

第十八届华罗庚金杯少年数学邀请赛

初赛试卷 C (小学高年级组)

(时间: 2013 年 3 月 23 日 8:00 ~ 9:00)

一、选择题 (每小题 10 分, 满分 60 分. 以下每题的四个选项中, 仅有一个是正确的, 请将表示正确答案的英文字母写在每题的圆括号内.)

1. 如果 $\frac{2013 \times 2013}{2014 \times 2014 + 2012} = \frac{n}{m}$ (其中 m 与 n 为互质的自然数), 那么 $m+n$ 的值是 ().

(A) 1243 (B) 1343 (C) 4025 (D) 4029

2. 甲、乙、丙三位同学都把 25 克糖放入 100 克水中混合成糖水, 然后他们又分别做了以下事情:

再加入 50 克含糖率 20% 的糖水.



甲

再加入 20 克糖和 30 克水.



乙

再加入 100 克糖与水的比是 2:3 的糖水.



丙

最终, () 得到的糖水最甜.

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 乙和丙

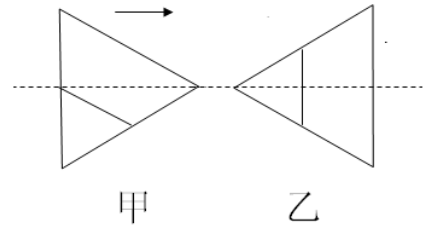
3. 一只青蛙 8 点从深为 12 米的井底向上爬, 它每向上爬 3 米, 因为井壁打滑, 就会下滑 1 米, 下滑 1 米的时间是向上爬 3 米所用时间的三分之一. 8 点 17 分时, 青蛙第二次爬至离井口 3 米之处, 那么青蛙从井底爬到井口时所花的时间为 () 分钟.

(A) 22 (B) 20 (C) 17 (D) 16

4. 已知正整数 A 分解质因数可以写成 $A = 2^\alpha \times 3^\beta \times 5^\gamma$, 其中 α 、 β 、 γ 是自然数. 如果 A 的二分之一是完全平方数, A 的三分之一是完全立方数, A 的五分之一是某个自然数的五次方, 那么 $\alpha + \beta + \gamma$ 的最小值是 ().

(A) 10 (B) 17 (C) 23 (D) 31

5. 今有甲、乙两个大小相同的正三角形，各画出了一条两边中点的连线。如图，甲、乙位置左右对称，但甲、乙内部所画线段的位置不对称。从图中所示的位置开始，甲向右水平移动，直至两个三角形重叠后再离开。在移动过程中的每个位置，甲与乙所组成的图形中都有若干个三角形。那么在三角形个数最多的位置，图形中有（ ）个三角形。



- (A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

6. 从 1~11 这 11 个整数中任意取出 6 个数，则下列结论正确的有（ ）个。

- ① 其中必有两个数互质；
- ② 其中必有一个数是其中另一个数的倍数；
- ③ 其中必有一个数的 2 倍是其中另一个数的倍数。

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

二、填空题(每小题 10 分，满分 40 分)

7. 有四个人去书店买书，每人买了 4 本不同的书，且每两个人恰有 2 本书相同，那么这 4 个人至少买了_____种书。

8. 每天，小明上学都要经过一段平路 AB 、一段上坡路 BC 和一段下坡路 CD (如右图)。已知 $AB:BC:CD = 1:2:1$ ，并且小明在平路、上坡路、下坡路上的速度比为 $3:2:4$ 。如果小明上学与放学回家所用的时间比是 $\frac{n}{m}$ (其中 m 与 n 是互质的自然数)，那么 $m+n$ 的值是_____。



9. 黑板上有 11 个 1, 22 个 2, 33 个 3, 44 个 4. 做以下操作：每次擦掉 3 个不同的数字，并且把没擦掉的第四种数字多写 2 个。例如：某次操作擦掉 1 个 1, 1 个 2, 1 个 3，那就再写上 2 个 4. 经过若干次操作后，黑板上只剩下 3 个数字，而且无法继续进行操作，那么最后剩下的三个数字的乘积是_____。

10. 如右图，正方形 $ABCD$ 被分成了面积相同的 8 个三角形，如果 $DG = 5$ ，那么正方形 $ABCD$ 面积是_____。

