=\frac{1}{5}$，则方差 $D(X)$ 等于 ( )

A. $\frac{3}{5}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{12}{5}$　　D. 2

3. 如果 X 是离散型随机变量，$E(X)=6$，$D(X)=0.5$，$X_1=2X-5$，那么 $E(X_1)$ 和 $D(X_1)$ 分别是 ( )

A. $E(X_1)=12$，$D(X_1)=1$　　B. $E(X_1)=7$，$D(X_1)=1$

C. $E(X_1)=12$，$D(X_1)=2$　　D. $E(X_1)=7$，$D(X_1)=2$

4. 若随机变量 ξ 的分布列为：

ξ	0	1
P	m	n

其中 $m\in(0,1)$，则下列结果中正确的是 ( )

A. $E(\xi)=m$，$D(\xi)=n^3$

B. $E(\xi)=n$，$D(\xi)=n^2$

C. $E(\xi)=1-m$，$D(\xi)=m-m^2$

D. $E(\xi)=1-m$，$D(\xi)=m^2$

5. 随机变量 ξ 的分布列如下：

ξ	-1	0	1
P	a	b	c

其中 a，b，c 成等差数列，若 $E(\xi)=\frac{1}{3}$，则 $D(\xi)$ 的值是 ( )

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{2}{3}$　　C. $\frac{5}{9}$　　D. $\frac{7}{9}$

二、填空题

6. (**2019·太原五中检测**)若随机变量 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{4}\right)$，设 $X=2\xi-1$，则 $D(X)=$_____.

7. 若 p 为非负实数，随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{2}-p$	p	$\frac{1}{2}$

则 $E(X)$ 的最大值是_____，$D(X)$ 的最大值是_____.

8. (**2019·浙江卷，改编**)设 $0<a<1$，则随机变量 X 的分布列是

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当 a 在 $(0,1)$ 内增大时，$D(X)$_____.

三、解答题

9. (**2019·天津卷**)设甲、乙两位同学上学期间，每天 7:30 之前到校的概率均为 $\frac{2}{3}$. 假定甲、乙两位同学到校情况互不影响，且任一同学每天到校情况相互独立.

(1)用 X 表示甲同学上学期间的三天中 7:30 之前到校的天数，求随机变量 X 的分布列和数学期望；

(2)设 M 为事件“上学期间的三天中，甲同学在 7:30 之前到校的天数比乙同学在 7:30 之前到校的天数恰好多 2”，求事件 M 发生的概率.

10. 某单位举办上海世博会知识宣传活动，进行现场抽奖，盒中装有 10 张大小相同的精美卡片，卡片上分别印有“世博会会徽”或“海宝”(世博会吉祥物)图案；抽奖规则是：参加者从盒中抽取卡片两张，若抽到两张都是“海宝”卡即可获奖，否则，均为不获奖. 卡片用后放回盒子，下一位参加者继续重复进行.

(1)活动开始后，一位参加者问：盒中有几张“海宝”卡？主持人答：我只知道，从盒中抽取两张都是“世博会会徽”卡的概率是 $\frac{2}{15}$，求抽奖者获奖的概率；

(2)现有甲、乙、丙、丁四人依次抽奖，用 ξ 表示获奖的人数，求 ξ 的分布列及期望、方差.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.4　正态分布

基础知识梳理

1. 正态分布

函数 $\varphi_{\mu,\sigma}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$，$x\in(-\infty,+\infty)$，其中实数 μ 和 $\sigma(\sigma>0)$ 为参数，我们称 $\varphi_{\mu,\sigma}(x)$ 的图象为正态分布密度曲线，简称_____.一般地，如果对于任何实数，$a,b,(a<b)$，随机变量 X 满足 $P(a<X\leqslant b)=\int_a^b\varphi_{\mu,\sigma}(x)\mathrm{d}x$，则称 X 服从_____.正态分布完全由参数 μ 和 σ 确定，因此正态分布常记作 $N(\mu,\sigma^2)$.

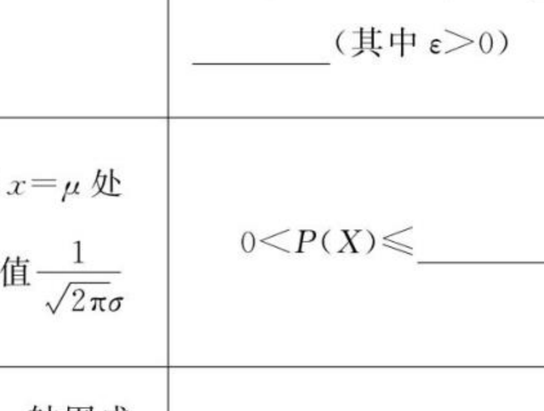
2. 正态分布的特点

曲线特点	概率体现
曲线在 x 轴上方	_____
曲线关于直线 $x=\mu$ 对称	① $P(X>\mu)=P(X<\mu)=$_____， ② $P(\mu-\varepsilon<X<\mu)=$_____（其中 $\varepsilon>0$）
曲线在 $x=\mu$ 处达到峰值 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$	$0<P(X)\leqslant$_____
曲线与 x 轴围成的面积为 1	$P(-\infty<X<+\infty)=$_____

题点知识巩固

知识点一　正态曲线及性质

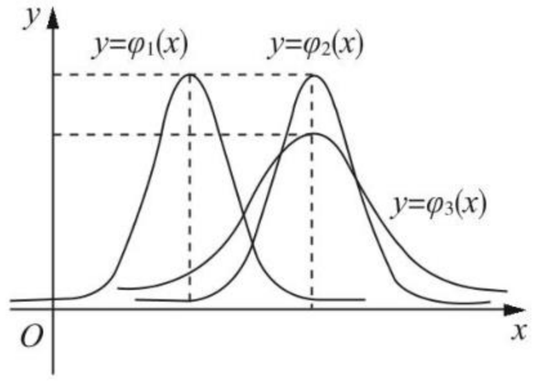
1. 设两个正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)(\sigma_1>0)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)(\sigma_2>0)$ 的密度函数图象如图所示，则有（　　）



A. $\mu_1<\mu_2,\sigma_1<\sigma_2$　　B. $\mu_1<\mu_2,\sigma_1>\sigma_2$

C. $\mu_1>\mu_2,\sigma_1<\sigma_2$　　D. $\mu_1>\mu_2,\sigma_1>\sigma_2$

2. 已知三个正态分布密度函数 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}$（$x\in\mathbf{R},i=1,2,3$）的图象如图所示，$\mu_1,\mu_2,\mu_3$ 的大小关系是_____；$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ 的大小关系是_____.



知识点二　正态分布下的概率计算

3. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，且 $P(2\leqslant X\leqslant 4)=0.682\ 6$，则 $P(X>4)=$（　　）

A. 0.158 8　　B. 0.158 7

C. 0.158 6　　D. 0.158 5

4. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(3,1)$，且 $P(X<2c+1)=P(X>c+5)$，则 $c=$（　　）

A. 4　　B. 0

C. -1　　D. $-\frac{4}{3}$

提能达标过关

一、选择题

1.（**2019·吉林市实验中学期中**）设随机变量 $X\sim N(1,2^2)$，则 $D\left(\frac{1}{2}X\right)=$（　　）

A. 4　　B. 2

C. $\frac{1}{2}$　　D. 1

2.（**2019·衡水调研**）随机变量 ξ 服从正态分布 $N(4,3)$，若 $P(\xi<a-5)=P(\xi>a+1)$，则实数 a 等于（　　）

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

3. 随机变量 a 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，且 $P(0<a<1)=0.300\ 0$. 已知 $a>0,a\neq 1$，则函数 $y=a^x+1-a$ 图象不经过第二象限的概率为（　　）

A. 0.375 0　　B. 0.300 0

C. 0.250 0　　D. 0.200 0

4.（**2019·陵川月考**）已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$，$P(\xi\leqslant 4)=0.84$，则 $P(\xi\leqslant 0)$ 等于（　　）

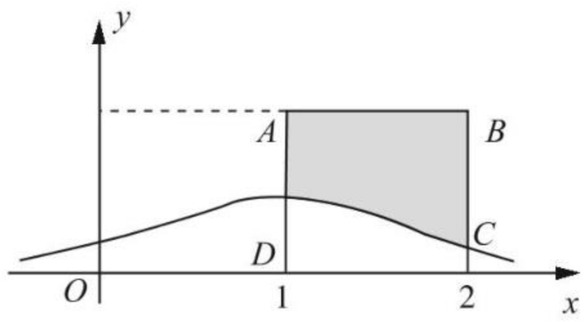
A. 0.84　　B. 0.32

C. 0.16　　D. 0.08

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 设 $X\sim N(1,1)$，其正态分布密度曲线如图所示，那么向正方形 $ABCD$ 中随机投掷 10 000 个点，则落入阴影部分的点的个数的估计值是（　　）

（注：若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=68.26\%$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=95.44\%$）



A. 7 539　　B. 6 038

C. 7 028　　D. 6 587

二、填空题

6. （**2019·南阳一中开学考**）设随机变量 $X\sim N(1,2^2)$，则 $Y=3X-1$ 服从的总体分布可记为_____.

7. 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，若 $P(\xi<1)=0.2$，$P(1\leqslant\xi<2)=0.3$，则 $P(\xi<3)=$_____.

8. （**2019·辽阳集普中学月考**）已知正态总体的数据落在区间 $(-3,-1)$ 里的概率和落在区间 $(3,5)$ 里的概率相等，那么这个正态总体的数学期望为_____.

三、解答题

9. （**2019·咸阳月考**）某年级的一次信息技术测验成绩近似服从正态分布 $N(70,10^2)$，如果规定低于 60 分为不及格，求：

(1) 成绩不及格的人数占多少？

(2) 成绩在 80～90 分内的学生占多少？

10. （**2019·商丘一中期末**）从某工厂的一个车间抽取某种产品 50 件，产品尺寸（单位：cm）落在各个小组的频数分布如下表.

数据分组	[12.5,15.5)	[15.5,18.5)	[18.5,21.5)	[21.5,24.5)	[24.5,27.5)	[27.5,30.5)	[30.5,33.5)
频数	3	8	9	12	10	5	3

(1) 根据频数分布表，求该产品尺寸落在 $[27.5,33.5)$ 的概率；

(2) 求这 50 件产品尺寸的样本平均数 $\overline{x}$；

(3) 根据频率分布对应的直方图，可以认为这种产品尺寸 z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均 $\overline{x}$，σ^2 近似为样本方差 s^2，经计算得 $s^2=22.37$，利用正态分布，求 $P(z\geqslant27.43)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段评估 3

（时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 30 分）

1. 已知随机变量 X 服从二项分布 $X\sim B\left(3,\frac{1}{3}\right)$，则 $D(3X+5)=$（　　）

A. 6　　B. 9

C. 3　　D. 4

2. 已知随机变量 ξ,η 满足 $\xi+\eta=8$，且 $\xi\sim B(10,0.6)$，则 $E(\eta)$ 和 $D(\eta)$ 的值分别是（　　）

A. 6 和 2.4　　B. 2 和 2.4

C. 2 和 5.6　　D. 6 和 5.6

3. 抛掷两个骰子，至少有一个 4 点或 5 点出现时，就说这次试验成功，则在 10 次试验中，成功次数 ξ 的数学期望是（　　）

A. $\frac{10}{3}$　　B. $\frac{55}{9}$

C. $\frac{80}{9}$　　D. $\frac{50}{9}$

4. （**2019·唐山期末**）设随机变量 X 的分布列为 $P(X=i)=\frac{i}{2a}(i=1,2,3,4)$，则 $P(X<3)=$（　　）

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{10}$　　D. $\frac{7}{10}$

5. 某种种子每粒发芽的概率都为 0.9，现播种了 1 000 粒，对于没有发芽的种子，每粒需再补种 2 粒，补种的种子数记为 X，则 X 的数学期望为（　　）

A. 100　　B. 200

C. 300　　D. 400

6. 一名篮球运动员投篮一次得 3 分的概率为 a，得 2 分的概率为 b，不得分的概率为 $c(a,b,c\in(0,1))$，已知他投篮一次得分的均值为 2（不计其他得分情况），则 ab 的最大值为（　　）

A. $\frac{1}{48}$　　B. $\frac{1}{24}$　　C. $\frac{1}{12}$　　D. $\frac{1}{6}$

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

7. 已知随机变量 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{3}\right)$，随机变量 $\eta=2\xi-1$，则 $E(\eta)=$_____.

8. （**2019·晋中期末调研**）两名狙击手在一次射击比赛中，狙击手甲得 1 分、2 分、3 分的概率分别为 0.4，0.1，0.5；狙击手乙得 1 分、2 分、3 分的概率分别为 0.1，0.6，0.3，那么两名狙击手中，获胜希望大的是_____.

9. （**2019·杭州二中月考**）一牧场的 10 头牛，因误食含疯牛病毒的饲料被感染，已知该病的发病率为 0.02，设发病的牛的头数为 ξ，则 $D(\xi)=$_____.

10. 若随机变量 X 服从正态分布 $X\sim N(3,2)$，$\eta=\frac{X-3}{\sqrt{2}}$，则随机变量 η 的期望是_____.

三、解答题（共 50 分）

11. （12 分）某车间在两天内，每天生产 10 件产品，其中第一天、第二天分别生产了 1 件、2 件次品，而质检部每天要在生产的 10 件产品中随意抽取 4 件进行检查，若发现有次品，则当天的产品不能通过.

(1) 求两天全部通过检查的概率；

(2) 若厂内对该车间生产的产品质量采用奖惩制度，两天全不通过检查罚 300 元，通过 1 天、2 天分别奖 300 元、900 元. 那么该车间在这两天内得到奖金的数学期望是多少元？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12.(12 分)(**2019·太原五中检测**)为缓解某地区的用电问题,计划在该地区水库建一座至多安装 4 台发电机的水电站,为此搜集并整理了过去 50 年的水文数据,得如下表:

年入流量 X	$40<X<80$	$80\leqslant X<120$	$120\leqslant X<160$	$X\geqslant 160$
年数	10	30	8	2

将年入流量 X(年入流量:一年内上游来水与库区降水之和,单位:亿立方米)在以上四段的频率作为相应段的概率,并假设各年的年入流量相互独立.

(1)求在未来 3 年中,至多 1 年的年入流量不低于 120 的概率;

(2)水电站希望安装的发电机尽可能运行,但每年发电机最多可运行台数受年入流量 X 的限制,并有如下关系:

年入流量 X	$40<X<80$	$80\leqslant X<120$	$120\leqslant X<160$	$X\geqslant 160$
发电机最多可运行台数	1	2	3	4

已知某台发电机运行,则该台发电机年利润为5 000万元;某台发电机未运行,则该台发电机年亏损 1 500 万元,若水电站计划在该水库安装 2 台或 3 台发电机,你认为应安装 2 台还是 3 台发电机?请说明理由.

13.(13 分)某园艺师培育了两种珍稀树苗 A 与 B,株数分别为 12 与 18,现将这 30 株树苗的高度编写成如下茎叶图(单位:cm):

A					B					
			9	15	7	7	8	9	9	
		9	8	16	1	2	4	5	8	9
6	8	5	0	17	2	3	4	5	6	
7	4	2	1	18	0	1				
			1	19						

在这 30 株树苗中,树高在 175 cm 以上(包括 175 cm)定义为“生长良好”,树高在 175 cm 以下(不包括 175 cm)定义为“非生长良好”,且只有“B 生长良好”的才可以出售.

(1)对于这 30 株树苗,如果用分层抽样的方法从“生长良好”和“非生长良好”中共抽取 5 株,再从这 5 株中任选 2 株,那么至少有一株“生长良好”的概率是多少?

(2)若从所有“生长良好”中选 3 株,用 X 表示所选中的树苗中能出售的株树,试写出 X 的分布列,并求 X 的数学期望.

14.(13 分)世界那么大,我想去看看,每年高考结束后,处于休养状态的高中毕业生旅游动机非常强烈,旅游可支配收入日益增多,可见高中毕业生旅游是一个巨大的市场,为了解高中毕业生每年旅游消费支出(单位:百元)的情况,相关部门随机抽取了某市的 1 000 名毕业生进行问卷调查,并把所得数据列成如下所示的频数分布表:

组别	$[0,20)$	$[20,40)$	$[40,60)$	$[60,80)$	$[80,100)$
频数	2	250	450	290	8

(1)求所得样本的中位数(精准到百元);

(2)根据样本数据,可近似地认为学生的旅游费用支出服从正态分布 $N(51,15^2)$,若该市共有高中毕业生 65 000 人,试估计有多少位同学旅游费用支出在 8 100 元以上;

(3)已知样本数据中旅游费用支出在$[80,100)$范围内的 8 名学生中有 5 名女生,3 名男生,现想选其中 3 名学生回访,记选出的男生人数为 Y,求 Y 的分布列与数学期望.

附:若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)=0.682\ 6$,$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.954\ 4$,$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)=0.997\ 4$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第三章 统计案例

3.1 回归分析的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1. 线性回归模型

(1)函数关系是一种_____关系,而相关关系是一种_____关系,回归分析是对具有_____的两个变量进行统计分析的一种常用方法.

(2)在回归模型中,y 的值由 x 和随机因素 e 共同确定,即 x 只能解释部分 y 的变化,x 称为_____,y 称为_____,e 称为_____,它的均值 $E(e)=0$,方差 $D(e)=\sigma^2>0$.

2. 线性回归分析

(1)残差图法

作图时_____为残差,_____可以选为样本编号,或身高数据,或体重估计值等,这样作出的图形称为残差图.在残差图中,残差点_____地落在水平的带状区域中,说明选用的模型比较合适,这样的带状区域的宽度_____,说明模型拟合精度越高,回归方程的预报精度越高.

残差平方和 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$,残差平方和_____,模型拟合效果越好.

(2)用 R^2 刻画回归效果

在回归分析中,可以用 $R^2=1-\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}$ 来刻画回归的效果,它表示解释变量对于预报变量变化的_____,R^2 越接近于_____,表示回归的效果越好.

题点知识巩固

知识点一 求线性回归方程

1. 已知变量 x,y 之间有线性相关关系,其回归直线方程为 $\hat{y}=-3+\hat{b}x$,若 $\sum_{i=1}^{10}x_i=17$,$\sum_{i=1}^{10}y_i=4$,则 $\hat{b}$ 的值为 (　　)

A. 1　　B. 2

C. -1　　D. -2

2. 某地区某中草药材的销售量与年份有关,下表是近五年的部分统计数据:

年份	2008	2010	2012	2014	2016
销售量(吨)	114	115	116	116	114

(1)利用所给数据求出销售量 y 与年份 x 之间的回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)利用(1)中所求出的直线方程预测该地 2018 年的中草药的销售量.

参考公式:$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}$,$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$.

知识点二 线性回归分析

3. 两个变量 y 与 x 的回归模型中,分别选择了 4 个不同模型,它们的相关指数 R^2 如下,其中拟合效果最好的模型是 (　　)

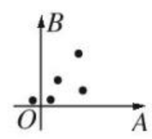
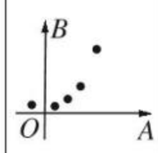
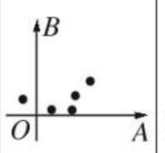
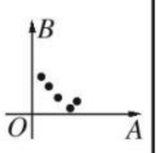
A. 模型 1 的相关指数 R^2 为 0.98

B. 模型 2 的相关指数 R^2 为 0.80

C. 模型 3 的相关指数 R^2 为 0.50

D. 模型 4 的相关指数 R^2 为 0.25

4. 甲、乙、丙、丁四位同学各自对 A,B 两变量做回归分析,分别得到散点图与残差平方和 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$ 如下表:

	甲	乙	丙	丁
散点图				
残差平方和	115	106	124	103

哪位同学的实验结果体现拟合 A,B 两变量关系的模型拟合精度高? (　　)

A. 甲　　B. 乙

C. 丙　　D. 丁

知识点三 非线性回归分析

5. 一只药用昆虫的产卵数 y 在一定范围内与温度 x 有关,现收集了该种药用昆虫的 6 组观测数据如下表.

温度 x/℃	21	23	24	27	29	32
产卵数 y/个	6	11	20	27	57	77

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(1)若用线性回归模型,求 y 关于 x 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$(精确到 0.1);

(2)若用非线性回归模型求 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=0.06e^{0.2303x}$,且相关指数 $R^2=0.9522$.

①试与(1)中的线性回归模型相比,用 R^2 说明哪种模型的拟合效果更好.

②用拟合效果好的模型预测温度为 35 ℃时该种药用昆虫的产卵数(结果取整数).

附:一组数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$,其回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计为 $\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}$,相关指数 $R^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}$.

$\sum\limits_{i=1}^{6}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})=557$,$\sum\limits_{i=1}^{6}(y_i-\overline{y})^2=3\ 930$,$\sum\limits_{i=1}^{6}(y_i-\hat{y}_i)^2=236.64$,$e^{8.0605}=3\ 167$.

提能达标过关

一、选择题

1. 某商品的销售额 y(万元)与广告费用 x(万元)之间的关系统计数据如下表:

广告费用 x(万元)	4	2	3	5
销售额 y(万元)	49	26	39	54

由表中数据算出线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中的 $\hat{b}=9.4$,据此估计该商品广告费用为 6 万元时销售额约为 (　　)

A. 63.6 万元　　B. 64.2 万元

C. 65.1 万元　　D. 65.5 万元

2. 在线性回归模型中,分别选择了 4 个不同的模型,它们的相关指数 R^2 依次为 0.36,0.95,0.74,0.81,其中回归效果最好的模型的相关指数 R^2 为 (　　)

A. 0.36　　B. 0.74

C. 0.81　　D. 0.95

3. 某医学科研所对人体脂肪含量与年龄这两个变量研究得到一组随机样本数据,运用 Excel 软件计算得 $\hat{y}=0.577x-0.448$(x 为人的年龄,y 为人脂肪含量).对年龄为 37 岁的人来说,下面说法正确的是 (　　)

A. 年龄为 37 岁的人体内脂肪含量都为 20.90%

B. 年龄为 37 岁的人体内脂肪含量都为 21.01%

C. 年龄为 37 岁的人群中的大部分人的体内脂肪含量为 20.90%

D. 年龄为 37 岁的大部分的人体内脂肪含量为 31.5%

4. 某研究机构在对线性相关的两个变量 x 和 y 进行统计分析时,得到如下数据:

x	4	6	8	10	12
y	1	2	3	5	6

由表中数据求得 y 关于 x 的回归方程为 $\hat{y}=0.65x+\hat{a}$,则在这些样本点中任取一点,该点落在回归直线下方的概率为 (　　)

A. $\frac{2}{5}$　　B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 某化工厂为预测某产品的回收率 y,需要研究它和原料有效成分含量之间的相关关系,现取了 8 对观测值,计算得 $\sum\limits_{i=1}^{8}x_i=52$,$\sum\limits_{i=1}^{8}y_i=228$,$\sum\limits_{i=1}^{8}x_i^2=478$,$\sum\limits_{i=1}^{8}x_iy_i=1\ 849$,则 y 与 x 的线性回归方程是 (　　)

A. $\hat{y}=11.47+2.62x$

B. $\hat{y}=-11.47+2.62x$

C. $\hat{y}=2.62+11.47x$

D. $\hat{y}=11.47-2.62x$

二、填空题

6. 某种活性细胞的存活率 y(%)与存放温度 x(℃)之间具有线性相关关系,样本数据如下表所示:

存放温度 x(℃)	10	4	−2	−8
存活率 y(%)	20	44	56	80

经计算得回归直线方程的斜率为 −3.2,若存放温度为 6 ℃,则这种细胞存活率的预报值为_____%.

7. 变量 x 与 y 具有线性相关关系,当 x 取值 16,14,12,8 时,通过观测得到 y 的值分别为 11,9,8,5,若在实际问题中,y 的预报最大取值是 10,则 x 的最大取值不能超过_____.

8. 某种产品的广告费支出 x 与销售额 y(单位:万元)之间的关系如下表:

x	2	4	5	6	8
y	30	40	60	50	70

y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$,当广告支出 5 万元时,随机误差的效应(残差)为_____.

三、解答题

9. 某农科所对冬季昼夜温差大小与某反季节大豆品种发芽多少之间的关系进行分析研究,他们分别记录了 12 月 1 日至 12 月 5 日的每天昼夜温差与实验室每天每 100 颗种子中的发芽数,得到如下资料:

日期	12 月 1 日	12 月 2 日	12 月 3 日	12 月 4 日	12 月 5 日
温差 x(℃)	10	11	13	12	8
发芽数 y(颗)	23	25	30	26	16

该农科所确定的研究方案是:先从这 5 组数据中选取 2 组,用剩下的 3 组数据求线性回归方程,再对被选取的 2 组数据进行检验.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(1)求选取的2组数据恰好是不相邻两天数据的概率；

(2)若选取的是12月1日与12月5日的数据，请根据12月2日至12月4日的数据，求出y关于x的线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

(3)若由线性回归方程得到的估计数据与所选出的检验数据的误差均不超过2颗，则认为得到的线性回归方程是可靠的.试问(2)中所得到的线性回归方程是可靠的吗？

附：回归直线的斜率和截距的最小二乘估计公式分别为

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}.$$

10.某地区不同身高的未成年男性的体重平均值如表所示：

身高x(cm)	60	70	80	90	100	110
体重y(kg)	6.13	7.90	9.99	12.15	15.02	17.50
$\ln y$	1.81	2.07	2.30	2.50	2.71	2.86
身高x(cm)	120	130	140	150	160	170
体重y(kg)	20.92	26.86	31.11	38.85	47.25	55.05
$\ln y$	3.04	3.29	3.44	3.66	3.86	4.01

(1)建立y与x之间的回归方程；

(2)如果体重超过相同身高男性体重平均值的1.2倍为偏胖，低于0.8倍为偏瘦，那么这个地区一名身高175 cm、体重82 kg的在校男生体重是否正常？

3.2　独立性检验的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1.分类变量和列联表

(1)分类变量：变量的不同“值”表示个体所属的_____，像这样的变量称为分类变量.

(2)列联表

①定义：列出的两个分类变量的_____，称为列联表.

②2×2列联表

一般地，假设有两个分类变量X和Y，它们的取值分别为_____和_____，其样本频数列联表(也称为2×2列联表)为下表.

	y_1	y_2	总计
x_1	a	b	$a+b$
x_2	c	d	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

2.等高条形图

(1)等高条形图与表格相比，更能直观地反映出两个分类变量间是否相互影响，常用等高条形图展示列联表数据的_____.

(2)观察等高条形图发现$\frac{a}{a+b}$和$\frac{c}{c+d}$相差很大，就判断两个分类变量之间_____.

3.独立性检验

(1)定义：利用随机变量K^2来判断“两个分类变量有关系”的方法称为独立性检验.

(2)$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中$n=a+b+c+d$为样本容量.

(3)独立性检验的具体做法

①根据实际问题的需要确定容许推断“两个分类变量有关系”犯错误概率的上界α，然后查表确定_____k_0.

②利用公式计算随机变量K^2的_____k.

③如果_____，就推断“X与Y有关系”，这种推断犯错误的概率不超过α；否则，就认为在_____不超过α的前提下不能推断“X与Y有关系”，或者在样本数据中_____支持结论“X与Y有关系”.

题点知识巩固

知识点一　2×2列联表

1.在某测试中，卷面满分为100分，60分为及格，为了调查午休对本次测试前两个月复习效果的影响，特对复习中进行午休和不进行午休的考生进行了测试成绩的统计，数据如下表所示：

分数段	29～40	41～50	51～60	61～70	71～80	81～90	91～100
午休考生人数	23	47	30	21	14	31	14
不午休考生人数	17	51	67	15	30	17	3

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

根据上述表格完成列联表：

	及格人数	不及格人数	总计
午休			
不午休			
总计			

知识点二 独立性检验

2. 某校为了分析本校高中生的性别与是否喜欢数学之间的关系，在高中生中随机地抽取了90名学生调查，得到了如下列联表.

	喜欢数学	不喜欢数学	总计
男	30	①	45
女	②	25	45
总计	③	④	90

(1)求①②③④处分别对应的值；

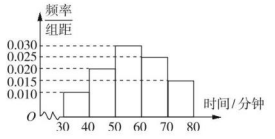
(2)根据以上数据，能否有95%的把握认为“高中生的性别与喜欢数学”有关？

参照公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

知识点三 独立性检验的综合应用

3. 4月23日是世界读书日，惠州市某中学在此期间开展了一系列的读书教育活动. 为了解本校学生课外阅读情况，学校随机抽取了100名学生对其课外阅读时间进行调查. 下面是根据调查结果绘制的学生日均课外阅读时间(单位：分钟)的频率分布直方图，且将日均课外阅读时间不低于60分钟的学生称为“读书迷”，低于60分钟的学生称为“非读书迷”.



	非读书迷	读书迷	合计
男		15	
女			45
合计			

(1)根据已知条件完成下面2×2列联表，并据此判断是否有99%的把握认为“读书迷”与性别有关？

(2)将频率视为概率，现在从该校大量学生中用随机抽样的方法每次抽取1人，共抽取3次，记被抽取的3人中“读书迷”的人数为X，若每次抽取的结果是相互独立的，求X的分布列、数学期望$E(X)$和方差$D(X)$.

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

提能达标过关

一、选择题

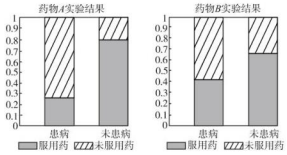
1. 下面是一个2×2列联表：

	不健康	健康	总计
不优秀	a	21	73
优秀	2	25	27
总计	b	46	100

则表中a，b的值分别是 ( )

A. 94，96　　B. 52，50　　C. 52，54　　D. 54，52

2. 为考察A，B两种药物预防某疾病的效果，进行动物实验，分别得到如下等高条形图：根据图中信息，在下列各项中，说法最佳的一项是 ( )



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

A. 药物 B 的预防效果优于药物 A 的预防效果

B. 药物 A 的预防效果优于药物 B 的预防效果

C. 药物 A，B 对该疾病均有显著的预防效果

D. 药物 A，B 对该疾病均没有预防效果

3.（**2019·南阳一中开学考**）关于分类变量 X 与 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k，下列说法正确的是（　　）

A. k 的值越大，“X 和 Y 有关系”可信程度越小

B. k 的值越小，“X 和 Y 有关系”可信程度越小

C. k 的值越接近于 0，“X 和 Y 无关”程度越小

D. k 的值越大，“X 和 Y 无关”程度越大

4. 现在，很多人都喜欢骑“共享单车”，但也有很多市民并不认可，为了调查人们对这种交通方式的认可度，某同学从交通拥堵不严重的 A 城市和交通拥堵严重的 B 城市分别随机调查了 20 名市民，得到了一个市民是否认可的样本，具体数据如下 2×2 列联表：

	A	B	总计
认可	13	5	18
不认可	7	15	22
总计	20	20	40

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

根据表中的数据，下列说法中，正确的是（　　）

A. 没有 95% 以上的把握认为“是否认可与城市的拥堵情况有关”

B. 有 99% 以上的把握认为“是否认可与城市的拥堵情况有关”

C. 可以在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为“是否认可与城市的拥堵情况有关”

D. 可以在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“是否认可与城市的拥堵情况有关”

5.（**2019·蚌埠中学月考**）某工厂为了调查工人文化程度与月收入的关系，随机抽取了部分工人，得到如下列联表：

文化程度与月收入列联表（单位：人）

	月收入 2 000 元以下	月收入 2 000 元及以上	总计
高中文化以上	10	45	55
高中文化及以下	20	30	50
总计	30	75	105

由上表中数据计算得 K^2 的观测值 $k=\dfrac{105\times(10\times30-20\times45)^2}{55\times50\times30\times75}\approx6.109$，请估计认为“文化程度与月收入有关系”的把握是（　　）

A. 1%　　B. 99%

C. 2.5%　　D. 97.5%

二、填空题

6. 在一个 2×2 列联表中，由计算得 $K^2=13.079$，则判断“这两个变量有关系”时，判断出错的可能性是_____.

7. 2018 年春季，世界各地相继出现流感疫情，这已经成为全球性的公共卫生问题，为了考察某种流感疫苗的效果，某实验室随机抽取 100 只健康小鼠进行实验，得到如下列联表：

	感染	未感染	总计
注射	10	40	50
未注射	20	30	50
总计	30	70	100

参照附表，在犯错误的概率最多不超过_____的前提下，可认为“注射疫苗”与“感染流感”有关系.

参照公式：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 若两个分类变量 X 和 Y 的列联表为：

	y_1	y_2
x_1	5	15
x_2	40	10

则 x 与 y 之间有关系的概率约为_____.

三、解答题

9. (**2019·龙岩一中月考**)第 16 届亚运会于 2010 年 11 月 12 日至 27 日在中国广州进行，为了搞好接待工作，组委会招募了 16 名男志愿者和 14 名女志愿者，调查发现，男、女志愿者中分别有 10 人和 6 人喜爱运动，其余人不喜爱运动.

(1)根据以上数据完成以下 2×2 列联表：

	喜爱运动	不喜爱运动	总计
男	10		16
女	6		14
总计			30

(2)根据列联表的独立性检验，能否在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下认为性别与喜爱运动有关？

10. 某工厂为提高生产效率，开展技术创新活动，提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率，选取 40 名工人，将他们随机分成两组，每组 20 人，第一组工人用第一种生产方式，第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产任务的工作时间(单位：min)绘制了如下茎叶图：

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

(1)求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m，并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(2)根据(1)中的列表联，能否有 99%的把握认为两种生产方式的效率有差异？

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

$P(k^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段测试一

第一章　计数原理

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 若$\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中各项系数之和为 64，则展开式的常数项为（　　）

A. −540　　B. −162

C. 162　　D. 540

2. 若对于任意实数 x，有 $x^3=a_0+a_1(x-2)+a_2(x-2)^2+a_3(x-2)^3$，则 a_2 的值为（　　）

A. 3　　B. 6

C. 9　　D. 12

3. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 3 人参加某个座谈会，若这 3 人中必须既有男生又有女生，则不同的选法种数是（　　）

A. 60　　B. 35

C. 34　　D. 30

4. （**2019・北京 101 中学期末**）某中学从 4 名男生和 4 名女生中推荐 4 人参加社会公益活动，若选出的 4 人中既有男生又有女生，则不同的选法共有（　　）

A. 68 种　　B. 70 种

C. 240 种　　D. 280 种

5. 如果$(\sqrt{3}+2x)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{11}x^{11}$，那么$(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{11})^2-(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10})^2$的值是（　　）

A. −1　　B. 0

C. 3　　D. 1

6. 已知$m=\int_0^{\pi}3\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\mathrm{d}x$，则$(x-2y+3z)^m$的展开式中，$x^{m-2}yz$ 项的系数等于（　　）

A. 180　　B. −180

C. −90　　D. 15

7. $(2x-1)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9+a_{10}x^{10}$，则 $a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}=$（　　）

A. 1　　B. 0

C. −20　　D. 20

8. 五人站成一排，其中甲、乙之间有且仅有 1 人，则不同排法的总数是（　　）

A. 48　　B. 36

C. 18　　D. 12

9. 在数字 1，2，3 与符号＋、－五个元素的所有全排列中，任意两个数字都不相邻的全排列有（　　）

A. 6 种　　B. 12 种

C. 18 种　　D. 24 种

10. 形如 45 132 的数称为“波浪数”，即十位数字，千位数字均比与它们各自相邻的数字大，则由 1，2，3，4，5 可构成不重复的五位“波浪数”的个数为（　　）

A. 20　　B. 18

C. 16　　D. 11

11. 某城市新修建的一条道路上有 12 盏路灯，为了节省用电而又不能影响正常的照明，可以熄灭其中的 3 盏灯，但两端的灯不能熄灭，也不能熄灭相邻的两盏灯，则熄灭的方法有（　　）

A. C_{11}^3 种　　B. A_8^3 种

C. C_9^3 种　　D. C_8^3 种

12. （**2019・合肥一中、马鞍山二中等六校联考**）某地举办科技博览会，有 3 个场馆，现将 24 个志愿者名额分配给这 3 个场馆，要求每个场馆至少有一个名额且各场馆名额互不相同的分配方法共有（　　）

A. 222 种　　B. 253 种

C. 276 种　　D. 284 种

二、填空题（每小题 5 分，共 20 分）

13. 在$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{x}\right)^n$的二项式中，所有项的二项式系数之和为 256，则常数项等于_____.

14. 某同学有同样的画册 2 本，同样的集邮册 3 本，从中取出 4 本赠送给 4 位朋友，每位朋友 1 本，则不同的赠送方法共有_____种.（用数字作答）

15. （**2018・浙江卷**）从 1，3，5，7，9 中任取 2 个数字，从 0，2，4，6 中任取 2 个数字，一共可以组成_____个没有重复数字的四位数（用数字作答）.

16. 将三项式$(x^2+x+1)^n$展开，当 $n=0,1,2,3,\cdots$时，得到以下等式：

$(x^2+x+1)^0=1$

$(x^2+x+1)^1=x^2+x+1$

$(x^2+x+1)^2=x^4+2x^3+3x^2+2x+1$

$(x^2+x+1)^3=x^6+3x^5+6x^4+7x^3+6x^2+3x+1$

…

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

广义杨辉三角形

第 0 行					1				
第 1 行				1	1	1			
第 2 行			1	2	3	2	1		
第 3 行		1	3	6	7	6	3	1	
第 4 行	1	4	10	16	19	16	10	4	1
…					…				

观察多项式系数之间的关系，可以仿照杨辉三角构造如图所示的广义杨辉三角形，其构造方法为第 0 行为 1，以下各行每个数是它头上与左右两肩上 3 数(不足 3 数的，缺少的数计为 0)之和，第 k 行共有 $2k+1$ 个数. 若在 $(1+ax)(x^2+x+1)^5$ 的展开式中，x^8 项的系数为 75，则实数 a 的值为_____.

三、解答题(共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(10 分)已知 $(1+m\sqrt{x})^n$(m 是正实数)的展开式的二项式系数之和为 128，展开式中含 x 项的系数为 84.

(1)求 m,n 的值；

(2)求 $(1+m\sqrt{x})^n(1-x)$ 的展开式中有理项的系数和.

18.(12 分)(**2019·辛集中学高二月考**)某校高三年级有 6 个班级，现要从中选出 10 人组成高三女子篮球队参加高中篮球比赛，且规定每班至少要选 1 人参加. 这 10 个名额有多少不同的分配方法？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)设集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$,选择 M 的两个非空子集 A 和 B,要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数,则不同的选择方法有多少种?

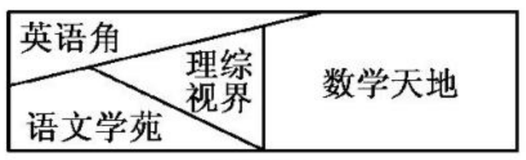
20.(12 分)已知 $(1+2\sqrt{x})^n$ 的展开式中,某一项的系数恰好是它的前一项系数的 2 倍,而且是它的后一项系数的 $\frac{5}{6}$,试求展开式中二项式系数最大的项.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)用 n 种不同颜色的粉笔写黑板报,版块设计如下图所示,要求相邻区域不能用同一种颜色的粉笔?



板报甲



板报乙

(1)当 $n=6$ 时,板报甲有多少种书写方案?

(2)若板报乙有 180 种书写方案,求 n.

22.(12 分)某班要从 5 名男生 3 名女生中选出 5 人担任 5 门不同学科的课代表,请分别求出满足下列条件的方法种数:

(1)所安排的女生人数必须少于男生人数;

(2)男生甲必须是课代表,但又不能担任数学课代表;

(3)女生乙必须担任语文课代表,且男生甲必须担任课代表,但又不能担任数学课代表.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段测试二

第二章　随机变量及其分布

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 将一颗质地均匀的骰子掷两次，不能作为随机变量的是（　　）

A. 两次掷出的最大点数

B. 第一次减去第二次的点数差

C. 两次出现点数之和

D. 投掷的次数

2. 设火箭发射失败的概率为 0.01，若发射 10 次，其中失败的次数为 X，则下列结论正确的是（　　）

A. $E(X)=0.01$

B. $P(X=k)=0.01^k\times0.99^{10-k}$

C. $D(X)=0.1$

D. $P(X=k)=C_{10}^k\times0.01^k\times0.99^{10-k}$

3. 已知随机变量 $2\xi+\eta=14$，若 $\xi\sim B(10,0.6)$，则 $E(\eta)$，$D(\eta)$ 分别是（　　）

A. 6 和 9.6　　B. 2 和 9.6

C. 2 和 5.6　　D. 6 和 5.6

4. 在一次智力竞赛中，每位参赛者要从 5 道题中不放回地依次抽取 2 道题作答，已知 5 道题中包含自然科学题 3 道，人文科学题 2 道. 则参赛者甲连续两次都抽到自然科学题的概率是（　　）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

5. 从 1，2，3，4，5 中任取 2 个不同的数，事件 A 为“取到的两个数之和为偶数”，事件 B 为“取到的两数均为偶数”，$P(B|A)=$（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{1}{2}$

6. 已知 $\xi\sim N(1,\sigma^2)$，$a\in\mathbf{R}$，则“$P(\xi>a)=0.5$”是“关于 x 的二项式 $\left(ax+\frac{1}{x^2}\right)^3$ 的展开式的常数项为3”的（　　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 既不充分又不必要条件

D. 充要条件

7. 以下三个命题中：

①为了了解 800 名学生对学校某项教改试验的意见，打算从中抽取一个容量为 40 的样本，考虑用系统抽样，则分段的间隔 k 为 40；

②线性回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 恒过样本中心 $(\overline{x},\overline{y})$；

③在某项测量中，测量结果 ξ 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)(\sigma>0)$. 若 ξ 在 $(-\infty,1)$ 内取值的概率为 0.1，则 ξ 在 $(2,3)$ 内取值的概率为 0.4.

其中真命题的个数为（　　）

A. 0　　B. 1

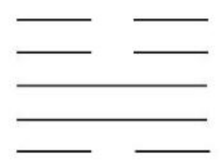
C. 2　　D. 3

8. 已知随机变量 ξ 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$，且 $P(\xi\geqslant4)=0.32$，则 $P(0\leqslant\xi\leqslant2)=$（　　）

A. 0.16　　B. 0.32

C. 0.18　　D. 0.34

9. （**2019 · 全国卷Ⅰ**）我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 每一“重卦”由从下到上排列的 6 个爻组成，爻分为阳爻“——”和阴爻“— —”，如图就是一重卦. 在所有重卦中随机取一重卦，则该重卦恰有 3 个阳爻的概率是（　　）



A. $\frac{5}{16}$　　B. $\frac{11}{32}$

C. $\frac{21}{32}$　　D. $\frac{11}{16}$

10. 已知随机变量 X 的分布列为 $P(X=k)=\frac{1}{3}$，$k=1,2,3$，则 $D(3X+5)$ 等于（　　）

A. 6　　B. 9

C. 3　　D. 4

11. 已知 $0<a<\frac{1}{4}$，随机变量 ξ 的分布列如下：

ξ	-1	0	1
P	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}-a$	a

当 a 增大时（　　）

A. $E(\xi)$ 增大，$D(\xi)$ 增大

B. $E(\xi)$ 减小，$D(\xi)$ 增大

C. $E(\xi)$ 增大，$D(\xi)$ 减小

D. $E(\xi)$ 减小，$D(\xi)$ 减小

12. 下列判断错误的是（　　）

A. 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$，$P(\xi\leqslant4)=0.79$，则 $P(\xi\leqslant-2)=0.21$

B. 若 n 组数据 $(x_1,y_1)\cdots(x_n,y_n)$ 的散点都在 $y=-2x+1$ 上，则相关系数 $r=-1$

C. 若随机变量 ξ 服从二项分布 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{5}\right)$，则 $E(\xi)=1$

D. “$am^2<bm^2$”是“$a<b$”的必要不充分条件

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

13. 在 A,B 两个袋子中都有 6 张分别写有数字 0,1,2,3,4,5 的卡片,现从每个袋中任取一张卡片,两张卡片上的数字之和记为 X,则 $P(X=7)=$_____.

14. (**2019·全国卷Ⅰ**)甲、乙两队进行篮球决赛,采取七场四胜制(当一队赢得四场胜利时,该队获胜,决赛结束).根据前期比赛成绩,甲队的主客场安排依次为"主主客客主客主".设甲队主场取胜的概率为 0.6,客场取胜的概率为 0.5,且各场比赛结果相互独立,则甲队以 4∶1 获胜的概率是_____.

15. (**2019·重庆市一中月考**)多选题是标准化考试的一种题型,一般是从 A、B、C、D 四个选项中选出所有正确的答案.在一次考试中有 5 道多选题,某同学一道都不会,他随机地猜测,则他答对题数的期望值为_____.

16. 给出下列四个命题:

①不等式 $|x+1|+|x-2|\geqslant 3$ 对任意 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立;

②$\sqrt{7}-\sqrt{6}>\sqrt{5}-\sqrt{4}$;

③设随机变量 $X\sim N(0,1)$.若 $P(X>1)=p$,则 $P(-1<X\leqslant 0)=\frac{1}{2}-p$;

④设随机变量 $X\sim B\left(3,\frac{1}{3}\right)$,则 $P(X=1)=\frac{1}{3}$.

其中,所有正确命题的序号有_____.

三、解答题(共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)(**2019·全国卷Ⅱ**)11 分制乒乓球比赛,每赢一球得 1 分,当某局打成 10∶10 平后,每球交换发球权,先多得 2 分的一方获胜,该局比赛结束.甲、乙两位同学进行单打比赛,假设甲发球时甲得分的概率为 0.5,乙发球时甲得分的概率为 0.4,各球的结果相互独立.在某局双方 10∶10 平后,甲先发球,两人又打了 X 个球该局比赛结束.

(1)求 $P(X=2)$;

(2)求事件"$X=4$ 且甲获胜"的概率.

18. (12 分)(**2019·安庆四校联考**)某校为了了解学生对学校开展的课外体育活动的认可程度,从 A,B 两个班分别随机调查了 20 个学生,得到了学生对课外体育活动的认可度评分如下.

A 班	92	95	73	81	62	64	74	53	85	76
	86	78	97	95	66	76	89	82	88	78
B 班	93	51	91	83	62	53	82	64	46	73
	73	74	65	81	48	76	79	54	56	65

(1)根据两组数据完成两个班学生认可度评分的茎叶图,并通过茎叶图比较两个班级认可度评分的平均值及分散程度(不要求计算出具体值,给出结论即可);

(2)根据学生认可度评分,将学生的认可度从低到高分为三个等级:

认可度评分	低于 70 分	高于 70 分,低于 90 分	高于 90 分
认可度等级	不认可	基本认可	高度认可

①从两个班级的所有持"基本认可"态度的学生中选取两人参加经验交流会,求两人来自同一班级的概率;

②已知两个班级的评价结果相互独立,根据所给数据,以事件发生的频率作为相应事件发生的概率,求 B 班级的认可度等级低于 A 班级的认可度等级的概率.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

19.(12 分)(**2019·河北邢台期末**)某商场举行的“三色球”购物摸奖活动规定:在一次摸奖中,摸奖者先从装有 3 个红球和 4 个白球的袋中任意摸出 3 个球,再从装有 1 个蓝球与 2 个白球的袋中任意摸出 1 个球,根据摸出 4 个球中红球与蓝球的个数,设一、二、三等奖如下:

奖级	摸出红、蓝球个数	获奖金额
一等奖	3 红 1 蓝	200 元
二等奖	3 红 0 蓝	50 元
三等奖	2 红 1 蓝	10 元

其余情况无奖且每次摸奖最多只能获得一个奖级.

(1)求一次摸奖恰好摸到 1 个红球的概率;

(2)求摸奖者在一次摸奖中获奖金额 X 的分布列.

20.(12 分)本着健康、低碳的生活理念,租自行车骑游的人越来越多.某自行车租车点的收费标准是:每车每次租用时间不超过两小时免费,超过两个小时的部分每小时收费 2 元(不足 1 小时的部分按 1 小时计算),甲、乙两人独立来该租车点租自行车骑游(各租一车一次).设甲、乙不超过两个小时的概率分别为 $\frac{1}{4}$,$\frac{1}{2}$;两小时以上且不超过三个小时的概率分别为 $\frac{1}{2}$,$\frac{1}{4}$;两人租车时间都不会超过四个小时.

(1)求甲、乙两人所付租车费用相同的概率;

(2)设甲、乙两人所付的租车费用之和为随机变量 ξ,求 ξ 的分布列与数学期望 $E(\xi)$.

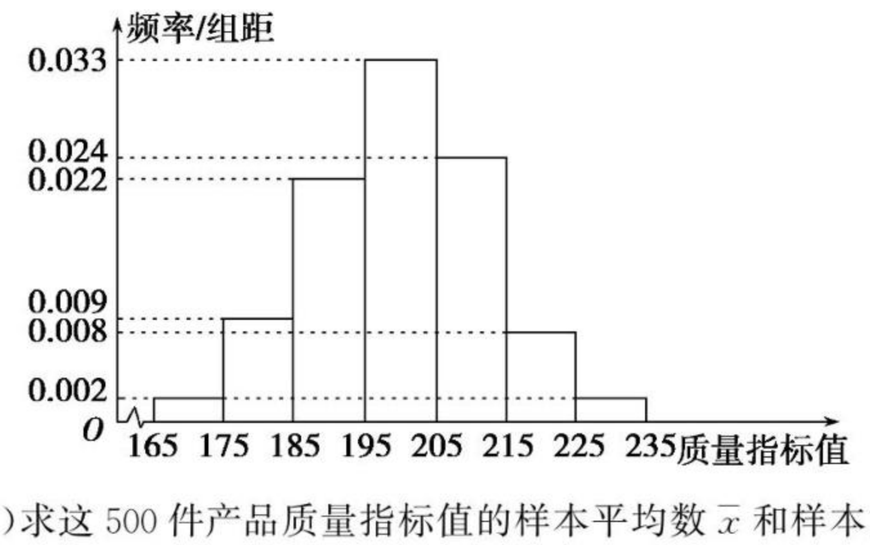
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)(**2019·包头市包钢一中模拟**)设每个工作日甲、乙、丙、丁 4 人需使用某种设备的概率分别为 0.6,0.5,0.5,0.4,各人是否需使用设备相互独立.

(1)求同一工作日至少 3 人需使用设备的概率;

(2)X 表示同一工作日需使用设备的人数,求 X 的数学期望.

22.(12 分)(**2019·马鞍山模拟**)从某企业生产的某种产品中抽取 500 件,测量这些产品的一项质量指标值,由测量结果得如下频率分布直方图:



(1)求这 500 件产品质量指标值的样本平均数 $\overline{x}$ 和样本方差 s^2(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(2)由直方图可以认为,这种产品的质量指标值 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其中 μ 近似为样本平均数,σ^2 近似为样本方差 s^2.

①利用该正态分布,求 $P(187.8<Z<212.2)$;

②某用户从该企业购买了 100 件这种产品,记 X 表示这 100 件产品中质量指标值位于区间(187.8,212.2)的产品件数.利用①的结果,求 $E(X)$.

附:$150\approx12.2$.若 $Z\sim N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)=0.6826$,$P(\mu-2\sigma<Z<\mu+2\sigma)=0.9544$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段测试三

第三章　统计案例

（时间：120 分钟　满分：150 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 下列关系中是相关关系的是　　（　　）

①路程与时间、速度的关系；②加速度与力的关系；③产品成本与产量的关系；④圆周长与面积的关系；⑤广告费支出与销售额的关系.

A. ①②④　　B. ①③⑤

C. ③⑤　　D. ③④⑤

2. 下列说法正确的是　　（　　）

A. 两个变量的相关关系一定是线性相关

B. 两个随机变量的线性相关性越强，则相关系数的绝对值就越接近于 0

C. 在回归直线方程 $\hat{y}=0.2x+0.8$ 中，当解释变量 x 每增加 1 个单位时，预报变量 $\hat{y}$ 平均增加 1 个单位

D. 对分类变量 X 与 Y，随机变量 K^2 的观测值 k 越大，则判断“X 与 Y 有关系”的把握程度越大

3. 巧克力很甜、很好吃，数学很妙、很有趣，某中学统计了部分同学“爱吃巧克力”与“数学成绩好”的关系，得到下表：

	爱吃巧克力	不爱吃巧克力	合计
数学成绩好	25	15	40
数学成绩一般	25	35	60
合计	50	50	100

经计算得 $k\approx4.167$，由此可以判断　　（　　）

参考数据：

$P(K^2\geqslant k)$	0.1	0.05	0.025	0.01
k	2.706	3.841	5.024	6.635

A. 至少有 99％的把握认为“数学成绩好”与“爱吃巧克力”有关

B. 至少有 95％的把握认为“数学成绩好”与“爱吃巧克力”有关

C. 至少有 99％的把握认为“数学成绩好”与“爱吃巧克力”无关

D. 至少有 95％的把握认为“数学成绩好”与“爱吃巧克力”无关

4. （**2019 · 衡水中学滁州分校调研**）已知某种商品的广告费支出 x（单位：万元）与销售额 y（单位：万元）之间有如下对应数据：

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

x	2	4	5	6	8
y	30	40	50	m	60

根据表中的全部数据，用最小二乘法得出 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$，则表中 m 的值为 （ ）

A. 45　　B. 50

C. 55　　D. 70

5. 若线性回归方程为 $\hat{y}=2-3.5x$，则当变量 x 增加一个单位时，变量 y （ ）

A. 减少 3.5 个单位　　B. 增加 2 个单位

C. 增加 3.5 个单位　　D. 减少 2 个单位

6.（**2019·沈阳市郊联体期末**）以下四个命题，其中正确的是 （ ）

A. 由独立性检验可知，有 99% 的把握认为物理成绩与数学成绩有关，某人数学成绩优秀，则他有 99% 的可能物理优秀

B. 两个随机变量相关系越强，则相关系数的绝对值越接近于 0

C. 在线性回归方程 $\hat{y}=0.2x+12$ 中，当变量 x 每增加一单位时，变量 $\hat{y}$ 平均增加 0.2 个单位

D. 线性回归方程对应的直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 至少经过其样本数据点中的一个点

7. 甲、乙、丙、丁四位同学各自对 A，B 两变量的线性相关性做试验，并用回归分析方法分别求得相关系数 r 与残差平方和 m，如下表：

	甲	乙	丙	丁
r	0.82	0.78	0.69	0.85
m	115	106	124	103

则哪位同学的试验结果体现 A，B 两变量更强的线性相关性 （ ）

A. 甲　　B. 乙

C. 丙　　D. 丁

8. 下列四个命题中：

①设有一个回归方程 $\hat{y}=2-3x$，变量 x 增加一个单位时，$\hat{y}$ 平均增加 3 个单位；

②命题 p：“$\exists x_0\in\mathbf{R}, x_0^2-x_0-1>0$”的否定 $\neg p$：“$\forall x\in\mathbf{R}, x^2-x-1\leqslant 0$”；

③设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，若 $P(X>1)=p$，则 $P(-1<X<0)=\frac{1}{2}-p$；

④在一个 2×2 列联表中，由计算得 $K^2=6.679$，则有 99% 的把握确认这两个变量间有关系.

其中正确的命题的个数有 （ ）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

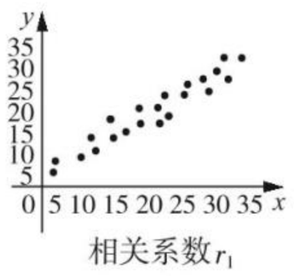
本题可以参考独立性检验临界值表：

$P(K^2\geqslant k)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.706	3.841	5.024	6.535	7.879	10.828

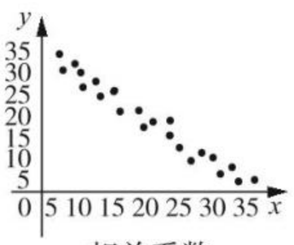
A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

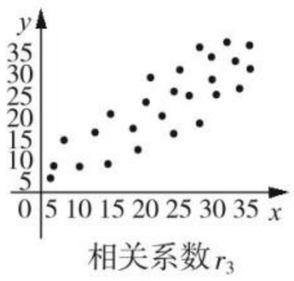
9. 对四组数据进行统计，获得以下散点图，关于其相关系数的比较，正确的是（　　）



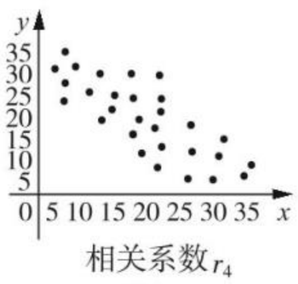
相关系数r_1
图1



相关系数r_2
图2



相关系数r_3
图3



相关系数r_4
图4

A. $r_2<r_4<0<r_3<r_1$　　B. $r_4<r_2<0<r_1<r_3$

C. $r_4<r_2<0<r_3<r_1$　　D. $r_2<r_4<0<r_1<r_3$

10. 下表是降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量 x（吨）与相应的生产能耗 y（吨标准煤）的几组对应数据，根据表中提供的数据，可求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=0.7x+0.35$，则表中 m 的值为（　　）

x	3	4	5	6
y	2.5	m	4	4.5

A. 3　　B. 3.15

C. 4　　D. 4.5

11. 已知 x,y 的取值如下表，从散点图可知 y 与 x 线性相关，且回归方程为 $\hat{y}=0.95x+\hat{a}$，预测当 $x=10$ 时，y 的估计值约为（　　）

x	0	1	3	4
y	2.2	4.3	4.8	6.7

A. 12.1　　B. 12.2

C. 13.1　　D. 13.2

12.（**2019·十堰市月考**）针对“中学生追星问题”，某校团委对“学生性别和中学生追星是否有关”作了一次调查，其中女生人数是男生人数的 $\frac{1}{2}$，男生追星的人数占男生人数的 $\frac{1}{6}$，女生追星的人数占女生人数的 $\frac{2}{3}$. 若有95%的把握认为是否追星和性别有关，则男生的人数至少有（　　）

参考数据及公式如下：

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

A. 12　　B. 11

C. 10　　D. 18

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

二、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

13. 已知方程 $\hat{y}=0.85x-85.7$ 是根据女大学生的身高预报体重的回归方程(其中 $x,\hat{y}$ 的单位分别是 cm, kg),则该方程在样本(165,57)处的残差是_____.

14. 若一组观测值 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 之间满足 $y_i=a+bx_i+e_i(i=1,2,\cdots,n)$. 若 e_i 恒为 0,则 R^2 为_____.

15. (**2019·天水模拟**)物价部门对本市的 5 家商场的某商品一天的销售量和价格进行调查,得到 5 家商场的售价 x(元)和销售量 y(件)之间的一组数据如下表所示:

价格 x	9	9.5	m	10.5	11
销售量 y	11	n	8	6	5

由散点图可知,销售量 y 与价格 x 之间有较强的线性相关关系,其线性回归方程是 $\hat{y}=-3.2x+40$,且 $m+n=20$,则 $n=$_____.

16. 下列命题中,正确的命题有_____.

①回归直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 恒过样本点的中心 $(\bar{x},\bar{y})$,且至少过一个样本点;

②将一组数据的每个数据都加一个相同的常数后,方差不变;

③用相关指数 R^2 来刻画回归效果;表示预报变量对解释变量变化的贡献率,越接近于 1,说明模型的拟合效果越好;

④若分类变量 X 和 Y 的随机变量 K^2 的观测值 k 越大,则"X 与 Y 相关"的可信程度越小;

⑤对于自变量 x 和因变量 y,当 x 取值一定时,y 的取值具有一定的随机性,x,y 间的这种非确定关系叫做函数关系;

⑥残差图中残差点比较均匀的地落在水平的带状区域中,说明选用的模型比较合适;

⑦两个模型中残差平方和越小的模型拟合的效果越好.

三、解答题(共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (10 分)(**2019·营口市第一高级中学月考**)已知某商品的价格 x(元)与需求量 y(件)之间的关系有如下一组数据:

x	14	16	18	20	22
y	12	10	7	5	3

$$\hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\cdot\bar{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2};$$

$$r=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2\cdot\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}.$$

参考:$\sum\limits_{i=1}^{5}(x_i-\bar{x})^2=40$,$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=620$,$\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-y)^2=53.2$;$\sqrt{133}\approx11.53$.

当 $n-2=3$ 时,$r_{0.05}=0.878$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

(1)求 $\bar{x}$,$\bar{y}$;

(2)求出回归直线方程;

(3)计算相关系数 r 的值,并说明回归模型拟合程度的好坏.

18.(12 分)某校为了解该校多媒体教学普及情况,根据年龄按分层抽样的方式调查了该校 50 名教师,他们的年龄频数及使用多媒体教学情况的人数分布如下表:

年龄段(岁)	20～29	30～39	40～49	50～60
频数	12	18	15	5
经常使用多媒体教学	6	12	5	1

(1)由以上统计数据完成下面的 2×2 列联表,并判断是否有 95%的把握认为以 40 岁为分界点对是否经常使用多媒体教学有差异?

	年龄低于 40 岁	年龄不低于 40 岁	合计
经常使用多媒体教学			
不常使用多媒体教学			
合计			

附:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,$n=a+b+c+d$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.25	0.15	0.10	0.050	0.025	0.010
k_0	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)若采用分层抽样的方式从年龄低于 40 岁且经常使用多媒体的教师中选出 6 人,再从这 6 人中随机抽取 2 人,求这 2 人中至少有 1 人年龄在 30～39 岁的概率.

19.(12 分)关于 x 与 y 有以下数据:

x	2	4	5	6	8
y	30	40	60	50	70

已知 x 与 y 线性相关,由最小二乘法得 $\hat{b}=6.5$,

(1)求 y 与 x 的线性回归方程;

(2)现有第二个线性模型:$\hat{y}=7x+17$ 且 $R^2=0.82$,若与(1)的线性模型比较,哪一个线性模型拟合效果比较好,请说明理由.

注:$R^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}$,$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

20.(12 分)一台机器使用的时间较长,但还可以使用,它按不同的转速生产出来的某机械零件有一些会有缺点,每小时生产有缺点零件的多少,随机器的运转的速度而变化,下表为抽样试验的结果:

转速 x(转/秒)	2	4	5	6	8
每小时生产有缺点的零件数 y(件)	30	40	60	50	70

(1)已知 y 对 x 有线性相关关系,求回归直线方程;

(2)在实际生产中,预测每小时的产品中有缺点的零件为 89 个时,机器的运转速度是多少?

(参考数值:$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=1\ 380$,$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=145$)

21.(12 分)(**2019·天水一中期末**)《中华人民共和国道路交通安全法》第 47 条的相关规定:机动车行经人行横道时,应当减速慢行;遇行人正在通过人行横道,应当停车让行,俗称“礼让斑马线”,《中华人民共和国道路交通安全法》第 90 条规定:对不礼让行人的驾驶员处以扣 3 分,罚款 50 元的处罚.下表是某市一主干路口监控设备所抓拍的 5 个月内驾驶员不“礼让斑马线”行为统计数据:

月份	1	2	3	4	5
违章驾驶员人数	120	105	100	90	85

(1)请利用所给数据求违章人数 y 与月份之间的回归直线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)交警从这 5 个月内通过该路口的驾驶员中随机抽查了 50 人,调查驾驶员不“礼让斑马线”行为与驾龄的关系,得到如下 2×2 列联表:能否据此判断有 97.5%的把握认为“礼让斑马线”行为与驾龄有关?

	不礼让斑马线	礼让斑马线	合计
驾龄不超过 1 年	22	8	30
驾龄 1 年以上	8	12	20
合计	30	20	50

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

参考公式及数据：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2},\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}.$$

$P(K^2\geqslant k)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$（其中 $n=a+b+c+d$）.

22.（12 分）某地一商场记录了 12 月份某 5 天当中某商品的销售量 y（单位：kg）与该地当日最高气温 x（单位：℃）的相关数据，如下表：

x	11	9	8	5	2
y	7	8	8	10	12

（1）试求 y 与 x 的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；

（2）判断 y 与 x 之间是正相关还是负相关；若该地 12 月某日的最高气温是 6 ℃，试用所求回归方程预测这天该商品的销售量；

（3）假定该地 12 月份的日最高气温 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似取样本平均数 $\bar{x}$，σ^2 近似取样本方差 s^2，试求 $P(3.8<X<13.4)$.

附：参考公式和有关数据

$$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\bar{x}^2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2},\\ \hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x},\end{cases}$$

$\sqrt{10}\approx 3.2$，$\sqrt{3.2}\approx 1.8$，若 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6826$，且 $P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9544$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

选修2—3综合测试

（时间：120分钟　满分：150分）

一、选择题（每小题5分，共60分）

1. 设集合$A=\{a,b,c,d,e\}$，$B\subseteq A$，已知$a\in B$，且B中含有3个元素，则集合B有　　（　　）

A. A_4^2个　　B. C_4^2个

C. A_5^3个　　D. C_5^3个

2. 已知一组样本点(x_i,y_i)，其中$i=1,2,3,\cdots,30$. 根据最小二乘法求得的回归方程是$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，则下列说法正确的是　　（　　）

A. 若所有样本点都在$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$上，则变量间的相关系数为1

B. 至少有一个样本点落在回归直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$上

C. 对所有的预报变量$x_i(i=1,2,3,\cdots,30)$，$\hat{b}x_i+\hat{a}$的值一定与y_i有误差

D. 若$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$斜率$\hat{b}>0$，则变量x与y正相关

3. 将甲、乙、丙等六位同学排成一排，且甲、乙在丙的两侧，则不同的排法种数为　　（　　）

A. 480　　B. 360

C. 120　　D. 240

4. 已知随机变量ξ服从二项分布，即$\xi\sim B\left(6,\frac{1}{3}\right)$，则$P(\xi=2)$的值为　　（　　）

A. $\frac{3}{16}$　　B. $\frac{4}{243}$

C. $\frac{13}{243}$　　D. $\frac{80}{243}$

5. 已知在二项式$\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^n$的展开式中，仅有第9项的二项式系数最大，则展开式中，有理项的项数是　　（　　）

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

6. 设随机变量ξ服从正态分布$N(2,9)$，若$P(\xi<2m+1)=P(\xi>m-1)$，则实数m的值是　　（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{5}{3}$　　D. 2

7. 甲、乙两歼击机的飞行员向同一架敌机射击，设击中的概率分别为0.4，0.5，则恰有1人击中敌机的概率为　　（　　）

A. 0.9　　B. 0.2

C. 0.7　　D. 0.5

8. 学校选派5位同学参加北京大学、上海交通大学、浙江大学这3所大学的自主招生考试，每所大学至少有一人参加，则不同的选派方法共有　　（　　）

A. 540种　　B. 240种

C. 180种　　D. 150种

9. 随机变量X的分布列为：

X	1	2	4
P	0.4	0.3	0.3

那么$E(5X+4)$等于　　（　　）

A. 15　　B. 11

C. 2.2　　D. 2.3

10. 在一次独立性检验中，得出列联表如下：

	A	$\overline{A}$	合计
B	200	800	1 000
$\overline{B}$	180	a	$180+a$
合计	380	$800+a$	$1\,180+a$

且最后发现，两个分类变量A和B没有任何关系，则a的可能值是　　（　　）

A. 200　　B. 720

C. 100　　D. 180

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11.(**2019·武汉八校联考**)某市汽车牌照号码可以上网自编,但规定从左到右第二个号码只能从字母 B,C,D 中选择,其他四个号码可以从 0~9 这十个数字中选择(数字可以重复),有位车主上网自编号码,第一个号码(从左到右)想在数字 3,5,6,8,9 中选择,其他号码想在 1,3,6,9 中选择,则他的车牌号码的所有可能情况有 (　　)

A. 180 种　　B. 360 种

C. 720 种　　D. 960 种

12. 某学校 4 位同学参加数学知识竞赛,竞赛规则规定:每位同学必须从甲、乙两道题中任选一题作答,选甲题答对得 30 分,答错得 −30 分;选乙题答对得 10 分,答错得 −10 分. 若 4 位同学的总分为 0 分,则这 4 位同学不同得分情况的种数是 (　　)

A. 24　　B. 36

C. 40　　D. 44

二、填空题(每小题 5 分,共 20 分)

13. 台风在危害人类的同时,也在保护人类. 台风给人类送来了淡水资源,大大缓解了全球水荒,另外还使世界各地冷热保持相对均衡. 甲、乙、丙三颗卫星同时监测台风,在同一时刻,甲、乙、丙三颗卫星准确预报台风的概率分别为 0.8,0.7,0.9,各卫星间相互独立,则在同一时刻至少有两颗预报准确的是_____.

14. 设 a 为非零常数,已知 $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{a}{x}\right)^6$ 的展开式中各项系数和为 2,则展开式中常数项等于_____.

15.(**2019·北京 101 中学期末**)编号为 1,2,3,4,5 的五个人,分别坐在编号为 1,2,3,4,5 的座位上,则恰有两个人的编号与其座位号分别相同的坐法种数为_____.(用数字作答)

16. ①回归分析中,相关指数 R^2 的值越大,说明残差平方和越大;

②对于相关系数 r,$|r|$ 越接近 1,相关程度越大,$|r|$ 越接近 0,相关程度越小;

③由一组样本数据 $(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$ 得到的回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,那么直线 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 必经过点 $(\overline{x},\overline{y})$;

④K^2 是用来判断两个分类变量是否有关系的随机变量,只对于两个分类变量适合.

以上几种说法正确的序号是_____.

三、解答题(共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(10 分)已知 $\left(x^{\frac{2}{3}}+3x^2\right)^n$ 的展开式中,各项系数和与它的二项式系数和的比为 32.

(1)求 n 的值;

(2)求展开式中二项式系数最大的项.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.(12 分)若关于某设备的使用年限 x(年)和所支出的维修费 y(万元)有如下统计资料:

x	2	3	4	5	6
y	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0

若由资料知,y 对 x 呈线性相关关系.

(1)请根据上表提供的数据,用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)估计使用年限为 10 年时,维修费用约是多少?(精确到两位小数)

19.(12 分)(**2019·北京卷**)改革开放以来,人们的支付方式发生了巨大转变.近年来,移动支付已成为主要支付方式之一.为了解某校学生上个月 A,B 两种移动支付方式的使用情况,从全校学生中随机抽取了 100 人,发现样本中 A,B 两种支付方式都不使用的有 5 人,样本中仅使用 A 和仅使用 B 的学生的支付金额分布情况如下:

支付金额(元) / 支付方式	(0,1 000]	(1 000,2 000]	大于 2 000
仅使用 A	18 人	9 人	3 人
仅使用 B	10 人	14 人	1 人

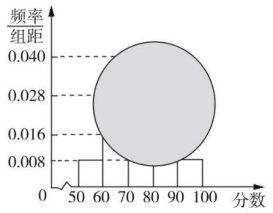
(1)从全校学生中随机抽取 1 人,估计该学生上个月 A,B 两种支付方式都使用的概率;

(2)从样本仅使用 A 和仅使用 B 的学生中各随机抽取 1 人,以 X 表示这 2 人中上个月支付金额大于 1 000 元的人数,求 X 的分布列和数学期望;

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化.现从样本仅使用 A 的学生中,随机抽查 3 人,发现他们本月的支付金额都大于 2 000 元.根据抽查结果,能否认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2 000 元的人数有变化?说明理由.

20.(12 分)某校高二(1)班的一次数学测试成绩的茎叶图和频率分布直方图都受到不同程度的破坏,如图所示:



茎	叶
5	3 6 6 8
6	0 1 3 3 3 4 4 5 6 7 7 8 8 9
7	
8	1 3 3 4 4 5 6 7
9	3 6 6 7

试根据图表中的信息解答下列问题:

(1)求全班的学生人数及分数在[70,80)之间的频数;

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)为快速了解学生的答题情况,老师按分层抽样的方法从位于[70,80),[80,90)和[90,100]分数段的试卷中抽取8份进行分析,再从中任选3人进行交流,求交流的学生中,成绩位于[70,80)分数段的人数 X 的分布列和数学期望.

21.(12分)为了研究某学科成绩是否与学生性别有关,采用分层抽样的方法,从高三年级抽取了30名男生和20名女生的该学科成绩,得到如图所示男生成绩的频率分布直方图和女生成绩的茎叶图,规定80分以上为优分(含80分).

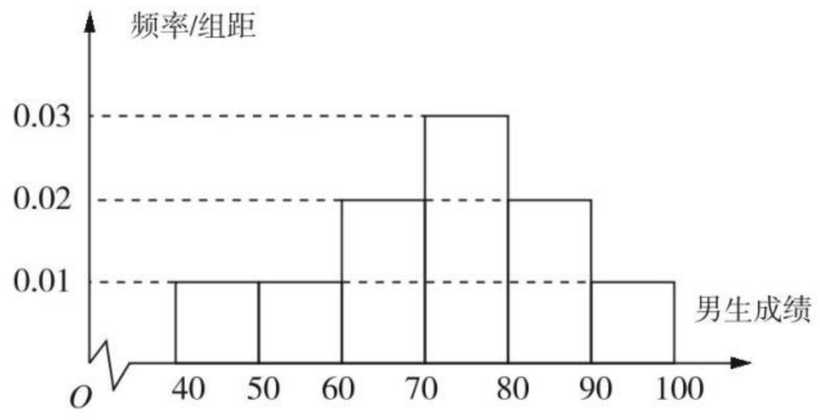


图1

	女生成绩
4	4
5	1 2
6	0 5
7	4 4 5 8
8	1 2 4 4 5 7 9
9	1 2 5 7

图2

(1)①请将2×2列联表补充完整:

	优分	非优分	总计
男生			
女生			
总计			

②据此列联表判断,能否在犯错误概率不超过10%的前提下认为“该学科成绩与性别有关”?

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)将频率视作概率,从高三年级该学科成绩中任意抽取 3 名学生的成绩,求至少 2 名学生的成绩为优分的概率.

下面的临界值表供参考:

$P(K^2 \geqslant k)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

(参考公式:$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n=a+b+c+d$)

22.(12 分)设袋子中装有 a 个红球,b 个黄球,c 个蓝球,且规定:取出一个红球得 1 分,取出一个黄球 2 分,取出一个蓝球得 3 分.

(1)当 $a=3,b=2,c=1$ 时,从该袋子中任取(有放回,且每球取到的机会均等)2 个球,记随机变量 ξ 为取出此 2 球所得分数之和,求 ξ 的分布列;

(2)从该袋子中任取(且每球取到的机会均等)1 个球,记随机变量 η 为取出此球所得分数.若 $E(\eta)=\dfrac{5}{3}$,$D(\eta)=\dfrac{5}{9}$,求 $a:b:c$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

骄子之路®
the Road to Pride
让 学习更快乐，人生更精彩

答案与解析

与45分钟课时作业与单元测试配套使用

数学

选修2-3 RJ·A

班级：_____

姓名：_____

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一部分 课时作业

第一章 计数原理

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(1)

基础知识梳理

1. $N=m+n$ $m_1+m_2+\cdots+m_n$
2. $m\times n$ $m_1\times m_2\times\cdots\times m_n$

题点知识巩固

1. **解**:有 3 类不同方案:第 1 类,从第 1 个袋子中任取 1 个红色小球,有 6 种不同的取法;第 2 类,从第 2 个袋子中任取 1 个白色小球,有 5 种不同的取法;第 3 类,从第 3 个袋子中任取 1 个黄色小球,有 4 种不同的取法.其中,从这三个袋子的任意一个袋子中取 1 个小球都能独立地完成"任取 1 个小球"这件事,根据分类加法计数原理,不同的取法共有 6+5+4=15(种).
2. **解**:(1)确定平面上的点 $P(a,b)$,可分两步完成,第一步确定 a 的值,有 6 种不同方法;第二步确定 b 的值,也有 6 种不同方法.根据分步乘法计数原理,得到平面上点 P 的个数为 $6\times6=36$.
(2)确定平面上第二象限内的点 P,可分两步完成,第一步确定 a 的值,由于 $a<0$,所以有 3 种不同方法;第二步确定 b 的值,由于 $b>0$,所以有 2 种不同方法.由分步乘法计数原理,得到平面上第二象限内的点 P 的个数为 $3\times2=6$.
3. 选 B 第一类,两颗红色小球放入一个盒子中,共有 4 种放法,再把另一颗红球放入剩余 3 个盒子中的一个,共有 3 种放法;最后,两颗黑球分别放入剩余的两个盒子中,只有一种放法,所以不同的分装方案有 $4\times3\times1=12$(种);
第二类,两颗黑色小球放入一个盒子中,共有 4 种放法,剩余 3 颗红球分别放入余下的 3 个盒子中,只有一种放法,所以不同的分装方案有 $4\times1=4$(种);
第三类,将一颗红球和一颗黑球先放入一个盒子中,共有 4 种放法,再将另一颗黑球放入余下的 3 个盒子中的一个,共有 3 种放法,最后把两颗红球分别放入最后 2 个盒子,只有一种放法,所以不同的分装方案有 $4\times3\times1=12$(种).
综上所述,所有不同的分装方案有 12+4+12=28(种),故选 B.
4. **解析**:若参加乐器培训的是女生,则各有 1 名男生及 1 名女生分别参加舞蹈和演唱培训,共有 $3\times2\times2=12$(种)方案;若参加乐器培训的是男生,则各有 1 名男生、1 名女生及 2 名女生分别参加舞蹈和演唱培训,共有 $2\times3\times2=12$(种)方案,所以共有 24 种推荐方案.
答案:24

提能达标过关

1. 选 C 由分类加法计数原理共有 8+6=14(种)选法.
2. 选 A 根据题意,1,2,9 的位置是确定的,如图所示,则数字 5,6,7,8 应位于 a,b,c,d 中的位置.

1	2	a
3	4	b
c	d	9

第一类,若 5,6 在 a,b 位置,则 7,8 在 c,d 位置.且 $a=5$,$b=6$,$c=7$,$d=8$,或者 5,6 与 7,8 换位置,所以共 2 种情况;
第二类,5,6 在 a,c 位置,则 7,8 在 b,d 位置,则共有 $2\times2=4$(种)情况.
综上所述,空格的填写方法共 2+4=6(种),故选 A.
3. 选 B 对 a 进行讨论,为 0 与不为 0,当 a 不为 0 时还需考虑判别式与 0 的大小.
若 $a=0$,则 $b=-1,0,1,2$,此时 (a,b) 的取值有 4 个;
若 $a\neq0$,则方程 $ax^2+2x+b=0$ 有实根,需 $\Delta=4-4ab\geqslant0$,所以 $ab\leqslant1$,此时 (a,b) 的取值为 $(-1,0),(-1,1),(-1,-1),(-1,2),(1,1),(1,0),(1,-1),(2,-1),(2,0)$,共 9 个.
所以 (a,b) 的个数为 4+9=13.故选 B.
4. 选 C 每个邮件都可从 3 个邮箱中选一个发送,根据分步计数原理,共有 $3\times3\times3\times3\times3=3^5$(种)不同的发送方法.
5. 选 C 第一步,先从 4 个盒子中选一个盒子准备装两个球,有 4 种选法;
第二步,从 5 个球里选出两个球放入刚才选到的盒子里,有 10 种选法;
第三步,把剩下的 3 个球依次放入余下的 3 个盒子中,有 $3\times2\times1=6$(种)放法.
由分步乘法原理得不同的放球方法有 $4\times10\times6=240$(种),故选 C.
6. **解析**:若从西来,有南、北、东 3 种行车路线,同理从南、北、东来也各有 3 种行车路线.因此共有 3+3+3+3=12 种.
答案:12
7. **解析**:可分 4 类,第一类,等腰三角形底边长为 1,腰长可以是 1,2,3,4,共 4 个;第二类,等腰三角形底边长是 2,腰长可以是 2,3,4,共 3 个;第三类,等腰三角形底边长是 3,腰长可以是 2,3,共 2 个;第四类,等腰三角形底边长是 4,腰长可以是 3,共 1 个.
∴共有三角形 4+3+2+1=10(个).
答案:10
8. **解析**:先把 A,B 放入不同盒中,有 $3\times2=6$(种)放法,再放 C,D,若 C,D 在同一盒中,只能是余下的 1 个盒,1 种放法;若 C,D 在不同盒中,则必有一球在余下的 1 个盒中,另一球在 A 球或 B 球所在的盒中,有 $2\times2=4$(种)放法.
故共有 $6\times(1+4)=30$(种)放法.
答案:30
9. **解**:(1)分四类:
第一类,从一班学生中选 1 人,有 7 种选法;
第二类,从二班学生中选 1 人,有 8 种选法;
第三类,从三班学生中选 1 人,有 9 种选法;
第四类,从四班学生中选 1 人,有 10 种选法.
所以,共有不同的选法 $N=7+8+9+10=34$(种).
(2)分四步,第一、二、三、四步分别从一、二、三、四班学生中选一人任组长,所以共有不同的选法 $N=7\times8\times9\times10=5\,040$(种).
(3)分六类,每类又分两步,从一、二班学生中各选 1 人,有 7×8 种不同的选法;
从一、三班学生中各选 1 人,有 7×9 种不同的选法;
从一、四班学生中各选 1 人,有 7×10 种不同的选法;
从二、三班学生中各选 1 人,有 8×9 种不同的选法;
从二、四班学生中各选 1 人,有 8×10 种不同的选法;
从三、四班学生中各选 1 人,有 9×10 种不同的选法.
所以共有不同的选法 $N=7\times8+7\times9+7\times10+8\times9+8\times10+9\times10=431$(种).
10. **解**:第一步,先确定个位数字,从 1,3 中选 1 个,有 2 种方法;第二步,确定百位数字,从除去个位数字和 0 之外的两个数字中选一个,有 2 种方法;第三步,确定十位数字,从除去个位与百位的数字中选 1 个,有 2 种方法.
由分步计数原理,共有 $2\times2\times2=8$(个)无重复数字的三位奇数.

1.1 分类加法计数原理与分步乘法计数原理(2)

基础知识梳理

分类 完成这件事 分步

题点知识巩固

1. 选 B 假设有两个 1,则组成的四位数有 1213,1231,1312,1321,2131,3121,共 6 个,则共有这样的四位数 $6\times3=18$(个).
故选 B.
2. 选 D 能被 5 整除的四位数,可分为两类:一类是末位为 0,由分步乘法计数原理,共有 $5\times4\times3=60$(个).
另一类是末位为 5,由分步乘法计数原理共有 $4\times4\times3=48$(个).由分类加法计数原理得所求的四位数共有 60+48=108(个).
3. 选 B 甲、乙、丙、丁四名大学生分配到 A,B,C 三个区域服务,若甲分到区域 B,共有(乙,甲,丙丁),(乙,甲丙,丁),(乙,甲丁,丙),(乙丙,甲,丁),(乙丁,甲,丙),(丙丁,甲,乙),(丙,甲,乙丁),(丙,甲乙,丁),(丁,甲,乙丙),(丁,甲乙,丙),(丙,甲丁,乙),(丁,甲丙,乙)12 种,同理甲分到区域 C 也有 12 种,共 24 种.故选 B.
4. **解析**:依题意,该同学的选课方式共有 4 类,
第一类,人文类选 2 门(含 A_1):不同的选课方式有 $3\times2=6$(种);
第二类,人文类选 2 门(不含 A_1):不同的选课方式有 $3\times3=9$(种);
第三类,人文类选 1 门(A_1):不同的选课方式有 1 种;
第四类,人文类选 1 门(不含 A_1):不同的选课方式有 $3\times3=9$(种);
所以,该同学共有 6+9+1+9=25(种)不同的选课方式.
答案:25
5. **解**:不同的涂法有:
第一类,涂 4 种不同的颜色,则不同的涂色方法有 $5\times4\times3\times2=120$(种);
第二类,涂 3 种不同的颜色,其中可能(1)(4)同色,也可能(2)(4)同色,则不同的涂色方法有 $2\times5\times4\times3=120$(种).
综上所述,共有 120+120=240(种)不同的涂色方法.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

提能达标过关

1. 选 C　分三种情况，①买其中一本，有 3 种选择；②买其中 2 本，有 3 种选择；③3 本都买，有 1 种选择. 由分类计数原理，购买方案共有 3＋3＋1＝7(种).
2. 选 C　分三类，①从甲、乙两个班中各选 1 名，有 3×5＝15(种)选法；②从甲、丙两个班中各选 1 名，有 3×2＝6(种)选法；③从乙、丙两个班中各选 1 名，有 5×2＝10(种)选法. ∴不同的推选方法共有 15＋6＋10＝31(种).
3. 选 C　由于 1 只能作为真数，则以 1 为真数，从其余各数中任取一数为底数，对数值均为 0. 从除 1 外的其余各数中任取两数分别作为对数的底数和真数，共能组成 8×7＝56(个)对数式，其中，$\log_2 4=\log_3 9$，$\log_4 2=\log_9 3$，$\log_2 3=\log_4 9$，$\log_3 2=\log_9 4$，重复了 4 次，所以得到不同对数值的个数为 1＋56－4＝53. 故选 C.
4. 选 D　依题意，用五种颜色给五个小区域涂色，规定每个区域只涂一种颜色，相邻区域的颜色不同，则不同的涂色方案共有三类，
第一类，涂五种颜色，不同的涂色方案有 5×4×3×2×1＝120(种)；
第二类，涂四种颜色，则上、下涂同一色，其他不同色，或者左、右涂同一色，其他不同色两种情况，不同的涂色方案有 2×5×4×3×2＝240(种)；
第三类，涂三种颜色，则上、下涂同一色，左、右涂同一色，中间与它们不同色，不同的涂色方案有 5×4×3＝60(种). 所以不同的涂色方案共有 120＋240＋60＝420(种)，故选 D.
5. 选 C　由题意知，每个 2×2 的正方形有 4 个这样的 L 形图案，4×5 个小方格组成的方格纸中有 3×4＝12(个)不同的 2×2 的正方形，所以共有 4×12＝48(个)不同位置的 L 形图案.
6. **解析**：可先举例说出其中的一种情况，如数学、物理、化学 3 门学科知识竞赛的冠军分别是甲、甲、丙，可见研究的对象是“3 门学科”，只有 3 门学科各产生 1 名冠军，才算完成了这件事，而 4 名同学不一定每人都能获得冠军，故完成这件事分三步：
第 1 步，产生第 1 个学科冠军，它一定被其中 1 名同学获得，有 4 种不同的获得情况；
第 2 步，产生第 2 个学科冠军，因为夺得第 1 个学科冠军的同学还可以去争夺第 2 个学科的冠军，所以第 2 个学科冠军也是由 4 名同学去争夺，有 4 种不同的获得情况；
第 3 步，同理，产生第 3 个学科冠军，也有 4 种不同的获得情况.
由分步乘法计数原理知，共有 $4\times4\times4=4^3=64$(种)不同的冠军获得情况.
答案：64
7. **解析**：用四种颜色给这五个行政区域着色，当相邻的区域不能用同一颜色时，不同的着色方案有两类，
第一类，涂四种颜色，则 1、5 同色或者 2、4 同色，其他不同色两种情况，不同的着色方案有 2×4×3×2×1＝48(种)；
第二类，涂三种颜色，则 1、5 同色且 2、4 同色，不同的着色方案有 4×3×2＝24(种).
所以不同的着色方案共有 48＋24＝72(种).
答案：72
8. **解析**：根据题意，知当 $m=1$ 时，n 可等于 2，3，…，8，共对应 7 个不同的椭圆；当 $m=2$ 时，n 可以等于 1，3，…，8，共对应 7 个不同的椭圆. 同理可得，当 $m=3,4,5,6,7,8$ 时，各分别对应 7 个不同的椭圆；当 $m=9$ 时，n 可以等于 1，2，…，8，共对应 8 个不同的椭圆；当 $m=10$ 时，共对应 8 个不同的椭圆. 综上所述，对应的椭圆共有 7×8＋8×2＝72(个).
答案：72
9. **解**：将由 1，2，3，4，5 这五个数字组成无重复数字的五位数按万位数字分类，共五类，每类组成的数字数为 4×3×2×1＝24 个.
(1)万位数字为 4，且比 43 251 小的数的个数有：3×2×1＋3×2×1＋2＋1＝15 个，所以 43 251 是这个数列的第 3×24＋15＋1＝88(项).
(2)因为 96＝4×24，所以这个数列的第 96 项是 45 321.
10. **解**：依题意，该车间的 8 名工人中，有 3 人只会车工，有 2 人只会钳工，有 3 人既会车工又会钳工，现从这 8 人中选出 2 人分别干车工和钳工，不同的选法分四类：
第一类，从只会车工的 3 人中选 1 人，从只会钳工的 2 人中选 1 人，共有 3×2＝6(种)不同的选法；
第二类，从只会车工的 3 人中选 1 人，从既会车工又会钳工的 3 人中选 1 人干钳工，共有 3×3＝9(种)不同的选法；
第三类，从既会车工又会钳工的 3 人中选 1 人干车工，从只会钳工的 2 人中选 1 人，共有 3×2＝6(种)不同的选法；
第四类，先从既会车工又会钳工的 3 人中选 1 人干车工，再从余下的既会车工又会钳工的工人中选 1 人干钳工，共有 3×2＝6(种)不同的选法.
综上所述，不同选法共有 6＋9＋6＋6＝27(种).

1.2　排列与组合

1.2.1　排列(1)

基础知识梳理

1. 按照一定的顺序　排列　排列数　A_n^m　$n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$
2. 两个排列的元素完全相同，且元素的排列顺序也相同
3. 全排列　$n\times(n-1)\times\cdots\times3\times2\times1$　$n!$　1　$\dfrac{A_n^n}{A_{n-m}^{n-m}}$　$\dfrac{n!}{(n-m)!}$

题点知识巩固

1. (1)×　(2)√　(3)×　(4)√
2. 选 D　$\dfrac{A_7^6-A_6^5}{A_5^4}=\dfrac{7\times6A_5^4-6\times A_5^4}{A_5^4}=36$，故选 D.
3. **解**：根据原方程，x 应满足 $\begin{cases}2x+1\geqslant4,\\x\geqslant3,x\in\mathbf{N}^*,\end{cases}$
解得 $x\geqslant3,x\in\mathbf{N}^*$.
根据排列数公式，原方程化为 $(2x+1)\cdot2x\cdot(2x-1)\cdot(2x-2)=140x\cdot(x-1)\cdot(x-2)$. 因为 $x\geqslant3$，两边同除以 $4x(x-1)$，得 $(2x+1)(2x-1)=35(x-2)$，即 $4x^2-35x+69=0$，解得 $x=3$ 或 $x=5\dfrac{3}{4}$(因为 x 为整数，所以应舍去)，所以原方程的解为 $x=3$.
4. 选 D　将符合条件的偶数分为两类：第一类，个位数字是 0，共有 $A_4^3=4\times3\times2=24$(个)；第二类，个位数字是 2 或 4，共有 $A_2^1\cdot A_3^1\cdot A_3^2=2\times3\times3\times2=36$(个)，所以符合条件的四位偶数共有 24＋36＝60(个)，故选 D.
5. **解析**：依题意两两彼此给对方写一条毕业留言相当于从 40 人中任选两人的排列数，所以全班共写了 $A_{40}^2=40\times39=1\ 560$(条)毕业留言.
答案：1 560

提能达标过关

1. 选 D　m、$m+1$、$m+2$、$m+3$、…、$m+20$ 中的最大项为 $m+20$，项数共有 21 项，
∴$m(m+1)(m+2)(m+3)\cdots(m+20)=A_{m+20}^{21}$，故选 D.
2. 选 D　由题意知 $n\geqslant3$，$A_{n+1}^2-A_n^3=(n+1)n-n(n-1)(n-2)=-n(n^2-4n+1)$，当 $n=3$ 时，$A_{n+1}^2-A_n^3=6>0$，得 $A_{n+1}^2>A_n^3$，当 $n\geqslant4$ 时，$A_{n+1}^2-A_n^3<0$，得 $A_{n+1}^2<A_n^3$，即 A_{n+1}^2 与 A_n^3 的大小关系不定. 故选 D.
3. 选 D　由 $A_n^m=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$ 知，A、B、C 均错，D 正确. 事实上 $A_n^1A_{n-1}^{m-1}=n(n-1)(n-2)\cdots[n-1-(m-1)+1]=n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)$.
4. 选 C　因为当 $n\geqslant5$ 时，A_n^n 的个位数字是 0，故 S 的个位数取决于前四个排列数. 又 $A_1^1+A_2^2+A_3^3+A_4^4=33$，故选 C.
5. 选 D　不同的排法种数为 $A_6^6=720$，故选 D.
6. **解析**：∵$\dfrac{n-1}{n!}=\dfrac{1}{(n-1)!}-\dfrac{1}{n!}$，
∴原式$=\left(1-\dfrac{1}{2!}\right)+\left(\dfrac{1}{2!}-\dfrac{1}{3!}\right)+\left(\dfrac{1}{3!}-\dfrac{1}{4!}\right)+\cdots+\left[\dfrac{1}{(n-1)!}-\dfrac{1}{n!}\right]=1-\dfrac{1}{n!}$.
答案：$1-\dfrac{1}{n!}$
7. **解析**：由题意知 $\dfrac{A_n^7}{A_n^5}-1=89$.
$\dfrac{n!}{(n-7)!}=90\times\dfrac{n!}{(n-5)!}$，
∴$n^2-11n-60=0$.
又 $n\geqslant7$. ∴$n=15$.
答案：15
8. **解析**：第一步，先把五张票分成四份，其中一份为 2 张连号，不同的连号有(1，2)、(2，3)、(3，4)、(4，5)共 4 种；
第二步将四份票分给甲、乙、丙、丁四人，不同的分法有 $A_4^4=24$ 种，所以不同的分发种数为 4×24＝96.
答案：96

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. **解**：原不等式等价于$\frac{9!}{(9-x)!}>\frac{6\times 9!}{(9-x+2)!}$，
∴$(11-x)(10-x)>6$，
即$x^2-21x+104>0$，解得$x<8$或$x>13$.
又∵$2\leqslant x\leqslant 9$，且$x\in\mathbf{N}^*$，
∴$x=2,3,4,5,6,7$，
∴不等式的解集为$\{2,3,4,5,6,7\}$.

10. **解**：由题意可知，原有车票的种数是A_n^2种，现有车票的种数是A_{n+m}^2种，所以$A_{n+m}^2-A_n^2=62$，
即$(n+m)(n+m-1)-n(n-1)=62$，
所以$m(2n+m-1)=62=2\times 31$，
因为$m<2n+m-1$，且$n\geqslant 2$，$m,n\in\mathbf{N}^*$，
所以$\begin{cases}m=2,\\2n+m-1=31,\end{cases}$
解得$m=2$，$n=15$，
故原有15个车站，现有17个车站.

1.2.1 排列(2)

基础知识梳理

(1)特殊元素 (2)特殊位置 (3)相邻

题点知识巩固

1. 选D 根据题意得到有两个1是相同的，故可以组成不同的四位数的个数为$\frac{A_4^4}{A_2^2}-\frac{A_3^3}{A_2^2}=9$. 故选D.

2. **解**：(1)因为万位上数字不能是0，所以万位数字的选法有A_5^1种，其余四位上的排法有A_5^4种，所以共可组成$A_5^1A_5^4=600$(个)五位数.
(2)组成的正整数，可以是一位、两位、三位、四位、五位、六位数，相应的排法种数依次为A_5^1，$A_5^1A_5^1$，$A_5^1A_5^2$，$A_5^1A_5^3$，$A_5^1A_5^4$，$A_5^1A_5^5$，所以可组成$A_5^1+A_5^1A_5^1+A_5^1A_5^2+A_5^1A_5^3+A_5^1A_5^4+A_5^1A_5^5=1\ 630$(个)正整数.
(3)首位与个位的位置是特殊位置，0，1，3，5是特殊元素，先选个位数字，有A_3^1种不同的选法，再考虑首位，有A_4^1种不同的选法，其余四个位置的排法有A_4^4种. 所以能组成$A_3^1A_4^1A_4^4=288$(个)六位奇数.
(4)能被25整除的四位数的特征最后两位数字是25或50，这两种形式的四位数依次有$A_3^1\cdot A_3^1$和A_4^2个，所以能组成$A_3^1A_3^1+A_4^2=21$(个)能被25整除的四位数.

3. 选B 先安排4人就座，再在中间插2个空位，其中一个空位代表相邻的两个空位，共有不同的坐法$A_4^4A_5^2=24\times 20=480$，故选B.

4. **解**：(1)$A_2^2\cdot A_4^4=48$种.
(2)$A_3^2\cdot A_3^3=36$种.
(3)$\frac{A_5^5}{A_2^2}=60$种.
(4)$A_5^5-2A_4^4+A_3^3=78$种.

提能达标过关

1. 选B 第一类，个位是0时，$A_2^1A_4^3=48$；
第二类，个位是2时，$A_2^1A_4^3=48$；
第三类，个位是4时，$A_4^3=24$.
所以比40 000大的偶数共有$48+48+24=120$(个)，故选B.

2. 选C 根据题意，分2种情况讨论：
①若0在个位，
此时只需在1，2，3，4，5中任取2个数字，作为十位和百位数字即可，有$A_5^2=20$个没有重复数字的三位偶数；
②若0不在个位，
此时必须在2或4中任取1个，作为个位数字，有2种取法，
0不能作为百位数字，则百位数字有4种取法，十位数字也有4种取法，
此时共有$2\times 4\times 4=32$个没有重复数字的三位偶数，
综合可得，共有$20+32=52$个没有重复数字的三位偶数. 故选C.

3. 选B 由题意知A，B两个节目要相邻，且都不排在第3号位置，
可以把这两个元素看作一个，再让他们两个元素之间还有一个排列，
A，B两个节目可以排在1，2两个位置，可以排在4，5两个位置，可以排在5，6两个位置，
∴这两个元素共有$3A_2^2$种排法，
其他四个元素要在剩下的四个位置全排列，
∴节目单上不同的排序方式有$3A_2^2A_4^4=144$(种)，
故选B.

4. 选B 同类节目不相邻的排法总数是$A_3^3A_4^3-A_2^2A_2^2A_3^3=144-24=120$，故选B.

5. 选C 将甲、乙捆绑，与除丙、丁外的另外一架飞机进行全排列，有$A_2^2\cdot A_2^2$种排法，而后将丙、丁进行插空，有3个空，有A_3^2种排法，故共有$A_2^2\cdot A_2^2\cdot A_3^2=24$种排法.

6. **解析**：从除去某女生外的7人中，选出4人担任数学、英语、物理、化学4个学科的课代表，共有$A_7^4=840$种不同的选法.
答案：840

7. **解析**：甲、乙作为元素集团，内部有A_2^2种排法，“甲、乙”元素集团与“戊”全排列有A_2^2种排法. 将丙、丁插在3个空中有A_3^2种方法.
所以由分步乘法计数原理，共有$A_2^2A_2^2A_3^2=24$种排法.
答案：24

8. **解析**：6个人排成一行，其中甲、乙两人不相邻的不同排法：排列好甲、乙两人外的4人，有A_4^4种方法，然后把甲、乙两人插入4个人的5个空位，有A_5^2种方法，所以共有$A_4^4\cdot A_5^2=480$(种).
答案：480

9. **解**：(1)先排唱歌节目有A_2^2种排法，再排其他节目有A_6^6种排法，所以共有$A_2^2\cdot A_6^6=1\ 440$(种)排法.
(2)先排3个舞蹈节目，3个曲艺节目有A_6^6种排法，再从其中7个空(包括两端)中选2个排唱歌节目，有A_7^2种插入方法，所以共有$A_6^6\cdot A_7^2=30\ 240$(种)排法.
(3)把2个相邻的唱歌节目看作一个元素，与3个曲艺节目排列共A_4^4种排法，再将3个舞蹈节目插入，共有A_5^3种插入方法，最后将2个唱歌节目排列，有A_2^2种排法，故所求排法共有$A_4^4\cdot A_5^3\cdot A_2^2=2\ 880$(种)排法.

10. **解**：(1)从7人中选5人排成一排，有$A_7^5=2\ 520$(种).
(2)排成前后两排，与排成同一排相同，有$A_7^7=5\ 040$(种).
(3)甲不站排头，也不站排尾，因而先排甲，再排其他人，有$A_5^1\cdot A_6^6=3\ 600$(种).
(4)女生必须站在一起，用捆绑法，有$A_4^4\cdot A_4^4=576$(种).
(5)男生互不相邻，用插空法，先排女生，再把男生插空，有$A_4^4\cdot A_5^3=1\ 440$(种).
(6)甲不站排头，乙不站排尾，用间接法，有$A_7^7-2A_6^6+A_5^5=3\ 720$(种).

1.2.1 排列(3)

基础知识梳理

(1)全排列数

题点知识巩固

1. **解析**：依题意，将A，B，C插入中间即可，先插A节目有9种空位，再插B节目有10种空位，最后插入C节目有11种空位，由于按A，B，C顺序出场，需去掉A，B，C的顺序，所以不同的插入方法有$\frac{9\times 10\times 11}{A_3^3}=165$种.
答案：165

2. **解析**：$\frac{A_6^6}{A_3^3}=120$. ∴这样的六位数共有120个.
答案：120

3. 选D 将四人排成一排共A_4^4种排法，产生5个空位，将五个空椅和一个空椅构成的两个元素插入共A_5^2种放法. 由分步乘法计数原理满足条件的坐法共有$A_4^4\cdot A_5^2=480$(种).

4. **解析**：基本事件是对这6门课排列，故基本事件的个数为A_6^6. “课表上的相邻两节文化课之间至少间隔1节艺术课”的意思就是“任何两节文化课不能相邻”，利用“插空法”可得，其排列方法种数为$A_3^3A_4^3$. 根据古典概型的概率计算公式可得事件“课表上的相邻两节文化课之间至少间隔1节艺术课”发生的概率为$\frac{A_3^3A_4^3}{A_6^6}=\frac{1}{5}$.
答案：$\frac{1}{5}$

提能达标过关

1. 选C 分步完成，先将每家“绑在一起”，即每家看成一个元素，全排列，共有$A_3^3=3!$种排法；然后每家3口人，再各自全排列，则有$A_3^3A_3^3A_3^3=(3!)^3$种排法；由分步计数原理，共有$(3!)\cdot(3!)^3=(3!)^4$种坐法.

2. 选B 根据题意满足条件的安排为：A(甲，乙)B(丙)C(丁)；A(甲，乙)B(丁)C(丙)；A(甲，丙)B(丁)C(乙)；A(甲，丁)B(丙)C(乙)；A(甲)B(丙，丁)C(乙)；A(甲)B(丁)C(乙，丙)；A(甲)B(丙)C(丁，乙)，共7种，故选B.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. 选 C　先把数字 1,3,5,7 作全排列，有 A_4^4 种排法；再排数字 6，由于数字 6 不与 3 相邻，在排好的排列中，除 3 的左、右 2 个空外，还有 3 个空可排数字 6，故数字 6 有 3 种排法；最后排数字 2,4，数字 2,4 不与 6 相邻且数字 2 与 4 不相邻，在剩下的 4 个空当中排 2,4，有 A_4^2 种排法. 根据分步乘法计数原理，共有 $A_4^4\times3\times A_4^2=864$(种)排法，故选 C.

4. 选 C　先排甲、乙、丙以外的 4 人，再把甲、乙按甲在乙左边捆好，与丙插两个空位，并去掉顺序，所以不同的排法种数有 $\frac{A_4^4A_5^2}{A_2^2}=240$(种)，故选 C.

5. 选 A　先排好一列，共 $A_3^3=6$ 种，而第二列就只有 2 种排法. 由分步乘法计数原理可得完成这件事不同的排列方法共有 $6\times2\times1=12$(种). 故选 A.

6. **解析**：把 3 个空位看作一个元素，与 3 辆汽车共有 4 个元素全排列，故停放的方法有 $A_4^4=4\times3\times2\times1=24$(种).
答案：24

7. **解析**：因为 A 景点必须排在最前或最后，所以先排 A，有 A_2^1 种；对于同一交通线上的 B,C 须相邻安排，使用捆绑法，有 A_2^2 种；最后 BC 一起与 D,E,F 排顺序，有 A_4^4 种不同的排法，综上，可制定出不同的旅游方案共有 $A_2^1\cdot A_2^2\cdot A_4^4=96$(种).
答案：96

8. **解析**：上午的总测试方法有 $A_4^4=24$ 种；我们以 A,B,C,D,E 依次代表相应的五个测试项目，若上午测试 E 的下午测试 D，则上午测试 A 的下午只能测试 B,C，确定上午测试 A 的同学后其余两个同学上、下午的测试方法共有 2 种；若上午测试 E 的同学下午测试 A,B,C 之一，则上午测试 A,B,C 中任何一个的下午都可以测试 E，安排完这个同学后其余两个同学的测试方式就确定了，故共有 $3\times3=9$ 种测试方法，即下午的测试方法共有 $2+9=11$(种). 根据乘法原理，总的测试方法共有 $24\times11=264$(种).
答案：264

9. **解**：(1)先排正、副班长有 A_3^2 种方法，再安排其余职务有 A_5^5 种方法.
∴共有 $A_3^2A_5^5=720$ 种分工方案.
(2)7 人中任意分工有 A_7^7 种方案，A,B,C 中无一人担任正、副班长的分工有 $A_4^2A_5^5$ 种.
∴A,B,C 中至少有一人担任正、副班长的方案有 $A_7^7-A_4^2A_5^5=3\ 600$(种).

10. **解**：(1)可分两步完成：第一步，先选 r，因为 $r>0$，则 r 有 A_8^1 种选法，第二步，再选 a,b，在剩余 8 个数中任取 2 个，有 A_8^2 种选法，所以由分步乘法计数原理可得有 $A_8^1\cdot A_8^2=448$(个)不同的圆.
(2)圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ 经过原点，a,b,r 满足 $a^2+b^2=r^2$，
满足该条件的 a,b,r 共有 3,4,5 与 6,8,10 两组，考虑 a,b 的顺序，有 A_2^2 种情况，所以符合题意的圆有 $2A_2^2=4$(个).
(3)圆心在直线 $x+y-10=0$ 上，即满足 $a+b=10$，则满足条件的 a,b 有三组：0,10；3,7；4,6.
当 a,b 取 10,0 时，r 有 7 种情况，
当 a,b 取 3,7；4,6 时，r 不可取 0，有 6 种情况，
考虑 a,b 的顺序，有 A_2^2 种情况，
所以满足题意的圆共有 $A_2^2A_7^1+2A_2^2A_6^1=38$(个).

1.2.2　组合(1)

基础知识梳理

1. 合成一组　组合数　C_n^m　$\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-m+1)}{m!}$　$\frac{n!}{m!\ (n-m)!}$

2. C_n^{n-m}　$C_n^m+C_n^{m-1}$

题点知识巩固

1. 选 B　由题意知，小明从街道的 E 处出发到 F 处最短有 C_4^2 条路，再从 F 处到 G 处最短共有 C_3^1 条路，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为 $C_4^2\cdot C_3^1=18$ 条，故选 B.

2. 选 D　①③与顺序有关，属于排列问题，②④与顺序无关，属于组合问题. 故选 D.

3. **解析**：$C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}=28$，
∴$n^2-n-56=0$，∴$n=-7$(舍)或 $n=8$.
答案：8

4. **解**：$20\times\frac{(n+5)!}{5!\ n!}=4(n+4)\times\frac{(n+3)!}{(n-1)!\ 4!}+15(n+3)(n+2)$，
即 $\frac{(n+5)(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)}{6}=\frac{(n+4)(n+3)(n+2)(n+1)n}{6}+15(n+3)(n+2)$，
∴$(n+5)(n+4)(n+1)-(n+4)(n+1)\cdot n=90$，
即 $5(n+4)(n+1)=90$，∴$n^2+5n-14=0$，
即 $n=2$ 或 $n=-7$，∵$n\geqslant1$ 且 $n\in\mathbf{Z}$，∴$n=2$.

5. **解析**：$C_8^2+C_8^3+C_9^2=(C_8^2+C_8^3)+C_9^2=C_9^3+C_9^2=C_{10}^3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$.
答案：120

6. **解析**：由组合数的性质及 $C_{10}^x=C_{10}^{3x-2}$，
得 $x=3x-2$ 或 $x+3x-2=10$，解得 $x=1$ 或 $x=3$.
答案：1 或 3

提能达标过关

1. 选 B　组合问题与顺序无关，计算两个数的和或积，交换两个数的位置时，结果不变.

2. 选 A　由 $\begin{cases}m+2\leqslant10,\\17-m\leqslant10,\end{cases}$ 得 $7\leqslant m\leqslant8$，
所以 $m=7$ 或 8. 当 $m=7$ 时，原式 $=C_{10}^9+C_{10}^{10}$.
当 $m=8$ 时，原式 $=C_{10}^{10}+C_{10}^9$，故原式的值只有一个.

3. 选 A　问题的实质是从 5 个数中取出 3 个数的一个组合，
即 $C_5^3=10$ 种.

4. 选 C　$C_4^3+C_5^3+C_6^3+\cdots+C_{2\,018}^3$
$=C_4^4+C_4^3+C_5^3+C_6^3+\cdots+C_{2\,018}^3-1$
$=C_5^4+C_5^3+C_6^3+\cdots+C_{2\,018}^3-1$
$=C_6^4+C_6^3+\cdots+C_{2\,018}^3-1$
$=\cdots$
$=C_{2\,018}^4+C_{2\,018}^3-1$
$=C_{2\,019}^4-1$，故选 C.

5. 选 B　先从 7 人中选出 3 人有 $C_7^3=35$ 种情况，再对选出的 3 人相互调整座位，共有 2 种情况，故不同的调整方案种数为 $2C_7^3=70$.

6. **解析**：由题意知：$\begin{cases}\frac{C_n^{m-1}}{C_n^m}=\frac{3}{4},\\\frac{C_n^m}{C_n^{m+1}}=\frac{4}{5},\end{cases}$
由组合数公式得 $\begin{cases}3n-7m+3=0,\\9m-4n+5=0,\end{cases}$
解得 $n=62,m=27,n-m=62-27=35$.
答案：35

7. **解析**：依题意 $n\geqslant2$ 且 $n\in\mathbf{N}^*$，
∵$C_n^2-n<14$，∴$\frac{n(n-1)}{2}-n<14$，
整理，得 $n^2-3n-28<0$，解得 $-4<n<7$，
结合 n 的取值范围，知 $n=2,3,4,5,6$.
∴原不等式的解集为 $\{2,3,4,5,6\}$.
答案：$\{2,3,4,5,6\}$

8. **解析**：依题意得 $n=C_5^3=10$，其中能组成三角形的有 2,3,4；3,4,5；2,4,5 共 3 种，所以 $\frac{m}{n}=\frac{3}{10}$.
答案：$\frac{3}{10}$

9. **解**：(1)由组合数公式的性质得
$\begin{cases}0\leqslant5-n\leqslant n,\\0\leqslant9-n\leqslant n+1,\end{cases}$ 即 $4\leqslant n\leqslant5$.
∵$n\in\mathbf{N}^*$，∴$n=4$ 或 $n=5$.
当 $n=4$ 时，$C_n^{5-n}+C_{n+1}^{9-n}=C_4^1+C_5^5=5$，
当 $n=5$ 时，$C_n^{5-n}+C_{n+1}^{9-n}=C_5^0+C_6^4=16$.
(2)∵$C_n^3=C_{n-1}^3+C_{n-1}^4$，
∴$C_n^3=C_n^4$. ∴$3+4=n$，即 $n=7$.
则 $C_n^2=C_7^2=21$.

10. **解**：可分为如下几类比赛：
(1)小组循环赛：每组有 $C_4^2=6$ 场，8 个小组共有 48 场.
(2)八分之一淘汰赛，8 个小组的第一、二名组成 16 强，根据赛制规则，16 强分成 8 组，每组两个队比赛一场，可以决出 8 强，共有 8 场.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(3)四分之一淘汰赛,根据赛制规则,8 强再分成 4 组,每组两个队比赛一次,可以决出 4 强,共有 4 场.
(4)半决赛,4 强再分成 2 组,每组两个队比赛一场,可以决出 2 强,共有 2 场.
(5)决赛,2 强比赛 1 场确定冠、亚军,4 强中的另两支队比赛 1 场,决出第三、四名,共有 2 场.
综上,共有 48+8+4+2+2=64(场)比赛.

1.2.2 组合(2)

基础知识梳理

1. 产生影响　没有影响
2. (1)②$n!$

题点知识巩固

1. 选 C　由于"村村通"公路的修建,是组合问题,故共需要建 $C_8^2=28$ 条公路.

2. **解析**:将 4 个小球分 2 组:①$\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}=3$ 种;②$C_4^1C_3^3=4$ 种.①中的这 3 种分组方法任意放均满足条件,∴有 $3A_2^2=6$ 种放法.②中的 4 种分组方法各只对应 1 种放法,故总的放球方法为 6+4=10 种.
答案:10

3. 选 C　将甲、乙、丙、丁四名老师分到三个不同的班共有 $C_4^2A_3^3$ 种,甲、乙被分到同一个班有 A_3^3 种,所以不同分法共有 $C_4^2A_3^3-A_3^3=30$(种),故选 C.

4. **解**:(1)构成四边形,需要四个点无三点共线,可以分成三类:
①四个点从 $C_1,C_2,\cdots,C_6$ 中取出,有 C_6^4 个四边形;
②三个点从 $C_1,C_2,\cdots,C_6$ 中取出,另一个点从 D_1,D_2,D_3,D_4,A,B 中取出,有 $C_6^3C_6^1$ 个四边形;
③二个点从 $C_1,C_2,\cdots,C_6$ 中取出,另外二个点从 D_1,D_2,D_3,D_4,A,B 中取出,有 $C_6^2C_6^2$ 个四边形.
故满足条件的四边形共有 $C_6^4+C_6^3C_6^1+C_6^2C_6^2=360$(个).
(2)类似于(1)可分三种情况讨论得三角形个数为 $C_6^3+C_6^1C_4^2+C_6^2C_4^1=116$(个).

5. 选 C　过这 10 个点中的两点所确定的直线条数为 $C_{10}^2-C_3^2+1=43$(条).
不过红点的直线条数为 $C_6^2-1=14$(条).
∴至少过一个红点的直线条数为 43-14=29(条).

6. 选 D　当 E,F 排在前三位时,$N_1=(A_2^2A_2^2)A_3^3=24$,当 E,F 排后三位时,$N_2=(C_3^1A_3^2)(A_2^2A_2^2)=72$,当 E,F 排 3,4 位时,$N_3=(C_2^1A_3^1)A_2^2A_2^2=24$,∴$N=120$ 种,故选 D.

提能达标过关

1. 选 D　$C_6^2C_4^2C_2^2=90$. 故选 D.

2. 选 C　从 100 件产品中任取 3 件产品,共有 C_{100}^3 种取法,其中不含有次品的取法有 C_{94}^3 种,所以至少有 1 件次品的不同取法有 $C_{100}^3-C_{94}^3$ 种,故选 C.

3. 选 C　从 4 名男教师和 5 名女教师中,选取 3 人,共有 C_9^3 种情况.
若全为男生,共有 C_4^3 种情况;若全为女生,共有 C_5^3 种情况.
所以若男女至少各有一人,则不同的选法共有 $C_9^3-C_4^3-C_5^3=70$ 种. 故选 C.

4. 选 B　如图,利用隔板法,将 8 元红包分成 3 份,



得到共计有 $n=C_7^2=21$ 种领法,
甲领 3 元"甲领取的钱数不少于其他任何人"的情况有 2 种,即乙领 3 元,丙领 2 元或丙领 3 元,乙领 2 元,记为(乙 2,丙 3)或(丙 2,乙 3);
甲领 4 元"甲领取的钱数不少于其他任何人"的情况有 3 种,即(乙 1,丙 3)或(丙 1,乙 3)或(乙 2,丙 2);
甲领 5 元"甲领取的钱数不少于其他任何人"的情况有 2 种,即(乙 1,丙 2)或(丙 1,乙 2);
甲领 6 元"甲领取的钱数不少于其他任何人"的情况只有 1 种,即(乙 1,丙 1);
"甲领取的钱数不少于其他任何人"的情况总数 $m=2+3+2+1=8$,
∴甲领取的钱数不少于其他任何人的概率 $P=\frac{8}{21}$.
故选 B.

5. 选 D　第一步先安排二个年级的学生参观甲科技馆,共有 C_5^2 种选法,第二步安排其他三个班级参观其余四个科技馆,共有 $4\times4\times4$ 种选法,根据分步乘法计数原理,有且只有两个年级选择甲科技馆的方案有 $C_5^2\times4^3$ 种. 故选 D.

6. **解析**:从 10 个数中选 7 个有 $C_{10}^7=120$(种),其中中位数是 6 的有 $C_6^3C_3^3=20$(种),故所求的概率为 $\frac{20}{120}=\frac{1}{6}$.
答案:$\frac{1}{6}$

7. **解析**:依题意,有两名大学毕业生到同一个单位,其他两名大学生各到一个单位,不同的安排方式共有 $C_4^2A_3^3=6\times6=36$(种).
答案:36

8. **解析**:椭圆方程化为标准形式为 $\frac{x^2}{\frac{c}{a}}+\frac{y^2}{\frac{c}{b}}=1$.
由 $\frac{c}{a}>0,\frac{c}{b}>0$,得 a,b,c 同号.
当 a,b,c 同为正数时,取三个不同的数有 A_4^3 种取法,可得 $A_4^3=24$ 个椭圆.
当 a,b,c 同为负数时,取三个不同的数有 A_4^3 种取法,可得 $A_4^3=24$ 个椭圆,但此时每个椭圆均与 a,b,c 同为正数时重复,如 $a=-7,b=-5,c=-2$ 与 $a=7,b=5,c=2$ 对应的椭圆重复. 所以能确定的椭圆有 24 个.
答案:24

9. **解**:(1)$C_8^3=56$ 种.
(2)只需从 7 个白球中任取 2 个即符合题意,$C_7^2=21$ 种.
(3)即从 7 个球中取出 3 个球,有 $C_7^3=35$ 种.

10. **解**:(1)男女合在一起共有 8 人,每个车上 2 人,可以分四个步骤完成,先安排 2 人上第一个车,共有 C_8^2 种,再上第二个车共有 C_6^2 种,再上第三个车共有 C_4^2 种,最后上第四个车共有 C_2^2 种,按分步乘法计数原理有 $C_8^2\cdot C_6^2\cdot C_4^2\cdot C_2^2=2\,520$(种).
(2)要求男女各 1 人,因此先把男同志安排上车,共有 A_4^4 种不同方法,同理,女同志也有 A_4^4 种方法,由分步乘法计数原理,车上男女各 1 人的不同分配方法为 $A_4^4\cdot A_4^4=576$(种).
(3)男女分别分组,4 个男的平均分成两组共有 $\frac{C_4^2}{2}=3$(种),4 个女的平均分成两组也有 $\frac{C_4^2}{2}=3$(种)不同分法,这样分组方法就有 $3\times3=9$(种),对于其中每一种分法上 4 辆车,又有 A_4^4 种方法,因而不同分配方法为 $9\cdot A_4^4=216$(种).

1.3 二项式定理

1.3.1 二项式定理

基础知识梳理

$C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^ka^{n-k}b^k+\cdots+C_n^nb^n$　$n+1$
C_n^k　$C_n^ka^{n-k}b^k$　T_{k+1}　$k+1$　$T_{k+1}=C_n^ka^{n-k}b^k$

题点知识巩固

1. **解**:(1)解法一:$\left(3\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4=C_4^0(3\sqrt{x})^4+C_4^1(3\sqrt{x})^3\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+C_4^2(3\sqrt{x})^2\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2+C_4^3(3\sqrt{x})\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3+C_4^4\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4=81x^2+108x+54+\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}$.
解法二:$\left(3\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4=\frac{(3x+1)^4}{x^2}=\frac{1}{x^2}[C_4^4(3x)^4+C_4^3(3x)^3+C_4^2(3x)^2+C_4^1\cdot3x+1]=\frac{1}{x^2}(81x^4+108x^3+54x^2+12x+1)=81x^2+108x+54+\frac{12}{x}+\frac{1}{x^2}$.
(2)原式$=C_5^0(x-1)^5+C_5^1(x-1)^4+C_5^2(x-1)^3+C_5^3(x-1)^2+C_5^4(x-1)+C_5^5-1=[(x-1)+1]^5-1=x^5-1$.

2. **解析**:根据二项展开式的通项公式 $T_{r+1}=C_6^r(-2)^rx^r$ 可知,x^2 的系数为 $C_6^2(-2)^2=60$.
答案:60

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

3. **解析**：通项 $T_{r+1}=C_8^r x^{8-r}\left(\frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right)^r=C_8^r a^r x^{8-r-\frac{r}{3}}$，令 $8-\frac{4}{3}r=4$，解得 $r=3$，$\therefore C_8^3 a^3=7$，解得 $a=\frac{1}{2}$.

答案：$\frac{1}{2}$

4. 选 D　展开式中含 x^3 项的系数为 $C_5^3(-1)^3+C_6^3(-1)^3+C_7^3(-1)^3+C_8^3(-1)^3=-121$. 故选 D.

5. 选 B　$C_n^0+2C_n^1+\cdots+2^nC_n^n=(1+2)^n=3^n=729$，
所以 $n=6$，所以 $C_6^1+C_6^3+C_6^5=32$.

提能达标过关

1. 选 D　$(x^2+2)\left(\frac{1}{x^2}-1\right)^5$ 的展开式的常数项是 $x^2\cdot C_5^4\left(\frac{1}{x^2}\right)\cdot(-1)^4+2\cdot C_5^5(-1)^5=5-2=3$，故选 D.

2. 选 C　二项式 $\left(x^2+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ 的展开式中，通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^r\cdot 2^r\cdot x^{20-\frac{5r}{2}}$. 令 $20-\frac{5r}{2}$ 为整数，可得 $r=0,2,4,6,8,10$，共 6 项. 故选 C.

3. 选 C　$T_{r+1}=C_{24}^r(\sqrt{x})^{24-r}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r$
$=C_{24}^r\cdot x^{\frac{24-r}{2}}\cdot x^{-\frac{r}{3}}$
$=C_{24}^r x^{\frac{72-5r}{6}}=C_{24}^r x^{12-\frac{5r}{6}}$.
当 $r=0,6,12,18,24$ 时，x 的指数为整数，即 x 的幂指数为整数的项共有 5 项.

4. 选 C　∵二项展开式中，第四项与第五项的二项式系数相等，
$\therefore C_n^3=C_n^4$，根据组合数性质，得 $n=3+4=7$.
$\therefore$ 二项式 $(1+2x)^7$ 的展开式中 x^2 项的系数为 $C_7^2\cdot 1^5\cdot 2^2=84$，故选 C.

5. 选 A　因为 $T_{r+1}=C_6^r(ax)^{6-r}\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^r=C_6^r a^{6-r}\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^r x^{6-r}$，因为展开式的第二项的系数为 $-\sqrt{3}$，所以 $C_6^1 a^5\cdot\frac{\sqrt{3}}{6}=-\sqrt{3}$，所以 $a=-1$，
因为 $\int_{-2}^{a}x^2\,dx=\int_{-2}^{-1}x^2\,dx=\frac{1}{3}x^3\Big|_{-2}^{-1}=\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{8}{3}\right)=\frac{7}{3}$，所以选 A.

6. **解析**：二项式 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-x^2\right)^{10}$ 展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_{10}^r(-1)^r x^{\frac{5r-10}{2}}$，令 $\frac{5r-10}{2}=10$，求得 $r=6$，可得展开式中含 x^{10} 项的系数 $C_{10}^6(-1)^6=210$.
答案：210

7. **解析**：$(x-\sqrt{2})^n$ 的展开式中第二项与第四项分别为
$T_2=C_n^1\cdot x^{n-1}\cdot(-\sqrt{2})=-\sqrt{2}nx^{n-1}$，
$T_4=C_n^3\cdot x^{n-3}\cdot(-\sqrt{2})^3=-2\sqrt{2}C_n^3 x^{n-3}$.
根据题意得到 $\frac{-\sqrt{2}n}{-2\sqrt{2}C_n^3}=\frac{1}{2}$，
整理得 $n^2-3n-4=0$，
解得 $n=4$ 或 $n=-1$（没有意义，舍去）.
设 $(x-\sqrt{2})^4$ 的展开式中含 x^2 的项为第 $(r+1)$ 项，
则 $T_{r+1}=C_4^r\cdot x^{4-r}\cdot(-\sqrt{2})^r(r=0,1,2,3,4)$，
根据题意有 $4-r=2$，解得 $r=2$，
所以 $(x-\sqrt{2})^4$ 的展开式中含 x^2 的项为 $T_3=C_4^2\cdot x^2\cdot(-\sqrt{2})^2=12x^2$.
答案：$12x^2$

8. **解析**：$(x\cos\theta+1)^5$ 的展开式中含 x^2 的项为 $C_5^2(x\cos\theta)^2\cdot 1^3=(10\cos^2\theta)x^2$.
$\left(x+\frac{5}{4}\right)^4$ 的展开式中含 x^3 的项为 $C_4^3x^3\cdot\frac{5}{4}=5x^3$.
由题意得 $10\cos^2\theta=5$，$\cos^2\theta=\frac{1}{2}$，
$\therefore\cos\theta=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.
答案：$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. **解**：由题可知：$f(x)=x^5=[(x+1)-1]^5=$
$C_5^0(x+1)^5+C_5^1(x+1)^4(-1)+C_5^2(x+1)^3(-1)^2+C_5^3(x+1)^2(-1)^3+C_5^4(x+1)^1(-1)^4+C_5^5(-1)^5$，
而 $f(x)=a_0+a_1(1+x)+a_2(1+x)^2+\cdots+a_5(1+x)^5$，
则 $a_4=-C_5^1=-5$.

10. **解**：(1)展开式中第 2，3，4 项的二项式系数分别为 C_n^1，C_n^2，C_n^3.
由题意得 $2C_n^2=C_n^1+C_n^3$.
即 $2\times\frac{n(n-1)}{2}=n+\frac{n(n-1)(n-2)}{3\times2\times1}$，
化简得 $n^2-9n+14=0$.
解得 $n=7$ 或 $n=2$（舍）.
(2)$T_{r+1}=C_7^r(2\sqrt{x})^{7-r}\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r$
$=(-1)^r2^{7-r}C_7^r x^{\frac{7}{2}-r}$，
当 $r=3$ 时，$T_4=(-1)^3\cdot 2^4\cdot C_7^3 x^{\frac{1}{2}}=-560x^{\frac{1}{2}}$.
$\therefore$ 含 $x^{\frac{1}{2}}$ 项的系数是 -560.

1.3.2　“杨辉三角”与二项式系数的性质

基础知识梳理

1. 1　1　相等　1　和　$C_{n+1}^r=C_n^{r-1}+C_n^r$
2. (1)等距离　二项式系数相等　$C_n^m=C_n^{n-m}$
(2)增大　减小　中间　$C_n^{\frac{n}{2}}$　$C_n^{\frac{n-1}{2}}$，$C_n^{\frac{n+1}{2}}$　(3)2^n　2^{n-1}

题点知识巩固

1. 选 C　依题意，$(3+1)^n=1\,024$，解得 $n=5$，
$\therefore\left(\frac{3}{\sqrt{x}}-\sqrt[3]{x}\right)^5$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_5^r\cdot\left(\frac{3}{\sqrt{x}}\right)^{5-r}\cdot(-\sqrt[3]{x})^r=C_5^r\cdot 3^{5-r}(-1)^r\cdot x^{-\frac{5}{2}+\frac{5}{6}r}$.
由 $-\frac{5}{2}+\frac{5}{6}r=0$ 得 $r=3$，
$\therefore$ 常数项为 $T_4=C_5^3\cdot 3^2(-1)^3=-90$，故选 C.

2. 选 B　展开式的通项为 $T_{r+1}=(-1)^rC_5^r\cdot a^{5-r}\cdot x^r$，
令 $r=2$，则 $a_2=(-1)^2C_5^2\cdot a^3=80$，
即 $a=2$，
故 $(2-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$，令 $x=1$，得 $a_0+a_1+\cdots+a_5=1$.

3. 选 D　因为 $(1+x)^n$ 的展开式中第 4 项与第 8 项的二项式系数相等，即 $C_n^m=C_n^{n-m}$，所以 $C_n^3=C_n^7$，解得 $n=10$，所以二项式 $(1+x)^{10}$ 的展开式中奇数项的二项式系数和为 $\frac{1}{2}\times2^{10}=2^9$.

4. **解析**：依题意，二项式 $\left(\sqrt{x}+\frac{3}{x}\right)^n$ 的展开式中，各项系数之和 $M=(1+3)^n=4^n$，各项的二项式系数之和 $N=2^n$，
∵$M+N=72$，$\therefore 4^n+2^n=72$，
解得 $2^n=-9$（舍）或 $2^n=8$，解得 $n=3$.
$\therefore\left(\sqrt{x}+\frac{3}{x}\right)^3$ 的展开式中的常数项为 $C_3^1(\sqrt{x})^2\cdot\frac{3}{x}=9$.
答案：9

5. **解析**：每一行数字的和为对应二项展开式的各项系数和.
$\therefore S=(2^0+2^1+2^2+\cdots+2^{n-1})-(2n-1)$
$=\frac{1-2^n}{1-2}-2n+1$
$=2^n-2n$.
答案：2^n-2n

提能达标过关

1. 选 A　$(1+2x^2)(1+x)^4$ 的 x^3 项系数为 $(1+x)^4$ 和 $2x^2(1+x)^4$ 的 x^3 项系数和，即 $C_4^3+2C_4^1=4+8=12$，故选 A.

2. 选 A　由于展开式中只有第 6 项的系数最大，且其系数等于其二项式系数，所以展开式项数为 11，从而 $n=10$，于是得其常数项为 $C_{10}^6=210$.

3. 选 C　展开式通项为 $T_{r+1}=C_8^r x^{8-r}\left(-\frac{a}{x}\right)^r=(-a)^rC_8^r x^{8-2r}$，令 $8-2r=0$ 则 $r=4$，$\therefore(-a)^4C_8^4=1\,120$，$a=\pm2$，所以展开式中各项系数和为 $(1-a)^8=1$ 或 3^8. 故选 C.

4. 选 C　$(x+y)^{15}$ 的展开式中共有 16 项，又各项的系数与相应的二项式系数相等，中间两项（第八、九项）的二项式系数最大且相等，所以 $a<b=c$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. 选 D　二项式$\left(x-\frac{2}{x}+y\right)^6$展开式的常数项是由 3 个 x 和 3 个$-\frac{2}{x}$相乘得到的，所以常数项为 $C_6^3\cdot x^3\cdot C_3^3\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^3=-160$，所以 $a_6=-160$，由等差数列的性质可得 $a_2+a_{10}=2a_6=-320$. 故选 D.

6. **解析**：$T_{r+1}=C_8^r\cdot 2^{8-r}\cdot x^{8-r}\cdot\left(-\frac{1}{8}\right)^r\cdot x^{-3r}=C_8^r 2^{8-r}\cdot x^{8-r}\cdot(-1)^r\cdot 2^{-3r}\cdot x^{-3r}=C_8^r 2^{8-4r}\cdot(-1)^r x^{8-4r}$. 令 $8-4r=0$，$r=2$，

∴常数项为 $C_8^2\cdot 2^0\times(-1)^2\cdot x^0=28$.

答案：28

7. **解析**：∵$(1-x)(1+x)^4=(1-x)(1+C_4^1x+C_4^2x^2+C_4^3x^3+x^4)$，∴$x^2$ 项的系数 $b=C_4^2-C_4^1=6-4=2$，

∴$(2-2x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$. 令 $x=0$，得 $a_0=2^7=128$；令 $x=1$，得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=0$，∴$a_1+a_2+\cdots+a_7=-a_0=-128$.

答案：-128

8. **解析**：$1=[x+(1-x)]^{2\,018}=C_{2\,018}^0x^{2\,018}+C_{2\,018}^1x^{2\,017}(1-x)+C_{2\,018}^2x^{2\,016}(1-x)^2+\cdots+C_{2\,018}^{2\,018}(1-x)^{2\,018}$.

∵$a_0=C_{2\,018}^0$，$a_1=C_{2\,018}^1$，$a_2=C_{2\,018}^2$，…，$a_{2\,018}=C_{2\,018}^{2\,018}$，

∴$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2\,018}=C_{2\,018}^0+C_{2\,018}^1+C_{2\,018}^2+\cdots+C_{2\,018}^{2\,018}=2^{2\,018}$.

答案：$2^{2\,018}$

9. **解**：(1)令 $x=\frac{1}{2}$，得$\left(1+3\times\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{2}\right)^5=a_0+\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2^2}a_2+\cdots+\frac{1}{2^6}a_6$，

∴$a_0+\frac{1}{2}a_1+\frac{1}{2^2}a_2+\cdots+\frac{1}{2^6}a_6=\frac{5}{64}$.

(2)展开式中含 x^2 的项为 $C_5^2(-x)^2+3xC_5^1(-x)^1=10x^2-15x^2=-5x^2$，

∴$a_2=-5$.

10. **解**：(1)二项式系数之和为 $2^n=256$，可得 $n=8$.

(2)设常数项为第 $r+1$ 项，则

$T_{r+1}=C_8^rx^{8-r}\left(\frac{m}{x}\right)^r=C_8^rm^rx^{8-2r}$，

故 $8-2r=0$，即 $r=4$，则 $C_8^4m^4=\frac{35}{8}$，

解得 $m=\pm\frac{1}{2}$.

(3)易知 $m>0$，设第 $r+1$ 项系数最大.

则$\begin{cases}C_8^rm^r\geqslant C_8^{r-1}m^{r-1},\\ C_8^rm^r\geqslant C_8^{r+1}m^{r+1},\end{cases}$

化简可得$\frac{8m-1}{m+1}\leqslant r\leqslant\frac{9m}{m+1}$.

由于只有第 6 项和第 7 项系数最大，

所以$\begin{cases}4<\frac{8m-1}{m+1}\leqslant 5,\\ 6\leqslant\frac{9m}{m+1}<7.\end{cases}$即$\begin{cases}\frac{5}{4}<m\leqslant 2,\\ 2\leqslant m<\frac{7}{2}.\end{cases}$

所以 m 只能等于 2.

阶段评估 1

1. 选 C　令 $x=1$，各项系数和为 4^n，二项式系数和为 2^n，故有$\frac{4^n}{2^n}=64$，所以 $n=6$.

2. 选 D　先排 4 个人，再把三个座位分成两组(一组一个座位，另一组两个座位)插空，再减去甲、乙相邻的情况，有 $A_4^4A_5^2-2A_3^3A_4^2=480-144=336$ 种.

3. 选 C　要求有公共顶点的两个格子颜色不同，所以先涂 2，3，4，5 方格，共有 $A_4^4=24$ 种，再涂方格 1，可以选 3，5 的颜色 2 种，最后涂方格 6，可以选 2，4，的颜色有 2 种，根据分步乘法计数原理，不同的涂色方案有 $24\times2\times2=96$(种)，故选 C.

1	2	3	
	4	5	6

4. 选 A　$S_{16}=C_2^1+C_2^2+C_3^1+C_3^2+\cdots+C_9^1+C_9^2$

$=C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{10}^2$

$=C_3^3+C_3^2+C_4^2+\cdots+C_{10}^2-1$

$=C_{11}^3-1=164$.

5. 选 D　依题意，不同的安排方案共有 $C_4^2\cdot C_2^1=6\times2=12$(种)，故选 D.

6. 选 D　令 $x=1$ 得 $3^n=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{2n-1}+a_{2n}$. ①

令 $x=-1$ 得 $1=a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{2n-1}+a_{2n}$. ②

①+②得 $3^n+1=2(a_0+a_2+\cdots+a_{2n})$，

所以 $a_0+a_2+\cdots+a_{2n}=\frac{3^n+1}{2}$. 故选 D.

7. **解析**：$T_{r+1}=C_9^r(\sqrt{2})^{9-r}\cdot x^r=C_9^r\cdot 2^{\frac{9-r}{2}}\cdot x^r$，$r=0$ 时为常数项 $T_1=C_9^0\cdot 2^{\frac{9}{2}}\cdot x^0=\sqrt{2^9}=16\sqrt{2}$，

$r=1,3,5,7,9$ 时，T_{r+1} 的系数为有理数所以有 5 项.

答案：$16\sqrt{2}$　5

8. **解析**：先从四名学生中选出 2 人参加同门学科竞赛，再全排，共有 $C_4^2A_3^3=36$ 种.

答案：36

9. **解析**：对$(2x-1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$ 两边求导数，得 $10(2x-1)^4=a_1+2a_2x+3a_3x^2+4a_4x^3+5a_5x^4$；

令 $x=1$，得 $10\times(2\times1-1)^4=a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5$.

即 $a_1+2a_2+3a_3+4a_4+5a_5=10$.

答案：10

10. **解析**：五层大楼共有 4 层楼梯，每层楼梯均有 2 种走法，因此共有 $2\times2\times2\times2=16$(种)走法.

答案：16

11. **解**：(1)$C_n^0+C_n^1+\cdots+C_n^n=2^n=256$.

∴$n=8$.

(2)$(5x-1)^8$ 的通项为 $T_{r+1}=C_8^r(5x)^{8-r}(-1)^r=(-1)^r\cdot5^{8-r}\cdot C_8^r\cdot x^{8-r}$.

∴$\frac{a_4}{a_5}=\frac{(-1)^4\cdot5^4\cdot C_8^4}{(-1)^3\cdot5^3\cdot C_8^3}=-\frac{5\times70}{56}=-\frac{25}{4}$.

12. **解**：抽奖过程分三步完成，考虑到幸运之星可分别出现在两个信箱中，故可分两种情形考虑，分两大类：

①幸运之星在甲箱中抽，先定幸运之星，再在两箱中各定一名幸运伙伴有 $30\times29\times20=17\,400$(种)结果.

②幸运之星在乙箱中抽，同理有 $20\times19\times30=11\,400$(种)结果.

因此共有不同结果 $17\,400+11\,400=28\,800$(种).

13. **解**：(1)二项式$\left(x+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$的展开式前 2 项的二项式系数之和为 $C_6^0+C_6^1=1+6=7$.

(2)这个展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_6^rx^{6-r}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r=C_6^rx^{6-\frac{3}{2}r}$，

令 $6-\frac{3}{2}r=0$，得 $r=4$.

∴这个展开式的第五项为常数项 $T_5=C_6^4=15$.

14. **解**：(1)任取 3 个球恰好为红球的取法有 $C_4^3=4$ 种，

任取 3 个球恰好为白球的取法有 $C_6^3=20$ 种.

所以任取 3 个球恰好为同色球的取法为 $4+20=24$(种).

(2)设 5 个球中有 x 个红球，y 个白球，则

$\begin{cases}x+y=5,\\ 2x+y\geqslant7,\end{cases}$所以$\begin{cases}x=2,\\ y=3\end{cases}$或$\begin{cases}x=3,\\ y=2\end{cases}$或$\begin{cases}x=4,\\ y=1.\end{cases}$

所以总分不低于 7 分的不同取法有 $C_4^2C_6^3+C_4^3C_6^2+C_4^4C_6^1=120+60+6=186$(种).

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第二章　随机变量及其分布

2.1　离散型随机变量及其分布列

2.1.1　离散型随机变量

基础知识梳理

1.(1)重复进行　(2)不只一个
2.试验结果
3.一一列出

题点知识巩固

1.**解析**:①收费站在未来1小时内经过的车辆数X有限且可一一列出,是离散型随机变量;②质点在该直线的位置不可一一列出,不是离散型随机变量;③理由同①是离散型随机变量;④理由同②不是离散型随机变量.
答案:①③

2.**解**:(1)接到电话的个数可能是0,1,2,…出现哪一个结果都是随机的,所以是随机变量.
(2)梅西在某场比赛中上场比赛的时间在[0,90]内,是随机的,所以是随机变量.
(3)对角线互相垂直且长度分别为6和8的四边形的面积是定值,所以不是随机变量.
(4)获奖的等次可能是一、二、三,出现哪一个结果都是随机的,所以是随机变量.

3.0,1,2,3

4.**解**:(1)Y的可能取值为2,3,4,…12,若以(i,j)表示抛掷甲、乙两枚骰子后骰子甲得i点且骰子乙得j点,则$\{Y=2\}$表示$(1,1)$;$\{Y=3\}$表示$(1,2),(2,1)$;$\{Y=4\}$表示$(1,3),(2,2),(3,1)$;…;$\{Y=12\}$表示$(6,6)$.
(2)ξ可取1,2,3.$\{\xi=i\}$表示取出i支白粉笔,$3-i$支红粉笔,其中$i=1,2,3$,η可取0,1,2.$\{\eta=i\}$表示取出i支红粉笔,$3-i$支白粉笔,其中$i=0,1,2$.
(3)ξ可取3,4,5.$\{\xi=3\}$表示取出的3个球的编号为1,2,3;$\{\xi=4\}$表示取出的3个球的编号为1,2,4或1,3,4或2,3,4;$\{\xi=5\}$表示取出的3个球的编号为1,2,5或1,3,5或1,4,5或2,3,5或2,4,5或3,4,5.

提能达标过关

1.选C　距离一定,速度为定值,则从A到达B所用时间也为定值.

2.选D　小球滚出的最大距离不是一个随机变量,因为不能明确滚动的范围,A错误;倒出小球所需的时间不是一个随机变量,因为不能明确所需时间的范围,B错误;三个小球的质量之和是一个定值,可以预见,但结果只有一种,不是随机变量,C错误;倒出的三个小球的颜色的种数是一个离散型随机变量,D正确.

3.选D　X在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率之和.

4.选C　“放回5个红球”表示前五次抽取的都是黑球,故应抽取了6次,$\xi=6$,故选C.

5.选D　击中目标或子弹打完就停止射击,射击次数为$\xi=5$,则说明前4次均未击中目标.

6.**解析**:在3次射击中,甲可能击中0次,1次,2次,3次.
答案:0,1,2,3

7.**解析**:甲回答问题,可能都答错得-300分;答错2个,答对1个,得-100分;可能答错1个,答对2个,得100分;可能都答对,得300分.
答案:$-300,-100,100,300$

8.**解析**:后三个数字两两不同且都大于5的电话号码共有$A_4^3=24$种.
答案:24

9.**解**:X的取值可能为30,60,70,110,120,150.
$X=30$,表示抽到10元和20元的两张;
$X=60$,表示抽到10元和50元的两张;
$X=70$,表示抽到20元和50元的两张;
$X=110$,表示抽到10元和100元的两张;
$X=120$,表示抽到20元和100元的两张;
$X=150$,表示抽到50元和100元的两张.

10.**解**:(1)

ξ	0	1	2	3
结果	取得3个黑球	取得1个白球2个黑球	取得2个白球1个黑球	取得3个白球

(2)由题意可得:$\eta=5\xi+6$,而ξ可能的取值范围为$\{0,1,2,3\}$,
$\therefore\eta$对应的各值是:$5\times0+6,5\times1+6,5\times2+6,5\times3+6$.
故η的可能取值为$\{6,11,16,21\}$.
显然,η为离散型随机变量.

2.1.2　离散型随机变量的分布列

基础知识梳理

1.离散型随机变量X的概率分布列　$p_i\geqslant0$　$\sum\limits_{i=1}^{n}p_i=1$
2.成功概率
3.超几何分布

题点知识巩固

1.**解**:(1)依题意,该顾客中奖的对立事件为该顾客没有中奖,其没有中奖的概率$P_1=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,
$\therefore$该顾客中奖的概率为$1-P_1=\frac{2}{3}$.
(2)该顾客获得的奖品总价值X的可能取值为:60,50,20,10,0(单位:元),则
$P(X=60)=\frac{C_1^1\cdot C_3^1}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$;
$P(X=50)=\frac{C_1^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$;
$P(X=20)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{15}$;
$P(X=10)=\frac{C_3^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\frac{2}{5}$;
$P(X=0)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,
$\therefore X$的分布列为:

X	60	50	20	10	0
P	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{3}$

2.选C　由题得$\frac{1}{2a}+\frac{2}{2a}+\frac{3}{2a}=1$,$\therefore a=3$,$\therefore P(X=2)=\frac{1}{3}$,故选C.

3.**解析**:由题可知$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+m=1$,$\therefore m=\frac{7}{12}$.
答案:$\frac{7}{12}$

4.**解**:(1)X的分布列如下表:

X	0	1
P	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$

(2)$P(X=0)=\frac{C_3^2}{C_7^2}=\frac{1}{7}$.
X的分布列如下表:

X	0	1
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{6}{7}$

5.**解**:(1)由已知得,问卷调查中,从四个小组中抽取的人数分别为3,4,2,1,从参加问卷调查的10名学生中随机抽取两名的取法共有$C_{10}^2=45$种,
这两名学生来自同一小组的取法共有$C_3^2+C_4^2+C_2^2=10$,所以$P=\frac{10}{45}=\frac{2}{9}$.
(2)由(1)知,在参加问卷调查的10名学生中,来自甲、丙两小组的学生人数分别为3,2,X的可能取值为0,1,2,
$P(X=0)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$,$P(X=1)=\frac{C_3^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{3}{5}$,
$P(X=2)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}$.
所以X的分布列为:

X	0	1	2
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

提能达标过关

1. 选 D　由随机变量分布列的性质知，每个随机变量的概率均大于或等于 0，且所有概率之和是 1.

2. 选 A　依题意，$P=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^2}=\frac{7}{15}$，故选 A.

3. 选 C　$P(\xi=10)=1-\left(\frac{2}{3}+\frac{2}{3^2}+\cdots+\frac{2}{3^9}\right)=1-\frac{\frac{2}{3}\times\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^9\right]}{1-\frac{1}{3}}=\left(\frac{1}{3}\right)^9$.

4. 选 B　$X=k$ 表示第 k 次恰好打开，前 $k-1$ 次没有打开，

$\therefore P(X=k)=\frac{n-1}{n}\times\frac{n-2}{n-1}\times\cdots\times\frac{n-(k-1)}{n-(k-2)}\times\frac{1}{n-(k-1)}=\frac{1}{n}$.

5. 选 B　由分布列的性质知 $9C^2-C+3-8C=1$.

解得 $C=\frac{1}{3}$ 或 $C=\frac{2}{3}$.

当 $C=\frac{1}{3}$ 时，$P(X=0)=\frac{2}{3}$，$P(X=1)=\frac{1}{3}$.

当 $C=\frac{2}{3}$ 时，$P(X=0)=\frac{10}{3}>1$（舍去）. $\therefore C=\frac{1}{3}$.

6. **解析**：由离散型随机变量分布列的性质得，

$m\left[\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]=1$，解得 $m=\frac{27}{38}$.

答案：$\frac{27}{38}$

7. **解析**：设摸出的红球个数为 X，则 X 服从超几何分布，其中 $N=10$，$M=5$，$n=5$，于是中奖的概率为 $P(X\geqslant4)=P(X=4)+P(X=5)=\frac{C_5^4C_5^1}{C_{10}^5}+\frac{C_5^5}{C_{10}^5}\approx0.103$.

答案：0.103

8. **解析**：由题意，$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=\frac{a}{1\times2}+\frac{a}{2\times3}+\frac{a}{3\times4}+\frac{a}{4\times5}=1$，$\therefore a=\frac{5}{4}$.

$\therefore P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{5}{2}\right)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{a}{2}+\frac{a}{6}=\frac{2a}{3}=\frac{2}{3}\times\frac{5}{4}=\frac{5}{6}$.

答案：$\frac{5}{6}$

9. **解**：由于 $Y=\frac{1}{2}X$，对于 X 的不同取值 -6，-2，0，1，2，6 可得到不同的 Y，即 $Y=-3$，-1，0，$\frac{1}{2}$，1，3. 故 $Y=\frac{1}{2}X$ 的分布列为

Y	-3	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	3
$P(X=y_i)$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

10. **解**：(1)设 A 表示“至少有 1 个白色球”，则由古典概型的概率计算公式得 $P(A)=\frac{C_2^1C_8^2+C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{8}{15}$.

(2)X 的可能取值为 0，1，2，

$P(X=0)=\frac{C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$，

$P(X=1)=\frac{C_2^1C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$，

$P(X=2)=\frac{C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$.

综上知，X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

2.2　二项分布及其应用

2.2.1　条件概率

基础知识梳理

1. A　B

2. (1)$[0,1]$　(2)$P(B|A)+P(C|A)$

题点知识巩固

1. 选 A　$\because P(B)=\frac{4\times3^3}{4^4}=\frac{27}{64}$，$P(AB)=\frac{4\times3!}{4^4}=\frac{3}{32}$，

$\therefore P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{2}{9}$，故选 A.

2. **解析**：$P(AB)=P(A)\cdot P(B|A)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$.

答案：$\frac{1}{4}$

3. 选 A　$P(A)=\frac{A_6^2}{6\times6}=\frac{5}{6}$，$P(AB)=\frac{5\times2}{6\times6}=\frac{5}{18}$，

$\therefore P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{5}{18}}{\frac{5}{6}}=\frac{1}{3}$，故选 A.

4. 选 C　$\because P(A)=\frac{C_5^1C_4^1+C_5^1C_3^1+C_4^1C_3^1}{C_{12}^2}=\frac{47}{66}$，

$P(AB)=\frac{C_5^1C_4^1}{C_{12}^2}=\frac{20}{66}=\frac{10}{33}$，$\therefore P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{20}{47}$，故选 C.

提能达标过关

1. 选 A　依题意 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}}=\frac{1}{2}$，故选 A.

2. 选 A　在第一位数字为 0 的条件下，第二位数字为 0 的概率为 $P(A|B)=\frac{n(AB)}{n(B)}=\frac{2}{2\times2}=\frac{1}{2}$.

3. 选 B　抛掷红、黄两颗骰子共有 $6\times6=36$ 个基本事件，其中红色骰子的点数为 4 或 6 的有 12 个基本事件，此时两颗骰子点数之积大于 20 包含 4×6，6×4，6×5，6×6 共 4 个基本事件. 所求概率为 $\frac{1}{3}$.

4. 选 C　$\because P(AB)=\frac{C_4^1C_3^1}{C_{10}^1C_9^1}=\frac{2}{15}$，$P(A)=\frac{C_4^1}{C_{10}^1}=\frac{2}{5}$，

$\therefore P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{5}}=\frac{1}{3}$，故选 C.

5. 选 D　设事件 A 表示“该地区四月份下雨”，B 表示“四月份吹东风”，则 $P(A)=\frac{11}{30}$，$P(B)=\frac{9}{30}$，$P(AB)=\frac{8}{30}$，从而吹东风的条件下下雨的概率为 $P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{\frac{8}{30}}{\frac{9}{30}}=\frac{8}{9}$.

6. **解析**：$P(AB)=P(A)P(B|A)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$.

$P(B)=\frac{P(AB)}{P(A|B)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{6}$.

答案：$\frac{1}{6}$

7. **解析**：连续 3 次抛掷一枚质地均匀的硬币，至少有一次出现正面向上的概率为 $1-P(\text{全部是反面})=1-\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{7}{8}$，恰有一次出现反面向上的概率为 $C_3^1\cdot\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{3}{8}$，故在至少有一次出现正面向上的条件下，恰有一次出现反面向上的概率为 $\frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}}=\frac{3}{7}$.

答案：$\frac{3}{7}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. **解析**：该动物由出生算起活到20岁记为事件A，活到25岁记为事件B.

$P(A)=0.8$，$P(AB)=0.4$，

$\therefore P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0.4}{0.8}=0.5$.

答案：0.5

9. **解**：记事件A为最后从2号箱中取出的是红球；

事件B为从1号箱中取出的是红球.

$P(B)=\dfrac{4}{2+4}=\dfrac{2}{3}$，$P(\overline{B})=1-P(B)=\dfrac{1}{3}$.

(1)$P(A|B)=\dfrac{3+1}{8+1}=\dfrac{4}{9}$.

(2)$\because P(A|\overline{B})=\dfrac{3}{8+1}=\dfrac{1}{3}$，

$\therefore P(A)=P(AB)+P(A\overline{B})$

$=P(A|B)P(B)+P(A|\overline{B})P(\overline{B})$

$=\dfrac{4}{9}\times\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{11}{27}$.

10. **解**：(1)设A表示事件：“一续保人本年度的保费高于基本保费”，则事件A发生当且仅当一年内出险次数大于1，故$P(A)=0.2+0.2+0.1+0.05=0.55$.

(2)设B表示事件：“一续保人本年度的保费比基本保费高出60%”，则事件B发生当且仅当一年内出险次数大于3，故$P(B)=0.1+0.05=0.15$.

又$P(AB)=P(B)$，

故$P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{P(B)}{P(A)}=\dfrac{0.15}{0.55}=\dfrac{3}{11}$，

因此所求概率为$\dfrac{3}{11}$.

2.2.2 事件的相互独立性

基础知识梳理

1. (1)$P(A)\cdot P(B)$　(2)没有影响

2. A　$\overline{B}$　$\overline{A}$　B　$\overline{A}$　$\overline{B}$

题点知识巩固

1. A

2. 选B　事件$A=\{2,4,6\}$，事件$B=\{3,6\}$，事件$AB=\{6\}$，基本事件空间$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$. 所以$P(A)=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$，$P(B)=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，$P(AB)=\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}$，即$P(AB)=P(A)P(B)$，因此，事件$A$与$B$相互独立，当“出现6点”时，事件$A$，$B$同时发生，所以$A$，$B$不是互斥事件.

3. 选A　因为这两个人在2019年高考中恰有一人数学考140分以上的概率为甲考140分以上乙未考到140分以上的事件概率与乙考140分以上甲未考到140分以上的事件概率的和，而甲考140分以上乙未考到140分以上事件概率为$\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{4}{5}\right)$，乙考140分以上甲未考到140分以上事件概率为$\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{4}{5}$，因此，所求概率为$\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{4}{5}\right)+\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$，故选A.

4. **解析**：设$P(A)=x$，$P(B)=y$，$P(C)=z$，

$$\begin{cases}P(AB)=xy=\dfrac{1}{6},\\ P(\overline{B}C)=(1-y)z=\dfrac{1}{8},\\ P(AB\overline{C})=xy(1-z)=\dfrac{1}{8},\end{cases}\quad\therefore\begin{cases}x=\dfrac{1}{3},\\ y=\dfrac{1}{2},\\ z=\dfrac{1}{4},\end{cases}$$

$\therefore P(\overline{A}B)=(1-x)y=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{3}$.

答案：$\dfrac{1}{3}$

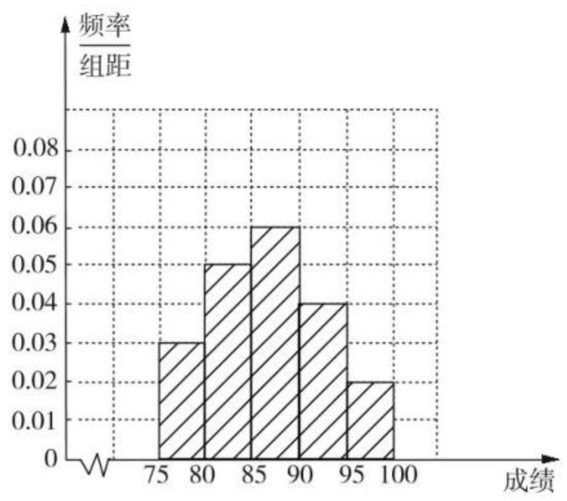
5. **解**：(1)$\because$第四组有60人，$\therefore$总人数为$5\times60=300$(人).

又$\because$第五组为0.02，$\therefore$第五组人数为$300\times0.02\times5=30$(人).

$\therefore$公差为$\dfrac{60-30}{2}=15$.

$\therefore$第一、二、三、五组的人数分别是45，75，90，30.

频率分布直方图如图所示.



(2)设事件A为“甲同学面试成功”，则：

$P(A)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{4}{5}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{4}{15}$.

提能达标过关

1. 选B　判断两个事件A，B是否相互独立，可以看事件A的发生对事件B的发生是否有影响，也可以根据定义$P(AB)=P(A)P(B)$来判断. 由此可知本题中(1)(3)独立，(2)不独立.

2. 选C　这两个零件恰有一个一等品的概率$P=\dfrac{2}{3}\times\left(1-\dfrac{3}{4}\right)+\left(1-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{12}$，故选C.

3. 选B　该生三项均合格的概率为$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{90}$.

4. 选C　设事件A表示“甲通过听力测试”，事件B表示“乙通过听力测试”. 依题意知，事件A和B相互独立，且$P(A)=\dfrac{1}{2}$，$P(B)=\dfrac{1}{3}$. 记“有且只有一人通过听力测试”为事件C，则$C=(A\overline{B})\cup(\overline{A}B)$，且$A\overline{B}$和$\overline{A}B$互斥.

故$P(C)=P(A\overline{B})\cup(\overline{A}B)=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=\dfrac{1}{2}\times\left(1-\dfrac{1}{3}\right)+\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{2}$.

5. 选D　由事件的独立性的概念与性质知，A、B、C正确，D不正确.

6. **解析**：$\dfrac{25}{60}\times\dfrac{35}{60}\times\dfrac{45}{60}=\dfrac{35}{192}$.

答案：$\dfrac{35}{192}$

7. **解析**：加工出来的零件的正品率是$\left(1-\dfrac{1}{70}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{69}\right)\times\left(1-\dfrac{1}{68}\right)=\dfrac{67}{70}$，因此加工出来的零件的次品率为$1-\dfrac{67}{70}=\dfrac{3}{70}$.

答案：$\dfrac{3}{70}$

8. **解析**：A_1，A_2至少有一个正常工作的概率为$1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)=1-(1-0.8)\times(1-0.8)=1-0.04=0.96$，系统正常工作的概率为$P(K)[1-P(\overline{A}_1)P(\overline{A}_2)]=0.9\times0.96=0.864$.

答案：0.864

9. **解**：(1)$\because P$(甲连胜四场)$=0.4\times0.3\times0.4\times0.3=0.0144$.

P(乙连胜四场)$=0.6\times0.5\times0.6\times0.5=0.09$，

$\therefore P$(第四场结束比赛)$=0.0144+0.09=0.1044$.

(2)第五场结束比赛即某队从第二场起连胜四场，只有丙队有可能.

$\because P$(甲胜第一场，丙连胜四场)$=0.4\times0.7\times0.5\times0.7\times0.5=0.4\times0.1225$，

P(乙胜第一场，丙连胜四场)$=0.6\times0.5\times0.7\times0.5\times0.7=0.6\times0.1225$.

$\therefore P$(第五场结束比赛)$=0.4\times0.1225+0.6\times0.1225=0.1225$.

10. **解**：(1)$\because$甲、乙、丙三名大学生每轮过关的概率分别为$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{3}$，且三名大学生每轮过关与否互不影响.

$\therefore$甲过关的概率$P(A)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$，

乙过关的概率$P(B)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

丙过关的概率 $P(C)=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{9}$，

∴甲、乙、丙三名大学生都不过关的概率：

$P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C})=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{4}{9}=\frac{1}{36}$.

(2)记 X 为甲、乙、丙三名大学生中过关的人数，

则 $P(X=2)=P(AB\overline{C}+A\overline{B}C+\overline{A}BC)=$

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{5}{9}+\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{9}=\frac{11}{24}$.

2.2.3 独立重复试验与二项分布

基础知识梳理

1. 在相同条件下重复做的 n 次试验　$P(A_1A_2\cdots A_n)=P(A_1)P(A_2)\cdots P(A_n)$

2. $C_n^kp^k(1-p)^{n-k}$　二项分布　成功概率

题点知识巩固

1. 选 A　质点 P 由坐标原点移到(2,3)，即两次向右，三次向上移动，∴$P=C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3=C_5^2\left(\frac{1}{2}\right)^5$，故选 A.

2. **解**：(1)甲恰好胜 2 局的概率 $P_1=C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$；

乙至少胜 1 局的概率 $P_2=1-\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{19}{27}$.

(2)打 3 局：$\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$；

打 4 局：$C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$；

打 5 局：$C_4^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{48}{243}=\frac{16}{81}$；

因此甲获胜的概率 $\frac{8}{27}+\frac{8}{27}+\frac{16}{81}=\frac{64}{81}$.

3. 选 A　$P(\xi=2)=C_6^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{20}{243}$，故选 A.

4. **解析**：因为 $X\sim B\left(6,\frac{1}{2}\right)$，

所以 $P(X=3)=C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{16}$.

答案：$\frac{5}{16}$

5. **解**：(1)设事件 A 表示："甲选做 14 题"，事件 B 表示"乙选做 14 题"，则甲、乙 2 名学生选做同一道题的事件为"$AB+\overline{A}\,\overline{B}$"，且事件 A，B 相互独立.

∴$P(AB+\overline{A}\,\overline{B})=P(A)P(B)+P(\overline{A})P(\overline{B})=$

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$.

(2)随机变量 ξ 的可能取值为 0，1，2，3，4，且 $\xi\sim B\left(4,\frac{1}{2}\right)$，

∴$P(\xi=k)=C_4^k\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-k}=C_4^k\left(\frac{1}{2}\right)^4$（$k=0,1,2,3,4$）.

∴变量 ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$

提能达标过关

1. 选 D　将一枚质地均匀的硬币连续抛掷 5 次，∴$n=5$，正面向上的概率为 0.5，∴$X\sim B(5,0.5)$，故选 D.

2. 选 D　∵每 1 粒发芽的概率为定值，∴播下 3 粒种子相当于做了 3 次试验，设发芽的种子数为 X，则 X 服从二项分布，即 $X\sim B\left(3,\frac{4}{5}\right)$，∴$P(X=2)=C_3^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\left(\frac{1}{5}\right)^1=\frac{48}{125}$.

3. 选 C　$P(\xi\leqslant3)=P(\xi=0)+P(\xi=1)+P(\xi=2)+P(\xi=3)=C_6^0\left(\frac{1}{2}\right)^6+C_6^1\left(\frac{1}{2}\right)^6+C_6^2\left(\frac{1}{2}\right)^6+C_6^3\left(\frac{1}{2}\right)^6=\frac{21}{32}$.

4. 选 D　依题意，每位同学在周六或周日参加公益活动的概率为 $\frac{1}{2}$，他们都选在周六或都选在周日的概率分别为 $\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$，

∴周六、周日都有同学参加公益活动的概率 $P=1-\frac{1}{16}-\frac{1}{16}=\frac{7}{8}$，故选 D.

5. 选 B　由题意得，$1-C_n^0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^n>0.9$，

即 $\left(\frac{1}{2}\right)^n<0.1$，∴$n\geqslant4$. 故选 B.

6. **解析**：由题意知，3 秒内蚂蚁向左移动一个单位，向右移动两个单位，所以蚂蚁在 $x=1$ 处的概率为 $C_3^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{4}{9}$.

答案：$\frac{4}{9}$

7. **解析**：$P(X=2)=C_4^2p^2(1-p)^2=\frac{8}{27}$，

即 $[p(1-p)]^2=\frac{4}{81}$.

∴$p(1-p)=\frac{2}{9}$.

解得 $p=\frac{1}{3}$ 或 $p=\frac{2}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$ 或 $\frac{2}{3}$

8. **解析**：依题意，恰有 2 粒种子发芽的概率 $P=C_3^2\times\left(\frac{4}{5}\right)^2\times\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{48}{125}$.

答案：$\frac{48}{125}$

9. **解**：依题意知，这 4 个人中，每个人去参加甲游戏的概率为 $\frac{1}{3}$，去参加乙游戏的概率为 $\frac{2}{3}$.

设"这 4 个人中恰有 i 人去参加甲游戏"为事件 A_i（$i=0,1,2,3,4$），

则 $P(A_i)=C_4^i\times\left(\frac{1}{3}\right)^i\times\left(\frac{2}{3}\right)^{4-i}$.

(1)这 4 个人中恰有 2 人去参加甲游戏的概率为 $P(A_2)=C_4^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$.

(2)设"这 4 个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数"为事件 B，则 $B=A_3\cup A_4$.

由于 A_3 与 A_4 互斥，故 $P(B)=P(A_3)+P(A_4)=C_4^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\frac{2}{3}+C_4^4\times\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{9}$.

所以，这 4 个人中去参加甲游戏的人数大于去参加乙游戏的人数的概率为 $\frac{1}{9}$.

10. **解**：(1)设 X 为射手在 5 次射击中击中目标的次数，则 $X\sim B\left(5,\frac{2}{3}\right)$，在 5 次射击中，恰有 2 次击中目标的概率 $P(X=2)=C_5^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{2}{3}\right)^3=\frac{40}{243}$.

(2)设"第 i 次射击击中目标"为事件 A_i（$i=1,2,3,4,5$），"射手在 5 次射击中，有 3 次连续击中目标，另外 2 次未击中目标"为事件 A，则 $P(A)=P(A_1A_2A_3\overline{A}_4\overline{A}_5)+P(\overline{A}_1A_2A_3A_4\overline{A}_5)+P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3A_4A_5)=\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^3\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{81}$.

(3)由题意可知，ξ 的所有可能取值为 0，1，2，3，6，$P(\xi=0)=P(\overline{A}_1\overline{A}_2\overline{A}_3)=\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$；$P(\xi=1)=P(A_1\overline{A}_2\overline{A}_3)+P(\overline{A}_1A_2\overline{A}_3)+P(\overline{A}_1\overline{A}_2A_3)=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$；$P(\xi=2)=P(A_1\overline{A}_2A_3)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=$

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\frac{4}{27}$；$P(\xi=3)=P(A_1A_2\overline{A}_3)+P(\overline{A}_1A_2A_3)=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$；$P(\xi=6)=P(A_1A_2A_3)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$.

所以 ξ 的分布列是：

ξ	0	1	2	3	6
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{27}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{8}{27}$

阶段评估 2

1. 选 B　随机变量 X 服从二项分布 $X\sim B(3,0.6)$，
则 $P(X=2)=C_3^2\cdot(0.6)^2\cdot(1-0.6)^1=0.432$.

2. 选 C　所取 3 个球颜色不同包括 2 个白球 1 个红球，或者 1 个白球 2 个红球，所以所求概率为 $\frac{C_{10}^2C_5^1+C_{10}^1C_5^2}{C_{15}^3}$，故选 C.

3. 选 C　次品率为 $1-(1-0.1)(1-0.03)=1-0.873=0.127$.

4. 选 A　$P=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$，故选 A.

5. 选 A　记“第一天空气质量为优良”为事件 A，“第二天的空气质量为优良”为事件 B，
则 $P(A)=0.75$，$P(AB)=0.6$，
所以 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{0.6}{0.75}=0.8$，故选 A.

6. 选 A　设一批种子的发芽率为事件 A，则 $P(A)=0.9$，
出芽后的幼苗成活率为事件 B，则 $P(B)=0.8$，
∴这粒种子能成长为幼苗的概率 $P=P(A)P(B)=0.9\times0.8=0.72$，故选 A.

7. **解析**：∵$P(X\geqslant1)=1-P(X=0)=1-(1-p)^2=\frac{7}{16}$，

∴$p=\frac{1}{4}$，

∴$P(Y=2)=C_3^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{64}$.

答案：$\frac{9}{64}$

8. **解析**：∵由 $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1$，得 $\frac{C}{1\times2}+\frac{C}{2\times3}+\frac{C}{3\times4}=1$，解得 $C=\frac{4}{3}$.

∴随机变量 X 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$

∴$P(0.5<X<2.5)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{2}{3}+\frac{2}{9}=\frac{8}{9}$.

答案：$\frac{8}{9}$

9. **解析**：设事件 A 为“甲答对问题”，事件 B 为“乙答对问题”.
则 $P(A)=0.4$，$P(A)P(B)=0.2$.
∴$P(B)=0.5$.
∴$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)=(1-0.4)\times0.5=0.3$.
答案：0.3

10. **解析**：由题意知有放回地摸球为独立重复试验，且试验次数为 5，这 5 次中有 1 次摸得红球．每次摸取红球的概率为 $\frac{2}{3}$，所以 $S_5=3$ 时，概率为 $C_5^1\times\left(\frac{2}{3}\right)^1\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{10}{243}$.

答案：$\frac{10}{243}$

11. **解**：(1)设“该学生考进学习小组”为事件 A.
则 $P(\overline{A})=C_5^1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^4+C_5^0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{112}{243}$.
∴$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{112}{243}=\frac{131}{243}$.
(2)由题意知，该学生第 4 次通过测试，前三次通过 1 次测试.
∴概率为 $P=C_3^1\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{27}$.

12. **解**：(1)因为在被抽取的 50 人中，持满意态度的学生共 36 人，所以持满意态度的频率为 $\frac{18}{25}$，据此估计高三年级全体学生持满意态度的概率为 $\frac{18}{25}$.
(2)ξ 的所有可能取值为 0，1，2，3.
$P(\xi=0)=\frac{C_3^0C_{11}^4}{C_{14}^4}=\frac{30}{91}$；
$P(\xi=1)=\frac{C_3^1C_{11}^3}{C_{14}^4}=\frac{45}{91}$；
$P(\xi=2)=\frac{C_3^2C_{11}^2}{C_{14}^4}=\frac{15}{91}$；
$P(\xi=3)=\frac{C_3^3C_{11}^1}{C_{14}^4}=\frac{1}{91}$.
ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{30}{91}$	$\frac{45}{91}$	$\frac{15}{91}$	$\frac{1}{91}$

13. **解**：(1)设 Y 表示顾客办理业务所需的时间，用频率估计概率，得 Y 的分布如下：

Y	1	2	3	4	5
P	0.1	0.4	0.3	0.1	0.1

①第一个顾客办理业务所需时间为 1 分钟，且第二个顾客办理业务所需的时间为 3 分钟；
②第一个顾客办理业务所需的时间为 3 分钟，且第二个顾客办理业务所需的时间为 1 分钟；
③第一个和第二个顾客办理业务所需的时间均为 2 分钟，所以 $P(A)=0.1\times0.3+0.3\times0.1+0.4\times0.4=0.22$.
(2)X 所有可能的取值为 0，1，2，$X=0$ 对应第一个顾客办理业务所需的时间超过 2 分钟，所以 $P(X=0)=P(Y>2)=0.5$；$X=1$对应第一个顾客办理业务所需的时间为 1 分钟且第二个顾客办理业务所需时间超过 1 分钟，或第一个顾客办理业务所需的时间为 2 分钟，所以 $P(X=1)=0.1\times0.9+0.4=0.49$；$X=2$ 对应两个顾客办理业务所需的时间均为 1 分钟，所以 $P(X=2)=0.1\times0.1=0.01$. 所以 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	0.5	0.49	0.01

14. **解**：用 A 表示“甲在 4 局以内(含 4 局)赢得比赛”，A_k 表示“第 k 局甲获胜”，B_k 表示“第 k 局乙获胜”，则 $P(A_k)=\frac{2}{3}$，$P(B_k)=\frac{1}{3}$，$k=1,2,3,4,5$.
(1)$P(A)=P(A_1A_2)+P(B_1A_2A_3)+P(A_1B_2A_3A_4)=P(A_1)P(A_2)+P(B_1)P(A_2)P(A_3)+P(A_1)P(B_2)P(A_3)P(A_4)=\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{56}{81}$.
(2)X 的可能取值为 2，3，4，5.
$P(X=2)=P(A_1A_2)+P(B_1B_2)=P(A_1)P(A_2)+P(B_1)P(B_2)=\frac{5}{9}$，
$P(X=3)=P(B_1A_2A_3)+P(A_1B_2B_3)=P(B_1)P(A_2)P(A_3)+P(A_1)P(B_2)P(B_3)=\frac{2}{9}$，
$P(X=4)=P(A_1B_2A_3A_4)+P(B_1A_2B_3B_4)=P(A_1)P(B_2)P(A_3)P(A_4)+P(B_1)P(A_2)P(B_3)P(B_4)=\frac{10}{81}$，
$P(X=5)=1-P(X=2)-P(X=3)-P(X=4)=\frac{8}{81}$.
故 X 的分布列为：

X	2	3	4	5
P	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{10}{81}$	$\frac{8}{81}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2.3 离散型随机变量的均值与方差

2.3.1 离散型随机变量的均值

基础知识梳理

1. $x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_ip_i+\cdots+x_np_n$ 平均水平
2. $aE(X)+b$
3. (1)p (2)np

题点知识巩固

1. **解**:设"A 级第一次考试合格"为事件 A_1,"A 级补考合格"为事件 A_2;"B 级第一次考试合格"为事件 B_1,"B 级补考合格"为事件 B_2.
(1)不需要补考就可获得合格证书的事件为 A_1B_1,注意到 A_1 与 B_1 相互独立,则 $P(A_1B_1)=P(A_1)\times P(B_1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$. 故该考生不需要补考就可获得该选修课的合格证书的概率为 $\frac{1}{3}$.
(2)由已知得 $\xi=2,3,4$,注意到各事件之间的独立性与互斥性,可得,$P(\xi=2)=P(A_1B_1)+P(\overline{A}_1\,\overline{A}_2)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$. $P(\xi=3)=P(A_1\overline{B}_1B_2)+P(A_1\overline{B}_1\,\overline{B}_2)+P(\overline{A}_1A_2B_1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}$,$P(\xi=4)=P(\overline{A}_1A_2\overline{B}_1B_2)+P(\overline{A}_1A_2\overline{B}_1\overline{B}_2)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{18}+\frac{1}{18}=\frac{1}{9}$,故 $E(\xi)=2\times\frac{4}{9}+3\times\frac{4}{9}+4\times\frac{1}{9}=\frac{8}{3}$. 即该考生参加考试的次数的期望为 $\frac{8}{3}$.

2. **解析**:依题意,玉米种子发芽服从二项分布 $X\sim B\left(5,\frac{2}{3}\right)$,因此,$E(X)=5\times\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$.
答案:$\frac{10}{3}$

3. **解**:(1)投篮 1 次,命中次数 X 的分布列如下表:

X	0	1
P	0.4	0.6

则 $E(X)=0\times0.4+1\times0.6=0.6$.
(2)由题意得,重复 5 次投篮,命中的次数 Y 服从二项分布,即 $Y\sim B(5,0.6)$,则 $E(Y)=np=5\times0.6=3$.

4. **解**:(1)抽两次得标号之和为 12 的概率为 $P(A)=\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$;抽两次得标号之和为 11 或 10 的概率为 $P(B)=2\times\left(\frac{1}{6}\right)^2+3\times\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{5}{36}$,所以各会员获奖的概率为 $P(C)=P(A)+P(B)=\frac{1}{6}$.
(2)随机变量 ξ 的所有可能取值为 $30-a,-70,30$,
由(1)得,$P(\xi=30-a)=\frac{1}{36}$,$P(\xi=-70)=\frac{5}{36}$,$P(\xi=30)=1-\frac{1}{36}-\frac{5}{36}=\frac{5}{6}$,∴$\xi$ 的分布列为:

ξ	$30-a$	-70	30
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{5}{6}$

由 $E(\xi)=(30-a)\times\frac{1}{36}+(-70)\times\frac{5}{36}+30\times\frac{5}{6}\geqslant0$,得 $a\leqslant580$ 元,所以 a 最多可设为 580 元.

提能达标过关

1. 选 A 由题意得,ξ 的分布列为

ξ	1	3
P	0.76	0.24

∴$E(\xi)=1\times0.76+3\times0.24=1.48$.

2. 选 C 记查出 2 件次品时检查产品的费用为 X,则 X 的所有可能取值为 20,30,40.
$P(X=20)=\frac{A_2^2}{A_5^2}=\frac{1}{10}$,
$P(X=30)=\frac{A_3^3+C_2^1C_3^1A_2^2}{A_5^3}=\frac{3}{10}$,
$P(X=40)=1-P(X=20)-P(X=30)=1-\frac{1}{10}-\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$,
故所需检测费用的均值为 $\frac{1}{10}\times20+\frac{3}{10}\times30+\frac{6}{10}\times40=35$,故选 C.

3. 选 B 因为 $\xi\sim B\left(n,\frac{1}{2}\right)$,所以 $E(\xi)=\frac{n}{2}$.
又 $E(\xi)=15$,则 $n=30$,所以 $\eta\sim B\left(30,\frac{1}{3}\right)$.
故 $E(\eta)=30\times\frac{1}{3}=10$.

4. 选 B 依题意得 $a=1-0.2-0.3-0.4=0.1$.
∴$E(X)=1\times0.2+2\times0.3+3\times0.4+4\times0.1=2.4$,
∴$E(2X+0.2)=2E(X)+0.2=2\times2.4+0.2=5$,故选 B.

5. 选 C 由题可知,X 的分布列为:

X	1	2	3
P	P	$(1-P)P$	$(1-P)^2$

∴$E(X)=P+2(1-P)P+3(1-P)^2=P^2-3P+3>1.75$,
∴$P^2-3P+\frac{5}{4}>0$,
∴$P<\frac{1}{2}$或 $P>\frac{5}{2}$,又 $0<P\leqslant1$,
∴$0<P<\frac{1}{2}$,故选 C.

6. **解析**:由已知得 X 的可能取值为 0,1,2. $P(X=0)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$,$P(X=1)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{5}{12}$,$P(X=2)=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$,
∴$E(X)=0\times\frac{1}{12}+1\times\frac{5}{12}+2\times\frac{1}{2}=\frac{17}{12}$.
答案:$\frac{17}{12}$

7. **解析**:依题意,X 的可能取值为 0,1,2,3.
$P(X=0)=\frac{C_6^3}{C_{18}^3}=\frac{5}{204}$,
$P(X=1)=\frac{C_{12}^1C_6^2}{C_{18}^3}=\frac{45}{204}$,
$P(X=2)=\frac{C_{12}^2C_6^1}{C_{18}^3}=\frac{99}{204}$,
$P(X=3)=\frac{C_{12}^3}{C_{18}^3}=\frac{55}{204}$,
∴$E(X)=0\times\frac{5}{204}+1\times\frac{45}{204}+2\times\frac{99}{204}+3\times\frac{55}{204}=2$.
答案:2

8. **解析**:由分布列的性质得 $x+0.1+0.3+y=1$. ①
又 $E(\xi)=7x+0.8+2.7+10y=8.9$. ②
由①②解得 $y=0.4$.
答案:0.4

9. **解析**:随机变量 ξ 可能的取值为 0,1,2,3,依题意知 $P(\xi=0)=0.15$,$P(\xi=1)=0.4$,$P(\xi=2)=0.35$,$P(\xi=3)=0.1$,∴$E(\xi)=0\times0.15+1\times0.4+2\times0.35+3\times0.1=1.4$.
答案:1.4

10. **解**:(1)令 A 表示事件"三种粽子各取到 1 个",则由古典概型的概率计算公式有 $P(A)=\frac{C_2^1C_3^1C_5^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{4}$.
(2)X 的所有可能值为 0,1,2,且 $P(X=0)=\frac{C_8^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$,
$P(X=1)=\frac{C_2^1C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{7}{15}$,$P(X=2)=\frac{C_2^2C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$.
综上知,X 的分布列为:

X	0	1	2
P	$\frac{7}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{1}{15}$

故 $E(X)=0\times\frac{7}{15}+1\times\frac{7}{15}+2\times\frac{1}{15}=\frac{3}{5}$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

2.3.2 离散型随机变量的方差

基础知识梳理

1. 方差　标准差

2. (1)$a^2D(X)$

3. (1)$p(1-p)$　(2)$np(1-p)$

题点知识巩固

1. 选 B　设 $P(\xi=1)=x$，$P(\xi=2)=y$，由题意得 $\begin{cases}x+y=\frac{4}{5},\\x+2y=1,\end{cases}$ $\therefore\begin{cases}x=\frac{3}{5},\\y=\frac{1}{5},\end{cases}$

$\therefore D(\xi)=1^2\times\frac{1}{5}+0\times\frac{3}{5}+1^2\times\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$，故选 B.

2. 选 D　根据随机变量的分布列，得 $E(\xi)=0\times\frac{1-p}{2}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{p}{2}=\frac{1}{2}+p$.

$\therefore D(\xi)=\left[0-\left(\frac{1}{2}+p\right)\right]^2\cdot\frac{1-p}{2}+\left[1-\left(\frac{1}{2}+p\right)\right]^2\cdot\frac{1}{2}+\left[2-\left(\frac{1}{2}+p\right)\right]^2\cdot\frac{p}{2}$

$=-p^2+p+\frac{1}{4}=-\left(p-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$.

当 $0<p<\frac{1}{2}$ 时，$D(\xi)$ 单调递增，当 $\frac{1}{2}<p<1$ 时，$D(\xi)$ 单调递减，故选 D.

3. **解析**：$\because E(X)=np=30$，$D(X)=np(1-p)=20$，

$\therefore p=\frac{1}{3}$.

答案：$\frac{1}{3}$

4. **解**：(1)依题意知，$\xi\sim B(n,p)$，则 $E(\xi)=np=3$，$\sigma^2(\xi)=np(1-p)=\frac{3}{2}$，得 $1-p=\frac{1}{2}$，从而 $n=6$，$p=\frac{1}{2}$.

又 $\because P(\xi=k)=C_n^k\left(\frac{1}{2}\right)^k\left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-k}$，$k=0,1,2,3,4,5,6$.

ξ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{1}{64}$

(2)记“需要补种沙柳”为事件 A，则 $P(A)=P(\xi\leqslant3)$，

得 $P(A)=\frac{1+6+15+20}{64}=\frac{21}{32}$，

故需补种沙柳的概率是 $\frac{21}{32}$.

5. **解**：工人甲生产出次品数 X 的均值和方差分别为：

$E(X)=0\times\frac{6}{10}+1\times\frac{1}{10}+2\times\frac{3}{10}=0.7$，

$D(X)=(0-0.7)^2\times\frac{6}{10}+(1-0.7)^2\times\frac{1}{10}+(2-0.7)^2\times\frac{3}{10}=0.81$；

工人乙生产出次品数 Y 的均值和方差分别为：

$E(Y)=0\times\frac{5}{10}+1\times\frac{3}{10}+2\times\frac{2}{10}=0.7$，

$D(Y)=(0-0.7)^2\times\frac{5}{10}+(1-0.7)^2\times\frac{3}{10}+(2-0.7)^2\times\frac{2}{10}=0.61$.

由 $E(X)=E(Y)$ 知，两人生产出次品的平均数相同，技术水平相当，但 $D(X)>D(Y)$，可见乙的技术比较稳定.

提能达标过关

1. 选 C　期望 $E(X)$ 反映了 X 取值的平均水平，方差 $D(X)$ 反映了与期望的偏离程度，因此 C 正确.

2. 选 C　$\because$ 随机变量 X 服从二项分布，且 $E(X)=3$，$p=\frac{1}{5}$，

$\therefore np=\frac{1}{5}n=3$，解得 $n=15$，

$\therefore D(X)=np(1-p)=15\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{12}{5}$，故选 C.

3. 选 D　$E(X_1)=2E(X)-5=12-5=7$，$D(X_1)=4D(X)=4\times0.5=2$.

4. 选 C　由题意得 $m+n=1$，$\therefore E(\xi)=0\times m+1\times n=n=1-m$，$D(\xi)=(0-n)^2\cdot m+(1-n)^2\cdot n=m-m^2$，故选 C.

5. 选 C　由分布列的性质得 $a+b+c=1$.

$\because a,b,c$ 成等差数列.

$\therefore a+c=2b$.

又 $E(\xi)=-1\times a+0\times b+1\times c=c-a=\frac{1}{3}$.

$\therefore a=\frac{1}{6}$，$b=\frac{1}{3}$，$c=\frac{1}{2}$.

$\therefore D(\xi)=\left(-1-\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{6}+\left(0-\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{1}{3}\right)^2\times\frac{1}{2}=\frac{5}{9}$.

6. **解析**：$\because$ 随机变量 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{4}\right)$，$\therefore D(\xi)=5\times\frac{1}{4}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{15}{16}$.

$\because X=2\xi-1$，$\therefore D(X)=D(2\xi-1)=2^2D(\xi)=4\times\frac{15}{16}=\frac{15}{4}$.

答案：$\frac{15}{4}$

7. **解析**：由分布列性质可知 $p\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$，

则 $E(X)=p+1\in\left[1,\frac{3}{2}\right]$，故 $E(X)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$.

又 $D(X)=\left(\frac{1}{2}-p\right)(p+1)^2+p(p+1-1)^2+\frac{1}{2}(p+1-2)^2=-p^2-p+1=-\left(p+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$，

$\because p\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$，$\therefore$ 当 $p=0$ 时，$D(X)$ 取得最大值 1.

答案：$\frac{3}{2}$　1

8. **解析**：$E(X)=\frac{a+1}{3}$，$D(X)=\left(0-\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(a-\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}+\left(1-\frac{a+1}{3}\right)^2\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\left[\frac{(a+1)^2+(2a-1)^2+(2-a)^2}{9}\right]=\frac{1}{27}(6a^2-6a+6)=\frac{2}{9}(a^2-a+1)$. 所以 $D(X)$ 为关于 a 的二次函数，其图象开口向上，对称轴为 $a=\frac{1}{2}$，故当 a 在 $(0,1)$ 内增大时，$D(X)$ 先减小后增大.

答案：先减少后增大

9. **解**：(1)因为甲同学上学期间的三天中到校情况相互独立，且每天 7:30 之前到校的概率均为 $\frac{2}{3}$，故 $X\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$，从而 $P(X=k)=C_3^k\left(\frac{2}{3}\right)^k\left(\frac{1}{3}\right)^{3-k}$，$k=0,1,2,3$.

所以，随机变量 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

所以随机变量 X 的数学期望 $E(X)=3\times\frac{2}{3}=2$.

(2)设乙同学上学期间的三天中 7:30 之前到校的天数为 Y，则 $Y\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$，且 $M=\{X=3,Y=1\}\cup\{X=2,Y=0\}$. 由题意知事件 $\{X=3,Y=1\}$ 与 $\{X=2,Y=0\}$ 互斥，且事件 $\{X=3\}$ 与 $\{Y=1\}$，事件 $\{X=2\}$ 与 $\{Y=0\}$ 均相互独立，从而由(1)知 $P(M)=P(\{X=3,Y=1\}\cup\{X=2,Y=0\})=P(X=3,Y=1)+P(X=2,Y=0)=P(X=3)P(Y=1)+P(X=2)P(Y=0)=\frac{8}{27}\times\frac{2}{9}+\frac{4}{9}\times\frac{1}{27}=\frac{20}{243}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. **解**:(1)设“世博会会徽”卡有 n 张,

由 $\frac{C_n^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$,得 $n=4$.

∴“海宝”卡有 6 张.

抽奖者获奖的概率为 $\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$.

(2)ξ 的可能取值为 0,1,2,3,4.

$P(\xi=0)=\left(1-\frac{1}{3}\right)^4=\frac{16}{81}$,

$P(\xi=1)=C_4^1\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{32}{81}$,

$P(\xi=2)=C_4^2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{8}{27}$,

$P(\xi=3)=C_4^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^3\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^1=\frac{8}{81}$,

$P(\xi=4)=\left(\frac{1}{3}\right)^4=\frac{1}{81}$.

∴ξ 的分布列为:

ξ	0	1	2	3	4
P	$\frac{16}{81}$	$\frac{32}{81}$	$\frac{8}{27}$	$\frac{8}{81}$	$\frac{1}{81}$

∴$E(\xi)=0\times\frac{16}{81}+1\times\frac{32}{81}+2\times\frac{8}{27}+3\times\frac{8}{81}+4\times\frac{1}{81}=\frac{4}{3}$.

$D(\xi)=4\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{8}{9}$.

2.4 正态分布

基础知识梳理

1. 正态曲线 正态分布

2. $P(X)>0$ $\frac{1}{2}$ $P(\mu<X<\mu+\varepsilon)$ $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ 1

题点知识巩固

1. A

2. **解析**:正态分布密度曲线的对称轴为 $x=\mu$,由图象可知 $\mu_1<\mu_2=\mu_3$;正态分布密度曲线的峰值 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ 与 σ 成反比,峰值越大,σ 越小,由图象可知,$\sigma_1=\sigma_2<\sigma_3$.

答案:$\mu_1<\mu_2=\mu_3$ $\sigma_1=\sigma_2<\sigma_3$

3. 选 B $P(X>4)=\frac{1}{2}[1-P(2\leqslant X\leqslant 4)]=0.158\ 7$,故选 B.

4. 选 B 由题可得 $2c+1+c+5=6$,∴$c=0$,故选 B.

提能达标过关

1. 选 D 因为 $X\sim N(1,2^2)$,所以 $D(X)=4$,所以 $D\left(\frac{1}{2}X\right)=\frac{1}{4}D(X)=1$.

2. 选 C 在正态分布 $N(4,3)$ 中,∵$P(\xi<a-5)=P(\xi>a+1)$,∴$\frac{(a-5)+(a+1)}{2}=4$,解得 $a=6$,故选 C.

3. 选 C ∵$y=ax+1-a$ 的图象不经过第二象限,$\begin{cases}1-a\leqslant -1,\\ a>1,\end{cases}$∴$a\geqslant 2$.∵随机变量 ξ 服从正态分布 $N(1,\sigma^2)$,且 $P(0<a<1)=0.300\ 0$,∴$P(1<a<2)=0.300\ 0$,∴$P(a>2)=0.200\ 0$,∴函数 $y=ax+1-a$ 图象不经过第二象限的概率为 $\frac{0.2}{1-0.2}=0.250\ 0$.

4. 选 C 由题意 $P(\xi\leqslant 4)=0.84$,则 $P(\xi>4)=0.16$.又 $\mu=2$,∴$P(\xi\leqslant 0)=P(\xi>4)=0.16$.

5. 选 D ∵$X\sim N(1,1)$,∴$\mu=1,\sigma=1$,∴$\mu+\sigma=2$.

∵$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=68.26\%$,∴$P(0<X<2)=68.26\%$,

∴$P(1<X<2)=34.13\%$.

∴阴影部分的面积为 0.658 7,即阴影部分的概率为 65.87%.

∴向正方形 $ABCD$ 中随机投掷 10 000 个点,落入阴影部分的点的个数的估计值为 6 587. 故选 D.

6. **解析**:因为 $X\sim N(1,2^2)$,所以 $\mu=1,\sigma=2$.

又 $Y=3X-1$,所以 $E(Y)=3E(X)-1=3\mu-1=2$,

$D(Y)=9D(X)=6^2$. ∴$Y\sim N(2,6^2)$.

答案:$Y\sim N(2,6^2)$

7. **解析**:由题意得正态分布曲线关于 $x=2$ 对称,所以 $P(\xi>3)=P(\xi<1)=0.2$,因此 $P(\xi<3)=1-P(\xi\geqslant 3)=1-0.2=0.8$.

答案:0.8

8. **解析**:正态总体的数据落在这两个区间的概率相等说明在这两个区间上位于正态曲线下方的面积相等,另外,因为区间(-3,-1)和区间(3,5)的长度相等,说明正态曲线在这两个区间上是对称的.因为区间(-3,-1)和区间(3,5)关于 $x=1$ 对称,所以正态分布的数学期望为 1.

答案:1

9. **解**:(1)设学生的得分情况为随机变量 X,$X\sim N(70,10^2)$,

则 $\mu=70,\sigma=10$.

在 60~80 分之间的学生的比例为 $P(70-10<X\leqslant 70+10)=0.682\ 6$,

所以不及格的学生的比例为 $\frac{1}{2}\times(1-0.682\ 6)=0.158\ 7=15.87\%$,即成绩不及格的学生占 15.87%.

(2)成绩在 80~90 分内的学生的比例为

$\frac{1}{2}[P(70-2\times 10<X\leqslant 70+2\times 10)-P(70-10<x\leqslant 70+10)]=\frac{1}{2}\times(0.954\ 4-0.682\ 6)=0.135\ 9=13.59\%$,

即成绩在 80~90 分内的学生占 13.59%.

10. **解**:(1)根据频数分布表可知,产品尺寸落在[27.5,33.5)内的概率 $P=\frac{5+3}{50}=0.16$.

(2)样本平均数 $\overline{x}=0.06\times 14+0.16\times 17+0.18\times 20+0.24\times 23+0.20\times 26+0.10\times 29+0.06\times 32=22.7$.

(3)依题意:这种产品尺寸 z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,

而 $\mu=\overline{x}=22.7,\sigma^2=s^2=22.37$,则 $\sigma=4.73$,

∴$P(22.7-4.73<z<22.7+4.73)=0.682\ 6$.

∴$P(z\geqslant 27.43)=\frac{1-0.682\ 6}{2}=0.158\ 7$.

阶段评估 3

1. 选 A ∵$D(X)=3\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{3}$.

∴$D(3X+5)=9D(X)=9\times\frac{2}{3}=6$.

2. 选 B 由已知得 $E(\xi)=6$,$D(\xi)=2.4$,又 $\xi+\eta=8$,

所以 $E(\eta)=8-E(\xi)=2$,$D(\eta)=(-1)^2D(\xi)=2.4$.

3. 选 D 由题意得成功的概率为 $1-\frac{4\times 4}{36}=\frac{5}{9}$,

∴$\xi\sim B\left(10,\frac{5}{9}\right)$,

∴$E(\xi)=10\times\frac{5}{9}=\frac{50}{9}$.

4. 选 C ∵随机变量 X 的分布列为 $P(X=i)=\frac{i}{2a}(i=1,2,3,4)$,

∴$\frac{1}{2a}+\frac{2}{2a}+\frac{3}{2a}+\frac{4}{2a}=1$,解得 $a=5$,

∴$P(X<3)=P(X=1)+P(X=2)=\frac{1}{10}+\frac{2}{10}=\frac{3}{10}$,故选 C.

5. 选 B 由题意设没有发芽的种子数 ξ 服从二项分布,即 $\xi\sim B(1\ 000,0.1)$.而每粒需再补种 2 粒,补种的种子数记为 X,故 $X=2\xi$,则 $E(X)=2E(\xi)=2\times 1\ 000\times 0.1=200$.

6. 选 D 由已知,得 $3a+2b+0\times c=2$,即 $3a+2b=2$,

所以 $ab=\frac{1}{6}\times 3a\times 2b\leqslant\frac{1}{6}\left(\frac{3a+2b}{2}\right)^2=\frac{1}{6}$.

7. **解析**:∵$E(\xi)=\frac{5}{3}$,∴$E(\eta)=2E(\xi)-1=\frac{7}{3}$.

答案:$\frac{7}{3}$

8. **解析**:设甲得分为 X,乙得分为 Y,则 $E(X)=1\times 0.4+2\times 0.1+3\times 0.5=2.1$,$E(Y)=1\times 0.1+2\times 0.6+3\times 0.3=2.2$.

因为 $E(X)<E(Y)$,所以乙获胜的希望大.

答案:乙

9. **解析**:由已知 ξ 服从二项分布:$\xi\sim B(10,0.02)$,

所以 $D(\xi)=10\times 0.02\times(1-0.02)=0.196$.

答案:0.196

10. **解析**:∵$X\sim N(3,2)$,∴$E(X)=3$,

∴$E(\eta)=E\left(\frac{X-3}{\sqrt{2}}\right)=E\left(\frac{X}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)=\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{3}{\sqrt{2}}=0$.

答案:0

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. **解**：(1)随机抽取 4 件产品进行检查是随机事件.“记第一天通过检查”为事件 A，则 $P(A)=\frac{C_9^4}{C_{10}^4}=\frac{3}{5}$.

记“第二天通过检查”为事件 B，则 $P(B)=\frac{C_8^4}{C_{10}^4}=\frac{1}{3}$.

因第一天、第二天检查是否通过是相互独立的，

所以两天全部通过检查的概率为 $P(AB)=P(A)P(B)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{5}$.

(2)记所得奖金为 ξ 元，则 ξ 的取值为 $-300,300,900$.

$P(\xi=-300)=P(\overline{A}\,\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})=\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$.

$P(\xi=300)=P((A\overline{B})\cup(\overline{A}B))=P(A\overline{B})+P(\overline{A}B)$

$=P(A)P(\overline{B})+P(\overline{A})P(B)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{15}$.

$P(\xi=900)=P(AB)=\frac{1}{5}$.

所以，ξ 的分布列为

ξ	-300	300	900
P	$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{5}$

所以 $E(\xi)=-300\times\frac{4}{15}+300\times\frac{8}{15}+900\times\frac{1}{5}=260$.

故该车间在这两天内得到奖金的数学期望是 260 元.

12. **解**：(1)依题意，$P_1=P(40<x<80)=\frac{1}{5}$，

$P_2=P(80\leqslant X<120)=\frac{3}{5}$，

$P_3=P(120\leqslant X<160)=\frac{4}{25}$，

$P_4=P(X\geqslant 160)=\frac{1}{25}$，

所以年入流量不低于 120 的概率 $P_5=P(X\geqslant 120)=P_3+P_4=\frac{1}{5}$. 由二项分布，在未来 3 年中，至多 1 年的年入流量不低于 120 的概率为 $P=C_3^0\left(1-\frac{1}{5}\right)^3+C_3^1\left(1-\frac{1}{5}\right)^2\times\frac{1}{5}=\frac{64}{125}+\frac{48}{125}=\frac{112}{125}$.

(2)记水电站的总利润为 Y(单位：万元)

①若安装 2 台发电机的情况：

Y	3 500	10 000
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{5}$

$\therefore E(Y)=3\ 500\times\frac{1}{5}+10\ 000\times\frac{4}{5}=8\ 700$，

②若安装 3 台发电机的情况：

Y	2 000	8 500	15 000
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

$\therefore E(Y)=2\ 000\times\frac{1}{5}+8\ 500\times\frac{3}{5}+15\ 000\times\frac{1}{5}=8\ 500$.

因为 $8\ 700>8\ 500$，所以应安装 2 台发电机.

13. **解**：(1)根据茎叶图知，“生长良好”的有 12 株，“非生长良好”的有 18 株，

用分层抽样的方法抽取，每株被抽中的概率是 $\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$，

$\therefore$“生长良好”的有 $12\times\frac{1}{6}=2$(株)，“非生长良好”的有 $18\times\frac{1}{6}=3$(株)，

用事件 A 表示“至少有一株‘生长良好’的被选中”，

则 $P(A)=1-\frac{C_3^2}{C_5^2}=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$.

(2)依题意，一共有 12 株生长良好，其中 A 种树苗有 8 株，B 种树苗有 4 株，则 X 的所有可能取值为 0,1,2,3，

$P(X=0)=\frac{C_8^3}{C_{12}^3}=\frac{14}{55}$；

$P(X=1)=\frac{C_8^2C_4^1}{C_{12}^3}=\frac{28}{55}$；

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_8^1}{C_{12}^3}=\frac{12}{55}$；

$P(X=3)=\frac{C_4^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{55}$.

分布列如下：

X	0	1	2	3
P	$\frac{14}{55}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{1}{55}$

所以 $E(X)=0\times\frac{14}{55}+1\times\frac{28}{55}+2\times\frac{12}{55}+3\times\frac{1}{55}=1$.

14. **解**：(1)设样本的中位数为 x，则 $\frac{2}{1\ 000}+\frac{250}{1\ 000}+\frac{450}{1\ 000}\cdot\frac{x-40}{20}=0.5$，解得 $x\approx 51$.

所以所得样本中位数为 5 100.

(2)由题意得 $\mu=51,\sigma=15,\mu+2\sigma=81$，

$\therefore$旅游费用支出在 8 100 元以上的概率为 $P(x\geqslant\mu+2\sigma)=\frac{1-P(\mu-2\sigma<x\leqslant\mu+2\sigma)}{2}=\frac{1-0.954\ 4}{2}=0.022\ 8$，$0.022\ 8\times 65\ 000=1\ 482$，

$\therefore$估计有 1 482 位同学旅游费用支出在 8 100 元以上.

(3)由题意得 Y 的可能取值为 0,1,2,3.

$P(Y=0)=\frac{C_5^3}{C_8^3}=\frac{5}{28}$，

$P(Y=1)=\frac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\frac{15}{28}$，

$P(Y=2)=\frac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\frac{15}{56}$，

$P(Y=3)=\frac{C_3^3}{C_8^3}=\frac{1}{56}$，

$\therefore Y$ 的分布列为：

Y	0	1	2	3
P	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

$\therefore E(Y)=0\times\frac{5}{28}+1\times\frac{15}{28}+2\times\frac{15}{56}+3\times\frac{1}{56}=\frac{9}{8}$.

第三章　统计案例

3.1　回归分析的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1.(1)确定性　非确定性　相关关系　(2)解释变量　预报变量　随机误差

2.(1)纵坐标　横坐标　比较均匀　越窄　越小　(2)贡献率　1

题点知识巩固

1. 选 B　$\because\overline{x}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}x_i=1.7$，$\overline{y}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}y_i=0.4$，$\therefore 0.4=-3+1.7\hat{b}$，$\therefore\hat{b}=2$.

2. **解**：(1)容易算得 $\overline{x}=2\ 000+\frac{8+10+12+14+16}{5}=2\ 012$，$\overline{y}=110+\frac{4+5+6+6+4}{5}=115$，

对题目中表内的数据处理如下：

$x_i-\overline{x}$	-4	-2	0	2	4
$y_i-\overline{y}$	-1	0	1	1	-1

$\hat{b}=\frac{(-4)\times(-1)+(-2)\times 0+0\times 1+2\times 1+4\times(-1)}{(-4)^2+(-2)^2+2^2+4^2}=\frac{2}{40}=0.05$.

$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=115-0.05\times 2\ 012=14.4$.

所以销售量 y 与份 x 之间的回归直线方程为 $\hat{y}=0.05x+14.4$.

(2)利用(1)中所求的方程，可预测 2018 年的该种中草药的销售量为 $0.05\times 2\ 018+14.4=115.3$(吨).

3. 选 A　R^2 的值越大，说明残差平方和越小，模型的拟合效果越好.

4. D

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. **解**:(1)由题意得$\bar{x}=\frac{21+23+24+27+29+32}{6}=26$,

$\bar{y}=\frac{6+11+20+27+57+77}{6}=33$,

$\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=557$,$\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2=84$,

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{6}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{557}{84}\approx6.6$,

$\therefore\hat{a}=33-6.6\times26=-138.6$,

$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.6x-138.6$.

(2)①由所给数据求得的线性回归方程为 $\hat{y}=6.6x-138.6$,

又 $\sum_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2=3\ 930$,

故得相关指数 $R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{6}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{6}(y_i-\bar{y})^2}=1-\frac{236.64}{3\ 930}\approx1-0.060\ 2$

$=0.939\ 8$,

因为 $0.939\ 8<0.952\ 2$,

所以回归方程 $\hat{y}=0.06e^{0.230\ 3x}$ 比线性回归方程 $\hat{y}=6.6x-138.6$ 拟合效果更好.

②由①得当 $x=35$ ℃时,$\hat{y}=0.06e^{0.230\ 3\times35}=0.06e^{8.060\ 5}=0.06\times3\ 167\approx190$.

即当温度 $x=35$ ℃时,该种药用昆虫的产卵数估计为 190 个.

提能达标过关

1. 选 D　由题意得 $\bar{x}=\frac{7}{2}$,$\bar{y}=42$,$\therefore\hat{a}=42-9.4\times\frac{7}{2}=9.1$,

$\therefore$ 当 $x=6$ 时,$\hat{y}=9.1+9.4\times6=65.5$,故选 D.

2. 选 D　在回归模型中,R^2 的值越接近 1,它的拟合效果越好,故选 D.

3. 选 C　当 $x=37$ 时,$\hat{y}=0.577\times37-0.448=20.90$.

由于回归方程得到的 $\hat{y}$ 值只是近似的,所以 C 正确.

4. 选 A　依题意得,$\bar{x}=8$,$\bar{y}=3.4$. 代入 $\hat{y}=0.65x+\hat{a}$,

得 $\hat{a}=-1.8$,

$\therefore\hat{y}=0.65x-1.8$. 表内的五个点中,点(6,2),(8,3)落在回归直线的下方,

$\therefore$ 所求概率 $P=\frac{2}{5}$,故选 A.

5. 选 A　由题中数据得 $\bar{x}=6.5$,$\bar{y}=28.5$,

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{8}x_iy_i-8\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{8}x_i^2-8\bar{x}^2}=\frac{1\ 849-8\times6.5\times28.5}{478-8\times6.5^2}=\frac{367}{140}\approx2.62$,

$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}=28.5-2.62\times6.5=11.47$,

所以 y 与 x 的线性回归方程是 $\hat{y}=2.62x+11.47$. 故选 A.

6. **解析**:依题意,设回归直线方程为 $\hat{y}=-3.2x+\hat{a}$,

由题意得 $\bar{x}=1$,$\bar{y}=50$,$\therefore50=-3.2\times1+\hat{a}$,解得 $\hat{a}=53.2$,

$\therefore\hat{y}=-3.2x+53.2$,当 $x=6$ ℃时,$\hat{y}=-3.2\times6+53.2=34$.

答案:34

7. **解析**:由题意知,x 与 y 具有线性相关关系,当 $x=16$ 时,$y=11>10$;当 $x=14$ 时,$y=9<10$,则 x 的最大取值不能超过 15.

答案:15

8. **解析**:因为 y 与 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=6.5x+17.5$,当 $x=5$ 时,$\hat{y}=6.5\times5+17.5=50$,当广告支出 5 万元时,由表格得 $y=60$,故随机误差的效应(残差)为 $60-50=10$.

答案:10

9. **解**:(1)设"选取的 2 组数据恰好是不相邻两天的数据"为事件 A.

从 5 组数据中选取 2 组数据共有 10 种情况:(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5),其中数据为 12 月份的日期数.

每种情况都是等可能出现的,事件 A 包括的基本事件有 6 种.

$\therefore P(A)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ $\therefore$ 选取的 2 组数据恰好是不相邻两天数据的概率为 $\frac{3}{5}$.

(2)由数据可得 $\bar{x}=\frac{11+13+12}{3}=12$,$\bar{y}=\frac{25+30+26}{3}=27$,

$\therefore\hat{b}=\frac{(11-12)\times(25-27)+(13-12)\times(30-27)+(12-12)\times(26-27)}{(11-12)^2+(13-12)^2+(12-12)^2}$

$=\frac{5}{2}$,

$\therefore\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\,\bar{x}=27-\frac{5}{2}\times12=-3$,

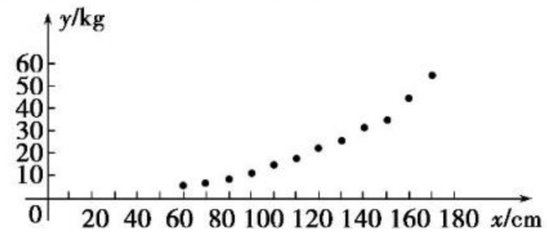
$\therefore y$ 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=\frac{5}{2}x-3$.

(3)当 $x=10$ 时,$\hat{y}=\frac{5}{2}\times10-3=22$,$|22-23|<2$;

同理,当 $x=8$ 时,$\hat{y}=\frac{5}{2}\times8-3=17$,$|17-16|<2$.

$\therefore$(2)中所得到的线性回归方程是可靠的.

10. **解**:(1)根据题表中的数据画出散点图如图所示.



由图可看出,样本点分布在某条指数函数曲线 $y=c_1e^{c_2x}$ 的周围,

于是令 $z=\ln y$,

由表中数据可得 z 与 x 之间的回归直线方程为 $\hat{z}=0.662\ 5+0.020x$,

则有 $\hat{y}=e^{0.662\ 5+0.020x}$.

(2)当 $x=175$ 时,预报平均体重为 $\hat{y}=e^{0.662\ 5+0.020\times175}\approx64.23$,

因为 $64.23\times1.2\approx77.08<82$,所以这个男生偏胖.

3.2　独立性检验的基本思想及其初步应用

基础知识梳理

1. (1)不同类别　(2)①频数表　②$\{x_1,x_2\}$　$\{y_1,y_2\}$

2. (1)频率特征　(2)有关系

3. (3)①临界值　②观测值　③$k\geqslant k_0$　犯错误的概率　没有发现足够证据

题点知识巩固

1.

	及格人数	不及格人数	总计
午休	80	100	180
不午休	65	135	200
总计	145	235	380

2. **解**:(1)15　20　50　40

(2)由(1)得 $K^2=\frac{90\times(30\times25-15\times20)^2}{50\times40\times45\times45}=\frac{9}{2}=4.5>3.841$,

又 $P(K^2\geqslant3.841)=0.05$,

$\therefore$有超过 95%的把握认为"高中生的性别与喜欢数学"有关.

3. **解**:(1)由频率分布表可知读书迷共只有 $(0.025+0.015)\times10\times100=40$(人).

$\therefore$2×2 列联表如下:

	非读书迷	读书迷	合计
男	40	15	55
女	20	25	45
合计	60	40	100

易知 K^2 的观测值 $k=\frac{100\times(40\times25-15\times20)^2}{60\times40\times55\times45}\approx8.249$,因为 $8.249>6.635$,所以有 99%的把握认为"读书迷"与性别有关.

(2)由频率分布直方图可知从该校学生中任意抽取 1 名学生恰为"读书迷"的概率为 $\frac{2}{5}$,由题意可知 $X\sim B\left(3,\frac{2}{5}\right)$,$X$ 的所有可能取值为 0,1,2,3,$P(X=0)=C_3^0\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$,

$P(X=1)=C_3^1\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{54}{125}$,

$P(X=2)=C_3^2\left(\frac{2}{5}\right)^2\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{36}{125}$,

$P(X=3)=C_3^3\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

$E(X)=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$，$D(X)=3\times\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{18}{25}$.

提能达标过关

1. 选 C　由 $a+21=73$，得 $a=52$，由 $b+46=100$，得 $b=54$.
2. 选 B　根据两个表中的等高条形图知，药物 A 实验显示不服药与服药时患病差异较药物 B 实验显示明显大，∴药物 A 的预防效果优于药物 B 的预防效果，故选 B.
3. 选 B　k 的值越大，X 和 Y 有关系的可能性就越大，也就意味着 X 与 Y 无关系的可能性就越小.
4. 选 D　由题意得 $K^2=\frac{40\times(13\times15-7\times5)^2}{20\times20\times18\times22}\approx6.465>5.024$.
   ∴能在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下认为“是否认可与城市的拥堵情况有关”，故选 D.
5. 选 D　由于 $6.109>5.024$，故在犯错误的概率不超过 0.025 的前提下，即有 97.5% 的把握认为“文化程度与月收入有关系”.
6. **解析**：由于 $K^2=13.079>10.828$.
   ∴有 99.9% 的把握认为“这两个变量有关系”，即判断出错的可能性是 0.001.
   答案：0.001
7. **解析**：由题意得 $K^2=\frac{100\times(10\times30-20\times40)^2}{30\times70\times50\times50}\approx4.762>3.841$，
   ∴在犯错误的概率最多不超过 0.05 的前提下，可认为“注射疫苗”与“感染流感”有关系.
   答案：0.05
8. **解析**：由 2×2 列联表知，$a=5$，$b=15$，$c=40$，$d=10$，∴$a+b=20$，$c+d=50$，$a+c=45$，$b+d=25$，$n=70$，则 K^2 的观测值 $k=\frac{70\times(5\times10-15\times40)^2}{20\times50\times45\times25}\approx18.8$. 由 $P(K^2\geqslant10.828)\approx0.001$，知 X 与 Y 之间有关系的概率约为 0.999.
   答案：0.999
9. **解**：(1)由题意得：

	喜爱运动	不喜爱运动	总计
男	10	6	16
女	6	8	14
总计	16	14	30

   (2)由已知数据可求得：
   $k=\frac{30\times(10\times8-6\times6)^2}{16\times14\times16\times14}\approx1.158<2.706$，
   因此，在犯错误的概率不超过 0.10 的前提下不能判断喜爱运动与性别有关.
10. **解**：(1)由茎叶图知 $m=\frac{79+81}{2}=80$，
    列联表如下：

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式	15	5
第二种生产方式	5	15

    (2)由于 $K^2=\frac{40\times(15\times15-5\times5)^2}{20\times20\times20\times20}=10>6.635$. 所以有 99% 的把握认为两种生产方式的效率有差异.

第二部分　阶段检测

阶段测试一

1. 选 A　令 $x=1$，则 $(3-1)^n=64$，解得 $n=6$，
   ∴$\left(3\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式的常数项为 $C_6^3(3\sqrt{x})^3\cdot\left(-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^3=-540$，故选 A.
2. 选 B　$x^3=[2+(x-2)]^3$，$a_2=C_3^2\times2=6$.
3. 选 D　不同的选法共有 $C_7^3-C_4^3-C_3^3=30$，故选 D.
4. 选 A　从 8 个人中选 4 人共 C_8^4 种选法，只有男生(或女生)的选法有 $2C_4^4$ 种，
   所以既有男生又有女生的选法有 $C_8^4-2=68$(种).
5. 选 D　在 $(\sqrt{3}+2x)^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{11}x^{11}$ 中，令 $x=1$，得 $a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{11}=(\sqrt{3}+2)^{11}$，
   令 $x=-1$，得 $a_0-a_1+a_2-\cdots+a_{10}-a_{11}=(\sqrt{3}-2)^{11}$.
   ∴$(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{11})^2-(a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{10})^2=(a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{11})(-a_0+a_1-a_2+a_3-\cdots-a_{10}+a_{11})=(\sqrt{3}+2)^{11}\cdot(2-\sqrt{3})^{11}=(4-3)^{11}=1$.
6. 选 B　$m=\int_0^{\pi}3\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)dx=\int_0^{\pi}3\sin x\,dx=-3\cos x\Big|_0^{\pi}=6$.
   ∴$(x-2y+3z)^6$ 的展开式中，x^4yz 项的系数等于 $C_6^4\cdot C_2^1(-2)\cdot3=-180$，故选 B.
7. 选 D　令 $x=1$，得 $a_0+a_1+\cdots+a_{10}=1$，令 $x=0$，
   得 $a_0=1$，$a_1=C_{10}^9\,2(-1)^9=-20$，∴$a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}=20$.
8. 选 B　甲、乙中间任排一人有 C_3^1 种，3 人捆绑视为一个元素有 $C_3^1A_2^2$ 种排法，再与另外 2 人，3 个元素全排，则一共有 $C_3^1A_2^2A_3^3=36$ 种排法.
9. 选 B　先排数字 1，2，3，共有 $A_3^3=6$ 种排法，再把＋、－两个元素插入，有 2 种排法.
   ∴全排列共有 $6\times2=12$(种).
10. 选 C　若十位和千位排 4，5，则其他位置任意排 1，2，3，则这样的数有 $A_2^2A_3^3=12$ 个；若十位和千位排 5，3，这时 4 只能排在 5 的一侧，且不能和其他数字相邻，1，2 在其余位置上任意排列，这样的数有 $A_2^2A_2^2=4$ 个.
    ∴“波浪数”共有 $12+4=16$(个).
11. 选 D　先将亮的 9 盏灯排成一排，由题意，两端的灯不能熄灭，则有 8 个符合条件的空位，进而在 8 个空位中，任取 3 个插入熄灭的 3 盏灯，有 C_8^3 种方法，故选 D.
12. 选 A　每个场馆至少有一个名额的分法为 $C_{23}^2=253$ 种，
    至少有两个场馆的名额相同的分配方法有
    (1,1,22)，(2,2,20)，(3,3,18)，(4,4,16)，(5,5,14)，
    (6,6,12)，(7,7,10)，(8,8,8)，(9,9,6)，(10,10,4)，(11,11,2)，
    再对场馆分配，共有 $3\times10+1=31$(种)，
    所以每个场馆至少有一个名额且各校名额互不相同的分配方法共有 $253-31=222$(种)，故选 A.
13. **解析**：依题意，得 $2^n=256$，解得 $n=8$.
    通项 $C_8^r\cdot x^{\frac{8-r}{3}}\cdot\left(-\frac{2}{x}\right)^r=C_8^r(-2)^r\cdot x^{\frac{8-4r}{3}}$，
    令 $\frac{8-4r}{3}=0$，得 $r=2$. 故常数项为 $C_8^2(-2)^2=112$.
    答案：112
14. **解析**：不同的赠送方法有 $C_4^1+C_4^2=10$ 种.
    答案：10
15. **解析**：若取的 4 个数字不包括 0，则可以组成的四位数的个数为 $C_5^2C_3^2A_4^4$；若取的 4 个数字包括 0，则可以组成的四位数的个数为 $C_5^2C_3^1C_3^1A_3^3$. 综上，一共可以组成的没有重复数字的四位数的个数为 $C_5^2C_3^2A_4^4+C_5^2C_3^1C_3^1A_3^3=720+540=1\,260$.
    答案：1 260
16. **解析**：由题可知第 5 行的数为 1　5　15　30　45　51　45　30　15　5　1，∴$(x^2+x+1)^5=x^{10}+5x^9+15x^8+30x^7+45x^6+51x^5+45x^4+30x^3+15x^2+5x+1$，∴$(1+ax)(x^2+x+1)^5$ 的展开式中 x^8 项的系数为 $15+30a=75$，∴$a=2$.
    答案：2
17. **解**：(1)由题意可知，$2^n=128$，解得 $n=7$，又∵含 x 项的系数为 $C_7^2m^2=84$，∴$m=2$.
    (2)由(1)知 $(1+m\sqrt{x})^n$ 的展开式的通项公式为 $T_{r+1}=C_7^rm^rx^{\frac{r}{2}}$，
    ∴$(1+m\sqrt{x})^n$ 的展开式有理项分别是 T_1，T_3，T_5，T_7，
    ∴$(1+m\sqrt{x})^n(1-x)$的展开式有理项的系数和为 0.
18. **解**：解法一：除每班 1 个名额以外，其余 4 个名额也需要分配. 这 4 个名额的分配方案可以分为以下几类：
    ①4 个名额全部给某一个班级，有 C_6^1 种分法；
    ②4 个名额分给两个班级，每班 2 个，有 C_6^2 种分法；

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

③4 个名额分给两个班级，其中一个班级 1 个，一个班级 3 个. 由于分给一班 1 个，二班 3 个和一班 3 个、二班 1 个是不同的分法，因此是排列问题，共有 A_6^2 种分法；
④分给三个班级，其中一个班级 2 个，其余两个班级每班 1 个，共有 $C_6^1 \cdot C_5^2$ 种分法；
⑤分给四个班，每班 1 个，共有 C_6^4 种分法.
故共有 $N=C_6^1+C_6^2+A_6^2+C_6^1 \cdot C_5^2+C_6^4=126$(种)分配方法.
解法二：该问题也可以从另外一个角度去考虑：因为是名额分配问题，名额之间无区别，所以可以把它们视作排成一排的 10 个相同的球，要把这 10 个球分开成 6 段(每段至少有一个球). 这样，每一种分隔办法，对应着一种名额的分配方法. 这 10 个球之间(不含两端)共有 9 个空位，现在要在这 9 个位子中放进 5 块隔板，共有 $N=C_9^5=126$ 种方法. 故共有 126 种分配方法.

19. **解**：集合 A，B 中没有相同的元素，且都不是空集，从 5 个元素中选出 2 个元素，有 $C_5^2=10$ 种选法，小的元素给 A 集合，大的元素给 B 集合；
从 5 个元素中选出 3 个元素，有 $C_5^3=10$ 种选法，再分成 1，2 两组，较小元素的一组给 A 集合，较大元素的一组给 B 集合，共有 $2\times10=20$(种)方法；
从 5 个元素中选出 4 个元素，有 $C_5^4=5$ 种选法，再分成 1，3；2，2；3，1 两组，较小元素的一组给 A 集合，较大元素的一组给 B 集合，共有 $3\times5=15$(种)方法；
从 5 个元素中选出 5 个元素，有 $C_5^5=1$ 种选法，再分成 1，4；2，3；3，2；4，1 两组，较小元素的一组给 A 集合，较大元素的一组给 B 集合，共有 $4\times1=4$(种)方法；
总计为 $10+20+15+4=49$(种)方法.

20. **解**：由题意得
$$\begin{cases} C_n^r 2^r = 2C_n^{r-1} \cdot 2^{r-1}, \\ C_n^r 2^r = \dfrac{5}{6} C_n^{r+1} \cdot 2^{r+1}, \end{cases}$$ 解得 $n=7$.
∴二项式 $(1+2\sqrt{x})^7$ 的展开式中二项式系数最大的两项是 $T_4=C_7^3(2\sqrt{x})^3=280x^{\frac{3}{2}}$ 与 $T_5=C_7^4(2\sqrt{x})^4=560x^2$.

21. **解**：(1)先选粉笔写英语角，有 6 种不同的选法，再选粉笔写语文学苑，不能与英语角用的粉笔相同，有 5 种不同的选法；第三步选理综视界用的粉笔，与英语角和语文学苑用的颜色都不能相同，有 4 种不同的选法，第四步选数学天地用的粉笔，只需与理综视界的颜色不同即可，有 5 种不同的选法，共有 $6\times5\times4\times5=600$(种)不同的方案.
(2)前三步与(1)的方法类似，分别有 n，$(n-1)$，$(n-2)$ 种不同的选法，最后一步选数学天地用的粉笔，不仅与理综视界的颜色不同，也不能与英语角的颜色相同，有 $(n-2)$ 种不同的选法，共有 $n(n-1)(n-2)(n-2)$ 种不同的方案. 所以 $n(n-1)(n-2)(n-2)=180$，$n\in\mathbf{N}^*$，检验，当 $n=5$ 时等式成立.

22. **解**：(1)分三类. ①2 个女生；②1 个女生；③没有女生.
共有 $(C_5^5+C_3^1C_5^4+C_3^2C_5^3)A_5^5=5\ 520$(种)安排方法.
(2)先选出 4 人，有 $C_7^4=35$ 种方法，
连同甲在内，5 人担任 5 门不同学科的课代表，甲不担任数学课代表，有 $A_4^1 \cdot A_4^4=96$ 种方法.
∴方法数为 $35\times96=3\ 360$(种).
(3)由题意知甲和乙两个人确定担任课代表，需要从余下的 6 人中选出 3 个人，有 $C_6^3=20$ 种结果，女生乙必须担任语文课代表，则女生乙就不需要考虑，其余的 4 个人，甲不担任数学课代表，∴甲有 3 种选择，余下的 3 个人全排列共有 $3A_3^3=18$ 种结果. 综上可知共有 $20\times18=360$(种).

阶段测试二

1. 选 D　投掷的次数是个数值，不是随机变量.

2. 选 D　∵$X\sim B(10,0.01)$，∴$E(X)=10\times0.01=0.1$，$D(X)=10\times0.01\times0.99=0.099$.
∴$P(X=k)=C_{10}^k\times0.01^k\times0.99^{10-k}$.

3. 选 B　∵$\xi\sim B(10,0.6)$，∴$E(\xi)=10\times0.6=6$，$D(\xi)=10\times0.6\times(1-0.6)=2.4$.
∵$2\xi+\eta=14$，∴$\eta=14-2\xi$，
∴$E(\eta)=E(14-2\xi)=14-2E(\xi)=2$，$D(\eta)=D(14-2\xi)=(-2)^2D(\xi)=4D(\xi)=9.6$，故选 B.

4. 选 A　因为这道题中包含自然科学题 3 道，人文科学题 2 道，甲第一次抽到自然科学题概率为 $\frac{3}{5}$，所以第一次抽到自然科学题的前提下，第 2 次抽到自然科学题的概率为 $P=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，故参赛者甲连续两次都抽到自然科学题的概率为 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$，故选 A.

5. 选 B　∵$P(A)=\frac{C_2^2+C_3^2}{C_5^2}=\frac{2}{5}$，$P(AB)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}$，
∴$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{1}{4}$.

6. 选 A　$\left(ax+\frac{1}{x^2}\right)^3$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=C_3^r(ax)^{3-r}\cdot\left(\frac{1}{x^2}\right)^r=C_3^ra^{3-r}x^{3-3r}$，
当 $r=1$ 时，T_{r+1} 为常数项，即常数项为 $C_3^1a^2=3$，
∴$a=\pm1$，
由 $\xi\sim N(1,\sigma^2)$，$P(\xi>a)=0.5$ 知 $a=1$，
∴“$P(\xi>a)=0.5$”是“关于 x 的二项式 $\left(ax+\frac{1}{x^2}\right)^3$ 的展开式的常数项为 3”的充分不必要条件.

7. 选 C　②③正确.

8. 选 C　随机变量 ξ 服从正态分布 $\xi\sim N(2,\sigma^2)$，
∴$\mu=2$.
∵$P(\xi\geqslant4)=0.32$，∴$P(0\leqslant\xi\leqslant2)=P(2\leqslant\xi\leqslant4)=0.5-0.32=0.18$，故选 C.

9. 选 A　由题意知，所有重卦有 $2^6=64$(种)，恰有 3 个阳爻的重卦有 $C_6^3=20$(种)，∴恰有三个阳爻的概率为 $\frac{20}{64}=\frac{5}{16}$，故选 A.

10. 选 A　由题意知，$E(X)=1\times\frac{1}{3}+2\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{3}=2$.
∴$D(X)=(1-2)^2\times\frac{1}{3}+(2-2)^2\times\frac{1}{3}+(3-2)^2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.
∴$D(3X+5)=9D(X)=9\times\frac{2}{3}=6$.

11. 选 A　依题意 $E(\xi)=-1\times\frac{3}{4}+0\times\left(\frac{1}{4}-a\right)+1\times a=a-\frac{3}{4}$，
∴当 a 增大时，$E(\xi)$ 增大；
$D(\xi)=\left[-1-\left(a-\frac{3}{4}\right)\right]^2\times\frac{3}{4}+\left[0-\left(a-\frac{3}{4}\right)\right]^2\times\left(\frac{1}{4}-a\right)+\left[1-\left(a-\frac{3}{4}\right)\right]^2\cdot a=-a^2+\frac{5}{2}a+\frac{3}{16}=-\left(a-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{7}{4}$，
∵$0<a<\frac{1}{4}$，∴当 a 增大时，$D(\xi)$ 增大，故选 A.

12. 选 D　根据正态分布的性质，$P(\xi\leqslant-2)=P(\xi>4)=1-P(\xi\leqslant4)=0.21$，所以 A 正确；根据散点图中对应的点都在直线上，可知其为确定的函数关系，从而有相关系数 $r=-1$，故 B 正确；根据二项分布的期望公式 $E(\xi)=np=5\times\frac{1}{5}=1$，可知 C 正确；由 $am^2<bm^2$ 可以推出 $a<b$，而 $a<b$ 不一定有 $am^2<bm^2$，故“$am^2<bm^2$”是“$a<b$”的充分不必要条件，所以 D 不正确，故选 D.

13. **解析**：从两个袋子各任取一张，共有 36 个不同的结果，
其中数字之和 $X=7$ 的包括(2，5)，(3，4)，(4，3)，(5，2)四种，
∴$P(X=7)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$.
答案：$\frac{1}{9}$

14. **解析**：甲队以 4∶1 获胜包含的情况有：①前 5 场比赛中，第一场负，另外 4 场全胜，其概率为：$P_1=0.4\times0.6\times0.5\times0.5\times0.6=0.036$，②前 5 场比赛中，第二场负，另外 4 场全胜，其概率为：$P_2=0.6\times0.4\times0.5\times0.5\times0.6=0.036$，③前 5 场比赛中，第三场负，另外 4 场全胜，其概率为：$P_3=0.6\times0.6\times0.5\times0.5\times0.6=0.054$，④前 5 场比赛中，第四场负，另外 4 场全胜，其概率为：$P_4=0.6\times0.6\times0.5\times0.5\times0.6=0.054$，则甲队以 4∶1 获胜的概率为：$P=P_1+P_2+P_3+P_4=0.036+0.036+0.054+0.054=0.18$.
答案：0.18

15. **解析**：答对每道题的概率为 $P=\frac{1}{C_4^1+C_4^2+C_4^3+C_4^4}=\frac{1}{15}$，
设答对题数为 ξ，则 $\xi\sim B\left(5,\frac{1}{15}\right)$，所以 $E(\xi)=5\times\frac{1}{15}=\frac{1}{3}$.
答案：$\frac{1}{3}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

16. **解析**：①中，$|x+1|+|x-2|\geqslant|(x+1)-(x-2)|=3$，∴正确；
②中，若$\sqrt{7}-\sqrt{6}>\sqrt{5}-\sqrt{4}$，则$\sqrt{7}+\sqrt{4}>\sqrt{6}+\sqrt{5}$，
即$11+2\sqrt{28}>11+2\sqrt{30}$.
∵$28<30$，∴$\sqrt{7}-\sqrt{6}>\sqrt{5}-\sqrt{4}$不成立，
∴不正确；
③中，∵随机变量$X\sim N(0,1)$中，$\mu=0$，
∴$P(x\geqslant0)=\frac{1}{2}$，∵$P(X>1)=p$，
∴$P(0\leqslant x<1)=\frac{1}{2}-p$，
∴$P(-1<x\leqslant0)=\frac{1}{2}-p$，∴正确；
④中，随机变量$X\sim B\left(3,\frac{1}{3}\right)$，∴$P(X=1)=C_3^1\cdot\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$，∴不正确.
综上，所有正确命题的序号有①③.
答案：①③

17. **解**：(1)$X=2$就是10∶10平后，两人又打了2个球该局比赛结束，则这2个球均由甲得分，或者均由乙得分. 因此$P(X=2)=0.5\times0.4+(1-0.5)\times(1-0.4)=0.5$.
(2)$X=4$且甲获胜，就是10∶10平后，两人又打了4个球该局比赛结束，且这4个球的得分情况为：前两球是甲、乙各得1分，后两球均为甲得分.
因此所求概率为$[0.5\times(1-0.4)+(1-0.5)\times0.4]\times0.5\times0.4=0.1$.

18. **解**：(1)

A班认可度评分		B班认可度评分
	4	6 8
3	5	1 3 4 6
6 4 2	6	2 4 5 5
8 8 6 6 4 3	7	3 3 4 6 9
9 8 6 5 2 1	8	1 2 3
7 5 5 2	9	1 3

由茎叶图可看出，A班认可度评分平均值大于B班认可度评分平均值，且A班评分更集中.
(2)①记事件A_2为：A班基本认可，记事件B_2为：B班基本认可，记事件C为：两人来自同一班级，
∵$P(A_2)=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$，$P(B_2)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$，
∴$P(C)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{13}{25}$.
②记事件A_1为：A班不认可，记事件B_1为：B班不认可，记事件A_3为：A班高度认可，记事件B_3为：B班高度认可，记事件D为：B班认可度等级低于A班认可度等级，
则$P(A_1)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$，$P(B_1)=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$，$P(A_3)=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$，$P(B_3)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$，
∴$P(D)=P(B_1)P(A_2)+P(B_1)P(A_3)+P(B_2)P(A_3)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{12}{25}$.

19. **解**：(1)设A_i表示摸到i个红球，B_j表示摸到j个蓝球，则A_i($i=0,1,2,3$)与B_j($j=0,1$)独立.
则一次摸奖恰好摸到1个红球的概率为$P(A_1)=\frac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\frac{18}{35}$.
(2)X的所有可能值为：0，10，50，200，
$P(X=200)=P(A_3B_1)=P(A_3)P(B_1)=\frac{C_3^3}{C_7^3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{105}$，
$P(X=50)=P(A_3B_0)=P(A_3)P(B_0)=\frac{C_3^3}{C_7^3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{105}$，
$P(X=10)=P(A_2B_1)=P(A_2)P(B_1)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}\times\frac{1}{3}=\frac{12}{105}=\frac{4}{35}$，
$P(X=0)=1-\frac{1}{105}-\frac{2}{105}-\frac{4}{35}=\frac{6}{7}$.
综上知X的分布列为：

X	0	10	50	200
P	$\frac{6}{7}$	$\frac{4}{35}$	$\frac{2}{105}$	$\frac{1}{105}$

20. **解**：(1)依题意得，甲、乙在三个小时以上且不超过四个小时还车的概率均为$\frac{1}{4}$，记甲、乙两人所付租车费用相同为事件A，则$P(A)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$，所以，甲、乙两人所付租车费用相同的概率为$\frac{5}{16}$.
(2)设甲、乙两人所付的租车费用之和为ξ，ξ可能取值为0，2，4，6，8，$P(\xi=0)=\frac{1}{8}$，$P(\xi=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{16}$，$P(\xi=4)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$，$P(\xi=6)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$，$P(\xi=8)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$.
故分布列为：

ξ	0	2	4	6	8
P	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

所以$E(\xi)=0\times\frac{1}{8}+2\times\frac{5}{16}+4\times\frac{5}{16}+6\times\frac{3}{16}+8\times\frac{1}{16}=\frac{7}{2}$.

21. **解**：记A_i表示事件：同一工作日乙、丙中恰有i人需使用设备，$i=0,1,2$，
B表示事件：甲需使用设备，
C表示事件：丁需使用设备，
D表示事件：同一工作日至少3人需使用设备.
(1)$D=A_1\cdot B\cdot C+A_2\cdot B+A_2\cdot\overline{B}\cdot C$
$=P(A_1\cdot B\cdot C)+P(A_2\cdot B)+P(A_2\cdot\overline{B}\cdot C)$
$=P(A_1)P(B)P(C)+P(A_2)P(B)+P(A_2)P(\overline{B})P(C)$
$=0.31$.
(2)X的可能取值为0，1，2，3，4，其分布列为
$P(X=0)=P(\overline{B}\cdot A_0\cdot\overline{C})$
$=P(\overline{B})P(A_0)P(\overline{C})$
$=(1-0.6)\times0.5^2\times(1-0.4)$
$=0.06$，
$P(X=1)=P(B\cdot A_0\cdot\overline{C}+\overline{B}\cdot A_0\cdot C+\overline{B}\cdot A_1\cdot\overline{C})$
$=P(B)P(A_0)P(\overline{C})+P(\overline{B})P(A_0)P(C)+P(\overline{B})P(A_1)P(\overline{C})$
$=0.6\times0.5^2\times(1-0.4)+(1-0.6)\times0.5^2\times0.4+(1-0.6)\times2\times0.5^2\times(1-0.4)=0.25$，
$P(X=4)=P(A_2\cdot B\cdot C)=P(A_2)P(B)P(C)=0.5^2\times0.6\times0.4=0.06$，
$P(X=3)=P(D)-P(X=4)=0.25$，
$P(X=2)=1-P(X=0)-P(X=1)-P(X=3)-P(X=4)$
$=1-0.06-0.25-0.25-0.06=0.38$，
$E(X)=0\times P(X=0)+1\times P(X=1)+2\times P(X=2)+3\times P(X=3)+4\times P(X=4)=0.25+2\times0.38+3\times0.25+4\times0.06=2$.

22. **解**：(1)抽取产品的质量指标值的样本平均数$\bar{x}$和样本方差s^2分别为$\bar{x}=170\times0.02+180\times0.09+190\times0.22+200\times0.33+210\times0.24+220\times0.08+230\times0.02=200$，
$s^2=(-30)^2\times0.02+(-20)^2\times0.09+(-10)^2\times0.22+0\times0.33+10^2\times0.24+20^2\times0.08+30^2\times0.02=150$.
(2)①由(1)知，$Z\sim N(200,150)$，从而$P(187.8<Z<212.2)=P(200-12.2<Z<200+12.2)=0.6826$.
②由①知，一件产品的质量指标值位于区间(187.8，212.2)的概率为0.6826，依题意知$X\sim B(100,0.6826)$，所以$E(X)=100\times0.6826=68.26$.

阶段测试三

1. 选C　①②④都是确定的函数关系.
2. 选D　D中，由独立性检验知“判断‘X与Y有关系’的把握程度越大”正确，故选D.
3. 选B　∵$k=4.167\in(3.841,5.024)$，∴至少95%的把握认为“数学成绩好”与“爱吃巧克力”有关，故选B.
4. 选D　由表可知，$\bar{x}=\frac{2+4+5+6+8}{5}=5$，$\bar{y}=\frac{30+40+50+m+60}{5}=\frac{180+m}{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

因为回归直线会经过平均数样本中心点，所以$\frac{180+m}{5}=6.5\times5+17.5$，解得$m=70$. 故选 D.

5. 选 A　回归方程中x的系数为-3.5. ∴当变量x增加一个单位时变量y大约减少 3.5 个单位，故选 A.

6. 选 C　由独立性检验可知，有 99% 的把握认为物理成绩与数学成绩有关，是指“不出错的概率”，不是数学成绩优秀，物理成绩就有 99% 的可能优秀，故 A 错误；两个随机变量相关系越强，则相关系数的绝对值越接近于 1，故 B 错误；线性回归方程对应的直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$可能不经过其样本数据点中的任何点，故 D 错误；在线性回归方程$\hat{y}=0.2x+12$中，当变量x每增加一个单位时，变量$\hat{y}$平均增加 0.2 个单位，故 C 正确. 故选 C.

7. 选 D　因为相关系数$|r|$越大，残差平方和m越小，两变量的相关性越强，故选 D.

8. 选 C　①中，x与$\hat{y}$负相关，x增加一个单位时，$\hat{y}$平均减少 3 个单位，故①错. ②正确. ③中，由正态分布曲线关于$x=0$对称知，③正确. ④中，$K^2=6.679>6.535$，则有 99% 的把握认为这两个常量有关系. 故②③④正确.

9. 选 A　由给出的四组数据的散点图可以看出，图 1 和图 3 是正相关，相关系数大于 0，图 2 和图 4 是负相关，相关系数小于 0，图 1 和图 2 的点相对更加集中，所以相关性更强，所以r_1接近于 1，r_2接近于-1，

由此可得$r_2<r_4<0<r_3<r_1$. 故选 A.

10. 选 A　线性回归方程必过样本点的中心. 由题意得$\bar{x}=\frac{3+4+5+6}{4}=4.5$. 代入线性回归方程得$\bar{y}=0.7\times4.5+0.35=3.5$.

又$\bar{y}=\frac{2.5+m+4+4.5}{4}$，

即$\frac{2.5+m+4+4.5}{4}=3.5$. 解得$m=3$.

11. 选 A　∵$\bar{x}=\frac{0+1+3+4}{4}=2$，$\bar{y}=\frac{2.2+4.3+4.8+6.7}{4}=4.5$，

∴$4.5=0.95\times2+\hat{a}$，解得$\hat{a}=2.6$.

∴$\hat{y}=0.95x+2.6$. ∴当$x=10$时，$\hat{y}=0.95\times10+2.6=12.1$.

12. 选 A　设男生人数为x，依题意可得列联表如下：

	喜欢追星	不喜欢追星	总计
男生	$\frac{x}{6}$	$\frac{5x}{6}$	x
女生	$\frac{x}{3}$	$\frac{x}{6}$	$\frac{x}{2}$
总计	$\frac{x}{2}$	x	$\frac{3x}{2}$

若在犯错误的概率不超过 95% 的前提下认为是否喜欢追星和性别有关，则$K^2>3.841$，

由$K^2=\frac{\frac{3x}{2}\left(\frac{x^2}{36}-\frac{5x^2}{18}\right)^2}{\frac{x}{2}\cdot x\cdot x\cdot\frac{x}{2}}=\frac{3}{8}x>3.841$，解得$x>10.24$，

∵$\frac{x}{2}$，$\frac{x}{6}$为整数，

∴若在犯错误的概率不超过 95% 的前提下认为是否喜欢追星和性别有关，则男生至少有 12 人，故选 A.

13. **解析**：当$x=165$时，$\hat{y}=0.85\times165-85.7=54.55$，

所以方程在样本(165,57)处的残差是$57-54.55=2.45$.

答案：2.45

14. **解析**：残差平方和越小，模型的拟合效果越好，R^2越接近于 1，当残差e_i恒为 0 时，$R^2=1$.

答案：1

15. **解析**：$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(9+9.5+m+10.5+11)=\frac{1}{5}\times(40+m)$，

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(11+n+8+6+5)=\frac{1}{5}\times(30+n)$.

因为其线性回归方程是$\hat{y}=-3.2x+40$，

所以有$\frac{1}{5}\times(30+n)=-3.2\times\frac{1}{5}\times(40+m)+40$.

即$30+n=-3.2\times(40+m)+200$，又$m+n=20$，解得$m=n=10$.

答案：10

16. **解析**：①回归直线$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$恒过样本点的中心$(\bar{x},\bar{y})$，可以不过任何一个样本点；

②将一组数据中的每个数据都加上同一个常数后，根据方差公式可知方差恒不变；

③用相关指数R^2来刻画回归效果；表示预报变量对解释变量变化的贡献率，越接近于 1，说明模型的拟合效果越好；

④若分类变量X和Y的随机变量K^2的观测值k越大，则“X与Y相关”的可信程度越大；

⑤对于自变量x和因变量y，当x取值一定时，y的取值具有一定的随机性，x，y间的这种非确定关系叫做相关关系；

⑥残差图中残差点比较均匀的地落在水平的带状区域中，说明选用的模型比较合适；

⑦两个模型中残差平方和越小的模型拟合的效果越好.

答案：②③⑥⑦

17. **解**：(1)$\bar{x}=\frac{14+16+18+20+22}{5}=18$，

$\bar{y}=\frac{12+10+7+5+3}{5}=\frac{37}{5}$.

(2)由题意得$\hat{b}=\frac{620-5\times18\times\frac{37}{5}}{40}=-\frac{23}{20}=-1.15$，

∴$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=\frac{37}{5}-(-1.15)\times18=28.1$，

∴回归直线为$\hat{y}=28.1-1.15x$.

(3)由题意得$r=\frac{-46}{\sqrt{40\times53.2}}=-\frac{23\sqrt{133}}{266}\approx0.997$.

∵$0.997>0.878$，

∴回归模型拟合的程度好.

18. **解**：(1)根据所给数据可得如下 2×2 列联表：

	年龄低于 40 岁	年龄不低于 40 岁	合计
经常使用多媒体教学	18	6	24
不常使用多媒体教学	12	14	26
合计	30	20	50

由表中数据可得：

$K^2=\frac{50\times(18\times14-12\times6)^2}{24\times26\times30\times20}=\frac{225}{52}\approx4.327>3.841$.

∴有 95% 的把握认为以 40 岁为分界点对是否经常使用多媒体教学有差异.

(2)由题意，抽取的 6 人中，20～30 岁有 2 人，分别记为A_1，A_2；30～40 岁有 4 人，分别记为B_1，B_2，B_3，B_4；则抽取的结果共有 15 种：(A_1,A_2)，(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_1,B_3)，(A_1,B_4)，(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_2,B_4)，(B_1,B_2)，(B_1,B_3)，(B_1,B_4)，(B_2,B_3)，(B_2,B_4)，(B_3,B_4)，

设“至少有 1 人年龄在 30～39 岁”记为事件A，则事件A包含的基本事件有 14 种，

∴$P(A)=\frac{14}{15}$，即至少有 1 人年龄在 30～39 岁的概率为$\frac{14}{15}$.

19. **解**：(1)依题意，设y与x的线性回归方程为$\hat{y}=6.5x+\hat{a}$，

∵$\bar{x}=\frac{1}{5}\times(2+4+5+6+8)=5$，

$\bar{y}=\frac{1}{5}\times(30+40+60+50+70)=50$，

且$\hat{y}=6.5x+\hat{a}$经过$(\bar{x},\bar{y})$，

∴$50=6.5\times5+\hat{a}$，解得$\hat{a}=17.5$，

∴y与x的线性回归方程为$\hat{y}=6.5x+17.5$.

(2)由(1)的线性模型得$y_i-\hat{y}_i$与$y_i-\bar{y}$的关系如下表：

$y_i-\hat{y}_i$	-0.5	-3.5	10	-6.5	0.5
$y_i-\bar{y}$	-20	-10	10	0	20

∴$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2=(-0.5)^2+(-3.5)^2+10^2+(-6.5)^2+0.5^2=155$，

$\sum_{i=1}^{5}(y_i-\bar{y})^2=(-20)^2+(-10)^2+10^2+0^2+20^2=1\,000$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore R_1^2=1-\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\hat{y}_i)^2}{\sum\limits_{i=1}^{5}(y_i-\overline{y})^2}=1-\dfrac{155}{1\ 000}=0.845$,

$\because R^2=0.82$,$\therefore R_1^2>R^2$,

$\therefore$(1)的线性模型的拟合效果比较好.

20. **解**:(1)$\because \overline{x}=\dfrac{2+4+5+6+8}{5}=5$,

$\overline{y}=\dfrac{30+40+60+50+70}{5}=50$.

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=1\ 380$,

$\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=145$.

$\therefore \hat{b}=\dfrac{1\ 380-5\times5\times50}{145-5\times5\times5}=6.5$.

$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=50-6.5\times5=17.5$.

$\therefore$回归直线方程为$\hat{y}=6.5x+17.5$.

(2)令$6.5x+17.5=89$.解得$x=11$.

即机器的运转速度是11转/秒.

21. **解**:(1)由表中数据知,$\overline{x}=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$,

$\overline{y}=\dfrac{120+105+100+90+85}{5}=100$,

$\therefore \hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}=\dfrac{1\ 415-1\ 500}{55-45}=-8.5$,

$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=100-(-8.5)\times3=125.5$,

$\therefore$所求回归直线方程为$\hat{y}=-8.5x+125.5$.

(2)由表中数据得$K^2=\dfrac{50\times(22\times12-8\times8)^2}{30\times20\times30\times20}=\dfrac{50}{9}\approx5.556>5.024$,

根据统计,有97.5%的把握认为"礼让斑马线"行为与驾龄有关.

22. **解**:(1)由题意得,$\overline{x}=7$,$\overline{y}=9$,$\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\,\overline{y}=287-5\times7\times9=-28$,

$\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2=295-5\times7^2=50$,

$\therefore \hat{b}=-\dfrac{28}{50}=-0.56$,$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\,\overline{x}=9-(-0.56)\times7=12.92$.

$\therefore$所求回归直线方程为$\hat{y}=-0.56x+12.92$.

(2)由$\hat{b}=-0.56<0$知,y与x负相关.

将$x=6$代入回归方程可得,$\hat{y}=-0.56\times6+12.92=9.56$,即可预测当日销售量为9.56 kg.

(3)由(1)知$\mu\approx\overline{x}=7$,$\because s^2=\dfrac{1}{5}\times(4^2+2^2+1^2+4^2+5^2)=10$,$\therefore\sigma\approx\sqrt{s^2}=3.2$,

所以$P(3.8<X<13.4)=P(\mu-\sigma<X<\mu+2\sigma)=\dfrac{1}{2}P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)+\dfrac{1}{2}P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=\dfrac{1}{2}\times0.682\ 6+\dfrac{1}{2}\times0.954\ 4=0.818\ 5$.

选修2—3综合测试

1. 选B　由题意知,B中的元素除a外,还有b,c,d,e中的两个.

$\therefore$集合B的个数为C_4^2.

2. 选D　选项A:所有样本点都在$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$,则变量间的相关系数$r=1$或$r=-1$,故错误;

选项B:回归直线必过样本中心点,但样本点可能都不在回归直线上,故错误.

选项C:样本点可能在直线$\hat{y}=bx+a$上,即可以存在预报变量x_i对应的估计值$\hat{b}x_i+\hat{a}$与y_i没有误差,故错误;

选项D:若$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$斜率$\hat{b}>0$,样本点分布从左至右上升,变量x与y正相关,故正确.

3. 选D　甲、乙、丙等六位同学进行全排可得有$A_6^6=720$(种),甲、乙、丙的排列有$A_3^3=6$(种).

因为甲、乙在丙的两侧,

所以可能为甲丙乙或乙丙甲,

所以不同的排法种数共有$2\times\dfrac{720}{6}=240$(种).

故选D.

4. 选D　$\because \xi\sim B\left(6,\dfrac{1}{3}\right)$,$\therefore P(\xi=2)=C_6^2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\dfrac{80}{243}$,故选D.

5. 选C　由题意知$n=16$,则$\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^{16}$的展开式中通项为$T_{r+1}=C_{16}^r(\sqrt[3]{x})^{16-r}\cdot\left(-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^r=(-2)^rC_{16}^r\cdot x^{\frac{32-5r}{6}}$,要使$T_{r+1}$为有理项,则$\dfrac{32-5r}{6}=5+\dfrac{2-5r}{6}$为整数,所以$r=4,10,16$,故有理项共有3项.

6. 选B　依题意$\mu=2$,$\because P(\xi<2m+1)=P(\xi>m-1)$,

$\therefore\dfrac{(2m+1)+(m-1)}{2}=2$,解得$m=\dfrac{4}{3}$,故选B.

7. 选D　$P=0.4\times(1-0.5)+(1-0.4)\times0.5=0.5$.

8. 选D　不同的选派方法共有$C_5^3A_3^3+\dfrac{C_5^1C_4^2C_2^2}{A_2^2}A_3^3=150$(种),

故选D.

9. 选A　由题意得$E(X)=1\times0.4+2\times0.3+4\times0.3=2.2$.

$\therefore E(5X+4)=5E(X)+4=5\times2.2+4=15$.

10. 选B　由题意知$\dfrac{a}{a+b}$与$\dfrac{c}{c+d}$基本相等,由列联表知$\dfrac{200}{1\ 000}$与$\dfrac{180}{180+a}$基本相等,逐一代入验证知B满足条件.

11. 选D　按照车主的要求,从左到右第一个号码有5种选法,第二个号码有3种选法,其余三个号码各有4种选法.因此车牌号码的所有可能情况有$5\times3\times4\times4\times4=960$(种).

12. 选D　由题意知这4位同学不同得分情况的种数分五类:

①两人得30分,余下两人得-30分,有$C_4^2=6$(种)情况;

②一人得30分,余下三人得-10分,有4种情况;

③一人得-30分,余下三人得10分,有4种情况;

④一人得30分,一人得-30分,一人得10分,一人得-10分,有$A_4^3=24$(种)情况;

⑤两人得10分,余下两人得-10分,有$C_4^2=6$(种)情况.

根据分类计数原理得到共有$6+4+4+24+6=44$(种)情况.

13. **解析**:设甲、乙、丙预报准确依次记为事件A,B,C,不准确记为事件$\overline{A},\overline{B},\overline{C}$,则$P(A)=0.8$,$P(B)=0.7$,$P(C)=0.9$,$P(\overline{A})=0.2$,$P(\overline{B})=0.3$,$P(\overline{C})=0.1$,至少两颗预报准确的事件有$AB\overline{C},A\overline{B}C,\overline{A}BC,ABC$,这四个事件两两互斥.$\therefore$至少两颗预报准确的概率为$P=P(AB\overline{C})+P(A\overline{B}C)+P(\overline{A}BC)+P(ABC)=0.8\times0.7\times0.1+0.8\times0.3\times0.9+0.2\times0.7\times0.9+0.8\times0.7\times0.9=0.056+0.216+0.126+0.504=0.902$.

答案:0.902

14. **解析**:令$x=1$,得$2(1-a)^6=2$,$\therefore(a-1)^2=1$.

又$\because a\neq0$,$\therefore a=2$,$\therefore\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^6$展开式中的常数项为$\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^6$展开式中的$\dfrac{1}{x^2}$,$x$的系数之和,得$C_6^4(-2)^4+0=240$.

答案:240

15. **解析**:由题意知本题是一个排列、组合及简单计数问题,

恰有两个人的编号与座位号一致,则首先从5个号码中,选出两个号码,有$C_5^2=10$(种)结果,

其余的三个座位与人的编号不同,则第一个人有两种选择,另外两个人的位置确定,共有2种结果,

根据分步计数原理得到共有$10\times2=20$(种)结果.

答案:20

16. **解析**:回归分析中,相关指数R^2的值越大,说明残差平方和越小,拟合效果越好,$\therefore$①不正确.其余均正确.

答案:②③④

17. **解**:(1)令$x=1$,则展开式中各项系数和为$(1+3)^n=4^n$,

又展开式中二项式系数和为2^n,

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

$\therefore \frac{4^n}{2^n}=32, \therefore 2^n=32, \therefore n=5.$

(2)当 $n=5$ 时,展开式共 6 项,

二项式系数最大的项为第三、四两项,

$\therefore T_3=C_5^2(x^{\frac{2}{3}})^3(3x^2)^2=90x^6$,

$T_4=C_5^3(x^{\frac{2}{3}})^2(3x^2)^3=270x^{\frac{22}{3}}$.

18. **解**:(1)列表如下.

i	1	2	3	4	5
x_i	2	3	4	5	6
y_i	2.2	3.8	5.5	6.5	7.0
x_iy_i	4.4	11.4	22.0	32.5	42.0

由题意得 $\overline{x}=4, \overline{y}=5, \sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2=90, \sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i=112.3$,

$\therefore \hat{b}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_iy_i-5\overline{x}\,\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i^2-5\overline{x}^2}=\frac{112.3-5\times4\times5}{90-5\times4^2}=1.23$,

$\therefore \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=5-1.23\times4=0.08$.

所以,回归直线方程为 $\hat{y}=1.23x+0.08$.

(2)当 $x=10$ 时,$\hat{y}=1.23\times10+0.08=12.38$(万元),即估计使用 10 年时维修费约为 12.38 万元.

19. **解**:(1)由题意知,样本中仅使用 A 的学生有 18+9+3=30(人),仅使用 B 的学生有 10+14+1=25(人),A,B 两种支付方式都不使用的学生有 5 人,

故样本中 A,B 两种支付方式都使用的学生有 100-30-25-5=40(人).

所以从全校学生中随机抽取 1 人,该学生上个月 A,B 两种支付方式都使用的概率估计为 $\frac{40}{100}=0.4$.

(2)X 的所有可能值为 0,1,2.

记事件 C 为"从样本仅使用 A 的学生中随机抽取 1 人,该学生上个月的支付金额大于 1 000 元",事件 D 为"从样本仅使用 B 的学生中随机抽取 1 人,该学生上个月的支付金额大于 1 000 元".

由题设知,事件 C,D 相互独立,且 $P(C)=\frac{9+3}{30}=0.4, P(D)=\frac{14+1}{25}=0.6$,

所以 $P(X=2)=P(CD)=P(C)P(D)=0.24$,

$P(X=1)=P(C\overline{D}\cup\overline{C}D)$

$=P(C)P(\overline{D})+P(\overline{C})P(D)$

$=0.4\times(1-0.6)+(1-0.4)\times0.6$

$=0.52$,

$P(X=0)=P(\overline{C}\ \overline{D})=P(\overline{C})P(\overline{D})=0.24$.

所以 X 的分布列为:

X	0	1	2
P	0.24	0.52	0.24

故 X 的数学期望 $E(X)=0\times0.24+1\times0.52+2\times0.24=1$.

(3)不能认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2 000 元的人数有变化.

理由如下:从样本仅使用 A 的学生有 30 人,其中 27 人月支付金额不大于 2 000 元,有 3 人月支付金额大于2 000 元,随机抽查 3 人,发现他们本月的支付金额都大于 2 000 元的概率为 $P=\frac{C_3^3}{C_{30}^3}=\frac{1}{4\ 060}$,虽然概率较小,但发生的可能性为 $\frac{1}{4\ 060}$. 故不能认为认为样本仅使用 A 的学生中本月支付金额大于 2 000 元的人数有变化.

20. **解**:(1)由茎叶图可知,分数在[50,60)上的频数为 4,由频率分布直方图可知,分数在[50,60]上的频率为0.008×10=0.08,

故全班的学生人数为 $\frac{4}{0.08}=50$.

分数在[70,80)之间的频数为 50-(4+14+8+4)=20.

(2)按分层抽样原理,三个分数段抽样数之比等于相应人数之比. 又[70,80),[80,90)和[90,100]分数段人数之比等于 5∶2∶1,由此可得抽出的样本中分数在[70,80)之间的有 5 人,分数在[80,90)之间的有 2 人,分数在[90,100]之间的有 1 人.

从中任取 3 人,共有 $C_8^3=56$(种)不同的结果.

被抽中的成绩位于[70,80)分数段的学生人数 X 的可能取值为 0,1,2,3. 对应的概率分别是:

$P(X=0)=\frac{C_3^3}{56}=\frac{1}{56}$,

$P(X=1)=\frac{C_5^1C_3^2}{56}=\frac{15}{56}$,

$P(X=2)=\frac{C_5^2C_3^1}{56}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$,

$P(X=3)=\frac{C_5^3}{56}=\frac{10}{56}=\frac{5}{28}$.

$\therefore X$ 的分布列为:

X	0	1	2	3
P	$\frac{1}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{28}$

$\therefore X$ 的数学期望为:

$E(X)=0\times\frac{1}{56}+1\times\frac{15}{56}+2\times\frac{15}{28}+3\times\frac{5}{28}=\frac{105}{56}=\frac{15}{8}$.

21. **解**:(1)①根据图示,将 2×2 列联表补充完整如下:

	优分	非优分	总计
男生	9	21	30
女生	11	9	20
总计	20	30	50

②由题意得 K^2 的观测值 $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=3.125$,因为3.125>2.706,所以能在犯错误概率不超过 10% 的前提下认为该学科成绩与性别有关.

(2)由于有较大的把握认为该学科成绩与性别有关,因此需要将男女生成绩的优分频率 $f=0.4$ 视作概率;设从高三年级中任意抽取 3 名学生的该学科成绩中,优分人数为 X,则 X 服从二项分布 $B(3,0.4)$,所求概率 $P=P(X=2)+P(X=3)=C_3^2\times0.4^2\times0.6+C_3^3\times0.4^3=0.352$.

22. **解**:(1)由已知得当两次摸到的球分别是红红时,$\xi=2$,

此时 $P(\xi=2)=\frac{3\times3}{6\times6}=\frac{1}{4}$;

当两次摸到的球分别是红黄、黄红时,$\xi=3$,

此时 $P(\xi=3)=\frac{3\times2}{6\times6}+\frac{2\times3}{6\times6}=\frac{1}{3}$;

当两次摸到的球分别是黄黄、红蓝、蓝红时,$\xi=4$,

此时 $P(\xi=4)=\frac{2\times2}{6\times6}+\frac{3\times1}{6\times6}+\frac{1\times3}{6\times6}=\frac{5}{18}$;

当两次摸到的球分别是黄蓝、蓝黄时,$\xi=5$,

此时 $P(\xi=5)=\frac{1\times2}{6\times6}+\frac{2\times1}{6\times6}=\frac{1}{9}$;

当两次摸到的球分别是蓝蓝时,$\xi=6$,

此时 $P(\xi=6)=\frac{1\times1}{6\times6}=\frac{1}{36}$.

所以 ξ 的分布列是:

ξ	2	3	4	5	6
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$

(2)由已知得到:η 有三种取值即 1,2,3,所以 η 的分布列是:

η	1	2	3
P	$\frac{a}{a+b+c}$	$\frac{b}{a+b+c}$	$\frac{c}{a+b+c}$

所以 $\begin{cases}E(\eta)=\frac{5}{3}=\frac{a}{a+b+c}+\frac{2b}{a+b+c}+\frac{3c}{a+b+c},\\ D(\eta)=\frac{5}{9}=\left(1-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{a}{a+b+c}+\left(2-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{2b}{a+b+c}+\left(3-\frac{5}{3}\right)^2\times\frac{3c}{a+b+c},\end{cases}$

所以 $b=2c, a=3c$,所以 $a:b:c=3:2:1$.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

责任编辑 李 莉 阴耀华
美术编辑 李 欣
封面设计 欣 羽

45 分钟
课时作业与单元测试

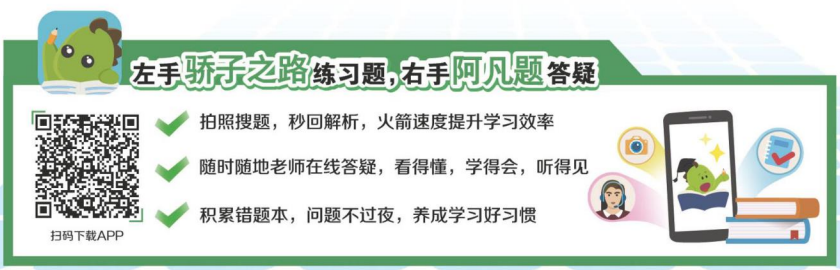
45FENZHONG KESHIZUOYEYUDANYUANCESHI SHUXUE

丛书科目

语文 数学 英语 物理 化学 生物 历史 地理 思想政治

同学们，你想了解丛书的更多信息吗？详情请登录 http://www.dfjc100.com

※ 各科配有教师用书及教学课件光盘 (word 文档可自主编辑)，英语配有原声磁带 / MP3 光盘。



手机扫一扫
获取配套学习资源

ISBN 978-7-202-08033-7
9 787202 080337
定价：30.00 元

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料