第十二届“小机灵杯”智力冲浪展示活动决赛试卷（四年级组）

2014年1月19日
时间：80分钟
总分：120分

一、判断题（每题1分）

【第1题】
中国南北朝时期的数学家、天文学家、物理学家祖冲之把圆周率数值推算到了小数点后面的第9位，被称作π之父。……（　　）
【分析与解】
填“×”。小数点后第7位。

【第2题】
古希腊数学家阿基米德是一个将符号引入数学的人，他用元音字母表示未知量，用辅音字母表示已知量（方程的正系数）。……（　　）
【分析与解】
填“×”。韦达。

【第3题】
把一条线段分割为两部分，使其中较长部分与全长之比等于另一段较短部分与这部分之比。由于按此比例设计的造型十分美丽，因此这一比例被称为“美丽分割”。……（　　）
【分析与解】
填“×”。黄金分割。

【第4题】
著名中国数学家陈景润1966年发表《表达偶数为一个素数及一个不超过两个素数的乘积之和》，成为哥德巴赫猜想研究史上的里程碑。……（　　）
【分析与解】
填“√”。这是著名的陈氏定理，俗称“1+2”。

【第5题】
法国数学家、物理学家、哲学家笛卡尔，他的著作生前被禁止出版或被烧毁。《几何学》是他公开发表的唯一一部数学著作。……（　　）
【分析与解】
填“√”。

二、填空题（每题8分）

【第 6 题】

数列 1,2,2,3,3,3,4,4,4,4,5,5,5,5,5,6,…的第 1000 项的值是 _____ 。

【分析与解】

$1+2+\cdots+44=(1+44)\times 44\div 2=990$；

$1+2+\cdots+45=(1+45)\times 45\div 2=1035$；

第1000 项的值是 45。

【第 7 题】

一条长为 78 厘米的铁丝，每隔 3 厘米涂一个红点。将此铁丝在红点处折弯，形成一个长方形。那么，围成的长方形的面积最大是 _____ 平方厘米。

【分析与解】

$78\div 3=26$段；

长＋宽$=26\div 2=13$；

当长$=7$段$=21$厘米，宽$=6$段$=18$厘米时，

围成的长方形的面积最大，$21\times 18=378$平方厘米。

【第 8 题】

有 100 个棋子，两人轮流取棋子，每次允许取其中 1 个、2 个或 5 个，谁最后把棋子取完就算获胜。如果你先取，那么第一次你取 _____ 个，才能保证获胜。

【分析与解】

先者取1，然后每次和后者合取3或6（3的倍数）；则先者有必胜策略。

【第 9 题】

将 1-6 分别填入下式的 6 个方格中，积最大是 _____ 。

□□×□□×□□

【分析与解】

要使乘积最大，则十位分别填6、5、4；

则这三个两位数的和固定不变；

当和一定时，数越接近乘积越大；

则积最大是$61\times 52\times 43=136396$。

【第 10 题】

学校要将 90 本故事书分发给三年级学生。如果按每人 1 本的方法来分，分不完；如果把余下的书按每两人 1 本的分发分发，就恰好能分完。那么，三年级学生共有 _____ 人。

【分析与解】

三年级学生共有$90\div 1.5=60$人。

【第 11 题】

妈妈去超市卖水果，买 5 千克苹果和 4 千克梨要花费 48 元，买 2 千克苹果 3 千克芒果要花费 33 元。已知每千克芒果比梨贵 2.5 元，如果苹果与梨各买 3 千克，共要花费 _____ 元。

【分析与解】

设苹果 x 元/千克，梨 y 元/千克，芒果 z 元/千克；

$\begin{cases}5x+4y=48\\2x+3z=33\\z-y=2.5\end{cases}$；解得 $\begin{cases}x=6\\y=4.5\\z=7\end{cases}$

苹果与梨各买 3 千克，共要花费 $6\times3+4.5\times3=31.5$ 元。

【第 12 题】

用 1，2，3，4，5 排成一个五位数，使任两个相邻数码之差至少是 2。那么这样的五位数有 _____ 个。

【分析与解】

1 开头的有 2 个：13524，14253；则 5 开头也有 2 个；

2 开头的有 3 个：24135，24153，25314；则 4 开头有 3 个；

3 开头的有 4 个：31425，31524，35241，35142；

这样的五位数有 14 个。

【第 13 题】

某市举行射箭比赛，按成绩排列名次后，前七名的平均成绩比前四名的平均成绩少 3 环，前十名的平均成绩比前七名平均成绩少 4 环。那么第五、六、七名的得分之和比第八、九、十名的得分之和多了 _____ 环。

【分析与解】

设前 10 名的平均分为 x 环，则前 7 名的平均成绩为 $(x+4)$ 环，前 4 名的平均成绩为 $(x+7)$ 环；

第五、六、七名的得分之和比第八、九、十名的得分之和多了 $\left[7(x+4)-4(x+7)\right]-\left[10x-7(x+4)\right]=28$ 环。

【第 14 题】

如果有 5 个药箱，每 2 个药箱里有一种相同的药，每种药恰好在 2 个药箱里出现，则一共有 _____ 种药。

【分析与解】

$C_5^2=\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$ 种药。

【第 15 题】

在 4×4 的方格表中的每个小方格内填一个数 1 或 2，使任意一个 3×3 的方格表中的 9 个数字之和能被 4 整除，而所有小方格内的 16 个数字之和不能被 4 整除，那么这 16 个数之和最大是 _____ 。最小是 _____ 。

【分析与解】

3×3 的方格表中的 9 个数字之和最小是 9，最大是 18；

能被 4 整除，3×3 的方格表中的 9 个数字之和最小是 12；

1	1	1	1
1	1	2	1
1	2	2	1
1	1	1	1

如图，这样的和是最小的，为 19，且满足所有小方格内的 16 个数字之和不能被 4 整除。

能被 4 整除，3×3 的方格表中的 9 个数字之和最大是 16；

2	2	2	2
2	1	2	2
2	2	1	2
2	2	2	2

如图，这样的和是最小的，为 30，且满足所有小方格内的 16 个数字之和不能被 4 整除。

【第 16 题】

用 9 张 2×1 的长方形纸片，去覆盖一张 2×9 的棋盘，共有 _____ 种不同的方法。

【分析与解】

2×1 的棋盘有 1 种方法；

2×2 的棋盘有 2 种方法；

对于 $n\times 2$ 的棋盘（ $n\geq 3$ ）

如果第一行竖着放一个 2×1 的长方形，则其种类与 $(n-1)\times 2$ 的相同；

如果第一、二行横着放两个 1×2 的长方形，则其种类与 $(n-2)\times 2$ 的相同；

2×3 的棋盘有 $1+2=3$ 种方法；

2×4 的棋盘有 $2+3=5$ 种方法；

2×5 的棋盘有 $3+5=8$ 种方法；

2×6 的棋盘有 $5+8=13$ 种方法；

2×7 的棋盘有 $8+13=21$ 种方法；

2×8 的棋盘有 $13+21=34$ 种方法；

2×9 的棋盘有 $21+34=55$ 种方法；

三、解答题（请写出必要的解题步骤）（第17题12分，第18题15分）

【第 17 题】

对于任意正整数 n，令 f（n）表示 1+2+3+……+n 的末位数字，如 f（1）=1，f（2）=3，f（5）=5，等等。求 f（2）+f（4）+f（6）+…+f（2012）的值。

【分析与解】

$1+2+\cdots+20=(1+20)\times 20\div 2=210$；

即 $f(20)=0$；

故 $f(n)$ 每 20 个一周期；

$f(1)=1$，$f(2)=3$，$f(3)=6$，$f(4)=0$，$f(5)=5$，

$f(6)=1$，$f(7)=8$，$f(8)=6$，$f(9)=5$，$f(10)=5$，

$f(11)=6$，$f(12)=8$，$f(13)=1$，$f(14)=5$，$f(15)=0$，

$f(16)=6$，$f(17)=3$，$f(18)=1$，$f(19)=0$，$f(20)=0$；

$2012\div 20=100\cdots\cdots 12$；

$f(2)+f(4)+\cdots+f(20)=3+0+1+6+5+8+5+6+1+0=35$；

$f(2)+f(4)+\cdots+f(12)=3+0+1+6+5+8=23$；

$f(2)+f(4)+\cdots+f(2012)=35\times 100+23=3523$

【第 18 题】

有两辆汽车先后离开车站向码头开去。第一辆汽车的速度是每小时 90 千米，8 时 32 分时，第一辆汽车离车站的距离是第二辆汽车的 1.2 倍；到 9 时 20 分时，第一辆汽车离车站的距离是第二辆汽车的 2 倍。如果第一辆汽车是 8 时 08 分离开车站的，那么第二辆汽车每小时行多少千米？

【分析与解】

8:32，第一辆车行驶了 $90\times\frac{24}{60}=36$ 千米，第二辆车离车站 $36\div 1.2=30$ 千米；

9:20，第一辆车行驶了 $90\times 1\frac{12}{60}=108$ 千米，第二辆车离车站 $108\div 2=54$ 千米；；

第二辆汽车每小时行 $(54-30)\div\frac{48}{60}=30$ 千米。

更多杯赛信息敬请关注 e 度教育论坛

学而思培优
www.speiyou.com
e度论坛
BBS.edu.com

上海学而思 外联竞赛部 [illegible]

第十二届“小机灵杯”智力冲浪展示活动决赛试卷

四年级组

城隍喵