(谢奔峰老师超清版)

2024年新高考1卷

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid -5<x^3<5\}, B=\{-3,-1,0,2,3\}$, 则 $A\cap B=$ ( ).

A. $\{-1,0\}$　　B. $\{2,3\}$　　C. $\{-3,-1,0\}$　　D. $\{-1,0,2\}$

2. 若 $\dfrac{2}{z-1}=1+\mathrm{i}$, 则 $z=$ ( ).

A. $-1-\mathrm{i}$　　B. $-1+\mathrm{i}$　　C. $1-\mathrm{i}$　　D. $1+\mathrm{i}$

3. 已知向量 $\vec{a}=(0,1), \vec{b}=(2,x)$, 若 $\vec{b}\perp\left(\vec{b}-4\vec{a}\right)$, 则 $x=$ ( ).

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

4. 已知 $\cos(\alpha+\beta)=m, \tan\alpha\tan\beta=2$, 则 $\cos(\alpha-\beta)=$ ( ).

A. $-3m$　　B. $-\dfrac{m}{3}$　　C. $\dfrac{m}{3}$　　D. $3m$

5. 已知圆柱和圆锥的底面半径相等, 侧面积相等, 且它们的高均为 $\sqrt{3}$, 则圆锥的体积为 ( ).

A. $2\sqrt{3}\pi$

B. $3\sqrt{3}\pi$

C. $6\sqrt{3}\pi$

D. $9\sqrt{3}\pi$

6. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2ax-a, x<0\\ \mathrm{e}^x+\ln(x+1), x\geqslant 0\end{cases}$ 在 R 上单调递增, 则 a 的取值范围是 ( ).

A. $(-\infty,0]$　　B. $[-1,0]$　　C. $[-1,1]$　　D. $[0,+\infty)$

7. 当 $x\in[0,2\pi]$ 时, 曲线 $y=\sin x$ 与 $y=2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的交点个数为 ( ).

A. 3　　B. 4　　C. 6　　D. 8

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $R, f(x)>f(x-1)+f(x-2)$, 且当 $x<3$ 时, $f(x)=x$, 则下列结论中一定正确的是 ( ).

A. $f(10)>100$　　B. $f(20)>1000$　　C. $f(10)<1000$　　D. $f(20)<10000$

9. 为了解推动出口后的亩收入 (单位: 万元) 情况,从该种植区抽取样本,得到推动出口后亩收入的样本均值 $\overline{X}=2.1$, 样本方差 $S^2=0.01$, 已知该种植区以往的亩收入 X 服从正态分布 $N(1.8,0.1^2)$, 假设失去出口后的亩收入 Y 服从正态分布 $N\left(\overline{X},S^2\right)$, 则 ( ). (若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$, 则 $P(Z<\mu+\mu)\approx 0.8413$)

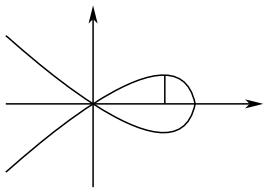
A. $P(X>2)>0.2$　　B. $P(X>Z)<0.5$　　C. $P(Y>Z)>0.5$　　D. $P(Y>Z)<0.8$

10. 设函数$f(x)=(x-1)^2(x-4)$, 则 ( ).

A. $x=3$是$f(x)$的极小值点　　B. 当$0<x<1$时,$f(x)<f(x^2)$

C. 当$1<x<2$时,$-4<f(2x-1)<0$　　D. 当$-1<x<10$时,$f(2-x)>f(x)$

11. 造型 $\rightthreetimes$ 可以看作图中的曲线C的一部分, 已知C过坐标原点O, 且C上的点满足横坐标大于-2, 到点$F(2,0)$的距离与到定直线$x=a(a<0)$的距离之积为4, 则 ( )



A. $a=-2$

B. 点$(2\sqrt{2},0)$在C上

C. C在第一象限的点的纵坐标的最大值为1

D. 当点(x_0,y_0)在C上时,$y_0\leqslant\dfrac{4}{x_0+2}$

二、填空题

1. 设双曲线C:$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左右焦点分别为$F_1,F_2$, 过$F_2$作平行于$y$轴的直线交$C$于$A,B$两点, 若$|F_1A|=13,|AB|=10$, 则$C$的离心率为_____.

2. 若曲线$y=\mathrm{e}^x+x$在点$(0,1)$处的切线也是曲线$y=\ln(x+1)+a$的切线, 则$a=$_____.

3. 甲、乙两人各有四张卡片,每张卡片上标有一个数字,甲的卡片分别标有数字1,3,5,7, 乙的卡片上分别标有数字2,4,6,8, 两人进行四轮比赛, 在每轮比赛中, 两个各自从自己持有的卡片中随机选一张,并比较所选卡片的数字的大小,数字大的人得1分,数字小的人得0分,然后各自弃置此轮所选的卡片 (弃置的卡片在此后的轮次中不能使用).则四轮比赛比赛后,甲的总得分小于2的概率为____.

三、解答题

4. 记$\triangle ABC$的内角A,B,C的对边分别为a,b,c, 已知$\sin C=\sqrt{2}\cos B,a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$.

(1) 求B;

(2) 若$\triangle ABC$的面积为$3+\sqrt{3}$, 求C.

5. 已知 $A(0,3)$ 和 $P\left(3,\frac{3}{2}\right)$ 为椭圆 C:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上两点.

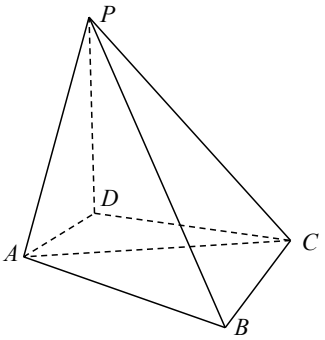
(1) 求 C 的率心率;

(2) 若过 P 的直线 l 交 C 于另一点 B, 且 $\triangle ABP$ 的面积为 9, 求 l 的方程.

6. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA\perp$ 底面 $ABCD, PA=PC=2, PBC=1, AB=\sqrt{3}$.

(1) 若 $AD\perp PB$, 证明:$AD\parallel$ 平面 PBC;

(2) 若 $AD\perp DC$, 且二面角 $A-CP-D$ 的正弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{7}$, 求 AD.



7. 已知函数 $f(x)=\ln\frac{x}{2-x}+ax+b(x-1)^3$.

(1) 若 $b=0$, 且 $f'(x)\geqslant 0$, 求 a 的最小值;

(2) 证明: 曲线 $y=f(x)$ 是中心对称图形;

(3) 若 $f(x)>-2$, 当且仅当 $1<x<2$, 求 b 的取值范围.

8. 设 m 为正整数, 数列 $a_1, a_2, \cdots, a_{4m+2}$ 是公差不为 0 的等差数列, 若从中删去两项 a_i 和 $a_j(\mathrm{i}<j)$ 后剩余的 $4m$ 项可被平均分为 m 组, 且每组的 4 个数都能构成等差数列, 则称数列 $a_1, a_2, \cdots, a_{4m+2}$ 是 (i,j) 一可分数列.

(1) 写出所有的 $(i,j), 1\leqslant i<j\leqslant 6$, 使数列 $a_1, a_2, \cdots, a_6$ 是 (i,j) 一可分数列;

(2) 当 $m\geqslant 3$ 时, 证明: 数列 $a_1, a_2, \cdots, a_{4m+2}$ 是 $(2,13)$ 一一可分数列;

(3) 从 $1, 2, \cdots, 4m+2$ 中一次任取两个数 i 和 $j(i<j)$, 记数列 $a_1, a_2, \cdots, a_{4m+2}$ 是 (i,j) 一一可分数列的概率为 P_m, 证明:$P_m>\frac{1}{8}$.