第十三届“中环杯”中小学生思维能力训练活动
五年级选拔赛

1、计算 $31.3\times7.7+11\times8.85+0.368\times230=423$

【解析】423

2、宠物商店有狐狸犬和西施犬共 2012 只，其中母犬 1110 只，狐狸犬 1506 只，公西施犬 202 只。那么母狐狸犬有多少只？

【解析】公犬有 $2012-1110=902$ 只，公狐狸犬有 $902-202=700$ 只，母狐狸犬有 $1506-700=806$ 只。

	公	母	总
狐狸犬	700	806	1506
西施犬	202	304	506
总	902	1110	2012

3、一个数 A 为质数，并且 A+14、A+18、A+32、A+36 也是质数。那 A 的值是多少？

【解析】14 除以 5 余 4，18 除以 5 余 3，32 除以 5 余 2，36 除以 5 余 1，所以 A、A+14、A+18、A+32、A+36 中必有一个是 5 的倍数，又是质数，所以只能是 5，所以 A 为 5。

4、一个口袋中有 50 个编上号码的相同的小球，其中编号为 1、2、3、4、5 的小球分别有 2、6、10、12、20 个。任意从口袋中取球，至少要取出多少个小球，才能保证其中至少有 7 号码相同的小球？

【解析】根据最不利原则，1 号、2 号小球数量均不足 7 个，应当全取，然后 3、4、5 号小球各取 6 个，再取一个，必有一个号码小球有 7 个，故应取 $2+6+3\times6+1=27$ 个。

5、表格中定义了关于“*”的运算，如 3*4=2。则 $\underbrace{(1*2)*(1*2)*\cdots*(1*2)}_{2012\text{个}(1*2)}=$

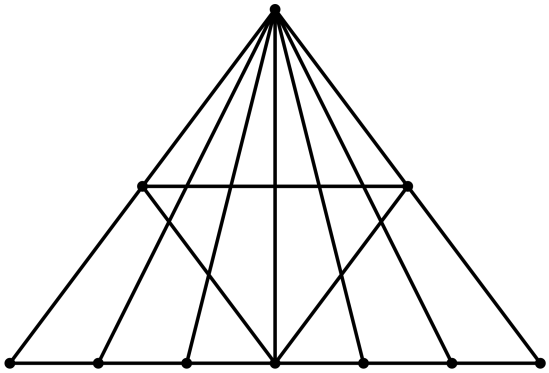
*	1	2	3	4
1	1	2	3	4
2	2	4	1	3
3	3	1	4	2
4	4	3	2	1

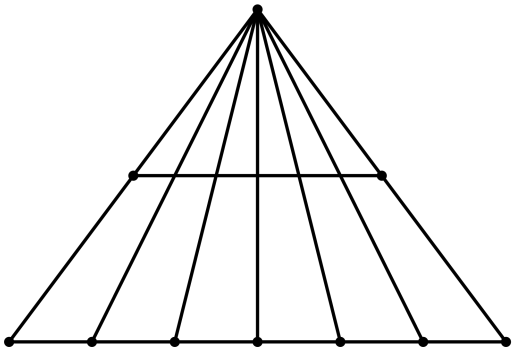
【解析】经查表，$1*2=2$，所以原式变为 $\underbrace{2*2*\cdots*2}_{2012\text{个}2}$

$2=2$，$2*2=4$，$2*2*2=4*2=3$，$2*2*2*2=3*2=1$，$1*2=2$

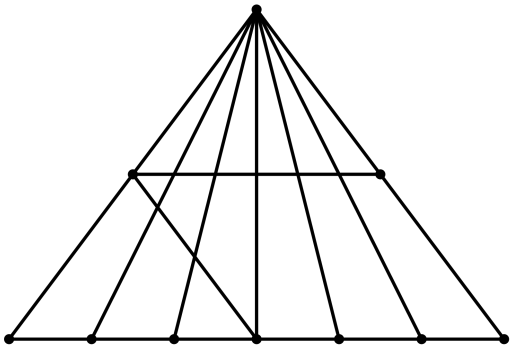
发现为周期为 4 的周期规律，$2012\div4=503$，没有余数，所以最后结果为周期中的第 4 个，1。

6、数一数，图中共有多少个三角形？

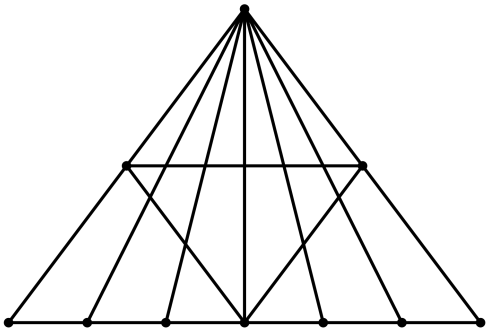




【解析】这张图里有 $(6+5+4+3+2+1)\times 2=42$ 个



增加一条线，多了 12 个，增加了 2 条线，多了 24 个



两条线一起还增加了一个，所以一共有 $42+24+1=67$ 个。

7、若干个小学生去买蛋糕，若每人买 K 块，则蛋糕店还剩下了 6 块蛋糕，若每人买 8 块，

则最后一名学生只能买到 1 块蛋糕，那么蛋糕店共有蛋糕多少块？

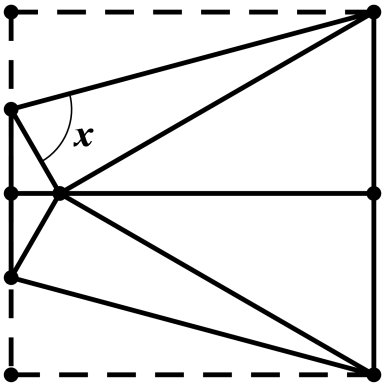
【解析】盈亏问题，第一次，每人买 K 快，盈 6 块

第二次，每人买 8 块，亏$8-1=7$块

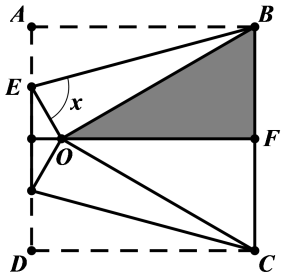
人数为$(6+7)\div(8-K)=13\div(8-K)$，显然 13 是质数，而$8-K$小于 13，所以$8-K=1$，

共有 13 个学生，蛋糕店有$13\times8-7=97$或$13\times7+6=97$块蛋糕。

8、一个正方形纸，如图所示折叠后，构成的图形中角 x 的度数是多少？

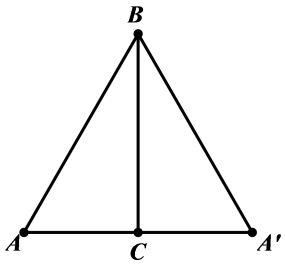


【解析】



显然，AB=BO=2BF，所以$\angle BOF=30°$，所以$\angle OBF=60°$

而$\angle ABE=\angle OBE$，所以$\angle OBE=30°\div2=15°$，所以$x=90°-15°=75°$



若直角三角形 ABC 中，AB=2AC，则将 ABC 沿 BC 翻折，则 AB=A’B=AA’，三角形 ABA’为正三角形，所以$\angle ABC=30°$

9、A、B 两地相距 66 千米，甲、丙两人从 A 地向 B 地行走，乙从 B 地向 A 地行走。甲每小时行 12 千米，乙每小时行 10 千米，丙每小时行 8 千米。三人同时出发，多少小时后，乙刚好走到甲、丙两人距离的中点？

【解析】不妨假设存在一个丁，一直位于甲、丙的正中间，则一开始丁在 A 地，丁的速度为每小时行$(12+8)\div2=10$千米，当乙和丁相遇时，乙刚好走到甲、丙的正中间，所用时

间为 $66\div(10+10)=3.3$ 小时。

10、有多少个形如 $\overline{abcdabcd}$ 的数能被 18769 整除。

【解析】$\overline{abcdabcd}=\overline{abcd}\times10001=\overline{abcd}\times73\times137$，$18769=137^2$，所以要使 $\overline{abcdabcd}$ 能被 18769 整除，只要使 $\overline{abcd}$ 能被 137 整除即可，$137\times7=959$，$137\times8=1096$，$137\times72=9864$，$137\times73=10001$，所以共有 $72-8+1=65$ 个满足要求的数。

11、小明带 24 个自制的纪念品去伦敦奥运会卖。早上每个纪念品卖 7 英镑，卖出的纪念品不到总数的一半。下午他对每个纪念品的价格进行打折，折后的价格仍是一个整数。下午他卖完了剩下的纪念品，全天共收入 120 英镑。那么早上他卖出了多少个纪念品？

【解析】早上最多卖出 11 个

$$120=11\times7+43=11\times7+13\times\frac{43}{13}$$

$$=10\times7+50=10\times7+14\times\frac{25}{7}$$

$$=9\times7+57=9\times7+15\times3.8$$

$$=8\times7+64=8\times7+16\times4$$

$$=7\times7+71=7\times7+17\times\frac{71}{17}$$

$$=6\times7+78=6\times7+18\times\frac{13}{3}$$

$$=5\times7+85=5\times7+19\times\frac{85}{19}$$

$$=4\times7+92=4\times7+20\times4.6$$

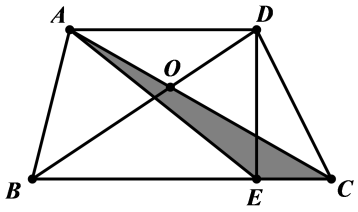
$$=3\times7+99=3\times7+21\times\frac{33}{7}$$

$$=2\times7+106=2\times7+22\times\frac{53}{11}$$

$$=1\times7+113=1\times7+23\times\frac{113}{23}$$

由于下午的价格也是一个整数，所以只有 $8\times7+16\times4$ 符合题意，所以上午卖出 8 个纪念品。

12、如图，在一个四边形 ABCD 中，AC、BD 相交于点 O。作三角形 DBC 的高 DE，连接 AE。若三角形 ABO 的面积与三角形 DCO 的面积相等，且 DC=17 厘米，DE=15 厘米，则阴影部分的面积为多少平方厘米？



【解析】因为 $S_{\Delta ABO}=S_{\Delta DCO}$，所以 $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta DCB}$，由于两个三角形共用底边 BC，所以两个三角形 BC 边上的高相等，于是 AD 与 BC 平行，所以三角形 ACE 中，CE 边上的高为 15 厘米。

又在直角三角形 CDE 中，由勾股定理，可知

$CE^2=CD^2-DE^2=17^2-15^2=(17+15)(17-15)=64$，

于是 CE=8 厘米

所以 $S_{\Delta ACE}=\frac{1}{2}\times 8\times 15=60$ 平方厘米。

13、五名选手在一次数学竞赛中共得 414 分，每人得分互不相等且都是正数，并且其中得分最高的选手得了 92 分，那么得分最低的选手至少得多少分？至多得多少分？

【解析】最低的选手最少得 $414-92-91-90-89=52$ 分。

最低的选手得分最高时，另外三人得分与他接近，$414-92=322$，$322\div 4=80.5$，因此此时四人分数分别为 79、80、81、82，所以最低的选手最多的 79 分。

14、下课时，五名学生中有一名在黑板上写了脏话。当老师质问时，学生回答如下：

A 说：“是 B 或 C 写的。”

B 说：“不是我也不是 E 写的。”

C 说：“他们两个都说谎。”

D 说：“不对，A、B 中只有一个说了实话。”

E 说：“不，D 说的是假话。”

老师知道其中有三名学生绝对不会说谎，而有两名学生总是说谎。请由此判断黑板上的字是谁写的？

【解析】E 说 D 说谎，由此 D 和 E 中至少有一个说谎，C 说 A、B 都说谎，由此 A、B 和 C 中至少有一个说谎，因此 D、E 中恰有一个说谎，A、B、C 中恰有一个说谎

显然 A、B、C 中说谎的人一定是 C，如果 C 说的是真话，那么 A、B、C 中就有两个人说谎了，矛盾，所以 C 说谎，A、B 说的是真话，由此 D 说谎了，E 说的是真话。

A 说是 B 或 C 写的，B 说不是他写的，于是黑板上的字是 C 写的。

15、甲、乙分别从 A、B 两地同时出发相向而行，甲每分钟行 60 米，乙每分钟行 40 米。出发一段时间后，两人在距 A、B 中点 300 米处相遇。如果甲出发后在途中某处停留了一会，两人将在距中点 150 米处相遇。那么甲在途中停留了多少分钟？

【解析】第一次相遇时间为 $(300\times 2)\div(60-40)=30$ 分钟，A、B 全程为 $30\times(40+60)=3000$ 米

第二次相遇中，两人一个人走了$1500+150=1650$米，另一人走了$1500-150=1350$米
情况一：甲走1650米，乙走1350米，甲停留了$1350\div40-1650\div60=6.25$分钟
情况二：甲走1350米，乙走1650米，甲停留了$1650\div40-1350\div60=18.75$分钟

16、一个七位数$\overline{m0A0B9C}$是33的倍数，我们计这样的七位数的个数为a_m。比如a_5表示：形如$\overline{50A0B9C}$且是33的倍数的七位数的个数。则$a_2-a_3=$

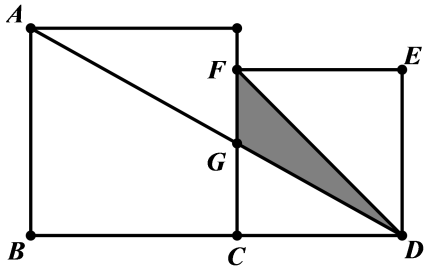
【解析】$\overline{m0A0B9C}$是33的倍数，即$m+A+B+\overline{9C}=90+m+A+B+C$是33的倍数
当$m=2$时，$92+A+B+C$是33的倍数，由于$92+A+B+C\le92+27=119$，所以$92+A+B+C=99$，$A+B+C=7$，即$(A+1)+(B+1)+(C+1)=10$，由插板法，共有$C_9^2=36$个符合要求的数，即$a_2=36$
当$m=3$时，$93+A+B+C$是33的倍数，由于$93+A+B+C\le93+27=120$，所以$93+A+B+C=99$，$A+B+C=6$，即$(A+1)+(B+1)+(C+1)=9$，由插板法，共有$C_8^2=28$个符合要求的数，即$a_3=28$
于是$a_2-a_3=8$

17、正整数x，y满足$6x+7y=2012$。设$x+y$的最小值为p，最大值为q，则$p+q=$

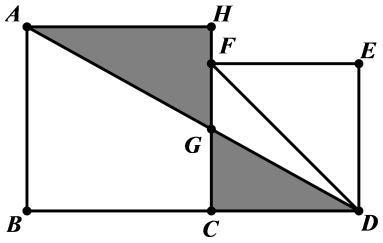
【解析】法一：$x+y$当y最小时取得最大值，当x最小时取得最大值
y最小为2，此时x为333，$x+y=335$，$q=335$
x最小为4，此时y为284，$x+y=288$，$p=288$
$p+q=623$

法二：$x=\dfrac{2012-7y}{6}$，$x+y=\dfrac{2012-7y}{6}+y=\dfrac{2012-y}{6}$当$y$最大时最小，$y$最小时最大
$y<\dfrac{2012}{7}$，即$y\le287$
又由于$x+y$一定为整数，所以
$p=\dfrac{2012-284}{6}=288$
$q=\dfrac{2012-2}{6}=355$
$p+q=623$

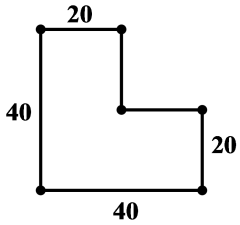
18、如图是由边长分别为 5 厘米和 4 厘米的两个正方形拼成，图中阴影部分的面积是多少平方厘米？



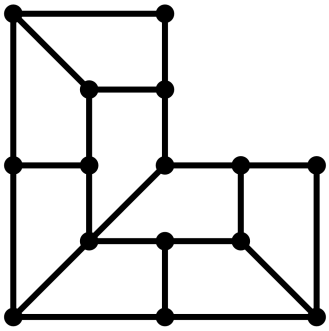
【解析】下图中阴影部分是一个沙漏模型，可知 $HG:GC=AH:CD=5:4$，又由 $HG+GC=5$，可知 $GC=5\times\frac{4}{4+5}=\frac{20}{9}$，则 $FG=4-\frac{20}{9}=\frac{16}{9}$，$S_{\Delta DFG}=\frac{1}{2}\times\frac{16}{9}\times4=\frac{32}{9}$ 平方厘米。



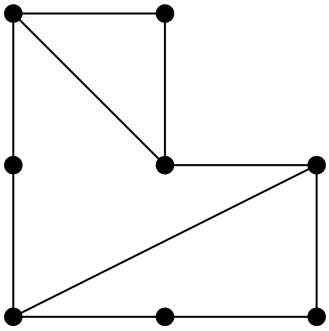
19、把下图分割成形状、大小完全一样的 8 个部分。请在图中画出你的分法。



【解析】



20、如图，一共由十根线段组成这个图形。现在用三种颜色对线段进行染色，要求相邻的线段必须染成不同的颜色（有公共端点的线段称为相邻的线段）。如果颜色能反复使用。一共有多少种不同的染色方法？



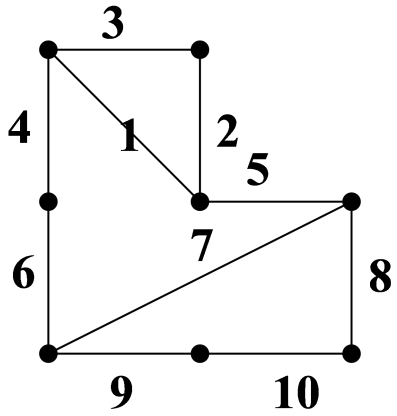
【解析】将十条线段编号，1 号线段有 3 种染色方法，2 号线段有 2 种染色方法，这时，3 号线段同时与 1、2 号线段相邻，只有一种染色方法，4 号线段同时与 1、3 号相邻，只有一种染色方法，与 2 号同色，5 号线段同时与 1、2 号线段相邻，只有一种染色方法，与 3 号同色。

考虑 6 号线段，6 号线段有 2 种染色方法：与 1 号同色或与 5 号同色，

若 6 号线段与 1 号同色，即与 5 号不同色，此时 7 号线段同时与 5、6 号相邻，只有一种染色方法，与 2 号同色，8 号线段同时与 5、7 相邻，只有一种染色方法，与 1 号同色，9 号线段同时与 6、7 号相邻，只有一种染色方法，与 3 号同色，10 号线段同时与 8、9 号相邻，只有一种染色方法，与 2 号同色，综上，此时有 $3\times2\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1\times1=6$ 种染色方法。

若 6 号线段与 5 号同色，此时 7 号线段有 2 种选择，或与 1 号同色、或与 2 号同色，此时 8 号线段同时与 5、7 号相邻，只有一种选择，9 号线段同时与 6、7 号相邻，只有一种选择，与 8 号同色，此时 10 号线段也有 2 种选择，或与 7 号同色，或与 5 号同色，此时有 $3\times2\times1\times1\times1\times1\times2\times1\times1\times2=24$ 种染色方法

综上，共有 $24+6=30$ 种染色方法。



更多历年真题敬请关注唯课数学公众号
vclassedu