姓名_____座位号_____

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

2024年普通高等学校招生全国统一考试适应性测试

数学

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名和座位号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1 已知集合 $A=\{x|-5<x^3<5\}$，$B=\{-3,-1,0,2,3\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{-3,-1,0\}$　　D. $\{-1,0,2\}$

2 若 $\frac{2}{z-1}=1+i$，则 $z=$

A. $-1-i$　　B. $-1+i$　　C. $1-i$　　D. $1+i$

3 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,1)$，$\boldsymbol{b}=(2,x)$，$\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})$，则 $x=$

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

4 已知 $4\cos(\alpha+\beta)=m$，$\tan\alpha\tan\beta=2$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$

A. $-3m$　　B. $-\frac{m}{3}$　　C. $\frac{m}{3}$　　D. $3m$

5 已知圆柱和圆锥的底面半径相等，侧面积相等，且它们的高均为 $\sqrt{3}$，则圆锥的体积为

A. $2\sqrt{3}\pi$　　B. $3\sqrt{3}\pi$　　C. $6\sqrt{3}\pi$，　　D. $9\sqrt{3}\pi$

6 已知函数为 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2ax-a, x<0\\ e^x+\ln(x+1), x\geqslant 0\end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，则 a 的取值范围是

A. $(-\infty,0]$　　B. $[-1,0]$　　C. $[-1,1]$　　D. $[0,+\infty)$

7 当 $x\in[0,2\pi]$ 时，曲线 $y=\sin x$ 与 $y=2\sin\left(3x-\frac{\pi}{6}\right)$ 的交点个数为

A. 3　　B. 4　　C. 6　　D. 8

8 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(x)>f(x-1)+f(x-2)$，当 $x<3$ 时，$f(x)=x$，则下列结论中一定正确的是

A. $f(10)>100$　　B. $f(20)>1000$　　C. $f(10)<1000$　　D. $f(20)<10000$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。

9 为了解推动出口后的亩收入（单位：万元）情况，从该种植区抽取样本，得到推动出口后亩收入的样本均值 $\bar{x}=2.1$，样本方差 $s^2=0.01$，已知该种植区以往的亩收入 X 服从正态分布 $N(1.8,0.1^2)$，假设推动出口后的亩收入 Y 服从正态分布 $N(\bar{x},s^2)$，则（若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$P(Z<\mu+\sigma)\approx 0.8413$），则

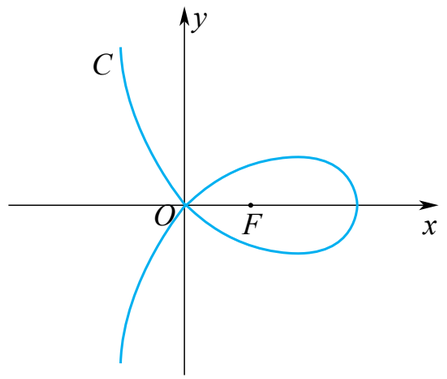
A. $P(X>2)>0.2$　　B. $P(X>2)<0.5$　　C. $P(Y>2)>0.5$　　D. $P(Y>2)<0.8$

10 设函数 $f(x)=(x-1)^2(x-4)$，则

A. $x=3$ 是 $f(x)$ 的极小值点　　B. 当 $0<x<1$ 时 $f(x)<f(x^2)$

C. 当 $1<x<2$ 时，$-4<f(2x-1)<0$　　D. $-1<x<10$，$f(2-x)>f(x)$

11 造型 ♈ 可以看作图中的曲线 C 的一部分，已知 C 过坐标原点 O，且 C 上的点满足横坐标大于 -2，到点 $F(2,0)$ 的距离与到定直线 $x=a(a<0)$ 的距离之积为4．则



A. $a=-2$

B. 点 $(2\sqrt{2},0)$ 在 C 上

C. C 在第一象限的点的纵坐标的最大值为1

D. 当点 (x_0,y_0) 在 C 上时，$y_0\leqslant\frac{4}{x_0+2}$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。

12 设双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_2 作平行于 y 轴的直线交 C 于 A，B 两点，若 $|F_1A|=13$，$|AB|=10$，则 C 的离心率为 _____

13 若曲线 $y=e^x+x$ 在点 $(0,1)$ 处的切线也是曲线 $y=\ln(x+1)+a$ 的切线，则 $a=$ _____

14 甲、乙两人各有四张卡片．每张卡片上标有一个数字，甲的卡片上分别标有数字1，3，5，7，乙的卡片上分别标有数字2，4，6，8，两人进行四轮比赛，在每轮比赛中，两人各自从自己持有的卡片中随机选一张，比较所选卡片上数字的大小，数字大的人得1分，数字小的人得0分，然后各自弃置此轮所选的卡片（弃置的卡片在此后的轮次中不能使用），则四轮比赛后，甲的总得分不小于2的概率为 _____

学号 姓名 班级 学校
密 封 线 内 不 要 答 题

四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或验算步骤．

15 (13分)

记$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$\sin C=\sqrt{2}\cos B$，$a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$.

(1) 求B;

(2) 若ΔABC的面积为$3+\sqrt{3}$，求C.

16 (15分)

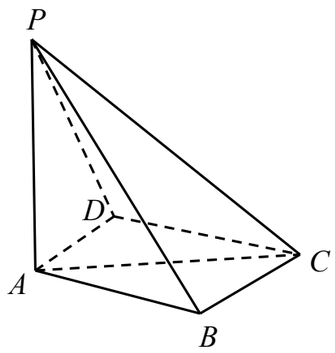
已知$A(0,3)$和$P(3,\frac{3}{2})$为椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上两点.

(1) 求C的离心率；

(2) 若过P的直线l交C于另一点B，且$\triangle ABP$的面积为9，求l的方程.

17 (15分)

如图，四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，$PA=AC=2$，$BC=1$，$AB=\sqrt{3}$.



(1) 若$AD\perp PB$，证明：$AD\parallel$平面PBC；

(2) 若$AD\perp DC$，且二面角$A-CP-D$的正弦值为$\frac{\sqrt{42}}{7}$，求AD.

18 (17分)

已知函数$f(x)=\ln\frac{x}{2-x}+ax+b(x-1)^3$

(1) 若$b=0$，且$f'(x)\geqslant 0$，求a的最小值；

(2) 证明：曲线$y=f(x)$是中心对称图形；

(3) 若$f(x)>-2$，当且仅当$1<x<2$，求b的取值范围.

19 (17分)

设m为正整数，数列a_1，a_2，…，a_{4m+2}是公差不为0的等差数列，若各从中删去两项a_i和$a_j(i<j)$后剩余的$4m$项可被平均分为m组且每组的4个数都能构成等差数列，则称数列a_1，a_2，…，a_{4m+2}是(i,j)—可分数列

(1) 写出所有的(i,j)，$1\leqslant i<j\leqslant 6$，使数列$a_1$，$a_2$，…，$a_6$是$(i,j)$—可分数列；

(2) 当$m\geqslant 3$时，证明：数列a_1，a_2，…，a_{4m+2}是$(2,13)$—可分数列；

(3) 从1，2，…，$4m+2$中一次任取两个数i和$j(i<j)$，记数列a_1，a_2，…a_{4m+2}是(i,j)—可分数列的概率为P_m，证明：$P_m>\frac{1}{8}$.

学校 班级 姓名 密 封 线 内 不 要 答 题 学号