| 总分 | |
| --- | --- |

学校________ 姓名________ 参赛证号________

密封线内请勿答题

# 第二十一届华罗庚金杯少年数学邀请赛

## 决赛试题（初二组）

（时间: 2016 年 3 月 12 日 10:00～11:30）

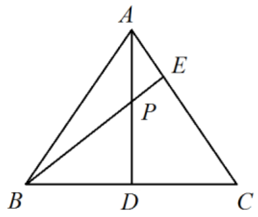
## 一、填空题（每小题 10 分, 共 80 分）

**1.** 设 $a, b$ 是不小于 3 的实数, 则 $\sqrt{a-2}+\left|2-\sqrt{b-2}\right|$ 的最小值是________.

**2.** 用$[x]$表示不超过 $x$ 的最大整数, 设 $S=[\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+\cdots+[\sqrt{99}]+[\sqrt{100}]$,

那么$\sqrt{S}$等于________.

**3.** 如右图, 在等腰三角形 $ABC$ 中 $AB=AC$, $AD$ 垂直 $BC$ 于点 $D$, $BE$ 垂直 $AC$ 于点 $E$, $AD$ 与 $BE$ 交于点 $P$, $BP=3$, $PE=1$, 那么三角形 $BDP$ 的面积是________.



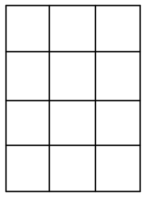

**4.** 某停车场白天和夜间两个不同时段的停车费用的单价不同. 张明 2 月份白天的停车时间比夜间要多 40%, 3 月份白天的停车时间比夜间要少 40%. 若 3 月份的总停车时间比 2 月份多 20%, 但停车费用却少了 20%. 那么该停车场白天时段与夜间时段停车费用的单价之比是________.

**5.** 将一个三位数的十位和百位上的数字交换后得到一个新数, 新数与原数之和再加上 60 后刚好是一个完全立方数. 那么原数的三个数字之和的最大值是________.

**6.** 在方程 $\dfrac{2}{x-2}+\dfrac{4}{x-4}+\dfrac{6}{x-6}+\dfrac{8}{x-8}=x^2-5x-4$ 的实数解中, 最大的是________.

**7.** 当 $x, y$ 为整数时, 多项式 $6x^2-2xy^2-4y-8$ 的最小正值是________.

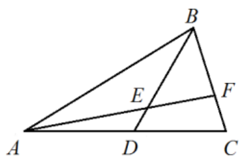
**8.** 右图是$4\times3$的长方形网格，由相同的小正方形构成. 将其中 8 个小正方形涂上灰色，要求每行每列都有涂色的小正方形. 经旋转后，两种涂色的网格相同视为相同的涂法，那么有________种不同类型的涂色方式.



## 二、解答下列各题（每题 10 分，共 40 分，要求写出简要过程）

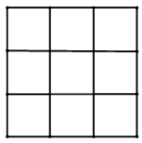
**9.** 化简 $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}}+\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ .

**10.** 如右图，在△$ABC$ 的边 $BC$ 上取点 $F$，使得线段 $AF$ 交中线 $BD$ 于点 $E$，且 $AE=BC$ . 证明：$BF=FE$ .



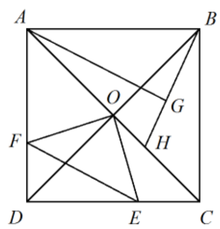

**11.** 已知整系数多项式 $x^3+ax^2+bx+c$，当 $x=a$，$x=b$ 时，它的值分别为 $a^3$，$b^3$，并且 $a, b, c$ 为互不相等的非零整数，试求 $a+b+c$ 的值.

**12.** 如右图，边长为 3 的正方形均分成$3\times3$的方格，每个方格的顶点叫做格点. 以格点为圆心，半径为 1 画圆，至少要画多少个圆才能盖住这个正方形？



## 三、解答下列各题（每小题 15 分，共 30 分，要求写出详细过程）

**13.** 如右图，在正方形 $ABCD$ 中，$F$ 和 $E$ 分别在边 $AD$ 和边 $DC$ 上移动，且 $\angle FOE=90°$，$\angle CAG=\angle OBH=\dfrac{1}{3}\angle CAB$ . 如果 $EF\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，求 $GH+\sqrt{2}OH$ 的最小值.




**14.** 已知 $S_0=5$，对于任意的自然数 $k$，$S_{k+1}=\dfrac{k+3}{k+1}S_k-\dfrac{5}{k+1}$，求 $S_{100}$.