第十六届“中环杯”五年级(初赛)解析

1、 计算： $20.15\times 2\frac{1}{3}+\frac{7}{20}\times\frac{17}{3}+2015=$_____.

【分析】原式 $=20\frac{3}{20}\times\frac{7}{3}+\frac{17}{20}\times\frac{7}{3}+2015=\frac{7}{3}\left(20\frac{3}{20}+\frac{17}{20}\right)+2015=49+2015=2064$

2、 要使得算式 $\frac{1}{2}\times\{\frac{1}{3}\times[\frac{1}{4}\times(145-1)-\square]+4\}=7$ 成立，方框内应填的数是_____.

【分析】原式变为：$\frac{1}{3}\times[\frac{1}{4}\times 144-\square]+4=14$

$$\frac{1}{3}\times(\frac{1}{4}\times 144-\square)=10$$

$$\frac{1}{4}\times 144-\square=30$$

$$\square=6$$

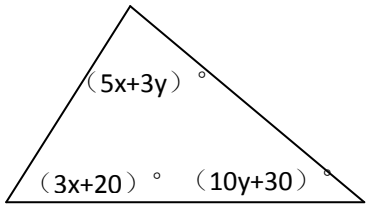
3、 把 61 本书分给某个班级的学生，如果其中至少有 1 人能分到至少 3 本书，你们这个班最多有_____人.

【分析】抽屉原理.（60-1）÷2=30（人）

4、 有一个数，除以 3 余数是 1，除以 5 余数是 2，那么这个数除以 15 的余数是_____.

【分析】设这个数为 3k+1，（3k+1）除以 5 余 2 则 k 最小为 2，所以这个数最小为 7

5、 如图，一个三角形的三个内角分别为 $(5x+3y)^\circ$、$(3x+20)^\circ$ 和 $(10y+30)^\circ$，其中 x、y 都是正整数，则 $x+y=$_____.



【分析】根据内角和 180 度得：

$$5x+3y+3x+20+10y+30=180$$

$$8x+13y=130$$

$$y=10-\frac{8}{13}x$$

由于都是正整数所以 x=13，y=2，和为 15

上海学而思教研

6、 三个数两两之间的最大公约数分别是 3、4、5，那么这三个数的和最小是_____.

【分析】设这三个数为A、B、C不妨设：

$$\begin{cases}(A，B)=3\\(A，C)=4\\(B，C)=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=12a\\B=15b\\C=20c\end{cases}(a，b，c)=1$$

所以这三个数最小为:12、15、20，和为47

7、 对字母 a~z 进行编码（a=1，b=2.，…，z=26），这样每个英文单词（所有单词的字母都认为是小写字母）都可以算出其所有字母编码的乘积 p.比如单词 good，其对应的 p 值为 7×15×15×4=6300（因为 g=7,0=15，d=4）.如果某个合数无法表示成任何单词（无论这个单词是不是有意义）的 p 值，这样的合数就称为“中环数”.最小的三位数“中环数”为_____.

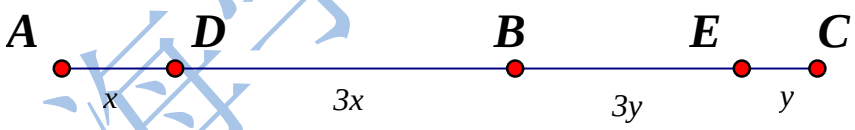
【分析】(方法一)要为“中环数”，则分解出的质因子至少有大于 26 的质因子：大于 26 的质数为 29,31,37…,29×4=116，肯定是中环数，所以只要再验算小于 107 是否还有中环数，这时会发现 106 是最小的一个；

(方法二)绝大多数小朋友的方法，直接从最小的三位合数开始试.

100，102，104，105，106，然后发现 106 是第一个满足的，$106=2\times53$.所以答案是 106.

8、 甲、乙两人同时骑自行车从 A 地到 C 地，路上会经过 B 地.骑了一会，甲问乙：“我们骑了多少公里了？”乙回答：“我们骑的路程相当于这里到 B 地距离的$\frac{1}{3}$.”又骑了 10 公里后，甲又问：“我们还要骑多少公里才能到达 C 地？”乙回答：“我们还要骑的路程相当于这里到 B 地距离的$\frac{1}{3}$.”A、C 两地相距_____公里（答案写为分数形式）

【分析】



第一次对话点在 D，第二次对话点在 E.不妨设 AD 为 x，则 BD 为 3x；设 EC 为 y，则 BE 为 3y.根据题意有，$3x+3y=10$，则 AC 的长为：$4x+4y=\frac{4}{3}(3x+3y)=\frac{4}{3}\times10=\frac{40}{3}$.

9、 如果一个数不是 11 的倍数，但是移除一个任意位上的数码后，它就变成了 11 的倍数了（比如 111 就是这样的数，无论移除其个位、十位或百位数码，都变成了 11 的倍数），这样的数定义为“中环数”.四位“中环数”有_____个（如果不存在，就写 0）.

【分析】设这样的四位数为$\overline{abcd}$，则根据题意：$\begin{cases}\text{移}a，\text{有}11|b+d-c\\\text{移}b，\text{有}11|a+d-c\\\text{移}c，\text{有}11|a+d-b\\\text{移}d，\text{有}11|a+c-b\end{cases}$，由于 a 和 b 都是一位数，只能是$b=c$.那么$11|d,11|a$，则$a=0,d=0$.所以不存在这样的四位数.

上海学而思教研

10、 有一天，小明带了 100 元去购物，在第一家店买了若干件 A 商品，在第二家店买了若干件 B 商品，在第三家店买了若干件 C 商品，在第四家店买了若干件 D 商品，在第五家店买了若干件 E 商品，在第六家店买了若干件 F 商品.六种商品的价格各不相同且都是整数元，小明在六家店里花的钱相同.则小明还剩_____元.

【分析】设在每家店都花了 x 元，根据题意 x 最少含有 6 个因数.

因为 $6=(5+1)=(2+1)\times(1+1)$，所以 x 最小为 $2^2\times3=12$，

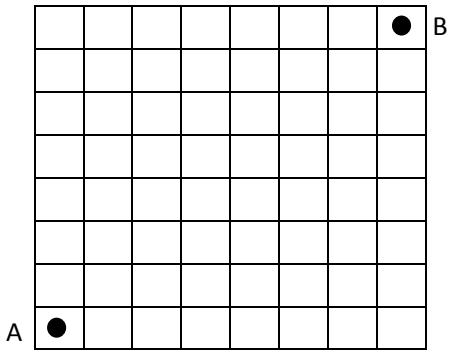
而其他的情况花的钱都会超出 100 这个范围，所以不用考虑，所以剩下 $100-12\times6=28$（元）.

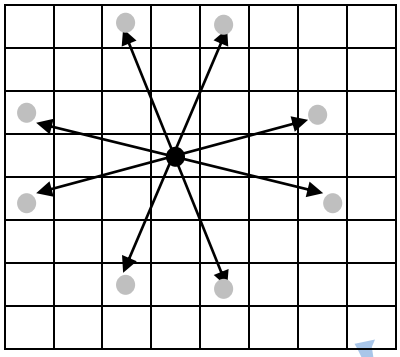
11、 将长为 31 厘米的一条绳子分成三段，每段的长度都是整数，任取其中的两段作为一个长方形的长与宽，可以构成三个长方形.这三个长方形面积之和的最大值为_____平方厘米.

【分析】设将绳子分成长为 a、b、c 的三段，则这三个长方形的面积之和 $ab+ac+bc=\dfrac{2(a+b+c)^2-[(a-b)^2+(a-c)^2+(b-c)^2]}{6}$，而 $a+b+c=31$，当 a、b、c 的差最小时面积和最大，即 a、b、c 取 10、10、11，面积和为 $10\times10+10\times11+10\times11=320$（平方厘米）.

上海学而思教研

12、 如图 12-1 所示，小明从 A->B，每次都是往一个方向走三格，然后转 90 度后再走一格，例如图 12-2 中，从点 C 出发可以走到八个位置.那么小明至少走_____次才能从点 A 到达点 B.

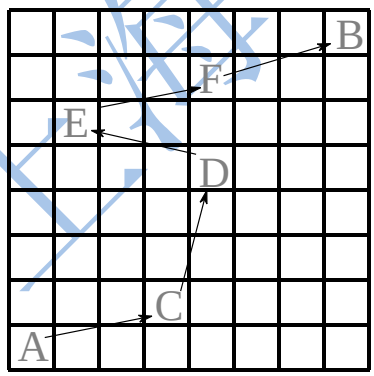




12-2

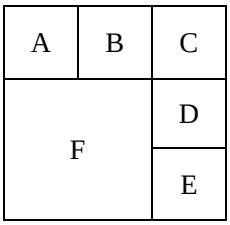
第 12 题

【分析】答案如图，最少 5 次.



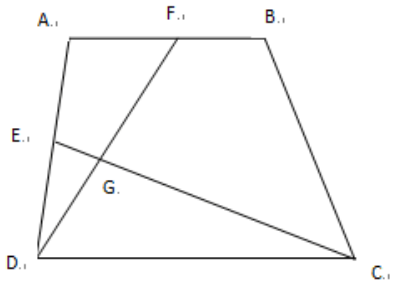
上海学而思教研

13、 如图，一个大正方形被分割成六个小正方形，如果两个小正方形之间有多于一个的公共点，那么称它们为相邻的.将 1、2、3、4、5、6 填人右图，每个小正方形内填一个数字，使得相邻的小正方形内数之差永远不是 3.不同的填法有_____种.



【分析】先从相邻最多的 F 填起，发现 1 至 6 都可以填，有 6 种，不妨假设填了 1，此时发现 ABDE 都不能与 1 的差等于 3，所以只能 ABDE 为 2、3、5、6 中的一个；此时发现 C 确定为 4，一种填法，A 可以有 4 种（2、3、5、6 随便一个），不妨设 A 填 2，B 有 2 种填法，D，E 有 2 种填法：6×4×2×2=96（种）.

14、 如图，在梯形 ABCD 中，CD=2AB，点 E,F 分别为 AD,AB 的中点.若三角形 CDG 的面积减去四边形 AEGF 的面积等于 $\frac{k}{24}$ 平方厘米（其中 k 为正整教），为了使得梯形 ABCD 的面积为一个正整数，则 k 的最小值为_____.



【分析】设$AB=2a$，$CD=2b$，高为h.

$S_{梯}=(AB+CD)\times h\div 2=(2a+4a)\times h\div 2=3ah$

$\because S_{\triangle CDG}-S_{AEGF}=\frac{k}{24}$

$\therefore (S_{\triangle CDG}+S_{\triangle DEG})-(S_{AEGF}+S_{\triangle DEG})=\frac{k}{24}$

$\therefore S_{\triangle CDE}-S_{\triangle ADF}=\frac{k}{24}$

$\therefore \frac{1}{2}\times 4a\times\frac{1}{2}h-\frac{1}{2}\times a\times h=\frac{k}{24}$

$\therefore \frac{1}{2}ah=\frac{k}{24}$

$ah=\frac{k}{12}$

$\therefore S_{梯}=3ah=3\times\frac{k}{12}=\frac{k}{4}$(为整数)

$\therefore k_{min}=4$

上海市思教研

15、 一间房间里住着 3 个人（小王、小张、小李）和 1 只狗.每天早上，3 人起床后都会去做一些曲奇饼干，这样他们饿的话可以随时吃这些饼干.一天早上，小王第一个出门去上班，出门前他将 1 块曲奇饼干丢给了狗，然后带走并吃掉了剩下的 1/3；小张第二个出门去上班，出门前他将 1 块曲奇饼干丢给了狗，然后带走并吃掉了剩下的 1/3；小李第三个出门去上班，出门前他将 1 块曲奇饼干丢给了狗，然后带走并吃掉了剩下的 1/3；晚上，3 个人都回到家以后，他们将 1 块曲奇饼干丢给了狗，然后平分并吃掉了剩下的饼干.在整个过程中，所有的曲奇饼干都不需要被掰碎.那么，小王吃掉的饼干数最少为_____块.

【分析】设晚上每人分得 n 块，则总数为 $\{[(3n+1)\div\frac{2}{3}+1]\div\frac{2}{3}+1\}\div\frac{2}{3}+1=\frac{81n+65}{8}$ 是整数，n 至少为 7，总数为 79，所以吃掉的饼干数最少为 $\frac{79-1}{3}+7=33$（块）.

16、 两辆车在高速公路上行驶，相距 100 米，两车的速度都是 60 公里/时.高速公路上设置了不同的速度点（速度点之间相距很远）.每辆车在经过第一个速度点之后，速度都立刻提高到 80 公里/时；经过第二个速度点之后，速度都立刻提高到 100 公里/时；经过第三个速度点之后，速度都立刻提高到 120 公里/时.当两辆车都经过第三个速度点之后，两车相距_____米.

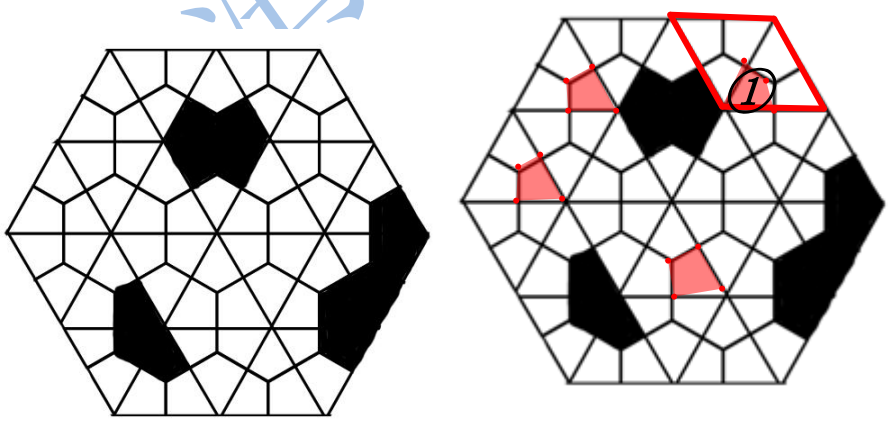
【分析】∵两车在同样的两个速度点之间速度相同

∴相邻速度点之间用的时间也相同

后车需要晚 $\frac{0.1}{60}$ 小时到达每个速度点，当后车到达第三速度点时，前车已经离开 $\frac{0.1}{60}$ 小时.

所以前车在后车前 $\frac{0.1}{60}\times120=0.2$（km）=200（m）

17、 这是一个由 72 个相同小四边形组成的图形，有一些四边形被病毒感染变成黑色.当某个健康的小四边形（白色），其周围至少有两个相邻的小四边形被感染时，则该四边形也将被感染变黑，依次扩散开来.那么至少再增加_____个病毒源（即黑色小四边形），可以使整个大图形都被感染.（相邻是指两个小四边形有公共边).

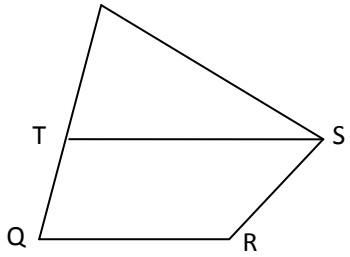


【分析】如右上图所示：标红色阴影的四个区域，他们有共同的特征：

比如①红色阴影他所在的红色菱形的外面即使全被感染，菱形内也不会感染，当把①变为病源就可以了其他三个红色阴影一样的道理，所以至少增加 4 个病源，当然；经验算有了这四个以后，整个图都可以被感染了.

海学而思教研

18、 如图，四边形 PQRS 满足 PQ=PS=25 厘米，QR=RS=15 厘米，作 ST//QR 与 PQ 交于点 T.若 PT=15 厘米，则 TS=_____厘米（注意：由于$\begin{cases}PQ=PS\\QR=RS\end{cases}$我们知道△PQR 与△PSR 的形状和大小完全相同，所以两个三角形的面积相等）.



第 18 题

【分析】如图,设高为h. PB=h，$PA=\frac{3}{5}$h

$AB=\frac{2}{5}$h，设$TS=a$

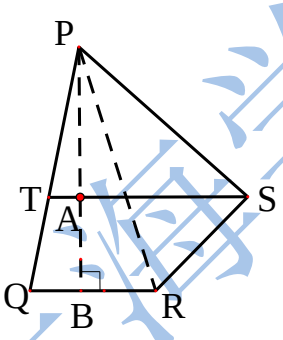
$S_{\triangle PTS}=\frac{1}{2}a\cdot\frac{3}{5}h=\frac{3}{10}a$h

$S_{四边形TSRQ}=\frac{1}{2}(a+15)\cdot\frac{2}{5}h=(\frac{2}{10}a+3)$h

$S_{\triangle PTS}+S_{四边形TSRQ}=(\frac{3}{10}a+\frac{2}{10}a+3)h=\frac{1}{2}\times15\times h\times2$

$\frac{1}{2}a+3=15$

$a=24$



19、 我们用$\overline{A}$表示一个数的反序数（如果从右往左读一个数，就会得到一个新数，这个新数就是原数的反序数，比如$\overline{12349}$=94321），用 S（n）表示数 n 的数码和（比如 S（123）=1+2+3=6）.有如下的两个条件：

（1） n=S（n）×$\overline{S(n)}$；

（2） 找到n的所有质因数，计算这些质因数的平方和，再除以 2，将结果中的所有 0 移除，最后还是得到 n（比如所有质因数平方和除以 2 后的结果为 3025，那么移除 0 之后变为 325）.

满足这两个条件的正整数 n=_____.

【分析】$19\times91=1729$

$9271=73\times127$

$(73^2+127^2)\div2=10729\rightarrow1729$

上海学而思教研

20、 沿着虚线将右图划分为若干“中环块”（表格内每个小正方形的面积均为 1），任意两个相邻“中环块”的面积均不同（如果两个“中环块”有至少一条公共边，就称为相邻“中环块”）.图中标了一些数字，每个数字都表示其所在“中环块”的面积.每个“中环块”中可能不含数字，可能含有一个数字，也可能含有多个相同的数字.

每列中都画有两个圆圈，其中一个圆圈在表格中，另一个在表格下方.在表格内的圆圈中填上圆圈所在“中环块”的面积，并把这个数字填在与之同列的表格下方圆圈内.最后，表格下方的七个圆圈从左至右构成一个七位数，这个七位数为_____.

○			○			
	1	**4**	**5**	**4**	**7**	
	3	○			**4**	
	5			○	**1**	○
	3				**4**	
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	
	○				○	

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

【分析】答案如图

④	4	4	①	4	7	7
3	1	4	5	4	7	7
3	3	⑤	5	4	4	7
1	5	5	2	②	1	⑦
3	3	2	4	4	4	7
3	1	2	3	4	5	5
2	②	3	3	5	⑤	5

④ ② ⑤ ① ② ⑤ ⑦

上海学而思教研