

六年级希望杯数学竞赛（2011年）

一、填空题（每小题5分，共60分）

1、计算： $3.625 + 0.4\dot{5} - 1\frac{4}{11} =$ _____。

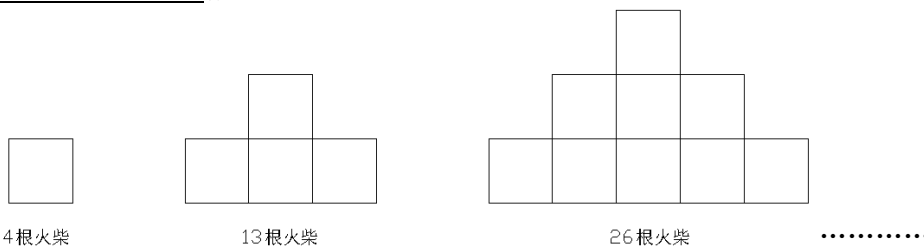
2、对于任意两个数 x 和 y ，定义新运算和 \diamond ，规则如下：

$$x \diamond y = \frac{2x+y}{x+2y}; \quad x \oslash y = \frac{x \times y}{x+y \div 3}。$$

如： $1 \diamond 2 = \frac{2 \times 1 + 2}{1 + 2 \times 2} = \frac{4}{5}$ ； $1 \oslash 2 = \frac{1 \times 2}{1 + 2 \div 3} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ 。

由此计算， $0.3\dot{6} \diamond (4 \oslash 1\frac{1}{2}) =$ _____。

3、用4根火柴，在桌面上可以拼成一个正方形；用13根火柴，可以拼成四个正方形；……如图1，拼成的图形中，若最下面一层有15个正方形，则需火柴_____根。



4、若自然数 N 可以表示成3个连续自然数的和，也可表示成11个连续自然数的和，还可以表示成12个连续自然数的和，则 N 的最小值是_____。（注：最小的自然数是0）

5、十进制计数法是逢10进1，如：

$$24_{10} = 2 \times 10 + 4 \times 1, \quad 365_{10} = 3 \times 10^2 + 6 \times 10 + 5 \times 1;$$

计算机用的是二进制计数法，是逢2进1，如：

$$7_{10} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 111_2, \quad 12_{10} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 1100_2。$$

如果一个自然数可以写成 m 进制数 45_m ，也可写成 n 进制数 54_n ，那么最小的 $m =$ _____， $n =$ _____。

6、我国除了采用公历纪年法外，还采用干支纪年法，根据以下信息回答，公历1949年，按照干支纪年法是_____年。

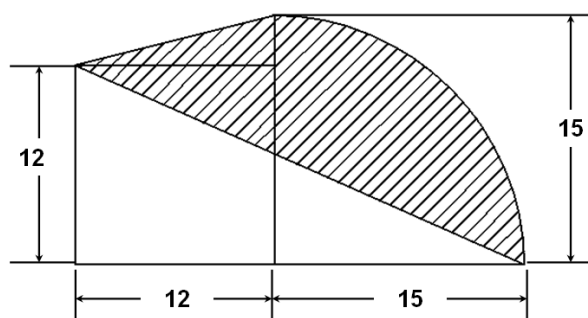
(将天干的10个汉字和地支的12个汉字对应排列成两行，同一列上下对应的两个汉字就是一个干支年号。)

甲 乙 丙 丁 戊 己 庚 辛 壬 癸 甲 乙 丙 丁 戊 己 庚 辛 壬 癸
子 丑 寅 卯 辰 巳 午 未 申 酉 戌 亥 子 丑 寅 卯 辰 巳 午 未
公历2011年是辛卯年，公历2010年是庚寅年。

7、盒子中有很多相同的，但分红、黄、蓝三种颜色的玻璃球，每次摸出两个球，为了保证有5次摸出的结果相同，则至少需要摸球_____次。

8、小狗和小猪以同样的速度，同时开始读数，小狗从1, 3, 5, 7, 9……读，小猪从1002, 997, 992, 987, 982……读，请问小狗和小猪同时读出的数是_____。

9、下图中阴影部分的面积是_____平方厘米。(π取3)



(单位：厘米)

10、甲、乙两人合买了n个篮球，每个篮球n元，付钱时，甲先乙后，10元，10元的轮流付钱，当最后要付的钱不足10元时，轮到乙付钱。付完全款后，为了使两人所付的钱数一样多，则乙应该给甲_____元。

11、某代表队共有23人参加第16届广州亚运会，他们按身高从高到低排列，前5位队员的平均身高比前8位队员的平均身高多3厘米，后15位队员的平均身高比后18位队员的平均身高少0.5厘米，那么前8位队员的平均身高比后15位队员的平均身高多_____厘米。

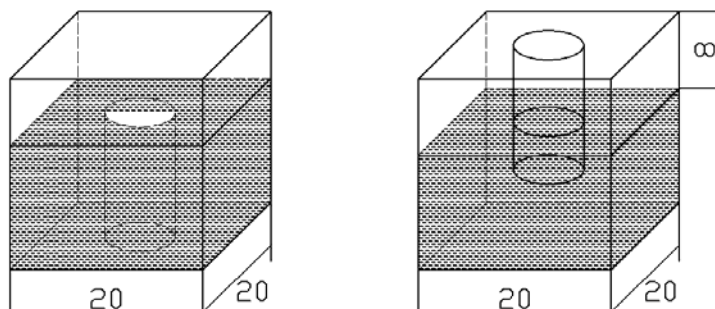
12、甲乙丙三人同时从A地出发到B地，他们的速度比是4:5:12，其中甲乙两人步行，丙骑自行车，丙可以带一个人同行(速度保持不变)。为了使三人在最短的时间内同时到达B地，则甲乙两人步行的路程之比是_____。

二、解答题（每小题 15 分，共 60 分）

每题都要写出推算过程。

13、一辆汽车从甲地开往乙地，若车速提高 20%，可提前 25 分钟到达，若以原速行驶 100 千米，再将车速提高 25%，可提前 10 分钟到达，求甲乙两地的距离。

14、如图，在一个棱长为 20 厘米的正方体密闭容器的下端固定了一个实心圆柱体，容器内盛有 m 升水时，水面恰好经过圆柱体的上底面。如果将容器倒置，则圆柱体有 8 厘米露出水面。已知圆柱体的底面积是正方体底面积的 $\frac{1}{8}$ ，求实心圆柱体的体积。



(单位：厘米)

15、有 8 个足球队进行循环赛，胜队得 1 分，负队得 0 分，平局的两队各得 0.5 分。比赛结束后，将各队得分按从高到低排名后发现，各队得分互不相同，且第二名的得分与最后四名所得总分一样多。求这次比赛中，取得第二名的队的得分。

16、将两个不同的自然数中较大的数换成他们的差，称为一次操作，如此继续下去，直到这两个数相同为止。如对 20 和 26 进行这样的操作，过程如下：

$(20, 26) \rightarrow (20, 6) \rightarrow (14, 6) \rightarrow (8, 6) \rightarrow (2, 6) \rightarrow (2, 4) \rightarrow (2, 2)$ 。

(1)对 45 和 80 进行上述操作。

(2)若对两个四位数进行上述操作，最后得到的相同数是 17，求这两个四位数的和的最大值。