东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟 课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

教辅资料站
电子教辅　试卷练习
知识总结　备课资源
扫码关注获取更多学习资料

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

必修2 RJ·B

河北人民出版社

东方杰创®
DONGFANG JIECHUANG
让 学习更快乐，人生更精彩

骄子之路®
the Road to Pride
主　编：邓保沧

45分钟 课时作业与单元测试

活页
可拆开使用

提升＝基础＋能力＋方法
课时作业　基础自测·知能提升
阶段检测　梯度练习·评估达标
答案与解析　全解全析·点拨精准

数学

必修2　RJ·B

河北人民出版社
石家庄

微信公众号
教辅资料站
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

图书在版编目（CIP）数据

45分钟课时作业与单元测试：B版．数学．2：必修／邓保沧主编．－石家庄：河北人民出版社，2013.7（2019.6重印）
ISBN 978-7-202-08050-4

Ⅰ．①4… Ⅱ．①邓… Ⅲ．①中学数学课－高中－习题集
Ⅳ．①G634

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第194856号

编　委：李　雅　李　越　张瑞霞
天高云　蒋　敏　金剑飞

书　名　45分钟课时作业与单元测试　数学　必修2　B
主　编　邓保沧

责任编辑　李　莉　张艳茹
美术编辑　李　欣
封面设计　欣　羽

出版发行　河北人民出版社（石家庄市友谊北大街330号）
印　刷　河北伦洋印业有限公司
开　本　880毫米×1230毫米　1/16
印　张　6.5
字　数　208 000
版　次　2013年7月第1版　2019年6月第6次印刷
书　号　ISBN 978-7-202-08050-4
定　价　30.00元

版权所有　翻印必究

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

第一部分　课时作业

第一章　立体几何初步 …… 1

1.1　空间几何体 …… 1

1.1.1　构成空间几何体的基本元素 …… 1

1.1.2　棱柱、棱锥和棱台的结构特征 …… 3

1.1.3　圆柱、圆锥、圆台和球 …… 5

1.1.4　投影与直观图 …… 7

1.1.5　三视图 …… 9

1.1.6　棱柱、棱锥、棱台和球的表面积 …… 11

1.1.7　柱、锥、台和球的体积 …… 13

1.2　点、线、面之间的位置关系 …… 15

1.2.1　平面的基本性质与推论 …… 15

1.2.2　空间中的平行关系(一) …… 17

1.2.2　空间中的平行关系(二) …… 19

1.2.3　空间中的垂直关系(一) …… 21

1.2.3　空间中的垂直关系(二) …… 23

章末检测 …… 25

第二章　平面解析几何初步 …… 27

2.1　平面直角坐标系中的基本公式 …… 27

2.1.1　数轴上的基本公式 …… 27

2.1.2　平面直角坐标系中的基本公式 …… 29

2.2　直线的方程 …… 31

2.2.1　直线方程的概念与直线的斜率 …… 31

2.2.2　直线方程的几种形式 …… 33

第一课时　直线方程的点斜式 …… 33

第二课时　直线方程的两点式　一般式 …… 35

2.2.3　两条直线的位置关系 …… 37

2.2.4　点到直线的距离 …… 39

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



目录 CONTENTS

2.3 圆的方程 …… 41

2.3.1 圆的标准方程 …… 41

2.3.2 圆的一般方程 …… 43

2.3.3 直线与圆的位置关系 …… 45

2.3.4 圆与圆的位置关系 …… 47

2.4 空间直角坐标系 …… 49

2.4.1 空间直角坐标系 …… 49

2.4.2 空间两点的距离公式 …… 49

章末检测 …… 51

第二部分 阶段检测

阶段测试一(第一章 立体几何初步) …… 53

阶段测试二(第二章 平面解析几何初步) …… 57

阶段测试三(本册综合测试一) …… 61

阶段测试四(本册综合测试二) …… 65

第三部分 答案与解析

答案与解析 …… 70～100

提示:全书包括课时作业、阶段检测、答案与解析三部分,共计 104 页。

(根据教师教学情况不同,课时作业部分可在书中作答,也可撕下使用。)

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

第一章　立体几何初步

1.1　空间几何体

1.1.1　构成空间几何体的基本元素

学习目标

1. 理解点、直线、平面三个基本概念；
2. 掌握平面、长方体的画法.

1 基础知识点对点

知识点一　认识构成几何体的基本元素

1. 以下结论不正确的是　　(　　)

A. 平面上一定有直线　　B. 平面上一定有曲线

C. 曲面上一定无直线　　D. 曲面上一定有曲线

知识点二　长方体中基本元素间的位置关系

2. 下列关于长方体的叙述不正确的是　　(　　)

A. 将一个矩形沿竖直方向平移一段距离可形成一个长方体

B. 长方体中相对的面都相互平行

C. 长方体中某一底面上的高的长度就是两平行底面间的距离

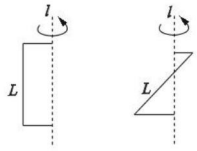
D. 两底面之间的棱互相平行且等长

3. 下列关于长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中点、线、面位置关系的说法中，正确的是_____.

①直线 AA_1 与直线 CC_1 平行；②直线 AA_1 与平面 C_1D_1DC 相交；③直线 AA_1 与平面 $ABCD$ 垂直；④点 A_1 与点 B_1 到平面 $ABCD$ 的距离相等.

知识点三　从运动的观点认识空间的几何体

4. 试画出图(1)(2)中 L 围绕 l 旋转一周形成的空间几何体.

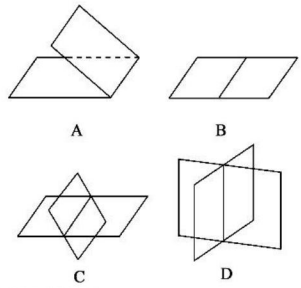


(1)　　(2)

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 下面表示两个平面相交的画法正确的是　　(　　)



A　　B

C　　D

2. 下列命题正确的是　　(　　)

A. 直线的平移只能形成平面

B. 直线绕定直线旋转肯定形成柱面

C. 直线绕定点旋转可以形成锥面

D. 曲线的平移一定形成曲面

3. 下列说法中正确的是　　(　　)

①几何中的点、直线都是抽象的概念，在现实世界中可以说是不存在的；②空间中并没有孤立的点、线、面，它们只是作为几何体的组成元素而共存于几何体中；③几何中画出的点不考虑它的大小；画出的线，不考虑它的粗细；画出的面，不考虑它的厚度和面积；④任何一个平面图形都是一个平面.

A. ①③　　B. ②③

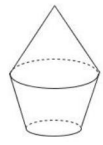
C. ①②③　　D. ①②③④

4. 有一个多面体，由四个面围成，每个面都是三角形，则这个几何体为　　(　　)

A. 四棱锥　　B. 四棱柱

C. 三棱锥　　D. 三棱柱

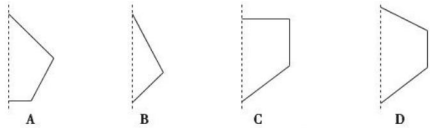
5. 下图中的几何体是由哪个平面图形旋转得到的　　(　　)



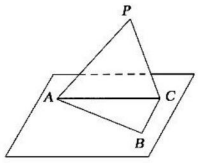
微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记



6. 如下图，点 P 是$\triangle ABC$ 所在平面外一点，连接 PA，PC，则图中共有既不相交也不平行的直线　(　　)

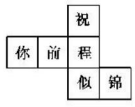


A. 2 对　　B. 3 对

C. 4 对　　D. 6 对

二、填空题

7. 水平放置的正方体的六个面分别用“前面、后面、上面、下面、左面、右面”表示. 右图是一个正方体的平面展开图，若图中的“似”表示正方体的前面，“锦”表示右面，“程”表示下面，则“祝”“你”“前”分别表示正方体的_____.



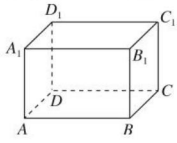
8. 关于长方体，下列说法中正确的是_____.

①长方体是由六个面围成的几何体；

②长方体可以看成一个矩形上各点沿铅垂线向上移动相同距离到另一个矩形所形成的几何体；

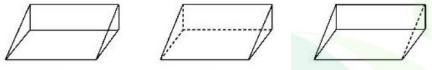
③长方体中的一个面与它的对面互相平行.

9. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中(如图所示)，和棱 A_1B_1 不相交的棱有_____条.



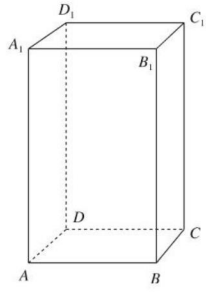
三、解答题

10. 如下图所示，观察下面的图形，指出它们表示的空间图形的不同之处.



11. 长方体的表面积为 52，且同一顶点的三棱长是三个连续的自然数，求这个长方体的体积.

12. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=2$，$BC=1$，$AA_1=4$，一只蚂蚁从 D_1 点出发，经 CC_1 到 B 点，求这只蚂蚁所经过的最短路程.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.2　棱柱、棱锥和棱台的结构特征

学习目标

1. 了解和认识多面体、棱柱、棱锥、棱台的结构特征，加深对这几种几何体的概念及性质的理解；
2. 了解凸多面体和平行六面体等的概念；
3. 掌握棱锥、棱台平行于底面的截面的性质.

1 基础知识点对点

知识点一　几何体的结构特征

1. 下列命题正确的是　　(　　)

A. 有两个面平行，其余各面都是四边形的几何体叫棱柱

B. 有两个面平行，其余各面都是平行四边形的几何体叫棱柱

C. 有两个面平行，其余各面都是四边形，并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行的几何体叫棱柱

D. 用一个平面去截棱锥，底面与截面之间的部分组成的几何体叫棱台

2. 下面四个说法：①长方体和正方体不是棱柱；②五棱柱中五条侧棱相等；③三棱柱中底面三条边都相等；④由若干个平面多边形围成的几何体叫做多面体. 其中正确说法的个数为　　(　　)

A. 0　　B. 2

C. 3　　D. 4

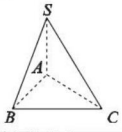
知识点二　简单几何体中的计算问题

3. 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都是 2，E，F 分别是 AB，A_1C_1 的中点，则 EF 的长是　　(　　)

A. 2　　B. $\sqrt{3}$

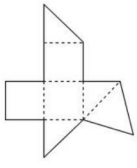
C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{7}$

4. 正三棱锥的高是 3 cm，底面积是 $9\sqrt{3}$ cm^2，则它的侧棱长是_____.



知识点三　多面体的展开图

5. 下图是一个简单多面体的表面展开图（沿图中虚线折叠即可还原），则这个多面体的顶点数为　　(　　)



A. 6　　B. 7

C. 8　　D. 9

6. 已知边长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，O 为上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心，E 为棱 A_1B_1 上一点，则 $AE+EO$ 的最小值是_____.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 平行六面体的侧棱与底面垂直，且底面又是正方形，则此平行六面体不一定是　　(　　)

A. 直平行六面体　　B. 正四棱柱

C. 长方体　　D. 正方体

2. 下面关于棱锥的说法正确的是　　(　　)

A. 有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体是棱锥

B. 底面是正多边形的棱锥是正棱锥

C. 正棱锥的侧棱不一定相等

D. 用平行于棱锥底面的平面去截棱锥得到的多边形与底面相似

3. 用一个平行于棱锥底面的平面截这个棱锥，截得的棱台上、下底面面积比为 1∶4，截去的棱锥的高是 3 cm，则棱台的高是　　(　　)

A. 12 cm　　B. 9 cm

C. 6 cm　　D. 3 cm

4. 设四个命题：

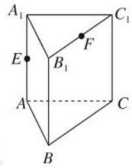
①底面是矩形的平行六面体是长方体；②棱长相等的直四棱柱是正方体；③有两个侧棱都垂直于底面中一边的平行六面体是直平行六面体；④体对角线相等的平行六面体是直平行六面体.

以上四个命题中，真命题的个数是　　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

5. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=BC=\sqrt{2}$，$BB_1=2$，$\angle ABC=90°$，E，F 分别为 AA_1，C_1B_1 的中点，沿棱柱的表面从 E 到 F 的最短路径的长度为　　(　　)



A. $2\sqrt{2}$　　B. $\frac{\sqrt{22}}{2}$

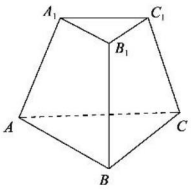
C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{14+4\sqrt{2}}}{2}$

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 如图，能推断这个几何体是棱台的是　　(　　)



A. $A_1B_1=2$，$AB=3$，$B_1C_1=3$，$BC=4$，$A_1C_1=4$，$AC=5$

B. $A_1B_1=1$，$AB=2$，$A_1C_1=2$，$AC=4$，$B_1C_1=1$，$BC=3$

C. $A_1B_1=AB$，$B_1C_1=BC$，$C_1A_1=CA$

D. $A_1B_1=5$，$AB=10$，$A_1C_1=12$，$AC=24$，$B_1C_1=13$，$BC=26$

二、填空题

7. 一个棱柱共有 10 个顶点，所有侧棱长的和为 100，则每条侧棱长为_____.

8. 已知一个长方体的表面积为 11，所有棱长之和为 24，则这个长方体的体对角线长为_____.

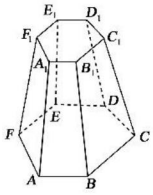
9. 一个正三棱锥 $P-ABC$ 的底面边长和侧棱长都是 4，E，F 分别是 BC，PA 的中点，则 EF 的长为_____.

三、解答题

10. 直平行六面体的侧棱长是 10 cm，底面相邻边长分别为 23 cm 和 11 cm，底面的两条对角线的比是 2∶3，求它的两个对角面的面积.

11. 正三棱台 $A'B'C'-ABC$ 上底面积为 4，下底面积为 64，上底面中心 O'，下底面中心 O，过 $O'O$ 的三等分点分别作平行于底面的截面. 求各截面面积.

12. 如图，已知正六棱台 $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的上、下底面边长分别为 2、8，侧棱长等于 9，求这个棱台的高和斜高.



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.3　圆柱、圆锥、圆台和球

学习目标

1. 理解圆柱、圆锥、圆台和球的有关概念，初步掌握运用旋转的观点去观察问题；
2. 理解这几种几何体的轴截面的概念和它在决定几何体时的重要作用.

1 基础知识点对点

知识点一　圆柱

1. 下列命题中错误的个数为（　　）

①矩形绕任何一条直线旋转都可以围成圆柱；②圆柱的母线是连接圆柱上底面上一点和下底面上一点的直线；③圆柱的轴是过圆柱上、下底面圆的圆心的直线；④矩形任意一条边所在的直线都可以作为轴，其他边绕其旋转形成圆柱.

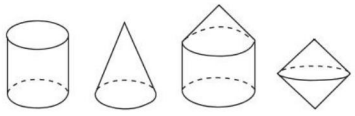
A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

2. 一个等边圆柱（底面直径等于高）的轴截面面积为4，则它的底面面积是_____.

知识点二　圆锥与圆台

3. 正方形绕其一条对角线所在直线旋转一周形成的几何体可能是（　　）



A　　B　　C　　D

4. 圆台轴截面的两条对角线互相垂直，且上下底面半径的比为3∶4，又其高为$14\sqrt{2}$，则圆台的母线长是_____.

知识点三　球

5. 过球的一条半径的中点，作垂直于该半径的截面，则截面的面积与球的一个大圆面积之比为（　　）

A. 1∶4　　B. 1∶2

C. 3∶4　　D. 2∶3

6. 半径是13 cm的球面上有A,B,C三点，并且$AB=BC=CA=12$ cm，试求球心到经过这三点的截面的距离.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 圆锥过轴的截面是（　　）

A. 圆　　B. 等腰三角形

C. 矩形　　D. 抛物线

2. 下列结论正确的是（　　）

A. 各个面都是三角形的几何体是三棱锥

B. 一平面截一棱锥得到一个棱锥和一个棱台

C. 棱锥的侧棱长与底面多边形的边长相等，则该棱锥可能是正六棱锥

D. 圆锥的顶点与底面圆周上的任意一点的连线都是母线

3. 下列命题中，正确的个数是（　　）

①球面上两点的球面距离就是连接这两点的线段长；②过球面上任意两点可作球的大圆无数个；③球是空间中与定点距离等于定长的所有点的集合；④球面上两点间的球面距离是球面上这两点间的最短距离.

A. 0个　　B. 1个

C. 2个　　D. 3个

4. 把一个圆锥截成圆台，若圆台的上、下底面半径的比是1∶4，圆台的母线长为10，则原来的圆锥母线长是（　　）

A. $\frac{10}{3}$　　B. $\frac{70}{3}$

C. $\frac{40}{3}$　　D. 13

5. 已知球的半径为2，相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆，若两圆的公共弦长为2，则两圆的圆心距等于（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

6. 圆台的两底面半径分别为2 cm和5 cm，母线长为5，则它的轴截面的面积为（　　）

A. 28　　B. 14

C. $\frac{35}{2}$　　D. 35

二、填空题

7. 一个等边圆柱（底面直径等于高）的轴截面面积是S，则它的一个底面面积是_____.

8. 正方体的全面积为a^2，它的顶点都在同一个球面上，这个球的半径是_____.

9. 圆台的母线长为$2a$，母线与轴的夹角为30°，一个底面圆的半径是另一个底面圆的半径的2倍，则两底面圆的半径分别为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 圆锥底面半径是 6，轴截面顶角是直角，过两条母线的截面截去底面圆周的$\frac{1}{6}$，求截面面积.

11. 将一个长为 2，宽为 1 的矩形，卷成一个圆柱，求这个圆柱的轴截面的面积.

12. 设圆锥底面半径为 1 cm，高为 $\sqrt{2}$ cm，求它的内接正方体的棱长.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.4　投影与直观图

学习目标

1. 了解中心投影和平行投影的主要特征和关系；
2. 会用斜二测画法画出简单空间图形的直观图，会画出某些建筑物或零件的直观图.

1 基础知识点对点

知识点一　平行投影与中心投影的概念和性质

1. 下列命题：

①空间图形在平行投影和中心投影后有不同的图形；

②正方形的直观图可能是平行四边形；

③空间图形经过中心投影后，直线变成直线，但平行的直线有可能变成相交的直线；

④互相垂直的两条直线的直观图一定是互相垂直的两条直线.

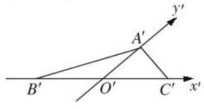
其中正确命题的个数为　　(　　)

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

知识点二　水平放置的平面图形的直观图

2. 如图，$\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 用“斜二测画法”画出的直观图，其中 $O'B'=O'C'=1$，$O'A'=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则 $\triangle ABC$ 是　(　　)



A. 等边三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 三边互不相等的三角形

3. 几何图形的直观图为等腰梯形，其底角为 45°，上底边长为 2，腰为 2，则这个几何图形的面积为_____.

知识点三　空间几何体的直观图

4. 有一个正六棱锥（底面为正六边形，侧面为全等的等腰三角形的棱锥），底面边长为 3 cm，高为 3 cm，画出这个正六棱锥的直观图.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 关于斜二测画法，下列说法不正确的是　　(　　)

A. 原图形中平行于 x 轴的线段，其对应线段平行于 x' 轴，长度不变

B. 原图形中平行于 y 轴的线段，其对应线段平行于 y' 轴，长度变为原来的 $\frac{1}{2}$

C. 在画与直角坐标系 xOy 对应的坐标系 $x'O'y'$ 时，$\angle x'O'y'$ 必须是 45°

D. 在画直观图时，由于选轴的不同，所得的直观图可能不同

2. 两条相交直线的平行投影是　　(　　)

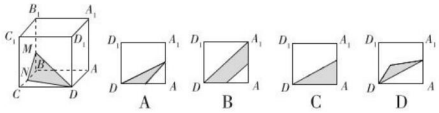
A. 两条相交直线

B. 一条直线

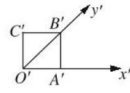
C. 一条折线

D. 两条相交直线或一条直线

3. 如下图在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N 分别是 BB_1，BC 的中点，则图中阴影部分在平面 ADD_1A_1 上的正投影（投射线垂直于投射面所得的平行投影）是　　(　　)



4. 一个平面四边形的斜二测画法的直观图是一个边长为 a 的正方形，则原平面四边形的面积等于　　(　　)



A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^2$　　B. $2\sqrt{2}a^2$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^2$

5. 如果一个三角形的平行投影仍是一个三角形，则下列结论正确的是　　(　　)

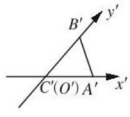
A. 内心的平行投影还是内心

B. 重心的平行投影还是重心

C. 垂心的平行投影还是垂心

D. 外心的平行投影还是外心

6. 如图，水平放置的 $\triangle ABC$ 的斜二测直观图是图中的 $\triangle A'B'C'$，已知 $A'C'=6$，$B'C'=4$，则 AB 边的实际长度是　　(　　)



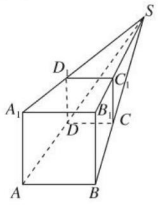
A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

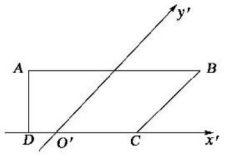
学习札记

二、填空题

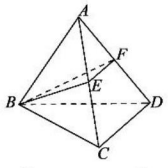
7. 如图，用中心投影法作出的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的透视图中，若只有一个点光源 S，且 $\frac{CC_1}{BB_1}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{C_1D_1}{B_1A_1}=$ _____.

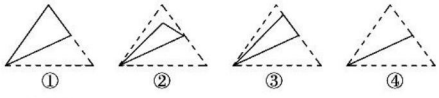


8. 如下图所示，$ABCD$ 是一平面图形的水平放置的斜二测直观图. 在斜二测直观图中，$ABCD$ 是一直角梯形，$AB\parallel CD$，$AD\perp CD$，且 BC 与 y' 轴平行. 若 $AB=6$，$AD=2$，则这个平面图形的实际面积是 _____.



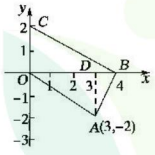
9. 如图，设四面体 $ABCD$ 各棱长均相等，E，F 分别为 AC，AD 的中点，则 $\triangle BEF$ 在该四面体的面 ABC 上的射影是如图中的_____.（填序号）



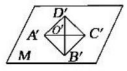


三、解答题

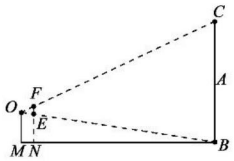
10. 用斜二测画法画出如图中水平放置的四边形 $OABC$ 的直观图.



11. 在水平放置的平面 M 内有一边长为 1 的正方形 $A'B'C'D'$，如图，其中对角线 $A'C'$ 在水平位置. 已知该正方形是某个四边形用斜二测画法画出的直观图，试画出该四边形的真实图形并求出其面积.



12. 如图，一座建筑物 A 的高为 BC，某人的眼睛位于点 O 处，他用一把长为 22 cm 的刻度尺 EF 在眼前适当地运动，使眼睛刚好看不到建筑物 A，这时量得眼睛和刻度尺的距离 MN 为 10 cm，眼睛距建筑物的距离 MB 为 20 m. 问：建筑物 A 多高？（假设刻度尺与建筑物平行）



微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.5　三视图

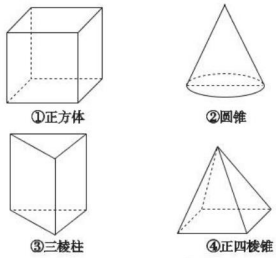
学习目标

1. 了解空间几何体的三视图的概念，初步认识简单几何体的三视图；
2. 理解并会画出空间几何体的三视图，并会由空间几何体的三视图画出空间几何体.

1 基础知识点对点

知识点一　空间几何体的三视图的画法

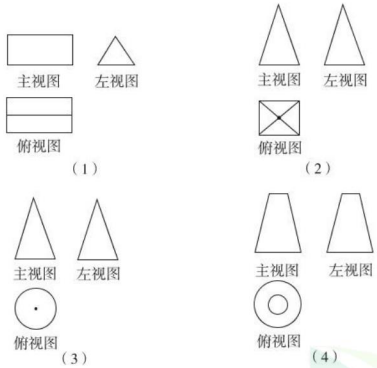
1. 下列几何体各自的三视图中，有且仅有两个视图相同的是（　　）



A. ①②　　B. ①③
C. ①④　　D. ②④

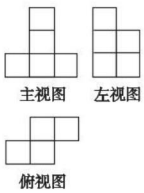
知识点二　由三视图想象空间几何体

2. 如图(1)、(2)、(3)、(4)为四个几何体的三视图，根据三视图可以判断这四个几何体依次分别为（　　）



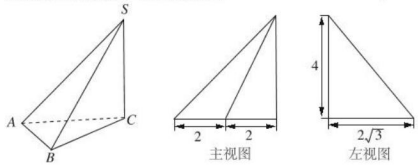
A. 三棱台、三棱柱、圆锥、圆台
B. 三棱台、三棱锥、圆锥、圆台
C. 三棱柱、正四棱锥、圆锥、圆台
D. 三棱柱、三棱台、圆锥、圆台

3. 由小正方体木块搭成的几何体的三视图如图所示，则该几何体由_____块小正方体木块搭成.



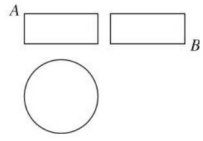
知识点三　三视图中的计算问题

4. 三棱锥 $S-ABC$ 及其三视图中的主视图和左视图如图所示，则棱 SB 的长为（　　）



A. $2\sqrt{11}$　　B. $16\sqrt{3}$
C. $\sqrt{38}$　　D. $4\sqrt{2}$

5. **(2018·全国卷Ⅰ)**某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图所示. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A，圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B，则在此圆柱侧面上，从 M 到 N 的路径中，最短路径的长度为（　　）

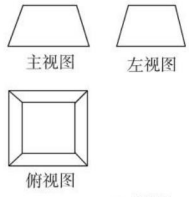


A. $2\sqrt{17}$　　B. $2\sqrt{5}$
C. 3　　D. 2

2 课后拔高提能练

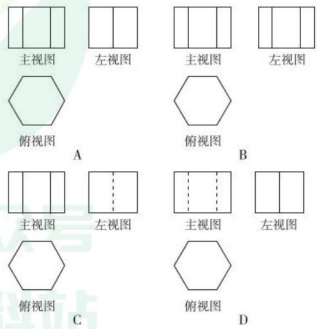
一、选择题

1. 有一个几何体的三视图如图所示，这个几何体应是一个（　　）



A. 棱台　　B. 棱锥
C. 棱柱　　D. 正四面体

2. 下列选项是正六棱柱的三视图，其中画法正确的是（　　）

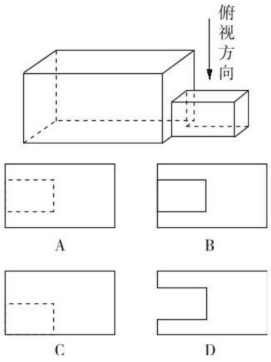


微信公众号
教辅资料站

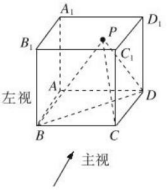
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

3.（2018·全国卷Ⅲ）中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来，构件的凸出部分叫榫头，凹进部分叫卯眼，图中木构件右边的小长方体是榫头．若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体，则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是　　（　　）

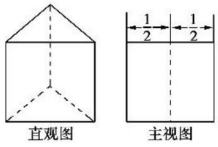


4. 如图，在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 P 是平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内一点，则三棱锥 $P-BCD$ 的主视图与左视图的面积之比为（　　）



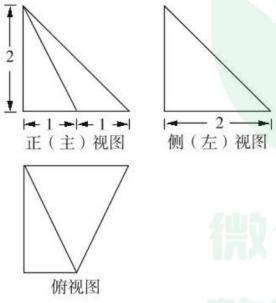
A. 1∶1
B. 2∶1
C. 2∶3
D. 3∶2

5. 已知正三棱柱（侧棱与底面垂直，底面是正三角形）的高与底面边长均为 1，其直观图和主视图如图所示，则它的左视图的面积是　　（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. 1
C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6.（2018·北京卷）某四棱锥的三视图如图所示，在此四棱锥的侧面中，直角三角形的个数为　　（　　）

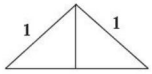


A. 1　　B. 2
C. 3　　D. 4

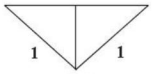
二、填空题

7. 下列命题：
①如果一个几何体的三视图是完全相同的，则这个几何体是正方体；
②如果一个几何体的主视图和俯视图都是矩形，则这个几何体是长方体；
③如果一个几何体的三视图都是矩形，则这个几何体是长方体；
④如果一个几何体的主视图和左视图都是等腰梯形，则这个几何体是圆台．
其中，真命题有_____个．

8. 把边长为 1 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起形成三棱锥 $C-ABD$ 的主视图与俯视图如图所示，则左视图的面积为_____．

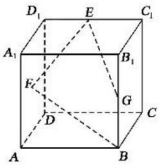


主视图



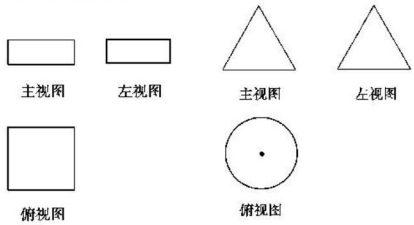
俯视图

9. 如右图，棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，若 E,G 分别为 C_1D_1，BB_1 的中点，F 是正方形 ADD_1A_1 的中心，则空间四边形 $BGEF$ 在正方体的六个面内射影图形的面积的最大值为_____．

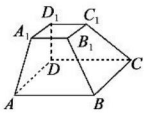


三、解答题

10. 如下图所示的是立体图形的三视图，请分别说出立体图形的名称．



11. 试画出如图所示的正四棱台（上、下底面均为正方形且侧棱都相等的四棱台）的三视图．



12. 如图是一个几何体的主视图和俯视图．
（1）试判断该几何体是什么几何体；
（2）画出其左视图，并求该平面图形（左视图）的面积．



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.6　棱柱、棱锥、棱台和球的表面积

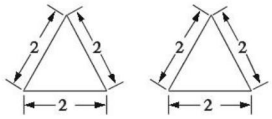
学习目标

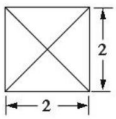
1. 了解正棱柱、正棱锥、正棱台的侧面积及表面积的定义；
2. 理解球、棱柱、棱锥、棱台的表面积的计算公式（不要求记忆）.

基础知识点对点

知识点一　多面体的侧面积和表面积

1. 如下图是一个空间几何体的三视图，则该几何体的全面积为（　　）

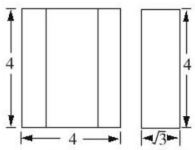


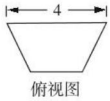


A. 12　　B. 16

C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}+4$　　D. $4\sqrt{3}+4$

2. 已知某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是腰长为 2 的等腰梯形，则该几何体的全面积为（　　）



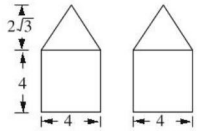


A. $40+6\sqrt{3}$　　B. $40+12\sqrt{3}$

C. $12\sqrt{3}$　　D. $24\sqrt{3}$

知识点二　旋转体的侧面积和表面积

3. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为（　　）

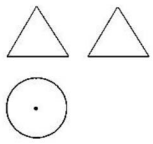




A. 20π　　B. 24π

C. 28π　　D. 32π

4. 如图，一个空间几何体的主视图和左视图都是边长为 1 的正三角形，俯视图是一个圆，那么这个几何体的侧面积为（　　）

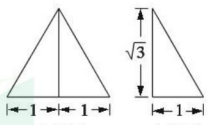


A. $\frac{\pi}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$　　D. $\frac{\pi}{2}$

知识点三　球与组合体的表面积

5. 一个几何体的三视图如图所示，则这个几何体的外接球表面积为（　　）





A. $\frac{16\pi}{3}$　　B. $\frac{8\pi}{3}$

C. $4\sqrt{3}\pi$　　D. $2\sqrt{3}\pi$

6. 如果两个球的体积之比为 8∶27，那么两个球的表面积之比为（　　）

A. 8∶27　　B. 2∶3

C. 4∶9　　D. 2∶9

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2 课 后 拔 高 提 能 练

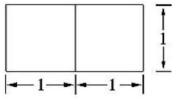
一、选择题

1. 一个高为 2 的圆柱，底面周长为 2π，该圆柱的表面积为（　　）

A. 2π　　B. 3π

C. 8π　　D. 6π

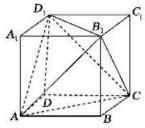
2. 若一个底面是正三角形的三棱柱的主视图如图所示，则其侧面积等于（　　）



A. $\sqrt{3}$　　B. 2

C. $2\sqrt{3}$　　D. 6

3. 如右图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，三棱锥 D_1-AB_1C 的表面积与正方体的表面积的比为（　　）



A. $1:\sqrt{2}$

B. $1:\sqrt{3}$

C. $1:2$

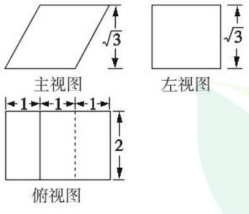
D. $\sqrt{3}:2$

4. 已知某正方体的外接球的表面积是 16π，则这个正方体的棱长是（　　）

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为（　　）



A. $8+2\sqrt{3}$　　B. $8+8\sqrt{3}$

C. $12+4\sqrt{3}$　　D. $16+4\sqrt{3}$

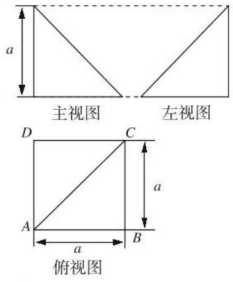
6. 圆柱的底面积为 S，侧面展开图为一个正方形，那么这个圆柱的侧面积是（　　）

A. $4\pi S$　　B. $2\pi S$

C. πS　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi S$

二、填空题

7. 四棱锥 $P-ABCD$ 的顶点 P 在底面 $ABCD$ 中的投影恰好是 A，其三视图如图所示，则四棱锥 $P-ABCD$ 的表面积为_____.

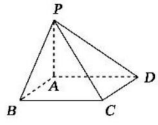


8. 已知正四棱台上、下底面边长分别为 2 cm 和 4 cm，它的侧面积等于两底面面积之和，则它的斜高为_____，高为_____.

9. 空间四个点 P,A,B,C 在同一球面上，PA,PB,PC 两两垂直，但 $PA=PB=PC=a$，那么这个球的表面积是_____.

三、解答题

10. 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是面积为 9 的矩形，且 $\angle PAB=\angle PAD=90°$，$\angle PBA=60°$，$\angle PDA=30°$，求四棱锥的全面积.



11. 已知圆台的母线长为 4 cm，母线与轴的夹角为 $30°$，上底面半径是下底面半径的 $\frac{1}{2}$，求这个圆台的侧面积.

12. 点 A,B,C 是球面上三点，已知 $AB=18$ cm，$BC=24$ cm，$AC=30$ cm，且球心到平面 ABC 的距离为球半径的一半，求球的表面积.

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.1.7　柱、锥、台和球的体积

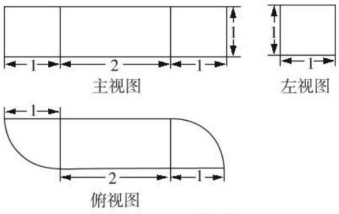
学习目标

1. 了解柱、锥、台、球的体积的计算公式；
2. 掌握空间几何体的体积，并能在与实际生活有关的具体问题中进行应用.

1 基础知识点对点

知识点一　柱体的体积

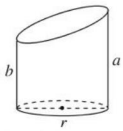
1. **(2017·山东卷)** 由一个长方体和两个$\frac{1}{4}$圆柱体构成的几何体的三视图如图，则该几何体的体积为_____.



主视图　　左视图

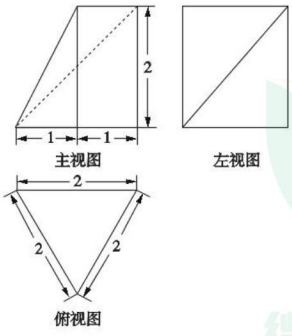
俯视图

2. 如图，已知底面半径为r的圆柱被一个平面所截，剩下部分母线长的最大值为a，最小值为b，那么圆柱被截后剩下部分的体积是_____.



知识点二　锥体与台体的体积

3. 已知一个几何体的三视图及有关数据如图所示，则该几何体的体积为　　(　　)



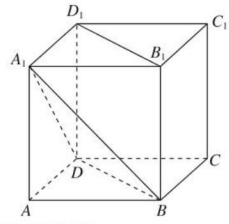
主视图　　左视图

俯视图

A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4. **(2018·天津卷)** 如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为1，则四棱锥$A_1-BB_1D_1D$的体积为_____.



知识点三　球与组合体

5. 等体积的球与正方体，它们的表面积的大小关系是　　(　　)

A. $S_{球}>S_{正方体}$　　B. $S_{球}=S_{正方体}$

C. $S_{球}<S_{正方体}$　　D. 不能确定

6. 已知正三棱柱的棱长均为2，则其外接球体积为_____.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 半径为R的半圆卷成一个圆锥，圆锥的体积为(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi R^3$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi R^3$

C. $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi R^3$　　D. $\frac{1}{6}\pi R^3$

2. 平面α截球O的球面所得圆的半径为1，球心O到平面α的距离为$\sqrt{2}$，则此球的体积为　　(　　)

A. $\sqrt{6}\pi$　　B. $4\sqrt{3}\pi$

C. $4\sqrt{6}\pi$　　D. $6\sqrt{3}\pi$

3. 正方体的内切球与其外接球的体积之比为　　(　　)

A. $1:\sqrt{3}$　　B. $1:3$

C. $1:3\sqrt{3}$　　D. $1:9$

4. **(2017·全国卷Ⅲ)** 已知圆柱的高为1，它的两个底面的圆周在直径为2的同一个球的球面上，则该圆柱的体积为　　(　　)

A. π　　B. $\frac{3\pi}{4}$

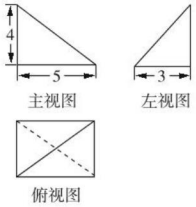
C. $\frac{\pi}{2}$　　D. $\frac{\pi}{4}$

微信公众号 教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5.（2017·北京卷）某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（　　）



A. 60　　B. 30

C. 20　　D. 10

6.（2018·全国卷Ⅲ）设 A,B,C,D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点，$\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$，则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为（　　）

A. $12\sqrt{3}$　　B. $18\sqrt{3}$

C. $24\sqrt{3}$　　D. $54\sqrt{3}$

二、填空题

7. 已知棱台的上、下底面面积分别为 4，16，高为 3，则该棱台的体积为_____.

8. 若圆柱与圆锥的底面积相等，高也相等，它们的体积分别为 V_1 和 V_2，则 $V_1:V_2=$_____.

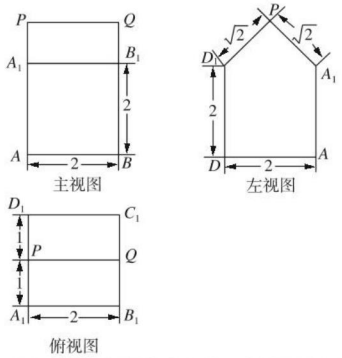
9. 在棱长为 1 的正方体上，分别用过其顶点的三条棱中点的平面截该正方体，则截去 8 个三棱锥后，剩下的凸多面体的体积是_____.

三、解答题

10. 已知正三棱锥的侧面积为 $18\sqrt{3}$ cm^2，高为 3 cm，求它的体积.

11. 已知一个圆锥体有一个内接圆柱，且圆柱底面面积为圆锥底面面积的 $\frac{1}{4}$，现已知圆柱体积为 V，求圆锥的体积.

12. 如图，已知某几何体的三视图如下（单位：cm）：



(1) 画出这个几何体的直观图（不要求写画法）；

(2) 求这个几何体的表面积及体积.

微信公众号
教辅资料站

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.2　点、线、面之间的位置关系

1.2.1　平面的基本性质与推论

学习目标

1. 理解平面的性质和推论，会用它们论证共面、共点、共线问题；
2. 了解异面直线的概念，能确定两条直线的位置关系；
3. 能正确运用符号语言描述点、直线、平面之间的位置关系.

1 基础知识点对点

知识点一　用图形符号语言表示点、线、面之间的位置关系

1. 文字语言叙述“平面内有一条直线，则这条直线上的一点必在这个平面内”用符号表述是　（　）

A. $\left.\begin{matrix}a\subset\alpha\\A\subset a\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\subset\alpha$　　B. $\left.\begin{matrix}a\subset\alpha\\A\in a\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\in\alpha$

C. $\left.\begin{matrix}a\in\alpha\\A\subset a\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\in\alpha$　　D. $\left.\begin{matrix}a\in\alpha\\A\in a\end{matrix}\right\}\Rightarrow A\subset\alpha$

2. 若直线 $a\subset$ 平面 α，直线 $b\subset$ 平面 α，$M\in a$，$N\in b$，$M\in l$，$N\in l$，则　（　）

A. $l\subset\alpha$　　B. $l\not\subset\alpha$

C. $l\cap\alpha=M$　　D. $l\cap\alpha=N$

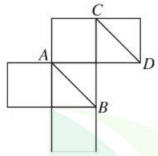
知识点二　平面的基本性质

3. 空间中，可以确定一个平面的条件是　（　）

A. 两条直线　　B. 一点和一条直线

C. 一个三角形　　D. 三个点

4. 如图，将无盖正方体纸盒展开，直线 AB，CD 在原正方体中的位置关系是　（　）



A. 平行

B. 相交成 60°

C. 相交且垂直

D. 异面直线

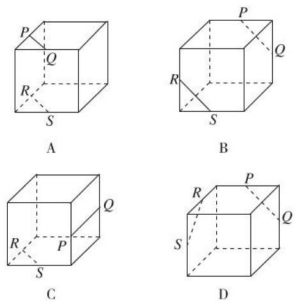
知识点三　异面直线

5. 长方体的一条体对角线与长方体的棱所组成的异面直线有　（　）

A. 2 对　　B. 3 对

C. 6 对　　D. 12 对

6. 如图所示，点 P，Q，R，S 分别在正方体的四条棱上，并且是所在棱的中点，则直线 PQ 与 RS 是异面直线的是　（　）



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 在下列命题中，不是公理的是　（　）

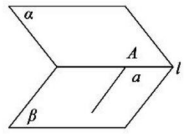
A. 平行于同一个平面的两个平面相互平行

B. 过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面

C. 如果一条直线上的两点在一个平面内，那么这条直线上所有的点都在此平面内

D. 如果两个不重合的平面有一个公共点，那么它们有且只有一条过该点的公共直线

2. 如图所示，用符号语言可表示为　（　）



A. $\alpha\cap\beta=l$，$a\subset\beta$，$a\cap l=A$

B. $\alpha\cap\beta=l$，$a\in\beta$，$a\cap l=A$

C. $\alpha\cap\beta=l$，$A\in l$，$A\subset a$，$a\in\beta$

D. $\alpha\cap\beta=l$，$a\in\beta$，$A\in a$，$A\in l$

3. 空间四个点 A、B、C、D 共面而不共线，则这四点中　（　）

A. 必有三点共线　　B. 必有三点不共线

C. 至少有三点共线　　D. 不可能有三点共线

4. 已知 m，n 为异面直线，$m\subset$ 平面 α，$n\subset$ 平面 β，$\alpha\cap\beta=l$，则 l　（　）

A. 与 m，n 都相交

B. 与 m，n 中至少一条相交

C. 与 m，n 都不相交

D. 与 m，n 中的一条相交

5. 给出下列命题：

(1)和直线 a 都相交的两条直线在同一平面内；

(2)三条两两相交的直线在同一平面内；

(3)有三个不同公共点的两平面重合；

(4)两两平行的三条直线确定三个平面.

其中正确的命题的个数是　（　）

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

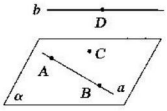
学习札记

A. 0　　B. 1
C. 2　　D. 3

6. 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，既与 AB 共面也与 CC_1 共面的棱的条数为（　　）
A. 3　　B. 4
C. 5　　D. 6

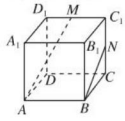
二、填空题

7. 如图，请你用符号表示以下各叙述：



(1)点 A，B 在直线 a 上：_____；
(2)直线 a 在平面 α 内：_____，点 C 在平面 α 内：_____；
(3)点 D 不在平面 α 内：_____；直线 b 不在平面 α 内：_____.

8. 如图所示，正方体 $ABCD-AB_1C_1D_1$ 中，M，N 分别为棱 C_1D_1，C_1C 的中点，有以下四个结论：①直线 AM 与 CC_1 是相交直线；②直线 AM 与 BN 是平行直线；③直线 BN 与 MB_1 是异面直线；④直线 MN 与 AC 是相交直线，其中正确的结论为_____.

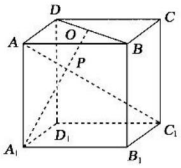


9. 有下面几种说法：
①如果一条线段的中点在一个平面内，那么它的两个端点也在这个平面内；
②两组对边分别相等的四边形是平行四边形；
③两组对边分别平行的四边形是平行四边形；
④四边形有三条边在同一平面内，则第四条边也在这个平面内；
⑤点 A 在平面 α 外，点 A 和平面 α 内的任意一条直线都不共面.
其中正确说法的序号是_____(把你认为正确的序号都填上).

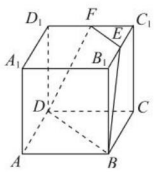
三、解答题

10. 已知平面 ABD 与平面 CBD 相交于直线 BD，直线 EF 与直线 GH 分别在已知的两个平面内且相交于点 M. 求证：点 M 在交线 BD 上.

11. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O 是 BD 的中点，对角线 AC_1 与过 A_1，B，D 的平面交于 P 点，求证：A_1，P，O 在同一直线上.



12. 如右图，棱长为 a 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 B_1C_1，C_1D_1 的中点.
(1)求证：E，F，B，D 四点共面；
(2)求四边形 $EFDB$ 的面积.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.2.2　空间中的平行关系(一)

学习目标

1. 会用基本定理4、直线与平面平行的判定、性质定理进行简单的推理论证；
2. 理解直线与平面平行的判定定理及性质定理，并能解决一些简单的数学问题.

1 基础知识点对点

知识点一　平行关系中的概念辨析

1. 下面命题正确的个数是　　(　　)

①若直线 l 上有无数个点不在平面 α 内，则 $l\parallel\alpha$

②若直线 l 与平面 α 平行，则 l 与平面 α 内的任意一条直线平行

③如果两条平行线中的一条直线与某一平面平行，那么另一条也与这个平面平行

④若一直线 a 和平面 α 内一直线 b 平行，则 $a\parallel\alpha$

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

知识点二　线面平行的判定定理

2. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为 AA_1 中点，F 为 BB_1 的中点，则与 EF 平行的长方体的面有　　(　　)

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

3. 给出下列四个命题：

①直线 l 平行于平面 α 内的无数直线，则 $l\parallel\alpha$；

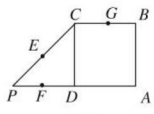
②若直线 l 在平面 α 外，则 $l\parallel\alpha$；

③若直线 $l\parallel b$，直线 $b\subset\alpha$，则 $l\parallel\alpha$；

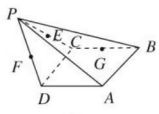
④若直线 $l\parallel b$，直线 $b\subset\alpha$，那么直线 l 就平行平面 α 内的无数条直线.

以上说法正确的是_____.(将正确说法的序号填在横线上)

4. 在如图(1)的平面图形中，$ABCD$ 为正方形，$\triangle CDP$ 为等腰直角三角形，E,F,G 分别是 PC,PD,CB 的中点，将 $\triangle PCD$ 沿 CD 折起，得到四棱锥 $P-ABCD$ 如图(2).



(1)

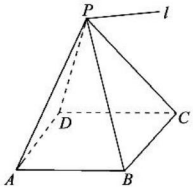


(2)

求证：在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AP\parallel$ 平面 EFG.

知识点三　线面平行的性质定理

5. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为平行四边形，且平面 $PAB\cap$ 平面 $PDC=l$，则　　(　　)

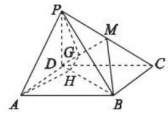


A. $l\parallel AD$　　B. $l\parallel BC$

C. $AB\parallel l$　　D. AB 与 l 异面

6. 如图，已知 $ABCD$ 是平行四边形，点 P 是平面 $ABCD$ 外一点，M 是 PC 的中点，在 DM 上取一点 G，过 G 和 AP 作平面交平面 BDM 于 GH.

求证：$AP\parallel GH$.



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 空间两条互相平行的直线指的是　　(　　)

A. 在空间没有公共点的两条直线

B. 分别在两个平面内的两条直线

C. 分别在两个不同的平面内且没有公共点的两条直线

D. 在同一平面内且没有公共点的两条直线

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

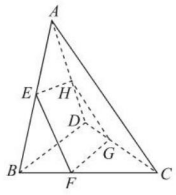
学习札记

2. 已知直线 l_1，l_2，平面 α，$l_1 /\!/ l_2$，$l_1 /\!/ \alpha$，那么 l_2 与平面 α 的关系是（　　）

A. $l_2 /\!/ \alpha$　　B. $l_2 \subset \alpha$

C. $l_2 /\!/ \alpha$ 或 $l_2 \subset \alpha$　　D. l_2 与 α 相交

3. 如图，在空间四边形 $ABCD$ 中，点 E、H 分别是边 AB、AD 的中点，F、G 分别是边 BC、CD 上的点，且 $\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$，则（　　）



A. EF 与 GH 互相平行

B. EF 与 GH 异面

C. EF 与 GH 的交点 M 可能在直线 AC 上，也可能不在直线 AC 上

D. EF 与 GH 的交点 M 一定在直线 AC 上

4. 下列命题（其中 a，b 表示直线，α 表示平面）中，正确的个数是（　　）

①若 $a /\!/ b$，$b \subset \alpha$，则 $a /\!/ \alpha$；②若 $a /\!/ \alpha$，$b /\!/ \alpha$，则 $a /\!/ b$；③若 $a /\!/ b$，$b /\!/ \alpha$，则 $a /\!/ \alpha$；④若 $a /\!/ \alpha$，$b \subset \alpha$，则 $a /\!/ b$.

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

5. 连接空间四边形 $ABCD$ 的两条对角线 AC，BD，若 M，N 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心，则（　　）

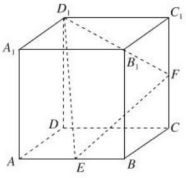
A. $MN /\!/ BD$

B. $MN /\!/ AC$

C. MN 和 BD 不平行

D. 直线 BM 与 DN 不相交

6. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别为棱 AB，CC_1 的中点，在平面 ADD_1A_1 内且与平面 D_1EF 平行的直线（　　）



A. 有 1 条

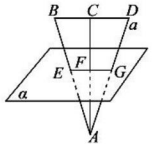
B. 有 2 条

C. 有无数条

D. 不存在

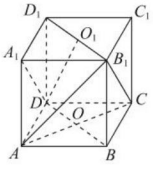
二、填空题

7. 如图所示，$a /\!/ \alpha$，A 是平面 α 另一侧的点，B，C，$D \in a$，线段 AB，AC，AD 交 α 于 E，F，G，若 $BD=4$，$CF=4$，$AF=5$，则 $EG=$ _____.



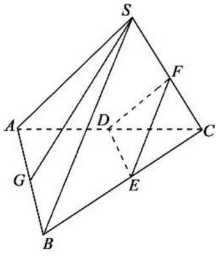
8. 给出下列条件：①$l /\!/ \alpha$；②l 与 α 至少有一个公共点；③l 与 α 至多有一个公共点. 能确定直线 l 在平面 α 外的条件的序号为 _____.

9. 如图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，O_1，O 分别为上、下底面的中心，在直线 DD_1，A_1D，A_1D_1，C_1D_1，O_1D 中，与平面 AB_1C 平行的直线有 _____.

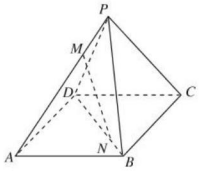


三、解答题

10. 如图所示，已知 S 是正三角形 ABC 所在平面外的一点，且 $SA=SB=SC$，SG 为 $\triangle SAB$ 上的高，D，E，F 分别是 AC，BC，SC 的中点，试判断 SG 与平面 DEF 的位置关系，并给予证明.

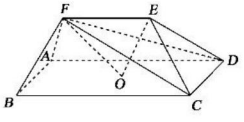


11. 如图，已知在正四棱锥 $P-ABCD$ 中，M，N 分别是 PA，BD 上的点，且 $PM:MA=BN:ND$. 求证：$MN /\!/$ 平面 PBC.



12. 如下图，在五面体 $ABCDEF$ 中，点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线的交点，$\triangle CDE$ 是等边三角形，棱 $EF \parallel \frac{1}{2}BC$.

求证：$FO /\!/$ 平面 CDE.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.2.2　空间中的平行关系(二)

学习目标

1. 理解平面与平面的位置关系；
2. 掌握平面与平面平行的判定定理及性质定理.

1 基础知识点对点

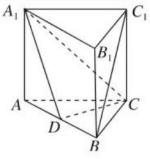
知识点一　平面与平面平行的判定

1. 已知 m,n 是不同的直线，α,β 是不重合的平面，给出下面三个命题：
①$\alpha\parallel\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则 $m\parallel n$；
②若 $m,n\subset\alpha$，$m\parallel\beta$，$n\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$；
③若 m,n 是两条异面直线，若 $m\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，$n\parallel\alpha$，$n\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$.
上面命题中，正确的序号为　　(　　)
A. ①②　　B. ①③
C. ②③　　D. ③

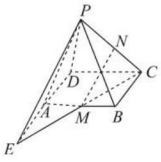
2. 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 为 BC 边上的中点，D_1 为 B_1C_1 边上的中点，连接 AD，DC_1，A_1B，AC_1，A_1D_1，BD_1. 求证：平面 $A_1BD_1\parallel$ 平面 ADC_1.

知识点二　平面与平面平行的性质

3. 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，D 是 AB 的中点，$AB=BC$，求证：$BC_1\parallel$ 平面 A_1CD.

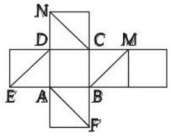


4. 已知 M,N 分别是底面为平行四边形的四棱锥 $P-ABCD$ 棱 AB，PC 的中点，平面 CMN 与平面 PAD 交于 PE，求证：
(1)$MN\parallel$ 平面 PAD；
(2)$MN\parallel PE$.



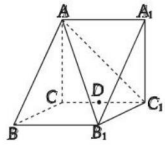
知识点三　空间中平行关系的综合应用

5. 如图是正方体的平面展开图：



在这个正方体中，①$BM\parallel$ 平面 ADE；②$CN\parallel$ 平面 BAF；③平面 $BDM\parallel$ 平面 AFN；④平面 $BDE\parallel$ 平面 NCF，以上说法正确的是_____(填序号).

6. 如图所示：$ABC-A_1B_1C_1$ 中，平面 $ABC\parallel$ 平面 $A_1B_1C_1$，若 D 是棱 CC_1 的中点，在棱 AB 上是否存在一点 E，使 $DE\parallel$ 平面 AB_1C_1？证明你的结论.



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 已知 a,b 表示直线，α,β,γ 表示平面，下列推理正确的是　　(　　)
A. $\alpha\cap\beta=a$，$b\subset\alpha\Rightarrow a\parallel b$
B. $\alpha\cap\beta=a$，$a\parallel b\Rightarrow b\parallel\alpha$ 且 $b\parallel\beta$
C. $a\parallel\beta$，$b\parallel\beta$，$a\subset\alpha$，$b\subset\alpha\Rightarrow\alpha\parallel\beta$
D. $a\parallel\beta$，$\alpha\cap\gamma=a$，$\beta\cap\gamma=b\Rightarrow a\parallel b$

2. 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 所在平面外一点，点 D,E,F 分别在直线 PA，PB，PC 上，平面 $DEF\parallel$ 平面 ABC，且 $\frac{PD}{DA}=\frac{PE}{EB}=\frac{PF}{FC}=\frac{2}{3}$，则 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}}=$　　(　　)
A. $\frac{4}{9}$　　B. $\frac{4}{25}$
C. $\frac{2}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

3. 设 l 表示直线，α,β 表示平面. 给出四个结论：
①如果 $l\parallel\alpha$，则 α 内有无数条直线与 l 平行；
②如果 $l\parallel\alpha$，则 α 内任意的直线与 l 平行；
③如果 $\alpha\parallel\beta$，则 α 内任意的直线与 β 平行；
④如果 $\alpha\parallel\beta$，对于 α 内的一条确定的直线 a，在 β 内仅有唯一的直线与 a 平行.
以上四个结论中，正确结论的个数为　　(　　)
A. 0　　B. 1
C. 2　　D. 3

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

4. 平面 α // 平面 β 的一个条件是　　(　　)

A. 存在一条直线 a，a // α，a // β

B. 存在一条直线 a，$a\subset\alpha$，a // β

C. 存在两条平行直线 a、b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，a // β，b // α

D. 存在两条异面直线 a、b，$a\subset\alpha$，$b\subset\beta$，a // β，b // α

5. 已知平面 α 与平面 β，直线 $a\subset\alpha$，直线 $b\subset\beta$，则下列说法中正确的是　　(　　)

A. 若 α // β，则 a // b　　B. 若 a // β，则 a // b

C. 若 α // β，则 a // β　　D. 若 a // β，则 α // β

6. 设 α // β，A，$C\in\alpha$，B，$D\in\beta$，直线 AB 与 CD 交于点 S，且 $AS=8$，$BS=9$，$CD=34$，当 S 在 α，β 之间时，则 CS 等于　　(　　)

A. 272　　B. 16

C. 272 或 16　　D. 15

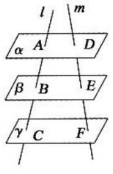
二、填空题

7. a，b，c 为三条不重合的直线，α，β，γ 为三个不重合平面，现给出六个命题，正确的是_____.

① $\left.\begin{matrix}a\text{ // }c\\ b\text{ // }c\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\text{ // }b$；② $\left.\begin{matrix}a\text{ // }\gamma\\ b\text{ // }\gamma\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\text{ // }b$；③ $\left.\begin{matrix}\alpha\text{ // }c\\ \beta\text{ // }c\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\text{ // }\beta$；

④ $\left.\begin{matrix}\alpha\text{ // }\gamma\\ \beta\text{ // }\gamma\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\text{ // }\beta$；⑤ $\left.\begin{matrix}a\text{ // }c\\ \beta\text{ // }c\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\text{ // }\beta$；⑥ $\left.\begin{matrix}a\text{ // }\gamma\\ \alpha\text{ // }\gamma\end{matrix}\right\}\Rightarrow\alpha\text{ // }a$.

8. 如图，已知平面 α // β // γ，两条直线 l，m 分别与平面 α，β，γ 相交于点 A，B，C 和点 D，E，F. 已知 $AB=6$，而 $\frac{DE}{DF}=\frac{2}{5}$，则 $AC=$_____.



9. 有下列说法：

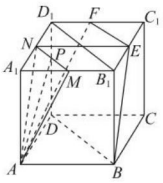
①两个平面平行，其中一个平面内的任意一条直线平行于另一个平面；②夹在两个平行平面之间的平行线段相等；③平面 α 内有两条直线和平面 β 平行，那么这两个平面平行；④平面 α 内 $\triangle ABC$ 的三个顶点到平面 β 的距离相等，则 α 与 β 平行.

其中正确的是_____.

三、解答题

10. 如右图，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，M，N，E，F 分别是棱 A_1B_1，A_1D_1，B_1C_1，C_1D_1 的中点.

求证：平面 AMN // 平面 $EFDB$.

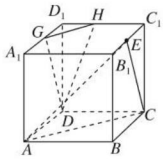


11. 已知 a，b 是两条异面直线，平面 α 过 a 且与 b 平行，平面 β 过 b 且与 a 平行，求证：平面 α // 平面 β.

12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 是 B_1C_1 的中点，如图所示.

(1)作出平面 ACE 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线；

(2)G，H 分别为 A_1D_1，C_1D_1 的中点，证明：平面 ACE // 平面 GHD.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.2.3　空间中的垂直关系(一)

学习目标

1. 理解直线与直线垂直、直线与平面垂直的定义；
2. 掌握直线与平面垂直的判定定理与性质定理；
3. 会用判定定理及性质定理证明垂直问题.

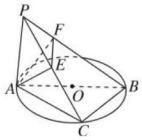
1 基础知识点对点

知识点一　线面垂直的定义

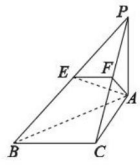
1. 若直线 a 与平面 α 不垂直，那么在平面 α 内与直线 a 垂直的直线　(　)
   A. 只有一条
   B. 无数条
   C. 是平面 α 内的所有直线
   D. 不存在
2. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，则以下结论正确的是　(　)
   A. $m\parallel n,m\subset\alpha,n\subset\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$
   B. $m\parallel n,m\subset\alpha$，则 $n\parallel\alpha$
   C. $m\parallel n,m\perp\alpha,n\perp\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$
   D. $m\perp n,n\subset\alpha$，则 $m\perp\alpha$

知识点二　线面垂直的判定

3. 如图，$PA\perp\odot O$ 所在平面，AB 是 $\odot O$ 的直径，C 是 $\odot O$ 上一点，$AE\perp PC,AF\perp PB$，给出下列结论：① $AE\perp BC$；② $EF\perp PB$；③$AF\perp BC$；④$AE\perp$平面 PBC，其中正确的结论的个数是　(　)

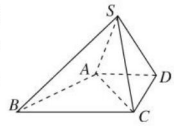


   A. 1　　B. 2
   C. 3　　D. 4
4. 如图所示，Rt$\triangle ABC$ 的斜边为 AB，过 A 作 $AP\perp$平面 ABC，$AE\perp PB$ 于 E，$AF\perp PC$ 于 F. 求证：$PB\perp$平面 AEF.

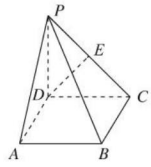


知识点三　线面垂直的性质

5. 如图，在底面为梯形的四棱锥 $S-ABCD$ 中，已知 $AD\parallel BC$，$\angle ASC=60^\circ$，$AD=DC=\sqrt{2}$，$SA=SC=SD=2$.
   (1)求证：$AC\perp SD$；
   (2)求三棱锥 $B-SAD$ 的体积.



6. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，$PD\perp$ 底面 $ABCD$，$PD=DC=a$，E 是 PC 的中点.
   (1)求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积；
   (2)证明：$DE\perp$平面 PBC.



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 给出下列三个命题：
   ①经过直线外一点有且只有一条直线与该直线垂直；
   ②经过直线外一点有且只有一个平面与该直线垂直；
   ③若 $a\parallel b,a\perp\alpha$，则 $b\perp\alpha$.
   其中正确命题的个数为　(　)
   A. 0　　B. 1
   C. 2　　D. 3
2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，与 BD_1 不垂直的直线是　(　)
   A. AC　　B. B_1C
   C. DC_1　　D. D_1C
3. $PO\perp$平面 ABC，O 为垂足，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，$BC=5$，$PA=PB=PC=10$，则 PO 的长等于　(　)
   A. 5　　B. $5\sqrt{2}$　　C. $5\sqrt{3}$　　D. 20

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

4. 已知三条相交于一点的线段 PA，PB，PC 两两垂直，$PH\perp$ 平面 ABC 于点 H，则垂足 H 是 $\triangle ABC$ 的　　（　　）

A. 外心　　B. 内心　　C. 垂心　　D. 重心

5. 已知 m，n 表示两条不同直线，α 表示平面，下列说法正确的是　　（　　）

A. 若 $m\parallel\alpha$，$n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$

B. 若 $m\perp\alpha$，$n\subset\alpha$，则 $m\perp n$

C. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n\parallel\alpha$

D. 若 $m\parallel\alpha$，$m\perp n$，则 $n\perp\alpha$

6. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的高为 PO，O 为垂足，若 P 到底面 $\triangle ABC$ 三边所在的直线的距离相等，则 O（假设 O 在 $\triangle ABC$ 内部）是 $\triangle ABC$ 的　　（　　）

A. 外心　　B. 内心　　C. 垂心　　D. 重心

二、填空题

7. 已知四棱锥 $P-ABCD$，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，若 $PC\perp BD$，则平行四边形 $ABCD$ 一定是_____.

8. 直线 a 和 b 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的两个不同平面内，使 $a\parallel b$ 成立的条件是_____.（只填序号）

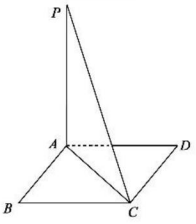
①a 和 b 垂直于正方体的同一个面；

②a 和 b 在正方体两个相对的面内，且共面；

③a 和 b 平行于同一条棱；

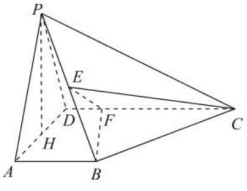
④a 和 b 在正方体的两个面内，且与正方体的同一条棱垂直.

9. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，$AP\perp$ 平面 $ABCD$，且 $AP=2$，则 $PC=$_____.



三、解答题

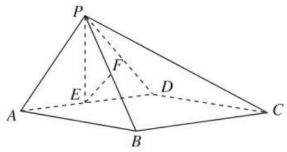
10. 如图所示，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\perp$ 平面 PAD，$AB\parallel CD$，$PD=AD$，E 是 PB 的中点，F 是 CD 上的点，且 $DF=\frac{1}{2}AB$，PH 为 $\triangle PAD$ 中 AD 边上的高. 证明：



(1) $PH\perp$ 平面 $ABCD$；

(2) $EF\perp$ 平面 PAB.

11. **(2018 · 北京卷)** 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，$PA\perp PD$，$PA=PD$，E，F 分别为 AD，PB 的中点.

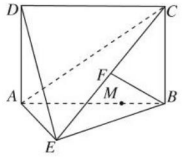


(1) 求证：$PE\perp BC$；

(2) 求证：平面 $PAB\perp$ 平面 PCD；

(3) 求证：$EF\parallel$ 平面 PCD.

12. 如图，四边形 $ABCD$ 为矩形，$AD\perp$ 平面 ABE，F 为 CE 上的点，且 $BF\perp$ 平面 ACE.



(1) 求证：$AE\perp BE$；

(2) 设 M 在线段 AB 上，且满足 $AM=2MB$，试在线段 CE 上确定一点 N，使得 $MN\parallel$ 平面 DAE.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

1.2.3　空间中的垂直关系(二)

学习目标

1. 掌握平面与平面垂直的定义、判定定理及性质定理；
2. 理解线线垂直，线面垂直与面面垂直的内在联系.

1 基础知识点对点

知识点一　面面垂直的判定

1. 已知 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，下列说法中：

①若 $m\perp\alpha,m\perp\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$；②若 $m\parallel\alpha,\alpha\parallel\beta$，则 $m\parallel\beta$；③若 $m\perp\alpha,m\parallel\beta$，则 $\alpha\perp\beta$；④若 $m\parallel\alpha,n\perp m$，则 $n\perp\alpha$.

所有正确说法的序号是　　(　　)

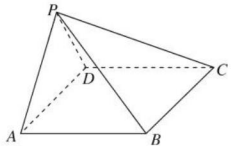
A. ②③④　　B. ①③

C. ①②　　D. ①③④

2. **(2017·全国卷Ⅰ)** 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，且 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$.

(1)证明：平面 $PAB\perp$ 平面 PAD；

(2)若 $PA=PD=AB=DC,\angle APD=90^\circ$，且四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\frac{8}{3}$，求该四棱锥的侧面积.



知识点二　面面垂直的性质

3. 下列命题中错误的是　　(　　)

A. 如果 $\alpha\perp\beta$，那么 α 内一定存在直线平行于平面 β

B. 如果 $\alpha\perp\beta$，那么 α 内所有直线都垂直于平面 β

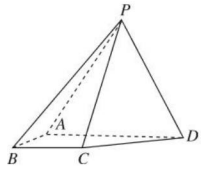
C. 如果平面 α 不垂直平面 β，那么 α 内一定不存在直线垂直于平面 β

D. 如果 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,\alpha\cap\beta=l$，那么 $l\perp\gamma$

4. **(2017·全国卷Ⅱ)** 如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$，$AB=BC=\frac{1}{2}AD,\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$.

(1)证明：直线 $BC\parallel$ 平面 PAD；

(2)若 $\triangle PCD$ 的面积为 $2\sqrt{7}$，求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.

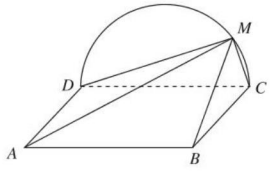


知识点三　垂直关系的综合应用

5. **(2018·全国卷Ⅲ)** 如图，矩形 $ABCD$ 所在平面与半圆弧 $\overset{\frown}{CD}$ 所在平面垂直，M 是 $\overset{\frown}{CD}$ 上异于 C,D 的点.

(1)证明：平面 $AMD\perp$ 平面 BMC；

(2)在线段 AM 上是否存在点 P，使得 $MC\parallel$ 平面 PBD？说明理由.



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β,γ 是三个不同的平面，给出下列四个命题：

①若 $m\perp\alpha,n\parallel\alpha$，则 $m\perp n$；②若 $\alpha\parallel\beta,\beta\parallel\gamma,m\perp\alpha$，则 $m\perp\gamma$；③若 $m\parallel\alpha,n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$；④若 $\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma$，则 $\alpha\parallel\beta$.

其中正确命题的有　　(　　)

A. 1个　　B. 2个

C. 3个　　D. 4个

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

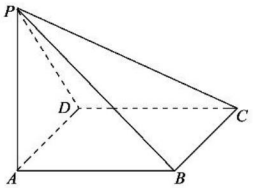
2. 给定下列四个命题：
①若一个平面内的两条直线与另一个平面平行，那么这两个平面互相平行；②若一个平面经过另一个平面的垂线，那么这两个平面互相垂直；③垂直于同一直线的两条直线互相平行；④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.
其中，为真命题的是（　　）
A. ①和②　　B. ②和③
C. ③和④　　D. ②和④

3. 已知 α,β 是两个不同的平面，l,m,n 是不同的直线，下列命题不正确的是（　　）
A. 若 $l\perp m,l\perp n,m\subset\alpha,n\subset\alpha$，则 $l\perp\alpha$
B. 若 $l/\!/m,l\not\subset\alpha,m\subset\alpha$，则 $l/\!/\alpha$
C. 若 $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=l,m\subset\alpha,m\perp l$，则 $m\perp\beta$
D. 若 $\alpha\perp\beta,m\perp\alpha,n\perp\beta$，则 $m\perp n$

4. 在空间四边形 $ABCD$ 中，平面 $ABD\perp$ 平面 BCD，且 $DA\perp$ 平面 ABC，则 $\triangle ABC$ 的形状为（　　）
A. 锐角三角形　　B. 直角三角形
C. 钝角三角形　　D. 不能确定

5. 已知平面 α 外不共线的三点 A,B,C 到 α 的距离都相等，则正确的结论是（　　）
A. 平面 ABC 必平行于 α
B. 平面 ABC 必与 α 相交
C. 平面 ABC 必不垂直于 α
D. 存在 $\triangle ABC$ 的一条中位线平行于 α 或在 α 内

6. 如图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为边长为 2 的菱形，$\angle BAD=60^\circ$，$PA=PD=2$，平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，则它的主视图的面积为（　　）



A. 2　　B. $\sqrt{3}$
C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

二、填空题

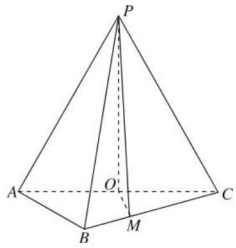
7. 已知直线 l,m，平面 α,β，下列说法中正确的是_____.
①若 $l\perp\alpha,\alpha/\!/\beta$，则 $l\perp\beta$；
②若 $l/\!/\alpha,\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\beta$；
③若 $l\perp\alpha,m\perp\alpha$，则 $l/\!/m$；
④若 $l\perp\alpha,l\perp\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$.

8. 已知 α,β 是两个不同的平面，m,n 是平面 α 及 β 之外的两条不同直线，给出四个论断：
①$m\perp n$，②$\alpha\perp\beta$，③$n\perp\beta$，④$m\perp\alpha$.
以其中三个论断作为条件，余下一个论断作为结论，写出你认为正确的一个命题_____.

9. 在平面几何里，有勾股定理："设 $\triangle ABC$ 的两边 AB,AC 互相垂直，$AB^2+AC^2=BC^2$". 拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的侧面面积与底面面积间的关系，可以得出正确结论是："设三棱锥 $A-BCD$ 的三个侧面 ABC,ACD,ADB 两两相互垂直，则_____".

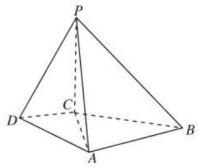
三、解答题

10. **(2018 · 全国卷Ⅱ)** 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$PA=PB=PC=AC=4$，O 为 AC 的中点.

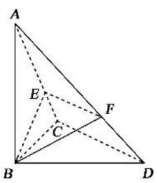


(1) 证明：$PO\perp$ 平面 ABC；
(2) 若点 M 在棱 BC 上，且 $MC=2MB$，求点 C 到平面 POM 的距离.

11. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，$PC\perp$ 平面 $ABCD$，$AB/\!/DC$，$DC\perp AC$.
(1) 求证：$DC\perp$ 平面 PAC；
(2) 求证：平面 $PAB\perp$ 平面 PAC.



12. 如右图所示，已知在 $\triangle BCD$ 中，$\angle BCD=90^\circ$，$BC=CD=1$，$AB\perp$ 平面 BCD，$\angle ADB=60^\circ$，E,F 分别是 AC,AD 上的动点，且 $\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AD}=\lambda(0<\lambda<1)$.



(1) 求证：不论 λ 为何值，总有平面 $BEF\perp$ 平面 ABC；
(2) 当 λ 为何值时，平面 $BEF\perp$ 平面 ACD.

关注微信公众号"教辅资料站"获取更多学习资料

学习札记

章末检测

（时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

1. 设直线 m,n 和平面 α,β，下列四个命题中，正确的是（　　）

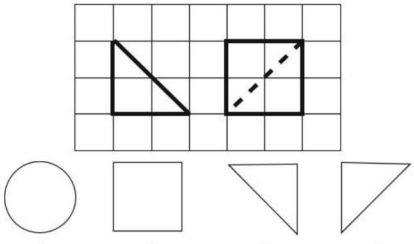
A. 若 $m\parallel\alpha,n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$

B. $m\subset\alpha,n\subset\alpha,m\parallel\beta,n\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

C. 若 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha$，则 $m\perp\beta$

D. $\alpha\perp\beta,m\perp\beta,m\not\subset\alpha$，则 $m\parallel\alpha$

2. 如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某几何体的主视图（等腰直角三角形）和左视图，且该几何体的体积为 $\frac{8}{3}$，则该几何体的俯视图可以是（　　）



A　　B　　C　　D

3. 设 m,n 是两条不同的直线，α,β 是两个不同的平面，下列命题正确的是（　　）

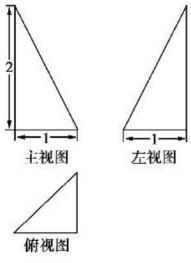
A. 若 $m\perp n,m\perp\alpha,n\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

B. 若 $m\parallel n,m\parallel\alpha,n\parallel\beta$，则 $\alpha\parallel\beta$

C. 若 $m\perp\alpha,n\parallel\beta,\alpha\parallel\beta$，则 $m\perp n$

D. 若 $m\parallel\alpha,n\parallel\beta,\alpha\parallel\beta$，则 $m\parallel n$

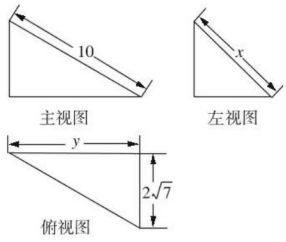
4. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积是（　　）



A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. 1

5. 某三棱锥的三视图如图所示，三个三角形均为直角三角形，则 xy 的最大值为（　　）



A. 32　　B. 64

C. $32\sqrt{7}$　　D. $64\sqrt{7}$

6. 在三棱锥 $S-ABC$ 中，$SA\perp$ 平面 ABC，$SA=2$，$\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形，则其外接球的表面积为（　　）

A. $\frac{32\sqrt{3}\pi}{27}$　　B. $\frac{16\pi}{3}$

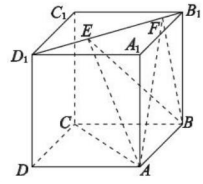
C. $\frac{16\pi}{9}$　　D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

7. （2017 · 全国卷Ⅲ）在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E 为棱 CD 的中点，则（　　）

A. $A_1E\perp DC_1$　　B. $A_1E\perp BD$

C. $A_1E\perp BC_1$　　D. $A_1E\perp AC$

8. 如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，线段 B_1D_1 上有两个动点 E,F，且 $EF=\frac{1}{2}$，则下列结论中错误的是（　　）



A. $AC\perp BE$

B. $EF\parallel$ 平面 $ABCD$

C. 三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值

D. $\triangle AEF$ 的面积与 $\triangle BEF$ 的面积相等

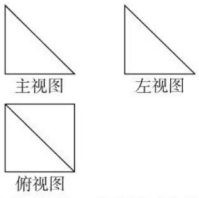
二、填空题（每小题 5 分，共 15 分）

9. 已知直线 $a\parallel$ 平面 α，平面 $\alpha\parallel$ 平面 β，则直线 a 与 β 的位置关系为_____.

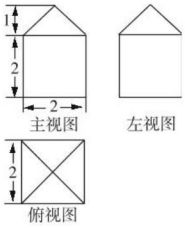
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

10. 一个几何体的三视图如图所示，其中主视图和左视图均为腰长为 2 的等腰直角三角形，则用_____个这样的几何体可以拼成一个棱长为 2 的正方体.

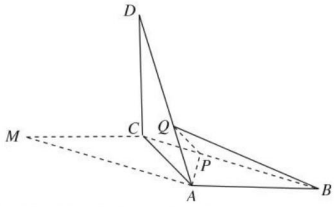


11. 如果一个几何体的三视图如图所示(单位长度：cm)，则此几何体的表面积是_____cm^2.



三、解答题(每小题 15 分，共 45 分)

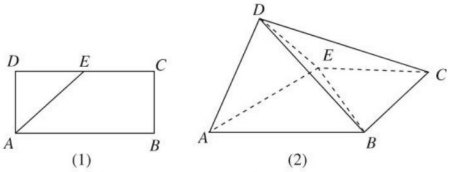
12. **(2018·全国卷Ⅰ)**如图，在平行四边形 $ABCM$ 中，$AB=AC=3$，$\angle ACM=90°$，以 AC 为折痕将 $\triangle ACM$ 折起，使点 M 到达点 D 的位置，且 $AB\perp DA$.



(1)证明：平面 $ACD\perp$ 平面 ABC；

(2)Q 为线段 AD 上一点，P 为线段 BC 上一点，且 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$，求三棱锥 $Q-ABP$ 的体积.

13. 如图(1)矩形 $ABCD$ 中，$AB=2AD=2a$，E 为 DC 的中点，现将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折起，使平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$，如图(2).



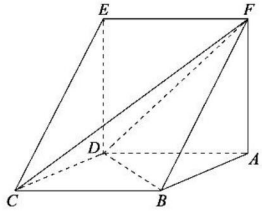
(1)求四棱锥 $D-ABCE$ 的体积；

(2)求证：$AD\perp$ 平面 BDE.

14. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，$BC=2$，$BD\perp CD$，四边形 $ADEF$ 为正方形，平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$，记 $CD=x$，$V(x)$ 表示四棱锥 $F-ABCD$ 的体积.

(1)求 $V(x)$ 的表达式；

(2)求 $V(x)$ 的最大值.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

第二章　平面解析几何初步

2.1　平面直角坐标系中的基本公式

2.1.1　数轴上的基本公式

学习目标

1. 理解向量及向量相等的概念；
2. 掌握数轴上向量的数量表示及数轴上两点之间的距离公式.

1 基础知识点对点

知识点一　数轴上的点的坐标

1. 在数轴上画点，点 M 位于点 N 的右侧的是（　　）

A. $M(0)$，$N(1)$　　B. $M(-3)$，$N(0)$

C. $M(-2)$，$N(-3)$　　D. $M(-2)$，$N(-1)$

知识点二　数轴上的基本公式的应用

2. 若 A，B，C，D 是数轴上的四个点，且 $BA=6$，$BC=-2$，$CD=6$，则 $AD=$（　　）

A. 0　　B. -2

C. 10　　D. -10

3. 数轴上的一点 $P(x)$ 到点 $A(-8)$ 的距离是它到点 $B(-4)$ 的距离的 2 倍，则 $x=$_____.

知识点三　$|x-a|$ 的几何应用

4. 已知数轴上点 A 的坐标 x 满足 $|x+3|+|x-1|=4$，则 x 的取值为（　　）

A. $x=-3$ 或 $x=1$　　B. $x\geqslant 1$ 或 $x\leqslant -3$

C. $-1\leqslant x\leqslant 3$　　D. $-3\leqslant x\leqslant 1$

5. 不等式 $|x+1|+|x-3|<6$ 的解集为_____.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. A，B，C 三点都在数轴上，且 A 是线段 BC 的中点，则以下四个结论：

①$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$；②$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$；③$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{AC}|$；④$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=0$. 其中正确的个数是（　　）

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

2. 已知数轴上两点 A，B，$d(A,B)=3$，M 是线段 AB 的中点，则 $d(A,M)$ 等于（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. 3

C. 6　　D. 1

3. 已知数轴上点 $A(2)$，$B(-1)$，$C(-3)$，则下列命题正确的有（　　）

①$|\overrightarrow{AB}|=1$；②$|\overrightarrow{BC}|=2$；③$BA=3$；④$AC=-5$.

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

4. 已知 A，B，C 为数轴上三点，且 $|AB|=8$，$|BC|=3$，则 $|AC|$ 的长为（　　）

A. 5　　B. 11

C. 5 或 11　　D. 2 或 5

5. 数轴上点 P，M，N 的坐标分别为 -2，8，-6，则在①$MN=NM$；②$MP=-10$；③$PN=-4$ 中，正确的表示有（　　）

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

6. 给出下列命题：

①零向量既没有大小，又没有方向；

②向量的长度是一个正实数；

③向量的数量是一个正实数；

④向量的长度与向量的数量是相同的；

⑤数轴上两点的距离是一个大于或等于零的实数.

其中正确命题的个数为（　　）

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

二、填空题

7. 已知数轴上的点 $M(2)$，则与 $M(2)$ 的距离是 5 的点 P 的坐标为_____.

8. 已知数轴上两点 $A(a)$，$B(b)$，则在数轴上满足条件 $|PA|=|PB|$ 的点 P 的坐标为_____.

9. 若集合 $A=\{x||x-3|<1\}$，$B=\{x|x<a\}$，且 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 已知 A,B,C 是数轴上的任意三点.

(1)求证:$AC+CB=AB$;

(2)若 $AB=5,CB=3$,求 AC;

(3)若 $|AB|=5,|CB|=3$,求 $|AC|$.

11. 已知数轴上有 A,B 两点,A,B 之间的距离为 1,点 A 与原点 O 的距离为 3.

(1)求向量 $\overrightarrow{OA},\overrightarrow{AB}$ 的数量;

(2)求所有满足条件的点 B 到原点 O 的距离之和.

12. 已知数轴上有点 $A(-2),B(1),D(3)$,点 C 在直线 AB 上,且有 $\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$,延长 DC 到 E,使 $\frac{d(C,E)}{d(E,D)}=\frac{1}{4}$,求点 E 的坐标.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.1.2　平面直角坐标系中的基本公式

学习目标

1. 理解两点间的距离公式及中点公式的推导方法；
2. 掌握两点间的距离公式及中点公式.

1 基础知识点对点

知识点一　两点的距离公式

1. 点 $A(2,0)$，$B(4,2)$，若 $|AB|=2|AC|$，则 C 点的坐标为（　　）

A. $(-1,1)$　　B. $(-1,1)$或$(5,-1)$

C. $(-1,1)$或$(1,1)$　　D. 无数多个

2. 已知点 $A(5,3)$，$B(2,0)$，$C(8,0)$，则$\triangle ABC$是（　　）

A. 钝角三角形　　B. 锐角三角形

C. 等腰直角三角形　　D. 不等腰直角三角形

知识点二　中点公式的应用

3. 已知线段 AB 的中点在坐标原点，且 $A(x,2)$，$B(3,y)$，则 $x+y$ 等于（　　）

A. 5　　B. -1

C. 1　　D. -5

4. 设点 P 在 x 轴上，点 Q 在 y 轴上，线段 PQ 的中点是 $M(-1,2)$，则 $|PQ|=$_____.

知识点三　基本公式的综合应用

5. 点 $A(x,5)$ 关于点 $C(1,y)$ 的对称点是 $B(-2,-3)$，则 $xy=$_____.

6. 已知 AO 是$\triangle ABC$中 BC 边上的中线，证明：$|AB|^2+|AC|^2=2(|AO|^2+|OC|^2)$.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 已知 $A(m,4)$，$B(-1,n)$，线段 AB 的中点是$(-3,5)$，则 mn 等于（　　）

A. 30　　B. -30

C. 11　　D. 1

2. x 轴上的点到 $A(2,1)$，$B(-2,2)$两点距离和的最小值为（　　）

A. 3　　B. $\sqrt{17}$

C. 5　　D. 17

3. 已知$\square ABCD$中，$A(3,2)$，$B(4,5)$，$C(0,1)$，则 D 的坐标为（　　）

A. $(1,2)$　　B. $(-1,2)$

C. $(-1,-2)$　　D. $(7,6)$

4. 光线从点 $A(-3,5)$ 射到 x 轴，经反射以后经过点 $B(2,10)$，则光线从 A 到 B 的路程为（　　）

A. $2\sqrt{5}$　　B. $5\sqrt{2}$

C. $5\sqrt{10}$　　D. $10\sqrt{5}$

5. 已知$\triangle ABC$的顶点 $A(2,3)$，$B(-1,0)$，$C(2,0)$，则$\triangle ABC$的周长是（　　）

A. $2\sqrt{3}$　　B. $3+2\sqrt{3}$

C. $6+3\sqrt{2}$　　D. $6+\sqrt{10}$

6. 在直角坐标系中，O 是坐标原点，$P(1,2)$，$P'(-1,-2)$，若规定 $PP'=-|PP'|$，则 OP'为（　　）

A. $2\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{5}$

C. $-\sqrt{5}$　　D. 5

二、填空题

7. 设点 $A(3,4)$，在 x 轴上有一点 $P(x,0)$，使得 $|PA|=5$，则 $x=$_____.

8. 已知 $A(b,-1)$，$B(-2,-1)$，点 $P(2,3)$到 A，B 两点的距离相等，则 $b=$_____.

9. 已知点 $P_1(-2,4)$，$P_2(5,3)$，点 P 在 P_1P_2 的延长线上，且 $|P_1P|=2|P_2P|$，则点 P 的坐标是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 已知点 A 关于点 $B(2,1)$ 的对称点为 $C(-4,3)$，点 C 关于点 D 的对称点为 $E(-6,-3)$，求 A,D 的坐标及 AD 中点的坐标.

11. 已知函数 $y=\sqrt{x^2-2x+3}+\sqrt{x^2+4x+8}$，求函数的值域.

12. 已知 Rt$\triangle ABC$，$\angle B$ 为直角，$|AB|=a$，$|BC|=b$，建立适当的坐标系，写出顶点 A,B,C 的坐标，并求证斜边 AC 的中点 M 到三个顶点的距离相等.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.2　直线的方程

2.2.1　直线方程的概念与直线的斜率

学习目标

1. 理解直线的倾斜角和斜率的概念；
2. 会求已知两点的斜率及倾斜角.

1 基础知识点对点

知识点一　直线的倾斜角

1. 下列说法中，正确的是（　　）

A. 直线的倾斜角为 α，则此直线的斜率为 $\tan\alpha$

B. 直线的斜率为 $\tan\alpha$，则此直线的倾斜角为 α

C. 若直线的倾斜角为 α，则 $\sin\alpha>0$

D. 任意直线都有倾斜角 α，且 $\alpha\neq 90°$ 时，斜率为 $\tan\alpha$

2. 已知直线 l 的斜率 k 的取值范围是 $\left[0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，则该直线的倾斜角 α 的取值范围是_____.

知识点二　直线的斜率

3. 直线经过点 $(0,2)$ 和点 $(3,0)$，则它的斜率为（　　）

A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{3}{2}$

C. $-\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{3}{2}$

4. 已知点 $A(2,3)$，$B(-3,-2)$，若直线 l 过点 $P(1,1)$ 且与线段 AB 相交，则直线 l 的斜率 k 的取值范围是（　　）

A. $k\geqslant 2$ 或 $k\leqslant\frac{3}{4}$　　B. $\frac{3}{4}\leqslant k\leqslant 2$

C. $k\geqslant\frac{3}{4}$　　D. $k\leqslant 2$

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 若直线过点 $(1,2)$ 和 $(4,2+\sqrt{3})$，则此直线的倾斜角是（　　）

A. 30°　　B. 45°

C. 60°　　D. 90°

2. 下列说法中：①任何一条直线都有唯一的倾斜角；②任何一条直线都有唯一的斜率；③倾斜角为 90° 的直线不存在；④倾斜角为 0° 的直线只有一条.

其中正确的有（　　）

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

3. 经过两点 $A(-m,6)$，$B(1,3m)$ 的直线的斜率是 6，则 $m=$（　　）

A. -5　　B. -4

C. 4　　D. 5

4. 若 $A(-2,3)$，$B(3,-2)$，$C\left(\frac{1}{2},m\right)$ 三点共线，则 m 值为（　　）

A. -2　　B. 2

C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

5. 经过两点 $(3,9)$，$(-1,1)$ 的直线在 x 轴上的截距为（　　）

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. 2

6. 已知直线 l_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，且直线 $l_1\perp l_2$，则直线 l_2 的倾斜角为（　　）

A. 150°　　B. 120°

C. 60°　　D. 30°

二、填空题

7. 经过两点 $A(2,3)$，$B(1,4)$ 的直线的斜率为_____，若点 $C(a,9)$ 在直线 AB 上，则 $a=$_____.

8. 若直线 l 的斜率为 -1，则直线 l 的倾斜角为_____.

9. 已知直线 l 过点 $P(-1,2)$ 且与以 $A(-2,-3)$，$B(3,0)$ 为端点的线段相交，则直线 l 的斜率的取值范围是_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 已知△ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(1,1)$，$B(3,2)$，$C(1,6)$，求：

(1)直线 AC 的倾斜角；

(2)D 为 AC 的中点，求 BD 的斜率.

11. 已知一条光线从点 $A(-1,3)$ 出发，照在 x 轴上又反射回去，反射光线经过点 $B(2,7)$. 求 x 轴上光照点的坐标.

12. 已知实数 x,y 满足 $2x+y=8$，当 $2\leqslant x\leqslant 3$ 时，求 $\frac{y}{x}$ 的最大值与最小值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.2.2　直线方程的几种形式

第一课时　直线方程的点斜式

学习目标

1. 了解点斜式的推导过程；
2. 会求点斜式、斜截式方程.

1 基础知识点对点

知识点一　直线的点斜式方程

1. 直线 $kx-y+1-3k=0$，当 k 变动时，所有直线都通过定点　（　）

A. $(0,0)$　　B. $(0,1)$

C. $(3,1)$　　D. $(2,1)$

2. 直线 l 过 $(-2,3)$，且倾斜角为 $150°$，则直线 l 的点斜式方程为_____.

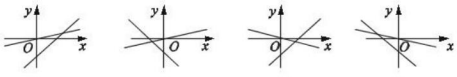
知识点二　直线的斜截式方程

3. 直线 $y=\sqrt{3}x$ 的倾斜角是　（　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{5\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

4. 在同一直角坐标系中，表示直线 $y=ax$ 与 $y=x+a$ 正确的是　（　）



A　　B　　C　　D

知识点三　直线点斜式方程综合应用

5. 将直线 $y=x+\sqrt{3}-1$ 绕点 $(1,\sqrt{3})$ 沿逆时针方向旋转 $15°$，则所得直线方程为_____.

6. 直线 l 过定点 $A(-2,3)$，且与两坐标轴围成三角形的面积为 4，求直线 l 的方程.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 已知直线的倾斜角为 $45°$，在 y 轴上的截距为 2，则此直线方程为　（　）

A. $y=x+2$　　B. $y=x-2$

C. $y=-x+2$　　D. $y=-x-2$

2. 直线 $y-2=-\sqrt{3}(x-1)$ 的倾斜角和所过的定点分别是　（　）

A. $60°$　$(1,2)$　　B. $60°$　$(-1,-2)$

C. $120°$　$(1,2)$　　D. $120°$　$(-1,-2)$

3. 倾斜角为 $135°$，在 y 轴上的截距为 -1 的直线方程是　（　）

A. $x-y+1=0$　　B. $x-y-1=0$

C. $x+y-1=0$　　D. $x+y+1=0$

4. 经过点 $A(-1,-5)$ 和点 $B(2,13)$ 的直线在 x 轴上的截距为　（　）

A. -1　　B. 1

C. $-\frac{1}{6}$　　D. $\frac{1}{6}$

5. 直线 $x-2y+b=0$ 与两坐标轴所围成的三角形的面积不大于 1，那么 b 的取值范围是　（　）

A. $[-2,2]$

B. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

C. $[-2,0)\cup(0,2]$

D. $(-\infty,+\infty)$

6. 已知点 $A(-1,-2)$，$B(2,3)$，若直线 $l:y=c-x$ 与线段 AB 有公共点，则直线 l 在 y 轴上的截距的取值范围是　（　）

A. $[-3,5]$　　B. $[-5,3]$

C. $[3,5]$　　D. $[-5,-3]$

二、填空题

7. 已知直线经过点 $A(0,4)$ 和点 $B(1,2)$，则直线 AB 的斜率为_____.

8. 直线 $y=kx+1$ 与以 $A(3,2)$，$B(2,3)$ 为端点的线段有公共点，则 k 的取值范围是_____.

9. 过点 $P(3,4)$ 且倾斜角是直线 $y=-\sqrt{3}x+1$ 的倾斜角的一半的直线的点斜式方程为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 求与两坐标轴围成的三角形的周长为 9，且斜率为 $-\frac{4}{3}$ 的直线方程.

11. 根据下列所给条件，求直线方程.

(1) $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,3)$，$B(2,4)$，$C(3,-2)$，求 BC 边上中线所在直线的方程；

(2) $\square ABCD$ 的顶点 $A(1,2)$，$B(2,-1)$，$C(3,-3)$，求直线 BD 的方程.

12. 直线 l 过点 $P(2,2)$，且与 x 轴和直线 $y=x$ 围成的三角形的面积为 2，求直线 l 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

第二课时　直线方程的两点式　一般式

学习目标

1. 了解两点式方程的推导过程并会求两点式及一般式方程；
2. 了解一般式与其他形式的互化；
3. 了解二元一次方程与直线的对应关系.

1 基础知识点对点

知识点一　直线方程的两点式与截距式

1. 已知直线 l 过点 $P(2,3)$，且与两条坐标轴在第一象限所围成的三角形的面积为 12，则直线 l 的方程为_____.

2. 求过点 $(4,-3)$ 且在两坐标轴上截距的绝对值相等的直线 l 的方程.

知识点二　直线方程的一般式

3. 直线 l 的方程为 $Ax+By+C=0$，当 $A>0$，$B<0$，$C>0$ 时，直线 l 必经过　(　)
   A. 第一、二、三象限　　B. 第二、三、四象限
   C. 第一、三、四象限　　D. 第一、二、四象限

4. 已知直线 $(a+2)x+(a^2-2a-3)y-2a=0$ 在 x 轴上的截距为 3，则该直线在 y 轴上的截距为_____.

知识点三　直线方程的综合应用

5. 设直线 l 的方程为 $(a+1)x+y+2-a=0(a\in\mathbf{R})$.
   (1)若 l 在两坐标轴上截距相等，求 l 的方程；
   (2)若 l 不经过第二象限，求实数 a 的取值范围；
   (3)无论 a 为何实数值，直线 l 恒过定点 M. 求定点 M.

2 课后拔高提能练

一、选择题

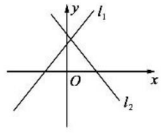
1. 直线 $x+\sqrt{3}y-5=0$ 的倾斜角为　(　)
   A. $-30°$　　B. $60°$
   C. $120°$　　D. $150°$

2. 经过两点 $A(3,0)$，$B(0,-2)$ 的直线方程为　(　)
   A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$　　B. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$
   C. $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1$　　D. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$

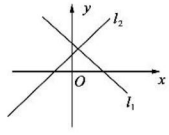
3. 下列四条直线，其倾斜角最大的是　(　)
   A. $x+2y+3=0$　　B. $2x-y+1=0$
   C. $x+y+1=0$　　D. $x+1=0$

4. 已知直线 l 过点 $(2,1)$，且在两坐标轴上的截距相等，则直线 l 的方程为　(　)
   A. $x-y-1=0$
   B. $x+y-3=0$ 或 $x-2y=0$
   C. $x-y-1=0$ 或 $x-2y=0$
   D. $x+y-3=0$ 或 $x-y-1=0$

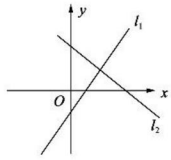
5. 已知直线 $l_1:ax-y-b=0$，$l_2:bx-y+a=0(a\neq b$，$ab\neq0)$，则它们的图象是　(　)



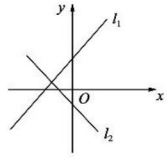
A



B



C



D

6. 方程 $(a-1)x-y+2a+1=0(a\in\mathbf{R})$ 所表示的直线　(　)
   A. 恒过定点 $(-2,3)$
   B. 恒过定点 $(2,3)$
   C. 恒过点 $(-2,3)$ 和点 $(2,3)$
   D. 都是平行直线

二、填空题

7. 设光线从点 $A(-2,2)$ 出发，经过 x 轴反射后经过 $B(0,1)$，则光线与 x 轴的交点坐标为_____.

8. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-2,-1)$，$B(-1,5)$，$C(3,-3)$，则 BC 边上的中线所在的直线方程为_____.

9. 若 $P_1(x_1,y_1)$，$P_2(x_2,y_2)$ 满足 $3x_1-2y_1+4=0$，$3x_2-2y_2+4=0$，则 P_1P_2 所在的直线方程为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 求经过点(1,2)且在 x 轴，y 轴上的截距相等的直线方程.

11. 已知直线方程为$(2+m)x+(1-2m)y+4-3m=0$.
(1)证明：直线恒过定点 M；
(2)若直线分别与 x 轴、y 轴的负半轴交于 A、B 两点，求$\triangle AOB$ 面积的最小值及此时直线的方程.

12. 已知直线 l：$5ax-5y-a+3=0$.
(1)求证：不论 a 为何值，直线 l 总经过第一象限；
(2)为使直线不经过第二象限，求 a 的取值范围.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.2.3　两条直线的位置关系

学习目标

1. 能根据斜率判定两条直线平行或相交、重合，能根据两条直线平行求直线方程；
2. 能根据斜率判定两条直线垂直，能根据两条直线垂直求直线方程.

1 基础知识点对点

知识点一　两条直线相交平行与重合

1. 直线 $x+ky=0$，$2x+3y+8=0$ 和 $x-y-1=0$ 交于一点，则 k 的值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. 2　　D. -2

2. 已知两条直线 $l_1: x+m^2y+6=0$，$l_2: (m-2)x+3my+2m=0$，当 m 为何值时，l_1 与 l_2：

(1)相交；

(2)平行；

(3)重合.

知识点二　两条直线垂直的判定

3. 若直线 $ax+y-1=0$ 与直线 $4x+(a-3)y-2=0$ 垂直，则实数 a 的值等于（　　）

A. -1　　B. 4

C. $\frac{3}{5}$　　D. $-\frac{3}{2}$

4. 已知直线 $m: 2x+(a+1)y+2=0$ 与直线 $n: ax+3y-3=0$.

(1)若 $m\perp n$，求实数 a 的值；

(2)若 $m/\!/n$，求实数 a 的值.

知识点三　直线的平行与垂直的综合应用

5. 已知点 $A(1,2)$，$B(3,1)$，则线段 AB 的垂直平分线的方程是（　　）

A. $4x+2y=5$　　B. $4x-2y=5$

C. $x+2y=5$　　D. $x-2y=5$

6. 已知点 $A(1,1)$，$C(2,-1)$，点 B 在坐标轴上.

(1)若 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$，求点 B 的坐标；

(2)若点 B 在直线 AC 上，求点 B 的坐标.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 过点 $P(-1,2)$ 且垂直于直线 $2x-3y+9=0$ 的直线方程是（　　）

A. $3x+2y-1=0$　　B. $3x+2y+7=0$

C. $2x-3y+5=0$　　D. $2x-3y+8=0$

2. 过点 $(1,0)$ 且与直线 $x-2y-3=0$ 平行的直线方程是（　　）

A. $y=2x-2$　　B. $y=-2x+2$

C. $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$　　D. $y=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

3. 已知三条直线 $x+y=0$，$x-2y-3=0$，$mx+y+2=0$ 交于一点，则 m 的值为（　　）

A. 1　　B. 2

C. -1　　D. -2

4. 直线 $(2a+5)x-y+4=0$ 与 $2x+(a-2)y-1=0$ 互相垂直，则 a 的值是（　　）

A. -4　　B. 4

C. 3　　D. -3

5. 原点 $O(0,0)$ 与点 $A(-4,2)$ 关于直线 l 对称，则直线 l 的方程是（　　）

A. $x+2y=0$　　B. $2x-y+5=0$

C. $2x+y+3=0$　　D. $x-2y+4=0$

6. 下列说法中不正确的有（　　）

①直线 $l_1: x+2y-3=0$ 与直线 $l_2: 2x-y+1=0$ 垂直；②直线 l_1 的斜率为 1，l_2 经过点 $(0,0)$ 与 $(2,2)$，则 l_1 与 l_2 平行；③当 $a=-2$ 时，直线 $ax+2y+1=0$ 与直线 $x+y-2=0$ 垂直；④直线 $Ax+4y-1=0$ 与直线 $3x-y-C=0$ 重合的条件是 $A=-12$.

A. 1 个　　B. 2 个

C. 3 个　　D. 4 个

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

二、填空题

7. 已知两条直线 $l_1:ax+6y-5=0$，$l_2:2x+3ay+5=0$，若 $l_1 /\!/ l_2$，则 $a=$_____.

8. 若直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 互相垂直，则 $m=$_____.

9. 直线 l 过直线 $2x-y+4=0$ 与 $x-3y+5=0$ 的交点，且垂直于直线 $y=\frac{1}{2}x$，则直线 l 的方程是_____.

三、解答题

10. 求经过 $M(-1,2)$，且满足下列条件的直线方程.

(1)与直线 $2x+y+5=0$ 平行；

(2)与直线 $2x+y+5=0$ 垂直.

11. 在 $\triangle ABC$ 中，BC 边上的高所在直线方程为 $x-2y+1=0$，$\angle A$ 的平分线所在直线方程为 $y=0$，若点 B 的坐标是 $(1,2)$.

求：(1)A 点的坐标；

(2)C 点的坐标.

12. 已知两直线 $l_1:ax-2y=2a-4$，$l_2:2x+a^2y=2a^2+4$ $(0<a<2)$ 与两坐标轴的正半轴围成四边形. 当 a 为何值时，围成的四边形面积取最小值，并求最小值.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.2.4　点到直线的距离

学习目标

1. 会应用点到直线的距离公式求点到直线的距离；
2. 掌握两条平行直线间的距离公式并会应用.

1 基础知识点对点

知识点一　点到直线的距离

1. P 点在直线 $3x+y-5=0$ 上，且 P 到直线 $x-y-1=0$ 的距离等于 $\sqrt{2}$，则点 P 坐标为　（　）

A. $(1,2)$　　B. $(2,1)$

C. $(1,2)$ 或 $(2,-1)$　　D. $(2,1)$ 或 $(-1,2)$

2. 已知点 $P(m,n)$ 是直线 $2x+y+5=0$ 上的任意点，则 $\sqrt{m^2+n^2}$ 的最小值是_____.

知识点二　两平行直线间的距离

3. P,Q 分别为 $3x+4y-10=0$ 与 $6x+8y+5=0$ 上任意一点，则 $|PQ|$ 的最小值为　（　）

A. $\frac{9}{5}$　　B. 6

C. 3　　D. $\frac{5}{2}$

4. 两平行直线 $x+3y-4=0$ 与 $2x+6y-9=0$ 的距离是_____.

知识点三　距离公式的综合应用

5. 若动点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 分别在直线 $l_1:x+y-7=0$ 和 $l_2:x+y-5=0$ 上移动，则 AB 的中点 M 到原点距离的最小值是　（　）

A. $3\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{2}$

6. 已知平行四边形两边所在直线的方程为 $m:3x-y+3=0$ 和 $n:3x-4y-6=0$，对角线的交点是 $P(1,2)$.

(1)求其他两边的所在直线方程；

(2)求平行四边形的面积.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 点 $(3,4)$ 到直线 $x+y+1=0$ 的距离为　（　）

A. $2\sqrt{2}$　　B. $4\sqrt{2}$

C. 0　　D. 5

2. 到直线 $3x-4y-1=0$ 的距离为 2 的直线方程为　（　）

A. $3x-4y-11=0$

B. $3x-4y+11=0$

C. $3x-4y-11=0$ 或 $3x-4y+9=0$

D. $3x-4y+11=0$ 或 $3x-4y+9=0$

3. 若直线 $l_1:x-2y+1=0$ 与 $l_2:2x+ay-2=0$ 平行，则 l_1 与 l_2 的距离为　（　）

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{2}{5}$

4. 直线 l_1,l_2 是分别经过 $A(1,1)$，$B(0,-1)$ 两点的两条平行直线，当 l_1,l_2 间的距离最大时，直线 l_1 的方程是　（　）

A. $x+2y-3=0$　　B. $x-y-3=0$

C. $x+2y+3=0$　　D. $x-y+3=0$

5. 与直线 $2x+y+1=0$ 的距离等于 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 的直线方程为　（　）

A. $2x+y=0$

B. $2x+y-2=0$

C. $2x+y=0$ 或 $2x+y-2=0$

D. $2x+y=0$ 或 $2x+y+2=0$

6. 两平行直线 $l_1:3x+4y+5=0$，$l_2:6x+by+c=0$ 间的距离为 3，则 $b+c=$　（　）

A. -12　　B. 36

C. 48　　D. -12 或 48

二、填空题

7. 与两平行线 $3x-2y+7=0$ 和 $3x-2y-5=0$ 的距离相等的直线方程为_____.

8. 若点 $(2,k)$ 到直线 $5x-12y+6=0$ 的距离是 4，则 k 的值是_____.

9. 已知 x,y 满足 $3x+4y-10=0$，则 x^2+y^2 的最小值为_____.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

三、解答题

10. 直线 l 在两坐标轴上的截距相等，且 $P(4,3)$ 到直线 l 的距离为 $3\sqrt{2}$，求直线 l 的方程.

11. 已知直线 $l_1: y=k(x+1)+2(k\in\mathbf{R})$ 过定点 P.

(1)求定点 P 的坐标；

(2)若直线 l_1 与直线 $l_2: 3x-(k-2)y+5=0$ 平行，求 k 的值并求此时两直线间的距离.

12. $\square ABCD$ 的三个顶点 A,B,C 的坐标分别为 $(-5,12),(0,0),(3,4)$，直线 l 与直线 BA、BC 分别交于 E、F，$\triangle BEF$ 是以 EF 为底边的等腰三角形，如果直线 l 平分 $\square ABCD$ 的面积，试求直线 l 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.3　圆的方程

2.3.1　圆的标准方程

学习目标

1. 会用定义推导圆的标准方程，并掌握圆的标准方程的特点；
2. 会根据已知条件求圆的标准方程，并能判断点与圆的位置关系.

1 基础知识点对点

知识点一　圆的标准方程

1. 圆$(x-1)^2+y^2=1$的圆心到直线$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$的距离为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. 1　　D. $\sqrt{3}$

2. 已知$P(2,-1)$是圆$(x-1)^2+y^2=25$的弦AB的中点，则弦AB所在直线的方程是（　　）

A. $x-y-3=0$　　B. $x+y-1=0$

C. $2x+y-3=0$　　D. $2x-y-5=0$

知识点二　求圆的标准方程

3. 已知$A(-1,0)$，$B(3,2)$，$C(0,-2)$，则过这三点的圆的方程为（　　）

A. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=25$　　B. $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\frac{1}{4}$

C. $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\frac{25}{4}$　　D. $x^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{2}$

4. 求经过$A(6,5)$，$B(0,1)$两点，并且圆心在直线$3x+10y+9=0$上的圆的方程.

知识点三　点与圆的位置关系

5. 已知点$(a+1,a-1)$在圆$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$的外部，则$a$的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-\sqrt{2})\cup[\sqrt{2},+\infty)$

B. $(-\infty,-\sqrt{2}]\cup(\sqrt{2},+\infty)$

C. $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

D. $(-\infty,-\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2},+\infty)$

6. 若经过点$P(5m+1,12m)$可作圆$(x-1)^2+y^2=1$的两条切线，则实数m的取值范围是_____.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 圆$(x-2)^2+(y+1)^2=4$的圆心坐标与半径分别为（　　）

A. $(-2,1)$，4　　B. $(2,-1)$，4

C. $(-2,1)$，2　　D. $(2,-1)$，2

2. 若点$(3,1)$在圆$(x-1)^2+(y+a)^2=a^2+8$的内部，则a的取值范围为（　　）

A. $\left(0,\frac{3}{2}\right)$

B. $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$

C. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

D. $(-\infty,0)\cup\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

3. 已知一个圆的圆心为点$(2,-3)$，一条直径的两个端点分别在x轴和y轴上，则此圆的方程是（　　）

A. $(x-2)^2+(y+3)^2=13$

B. $(x+2)^2+(y-3)^2=13$

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=52$

D. $(x+2)^2+(y-3)^2=52$

4. 已知直线l过圆$x^2+(y-3)^2=4$的圆心，且与直线$x+y+1=0$垂直，则l的方程为（　　）

A. $x+y-2=0$　　B. $x-y+2=0$

C. $x+y-3=0$　　D. $x-y+3=0$

5. 过点$A(1,-1)$，$B(-1,1)$，且圆心在直线$x+y-2=0$上的圆的方程是（　　）

A. $(x-3)^2+(y+1)^2=4$

B. $(x+3)^2+(y-1)^2=4$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

D. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

6. 圆$(x+1)^2+y^2=2$的圆心到直线$y=x+3$的距离为（　　）

A. 1　　B. 2

C. $\sqrt{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

二、填空题

7. 圆$(x-1)^2+y^2=1$的圆心到$3x+2y+2=0$的距离为_____.

8. 已知圆的圆心在点(1,2)，半径为1，则它的标准方程为_____.

9. 圆心在直线$2x-y-7=0$上的圆C与y轴交于两点$A(0,-4)$，$B(0,-2)$，则圆C的方程为_____.

三、解答题

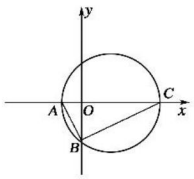
10. 已知一个圆经过点$A(2,-3)$和$B(-2,-5)$，且圆心C在直线l：$x-2y-3=0$上，求此圆的标准方程.

11. $\triangle ABC$中，$A(0,1)$，AB边上的高CD所在直线的方程为$x+2y-4=0$，角B的角平分线所在直线的方程为$2x-4y+7=0$.

(1)求BC所在的直线方程；

(2)求$\triangle ABO$的外接圆方程(其中O为坐标原点).

12. 如右图，直角三角形ABC的顶点坐标$A(-2,0)$，直角顶点$B(0,-2\sqrt{2})$，顶点C在x轴上.



(1)求BC边所在直线方程；

(2)M为直角三角形ABC外接圆的圆心，求圆M的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.3.2　圆的一般方程

学习目标

1. 理解圆的一般方程及其特点，会由圆的一般方程求其圆心、半径；
2. 会用待定系数法求圆的一般方程；
3. 掌握点的轨迹方程的求法，并能简单应用.

1 基础知识点对点

知识点一　圆的一般方程

1. 圆 $2x^2+2y^2-4x+8y+5=0$ 的圆心坐标是（　　）

A. $(1,-2)$　　B. $(-1,2)$

C. $(2,-4)$　　D. $(-2,4)$

2. 方程 $x^2+y^2+ax+2ay+2a^2+a-1=0$ 表示圆，则 a 的取值范围是（　　）

A. $-2<a<\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}<a<0$

C. $-2<a<0$　　D. $a<-2$ 或 $a>\frac{2}{3}$

知识点二　求圆的方程

3. 若直线 $3x-4y+12=0$ 与两坐标轴交点为 A,B，则以 AB 为直径的圆的方程是（　　）

A. $x^2+y^2+4x-3y=0$

B. $x^2+y^2-4x-3y=0$

C. $x^2+y^2+4x-3y-4=0$

D. $x^2+y^2-4x-3y+8=0$

4. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(1,4)$，$B(-2,3)$，$C(4,-5)$，求 $\triangle ABC$ 的外接圆的方程、圆心坐标和外接圆的半径.

知识点三　轨迹问题

5. 已知直角 $\triangle ABC$ 的两个顶点 $A(-1,0)$ 和 $B(3,0)$，求直角顶点 C 的轨迹方程.

6. 已知点 $M(x_0,y_0)$ 在圆 $x^2+y^2=4$ 上运动，$N(4,0)$，点 $P(x,y)$ 为线段 MN 的中点.

(1)求点 $P(x,y)$ 的轨迹方程；

(2)求点 $P(x,y)$ 到直线 $3x+4y-86=0$ 的距离的最大值和最小值.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 若直线 $3x+y+a=0$ 过圆 $x^2+y^2+2x-4y=0$ 的圆心，则 a 的值为（　　）

A. -1　　B. 1

C. 3　　D. -3

2. 方程 $x^2+y^2+4x-2y+5m=0$ 表示圆的条件是（　　）

A. $m<1$　　B. $m>1$

C. $m<\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{4}<m<1$

3. 圆 $x^2+y^2-2x+4y+3=0$ 的圆心到直线 $x-y=1$ 的距离为（　　）

A. 2　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1　　D. $\sqrt{2}$

4. 圆 $x^2+y^2=4$，过点 $A(4,0)$ 作圆的割线 ABC，则弦 BC 的中点的轨迹方程为（　　）

A. $(x-1)^2+y^2=4$

B. $(x-1)^2+y^2=4(0\leqslant x<1)$

C. $(x-2)^2+y^2=4$

D. $(x-2)^2+y^2=4(0\leqslant x<1)$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

5. 已知点 $P(2,1)$ 在圆 $C:x^2+y^2+ax-2y+b=0$ 上，点 P 关于直线 $x+y-1=0$ 的对称点也在圆上，则圆 C 的圆心坐标为（　　）

A. $(0,1)$　　B. $(-4,1)$

C. $(-2,1)$　　D. $(1,1)$

6. 若点 $A(a,2)$ 在圆 $x^2+y^2-2ax-3y+a^2+a=0$ 的外部，则实数 a 的取值范围是（　　）

A. $(2,+\infty)$

B. $(-\infty,2)$

C. $\left(2,\frac{9}{4}\right)$

D. $(-\infty,2)\cup\left(\frac{9}{4},+\infty\right)$

二、填空题

7. **(2018·天津卷)** 在平面直角坐标系中，经过三点 $(0,0)$，$(1,1)$，$(2,0)$ 的圆的方程为_____.

8. 圆 $x^2+y^2-2x+8y-3=0$ 关于直线 $x+y=0$ 对称的圆的方程是_____.

9. 动圆 $x^2+y^2-(4m+2)x-2my+4m^2+4m+1=0$ 的圆心的轨迹方程是_____.

三、解答题

10. 已知方程 $C:x^2+y^2-4x+2my+m^2-2m+1=0$.

(1)当 m 为何值时，方程 C 表示圆的方程；

(2)当圆的面积为 16π 时，求圆的方程.

11. 求下列各圆的方程：

(1)圆心为 $M(-5,3)$，且过点 $A(-8,-1)$；

(2)过三点 $A(-2,4)$，$B(-1,3)$，$C(2,6)$.

12. 已知圆的方程 $x^2+y^2-8x-2y+12=0$，$P(1,1)$，在圆上求一点 M 使它到 P 点距离最大？圆上哪一点到 P 点的距离最小呢？

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.3.3　直线与圆的位置关系

学习目标

1. 了解直线与圆的位置关系的分类；
2. 会判断直线和圆的位置关系.

1 基础知识点对点

知识点一　直线与圆的位置关系

1. 直线 $y=\sqrt{3}x$ 与圆 $(x-2)^2+y^2=3$ 的位置关系是（　　）

A. 直线过圆心

B. 直线与圆相交，但不过圆心

C. 直线与圆相切

D. 直线与圆没有公共点

2. 直线 $ax-y+2a=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 的位置关系是（　　）

A. 相离　　B. 相交

C. 相切　　D. 不确定

知识点二　直线与圆的切线问题

3. 已知 P 是直线 $3x+4y+8=0$ 上的动点，PA，PB 是圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 的切线，A，B 是切点，C 是圆心，那么四边形 $PACB$ 的面积的最小值是_____.

4. 过点 $A(4,-3)$ 作圆 $(x-3)^2+(y-1)^2=1$ 的切线，求此切线的方程.

知识点三　直线与圆的综合应用

5. 已知圆 $C:x^2+y^2-8y+12=0$，直线 $l:ax+y+2a=0$.

(1) 当 a 为何值时，直线 l 与圆 C 相切；

(2) 当直线 l 与圆 C 相交于 A，B 两点，且 $AB=2\sqrt{2}$ 时，求直线 l 的方程.

6. 已知圆 C 和 y 轴相切，圆心在直线 $x-3y=0$ 上，且被直线 $y=x$ 截得的弦长为 $2\sqrt{7}$，求圆 C 的方程.

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 已知圆 $C:x^2+y^2-4x=0$，直线 $l:x+my-3=0$，则（　　）

A. l 与 C 相交　　B. l 与 C 相切

C. l 与 C 相离　　D. 以上三个选项均有可能

2. 直线 $x-y=0$ 被圆 $x^2+y^2=1$ 截得的弦长为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 1

C. 4　　D. 2

3. 已知圆 $C:x^2+y^2-2x+4y=0$，则通过原点且与圆 C 相切的直线方程为（　　）

A. $y=-2x$　　B. $y=-\frac{1}{2}x$

C. $y=\frac{1}{2}x$　　D. $y=2x$

4. 过原点的直线与圆 $x^2+y^2-4x+3=0$ 有公共点，则直线的倾斜角的取值范围是（　　）

A. $\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right]$

C. $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right)$　　D. $\left[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},\frac{5\pi}{6}\right]$

5. **(2018·全国卷Ⅲ)** 直线 $x+y+2=0$ 分别与 x 轴、y 轴交于 A、B 两点，点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是（　　）

A. $[2,6]$　　B. $[4,8]$

C. $[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$　　D. $[2\sqrt{2},3\sqrt{2}]$

6. 若曲线 $C_1:x^2+y^2-2x=0$ 与曲线 $C_2:y(y-mx-m)=0$ 有四个不同的交点，则实数 m 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

B. $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

C. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

D. $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

二、填空题

7. 以点(1,2)为圆心，与直线 $4x+3y-35=0$ 相切的圆的方程是_____.

8. 若直线 $x-y=2$ 被圆 $(x-a)^2+y^2=4$ 所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则实数 a 的值为_____.

9. 已知点 P 在直线 $l:\sqrt{3}x-y+2=0$ 上，点 Q 在圆 $C:x^2+y^2+2y=0$ 上，则 P,Q 两点距离的最小值为_____.

三、解答题

10. 已知圆 $C:(x-1)^2+(y-2)^2=25$，直线 $l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0(m\in\mathbf{R})$.

(1)证明：直线 l 与圆相交；

(2)直线 l 被圆截得的弦长最小时，直线 l 的方程.

11. 已知圆 $C:(x-3)^2+(y-4)^2=4$.

(1)直线 l_1 过定点 $A(1,0)$，若 l_1 与圆 C 相切，求 l_1 的方程；

(2)直线 l_2 过 $B(2,3)$ 与圆 C 相交于 P,Q 两点，求线段 PQ 的中点 M 的轨迹方程.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 C 的圆心为(4,0)，且经过点 $A(5,0)$，直线 l 过点 $(0,-2)$. 若直线 l 被圆 C 所截得的弦长为 2.

(1)求圆 C 的方程；

(2)求直线 l 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.3.4　圆与圆的位置关系

学习目标

1. 掌握圆与圆的位置关系及判定方法；
2. 能利用圆与圆的位置关系解决其他问题.

1 基础知识点对点

知识点一　两圆位置关系的判断

1. 已知圆 $C_1: x^2+y^2-2\sqrt{3}x-4y+6=0$ 和圆 $C_2: x^2+y^2-6y=0$，则两圆的位置关系为（　　）

A. 外离　　B. 外切

C. 相交　　D. 内切

2. 两圆 $x^2+y^2=r^2$ 与 $(x-3)^2+(y+1)^2=r^2(r>0)$ 外切，则 r 的值是（　　）

A. $\sqrt{10}$　　B. $\sqrt{5}$

C. 5　　D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

知识点二　公共弦问题

3. 若圆 $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2+1$ 始终平分圆 $(x+1)^2+(y+1)^2=4$ 的周长，则 a,b 应满足的关系是（　　）

A. $a^2-2a-2b-3=0$

B. $a^2+2a+2b+5=0$

C. $a^2+2b^2+2a+2b+1=0$

D. $3a^2+2b^2+2a+2b+1=0$

4. 已知两圆 $C_1: x^2+y^2+2x-6y+1=0$，圆 $C_2: x^2+y^2-4x+2y-11=0$，求两圆的公共弦所在直线方程及公共弦长.

知识点三　圆的综合应用

5. 圆 $C_1: x^2+y^2+4x-4y+7=0$，$C_2: x^2+y^2-4x-10y+13=0$ 的公切线有（　　）

A. 2 条　　B. 1 条

C. 4 条　　D. 3 条

6. 已知两点 $A(0,0)$，$B(2,2)$ 到直线 l 的距离分别为 1 和 2，这样的直线 l 条数为（　　）

A. 1 条　　B. 2 条

C. 3 条　　D. 4 条

2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 圆 $x^2+y^2-2x=0$ 和 $x^2+y^2+4y=0$ 的位置关系是（　　）

A. 相离　　B. 外切

C. 相交　　D. 内切

2. 若圆 $x^2+y^2=4$ 与圆 $x^2+y^2+2ay-6=0(a>0)$ 的公共弦长为 $2\sqrt{3}$，则实数 a 的值为（　　）

A. 1　　B. ±1

C. 2　　D. ±2

3. 若 $\odot C_1: x^2+y^2-2mx+m^2=4$ 和 $\odot C_2: x^2+y^2+2x-4my=8-4m^2$ 相交，则 m 的取值范围是（　　）

A. $\left(-\frac{12}{5},-\frac{2}{5}\right)$

B. $(0,2)$

C. $\left(-\frac{12}{5},-\frac{2}{5}\right)\cup(0,2)$

D. $\left(-\frac{12}{5},2\right)$

4. 已知圆 $C_1: (x-2)^2+(y+1)^2=1$，圆 C_2 与圆 C_1 关于直线 $x-y-2=0$ 对称，则圆 C_2 的方程为（　　）

A. $(x-1)^2+y^2=1$　　B. $x^2+(y-1)^2=1$

C. $(x+1)^2+y^2=1$　　D. $x^2+(y+1)^2=1$

5. 一个圆过圆 $x^2+y^2-2x=0$ 与直线 $x+2y-3=0$ 的交点，且圆心在 y 轴上，则这个圆的方程为（　　）

A. $x^2+y^2-4x-4y+6=0$

B. $x^2+y^2+4y-6=0$

C. $x^2+y^2+4x-6=0$

D. $x^2+y^2-2y=0$

6. 由动点 P 向圆 $x^2+y^2=1$ 引两条切线 PA,PB，切点分别为 A,B，$\angle APB=60°$，则动点 P 的轨迹方程为（　　）

A. $x^2+y^2=4$　　B. $x^2+y^2=2$

C. $2x+y-4=0$　　D. $x-y-4=0$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

二、填空题

7. 圆 $C_1:(x-m)^2+(y+2)^2=9$ 与圆 $C_2:(x+1)^2+(y-m)^2=4$ 相切，则 m 的值为_____.

8. 若点 P 在圆 $C_1:(x-4)^2+(y-2)^2=9$ 上，点 Q 在圆 $C_2:(x+2)^2+(y+1)^2=4$ 上，则 $|PQ|$ 的最小值是_____.

9. 若两圆 $x^2+y^2=1$ 和 $(x+4)^2+(y-a)^2=25$ 有三条公切线，则常数 $a=$_____.

三、解答题

10. 已知圆 C 的方程为 $x^2+y^2-2x-4y+m=0$.

(1) 若圆 C 与直线 $3x+4y-6=0$ 交于 M,N 两点，且 $|MN|=2\sqrt{3}$，求 m 的值；

(2) 设直线 $x-y-1=0$ 与圆 C 交于 A,B 两点，是否存在实数 m，使得以 AB 为直径的圆过原点，若存在，求出实数 m 的值；若不存在，请说明理由.

11. 已知 $A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=9\}$，$B=\{(x,y)\mid (x-r)^2+(y-2r)^2=r^2, r>0\}$，$A\cap B$ 有且只有一个元素，求 r.

12. 求与圆 $x^2+y^2-2x=0$ 外切，且与直线 $x+\sqrt{3}y=0$ 相切于点 $(3,-\sqrt{3})$ 的圆的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

2.4　空间直角坐标系

2.4.1　空间直角坐标系

2.4.2　空间两点的距离公式

学习目标

1. 能准确求出所给点的空间坐标；
2. 能利用空间中两点间的距离公式解决空间中的距离问题.

1 基础知识点对点

知识点一　求空间点的坐标

1. 关于空间直角坐标系，下列叙述正确的是　(　　)

A. 点 $P(x,y,z)$ 中，x,y,z 的位置是可以互换的

B. 空间直角坐标系中的点与三元有序数组 (x,y,z) 具有一一对应关系

C. 空间直角坐标系中的三条坐标轴把空间分成了八个部分

D. 某点在不同的空间直角坐标系中的坐标、位置可以相同

2. 在空间直角坐标系中，点 $P(1,2,3)$，过点 P 作平面 xOz 的垂线，垂足为 Q，则 Q 的坐标为_____.

知识点二　空间中点的对称问题

3. $(4,-3,1)$ 关于坐标原点的对称点的坐标是　(　　)

A. $(-4,-3,-1)$　　B. $(-4,3,-1)$

C. $(4,-3,-1)$　　D. $(-4,3,1)$

4. 在空间直角坐标系中，点 $P(3,-2,1)$ 关于 x 轴的对称点坐标为　(　　)

A. $(3,2,-1)$　　B. $(-3,-2,1)$

C. $(-3,2,-1)$　　D. $(3,2,1)$

知识点三　空间两点间的距离

5. 已知点 $A(x,1,2)$ 和点 $B(2,3,4)$，且 $|AB|=2\sqrt{6}$，则实数 $x=$　(　　)

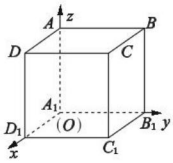
A. -3 或 4　　B. 6 或 2

C. 3 或 -4　　D. 6 或 -2

6. 如图建立空间直角坐标系，已知正方体的棱长为 2.

(1)求正方体各顶点的坐标；

(2)求 A_1C 的长度.



2 课后拔高提能练

一、选择题

1. 设 $y\in\mathbf{R}$，则点 $P(1,y,3)$ 的集合为　(　　)

A. 垂直于 xOz 平面的一条直线

B. 平行于 xOz 平面的一条直线

C. 垂直于 y 轴的一个平面

D. 平行于 y 轴的一个平面

2. 在空间直角坐标系中，点 $(-2,1,4)$ 关于 x 轴的对称点的坐标为　(　　)

A. $(-2,1,-4)$　　B. $(2,1,-4)$

C. $(-2,-1,-4)$　　D. $(2,-1,4)$

3. 在坐标平面 xOz 上，与点 $A(2,-3,4)$，$B(-3,3,4)$ 的距离相等的点有　(　　)

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 无数个

4. 空间直角坐标系中，点 $A(-3,4,0)$ 与点 $B(x,-1,6)$ 的距离为 $\sqrt{86}$，则 x 等于　(　　)

A. 2　　B. -8

C. 2 或 -8　　D. 8 或 2

5. 一束光线自点 $P(1,1,1)$ 发出，被 xOy 平面反射到达点 $Q(3,3,6)$ 被吸收，那么光线所走的路程是　(　　)

A. $\sqrt{37}$　　B. $\sqrt{47}$

C. $\sqrt{33}$　　D. $\sqrt{57}$

6. 已知 $A(1-t,1-t,t)$，$B(2,t,t)$，则 A,B 两点间的距离的最小值是　(　　)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{55}}{5}$

C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{11}{5}$

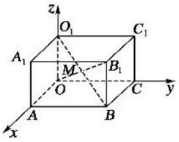
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

二、填空题

7. 若 $A(1,-2,1)$，$B(2,2,2)$，点 P 在 z 轴上，且 $|PA|=|PB|$，则点 P 的坐标为_____.

8. 如图所示，在长方体 $OABC-O_1A_1B_1C_1$ 中，$|OA|=2$，$|AB|=3$，$|AA_1|=2$，M 是 OB_1 与 BO_1 的交点，则 M 点的坐标是_____.



9. 在空间直角坐标系中，已知点 $A(1,2,1)$，$B(1,1,0)$，$C(0,2,0)$，则以三点为顶点构成的三角形的形状是_____.

三、解答题

10. $V-ABCD$ 为正四棱锥，O 为底面中心，若 $AB=2$，$VO=3$，试建立空间直角坐标系，并确定各顶点坐标.

11. (1)在 z 轴上求与点 $A(-4,1,7)$ 和 $B(3,5,-2)$ 等距离的点的坐标；

(2)在 yOz 平面上，求与点 $A(3,1,2)$，$B(4,-2,-2)$ 和 $C(0,5,1)$ 等距离的点的坐标.

12. 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，F 为 BD 的中点，G 在 CD 上，且 $CG=\frac{CD}{4}$，H 为 C_1G 的中点，求：

(1)FH 的长；

(2)$\triangle FHB$ 的周长.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

章末检测

（时间：60 分钟　满分：100 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

1. 过点 $P(4,-1)$ 且与直线 $3x-4y+6=0$ 垂直的直线方程是（　　）

A. $4x+3y-13=0$　　B. $4x-3y-19=0$

C. $3x-4y-16=0$　　D. $3x+4y-8=0$

2. 圆 $(x+2)^2+y^2=4$ 与圆 $(x-2)^2+(y-1)^2=9$ 的位置关系为（　　）

A. 内切　　B. 外切

C. 相交　　D. 外离

3. 已知点 $M(a,b)$ 在圆 $O:x^2+y^2=1$ 外，则直线 $ax+by=1$ 与圆 O 的位置关系是（　　）

A. 相切　　B. 相交

C. 相离　　D. 不确定

4. 已知直线 l 的倾斜角为 $120°$，且 l 在 y 轴上的截距为 -2，则直线 l 的方程为（　　）

A. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x-2$　　B. $y=-\sqrt{3}x-2$

C. $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$　　D. $y=-\sqrt{3}x+2$

5. 圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 上的点到直线 $x-y=2$ 的距离最大值是（　　）

A. 2　　B. $1+\sqrt{2}$

C. $1+\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $1+2\sqrt{2}$

6. 点 $A(4,0)$ 关于直线 $l:5x+4y+21=0$ 的对称点是（　　）

A. $(-6,8)$　　B. $(-8,-6)$

C. $(6,8)$　　D. $(-6,-8)$

7. 已知 AC,BD 为圆 $O:x^2+y^2=4$ 的两条相互垂直的弦，垂足为 $M(1,\sqrt{2})$，则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为（　　）

A. 4　　B. $4\sqrt{2}$

C. 5　　D. $5\sqrt{2}$

8. 空间直角坐标系中，已知 $A(2,3,5),B(3,1,4)$，则 A,B 两点间的距离为（　　）

A. 6　　B. $\sqrt{6}$

C. $\sqrt{30}$　　D. $\sqrt{42}$

二、填空题（每小题 5 分，共 15 分）

9. 过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ 的弦，其中最短弦的长为_____.

10. 已知圆 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=25$，点 $P(-1,7)$，过点 P 作圆 C 的切线，则该切线的一般式方程为_____.

11. 过点 $M(-2,4)$ 作圆 $C:(x-2)^2+(y-1)^2=25$ 的切线 l，且直线 $l_1:ax+3y+2a=0$ 与 l 平行，则 l_1 与 l 间的距离是_____.

三、解答题（每小题 15 分，共 45 分）

12. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(5,1)$，AB 边上的中线 CM 所在直线方程为 $2x-y-5=0$，AC 边上的高 BH 所在的直线方程为 $x-2y-5=0$. 求：

(1) 顶点 C 的坐标；

(2) 直线 BC 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

学习札记

13. 已知点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，动点 P 满足 $|PA|=2|PB|$.

(1)若点 P 的轨迹为曲线 C，求此曲线的方程；

(2)若点 Q 在直线 l_1：$x+y+3=0$ 上，直线 l_2 经过点 Q 且与曲线 C 只有一个公共点 M，求 $|QM|$ 的最小值.

14. 已知圆 O：$x^2+y^2=8$ 内有一点 $P_0(-1,2)$，AB 为过点 P_0 且倾斜角为 α 的弦.

(1)当 $\alpha=135°$ 时，求弦 AB 的长；

(2)当弦 AB 被 P_0 平分时，圆 M 经过点 $C(3,0)$ 且与直线 AB 相切于点 P_0，求圆 M 的标准方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

阶段测试一

(第一章　立体几何初步)

时间:120 分钟　满分:150 分

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 设 m,n 是两条不同的直线,α,β 是两个不同的平面,下列命题中正确的是 (　　)

A. 若 $\alpha\perp\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$,则 $m\perp n$　　B. 若 $\alpha/\!/\beta,m\subset\alpha,n\subset\beta$,则 $m/\!/n$

C. 若 $m\perp n,m\subset\alpha,n\subset\beta$,则 $\alpha\perp\beta$　　D. 若 $m\perp\alpha,m/\!/n,n/\!/\beta$,则 $\alpha\perp\beta$

2. 若直线 l 不平行于平面 α,且 $l\not\subset\alpha$,则 (　　)

A. α 与直线 l 至少有两个公共点　　B. α 内的直线与 l 都相交

C. α 内的所有直线与 l 异面　　D. α 内不存在与 l 平行的直线

3. 利用斜二测画法画平面内一个三角形的直观图得到的图形还是一个三角形,那么直观图三角形的面积与原来三角形面积的比是 (　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 球的体积与其表面积的数值相等,则球的半径等于 (　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 3

5. 下列命题中正确的是 (　　)

A. 若直线 l 与平面 α 平行,则 l 与平面 α 内的任意一条直线都没有公共点

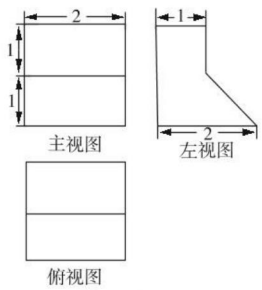
B. 若直线 l 与平面 α 平行,则 l 与平面 α 内的任意一条直线都平行

C. 若直线 l 上有无数个点不在平面 α 内,则 $l/\!/\alpha$

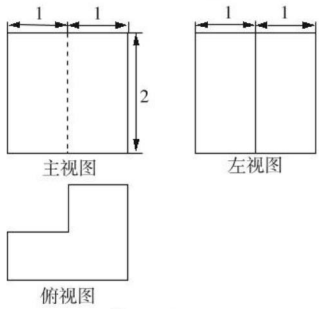
D. 如果两条平行线中的一条与一个平面平行,那么另一条也与这个平面平行

6. 一个几何体的三视图如图所示,则该几何体的体积为 (　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6



第 6 题图



第 7 题图

7. 某几何体的三视图如图所示,则其表面积为 (　　)

A. 18　　B. 22　　C. 21　　D. 32

8. 给出的下列四个命题:

①若 $\alpha\perp\beta,\beta\perp\gamma$,则 $\alpha\perp\gamma$;②若 l 上两点到 α 的距离相等,则 $l/\!/\alpha$;③若直线 $a/\!/b$,直线 $b\subset\alpha$,则 $a/\!/\alpha$;④如果平面 α 不垂直于平面 β,那么平面 α 内一定不存在直线垂直于平面 β,其中真命题的个数为 (　　)

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

9. 在一个锥体中,作平行于底面的截面,若这个截面面积与底面面积之比为 1∶3,则锥体被截面所分成的两部分的体积之比为 (　　)

A. $1:\sqrt{3}$　　B. 1∶9　　C. $1:3\sqrt{3}$　　D. $1:(3\sqrt{3}-1)$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

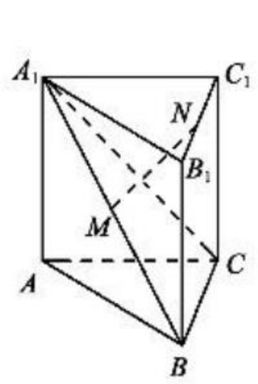
10. 三棱锥 $A-BCD$ 的外接球为球 O，球 O 的直径是 AD，且 $\triangle ABC$，$\triangle BCD$ 都是边长为 1 的等边三角形，则三棱锥 $A-BCD$ 的体积是 （　　）

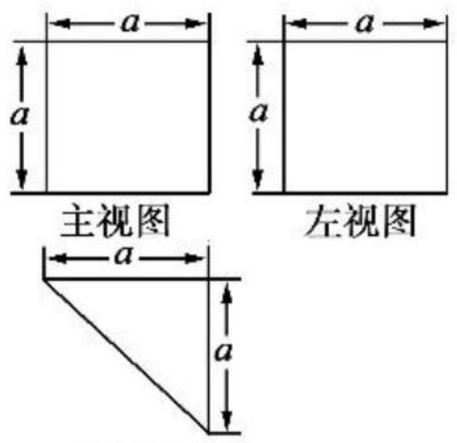
A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{6}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

11. 等边三角形 ABC 的边长为 1，BC 边上的高为 AD，若沿 AD 折起使平面 $ABD\perp$ 平面 ACD，则 A 到 BC 的距离是 （　　）

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{14}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12. 一个多面体的直观图、主视图、左视图、俯视图如下，M，N 分别为 A_1B，B_1C_1 的中点，下列结论中正确的个数有 （　　）





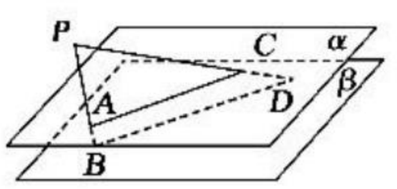
俯视图

①直线 MN 与 A_1C 相交；②$MN\perp BC$；③MN // 平面 ACC_1A_1；④三棱锥 $N-A_1BC$ 的体积为 $V_{N-A_1BC}=\frac{1}{6}a^3$.

A. 4 个　　B. 3 个　　C. 2 个　　D. 1 个

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

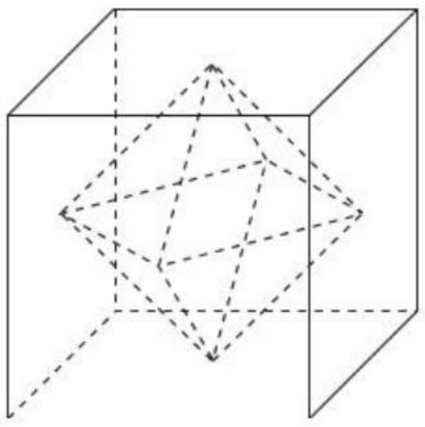
13. 如右图所示，平面 α // 平面 β，$PA=6$，$AB=2$，$BD=12$，则 $AC=$_____.



14. 已知一个正三棱柱的侧面积为 18，且侧棱长为底面边长的 2 倍，则该正三棱柱的体积为_____.

15. 一个与球心距离为 $\sqrt{2}$ 的平面截球所得圆面面积为 π，则球的表面积为_____.

16. **(2018 · 江苏卷)** 如图所示，正方体的棱长为 2，以其所有面的中心为顶点的多面体的体积为_____.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17. (10 分) 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，M 为 AD 的中点.

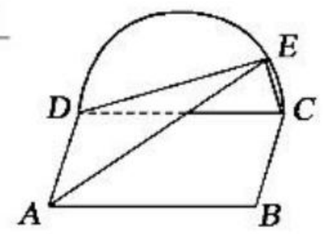
(1) 若 AD // BC，$AD=2BC$，求证：BM // 平面 PCD；

(2) 若 $PA=PD$，平面 $PAD\perp$ 平面 PBM，求证：$AD\perp PB$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

18.（12 分）如右图所示，已知 $ABCD$ 是矩形，E 是以 DC 为直径的半圆周上一点，且平面 $CDE\perp$ 平面 $ABCD$.

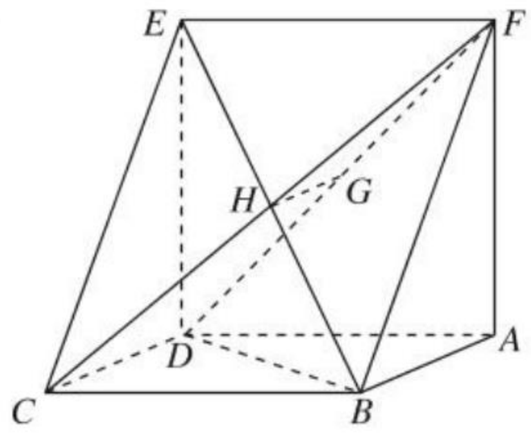
求证：$CE\perp$ 平面 ADE.



19.（12 分）已知如图：平行四边形 $ABCD$ 中，$BC=6$，正方形 $ADEF$ 所在平面与平面 $ABCD$ 垂直，G，H 分别是 DF，BE 的中点.

（1）求证：$GH\parallel$ 平面 CDE；

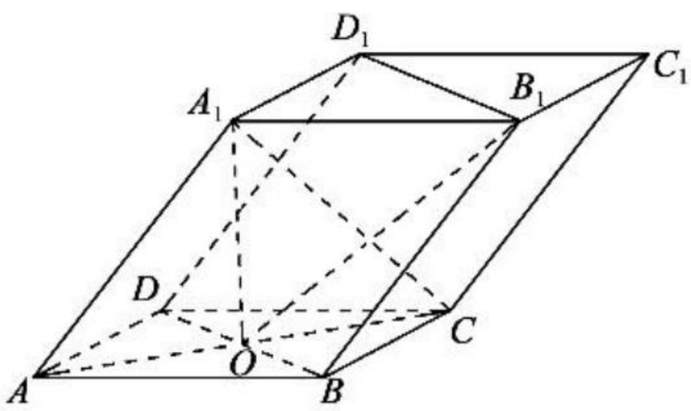
（2）若 $CD=2$，$DB=4\sqrt{2}$，求四棱锥 $F-ABCD$ 的体积.



20.（12 分）如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，O 为底面中心，$A_1O\perp$ 平面 $ABCD$，$AB=AA_1=\sqrt{2}$.

（1）证明：平面 $A_1BD\parallel$ 平面 CD_1B_1；

（2）求三棱柱 $ABD-A_1B_1D_1$ 的体积.

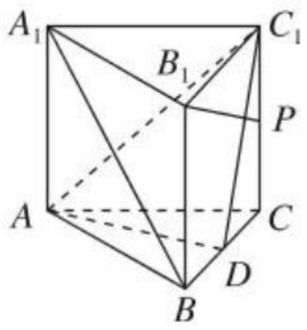


关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.（12 分）如图所示，在正三棱柱（底面是正三角形，侧棱和底面垂直的三棱柱）$ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1$，D 是 BC 上的一点，且 $AD\perp C_1D$.

（1）求证：A_1B // 平面 AC_1D；

（2）在棱 CC_1 上是否存在一点 P，使直线 $PB_1\perp$ 平面 AC_1D？若存在，找出这个点，并加以证明；若不存在，请说明理由.

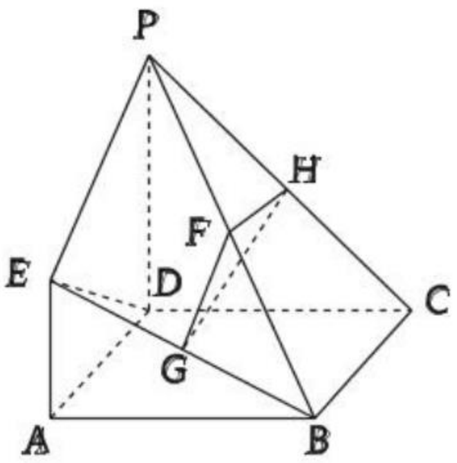


22.（12 分）如图，已知四边形 $ABCD$ 是正方形，$EA\perp$ 平面 $ABCD$，PD // EA，$AD=PD=2EA=2$，F，G，H 分别为 BP，BE，PC 的中点.

（1）求证：平面 FGH // 平面 PDE；

（2）求证：平面 $FGH\perp$ 平面 AEB；

（3）在线段 PC 上是否存在一点 M，使 $PB\perp$ 平面 EFM？若存在，求出线段 PM 的长；若不存在，请说明理由.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段测试二

（第二章　平面解析几何初步）

时间：120 分钟　满分：150 分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 已知直线经过点 $A(1,-5)$ 和点 $B(1,2)$，则直线 AB 的斜率为（　　）

A. 0　　B. -3　　C. 2　　D. 不存在

2. 经过圆 $x^2+y^2=10$ 上一点 $M(2,\sqrt{6})$ 的切线方程是（　　）

A. $x+\sqrt{6}y-10=0$　　B. $\sqrt{6}x-2y+10=0$

C. $x-\sqrt{6}y-10=0$　　D. $2x+\sqrt{6}y-10=0$

3. 过点 $(1,0)$ 且与直线 $x-2y-2=0$ 平行的直线方程是（　　）

A. $x-2y-1=0$　　B. $x-2y+1=0$　　C. $2x+y-2=0$　　D. $x+2y-1=0$

4. 已知两直线 $x-ky-k=0$ 与 $y=k(x-1)$ 平行，则 k 的值为（　　）

A. 1　　B. -1　　C. 1 或 -1　　D. 2

5. 已知圆 $x^2+y^2=100$，则直线 $4x-3y=50$ 与该圆的位置关系是（　　）

A. 相离　　B. 相切　　C. 相交　　D. 无法确定

6. 若 $P(2,-1)$ 为圆 $(x-1)^2+y^2=25$ 的弦 AB 的中点，则直线 AB 的方程是（　　）

A. $2x-y-5=0$　　B. $2x+y-3=0$

C. $x+y-1=0$　　D. $x-y-3=0$

7. 若直线 $(a+2)x+(1-a)y=a^2(a>0)$ 与直线 $(a-1)x+(2a+3)y+2=0$ 互相垂直，则 a 等于（　　）

A. 1　　B. -1　　C. ±1　　D. -2

8. 两直线 $3ax-y-2=0$ 和 $(2a-1)x+5ay-1=0$ 分别过定点 A、B，则 $|AB|$ 等于（　　）

A. $\frac{\sqrt{89}}{5}$　　B. $\frac{17}{5}$　　C. $\frac{13}{5}$　　D. $\frac{11}{5}$

9. 直线 l 过点 $M(-1,2)$，且与以 $P(-2,-3)$，$Q(4,0)$ 为端点的线段 PQ 相交，则 l 的斜率的取值范围是（　　）

A. $\left[-\frac{2}{5},5\right]$　　B. $\left[-\frac{2}{5},0\right)\cup(0,5]$

C. $\left[-\frac{2}{5},\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{\pi}{2},5\right]$　　D. $\left(-\infty,-\frac{2}{5}\right]\cup[5,+\infty)$

10. 关于空间直角坐标系 $O-xyz$ 中的一点 $P(1,2,3)$，有下列说法：

①点 P 到坐标原点的距离为 $\sqrt{13}$；

②OP 的中点坐标为 $\left(\frac{1}{2},1,\frac{3}{2}\right)$；

③点 P 关于 x 轴对称的点的坐标为 $(-1,-2,-3)$；

④点 P 关于坐标原点对称的点的坐标为 $(1,2,-3)$；

⑤点 P 关于坐标平面 xOy 对称的点的坐标为 $(1,2,-3)$.

其中正确的个数是（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

11. 已知圆 $M:x^2+y^2-2ay=0(a>0)$ 截直线 $x+y=0$ 所得线段的长度是 $2\sqrt{2}$，则圆 M 与圆 $N:(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 的位置关系是（　　）

A. 内切　　B. 相交　　C. 外切　　D. 相离

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. 圆 O 的方程为 $x^2+y^2=2$，圆 M 方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=1$，P 为圆 M 上任一点，过 P 作圆 O 的切线 PA，若 PA 与圆 M 的另一个交点为 Q，当弦 PQ 的长度最大时，切线 PA 的斜率是 （　　）

A. 7 或 1　　B. −7 或 1　　C. −7 或−1　　D. 7 或−1

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分)

13. 过两点 $A(-1,1)$，$B(3,9)$ 的直线，在 x 轴、y 轴上的截距分别是_____，_____.

14. 已知圆 $C:x^2+y^2+2x+ay-3=0$（a 为实数）上任意一点关于直线 $l:x-y+2=0$ 的对称点都在圆 C 上，则 $a=$_____.

15. 在空间直角坐标系中，已知 $A(1,0,-3)$，$B(4,-2,1)$，则 $|AB|=$_____.

16. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $x^2+y^2=4$ 上有且只有四个点到直线 $12x-5y+c=0$ 的距离为 1，则实数 c 的取值范围是_____.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分)

17. (10 分)已知直线 $l:2x-3y+1=0$，点 $A(-1,-2)$，求：

(1)过点 $A(-1,-2)$ 与直线 l 平行的直线 m 的方程；

(2)点 A 关于直线 l 的对称点 A' 的坐标.

18. (12 分)过点 $P(3,1)$ 作圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的两条切线，切点分别为 A，B，求直线 AB 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19.(12 分)已知点 $P(2,0)$,及⊙C:$x^2+y^2-6x+4y+4=0$.

(1)当直线 l 过点 P 且与圆心 C 的距离为 1 时,求直线 l 的方程;

(2)设过点 P 的直线与⊙C 交于 A,B 两点,当 $|AB|=4$ 时,求以线段 AB 为直径的圆的方程.

20.(12 分)已知以点 $A(-1,2)$为圆心的圆与直线 m:$x+2y+7=0$ 相切,过点$B(-2,0)$的动直线与圆 A 相交于 M,N 两点.

(1)求圆 A 的方程;

(2)当 $|MN|=2\sqrt{19}$时,求直线 l 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)已知△ABC 的顶点 $A(0,1)$,AB 边上的中线 CD 所在的直线方程为 $2x-2y-1=0$,AC 边上的高 BH 所在直线的方程为 $y=0$.

(1)求△ABC 的顶点 B,C 的坐标;

(2)若圆 M 经过不同的三点 A,B,$P(m,0)$,且斜率为 1 的直线与圆 M 相切于点 P,求圆 M 的方程.

22.(12 分)在直角坐标系中,设矩形 $OPQR$ 的顶点按逆时针顺序依次排列,且 O,P,Q 三点的坐标分别是 $O(0,0)$,$P(1,t)$,$Q(1-2t,2+t)$,其中 $t\in(0,+\infty)$.

(1)求顶点 R 的坐标;

(2)求矩形 $OPQR$ 在第一象限部分的面积 $S(t)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

阶段测试三

（本册综合测试一）

时间：120 分钟　满分：150 分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 下列关于直线 l，m 与平面 α，β 的命题中，正确的是（　　）

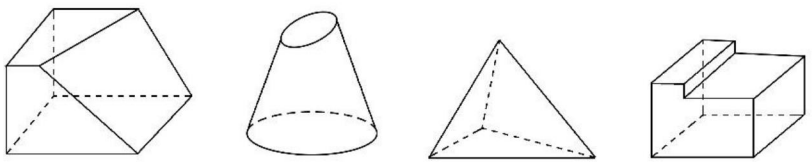
A. 若 $l\subset\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $l\perp\alpha$　　B. 若 $l\perp\beta$，且 $\alpha/\!/\beta$，则 $l\perp\alpha$

C. 若 $l\perp\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $l/\!/\alpha$　　D. 若 $\alpha\cap\beta=m$，且 $l/\!/m$，则 $l/\!/\alpha$

2. 如果直线 $ax+2y+2=0$ 与直线 $3x-y-2=0$ 平行，则系数 $a=$（　　）

A. -3　　B. -6　　C. $-\frac{3}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

3. 如下图所示，观察四个几何体，其中判断正确的是（　　）



①　②　③　④

A. ①是棱台　　B. ②是圆台

C. ③是棱锥　　D. ④是棱台

4. 圆柱底面圆的半径和圆柱的高都为 2，则圆柱侧面展开图的面积为（　　）

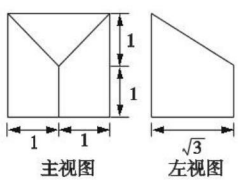
A. 4π　　B. $4\sqrt{2}\pi$　　C. 8π　　D. $8\sqrt{2}\pi$

5. 设 P 为圆 $x^2+y^2=1$ 上的动点，则点 P 到直线 $3x-4y-20=0$ 的距离的最小值为（　　）

A. 2　　B. 3

C. 4　　D. 5

6. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$　　D. $\sqrt{3}$

7. 在空间直角坐标系中，方程 $x^2-4(y-1)^2=0$ 表示的图形是（　　）

A. 两个点　　B. 两条直线

C. 两个平面　　D. 一条直线和一个平面

8. 某直三棱柱的侧棱长等于 2，底面为等腰直角三角形且腰长为 1，则该直三棱柱的外接球的表面积是（　　）

A. π　　B. 2π　　C. 4π　　D. 6π

9. 已知直线 l：$2x+3y+1=0$ 被圆 C：$x^2+y^2=r^2$ 所截得的弦长为 d，则下列直线中被圆 C 截得的弦长同样为 d 的直线是（　　）

A. $4x+6y-1=0$　　B. $4x+6y+1=0$　　C. $2x-3y-1=0$　　D. $3x+2y=0$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. 直线 $y=x+b$ 与曲线 $x=\sqrt{1-y^2}$ 有且仅有一个公共点，则 b 的取值范围是（　　）

A. $|b|=2$　　B. $-1<b\leqslant 1$ 或 $b=-\sqrt{2}$

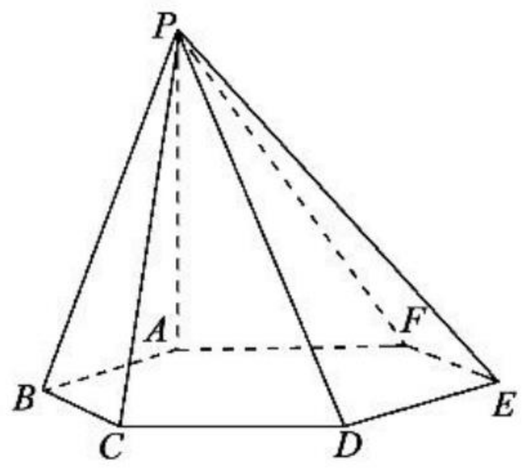
C. $-1\leqslant b\leqslant 1$　　D. 以上答案都不对

11. 以 $M(-4,3)$ 为圆心的圆与直线 $2x+y-5=0$ 相离，那么圆 M 的半径 r 的取值范围是（　　）

A. $0<r<2$　　B. $0<r<\sqrt{5}$

C. $0<r<2\sqrt{5}$　　D. $0<r<10$

12. 已知六棱锥 $P-ABCDEF$ 的底面是正六边形，$PA\perp$ 平面 ABC. 则下列结论不正确的是（　　）



A. $CD\parallel$ 平面 PAF　　B. $DF\perp$ 平面 PAF

C. $CF\parallel$ 平面 PAB　　D. $CF\perp$ 平面 PAD

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 空间两点 $A(2,5,4)$，$B(-2,3,5)$ 之间的距离等于_____.

14. 若圆 $(x-3)^2+(y+5)^2=r^2(r>0)$ 上有且仅有两个点到直线 $4x-3y-2=0$ 的距离为 1，则半径 r 的取值范围是_____.

15. 已知一个正方体的所有顶点在一个球面上，若球的体积为 $\frac{9\pi}{2}$，则正方体的棱长为_____.

16. 已知 $\odot O$ 的方程是 $x^2+y^2-2=0$，$\odot O'$ 的方程是 $x^2+y^2-8x+10=0$，由动点 P 向 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 所引的切线长相等，则动点 P 的轨迹方程是_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分）

17.（10 分）在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，截下一个棱锥 $C-A_1DD_1$，求棱锥 $C-A_1DD_1$ 的体积与剩余的体积之比.

18.（12 分）已知直线 l 经过点 $M(-3,-3)$，且圆 $x^2+y^2+4y-21=0$ 的圆心到 l 的距离为 $\sqrt{5}$.

（1）求直线 l 被该圆所截得的弦长；

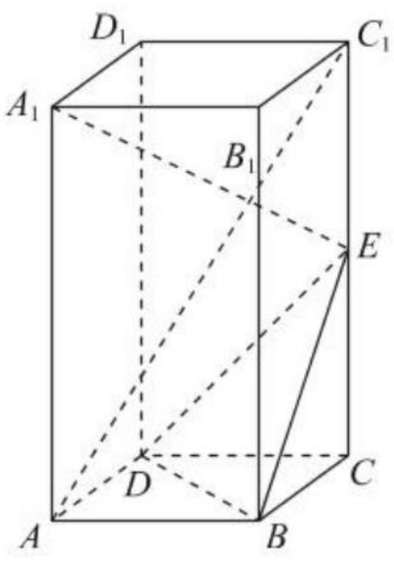
（2）求直线 l 的方程.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

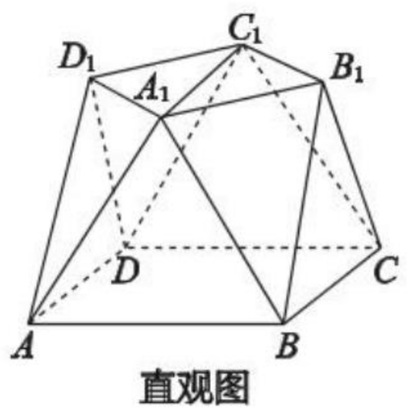
19.(12 分)在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,$AA_1=2AB$,E 为 CC_1 的中点.求证:

(1)AC_1 // 平面 BDE;

(2)$A_1E\perp$ 平面 BDE.



20.(12 分)一个多面体的直观图、主视图、左视图如图 1、图 2 所示,其中主视图、左视图均为边长为 a 的正方形.



直观图

图 1

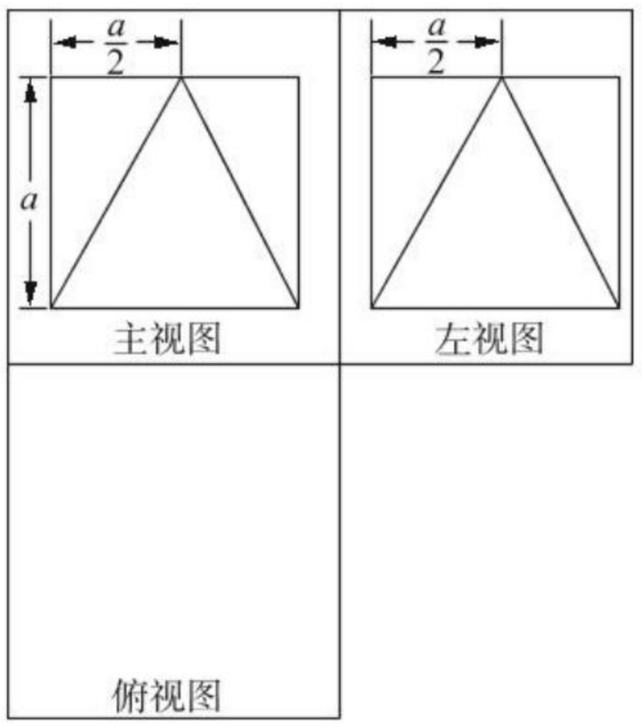


图 2

(1)请在图 2 指定的框内画出多面体的俯视图;

(2)若多面体底面对角线 AC,BD 交于点 O,E 为线段 AA_1 的中点,求证:OE // 平面 A_1C_1C;

(3)求该多面体的表面积.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

21.(12 分)在直角坐标系 xOy 中,已知圆 $C:(x-2)^2+(y-2)^2=8$ 及点 $O(0,0)$,$A(-2,0)$.

(1)从圆 C 外一点 $M(m,n)$ 向圆 C 引一条切线,切点为 B,且 $|MB|=|MA|$,求 $|MO|$ 的最小值;

(2)设点 $T(0,t)$ 满足:存在圆 C 上的两点 P、Q,使得 $\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$,求实数 t 的取值范围.

22.(12 分)已知以点 $C\left(t,\frac{2}{t}\right)(t\in\mathbf{R},t\neq0)$ 为圆心的圆与 x 轴交于点 O,A,与 y 轴交于点 O,B,其中 O 为原点.

(1)求证:$\triangle AOB$ 的面积为定值;

(2)设直线 $2x+y-4=0$ 与圆 C 交于点 M,N,若 $|OM|=|ON|$,求圆 C 的方程;

(3)在(2)的条件下,设 P,Q 分别是直线 $l:x+y+2=0$ 和圆 C 的动点,求 $|PB|+|PQ|$ 的最小值及此时点 P 的坐标.

班级_____ 姓名_____ 考场号_____ 准考证号_____

密 封 线

数学 必修2B

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

阶段测试四

（本册综合测试二）

时间：120 分钟　满分：150 分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

1. 两平行线 $3x-4y-12=0$ 与 $6x-8y+16=0$ 间的距离是 （　）

A. $\frac{28}{5}$　　B. 4　　C. $\frac{14}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

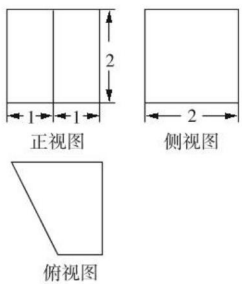
2. 若直线 $l_1: 2x-ay-1=0$ 过点 $(1,1)$，则直线 l_1 与 $l_2: x+2y=0$ （　）

A. 平行　　B. 相交但不垂直　　C. 垂直　　D. 相交于点 $(2,-1)$

3. 直线 $x-y+4=0$ 被圆 $x^2+y^2+4x-4y+6=0$ 截得的弦长等于 （　）

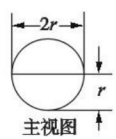
A. $\sqrt{2}$　　B. 2　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

4. **（2018·浙江卷）**某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）是 （　）



A. 2　　B. 4　　C. 6　　D. 8

5. 圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的主视图和俯视图如图所示. 若该几何体的表面积为 $16+20\pi$，则 $r=$ （　）



A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

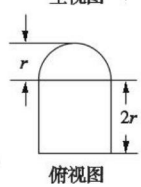
6. 下列命题正确的是 （　）

A. 两两相交的三条直线可确定一个平面

B. 两条直线和同一个平面所成的角相等，则这两条直线平行

C. 过平面外一点的直线与这个平面只能相交或平行

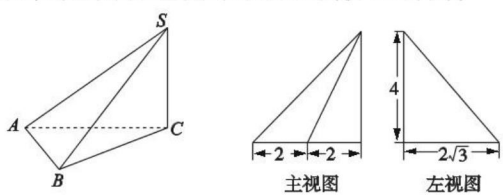
D. 和两条异面直线都相交的两条直线一定是异面直线



7. 圆 $C_1: x^2+y^2+2x+8y-8=0$ 与圆 $C_2: x^2+y^2-4x+4y-2=0$ 的位置关系是 （　）

A. 相交　　B. 外切　　C. 内切　　D. 相离

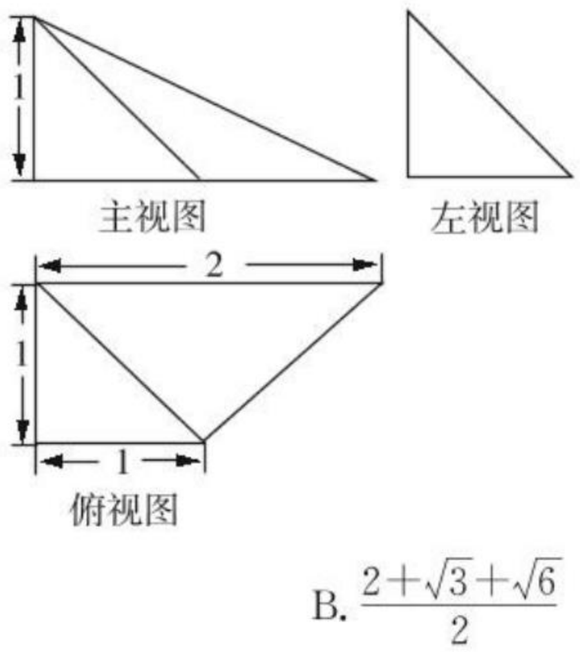
8. 三棱锥 $S-ABC$ 及其三视图中的主视图和左视图如图所示，则棱 SB 的长为 （　）



A. $4\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{19}$　　C. $2\sqrt{5}$　　D. $4\sqrt{3}$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

9. 某几何体的三视图如下图所示，则其侧面积为 （　　）



A. $\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{2+\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$

C. $\frac{6+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

10. 曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 与直线 $y=k(x-2)+4$ 有两个交点，则实数 k 的取值范围是 （　　）

A. $\left(0,\frac{5}{12}\right)$　　B. $\left(\frac{5}{12},+\infty\right)$　　C. $\left(\frac{1}{3},\frac{3}{4}\right]$　　D. $\left(\frac{5}{12},\frac{3}{4}\right]$

11. 若圆 $x^2+y^2-4x-4y-10=0$ 上至少有三个不同点到直线 $l:x-y+b=0$ 的距离为 $2\sqrt{2}$，则 b 的取值范围是 （　　）

A. $[-2,2]$　　B. $[-10,10]$

C. $(-\infty,-10]\cup[10,+\infty)$　　D. $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

12. 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 为正方形，且 PD 垂直于底面 $ABCD$，$PN=\frac{1}{3}PB$，则三棱锥 $P-ANC$ 与四棱锥 $P-ABCD$ 的体积比为 （　　）



A. 1∶2　　B. 2∶3

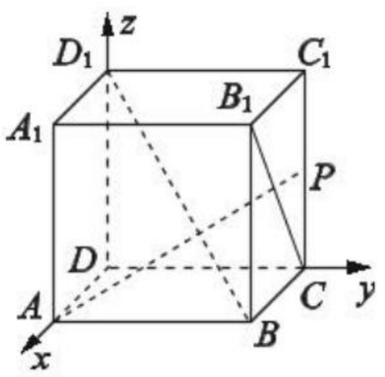
C. 1∶6　　D. 1∶8

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

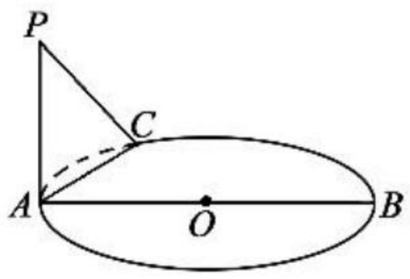
13. 已知直线 l 过点 $A(1,1)$，且 l 在 y 轴上的截距的取值范围为 $(0,2)$，则直线 l 的斜率的取值范围是_____.

14. P 为圆 $x^2+y^2=1$ 的动点，则点 P 到直线 $3x-4y-10=0$ 的距离的最小值为_____.

15. 如图所示，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，以 D 为原点，以正方体的三条棱 DA,DC,DD_1 所在的直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系，若点 P 在正方体的侧面 BCC_1B_1 及其边界上运动，并且总是保持 $AP\perp BD_1$，则下列点 P 的坐标 ①$(1,1,1)$；②$(0,1,0)$；③$(1,1,0)$；④$(0,1,1)$；⑤$\left(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2}\right)$ 中正确的是_____.



16. 如图所示，AB 是 $\odot O$ 的直径，$PA\perp$ 平面 $\odot O$，C 为圆周上一点，$AB=5$ cm，$AC=2$ cm，则 B 到平面 PAC 的距离为_____.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

三、解答题(本大题共 6 小题,共 70 分)

17.(10 分)求经过两条直线 $l_1:x+y-4=0$ 和 $l_2:x-y+2=0$ 的交点,且分别与直线 $2x-y-1=0$.

(1)平行的直线方程;

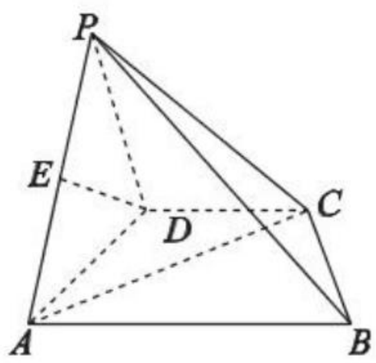
(2)垂直的直线方程.

18.(12 分)已知直线 l 经过点 $M(2,1)$,且与两坐标轴围成的三角形的面积是 4,求直线 l 的方程.

19.(12 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面是直角梯形 $ABCD$,其中 $AD\perp AB$,$CD\parallel AB$,$AB=4$,$CD=2$,侧面 PAD 是边长为 2 的等边三角形,且与底面 $ABCD$ 垂直,E 为 PA 的中点.

(1)求证:$DE\parallel$平面 PBC;

(2)求三棱锥 $A-PBC$ 的体积.

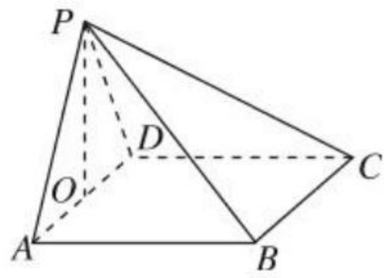


关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

20.(12 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,侧面 PAD 是正三角形,且平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$,O 为棱 AD 的中点.

(1)求证:$PO\perp$ 平面 $ABCD$;

(2)求 C 点到平面 PDB 的距离.

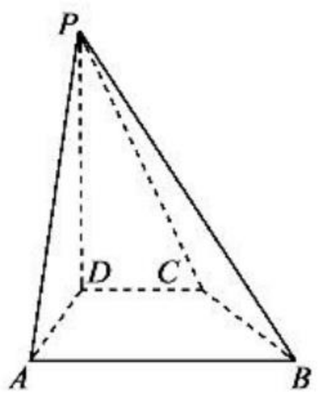


21.(12 分)如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中,$PD\perp$ 平面 $ABCD$,$AB\parallel DC$,$AB\perp AD$,$BC=5$,$DC=3$,$AD=4$,$\angle PAD=60°$.

(1)当正视方向与向量$\overrightarrow{AD}$的方向相同时,画出四棱锥 $P-ABCD$ 的主视图(要求标出尺寸,并写出演算过程);

(2)若 M 为 PA 的中点,求证:$DM\parallel$ 平面 PBC;

(3)求三棱锥 $D-PBC$ 的体积.



22.(12 分)平面内有两个定点 $A(1,0)$,$B(1,-2)$,设点 P 到 A,B 的距离分别为 d_1,d_2,且$\frac{d_1}{d_2}=\sqrt{2}$.

(1)求点 P 的轨迹 C 的方程;

(2)是否存在过点 A 的直线 l 与轨迹 C 相交于 E,F 两点,满足 $S_{\triangle OEF}=2\sqrt{2}$($O$ 为坐标原点).若存在,求出直线 l 的方程;若不存在,请说明理由.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

骄子之路®
the Road to Pride
让 学习更快乐，人生更精彩

答案与解析

与45分钟课时作业与单元测试配套使用

数学

必修2 RJ·B

班级：_____

姓名：_____

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

第一部分　课时作业

第一章　立体几何初步

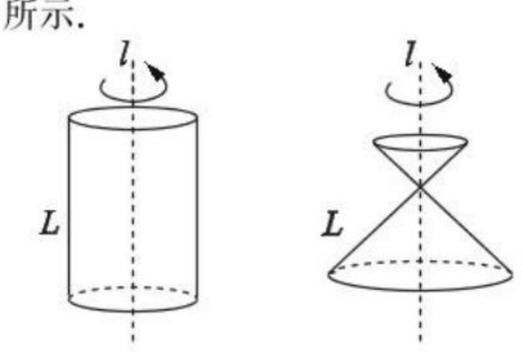
1.1　空间几何体

1.1.1　构成空间几何体的基本元素

基础知识点对点

1. C　由线动成面的理论，直线的平行移动可以形成平面或曲面，所以曲面上可能有直线，故 C 错.
2. A
3. ①③④

   解析：① 正确，由于直线 AA_1 与直线 CC_1 同在平面 AA_1C_1C 内，没有交点，因此直线 AA_1 与直线 CC_1 平行；② 不正确，直线 AA_1 与平面 C_1D_1DC 没有交点，因此二者平行；③正确，直线 AA_1 与平面 $ABCD$ 内的两条相交直线 AB，AD 垂直，因此直线 AA_1 与平面 $ABCD$ 垂直；④正确，点 A_1 到平面 $ABCD$ 的距离为 AA_1，点 B_1 到平面 $ABCD$ 的距离为 BB_1，因此距离相等.
4. **解**：图(1)中 L 与 l 平行，旋转形成的几何体如图(3)所示，图(2)中 L 与 l 相交，旋转形成的几何体如图(4)所示.



(3)　(4)

课后拔高提能练

1. A
2. C　直线的平移，可以形成平面或曲面，A 错；当两直线平行时旋转形成柱面，B 错；曲线平移的方向与曲线本身所在的平面平行时，不能形成曲面，D 不正确.
3. C
4. C
5. A
6. A　PA 与 BC，PC 与 AB 既不相交也不平行. 故选 A.
7. 后面、上面、左面

   解析：可以想象一个正方形不动，其余的面进行折叠；也可以折纸实际操作，更具直观性.
8. ②③

   解析：由于长方体是由六个矩形围成，故①不正确，②③均正确.
9. 7

   解析：与 A_1B_1 不相交的棱为 AB，DC，C_1D_1，CC_1，DD_1，BC，AD 共 7 条.
10. **解**：(1)表示一个平面图形；(2)表示一个几何体，是被挡住了 3 个面的三棱柱；(3)表示一个几何体，是被挡住了 2 个面的三棱柱.
11. **解**：设长方体的三条棱长分别为 $a-1$，a，$a+1$，

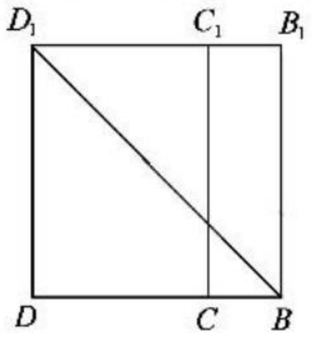
    $\therefore 2[(a-1)a+(a+1)a+(a-1)(a+1)]=52$，

    $\therefore 3a^2=27$，

    $\therefore a=3$.

    $\therefore$ 长方体的三条棱长分别为 2，3，4.

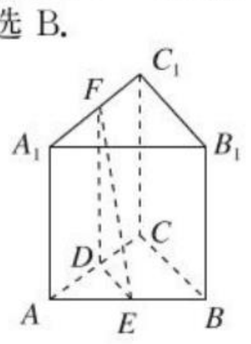
    $\therefore V=2\times3\times4=24$.
12. **解**：把长方体侧面 BB_1C_1C 沿 CC_1 展开后，得到如图所示的平面图形，则这只蚂蚁所经过的最短路程为 $\sqrt{DD_1^2+DB^2}=\sqrt{4^2+(2+1)^2}=5$.



1.1.2　棱柱、棱锥和棱台的结构特征

基础知识点对点

1. C
2. B　长方体和正方体是四棱柱，①错；棱柱的侧棱平行且相等，②正确；三棱柱中底面三条边不一定相等，③错；④正确，故选 B.
3. C　如图，取 AC 的中点 D，连接 DF，$\because F$ 为 A_1C_1 的中点，$\therefore FD\perp$ 平面 ABC，$\therefore \triangle FDE$ 是直角三角形，$\therefore FE=\sqrt{FD^2+DE^2}=\sqrt{5}$，故选 C.

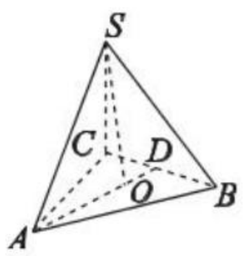


4. $\sqrt{21}$ cm

   解析：如图所示，在正三棱锥 $S-ABC$ 中，设底面 ABC 的边长为 a，则 $AB=AC=BC=a$，D 为 BC 的中点，

   $\therefore CD=\frac{a}{2}$，

   $\therefore AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，



   $\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AD\times BC=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot a=9\sqrt{3}$，

   $\therefore a=6$，$\therefore AD=3\sqrt{3}$，

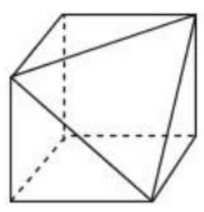
   又在正三棱锥中，SO 为高，

   $\therefore SO=3$，

   且 O 为 $\triangle ABC$ 的中心，

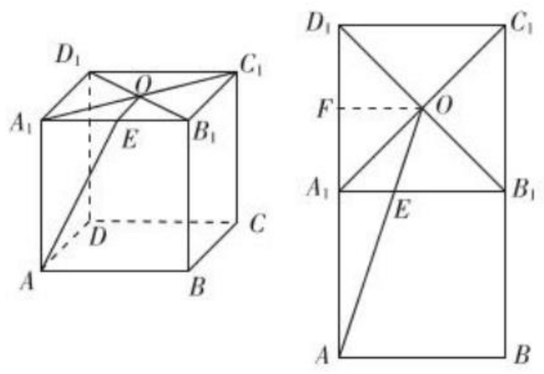
   $\therefore AO=\frac{2}{3}AD=2\sqrt{3}$，

   $\therefore SA=\sqrt{SO^2+AO^2}=\sqrt{9+12}=\sqrt{21}$ cm.
5. B　还原几何体，如右图所示. 由图观察知，该几何体有 7 个顶点. 故选 B.



6. $\frac{\sqrt{10}}{2}a$

   解析：将面 ABB_1A_1 与面 $A_1B_1C_1D_1$ 展开如下图，连接 AO 交 A_1B_1 于 E，



   则此时 $AE+EO=AO$ 为所求最小值. 作 $OF\perp A_1D_1$，垂足为 F，则 $AF=\frac{3a}{2}$，$OF=\frac{1}{2}a$，$\therefore AO=\sqrt{AF^2+OF^2}=\frac{\sqrt{10}}{2}a$.

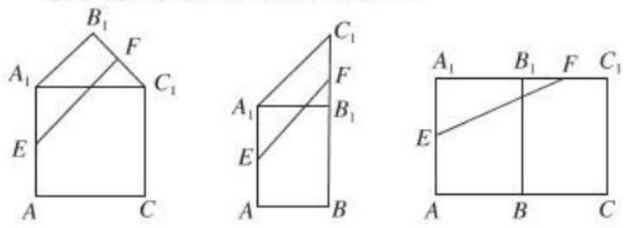
课后拔高提能练

1. D　根据侧棱和底面垂直，底面是正方形可知是正四棱柱，正四棱柱是直平行六面体，也是长方体. 故此平行六面体不一定是正方体，故选 D.
2. D　由棱锥的定义可知 A 不正确；由正棱锥的概念可知 B、C 不正确；由棱锥的性质可知 D 正确.
3. D　由棱台上下底面面积比为 1∶4，所以边的为比 1∶2，所以截去的棱锥的高与原棱锥的高的比为 1∶2，$\therefore$ 原棱锥的高为 6 cm，$\therefore$ 棱台的高为 3 cm，故选 D.
4. A　底面是矩形的直四棱柱是长方体，①错；底面是正方形，棱长均相等的直四棱柱是正方体，②错；有两个侧棱都垂直于底面中一边，不能确定侧棱与底面垂直，③错；体对角线相等的平行六面体的对角面是矩

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

形，可得到侧棱与底面垂直，则平行六面体是直平行六面体，④对，故选 A.

5. C　从 E 到 F 有以下三种可能的走法路程较短，即三种棱柱的表面展形图如图(1)，(2)，(3).



(1)　(2)　(3)

(1) 中 $EF=\frac{1}{2}(A_1B_1+AC_1)=\frac{1}{2}(\sqrt{2}+2\sqrt{2})=\frac{3}{2}\sqrt{2}$.

(2) 中 $EF=\sqrt{AB^2+\left(\frac{1}{2}BC_1\right)^2}=\sqrt{2+\frac{6+4\sqrt{2}}{4}}=\frac{\sqrt{14+4\sqrt{2}}}{2}$.

(3) 中 $EF=\sqrt{A_1E^2+A_1F^2}=\sqrt{1+\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{22}}{2}$. 图(1)中 EF 最短，故选 C.

6. D　由棱台的性质可知，棱台上、下面的各棱长对应成比例，又 $\frac{5}{10}=\frac{12}{24}=\frac{13}{26}$.

∴D 正确.

7. 20

解析：由棱柱共有 10 个顶点可知该棱柱为五棱柱，共有 5 条侧棱，每条侧棱长为 $\frac{100}{5}=20$.

8. 5

解析：设长方体的棱长为 a,b,c，

所以 $\begin{cases}2(ab+bc+ca)=11,①\\4(a+b+c)=24,②\end{cases}$

由②得 $a+b+c=6$，

∴$(a+b+c)^2=36$，

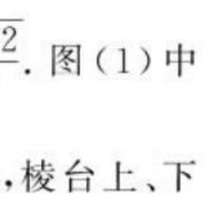
即 $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=36$，

∴$a^2+b^2+c^2=25$，

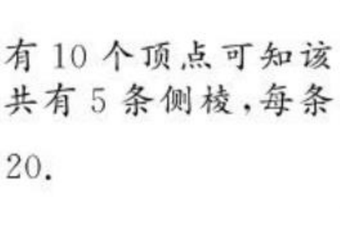
∴长方体的体对角线长为 5.

9. $2\sqrt{2}$

解析：如图所示，在正 $\triangle ABC$ 中，$AE=2\sqrt{3}$，在正 $\triangle PBC$ 中，$PE=2\sqrt{3}$，在 $\triangle PAE$ 中，$AE=PE=2\sqrt{3}$，$PA=4$，F 为 PA 的中点，∴$EF=\sqrt{AE^2-\left(\frac{AP}{2}\right)^2}=2\sqrt{2}$.



10. **解**：如图，直平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$，它的两个对角面都是矩形，侧棱 AA_1 是矩形的高，又 $AB=23$ cm，$AD=11$ cm，$AA_1=10$ cm，∵$BD:AC=2:3$，∴设 $BD=2x$，$AC=3x$.



由平行四边形对角线的性质得：$BD^2+AC^2=2(AB^2+AD^2)$.

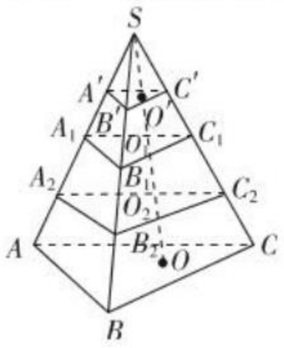
即 $(2x)^2+(3x)^2=2\times(23^2+11^2)$，解得 $x=10$.

∴$BD=20$ cm，$AC=30$ cm.

∴对角面 BDD_1B_1 的面积为 $20\times10=200$ cm^2，

对角面 ACC_1A_1 的面积为 $30\times10=300$ cm^2.

11. **解**：如图，将棱台 $A'B'C'-ABC$ 还原为棱锥 $S-ABC$，则有



$\frac{S_{\triangle A'B'C'}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{4}{64}=\left(\frac{SO'}{SO}\right)^2$.

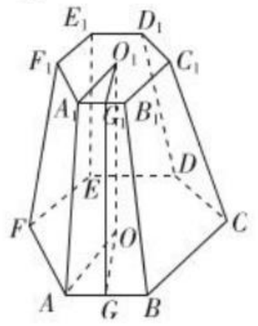
∴$\frac{SO'}{SO}=\frac{1}{4}$.

∴$O'O=\frac{3}{4}SO$.

设面 $A_1B_1C_1$，面 $A_2B_2C_2$ 将 $O'O$ 三等分.

则易得 $S_{\triangle A_1B_1C_1}=16$，$S_{\triangle A_2B_2C_2}=36$. 即各截面面积分别为 16，36.

12. **解**：如图，设两底面中心为 O_1，O，AB，A_1B_1 的中点分别为 G，G_1，则 O_1A_1AO，O_1G_1GO 为直角梯形. 在正六边形 $ABCDEF$ 中，$OA=AB=8$，$OG=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=4\sqrt{3}$.



在正六边形 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 中，$O_1A_1=A_1B_1=2$，

$O_1G_1=\frac{\sqrt{3}}{2}A_1B_1=\sqrt{3}$. ∴在直角梯形 O_1A_1AO 中，

$OO_1=\sqrt{AA_1^2-(AO-A_1O_1)^2}=\sqrt{9^2-(8-2)^2}=3\sqrt{5}$，

在直角梯形 O_1G_1GO 中，

$GG_1=\sqrt{OO_1^2+(OG-O_1G_1)^2}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+(4\sqrt{3}-\sqrt{3})^2}=6\sqrt{2}$.

即棱台的高为 $3\sqrt{5}$，斜高为 $6\sqrt{2}$.

1.1.3　圆柱、圆锥、圆台和球

基础知识点对点

1. B

2. π

解析：设圆柱的底面半径为 r，母线长为 l，

由题可知 $l=2r$，且 $2r\cdot l=4$，

∴$4r^2=4$，∴$r=1$，

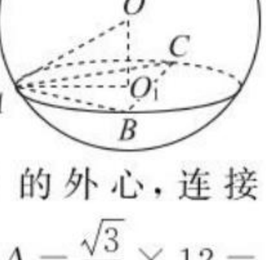
∴底面面积为 $\pi r^2=\pi$.

3. D

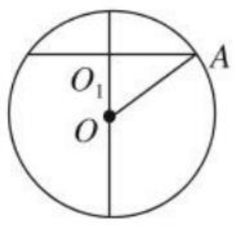
4. 20

解析：如图所示，由已知有 $\frac{r}{R}=\frac{3}{4}=\frac{O_1O}{OO_2}$，因为 $OB\perp OC$，所以 $\triangle AOB$，$\triangle DOC$ 均为等腰直角三角形. 又 $O_1O_2=14\sqrt{2}$，所以 $O_1O=r=6\sqrt{2}$，$OO_2=R=8\sqrt{2}$，在 Rt$\triangle BOC$ 中，$OB^2+OC^2=l^2$，

所以 $r^2+OO_1^2+R^2+OO_2^2=l^2$，代入数据得 $l=20$.



5. C　如图，设球的半径为 R，则 $O_1A^2=OA^2-OO_1^2=R^2-\frac{1}{4}R^2=\frac{3}{4}R^2$.



∴$\frac{S_{\odot O_1}}{S_{\odot O}}=\frac{\pi AO_1^2}{\pi R^2}=\frac{\frac{3}{4}\pi R^2}{\pi R^2}=\frac{3}{4}$. 故选 C.

6. **解**：如图所示，设截面圆的圆心为 O_1，球的球心为 O，连接 OO_1，则 OO_1 为球心到截面的距离，而 O_1 是正三角形 ABC 的外心，连接 OA，O_1A，于是 $O_1A=\frac{\sqrt{3}}{3}\times12=4\sqrt{3}$ cm. 在 Rt$\triangle OO_1A$ 中，由勾股定理，得 $OO_1=\sqrt{OA^2-O_1A^2}=\sqrt{13^2-(4\sqrt{3})^2}=11$ cm，所以球心到截面 ABC 的距离为 11 cm.

课后拔高提能练

1. B

2. D

3. B

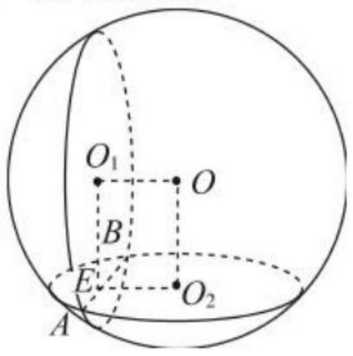
4. C　设圆锥的母线长为 l，由题意得 $\frac{l-10}{l}=\frac{1}{4}$，

得 $l=\frac{40}{3}$，∴圆锥的母线长为 $\frac{40}{3}$.

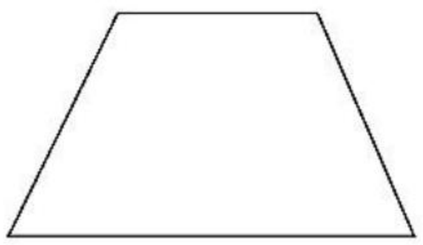
5. C　如图所示，圆 O_1 与圆 O_2 所在平面互相垂直，公共弦为 AB，∴$AB=2$. 又∵球的半径为 2，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

∴△OAB为等边三角形，取 AB 的中点 E，连接 O_1E，O_2E，O_1O，O_2O，则四边形 OO_1EO_2 为矩形，∴$O_1O_2=OE$. 又 ∵ OE 为 △ABO 的高，∴$OE=\sqrt{3}$，故选 C.



6. A　圆台的轴截面如图所示，其中上底长为 4，下底长为 10，



∴其高 $h=\sqrt{5^2-(5-2)^2}=4$，

∴轴截面面积 $S=\dfrac{(4+10)\times4}{2}=28$.

7. $\dfrac{\pi S}{4}$

解析：设圆柱的底面半径为 r，则 $4r^2=S$，

$\therefore r^2=\dfrac{S}{4}$.

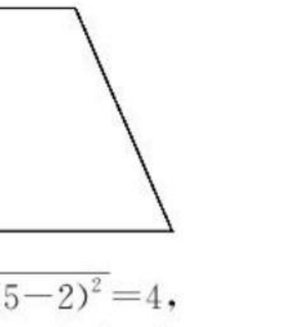
故底面面积为 $\pi r^2=\dfrac{\pi S}{4}$.

8. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$

解析：设正方体的边长为 x，则 $6x^2=a^2$，$\therefore x^2=\dfrac{a^2}{6}$，$\therefore x=\dfrac{\sqrt{6}}{6}a$，正方体的顶点都在同一个球面上，则球的直径为正方体的体对角线，则 $2R=\sqrt{3}x$，$\therefore R=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}a$.

9. a，$2a$

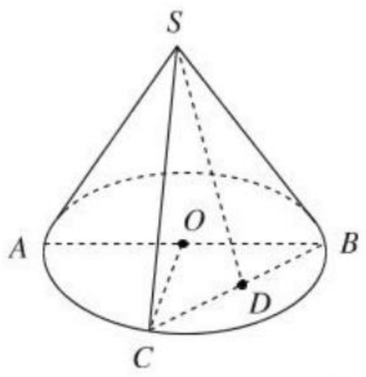
解析：画出圆台轴截面（如图），由题设得 $\angle OPA=30°$，$AB=2a$，设 $O_1A=r$，$PA=x$，则 $OB=2r$，



$$\therefore\begin{cases}r=\dfrac{x}{2},\\2r=\dfrac{x+2a}{2}.\end{cases}$$

∴$r=a$，∴两底面半径分别为 a，$2a$.

10. **解**：如图圆锥的轴截面 SAB 的顶角是直角，



∴$SA^2+SB^2=AB^2=12^2$，

∴$SA=SB=6\sqrt{2}$，

即圆锥的母线长为 $6\sqrt{2}$.

截面 SCB 截去底面圆周的 $\dfrac{1}{6}$，

∴$\angle BOC=60°$，

∴$OB=OC=BC=6$，D 为 BC 的中点，∴$SD\perp BC$，

∴$SD=\sqrt{SC^2-CD^2}=\sqrt{72-9}=3\sqrt{7}$.

∴$S_{\triangle SCB}=\dfrac{1}{2}\times6\times3\sqrt{7}=9\sqrt{7}$.

11. **解**：设圆柱的底面半径为 r，高为 h，

当 $h=1$ 时，$2\pi r=2$，$r=\dfrac{1}{\pi}$，

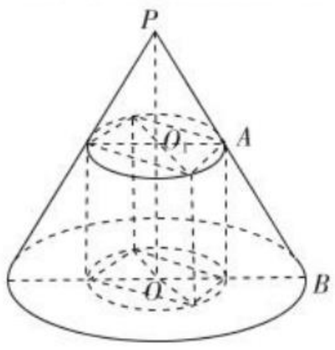
∴$S_{\text{轴截面}}=2rh=\dfrac{2}{\pi}$.

当 $h=2$ 时，$2\pi r=1$，$r=\dfrac{1}{2\pi}$，

$S_{\text{轴截面}}=2rh=2\times\dfrac{1}{2\pi}\times2=\dfrac{2}{\pi}$.

∴这个圆柱的轴截面的面积为 $\dfrac{2}{\pi}$.

12. **解**：过正方体的对角面作圆锥的轴截面，设正方体的棱长为 a，



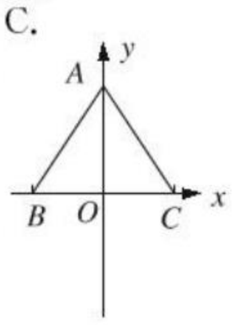
则由 $\dfrac{O_1A}{OB}=\dfrac{PO_1}{PO}$ 及 $PO_1=\sqrt{2}-a$，$PO=\sqrt{2}$，$O_1A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$，$OB=1$，可得 $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

1.1.4　投影与直观图

基础知识点对点

1. C　①②③正确，故选 C.

2. A　将直观图还原为如图，



$OB=OC=O'B'=1$，

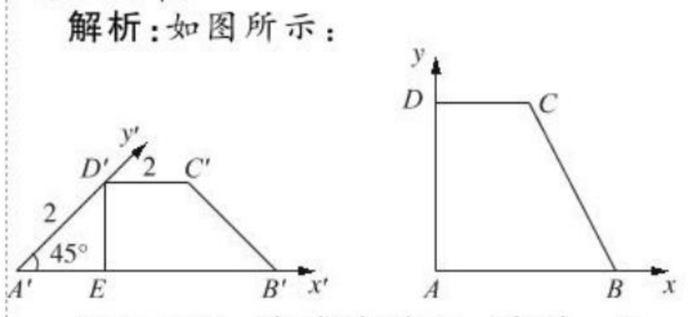
$OA=2O'A'=\sqrt{3}$.

∴ $AB=AC=\sqrt{AO^2+OC^2}=\sqrt{3+1}=2$.

故△ABC 是等边三角形，故选 A.

3. $8+4\sqrt{2}$

解析：如图所示：



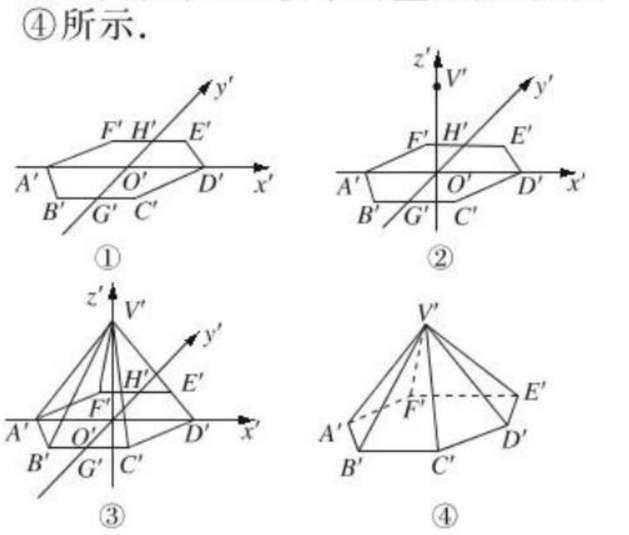
在直观图 $A'B'C'D'$ 中，$A'D'=2$，$D'C'=2$，$\angle D'A'E=45°$，∴$A'E=\sqrt{2}$，∴$A'B'=2A'E+D'C'=2+2\sqrt{2}$，还原图形 $ABCD$ 中，$AD=2A'D'=4$，$AB=A'B'=2+2\sqrt{2}$，$DC=2$，所以面积为 $\dfrac{2+2\sqrt{2}+2}{2}\times4=8+4\sqrt{2}$.

4. **解**：(1)先画出边长为 3 cm 的正六边形的水平放置的直观图，如图①所示（下图为示意图）；

(2)过正六边形的中心 O' 建立 z' 轴，画出正六棱锥的顶点 V'，在 z' 轴上截取 $O'V'=3$ cm，如图②所示；

(3)连接 $V'A'$，$V'B'$，$V'C'$，$V'D'$，$V'E'$，$V'F'$，如图③所示；

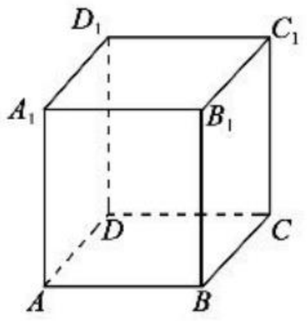
(4)擦去辅助线，遮挡部分用虚线表示，即得到正六棱锥的直观图，如图④所示.



课后拔高提能练

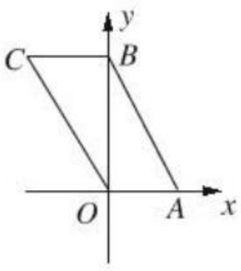
1. C

2. D　如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，AB 与 BC 是两条相交直线，它们在平面 DCC_1D_1 中的平行投影是 DC，在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的平行投影分别是 A_1B_1，B_1C_1，是两条相交线，所以两条相交直线的平行投影可能是两条相交直线或一条直线.



3. A　过△DMN 三个顶点 D，M，N 分别在投影面 ADD_1A_1 上作正投影即得. 故选 A.

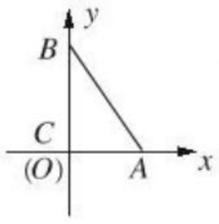
4. B　画出四边形的直观图如图所示，则四边形 $OABC$ 的面积为 $OA\cdot OB=a\cdot2\sqrt{2}a=2\sqrt{2}a^2$，故选 B.



关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. B　三角形的重心是中线的交点，三角形平行投影后各边的中点位置不会变，故其中线的交点，即重心仍是三角形的重心，故选 B.

6. D　将△ABC 的直观图还原，如图所示，



∵$A'C'=6$，∴$AC=6$，

∵$B'C'=4$，∴$BC=8$，

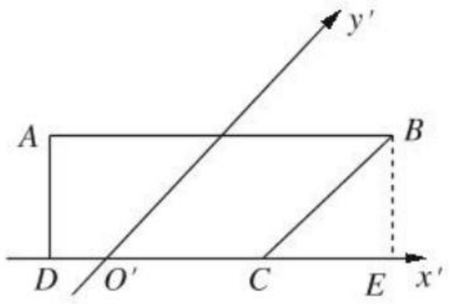
∴$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$，故选 D.

7. $\frac{2}{3}$

解析：由题知 $C_1D_1 /\!/ B_1A_1$，$CC_1 /\!/ BB_1$，则 $\frac{C_1C}{B_1B}=\frac{SC_1}{SB_1}=\frac{C_1D_1}{B_1A_1}=\frac{2}{3}$.

8. $20\sqrt{2}$

解析：在直观图中，CB 与 y' 轴平行，



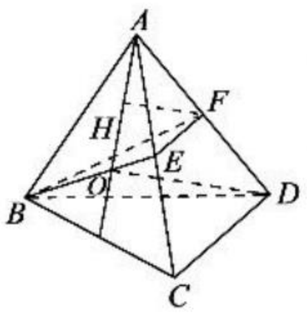
过 B 作 BE 与 x' 轴垂直于 E 点，则 $BE=AD=2$，$\angle BCE=45°$，

∴$CE=2$，∴$CD=4$，

由斜二测直观图作图规则知该平面图形是梯形，底边 $AB=6$，$CD=4$，高 CB 变为 $4\sqrt{2}$，∴$S=\frac{(6+4)\times 4\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$.

9. ②

解析：如图：在正四面体 $ABCD$ 中，D 在平面 ABC 的投影是 $\triangle ABC$ 的中心 O，且 O 在 BE 上，F 为 AD 的中点，∴点 F 在平面 ABC 的投影 H 落在 AO 上，H 为 AO 的中点，∴$\triangle BEF$ 在平面 ABC 上的投影是 $\triangle BEH$，故选②.



10. **解**：(1)画 x' 轴，y' 轴，使 $\angle x'O'y'=45°$；

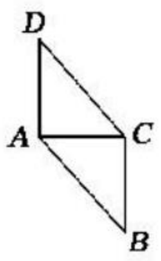
(2)在 $O'x'$ 轴上取 D'，B'，使 $O'D'=OD$，$O'B'=OB$(如图)，

在 $O'y'$ 轴上取 C'，使 $O'C'=\frac{1}{2}OC$，

在 $O'x'$ 轴下方过 D' 作 $D'A' /\!/ O'y'$，使 $D'A'=\frac{1}{2}DA$；

(3)连线，连接 $O'A'$，$A'B'$，$B'C'$，所得四边形 $O'A'B'C'$ 就是四边形 $OABC$ 的直观图.

11. **解**：四边形 $A'B'C'D'$ 的真实图形如右图所示.



∵$A'C'$ 在水平位置，$A'B'C'D'$ 为正方形，

∴在四边形 $ABCD$ 中，$DA\perp AC$.

∵$DA=2D'A'=2$，$AC=A'C'=\sqrt{2}$.

∴$S_{ABCD}=AC\cdot AD=2\sqrt{2}$.

12. **解**：由题意可知，点 O，F，C 三点共线，点 O，E，B 三点共线.

∵$EF /\!/ BC$.

∴$\frac{EF}{BC}=\frac{OE}{OB}=\frac{MN}{MB}$.

将 $EF=22$ cm，$MN=10$ cm，$MB=20$ m代入上式，得 $\frac{22}{BC}=\frac{10}{20}$，

解得 $BC=44$ m.

因此建筑物 A 高 44 m.

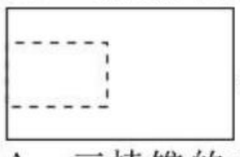
1.1.5　三视图

基础知识点对点

1. D
2. C
3. 7
4. D　由主视图和左视图可知，$SC\perp$ 面 ABC，$SC=4$，$AC=4$，取 AC 的中点为 D，则 $AB=BC$，$BD\perp AC$；且 $BD=2\sqrt{3}$. ∴$BC=\sqrt{BD^2+DC^2}=4$，∴$SB=\sqrt{SC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$.
5. B　根据圆柱的三视图以及其本身的特征，可以确定点 M 和点 N 分别在以圆柱的高为长方形的宽，圆柱底面圆周长的四分之一为长的长方形的对角线的端点处，所以所求的最短路径的长度为 $\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，故选 B.

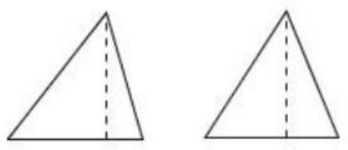
课后拔高提能练

1. A
2. A　左视图应为两个全等的矩形. 故选 A.
3. A　观察图形可知，俯视图为



，故答案为 A.

4. A　三棱锥的主视图与左视图如图所示：它们的底边长和高均相等，所以它们的面积相等，故选 A.



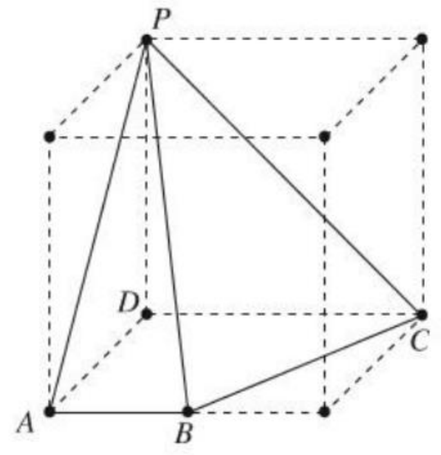
主视图　　左视图

5. D　三棱柱底面三角形的高是 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以左视图的面积是 $1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，故选 D.
6. C　由三视图可得四棱锥 $P-ABCD$，

其中，$PD=2$，$AD=2$，$CD=2$，$AB=1$，

由勾股定理可知，$PA=2\sqrt{2}$，$PC=2\sqrt{2}$，$PB=3$，$BC=\sqrt{5}$，

则在四棱锥中，直角三角形有：$\triangle PAD$，$\triangle PCD$，$\triangle PAB$ 共 3 个，故选 C.

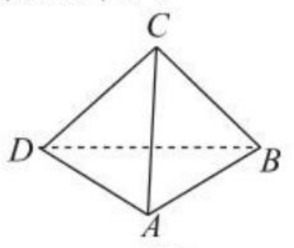


7. 1

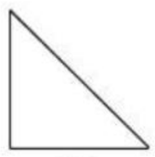
解析：球的三视图是完全相同的，故①错；倒放圆柱的主视图和俯视图都是矩形，故②错，③正确；正四棱台的主视图和左视图都是等腰梯形，故④错.

8. $\frac{1}{4}$

解析：三棱锥 $C-ABD$ 的直观图如图(1)所示：



(1)

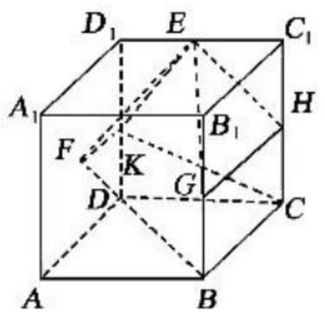


(2)

它的左视图为直角三角形，如图(2)所示，其中高为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，底边为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以左视图的面积为 $\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}$.

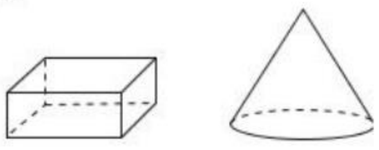
9. $\frac{1}{2}$

解析：本题考查空间想象能力及垂直关系. 据题意分别作出四面体在正方体相邻的三个面上的投影，分别求出其面积，比较大小可知，其在侧面 DD_1C_1C 上的投影(如图)为四边形 $KEHC$，面积最大，最大值为 $\frac{1}{2}$.



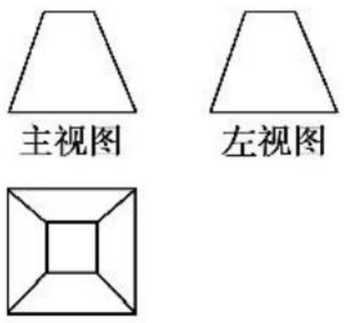
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

10. **解**：由三视图的特征，结合柱、锥、台、球的三视图逆推.
(1) 该立体图形为长方体，如图①所示.
(2) 该立体图形为圆锥，如图②所示.



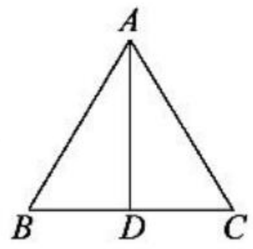
①　②

11. **解**：



主视图　左视图　俯视图

12. **解**：(1) 由该几何体的主视图和俯视图可知该几何体是一个正六棱锥.
(2) 该几何体的左视图如图. 其中 $AB=AC$，$AD\perp BC$，且 BC 的长是俯视图正六边形对边间的距离，即 $BC=\sqrt{3}a$，AD 是正棱锥的高，则 $AD=\sqrt{3}a$，所以该平面图形(左视图)的面积为 $S=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}a\times\sqrt{3}a=\frac{3}{2}a^2$.



1.1.6　棱柱、棱锥、棱台和球的表面积

基础知识点对点

1. A　由三视图可知该几何体是正四棱锥，底面边长为 2，斜高为 2，所以该几何体的全面积为 $2\times2+\frac{1}{2}\times2\times2\times4=12$.

2. A　由三视图可知，该几何体是直四棱柱，底面是等腰梯形，上底为 2，下底为 4，高为 $\sqrt{3}$，所以该几何体的全面积为 $2\times\frac{2+4}{2}\times\sqrt{3}+2\times4+4\times4+2\times2\times4=40+6\sqrt{3}$，故选 A.

3. C　由三视图可知，组合体的底面圆的面积和周长均为 4π，圆锥的母线长 $l=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$，所以圆锥的侧面积为 $S_{锥侧}=\frac{1}{2}\times4\pi\times4=8\pi$，圆柱的侧面积 $S_{柱侧}=4\pi\times4=16\pi$，所以组合体的表面积 $S=4\pi+8\pi+16\pi=28\pi$，故选 C.

4. D　由图知该几何体为圆锥，底面半径为 $\frac{1}{2}$，母线长为 1，则侧面积为 $S_{侧}=\frac{1}{2}\cdot2\pi rl=\frac{\pi}{2}$. 故选 D.

5. A　几何体为一个三棱锥 $S-ABC$，其中 D 为 AC 中点，且 SD 垂直平面 ABC，BD 垂直 AC，$SD=\sqrt{3}$，$AC=2$，$BD=1$，则球心在 SD 上，设球半径为 R，则 $R^2=(\sqrt{3}-R)^2+1\Rightarrow R=\frac{2}{\sqrt{3}}$. 外接球表面积为 $4\pi R^2=4\pi\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{16\pi}{3}$，选 A.

6. C　设两个球的半径分别为 r_1，r_2，则 $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{4}{3}\pi r_1^3}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}=\frac{8}{27}$，$\therefore\frac{r_1^3}{r_2^3}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$，$\therefore\frac{r_1}{r_2}=\frac{2}{3}$，$\therefore\frac{S_1}{S_2}=\frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}=\frac{4}{9}$，故选 C.

课后拔高提能练

1. D　设圆柱的底面半径为 r，则 $2\pi r=2\pi$，$\therefore r=1$.
$S_{表}=2\pi rl+2\pi r^2=6\pi$，故选 D.

2. D　由三棱柱的主视图可知此三棱柱为底面边长为 2，侧棱长为 1 的正三棱柱，$\therefore S_{侧}=2\times1\times3=6$.

3. B　设正方体的棱长为 a，则 $S_{正方体}=6a^2$，三棱锥 D_1-AB_1C 所有棱长均为 $\sqrt{2}a$，则 $S_{三棱锥}=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2}a)^2=2\sqrt{3}a^2$，所以 $\frac{S_{三棱锥}}{S_{正方体}}=\frac{2\sqrt{3}a^2}{6a^2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$. 故选 B.

4. D　正方体的外接球的半径为 r，则 $4\pi r^2=16\pi$，$\therefore r^2=4$，$\therefore r=2$，正方体的体对角线是球的直径，故正方体的棱长为 a，则 $2r=\sqrt{3}a$，$\therefore a=\frac{2r}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故选 D.

5. D　该几何体是一个四棱柱，其中，上、下、左、右四个面是边长为 2 的正方形，前、后两个面是底边长为 2，高为 $\sqrt{3}$ 的平行四边形，故其表面积为 $4\times2\times2+2\times2\times\sqrt{3}=16+4\sqrt{3}$.

6. A　圆柱的底面积为 S，则圆柱的底面半径 $r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}$，则圆柱的侧面展开图的底为 $2\pi r=2\pi\sqrt{\frac{S}{\pi}}$，侧面展开图为一个正方形，所以圆柱的侧面积为 $(2\pi r)^2=2\pi\sqrt{\frac{S}{\pi}}\cdot2\pi\sqrt{\frac{S}{\pi}}=4\pi S$，故选 A.

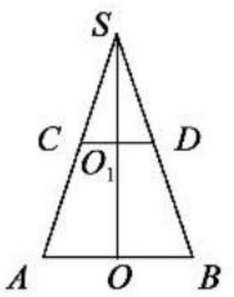
7. $(2+\sqrt{2})a^2$
解析：由三视图可知四棱锥的底面为 $ABCD$ 是正方形，$PA\perp$ 底面 $ABCD$，则 $P-ABCD$ 的表面积为 $S=a^2+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}a\times\sqrt{2}a\times2=(2+\sqrt{2})a^2$.

8. $\frac{5}{3}$ cm　$\frac{4}{3}$ cm
解析：设高为 h，斜高为 h'，侧棱长为 l，则
$S_{侧}=\frac{1}{2}(2\times4+4\times4)\cdot h'$，$S_{底}=4^2+2^2=20$.
$\because S_{侧}=S_{底}$，$\therefore h'=\frac{5}{3}$，$h=\sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2-1}=\frac{4}{3}$.

9. $3\pi a^2$
解析：$\because PA$，PB，PC 两两垂直，所以将四面体补成长方体，则四面体的外接球，即是长方体的外接球，球的直径为长方体的体对角线，
所以 $(2r)^2=PA^2+PB^2+PC^2=3a^2$，
$\therefore4r^2=3a^2$，
$\therefore S_{球}=4\pi r^2=3\pi a^2$.

10. **解**：$\angle PAB=\angle PAD=90^\circ$，$\angle PBA=60^\circ$，$\angle PDA=30^\circ$.
设 $PA=h$，则 $AD=\sqrt{3}h$，$AB=\frac{\sqrt{3}}{3}h$.
又 $S_{矩形ABCD}=AB\cdot AD=\sqrt{3}h\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}h=9$，
$\therefore h=3$. $\therefore AD=3\sqrt{3}$，$AB=\sqrt{3}$.
$\therefore PB=2AB=2\sqrt{3}$，
$PD=2PA=6$.
$\therefore S_{全面积}=S_{矩形ABCD}+S_{\triangle PAB}+S_{\triangle PBC}+S_{\triangle PCD}+S_{\triangle PDA}=9+\frac{1}{2}(3\times\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times3\sqrt{3}+6\times\sqrt{3}+3\times3\sqrt{3})=18+9\sqrt{3}$.

11. **解**：如图为将圆台还原为圆锥后的轴截面.



则 $AC=4$ cm，$\angle ASO=30^\circ$，
$O_1C=\frac{1}{2}OA$，
设 $O_1C=r$，则 $OA=2r$，
又 $\because\frac{O_1C}{SC}=\frac{OA}{SA}=\sin30^\circ$，
$\therefore SC=2r$，$SA=4r$，
$\therefore AC=SA-SC=2r=4$ cm，
$\therefore r=2$ cm.
$S_{侧}=\pi(2+4)\times4=24\pi$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. 解：$\because AB^2+BC^2=AC^2$，
$\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，
$\therefore \triangle ABC$的外接圆圆心 O_1 在 AC 的中点上，过 A,B,C 三点的平面截球 O 得圆 O_1 的半径为 $r=15$ cm.
在 $\mathrm{Rt}\triangle OO_1C$ 中，$R^2=\left(\frac{R}{2}\right)^2+r^2$，$\therefore R^2=\frac{R^2}{4}+15^2$，
$\therefore R^2=300$.
$\therefore S_{球}=4\pi R^2=1\ 200\pi\ \mathrm{cm}^2$.

1.1.7 柱、锥、台和球的体积

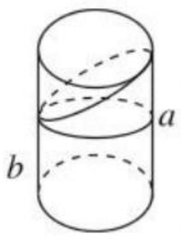
基础知识点对点

1. $2+\frac{\pi}{2}$

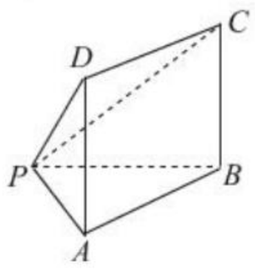
解析：由题意知该几何体是由一个长方体和两个$\frac{1}{4}$圆柱体构成，其中长方体的体积 $V_1=2\times1\times1=2$，两个$\frac{1}{4}$圆柱的体积之和 $V_2=\frac{1}{4}\pi\times1^2\times1\times2=\frac{\pi}{2}$，所以，该几何体的体积 $V=V_1+V_2=2+\frac{\pi}{2}$.

2. $\frac{\pi r^2(a+b)}{2}$

解析：将几何体补成圆柱，如图所示，则被截下的部分的体积是 $\pi r^2\cdot b+\frac{1}{2}\pi r^2(a-b)=\frac{\pi r^2(a+b)}{2}$.



3. A　由三视图知，该几何体是四棱锥 $P-ABCD$ 如图所示，其中平面 $ABCD\perp$ 平面 PAB，三角形 ABP 是边长为 2 的等边三角形，四边形 $ABCD$是矩形，$BC=2$. $V=\frac{1}{3}\times2\times2\times\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$. 故选 A.



4. $\frac{1}{3}$

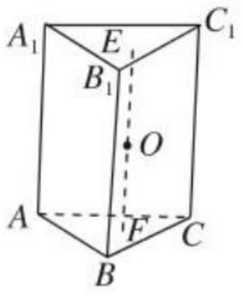
解析：如图所示，连接 A_1C_1 交 B_1D_1 于点 O，则 $A_1C_1\perp$ 平面 BDD_1B_1，即 A_1O是四棱锥的高，且 $A_1O=\frac{1}{2}A_1C_1=\frac{1}{2}\sqrt{1^2+1^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$S_{四边形BDD_1B_1}=BD\times DD_1=\sqrt{2}\times1=\sqrt{2}$，结合四棱锥体积公式可得其体积为 $V=\frac{1}{3}Sh=\frac{1}{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{3}$.



5. C　设球的半径为 r，正方体的棱长为 a，则$\frac{4}{3}\pi r^3=a^3$，
$\therefore a=\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi}r$.
$S_{正方体}=6a^2=6\left(\sqrt[3]{\frac{4}{3}\pi}\right)^2r^2=4\sqrt[3]{6\pi^2}r^2>4\pi r^2=S_{球}$. 故选 C.

6. $\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi$

解析：如图，正三棱柱的外接球的球心在上下底面中心 EF 的中点 O，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=2$，$\therefore AF=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$OF=\frac{1}{2}AA_1=1$，



$\therefore OA=\sqrt{AF^2+FO^2}=\sqrt{\frac{4}{3}+1}=\frac{\sqrt{21}}{3}$，$\therefore$外接球的半径为$\frac{\sqrt{21}}{3}$，
$\therefore V_{球}=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{21}}{3}\right)^3=\frac{28\sqrt{21}}{27}\pi$.

课后拔高提能练

1. C　设圆锥的母线长为 l，底面圆的半径为 r，由题意得$\begin{cases}\pi R=2\pi r,\\ l=R,\end{cases}$
$\therefore\begin{cases}R=2r,\\ l=R,\end{cases}$ $\therefore$ 圆锥的高 $h=\sqrt{l^2-r^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}R$，$\therefore V_{圆锥}=\frac{1}{3}S_{底}\ h=\frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}R=\frac{\sqrt{3}\pi}{24}R^3$.

2. B　由题可知，球的半径 $R=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$，$\therefore$球的体积 $V=\frac{4}{3}\pi(\sqrt{3})^3=4\sqrt{3}\pi$，故选 B.

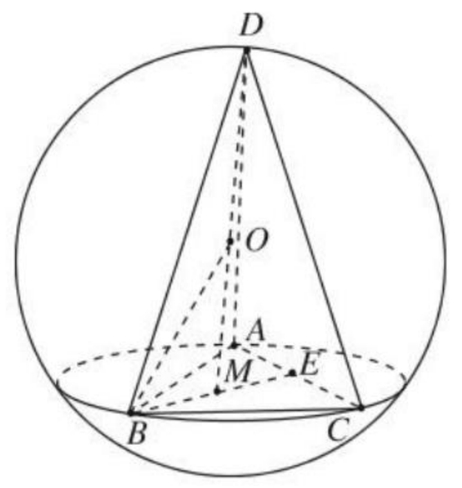
3. C　设正方体的棱长为 a，其内切球的半径为 r，外接球的半径为 R，
则 $r=\frac{a}{2}$，$R=\frac{\sqrt{3}a}{2}$，$\therefore$其体积之比为$\frac{r^3}{R^3}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$.

4. B　由题可得圆柱的底面半径 $r=\sqrt{1^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以圆柱的体积为 $V=\pi r^2\cdot h=\pi\times\frac{3}{4}\times1=\frac{3\pi}{4}$，故选 B.

5. D　如图，三棱锥 $A-BCD$，AO 是三棱锥的高，$AO=4$，BCD 是直角三角形，其中 $BD=5$，$CD=3$，$\therefore$三棱锥的体积为 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\cdot BD\cdot CD\cdot AO=\frac{1}{3}\times5\times3\times\frac{1}{2}\times4=10$. 故选 D.



6. B　如图所示，设点 M 为三角形 ABC 的重心，E 为 AC 中点，当 $DM\perp$ 平面 ABC 时，三棱锥 $D-ABC$ 体积最大，此时，$OD=OB=R=4$，$\because S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2=9\sqrt{3}$，$\therefore AB=6$，$\because$ 点 M 为三角形 ABC 的重心，$\therefore BM=\frac{2}{3}BE=2\sqrt{3}$，
$\therefore$ $\mathrm{Rt}\triangle OBM$ 中，有 $OM=\sqrt{OB^2-BM^2}=2$，
$\therefore DM=OD+OM=4+2=6$，
$\therefore (V_{D-ABC})_{\max}=\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times6=18\sqrt{3}$，故选 B.



7. 28

解析：$V=\frac{1}{3}h(S+\sqrt{SS'}+S')=\frac{1}{3}\times3\times(4+\sqrt{4\times16}+16)=28$.

8. 3∶1

解析：$\frac{V_1}{V_2}=\frac{Sh}{\frac{1}{3}Sh}=3:1$.

9. $\frac{5}{6}$

解析：由题可知，正方体的体积为 1，
截去的三棱锥的体积为 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{48}$,

故剩下的凸多面体的体积为

$V=1-8\times\frac{1}{48}=\frac{5}{6}$.

10. **解**：设正三棱锥的底面边长为 a cm，斜高为 h' cm，底面内切圆半径为 r.

$\because S_{侧}=18\sqrt{3}\ \text{cm}^2$，$\therefore \frac{1}{2}\cdot 3a\cdot h'=18\sqrt{3}$.

$h'=18\sqrt{3}$.

又 $\because h=3$ cm，$r=\frac{\sqrt{3}}{6}a$ cm，$\therefore h'=\sqrt{9+\frac{a^2}{12}}$ cm，

$\therefore \frac{1}{2}\cdot 3a\cdot\sqrt{9+\frac{a^2}{12}}=18\sqrt{3}$. 解得 $a^2=36$.

$\therefore S_{底}=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3}\ \text{cm}^2$，

$V_{三棱锥}=\frac{1}{3}S_{底}\ h=\frac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 3=9\sqrt{3}\ \text{cm}^3$.

11. **解**：由已知，得圆柱底面半径 r_1 为圆锥底面半径 r_2 的 $\frac{1}{2}$，即 $2r_1=r_2$.

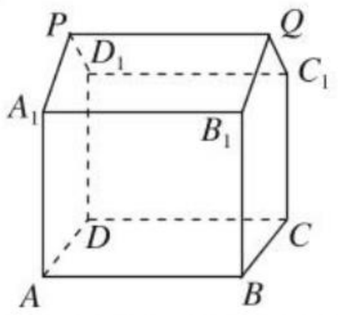
$\therefore$ 圆柱的高 h_1 为圆锥的高 h_2 的 $\frac{1}{2}$，

即 $2h_1=h_2$.

又 $\because V_{柱}=S_1h_1=\pi r_1^2\cdot h_1=V$，

$V_{圆锥}=\frac{1}{3}S_2h_2=\frac{1}{3}\pi r_2^2\cdot h_2=\frac{1}{3}\pi\cdot 4r_1^2\cdot 2h_1=\frac{8}{3}\pi r_1^2\cdot h_1=\frac{8}{3}V$.

12. **解**：(1)这个几何体的直观图如图所示.



(2)这个几何体可看成是正方体 AC_1 及直三棱柱 $B_1C_1Q-A_1D_1P$ 的组合体，

由 $PA_1=PD_1=\sqrt{2}$，$A_1D_1=AD=2$，

可得 $PA_1\perp PD_1$，

故所求几何体的表面积 $S=5\times 2^2+2\times 2\times\sqrt{2}+2\times\frac{1}{2}\times(\sqrt{2})^2=22+4\sqrt{2}(\text{cm}^2)$，

所求几何体的体积 $V=2^3+\frac{1}{2}\times(\sqrt{2})^2\times 2=10(\text{cm}^3)$.

1.2　点、线、面之间的位置关系

1.2.1　平面的基本性质与推论

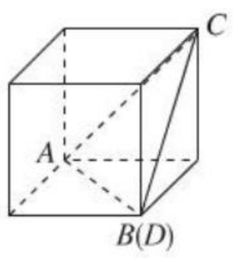
基础知识点对点

1. B

2. A　$\because M\in a$，$a\subset\alpha$，$\therefore M\in\alpha$，$N\in b$，$b\subset\alpha$，$\therefore N\in\alpha$，又 $M\in l$，$N\in l$，$\therefore MN\subset\alpha$，即 $l\subset\alpha$，故选 A.

3. C

4. B　将正方体还原，如图所示，可知 B，D 重合，且 $\triangle ABC$ 是等边三角形，故选 B.



5. C

6. C

课后拔高提能练

1. A

2. A

3. B　因为过不在同一条直线上的三点，有且只有一个平面，所以 A、B、C、D 必有三点不共线，故选 B.

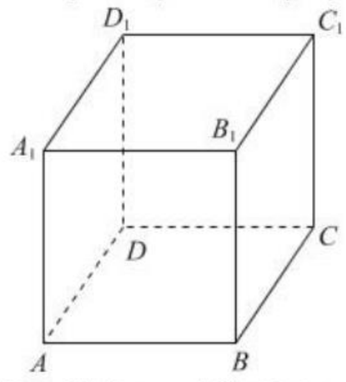
4. B　若 m，n 都不与 l 相交，$\because m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，

$\therefore m\parallel l$，$n\parallel l$. $\therefore m\parallel n\parallel l$.

这与 m，n 为异面直线矛盾，故结合图形可得 l 与 m，n 中至少一条相交. 故选 B.

5. A　两两相交且过同一点的直线，可以不在同一平面内，所以(1)(2)都错；两平面相交，也可有三个不同的公共点，所以(3)错；两两平行的三条直线可以在同一平面内，所以(4)错. 故选 A.

6. C　既与 AB 共面，也与 CC_1 共面的有 BC，BB_1，AA_1，CD，C_1D_1 共五条.



7. (1)$A\in a$，$B\in a$　(2)$a\subset\alpha$　$C\in\alpha$　(3)$D\notin\alpha$　$b\not\subset\alpha$

8. ③

解析：AM 与 CC_1 是异面直线，AM 与 BN 是异面直线，BN 与 MB_1 是异面直线，MN 与 AC 是异面直线，故③正确.

9. ③④

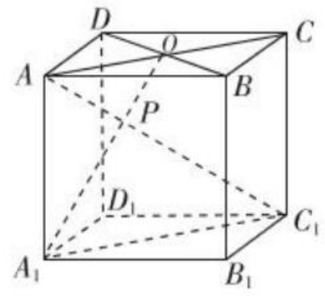
10. **证明**：$\because EF\subset$ 平面 ABD，$GH\subset$ 平面 CBD，

又 $EF\cap GH=M$，$\therefore M\in$ 平面 ABD，$M\in$ 平面 CBD.

又 $\because$ 平面 $ABD\cap$ 平面 $CBD=BD$，$\therefore M\in BD$，

即点 M 在交线 BD 上.

11. **证明**：连接 AC，A_1C_1.



$\because O$ 是 BD 的中点，

$\therefore O$ 是 AC 的中点，且 $O\in AC$.

$\therefore O\in$ 平面 ACC_1A_1.

$\because P\in AC_1$，

$\therefore P\in$ 平面 ACC_1A_1.

$\therefore A_1$，P，O 都在平面 ACC_1A_1 内.

又 $\because A_1$，P，O 都在平面 A_1BD 内，

$\therefore A_1$，P，O 都在平面 ACC_1A_1 与面 A_1BD 的交线上，即 A_1，P，O 三点共线.

12. **解**：(1)证明：如图所示，连接 B_1D_1，在 $\triangle C_1B_1D_1$ 中，$C_1E=EB_1$，$C_1F=FD_1$，

$\therefore EF\parallel B_1D_1$，且 $EF=\frac{1}{2}B_1D_1$，

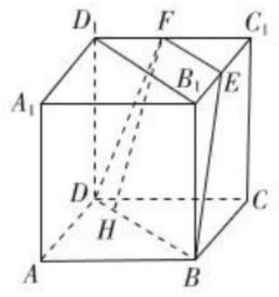
又 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 是正方体，

$\therefore B_1B\parallel\!\!\!\parallel D_1D$，

$\therefore$ 四边形 BB_1D_1D 是平行四边形.

$\therefore B_1D_1\parallel BD$，$\therefore EF\parallel BD$，$\therefore E$，$F$，$D$，$B$ 四点共面.

(2)如图，过 F 作 $FH\perp BD$，交 BD 于 H 点，FH 即为等腰梯形 $EFDB$ 的高线.



由 $AB=a$，知 $BD=B_1D_1=\sqrt{2}a$，

$EF=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

$DF=BE=\sqrt{BB_1^2+B_1E^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，

$DH=\frac{1}{2}(BD-EF)=\frac{\sqrt{2}}{4}a$，

$FH=\sqrt{FD^2-DH^2}=\frac{3}{4}\sqrt{2}a$，

$S_{四边形EFDB}=\frac{1}{2}(EF+BD)\times FH=\frac{9}{8}a^2$.

1.2.2　空间中的平行关系(一)

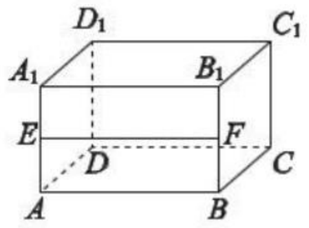
基础知识点对点

1. A　直线 l 上有无数个点不在平面 α 内，则 $l\parallel\alpha$ 或 l 与 α 相交，①错；若 $l\parallel\alpha$，则 l 与平面 α 内的任意一条直线平行或异面，②错；若两条平行线

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

中的一条直线与某一平面平行，则另一条与这个平面平行或在这个平面内，③错；若一直线a和平面α内一直线b平行，则a与α平行或在平面内，④错，故选A.

2. C　如图所示：$EF\parallel A_1B_1$，$EF\parallel AB$，



$\therefore EF\parallel$平面$A_1B_1C_1D_1$，$EF\parallel$平面$ABCD$，

又$\because EF\parallel DC$，$\therefore EF\parallel$平面DCC_1D_1，故选C.

3. ④

解析：由线面平行的判断定理与性质定理可知④正确.

4. **证明**：取DA的中点M，连接GM，FM，$\because E,F,G$分别是PC,PD,CB的中点，

$\therefore GM\parallel DC$，$EF\parallel CD$，

$\therefore GM\parallel EF$，

故G,M,E,F共面，

$FM\parallel PA$，$FM\subset$平面EFG，$PA\not\subset$平面EFG，$\therefore PA\parallel$平面EFG.

5. C　$\because ABCD$为平行四边形，

$\therefore AB\parallel DC$，$DC\subset$平面$PDC$，

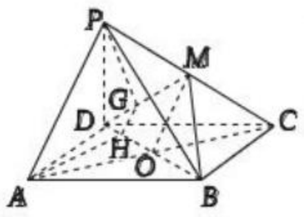
$\because AB\not\subset$平面PDC，

$\therefore AB\parallel$平面PDC，

又$\because$平面$PDC\cap$平面$PAB=l$，

$\therefore AB\parallel l$.

6. **证明**：证法一：如图，连接AC交BD于O，连接MO.



$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore O$是AC的中点.

又$\because M$是PC的中点，

$\therefore AP\parallel OM$.

$\because OM\subset$平面BMD，

$PA\not\subset$平面BMD，

$\therefore PA\parallel$平面BMD.

$\because$平面$PAHG\cap$平面$BMD=GH$，$PA\subset$平面$PAHG$，$\therefore PA\parallel GH$.

证法二：同证法一有$AP\parallel OM$.

$\because PA\subset$平面$PAHG$，$OM\not\subset$平面$PAHG$，

$\therefore OM\parallel$平面$PAHG$.

$\because$平面$PAHG\cap$平面$BMD=GH$，$OM\subset$平面BMD.

$\therefore OM\parallel GH$，

$\therefore AP\parallel GH$.

课后拔高提能练

1. D　2. C

3. D　$\because E,H$分别为AB,AD的中点，

$\therefore EH\parallel BD$，且$EH=\frac{1}{2}BD$，

又$\frac{CF}{CB}=\frac{CG}{CD}=\frac{2}{3}$，

$\therefore GF\parallel BD$，$GF=\frac{2}{3}BD$，

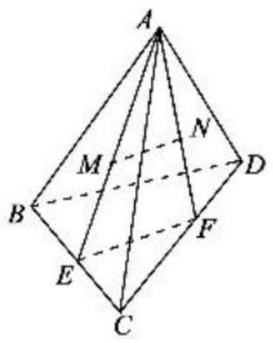
$\therefore EH\parallel FG$，且$EH\neq FG$，

$\therefore$四边形$EFGH$是梯形，

$\therefore EF$与GH相交，交点在AC上，故选D.

4. A　$\because$当$a\parallel b$，$b\subset\alpha$时，可能$a\subset\alpha$或$a\parallel\alpha$，故①不正确；当$a\parallel\alpha$，$b\parallel\alpha$时，a与b可能平行、相交或异面，故②不正确；当$a\parallel b$，$b\parallel\alpha$时，$a\parallel\alpha$或$a\subset\alpha$，故③不正确；当$a\parallel\alpha$，$b\subset\alpha$时，a与b可能平行也可能异面，故④不正确.

5. A　如图所示，M，N分别为$\triangle ABC$和$\triangle ACD$的重心，E,F分别为BC,CD的中点，



$\therefore\frac{AM}{AE}=\frac{2}{3}$，

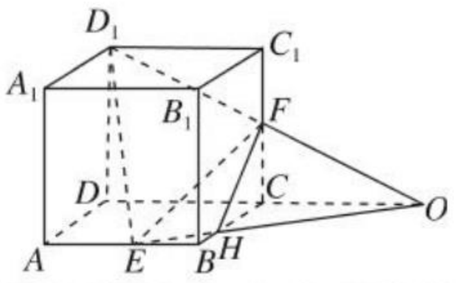
$\frac{AN}{AF}=\frac{2}{3}$，

$\therefore\frac{AM}{AE}=\frac{AN}{AF}$，$\therefore MN\parallel EF$，

又$\because EF\parallel BD$，

$\therefore BD\parallel MN$，故选A.

6. C　如图，延长D_1F交DC延长线于O，连接EO，交BC于H，连接FH，则FH平行于平面ADD_1A_1.



在平面ADD_1A_1中与FH平行的直线都平行于平面D_1EF，所以在平面ADD_1A_1中有无数条直线平行于平面D_1EF，故选C.

7. $\frac{20}{9}$

解析：$\because a\parallel\alpha$，$\alpha\cap$平面$ABD=EG$，

$\therefore a\parallel EG$，即$BD\parallel EG$.

在$\triangle ABD$中，$\frac{EF}{BC}=\frac{FG}{CD}=\frac{AF}{AC}$，

由等比性质，

$\frac{AF}{AC}=\frac{EF+FG}{BC+CD}=\frac{EG}{BD}=\frac{AF}{AF+FC}$，

$\therefore EG=\frac{AF\times BD}{AF+FC}=\frac{5\times4}{5+4}=\frac{20}{9}$.

8. ①③

9. A_1D，O_1D

解析：$\because A_1D\parallel B_1C$，$\therefore A_1D\parallel$平面$AB_1C$，

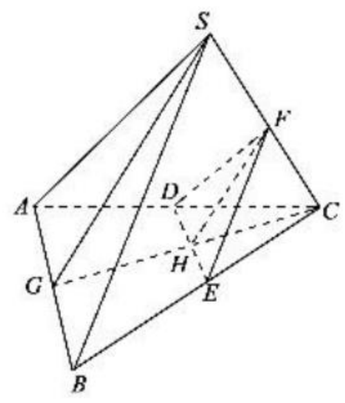
$\because O_1D\parallel B_1O$，

$\therefore O_1D\parallel$平面AB_1C.

10. **解**：$SG\parallel$平面DEF，证明如下：

连接CG交DE于点H，

如图所示.



$\because DE$是$\triangle ABC$的中位线，

$\therefore DE\parallel AB$.

$\because$在$\triangle ACG$中，D是AC的中点，且$DH\parallel AG$.

$\therefore H$为CG的中点.

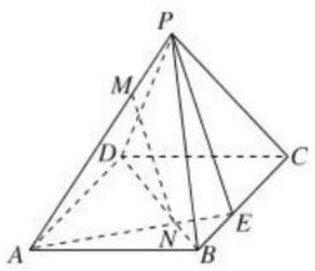
$\therefore FH$是$\triangle SCG$的中位线，

$\therefore FH\parallel SG$.

又$\because SG\not\subset$平面DEF，$FH\subset$平面DEF，

$\therefore SG\parallel$平面DEF.

11. **证明**：$\because$四棱锥$P-ABCD$的底面$ABCD$是正方形，



连接AN并延长交BC于点E，连接PE.

$\because AD\parallel BC$，$\therefore EN:AN=BN:ND$.

又$BN:ND=PM:MA$，

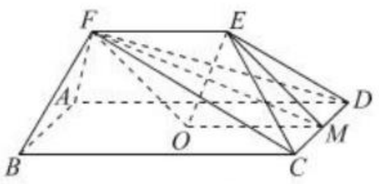
$\therefore EN:AN=PM:MA$，

$\therefore MN\parallel PE$，

又$PE\subset$平面PBC，而$MN\not\subset$平面PBC，

$\therefore MN\parallel$平面PBC.

12. **证明**：如右图，取CD中点M，连接OM.在矩形$ABCD$中，$OM\parallel\frac{1}{2}BC$，又



$\because EF\parallel\frac{1}{2}BC$，则$EF\parallel OM$.连接$EM$，于是四边形$EFOM$为平行四边形，

$\therefore FO\parallel EM$.

又$\because FO\not\subset$平面CDE，

且$EM\subset$平面CDE，

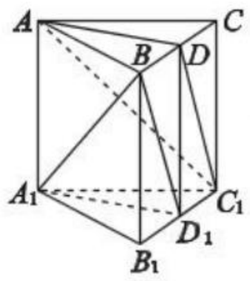
$\therefore FO\parallel$平面CDE.

1.2.2　空间中的平行关系(二)

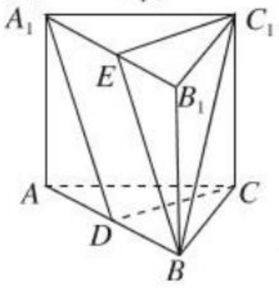
基础知识点对点

1. D　若$\alpha\parallel\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则m与n平行或异面，①错，②中m,n平行时，不能得出$\alpha\parallel\beta$，②错，③正确，故选D.

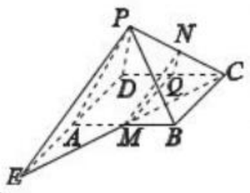
关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. **证明**：连接 DD_1，


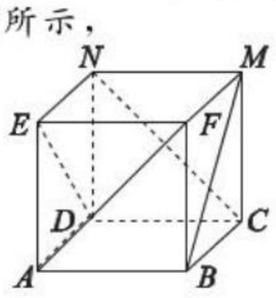
∵D 是 BC 的中点，D_1 是 B_1C_1 的中点，
∴$DD_1 \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel AA_1$，∴四边形 A_1D_1DA 是平行四边形，
∴$AD \parallel A_1D_1$，
∵$AD \subset$ 平面 ADC_1，$A_1D_1 \not\subset$ 平面 ADC_1，
∴$A_1D_1 \parallel$ 平面 ADC_1，
∵$BD \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel D_1C_1$，∴四边形 BDC_1D_1 是平行四边形，
∴$BD_1 \parallel DC_1$，
又∵$DC_1 \subset$ 平面 ADC_1，$BD_1 \not\subset$ 平面 ADC_1，
∴$BD_1 \parallel$ 平面 ADC_1.
又∵$A_1D_1 \cap BD_1 = D_1$，
∴平面 $A_1BD_1 \parallel$ 平面 ADC_1.

3. **证明**：取 A_1B_1 的中点 E，连接 C_1E，BE，


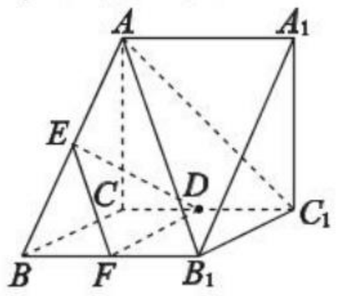
∵$A_1E \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel DB$，
∴四边形 A_1DBE 是平行四边形，
∴$A_1D \parallel BE$，
∵$A_1D \subset$ 平面 A_1CD，$BE \not\subset$ 平面 A_1CD，∴$BE \parallel$ 平面 A_1DC.
又 $C_1E \parallel DC$，∴$C_1E \not\subset$ 平面 A_1DC，$DC \subset$ 平面 A_1DC，
∴$C_1E \parallel$ 平面 A_1DC，
∴平面 $BC_1E \parallel$ 平面 A_1DC，
∵$BC_1 \subset$ 平面 BC_1E，
∴$BC_1 \parallel$ 平面 A_1DC.

4. **证明**：(1)如图，取 DC 中点 Q，连接 MQ，NQ. ∵NQ 是 $\triangle PDC$ 的中位线，∴$NQ \parallel PD$.


∵$NQ \not\subset$ 平面 PAD，$PD \subset$ 平面 PAD，
∴$NQ \parallel$ 平面 PAD.
∵M 是 AB 中点，$ABCD$ 是平行四边形，
∴$MQ \parallel AD$，$MQ \not\subset$ 平面 PAD，$AD \subset$ 平面 PAD.
从而 $MQ \parallel$ 平面 PAD.
∵$MQ \cap NQ = Q$，∴平面 $MNQ \parallel$ 平面 PAD.
∵$MN \subset$ 平面 MNQ，∴$MN \parallel$ 平面 PAD.
(2)∵平面 $MNQ \parallel$ 平面 PAD，平面 $PEC \cap$ 平面 $MNQ = MN$，平面 $PEC \cap$ 平面 $PAD = PE$. ∴$MN \parallel PE$.

5. ①②③④
解析：以 $ABCD$ 为下底还原正方体，如图所示，


则易判定四个说法都正确.

6. **解**：当点 E 为棱 AB 的中点时，$DE \parallel$ 平面 AB_1C_1. 证明如下：
如图，取 BB_1 的中点 F，连接 EF，FD，DE，


∵D，E，F 分别为 CC_1，AB，BB_1 的中点，
∴$EF \parallel AB_1$，∵$AB_1 \subset$ 平面 AB_1C_1，$EF \not\subset$ 平面 AB_1C_1，
∴$EF \parallel$ 平面 AB_1C_1. 同理可证 $FD \parallel$ 平面 AB_1C_1.
∵$EF \cap FD = F$，∴平面 $EFD \parallel$ 平面 AB_1C_1.
∵$DE \subset$ 平面 EFD.
∴$DE \parallel$ 平面 AB_1C_1.

课后拔高提能练

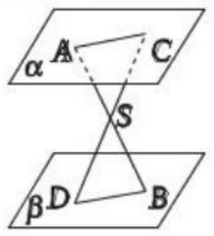
1. D

2. B　由已知得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似，且 $\frac{PD}{PA} = \frac{PE}{PB} = \frac{PF}{PC} = \frac{2}{5}$，∴$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{25}$，故选 B.

3. C　①③正确，故选 C.

4. D

5. C　由平行的相关定理，知 C 正确.

6. B　如图所示，∵S 在 α，β 之间，$AB \cap CD = S$，


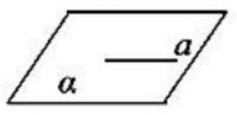
∴AB，CD 确定一个平面，又 $\alpha \parallel \beta$，
∴$AC \parallel BD$，∴$\frac{AS}{SB} = \frac{CS}{SD}$，
∴$\frac{8}{9} = \frac{CS}{CD - CS} = \frac{CS}{34 - CS}$，
∴$CS = 16$，故选 B.

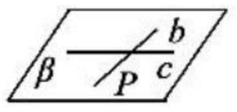
7. ①④

8. 15
解析：由已知 $\frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$，∴$AC = \frac{5 \times 6}{2} = 15$.

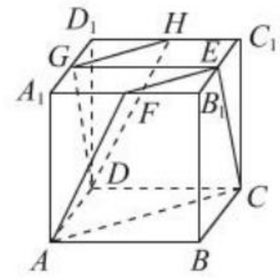
9. ①②

10. **证明**：E，F，M，N 分别为棱 B_1C_1，C_1D_1，A_1B_1，A_1D_1 的中点，
∴$EF \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel \frac{1}{2}B_1D_1$，$MN \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel \frac{1}{2}B_1D_1$.
∴$EF \parallel MN$.
∴$MN \parallel$ 平面 $EFDB$.
又∵$NE \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel A_1B_1 \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel AB$，
∴四边形 $ABEN$ 为平行四边形.
∴$AN \parallel BE$. ∴$AN \parallel$ 平面 $EFDB$.
∵$MN \cap AN = N$，
又∵$MN \subset$ 平面 AMN，$AN \subset$ 平面 AMN，
∴平面 $AMN \parallel$ 平面 $EFDB$.

11. **证明**：如图，在 b 上任取一点 P，设由 a 和 P 确定的平面为 γ，


∵$\gamma \cap \beta = c$，$a \parallel \beta$，
∴$a \parallel c$，
又∵$a \cap \gamma = a$，$c \subset \gamma$，


∴$c \not\subset \alpha$，$a \subset \alpha$，
∴$c \parallel \alpha$，
又∵$b \parallel \alpha$，$c \cap b = P$，
∴$\alpha \parallel \beta$.

12. **解**：(1)∵平面 $ABCD \parallel$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$，
平面 $ACE \cap$ 平面 $ABCD = AC$，
∴平面 ACE 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 的交线与 AC 平行，
又∵AC 与 A_1C_1 平行，
故取 F 为 A_1B_1 的中点，连接 EF，
∴$EF \parallel A_1C_1 \parallel AC$，
EF 即为平面 ACE 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 交线.


(2)证明：∵G，H 分别为 A_1D_1，C_1D_1 的中点，
∴$GH \parallel A_1C_1 \parallel EF$，
∴$GH \parallel$ 平面 $ACEF$.
连接 EG，$EG \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel D_1C_1 \parallel\!\!\!=\!\!\!\parallel DC$，
∴四边形 $GDCE$ 是平行四边形，
∴$GD \parallel EC$，
∵$GD \not\subset$ 平面 ACE，$EC \subset$ 平面 ACE，
∴$GD \parallel$ 平面 ACE，
$GD \cap GH = G$，
且 $GH \subset$ 平面 GHD，$GD \subset$ 平面 GHD，
∴平面 $ACE \parallel$ 平面 GHD.

1.2.3　空间中的垂直关系(一)

基础知识点对点

1. B

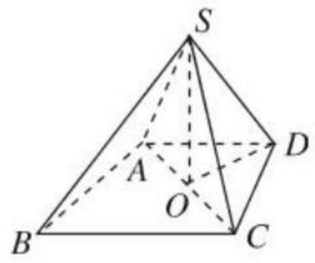
2. C

3. C　∵$PA \perp \odot O$ 所在平面，∴$PA \perp BC$. 又 AB 是 $\odot O$ 的直径，∴$AC \perp BC$，∴$BC \perp$ 平面 PAC，$AE \subset$ 平面 PAC，∴$BC \perp AE$，①正确；又 $AE \perp PC$，∴$AE \perp$ 平面 PBC，∴$AE \perp PB$，又 $AF \perp PB$，∴$PB \perp$ 平面 AEF.
∴$PB \perp EF$，②④正确，故选 C.

4. **证明**：因为 $AP \perp$ 平面 ABC，$BC \subset$ 平面 ABC，
所以 $AP \perp BC$.
又因为 $BC \perp AC$，$AP \cap AC = A$，
所以 $BC \perp$ 平面 PAC.
因为 $AF \subset$ 平面 APC，所以 $BC \perp AF$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

又因为 $AF\perp PC$，$BC\cap PC=C$，
所以 $AF\perp$ 平面 PBC，
所以 $AF\perp PB$.
又因为 $AE\perp PB$，$AF\cap AE=A$，
所以 $PB\perp$ 平面 AEF.

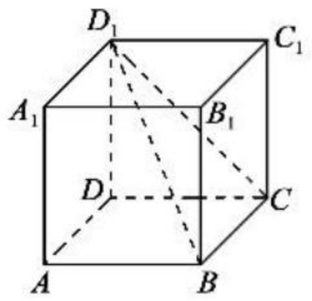
5. **解**：(1) 证明：取 AC 的中点 O，
连接 SO，DO，


$\because SA=SC$，
$\therefore SO\perp AC$，
又 $AD=DC$，
$\therefore DO\perp AC$，
$\therefore AC\perp$ 平面 SOD，$SD\subset$ 平面 SOD，
$\therefore AC\perp SD$.
(2) $\because \angle ASC=60^\circ$，$SA=SC=2$，
$\therefore \triangle SAC$ 是等边三角形，
$\therefore SO=\sqrt{3}$，$AC=2$，
又 $AD=DC=\sqrt{2}$，$AC^2=AD^2+DC^2$，$\therefore AD\perp DC$，
$\therefore OD=1$，$\therefore SO^2+OD^2=SD^2$，
$\therefore SO\perp OD$，
$\therefore SO\perp AC$，$\therefore SO\perp$ 平面 ACD.
$\therefore V_{B-SAD}=V_{S-ADB}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BAD}\times SO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times AD\times DC\times SO=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

6. **解**：(1) $V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}\cdot PD=\frac{1}{3}\times a\times a\times a=\frac{1}{3}a^3$.
(2) 证明：$\because PD\perp$ 底面 $ABCD$，
$\therefore PD\perp BC$.
又 $\because$ 底面 $ABCD$ 是正方形，
$\therefore DC\perp BC$，
$\therefore BC\perp$ 平面 PDC，
$\therefore BC\perp DE$.
又 $\because PD=DC$，E 为 PC 的中点，
$\therefore DE\perp PC$. $\because PC\cap BC=C$，
$\therefore DE\perp$ 平面 PBC.

课后拔高提能练

1. C　②③正确.

2. D　如图，在正方体中，$BC\perp$ 平面 CDD_1C_1，


又 $\because D_1C\subset$ 平面 CDD_1C_1，
$\therefore BC\perp D_1C$，
$\therefore \triangle BD_1C$ 是直角三角形，
且 $\angle BCD_1=90^\circ$，
$\therefore BD_1$ 与 D_1C 不垂直，故选 D.

3. C　$\because PA=PB=PC$，
$\therefore P$ 在面 ABC 上的射影 O 为 $\triangle ABC$ 的外心，
又 $\because \triangle ABC$ 为直角三角形，
$\therefore O$ 为斜边 BA 的中点.
在 $\triangle ABC$ 中，$BC=5$，$\angle ACB=90^\circ$，$\angle BAC=30^\circ$，
$\therefore PO=\sqrt{PC^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=5\sqrt{3}$.

4. C　$\because PA\perp PB$，$PA\perp PC$，$PB\cap PC=P$，$\therefore PA\perp$ 平面 PBC，$\because BC\subset$ 平面 PBC，$\therefore PA\perp BC$，$\because PH\perp$ 平面 ABC，$\therefore PH\perp BC$，又 $PA\cap PH=P$，$\therefore BC\perp$ 平面 PAH，$\therefore BC\perp AH$，同理可证 $AB\perp CH$，$AC\perp BH$，
$\therefore H$ 为 $\triangle ABC$ 的垂心. 故选 C.

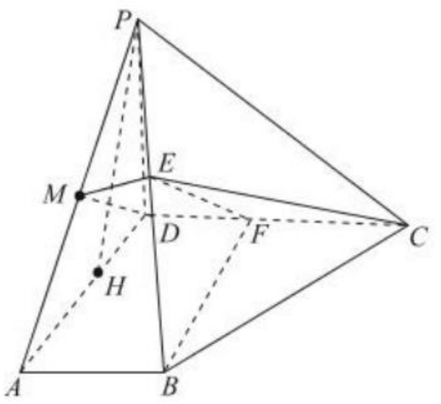
5. B　若 $m\parallel\alpha$，$n\parallel\alpha$，则 $m\parallel n$ 或 m，n 相交或 m，n 异面，故 A 错；若 $m\perp\alpha$，$n\subset\alpha$，由直线和平面垂直的定义知，$m\perp n$，故 B 正确；若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n\parallel\alpha$ 或 $n\subset\alpha$，故 C 错；若 $m\parallel\alpha$，$m\perp n$，则 n 与 α 位置关系不确定，故 D 错.

6. B　三棱锥 $P-ABC$ 中，P 到底面 $\triangle ABC$ 三边所在的直线距离相等，且 $PO\perp$ 平面 ABC，则 O 到三边距离相等，O 为底面三角形的内心. 故选 B.

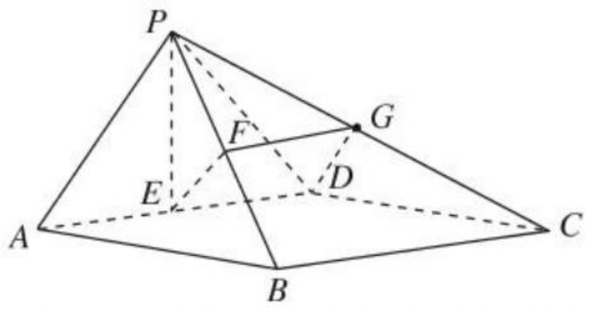
7. 菱形
解析：$\because PA\perp$ 平面 $ABCD$，
$\therefore PA\perp BD$.
又 $\because PC\perp BD$，$\therefore BD\perp$ 平面 PAC，
$\therefore AC\perp BD$，
$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 为菱形.

8. ①②③
解析：由线面垂直的性质定理可知①正确；由面面平行的性质知②正确；由公理 4 知③正确.

9. $\sqrt{6}$
解析：$\because PA\perp$ 平面 $ABCD$，
$\therefore PA\perp AC$，
又 $\because ABCD$ 为正方形，且边长为 1，
$\therefore AC=\sqrt{2}$，又 $\because PA=2$，$\therefore PC=\sqrt{PA^2+AC^2}=\sqrt{2+4}=\sqrt{6}$.

10. **证明**：(1) $\because AB\perp$ 平面 PAD，
$PH\subset$ 平面 PAD，
$\therefore AB\perp PH$，
又 $\because PH\perp AD$，AD，AB 是平面 $ABCD$ 内的两条相交直线，
$\therefore PH\perp$ 平面 $ABCD$.
(2) $\because PD=AD$，
取 PA 的中点 M，连接 DM，
$\therefore DM\perp PA$，
又 $\because AB\perp$ 平面 PAD，
$\therefore DM\perp AB$，
$\because PA\cap AB=A$，且 $PA\subset$ 平面 PAB，$AB\subset$ 平面 PAB，
$\therefore DM\perp$ 平面 PAB，
连接 EM，可知 $EM\parallel\frac{1}{2}AB$，


又 $\because DF\parallel\frac{1}{2}AB$，
$\therefore DF\parallel EM$.
$\therefore$ 四边形 $DFEM$ 是平行四边形.
$\therefore DM\parallel EF$，
$\therefore EF\perp$ 平面 PAB.

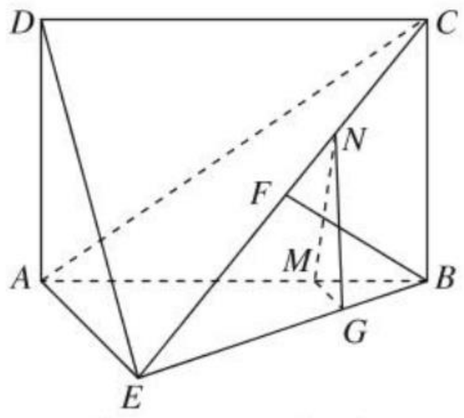
11. **证明**：(1) $\because PA=PD$，且 E 为 AD 的中点，$\therefore PE\perp AD$.
$\because$ 底面 $ABCD$ 为矩形，$\therefore BC\parallel AD$，
$\therefore PE\perp BC$.
(2) $\because$ 底面 $ABCD$ 为矩形，$\therefore AB\perp AD$.
$\because$ 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，$\therefore AB\perp$ 平面 PAD.
$\therefore AB\perp PD$. 又 $PA\perp PD$，$AB\cap PA=A$，
$\therefore PD\perp$ 平面 PAB，$\therefore$ 平面 $PAB\perp$ 平面 PCD.
(3) 如图，取 PC 中点 G，连接 FG，GD.


$\because F$，G 分别为 PB 和 PC 的中点，
$\therefore FG\parallel BC$，且 $FG=\frac{1}{2}BC$.
$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形，且 E 为 AD 的中点，
$\therefore ED\parallel BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，
$\therefore ED\parallel FG$，且 $ED=FG$，$\therefore$ 四边形 $EFGD$ 为平行四边形，
$\therefore EF\parallel GD$.
又 $EF\not\subset$ 平面 PCD，$GD\subset$ 平面 PCD，
$\therefore EF\parallel$ 平面 PCD.

12. **解**：(1) 证明：$\because AD\perp$ 平面 ABE，$AD\parallel BC$，
$\therefore BC\perp$ 平面 ABE，则 $AE\perp BC$.
又 $\because BF\perp$ 平面 ACE，则 $AE\perp BF$.
$\therefore AE\perp$ 平面 BCE，又 $BE\subset$ 平面 BCE，$\therefore AE\perp BE$.
(2) 在三角形 ABE 中过 M 点作 $MG\parallel AE$ 交 BE 于 G 点，在三角

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

形 BEC 中过 G 点作 $GN \parallel BC$ 交 EC 于 N 点，
连接 MN，则由比例关系易得 $CN=\frac{1}{3}CE$，



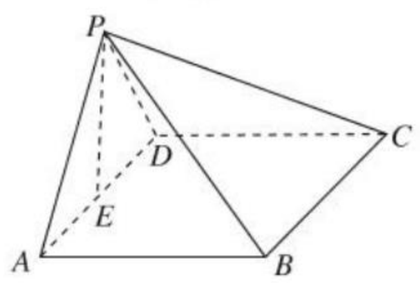
$\because MG \parallel AE$，$MG \not\subset$ 平面 ADE，$AE \subset$ 平面 ADE，$\therefore MG \parallel$ 平面 ADE.
同理，$GN \parallel$ 平面 ADE，$\therefore$ 平面 $MGN \parallel$ 平面 ADE，又 $MN \subset$ 平面 MGN，
$\therefore MN \parallel$ 平面 ADE，
$\therefore N$ 点为线段 CE 上靠近 C 点的一个三等分点.

1.2.3　空间中的垂直关系(二)

基础知识点对点

1. B　垂直于同一条直线的两个平面平行，①正确；若 $m \parallel \beta$，则在 β 内存在与 m 平行的直线 n，$m \perp \alpha$，$\therefore n \perp \alpha$，$\therefore \alpha \perp \beta$，③正确，故选 B.

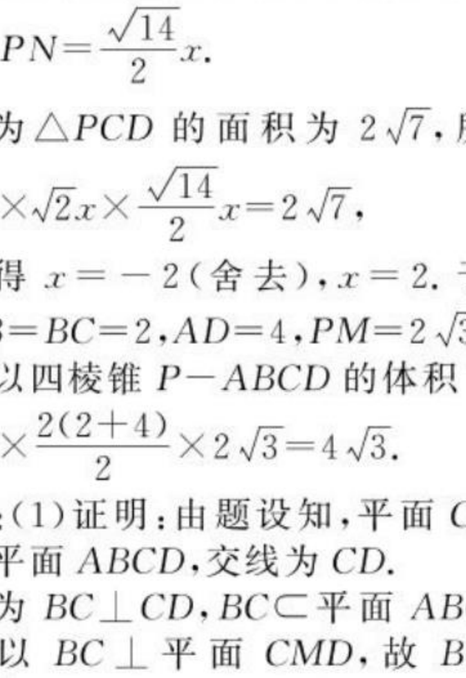
2. **解**：(1)证明：由 $\angle BAP=\angle CDP=90^\circ$，得 $AB \perp AP$，$CD \perp PD$.
由于 $AB \parallel CD$，故 $AB \perp PD$，从而 $AB \perp$ 平面 PAD.
又 $AB \subset$ 平面 PAB，所以平面 $PAB \perp$ 平面 PAD.
(2)如图所示，在平面 PAD 内作 $PE \perp AD$，垂足为 E.



由(1)知，$AB \perp$ 平面 PAD，故 $AB \perp PE$，可得 $PE \perp$ 平面 $ABCD$.
设 $AB=x$，则由已知可得 $AD=\sqrt{2}x$，$PE=\frac{\sqrt{2}}{2}x$.
故四棱锥 $P-ABCD$ 的体积
$V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}AB \cdot AD \cdot PE=\frac{1}{3}x^3$.
由题设得 $\frac{1}{3}x^3=\frac{8}{3}$，故 $x=2$.
从而 $PA=PD=2$，$AD=BC=2\sqrt{2}$，$PB=PC=2\sqrt{2}$.
可得四棱锥 $P-ABCD$ 的侧面积为 $\frac{1}{2}PA \cdot PD+\frac{1}{2}PA \cdot AB+\frac{1}{2}PD \cdot DC+\frac{1}{2}BC^2\sin 60^\circ=6+2\sqrt{3}$.

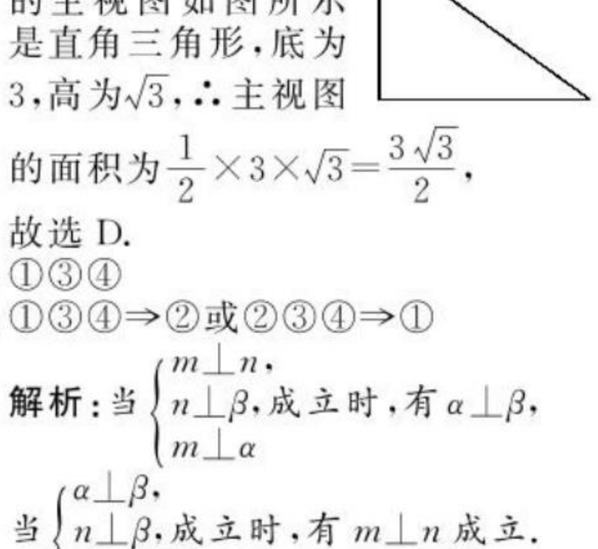
3. B

4. **解**：(1)证明：在平面 $ABCD$ 内，因为 $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$，所以 $BC \parallel AD$.
又 $BC \not\subset$ 平面 PAD，$AD \subset$ 平面 PAD，故 $BC \parallel$ 平面 PAD.
(2)取 AD 的中点 M，连接 PM，CM.



由 $AB=BC=\frac{1}{2}AD$ 及 $BC \parallel AD$，$\angle ABC=90^\circ$ 得四边形 $ABCM$ 为正方形，则 $CM \perp AD$.
因为侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$，平面 $PAD \cap$ 平面 $ABCD=AD$，所以 $PM \perp AD$，$PM \perp$ 底面 $ABCD$. 因为 $CM \subset$ 底面 $ABCD$，所以 $PM \perp CM$.
设 $BC=x$，则 $CM=x$，$CD=\sqrt{2}x$，$PM=\sqrt{3}x$，$PC=PD=2x$. 取 CD 的中点 N，连接 PN，则 $PN \perp CD$，所以 $PN=\frac{\sqrt{14}}{2}x$.
因为 $\triangle PCD$ 的面积为 $2\sqrt{7}$，所以 $\frac{1}{2}\times\sqrt{2}x\times\frac{\sqrt{14}}{2}x=2\sqrt{7}$，
解得 $x=-2$(舍去)，$x=2$. 于是 $AB=BC=2$，$AD=4$，$PM=2\sqrt{3}$.
所以四棱锥 $P-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\times\frac{2(2+4)}{2}\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$.

5. **解**：(1)证明：由题设知，平面 $CMD \perp$ 平面 $ABCD$，交线为 CD.
因为 $BC \perp CD$，$BC \subset$ 平面 $ABCD$，所以 $BC \perp$ 平面 CMD，故 $BC \perp DM$.
因为 M 为 $\overset{\frown}{CD}$ 上异于 C，D 的点，且 DC 为直径，所以 $DM \perp CM$.
又 $BC \cap CM=C$，所以 $DM \perp$ 平面 BMC.
而 $DM \subset$ 平面 AMD，故平面 $AMD \perp$ 平面 BMC.
(2)当 P 为 AM 的中点时，$MC \parallel$ 平面 PBD.
证明如下：连接 AC 交 BD 于 O. 因为 $ABCD$ 为矩形，所以 O 为 AC 中点.
在 $\triangle MAC$ 中连接 OP，因为 P 为 AM 中点，所以 $MC \parallel OP$.
$MC \not\subset$ 平面 PBD，$OP \subset$ 平面 PBD，所以 $MC \parallel$ 平面 PBD.

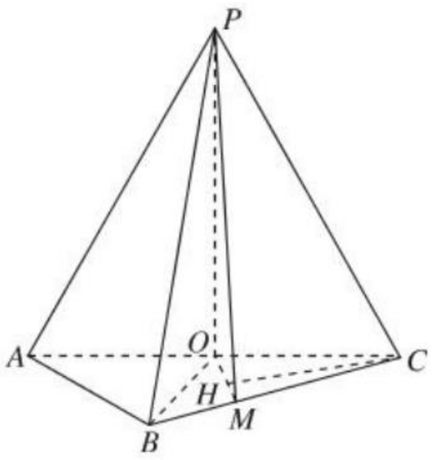


课后拔高提能练

1. B　①②正确.
2. D
3. A　当直线 l 与平面内的两条相交直线垂直时，直线才垂直于平面，故 A 不正确.
4. B　$\because DA \perp$ 平面 ABC，
$\therefore$ 平面 $ABD \perp$ 平面 ABC.
又 $\because$ 平面 $ABC \cap$ 平面 $BCD=BC$，可得 $BC \perp$ 平面 ABD，$\because AB \subset$ 平面 ABD，
$\therefore BC \perp AB$，
故 $\triangle ABC$ 为直角三角形，故选 B.
5. D　A，B，C 三点可能在平面 α 同侧，也可能在平面 α 两侧，故排除 A，B 选项；当平面 ABC 与 α 垂直相交时也可满足题意，故排除 C.
6. D　由题可知四棱锥的主视图如图所示是直角三角形，底为 3，高为 $\sqrt{3}$，$\therefore$ 主视图的面积为 $\frac{1}{2}\times 3\times\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，故选 D.

7. ①③④
8. ①③④⇒②或②③④⇒①
解析：当 $\begin{cases} m \perp n, \\ n \perp \beta, \\ m \perp \alpha \end{cases}$ 成立时，有 $\alpha \perp \beta$，
当 $\begin{cases} \alpha \perp \beta, \\ n \perp \beta, \\ m \perp \alpha \end{cases}$ 成立时，有 $m \perp n$ 成立.
9. $S^2_{\triangle ABC}+S^2_{\triangle ACD}+S^2_{\triangle ABD}=S^2_{\triangle BCD}$
解析：结合平面坐标系到空间坐标系的拓展特点，类比得出结论.
10. **解**：(1)证明：因为 $AP=CP=AC=4$，O 为 AC 的中点，所以 $OP \perp AC$，且 $OP=2\sqrt{3}$.
连接 OB. 因为 $AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC$，所以 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，且 $OB \perp AC$，$OB=\frac{1}{2}AC=2$.
由 $OP^2+OB^2=PB^2$ 知，$OP \perp OB$.
由 $OP \perp OB$，$OP \perp AC$ 且 $OB \cap AC=O$ 知 $PO \perp$ 平面 ABC.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料



(2)作 $CH\perp OM$,垂足为 H. 又由(1)可得 $OP\perp CH$ 且 $OP\cap OM=O$,所以 $CH\perp$ 平面 POM.

故 CH 的长为点 C 到平面 POM 的距离.

由题设可知 $OC=\frac{1}{2}AC=2$,$CM=\frac{2}{3}BC=\frac{4\sqrt{2}}{3}$,$\angle ACB=45°$.

所以 $OM=\frac{2\sqrt{5}}{3}$,由面积相等得 $CH=\frac{OC\cdot MC\cdot\sin\angle ACB}{OM}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

所以点 C 到平面 POM 的距离为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

11. **证明**:(1)$\because PC\perp$ 平面 $ABCD$,

$\therefore PC\perp DC$,

又 $DC\perp AC$,$AC\cap PC=C$,

$\therefore DC\perp$ 平面 PAC.

(2)$\because AB\parallel DC$,$\therefore AB\perp$ 平面 PAC,

$\because AB\subset$ 平面 PAB,

$\therefore$ 平面 $PAB\perp$ 平面 PAC.

12. **解**:(1)证明:$\because AB\perp$ 平面 BCD,

$\therefore AB\perp CD$.

$\because CD\perp BC$ 且 $AB\cap BC=B$,

$\therefore CD\perp$ 平面 ABC.

又 $\because\frac{AE}{AC}=\frac{AF}{AD}=\lambda(0<\lambda<1)$,

$\therefore$ 不论 λ 为何值,恒有 $EF\parallel CD$,

$\therefore EF\perp$ 平面 ABC.

又 $\because EF\subset$ 平面 BEF,$\therefore$ 不论 λ 为何值恒有平面 $BEF\perp$ 平面 ABC.

(2)由(1)知,$BE\perp EF$,又 $\because$ 平面 $BEF\perp$ 平面 ACD,

$\therefore BE\perp$ 平面 ACD,

$\therefore BE\perp AC$.

$\because BC=CD=1$,$\angle BCD=90°$,$\angle ADB=60°$,

$\therefore BD=\sqrt{2}$,$AB=\sqrt{2}\tan60°=\sqrt{6}$.

$\therefore AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{7}$.

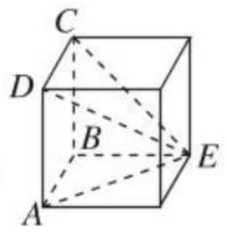
由 $AB^2=AE\cdot AC$ 得 $AE=\frac{6}{\sqrt{7}}$,

$\therefore\lambda=\frac{AE}{AC}=\frac{6}{7}$. 故当 $\lambda=\frac{6}{7}$ 时,平面 $BEF\perp$ 平面 ACD.

章末检测

1. D

2. D 如图所示,将几何体放入正方体内,正方体的棱长为 2,体积为 8,当俯视图为是 D 选项时,该几何体是四棱锥 $E-ABCD$,$V_{E-ABCD}=\frac{1}{3}\times2\times2\times2=\frac{8}{3}$,符合题意,故选 D.



3. C C 中由 $m\perp\alpha$,$\alpha\parallel\beta$,可知 $m\perp\beta$,又 $n\parallel\beta$,$\therefore m\perp n$,故 C 正确.

4. B 由三视图可知三棱锥的底面为等腰直角三角形,高为 2,则 $V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{1}{3}$,故选 B.

5. B 设该几何体的高为 h,则 $\begin{cases}h^2+y^2=10^2,\\(2\sqrt{7})^2+h^2=x^2,\end{cases}$ $\therefore x^2y^2=(10^2-h^2)(28+h^2)=-h^4+72h^2+280$,$\therefore h^2=36$ 时,xy 的最大值为 64,故选 B.

6. B $\because\triangle ABC$ 为正三角形,

$\therefore\triangle ABC$ 的外接圆的半径为 $\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

设外接球的半径为 R,

则 $R^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{SA}{2}\right)^2=\frac{4}{3}$.

$\therefore S_{球}=4\pi R^2=\frac{16\pi}{3}$. 故选 B.

7. C 由正方体的性质,得 $A_1B_1\perp BC_1$,$B_1C\perp BC_1$,所以 $BC_1\perp$ 平面 A_1B_1CD,又 $A_1E\subset$ 平面 A_1B_1CD,所以 $A_1E\perp BC_1$,故选 C.

8. D $\because AC\perp BD$,$BB_1\perp$ 底面 $ABCD$,$\therefore BB_1\perp AC$,$\therefore AC\perp$ 平面 B_1D_1D,$BE\subset$ 面 BDD_1B_1,$\therefore AC\perp BE$,A 正确;$\because EF\parallel BD$,$\therefore EF\parallel$ 平面 $ABCD$,B 正确;A 到平面 BEF 的距离为 $\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$S_{\triangle BEF}=\frac{1}{2}EF\times BB_1=\frac{1}{4}$,所以 $V_{A-BEF}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{2}}{24}$ 为定值,C 正确,故选 D.

9. $a\parallel\beta$ 或 $a\subset\beta$

10. 3

解析:正方体的体积 $V_{正方体}=2\times2\times2=8$,由三视图可知该几何体是四棱锥,$V=\frac{1}{3}\times2\times2\times2=\frac{8}{3}$,故用 3 个这样的几何体可以拼成一个棱长为 2 的正方体.

11. $20+4\sqrt{2}$

解析:由三视图可知,该几何体是由正四棱锥和正方体组成,四棱锥的底面为正方形,边长为 2,高为 1,则斜高为 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$,正方体的棱长为 2,$S_{表}=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{2}\times4+2\times2\times5=4\sqrt{2}+20$.

12. **解**:(1)证明:由已知可得,$\angle BAC=90°$,$BA\perp AC$.

又 $BA\perp AD$ 且 $AC\cap AD=A$,所以 $AB\perp$ 平面 ACD.

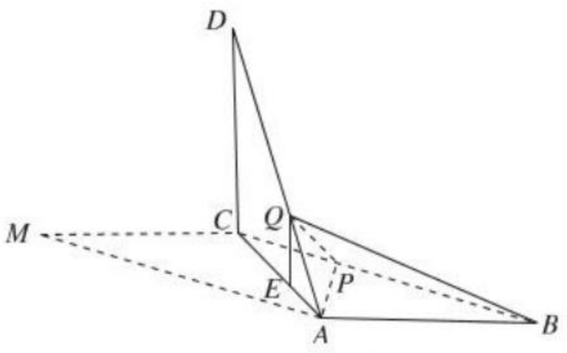
又 $AB\subset$ 平面 ABC,

所以平面 $ACD\perp$ 平面 ABC.

(2)由已知可得,$DC=CM=AB=3$,$DA=3\sqrt{2}$.

又 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$,所以 $BP=2\sqrt{2}$.

作 $QE\perp AC$,垂足为 E,则 $QE\parallel\frac{1}{3}DC$.



由已知及(1)可得 $DC\perp$ 平面 ABC,所以 $QE\perp$ 平面 ABC,且 $QE=1$.

因此,三棱锥 $Q-ABP$ 的体积为 $V_{Q-ABP}=\frac{1}{3}\times QE\times S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}\times1\times\frac{1}{2}\times3\times2\sqrt{2}\sin45°=1$.

13. **解**:(1)$\because$ 平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$,$AD=DE$,取 AE 的中点 M,则 $DM\perp$ 底面 $ABCE$.

$\therefore V_{D-ABCE}=\frac{1}{3}\times DM\cdot S_{ABCE}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a\times\frac{a+2a}{2}\times a=\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$.

(2)证明:在 $\triangle ABE$ 中,$AE=\sqrt{2}a$,$BE=\sqrt{2}a$,$\therefore AE^2+EB^2=AB^2$.

$\therefore BE\perp AE$,又平面 $ADE\perp$ 平面 ABE,$\therefore BE\perp$ 平面 ADE,

$\therefore BE\perp AD$,又 $AD\perp DE$,

$\therefore AD\perp$ 平面 BDE.

14. **解**:(1)$\because$ 平面 $ADEF\perp$ 平面 $ABCD$,交线为 AD 且 $FA\perp AD$,

$\therefore FA\perp$ 平面 $ABCD$.

$\because BD\perp CD$,$BC=2$,$CD=x$,

$\therefore FA=2$,$BD=\sqrt{4-x^2}$ $(0<x<2)$,

$\therefore S_{\square ABCD}=CD\cdot BD=x\sqrt{4-x^2}$,

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore V(x)=\frac{1}{3}S_{\square ABCD}\cdot FA=\frac{2}{3}x\sqrt{4-x^2}(0<x<2)$.

$(2)V(x)=\frac{2}{3}x\sqrt{4-x^2}=\frac{2}{3}\sqrt{-x^4+4x^2}=\frac{2}{3}\sqrt{-(x^2-2)^2+4}$.

$\because 0<x<2,\therefore 0<x^2<4$,

$\therefore$当 $x^2=2$,

即 $x=\sqrt{2}$时,$V(x)$取得最大值,且 $V(x)_{max}=\frac{4}{3}$.

第二章　平面解析几何初步

2.1　平面直角坐标系中的基本公式

2.1.1　数轴上的基本公式

基础知识点对点

1. C

2. B　$AD=AB+BC+CD=-BA+BC+CD=-6-2+6=-2$,故选 B.

3. 0 或 $-\frac{16}{3}$

解析:由题意可得,$|x+8|=2|x+4|$,解得 $x=0$ 或 $x=-\frac{16}{3}$.

4. D　$|x+3|+|x-1|=4$,表示数轴上到 -3,1 的距离之和为 4 的点,又 $1-(-3)=4$,$\therefore -3\leqslant x\leqslant 1$,故选 D.

5. $\{x|-2<x<4\}$

解析:$|x+1|+|x-3|$的几何意义为 x 轴上的点,到 $A(-1)$,$B(3)$的距离之和,$\because |AB|=4$,若 $|x+1|+|x-3|<6$,则 x 的范围为 $-2<x<4$.

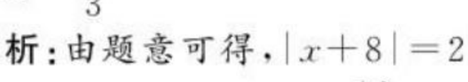
课后拔高提能练

1. A　①②④错,③正确.

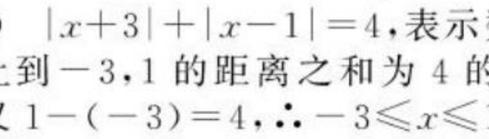
2. A

3. C　$|\overrightarrow{AB}|=|-1-2|=3$,①错;$|\overrightarrow{BC}|=|-3+1|=2$,②正确;$BA=2-(-1)=3$,③正确;$AC=-3-2=-5$,④正确.故选 C.

4. C　当 C 在 AB 的中间时,$|AC|=|AB|-|BC|=8-3=5$;



当 C 在 AB 两点之外时,$|AC|=|AB|+|BC|=8+3=11$.



5. C　$MN=-14$,$NM=14$,$MN\neq NM$,①错;$MP=-2-8=-10$,②正确;$PN=-6+2=-4$,③正确,故选 C.

6. B　①错,零向量有大小,无确定的方向;②错,零向量的长度为 0,非正实数;③错,向量的数量为实数;④错;⑤正确,选 B.

7. 7 或 -3

解析:设点 $P(x)$,则由题意知 $|x-2|=5$,解得 $x=7$ 或 $x=-3$.

8. $\frac{a+b}{2}$

解析:设 P 的坐标为 x,$\because |PA|=|PB|$,得 $|a-x|=|b-x|$,$\therefore a-x=b-x$ 或 $a-x=x-b$,$\therefore x=\frac{a+b}{2}$.

9. $[4,+\infty)$

解析:由 $A=\{x||x-3|<1\}=\{x|2<x<4\}$,又 $B=\{x|x<a\}$,$A\subseteq B$,$\therefore a\geqslant 4$.

10. **解**:(1)证明:设数轴上的任意三点 A,B,C 的坐标是 x_A,x_B,x_C,

由于 $AC=x_C-x_A$,$CB=x_B-x_C$,$AB=x_B-x_A$,

$\therefore AC+CB=x_C-x_A+x_B-x_C=x_B-x_A=AB$.

(2)$\because CB=3$,$\therefore BC=-3$,

又 $AC=AB+BC=5-3=2$,

$\therefore AC=2$.

(3)A,B,C 是数轴上的任意三点,讨论点 C 与点 A、B 的位置关系:

当 C 在点 A,B 之间时,有 $|AC|+|CB|=|AB|$,

所以 $|AC|=|AB|-|CB|=5-3=2$,

当 C 在点 A,B 之外时,

由于 $|CB|=3<|AB|=5$,

点 C 只能在 AB 的延长线上,

从而有 $|AC|=|AB|+|CB|=5+3=8$,

综上可知,$|AC|=2$ 或 8.

11. **解**:(1)$\because$点 A 与原点 O 的距离为 3,

$\therefore$点 $A(-3)$或 $A(3)$.

$\because A$,B 之间的距离为 1,

$\therefore$点 $B(-4)$或 $B(-2)$或 $B(2)$或 $B(4)$.

$\therefore OA=-3$ 或 $OA=3$.

$AB=-4-(-3)=-1$,

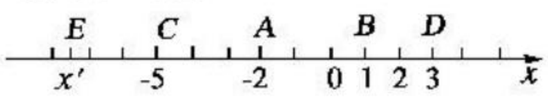
或 $AB=-2-(-3)=1$,

或 $AB=2-3=-1$,

或 $AB=4-3=1$.

(2)所有满足条件的点 B 到原点距离之和为 $|-4|+|-2|+|2|+|4|=12$.

12. **解**:设 $C(x)$,$E(x')$,则 $\frac{AC}{BC}=\frac{x-(-2)}{x-1}=\frac{1}{2}$,$x=-5$,所以 $C(-5)$.



$\because E$ 在 DC 的延长线上,

$\therefore \frac{d(C,E)}{d(E,D)}=\frac{EC}{ED}=\frac{-5-x'}{3-x'}=\frac{1}{4}$,

$\therefore x'=-\frac{23}{3}$,即点 $E\left(-\frac{23}{3}\right)$.

2.1.2　平面直角坐标系中的基本公式

基础知识点对点

1. D　设 $C(x,y)$,

则 $\sqrt{(4-2)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{(x-2)^2+(y-0)^2}$,

$\therefore (x-2)^2+y^2=2$,$\therefore$存在无数多个 C 点,故选 D.

2. C　容易验证:$|AB|=|AC|=3\sqrt{2}$,$|BC|=6$,$\therefore |AB|^2+|AC|^2=|BC|^2$,$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形.故选 C.

3. D　由题可知 $\begin{cases}\frac{x+3}{2}=0,\\ \frac{2+y}{2}=0,\end{cases}$ $\therefore x=-3$,$y=-2$,$\therefore x+y=-5$.

4. $2\sqrt{5}$

解析:设 $P(a,0)$,$Q(0,b)$,由中点坐标公式,得 $\begin{cases}\frac{a+0}{2}=-1,\\ \frac{0+b}{2}=2,\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}a=-2,\\ b=4,\end{cases}$ $\therefore |PQ|=\sqrt{a^2+b^2}=2\sqrt{5}$.

5. 4

解析:由题可知 $\begin{cases}\frac{x-2}{2}=1,\\ \frac{5-3}{2}=y.\end{cases}$

$\therefore x=4$,$y=1$,$\therefore xy=4$.

6. **证明**:以 BC 所在的直线为 x 轴,过 A 作 BC 的垂线为 y 轴,建立平面直角坐标系,

设 $B(b,0)$,$C(c,0)$,$A(0,a)$,则 $O\left(\frac{b+c}{2},0\right)$.

$\because |AB|^2+|AC|^2=(a-0)^2+(0-b)^2+(a-0)^2+(0-c)^2=2a^2+b^2+c^2$,

$2(|AO|^2+|OC|^2)=2\left[\left(\frac{b+c}{2}-0\right)^2+(0-a)^2+\left(c-\frac{b+c}{2}\right)^2\right]=2\left[\left(\frac{b+c}{2}\right)^2+a^2+\left(\frac{b-c}{2}\right)^2\right]=2a^2+b^2+c^2$,

$\therefore |AB|^2+|AC|^2=2(|AO|^2+|OC|^2)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

课后拔高提能练

1. B　由题可得$\begin{cases}\frac{m-1}{2}=-3,\\ \frac{4+n}{2}=5,\end{cases}$

$\therefore m=-5,n=6,$

$\therefore mn=-30$，故选 B.

2. C　A 点关于 x 轴的对称点 $A'(2,-1)$，则 x 轴上的点到 A,B 两点距离和的最小值为 $|A'B|=\sqrt{(2+2)^2+(-1-2)^2}=5$，故选 C.

3. C　$\because ABCD$ 为平行四边形，设 $D(x,y)$，$\because \overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}$，$\therefore(-1,-3)=(x,y-1)$，得 $x=-1,y=-2$.

4. C　$\because$ 点 $A(-3,5)$ 关于 x 轴的对称点为 $A'(-3,-5)$，$\therefore$ 光线从 A 到 B 的路程为 $|A'B|=\sqrt{[2-(-3)]^2+[10-(-5)]^2}=\sqrt{5^2+15^2}=5\sqrt{10}$.

5. C　$|AB|=\sqrt{(2+1)^2+3^2}=3\sqrt{2}$，$|BC|=\sqrt{(2+1)^2+0^2}=3$，$|AC|=3$，$\therefore\triangle ABC$ 的周长为 $6+3\sqrt{2}$，故选 C.

6. C　$OP'=-|OP'|=-\sqrt{(-1)^2+(-2)^2}=-\sqrt{5}$，故选 C.

7. 0 或 6

解析：由 $|PA|=5$，即 $(x-3)^2+4^2=5^2$，

$\therefore x=6$ 或 $x=0$.

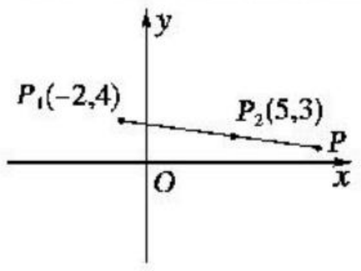
8. 6 或 -2

解析：由题可知 $\sqrt{(2-b)^2+(3+1)^2}=\sqrt{(2+2)^2+(3+1)^2}$，

$\therefore b=6$ 或 $b=-2$.

9. $(12,2)$

解析：画出一坐标系（如图），



由 $|P_1P|=2|P_2P|$，

$\therefore P_2$ 为 P_1P 的中点.

设 $P(x,y)$，则

$\begin{cases}\frac{x+(-2)}{2}=5,\\ \frac{y+4}{2}=3,\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}x=12,\\ y=2,\end{cases}$

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(12,2)$.

10. **解**：设 $A(x,y)$，则$\begin{cases}\frac{x+(-4)}{2}=2,\\ \frac{y+3}{2}=1,\end{cases}$

$\therefore x=8,y=-1,$

$\therefore A(8,-1)$.

设 $D(m,n)$，

则 $m=\frac{-4-6}{2}=-5$，

$n=\frac{3-3}{2}=0$

$\therefore D(-5,0)$，

$\therefore AD$ 的中点坐标为 $\left(\frac{3}{2},-\frac{1}{2}\right)$.

11. **解**：$y=\sqrt{(x-1)^2+2}+\sqrt{(x+2)^2+4}$，

$\sqrt{(x-1)^2+2}=\sqrt{(x-1)^2+(0-\sqrt{2})^2}$ 表示点 $P(x,0)$ 到点 $A(1,\sqrt{2})$ 的距离，

$\sqrt{(x+2)^2+4}=\sqrt{(x+2)^2+[0-(-2)]^2}$ 表示点 $P(x,0)$ 到点 $B(-2,-2)$ 的距离.

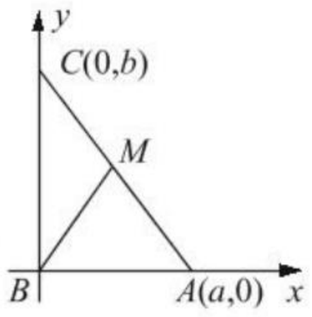
故 y 表示 x 轴上的点 $P(x,0)$ 到两定点 $A(1,\sqrt{2})$，$B(-2,-2)$ 的距离和.

可知当 P 点为 AB 与 x 轴的交点时，$y_{\min}=d(A,B)=\sqrt{(1+2)^2+(\sqrt{2}+2)^2}=\sqrt{15+4\sqrt{2}}$.

而当 P 沿 x 轴的正向或负向离交点越来越远时，y 越来越大，且趋向无穷大，

$\therefore$ 函数的值域为 $[\sqrt{15+4\sqrt{2}},+\infty)$.

12. **解**：取边 BA 所在的直线为 x 轴，边 BC 所在的直线为 y 轴，建立直角坐标系，如图，则三个顶点的坐标分别为 $A(a,0)$，$B(0,0)$，$C(0,b)$.



由中点坐标公式得斜边 AC 的中点 M 的坐标为 $\left(\frac{a}{2},\frac{b}{2}\right)$.

$\therefore|MA|=\sqrt{\left(a-\frac{a}{2}\right)^2+\left(0-\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，

$|MB|=\sqrt{\left(0-\frac{a}{2}\right)^2+\left(0-\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，

$|MC|=\sqrt{\left(0-\frac{a}{2}\right)^2+\left(b-\frac{b}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$，

$\therefore|MA|=|MB|=|MC|$.

2.2　直线的方程

2.2.1　直线方程的概念与直线的斜率

基础知识点对点

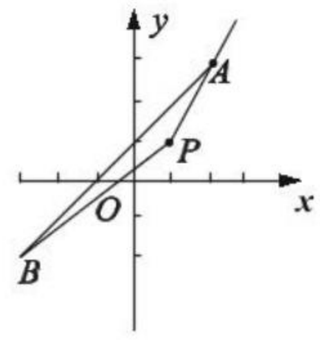
1. D

2. $[0°,30°)$

解析：由 $k=\tan\alpha\in\left[0,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ 可知 $0°\leqslant\alpha<30°$.

3. C　$k=\frac{2-0}{0-3}=-\frac{2}{3}$，故选 C.

4. A　如图，



$k_{PA}=\frac{3-1}{2-1}=2$，

$k_{PB}=\frac{1+2}{1+3}=\frac{3}{4}$，

$\therefore k\leqslant\frac{3}{4}$ 或 $k\geqslant2$，故选 A.

课后拔高提能练

1. A　$k=\frac{2+\sqrt{3}-2}{4-1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore\alpha=30°$. 故直线的倾斜角是 $30°$，故选 A.

2. B　由倾斜角的概念知①正确；由于当直线的倾斜角为 $90°$ 时，其斜率不存在，故②不正确，③显然也不正确；由于倾斜角为 $0°$ 的直线与 x 轴平行或重合，这样的直线有无数条，故④不正确.

3. B　由题意得 $\frac{3m-6}{1+m}=6$，得 $m=-4$.

4. D　$k_{AB}=\frac{-2-3}{3+2}=-1$，

$k_{AC}=\frac{m-3}{\frac{1}{2}+2}=\frac{2m-6}{5}$，

由 A,B,C 三点共线，

$\therefore k_{AB}=k_{AC}$，

$\therefore\frac{2m-6}{5}=-1$，

$\therefore m=\frac{1}{2}$，故选 D.

5. A　设直线与 x 轴的交点为 $(x,0)$，$\therefore\frac{0-1}{x+1}=\frac{9-1}{3+1}$，$\therefore x=-\frac{3}{2}$，故选 A.

6. B　$\because l_1$ 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore l_1$ 的倾斜角为 $30°$，

$\therefore l_2$ 的倾斜角为 $120°$，故选 B.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

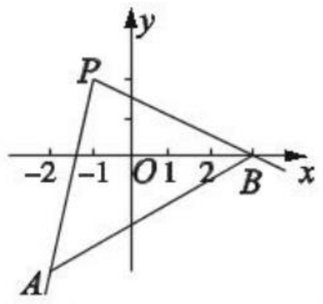
7. -1　-4

解析：$k_{AB}=\frac{4-3}{1-2}=-1$. 若点 C 在直线 AB 上，则 $k_{AC}=k_{AB}$，$\therefore \frac{9-3}{a-2}=-1$，$\therefore a=-4$.

8. 135°

9. $k\leqslant-\frac{1}{2}$ 或 $k\geqslant 5$

解析：如图所示，$k_{PA}=5$，$k_{PB}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}$，$\therefore k\leqslant-\frac{1}{2}$ 或 $k\geqslant 5$.

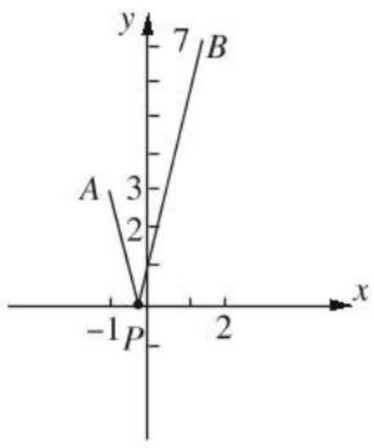


10. **解**：(1)由题可知 $AC\perp x$ 轴，
$\therefore AC$ 的倾斜角为 90°.

(2)$D\left(1,\frac{7}{2}\right)$，

$\therefore k_{BD}=\frac{\frac{7}{2}-2}{1-3}=-\frac{3}{4}$.

11. **解**：如图，设 x 轴上光照点的坐标为 $P(a,0)$，



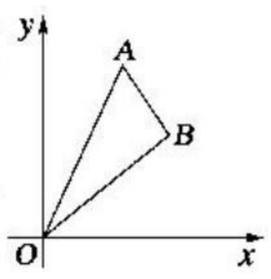
则直线 AP 与 BP 的倾斜角互补，
$\therefore k_{AP}=-k_{BP}$，

$\therefore \frac{0-3}{a-(-1)}=-\frac{0-7}{a-2}$，

$\therefore a=-\frac{1}{10}$，

$\therefore x$ 轴上光照点的坐标为 $\left(-\frac{1}{10},0\right)$.

12. **解**：为了利用斜率，应作恒等变形 $\frac{y}{x}=\frac{y-0}{x-0}$，即过原点的直线 OP 的斜率 $k=\frac{y}{x}$，



其中 (x,y) 为点 P 的坐标. 如图，由于点 (x,y) 满足关系式 $2x+y=8$，且 $2\leqslant x\leqslant 3$，可知点 P 在线段 AB 上移动，并且 A,B 两点的坐标可分别求得为 $A(2,4)$，$B(3,2)$.

由于 $\frac{y}{x}$ 的几何意义是直线 OP 的斜率，且 $k_{OA}=2$，$k_{OB}=\frac{2}{3}$，所以可得 $\frac{y}{x}$ 的最大值为 2，最小值为 $\frac{2}{3}$.

2.2.2　直线方程的几种形式

第一课时　直线方程的点斜式

基础知识点对点

1. C　直线方程可化为 $y-1=k(x-3)$，由点斜式方程可知直线通过定点 $(3,1)$，故选 C.

2. $y-3=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$

解析：倾斜角为 150°，$\therefore k=-\frac{\sqrt{3}}{3}$.
$\therefore$ 直线 l 的点斜式方程为 $y-3=-\frac{\sqrt{3}}{3}(x+2)$.

3. C　直线 $y=\sqrt{3}x$ 的斜率为 $\sqrt{3}$，故倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$，故选 C.

4. C　$y=ax$ 过原点，$y=x+a$ 的斜率为 1，排除 B,D，在 A,C 中 $y=x+a$ 可知 $a<0$，故选 C.

5. $y=\sqrt{3}x$

解析：直线 $y=x+\sqrt{3}-1$ 的斜率为 1，所以其倾斜角为 45°，将直线绕点 $(1,\sqrt{3})$ 逆时针方向旋转 15°，所得直线的倾斜角为 60°，斜率为 $\sqrt{3}$，故所得直线方程为 $y-\sqrt{3}=\sqrt{3}(x-1)$，即 $y=\sqrt{3}x$.

6. **解**：显然，l 不垂直于 x 轴也不垂直于 y 轴，故斜率 k 存在，且 $k\neq 0$，设 l 的方程为 $y-3=k(x+2)$，
令 $x=0$，得 $y=2k+3$；令 $y=0$，得 $x=-\frac{3}{k}-2$，

由题意得 $\frac{1}{2}|2k+3|\left|-\frac{3}{k}-2\right|=4$，

解得 $k_1=-\frac{1}{2}$，$k_2=-\frac{9}{2}$.

故所求直线方程为 $y-3=-\frac{1}{2}(x+2)$ 或 $y-3=-\frac{9}{2}(x+2)$.

即 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 求 $y=-\frac{9}{2}x-6$.

课后拔高提能练

1. A

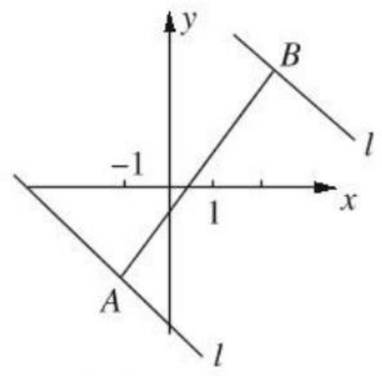
2. C

3. D　由斜截式可知所求的直线方程为 $y=-x-1$ 即 $x+y+1=0$.

4. C　$k_{AB}=\frac{13+5}{2+1}=6$，$AB$ 的方程：$y+5=6(x+1)$，当 $y=0$ 时，$\frac{5}{6}=x+1$，$\therefore x=-\frac{1}{6}$，故选 C.

5. C　令 $x=0$，$y=\frac{b}{2}$；
令 $y=0$，$x=-b$.
$\therefore S=\frac{1}{2}\cdot\left|\frac{b}{2}\cdot(-b)\right|\leqslant 1\Rightarrow 0<b^2\leqslant 4$，故选 C.

6. A　由直线 l 的方程可知，直线的斜率为 -1，在 y 轴上的截距为 c，如图所示.



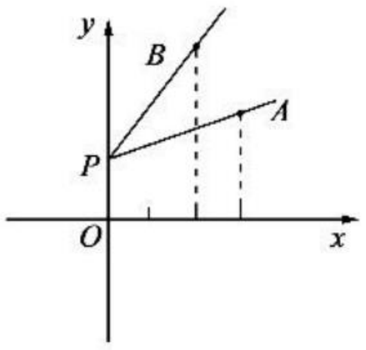
当 l 过 A 时，有 $-2=c+1$，$\therefore c=-3$.
当 l 过 B 时有 $3=c-2$，$\therefore c=5$.
$\therefore c$ 的取值范围为 $[-3,5]$. 故选 A.

7. -2

解析：$k=\frac{4-2}{0-1}=-2$.

8. $\left[\frac{1}{3},1\right]$

解析：如图所示：



直线 $y=kx+1$ 恒过点 $P(0,1)$ 且 $k_{PA}=\frac{1}{3}$，$k_{PB}=1$，

$\therefore k$ 的取值范围为 $\left[\frac{1}{3},1\right]$.

9. $y-4=\sqrt{3}(x-3)$

解析：$\because y=-\sqrt{3}x+1$ 的斜率 $k=-\sqrt{3}$，$\therefore$ 其倾斜角为 120°，故所求直线的倾斜角为 60°，其斜率为 $\sqrt{3}$，故所求直线的方程为 $y-4=\sqrt{3}(x-3)$.

10. **解**：设直线方程为 $y=-\frac{4}{3}x+b$，
令 $x=0$，则 $y=b$，令 $y=0$，则 $x=\frac{3}{4}b$.

$\therefore |b|+\frac{3}{4}|b|+\sqrt{b^2+\left(\frac{3}{4}b\right)^2}=9$.

$\therefore\left(1+\frac{3}{4}+\frac{5}{4}\right)\cdot|b|=9$.

$\therefore |b|=3$，即 $b=\pm 3$.

$\therefore$ 所求的直线方程为 $y=-\frac{4}{3}x+3$ 或 $y=-\frac{4}{3}x-3$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. **解**:(1)$B(2,4)$,$C(3,-2)$的中点$D\left(\frac{5}{2},1\right)$,∴$BC$边上的中线$AD$所在直线斜率$k=\frac{3-1}{-1-\frac{5}{2}}=-\frac{4}{7}$,

∴直线AD的方程为$y-3=-\frac{4}{7}(x+1)$,即$4x+7y-17=0$.

(2)平行四边形$ABCD$的两对角线AC与BD的交点M为AC的中点,∴$M\left(2,-\frac{1}{2}\right)$,直线$BM$的方程为$x=2$,即直线$BD$的方程为$x-2=0$.

12. **解**:当直线l的斜率不存在时,直线l的方程为$x=2$,符合题意;

当直线l的斜率存在时,设直线l的方程为$y-2=k(x-2)$,令$y=0$,得$x=\frac{2k-2}{k}$,

由三角形的面积为2知,$\frac{1}{2}\times\left|\frac{2k-2}{k}\right|\times2=2$,得$k=\frac{1}{2}$,

∴l的方程为$y-2=\frac{1}{2}(x-2)$,即为$x-2y+2=0$.

综上得所求直线l的方程为$x=2$或$x-2y+2=0$.

第二课时　直线方程的两点式　一般式

基础知识点对点

1. $\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1$

解析:设直线方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$($a>0,b>0$),

则由题得$\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{3}{b}=1,\\ \frac{1}{2}ab=12,\end{cases}$

解得$a=4,b=6$,

∴直线l的方程为$\frac{x}{4}+\frac{y}{6}=1$.

2. **解**:解法一:设直线在x轴,y轴上的截距分别为a,b.

(1)当$a\neq0,b\neq0$时,设l的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

∵点$(4,-3)$在直线上,

∴$\frac{4}{a}+\frac{-3}{b}=1$,

若$a=b$,则$a=b=1$,直线方程为$x+y=1$.

若$a=-b$,则$a=7,b=-7$,此时直线的方程为$x-y=7$.

(2)当$a=b=0$时,直线过原点,且过点$(4,-3)$,

∴直线的方程为$3x+4y=0$.

综上知,所求直线方程为$x+y-1=0$或$x-y-7=0$或$3x+4y=0$.

解法二:设直线l的方程为$y+3=k(x-4)$,

令$x=0$,得$y=-4k-3$;令$y=0$,得$x=\frac{4k+3}{k}$.

又∵直线在两坐标轴上的截距的绝对值相等,

∴$|-4k-3|=\left|\frac{4k+3}{k}\right|$,

解得$k=1$或$k=-1$或$k=-\frac{3}{4}$.

∴所求的直线方程为$x-y-7=0$或$x+y-1=0$或$3x+4y=0$.

3. A　$Ax+By+C=0$,可化为$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$,∵$A>0,B<0,C>0$,

∴$-\frac{A}{B}>0,-\frac{C}{B}>0$,∴直线$l$经过第一、二、三象限,故选A.

4. $-\frac{4}{15}$

解析:当$y=0$时,$x=\frac{2a}{a+2}=3$,

∴$a=-6$,∴当$x=0$时,$y=\frac{2a}{a^2-2a-3}=-\frac{4}{15}$.

5. **解**:(1)当直线l过原点时,该直线在x轴和y轴上的截距为零,

∴$a=2$,

此时直线为$3x+y=0$;

当$x=0$时,$y=a-2$,

当$y=0$时,$x=\frac{a-2}{a+1}$,

∴$a-2=\frac{a-2}{a+1}$,得$a=0$,

∴直线l的方程为$x+y+2=0$,综上所述,所求直线l的方程为$3x+y=0$或$x+y+2=0$.

(2)将直线l的方程化为$y=-(a+1)x+a-2$,

∴$\begin{cases}-(a+1)\geqslant0,\\ a-2\leqslant0,\end{cases}$

∴$a\leqslant-1$.

(3)将直线l的方程化为$a(x-1)+x+y+2=0$,

由$\begin{cases}x-1=0,\\ x+y+2=0\end{cases}$得$\begin{cases}x=1,\\ y=-3.\end{cases}$

∴直线恒过定点$(1,-3)$.

课后拔高提能练

1. D　直线的斜率为$k=-\frac{1}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$,∴倾斜角为$150°$,故选D.

2. C　由截距式可知C正确.

3. A　A中直线的斜率$k_1=-\frac{1}{2}$,B中直线的斜率为$k_2=2$,C中直线的斜率$k_3=-1$,D中直线的倾斜角为$90°$,∵$k_1>k_3$,∴A中直线的倾斜角最大,故选A.

4. B　当直线l过原点时,直线l的方程为$x-2y=0$;当直线l不过原点时,设直线l的方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$,又直线$l$过$(2,1)$,∴$a=3$,∴$l$的方程为$x+y-3=0$.

5. A　对于$l_1:k_1=a$,令$x=0,y=-b$,令$y=0,x=\frac{b}{a}$;对于$l_2:k_2=b$,令$x=0,y=a$,令$y=0,x=-\frac{a}{b}$,结合图形知A正确.

6. A　解法一:方程可化为$a(x+2)-x-y+1=0$,由$\begin{cases}x+2=0,\\ -x-y+1=0,\end{cases}$得$\begin{cases}x=-2,\\ y=3,\end{cases}$∴直线恒过定点$(-2,3)$,故选A.

解法二:令$a=0$,则$-x-y+1=0$,①

令$a=1$,则$-y+3=0$,②

由①②联立,解得$\begin{cases}x=-2,\\ y=3,\end{cases}$

∴直线恒过定点$(-2,3)$,故选A.

7. $\left(-\frac{2}{3},0\right)$

解析:由题可知$A(-2,2)$关于x轴的对称点$A'(-2,-2)$,点A'在反射光线上,则$A'B$的方程为$\frac{y-1}{-2-1}=\frac{x-0}{-2-0}$,即$y=\frac{3}{2}x+1$,当$y=0$时,$x=-\frac{2}{3}$,故光线与$x$轴的交点为$\left(-\frac{2}{3},0\right)$.

8. $2x-3y+1=0$

解析:∵BC的中点为$(1,1)$,由两点式得BC边上的中线方程为$\frac{y-1}{-1-1}=\frac{x-1}{-2-1}$,即$2x-3y+1=0$.

9. $3x-2y+4=0$

解析:由题意可得P_1,P_2均在直线$3x-2y+4=0$上,又两点定直线,∴P_1P_2所在的直线方程为$3x-2y+4=0$.

10. **解**:若截距为0,则直线方程为$y=2x$;

若截距不为0,设所求的直线方程为$\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$,又直线过点$(1,2)$,

∴$\frac{1}{a}+\frac{2}{a}=1$,得$a=3$,∴直线方程为$x+y=3$.

综上得所求的直线方程为$y=2x$或$x+y-3=0$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

11. **解**:(1)证明:直线方程可化为 $2x+y+4+m(x-2y-3)=0$,

由 $\begin{cases}2x+y+4=0,\\x-2y-3=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2.\end{cases}$

∴直线恒过定点 $M(-1,-2)$.

(2)设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1(a<0,b<0)$,直线过 $(-1,-2)$,

∴ $\frac{-1}{a}+\frac{-2}{b}=1$,即 $b=-\frac{2a}{a+1}<0$,∴$a<-1$.

∴ $S=\frac{1}{2}|a||b|=\frac{1}{2}|a|\left|-\frac{2a}{a+1}\right|=\frac{a^2}{|a+1|}=\left|a+1+\frac{1}{a+1}-2\right|=-(a+1)-\frac{1}{a+1}+2$.

令 $t=-(a+1)>0$,

$S=t+\frac{1}{t}+2$,S 在 $(0,1)$ 上是减函数,在 $(1,+\infty)$ 上是增函数,

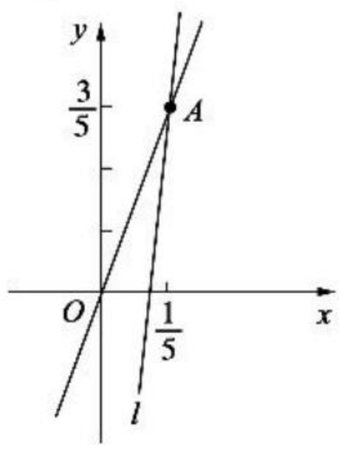
∴当 $t=1$ 时,$S_{\min}=4$,此时 $a=-2,b=-4$.

∴直线方程为 $\frac{x}{-2}+\frac{y}{-4}=1$,

即 $2x+y+4=0$.

12. **解**:(1)证明:证法一:将直线 l 的方程整理为

$y-\frac{3}{5}=a\left(x-\frac{1}{5}\right)$.



∴ l 的斜率为 a,且过定点 $A\left(\frac{1}{5},\frac{3}{5}\right)$,

又点 $A\left(\frac{1}{5},\frac{3}{5}\right)$ 在第一象限(如图所示),故不论 a 为何值,l 恒过第一象限.

证法二:直线 l 的方程可化为 $(5x-1)a-(5y-3)=0$.

∵上式对任意的 a 总成立,

则有 $\begin{cases}5x-1=0,\\5y-3=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{5},\\y=\frac{3}{5}.\end{cases}$

即 l 过定点 $A\left(\frac{1}{5},\frac{3}{5}\right)$. 以下同证法一.

(2)直线 OA 的斜率为 $k_{OA}=\frac{\frac{3}{5}-0}{\frac{1}{5}-0}=3$.

要使 l 不经过第二象限,需它在 y 轴上的截距不大于零,且 $k_l\geqslant k_{OA}$,

则 $\begin{cases}-\frac{a-3}{5}\leqslant 0,\\a\geqslant 3,\end{cases}$

解得 $a\geqslant 3$.

∴a 的取值范围是 $[3,+\infty)$.

2.2.3　两条直线的位置关系

基础知识点对点

1. B　由 $\begin{cases}2x+3y+8=0,\\x-y-1=0,\end{cases}$

得 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2.\end{cases}$ 将 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2\end{cases}$

代入 $x+ky=0$ 得 $-1-2k=0$,

∴$k=-\frac{1}{2}$,故选 B.

2. **解**:当 $m=0$ 时,$l_1:x+6=0$,$l_2:x=0$,∴$l_1\parallel l_2$;

当 $m=2$ 时,$l_1:x+4y+6=0$,$l_2:3y+2=0$,∴l_1 与 l_2 相交;

当 $m\neq 0$ 且 $m\neq 2$ 时,由 $\frac{1}{m-2}=\frac{m^2}{3m}$,

得 $m=-1$ 或 $m=3$,由 $\frac{1}{m-2}=\frac{6}{2m}$,

得 $m=3$.

故(1)当 $m\neq -1$ 且 $m\neq 3$ 且 $m\neq 0$ 时,l_1 与 l_2 相交;

(2)当 $m=-1$ 或 $m=0$ 时,$l_1\parallel l_2$;

(3)当 $m=3$ 时,l_1 与 l_2 重合.

3. C　由 $4a+1\times(a-3)=0$,得 $a=\frac{3}{5}$,故选 C.

4. **解**:(1)若 $m\perp n$,得 $2a+3(a+1)=0$,∴$a=-\frac{3}{5}$.

(2)若 $m\parallel n$,得 $\frac{2}{a}=\frac{a+1}{3}\neq-\frac{2}{3}$,

∴$a=2$ 或 $a=-3$.

当 $a=-3$ 时,$\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$,$m$ 与 n 重合,

∴$a=2$.

5. B　AB 的中点为 $\left(2,\frac{3}{2}\right)$,$k_{AB}=\frac{2-1}{1-3}=-\frac{1}{2}$,

∴AB 的垂直平分线的斜率为 2,方程为 $y-\frac{3}{2}=2(x-2)$,即 $4x-2y-5=0$,故选 B.

6. **解**:(1)若点 B 在 x 轴上,设 $B(a,0)$,

由 $\angle ABC=\frac{\pi}{2}$,得 $AB\perp BC$,

∴$\frac{1}{1-a}\cdot\frac{0+1}{a-2}=-1$,∴$a^2-3a+1=0$,

解得 $a=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$,∴$B\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2},0\right)$ 或 $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2},0\right)$.

若点 B 在 y 轴上,设 $B(0,b)$,

则 $\frac{b-1}{-1}\cdot\frac{b+1}{-2}=-1$,∴$b^2=-1$ 无解.

∴ B 的坐标为 $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2},0\right)$ 或 $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2},0\right)$.

(2)若 B 在 AC 上,AC 所在直线方程为 $\frac{y+1}{1+1}=\frac{x-2}{1-2}$,∴$y=-2x+3$.

当 $x=0$ 时,$y=3$,当 $y=0$ 时,$x=\frac{3}{2}$,∴ 点 B 的坐标为 $(0,3)$ 或 $\left(\frac{3}{2},0\right)$.

课后拔高提能练

1. A　直线 $2x-3y+9=0$ 的斜率为 $\frac{2}{3}$,∴所求直线的斜率为 $-\frac{3}{2}$,

∴所求直线的方程为 $y-2=-\frac{3}{2}(x+1)$,即 $3x+2y-1=0$,故选 A.

2. C　设所求直线方程为 $x-2y+m=0$,

将 $(1,0)$ 代入得 $1+m=0$,

∴$m=-1$,

∴直线方程为 $x-2y-1=0$.

即 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$. 故选 C.

3. C　由 $\begin{cases}x+y=0,\\x-2y-3=0,\end{cases}$ 得交点为 $(1,-1)$,

代入 $mx+y+2=0$ 得 $m=-1$,故选 C.

4. A　由题可得,$(2a+5)\times 2+(-1)\times(a-2)=0$,解得 $a=-4$,故选 A.

5. B　O 与 A 的中点为 $(-2,1)$,

∴$k_{OA}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$,$l\perp OA$,

∴$k_l=2$,∴l 的方程为 $y-1=2(x+2)$,∴$2x-y+5=0$. 故选 B.

6. B　①③正确;②中 l_1 与 l_2 可能平行,也可能重合,②错,④中的条件是 $A=-12$ 且 $C=-\frac{1}{4}$,④错,故选 B.

7. 2

解析:当 $a=0$ 时,两条直线垂直;

当 $a\neq 0$ 时,

由 $\frac{a}{2}=\frac{6}{3a}\neq\frac{-5}{5}$,得 $a=2$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

8. -2 或$\frac{1}{2}$

解析：由$(m+2)(m-2)+3m(m+2)=0$，
得$(m+2)(4m-2)=0$，
$\therefore m=-2$ 或$\frac{1}{2}$.

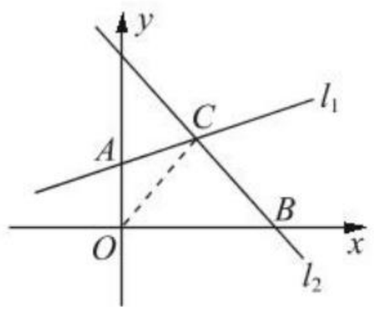
9. $10x+5y+8=0$

解析：由$\begin{cases}2x-y+4=0,\\x-3y+5=0,\end{cases}$
得$\begin{cases}x=-\frac{7}{5},\\y=\frac{6}{5},\end{cases}$ $\because l$ 与 $y=\frac{1}{2}x$ 垂直，
$\therefore k_l=-2$，$\therefore$ 直线 l 的方程为 $y-\frac{6}{5}=-2\left(x+\frac{7}{5}\right)$，即 $10x+5y+8=0$.

10. **解**：(1)设直线为 $2x+y+m=0$，
将$(-1,2)$代入得$-2+2+m=0$，
$\therefore m=0$，
所求直线方程为 $2x+y=0$.
(2)设直线为 $x-2y+n=0$，
将$(-1,2)$代入，得
$-1-4+n=0$，
$\therefore n=5$，
所求直线为 $x-2y+5=0$.

11. **解**：(1)由$\begin{cases}x-2y+1=0,\\y=0,\end{cases}$得 A 点的坐标$(-1,0)$.
(2)角 A 的平分线为 $y=0$，故点 B 关于 $y=0$ 的对称点 $D(1,-2)$在直线 AC 上，由 A,D 两点得直线 AC 的方程为 $x+y+1=0$，BC 边上的高所在直线方程为 $x-2y+1=0$，则直线 BC 的方程是 $y-2=-2(x-1)$，由 AC,BC 的方程得 C 点的坐标为$(5,-6)$.

12. **解**：两直线 $l_1:a(x-2)=2(y-2)$，$l_2:2(x-2)=-a^2(y-2)$，都过点$(2,2)$，如图.



设两直线 l_1,l_2 的交点为 C，且它们的斜率分别为 k_1 和 k_2，
则 $k_1=\frac{a}{2}\in(0,1)$，
$k_2=-\frac{2}{a^2}\in\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)$.
$\because$直线 l_1 与 y 轴的交点 A 的坐标为$(0,2-a)$，直线 l_2 与 x 轴的交点 B 的坐标为$(2+a^2,0)$，
$\therefore S_{四边形OACB}=S_{\triangle OAC}+S_{\triangle OCB}=\frac{1}{2}(2-a)\cdot 2+\frac{1}{2}\cdot(2+a^2)\cdot 2=a^2-a+4=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$.
$\therefore$当 $a=\frac{1}{2}$时，四边形 $OACB$ 的面积最小，其值为$\frac{15}{4}$.

2.2.4 点到直线的距离

基础知识点对点

1. C　设 $P(x,5-3x)$，
$\therefore\frac{|x-5+3x-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，
$\therefore|4x-6|=2$，
$\therefore x=2$ 或 $x=1$，
$\therefore P(2,-1)$或$(1,2)$，故选 C.

2. $\sqrt{5}$

解析：由题可知 $\sqrt{m^2+n^2}$ 表示(m,n)与$(0,0)$两点间的距离，
$\therefore\sqrt{m^2+n^2}$ 的最小值是$(0,0)$到直线 $2x+y+5=0$ 的距离，即 $d=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

3. D　$|PQ|$的最小值为两直线间的距离，直线 $3x+4y-10=0$ 可化为 $6x+8y-20=0$，即 $d=\frac{|5+20|}{\sqrt{6^2+8^2}}=\frac{5}{2}$，故选 D.

4. $\frac{\sqrt{10}}{20}$

解析：直线 $x+3y-4=0$ 可化为 $2x+6y-8=0$，
$\therefore$两平行直线的距离为$\frac{|-8+9|}{\sqrt{2^2+6^2}}=\frac{\sqrt{10}}{20}$.

5. A　由题意，结合图形可知点 M 必然在直线 $x+y-6=0$ 上，故 M 到原点的最小距离为$\frac{|-6|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$.

6. **解**：(1)由$\begin{cases}3x-y+3=0,\\3x-4y-6=0,\end{cases}$
得 $A(-2,-3)$，
点 $A(-2,-3)$关于 $P(1,2)$的对称点 $A'(4,7)$，
其他两边的所在直线方程 $m':3x-y-5=0$，$n':3x-4y+16=0$.
(2)由$\begin{cases}3x-y+3=0,\\3x-4y+16=0,\end{cases}$
得 $B\left(\frac{4}{9},\frac{13}{3}\right)$，
$|AB|=\sqrt{\left(\frac{22}{9}\right)^2+\left(\frac{22}{3}\right)^2}=\frac{22\sqrt{10}}{9}$.
两平行线 m 与 m' 间的距离 $d=\frac{|3+5|}{\sqrt{10}}=\frac{8}{\sqrt{10}}$，
平行四边形面积 $S=|AB|\cdot d=\frac{22\sqrt{10}}{9}\times\frac{8}{\sqrt{10}}=\frac{176}{9}$.

课后拔高提能练

1. B　$d=\frac{|3+4+1|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$，故选 B.

2. C　设直线方程为 $3x-4y+m=0$，
则 $d=\frac{|m+1|}{5}=2$，
解得 $m=9$ 或 $m=-11$.
$\therefore$直线方程为 $3x-4y+9=0$ 或 $3x-4y-11=0$，故选 C.

3. B　由 $l_1/\!/l_2$，得$\frac{1}{2}=\frac{-2}{a}\neq-\frac{1}{2}$，
$\therefore a=-4$，
l_2 的方程为 $2x-4y-2=0$，即 $x-2y-1=0$，
$\therefore l_1$ 与 l_2 的距离为$\frac{|1+1|}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，
故选 B.

4. A　l_1 与 l_2 间的距离最大时，$l_1\perp AB$，$k_{AB}=\frac{1+1}{1-0}=2$，$\therefore k_{l_1}=-\frac{1}{2}$，
$\therefore l_1$ 的方程为 $y-1=-\frac{1}{2}(x-1)$，
即 $x+2y-3=0$，故选 A.

5. D　设所求的直线方程为 $2x+y+c=0$，由题意得 $\frac{|c-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，
$\therefore|c-1|=1$，
得 $c=0$ 或 $c=2$，$\therefore$所求的直线方程为 $2x+y=0$ 或$2x+y+2=0$.

6. D　$\because l_1/\!/l_2$，$\therefore b=8$，
$\therefore l_2:3x+4y+\frac{c}{2}=0$，
$\therefore 3=\frac{\left|5-\frac{c}{2}\right|}{5}$，
$\therefore c=-20$ 或 40，
$\therefore b+c=-12$ 或 48，故选 D.

7. $3x-2y+1=0$

解析：设直线方程为 $3x-2y+c=0$，
$\therefore\frac{|7-c|}{\sqrt{13}}=\frac{|5+c|}{\sqrt{13}}$，
$\therefore c=1$，即 $3x-2y+1=0$ 为所求.

8. -3 或$\frac{17}{3}$

解析：$\because\frac{|5\times2-12k+6|}{\sqrt{5^2+12^2}}=4$，
$\therefore|16-12k|=52$，$\therefore k=-3$ 或$\frac{17}{3}$.

9. 4

解析：x^2+y^2 可视为原点到直线上的点 $P(x,y)$的距离的平方，所以 x^2+y^2 的最小值为原点到直线 $3x+4y-10=0$ 的距离的平方.
因为 $d=2$，所以 x^2+y^2 的最小值为 4.

10. **解**：(1)当 l 在两坐标轴上的截距均为 0 时，l 的斜率不存在时，则 $x=0$不合题意；l 的斜率存在时，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

设 $l:y=kx$，即 $kx-y=0$，

$\therefore \dfrac{|4k-3|}{\sqrt{k^2+1}}=3\sqrt{2}$，

解得 $k=\dfrac{-12\pm3\sqrt{14}}{2}$，

$\therefore l:y=\dfrac{-12\pm3\sqrt{14}}{2}x$.

(2)当 l 在两坐标轴上截距不为 0 时，

设 $l:x+y-a=0$.

则 $\dfrac{|4+3-a|}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$，$\therefore |7-a|=6$，

$\therefore a=1$ 或 $a=13$，

$\therefore l:x+y-1=0$ 或 $x+y-13=0$.

综上 l 的方程为 $y=\dfrac{-12\pm3\sqrt{14}}{2}x$ 或 $x+y-1=0$ 或 $x+y-13=0$.

11. **解**：(1)由 $y=k(x+1)+2$，得 $y-2=k(x+1)$，

$\therefore$ 直线过 $(-1,2)$，$\therefore P(-1,2)$.

(2)$k_{l_2}=\dfrac{3}{k-2}$，$\therefore \dfrac{3}{k-2}=k$，$\therefore k=3$ 或 $k=-1$.

当 $k=3$ 时，$l_1:y=3(x+1)+2=3x+5$，$l_2:3x-y+5=0$，

即 $y=3x+5$，l_1 与 l_2 重合.

当 $k=-1$ 时，$l_1:y=-(x+1)+2=-x+1$，$l_2:3x+3y+5=0$，$l_1 /\!/ l_2$，

两直线间的距离为 $\dfrac{|-3+6+5|}{\sqrt{3^2+3^2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. 故 $k=-1$，$d=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$.

12. **解**：直线 BA 的方程为 $12x+5y=0$，BC 的方程为 $4x-3y=0$，设 $\angle ABC$ 平分线上任意一点 $P(x,y)$，则 P 到直线 BA，BC 的距离相等，

$\therefore \dfrac{|12x+5y|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\dfrac{|4x-3y|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}$，

化简得 $x+8y=0$，$8x-y=0$，

可知 $x+8y=0$ 为 $\angle ABC$ 的邻补角平分线，$8x-y=0$ 为 $\angle ABC$ 的角平分线.

$\because \triangle BEF$ 为等腰三角形，$\therefore l$ 的斜率为 $-\dfrac{1}{8}$ 或 8.

$\because l$ 平分 $\square ABCD$ 的面积，$\therefore l$ 经过 $\square ABCD$ 对角线的交点，AC 中点为 $(-1,8)$，

$\therefore l$ 的方程为 $x+1+8(y-8)=0$，即 $x+8y-63=0$；

或 $8(x+1)-(y-8)=0$，即 $8x-y+16=0$.

2.3　圆的方程

2.3.1　圆的标准方程

基础知识点对点

1. A　圆的圆心为 $(1,0)$，

直线 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$ 可化为 $x-\sqrt{3}y=0$，

$\therefore$ 圆心到直线的距离为 $d=\dfrac{|1-\sqrt{3}\times0|}{2}=\dfrac{1}{2}$，故选 A.

2. A　圆的圆心 C 为 $(1,0)$，则 $AB\perp PC$，

$k_{PC}=\dfrac{0+1}{1-2}=-1$，$\therefore k_{AB}=1$，$\therefore AB$ 所在直线的方程是 $y+1=x-2$，即 $x-y-3=0$，故选 A.

3. C　设圆的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，

则 $\begin{cases}(-1-a)^2+b^2=r^2,\\(3-a)^2+(2-b)^2=r^2,\\a^2+(-2-b)^2=r^2,\end{cases}$ 解得

$\begin{cases}a=\dfrac{3}{2},\\b=0,\\r^2=\dfrac{25}{4},\end{cases}$

$\therefore$ 圆的方程为 $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+y^2=\dfrac{25}{4}$，故选 C.

4. **解**：由题意知线段 AB 的垂直平分线方程为 $3x+2y-15=0$，

$\therefore$ 由 $\begin{cases}3x+2y-15=0,\\3x+10y+9=0,\end{cases}$ 解得

$\begin{cases}x=7,\\y=-3.\end{cases}$

$\therefore$ 圆心 $C(7,-3)$，半径 $r=|AC|=\sqrt{65}$.

$\therefore$ 所求圆的方程为 $(x-7)^2+(y+3)^2=65$.

5. C　由题意知，圆心 $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$，半径 $r=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$，点在圆外⇒

$\left(a+1-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(a-1+\dfrac{1}{2}\right)^2>\dfrac{9}{2}$，解得 $a>\sqrt{2}$ 或 $a<-\sqrt{2}$，故选 C.

6. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{13}\right)\cup\left(\dfrac{1}{13},+\infty\right)$

解析：由题可知 P 点在圆外，

$\therefore (5m+1-1)^2+(12m)^2>1$，

$\therefore 169m^2>1$，$\therefore m^2>\dfrac{1}{169}$，$\therefore m>\dfrac{1}{13}$ 或 $m<-\dfrac{1}{13}$.

课后拔高提能练

1. D

2. B　由题意可得 $(3-1)^2+(1+a)^2<a^2+8$，即 $2a<3$，$a<\dfrac{3}{2}$. 故选 B.

3. A　设直径的两个端点为 $(0,m)$，$(n,0)$，$\therefore \begin{cases}\dfrac{0+n}{2}=2,\\\dfrac{m+0}{2}=-3,\end{cases}$

$\therefore \begin{cases}n=4,\\m=-6.\end{cases}$ $\therefore r^2=(2-4)^2+9=13$. $\therefore$ 圆的方程是 $(x-2)^2+(y+3)^2=13$，故选 A.

4. D　圆 $x^2+(y-3)^2=4$ 的圆心为点 $(0,3)$，又因为直线 l 与直线 $x+y+1=0$ 垂直，所以直线 l 的斜率 $k=1$，由点斜式得直线 $l:y-3=x-0$，化简得 $x-y+3=0$，选 D.

5. C　由题意得线段 AB 的中点 C 的坐标为 $\left(\dfrac{1-1}{2},\dfrac{-1+1}{2}\right)$，即 $(0,0)$，直线 AB 的斜率为 $k_{AB}=\dfrac{1-(-1)}{-1-1}=-1$，则过点 C 且垂直于 AB 的直线方程为 $y-0=\dfrac{-1}{-1}(x-0)$，即 $y=x$. 所以圆心坐标 (x,y) 满足 $\begin{cases}y=x,\\x+y-2=0,\end{cases}$ 得 $y=x=1$.

所以圆的半径为 $\sqrt{(1-1)^2+[1-(-1)]^2}=2$.

因此，所求圆的方程为 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$. 故选 C.

6. C　圆 $(x+1)^2+y^2=2$ 的圆心为 $(-1,0)$，到直线 $y=x+3$ 的距离 d 为 $d=\dfrac{|-1-0+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$. 故选 C.

7. $\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$

解析：$\because (x-1)^2+y^2=1$ 的圆心为 $(1,0)$，

由点到直线的距离公式得

$d=\dfrac{5}{\sqrt{13}}=\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$.

8. $(x-1)^2+(y-2)^2=1$

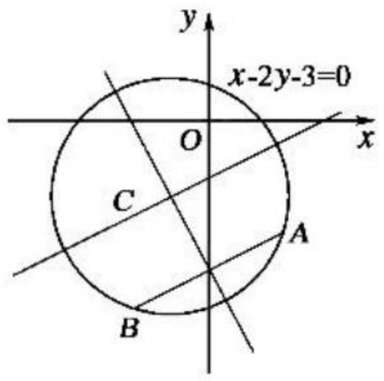
9. $(x-2)^2+(y+3)^2=5$

解析：设圆心坐标为 $(a,2a-7)$，由题意得 $a^2+(2a-3)^2=a^2+(2a-5)^2$，解得 $a=2$，$\therefore$ 圆心坐标为 $(2,-3)$，所以圆的半径 $r=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}$. 所以圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y+3)^2=5$.

10. **解**：因为 $A(2,-3)$，$B(-2,-5)$，所以线段 AB 的中点 D 的坐标为 $(0,-4)$，又 $k_{AB}=\dfrac{-5-(-3)}{-2-2}=$

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\frac{1}{2}$，所以线段 AB 的垂直平分线的方程是 $y=-2x-4$.



联立方程组 $\begin{cases}x-2y-3=0,\\y=-2x-4,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=-2.\end{cases}$

所以圆心坐标为 $C(-1,-2)$，半径 $r=|CA|=\sqrt{(2+1)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{10}$，

所以，此圆的标准方程是 $(x+1)^2+(y+2)^2=10$.

11. **解**：(1)由已知得 $k_{AB}=2$，又 $A(0,1)$，

故 AB 所在的直线方程为 $l_{AB}:y=2x+1$.

设 $A(0,1)$ 关于直线 $2x-4y+7=0$ 的对称点为 $A'(m,n)$，

则 $\begin{cases}\frac{n-1}{m}=-2,\\2\cdot\frac{m}{2}-4\cdot\frac{n+1}{2}+7=0,\end{cases}$

得 $m=-\frac{3}{5}$，$n=\frac{11}{5}$，

即 $A'\left(-\frac{3}{5},\frac{11}{5}\right)$ 在直线 BC 上，

由 $\begin{cases}y=2x+1,\\2x-4y+7=0,\end{cases}$ 得 $B\left(\frac{1}{2},2\right)$，

故 BC 所在的直线方程为 $\frac{y-2}{\frac{11}{5}-2}=\frac{x-\frac{1}{2}}{-\frac{3}{5}-\frac{1}{2}}$，即 $2x+11y-23=0$.

(2)设圆的标准方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，

则 $\begin{cases}a^2+(1-b)^2=r^2,\\a^2+b^2=r^2,\\\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+(b-2)^2=r^2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}a=\frac{9}{4},\\b=\frac{1}{2},\\r=\frac{\sqrt{85}}{4},\end{cases}$

所以圆的标准方程为 $\left(x-\frac{9}{4}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{85}{16}$.

12. **解**：(1)$\because k_{AB}=-\sqrt{2}$，$AB\perp BC$，

$\therefore k_{CB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\therefore BC$ 边所在直线方程为 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-2\sqrt{2}$.

(2)在上式中，令 $y=0$，得 $C(4,0)$，

$\therefore$ 圆心 $M(1,0)$.

又 $\because AM=3$，

$\therefore$ 外接圆的方程为 $(x-1)^2+y^2=9$.

2.3.2 圆的一般方程

基础知识点对点

1. A　圆的方程可化为 $x^2+y^2-2x+4y+\frac{5}{2}=0$，圆心坐标为 $(1,-2)$，故选 A.

2. A　方程可化为 $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+(y+a)^2=-\frac{3}{4}a^2-a+1$，若方程表示圆，则 $-\frac{3}{4}a^2-a+1>0$，解得 $-2<a<\frac{2}{3}$，故选 A.

3. A　由 $3x-4y+12=0$，当 $x=0$ 时，$y=3$，当 $y=0$ 时，$x=-4$，$\therefore A(0,3)$，$B(-4,0)$，$\therefore|AB|=5$，AB 的中点为 $\left(-2,\frac{3}{2}\right)$，$\therefore$ 以 AB 为直径的圆的方程是 $(x+2)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\left(\frac{5}{2}\right)^2$，即 $x^2+y^2+4x-3y=0$，故选 A.

4. **解**：设 $\triangle ABC$ 外接圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$.

$\because\triangle ABC$ 的三个顶点都在圆上，

$\therefore\begin{cases}1+16+D+4E+F=0,\\4+9-2D+3E+F=0,\\16+25+4D-5E+F=0\end{cases}\Rightarrow$

$\begin{cases}D=-2,\\E=2,\\F=-23.\end{cases}$

$\therefore\triangle ABC$ 外接圆的方程为 $x^2+y^2-2x+2y-23=0$.

将其化为标准方程，得 $(x-1)^2+(y+1)^2=25$.

外接圆的圆心坐标为 $(1,-1)$，半径 $r=5$.

5. **解**：解法一：设顶点 $C(x,y)$，

因为 $AC\perp BC$，且 A,B,C 三点不共线，所以 $x\neq3$ 且 $x\neq-1$.

又 $k_{AC}=\frac{y}{x+1}$，$k_{BC}=\frac{y}{x-3}$.

且 $k_{AC}\cdot k_{BC}=-1$，

所以 $\frac{y}{x+1}\cdot\frac{y}{x-3}=-1$，

化简得 $x^2+y^2-2x-3=0$.

因此，直角顶点 C 的轨迹方程为 $x^2+y^2-2x-3=0(x\neq3$ 且 $x\neq-1)$.

解法二：$\triangle ABC$ 是以 C 为直角顶点的直角三角形，设顶点 $C(x,y)$，

因为 A,B,C 三点不共线，所以 $x\neq3$ 且 $x\neq-1$.

由勾股定理得 $|AC|^2+|BC|^2=|AB|^2$，

即 $(x+1)^2+y^2+(x-3)^2+y^2=16$，

化简得 $x^2+y^2-2x-3=0$.

因此，直角顶点 C 的轨迹方程为 $x^2+y^2-2x-3=0(x\neq3$ 且 $x\neq-1)$.

6. **解**：(1)由题可知 $\begin{cases}x=\frac{x_0+4}{2},\\y=\frac{y_0+0}{2},\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}x_0=2x-4,\\y_0=2y.\end{cases}$ 代入 $x^2+y^2=4$，

得 $(2x-4)^2+(2y)^2=4$，

得 $(x-2)^2+y^2=1$.

$\therefore$ 点 P 的轨迹方程为 $(x-2)^2+y^2=1$.

(2)由(1)可知点 P 的轨迹是圆，圆的圆心为 $(2,0)$，半径为 1，圆心到直线的距离为 $d=\frac{|3\times2-86|}{5}=16$.

$\therefore$ 点 P 到直线的距离的最大值为 17，最小值为 15.

课后拔高提能练

1. B　圆的圆心为 $(-1,2)$，则 $3\times(-1)+2+a=0$，$\therefore a=1$，故选 B.

2. A　由题意得 $D^2+E^2-4F=16+4-20m>0$，得 $m<1$.

3. D　圆的圆心为 $(1,-2)$，$\therefore d=\frac{|1+2-1|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，故选 D.

4. D　设 BC 的中点为 $M(x,y)$，由 $OM\perp BC$，$\therefore M$ 点的轨迹是以 OA 为直径的圆，且在 $x^2+y^2=4$ 内部的部分，即 $(x-2)^2+y^2=4$，且在圆 $x^2+y^2=4$ 内部，故选 D.

5. A　由点 $P(2,1)$ 在圆上得 $2a+b=-3$，

又点 $P(2,1)$ 关于直线 $x+y-1=0$ 的对称点也在圆上，知直线过圆心，

即 $\left(-\frac{a}{2},1\right)$ 满足方程 $x+y-1=0$，即 $-\frac{a}{2}+1-1=0$，所以 $a=0$，故圆心的坐标为 $(0,1)$，故选 A.

6. C　由题意得

$\begin{cases}a^2+4-2a^2-3\times2+a^2+a>0,\\(-2a)^2+(-3)^2-4(a^2+a)>0,\end{cases}$

得 $2<a<\frac{9}{4}$.

7. $x^2+y^2-2x=0$

解析：设圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，因为圆经过三点 $(0,0)$，$(1,1)$，$(2,0)$，则

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\begin{cases}F=0,\\1+1+D+E+F=0,\\4+0+2D+F=0,\end{cases}$解得 $\begin{cases}D=-2,\\E=0,\\F=0,\end{cases}$ 则圆的方程为 $x^2+y^2-2x=0$.

8. $x^2+y^2-8x+2y-3=0$

解析：只需求圆心$(1,-4)$关于 $x+y=0$ 的对称点，而对称点为$(4,-1)$，故圆的方程为 $x^2+y^2-8x+2y-3=0$.

9. $x-2y-1=0(x\neq1)$

解析：动圆方程可化为 $(x-2m-1)^2+(y-m)^2=m^2$.

圆心$(2m+1,m)$，

∴圆心的轨迹方程为 $x-2y-1=0(x\neq1)$.

10. **解**：(1)方程 C 可化为 $(x-2)^2+(y+m)^2=2m+3$.

∴当 $2m+3>0$ 时，即 $m>-\frac{3}{2}$ 时，方程表示圆.

(2)由题意可知 $\pi(2m+3)=16\pi$，

∴$2m+3=16$. ∴$m=\frac{13}{2}$.

故圆的方程为 $(x-2)^2+\left(y+\frac{13}{2}\right)^2=16$.

11. **解**：(1)$r^2=(-5+8)^2+(3+1)^2=25$，∴圆的方程为 $(x+5)^2+(y-3)^2=25$，

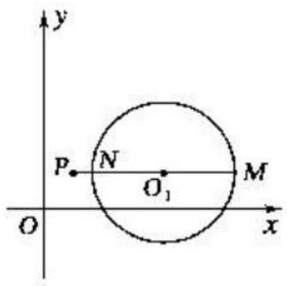
即 $x^2+y^2+10x-6y+9=0$.

(2)设圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

∴$\begin{cases}20-2D+4E+F=0,\\10-D+3E+F=0,\\40+2D+6E+F=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}D=0,\\E=-10,\\F=20.\end{cases}$

∴圆的方程为 $x^2+y^2-10y+20=0$.

12. **解**：如图所示，将方程配方得 $(x-4)^2+(y-1)^2=5$. 方程表示以$(4,1)$为圆心，以$\sqrt{5}$为半径的圆，



根据图形可知连接 PO_1 并延长分别交圆于 N,M 两点，

显然 $|PM|$ 为圆上的点和 P 点连线的距离的最大值，即 $|PM|=|PO_1|+R=\sqrt{(4-1)^2+(1-1)^2}+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$，

N 点为圆上的点和 P 点连线距离最小的点，

由图形可知 M,N 两点纵坐标均为 1，故令圆的方程中 $y=1$，

得 $(x-4)^2=5$，解得 $x_1=4+\sqrt{5}$，$x_2=4-\sqrt{5}$.

故点 $M(4+\sqrt{5},1)$ 为圆上到点 P 距离最大的点，点 $N(4-\sqrt{5},1)$ 为圆上到点 P 距离最小的点.

2.3.3　直线与圆的位置关系

基础知识点对点

1. C　圆心$(2,0)$到直线 $y=\sqrt{3}x$ 的距离 $d=\frac{|2\sqrt{3}|}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}}=\sqrt{3}$，∴直线与圆相切.

2. D　圆心$(0,0)$到直线的距离为 $d=\frac{|2a|}{\sqrt{a^2+1}}$，

∵$a^2+1-4a^2=1-3a^2$，

当 $a^2=\frac{1}{3}$ 时，$d=1$，直线与圆相切，

当 $a^2<\frac{1}{3}$ 时，$\sqrt{a^2+1}>|2a|$，

$d<1$，直线与圆相交；

当 $a^2>\frac{1}{3}$ 时，$\sqrt{a^2+1}<|2a|$，

$d>1$，直线与圆相离，故选 D.

3. $2\sqrt{2}$

解析：圆的方程可化为 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$，$S_{PACB}=2\times\frac{1}{2}PA\cdot CA=\sqrt{PC^2-1}$，∴当 PC 最小时，S_{PACB} 最小. 又 PC 的最小值是圆心到直线 $3x+4y+8=0$ 的距离，即 $d=\frac{|3+4+8|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3$，∴$S_{PACB}=\sqrt{9-1}=2\sqrt{2}$，∴四边形 $PACB$ 的面积的最小值是 $2\sqrt{2}$.

4. **解**：因为 $(4-3)^2+(-3-1)^2=17>1$，所以点 A 在圆外.

(1)若所求直线的斜率存在，设切线斜率为 k，

则切线方程为 $y+3=k(x-4)$. 即 $kx-y-3-4k=0$，

因为圆心 $C(3,1)$ 到切线的距离等于半径 1，

所以 $\frac{|3k-1-3-4k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，即 $|k+4|=\sqrt{k^2+1}$，

所以 $k^2+8k+16=k^2+1$，解得 $k=-\frac{15}{8}$.

所以切线方程为 $y+3=-\frac{15}{8}(x-4)$，

即 $15x+8y-36=0$.

(2)若直线斜率不存在，

圆心 $C(3,1)$ 到直线 $x=4$ 的距离也为 1，

这时直线与圆也相切，所以另一条切线方程是 $x=4$.

综上，所求切线方程为 $15x+8y-36=0$ 或 $x=4$.

5. **解**：(1)圆 C 的方程为 $x^2+(y-4)^2=4$，圆心为$(0,4)$，$r=2$，

∴$d=\frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}=2$，∴$a=-\frac{3}{4}$，

∴当 $a=-\frac{3}{4}$ 时，直线 l 与圆 C 相切.

(2)由题可知，

$\left(\frac{|4+2a|}{\sqrt{a^2+1}}\right)^2+2=4$，

∴$a=-1$ 或 $a=-7$，

∴l：$-x+y-2=0$ 或 $-7x+y-14=0$，

即 $x-y+2=0$ 或 $7x-y+14=0$.

6. **解**：∵圆 C 的圆心在直线 $x-3y=0$ 上，

∴设圆心$(3a,a)$，又圆与 y 轴相切，

∴半径为 $|3a|$，

由题意得 $\frac{|3a-a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{9a^2-7}$，

得 $a=\pm1$.

当 $a=1$ 时，圆心$(3,1)$，半径 $r=3$，

∴圆的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=9$；

当 $a=-1$ 时，圆心$(-3,-1)$，半径为 3，

∴圆的方程为 $(x+3)^2+(y+1)^2=9$，

综上得所求的圆的方程为 $(x-3)^2+(y-1)^2=9$ 或 $(x+3)^2+(y+1)^2=9$.

课后拔高提能练

1. A　∵$x^2+y^2-4x=0$ 可化为 $(x-2)^2+y^2=4$，圆心$(2,0)$，半径为 2，又圆心$(2,0)$到直线 $x+my-3=0$ 的距离 $d=\frac{|2-3|}{\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{m^2+1}}<2$，∴直线与圆 C 相交.

2. D　直线 $x-y=0$ 过圆心$(0,0)$，

∴直线被圆截得弦长为 2，故选 D.

3. C　圆心$(1,-2)$，因为切线方程过原点，可设 $y=kx$，由圆心到切线的距离为 $d=\frac{|k+2|}{\sqrt{k^2+1}}=\sqrt{5}$ 得 $k=\frac{1}{2}$，

故选 C.

4. C　圆的方程可化为 $(x-2)^2+y^2=1$，圆心为$(2,0)$，半径为 1，

∴设直线方程为 $y=kx$，

∴$d=\frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}}\leqslant1$.

解得 $k^2\leqslant\frac{1}{3}$，

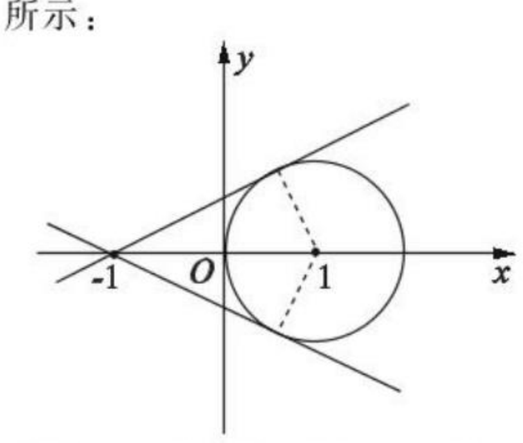
∴$-\frac{\sqrt{3}}{3}\leqslant k\leqslant\frac{\sqrt{3}}{3}$.

∴倾斜角的范围为 $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]\cup\left[\frac{5\pi}{6},\pi\right)$，故选 C.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. A ∵直线 $x+y+2=0$ 分别与 x 轴、y 轴交于 A、B 两点，
∴$A(-2,0)$，$B(0,-2)$，则 $|AB|=2\sqrt{2}$，
∵点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上，
∴圆心为 $(2,0)$，则圆心到直线的距离 $d_1=\dfrac{|2+0+2|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$，
故点 P 到直线 $x+y+2=0$ 的距离 d_2 的范围为 $[\sqrt{2},3\sqrt{2}]$
则 $S_{\triangle ABP}=\dfrac{1}{2}|AB|d_2=\sqrt{2}d_2\in[2,6]$.
故选 A.

6. B 由题意可知曲线 $C_1:x^2+y^2-2x=0$ 表示一个圆，化为标准方程得 $(x-1)^2+y^2=1$，所以圆心坐标为 $(1,0)$，半径 $r=1$；
$C_2:y(y-mx-m)=0$ 表示两条直线 $y=0$ 和 $y-mx-m=0$，
由直线 $y-mx-m=0$ 可知：此直线过定点 $(-1,0)$，
在平面直角坐标系中画出图象如图所示：



直线 $y=0$ 和圆交于点 $(0,0)$ 和 $(2,0)$，因此直线 $y-mx-m=0$ 与圆相交即可满足条件.
当直线 $y-mx-m=0$ 与圆相切时，圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|2m|}{\sqrt{m^2+1}}=r=1$，
化简得 $m^2=\dfrac{1}{3}$，解得 $m=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，
而 $m=0$ 时，直线方程为 $y=0$，即为 x 轴，不合题意，
则直线 $y-mx-m=0$ 与圆相交时，$m\in\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$. 故选 B.

7. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$
解析：圆心 $(1,2)$ 到直线 $4x+3y-35=0$ 的距离为
$d=r=\dfrac{|4+6-35|}{5}=5$.
∴圆的方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2=25$.

8. 0 或 4
解析：由题意得圆心到直线 $x-y=2$ 的距离为 $\sqrt{4-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$，
∴$\dfrac{|a-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，得 $a=0$ 或 $a=4$.

9. $\dfrac{1}{2}$
解析：圆的方程可化为 $x^2+(y+1)^2=1$，圆心 $(0,-1)$，$r=1$. 圆心到直线的距离为 $\dfrac{|1+2|}{2}=\dfrac{3}{2}$，∴$P$，$Q$ 两点距离的最小值为 $\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$.

10. **解**：(1)证明：直线 $l:(2m+1)x+(m+1)y-7m-4=0(m\in\mathbf{R})$，
得 $l:(x+y-4)+m(2x+y-7)=0$，
由 $\begin{cases}x+y-4=0,\\2x+y-7=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=3,\\y=1,\end{cases}$
∴直线 l 过定点 $A(3,1)$.
∵$(3-1)^2+(1-2)^2=5<25$，
∴点 A 在圆 C 的内部，故直线 l 与圆相交.
(2)圆心 $C(1,2)$，当截得的弦长最小时，$l\perp AC$，∴$k_{AC}=-\dfrac{1}{2}$，得 l 的方程为 $2x-y-5=0$.

11. **解**：(1)①若直线 l_1 的斜率不存在，则直线 $l_1:x=1$，符合题意.
②若直线 l_1 斜率存在，设 $l_1:y=k(x-1)$，即 $kx-y-k=0$，
则 $\dfrac{|3k-4-k|}{\sqrt{k^2+1}}=2$，解得 $k=\dfrac{3}{4}$，
∴$l_1:x=1$ 或 $3x-4y-3=0$.
(2)设 $M(x,y)$，依题意知 $MC\perp MB$，
∴$\dfrac{y-4}{x-3}\cdot\dfrac{y-3}{x-2}=-1$，
∴$\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$，
∴点 M 的轨迹方程为 $\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{7}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$.

12. **解**：(1)依题意，可设圆 C 的方程为 $(x-4)^2+y^2=r^2$，
把 $A(5,0)$ 代入上式得 $r^2=1$，
∴圆 C 的方程为 $(x-4)^2+y^2=1$.
(2)设直线 l 被圆 C 所截得弦长为 L.
圆 C 的方程为 $(x-4)^2+y^2=1$，圆心为 $C(4,0)$，半径为 $r=1$，当直线 l 斜率不存在时，此时直线 l 方程为 $x=0$，不符合题意，
当直线 l 的斜率存在时，可设直线方程为 $y=kx-2$.
设圆心 C 到直线 l 的距离为 d，则 $d=\dfrac{|4k-2|}{\sqrt{k^2+1}}$，
由垂径定理可知，直线 l 被圆 C 所截得的弦长为 $L=2\sqrt{r^2-d^2}$.
故由题意，可得
$2\sqrt{1^2-\left(\dfrac{|4k-2|}{\sqrt{k^2+1}}\right)^2}=2$，
化简得 $k=\dfrac{1}{2}$.
∴直线 l 的方程是 $y=\dfrac{1}{2}x-2$.

2.3.4 圆与圆的位置关系

基础知识点对点

1. D $C_1:(x-\sqrt{3})^2+(y-2)^2=1$，
∴$C_1(\sqrt{3},2)$，$r_1=1$；$C_2:x^2+(y-3)^2=9$，∴$C_2(0,3)$，$r_2=3$，
∴$|C_1C_2|=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2=|r_2-r_1|$，∴两圆内切，故选 D.

2. D 由题可得 $2r=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，∴$r=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$，故选 D.

3. B 两圆的公共弦为 $2x+2ax+2y+2by-a^2=1$，过 $C_2(-1,-1)$，
∴$-2-2a-2-2b-a^2=1$，∴$a^2+2a+2b+5=0$，故选 B.

4. **解**：设两圆交点为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 A，B 两点坐标是方程组 $\begin{cases}x^2+y^2+2x-6y+1=0, & ①\\x^2+y^2-4x+2y-11=0 & ②\end{cases}$ 的解.
①－②得 $3x-4y+6=0$，则 A，B 两点的坐标都满足此方程，即直线 $3x-4y+6=0$ 过 A，B 两点，
∴$3x-4y+6=0$ 即为两圆公共弦所在的直线方程. 易知圆 C_1 的圆心 $(-1,3)$，半径 $r=3$.
又 C_1 到直线 AB 的距离为 $d=\dfrac{|-1\times3-4\times3+6|}{\sqrt{3^3+(-4)^2}}=\dfrac{9}{5}$.
∴$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{3^2-\left(\dfrac{9}{5}\right)^2}=\dfrac{24}{5}$.
即两圆的公共弦长为 $\dfrac{24}{5}$.

5. D $C_1:(x+2)^2+(y-2)^2=1$，圆心 $C_1(-2,2)$，$r_1=1$，
$C_2:(x-2)^2+(y-5)^2=16$，圆心 $C_2(2,5)$，$r_2=4$.
$|C_1C_2|=\sqrt{4^2+3^2}=5$，$r_1+r_2=5$，
∴$|C_1C_2|=r_1+r_2$，
∴两圆 C_1 与 C_2 外切，所以只有 3 条公切线，故选 D.

6. B 以 $A(0,0)$ 为圆心，1 为半径的圆为 $x^2+y^2=1$，以 $B(2,2)$ 为圆心，2 为半径的圆为 $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. $|AB|=2\sqrt{2}$，$1<2\sqrt{2}<3$，
∴两圆相交. 所以两圆有 2 条公切线，故符合条件的直线有 2 条，故选 B.

课后拔高提能练

1. C $C_1:(x-1)^2+y^2=1$，$C_1(1,0)$，$r_1=1$；$C_2:x^2+(y+2)^2=4$，$C_2(0,-2)$，$r_2=2$，∴$|C_1C_2|=\sqrt{5}$，$2-1<\sqrt{5}<1+2$，∴两圆相交，故选 C.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

2. A　两圆的公共弦所在的直线方程为 $2ay=2$，即 $y=\frac{1}{a}$，由题意得，圆心 $(0,0)$ 到直线 $y=\frac{1}{a}$ 的距离为 $\left|\frac{1}{a}\right|$，$\therefore\left|\frac{1}{a}\right|^2+(\sqrt{3})^2=4$，

$\therefore\left|\frac{1}{a}\right|^2=1$，$\therefore a=\pm1$.

又 $a>0$，故 $a=1$.

3. C　圆 C_1 的圆心 $C_1(m,0)$，半径 $r_1=2$，

圆 C_2 的圆心 $C_2(-1,2m)$，半径 $r_2=3$，

则 $1<\sqrt{(m+1)^2+(2m)^2}<5$，

即 $1<5m^2+2m+1<25$，

解得 $-\frac{12}{5}<m<-\frac{2}{5}$ 或 $0<m<2$.

故选 C.

4. A　由题可设 $(2,-1)$ 关于 $x-y-2=0$ 的对称点为 (x,y)，

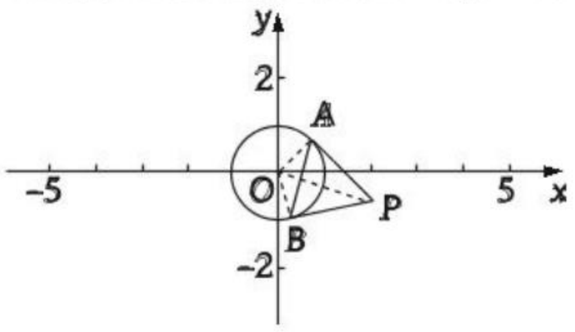
则 $\begin{cases}\frac{y+1}{x-2}=-1,\\ \frac{x+2}{2}-\frac{y-1}{2}-2=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1,\\ y=0,\end{cases}$

$\therefore$ 圆 C_2 的方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，故选 A.

5. B　设所求圆方程为 $(x^2+y^2-2x)+\lambda(x+2y-3)=0$，其圆心 $\left(\frac{2-\lambda}{2},-\lambda\right)$ 在 y 轴上，$\therefore\frac{2-\lambda}{2}=0$，$\therefore\lambda=2$，故选 B.

6. A　数形结合，由平面几何可知 $\triangle ABP$ 是等边三角形，$\therefore|OP|=2$，则 P 的轨迹方程为 $x^2+y^2=4$.



7. $-2,-1,-5$ 或 2

解析：由题意得 $\sqrt{(m+1)^2+(-2-m)^2}=3+2=5$ 或 $\sqrt{(m+1)^2+(-2-m)^2}=1$，得 $m=2$ 或 $m=-5$ 或 $m=-1$ 或 $m=-2$.

8. $3\sqrt{5}-5$

解析：$C_1(4,2)$，$r_1=3$；$C_2(-2,-1)$，$r_2=2$，$\therefore|C_1C_2|=\sqrt{(4+2)^2+(2+1)^2}=3\sqrt{5}$.

$\therefore|PQ|_{\min}=3\sqrt{5}-5$.

9. $\pm2\sqrt{5}$

解析：由已知得到两圆相外切，所以圆心距 $\sqrt{16+a^2}=6$，解得 $a=\pm2\sqrt{5}$.

10. **解**：(1) $x^2+y^2-2x-4y+m=0$，即 $(x-1)^2+(y-2)^2=5-m$，所以圆心 $C(1,2)$，半径 $r=\sqrt{5-m}$.

∵圆心 $C(1,2)$ 到直线 $3x+4y-6=0$ 的距离 $d=\frac{|3+8-6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$，又 $|MN|=2\sqrt{3}$，$\therefore r^2=1^2+(\sqrt{3})^2=4$，$\therefore5-m=4$，$\therefore m=1$.

(2)假设存在实数 m 使得以 AB 为直径的圆过原点，则 $OA\perp OB$，

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1x_2+y_1y_2=0$.

由 $\begin{cases}x^2+y^2-2x-4y+m=0,\\ x-y-1=0,\end{cases}$

得 $2x^2-8x+5+m=0$.

$\therefore\Delta=64-8(m+5)=24-8m>0$，即 $m<3$. 又∵$x_1+x_2=4$，$x_1x_2=\frac{m+5}{2}$，$y_1y_2=(x_1-1)(x_2-1)=x_1x_2-(x_1+x_2)+1=\frac{m+5}{2}-3=\frac{m-1}{2}$，

$\therefore x_1x_2+y_1y_2=\frac{m+5}{2}+\frac{m-1}{2}=m+2=0$，$\therefore m=-2<3$，故存在实数 m 使得以 AB 为直径的圆过原点，$m=-2$.

11. **解**：∵$A\cap B$ 有且只有一个元素，A,B 均表示圆，$\therefore A,B$ 表示的圆有且只有一个公共点，即两圆相切，如果两圆外切，则两圆圆心距 $d=\sqrt{(r-0)^2+(2r-0)^2}=3+r$，

即 $\sqrt{5}r=3+r$，$r=\frac{3}{\sqrt{5}-1}=\frac{3}{4}(\sqrt{5}+1)$；

如果两圆内切，∵$(0,0)$ 在 $(x-r)^2+(y-2r)^2=r^2$ 的外面，$\therefore$ 圆 $(x-r)^2+(y-2r)^2=r^2$ 内切于圆 $x^2+y^2=9$ 内，$\therefore$ 两圆圆心距 $d=\sqrt{5}r=3-r$，即 $r=\frac{3}{\sqrt{5}+1}=\frac{3}{4}(\sqrt{5}-1)$.

$\therefore r=\frac{3}{4}(\sqrt{5}+1)$ 或 $r=\frac{3}{4}(\sqrt{5}-1)$.

12. **解**：设所求的圆的方程为 $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$，圆 $x^2+y^2-2x=0$ 的圆心为 $(1,0)$，半径为 1，由两圆外切得

$\sqrt{(a-1)^2+(b-0)^2}=r+1$，　①

由圆与直线 $x+\sqrt{3}y=0$ 相切于点 $(3,-\sqrt{3})$ 得

$\begin{cases}\frac{|a+\sqrt{3}b|}{\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}}=r,\end{cases}$　②

$\begin{cases}\frac{b+\sqrt{3}}{a-3}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=-1,\end{cases}$　③

由③得 $b=\sqrt{3}(a-4)$，代入②得 $r=|2a-6|$，

当 $a>3$ 时，$r=2a-6$，

$b=\sqrt{3}(a-4)$，代入①解得 $a=4$，$\therefore b=0$，$r=2$.

当 $a<3$ 时，$r=-(2a-6)$，$b=\sqrt{3}(a-4)$，

代入①解得 $a=0$，$b=-4\sqrt{3}$，$r=6$.

故所求的圆的方程为 $(x-4)^2+y^2=4$ 或 $x^2+(y+4\sqrt{3})^2=36$.

2.4　空间直角坐标系

2.4.1　空间直角坐标系

2.4.2　空间两点的距离公式

基础知识点对点

1. B　选项 A 中 x,y,z 的位置不可以互换；在空间中三个坐标平面把空间分成了八部分而不是三条坐标轴，故 C 选项错误；对空间中的一点，在不同的坐标系中所对应的三元有序数组不同，位置就不同，D 选项也错误，故选 B.

2. $(1,0,3)$

3. B　$(4,-3,1)$ 关于坐标原点的对称点是 $(-4,3,-1)$，故选 B.

4. A

5. D　$|AB|=\sqrt{(x-2)^2+(1-3)^2+(2-4)^2}=2\sqrt{6}$，$\therefore x=-2$ 或 $x=6$，故选 D.

6. **解**：(1)正方体各顶点的坐标如下：$A_1(0,0,0)$，$B_1(0,2,0)$，$C_1(2,2,0)$，$D_1(2,0,0)$，

$A(0,0,2)$，$B(0,2,2)$，$C(2,2,2)$，$D(2,0,2)$.

(2) $|A_1C|=\sqrt{(0-2)^2+(0-2)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{3}$.

课后拔高提能练

1. A　y 变化时，点 P 的横坐标为 1，竖坐标为 3，保持不变，点 P 在 xOz 面上的射影为 $P'(1,0,3)$，$\therefore$ 点 P 的集合为直线 PP'，它垂直于平面 xOz.

2. C

3. D　设与 A,B 距离相等的点为 $P(x,0,z)$，

则 $|PA|=|PB|$，

即 $(x-2)^2+9+(z-4)^2=(x+3)^2+9+(z-4)^2$，

所以 $x=-\frac{1}{2}$，

所以 $P\left(-\frac{1}{2},0,z\right)$.

故这样的 P 点有无数个，故选 D.

4. C　由题可得 $\sqrt{(x+3)^2+25+36}=\sqrt{86}$，$\therefore x=2$ 或 $x=-8$，故选 C.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

5. D　$P(1,1,1)$关于xOy平面的对称点为$P'(1,1,-1)$，

$\therefore |P'Q|=\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2+(6+1)^2}=\sqrt{57}$.

6. C　$|AB|^2=(t+1)^2+(1-2t)^2+0^2=5t^2-2t+2=5\left(t-\frac{1}{5}\right)^2+\frac{9}{5}\geqslant\frac{9}{5}$，

$\therefore |AB|_{\min}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，故选 C.

7. $(0,0,3)$

解析：设$P(0,0,a)$，

由题意得

$1+4+(a-1)^2=4+4+(a-2)^2$，

得$a=3$，

$\therefore$点P的坐标为$(0,0,3)$.

8. $(1,1.5,1)$

解析：$\because OA=2,AB=3,AA_1=2$，

$\therefore A(2,0,0),A_1(2,0,2),B(2,3,0)$. 故$B_1(2,3,2)$，

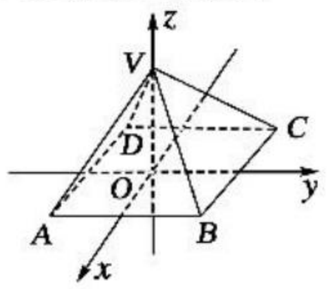
$\therefore M$点的坐标为$\left(\frac{2}{2},\frac{3}{2},\frac{2}{2}\right)$，

即$(1,1.5,1)$.

9. 等边三角形

解析：$|AB|=\sqrt{0^2+1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$|AC|=\sqrt{1^2+0+1^2}=\sqrt{2}$，$|BC|=\sqrt{1^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$，$\therefore |AB|=|AC|=|BC|$，$\therefore\triangle ABC$是等边三角形.

10. **解**：以底面中心O为坐标原点，建立如图所示空间直角坐标系.



$\because V$在z轴正半轴上，且$VO=3$，

$\therefore$点V的坐标是$(0,0,3)$.

而A,B,C,D都在xOy平面上，

$\therefore$它们的竖坐标都是0.

又$|AB|=2$，

$\therefore A(1,-1,0),B(1,1,0),C(-1,1,0),D(-1,-1,0)$.

11. **解**：(1)设所求点$P(0,0,c)$. 由题设$|PA|=|PB|$，

$\therefore\sqrt{16+1+(c-7)^2}=\sqrt{9+25+(c+2)^2}$，

解得$c=\frac{14}{9}$，

$\therefore P\left(0,0,\frac{14}{9}\right)$.

(2)设所求点为$P(0,b,c)$.

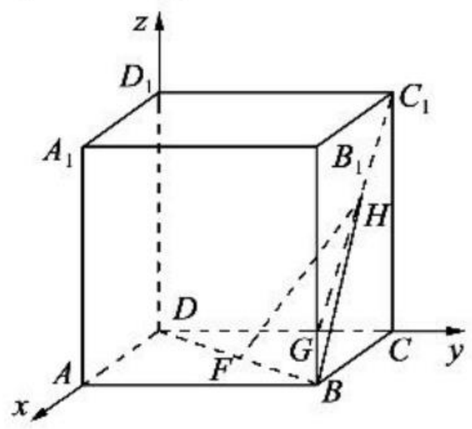
$\because |PA|=|PB|=|PC|$，

$\therefore\begin{cases}\sqrt{9+(b-1)^2+(c-2)^2}=\sqrt{16+(b+2)^2+(c+2)^2},\\ \sqrt{9+(b-1)^2+(c-2)^2}=\sqrt{0+(b-5)^2+(c-1)^2}.\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}3b+4c+5=0,\\ 4b-c-6=0,\end{cases}\therefore\begin{cases}b=1,\\ c=-2.\end{cases}$

$\therefore P(0,1,-2)$.

12. **解**：如图，以D为坐标原点，DA所在直线为x轴，DC所在直线为y轴，DD_1所在直线为z轴，建立空间直角坐标系. 由于正方体的棱长为1，则有$D(0,0,0),B(1,1,0),G\left(0,\frac{3}{4},0\right),C_1(0,1,1)$.



(1)因为F和H分别为BD和C_1G的中点，

所以$F\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0\right),H\left(0,\frac{7}{8},\frac{1}{2}\right)$.

所以$FH=\sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2+\left(\frac{1}{2}-\frac{7}{8}\right)^2+\left(0-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{41}}{8}$.

(2)由(1)可知$FH=\frac{\sqrt{41}}{8}$，又$BH=\sqrt{(1-0)^2+\left(1-\frac{7}{8}\right)^2+\left(0-\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{9}{8}$，$BF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以$\triangle FHB$的周长等于$\frac{4\sqrt{2}+\sqrt{41}+9}{8}$.

章末检测

1. A　设所求直线方程为$4x+3y+m=0$，把点$P(4,-1)$代入，得$16-3+m=0$，$\therefore m=-13$，$\therefore$所求直线方程为$4x+3y-13=0$，故选 A.

2. C　由题可知，$C_1(-2,0)$，$r_1=2$；$C_2(2,1)$，$r_2=3$，$\therefore |C_1C_2|=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$，$1<\sqrt{17}<5$，$\therefore$两圆相交，故选 C.

3. B　$M(a,b)$在圆O外，$\therefore a^2+b^2>1$，圆心O到直线$ax+by=1$的距离为$\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}<1$，故直线与圆相交.

4. B　由题可知$k_l=-\sqrt{3}$，

$\therefore$直线l的方程为$y=-\sqrt{3}x-2$，故选 B.

5. B　圆的方程可化为$(x-1)^2+(y-1)^2=1$，圆心为$(1,1)$，半径为1，圆心到直线$x-y=2$的距离为$d=\frac{|1-1-2|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$. 所以圆上的点到直线的距离最大值为$\sqrt{2}+1$，故选 B.

6. D　设$A(4,0)$关于直线l的对称点是(x,y)，

则$\begin{cases}\frac{y}{x-4}\cdot\left(-\frac{5}{4}\right)=-1,\\ 5\frac{x+4}{2}+4\frac{y}{2}+21=0,\end{cases}$

$\therefore\begin{cases}x=-6,\\ y=-8,\end{cases}$故选 D.

7. C　设圆心到AC,BD的距离分别为d_1,d_2，则$d_1^2+d_2^2=OM^2=3$，$\therefore 0\leqslant d_1^2\leqslant 3$.

$\therefore S_{四边形ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{4-d_1^2}\cdot 2\sqrt{4-d_2^2}$

$=2\sqrt{(4-d_1^2)(4-d_2^2)}$

$=2\sqrt{(4-d_1^2)(1+d_1^2)}$

$=2\sqrt{-d_1^4+3d_1^2+4}$

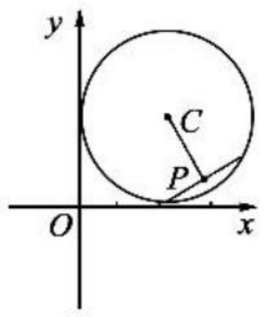
$=2\sqrt{-\left(d_1^2-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}}$.

$\therefore$当$d_1^2=\frac{3}{2}$时，S_{ABCD}有最大值5，故选 C.

8. B　$|AB|=\sqrt{(3-2)^2+(1-3)^2+(4-5)^2}=\sqrt{6}$.

9. $2\sqrt{2}$

解析：如图，圆心$C(2,2)$，$P(3,1)$，过P点的弦与CP垂直时，弦长最短，



$|PC|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，

$\therefore$弦长为$2\sqrt{2^2-2}=2\sqrt{2}$.

10. $3x-4y+31=0$

解析：$(-1-2)^2+(7-3)^2=25$，

$\therefore$点P在圆上，则$k_{PC}=\frac{3-7}{2+1}=\frac{4}{3}$，

$\therefore$过点P的切线为$y-7=\frac{3}{4}(x+1)$，即$3x-4y+31=0$.

11. $\frac{12}{5}$

解析：$\because$点$M(-2,4)$在圆C上，$\therefore$切线l的方程为$(-2-2)(x-2)+(4-1)(y-1)=25$，即$4x-3y+20=0$.

$\because$直线l与直线l_1平行，所以$-\frac{a}{3}=\frac{4}{3}$，即$a=-4$，$\therefore$直线l_1的方程是$-4x+3y-8=0$，即$4x-3y+8=0$.

$\therefore$直线l_1与直线l间的距离为$\frac{|20-8|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{12}{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

12. **解**：(1)直线 AC 的方程为 $2x+y-11=0$，

解方程组 $\begin{cases}2x-y-5=0,\\2x+y-11=0\end{cases}$ 得点 C 的坐标为(4,3).

(2)设 $M(x,y)$，则 $B(2x-5,2y-1)$.

因为点 B 在直线 BH 上，所以

设 $2x-5-2(2y-1)-5=0$ 即 $x-2y-4=0$，

解方程组 $\begin{cases}x-2y-4=0,\\2x-y-5=0\end{cases}$ 得 $M(2,-1)$，$B(-1,-3)$

直线 BC 方程为 $6x-5y-9=0$.

13. **解**：(1)设 P 点的坐标为 (x,y)，

∵两定点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，动点 P 满足 $|PA|=2|PB|$，

∴$(x+3)^2+y^2=4[(x-3)^2+y^2]$，即 $(x-5)^2+y^2=16$.

∴此曲线的方程为 $(x-5)^2+y^2=16$.

(2)∵$(x-5)^2+y^2=16$ 的圆心坐标为 $M'(5,0)$，半径为 4，

则圆心 M' 到直线 l_1 的距离为 $\frac{|5+3|}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$，

∵点 Q 在直线 $l_1:x+y+3=0$ 上，过点 Q 的直线 l_2 与曲线 $C:(x-5)^2+y^2=16$ 只有一个公共点 M，

∴$|QM|$ 的最小值为 $\sqrt{32-16}=4$.

14. **解**：(1)由题意：圆心 $O(0,0)$，$r=2\sqrt{2}$，$k_{AB}=-1$，则直线 AB：$y=-x+1$；

圆心到直线 AB 的距离 $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$，弦 $|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=\sqrt{30}$.

(2)由题意，弦 AB 被 P_0 平分，则 $OP_0\perp AB$.

∵圆 M 经过点 C 且与直线 AB 相切于点 P_0，

∴圆 M 的圆心 M 为线段 CP_0 的中垂线与直线 OP_0 的交点.

∵$P_0(-1,2)$，$C(3,0)$，∴直线 OP_0：$y=-2x$；

$k_{P_0C}=-\frac{1}{2}$；

线段 P_0C 的中点为(1,1)，

∴线段 P_0C 中垂线：$y=2x-1$.

∵$\begin{cases}y=-2x,\\y=2x-1,\end{cases}$ ∴$M\left(\frac{1}{4},-\frac{1}{2}\right)$，

∴$r_M=|MP_0|=\frac{5\sqrt{5}}{4}$，

∴圆 M 的方程为 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{125}{16}$.

第二部分　阶段检测

阶段测试一

1. D　∵$m\perp\alpha$，$m/\!/n$，∴$n\perp\alpha$，又 $n/\!/\beta$，∴β 内存在 $n'/\!/n$，∴$n'\perp\alpha$，∴$\alpha\perp\beta$，故选 D.

2. D

3. A　$S_{原}=\frac{1}{2}a\cdot h$，$S_{直}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}\cdot\frac{1}{2}ah=\frac{\sqrt{2}}{4}S_{原}$，∴$\frac{S_{直}}{S_{原}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，故选 A.

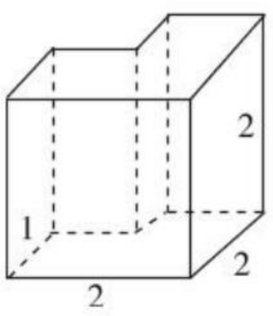
4. D　由题可得，$\frac{4}{3}\pi R^3=4\pi R^2$，

∴$R=3$，故选 D.

5. A

6. C　从题设所提供的三视图中的图形信息与数据信息可知该几何体是底面分别是矩形与梯形且等高的两个棱柱的组合体，$V=\left(1\times1+\frac{1+2}{2}\times1\right)\times2=5$，故选 C.

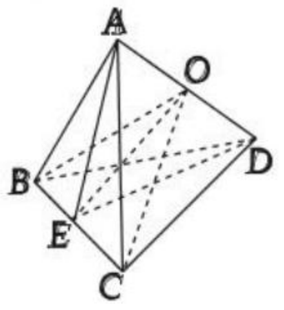
7. B　由三视图可知，该几何体是一个正方体挖掉一部分构成，如图所示：$S=2\times2\times4+(1\times1+2\times1)\times2=22$，故选 B.



8. A　①中 α 与 γ 可能相交，可能平行，①错；②中 l 与 α 可能相交，②错；③中 $a\subset\alpha$ 有可能成立，③错；④正确，故选 A.

9. D　由截面面积与底面面积之比为 1∶3，则截得的锥体与原锥体的体积比为 1∶$3\sqrt{3}$，则截得的两部分的体积之比为 1∶$(3\sqrt{3}-1)$，故选 D.

10. A　如图所示，由题可知球心 O 为 AD 的中点，



取 BC 的中点为 E，连接 AE，ED，因为 $\triangle ABC$，$\triangle BCD$ 都是边长为 1 的等边三角形，所以 $AE\perp BC$，$DE\perp BC$，所以 $BC\perp$ 平面 AED，$AE=ED=\frac{\sqrt{3}}{2}$，AD 为直径，所以 $\angle ABD=90°$，∴$AD=\sqrt{AB^2+BD^2}=\sqrt{2}$，∴$EO=\sqrt{ED^2-OD^2}=\sqrt{\frac{3}{4}-\frac{2}{4}}=\frac{1}{2}$.

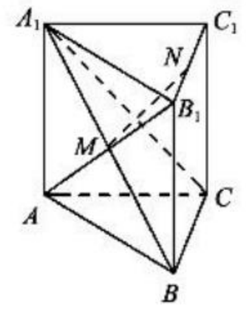
∴$V_{A-BCD}=\frac{1}{3}BC\cdot S_{\triangle AED}=\frac{1}{3}\times1\times\frac{1}{2}\times AD\times EO=\frac{1}{6}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{12}$，故选 A.

11. C　∵$\triangle ABC$ 为等边三角形，∴D 为 BC 的中点，

∴$BD=DC=\frac{1}{2}$，$AB=AC=1$. 在 Rt$\triangle BDC$ 中，$BC=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 过点 A 作 $AH\perp BC$ 于 H，则 H 为 BC 的中点，

∴$BH=\frac{\sqrt{2}}{4}$，在 Rt$\triangle ABH$ 中，$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{1^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{4}$. 故选 C.

12. B　由三视图可知，其直观图为直三棱柱，$AC\perp BC$，且 $AC=BC=a$，$AA_1=a$，∴$V_{N-A_1BC}=V_{A_1-NBC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times a^2\times a=\frac{a^3}{6}$，故④正确，



连接 AB_1，则 M 在 AB_1 上且 M 为 AB_1 的中点，又 N 为 B_1C_1 的中点，∴$MN/\!/AC_1$，

又 $AC_1\subset$平面 ACC_1A，$MN\not\subset$平面 ACC_1A_1，

∴$MN/\!/$平面 ACC_1A_1，故③正确.

又 A_1C_1CA 为正方形，

∴$A_1C\perp AC_1$，∴$MN\perp A_1C$，

∵$A_1N=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，

$BN=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

$\therefore A_1N=BN$，$\therefore MN\perp A_1B$，$\therefore MN\perp$平面A_1BC，$\therefore MN\perp BC$，故②正确，①中MN与A_1C异面，故①不正确.

13. 9

解析：$\frac{PA}{PB}=\frac{AC}{BD}=\frac{PA}{PA+AB}$，可解得$AC=9$.

14. $\frac{9}{2}$

解析：设正三棱柱的底面边长为a，由题可知，$3\times a\cdot 2a=18$，

$\therefore a^2=3$，$\therefore a=\sqrt{3}$，$V=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=\frac{9}{2}$.

15. 12π

解析：截面圆的面积为π，则半径$r=1$，

所以球的半径为$R=\sqrt{(\sqrt{2})^2+r^2}=\sqrt{3}$，

所以$S_{球}=4\pi R^2=12\pi$.

16. $\frac{4}{3}$

解析：由图可知，该多面体为两个全等正四棱锥的组合体，正四棱锥的高为1，底面正方形的边长等于$\sqrt{2}$，所以该多面体的体积为$2\times\frac{1}{3}\times1\times(\sqrt{2})^2=\frac{4}{3}$.

17. **证明**：(1)$\because AD/\!/BC$，$AD=2BC$，

$\therefore MD\not/\!/BC$，

$\therefore$四边形$BCDM$是平行四边形，

$\therefore BM/\!/CD$，又$BM\not\subset$平面PCD，$CD\subset$平面PCD，$\therefore BM/\!/$平面PCD.

(2)$\because PA=PD$，M是AD的中点，

$\therefore PM\perp AD$，

又平面$PAD\perp$平面PBM，

$\therefore AD\perp$平面PBM，$\therefore AD\perp PB$.

18. **证明**：$\because E$是以DC为直径的半圆周上一点，

$\therefore CE\perp DE$，

又$\because$平面$CDE\perp$平面$ABCD$，且$AD\perp DC$，

$\therefore AD\perp$平面CDE，又$CE\subset$面CDE，

$\therefore AD\perp CE$. 又$\because DE\cap AD=D$，

$\therefore CE\perp$平面ADE.

19. **解**：(1)证明：$\because EF/\!/AD$，$AD/\!/BC$，$\therefore EF/\!/BC$且$EF=AD=BC$，

$\therefore$四边形$EFBC$是平行四边形，

$\therefore H$为FC的中点.

又$\because G$是FD的中点，$\therefore HG/\!/CD$.

$\because HG\not\subset$平面CDE，$CD\subset$平面CDE，

$\therefore GH/\!/$平面CDE.

(2)$\because$平面$ADEF\perp$平面$ABCD$，交线为AD且$FA\perp AD$，$\therefore FA\perp$平面$ABCD$.

$\because BC=6$，$\therefore FA=6$.

又$\because CD=2$，$DB=4\sqrt{2}$，$CD^2+DB^2=BC^2$，

$\therefore BD\perp CD$，

$\therefore S_{ABCD}=CD\times BD=8\sqrt{2}$，

$\therefore V_{F-ABCD}=\frac{1}{3}\times S_{ABCD}\times FA=\frac{1}{3}\times 8\sqrt{2}\times 6=16\sqrt{2}$.

20. **解**：(1)证明：由题知，$BB_1\not/\!/DD_1$，

$\therefore BB_1D_1D$是平行四边形，

$\therefore BD/\!/B_1D_1$，

又$BD\not\subset$平面CD_1B_1，$\therefore BD/\!/$平面CD_1B_1.

$\because A_1D_1\not/\!/B_1C_1\not/\!/BC$，

$\therefore A_1BCD_1$是平行四边形，

$\therefore A_1B/\!/D_1C$，

又$\because A_1B\not\subset$平面CD_1B_1

$\therefore A_1B/\!/$平面CD_1B_1，$\because A_1B\cap BD=B$，$\therefore$平面$A_1BD/\!/$平面CD_1B_1

(2)$\because A_1O\perp$平面$ABCD$，

$\therefore A_1O$是三棱柱$ABD-A_1B_1D_1$的高.

又$\because AO=\frac{1}{2}AC=1$，$AA_1=\sqrt{2}$，

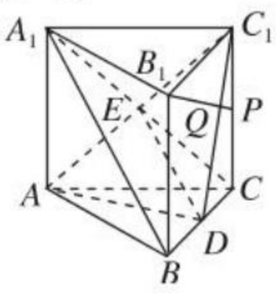
$\therefore A_1O=1$. 又$\because S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$，

$\therefore V=S_{\triangle ABD}\times A_1O=1$.

21. **解**：(1)证明：$\because$三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$是正三棱柱，

$\therefore CC_1\perp$平面ABC，

$\therefore CC_1\perp AD$.



又$AD\perp C_1D$，$CC_1\cap C_1D=C_1$，

$\therefore AD\perp$平面BCC_1B_1，

$\therefore AD\perp BC$，$\therefore D$是BC的中点.

连接A_1C，设与AC_1相交于点E，则点E为A_1C的中点.

连接DE，则在$\triangle A_1BC$中，

$\because D$、E分别是BC、A_1C的中点，

$\therefore A_1B/\!/DE$.

又DE在平面AC_1D内，A_1B不在平面AC_1D内，$\therefore A_1B/\!/$平面AC_1D.

(2)存在这样的点P，且点P为CC_1的中点. 证明如下：由(1)知$AD\perp$平面BCC_1B_1，故$B_1P\perp AD$.

设PB_1与C_1D相交于点Q，由于$\triangle DC_1C\cong\triangle PB_1C_1$，

故$\angle QB_1C_1=\angle CC_1D$，

因为$\angle QC_1B_1=\angle CDC_1$，从而$\triangle QC_1B_1\backsim\triangle CDC_1$，

所以$\angle C_1QB_1=\angle DCC_1=90^\circ$，所以$B_1P\perp C_1D$.

因为$AD\cap C_1D=D$，所以$B_1P\perp$平面AC_1D.

22. **解**：(1)证明：因为F，G分别为BP，BE的中点，

所以$FG/\!/PE$.

又因为$FG\not\subset$平面PED，$PE\subset$平面PED，

所以$FG/\!/$平面PED，同理$FH/\!/BC$，

又$BC/\!/AD$，所以$FH/\!/$平面PDE而$FG\cap FH=F$，故平面$FGH/\!/$平面PDE.

(2)证明：因为$EA\perp$平面$ABCD$，所以$EA\perp CB$.

又因为$CB\perp AB$，$AB\cap AE=A$，所以$CB\perp$平面AEB.

由已知F，H分别为线段PB，PC的中点，所以$FH/\!/BC$，则$FH\perp$平面AEB.

而$FH\subset$平面FGH，所以平面$FGH\perp$平面AEB.

(3)在线段PC上存在一点M，使$PB\perp$平面EFM.

证明如下：在直角三角形AEB中，因为$AE=1$，$AB=2$，所以$BE=\sqrt{5}$. 在直角梯形$EADP$中，

因为$AE=1$，$AD=PD=2$，所以$PE=\sqrt{5}$，所以$PE=BE$.

又因为F为PB的中点，所以$EF\perp PB$. 要使$PB\perp$平面EFM，只需使$PB\perp FM$.

因为$PD\perp$平面$ABCD$，所以$PD\perp CB$，

又因为$CB\perp CD$，$PD\cap CD=D$，所以$CB\perp$平面PCD，而$PC\subset$平面PCD，所以$CB\perp PC$.

若$PB\perp FM$，则$\triangle PFM\backsim\triangle PCB$，可得$PM:PB=PF:PC$.

由已知可求得$PB=2\sqrt{3}$，$PF=\sqrt{3}$，$PC=2\sqrt{2}$，所以$PM=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

阶段测试二

1. D　$\because A$，B两点的横坐标相等，$\therefore$直线AB的倾斜角为90°，故其斜率不存在.

2. D　设圆心为O. $\because k_{OM}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore$切线的斜率为$-\frac{2}{\sqrt{6}}$，切线方程为$y-\sqrt{6}=-\frac{2}{\sqrt{6}}(x-2)$，整理得$2x+\sqrt{6}y-10=0$，故选D.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

3. A　设所求直线方程为 $x-2y+n=0$，将（1，0）代入，得 $1+n=0$，$\therefore n=-1$，故所求直线方程为 $x-2y-1=0$，故选 A.

4. B　由题可知 $k=\frac{1}{k}$，$\therefore k=1$ 或 $k=-1$，当 $k=1$ 时，两直线重合，故 $k=-1$，故选 B.

5. B　由题可得 $d=\frac{50}{5}=10=r$，$\therefore$ 直线与圆相切，故选 B.

6. D　$\because (x-1)^2+y^2=25$ 的圆心 $C(1,0)$，$k_{CP}=\frac{0-(-1)}{1-2}=-1$，由题意得 $k_{AB}=1$，$\therefore$ 直线 AB 的方程为 $y+1=x-2$，即 $x-y-3=0$.

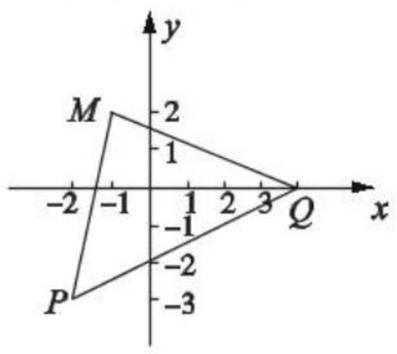
7. A　由题意得 $(a+2)(a-1)+(1-a)(2a+3)=0$，得 $a=\pm1$. 又 $a>0$，$\therefore a=1$.

8. C　$3ax-y-2=0$ 过定点 $(0,-2)$，$(2a-1)x+5ay-1=0$ 过定点 $\left(-1,\frac{2}{5}\right)$，

$\therefore |AB|=\sqrt{1^2+\left(2+\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{13}{5}$，故选 C.

9. D　如图所示，$k_{MP}=\frac{2+3}{-1+2}=5$，

$k_{MQ}=\frac{2-0}{-1-4}=-\frac{2}{5}$，



$\therefore l$ 的斜率的取值范围是 $k\leqslant-\frac{2}{5}$ 或 $k\geqslant5$，故选 D.

10. A　$|OP|=\sqrt{1+4+9}=\sqrt{14}$，①错；$OP$ 的中点 $\left(\frac{1}{2},1,\frac{3}{2}\right)$，②正确；点 P 关于 x 轴的对称点 $(1,-2,-3)$，③错；点 P 关于坐标原点对称的点的坐标为 $(-1,-2,-3)$，④错；点 P 关于坐标平面 xOy 对称的点的坐标为 $(1,2,-3)$，⑤正确，故选 A.

11. B　圆 $M:x^2+(y-a)^2=a^2$，圆心为 $(0,a)$，则 $\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2+(\sqrt{2})^2=a^2$，$\therefore a=2$，$\therefore M(0,2)$，$r_1=2$，又 $N(1,1)$，$r=1$，$\therefore |MN|=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$2-1<\sqrt{2}<2+1$，$\therefore$ 两圆相交，故选 B.

12. B　由题意可知，PQ 经过圆心 $(1,3)$ 时，PQ 的长度最大，设 PA 的斜率为 k，则 PQ 的直线方程为 $y-3=k(x-1)$，

即 $kx-y-k+3=0$，

$\therefore d=\frac{|-k+3|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{2}$，

解得 $k=1$ 或 $k=-7$，故选 B.

13. $-\frac{3}{2}$　3

解析：直线 AB 的方程为 $\frac{y-1}{9-1}=\frac{x-(-1)}{3-(-1)}$，即 $y=2x+3$. 令 $x=0$，得纵截距 3，令 $y=0$，得横截距 $-\frac{3}{2}$.

14. -2

解析：圆 C 的圆心为 $\left(-1,-\frac{a}{2}\right)$ 在直线 $x-y+2=0$ 上，$\therefore a=-2$.

15. $\sqrt{29}$

解析：$|AB|=\sqrt{(1-4)^2+(0+2)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{29}$.

16. $(-13,13)$

解析：画图可知，圆上有且只有四个点到直线 $12x-5y+c=0$ 的距离为 1，该圆半径为 2，即圆心 $O(0,0)$ 到直线 $12x-5y+c=0$ 的距离 $d<1$，即 $\frac{|c|}{13}<1$，$\therefore -13<c<13$.

17. **解**：(1) 设 $m:2x-3y+a=0$，将 $A(-1,-2)$ 代入得 $-2+6+a=0$，$\therefore a=-4$，

$\therefore m:2x-3y-4=0$.

(2) 设 $A'(x,y)$，

则 $\begin{cases}\frac{y+2}{x+1}\cdot\frac{2}{3}=-1,\\ 2\cdot\frac{-1+x}{2}-3\cdot\frac{-2+y}{2}+1=0,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=-\frac{33}{13},\\ y=\frac{4}{13},\end{cases}$

$\therefore A'\left(-\frac{33}{13},\frac{4}{13}\right)$.

18. **解**：$\because (x-1)^2+y^2=1$ 的圆心 $C(1,0)$，则以 CP 为直径的圆的方程为 $(x-2)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$，

即：$x^2+y^2-4x-y+3=0$，

由 $\begin{cases}x^2+y^2-4x-y+3=0,\\ (x-1)^2+y^2=1,\end{cases}$

得 $2x+y-3=0$，

即所求的直线 AB 的方程为 $2x+y-3=0$.

19. **解**：(1) 设直线 l 的斜率为 k（k 存在），

则方程为 $y-0=k(x-2)$.

又 $\odot C$ 的圆心为 $(3,-2)$，$r=3$.

由 $\frac{|3k+2-2k|}{\sqrt{k^2+1}}=1\Rightarrow k=-\frac{3}{4}$，

所以直线方程为 $y=-\frac{3}{4}(x-2)$，

即 $3x+4y-6=0$，当 k 不存在时，l 的方程为 $x=2$，

所以直线 l 的方程为 $x=2$ 或 $3x+4y-6=0$.

(2) 由弦心距 $d=\sqrt{r^2-\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{5}$，而 $|CP|=\sqrt{5}$，

$\therefore d=|CP|$. $\therefore P$ 为 AB 的中点，故以 AB 为直径的圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$.

20. **解**：(1) 由题意知 $A(-1,2)$ 到直线 $x+2y+7=0$ 的距离为圆 A 半径 R，

$\therefore R=\frac{|-1+4+7|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$，

$\therefore$ 圆 A 的方程为 $(x+1)^2+(y-2)^2=20$.

(2) 设线段 MN 的中点为 Q，连接 QA，则由垂径定理可知 $\angle MQA=90°$，且 $MQ=\sqrt{19}$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AMQ$ 中由勾股定理易知 $AQ=\sqrt{AM^2-MQ^2}=1$.

当动直线 l 的斜率不存在时，直线 l 的方程为 $x=-2$ 时，显然满足题意；

当动直线 l 的斜率存在时，设动直线 l 的方程为：$y=k(x+2)$，

由 $A(-1,2)$ 到动直线 l 的距离为 1，得 $\frac{|-k+2k-2|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，

解得 $k=\frac{3}{4}$.

$\therefore 3x-4y+6=0$ 或 $x=-2$ 为所求方程.

21. **解**：(1) AC 边上的高 BH 所在直线的方程为 $y=0$，所以 $AC:x=0$，又 $CD:2x-2y-1=0$，所以 $C\left(0,-\frac{1}{2}\right)$，

设 $B(b,0)$，则 AB 的中点 $D\left(\frac{b}{2},\frac{1}{2}\right)$，代入方程 $2x-2y-1=0$，

解得 $b=2$，所以 $B(2,0)$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

(2)由 $A(0,1)$,$B(2,0)$可得,圆 M 的弦 AB 的中垂线方程为 $4x-2y-3=0$,

注意到 BP 也是圆 M 的弦,所以圆心在直线 $x=\frac{m+2}{2}$上,

设圆心 M 坐标为 $\left(\frac{m+2}{2},n\right)$,

因为圆心 M 在直线 $4x-2y-3=0$ 上,所以 $2m-2n+1=0$,

又因为斜率为 1 的直线与圆 M 相切于点 P,所以 $k_{MP}=-1$,

即 $\frac{n}{\frac{m+2}{2}-m}=-1$,

整理得 $m-2n-2=0$,

由①②解得 $m=-3$,$n=-\frac{5}{2}$,

所以,$M\left(-\frac{1}{2},-\frac{5}{2}\right)$,半径 $|MA|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{49}{4}}=\frac{\sqrt{50}}{2}$,

所以所求圆方程为 $x^2+y^2+x+5y-6=0$.

22. **解**:(1)由题可知 $k_{OR}=k_{PQ}$,且 $k_{RQ}=k_{OP}$,设 $R(x,y)$,

则 $\begin{cases}\frac{y}{x}=\frac{2+t-t}{1-2t-1}=-\frac{1}{t},\\ \frac{2+t-y}{1-2t-x}=\frac{t}{1}=t,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=-2t,\\ y=2,\end{cases}$ $\therefore R(-2t,2)$.

(2)矩形 $OPQR$ 的面积 $S_{矩形OPQR}=|OP||OR|=2(1+t^2)$.

①当 $1-2t\geqslant 0$ 时,设线段 RQ 与 y 轴交于点 M,直线 RQ 的方程为 $y-2=t(x+2t)$,得 M 的坐标为 $(0,2t^2+2)$,$\triangle OMR$ 的面积为 $S=\frac{1}{2}|OM||x_R|=2t(1+t^2)$,$S(t)=S_{矩形OPQR}-S_{\triangle ORM}=2(1-t)(1+t^2)$;

②当 $1-2t<0$ 时,线段 QP 与 y 轴相交,设交点为 N,则:

直线 QP 的方程为 $y-t=-\frac{1}{t}(x-1)$,N 的坐标是 $\left(0,t+\frac{1}{t}\right)$.

$S(t)=S_{\triangle OPN}=\frac{1}{2}ON\cdot x_P=\frac{t^2+1}{2t}$,

综上所述,$S(t)=$

$\begin{cases}2(1-t)(1+t^2)\left(0<t\leqslant\frac{1}{2}\right),\\ \frac{t^2+1}{2t}\left(t>\frac{1}{2}\right).\end{cases}$

阶段测试三

1. B

2. B　由题可得 $\frac{a}{3}=\frac{2}{-1}\neq\frac{2}{-2}$,$\therefore a=-6$,故选 B.

3. C

4. C　$S_{侧}=2\pi rl=2\pi\times2\times2=8\pi$.

5. B　圆心到直线 $3x-4y-20=0$ 的距离为 $d=\frac{|-20|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$,所以点 P 到直线 $3x-4y-20=0$ 距离的最小值为 $d-1=3$,故选 B.

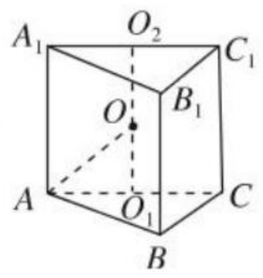
6. A　该几何体是一个三棱柱截去一个三棱锥,$V=\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\times1=\frac{5\sqrt{3}}{3}$,故选 A.

7. C　由原方程可得 $(x+2y-2)(x-2y+2)=0$,

$\therefore x+2y-2=0$ 或 $x-2y+2=0$.

故选 C.

8. D　如图,∵直三棱柱的底面是等腰直角三角形,底面外接圆的半径 $r=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

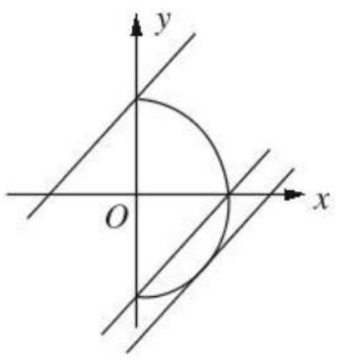


设球的半径为 R,则 $R^2=r^2+1^2=\frac{3}{2}$,

$\therefore S_{球}=4\pi R^2=4\pi\times\frac{3}{2}=6\pi$,故选 D.

9. C　圆心 $(0,0)$ 到直线 l 的距离为 $d'=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$,A 中,$d_1=\frac{1}{\sqrt{4^2+6^2}}=\frac{1}{\sqrt{52}}$,B 中,$d_2=\frac{1}{\sqrt{52}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$,C 中,$d_3=\frac{1}{\sqrt{13}}=\frac{\sqrt{13}}{13}$,D 中,$d_4=0$,故选 C.

10. B　曲线 $x=\sqrt{1-y^2}$ 可得 $x^2+y^2=1$ $(x\geqslant0)$,表示半圆,如图所示,$y=x+b$ 与曲线只有一个公共点,



则 $-1<b\leqslant1$ 或 $b=-\sqrt{2}$,故选 B.

11. C　由题可得 $r<\frac{|2\times(-4)+3-5|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$,故选 C.

12. D　∵$CD\parallel AF$,$\therefore CD\parallel$ 平面 PAF,故 A 正确;∵$DF\perp AF$,$DF\perp PA$,$AF\cap AP=A$,$\therefore DF\perp$ 平面 PAF,故 B 正确;$CF\parallel AB$,$\therefore CF\parallel$ 平面 PAB,故 C 正确,D 不正确.

13. $\sqrt{21}$

解析:$|AB|=\sqrt{(2+2)^2+(5-3)^2+(4-5)^2}=\sqrt{21}$.

14. $(4,6)$

解析:圆心 $(3,-5)$ 到直线 $4x-3y-2=0$ 的距离为 $d=\frac{|4\times3+3\times5-2|}{5}=5$,所以当 $4<r<6$ 时,圆上仅有两个点到直线 $4x-3y-2=0$ 的距离为 1.

15. $\sqrt{3}$

解析:设正方体的棱长为 a,球的半径为 r,

则 $\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{9\pi}{2}$,$\therefore r=\frac{3}{2}$,

又 $3a^2=4r^2=9$,$\therefore a^2=3$,

$\therefore a=\sqrt{3}$.

16. $x=\frac{3}{2}$

解析:设动点 P 的坐标为 (x,y).

由动点 P 向圆 $x^2+y^2=2$ 引切线,切线长为 $\sqrt{x^2+y^2-2}$;由点 P 向圆 $(x-4)^2+y^2=6$ 引切线,切线长为 $\sqrt{(x-4)^2+y^2-6}$.

由 $\sqrt{x^2+y^2-2}=\sqrt{(x-4)^2+y^2-6}$,得 $x=\frac{3}{2}$.

17. **解**:已知长方体是直四棱柱,

设它的底面 ADD_1A_1 的面积为 S,高为 h,

则它的体积为 $V=Sh$.

而棱锥 $C-A_1DD_1$ 的底面积为 $\frac{1}{2}S$,高为 h,

故三棱锥 $C-A_1DD_1$ 的体积:

$V_{C-A_1DD_1}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}Sh=\frac{1}{6}Sh$,

余下部分体积为 $Sh-\frac{1}{6}Sh=\frac{5}{6}Sh$.

所以棱锥 $C-A_1DD_1$ 的体积与剩余部分的体积之比为 1∶5.

18. **解**:(1)圆的方程可化为 $x^2+(y+2)^2=25$,

$\therefore$圆心为 $(0,-2)$,$r=5$,直线 l 被圆所截得的弦长为 $2\sqrt{25-5}=4\sqrt{5}$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

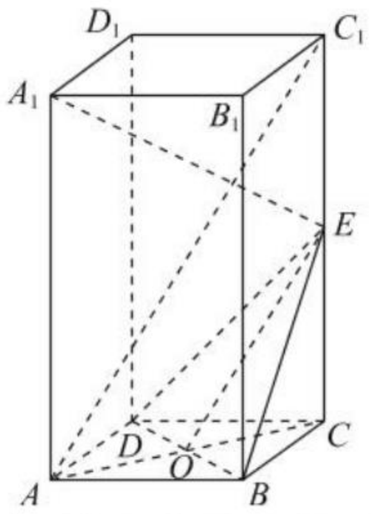
(2)设直线 $l:y+3=k(x+3)$，

$\therefore kx-y+3k-3=0$，

$\therefore \dfrac{|2+3k-3|}{\sqrt{1+k^2}}=\sqrt{5}$，$\therefore k=2$ 或 $k=-\dfrac{1}{2}$.

$\therefore l$ 的方程为 $2x-y+3=0$ 或 $x+2y+9=0$.

19. **证明**：(1)连接 AC 交 BD 于 O，连接 OE，



$\because O$ 为 AC 的中点，E 为 CC_1 的中点，

$\therefore OE\parallel AC_1$，

又 $OE\subset$ 平面 BDE，$AC_1\not\subset$ 平面 BDE，

$\therefore AC_1\parallel$ 平面 BDE.

(2)$\because$ 底面 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AC\perp BD$，

又 $\because BD\perp AA_1$，$AA_1\cap AC=A$，

$\therefore BD\perp$ 平面 ACC_1A_1，$A_1E\subset$ 平面 ACC_1A，

$\therefore BD\perp A_1E$.

设 $AA_1=2AB=2a$，

$\therefore BE=\sqrt{2}a$，

$A_1E=\sqrt{A_1C_1{}^2+C_1E^2}=\sqrt{3}a$.

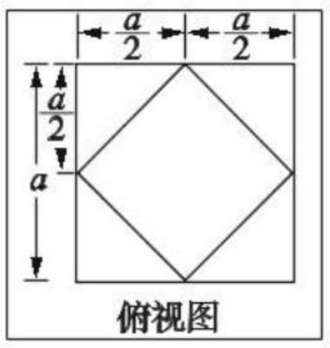
$A_1B=\sqrt{A_1A^2+AB^2}=\sqrt{5}a$，

$\therefore A_1B^2=A_1E^2+BE^2$，

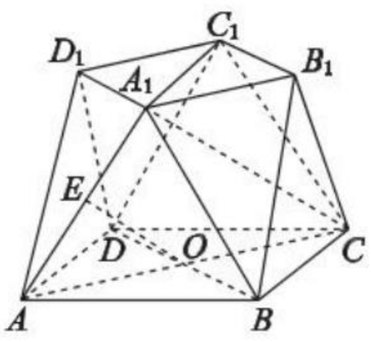
$\because A_1E\perp BE$，$BD\cap BE=B$.

$\therefore A_1E\perp$ 平面 BDE.

20. **解**：(1)根据多面体的直观图、主视图、左视图，得到俯视图如下：



(2)证明：如图，连接 AC，BD，交于 O 点，连接 OE.



$\because E$ 为 AA_1 的中点，O 为 AC 的中点，

$\therefore$ 在 $\triangle AA_1C$ 中，OE 为 $\triangle AA_1C$ 的中位线.

$\therefore OE\parallel A_1C$.

$\because OE\not\subset$ 平面 A_1C_1C，$A_1C\subset$ 平面 A_1C_1C，

$\therefore OE\parallel$ 平面 A_1C_1C.

(3)多面体表面共包括 10 个面，

$S_{\triangle ABCD}=a^2$，$S_{A_1B_1C_1D_1}=\dfrac{a^2}{2}$，

$S_{\triangle ABA_1}=S_{\triangle B_1BC}=S_{\triangle C_1DC}=S_{\triangle ADD_1}=\dfrac{a^2}{2}$，

$S_{\triangle AA_1D_1}=S_{\triangle B_1A_1B}=S_{\triangle C_1B_1C}=S_{\triangle DC_1D_1}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}a}{2}\times\dfrac{3\sqrt{2}a}{4}=\dfrac{3a^2}{8}$，

$\therefore$ 该多面体的表面积 $S=a^2+\dfrac{a^2}{2}+4\times\dfrac{a^2}{2}+4\times\dfrac{3a^2}{8}=5a^2$.

21. **解**：(1)由题意知 $|MA|^2=|MC|^2-8$ 即 $(m+2)^2+n^2=(m-2)^2+(n-2)^2-8$，得 $2m+n+1=0$，即 $M(m,n)$ 在直线 $2x+y+1=0$ 上，

$|MO|_{\min}=\dfrac{1}{\sqrt{2^2+1}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

(2)设 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$，$\overrightarrow{TA}=(-2,-t)$，$\overrightarrow{TP}=(x_1,y_1-t)$，$\overrightarrow{TQ}=(x_2,y_2-t)$，$\overrightarrow{TA}+\overrightarrow{TP}=\overrightarrow{TQ}$，

得 $\begin{cases}x_2=x_1-2,\\ y_2=y_1-t,\end{cases}$ 又 $P(x_1,y_1)$、$Q(x_2,y_2)$ 均在圆 C 上，

即 $\begin{cases}(x_1-2)^2+(y_1-2)^2=8,\\ (x_1-4)^2+(y_1-t-2)^2=8,\end{cases}$

若这样的点 $T(0,t)$ 存在，即是圆 $(x-2)^2+(y-2)^2=8$ 与圆 $(x-4)^2+(y-t-2)^2=8$ 有交点，

故 $0\leqslant\sqrt{2^2+t^2}\leqslant 2\sqrt{2}+2\sqrt{2}$，即 $\sqrt{4+t^2}\leqslant 4\sqrt{2}$，$\therefore t\in[-2\sqrt{7},2\sqrt{7}]$.

22. **解**：(1)证明：由题设知，圆 C 的方程为 $(x-t)^2+\left(y-\dfrac{2}{t}\right)^2=t^2+\dfrac{4}{t^2}$，化简得 $x^2-2tx+y^2-\dfrac{4}{t}y=0$，

当 $y=0$ 时，$x=0$ 或 $2t$，则 $A(2t,0)$；当 $x=0$ 时，$y=0$ 或 $\dfrac{4}{t}$，则 $B\left(0,\dfrac{4}{t}\right)$，

$\therefore S_{\triangle AOB}=\dfrac{1}{2}|OA|\cdot|OB|=\dfrac{1}{2}|2t|\cdot\left|\dfrac{4}{t}\right|=4$ 为定值.

(2)$\because |OM|=|ON|$，则原点 O 在 MN 的中垂线上，设 MN 的中点为 H，则 $CH\perp MN$，$\therefore C$，H，O 三点共线，则直线 OC 的斜率 $k=\dfrac{\frac{2}{t}}{t}=\dfrac{2}{t^2}=\dfrac{1}{2}$，$\therefore t=2$ 或 $t=-2$.

$\therefore$ 圆心为 $C(2,1)$ 或 $(-2,-1)$，

$\therefore$ 圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$ 或 $(x+2)^2+(y+1)^2=5$，由于当圆 C 的方程为 $(x+2)^2+(y+1)^2=5$ 时，直线 $2x+y-4=0$ 到圆心的距离 $d>r$，此时不满足直线与圆相交，故舍去，$\therefore$ 圆 C 的方程为 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$.

(3)点 $B(0,2)$ 关于直线 $x+y+2=0$ 的对称点为 $B'(-4,-2)$，则 $|PB|+|PQ|=|PB'|+|PQ|\geqslant|B'Q|$，又 B' 到圆上点 Q 的最短距离为 $|B'C|-r=\sqrt{(-6)^2+3^2}-\sqrt{5}=3\sqrt{5}-\sqrt{5}=2\sqrt{5}$. 所以 $|PB|+|PQ|$ 的最小值为 $2\sqrt{5}$，直线 $B'C$ 的方程为 $y=\dfrac{1}{2}x$，则直线 $B'C$ 与直线 $x+y+2=0$ 的交点 P 此时的坐标为 $\left(-\dfrac{4}{3},-\dfrac{2}{3}\right)$.

阶段测试四

1. B　$3x-4y-12=0$ 可化为 $6x-8y-24=0$，$\therefore d=\dfrac{|16+24|}{\sqrt{6^2+8^2}}=4$.

2. C　将 $(1,1)$ 代入 $2x-ay-1=0$ 得 $2-a-1=0$，$\therefore a=1$，$\therefore l_1:2x-y-1=0$，由 $2\times1+(-1)\times2=0$，可知 $l_1\perp l_2$，故选 C.

3. C　圆的方程可化为 $(x+2)^2+(y-2)^2=2$，圆心为 $(-2,2)$，$r=\sqrt{2}$. 圆心到直线 $x-y+4=0$ 的距离为 $d=\dfrac{|-2-2+4|}{\sqrt{2}}=0$，所以直线过圆心，被圆截得的弦长为圆的直径 $2\sqrt{2}$，故选 C.

4. C　根据三视图可得几何体为一个直四棱柱，高为 2，底面为直角梯形，上下底分别为 1、2，梯形的高为 2，因此几何体的体积为 $\dfrac{1}{2}\times(1+2)\times2\times2=6$，故选 C.

5. B　由题可得 $\pi r^2+2r\times2r+2\pi r^2+2\pi r^2=16+20\pi$，解得 $r=2$，故选 B.

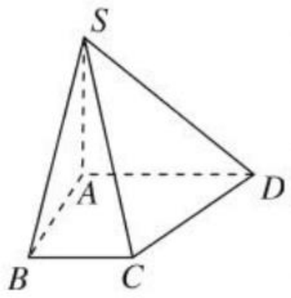
6. C

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

7. A　圆 $C_1:(x+1)^2+(y+4)^2=25$，$C_1(-1,-4)$，$r_1=5$，圆 $C_2:(x-2)^2+(y+2)^2=10$，$C_2(2,-2)$，$r_2=\sqrt{10}$，$\therefore |C_1C_2|=\sqrt{(2+1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{13}$，
$\because 5-\sqrt{10}<\sqrt{13}<5+\sqrt{10}$，
$\therefore$ 两圆相交，故选 A.

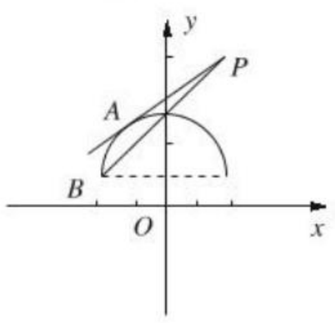
8. A　由三视图可知 $SC\perp$ 平面 ABC，$SC=4$，$AC=4$，$\triangle ABC$ 是等腰三角形，高为 $2\sqrt{3}$，
$\therefore BC=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$，
$\therefore SB=\sqrt{SC^2+BC^2}=4\sqrt{2}$，
故选 A.

9. A　该几何体为四棱锥 $S-ABCD$，其中 $SA=1$，$AD=2$，$BC=1$，$AB=1$，四边形 $ABCD$ 是直角梯形，



$\therefore CD=\sqrt{2}$，
$\therefore S_{\triangle ABS}=\frac{1}{2}SA\cdot AB=\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$，$S_{\triangle ADS}=\frac{1}{2}SA\cdot AD=\frac{1}{2}\times 1\times 2=1$，$S_{\triangle BCS}=\frac{1}{2}BC\cdot SB=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2}$，$SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{3}$，$SD=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$，$\therefore SC^2+CD^2=SD^2$，
$\therefore S_{\triangle SCD}=\frac{1}{2}SC\cdot CD=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，$\therefore S_{侧}=S_{\triangle ABS}+S_{\triangle ADS}+S_{\triangle BCS}+S_{\triangle CDS}=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}$，故选 A.

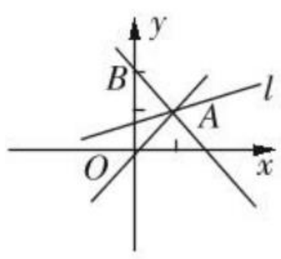
10. D　由 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 得，$x^2+(y-1)^2=4(y\geqslant 1)$，表示以 $(0,1)$ 为圆心，2 为半径的圆，直线 $y=k(x-2)+4$ 过点 $P(2,4)$，如图 PA 是圆的切线，
$\therefore \frac{|-1-2k+4|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，$\therefore k=\frac{5}{12}$，
$k_{PA}=\frac{5}{12}$，$k_{PB}=\frac{4-1}{2+2}=\frac{3}{4}$，$\therefore$ 符合条件的 k 为 $\frac{5}{12}<k\leqslant\frac{3}{4}$，故选 D.



11. A　圆的方程可化为 $(x-2)^2+(y-2)^2=18$，圆心 $(2,2)$，$r=3\sqrt{2}$，
圆心到直线 l 的距离 $d=\frac{|2-2+b|}{\sqrt{2}}=\frac{|b|}{\sqrt{2}}$，
由题可得 $d\leqslant\sqrt{2}$，$\therefore \frac{|b|}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{2}$，
$|b|\leqslant 2$，$-2\leqslant b\leqslant 2$，故选 A.

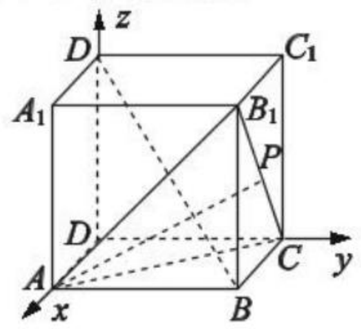
12. B　$V_{N-ABC}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot\frac{2}{3}PD=\frac{2}{9}S_{\triangle ABC}\cdot PD$，
$V_{P-ABCD}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}\cdot PD$
$\therefore V_{N-ABC}=\frac{1}{3}V_{P-ABCD}$，
$\therefore V_{P-ANC}=\frac{2}{3}V_{P-ABCD}$，故选 B.

13. $(-1,1)$
解析：如图所示，直线 l 在 OA 与 AB 中间，$k_{OA}=1$，$k_{AB}=-1$，
$\therefore -1<k_l<1$.

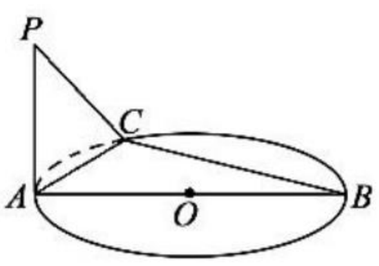


14. 1
解析：圆心 $(0,0)$ 到直线 $3x-4y-10=0$ 的距离为 $d=\frac{10}{5}=2$，$\therefore P$ 到直线 $3x-4y-10=0$ 的距离的最小值为 $2-1=1$.

15. ①②⑤
解析：$\because$ 点 P 在正方体的侧面 BCC_1B_1 及其边界上运动，BD_1 是定线段，$AP\perp BD_1$，
$\therefore$ 直线 AP 在与直线 BD_1 垂直的平面内运动，连接 AB_1，AC 得平面 ACB_1，与平面 BCC_1B_1 的交线为 CB_1，点 P 的轨迹是线段 CB_1，故正确的结论有①②⑤.



16. $\sqrt{21}$ cm
解析：连接 BC.
$\because C$ 为圆周上的一点，AB 为直径，
$\therefore BC\perp AC$.
又 $\because PA\perp$ 平面 $\odot O$，
$BC\subset$ 平面 $\odot O$，
$\therefore PA\perp BC$，又 $\because PA\cap AC=A$，
$\therefore BC\perp$ 平面 PAC，C 为垂足，
$\therefore BC$ 即为 B 到平面 PAC 的距离，在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，
$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ cm.

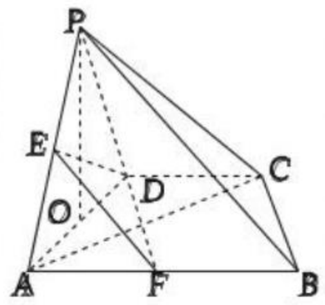


17. **解**：由 $\begin{cases}x+y-4=0,\\x-y+2=0,\end{cases}$
得 $\begin{cases}x=1,\\y=3,\end{cases}$
$\therefore l_1$ 与 l_2 的交点为 $(1,3)$.
(1)解法一：设与直线 $2x-y-1=0$ 平行的直线为 $2x-y+c=0$，
则 $2-3+c=0$，$\therefore c=1$.
$\therefore$ 所求直线方程为 $2x-y+1=0$.
解法二：$\because$ 所求直线的斜率 $k=2$，且经过点 $(1,3)$，
$\therefore$ 所求直线的方程为 $y-3=2(x-1)$，
即 $2x-y+1=0$.
(2)解法一：设与直线 $2x-y-1=0$ 垂直的直线为 $x+2y+c=0$，
则 $1+2\times 3+c=0$，
$\therefore c=-7$.
$\therefore$ 所求直线方程为 $x+2y-7=0$.
解法二：$\because$ 所求直线的斜率 $k=-\frac{1}{2}$，且经过点 $(1,3)$，
$\therefore y-3=-\frac{1}{2}(x-1)$，
$\therefore$ 所求直线方程为 $x+2y-7=0$.

18. **解**：因为直线 l 与坐标轴围成三角形，所以 x 轴、y 轴上的截距不为零，设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$，由题意得 $\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1,\\|ab|=8,\end{cases}$
解 $\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1,\\ab=8,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a=4,\\b=2.\end{cases}$ 所以直线方程为 $\frac{x}{4}+\frac{y}{2}=1$；
解 $\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1,\\ab=-8,\end{cases}$ 得
$\begin{cases}a=-4(\sqrt{2}+1),\\b=2(\sqrt{2}-1)\end{cases}$ 或
$\begin{cases}a=4(\sqrt{2}-1),\\b=-2(\sqrt{2}+1).\end{cases}$ 所以直线方程为 $\frac{x}{-4(\sqrt{2}+1)}+\frac{y}{2(\sqrt{2}-1)}=1$ 或 $\frac{x}{4(\sqrt{2}-1)}+\frac{y}{-2(\sqrt{2}+1)}=1$.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

19. **解**：(1) 证明：如图，取 AB 的中点 F，连接 DF，EF.



在直角梯形 $ABCD$ 中，$CD\parallel AB$，

且 $AB=4$，$CD=2$，所以 $BF\parallel CD$.

所以四边形 $BCDF$ 为平行四边形.

所以 $DF\parallel BC$.

在$\triangle PAB$ 中，$PE=EA$，$AF=FB$，

所以 $EF\parallel PB$.

又因为 $DF\cap EF=F$，$PB\cap BC=B$，

所以平面 $DEF\parallel$ 平面 PBC.

因为 $DE\subset$ 平面 DEF，

所以 $DE\parallel$ 平面 PBC.

(2) 取 AD 的中点 O，连接 PO.

在$\triangle PAD$ 中，$PA=PD=AD=2$，

所以 $PO\perp AD$，$PO=\sqrt{3}$.

又因为平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

所以 $PO\perp$ 平面 $ABCD$.

在直角梯形 $ABCD$ 中，$CD\parallel AB$，

且 $AB=4$，$AD=2$，$AB\perp AD$，

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times AB\times AD=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$.

故三棱锥 $A-PBC$ 的体积 $V_{A-PBC}=V_{P-ABC}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABC}\times PO=\frac{1}{3}\times 4\times\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

20. **解**：(1) 证明：$\because O$ 为 AD 的中点，$\triangle PAD$ 是正三角形，$\therefore PO\perp AD$，

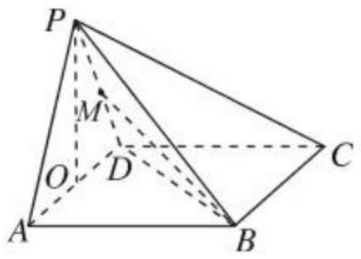
又平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$，

$\therefore PO\perp$ 平面 $ABCD$.

(2) $\because$ 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，

$\therefore DB=2\sqrt{2}$，$PD=2$，$PO=\sqrt{3}$，$PB=\sqrt{PO^2+OB^2}=\sqrt{3+1^2+2^2}=2\sqrt{2}$，

取 PD 的中点 M，连接 BM，



$\because PB=DB$，$\therefore BM\perp PD$，

$\therefore BM=\sqrt{PB^2-\left(\frac{1}{2}PD\right)^2}=\sqrt{8-1}=\sqrt{7}$，

$\therefore S_{\triangle DBP}=\frac{1}{2}PD\cdot MB=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{7}=\sqrt{7}$，

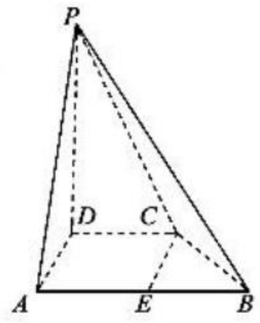
设 C 到平面 PDB 的距离为 l，$V_{C-PBD}=V_{P-DBC}$，

则 $\frac{1}{3}l\cdot S_{\triangle DBP}=\frac{1}{3}PO\cdot S_{\triangle BDC}$，

则 $\frac{1}{3}l\cdot\sqrt{7}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\times 2\times 2$，

$\therefore l=\frac{2\sqrt{21}}{7}$.

21. **解**：(1) 在梯形 $ABCD$ 中，过点 C 作 $CE\perp AB$，垂足为 E，由已知得，四边形 $ADCE$ 为矩形，



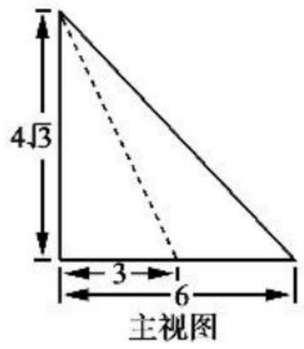
$AE=CD=3$，

在 Rt$\triangle BEC$ 中，由 $BC=5$，$CE=4$，依勾股定理得 $BE=3$，从而 $AB=6$.

又由 $PD\perp$ 平面 $ABCD$ 得，$PD\perp AD$，

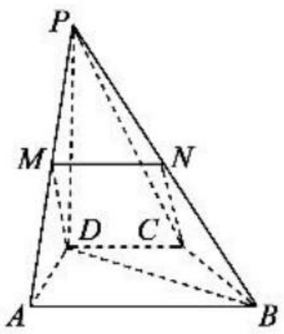
从而在 Rt$\triangle PDA$ 中，由 $AD=4$，$\angle PAD=60^\circ$，得 $PD=4\sqrt{3}$.

主视图如图所示：



主视图

(2) 证明：取 PB 中点 N，连接 MN，CN.



在$\triangle PAB$ 中，$\because M$ 是 PA 中点，

$\therefore MN\parallel AB$，$MN=\frac{1}{2}AB=3$，又 $CD\parallel AB$，$CD=3$，

$\therefore MN\parallel CD$，$MN=CD$，

$\therefore$ 四边形 $MNCD$ 为平行四边形，

$\therefore DM\parallel CN$.

又 $DM\not\subset$ 平面 PBC，$CN\subset$ 平面 PBC，$\therefore DM\parallel$ 平面 PBC.

(3) $V_{D-PBC}=V_{P-DBC}=\frac{1}{3}S_{\triangle DBC}\cdot PD$，

又 $S_{\triangle DBC}=6$，$PD=4\sqrt{3}$，所以 $V_{D-PBC}=8\sqrt{3}$.

22. **解**：(1) 设 $P(x,y)$，

则 $d_1=\sqrt{(x-1)^2+y^2}$，

$d_2=\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}$，

$\because\frac{d_1}{d_2}=\sqrt{2}$，

$\therefore\frac{\sqrt{(x-1)^2+y^2}}{\sqrt{(x-1)^2+(y+2)^2}}=\sqrt{2}$，

整理得：$(x-1)^2+(y+4)^2=8$，

$\therefore$ 点 P 的轨迹 C 的方程为 $(x-1)^2+(y+4)^2=8$.

(2) 存在过点 A 的直线 l，l 与轨迹 C 相交于 E，F 两点，且使三角形 $S_{\triangle OEF}=2\sqrt{2}$.

理由如下：

①当直线 l 的斜率不存在时，直线 l 的方程为 $x=1$，

直线过圆心，$|EF|=4\sqrt{2}$，点 O 到直线 l 的距离为 1，

此时，$S_{\triangle OEF}=\frac{1}{2}\cdot|EF|\cdot 1=2\sqrt{2}$，所以成立.

②当直线 l 斜率存在时，设 l 方程为：$y=k(x-1)$.

点 C 到 l 的距离 $d_3=\frac{4}{\sqrt{k^2+1}}$，利用勾股定理，得：

$|EF|=2\sqrt{8-\frac{16}{k^2+1}}=2\sqrt{\frac{8k^2-8}{k^2+1}}$.

点 O 到 l 的距离 $d_4=\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}$.

$\therefore S_{\triangle OEF}=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{\frac{8k^2-8}{k^2+1}}\frac{|k|}{\sqrt{k^2+1}}=2\sqrt{2}$，

整理得 $3k^2=-1$，无解. 所以直线斜率存在时满足题意的直线不存在.

综上，存在过点 A 的直线 l：$x=1$，满足题意.

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料

责任编辑 李 莉 张艳茹
美术编辑 李 欣
封面设计 欣 羽

45分钟
课时作业与单元测试

45FENZHONG KESHIZUOYEYUDANYUANCESHI SHUXUE

丛书科目

语文 数学 英语 物理 化学 生物 历史 地理 思想政治

同学们，你想了解丛书的更多信息吗？详情请登录 http://www.dfjc100.com

※ 各科配有教师用书及教学课件光盘 (word 文档可自主编辑)，英语配有原声磁带 / MP3 光盘。



手机扫一扫
获取配套学习资源

ISBN 978-7-202-08050-4
9 787202 080504 02>
定价：30.00元

关注微信公众号“教辅资料站”获取更多学习资料