2024 年新高考 2 卷

注:试题来源于网络,个别题数据还是有问题的,自行斟酌 20240607

1. 已知 $z=-1-\mathrm{i}$,则 $|z|=$ (　　)

A. 0　　B. 1

C. $\sqrt{2}$　　D. 2

2. 已知命题: $p:\forall x\in R,|x+1|>1$,命题 $q:\exists x>0,x^3=x$,则 (　　)

A. p 和 q 都是真命题

B. $\neg p$ 和 q 都是真命题

C. p 和 $\neg q$ 都是真命题

D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题

3. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|=2$,且 $\left(\vec{b}-2\vec{a}\right)\perp\vec{b}$,则 $\left|\vec{b}\right|=$ (　　)

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. 1

4. 某农业研究部门在面积相等的 100 块稻田上种植一种新型水稻, 得到各块稻田的亩产量 (单 位: kg) 并整理下表:

亩产量	$[900,950)$	$[950,1000)$	$[1000,1500)$	$[1100,1150)$	$[1150,1200)$
生产数	6	12	18	24	10

据表中数据, 结论中正确的是 (　　)

A. 100 块稻田亩产量中位数小于 1050 kg

B. 100 块稻田中的亩产量低于 1100 kg 的稻田所占比例超过 20%

C. 100 块稻田亩产量的标差介于 200 kg 至 300 kg 之间

D. 100 块稻田亩产量的平均值介于 900 kg 至 1000 kg 之间

5. 已知曲线 $C:x^2+y^2=16(y>0)$,从 C 上任意一点 P 向 x 轴作垂线 PP',P' 为垂足, 则线 段 PP' 的中点 M 的轨迹方程为 (　　)

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1(y>0)$

B. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{8}=1(y>0)$

C. $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1(y>0)$

D. $\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{8}=1(y>0)$

6. 设函数 $f(x)=a(x+1)^2-1,g(x)=\cos x+2ax$,当 $x\in(-1,1)$ 时, 曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 恰有一个极点, 则 $a=$ (　　)

A. -1

B. $\frac{1}{2}$

C. 1

D. 2

7. 已知正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为 $\frac{52}{3}$，$AB=6$，$A_1B_1=2$，则 A_1A 与平面 ABC 所成角的正切值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. 2
D. 3

8. 设函数 $f(x)=(x+a)\ln(x+b)$，若 $f(x)\geqslant 0$，则 a^2+b^2 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{8}$
B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{1}{2}$
D. 1

9. （多选）对于函数 $f(x)=\sin 2x$ 和 $g(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$，下列正确的有（　　）

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同零点
B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同最大值
C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期
D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图像有相同的对称轴

10. （多选）抛物线 $C:y^2=4x$ 的准线为 l，P 为 C 上的动点，对 P 作 $\odot A:x^2+(y-4)^2=1$ 的一条切线，Q 是切点，对 P 作 C 的垂线，垂足为 B，则（　　）

A. l 与 $\odot A$ 相切
B. 当 P,A,B 三点共线时，$|PQ|=\sqrt{15}$
C. 当 $|PB|=2$ 时，$PA\perp AB$
D. 满足 $|PA|=|PB|$ 的点 A 有且仅有 2 个

11. （多选）设函数 $f(x)=2x^3-3ax^2+1$，则（　　）

A. 当 $a>1$ 时，$f(x)$ 有一个零点
B. 当 $a<0$ 时 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点
C. 存在 a,b 使得 $x=b$ 为曲线 $y=f(x)$ 的对称轴
D. 存在 a 使得点 $(1,f(1))$ 为曲线 $y=f(x)$ 的对称中心

12. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $a_3+a_4=7,3a_2+a_5=5$，则 $S_{10}=$ _____

13. 已知 α 为第一象限角，β 为第三象限角，$\tan\alpha+\tan\beta=4$，$\tan\alpha\tan\beta=\sqrt{2}+1$，则 $\sin(\alpha+\beta)=$ _____.

14. 在右图的 4×4 方格表中选 4 个方格，要求每行和每列均恰有一个方格被选中，则共有 _____ 种选法，在所有符合上述要求的选法中，选中方格的 4 个数之和的最大值是 _____.

15. 记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $\sin A+\sqrt{3}\cos A=2$.

(1) 求 A；

(2) 若 $a=2,\sqrt{2}\sin C=c\sin 2B$，求 $\triangle ABC$ 周长.

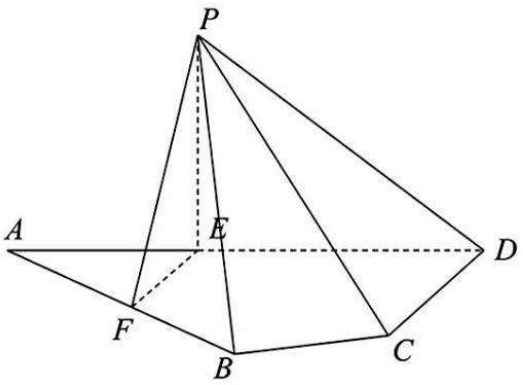
16. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-ax-a^3$.

(1) 当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

(2) 若 $f(x)$ 有极小值，且极小值小于 0，求 a 的取值范围.

17. 如图，平面四边形 $ABCD$ 中，$AB=8,CD=3,AD=5\sqrt{3},\angle APC=90^\circ,\angle BAD=30^\circ$，点 E,F 满足 $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$，将 $\triangle AEF$ 沿 EF 对折至 $\triangle PEF$，使得 $PC=4\sqrt{3}$.

(1) 证明：$EF\perp PD$；(2) 求面 PCD 与 PBF 所成的二面角的正弦值.



18. 某投篮比赛分为两个阶段, 每个参赛除由两名队员组成, 比赛具体规则如下: 第一阶段 由参赛队中一名队员投篮 3 次, 若 3 次都未投中, 则该队被淘汰, 比赛成员为 0 分, 若至少 被投中一次, 则该队进入第二阶段, 由该队的另一名队员投篮 3 次, 每次投中得 5 分, 未投 中得 0 分, 该队的比赛成绩为为第二阶段的得分总和.某参赛队由甲、乙两名队员组成, 设甲每次投中的概率为 p , 乙每次投中的概率为 q , 各次 投中与相互独立.

(1) 若 $p=0.4, q=0.5$, 甲参加第一阶段比赛, 求甲、乙所在队的比赛成绩不少于 5 的概 率;

(2) 假设 $0<p<q$,

(i) 为使得甲、乙所在队的比赛成绩为 15 分的概率最大, 则该由谁参加第一阶段的比赛?

(ii) 为使得甲、乙 所在队的比赛成绩的数与期望最大, 应该由谁参加第一阶段比赛?

19. 已知双曲线 $C: x^2-y^2=m(m>0)$, 点 $P_1(5,4)$ 在 C 上, k 为常数, $0<k<1$, 按照如下方 式次构点 $P_n(n=2,3,\cdots)$, 过 P_{n-1} 斜率为 k 的直线与 C 的左支交于点 a_{n-1} , 令 P_n 为 R_{n-1} 关于 y 轴 的对称点, 记 P_n 的坐标为 (x_n, y_n) . (1) 若 $k=\frac{1}{2}$, 求 x_2, y_2 ;

(2) 证明: 数列 $\{x_n-y_n\}$ 是公比为 $\frac{1+k}{1-k}$ 的等比数列;

(3) 设 S_n 为 $\triangle P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 的面积, 证明: 对任意的正整数 $n, S_n=S_{n+1}$.