第十六届“中环杯”三年级(初赛)解析

1. 计算： $2015\times2015-2014\times2013=$(　　).

【分析】$(2014+1)\times2015-2014\times2013$

$=2014\times2015-2014\times2013+2015$

$=2014\times(2015-2013)+2015=6043$

2. 在下面算式的方框中填入适当的符号(只能填加、减、乘、除这四种符号)，使得算式成立.

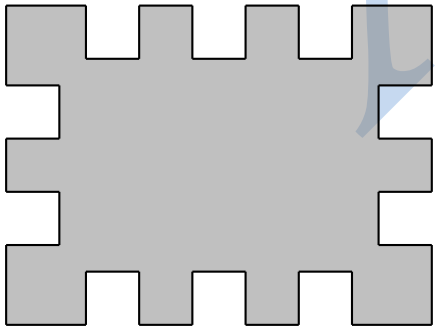
$$(6\square2)\square(3\square4)\square(6\square2)=25$$

【分析】$(6\times2)-(3-4)+(6\times2)=25$

3. 用 1~9 这九个数字组成三个三位数 a,b,c(每个数字能且只能使用一次)，则 $a+b-c$ 的最大值为(　　).

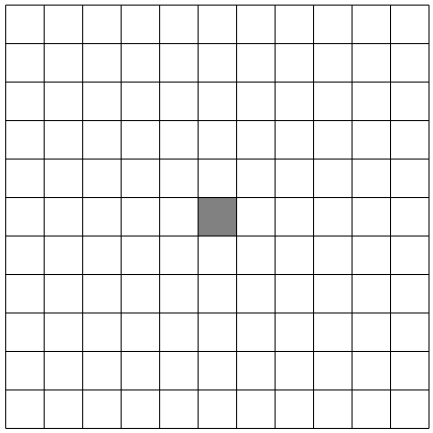
【分析】$(a+b)$ 最大，c 最小，9 和 8 都在百位，同理 7 和 6 都在十位，4 和 5 都在个位，c 就为 123，975+864-123=1716.

4.甲有一张 40 厘米×30 厘米的长方形纸片，他从上面剪下来 10 张 5 厘米×5 厘米的小纸片，得到右图.这 10 张小纸片的边与长方形的对应边互相平行，而且它们之间不会互相重叠.那么，剩下图形的周长为(　　)厘米.

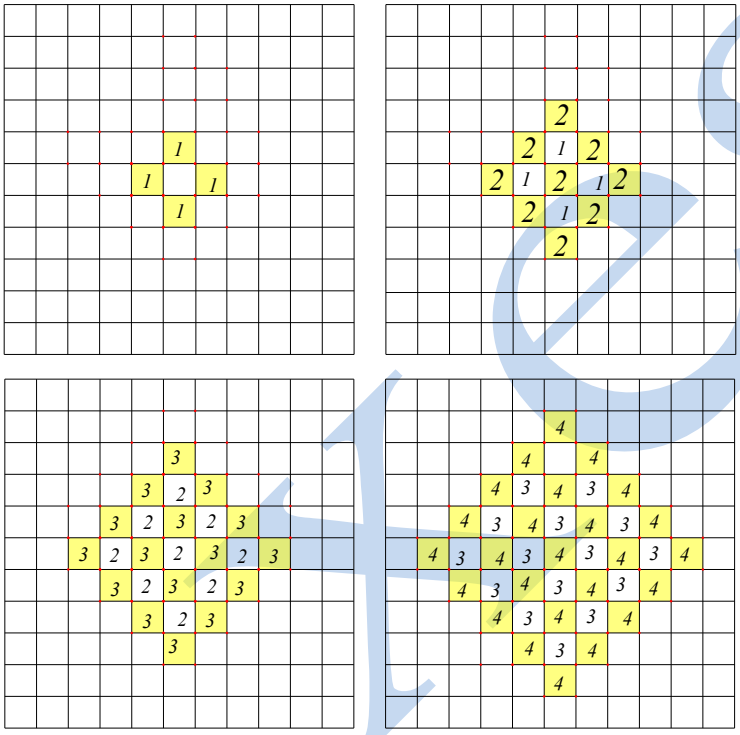


【分析】每剪一个小正方形，周长增加 $2\times5=10$，所以 $C=(40+30)\times2+2\times5\times10=240$

5.小明在右图中的黑色小方格内，每次走动，小明都进入相邻的小方格(如果两个小方格有公共边，就称它们是相邻的)，每个小方格都可以重复进入多次.经过四次走动后，小明所在的不同小方格有(　　)种.



【分析】如图，第 4 步能到的格子数为：1＋2＋3＋4＋5＋4＋3＋2＋1=25 种.

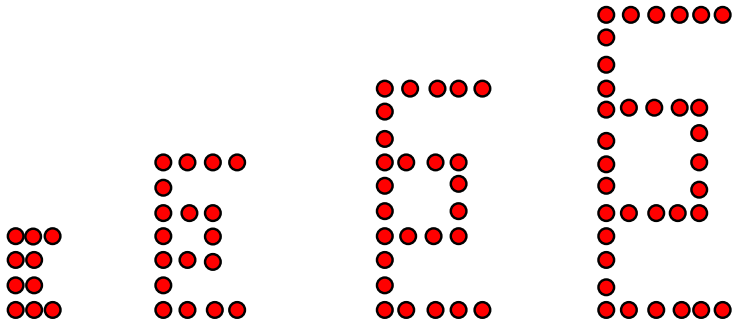


6.小胖在编一本书的页码时，一共用了 1101 个数字.已知页码是从 1 开始的连续自然数.这本书一共有(　　)页.

【分析】先估算，1~99 有 189 个数字，那么三位数有 $(1101-189)\div 3=304$(个)，

那么这本书一共有 $99+304=403$(页).

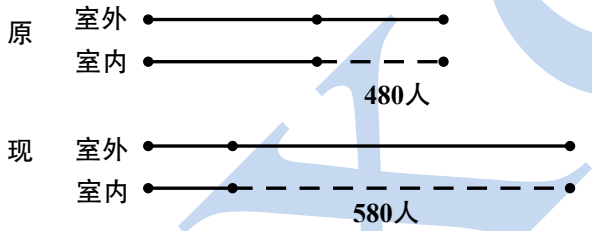
7.如图是用棋子摆成的“巨”字.按以下规律继续摆下去，一共摆了 16 个“巨”字.那么共需要(　　)枚棋子.



【分析】第一个“巨”含有 10 个枚棋子；第二个含有 18 枚棋子；第三个含有 26 枚棋子.发现每次都是增加 8 枚旗子，则第十六个图形有$10+15\times8=130$枚棋子，所有棋子的和为：$(10+130)\times16\div2=1120$（枚）.

8.春天到了，学校组织学生春游.但是由于某种原因，春游分为室内活动与室外活动.参加室外活动的人比参加室内活动的人多 480 人.现在把室内活动的 50 人改为室外活动，这样室外活动的人数正好是室内活动人数的 5 倍.则参加室内、室外活动的共有(　　)人.

【分析】法一：和差倍分析



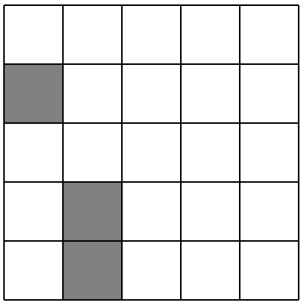
室内活动 50 人改为室外活动后，室外人数比室内人数多 580 人.设室内人数为 1 份，则室外人数为 5 份，580 人占 4 份.可求出一份量为：$580\div4=145$，所以总人数为：$145\times(1+5)=870$（人）.

法二：方程

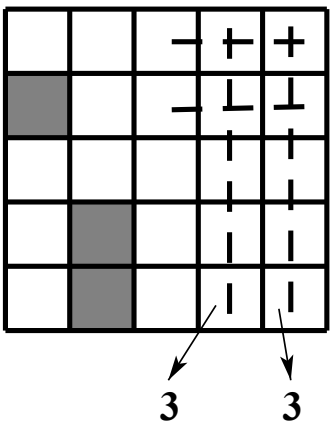
设原来室内有 x 人，则室外有（480+x）人.可列方程$530+x=5(x-50)$，解得

$x=195$，所以总人数为$(480+195)+195=870$（人）.

9.如图，5×5 的方格中有三个小方格已经染黑.现在要将一个 1×3 的白长方形(不能选已经染黑的方格)染黑，要求其不能与已经染黑的方格产生公共边或者公共点.有(　　)种选法.



【分析】如下图，两条竖直方向各有 3 种染法，两个水平方向各有 1 种染法，所以共有：3＋3＋1＋1=8（种）.



10.一次数学竞赛有 5 道题目，每道题目的分值都是一个不同的自然数.题号越小的题目所占的分值越少(比如第 1 题的分值小于第 2 题的分值).小明做对了所有的题目，他前 2 题的总得分为 10 分，后 2 题的总得分为 18 分.那么小明总共得了(　　)分.

【分析】根据题目要求，第四题至少比第二题高两分.若第一题 1 分第二题 9 分，则第四题至少为 11 分，不满足第五题分数大于第四题；若第一题 2 分第二题 8 分，则第四题至少为 10 分，不满足第五题分数大于第四题；若第一题 3 分第二题 7 分，则第四题至少为 9 分，不满足第五题分数大于第四题；若第一题 4 分第二题 6 分，则第四题和第五题分别为 8 分和 10 分，满足要求，此时第三题为 7 分.所以这五题的总分为 $10+7+18=35$ 分.

11.如果一个正整数 x 满足：3x 的位数比 x 的位数多(比如 343 的位数为 3,3×343=1029 的位数为 4)，那么这样的 x 称为“中环数”.将所有的“中环数”从小到大排成一排，其中第 50 个“中环数”是(　　).

【分析】一位中环数：4～9 共 6 个；两位的中环数 34~99 共 66 个.所以第 50 个中环数为第 44 个两位中环数，为 $34+(44-1)=77$.

12.将 1~9 填入右表，每个数字使用一次，每个小方格填入一个数，其中 1、2、3、4 已经填好了.如果两个小方格有一条公共边，我们就称这两个小方格相邻.如果与填 9 的小方格相邻的小方格内的数之和为 15，那么与填 8 的小方格相邻的小方格内的数之和为(　　).

1		3
2		4

【分析】9 不能填 A，因为 1+3+E 不可能为 15，同理不能填 B,C,E，所以 9 不能填 B,C,E，9 只能填在 D,所以 E=8，与他相邻的即 5+6+7+9=27

1	A	3
B	E	D
2	C	4

13.一个骰子 6 个面上分别写着数字 1、2、3、4、5、6，每次投掷骰子后都会将面朝上的数字记录下来.任意一个数字一旦出现三次，整个投掷过程就结束了.小明一共投掷了 12 次，他的投掷过程就结束了，所有记录下的数之和为 47.那么他最后一次投掷记录下的数字为(　　).

【分析】$3+2\times4+1=12$ 次，又因为 $1+2+3+4+5+6=21$，$21\times2=42$，说明出现了三次的数比只出现一次的数打 $47-42=5$，在这六个数里面只能是 $6-1=5$.所以出现了三次的数也就是最后出现的数为 6.

14.大正方形内有两个小正方形，这两个小正方形可以在大正方形内任意移动(小正方形的任何部分都不能移出大正方形，小正方形的边必须与大正方形的边平行).如果这两个小正方形的重叠面积最小为 9，最大为 25，并且三个正方形(一个大正方形和两个小正方形)的边长之和为 23，则三个正方形的面积之和为(　　).

【分析】最大重叠面积即为最小正方形的面积为 25.设中正方形的边长为 x，则打正方形的边长为 $x+5-3=x+2$.所以根据三种边长之和列出如下方程 $5+x+x+2=23$，解得 $x=8$，所以三个正方形的面积之和为：$5^2+8^2+10^2=189$.

15.一共 99 人参加了某个数学竞赛，比赛分为三场，分别考察参赛者几何、数论、组合的能力.小明在数论考试中得了第 16 名，在组合考试中得了第 30 名，在几何考试中得了第 23 名，并且小明在三场考试中没有与任何人并列(每门考试的满分不一定是 100 分).最后的总名次是将三次考试的分数相加，从高到低排列后得到的.如果我们用第 A 名表示小明可能得到的最好总名次(A 越小表示总名次越好)，用第 B 名表示小明可能得到的最差总名次，则 $100A+B=$(　　).

【分析】当$\begin{cases}\text{数论前15名，在组合和几何考试中倒数}\\ \text{组合前29名，在数论和几何考试中倒数}\\ \text{几何前22名，在数论和组合考试中倒数}\end{cases}$时，小明的名次最好，即 A=1；

当数论前 15 名，组合前 29 名，几何前 22 名为不同的人，且都排在小明的前面时，小明的名次最差，即 $B=15+29+22+1=67$；

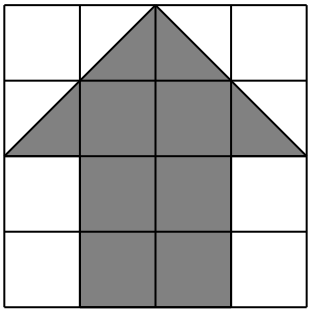
所以 $100A+B=167$.

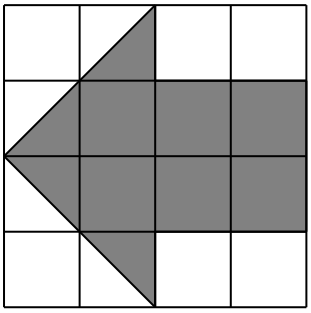
16.我们考察可以表示为 $10\times n+1$ 的数，其中 n 为一个正整数，比如：$11=10\times1+1$，$331=10\times33+1$.如果这样的数不能表示为两个较小的形如 $10\times n+1$ 的数的乘积(这两个较小的数可以相等)，我们就将这个数称为“中环数”.比如 341=11×31，它可以表示为两个形如 $10\times n+1$ 的数的乘积，所以它不是“中环数”.又比如 11，它无法表示为更小的两个形如 $10\times n+1$ 的数的乘积，所以它是“中环数”.那么在 11、21、31、…、991 中，“中环数”有(　　)个.

【分析】从 11~991 共 99 个数，其中不为中环数的有：

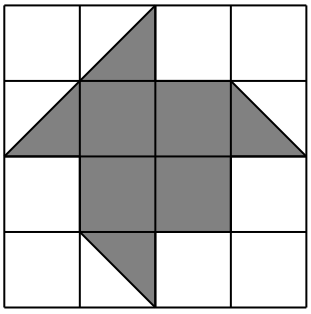
$\begin{cases}11\times11,11\times21,11\times31\text{L L }11\times81\ \text{共8个}\\ 21\times21,21\times31,21\times41\ \text{共3个}\\ 31\times31\ \text{共1个}\end{cases}$，所以其中不是中环数的有 12 个，则剩下的 $99-12=87$ 个为中环数.

17.右面的两幅图表示两个箭头画在不同的 4 厘米×4 厘米方格内的情况.现在将这两个箭头画在同一副 4 厘米×4 厘米的方格内，则这两个箭头的重叠部分的面积为(　　)平方厘米.





【分析】重叠的部分如下图所示，面积为 6.



18.有 A、B、C 三类人共 25 人.A 类人永远说真话，B 类人永远说假话，C 类人永远间隔着说真话和假话(比如某个 C 类人这次说真话了，那么他说的下一句话肯定为假话，再下一句话又是真话).

牧师问每个人：“你是不是 A 类人？”17 个人回答“是”.

牧师又问每个人：“你是不是 C 类人？”12 个人回答“是”.

牧师又问每个人：“你是不是 B 类人？”8 个人回答“是”.

这 25 人中，有(　　)人是 C 类人.

【分析】设 A 类人人数为 A，B 类人人数为 B，C 类说真→假→真的人数为 C_1，C 类说假→真假的人数为 C_2，则 $\begin{cases}\text{第一个问题答“是”的人有：A、B和}C_2\\ \text{第二个问题答“是”的人有：B和}C_2\\ \text{第三个问题答“是”的人有：}C_2\end{cases}$，所以 $\begin{cases}A+B+C_2=17\\ B+C_2=12\\ C_2=8\end{cases}$，解得：$\begin{cases}A=5\\ B=4\\ C_2=8\end{cases}$，所以 C 类人有 $25-5-4=16$ 人.

19.小明希望 1~12 这 12 个数字排在一个圆周上，使得任意相邻的两个数字之差(大减小)为 2 或 3.那么不同的排法有(　　)种(旋转后相同的排法算同一种).

【分析】共两种排法

7	3	1	4
8			2
11			5
9	12	10	6

6	3	1	4
8			2
11			5
9	12	10	7

20.如图，将 1、2、…、25 填入表中，每个小方格内填入一个数字，所有数字能且只能被使用一次，其中一些数已被填入.要求，每个小方格内的数都等于与其相邻(有公共边或者公共定点的就称为相邻)的两个小方格内数之和(除 1、2 的小方格).比如：与 4 相邻的有 1、3，符合题意.则“？”处所填数字为(　　).

				21
	6	5	4	
23	7	1	3	?
	9	8	2	
25	24			22

【分析】填出结果如下图，那么？是 14.

19	11	15	20	21
13	6	5	4	17
23	7	1	3	14
16	9	8	2	12
25	24	18	10	22