东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟

# 课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

教辅资料站

电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源

扫码关注获取更多学习资料

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

## 数学

必修1 RJ·B

河北人民出版社

东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟

# 课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

## 数学

必修1　RJ·B

微信公众号
教辅资料站

河北人民出版社
石家庄

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

**图书在版编目（CIP）数据**

45分钟课时作业与单元测试：B版．数学．1：必修／邓保沧主编．—石家庄：河北人民出版社，2013.8(2019.6重印)
ISBN 978-7-202-08046-7

Ⅰ．①4… Ⅱ．①邓… Ⅲ．①中学数学课—高中—习题集
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第194831号

编　委：李　雅　李　越　张瑞霞
天高云　蒋　敏　金剑飞

| | |
|---|---|
| 书　名 | 45分钟课时作业与单元测试 数学 必修1 B |
| 主　编 | 邓保沧 |
| 责任编辑 | 李　莉　周建图　刘晓冬 |
| 美术编辑 | 李　欣 |
| 封面设计 | 欣　羽 |
| 出版发行 | 河北人民出版社（石家庄市友谊北大街330号） |
| 印　刷 | 河北伦洋印业有限公司 |
| 开　本 | 880毫米×1230毫米　1/16 |
| 印　张 | 8 |
| 字　数 | 256 000 |
| 版　次 | 2013年8月第1版　2019年6月第7次印刷 |
| 书　号 | ISBN 978-7-202-08046-7 |
| 定　价 | 36.00元 |

**版权所有　翻印必究**

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



# 目录 CONTENTS

## 第一部分　课时作业


**第一章　集　合** …… 1

1.1　集合与集合的表示方法 …… 1

1.1.1　集合的概念 …… 1

1.1.2　集合的表示方法 …… 3

1.2　集合之间的关系与运算 …… 5

1.2.1　集合之间的关系 …… 5

1.2.2　集合的运算(一) …… 7

1.2.2　集合的运算(二) …… 9

阶段质量评估卷(一) …… 11

**第二章　函　数** …… 13

2.1　函　数 …… 13

2.1.1　函数(一) …… 13

2.1.1　函数(二) …… 15

2.1.2　函数的表示方法 …… 17

2.1.3　函数的单调性(一) …… 19

2.1.3　函数的单调性(二) …… 21

2.1.4　函数的奇偶性(一) …… 23

2.1.4　函数的奇偶性(二) …… 25

阶段质量评估卷(二) …… 27

2.2　一次函数和二次函数 …… 29

2.2.1　一次函数的性质与图象 …… 29

2.2.2　二次函数的性质与图象 …… 31

2.2.3　待定系数法 …… 33

2.3　函数的应用(Ⅰ) …… 35

2.4　函数与方程 …… 37

2.4.1　函数的零点 …… 37

2.4.2　求函数零点近似解的一种计算方法——二分法 …… 39

阶段质量评估卷(三) …… 41



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



# 目录 CONTENTS


**第三章　基本初等函数(Ⅰ)** …… 43

3.1　指数与指数函数 …… 43

3.1.1　实数指数幂及其运算(一) …… 43

3.1.1　实数指数幂及其运算(二) …… 45

3.1.2　指数函数(一) …… 47

3.1.2　指数函数(二) …… 49

3.2　对数与对数函数 …… 51

3.2.1　对数及其运算(一) …… 51

3.2.1　对数及其运算(二) …… 53

3.2.2　对数函数(一) …… 55

3.2.2　对数函数(二) …… 57

3.2.3　指数函数与对数函数的关系 …… 59

3.3　幂函数 …… 61

3.4　函数的应用(Ⅱ) …… 63

阶段质量评估卷(四) …… 65

**模块综合检测卷** …… 67


## 第二部分　阶段检测


**阶段测试一**(第一章　集　合) …… 69

**阶段测试二**(第二章　函　数) …… 73

**阶段测试三**(第三章　基本初等函数(Ⅰ)) …… 77

**阶段测试四**(本册综合测试) …… 81


## 第三部分　答案与解析


**答案与解析** …… 86～124


**提示:全书包括课时作业、阶段检测、答案与解析三部分,共计 128 页。**

(根据教师教学情况不同,课时作业部分可在书中作答,也可撕下使用。)


教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 第一章 集 合

## 1.1 集合与集合的表示方法

### 1.1.1 集合的概念

**学习目标**

1. 了解集合的含义及集合中元素的特性；
2. 会用符号表示元素与集合的关系；
3. 掌握常用数集的符号及空集的含义及表示.

## 1 基础知识点对点

**知识点一 集合的基本概念**

1. 在“①高一数学中的难题；②所有的正三角形；③方程 $x^2-2=0$ 的实数解”中，能够构成集合的是 ( )

A. ② B. ③

C. ②③ D. ①②③

2. 若 $a$ 是 $\mathbf{R}$ 中的元素，但不是 $\mathbf{Q}$ 中的元素，则 $a$ 可以是 ( )

A. 3.14 B. $-5$

C. $\frac{3}{7}$ D. $\sqrt{7}$

**知识点二 元素与集合的关系**

3. 已知集合 $A$ 含有三个元素 2，4，6，且当 $a\in A$，有 $6-a\in A$，则 $a$ 为 ( )

A. 2 B. 2 和 4

C. 4 D. 0

4. 已知①$\sqrt{5}\in\mathbf{R}$；②$\frac{1}{3}\in\mathbf{Q}$；③$0\in\mathbf{N}$；④$\pi\in\mathbf{Q}$；⑤$-3\in\mathbf{Z}$，其中正确的个数为_____.

**知识点三 集合中元素的互异性**

5. 已知集合 $A$ 是由 $0,m,m^2-3m+2$ 三个元素组成的集合，且 $2\in A$，则实数 $m$ 为 ( )

A. 2 B. 3

C. 0 或 3 D. 0，2，3

6. 以实数 $x,-x,\sqrt{x^2},|x|,-|x|,-\sqrt{x^2},-\sqrt[3]{x^3},\sqrt[3]{x^3}$ 为元素所构成的集合中最多含有 ( )

A. 2 个元素 B. 7 个元素

C. 4 个元素 D. 5 个元素

## 2 课后拔高提能练

**一、选择题**

1. 下列集合中有限集的个数是 ( )

①不超过 $\pi$ 的正整数组成的集合；

②平方后等于自身的数组成的集合；

③某校高一(2)班中考成绩在 500 分以上的学生组成的集合；

④大于 2 的实数组成的集合.

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

2. 下面有四个命题：

①集合 $\mathbf{N}$ 中最小的数是 1；

②若 $-a\notin\mathbf{N}$，则 $a\in\mathbf{N}$；

③若 $a\in\mathbf{N},b\in\mathbf{N}$，则 $a+b$ 的最小值是 2；

④$x^2+4=4x$ 的解集中的元素是 2，2.

其中正确命题的个数是 ( )

A. 0 个 B. 1 个

C. 2 个 D. 3 个

3. 下列说法：

①集合 $\mathbf{N}$ 与集合 $\mathbf{N}^*$ 是同一个集合；

②集合 $\mathbf{N}$ 中的元素都是集合 $\mathbf{Z}$ 中的元素；

③集合 $\mathbf{Q}$ 中的元素都是集合 $\mathbf{Z}$ 中的元素；

④集合 $\mathbf{Q}$ 中的元素都是集合 $\mathbf{R}$ 中的元素.

其中正确的个数是 ( )

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

4. 如果具有下述性质的 $x$ 都是集合 $M$ 中的元素，即 $x=a+\sqrt{2}b$，且 $a,b\in\mathbf{Q}$，则下列元素中不属于集合 $M$ 的元素个数是 ( )

①$x=0$；②$x=\sqrt{2}$；③$x=3-2\sqrt{2\pi}$；④$x=\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$.

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

5. 已知不等式 $2x-3>0$ 的解集为 $M$，则下列表示正确的是 ( )

A. $0\in M,2\in M$ B. $0\notin M,2\in M$

C. $0\in M,2\notin M$ D. $0\notin M,2\notin M$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 下列各组中，集合 $P$ 与 $Q$ 表示同一个集合的是（　　）

A. $P$ 是由元素 $1,\sqrt{3},\pi$ 构成的集合，$Q$ 是由元素 $\pi,1,|-\sqrt{3}|$ 构成的集合

B. $P$ 是由 $\pi$ 构成的集合，$Q$ 是由 3.141 59 构成的集合

C. $P$ 是由 2，3 构成的集合，$Q$ 是由有序数对(2,3)构成的集合

D. $P$ 是满足不等式 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 的自然数构成的集合，$Q$ 是方程 $x^2=1$ 的解集

## 二、填空题

7. 若 $a\in\mathbf{R}$，$b\in\mathbf{R}$，则下面结论中正确的是_____.

①$a+b\in\mathbf{R}$；②$a-b\in\mathbf{R}$；③$ab\in\mathbf{R}$；④$\sqrt{ab}\in\mathbf{R}$.

8. 设集合 $A$ 中含有三个元素 $2x-5$，$x^2-4x$，12，若 $-3\in A$，则 $x$ 的值为_____.

9. 给定下列集合：①方程 $x^2+x+1=0$ 的解集；②平面直角坐标系中满足 $y=x^2$ 的点集；③2017 年考入我校的高一新生组成的集合；④被 3 除余 2 的正整数组成的集合. 其中有限集是_____，无限集是_____，空集是_____.

## 三、解答题

10. 下列语句能否确定一个集合？

(1)平面直角坐标系中的某些点；

(2)平面直角坐标系中的所有点.

11. 已知集合 $A$ 中的元素有 $1,3,a^2+a,a+1$，已知 $a\in A$，求实数 $a$ 的值.

12. 已知集合 $A$ 中的元素满足 $ax^2-bx+1=0$，又集合 $A$ 中只有唯一的一个元素 1，求实数 $a+b$ 的值.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 1.1.2 集合的表示方法

**学习目标**

1. 理解集合的特征性质，会用集合的特征性质描述一些集合；
2. 掌握集合的表示方法，学会数学语言、集合语言、图形语言之间的相互转化.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一 列举法表示集合

1. 已知 $3\in\{1,a,a-2\}$，则实数 $a$ 的值为 ( )

A. 3　　B. 5

C. 3 或 5　　D. 无解

2. 由不大于 7 的质数所组成的集合是 ( )

A. $\{1,2,3,5,7\}$　　B. $\{2,3,5,7\}$

C. $\{2,3,5\}$　　D. $\{x|x\leqslant 7\}$

### 知识点二 描述法表示集合

3. 已知集合 $A=\{x|x=2m-1,m\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$，且 $x_1,x_2\in A$，$x_3\in B$，则下列判断不正确的是 ( )

A. $x_1\cdot x_2\in A$　　B. $x_2\cdot x_3\in B$

C. $x_1+x_2\in B$　　D. $x_1+x_2+x_3\in A$

4. 用描述法表示下列集合.

(1)所有奇数构成的集合；

(2)方程组 $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=1\end{cases}$ 的解集.

### 知识点三 集合表示法的应用

5. 集合 $A=\{y|y=x^2+1,x\in\mathbf{R}\}$，集合 $B=\{(x,y)|y=x^2+1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$. 选项中元素与集合的关系都正确的是 ( )

A. $2\in A$ 且 $2\in B$

B. $(1,2)\in A$ 且 $(1,2)\in B$

C. $2\in A$ 且 $(3,10)\in B$

D. $(3,10)\in A$ 且 $2\in B$

6. 已知集合 $M=\{1,m+2,m^2+4\}$，且 $5\in M$，则 $m$ 的值为_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 下列语句：

①0 与 $\{0\}$ 表示同一个集合；

②由 1,2,3 组成的集合可表示为 $\{1,2,3\}$ 或 $\{3,2,1\}$；

③方程 $(x-1)^2(x-2)^2=0$ 的所有解的集合可表示为 $\{1,1,2\}$；

④集合 $\{x|4<x<5\}$ 可以用列举法表示.

其中正确的是 ( )

A. 只有①和④　　B. 只有②和③

C. 只有②　　D. 以上语句都不对

2. 下面对集合 $\{1,5,9,13,17\}$ 用描述法来表示，其中正确的一个是 ( )

A. $\{x|x$ 是小于 18 的正奇数$\}$

B. $\{x|x=4k+1,k\in\mathbf{Z}$，且 $k<5\}$

C. $\{x|x=4t-3,t\in\mathbf{N}$，且 $t\leqslant 5\}$

D. $\{x|x=4s-3,s\in\mathbf{N}^*$，且 $s<6\}$

3. 用列举法表示集合 $\left\{(x,y)\middle|\begin{cases}y=x^2\\y=-x\end{cases}\right\}$，正确的是 ( )

A. $(-1,1),(0,0)$

B. $\{(-1,1),(0,0)\}$

C. $\{x=-1$ 或 $0,y=1$ 或 $0\}$

D. $\{-1,0,1\}$

4. 集合 $A=\{(x,y)|2x+3y=12,x\in\mathbf{N},y\in\mathbf{N}^*\}$ 中的元素个数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 集合 $M=\{(x,y)|xy>0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$ 是指（　　）

A. 第一象限内的点集

B. 第三象限内的点集

C. 第一、三象限内的点集

D. 不在第一、三象限内的点集

6. 下列命题正确的有（　　）

(1)成绩优秀的学生可以构成集合；

(2)集合 $\{x|y=x^2-1\}$ 与集合 $\{(x,y)|y=x^2-1\}$ 是同一个集合；

(3)$2,3,\frac{6}{4},\left|-\frac{1}{2}\right|,0.5$ 这些数组成的集合有 5 个元素；

(4)集合 $\{(x,y)|xy<0,x,y\in\mathbf{R}\}$ 是指第二和第四象限内的点集.

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

## 二、填空题

7. 集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{1,2\}$，定义集合间的运算 $A+B=\{x|x=x_1+x_2,x_1\in A,x_2\in B\}$，则集合 $A+B$ 中元素的最大值是_____.

8. 已知集合 $A=\left\{x\left|\frac{12}{5-x}\in\mathbf{N},x\in\mathbf{N}\right.\right\}$，则用列举法表示为_____.

9. 设 $\frac{1}{2}\in\left\{x\left|x^2-ax-\frac{5}{2}=0\right.\right\}$，则 $B=\left\{x\left|x^2-\frac{3}{2}x+a=0\right.\right\}=$_____.

## 三、解答题

10. 若 $-3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$，求实数 $a$ 的值.

11. 已知集合 $A=\{x|ax^2-3x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$.

(1)若 $A$ 中只有一个元素，求 $a$ 的值，并把这个元素写出来；

(2)若 $A$ 中至多只有一个元素，求 $a$ 的取值范围.

12. 用适当的方法表示下列集合.

(1)$A=\{(x,y)|x+y=4,x\in\mathbf{N}_+,y\in\mathbf{N}_+\}$；

(2)能被 5 整除的所有自然数；

(3)不等式 $x^2-2x-3>0$ 的解集.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 1.2 集合之间的关系与运算

## 1.2.1 集合之间的关系

**学习目标**

1. 理解集合之间包含与相等的含义，能识别给定集合的子集；
2. 能用 Venn 图表示集合间的关系；
3. 理解子集、真子集的概念.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一 子集、真子集的概念

1. 下列说法中，正确的是 ( )
   A. 空集没有子集
   B. 空集是任何一个集合的真子集
   C. 空集的元素个数为零
   D. 任何一个集合必有两个或两个以上的子集
2. 下列关系正确的是 ( )
   A. $1\in\{0,1\}$　　B. $1\notin\{0,1\}$
   C. $1\subseteq\{0,1\}$　　D. $\{1\}\in\{0,1\}$

### 知识点二 集合间关系的判定

3. 已知集合 $A=\{x|2x-3<3x\}$，$B=\{x|x\geqslant 2\}$，则集合 $A$ 与集合 $B$ 的关系为 ( )
   A. $A\subsetneq B$　　B. $B\subsetneq A$
   C. $A=B$　　D. 不确定
4. 指出下列集合之间的关系.
   (1) $A=\{1,-1\}$，$B=\{x\in\mathbf{Z}|x^2=1\}$；
   (2) $A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|x-3<0\}$；
   (3) $A=\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{y|y=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$；
   (4) $P=\{x|x^2-2x-3=0\}$，$Q=\{x|x+1\geqslant 0\}$.

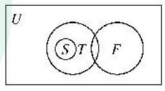
### 知识点三 两个集合间的关系及应用

5. 已知集合 $A=\{x|x^2=1\}$，$B=\{x|ax=1\}$，若 $B\subseteq A$，则 $a=$_____.
6. 设集合 $A=\{x|1\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m+3\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 $m$ 的取值范围.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 集合 $U,S,T,F$ 的关系如下图所示，下列关系错误的有 ( )




①$S\subsetneq U$；②$F\subsetneq T$；③$S\subsetneq T$；④$S\supsetneq F$；⑤$S\subsetneq F$；⑥$F\subsetneq U$.
A. ①③⑥　　B. ②④⑤
C. ①②④　　D. ②④

2. 已知四个关系式：$\sqrt{3}\in\{x|x>0\}$，$0.2\notin\mathbf{Q}$，$|-3|\in\mathbf{N}$，$0\in\varnothing$，其中正确的个数有 ( )
   A. 4 个　　B. 3 个
   C. 2 个　　D. 1 个



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

3. 定义集合 $A*B=\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$，若 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{2,4,5\}$，则 $A*B$ 的子集个数为（　　）

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

4. 已知集合 $A=\{x|a-1\leqslant x\leqslant a+2\}$，$B=\{x|3<x<5\}$，则能使 $A\supseteq B$ 成立的实数 $a$ 的取值范围是（　　）

A. $\{a|3<a\leqslant 4\}$　　B. $\{a|3\leqslant a\leqslant 4\}$

C. $\{a|3<a<4\}$　　D. $\varnothing$

5. 已知集合 $A=\{1,4,x\}$，$B=\{1,x^2\}$，且 $B\subseteq A$，则满足条件的实数 $x$ 有（　　）

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

6. 已知 $A\subsetneq\{3,4,5\}$，且 $A$ 中至少有一个奇数，则这样的集合有（　　）

A. 4个　　B. 5个

C. 6个　　D. 7个

## 二、填空题

7. 已知集合 $A=\{x|-1<x<4\}$，$B=\{x|x<a\}$，若 $A\subsetneq B$，则实数 $a$ 满足_____.

8. 已知集合 $A=\{1,3,a\}$，$B=\{a^2-a+1,1\}$，且 $B\subsetneq A$，则 $a=$_____.

9. 已知集合 $A=\{(a,b)|a^2+\sqrt{2b-1}=2a-1,a\in\mathbf{R},b\in\mathbf{R}\}$，$B=\left\{\left(1,\frac{1}{2}\right)\right\}$，则 $A$ _____ $B$.

## 三、解答题

10. 设集合 $A=\{1,a,b\}$，$B=\{a,a^2,ab\}$，且 $A=B$，求 $a^{2\,017}+b^{2\,017}$.

11. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$.

(1)若 $B\subseteq A$，求实数 $m$ 的取值范围；

(2)若 $x\in\mathbf{Z}$，求 $A$ 的非空真子集个数.

12. 已知集合 $M=\{x|x^2+2x-a=0\}$.

(1)若 $\varnothing\subsetneq M$，求实数 $a$ 的取值范围；

(2)若 $N=\{x|x^2+x=0\}$，且 $M\subseteq N$，求实数 $a$ 的取值范围.



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 1.2.2 集合的运算(一)

**学习目标**

1. 理解两个集合的交集与并集的含义，并会求简单集合的并集与交集；
2. 能正确使用 Venn 图表达集合的关系及运算.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一 集合的交集

1. 设集合 $A=\{3,5,6,8\}$，集合 $B=\{4,5,7,8\}$，则 $A\cap B$ 等于 ( )
   A. $\{3,4,5,6,7,8\}$　　B. $\{3,6\}$
   C. $\{4,7\}$　　D. $\{5,8\}$
2. 设集合 $A=\{x|1<x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x\leqslant m\}$，若 $A\cap B\neq\varnothing$，则实数 $m$ 的取值范围是_____.

### 知识点二 集合的并集

3. 设集合 $A=\{a,b\}$，则满足 $A\cup B=\{a,b,c,d\}$ 的所有集合 $B$ 的个数是 ( )
   A. 1　　B. 4
   C. 8　　D. 16
4. 已知集合 $M=\{-1,0,1\}$，$N=\{0,1,2\}$，则 $M\cup N=$ ( )
   A. $\{0,1\}$　　B. $\{-1,0,2\}$
   C. $\{-1,0,1,2\}$　　D. $\{-1,0,1\}$

### 知识点三 集合的交集与并集的应用

5. 已知集合 $A=\{1,3,\sqrt{m}\}$，$B=\{1,m\}$，$A\cup B=A$，则 $m=$ ( )
   A. 0 或 $\sqrt{3}$　　B. 0 或 3
   C. 1 或 $\sqrt{3}$　　D. 1 或 3
6. 已知集合 $A=\{x|x^2-px-2=0\}$，$B=\{x|x^2+qx+r=0\}$，$A\cup B=\{-2,1,5\}$，$A\cap B=\{-2\}$，求 $p,q,r$ 的值.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. **(2018·全国卷Ⅲ)** 已知集合 $A=\{x|x-1\geqslant 0\}$，$B=\{0,1,2\}$，则 $A\cap B=$ ( )
   A. $\{0\}$　　B. $\{1\}$
   C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$
2. 设集合 $A=\{a,b\}$，$B=\{b,c,d\}$，则 $A\cup B=$ ( )
   A. $\{b\}$　　B. $\{b,c,d\}$
   C. $\{a,c,d\}$　　D. $\{a,b,c,d\}$
3. 设 $A=\{(x,y)|4x+y=6\}$，$B=\{(x,y)|3x+2y=7\}$，则 $A\cap B$ 等于 ( )
   A. $\{x=1$ 或 $y=2\}$　　B. $\{1,2\}$
   C. $\{(1,2)\}$　　D. $(1,2)$
4. 已知集合 $M=\{x|-3<x\leqslant 5\}$，$N=\{x|-5<x<5\}$，则 $M\cap N=$ ( )
   A. $\{x|-5<x<5\}$　　B. $\{x|-3<x<5\}$
   C. $\{x|-5<x\leqslant 5\}$　　D. $\{x|-3<x\leqslant 5\}$
5. 已知集合 $A=\{x|x=3n+2,n\in\mathbf{N}\}$，$B=\{6,8,10,12,14\}$，则集合 $A\cap B$ 中的元素个数为 ( )
   A. 5　　B. 4
   C. 3　　D. 2
6. **(2018·天津卷)** 设集合 $A=\{1,2,3,4\}$，$B=\{-1,0,2,3\}$，$C=\{x\in\mathbf{R}|-1\leqslant x<2\}$，则 $(A\cup B)\cap C=$ ( )
   A. $\{-1,1\}$　　B. $\{0,1\}$
   C. $\{-1,0,1\}$　　D. $\{2,3,4\}$

### 二、填空题

7. **(2018·江苏卷)** 已知集合 $A=\{0,1,2,8\}$，$B=\{-1,1,6,8\}$，那么 $A\cap B=$_____.
8. 若集合 $P=\{1,2,3,m\}$，$Q=\{3,m^2\}$，且 $P\cup Q=P$，则 $m=$_____.
9. 对于集合 $A,B$，我们把集合 $\{x|x\in A$ 且 $x\notin B\}$ 叫做集合 $A$ 与 $B$ 的差集，记作 $A-B$. 若集合 $A,B$ 都是有限集，设集合 $A-B$ 中元素的个数为 $f(A-B)$，则对于集合 $A=\{1,2,4\}$，$B=\{1,3\}$，那么有 $f(A-B)=$_____.



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 集合 $A=\{x|2\leqslant x<4\}$，$B=\{x|3x-7\geqslant 8-2x\}$，求 $A\cup B$，$A\cap B$.

11. 设集合 $A=\{x^2,2x-1,-4\}$，$B=\{x-5,1-x,9\}$.

(1)若 $9\in A\cap B$，求 $x$ 的值；

(2)若 $A\cap B=\{9\}$，求 $A\cup B$.

12. 已知集合 $A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x<-5$ 或 $x>1\}$，$C=\{x|m-1<x<m+1\}$，$m\in\mathbf{R}$.

(1)求 $A\cap B$；

(2)若 $A\cap B\subseteq C$，求实数 $m$ 的取值范围.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 1.2.2 集合的运算(二)

**学习目标**

1. 理解在给定集合中的一个子集的补集的定义，会求给定子集的补集；
2. 能运用交、并集与补集的性质解决一些综合问题.

## 基础知识点对点

### 知识点一 补集与全集

1. 已知集合 $I=\{x\in\mathbf{Z}\mid -3<x<3\}$，$A=\{-2,0,1\}$，$B=\{-1,0,1,2\}$，则$(\complement_I A)\cap B=$ （ ）

A. $\{-1\}$　　B. $\{2\}$

C. $\{-1,2\}$　　D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 设全集 $U=\{x\in\mathbf{N}\mid x\geqslant 2\}$，集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\mid x\geqslant 3\}$，则 $\complement_U A=$ （ ）

A. $\{2\}$　　B. $\varnothing$

C. $\{2,3\}$　　D. $\{x\mid 2\leqslant x<3\}$

### 知识点二 集合运算的性质

3. 设 $A,B,I$ 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是 （ ）

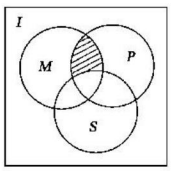
A. $(\complement_I A)\cup B=I$

B. $(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$

C. $A\cap(\complement_I B)=\varnothing$

D. $(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$

4. 如下图所示，$I$ 是全集，$M,P,S$ 是 $I$ 的三个子集，则阴影部分所表示的集合是 （ ）




A. $(M\cap P)\cap S$

B. $(M\cap P)\cup S$

C. $(M\cap P)\cap(\complement_I S)$

D. $(M\cap P)\cup(\complement_I S)$

### 知识点三 集合运算的综合应用

5. 已知集合 $A=\{x\mid 3\leqslant x<6\}$，$B=\{x\mid 2<x<9\}$.

(1)求 $A\cap B$，$(\complement_{\mathbf{R}}B)\cup A$；

(2)已知 $C=\{x\mid a<x<a+1\}$，若 $C\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值的集合.

6. 已知全集 $U=\{2,3,x^2+2x-3\}$，集合 $A=\{2,|x+7|\}$，且有 $\complement_U A=\{5\}$，求满足条件的 $x$ 的值.

微信公众号 教辅资料站



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

## 2 课后拔高提能练

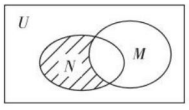
### 一、选择题

1. 设全集$U=\{-2,-1,0,1,2\}$，$A=\{-2,-1,0\}$，$B=\{0,1,2\}$，$(\complement_U A)\cap B=$（　　）

A. $\{1\}$　　B. $\{-2,-1\}$

C. $\{1,2\}$　　D. $\{0,1,2\}$

2. 如图，设全集$U=\mathbf{R}$，$M=\{x|x>2\}$，$N=\{0,1,2,3\}$，则图中阴影部分所表示的集合是（　　）




A. $\{3\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,1,2,3\}$

3. **(2018·全国卷Ⅰ)** 已知集合$A=\{x|x^2-x-2>0\}$，则$\complement_{\mathbf{R}}A=$（　　）

A. $\{x|-1<x<2\}$

B. $\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x|x<-1\}\cup\{x|x>2\}$

D. $\{x|x\leqslant -1\}\cup\{x|x\geqslant 2\}$

4. 下列5个命题中，正确命题的个数为（　　）

①$A\subseteq B\Rightarrow A\cup B=B$；

②$A\cup B=B\Rightarrow A\cap B=A$；

③$A\cup B=B\cup C\Rightarrow A=C$；

④$A\cup B=I\Rightarrow(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\varnothing$；

⑤$A\cap B=\varnothing\Rightarrow(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$（其中$I$表示全集）.

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

5. 已知全集$U=\{x|-1<x<9\}$，$A=\{x|1<x<a\}$，$A$是$U$的子集. 若$A\neq\varnothing$，则$a$的取值范围是（　　）

A. $a<9$　　B. $a\leqslant 9$

C. $a\geqslant 9$　　D. $1<a\leqslant 9$

6. **(2018·天津卷)** 设全集为$\mathbf{R}$，集合$A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\geqslant 1\}$，则$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$（　　）

A. $\{x|0<x\leqslant 1\}$　　B. $\{x|0<x<1\}$

C. $\{x|1\leqslant x<2\}$　　D. $\{x|0<x<2\}$

### 二、填空题

7. 设集合$U=\{1,2,3,4,5\}$，$A=\{2,4\}$，$B=\{3,4,5\}$，$C=\{3,4\}$，则$(A\cup B)\cap(\complement_U C)=$_____.

8. 某班有50名学生，报名参加两项比赛，参加$A$项的有30人，参加$B$项的有33人，且$A$，$B$都不参加的同学比$A$，$B$都参加的同学的三分之一多一人，则只参加$A$项没有参加$B$项的学生有_____人.

9. 已知集合$A=\{x|x<a\}$，$B=\{x|1<x<2\}$，$A\cup(\complement_{\mathbf{R}}B)=\mathbf{R}$，则实数$a$的取值范围是_____.

### 三、解答题

10. 已知全集为$U$，集合$A=\{1,3,5,7,9\}$，$\complement_U A=\{2,4,6,8\}$，$\complement_U B=\{1,4,6,8,9\}$，求集合$B$.

11. 已知集合$S=\{x|1<x\leqslant 7\}$，$A=\{x|2\leqslant x<5\}$，$B=\{x|3\leqslant x<7\}$. 求：

(1)$(\complement_S A)\cap(\complement_S B)$；

(2)$\complement_S(A\cup B)$；

(3)$(\complement_S A)\cup(\complement_S B)$；

(4)$\complement_S(A\cap B)$.

12. 设$U=\mathbf{R}$，集合$A=\{x|x^2+3x+2=0\}$，$B=\{x|x^2+(m+1)x+m=0\}$. 若$(\complement_U A)\cap B=\varnothing$，求$m$的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 阶段质量评估卷(一)

(时间:60 分钟 满分:100 分)

## 一、选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. (2018·北京卷)已知集合 $A=\{x||x|<2\}$,$B=\{-2,0,1,2\}$,则 $A\cap B=$ ( )

A. $\{0,1\}$ B. $\{-1,0,1\}$

C. $\{-2,0,1,2\}$ D. $\{-1,0,1,2\}$

2. 设集合 $U=\{-1,-2,-3,-4,0\}$,集合 $A=\{-1,-2,0\}$,集合 $B=\{-3,-4,0\}$,则 $(\complement_U A)\cap B=$ ( )

A. $\{-3,-4\}$ B. $\{-1,-2\}$

C. $\{0\}$ D. $\varnothing$

3. (2018·浙江卷)已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,则 $\complement_U A=$ ( )

A. $\varnothing$ B. $\{1,3\}$

C. $\{2,4,5\}$ D. $\{1,2,3,4,5\}$

4. 下列集合中,$P=Q$ 的是 ( )

A. $P=\{1,4,7\}$,$Q=\{1,4,6\}$

B. $P=\{x|2x+2=0\}$,$Q=\{-1\}$

C. $P=\{x|x^2-1=0\}$,$Q=\{(1,-1)\}$

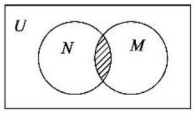
D. $P=\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{N}\}$,$Q=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{N}^*\}$

5. 已知集合 $A=\{x|y=\sqrt{1-x^2},x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x|x=m^2,x\in A\}$,则 ( )

A. $A\subseteq B$ B. $B\subseteq A$

C. $A=B$ D. $A\cap B=\varnothing$

6. 已知全集 $U=\mathbf{R}$,集合 $M=\{x|-2\leqslant x-1\leqslant 2\}$ 和 $N=\{x|x=2k-1,k=1,2,3,\cdots\}$ 的关系的 Venn 图如图所示,则阴影部分所示的集合的元素共有 ( )




A. 3 个 B. 2 个

C. 1 个 D. 无穷多个

7. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$,设集合 $P=\{1,2,3,4\}$,$Q=\{3,4,5\}$,则 $P\cap(\complement_U Q)=$ ( )

A. $\{1,2,3,4,6\}$ B. $\{1,2,3,4,5\}$

C. $\{1,2,5\}$ D. $\{1,2\}$

8. 已知 $M=\{a||a|\geqslant 2\}$,$A=\{a|(a-2)(a^2-3)=0,a\in M\}$,则集合 $A$ 的子集共有 ( )

A. 1 个 B. 2 个

C. 4 个 D. 8 个

## 二、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

9. (2018·北京卷)设集合 $A=\{(x,y)|x-y\geqslant 1,ax+y>4,x-ay\leqslant 2\}$,若 $(2,1)\in A$,则 $a$ 的取值范围为_____.

10. 设集合 $A=\{x|-3\leqslant x\leqslant 2\}$,$B=\{x|x\leqslant 2k-1$ 或 $x\geqslant 2k+1\}$,且 $A\cap B=A$,则实数 $k$ 的取值范围是_____.

11. 设 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{3,7\}$,$(\complement_U B)\cap A=\{2,8\}$,$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{1,5,6\}$,则集合 $A=$_____,$B=$_____.

## 三、解答题(每小题 15 分,共 45 分)

12. 若非空集合 $A=\{x|x^2+ax+b=0\}$,集合 $B=\{1,2\}$,且 $A\subseteq B$,求实数 $a$,$b$ 的取值.



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

13. 已知集合 $A=\{x|-4<x<2\}$，$B=\{x|x<-5$ 或 $x>1\}$，$C=\{x|m-1<x<m+1\}$.

(1)求 $A\cup B$，$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)$；

(2)若 $B\cap C=\varnothing$，求实数 $m$ 的取值范围.

14. 已知集合 $A=\{x|x^2+ax+12b=0\}$ 和 $B=\{x|x^2-ax+b=0\}$，满足 $(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，$A\cap(\complement_U B)=\{4\}$，$U=\mathbf{R}$，求实数 $a$，$b$ 的值.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 第二章　函　数

## 2.1　函　数

### 2.1.1　函数(一)

**学习目标**

1. 理解函数的概念，明确函数的三要素；
2. 能正确使用区间表示数集；
3. 会求一些简单函数的定义域与值域.

## 1 基础知识点对点

**知识点一　函数的定义**

1. 下列四组中的 $f(x)$，$g(x)$ 表示同一个函数的是　(　　)

A. $f(x)=1$，$g(x)=x^0$

B. $f(x)=x-1$，$g(x)=\dfrac{x^2}{x}-1$

C. $f(x)=x^2$，$g(x)=(\sqrt{x})^4$

D. $f(x)=|x|$，$g(x)=\begin{cases}x(x\geqslant 0),\\-x(x<0)\end{cases}$

2. 下列说法中不正确的是　(　　)

A. 在函数值域中的每一个数，在定义域中都有一个或多个数与之对应

B. 若函数的定义域只含有一个元素，则值域中也只含有一个元素

C. 定义域和对应关系确定后，函数的值域也就确定了

D. 函数的定义域和值域都是无限集

**知识点二　函数的定义域**

3. 函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$ 的定义域为　(　　)

A. $(-\infty,1]$　　B. $[0,+\infty)$

C. $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$　　D. $[0,1]$

4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,2]$，则 $\dfrac{f(2x)}{x}$ 的定义域为　(　　)

A. $\{x|0<x\leqslant 4\}$　　B. $\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$

C. $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$　　D. $\{x|0<x\leqslant 1\}$

**知识点三　函数值及值域**

5. 若函数 $f(x)=x+1$，$x\in\{-1,1\}$，则该函数的值域为_____.

6. 已知函数 $f(x)=\sqrt{x+3}+\dfrac{1}{x+2}$.

(1)求函数的定义域；

(2)求 $f(-3)$，$f\left(\dfrac{2}{3}\right)$ 的值；

(3)当 $a>0$ 时，求 $f(a)$，$f(a-1)$ 的值.

## 2 课后拔高提能练

**一、选择题**

1. 下列函数中与函数 $y=x$ 相等的是　(　　)

A. $y=(\sqrt{x})^2$　　B. $y=\sqrt[3]{x^3}$

C. $y=\sqrt{x^2}$　　D. $y=\dfrac{x^2}{x}$

2. 下列式子中不能表示函数 $y=f(x)$ 的是　(　　)

A. $x=y^2$　　B. $y=x+1$

C. $x+y=0$　　D. $y=x^2$

3. 若集合 $A=\left(0,\dfrac{1}{4}\right]$，则 $\complement_{\mathbf{R}}A=$　(　　)

A. $\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

B. $(-\infty,0]\cup\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

C. $(-\infty,0]\cup\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$

D. $\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$



微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

4. 若函数 $f(x)=\sqrt{mx^2-2x+1}$ 的定义域为 **R**，则实数 $m$ 的取值范围是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $[1,+\infty)$　　D. $[0,+\infty)$

5. 若集合 $A=\{x|y=\sqrt{x-1}\}$，$B=\{y|y=x^2+2\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $(1,+\infty)$

C. $[2,+\infty)$　　D. $(0,+\infty)$

6. 已知 $f(x-1)=x^2+2$，则 $f(a)=6$，则 $a$ 的值为（　　）

A. 1　　B. 1或$-3$

C. 2　　D. $\pm2$

## 二、填空题

7. 若函数 $f(x)=x^2+px+q$ 满足 $f(1)=f(2)=0$，则 $f(-2)=$_____.

8. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+4}}{x+2}$ 的定义域为_____.

9. 设 $f(x)$，$g(x)$ 都是定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的函数，并且满足 $f(x)+2g(-x)=x^3+x^2$，则 $f(-2)+2g(2)=$_____.

## 三、解答题

10. 已知 $f(x)=3x+2$，$g(x)=x^2-1$，求 $f(x+1)$，$f[f(x)]$，$f[g(x)]$，$g[f(x)]$.

11. 写出下列函数的值域.

(1) $y=2x+3$；

(2) $y=\sqrt{x}$；

(3) $y=x^2+2x+3$；

(4) $y=\dfrac{2x}{x+1}$.

12. 已知函数 $f(x+1)=x^2+x-1$.

(1) 求 $f(2)$，$f(4)$；

(2) 求 $f(x)$；

(3) 求 $f(x)$ 的值域.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.1　函数(二)

**学习目标**

1. 了解映射的概念，能判定一些简单的对应是不是映射；
2. 了解一一映射的概念；
3. 会求一些简单函数的定义域.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　映射的定义

1. 下列对应法则 $f$ 中，构成从集合 $P$ 到 $S$ 的映射的是　　(　　)

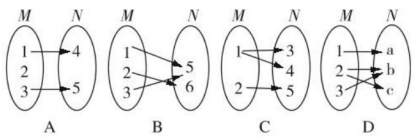
A. $P=\mathbf{R}$，$S=(-\infty,0)$，$x\in P$，$y\in S$，$f:x\to y=|x|$

B. $P=\mathbf{N}$，$S=\mathbf{N}_+$，$x\in P$，$y\in S$，$f:y=x^2$

C. $P=\{$有理数$\}$，$S=\{$数轴上的点$\}$，$x\in P$，$f:x\to$数轴上表示 $x$ 的点

D. $P=\mathbf{R}$，$S=\{y\mid y>0\}$，$x\in P$，$y\in S$，$f:x\to y=\dfrac{1}{x^2}$

2. 下列各个对应中，构成映射的是　　(　　)




### 知识点二　象与原象

3. 已知映射 $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$，$x\to x^2-1$，则 $-1$，$3$ 的原象组成的集合为　　(　　)

A. $\{0,2\}$　　B. $\{-2,0\}$

C. $\{-2,1,2\}$　　D. $\{-2,0,2\}$

4. 已知在映射 $f$ 下，$(x,y)$ 的象是 $(x+y,x-y)$，则元素 $(3,1)$ 的原象为　　(　　)

A. $(1,2)$　　B. $(2,1)$

C. $(-1,2)$　　D. $(-2,-1)$

### 知识点三　函数的定义域

5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[0,6]$，则函数 $f(3x+6)$ 的定义域是_____.

6. 已知函数 $f(x+2)$ 的定义域为 $[-1,1]$，则函数 $f(x)$ 的定义域是_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 下列对应法则中，能建立从集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$ 到集合 $B=\{0,3,8,15,24\}$ 的映射的是　　(　　)

A. $f:x\to x^2-x$

B. $f:x\to x+(x-1)^2$

C. $f:x\to x^2+1$

D. $f:x\to x^2-1$

2. 设集合 $A=\{-1,3,5\}$，若 $f:x\to 2x-1$ 是集合 $A$ 到集合 $B$ 的映射，则集合 $B$ 可以是　　(　　)

A. $\{0,2,3\}$　　B. $\{1,2,3\}$

C. $\{-3,5\}$　　D. $\{-3,5,9\}$

3. 设 $f:A\to B$ 是集合 $A$ 到 $B$ 的映射，其中 $A=\{x\mid x>0\}$，$B=\mathbf{R}$，且 $f:x\to x^2-2x-1$，则 $A$ 中元素 $1+\sqrt{2}$ 的象和 $B$ 中元素 $-1$ 的原象分别为　　(　　)

A. $\sqrt{2}$，$0$ 或 $2$　　B. $0$，$2$

C. $0$，$0$ 或 $2$　　D. $0$，$0$ 或 $\sqrt{2}$

4. 下列四个函数：

①$y=x+1$；②$y=2x-1$；③$y=x^2-1$；④$y=\dfrac{3}{x}$.

其中，定义域与值域相同的是　　(　　)

A. ①②　　B. ①②④

C. ②③　　D. ①③④

5. 集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{3,4\}$，从 $A$ 到 $B$ 的映射 $f$ 满足：$f(3)=3$，则这样的映射共有　　(　　)

A. 3 个　　B. 4 个

C. 5 个　　D. 6 个

6. 已知集合 $M=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 6\}$，$P=\{y\mid 0\leqslant y\leqslant 3\}$，则下列对应关系中不能看作从 $M$ 到 $P$ 的映射的是　　(　　)

A. $f:x\to y=\dfrac{1}{2}x$　　B. $f:x\to y=\dfrac{1}{3}x$

C. $f:x\to y=x$　　D. $f:x\to y=\dfrac{1}{6}x$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

## 二、填空题

7. 已知 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$，$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 2\}$. 按照对应法则 $f$，能成为从 $A$ 到 $B$ 的映射的是_____.

①$f:x\to y=\frac{1}{2}x$；

②$f:x\to y=x-2$；

③$f:x\to y=\sqrt{x}$；

④$f:x\to y=|x-2|$.

8. 设函数 $f(n)=k$（其中 $n\in\mathbf{N}_+$），$k$ 是 $\pi$ 的小数点后的第 $n$ 位数字，$\pi=3.141\ 592\ 653\ 5\cdots$，则 $\underbrace{f\{f\cdots f[}_{100\text{个}}f(10)]\}$ 等于_____.

9. 若函数 $y=f(x)$ 对于一切实数 $a,b$ 都满足 $f(a+b)=f(a)+f(b)$，且 $f(1)=8$，则 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=$_____.

## 三、解答题

10. 已知集合 $A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，对应法则 $f:x\to y=ax$. 若在 $f$ 的作用下能够建立从 $A$ 到 $B$ 的映射 $f:A\to B$，求实数 $a$ 的取值范围.

11. (1)已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,1)$，求函数 $f(x^2)$ 的定义域；

(2)已知函数 $f(2x+1)$ 的定义域为 $(0,1)$，求 $f(x)$ 的定义域.

12. 已知原象 $(x,y)$ 在映射 $f$ 下的象是 $(3x+2y,x-y)$.

(1)求 $(4,3)$ 在 $f$ 下的象；

(2)求 $(4,3)$ 在 $f$ 下的原象.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.2　函数的表示方法

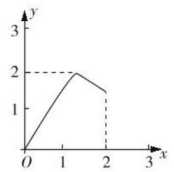
**学习目标**

1. 掌握函数的三种表示方法——解析法、图象法、列表法；
2. 会求一些简单函数的解析式；
3. 掌握分段函数的定义及其表达形式.

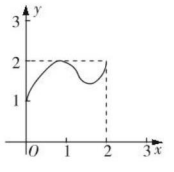
## 1 基础知识点对点

### 知识点一　函数的表示法

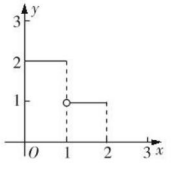
1. $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，下列图象中能表示定义域和值域都是 $A$ 的函数的是　（　）



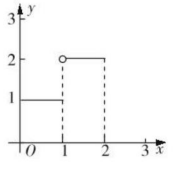

A




B




C




D

2. 下面给出的是函数 $y=f(x)$ 的部分数值对应表，

| $x$ | 1 | $-2$ | 3 | 2 | 4 | $-4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 3 | 4 | 5 | 4 | 1 | 0 |

则与 $f(x)=4$ 相对应的自变量的取值至少应该有　（　）

A. $-2$　　B. 1

C. 2　　D. $\pm 2$

### 知识点二　函数的解析式

3. 已知函数 $f(x+1)=3x+2$，则 $f(x)$ 的解析式是　（　）

A. $3x-1$　　B. $3x+1$

C. $3x+2$　　D. $3x+4$

4. 求下列函数的解析式：

(1)已知 $f(x)=x^2+2x$，求 $f(2x+1)$；

(2)已知 $f(\sqrt{x}-1)=x+2\sqrt{x}$，求 $f(x)$；

(3)已知 $f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=3x+2$，求 $f(x)$.

### 知识点三　分段函数

5. 已知 $f(x)=\begin{cases}x-5,x\geqslant 6,\\ f(x+2),x<6,\end{cases}$ 则 $f(3)$ 等于　（　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

6. 已知 $f(x)=\begin{cases}x+1(x\leqslant -1),\\ x^2(-1<x<2),\\ 2x(x\geqslant 2),\end{cases}$ 若 $f(x)=3$，则 $x$ 的值是_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1,x\leqslant 1,\\ -x+3,x>1,\end{cases}$ 则 $f(2)=$（　）

A. 3　　B. 2

C. 1　　D. 0

2. 若 $f(x+2)=2x+3$，则 $f(x)$ 等于　（　）

A. $2x-1$　　B. $2x-7$

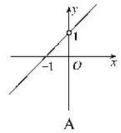
C. $2x+7$　　D. $\frac{x}{2}+2$

3. 已知 $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$，则 $f(x)+f\left(\frac{1}{x}\right)=$　（　）

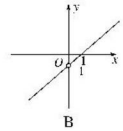
A. $\frac{1-x}{1+x}$　　B. $\frac{1}{x}$

C. 1　　D. 0

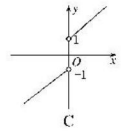
4. 函数 $y=x+\frac{|x|}{x}$ 的图象是　（　）



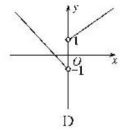

A




B




C




D



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1-x^2, x\leqslant 1,\\ x^2+x-2, x>1,\end{cases}$ 则 $f\left[\frac{1}{f(2)}\right]$ 的值为（　　）

A. $\frac{15}{16}$　　B. $-\frac{27}{16}$

C. $\frac{8}{9}$　　D. 18

6. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, x\leqslant 1,\\ \frac{2}{x}, x>1,\end{cases}$ 则 $f[f(3)]=$（　　）

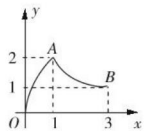
A. $\frac{1}{5}$　　B. 3

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{13}{9}$

## 二、填空题

7. 设 $f(x)$ 满足 $f(-x)+2f(x)=x+3$，则 $f(1)$ 等于_____.

8. 如图，函数 $f(x)$ 的图象是曲线 $OAB$，其中点 $O,A,B$ 的坐标分别为 $(0,0),(1,2),(3,1)$，则 $f\left[\frac{1}{f(3)}\right]$ 的值等于_____.




9. 函数 $y=\begin{cases}2x+3, x\leqslant 0,\\ x+3, 0<x\leqslant 1,\\ -x+5, x>1\end{cases}$ 的最大值是_____.

## 三、解答题

10. 作出下列函数的图象：

(1) $y=1-x(x\in\mathbf{Z}$ 且 $|x|\leqslant 2)$；

(2) $y=x^2-2x-1(x\in\mathbf{R})$；

(3) $y=\frac{1}{x-1}$.

11. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+4, x\leqslant 0,\\ x^2-2x, 0<x\leqslant 4,\\ -x+2, x>4.\end{cases}$

(1) 求 $f\{f[f(5)]\}$ 的值；

(2) 画出函数 $f(x)$ 的图象；

(3) 求函数 $f(x)$ 的值域.

12. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的函数，且满足 $f(0)=1$，并且对任意实数 $x,y$ 有 $f(x-y)=f(x)-y(2x-y+1)$，求 $f(x)$ 的表达式.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.3　函数的单调性(一)

**学习目标**

1. 理解函数单调性的概念；
2. 学会运用函数单调性的定义判断和证明函数的单调性，会求一些简单函数的单调区间.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　利用定义证明函数的单调性

1. 下列四个函数中，在$(0,+\infty)$上为增函数的是（　　）

A. $f(x)=3-x$　　B. $f(x)=x^2-3x$

C. $f(x)=-\dfrac{1}{x+1}$　　D. $f(x)=-|x|$

2. 定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足条件：$f(xy)=f(x)f(y)$对所有正实数$x,y$成立，当$x>1$时，有$f(x)>1$成立.

(1)求$f(1)$的值；

(2)证明：函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上为单调递增函数.

### 知识点二　求函数的单调区间

3. 指出下列函数的单调区间(不需要证明).

(1)$y=2x-1$；(2)$y=x^2-2x$；

(3)$y=\dfrac{2}{x}$；(4)$y=\sqrt{x+1}$.

4. 作出函数$y=|x-2|(x+1)$的图象，并根据函数的图象找出函数的单调区间.

### 知识点三　利用函数的单调性求字母的范围

5. 已知函数$f(x)=4x^2-kx-8$在区间$[2,10]$上具有单调性，则实数$k$的取值范围是_____.

6. 已知函数$f(x)=\begin{cases}x^2-2ax+5, & x<1,\\ 1+\dfrac{1}{x}, & x\geqslant 1\end{cases}$在$\mathbf{R}$上单调，则实数$a$的取值范围是_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 若函数$y=mx+b$在$(-\infty,+\infty)$上是增函数，则有（　　）

A. $b>0$　　B. $b<0$

C. $m>0$　　D. $m<0$

2. 下列函数中，在区间$(0,2)$上为增函数的是（　　）

A. $y=3-x$　　B. $y=x^2+1$

C. $y=-x^2$　　D. $y=x^2-2x-3$

3. 若函数$f(x)$在区间$(a,b)$上是增函数，在区间$(c,d)$上也是增函数，则函数$f(x)$在区间$(a,b)\cup(c,d)$上（　　）

A. 必是增函数　　B. 必是减函数

C. 先增后减　　D. 无法确定单调性

4. 已知$[1,3]$是函数$y=-x^2+4ax$的单调递减区间，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $\left(-\infty,\dfrac{1}{2}\right]$　　B. $(-\infty,1]$

C. $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right]$　　D. $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

5. 函数$f(x)=|x|$，$g(x)=x(2-x)$的递增区间依次是（　　）

A. $(-\infty,0]$，$(-\infty,1]$　　B. $(-\infty,0]$，$(1,+\infty)$

C. $[0,+\infty)$，$(-\infty,1]$　　D. $[0,+\infty)$，$[1,+\infty)$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 若定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 对于任意两个不等的实数 $a,b$，总有 $[f(a)-f(b)](a-b)<0$，则　（　）

A. $f(a)<f(2a)$　　B. $f(a^2)<f(a)$

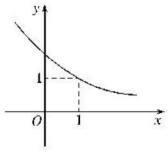
C. $f(a^2-1)<f(a)$　　D. $f(a^2+1)<f(a)$

## 二、填空题

7. 若函数 $f(x)$ 在 $(-2,3)$ 上是增函数，则 $y=f(x+5)$ 的递增区间是_____.

8. 已知 $f(x)=\begin{cases}x^2-2ax,x\geqslant 2,\\4x-6,x<2\end{cases}$ 在定义域 **R** 上是增函数，则 $a$ 的取值范围是_____.

9. 函数 $y=f(x-1)$ 的图象如图所示，它在 **R** 上单调递减，现有如下结论：




① $f(0)>1$；② $f\left(\frac{1}{2}\right)<1$；

③ $f(2)<1$；④ $f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$.

其中正确的结论是_____.

## 三、解答题

10. 已知 $f(x)=\frac{x}{x^2+4}$，$x\in(-2,2)$，求证：函数 $f(x)$ 在 $(-2,2)$ 上是增函数.

11. 已知函数 $f(x)=\frac{2x-1}{x}$，其定义域为 $\{x|x\neq 0\}$，

(1) 用单调性的定义证明函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为单调增函数；

(2) 利用(1)所得到的结论，求函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的最大值与最小值.

12. 指出函数 $f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+4}$ 的单调区间，并比较 $f(-\pi)$ 与 $f(1)$ 的大小.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.3　函数的单调性(二)

**学习目标**

1. 理解并能运用函数单调性的定义解决问题；
2. 利用函数的单调性求函数的最值.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　利用函数的单调性比较大小

1. 若函数 $f(x)$ 在 $[-1,2]$ 上是单调递减函数，则下列关系成立的是　(　)

A. $f(-1)<f(1)$　　B. $f(-1)>f(1)$

C. $f(0)<f(2)$　　D. $f(0)>f(3)$

2. 已知函数 $f(x)=x^2+bx+c$，图象的对称轴为直线 $x=1$，则　(　)

A. $f(-1)<f(1)<f(2)$

B. $f(1)<f(2)<f(-1)$

C. $f(2)<f(-1)<f(1)$

D. $f(1)<f(-1)<f(2)$

### 知识点二　利用函数的单调性解不等式

3. 若 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数，且 $f(x)$ 的图象经过点 $A(0,4)$ 和点 $B(3,-2)$，则当不等式 $|f(x+t)-1|<3$ 的解集为 $(-1,2)$ 时，$t$ 的值为_____.

4. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的减函数且 $f(1-a)<f(2a-1)$，求实数 $a$ 的取值范围.

### 知识点三　利用函数的单调性求最值

5. 函数 $y=2-\sqrt{-x^2+4x}$ 的值域是　(　)

A. $[-2,2]$　　B. $[1,2]$

C. $[0,2]$　　D. $[-\sqrt{2},\sqrt{2}\,]$

6. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2}{x-1}(x\in[2,6])$，求函数的最大值和最小值.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 函数 $y=\sqrt{2x-3}$ 的单调递增区间是　(　)

A. $\left[-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$　　B. $[0,+\infty)$

C. $\left[\dfrac{3}{2},+\infty\right)$　　D. $\mathbf{R}$

2. 函数 $f(x)=-x^2+2x+a$ 在区间 $[3,5]$ 上的最大值是最小值的 3 倍，则实数 $a$ 的值为　(　)

A. 20　　B. 21

C. 19　　D. 22

3. 已知函数 $f(x)$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 上的增函数，若 $a\in\mathbf{R}$，则　(　)

A. $f(a)>f(2a)$　　B. $f(a^2)<f(a)$

C. $f(a+3)>f(a-2)$　　D. $f(6)>f(a)$

4. 下列四个函数在 $(-\infty,0)$ 上为增函数的是　(　)

①$y=|x|+1$；②$y=\dfrac{|x|}{x}$；③$y=-\dfrac{x^2}{|x|}$；④$y=x+\dfrac{x}{|x|}$.

A. ①②　　B. ②③

C. ③④　　D. ①④

5. 函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数，且 $f(x)$ 在区间 $(0,2)$ 上为增函数，对于任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x)=f(4-x)$，则　(　)

A. $f(1)<f\left(\dfrac{5}{2}\right)<f\left(\dfrac{7}{2}\right)$

B. $f\left(\dfrac{5}{2}\right)<f(1)<f\left(\dfrac{7}{2}\right)$

C. $f\left(\dfrac{7}{2}\right)<f(1)<f\left(\dfrac{5}{2}\right)$

D. $f\left(\dfrac{7}{2}\right)<f\left(\dfrac{5}{2}\right)<f(1)$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $[0,+\infty)$ 上的增函数，则满足 $f(2x-1)<f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 $x$ 取值范围是　　(　　)

A. $\left(-\infty,\frac{2}{3}\right)$　　B. $\left[\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $\left[\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$

## 二、填空题

7. 函数 $f(x)=\sqrt{2x-1}+x$ 的值域是_____.

8. 设 $f(x)$ 是定义在 $D$ 上的减函数，且 $f(x)>0$，则下列函数：①$y=3-f(x)$，②$y=1+\frac{2}{f(x)}$，③$y=[f(x)]^2$，④$y=1-\sqrt{f(x)}$ 中增函数有_____.

9. 若函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数，且 $f(x^2+x)>f(x-a)$ 对一切 $x\in\mathbf{R}$ 都成立，则实数 $a$ 的取值范围是_____.

## 三、解答题

10. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{a}-\frac{1}{x}(a>0,x>0)$.

(1)求证：$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数；

(2)若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2},2\right]$ 上的值域是 $\left[\frac{1}{2},2\right]$，求 $a$ 的值.

11. 设函数 $f(x)=\frac{ax-1}{x+1}$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

(1)若 $a=1$，$f(x)$ 的定义域为区间 $[0,3]$，求 $f(x)$ 的最大值和最小值；

(2)若 $f(x)$ 的定义域为区间 $(0,+\infty)$，求 $a$ 的取值范围，使 $f(x)$ 在定义域内是单调减函数.

12. 设函数 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}_+$ 上的函数，并且满足下面三个条件：

①对任意正数 $x,y$，都有 $f(xy)=f(x)+f(y)$；

②当 $x>1$ 时，$f(x)<0$；

③$f(3)=-1$.

(1)求 $f(1)$，$f\left(\frac{1}{9}\right)$ 的值；

(2)证明：$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数；

(3)如果不等式 $f(x)+f(2-x)<2$ 成立，求 $x$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.4　函数的奇偶性(一)

**学习目标**

1. 理解函数奇偶性的含义；
2. 会运用函数奇偶性的定义判断和证明函数的奇偶性及解决一些简单的问题.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　判定函数的奇偶性

1. 下列函数中，在其定义域上既是奇函数又是增函数的为　(　)

A. $y=x+1$　　B. $y=-x^3$

C. $y=-\frac{1}{x}$　　D. $y=x|x|$

2. 下列判断正确的是　(　)

A. 函数 $f(x)=\frac{x^2-2x}{x-2}$ 是奇函数

B. 函数 $f(x)=(1-x)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ 是偶函数

C. 函数 $f(x)=\frac{\sqrt{16-x^2}}{|x+6|+|x-4|}$ 是偶函数

D. 函数 $f(x)=1(x\in[-1,1])$ 既是奇函数又是偶函数

### 知识点二　已知函数的奇偶性求值

3. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{1}{2}$ 对称，则 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$ 的值为　(　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. $-1$

4. 已知定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数 $f(x)$，当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=x^2-1$，若 $f(x_0)=\frac{1}{2}$，则 $x_0=$_____.

### 知识点三　利用函数的奇偶性求解析式

5. 已知函数 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上有定义，且其图象关于原点对称，当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-2x+3$，试求 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的表达式.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的任意函数，则下列叙述正确的是　(　)

A. $f(x)\cdot f(-x)$ 是奇函数

B. $f(x)\cdot|f(-x)|$ 是奇函数

C. $f(x)-f(-x)$ 是偶函数

D. $f(x)+f(-x)$ 是偶函数

2. 下列函数既是偶函数，又在区间 $(-\infty,0)$ 上为增函数的是　(　)

A. $y=-2x$　　B. $y=-\frac{2}{x}$

C. $y=-x^2$　　D. $y=|x|$

3. 已知 $f(x)=x^5+ax^3+bx-8$，且 $f(-2)=10$，那么 $f(2)$ 等于　(　)

A. $-26$　　B. $-18$

C. $-10$　　D. 10

4. 若函数 $f(x)=\frac{x}{(2x+1)(x-a)}$ 为奇函数，则 $a=$　(　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

5. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+4)=f(x)$，若 $f(-3)=2$，则 $f(7)$ 等于　(　)

A. 1　　B. 2

C. $-1$　　D. $-2$

6. 已知偶函数 $f(x)$ 满足当 $x>0$ 时，$3f(x)-2f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{x}{x+1}$，则 $f(-2)$ 等于　(　)

A. $\frac{8}{13}$　　B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{4}{15}$　　D. $\frac{8}{15}$

### 二、填空题

7. 已知 $y=f(x)$ 是奇函数，若 $g(x)=f(x)+2$，且 $g(1)=1$，则 $g(-1)=$_____.

8. 若 $f(x)=ax^2+(2-b)x+1$ 是定义在 $[3+2a,1]$ 上的偶函数，则实数 $a+b$ 的值为_____.

9. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且 $f(x-2)=-f(x)$，给出下列 4 个结论：



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

①$f(2)=0$；

②$f(x)=f(x+4)$；

③$f(x)$的图象关于直线$x=0$对称；

④$f(x+2)=f(-x)$.

其中所有正确的结论的序号是_____.

## 三、解答题

10. 已知函数$f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

(1)用定义证明该函数在$[1,+\infty)$上是减函数；

(2)判断该函数的奇偶性.

11. $f(x)$为奇函数，当$x>0$时，$f(x)=x|x-2|$，求$x<0$时，$f(x)$的表达式.

12. 判断下列函数的奇偶性.

(1)$f(x)=x^4-2x^2+3$，$x\in(-4,4]$；

(2)$f(x)=\dfrac{x^3(x-1)}{x-1}$；

(3)$f(x)=|3x+2|-|3x-2|$；

(4)$f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{|x+2|-2}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.1.4　函数的奇偶性(二)

**学习目标**

1. 理解函数奇偶性的含义；
2. 能运用函数的奇偶性与单调性解决一些问题.

## 1 基础知识点对点

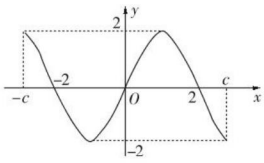
### 知识点一　奇函数与偶函数的图象

1. 已知函数 $y=f(x)$ 为偶函数，其图象与 $x$ 轴有四个交点，则方程 $f(x)=0$ 的所有实根之和是　(　　)

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 4

2. $f(x)$ 是定义在区间 $[-c,c]$ 上的奇函数，其图象如图所示，令 $g(x)=af(x)+b$，则下列关于函数 $g(x)$ 的叙述正确的是　(　　)




A. 若 $a<0$，则函数 $g(x)$ 的图象关于原点对称

B. 若 $a=1$，$0<b<2$，则方程 $g(x)=0$ 有大于 2 的实根

C. 若 $a=-2$，$b=0$，则函数 $g(x)$ 的图象关于 $y$ 轴对称

D. 若 $a\neq 0$，$b=2$，则方程 $g(x)=0$ 有三个实根

### 知识点二　利用函数的奇偶性与单调性比较大小

3. 已知减函数 $y=f(x-1)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，则不等式 $f(1-x)>0$ 的解集为　(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(-\infty,0)$　　D. $(0,+\infty)$

4. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，在 $(-\infty,0]$ 上有单调性，且 $f(-2)<f(1)$，则下列不等式成立的是　(　　)

A. $f(-1)<f(2)<f(3)$

B. $f(2)<f(3)<f(-4)$

C. $f(-2)<f(0)<f\left(\frac{1}{2}\right)$

D. $f(5)<f(-3)<f(-1)$

### 知识点三　函数的单调性与奇偶性的综合应用

5. 偶函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，当 $x\in[0,+\infty)$ 时，$f(x)$ 是增函数，则不等式 $f(x)>f(1)$ 的解集是　(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,-1)$

C. $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$　　D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

6. 定义在 $(-1,1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=-f(x)$，且 $f(1-a)+f(1-2a)<0$，若 $f(x)$ 是 $(-1,1)$ 上的减函数，求实数 $a$ 的取值范围.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 函数 $f(x)=\frac{1}{x}-x$ 的图象关于　(　　)

A. $y$ 轴对称

B. 直线 $y=-x$ 对称

C. 坐标原点对称

D. 直线 $y=x$ 对称

2. 设函数 $f(x)$ 是奇函数，在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，且有 $f(-3)=0$，则 $xf(x)<0$ 的解集是　(　　)

A. $\{x|-3<x<0$ 或 $x>3\}$

B. $\{x|x<-3$ 或 $0<x<3\}$

C. $\{x|x<-3$ 或 $x>3\}$

D. $\{x|-3<x<0$ 或 $0<x<3\}$

3. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在 $[0,7]$ 上是增函数，在 $[7,+\infty)$ 上是减函数，又 $f(7)=6$，则 $f(x)$　(　　)

A. 在 $[-7,0]$ 上是增函数，且最大值为 6

B. 在 $[-7,0]$ 上是减函数，且最大值为 6

C. 在 $[-7,0]$ 上是增函数，且最小值为 6

D. 在 $[-7,0]$ 上是减函数，且最小值为 6

4. 已知函数 $f(x)$ 对任意的 $x_1,x_2\in(-1,0)$ 都有 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，且函数 $y=f(x-1)$ 是偶函数，则下列结论正确的是　(　　)

A. $f(-1)<f\left(-\frac{1}{2}\right)<f\left(-\frac{4}{3}\right)$

B. $f\left(-\frac{4}{3}\right)<f(-1)<f\left(-\frac{1}{2}\right)$

C. $f\left(-\frac{4}{3}\right)<f\left(-\frac{1}{2}\right)<f(-1)$

D. $f\left(-\frac{1}{2}\right)<f\left(-\frac{4}{3}\right)<f(-1)$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 已知 $f(x)$ 是奇函数，$g(x)$ 是偶函数，且 $f(-1)+g(1)=2$，$f(1)+g(-1)=4$，则 $g(1)$ 等于　（　）

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

6. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数，且在 $(-\infty,0)$ 上为减函数，若 $x_1<0$，且 $x_1+x_2>0$，则　（　）

A. $f(x_1)>f(x_2)$

B. $f(x_1)=f(x_2)$

C. $f(x_1)<f(x_2)$

D. 无法比较 $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 的大小

## 二、填空题

7. 老师给出一个函数，请三位同学各说了这个函数的一条性质：

(1)此函数是偶函数；

(2)定义域为 $\{x\in\mathbf{R}|x\neq0\}$；

(3)在 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

老师评价说其中一位同学的结论是错误的，另外两位同学的结论是正确的，请你写出一个(或几个)这样的函数_____.

8. 奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上单调递减，若 $f(2)=0$，则不等式 $f(x)<0$ 的解集是_____.

9. 若 $f(x)$ 是定义在 $[-1,1]$ 上的奇函数，且在 $[-1,1]$ 上 $f(x)$ 为增函数，则不等式 $f\left(\frac{x}{2}\right)+f(x-1)>0$ 的解集为_____.

## 三、解答题

10. 已知定义域为 $\{x\in\mathbf{R}|x\neq0\}$ 的函数 $f(x)$ 满足：①对于 $f(x)$ 定义域内的任意实数 $x$ 都有 $f(-x)+f(x)=0$；②当 $x>0$ 时，$f(x)=x^2-2$.

(1)求 $f(x)$ 在其定义域上的解析式；

(2)画出函数 $f(x)$ 的图象.

11. 设函数 $f(x)$ 为奇函数，对任意 $x,y\in\mathbf{R}$ 都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$，且 $x>0$ 时，$f(x)<0$，$f(1)=-2$，求 $f(x)$ 在 $x\in[-3,3]$ 上的最大值和最小值.

12. 已知函数 $f(x)=\frac{ax^2+1}{bx+c}(a,b,c\in\mathbf{Z})$ 是奇函数，且 $f(1)=2$，$f(2)<3$.

(1)求 $a,b,c$ 的值；

(2)判断函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上的单调性，并用定义证明你的结论.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 阶段质量评估卷(二)

(时间:60 分钟　满分:100 分)

## 一、选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. 下列函数中,$f(x)$是偶函数的是　(　　)

A. $f(x)=2|x|-1$

B. $f(x)=x^2,x\in[-2,2)$

C. $f(x)=x^2+x$

D. $f(x)=x^3$

2. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x(x\leqslant 0),\\ f(x-3)(x>0),\end{cases}$ 则 $f(2)=$　(　　)

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $-2$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{32}$

3. 函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数. 若 $x\geqslant 0$ 时 $f(x)=x^2+2x$,则 $f(-2)$等于　(　　)

A. 8　　B. 4

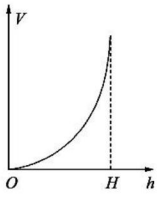
C. 0　　D. $-8$

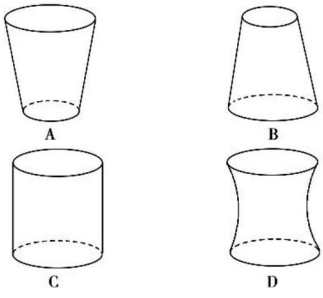
4. 函数 $f(x)=\begin{cases}2x-x^2,0\leqslant x\leqslant 3,\\ x^2+6x,-2\leqslant x<0\end{cases}$ 的值域是　(　　)

A. $[-8,1]$　　B. $[-8,-3]$

C. $\mathbf{R}$　　D. $[-9,1]$

5. 向高为 $H$ 的水瓶中注水,注满为止,如果注水量 $V$ 与水深 $h$ 的函数关系式如图所示,那么水瓶的形状是　(　　)




6. 已知函数 $f(x)$是 $\mathbf{R}$ 上的增函数,$A(0,-1)$,$B(3,1)$是其图象上的两点,那么 $|f(x+1)|<1$ 的解集是　(　　)

A. $(-1,2)$

B. $(1,4)$

C. $(-\infty,-1)\cup[4,+\infty)$

D. $(-\infty,-1)\cup[2,+\infty)$

7. 已知函数 $f(x)$满足 $f(2x)=2f(x)$,且当 $1\leqslant x<2$ 时,$f(x)=x^2$,则 $f(3)=$　(　　)

A. $\frac{9}{2}$　　B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{8}$　　D. 9

8. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$满足 $f(a)f(b)=f(a+b)$ $(a,b\in\mathbf{R})$,且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=\sqrt{2}$,则 $f(3)=$　(　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. 4

C. $4\sqrt{2}$　　D. 8

## 二、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

9. 已知奇函数 $f(x)$在区间$[3,7]$上是单调递增函数,且在区间$[3,6]$上的最大值为 8,最小值为 $-1$,则 $2f(-6)+f(-3)=$_____.

10. 对于集合 $M$,定义函数 $f_M(x)=\begin{cases}-1,x\in M,\\ 1,x\notin M.\end{cases}$ 对于两个集合 $A,B$,定义集合 $A\triangle B=\{x|f_A(x)f_B(x)=-1\}$. 已知 $A=\{2,4,6,8,10\}$,$B=\{1,2,4,8,12\}$,则用列举法写出集合 $A\triangle B$ 的结果为_____.

11. 已知 $f(x-1)=2x^2-8x+11$,则函数 $f(x)=$_____.

## 三、解答题(每小题 15 分,共 45 分)

12. 已知 $f(x)$为偶函数,$g(x)$为奇函数,且满足 $f(x)+g(x)=x^2+x+1$,求 $f(x)$,$g(x)$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

13. 设 $f(x)$ 是定义在 **R** 上的函数，对任意 $x,y\in\mathbf{R}$，恒有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$.

(1)求 $f(0)$ 的值；

(2)求证：$f(x)$ 为奇函数；

(3)若函数 $f(x)$ 在 **R** 上是单调递增的，已知 $f(1)=1$，且 $f(2a)>f(a-1)+2$，求 $a$ 的取值范围.

14. 已知定义在区间 $(0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)=f(x_1)-f(x_2)$.

(1)求 $f(1)$ 的值；

(2)若当 $x>1$ 时，有 $f(x)<0$. 求证：$f(x)$ 为单调递减函数；

(3)在(2)的条件下，若 $f(5)=-1$，求 $f(x)$ 在 $[3,25]$ 上的最小值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.2　一次函数和二次函数

## 2.2.1　一次函数的性质与图象

**学习目标**

1. 理解一次函数的概念，掌握一次函数的图象及性质；
2. 会应用一次函数的图象及性质进行分析问题和解决问题.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　一次函数的定义

1. 一次函数 $y=(m-2)x+m^2-3m-2$，它的图象在 $y$ 轴上的截距为 $-4$，则 $m$ 的值为（　　）

A. 2 或 1　　B. 2

C. 1　　D. $-2$ 或 1

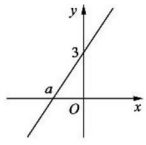
2. 已知 $f(x)$ 是一次函数，且 $2f(2)-3f(1)=5$，$2f(0)-f(-1)=1$，则 $f(x)$ 的解析式为（　　）

A. $f(x)=3x-2$　　B. $f(x)=3x+2$

C. $f(x)=2x+3$　　D. $f(x)=2x-3$

### 知识点二　一次函数的图象

3. 如图，直线 $y=kx+b$ 与 $y$ 轴交于点 $(0,3)$，与 $x$ 轴交于点 $(a,0)$，当 $a$ 满足 $-3\leqslant a<0$ 时，$k$ 的取值范围是（　　）




A. $-1\leqslant k<0$

B. $1\leqslant k\leqslant 3$

C. $k\geqslant 1$

D. $k\geqslant 3$

4. 若函数 $f(x)=|x+2a|-1$ 的图象关于 $x=1$ 对称，则实数 $a$ 的值为（　　）

A. $a=1$　　B. $a=\frac{1}{2}$

C. $a=-\frac{1}{2}$　　D. $a=-2$

### 知识点三　一次函数的性质

5. 已知函数 $f(x)=x-[x]$，$x\in\mathbf{R}$，其中 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数，如 $\left[-\frac{3}{2}\right]=-2$，$[-3]=-3$，$\left[\frac{5}{2}\right]=2$，则 $f(x)$ 的值域是（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(0,1]$

C. $[0,1)$　　D. $[0,1]$

6. 已知一次函数 $f(x)=(3a+1)x+3$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数，则 $a$ 的取值范围是_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1,x\leqslant 1,\\-x+3,x>1,\end{cases}$ 则 $f(2)=$（　　）

A. 3　　B. 2

C. 1　　D. 0

2. 下列函数中，$y$ 随 $x$ 的增大而增大的是（　　）

A. $y=4-x$　　B. $y=10-\frac{x}{4}$

C. $y=-\frac{1}{3}-x$　　D. $y=\frac{1}{3}x$

3. 已知直线 $y=kx+b$ 过点 $A(x_1,y_1)$ 和 $B(x_2,y_2)$. 若 $k<0$ 且 $x_1<x_2$，则 $y_1$ 与 $y_2$ 的大小关系是（　　）

A. $y_1>y_2$　　B. $y_1<y_2$

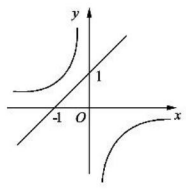
C. $y_1=y_2$　　D. 不能确定

4. 若函数 $y=(2m-3)x+(3n+1)$ 的图象经过第一、第二、第三象限，则 $m$ 与 $n$ 的取值范围是（　　）

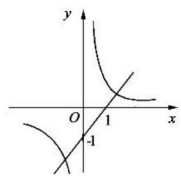
A. $m>\frac{3}{2}$，$n>-\frac{1}{3}$　　B. $m>3$，$n>-3$

C. $m<\frac{3}{2}$，$n<-\frac{1}{3}$　　D. $m>\frac{3}{2}$，$n<\frac{1}{3}$

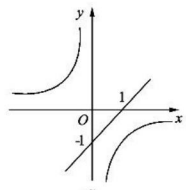
5. 已知 $k_1<0<k_2$，则函数 $y=\frac{k_1}{x}$ 和 $y=k_2x-1$ 的图象大致是（　　）



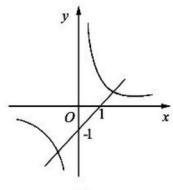

A




B




C




D



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 若一元二次方程 $x^2-2x-m=0$ 无实根，则一次函数 $y=(m+1)x+m-1$ 的图象不经过　　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

## 二、填空题

7. 一次函数 $y=(3a-7)x+a-2$ 的图象与 $y$ 轴的交点在 $x$ 轴上方，且 $y$ 随 $x$ 的增大而减小，则 $a$ 的取值范围是_____.

8. 函数 $y=kx+b$ 在 $[1,2]$ 上的最大值比最小值大 3，则 $k$ 的值为_____.

9. 给出定义：若 $m-\frac{1}{2}<x\leqslant m+\frac{1}{2}$（其中 $m$ 为整数），则 $m$ 叫做离实数 $x$ 最近的整数，记作 $\{x\}$，即 $\{x\}=m$. 在此基础上给出下列关于函数 $f(x)=x-\{x\}$ 的四个命题：

①函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $\mathbf{R}$，值域是 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$；

②函数 $y=f(x)$ 的图象关于 $y$ 轴对称；

③函数 $y=f(x)$ 的图象关于坐标原点对称；

④函数 $y=f(x)$ 在 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$ 上是增函数；

则其中正确命题是_____（填序号）.

## 三、解答题

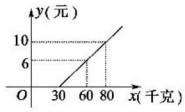
10. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象与函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象交于 $A,B$ 两点，点 $A$ 的横坐标是 3，点 $B$ 的纵坐标是 $-3$.

(1)求一次函数的解析式；

(2)画出一次函数的图象.

11. 已知直线 $y=-\frac{b}{4}x-4$ 和直线 $y=\frac{1}{a}x+\frac{2}{a}$ 交于点 $P(1,3)$，求 $a,b$ 的值，并求出两直线与 $x$ 轴所围成的三角形的面积.

12. 某长途客运公司规定旅客可随身携带一定重量的行李，如果超过规定，则需要购买行李票，行李票费用 $y$（元）是行李重量 $x$（千克）的一次函数，$y$ 与 $x$ 之间的关系如下图所示.




(1)写出 $y$ 与 $x$ 之间的关系；

(2)旅客最多可免费携带多少千克行李？



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

# 2.2.2　二次函数的性质与图象

**学习目标**

1. 掌握二次函数的图象和性质；
2. 学会用配方法研究二次函数的性质.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　二次函数的解析式

1. 二次函数 $f(x)=a^2x^2-4x+1$ 的顶点在 $x$ 轴上，则 $a$ 的值为（　　）

A. 2　　B. $-2$

C. 0　　D. $\pm2$

2. 已知函数 $f(x)=ax^2+(a-1)x-5$ 的图象关于 $y$ 轴对称，则实数 $a$ 的值是_____.

### 知识点二　二次函数的图象与性质

3. 已知函数 $f(x)=ax^2+2ax+4(0<a<3)$，若 $x_1<x_2$，$x_1+x_2=1-a$，则（　　）

A. $f(x_1)<f(x_2)$

B. $f(x_1)=f(x_2)$

C. $f(x_1)>f(x_2)$

D. $f(x_1)$ 与 $f(x_2)$ 的大小不能确定

4. 已知 $f(x)=ax^2+bx$ 是定义在 $[a-1,2a]$ 上的偶函数，那么 $a+b=$（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$　　D. $-1$

### 知识点三　二次函数的值域

5. 已知函数 $f(x)=x^2-2ax+5(a>1)$.

(1)若 $f(x)$ 的定义域和值域均是 $[1,a]$，求实数 $a$ 的值；

(2)若对任意的 $x_1,x_2\in[1,a+1]$，总有 $|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant4$，求实数 $a$ 的取值范围.

6. 已知函数 $f(x)=x^2+2ax+2,x\in[-5,5]$.

(1)当 $a=-1$ 时，求函数 $f(x)$ 的最大值与最小值；

(2)求实数 $a$ 的取值范围，使 $y=f(x)$ 在区间 $[-5,5]$ 上是单调函数.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

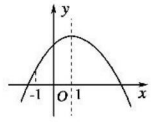
1. 已知 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图象如图所示，则下列式子中成立的是（　　）

A. $abc>0$

B. $b<a+c$

C. $a+b+c<0$

D. $2c=3b$




2. 若二次函数 $y=(m^2-2m-3)x^2-(m^2-5m-6)x+2$ 是偶函数，则 $m$ 是（　　）

A. $-1,3$　　B. $-1,6$

C. 6　　D. 3

3. 已知函数 $y=x^2-2x+3$ 在闭区间 $[0,m]$ 上有最大值 3，最小值 2，则 $m$ 的取值范围是（　　）

A. $[1,+\infty)$　　B. $[0,2]$

C. $[1,2]$　　D. $(-\infty,2]$

4. 函数 $f(x)=\sqrt{-x^2-2x+3}$ 的值域是（　　）

A. $(-\infty,2]$　　B. $(0,+\infty)$

C. $[2,+\infty)$　　D. $[0,2]$

学习札记



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 若函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 满足 $f(1)=f(4)$，那么　（　）

A. $f(2)>f(3)$

B. $f(3)>f(2)$

C. $f(3)=f(2)$

D. $f(3)$与$f(2)$的大小关系不定

6. 若函数 $y=x^2-3x-4$ 的定义域为$[0,m]$，值域为$\left[-\frac{25}{4},-4\right]$，则 $m$ 的取值范围是　（　）

A. $(0,4]$　　B. $\left[\frac{3}{2},3\right]$

C. $\left[\frac{3}{2},4\right]$　　D. $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$

## 二、填空题

7. 二次函数 $y=f(x)$满足 $f(3+x)=f(3-x)$，且 $f(x)=0$ 有两个实根 $x_1,x_2$，则 $x_1+x_2=$_____.

8. 若函数 $f(x)=x^2+px+3$ 在$(-\infty,1]$上单调递减，则 $p$ 的取值范围是_____.

9. 当 $x\in(1,3)$时，不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立，则 $m$ 的取值范围是_____.

## 三、解答题

10. 画出函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象，并根据图象回答：

(1)方程 $x^2-2x-3=0$ 的根是什么？

(2)$x$ 取何值时，函数值大于 0？函数值小于 0？

11. 已知函数 $f(x)=ax^2+bx+1$($a,b$ 为实数，$a\neq0$，$a\in\mathbf{R}$).

(1)若函数 $f(x)$的图象过点$(-2,1)$，且方程 $f(x)=0$ 有且只有一个实数解，求 $f(x)$的表达式；

(2)在(1)的条件下，当 $x\in(-1,2)$时，$g(x)=f(x)-kx$ 是单调函数，求实数 $k$ 的取值范围.

12. 已知函数 $f(x)=x^2+1$，$g(x)=4x+1$ 的定义域都是集合 $A$，函数 $f(x)$和 $g(x)$的值域分别为 $S$ 和 $T$.

(1)若 $A=[1,2]$，求 $S\cap T$；

(2)若 $A=[0,m]$且 $S=T$，求实数 $m$ 的值；

(3)若对于集合 $A$ 的每一个数 $x$ 都有 $f(x)=g(x)$，求集合 $A$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.2.3　待定系数法

**学习目标**

1. 了解待定系数法的概念，会用待定系数法求函数的解析式；
2. 通过待定系数法求函数的解析式，掌握待定系数法的特征及应用.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　求解恒等式中的待定系数

1. 如果函数 $f(x)=x^2+bx+c$ 对任意实数 $t$，都有 $f(2+t)=f(2-t)$，那么　　(　　)

A. $f(2)<f(1)<f(4)$　　B. $f(1)<f(2)<f(4)$

C. $f(2)<f(4)<f(1)$　　D. $f(4)<f(2)<f(1)$

2. 已知 $6x^2-5x-6=(3x+2)(ax+b)$，则 $a\cdot b=$_____.

### 知识点二　利用待定系数法求函数的解析式

3. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的一次函数 $f(x)$ 满足 $f[f(x)-2x]=3$，则 $f(x)$ 的解析式为_____.

4. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)$ 为二次函数，且满足 $f(2)=1$，$f(x)$ 在 $x$ 轴上的两个交点为 $(1,0)$，$(3,0)$.

(1)求函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的解析式；

(2)作出 $f(x)$ 的图象，并根据图象写出 $f(x)$ 的单调区间.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 已知 $2x^2+x-3=(x-1)(ax+b)$，则 $a$，$b$ 的值分别为　　(　　)

A. $a=2$，$b=3$　　B. $a=-2$，$b=3$

C. $a=3$，$b=-2$　　D. $a=3$，$b=2$

2. 已知一个一次函数的图象过点 $(1,3)$，$(3,4)$，则这个函数的解析式为　　(　　)

A. $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$　　B. $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

C. $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$　　D. $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

3. 已知一个二次函数的图象经过 $(-1,10)$，$(1,4)$，$(2,7)$ 三点，则这个函数的解析式为　　(　　)

A. $y=2x^2+3x+5$　　B. $y=2x^2-3x+5$

C. $y=2x^2-3x-5$　　D. $y=2x^2-3x+4$

4. 已知函数 $f(x)=ax^2+k$ 的图象过点 $(1,7)$ 和点 $(0,4)$，则 $f(x)$ 的解析式为　　(　　)

A. $f(x)=3x^2+4$　　B. $f(x)=2x^2+5$

C. $f(x)=3x^2+2$　　D. $f(x)=5x^2+4$

5. 已知函数 $y=kx+b$ 经过点 $\left(\frac{5}{2},0\right)$，且与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{25}{4}$，则该函数的解析式为　　(　　)

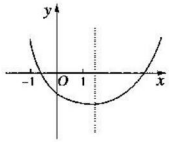
A. $y=2x-5$

B. $y=-2x+5$

C. $y=2x\pm5$

D. $y=2x-5$ 或 $y=-2x+5$

6. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，设 $P=|a+b+c|+|2a-b|$，$Q=|a-b+c|+|2a+b|$，则(　　)




A. $P>Q$

B. $P=Q$

C. $P<Q$

D. $P$，$Q$ 的大小关系不能确定



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

## 二、填空题

7. 一次函数图象过点 $P(2,4)$，$Q(-1,5)$，则其函数解析式为_____.

8. 已知 $a,b$ 为常数，若 $f(x)=x^2+4x+3$，$f(ax+b)=x^2+10x+24$，则 $5a-b=$_____.

9. 对任意实数 $x,y$，定义运算 $x*y=ax+by+cxy$，其中 $a,b,c$ 为常数，等号右边的运算是通常意义下的加乘运算，现已知 $1*2=3$，$2*3=4$，且有一个非零实数 $m$，使得对任意实数 $x$，都有 $x*m=x$，则 $m=$_____.

## 三、解答题(每小题15分，共45分)

10. 已知二次函数 $f(x)$ 的二次项系数 $a(a>0)$，且方程 $f(x)+2x=0$ 有两根1，3，方程 $f(x)+6a=0$ 有两个相等的实数根，求 $f(x)$ 的解析式.

11. 已知 $y=f(x)$ 的定义域为 $[1,4]$，$f(1)=2$，$f(2)=3$，当 $x\in[1,2]$ 时，$f(x)$ 的图象为线段，当 $x\in[2,4]$ 时 $f(x)$ 的图象为二次函数图象的一部分，其顶点为(3,1).

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)画出 $f(x)$ 的图象并求 $f(x)$ 的值域.

12. 已知奇函数 $f(x)=\dfrac{px^2+2}{3x+q}$.

(1)若 $f(2)=\dfrac{5}{3}$，求 $f(x)$ 的表达式；

(2)若方程 $f(x)=2$ 有解，求实数 $p$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.3　函数的应用(Ⅰ)

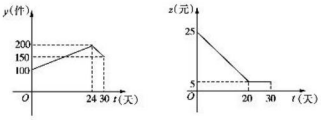
**学习目标**

1. 掌握一次函数、二次函数模型的应用，会解决简单的实际问题；
2. 通过实际问题的解决，提高阅读理解能力，建模能力，分析问题和解决问题的能力.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　一次函数模型的应用

1. 如图是本地区一种产品30天的销售图象，图①是产品日销售量$y$(单位：件)与时间$t$(单位：天)的函数关系，图②是一件产品的销售利润$z$(单位：元)与时间$t$(单位：天)的函数关系，已知日销售利润＝日销售量×一件产品的销售利润，下列结论错误的是　(　)



图①　　图②

A. 第24天的销售量为200件
B. 第10天销售一件产品的利润是15元
C. 第12天与第30天这两天的日销售利润相等
D. 第30天的日销售利润是750元

2. 某村电费收取有以下两种方案供农户选择：
方案一：每户每月收管理费2元，月用电不超过30度时，每度0.5元，超过30度时，超过部分按每度0.6元收取.
方案二：不收管理费，每度0.58元.
(1)老王家九月份按方案一交费35元，问老王家该月用电多少度？
(2)老王家月用电量在什么范围时，选择方案一比选择方案二更好？

### 知识点二　二次函数模型的应用(Ⅰ)

3. 某电视新产品投放市场后第一个月销售100台，第二个月销售200台，第三个月销售400台，第四个月销售790台，则下列函数模型中能较好地反映销量$y$与投放市场的月数$x$($1\leqslant x\leqslant 4$，$x\in \mathbf{N}^*$)之间关系的是　(　)

A. $y=100x$
B. $y=50x^2-50x+100$
C. $y=50(x+2)$
D. $y=300-50x$

4. 某厂借嫦娥奔月的东风，推出品牌为“玉兔”的新产品，生产“玉兔”的固定成本为20 000元，每生产一件“玉兔”需要增加投入100元，根据初步测算，总收益(单位：元)满足分段函数$\varphi(x)$，其中$\varphi(x)=\begin{cases}400x-\frac{1}{2}x^2, 0<x\leqslant 400,\\ 80\,000, x>400,\end{cases}$ $x$是“玉兔”的月产量(单位：件)，总收益＝成本＋利润.
(1)试将利润$y$元表示为月产量$x$的函数；
(2)当月产量$x$为多少件时利润最大？最大利润是多少？

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 据调查，苹果园地铁的自行车存车处，在某星期日的存车量为4 000辆次，其中变速车存车费是每辆一次0.3元，普通车存车费是每辆一次0.2元，若普通车存车数为$x$辆次，存车费总收入为$y$元，则$y$关于$x$的函数关系式是　(　)
A. $y=0.1x+800(0\leqslant x\leqslant 4\,000)$
B. $y=0.1x+1\,200(0\leqslant x\leqslant 4\,000)$
C. $y=-0.1x+800(0\leqslant x\leqslant 4\,000)$
D. $y=-0.1x+1\,200(0\leqslant x\leqslant 4\,000)$

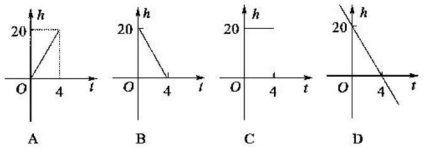
2. 一个体户有一种货物，如果月初售出可获利100元，再将本利都存入银行，已知银行月息为2.4%.如果月末售出，可获利120元，但要付保管费5元，这位个体户为获利最大，这种货物　(　)
A. 月初售出好
B. 月末售出好
C. 月初或月末售出一样
D. 由成本费的大小确定



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

3. 一根蜡烛长20 cm，点燃后每小时燃烧5 cm，燃烧时剩下的高度$h$(cm)与燃烧时间$t$(小时)的函数关系用图象表示为　(　)



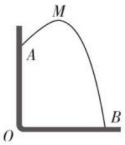

A　B　C　D

4. 某商店同时卖出两套西服，售价均为168元，以成本计算，一套盈利20%，另一套亏损20%，此时商店　(　)

A. 不亏不盈　　B. 盈利37.2元

C. 盈利14元　　D. 亏损14元

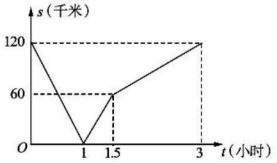
5. 某幢建筑物，从10 m高的窗口$A$用水管向外喷水，喷出的水流呈抛物线状(抛物线所在平面与墙面垂直)．如图所示，如果抛物线的最高点$M$离墙1 m，离地面$\frac{40}{3}$ m，则水流落地点$B$离墙的距离$OB$是　(　)




A. 2 m　　B. 3 m

C. 4 m　　D. 5 m

6. 甲骑摩托车从$A$地去$B$地，乙开汽车从$B$地去$A$地，同时出发，匀速行驶，各自到达终点后停止，设甲、乙两人之间距离为$s$(单位：千米)，甲行驶的时间为$t$(单位：小时)，$s$与$t$之间的函数关系如图所示，有下列结论：




①出发1小时时，甲、乙在途中相遇；

②出发1.5小时时，乙比甲多行驶了60千米；

③出发3小时时，甲、乙同时到达终点；

④甲的速度是乙速度的一半．

其中，正确结论的个数是　(　)

A. 4　　B. 3

C. 2　　D. 1

## 二、填空题

7. 将长度为1的铁丝分成两段，分别围成一个正方形和一个圆形．要使正方形与圆的面积之和最小，正方形的周长应为_____．

8. 某类产品按质量可分10个档次，生产最低档次(第1档次为最低档次，第10档次为最高档次)，每件利润为8元，如果产品每提高一个档次，则利润增加2元，用同样的工时，最低档次产品每天可生产60件，提高一个档次将减少3件产品，则生产第_____档次的产品，所获利润最大．

9. 物体从静止状态下落，下落的距离与开始下落所经过的时间的平方成正比，已知开始下落的最初两秒间，物体下落了19.6米，如果下落时间为3秒，则下降距离是_____．

## 三、解答题

10. 大家拿超市某种商品每件成本10元，若售价为25元，则每天能卖出30件，经调查，如果降低价格，销售量可以增加，且每天多卖出的商品件数$t$与商品单价的降低值$x$(单位：元，$0\leqslant x\leqslant 15$)成正比，当售价为23元时，每天能卖出42件．

(1)将每天的商品销售利润$y$表示成$x$的函数；

(2)如何定价才能使每天的商品销售利润最大？

11. 某市出租车的计价标准是：4 km以内(含4 km)10元，超过4 km且不超过18 km的部分1.2元/km，超过18 km的部分1.8元/km，不计等待时间的费用．

(1)如果某人乘车行驶了10 km，他要付多少车费？

(2)试建立车费$y$(元)与行车里程$x$(km)的函数关系式．

12. 某微机培训机构打算购进一批微机桌和鼠标垫，市场价微机桌每张为150元，鼠标垫每个为5元，该培训机构老板联系了两家商场甲和乙，由于用货量大，这两家商场都给出了优惠条件：

商场甲：买一赠一，买一张微机桌，赠一个鼠标垫；

商场乙：打折，按总价的95%收款．

该培训机构需要微机桌60张，鼠标垫$x$个($x\geqslant 60$)，如果两种商品只能在一家购买，请你帮助该培训机构老板选择在哪一家商场买更省钱？



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.4　函数与方程

## 2.4.1　函数的零点

**学习目标**

1. 结合二次函数的图象，判断一元二次方程根的存在性及根的个数；
2. 了解函数的零点与方程根的联系；
3. 理解函数零点存在性的判定方法.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　求函数的零点

1. 下列函数不存在零点的是　　(　　)

A. $y=x-\frac{1}{x}$

B. $y=\sqrt{2x^2-x-1}$

C. $y=\begin{cases}x+1(x\leqslant 0),\\ x-1(x>0)\end{cases}$

D. $y=\begin{cases}x+1(x\geqslant 0),\\ x-1(x<0)\end{cases}$

2. 已知二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根为 2，4 且 $a>0$，则 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是　　(　　)

A. $\{x|2<x<4\}$　　B. $\{x|x<2$ 或 $x>4\}$

C. $\{x|4<x<2\}$　　D. $\{x|x<4$ 或 $x>2\}$

### 知识点二　函数零点的判断

3. 已知函数 $f(x)=x^2+x+a$ 在区间(0，1)上有零点，则实数 $a$ 的取值范围为　　(　　)

A. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]$　　B. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)$

C. $(-2,0)$　　D. $[-2,0]$

4. 已知函数 $f(x)=|x^2-4x+3|$，若方程 $f(x)=m$ 有四个不相等的实数根，则实数 $m$ 的取值范围是_____.

### 知识点三　函数零点的综合问题

5. 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是定义在同一区间 $[a,b]$ 上的两个函数，若函数 $y=f(x)-g(x)$ 在 $x\in[a,b]$ 上有两个不同的零点，则称 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $[a,b]$ 上是“关联函数”，区间 $[a,b]$ 称为“关联区间”. 若 $f(x)=x^2-3x+4$ 与 $g(x)=2x+m$ 在 $[0,3]$ 上是“关联函数”，则 $m$ 的取值范围是　　(　　)

A. $\left(-\frac{9}{4},-2\right]$　　B. $[-1,0]$

C. $(-\infty,-2]$　　D. $\left(-\frac{9}{4},+\infty\right)$

6. 设 $f(x)=ax^2+(b-8)x-a-ab$ 的两个零点分别是 $-3$，2.

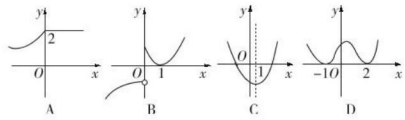
(1)求 $f(x)$；

(2)当函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,1]$ 时，求其值域.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 下列图象对应的函数中没有零点的是　　(　　)




A　　B　　C　　D

2. 二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c(x\in\mathbf{R})$ 的部分对应值如下表：

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 6 | $m$ | $-4$ | $-6$ | $-6$ | $-4$ | $n$ | 6 |

不求 $a,b,c$ 的值，可以判断方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根所在的区间是　　(　　)

A. $(-3,-1)$ 和 $(2,4)$

B. $(-3,-1)$ 和 $(-1,1)$

C. $(-1,1)$ 和 $(1,2)$

D. $(-\infty,-3)$ 和 $(4,+\infty)$

3. 如果二次函数 $y=x^2+mx+m+3$ 不存在零点，则 $m$ 的取值范围是　　(　　)

A. $(-\infty,-2)\cup(6,+\infty)$　　B. $(-2,6)$

C. $[-2,6]$　　D. $\{-2,6\}$

4. 若函数 $f(x)=ax+b(a\neq 0)$ 有一个零点为 2，那么函数 $g(x)=bx^2-ax$ 的零点是　　(　　)

A. $0,-\frac{1}{2}$　　B. $0,\frac{1}{2}$

C. $0,2$　　D. $2,-\frac{1}{2}$

5. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，函数 $f(x)$ 的一个零点为 $\frac{1}{2}$，则满足 $f(2x-1)<0$ 的解集为　　(　　)



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

A. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right)\cup\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$

B. $\left(-\infty,\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$

C. $\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)$

D. $\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right]$

6. 对于函数 $f(x)$，若在其定义域内存在两个实数 $a$，$b(a<b)$，当 $x\in[a,b]$ 时，$f(x)$ 的值域也是 $[a,b]$，则称函数 $f(x)$ 为“科比函数”. 若函数 $f(x)=k+\sqrt{x+2}$ 是“科比函数”，则实数 $k$ 的取值范围（　　）

A. $\left(-\frac{9}{4},-2\right]$　　B. $\left(-\frac{9}{4},0\right]$

C. $[-2,0]$　　D. $[-2,+\infty)$

## 二、填空题

7. 若集合 $\{x|x^2+ax+b=0\}=\{-1,3\}$，则实数 $a$，$b$ 的和 $a+b=$_____.

8. 已知函数 $f(x)=4x^2+2(m-1)x+2m+3$ 有两个零点 $\alpha$，$\beta$，且 $\alpha<0$，$\beta<0$，则 $m$ 的范围是_____.

9. 已知函数 $y=(m+3)x^2-4mx+2m-1$ 有正、负两个零点，且负零点绝对值大于正零点，则 $m$ 的范围是_____.

## 三、解答题

10. 已知关于 $x$ 的函数 $y=(m+6)x^2+2(m-1)x+m+1$ 恒有零点.

(1)求 $m$ 的范围；

(2)若函数有两个不同零点，且其倒数之和为 $-4$，求 $m$ 的值.

11. 已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx(a,b$ 为常数，且 $a\neq0)$ 满足条件：$f(x-1)=f(3-x)$，且方程 $f(x)=2x$ 有两等根.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)求 $f(x)$ 在 $[0,t]$ 上的最大值.

12. 若关于 $x$ 的方程 $2ax^2-x-1=0$ 在 $(0,1)$ 内恰有一解，求实数 $a$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 2.4.2　求函数零点近似解的一种计算方法——二分法

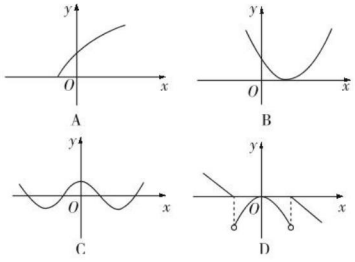
学习目标

1. 理解二分法求方程近似解的原理；
2. 能用二分法求方程的近似解.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　二分法的概念

1. 下列函数图象与 $x$ 轴均有公共点，其中能用二分法求零点的是（　　）




2. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象在 **R** 上连续不断，且 $f(a)\cdot f(b)>0$，则下列说法正确的是（　　）

A. $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内有一个零点

B. $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内有可能有零点

C. $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内的零点有奇数个

D. $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内没有零点

### 知识点二　用二分法求方程的近似解

3. 在用二分法求方程 $f(x)=0$ 在 $[0,1]$ 上的近似解时，经计算，$f(0.625)<0$，$f(0.75)>0$，$f(0.687\,5)<0$，即得出方程的一个近似解为_____（精确度为 0.1）.

4. 用“二分法”求方程 $x^3-2x-5=0$ 在区间 $(2,3)$ 内满足精确度 0.1 的实根时，取区间的中点 $x_0=2.5$，那么下一个有根区间是_____.

## 2 课后拔高提能练

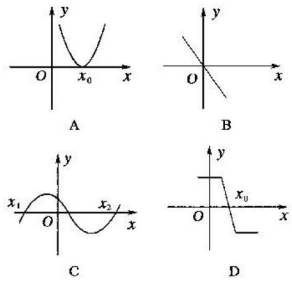
### 一、选择题

1. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上具有单调性，且 $f(a)\cdot f(b)<0$，则方程 $f(x)=0$ 在区间 $[a,b]$ 上（　　）

A. 至少有一个实根　　B. 至多有一个实根

C. 没有实根　　D. 必有唯一的实根

2. 下列函数的图象与 $x$ 轴均有交点，但不能用二分法求交点横坐标的是（　　）




3. 已知定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 的图象是连续不断的，且有如下对应值表：

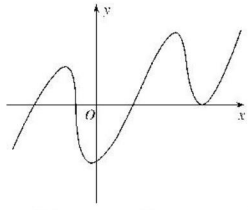
| $x$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6.1 | 2.9 | −3.5 |

那么函数 $f(x)$ 一定存在零点的区间是（　　）

A. $(-\infty,1)$　　B. $(1,2)$

C. $(2,3)$　　D. $(3,+\infty)$

4. 函数 $f(x)$ 的图象如图所示，函数 $f(x)$ 的变号零点个数为（　　）




A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 用二分法求函数的零点，函数的零点总位于区间 $(a_n,b_n)$ 内，当 $|a_n-b_n|<\varepsilon$ 时，函数的近似零点与真正的零点的误差不超过（　　）

A. $\varepsilon$　　B. $\frac{1}{2}\varepsilon$

C. $2\varepsilon$　　D. $\frac{1}{4}\varepsilon$

6. 设函数 $f(x)=x^3+bx+c$ 是 $[-1,1]$ 上的增函数，且 $f\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)<0$，则方程 $f(x)=0$ 在 $[-1,1]$ 内（　　）

A. 可能有 3 个实数根　　B. 可能有 2 个实数根

C. 有唯一的实数根　　D. 没有实数根

### 二、填空题

7. 已知函数 $y=f(x)$ 是 **R** 上的奇函数，其零点为 $x_1$，$x_2$，…，$x_{2\,017}$，则 $x_1+x_2+\cdots+x_{2\,017}=$_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

8. 用二分法求函数 $y=f(x)$ 在区间(2,4)上的近似解，验证 $f(2)\cdot f(4)<0$，给定精确度 $\varepsilon=0.01$，取区间 $(a,b)$ 的中点 $x_1=\frac{2+4}{2}=3$，计算得 $f(2)\cdot f(x_1)<0$，则此时零点 $x_0\in$ _____（填区间）.

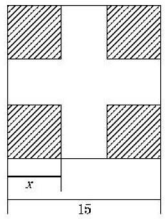
9. 用二分法求方程 $f(x)=0$ 在[0,4]上的近似解时，最多经过_____次计算精确度可以达到0.001.

## 三、解答题

10. 已知函数 $f(x)=3ax^2+2bx+c$，$a+b+c=0$，$f(0)>0$，$f(1)>0$，证明 $a>0$，并利用二分法证明方程 $f(x)=0$ 在区间[0,1]内有两个实根.

11. 张三和李四两同学暑假同时登泰山，早上6:00从山下出发边走边玩至12:00到达南天门，第二天早上6:00从南天门出发估计至12:00也可回到山下，下山走到半途一块石刻时，张三突然发现昨天也是9:30分经过这块石刻，于是张三问李四："我们在上山和下山都在同一时刻经过同一地点，这是偶然现象还是必然现象？"

12. 如图所示，有一块边长为15 cm的正方形铁皮，将其四个角各截去一个边长为 $x$ cm的小正方形，然后折成一个无盖的盒子.




(1)求出盒子的体积 $y$ 与以 $x$ 为自变量的函数解析式，并讨论这个函数的定义域；

(2)如果要做成一个容积是150 $cm^3$ 的无盖盒子，那么截去的小正方形的边长 $x$ 是多少？（精确到0.1 cm）



关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

学习札记

# 阶段质量评估卷(三)

(时间:60 分钟　满分:100 分)

## 一、选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. 下列函数中,在$(-\infty,1)$内是增函数的是　(　　)

A. $y=1-x^3$　　B. $y=x^2+x$

C. $y=\frac{x}{1-x}$　　D. $y=\sqrt{1-x}$

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x-3,x\geqslant 10,\\ f[f(x+5)],x<10,\end{cases}$ 则 $f(6)$的值为　(　　)

A. 5　　B. 6

C. 7　　D. 8

3. 已知 $f(x)=ax^2+bx+3a+b$ 是偶函数,定义域为$[a-1,2a]$,则 $a+b=$　(　　)

A. $-\frac{1}{3}$　　B. 1

C. 0　　D. $\frac{1}{3}$

4. 若函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,在$(-\infty,0)$上为减函数,且$f(2)=0$,则使得 $f(x)<0$ 的 $x$ 的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,-2)\cup(0,2)$

B. $(-2,0)\cup(2,+\infty)$

C. $(-2,2)$

D. $(-2,0)\cup(0,2)$

5. 若函数 $f(x)=2(a-1)x-x^2$ 在区间$(-\infty,4]$上是增函数,则实数 $a$ 的取值范围是　(　　)

A. $a\leqslant -3$　　B. $a\geqslant -3$

C. $a\leqslant 5$　　D. $a\geqslant 5$

6. 函数 $f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,下列命题:①$f(0)=0$;②若 $f(x)$在$[0,+\infty)$上有最小值$-1$,则 $f(x)$在$(-\infty,0]$上有最大值 1;③若 $f(x)$在$[1,+\infty)$上为增函数,则 $f(x)$在$(-\infty,-1]$上为减函数;④若 $x>0$ 时,$f(x)=x^2-2x$,则 $x<0$ 时,$f(x)=-x^2-2x$.其中正确命题的个数是　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

7. 已知函数 $f(x)$在其定义域$(-\infty,0)$上是减函数,且$f(1-m)<f(m-3)$,则实数 $m$ 的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,2)$　　B. $(0,1)$

C. $(0,2)$　　D. $(1,2)$

8. 已知函数 $f(x)$的图象是连续不间断的,且有如下的 $x$,$f(x)$对应值表:

| $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 11.8 | 8.6 | −6.4 | 4.5 | −26.8 | −86.2 |

则函数 $f(x)$在区间$[1,6]$上的零点有　(　　)

A. 2 个　　B. 3 个

C. 至少 3 个　　D. 至多 2 个

## 二、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

9. 若二次函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x-3$ 在区间$[3,+\infty)$上是增函数,则实数 $a$ 的取值范围是_____(用区间表示).

10. 设函数 $f(x)=|x+a|$,$g(x)=x-1$,对于任意的 $x\in\mathbf{R}$,不等式 $f(x)\geqslant g(x)$恒成立,则实数 $a$ 的取值范围是_____.

11. (2018 · 天津卷)已知 $a>0$,函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2ax+a,x\leqslant 0,\\ -x^2+2ax-2a,x>0.\end{cases}$ 若关于 $x$ 的方程 $f(x)=ax$ 恰有 2 个互异的实数解,则实数 $a$ 的取值范围是_____.

## 三、解答题(每小题 15 分,共 45 分)

12. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3-x}+\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ 的定义域为集合 $A$,$B=\{x|x<a\}$.

(1)求集合 $A$;

(2)若 $A\subseteq B$,求 $a$ 的取值范围;

(3)若全集 $U=\{x|x\leqslant 4\}$,$a=-1$,求 $A\cup(\complement_U B)$.



关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

学习札记

13. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

(1)判断函数在区间$[1,+\infty)$上的单调性，并用定义证明你的结论；

(2)求该函数在区间$[1,4]$上的最大值与最小值.

14. 甲商店某种商品 9 月份(30 天，9 月 1 日为第一天)的销售价格 $P$(元)与时间 $t$(天)函数关系如图(一)所示，该商品日销售量 $Q$(件)与时间 $t$(天)函数关系如图(二)所示.

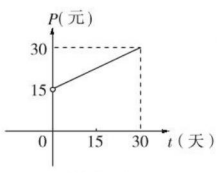


图 (一)

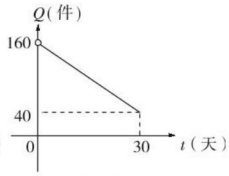


图 (二)

(1)写出：图(一)表示的销售价格与时间的函数关系式 $P=f(t)$，图(二)表示的日销售量与时间的函数关系式 $Q=g(t)$，及日销售金额 $M$(元)与时间的函数关系 $M=h(t)$.

(2)乙商店销售同一种商品，在 9 月份采用另一种销售策略，日销售金额 $N$(元)与时间 $t$(天)之间的函数关系为 $N=-2t^2-10t+2\ 750$，比较 9 月份每天两商店销售金额的大小.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 第三章　基本初等函数(Ⅰ)

## 3.1　指数与指数函数

### 3.1.1　实数指数幂及其运算(一)

**学习目标**

1. 理解有理数指数幂的含义，会用幂的运算性质进行有关计算；
2. 通过本节的学习，了解实数指数幂的意义，进一步体会“用有理数逼近无理数”的思想.

## 1 基础知识点对点

**知识点一　有理数指数幂的运算性质**

1. 已知 $m^{10}=2$，则 $m$ 等于　(　　)

A. $\sqrt[10]{2}$　　B. $-\sqrt[10]{2}$

C. $\sqrt{2^{10}}$　　D. $\pm\sqrt[10]{2}$

2. $a^3b^2(2ab^{-1})^3=$_____.

**知识点二　根式的概念**

3. 下列说法中：①16 的 4 次方根是 2；② $\sqrt[4]{16}$ 的运算结果是 $\pm2$；③当 $n$ 为大于 1 的奇数时 $\sqrt[n]{a}$ 对任意 $a\in\mathbf{R}$ 都有意义；④当 $n$ 为大于 1 的偶数时，$\sqrt[n]{a}$ 只有当 $a\geqslant0$ 时才有意义.

其中正确的是　(　　)

A. ①③④　　B. ②③④

C. ③④　　D. ②③

4. $\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{y^2+6y+9}=0$，则 $(x^{2\,017})^y=$_____.

**知识点三　根式的运算**

5. 求下列各式的值.

(1) $\sqrt[4]{(-4)^2}$；

(2) $\sqrt[5]{-32}$；

(3) $\sqrt[4]{(-\sqrt{2})^2}$；

(4) $(\sqrt[3]{-2})^3$；

(5) $\sqrt{(\pi-3)^2}$；

(6) $\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}+\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$.

## 2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 计算 $[(-\sqrt{2})^2]^{-\frac{1}{2}}$ 的值为　(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt[5]{(b-a)^5}$ 的值是　(　　)

A. 0　　B. $2(b-a)$

C. 0 或 $2(b-a)$　　D. 不确定

3. 下列各式的运算错误的是　(　　)

A. $(-a^2b)^2\cdot(-ab^2)^3=-a^7b^8$

B. $(-a^2b^3)^2\div(-ab^2)^3=-a$

C. $(-a^3b)^2\cdot(-b^2)^3=a^6b^8$

D. $[(-a^3)^2\cdot(-b^2)^3]^3=-a^{18}b^{18}$

4. 已知 $xy\neq0$，且 $\sqrt{4x^2y^2}=-2xy$，则有　(　　)

A. $xy<0$　　B. $xy>0$

C. $x>0,y>0$　　D. $x<0,y<0$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 当 $a,b\in\mathbf{R}$ 时，下列各式总能成立的是　　(　　)

A. $(\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b})^6=a-b$

B. $\sqrt[8]{(a^2+b^2)^8}=a^2+b^2$

C. $\sqrt[4]{a^4}-\sqrt[4]{b^4}=a-b$

D. $\sqrt[10]{(a+b)^{10}}=a+b$

6. 化简 $\sqrt{23-6\sqrt{10-4\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}$ 得　　(　　)

A. $3+\sqrt{2}$　　B. $2+\sqrt{3}$

C. $1+2\sqrt{2}$　　D. $1+2\sqrt{3}$

## 二、填空题

7. $\sqrt{6\frac{1}{4}}-\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}+\sqrt[3]{0.125}=$_____.

8. 计算 $\dfrac{(2^{n+1})^2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{2n+1}}{4^n\cdot 8^{-2}}(n\in\mathbf{N}^*)$ 的结果为_____.

9. 已知 $m=(\sqrt{2}-1)^{-1}$，$n=(\sqrt{2}+1)^{-1}$，那么 $(m-1)^{-1}+(n+1)^{-1}=$_____.

## 三、解答题

10. 求下列各式的值：

(1) $\sqrt{(-100)^2}$；

(2) $(\sqrt[3]{1-\sqrt{3}})^3$；

(3) $\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6}$；

(4) $\sqrt{x^2+2xy+y^2}$.

11. 若 $\sqrt[4]{4a^2-4a+1}=\sqrt[3]{1-2a}$，试求实数 $a$ 的值.

12. 比较 $\sqrt{5}$，$\sqrt[3]{11}$，$\sqrt[6]{123}$ 的大小.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.1.1　实数指数幂及其运算(二)

学习目标

1. 熟练掌握利用幂的运算性质进行有关计算；
2. 能用幂的运算性质解决一些简单的数学问题.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　分数指数幂

1. 下列各式成立的是　(　　)

A. $\sqrt[3]{m^2+n^2}=(m+n)^{\frac{2}{3}}$

B. $\left(\frac{b}{a}\right)^2=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}$

C. $\sqrt[6]{(-3)^2}=(-3)^{\frac{1}{3}}$

D. $\sqrt{\sqrt[3]{4}}=2^{\frac{1}{2}}$

2. 把根式 $\sqrt[3]{x^2}$ 写成分数指数幂的形式为_____.

### 知识点二　幂的运算性质

3. 计算 $\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}-\sqrt[4]{(-3)^4}+\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}-1.5^0$.

4. 计算 $0.75^{-1}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\times\left(6\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{4}}+11(\sqrt{3}-2)^{-1}+\left(\frac{1}{300}\right)^{-\frac{1}{2}}+4^{\frac{1}{4}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}$.

### 知识点三　指数幂的应用

5. 已知 $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=3$，则 $a+a^{-1}=$_____.

6. 已知 $a^{2x}=\sqrt{2}-1$，则 $\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}$ 的值为_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 计算 $[(-\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}$ 的结果是　(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. 当 $a\geqslant 0$ 时，$\left(\sqrt[3]{\sqrt[6]{a^9}}\right)^4\cdot\left(\sqrt[9]{\sqrt[3]{a^9}}\right)^4$ 的化简结果是　(　　)

A. $a^{16}$　　B. $a^8$

C. $a^4$　　D. $a^2$

3. 下列结论中正确的个数是　(　　)

①当 $a<0$ 时，$(a^2)^{\frac{3}{2}}=a^3$；

②$\sqrt[n]{a^n}=|a|$；

③函数 $y=(x-2)^{\frac{1}{2}}-(3x-7)^0$ 的定义域是 $[2,+\infty)$；

④若 $100^a=5$，$10^b=2$，则 $2a+b=1$.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

4. 计算 $\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$ 的值等于　(　　)

A. $1+\frac{1}{2^{16}}$　　B. $1-\frac{1}{2^{16}}$

C. $2+\frac{1}{2^{15}}$　　D. $2-\frac{1}{2^{15}}$

5. 以下化简结果错误的是　(　　)

A. $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{3}}\cdot a^{-\frac{1}{15}}=1$

B. $(a^6\cdot b^{-9})^{-\frac{2}{3}}=a^{-4}\cdot b^6$

C. $(-2x^{\frac{1}{4}}y^{-\frac{1}{3}})(3x^{-\frac{1}{2}}\cdot y^{\frac{2}{3}})(-4x^{\frac{1}{4}}\cdot y^{\frac{2}{3}})=24y$

D. $\frac{-15a^{\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\cdot c^{-\frac{3}{4}}}{25a^{-\frac{1}{2}}\cdot b^{\frac{1}{3}}\cdot c^{\frac{2}{4}}}=-\frac{3}{5}ac$

6. 若 $x+x^{-1}=a(x>0)$，则 $x^4+x^{-4}$ 的值为　(　　)

A. $a^2-2$　　B. $a^4-2$

C. $a^4+2+4a^2$　　D. $a^4-4a^2+2$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

## 二、填空题

7. 计算：$(7+4\sqrt{3})^{\frac{1}{2}}-27^{\frac{1}{6}}+16^{\frac{3}{4}}=$_____.

8. 若 $x>0$，则 $(2x^{\frac{1}{4}}+3^{\frac{3}{2}})(2x^{\frac{1}{4}}-3^{\frac{3}{2}})-4x^{-\frac{1}{2}}(x-x^{\frac{1}{2}})=$_____.

9. 已知 $a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}}=4$，$x=a+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}$，$y=b+3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}$，则 $(x+y)^{\frac{2}{3}}+(x-y)^{\frac{2}{3}}$ 为_____.

## 三、解答题

10. 已知 $x+y=12$，$xy=9$，且 $x<y$，求 $\dfrac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}$ 的值.

11. 计算下列各式：

(1) $\left(2\dfrac{7}{9}\right)^{0.5}+0.1^{-2}+\left(2\dfrac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3\pi^{0}+\dfrac{37}{48}$；

(2) $\sqrt[3]{a^{\frac{9}{2}}\sqrt{a^{-3}}}\div\sqrt{\sqrt[3]{a^{-7}}\sqrt[3]{a^{13}}}$.

12. 当 $x>0$，$y>0$，且 $\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y})=3\sqrt{y}(\sqrt{x}+5\sqrt{y})$ 时，求 $\dfrac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}$ 的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.1.2　指数函数(一)

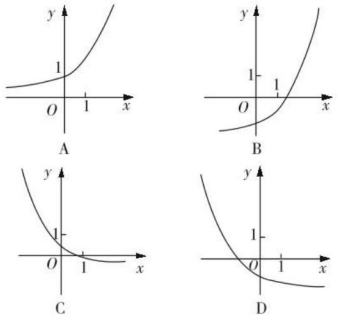
学习目标

1. 理解指数函数的概念和意义；
2. 掌握指数函数的图象和性质.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　指数函数的图象

1. 函数 $y=a^x-a(a>0,a\neq1)$ 的图象可能是　(　　)




2. 函数 $f(x)=a^x+1(a>0,a\neq1)$ 的图象必经过定点_____.

### 知识点二　指数函数的定义域与值域

3. 已知函数 $f(x)=2^{x-b}(2\leqslant x\leqslant4,b$ 为常数)的图象经过点(3,1)，则 $f(x)$ 的值域为　(　　)

A. $[4,16]$　　B. $[2,10]$

C. $\left[\frac{1}{2},2\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

4. 函数 $y=\sqrt{16-4^x}$ 的值域是　(　　)

A. $[0,+\infty)$　　B. $[0,4]$

C. $(0,4)$　　D. $[0,4)$

### 知识点三　指数函数的简单性质

5. 对于函数 $f(x)$ 的定义域中任意的 $x_1,x_2(x_1\neq x_2)$，有如下结论：① $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$；② $f(x_1\cdot x_2)=f(x_1)+f(x_2)$；③ $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$；④ $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$.

当 $f(x)=2^x$ 时，上述结论中正确的个数是　(　　)

A. 3　　B. 2

C. 1　　D. 0

6. 函数 $f(x)=3^x+\frac{1}{2}x-2$ 的零点所在的一个区间是　(　　)

A. $(-2,-1)$　　B. $(-1,0)$

C. $(0,1)$　　D. $(1,2)$

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 已知集合 $M=\{x\in\mathbf{Z}\mid x<3\}$，$N=\{x\mid1\leqslant e^x\leqslant e\}$，则 $M\cap N=$　(　　)

A. $\varnothing$　　B. $\{0\}$

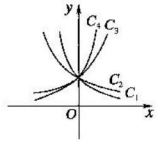
C. $[0,1]$　　D. $\{0,1\}$

2. 函数 $y=\sqrt{1-2^x}$ 的定义域是　(　　)

A. $(-\infty,0]$　　B. $[0,+\infty)$

C. $[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,1]$

3. 如图所示的曲线是指数函数 $y=a^x$ 的图象，已知 $a$ 的值取 $\frac{5}{4},\frac{4}{3},\frac{3}{10},\frac{1}{5}$，则相应于曲线 $C_1,C_2,C_3,C_4$ 的 $a$ 值依次为　(　　)




A. $\frac{4}{3},\frac{5}{4},\frac{1}{5},\frac{3}{10}$

B. $\frac{5}{4},\frac{4}{3},\frac{3}{10},\frac{1}{5}$

C. $\frac{3}{10},\frac{1}{5},\frac{5}{4},\frac{4}{3}$

D. $\frac{1}{5},\frac{3}{10},\frac{5}{4},\frac{4}{3}$

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}3x-b,x<1,\\2^x,x\geqslant1,\end{cases}$ 若 $f\left[f\left(\frac{5}{6}\right)\right]=4$，则 $b=$　(　　)

A. 1　　B. $\frac{7}{8}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 已知 $0<a<1,b<-1$，则函数 $f(x)=a^x+b$ 的图象不经过　(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

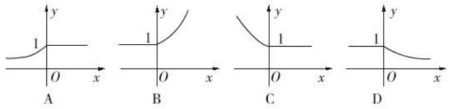
C. 第三象限　　D. 第四象限

6. 定义运算：$a*b=\begin{cases}a,a\leqslant b,\\b,a>b,\end{cases}$ 则函数 $f(x)=1*\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的图象为　(　　)



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记




## 二、填空题

7. 函数$y=\dfrac{1}{2^x+1}$的值域是_____.

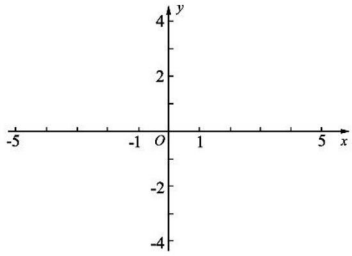
8. 方程$|2^x-1|=a$有唯一实数解，则$a$的取值范围是_____.

9. 函数$y=4^{x-\frac{1}{2}}-3\times 2^x+5(0\leqslant x\leqslant 2)$的值域是_____.

## 三、解答题

10. 求函数$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-6x+10}$的定义域，值域.

11. 已知函数$f(x)=x-|x-1|$，$g(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$.




(1)在所给坐标系中同时画出函数$y=f(x)$和$y=g(x)$的图象；

(2)根据(1)中图象写出不等式$g(x)\geqslant f(x)$的解集.

12. 已知函数$f(x)=3^x$，且$f(a+2)=18$，$g(x)=3^{ax}-4^x$的定义域为$[0,1]$.

(1)求$g(x)$的解析式；

(2)证明：$g(x)$在$[0,1]$上是减函数；

(3)求$g(x)$的值域.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.1.2　指数函数(二)

**学习目标**

1. 理解指数函数的概念及意义；
2. 利用函数的性质解题，如解不等式、比较大小等.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　比较大小

1. 下列判断正确的是　(　)

A. $2.5^{2.5}>2.5^{3}$　　B. $0.8^{2}<0.8^{3}$

C. $\pi^{2}<\pi^{\sqrt{2}}$　　D. $0.9^{0.3}>0.9^{0.5}$

2. 已知 $a=0.8^{0.7}$，$b=0.8^{0.9}$，$c=1.2^{0.8}$，则 $a$，$b$，$c$ 的大小关系是　(　)

A. $c>b>a$　　B. $b>a>c$

C. $a>b>c$　　D. $c>a>b$

### 知识点二　指数函数的性质

3. 若函数 $f(x)=\dfrac{2^{x}+1}{2^{x}-a}$ 是奇函数，则使 $f(x)>3$ 成立的 $x$ 的取值范围为　(　)

A. $(-\infty,0)$　　B. $(-\infty,1)$

C. $(0,1)$　　D. $(1,+\infty)$

4. 若函数 $f(x)=a^{|2x-4|}$ $(a>0,a\neq1)$，满足 $f(1)=\dfrac{1}{9}$，则 $f(x)$ 的单调递减区间是　(　)

A. $(-\infty,2]$　　B. $[2,+\infty)$

C. $[-2,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2]$

### 知识点三　指数函数的综合性质

5. 已知函数 $f(x)=\dfrac{a^{x}-1}{a^{x}+1}$ $(a>1)$，$g(x)=3^{x}$.

(1)若 $g(a+2)=81$，求实数 $a$ 的值，并判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；

(2)用定义证明 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数；

(3)求函数 $f(x)$ 的值域.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{3^{x}-1}+\dfrac{1}{a}$ 是奇函数，则 $a$ 的值为　(　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

2. 设 $y_1=4^{0.9}$，$y_2=8^{0.48}$，$y_3=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1.5}$，则　(　)

A. $y_3>y_1>y_2$　　B. $y_2>y_1>y_3$

C. $y_1>y_3>y_2$　　D. $y_1>y_2>y_3$

3. 用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 $a$，$b$，$c$ 三个数中的最小值. 设 $f(x)=\min\{2^{x},x+2,10-x\}$ $(x\geqslant0)$，则 $f(x)$ 的最大值为　(　)

A. 4　　B. 5

C. 6　　D. 7

4. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(3a-2)x+6a-1(x<1),\\ a^{x}(x\geqslant1)\end{cases}$ 单调递减，那么实数 $a$ 的取值范围是　(　)

A. $(0,1)$　　B. $\left(0,\dfrac{2}{3}\right)$

C. $\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{2}{3}\right)$　　D. $\left[\dfrac{3}{8},1\right)$

5. 设函数 $f(x)$ 定义在实数集上，当 $x\geqslant1$ 时，$f(x)=3^{x}-1$，且 $f(x+1)$ 是偶函数，则有　(　)

A. $f\left(\dfrac{1}{3}\right)<f\left(\dfrac{3}{2}\right)<f\left(\dfrac{2}{3}\right)$

B. $f\left(\dfrac{3}{2}\right)<f\left(\dfrac{2}{3}\right)<f\left(\dfrac{1}{3}\right)$

C. $f\left(\dfrac{2}{3}\right)<f\left(\dfrac{1}{3}\right)<f\left(\dfrac{3}{2}\right)$

D. $f\left(\dfrac{2}{3}\right)<f\left(\dfrac{3}{2}\right)<f\left(\dfrac{1}{3}\right)$

6. **(2018·全国卷Ⅰ)** 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\leqslant0,\\ 1,x>0,\end{cases}$ 则满足 $f(x+1)<f(2x)$ 的 $x$ 的取值范围是　(　)

A. $(-\infty,-1]$　　B. $(0,+\infty)$

C. $(-1,0)$　　D. $(-\infty,0)$

### 二、填空题

7. 若函数 $f(x)=2^{|x-a|}$ $(a\in\mathbf{R})$ 满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且 $f(x)$ 在 $[m,+\infty)$ 单调递增，则实数 $m$ 的最小值等于_____.

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{1-x},x\leqslant0,\\ f(x-1),x>0,\end{cases}$ 方程 $f(x)=x+a$ 有且只有两个不相等实数根，则实数 $a$ 的取值范围为_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

9. $f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，满足 $f(x)-g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，则 $f(1)$，$g(0)$，$g(-2)$从小到大依次为_____.

三、解答题

10. 求函数 $y=\left(\frac{4}{5}\right)^{|x-1|}$ 的单调区间.

11. 已知函数 $f(x)=m\cdot 2^x+2\cdot 3^x$，$m\in\mathbf{R}$.

(1)当 $m=-9$ 时，求满足 $f(x+1)>f(x)$的实数 $x$ 的范围；

(2)若 $f(x)\leqslant\left(\frac{9}{2}\right)^x$ 对任意的 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 $m$ 的范围.

12. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)=\frac{-2^x+b}{2^{x+1}+2}$ 是奇函数.

(1)求 $b$ 的值；

(2)判断函数 $f(x)$的单调性；

(3)若对任意的 $t\in\mathbf{R}$，不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-k)<0$ 恒成立，求 $k$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.2　对数与对数函数

## 3.2.1　对数及其运算(一)

学习目标

1. 理解对数的概念；
2. 掌握对数的基本性质；
3. 掌握对数式与指数式的相互转化.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　对数的概念

1. 使对数 $\log_a(1-2a)$ 有意义的 $a$ 的取值范围是　(　　)

A. $a>\frac{1}{2}$ 且 $a\neq1$　　B. $0<a<\frac{1}{2}$

C. $a>0$ 且 $a\neq1$　　D. $a<\frac{1}{2}$

### 知识点二　指数式与对数式的互化

2. 有下列说法：

①零和负数没有对数；

②任何一个指数式都可以化成对数式；

③以 10 为底的对数叫做常用对数.

其中正确命题的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 0

3. 下列指数式与对数式互化不正确的是　(　　)

A. $10^0=1$ 与 $\log_{10}1=0$

B. $27^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$ 与 $\log_{27}\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$

C. $\log_3 9=2$ 与 $3^2=9$

D. $\ln e^2=2$ 与 $e^2=10^2$

### 知识点三　对数性质的应用

4. $2^{\frac{1}{2}+\log_2 9}$ 的值是　(　　)

A. $12\sqrt{2}$　　B. $9+\sqrt{2}$

C. $9\sqrt{2}$　　D. $8+\sqrt{2}$

5. 已知 $\log_7[\log_3(\log_2 x)]=0$，那么 $x^{-\frac{1}{2}}$ 等于　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

C. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$　　D. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$

6. 已知 $4^a=2$，$\lg x=a$，则 $x=$_____.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 给出下列式子 ① $5^{\log_5\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$；② $\pi^{\log_\pi 3^{-1}}=\frac{1}{3}$；③ $4^{\log_4(-3)}=-3$；④ $x^{\log_x\sqrt{6}}=\sqrt{6}$，其中不正确的是　(　　)

A. ①③　　B. ②③

C. ③④　　D. ②④

2. 已知函数 $f(\log_4 x)=x$，则 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 等于　(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

3. 在 $M=\log_{(x-5)}(10-x)$ 中，要使式子有意义，$x$ 的取值范围是　(　　)

A. $(5,10)$　　B. $(5,6)$

C. $(5,6)\cup(6,10)$　　D. $(6,10)$

4. $2\log_5 25+3\log_2 64-8\ln 1$ 等于　(　　)

A. 220　　B. 8

C. 22　　D. 14

5. 已知 $\log_a 2=m$，$\log_a 3=n$，则 $a^{2m+n}$ 等于　(　　)

A. 5　　B. 7

C. 10　　D. 12

6. $\log_2 32+\log_3\frac{1}{81}\cdot\log_5 125=$　(　　)

A. 17　　B. $-7$

C. $\frac{23}{4}$　　D. 4

### 二、填空题

7. 若二次函数 $f(x)=x^2+2x+\lg a$ 的最小值为 2，则实数 $a$ 的值为_____.

8. $\log_6[\log_4(\log_3 81)]=$_____.

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}3-x, x<2,\\ 2^x-3, x\geqslant 2,\end{cases}$ 若 $f[f(a)]=1$，则实数 $a$ 的值为_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 求下列各式的值：

(1) $8^{\frac{1}{3}-\log_2 3}$；

(2) $\lg \frac{1}{100}+\ln e^2-\log_2 64$.

11. 已知 $\log_2[\log_3(\log_4 x)]=0$，且 $\log_4(\log_2 y)=1$. 求 $\sqrt{x}\cdot y^{\frac{2}{3}}$ 的值.

12. 若集合 $\{x, xy, \lg(xy)\}=\{0, |x|, y\}$，求 $\log_2(x^2+y^2)$ 的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.2.1　对数及其运算(二)

**学习目标**

1. 掌握对数的运算性质，并能运用运算性质进行对数的有关计算；
2. 了解换底公式并能用换底公式将一般对数化成自然对数和常用对数，并进行简单计算.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　对数运算性质

1. 计算：$\lg 500+\lg \frac{8}{5}-\frac{1}{2}\lg 64+50(\lg 2+\lg 5)^2$.

2. 计算：$2\log_3 2-\log_3 \frac{32}{9}+\log_3 8-5^{\log_5 3}$.

### 知识点二　换底公式

3. $(\log_2 9)\cdot(\log_3 4)=$_____.

4. 若 $\lg 2=a$，$\lg 7=b$，则 $\log_{28}5=$_____.

### 知识点三　对数运算的综合应用

5. 已知 $4^a=8$，$2^m=9^n=36$，且 $\frac{1}{m}+\frac{1}{2n}=b$，试比较 $1.5^a$ 与 $0.8^b$ 的大小.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 下面给出的四个式子(式中 $a>0$，$a\neq 1$，$x>0$，$y>0$，$x>y$)中正确的是　(　　)

A. $\log_a x+\log_a y=\log_a(xy)$

B. $\log_a x\cdot\log_a y=\log_a(x+y)$

C. $\log_a \frac{x}{y}=\log_a(x-y)$

D. $\log_a(x-y)=\frac{\log_a x}{\log_a y}$

2. $\lg 4+\lg 25$ 的值是　(　　)

A. $\lg 29$　　B. 100

C. 10　　D. 2

3. $\sqrt[3]{(\lg 50-1)^3}-\sqrt{(\lg 2-1)^2}=$　(　　)

A. $2\lg 5$　　B. 0

C. $-1$　　D. $-2\lg 5$

4. 若 $\log_3 7\cdot\log_2 9\cdot\log_{49}m=\log_4 \frac{1}{2}$，则 $m$ 等于　(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. 4

5. 已知 $\log_2 9=a$，$\log_2 5=b$，则 $\log_2 75$ 的值为　(　　)

A. $b^2+\frac{a}{2}$　　B. $b^2+\sqrt{a}$

C. $2b+a$　　D. $\frac{4b+a}{2}$

6. 若 $\lg a$，$\lg b$ 是方程 $2x^2-4x+1=0$ 的两个根，则 $\left(\lg \frac{a}{b}\right)^2$ 的值等于　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. 2

C. $\frac{1}{4}$　　D. 4

### 二、填空题

7. 求值：$\left(\frac{81}{16}\right)^{-\frac{1}{4}}+\log_2(4^3\times 2^4)=$_____.

8. $(\log_3 2+\log_9 2)\cdot(\log_4 3+\log_8 3)=$_____.

9. 已知 $\lg M+\lg(4N)=2\lg(M-3N)$，则 $\log_{\sqrt{3}}\frac{M}{N}=$_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 化简：

(1)$\log_{64}32$；

(2)$\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 7\cdot\log_7 16$；

(3)$10\cdot 100^{\frac{1}{2}\lg 9-\lg 2}+100^{\frac{1}{2}-\lg\sqrt{4}}$.

11. (1)计算：$\lg^2 5+\lg 2\cdot\lg 50$；

(2)设 $3^x=4^y=36$，求$\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$的值.

12. 已知 $\lg x+\lg y=2\lg(x-2y)$，求$\frac{x}{y}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.2.2　对数函数(一)

**学习目标**

1. 初步理解对数函数的概念；
2. 掌握对数函数的性质.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　对数函数的概念

1. 下列函数中是对数函数的是_____.

①$y=\log_a\sqrt{x}(a>0,a\neq1)$；

②$y=\lg x+2$；

③$y=\frac{1}{2}\log_2(x+1)$；

④$y=\log_x 6$；

⑤$y=\ln x$；

⑥$y=\log_{0.2}x$.

2. 若函数$f(x)=m\log_3(x+n)$为对数函数，则$m+n=$_____.

### 知识点二　对数函数的定义域与值域

3. 函数$f(x)=\frac{1}{\ln(2x+1)}$的定义域是　　(　　)

A. $\left(-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B. $\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup(0,+\infty)$

C. $\left[-\frac{1}{2},+\infty\right)$　　D. $[0,+\infty)$

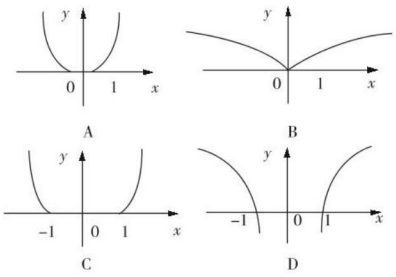
4. 已知函数$y=\frac{1}{2}\log_2\frac{x}{4}\cdot\log_2\frac{x}{2}(2\leqslant x\leqslant8)$.

(1)令$t=\log_2 x$，求$y$关于$t$的函数关系式及$t$的取值范围；

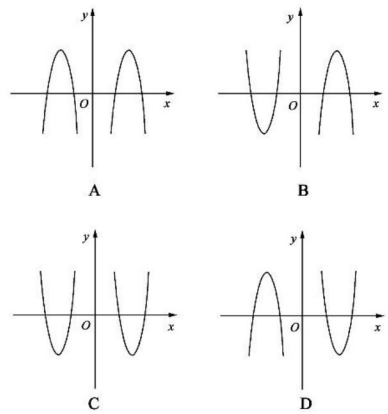
(2)求函数$y$的值域，并求函数取得最小值时的$x$的值.

### 知识点三　对数函数的图象

5. 已知对数函数$f(x)=\log_a x$是增函数，则函数$f(|x|+1)$的图象大致是　　(　　)




6. 已知函数$f(x)=4-x^2$，函数$g(x)$是定义在$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的奇函数，当$x>0$时，$g(x)=\log_2 x$，则函数$y=f(x)\cdot g(x)$的图象大致为(　　)




## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 下列四对函数中，$f(x)$与$g(x)$是同一函数的是　　(　　)

A. $f(x)=\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}$，$g(x)=\sqrt{x^2-1}$

B. $f(x)=\frac{x^2-1}{x-1}$，$g(x)=x+1$

C. $f(x)=\ln(1-x)+\ln(1+x)$，$g(x)=\ln(1-x^2)$

D. $f(x)=\lg x^2$，$g(x)=2\lg|x|$

2. 函数$f(x)=1-\log_2 x$的零点是　　(　　)

A. $(1,1)$　　B. $1$

C. $(2,0)$　　D. $2$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

3. 函数 $f(x)=2+\log_a(x-2)(a>0$ 且 $a\neq1)$ 的图象必经过点　(　)

A. (0,1)　　B. (2,1)

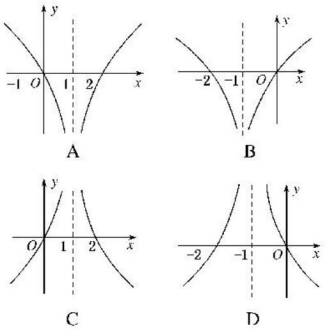
C. (3,1)　　D. (3,2)

4. 已知函数 $y=f(x)$ 是奇函数，当 $x>0$ 时，$f(x)=\ln x$，则 $f\left[f\left(\frac{1}{e^2}\right)\right]$ 的值为　(　)

A. $\frac{1}{\ln 2}$　　B. $-\frac{1}{\ln 2}$

C. $\ln 2$　　D. $-\ln 2$

5. 函数 $y=\lg\frac{1}{|x+1|}$ 的大致图象为　(　)




6. 函数 $y=\log_{\frac{1}{3}}(x^2-ax+3)$ 在 $[1,2]$ 上恒为正数，则 $a$ 的取值范围是　(　)

A. $2\sqrt{2}<a<2\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{2}<a<\frac{7}{2}$

C. $3<a<\frac{7}{2}$　　D. $3<a<2\sqrt{3}$

## 二、填空题

7. **(2018·江苏卷)** 函数 $f(x)=\sqrt{\log_2 x-1}$ 的定义域为_____.

8. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{1}{4}\right)^x, x\in[-2\,017,0),\\ 4^x, x\in[0,2\,017],\end{cases}$ 则 $f(\log_2 3)=$_____.

9. 已知 $f(x^6)=\log_2 x$，那么 $f(8)=$_____.

## 三、解答题

10. 已知对数函数 $f(x)=(m^2-4m+4)\log_m x$，求 $f(81)$ 的值.

11. 设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x|-1\leqslant x<3\}$，$B=\{x|2x-4\leqslant x-2\}$.

(1)求 $A\cap(\complement_U B)$；

(2)若函数 $f(x)=\lg(2x+a)$ 的定义域为集合 $C$，满足 $A\subseteq C$，求实数 $a$ 的取值范围.

12. 已知函数 $f(x)=\lg(ax^2+2x+1)$.

(1)若 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$，求实数 $a$ 的取值范围；

(2)若 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，求实数 $a$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.2.2　对数函数(二)

**学习目标**

1. 进一步理解对数函数的概念；
2. 掌握对数函数的性质.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　对数函数的单调性

1. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a x, x>1,\\(8-a)x-4, x\leqslant 1\end{cases}$ 是 **R** 上的增函数，则实数 $a$ 的取值范围为　(　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(1,8)$

C. $(4,8)$　　D. $[4,8)$

2. 函数 $y=\log_a(x^2-2x)$ $(0<a<1)$ 的单调递增区间是　(　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $(2,+\infty)$

C. $(-\infty,1)$　　D. $(-\infty,0)$

### 知识点二　比较大小

3. **(2018·全国卷Ⅲ)** 设 $a=\log_{0.2}0.3$，$b=\log_2 0.3$，则　(　)

A. $a+b<ab<0$　　B. $ab<a+b<0$

C. $a+b<0<ab$　　D. $ab<0<a+b$

4. 若 $0<a<1$，且函数 $f(x)=|\log_a x|$，则下列各式中成立的是　(　)

A. $f(2)>f\left(\frac{1}{3}\right)>f\left(\frac{1}{4}\right)$

B. $f\left(\frac{1}{4}\right)>f\left(\frac{1}{3}\right)>f(2)$

C. $f\left(\frac{1}{3}\right)>f(2)>f\left(\frac{1}{4}\right)$

D. $f\left(\frac{1}{4}\right)>f(2)>f\left(\frac{1}{3}\right)$

### 知识点三　对数函数性质的综合应用

5. 已知函数 $f(x)=\ln(\sqrt{1+4x^2}-2x)+3$，则 $f(\lg 2)+f\left(\lg\frac{1}{2}\right)=$　(　)

A. 0　　B. $-3$

C. 3　　D. 6

6. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)=\lg(2+x)-\lg(-x)$.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式及定义域；

(2)判断并证明 $f(x)$ 的单调性.

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. **(2018·天津卷)** 已知 $a=\log_2 e$，$b=\ln 2$，$c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$，则 $a,b,c$ 的大小关系为　(　)

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$

C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

2. 若函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0,\\\log_{\frac{1}{2}}(-x), x<0,\end{cases}$ 若 $f(a)>f(-a)$，则实数 $a$ 的取值范围是　(　)

A. $(-1,0)\cup(0,1)$

B. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

C. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

D. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

3. 若函数 $f(x)=\log_{(a^2-1)}(x+1)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数，则实数 $a$ 的取值范围是　(　)

A. $(-\sqrt{2},-1)\cup(1,\sqrt{2})$

B. $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$

D. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

4. 若函数 $f(x)=x\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})$ 为偶函数，则 $a$ 的值为　(　)

A. 0　　B. 1

C. $-1$　　D. 1 或 $-1$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 若函数 $y=\log_a(x^2-ax+2)$ 在区间 $(-\infty,1]$ 上为减函数，则 $a$ 的取值范围是　　(　　)

A. $(0,1)$　　B. $[2,+\infty)$

C. $[2,3)$　　D. $(1,3)$

6. 若 $\log_a\frac{2}{3}<1$，则实数 $a$ 的取值范围是　　(　　)

A. $(0,1)$

B. $(1,+\infty)$

C. $\left(0,\frac{2}{3}\right)\cup(1,+\infty)$

D. $\left(0,\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3},1\right)$

## 二、填空题

7. **(2018·全国卷Ⅰ)** 已知函数 $f(x)=\log_2(x^2+a)$，若 $f(3)=1$，则 $a=$_____.

8. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}|x-3|$ 的单调递减区间是_____.

9. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的偶函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，且 $f\left(\frac{1}{2}\right)=0$，则不等式 $f(\log_4 x)<0$ 的解集是_____.

## 三、解答题

10. 试确定方程 $x+|\lg x|=2$ 的实根的个数.

11. 已知函数 $f(x)=\log_a x\ (a>0,a\neq1)$，且 $f(3)-f(2)=1$.

(1)若 $f(3m-2)<f(2m+5)$，求实数 $m$ 的取值范围；

(2)求使 $f\left(x-\frac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\frac{7}{2}$ 成立的 $x$ 的值.

12. 已知函数 $f(x)=\log_2\frac{1-x}{1+x}(-1<x<1)$，若关于 $x$ 的方程 $f(x)=\log_2(x-k)$ 有实根，求实数 $k$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.2.3　指数函数与对数函数的关系

**学习目标**

1. 了解反函数的概念，知道指数函数和对数函数互为反函数，弄清它们图象间的对称关系；
2. 能综合利用指数函数、对数函数的性质与图象解决一些问题.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　反函数的定义

1. 已知函数 $y=a^x$ 与 $y=\log_a x$，其中 $a>0$，且 $a\neq 1$，下列说法不正确的是　(　　)

A. 两者的图象关于直线 $y=x$ 对称

B. 前者的定义域、值域分别是后者的值域、定义域

C. 两函数在各自的定义域内单调性相同

D. $y=a^x$ 的图象经过平移可得到 $y=\log_a x$ 的图象

2. 函数 $f(x)=\log_2(3^x+1)$ 的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的定义域为　(　　)

A. $(1,+\infty)$　　B. $[0,+\infty)$

C. $(0,+\infty)$　　D. $[1,+\infty)$

### 知识点二　反函数的性质

3. 函数 $y=f(x+1)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，函数 $y=g(x)$ 的图象与函数 $y=f(x)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，则 $g(x)+g(-x)$ 的值为　(　　)

A. 2　　B. 1

C. 0　　D. 不能确定

4. 设函数 $g(x)$ 的图象与 $f(x)=\dfrac{2x+1}{4x+3}\left(x\in\mathbf{R}\text{ 且 }x\neq-\dfrac{3}{4}\right)$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称，则 $g(2)$ 的值等于_____.

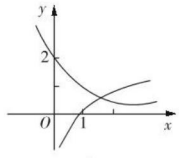
### 知识点三　指数函数与对数函数的综合应用

5. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)=2^{|x-m|}-1$($m$ 为实数)为偶函数，记 $a=f(\log_{0.5}3)$，$b=f(\log_2 5)$，$c=f(2m)$，则 $a,b,c$ 的大小关系为　(　　)

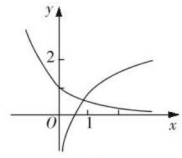
A. $a<b<c$　　B. $c<a<b$

C. $a<c<b$　　D. $c<b<a$

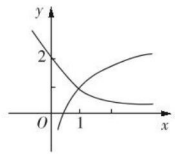
6. 函数 $f(x)=1+\log_2 x$ 与 $g(x)=2^{-x+1}$ 在同一坐标系下的图象大致是　(　　)



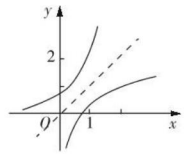
A



B



C



D

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 在 $P(1,1)$，$Q(1,2)$，$M(2,3)$ 和 $N\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$ 四点中，函数 $y=a^x$ 的图象与其反函数的图象的公共点只可能是点　(　　)

A. $P$　　B. $Q$

C. $M$　　D. $N$

2. 函数 $y=3^{x+1}(-1\leqslant x<0)$ 的反函数是　(　　)

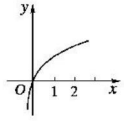
A. $y=1+\log_3 x(x>0)$

B. $y=-1+\log_3 x(x>0)$

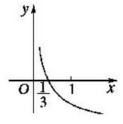
C. $y=1+\log_3 x(1\leqslant x<3)$

D. $y=-1+\log_3 x(1\leqslant x<3)$

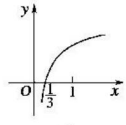
3. 如下图，已知函数 $f(x)=3^{x-1}$，则它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的大致图象是　(　　)



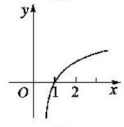
A



B



C



D

4. 设函数 $f(x)=\log_a(x+b)(a>0$，且 $a\neq 1)$ 的图象过点 $(2,1)$，其反函数的图象过点 $(2,8)$，则 $a+b$ 等于　(　　)

A. 6　　B. 5

C. 4　　D. 3



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-1, x\leqslant 1,\\ 1+\log_2 x, x>1,\end{cases}$ 则函数 $f(x)$ 的零点为（　　）

A. $\frac{1}{2}$，0　　B. $-2$，0

C. $\frac{1}{2}$　　D. 0

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_3(x+2)+a, x\geqslant 1,\\ e^x-1, x<1,\end{cases}$ 若 $f[f(\ln 2)]=2a$，则 $f(a)$ 等于（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{4}{3}$

C. 2　　D. 4

## 二、填空题

7. 函数 $f(x)$ 的反函数 $g(x)=1+2\lg x(x>0)$，则 $f(1)+g(1)=$_____.

8. 函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+2, (x\geqslant 0),\\ \frac{1}{x}, (x<0)\end{cases}$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$_____.

9. 已知函数 $f(x)=a^x+b(a>0$ 且 $a\neq 1)$ 的图象过(1，7)，其反函数 $f^{-1}(x)$ 的图象过点(4，0)，则 $f(x)$ 的表达式为_____.

## 三、解答题

10. 解下列方程：

(1) $9^x-11\cdot 3^x+18=0$；

(2) $\log_2(2x)\cdot\log_2\frac{x}{4}=4$.

11. 已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x-2\right]$.

(1)求 $f(x)$ 的定义域和值域；

(2)求 $f(x)$ 的反函数.

12. 已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，其反函数为 $y=g(x)$.

(1)若 $g(mx^2+2x+1)$ 的定义域为 **R**，求实数 $m$ 的取值范围；

(2)当 $x\in[-1,1]$ 时，求函数 $y=[f(x)]^2-2af(x)+3$ 的最小值 $h(a)$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.3　幂函数

学习目标

1. 了解幂函数的概念；
2. 结合幂函数的图象，掌握幂函数的性质.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　幂函数的定义

1. 已知幂函数 $f(x)$ 的图象经过点(2,4)，则 $f(5)=$ (　　)

A. 2　　B. 4

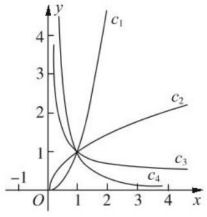
C. 25　　D. 32

2. 下列函数：①$y=x^{-1}$；②$y=2^{-x}$；③$y=3x^2$；④$y=x^3+1$；⑤$y=(x+1)^2$；⑥$y=x$.

其中幂函数有_____.

### 知识点二　幂函数的图象

3. 如图的曲线是幂函数 $y=x^n$ 在第一象限内的图象，已知 $n$ 分别取 $\pm2$，$\pm\frac{1}{2}$ 四个值，与曲线 $c_1$，$c_2$，$c_3$，$c_4$ 对应的 $n$ 依次为　　(　　)




A. $2,\frac{1}{2},-\frac{1}{2},-2$　　B. $2,\frac{1}{2},-2,-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{1}{2},-2,2,\frac{1}{2}$　　D. $-2,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},2$

4. 若函数 $f(x)=x^2+x^{\frac{2}{3}}-4$ 的零点 $x_0\in(k,k+1)$，$(k\in\mathbf{Z})$，则满足条件的 $k$ 的值为_____.

### 知识点三　幂函数的性质及应用

5. 函数 $f(x)=(m^2-m-5)x^{m-1}$ 是幂函数，且当 $x\in(0,+\infty)$ 时 $f(x)$ 是增函数，则实数 $m=$ (　　)

A. 3 或 −2　　B. −2

C. 3　　D. −3 或 2

6. 函数 $y=(x-1)^3+1$ 的图象的对称中心的坐标是_____.

## 2 课后拔高提能练

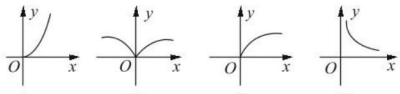
### 一、选择题

1. 若幂函数 $f(x)=x^{m-1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，则　　(　　)

A. $m<1$　　B. $m>1$

C. $m=1$　　D. 不能确定

2. 幂函数 $y=f(x)$ 的图象过点(4,2)，则幂函数 $y=f(x)$ 的图象是　　(　　)




3. 下列函数中，既是偶函数又在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增的是　　(　　)

A. $f(x)=\frac{1}{x^2}$　　B. $f(x)=x^2+1$

C. $f(x)=x^3$　　D. $f(x)=2^{-x}$

4. 设 $\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{2},1,2,3\right\}$，则使 $f(x)=x^\alpha$ 为奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 内单调递减的 $\alpha$ 值的个数是　　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 已知 $-1<\alpha<0$，则　　(　　)

A. $0.2^\alpha>\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha>2^\alpha$

B. $2^\alpha>0.2^\alpha>\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha$

C. $\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha>0.2^\alpha>2^\alpha$

D. $2^\alpha>\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha>0.2^\alpha$

6. 对于函数 $f(x)=ax^3+bx+c$(其中 $a,b,c\in\mathbf{Z}$)，选取 $a,b,c$ 的一组值计算 $f(1)$ 和 $f(-1)$，所得出的正确结果一定不可能是　　(　　)

A. 4 和 6　　B. 3 和 1

C. 2 和 4　　D. 1 和 2

### 二、填空题

7. 函数 $y=\log_a(2x-3)+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 的图象恒过定点 $P$，$P$ 在幂函数 $f(x)$ 的图象上，则 $f(x)=$_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

8. 若幂函数 $y=(m^2-3m+3)x^{m^2-m-1}$ 的图象不经过原点，则 $m$ 的值是_____.

9. 若函数 $f(x)=a^x(a>0,a\neq1)$ 在 $[-1,2]$ 上的最大值为4，最小值为 $m$，且函数 $g(x)=(1-4m)\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上是增函数，则 $a=$_____.

## 三、解答题

10. 求下列函数的定义域、值域和单调区间：

(1) $y=(2x-1)^{\frac{3}{2}}$；

(2) $y=(x+2)^{-\frac{2}{3}}-1$.

11. 点 $(\sqrt{2},2)$ 在幂函数 $f(x)$ 的图象上，点 $\left(-2,\frac{1}{4}\right)$ 在幂函数 $g(x)$ 的图象上，问当 $x$ 为何值时，有

(1) $f(x)>g(x)$；

(2) $f(x)=g(x)$；

(3) $f(x)<g(x)$.

12. 已知幂函数 $f(x)=x^{\frac{3}{2}+k-\frac{1}{2}k^2}$ $(k\in\mathbf{Z})$ 为偶函数，且在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 求满足 $(a+1)^{-k}<(3-2a)^{-k}$ 的 $a$ 的范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 3.4　函数的应用(Ⅱ)

**学习目标**

1. 能够运用幂函数、指数函数、对数函数的性质，解决某些简单问题；
2. 能够根据实际问题构建适当的函数模型.

## 1 基础知识点对点

### 知识点一　指数函数模型

1. 随着我国经济不断发展，人均 GDP(国内生产总值)呈高速增长趋势，已知 2008 年年底我国人均 GDP 为 22 640 元，如果今后年平均增长率为 9%，那么 2020 年年底我国人均 GDP 为　(　)

A. $22\,640\times(1+1.09^{13})$元

B. $22\,640\times(1+1.09^{12})$元

C. $22\,640\times1.09^{13}$元

D. $22\,640\times1.09^{12}$元

### 知识点二　对数函数模型

2. 在不考虑空气阻力的条件下，火箭的最大速度 $v$(m/s)和燃料的质量 $M$(kg)、火箭(除燃料外)的质量 $m$(kg)的函数关系是 $v=2\,000\ln\left(1+\frac{M}{m}\right)$，要使火箭的最大速度可达 12 km/s，则燃料的质量与火箭的质量的比值是_____.

### 知识点三　函数模型的综合应用

3. 光线通过一块玻璃，其强度要损失 10%，把几块这样的玻璃重叠起来，设光线原来的强度为 $k$，通过 $x$ 块玻璃以后强度为 $y$.

(1)写出 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式；

(2)通过多少块玻璃以后，光线强度减弱到原来的 $\frac{1}{3}$ 以下($\lg 3\approx0.477\,1$).

## 2 课后拔高提能练

### 一、选择题

1. 一批价值 $a$ 万元的设备由于使用时磨损，每年比上一年的价值降低 $b\%$，则 $n$ 年后，这批设备的价值为　(　)

A. $na(1-b\%)$万元　　B. $a(1-nb\%)$万元

C. $a[1-(b\%)^n]$万元　　D. $a(1-b\%)^n$ 万元

2. 按复利计算储蓄利率，存入银行 $a$ 万元，年利率为 $b\%$，$x$ 年后支取，则本息和应为　(　)

A. $a(1+b\%)^{x-1}$万元

B. $a(1+b\%)^x$ 万元

C. $a(1+b\%)^{x+1}$万元

D. $a[1+(b\%)^x]$万元

3. 已知镭经过 100 年后剩余原来质量的 95.76%. 设质量为 1 的镭经过 $x$ 年后的剩余量为 $y$，则 $x$ 与 $y$ 间的关系式为　(　)

A. $y=0.957\,6^x$　　B. $y=0.957\,6^{\frac{x}{100}}$

C. $y=1-0.957\,6^x$　　D. $y=0.957\,6^{100x}$

4. 某企业的产品成本前两年平均每年递增 20%，经过改进技术，后两年产品成本平均每年递减 20%，那么该企业的产品成本现在与原来相比　(　)

A. 不增不减　　B. 约增 8%

C. 约减 8%　　D. 约减 5%

5. 某地区植被破坏，土地沙化越来越严重，最近三年测得沙漠增加的面积分别为 198.5 公顷、399.6 公顷和 793.7 公顷，则沙漠增加面积 $y$(公顷)关于年数 $x$ 的函数关系较为近似的是　(　)

A. $y=200x$　　B. $y=100x^2+100x$

C. $y=100\times2^x$　　D. $y=0.2x+\log_2 x$

6. 牛奶保鲜时间因储藏时温度不同而不同，假定保鲜时间与储藏温度是一种指数函数型关系，若牛奶放在 0 ℃的冰箱中，保鲜时间约是 192 h，而在 22 ℃的厨房中则约是 42 h，则保鲜时间 $y$(h)关于储藏温度 $x$(℃)的函数解析式是　(　)

A. $y=192\cdot\left(\frac{32}{7}\right)^{22x}$　　B. $y=192\cdot\left(\frac{32}{7}\right)^{\frac{x}{22}}$

C. $y=192\cdot\left(\frac{7}{32}\right)^{22x}$　　D. $y=192\cdot\left(\frac{7}{32}\right)^{\frac{x}{22}}$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

## 二、填空题

7. 设某工厂的经济效益经过 5 年增长了 65%，则每年比上一年平均增长的百分数是_____.（已知 $\lg 1.65=0.217\,5$）

8. 某化工企业生产一种溶液，按市场要求杂质含量不能超过 0.1%，若初时含杂质 2%，每过滤一次可使杂质含量减少$\frac{1}{3}$，则至少应该过滤_____次才能达到市场要求.（取 $\lg 2\approx 0.301\,0$，$\lg 3\approx 0.477\,1$）

9. **(2018 · 上海卷)** 已知 $\alpha\in\left\{-2,-1,-\frac{1}{2},\frac{1}{2},1,2,3\right\}$，若幂函数 $f(x)=x^{\alpha}$ 为奇函数，且在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，则 $\alpha=$_____.

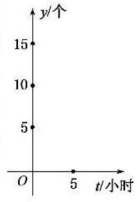
## 三、解答题

10. “一带一路”是“丝绸之路经济带”和“21 世纪海上丝绸之路”的简称，在我国的“一带一路”规划中，某省在四个城市 $A,B,C,D$ 之间按 $A\to B\to C\to D\to A$ 的布局加快高铁建设，且四个城市 $A,B,C,D$ 的高铁站点依次相连，近似一个长宽不等的矩形，该矩形的面积为 $3.6\times 10^5\ \text{km}^2$，设高铁道路总长为 $l$（单位：km），矩形的一短边长为 $x$（单位：km）.

(1) 若将 $l$ 表示为关于 $x$ 的函数 $l(x)$，并指出该函数的定义域；

(2) 若在铺设高铁道路时，出于利润、成本、维修及损耗的考虑，某建筑公司现估算铺设每公里高铁道路所需费用为$\frac{1}{x}$百亿元$(40\leqslant x\leqslant 50)$，而某监理单位考虑质量与后期安全问题，要求提高铺设的标准，且总费用不得低于 350 百亿元，请你帮着分析该建筑公司能否完成任务？

11. 某种细菌每隔两个小时分裂一次（第一个细菌分裂成两个，分裂瞬间的时间忽略不计），研究开始计时时有两个细菌，在研究过程中不断进行分裂，细菌总数 $y$ 是研究进行时间 $t$ 的函数，记作 $y=f(t)$.




(1) 写出函数 $y=f(t)$ 的定义域和值域；

(2) 在给出的坐标系中画出 $y=f(t)(0\leqslant t\leqslant 6)$ 的图象；

(3) 写出研究进行到第 $n$ 小时$(n\geqslant 0,n\in\mathbf{Z})$时细菌的总数有多少个（用关于 $n$ 的式子表示）.

12. 某种产品投放市场以来，通过市场调查，销量 $t$（单位：吨）与利润 $Q$（单位：万元）的变化关系如表，现给出三种函数 $y=ax+b(a\neq 0)$，$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$，$y=a\log_b x(b>0$ 且 $b\neq 1)$，请你根据表中的数据，选取一个恰当的函数，使它能合理描述产品利润 $Q$ 与销量 $t$ 的变化，求所选取的函数的解析式，并求利润最大时的销量.

| 销量 $t$ | 1 | 4 | 6 |
|---|---|---|---|
| 利润 $Q$ | 2 | 5 | 4.5 |



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 阶段质量评估卷(四)

(时间:60 分钟　满分:100 分)

## 一、选择题(每小题 5 分,共 40 分)

1. 函数 $f(x)=\sqrt{3-x}+\lg(x+1)$的定义域为 (　　)

A. $[-1,3)$　　B. $(-1,3)$

C. $(-1,3]$　　D. $[-1,3]$

2. 下列函数 $f(x)$中,满足"任意 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$且 $x_1\neq x_2$,$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$"的是(　　)

A. $f(x)=2^x$　　B. $f(x)=|x-1|$

C. $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$　　D. $f(x)=\ln(x+1)$

3. 满足"对定义域内任意实数 $x,y$,都有 $f(x\cdot y)=f(x)+f(y)$"的函数可以是 (　　)

A. $f(x)=x^2$　　B. $f(x)=e^{\ln x}$

C. $f(x)=\log_2 x$　　D. $f(x)=2^x$

4. 方程 $2^x=x^2+\dfrac{1}{2}$的一个根位于区间 (　　)

A. $\left(1,\dfrac{3}{2}\right)$　　B. $\left(\dfrac{3}{2},2\right)$

C. $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$　　D. $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$

5. 已知函数 $f(x)=x+\dfrac{m}{x}(m>0)$,$x\in(0,+\infty)$,若不等式 $f(x)<4$ 的解集是空集,则 (　　)

A. $m\geqslant 4$　　B. $m\geqslant 2$

C. $m\leqslant 4$　　D. $m\leqslant 2$

6. 三个数 $a=0.3^2$,$b=\log_2 0.3$,$c=2^{0.3}$之间的大小关系是 (　　)

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$

C. $b<a<c$　　D. $b<c<a$

7. 已知集合 $M=\{y\mid y=\lg x,0<x<1\}$,$N=\left\{y\middle| y=\left(\dfrac{1}{10}\right)^x,x>1\right\}$,则 $M\cap N=$ (　　)

A. $\{y|y<0\}$　　B. $\left\{y\middle| y<\dfrac{1}{10}\right\}$

C. $\left\{y\middle| 0<y<\dfrac{1}{10}\right\}$　　D. $\varnothing$

8. 若偶函数 $f(x)$的图象关于 $x=1$ 对称,且当 $x\in[0,1]$时,$f(x)=x$,则函数 $g(x)=f(x)-\lg|x|$的零点个数为 (　　)

A. 14　　B. 16

C. 18　　D. 20

## 二、填空题(每小题 5 分,共 15 分)

9. 化简:$\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{(\sqrt{a})^3+(\sqrt{b})^3}{a-\sqrt{ab}+b}=$_____.

10. 当 $0<x\leqslant\dfrac{1}{2}$时,$4^x<\log_a x$,则 $a$ 的取值范围是_____.

11. 已知幂函数 $y=x^{m^2-9}(m\in\mathbf{N}^*)$的图象关于 $y$ 轴对称,且在 $x\in(0,+\infty)$上是减函数,则 $m=$_____.

## 三、解答题(每小题 15 分,共 45 分)

12. 计算下列各式的值:

(1) $\left(-3\dfrac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}-5\times(0.2)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{5}+2)^{-1}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})^0$;

(2) $\left(2+\log_3\dfrac{32}{9}\right)\times\log_2 3+2\ln\sqrt{e}+2^{1+\log_2 3}$.



关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

学习札记

13. 已知函数 $f(x)=a^x(0<a<1)$.

(1)若 $f(x_0)=2$,求 $f(3x_0)$;

(2)若 $f(2x^2-3x+1)\leqslant f(x^2+2x-5)$,求 $x$ 的取值范围.

14. 已知函数 $y=\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}+\lg(-x^2+4x-3)$的定义域为 $M$.

(1)求 $M$;

(2)当 $x\in M$ 时,求函数 $f(x)=a\cdot 2^{x+2}+3\cdot 4^x$ $(a<-3)$的最小值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

# 模块综合检测卷

（时间：60 分钟 满分：100 分）

## 一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

1. 已知集合 $M=\{1,2,3\}$，$N=\{2,3,4\}$，则 （ ）

A. $M\subseteq N$　　B. $N\subseteq M$

C. $M\cap N=\{2,3\}$　　D. $M\cup N=\{1,4\}$

2. 给定函数①$y=x^{\frac{1}{2}}$，②$y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$，③$y=|x-1|$，④$y=2^{x+1}$，其中在区间$(0,1)$上是单调递减的函数的序号是 （ ）

A. ①②　　B. ②③

C. ③④　　D. ①④

3. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$的定义域为 （ ）

A. $\left(\dfrac{3}{4},1\right)$

B. $\left(\dfrac{3}{4},+\infty\right)$

C. $(1,+\infty)$

D. $\left(\dfrac{3}{4},1\right)\cup(1,+\infty)$

4. 函数 $y=a^{x-2}+1(a>0,a\neq1)$的图象必经过点 （ ）

A. $(0,1)$　　B. $(1,1)$

C. $(2,0)$　　D. $(2,2)$

5. 已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a\neq1)$，$f(x)$的反函数为 $f^{-1}(x)$，若 $f^{-1}(2)=9$，则 $a=$ （ ）

A. 2　　B. 3

C. $\dfrac{1}{2}$　　D. $\dfrac{1}{3}$

6. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数 $f(x)$满足 $f(x)=2^x-4(x>0)$，则$\{x\mid f(x-1)>0\}$等于 （ ）

A. $\{x\mid x>3\}$　　B. $\{x\mid -1<x<1\}$

C. $\{x\mid -1<x<1$ 或 $x>3\}$　　D. $\{x\mid x<-1\}$

7. 已知 $a=3^{0.4}$，$b=0.4^3$，$c=\log_{0.4}3$，则 （ ）

A. $b<a<c$　　B. $c<a<b$

C. $c<b<a$　　D. $a<c<b$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\geqslant0,\\4x-x^2,x<0,\end{cases}$若 $f(2-a^2)>f(a)$，则实数 $a$ 的取值范围是 （ ）

A. $(-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

B. $(-1,2)$

C. $(-2,1)$

D. $(-\infty,-2)\cup(1,+\infty)$

## 二、填空题（每小题 5 分，共 15 分）

9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+\dfrac{2}{x}-3,x\geqslant1,\\\lg(x^2+1),x<1,\end{cases}$则 $f[f(-3)]=$_____.

10. 计算 $\log_2 32\cdot\log_3 81+2^{\log_4 3}+(\log_3 2)^0=$_____.

11. 函数 $y=[x]$叫做“取整函数”，其中符号$[x]$表示 $x$ 的整数部分，即$[x]$是不超过 $x$ 的最大整数，例如$[2]=2$；$[2.1]=2$；$[-2.2]=-3$，那么$[\lg 1]+[\lg 2]+[\lg 3]+\cdots+[\lg 2\,017]$的值为_____.

## 三、解答题（每小题 15 分，共 45 分）

12. 已知函数 $y=b+a^{x^2+2x}(a,b$ 是常数，$a>0$ 且 $a\neq1)$在区间$\left[-\dfrac{3}{2},0\right]$上有最大值 3，最小值为 $\dfrac{5}{2}$. 试求 $a,b$ 的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

13.（2018·上海卷）某群体的人均通勤时间，是指单日内该群体中成员从居住地到工作地的平均用时，某地上班族 $S$ 中的成员仅以自驾或公交方式通勤，分析显示：当 $S$ 中 $x\%(0<x<100)$ 的成员自驾时，自驾群体的人均通勤时间为 $f(x)=\begin{cases}30,0<x\leqslant 30,\\ 2x+\dfrac{1\,800}{x}-90,30<x<100\end{cases}$（单位：分钟），而公交群体的人均通勤时间不受 $x$ 影响，恒为 40 分钟，试根据上述分析结果回答下列问题：

(1)当 $x$ 在什么范围内时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间？

(2)求该地上班族 $S$ 的人均通勤时间 $g(x)$ 的表达式；讨论 $g(x)$ 的单调性，并说明其实际意义.

14. 定义在 $[-1,1]$ 上的函数 $f(x)$ 满足：①对任意 $a$，$b\in[-1,1]$，且 $a+b\neq 0$，都有 $\dfrac{f(a)+f(b)}{a+b}>0$ 成立；②$f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是奇函数，且 $f(1)=1$.

(1)求证：$f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上是单调递增函数；

(2)解关于 $x$ 的不等式 $f(x)<f\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)$；

(3)若 $f(x)\leqslant m^2-2am-2$ 对所有的 $x\in[-1,1]$ 及 $a\in[-1,1]$ 恒成立，求实数 $m$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

# 阶段测试一

## (第一章 集 合)

时间:90 分钟 满分:150 分

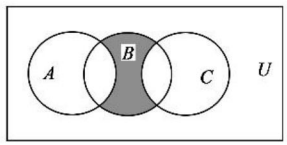
**一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)**

1. 设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,2\}$,$B=\{2,3,4\}$,则 $A\cup B=$ ( )
A. $\{3,4\}$ B. $\{3,4,5\}$ C. $\{2,3,4\}$ D. $\{1,2,3,4\}$

2. 已知集合 $M=\{x|x<1\}$,$N=\{-2,-1,0,1\}$,则 $M\cap N=$ ( )
A. $\{-2,-1,0,1\}$ B. $\{-2,-1,0\}$ C. $\{1\}$ D. $\varnothing$

3. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,集合 $A=\{4,5\}$,则 $\complement_U A=$ ( )
A. $\{5\}$ B. $\{4,5\}$ C. $\{1,2,3\}$ D. $\{1,2,3,4,5\}$

4. 图中阴影部分所表示的集合是 ( )
A. $B\cap[\complement_U(A\cup C)]$ B. $(A\cup B)\cup(B\cup C)$
C. $(A\cup C)\cap(\complement_U B)$ D. $[\complement_U(A\cap C)]\cup B$




5. 若 $A=\left\{a\middle|\frac{a}{3}\in\mathbf{Z}\right\}$,$B=\left\{b\middle|\frac{b-1}{3}\in\mathbf{Z}\right\}$,则 $A\cap B=$ ( )
A. $B$ B. $A$
C. $\varnothing$ D. $\mathbf{Z}$

6. 下列命题正确的是 ( )
A. 空集是任何集合的子集
B. 集合$\{y|y=x^2-1\}$与集合$\{(x,y)|y=x^2-1\}$是同一个集合
C. 自然数集 $\mathbf{N}$ 中最小的数是 1
D. 很小的实数可以构成集合

7. **(2018·全国卷Ⅱ)**已知集合 $A=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3,x\in\mathbf{Z},y\in\mathbf{Z}\}$,则 $A$ 中元素的个数为 ( )
A. 9 B. 8 C. 5 D. 4

8. 满足 $M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$,且 $M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$的集合 $M$ 的个数是 ( )
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

9. 下列说法:①$\varnothing\subseteq\{0\}$;②$x\notin A$,则 $x$ 属于 $A$ 的补集;③若 $C=A\cup B$,$D=A\cap B$,则 $C\supseteq D$;④适合$\{a\}\subseteq A\subseteq\{a,b,c\}$的集合 $A$ 的个数为 4 个.其中不正确的有 ( )
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

10. 已知集合 $A=\{-1,3,4\}$,$B=\{0,1,4,5\}$,则 $A\cap B$ 子集的个数为 ( )
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

11. 已知集合 $A=\{x|ax^2+2x+a=0,a\in\mathbf{R}\}$,若集合 $A$ 有且仅有 2 个子集,则 $a$ 的取值是 ( )
A. 1 B. $-1$ C. 0,1 D. $-1$,0,1

12. 已知集合 $A=\{x|1<x\leqslant 4,x\in\mathbf{R}\}$,$B=\{x|a\leqslant x<b,x\in\mathbf{R},a<b\}$,若 $A\subseteq B$,则下列结论正确的是 ( )
A. $a=1,b=4$ B. $a\leqslant 1,b>4$
C. $a<1,b\geqslant 4$ D. $a>1,b\leqslant 4$

**二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分)**

13. 已知 $x^2\in\{0,1,x\}$,则实数 $x$ 的值是_____.

14. 已知 $S=\{(x,y)|x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$,$A=\{(x,y)|x^2+y^2\neq 0\}$,用列举法表示集合 $\complement_S A$ 是_____.

15. 已知集合 $A=\{0,1,2\}$,则该集合的真子集个数为_____.

16. 若对任意的 $x\in A$,$\frac{1}{x}\in A$,则称 $A$ 是“伙伴关系集合”,则集合 $M=\left\{-1,0,\frac{1}{2},1,2\right\}$的所有非空子集中,具有伙伴关系的集合的个数为_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

## 三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17.(10 分)已知集合 $A=\{x|1\leqslant x<7\}$,$B=\{x|2<x<10\}$,$C=\{x|x<a\}$,全集 $U=\mathbf{R}$.

(1)求 $A\cup B$;$(\complement_U A)\cap B$;

(2)如果 $A\cap C\neq\varnothing$,求 $a$ 的取值范围.

18.(12 分)已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6=0\}$,$B=\{a,2,2a-1\}$.

(1)求集合 $A$;

(2)若 $A\subseteq B$,求实数 $a$ 的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)已知集合 $A=\{a-3,3a-5,3\}$,$B=\{a^2+2,2a-2\}$,若 $A\cap B=\{3\}$,求实数 $a$ 的值.

20.(12 分)设 $A=\{x|2x^2+ax+2=0\}$,$B=\{x|x^2+3x+2a=0\}$,且 $A\cap B=\{2\}$.

(1)求 $a$ 的值及集合 $A$,$B$;

(2)设全集 $U=A\cup B$,求($\complement_U A$)$\cup$($\complement_U B$);

(3)写出($\complement_U A$)$\cup$($\complement_U B$)的所有子集.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)已知 $a,x\in\mathbf{R}$,集合 $A=\{2,4,x^2-5x+9\}$,$B=\{3,x^2+ax+a\}$,$C=\{x^2+(a+1)x-3,1\}$,求:

(1)使 $A=\{2,3,4\}$的 $x$ 的值;

(2)使 $2\in B$,$B\subsetneqq A$ 的 $a$,$x$ 的值;

(3)使 $B=C$ 的 $a$,$x$ 的值.

22.(12 分)设 $A=\{x|x^2+8x=0\}$,$B=\{x|x^2+2(a+2)x+a^2-4=0\}$,其中 $a\in\mathbf{R}$. 如果 $A\cup B=A$,求实数 $a$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____ 装 订 线 数学 必修1B

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

# 阶段测试二

## (第二章 函 数)

时间:90 分钟 满分:150 分

**一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)**

1. 已知函数 $f(x)$的定义域为$[0,4]$,则函数 $y=f(-2x+1)$的定义域为 ( )

A. $\left[-\frac{1}{2},\frac{3}{2}\right]$ B. $\left[\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right]$ C. $[-2,6]$ D. $\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right]$

2. 已知集合 $A=\{x|0\leqslant x\leqslant 4\}$,$B=\{y|0\leqslant y\leqslant 2\}$,下列从 $A$ 到 $B$ 的对应关系 $f$ 不是映射的是 ( )

A. $f:x\to y=\frac{1}{2}x$ B. $f:x\to y=\frac{2}{3}x$

C. $f:x\to y=\frac{1}{3}x$ D. $f:x\to y=\frac{1}{8}x^2$

3. 在下面的四个选项中,函数 $f(x)=x^2-1$ 不是减函数的是 ( )

A. $(-\infty,-2)$ B. $(-2,-1)$

C. $(-1,1)$ D. $(-\infty,0)$

4. 设函数 $f(x)=\begin{cases}(x+1)^2,x<1,\\4-\sqrt{x-1},x\geqslant 1,\end{cases}$ 则使得 $f(-1)+f(m-1)=1$ 成立的 $m$ 的值为 ( )

A. $\pm 1$ B. 11 C. $\pm 1$,11 D. 以上均不对

5. 已知函数 $y=ax^2-ax-4(x\in\mathbf{R})$,若 $y<0$ 恒成立,则 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $a=0$ B. $-16<a<0$ C. $-16<a\leqslant 0$ D. $a\leqslant 0$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}(a-3)x+5,x\leqslant 1,\\\frac{2a}{x},x>1\end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $(0,3)$ B. $(0,3]$ C. $(0,2)$ D. $(0,2]$

7. 函数 $f(x)=\begin{cases}2x+6,x\in[1,2],\\x+7,x\in[-1,1],\end{cases}$ 则 $f(x)$的最大值与最小值分别为 ( )

A. 10,6 B. 10,8

C. 8,6 D. 以上都不对

8. 如果函数 $f(x)=ax^2+2x-3$ 在区间$(-\infty,4)$上是单调递增的,则实数 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $a>-\frac{1}{4}$ B. $a\geqslant-\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{4}\leqslant a<0$ D. $-\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant 0$

9. 已知函数 $y=f(x)$是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,当 $x<0$ 时 $f(x)=x+1$,那么不等式 $f(x)<\frac{1}{2}$的解集是 ( )

A. $\left[0,\frac{3}{2}\right)$ B. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(0,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$ D. $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left[0,\frac{3}{2}\right)$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足：$f(x)$ 的图象关于 $y$ 轴对称，并且对任意的 $x_1, x_2 \in (-\infty, 0]$ $(x_1 \neq x_2)$ 有 $(x_2 - x_1)[f(x_2) - f(x_1)] > 0$，则当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时，有 （　　）

A. $f(n+1) < f(-n) < f(n-1)$　　B. $f(n-1) < f(-n) < f(n+1)$

C. $f(-n) < f(n-1) < f(n+1)$　　D. $f(n+1) < f(n-1) < f(-n)$

11. 已知方程 $x^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ 的一个实根在区间 $(-1, 0)$ 内，另一个实根大于 2，则实数 $a$ 的取值范围是 （　　）

A. $0 < a < 4$　　B. $1 < a < 2$

C. $-2 < a < 2$　　D. $a < -3$ 或 $a > 1$

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1}, x \neq 1, \\ 1, x = 1, \end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{1}{101}\right) + f\left(\dfrac{2}{101}\right) + f\left(\dfrac{3}{101}\right) + \cdots + f\left(\dfrac{201}{101}\right)$ 的值为 （　　）

A. 199　　B. 200　　C. 201　　D. 202

## 二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 函数 $f(x) = x^2 - 4x + 5, x \in [1, 5]$，则该函数的值域为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2}{x}, x \geqslant 2, \\ (x-1)^3, x < 2, \end{cases}$ 若关于 $x$ 的方程 $f(x) = k$ 有两个不同的实数根，则实数 $k$ 的取值范围是_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + 1, x \geqslant 0, \\ x^2, x < 0, \end{cases}$ 则 $f(-2)$ 的值为_____.

16. **(2018 · 浙江卷)** 已知 $\lambda \in \mathbf{R}$，函数 $f(x) = \begin{cases} x - 4, x \geqslant \lambda, \\ x^2 - 4x + 3, x < \lambda, \end{cases}$ 当 $\lambda = 2$ 时，不等式 $f(x) < 0$ 的解集是_____.

若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点，则 $\lambda$ 的取值范围是_____.

## 三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. (10 分) 已知 $f(x)$ 是 **R** 上的奇函数，当 $x \in (0, +\infty)$ 时，$f(x) = x^2 + x - 1$，求 $x \in (-\infty, 0)$ 时，$f(x)$ 的解析式.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.(12 分)已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2(x\leqslant -1),\\ x^2(-1<x<2),\\ 2x(x\geqslant 2).\end{cases}$

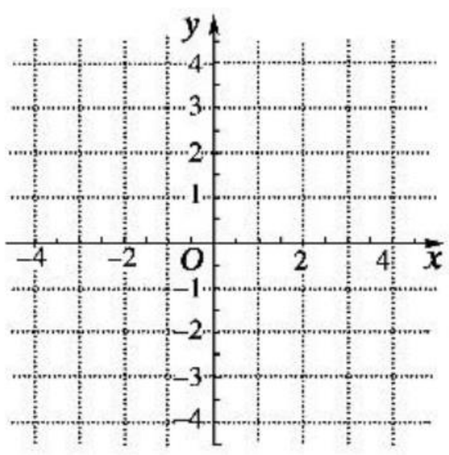
(1)求 $f(-4)$,$f(3)$,$f[f(-2)]$的值;

(2)若 $f(a)=10$,求 $a$ 的值.

19.(12 分)已知函数 $f(x)$是定义在 **R** 上的偶函数,已知 $x\geqslant 0$ 时,$f(x)=x^2-2x$.

(1)画出偶函数 $f(x)$的图象;

(2)根据图象,写出 $f(x)$的单调区间;同时写出函数的值域.




20.(12 分)已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{a}x+b}{1+x^2}$是定义在$(-1,1)$上的奇函数,且$f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{2}{5}$.

(1)求实数 $a$,$b$ 的值;

(2)判断并证明 $f(x)$在$(-1,1)$上的单调性.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)某厂生产某种零件,每个零件的成本为 40 元,出厂单价定为 60 元,该厂为鼓励销售商订购,决定当一次订购量超过 100 个时,每多订购一个,订购的全部零件的出厂单价就降低 0.02 元,但实际出厂价不能低于 51 元.

(1)当一次订购量为多少个时,零件的实际出厂单价恰降为 51 元?

(2)设一次订购量为 $x$ 个,零件的实际出厂单价为 $P$ 元,写出函数 $P=f(x)$ 的表达式;

(3)当销售商一次订购多少件时,该厂获得的利润为 6 000 元?(工厂售出一个零件的利润=实际售出单价-成本)

22.(12 分)设函数 $y=f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的减函数,并且满足 $f(xy)=f(x)+f(y)$,$f\left(\frac{1}{3}\right)=1$.

(1)求 $f(1)$ 的值;

(2)若存在实数 $m$,使得 $f(m)=2$,求 $m$ 的值;

(3)如果 $f(2-x)<2$,求 $x$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 考场号_____ 姓名_____ 准考证号_____
密……封……线……
数学 必修1B

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

# 阶段测试三

## (第三章 基本初等函数(Ⅰ))

时间:90 分钟 满分:150 分

**一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)**

1. 下列函数中,在区间$(0,+\infty)$上是减函数的是 ( )

A. $y=-x^2+2x$ B. $y=x^3$ C. $y=2^{-x}+1$ D. $y=\log_2 x$

2. 函数 $f(x)=\lg(3x-1)$的定义域为 ( )

A. **R** B. $\left(-\infty,\frac{1}{3}\right)$ C. $\left[\frac{1}{3},+\infty\right)$ D. $\left(\frac{1}{3},+\infty\right)$

3. 已知不等式 $a^m<a^n(0<a<1)$,比较 $m,n$ 的大小 ( )

A. $m>n$ B. $m<n$ C. $m=n$ D. 不确定

4. 下列四组函数中,相等的两个函数是 ( )

A. $f(x)=x,g(x)=\frac{x^2}{x}$ B. $f(x)=|x|,g(x)=\begin{cases}x,x\geqslant 0,\\-x,x<0\end{cases}$

C. $y=\lg x,y=\frac{1}{2}\lg x^2$ D. $f(x)=\sqrt{x^2},g(x)=x$

5. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid 2^{x+y}=8\}$,$B=\left\{(x,y)\,\middle|\,\log_4(x-y)=\frac{1}{2}\right\}$,则 $A\cap B$ 等于 ( )

A. $\left\{\left(\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right)\right\}$ B. $\left\{\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right\}$ C. $\left\{\left(\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right)\right\}$ D. $\left[\frac{5}{2},\frac{1}{2}\right]$

6. 若 $2.5^x=1\,000$,$0.25^y=1\,000$,则$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$等于 ( )

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. $\frac{1}{3}$

7. 已知 $f(x)=a-\frac{2}{2^x+1}$是 **R** 上的奇函数,$f(x)=\frac{3}{5}$,则 $x$ 等于 ( )

A. 2 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{3}$

8. 函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-x^2}$ 的值域是 ( )

A. **R** B. $(0,+\infty)$ C. $(2,+\infty)$ D. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$

9. 若函数 $f(x)=\log_a|x+1|$在区间$(-1,0)$上有 $f(x)>0$,则 $f(x)$的递增区间是 ( )

A. $(-\infty,1)$ B. $(1,+\infty)$ C. $(-\infty,-1)$ D. $(-1,+\infty)$

10. 已知函数 $y=\log_a(3-ax)$在$[0,1]$上是减函数,则 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $(0,1)$ B. $(1,3)$ C. $(0,3)$ D. $[3,+\infty)$

11. **(2018·全国卷Ⅰ)**已知函数 $f(x)=\begin{cases}e^x,x\leqslant 0,\\\ln x,x>0,\end{cases}$ $g(x)=f(x)+x+a$. 若 $g(x)$存在 2 个零点,则 $a$ 的取值范围是 ( )

A. $[-1,0)$ B. $[0,+\infty)$ C. $[-1,+\infty)$ D. $[1,+\infty)$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. 设偶函数 $f(x)=\log_a|x-b|$ 在 $(-\infty,0)$ 上是递增函数，则 $f(a+1)$ 与 $f(b+2)$ 的大小关系是 （　　）

A. $f(a+1)=f(b+2)$　　B. $f(a+1)<f(b+2)$

C. $f(a+1)>f(b+2)$　　D. 不确定

## 二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 计算：$\log_2\frac{\sqrt{2}}{2}=$_____，$2^{\log_2 3+\log_4 3}=$_____.

14. 已知 $g(x)=\begin{cases}e^x,x\leqslant 0,\\ \ln x,x>0,\end{cases}$ 则 $g\left[g\left(\frac{1}{3}\right)\right]=$_____.

15. **（2018·全国卷Ⅲ）**已知函数 $f(x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)+1$，$f(a)=4$，则 $f(-a)=$_____.

16. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x-a(x\leqslant 1),\\ x^2-3ax+4a(x>1)\end{cases}$ 有三个不同零点，则 $a$ 的取值范围是_____.

## 三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. （10 分）设函数 $f(x)=\ln(2x-m)$ 的定义域为集合 $A$，函数 $g(x)=\sqrt{3-x}-\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域为集合 $B$.

（1）若 $B\subseteq A$，求实数 $m$ 的取值范围；

（2）若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 $m$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.(12 分)计算下列各式的值.

(1)$(\lg 5)^0+\left(\frac{9}{4}\right)^{-0.5}+\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}-2^{\log_4 2}$;

(2)$\log_2 1-\lg 3\cdot\log_3 2-\lg 5$.

19.(12 分)直线 $y=1$ 分别与函数 $f(x)=\log_2(x+2)$,$g(x)=\log_a x$ 的图象交于 $A$,$B$ 两点,且 $AB=2$.

(1)求 $a$ 的值;

(2)解关于 $x$ 的方程,$f(x)+g(x)=3$.

20.(12 分)已知幂函数 $y=x^{m^2-2m-3}(m\in\mathbf{Z})$ 的图象与 $x$ 轴,$y$ 轴都无公共点,且关于 $y$ 轴对称,求 $m$ 的值,并画出函数的图象.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)$f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数,当 $x\in(0,1)$时,$f(x)=\dfrac{2^x}{4^x+1}$.

(1)求 $f(x)$在$(-1,0)$上的解析式;

(2)证明:$f(x)$在$(0,1)$上是减函数.

22.(12 分)已知函数 $f(x)=a^{x-1}(a>0$ 且 $a\neq1)$.

(1)若函数 $y=f(x)$的图象经过 $P(3,4)$点,求 $a$ 的值;

(2)比较 $f\left(\lg\dfrac{1}{100}\right)$与 $f(-2.1)$的大小,并写出比较过程;

(3)若 $f(\lg a)=100$,求 $a$ 的值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 考场号_____ 姓名_____ 准考证号_____
密……封……线……
数学 必修1B

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

# 阶段测试四

## （本册综合测试）

时间：90 分钟　满分：150 分

**一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）**

1. 已知集合 $A=\{y|y=\log_2 x, x>1\}$，$B=\left\{y\left|y=\left(\frac{1}{2}\right)^x, x>1\right.\right\}$，则 $A\cap B=$ （　）

A. $\left\{y\left|0<y<\frac{1}{2}\right.\right\}$　　B. $\{y|0<y<1\}$

C. $\left\{y\left|\frac{1}{2}<y<1\right.\right\}$　　D. $\varnothing$

2. 已知 $f(x+1)=x^2+1$，则 $f(x-2)=$ （　）

A. $x^2-6x+10$　　B. $(x-2)^2+1$　　C. $(x+1)^2+1$　　D. $x^2-2$

3. 已知集合 $\{x|mx^2+2x-1=0\}$ 有且只有一个元素，则 $m$ 的值是 （　）

A. 0　　B. 1　　C. 0 或 1　　D. 0 或 −1

4. 幂函数 $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$，若 $0<x_1<x_2$，则 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$ 与 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 的大小关系是 （　）

A. $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$　　B. $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$

C. $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)=\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$　　D. 无法确定

5. **（2018 · 天津卷）**已知 $a=\log_3\frac{7}{2}$，$b=\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$，$c=\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{5}$，则 $a,b,c$ 的大小关系为 （　）

A. $a>b>c$　　B. $b>a>c$　　C. $c>b>a$　　D. $c>a>b$

6. 根据表格中的数据，可以断定：方程 $e^x-x-2=0$ 的一个根所在的区间是 （　）

| $x$ | −1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $e^x$ | 0.37 | 1 | 2.72 | 7.39 | 20.09 |
| $x+2$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

A. (2,3)　　B. (1,2)　　C. (0,1)　　D. (−1,0)

7. 下列函数中，值域为 $(0,+\infty)$ 的是 （　）

A. $y=5^{\frac{1}{2-x}}$　　B. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^{1-x}$　　C. $y=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^x-1}$　　D. $y=\sqrt{1-2^x}$

8. 如果函数 $f(x)=(a^2-1)^x$ 在 **R** 上是减函数，那么实数 $a$ 的取值范围是 （　）

A. $|a|>1$　　B. $|a|<2$　　C. $|a|>3$　　D. $1<|a|<\sqrt{2}$

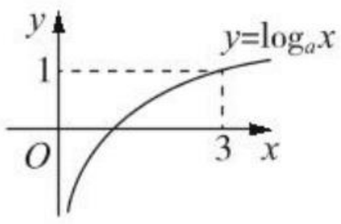
9. 对于每个实数 $x$，设 $f(x)$ 取 $y=x^2-3x+2$，$y=x-1$，$y=5-x$ 三个函数中的最小值，则 $f(x)$ 的最大值是 （　）

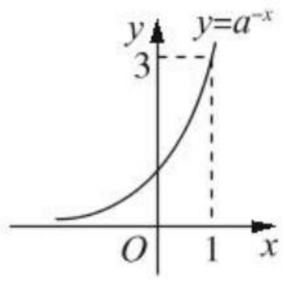
A. −1　　B. 0　　C. 1　　D. 2



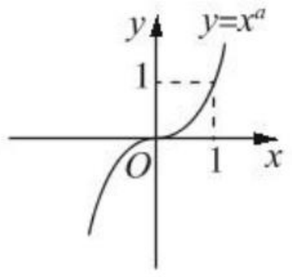
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 若函数 $y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的图象如下图所示，则下列函数图象正确的是（　　）

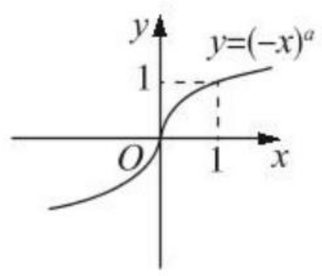


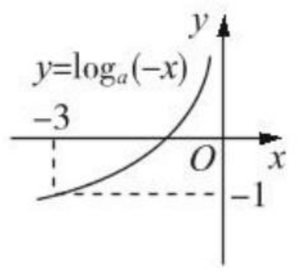

A




B




C




D

11. **(2018·全国卷Ⅲ)** 下列函数中，其图象与函数 $y=\ln x$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称的是（　　）

A. $y=\ln(1-x)$　　B. $y=\ln(2-x)$　　C. $y=\ln(1+x)$　　D. $y=\ln(2+x)$

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 **R** 上的不恒为零的偶函数，且对任意实数 $x$ 都有 $xf(x+1)=(1+x)f(x)$，则 $f\left(\frac{5}{2}\right)$ 的值是（　　）

A. 0　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 1　　D. $\frac{5}{2}$

## 二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 计算 $\left(-\frac{2}{5}\right)^0-\sqrt[3]{0.064}+3^{\log_3\frac{2}{5}}+\lg 2-\lg\frac{1}{5}$ 的结果是_____.

14. 设实数 $a\in\left\{-2,-1,\frac{1}{2},1,3\right\}$，如果函数 $y=x^a$ 是定义域为 **R** 的奇函数，则 $a$ 的值的集合为_____.

15. 若函数 $f(x)$，$g(x)$ 分别是 **R** 上的奇函数、偶函数，且满足 $f(x)-g(x)=e^x$，则 $f(2)$，$g(0)$，$f(3)$ 的大小关系是_____.

16. 已知函数 $f(x)$ 满足条件：

①对任意 $x_1$，$x_2$，且 $x_1<x_2$ 时，总有 $f(x_1)<f(x_2)$；

②$f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$.

那么满足这 2 个条件的函数解析式为_____.（举一例即可）

## 三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. （10 分）已知集合 $A=\{x|3\leqslant x<6\}$，$B=\{y|y=2^x,2\leqslant x<3\}$.

（1）求 $A\cap B$；

（2）已知 $C=\{x|a<x<a+1\}$，若 $C\subseteq B$，求实数 $a$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.(12 分)已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$,$x\in\mathbf{R}$.

(1)求 $f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)$的值;

(2)计算 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(\dfrac{1}{4}\right)$.

19.(12 分)已知函数 $f(x)=x^{-k^2+k+2}(k\in\mathbf{N})$,满足 $f(2)<f(3)$.

(1)求 $k$ 的值并求出相应的 $f(x)$的解析式;

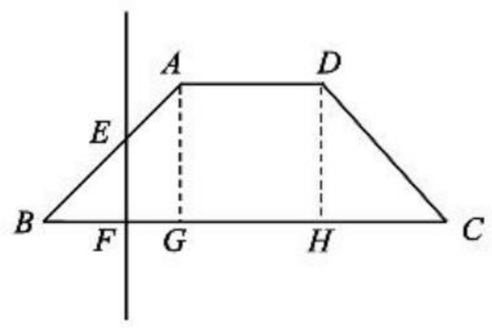
(2)对于(1)中的函数 $f(x)$,试判断是否存在 $m$,使得函数 $g(x)=f(x)-2x+m$ 在$[0,2]$上的值域为$[2,3]$,若存在,请求出 $m$,若不存在,请说明理由.

20.(12 分)若在定义域内存在实数 $x_0$ 使得 $f(x_0+1)=f(x_0)+f(1)$成立则称函数 $f(x)$有“溜点 $x_0$”.若函数 $f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+mx^2$ 在$(0,1)$上有“溜点”,求实数 $m$ 的取值范围.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)如图,已知底角为 45°的等腰梯形 $ABCD$,底边 $BC$ 长为 7 cm,腰长为 $2\sqrt{2}$cm,当一条垂直于底边 $BC$(垂足为 $F$)的直线 $l$ 从左至右移动(与梯形 $ABCD$ 有公共点)时,直线 $l$ 把梯形分成两部分,令 $BF=x$.




(1)试写出直线 $l$ 左边部分的面积 $f(x)$与 $x$ 的函数;

(2)已知 $A=\{x|f(x)<4\}$,$B=\{x|a-2<x<a+2\}$,若 $A\cup B=B$,求 $a$ 的取值范围.

22.(12 分)已知函数 $f(x)=\log_2(x+1)$,点$(x,y)$在函数 $y=f(x)$的图象上运动,点$(t,s)$在函数 $y=g(x)$的图象上运动,并且满足 $t=\frac{x}{3}$,$s=y$.

(1)求出 $y=g(x)$的解析式;

(2)求出使 $g(x)\geqslant f(x)$成立的 $x$ 的取值范围;

(3)在(2)的范围内求 $y=g(x)-f(x)$的最小值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____
密……封……线……
数学 必修1B

骄子之路®
the Road to Pride
让 学习更快乐，人生更精彩

# 答案与解析

与45分钟课时作业与单元测试配套使用



# 数学

必修1 RJ·B

班级：_____

姓名：_____

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

# 第一部分　课时作业

## 第一章　集　合

### 1.1　集合与集合的表示方法

#### 1.1.1　集合的概念

**基础知识点对点**

1. C　高一数学中的难题不确定，不能构成集合；②③能构成集合.

2. D　$\sqrt{7}$是实数，但不是有理数，故选 D.

3. B　当 $a=2$ 时，$6-a=4\in A$；
当 $a=4$ 时，$6-a=2\in A$；
当 $a=6$ 时，$6-a=0\notin A$，
$\therefore a$ 的值为 2，4，故选 B.

4. 4 个
**解析：**①②③⑤正确.

5. B　由 $2\in A$，知 $m=2$ 或 $m^2-3m+2=2$，得 $m=0$，2，3. 但是当 $m=0$ 和 2 时，三个元素中有相同的，根据集合中元素的互异性，故舍去，所以 $m=3$，故选 B.

6. A　$\because \sqrt{x^2}=|x|$；$-\sqrt[3]{x^3}=-x$；$\sqrt[3]{x^3}=x$. $\therefore$集合中最多有 2 个元素，即 $x$ 和 $-x$.

**课后拔高提能练**

1. C　①不超过 $\pi$ 的正整数为 1，2，3，所以为有限集. ②平方后等于自身的数只有 0 和 1，所以为有限集. ③标准明确，人数有限，所以为有限集. ④无限集. 故选 C.

2. A　因为自然数集中最小的数是 0，而不是 1，所以①错；对于②，取 $a=\sqrt{2}$，则 $-\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，$\sqrt{2}\notin\mathbf{N}$，所以②错；对于③，$a=0$，$b=0$ 时，$a+b$ 取得最小值是 0，而不是 2，所以③错；对于④，$x^2+4=4x$ 有两个相等实根 2，但解集中只有一个元素 2，所以④也错，故选 A.

3. B　②④正确，故选 B.

4. A　①$\because x=0=0+0\times\sqrt{2}$，$\therefore x\in M$；②$\sqrt{2}=0+1\times\sqrt{2}$，$\therefore x\in M$；③$x=3-2\sqrt{\pi}\times\sqrt{2}$. $\because -2\sqrt{\pi}\notin\mathbf{Q}$，$\therefore x\notin M$；④$x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$，$\therefore x\in M$.

5. B　由 $2x-3>0$ 得 $x>\dfrac{3}{2}$，$\therefore 0\notin M$，$2\in M$，故选 B.

6. A

7. ①②③
**解析：**当 $a=-1$，$b=3$ 时，$ab=-3$，$\sqrt{ab}$无意义，故 $\sqrt{ab}\in\mathbf{R}$不正确，①②③正确.

8. 3
**解析：**$\because -3\in A$，
$\therefore 2x-5=-3$ 或 $x^2-4x=-3$，
若 $2x-5=-3$，则 $x=1$，此时 $A$ 中的三个元素为 $-3$，$-3$，12，不符合集合中元素的互异性，$x=1$ 舍去；
若 $x^2-4x=-3$，则 $x=1$(舍)，$x=3$，
当 $x=3$ 时，$A$ 中的三个元素为 1，$-3$，12，符合条件.

9. ③　②④　①

10. **解：**(1)平面直角坐标系中的某些点，不确定，不满足集合中元素的确定性，故不能构成集合.
(2)平面直角坐标系中的所有点具备集合中元素的确定性、互异性、无序性，因此它能构成一个集合.

11. **解：**当 $a=1$ 时，集合 $A$ 中的元素有 1，3，2，2，不满足集合中元素的互异性，舍去；
当 $a=3$ 时，集合 $A$ 中的元素有 1，3，12，4，符合题意；
当 $a=a^2+a$ 时，则 $a=0$，集合 $A$ 中的元素有 1，3，0，1，不满足集合中元素的互异性，舍去；
当 $a=a+1$ 时无解.
$\therefore$符合条件的 $a$ 值为 3.

12. **解：**集合 $A$ 中只有唯一的一个元素 1，
则 $\begin{cases}a-b+1=0,\\ \Delta=b^2-4a=0,\end{cases}$
解得 $\begin{cases}a=1,\\ b=2.\end{cases}$
$\therefore a+b=3$.

#### 1.1.2　集合的表示方法

**基础知识点对点**

1. B　$\because 3\in\{1,a,a-2\}$，
当 $a=3$ 时，$a-2=1$，不符合元素的互异性，舍去；
当 $a-2=3$ 时，$a=5$，符合题意，故选 B.

2. B　不大于 7 的质数有 2，3，5，7，故选 B.

3. D　集合 $A$ 表示奇数集，集合 $B$ 表示偶数集，$\therefore x_1$，$x_2$ 是奇数，$x_3$ 是偶数，$x_1+x_2+x_3$ 是偶数，故 D 错，故选 D.

4. **解：**(1)$\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{Z}\}$.
(2)$\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x+y=3\\ x-y=1\end{cases}\right\}=\{(2,1)\}$.

5. C　当 $x=1$ 时，$y=1^2+1=2$，当 $x=3$ 时，$y=10$，$\therefore 2\in A$，$(1,2)\in B$，$(3,10)\in B$，故选 C.

6. 1 或 3
**解析：**若 $m+2=5$，则 $m=3$，此时 $M=\{1,5,13\}$，
若 $m^2+4=5$，则 $m=1$ 或 $m=-1$，
当 $m=1$ 时，$M=\{1,3,5\}$，
当 $m=-1$ 时，$M=\{1,1,5\}$，不合题意，故 $m$ 的值为 1 或 3.

**课后拔高提能练**

1. C　由于① 0 是一个元素，$\{0\}$是一个集合，③不满足集合中元素的互异性，④集合中的元素有无限多个且无规律，故选 C.

2. D　A 中集合为$\{1,3,5,7,9,11,13,15,17\}$，不符合题意；B 中集合为$\{\cdots,-3,1,5,9,13,17\}$，不符合题意；C 中集合为$\{-3,1,5,9,13,17\}$，不符合题意；D 符合题意.

3. B

4. B　将集合 $A$ 用列举法可表示为$\{(0,4),(3,2)\}$，故 $A$ 中有两个元素.

5. C　由 $xy>0$ 知 $\begin{cases}x>0,\\ y>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<0,\\ y<0.\end{cases}$故 C 正确.

6. B　正确的有(4)，故选 B.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. 5

**解析**：$x_1=1,x_2=1$ 时，$x=x_1+x_2=2$，

$x_1=1,x_2=2$ 时，$x=3$，

$x_1=2,x_2=1$ 时，$x=3$，

$x_1=2,x_2=2$ 时，$x=4$，

$x_1=3,x_2=1$ 时，$x=4$，

$x_1=3,x_2=2$ 时，$x=5$，

$\therefore A+B$ 中元素的最大值是 5.

8. $\{4,3,2,1\}$

**解析**：根据题意，$5-x$ 应该是 12 的因数，故其可能取值为 $1,2,3,4,6,12$，从而可得到对应的 $x$ 的值为 $4,3,2,1,-1,-7$. 因为 $x\in\mathbf{N}$，所以 $x$ 的值为 $4,3,2,1$.

9. $\left\{-\frac{3}{2},3\right\}$

**解析**：由 $\frac{1}{2}\in\left\{x\left|x^2-ax-\frac{5}{2}=0\right.\right\}$，

得 $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}a-\frac{5}{2}=0$，

$\therefore a=-\frac{9}{2}$，

$\therefore x^2-\frac{3}{2}x-\frac{9}{2}=0$，

解得 $x=-\frac{3}{2}$ 或 $x=3$，$\therefore B=\left\{-\frac{3}{2},3\right\}$.

10. **解**：$\because -3\in\{a-3,2a-1,a^2-4\}$，

$\therefore -3=a-3$ 或 $-3=2a-1$ 或 $-3=a^2-4$.

①若 $-3=a-3$，则 $a=0$，

$\therefore$ 集合为 $\{-3,-1,-4\}$，符合题意.

②若 $-3=2a-1$，则 $a=-1$，

$\therefore$ 集合为 $\{-4,-3,-3\}$，不符合集合中元素的互异性，故 $a=-1$ 舍去.

③若 $-3=a^2-4$，则 $a=1$，$a=-1$（舍去），

$\therefore$ 集合为 $\{-2,1,-3\}$，符合题意.

综上所述知 $a=0$ 或 $a=1$.

11. **解**：(1)由题可得，当 $a\neq0$ 时，$\Delta=9-8a=0$，$\therefore a=\frac{9}{8}$；当 $a=0$ 时，$-3x+2=0$，$x=\frac{2}{3}$ 符合题意，$\therefore a=\frac{9}{8}$ 或 $a=0$.

(2)$A$ 中只有一个元素，则 $a=0$ 或 $a=\frac{9}{8}$，

$A$ 中没有元素，则 $\Delta=9-8a<0$，$\therefore a>\frac{9}{8}$，

故 $a$ 的取值范围为 $a\geqslant\frac{9}{8}$ 或 $a=0$.

12. **解**：(1)$A=\{(1,3),(2,2),(3,1)\}$.

(2)$B=\{x|x=5k,k\in\mathbf{N}\}$.

(3)$C=\{x|x^2-2x-3>0\}$.

## 1.2 集合之间的关系与运算

### 1.2.1 集合之间的关系

#### 基础知识点对点

1. C

2. A　$1\in\{0,1\}$ 正确，故选 A.

3. B　$A=\{x|x>-3\}$，$B=\{x|x\geqslant2\}$，

则 $B\subsetneq A$，故选 B.

4. **解**：(1)$\because A=\{1,-1\}$，$B=\{-1,1\}$，$\therefore A=B$.

(2)$\because A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|x<3\}$，$\therefore A\subsetneq B$.

(3)$\because A,B$ 都表示奇数集，$\therefore A=B$.

(4)$\because P=\{x|x^2-2x-3=0\}=\{-1,3\}$，$Q=\{x|x\geqslant-1\}$，$\therefore P\subsetneq Q$.

5. 0，1，$-1$

**解析**：若 $a=0$，则 $B=\varnothing$，$B\subseteq A$，

$A=\{x|x^2=1\}=\{1,-1\}$，

若 $1\in B$，则 $a=1$，

若 $-1\in B$，则 $-a=1$，$\therefore a=-1$.

所以 $a$ 的值为 $0,1,-1$.

6. **解**：①当 $m+1>2m+3$，即 $m<-2$ 时，$B=\varnothing$，符合题意.

②当 $m+1\leqslant2m+3$，即 $m\geqslant-2$ 时，$B\neq\varnothing$，

由 $B\subseteq A$，得 $\begin{cases}m+1\geqslant1,\\2m+3\leqslant4,\end{cases}$

解得 $0\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$.

综合①②可知，$m<-2$ 或 $0\leqslant m\leqslant\frac{1}{2}$.

#### 课后拔高提能练

1. B　由图可知，$S\subsetneq U$，$S\subsetneq T$，$F\subsetneq U$ 正确，其余错误，故选 B.

2. C　$\sqrt{3}\in\{x|x>0\}$，$0.2\in\mathbf{Q}$，$|-3|\in\mathbf{N}$，$0\notin\varnothing$，所以正确的有 2 个，故选 C.

3. D　由题意知 $A*B=\{x|x\in A\text{ 且 }x\notin B\}=\{1,3\}$，子集有 $\varnothing$、$\{1\}$、$\{3\}$、$\{1,3\}$，故选 D.

4. B　由题意得 $\begin{cases}a-1\leqslant3,\\a+2\geqslant5.\end{cases}$ 即 $\begin{cases}a\leqslant4,\\a\geqslant3.\end{cases}$

$\therefore 3\leqslant a\leqslant4$，故选 B.

5. C　$\because B\subseteq A$，$\therefore x^2=4$ 或 $x^2=x$，

由 $x^2=4$ 得 $x=2$ 或 $x=-2$，

当 $x=2$ 时，$A=\{1,4,2\}$，$B=\{1,4\}$，$B\subseteq A$；

当 $x=-2$ 时，$A=\{1,4,-2\}$，$B=\{1,4\}$，$B\subseteq A$；

由 $x^2=x$ 得 $x=0$ 或 $x=1$，

当 $x=0$ 时，$A=\{1,4,0\}$，$B=\{1,0\}$，$B\subseteq A$；

当 $x=1$ 时，$A=\{1,4,1\}$，不符合元素的互异性，所以满足条件的实数 $x$ 有 3 个，故选 C.

6. B　若 $A$ 中只有一个元素，则 $A$ 为 $\{3\}$ 或 $\{5\}$；若 $A$ 中有两个元素，则 $A$ 为 $\{3,4\}\{3,5\},\{4,5\}$，$\therefore$ 满足条件的集合 $A$ 有 5 个.

7. $a\geqslant4$

**解析**：由 $A\subsetneq B$，得 $a\geqslant4$.

8. $-1$ 或 2

**解析**：由题意得 $a^2-a+1=3$ 或 $a^2-a+1=a$，

得 $a=2$ 或 $a=-1$ 或 $a=1$.

又当 $a=1$ 时，$a^2-a+1=1$ 不符合集合中元素的互异性，故舍去；当 $a=-1$ 或 $a=2$ 时符合题意.

9. =

**解析**：$\because a^2+\sqrt{2b-1}=2a-1$，

$\therefore (a^2-2a+1)+\sqrt{2b-1}=0$.

即 $(a-1)^2+\sqrt{2b-1}=0$，



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore \begin{cases} a-1=0, \\ 2b-1=0, \end{cases} \therefore \begin{cases} a=1, \\ b=\frac{1}{2}. \end{cases}$

$\therefore A=\left\{\left(1,\frac{1}{2}\right)\right\}$，故 $A=B$.

10. **解**：由题可得 $\begin{cases} a^2=1, \\ b=ab, \\ a\neq 1, \\ b\neq 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a^2=b, \\ ab=1, \\ a\neq 1, \\ b\neq 1, \end{cases}$

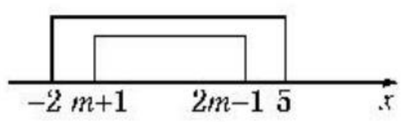
解得 $\begin{cases} a=-1, \\ b=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=1, \\ b=1 \end{cases}$（舍）.

$\therefore a^{2\,017}+b^{2\,017}=(-1)^{2\,017}+0=-1$.

11. **解**：$\because A=\{x|-2\leqslant x\leqslant 5\}$，$B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant 2m-1\}$.

(1) $\because B\subseteq A$，①$B\neq\varnothing$，

如图所示，




$\therefore \begin{cases} m+1\geqslant -2, \\ 2m-1\leqslant 5, \\ 2m-1\geqslant m+1, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} m\geqslant -3, \\ m\leqslant 3, \\ m\geqslant 2. \end{cases}$ $\therefore 2\leqslant m\leqslant 3$.

②$B=\varnothing$，

由 $m+1>2m-1$，得 $m<2$，综上 $m\leqslant 3$.

(2) $\because x\in\mathbf{Z}$，$\therefore A=\{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$. 则 $A$ 的非空真子集个数为 $2^8-2=254$.

12. **解**：(1)由题意得方程 $x^2+2x-a=0$ 有实数解，

$\therefore \Delta=2^2-4\times(-a)\geqslant 0$，得 $a\geqslant -1$.

(2) $\because N=\{x|x^2+x=0\}=\{0,-1\}$，又 $M\subseteq N$.

当 $M=\varnothing$ 时，即 $\Delta=2^2-4\times(-a)<0$ 时，得 $a<-1$，此时 $M\subseteq N$；

当 $M\neq\varnothing$ 时，即 $\Delta=2^2-4\times(-a)=0$ 时，得 $a=-1$，此时 $M=\{-1\}$，符合题意；

当 $\Delta=2^2-4\times(-a)>0$ 时，由题意得

$\begin{cases} 0^2+2\times 0-a=0, \\ (-1)^2+2\times(-1)-a=0, \end{cases}$ 得 $a\in\varnothing$.

综上得 $a$ 的取值范围是 $a\leqslant -1$.

## 1.2.2　集合的运算(一)

### 基础知识点对点

1. D　$A\cap B=\{5,8\}$，故选 D.

2. $m>1$

**解析**：$\because A\cap B\neq\varnothing$，$\therefore m>1$.

3. B　由题意知集合 $B$ 中必定含有元素 $c$，$d$，

$\therefore$ 符合题意的集合 $B$ 有 $\{c,d\}$，$\{a,c,d\}$，$\{b,c,d\}$，$\{a,b,c,d\}$ 共有 4 个，故选 B.

4. C　$M\cup N=\{-1,0,1,2\}$，故选 C.

5. B　$\because A\cup B=A$，

$\therefore B\subseteq A$，

$\therefore m=3$ 或 $m=\sqrt{m}$，

当 $m=3$ 时，$A=\{1,3,\sqrt{3}\}$，符合条件；

当 $m=\sqrt{m}$，即 $m=1$ 或 $m=0$，

当 $m=1$，$B=\{1,1\}$，不符合元素的互异性，

当 $m=0$ 时，$A=\{1,3,0\}$，符合条件，故 $a=3$ 或 0，故选 B.

6. **解**：$\because A\cup B=\{-2,1,5\}$，$A\cap B=\{-2\}$，

$\therefore -2\in A$，$\therefore 4+2p-2=0$，$\therefore p=-1$.

$\therefore x^2+x-2=0$，

$x=1$ 或 $x=-2$，

$\therefore A=\{1,-2\}$，

$\therefore B=\{-2,5\}$，

$\therefore \begin{cases} -2+5=-q, \\ -2\times 5=r, \end{cases}$

$\therefore q=-3$，$r=-10$. 故 $p=-1$，$q=-3$，$r=-10$.

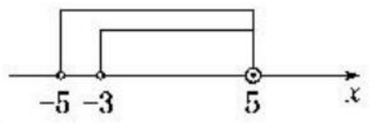
### 课后拔高提能练

1. C　由集合 $A$ 得 $x\geqslant 1$，所以 $A\cap B=\{1,2\}$.

2. D　$A\cup B=\{a,b,c,d\}$，故选 D.

3. C　可用排除法，$A\cap B$ 是点集，可排除 A，B，D，必为 C，也可用直接法.

4. B　利用数轴如图，




得 $M\cap N=\{x|-3<x<5\}$.

5. D　$A=\{x|x=3n+2,n\in\mathbf{N}\}=\{2,5,8,11,14,17,\cdots\}$，

$\therefore A\cap B=\{8,14\}$，故选 D.

6. C　由并集的定义可得 $A\cup B=\{-1,0,1,2,3,4\}$，

结合交集的定义可知，$(A\cup B)\cap C=\{-1,0,1\}$. 故选 C.

7. $\{1,8\}$

**解析**：由题设和交集的定义可知，$A\cap B=\{1,8\}$.

8. $-1$，$\pm\sqrt{2}$，0

**解析**：当 $m^2=1$ 时，$m=-1$ 或 $m=1$，$m=1$ 不符合元素的互异性，舍去；

当 $m^2=2$ 时，$m=\pm\sqrt{2}$，符合条件；

当 $m^2=m$ 时，$m=0$ 或 $m=1$（舍去），$\therefore$ 符合条件的 $m$ 为 $m=-1$ 或 $m=\pm\sqrt{2}$，或 $m=0$.

9. 2

**解析**：由题可得 $A-B=\{2,4\}$，

$\therefore f(A-B)=2$.

10. **解**：$A=\{x|2\leqslant x<4\}$，$B=\{x|3x-7\geqslant 8-2x\}=\{x|x\geqslant 3\}$，

$\therefore A\cap B=\{x|3\leqslant x<4\}$，

$A\cup B=\{x|x\geqslant 2\}$.

11. **解**：(1)由题意得 $x^2=9$ 或 $2x-1=9$.

由 $x^2=9$，得 $x=3$ 或 $x=-3$.

当 $x=3$ 时，$x-5=1-x=-2$，不符合集合中元素的互异性，故舍去；

当 $x=-3$ 时，$A=\{9,-7,-4\}$，$B=\{-8,4,9\}$，符合题意. 由 $2x-1=9$，得 $x=5$，此时 $A=\{25,9,-4\}$，$B=\{0,-4,9\}$ 符合题意.

$\therefore x$ 的值为 $-3$ 或 5.

(2)由 $A\cap B=\{9\}$ 知 $9\in A$，

由(1)知 $x=-3$ 或 $x=5$.

当 $x=-3$ 时，$A=\{9,-7,-4\}$，$B=\{-8,4,9\}$，$A\cap B=\{9\}$，符合题意，此时 $A\cup B=\{9,-4,-7,-8,4\}$；

当 $x=5$ 时，$A=\{25,9,-4\}$，$B=\{0,-4,9\}$，$A\cap B=\{-4,9\}$，不合题意，舍去.

综上得 $x=-3$ 时，$A\cup B=\{9,-4,-7,-8,4\}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. **解**:(1)$A\cap B=\{x|1<x<2\}$.

(2)因为 $A\cap B\subseteq C$,所以 $\begin{cases}m-1\leqslant 1,\\ m+1\geqslant 2,\end{cases}$

即 $1\leqslant m\leqslant 2$.

## 1.2.2 集合的运算(二)

### 基础知识点对点

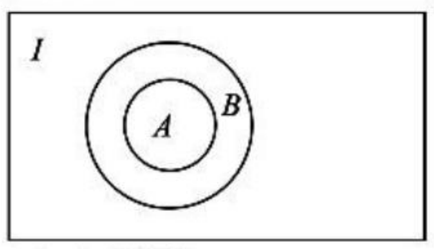
1. C $I=\{x\in\mathbf{Z}|-3<x<3\}=\{-2,-1,0,1,2\}$,

$\therefore \complement_I A=\{-1,2\}$,

$\therefore(\complement_I A)\cap B=\{-1,2\}$,故选 C.

2. A $\complement_U A=\{x\in\mathbf{N}|2\leqslant x<3\}=\{2\}$,故选 A.

3. B $A,B,I$ 的关系如图示




$\therefore(\complement_I A)\cup B=I$,A 正确,

$(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=\complement_I A$,B 不正确,

$A\cap(\complement_I B)=\varnothing$,C 正确,

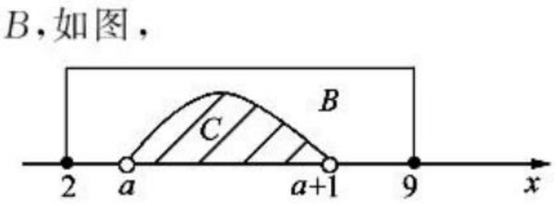
$(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\complement_I B$,D 正确,故选 B.

4. C 阴影部分在 $M\cap P$ 之中,但不在 $S$ 中,故选 C.

5. **解**:(1)显然 $A\cap B=\{x|3\leqslant x<6\}$,又 $B=\{x|2<x<9\}$,

$\therefore \complement_{\mathbf{R}} B=\{x|x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 9\}$,$\therefore(\complement_R B)\cup A=\{x|x\leqslant 2$ 或 $3\leqslant x<6$ 或 $x\geqslant 9\}$.

(2)$\because C\subseteq B$,如图,




应有 $\begin{cases}a\geqslant 2,\\ a+1\leqslant 9,\end{cases}$ 解之得 $2\leqslant a\leqslant 8$,$\therefore\{a|2\leqslant a\leqslant 8\}$.

6. **解**:由题可知 $\begin{cases}|x+7|=3,\\ x^2+2x-3=5,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}x=-4$ 或 $x=-10,\\ x=-4$ 或 $x=2,\end{cases}$

$\therefore x=-4$.

### 课后拔高提能练

1. C $\complement_U A=\{1,2\}$,$(\complement_U A)\cap B=\{1,2\}$,故选 C.

2. C 图中阴影部分所表示的集合为 $N\cap(\complement_U M)=\{0,1,2,3\}\cap\{x|x\leqslant 2\}=\{0,1,2\}$,故选 C.

3. B 解不等式 $x^2-x-2>0$ 得 $x<-1$ 或 $x>2$,

所以 $A=\{x|x<-1$ 或 $x>2\}$,

所以可以求得 $\complement_{\mathbf{R}} A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 2\}$,故选 B.

4. C ①因为,$A\subseteq B$ 时,显然有 $A\cup B=B$,所以①正确.

②$A\cup B=B\Rightarrow A\subseteq B\Rightarrow A\cap B=A$,所以②正确.

③反例:$A=\{1,2,3\}$,$B=\{2,3,4\}$,$C=\{1,2\}$,

满足 $A\cup B=B\cup C$,但 $A\neq C$,所以③错.

④$A\cup B=I\Rightarrow \complement_I(A\cup B)=\varnothing$

$\Rightarrow(\complement_I A)\cap(\complement_I B)=\varnothing$,所以④正确.

⑤$A\cap B=\varnothing\Rightarrow \complement_I(A\cap B)=I$

$\Rightarrow(\complement_I A)\cup(\complement_I B)=I$,所以⑤正确. 故选 C.

5. D 由题可知 $\begin{cases}a>1,\\ a\leqslant 9,\end{cases}\therefore 1<a\leqslant 9$,故选 D.

6. B 由题意可得 $\complement_{\mathbf{R}} B=\{x|x<1\}$,

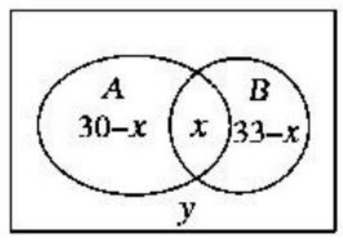
结合交集的定义可得 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}} B)=\{0<x<1\}$.

7. $\{2,5\}$

**解析**:$A\cup B=\{2,3,4,5\}$,$\complement_U C=\{1,2,5\}$,所以 $(A\cup B)\cap(\complement_U C)=\{2,5\}$.

8. 9

**解析**:设 $A,B$ 都参加的有 $x$ 人,都不参加的有 $y$ 人,如图,




则 $\begin{cases}30-x+x+33-x+y=50,\\ y=\frac{1}{3}x+1,\end{cases}$

解得 $x=21$,只参加 $A$ 项没有参加 $B$ 项的学生有 $30-21=9$ 人,故填 9.

9. $a\geqslant 2$

**解析**:$\complement_{\mathbf{R}} B=\{x|x\leqslant 1$ 或 $x\geqslant 2\}$.

$\because A\cup B=\mathbf{R}$,

$\therefore a\geqslant 2$.

10. **解**:$U=A\cup(\complement_U A)=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$,

$\therefore B=\{2,3,5,7\}$.

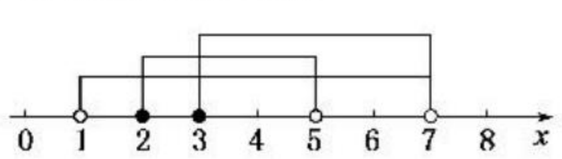
11. **解**:如图所示,可得 $A\cap B=\{x|3\leqslant x<5\}$,$A\cup B=\{x|2\leqslant x<7\}$,$\complement_S A=\{x|1<x<2$,或 $5\leqslant x\leqslant 7\}$,$\complement_S B=\{x|1<x<3\}\cup\{7\}$.

(1)$(\complement_S A)\cap(\complement_S B)=\{x|1<x<2\}\cup\{7\}$.

(2)$\complement_S(A\cup B)=\{x|1<x<2\}\cup\{7\}$.

(3)$(\complement_S A)\cup(\complement_S B)=\{x|1<x<3\}\cup\{x|5\leqslant x\leqslant 7\}=\{x|1<x<3$,或$5\leqslant x\leqslant 7\}$.

(4)$\complement_S(A\cap B)=\{x|1<x<3\}\cup\{x|5\leqslant x\leqslant 7\}=\{x|1<x<3$,或 $5\leqslant x\leqslant 7\}$.




12. **解**:$A=\{x|x^2+3x+2=0\}=\{-1,-2\}$.

若$(\complement_U A)\cap B=\varnothing$,

则 $B\subseteq A$.

由 $x^2+(m+1)x+m=0$ 得,$(x+1)(x+m)=0$,

$\therefore x=-1$,$x=-m$.

若 $B\subseteq A$,则 $-m=-1$ 或 $-m=-2$,

$\therefore m=1$ 或 $m=2$.

当 $m=1$ 时,$B=\{-1\}$,符合题意,

当 $m=2$ 时,$B=\{-1,-2\}$,符合题意.

故 $m=1$ 或 $m=2$.

## 阶段质量评估卷(一)

1. A $\because|x|<2$,$\therefore -2<x<2$,

$\therefore A\cap B=\{-2,0,1,2\}\cap(-2,2)=\{0,1\}$,故选 A.

2. A $(\complement_U A)\cap B=\{-3,-4\}\cap\{-3,-4,0\}=\{-3,-4\}$,故选 A.

3. C 因为全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$,$A=\{1,3\}$,所以根据补集的定义得 $\complement_U A=\{2,4,5\}$,故选 C.

4. B

5. B $A=\{x|y=\sqrt{1-x^2},x\in\mathbf{R}\}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$,

$B=\{x|x=m^2,x\in A\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$,

$\therefore B\subseteq A$,故选 B.

6. B 阴影部分为 $M\cap N=\{x|-2\leqslant x-1\leqslant 2\}\cap\{x|x=2k-1,k=1,2,3,\cdots\}=\{1,3\}$,故选 B.

7. D $P\cap(\complement_U Q)=\{1,2\}$,故选 D.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. B　$\because A=\{a\mid(a-2)(a^2-3)=0,a\in M\}=\{2\}$，
∴其子集个数为 2.

9. $a>\frac{3}{2}$

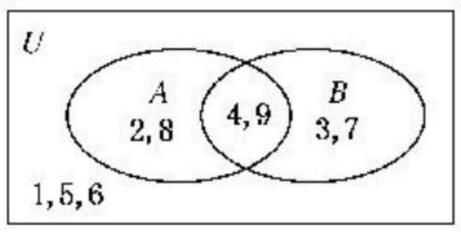
**解析**：若$(2,1)\in A$，则 $2a+1>4$ 且 $2-a\leqslant 2$，解得 $a>\frac{3}{2}$且 $a\geqslant 0$. ∴$a>\frac{3}{2}$.

10. $k\geqslant\frac{3}{2}$或 $k\leqslant -2$

**解析**：由题意，得 $2k-1\geqslant 2$ 或 $2k+1\leqslant -3$，
∴$k\geqslant\frac{3}{2}$或 $k\leqslant -2$.

11. $\{2,4,8,9\}$　$\{3,4,7,9\}$

**解析**：用 Venn 图表示集合 $U,A,B$ 的关系，如图所示的有关区域分别表示集合 $A\cap B$，$(\complement_U A)\cap B$，$A\cap(\complement_U B)$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$，并填上相应的元素，可得 $A=\{2,4,8,9\}$，$B=\{3,4,7,9\}$.




12. **解**：$\because A\subseteq B$，且 $A\neq\varnothing$，
若 $A$ 中只有一个元素，
当 $A=\{1\}$时，$\begin{cases}a^2-4b=0,\\1+a+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-2,\\b=1.\end{cases}$
当 $A=\{2\}$时，$\begin{cases}a^2-4b=0,\\4+2a+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-4,\\b=4,\end{cases}$
若 $A$ 中有两个元素，则 $A=\{1,2\}$，
$\begin{cases}1+a+b=0,\\4+2a+b=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-3,\\b=2.\end{cases}$
则实数 $a,b$ 的值为$\begin{cases}a=-2,\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=-4,\\b=4\end{cases}$或$\begin{cases}a=-3,\\b=2.\end{cases}$

13. **解**：(1)$A\cup B=\{x\mid x<-5$ 或 $x>-4\}$，
$A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=\{x\mid -4<x<2\}\cap\{x\mid -5\leqslant x\leqslant 1\}=\{x\mid -4<x\leqslant 1\}$.
(2)$\because B\cap C=\varnothing$，
则$\begin{cases}m-1\geqslant -5,\\m+1\leqslant 1,\end{cases}$
∴$-4\leqslant m\leqslant 0$.
即实数 $m$ 的取值范围为$-4\leqslant m\leqslant 0$.

14. **解**：$\because(\complement_U A)\cap B=\{2\}$，
∴$2\in B$，但 $2\notin A$.
$\because A\cap(\complement_U B)=\{4\}$，∴$4\in A$，但 $4\notin B$.
∴$\begin{cases}4^2+4a+12b=0,\\2^2-2a+b=0,\end{cases}$
∴$a=\frac{8}{7},b=-\frac{12}{7}$.

# 第二章　函　数

## 2.1　函　数

### 2.1.1　函数(一)

#### 基础知识点对点

1. D　A 中 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，$g(x)$的定义域为$\{x\mid x\neq 0\}$，定义域不同；
B 中 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，$g(x)$的定义域为$\{x\mid x\neq 0\}$，定义域不同；
C 中 $f(x)$的定义域为 $\mathbf{R}$，$g(x)$的定义域为$\{x\mid x\geqslant 0\}$，定义域不同；
D 中 $f(x)$，$g(x)$是同一函数.

2. D　根据函数的概念，在函数值域中的每一个数，在定义域中都有一个或多个数与之对应；若函数的定义域只含有一个元素，则值域中也只含有一个元素，定义域和对应关系确定后，函数的值域也就确定了，但是函数的定义域和值域不一定都是无限集. 故选 D.

3. D　由题得$\begin{cases}1-x\geqslant 0,\\x\geqslant 0,\end{cases}$∴$0\leqslant x\leqslant 1$，故选 D.

4. D　$\because f(x)$的定义域为$[0,2]$，
∴$f(2x)$的定义域为$[0,1]$.
∴$\frac{f(2x)}{x}$的定义域为$(0,1]$，故选 D.

5. $\{0,2\}$

**解析**：当 $x=-1$ 时，$f(-1)=0$，
当 $x=1$ 时，$f(1)=2$，
∴函数 $f(x)$的值域为$\{0,2\}$.

6. **解**：(1)由题可得$\begin{cases}x+3\geqslant 0,\\x+2\neq 0,\end{cases}$所以 $x\geqslant -3$ 且 $x\neq -2$，
所以函数的定义域为$[-3,-2)\cup(-2,+\infty)$.
(2)$f(-3)=-1$，$f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{\sqrt{33}}{3}+\frac{3}{8}$.
(3)$f(a)=\sqrt{a+3}+\frac{1}{a+2}$，
$f(a-1)=\sqrt{a-1+3}+\frac{1}{a-1+2}=\sqrt{a+2}+\frac{1}{a+1}$.

#### 课后拔高提能练

1. B

2. A　从函数的概念来看，一个自变量 $x$ 对应一个 $y$，而 A 中 $x=y^2$ 中一个 $x$ 可对应两个 $y$，∴A 不是函数.

3. B

4. C　由题意得$\begin{cases}m>0,\\\Delta=4-4m\leqslant 0,\end{cases}$得 $m\geqslant 1$. 当 $m=0$ 时，$f(x)=\sqrt{-2x+1}$的定义域为$\left[-\infty,\frac{1}{2}\right]$，不符合题意. 所以 $m\geqslant 1$.

5. C　$A=\{x\mid y=\sqrt{x-1}\}=[1,+\infty)$，$B=\{y\mid y=x^2+2\}=[2,+\infty)$，
∴$A\cap B=[2,+\infty)$，故选 C.

6. B　$\because f(a)=f[(a+1)-1]=(a+1)^2+2$，由 $f(a)=6$ 知$(a+1)^2+2=6$，$a+1=\pm 2$，得 $a=1$ 或 $a=-3$.

7. 12

**解析**：由 $f(1)=f(2)=0$，得$\begin{cases}1+p+q=0,\\4+2p+q=0,\end{cases}$解得
$\begin{cases}p=-3,\\q=2,\end{cases}$
则 $f(x)=x^2-3x+2$，故 $f(-2)=4+6+2=12$.

8. $\{x\mid x\geqslant -4$ 且 $x\neq -2\}$

**解析**：由题可知$\begin{cases}x+4\geqslant 0,\\x+2\neq 0,\end{cases}$即 $x\geqslant -4$ 且 $x\neq -2$.
∴函数 $f(x)$的定义域为$\{x\mid x\geqslant -4$ 且 $x\neq -2\}$.

9. $-4$

**解析**：由 $f(x)+2g(-x)=x^3+x^2$，令 $x=-2$，则 $f(-2)+2g(2)=(-2)^3+(-2)^2=-4$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. **解**：$f(x+1)=3(x+1)+2=3x+5$，
$f[f(x)]=f(3x+2)=3(3x+2)+2=9x+8$，
$f[g(x)]=f(x^2-1)=3(x^2-1)+2=3x^2-1$，
$g[f(x)]=g(3x+2)=(3x+2)^2-1=9x^2+12x+3$.

11. **解**：(1)$(-\infty,+\infty)$.
(2)$[0,+\infty)$.
(3)$[2,+\infty)$.
(4)$\{y|y\neq 2\}$.

12. **解**：$\because f(x+1)=x^2+x-1$.
(1)$f(2)=f(1+1)=1^2+1-1=1$，
$f(4)=f(3+1)=9+3-1=11$.
(2)$f(x)=f(x-1+1)=(x-1)^2+(x-1)-1=x^2-x-1$.
(3)$f(x)=x^2-x-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$，
$\because \left(x-\frac{1}{2}\right)^2\geqslant 0$，
$\therefore f(x)\geqslant -\frac{5}{4}$.
故 $f(x)$的值域为$\left[-\frac{5}{4},+\infty\right)$.

## 2.1.1 函数(二)

### 基础知识点对点

1. C　A 中 $x=0$ 时，$y=0\notin S$ 中；
B 中 $x=0$ 时，$y=0\notin S$ 中；
D 中 $x=0$ 时，$y=\frac{1}{x^2}$无意义，故选 C.

2. B　根据映射的定义可知 B 中的对应能构成映射.

3. D　由 $x^2-1=-1$，得 $x=0$，由 $x^2-1=3$，得 $x=\pm 2$，故选 D.

4. B　由题可得$\begin{cases}x+y=3,\\x-y=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$
所以(3,1)的原象为(2,1)，故选 B.

5. $[-2,0]$
**解析**：由题可得 $0\leqslant 3x+6\leqslant 6$，
得 $-2\leqslant x\leqslant 0$，
所以函数 $f(3x+6)$的定义域为$[-2,0]$.

6. $[1,3]$
**解析**：$\because -1\leqslant x\leqslant 1$，
$\therefore 1\leqslant x+2\leqslant 3$，
$\therefore f(x)$的定义域为$[1,3]$.

### 课后拔高提能练

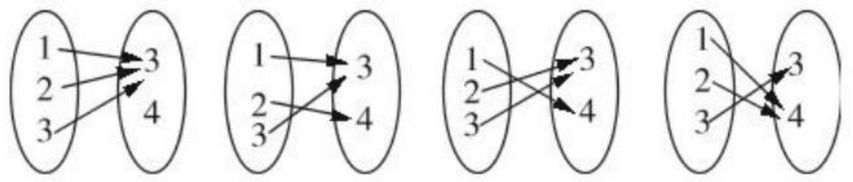
1. D　对于 A，$f:2\to 2\notin B$，所以 A 错；
对于 B，$f:1\to 1\notin B$，所以 B 错；
对于 C，$f:1\to 2\notin B$，所以 C 错；
对于 D，$f:1\to 0,2\to 3,3\to 8,4\to 15,5\to 24$. 符合映射定义，故选 D.

2. D　由题可知：当 $x=-1$ 时，$2x-1=-3$，
当 $x=3$ 时，$2x-1=5$，
当 $x=5$ 时，$2x-1=9$，
故集合 $B$ 可以是$\{-3,5,9\}$，故选 D.

3. B　由题可得$(1+\sqrt{2})^2-2(1+\sqrt{2})-1=0$，
所以 $1+\sqrt{2}$的象为 0.
令 $x^2-2x-1=-1$，$\therefore x=0$ 或 $x=2$.
$\because x>0$，$\therefore -1$ 的原象为 2，故选 B.

4. B

5. B　符合条件的映射有



共有 4 个，故选 B.

6. C　$\because f:x\to y=x$ 中 $M$ 中的元素 6 在 $P$ 中没有象，故该对应不能构成从 $M$ 到 $P$ 的映射.

7. ①③④
**解析**：当 $0\leqslant x\leqslant 4$ 时，若 $y=x-2$，当 $x=0$ 时，$y=-2$.
即在集合 $B$ 中没有原象，故②不正确.

8. 1
**解析**：$f(10)=5$，$f(5)=9$，$f(9)=3$，$f(3)=1$，$f(1)=1$，从此以后，均为 $f(1)=1$.

9. $-4$
**解析**：$f(0+0)=f(0)+f(0)\Rightarrow f(0)=0$，$f(1)=f\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=8\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=4$，$f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=f(0)=0\Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right)=-f\left(\frac{1}{2}\right)=-4$.

10. **解**：①当 $a\geqslant 0$ 时，集合 $A$ 中元素的象满足 $-2a\leqslant ax\leqslant 2a$. 若能够建立从 $A$ 到 $B$ 的映射，则$[-2a,2a]\subseteq[-1,1]$，即$\begin{cases}-2a\geqslant -1,\\2a\leqslant 1,\end{cases}$$\therefore 0\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.
②当 $a<0$ 时，集合 $A$ 中元素的象满足 $2a\leqslant ax\leqslant -2a$，若能建立从 $A$ 到 $B$ 的映射，则$[2a,-2a]\subseteq[-1,1]$，即$\begin{cases}2a\geqslant -1,\\-2a\leqslant 1,\end{cases}$$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant a<0$.
综合①②知 $-\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant\frac{1}{2}$.

11. **解**：(1)$\because f(x)$的定义域为(0,1)，$\therefore$要使 $f(x^2)$有意义，需使$0<x^2<1$，即 $-1<x<0$ 或 $0<x<1$，$\therefore f(x^2)$的定义域为$\{x|-1<x<0$ 或 $0<x<1\}$.
(2)$\because f(2x+1)$的定义域为(0,1)，即其自变量 $x$ 的取值范围是 $0<x<1$，若令 $t=2x+1$，则 $1<t<3$，即关于 $t$ 的函数 $f(t)$的定义域为$\{t|1<t<3\}$，从而函数 $f(x)$的定义域为$\{x|1<x<3\}$.

12. **解**：(1)当 $x=4$，$y=3$ 时，$3x+2y=12+6=18$，$x-y=4-3=1$.
$\therefore(4,3)$在 $f$ 下的象为(18,1).
(2)设(4,3)在 $f$ 下的原象为$(a,b)$，
由题意得$\begin{cases}3a+2b=4,\\a-b=3,\end{cases}$得$\begin{cases}a=2,\\b=-1,\end{cases}$
$\therefore(4,3)$在 $f$ 下的原象为$(2,-1)$.

## 2.1.2 函数的表示方法

### 基础知识点对点

1. A　A 中的定义域与值域都是$\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$，故选 A.

2. D　由题表可知，自变量 $x$ 的值是 $-2,2$，故选 D.

3. A　$f(x+1)=3x+2=3(x+1)-1$，
$\therefore f(x)=3x-1$，故选 A.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

4. **解**：(1) $f(2x+1)=(2x+1)^2+2(2x+1)=4x^2+8x+3$.

(2)解法一：(凑配法) $f(\sqrt{x}-1)=(\sqrt{x}-1+1)^2+2(\sqrt{x}-1+1)=(\sqrt{x}-1)^2+4(\sqrt{x}-1)+3$，

$\because \sqrt{x}-1\geqslant -1$，$\therefore$ 所求的函数为 $f(x)=x^2+4x+3(x\geqslant -1)$.

解法二：(换元法) 令 $t=\sqrt{x}-1$，则 $t\geqslant -1$，且 $\sqrt{x}=t+1$，$\therefore f(t)=(t+1)^2+2(t+1)=t^2+4t+3$. 故所求的函数为 $f(x)=x^2+4x+3(x\geqslant -1)$.

(3)令 $t=\dfrac{1}{x}$，则 $x=\dfrac{1}{t}$，$\therefore f\left(\dfrac{1}{t}\right)-2f(t)=\dfrac{3}{t}+2$，即 $f\left(\dfrac{1}{x}\right)-2f(x)=\dfrac{3}{x}+2$. 与原式联立，得

$$\begin{cases} f(x)-2f\left(\dfrac{1}{x}\right)=3x+2, \\ f\left(\dfrac{1}{x}\right)-2f(x)=\dfrac{3}{x}+2, \end{cases}$$ 解得 $f(x)=-x-\dfrac{2}{x}-2$.

故所求的函数为 $f(x)=-x-\dfrac{2}{x}-2$.

5. A　$f(3)=f(3+2)=f(5)=f(7)=7-5=2$，故选 A.

6. $\sqrt{3}$

**解析**：当 $x\leqslant -1$ 时，$x+1=3$，$x=2$(舍)；

当 $-1<x<2$ 时，$x^2=3$，$x=\sqrt{3}$ 或 $x=-\sqrt{3}$(舍)；

当 $x\geqslant 2$ 时，$2x=3$，$x=\dfrac{3}{2}$(舍)，故 $x$ 的值为 $\sqrt{3}$.

## 课后拔高提能练

1. C　$f(2)=-2+3=1$，故选 C.

2. A　设 $x+2=t$，则 $x=t-2$，

$\therefore f(t)=2(t-2)+3=2t-1$.

$\therefore f(x)=2x-1$.

3. D　$f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{\frac{1}{x}-1}{\frac{1}{x}+1}=\dfrac{x-1}{x+1}+\dfrac{1-x}{x+1}=0$.

4. C　$y=x+\dfrac{|x|}{x}=\begin{cases} x+1, x>0 \\ x-1, x<0, \end{cases}$ 故选 C.

5. A　$f(2)=4$，则 $f\left[\dfrac{1}{f(2)}\right]=f\left(\dfrac{1}{4}\right)=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$. 故选 A.

6. D

7. 2

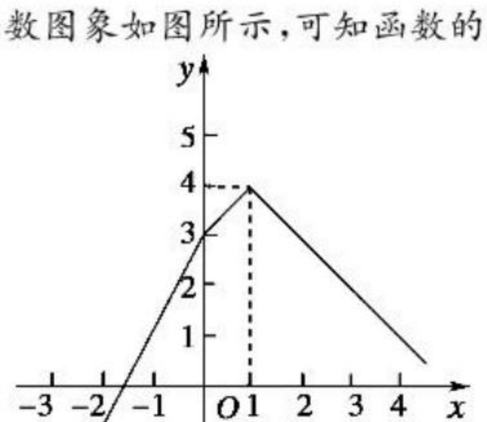
**解析**：令 $x=\pm 1$，得 $\begin{cases} f(-1)+2f(1)=4, \\ f(1)+2f(-1)=2, \end{cases}$ 消去 $f(-1)$，得 $f(1)=2$.

8. 2

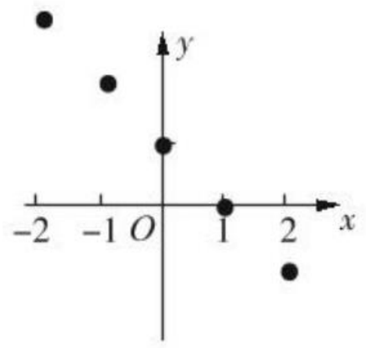
**解析**：$f\left[\dfrac{1}{f(3)}\right]=f(1)=2$.

9. 4

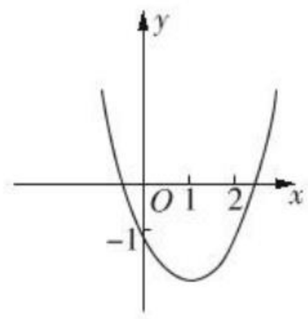
**解析**：作出函数图象如图所示，可知函数的最大值为 4.



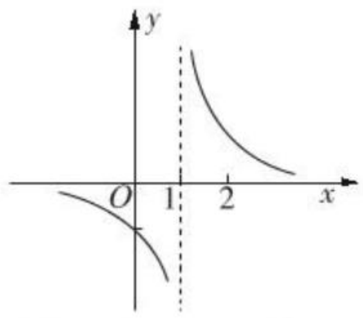

10. **解**：(1)




(2)

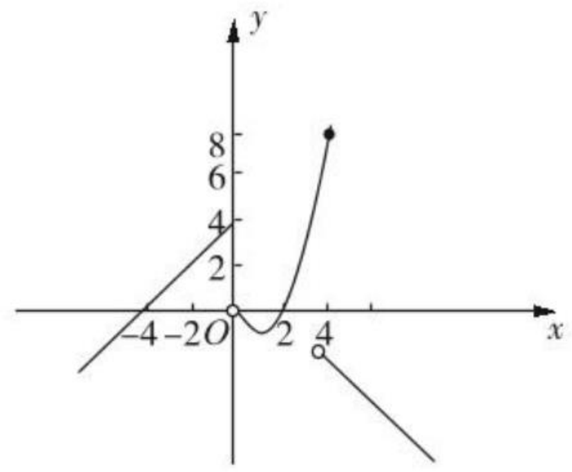



(3)




11. **解**：(1) $f\{f[f(5)]\}=f[f(-3)]=f(1)=-1$.

(2)




(3)由 $f(x)$ 的图象可知，$f(x)$ 的值域为 $(-\infty,8]$.

12. **解**：解法一：由 $f(0)=1$，$f(x-y)=f(x)-y(2x-y+1)$，

设 $x=y$，得 $f(0)=f(x)-x(2x-x+1)$，$\because f(0)=1$，

$\therefore f(x)-x(2x-x+1)=1$，即 $f(x)=x^2+x+1$.

解法二：令 $x=0$，得 $f(0-y)=f(0)-y(-y+1)$，即 $f(-y)=1-y(-y+1)$.

又令 $-y=x$，代入上式得 $f(x)=1-(-x)(x+1)=1+x(x+1)$.

$\therefore f(x)=x^2+x+1$.

## 2.1.3　函数的单调性(一)

### 基础知识点对点

1. C　$f(x)=3-x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，

$f(x)=x^2-3x$ 在 $(0,+\infty)$ 上不单调，

$f(x)=-|x|$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，故选 C.

2. **解**：(1)令 $x=1$，则 $f(y)=f(1)\cdot f(y)$，

$\therefore f(1)=1$.

(2)证明：设 $0<x_1<x_2$，

则 $\dfrac{x_2}{x_1}>1$，$\therefore f\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)>1$，



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore f(x_2)-f(x_1)$

$=f\left(x_1\cdot\frac{x_2}{x_1}\right)-f(x_1)$

$=f(x_1)f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)-f(x_1)$

$=f(x_1)\left[f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)-1\right]$.

$\because f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)>1$,

$\therefore f\left(\frac{x_2}{x_1}\right)-1>0$.

又 $x>1$ 时，$f(x)>0$，

$\therefore$ 当 $0<x<1$ 时，$\frac{1}{x}>1$，$f\left(\frac{1}{x}\right)>1$，

又 $f(x)\cdot f\left(\frac{1}{x}\right)=f(1)=1$，

$\therefore f(x)=\frac{1}{f\left(\frac{1}{x}\right)}\in(0,1)$，

$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上恒大于 0，

$\therefore f(x_2)-f(x_1)>0$，$\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增.

3. **解**：(1) $y=2x-1$ 的单调增区间是 $(-\infty,+\infty)$.

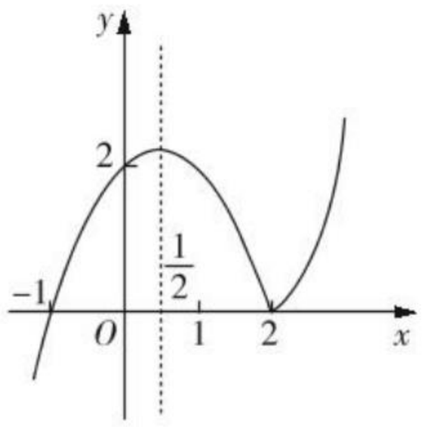
(2) $y=x^2-2x$ 的单调增区间是 $[1,+\infty)$，减区间是 $(-\infty,1]$.

(3) $y=\frac{2}{x}$ 的单调减区间是 $(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$.

(4) $y=\sqrt{x+1}$ 的单调增区间是 $[-1,+\infty)$.

4. **解**：$y=|x-2|(x+1)=\begin{cases}x^2-x-2, & x\geqslant 2,\\ -x^2+x+2, & x<2,\end{cases}$

函数的图象如下图所示，




函数的增区间为 $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$，$[2,+\infty)$，减区间为 $\left(\frac{1}{2},2\right)$.

5. $(-\infty,16]\cup[80,+\infty)$

**解析**：由题可得 $\frac{k}{8}\leqslant 2$ 或 $\frac{k}{8}\geqslant 10$，

即 $k\leqslant 16$ 或 $k\geqslant 80$.

6. $[1,2]$

**解析**：由于函数 $f(x)$ 在定义域 **R** 上单调，可得函数在 **R** 上单调递减，故有 $\begin{cases}a\geqslant 1,\\ 1-2a+5\geqslant 1+1,\end{cases}$ 解得 $1\leqslant a\leqslant 2$，即 $[1,2]$.

## 课后拔高提能练

1. C

2. B （排除法）选项 A，$y=3-x$ 在 **R** 上是减函数；选项 C，$y=-x^2$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数；选项 D，$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$，当 $x\leqslant 1$ 时，$y$ 是 $x$ 的减函数，当 $x\geqslant 1$ 时，$y$ 是 $x$ 的增函数，在 $(0,2)$ 并不单调. 故选 B.

3. D

4. A 由题意可知，对称轴 $x=2a\leqslant 1$，得 $a\leqslant\frac{1}{2}$.

5. C $f(x)=|x|$ 的递增区间为 $[0,+\infty)$，

$g(x)=x(2-x)=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$，

$g(x)$ 的递增区间为 $(-\infty,1]$. 故选 C.

6. D 由 $[f(a)-f(b)](a-b)<0$ 知 $f(x)$ 在 **R** 上为减函数，又 $a^2+1-a=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$，

$\therefore a^2+1>a$，$\therefore f(a^2+1)<f(a)$.

7. $(-7,-2)$

**解析**：由 $-2<x+5<3$，解得 $-7<x<-2$.

8. $\left(-\infty,\frac{1}{2}\right]$

**解析**：由题可知 $\begin{cases}a\leqslant 2,\\ 4\times 2-6\leqslant 4-4a,\end{cases}$ $\therefore a\leqslant\frac{1}{2}$.

9. ②③④

**解析**：$y=f(x)$ 的图象是在 $y=f(x-1)$ 的基础上向左平移一个单位长度得到的，由图象知 $f(0)=1$，故①不正确，而③正确；②显然正确；对于④ $f(x-1)$ 递减，

$\therefore f(x)$ 递减，故 $f\left(\frac{1}{2}\right)>f(2)$，$\therefore$④正确，综上②③④均正确.

10. **证明**：$-2<x_1<x_2<2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1}{x_1^2+4}-\frac{x_2}{x_2^2+4}=$

$\frac{x_1x_2^2-x_2x_1^2+4x_1-4x_2}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}$

$=\frac{x_1x_2(x_2-x_1)+4(x_1-x_2)}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}=\frac{(x_2-x_1)(x_1x_2-4)}{(x_1^2+4)(x_2^2+4)}$.

$\because -2<x_1<x_2<2$，

$\therefore x_2-x_1>0$，$x_1\cdot x_2-4<0$，$x_1^2+4>0$，$x_2^2+4>0$，

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 在 $(-2,2)$ 上是增函数.

11. **解**：(1) 证明：设 $x_1$，$x_2\in(0,+\infty)$，$x_1<x_2$，则 $x_2-x_1>0$，

$\Delta y=f(x_2)-f(x_1)=\frac{2x_2-1}{x_2}-\frac{2x_1-1}{x_1}=\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}$.

$\because x_1<x_2$，$\therefore x_2-x_1>0$.

又 $\because x_1>0$，$x_2>0$，$\therefore x_1x_2>0$，$\therefore\Delta y>0$，

$\therefore f(x)=\frac{2x-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上为单调增函数.

(2) $\because f(x)=\frac{2x-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上为单调增函数，

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=\frac{2-1}{1}=1$，

$f(x)_{\max}=f(2)=\frac{2\cdot 2-1}{2}=\frac{3}{2}$.

12. **解**：$\because f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+4}=1+\frac{1}{(x+2)^2}$，$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上递增，在 $(-2,+\infty)$ 上递减. 又 $f(1)=1+\frac{1}{(1+2)^2}=1+\frac{1}{(-5+2)^2}=f(-5)$. 又 $f(x)$ 在 $(-\infty,-2)$ 上递增，$\therefore f(-\pi)>f(-5)=f(1)$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

## 2.1.3　函数的单调性(二)

### 基础知识点对点

1. B　$f(x)$在$[-1,2]$上是减函数，
$-1<1$，$\therefore f(-1)>f(1)$，故选 B.

2. B　由题可知，$f(x)$在$(-\infty,1]$上是减函数，
在$[1,+\infty)$上是增函数，
$\therefore f(-1)>f(1)$，
$f(2)>f(1)$，
$f(-1)=f(3)>f(2)$.
$\therefore f(-1)>f(2)>f(1)$，故选 B.

3. 1
**解析**：由$|f(x+t)-1|<3$，得$-3<f(x+t)-1<3$，
$\therefore -2<f(x+t)<4$，
$\therefore 0<x+t<3$，
$\therefore -t<x<3-t$，
$\therefore \begin{cases}-t=-1,\\3-t=2,\end{cases}\therefore t=1$.

4. **解**：由题可得$\begin{cases}-1<1-a<1,\\-1<2a-1<1,\\1-a>2a-1,\end{cases}$
$\therefore 0<a<\frac{2}{3}$.

5. C　$y=2-\sqrt{-x^2+4x}$
$=2-\sqrt{-(x-2)^2+4}$，
$\because 0\leqslant -(x-2)^2+4\leqslant 4$，
$\therefore 0\leqslant y\leqslant 2$，故选 C.

6. **解**：$f(x)=\frac{2}{x-1}$在$[2,6]$上是减函数，
$\therefore$当$x=2$时，$f_{max}=\frac{2}{2-1}=2$.
当$x=6$时，$f_{min}=\frac{2}{6-1}=\frac{2}{5}$.

### 课后拔高提能练

1. C

2. B　$\because f(x)=-x^2+2x+a$在$[3,5]$上为减函数，由题意得$f(3)=3f(5)$，
$\therefore -9+6+a=3(-25+10+a)$，得$a=21$.

3. C　$f(x)$在$(-\infty,+\infty)$上是增函数，
$a+3>a-2$，
$\therefore f(a+3)>f(a-2)$，故选 C.

4. C　$y=|x|+1$在$(-\infty,0)$上为减函数，
$y=\frac{|x|}{x}=\begin{cases}-1,x<0,\\1,x>0\end{cases}$在$(-\infty,0)$上是常函数，
$y=-\frac{x^2}{|x|}=\begin{cases}x,x<0,\\-x,x>0\end{cases}$在$(-\infty,0)$上是增函数，
$y=x+\frac{x}{|x|}=\begin{cases}x-1,x<0,\\x+1,x>0\end{cases}$在$(-\infty,0)$上是增函数，故选 C.

5. C　$\because f(x)=f(4-x)$，$\therefore f\left(\frac{5}{2}\right)=f\left(4-\frac{5}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)$，$f\left(\frac{7}{2}\right)=f\left(4-\frac{7}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)$.
又$f(x)$在$(0,2)$上为增函数，
$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)<f(1)<f\left(\frac{3}{2}\right)$，
即$f\left(\frac{7}{2}\right)<f(1)<f\left(\frac{5}{2}\right)$.

6. D　由题得$\begin{cases}2x-1<\frac{1}{3},\\2x-1\geqslant 0,\end{cases}$
$\therefore \frac{1}{2}\leqslant x<\frac{2}{3}$，故选 D.

7. $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$
**解析**：$f(x)$的定义域为$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$，
$f(x)$在定义域上是增函数，
当$x=\frac{1}{2}$时，$f(x)_{min}=\frac{1}{2}$，
$\therefore f(x)$的值域为$\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$.

8. ①②④
**解析**：$f(x)$为减函数，$f(x)>0$. 则
$y=3-f(x)$是增函数，$y=1+\frac{2}{f(x)}$是增函数；
$y=[f(x)]^2$是减函数，$y=1-\sqrt{f(x)}$是增函数.

9. $(0,+\infty)$
**解析**：由已知得$x^2+x>x-a$对一切$x\in\mathbf{R}$都成立，
即$x^2>-a$对于$x\in\mathbf{R}$恒成立，
$\therefore (x^2)_{min}>-a$，即$0>-a$，
$\therefore a>0$.

10. **解**：(1)证明：设$0<x_1<x_2$，
$\therefore f(x_1)-f(x_2)=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{x_1}\right)-\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{x_2}\right)=\frac{1}{x_2}-\frac{1}{x_1}=\frac{x_1-x_2}{x_1x_2}$，
$\because 0<x_1<x_2$，$\therefore x_1\cdot x_2>0$，$x_1-x_2<0$，
$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，
$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，
$\therefore f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.
(2)$\because f(x)$在$\left[\frac{1}{2},2\right]$上的值域是$\left[\frac{1}{2},2\right]$，由(1)可知$f(x)$在$(0,+\infty)$是增函数，
$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$，即$\frac{1}{a}-2=\frac{1}{2}$，$\frac{1}{a}=\frac{5}{2}$，
$\therefore a=\frac{2}{5}$.

11. **解**：$f(x)=\frac{ax-1}{x+1}=\frac{a(x+1)-a-1}{x+1}=a-\frac{a+1}{x+1}$，
设$x_1,x_2\in\mathbf{R}$，则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{a+1}{x_2+1}-\frac{a+1}{x_1+1}=\frac{(a+1)(x_1-x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}$.
(1)当$a=1$时，$f(x)=1-\frac{2}{x+1}$，设$0\leqslant x_1<x_2\leqslant 3$，
则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2(x_1-x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}$，
又$x_1-x_2<0$，$x_1+1>0$，$x_2+1>0$，
$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$，$\therefore f(x_1)<f(x_2)$.
$\therefore f(x)$在$[0,3]$上是增函数，
$\therefore f(x)_{max}=f(3)=1-\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，$f(x)_{min}=f(0)=1-\frac{2}{1}=-1$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)设 $x_1>x_2>0$,则 $x_1-x_2>0$,$x_1+1>0$,$x_2+1>0$.

若使 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数,只要 $f(x_1)-f(x_2)<0$,而 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{(a+1)(x_1-x_2)}{(x_1+1)(x_2+1)}$.

∴当 $a+1<0$,即 $a<-1$ 时,有 $f(x_1)-f(x_2)<0$.

∴$f(x_1)<f(x_2)$.

∴当 $a<-1$ 时,$f(x)$ 在定义域 $(0,+\infty)$ 内是单调减函数.

12. **解**:(1)令 $x=y=1$,易得 $f(1)=0$.

而 $f(9)=f(3)+f(3)=-1-1=-2$,

且 $f(9)+f\left(\dfrac{1}{9}\right)=f(1)=0$,得 $f\left(\dfrac{1}{9}\right)=2$.

(2)证明:$0<x_1<x_2\Rightarrow\dfrac{x_2}{x_1}>1\Rightarrow f\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)<0$.

∵$f(x_2)=f\left(\dfrac{x_2}{x_1}\cdot x_1\right)=f\left(\dfrac{x_2}{x_1}\right)+f(x_1)<f(x_1)$,

∴$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数.

(3)由条件①及(1)的结果得

$f[x(2-x)]<f\left(\dfrac{1}{9}\right)$,其中 $0<x<2$,

由(2)可得 $\begin{cases}x(2-x)>\dfrac{1}{9},\\0<x<2,\end{cases}$

解得 $x$ 的取值范围是 $\left(1-\dfrac{2\sqrt{2}}{3},1+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)$.

## 2.1.4 函数的奇偶性(一)

### 基础知识点对点

1. D $y=-x^3$,$y=-\dfrac{1}{x}$,$y=x|x|$ 是奇函数,

$y=x|x|$ 在 **R** 上是增函数,故选 D.

2. C A 选项,函数 $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x-2}$ 的定义域是 $(-\infty,2)\cup(2,+\infty)$,所以不关于原点对称,函数 $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{x-2}$ 不是奇函数;

B 选项,函数 $f(x)=(1-x)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$ 的定义域是 $[-1,1)$,不关于原点对称,所以该选项为错的;

C 选项,函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{|x+6|+|x-4|}$ 的定义域是 $[-4,4]$,关于原点对称,

∵函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{|x+6|+|x-4|}=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{10}$,

$f(-x)=f(x)$,

∴函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{|x+6|+|x-4|}$ 是偶函数;

D 选项,函数 $f(x)=1(x\in[-1,1])$ 是偶函数,不是奇函数. 故选 C.

3. A 由题可知 $f(0)=0$,∴$f(1)=f(0)=0$,

$f(2)=f(-1)=-f(1)=0$,

$f(3)=f(-2)=-f(2)=0$,

$f(4)=f(-3)=-f(3)=0$,

$f(5)=f(-4)=-f(4)=0$,

∴$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)=0$,故选 A.

4. $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

**解析**:若 $x\in(0,1)$,

$f(x)=x^2-1<0$,

令 $f(x)=-\dfrac{1}{2}$,

∴$x^2-1=-\dfrac{1}{2}$,$x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

∴$f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$,

根据奇函数的性质,$f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$,

∴$x_0=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5. **解**:因为函数 $y=f(x)$ 在 **R** 上有定义,且其图象关于原点对称,所以函数 $y=f(x)$ 是奇函数,$f(0)=0$,

当 $x<0$ 时,$-x>0$,$f(-x)=x^2+2x+3$,

$y=f(x)$ 是奇函数,∴$f(x)=-f(-x)=-x^2-2x-3$,

∴$f(x)=\begin{cases}x^2-2x+3,x>0,\\0,x=0,\\-x^2-2x-3,x<0.\end{cases}$

### 课后拔高提能练

1. D 设 $g(x)=f(x)+f(-x)$,

则 $g(-x)=f(-x)+f(x)=g(x)$,

∴$f(x)+f(-x)$ 是偶函数. 故选 D.

2. C

3. A 令 $g(x)=x^5+ax^3+bx$,则 $g(x)$ 为奇函数.

∴$f(-2)=g(-2)-8=-g(2)-8=10$,$g(2)=-18$,∴$f(2)=g(2)-8=-18-8=-26$.

4. A ∵$f(x)=\dfrac{x}{(2x+1)(x-a)}$ 为奇函数,

∴$f(-1)=-f(1)$,即 $\dfrac{-1}{-(-1-a)}+\dfrac{1}{3(1-a)}=0$,得 $a=\dfrac{1}{2}$.

5. D $f(7)=f(3+4)=f(3)=-f(-3)=-2$,故选 D.

6. D 由题可得 $\begin{cases}3f(2)-2f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{2}{3},\\3f\left(\dfrac{1}{2}\right)-2f(2)=\dfrac{1}{3},\end{cases}$

∴$f(2)=\dfrac{8}{15}$,又 $f(x)$ 是偶函数,∴$f(-2)=f(2)=\dfrac{8}{15}$,故选 D.

7. 3

**解析**:$g(1)=f(1)+2=1$,∴$f(1)=-1$,

$g(-1)=f(-1)+2=-f(1)+2=3$.

8. 0

**解析**:由题意得 $\begin{cases}2-b=0,\\3+2a+1=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}b=2,\\a=-2.\end{cases}$

∴$a+b=0$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. ①②④

**解析**：由题知 $f(0)=-f(2)$，$\therefore f(2)=-f(0)$.

又 $f(x)$是奇函数，$\therefore f(-0)=-f(0)$，$\therefore f(0)=0$.

$\therefore f(2)=0$. 故①正确；

$\because f(x+4)=-f(x+2)=f(x)$，

$\therefore$②正确；③不正确；

$\because f(x)$是奇函数，

$\therefore f(x+2)=-f(x)=f(-x)$.

故④正确. $\therefore$①②④正确.

10. **解**：(1)证明：设 $1\leqslant x_1<x_2$，

$$\therefore f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1}{x_1^2+1}-\frac{2x_2}{x_2^2+1}$$

$$=\frac{2x_1x_2^2+2x_1-2x_1^2x_2-2x_2}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}$$

$$=\frac{(x_2-x_1)(2x_1x_2-2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}.$$

$\because 1\leqslant x_1<x_2$，

$\therefore x_2-x_1>0$，$2x_1x_2-2>0$，

$x_1^2+1>0$，$x_2^2+1>0$，

$\therefore f(x_1)-f(x_2)>0$，

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$，

$\therefore$函数 $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$在$[1,+\infty)$上是减函数.

(2) $f(x)$的定义域为 **R**，

$$f(-x)=\frac{2(-x)}{(-x)^2+1}=-\frac{2x}{x^2+1}=-f(x)，$$

$\therefore f(x)$是奇函数.

11. **解**：$x<0$ 时，$-x>0$，

$\therefore f(-x)=-x|-x-2|=-x|x+2|$.

$\because f(-x)=-f(x)$，

$\therefore -f(x)=-x|x+2|$，

$\therefore f(x)=x|x+2|$.

故所求表达式为 $f(x)=x|x+2|(x<0)$.

12. **解**：(1)$\because f(4)$有意义，而 $f(-4)$无意义，定义域不关于原点对称，$\therefore f(x)$为非奇非偶函数.

(2)由题意得 $f(x)=x^3(x\neq 1)$，$\because f(-1)$有意义，$f(1)$无意义，定义域不关于原点对称. $\therefore f(x)$为非奇非偶函数.

(3)定义域为 **R**. $\because f(-x)=|-3x+2|-|-3x-2|=|3x-2|-|3x+2|=-f(x)$，$\therefore f(x)$为奇函数.

(4)$\because f(x)$的定义域是$[-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2}]$，$\therefore f(x)=\dfrac{\sqrt{2-x^2}}{x}$.

$$f(-x)=\frac{\sqrt{2-(-x)^2}}{-x}=-\frac{\sqrt{2-x^2}}{x}=-f(x)，$$

$\therefore f(x)$是奇函数.

## 2.1.4　函数的奇偶性(二)

### 基础知识点对点

1. A　$f(x)$为偶函数，所以其图象关于 $y$ 轴对称，与 $x$ 轴的四个交点关于 $y$ 轴对称，

$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=0$，故选 A.

2. B　当 $a\neq 0$，$b=0$ 时，$g(x)=af(x)$是奇函数，A，C 错；当 $a=1$，$0<b<2$ 时，$g(x)=f(x)+b$，$g(x)$的图象由 $f(x)$的图象向上平移 $b$ 个单位，$g(x)=0$ 有大于 2 的实根，故 B 正确.

3. A　$y=f(x-1)$是奇函数，且为减函数，

$\therefore f(x)$关于$(-1,0)$对称，且为减函数，

$\therefore f(-1)=0$，由 $f(1-x)>0$ 得 $1-x<0$，$\therefore x>1$，故选 A.

4. D　由题可知

$f(-2)<f(1)=f(-1)$，

$\therefore f(x)$在$(-\infty,0]$上是增函数，在$(0,+\infty)$上是减函数，

$\therefore f(5)<f(3)<f(1)$，

$\therefore f(5)<f(-3)<f(-1)$. 故选 D.

5. D　$f(x)$为偶函数，在$[0,+\infty)$上为增函数，所以在$(-\infty,0)$上为减函数，不等式 $f(x)>f(1)$的解为 $x>1$ 或 $x<-1$，故选 D.

6. **解**：由 $f(-x)=-f(x)$可知 $f(x)$是奇函数，

$f(1-a)+f(1-2a)<0$，

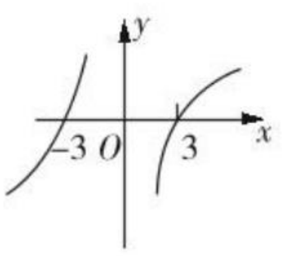
$\therefore f(1-a)<-f(1-2a)=f(2a-1)$，

$$\therefore \begin{cases}1-a>2a-1,\\ -1<1-a<1,\\ -1<2a-1<1,\end{cases}\text{ 解得 } 0<a<\frac{2}{3}.$$

### 课后拔高提能练

1. C　$f(x)=\dfrac{1}{x}-x$ 是奇函数，所以 $f(x)$的图象关于坐标原点对称，故选 C.

2. D　由题可知，$f(x)$的图象如图所示.




$\therefore$当 $x>0$ 时，$xf(x)<0$ 的解为 $0<x<3$，

当 $x<0$ 时，$xf(x)<0$ 的解为 $-3<x<0$，

$\therefore xf(x)<0$ 的解集为$\{x|-3<x<0$ 或 $0<x<3\}$.

3. B　由题知 $f(x)$在$[-7,0]$上是减函数，在$(-\infty,-7]$上是增函数，故 $f(x)$在$(-\infty,0]$上有最大值 6. 故选 B.

4. D　由已知条件可知，$f(x)$在$(-1,0)$上单调递减.

$\because y=f(x-1)$是偶函数，

$\therefore f(-x-1)=f(x-1)$，

$$\therefore f\left(-\frac{4}{3}\right)=f\left(-\frac{1}{3}-1\right)=f\left(\frac{1}{3}-1\right)=f\left(-\frac{2}{3}\right).$$

$\because f(x)$在$(-1,0)$上单调递减，且 $-\dfrac{1}{2}>-\dfrac{2}{3}>-1$，

$\therefore f\left(-\dfrac{1}{2}\right)<f\left(-\dfrac{2}{3}\right)<f(-1)$，即 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)<f\left(-\dfrac{4}{3}\right)<f(-1)$，故选 D.

5. B　由题可得 $\begin{cases}-f(1)+g(1)=2,\\ f(1)+g(1)=4,\end{cases}$

$\therefore g(1)=3$，故选 B.

6. C　$\because x_1<0$，且 $x_1+x_2>0$，

$\therefore x_1>-x_2$，

又 $f(x)$在$(-\infty,0)$上是减函数，

$\therefore f(x_1)<f(-x_2)$，

又 $f(x)$为偶函数，$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，故选 C.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

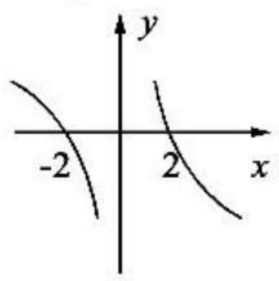
7. $y=-\frac{1}{x}$，$y=x^2$，$y=\frac{1}{|x|}$

**解析**：$y=-\frac{1}{x}$定义域为$\{x\in\mathbf{R}|x\neq0\}$；在$(0,+\infty)$上是增函数，但它是奇函数，故(1)错，(2)(3)对. 符合条件. $y=x^2$符合(1)(3)，不符合(2)；$y=\frac{1}{|x|}$，符合(1)(2)，不符合(3).

8. $(-2,0)\cup(2,+\infty)$

**解析**：∵奇函数$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递减，若$f(2)=0$，

∴函数$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递减，且$f(-2)=-f(2)=0$，作出函数$f(x)$的图象如图：




则不等式$f(x)<0$的解集是$(-2,0)\cup(2,+\infty)$.

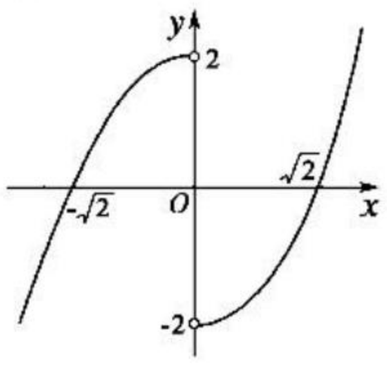
9. $\left(\frac{2}{3},2\right]$

**解析**：由题意得$\begin{cases}-1\leqslant\frac{x}{2}\leqslant1,\\-1\leqslant x-1\leqslant1,\end{cases}$得$\frac{2}{3}<x\leqslant2$.
$\frac{x}{2}>1-x,$

10. **解**：(1)因为对于$f(x)$定义域内的任意实数$x$，都有$f(-x)+f(x)=0$，

所以$f(-x)=-f(x)$，故$f(x)$在其定义域$\{x\in\mathbf{R}|x\neq0\}$内是奇函数. 因为当$x>0$时，$f(x)=x^2-2$，容易解得$f(x)=\begin{cases}x^2-2(x>0),\\2-x^2(x<0).\end{cases}$

(2)图象如下图.




11. **解**：设$x_1<x_2$，则$x_2-x_1>0$，

$f(x_2-x_1)=f[x_2+(-x_1)]=f(x_2)-f(x_1)<0$，

即$f(x_2)<f(x_1)$，因此函数$f(x)$是减函数.

∵$f(1)=-2$，∴$f(2)=f(1+1)=2f(1)=-4$，

∴$f(3)=f(1+2)=f(1)+f(2)=-6$，

∴$f(-3)=-f(3)=6$，

∴$f(x)_{max}=6$，$f(x)_{min}=-6$，$x\in[-3,3]$.

12. **解**：(1)∵$f(x)$为奇函数，∴$f(-x)=-f(x)$，

即$\frac{ax^2+1}{-bx+c}=-\frac{ax^2+1}{bx+c}$.

得$-bx+c=-bx-c$，解得$c=0$.

又∵$f(1)=\frac{a+1}{b}=2\Rightarrow2b=a+1$，

∵$f(2)=\frac{4a+1}{2b}<3\Rightarrow\frac{a-2}{a+1}<0$，解得$-1<a<2$，

∵$a\in\mathbf{Z}$，∴$a=0$或$a=1$.

当$a=0$时$b=\frac{1}{2}$与$b\in\mathbf{Z}$矛盾，舍，当$a=1$时$b=1$，

综上，$a=b=1$，$c=0$.

(2)由(1)可知，$f(x)=\frac{x^2+1}{x}$，函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上为增函数，

任取$x_1,x_2\in[1,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

则$f(x_1)-f(x_2)=\frac{x_1^2+1}{x_1}-\frac{x_2^2+1}{x_2}=\frac{(x_1-x_2)(x_1x_2-1)}{x_1x_2}$，

∵$x_1,x_2\in[1,+\infty)$，且$x_1<x_2$，

∴$x_1\cdot x_2\in(1,+\infty)$，且$x_1-x_2<0$.

∴$f(x_1)-f(x_2)<0$即$f(x_1)<f(x_2)$，

得证函数$f(x)$在$[1,+\infty)$上为增函数.

## 阶段质量评估卷(二)

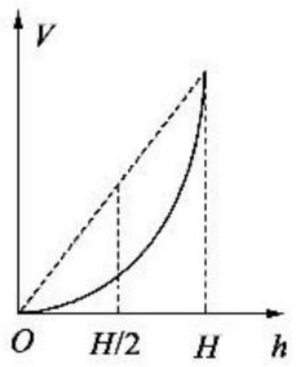
1. A　$f(x)=2|x|-1$是偶函数，故选A.

2. B　$f(2)=f(-1)=-2$，故选B.

3. D　$f(-2)=-f(2)=-(4+4)=-8$，故选D.

4. A　$x\in[0,3]$，$f(x)=2x-x^2$的对称轴为$x=1$，开口向下，最大值为1，最小值为$-3$. $x\in[-2,0)$，$f(x)=6x+x^2$的对称轴为$x=-3$，开口向上，最大值为0，最小值为$-8$. 函数$f(x)=\begin{cases}2x-x^2,0\leqslant x\leqslant3,\\x^2+6x,-2\leqslant x<0\end{cases}$的值域是$[-8,1]$，故选A.

5. A　注水量$V$与水深$h$的函数关系如图所示，考虑当向高为$H$的水瓶中注水为$H$的一半时，此时注水量$V$与容器容积关系是：$V<$水瓶的容积的一半. 对照选项知，只有A符合此要求. 故选A.




6. A　由题可知$0<x+1<3$，

∴$-1<x<2$，故选A.

7. A　$f(3)=2f\left(\frac{3}{2}\right)=2\times\frac{9}{4}=\frac{9}{2}$，故选A.

8. D　$f(1)=f\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)=2$，

$f(2)=f(1+1)=f(1)\cdot f(1)=4$，$f(3)=f(2+1)=f(2)\cdot f(1)=8$，故选D.

9. $-15$

**解析**：由题可得$f(3)=-1$，$f(6)=8$，

又$f(x)$为奇函数，∴$2f(-6)+f(-3)=-2f(6)-f(3)=-16+1=-15$.

10. $\{1,6,10,12\}$

**解析**：要使$f_A(x)f_B(x)=-1$，

必有$x\in\{x|x\in A\text{ 且 }x\notin B\}\cup\{x|x\in B\text{ 且 }\notin A\}=\{6,10\}\cup\{1,12\}=\{1,6,10,12\}$，

所以$A\triangle B=\{1,6,10,12\}$.

11. $2x^2-4x+5$

**解析**：令$x-1=t$，∴$x=1+t$，

∴$f(t)=2(1+t)^2-8(1+t)+11=2t^2-4t+5$，

∴$f(x)=2x^2-4x+5$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. **解**：∵ $f(x)$为偶函数，$g(x)$为奇函数，
$f(x)+g(x)=x^2+x+1$，
∴ $f(-x)+g(-x)=x^2-x+1$，
即 $f(x)-g(x)=x^2-x+1$，
∴ $f(x)=x^2+1$，$g(x)=x$.

13. **解**：(1)令 $x=y=0$，得 $f(0)=f(0)+f(0)$，∴ $f(0)=0$.
(2)证明：令 $y=-x$，则 $f(x-x)=f(x)+f(-x)$，
∴ $f(x)+f(-x)=0$，
∴ $f(-x)=-f(x)$，∴ $f(x)$为奇函数.
(3) $f(2)=f(1+1)=f(1)+f(1)=2$，
∴由 $f(2a)>f(a-1)+2$，
得 $f(2a)>f(a-1)+f(2)$，
即 $f(2a)>f(a+1)$，∴ $2a>a+1$，$a>1$，
即 $a$ 的取值范围为$(1,+\infty)$.

14. **解**：(1)令 $x_1=x_2>0$，
代入得 $f(1)=f(x_1)-f(x_1)=0$，故 $f(1)=0$.
(2)证明：任取 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$，且 $x_1>x_2$，则 $\frac{x_1}{x_2}>1$，由于当 $x>1$ 时，$f(x)<0$，所以 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)<0$，
即 $f(x_1)-f(x_2)<0$，因此 $f(x_1)<f(x_2)$，
所以函数 $f(x)$在区间$(0,+\infty)$上是单调递减函数.
(3)因为 $f(x)$在$(0,+\infty)$上是单调递减函数，
所以 $f(x)$在$[3,25]$上的最小值为 $f(25)$.
由 $f\left(\frac{x_1}{x_2}\right)=f(x_1)-f(x_2)$得，
$f(5)=f\left(\frac{25}{5}\right)=f(25)-f(5)$，而 $f(5)=-1$，
所以 $f(25)=-2$.
即 $f(x)$在$[3,25]$上的最小值为$-2$.

## 2.2　一次函数和二次函数

### 2.2.1　一次函数的性质与图象

#### 基础知识点对点

1. C　由题可知 $\begin{cases}m^2-3m-2=-4,\\ m-2\neq 0,\end{cases}$
∴ $m=1$，故选 C.

2. A　设 $f(x)=ax+b(a\neq 0)$，
则由题得 $\begin{cases}2(2a+b)-3(a+b)=5,\\ 2b-(-a+b)=1,\end{cases}$
即 $\begin{cases}a-b=5,\\ a+b=1,\end{cases}$ ∴ $\begin{cases}a=3,\\ b=-2,\end{cases}$
∴ $f(x)=3x-2$，故选 A.

3. C　把点$(0,3)(a,0)$代入 $y=kx+b$ 得 $b=3$，
∴ $a=-\frac{3}{k}$.
∵ $-3\leqslant a<0$，
∴ $-3\leqslant-\frac{3}{k}<0$，
∴ $k\geqslant 1$，故选 C.

4. C　∵ $f(x)$的图象关于 $x=1$ 对称，
∴ $f(0)=f(2)$，
即 $|2a|-1=|2+2a|-1$，
∴ $|2a|=|2+2a|$，解得 $a=-\frac{1}{2}$.
此时 $f(x)=|x-1|-1$，符合题意，故选 C.

5. C　$f(1)=1-[1]=0$，排除 A，B，
$f(x)=x-[x]<1$，故选 C.

6. $\left(-\frac{1}{3},+\infty\right)$

**解析**：由题意可知 $3a+1>0$，∴ $a>-\frac{1}{3}$.

#### 课后拔高提能练

1. C　$f(2)=-2+3=1$，故选 C.

2. D　∵ $y=\frac{1}{3}x$ 中 $x$ 项系数大于 0，∴该函数是增函数，故选 D.

3. A　$k<0$ 时，$y=kx+b$ 应为减函数，故 $x_1<x_2$，有 $y_1>y_2$. 故选 A.

4. A　由题可得 $\begin{cases}2m-3>0,\\ 3n+1>0,\end{cases}$
∴ $m>\frac{3}{2}$，$n>-\frac{1}{3}$，故选 A.

5. C　∵ $k_1<0<k_2$，$b=-1<0$，∴直线过一、三、四象限；双曲线位于二、四象限，故选 C.

6. A　∵ $x^2-2x-m=0$ 无实根，∴ $\Delta=4+4m<0$，
∴ $m<-1$，∴ $m+1<0$，$m-1<0$，
∴直线 $y=(m+1)x+m-1$ 不经过第一象限. 故选 A.

7. $\left(2,\frac{7}{3}\right)$

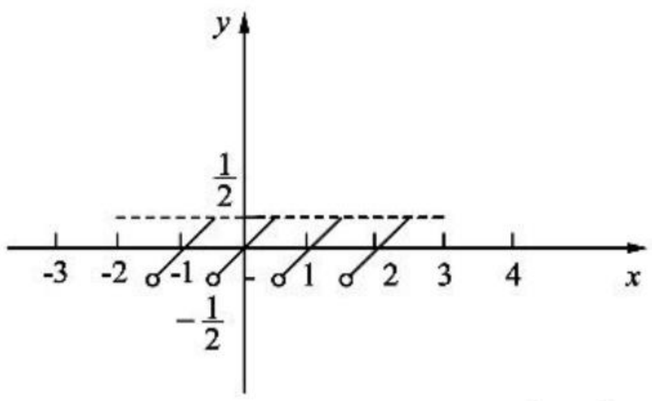
**解析**：由题意，得 $\begin{cases}3a-7<0,\\ a-2>0,\end{cases}$
解之得 $2<a<\frac{7}{3}$.

8. $\pm 3$

**解析**：由题可知 $|(2k+b)-(k+b)|=3$，∴ $k=\pm 3$.

9. ①④

**解析**：当 $-\frac{1}{2}<x\leqslant\frac{1}{2}$ 时，$f(x)=x$，
当 $\frac{1}{2}<x\leqslant\frac{3}{2}$ 时，$f(x)=x-1$，
当 $\frac{3}{2}<x\leqslant\frac{5}{2}$ 时，$f(x)=x-2$，
所以 $f(x)$的图象如图示，



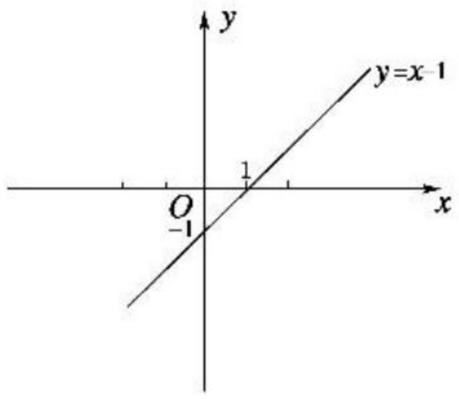

所以 $f(x)$的定义域为 **R**，值域为 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$，①正确；$f(x)$的图象不具有对称性，②③错；$f(x)$在 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$上是增函数，④正确.

10. **解**：(1)由题意知当 $x=3$ 时，$y=2$，∴ $A(3,2)$，
当 $y=-3$ 时，$x=-2$，
∴ $B(-2,-3)$，∴ $\begin{cases}2=3k+b,\\ -3=-2k+b,\end{cases}$
解得 $k=1$，$b=-1$. ∴ $y=x-1$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)如图.




11. **解**:由已知得$\begin{cases}-\frac{b}{4}-4=3,\\ \frac{1}{a}+\frac{2}{a}=3,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\ b=-28,\end{cases}$

$\therefore a=1,b=-28.$

$\therefore$已知直线分别为$y=7x-4,y=x+2.$

分别令$y=0$,得$A(-2,0),B\left(\frac{4}{7},0\right)$,

$\therefore S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}\left|\frac{4}{7}-(-2)\right|\times 3=\frac{1}{2}\times\frac{18}{7}\times 3=\frac{27}{7}$,

$\therefore$两直线与$x$轴所围成的三角形面积为$\frac{27}{7}$.

12. **解**:(1)设这个一次函数的解析式为$y=kx+b(k\neq 0)$,

由图象可知,当$x=60$时,$y=6$;当$x=80$时,$y=10$,

$\therefore\begin{cases}60k+b=6,\\ 80k+b=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=\frac{1}{5},\\ b=-6,\end{cases}$

$\therefore$一次函数解析式为$y=\frac{1}{5}x-6(x\geqslant 30)$.

(2)当$y=0$时,即$\frac{1}{5}x-6=0$,解得$x=30$,

$\therefore$旅客最多可免费携带30千克行李.

## 2.2.2 二次函数的性质与图象

### 基础知识点对点

1. D $f(x)=a^2x^2-4x+1=a^2\left(x-\frac{2}{a^2}\right)^2-\frac{4}{a^2}+1$,

$\because f(x)$的顶点在$x$轴上,

$\therefore -\frac{4}{a^2}+1=0$,

$\therefore a=\pm 2$,故选D.

2. 1

**解析**:由题可得$-\frac{a-1}{2a}=0$,$\therefore a=1$.

3. A 已知函数$f(x)=ax^2+2ax+4(0<a<3)$,二次函数的图象开口向上,对称轴为$x=-1$,$0<a<3$,$\therefore x_1+x_2=1-a\in(-2,1)$,$x_1$与$x_2$的中点在$\left(-1,\frac{1}{2}\right)$之间,$x_1<x_2$,$\therefore x_2$到对称轴的距离大于$x_1$到对称轴的距离,

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$,故选A.

4. C 由题可得$\begin{cases}a-1+2a=0,\\ b=0,\end{cases}\begin{cases}a=\frac{1}{3},\\ b=0,\end{cases}\therefore a+b=\frac{1}{3}$.

5. **解**:(1)$\because f(x)=(x-a)^2+5-a^2(a>1)$,

$\therefore f(x)$在$[1,a]$上是减函数,又定义域和值域为$[1,a]$,

$\therefore\begin{cases}f(1)=a,\\ f(a)=1,\end{cases}$

即$\begin{cases}1-2a+5=a,\\ a^2-2a^2+5=1,\end{cases}$解得$a=2$.

(2)若$a\geqslant 2$,又$x=a\in[1,a+1]$,且$(a+1)-a\leqslant a-1$,

$\therefore f(x)_{max}=f(1)=6-2a$,$f(x)_{min}=f(a)=5-a^2$.

$\because$对任意的$x_1,x_2\in[1,a+1]$,

总有$|f(x_1)-f(x_2)|\leqslant 4$,

$\therefore f(x)_{max}-f(x)_{min}\leqslant 4$,即$(6-2a)-(5-a^2)\leqslant 4$,解得$-1\leqslant a\leqslant 3$,

又$a\geqslant 2$,$\therefore 2\leqslant a\leqslant 3$.

若$1<a<2$,$f(x)_{max}=f(a+1)=6-a^2$,$f(x)_{min}=f(a)=5-a^2$,

$f(x)_{max}-f(x)_{min}\leqslant 4$显然成立,

综上$1<a\leqslant 3$.

6. **解**:(1)当$a=-1$时,$f(x)=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$,$x\in[-5,5]$,

当$x=1$时,$f(x)_{min}=1$;当$x=-5$时,$f(x)_{max}=37$.

(2)若$f(x)$在$[-5,5]$上单调,则$-a\leqslant -5$或$-a\geqslant 5$,

$\therefore a\geqslant 5$或$a\leqslant -5$.

### 课后拔高提能练

1. B $\because$图象开口向下,所以$a<0$.又因为对称轴为$x=-\frac{b}{2a}=1>0$,所以$b>0$,$b=-2a$.又因为图象与$y$轴交点坐标在$x$轴的上方,所以$c>0$,所以$abc<0$,故A错误;令$x=1$,则$f(1)=a+b+c>0$,故C错误;令$x=-1$,则$f(-1)=a-b+c>0$,所以$b<a+c$,故B正确.

2. C $\because$二次函数是偶函数,$\therefore\begin{cases}m^2-2m-3\neq 0,\\ m^2-5m-6=0,\end{cases}$

解得$m=6$.故选C.

3. C $y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$,$f(0)=f(2)=3$,

则由题可得$1\leqslant m\leqslant 2$,故选C.

4. D $\because$函数$f(x)=\sqrt{-x^2-2x+3}\geqslant 0$,而且$-x^2-2x+3=-(x^2+2x-3)=-(x+1)^2+4\leqslant 4$,

$\therefore\sqrt{-x^2-2x+3}\leqslant 2$,

$\therefore 0\leqslant f(x)\leqslant 2$,故选D.

5. C 由$f(1)=f(4)$,$\therefore f(x)$的对称轴为$x=\frac{5}{2}$,故$f(3)=f(2)$.

6. B $y=x^2-3x-4=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$,

$f(0)=f(3)=-4$,

$\therefore\frac{3}{2}\leqslant m\leqslant 3$,故选B.

7. 6

**解析**:由$f(3+x)=f(3-x)$,可知$f(x)$的图象关于直线$x=3$对称,则$\frac{x_1+x_2}{2}=3$,$\therefore x_1+x_2=6$.

8. $(-\infty,-2]$

**解析**:$f(x)=x^2+px+3$在$(-\infty,1]$上单调递减,

则$-\frac{p}{2}\geqslant 1$,$\therefore p\leqslant -2$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. $(-\infty,-5]$

**解析**：∵利用函数 $f(x)=x^2+mx+4$ 的图象，

∵$x\in(1,3)$时，不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立，

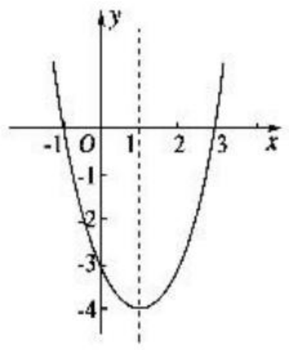
∴$\begin{cases}f(1)\leqslant 0,\\ f(3)\leqslant 0,\end{cases}$即$\begin{cases}5+m\leqslant 0,\\ 13+3m\leqslant 0,\end{cases}$解得 $m\leqslant -5$.

∴$m$ 的取值范围是$(-\infty,-5]$.

10. **解**：由 $y=x^2-2x-3$，得 $y=(x-1)^2-4$.

显然开口向上，顶点$(1,-4)$，与 $x$ 轴交点为$(3,0)$，$(-1,0)$，与 $y$ 轴交点为$(0,-3)$，

则图象如图.




(1)方程 $x^2-2x-3=0$，

由抛物线与 $x$ 轴的交点坐标为$(3,0)$，$(-1,0)$，即 $x^2-2x-3=0$ 的根为 $x=-1$，或 $x=3$.

(2)当 $y>0$ 时，就是图中在 $x$ 轴上方的部分，这时 $x>3$或 $x<-1$；当 $y<0$ 时，即抛物线在 $x$ 轴下方的部分，这时$-1<x<3$.

11. **解**：(1)由题可得$\begin{cases}4a-2b+1=1,\\ b^2-4a=0,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=1,\\ b=2.\end{cases}$

∴$f(x)=x^2+2x+1$.

(2)$g(x)=x^2+2x+1-kx=x^2+(2-k)x+1$，在 $x\in(-1,2)$时，$g(x)$是单调函数，

则$-\dfrac{2-k}{2}\leqslant -1$ 或$-\dfrac{2-k}{2}\geqslant 2$，

即 $k\leqslant 0$ 或 $k\geqslant 6$，

所以实数 $k$ 的取值范围是$(-\infty,0]\cup[6,+\infty)$.

12. **解**：(1)若 $A=[1,2]$，则函数 $f(x)=x^2+1$ 的值域是 $S=[2,5]$，$g(x)=4x+1$ 的值域为$[5,9]$.

∴$S\cap T=\{5\}$.

(2)若 $A=[0,m]$，则 $S=[1,m^2+1]$，$T=[1,4m+1]$，由 $S=T$ 得 $m^2+1=4m+1$，解得 $m=4$ 或 $m=0$(舍去).

(3)若对于 $A$ 中的每一个 $x$ 值，都有 $f(x)=g(x)$，即 $x^2+1=4x+1$.

∴$x^2=4x$，解得 $x=4$ 或 $x=0$，

∴满足题意的集合是$\{0\}$或$\{4\}$或$\{0,4\}$.

## 2.2.3　待定系数法

### 基础知识点对点

1. A　由 $f(2+t)=f(2-t)$，得$(2+t)^2+b(2+t)+c=(2-t)^2+b(2-t)+c$，

即 $t^2+(4+b)t+4+2b+c=t^2-(4+b)t+4+2b+c$，

∴$4+b=-(4+b)$，∴$b=-4$，则 $f(x)=x^2-4x+c$，所以 $f(x)$ 的对称轴为 $x=2$，$f(x)$ 的图象开口向上，∴$f(x)$在$(-\infty,2]$为减函数，在$[2,+\infty)$为增函数，

∴$f(2)<f(1)<f(4)$. 故选 A.

2. $-6$

**解析**：$6x^2-5x-6=(3x+2)(ax+b)=3ax^2+(3b+2a)x+2b$，

∴$\begin{cases}3a=6,\\ 3b+2a=-5,\\ 2b=-6,\end{cases}$∴$\begin{cases}a=2,\\ b=-3,\end{cases}$∴$ab=-6$.

3. $f(x)=2x+1$

**解析**：设 $f(x)=kx+b(k\neq 0)$，

∴$f[f(x)-2x]=f(kx+b-2x)$

$=k(kx+b-2x)+b$

$=(k^2-2k)x+kb+b=3$，

∴$\begin{cases}k^2-2k=0,\\ kb+b=3,\end{cases}$

∴$k=2$，$b=1$. ∴$f(x)=2x+1$.

4. **解**：(1)当 $x>0$ 时，设 $f(x)=a(x-1)(x-3)$，

将 $f(2)=1$ 代入，得 $a(-1)=1$，∴$a=-1$.

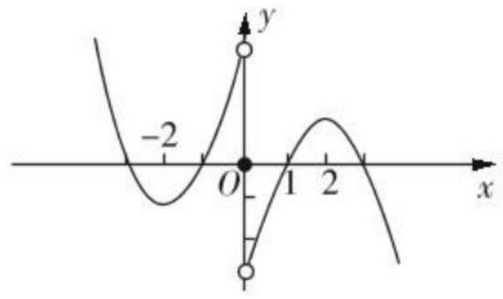
∴$f(x)=-(x-1)(x-3)=-x^2+4x-3$.

当 $x<0$ 时，$-x>0$，∴$f(-x)=-x^2-4x-3$，又 $f(x)$ 为奇函数，

∴$f(x)=-f(-x)=x^2+4x+3$.

又 $f(0)=0$，∴$f(x)=\begin{cases}x^2+4x+3,x<0,\\ 0,x=0,\\ -x^2+4x-3,x>0.\end{cases}$

(2)$f(x)$的图象如图所示，所以 $f(x)$的增区间为$(-2,0)$，$(0,2)$，减区间为$(-\infty,-2]$，$[2,+\infty)$.




### 课后拔高提能练

1. A　$2x^2+x-3=ax^2+(b-a)x-b$，

∴$\begin{cases}-b=-3,\\ a=2,\end{cases}$∴$\begin{cases}a=2,\\ b=3.\end{cases}$故选 A.

2. B

3. B　设所求二次函数解析式为 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$.

依题意得$\begin{cases}10=a-b+c,\\ 4=a+b+c,\\ 7=4a+2b+c,\end{cases}$解之得$\begin{cases}a=2,\\ b=-3,\\ c=5.\end{cases}$故选 B.

4. A　由题得$\begin{cases}a+k=7,\\ k=4,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=3,\\ k=4,\end{cases}$

∴$f(x)=3x^2+4$，故选 A.

5. D　依题意有$\dfrac{5}{2}k+b=0$，∴$b=-\dfrac{5}{2}k$.

$y=k\left(x-\dfrac{5}{2}\right)$，令 $x=0$，$y=-\dfrac{5}{2}k$.

$y=0$，$x=\dfrac{5}{2}$，∴与坐标轴围成三角形的面积 $S=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{2}\times\left|-\dfrac{5}{2}k\right|=\dfrac{25}{4}$. ∴$k=\pm 2$. ∴$y=2x-5$ 或 $y=-2x+5$. 故选 D.

6. A　由图形可知：$a>0$，$-\dfrac{b}{2a}>1$，$f(0)=c<0$，$f(1)=a+b+c<0$，$f(-1)=a-b+c>0$，从而 $b<0$，$2a+b<0$，$2a-b>0$，$a-c>0$，∴$Q-P=[(a-b+c)-(2a+b)]-[-(a+b+c)+(2a-b)]=-2(a-c)<0$，即 $P>Q$，故选 A.

7. $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{14}{3}$

**解析**：设 $y=kx+b(k\neq 0)$，代入点 $P$，$Q$ 的坐标可求得 $k=-\dfrac{1}{3}$，$b=\dfrac{14}{3}$，∴函数解析式为 $y=-\dfrac{1}{3}x+\dfrac{14}{3}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8.2

**解析**：$f(ax+b)=(ax+b)^2+4(ax+b)+3=a^2x^2+(2ab+4a)x+b^2+4b+3$，

又 $f(ax+b)=x^2+10x+24$，

$\therefore \begin{cases} a^2=1, \\ 2ab+4a=10, \\ b^2+4b+3=24, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=1, \\ b=3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-1, \\ b=-7. \end{cases}$

$\therefore 5a-b=5\times1-3=2$ 或 $5a-b=-1\times5+7=2$，

$\therefore 5a-b=2.$

9.4

**解析**：由 $x*m=x$，有 $x*m=ax+bm+cmx=x$，即 $(a+cm-1)x+bm=0$ 对任意 $x$ 都成立，所以 $a+cm-1=0$①，$b=0$，由 $1*2=3$，$2*3=4$，有 $1*2=a+2b+2c=3$，$2*3=2a+3b+6c=4$，联立方程，解得 $a=5$，$b=0$，$c=-1$.

代入①有 $5-m-1=0$，所以 $m=4$.

10. **解**：$\because f(x)$ 的二次项系数为 $a$，且 $f(x)+2x=0$ 有两根 1，3，

$\therefore$ 设 $f(x)+2x=a(x-1)(x-3)$，

$\therefore f(x)=a(x-1)(x-3)-2x=ax^2-(4a+2)x+3a.$

$\because$ 方程 $f(x)+6a=0$ 有两相等的根，

$\therefore ax^2-(4a+2)x+9a=0$ 有两相等的实数根，

$\therefore \Delta=(4a+2)^2-36a^2=0$，得 $a=1$ 或 $a=-\frac{1}{5}$（舍），

$\therefore f(x)=x^2-6x+3.$

11. **解**：(1) 当 $x\in[1,2]$ 时，设 $f(x)=kx+m$，则 $\begin{cases} k+m=2, \\ 2k+m=3, \end{cases} \therefore \begin{cases} k=1, \\ m=1, \end{cases} \therefore f(x)=x+1,$

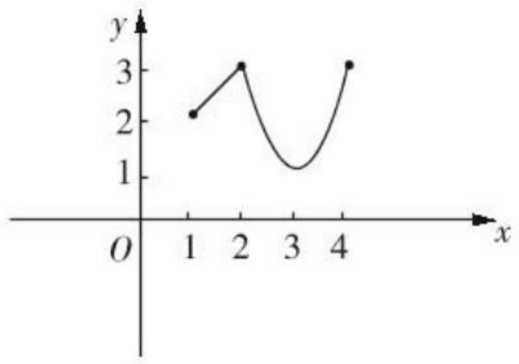
当 $x\in[2,4]$ 时，设 $f(x)=a(x-3)^2+1$，将 $f(2)=3$，代入，得

$a+1=3$，$\therefore a=2.$

$\therefore f(x)=2(x-3)^2+1,$

$\therefore f(x)=\begin{cases} x+1, x\in[1,2], \\ 2(x-3)^2+1, x\in[2,4]. \end{cases}$

(2) $f(x)$ 的图象如图所示，所以 $f(x)$ 的值域为 $[1,3]$.




12. **解**：$\because f(x)=\frac{px^2+2}{3x+q}$ 是奇函数，$\therefore$ 定义域关于原点对称，

$\therefore q=0$，$\therefore f(x)=\frac{px^2+2}{3x}.$

(1) $\because f(2)=\frac{5}{3}$，$\therefore \frac{4p+2}{6}=\frac{5}{3}$，解得 $p=2$，故 $f(x)=\frac{2x^2+2}{3x}.$

(2) 方程 $f(x)=2$，即 $\frac{px^2+2}{3x}=2$，

即 $px^2-6x+2=0(x\neq0)$；

当 $p=0$ 时，$px^2-6x+2=0$，即为 $-6x+2=0$，

有解 $x=\frac{1}{3}$，符合题意；

当 $p\neq0$ 时，方程 $px^2-6x+2=0(x\neq0)$ 为二次方程，

当 $\Delta=(-6)^2-4p\times2\geqslant0$ 时有解，且为非零解，此时 $p\leqslant\frac{9}{2}$ 且 $p\neq0$；

综上，实数 $p$ 的取值范围为 $p\leqslant\frac{9}{2}$.

## 2.3 函数的应用(Ⅰ)

### 基础知识点对点

1. C　由图①可知销售量 $y$ 与时间 $t$ 的关系为 $y=\begin{cases} \frac{25}{6}t+100, 0\leqslant t\leqslant24, \\ -\frac{25}{3}t+400, 24<t\leqslant30. \end{cases}$

由图②可知一件产品的销售利润 $z$ 与时间 $t$ 的关系为 $z=\begin{cases} -t+25, 0\leqslant t\leqslant20, \\ 5, 20<t\leqslant30. \end{cases}$

$\therefore$ 当 $t=24$ 时，$y=200$（件），A 正确；

当 $t=10$ 时，$z=15$（元），B 正确；

当 $t=12$ 时，日销售利润为 $\left(\frac{25}{6}\times12+100\right)\times(-12+25)=1\ 950$（元），

当 $t=30$ 时，日销售利润为 $5\times150=750$（元），故 C 错，D 正确.

2. **解**：(1) 当 $0\leqslant x\leqslant30$ 时，令 $2+0.5x=35$，得 $x=66$（舍去），

当 $x>30$ 时，$2+30\times0.5+(x-30)\times0.6=35$，

得 $x=60.$

所以老王家该月用电 60 度.

(2) 按方案一收费记为 $f(x)=\begin{cases} 2+0.5x, 0\leqslant x\leqslant30, \\ 0.6x-1, x>30. \end{cases}$

按方案二收费记为 $g(x)=0.58x.$

当 $0\leqslant x\leqslant30$ 时，$f(x)-g(x)=2+0.5x-0.58x=2-0.08x$，

令 $2-0.08x<0$，

$\therefore x>25$ 时，$f(x)<g(x).$

当 $x>30$ 时，$f(x)-g(x)=0.6x-1-0.58x=0.02x-1$；

当 $0.02x-1<0$ 时，

即 $30<x<50$ 时，$f(x)<g(x).$

$\therefore$ 当老王家用电量在 $25<x<50$ 时，选择方案一比方案二更好.

3. B　当 $x=2$ 时，$100\times2=200$，$50\times(2+2)=200$，$50\times2^2-50\times2+100=200$，$300-50\times2=200$；

当 $x=3$ 时，$100\times3=300\neq400$，$50\times(3+2)=250\neq400$，$300-50\times3=150\neq400$，$50\times3^2-50\times3+100=400$，故 B 正确.

4. **解**：(1) 依题设，总成本为 $20\ 000+100x$，

则 $y=\begin{cases} -\frac{1}{2}x^2+300x-20\ 000, 0<x\leqslant400, \text{且 } x\in\mathbf{N}, \\ 60\ 000-100x, x>400, \text{且 } x\in\mathbf{N}. \end{cases}$

(2) 当 $0\leqslant x\leqslant400$ 时，$y=-\frac{1}{2}(x-300)^2+25\ 000$，

则当 $x=300$ 时，$y_{max}=25\ 000$；



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

当 $x>400$ 时，$y=60\ 000-100x$ 是减函数，
则 $y<60\ 000-100\times400=20\ 000$，
所以，当 $x=300$ 时，有最大利润 25 000 元.

**课后拔高提能练**

1. D　存车费总收入 $y=$变速车存车总费用＋普通车存车总费用$=0.3(4\ 000-x)+0.2x=-0.1x+1\ 200$，其中 $0\leqslant x\leqslant4\ 000$，故选 D.

2. D　设成本费为 $x$ 元，若月初售出可获利 $(100+x)(1+2.4\%)=102.4+1.024x$，
月末售出可获利 $x+120-5=x+115$，
则两者的大小需由 $x$ 决定，故选 D.

3. B　函数关系式为 $h=20-5t(0\leqslant t\leqslant4)$，易知应选 B.

4. D　$168\times2-\frac{168}{80\%}-\frac{168}{120\%}=-14$(元)，∴亏损 14 元.

5. B　以抛物线所在平面与墙面的交线为 $y$ 轴，和水平面的交线为 $x$ 轴建立坐标系. 则由题设条件知，抛物线的顶点 $M\left(1,\frac{40}{3}\right)$，$A$ 点坐标为(0，10). 于是可设抛物线方程为 $y=a(x-1)^2+\frac{40}{3}$. 将 $A$ 点坐标(0，10)代入该方程可求得 $a$ 的值为 $-\frac{10}{3}$.

∴抛物线方程为 $y=-\frac{10}{3}(x-1)^2+\frac{40}{3}$.

令 $y=0$，得 $(x-1)^2=4$，∴$x=3$ 或 $-1$(舍去).
∴$B$ 点的坐标为(3，0)，故 $OB=3$ m，故选 B.

6. B　由图象可得，出发 1 小时，甲、乙在途中相遇，故①正确；甲骑摩托车的速度为：$120\div3=40$(千米/小时)，设乙开汽车的速度为 $a$ 千米/小时，则 $\frac{120}{40+a}=1$，解得 $a=80$，∴乙开汽车的速度为 80 千米/小时，∴甲的速度是乙速度的一半，故④正确；∴出发 1.5 小时，乙比甲多行驶了 $1.5\times(80-40)=60$(千米)，故②正确；乙到达终点所用的时间为 1.5 小时，甲到达终点所用的时间为 3 小时，故③错误；∴正确的有 3 个，故选 B.

7. $\frac{4}{4+\pi}$

**解析**：设正方形周长为 $x$，则边长为 $\frac{x}{4}$，圆周长为 $1-x$，圆的半径为 $\frac{1-x}{2\pi}(0<x<1)$，依题意，面积之和为 $\frac{x^2}{16}+\pi\left(\frac{1-x}{2\pi}\right)^2=\frac{(4+\pi)x^2-8x+4}{16\pi}$.

当 $x=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{4+\pi}=\frac{4}{4+\pi}$ 时，有最小值. 即正方形周长为 $\frac{4}{4+\pi}$.

8. 9

**解析**：设生产第 $x$ 个档次的产品时获利为 $y$，则 $y=[8+2(x-1)]\cdot[60-3(x-1)]=6(-x^2+18x+63)$.

当 $x=9$ 时，$y$ 取最大值即获利最大，故应填 9.

9. 44.1 米

**解析**：设经过 $t$ 秒，物体下降了 $y$ 米，由已知 $y=at^2$，
∴$19.6=a\cdot2^2$，∴$a=4.9$，
∴$y=4.9t^2$，当 $t=3$ 时，$y=44.1$(米).

10. **解**：(1)设商品降价 $x$ 元，记商品每天的获利为 $y$，
令 $t=kx$，当售价为 23 元时，每天能卖出 42 件，
则 $42-30=k(25-23)$，则 $k=6$，
∴$t=6x$，每天的售价量为 $30+6x$.
则 $y=(25-x-10)(30+6x)=-6x^2+60x+450$ $(0\leqslant x\leqslant15)$.

(2)由(1)可知二次函数的对称轴为 $x=-\frac{60}{2\times(-6)}=5$，开口向下，故 $x=5$ 时，$y$ 取得最大值.
所以定价为 $25-5=20$ 元能使一天的商品销售利润最大.

11. **解**：(1)$x=10$ km，4 km$<x\leqslant18$ km，$y=10+1.2(x-4)=1.2x+5.2=17.2$ 元.
(2)由题意 0 km$<x\leqslant4$ km 时，$y=10$；
4 km$<x\leqslant18$ km 时，$y=10+1.2(x-4)$，即 $y=1.2x+5.2$；
$x>18$ km 时，$y=10+1.2\times14+1.8(x-18)$ 即 $y=1.8x-5.6$，
所以车费与行车里程的函数关系式为

$$y=\begin{cases}10,0\text{ km}<x\leqslant4\text{ km},\\1.2x+5.2,4\text{ km}<x\leqslant18\text{ km},\\1.8x-5.6,x>18\text{ km}.\end{cases}$$

12. **解**：设在商场甲和乙购买付款数分别为 $f(x)$ 和 $g(x)$，
商场甲：$f(x)=60\times150+(x-60)\times5=5x+8\ 700$ $(x\geqslant60)$，
商场乙：$g(x)=(60\times150+5x)\times95\%=4.75x+8\ 550(x\geqslant60)$，
令 $y=f(x)-g(x)=0.25x-150$，
当 $x=600$ 时，选择商场甲与商场乙是一样的；
当 $60\leqslant x<600$ 时，$y<0$，选择商场甲；
当 $x>600$ 时，$y>0$，选择商场乙.

## 2.4　函数与方程

### 2.4.1　函数的零点

**基础知识点对点**

1. D　$y=x-\frac{1}{x}=0$，得 $x=1$ 或 $x=-1$；

$y=\sqrt{2x^2-x-1}=0$，得 $x=-\frac{1}{2}$ 或 $x=1$，

$y=\begin{cases}x+1(x\leqslant0),\\x-1(x>0),\end{cases}$ 令 $y=0$，得 $x=-1$ 或 $x=1$，

$y=\begin{cases}x+1(x\geqslant0),\\x-1(x<0)\end{cases}$ 不存在零点，故选 D.

2. B　由题可知 $\begin{cases}-\frac{b}{a}=2+4=6,\\\frac{c}{a}=2\times4=8,\end{cases}$

∴$b=-6a$，$c=8a$，
∴$ax^2+bx+c=ax^2-6ax+8a$
$=a(x^2-6x+8)$
$=a(x-2)(x-4)$.
∵$a>0$，∴$ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\{x|x>4$ 或 $x<2\}$，故选 B.



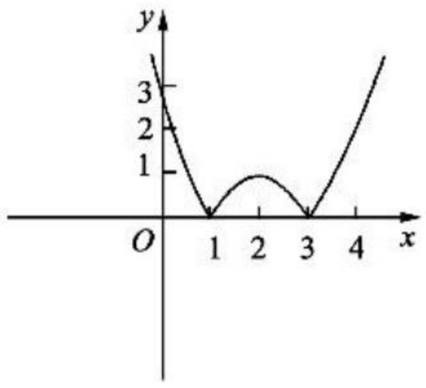
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. C　∵$f(x)$的对称轴为$x=-\frac{1}{2}$，∴$f(x)$在$(0,1)$上单调递增，

∴$\begin{cases}f(0)<0,\\f(1)>0,\end{cases}$∴$\begin{cases}a<0,\\2+a>0,\end{cases}$∴$-2<a<0$，故选 C.

4. $0<m<1$

**解析：**$f(x)$的图象如图所示：



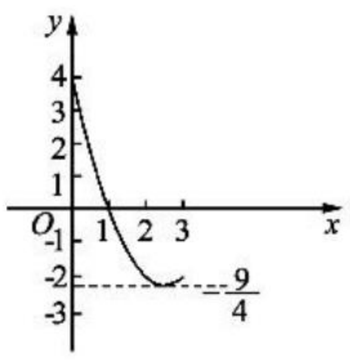

若$f(x)=m$有四个不相等的实数根，则$0<m<1$.

5. A　由题意可知，$f(x)=g(x)$有两个不同零点，即$x^2-3x+4=2x+m$，

∴$m=x^2-5x+4$，即$y=m$与$y=x^2-5x+4$的图象有两个交点.

令$h(x)=x^2-5x+4$，当$x\in[0,3]$，

$h(x)$的图象如图示. $h(0)=4$，$h(3)=-2$，$h\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{9}{4}$.




∴当$-\frac{9}{4}<m\leqslant-2$时，$y=m$与$y=x^2-3x+4$的图象有两个交点，故选 A.

6. **解：**(1)由题可得$\begin{cases}-3+2=-\frac{b-8}{a},\\-3\times2=\frac{-a-ab}{a},\end{cases}$∴$\begin{cases}a=-3,\\b=5.\end{cases}$

∴$f(x)=-3x^2-3x+18$.

(2)由(1)知$f(x)$的对称轴为$x=-\frac{1}{2}$，开口向下，

∴$x=-\frac{1}{2}$时，$f(x)_{max}=\frac{75}{4}$，当$x=1$时，$f(x)_{min}=12$，

∴$f(x)$的值域为$\left[12,\frac{75}{4}\right]$.

## 课后拔高提能练

1. A　函数的零点即函数图象与$x$轴的交点的横坐标，A中图象与$x$轴无交点，函数没有零点，故选 A.

2. A　$f(-3)f(-1)<0$，$f(2)f(4)<0$，故选 A.

3. B　由题意得$\Delta=m^2-4(m+3)<0$，得$-2<m<6$.

4. A　$f(x)=ax+b$的一个零点为 2，

则$2a+b=0$，∴$b=-2a$，

$g(x)=bx^2-ax=-2ax^2-ax=0$，

∴$2x^2+x=0$，∴$x=-\frac{1}{2}$或$x=0$，故选 A.

5. A　∵$f(x)$为偶函数，且$f(x)$的一个零点为$\frac{1}{2}$，

∴另一个零点为$-\frac{1}{2}$，

又$f(x)$在$[0,+\infty)$上为减函数，由$f(2x-1)<0$，得$|2x-1|>\frac{1}{2}$. 得$x<\frac{1}{4}$或$x>\frac{3}{4}$.

6. A　由题可知$f(x)$与$y=x$的图象有两个交点，

即$k+\sqrt{x+2}=x$，

∴$k=x-\sqrt{x+2}=x+2-\sqrt{x+2}-2=\left(\sqrt{x+2}-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$.

∴只需$y=k$与$y=x-\sqrt{x+2}$的图象有两个交点，

∴$-\frac{9}{4}<k\leqslant-2$，故选 A.

7. $-5$

**解析：**由题得$\begin{cases}-1+3=-a,\\-1\times3=b,\end{cases}$

∴$a=-2$，$b=-3$，∴$a+b=-5$.

8. $m>11$

**解析：**根据函数零点的定义，即$f(x)=0$时，方程有两个实根且均为负，则必有

$\begin{cases}\Delta>0,\\x_1<0,\\x_2<0,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0,\\x_1+x_2<0,\\x_1\cdot x_2>0,\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}4(m-1)^2-16(2m+3)>0,\\-\frac{2(m-1)}{4}<0,\\\frac{2m+3}{4}>0,\end{cases}$

∴$m>11$.

9. $-3<m<0$

**解析：**由函数零点的定义，有

$\begin{cases}\Delta=16m^2-4(m+3)(2m-1)>0,\\x_1+x_2=\frac{4m}{m+3}<0,\\x_1\cdot x_2=\frac{2m-1}{m+3}<0,\end{cases}$

即$\begin{cases}m<1\text{ 或 }m>\frac{3}{2},\\-3<m<0,\\-3<m<\frac{1}{2},\end{cases}$

∴$-3<m<0$.

10. **解：**(1)当$m+6=0$时，

函数为$y=-14x-5$显然有零点，

当$m+6\neq0$时，

由$\Delta=(2m-2)^2-4(m+6)(m+1)=-36m-20\geqslant0$，得$m\leqslant-\frac{5}{9}$.

∴当$m\leqslant-\frac{5}{9}$且$m\neq-6$时，二次函数有零点.

综上，$m\leqslant-\frac{5}{9}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)设 $x_1$,$x_2$ 是函数的两个零点,则有

$x_1+x_2=-\frac{2(m-1)}{m+6}$,$x_1x_2=\frac{m+1}{m+6}$.

$\because \frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=-4$,即$\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=-4$.

$\therefore -\frac{2(m-1)}{m+1}=-4$,解得 $m=-3$.

且当 $m=-3$ 时,$m+6\neq 0$,$\Delta>0$ 符合题意,

$\therefore m$ 的值为 $-3$.

11. **解**:(1)由 $f(x-1)=f(3-x)$,可知 $f(x)$的对称轴为 $x=1$,

$\therefore -\frac{b}{2a}=1$,①

$ax^2+bx=2x$ 有两等根,即 $b-2=0$,$b=2$,

$\therefore a=-1$.

$\therefore f(x)=-x^2+2x$.

(2)$f(x)=-x^2+2x=-(x-1)^2+1$,

当 $t\leqslant 1$ 时,$f(x)$在$[0,1]$上是增函数,$f(x)_{max}=f(t)=-t^2+2t$;

当 $t>1$ 时,$f(x)_{max}=f(1)=1$.

12. **解**:当 $a=0$ 时,$x=-1$,

$\because -1\notin(0,1)$,$\therefore$不符合题意.

当 $a\neq 0$ 时,令 $f(x)=2ax^2-x-1$,

(1)当 $f(0)\cdot f(1)=(0-0-1)\cdot(2a-1-1)<0$,

得 $a>1$ 时,方程有一解.

(2)当 $\Delta=1+8a=0$,$a=-\frac{1}{8}$时,

则$-\frac{1}{4}x^2-x-1=0$,

即 $x^2+4x+4=0$,$x=-2\notin(0,1)$,不符合题意,

故实数 $a$ 的取值范围是$(1,+\infty)$.

## 2.4.2　求函数零点近似解的一种计算方法——二分法

### 基础知识点对点

1. C

2. B　$f(a)\cdot f(b)>0$ 不能判断 $f(x)$在$(a,b)$内是否有零点,故 B 正确.

3. 0.687 5(区间(0.687 5,0.75)内的任意值均正确)

**解析**:由题可知 $f(0.687\ 5)\cdot f(0.75)<0$,

$\therefore$方程的解在区间(0.687 5,0.75)内,

而$|0.75-0.687\ 5|=0.062\ 5<0.1$,

$\therefore$方程的近似值为 0.687 5.

4. (2,2.5)

**解析**:设 $f(x)=x^3-2x-5$,

则 $f(2)=8-4-5=-1<0$,

$f(3)=27-6-5=16>0$,

所以,函数 $f(x)$在(2,3)内必存在零点,

又因为 $f(2.5)=f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{125}{8}-5-5=\frac{45}{8}>0$,

所以,当取区间中点为 2.5 时,$f(2)\cdot f(2.5)<0$,

因此,函数 $f(x)$的零点 $x_0\in(2,2.5)$.

这就是区间(2,3)的下一个有根的区间,故答案为(2,2.5).

### 课后拔高提能练

1. D　由已知条件 $f(a)\cdot f(b)<0$,可知 $f(a)$与 $f(b)$异号,又由 $f(x)$在$[a,b]$上单调,知 $f(x)$的图象与 $x$ 轴有唯一交点,否则与单调性相矛盾,故选 D.

2. A　用二分法只能求变号零点的近似值,A 中的零点是不变号零点,故不能用二分法求.故选 A.

3. C　由表可知 $f(2)=2.9>0$,$f(3)=-3.5<0$,

$\therefore f(x)$一定存在零点的区间是(2,3).

4. C

5. A　由题可知函数的近似零点与真正的零点的误差不超过 $\varepsilon$.故选 A.

6. C　$\because f(x)$是$[-1,1]$上的增函数,$f\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot f\left(\frac{1}{2}\right)<0$,可知 $f(x)=0$ 有唯一的实数根,故选 C.

7. 0

**解析**:$f(x)$是定义在 **R** 上的奇函数,$\therefore f(0)=0$,

$\therefore 0$ 是 $f(x)$的零点.又$\because f(x)$为奇函数,

$\therefore$除 0 之外的 2 016 个零点关于原点对称,$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_{2\,017}=0$.

8. (2,3)

**解析**:$f(2)\cdot f(x_1)<0$,即 $f(2)\cdot f(3)<0$,故零点 $x_0\in(2,3)$.

9. 12

**解析**:由题可知 $4\times\frac{1}{2^n}<0.001$,即$\frac{1}{2^{n-2}}<\frac{1}{1\,000}$,$\therefore n\geqslant 12$ 时,不等式成立,故最多经过 12 次计算.

10. **证明**:$\because f(1)>0$,$\therefore 3a+2b+c>0$,

$\because a+b+c=0$,$\therefore 2a+b>0$,$a+a+b>0$,即 $a-c>0$,

$\therefore a>c$,

$\because f(0)>0$,$\therefore c>0$,$\therefore a>0$.

在$[0,1]$内选取二等分点$\frac{1}{2}$,

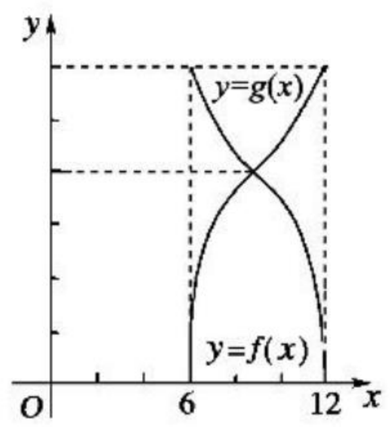
$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}a+b+c=-\frac{1}{4}a<0$,

$\because f(0)>0$,$f(1)>0$,

$\therefore$函数 $f(x)$在区间$\left(0,\frac{1}{2}\right)$和$\left(\frac{1}{2},1\right)$上各有一个零点.

又 $f(x)$最多有两个零点,从而 $f(x)=0$ 在$[0,1]$内有两个实根.

11. **解**:如图,以时间 $x(6\leqslant x\leqslant 12)$为自变量,距离山下的路程 $y$ 为因变量建立函数关系.设上山为函数 $y=f(x)$,下山为函数 $y=g(x)$,因 $y=f(x)$为递增函数,$y=g(x)$为递减函数,在区间$[6,12]$的端点处的两函数值大小相反,所以两函数的图象在$[6,12]$内不但有交点,而且是唯一的,这说明上山和下山都在同一时刻经过同一地点为必然现象.




12. **解**:(1)盒子是一个底面边长是$(15-2x)$cm、高为 $x$ cm的长方体,则 $y=(15-2x)^2\cdot x$,这个函数的定义域为(0,7.5).

(2)令 $y=150$,则$(15-2x)^2\cdot x-150=0$,令 $f(x)=(15-2x)^2\cdot x-150$,$f(0)=-150$,$f(7.5)=-150$,$f(4)=46$.

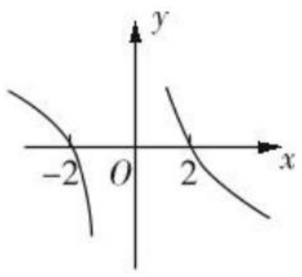


关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

①$f(0)\cdot f(4)<0$,
∴零点$x_1\in(0,4)$,$f(2)=92$,$f(2)\cdot f(0)<0$,
∴$x_1\in(0,2)$,$f(1)=19$,$f(1)\cdot f(0)<0$,∴$x_1\in(0,1)$,$f(0.5)=-52$,$f(0.5)\cdot f(1)<0$,
∴$x_1\in(0.5,1)$,$f(0.75)\approx-13.313$,$f(0.75)\cdot f(1)<0$,
∴$x_1\in(0.75,1)$,同理$x_1\in(0.75,0.875)$,$x_1\in(0.812\,5,0.875)$,
∵$|0.875-0.812\,5|=0.062\,5<0.1$,
∴取$x_1\approx0.8$(cm).
②$f(4)\cdot f(7.5)<0$,
∴零点$x_2\in(4,7.5)$,$f\left(\frac{4+7.5}{2}\right)=f(5.75)\approx-79.563$,$f(5.75)\cdot f(4)<0$,
∴$x_2\in(4,5.75)$,$f\left(\frac{4+5.75}{2}\right)=f(4.875)\approx-15.633$,$f(4.875)\cdot f(4)<0$,
∴$x_2\in(4,4.875)$.同理$x_2\in(4.437\,5,4.875)$,$x_2\in(4.656\,25,4.875)$,$x_2\in(4.656\,25,4.765\,625)$,$x_2\in(4.656\,25,4.710\,937\,5)$,
∵$|4.656\,25-4.710\,937\,5|<0.1$,
∴取$x_2\approx4.7$(cm).由①②可知截去的小正方形边长约为0.8 cm或4.7 cm.

## 阶段质量评估卷(三)

1. C　$y=1-x^3$函数在$(-\infty,1)$内是减函数;$y=x^2+x$对称轴为$x=-\frac{1}{2}$,在$(-\infty,1)$内不是增函数;$y=\frac{x}{1-x}=\frac{1}{1-x}-1$,在$(-\infty,1)$内是增函数,满足题意;$y=\sqrt{1-x}$,函数在$(-\infty,1)$内是减函数,故选C.
2. C　$f(6)=f[f(11)]=f(8)=f[f(13)]=f(10)=7$,故选C.
3. D　由题可知$\begin{cases}b=0,\\a-1+2a=0,\end{cases}$∴$a=\frac{1}{3}$,$b=0$,故选D.
4. B　由题可作出$f(x)$的图象如图所示:

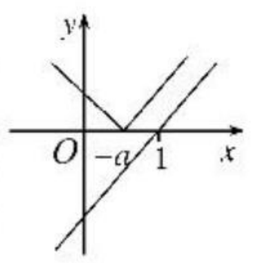



∴$f(x)<0$的$x$的值为$(-2,0)\cup(2,+\infty)$.故选B.
5. D　由题意得$a-1\geqslant4$,得$a\geqslant5$.
6. C　∵$f(x)$是定义在**R**上的奇函数,∴$f(0)=0$,①正确;$f(x)$的图象关于原点对称,且在对称区间上具有相同的单调性,最值相反且互为相反数,②正确,③不正确;
若当$x>0$时,$f(x)=x^2-2x$,则当$x<0$时,$-x>0$,∴$f(-x)=(-x)^2+2x=x^2+2x$,∴$f(x)=-x^2-2x$,④正确.故选C.
7. D　∵函数$y=f(x)$在定义域$(-\infty,0)$上是减函数,且$f(1-m)<f(m-3)$,
∴$\begin{cases}1-m<0,\\m-3<1-m,\end{cases}$解得$1<m<2$,
即$m$的取值范围是$(1,2)$.故选D.
8. C　结合表格可知,$f(2)\cdot f(3)<0$,$f(3)\cdot f(4)<0$,$f(4)\cdot f(5)<0$,
故$f(x)$在$(2,3)$,$(3,4)$,$(4,5)$上都有零点,
故函数$f(x)$在区间$[1,6]$上至少有3个零点.故选C.
9. $[-2,+\infty)$

**解析**:由题可得$-\frac{2(a-1)}{2}\leqslant3$,∴$a\geqslant-2$.

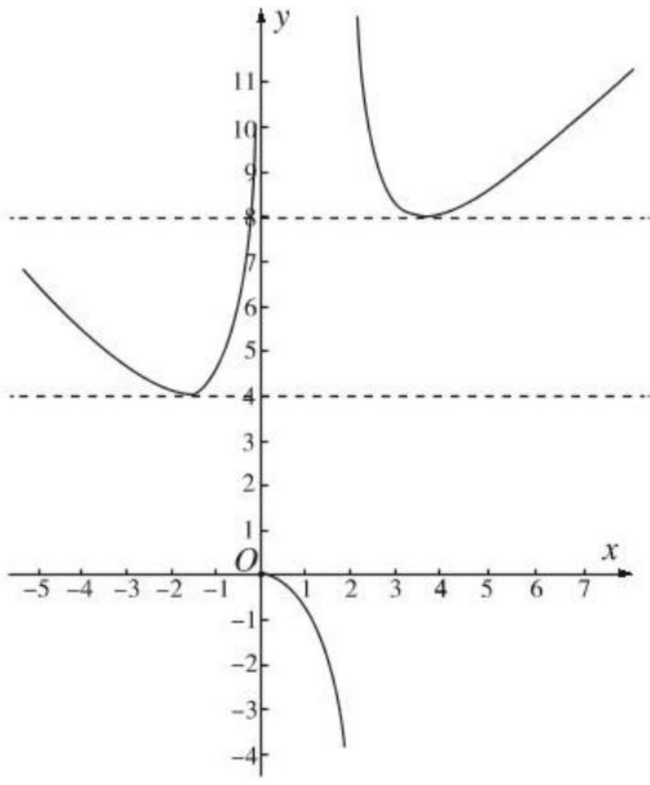
10. $[-1,+\infty)$

**解析**:如图作出函数$f(x)=|x+a|$与$g(x)=x-1$的图象,观察图象可知,当且仅当$-a\leqslant1$,即$a\geqslant-1$时,不等式$f(x)\geqslant g(x)$恒成立,因此$a$的取值范围是$[-1,+\infty)$.




11. $(4,8)$

**解析**:当$x\leqslant0$时,方程$f(x)=ax$,即$x^2+2ax+a=ax$,
整理可得$x^2=-a(x+1)$,
很明显$x=-1$不是方程的实数解,则$a=-\frac{x^2}{x+1}$,
当$x>0$时,方程$f(x)=ax$,即$-x^2+2ax-2a=ax$,
整理可得$x^2=a(x-2)$,
很明显$x=2$不是方程的实数解,则$a=\frac{x^2}{x-2}$,
令$g(x)=\begin{cases}-\frac{x^2}{x+1},x\leqslant0,\\\frac{x^2}{x-2},x>0,\end{cases}$
其中$-\frac{x^2}{x+1}=-\left(x+1+\frac{1}{x+1}-2\right)$,$\frac{x^2}{x-2}=x-2+\frac{4}{x-2}+4$,
原问题等价于函数$g(x)$与函数$y=a$有两个不同的交点,求$a$的取值范围.
结合对勾函数和函数图象平移的规律绘制函数$g(x)$的图象,同时绘制函数$y=a$的图象如图所示,考查临界条件,
结合$a>0$观察可得,实数$a$的取值范围是$(4,8)$.




12. **解**:(1)∵$\begin{cases}3-x\geqslant0,\\x+2>0,\end{cases}$∴$-2<x\leqslant3$,
∴$A=\{x|-2<x\leqslant3\}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)∵$A\subseteq B$,∴$a\in(3,+\infty)$.

(3)∵$U=\{x|x\leqslant 4\}$,

∴ $\complement_U B=[-1,4]$,

∴$A\cup(\complement_U B)=(-2,4]$.

13. **解**:(1)$f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}=2-\dfrac{1}{x+1}$,$f(x)$在$[1,+\infty)$上是增函数.

证明如下:任取$1\leqslant x_1<x_2$,

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2x_1+1}{x_1+1}-\frac{2x_2+1}{x_2+1}$$

$$=-\frac{1}{x_1+1}+\frac{1}{x_2+1}$$

$$=\frac{x_1-x_2}{(x_1+1)(x_2+1)},$$

∵$1\leqslant x_1<x_2$,

∴$x_1-x_2<0$,$(x_1+1)(x_2+1)>0$,

∴$f(x_1)-f(x_2)<0$,

∴$f(x_1)<f(x_2)$,

故 $f(x)$在$[1,+\infty)$上是增函数.

(2)由(1)可知 $f(x)$在$[1,4]$上是增函数,

∴$f(x)_{\max}=f(4)=\dfrac{9}{5}$,

$f(x)_{\min}=f(1)=\dfrac{3}{2}$.

14. **解**:(1)设价格函数是 $y=kt+b$,过$(0,15)$,$(30,30)$,

则$\begin{cases}b=15,\\30k+b=30,\end{cases}$∴$\begin{cases}b=15,\\k=\dfrac{1}{2},\end{cases}$∴$f(t)=\dfrac{1}{2}t+15$,$0<t\leqslant 30$,$t\in\mathbf{N}$.

日销售量函数 $y=at+m$,过$(0,160)$,$(30,40)$,

则$\begin{cases}m=160,\\30a+m=40,\end{cases}$∴$\begin{cases}m=160,\\a=-4,\end{cases}$∴$Q=g(t)=-4t+160(0<t\leqslant 30,t\in\mathbf{N})$.

∴$M=h(t)=\left(\dfrac{1}{2}t+15\right)(-4t+160)=-2t^2+20t+2\,400(0<t\leqslant 30,t\in\mathbf{N})$.

(2)$N=-2t^2-10t+2\,750(t\in\mathbf{N})$,$S=M-N=30t-350$,

∴当 $0<t\leqslant 11$ 时,$S<0$,

当 $12\leqslant t\leqslant 30$ 时,$S>0$,

即前 11 天甲商店销售额少,以后乙均比甲少.

# 第三章　基本初等函数(Ⅰ)

## 3.1　指数与指数函数

### 3.1.1　实数指数幂及其运算(一)

#### 基础知识点对点

1. D

2. $8a^6b^{-1}$

**解析**:$a^3b^2(2ab^{-1})^3=2^3\cdot a^{3+3}\cdot b^{2-3}=8a^6b^{-1}$.

3. C　16 的 4 次方根是$\pm 2$,①错;$\sqrt[4]{16}=2$,②错;③④正确,故选 C.

4. $-1$

**解析**:$\sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{y^2+6y+9}=0$,

则 $\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(y+3)^2}=0$,

∴$x=-1$,$y=-3$,

∴$(x^{2\,017})^y=-1$.

5. **解**:(1)$\sqrt[4]{(-4)^2}=\sqrt[4]{16}=2$.

(2)$\sqrt[5]{-32}=-\sqrt[5]{2^5}=-2$.

(3)$\sqrt[4]{(-\sqrt{2})^2}=\sqrt[4]{2}$.

(4)$(\sqrt[3]{-2})^3=-2$.

(5)$\sqrt{(\pi-3)^2}=|\pi-3|=\pi-3$.

(6)$\sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}+\sqrt{(1-\sqrt{2})^2}=1+\sqrt{2}+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}$.

#### 课后拔高提能练

1. C　$[(-\sqrt{2})^2]^{-\frac{1}{2}}=2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. 故选 C.

2. C　原式$=|a-b|+b-a=\begin{cases}0,a\geqslant b,\\2b-2a,a<b.\end{cases}$故选 C.

3. C

4. A　$\sqrt{4x^2y^2}=2|xy|=-2xy$,∴$xy<0$,故选 A.

5. B　$\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases}a,n\text{ 为奇数},\\|a|,n\text{ 为偶数},\end{cases}$

故 $\sqrt[8]{(a^2+b^2)^8}=|a^2+b^2|=a^2+b^2$.

故 B 正确.

6. A　原式$=\sqrt{23-6\sqrt{10-4(\sqrt{2}+1)}}$

$=\sqrt{23-6\sqrt{2^2-4\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}}$

$=\sqrt{23-6(2-\sqrt{2})}$

$=\sqrt{9+6\sqrt{2}+2}$

$=3+\sqrt{2}$.

7. $\dfrac{3}{2}$

**解析**:原式$=\sqrt{\dfrac{25}{4}}-\sqrt[3]{\dfrac{27}{8}}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}}=\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$.

8. $2^{7-2n}$

**解析**:原式$=\dfrac{2^{2n+2}2^{-2n-1}}{2^{2n}2^{-6}}=2^{2n+2-2n-1-2n+6}=2^{7-2n}$.

9. $\sqrt{2}$

**解析**:∵$m=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$,$n=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$,

∴$m-1=\sqrt{2}$,$n+1=\sqrt{2}$.

∴$(m-1)^{-1}+(n+1)^{-1}=(\sqrt{2})^{-1}+(\sqrt{2})^{-1}=\sqrt{2}$.

10. **解**:(1)$\sqrt{(-100)^2}=|-100|=100$.

(2)$(\sqrt[3]{1-\sqrt{3}})^3=1-\sqrt{3}$.

(3)$\sqrt[6]{(1-\sqrt{3})^6}=|1-\sqrt{3}|=\sqrt{3}-1$.

(4)$\sqrt{x^2+2xy+y^2}=\sqrt{(x+y)^2}=|x+y|=\begin{cases}x+y,x\geqslant -y,\\-x-y,x<-y.\end{cases}$



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. **解**：由已知得 $\sqrt{|2a-1|}=\sqrt[3]{1-2a}$，$\therefore |2a-1|^3=(1-2a)^2$，

$\therefore |2a-1|=0$ 或 $|2a-1|=1$，$\therefore 2a-1=0$ 或 $2a-1=\pm 1$，

$\therefore a=\frac{1}{2}$ 或 $a=0$ 或 $a=1$.

又 $\because 1-2a\geqslant 0$，$\therefore a\leqslant\frac{1}{2}$. 故 $a=\frac{1}{2}$ 或 0.

12. **解**：$\because \sqrt{5}=\sqrt[6]{5^3}=\sqrt[6]{125}$，$\sqrt[3]{11}=\sqrt[6]{11^2}=\sqrt[6]{121}$，

又 $\because 121<123<125$，

$\therefore \sqrt[6]{121}<\sqrt[6]{123}<\sqrt[6]{125}$. 故 $\sqrt{5}>\sqrt[6]{123}>\sqrt[3]{11}$.

## 3.1.1 实数指数幂及其运算(二)

### 基础知识点对点

1. D $\sqrt{\sqrt[3]{4}}=\sqrt{2^{\frac{2}{3}}}=2^{\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{3}}$，故选 D.

2. $x^{\frac{2}{3}}$

3. **解**：原式 $=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3\times\frac{2}{3}}-3^{4\times\frac{1}{4}}+\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{1}{2}}-1$

$=4-3+\frac{3}{2}-1=\frac{3}{2}$.

4. **解**：原式 $=\frac{4}{3}\times\frac{3^{\frac{1}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}}\times\left(\frac{27}{4}\right)^{\frac{1}{4}}+\frac{11}{\sqrt{3}-2}+300^{\frac{1}{2}}+2^{\frac{1}{2}}+\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$

$=\frac{4}{3}\times\frac{3^{\frac{1}{4}}\times 3^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{1}{2}}}-11(\sqrt{3}+2)+10\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=2-11\sqrt{3}-22+10\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=-20$.

5. 7

**解析**：$a+a^{-1}=a+a^{-1}+2-2=(a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}})^2-2=7$.

6. $2\sqrt{2}-1$

**解析**：$\frac{a^{3x}+a^{-3x}}{a^x+a^{-x}}=\frac{(a^x+a^{-x})(a^{2x}-1+a^{-2x})}{a^x+a^{-x}}$

$=a^{2x}-1+a^{-2x}$

$=\sqrt{2}-1-1+\frac{1}{\sqrt{2}-1}=2\sqrt{2}-1$.

### 课后拔高提能练

1. A $[(-\sqrt{2})^2]^{\frac{1}{2}}=2^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$，故选 A.

2. C 原式 $=(a^{\frac{9}{18}})^4\cdot(a^{\frac{9}{18}})^4=(a^{\frac{1}{2}})^{4+4}=a^4$（其中 $a\geqslant 0$）. 故选 C.

3. B 取 $a=-2$，可验证①不正确；当 $a<0$，$n$ 为奇数时，②不正确；

$y=(x-2)^{\frac{1}{2}}-(3x-7)^0$ 的定义域应是 $\left[2,\frac{7}{3}\right)\cup\left(\frac{7}{3},+\infty\right)$，③不正确；

④由 $100^a=5$ 得 $10^{2a}=5$.(1)

又 $10^b=2$.(2)

(1)×(2)得 $10^{2a+b}=10$.

$\therefore 2a+b=1$，此命题正确，故选 B.

4. D 原式 $=$

$2\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=2\times\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=2\times\left(1-\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^4}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=2\times\left(1-\frac{1}{2^8}\right)\left(1+\frac{1}{2^8}\right)$

$=2\times\left(1-\frac{1}{2^{16}}\right)=2-\frac{1}{2^{15}}$，故选 D.

5. D D 选项中，

左边 $=-\frac{3}{5}a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}}c^{-\frac{3}{4}-\frac{5}{4}}=-\frac{3}{5}ab^0c^{-2}=-\frac{3}{5}ac^{-2}$，D 选项不正确.

6. D $\because x+x^{-1}=a$，$\therefore x^2+x^{-2}=a^2-2$，

$\therefore x^4+x^{-4}=(a^2-2)^2-2=a^4-4a^2+2$.

7. 10

**解析**：原式 $=\sqrt{7+4\sqrt{3}}-3^{3\times\frac{1}{6}}+2^{4\times\frac{3}{4}}=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}-3^{\frac{1}{2}}+2^3=2+\sqrt{3}-\sqrt{3}+8=10$.

8. $-23$

**解析**：$(2x^{\frac{1}{4}}+3^{\frac{3}{2}})(2x^{\frac{1}{4}}-3^{\frac{3}{2}})-4x^{-\frac{1}{2}}(x-x^{\frac{1}{2}})=4x^{\frac{1}{2}}-3^3-4x^{\frac{1}{2}}+4=-23$.

9. 8

**解析**：$x+y=a+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}+b+3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}=(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})^3$，

$x-y=a+3a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}-b-3a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{3}}=(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})^3$，

$\therefore$ 原式 $=(a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}})^2+(a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}})^2=2(a^{\frac{2}{3}}+b^{\frac{2}{3}})=2\times 4=8$.

10. **解**：$\because x+y=12>0$，$xy=9>0$，

$\therefore x>0$，$y>0$，

$(x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}})^2=x+y+2\sqrt{xy}=18$，$\therefore x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=3\sqrt{2}$，

$(x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}})^2=x+y-2\sqrt{xy}=6$.

$\because x<y$，

$\therefore x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}=-\sqrt{6}$，

$\therefore\frac{x^{\frac{1}{2}}-y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}}=\frac{-\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

11. **解**：(1)原式 $=\left(\frac{25}{9}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(\frac{1}{10}\right)^{-2}+\left(\frac{64}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}-3+\frac{37}{48}=\frac{5}{3}+100+\frac{9}{16}-3+\frac{37}{48}=100$.

(2)原式 $=\frac{a^{\frac{9}{6}}a^{-\frac{1}{2}}}{a^{-\frac{7}{6}}a^{\frac{13}{6}}}=a^{\frac{9}{6}+\frac{7}{6}-\frac{3}{6}-\frac{13}{6}}=a^0=1$.

12. **解**：由已知得 $x+\sqrt{xy}=3\sqrt{xy}+15y$，

$\therefore 2\sqrt{xy}=x-15y(x-15y\geqslant 0)$，$\therefore x-2\sqrt{xy}-15y=0$，

$\therefore(\sqrt{x}+3\sqrt{y})(\sqrt{x}-5\sqrt{y})=0$，

$\therefore\sqrt{x}-5\sqrt{y}=0$，$\therefore x=25y$.

$\therefore$ 当 $x=25y$ 时，$\frac{2x+\sqrt{xy}+3y}{x+\sqrt{xy}-y}=\frac{50y+5y+3y}{25y+5y-y}=\frac{58y}{29y}=2$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

## 3.1.2　指数函数(一)

### 基础知识点对点

1. C　当 $x=1$ 时，$y=0$，图象过(1,0)点，排除 A,B,D，故选 C.

2. (0,2)

**解析：**当 $x=0$ 时，$f(0)=a^0+1=2$，所以 $f(x)$ 的图象必过(0,2)点.

3. C　由题可知 $f(3)=2^{3-b}=1$，$\therefore b=3$，

$\therefore f(x)=2^{x-3}$，当 $2\leqslant x\leqslant 4$ 时，$-1\leqslant x-3\leqslant 1$，$\therefore \frac{1}{2}\leqslant 2^{x-3}\leqslant 2$，

$\therefore f(x)$ 的值域为 $\left[\frac{1}{2},2\right]$.

4. D　$\because 0\leqslant 16-4^x<16$，

$\therefore 0\leqslant y<4$，

$\therefore$ 函数 $y=\sqrt{16-4^x}$ 的值域是 $[0,4)$，故选 D.

5. A　$\because f(x)=2^x$，

$\therefore f(x_1+x_2)=2^{x_1+x_2}=2^{x_1}\cdot 2^{x_2}=f(x_1)\cdot f(x_2)$，故①正确；$\because f(x_1x_2)=2^{x_1x_2}$，

$f(x_1)+f(x_2)=2^{x_1}+2^{x_2}$，

$\therefore f(x_1x_2)\neq f(x_1)+f(x_2)$，②错误；

由 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 可知 $f(x)$ 为增函数，故③正确.

由 $f(x)=2^x$ 的图象可知④正确，故选 A.

6. C　$\because f(0)=3^0-2=-1<0$，$f(1)=3^1+\frac{1}{2}-2>0$，

$\therefore f(x)$ 的零点所在的区间为(0,1).

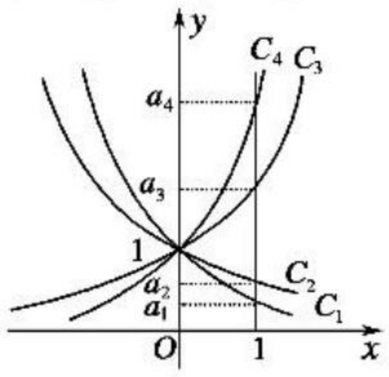
### 课后拔高提能练

1. D　$N=\{x|1\leqslant e^x\leqslant e\}=\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$，$\therefore M\cap N=\{0,1\}$，故选 D.

2. A　$1-2^x\geqslant 0$，$\therefore 2^x\leqslant 1$，$\therefore x\leqslant 0$，

$\therefore$ 函数 $y=\sqrt{1-2^x}$ 的定义域为 $(-\infty,0]$，故选 A.

3. D　作直线 $x=1$ 分别交曲线 $C_1,C_2,C_3,C_4$ 于 $(1,a_1)$，$(1,a_2)$，$(1,a_3)$，$(1,a_4)$，则 $a_1,a_2,a_3,a_4$ 分别是 $C_1$，$C_2,C_3,C_4$ 的函数式中的底数 $a$，结合图形可知 $a_1<a_2<a_3<a_4$，而 $\frac{1}{5}<\frac{3}{10}<\frac{5}{4}<\frac{4}{3}$，故选 D.




4. D　由题意，$f\left(\frac{5}{6}\right)=3\times\frac{5}{6}-b=\frac{5}{2}-b$，由 $f\left[f\left(\frac{5}{6}\right)\right]=4$ 得，$\begin{cases}\frac{5}{2}-b<1,\\ 3\left(\frac{5}{2}-b\right)-b=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\frac{5}{2}-b\geqslant 1,\\ 2^{\frac{5}{2}-b}=4,\end{cases}$ 解得 $b=\frac{1}{2}$.

5. A　$y=a^x+b$ 的图象是由 $y=a^x$ 的图象沿 $y$ 轴向下平移 $|b|$ 个单位得到，$\because b<-1$，$\therefore$ 图象不过第一象限.

6. D　$f(x)=\begin{cases}1,x\leqslant 0,\\ \left(\frac{1}{2}\right)^x,x>0,\end{cases}$ 故选 D.

7. (0,1)

**解析：**$\because 2^x>0$，$\therefore 2^x+1>1$，

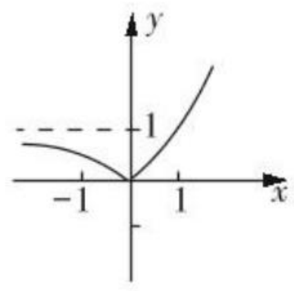
$\therefore 0<\frac{1}{2^x+1}<1$.

$\therefore$ 函数 $y=\frac{1}{2^x+1}$ 的值域是(0,1).

8. $\{0\}\cup[1,+\infty)$

**解析：**令 $y=|2^x-1|$，

作出函数 $y=|2^x-1|$ 的图象如图所示：




若方程 $|2^x-1|=a$ 有唯一实数解，

则 $a\geqslant 1$ 或 $a=0$.

9. $\left[\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right]$

**解析：**令 $2^x=t(t\in[1,4])$，

$\therefore y=\frac{1}{2}t^2-3t+5$.

$\therefore$ 当 $t=3$ 时，$y_{\min}=\frac{1}{2}$；

当 $t=1$ 时，$y_{\max}=\frac{5}{2}$，

$\therefore$ 函数的值域为 $\left[\frac{1}{2},\frac{5}{2}\right]$.

10. **解：**设 $u=x^2-6x+10$，由于函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^u$，及 $u=x^2-6x+10$ 的定义域是 $(-\infty,+\infty)$，

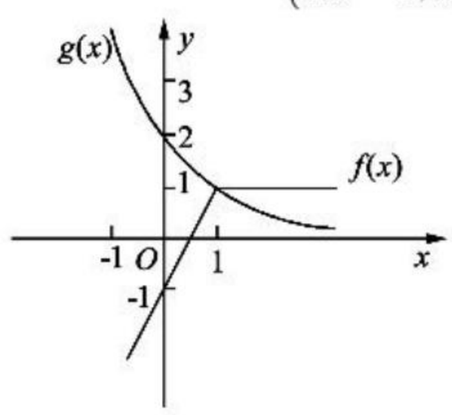
故函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-6x+10}$ 的定义域为 **R**.

因为 $u=x^2-6x+10=(x-3)^2+1\geqslant 1$，

所以 $\left(\frac{1}{2}\right)^u\leqslant\frac{1}{2}$，

又 $\left(\frac{1}{2}\right)^u>0$，故函数值域为 $\left(0,\frac{1}{2}\right]$.

11. **解：**(1) $f(x)=x-|x-1|=\begin{cases}1,x\geqslant 1,\\ 2x-1,x<1.\end{cases}$




(2) $g(x)\geqslant f(x)$ 的解集为 $\{x|x\leqslant 1\}$.

12. **解：**(1) $\because f(a+2)=3^{a+2}=18$，$\therefore 3^a=2$.

$\because g(x)=3^{ax}-4^x=(3^a)^x-4^x$，$\therefore g(x)=2^x-4^x$.

(2)证明：设 $x_1,x_2$ 为区间 $[0,1]$ 内任意两值，且 $x_1<x_2$，



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

则 $\Delta y=g(x_2)-g(x_1)=2^{x_2}-4^{x_2}-2^{x_1}+4^{x_1}=(2^{x_2}-2^{x_1})-(2^{x_2}-2^{x_1})\times(2^{x_2}+2^{x_1})=(2^{x_2}-2^{x_1})(1-2^{x_1}-2^{x_2})$,

$\because 0\leqslant x_1<x_2\leqslant 1$,$\therefore 2^{x_2}>2^{x_1}$,且 $1\leqslant 2^{x_1}<2$,$1<2^{x_2}\leqslant 2$,$\therefore 2<2^{x_1}+2^{x_2}<4$,$\therefore -3<1-2^{x_1}-2^{x_2}<-1$,

可知$(2^{x_2}-2^{x_1})(1-2^{x_1}-2^{x_2})<0$,$\therefore g(x_2)<g(x_1)$.

$\therefore$函数 $g(x)$在$[0,1]$上单调递减.

(3)$\because g(x)$在$[0,1]$上是减函数,

又 $x\in[0,1]$,有 $g(1)\leqslant g(x)\leqslant g(0)$,

$\because g(1)=2^1-4^1=-2$,$g(0)=2^0-4^0=0$,$\therefore -2\leqslant g(x)\leqslant 0$.

故函数 $g(x)$的值域为$[-2,0]$.

## 3.1.2 指数函数(二)

### 基础知识点对点

1. D $y=2.5^x$ 是增函数,$\therefore 2.5^{2.5}<2.5^3$;

$y=0.8^x$ 是减函数,$\therefore 0.8^2>0.8^3$;

$y=\pi^x$ 是增函数,$\therefore \pi^2>\pi^{\sqrt{2}}$;

$y=0.9^x$ 是减函数,$\therefore 0.9^{0.3}>0.9^{0.5}$,故选 D.

2. D $y=0.8^x$ 是减函数,$\therefore 1>0.8^{0.7}>0.8^{0.9}>0$,$1.2^{0.8}>1$,

$\therefore c>a>b$,故选 D.

3. C 由题意 $f(x)=-f(-x)$,即$\dfrac{2^x+1}{2^x-a}=-\dfrac{2^{-x}+1}{2^{-x}-a}$,所以$(1-a)(2^x+1)=0$,$a=1$,$f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-1}$,由 $f(x)=\dfrac{2^x+1}{2^x-1}>3$,得 $1<2^x<2$,$0<x<1$,故选 C.

4. B 由 $f(1)=\dfrac{1}{9}$,得 $a^2=\dfrac{1}{9}$,$\therefore a=\dfrac{1}{3}$,

$$\therefore f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^{|2x-4|}=\begin{cases}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2x-4},x\geqslant 2,\\ \left(\dfrac{1}{3}\right)^{4-2x},x<2,\end{cases}$$

当 $x\geqslant 2$ 时,$f(x)$为减函数;当 $x<2$ 时,$f(x)$为增函数,故选 B.

5. **解**:(1)由 $g(a+2)=81$,

$\therefore 3^{a+2}=81$,$\therefore a+2=4$,$a=2$.

$\therefore f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$,$f(x)$的定义域为 **R**,$f(-x)=\dfrac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\dfrac{1-2^x}{1+2^x}=-f(x)$,

$\therefore f(x)$为奇函数.

(2)证明:当 $x_1<x_2$ 时,

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{2^{x_1}-1}{2^{x_1}+1}-\frac{2^{x_2}-1}{2^{x_2}+1}=\frac{2(2^{x_1}-2^{x_2})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}<0,$$

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$,$f(x)$在 **R** 上是增函数.

(3)$f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}=1-\dfrac{2}{2^x+1}$,

$\because 2^x>0$,$\therefore 2^x+1>1$,$\therefore 0<\dfrac{1}{2^x+1}<1$,$\therefore 0<\dfrac{2}{2^x+1}<2$,$\therefore -1<1-\dfrac{2}{2^x+1}<1$.

故 $f(x)$的值域为$(-1,1)$.

### 课后拔高提能练

1. B $f(x)$的定义域是$\{x|x\neq 0\}$,

若 $f(x)$是奇函数,由 $f(-1)=-f(1)$得

$$\frac{1}{3^{-1}-1}+\frac{1}{a}=-\left(\frac{1}{3^1-1}+\frac{1}{a}\right),$$

$\therefore a=2$,故选 B.

2. C $\because y_1=4^{0.9}=2^{1.8}$,$y_2=8^{0.48}=2^{1.44}$,$y_3=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1.5}=2^{1.5}$,由指数函数 $y=2^x$ 的单调性可知 $2^{1.8}>2^{1.5}>2^{1.44}$,$\therefore y_1>y_3>y_2$.

3. C 依题意知 $f(x)=\begin{cases}2^x,0\leqslant x<2,\\ x+2,2\leqslant x<4,\\ 10-x,x\geqslant 4,\end{cases}$显然当 $x=4$ 时 $f(x)$有最大值 6.

4. C 由题可知$\begin{cases}3a-2<0,\\ 0<a<1,\\ 3a-2+6a-1\geqslant a,\end{cases}$$\therefore \dfrac{3}{8}\leqslant a<\dfrac{2}{3}$,故选 C.

5. D $\because f(x+1)$是偶函数,$\therefore f(x)$关于 $x=1$ 对称,

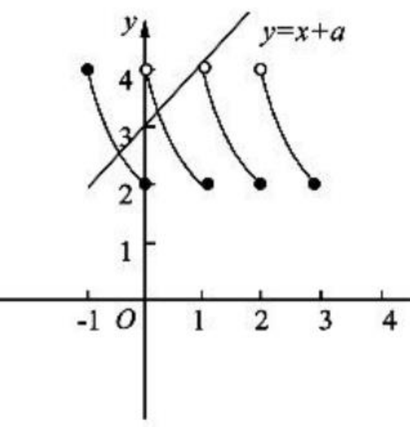
$f\left(\dfrac{3}{2}\right)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

当 $x\geqslant 1$ 时,$f(x)=3^x-1$,$\therefore f(x)$在$[1,+\infty)$上是增函数,在$(-\infty,1]$上是减函数.

又$\because \dfrac{1}{3}<\dfrac{1}{2}<\dfrac{2}{3}$,$\therefore f\left(\dfrac{1}{3}\right)>f\left(\dfrac{1}{2}\right)>f\left(\dfrac{2}{3}\right)$,

$\therefore f\left(\dfrac{1}{3}\right)>f\left(\dfrac{3}{2}\right)>f\left(\dfrac{2}{3}\right)$,故选 D.

6. D 将函数 $f(x)$的图象画出来,观察图象可知会有$\begin{cases}2x<0,\\ 2x<x+1,\end{cases}$解得 $x<0$,所以满足 $f(x+1)<f(2x)$的 $x$ 的取值范围是$(-\infty,0)$,故选 D.




7. 1

**解析**:由 $f(1+x)=f(1-x)$得函数 $f(x)$关于 $x=1$ 对称,故 $a=1$,则 $f(x)=2^{|x-1|}$,由复合函数单调性得 $f(x)$在$[1,+\infty)$上递增,故 $m\geqslant 1$,所以实数 $m$ 的最小值等于 1.

8. $(-\infty,4)$

**解析**:作出函数 $y=f(x)$的图象,由图象可知当 $a<4$ 时,直线 $y=x+a$ 与函数 $y=f(x)$的图象恒有两个公共点.






关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. $g(-2)<g(0)<f(1)$

**解析**：∵$f(x)$为奇函数，$g(x)$为偶函数，又 $f(x)-g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，∴$-f(x)-g(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}$，

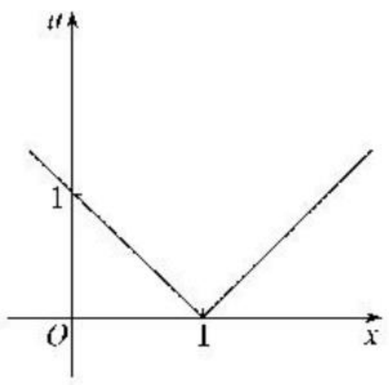
即 $\begin{cases}f(x)-g(x)=2^{-x},①\\-f(x)-g(x)=2^x,②\end{cases}$

解得 $f(x)=\frac{2^{-x}-2^x}{2}$，$g(x)=-\frac{2^x+2^{-x}}{2}$，

∴$g(0)=-1$，$g(-2)=-\frac{17}{8}$，$f(1)=-\frac{3}{4}$，

∴$g(-2)<g(0)<f(1)$.

10. **解**：设 $u=|x-1|$，如图所示，可知 $u=|x-1|$ 在 $(-\infty,1]$ 内单调递减，在 $[1,+\infty)$ 内单调递增. 又 $0<\frac{4}{5}<1$，所以 $y=\left(\frac{4}{5}\right)^{|x-1|}$ 的递减区间为 $[1,+\infty)$，递增区间为 $(-\infty,1]$.




11. **解**：(1)当 $m=-9$ 时，$f(x)=-9\cdot 2^x+2\cdot 3^x$，

$f(x+1)>f(x)$，即为 $2\cdot 3^{x+1}-9\cdot 2^{x+1}>2\cdot 3^x-9\cdot 2^x$，

化简可得，$2^{x-2}<3^{x-2}$，即为 $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}>1=\left(\frac{3}{2}\right)^0$，

即有 $x-2>0$，解得 $x>2$.

(2)由 $f(x)\leqslant\left(\frac{9}{2}\right)^x$ 恒成立，即为 $m\cdot 2^x+2\cdot 3^x\leqslant\left(\frac{9}{2}\right)^x$，可得 $m\leqslant\left(\frac{3}{2}\right)^{2x}-2\left(\frac{3}{2}\right)^x$，令 $t=\left(\frac{3}{2}\right)^x>0$，即有 $m\leqslant t^2-2t$ 的最小值，由 $(t^2-2t)_{\min}=-1$，

可得 $m\leqslant-1$，即实数 $m$ 的范围是 $(-\infty,-1]$.

12. **解**：(1)∵$f(x)$是奇函数，所以 $f(0)=0$，

即 $\frac{b-1}{2+2}=0\Rightarrow b=1$.

(2)由(1)知 $f(x)=\frac{1-2^x}{2+2^{x+1}}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$，

设 $x_1<x_2$，则 $f(x_1)-f(x_2)=\frac{1}{2^{x_1}+1}-\frac{1}{2^{x_2}+1}=\frac{2^{x_2}-2^{x_1}}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$.

∵函数 $y=2^x$ 在 **R** 上是增函数且 $x_1<x_2$，

∴$2^{x_2}-2^{x_1}>0$.

又 $(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)>0$，∴$f(x_1)-f(x_2)>0$，即 $f(x_1)>f(x_2)$，

∴$f(x)$在 $(-\infty,+\infty)$ 上为减函数.

(3)∵$f(x)$是奇函数，不等式 $f(t^2-2t)+f(2t^2-k)<0$，

∴$f(t^2-2t)<f(k-2t^2)$.

∵$f(x)$为减函数，∴$t^2-2t>k-2t^2$.

即对一切 $t\in\mathbf{R}$ 总有 $3t^2-2t-k>0$，

∴判别式 $\Delta=4+12k<0$，∴$k<-\frac{1}{3}$.

## 3.2　对数与对数函数

### 3.2.1　对数及其运算(一)

#### 基础知识点对点

1. B　由题可得 $\begin{cases}1-2a>0,\\a>0\text{ 且 }a\neq1,\end{cases}$

∴$0<a<\frac{1}{2}$，故选 B.

2. B　①③正确，故选 B.

3. D　D 中 $\ln e^2=2$ 的指数式为 $e^2=e^2$，故 D 不正确.

4. C　$2^{\frac{1}{2}+\log_2 9}=2^{\frac{1}{2}}\cdot 2^{\log_2 9}=9\sqrt{2}$，故选 C.

5. C　$\log_7[\log_3(\log_2 x)]=0$，

∴$\log_3(\log_2 x)=1$，∴$\log_2 x=3$，∴$x=2^3=8$，

∴$x^{-\frac{1}{2}}=8^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}$，故选 C.

6. $\sqrt{10}$

**解析**：$4^a=2$，∴$2^{2a}=2$，∴$2a=1$，$a=\frac{1}{2}$，

∴$\lg x=\frac{1}{2}$，∴$x=10^{\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$.

#### 课后拔高提能练

1. C　③不正确. $\log_4(-3)$ 无意义，∵零和负数没有对数. ④不正确. 应在条件“$x>0$，且 $x\neq1$”下. 故选 C.

2. D　∵函数 $f(\log_4 x)=x$，

∴令 $\log_4 x=\frac{1}{2}$，则 $x=4^{\frac{1}{2}}=2$，故 $f\left(\frac{1}{2}\right)=2$. 故选 D.

3. C　由题意得 $\begin{cases}10-x>0,\\x-5>0,\\x-5\neq1,\end{cases}$ 得 $5<x<10$ 且 $x\neq6$.

4. C　原式 $=2\times2+3\times6-8\times0=4+18=22$. 故选 C.

5. D　由题可得 $a^m=2$，$a^n=3$，

$a^{2m+n}=a^{2m}\cdot a^n=4\times3=12$，故选 D.

6. B　原式 $=\log_2 2^5+\log_3 3^{-4}\cdot\log_5 5^3=5+(-4)\times3=-7$，故选 B.

7. 1 000

**解析**：∵$f(x)=(x+1)^2+\lg a-1$，

又 $f(x)$的最小值为 2，

∴$\lg a-1=2$，即 $\lg a=3$，$a=10^3$.

8. 0

**解析**：原式 $=\log_6(\log_4 4)=\log_6 1=0$. 故答案为 0.

9. 1 或 $\log_2 5$

**解析**：令 $f(x)=1$，当 $x<2$ 时，$3-x=1$，∴$x=2$(舍)；

当 $x\geqslant2$ 时，$2^x-3=1$，∴$x=2$，

∴$f(2)=1$，即 $f(a)=2$.

当 $a<2$ 时，$3-a=2$，$a=1$；

当 $a\geqslant2$ 时，$2^a-3=2$，$a=\log_2 5$.

则实数 $a$ 的值为 1 或 $\log_2 5$.

10. **解**：(1)$8^{\frac{1}{3}-\log_2 3}=(2^3)^{\left(\frac{1}{3}-\log_2 3\right)}=2^{1-3\log_2 3}=\frac{2}{(2^{\log_2 3})^3}=\frac{2}{27}$.

(2)原式 $=\lg 10^{-2}+\ln e^2-\log_2 2^6=-2+2-6=-6$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. **解**：$\because \log_2[\log_3(\log_4 x)]=0$，

$\therefore \log_3(\log_4 x)=1$，

$\therefore \log_4 x=3$，$\therefore x=4^3=64$.

由 $\log_4(\log_2 y)=1$，知 $\log_2 y=4$，

$\therefore y=2^4=16$.

因此$\sqrt{x}\cdot y^{\frac{3}{4}}=\sqrt{64}\times 16^{\frac{3}{4}}=8\times 8=64$.

12. **解**：由题可得

$$①\begin{cases}\lg(xy)=0,\\ x=|x|,\\ xy=y\end{cases}\quad 或②\begin{cases}\lg(xy)=0,\\ x=y,\\ xy=|x|.\end{cases}$$

由①可得 $x=1$，$y=1$，

此时集合为$\{1,1,0\}$，不符合题意，舍去.

由②可得 $x=-1$，$y=-1$，此时集合为$\{0,1,-1\}$.

$\therefore x=-1$，$y=-1$，

$\therefore \log_2(x^2+y^2)=\log_2 2=1$.

## 3.2.1 对数及其运算(二)

### 基础知识点对点

1. **解**：原式$=\lg 5+2+3\lg 2-\lg 5-3\lg 2+50=52$.

2. **解**：原式$=2\log_3 2-5\log_3 2+2+3\log_3 2-3=-1$.

3. 4

**解析**：$(\log_2 9)\cdot(\log_3 4)=2\log_2 3\cdot\dfrac{\log_2 4}{\log_2 3}=4$.

4. $\dfrac{1-a}{2a+b}$

**解析**：$\log_{28}5=\dfrac{\lg 5}{\lg 28}=\dfrac{1-\lg 2}{2\lg 2+\lg 7}=\dfrac{1-a}{2a+b}$.

5. **解**：$\because 4^a=8$，$\therefore 2^{2a}=2^3$，又$\because f(x)=2^x$ 为单调递增的函数，$\therefore a=\dfrac{3}{2}$.

$\because 2^m=9^n=36$，$\therefore m=\log_2 36$，$n=\log_9 36$.

又$\because \dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{2n}=b$，

$\therefore b=\dfrac{1}{\log_2 36}+\dfrac{1}{2\log_9 36}=\log_{36}2+\dfrac{1}{2}\log_{36}9=\log_{36}2+\log_{36}3=\log_{36}6=\dfrac{1}{2}$.

$\because y=1.5^x$ 在 **R** 上单调递增，$y=0.8^x$ 在 **R** 上单调递减，

$\therefore 1.5^a=1.5^{\frac{3}{2}}>1.5^0=1$，$0.8^b=0.8^{\frac{1}{2}}<0.8^0=1$，即 $1.5^a>0.8^b$.

### 课后拔高提能练

1. A

2. D　$\lg 4+\lg 25=\lg 100=2$.

3. B　原式$=\lg 50-1+\lg 2-1=\lg 100-2=0$，故选 B.

4. B　左边$=\dfrac{\lg 7}{\lg 3}\cdot\dfrac{2\lg 3}{\lg 2}\cdot\dfrac{\lg m}{2\lg 7}=\dfrac{\lg m}{\lg 2}$；

右边$=\dfrac{-\lg 2}{2\lg 2}=-\dfrac{1}{2}$，所以 $\lg m=-\dfrac{1}{2}\lg 2$，

所以 $m=2^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

5. D　$\log_2 75=\log_2 25+\log_2 3=2\log_2 5+\log_2 3=2b+\dfrac{a}{2}=\dfrac{4b+a}{2}$.

6. B　$\because \lg a$，$\lg b$ 是方程 $2x^2-4x+1=0$ 的两个根，

$\therefore \lg a+\lg b=2$，$\lg a\cdot\lg b=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \left(\lg\dfrac{a}{b}\right)^2=(\lg a-\lg b)^2=$

$(\lg a+\lg b)^2-4\lg a\lg b=4-4\times\dfrac{1}{2}=2$. 故选 B.

7. $\dfrac{32}{3}$

**解析**：原式$=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{4\times\left(-\frac{1}{4}\right)}+\log_2 4^3+\log_2 2^4=\dfrac{2}{3}+10=\dfrac{32}{3}$.

8. $\dfrac{5}{4}$

**解析**：原式$=\left(\log_3 2+\dfrac{\log_3 2}{\log_3 9}\right)\left(\dfrac{\log_2 3}{\log_2 4}+\dfrac{\log_2 3}{\log_2 8}\right)$

$=\left(\dfrac{3}{2}\log_3 2\right)\times\left(\dfrac{5}{6}\log_2 3\right)=\dfrac{5}{4}$.

9. 4

**解析**：由 $\lg M+\lg(4N)=2\lg(M-3N)$，

得 $4MN=(M-3N)^2$，

得 $M^2-10MN+9N^2=0$，

得$\dfrac{M}{N}=1$ 或$\dfrac{M}{N}=9$，

又 $M>0$，$N>0$，$M-3N>0$，

$\therefore \dfrac{M}{N}=9$.

$\therefore \log_{\sqrt{3}}\dfrac{M}{N}=\log_{\sqrt{3}}9=4$.

10. **解**：(1)$\log_{64}32=\log_{2^6}2^5=\dfrac{5}{6}\log_2 2=\dfrac{5}{6}$.

(2)$\log_2 3\cdot\log_3 4\cdot\log_4 7\cdot\log_7 16=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}\cdot\dfrac{\lg 4}{\lg 3}\cdot\dfrac{\lg 7}{\lg 4}\cdot\dfrac{\lg 16}{\lg 7}=\dfrac{\lg 16}{\lg 2}=\log_2 16=4$.

(3)原式$=10\cdot 10^{\lg 9-2\lg 2}+10^{1-2\lg 4\sqrt{4}}=10\cdot 10^{\lg\frac{9}{4}}+\dfrac{10}{10^{\lg 2}}=10\cdot\dfrac{9}{4}+\dfrac{10}{2}=\dfrac{55}{2}$.

11. **解**：(1)原式$=\lg^2 5+\lg 2(\lg 5+\lg 10)=\lg^2 5+\lg 2\lg 5+\lg 2=\lg 5(\lg 2+\lg 5)+\lg 2=1$.

(2)由 $3^x=4^y=36$，得 $x=\log_3 36$，$y=\log_4 36$，从而

$\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{\log_3 36}+\dfrac{1}{\log_4 36}=2\log_{36}3+\log_{36}4=\log_{36}36=1$.

12. **解**：由题可得$\begin{cases}xy=(x-2y)^2,\\ x-2y>0,\\ x>0,\\ y>0,\end{cases}$

$\therefore x^2-5xy+4y^2=0$，

$\therefore \left(\dfrac{x}{y}\right)^2-5\dfrac{x}{y}+4=0$，

$\therefore \dfrac{x}{y}=1$ 或$\dfrac{x}{y}=4$.

$\because x-2y>0$，$\therefore \dfrac{x}{y}=4$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

## 3.2.2　对数函数(一)

### 基础知识点对点

1. ⑤⑥

2. 1

**解析**：由题可知 $m=1,n=0$，

$\therefore m+n=1$.

3. B　由题可得 $\begin{cases}2x+1>0,\\2x+1\neq 1,\end{cases}$ 所以 $x>-\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 0$，

所以 $f(x)$ 的定义域为 $\left(-\frac{1}{2},0\right)\cup(0,+\infty)$.

4. **解**：(1) $\because y=\frac{1}{2}\cdot\log_2\frac{x}{4}\cdot\log_2\frac{x}{2}=\frac{1}{2}(\log_2 x-\log_2 4)(\log_2 x-\log_2 2)$，

$\therefore y=\frac{1}{2}(\log_2 x-2)(\log_2 x-1)$.

令 $t=\log_2 x$，则 $y=\frac{1}{2}(t-2)(t-1)$，即 $y=\frac{1}{2}t^2-\frac{3}{2}t+1$，

又 $\because 2\leqslant x\leqslant 8$，$\therefore 1\leqslant\log_2 x\leqslant 3$，即 $1\leqslant t\leqslant 3$.

(2)由(1) $y=\frac{1}{2}\left(t-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{8}$，$1\leqslant t\leqslant 3$，数形结合得

当 $t=\frac{3}{2}$ 时，$y_{\min}=-\frac{1}{8}$，当 $t=3$ 时，$y_{\max}=1$，

$\therefore$ 函数的值域为 $\left[-\frac{1}{8},1\right]$.

当 $y_{\min}=-\frac{1}{8}$ 时，$t=\frac{3}{2}$，即 $\log_2 x=\frac{3}{2}$，$\therefore x=2\sqrt{2}$.

5. B　$f(x)=\log_a x$ 是增函数，

$\therefore a>1$，

$\therefore f(|x|+1)=\log_a(|x|+1)=$

$\begin{cases}\log_a(x+1),x\geqslant 0,\\\log_a(1-x),x<0,\end{cases}$ 故选 B.

6. B　当 $x>0$ 时，$y=f(x)\cdot g(x)=(4-x^2)\log_2 x$，

$\therefore x=2$ 时，$y=0$，

$x=1$ 时，$y=0$，

当 $0<x<1$ 时，$y<0$，

$1<x<2$ 时，$y>0$，

$x>2$ 时，$y<0$，排除 C，D.

又 $g(x)$ 为奇函数，$f(x)$ 为偶函数，

$\therefore f(x)\cdot g(x)$ 是奇函数，故选 B.

### 课后拔高提能练

1. D　$\because f(x)=\lg x^2=2\lg|x|$，$\therefore$ D 中的 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是同一函数，故选 D.

2. D　由 $f(x)=1-\log_2 x=0$，

得 $\log_2 x=1$，

$\therefore x=2$.

$\therefore f(x)$ 的零点是 2，故选 D.

3. D　令 $x-2=1$，得 $x=3$，

$f(3)=2+\log_a 1=2$，

则 $f(x)$ 的图象必经过点(3,2). 故选 D.

4. D　由题知当 $x<0$ 时，$f(-x)=\ln(-x)$，所以 $f(x)=-\ln(-x)$，又 $f\left(\frac{1}{e^2}\right)=-2$，所以 $f\left[f\left(\frac{1}{e^2}\right)\right]=f(-2)=-\ln 2$，故选 D.

5. D

6. D　由题可知 $0<x^2-ax+3<1$，

当 $x\in[1,2]$ 时恒成立，令 $t=x^2-ax+3=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+3-\frac{a^2}{4}$，

$\therefore$(1) $\begin{cases}\frac{a}{2}<1,\\1-a+3>0,\\4-2a+3<1\end{cases}$ 或(2) $\begin{cases}1\leqslant\frac{a}{2}\leqslant 2,\\1-a+3<1,\\4-2a+3<1,\\3-\frac{a^2}{4}>0\end{cases}$

或(3) $\begin{cases}\frac{a}{2}>2,\\1-a+3<1,\\4-2a+3>0,\end{cases}$

解得 $3<a<2\sqrt{3}$，故选 D.

7. $[2,+\infty)$

**解析**：要使函数 $f(x)$ 有意义，则 $\log_2 x-1\geqslant 0$，解得 $x\geqslant 2$，即函数 $f(x)$ 的定义域为 $[2,+\infty)$.

8. 9

**解析**：$f(\log_2 3)=4^{\log_2 3}=2^{\log_2 9}=9$.

9. $\frac{1}{2}$

**解析**：令 $x^6=8$，得 $x=\sqrt{2}$.

$\therefore f(8)=\log_2\sqrt{2}=\frac{1}{2}$.

10. **解**：由题意得 $\begin{cases}m^2-4m+4=1,\\m\neq 1,\\m>0,\end{cases}$ 得 $m=3$，

$\therefore f(x)=\log_3 x$，$f(81)=\log_3 81=4$.

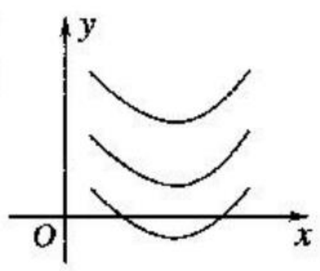
11. **解**：(1) $B=\{x|x\leqslant 2\}$，$\therefore A\cap(\complement_U B)=\{x|2<x<3\}$.

(2)由 $2x+a>0$ 得 $x>-\frac{a}{2}$，$\therefore f(x)$ 的定义域 $C=\left\{x\middle|x>-\frac{a}{2}\right\}$.

若 $A\subseteq C$，则 $-\frac{a}{2}<-1$，$\therefore a>2$.

故实数 $a$ 的取值范围为 $(2,+\infty)$.

12. **解**：(1)如图，因为 $f(x)$ 的值域为 **R**，所以要求 $u=ax^2+2x+1$ 的值域包含 $(0,+\infty)$.




当 $a<0$ 时，这不可能；

当 $a=0$ 时，$u=2x+1\in\mathbf{R}$，成立；

当 $a>0$ 时，$u=ax^2+2x+1$，包含 $(0,+\infty)$，则

$\begin{cases}a>0,\\\Delta=4-4a\geqslant 0,\end{cases}$

解得 $0<a\leqslant 1$.

综上可知 $a$ 的取值范围是 $0\leqslant a\leqslant 1$.

(2)由已知 $u=ax^2+2x+1$ 的值恒为正. 当 $a=0$ 时，$u=2x+1$ 不成立.

$\therefore\begin{cases}a>0,\\\Delta=4-4a<0,\end{cases}$

解得 $a$ 的取值范围是 $a>1$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

## 3.2.2 对数函数(二)

### 基础知识点对点

1. D 由题可得 $\begin{cases} a>1, \\ 8-a>0, \\ 8-a-4\leqslant 0, \end{cases}$

∴$4\leqslant a<8$,故选 D.

2. D 由 $x^2-2x>0$,得 $x>2$ 或 $x<0$,

∵$0<a<1$,$y=\log_a(x^2-2x)$的增区间为$(-\infty,0)$,故选 D.

3. B ∵$a=\log_{0.2}0.3$,$b=\log_2 0.3$,

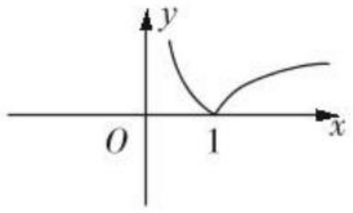
∵$\log_{0.2}1<\log_{0.2}0.3<\log_{0.2}0.2$,且 $\log_2 0.3<\log_2 0.5$,

∴$0<a<1$,$b<-1$,

又∵$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\log_{0.3}0.2+\log_{0.3}2=\log_{0.3}0.4<\log_{0.3}0.3=1$,

∴$ab<a+b<0$. 故选 B.

4. B $f(x)=|\log_a x|$的图象如图所示,当 $0<x<1$ 时,$f(x)$为减函数.




∵$\frac{1}{3}>\frac{1}{4}$,∴$f\left(\frac{1}{3}\right)<f\left(\frac{1}{4}\right)$.

又 $f(2)=|\log_a 2|=-\log_a 2=\log_a\frac{1}{2}=f\left(\frac{1}{2}\right)$.

∵$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$,∴$f\left(\frac{1}{2}\right)<f\left(\frac{1}{3}\right)$. 故选 B.

5. D $f(\lg 2)+f\left(\lg\frac{1}{2}\right)=f(\lg 2)+f(-\lg 2)=\ln\left[\sqrt{1+4(\lg 2)^2}-2\lg 2\right]+3+\ln\left[\sqrt{1+4(\lg 2)^2}+2\lg 2\right]+3=\ln\left[1+4(\lg 2)^2-4(\lg 2)^2\right]+6=6$,故选 D.

6. **解**:(1)$f(x+1)=\lg(2+x)-\lg(-x)=\lg(1+1+x)-\lg[1-(1+x)]$,

∴$f(x)=\lg(1+x)-\lg(1-x)$,由 $\begin{cases} x+1>0, \\ 1-x>0, \end{cases}$得 $-1<x<1$,

∴$f(x)$的定义域为$(-1,1)$.

(2)$f(x)=\lg(1+x)-\lg(1-x)=\lg\frac{1+x}{1-x}$,

令 $t=\frac{1+x}{1-x}$,设 $-1<x_1<x_2<1$,

∴$t_1-t_2=\frac{1+x_1}{1-x_1}-\frac{1+x_2}{1-x_2}=\frac{2(x_1-x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}<0$,

∴$t_1<t_2$,∴$\lg t_1<\lg t_2$,∴$f(x)$在$(-1,1)$上是增函数.

### 课后拔高提能练

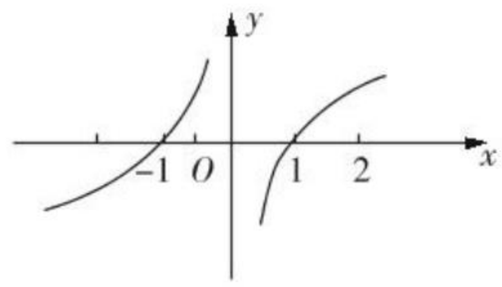
1. D 由题意结合对数函数的性质可知,

$a=\log_2 e>1$,$b=\ln 2=\frac{1}{\log_2 e}\in(0,1)$,$c=\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}=\log_2 3>\log_2 e$,据此可得 $c>a>b$. 故选 D.

2. D $f(x)$的图象如图所示,则 $f(x)$是奇函数,

由 $f(a)>f(-a)$,得 $2f(a)>0$,

从图象可知 $a$ 的取值范围是$(-1,0)\cup(1,+\infty)$,故选 D.




3. B 由于 $g(x)=x+1$ 在$(0,+\infty)$上为增函数,所以只有 $a^2-1>1$,即 $a>\sqrt{2}$或 $a<-\sqrt{2}$时,$f(x)$在$(0,+\infty)$上才是增函数. 故选 B.

4. D ∵$f(x)$为偶函数,

∴$f(-x)-f(x)=0$,

即$-x\ln(-x+\sqrt{a^2+x^2})-x\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})=0$,

∴$\ln(x+\sqrt{a^2+x^2})+\ln(-x+\sqrt{a^2+x^2})=0$,

∴$\ln[(x+\sqrt{a^2+x^2})(-x+\sqrt{a^2+x^2})]=0$,

即 $\ln a^2=0$.

∴$a^2=1$,$a=\pm 1$,故选 D.

5. C 由题可得 $\begin{cases} a>1, \\ \frac{a}{2}\geqslant 1, \\ 1-a+2>0, \end{cases}$ ∴$2\leqslant a<3$. 故选 C.

6. C ∵$\log_a\frac{2}{3}<1$,∴$\log_a\frac{2}{3}<\log_a a$,

当 $a>1$ 时,不等式化为 $\begin{cases} a>1, \\ a>\frac{2}{3}, \end{cases}$得 $a>1$;

当 $0<a<1$ 时,不等式化为 $\begin{cases} 0<a<1, \\ a<\frac{2}{3}, \end{cases}$ 得 $0<a<\frac{2}{3}$.

∴$a$ 的取值范围是$\left(0,\frac{2}{3}\right)\cup(1,+\infty)$.

7. $-7$

**解析**:根据题意有 $f(3)=\log_2(9+a)=1$,可得 $9+a=2$,所以 $a=-7$.

8. $(3,+\infty)$

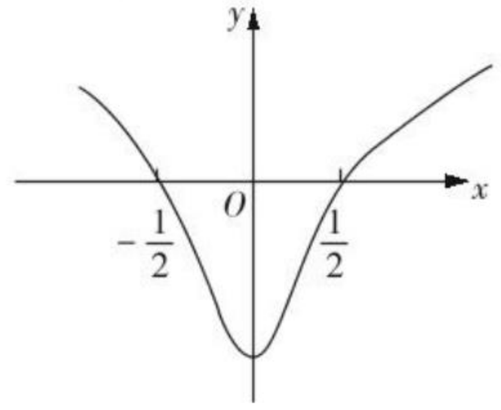
9. $\left(\frac{1}{2},2\right)$

**解析**:由题可作出 $f(x)$的图象如图所示,则满足 $f(\log_4 x)<0$,

需 $-\frac{1}{2}<\log_4 x<\frac{1}{2}$,

∴$\frac{1}{2}<x<2$.

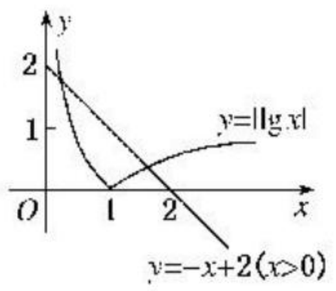
故不等式的解集为$\left(\frac{1}{2},2\right)$.






关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. **解**：将原方程变形为$|\lg x|=-x+2$.
在同一坐标系中分别作出函数$y=|\lg x|$和函数$y=-x+2(x>0)$的图象，如图所示. 因为两函数图象有两个不同的交点，所以原方程有两个不同的实根.




11. **解**：因为$f(3)-f(2)=1$，
即$\log_a 3-\log_a 2=\log_a \frac{3}{2}=1$，
所以$a=\frac{3}{2}$.

(1)由已知可得$\begin{cases}3m-2>0,\\2m+5>0,\\3m-2<2m+5,\end{cases}$
所以$\frac{2}{3}<m<7$.

(2)由$f\left(x-\frac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\frac{7}{2}$，
即$\log_{\frac{3}{2}}\left(x-\frac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\frac{7}{2}$，
所以$x-\frac{2}{x}=\frac{7}{2}$.
所以$x=-\frac{1}{2}$或$x=4$.

12. **解**：方程$f(x)=\log_2(x-k)$有实根，也就是方程$\frac{1-x}{1+x}=x-k$即$k=x-\frac{1-x}{1+x}$在$(-1,1)$内有解，所以实数$k$属于函数$y=x-\frac{1-x}{1+x}=x+1-\frac{2}{1+x}$在$(-1,1)$内的值域. 令$x+1=t$，则$t\in(0,2)$，因为$y=t-\frac{2}{t}$在$(0,2)$内单调递增，
所以$t-\frac{2}{t}\in(-\infty,1)$.
故实数$k$的取值范围是$(-\infty,1)$.

## 3.2.3　指数函数与对数函数的关系

### 基础知识点对点

1. D　$y=a^x$与$y=\log_a x$互为反函数，故A，B，C正确，D错.

2. C　$f(x)=\log_2(3^x+1)>\log_2 1=0$，
即$f(x)$的值域为$(0,+\infty)$，故$y=f^{-1}(x)$的定义域为$(0,+\infty)$.

3. A　$y=f(2x+1)$是定义在**R**上的奇函数，图象关于$(0,0)$对称，∴$f(x)$的图象关于$(1,0)$对称，又$f(x)$与$g(x)$关于$y=x$对称，∴$g(x)$的图象关于$(0,1)$对称，所以$g(x)+g(-x)=2$，故选A.

4. $-\frac{5}{6}$
**解析**：由题可知，$g(x)$与$f(x)$互为反函数，
令$f(x)=\frac{2x+1}{4x+3}=2$，则$x=-\frac{5}{6}$，
∴$g(2)=-\frac{5}{6}$.

5. B　由$f(x)$为偶函数，得$m=0$，所以$a=2^{|\log_{0.5}3|}-1=2^{\log_2 3}-1=3-1=2$，$b=2^{\log_2 5}-1=5-1=4$，$c=2^0-1=0$，所以$c<a<b$，故选B.

6. C　$f(x)=1+\log_2 x$过$(1,1)$点，排除A，D；
$g(x)=2^{-x+1}$过$(0,2)$点，排除B，故选C.

### 课后拔高提能练

1. D　设$\begin{cases}a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{4},\\\log_a\frac{1}{2}=\frac{1}{4},\end{cases}\Rightarrow a=\frac{1}{16}$.
故$y=\left(\frac{1}{16}\right)^x$与其反函数$y=\log_{\frac{1}{16}}x$的图象的公共点是点$N\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$，经检验$P$、$Q$、$M$均不符合题干的要求.
故选D.

2. D　$y=3^{x+1}\Rightarrow x+1=\log_3 y\Rightarrow x=\log_3 y-1$，
其反函数的解析式为$y=\log_3 x-1$，
$-1\leqslant x<0\Leftrightarrow 0\leqslant x+1<1\Leftrightarrow 1\leqslant 3^{x+1}<3$，
其反函数的定义域为$[1,3)$，故选D.

3. C　由$f(x)=3^{x-1}$可得$f^{-1}(x)=\log_3 x+1$，∴图象为C.

4. C　函数$f(x)=\log_a(x+b)(a>0,a\neq 1)$的图象过点$(2,1)$，其反函数的图象过点$(2,8)$，
则$\begin{cases}\log_a(2+b)=1,\\\log_a(8+b)=2.\end{cases}$∴$\begin{cases}2+b=a,\\8+b=a^2.\end{cases}$$a=3$或$a=-2$(舍)，$b=1$，
∴$a+b=4$，故选C.

5. D　当$x\leqslant 1$时，由$f(x)=2^x-1=0$，解得$x=0$；当$x>1$时，由$f(x)=1+\log_2 x=0$，解得$x=\frac{1}{2}$，又因为$x>1$，所以此时方程无解. 综上函数$f(x)$的零点只有0，故选D.

6. C　∵$0<\ln 2<1$，∴$f(\ln 2)=e^{\ln 2}-1=1$，
$f(1)=\log_3 3+a=a+1$，
∴$a+1=2a$，∴$a=1$，
∴$f(a)=f(1)=2$，故选C.

7. 2
**解析**：$g(1)=1+2\lg 1=1$，
令$1+2\lg x=1$，则$x=1$，
∴$f(1)=1$，∴$f(1)+g(1)=2$.

8. $\begin{cases}\sqrt{x-2},x\geqslant 2,\\\frac{1}{x},x<0\end{cases}$
**解析**：当$x\geqslant 0$时，$f(x)=x^2+2$，$f^{-1}(x)=\sqrt{x-2}(x\geqslant 2)$；当$x<0$时，$f(x)=\frac{1}{x}$，$f^{-1}(x)=\frac{1}{x}(x<0)$，
故$f^{-1}(x)=\begin{cases}\sqrt{x-2}(x\geqslant 2),\\\frac{1}{x}(x<0).\end{cases}$

9. $f(x)=4^x+3$
**解析**：由题可知$f(x)$的图象过$(1,7)$，$(0,4)$两点，
则$\begin{cases}a+b=7,\\a^0+b=4,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=4,\\b=3,\end{cases}$
∴$f(x)=4^x+3$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. **解**:(1)$9^x-11\cdot3^x+18=0$,

$\therefore(3^x-2)(3^x-9)=0$,

$\therefore3^x-2=0$ 或 $3^x=9$,

$\therefore x=\log_3 2$ 或 $x=2$,

∴原方程的解为 $x=\log_3 2$ 或 $x=2$.

(2)$\log_2(2x)\cdot\log_2\frac{x}{4}=4\Rightarrow(1+\log_2 x)\cdot(\log_2 x-2)=4$,

整理得$(\log_2 x)^2-\log_2 x-6=0$,

$\therefore\log_2 x=-2$ 或 $\log_2 x=3$,

$\therefore x=\frac{1}{4}$或 $x=8$.

∴原方程的解为 $x=\frac{1}{4}$或 $x=8$.

11. **解**:(1)$\because\left(\frac{1}{2}\right)^x-2>0$,即$\left(\frac{1}{2}\right)^x>2=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$,而 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 为减函数.

$\therefore x<-1$,又 $t=\left(\frac{1}{2}\right)^x-2(x<-1)$的值域为$(0,+\infty)$,则 $f(x)$的值域为$(-\infty,+\infty)$,故所求函数的定义域和值域分别为$(-\infty,-1)$和 **R**.

(2)$\because y=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x-2\right]$,即$\left(\frac{1}{2}\right)^x=\left(\frac{1}{2}\right)^y+2$.

$\therefore x=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^y+2\right]$,故所求的反函数为 $y=\log_{\frac{1}{2}}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^x+2\right](x\in\mathbf{R})$.

12. **解**:(1)由函数 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$,可得其反函数为 $y=g(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$,

因为 $g(mx^2+2x+1)=\log_{\frac{1}{2}}(mx^2+2x+1)$定义域为 **R**,

即有 $mx^2+2x+1>0$ 恒成立,当 $m=0$ 时,$2x+1>0$ 不恒成立,所以$\begin{cases}m>0,\\ \Delta=4-4m<0,\end{cases}$解得 $m\in(1,+\infty)$.

(2)令 $t=\left(\frac{1}{2}\right)^x$,$t\in\left[\frac{1}{2},2\right]$,

即有 $y=t^2-2at+3=(t-a)^2+3-a^2$,

当 $a>2$,区间$\left[\frac{1}{2},2\right]$为减区间,$t=2$ 时,$y_{\min}=7-4a$;

当$\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant2$,$t=a$ 时,$y_{\min}=3-a^2$;

当 $a<\frac{1}{2}$,区间$\left[\frac{1}{2},2\right]$为增区间,$t=\frac{1}{2}$ 时,$y_{\min}=\frac{13}{4}-a$.

则 $h(a)=\begin{cases}7-4a,a>2,\\ 3-a^2,\frac{1}{2}\leqslant a\leqslant2,\\ \frac{13}{4}-a,a<\frac{1}{2}.\end{cases}$

## 3.3 幂函数

### 基础知识点对点

1. C　设 $f(x)=x^\alpha$,将(2,4)代入,得 $2^\alpha=4$,$\therefore\alpha=2$,故 $f(x)=x^2$,$\therefore f(5)=5^2=25$,故选 C.

2. ①⑥

**解析**:①⑥为幂函数.

3. A　幂函数的图象特点,在(0,1)内,指数越大,图象越靠下,故 $c_1$ 对应的 $n$ 为 2,$c_2$ 对应的 $n$ 为$\frac{1}{2}$,$c_3$ 对应的 $n$ 为$-\frac{1}{2}$,$c_4$ 对应的 $n$ 为$-2$,故选 A.

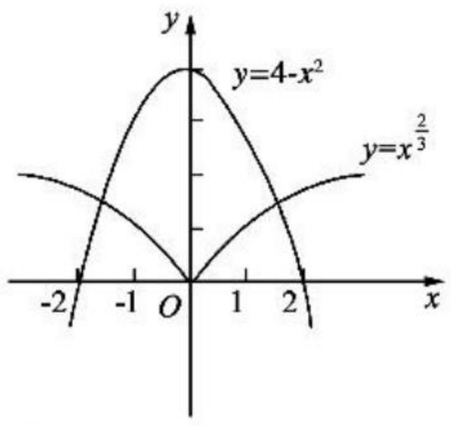
4. $-2$ 或 1

**解析**:由 $f(x)=x^2+x^{\frac{2}{3}}-4=0$,得 $x^{\frac{2}{3}}=4-x^2$,

在同一坐标系中作出 $y=x^{\frac{2}{3}}$ 与 $y=4-x^2$.

从图象可知 $x_0\in(-2,-1)$或 $x_0\in(1,2)$.

$\therefore k=-2$ 或 $k=1$.




5. C　$\because f(x)$是幂函数,

$\therefore m^2-m-5=1$,$\therefore m=-2$ 或 $m=3$.

当 $m=-2$ 时,$f(x)=x^{-3}$,在$(0,+\infty)$上是减函数,

当 $m=3$ 时,$f(x)=x^2$,在$(0,+\infty)$上是增函数,故选 C.

6. (1,1)

**解析**:$y=x^3$ 的图象向右平移 1 个单位,再向上平移 1 个单位得到 $y=(x-1)^3+1$ 的图象,又 $y=x^3$ 的对称中心为(0,0),

$\therefore y=(x-1)^3+1$ 的对称中心为(1,1).

### 课后拔高提能练

1. B　由题可知 $m-1>0$,$\therefore m>1$,故选 B.

2. C　设 $f(x)=x^\alpha$,$\therefore4^\alpha=2$,$\therefore\alpha=\frac{1}{2}$,

$\therefore f(x)=x^{\frac{1}{2}}$,故选 C.

3. A　偶函数有 $f(x)=\frac{1}{x^2}$,$f(x)=x^2+1$,

$f(x)=x^2+1$ 在$(-\infty,0)$上单调递减,$f(x)=\frac{1}{x^2}$在$(-\infty,0)$上单调递增,故选 A.

4. A　要使 $f(x)=x^\alpha$ 在$(0,+\infty)$内递减,则 $\alpha<0$,从而 $\alpha=-2,-1,-\frac{1}{2}$,$f(x)=x^{-2}$为偶函数,$f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$非奇非偶,只有 $f(x)=x^{-1}$才为奇函数.故选 A.

5. A　若 $\alpha<0$,则 $y=x^\alpha$ 在$(0,+\infty)$上为减函数.

$\because0.2<\frac{1}{2}<2$.$\therefore0.2^\alpha>\left(\frac{1}{2}\right)^\alpha>2^\alpha$.故选 A.

6. D　$f(1)+f(-1)=a+b+c-a-b+c=2c$.

$\because c\in\mathbf{Z}$,$\therefore2c$ 一定为偶数,故选 D.

7. $x^{-\frac{1}{2}}$

**解析**:$y=\log_a(2x-3)+\frac{\sqrt{2}}{2}$的图象恒过 $P\left(2,\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$,

令 $f(x)=x^\alpha$,

$\therefore\frac{\sqrt{2}}{2}=2^\alpha$,$\therefore\alpha=-\frac{1}{2}$.

$\therefore f(x)=x^{-\frac{1}{2}}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. 1

**解析**：由题可知 $m^2-3m+3=1$，则 $m=1$ 或 $m=2$，

当 $m=1$ 时，$y=x^{-1}$，图象不经过原点，

当 $m=2$ 时，$y=x$，图象过原点，$\therefore m=1$.

9. $\frac{1}{4}$

**解析**：若 $a>1$，有 $a^2=4$，$a^{-1}=m$，此时 $a=2$，$m=\frac{1}{2}$，

此时 $g(x)=-\sqrt{x}$ 在 $[0,+\infty)$ 上为减函数，不合题意，

若 $0<a<1$，有 $a^{-1}=4$，$a^2=m$，故 $a=\frac{1}{4}$，$m=\frac{1}{16}$，符合题意.

10. **解**：(1) $2x-1\geqslant 0$，$x\geqslant\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 定义域为 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$，值域为 $[0,+\infty)$.

在 $\left[\frac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递增.

(2) $x+2\neq 0$，$x\neq -2$，

$\therefore$ 定义域为 $(-\infty,-2)\cup(-2,+\infty)$，

值域为 $(-1,+\infty)$.

在 $(-\infty,-2)$ 上单调递增，在 $(-2,+\infty)$ 上单调递减.

11. **解**：设 $f(x)=x^{\alpha}$，则由题意得 $(\sqrt{2})^{\alpha}=2$，

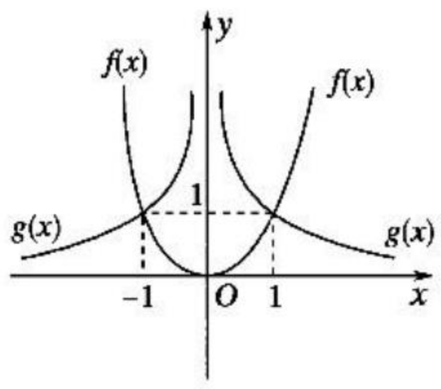
$\therefore \alpha=2$，即 $f(x)=x^2$.

再设 $g(x)=x^{\beta}$，则由题意得 $(-2)^{\beta}=\frac{1}{4}$，

$\therefore \beta=-2$，

即 $g(x)=x^{-2}$.

在同一坐标系中作出 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象，如图所示.




由图象可知

(1) 当 $x>1$ 或 $x<-1$ 时，$f(x)>g(x)$.

(2) 当 $x=\pm 1$ 时，$f(x)=g(x)$.

(3) 当 $-1<x<1$ 且 $x\neq 0$ 时，$f(x)<g(x)$.

12. **解**：(1) $\because f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数，

$\therefore \frac{3}{2}+k-\frac{1}{2}k^2>0$，得 $-1<k<3$.

$\because k\in\mathbf{Z}$，$\therefore k=0,1,2$.

当 $k=0$ 或 2 时，$f(x)=x^{\frac{3}{2}}$，不是偶函数，舍去；

当 $k=1$ 时，$f(x)=x^2$ 为偶函数.

$\therefore f(x)=x^2$.

(2) 由(1)得 $k=1$，

$\therefore$ 原不等式化为 $(a+1)^{-1}<(3-2a)^{-1}$，

$a$ 满足下列条件

$\begin{cases}a+1<0\\3-2a>0\end{cases}$ 或 $a+1>3-2a>0$ 或 $0>a+1>3-2a$，

解得 $\frac{2}{3}<a<\frac{3}{2}$ 或 $a<-1$.

## 3.4　函数的应用(Ⅱ)

### 基础知识点对点

1. D　2009 年底人均 GDP 为 $22\,640\times 1.09$(元)，

2010 年底人均 GDP 为 $22\,640\times 1.09^2$(元)，

…

2020 年底人均 GDP 为 $22\,640\times 1.09^{12}$(元).

故选 D.

2. $e^6-1$

**解析**：$v=12\ \text{km/s}=1.2\times 10^4\ \text{m/s}$，

代入 $v=2\,000\ln\left(1+\frac{M}{m}\right)$ 中得

$1.2\times 10^4=2\,000\ln\left(1+\frac{M}{m}\right)\Rightarrow\frac{M}{m}=e^6-1$，即燃料的质量与火箭的质量的比值是 $e^6-1$.

3. **解**：(1) 光线经过 1 块玻璃后强度为

$(1-10\%)k=0.9k$，

光线经过 2 块玻璃后强度为

$(1-10\%)\cdot 0.9k=0.9^2k$，

光线经过 3 块玻璃后强度为

$(1-10\%)\cdot 0.9^2k=0.9^3k$…

光线经过 $x$ 块玻璃后强度为 $0.9^xk$.

$\therefore y=0.9^xk(x\in\mathbf{N}^*)$.

(2) 由题意：$0.9^xk<\frac{k}{3}$，$\therefore 0.9^x<\frac{1}{3}$，

两边取对数，$x\lg 0.9<\lg\frac{1}{3}$.

$\because \lg 0.9<0$，$\therefore x>\frac{\lg\frac{1}{3}}{\lg 0.9}$，

$\because \frac{\lg\frac{1}{3}}{\lg 0.9}\approx 10.4$，$\therefore x_{\min}=11$.

$\therefore$ 通过 11 块玻璃以后，光线强度减弱到原来的 $\frac{1}{3}$ 以下.

### 课后拔高提能练

1. D　由题可知，这批设备的价值为 $a\cdot(1-b\%)^n$，故选 D.

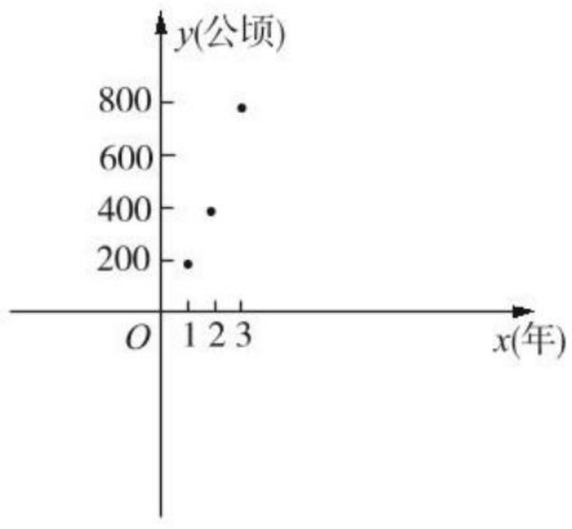
2. B

3. B　$x$ 年 $=\frac{x}{100}$ 百年，所以 $y=0.957\,6^{\frac{x}{100}}$，故选 B.

4. C　设原成本为 $a_0$，现成本为 $a$，依题意得

$a=a_0(1+20\%)^2(1-20\%)^2$，故现成本与原来相比，变化 $\frac{a-a_0}{a_0}\times 100\%\approx -8\%$. 故选 C.

5. C　作出 $y$ 关于年数 $x$ 的散点图，如图所示，依据散点图可知函数 $y=100\times 2^x$ 较为近似，故选 C.




6. D

7. 10.5%

**解析**：利用 $y=(1+p\%)^x$ 及对数函数的运算解题. 设原来的效益是 1，每年比上一年平均增长的百分数是 $x$，那么经过第一年的效益是 $1+x$，经过第二年的效益是 $(1+x)+(1+x)\cdot x=(1+x)^2$，…，经过五年的效



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

益是$(1+x)^5$，列方程为$(1+x)^5=1+65\%$，两边取对数：$5\lg(1+x)=\lg 1.65=0.217\ 5$.

$\therefore \lg(1+x)=\frac{1}{5}\times 0.217\ 5=0.043\ 5$，

$\therefore 1+x=1.105$，$x=0.105=10.5\%$.

8. 8

**解析**：设应该过滤$n$次，则$2\%\left(1-\frac{1}{3}\right)^n\leqslant 0.1\%$，$n\geqslant\frac{-1-\lg 2}{\lg 2-\lg 3}\approx\frac{-1.301\ 0}{-0.176\ 1}\approx 7.4$，即$n>7.4$，所以至少应该过滤8次才能使产品达到市场要求.

9. $-1$

10. **解**：(1)由题意知$l(x)=2\left(\frac{3.6\times 10^5}{x}+x\right)=\frac{720\ 000}{x}+2x$，

其定义域为$\{x|0<x<600\}$.

(2)设总费用为$y$百亿元，

则$y=l\cdot\frac{1}{x}=\left(\frac{720\ 000}{x}+2x\right)\cdot\frac{1}{x}=\frac{720\ 000}{x^2}+2$，

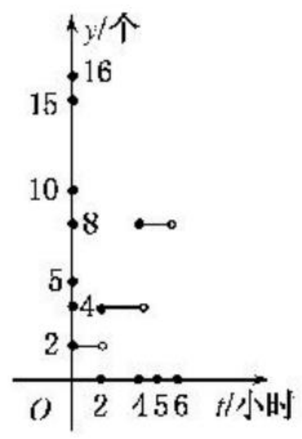
又因为$40\leqslant x\leqslant 50$，所以$1\ 600\leqslant x^2\leqslant 2\ 500$，

即$\frac{1}{2\ 500}\leqslant\frac{1}{x^2}\leqslant\frac{1}{1\ 600}$，

从而$290\leqslant y\leqslant 452$，即$350\in[290,452]$，从而可以完成任务.

11. **解**：(1)定义域为$[0,+\infty)$，值域为$\{y|y=2^n,n\in\mathbf{N}^*\}$.

(2)如图所示：




(3)$n$为偶数时，$y=2\times 2^{\frac{n}{2}}$，$n$为奇数时，$y=2\times 2^{\frac{n-1}{2}}$.

12. **解**：由单调性或代入验证可得，应选函数$Q=at^2+bt+c$，

由条件$\begin{cases}a+b+c=2,\\16a+4b+c=5,\\36a+6b+c=\frac{9}{2},\end{cases}$得$\begin{cases}a=-\frac{1}{4},\\b=\frac{9}{4},\\c=0.\end{cases}$

$\therefore Q=-\frac{1}{4}t^2+\frac{9}{4}t$.

又$Q=-\frac{1}{4}t^2+\frac{9}{4}t=-\frac{1}{4}\left(t-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{16}$.

$\therefore$当$t=\frac{9}{2}$时，$Q$的最大值是$\frac{81}{16}$，$\therefore$利润最大时的销量为4.5吨.

## 阶段质量评估卷(四)

1. C　由题可得$\begin{cases}3-x\geqslant 0,\\x+1>0,\end{cases}\therefore -1<x\leqslant 3$，故选C.

2. C　由$(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$可知$f(x)$在$(0,+\infty)$上是减函数，故选C.

3. C　若$f(x)=x^2$，$f(xy)=(xy)^2=x^2y^2=f(x)\cdot f(y)$，

若$f(x)=e^{\ln x}$，$f(xy)=e^{\ln(xy)}=e^{\ln x}\cdot e^{\ln y}=f(x)\cdot f(y)$，

若$f(x)=\log_2 x$，$f(xy)=\log_2(xy)=\log_2 x+\log_2 y=f(x)+f(y)$，故选C.

4. B　由$2^x=x^2+\frac{1}{2}$得$2^x-x^2-\frac{1}{2}=0$，令$f(x)=2^x-x^2-\frac{1}{2}$，

$f(1)=2-1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}>0$，

$f(2)=4-4-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}<0$，

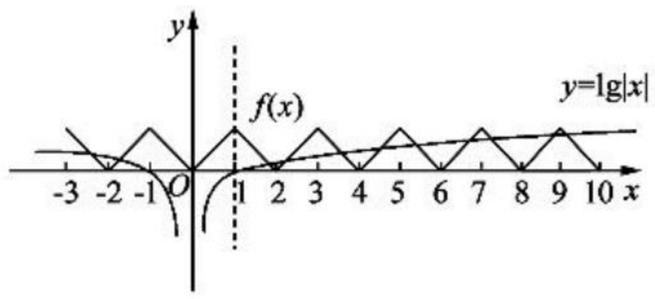
$f\left(\frac{3}{2}\right)=2^{\frac{3}{2}}-\frac{9}{4}-\frac{1}{2}>0$，$\therefore f\left(\frac{3}{2}\right)\cdot f(2)<0$，故选B.

5. A　由$x+\frac{m}{x}<4(x>0)$的解集为$\varnothing$，将不等式$x+\frac{m}{x}<4$，变形为$m<-x^2+4x$，则$g(x)=-x^2+4x(x>0)$的最大值为4，故$m\geqslant 4$时，$m<-x^2+4x$的解集为$\varnothing$.

6. C　由对数函数的性质可知$b=\log_2 0.3<0$，由指数函数的性质可知$0<a<1$，$c>1$，$\therefore b<a<c$，故选C.

7. D　由$M$中$y=\lg x$，$0<x<1$，得到$y<0$，即$M=(-\infty,0)$，由$N$中$y=\left(\frac{1}{10}\right)^x$，$x>1$，得到$0<y<1$，即$N=(0,1)$，则$M\cap N=\varnothing$，故选D.

8. C　由$g(x)=0$得$f(x)=\lg|x|$，即求函数$y=f(x)$与$y=\lg|x|$图象的交点个数，而$y=f(x)$是偶函数且图象关于直线$x=1$对称，由题意画出两个函数在$x>0$的图象如图所示，且两个都是偶函数，可知两函数图象交点个数为$2\times 9=18$个，故选C.




9. $2\sqrt{a}$

**解析**：$\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{(\sqrt{a})^3+(\sqrt{b})^3}{a-\sqrt{ab}+b}$

$=\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{a}+\sqrt{b}=2\sqrt{a}$.

10. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

**解析**：由题可知$\begin{cases}0<a<1,\\\log_a\frac{1}{2}>4^{\frac{1}{2}},\end{cases}$

$\therefore\frac{\sqrt{2}}{2}<a<1$.

11. 1

**解析**：由题意可得$m^2-9<0$，$\therefore -3<m<3$，

$\because m\in\mathbf{N}^*$，$\therefore m=1,2$，

若$m=1$，$y=x^{-8}$，图象关于$y$轴对称，

若$m=2$，$y=x^{-5}$，图象关于原点对称.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. **解**：(1) $\left(-3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}-5\times(0.2)^{\frac{1}{2}}+(\sqrt{5}+2)^{-1}+(\sqrt{2}+\sqrt{3})^{0}=\frac{4}{9}-\sqrt{5}+\sqrt{5}-2+1=-\frac{5}{9}$.

(2) $\left(2+\log_3\frac{32}{9}\right)\times\log_2 3+2\ln\sqrt{e}+2^{1+\log_2 3}=12$.

13. **解**：(1) $f(3x_0)=a^{3x_0}=(a^{x_0})^3=8$.

(2)因为 $0<a<1$，所以 $f(x)=a^x$ 单调递减；

所以 $2x^2-3x+1\geqslant x^2+2x-5$，解得 $x\leqslant 2$ 或 $x\geqslant 3$.

14. **解**：(1)由题可得 $\begin{cases}\frac{2-x}{2+x}\geqslant 0,\\ -x^2+4x-3>0,\end{cases}$ 解得 $1<x\leqslant 2$，

$\therefore M=(1,2]$.

(2)令 $2^x=t$，则 $t\in(2,4]$，

$\therefore y=3t^2+4at$，

当 $2<-\frac{2a}{3}\leqslant 4$，即 $-6\leqslant a<-3$ 时，$f(x)_{\min}=f\left(-\frac{2a}{3}\right)=-\frac{4a^2}{3}$.

当 $-\frac{2a}{3}>4$，即 $a<-6$ 时，$f(x)_{\min}=16a+48$.

$$\therefore f(x)_{\min}=\begin{cases}-\frac{4a^2}{3},-6\leqslant a<-3,\\ 16a+48,a<-6.\end{cases}$$

## 模块综合检测卷

1. C　$M\cap N=\{2,3\}$，故选 C.

2. B　$y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$，$y=|x-1|$ 在区间 $(0,1)$ 上是单调递减函数，故选 B.

3. A　由题得 $\log_{0.5}(4x-3)>0$，

$\therefore 0<4x-3<1$，$\therefore\frac{3}{4}<x<1$，故选 A.

4. D　当 $x=2$ 时，$y=a^0+1=2$，$\therefore$ 函数 $y=a^{x-2}+1$ 的图象必经过点 $(2,2)$，故选 D.

5. B　由 $f^{-1}(2)=9$ 知 $f(9)=2$，则 $\log_a 9=2$，即 $a^2=9$，又 $a>0$，得 $a=3$，故选 B.

6. C　当 $x>0$ 时，由 $f(x)>0$ 得 $2^x-4>0$，得 $x>2$，

$\because$ 函数 $f(x)$ 是奇函数，

当 $x<0$ 时，$-x>0$，则 $f(-x)=2^{-x}-4=-f(x)$，

即 $f(x)=4-2^{-x}$，$x<0$，

当 $x<0$ 时，由 $f(x)>0$ 得 $4-2^{-x}>0$，得 $-2<x<0$，

即 $f(x)>0$ 的解为 $x>2$ 或 $-2<x<0$，

由 $x-1>2$ 或 $-2<x-1<0$，

得 $x>3$ 或 $-1<x<1$，

即 $\{x|f(x-1)>0\}$ 的解集为 $\{x|-1<x<1$ 或 $x<3\}$，故选 C.

7. C　$a=3^{0.4}>1$，$0<b=0.4^3<1$，$c=\log_{0.4}3<0$. 故选 C.

8. C　由函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+4x,x\geqslant 0,\\ 4x-x^2,x<0\end{cases}$ 的图象，知 $f(x)$ 在 **R** 上为增函数，故 $f(2-a^2)>f(a)$，即 $2-a^2>a$，解得 $-2<a<1$.

9. 0

**解析**：$f[f(-3)]=f(\lg 10)=f(1)=1+2-3=0$.

10. $21+\sqrt{3}$

**解析**：原式 $=5\times 4+\sqrt{3}+1=21+\sqrt{3}$.

11. 4 944

**解析**：当 $1\leqslant n\leqslant 9$ 时，$[\lg n]=0$，

当 $10\leqslant n\leqslant 99$ 时，$[\lg n]=1$，

当 $100\leqslant n\leqslant 999$ 时，$[\lg n]=2$，

当 $1\,000\leqslant n\leqslant 9\,999$ 时，$[\lg n]=3$，

故 $[\lg 1]+[\lg 2]+[\lg 3]+\cdots+[\lg 2\,017]=0\times 9+1\times 90+2\times 900+3\times 1\,018=90+1\,800+3\,054=4\,944$，故答案为 4 944.

12. **解**：令 $t=x^2+2x=x(x+2)$，

$\because x\in\left[-\frac{3}{2},0\right]$，$\therefore t\in[-1,0]$.

当 $0<a<1$ 时，$a^0\leqslant a^t\leqslant a^{-1}$，$1+b\leqslant y\leqslant b+\frac{1}{a}$，

依题意得 $\begin{cases}b+1=\frac{5}{2},\\ b+\frac{1}{a}=3,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{3},\\ b=\frac{3}{2}.\end{cases}$

当 $a>1$ 时，$a^{-1}\leqslant a^t\leqslant a^0$，$\therefore b+\frac{1}{a}\leqslant y\leqslant 1+b$，

依题意得 $\begin{cases}b+\frac{1}{a}=\frac{5}{2},\\ b+1=3,\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2,\\ b=2,\end{cases}$

综上知，$a=2$，$b=2$ 或 $a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{3}{2}$.

13. **解**：(1)①当 $0<x\leqslant 30$ 时，自驾群体人均通勤时间为 30 分钟，公交群体人均通勤时间为 40 分钟，此时公交群体人均通勤时间大于自驾群体人均通勤时间.

②当 $30<x<100$ 时，

令 $f(x)>40$，得 $2x+\frac{1\,800}{x}-90>40$.

解得 $0<x<20$ 或 $45<x<100$，

所以当 $45<x<100$ 时，自驾群体的人均通勤时间大于 40 分钟，此时公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间.

综上所述，当 $45<x<100$ 时，公交群体的人均通勤时间少于自驾群体的人均通勤时间.

(2)当 $0<x\leqslant 30$ 时，$g(x)=30x\%+40(1-x\%)=-0.1x+40$，

当 $30<x<100$ 时，$g(x)=\left(2x+\frac{1\,800}{x}-90\right)x\%+40(1-x\%)=0.02x^2-1.3x+58$，

所以 $g(x)=\begin{cases}-0.1x+40,0<x\leqslant 30,\\ 0.02x^2-1.3x+58,30<x<100,\end{cases}$

当 $0<x\leqslant 30$ 时，$-0.1x+40$ 是减函数，当 $30<x<100$ 时，对于 $0.02x^2-1.3x+58$，其对称轴是 $x=32.5$，

当 $30<x\leqslant 32.5$ 时，是减函数，当 $32.5<x<100$ 时，是增函数，

则 $g(x)$ 在 $(0,32.5]$ 上单调递减，在 $(32.5,100)$ 上单调递增.

表示当自驾群体的范围在 $(0,32.5\%]$ 时，上班族的人均通勤时间随自驾群体的增加而减少；当自驾群体占比为 32.5% 时，人均通勤时间为最小值；当自驾群体超过 32.5% 时，上班族的人均通勤时间随自驾群体的增多而增加.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

14. **解**:(1)证明:任取 $x_1,x_2\in[-1,1]$,且 $x_1<x_2$,
则 $f(x_1)-f(x_2)=f(x_1)+f(-x_2)$,
$\because\dfrac{f(x_1)+f(-x_2)}{x_1-x_2}>0$,$x_1-x_2<0$,
$\therefore f(x_1)-f(x_2)<0$. 则 $f(x)$是$[-1,1]$上的增函数.
(2)若 $f(x)<f\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)$,则$-1\leqslant x<\dfrac{1}{2}x+1\leqslant 1$,
解得 $x\in[-1,0]$,故不等式 $f(x)<f\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)$的解集为$[-1,0]$.
(3)要使 $f(x)\leqslant m^2-2am-2$ 对所有的 $x\in[-1,1]$,$a\in[-1,1]$恒成立,
只须 $f(x)_{\max}\leqslant m^2-2am-2$,即 $1\leqslant m^2-2am-2$ 对任意的 $a\in[-1,1]$恒成立,
亦即 $m^2-2am-3\geqslant 0$ 对任意的 $a\in[-1,1]$恒成立.
令 $g(a)=m^2-2am-3$,
只须 $\begin{cases}g(-1)=m^2+2m-3\geqslant 0,\\ g(1)=m^2-2m-3\geqslant 0,\end{cases}$
解得 $m\leqslant -3$ 或 $m\geqslant 3$.

# 第二部分　阶段检测

## 阶段测试一

1. D　$A\cup B=\{1,2,3,4\}$,故选 D.
2. B　$M\cap N=\{-2,-1,0\}$,故选 B.
3. C　$\complement_U A=\{1,2,3\}$,故选 C.
4. A　阴影部分在 $A\cup C$ 的补集内,又在 $B$ 内.
$\therefore$阴影部分表示的集合为$[\complement_U(A\cup C)]\cap B$.
5. C　由题得 $A=\{a\mid a=3k,k\in\mathbf{Z}\}$,$B=\{b\mid b=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$ $\therefore A\cap B=\varnothing$,故选 C.
6. A
7. A　$\because x^2+y^2\leqslant 3$,$\therefore x^2\leqslant 3$,$\because x\in\mathbf{Z}$,$\therefore x=-1,0,1$,
当 $x=-1$ 时,$y=-1,0,1$;
当 $x=0$ 时,$y=-1,0,1$;
当 $x=1$ 时,$y=-1,0,1$,
所以共有 9 个,选 A.
8. B　由题可知符合条件的 $M$ 有$\{a_1,a_2\}$,$\{a_1,a_2,a_4\}$,故选 B.
9. B　①空集是任何集合的子集;②若 $x\notin A$,则 $x$ 不一定属于 $A$ 的补集;③可用 Venn 图验证成立;④分析至少有一个元素 $a$,最多含有三个元素 $a,b,c$ 的集合的个数. 因为①③④都正确,故选 B.
10. C　$A\cap B=\{4\}$,$\therefore A\cap B$ 的子集有$\{4\}$,$\varnothing$,故选 C.
11. D　当 $a=0$ 时,$2x=0$,$x=0$,$A=\{0\}$,有两个子集.
当 $a\neq 0$ 时,$\Delta=4-4a^2=0$,$a=\pm 1$.
当 $a=1$ 时,$A=\{-1\}$.
当 $a=-1$ 时,$A=\{1\}$,$\therefore$均有两个子集.
$\therefore a$ 的值为 $0,\pm 1$,故选 D.
12. B　由题可知 $a\leqslant 1$,$b>4$,故选 B.
13. $-1$
**解析**:由题可知 $x\neq 0$,$x\neq 1$,由 $x^2=0$,得 $x=0$(舍去),由 $x^2=1$,得 $x=1$(舍去)或 $x=-1$,
由 $x^2=x$,得 $x=0$,$x=1$(舍去),所以 $x=-1$.
14. $\{(0,0)\}$
**解析**:$\complement_S A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=0\}=\{(x,y)\mid x=0$ 且 $y=0\}=\{(0,0)\}$.
15. 7 个
**解析**:集合 $A=\{0,1,2\}$ 的真子集有:$\varnothing$,$\{0\}$,$\{1\}$,$\{2\}$,$\{1,2\}$,$\{1,0\}$,$\{2,0\}$共 7 个.
16. 7 个
**解析**:具有伙伴关系的元素组有 $-1,1,2$ 和 $\dfrac{1}{2}$,则具有伙伴关系的集合为$\{1\}$,$\{-1\}$,$\left\{2,\dfrac{1}{2}\right\}$,$\{1,-1\}$,$\left\{1,\dfrac{1}{2},2\right\}$$\left\{-1,\dfrac{1}{2},2\right\}$,$\left\{1,-1,\dfrac{1}{2},2\right\}$,共 7 个.
17. **解**:(1)$A\cup B=\{x\mid 1\leqslant x<10\}$,
$(\complement_U A)\cap B=\{x\mid 7\leqslant x<10\}$.
(2)$\because A\cap C\neq\varnothing$,$\therefore a>1$.
18. **解**:(1)$A=\{x\mid(x-2)(x-3)=0\}=\{2,3\}$.
(2)因为 $A\subseteq B$,所以 $a=3$ 或 $2a-1=3$.
当 $a=3$ 时,$2a-1=5$,此时 $B=\{2,3,5\}$,符合题意;
当 $2a-1=3$,$a=2$ 时,不符合集合中元素的互异性特征,故舍去. 综上 $a=3$.
19. **解**:由 $A\cap B=\{3\}$,得 $a^2+2=3$ 或 $2a-2=3$.
当 $a^2+2=3$,得 $a=1$ 或 $a=-1$,
若 $a=-1$,则 $A=\{-4,-8,3\}$,$B=\{3,-4\}$,
$\therefore A\cap B=\{3,-4\}$,不符合题意;
若 $a=1$,则 $A=\{-2,-2,3\}$,不符合题意;
当 $2a-2=3$,$a=\dfrac{5}{2}$,$A=\left\{-\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2},3\right\}$,$B=\left\{\dfrac{33}{4},3\right\}$,符合题意.
$\therefore a=\dfrac{5}{2}$.
20. **解**:(1)由交集的概念易得 2 是方程 $2x^2+ax+2=0$ 和 $x^2+3x+2a=0$ 的公共解,则 $a=-5$,此时 $A=\left\{\dfrac{1}{2},2\right\}$,$B=\{-5,2\}$.
(2)由并集的概念易得 $U=A\cup B=\left\{-5,\dfrac{1}{2},2\right\}$.
由补集的概念易得 $\complement_U A=\{-5\}$,$\complement_U B=\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.
所以$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\left\{-5,\dfrac{1}{2}\right\}$.
(3)$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$的所有子集即为集合$\left\{-5,\dfrac{1}{2}\right\}$的所有子集:$\varnothing$,$\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$,$\{-5\}$,$\left\{-5,\dfrac{1}{2}\right\}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21. **解**:(1)由集合相等的定义知 $x^2-5x+9=3$,
$x^2-5x+6=0$,解之得 $x=2$ 或 $x=3$.
经检验,$x=2$ 或 3 都符合题意.

(2)$\because 2\in B, B\subsetneq A, \therefore \begin{cases} 2=x^2+ax+a, & ① \\ 3=x^2-5x+9, & ② \end{cases}$

解②得 $x=2$ 或 $x=3$.

把 $x=2$ 代入①得 $a=-\frac{2}{3}$;

把 $x=3$ 代入①得 $a=-\frac{7}{4}$.

经检验 $\begin{cases} a=-\frac{2}{3} \\ x=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-\frac{7}{4}, \\ x=3. \end{cases}$

(3)$\because B=C, \therefore \begin{cases} x^2+(a+1)x-3=3, & ① \\ x^2+ax+a=1. & ② \end{cases}$

由②得 $x^2+ax+a-1=0$,
$(x+1)(x+a-1)=0$,
$x_1=-1, x_2=1-a$.
把 $x_1=-1$ 代入①得 $a=-6$;
把 $x_2=1-a$ 代入①得 $a=-2$,则 $x_2=3$.
经检验 $\begin{cases} a=-6, \\ x=-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=-2, \\ x=3 \end{cases}$ 都符合题意.

22. **解**:$\because A=\{x\mid x^2+8x=0\}=\{0,-8\}$, $A\cup B=A$,
$\therefore B\subseteq A$.
当 $B=\varnothing$ 时,方程 $x^2+2(a+2)x+a^2-4=0$ 无解,
即 $\Delta=4(a+2)^2-4(a^2-4)<0$,得 $a<-2$.
当 $B=\{0\}$ 或 $\{-8\}$ 时,这时方程的判别式 $\Delta=4(a+2)^2-4(a^2-4)=0$,得 $a=-2$.
经验证 $a=-2$ 符合题意.
当 $B=\{0,-8\}$ 时,$\begin{cases} \Delta>0, \\ -2(a+2)=-8, \\ a^2-4=0, \end{cases}$ 可得 $a=2$.
综上可得 $a=2$ 或 $a\leqslant -2$.

## 阶段测试二

1. D　由题可得 $0\leqslant -2x+1\leqslant 4$, $\therefore -\frac{3}{2}\leqslant x\leqslant \frac{1}{2}$,
所以 $f(-2x+1)$ 的定义域为 $\left[-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right]$,故选 D.

2. B　当 $x=4$ 时,$y=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}\notin B$,故 $f: x\to y=\frac{2}{3}x$ 不是从 $A$ 到 $B$ 的映射,故选 B.

3. C　由 $f(x)=x^2-1$ 的图象可知 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上为减函数,在 $(0,+\infty)$ 上为增函数,
$\therefore f(x)=x^2-1$ 在 $(-1,1)$ 上不是减函数.

4. C　$\because x<1, f(x)=(x+1)^2$, $\therefore f(-1)=0$. 当 $m-1<1, m<2$ 时,
$f(m-1)=m^2=1, m=\pm 1$. 当 $m-1\geqslant 1, m\geqslant 2$ 时,
$f(m-1)=4-\sqrt{m-2}=1$, $\therefore m=11$,故选 C.

5. C　由 $y<0$ 恒成立,当 $a=0$ 时,$y=-4<0$ 恒成立,当 $a\neq 0$ 时,须满足 $\begin{cases} a<0, \\ \Delta=(-a)^2+16a<0, \end{cases}$ 解得 $-16<a<0$. $\therefore -16<a\leqslant 0$,故选 C.

6. D　由题得 $\begin{cases} a-3<0, \\ a>0, \\ a-3+5\geqslant 2a, \end{cases}$ $\therefore 0<a\leqslant 2$,故选 D.

7. A　当 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时,$8\leqslant 2x+6\leqslant 10$,当 $-1\leqslant x\leqslant 1$ 时,$6\leqslant x+7\leqslant 8$, $\therefore f(x)$ 的值域为 $[6,10]$,故 $f(x)_{\max}=10$, $f(x)_{\min}=6$,故选 A.

8. D　由题可知当 $a\neq 0$ 时,$-\frac{1}{a}\geqslant 4$, $\therefore -\frac{1}{4}\leqslant a<0$,当 $a=0$ 时,$f(x)=2x-3$ 在 $[-\infty,4)$ 是增函数,
$\therefore -\frac{1}{4}\leqslant a\leqslant 0$,故选 D.

9. D　设 $x>0$,$-x<0$,则 $f(-x)=-x+1=-f(x)$,
$\therefore f(x)=x-1$,
$\therefore f(x)=\begin{cases} x+1, x<0, \\ 0, x=0, \\ x-1, x>0. \end{cases}$
$\therefore f\left(-\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{1}{2}$,且 $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$,$(0,+\infty)$ 上为增函数.
$\therefore$①当 $x<0$ 时,由 $f(x)<\frac{1}{2}$ 得,$f(x)<f\left(-\frac{1}{2}\right)$,
$\therefore x<-\frac{1}{2}$;
②当 $x>0$ 时,由 $f(x)<\frac{1}{2}$ 得,$f(x)<f\left(\frac{3}{2}\right)$,
$\therefore 0<x<\frac{3}{2}$;
③当 $x=0$ 时,$f(0)=0<\frac{1}{2}$.
综上得,原不等式的解集为 $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left[0,\frac{3}{2}\right)$.

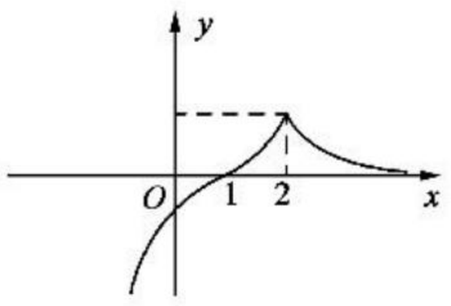
10. A　由题意可知,$f(x)$ 为偶函数,且在 $(-\infty,0]$ 上为增函数, $\therefore f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数.
$\because n+1>n>n-1$,
$\therefore f(n+1)<f(n)=f(-n)<f(n-1)$,故选 A.

11. B　令 $f(x)=x^2-2ax+a^2-4$,
$\because$ 方程 $x^2-2ax+a^2-4=0$ 的一个实根在区间 $(-1,0)$ 内,另一个实根大于 2,
$\therefore \begin{cases} f(-1)>0, \\ f(0)<0, \\ f(2)<0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a^2+2a-3>0, \\ a^2-4<0, \\ a^2-4a<0, \end{cases}$ 解得 $1<a<2$,故选 B.

12. C　$f(x)+f(2-x)=\frac{x+2}{x-1}+\frac{2-x+2}{2-x-1}=\frac{x+2}{x-1}-\frac{4-x}{x-1}=\frac{2x-2}{x-1}=2$.
令 $S=f\left(\frac{1}{101}\right)+f\left(\frac{2}{101}\right)+\cdots+f\left(\frac{201}{101}\right)$.
$\therefore 2S=\left[f\left(\frac{1}{101}\right)+f\left(\frac{201}{101}\right)\right]+\left[f\left(\frac{2}{101}\right)+f\left(\frac{200}{101}\right)\right]+\cdots+\left[f\left(\frac{201}{101}\right)+f\left(\frac{1}{101}\right)\right]=2\times 201$.
$\therefore S=201$,故选 C.

13. $[1,10]$
**解析**:$f(x)=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$.
当 $x=2$ 时,$f(x)_{\min}=1$,
当 $x=5$ 时,$f(x)_{\max}=10$,
$\therefore$ 函数的值域为 $[1,10]$.

14. $(0,1)$
**解析**:当 $x\geqslant 2$ 时,函数 $y=\frac{2}{x}$ 单调递减,当 $x<2$ 时,$y=(x-1)^3$ 单调递增,如图所示,欲使 $f(x)=k$ 有两个不同的实数根,需 $0<k<1$.






关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

15. 4

**解析**：$f(-2)=(-2)^2=4$.

16. $(1,4)$　$(1,3]\cup(4,+\infty)$

**解析**：由题意得 $\begin{cases}x\geqslant 2,\\x-4<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x<2,\\x^2-4x+3<0,\end{cases}$ 所以 $2\leqslant x<4$ 或 $1<x<2$，即 $1<x<4$，故不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(1,4)$，当 $\lambda>4$ 时，$f(x)=x-4>0$，此时由 $f(x)=x^2-4x+3=0$，得 $x=1$ 或 3，即在 $(-\infty,\lambda)$ 上有两个零点；当 $\lambda\leqslant 4$ 时，由 $f(x)=x-4=0$，得 $x=4$，由 $f(x)=x^2-4x+3$ 在 $(-\infty,\lambda)$ 上只能有一个零点得 $1<\lambda\leqslant 3$. 综上，$\lambda$ 的取值范围为 $(1,3]\cup(4,+\infty)$.

17. **解**：设 $x<0$，则 $-x>0$，$\therefore f(-x)=(-x)^2+(-x)-1=x^2-x-1$.

$\because f(x)$ 是奇函数，$\therefore f(-x)=-f(x)$，$\therefore f(x)=-x^2+x+1$，$\therefore$ 当 $x\in(-\infty,0)$ 时，$f(x)=-x^2+x+1$.

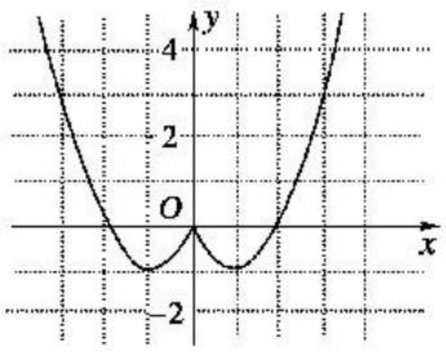
18. **解**：(1) $f(-4)=-2$，$f(3)=6$，$f[f(-2)]=f(0)=0$.

(2) 当 $a\leqslant -1$ 时，$a+2=10$，得 $a=8$，不符合；

当 $-1<a<2$ 时，$a^2=10$，得 $a=\pm\sqrt{10}$，不符合；

$a\geqslant 2$ 时，$2a=10$，得 $a=5$，所以，$a=5$.

19. **解**：(1) $f(x)$ 的图象如图所示.




(2) 由图得函数 $f(x)$ 的递减区间是 $(-\infty,-1)$，$(0,1)$；$f(x)$ 的递增区间是 $(-1,0)$，$(1,+\infty)$.

值域为 $\{y\mid y\geqslant -1\}$.

20. **解**：(1) $\because f(x)$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数，

$\therefore f(0)=b=0$.

得 $f(x)=\dfrac{\sqrt{a}x}{1+x^2}$，而 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{2}{5}\sqrt{a}=\dfrac{2}{5}$，$\therefore a=1$.

$\therefore a=1$，$b=0$.

(2) $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$，设 $x_1,x_2\in(-1,1)$ 且 $x_1<x_2$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=\frac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}.$$

$\because x_1,x_2\in(-1,1)$，且 $x_1<x_2$，

$\therefore x_1-x_2<0$，$x_1x_2<1$，$1-x_1x_2>0$，

$\therefore \dfrac{(x_1-x_2)(1-x_1x_2)}{(x_1^2+1)(x_2^2+1)}<0$，

$\therefore f(x_1)<f(x_2)$，

$\therefore f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上为增函数.

21. **解**：(1) 由题可得一次订购量为 $\dfrac{60-51}{0.02}+100=550$ 个.

(2) 设一次订购量为 $x$ 个，

则 $P=60-(x-100)\times 0.02=-0.02x+62\ (100<x\leqslant 550)$.

当 $x\leqslant 100$ 时，$P=60$，

$\therefore P=\begin{cases}60,x\leqslant 100,\\-0.02x+62,100<x\leqslant 550.\end{cases}$

(3) 设利润为 $y$，

则 $y=\begin{cases}20x,x\leqslant 100,\\(-0.02x+22)x,x>100.\end{cases}$

$\therefore$ 当 $x\leqslant 100$ 时，$20x\leqslant 2\ 000$，

当 $x>100$ 时，$(-0.02x+22)x=6\ 000$，

$\therefore x^2-1\ 100x+300\ 000=0$，

$\therefore x=500$ 或 $x=600$(舍).

$\therefore$ 当销售商一次订购 500 件时，该厂获利为 6 000 元.

22. **解**：(1) 令 $x=y=1$，则 $f(1)=f(1)+f(1)$，

$\therefore f(1)=0$.

(2) $\because f\left(\dfrac{1}{3}\right)=1$，$\therefore f\left(\dfrac{1}{9}\right)=f\left(\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\right)=f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(\dfrac{1}{3}\right)=2$，

$\therefore m=\dfrac{1}{9}$.

(3) $\because 2=f\left(\dfrac{1}{9}\right)$，$\therefore f(2-x)<f\left(\dfrac{1}{9}\right)$.

又由 $y=f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的减函数，

得 $\begin{cases}2-x>0,\\2-x>\dfrac{1}{9},\end{cases}$ $\therefore x<\dfrac{17}{9}$，$\therefore x\in\left(-\infty,\dfrac{17}{9}\right)$.

## 阶段测试三

1. C　$y=2^{-x}+1$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，故选 C.

2. D　由题可得 $3x-1>0$，$\therefore x>\dfrac{1}{3}$，故选 D.

3. A　$\because y=a^x\ (0<a<1)$ 是减函数，

则由 $a^m<a^n$，得 $m>n$，故选 A.

4. B　B 中 $f(x)=|x|=\begin{cases}x,x\geqslant 0,\\-x,x<0\end{cases}$ 与 $g(x)$ 是相等的两个函数，故选 B.

5. C　由 A 中 $2^{x+y}=8$，得 $x+y=3$①，由 B 中 $\log_4(x-y)=\dfrac{1}{2}$，得 $x-y=2$②，由①②得 $x=\dfrac{5}{2}$，$y=\dfrac{1}{2}$. 故选 C.

6. D　$x\lg 2.5=3$，$y\lg 0.25=3$，

$\therefore \dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{3}(\lg 2.5-\lg 0.25)=\dfrac{1}{3}\lg\dfrac{2.5}{0.25}=\dfrac{1}{3}$. 故选 D.

7. A　$\because f(x)$ 为奇函数，$\therefore f(0)=a-1=0$，得 $a=1$，

$\therefore f(x)=1-\dfrac{2}{2^x+1}$，

由 $f(x)=\dfrac{3}{5}$，得 $x=2$.

8. D　$2x-x^2=-(x-1)^2+1\leqslant 1$，

$\therefore \left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-x^2}\geqslant\dfrac{1}{2}$，

$\therefore y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{2x-x^2}$ 的值域是 $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$，故选 D.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

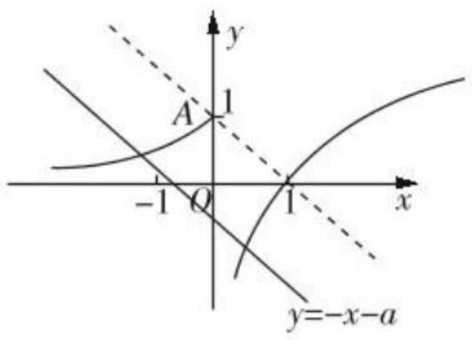
9. C　当 $x\in(-1,0)$ 时有 $f(x)>0$，可知 $0<a<1$，则函数 $u=|x+1|$ 的减区间即为 $f(x)$ 的增区间，故选 C.

10. B　$\because u(x)=3-ax$ 在 $[0,1]$ 上为减函数，

$y=\log_a(3-ax)$ 在 $[0,1]$ 上为减函数，

$\therefore a>1$，又 $3-ax>0$，$\therefore a<3$. $\therefore 1<a<3$，故选 B.

11. C　画出函数 $f(x)$ 的图象，如图所示，




再画出直线 $y=-x-a$，

由图象可知当直线过点 $A(0,1)$ 时，直线与函数 $f(x)$ 图象有两个交点，

并且向下移动时，都可以保证直线与函数 $f(x)$ 的图象有两个交点，即方程 $f(x)=-x-a$ 有两个解，也就是函数 $g(x)$ 有两个零点，

此时满足 $-a\leqslant 1$，即 $a\geqslant -1$，故选 C.

12. C　$\because f(x)$ 为偶函数，故 $b=0$，$\therefore f(x)=\log_a|x|$，

又 $\because f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上是递增函数，$\therefore 0<a<1$ 且 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数，则 $0<a+1<b+2$，

$\therefore f(a+1)>f(b+2)$.

13. $-\frac{1}{2}$　$3\sqrt{3}$

**解析**：$\log_2\frac{\sqrt{2}}{2}=\log_2 2^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$；

$2^{\log_2 3+\log_4 3}=2^{\log_2 3}\times 2^{\log_4 3}=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$.

14. $\frac{1}{3}$

**解析**：$g\left[g\left(\frac{1}{3}\right)\right]=g\left(\ln\frac{1}{3}\right)=e^{\ln\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$.

15. $-2$

**解析**：$f(x)+f(-x)=\ln(\sqrt{1+x^2}-x)+1+\ln(\sqrt{1+x^2}+x)+1=\ln(1+x^2-x^2)+2=2$，

$\therefore f(a)+f(-a)=2$，则 $f(-a)=-2$.

16. $a\geqslant 2$

**解析**：由题可得 $\begin{cases}2-a\leqslant 0,\\ \frac{3a}{2}>1,\\ \Delta=9a^2-16a>0,\\ 1-3a+4a>0,\end{cases}$

即 $\begin{cases}a\geqslant 2,\\ a>\frac{2}{3},\\ a<0\text{ 或 }a>\frac{16}{9},\\ a>-1,\end{cases}$

$\therefore a\geqslant 2$.

17. **解**：(1) $A=\{x|2x-m>0\}=\left\{x\middle|x>\frac{m}{2}\right\}$，

$B=\left\{x\middle|\begin{cases}3-x\geqslant 0\\ x-1>0\end{cases}\right\}=\{x|1<x\leqslant 3\}$，

若 $B\subseteq A$，则 $\frac{m}{2}\leqslant 1$，$\therefore m\leqslant 2$.

$\therefore$ 实数 $m$ 的取值范围是 $(-\infty,2]$.

(2) 若 $A\cap B=\varnothing$，则 $\frac{m}{2}\geqslant 3$，$\therefore m\geqslant 6$，

$\therefore$ 实数 $m$ 的取值范围是 $[6,+\infty)$.

18. **解**：(1) 原式 $=1+\frac{2}{3}+\sqrt{2}-1-\sqrt{2}=\frac{2}{3}$.

(2) 原式 $=0-\lg 3\cdot\frac{\lg 2}{\lg 3}-\lg 5=-\lg 2-\lg 5=-\lg 10=-1$.

19. **解**：(1) 解 $\log_2(x+2)=1$ 得 $x=0$，$\therefore A(0,1)$，

$\because AB=2$，$\therefore B(2,1)$.

把 $B(2,1)$ 代入 $g(x)$ 得 $\log_a 2=1$，$\therefore a=2$.

(2) $\because f(x)+g(x)=3$，$\therefore \log_2(x+2)+\log_2 x=\log_2[x(x+2)]=3$，

$\therefore x(x+2)=8$，解得 $x=-4$ 或 $x=2$.

由函数有意义得 $\begin{cases}x>0,\\ x+2>0,\end{cases}$ 解得 $x>0$.

$\therefore$ 方程 $f(x)+g(x)=3$ 的解为 $x=2$.

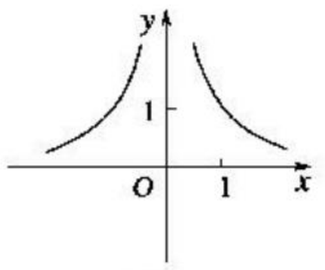
20. **解**：由条件得 $m^2-2m-3\leqslant 0$，$\therefore -1\leqslant m\leqslant 3(m\in\mathbf{Z})$.

又关于 $y$ 轴对称，$\therefore m^2-2m-3$ 为偶数.

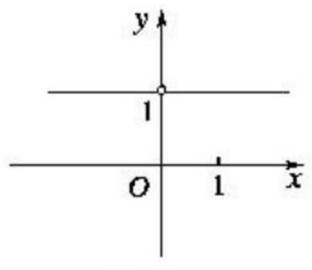
故 $m=-1$ 或 1 或 3.

当 $m=1$ 时，幂函数为 $y=x^{-4}$，其图象如图(1)所示.

当 $m=-1$ 或 $m=3$ 时，幂函数为 $y=x^0$，其图象如图(2)所示.



图(1)



图(2)

21. **解**：(1) 设 $x\in(-1,0)$，则 $-x\in(0,1)$. 由在 $(0,1)$ 上 $f(x)=\frac{2^x}{4^x+1}$，

知 $f(-x)=\frac{2^{-x}}{4^{-x}+1}=\frac{2^x}{4^x+1}$.

由 $f(x)$ 是奇函数，知 $-f(x)=\frac{2^x}{4^x+1}$，即函数 $f(x)=-\frac{2^x}{4^x+1}$.

故当 $x\in(-1,0)$ 时，$f(x)=-\frac{2^x}{4^x+1}$.

(2) 证明：设 $0<x_1<x_2<1$，

则 $f(x_2)-f(x_1)=\frac{2^{x_2}}{4^{x_2}+1}-\frac{2^{x_1}}{4^{x_1}+1}=\frac{(2^{x_1+x_2}-1)(2^{x_1}-2^{x_2})}{(4^{x_1}+1)(4^{x_2}+1)}$.

由 $0<x_1<x_2$，知 $2^{x_1}<2^{x_2}$，故 $2^{x_1}-2^{x_2}<0$.

又 $0<x_1<x_2<1$，知 $4^{x_1}+1>0$，$4^{x_2}+1>0$，$2^{x_1+x_2}-1>0$，故 $f(x_2)-f(x_1)<0$，从而 $f(x_2)<f(x_1)$.

因此 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上是减函数.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

22. **解**:(1)∵函数 $f(x)$的图象过 $P(3,4)$,

$\therefore 4=a^{3-1}$,$\therefore a^2=4$,$\therefore a=2$.

(2)$f\left(\lg\frac{1}{100}\right)=f(-2)$,$-2>-2.1$,

当 $a>1$ 时,$f(x)$为增函数,$\therefore f(-2)>f(-2.1)$,

$\therefore f\left(\lg\frac{1}{100}\right)>f(-2.1)$;

当 $0<a<1$ 时,$f(x)$为减函数,$\therefore f(-2)<f(-2.1)$,$\therefore f\left(\lg\frac{1}{100}\right)<f(-2.1)$.

(3)$f(\lg a)=a^{\lg a-1}=100$,$\therefore \lg a^{\lg a-1}=2$,

$\therefore \lg a(\lg a-1)=2$,

$\therefore \lg a=-1$ 或 $\lg a=2$,

$\therefore a=\frac{1}{10}$或 $a=100$.

## 阶段测试四

1. A $A=\{y\mid y=\log_2 x,x>1\}=\{y\mid y>0\}$,

$B=\left\{y\middle| y=\left(\frac{1}{2}\right)^x,x>1\right\}=\left\{y\middle| 0<y<\frac{1}{2}\right\}$,

$\therefore A\cap B=\left\{y\middle| 0<y<\frac{1}{2}\right\}$,故选 A.

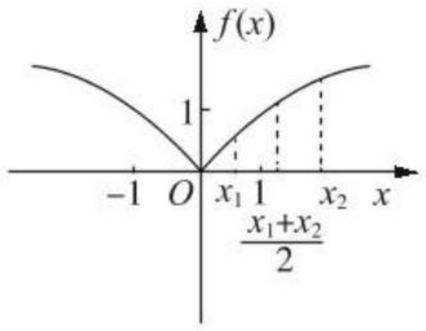
2. A $f(x+1)=x^2+1$,令 $x+1=t$,$\therefore x=t-1$.

$\therefore f(t)=(t-1)^2+1=t^2-2t+2$,$\therefore f(x)=x^2-2x+2$,则 $f(x-2)=(x-2)^2-2(x-2)+2=x^2-6x+10$.

故选 A.

3. D 当 $m=0$ 时,方程化为 $2x-1=0$ 符合题意;当 $m\neq 0$ 时,由题意得 $\Delta=4+4m=0$,得 $m=-1$.综上得 $m=0$ 或 $m=-1$.

4. A $f(x)=x^{\frac{4}{5}}$ 的图象如图所示,




$\therefore f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)>\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$,故选 A.

5. D 由题意可知,$\log_3 3<\log_3\frac{7}{2}<\log_3 9$,即 $1<a<2$,

$0<\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}<\left(\frac{1}{4}\right)^0$,即 $0<b<1$,$\log_{\frac{1}{3}}\frac{1}{5}=\log_3 5>\log_3\frac{7}{2}$,即$c>a$,综上可得 $c>a>b$.故选 D.

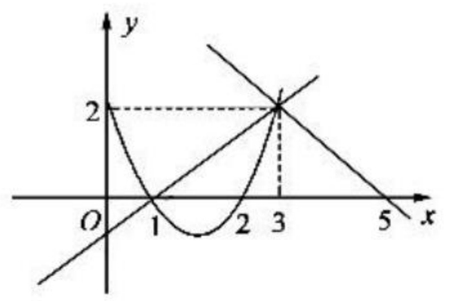
6. B 令 $f(x)=e^x-(x+2)$,若 $f(a)\cdot f(b)<0$,则在$(a,b)$内有零点.

由表知:$f(-1)<0$,$f(0)<0$,$f(1)<0$,$f(2)>0$,所以零点位于区间$(1,2)$,故答案为 B.

7. B

8. D 由题可得 $0<a^2-1<1$,$\therefore 1<a^2<2$,即 $1<|a|<\sqrt{2}$,故选 D.

9. D 在同一直角坐标系中画出 $y=x^2-3x+2$,$y=x-1$,$y=5-x$ 的图象,




由图象可知,

$f(x)=\begin{cases}x-1,x\leqslant 1,\\ x^2-3x+2,1<x\leqslant 3,\\ 5-x,x>3,\end{cases}$

$\therefore f(x)_{\max}=f(3)=2$.

10. B 由 $y=\log_a x$ 的图象可知 $y=\log_a x$ 过$(3,1)$点,

$\therefore \log_a 3=1$,$\therefore a=3$,

故 $y=x^3$ 的图象正确,故选 B.

11. B 函数 $y=\ln x$ 过定点$(1,0)$,$(1,0)$关于 $x=1$ 对称的点还是$(1,0)$,只有 $y=\ln(2-x)$过此点.

12. A 由题可知 $f(-x)=f(x)$,且 $xf(x+1)=(1+x)f(x)$,

令 $x=\frac{3}{2}$,则 $\frac{3}{2}f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{2}f\left(\frac{3}{2}\right)$,$\therefore f\left(\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{3}f\left(\frac{3}{2}\right)$,

令 $x=\frac{1}{2}$,则 $\frac{1}{2}f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}f\left(\frac{1}{2}\right)$,$\therefore f\left(\frac{3}{2}\right)=3f\left(\frac{1}{2}\right)$,

令 $x=-\frac{1}{2}$,则 $-\frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}f\left(-\frac{1}{2}\right)$,

$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)=0$,

$\therefore f\left(\frac{5}{2}\right)=0$,故选 A.

13. 2

**解析**:原式$=1-0.4+\frac{2}{5}+\lg 2+\lg 5=2$.

14. $\{1,3\}$

**解析**:∵实数 $a\in\left\{-2,-1,\frac{1}{2},1,3\right\}$,

$\therefore$当 $a=-1$ 时,函数 $y=x^{-1}$ 是定义域$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$上的奇函数,不满足题意;

当 $a=1$ 时,函数 $y=x$ 是定义域 **R** 上的奇函数,满足题意;

当 $a=3$ 时,函数 $y=x^3$ 是定义域 **R** 上的奇函数,满足题意;

$\therefore a$ 的取值集合为$\{1,3\}$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

15. $g(0)<f(2)<f(3)$

**解析**：由题可得 $f(-x)=-f(x)$，$g(-x)=g(x)$，

由 $f(x)-g(x)=e^x$，①

得 $f(-x)-g(-x)=e^{-x}$，

即 $-f(x)-g(x)=e^{-x}$，②

①－②得 $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$，$f(x)$ 为增函数，$\therefore f(2)<f(3)$.

①＋②得 $g(x)=-\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$，

$\therefore g(0)=-1$，$f(2)=\dfrac{e^2-e^{-2}}{2}>0$，$\therefore g(0)<f(2)<f(3)$.

16. $y=2^x$

**解析**：求这样的函数解析式只需从已学过的基本函数出发，一一对比，最后找出. 根据条件①知该函数为增函数，又由②知，在基本函数中只有 $y=a^x$ 满足这个条件. 由①②知，此函数为 $y=a^x$ 且 $a>1$.

17. **解**：(1) $B=\{y|y=2^x,2\leqslant x<3\}=\{y|4\leqslant y<8\}$，

$\therefore A\cap B=\{x|4\leqslant x<6\}$.

(2)若 $C\subseteq B$，则 $\begin{cases}a\geqslant 4,\\ a+1\leqslant 8,\end{cases}\therefore 4\leqslant a\leqslant 7$.

$\therefore$ 实数 $a$ 的取值范围为 $[4,7]$.

18. **解**：(1) $\because f(x)=\dfrac{x^2}{1+x^2}$，$x\in\mathbf{R}$，$\therefore f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{x^2}{1+x^2}+\dfrac{\frac{1}{x^2}}{1+\frac{1}{x^2}}=\dfrac{x^2}{1+x^2}+\dfrac{1}{1+x^2}$，

$\therefore f(x)+f\left(\dfrac{1}{x}\right)=1$.

(2)由(1)可得 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f\left(\dfrac{1}{3}\right)+f\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{7}{2}$.

19. **解**：(1)由 $f(2)<f(3)$，则 $-k^2+k+2>0$，解得 $-1<k<2$，又 $k\in\mathbf{N}$，则 $k=0$，或 $k=1$.

当 $k=0$，或 $k=1$ 时，$f(x)=x^2$.

(2)由 $g(x)=f(x)-2x+m=x^2-2x+m=(x-1)^2+m-1$，

当 $x\in[0,2]$ 时，作出函数图象得 $g(x)\in[m-1,m]$，

由已知 $g(x)$ 的值域为 $[2,3]$，则 $m=3$.

故存在这样的 $m$ 值，且 $m=3$.

20. **解**：$f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+mx^2$ 在 $(0,1)$ 上有溜点，

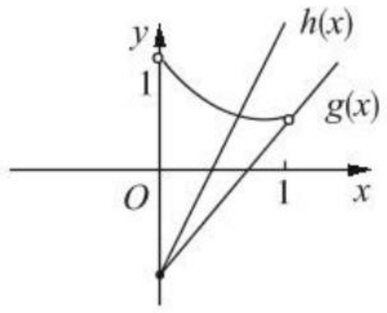
即 $f(x+1)=f(x)+f(1)$ 在 $(0,1)$ 上有解，

即 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}+m(x+1)^2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+mx^2+\dfrac{1}{2}+m$ 在 $(0,1)$ 上有解，

即 $4mx-1=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 在 $(0,1)$ 上有解，

即 $h(x)=4mx-1$ 与 $g(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ 的图象在 $(0,1)$ 上有交点.

如图所示，




只需 $h(1)>g(1)$，即 $4m-1>\dfrac{1}{2}$，$\therefore m>\dfrac{3}{8}$.

故实数 $m$ 的取值范围是 $\left(\dfrac{3}{8},+\infty\right)$.

21. **解**：(1)函数解析式为 $y=\begin{cases}\dfrac{1}{2}x^2,0<x\leqslant 2,\\ 2x-2,2<x\leqslant 5,\\ -\dfrac{1}{2}(x-7)^2+10,5<x\leqslant 7.\end{cases}$

(2) $\because f(x)<4$，$\therefore A=\{x|0<x<3\}$，

由 $A\subseteq B$，得 $\begin{cases}a+2\geqslant 3,\\ a-2\leqslant 0,\end{cases}$

$\therefore 1\leqslant a\leqslant 2$.

$\therefore a$ 的取值范围为 $\{a|1\leqslant a\leqslant 2\}$.

22. **解**：(1)由题意知 $\begin{cases}\dfrac{x}{3}=t,\\ y=s,\end{cases}$ 则 $\begin{cases}x=3t,\\ y=s.\end{cases}$

$\because$ 点 $(x,y)$ 在函数 $y=\log_2(x+1)$ 的图象上，

$\therefore s=\log_2(3t+1)$，

即：$y=g(x)=\log_2(3x+1)$.

(2)由 $g(x)\geqslant f(x)$，即 $\log_2(3x+1)\geqslant\log_2(x+1)$ 得

$\begin{cases}3x+1\geqslant x+1,\\ 3x+1>0,\\ x+1>0,\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geqslant 0,\\ x>-\dfrac{1}{3}\Rightarrow x\geqslant 0,\\ x>-1.\end{cases}$

$\therefore$ 使 $g(x)\geqslant f(x)$ 成立的 $x$ 的取值范围是 $x\geqslant 0$.

(3) $y=g(x)-f(x)=\log_2(3x+1)-\log_2(x+1)=\log_2\dfrac{3x+1}{x+1}=\log_2\left(3-\dfrac{2}{x+1}\right)$，

$\because x\geqslant 0$，$\therefore 1\leqslant 3-\dfrac{2}{x+1}<3$，

又 $\because y=\log_2 x$ 在 $x\in(0,+\infty)$ 上单调递增，

$\therefore$ 当 $x\geqslant 0$ 时，$y=\log_2\left(3-\dfrac{2}{x+1}\right)\geqslant\log_2 1=0$，

即 $y_{\min}=0$.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

责任编辑 李 莉 周建图 刘晓冬
美术编辑 李 欣
封面设计 欣 羽

# 45 分钟
# 课时作业与单元测试

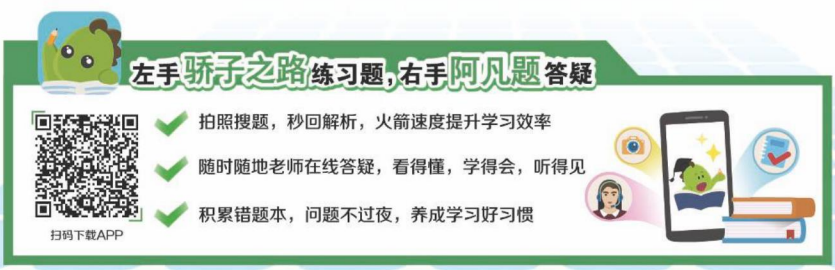
45FENZHONG KESHIZUOYEYUDANYUANCESHI SHUXUE

## 丛书科目

语文 数学 英语 物理 化学 生物 历史 地理 思想政治

同学们，你想了解丛书的更多信息吗？详情请登录 http://www.dfjc100.com

※ 各科配有教师用书及教学课件光盘 (word 文档可自主编辑)，英语配有原声磁带 / MP3 光盘。




手机扫一扫
获取配套学习资源

ISBN 978-7-202-08046-7
定价：36.00 元

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料